



HAL
open science

Modélisation thermomécanique de la coulée continue d'acier en deux dimensions

Alban Heinrich

► **To cite this version:**

Alban Heinrich. Modélisation thermomécanique de la coulée continue d'acier en deux dimensions. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003. Français. NNT : 2003ENMP1140 . pastel-00001342

HAL Id: pastel-00001342

<https://pastel.hal.science/pastel-00001342>

Submitted on 26 Jul 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE
présentée à
L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES DE PARIS
par
Alban HEINRICH
Agrégé de Sciences Physiques
pour l'obtention du titre de
DOCTEUR
en
SCIENCE ET GENIE DES MATERIAUX

Modélisation thermomécanique de la coulée continue d'acier en deux dimensions

Soutenue le 30 octobre 2003 devant le Jury composé de

Mme	Anne-Marie HABRAKEN	Rapporteur
M.	Michel POTIER-FERRY	Rapporteur
M.	Manuel BOBADILLA	Examineur
M.	Gérard LESOULT	Examineur
M.	Michel BELLET	Directeur de Thèse

Table des matières

Introduction	vii
1 La coulée continue d'acier : présentation et enjeux	1
1.1 Présentation du procédé de coulée continue	1
1.1.1 Description de la machine de coulée continue de brames	1
1.1.2 Description des états thermophysiques de l'acier	4
1.1.3 Singularité de l'acier	5
1.1.4 Les différents types de défauts du matériau coulé	9
1.2 Etude bibliographique : les approches de la coulée continue de la littérature	11
1.2.1 L'approche du procédé	11
1.2.2 L'approche du matériau	20
1.3 Mon projet de thèse	27
1.3.1 Bilan des connaissances au sujet de la simulation de la coulée continue d'acier	27
1.3.2 Définition et nomenclature des stratégies de calcul pour la coulée continue d'acier	28
1.3.3 Les objectifs de mon travail de thèse	33
2 Problème mécanique pour la coulée continue d'acier	37
2.1 Introduction et problématique	37
2.1.1 Equations de la dynamique des milieux continus	37
2.1.2 Le phénomène de convection naturelle pour la coulée continue	40
2.1.3 Modélisation vp/evp pour la coulée continue d'acier	41
2.2 Equations du problème mécanique	43
2.2.1 Forme faible ou Principe des Puissances Virtuelles (PPV)	44
2.2.2 Equations de comportement	44
2.2.3 Discrétisation temporelle du problème thermomécanique	50
2.2.4 Conclusion sur les équations du problème mécanique	52
2.3 Résolution numérique du problème mécanique	52
2.3.1 Choix de l'élément fini	53
2.3.2 Présentation de l'élément $P1 + /P1$	54
2.3.3 Résolution	56
2.3.4 Expression du système à résoudre après changement de variables	57
2.3.5 Traitement numérique simultané des 3 états mécaniques de la coulée continue d'acier	59
2.4 Cas tests de validation	60
2.4.1 Premier cas test : le barrage	60
2.4.2 Deuxième cas test : la convection naturelle dans une cavité carrée	61
2.4.3 Troisième cas test : cas de la dilatation thermique	67

2.4.4	Quatrième cas test : cas test de la traction d'éprouvette	71
3	Problème thermique pour la coulée continue d'acier	73
3.1	Présentation du problème thermique pour la coulée continue d'acier	74
3.1.1	Le milieu pâteux	74
3.1.2	Définitions et propriétés	75
3.1.3	Conservation de l'énergie	77
3.1.4	Modèles de solidification	78
3.2	Résolution numérique du problème thermique	85
3.2.1	Résolution de type élément fini	86
3.2.2	Résolution par la méthode de type Taylor-Galerkin Discontinue	89
4	Données numériques pour les aciers à haute température	93
4.1	Etat de l'art des données numériques pour les aciers	93
4.1.1	Quelles données numériques ?	93
4.1.2	Présentation et problématique	94
4.2	Rhéologie proposée pour décrire le comportement de l'acier 18M5	97
4.2.1	Données rhéologiques à l'état solide, dans la littérature	97
4.2.2	Rhéologie à l'état solide ($T < 1418^{\circ}C$) pour le 18M5	98
4.2.3	Rhéologie à l'état pâteux : intérêt de l'expérience d'indentation pour l'obtention du comportement de la zone pâteuse	106
4.2.4	Rhéologie à l'état pâteux ($1418^{\circ}C < T < 1508^{\circ}C$)	109
4.3	Rhéologie proposée pour décrire l'acier XC6	113
4.3.1	Rhéologie à l'état solide ($T < 1495^{\circ}C$) pour le XC6	114
4.3.2	Rhéologie des zones pâteuses ($1495 < T < 1528^{\circ}C$) et liquides ($T > 1528^{\circ}C$) pour le XC6	119
4.3.3	Conclusion	121
5	Adaptation du logiciel R2SOL à la simulation de la coulée continue	123
5.1	Présentation de l'état du logiciel de calcul R2SOL à mon arrivée	124
5.1.1	Gestion des outils dans R2SOL	124
5.1.2	Gestion du maillage	125
5.1.3	Les conditions initiales	126
5.1.4	Bilan et organigramme de R2SOL à mon arrivée	126
5.2	Prise en compte de la géométrie de la machine de coulée continue	127
5.3	Gestion du contact mécanique avec les outils de coulée continue	131
5.3.1	Contact avec l'outil d'injection	131
5.3.2	Contact avec les rouleaux	131
5.3.3	Contact avec le faux mannequin	136
5.3.4	Contact mécanique avec la lingotière	140
5.4	Conditions aux limites pour le problème thermique	143
5.4.1	Modélisation du refroidissement pariétal	143
5.4.2	Conditions aux limites supplémentaires sur les faces supérieure et inférieure du maillage	144
5.5	Définition des conditions initiales	147
5.5.1	Conditions initiales pour le problème thermique	147
5.5.2	Conditions initiales pour le problème mécanique	148

5.6	Gestion du maillage	148
5.6.1	Remaillage	148
5.6.2	"Zone tampon" pour la stratégie (GI)	150
5.7	Organigramme <i>R2SOL</i> pour la coulée continue	151
6	Résultats obtenus avec <i>R2SOL</i> en coulée continue d'acier	155
6.1	Cadre de l'étude	155
6.1.1	Les différentes étapes de validation	155
6.1.2	Obtention du mode stationnaire	156
6.1.3	Résultats thermomécaniques attendus pour la simulation numérique de la coulée continue	157
6.2	Résultats en thermique	158
6.2.1	Présentation	158
6.2.2	Résultats obtenus avec l'acier XC6 et la machine CC2 Sollac Méditerranée de Fos-sur-Mer	159
6.2.3	Résultats obtenus avec l'acier 18M5 et la machine Sollac-Atlantique de Dunkerque	169
6.2.4	Conclusion	173
6.3	Résultats en thermomécanique	175
6.3.1	Résultats des simulations thermomécaniques concernant l'acier 18M5 et la machine CC2 Sollac Atlantique de Dunkerque	175
6.3.2	Résultats des simulations thermomécaniques concernant l'acier XC6 et la machine CC2 Sollac Méditerranée de Fos-sur-Mer	188
6.3.3	Calcul thermomécanique en lingotière : prédiction des contraintes affectant la peau solidifiée	202
6.4	Bilan des résultats de coulée continue	212
	Conclusion et perspectives	215
	Annexe	221
	Bibliographie	233

Introduction générale

Le procédé de coulée continue a acquis ses lettres de noblesse au cours du XX^{ème} siècle. En effet, que ce soit l'aluminium, l'or, le bronze, le cuivre ou encore l'acier, les diverses industries des métaux et des alliages ont adopté cette technique pour l'obtention de produits à géométrie déterminée pouvant alors subir l'étape de laminage.

La coulée continue et l'acier

L'un des plus grands défis technologiques a été d'adapter cette technologie à la sidérurgie. Comme l'acier possède de "mauvaises" propriétés thermophysiques, les installations nécessaires pour couler en continu ont des dimensions assez impressionnantes.

Dans la filière de transformation de l'acier, la machine de coulée continue occupe une place centrale. La figure 1 représente les différentes étapes de transformation de la matière brute ferreuse en tôles d'acier ou profilés qui pourront être commercialisés.

La sidérurgie s'appuie sur deux sources différentes de matière première. La première est basée sur l'exploitation de minerai de fer qui est extrait de l'écorce terrestre sous forme d'oxyde. Le minerai de fer subit de multiples transformations : il est d'abord aggloméré, c'est-à-dire broyé et calibré en grains, puis est réduit grâce à l'ajout du coke (sorte de carbone présentant de bonnes propriétés mécaniques) à haute température. A la sortie du haut fourneau, le produit obtenu (la fonte) possède une haute teneur en carbone et est décarburé dans le convertisseur.

La deuxième source de matière première s'appuie sur le recyclage de la ferraille. On fond les ferrailles dans un four électrique. La fusion a lieu grâce à des arcs électriques puissants, qui jaillissent entre des électrodes et la charge à fondre. On récupère les résidus (laitier). On obtient de l'acier liquide, qui va être acheminé vers l'installation d'affinage et de mise à nuance. L'acier liquide obtenu est ensuite soumis aux mêmes opérations d'affinage et de mise à nuance que dans la filière fonte.

L'"acier sauvage" ainsi produit subit une dernière transformation thermo-chimique dans la station d'affinage où lui sont ajoutés les divers alliages choisis en fonction du type d'acier à produire. A la sortie de la station d'affinage, l'acier est sous forme liquide, homogène et de composition chimique contrôlée. Il est ensuite présenté à la machine de coulée continue ou alors est déversé dans des moules ou lingotières en fonte ce qui représente l'étape de la coulée statique.

Au niveau de la machine de coulée continue, l'acier subit des modifications structurelles importantes. Le procédé consiste à transformer l'acier liquide en brames, blooms ou billettes axisymétriques (ou "ronds")

solides comme le montre la figure 1. Le matériau est alors sujet à des phénomènes thermomécaniques qui ont une influence directe sur la qualité du produit. Partant d'un acier liquide homogène, on obtient en fin de machine de l'acier solide sous un format donné et qui admet des défauts de constitution (craques internes ou externes, défaut de type macroségrégation -c'est-à-dire inhomogénéité au niveau de la concentration en alliage au sein du matériau). De tels défauts ont des implications évidentes concernant la qualité finale du produit. Comprendre et analyser l'origine de tels défauts permettrait alors de produire un matériau de meilleure qualité.

La simulation numérique au service de la coulée continue d'acier

La simulation numérique du procédé de coulée continue a pris un essor ces dernières années avec l'avènement de l'ère informatique. Précisément, concernant les alliages ferreux, les progrès ont été plus modestes à cause de la singularité des propriétés thermophysiques de l'acier. En effet, pour simuler totalement et avec suffisamment d'exactitude le procédé, il faut considérer des grands domaines et donc des moyens informatiques de stockage et de rapidité de calcul conséquents. Depuis ces dernières années et l'essor récent des moyens de calcul, il semble possible de simuler le comportement de toute la brame de coulée continue d'acier. Ainsi de nombreuses recherches ont été menées pour établir des stratégies de modélisation de la coulée continue et quantifier les diverses influences des phénomènes thermomécaniques.

Les industriels voient donc dans cet outil une opportunité pour comprendre et optimiser la technologie de coulée continue. La simulation numérique doit donc répondre à l'exigence de l'adaptabilité aux différents cas de coulée qui peuvent se présenter. Il apparaît en effet intéressant de pouvoir modifier entre deux simulations les paramètres d'entrée comme la forme de la machine, la taille des rouleaux, l'intensité du refroidissement ou encore le type d'acier qu'on désire couler. Cela peut notamment donner des informations intéressantes quant à la sensibilité du procédé par rapport à certains paramètres technologiques. Pour ces divers points les industriels sont en attente actuellement par rapport aux avancées de la simulation numérique.

Par ailleurs, nous, chercheurs, sommes friands de résultats expérimentaux concernant la coulée continue d'acier des divers industriels. Il paraît en effet difficile et onéreux de couler de l'acier en laboratoire ! Les résultats expérimentaux délivrés par les industriels nous permettent de valider non seulement la modélisation thermomécanique choisie mais aussi la stratégie de calcul prise. De plus, en fonction des modèles et stratégies, il est possible d'expliquer certains phénomènes ou défauts intervenants lors de la coulée d'acier. Plus la modélisation semblera fine, plus il sera possible de prévoir l'origine de certains phénomènes qui s'y déroulent. Il apparaît donc indispensable d'avoir un dialogue continu avec les industriels au cours d'une étude de la coulée continue d'acier.

Le projet OSC (Optimisation des Systèmes de Coulée)

Notre étude s'est inscrite dans le cadre plus global du projet OSC (Optimisation des Systèmes de Coulée). L'objectif de ce projet est de pouvoir simuler les divers procédés de coulée de métaux. Ma thèse fait partie du cadre restreint OSC-coulée continue.

L'objectif de ce travail est de développer une modélisation numérique globale de la solidification du produit de coulée continue d'acier. La finalité de ce projet est que l'outil numérique alors obtenu puisse

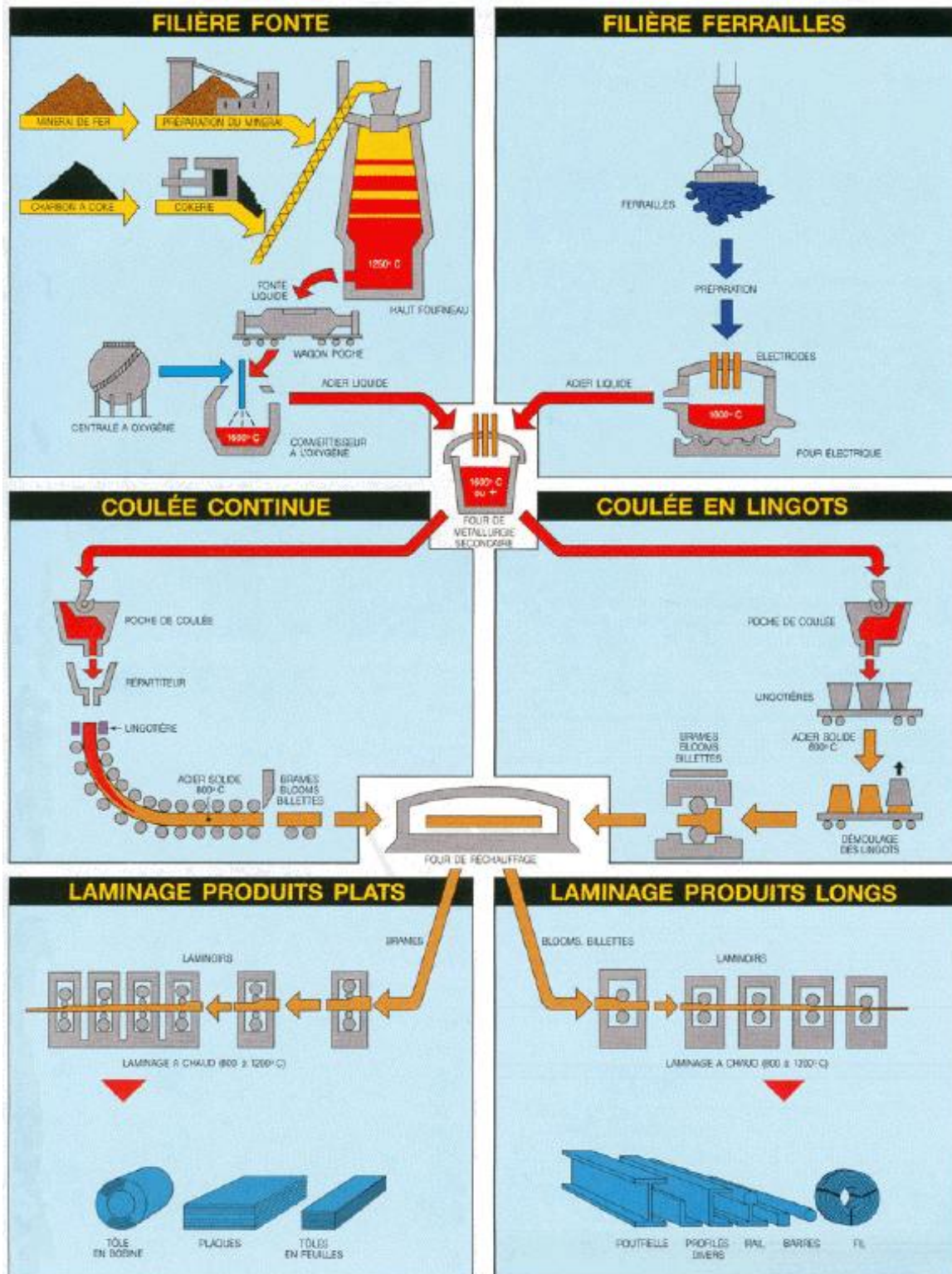


FIG. 1: industrie de l'acier [http://www.ffacier.org/, 2003]

être une aide à la définition d'actionneurs de la machine de coulée continue permettant l'amélioration et la fiabilisation de la qualité interne et de la qualité de surface des aciers coulés en continu tout en réduisant les coûts et les délais de fabrication.

L'outil numérique à proprement parler est issu de deux codes de calcul développés au CEMEF : *R2SOL* (pour la modélisation en deux dimensions) et *THERCAST* (pour la modélisation en trois dimensions). Notre étude de la coulée continue étant en deux dimensions, nous avons basé nos développements en utilisant *R2SOL*. Ce logiciel résulte d'une collaboration entre le CEMEF et le LSG2M de l'Ecole des Mines de Nancy. Il a été créé par Laurence GASTON, Michel BELLET (CEMEF) et Hervé COMBEAU (Ecole des Mines de Nancy, LSG2M). On peut se référer au rapport [Gaston, 1999] pour de plus amples informations sur les diverses potentialités de *R2SOL*, avant mon arrivée au CEMEF.

Notre étude en deux dimensions permet de s'affranchir des problèmes numériques typiques aux problèmes en trois dimensions de mise en forme. Ma thèse apparaît comme le projet pilote qui va permettre d'apporter les premières solutions concernant la modélisation de la coulée continue d'acier et ce d'autant plus que le projet en trois dimensions a commencé un an après mon projet.

Au sein du projet OSC-coulée continue, le travail concernant la modélisation en trois dimensions sera la plus déterminante aux yeux des industriels. A l'exception de la coulée verticale de billettes cylindriques (ou "ronds"), pour laquelle une approche 2D axisymétrique est parfaitement valide, les machines de coulée continue d'acier ont en effet des géométries adaptables uniquement à une modélisation en trois dimensions. Cependant dans le cadre de coulées de brame, c'est-à-dire pour des produits dont l'épaisseur est faible devant la largeur, la modélisation en deux dimensions apporte de bonnes solutions dans le plan médian de la brame.

Dans tout le mémoire, nous concentrons notre étude en deux dimensions sur la coulée de brame. Nous présentons ainsi les équations thermomécaniques décrivant le procédé de coulée continue en utilisant la formulation "plan" en deux dimensions. Cependant il faut garder à l'esprit que la formulation axisymétrique permet de résoudre des problèmes réels en trois dimensions de billette. Aussi présentons-nous dans le chapitre 6 des résultats concernant la simulation d'une coulée de billette cylindrique. Nous validons ainsi les formulations 2D "plan" et axisymétrique de *R2SOL*.

Une perspective à notre modélisation thermomécanique concerne bien évidemment la modélisation en trois dimensions du procédé grâce à laquelle il sera possible de simuler tout type de machine et tout type de format. Frédéric Costes mène actuellement au laboratoire le projet de modélisation en trois dimensions pour la coulée continue d'acier.

Contenu du mémoire de thèse

Dans ce mémoire, nous proposons de modéliser thermomécaniquement en deux dimensions le procédé de coulée continue d'acier et voir quelles prévisions peuvent être effectuées concernant l'état thermomécanique du matériau. Pour ce faire, nous présentons, dans un premier temps, plus largement le procédé de coulée continue en rappelant les divers modèles et stratégies existant dans la littérature et en définissant précisément les enjeux et les intérêts de mon travail de thèse. Nous nous proposons ensuite d'exposer le problème thermomécanique pour la mise en forme des matériaux qu'on applique au cas de la coulée continue d'acier. La connaissance de la rhéologie et, plus généralement, des coefficients thermophysiques du matériau sont essentiels et ont un impact direct sur la solution obtenue. Nous

consacrons donc une discussion sur les données thermomécaniques du matériau que nous avons pu recueillir ainsi que leurs significations au niveau de la modélisation. Il s'agit ensuite de présenter le code R2SOL avec lequel nous avons mené notre campagne de calculs. En particulier ce code a subi différentes modifications, tant au niveau des lois thermomécaniques implémentées qu'au niveau de l'adaptation qu'il a fallu faire pour lancer des calculs sur des cas réels de coulée continue. Pour finir, nous présentons les résultats obtenus par rapport à deux cas réels.

Chapitre 1

La coulée continue d'acier : présentation et enjeux

DANS l'industrie de l'acier, le procédé de coulée continue a pris pour l'essentiel de la production le relais des méthodes traditionnelles telles que la coulée en lingots. Il est en effet moins coûteux, du fait d'une productivité accrue. Ce procédé est apparu dans l'imagination de bon nombre de chercheurs au milieu du XIX^{ème} siècle. Il a fallu attendre presque un siècle pour voir une telle machine couler industriellement un métal ferreux. En effet les hautes températures de fusion et les mauvaises propriétés thermiques des matériaux ferreux ont été pendant longtemps un frein à la réalisation technologique de la coulée continue de l'acier.

Cette partie est l'occasion de présenter brièvement la technologie de la machine de coulée continue. Nous abordons aussi les diverses stratégies et modélisations qu'on peut actuellement voir dans la littérature scientifique sur le sujet et nous soulignons finalement l'intérêt de notre étude en justifiant les approches que nous avons privilégiées.

1.1 Présentation du procédé de coulée continue

Dans cette partie nous traitons exclusivement le cas de la coulée de brames épaisses. Ce sont des pièces d'environ 200 *mm* d'épaisseur et 2 *m* de largeur. Il existe d'autres types de formats qui peuvent être coulés : notamment les billettes, dont la section est circulaire, et les blooms, dont la section est carrée.

1.1.1 Description de la machine de coulée continue de brames

Le but d'une telle machine, représentée sur la figure 1.1 [Fahri, 1998], est de former de façon continue, dans une lingotière ouverte à ses deux extrémités et énergiquement refroidie, une carapace de métal solide assez résistante pour recueillir le métal liquide puis de faire avancer cette carapace en achevant la solidification par aspersion d'eau. Physiquement, la machine de coulée continue est formée par une

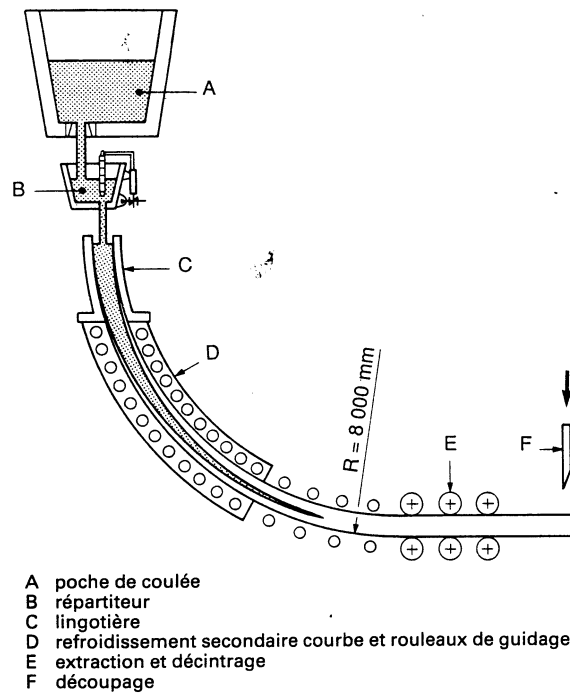


FIG. 1.1: coupe de la machine de coulée continue

lingotière (voir figure 1.1) et un puits sans fonds délimité par des rouleaux de soutien. Le répartiteur et la poche de coulée permettent d'alimenter la machine de coulée en acier liquide avec un débit contrôlé.

La plupart des rouleaux ne servent qu'à maintenir une certaine pression sur la croûte solide et donc soutiennent complètement la brame. Cependant, il existe des rouleaux qui sont munis de moteurs pour faire avancer la brame. Par ailleurs les techniciens ont aussi la possibilité d'effectuer une réduction douce (c'est-à-dire de comprimer la brame entre deux rouleaux en vis-à-vis) près de la région où a lieu la fin de la solidification totale du produit. Pratiquement, la réduction douce permet de modifier l'état thermomécanique à la fin de la solidification et limiter certains types de défauts.

L'amorçage de la machine est effectué par un outil, appelé mannequin ou "starting block" dans la littérature anglo-saxonne, dont le rôle est de guider la brame d'acier le long de la trajectoire définie par la zone de refroidissement secondaire. Au bout d'un certain temps (typiquement de l'ordre d'une vingtaine de minutes) on aboutit au régime permanent (ou stationnaire) de la machine et c'est précisément la solution de ce régime qui nous intéresse.

La vitesse de la coulée est imprimée par le mannequin puis par les rouleaux moteurs extracteurs. Le choix de cette vitesse de traction dépend fondamentalement de l'intensité de refroidissement tout au long de la zone de refroidissement secondaire ainsi que de l'extraction de chaleur au sein de la lingotière. Il faut d'une part qu'à la sortie de la lingotière (ou zone de refroidissement primaire) une coque suffisamment épaisse puisse être créée pour que la brame puisse être tractée sans incident. Il faut d'autre part adapter l'intensité du refroidissement et la vitesse de coulée pour qu'à la sortie de la machine de coulée continue le matériau soit complètement solide.

Au niveau de la zone de refroidissement secondaire, l'acier est énergiquement refroidi sous l'action de

jets d'eau pariétaux. Sur le schéma 1.1 l'acier sous forme solide est représenté en blanc et les zones totalement liquides ou contenant une certaine proportion de liquide en gris. Arrivé à la sortie de la zone de refroidissement secondaire, le matériau est complètement solidifié et est tronçonné au défilé par oxycoupage aux longueurs voulues. La zone de refroidissement secondaire est habituellement courbe dans le cas de l'acier. En effet, du fait d'une diffusivité faible, la longueur métallurgique (c'est-à-dire l'abscisse curviligne prise à partir du ménisque de la lingotière) de fin de solidification est importante. Pour les brames épaisses la courbure permet donc de diminuer en hauteur la taille de la machine.

Au début, ce procédé a fait l'objet de beaucoup d'expérimentations notamment au niveau de la lingotière et de la zone de refroidissement secondaire. Concernant la lingotière nous pouvons répertorier les améliorations technologiques suivantes :

- le brassage électromagnétique permet d'homogénéiser la phase liquide
- l'oscillation de la lingotière permet d'éviter le collage du métal sur les parois de la lingotière
- la lubrification de la paroi de la lingotière pour améliorer le glissement du produit et éviter l'endommagement du produit.

C'est au niveau de la lingotière qu'apparaît pour la première fois une croûte solide et toute l'attention est portée sur le refroidissement pour créer une épaisseur solide suffisante et éviter le risque de percée. Il est d'autre part connu que les principaux défauts de surface interviennent lors de cette phase de solidification et de glissement dans la lingotière.

La zone de refroidissement secondaire sur laquelle notre étude se focalise est également le fruit d'une réflexion technologique poussée. En effet on peut répertorier les différents défis technologiques à relever :

- la forme de la machine (courbe, horizontale ou verticale) dépend fondamentalement de la nature de l'acier, du format géométrique (bloom, billette, brame)
- l'intensité de refroidissement doit être en accord avec la taille de la zone de refroidissement secondaire pour que l'acier soit complètement solidifié en sortie ; l'intensité peut générer des défauts externes.
- la vitesse d'extraction résulte d'un compromis entre l'infrastructure de la machine, la nature de l'acier et des facteurs économiques (productivité).

Malgré toute l'attention qu'on puisse apporter, le matériau qui sort de la machine présente certains défauts. La principale difficulté pour pouvoir quantifier ces défauts c'est de décrire le comportement du matériau se solidifiant soumis à des conditions extrêmes de température et des contraintes élevées. Les faibles connaissances sur le comportement de l'acier à haute température alliées à la difficulté de faire le lien entre les défauts macroscopiques et le modèle microscopique de l'acier nécessitent une étude rigoureuse de la part des équipes de recherche.

Les développements numériques que nous proposons ont pour objectif de mettre en place les premiers jalons d'une modélisation complète du matériau (cela signifie prendre en compte au sein d'un même logiciel les phénomènes de solidification, les changements de phases, le transport d'élément d'alliages, la thermomécanique et l'hydrodynamique du produit) et du procédé (modélisation du contact mécanique et thermique avec les outils de coulée continue, prise en compte de la déformation des outils, ...). La finalité de ce projet est que cet outil numérique puisse être une aide à la définition d'actionneurs de la machine de coulée continue permettant l'amélioration et la fiabilisation de la qualité interne et de la qualité de surface des aciers coulés en continu tout en réduisant les coûts et les délais de fabrication.

1.1.2 Description des états thermophysiques de l'acier

Sous l'action du refroidissement pariétal par jets d'eau, l'acier se solidifie au fur et à mesure. Globalement on peut distinguer trois zones dont les propriétés thermophysiques sont différentes. En remontant la machine de coulée continue on distingue la zone solide, constituée exclusivement d'acier solide, la zone pâteuse qui est un mélange de liquide et de solide (cet état thermodynamique peut exister car l'acier est un alliage multiconstitué) et la zone liquide, constitué d'acier liquide. On définit alors le puits liquide (liquid pool en Anglais) comme la zone de transition entre l'état liquide et l'état pâteux. De même le puits pâteux (mushy pool en Anglais) définit la zone de transition entre les états pâteux et solide. Au delà du puits pâteux, l'acier est donc exclusivement sous forme solide.

La figure 1.2 schématise les 3 zones thermomécaniques à l'intérieur de la brame dans la zone de refroidissement secondaire. Par souci de clarté nous avons effectué un zoom dans l'épaisseur de la brame ; les rouleaux schématisés en bleu et la longueur de la machine sont à l'échelle. Partant du haut de la machine le matériau devient tour à tour liquide (en rouge) pâteux (en orange) et solide (en jaune) sous l'action du refroidissement pariétal. Concernant les dimensions et pour une coulée de brame épaisse, le puits liquide se situe à une longueur métallurgique de 10 mètres en dessous du ménisque, le puits pâteux à environ 20 mètres. A la sortie de la lingotière, donc à l'entrée de la zone de refroidissement secondaire, les trois zones coexistent déjà. Il faut cependant préciser que dans ces régions le gradient thermique est important ce qui limite l'extension de la zone pâteuse.

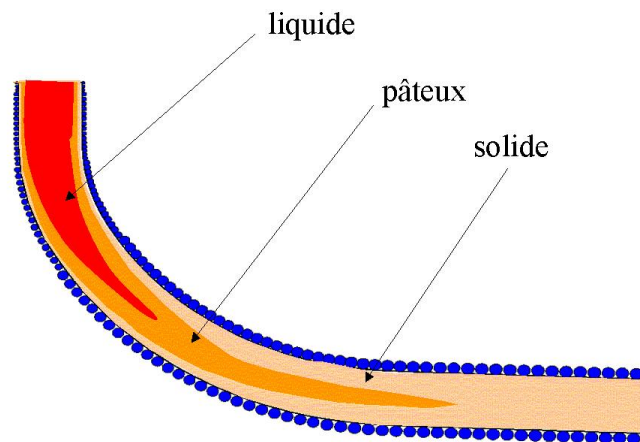


FIG. 1.2: état thermophysique de l'acier lors de la coulée continue (épaisseur du produit exagérée)

Les trois zones liquide, pâteuse et solide définissent deux phases thermodynamiques (liquide et solide) dans lesquelles peut se trouver le matériau. Le diagramme binaire fer - carbone indique que l'acier peut cristalliser sous deux formes : la ferrite et l'austénite (phases δ - cubique centré - et γ - cubique faces centrés). Cela signifie que l'acier a deux formes solides distinctes ce qui peut avoir des conséquences au niveau de la formation de défauts. Ce diagramme permet de connaître en fonction de la température et de la fraction massique en pourcentage de carbone la phase thermodynamique dans laquelle se trouve l'acier. Sur la figure 1.3 (diagramme qui résulte de la coupe à 1% Mn d'un diagramme ternaire Fe-C-Mn), la phase liquide est notée L et on peut notamment voir les régions pour lesquelles on a coexistence de liquide et solide (zone pâteuse) : $L + \delta$, $L + \delta + \gamma$ ou encore $L + \gamma$.

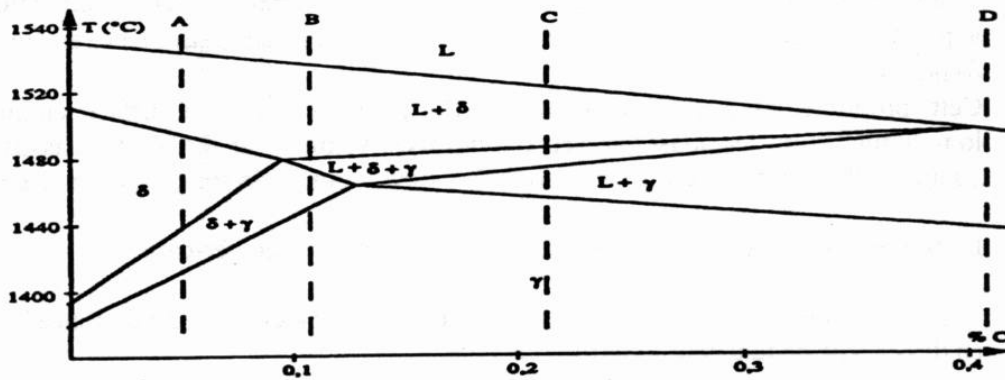


FIG. 1.3: diagramme Fer-Carbone (coupe d'un diagramme Fe-C-Mn à concentration en Mn constante)

Pour des teneurs en carbone au-dessus de 0,4 % l'acier est dit austénitique : il ne cristallise que sous une seule forme (phase γ). L'histoire thermique du point D symbolise cette propriété car la ligne en pointillé partant de ce point ne traverse aucun domaine où existe la phase δ . Dans notre approche de la coulée continue, nous tenons bien sûr compte de ce phénomène à travers les données thermomécaniques (consistance et masse volumique pour la mécanique, capacité calorifique, conductivité pour la thermique) qui vont varier de façon notable.

1.1.3 Singularité de l'acier

La diffusivité thermique de l'acier

Par rapport à d'autres métaux, l'acier possède la particularité d'avoir une mauvaise diffusivité thermique. Par définition la diffusivité thermique a à la température T est le rapport de la conductivité thermique λ du matériau par le produit de la capacité thermique à pression constante C_p et de la masse volumique ρ (le tout pris à la température T) :

$$a = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (1.1)$$

Le tableau 1.1 donne un ordre de grandeur des différentes diffusivités du cuivre, de l'aluminium et de l'acier que l'on peut trouver dans le handbook. On peut remarquer la nette différence entre l'acier et les deux autres métaux qui va impliquer des différences au niveau de la technique de la coulée continue, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

La relation de Lightfoot

Le front de solidification représente la surface limite entre la partie solidifiée et la zone de métal encore pâteuse. La partie liquide a une forme de cône allongé et est appelée puits de solidification dont la

métal	diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
acier	7
aluminium	95
cuivre	80

TAB. 1.1: diffusivité thermique de métaux à haute température

longueur est nommée longueur de solidification. La relation de Lightfoot [Fahri, 1998] nous permet de quantifier la longueur de solidification l_S pour l'acier :

$$l_S = \left(\frac{e}{2K}\right)^2 v \quad (1.2)$$

où e est l'épaisseur de la brame, K est un coefficient dépendant de la diffusivité thermique du matériau ainsi que de l'intensité de refroidissement (c'est en fait un coefficient caractéristique du couple machine - conditions de coulée) et v est la vitesse de coulée.

Pratiquement dans le cadre de la coulée continue de Fos-sur-Mer *CC2* nous avons : $e = 222 \text{ mm}$, $K = 30 \text{ mm.min}^{\frac{1}{2}}$ et $v = 1,25 \text{ m.min}^{-1}$, ce qui donne $L \approx 17,1 \text{ m}$. Expérimentalement, les techniciens de Fos-sur-Mer sont d'accord avec cet ordre de grandeur. Il est à noter qu'il est difficile de quantifier expérimentalement la fin du puits pâteux car la seule méthode consisterait à couper la brame et de voir si le matériau est complètement solidifié ou non.

Ce calcul permet de justifier rapidement la dimension des machines de coulée continue d'acier. En toute logique il faudrait construire une machine verticale ayant une hauteur de l'ordre de 20 m pour solidifier complètement la brame d'acier. Pour diminuer le coût et la dimension des infrastructures, les industriels ont mis au point une machine courbe comme celle représentée sur la figure 1.1. La courbure de la machine de coulée continue d'acier vient uniquement du fait de la volonté de diminuer les dimensions des installations. La courbure de la machine engendre en effet une inhomogénéité au niveau des contraintes au sein du matériau et peut altérer la qualité du produit du fait du cintrage et décintrage. Pour des métaux ayant une diffusivité thermique plus élevée (l'aluminium, par exemple), les machines verticales sont effectivement utilisées puisque leur longueur de solidification est moins grande, comme l'illustre la figure 1.4.

Comparaison entre l'acier et l'aluminium

La figure 1.4 donne une représentation schématique de la coulée continue d'alliage d'aluminium. Pour un calcul prenant en compte un lingot d'aluminium de format $1,86 \text{ m} \times 0,51 \text{ m}$, [Drezet et Rappaz, 1997] ont obtenu une longueur de solidification pour l'aluminium de 60 cm . La zone pâteuse est par ailleurs peu étendue voire quasi inexistante dans le cadre de la coulée continue d'alliages d'aluminium.

A titre de comparaison la figure 1.2 symbolise bien l'étendue de la zone pâteuse pour la coulée continue d'acier. Pour preuve, la figure 1.5 représente les résultats d'un calcul thermique sur un cas réel de coulée continue d'acier. Cette courbe représente les températures maximales (c'est-à-dire au coeur de la brame)

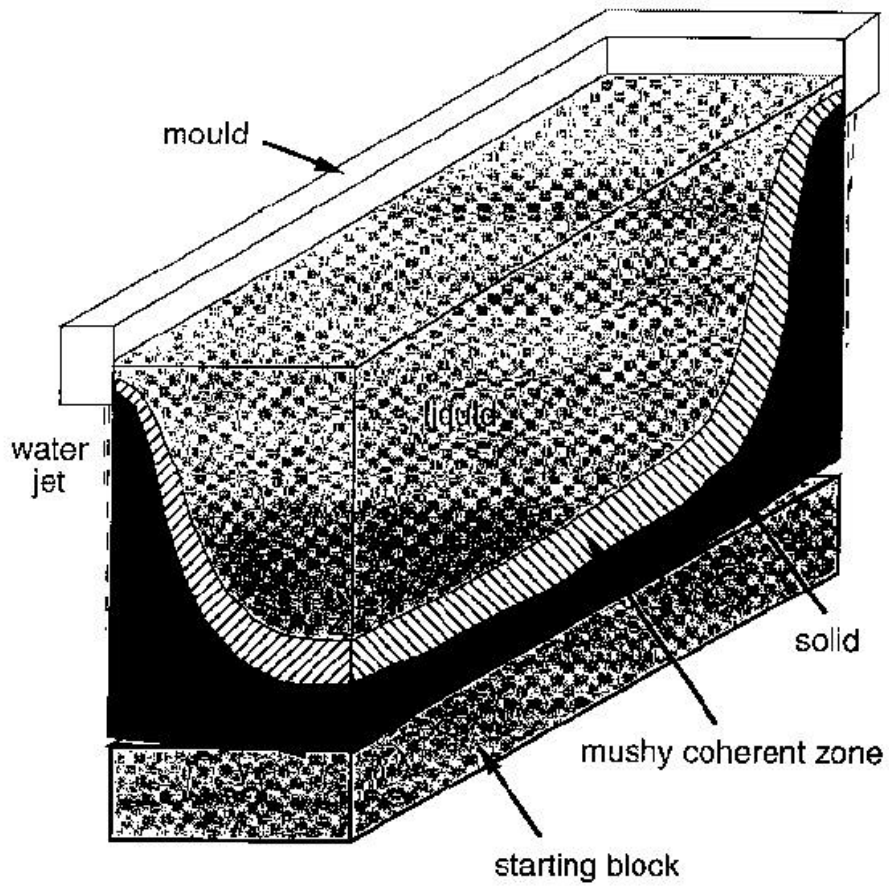


FIG. 1.4: schéma de la coulée continue d'aluminium [Drezet et Rappaz, 1997]

et minimale (c'est-à-dire sur la face externe de la brame) en fonction de la longueur métallurgique. Les températures de solidus (c'est la température en-dessous de laquelle tout le matériau est solide) et de liquidus (c'est la température au-dessus de laquelle tout le matériau est liquide) ont été représentées. On peut donc aisément voir que le puits pâteux se situe à une profondeur de 19 m et la température de liquidus est franchie pour une profondeur de 10 m environ. La zone pâteuse s'étend dans ce cas sur une longueur d'environ 9 m, beaucoup plus grande que pour la coulée continue d'aluminium !

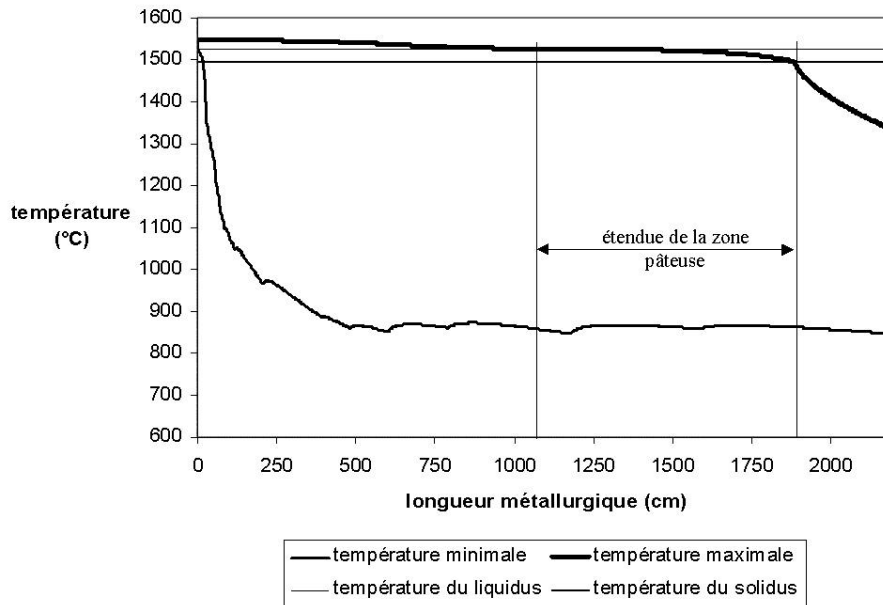


FIG. 1.5: température minimale et maximale dans une brame d'acier en fonction de la longueur métallurgique

On explique les différences entre l'acier et l'aluminium par la diffusivité thermique et les paramètres technologiques de coulée. Dans le cas de l'acier, une assez forte vitesse de coulée additionnée à une faible diffusivité thermique a pour effet d'agrandir la zone pâteuse. La coulée continue de l'acier en brames épaisses se caractérise donc par son importante longueur de solidification et une vaste zone pâteuse.

Bilan : particularité de la coulée continue d'acier

A l'inverse d'autres métaux courants, l'acier a une diffusivité thermique faible ce qui implique que la technique de coulée continue de l'acier est nettement différente des autres alliages. D'une part, la longueur de solidification est beaucoup plus grande ce qui implique le choix d'une géométrie courbe pour la machine. Ceci occasionne des phénomènes de cintrage et décintrage au sein de la brame. D'autre part, la zone pâteuse est très étendue pour la coulée continue d'acier. Les phénomènes thermophysiques qui se déroulent au sein d'un milieu biphasique sont généralement complexes. Par rapport à la coulée d'aluminium où la zone pâteuse est quasi inexistante, la coulée continue d'acier est sujet à plus d'indétermination et soulève plus de problèmes quant à la modélisation de la zone pâteuse. Dans notre étude nous nous bornons à modéliser la zone pâteuse en termes de contraintes et déformations. L'éta-

blissement d'une modélisation diphasique de la zone pâteuse pour la coulée continue est naturellement une des perspectives de notre travail.

1.1.4 Les différents types de défauts du matériau coulé

Parmi les défauts apparaissant en fin de coulée, on fait habituellement une différence entre les défauts internes et les défauts externes [Dalin, 1987]. Le schéma 1.6 recense et explicite les principaux défauts décrits ci-après [Kraemer *et al.*, 1986].

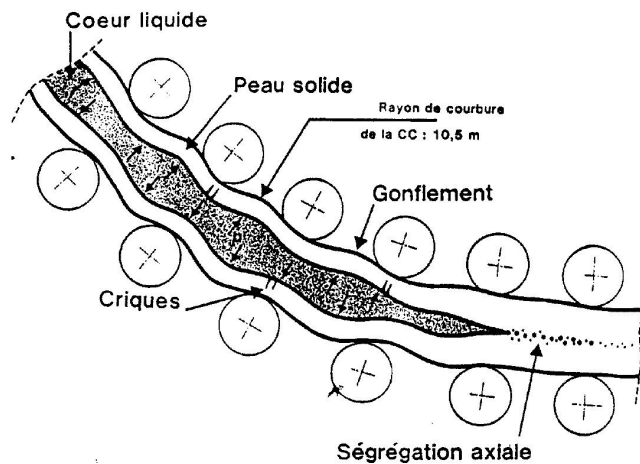


FIG. 1.6: principaux défauts rencontrés pour la coulée continue [Kraemer *et al.*, 1986]

Les défauts externes

Dans la littérature on trouve de plus en plus de réflexions et d'études numériques pour comprendre ces défauts qui sont apparents car la lingotière assure la solidification de la surface du produit. Prévoir et éliminer les défauts initiaux représente un gain important en qualité. Les défauts présents sur la coque du matériau les plus souvent cités sont les criques externes qui tirent leur origine dans la contraction du produit lors du refroidissement primaire dans la lingotière et dans une moindre mesure lors du refroidissement secondaire non uniforme.

Les défauts internes

Les défauts internes sont dus essentiellement au refroidissement secondaire. En effet, un refroidissement trop énergétique ou non uniforme provoque des inhomogénéités au coeur du matériau sensibilisé aux variations de température du fait de sa solidification. Il peut ainsi apparaître des criques internes.

La compréhension de la formation de ces différents défauts n'est pas encore totalement élucidée. Les diverses zones de refroidissement provoquent au sein du matériau de grandes contraintes thermiques et les rouleaux, dans la zone de refroidissement secondaire, induisent des efforts périodiques de compression et de traction dans la croûte externe où en plus s'exerce la pression ferrostatique ce qui peut donc provoquer des défauts [Dalin, 1987]. Par ailleurs s'il est vrai que l'intérêt majeur est la prévision des défauts dans le cas d'un régime permanent d'utilisation de la machine, l'état transitoire associé à l'amorçage de la coulée provoque également des défauts. Dans l'industrie de l'aluminium où sont utilisées des machines de coulée semi-continue, les défauts apparaissant lors de la phase d'amorçage sont importants. L'article de [Drezet et Rappaz, 1997] présente certains types de défauts macroscopiques intervenant au début de la coulée. On peut notamment référencer le "butt curl" qui est un craquement en bas de brame au niveau du mannequin ("starting block") ou le "swell curl" qui se manifeste à l'extrémité du matériau proche du mannequin (c'est un gonflement local de matière dû au refroidissement initial plus intense du fait de la présence du mannequin).

La macroségrégation

Par définition, la macroségrégation est la variation de composition moyenne observée à l'échelle macroscopique dans les produits bruts de coulée. C'est lors de la solidification du métal qu'apparaît ce phénomène. La ségrégation des éléments chimiques résulte de la différence de solubilité des solutés (le carbone par exemple dans l'acier) dans les différentes phases. Ils sont plus solubles dans la phase liquide que dans la phase solide (loi des leviers ou de Scheil [Rappaz *et al.*, 1998]) et sont donc rejetés à l'interface solide liquide au fur et à mesure qu'avance la solidification : c'est le phénomène de microségrégation. Ces solutés sont alors redistribués dans le liquide essentiellement par convection ce qui entraîne des variations locales macroscopiques de concentrations.

Généralement on observe de fortes concentrations en soluté au centre des produits coulés en continu. Ceci résulte des phénomènes de convections thermique et solutale ainsi que du retrait à la solidification (le liquide est aspiré à l'intérieur de la zone pâteuse pour combler l'espace libéré lors de la solidification du produit). En effet, même si microscopiquement les solutés sont plus solubles dans la phase liquide et macroscopiquement la convection thermique a tendance à créer des circulations de fluide de la surface du produit (région froide) au coeur du produit (région chaude), la convection solutale au sein du fluide et le retrait à la solidification produisent une circulation des solutés du coeur du matériau à la surface. On constate donc une compétition entre deux circulations contraires de produit. Pour plus de détails on peut consulter [Bobadilla et Jacquot, 1986] et [Miyazawa et Schwerdtfeger, 1981].

Numériquement, il a été montré par [M'Hamdi *et al.*, 1999] qu'en considérant uniquement ces phénomènes, on aboutissait à une ségrégation au centre légèrement supérieure à la moyenne mais loin des ordres de grandeur observés expérimentalement. Ces phénomènes doivent être du second ordre par rapport à d'autres raisons provoquant cette macroségrégation et on doit ainsi prendre en compte l'effet des déformations mécaniques ; ceci accroît bien entendu la complexité du problème.

[Kajitani *et al.*, 2001] ont réalisé une étude assez complète concernant la coulée continue d'acier. Ils ont utilisé les résultats de calculs thermomécaniques pour déduire les macroségrégations au sein du matériau. Ils ont cependant effectué leurs calculs uniquement sur une portion de brame comprises entre 3 paires de rouleaux. Par rapport à eux nous voulons proposer une approche globale sur toute la machine de coulée continue et être capables de prédire l'état thermomécanique du matériau dans toute

la zone de refroidissement secondaire.

En couplant un calcul de contraintes au sein du matériau avec les équations de la thermo-hydraulique on pourra alors être capable de prédire la macroségrégation au sein du produit. On verra ainsi l'influence des contraintes au sein de la zone solide et l'importance du gonflement entre les rouleaux sur l'ordre de grandeur de la macroségrégation. Un tel calcul aura l'avantage d'être global sur toute la machine par rapport aux résultats présentés par [Kajitani *et al.*, 2001].

Il faut cependant dire que le calcul des macroségrégations n'est pas l'objectif de notre travail. C'est une des perspectives qui intéressent fortement les industriels, au même titre que la prédiction des criques externes ou internes, par exemple.

1.2 Etude bibliographique : les approches de la coulée continue de la littérature

1.2.1 L'approche du procédé

Le problème thermomécanique de la coulée continue est assez délicat à résoudre dans la mesure où il faut décrire simultanément les zones fluide, pâteuse et solide. Ceci s'avère difficile car leur comportement mécanique, par exemple, est très différent et, qui plus est, la zone pâteuse est encore très peu décrite dans la littérature. Cependant, en restreignant ou en simplifiant le modèle, on peut arriver à de bons résultats.

L'ambition de cette partie est de référencer les stratégies choisies par les différents auteurs de la littérature et de les analyser pour voir ce qu'ils peuvent tirer de leurs études. Globalement nous pouvons voir que les auteurs adoptent soit une stratégie stationnaire où le maillage considéré reste fixe par rapport à la machine de coulée continue, soit une stratégie instationnaire dans laquelle leur domaine d'intégration peut être tracté à travers la machine avec croissance ou non de maillage.

L'approche stationnaire

Pour démarrer une étude de la coulée continue d'acier, les auteurs font généralement le choix de la stratégie à adopter en fonction des résultats qu'ils désirent avoir. En choisissant une approche stationnaire ils s'affranchissent des problèmes liés à la convection du maillage à travers la machine de coulée continue. Ils effectuent leurs calculs sur un maillage donné fixe.

a. En lingotière :

Dans un premier temps certains auteurs ont analysé ce qui se passe en lingotière. Comme le domaine défini par la lingotière n'est pas très étendu, on peut le mailler assez précisément pour y effectuer un calcul global. Dans la littérature apparaissent deux modélisations permettant de remplir deux objectifs différents. Les auteurs sont en effet intéressés soit par les cartes d'écoulement dans la lingotière, auquel cas ils utilisent une modélisation de type hydrodynamique, soit par le comportement thermomécanique de la coque solide qui se crée, auquel cas ils utilisent une modélisation de type contrainte-déformation.

A l'Université de Greenwich, Pericleous a entrepris des travaux en lingotière avec une approche stationnaire. Il a développé un modèle hydrodynamique pour en déduire les cartes d'écoulement en tenant compte de la busette et de l'argon injecté. Ses travaux ont notamment été menés dans le cadre du projet "OSC" (Optimisations des Systèmes de Coulées) auquel nous participons également. Dans le même registre, à l'Université de l'Illinois (Chicago), [Thomas *et al.*, 1999] ont effectué des calculs en utilisant les modèles $k - \epsilon$ et LES (Large Eddy Simulation) pour obtenir la carte de l'écoulement. Ils ont comparé avec succès leurs résultats avec des mesures expérimentales.

A l'Université de Santa Fe, [Huespe *et al.*, 2000] ont développé un calcul stationnaire en lingotière. Ils maillent uniquement la coque solide sur laquelle ils effectuent un calcul thermomécanique. Par ailleurs pour simplifier leur stratégie, ils supposent leur maillage fixe et en déduisent alors un "gap" d'air qui se crée entre la lingotière et le matériau. Cependant comme les noeuds du maillage sont supposés fixes, la forme extérieure de la coque solide n'est pas actualisée. Cela est critiquable au niveau de la résolution mécanique qui ne tient pas compte de la position actualisée relative entre les noeuds.

b. Dans la zone de refroidissement secondaire :

D'autres auteurs se sont focalisés sur un calcul mécanique en zone de refroidissement secondaire. Ils sont généralement intéressés par la forme extérieure de la brame et en déduisent le gonflement entre les rouleaux. Cependant un calcul stationnaire est assez difficile à mettre en place dans la zone de refroidissement secondaire notamment pour mettre en place les conditions aux limites.

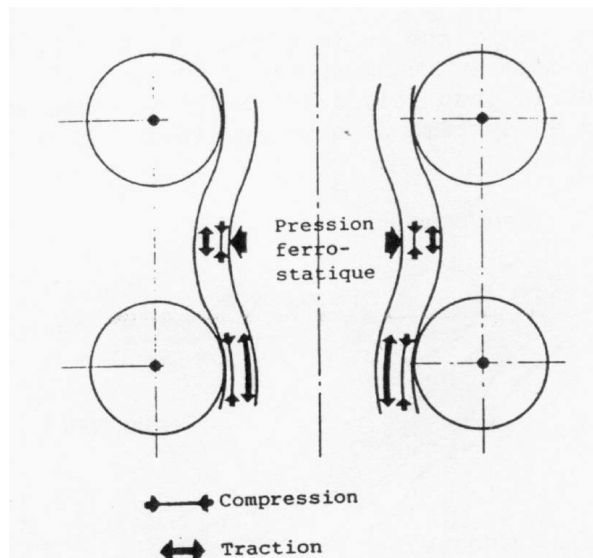


FIG. 1.7: effort mécanique dans la coque solide

Généralement les auteurs s'accordent à dire que la pression ferrostatique due au métal liquide s'exerce sur la face interne de la croûte solide comme le montre la figure 1.7 (tirée du rapport [Kraemer *et al.*, 1986]). Il faudra alors considérer des conditions mixtes en vitesses et contraintes sur les surfaces interne et externe et une condition de contact au niveau des rouleaux.

Ainsi sur la face interne :

$$\begin{cases} \sigma \vec{n} & = -P \vec{n} \\ \vec{v} \cdot \vec{n} & = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

où :

- P est la pression ferrostatique au point considéré,
- \vec{n} est le vecteur normal à la surface,
- \vec{v} est le vecteur vitesse du solide défini à partir du tenseur des vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$.

De même sur la surface externe libre, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma \vec{n} & = \vec{0} \\ \vec{v} \cdot \vec{n} & = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Une condition aux limites supplémentaire provient de ce que la vitesse doit être tangentielle aux points de contact avec les rouleaux. Cette condition est nécessaire car elle va contenir le gonflement dû à la pression ferrostatique [Dalin, 1987].

Une telle approche est bien sûr imprécise au niveau des conditions aux limites à imposer sur la face intérieure de la coque solide. L'état thermomécanique de la zone pâteuse n'est par ailleurs pas non plus connu et ses effets sur la coque solide sont donc négligés dans ce type d'approche.

Au Cemef, [Dalin, 1987] a proposé une modélisation stationnaire de la coulée continue. Il effectue des calculs mécaniques sur un domaine compris entre deux puis quatre rouleaux. Il en déduit après convergence des mesures de gonflement proches de ceux observés dans la réalité. Sa méthode consiste à partir d'une forme de maillage la plus simple possible, épousant le chemin délimité par les rouleaux. Sous l'action des rouleaux, de la pression ferrostatique et de la dilatation thermique, la forme extérieure évolue au cours des itérations. La forme finale de la brame est obtenue lorsque la vitesse est tangente à la forme extérieure de la brame. Il est alors possible de mesurer le gonflement. [Dalin, 1987] a effectué des tests pour des maillages compris entre deux et trois rouleaux de soutien. Cependant la convergence de sa méthode est difficile à obtenir car le champ de vitesse doit être tangent à la forme extérieure de la brame.

A l'Ecole Polytechnique de Lausanne, [Kajitani *et al.*, 2001] ont développé un modèle similaire leur permettant de déterminer la forme extérieure de la brame. Sur ce même domaine, ils effectuent ensuite un calcul de mécanique des fluides couplés à un modèle de ségrégation. Ils obtiennent alors la carte des macroségrégations au sein de leur domaine et peuvent voir l'influence du gonflement sur ceux-ci.

c. Calcul global stationnaire

L'Ecole des Mines de Nancy ainsi que l'IRSID ont lancé une étude concernant la macroségrégation de la coulée continue d'acier. Dans leur rapport, [M'Hamdi *et al.*, 1999] présentent un modèle global stationnaire sur toute la coulée d'acier. Ils considèrent un maillage eulérien et modélisent l'acier avec les équations de l'hydrodynamique plus les équations concernant la ségrégation. Les équations de la conservation de la quantité de mouvement, de la continuité et de la conservation de l'énergie sont moyennées en supposant que la coque solide se déplace à la vitesse de coulée \vec{V}_C (ce qui est bien sûr faux en réalité). La zone pâteuse est alors modélisée comme un milieu poreux où la loi de Darcy

est appliquée pour caractériser l'écoulement interdendritique. Ils aboutissent notamment au fait que les ségrégations calculées au centre ne sont pas du même ordre de grandeur que celles observées en réalité. Ils en concluent que le phénomène prépondérant qui entre en ligne de compte doivent être les déformations au sein des zones pâteuses et solides.

L'approche instationnaire

Nous avons vu que généralement les approches stationnaires doivent prendre rigoureusement en compte la forme de la brame. Ceci peut compliquer la convergence comme dans le cas de [Dalin, 1987]. Les stratégies instationnaires ont l'avantage de s'affranchir de cette difficulté et de converger naturellement vers un état stationnaire. Plusieurs stratégies sont mises en place et nous pouvons citer les stratégies dites "tranche" et les stratégies "par croissance de maillage".

a. Les stratégies "tranches" :

La simulation de la coulée continue nécessite des moyens informatiques performants pouvant résoudre des systèmes matriciels avec un nombre élevé d'inconnues. En effet pour un calcul global sur toute la machine il est nécessaire d'envisager des maillages à grand nombre de noeuds. Ceci implique naturellement des temps de calculs longs. Pour pallier à ce problème, certains auteurs ont développé des stratégies numériques permettant de diminuer la taille du domaine d'intégration du problème. Par exemple, [Thomas *et al.*, 1992] (Université de Chicago) et [Boehmer *et al.*, 1998] (Université de Siegen, Allemagne) simplifient le problème en proposant d'effectuer les calculs thermomécaniques de déformation sur une tranche de la brame et en supposant que ceux-ci donnent la solution stationnaire. Nous appelons ces types de stratégies : les stratégies "tranches".

Les auteurs considèrent une tranche transversale à la direction de la coulée continue. Cette tranche se déplace à la vitesse de la coulée. Ceci paraît pratique parce que la phase solide "suit" le mouvement global du mannequin qui se déplace à la vitesse de coulée. Ainsi à chaque incrément de temps les calculs sont effectués sur le même maillage. La figure 1.8 montre cette stratégie et plus particulièrement la stratégie de [Boehmer *et al.*, 1998].

Pour chaque pas de temps, on calcule en premier le champ de température sur la tranche en modélisant grossièrement l'échange thermique avec le fluide. Ceci est critiquable dans la mesure où les phénomènes de convection au sein du fluide ne sont alors pas pris en compte. [Thomas *et al.*, 1992] ont proposé une amélioration en effectuant un calcul thermomécanique de fluide turbulent sur tout le domaine et incorpore à l'interface solide-liquide dans la tranche considérée le flux thermique d'échange entre le solide et le liquide. Il va donc tenir compte des effets de convection au sein du fluide ainsi que de turbulence. Cependant, contrairement à [Boehmer *et al.*, 1998], il effectue un calcul uniquement dans le moule de la lingotière où le métal est essentiellement sous forme liquide.

Ainsi un calcul de déformations peut être effectué sur cette tranche. A l'instant suivant, cette tranche est décalée de $\Delta z = V_C \Delta t$ vers le bas (V_C est la norme de la vitesse de coulée de la machine et Δt est l'intervalle de temps entre deux incréments) et la même analyse peut être effectuée à l'instant de temps suivant puisqu'alors l'état des contraintes et le champ des températures sont connus aux temps précédents.

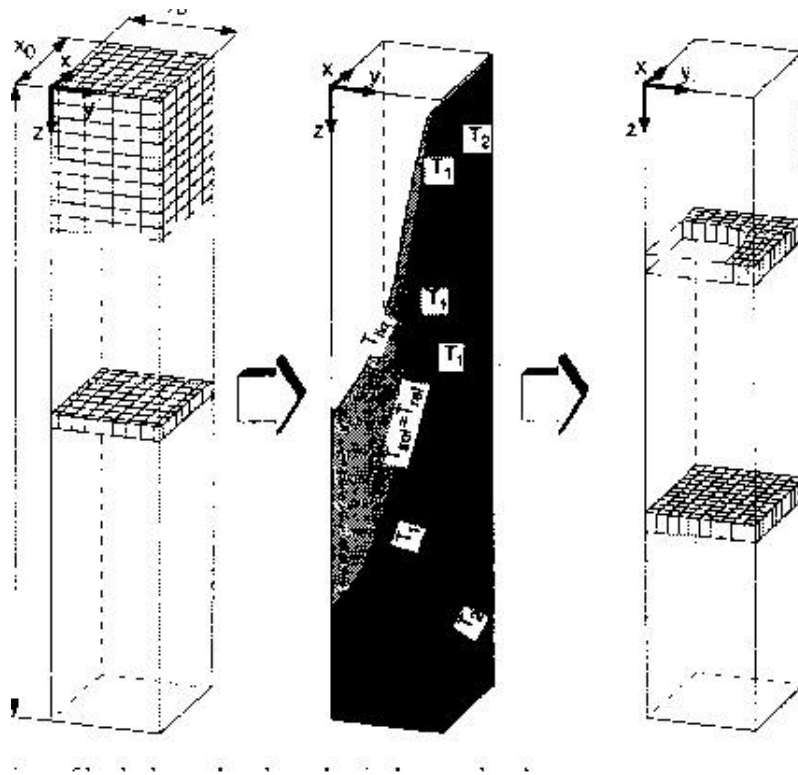


FIG. 1.8: technique du calcul par tranches [Boehmer *et al.*, 1998]

Ces modèles présentent l'inconvénient de ne pas prendre en compte la totalité du domaine. Ainsi les déformations de la brique qui influencent les conditions aux limites pour la thermique (présence de lame d'air au niveau du moule ou du mannequin) sont négligées. Cependant cette stratégie semble justifiée dans la mesure où le gradient thermique axial est faible pour la coulée continue d'acier. Les stratégies "tranches" donnent donc de bons résultats par rapport à la solution stationnaire de la coulée continue. En coulée continue d'aluminium le problème est différent : les gradients thermiques axiaux ne sont plus négligeables. [Boehmer *et al.*, 1998] n'utilisent en effet pas une approche de type "tranche" pour le calcul de la coulée continue d'aluminium.

[Pascon *et al.*, 2001] (université de Liège) ont effectué un calcul "tranche". Par rapport aux cas précédents ils ont pris en compte un domaine plus étendu. Typiquement une telle approche est appelée "tranche longue". Ils ont développé une modélisation élasto-viscoplastique pour décrire le comportement de l'acier. Ils en déduisent notamment un calcul de lame d'air entre la lingotière et la brique.

La figure 1.9 tirée de [Pascon *et al.*, 2001] symbolise la lame d'air en coin qu'on peut voir apparaître en lingotière. Les échanges thermiques en lingotière dépendent beaucoup des conditions de contact mécanique. A cause de la contraction à la solidification, la brique peut décoller de la lingotière (apparition d'une lame d'air). De ce fait les échanges thermiques avec la lingotière diminuent et la coque solide se réchauffe ce qui provoque un recollement de la brique à la lingotière. Cependant, cela implique des échanges thermiques non constants au cours du temps ce qui nuit à la qualité du produit. Dans la pratique, les industriels adaptent la forme de la lingotière en fonction de la contraction du matériau au cours de son refroidissement pour qu'il soit en contact mécanique avec la lingotière le plus longtemps.

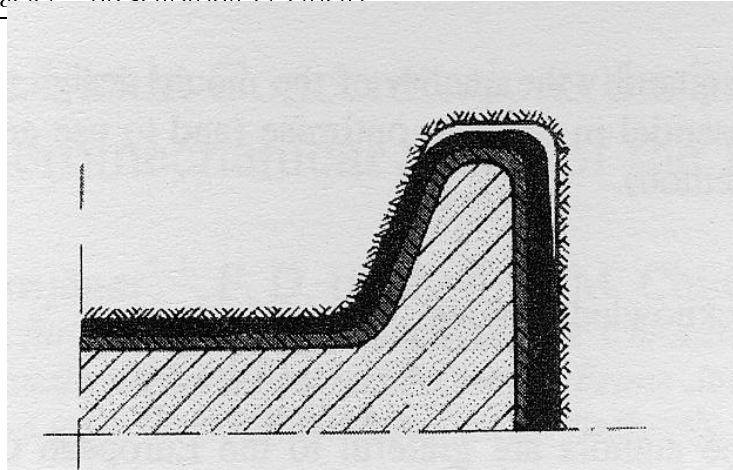


FIG. 1.9: lame d'air apparaissant dans les coins du matériau [Pascon *et al.*, 2001]

possible.

[Pascon *et al.*, 2001] ont effectué des calculs avec deux types de moule (voir figure 1.10) : le premier admet une seule conicité ("single taper") s'adaptant à la contraction du métal considéré, le second admet deux conicités ("double taper") et s'avère préférable ("recommended").

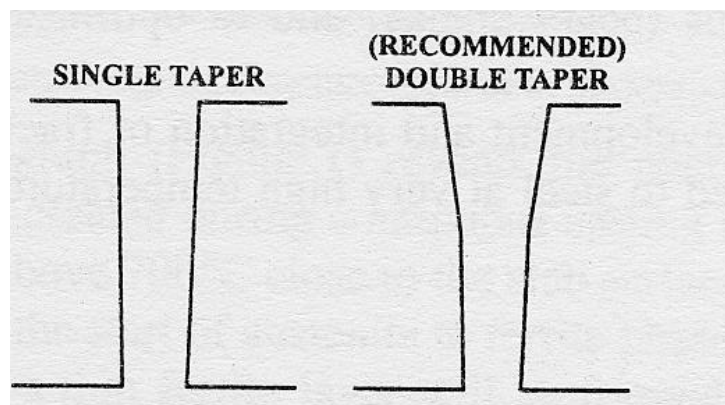


FIG. 1.10: vue schématique de face des deux moules utilisés par [Pascon *et al.*, 2001]

La figure 1.11 montre la distance entre le matériau et la brame du ménisque (0 mm) à la fin de la lingotière (600 mm) pour une portion comprise entre le milieu de la face ("mid-face") et un coin ("corner"). Quand la zone est en blanc, cela signifie qu'il n'y a pas contact, et en gris cela veut dire qu'il y a contact entre la brame et la lingotière. Cette figure montre donc que le contact n'est pas beaucoup réalisé avec une lingotière à un seul rétrécissement. Il vaut alors mieux utiliser une lingotière à deux rétrécissements.

b. Calcul par croissance de maillage

Cette stratégie plus précise que la précédente et plus coûteuse au niveau des calculs propose de faire les calculs thermomécaniques sur toute la brame. Les auteurs décrivent l'expansion de la brame depuis sa position initiale à l'intérieur du moule de la lingotière, comme l'indique la figure 1.12. Le régime

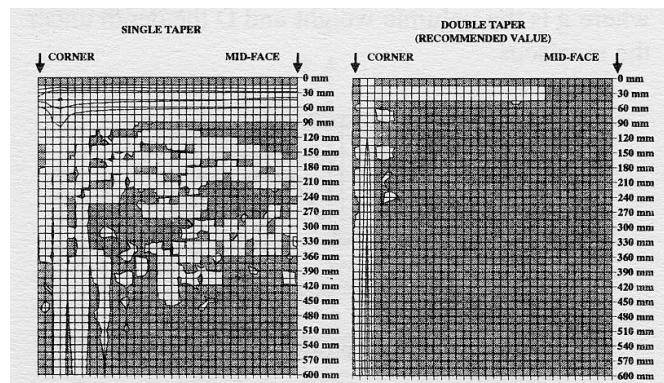


FIG. 1.11: contact entre le moule et le matériau pour les deux lingotières [Pascon *et al.*, 2001]

de coulée est alors transitoire. Dans ce type d'approche, le domaine d'intégration prend en compte la partie fluide et pâteuse. Certains auteurs comme [Drezet et Rappaz, 1997] (Ecole Polytechnique de Lausanne) proposent de faire un calcul de mécanique de solide sur tout le domaine. Le but d'une telle représentation est de pouvoir effectuer un calcul de déformation sur tout le domaine d'intégration sans se soucier des différentes zones mécaniquement différentes. Pour ces auteurs le fluide doit se rapprocher "le plus possible" d'un état de contrainte où règne uniquement la pression ferrostatique.

[Li et Ruan, 1995] (Université de Baton Rouge, Louisiane) proposent une étude plus complète en effectuant en premier lieu un calcul de thermo-hydraulique pour en déduire la température dans la coque solide. Cependant, cela veut dire que le fluide est parfait sans viscosité ni turbulence ce qui n'est pas vrai dans la lingotière où le fluide est turbulent. Ils appliquent ensuite une analyse élasto-viscoplastique au niveau de la zone solide pour en déduire l'état thermomécanique complet.

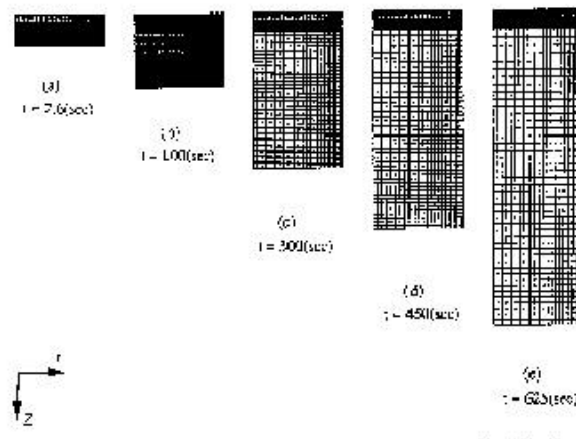


FIG. 1.12: expansion du domaine d'intégration simulant le grandissement de la brame [Li et Ruan, 1995]

[Li et Ruan, 1995] proposent d'effectuer un calcul de mécanique des fluides en considérant les phénomènes thermiques au sein du fluide. Leur modèle est similaire à celui de [Mortensen, 1999], mis à part

qu'ils n'utilisent pas l'expression de la force de Darcy. Ils se basent sur des expériences effectuées sur des milieux poreux dont la viscosité varie en fonction de la fraction solide. Cette viscosité devient très grande lorsque la température est inférieure à la température de solidus. Ainsi la partie solide est-elle astreinte à se mouvoir à la même vitesse que le mannequin du fait de l'écriture des conditions aux limites.

De ce calcul "fluide" est obtenu le champ des températures nécessaire à un calcul de mécanique de solide séparé. Ces auteurs modélisent ensuite la partie solide comme un matériau élasto-viscoplastique soumis à la pression ferrostatique. Ainsi, en une même étude sont présentes des analyses typiquement solide et fluide. Les problèmes liés aux déformations par contraction de la brame peuvent être pris en compte naturellement ce qui présente un net avantage par rapport à la méthode de [Mortensen, 1999]. Cependant une telle modélisation ne prend pas en compte les phénomènes de convection solutale et aucun calcul de ségrégation ne peut être effectué. Par ailleurs il est nécessaire d'effectuer deux simulations distinctes pour obtenir le champ de température, le champ de vitesse dans le liquide et les déformations de la coque solide. Cela affaiblit du même coup le couplage entre le problème thermique et le problème mécanique de la coque solide.

Nous avons présenté sur la figure 1.13 la carte de l'écoulement du fluide à différents instants que [Li et Ruan, 1995] ont obtenue. La figure 1.14) représente les contraintes principales au sein du matériau. Le matériau étant axisymétrique, les figures présentées sont en coordonnées cylindriques (r, z) .

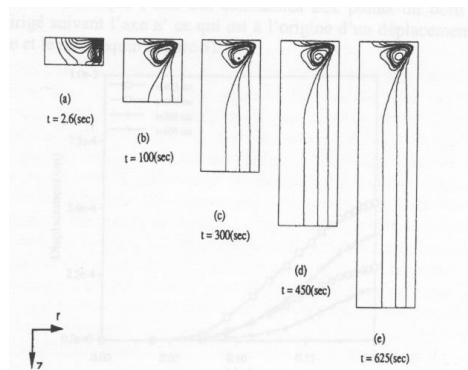


FIG. 1.13: carte des lignes de courant à différents instants [Li et Ruan, 1995]

La figure 1.13 nous montre que la boucle de recirculation grandit rapidement puis se stabilise. Ce phénomène se déroule dans la lingotière et une analyse de fluide turbulent pourrait être apportée pour gagner en précision. Cette boucle de recirculation est due aux gradients thermiques qui sont importants dans ces régions. En aval de l'écoulement, les lignes de courant sont stables et suivent la direction de la coulée. Cela signifie que le matériau se solidifie et que la viscosité apparente introduite dans le modèle est de plus en plus importante.

La figure 1.14 indique la direction et la norme des contraintes principales dans le plan (r', z') où r' représente la distance du point considéré à l'axe de symétrie de la billette et z' l'altitude du point considéré à partir du mannequin. Les barres doubles parallèles représentent des états de contraintes en compression et les barres simples représentent des états de contraintes en tension. La figure montre que l'état des contraintes aux points du bord de la brame est compressif et dirigé suivant l'axe z' ce qui est

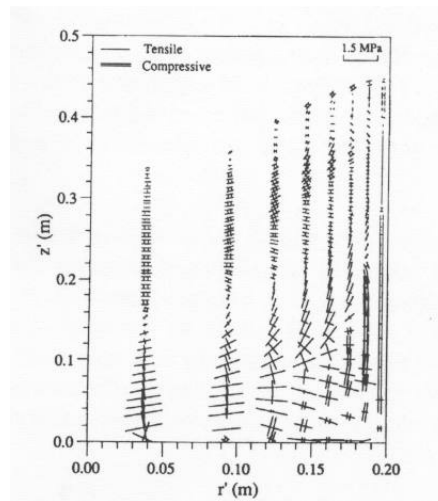


FIG. 1.14: représentation des contraintes principales [Li et Ruan, 1995]

à l'origine d'un déplacement vertical entre le bout de la brame et le mannequin. La figure 1.15 illustre ce phénomène : elle représente la distance ("displacement") entre le bout de la brame en fonction du rayon r' à différents instants. On peut notamment voir que le bord de la brame a tendance à quitter le mannequin.

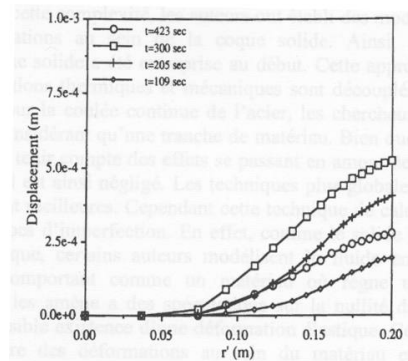


FIG. 1.15: déplacement vertical en fonction du rayon à différents instants

Il est à noter que l'approche par "croissance de maillage" est rare. Elle n'est d'ailleurs menée essentiellement qu'en coulée continue d'aluminium. Par extension au cas de l'acier, elle permettrait alors d'effectuer un calcul global sur toute la brame.

Conclusion

Dans cette partie nous avons vu deux types d'approches pour aborder numériquement la coulée continue : les approches stationnaire et instationnaire.

L'analyse des stratégies stationnaires ont montré des difficultés concernant le traitement de la surface de la brame. [Huespe *et al.*, 2000] et [M'Hamdi *et al.*, 1999] supposent que la forme externe de la brame

est fixe. Ils négligent donc l'influence de la position relative des noeuds du maillage au niveau de la résolution mécanique. Cependant, comme on peut de voir dans la littérature ([Kajitani *et al.*, 2001], la forme de la surface de la brame a une importance pour les ségrégations. Il est donc nécessaire de prendre en compte précisément la forme externe de la brame pour un calcul plus abouti de la coulée continue d'acier. [Dalin, 1987] a montré qu'il était possible de calculer le gonflement de la brame avec une méthode stationnaire. Cependant la convergence de la méthode est difficile et limité à quelques rouleaux de soutien.

Contrairement aux méthodes stationnaires, les méthodes instationnaires permettent d'obtenir naturellement la forme de la brame. Cependant d'une part les méthodes "tranches" sont critiquables dans la mesure où elles négligent plusieurs paramètres comme le gradient thermique selon le sens de coulée. D'autre part les méthodes par croissance de maillage convergent au bout d'un certains temps, qui reste à déterminer, vers une solution stationnaire.

Par ailleurs les méthodes que nous connaissons actuellement proposent d'effectuer la résolution en plusieurs étapes. Au cours d'une première simulation les auteurs calculent le champ de température en utilisant une modélisation de type mécanique des fluides. Le résultat est alors intégré dans une résolution thermomécanique pour obtenir les contraintes et déformations au sein du matériau leur permettant d'obtenir le gonflement entre les rouleaux, par exemple.

Nous proposons dans notre travail un calcul par croissance de maillage instationnaire qui nous permet d'obtenir la forme extérieure de la brame de coulée continue. Notre modélisation se fait en une seule étape où nous résolvons à chaque incrément de temps successivement le système mécanique (on modélise mécaniquement de façon différente la coque solide, la zone pâteuse et le fluide) puis l'équation de conservation de l'énergie. On obtient alors les contraintes et déformations au sein du matériau et le gonflement entre les rouleaux. En perspective de ce travail, on pourrait facilement intégrer les équations de la macroségrégation et voir l'influence du gonflement sur cette dernière.

1.2.2 L'approche du matériau

Après avoir analysé les stratégies de résolution du problème de coulée continue, nous étudions les modèles mathématiques utilisés par les auteurs qui permettent de décrire l'acier dans ses différents états thermomécaniques. Globalement, il apparaît plusieurs types de modélisations qui se complètent. Dans cette section, nous présentons en premier lieu les modèles utilisés pour modéliser la zone liquide, puis nous décrivons les modèles utilisés pour la phase solide et enfin nous nous penchons sur la modélisation de l'état pâteux.

Modélisation de l'acier à l'état liquide :

Il est nécessaire d'avoir une bonne représentation du comportement de l'acier à l'état liquide en haut de machine. En effet, en lingotière notamment, l'écoulement est turbulent. Il doit donc être modélisé mathématiquement avec les équations de l'hydrodynamique.

Globalement tous les auteurs qui admettent une modélisation de type "fluide" (c'est-à-dire une modélisation avec les équation de l'hydrodynamique) se focalisent sur les calculs en lingotière. Par ailleurs, [Li

et Ruan, 1995] et [Thomas *et al.*, 1992] tiennent compte des phénomènes de convection et obtiennent un champ de température plus précis. Le but de Pericleous est différent car il étudie l'influence du jet de la busette et de l'introduction de l'argon au niveau de l'écoulement pour en déduire des propriétés sur la première peau solide en lingotière.

Les modèles utilisés dépendent des objectifs que se fixent les auteurs. Comme en sortie de busette le nombre de Reynolds est élevé, certains auteurs ont développé des modèles de turbulence pour obtenir la carte de l'écoulement. D. Mortensen, A. Pericleous et B.G. Thomas proposent une approche de fluide turbulent en introduisant le modèle $k - \epsilon$. Cette technique consiste à écrire le champ des vitesses \vec{V} comme :

$$\vec{V} = \widetilde{\vec{V}} + \vec{v} \quad (1.5)$$

où $\widetilde{\vec{V}}$ est la vitesse moyenne de l'écoulement et \vec{v} est généralement négligeable devant $\widetilde{\vec{V}}$ et peut varier brusquement dans l'espace. On résout alors avec la vitesse moyenne $\widetilde{\vec{V}}$ et cela revient alors à supposer un écoulement dont la viscosité est plus élevée. On peut trouver dans les articles [Thomas *et al.*, 1992, Mortensen, 1999, Thomas *et al.*, 1999] plus d'informations sur les écoulements turbulents en lingotière.

Par ailleurs, certains auteurs supposent que l'écoulement de l'acier est laminaire et incompressible. Par exemple, [Li et Ruan, 1995] ont effectué des calculs en lingotière sous ces hypothèses. De plus, comme il existe au sein du fluide un gradient thermique, [Li et Ruan, 1995] font l'approximation de Boussinesq, consistant à prendre en compte la variation de masse volumique avec la température dans le seul terme de source de l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Ceci donne donc comme équations :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.6a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_0 \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \mu \nabla \vec{V} + \rho_0 \beta \vec{g} (T - T_0) \quad (1.6b)$$

où :

- \vec{V} est le vecteur vitesse,
- p est la pression,
- β est le coefficient de dilatation volumique ($= 3\alpha$, α est le coefficient de dilatation linéaire),
- μ est la viscosité du métal liquide,
- ρ_0 est la masse volumique du métal liquide, prise à la température de référence T_0 ,
- T est le champ de température.

Le comportement décrit est donc newtonien :

$$s = 2\mu\dot{\epsilon} \quad (1.7a)$$

$$\sigma = s - p Id \quad (1.7b)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) \quad (1.7c)$$

Modélisation de l'acier à l'état solide :

A haute température, le métal solide se comporte comme un matériau élasto-viscoplastique subissant des dilatations thermiques importantes et non négligeables [Kozłowski *et al.*, 1992]. Le modèle généralement présenté dans la littérature ([Dalin, 1987], [Tszeng et Kobayashi, 1989], [Thomas *et al.*, 1992], [Li et Ruan, 1995], [Drezet et Rappaz, 1997]) décompose linéairement le tenseur des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ en trois composantes :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{vp} + \dot{\epsilon}^{th} \quad (1.8)$$

où :

- $\dot{\epsilon}^{el}$ est la partie élastique,
- $\dot{\epsilon}^{vp}$ la partie viscoplastique,
- $\dot{\epsilon}^{th}$ la partie thermique du tenseur des vitesses de déformation.

Cette décomposition additive se justifie, eu égard aux faibles déformations rencontrées dans l'acier solide. Les équations constitutives peuvent être écrites de la façon suivante (nous présentons dans le chapitre 2 les diverses façons d'écrire les équations constitutives) :

$$\dot{\sigma} = [D]\dot{\epsilon}^{el} = \lambda tr(\dot{\epsilon}^{el}) Id + 2\mu\dot{\epsilon}^{el} \quad (1.9a)$$

$$\dot{\epsilon}^{th} = \alpha(T) \frac{dT}{dt} Id \quad (1.9b)$$

$$s = 2K(T, \bar{\epsilon}) \left(\sqrt{3}\dot{\bar{\epsilon}} \right)^{m(T)-1} \dot{\epsilon}^{vp} \quad (1.9c)$$

$$\sigma = s - p Id \quad (1.9d)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^{vp} : \dot{\epsilon}^{vp} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.9e)$$

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}} dt \quad (1.9f)$$

où :

- $[D]$ est le tenseur élastique,
- α est le coefficient de dilatation thermique linéaire,
- s est le tenseur déviatoire des contraintes ($tr(s) = 0$),
- K est la consistance viscoplastique,
- $m(T)$ est un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation dépendant de la température (pour les métaux $m < 1$),
- Id est la matrice identité
- p est la pression et vaut $\frac{-tr(\sigma)}{3}$.

L'équation 1.9 représente la loi de Norton-Hoff qui traduit le comportement viscoplastique du métal à hautes températures. Cette loi peut présenter un seuil de plasticité et l'équation 1.9 peut s'inverser et s'écrire :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{\sqrt{3}}{2\sigma_{\acute{e}q}} \left\langle \frac{\sigma_{\acute{e}q} - \sigma_S}{K(T)\sqrt{3}} \right\rangle^{\frac{1}{m(T)}} s \quad (1.10)$$

avec :

- $\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{\frac{3}{2}} s : s$
- σ_S est le seuil d'écoulement statique.

L'expression entre crochets $\langle \cdot \rangle$ définie par : $\langle x \rangle = \frac{x + |x|}{2}$ signifie qu'il n'y a écoulement viscoplastique que si la contrainte équivalente de von Mises $\sigma_{\acute{e}q}$ est supérieure au seuil σ_S .

Le comportement mécanique des métaux à hautes températures peut être modélisé par les équations précédentes selon la littérature scientifique. L'équation mécanique d'évolution de la peau solide est donnée par l'équation suivante, les effets d'inertie étant évidemment négligeables :

$$\nabla \sigma + \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (1.11)$$

où σ est relié au champ de vitesse par les équations 1.9. Par ailleurs, les conditions aux limites dépendent des stratégies de résolution que nous avons vues dans la partie précédente.

Durant la coulée, la coque solide se refroidit ce qui induit sa contraction ainsi qu'une variation des coefficients rhéologiques du matériau. Diverses stratégies sont adoptées pour remédier à ce problème. Dans sa thèse, [Dalin, 1987] détermine l'état stationnaire d'une zone de coulée continue constituée de 2 puis de 4 rouleaux. Ainsi, dans cette région la viscosité est supposée constante et il s'affranchit donc d'un calcul thermique. Dans ce cas, le seul phénomène non négligeable thermo-dépendant est la compression thermique au cours du refroidissement. Il montre que pour le calcul du gonflement entre les rouleaux, de la vitesse de déformation ou des contraintes longitudinales le terme de contraction du matériau a une grande influence et explique donc la formation de criques lors d'un refroidissement secondaire trop intense.

Modélisation de l'acier pour la zone pâteuse

Il existe plusieurs stratégies pour modéliser un métal dans l'état pâteux. Nous les avons classées de la façon suivante :

1. modélisation de type monophasée ([Drezet et Rappaz, 1997], [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999]),
2. modélisation de type biphasée où le solide est supposé indéformable ([Mortensen, 1999], [M'Hamdi *et al.*, 1999]),
3. modélisation de type biphasée où le solide est supposé déformable ([Lalli, 1985], [Toyoshima, 1994], [Nguyen *et al.*, 1994]).

La modélisation de type monophasée considère que la zone pâteuse est un milieu continu sans distinction des phases liquide et solide. Cela veut dire que les champs de vitesse, contrainte ou déformation sont

définis dans la zone pâteuse sans se soucier de la vitesse, des déformations ou des contraintes au sein des phases liquide et solide formant la zone pâteuse.

Généralement, (on peut citer les travaux de [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999]) la zone pâteuse obéit à l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivante :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} + \nabla \cdot \sigma \quad (1.12)$$

où la masse volumique ρ peut dépendre de la température et de la composition chimique locale. Les termes d'inertie $\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$ peuvent être négligés comme dans le cas de [Drezet et Rappaz, 1997]. Par ailleurs ces auteurs supposent que l'état pâteux a un comportement viscoplastique. [Drezet et Rappaz, 1997] s'appuient sur des essais d'indentation pour déterminer les paramètres rhéologiques de leur aluminium.

L'approche numéro 2 consiste à modéliser la zone pâteuse avec les équations de la dynamique des fluides. Deux stratégies sont adoptées dans la littérature pour tenir compte de la porosité de la zone pâteuse et prendre en compte les termes d'échange de quantité de mouvement entre les deux phases (dont il est généralement admis qu'ils sont du type Darcy) :

- l'approche de [Mortensen, 1999] consiste à ajouter comme terme de source dans l'équation d'équilibre dynamique 1.6b une force "généralisé" du type de Darcy :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_0 \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \mu \nabla \vec{V} + \rho_0 \beta \vec{g} (T - T_0) + \vec{S} \quad (1.13)$$

où \vec{S} est défini par :

- si $T > T_{liq}$, $\vec{S} = \vec{0}$
- si $T_{sol} < T < T_{liq}$, $\vec{S} = \frac{\nu}{K} (V_C \vec{z} - \vec{v})$
- si $T < T_{sol}$, $\vec{S} = M (V_C \vec{z} - \vec{v})$

Lorsque la température est supérieure à T_{liq} la zone est totalement fluide, il n'y a donc pas de force de type Darcy qui s'applique. Pour une température comprise entre T_{sol} et T_{liq} la zone considérée est pâteuse, la force de Darcy s'applique. Lorsque la température est inférieure à T_{sol} la zone considérée est la zone solide. M est un nombre très grand de tel sorte que dans la zone solide la vitesse soit égale à la vitesse de coulée.

Cette approche permet uniquement de simuler le déplacement de la croûte solide à la vitesse de coulée continue. Aucun calcul de déformations et de contraintes ne peut être effectué. L'enveloppe du domaine d'intégration ne subit donc pas de déformation. Logiquement un tel modèle ne peut pas prendre en compte la contraction de la coque solide dans la lingotière et l'apparition d'une lame d'air modifiant notablement les flux thermiques avec la paroi du moule. Il ne peut pas non plus simuler les phénomènes de gonflement entre les rouleaux. Seules des géométries de coulée verticale sont envisagées : $\vec{V}_C = V_C \vec{z}$ est alors un vecteur constant.

Pour tenir compte des effets d'apparition d'une lame d'air entre le moule et la brame, [Mortensen, 1999] met en place un critère prédisant la formation d'une telle lame d'air. Si à une distance donnée à

l'intérieure du matériau la température est inférieure à une température donnée, il y a formation d'une lame d'air. Ce critère est très sensible au choix de la distance et la température de référence. De plus il ne permet pas le calcul de l'épaisseur de la lame d'air nécessaire pour un traitement rigoureux des conditions aux limites des flux thermiques entre la brame et la paroi du moule. Seul un calcul mécanique de déformation de la coque solide pourrait donner avec précision l'épaisseur de cette lame. C'est pourquoi [Li et Ruan, 1995] proposent une approche plus globale du point de vue mécanique en incluant un calcul de mécanique des fluides puis un calcul de déformation de la coque solide.

- l'approche de [M'Hamdi *et al.*, 1999] consiste à moyenniser les équations de la dynamique des fluides en supposant que le solide se déplace à la vitesse de coulée \vec{V}_C :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}_C) + \nabla \cdot (\rho^l \vec{V}) = 0 \quad (1.14a)$$

$$\rho^l \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho^l}{g^l} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \rho^l \nabla (\vec{V}_C \vec{V}) = -g^l \left(\nabla p + \frac{\mu}{K} \vec{V} \right) + \mu \nabla^2 \vec{V} + g^l \tilde{\rho} \vec{g} \quad (1.14b)$$

$$(1.14c)$$

où :

- ρ est la masse volumique moyenne,
- ρ^l est la masse volumique du liquide,
- g^l la fraction liquide,
- K est la perméabilité de la zone pâteuse,
- $\tilde{\rho} = \rho^l (1 - \beta_t(T - T_{liq}) - \beta_w(w^l - w_{liq}))$ est la masse volumique du liquide à la température T pour la composition w^l ,
- $\vec{V} = g^l(\vec{V}^l - \vec{V}_C)$ est la vitesse débitante relative du liquide par rapport au solide.

La force de type Darcy est ici $\vec{S} = g^l \frac{\mu}{K} \vec{V}$. Lorsque la fraction liquide g^l tend vers zéro, $g^l \frac{\mu}{K} \rightarrow +\infty$, et par pénalisation on a $\vec{V} = \vec{0}$ ce qui signifie que pour de faibles valeurs de g^l la vitesse du liquide tend vers la vitesse de coulée \vec{V}_C .

Cette dernière approche permet de distinguer l'écoulement du fluide à travers un squelette solide se déplaçant à vitesse constante \vec{V}_C . Ceci signifie par ailleurs que le squelette solide est incompressible ce qui est faux en réalité. Pour pouvoir analyser les phénomènes de ségrégation il est nécessaire d'introduire des termes de compressibilité pour la zone pâteuse et c'est l'approche numéro 3.

Plusieurs auteurs ont déjà étudié la compressibilité de la zone pâteuse. Les résultats expérimentaux et les analyses effectuées par [Laxmanan et Flemings, 1980], [Suéry et Flemings, 1982], [Seconde, 1984] et [Seconde et Suéry, 1984] montrent que le comportement de l'alliage à l'état semi-solide dépend de la morphologie et de la répartition de la phase solide dans le liquide. On peut ainsi distinguer deux catégories de modèle :

- les modèles dérivant de la théorie des suspensions valables pour les fraction solides faibles,
- les modèles dits biphasiques, où les fractions volumiques solides sont supérieures à 0,5 – 0,6.

On peut se référer à [Lalli, 1985, Nguyen *et al.*, 1994, Toyoshima, 1994] pour trouver de plus amples informations sur les modèles biphasiques isothermes, c'est-à-dire sans prise en compte d'un éventuel transfert de masse de la phase liquide vers la phase solide au cours de la solidification. [Mo *et al.*, 2003]

se sont appuyés sur ces travaux et ont développé un modèle biphasique pour la coulée continue d'aluminium. Ils font les hypothèses suivantes :

- les forces d'inertie sont négligées
- le liquide n'a qu'une action hydrostatique
- le champ de vitesse de la phase liquide est déterminé à l'aide de la loi de Darcy.

Les équations gouvernant les conservations de la quantité de mouvement et de la masse dans les phases liquide et solide sont [Mo *et al.*, 2003] :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^s g^s + \rho^l g^l) + \nabla \cdot (\rho^s g^s \vec{V}^s + \rho^l g^l \vec{V}^l) = 0 \quad (1.15a)$$

$$\nabla \cdot (g^s \sigma^s) = -\frac{g^{l2} \mu}{K} (\vec{V}^l - \vec{V}^s) - p^l \nabla g^s \quad (1.15b)$$

$$-g^l \nabla p^l = \frac{g^{l2} \mu}{K} (\vec{V}^l - \vec{V}^s) \quad (1.15c)$$

où, par rapport aux notations précédentes, ρ^s est la masse volumique du solide, p^l la pression au sein de la partie fluide de la zone pâteuse et g^s est la fraction solide. Pour fermer les équations 1.15, les auteurs se donnent une loi rhéologique reliant les contraintes équivalentes au sein du squelette solide $\sigma_{\dot{\epsilon}_{eq}}^s$ aux déformations et taux de déformations équivalents dans le squelette solide. Avec ce modèle, [Mo *et al.*, 2003] arrivent à déterminer la fissuration lors du retrait à la solidification ("hot tearing") pour la coulée continue d'aluminium.

Approche avec une seule loi élastoviscoplastique pour le liquide/pâteux/solide

Nous avons vu que les auteurs utilisent des approches en fonction de l'endroit où ils cherchent à faire leur calcul. En lingotière les calculs de type "fluide" sont obligatoires pour estimer au mieux le champ de température mais aussi pour déterminer la circulation du vecteur vitesse qui peut être perturbée par le jet de la busette où l'introduction d'argon. En zone de solidification secondaire, les auteurs étudient essentiellement les contraintes et déformations de la coque solide. Deux approches sont alors possibles :

- à l'image de [Thomas *et al.*, 1992] on peut effectuer un calcul de contraintes et déformations uniquement sur la coque solide,
- ou alors comme [Tszeng et Kobayashi, 1989] et [Drezet et Rappaz, 1997], on peut effectuer un calcul élasto-viscoplastique sur tout le domaine en incluant les zones pâteuses et fluides.

L'objet d'une telle modélisation est d'introduire naturellement la pression ferrostatique qui s'exerce au sein du fluide et qui agit sur la coque solide. Pour ce faire [Tszeng et Kobayashi, 1989] adoptent une modélisation purement élastique pour le fluide ce qui représente mal la réalité. En faisant une telle hypothèse, voici les équations qui gouvernent la zone fluide :

$$\sigma = s - pId \quad (1.16a)$$

$$s = 2 \frac{E}{2(1+\nu)} e \quad (1.16b)$$

où E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson et e est la partie déviatorique du tenseur des déformations élastiques.

Or E est pris comme une fonction de la température qui est continue et s'annule dans la partie fluide. Une telle hypothèse implique au vu des équations 1.16 que s est nul, ce qui était recherché, mais que e n'est pas forcément nul. Dans le cadre d'une stratégie de modélisation globale comme la nôtre, cette approche est critiquable car cela pourrait entraîner des déformations et une compressibilité élastique artificielles.

Conclusion

La complexité rencontrée pour relier les équations de type fluide aux équations de déformation de la partie solide a amené les chercheurs à choisir d'emblée une description soit mécanique qui considère uniquement la coque solide ou alors une stratégie mettant en jeu la partie fluide qui privilégie la zone pâteuse. Ainsi, des études "purement mécaniques" ne considérant que la partie solide ont été entreprises [Dalin, 1987, Tszeng and Kobayashi, 1989, Thomas *et al.*, 1992, Rappaz *et al.*, 1998]. Pour prendre en compte la phase liquide et notamment la convection thermique [Li et Ruan, 1995] proposent un modèle plus complet mettant en plus en jeu la phase liquide se solidifiant [Li et Ruan, 1995]. Dag Mortensen donne un modèle mathématique de la partie pâteuse mais ne considère que la partie fluide de la coulée continue [Mortensen, 1999].

1.3 Mon projet de thèse

Dans cette partie, nous situons notre travail dans le cadre de l'état de l'art en simulation de la coulée continue d'acier. Pour mieux comprendre l'objectif de notre travail, nous faisons un rapide bilan des techniques vues précédemment en soulignant certains "manques" au niveau de la modélisation. Nous démontrons ensuite les différents intérêts de notre travail par rapport aux connaissances actuelles. Nous avons notamment utilisé plusieurs stratégies de calcul que nous définissons dans cette section. Pour valider notre approche, nous avons comparé nos résultats pour des cas réels de coulée continue.

1.3.1 Bilan des connaissances au sujet de la simulation de la coulée continue d'acier

De l'étude bibliographique précédente, on peut extraire deux aspects essentiels. Le premier concerne le choix de la stratégie à adopter pour résoudre le problème de coulée continue d'acier. En effet il existe dans la littérature des stratégies pouvant être stationnaires et instationnaires. Nous avons vu que les stratégies stationnaires considèrent des maillages fixes compris entre deux longueurs métallurgiques données, où sont résolues les équations stationnaires de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. L'exemple de Dalin, qui cherche à obtenir le gonflement entre les rouleaux, nous montre que ces types de méthode sont délicates à cause de la gestion de la convergence qui est basée sur la forme extérieure du maillage. Comme son étude portait sur une portion de matériau comprise entre 4 rouleaux au maximum, il nous semblerait en effet difficile d'envisager une étude stationnaire sur toute la machine de coulée continue. Comme l'ont montré [M'Hamdi *et al.*, 1999] ou [Huespe *et al.*, 2000],

ces méthodes donnent tout de même de bons résultats si l'on considère un maillage eulérien ; dans ce cas on n'obtient pas le gonflement entre les rouleaux.

Nous avons d'autre part présenté les stratégies instationnaires qu'on trouve dans la bibliographie sous deux types : les stratégies de type "tranche" (répandue en coulée continue d'acier) et les stratégies "par croissance de maillage" (répandue en coulée continue d'aluminium). Les stratégies "tranche" ont l'avantage d'être rapide d'un point de vue temps de calcul et donnent de bons résultats en thermique. Cependant on peut émettre des doutes quant à la solution du problème mécanique. Les stratégies "par croissance de maillage" permettent de simuler tout le procédé en résolvant les équations instationnaires. Du fait de la non-stationnarité de l'approche, il est nécessaire de savoir au bout de combien de temps il y a stationnarité de la solution. Cette méthode semble plus juste que les méthodes de type "tranche" car elle peut englober tout le matériau. Par rapport aux méthodes stationnaires, cette méthode permet de prendre en compte naturellement le gonflement entre les rouleaux ou la lame d'air se créant en lingotière. Cette méthode n'a cependant pas encore été testée en coulée continue d'acier car elle nécessite un espace mémoire important.

Le deuxième aspect important de la coulée continue d'acier qu'on peut mettre en avant concerne la modélisation des différents états thermomécaniques de la coulée continue d'acier. Actuellement les auteurs sont d'accord entre eux pour modéliser l'état solide avec le comportement élasto-viscoplastique et l'état liquide avec un comportement newtonien pouvant être turbulent. Des questions subsistent encore quant à la modélisation de la zone pâteuse. On peut émettre quelques réserves concernant la modélisation de certains auteurs. A l'instar de [Li et Ruan, 1995], certains auteurs effectuent des calculs en deux étapes. La première étape consiste à effectuer un calcul de thermomécanique des fluides pour obtenir la carte des températures et le champ des vitesses du liquide. Avec la carte de température ils effectuent un calcul de contraintes et déformations dans la coque solide. Cela affaiblit le couplage entre le problème thermique, le champ des vitesses dans le liquide et les déformations au sein du solide. De plus lors de la première étape le comportement du solide est mal représenté.

En conclusion, nous nous sommes inspirés des remarques faites par [M'Hamdi *et al.*, 1999]. Il est en effet important non seulement d'effectuer un calcul global sur toute la machine mais aussi de tenir compte du gonflement entre les rouleaux. A la lumière des remarques faites précédemment sur les approches de la littérature, il nous semble naturel d'utiliser une méthode instationnaire du type "croissance de maillage" en résolvant à chaque incrément de temps les équations de conservation de l'énergie puis l'équation de conservation de la quantité de mouvement. En perspective à ce travail et en fonction du modèle utiliser pour la zone pâteuse, on pourrait ajouter la résolution des équations de la macroségrégation.

1.3.2 Définition et nomenclature des stratégies de calcul pour la coulée continue d'acier

Dans cette partie nous répertorions les stratégies qu'il est possible d'utiliser pour simuler la coulée continue d'acier. Il existe quatre stratégies qu'on peut trouver dans la littérature. Ce sont la stratégie "globale instationnaire" (pas encore utilisée dans le cadre de la coulée continue d'acier mais utilisée dans le cadre de la coulée continue d'aluminium par [Drezet et Rappaz, 1997]), la stratégie "globale stationnaire", la stratégie de calcul par "tranche instationnaire" et la stratégie "tranche instationnaire simplifiée". Notre étude s'appuie essentiellement sur la stratégie "globale instationnaire" qui n'a pour l'instant pas encore été testée en coulée continue d'acier.

la stratégie "tranche instationnaire" : Cette stratégie (**en abrégé TI**) est représentée sur le schéma 1.16. On considère un maillage initial connu qui va être translaté sous l'action du "faux mannequin" à travers la zone de refroidissement secondaire. Le maillage va donc subir successivement les diverses zones de refroidissement. D'un point de vue mécanique, la face supérieure est soumise à la pression ferrostatique si l'on désire effectuer un calcul thermomécanique complet ou alors est une surface libre dans le cas d'un calcul ayant pour principal objectif la prédiction de cartes de température. La face inférieure se meut à la vitesse de coulée : on peut en outre supposer soit que la vitesse de la face inférieure est totalement imposée ou bien on peut laisser une de ces composantes libre (celle qui est dans le plan de la face inférieure) pour garder une plus grande neutralité dans la résolution mécanique. Par ailleurs, le maillage possède une épaisseur non nulle suivant l'axe de la coulée. Pratiquement, cette épaisseur choisie est faible pour limiter d'une part le nombre de noeuds et donc diminuer le temps de calcul. Cependant elle ne doit pas être trop petite dans la mesure où il existe un espacement entre les rouleaux : un domaine de faible longueur métallurgique peut passer dans cet interstice et donc "sortir" de la machine. En effet sous l'influence de la gravité le domaine a tendance à admettre un mouvement vertical qui ne peut être contrôlé que sous l'action des rouleaux. Cette stratégie est peu coûteuse en temps de calcul et donne de bons résultats pour le problème thermique. Cependant elle ne donne pas des résultats intéressants pour le problème mécanique.

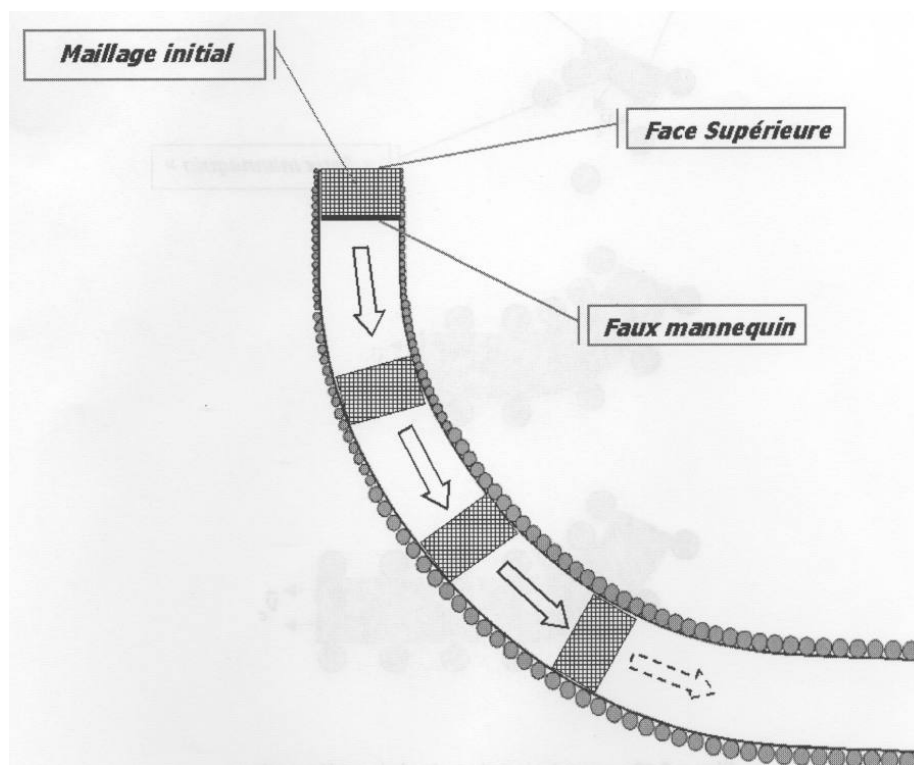


FIG. 1.16: approche TI (tranche instationnaire) ; le domaine de calcul est tracté par le faux mannequin à travers la machine de coulée continue

la stratégie "tranche instationnaire simplifiée" : A l'IRSID, cette stratégie (**en abrégé TIS**) a été développée dans le code CERBER et mise en oeuvre aussi dans le code commercial ABAQUS. Elle est représentée sur la figure 1.17. Elle consiste à supposer une tranche en 2 dimensions dans le sens de

l'épaisseur et de la largeur de la brame. Elle est translattée à travers la machine en ne tenant pas compte de la courbure de celle-ci. Cette tranche subit donc successivement les diverses zones de refroidissement et on obtient les cartes en 3 dimensions du problème thermique. Bien sûr il est également possible d'y effectuer un calcul mécanique qui ne donne pas de très bons résultats. En effet un tel calcul suppose forcément que les contraintes et déformations sont planes ce qui est faux dans la réalité.

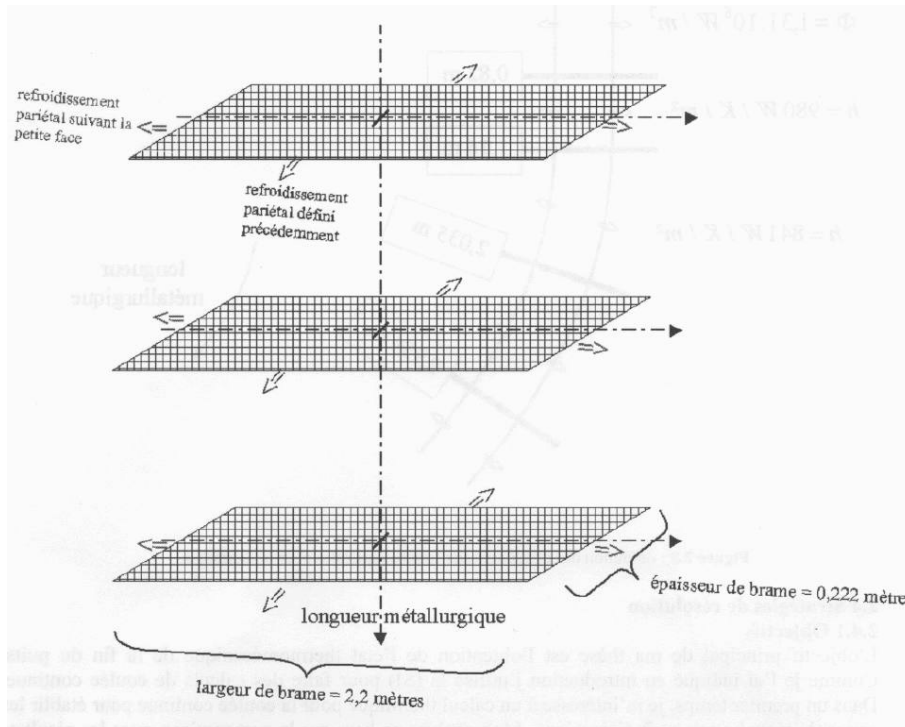


FIG. 1.17: approche TIS (tranche instationnaire simplifiée) ; un domaine rectangulaire d'épaisseur nulle suivant le sens de coulée est translatté à travers la machine de coulée continue

la stratégie "globale instationnaire" : La stratégie "globale instationnaire" (en abrégé **GI**) consiste à simuler le problème de coulée continue comme si l'on se trouvait dans la phase d'amorçage de la coulée. Lors de cette phase, la brame est alimentée en produit depuis la lingotière et est guidée dans la zone de refroidissement secondaire par un outil appelé "mannequin". Pratiquement, on part d'un maillage initial qui est alimenté grâce à la surface d'injection. Ce maillage va donc grossir sous l'effet combiné du mannequin qui tire la brame et de l'outil d'injection qui alimente en "noeuds" le domaine. Cette technique est schématisée sur la figure 1.18 où nous avons volontairement fait un zoom dans l'épaisseur de la brame pour mieux visualiser l'accroissement en taille du maillage.

Cette technique permet a priori de simuler la coulée continue à partir de n'importe quelle longueur métallurgique. Pour cela il faut bien sûr définir les conditions initiales sur le maillage initial. Ces conditions initiales peuvent être obtenues grâce à un précédent calcul tranche par exemple. Ceci est une difficulté de cette technique. Dans la pratique nous nous affranchissons de cette difficulté car nous avons décidé d'effectuer un calcul global sur toute la brame et nous sommes partis de la longueur métallurgique 0 m c'est-à-dire le niveau du ménisque en lingotière.

Il faut remarquer que cette technique s'apparente à une stratégie non stationnaire. Or comme nous

sommes intéressés par la solution stationnaire pour connaître l'état thermomécanique de la brame en régime permanent de coulée, une autre question vient donc : combien de mètres faut-il couler pour atteindre un régime stationnaire qui doit s'apparenter à la solution stationnaire pour la coulée continue d'acier ?

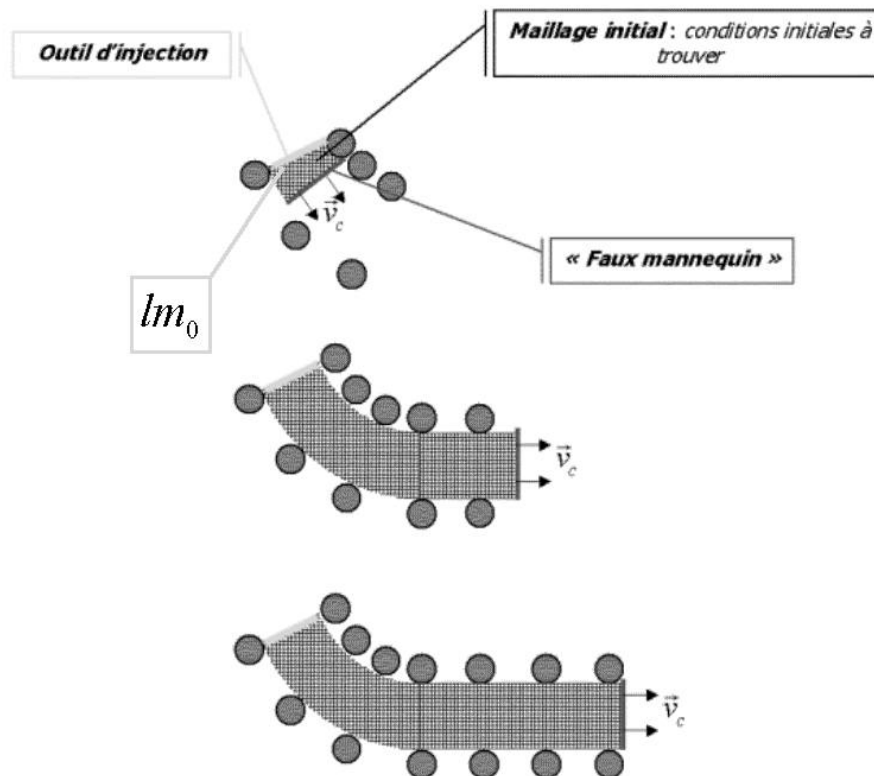


FIG. 1.18: approche GI ("global instationnaire"); le domaine de calcul croît à partir d'une longueur métallurgique donnée lm_0

la stratégie "globale stationnaire" : Cette stratégie (**en abrégé GS**) est utilisée par [Huespe *et al.*, 2000] et [Dalin, 1987] de manière différente. Comme le montre la figure 1.19 ils considèrent un maillage fixe compris entre deux longueurs métallurgiques données. [Huespe *et al.*, 2000] considèrent un calcul dans la lingotière. Le maillage est fixe et ces auteurs calculent les "gaps" obtenus entre la lingotière et la brame. [Dalin, 1987] considère un calcul de la brame au niveau de la fin du refroidissement secondaire. Il part d'un maillage donné qui sous l'effet de la pression ferrostatique et de la contraction thermique admet finalement une forme finale qui lui permet de déterminer le gonflement entre les rouleaux. L'inconvénient de cette méthode est que la convergence vers la solution stationnaire est obtenue lorsque le champ des vitesses est tangent à la surface de la brame, ce qui nécessite un algorithme de convergence sur la forme de la surface du domaine de calcul (très délicat dans le cas de contacts multiples avec les rouleaux). Contrairement à la (GS), la (GI) permet naturellement d'obtenir la forme de la brame sans se soucier de la convergence sur la surface du domaine. Comme la méthode (GI) est instationnaire, la forme extérieure de la brame converge vers sa forme stationnaire après un certain nombre d'incrément de calcul.

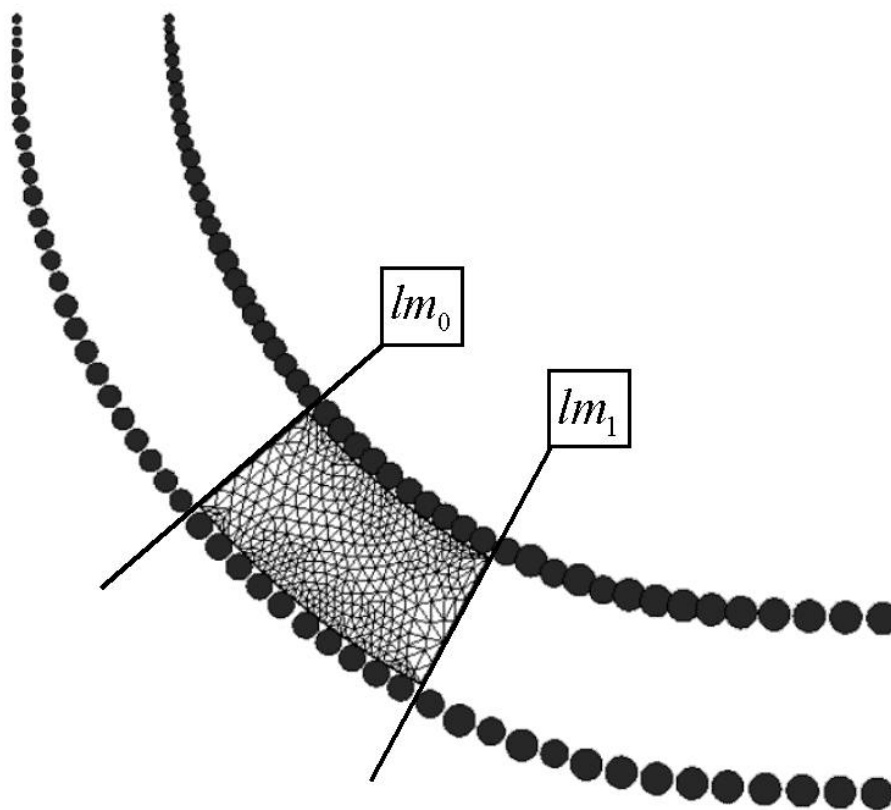


FIG. 1.19: approche GS ("globale stationnaire"); le domaine de calcul est fixe entre deux longueurs métallurgiques données lm_0 et lm_1

tableau récapitulatif :

code	type	thermique	mécanique	courbure machine	gonflement
CERBER	TIS	oui	non	non	non
ABAQUS	TIS	oui	oui	non	non
<i>R2SOL</i>	TI	oui	oui	oui	non
<i>R2SOL</i>	GI	oui	oui	oui	oui
<i>THERCAST</i>	TI	oui	oui	oui	non
<i>THERCAST</i>	GI	oui	oui	oui	oui
[Dalin, 1987]	GS	non	oui	non	oui
[Huespe <i>et al.</i> , 2000]	GS	oui	oui	non	non
[Thomas <i>et al.</i> , 1992]	GS	oui	oui	non	non
[Li et Ruan, 1995]	GI	oui	oui	non	non
[Kajitani <i>et al.</i> , 2001]	GS	oui	oui	non	oui
[Tszeng et Kobayashi, 1989]	GI	oui	oui	non	non

TAB. 1.2: comparaison des capacités des différents codes de calcul pour la coulée continue d'acier

Le tableau 1.2 résume les différentes possibilités des approches que nous avons rencontrées. Généralement tous les codes effectuent des calculs thermiques en coulée continue. Au niveau de la résolution du problème mécanique, nous n'avons pas rencontré de code prenant en compte la courbure de la machine. Enfin il faut également remarquer que les auteurs qui ont effectué des calculs de gonflement ont utilisé des stratégies de type (GS). Avec le développement de la stratégie (GI) nous sommes les premiers à effectuer des calculs de gonflement en prenant en compte la courbure de la machine.

1.3.3 Les objectifs de mon travail de thèse

objectifs : L'objectif final de ma thèse est l'obtention de l'état thermomécanique de l'acier au cours du procédé de coulée continue. Nous nous focalisons essentiellement sur la zone de refroidissement secondaire; nous ne tenons pas compte des phénomènes se déroulant en lingotière (lame d'air, écoulement turbulent, ...). Pour arriver à cet objectif, nous avons d'abord obtenu l'état thermique du matériau puis nous avons couplé la résolution mécanique et thermique en proposant un modèle monophasé décrit après. De nos calculs nous pouvons alors déduire le gonflement entre les rouleaux.

Nous avons effectué les calculs thermomécaniques avec le code *R2SOL* développé au CEMEF. Nous faisons un bref rappel de ses possibilités par la suite.

modélisation complète des trois états thermophysiques : Dans notre étude, nous proposons une modélisation thermomécanique en termes de contraintes et déformations. Nous cherchons à modéliser simultanément la coque solide, la zone pâteuse et le liquide comme un milieu continu monophasique, à propriétés rhéologiques variables.

Pour cela nous nous appuyons sur les descriptions mécaniques données de la littérature mais aussi sur des essais réalisés pour l'obtention de la rhéologie du matériau [Dalin, 1987, Kozłowski *et al.*, 1992]. D'un point de vue pratique, nous avons réalisé des simulations sur des cas concrets de coulée continue et la rhéologie ainsi choisie décrit bien le comportement du matériau.

On modélise ainsi la coque solide comme un milieu obéissant aux lois de l'élasto-viscoplasticité, la zone pâteuse est vue comme ayant un comportement viscoplastique tendant vers un comportement newtonien lorsque la fraction liquide tend vers 1. Enfin le liquide est supposé newtonien avec une viscosité donnée. Globalement, nous avons du point de vue de la mécanique un milieu monophasique dont le comportement varie en fonction de la température. Du point de vue de la thermique nous résolvons l'équation de conservation de l'énergie qui comprend le changement de phase liquide-solide. De ce point de vue nous distinguons donc les phases liquide et solide.

calcul global : Dans ce travail nous cherchons à simuler toute la brame de la coulée continue et effectuons ainsi un calcul global. Nous sommes ainsi capables de simuler naturellement la pression ferrostatique qui s'exerce au sein du produit ainsi que les gonflements entre les rouleaux qui s'ensuivent. D'autre part nous pouvons aussi tenir compte des phénomènes se déroulant en amont de la coulée et pouvant influencer l'état thermomécanique en aval ; le gradient thermique peut ainsi être évalué dans le sens de la coulée. Par ailleurs il est également possible d'étudier l'état transitoire (amorçage de la coulée) de la coulée continue. Enfin cette approche permet d'analyser l'impact de variations dans le processus de coulée comme le changement de nuance ou encore l'instationnarité des conditions d'alimentation.

environnement logiciel de l'étude : Nous avons basé notre étude sur le code *R2SOL* développé au CEMEF [Gaston, 1999]. A mon arrivée au CEMEF ce code était capable de simuler la solidification d'un alliage, d'un point de vue thermo-hydrodynamique. Il est le résultat de la fusion de *R2* (code de remplissage en 2 dimensions) et du code *SOLID* qui effectue le calcul de macroségrégation [Gaston, 1999], [Gaston, 1997], [Combeau *et al.*, 1996] et [Jardy et Combeau, 1997]. Notre travail a donc consisté à adapter ce code au cas de la coulée continue d'acier en introduisant notamment les lois de comportement élastoviscoplastique et viscoplastique. Nous avons par ailleurs introduit dans le code une gestion de données nécessaire pour permettre au code *R2SOL* d'effectuer un calcul de coulée continue.

Le logiciel *R2SOL* est la synthèse du code *SOLID* (basé sur une résolution en volumes finis) de l'Ecole des Mines de Nancy et du code *R2* (basé sur une résolution en éléments finis P2+/P1) développé au CEMEF qui permet de simuler le remplissage en deux dimensions pour un fluide newtonien pouvant être turbulent. D'un point de vue thermomécanique, le logiciel *R2SOL* était donc capable de simuler un fluide newtonien se solidifiant.

Le problème mécanique de *R2SOL* était basé sur une modélisation biphasique où la vitesse du solide est supposée nulle. L'équation la plus globale sur laquelle se repose le problème mécanique est [Gaston, 1999] :

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\rho_0}{g^l} \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{\rho_0}{g^l} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \\ \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{v}) + g^l \nabla p + g^l \left(\frac{\mu}{K} + \frac{\rho_0 C}{\sqrt{K}} \|\vec{v}\| \right) \vec{v} = \tilde{\rho} g^l \vec{g} \\ \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

avec :

- ρ_0 est la masse volumique du liquide à une température initiale T_0 et une composition en élément d'alliage initiale donnée w_0 ,
- $\tilde{\rho}$ est la masse volumique corrigée par rapport à la composition locale et la température locale

- différentes des conditions initiales,
- g^l est la fraction liquide volumique,
 - l'expression $g^l \left(\frac{\mu}{K} + \frac{\rho C}{\sqrt{K}} \|\vec{v}\| \right) \vec{v}$ correspond aux termes de Darcy et de Forcheimer dus à la porosité du milieu qui se solidifie ; ces termes sont discutés dans le rapport [Gaston, 1999].

Ces équations ne permettent pas de prendre en compte les lois de comportement élasto-viscoplastique et viscoplastique nécessaires dans notre approche pour modéliser les trois états thermomécaniques de l'acier. Nous avons donc implémenté ces lois de comportement et cela fait l'objet du chapitre 2.

L'équation de conservation de l'énergie que résolvait *R2SOL* était sous la condition où la solide est au repos :

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho h^l \vec{v}) - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0 \quad (1.18)$$

avec :

- H l'enthalpie massique au point considéré
- h^l l'enthalpie massique du fluide au point considéré.

Cette équation n'est bien sûr pas valable dans le cadre de la coulée continue car le solide n'est pas au repos. Nous présentons dans le chapitre 3 l'équation de conservation de l'énergie à satisfaire pour la coulée continue.

R2SOL permet également d'introduire les termes de turbulence ainsi que la résolution des équations de macroségrégation. Dans le cadre de notre étude nous négligeons ces phénomènes et nous renvoyons aux équations du rapport postdoctoral de Laurence GASTON pour plus d'informations [Gaston, 1999].

En conclusion et par rapport à ce qui était codé dans le code *R2SOL* à mon arrivée, il a fallu adapter les équations mécanique et thermique pour le cas de la coulée continue. L'adaptation de ces équations est bien plus globale encore dans la mesure où le code *R2SOL* sera capable de résoudre des problèmes plus généraux donnés par les équations des chapitres 2 et 3. Les développements actuels de Weitao LIU et de Steven LE CORRE vont dans ce sens au niveau de la multiplicité des équations thermomécaniques que le logiciel *R2SOL* est capable de résoudre. Weitao LIU a implémenté dans sa première année de thèse la version axisymétrique en mécanique [Liu, 2002] ce qui permet d'effectuer des calculs de coulée continue considérant des billettes par exemple.

Par ailleurs et concernant la résolution numérique de *R2SOL*, le code résolvait le problème mécanique grâce à la formulation en élément fini mixte $P2 + /P1$. Nous voyons dans le chapitre 2 que cette formulation a été abandonnée au profit de la formulation en élément fini $P1 + /P1$ beaucoup plus adaptée au cas des grands domaines.

Le problème thermique était initialement résolu grâce à la formulation en élément fini $P2$. Pour être homogène au problème mécanique la transformation vers le $P1$ a été effectuée par Michel BELLET.

Chapitre 2

Problème mécanique pour la coulée continue d'acier

LE chapitre précédent a été l'occasion de situer notre étude par rapport à la littérature scientifique. Nous avons notamment montré que notre étude est originale d'une part parce qu'elle cherche à modéliser thermomécaniquement en termes de contraintes et déformations le comportement des zones liquide, pâteuse et solide du matériau coulé et d'autre part parce qu'elle se veut globale en prenant en considération l'ensemble de la machine de coulée continue.

A l'instar de [Jaouen, 1998] qui a introduit un solveur élastoviscoplastique-viscoplastique dans THERCAST, nous avons réalisé un solveur mécanique du même type adapté à la coulée continue d'acier. Il a notamment démontré qu'un tel solveur hybride apportait des résultats proches de la réalité en coulée statique en modélisant assez fidèlement le comportement des métaux à haute température. Nous nous sommes appuyés sur ses travaux pour décrire mécaniquement le comportement de l'acier coulé en continu.

Dans ce chapitre nous justifions donc ce choix et nous décrivons la formulation mécanique sur laquelle se base notre simulation de coulée continue.

2.1 Introduction et problématique

2.1.1 Equations de la dynamique des milieux continus

Considérons Ω^t le domaine à l'instant t sur lequel nous faisons notre analyse thermomécanique. Ce domaine est représenté sur la figure 2.1. On désigne par la notation $\partial\Omega$ la frontière du domaine Ω .

Dans notre cas le domaine Ω^t est soumis à des actions extérieures : la lingotière, les rouleaux et le "faux-mannequin". Au niveau de la lingotière et des rouleaux, le matériau est soumis à des contraintes. D'autre part sur le "faux-mannequin", l'acier est soumis à des conditions imposées en vitesse.

Par rapport à la figure 2.1 on note :

- $\partial\Omega_{\text{rouleaux}}$ la partie de la frontière en contact avec les rouleaux,

- $\partial\Omega_{lingotière}$ la partie de la frontière en contact avec la lingotière
- $\partial\Omega_{injection}$ la face supérieure du maillage où on injecte de la matière.

Localement, en tout point du domaine Ω^t , l'équilibre dynamique, ou autrement dit la conservation de la quantité de mouvement, s'écrit :

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \vec{g} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.1)$$

où :

- σ est le tenseur des contraintes,
- ρ est la masse volumique,
- \vec{g} est le vecteur gravité
- \vec{v} est le vecteur vitesse.

On peut écrire les conditions aux limites pour la coulée continue :

sur le "faux-mannequin" $\partial\Omega_{mannequin}$:

- soit le contact est supposé bilatéral glissant ce qui se traduit mathématiquement par :

$$(\vec{v} - \vec{V}_C) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.2)$$

- soit le contact est supposé bilatéral collant et donc :

$$\vec{v} = \vec{V}_C \quad (2.3)$$

Dans ces expressions, \vec{V}_C est le vecteur vitesse du mannequin dont on peut noter qu'il n'est pas constant sur l'interface avec le produit si l'on se trouve dans la partie courbe de la machine. Par ailleurs le vecteur \vec{n} est le vecteur normal extérieur sur $\partial\Omega_{mannequin}$.

au niveau des rouleaux $\partial\Omega_{rouleaux}$ et de la lingotière $\partial\Omega_{lingotière}$: le contact est supposé unilatéral et on néglige les frottements notamment entre la lingotière et l'acier. Classiquement ces conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} (\sigma \vec{n}) \cdot \vec{n} & \leq 0 \\ \vec{v} \cdot \vec{n} & \leq 0 \\ [(\sigma \vec{n}) \cdot \vec{n}] (\vec{v} \cdot \vec{n}) & = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Ces conditions de contact peuvent être réécrites en utilisant une méthode de pénalisation. Cela revient alors au même d'appliquer une contrainte $\vec{\tau}_{cp}$ aux points frontières qui ne satisfont pas les conditions définies par les équations 2.4. Nous présentons plus précisément les termes de contact pénalisé dans le chapitre 5.

sur l'outil d'injection : on néglige l'écoulement induit par la busette dans cette région et on applique une pression donnée par la loi ferrostatique au sein de l'acier. Généralement on initialise le calcul de coulée continue en plaçant l'outil d'injection à une certaine longueur métallurgique. Cet outil se situe

alors à une altitude $z = z_{injection}$ en dessous du ménisque en lingotière. La pression ferrostatique appliqué sur l'outil d'injection est donc :

$$P_f = \rho_0 g \|z_{injection}\| \quad (2.5)$$

où ρ_0 est la masse volumique moyenne de l'acier et g la gravité. Pour simplifier nous supposons que cette pression ferrostatique est constante dans le plan de l'outil d'injection. Dans notre étude nous avons effectué des simulations à partir du ménisque en lingotière, donc $z_{injection} = 0$ et la pression ferrostatique que nous appliquons est donc nulle.

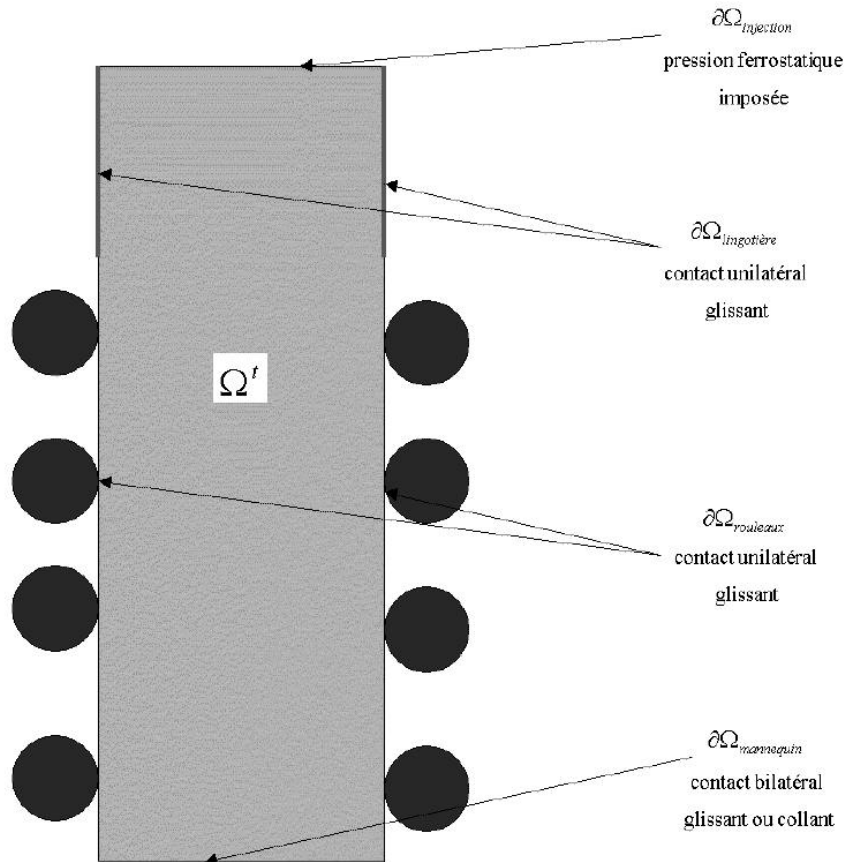


FIG. 2.1: ensemble des points où sont imposées des conditions aux limites

En outre, en fonction de la loi de comportement choisie pour décrire le matériau, on se donne une relation liant σ à $\bar{\epsilon}$ et $\dot{\epsilon}$. Dans le cadre général de la thermo-élasto-viscoplasticité et compte tenu des faibles déformations qui caractérisent le procédé, on écrit :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{él} + \dot{\epsilon}^{vp} + \dot{\epsilon}^{th} \quad (2.6)$$

où

- $\dot{\epsilon}$ est le tenseur des vitesses de déformations total,
- $\dot{\epsilon}^{él}$ est le tenseur des vitesses de déformation d'origine élastique,
- $\dot{\epsilon}^{vp}$ est le tenseur des vitesses de déformation d'origine viscoplastique,
- $\dot{\epsilon}^{th}$ est le tenseur des vitesses de déformation d'origine thermique.

Ce dernier provient de la dilatation thermique (c'est-à-dire de la variation de la masse volumique en fonction de la température) et du retrait à la solidification (contraction au changement de phase liquide-solide).

Classiquement nous avons ainsi résumé le problème mécanique à résoudre pour la coulée continue.

2.1.2 Le phénomène de convection naturelle pour la coulée continue

En déformation plastique, la plupart du temps on ne prend pas en compte les forces d'inertie et de gravité dans la mesure où elles sont négligeables par rapport aux contraintes internes. En coulée continue la gravité a une action double et doit être prise en compte. Si l'on écrit les variations de la masse volumique $\rho = \rho_0 + \rho_1$, ρ_0 est l'approximation à l'ordre 0 de la masse volumique et $\rho_0 \vec{g}$ est la cause principale de la pression ferrostatique au sein du fluide et de la zone pâteuse. A l'ordre 1, en considérant les variations faibles de la masse volumique en fonction de la température, le terme $\rho_1 \vec{g}$ est la cause de la convection naturelle qui a une importance non négligeable dans la mesure où les gradients thermiques sont élevés dans le procédé de coulée continue ce qui implique des boucles de recirculation assez conséquentes.

D'autre part, par rapport au cadre classique de la mise en forme des matériaux, nous n'avons pas négligé les termes de gravité et d'inertie pour la coulée continue dans l'équation 2.1. L'intérêt de ces termes provient du fait que la masse volumique dépend de la température ce qui est non négligeable dans les procédés où la solidification a un rôle central. Sous l'effet d'un gradient thermique il peut en effet apparaître des boucles de recirculation au sein des zones pâteuses et liquides dues à la non uniformité dans l'espace de la masse volumique engendrant des forces du type de la poussée d'Archimède. Généralement dès l'apparition d'un gradient thermique suffisamment important le fluide se met en mouvement sous l'action de la force $\rho(T) \vec{g}$ alors que le terme d'inertie $\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$ s'oppose à l'action de ces forces jusqu'à l'établissement d'un nouvel équilibre stable [Landau et Lifchitz, 1989]. Par ailleurs l'écoulement engendré par le gradient thermique initial a pour effet de modifier le champ des vitesses et de déstabiliser le système. Pour un système fermé, le non-équilibre mécanique aboutit à l'apparition dans le fluide d'écoulements internes tendant à brasser le fluide de façon à y établir une température uniforme. Les écoulements qui s'établissent dans un fluide soumis à l'action de la force de pesanteur constituent ce qu'on appelle convection naturelle. On peut mesurer l'importance de la convection par le nombre de Rayleigh [Landau et Lifchitz, 1989] :

$$Ra = \frac{g \Delta T \alpha h^3}{\nu \lambda} \quad (2.7)$$

où :

- α est le coefficient de dilatation linéique,
- g est la norme du vecteur gravité,

- ΔT est l'écart de température caractéristique qui est le moteur de la convection,
- ν est la viscosité cinématique du fluide $\left(\nu = \frac{\mu}{\rho}\right)$,
- λ est la conduction thermique du matériau.

Ce nombre mesure l'importance de la convection par rapport à la conductivité. Plus le nombre Ra est élevé plus le régime est convectif.

Par ailleurs, en condition de solidification, il y a généralement deux facteurs qui induisent une variation de la masse volumique : ce sont la température et la composition locale du liquide si c'est un alliage. Les gradients thermiques et de compositions chimiques ont donc pour effet de créer des boucles de convection au sein du matériau. Physiquement ces hétérogénéités locales ont pour effet de mettre le fluide en mouvement pour homogénéiser au mieux le matériau au niveau de la température et de la composition chimique des solutés. C'est ce qu'on appelle la convection thermosolutale.

En coulée continue les effets de convection ont un effet non négligeable. Dans la lingotière de la machine de coulée continue, du fait des forts gradients thermiques qui sont générés et qui sont proches de la coque solide, un régime de convection thermique s'installe dans l'écoulement ce qui va engendrer de la turbulence. Cependant le régime hydrodynamique est plutôt du type convection forcée du fait du jet de la busette. Plus bas dans la machine il apparaît aussi de la convection naturelle due aux gradients thermiques dans la zone fluide et dans la zone pâteuse. Une question se pose : quelle importance a-t-elle au sein du procédé de coulée continue ?

Dans leur travail [M'Hamdi *et al.*, 1999] analysent la convection thermosolutale ainsi que le retrait à la solidification comme agents principaux de la forte ségrégation positive à coeur. Ils concluent que principalement la convection thermique prédomine dans le liquide alors que c'est le retrait à la solidification qui contrôle la circulation du liquide dans la zone pâteuse. Les phénomènes de convection solutale sont alors masqués. Ceci justifie notre modélisation de la coulée continue où nous ne prenons pas en compte dans une première approximation la convection naturelle. En effet nous sommes intéressés par l'état thermomécanique de la zone pâteuse et au premier ordre la convection naturelle est négligeable par rapport aux termes de retrait à la solidification. Nous négligeons donc ces termes dans notre étude. Cependant pour écrire un modèle plus précis qui prend en compte l'évolution locale des compositions chimiques des éléments d'alliage on devra faire intervenir la concentration en alliage dans les équations de la mécanique.

2.1.3 Modélisation vp/evp pour la coulée continue d'acier

Les insuffisances de la formulation élasto-viscoplastique

L'équation 2.6 sous-entend qu'il y a des déformations simultanées d'origines élastiques, viscoplastiques et thermiques. Il est à noter que dans le cadre de notre modélisation ceci est vrai uniquement pour la phase solide ; les zones liquides et pâteuses ne présentent pas de déformation d'origine élastique et seront donc traitées avec un comportement viscoplastique pur. On lève donc à ce niveau une difficulté : le type de loi de comportement n'est pas uniforme partout et dépend de la fraction liquide. Ce cas a déjà été traité au CEMEF par Olivier Jaouen dans sa thèse [Jaouen, 1998] et est bien résumé dans l'article [Bellet et Jaouen, 1999] où la gestion des deux types de lois a été validé sur des cas industriels

avec le logiciel THERCAST qui est développé au laboratoire.

Au niveau de la simulation des procédés industriels impliquant la solidification [Cross et Campbell, 1995], [Thomas et Beckermann, 1998], ou concernant directement la coulée continue [Tszeng et Kobayashi, 1989], les auteurs ont tenté d'exprimer à l'aide d'un modèle unique élasto-viscoplastique les comportements thermomécaniques des zones pâteuses, liquides et solides. Le seul but avoué est de pouvoir simuler tout le domaine avec une seule loi de comportement.

Dans sa thèse, [Jaouen, 1998] a effectué des modélisations thermomécaniques pour des systèmes se solidifiant. Il a montré les limites du modèle à une seule loi de comportement élasto-viscoplastique. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, un tel modèle implique que le module d'Young E du liquide doit être élevé pour que les déformations élastiques y soient négligeables. On peut alors simuler le comportement d'un fluide au repos où s'exerce uniquement la pression ferrostatique (la convection naturelle ne peut donc pas être prise en compte). Cependant le fait que le coefficient d'Young E soit élevé contredit les mesures expérimentales effectuées par [Vicente-Hernandez, 1994, Decultieux, 1996]. Ils ont en effet montré que le module d'Young décroît et vaut environ $10^4 Pa$ pour des températures proches de la température de solidus. Il serait impensable de raccorder les fortes valeurs du coefficient d'Young nécessaires numériquement pour la zone liquide aux faibles valeurs observées expérimentalement par [Decultieux, 1996, Vicente-Hernandez, 1994].

En conclusion, la formulation evp n'est pas adaptée pour les systèmes impliquant la solidification. Elle amène en effet à des imperfections au niveau de la physique du procédé (car la convection naturelle n'est pas prise en compte) mais aussi au niveau numérique où il peut y avoir une perte de volume supplémentaire. Au vu des remarques faites par [Jaouen, 1998] et [Bellet et Jaouen, 1999] notre démarche a été identique à la leur et nous avons adopté une loi de type viscoplastique pur pour les états liquide et pâteux et une loi de type élasto-viscoplastique pour l'état solide. La partie suivante présente de façon succincte cette modélisation à deux lois de comportement.

Une modélisation à deux lois de comportement

[Jaouen, 1998] présente dans sa thèse plusieurs codes de calcul de la littérature qui ne considèrent que la loi élasto-viscoplastique pour simuler les zones liquides, pâteuses et solides pour les procédés où apparaît la solidification d'alliages métalliques. Que ce soit PROCAST, PHYSICA ([Taylor *et al.*, 1998]), VULCAN ([Cervera *et al.*, 1998], [Celentano, 1998]), ..., tous ces codes simulent le comportement mécanique de l'alliage avec l'unique loi evp (élasto-viscoplastique). La stratégie de [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999] se démarque au sein de la modélisation des procédés de solidification en proposant une modélisation à deux lois de comportement.

La figure 2.2 résume l'approche développée au CEMEF, issue des travaux rhéologiques de [Vicente-Hernandez, 1994] et [Decultieux, 1996] ainsi que de développements numériques [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999], au niveau du comportement des zones liquide pâteuse et solide d'un alliage se solidifiant. Ces auteurs ont effectué des tests expérimentaux et ont associé des lois de comportement aux différents états de la pièce lors de son refroidissement.

Nous distinguons donc au cours du processus de refroidissement les températures de liquidus au-dessus de laquelle le matériau est newtonien. Entre la température de liquidus et la température critique

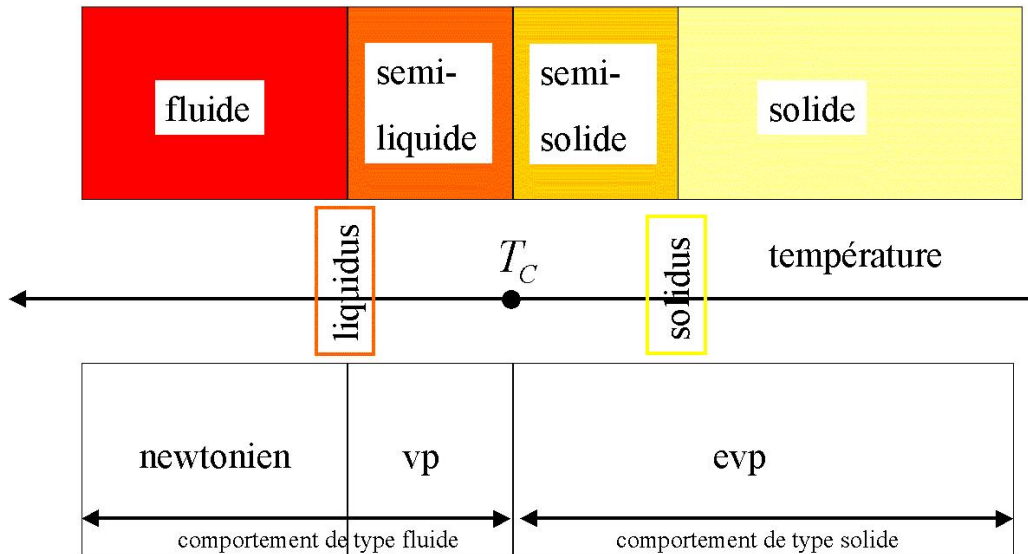


FIG. 2.2: loi de comportement affectée au matériau en fonction de la température

T_C , le matériau obéit à une loi de comportement viscoplastique pur. Cette température critique est généralement comprise entre la température de liquidus et de solidus. En effet en dessous de cette température le matériau suit une loi de comportement élasto-viscoplastique. Il peut subsister une réponse élastique dans le matériau alors que celui-ci contient déjà une faible fraction de liquide. Ce point est discuté dans la thèse [Vicente-Hernandez, 1994]. Au niveau de la simulation numérique nous devons donc nous donner la température critique de changement de loi rhéologique. Dans la pratique nous prenons cette température égale à la température de solidus et non égale à la température de cohérence définie comme étant la température de transition entre les lois de comportement lors d'essais rhéologiques [Vicente-Hernandez, 1994, Decultieux, 1996]. Cette approximation peut sembler justifiée dans la mesure où les déformations d'origine élastique sont généralement faibles dans la zone pâteuse. Ce point est également discuté dans [Bellet et Jaouen, 1999].

Après avoir démontré l'utilité d'une modélisation avec deux types de loi de comportement, nous décrivons dans les paragraphes suivants les équations de comportement élasto-viscoplastique, viscoplastique et newtonien (qui est un cas particulier de l'écoulement viscoplastique) qui modélisent les différents états thermomécaniques du matériau. Nous montrons en particulier comment est géré le couplage de ces deux lois de comportement.

2.2 Equations du problème mécanique

Dans cette section il s'agit de présenter les équations de comportements pour les états liquides pâteux et solides. On peut trouver une bibliographie complète sur les comportements élasto-viscoplastiques et viscoplastiques dans [Lai *et al.*, 1996], [Agassant *et al.*, 1996] et [Rappaz *et al.*, 1998].

2.2.1 Forme faible ou Principe des Puissances Virtuelles (PPV)

A partir des équations 2.1, 2.2 et 2.4 on obtient la formulation faible du problème mécanique de la coulée continue. Pour cela on multiplie l'équation 2.1 par un champ de vitesse virtuelle qui possède les propriétés d'intégrabilité et de dérivabilité voulues : $\vec{v}^* \in \mathcal{V}^0 = \{\vec{v}, \vec{v} \in (H^1(\Omega))^2, \vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \text{ sur } \partial\Omega_{mannequin}\}$. Puis on effectue la traditionnelle intégration par partie faisant apparaître les termes de frontière et on obtient la formulation faible du problème ou encore PRINCIPE DES PUISSANCES VIRTUELLES (PPV en abrégé) :

$$\int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} \sigma : \dot{\epsilon}^* dV = \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}^* dV \quad (2.8)$$

où Ω est l'étendue du domaine à l'instant t , $\partial\Omega_{\tau} = \partial\Omega_{rouleaux} \cup \partial\Omega_{injection} \cup \partial\Omega_{lingotiere}$, τ_{imp} représente d'une part le terme de contact pénalisé aux points matériels en contact avec la lingotière et les rouleaux (terme que nous explicitons dans le chapitre 5) et la pression ferrostatique en entrée sur l'outil d'injection (prise nulle si le calcul est initialisé au ménisque en lingotière), $\dot{\epsilon}^*$ est le tenseur des vitesses de déformation associé à \vec{v}^* (c'est-à-dire : $\dot{\epsilon}_{ij}^* = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i^*}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j^*}{\partial x_i} \right)$). D'autre part la puissance de déformation par unité de volume associée à \vec{v}^* a pour expression : $\sigma : \dot{\epsilon}^* = \Sigma \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* = \Sigma \sigma_{ij} \frac{\partial v_i^*}{\partial x_j}$.

Le problème 2.8 doit être vérifié quel que soit le choix de $\vec{v}^* \in \mathcal{V}^0$. Il s'agit alors de trouver σ et \vec{v} tel que $(\vec{v} - \vec{V}_C) \cdot \vec{n} = 0$ sur $\partial\Omega_{mannequin}$ où \vec{V}_C est le vecteur vitesse d'extraction nominale fonction de la position \vec{x} considérée.

2.2.2 Equations de comportement

Notre modèle numérique

Le tableau 2.1 synthétise l'origine des déformations prises en compte dans notre modèle numérique pour chacun des états thermomécaniques. On rappelle que la transition entre les modèles vp et evp ne se fait pas à la température de cohérence mais à la température de solidus.

zone	comportement mécanique
liquide	newtonien + dilatation thermique
pâteuse	viscoplastique + contraction due à la solidification
solide	élastique + viscoplastique + dilatation thermique

TAB. 2.1: synthèse des déformations au sein du matériau pour notre modèle numérique

Le tableau 2.1 résume l'origine des contributions des déformations subies par le matériau. Tout particulièrement, les dilatations thermiques ne sont prises en compte que pour la zone liquide et solide. Dans la zone pâteuse on modélise le terme de retrait à la solidification en calculant la contraction due à la solidification. Nous nous proposons de calculer ces diverses contributions dans un premier temps puis nous décrivons les diverses lois de comportement du matériau.

Dilatation thermique et contraction due à la solidification

L'équation classique de conservation de la masse s'écrit pour les milieux continus :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.9)$$

Cette équation peut se transformer en une expression plus "lagrangienne", autrement dit en suivant un élément de matière :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.10)$$

Si l'on se donne la fonction $\rho(T)$ on peut alors calculer :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} \quad (2.11)$$

où $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$ est la vitesse de refroidissement de l'élément de matière considéré. Par contre dans l'intervalle de solidification il est naturel de se donner $\rho(g^s)$ et :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial g^s} \dot{g}^s \quad (2.12)$$

où \dot{g}^s est la vitesse de formation volumique de la phase solide au point considéré ($\dot{g}^s = \frac{dg^s}{dt}$). Dans ce mémoire nous simplifions les écritures en notant g la fraction volumique liquide. Les notations concernant les grandeurs solide et liquide sont définies dans le chapitre 3. Dans ce cas : $g^s = 1 - g$ et $\dot{g}^s = -\dot{g}$.

La figure 2.3 représente l'évolution typique de la masse volumique d'un acier en fonction de la température. Cette courbe montre que la masse volumique décroît avec la température. Ce graphique nous permet d'estimer la quantité $\frac{\partial \rho}{\partial T}$ en dehors de la zone de solidification. Comme les variations de la masse volumique en fonction de la température sont relativement faibles on modélise $\rho(T)$ par une fonction linéaire par morceau. A l'intérieur de l'intervalle de solidification, comme $g(T)$ n'est pas une fonction linéaire il vaut mieux exprimer directement :

$$\rho = \rho_S(1 - g) + \rho_L g \quad (2.13)$$

où ρ_S est la valeur de la masse volumique à la température de solidus, ρ_L est la masse volumique de l'acier à la température du liquidus et on suppose connue la loi liant la température à la fraction liquide $g(T)$. On obtient ainsi :

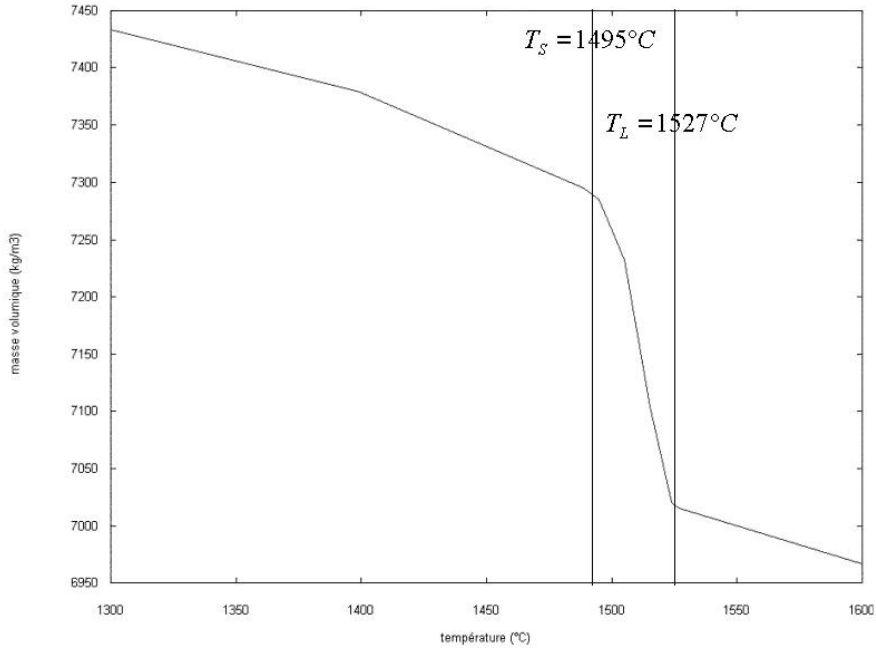


FIG. 2.3: exemple d'évolution de la masse volumique de l'acier XC6 en fonction de la température

$$\frac{\partial \rho}{\partial g} = \rho_L - \rho_S \quad (2.14)$$

La quantité $\nabla \cdot \vec{v}$ vaut donc :

- en dehors de l'intervalle de solidification : $\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T}$.
- à l'intérieur de l'intervalle de solidification :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S) \dot{g} \quad (2.15)$$

De l'équation 2.15 on tire l'expression du tenseur du taux de déformation d'origine thermique :

$$\epsilon^{th} = \left(\alpha(T) \dot{T} - \frac{\dot{g} \Delta \epsilon_{tr}}{3} \right) Id \quad (2.16)$$

où :

- $\alpha(T) = -\frac{1}{3\rho(T)} \frac{\partial \rho}{\partial T}(T)$ est le coefficient de dilatation linéaire,
- $\Delta \epsilon_{tr} = \frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S)$ représente l'expansion volumique relative constatée entre les températures T_L et T_S ; elle est donc négative ($\rho_S > \rho_L$) et constante.

Comportement mécanique pour la zone fluide

La zone liquide du matériau est traitée comme obéissant à un comportement newtonien pouvant subir des dilatations thermiques. Le tenseur des taux de déformations total $\dot{\epsilon}$ s'écrit alors :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{newt} \quad (2.17)$$

où $\dot{\epsilon}^{newt}$ est le tenseur du taux de déformation newtonien. On a :

$$\dot{\epsilon}^{newt} = \frac{1}{2K_{newt}(T)} s \quad (2.18)$$

où $K_{newt}(T)$ est la viscosité dynamique à la température T et s est le tenseur déviatoire des contraintes ($\sigma = s - p Id$). Dans le cas où nous ne négligeons pas les forces d'inertie et de gravité dans la partie liquide de la brame, on peut réécrire l'équation de la dynamique 2.1 sous la forme de Navier-Stokes :

$$\nabla \cdot s - \nabla p + \rho \vec{g} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.19)$$

où p est la pression locale au sein du fluide. L'équation de continuité donne en prenant la trace de l'équation 2.17 :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 3\alpha(T)\dot{T} = -\frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} \quad (2.20)$$

En supposant que tout le matériau est sous forme liquide on obtient la formulation faible du problème mécanique : trouver (\vec{v}, p) tel que pour tout champ de vitesse virtuel \vec{v}^* :

$$\int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{v}) : \dot{\epsilon}^* dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV = \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}^* dV \quad (2.21a)$$

$$\int_{\Omega} p^* \left(-\nabla \cdot \vec{v} - \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} \right) dV = 0 \quad (2.21b)$$

Comportement mécanique pour la zone pâteuse

La zone pâteuse est traitée à l'aide du comportement viscoplastique additionné des termes de contraction due à la solidification. Le comportement newtonien vu précédemment pour la zone fluide est un exemple particulier d'écoulement viscoplastique. Un écoulement viscoplastique pur est un écoulement

incompressible ; comme dans le cadre newtonien la partie compressible pour la zone pâteuse est d'origine thermique. Dans notre modélisation les termes compressibles sont donc les termes de retrait dû à la solidification.

De même que précédemment, évaluons donc $\dot{\epsilon}$ le tenseur des taux des déformations total :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{vp} \quad (2.22)$$

où $\dot{\epsilon}^{vp}$ est le tenseur du taux des déformation viscoplastique. Nous nous plaçons dans le cadre de la loi de Norton-Hoff. On a donc :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2K_{vp}(T)} \dot{\bar{\epsilon}}^{1-m} s \quad (2.23)$$

où $K_{vp}(T)$ désigne cette fois la "consistance viscoplastique" à la température T . Par ailleurs comme dans le chapitre 1 on note : $\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\epsilon}^{vp} : \dot{\epsilon}^{vp}}$. On peut alors réécrire l'expression 2.24 avec les invariants :

$$\sigma_{\dot{\epsilon}q} = K_{vp}(T) \dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (2.24)$$

Dans l'hypothèse où nous ne négligeons pas les forces d'inertie et de gravité dans la zone pâteuse, l'équation de la dynamique 2.1 est reconduite ici :

$$\nabla \cdot s - \nabla p + \rho \vec{g} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.25)$$

L'équation de continuité donne en prenant la trace de l'équation 2.22 :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\dot{g} \Delta \epsilon_{tr} = -\frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S) \dot{g} \quad (2.26)$$

En supposant que tout le matériau est sous forme pâteux on obtient la formulation faible du problème : trouver (\vec{v}, p) tel que, pour tout \vec{v}^* :

$$\int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{v}) : \dot{\epsilon}^* dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV = \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}^* dV \quad (2.27a)$$

$$\int_{\Omega} p^* \left(-\nabla \cdot \vec{v} - \frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S) \dot{g} \right) dV = 0 \quad (2.27b)$$

Comportement mécanique pour la coque solide

La coque solide de la brame de coulée continue obéit à un comportement élasto-viscoplastique où interviennent des termes de dilatation thermique. En négligeant les termes provenant de la variation du module d'Young E en fonction de la température T , le tenseur des taux de déformations total $\dot{\epsilon}$ s'écrit alors :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{él} + \dot{\epsilon}^{vp} \quad (2.28)$$

où $\dot{\epsilon}^{él}$ est le tenseur des taux de déformation d'origine élastique. On a ([Bellet *et al.*, 1994], [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999]) :

$$\dot{\epsilon}^{él} = \left(D^{él} \right) \dot{\sigma} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma} - \frac{\nu}{E} tr(\dot{\sigma}) Id \quad (2.29)$$

D'autre part nous pouvons écrire la relation liant $\dot{\epsilon}^{vp}$ à s par les expressions suivantes :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2\sigma_{éq}} \left\langle \frac{\sigma_{éq} - \sigma_{00} - H\bar{\epsilon}^n}{K_{evp}} \right\rangle^{\frac{1}{m}} s \quad (2.30a)$$

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2\sigma_{éq}} \left\langle \frac{\sigma_{éq} - \sigma_{00}}{K_{evp}\bar{\epsilon}^n} \right\rangle^{\frac{1}{m}} s \quad (2.30b)$$

Ces deux équations peuvent s'écrire également sous forme d'invariants (également appelé monodimensionnel) :

- l'équation 2.30a devient : $\sigma_{éq} = \sigma_{00} + H\bar{\epsilon}^n + K_{evp}(T)\bar{\epsilon}^m$ et est appelée loi additive,
- l'équation 2.30b devient : $\sigma_{éq} = \sigma_{00} + K_{evp}(T)\bar{\epsilon}^n\bar{\epsilon}^m$ et est appelée loi multiplicative.

L'équation 2.29 est la loi de Hooke où E est le module de Young, ν est le coefficient de Poisson, $D^{él}$ est le tenseur d'élasticité et $\dot{\sigma}$ est la dérivée temporelle du tenseur des contraintes σ . L'équation 2.30 donne la relation entre le tenseur des taux de déformation viscoplastique et le déviateur des contraintes s et $\sigma_{éq}$ garde sa signification habituelle de contrainte équivalente de von Mises ($\sigma_{éq} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}}$).

Dans l'équation 4.4, la quantité $\sigma_{00} - H\bar{\epsilon}_{éq}^n$ définit le chargement statique minimal en-dessous duquel aucun écoulement viscoplastique ne peut être observé [Bellet *et al.*, 1994], [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999]. L'expression entre crochets s'annule dans le cas où elle est négative. Nous écrivons le chargement minimal sous cette forme qui est une forme générique. Nous pouvons par simplification avoir $H = 0$ (le seuil de plasticité est alors constant, sans influence des déformations plastiques cumulées). De même l'équation 2.30b définit un seuil de plasticité égal à σ_{00} . D'autre part, dans le cadre de la simulation des procédés industriels, les coefficients que nous venons de présenter varient en fonction de la température et nous avons bien entendu adapté le code *R2SOL* à un tel type de situation.

Dans les zones solides, nous négligeons bien évidemment les termes d'inertie et l'équation de la quantité de mouvement se trouve changée par rapport aux équations gouvernant les zones pâteuses et liquides.

Nous ne négligeons pas les termes de gravité, composante essentielle du phénomène de gonflement entre les rouleaux. En considérant l'équation 2.1 dans laquelle nous omettons les termes d'inertie, nous obtenons l'équation d'équilibre de la coque solide :

$$\nabla \cdot s - \nabla p + \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (2.31)$$

L'équation de continuité donne en prenant la trace de l'équation 2.28 et vu les équations de comportement de la coque solide :

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{3(1-2\nu)}{E} \dot{p} - \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} \quad (2.32)$$

où \dot{p} est la dérivée temporelle de la pression. En supposant que tout le matériau est sous forme solide on obtient la formulation faible du problème : trouver (\vec{v}, p) tel que :

$$\int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{v}) : \epsilon^* dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV = 0 \quad (2.33a)$$

$$\int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{v} - \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \dot{p} \right) dV = 0 \quad (2.33b)$$

2.2.3 Discrétisation temporelle du problème thermomécanique

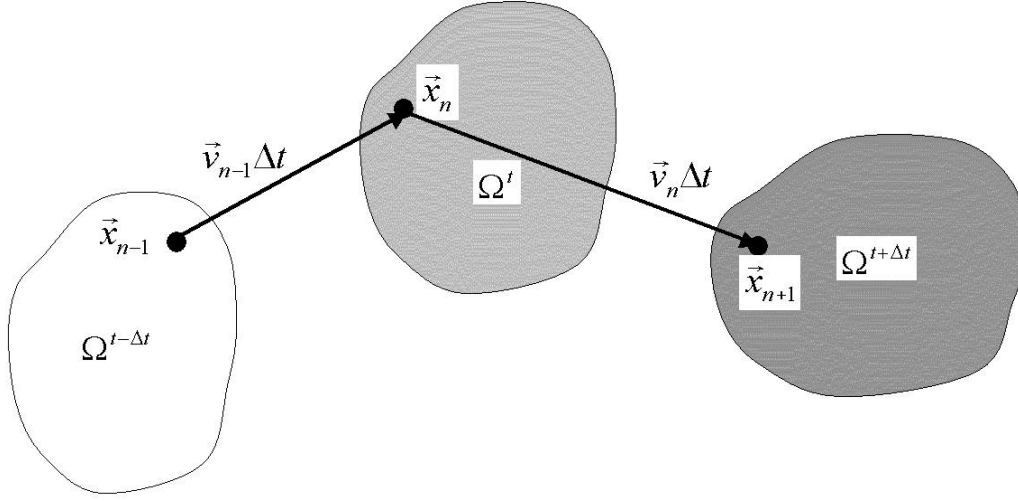
Nous résolvons le problème de coulée continue avec un formalisme lagrangien. Dans cette optique, cette section présente l'organigramme de la résolution thermomécanique de la coulée continue et à un degré supérieur l'organigramme du code *R2SOL* dans le cadre de la résolution lagrangienne. On se donne donc la stratégie de résolution ainsi que les conventions nécessaires afin de clarifier au mieux les configurations successives du domaine Ω^t . On s'appuie de ce fait sur la figure 2.4.

La résolution est effectuée à chaque incrément de temps et les intervalles entre les temps successifs $t, t + \Delta t, \dots$ sont supposés suffisamment petits pour représenter au mieux la réalité. A chaque incrément nous résolvons successivement sur le domaine Ω^t (voir figure 2.4) le système mécanique \mathcal{M} puis le système thermique \mathcal{T} . Etant donné \vec{x}_n (vecteur position déterminant l'ensemble du domaine Ω^t à l'incrément courant), T_n (température sur Ω^t) et \vec{v}_{n-1} (vitesse à l'incrément précédent nous résolvons les problèmes mécanique et thermique :

$$\mathcal{M}(T_n, \vec{x}_{n+1}, \vec{x}_n, \vec{v}_n, \frac{d\vec{v}}{dt}_n, \dot{p}) = 0 \quad (2.34a)$$

$$\mathcal{T}(T_n, T_{n+1}, \vec{v}_n) = 0 \quad (2.34b)$$

où :

FIG. 2.4: définition de Ω^t et principe de la discrétisation temporelle

- \vec{x}_{n+1} est le vecteur position inconnu (déterminant $\Omega^{t+\Delta t}$)
- T_{n+1} est la température recherchée à la fin de l'incrément courant,
- \vec{v}_n est le vecteur vitesse recherché à l'incrément courant
- $\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_n$ est l'accélération à l'incrément courant.

Dans le formalisme lagrangien nous définissons :

$$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_n = \frac{\vec{v}_n - \vec{v}_{n-1}}{\Delta t} \quad (2.35)$$

et :

$$\dot{p} = \frac{p_n - p_{n-1}}{\Delta t} \quad (2.36)$$

où Δt est le pas de temps courant.

Le système d'équations 2.34 est non linéaire et nous en faisons une résolution découplée comme [Jaouen, 1998, Aliaga, 2000].

L'algorithme de résolution est donc le suivant :

Boucle sur les incréments de temps : les conditions initiales étant \vec{x}_0 , \vec{v}_0 et T_0 on obtient alors les solutions successives,

- Actualisation de Ω pour obtenir Ω^t selon le schéma : $\vec{x}_n = \vec{x}_{n-1} + \Delta t \vec{v}_{n-1}$ (les termes du second ordre sont négligés)
- $\Omega^t, T_n, \vec{v}_{n-1}, p_{n-1}$ sont alors connus sur le nouveau domaine,
- Actualisation des conditions aux limites pour \mathcal{M} (la position du mannequin : les noeuds dont la vitesse est imposée sont connus),

- Actualisation des conditions aux limites pour le problème thermique \mathcal{T} ,
- Résolution du problème mécanique : détermination de \vec{v}_n et p_n solutions de $\mathcal{M} = 0$
- Résolution du problème thermique : détermination de T_{n+1}

Après avoir clarifié la position de la résolution mécanique au niveau de l'algorithme global de résolution du problème thermomécanique nous présentons plus en détail les modèles thermomécaniques qui vont décrire les états fluide, pâteux et solide. Dans un souci de simplicité nous commençons par décrire le comportement newtonien affecté à l'état liquide de la brame puis le comportement viscoplastique associé à l'état pâteux et pour finir le comportement élasto-viscoplastique pour l'état solide.

2.2.4 Conclusion sur les équations du problème mécanique

Dans toute cette partie, nous avons présenté la modélisation mécanique de l'acier pour la coulée continue. En résumé, nous distinguons les comportements ainsi que l'équation du mouvement en fonction de l'état thermomécanique de l'acier. Pour la zone fluide, nous modélisons le matériau avec un écoulement newtonien soumis à la dilatation thermique. Dans cette modélisation on tient compte des forces de gravité et on pourrait également tenir compte du terme d'inertie dans notre approche de la coulée continue (nous négligeons pour le moment ces termes ainsi que le phénomène de convection). La zone pâteuse est supposée obéir à un comportement viscoplastique de type Norton-Hoff ainsi qu'au retrait à la solidification. Nous pouvons aussi tenir compte dans les zones pâteuse et liquide des effets de la gravité et de l'inertie responsables entre autre de la convection naturelle. Nous supposons par ailleurs que la coque solide admet un comportement élasto-viscoplastique et est également soumis à la dilatation thermique. Les termes d'inertie y sont négligés.

Au vu des lois de comportement que nous considérons, il apparaît un besoin important au niveau des données rhéologiques des matériaux. Cela nous amène à prendre en compte les travaux portant sur la rhéologie de l'acier à haute température. Ce point fait l'objet du chapitre 4 et a concentré une bonne part de notre attention.

D'autre part, la zone pâteuse est modélisée par un milieu continu avec une seule phase. En effet, nous ne distinguons pas les vitesses du solide des vitesses du liquide au sein de la zone pâteuse. Cette approximation est discutable car une telle modélisation ne permet pas de tenir compte des écoulements relatifs du liquide par rapport au solide. Pour ce faire il faudrait plutôt établir un modèle plus précis de la zone pâteuse en effectuant une modélisation biphasique. Cependant, dans le cadre d'un calcul de déformations et contraintes, notre modélisation permet d'obtenir les cartes thermomécaniques de la zone pâteuse et de voir l'influence des contraintes au sein de la zone pâteuse et de la coque solide sur le gonflement. Cette approximation semble légitime vu que la zone pâteuse ne joue pas un rôle clé dans l'équilibre des contraintes et déformations au sein du matériau.

2.3 Résolution numérique du problème mécanique

Dans cette section nous présentons la résolution numérique des équations de la mécanique décrites dans la section précédente. Nous justifions en premier lieu le choix du type d'élément fini puis nous présentons notre stratégie pour tenir compte des 3 comportements et équations. Enfin nous présentons

la résolution finale en elle-même du problème mécanique.

2.3.1 Choix de l'élément fini

Nous avons les formulations faibles du problème mécanique à travers les équations 2.21, 2.27 et 2.33. Ces systèmes ont comme inconnues la vitesse \vec{v} et la pression p . Nous avons donc un système à résoudre où nous devons faire appel aux éléments mixtes. La littérature [Arnold *et al.*, 1984], [Fortin et Fortin, 1985], [Rappaz *et al.*, 1998] fournit des exemples d'éléments mixtes avec lesquels il est possible d'effectuer la résolution de notre problème mécanique. Cependant d'après cette même littérature nous ne pouvons choisir indépendamment les espaces d'interpolation pour la pression et la vitesse. Il apparaît une condition appelée condition de Brezzi-Babuska (on peut se documenter dans [Perchat, 2000], par exemple) de convergence vers la solution réelle du problème lorsque la taille de maille tend vers zéro. Dans notre étude nous avons choisi la formulation en éléments finis $P1 + /P1$ signifiant que la vitesse est interpolée avec des éléments finis $P1+$ et la pression en $P1$. Initialement le logiciel *R2SOL* a été développé à partir d'un élément $P2 + /P1$ [Gaston, 1997]. Nous justifions dans une première partie le choix du nouvel élément $P1 + /P1$. Nous présentons ensuite notre nouvel élément pour les 3 états thermomécaniques.

Intérêts de l'élément mixte $P1 + /P1$

A mon arrivée au CEMEF, la résolution mécanique du code *R2SOL* était basée sur la formulation en éléments finis $P2 + /P1$. Cette résolution consistait à résoudre successivement un système en vitesse puis en pression en utilisant l'algorithme d'Uzawa [Gaston, 1997]. L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait que le système en vitesse est mal conditionné et nécessite un solveur direct. Or ce type de solveur est mal adapté lorsque les systèmes à résoudre ont un grand nombre d'inconnues. En d'autres termes lorsqu'on désire simuler l'évolution d'un système thermomécanique possédant un grand nombre de noeuds, ce qui est notre cas en coulée continue, la méthode s'avère peu efficace.

Dans sa thèse contribuant au développement du logiciel Forge2, [Perchat, 2000] compare les méthodes de résolution du problème de Stokes (étendu au viscoplastique pur de Norton-Hoff) et conclut que l'algorithme d'Uzawa présente des faiblesses au niveau du calcul pour un nombre important de noeuds. Les méthodes d'inversion les plus efficaces sont les méthodes itératives (gradient simple ou gradient conjugué) lorsque le domaine possède un nombre important de noeuds.

Par ailleurs, dans une perspective d'optimisation totale du solveur, le mauvais préconditionnement apporté par la formulation $P2 + /P1$ ne favorise pas un développement en calcul parallèle du code. A l'instar des travaux de [Perchat, 2000], l'implémentation de la formulation $P1 + /P1$ dans *R2SOL* permet l'utilisation des solveurs itératifs efficaces pour un nombre de noeuds importants. D'autre part [Perchat, 2000] a prouvé que la résolution d'un problème de Stokes pouvait être parallélisée ce qui permet de gagner encore en temps de calcul. En suivant cet exemple, apparaît la perspective de parallélisation du code *R2SOL* ce qui permettrait une optimisation au niveau de l'efficacité et de la vitesse de résolution. Les travaux de parallélisation ne sont pas entrés dans le cadre de notre travail mais c'est une perspective à retenir dans l'objectif de réduire les temps de calcul et d'augmenter la précision de ces derniers.

Le choix de l'élément fini est primordial car il conditionne le choix du solveur. Pour bien comprendre la nécessité de rendre efficace la résolution numérique de *R2SOL* pour de grands nombres de noeuds, considérons le cas d'un maillage en deux dimensions de la coulée continue.

Concrètement, pour faire des calculs en 2D, il est nécessaire de mailler des domaines longs de plus de 10 mètres et larges de 0,2 mètre. En retenant l'hypothèse d'un maillage homogène et isotrope, le tableau 2.2 donne en fonction de la taille de la maille le nombre d'éléments Q1 (N_{beltQ}), dont la forme géométrique caractéristique est le carré, et P1 (N_{beltP}), de forme triangulaire, nécessaires pour paver tout le domaine. On peut alors déterminer le nombre de noeuds, N_{bnoe} , du maillage et ainsi le nombre d'inconnues du problème mécanique (les inconnues étant la pression et les deux composantes de la vitesse pour tous les noeuds).

taille d de la maille (en mm)	$N_{beltQ} = \frac{2 \cdot 10^6}{d^2} = N_{bnoe}$	$N_{beltP} = 2N_{beltQ}$	nombre d'inconnues = $3N_{bnoe}$
10	20 000	40 000	60 000
5	80 000	160 000	240 000
1	2 000 000	4 000 000	6 000 000

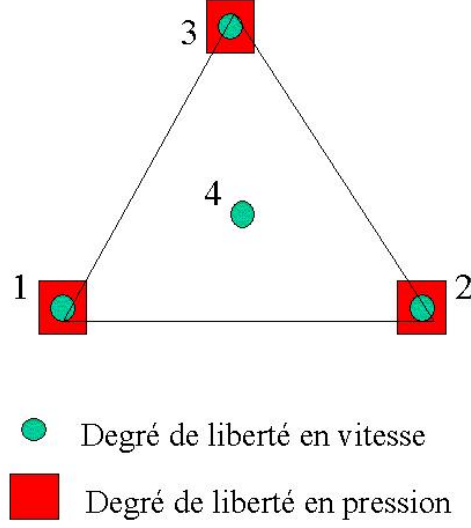
TAB. 2.2: caractéristiques du maillage 2D homogène isotrope d'une section de brame de coulée continue d'acier

En voyant l'ordre de grandeur du nombre d'inconnues à envisager pour notre problème, il paraît intéressant pour le futur de mettre en place un calcul parallèle et de bien conditionner les systèmes à résoudre ce qui nous a amené naturellement à implémenter la version $P1 + /P1$ dans le logiciel R2SOL.

L'implémentation de l'élément $P1 + /P1$ a été déjà réalisé au laboratoire et il existe au CEMEF un grand savoir faire au niveau de l'adaptation des lois de comportements dans le $P1 + /P1$. Dans sa thèse Olivier Jaouen [Jaouen, 1998] a développé le comportement élasto-viscoplastique en $P1 + /P1$ dans le logiciel THERCAST en 3 dimensions. Nous avons effectué avec Weitao Liu l'adaptation du code *R2SOL* à l'élément $P1 + /P1$ en 2 dimensions (pour des cas plan et axisymétrique) pour les lois de comportements viscoplastique et élasto-viscoplastique. Dans ce mémoire je présente uniquement les tests réalisés pour des calculs plans en deux dimensions.

2.3.2 Présentation de l'élément $P1 + /P1$

L'élément fini $P1 + /P1$ est décrit dans [Arnold *et al.*, 1984], [Fortin et Fortin, 1985]. Un élément de référence est représenté sur la figure 2.5, 4 points sont associés au champ des vitesses et 3 au champ des pressions. Cela signifie que le champ des vitesses est supposé linéaire et continu et possède un degré supplémentaire au centre de l'élément (appelé aussi "la bulle"). La pression est supposée linéaire et continue sur les éléments. On peut alors exprimer la discrétisation de la vitesse et de la pression par :

FIG. 2.5: représentation du mini-élément $P1 + /P1$

$$\vec{w}_h = \vec{v}_h + \vec{b}_h = \sum_{n=1}^3 N_n \vec{V}^n + N^{(b)} \vec{B} \quad (2.37)$$

$$p_h = \sum_{n=1}^3 N_n P^n \quad (2.38)$$

La fonction d'interpolation "bulle" $N^{(b)}$ est linéaire par sous-triangle et vaut 1 au centre du triangle considéré et 0 sur ses côtés. Ce type d'élément satisfait les conditions d'unicité et de convergence de Brezzi-Babuska. Nous écrivons le problème faible pour une loi de comportement élasto-viscoplastique donnée par les équations 2.33. Il est alors aisé de l'écrire aussi bien pour les deux systèmes d'équation 2.21 et 2.27.

Il s'agit de trouver (\vec{w}, p) tel que :

$$\begin{cases} \forall \vec{v}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{w}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV = 0 \\ \forall \vec{b}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{b}^* dV - \int_{\Omega} s(\vec{w}) : \dot{\epsilon}(\vec{b}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{b}^* dV = 0 \\ \forall p^* & \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{w} + \frac{1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{p^t - p^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) dV = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Les termes d'intégration sur les frontières disparaissent dans la deuxième équation de 2.39. La fonction "bulle" par élément s'annule en effet sur les bords du triangle. En tenant compte notamment des propriétés d'orthogonalité de l'élément $P1 + /P1$ [Perchat, 2000, Jaouen, 1998] on peut montrer que le système d'équation 2.39 donne [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999] :

$$\begin{cases} \forall \vec{v}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{v}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV = 0 \\ \forall \vec{b}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{b}^* dV - \int_{\Omega} s(\vec{b}) : \dot{\epsilon}(\vec{b}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{b}^* dV = 0 \\ \forall p^* & \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot (\vec{v} + \vec{b}) + \frac{1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{p^t - p^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) dV = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

On peut résumer la résolution du système 2.40 par le système :

$$\begin{cases} R^l(\vec{v}_h, p_h) = R^{ll} + R^{lp} + R^l & = 0 \\ R^b(\vec{b}_h, p_h) = R^{bb} + R^{bp} + R^b & = 0 \\ R^p(\vec{v}_h, \vec{b}_h, p_h) = R^{pl} + R^{pb} + R^{pp} + R^l & = 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

où $R^l(\vec{v}_h, p_h)$, $R^b(\vec{b}_h, p_h)$ et $R^p(\vec{v}_h, \vec{b}_h, p_h)$ sont respectivement les résidus en vitesse, bulle et pression qui doivent être annulés afin de trouver la solution \vec{v}, p du problème mécanique. Ces résidus dépendent chacun des variables vitesse, bulle et pression du problème et sont des fonctions non linéaires.

2.3.3 Résolution

Pour résoudre le système d'équations non linéaires 2.41 nous faisons appel à la méthode de Newton-Raphson. C'est une méthode itérative qui consiste à calculer successivement des corrections sur la solution en vitesse, bulle et pression $(\delta \vec{v}, \delta \vec{b}, \delta p)$. Ces corrections sont solutions du système d'équation [Jaouen, 1998] :

$$\begin{bmatrix} K^{ll} & 0 & K^{lp} \\ 0 & K^{bb} & K^{bp} \\ {}^t K^{lp} & {}^t K^{bp} & K^{pp} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta \vec{v} \\ \delta \vec{b} \\ \delta p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R^l(\vec{v}_h, p_h) \\ R^b(\vec{b}_h, p_h) \\ R^p(\vec{v}_h, \vec{b}_h, p_h) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

où les matrices K^{xy} représentent les matrices hessiennes des 3 résidus R^l , R^b et R^p . Nous ne décrivons pas ces étapes de calculs, pour plus de détail et notamment sur le calcul du module tangent on peut consulter [Jaouen, 1998, Gay, 1995].

[Jaouen, 1998] montre que le système précédent 2.42 peut se ramener à un système où n'interviennent pas directement les degrés de liberté "bulle". En effet les degrés de liberté bulle \vec{b} étant internes, on les élimine sur chaque élément en utilisant la 2^{ème} équation de 2.42 et en reportant les valeurs de $\delta \vec{b}$ dans les deux autres. Cela représente un gain de temps non négligeable car ce que l'on recherche ce sont uniquement les valeurs du champ $P1$ des vitesses \vec{v} . Le champ "bulle" est un enrichissement et ne sert que théoriquement pour satisfaire les conditions de Brezzi-Babuska. Ainsi on est amené à résoudre à chaque itération de Newton-Raphson :

$$\begin{bmatrix} K^{ll} & K^{lp} \\ {}^t K^{lp} & K^{pp} - C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta \vec{v} \\ \delta p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R^l \\ R^{pl} + R^{pp} + R^p - Cp_n - {}^t K^{bp} (K^{bb})^{-1} R^b \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

où p_n est la pression à l'itération précédente, et $C = {}^t K^{bp} (K^{bb})^{-1} {}^t K^{bp}$. La résolution du système d'équations linéaires 2.43 est effectuée soit à l'aide d'un solveur direct symétrique à stockage à ligne de ciel [Rappaz *et al.*, 1998] ou alors avec le solveur itératif à stockage compact "PETSC" dont les bibliothèques sont en accès libre sur internet [<http://www-unix.mcs.anl.gov/petsc/petsc/2/>, 2003].

2.3.4 Expression du système à résoudre après changement de variables

Ecrite de cette façon, la résolution du système d'équations 2.43 n'est pas aisée. En effet, ces équations n'ont pas la même dimension et il est nécessaire de les homogénéiser. En se référant aux équations 2.40, on remarque que les deux premiers résidus n'ont pas la même dimension que la troisième. En 2 dimensions (cas plan) comme dV est une surface (m^2), les deux premières équations sont homogènes à des $N.m^{-1}$ et la troisième est homogène à des $m^2.s^{-1}$.

Pour remédier à cela, nous effectuons un changement de variable sur l'inconnue pression p . Nous posons :

$$p = \chi q \quad (2.44)$$

où χ est un coefficient d'adimensionalisation pouvant varier dans l'espace. Au lieu d'être résolu en pression, le système mécanique est résolu en variable q . Le système 2.39 devient alors :

$$\begin{cases} \forall \vec{v}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s(\vec{v}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} \chi q \nabla \cdot \vec{v}^* dV = 0 \\ \forall \vec{b}^* & \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{b}^* dV - \int_{\Omega} s(\vec{b}) : \dot{\epsilon}(\vec{b}^*) dV + \int_{\Omega} \chi q \nabla \cdot \vec{b}^* dV = 0 \\ \forall p^* & \int_{\Omega} \chi q^* \left(\nabla \cdot (\vec{v} + \vec{b}) + \frac{1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \chi \frac{q^t - q^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) dV = 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Après discrétisation en élément $P1+/P1$, le changement de variables 2.44 amène à résoudre un système similaire à 2.41 :

$$\begin{cases} R^l(\vec{v}_h, q_h) = R^{ll} + R^{lq} + R^l & = 0 \\ R^b(\vec{b}_h, q_h) = R^{bb} + R^{bq} + R^b & = 0 \\ R^p(\vec{v}_h, \vec{b}_h, q_h) = R^{ql} + R^{qb} + R^{qq} + R^l & = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

On peut alors montrer qu'en variables v, q , la matrice notée $[A]$ de raideur tangente s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} A^{ll} & A^{lq} \\ {}^t A^{lq} & A^{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{ll} & \chi A^{lp} \\ \chi {}^t A^{lp} & \chi^2 A^{pp} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Dans leur thèse respective ([Gay, 1995, Jaouen, 1998]), Christiane Gay et Olivier Jaouen ont proposé un tel changement de variable dans le cas d'écoulements élasto-plastiques. Pour l'étude d'un comportement hybride viscoplastique/élastoviscoplastique, Olivier Jaouen a proposé le changement de variable suivant :

$$p = \frac{\bar{\eta}}{\bar{l}} q \quad (2.48)$$

où :

- $\bar{\eta}$ est une viscosité caractéristique au noeud considéré,
- \bar{l} est une taille de maille caractéristique.

Dans ce cas on peut aussi écrire $\chi = \frac{\bar{\eta}}{\bar{l}}$. Il est à noter que χ est alors une grandeur nodale. Cependant une telle méthode a montré ses limites car il n'est pas aisé de choisir à bon escient \bar{l} et $\bar{\eta}$, qui plus est pour un comportement hybride où des noeuds peuvent appartenir à des éléments viscoplastiques et élasto-viscoplastiques. De plus le changement de variable défini par l'équation 2.48 s'est avéré insuffisant en terme d'amélioration du conditionnement de la matrice du système. En observant l'équation 2.47, nous avons choisi le changement de variable suivant écrit au noeud n :

$$p = \left(\sqrt{\frac{\max_{i=1,2} A_{ni,ni}^{ll}}{|A_{n,n}^{pp}|}} \right) q \quad (2.49)$$

où i les composantes suivant x ou y . Nous pouvons alors écrire :

$$\chi_n = \sqrt{\frac{\max_{i=1,2} A_{ni,ni}^{ll}}{|A_{n,n}^{pp}|}} \quad (2.50)$$

où χ_n est le coefficient de changement de variable pour le noeud n . Ces coefficients sont gardés constants en chaque noeud sur un incrément de temps. Par conséquent, nous calculons χ_n en fonction des termes A^{ll} et A^{pp} obtenus à l'incrément de temps précédent. En effectuant le changement de variable nous considérons le calcul de A^{qq} et non de A^{pp} . En faisant intervenir dans l'équation 2.49 le coefficient χ_n utilisé au même noeud à l'incrément précédent, on obtient le coefficient χ_n^{new} à appliquer à l'incrément courant :

$$\chi_n^{new} = \chi_n \sqrt{\frac{\max_{i=1,2} A_{ni,ni}^{ll}}{|A_{n,n}^{qq}|}} \quad (2.51)$$

Pour la coulée continue et a fortiori tous les calculs considérant la gravité, χ_n est initialisé en prenant pour χ_0 la pression ferrostatique caractéristique initiale du procédé (pour la coulée continue, c'est la pression ferrostatique exercée sur le mannequin). Des tests ont été effectués et pas uniquement en coulée continue. Ils ont montré qu'un tel changement de variable favorisait un bon conditionnement de la matrice A .

2.3.5 Traitement numérique simultané des 3 états mécaniques de la coulée continue d'acier

Formulation faible pour les zones liquides, pâteuse et solide

Nous avons vu dans la partie précédente comment est gérée la résolution mécanique dans le cadre d'un écoulement élasto-viscoplastique soumis à la dilatation thermique. Cette résolution est valable pour la coque solide dans notre modélisation de la coulée continue de l'acier. La formulation faible pour la coque solide est donc :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s^{evp}(\vec{v}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV & = 0 \\ \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{w} + \frac{1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{p^t - p^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) dV & = 0 \end{cases} \quad (2.52)$$

où s^{evp} est le tenseur déviatoire des contraintes dans le cadre de déformations élasto-viscoplastiques.

De même on peut écrire la formulation faible pour la zone pâteuse :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s^{vp}(\vec{v}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV - \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot (\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV & = 0 \\ \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{w} + \frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S) \dot{g} \right) dV & = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

où s^{vp} est le tenseur déviatoire des contraintes dans le cadre de déformations viscoplastiques. Nous avons notamment ajouté les termes d'inertie dans la première équation et les termes de retrait dus à la contraction à la solidification.

Enfin on peut écrire la formulation faible pour la zone liquide :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} s^{newt}(\vec{v}) : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV - \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot (\vec{v}^*) dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV & = 0 \\ \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{w} + \frac{1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} \right) dV & = 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

où s^{newt} est le tenseur déviatoire des contraintes dans le cadre de déformations newtoniennes.

A l'instar des développeurs de THERCAST [Jaouen, 1998], [Bellet et Jaouen, 1999] qui distinguaient une température critique au-delà de laquelle ils effectuaient un calcul vp plutôt que evp, nous allons distinguer deux températures et assembler directement les termes de la matrice. Considérons un élément Ω_e du maillage, ainsi :

- si sa température au centre est supérieure à la température de liquidus, les termes du PPV relatifs à l'élément Ω_e sont donnés par 2.54,

- si sa température au centre est comprise entre la température de liquidus et la température de solidus , les termes du PPV relatifs à l'élément Ω_e sont donnés par 2.53
- si sa température au centre est inférieure à la température de solidus, les termes du PPV relatifs à l'élément Ω_e sont donnés par 2.52.

Nous assemblons ainsi les termes de tous les éléments Ω_e en un seul système et globalement notre (PPV) devient donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \rho \vec{g} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\partial\Omega_{\tau}} \tau_{imp} \cdot \vec{v}^* dS - \int_{\Omega} \begin{cases} s^{evp} & (\vec{v}) \\ s^{vp} & (\vec{v}) \\ s^{newt} & (\vec{v}) \end{cases} : \dot{\epsilon}(\vec{v}^*) dV - \begin{cases} 0 \\ \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v}^* dV \\ \int_{\Omega} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}^* dV \end{cases} = 0 \\ \int_{\Omega} p^* \left(\nabla \cdot \vec{w} - \begin{cases} \frac{-1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} \\ \frac{1}{\rho_L} (\rho_L - \rho_S) \\ \frac{-1}{\rho(T)} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \dot{T} \end{cases} + \begin{cases} \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{p^t - p^{t-\Delta t}}{\Delta t} \\ 0 \\ 0 \end{cases} \right) dV = 0 \end{array} \right. \quad (2.55)$$

Nous résolvons donc les équations mécaniques 2.55 par la méthode de Newton-Raphson. Pour valider notre implémentation nous nous proposons de résoudre certains cas test que nous présentons ci-après.

2.4 Cas tests de validation

Dans cette section nous présentons des calculs que nous avons effectués sur des "cas d'école" pour valider l'implémentation de notre problème mécanique. Les deux premiers cas test choisis sont en fonction des termes supplémentaires (gravité et inertie) que nous avons implémentés par rapport au problème mécanique d'Etienne PERCHAT [Perchat, 2000], qui avait en effet montré que l'utilisation des éléments finis $P1 + /P1$ donnait de bons résultats dans les cas de forgeage. Nous nous proposons donc de valider les éléments finis $P1 + /P1$ en deux dimensions pour des problèmes où les termes d'inertie et de gravité sont importants. Pour valider les termes de gravité, nous proposons le cas test de l'écroutement de barrage et pour valider les termes d'inertie nous avons étudié le cas de la convection naturelle. Ces deux cas nous permettent en outre de valider la convection naturelle ainsi que le comportement viscoplastique (le fluide est ici newtonien). Par ailleurs nous avons effectué des tests dans le cas d'une dilatation thermique homogène d'un matériau newtonien et purement élastique, validant les termes de dilatation thermique et l'implémentation du comportement élastique. Enfin nous proposons le cas d'une traction d'éprouvette dont le matériau est supposé élasto-viscoplastique, validant le comportement élasto-viscoplastique.

2.4.1 Premier cas test : le barrage

Ce test est souvent rencontré pour valider de nouvelles implémentations. Dans sa thèse, Laurence GASTON l'a utilisé pour valider son logiciel *R2* de remplissage. Le test consiste à prendre une colonne de fluide parallélépipédique de hauteur H au repos initialement entre deux parois verticales. A l'instant

$t = 0$, le barrage est rompu et le fluide s'écroule à cause de la pesanteur. La figure 2.6 représente l'évolution du domaine fluide en fonction du temps.

J'ai repris la même configuration que le cas décrit dans [Gaston, 1997] où elle confronte ses résultats à ceux de la littérature. La grandeur caractéristique à comparer dans un tel cas est l'abscisse Z du point de l'extrémité de la surface libre du domaine fluide en fonction de la grandeur sans dimension :

$$\hat{t} = t\sqrt{\frac{2g}{L}} \quad (2.56)$$

où t est le temps depuis que le barrage a cédé, g est la gravité et L la largeur initiale du domaine fluide.

Le calcul a été effectué en considérant une approche lagrangienne ; on obtient l'évolution au cours du temps du domaine total qui est représenté sur la figure 2.6. Des données du tableau 2.3 on peut en déduire l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement et ainsi estimer le nombre de Reynolds de l'écoulement :

$$Re = \frac{UL\rho}{\eta} = \frac{5.0, 3.1000}{10} = 150 \quad (2.57)$$

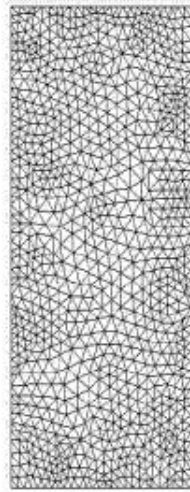
De la figure 2.6 qui représente l'évolution du domaine fluide au cours du temps, on peut en tirer les valeurs de Z aux temps caractéristiques $\hat{t} = 0, 1, 2, 3$ et 4 . Elles sont stockées dans le tableau 2.3. La figure 2.7 représente une confrontation de ces résultats par rapport à ceux de la littérature scientifique. Sur le graphique j'ai placé les résultats du tableau 2.3 et on peut constater qu'ils sont en concordance avec ceux de la littérature (l'expérience de Martin [Martin et Moyce, 1952], le calcul en $P2 + /P1$ de [Gaston, 1997] et le calcul de THERCAST [Jaouen, 1998]).

\hat{t}	t	$\frac{Z}{L}$
1	0,22	1,43
2	0,45	2,47
3	0,67	3,80
4	0,90	5,32

TAB. 2.3: position de l'extrémité de la surface en fonction du temps (résultats $R2SOL P1 + /P1$)

2.4.2 Deuxième cas test : la convection naturelle dans une cavité carrée

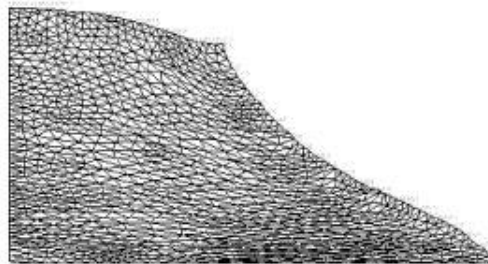
Ce test permet d'introduire un couplage thermomécanique de façon simple. On s'intéresse à un fluide initialement au repos contenu dans une cavité carrée. Les parois latérales sont régulées à des températures différentes et les autres sont supposées adiabatiques. La figure 2.8 présente le maillage structuré 31×31 et la configuration du cas test de convection naturelle. La figure 2.9 représente le maillage non



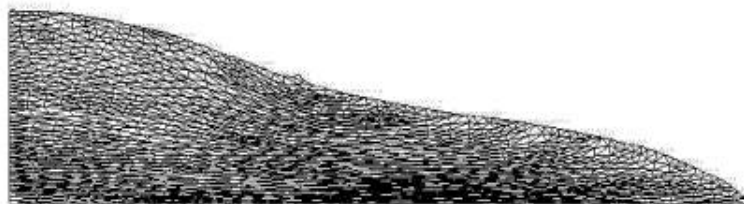
(a) $\hat{t} = 0$



(b) $\hat{t} = 1$



(b) $\hat{t} = 2$



(c) $\hat{t} = 3$

FIG. 2.6: maillage du domaine aux temps = 1, 2, 3. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $L = 1 \text{ m}$, $H = 2L$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\nu = \frac{\eta}{\rho} = 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$)

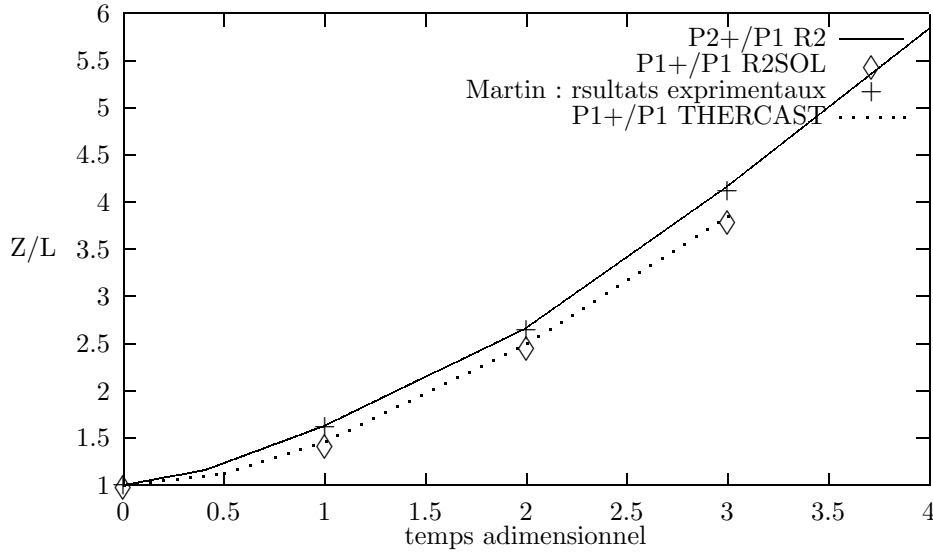


FIG. 2.7: position de l'extrémité de la surface libre en fonction du temps

structuré sur lequel nous avons aussi effectué des calculs de convection naturelle. On peut se référer à l'article [Davis, 1983] pour de plus amples détails.

Le gradient thermique existant entre les deux parois latérales est à l'origine de la mise en mouvement du fluide et les termes inertiels auront un rôle important dans ce phénomène. L'hypothèse de Boussinesq [Gaston, 1997] permet de modéliser l'action mécanique de ce gradient thermique en considérant un écoulement strictement incompressible mais à l'intérieur duquel la force volumique de pesanteur varie comme suit :

$$\vec{f} = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))\vec{g} \quad (2.58)$$

où T_0 est une température de référence, que l'on prend égale à la moyenne des températures imposées à la paroi, les paramètres physiques de l'expérience étant évalués à cette température, en particulier la masse volumique ρ_0 .

Le nombre adimensionnel qui mesure l'importance de la convection naturelle est le nombre de Rayleigh, défini par :

$$Ra = \frac{g\beta\rho_0(T^h - T^c)L^3}{\mu a} \quad (2.59)$$

où a est la diffusivité du fluide $\left(= \frac{\lambda}{\rho_0 C_P}\right)$. Les différents tests ont été effectués pour un nombre de Prandtl $Pr = 0,71$. Ce nombre compare la viscosité cinématique et la diffusivité thermique du fluide [Rappaz *et al.*, 1998] :

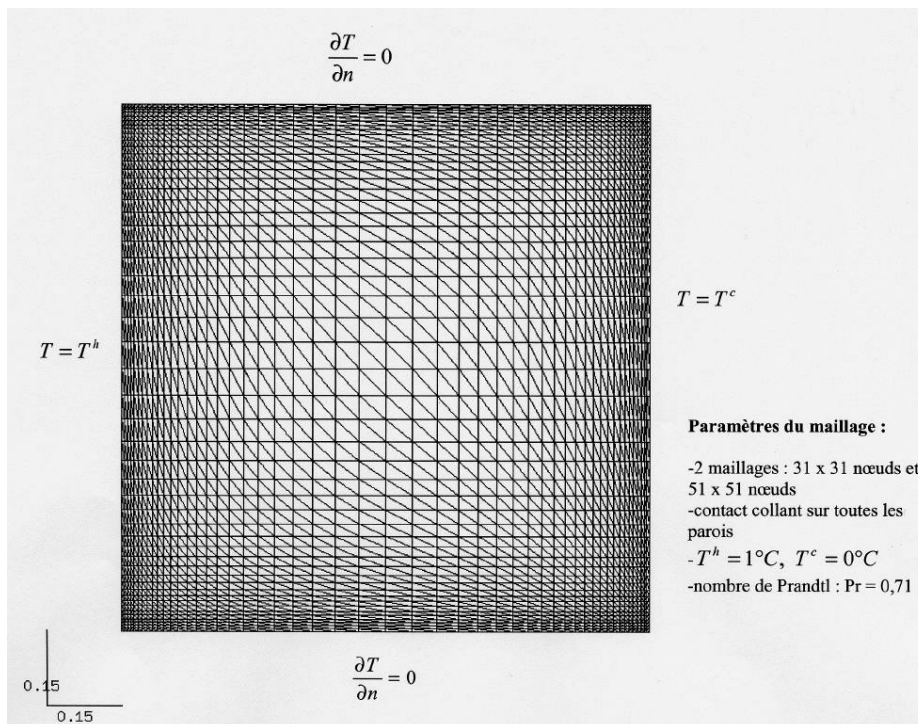


FIG. 2.8: présentation du maillage structuré et configuration du test de la convection naturelle

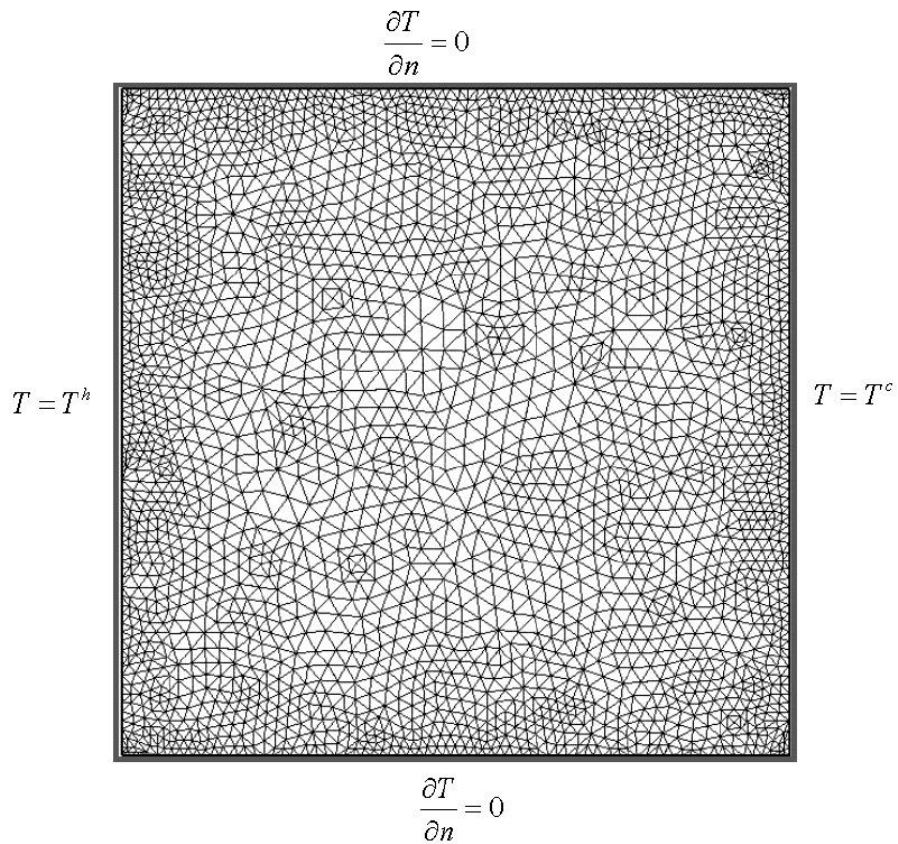


FIG. 2.9: maillage non structuré pour le cas de la cavité naturelle (taille de maille 1,4 cm)

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (2.60)$$

En faisant varier le seul paramètre β , nous avons effectué des tests pour divers ordres de grandeur du nombre de Rayleigh comme le montre le tableau 2.4. Les figures 2.10 et 2.11 représentent les isovaleurs des composantes de la vitesse en régime stationnaire et les tableaux 2.6 et 2.7 rassemblent les valeurs de la littérature des maxima des composantes de la vitesse ainsi que nos résultats.

Ra	β
10^3	$-7, 1.10^{-3}$
10^4	$-7, 1.10^{-2}$
10^5	$-7, 1.10^{-1}$
10^6	$-7, 1$

TAB. 2.4: calcul de β pour les différents tests

Les valeurs des différents paramètres utilisés pour la simulation sont donnés dans le tableau 2.5. Nous avons par ailleurs effectué ces tests avec une méthode de transport direct décrite dans [Rappaz *et al.*, 1998].

λ (W/m/K)	1
C_P (J/kg/K)	100
T^h (°C)	0
T^c (°C)	1
T_0 (°C)	0,5
L (m)	1
μ (Pa.s)	$0,71.10^{-2}$
ρ_0 (kg.m ⁻³)	1
g (m.s ⁻²)	10
Δt (s)	0,1
taille caractéristique h du maillage m	0,01

TAB. 2.5: valeurs des paramètres pour le cas test de la cavité carrée

Ra	10^3	10^4	10^5
$max(v_x)$ [Davis, 1983]	0,0365	0,1618	0,3473
$max(v_x)$ [Gaston, 1997]	0,0359	0,1573	0,3374
$max(v_x)$ P1 + /P1, maillage structuré 31×31	0,0350	0,1497	0,3650
$max(v_x)$ R2SOL P1 + /P1, maillage structuré 51×51	0,0358	0,157	0,413
$max(v_x)$ R2SOL P1 + /P1, maillage non structuré	0,0355	0,1547	0,3916

TAB. 2.6: comparaison de la valeur maximale de la composante x du champ des vitesses

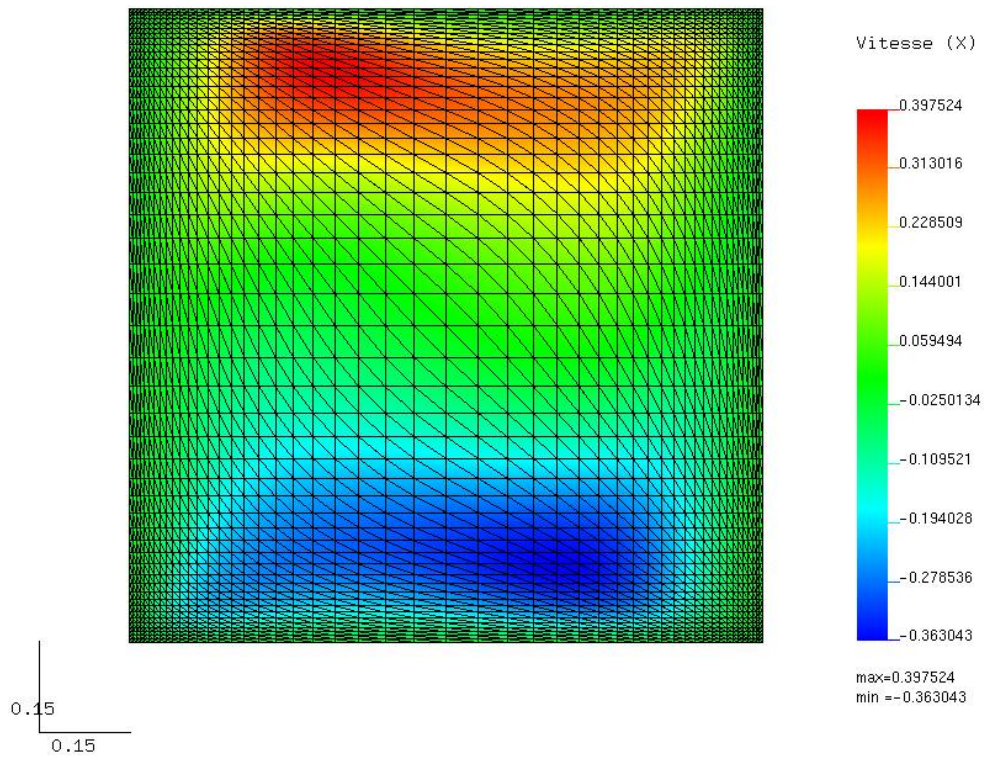


FIG. 2.10: carte du champ de la composante suivant x du champ des vitesses pour $Ra = 10^5$

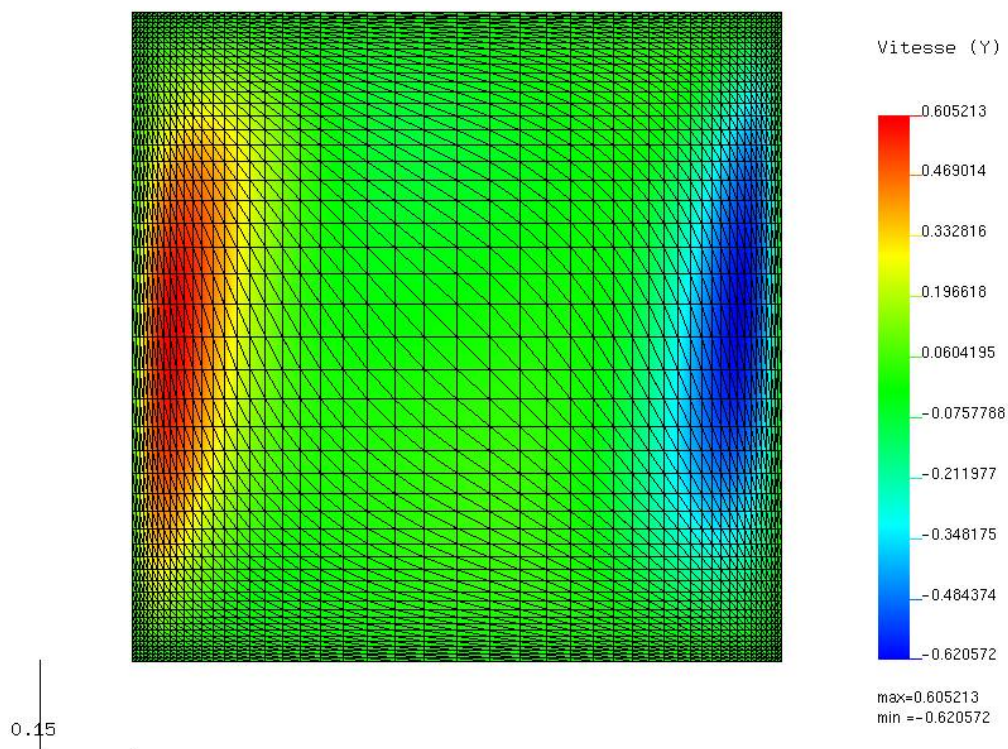


FIG. 2.11: carte du champ de la composante suivant y du champ des vitesses pour $Ra = 10^5$

Ra	10^3	10^4	10^5
$max(v_y)$ [Davis, 1983]	0,0370	0,1962	0,6859
$max(v_y)$ [Gaston, 1997]	0,0364	0,1908	0,6631
$max(v_y)$ $P1 + /P1$, maillage 31×31	0,0357	0,1742	0,591
$max(v_y)$ $R2SOL$ $P1 + /P1$, maillage 51×51	0,0363	0,188	0,678
$max(v_y)$ $R2SOL$ $P1 + /P1$, maillage non structuré	0,0358	0,1872	0,6257

TAB. 2.7: comparaison de la valeur maximale de la composante y du champ des vitesses

Des résultats des tableaux 2.6 et 2.7, on peut en déduire que le calcul $P1 + /P1$ qui s'approche le plus de ceux de la littérature scientifique est pour un maillage 51×51 et pour une discrétisation directe en temps. En effet, le maillage 51×51 est beaucoup plus précis pour représenter la couche limite près des parois.

2.4.3 Troisième cas test : cas de la dilatation thermique

Ce test permet de valider les termes concernant la dilatation thermique. Nous prenons le cas d'une éprouvette dont la température est homogène et varie uniformément dans le matériau. Le matériau est supposé d'abord newtonien, ainsi nous pourrions valider le comportement thermo-newtonien.

Nous prenons ensuite le cas d'un matériau supposé purement élastique, nous validons ainsi le comportement élastique implémenté dans le code R2SOL.

La figure 2.12 représente le principe de la simulation. On suppose un calcul plan et symétrique par rapport à l'axe $x = 0$, de longueur initiale $a_0 = 10 \text{ m}$. L'objet subit un refroidissement constant et homogène de $\dot{T} = -5 \text{ }^\circ\text{C/s}$ et se contracte donc. Le coefficient de dilatation α vaut $1,068 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Nous appliquons un contact bilatéral glissant aux outils supérieur et inférieur à la pièce. De ce fait la face libre se meut et nous enregistrons la longueur a de la pièce au cours du temps dans les deux cas où le matériau est supposé newtonien et purement élastique. Nous comparons alors la solution obtenue avec la solution analytique.

Dilatation thermique d'un matériau newtonien

En supposant la vitesse horizontale, on peut montrer à partir de l'équation de continuité que :

$$\frac{dV}{dx} = 3\alpha\dot{T} \quad (2.61)$$

soit :

$$\begin{cases} V = & 3\alpha\dot{T}x \\ \text{donc } a = & a_0 \exp(3\alpha\dot{T}t) \end{cases} \quad (2.62)$$

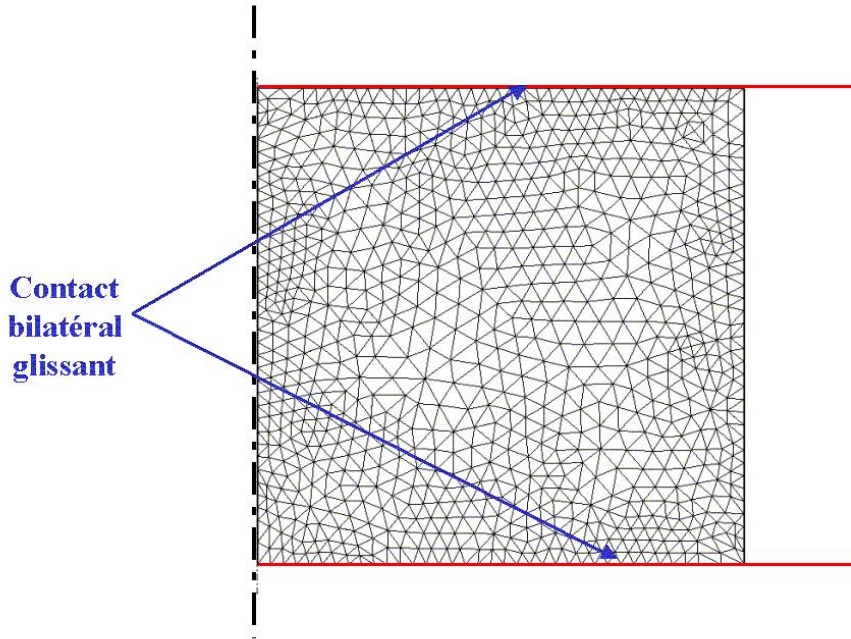


FIG. 2.12: principe du test de la dilatation thermique

La figure 2.13 représente la vitesse suivant l'axe x à l'instant initial. Nous obtenons pour $x = 10m$ une vitesse de $1,602 \cdot 10^{-3} m/s$ d'après R2SOL et d'après la solution analytique. La figure 2.14 montre la linéarité de $\ln \frac{a}{a_0}$ en fonction du temps t . Les résultats obtenus et indiqués sur la courbe verte sont en parfaite adéquation avec la solution analytique des équations 2.62.

Dilatation thermique d'un matériau purement élastique

En supposant la vitesse horizontale, on peut montrer à partir de l'équation de continuité que :

$$\frac{dV}{dx} = \alpha \dot{T} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \quad (2.63)$$

où ν est le coefficient de Poisson. Ce qui donne :

$$\begin{cases} V = & \alpha \dot{T} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} x \\ \text{donc } a = & a_0 \exp \left(\alpha \dot{T} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} t \right) \end{cases} \quad (2.64)$$

Numériquement nous avons choisi pour coefficient de Poisson $\nu = 0,3$ et le coefficient d'Young $E = 1000 MPa$. La figure 2.15 représente la vitesse suivant l'axe x à l'instant $t = 0 s$. La vitesse pour $x = a_0 = 10 m$ est de $9,920 \cdot 10^{-4} m/s$ d'après la simulation et de $9,917 \cdot 10^{-4} m/s$ d'après la solution analytique. La figure 2.16 montre la linéarité de $\ln \frac{a}{a_0}$ en fonction du temps t . Les résultats obtenus et indiqués sur la courbe verte sont en parfaite adéquation avec la solution analytique des équations 2.64.

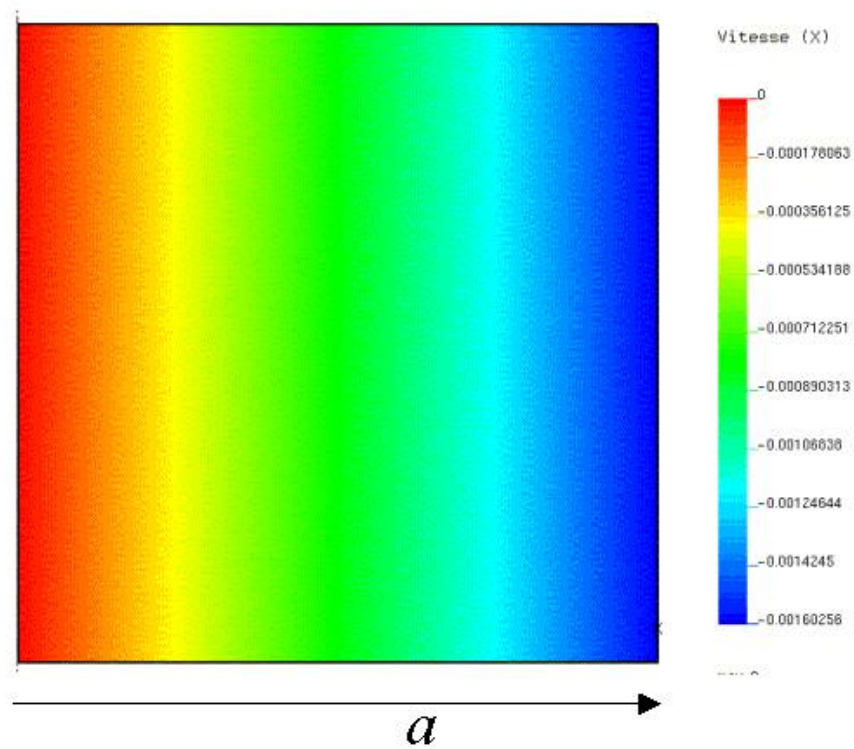


FIG. 2.13: composante x de la vitesse à un instant quelconque

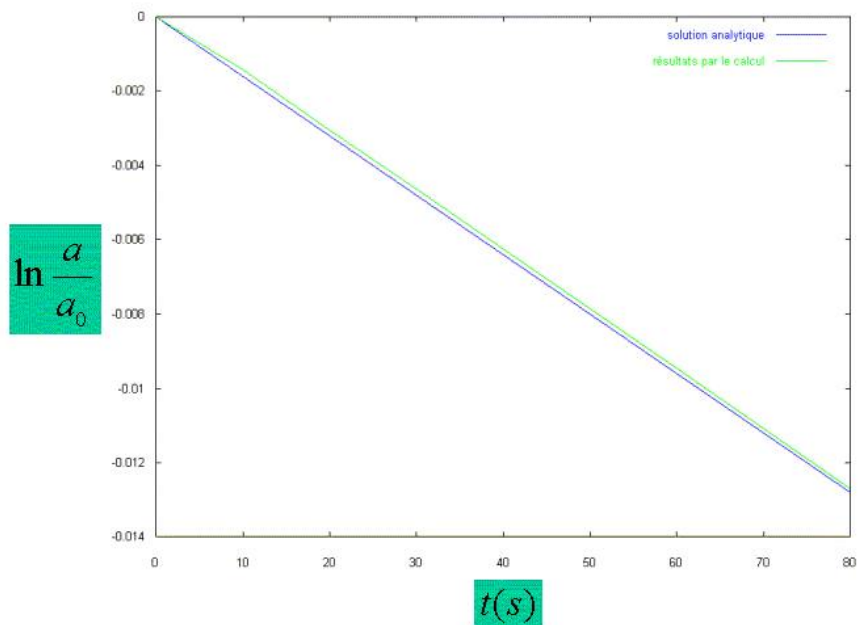


FIG. 2.14: comparaison entre la solution analytique et la solution obtenue par R2SOL pour le cas de la dilatation thermique d'un matériau newtonien

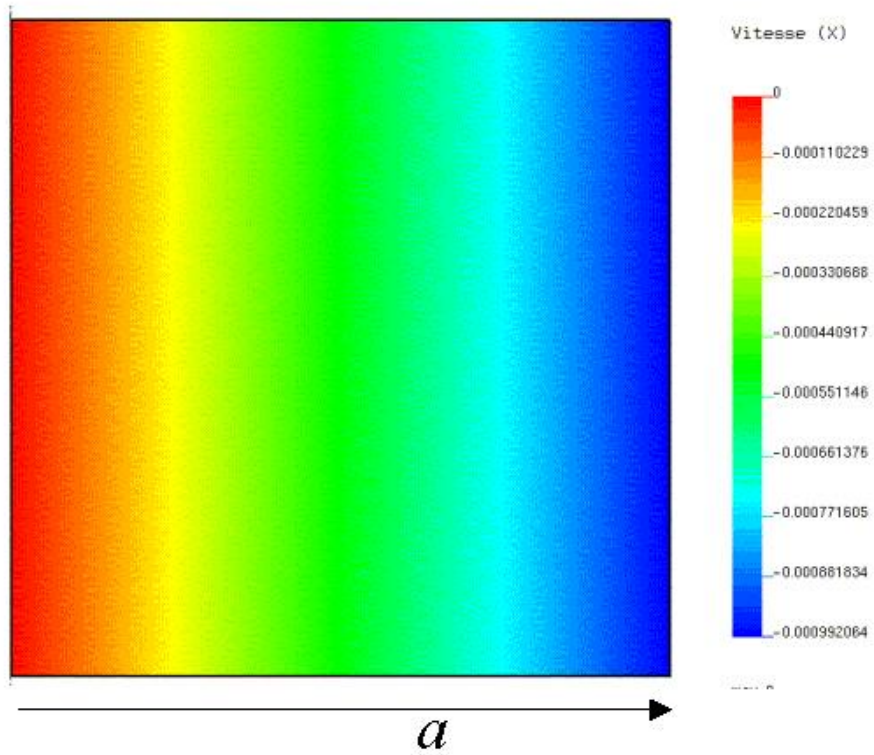


FIG. 2.15: composante x de la vitesse à un instant quelconque

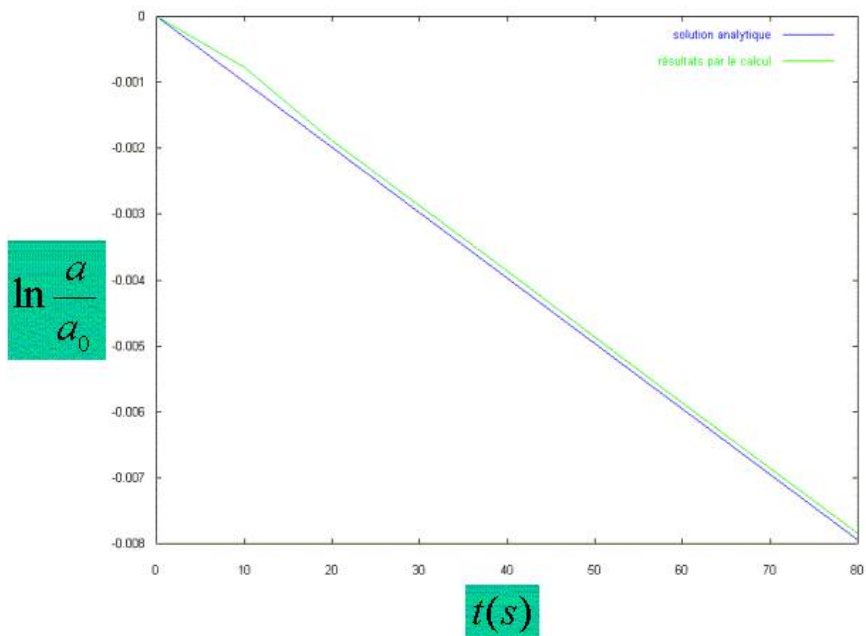


FIG. 2.16: comparaison entre la solution analytique et la solution obtenue par R2SOL pour le cas de la dilatation thermique d'un matériau purement élastique

2.4.4 Quatrième cas test : cas test de la traction d'éprouvette

Ce test permet de valider l'implémentation du comportement élasto-viscoplastique. Nous considérons une éprouvette rectangle comme indiqué sur la figure 2.17.

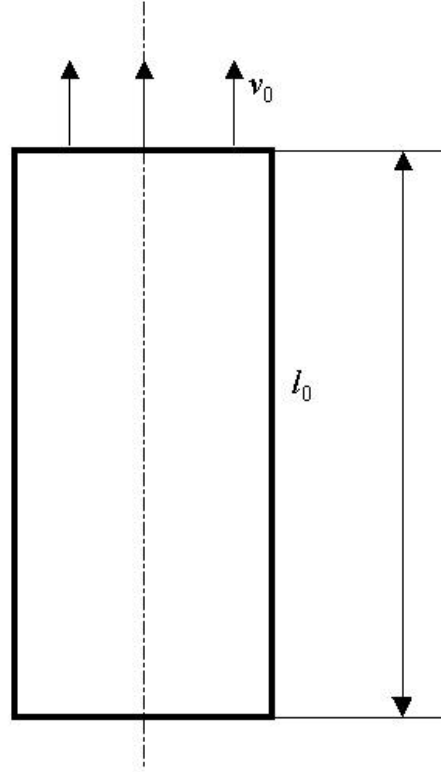


FIG. 2.17: principe du test de la traction d'éprouvette

Sa longueur initiale est l_0 . Le matériau est supposé incompressible et son comportement est donné par la loi rhéologique suivante :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sigma_{00} + K_{evp} \dot{\bar{\epsilon}}^m (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \quad (2.65)$$

Les valeurs des coefficients de la loi rhéologique 2.65 sont données dans le tableau 2.8.

$K_{evp}(MPa.s^m)$	m	n	$\sigma_{00}(MPa)$	$\bar{\epsilon}_0$	ν	$E(MPa)$
50000	0,2	0,15	210	10^{-5}	0,5	3.10^7

TAB. 2.8: valeurs des paramètres rhéologiques

Une vitesse constante v_0 est appliquée sur la face supérieure. Le taux de déformation équivalent est donc : $\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{v_0}{l}$ où l est la hauteur du rectangle à un instant donné. Les résultats numériques sont présentés sur la figure 2.18 pour différentes valeurs de $\dot{\bar{\epsilon}}$ et coïncident bien avec la loi de Norton-Hoff donnée par l'équation 2.65.

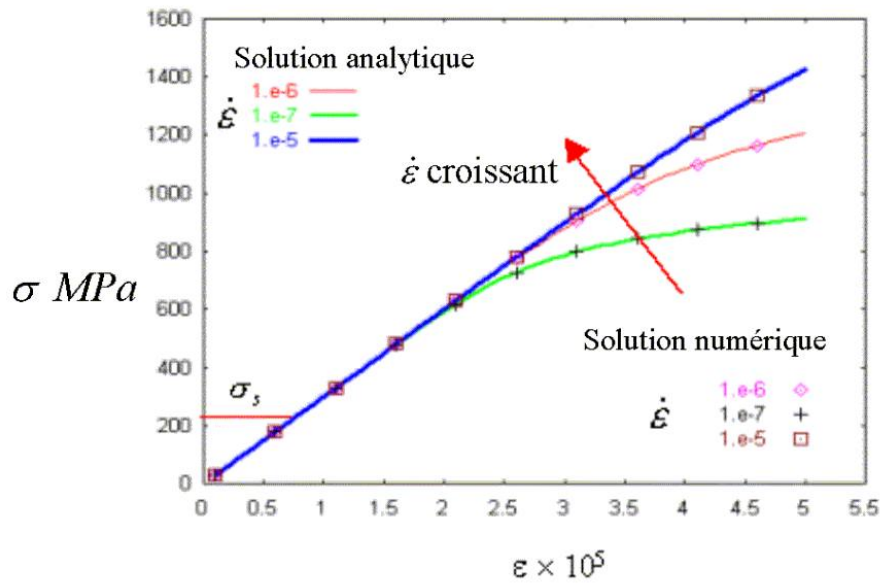


FIG. 2.18: comparaison entre les solutions numériques et analytiques pour le cas test de l'éprouvette : relation entre la contrainte équivalente et la déformation équivalente à différents taux de déformation

Chapitre 3

Problème thermique pour la coulée continue d'acier

Dans ce chapitre nous présentons le problème thermique que nous avons mis en place pour la coulée continue d'acier. Ce problème est fortement couplé avec le problème mécanique. En effet ce couplage apparaît à plusieurs niveaux :

– au niveau du comportement du matériau :

1. concernant les données du matériau : les coefficients thermomécaniques intrinsèques à l'acier dépendent de la température (ex : masse volumique, viscosité, ...)
2. le comportement mécanique de la brame dépend de la fraction liquide donc de la résolution du problème thermique

– les termes de retrait sont des conséquences directes de la variation de la masse volumique en fonction de la température.

A l'opposé, le problème mécanique n'influence que faiblement le problème thermique car la dissipation due à la déformation, $\sigma : \dot{\epsilon}^{vp}$, peut être négligée dans la résolution thermique. En effet, dans le cadre d'une coulée continue d'acier, on peut déduire de la thèse de J.B. Dalin les ordres de grandeurs suivants [Dalin, 1987] :

$$\begin{cases} \sigma_{\dot{\epsilon}q} & \approx 10MPa \\ \dot{\epsilon} & \approx 10^{-4}s^{-1} \\ \dot{T} & \approx 1K.s^{-1} \end{cases} \quad (3.1)$$

$\sigma_{\dot{\epsilon}q} : \dot{\epsilon} \approx 10^3 W.m^{-3}$ doit être comparé à la variation d'enthalpie $\rho c \frac{dT}{dt}$ dont l'ordre de grandeur peut être calculé dans le cas d'un métal grâce aux données fournies par [Li et Ruan, 1995] et vaut $10^6 W.m^{-3}$.

Il apparaît un couplage supplémentaire entre les phénomènes thermiques et mécaniques du fait de l'apparition d'interstices d'air entre l'outil de guidage et la brame ou entre le moule de la lingotière et

la coque solide. Ceci modifiera les conditions aux limites pour le problème thermique car l'apparition de lame d'air modifie fortement le flux thermique sortant. Dans notre approche ayant pour but d'obtenir l'état stationnaire, nous ne tenons pas compte du gap entre le matériau et le mannequin puisque c'est un phénomène qui a lieu en phase d'amorçage. A l'opposé, nous pouvons prendre en considération l'influence de l'évolution de la lame d'air dans les conditions limites thermiques dans la lingotière.

En coulée continue d'acier, le problème thermique influence donc fortement le problème mécanique qui en contre partie a une faible influence sur le problème thermique. Dans notre résolution, le couplage que nous proposons est un couplage faible à chaque incrément temporel de résolution entre le problème mécanique et le problème thermique. Au niveau des problèmes de mise en forme généralement rencontrés et a fortiori dans des domaines de vitesses de déformation faibles, l'hypothèse de couplage faible est justifiée et conduit à de bons résultats. D'autre part en coulée continue le couplage entre le problème mécanique et le problème thermique est quasiment unilatéral : le problème mécanique dépend fortement de la résolution thermique alors que la mécanique influe peu sur la thermique. En effet, si on se concentre précisément sur la zone de refroidissement secondaire on ne rencontre pas le phénomène d'apparition de lame d'air (à la différence de la lingotière) qui lui peut nécessiter un couplage plus fort lors de la résolution numérique, puisqu'alors la mécanique influe sur les conditions aux limites du problème thermique. Le fait que nous concentrons notre intérêt sur la zone de refroidissement secondaire justifie notre hypothèse concernant le couplage faible entre le problème mécanique et le problème thermique.

Notre méthode de résolution consiste à résoudre à chaque incrément de temps successivement le problème mécanique puis le problème thermique (cf chapitre 2).

3.1 Présentation du problème thermique pour la coulée continue d'acier

3.1.1 Le milieu pâteux

Lors du procédé de coulée continue, les alliages métalliques présentent généralement un intervalle de température dans lequel le matériau est à l'état semi-solide (état pâteux ou en anglais *mushy state*), on se trouve ainsi dans une région diphasique constituée de liquide et de solide. La phase solide est alors constituée d'un squelette dendritique déformable au travers duquel s'écoule le liquide. La perméabilité et la déformabilité du squelette dépendent du taux de fraction solide et de la morphologie (structure dendritique plus ou moins grossière). La déformation de l'alliage métallique à l'état semi-solide au cours du procédé engendre une répartition non-uniforme des phases liquide et solide, appelée phénomène de ségrégation. Il devient essentiel de pouvoir prédire les éventuelles ségrégations liquides accompagnant l'élaboration de ces matériaux. Dans notre cas, notre modèle ne permet pas de prédire les ségrégations. Ce sera une étape supplémentaire de développement et une des perspectives qu'offrent notre travail.

Dans la zone pâteuse, il est difficile de dégager la notion de " front de solidification " (frontière entre les phases liquide et solide) dans la mesure où il existe une forte hétérogénéité à l'échelle microscopique. Cette complexité nous impose de traiter ce milieu diphasique d'une manière spéciale. La majorité des auteurs de la littérature ([Wang et Beckermann, 1991], [Ni et Beckermann, 1996]) utilise la notion de milieu fictif "continu" et sont amenés à moyenniser les diverses grandeurs physiques. On se place donc

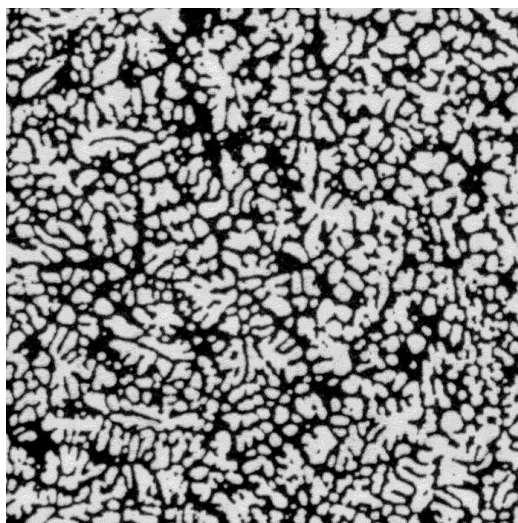


FIG. 3.1: aspect schématique d'un milieu pâteux saturé en liquide : la partie en blanc représente le solide formé et la partie foncée le liquide se frayant un chemin à travers le squelette solide

à une échelle supérieure, de l'ordre du millimètre, ce qui donne au milieu un aspect continu. La figure 3.1 propose une image générique d'un milieu pâteux.

Dans notre travail nous présentons donc le problème thermique sous une forme biphasique pour introduire naturellement la notion de fraction liquide qui mesure la proportion de liquide contenu dans un volume macroscopique de matière. On remarquera toutefois que la formulation biphasique décrite ici est incomplète du fait que la mécanique est traitée de façon homogène. En effet dans le chapitre 2 nous avons introduit une résolution mécanique ne faisant pas intervenir directement la fraction liquide au sein de la zone pâteuse (mais uniquement la température à travers des coefficients thermodépendants).

3.1.2 Définitions et propriétés

Considérons un volume élémentaire représentatif (VER) du volume total. Chaque phase (dans notre cas solide ou liquide) occupe un volume V_k . Pour une grandeur quelconque scalaire volumique (pouvant aussi dépendre du temps) définie dans tout l'espace, on définit sa valeur moyenne sur le VER de volume V_0 par [Rappaz *et al.*, 1998, Gaston, 1999] :

$$\langle B \rangle = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} B(\vec{x}) d\vec{x} \quad (3.2)$$

On définit la valeur moyenne volumique classique pour la phase k par :

$$\langle B^k \rangle = \frac{1}{V_0} \int_{V_k} B(\vec{x}) d\vec{x} \quad (3.3)$$

où $V_k = \int_{V_0} \mathbb{I}_k(\vec{x}) d\vec{x}$ est le volume occupé par la phase k dans le volume V_0 .

On définit la valeur moyenne volumique intrinsèque pour la phase k par :

$$\langle B \rangle^k = \frac{1}{V_k} \int_{V_k} B(\vec{x}) d\vec{x} \quad (3.4)$$

On définit la fraction volumique g de la phase k par :

$$g^k = \frac{1}{V_0} \int_{V_k} d\vec{x} \quad (3.5)$$

soit :

$$g^k = \frac{V_k}{V_0} \quad (3.6)$$

On définit la fraction massique de la phase k par :

$$f^k = \frac{\int_{V_k} \rho^k(\vec{x}) d\vec{x}}{\int_{V_0} \rho(\vec{x}) d\vec{x}} \quad (3.7)$$

où $\rho^k(\vec{x})$ est la masse volumique de la phase k et $\rho(\vec{x})$ est le champ de masse volumique du milieu.

On a les propriétés suivantes :

$$\langle B \rangle = \langle B^l \rangle + \langle B^s \rangle \quad (3.8)$$

$$\langle B \rangle = g^l \langle B \rangle^l + g^s \langle B \rangle^s \quad (3.9)$$

$$f^l + f^s = 1 \quad (3.10)$$

$$g^l + g^s = 1 \quad (3.11)$$

si $\rho^l = \rho^s$, alors : $g^k = f^k$ pour $k = s$ ou l . Par ailleurs nous simplifions les notations et nous posons à l'instar du chapitre 2 $g = g^l$ et $f = f^l$. Dans un (VER) caractérisé par la fraction liquide volumique g et massique f , on a la relation suivante entre f et g :

$$f = \frac{g\rho^l}{g(\rho^l - \rho^s) + \rho^s} \quad (3.12)$$

3.1.3 Conservation de l'énergie

Equation moyennée

Dans le procédé de coulée continue, l'équation à l'échelle microscopique de conservation de l'énergie où le flux de chaleur est supposé obéir à la loi de FOURIER [Rappaz *et al.*, 1998] s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho h \vec{v}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.13)$$

où h représente l'enthalpie massique, ρ la masse volumique, \vec{v} le vecteur vitesse, λ la conductivité thermique et T la température. Les scalaires ρ et λ peuvent dépendre de la température et donc être différents suivant qu'on se trouve dans la phase liquide ou solide. En utilisant l'équation de continuité $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$, on peut aussi écrire 3.13 [Rappaz *et al.*, 1998] :

$$\rho \frac{dh}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.14)$$

En moyennant l'équation 3.14 sur un VER on obtient :

$$\left\langle \rho \frac{dh}{dt} \right\rangle = \nabla \cdot \langle \lambda \nabla T \rangle \quad (3.15)$$

Le terme $\nabla \cdot \langle \lambda \nabla T \rangle$ peut-être simplifié dans la mesure où à l'échelle des VER on considère des gradients faibles pour les grandeurs physiques du problème. Ceci implique que le gradient thermique est quasiment constant à l'échelle du VER. On peut donc écrire au premier ordre :

$$\nabla \cdot \langle \lambda \nabla T \rangle = \nabla \cdot (\langle \lambda \rangle \nabla T) \quad (3.16)$$

Ceci est d'autant plus vrai que la discrétisation en éléments finis $P1$ du problème thermique impose des températures linéaires par élément dont la taille caractéristique est de l'ordre de grandeur de celle des VER. Le gradient thermique sera par conséquent constant par élément.

Une forme générale de l'équation moyennée pour la conservation de l'énergie est alors :

$$\left\langle \rho \frac{dh}{dt} \right\rangle = \nabla \cdot (\langle \lambda \rangle \nabla T) \quad (3.17)$$

Dans le cadre d'une approche simplifiée du problème thermique on peut choisir les coefficients de conductivité et la masse volumique constants sur le VER. Ceci amène alors à résoudre l'équation :

$$\rho \frac{dH}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.18)$$

où H est l'enthalpie massique moyenne (J/kg) ($H = \langle h \rangle$) et $\lambda = \langle \lambda \rangle$. Nous résolvons cette équation pour la coulée continue car les VER peuvent être de l'ordre de la taille de maille du problème, et les grandeurs thermophysiques sont considérés constantes par élément.

Tables de coefficients

Les tableaux 3.1 et 3.2 donnent les valeurs de la conductivité thermique et de la masse volumique pour diverses température pour l'acier (*XC6*). Les valeurs pour l'acier (*18M5*) sont données en annexe.

température ($^{\circ}C$)	conductivité ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
1000	27,6
1200	29,7
1400	32
1466	32,8
1495	33,1
1527	40,1
1538	40,3
1627	41,5

TAB. 3.1: conductivité thermique de l'acier *XC6* en fonction de la température [OSC, 2002]

température ($^{\circ}C$)	masse volumique ($kg.m^{-3}$)
1000	7550
1100	7495
1200	7440
1300	7385
1400	7330
1495	7278
1527	7031
1600	6993

TAB. 3.2: masse volumique de l'acier *XC6* en fonction de la température [OSC,2002]

3.1.4 Modèles de solidification

Les équations 3.18 et 3.17 ne sont pas fermées, il manque une relation entre l'enthalpie massique et la température. Il y a plusieurs méthodes pour fermer le problème et trouver une relation entre l'enthalpie massique et la température.

On aborde dans cette partie les problèmes liés à la thermochimie de l'acier. Nous cherchons à fermer de la façon la plus simple les équations 3.18 et 3.17. Pour ce faire il faut se donner le chemin de

solidification de l'acier c'est-à-dire les relations liant H , T et g^l où g^l est la fraction volumique de liquide de l'acier. Cette partie propose donc plusieurs méthodes que nous avons rencontrées.

Chemin de solidification entièrement donné (H , g^l , T)

L'IRSID nous a communiqué le tableau 3.3 donnant l'enthalpie massique et la fraction liquide pour différentes températures. Ils ont pu obtenir ces données grâce à un code de calcul basé sur la théorie des microségrégations.

température (°C)	fraction liquide	Enthalpie (kJ/kg)
1000	0	672
1210	0	805,7
1360	0	905,6
1480	0	1010
1495	0	1023,2
1508,6	0,1	1057,4
1515	0,2	1086,1
1518,8	0,3	1112,9
1521,4	0,4	1138,6
1523,2	0,5	1163,7
1524,5	0,6	1188,5
1525,6	0,7	1213
1526,5	0,8	1237,5
1527,2	0,9	1261,8
1527,8	1	1286
1540	1	1296,3
1570	1	1320,9

TAB. 3.3: données expérimentales de l'enthalpie, de la température et de la fraction liquide pour l'acier XC6

Entre deux températures on peut calculer l'enthalpie massique et la fraction liquide par la technique de linéarisation. Les figures 3.2 et 3.3 montrent respectivement les évolutions de l'enthalpie en fonction de la température et de la fraction liquide en fonction de la température obtenues à partir du tableau 3.3.

Le problème thermique est ainsi fermé et de plus on peut obtenir la fraction liquide au sein du matériau. Cela permet de déduire la fin du puits liquide (fraction liquide inférieure stricte à 1) ou du puits pâteux (fraction liquide égale à 0).

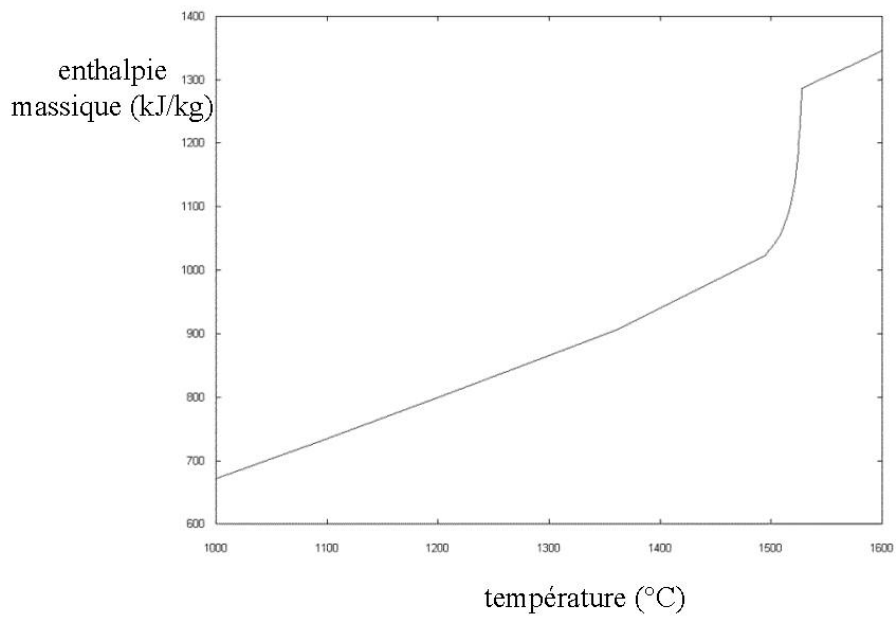


FIG. 3.2: enthalpie massique (kJ/kg) en fonction de la température (°C) donnée par l'IRSID pour l'acier XC6

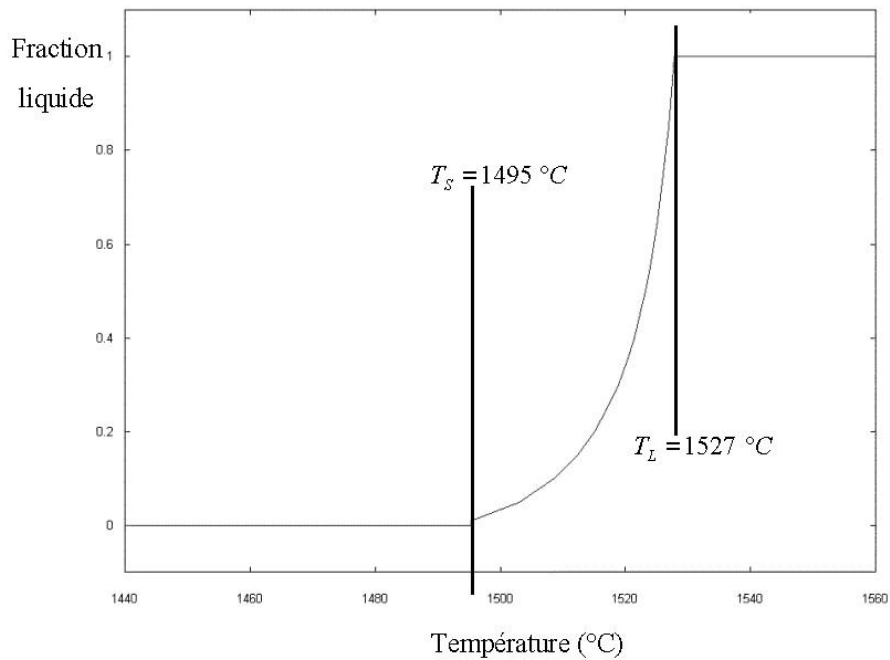


FIG. 3.3: fraction liquide en fonction de la température (°C) donnée par l'IRSID pour l'acier XC6

Relation physique liant H et T

Au début de mon travail de thèse, le module thermique du code *R2SOL* ne prévoyait pas une résolution dans laquelle le chemin de solidification est entièrement donné. Dans ce cas il faut trouver une relation physique liant l'enthalpie massique moyenne à la température. D'après l'équation 3.9 on peut écrire :

$$H = \langle h \rangle \quad (3.19a)$$

$$= g^l \langle h \rangle^l + g^s \langle h \rangle^s \quad (3.19b)$$

$$= g^l \langle h \rangle^l + (1 - g^l) \langle h \rangle^s \quad (3.19c)$$

En simplifiant les notations : $h^l = \langle h \rangle^l$; $h^s = \langle h \rangle^s$, on a :

$$H = g^l h^l + (1 - g^l) h^s \quad (3.20)$$

Dans notre cas, nous supposons que les enthalpies moyennes solide et liquide sont supposées uniquement fonction de la température et on peut écrire [Gaston, 1999] :

$$h^s(T) = \int_{T_0}^T C_P^s d\tau \quad (3.21a)$$

$$h^l(T) = \int_{T_0}^T C_P^l d\tau + \int_{T_f}^{T_0} (C_P^l - C_P^s) d\tau + L \quad (3.21b)$$

où C_P^s et C_P^l et sont les capacités calorifiques à pression constante des phases liquide et solide (elles peuvent a priori dépendre de la température), L est la chaleur latente de fusion, T_f est la température de fusion du fer pur (= 1537°C) et T_0 est une température d'origine prise égale à 0°C.

Dans le cas où la capacité calorifique est constante et ne dépend pas de la température ($C_P^s = C_P^l = C_P$), on peut alors simplifier :

$$H = C_P T + g^l L \quad (3.22)$$

Chemin de solidification donné (g^l , T)

Dans l'équation 3.22 on a une relation liant l'enthalpie massique à la température et à la fraction liquide. Cependant il manque la relation liant la fraction liquide à la température. On a le choix entre écrire un modèle complet de solidification, ce qui est prévu dans le code *R2SOL* ou bien utiliser les données de l'IRSID du tableau 3.3 et imposer le chemin de solidification de la figure 3.3. Dans cette section on présente ce dernier choix.

Dans cette section, on montre par ailleurs que pour une gamme de température de 1000°C à 1600°C la modélisation simplifiée 3.22 est acceptable. Dans le cadre général où la capacité calorifique massique dépend de la température on s'appuiera sur les équations 3.20 et 3.21

A partir du chemin g^l, T donné dans le tableau 3.3, on peut reconstruire l'enthalpie massique grâce à l'équation 3.22. Cependant par rapport au cas de l'IRSID, il faut déterminer la capacité calorifique massique ainsi que la chaleur latente de fusion de telle sorte qu'on épouse au mieux la courbe enthalpique de la figure 3.2.

La figure 3.4 montre l'évolution de l'enthalpie massique en fonction de la température que j'ai choisie. Pour ce choix, la chaleur latente massique vaut $L = 260\text{kJ/kg}$ et la capacité calorifique massique $C_P = 675\text{J/K/kg}$. La courbe en gras correspond à l'évolution de l'enthalpie massique du matériau prise en compte par cette méthode et la courbe représentée par les points en gras correspond à l'enthalpie massique donnée par l'IRSID. La capacité calorifique massique choisie est égale aux valeurs des pentes des 2 droites ($D1$) et ($D2$) définies sur la figure 3.4. La chaleur latente est d'après l'équation 3.22 la différence d'ordonnée à l'origine entre les deux droites. La figure 3.5 est un zoom de la figure 3.4 dans l'intervalle de solidification de l'acier XC6.

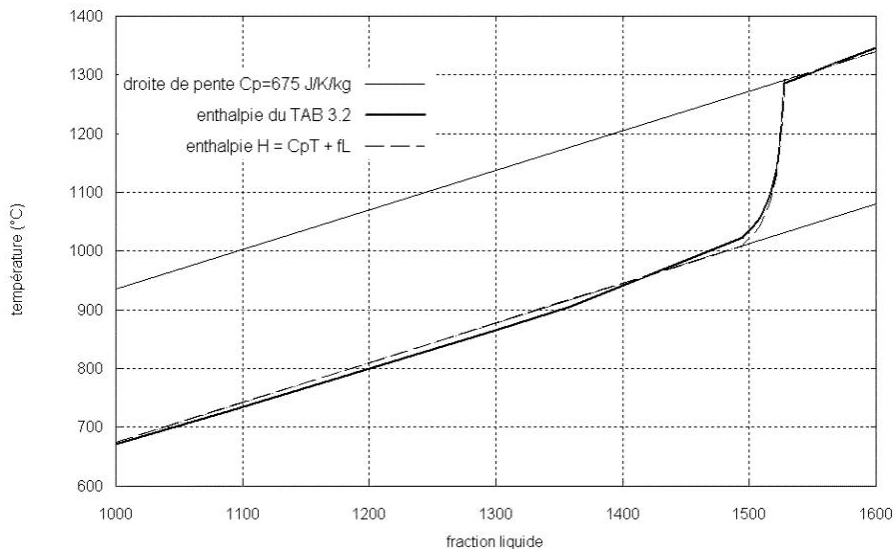


FIG. 3.4: acier XC6 : comparaison des enthalpies; obtention de la chaleur latente et de la capacité calorifique

Nous voyons donc une bonne adéquation entre le modèle simplifié donné par l'équation 3.22 où $g(T)$ est donné par le tableau 3.3 et la donnée de l'enthalpie $H(T)$ de l'IRSID (3.3). Cette modélisation simple sera utilisée pour valider le problème thermique (voir chapitre 6).

Cette méthode de résolution où le chemin de solidification est donné (ie $g(T)$ est supposé connu) n'était pas initialement codé dans *R2SOL*. Nous avons donc mis en place cette méthode de résolution au sein du code.

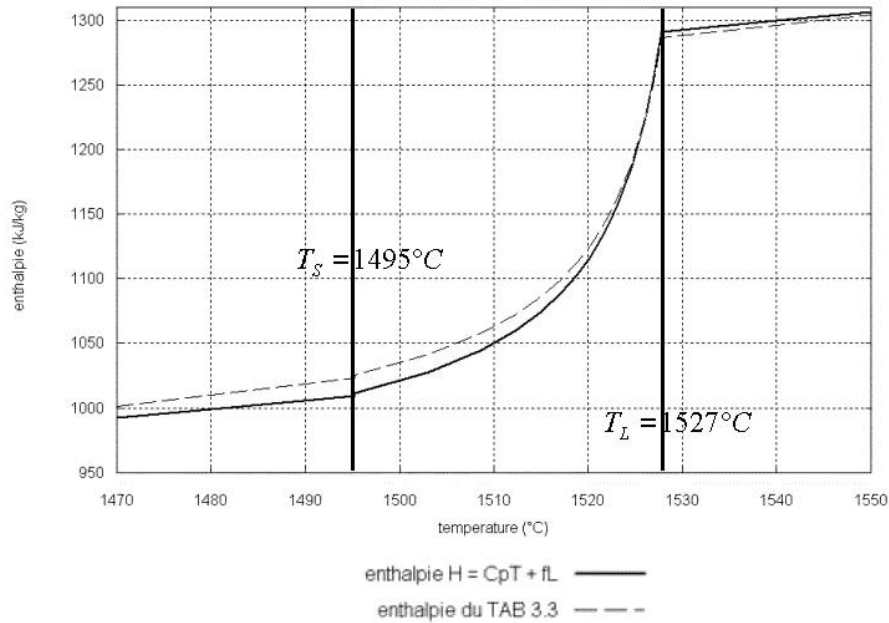


FIG. 3.5: acier XC6 : comparaison des enthalpies ; zoom dans l'intervalle de solidification

Chemin de solidification $g(T)$ calculé

Nous présentons ici le modèle de solidification initialement présent dans *R2SOL*. Il provient du modèle de solidification du code de volumes finis 2D *SOLID* développé à l'Ecole des Mines de Nancy [Combeau *et al.*, 1996]. Laurence GASTON a implanté ce modèle dans le logiciel bidimensionnel de remplissage *R2* ce qui a donné *R2SOL* [Gaston, 1999].

Le modèle de solidification de *R2SOL* est basé sur les équations de la thermodynamique. C'est ce modèle qui calcule directement le chemin $g^l(T)$ à partir de la composition chimique en éléments d'alliages de l'acier. Pour alimenter notre discussion nous citons l'exemple de l'acier *XC6* et présentons sa composition thermochimique dans le tableau 3.4.

composant	teneur (% massique)
Carbone	0,067
Soufre	0,008
Phosphore	0,010
Silicium	0,008
Manganèse	0,384
Cuivre	0,003
Aluminium	0,021
Chrome	0,017
Niobium	0,017
Molybdène	0,001

TAB. 3.4: composition chimique de l'acier *XC6*

Ce modèle se place dans le cadre de l'approximation linéaire des diagrammes de phase. Si l'on considère localement de l'acier à l'équilibre thermodynamique qui est sur le point d'être complètement liquide ou bien au sein duquel un premier grain solide est sur le point d'apparaître, les équations thermodynamiques donnent la relation liant la température, en l'occurrence la température de liquidus, aux compositions locales du mélange en élément i , notées w_i^l :

$$T = T_f + \sum_{i=1}^N m_i w_i^l \quad (3.23)$$

où N est le nombre d'éléments d'alliage, m_i est la pente de liquidus de l'élément i .

Sous l'hypothèse que le VER est un système thermodynamiquement fermé (on suppose que la teneur moyenne en alliage est conservée), et en considérant que le carbone suit "la loi des leviers" et les autres éléments la loi de Scheil-Gulliver, on obtient la relation liant la température à la fraction liquide :

$$T = T_f + m_C \frac{w_C^{l'}}{k_C + (1 - k_C) f^l} + \sum_{i \neq C} m_i w_i^{l'} f^{l^{k_i - 1}} \quad (3.24)$$

où l'indice C désigne le carbone, les k_i sont les coefficients de partage de l'élément i ($0 < k_i < 1$ et par définition $w_i^{s*} = k_i w_i^l$ où w_i^{s*} est la composition locale en i à l'interface solide-liquide dans la partie solide et w_i^l est la composition locale en i à l'interface dans la partie liquide) et $w_i^{l'}$ est la composition moyenne du VER en élément i juste avant l'apparition du premier grain de solide. Cette équation a été obtenue en négligeant les effets convectifs pour les compositions moyennes en élément et montre que les isothermes et les iso-fractions liquides sont confondues.

Si on ne résout pas les équations de la macroségrégation, alors toutes les compositions moyennes sont donc constantes et égales aux compositions initiales. L'équation 3.24 donne donc :

$$T(f, w_i^0) = T_f + m_C \frac{w_C^0}{k_C + (1 - k_C) f^l} + \sum_{i \neq C} m_i w_i^0 f^{l^{k_i - 1}} \quad (3.25)$$

où les w_i^0 sont les compositions initiales en élément i . Ces compositions initiales sont données dans le tableau 3.3.

D'autre part, puisque $0 < k_i < 1$, l'équation 3.25 montre que si la fraction liquide tend vers zéro, la température n'est plus définie. Dans le cas des aciers, *R2SOL* évalue donc autrement la température de solidus en s'appuyant sur une température de corrélation ($T_{sol}^{cor}(w_i^{l'}) = T_{sol}^{cor}(w_i^0) = T_{sol}$, pour la thermique) déduite de résultats expérimentaux [Vannier, 1995]. Posons la fraction liquide f_{sol}^l tel que :

$$T(f_{sol}^l, w_i^0) = T_{sol}^{cor}(w_i^0) = T_{sol} \quad (3.26)$$

On fait alors l'hypothèse qu'à partir de f_{sol}^l la solidification se termine à température constante T_{sol} . Cela signifie qu'on a ainsi ajouté un eutectique artificiel.

Cette modélisation présente divers inconvénients. Tout d'abord il faut obtenir la température de corrélation ce qui n'est pas une mince affaire expérimentalement. Par ailleurs, la température de corrélation qui est actuellement codée dans *R2SOL* ne considère pas les aciers possédant comme élément d'alliage l'aluminium ou du cuivre. D'après le tableau 3.4 la composition de l'acier *XC6* possède de l'aluminium et du cuivre : nous ne sommes donc pas en mesure de simuler l'acier *XC6* avec le modèle de solidification initialement implémenté dans *R2SOL*.

Bilan des modèles de solidification

Dans cette partie nous avons vu les différentes options à notre disposition pour fermer l'équation 3.17. Nous avons analysé 3 méthodes assez simples :

- méthode 1 : se donner par des tables les valeurs $H(T)$
- méthode 2 : se donner par des tables $g(T)$ et déduire de 3.22 l'enthalpie massique $H(T)$
- méthode 3 : calculer $g(T)$ grâce au modèle de solidification de *R2SOL* et déduire de 3.22 l'enthalpie massique $H(T)$

Les méthodes 1 et 2 semblent simples à implémenter, le seul souci est l'obtention des données $H(T)$ et $g(T)$. Nous avons pu obtenir ces données grâce à des calculs préalablement réalisés par l'IRSID.

Plusieurs remarques sont à faire quant à l'utilisation de la méthode 3. Cette méthode prend en compte l'influence fine de phénomènes thermochimiques comme les différences de solubilité entre la phase liquide et la phase solide. Cela nécessite alors de prendre en compte la convection d'origine solutale si l'on veut un modèle complet voire d'utiliser une modélisation biphasique de la zone pâteuse où les gradients en concentration d'alliage de sont plus négligeables. Dans notre approche thermomécanique nous supposons ces influences du second ordre et pouvant donc être négligées. Nous supposons donc implicitement que les concentrations en éléments d'alliage sont constantes partout. L'intérêt de la méthode 3 semble alors limité dans la mesure où il suffit une fois pour toutes au début des calculs de déterminer la loi $g(T)$. Nous avons dans cette optique éliminé cette méthode de notre étude et nous nous sommes concentrés sur la méthode 2 pour fermer le problème thermique 3.17.

3.2 Résolution numérique du problème thermique

Dans les sections précédentes nous avons montré comment le problème thermique de coulée continue était résolu. Contrairement au problème mécanique où les champs de vitesse et de pression ne sont pas directement reliés et où nous effectuons une résolution mixte en vitesse et pression, les inconnues du problème thermique (l'enthalpie H , la température T et la fraction liquide g) sont directement reliées. Résoudre le problème thermique nécessite donc le choix de l'inconnue principale. Au laboratoire, [Jaouen, 1998], par exemple, utilise la température comme variable principale. [Gaston, 1999] a implémenté un problème thermique assez proche du nôtre et en variable enthalpie dans *R2SOL*. Nous nous sommes donc appuyés sur cette résolution et avons choisi comme inconnue principale l'enthalpie H .

Cette partie présente deux méthodes de résolution numérique du problème thermique de la coulée continue en variable enthalpie. La première résolution est basée sur une méthode en élément fini P1 et la seconde est basée sur la méthode de Taylor Galerkin Discontinu (TGD en abrégé).

3.2.1 Résolution de type élément fini

Le problème fort

De la présentation du problème thermique de la partie précédente on peut déduire le problème complet à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{dH}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \\ + \quad \text{Conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (3.27)$$

Pour l'application à la coulée continue en deux dimensions on ne considère que des conditions aux limites du type convection, flux imposé ou température imposée. Ces conditions aux limites varient en fonction des zones de refroidissement de la machine. Les conditions aux limites peuvent être écrites :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \Phi_{imposé} \text{ en flux} \quad (3.28a)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{air}) \text{ en convection} \quad (3.28b)$$

$$T = T_{imposé} \text{ sur la face supérieure du domaine} \quad (3.28c)$$

où :

- T_{air} est la température du milieu ambiant ($20^\circ C$),
- h et $\Phi_{imposé}$ dépendent des zones de refroidissement où l'on se trouve,
- $T_{imposé}$ est le profil de température imposé sur la face supérieure du domaine; cette température peut être obtenue à partir d'un précédent calcul global si on initialise le calcul à une longueur métallurgique quelconque ou bien elle est prise égale à la température nominale de coulée si le calcul est initialisé au niveau du ménisque en lingotière.

Pour simplifier nous appelons $\partial\Omega_T$ la zone où la température est imposée, $\partial\Omega_\Phi$ les zones où on impose un flux sortant et $\partial\Omega_C$ où le type de condition aux limites est la convection.

La formulation faible en élément fini

La formulation faible du problème est obtenue en multipliant 3.27 par une fonction test notée H' et en intégrant sur le domaine. Après la traditionnelle intégration par partie on obtient :

$$\int_{\Omega} \rho \frac{dH}{dt} H' d\Omega + \int_{\partial\Omega_C} h(T - T_{air}) H' dS + \int_{\partial\Omega_{\Phi}} \Phi_{imposé} H' dS + \int_{\Omega} \lambda \nabla T \cdot \nabla H' d\Omega = 0 \quad (3.29)$$

On discrétise ensuite les inconnues selon les formules d'interpolation relatives aux triangles $P1$. Nous prenons la convention d'écrire les vecteurs entre accolades et les matrices entre crochets. Dans le cas d'une formulation de type Galerkin, l'équation 3.29 étant valable pour toute fonction d'interpolation H' , on obtient le système à résoudre :

$$[M] \left\{ \frac{dH}{dt} \right\} + [K] \{T\} = \{F\} \quad (3.30)$$

avec :

$$\begin{cases} [M]_{ij} &= \int_{\Omega} \rho N_i N_j d\Omega \\ [K]_{ij} &= \int_{\Omega} \lambda \nabla N_i : \nabla N_j d\Omega + \int_{\partial\Omega_C} h N_i N_j dS \\ \{F\}_i &= - \int_{\partial\Omega_{\Phi}} \Phi_{imposé} N_i dS + \int_{\partial\Omega_C} h T_{air} N_i dS \end{cases} \quad (3.31)$$

où chaque fonction N_i est la fonction d'interpolation associée au point i du maillage. Par ailleurs, la discrétisation temporelle de la dérivée particulière donne :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{H - \tilde{H}^0}{\Delta t} \quad (3.32)$$

où H est l'enthalpie massique recherchée du VER considéré à l'instant t , et \tilde{H}^0 est l'enthalpie massique de ce même VER à l'instant précédent $t - \Delta t$. L'équation 3.31 revient donc à :

$$[M'] \{H\} + [K] \{T\} = \{F\} + [M'] \{\tilde{H}^0\} \quad (3.33)$$

où $[M']_{ij} = \int_{\Omega} \frac{\rho}{\Delta t} N_i N_j d\Omega$.

D'après ce qu'on a vu dans la section précédente, la fonction $T(H)$ est non-linéaire. On est donc amené à résoudre le système 3.33 par la méthode de Newton-Raphson. On peut écrire le résidu à annuler sous la forme :

$$R(H) = [M'] \{H\} + [K] \{T\} - \{F\} - [M'] \{\tilde{H}^0\} \quad (3.34)$$

A l'itération n on est amené à résoudre :

$$\left[\frac{\partial R}{\partial H}(\{H^{n-1}\}) \right] \{ \{H^n - H^{n-1}\} = -R(\{H^{n-1}\}) \} \quad (3.35)$$

où H^n est la nouvelle estimation de la solution recherchée à l'itération n , H^{n-1} est l'estimation à l'itération $n - 1$. D'après 3.34 on a :

$$\left[\frac{\partial R}{\partial H} \right] = [M'] + [K] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right] \quad (3.36)$$

où $\left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]$ désigne la matrice diagonale dont le $n^{ième}$ terme est égal à la dérivée $\frac{\partial T}{\partial H}$ au noeud n .

Le système à résoudre à chaque itération est donc :

$$[M'] + [K] \left[\frac{\partial T}{\partial H}(\{H^{n-1}\}) \right] \{H^n\} = [K] \left\{ -\{T(\{H^{n-1}\})\} + \left[\frac{\partial T}{\partial H}(\{H^{n-1}\}) \right] \{H^{n-1}\} \right\} + \{F\} + [M'] \{\tilde{H}^0\} \quad (3.37)$$

Evaluation de la dérivée $\frac{\partial T}{\partial H}$

Reste maintenant à évaluer la quantité $\frac{\partial T}{\partial H}$. Cela dépend de la méthode employée au niveau du chemin de solidification.

Dans le cas où le chemin est calculé, je laisse le soin au lecteur de se référer au rapport final du stage post-doctoral de Laurence GASTON [Gaston, 1999] où ce calcul est expliqué.

Si le chemin de solidification (g, T) est donné, et connaissant l'enthalpie du point considéré, il est assez aisé de calculer $\frac{\partial T}{\partial H}$ en chaque point du maillage. En dérivant l'équation 3.22 par rapport à l'enthalpie H on obtient :

$$1 = C_P \frac{\partial T}{\partial H} + \frac{\partial g}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial H} L \quad (3.38)$$

d'où :

$$\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{1}{C_P + \frac{\partial g}{\partial T} L} \quad (3.39)$$

La quantité $\frac{\partial g}{\partial T}$ est déterminée de la façon suivante :

- si $H > C_P T_{liquidus} + L$, on est dans le liquide et $\frac{\partial g}{\partial T} = 0$, donc $\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{1}{C_P}$
- si $H < C_P T_{solidus}$, on est dans le solide et $\frac{\partial g}{\partial T} = 0$, donc $\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{1}{C_P}$
- sinon on est dans la zone pâteuse ; comme le chemin de solidification (g, T) est donné, on détermine trivialement $\frac{\partial g}{\partial T}$ qui est la pente de ce chemin.

La matrice $\frac{\partial T}{\partial H}$ est diagonale, mais ses termes diagonaux diffèrent les uns des autres dès qu'il y a solidification. Cela a pour effet de rendre la matrice globale de résolution non symétrique ce qui nécessite l'utilisation d'un solveur non symétrique et un surcoût lié à l'inversion du système. Une autre possibilité est d'approcher la matrice tangente par une matrice restant symétrique. Pour ce faire sur chaque élément on considère que $\frac{\partial T}{\partial H}$ est uniforme. Ainsi chacune des contributions élémentaires à la matrice tangente globale est symétrique : la matrice assemblée est donc symétrique.

3.2.2 Résolution par la méthode de type Taylor-Galerkin Discontinue

Cette méthode est basée sur un développement limité de Taylor. Contrairement à la méthode précédente où on considérait des grandeurs linéaires et continues, les champs considérés ici sont constants par élément et donc discontinus entre deux éléments. Il existe alors plusieurs méthodes pour obtenir les valeurs aux noeuds (minimisation par moindres carrés, ...). Pour plus de détails concernant les méthodes de résolution de type Taylor-Galerkin on peut consulter [Pichelin, 1998, Aliaga, 2000, Batkam, 2002]. Cependant par rapport à [Pichelin, 1998, Aliaga, 2000, Batkam, 2002], nous avons étendu la méthode de type Taylor Galerkin Discontinue (TGD) à une résolution en variable enthalpie avec changement de phase.

Résolution à deux champs

Pour présenter la résolution du problème thermique de coulée continue avec la méthode TGD, repartons de l'équation 3.27 :

$$\rho \frac{dH}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.40)$$

L'opérateur dérivée totale $\frac{dB}{dt}$ représente la dérivée lagrangienne de la grandeur B par rapport au temps t . Dans notre approche de la coulée continue, nous supposons le maillage lagrangien. L'équation 3.40 peut alors aussi s'écrire :

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.41)$$

Posons le vecteur flux de chaleur : $\vec{q} = -\lambda \nabla T$. On peut reformuler l'équation de la chaleur 3.41 en :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial H}{\partial t} &= -\nabla \cdot \vec{q} \\ \vec{q} &= -\lambda \nabla T \end{cases} \quad (3.42)$$

La méthode TGD que nous employons ici consiste à déterminer les champs (H, \vec{q}) où H et \vec{q} sont supposés $P0$ (c'est-à-dire constants par élément et discontinus entre deux éléments voisins). Il existe

d'autres techniques décrites dans [Batkam, 2002] qui emploient des schémas de discrétisation différents pour T et \vec{q} .

Gradient et divergence discrètes

Mathématiquement pour résoudre les équations 3.42 il faut que les champs H et T soient au moins continus et dérivables. Or la méthode TGD suppose ces champs discontinus donc non dérivables à la frontière des éléments. Au lieu d'écrire une dérivée continue à la frontière nous écrivons donc des dérivées discrètes. Nous définissons ainsi les opérateurs gradient discret (noté ∇_h) et divergence discrète (noté $\nabla_h \cdot$) par [Pichelin, 1998, Aliaga, 2000] :

$$\nabla_h f = \frac{-1}{|\Omega_e|} \sum_{F \in \partial\Omega_e} \omega_F [f] \vec{n} |F| \quad (3.43)$$

$$\nabla_h \cdot \vec{u} = \frac{-1}{|\Omega_e|} \sum_{F \in \partial\Omega_e} \omega_F [\vec{u}] \cdot \vec{n} |F| \quad (3.44)$$

où :

- $|\Omega_e|$ est le volume de l'élément e (en dimension 2 c'est une surface)
- ω_F est un coefficient valant $\frac{1}{2}$ pour une face (ou côté en dimension 2) interne, 1 pour une face externe
- $[f]$ est le saut de la variable f par rapport à l'élément voisin e' : $[f] = f_e - f_{e'}$
- \vec{n} est le vecteur normal extérieur à chaque face (ou côté en dimension 2) de l'élément
- $|F|$ est la surface de chaque face de l'élément e (longueur en dimension 2).

Principe de la méthode

Notre ambition n'est pas de présenter dans les détails la résolution par la méthode de Taylor-Galerkin Discontinu. Pour de plus amples explications on peut consulter [Pichelin, 1998],[Aliaga, 2000] et [Batkam, 2002]. Nous décrivons ici l'algorithme de résolution dans ses plus grandes lignes.

La méthode de Taylor-Galerkin consiste à calculer les dérivées temporelles successives des deux équations du système à résoudre, les champs H et \vec{q} étant constants par élément ainsi que leurs dérivées temporelles successives. Cette dérivation est effectuée jusqu'à un ordre donné n , suite à quoi l'expression de l'enthalpie H à l'instant $t + \Delta t$ est obtenue au moyen d'un développement en série de Taylor à l'ordre n , tous ses termes étant donc connus. Le respect d'une erreur de troncature donnée pour ce développement impose la valeur maximum du pas de temps Δt que l'on peut utiliser. En pratique, un incrément de temps est donc décomposé si nécessaire en une suite de sous-pas de temps sur lesquels on applique cette technique. Nous détaillons ci-après les calculs effectués pour cette méthode.

Algorithme de résolution

Pour chaque élément e nous obtenons l'enthalpie H à l'instant suivant $t + \Delta t$ (qu'on note $H^{t+\Delta t}$) :

$$H^{t+\Delta t} = H^t + \Delta t \frac{dH}{dt} + \dots + \frac{\Delta t^n}{n!} \frac{d^n H}{dt^n} \quad (3.45)$$

où $\frac{d^p H}{dt^p}$ sont les dérivées successives de l'enthalpie en fonction du temps. Le pas de temps est défini par :

$$\Delta t = \left[(n+1)! \epsilon \min_{\Omega_e} \left| \frac{d^{n+1} H}{dt^{n+1}} \right|^{-1} \right]^{\frac{1}{n+1}}$$

où ϵ est l'erreur de troncature sur le développement en série de $H^{t+\Delta t}$ défini par l'équation 3.45.

Connaissant $\vec{q} = \vec{q}^t$, $H = H^t$ et $\frac{dH}{dt}$ (d'après l'équation 3.42), on calcule par récurrence la dérivée p de \vec{q} et la dérivée $p+1$ de H grâce à 3.42 :

$$\frac{d^p \vec{q}}{dt^p} = -\lambda \nabla_h \left(\frac{d^p T}{dt^p} \right) = -\lambda \nabla_h \left(\frac{\partial T}{\partial H} \frac{d^p H}{dt^p} \right) \quad (3.46a)$$

$$\frac{d^{p+1} H}{dt^{p+1}} = -\frac{1}{\rho} \nabla_h \cdot \left(\frac{d^p \vec{q}}{dt^p} \right) \quad (3.46b)$$

On laisse le soin au lecteur de mettre en place les formes discrétisées de ces équations avec les définitions des gradients et divergence discrètes définis par 3.43 et 3.44. Pour obtenir les équations discrètes on fait bien sûr attention au cas où la face considérée est une face interne ou externe du maillage. Dans ce dernier cas le flux \vec{q} est donné par les conditions aux limites imposées :

$$\vec{q} = -\Phi_{imposé} \vec{n} \quad (3.47a)$$

$$\vec{q} = h(T - T_{air}) \vec{n} \quad (3.47b)$$

Dans les équations 3.46 la quantité $\frac{\partial T}{\partial H}$ est celle que l'on détermine au début de chaque sous-pas de temps TGD, en s'appuyant sur la méthode du paragraphe 3.2.1.

Bilan de la méthode de type Taylor-Galerkin Discontinu

Contrairement à la résolution P1 continue, la méthode de type Taylor-Galerkin est généralement assez bien adaptée pour les problèmes où les chocs thermiques sont importants ([Pichelin, 1998], [Aliaga, 2000]). Cette méthode est donc particulièrement adaptée à la coulée continue qui présente des refroidissements assez élevés au niveau de la lingotière par exemple. Cependant après résolution par ce type de méthode on obtient des solutions aux centres des éléments constituant le maillage. Il faut donc extrapoler les grandeurs solutions aux noeuds du maillage ce qui nécessite une étape supplémentaire de traitement des données (on peut utiliser des méthodes de lissage par moindres carrés

par exemple). Cet inconvénient est un avantage au niveau du problème mécanique : en effet, comme le comportement (on entend par comportement la loi de comportement et les coefficients mécaniques qui sont thermodépendants) est déterminé par la température au centre de l'élément, on évite ainsi un traitement des données.

Chapitre 4

Données numériques pour les aciers à haute température

Pour décrire le comportement thermomécanique de l'acier il est non seulement nécessaire de le modéliser mathématiquement mais aussi de déterminer expérimentalement les grandeurs caractérisant les lois choisies. Ce chapitre présente d'une part les champs des données numériques nécessaires à l'établissement de notre problème thermomécanique. D'autre part il démontre en particulier les enjeux du choix de la rhéologie du matériau ainsi que les techniques expérimentales permettant d'obtenir les coefficients. Nous montrons notamment la limite des connaissances au niveau de la rhéologie des aciers à hautes températures et spécifiquement des données mécaniques quand l'acier est pâteux.

4.1 Etat de l'art des données numériques pour les aciers

Nous faisons ici une synthèse des données numériques nécessaires à une simulation de la coulée continue d'acier. Nous présentons aussi notre bibliographie qui nous a permis de mettre au point les fichiers de données pour décrire au mieux les aciers que nous avons rencontrés durant notre étude.

4.1.1 Quelles données numériques ?

Nous venons de voir dans les chapitres 2 et 3 que les problèmes mécaniques et thermiques sont dépendants de données concernant le matériau utilisé. Ces données sont d'ailleurs intrinsèques à chaque acier. Si les lois de comportement sont identiques quel que soit l'acier choisi, il n'en est pas de même pour les coefficients physiques qui interviennent dans ces lois de comportement.

Nous donnons en annexe les diverses valeurs des coefficients décrivant le comportement thermomécanique pour les aciers *XC6* et *18M5*. Nous nous proposons de rappeler les coefficients numériques définissant chaque acier :

- C_P est la chaleur massique qui dépend de la température
- λ est la conductivité thermique et dépend de la température

- L est la chaleur latente massique de changement d'état solide-liquide et est supposée constante
- $f(T)$ est supposé donné et décrit l'évolution de la fraction liquide massique en fonction de la température
- ρ est la masse volumique et dépend de la température.
- La loi rhéologique $\sigma_{\dot{\epsilon}q}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})$ contient un certain nombre de paramètres à déterminer

Avec les données définies ci-dessus nous pouvons décrire le comportement thermomécanique de l'acier considéré.

Quelques remarques sont à faire pour éclairer l'importance de chaque coefficient.

- Tous les coefficients, mis à part L , sont thermodépendants.
- Les coefficients C_P , λ et L ainsi que la courbe $f(T)$ interviennent uniquement lors de la résolution thermique.
- La masse volumique ρ intervient dans les deux problèmes thermique et mécanique. Dans notre approche il est notamment obligatoire de connaître les masses volumiques de solidus ρ_S et de liquidus ρ_L pour calculer la masse volumique d'un VER à l'intérieur de la zone pâteuse comme l'indique l'équation 2.13. Cette méthode est plus précise qu'une simple interpolation linéaire car elle est cohérente vis-à-vis de la fraction liquide f qui est généralement non linéaire dans l'intervalle de solidification.
- La donnée de la loi rhéologique $\sigma_{\dot{\epsilon}q}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})$ est importante et dépend naturellement de la région où l'on se place. Nous considérons trois lois rhéologiques différentes pour les trois zones liquide pâteuse et solide de la coulée continue. Les coefficients constitutifs de ces lois rhéologiques sont aussi thermodépendants.

4.1.2 Présentation et problématique

Il existe de plus en plus de données sur les aciers à hautes températures dans la littérature et surtout depuis l'essor de la simulation numérique. Cependant du fait des hautes températures de solidus et de liquidus il est difficile d'obtenir des valeurs numériques pour tous les coefficients intrinsèques à l'acier considéré. Nous présentons dans cette section les connaissances que nous avons sur les données intervenant dans le problème thermique (y compris la masse volumique ρ) ainsi que dans la rhéologie avec la donnée de la loi $\sigma_{\dot{\epsilon}q}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})$.

Données du problème thermique

Il existe dans la littérature des encyclopédies où sont répertoriées les constantes thermophysiques de différents aciers commerciaux. Nous pouvons trouver dans [Griffiths *et al.*, 1953] des références concernant les données des constantes physiques des aciers à hautes températures.

Chaque acier est déterminé par sa composition chimique en alliage. Le tableau suivant représente la composition chimique de la nuance 18M5.

composant	teneur (% massique)
Carbone	0,18
Silicium	0,42
Manganèse	1,37
Aluminium	0,036
Soufre	0,009
Phosphore	0,018
Niobium	0,04

TAB. 4.1: composition chimique moyenne de l'acier 18M5

A partir de ces données, on peut obtenir à l'aide d'un modèle de microségrégation le chemin de solidification $f(T)$ et notamment les températures de liquidus T_L et de solidus T_S . L'IRSID possède d'ailleurs le modèle Thermocalc [Sundman, 1997] pour obtenir l'enthalpie en fonction de la température $H(T)$. On peut ainsi en déduire la capacité calorifique massique C_P .

Nous décrivons ici comment sont obtenues les diverses constantes physiques intervenant dans le problème thermique pour la plage de température que nous considérons dans notre étude ($800 - 1550^\circ C$). Nous voyons notamment qu'il peut être délicat de déterminer l'évolution des constantes physiques pour des températures élevées où les mesures expérimentales sont difficiles.

- La masse volumique est obtenue à partir de données expérimentales jusqu'à la température de $1100^\circ C$. Elle est interpolée linéairement à partir de ces données jusqu'à la température de solidus. Dans l'intervalle de solidification on suppose une contraction de 3,56% comme l'indique [Lucas, 1972].
- A l'instar de la masse volumique, la conductivité thermique est obtenue à partir de données expérimentales jusqu'à la température de $1200^\circ C$ puis d'interpolations par rapport aux données expérimentales et des données du fer pur.
- Le capacité calorifique massique est obtenue à partir de données expérimentales jusqu'à une température de l'ordre de $1200^\circ C$ puis grâce aux calculs issus du modèle Thermocalc.

L'ensemble de ces données thermiques figure en annexe pour les deux aciers (*XC6* et *18M5*) étudiés. Dès à présent, nous présentons et justifions plus en détail l'obtention des paramètres rhéologiques pour les deux nuances étudiées.

Rappel : lois rhéologiques choisies pour les aciers à hautes températures

Dans le chapitre 2, nous avons décrit notre approche mécanique qui est originale par rapport à ce que nous avons vu dans la littérature scientifique. Nous distinguons en effet les équations de comportement pour les trois états thermomécaniques du matériau. Nous rappelons brièvement ici les lois rhéologiques choisies pour les trois états thermomécaniques que nous considérons.

La zone solide est supposée obéir aux équations de comportement élasto-viscoplastique. On relie alors la contrainte équivalente $\sigma_{\acute{e}q}$ à la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ et au taux de déformation équivalent $\dot{\bar{\epsilon}}$ grâce aux lois de comportement suivantes :

1. La loi multiplicative peut être écrite sous une forme monodimensionnelle :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sigma_{00} + K_{evp}(T)\bar{\epsilon}^n \dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (4.1)$$

ce qui est équivalent à l'expression tensorielle suivante :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2\sigma_{\acute{e}q}} \left\langle \frac{\sigma_{\acute{e}q} - \sigma_{00}}{K_{evp}\bar{\epsilon}^n} \right\rangle^{\frac{1}{m}} s \quad (4.2)$$

2. La loi additive peut être écrite sous une forme monodimensionnelle :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sigma_{00} + H\bar{\epsilon}^n + K_{evp}(T)\bar{\epsilon}^m \quad (4.3)$$

ce qui est équivalent à la forme tensorielle suivante :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2\sigma_{\acute{e}q}} \left\langle \frac{\sigma_{\acute{e}q} - \sigma_{00} - H\bar{\epsilon}^n}{K_{evp}} \right\rangle^{\frac{1}{m}} s \quad (4.4)$$

Les différents paramètres de ces deux lois rhéologiques ont été définis dans le chapitre 2.

La zone pâteuse est supposée obéir aux équations de comportement viscoplastique. On relie alors la contrainte équivalente $\sigma_{\acute{e}q}$ au taux de déformation équivalent $\dot{\bar{\epsilon}}$ grâce à l'équation suivante :

$$\sigma_{\acute{e}q} = K_{vp}(T)\dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (4.5)$$

Cette équation peut aussi être écrite sous forme tensorielle :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2\sigma_{\acute{e}q}} \left(\frac{\sigma_{\acute{e}q}}{K_{vp}} \right)^{\frac{1}{m}} s \quad (4.6)$$

Par rapport aux définitions précédentes, K_{vp} est la consistance viscoplastique du matériau à l'état pâteux.

Il faut noter que l'écoulement viscoplastique ne présente pas de seuil pour la zone pâteuse ni d'écrouissage (dépendance de la contrainte équivalente avec les déformations équivalentes). Ainsi les équations 4.5 et 4.6 ne sont autres que 4.1 et 4.2 avec $n = 0$ et $\sigma_{00} = 0$.

La zone liquide est supposée obéir aux équations de comportement de type newtonien. On relie alors la contrainte équivalente $\sigma_{\acute{e}q}$ au taux de déformation équivalent $\dot{\bar{\epsilon}}$ grâce à l'équation suivante :

$$\sigma_{\acute{e}q} = 3K_{vp}(T)\dot{\bar{\epsilon}} \quad (4.7)$$

Cette équation peut aussi être écrite sous forme tensorielle :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{1}{2K_{vp}} s \quad (4.8)$$

On remarque bien évidemment que ces deux dernières équations (4.7 et 4.8) ne sont autres que 4.5 et 4.6 écrites avec $m = 1$. K_{vp} est alors la viscosité dynamique de l'alliage à l'état liquide.

4.2 Rhéologie proposée pour décrire le comportement de l'acier 18M5

Comme nous l'avons vu dans la section précédente et dans le chapitre 2, nous considérons trois états thermomécaniques pour décrire le comportement de l'acier. Nous présentons dans cette section la rhéologie que nous avons adoptée pour chaque état de l'acier 18M5. Nous faisons préalablement un bilan sur les données rhéologiques qu'il est possible de trouver dans la littérature scientifique.

4.2.1 Données rhéologiques à l'état solide, dans la littérature

Les données rhéologiques concernant le comportement des aciers à haute température ne sont pas nombreuses. Dans les diverses études concernant la coulée continue d'acier les auteurs ont modélisé en termes de contraintes et de déformations uniquement la coque solide. La description de la zone solide semble établie dans la mesure où les lois de comportement élasto-viscoplastiques ou élastoplastiques classiques sont généralement utilisées. Ainsi, [Huespe *et al.*, 2000] utilisent le comportement plastique donné par [Kelly *et al.*, 1988] pour décrire le comportement mécanique de la coque solide. Au niveau de la modélisation à l'aide du comportement élasto-viscoplastique, [Kozłowski *et al.*, 1992] et [Kim *et al.*, 1996] sont des références incontournables. Ces auteurs répertorient plusieurs lois de comportement pour les aciers à haute température. Ils s'appuient sur les essais expérimentaux de [Wray, 1982] et [Suzuki *et al.*, 1988] pratiqués dans un intervalle de température allant de 900 °C à 1500 °C.

[Kim *et al.*, 1996] proposent une méthode permettant d'obtenir la loi de comportement de l'acier sur l'intervalle de température [900 °C ; 1500 °C]. Généralement entre 1400 °C et 1500 °C, les aciers sous forme solide subissent une transformation de phase austénite-ferrite, ce qui implique bien sûr des changements de propriétés mécaniques pour ces aciers. Dans cette optique, [Kim *et al.*, 1996] dissocient les lois de comportement pour la ferrite et pour l'austénite ce qui leur permet d'étendre la plage de validité de leur loi au-delà de 1400 °C, qui est la borne supérieure des articles [Kozłowski *et al.*, 1992] et [Harste *et al.*, 1992]. Pour obtenir le comportement de l'acier, il faut alors utiliser une loi de mélange comme l'a fait [Paccini, 2002] au CEMEF. Cependant cette méthode présente quelques difficultés : il faut d'une part choisir un type de loi de mélange approprié (en notant que les comportements des phases austénite et ferrite sont très différents), d'autre part connaître les fractions de phase en austénite et en ferrite. Malgré cela et comme elle prend en compte le changement de phase austénite-ferrite, nous privilégions cette méthode pour décrire le comportement des aciers présentant un changement de phase austénite-ferrite entre 1400 °C et 1500 °C.

[Kozłowski *et al.*, 1992] et [Harste *et al.*, 1992] proposent des lois de comportement pour la majorité des aciers sous forme solide pour des températures inférieures à 1400 °C. Ils supposent en effet que l'acier solide doit être sous forme austénite uniquement. [Kozłowski *et al.*, 1992] proposent plusieurs lois qui sont plus adaptables à notre formulation que la loi de [Harste *et al.*, 1992]. Elles sont valables pour une large gamme d'acier dont la teneur en carbone doit être inférieure à 1,54 % et ont été testées en coulée continue. C'est pourquoi nous privilégions les lois de [Kozłowski *et al.*, 1992] pour décrire le comportement mécanique des aciers restant sous forme austénite dans la phase solide. Comme elles sont plus simples à mettre en oeuvre que la méthode de [Kim *et al.*, 1996] nous étendons leur domaine de validité aux aciers ayant une température de solidus supérieure 1400 °C mais qui ne subissent pas de transformation de phase austénite-ferrite.

En conclusion, en fonction des aciers nous privilégions soit la méthode décrite dans [Kim *et al.*, 1996] ou bien celle de [Kozłowski *et al.*, 1992]. Nous retenons les lois de [Kozłowski *et al.*, 1992] pour décrire au mieux le comportement mécanique de la coque solide de l'acier 18M5 qui a une température de solidus de 1418 °C (légèrement supérieure à la borne supérieure admise par [Kozłowski *et al.*, 1992]). De même, nous modélisons la coque solide de l'acier XC6 grâce aux lois données par [Kim *et al.*, 1996] car il a une température de solidus de 1495 °C et subit une transformation de phase ferrite-austénite au-delà de 1400 °C.

4.2.2 Rhéologie à l'état solide ($T < 1418^{\circ}C$) pour le 18M5

Nous calculons la rhéologie à l'état solide grâce à l'article [Kozłowski *et al.*, 1992]. Ces auteurs proposent plusieurs lois rhéologiques déjà appliquées dans le cadre de la coulée continue. Nous choisissons d'analyser deux de ces lois et de les comparer avec les résultats expérimentaux obtenus par l'IRSID.

Ces lois sont globalement valables pour les conditions suivantes :

1. intervalle de température 900 °C - 1400 °C,
2. l'acier doit être sous forme austénite uniquement dans cet intervalle de température
3. la vitesse de déformation doit être inférieure à $10^{-3} s^{-1}$, ce qui est le cas en coulée continue,
4. les déformations doivent être inférieures à 2 %, ce qui est également le cas en coulée continue,
5. le pourcentage de masse en carbone doit être compris entre 0,005 et 1,54 ce qui est le cas pour l'acier 18M5 (%C = 0,18).

D'après la condition n°1 ci-dessus, les lois de cet article ne sont valables que jusqu'à 1400 °C ; du fait de la composition chimique de cet alliage, sa température de solidus ($T_L = 1418^{\circ}C$) n'est pas très éloignée de la limite supérieure admise. D'autre part, si l'on se réfère au diagramme de phase 1.3 du chapitre 1, on peut se persuader que l'acier 18M5 (dont la teneur en carbone est %C = 0,18) est austénitique dès qu'il se solidifie et remplit donc la condition n°2 ci-dessus. On peut alors supposer que les lois de [Kozłowski *et al.*, 1992] sont valables pour l'acier 18M5.

Présentation des modèles rhéologiques

[Kozłowski *et al.*, 1992] proposent six lois rhéologiques différentes (modèles *IA*, *IB*, *IC*, *II*, *III*, et *IV*) sous la forme de lois monodimensionnelles que l'on transcrit en faisant intervenir les invariants tensoriels. Nous choisissons d'étudier plus en détail les modèles *II* et *III* dans la mesure où ils sont les plus généraux en tenant compte d'un éventuel écrouissage ainsi que d'un seuil de plasticité. D'après [Kozłowski *et al.*, 1992], l'acier est supposé obéir à un comportement élasto-viscoplastique.

Quel que soit le modèle utilisé, ces auteurs s'accordent pour donner la valeur suivante le module d'Young E :

$$E = 968 - 2,33(T - 273) + 1,90 \cdot 10^{-3}(T - 273)^2 - 5,18 \cdot 10^{-7}(T - 273)^3 \quad (4.9)$$

où E est exprimé en GPa et la température T est en K . Le coefficient de Poisson est pris égal à $\nu = 0,3$.

Dans cet article, les auteurs concluent que le modèle *II* épouse généralement le mieux les données expérimentales. Il donne cependant de moins bons résultats lorsque le matériau est soumis à des changements brusques de vitesse de déformation. Le modèle *III* quant à lui est le mieux armé par rapport à des variations brusques de vitesse de déformation mais reflète généralement mal la réalité lorsque les déformations sont supérieures à 2%.

Le modèle *II* propose une loi de fluage où le temps t intervient explicitement :

$$\dot{\epsilon} = C \exp\left(\frac{-Q}{T}\right) \sigma_{\dot{\epsilon}q}^{n^{(K)}} t^{m^{(K)}} \quad (4.10)$$

où :

- Q est une température dérivant d'une énergie d'activation Q' par l'intermédiaire de R , la constante des gaz parfaits ($R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1} \cdot K^{-1}$; $Q = \frac{Q'}{R}$)
- C est une constante dépendant de la composition en carbone
- $n^{(K)}$ et $m^{(K)}$ sont des coefficients dépendant de la température qui ne doivent pas être confondus avec les sensibilités à la vitesse de déformation et à la déformation définies dans l'équation 4.2

Pour le modèle *II* on a :

- $C = 0,3091 + 0,2090(\%C) + 0,1773(\%C)^2 \text{ MPa}^{-n^{(K)}} \cdot s^{-m^{(K)}-1}$
- $Q = 17160 \text{ K}$
- $n^{(K)} = 6,365 - 4,521 \cdot 10^{-3}T + 1,439 \cdot 10^{-6}T^2$
- $m^{(K)} = -1,362 + 5,761 \cdot 10^{-4}T + 1,982 \cdot 10^{-8}T^2$
- T est en K

En faisant l'approximation de vitesses de déformation constantes et d'un chargement monotone, on peut substituer le temps avec $t = \frac{\bar{\epsilon}}{\dot{\epsilon}}$, ce qui donne :

$$\dot{\epsilon}^{m^{(K)}+1} = C \exp\left(\frac{-Q}{T}\right) \sigma_{\acute{e}q}^{n^{(K)}} \bar{\epsilon}^{m^{(K)}} \quad (4.11)$$

On peut réécrire cette équation de la même manière que la loi multiplicative définie par l'équation 4.1 :

$$\sigma_{\acute{e}q} = C^{-\frac{1}{n^{(K)}}} \exp\left(\frac{Q}{n^{(K)}T}\right) \dot{\epsilon}^{\frac{m^{(K)}+1}{n^{(K)}}} \bar{\epsilon}^{-\frac{m^{(K)}}{n^{(K)}}} \quad (4.12)$$

Nous pouvons alors identifier les différents paramètres :

$$\begin{cases} \sigma_{00} & = 0 \\ K_{evp} & = C^{-\frac{1}{n^{(K)}}} \exp\left(\frac{Q}{n^{(K)}T}\right) \\ m & = \frac{m^{(K)}+1}{n^{(K)}} \\ n & = -\frac{m^{(K)}}{n^{(K)}} \end{cases} \quad (4.13)$$

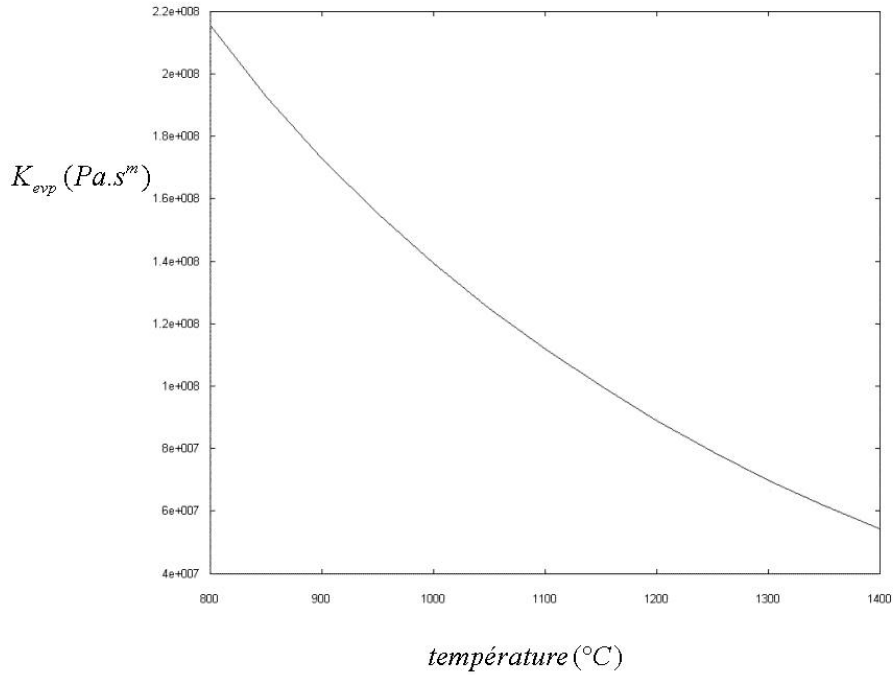


FIG. 4.1: acier 18M5 : consistance K_{evp} en fonction de la température ($^{\circ}C$) pour la loi multiplicative 4.1 correspondant au modèle II de [Kozłowski *et al.*, 1992]

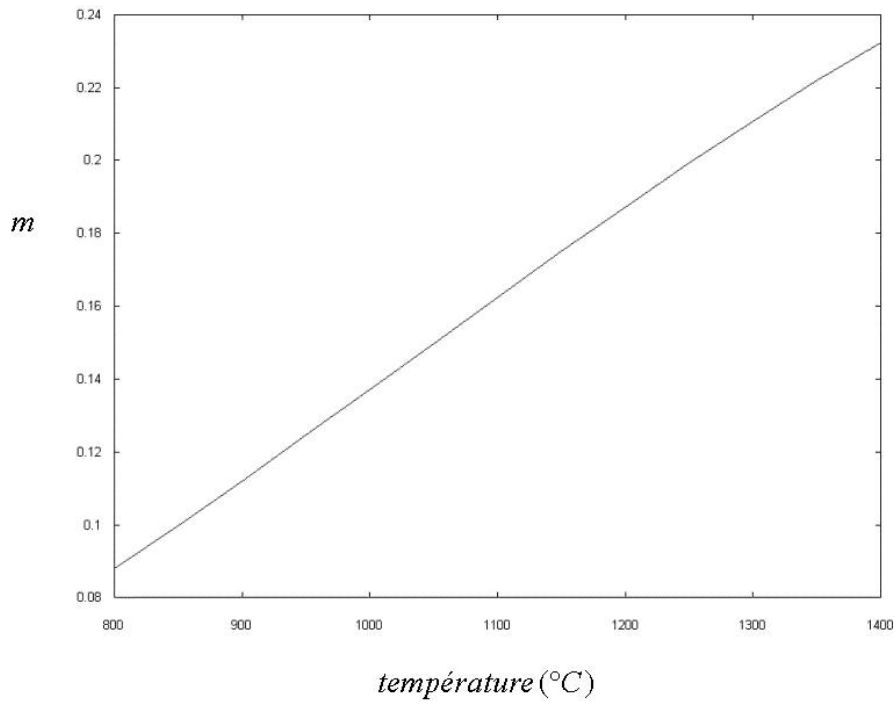


FIG. 4.2: acier 18M5. Sensibilité m à la vitesse de déformation en fonction de la température pour la loi multiplicative 4.1 correspondant au modèle II de [Kozłowski *et al.*, 1992]

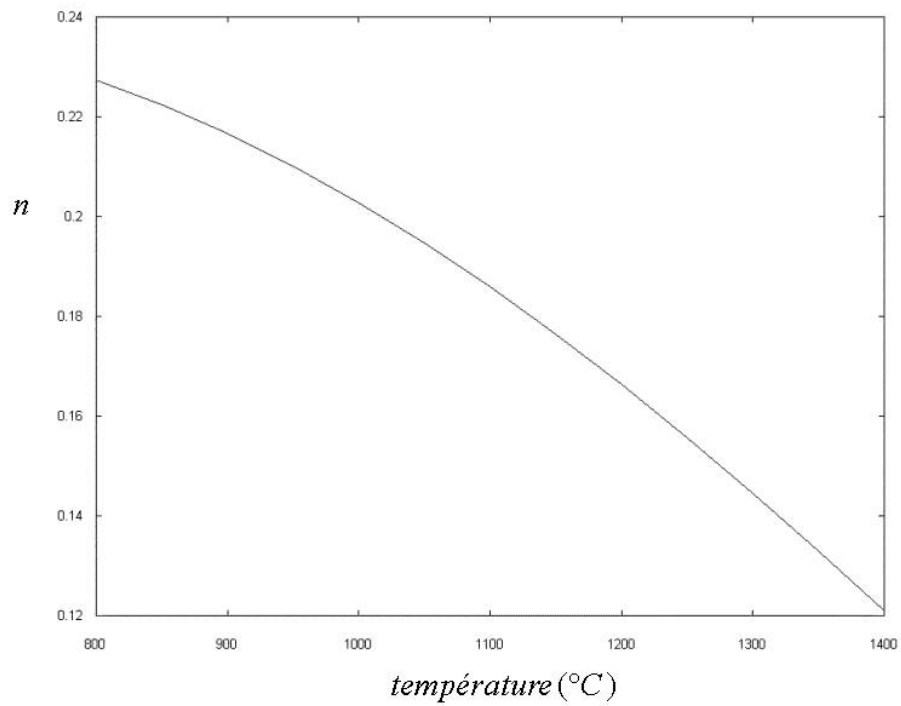


FIG. 4.3: acier 18M5. Coefficient d'érouissage n en fonction de la température pour la loi multiplicative 4.1 correspondant au modèle II de [Kozłowski *et al.*, 1992]

Les figures 4.1, 4.2 et 4.3 représentent les évolutions de la consistance K_{evp} , de la sensibilité à la vitesse de déformation m et du coefficient d'écroutissage n en fonction de la température comme le donne la série d'équations 4.13.

Dans le cadre de la coulée continue, le produit subit des tensions et des compressions au passage des différents rouleaux de soutien. Durant le procédé, on peut donc s'attendre à avoir des changements brusques pour la vitesse de déformation; ce modèle pourrait alors être moins adapté selon [Kozlowski *et al.*, 1992].

Le modèle III consiste en une loi où intervient un seuil dépendant des déformations équivalentes $\bar{\epsilon}$:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = C \exp\left(\frac{-Q}{T}\right) [\sigma_{\acute{e}q} - a_{\epsilon} \bar{\epsilon}^{n_{\epsilon}}]^{n^{(K)}} \quad (4.14)$$

où :

- $C = 46550 + 71400(\%C) + 12000(\%C)^2 \text{ MPa}^{-n^{(K)}} .s^{-1}$
- $Q = 44650 \text{ K}$
- $a_{\epsilon} = 130,5 - 5,128.10^{-3}T \text{ MPa}$
- $n_{\epsilon} = -0,6289 + 1,114.10^{-3}T$
- $n^{(K)} = 8,132 - 1,540.10^{-3}T$
- T est en K

On peut mettre cette équation sous la forme :

$$\sigma_{\acute{e}q} = a_{\epsilon} \bar{\epsilon}^{n_{\epsilon}} + C^{-\frac{1}{n^{(K)}}} \exp\left(\frac{Q}{n^{(K)}T}\right) \dot{\bar{\epsilon}}^{\frac{1}{n^{(K)}}} \quad (4.15)$$

On identifie de même par rapport à l'équation 4.3 :

$$\begin{cases} K_{evp} & = C^{-\frac{1}{n^{(K)}}} \exp\left(\frac{Q}{n^{(K)}T}\right) \\ m & = \frac{1}{n^{(K)}} \\ n & = n_{\epsilon} \\ H & = a_{\epsilon} \\ \sigma_{00} & = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

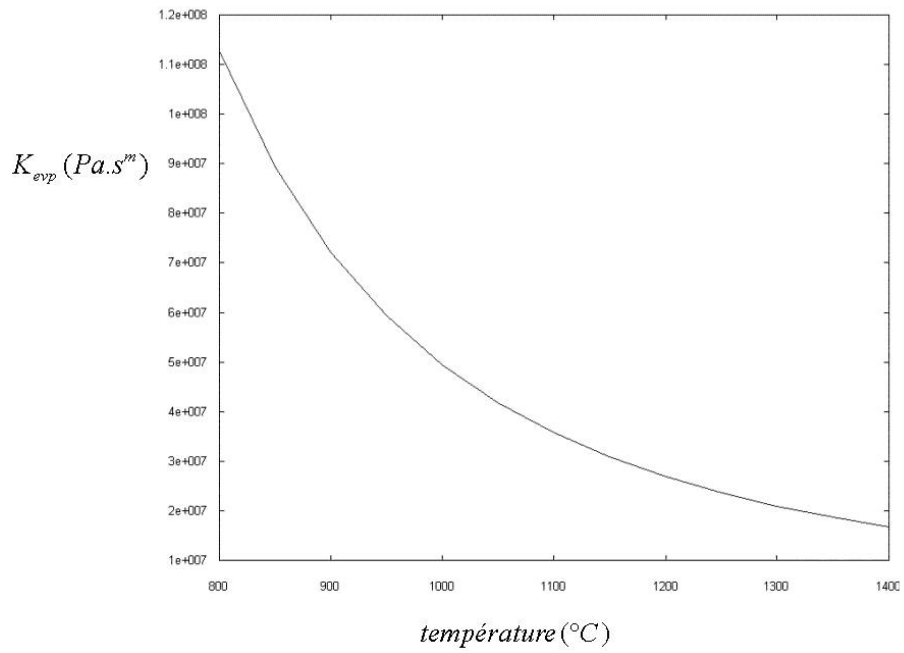


FIG. 4.4: acier 18M5. Consistence K_{evp} en fonction de la température pour la loi additive 4.3 correspondant au modèle III de [Kozłowski *et al.*, 1992]

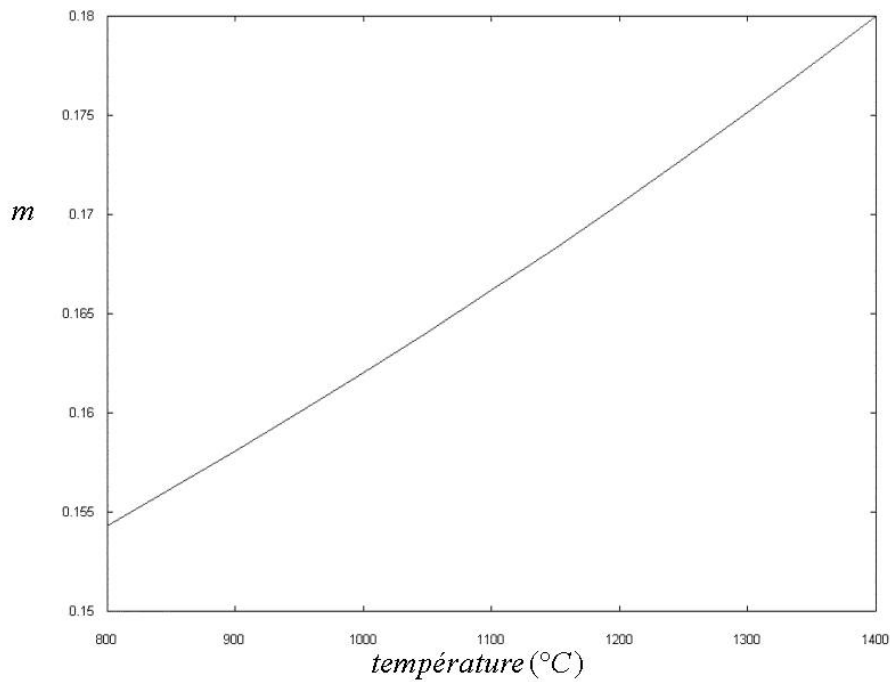


FIG. 4.5: acier 18M5. Sensibilité m à la vitesse de déformation en fonction de la température pour la loi additive 4.3 correspondant au modèle III de [Kozłowski *et al.*, 1992]

Les figures 4.4 et 4.5 représentent les évolutions de la consistance K_{evp} et de la sensibilité à la vitesse de déformation m en fonction de la température comme le donne la série d'équations 4.18.

Rhéologie du 18M5 obtenue par l'IRSID

L'IRSID a effectué des tests de fluage et de traction sur l'acier 18M5 et en a déduit la loi rhéologique suivante (valable entre $800^{\circ}C$ et $1200^{\circ}C$) [Kraemer *et al.*, 1986] :

$$\sigma_{\acute{e}q} = K_{IR} \exp\left(\frac{A}{T}\right) \dot{\epsilon}^{K_1 + \frac{K_2}{T}} \dot{\epsilon}^{K_3 + \frac{K_4}{T}} \quad (4.17)$$

- $\sigma_{\acute{e}q}$ est la contrainte équivalente exprimée en *MPa*
- A , K_1 , K_2 , K_3 , K_4 et K_{IR} sont des constantes données par le tableau 4.2.

K_{IR}	A	K_1	K_2	K_3	K_4
2,460	3521,3	0,335	-144,5	0,686	-599,3

TAB. 4.2: valeurs des coefficients de la loi rhéologique 4.17 de l'IRSID

On peut de même identifier par rapport à la loi multiplicative 4.1 :

$$\begin{cases} K_{evp} & = K_{IR} \exp\left(\frac{A}{T}\right) \\ m & = K_3 + \frac{K_4}{T} \\ n & = K_1 + \frac{K_2}{T} \\ \sigma_{00} & = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Comparaison entre les rhéologies

La rhéologie que l'IRSID nous a fournie est valable dans une plage de température entre $800^{\circ}C$ et $1200^{\circ}C$. Nous voulons voir dans cette section si les modèles de l'article [Kozłowski *et al.*, 1992] sont comparables sur cette plage de température au modèle proposé par l'IRSID.

Dans cette optique nous traçons pour trois valeurs de la température ($800^{\circ}C$, $1000^{\circ}C$ et $1200^{\circ}C$) et deux valeurs de la vitesse de déformation ($\dot{\epsilon} = 8,3 \cdot 10^{-6}$ et $8,3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$) les contraintes équivalentes en fonction des déformations équivalentes. Les ordres de grandeur des vitesses de déformation et des températures correspondent aux ordres de grandeur des tests effectués par l'IRSID et peuvent être a priori considérés comme représentatives des vitesses rencontrées en coulée continue. La figure 4.6 résume cette comparaison.

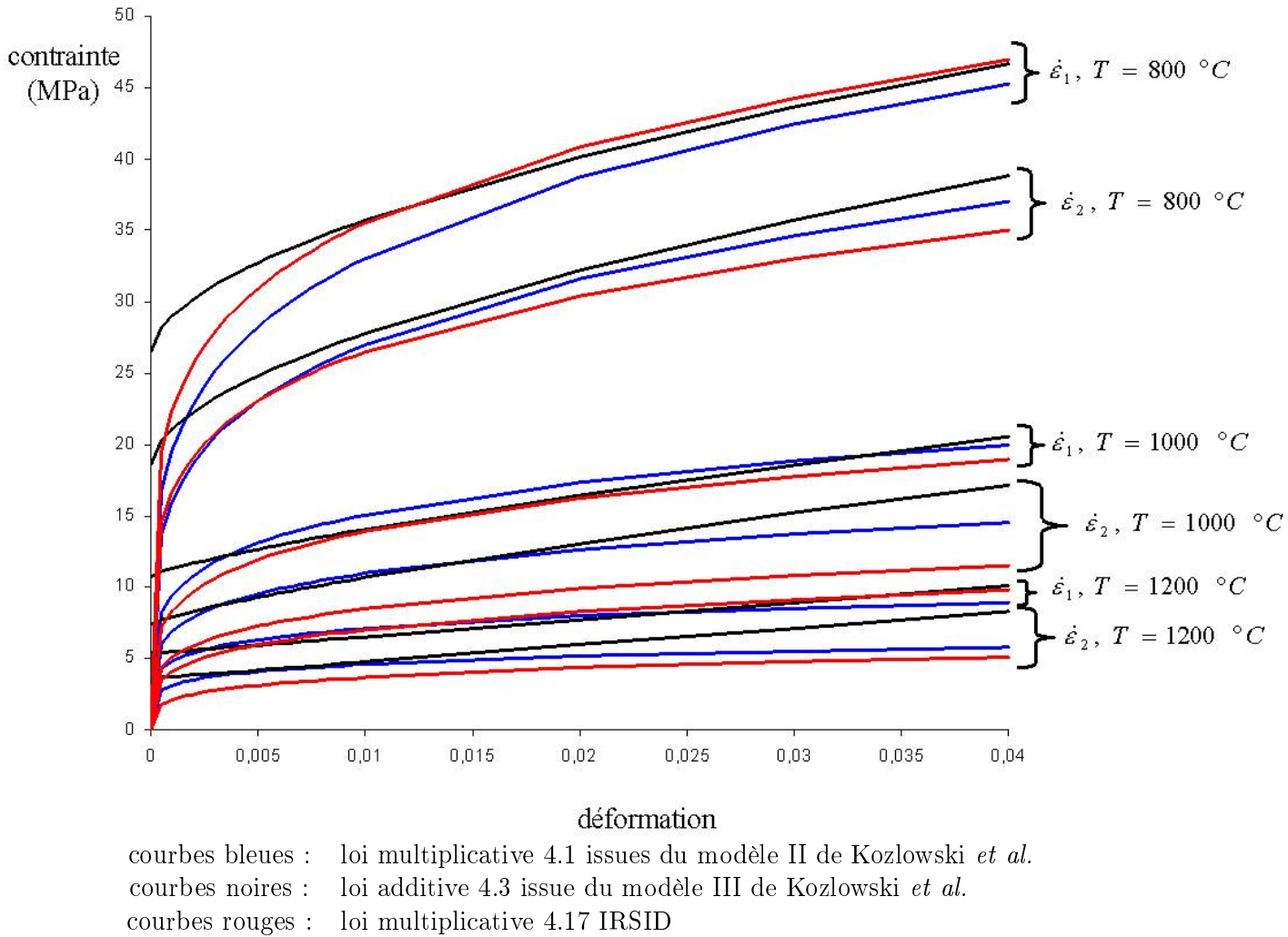


FIG. 4.6: acier 18M5 : comparaison des contraintes en fonction des déformations à trois températures données (800°C , 1000°C et 1200°C) et deux vitesses de déformation données $\dot{\epsilon}_1 = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et $\dot{\epsilon}_2 = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.

Comme l'IRSID n'a pas archivé les résultats expérimentaux effectués sur l'acier 18M5, nous supposons que la loi multiplicative 4.17 reflète parfaitement le comportement du matériau pour la gamme de température 800°C - 1200°C . Dans cette optique, le modèle II semble se rapprocher le plus des données de l'IRSID surtout pour de faibles déformations (inférieures à 2 %). En effet pour toutes les températures et vitesses de déformation que nous avons choisies (en particulier même à 800°C qui est en-dehors du domaine de validité des lois de [Kozłowski *et al.*, 1992]), le modèle II semble avoir les mêmes évolutions que la loi de l'IRSID. Nous retenons donc le modèle II pour décrire le comportement de la coque solide de la nuance 18M5.

4.2.3 Rhéologie à l'état pâteux : intérêt de l'expérience d'indentation pour l'obtention du comportement de la zone pâteuse

Dans cette section nous analysons comment nous pouvons modéliser le comportement à l'état pâteux.

Nous nous appuyons sur des tests d'indentation réalisés par l'IRSID sur différentes nuances d'acier. Dans cette partie nous présentons donc brièvement les tests d'indentation effectués ainsi que les résultats obtenus. Enfin nous tirons les conclusions ainsi que des généralités sur le comportement mécanique de la zone pâteuse.

Description de l'expérience de l'indentation

On peut trouver dans [OSC, 2002] des renseignements sur l'expérience d'indentation qu'a menée l'IRSID dans le cadre du projet "OSC". Cette expérience consiste à déterminer grâce à l'analyse inverse la consistance du matériau K_{vp} ainsi que la sensibilité à la vitesse de déformation m (équation 4.5). Elle a été réalisée pour divers aciers dont les compositions chimiques varient et, par conséquent, les plages de solidification sont différentes.

Le principe de l'expérience est résumé sur la figure 4.7 et découle des travaux de thèse de P. Vicente-Hernandez [Vicente-Hernandez, 1994] effectués sur des alliages d'aluminium.

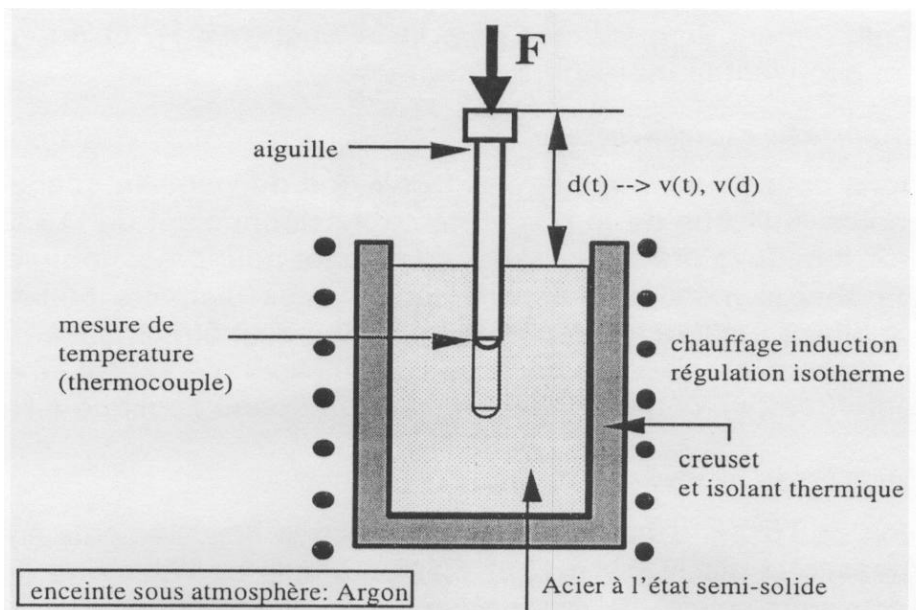


FIG. 4.7: principe de l'expérience d'indentation pour identification de la rhéologie des aciers à l'état semi-solide [OSC, mars 2002].

De l'acier est réchauffé dans un creuset puis maintenu à l'état semi-solide à température constante grâce au chauffage par induction. On régule ainsi la température pour obtenir des expériences à fraction

liquide fixée. Une aiguille est soumise à l'action d'une force constante et on mesure la vitesse de pénétration de celle-ci dans le métal pâteux en fonction du temps. On mesure aussi à l'aide d'un thermocouple la température au bout de l'aiguille.

Cette expérience a été réalisée pour divers aciers dont les compositions en carbone varient de 0,013 à 0,363 en pourcentage de masse. Les aciers que nous étudions ont des teneurs comprises entre ces valeurs limites et donc les conclusions que l'on peut tirer sont comparables. Ces expériences sont exploitables pour des fractions liquides différentes et inférieures à 0,3 donc quand l'acier est dans un état semi-solide. En effet, lorsque la fraction liquide dépasse cette valeur, l'aiguille s'enfonce trop irrégulièrement ou trop facilement et aucune mesure ne peut être effectuée.

La fraction liquide de 0,3 peut ainsi être assimilée au passage d'un modèle thermomécanique semi-solide à un modèle semi-liquide ; cela signifie qu'en dessous de cette fraction de "cohérence" le comportement ressemble assez bien à un comportement solide (les ordres de grandeur des sensibilité à la vitesse de déformation et de la consistance du matériau sont similaires à ceux observés à l'état solide). Au-dessus, le comportement va tendre vers un comportement fluide (chute brutale de la consistance et le coefficient m de sensibilité à la vitesse de déformation tend vers 1).

Résultats et commentaires

Les mesures ont ensuite été dépouillées par l'IRSID, afin d'identifier par une technique d'analyse inverse, mettant en jeu les logiciels FORGE2[®] et SIDOLO, les paramètres de la loi de comportement viscoplastique suivante :

$$\sigma_{\dot{\epsilon}} = K_{vp} \dot{\epsilon}^m \quad (4.19)$$

où K_{vp} représente comme pour l'équation 4.5 la consistance du matériau (unité $MPa.s^m$) et m est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

La figure 4.8 représente l'évolution du coefficient de sensibilité en fonction de la fraction liquide pour quatre nuances d'acier. On peut remarquer que ce coefficient évolue lentement et est borné entre $[0,20; 0,25]$. Cette sensibilité est caractéristique des aciers à haute température.

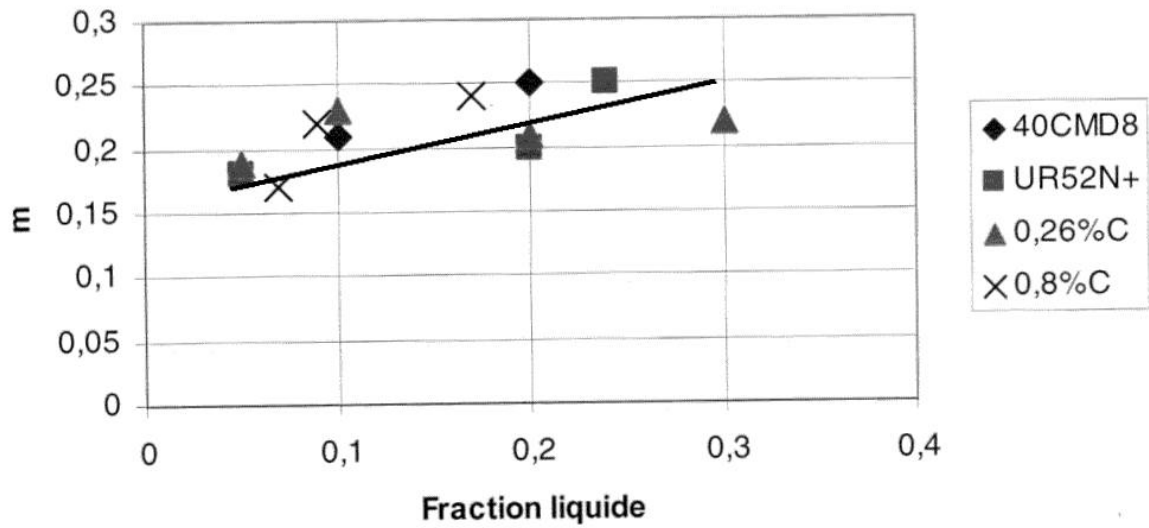


FIG. 4.8: sensibilité à la vitesse de déformation en fonction de la fraction liquide [OSC, mars 2002].

La figure 4.9 représente l'évolution de la consistance des quatre nuances considérées en fonction de la fraction liquide. Grossièrement on peut voir que la consistance reste élevée et bien éloignée des viscosités usuelles des fluides. Le comportement de la zone pâteuse pour des fractions liquides inférieures à 0,3 est donc sensiblement similaire au comportement à l'état solide et s'inscrit dans la continuité de celui-ci à la température de solidus

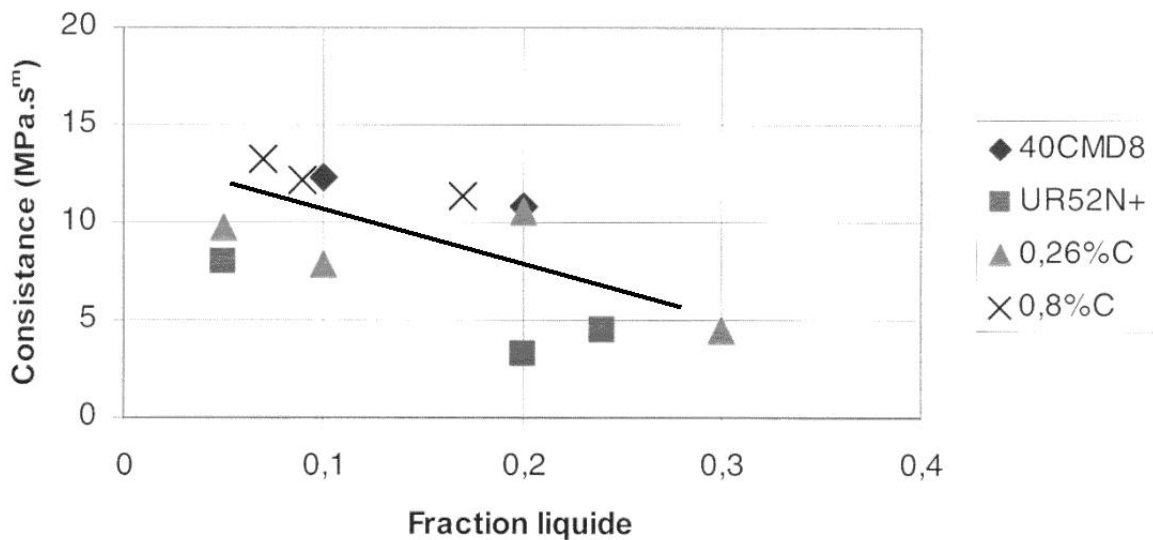


FIG. 4.9: consistance en fonction de la fraction liquide [OSC, mars 2002].

4.2.4 Rhéologie à l'état pâteux ($1418\text{ }^{\circ}\text{C} < T < 1508\text{ }^{\circ}\text{C}$)

Puisqu'il existe très peu de données concernant la rhéologie des zones pâteuse nous justifions ici notre méthode d'obtention du comportement mécanique. Le modèle rhéologique choisi est indiqué par l'équation 4.5 dégénérant en 4.7 pour l'état liquide. Nous devons donc déterminer les valeurs de consistance du matériau K_{vp} et de sensibilité à la vitesse de déformation m dans l'intervalle de solidification.

Pour déterminer les valeurs des grandeurs intervenant dans les loi de comportement, nous faisons des hypothèses concernant la continuité de certaines grandeurs aux températures où ont lieu des changements de comportements mécaniques. Nous en déduisons alors des valeurs de continuité que les lois de comportement doivent satisfaire à la température de transition.

Nous présentons alors successivement les valeurs de la consistance et de la sensibilité à la vitesse de déformation que nous avons obtenues.

Contrainte de continuité du comportement au solidus

On rappelle que, d'après notre modèle, la température de transition entre l'état mécanique élasto-viscoplastique et viscoplastique est choisie égale à T_S qui est la température de solidus. De même, la température de transition entre l'état mécanique viscoplastique et newtonien se situe pour la température de liquidus T_L .

Nous supposons qu'aux températures où ont lieu les changements de lois rhéologiques, les contraintes équivalentes sont conservées. En d'autres termes et en considérant notre calcul, les contraintes équivalentes sont donc conservées pour les températures de solidus et liquidus.

On écrit la conservation de la contrainte équivalente à la température $T_S = 1418^{\circ}\text{C}$:

$$\sigma_{\acute{e}q}^{vp}(T_S) = \sigma_{\acute{e}q}^{evp}(T_S) \quad (4.20)$$

En explicitant les contraintes équivalentes limites correspondant aux états solide et pâteux à cette température :

$$K_{vp}\dot{\epsilon}^{m_{vp}} = \sigma_{00} + K_{evp}\bar{\epsilon}^n\dot{\epsilon}^{m_{evp}} \quad (4.21)$$

où m_{vp} et m_{evp} sont respectivement les coefficients de sensibilité à la vitesse de déformation pour les états pâteux et solide. Ils correspondent bien évidemment au m des équations 4.5 et 4.1.

De la loi multiplicative 4.1 correspondant au modèle II de Kozlowski, et sous les hypothèses qu'à la température de solidus le seuil σ_{00} est nul, les déformations sont nulles et le coefficient d'écrouissage n est nul, on obtient les égalités suivantes :

$$\begin{cases} K_{vp}(T_S) & = K_{evp}(T_S) \\ m_{vp}(T_S) & = m_{evp}(T_S) \end{cases} \quad (4.22)$$

Cela signifie que le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m et la consistance du matériau sont continus à la température de transition entre les lois rhéologiques.

Contrainte de continuité du comportement au liquidus

Pour une loi de comportement viscoplastique on définit dans R2SOL la consistance (ou viscosité pour un fluide $-m = 1$) $K_{newt} = K_{vp}^{R2SOL}$ de la manière suivante :

$$\sqrt{3}^{m_{vp}(T)+1} K_{vp}^{R2SOL}(T) = K_{vp}(T) \quad (4.23)$$

où $K_{vp}(T)$ est défini par l'équation 4.5. On obtient donc :

$$K_{newt} = K_{vp}^{R2SOL}(T) = \frac{K_{vp}(T)}{\sqrt{3}^{m_{vp}(T)+1}} \quad (4.24)$$

On peut alors également écrire l'égalité des contraintes équivalentes à la température de liquidus T_L . On obtient alors que m et $K = K_{vp}^{R2SOL}$ sont continus à la température de liquidus. Par ailleurs, comme nous avons un écoulement newtonien pour des températures $T > T_L = 1508^\circ C$, nous écrivons également :

$$m(T = T_L) = 1 \quad (4.25)$$

Il reste à déterminer une valeur pour la consistance (ou la viscosité pour le fluide) de la zone pâteuse à la température de liquidus. Les valeurs usuelles de la viscosité des aciers liquides est de $10^{-3} Pa.s$. Si l'on choisit une telle valeur, la convection naturelle aura une part prépondérante dans l'écoulement des zones pâteuses et liquides. Or comme nous l'avons dit dans le chapitre 2 nous négligeons ces phénomènes et nous choisissons alors des consistances arbitrairement élevée dans les zones pâteuse et liquide. De ce fait la convection naturelle sera masquée.

Pratiquement nous prenons des valeurs supérieures à $K_{newt} = 500 Pa.s$ pour la viscosité du fluide. Ce choix est un bon compromis entre l'ordre de grandeur de la viscosité des aciers liquides ($10^{-3} Pa.s$) et le fait qu'on cherche à négliger la convection naturelle dans notre approche lagrangienne. En effet de l'équation 2.7 du chapitre 2 on peut déterminer le nombre de Rayleigh approximatif observé dans la zone liquide-pâteuse de la coulée continue pour une viscosité de $K_{newt} = 500 Pa.s$ (on donne comme exemple le cas du 18M5) :

$$Ra = \frac{g\Delta T\alpha h^3}{\nu\lambda} \approx 1,5 \quad (4.26)$$

avec :

- $g = 10 m.s^{-2}$,
- $\Delta T = 1528 - 1418 = 110 K$ correspond à l'intervalle de température où peut se dérouler la convection naturelle (de la température nominale de la coulée $1528^\circ C$ à la température de solidus $1418^\circ C$),

- $\alpha \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$,
- h^3 est le volume occupé par la zone où peut avoir lieu la convection naturelle : c'est donc le volume occupé par les zones liquide et pâteuse qu'on peut majorer par $0,25 \times 2 \times 10$ où l'épaisseur de la brame est $0,25 \text{ m}$, la largeur 2 m et le puits liquide est situé à 10 m (on surestime ainsi le nombre de Rayleigh),
- $\lambda = 40 \text{ W/K/m}$,
- $\nu = \frac{K_{newt}}{\rho} = \frac{500}{7300} = 6,85 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Nous pouvons donc conclure que le choix de viscosités supérieures à $K = 500 \text{ Pa.s}$ permet de s'affranchir des phénomènes dus à la convection naturelle. Nous supposons en outre que cette viscosité arbitrairement élevée est constante dans le liquide et ne dépend donc pas de la température.

Il reste alors à construire notre modèle rhéologique dans la zone pâteuse ce qui est équivalent à déterminer le couple (K, m) dans la plage de température $[T_S; T_L]$ tout en sachant que ces grandeurs sont déterminées par continuité aux températures de liquidus et de solidus.

Evolution de la consistance dans l'intervalle de solidification

Au vu des résultats des essais d'indentation, et pour simplifier, nous avons supposé que la consistance reste constante pour des fractions liquides massiques comprises entre 0 et 0,3 (les températures respectives étant 1418°C et 1483°C - voir annexe 2) et qu'elle décroît ensuite exponentiellement en fonction de la température suivant une loi du type d'Arrhénius, jusqu'à sa valeur à l'état liquide. Ces simplifications sont sûrement discutables. Cependant dans un souci de simplicité nous avons gardé un modèle considérant une loi de type Arrhénius.

La figure 4.10 représente l'évolution du logarithme décimal de la consistance $K_{newt} = K_{vp}^{R2SOL}$ en fonction de la température. Ce sont deux segments de droite. La viscosité du liquide (pour $T > T_L = 1508^\circ\text{C}$) est ici supposée égale à 500 Pa.s .

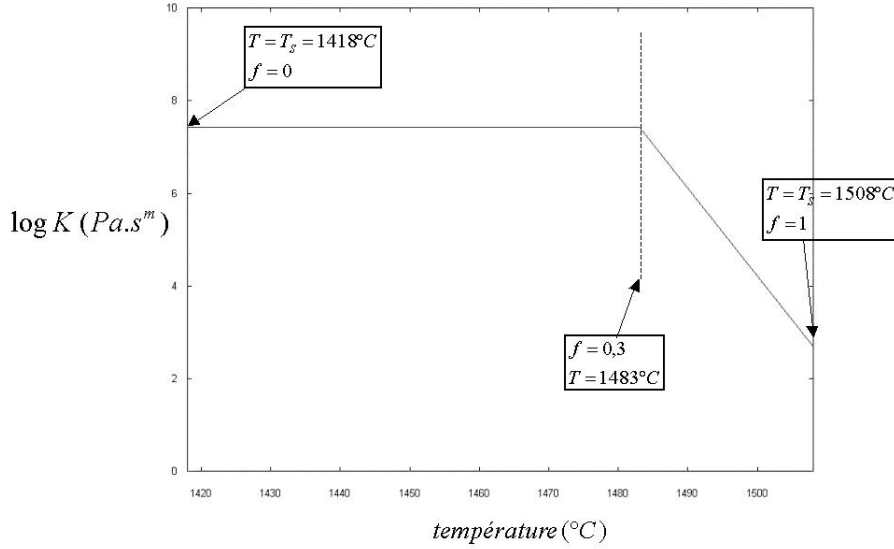


FIG. 4.10: acier 18M5 : évolution de la consistance à l'état pâteux en fonction de la température

Le modèle II de Kozłowski nous donne $K_{evp}(1418^{\circ}C) = 5,181 \cdot 10^7 Pa.s^m$ et $m_{evp} = m = 0,236$ à la température de solidus. Nous avons donc $K_{vp}(1418^{\circ}C) = 5,181 \cdot 10^7 Pa.s^m$ et $m_{vp} = m = 0,236$ à cette même température. Nous intégrons donc dans nos données pour R2SOL le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation $m = 0,236$ et la consistance $K(T_S) = K_{vp}^{R2SOL}(T_S) = \frac{K_{vp}(T_S)}{\sqrt{3}^{m_{vp}(T_S)+1}} = 2,628 \cdot 10^7 Pa.s^m$. Donc $\log_{10}K \approx 7,42$. Le premier segment de droite est donc constant à la valeur 7,42. Le second segment est une droite de type $aT + b$ dont la pente a et l'ordonnée à l'origine b sont déterminées par les valeurs données de la consistance aux températures $1483^{\circ}C$ ($\log_{10}K \approx 7,4196$, une plus grande précision est effectivement nécessaire) et $1508^{\circ}C$ ($\log_{10}K \approx 2,6989$ car on a choisi $K = 500 Pa.s$). On obtient ainsi la loi d'Arrhénius suivante :

$$\begin{cases} K(T) &= \exp [\ln 10(aT + b)] \\ a &= -0,1888^{\circ}C^{-1} \\ b &= 287,41 \end{cases} \quad (4.27)$$

Evaluation de la sensibilité à la vitesse de déformation m dans l'intervalle de solidification

Nous obtenons l'évolution de la sensibilité $m(T)$ en fonction de la température de la même manière que pour la consistance. Des essais d'indentation [OSC, 2002], nous supposons pour simplifier que pour la plage de température $[1418^{\circ}C ; 1483^{\circ}C]$ correspondant à la plage de fraction liquide $[0 ; 0,3]$ la sensibilité m est constante. En effet d'un point de vue thermophysique, le milieu pâteux est proche d'un état semi-solide et donc admet un comportement similaire à un état solide à haute température. Ensuite nous supposons que le coefficient m croît linéairement en fonction de la température pour atteindre la valeur de 1 à la température de liquidus $T_L = 1508^{\circ}C$. Supposer m linéaire en fonction de la température est bien sûr une hypothèse qui permet de simplifier notre modèle numérique.

La figure 4.11 donne l'évolution de la sensibilité m en fonction de la température.

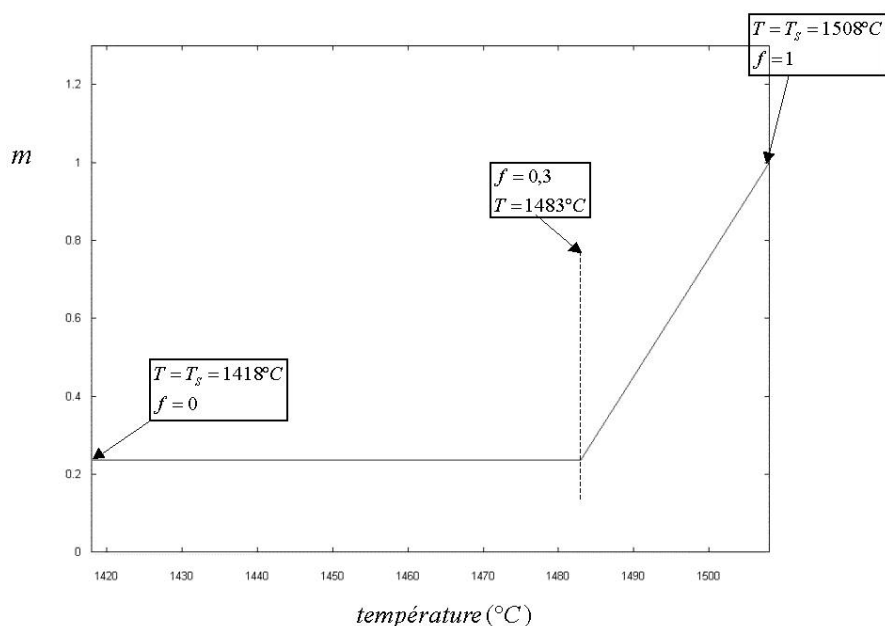


FIG. 4.11: acier 18M5 : évolution de la sensibilité à la vitesse de déformation en fonction de la température à l'état pâteux

4.3 Rhéologie proposée pour décrire l'acier *XC6*

Nous avons vu dans la section précédente comment obtenir la rhéologie de l'acier 18M5. Tout particulièrement nous avons montré qu'on pouvait utiliser la loi II de [Kozłowski *et al.*, 1992] pour décrire la coque solide. Cela a été possible dans la mesure où le 18M5 ne subit pas de transformation de phase ferrite-austénite sous forme solide.

L'acier *XC6* possède des caractéristiques thermochimiques différentes du 18M5 et il est nécessaire d'utiliser une autre stratégie pour obtenir sa rhéologie. D'une part l'acier *XC6*, moins allié, devient pâteux et liquide à plus haute température. Le tableau 4.3 rappelle les températures de solidus et liquidus des deux aciers que nous avons étudiés.

acier <i>XC6</i>		acier 18M5	
T_S °C	T_L °C	T_S °C	T_L °C
1495	1528	1418	1508

TAB. 4.3: températures de liquidus et solidus pour les aciers *XC6* et 18M5

D'autre part le *XC6* a une teneur plus faible en carbone (0,067 % en masse) ce qui a pour consé-

quence l'apparition d'un changement de phase ferrite-austénite quand l'acier est solide. Les lois de [Kozłowski *et al.*, 1992] ne peuvent donc pas être appliquées pour le XC6; nous utilisons donc les lois de [Kim *et al.*, 1996] pour décrire le comportement mécanique du XC6 à l'état solide.

Dans cette partie nous utilisons donc le modèle de [Kim *et al.*, 1996] qui nous permet de calculer la rhéologie de la coque solide de l'acier XC6. On obtient ensuite la rhéologie dans l'intervalle de solidification en suivant la méthode présentée précédemment.

4.3.1 Rhéologie à l'état solide ($T < 1495^{\circ}\text{C}$) pour le XC6

Transformation de phase austénite-ferrite pour le XC6

D'après les calculs de microségrégation effectués par l'IRSID qui a utilisé le logiciel THERMOCALC [Sundman, 1997], l'acier XC6 se solidifie à la température 1495°C . La phase solide est alors complètement sous forme de ferrite (δ). Lorsque la température diminue, le solide devient austénite (γ) à partir de la température 1473°C et est complètement sous forme austénite à la température 1439°C . La figure 4.12 représente les évolutions des fractions en ferrite et austénite pour les températures entre 1439°C et 1473°C . Le tableau 4.4 rassemble les données présentées sur la figure 4.12.

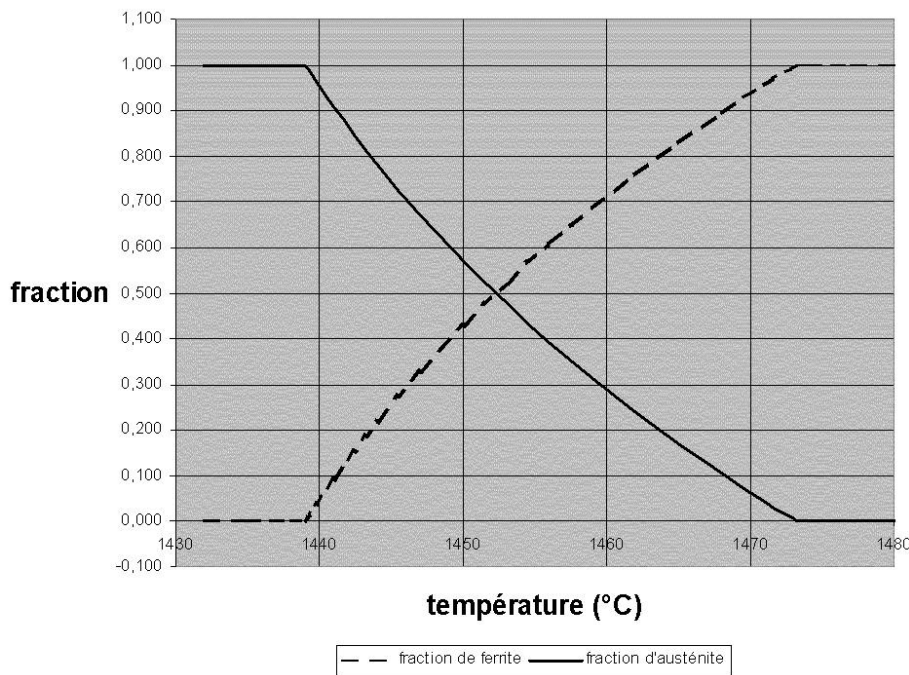


FIG. 4.12: évolution de la fraction en austénite et ferrite pour des températures comprises entre 1439°C et 1473°C

fraction en ferrite	fraction en austénite	température (K)	température (°C)
1,000	0,000	1746	1473
0,957	0,043	1744	1471
0,895	0,105	1741	1468
0,830	0,170	1738	1465
0,761	0,239	1735	1462
0,687	0,313	1732	1459
0,608	0,392	1729	1456
0,522	0,478	1726	1453
0,429	0,571	1723	1450
0,328	0,672	1720	1447
0,216	0,784	1717	1444
0,092	0,908	1714	1441
0,000	1,000	1712	1439

TAB. 4.4: fraction de ferrite et d'austénite pour la phase solide de l'acier XC6

Choix du modèle rhéologique de Kyung-hyun Kim

Comme l'acier XC6 admet une transformation de phase austénite-ferrite alors qu'il est solide, nous n'utilisons pas les lois de [Kozłowski *et al.*, 1992] qui ne sont valables que si l'acier est sous forme austénite mais nous nous appuyons sur l'article de [Kim *et al.*, 1996] pour établir la rhéologie de cet acier. D'autre part, on remarque que le modèle donné [Kim *et al.*, 1996] et tiré des résultats expérimentaux de [Wray, 1982] et [Suzuki *et al.*, 1988] est valable pour des températures allant jusqu'à 1500 °C, ce qui est bien adapté à l'acier XC6.

Présentation du modèle rhéologique de Kyung-hyun Kim

D'après Kyung-hyun Kim, la loi de comportement de la ferrite et de l'austénite est du type viscoplastique sans seuil et s'écrit sous la forme :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = A \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) [\sinh(\beta\sigma_{\acute{e}q}\bar{\epsilon}^{-n})]^{\frac{1}{m}} \quad (4.28)$$

où :

- $\bar{\epsilon}$ est la déformation équivalente,
- $\sigma_{\acute{e}q}$ est la contrainte équivalente,
- Q est l'énergie d'activation,
- T la température en K,
- R est la constante de gaz parfait $R = 8.314 J/mol/K$
- A , β , n et m sont des constantes.

Ces coefficients ont été déterminés d'après les courbes expérimentales de P.J Wray [Wray, 1982] et sont rassemblés dans le tableau 4.5 :

	β (MPa^{-1})	n	A (s^{-1})	Q (kJ/mol)	m
$\delta - Fe$	0,0522	0	$9,997.10^7$	202,1	0,2657
$\gamma - Fe$	0,01308	0,4289	$1,047.10^{10}$	326,3	0,2008

TAB. 4.5: coefficients de la loi proposée par Kyung-hyun Kim

Dans le cas du procédé de coulée continue, les vitesses de déformation sont inférieures à $10^{-2} s^{-1}$. Si l'on suppose que $\beta\sigma_{\acute{e}q}\bar{\epsilon}^{-n}$ est petit (d'après les valeurs du tableau 4.5 cela signifie que $\sigma_{\acute{e}q} \ll 100 MPa$) alors on peut réécrire l'équation 4.28 en :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = A \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) (\beta\sigma_{\acute{e}q}\bar{\epsilon}^{-n})^{\frac{1}{m}} \quad (4.29)$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$\sigma_{\acute{e}q} = A^{-m}\beta^{-1} \exp\left(\frac{mQ}{RT}\right) \bar{\epsilon}^n \dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (4.30)$$

[Paccini, 2002] a effectué la même approximation dans son étude de la solidification d'une goutte d'acier (appelé "procédé de chute de goutte") et elle a pu montrer l'évolution du contact de celle-ci avec le substrat. Ce procédé admet des conditions mécaniques (vitesse de déformation et déformation) similaires au procédé de coulée continue. Nous pouvons alors dès à présent supposer que, pour la coulée continue, les comportements mécaniques des phases ferrite et austénite sont représentées par l'équation 4.30.

Mélange des phases en présence : ferrite et austénite

Pour prendre en compte la coexistence des phases δ et γ dans un modèle rhéologique unique, on a en première approche deux choix à notre disposition :

1. soit on suppose que les vitesses de déformation sont les mêmes et les contraintes différentes ; c'est le modèle de Taylor, la contrainte totale d'écoulement est alors calculée comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_{\acute{e}q} &= f_{\delta}\sigma_{\delta} + f_{\gamma}\sigma_{\gamma} \\ \dot{\bar{\epsilon}} &= \dot{\bar{\epsilon}}_{\delta} = \dot{\bar{\epsilon}}_{\gamma} \end{cases} \quad (4.31)$$

f_{δ} et f_{γ} sont les fractions volumiques des phases δ et γ , σ_{δ} σ_{γ} sont les contraintes équivalentes des phases δ et γ définies par l'équation 4.30 et dont les coefficients sont donnés dans le tableau 4.5.

2. soit on suppose que les contraintes sont les mêmes et les vitesses de déformation différentes. C'est le modèle dit "statique". La vitesse de déformation totale s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{\bar{\epsilon}} &= f_{\delta}\dot{\bar{\epsilon}}_{\delta} + f_{\gamma}\dot{\bar{\epsilon}}_{\gamma} \\ \sigma_{\acute{e}q} &= \sigma_{\delta} = \sigma_{\gamma} \end{cases} \quad (4.32)$$

L'expérience montre que le modèle de Taylor, bien qu'imparfait, représente mieux la réalité que le modèle "statique" [Harste *et al.*, 1992], c'est donc celui que l'on va utiliser. Cette méthode (loi de mélange sur les contraintes d'écoulement) est difficile à implémenter dans un code de calcul. Il serait plus facile que le mélange se fasse sur les coefficients de la loi de comportement comme dans le travail de [Paccini, 2002]. A. Paccini a montré que la loi de mélange des coefficients pouvait être acceptable par rapport au modèle de Taylor.

Par rapport à l'équation 4.1, on peut écrire l'équation 4.30 de la façon suivante :

$$\sigma_{\acute{e}q} = K_{evp}\bar{\epsilon}^n\dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (4.33)$$

et :

- K est la consistance de la coque solide (en identifiant on obtient $K_{evp} = A^{-m}\beta^{-1} \exp\left(\frac{mQ}{RT}\right)$),
- m est la sensibilité au taux de déformation donnée par [Kim *et al.*, 1996]
- n est le coefficient d'écrouissage, donné par [Kim *et al.*, 1996].

Nous comparons sur les figures 4.13, 4.14 et 4.15 pour trois températures différentes comprises dans l'intervalle où cohabitent les phases austénite et ferrite ($T = 1717 K$, $1726 K$ et $1738 K$) les contraintes équivalentes suivantes obtenues pour une vitesse de déformation constante de $\dot{\bar{\epsilon}} = 10^{-3} s^{-1}$, typique de la coulée continue d'acier, et pour des déformations inférieures à 0,07 (cela englobe les ordres de grandeur obtenues en coulée continue) :

- la contrainte équivalente au sein de la phase ferrite : $\sigma_{\delta} = K_{\delta}\bar{\epsilon}^{n_{\delta}}\dot{\bar{\epsilon}}^{m_{\delta}}$
 - la contrainte équivalente au sein de la phase austénite : $\sigma_{\gamma} = K_{\gamma}\bar{\epsilon}^{n_{\gamma}}\dot{\bar{\epsilon}}^{m_{\gamma}}$
 - la contrainte équivalente provenant du modèle de Taylor : $\sigma_{\acute{e}q} = f_{\delta}\sigma_{\delta} + f_{\gamma}\sigma_{\gamma}$
 - la contrainte équivalente provenant de la méthode de mélange des coefficients que nous avons choisie : $\sigma_{\acute{e}q} = (f_{\delta}K_{\delta} + f_{\gamma}K_{\gamma})\bar{\epsilon}^{n_{\delta}f_{\delta} + n_{\gamma}f_{\gamma}}\dot{\bar{\epsilon}}^{m_{\delta}f_{\delta} + m_{\gamma}f_{\gamma}}$
-

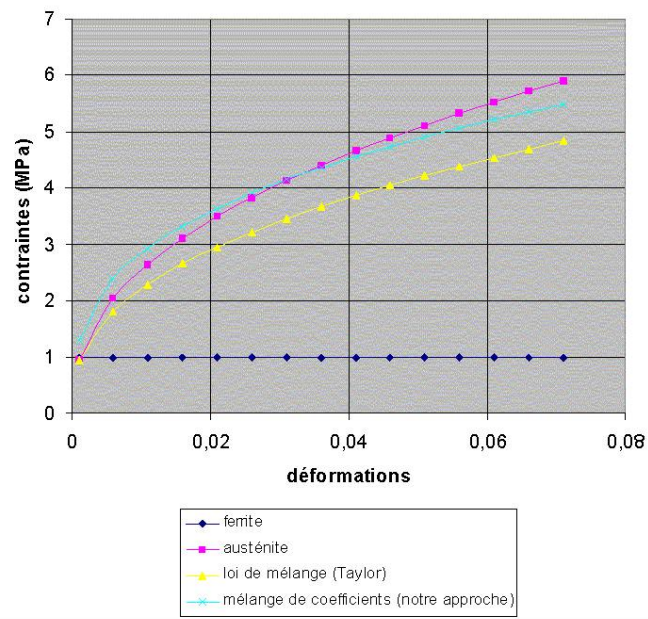


FIG. 4.13: acier XC6 : comparaison de contraintes équivalentes entre mélange sur les contraintes d'écoulement et mélange sur les coefficients pour la température 1717 K ($1444\text{ }^{\circ}\text{C}$, $f_{\delta} = 0,216$, $f_{\gamma} = 0,784$)

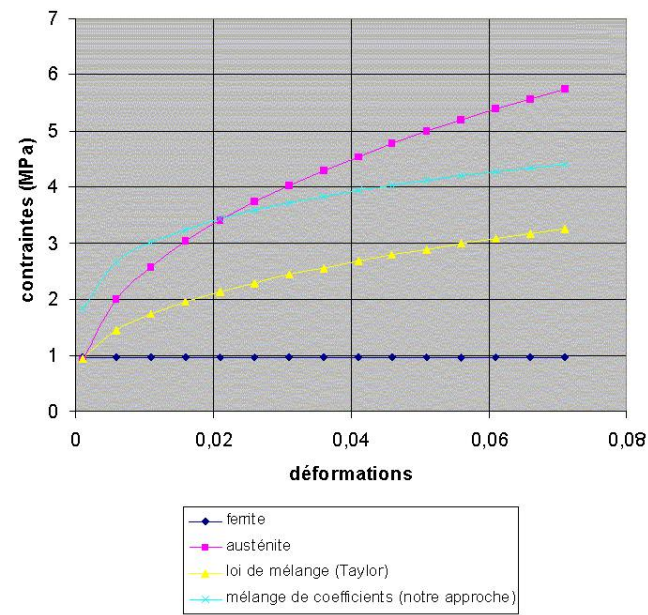


FIG. 4.14: acier XC6 : comparaison de contraintes équivalentes entre mélange sur les contraintes d'écoulement et mélange sur les coefficients pour la température 1726 K ($1453\text{ }^{\circ}\text{C}$, $f_{\delta} = 0,522$, $f_{\gamma} = 0,478$)

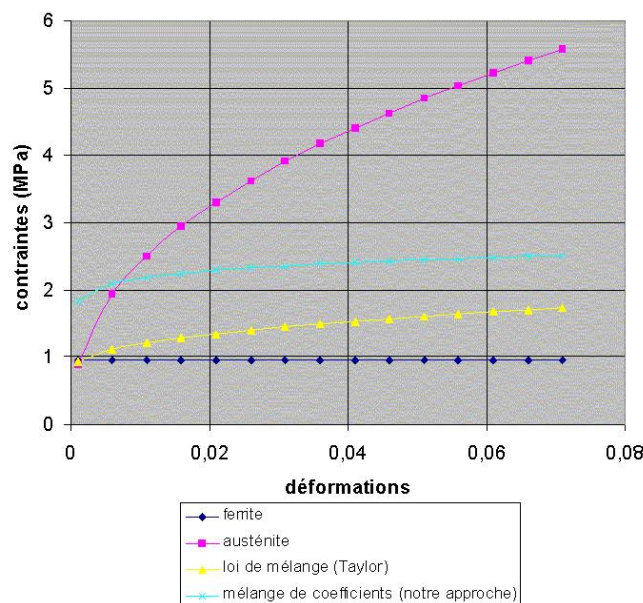


FIG. 4.15: acier XC6 : comparaison de contraintes équivalentes entre mélange sur les contraintes d'écoulement et mélange sur les coefficients pour la température 1738 K ($1465\text{ }^{\circ}\text{C}$, $f_{\delta} = 0,830$, $f_{\gamma} = 0,170$)

La figure 4.13, réalisée pour une forte proportion en austénite, montre une bonne adéquation entre la loi de mélange de Taylor et notre méthode. Les deux autres figures 4.14 et 4.15 (où les proportions en ferrite sont plus élevées que pour la figure 4.13) montrent que ces deux approches sont plus éloignées mais cela reste acceptable. Nous retenons donc la méthode de loi de mélange de coefficients pour obtenir le comportement de l'état solide de l'acier XC6.

L'évolution en fonction de la température de la consistance K_{evp} , de la sensibilité à la vitesse de déformation m et du coefficient d'écroissage n sont donnés en annexe.

4.3.2 Rhéologie des zones pâteuses ($1495 < T < 1528\text{ }^{\circ}\text{C}$) et liquides ($T > 1528\text{ }^{\circ}\text{C}$) pour le XC6

De la même manière que pour le 18M5 nous déterminons la rhéologie des zones pâteuse et liquide pour le XC6. Nous supposons donc que la zone pâteuse admet un comportement viscoplastique de la forme $\sigma_{\dot{\epsilon}} = K\dot{\epsilon}^m$. La consistance K est supposée continue à la température de solidus $T = T_S = 1495\text{ }^{\circ}\text{C}$.

D'autre part comme pour le 18M5, on suppose que l'acier XC6 obéit à un comportement newtonien pour des températures supérieures à la température de liquidus $T_L = 1528\text{ }^{\circ}\text{C}$. La viscosité sera prise égale à 500 Pa.s ce qui permet de s'affranchir des phénomènes de convection naturelle.

On applique les mêmes hypothèses que pour le 18M5 concernant l'évolution en fonction de la température de la consistance K_{vp} et de la sensibilité au taux de déformation m dans la zone pâteuse. On en déduit alors les courbes 4.16 et 4.17 représentant les évolutions de $\log_{10} K$ et m en fonction de la température.

Entre les températures $T(f = 0,3) = 1519\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $T = T_L = 1528\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\log_{10} K$ (on rappelle $K_{newt} =$

$K_{vp}^{R2SOL} = \sqrt{3}^{m+1} K_{vp}$) est supposée linéaire ce qui nous amène à considérer la loi d'Arrhénius suivante :

$$\begin{cases} K(T) &= \exp [\ln 10(aT + b)] \\ a &= -0,3754^{\circ}C^{-1} \\ b &= 568,2 \end{cases} \quad (4.34)$$

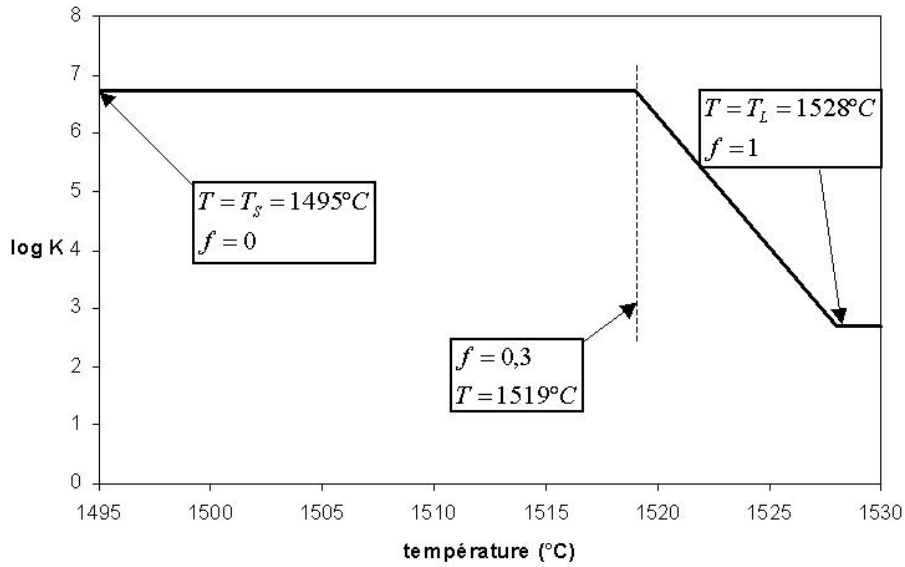


FIG. 4.16: acier XC6 : évolution de la consistance de la zone pâteuse en fonction de la température

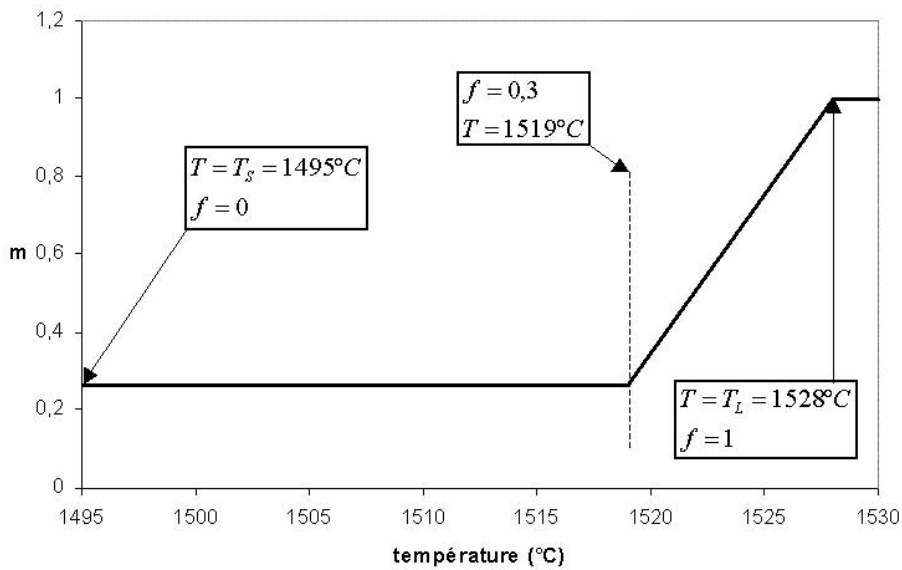


FIG. 4.17: acier XC6 : évolution de la sensibilité à la vitesse de déformation dans l'intervalle de solidification

4.3.3 Conclusion

Nous avons donc présenté dans cette section deux calculs différents pour obtenir la rhéologie de la coque solide des aciers 18M5 et XC6 produits par ARCELOR. Nous avons en effet montré des calculs en utilisant les modèles rhéologiques de [Kozłowski *et al.*, 1992] et du modèle rhéologique de [Kim *et al.*, 1996].

Nous avons par ailleurs proposé une modélisation mécanique de la zone pâteuse assez simpliste. Nous distinguons une valeur critique de la fraction solide au-delà de laquelle la consistance chute et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation croît linéairement jusqu'à 1. Ce modèle ne reflète pas la réalité mais nous nous en contentons dans notre approche.

Enfin nous supposons que la zone liquide est newtonienne. La valeur de la viscosité de la zone liquide est arbitrairement élevée car nous négligeons dans notre approche les phénomènes de convection au sein du fluide.

Le modèle thermomécanique que nous proposons ici est assez simple mais reflète fidèlement la réalité pour la coque solide. Nous n'avons pas modélisé précisément les zones liquide et pâteuse car nous concentrons notre intérêt sur la thermomécanique de la coque solide et notamment sur les gonflements entre les rouleaux. Pour une approche plus fine de la coulée continue d'acier, on pourrait tenir compte des phénomènes de convection et pour cela il faudrait inclure les termes d'inertie et adopter un comportement plus réaliste pour les zones liquide et pâteuse.

Chapitre 5

Adaptation du logiciel R2SOL à la simulation de la coulée continue

Pour adapter R2SOL à un calcul de coulée continue, il a fallu être capable de prendre en compte la géométrie de la machine. Cela signifie qu'il a fallu introduire dans le code des notions spécifiques à la coulée continue comme les diamètres et positions des rouleaux, les rayons de courbure de la machine, la vitesse de coulée, ... Ces notions interviennent de façon récurrente dans les calculs thermomécaniques à travers le contact avec les rouleaux, par exemple, ou bien dans la résolution thermique où les conditions aux limites dépendent de la position dans la machine. De ce chapitre, nous tirons des conventions et des définitions importantes comme la notion de longueur métallurgique d'un point de la brame de coulée continue. Nous sommes alors capables de prendre en compte les machines complètes de coulée continue sur lesquelles nous avons travaillé. Ceci est d'ailleurs original par rapport à la littérature car, à ma connaissance et avant l'année 2003, aucun auteur ne s'est encore aventuré à prendre en compte la courbure d'une machine de coulée continue.

Dans ce chapitre, nous présentons les adaptations faites dans le code R2SOL et valables dans le cas d'un calcul de coulée continue. Nous nous concentrons donc sur les conditions aux limites pour les problèmes thermique et mécanique ainsi que sur la gestion de maillage.

Nous montrons, dans un premier temps, comment sont gérées les conditions aux limites et l'évolution du maillage dans le code R2SOL. Nous en déduisons les différentes adaptations qu'il a fallu faire pour l'application à la coulée continue.

Nous présentons ensuite la gestion du contact mécanique entre les outils typiques de la coulée continue ("faux-mannequin", rouleaux et lingotière) et la brame d'acier. Ces outils sont particuliers dans la mesure où ils ont des formes simples (cercles et segments de droite, en dimension 2). Connaissant alors exactement leur géométrie, nous traitons le contact précisément sans faire appel à une segmentation des outils comme dans le code Forge2 par exemple. Le traitement du contact s'apparente alors à la définition des conditions aux limites en mécanique. On voit ici l'importance des notions géométriques de la coulée continue car la position des rouleaux de soutien est importante pour déterminer les termes de contact mais aussi la donnée des centres de courbure pour calculer la trajectoire du "faux-mannequin".

De même, nous présentons les conditions aux limites pour le problème thermique. Il s'agit de montrer

comment sont modélisés le refroidissement pariétal par jets d'eau ainsi que l'intense refroidissement qui est appliqué en lingotière. Globalement l'intensité de refroidissement décroît au fur et à mesure que l'acier parcourt la machine et on peut alors entrevoir que les conditions aux limites sont fonction de la longueur métallurgique.

En outre, comme nous abordons la coulée continue de façon lagrangienne, la gestion du maillage est un aspect incontournable de l'étude. Nous montrons notamment comment intervient le remaillage dans l'approche globale instationnaire (GI) de la coulée continue et notamment l'étape de transport qui doit être la plus précise possible pour perdre un minimum d'information par diffusion numérique.

Il reste alors à définir les conditions initiales pour effectuer un calcul de coulée continue. Les conditions initiales à appliquer doivent être données pour les problèmes mécaniques et thermiques. Les calculs que nous proposons peuvent être initialisés à n'importe quelle longueur métallurgique. Le point le plus délicat de l'étude est donc l'obtention de l'état thermomécanique initial de la brame de coulée continue nécessaire pour bien définir les conditions initiales.

5.1 Présentation de l'état du logiciel de calcul *R2SOL* à mon arrivée

Pour bien comprendre l'évolution du code *R2SOL* au cours de l'étude de la coulée continue, nous présentons les multiples possibilités qu'offrait le logiciel à mon arrivée au laboratoire. Nous pouvons synthétiser les aptitudes du code en cinq parties :

1. la modélisation thermomécanique
2. la résolution numérique du problème thermomécanique
3. la gestion des outils
4. la gestion du maillage
5. les conditions initiales

Les deux premiers points ont déjà été évoqués dans les chapitres 1 et 2. Nous nous concentrons ici sur les points 3-4-5.

5.1.1 Gestion des outils dans *R2SOL*

R2SOL a hérité de la même gestion des outils que le code *R2*. On peut distinguer deux sortes d'outil : les outils d'injection et les outils de "contact".

Comme *R2* est à l'origine un code de remplissage il permet la notion de flux de matière à travers un outil. Cette notion nous a servi dans notre étude de la coulée continue d'acier au niveau de la stratégie globale instationnaire (GI) dans laquelle on simule l'apport de matière à travers la surface supérieure du maillage grâce à un outil d'injection.

Par ailleurs l'outil d'injection étant fixe, il est nécessaire d'y définir des conditions aux limites qui peuvent être soit en vitesse (ou débit) ou en contrainte (pression d'injection). En coulée continue et

pour un calcul global sur toute la machine, nous situons l'outil d'injection au niveau du ménisque (l'acier est complètement liquide). Imposer un débit constant à travers l'outil d'injection signifie qu'entre deux incréments de calcul un volume de matière constant s'est ajouté au matériau. Cela signifie qu'on impose une vitesse constante sur l'outil d'injection. Or, au niveau du procédé on extrait le matériau au moyen des rouleaux moteurs, à une vitesse donnée (la vitesse nominale de coulée) et on régule le niveau en lingotière en réglant le débit du répartiteur. Le débit n'est donc pas constant et on ne peut pas appliquer une condition de vitesse imposée à $z = 0$. On peut appliquer la condition en pression car le répartiteur garantit l'altitude $z = 0$ du ménisque. Nous appliquons donc une pression nulle d'entrée sur l'outil d'injection et a fortiori si nous initions le calcul de coulée continue à n'importe quelle longueur métallurgique nous appliquons sur cet outil la pression ferrostatique.

Les outils de "contact" qu'on introduit dans les simulations avec *R2SOL* représentent généralement le moule dans lequel est coulé la matière qui peut se solidifier. Ces outils sont facétisés ce qui peut engendrer un manque de précision dans le cas d'outils circulaires, par exemple. D'autre part la facet-tisation des outils nécessite une structure de données efficace car il faut stocker toutes les positions des points de discrétisation de l'outil concerné. Dans notre étude nous devons faire face à un grand nombre d'outils (généralement la machine de coulée continue possède entre 150 et 200 rouleaux). La stratégie la plus simple et la plus exacte à mettre en place est de considérer les rouleaux comme des zones "infranchissables" par la matière dont les données se ramènent aux coordonnées du centre et du rayon de chaque rouleau. Nous verrons dans ce chapitre comment est abordé le contact avec les rouleaux.

5.1.2 Gestion du maillage

Plusieurs techniques de gestion de maillage étaient implémentées dans *R2SOL*. Le code considérait uniquement des éléments *P2* c'est-à-dire des triangles à 6 noeuds (3 noeuds au sommet du triangle et 3 noeuds au milieu des côtés du triangle).

Dans les procédés généralement simulés, les déformations engendrées peuvent entraîner une dégénérescence au niveau du maillage. *R2SOL* proposait deux techniques complémentaires pour résoudre ce problème : remaillage complet sur toute la pièce et application de la technique ALE.

Le remaillage complet était effectué à l'aide d'un remaillieur *P2* issu du code Forge2. Un transport des valeurs aux nouveaux noeuds était alors effectué pour obtenir la configuration à l'instant courant. Le transport en question était basé sur une interpolation barycentrique par rapport à l'ancien maillage.

Pour éviter de trop fréquents remaillages, coûteux en temps de calcul et pouvant introduire de la diffusion numérique (ce qui fausse les résultats), on peut utiliser la méthode arbitraire eulérienne-lagrangienne (ALE). Cela consiste à définir une vitesse de maillage qui suit l'écoulement de matière et qui minimise la distorsion du maillage. Cette technique est présentée, par exemple, dans [Gaston, 1997, Chenot and Bellet, 1995]. Si la vitesse de maillage est égale à zéro on se retrouve dans le cas eulérien. Dans le cas où la vitesse du maillage est égale à la vitesse d'actualisation aux noeuds une description lagrangienne est adoptée.

5.1.3 Les conditions initiales

D'un point de vue thermomécanique l'état initial est défini par la donnée des vitesses, pression et température. Le code *R2SOL* s'appuyait sur des conditions initiales de vitesse et pression nulles et sur des conditions homogènes en température sur toute la pièce où est effectuée la simulation thermomécanique. Cela correspond au cas d'une pièce dont le matériau est macroscopiquement au repos à une température homogène. Cette pièce peut alors être perturbée par des conditions aux limites thermiques ou mécaniques et évolue vers un nouvel équilibre.

Dans notre simulation globale instationnaire de la coulée continue, le "faux-mannequin" imprime une vitesse à la brame. Il faut donc définir des conditions initiales non nulles en vitesse. De même si l'on souhaite commencer le calcul à une longueur métallurgique quelconque dans la machine il faut aussi être capable d'imposer des conditions initiales non homogènes assez proches des profils de température observés dans la réalité.

5.1.4 Bilan et organigramme de *R2SOL* à mon arrivée

L'organigramme du logiciel *R2SOL* est représenté sur la figure 5.1.

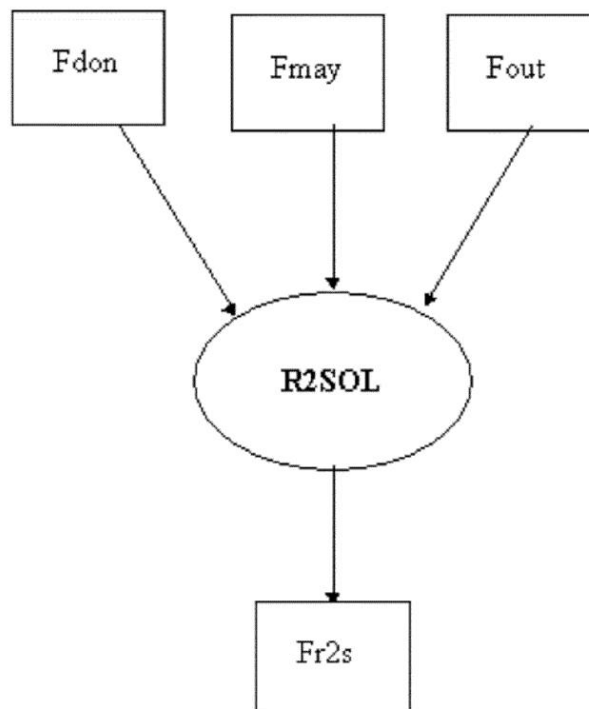


FIG. 5.1: organigramme de *R2SOL* à mon arrivée

A partir du fichier *Fmay* de maillage *P2*, du fichier d'outillage *Fout* et du fichier *Fdon* où sont concentrées les données numériques du problème il est possible d'effectuer une simulation et obtenir des résultats dans des fichiers du type *Fr2s*.

Pour pouvoir mailler une pièce et créer un fichier *Fmay* il faut avant tout définir le contour de cette pièce. Pour pouvoir mailler une partie ou la globalité de la coulée continue, nous devons donc être en mesure de fabriquer un contour de la brame de la coulée continue. Nous nous sommes donc penchés sur le problème de la création du contour ce qui nous a amené à des considérations géométriques pour la machine de coulée continue.

5.2 Prise en compte de la géométrie de la machine de coulée continue

Le calcul de la géométrie de la coulée continue est primordial pour plusieurs points. Tout d'abord pour pouvoir mailler une partie de la coulée il faut calculer le contour de cette partie et donc calculer la position des points de discrétisation le long de ce contour. Ensuite il faut connaître les positions de tous les centres de courbure et les centres des rouleaux nécessaires au problème mécanique pour définir la trajectoire de la brame à travers le chemin délimité par les rouleaux. Pour calculer tous ces paramètres géométriques, l'IRSID nous a transmis un fichier pour chacune des machines. Le début du fichier de données géométriques pour la machine de Fos-sur-Mer est représenté sur la figure 5.2.

cage	n° rouleau	longueur métallo (mm)	diamètre rouleau (mm)	rayon de courbure (m)
bas lingotière		820		infini
corset 0	1	900	100	infini
	2	1030	100	infini
	3	1160	100	infini
	4	1315	150	infini
	5	1495	150	infini
	6	1675	150	infini
	7	1855	150	infini
	8	2035	150	infini
corset 1A	9	2215	150	infini
	10	2400	150	infini
	11	2585	150	56
	12	2769	150	28
	13	2954	150	18.6666667

FIG. 5.2: fichier IRSID décrivant la géométrie de la machine de coulée continue CC2 de Fos/Mer

Les définitions des différentes notions présentées dans le tableau de la figure 5.2 sont schématisées sur la figure 5.3.

Pour calculer les coordonnées des centres des rouleaux et la position des centres de courbure de la machine, il faut se référer au tableau de la figure 5.2. Ainsi, par exemple, pour une longueur métallurgique comprise entre 0 et 2,585 mètres, la machine est verticale : les centres des rouleaux sont obtenus aisément et les centres de courbure sont rejetés à l'infini. Lorsque la machine devient courbe, ayant la position des précédents rouleaux et du centre de courbure, il faut comme le montre la figure 5.4 calculer l'angle θ de la section suivante de la machine et effectuer une rotation d'angle θ . Le centre de courbure suivant est obtenu ensuite comme le montre la figure 5.4. Ainsi de proche en proche on peut

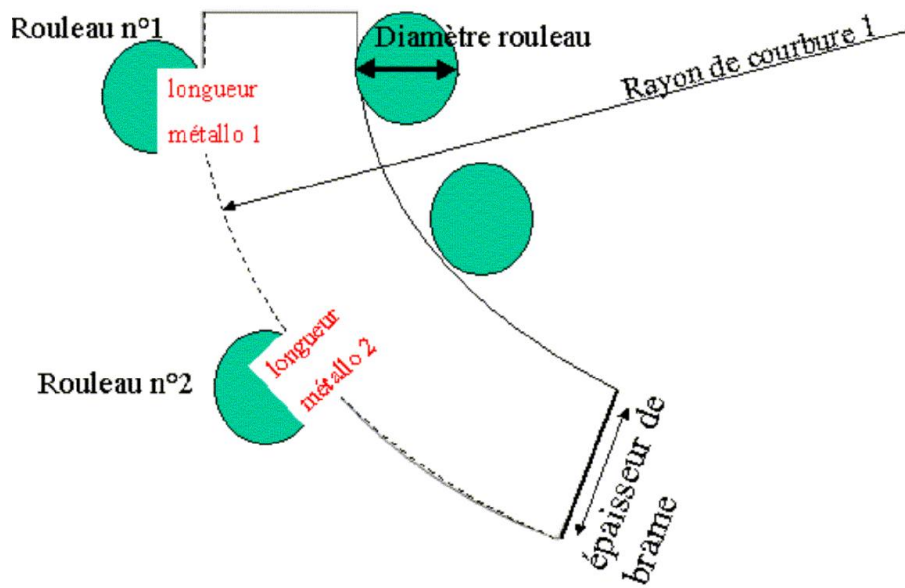


FIG. 5.3: schéma de définition des paramètres géométriques de la coulée continue

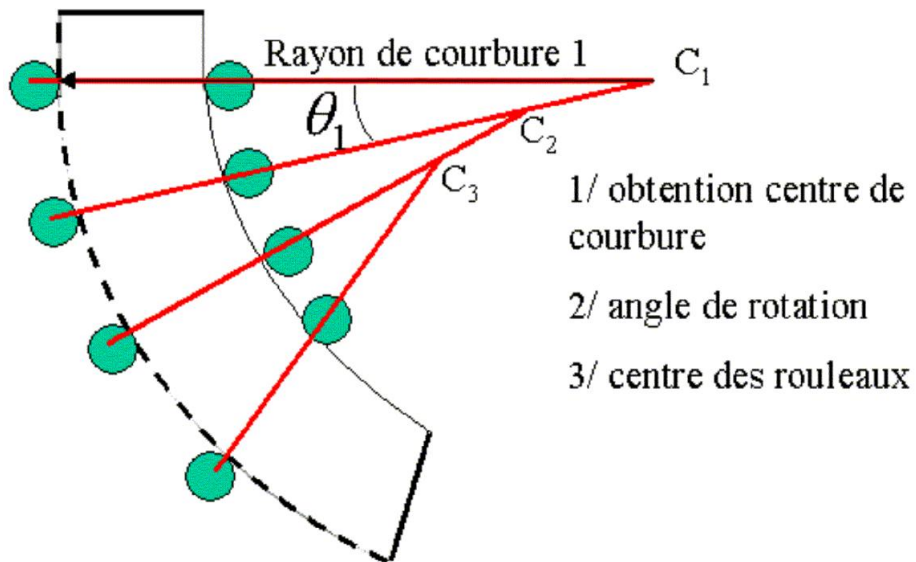


FIG. 5.4: obtention des paramètres géométriques pour la coulée continue

calculer la position de tous les rouleaux et de tous les centres de courbure. Les positions des points de discrétisation nécessaires au calcul du contour de la brame sont alors obtenues facilement.

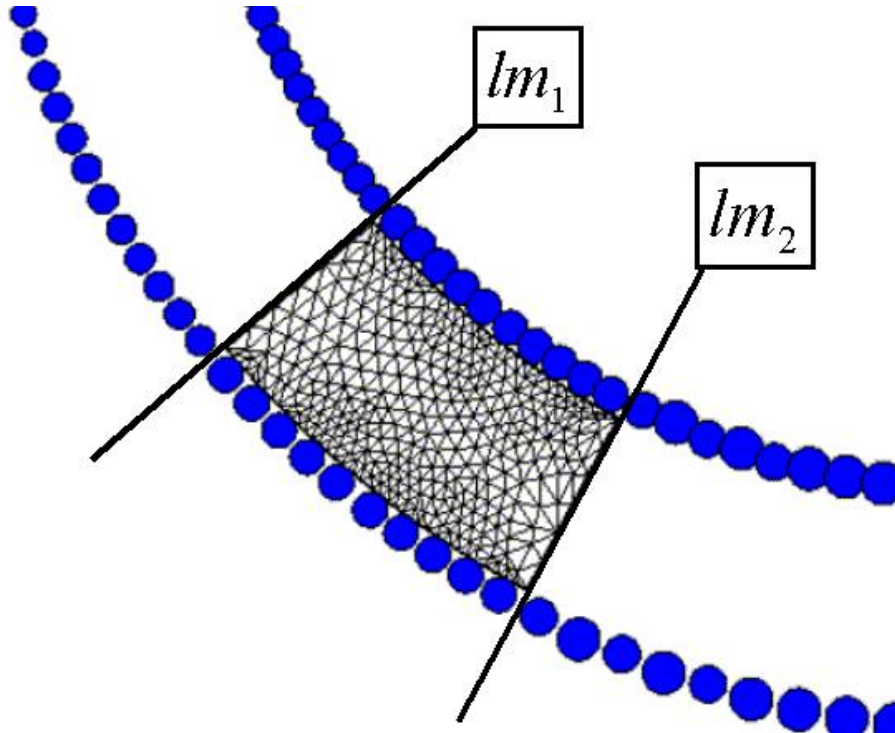


FIG. 5.5: définition d'un maillage initial à partir de deux longueurs métallurgiques données

Le domaine initial qu'on cherche à mailler est défini par deux longueurs métallurgiques lm_1 et lm_2 qui sont les longueurs métallurgiques des faces supérieure et inférieure du domaine (voir figure 5.5). Nous avons créé un pré-processeur qui calcule à partir de la donnée de lm_1 et lm_2 les coordonnées des points de discrétisation du contour du maillage. Le maillage est alors effectué grâce à XR2SOL, post-processeur dédié à R2SOL, ou avec le mailleur de FORGE2.

La figure 5.6 montre le contour complet de toute la brame de coulée continue. On obtient cependant à la fin une brame non horizontale et l'angle de déviation est de 2 degrés. Cela signifie en gros que sur 1 mètre de coulée, le chemin délimité par les rouleaux "descend" de 3 centimètres, ce qui est acceptable. La précision (0,5 mm) des données de la figure 5.2 ne peut être mise en cause car cela donne une erreur d'incertitude sur l'angle de déviation de 0,5 °.

Les données géométriques de l'IRSID ne peuvent donc pas être considérées comme le reflet exact de la réalité et, dans ce cadre, le contour présenté sur la figure 5.6 nous semble fortement acceptable et nous le considérons comme une bonne image de la réalité. La figure 5.7 représente entièrement les machines de coulée continue que nous avons étudiées. Elles sont représentées à la même échelle.

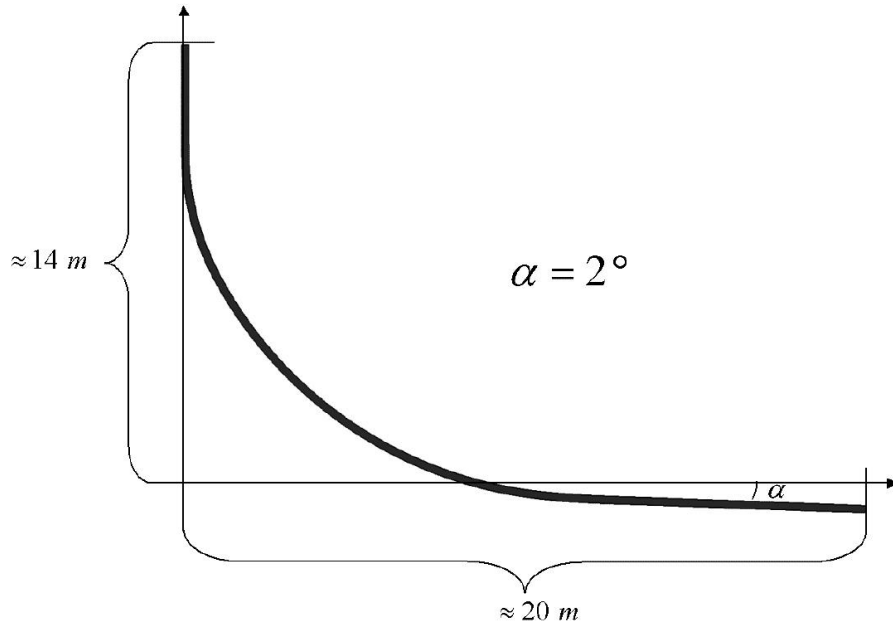


FIG. 5.6: machine de Fos-sur-Mer : contour de la brame totale de coulée continue ; angle de déviation

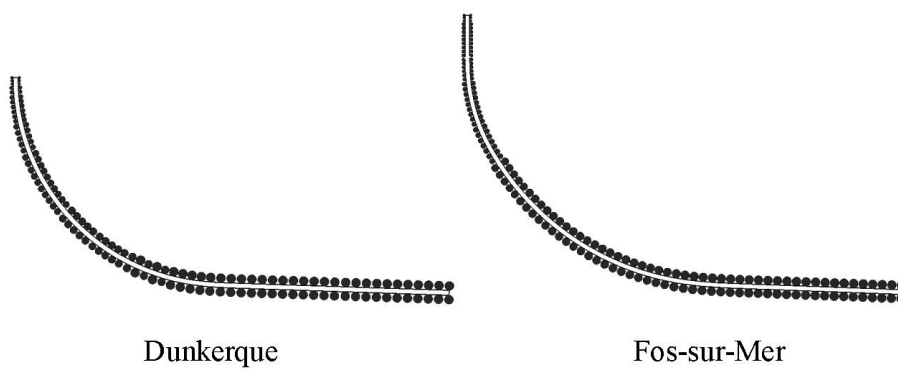


FIG. 5.7: schéma de la brame complète avec les rouleaux pour les machines de coulée continue de Fos-sur-Mer et Dunkerque

5.3 Gestion du contact mécanique avec les outils de coulée continue

Pour que le problème du chapitre 2 soit complet il faut rajouter les conditions aux limites mécaniques. Ces conditions dépendent des propriétés des différents outils. Au niveau de nos approches "tranche instationnaire" et "global instationnaire", nous considérons 4 types d'outil. Nous distinguons alors :

- **l'outil d'injection** : il permet de simuler continuellement l'apport de matière dans la machine et est utilisé dans la méthode (GI)
- **le moule** : cet outil simule la lingotière et est nécessaire lorsqu'on effectue un calcul avec la gravité. Le traitement du contact avec le moule est effectué via une méthode de pénalisation
- **les rouleaux** : ils délimitent le chemin de solidification secondaire et sont importants au niveau du gonflement. Leurs positions ont été calculées grâce au traitement de la géométrie de la machine de coulée continue (voir section précédente). Nous avons utilisé une méthode de pénalisation pour tenir compte du contact entre la brame et les rouleaux. Par ailleurs nous ne simulons pas les rouleaux moteurs. En outre nous négligeons les frottements que peut engendrer le contact entre la brame et les rouleaux. Un rouleau est donc assimilé à un obstacle fixe sur lequel la brame glisse sans frottement.
- **le "faux-mannequin"** : cet outil fictif permet de tracter la brame à travers la machine de coulée continue. Le traitement du contact avec cet outil est géré sur les degrés de liberté à imposer dans la résolution du système mécanique. Il faut noter que cet outil s'apparente au mannequin lors de la phase d'amorçage. Cependant contrairement au mannequin le "faux-mannequin" est supposé adiabatique dans notre approche.

5.3.1 Contact avec l'outil d'injection

Au niveau de la stratégie instationnaire, nous supposons que l'outil d'injection est soumis à la pression ferrostatique. Il est d'ailleurs possible de faire varier cette pression en fonction de la longueur métallurgique où cet outil se trouve. D'un point de vue gestion de maillage, la surface déterminant cet outil est immobile mais est mécaniquement mobile. Cela veut dire qu'au niveau de la résolution mécanique les noeuds appartenant à cet outil ont bien entendu une vitesse non nulle mais subissent un traitement spécifique lors de la phase de remaillage où ils restent fixés à cet outil. On crée ainsi numériquement un apport volumique continu de matière à travers l'outil d'injection.

5.3.2 Contact avec les rouleaux

Expression générale

La stratégie adoptée est le contact pénalisé. Elle est schématisée sur la figure 5.8. Au cours du processus itératif de résolution du problème mécanique non linéaire par Newton-Raphson, lorsqu'un point frontière (ou un point d'intégration de la frontière) du maillage à l'instant t a une vitesse telle que la position actualisée du point en fin d'incrément de temps $M^{t+\Delta t}$ soit à l'intérieur du rouleau de centre C et de rayon R , ce point est pénalisé et subit une "force répulsive" telle que :

$$\vec{T} = \rho_C (R - CM^{t+\Delta t})^+ \vec{n}^{t+\Delta t} \quad (5.1)$$

$$= \rho_C (R - \|\vec{x}_M + \vec{v}_M^t \Delta t - \vec{x}_C\|)^+ \vec{n}^{t+\Delta t} \quad (5.2)$$

où

- ρ_C est appelé le coefficient de pénalisation
- \vec{x}_M est la position du point M au début des itérations (c'est-à-dire la position à l'instant t) (le point M peut être ici soit un noeud frontière du maillage, soit un point d'intégration)
- \vec{v}_M^t est l'estimation du vecteur vitesse à l'itération courante de Newton-Raphson
- \vec{x}_C est la position du centre du rouleau
- $(f)^+ = f$ si $f > 0$ et $(f)^+ = 0$ si $f \leq 0$
- $\vec{n}^{t+\Delta t}$ est la direction de la contrainte et est le vecteur unitaire $\frac{\vec{x}_M + \vec{v}_M^t \Delta t - \vec{x}_C}{\|\vec{x}_M + \vec{v}_M^t \Delta t - \vec{x}_C\|}$. Ce vecteur est une fonction non linéaire de la vitesse à l'itération courante.

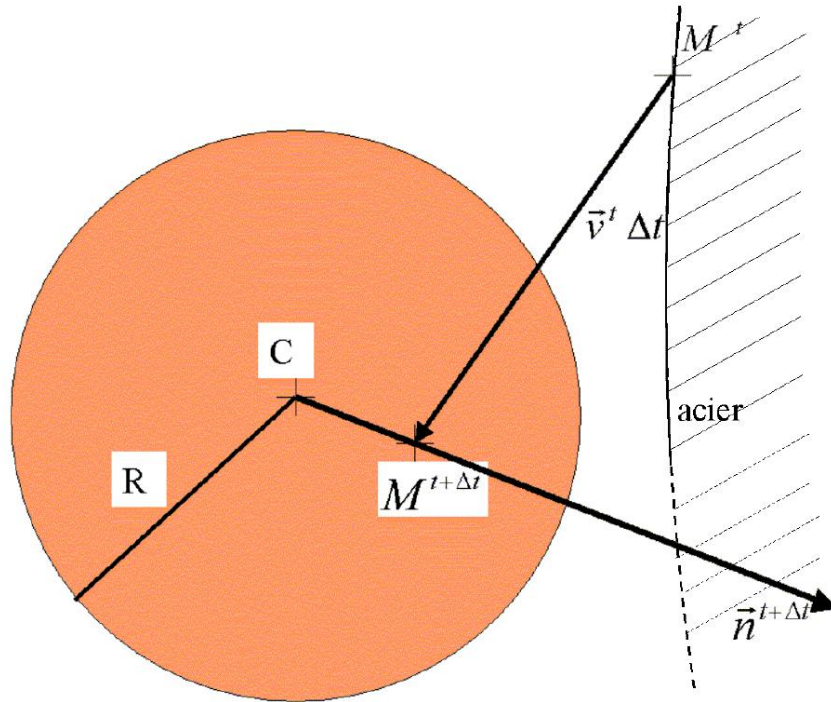


FIG. 5.8: définition du contact pénalisé pour les rouleaux

Les termes de contact pénalisé avec les rouleaux sont à ajouter aux contraintes extérieures pour la zone solide puisque c'est évidemment la coque solide qui est en contact avec les rouleaux. Par conséquent et par rapport aux équations 2.33 du chapitre 2 il faut ajouter le résidu suivant :

$$R = \int_{\partial\Omega} \rho_C (R - \|\vec{x} + \vec{v}^t \Delta t - \vec{x}_C\|)^+ \vec{n} \cdot \vec{V}^* \quad (5.3)$$

où \vec{V}^* est une fonction test comme dans le chapitre 2.

Après discrétisation en éléments finis, on choisit comme fonction test les fonctions d'interpolation aux noeuds du maillage et on obtient l'expression de la contribution au résidu sur le degré de liberté (m, k) :

$$R_{m,k} = \int_{\partial\Omega} N_m \rho_C (R - \|\vec{x} + \vec{v}^t \Delta t - \vec{x}\|)^+ n_k \quad (5.4)$$

Expression après discrétisation

De l'expression précédente on peut calculer de deux façons différentes les contributions du contact pénalisé qui sont à ajouter localement à la matrice tangente et au résidu.

1. La première méthode consiste à intégrer 5.4 à l'aide des points de Gauss, c'est-à-dire à appliquer le terme de pénalisation $(\rho_C (R - \|\vec{x} + \vec{v}^t \Delta t - \vec{x}\|)^+ n_k)$ aux points de Gauss.

Après intégration par la méthode de Gauss on obtient pour un noeud frontière m la contribution suivante au résidu :

$$R_{m,k} = \sum_{l=1}^2 \omega_l N_m(A_l) \rho_C (R - \|\vec{x}_l + \vec{v}_l^t \Delta t - \vec{x}_C\|)^+ n_k(A_l) \quad (5.5)$$

où :

- A_l sont les deux points de Gauss situés au milieu des côtés adjacents au point M considéré,
- ω_l sont les coefficients de Gauss associés aux points A_l

On obtient alors les termes de la matrice tangente grâce à la relation suivante :

$$H_{m,k,n,q} = \frac{\partial R_{m,k}}{\partial V_{n,q}} \quad (5.6)$$

où $V_{n,q}$ est la coordonnée q de la vitesse du noeud n . De l'équation 5.5 on peut voir que le contact pénalisé apporte des termes non nuls si m et n sont des noeuds voisins. Cela veut dire que la contribution du contact pénalisé donne des termes extra-diagonaux dans la matrice tangente (c'est-à-dire des termes tels que $H_{m,k,n,q}$ sont non nuls pour $m \neq n$).

2. En réécrivant le terme $\rho_C (R - \|\vec{x} + \vec{v}^t \Delta t - \vec{x}\|)^+ n_k$ au point M considéré on écrit alors la pénalisation aux noeuds frontière du maillage, ce qui constitue la deuxième méthode et c'est celle que nous avons retenue pour notre étude. De l'équation 5.4, on obtient donc :

$$R_{m,k} = \int_{\partial\Omega} N_m \rho_C (R - \|\vec{x}_m + \vec{v}_m^t \Delta t - \vec{x}_C\|)^+ n_k(M^{t+\Delta t}) \quad (5.7)$$

où

- \vec{x}_m est le vecteur position du point M^t
- \vec{v}_m^t est la vitesse du point M^t à l'itération courante
- $M^{t+\Delta t}$ est le point M à l'itération suivante.

On obtient alors :

$$R_{m,k} = \rho_C (R - \|\vec{x} + \vec{v}_M^t \Delta t - \vec{x}_C\|)^+ n_k (M^{t+\Delta t}) \Delta S \quad (5.8)$$

où ΔS est la longueur (en 2D) "entourant" le point M (elle vaut $\frac{l_1 + l_2}{2}$, où l_1 et l_2 sont les longueurs côtés adjacents au noeud M).

De l'expression 5.8, on peut remarquer que le contact pénalisé apporte des termes nuls m est différent de n . Dans ces conditions nous écrivons :

$$\begin{cases} H_{m,k,m,q} &= \frac{\partial R_{m,k}}{\partial V_{m,q}} \\ H_{m,k,n \neq m,q} &= 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

La méthode de pénalisation au noeud permet donc de diagonaliser la matrice tangente; c'est pour cette raison que nous l'avons retenue.

On calcule donc les termes diagonaux de la matrice tangente dus au contact pénalisé de la méthode de pénalisation aux noeuds :

$$\frac{\partial R_{m,k}}{\partial V_{m,q}} = \Delta S \rho_C (R - \|\vec{x}_m + \vec{v}_m^t \Delta t - \vec{x}_C\|) \frac{\partial n_k}{\partial V_{m,q}} + \Delta S \rho_C n_k \frac{\partial \|\vec{x}_m + \vec{v}_m^t \Delta t - \vec{x}_C\|}{\partial V_{m,q}} \quad (5.10)$$

En notant $\vec{u} = \vec{x}_m + \vec{v}_m^t \Delta t - \vec{x}_C$, on a :

$$\begin{cases} \vec{n} &= \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \\ \frac{\partial u_k}{\partial V_{m,q}} &= \Delta t \delta_{qk} \\ \frac{\partial \|\vec{u}\|}{\partial V_{m,q}} &= \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial V_{m,q}} = \Delta t n_q \end{cases} \quad (5.11)$$

On obtient donc :

$$\frac{\partial \|\vec{x}_m + \vec{v}_m^t \Delta t - \vec{x}_C\|}{\partial V_{m,q}} = \frac{\partial \|\vec{u}\|}{\partial V_{m,q}} \quad (5.12a)$$

$$= \Delta t n_q \quad (5.12b)$$

et :

$$\frac{\partial n_k}{\partial V_{m,q}} = \frac{\partial \left(\frac{u_k}{\|\vec{u}\|} \right)}{\partial V_{m,q}} \quad (5.13a)$$

$$= \frac{1}{\|\vec{u}\|} \frac{\partial u_k}{\partial V_{m,q}} - \frac{u_k}{\|\vec{u}\|^2} \frac{\partial \|\vec{u}\|}{\partial V_{m,q}} \quad (5.13b)$$

$$= \frac{\Delta t}{\|\vec{u}\|} (\delta_{qk} - n_k n_q) \quad (5.13c)$$

On trouve finalement :

$$H_{m,k,m,q} = \Delta S \rho_C \Delta t \left[\delta_{kq} \left(1 - \frac{R}{\|\vec{x}_m^{t+\Delta t} - \vec{x}_C\|} \right) - \frac{R}{\|\vec{x}_m^{t+\Delta t} - \vec{x}_C\|} n_k n_l \right] \quad (5.14)$$

où $\vec{x}_m^{t+\Delta t} = \vec{x}_m^t + \vec{v}_m^t \Delta t$.

Par rapport à la facettisation notre méthode est plus exacte dans la mesure où la facettisation n'est qu'une approximation de la géométrie des outils. D'autre part, les équations 5.8 et 5.14 montrent qu'il suffit de connaître les positions \vec{x}_C des centres des différents rouleaux et leur rayon R , ce qui est plus facile que de stocker tous les points de surdiscrétisation de chaque rouleau.

Par ailleurs la formulation est implicite dans le sens où le vecteur contrainte répulsive dépend du champ de vitesse inconnu, tant en module qu'en direction. En outre, la direction du tenseur de répulsion est suivant le vecteur $\vec{n} = \frac{\vec{CM}^{t+\Delta t}}{CM^{t+\Delta t}}$; le choix de cette direction permet au point pénalisé de suivre naturellement le mouvement de la matière à travers les rouleaux. Enfin, les termes de la matrice tangente provenant du contact pénalisé sont symétriques; la prise en compte du contact pénalisé avec les rouleaux ne perturbe donc pas la symétrie de la matrice tangente globale, on peut donc utiliser un solveur symétrique.

Algorithme d'obtention du coefficient de pénalisation

La méthode de contact pénalisé nécessite de se donner une valeur numérique du coefficient de pénalisation ρ_C . Cependant, le contact pénalisé doit aussi traduire l'effort que les rouleaux exercent sur la brame. Il est évident que les rouleaux en bas de machine vont exercer une plus grande pression que ceux situés en haut de machine. Dans cette optique nous avons attaché à chaque rouleau un coefficient de pénalisation que l'on note ρ_C^{cyl} .

Au début de chaque incrément de temps on procède à un ajustement de la valeur de ρ_C selon le raisonnement suivant. D'après l'équation 5.7, en cas de contact effectif de plusieurs noeuds avec le rouleau *cyl*, la pression de contact maximum constaté sur ce rouleau est :

$$p_{max}^{cyl} = \rho_C^{cyl} Max (R - \|\vec{x} + \vec{v}_M^t \Delta t - \vec{x}_C\|) \quad (5.15)$$

que l'on note pour simplifier :

$$p_{max}^{cyl} = \rho_C^{cyl} \delta_{max}^{cyl} \quad (5.16)$$

où δ_{max}^{cyl} est la pénétration maximale constatée sur le cylindre cyl . Nous définissons alors pen_{obj} qui est la pénétration "objectif", c'est-à-dire la valeur de consigne autour de laquelle on souhaiterait contrôler tous les δ_{max}^{cyl} . En supposant que la pression de contact va approximativement rester la même sur le nouvel incrément et que la pénétration visée est pen_{obj} , on obtient donc la nouvelle valeur du coefficient de pénalisation ρ_{Cnew}^{cyl} au rouleau cyl grâce à l'expression suivante :

$$\rho_{Cnew}^{cyl} pen_{obj} = \rho_C^{cyl} \delta_{max}^{cyl} \quad (5.17)$$

ce qui donne la nouvelle valeur du coefficient ρ_{Cnew}^{cyl} :

$$\rho_{Cnew}^{cyl} = \rho_C^{cyl} \frac{\delta_{max}^{cyl}}{pen_{obj}} \quad (5.18)$$

Si la pénétration actuelle δ_{max}^{cyl} sur le cylindre cyl se situe au voisinage de pen_{obj} , la correction de ρ_C^{cyl} est mineure. A l'inverse, pour éviter de trop grandes variations de ρ_C^{cyl} , nous avons limité sa variation incrémentale à une multiplication ou une division par un facteur 10.

Lorsque le matériau aborde un nouveau rouleau nous fixons arbitrairement la valeur de ρ_C^{cyl} à 10^3 (qui est faible). Ainsi le matériau pénètre le rouleau avec une pénétration bien supérieure à pen_{obj} . Petit à petit au cours de la simulation et du fait que nous limitons les variations de ρ_C^{cyl} , la pénétration maximale du rouleau cyl va tendre vers pen_{obj} . Ainsi, l'équilibre du système est réalisé en douceur, lors de l'engagement de la tête de brame dans un nouveau jeu de rouleaux.

5.3.3 Contact avec le faux mannequin

Au niveau du " faux mannequin ", on considère un contact bilatéral collant ou glissant. Dans notre étude nous ne cherchons pas à examiner les phénomènes thermomécaniques se déroulant au niveau du mannequin. On ne s'intéresse pas à ce qui se passe au niveau du mannequin et l'on désire simplement qu'il fasse avancer la matière. Pour une plus grande liberté au niveau des déformations il convient donc d'envisager un contact bilatéral glissant plutôt que collant. Cela signifie que les noeuds en contact avec le "faux mannequin" resteront en contact mais auront la possibilité de se déplacer dans le plan défini par cet outil.

Connaissant la position du mannequin à un instant t donné par sa longueur métallurgique $l(t)$, nous pouvons connaître sa position à l'instant suivant par :

$$l(t + \Delta t) = l(t) + V_C \Delta t \quad (5.19)$$

où V_C est la vitesse de coulée, scalaire connu. Pour tout point M de coordonnées \vec{x}_M^t en contact à l'instant t avec le mannequin, nous pouvons calculer le déplacement incrémental d'un point M collé au mannequin comme le montre la figure 5.9 par :

$$\vec{u}_M = \vec{x}_M^{t+\Delta t} - \vec{x}_M^t = \overrightarrow{M^t M^{t+\Delta t}} \quad (5.20)$$

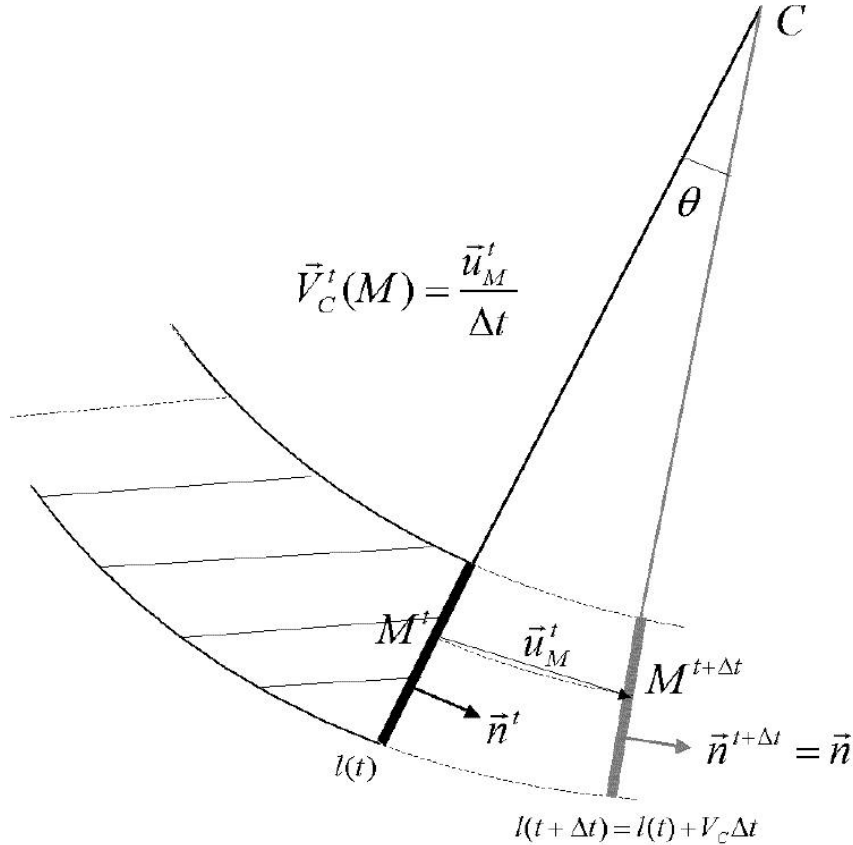


FIG. 5.9: contact bilatéral collant au niveau du mannequin

Contact bilatéral collant

De la définition du déplacement incrémental précédent, nous pouvons en déduire la vitesse $\vec{v}_C^t(M)$ de ce point M :

$$\vec{v}_C^t(M) = \frac{1}{\Delta t} \vec{u}_M \quad (5.21)$$

Dans le solveur nous imposons donc les deux composantes de la vitesse $\vec{v}_C^t(M)$ pour tout point M appartenant au mannequin. D'autre part, dans la partie courbe de la machine, cette vitesse n'est pas

orthogonale au plan du mannequin aux instants t et $t + \Delta t$.

Contact bilatéral glissant

Par rapport au contact collant, nous imposons une seule composante de la vitesse et c'est la composante normale au mannequin à l'instant $t + \Delta t$. On laisse alors libre la composante de la vitesse suivant le plan du mannequin (vecteur $\vec{\tau}$). Comme on l'a vu précédemment le vecteur \vec{u}_M^t n'est pas tout à fait orthogonal au déplacement; on va cependant montrer que \vec{u}_M^t peut être considéré comme le déplacement normal au mannequin à l'ordre 1 en θ , qui est l'angle de rotation entre deux incréments de temps (cf figure 5.10).

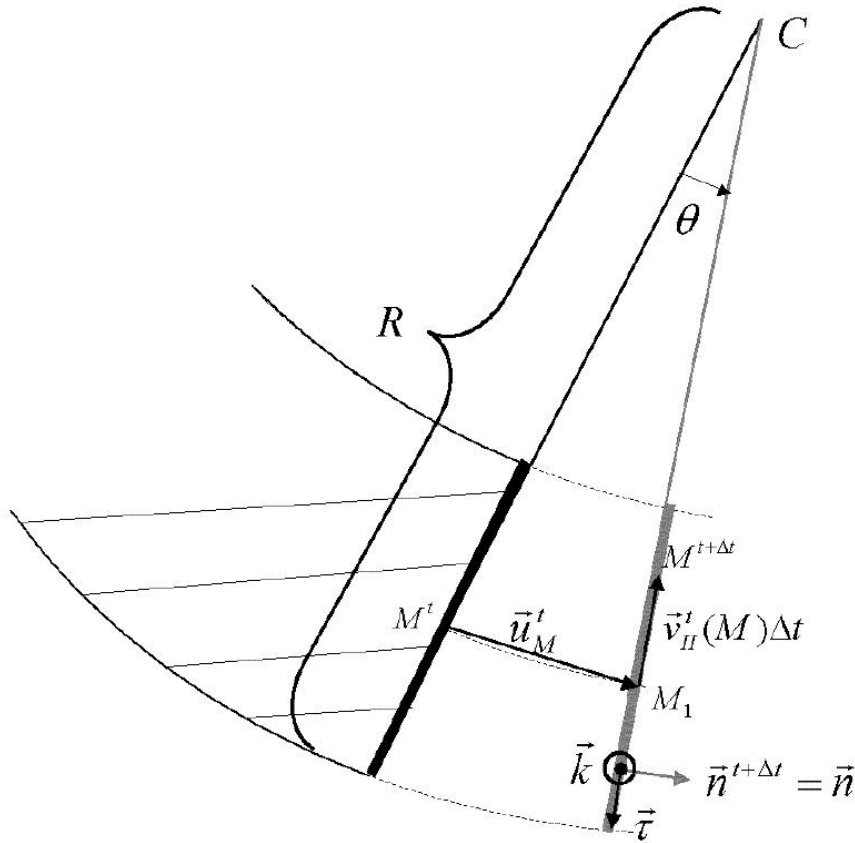


FIG. 5.10: contact bilatéral glissant au niveau du mannequin

Pour ce faire nous calculons les projections suivant $\vec{\tau}$ et $\vec{n} = \vec{n}^{t+\Delta t}$ de la vitesse $\vec{v}_C^t(M)$. Nous notons le vecteur \vec{k} le vecteur unitaire axe de la rotation du mouvement du mannequin. Le trièdre $(\vec{\tau}; \vec{n}; \vec{k})$ est donc direct. Nous simplifions les notations : $\vec{v}_C^t(M) = \vec{v}$, $M^t = M_0$, et nous définissons $M_1 = M^t + \vec{v}_C^t(M)\Delta t$. Nous pouvons alors calculer :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = -\vec{v} \cdot [\vec{\tau} \wedge \vec{k}] \quad (5.22a)$$

$$= -\vec{k} \cdot [\vec{v} \wedge \vec{\tau}] \quad (5.22b)$$

Or :

$$\vec{v} \wedge \vec{\tau} = \frac{\overrightarrow{M_0M_1}}{\Delta t} \wedge \frac{\overrightarrow{CM_1}}{CM_1} \quad (5.23a)$$

$$= -\frac{1}{\Delta t CM_1} \overrightarrow{CM_0} \wedge \overrightarrow{CM_1} \quad (5.23b)$$

$$= -\frac{CM_0 \sin \theta}{\Delta t} \vec{k} \quad (5.23c)$$

De plus, $\theta = \frac{V_C \Delta t}{R}$ où R est le rayon de courbure de la machine vu par le mannequin à l'instant t considéré. Dans les conditions de simulation de la coulée continue, on a : $R \approx 10 \text{ m}$, $V_C \approx 0,01 \text{ m/s}$ et $\Delta t \leq 1 \text{ s}$, donc on trouve généralement $\theta \approx 10^{-3} \text{ rad} \ll 1$. On trouve alors :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = \frac{CM_0 \sin \theta}{\Delta t} \approx \frac{CM_0 \theta}{\Delta t} = \frac{CM_0 V_C}{R} \quad (5.24)$$

De même on calcule la composante de la vitesse $\vec{v}_C^t(M) = \vec{v} \cdot \vec{\tau} \vec{\tau}$ suivant $\vec{\tau}$. On a par définition :

$$\vec{v} \cdot \vec{\tau} = \frac{\overrightarrow{M_0M_1}}{\Delta t} \cdot \frac{\overrightarrow{CM_1}}{CM_1} \quad (5.25)$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$\vec{v} \cdot \vec{\tau} = \frac{\overrightarrow{CM_1}^2 - \overrightarrow{CM_1} \cdot \overrightarrow{CM_0}}{\Delta t CM_1} \quad (5.26)$$

En voyant que $\overrightarrow{CM_1} \cdot \overrightarrow{CM_0} = CM_1 \cdot CM_0 \cos \theta$ et $CM_1 = CM_0$ (M_1 est l'image de M_0 par la rotation de centre C et de rayon θ), on a :

$$\vec{v} \cdot \vec{\tau} = \frac{\overrightarrow{CM_0}^2 - CM_0 CM_0 \cos \theta}{\Delta t CM_0} \quad (5.27)$$

Or comme $\theta \ll 1$, on a finalement :

$$\vec{v} \cdot \vec{\tau} \approx \frac{CM_0 - CM_0 \frac{\theta^2}{2}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{CM_0 V_C^2 \Delta t}{R} \quad (5.28)$$

On peut donc voir que la composante de la vitesse $\vec{v} = \vec{v}_C(M)^t$ associé au déplacement incrémental admet une composante suivant $\vec{\tau}$ à l'ordre 2 en θ et est donc négligeable devant sa composante suivant la normale à l'instant $t + \Delta t$ du mannequin. En prenant $CM_0 \approx R$ (ce qui est vrai car l'épaisseur de brame est faible devant le rayon de courbure), numériquement cela donne :

$$\begin{cases} \vec{v} \cdot \vec{\tau} & \approx 5.10^{-6} m/s \\ \vec{v} \cdot \vec{n} & \approx 0,01 m/s \end{cases} \quad (5.29)$$

Ceci montre que $|\vec{v} \cdot \vec{\tau}| \ll |\vec{v} \cdot \vec{n}|$. Finalement la vitesse des noeuds du mannequin peut s'écrire de la façon suivante :

$$\vec{v}^t(M) = \vec{v}_C^t(M) + \vec{v}_{\parallel}^t(M) \quad (5.30)$$

où $\vec{v}_C^t(M)$ est la vitesse déduite du déplacement incrémental du contact collant et $\vec{v}_{\parallel}^t(M)$ est une vitesse tangente au plan du mannequin à l'instant $t + \Delta t$.

En conclusion, pour le contact bilatéral glissant nous imposons la vitesse $\vec{v}_C^t(M)$ déduite du déplacement incrémental du contact collant et on laisse libre la composante de la vitesse dans le plan du mannequin.

5.3.4 Contact mécanique avec la lingotière

Rôle de la lingotière

Sur la figure 1.1 nous pouvons voir le rôle de la lingotière au sein du processus de coulée continue. Elle permet de faire la transition entre la machine à proprement parler (c'est-à-dire de la région délimitée par les rouleaux) et entre le répartiteur et la poche de coulée qui contiennent de l'acier liquide à haute température. La lingotière est donc nécessaire pour deux raisons :

- thermiquement, assurer une épaisseur suffisante de coque solide pour tracter le produit sans risque de perforation
- mécaniquement, contrer les effets de la gravité pour guider au mieux le produit vers la zone de solidification secondaire.

Expression des termes de raideur et résidu

Pour simuler numériquement le contact avec la lingotière nous utilisons à l'instar de la gestion du contact avec les rouleaux la méthode de contact pénalisé. Le schéma 5.11 symbolise la stratégie adoptée.

D'un point de vue numérique nous supposons que la lingotière peut être modélisée par deux segments de même longueur. La définition de la lingotière implique que la matière doit rester comprise entre

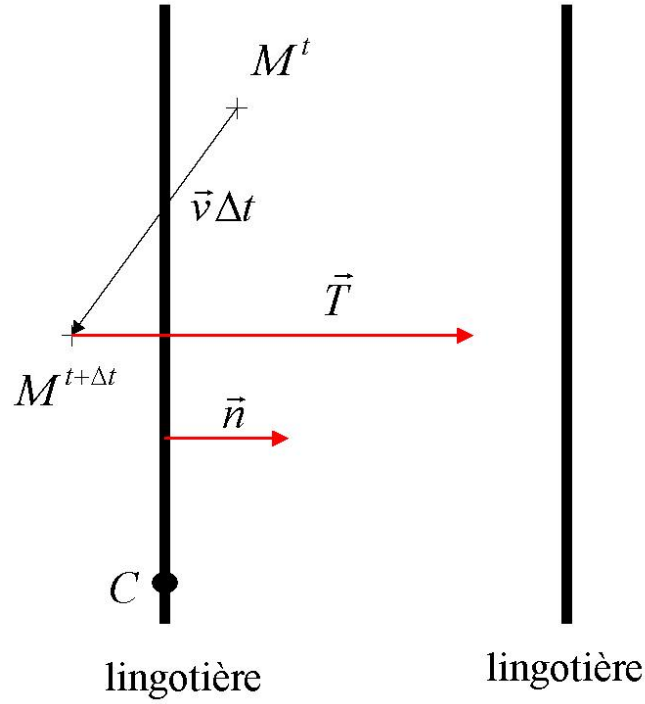


FIG. 5.11: définition du contact pénalisé au niveau de la lingotière

ces deux segments. La longueur du segment est déterminée par la longueur de la lingotière (c'est une donnée géométrique intrinsèque à chaque machine qu'on peut déduire de la section concernant les conditions aux limites thermiques à appliquer)

Un point M^t du maillage à l'instant t est soumis à la pénalisation si au cours de la résolution son champ de vitesse \vec{v}^t implique une pénétration dans la lingotière. Mathématiquement on applique un vecteur contrainte \vec{T} à ce point et vectoriellement ce vecteur vaut :

$$\vec{T} = \rho_C \langle -d^{t+\Delta t} \rangle^+ \vec{n} \quad (5.31)$$

où :

- le coefficient de pénalisation ρ_C est défini comme dans l'équation 5.1
- $\langle -d^{t+\Delta t} \rangle^+$ représente la pénétration au sein de la lingotière, ce qui correspond à :

$$d^{t+\Delta t} = \overrightarrow{CM^{t+\Delta t}} \cdot \vec{n} \quad (5.32)$$

où

- C est un point quelconque du segment de la lingotière
- \vec{n} est le vecteur normal correspondant et sortant de la lingotière.

On obtient ainsi le résidu supplémentaire à appliquer lorsqu'il y a pénétration :

$$R_{n,k} = - \int_{\partial\Omega} N_n \rho_C \langle -d^{t+\Delta t} \rangle^+ n_k dS \quad (5.33)$$

D'autre part nous avons $d^{t+\Delta t} = \overrightarrow{(x^{t+\Delta t} - \vec{x}_C) \cdot \vec{n}}$ où $x^{t+\Delta t}$ est la position du point M à l'instant $t + \Delta t$ et \vec{x}_C est la position du point C .

Calculons à présent les termes supplémentaires à introduire dans la matrice tangente. Nous avons :

$$H_{n,k,m,l} = - \int_{\partial\Omega} N_n \rho_C \frac{\partial (-d^{t+\Delta t})}{\partial V_{ml}} n_k dS \quad (5.34)$$

On obtient finalement :

$$\begin{cases} H_{n,k,n,k} = & \Delta S \rho_C \Delta t \cdot n_k \\ H_{n,k,m \neq n, l \neq k} = & 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

Obtention du coefficient de pénalisation

Pour déterminer le coefficient de pénalisation ρ_C en lingotière nous appliquons une méthode similaire à celle déjà vue pour le contact avec les rouleaux. Nous attachons un coefficient de pénalisation $\rho_C^l(n)$ à chaque noeud frontière n appartenant au domaine défini par la lingotière. Nous définissons aussi une pénétration "objectif" pen_{obj} (qui est généralement égale à celle des rouleaux) dans la lingotière. Ainsi si $\delta(n) = -d^t$ est la pénétration du noeud n dans la lingotière on obtient la nouvelle valeur du coefficient de pénalisation à appliquer au noeud n :

$$\rho_{Cnew}^l(n) = \rho_C^l(n) \frac{\delta(n)}{pen_{obj}} \quad (5.36)$$

Pour initialiser ces coefficients nous supposons que les termes de contact pénalisé doivent dominer les autres contributions dans la matrice de raideur pour le noeud n . A la lecture de l'équation 5.35, cela se traduit en ordre de grandeur par :

$$\rho_{Cinit}^l(n) \Delta t \Delta S = \chi^{gen} \max_{n,k=1,2} |H_{nk,nk}^{(ll)autre}| \quad (5.37)$$

où χ^{gen} est un coefficient adimensionnel fixé (choisi égal à 1000) et $H_{nk,nk}^{(ll)autre}$ désigne les termes diagonaux des autres contributions à la partie (ll) de la matrice de raideur associée au noeud n . Notons $Maxh^n$ le dernier terme de l'équation précédente. Nous avons donc :

$$\rho_{Cinit}^l(n) = \frac{\chi^{gen}}{\Delta t \Delta S} Maxh^n \quad (5.38)$$

5.4 Conditions aux limites pour le problème thermique

5.4.1 Modélisation du refroidissement pariétal

Pour décrire le refroidissement pariétal de la brame, l'IRSID suppose qu'il peut être moyenné par zone et est censé représenter le refroidissement pariétal en lingotière par jet d'eau, les contacts thermiques avec les rouleaux et l'émissivité par rayonnement.

Pour modéliser ce refroidissement, nous avons à notre disposition dans R2SOL deux types de conditions aux limites en place pour la largeur de la brame : on impose soit un flux $\Phi_{imposé}$ ou bien on impose un échange thermique par convection à travers la donnée du coefficient d'échange thermique h . Mathématiquement, ces conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \Phi_{imposé} & \text{en flux,} \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{air}) & \text{en convection.} \end{cases} \quad (5.39)$$

où :

- $\frac{\partial T}{\partial n}$ est le gradient thermique suivant la normale extérieure du maillage au point considéré,
- T_{air} est la température extérieure prise égale à 20 °C,
- $\Phi_{imposé}$ est le flux imposé de la zone considérée,
- h est le coefficient d'échange thermique de la zone considérée.

type de refroidissement	longueur métallurgique (cm)	flux (type=2) $W.cm^{-2}$ ou h (type=1) $W.K^{-1}.cm^{-2}$
2	82	131
1	116	0,098
1	203,5	0,0841
1	295,4	0,0695
1	387,4	0,0689
1	480,8	0,0641
1	599,3	0,0558
1	789,1	0,0450
1	1174,5	0,0386
1	1584	0,0308
1	2227,7	0,0273
1	3000	0,0262

TAB. 5.1: définition des conditions aux limites en paroi (grande face de la brame) pour la thermique. Exemple de données fournies par l'IRSID

Les valeurs caractéristiques $\Phi_{imposé}$ et h peuvent varier d'une zone à l'autre et sont donc caractéristiques de l'intensité du refroidissement. Chaque zone est définie par deux longueurs métallurgiques entre

lesquelles est appliqué un refroidissement de même type et de même intensité. Le tableau 6.4 présente les données fournies par l'IRSID concernant le refroidissement pariétal pour la machine de coulée continue de Fos-sur-Mer. Les conditions aux limites correspondant à la machine de Dunkerque sont présentées en annexe de ce mémoire.

Dans ce tableau on peut notamment lire l'étendue géométrique de la lingotière. En effet on suppose que l'échange de chaleur au niveau de la lingotière est uniforme et peut être modélisé avec une condition aux limites de type flux (type 2). De ce fait nous en avons déduit la longueur de la lingotière qui est nécessaire au niveau du contact pénalisé (dans le cas de Fos-sur-Mer la lingotière s'étend de la longueur métallurgique 0 m jusqu'à 0,82 m)

Expliquons la façon d'interpréter ce tableau. On peut ainsi lire qu'entre 0 et 0,82 mètres, la brame est soumise à un flux équivalent (type = 2) extrait $\phi_{imposé} = 1,31.10^6 W/m^2$. De même, entre 5,993 mètres et 7,891 mètres la brame est soumise à un échange convectif thermique (type = 1) de coefficient d'échange $h = 450 W/K/m^2$. La figure 5.12 explicite le tableau 6.4.

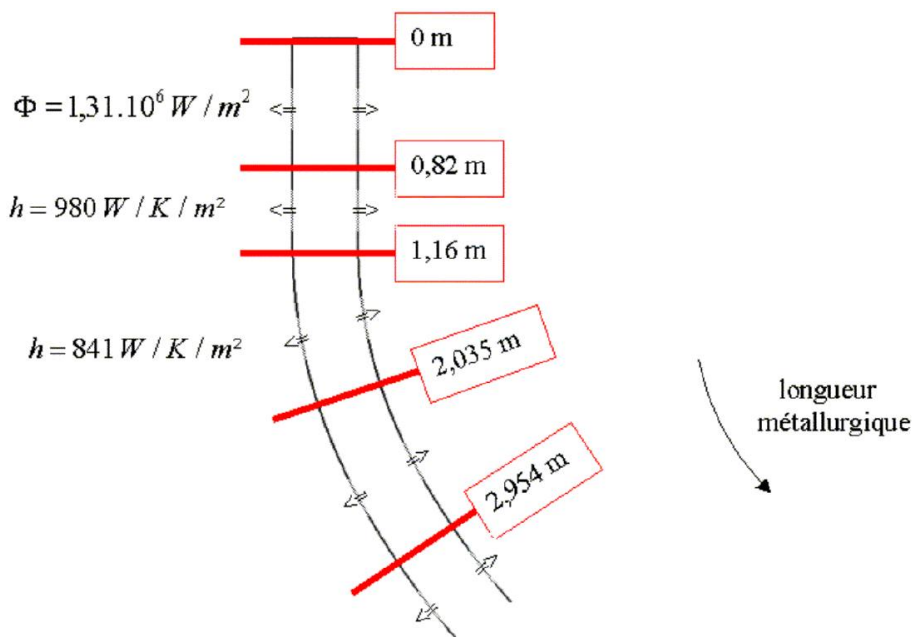


FIG. 5.12: définition des conditions aux limites pariétales pour la thermique

5.4.2 Conditions aux limites supplémentaires sur les faces supérieure et inférieure du maillage

Le problème thermique n'est pour l'instant pas complet si l'on ne considère pas des conditions aux limites (CL en abrégé) au niveau des faces supérieure et inférieure du maillage de la brame.

Conditions sur le faux mannequin (face inférieure) :

Le " faux mannequin " est supposé adiabatique, c'est-à-dire que le flux thermique à travers cet outil est nul. Cette hypothèse est justifiée dans la mesure où le gradient thermique selon la direction de la coulée est négligeable par rapport au refroidissement transverse. Une alternative aurait été d'imposer un flux donné. Ce flux doit être actualisé à chaque incrément de temps en fonction de la position du mannequin ce qui implique une dépendance supplémentaire vis-à-vis d'une base de données du problème thermique. Pour plus de neutralité et de généralité, la condition d'adiabaticité s'impose d'elle-même.

D'autre part nous ne cherchons pas à calculer l'état thermomécanique de la phase transitoire d'amorçage de la coulée; nous voulons plutôt avoir la solution stationnaire du problème thermique. L'obtention du mode instationnaire est cependant possible et nécessite d'ailleurs un examen précis de l'échange thermique avec le mannequin et de l'évolution de la température de ce dernier pour y appliquer des conditions aux limites adéquates.

Conditions sur l'outil d'injection (ou face supérieure) pour la stratégie globale instationnaire (GI) :

Au niveau de l'outil d'injection, la température est imposée pour rendre compte de l'état thermique de l'acier qui alimente continuellement notre brame. Possédant une carte thermique en deux dimensions (qui peut être issue d'un calcul de type tranche instationnaire) assez précise et connaissant la position de l'outil d'injection (donné par sa longueur métallurgique), nous pouvons alors facilement obtenir la température à imposer sur l'outil d'injection. Ceci est effectué dans un pré-processeur spécifique à la coulée continue. La température imposée est alors linéaire par morceaux.

Une alternative est d'imposer une fonction polynomiale définie au niveau de l'outil d'injection. Pour plus d'exactitude, cette fonction doit satisfaire les conditions aux limites pariétales. Connaissant ainsi les températures au centre de la brame ainsi qu'au bord nous imposons sur la face supérieure la fonction polynomiale adéquate. Cette méthode présente l'avantage de ne connaître que les températures de bord et au coeur de la brame mais semble bien sûr moins exacte. Nous avons pour cela retenu la première méthode.

Ayant obtenu le champ de température sur l'outil d'injection il faut maintenant calculer l'enthalpie à imposer. Dans le cadre où le chemin de solidification (f, T) est donné, c'est trivial en utilisant la relation 3.22. On calcule la fraction liquide $f(T_{imposé})$ correspondant à la température à imposer $T_{imposé}$ et on en déduit $H_{imposé}$ correspondante à imposer.

Si l'on impose de calculer le chemin de solidification, c'est un peu plus délicat dans la mesure où un eutectique artificiel apparaît. Voici comment j'ai déduit la fraction liquide et l'enthalpie connaissant la température :

- si $T \geq T_{liq}$, le VER autour du point est complètement liquide, donc : $f = 1$ et $H = C_P T + L$, si C_P est constant,
- si $T \leq T_{sol}$, le VER autour du point est complètement solide : $f = 0$ et $H = C_P T$
- si $T_{sol} < T < T_{liq}$, le VER autour du point est pâteux et on trouve f et H en résolvant les équations 3.22 et 3.24 par la méthode de la sécante qui est actuellement implémentée dans *R2SOL*

[Gaston, 1999]

- si $T = T_{sol}$, le VER autour du point est à l'eutectique ; il est impossible de calculer f et H . J'ai donc supposé que : $f = \frac{f_{sol}^l}{2}$, donc $H = C_P T + \frac{f_{sol}^l}{2} L$.

Dans le cas particulier de la coulée continue et quelle que soit la méthode employée pour calculer les conditions aux limites, uniquement deux VER symétriquement opposés par rapport au centre de l'outil d'injection ont théoriquement une température égale à T_{sol} . Cependant il faudrait un grand hasard pour qu'un noeud puisse avoir une température juste égale à T_{sol} . Dans cette optique la méthode ci-dessus consistant à calculer à partir de la température T est justifiée.

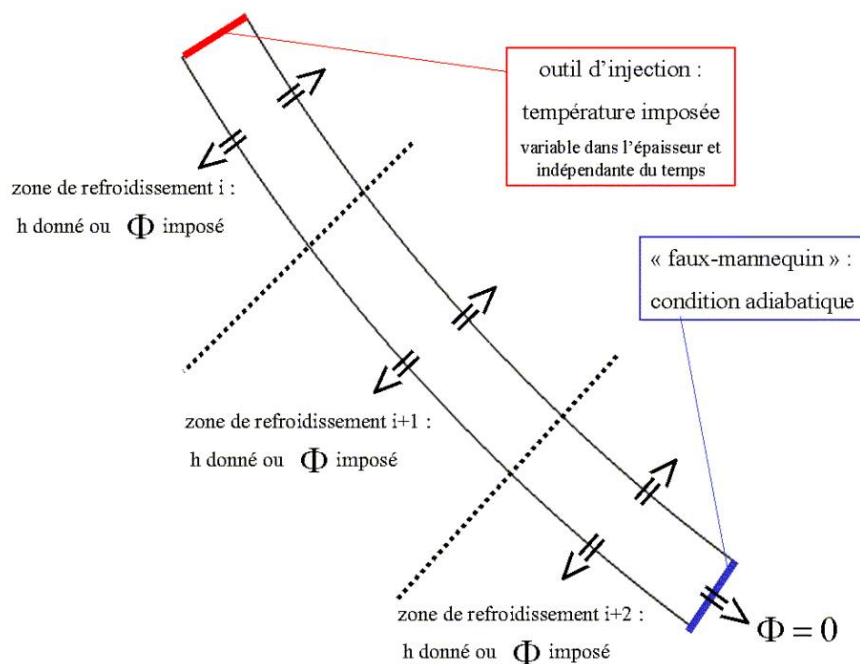


FIG. 5.13: conditions aux limites pour la stratégie globale instationnaire (GI)

La figure 5.13 résume donc toutes les (CL) que j'applique pour le problème thermique. La brame représentée traverse trois parties différentes de la zone de refroidissement secondaire.

Conditions sur la face supérieure pour la stratégie Tranche Instationnaire (TI) :

Pour les mêmes raisons que le faux mannequin, la face supérieure du maillage est supposée adiabatique pour la (TI). Cela est justifiable car lors du procédé de coulée continue d'acier dans les formats qui nous préoccupent, le gradient thermique est négligeable dans le sens de la coulée. Cela rapproche donc notre méthode (TI) de celle de l'IRSID dans la mesure où cette dernière néglige implicitement ce gradient en n'effectuant un calcul que dans la section de la brame. La figure 5.14 résume les (CL) appliquées dans le cadre de la (TI).

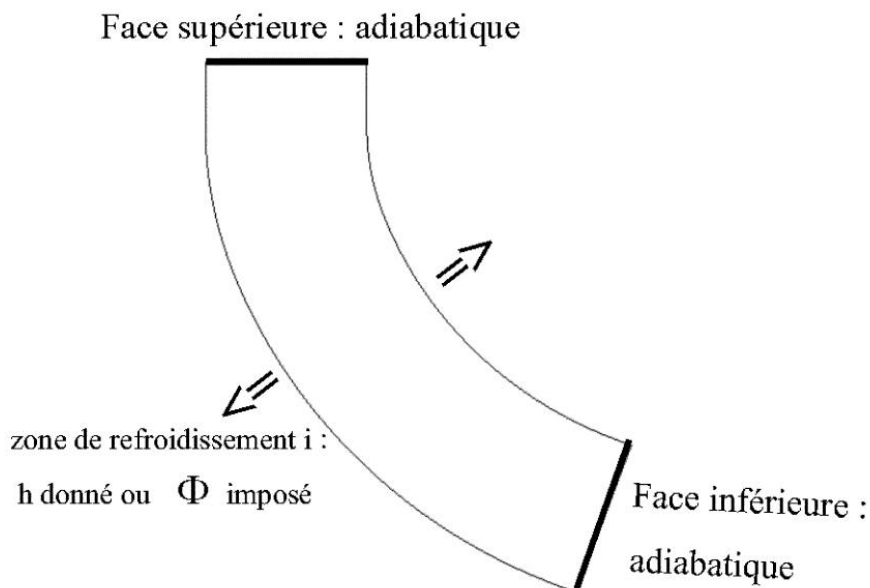


FIG. 5.14: conditions aux limites pour la stratégie de type tranche instationnaire (TI)

5.5 Définition des conditions initiales

Nous devons définir les conditions initiales pour les problèmes thermique et mécanique. L'enjeu paraît important dans la mesure où les conditions initiales doivent être proches de la solution pour converger rapidement vers une solution stationnaire. Dans notre étude nous avons choisi des conditions initiales les plus simples possibles. Nous présentons ici le cadre général des conditions initiales valable pour initier le calcul à n'importe quelle longueur métallurgique.

D'autre part, nous choisissons des domaines initiaux de faible longueur métallurgique. Ceci limite en effet l'influence du choix des conditions initiales.

5.5.1 Conditions initiales pour le problème thermique

Pour le problème thermique les conditions initiales choisies sont inspirées des températures de l'outil d'injection. La température en un point de la brame est donc choisie égale à la température du point de l'outil d'injection situé à la même distance du centre de la brame. Ce choix de conditions initiales satisfait les conditions d'adiabaticité au niveau du mannequin car il n'y a aucun gradient thermique dans le sens de la coulée. La figure 5.15 illustre un exemple de conditions initiales choisies pour la température. La retranscription en enthalpie et fraction liquide se fait comme dans le cadre des conditions aux limites sur l'outil d'injection pour la stratégie globale instationnaire (GI).

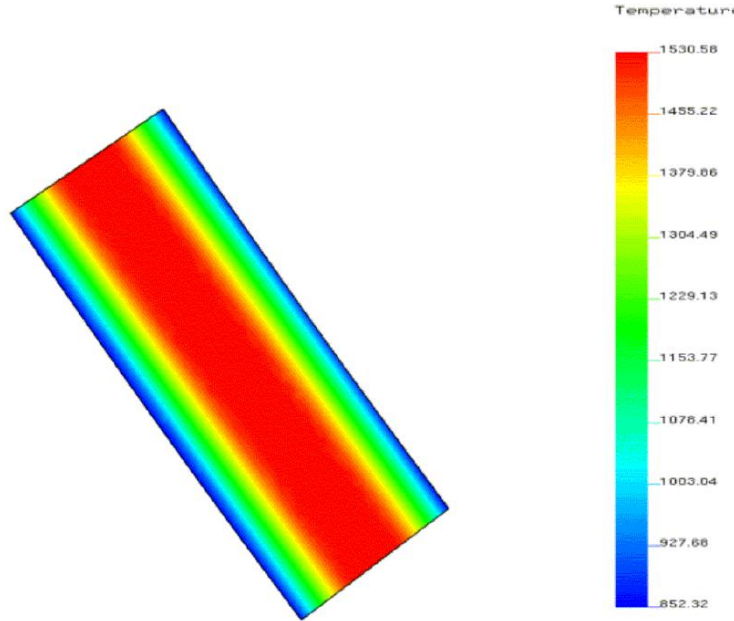


FIG. 5.15: conditions initiales pour la température; la brame initiale est comprise entre les longueurs métallurgiques 8,4 mètres et 9,0 mètres

5.5.2 Conditions initiales pour le problème mécanique

Nous choisissons des conditions initiales assez simples pour le problème mécanique. Nous supposons en effet que chaque point subit un mouvement de corps rigide :

- s'il est situé dans la partie horizontale ou verticale de la machine ce point est animé par la vitesse de coulée (\vec{V}_C) dont la direction est respectivement horizontale ou verticale,
- s'il est situé dans la courbure de la machine il est animé par une vitesse de rotation donnée par $\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}_C}{R_{courb}}$, où R_{courb} est le rayon de courbure local de la machine de coulée continue. Le vecteur vitesse de chaque point M est alors $\vec{v} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{CM}$, où C est le centre de courbure local.

5.6 Gestion du maillage

5.6.1 Remaillage

Quelle que soit la stratégie adoptée (GI) ou (TI) nous avons choisi d'effectuer des calculs purement lagrangiens. Cela signifie que la vitesse du maillage en chaque noeud est égale à la vitesse de la matière (exceptés les noeuds de la surface d'injection, dans le cadre de la (GI), qui eux ne sont pas actualisés : vitesse du maillage nulle).

Pour la (TI), nous ne considérons pas de remaillage; ceci n'est pas nécessaire car les déformations

restent faibles et n'induisent pas de dégénérescence des mailles lors du transfert de la portion de brame à travers le chemin de solidification secondaire.

Pour la (GI), si nous ne prenons pas en compte le remaillage, notre stratégie purement lagrangienne nous amène à la situation présentée sur la figure 5.16. En considérant avoir un problème mécanique qui fasse avancer la matière à travers la machine, la brame se déplace sous l'effet de la face inférieure (faux mannequin) qui avance à la vitesse de coulée \vec{V}_C .

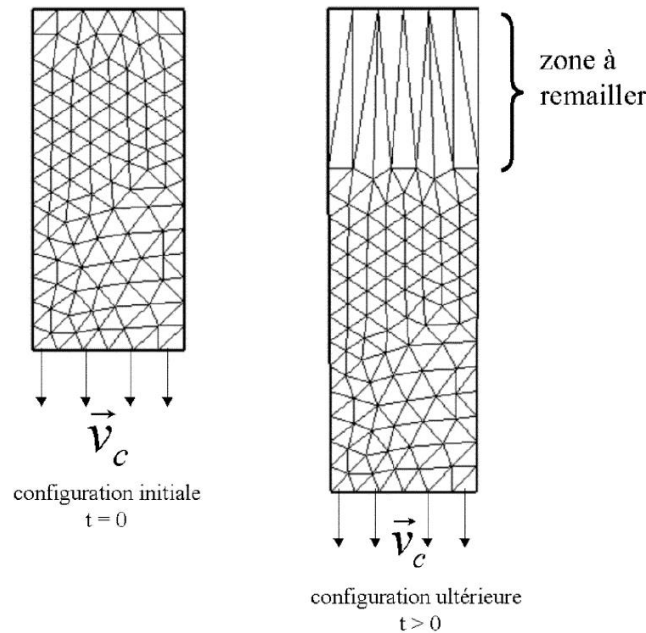


FIG. 5.16: évolution du maillage lagrangien (vue schématique dans le cas d'une coulée droite)

Comme les noeuds de l'outil d'injection sont immobiles la première rangée de maille dégénère ; il faut donc utiliser un remaillage.

La technique de remaillage employée consiste à fixer tous les noeuds et à ne remailler que la zone dégénérée. D'un point de vue pratique cela va nous permettre de conserver les noeuds dans tout le calcul ce qui est intéressant au niveau de la stratégie lagrangienne adoptée. Ainsi un noeud créé à un instant quelconque par le remaillage ne disparaît pas lors d'un futur remaillage.

D'autre part une telle stratégie de remaillage permet de gagner du temps dans la mesure où il ne faut créer des noeuds que dans une zone de petite taille. Concrètement à chaque remaillage on ajoute moins d'une centaine de noeuds alors que dans le cadre d'un remaillage global de la portion de la brame considérée on peut être amené à remailler plus de 20000 noeuds !

Au niveau de *R2SOL*, le remaillage initial ne permet pas de remailler par zone. Nous avons donc utilisé le remaillageur MTC [Coupez, 1994] qui possède la propriété intéressante de garder certains noeuds lorsqu'il effectue un remaillage. A chaque fois que le remaillageur est appelé dans le calcul, MTC ne remaillage que la zone dégénérée dans la mesure où nous imposons de conserver tous les noeuds du maillage.

Cette stratégie de remaillage facilite l'étape de transport car seulement les noeuds nouvellement créés doivent subir cette étape. Cela nous permet donc de gagner du temps par rapport à la méthode initiale de transport de *R2SOL* où tous les noeuds du nouveau maillage devaient subir l'étape de transport.

5.6.2 "Zone tampon" pour la stratégie (GI)

Pour la stratégie globale instationnaire, le remaillage est nécessaire pour ajouter des noeuds dans la zone à remailler proche de l'outil d'injection et ainsi éviter une distorsion des mailles. Il est alors nécessaire de transporter les variables thermomécaniques sur le nouveau domaine obtenu après remaillage. Comme nous l'avons vu précédemment, nous affectons les anciennes valeurs obtenues aux noeuds qui n'ont pas bougé. C'est uniquement dans la zone à remailler proche de l'outil d'injection qu'il faut définir le transport des variables thermomécaniques.

En coulée continue, cela est assez critique surtout pour le problème thermique. En effet, si l'on veut transporter la température après remaillage, il y a une perte d'énergie consécutive à l'interpolation de la température due à la concavité de la température. La figure 5.17 illustre ce point ; elle représente l'évolution de la température dans une même demi-section après 3 phases de transport. Après remaillage, on se réfère au profil de température précédent dans la phase de transport ce qui implique que le profil de température transporté se situe toujours en-dessous du profil de température avant remaillage. La température diminue donc après chaque phase de transport ; on constate alors des pertes énergétiques numériques.

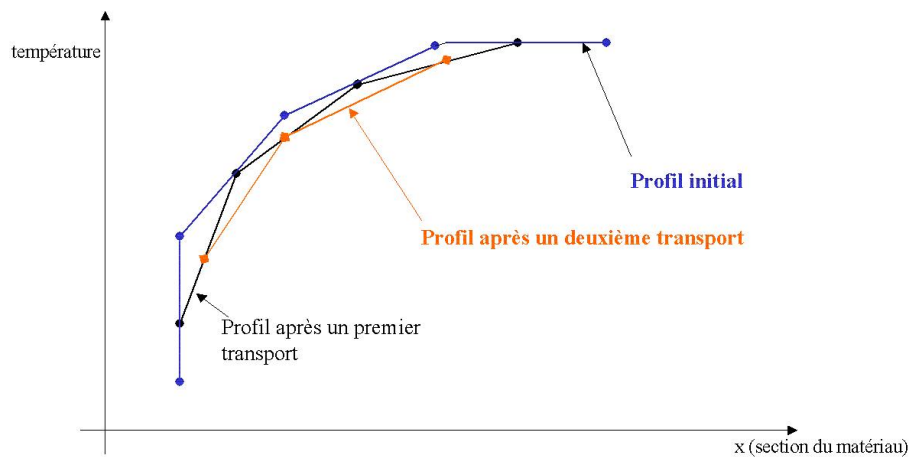


FIG. 5.17: comparaison entre le profil de température obtenue après plusieurs phases de transport

Pour pallier ce problème nous introduisons la notion de "zone tampon". Cette zone doit contenir la région où le maillage est dégénéré comme le montre la figure 5.18.

La "zone tampon" est définie par sa longueur et elle est forcément située en-dessous de l'outil d'injection. Cette longueur doit donc être supérieure à environ 5 fois la taille caractéristique du maillage qui est le critère de remaillage local au niveau de l'outil d'injection.

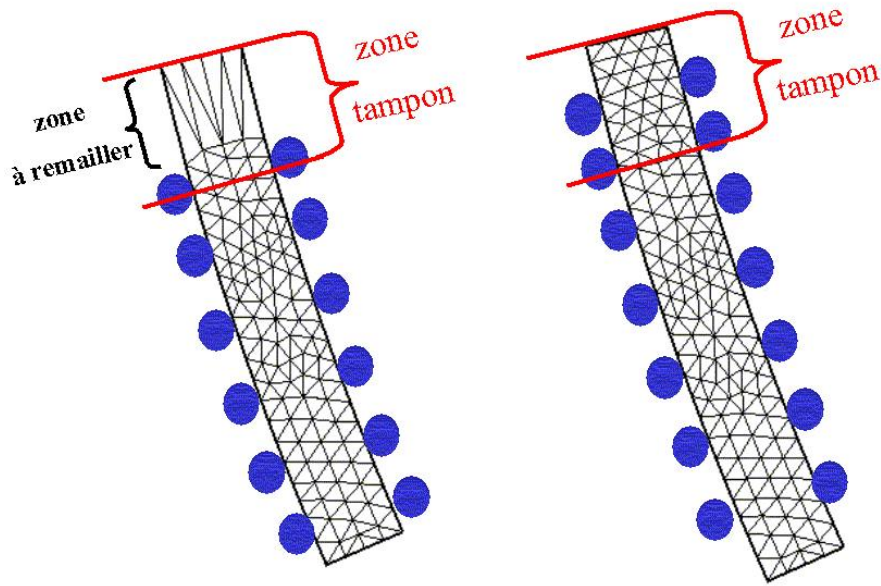


FIG. 5.18: définition géométrique de la zone tampon

Les noeuds du maillage appartenant à la "zone tampon" subissent un traitement spécifique après la phase de remaillage. Pour un calcul total, c'est-à-dire sur toute la machine, la température et la vitesse des noeuds sont respectivement fixées à la température nominale et initiale de coulée et à la vitesse nominale de coulée dans le solveur. Ainsi en coulée continue pour un calcul sur toute la machine nous ne faisons pas appel à une procédure de transport. Par ailleurs comme la "zone tampon" a une extension faible (inférieure à 20 cm dans le sens de la coulée), elle n'affecte pas du tout la solution.

5.7 Organigramme *R2SOL* pour la coulée continue

La figure 5.19 représente l'organigramme d'un calcul de coulée continue avec *R2SOL*. Par rapport au paragraphe 5.1.4, nous avons ajouté un pré-processeur pour la coulée continue. Ce pré-processeur nécessite en entrée deux fichiers : un fichier machine du type de celui de la figure 5.1 et un fichier où est recensée la carte thermique en 2 dimensions pour initier et imposer les (CL) du calcul thermique avec *R2SOL*.

Ce pré-processeur génère d'abord un fichier Fcc où toutes les données géométriques de la machine sont présentes : les coordonnées des centres de courbure de la machine, les rayons de courbure, les coordonnées des centres des rouleaux ainsi que les rayons des rouleaux et leurs longueurs métallurgiques correspondantes. A partir de la définition d'un domaine initial par la donnée de deux longueurs métallurgiques, le pré-processeur est capable de calculer le fichier contour qui peut être transformé en fichier maillage grâce au logiciel de maillage xmay.

De même il crée un fichier contenant les informations du contour de l'outil d'injection confondu avec la face supérieure du maillage. Il est possible grâce au logiciel *xcreout* de créer un fichier *Fout* où l'on définit notamment le temps total de simulation. Pour générer un calcul (TI) il faut prendre soin de

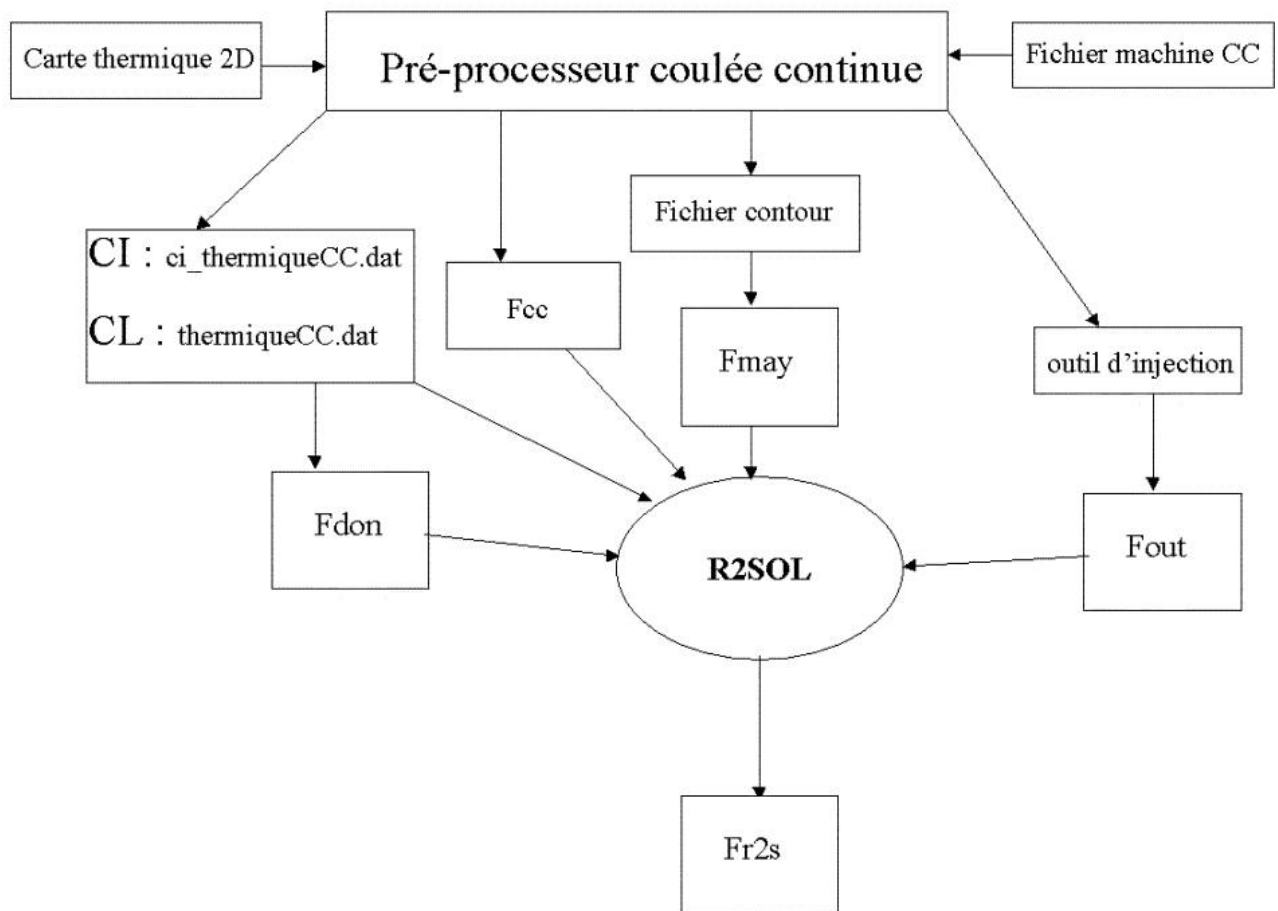


FIG. 5.19: organigramme de *R2SOL* pour la coulée continue

ne pas définir le bloc " injection " au niveau du *Fdon*. Cependant, pour la (TI), comme nous n'avons pas à proprement parler d'outil au sens de *xcreout* (les rouleaux ne sont pas facettisés et sont définis à travers le fichier *Fcc*), il nous est impossible de créer un fichier *Fout* s'il n'y a pas d'outil. Il faut donc créer un outil additionnel et le traduire vers le haut pour ne pas qu'il gêne le calcul (TI) de coulée continue. Il est à noter que le fichier *Fout* est amené à disparaître pour une utilisation de *R2SOL* en coulée continue.

D'autre part en partant toujours des deux longueurs métallurgiques définissant le domaine initial, le pré-processeur calcule les (CI) en température qui sont stockées dans un fichier (dans l'exemple de la figure 5.19 : *ci_thermiqueCC.dat*) dont le nom est donné dans le *Fdon* et qui est lu dans *R2SOL*. De ces (CI) *R2SOL* en déduit aussi les conditions aux limites à appliquer au niveau de l'outil d'injection. Le fichier *thermiqueCC.dat* représente la donnée des (CL) pariétales représentées dans le tableau 6.4.

Chapitre 6

Résultats obtenus avec *R2SOL* en coulée continue d'acier

C^E chapitre présente les résultats obtenus pour la simulation numérique de la coulée continue d'acier avec le code *R2SOL*. Nous avons effectué des simulations pour les aciers *XC6* et *18M5* présentés dans le chapitre 4 de ce mémoire. L'intérêt du choix de ces deux aciers réside dans le fait qu'ils possèdent des propriétés thermophysiques différentes.

Par ailleurs, dans la pratique, les choix concernant la géométrie de la machine et l'intensité du refroidissement appliqué dépendent directement de la nuance d'acier et du format du produit. C'est pourquoi, en fonction des données sur les aciers et les machines de coulée continue provenant de l'IRSID, nous associons dans nos simulations l'acier *XC6* à la machine de Fos-sur-Mer et le *18M5* à la machine de Dunkerque.

Dans ce chapitre nous introduisons d'abord le cadre général de validation des résultats. Nous présentons ensuite les résultats de thermique pour les cas industriels cités et nous montrons enfin les résultats thermomécaniques pour la coulée continue d'acier.

6.1 Cadre de l'étude

6.1.1 Les différentes étapes de validation

Première étape : thermique du procédé

Notre étude se déroule en deux étapes au niveau de la validation des résultats obtenus. Nous nous intéressons d'abord au champ de température au sein du matériau. Pour ce faire et comme le problème mécanique est nécessaire dans notre approche (il permet de tracter l'acier à travers la machine) nous avons mis en place une modélisation thermomécanique où le problème mécanique est arbitraire. Plus précisément et pour les deux stratégies implémentées (globale instationnaire -GI- et tranche instationnaire -TI) nous modélisons mécaniquement l'acier comme un milieu newtonien dans lequel les termes

d'inertie ($\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$) et la gravité (dont la force volumique est $\rho \vec{g}$) sont négligés. Dans cette optique et puisque le problème mécanique influence peu les solutions du problème thermique (voir introduction du chapitre 3), une telle approche donne de bons résultats en thermique.

Ainsi, le problème mécanique est fictif et doit uniquement permettre au "faux-mannequin" de tracter le matériau à travers le refroidissement secondaire. De plus on choisit pour le matériau une viscosité arbitraire suffisamment forte pour lui éviter des déformations. Nous résolvons alors le problème thermique sur les différentes configurations et obtenons les champs de température et de fraction liquide. Les solutions obtenues sont proches de l'état thermique réel de la coulée continue car dans notre approche le problème thermique n'est quasiment pas influencé par le problème mécanique.

Pour valider les solutions du problème thermique nous proposons de comparer les résultats obtenus avec différents codes et différentes méthodes. Le but étant bien sûr de valider la solution stationnaire thermique donnée par R2SOL avec la stratégie globale instationnaire (GI). Nous présentons alors les résultats obtenus pour la machine de Fos-sur-Mer associée à l'acier XC6 et pour la machine de Dunkerque à laquelle on associe l'acier 18M5.

Seconde étape : thermomécanique

Dans un deuxième temps nous désirons obtenir l'état thermomécanique du matériau. Pour ce faire nous effectuons des calculs thermomécaniques pour les aciers XC6 et 18M5 et pour les machines de coulée continue de Fos-sur-Mer et de Dunkerque. Nous comparons les valeurs obtenues pour le gonflement par rapport à ce qu'on peut trouver dans la littérature (la thèse de [Dalin, 1987] pour la simulation du 18M5) ou bien, pour l'acier XC6, nous vérifions les ordres de grandeur obtenus.

Par ailleurs nous effectuons un calcul thermomécanique au cours du refroidissement primaire (en lingotière) pour l'acier DS600 et une machine du groupe SIDERCA (Argentine). Nous avons trouvé les références de ce test dans l'article de [Fachinotti, 2001]. Les intérêts de ce test sont multiples :

- pouvoir comparer nos résultats thermomécaniques avec une approche stationnaire,
- examiner la précision des cartes de contraintes et évaluer la finesse de maillage nécessaire pour effectuer un calcul thermomécanique en lingotière de coulée continue.

6.1.2 Obtention du mode stationnaire

Une question clé de l'étude concerne l'obtention de la solution stationnaire de la coulée continue. Comme le montre la littérature (voir chapitre 1) les méthodes de type "tranche" approchent bien la solution stationnaire pour le problème thermique. A cause de sa nature, la méthode globale instationnaire (GI) ne donne pas dès les premiers incréments la solution stationnaire. Un des intérêts de notre étude est donc de déterminer au bout de combien d'incrément de temps l'état stationnaire est obtenu.

6.1.3 Résultats thermomécaniques attendus pour la simulation numérique de la coulée continue

Notre étude donne accès à la prédiction des cartes thermiques ainsi qu'aux contraintes et déformations affectant le produit, en particulier la forme extérieure de la brame de coulée continue. De cette forme nous pouvons tirer le gonflement entre les rouleaux. Il est défini par l'augmentation de l'épaisseur du produit, localement entre deux rouleaux. Il est possible de visualiser des flèches de gonflement entre deux rouleaux : ces flèches sont les différents maxima des épaisseurs entre deux rouleaux consécutifs dans la direction de coulée.

La forme extérieure du produit est déduite de l'évolution mécanique du maillage. Il est alors possible de déduire le gonflement entre les rouleaux en observant le comportement de la frontière du maillage. Nous pouvons calculer le gonflement à partir de la distance par rapport au milieu. En effet, cette grandeur nous permet de calculer la distance qu'il y a entre chaque noeud et le lieu des points définissant le centre nominal du produit. Le principe du calcul du centre géométrique de la brame est obtenu à partir des considérations géométriques décrites dans le chapitre 5. Dans le cas de la coulée de brames, la figure 6.1 illustre notre stratégie de calcul des déflexions (positives ou négatives) à l'intrados et à l'extrados de la brame et donc du gonflement en un point frontière. Sur cette figure nous avons volontairement exagéré l'échelle des gonflements qui sont dans la pratique inférieurs à 1 mm .

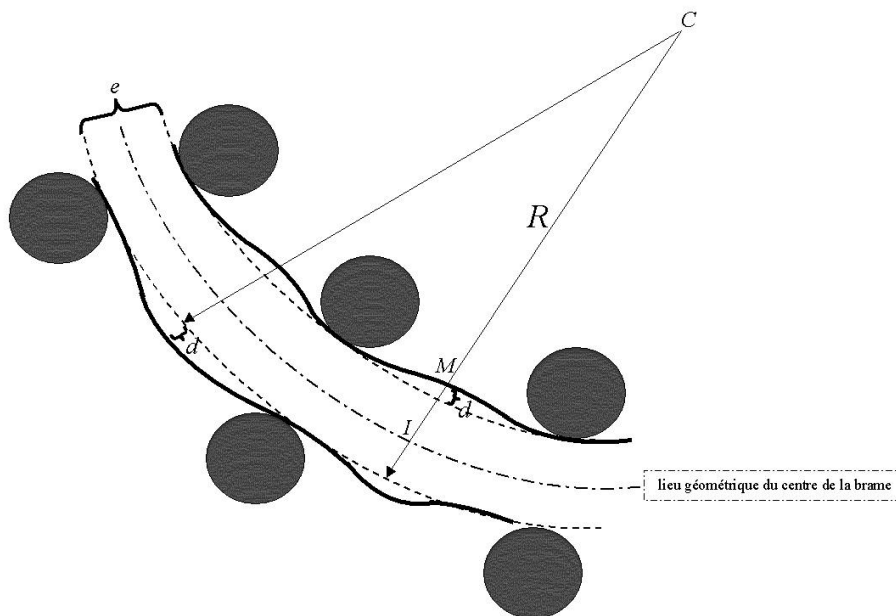


FIG. 6.1: principe de calcul du gonflement (en coulée de brames)

Il suffit de savoir dans quelle zone géométrique se situe le point en question. Connaissant alors la position du centre de courbure et le rayon de courbure instantané de la machine à cet endroit, on en déduit les coordonnées du centre de la brame par :

$$\vec{x}_I = \left(R - \frac{e}{2}\right) \frac{\vec{x} - \vec{x}_C}{\|\vec{x} - \vec{x}_C\|} + \vec{x}_C \quad (6.1)$$

avec :

- \vec{x}_I est le vecteur position du centre géométrique I de la brame correspondant au vecteur position \vec{x} du point M de la frontière du maillage,
- R est le rayon de courbure de la zone géométrique considérée (distance entre le centre de courbure et l'extrados nominal),
- e est l'épaisseur de la brame,
- \vec{x}_C est le vecteur position du centre C de courbure de la machine de la zone géométrique considérée.

La déflexion d au noeud frontière M est alors donné par :

$$d = \|\vec{x} - \vec{x}_I\| - \frac{e}{2} \quad (6.2)$$

La déflexion peut être positive ou négative ; une déflexion négative correspond à une concavité de la surface et une déflexion positive correspond à une convexité locale. Le gonflement à une longueur métallurgique donnée est la somme des déflexions à l'intrados et à l'extrados.

6.2 Résultats en thermique

Nous présentons ici les résultats pour le problème thermique de la coulée continue. Pour ce faire nous considérons la résolution d'un problème thermomécanique découplé : le problème mécanique (arbitraire) ne sert qu'à tracter le matériau à travers le chemin délimité par les rouleaux.

6.2.1 Présentation

Le problème mécanique est supposé newtonien, les termes d'inertie et de gravité étant négligés. Pour définir totalement le problème mécanique on se donne la viscosité $K = 500 Pa.s$ qui est suffisamment grande pour éviter une trop forte distorsion du maillage.

Nous considérons par ailleurs des calculs dont les pas de temps sont de l'ordre de 1 s. Un pas de temps de 1 s représente en fait une borne supérieure pour la coulée continue. En effet, pour des valeurs supérieures nous perdons de la précision dans la gestion du contact mécanique avec le mannequin et les rouleaux. L'algorithme de Newton-Raphson peut alors ne pas converger du tout. Nous nous restreignons pour l'instant à des tailles de maille de l'ordre du centimètre pour la méthode globale instationnaire pour des raisons de temps de calcul et de place mémoire.

Le choix du pas de temps et de la taille de maille nécessite bien sûr une étude de sensibilité que nous n'effectuons pas ici. Mais elle reste bien sûr à faire pour déterminer la taille de maille optimale et les pas de temps correspondant qui permettent d'éviter les chocs thermiques. En effet, la résolution thermique

en élément $P1$ peut conduire à des oscillations numériques si la taille de maille est inférieure à la profondeur de pénétration du choc thermique ou si le pas de temps est trop faible [Comini and Mazan, 1994]. Dans notre cas en prenant une taille de maille Δh de l'ordre de 1 cm , il faudrait un pas de temps minimum de :

$$t_{min} = \frac{\Delta h^2}{a} \quad (6.3)$$

où $a = \frac{\lambda}{\rho C_P}$ est la diffusivité de l'acier.

Numériquement en prenant $\lambda \approx 40 \text{ W/m/K}$, $\rho \approx 7,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ et $C_P \approx 700 \text{ J/kg/K}$, on trouve $t_{min} \approx 12 \text{ s}$. Il faudrait donc des pas de temps supérieurs à 12 s pour éviter les chocs thermiques.

C'est pourquoi, nous avons choisi la méthode TGD discontinue pour nos simulations ; cette méthode est plus robuste pour gérer les chocs thermiques que la méthode des résolutions par éléments finis $P1$. Dans la pratique, on a cependant remarqué que les phénomènes de choc thermique étaient négligeables en utilisant des résolutions éléments finis. Ceci est sans doute dû au fait qu'on impose des flux et non des températures comme dans la plupart des cas de validation utilisés en choc thermique.

6.2.2 Résultats obtenus avec l'acier XC6 et la machine CC2 Sollac Méditerranée de Fos-sur-Mer

Résultats pour la stratégie globale instationnaire

Nous avons effectué des calculs sur la machine de Fos-sur-Mer avec l'acier XC6 pour deux tailles de maille (1 et 2 cm). Les données thermophysiques du XC6 sont données en annexe 1.

La figure 6.2 représente le maillage initial et sa position dans la machine de coulée continue. Ce maillage s'agrandit au cours de la simulation comme cela est montré sur les figures 6.3, qui présente l'évolution du maillage pour les premiers incréments de temps, et 6.4, qui représente globalement différents états du maillage dans la zone de refroidissement secondaire. Le maillage initial que nous avons représenté ici admet une taille de maille de 1 cm . Son épaisseur (22,2 cm) correspond à l'épaisseur de brame donné par l'IRSID et sa longueur initiale (20 cm) est la longueur de la "zone tampon" définie dans le chapitre précédent.

Ce premier maillage représente donc l'étendue de la "zone tampon". Initialement le "faux-mannequin" se trouve au niveau du ménisque (longueur métallurgique nulle) dans la lingotière. L'outil d'injection se trouve au cours du calcul à 20 cm au-dessus de la lingotière (soit à une longueur métallurgique de -20 cm car par convention la longueur métallurgique augmente quand on avance dans la machine). On impose dans la zone tampon la température à la température nominale de coulée (1547 $^{\circ}C$) et la vitesse nominale de coulée (1,25 m/s vers le bas). Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent cette zone tampon a très peu d'influence sur les résultats thermomécaniques.

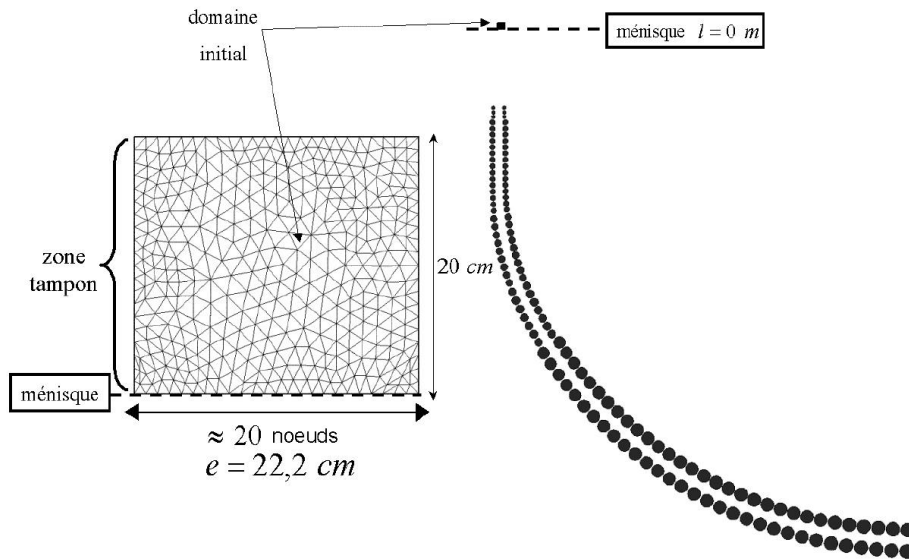


FIG. 6.2: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : définition et position du maillage initial pour le calcul avec la stratégie globale instationnaire

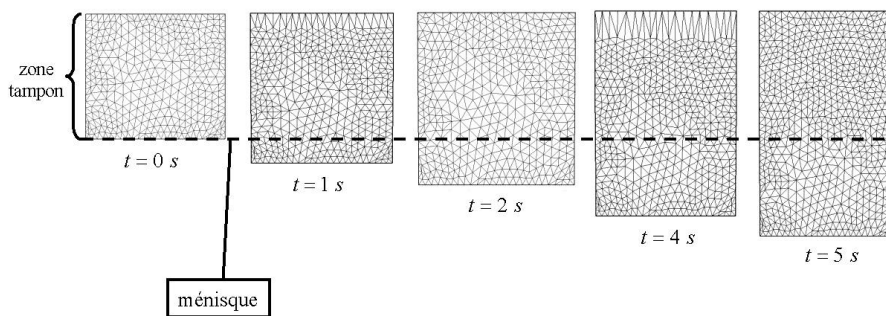


FIG. 6.3: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : évolution du maillage dans les premiers incréments de temps et pour un calcul avec la stratégie globale instationnaire

La figure 6.4 représente l'évolution de la brame à différents instants. Nous montrons également l'évolution de la fraction liquide pour les diverses configurations de la brame. Les zones en rouge sont liquides (fraction liquide égale à 1) et les zones en bleu sont solides (fraction liquide nulle). On peut déjà deviner l'étendue des zones liquide, pâteuse et solide et voir qu'elles se stabilisent au cours du temps, première preuve que l'état stationnaire a été atteint pour la configuration finale ($t \approx 24 \text{ min}$).

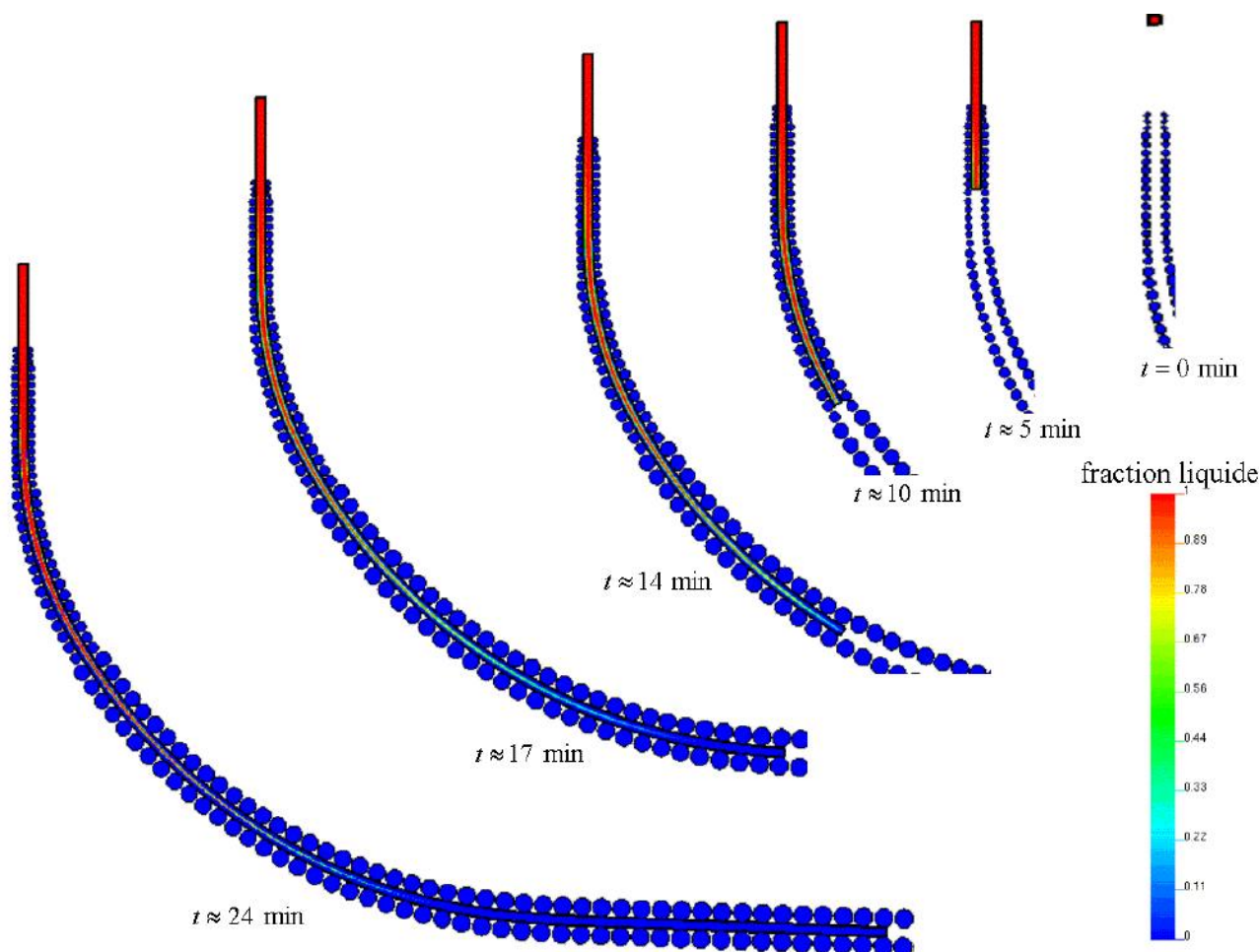


FIG. 6.4: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : états successifs de la brame pour le calcul avec la stratégie globale instationnaire pour une taille de maille de 1 cm

Pour pouvoir comparer le temps de calcul, nous avons réalisé les calculs sur la plate-forme gelas (qui est un serveur SUN Entreprise 4000 à 14 processeurs UltraSparc-II de 448 MHz) du CEMEF avec un pas de temps de 1 s . Pour un maillage dont la taille de maille est de 1 cm il a fallu environ 3 jours de calcul. Pour un maillage dont la taille de maille est de 2 cm il a fallu environ 18 heures. Le nombre de noeuds total est environ 50000 pour le maillage de taille de maille 1 cm et environ 25000 pour celui dont la taille de maille est 2 cm . La phase de remaillage est régulièrement activée lorsque la distorsion des mailles proches du mannequin dépasse une valeur limite. De ce fait, il y a eu autant de remaillage pour les deux calculs.

Nous avons par ailleurs remarqué que la phase de remaillage occupe une grande partie du temps de calcul car la résolution mécanique est faiblement non linéaire et la résolution thermique est très rapide. Elle pourrait être optimisée en utilisant une méthode de type "extraction topologique" mise au point par Frédéric COSTES [Costes *et al.*, 2003].

Les figures 6.5 et 6.6 nous permettent d'estimer les longueurs métallurgiques de fin de puits liquide et pâteux pour des calculs effectués avec des tailles de maille respective de 2 et 1 *cm*. Globalement ces deux calculs montrent que le puits liquide se situe environ à une longueur métallurgique de 10 *m* et le puits pâteux est à environ 19 *m*. Les incertitudes proviennent de la forme des fins de puits où subsistent encore des "îlots" de fluide ou solide. Pour plus de précision et estimer la forme des puits nous avons effectué des zooms dans ces régions.

En effet, pour estimer la forme du puits liquide nous avons représenté les fractions liquides pour des échelles comprises entre 0,999 et 1. Cela signifie que les zones en bleu sont pâteuses ou solide et nous pouvons alors voir la fin de la zone liquide. Le maillage dont la taille de maille est 1 *cm* permet de mieux apprécier la forme du puits liquide. Cela est dû au fait qu'il y a une meilleure "continuité" de noeuds au centre de la brame. Cependant, cette taille de maille n'est pas assez suffisante pour bien estimer la forme du puits liquide mais est acceptable dans notre étude.

Ceci n'est cependant qu'un artefact du post-processing. En effet en maillage non structuré il n'y a pas de rangée de noeuds le long de la "fibre neutre" (définie par le milieu géométrique de la brame). Or le champ qu'on trace est nodal, donc les couleurs dépendant en partie des distances entre chacun des noeuds et la "fibre neutre". Ceci explique la présence de "spots" sur les figures. Evidemment, ce défaut s'atténue en diminuant la taille de maille.

De même nous avons représenté sur ces deux figures des zooms du puits pâteux. Le calcul avec la taille de maille de 1 *cm* est suffisante pour deviner la forme du puits liquide.

Pour pouvoir estimer le temps nécessaire à l'établissement de l'état stationnaire nous avons enregistré l'évolution de la température en différents points du maillage. Nous avons choisi trois points pour 3 sections de la brame à des longueurs métallurgiques de 1 *m*, 7 *m* et 15 *m*. Dans une même section, nous définissons les capteurs de température de la façon suivante :

- "point n°1" : situé à coeur de la section considérée (position nominale du coeur)
- "point n°2" : situé à mi-distance entre le point n°1 et le point n°3
- "point n°3" : situé sur le bord de la brame de la section considérée (position nominale du bord)

Ces capteurs sont de nature eulérienne : fixes dans l'espace. On recherche à chaque fois l'élément qui le contient et on interpole au sens des éléments finis.

Les figures 6.7, 6.8, 6.9 représentent les évolutions de la température au cours du temps pour ces différents capteurs. Lorsque le maillage n'a pas encore atteint le point d'enregistrement le capteur affiche la valeur de la température nominale de coulée (pour la coulée de Fos-sur-Mer : 1547 °C).

Nous pouvons conclure de ces trois figures que l'état stationnaire est très rapidement atteint (quasi

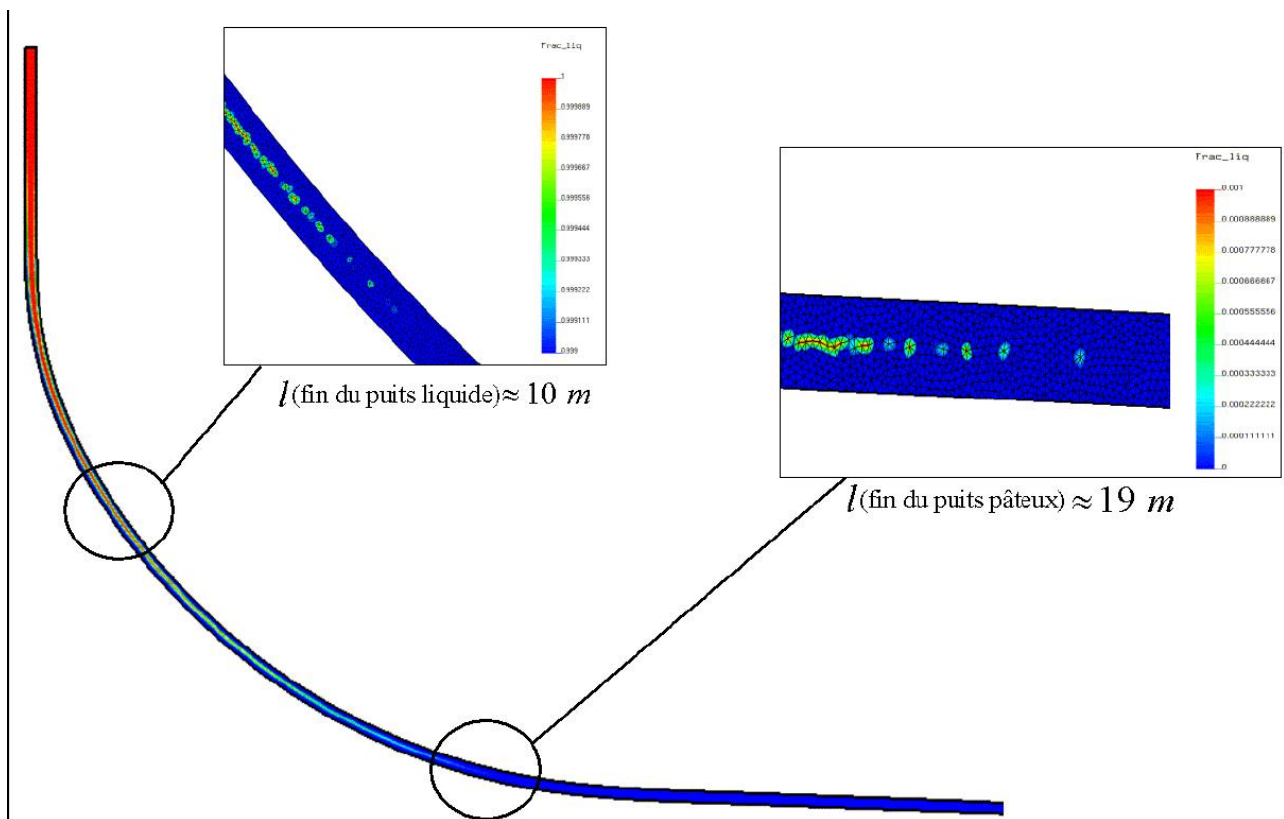


FIG. 6.5: calcul pour l'acier XC6 et la machine de Fos/Mer : zoom sur les puits liquide et pâteux pour un maillage dont la taille de maille est 2 cm

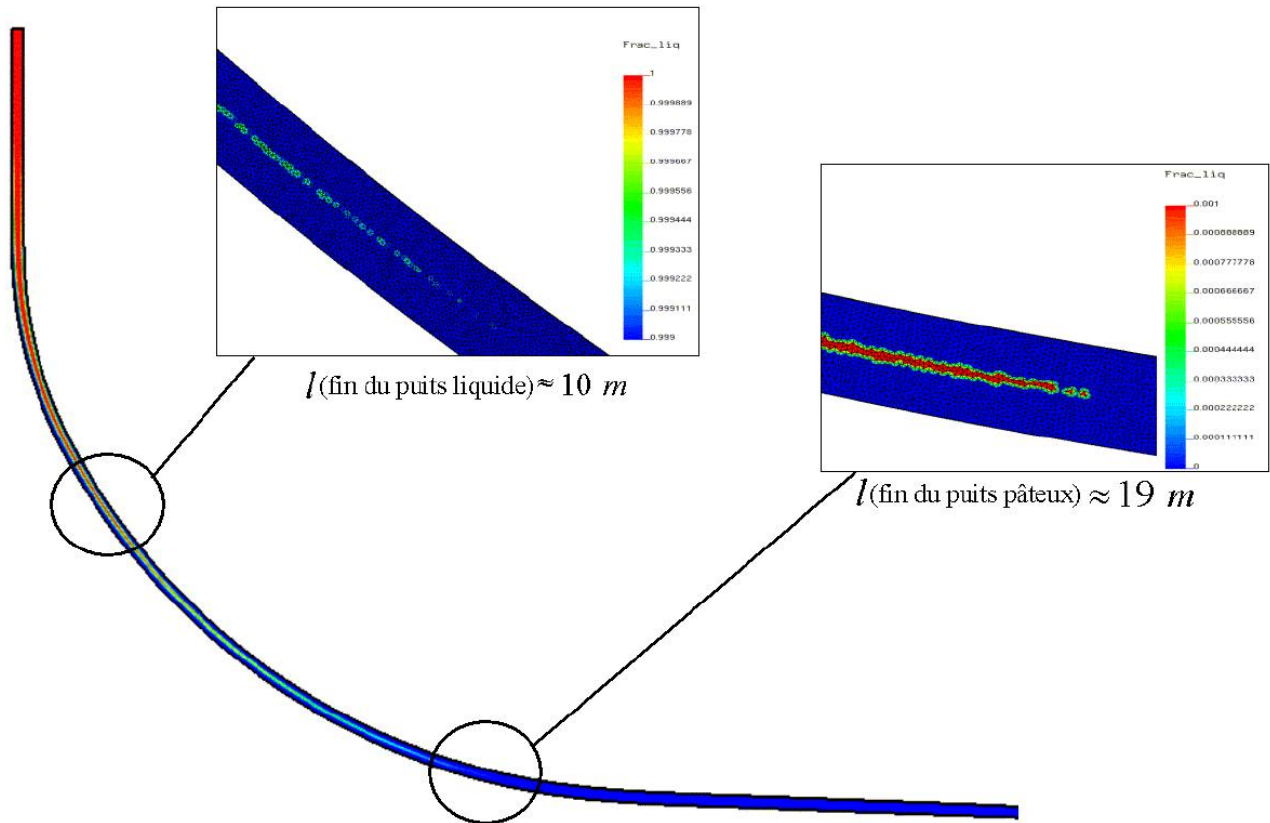


FIG. 6.6: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : zoom sur les puits liquide et pâteux pour un maillage dont la taille de maille est 1 cm

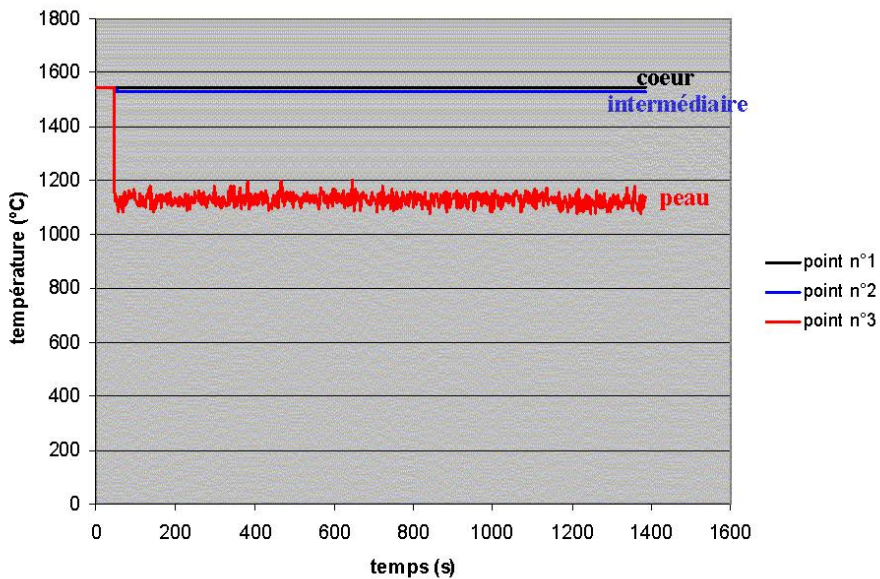


FIG. 6.7: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 1 m

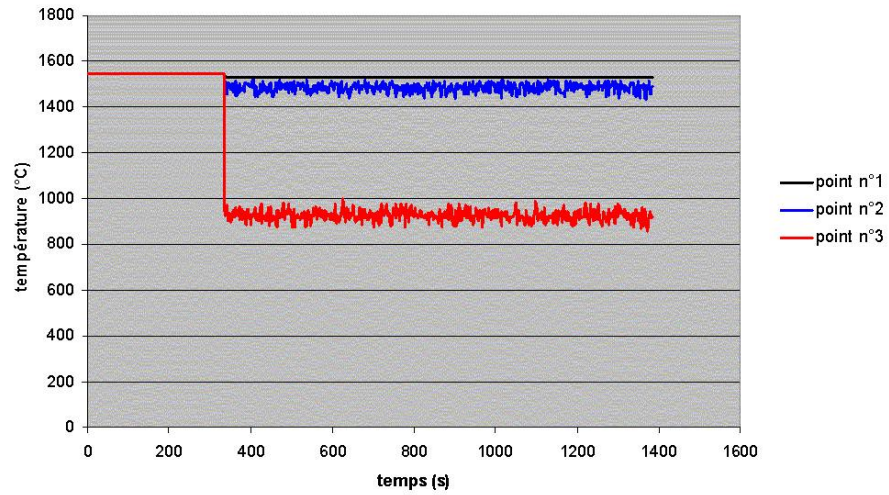


FIG. 6.8: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 7 m

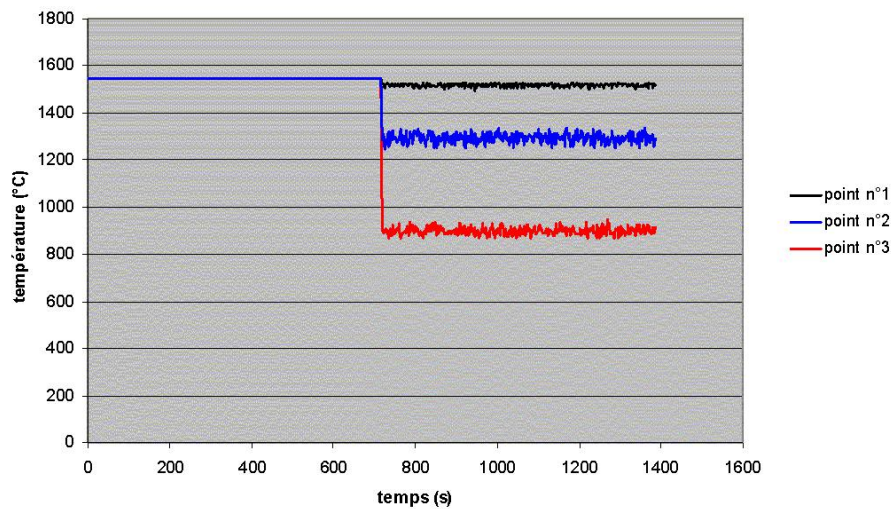


FIG. 6.9: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 15 m

immédiatement). Les valeurs oscillent ensuite autour d'une valeur moyenne qui est la solution stationnaire du problème thermique. L'amplitude des fluctuations est d'autant plus grande que les gradients thermiques transverses sont importants. Cela est la signature de l'erreur de discrétisation spatiale (le maillage lagrangien non structuré défile devant le capteur).

La stratégie de calcul par la méthode globale instationnaire (GI) converge donc parfaitement vers un état stationnaire. Reste maintenant à voir si cette solution stationnaire est bonne. Pour ce faire nous comparons notre solution avec un calcul de type tranche instationnaire (TI) implémenté dans *R2SOL* et avec d'autres logiciels (THERCAST, ABAQUS, CERBER).

Comparaison entre calculs de type tranche instationnaire pour un cas simplifié

Dans l'optique de comparer plusieurs codes de calcul, nous avons bien sûr choisi des données thermophysiques et numériques similaires. Comme le code commercial ABAQUS ne permet de prendre en compte que des fractions liquides linéaires en fonction de la température, nous avons implémenté un modèle thermophysique simplifié où les coefficients sont constants (et représentatifs de l'acier XC6) et la fraction liquide est linéaire (ce qui est faux en réalité). Voici donc les données numériques choisies pour le problème thermique dans le cadre de la validation :

- | f | T ($^{\circ}C$) |
|-----|---------------------|
| 1 | 1528 |
| 0 | 1495 |
- la fraction liquide f est linéaire :
 - la conductivité $\lambda = 30 \text{ W/m/K}$
 - la masse volumique $\rho = 7300 \text{ kg/m}^3$
 - la capacité calorifique $C_P = 675 \text{ J/kg/K}$
 - la chaleur latente $L = 260000 \text{ J/kg}$

Nous n'utilisons ce modèle simplifié que dans cette section dans le seul but de comparer les solutions obtenues par les différents codes et de valider l'approche globale instationnaire en thermique pour la coulée continue. Ce travail a été réalisé en collaboration avec Frédéric COSTES. Il a ainsi pu valider les stratégies tranche instationnaire (TI) et globale instationnaire (GI) pour le calcul thermique en coulée continue avec le logiciel THERCAST.

Notre démarche de validation est la suivante. Nous avons implémenté une approche tranche instationnaire (TI) au sein de *R2SOL*, ce qui est très rapide du point de vue de la simulation (environ 5 *min* de temps de calcul pour *R2SOL*). Nous comparons les solutions obtenues avec celles des codes THERCAST et ABAQUS pour le modèle thermique simplifié, ce qui valide notre approche (TI) avec *R2SOL*. Nous comparons alors dans la section suivante les approches (TI) et (GI) de *R2SOL* avec les coefficients thermophysiques de l'acier *XC6* donnés en annexe, ce qui valide alors l'approche (GI) pour la thermique.

Comme les calculs de type "tranche" sont rapides, nous avons choisi de diminuer la taille de maille pour avoir une meilleure précision. De plus nous prenons des maillages de faibles longueur pour avoir une température aussi homogène que possible dans la direction de coulée. La figure 6.10 représente le maillage choisi. Nous l'avons pris structuré mais nous aurions aussi pu effectuer des tests sur un maillage non structuré.

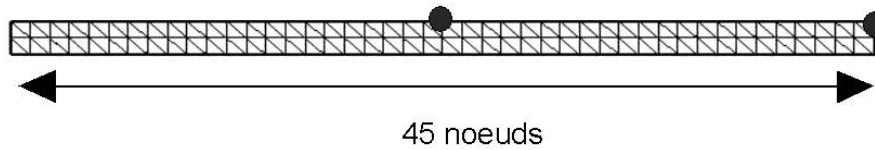


FIG. 6.10: calcul pour l'acier XC6 et la machine de Fos/Mer : maillage structuré pour le calcul de type tranche instationnaire; position des deux capteurs de température lagrangiens : à coeur et en peau, à l'intrados.

Nous avons placé deux capteurs lagrangiens ("embarqués" avec la tranche) : un au milieu de la face supérieure et un autre au bord. Ces capteurs enregistrent la température au cours du temps.

Nous avons utilisé un même type de maillage pour un calcul 2D avec ABAQUS, la résolution thermique étant effectuée via une discrétisation en élément fini P1. Le calcul a duré environ 7 minutes. Le même calcul a été effectué avec THERCAST dans la configuration 3D et dont la résolution thermique est basée sur la formulation en éléments finis P1. Pour se ramener à un calcul en 2 dimensions nous avons supposé les petites faces de la "brame" adiabatiques. Pour plus de précision on peut se référer à [Heinrich *et al.*, 2002, Costes *et al.*, 2003]. Nous comparons alors les températures au centre de la face supérieure du maillage et au bord.

La figure 6.11 représente la température au centre de la brame et sur la peau solide en fonction de la longueur métallurgique pour les 3 codes (ABAQUS, R2SOL et THERCAST). Les résultats sont en accord entre eux ce qui valide notre approche tranche instationnaire pour la coulée continue.

On peut par ailleurs estimer les longueurs métallurgiques des puits liquide et pâteux en traçant les droites de température $T = T_L = 1528 \text{ }^\circ\text{C}$ et $T = T_S = 1495 \text{ }^\circ\text{C}$. La longueur métallurgique du puits liquide est difficile à estimer car le gradient thermique à coeur est faible dans cette zone. Approximativement, on obtient :

- $l(\text{puits liquide}) \approx 12 \text{ m}$
- $l(\text{puits pâteux}) \approx 19,5 \text{ m}$

Ces valeurs sont proches de celles trouvées avec la stratégie globale instationnaire de la section précédente et un jeu de données thermophysiques plus complet.

Comparaison entre la méthode (GI) et (TI) de R2SOL pour le cas du XC6

Dans cette section nous comparons les résultats obtenus avec la méthode globale instationnaire (GI) développée dans R2SOL et la méthode de type tranche instationnaire développée dans R2SOL. Nous comparons les températures à coeur et sur la peau solide pour les données thermophysiques du XC6 (données non simplifiées dans ce cas, voir annexe 1). Pour ce faire nous avons supposé que la configuration à $t \approx 24 \text{ min}$ représente une solution stationnaire de la brame. Nous avons pris point par point la température sur la peau et la température à coeur.

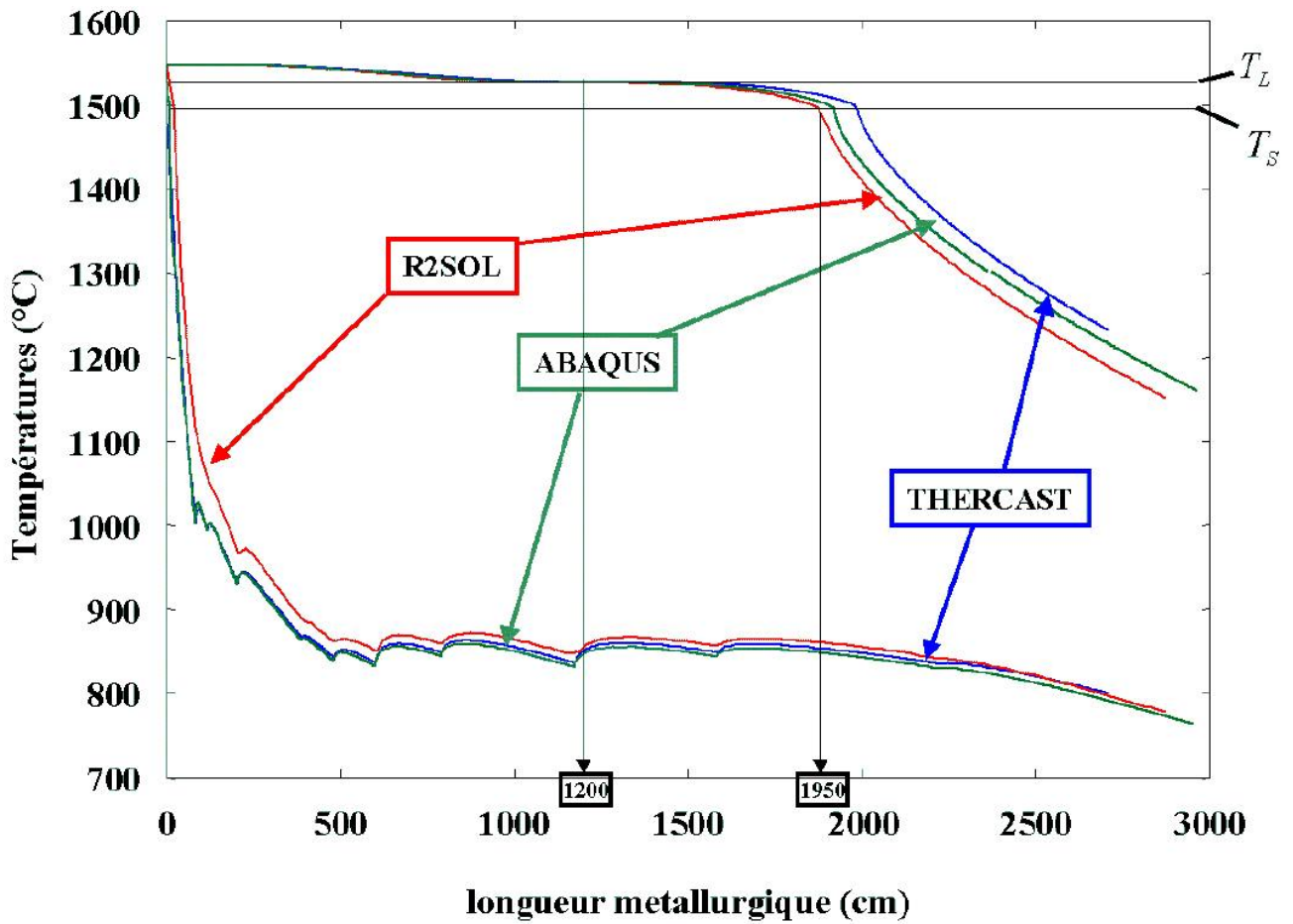


FIG. 6.11: calcul pour l'acier *XC6* et la machine de Fos/Mer : évolution de la température à coeur et en peau en fonction de la longueur métallurgique, obtenue avec différents logiciels

La figure 6.12 montre le profil de température pour les méthodes (GI) et (TI).

Il faut cependant remarquer que la température à coeur n'est pas aisée à obtenir pour la stratégie (GI) car le maillage n'est pas structuré. En effet il n'y a pas forcément de noeud exactement au centre de la brame et l'obtention de la température au centre nécessite une interpolation locale donnant une température plus faible. Dans la configuration de la coulée continue, on obtient donc forcément des valeurs de température à coeur légèrement inférieures à celles obtenues avec un calcul considérant un maillage structuré. On remarque effectivement ceci sur la figure 6.12 ; cet aspect peut être une des raisons pour lesquelles la température à coeur pour la méthode (GI) est inférieure à la méthode (TI).

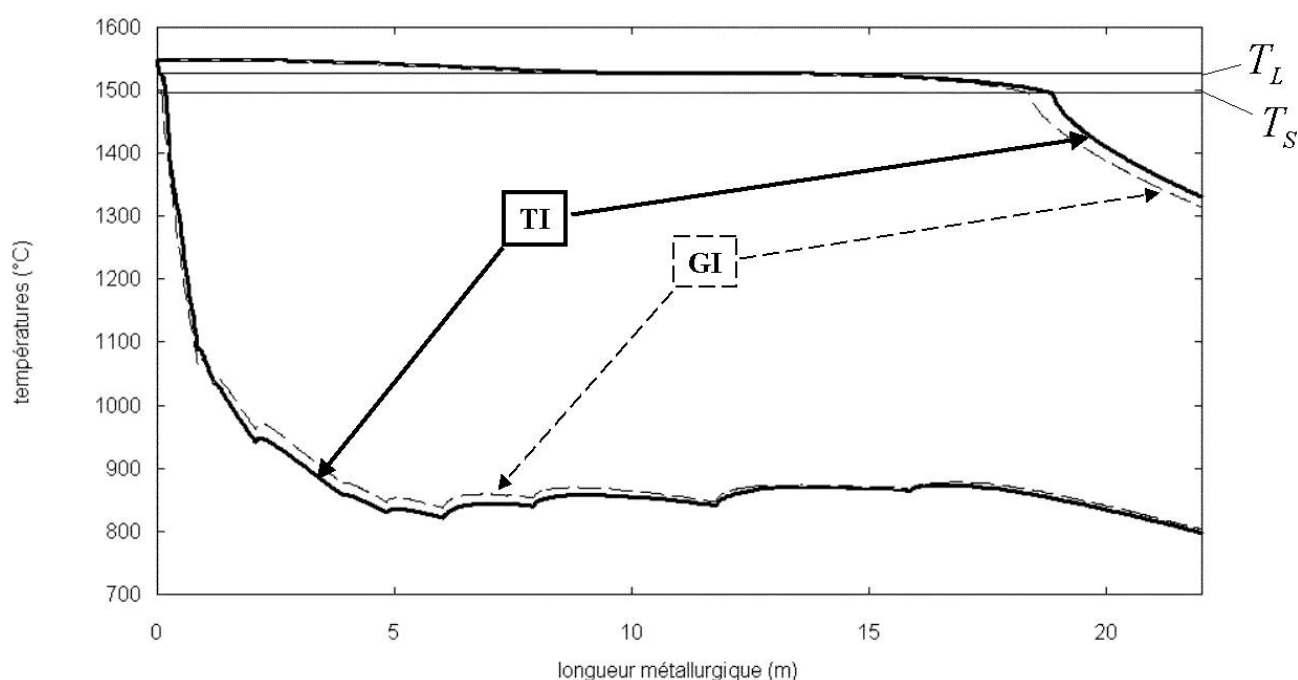


FIG. 6.12: calcul pour l'acier XC6 et la machine de Fos/Mer : comparaison entre les méthodes (TI) et (GI) développées dans R2SOL ; températures à coeur et à peau en fonction de la longueur métallurgique

Cette figure montre une bonne adéquation entre les deux méthodes. Ceci valide donc notre stratégie globale instationnaire pour les calculs thermiques.

6.2.3 Résultats obtenus avec l'acier 18M5 et la machine Sollac-Atlantique de Dunkerque

Nous présentons ici succinctement les résultats de thermique obtenus avec la machine de Dunkerque avec l'acier 18M5. Nous comparons la méthode (TI) et (GI) comme dans la section précédente. La figure 6.13 représente l'évolution de la brame en fonction du temps et la fraction liquide.

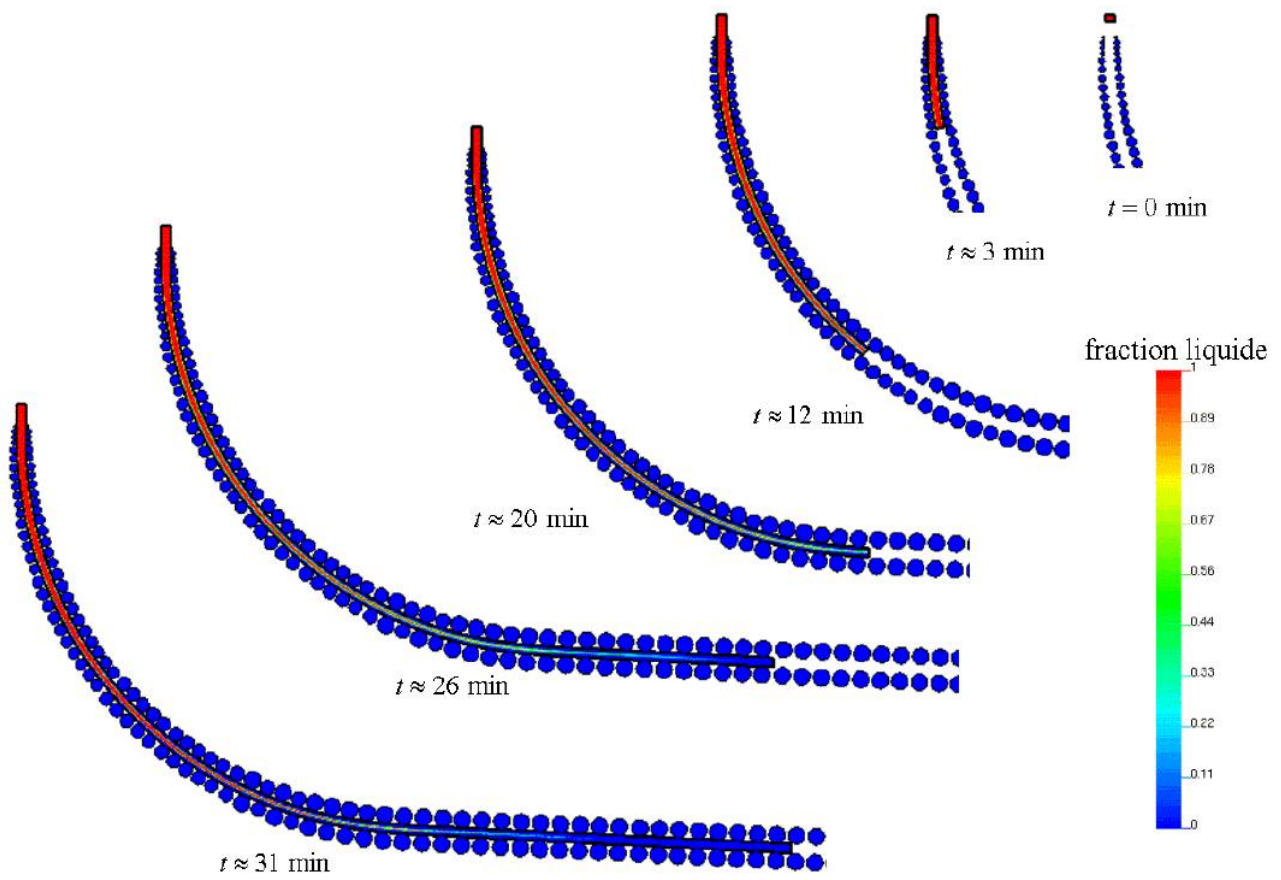


FIG. 6.13: calcul pour l'acier 18M5 et la machine de Dunkerque : évolution de la brame dans la machine de coulée continue

Comme pour le calcul avec la machine de Fos-sur-Mer, nous avons choisi trois capteurs pour chaque section définie par leur longueur métallurgique : 1 m, 7 m et 15 m. Dans une même section, les capteurs sont nommés et situés de la façon suivante :

- "point n°1" : situé à coeur de la section considérée,
- "point n°2" : situé entre le point n°1 et le point n°3
- "point n°3" : situé sur le bord de la brame de la section considérée

Les figures 6.14, 6.15 et 6.16 représentent les évolutions de température au cours du temps de ces différents capteurs. Lorsque le maillage n'a pas encore atteint le point d'enregistrement le capteur enregistre la valeur de la température nominale de coulée (pour la coulée de Dunkerque : 1528 °C).

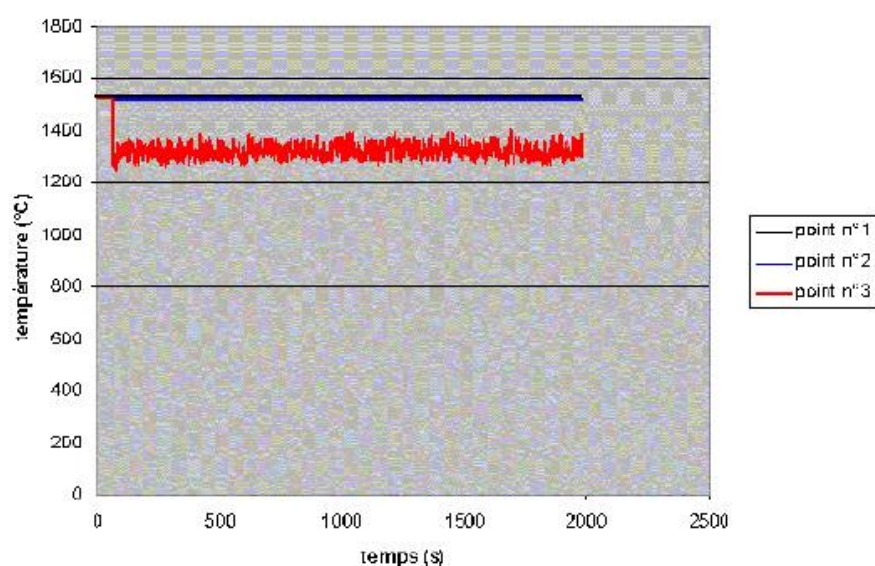


FIG. 6.14: calcul pour l'acier 18M5 et la machine de Dunkerque : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 1 m

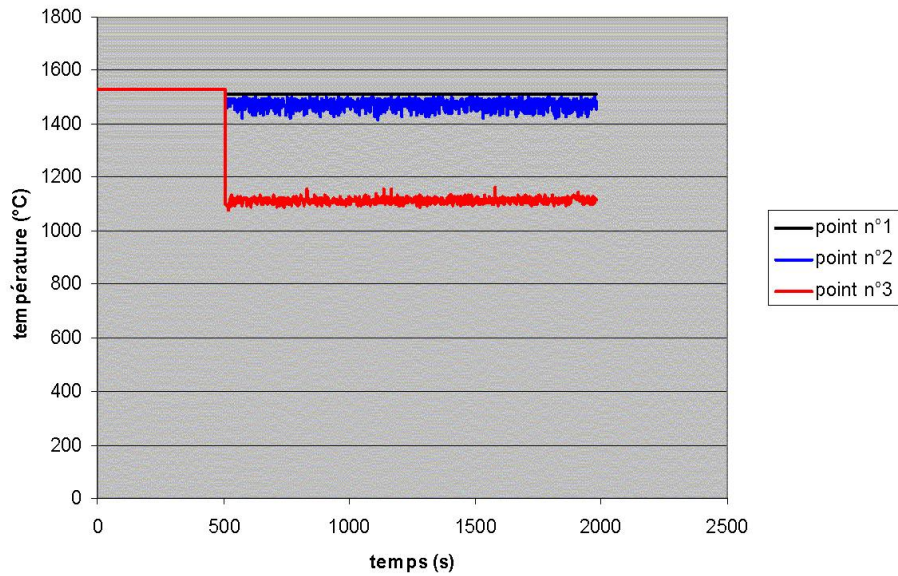


FIG. 6.15: calcul pour l'acier 18M5 et la machine de Dunkerque : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 7 m

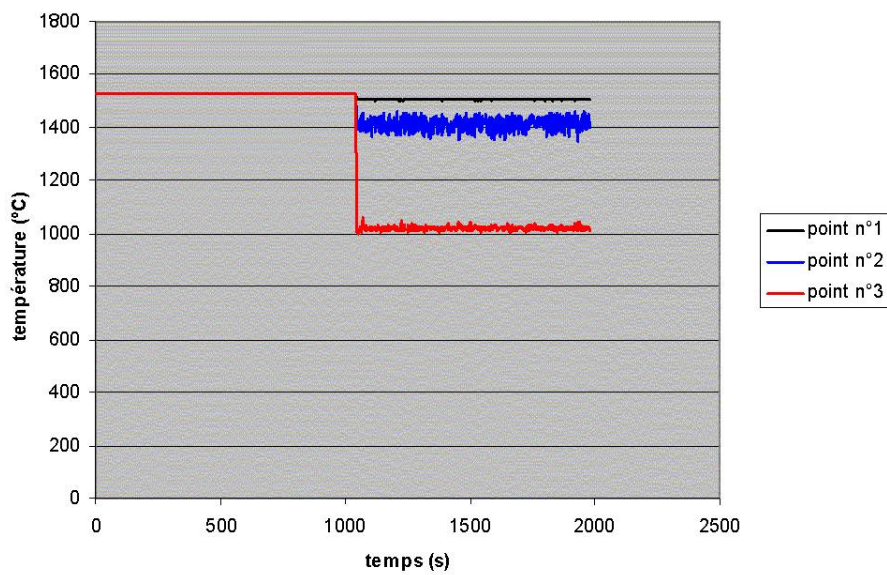


FIG. 6.16: calcul pour l'acier 18M5 et la machine de Dunkerque : évolution de la température en fonction du temps en trois points de la section à une longueur métallurgique de 15 m

Comme pour le cas de Fos-sur-Mer, l'état stationnaire est immédiatement atteint : on remarque toutefois que pour les capteurs en peau les oscillations autour de la solution stationnaire ont une amplitude plus faible. Il est délicat d'apporter une explication car plusieurs phénomènes entrent en jeu. On peut cependant dire que généralement les gradients thermiques dans l'épaisseur de la brame sont moins élevés dans le cas de Dunkerque. De plus, dans le cas de Dunkerque, le refroidissement est moins intense.

De ce fait, les gradients thermiques en peau sont moins forts ce qui "stabilise" bien évidemment la solution numérique.

La figure 6.17 compare les températures en fonction de la longueur métallurgique et montre une bonne adéquation entre les deux résultats. On peut par ailleurs déduire les longueurs métallurgiques des puits liquide et pâteux :

- $l(\text{puits liquide}) \approx 11 \text{ m}$
- $l(\text{puits pâteux}) \approx 18 \text{ m}$

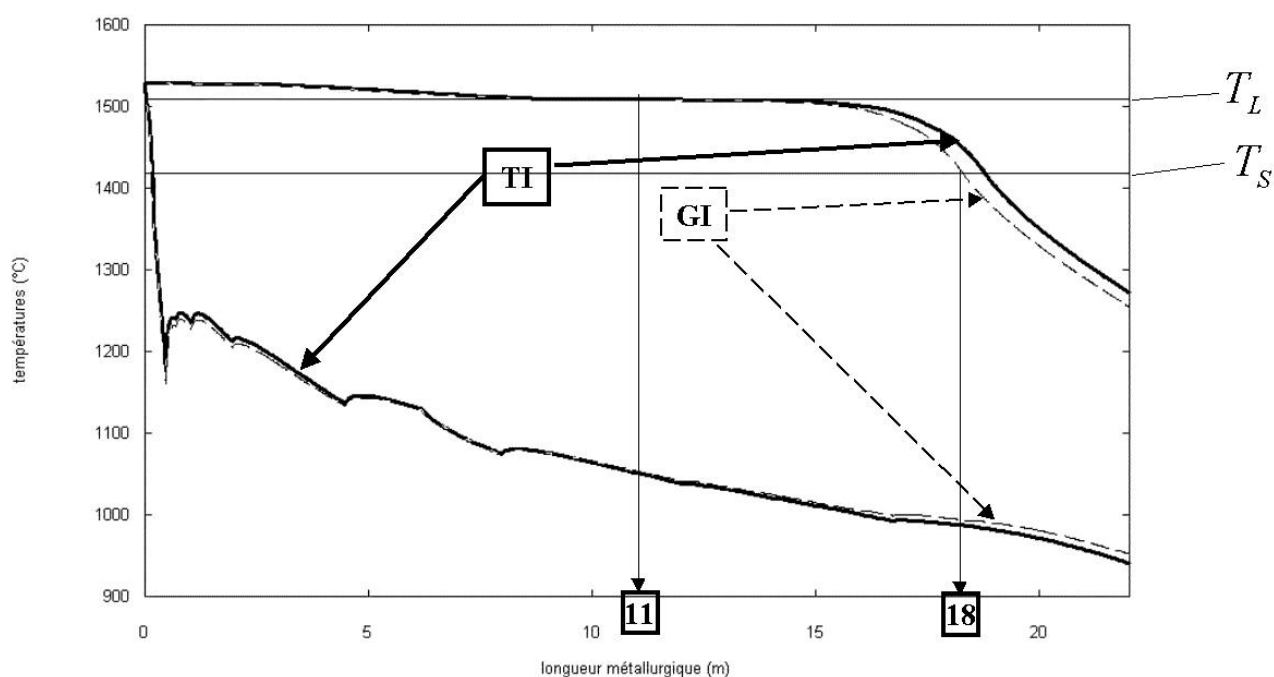


FIG. 6.17: calcul pour l'acier 18M5 et la machine de Dunkerque : comparaison entre les méthodes (TI) et (GI) développées dans R2SOL ; température à coeur et sur la peau en fonction de la longueur métallurgique

6.2.4 Conclusion

Nous venons de présenter des résultats en thermique pour la coulée continue. Pour ce faire nous avons proposé un problème thermomécanique simplifié où l'équation de conservation de l'énergie du chapitre 3 est résolue, le problème mécanique est simplifié mais nécessaire pour faire avancer le matériau dans la machine.

Nous avons effectué dans un premier temps des calculs thermiques sur la machine de Fos-sur-Mer. En utilisant la méthode (GI), nous avons montré que le régime stationnaire était obtenu quasi-immédiatement. Il subsiste cependant des fluctuations, provenant des gradients transversaux non négligés.

geables et de la discrétisation spatiale pouvant être encore plus fine. Pour valider la solution stationnaire obtenue, nous avons comparé les températures à coeur et sur la peau avec un calcul tranche que nous avons validé grâce aux codes ABAQUS et THERCAST. La comparaison s'est avérée bonne ce qui valide notre approche (GI) en thermique.

Nous avons d'autre part effectué un calcul thermique pour la machine de Dunkerque avec la méthode (GI). Nous avons également mené une étude de stationnarité de la solution thermique et nous avons abouti aux mêmes conclusions que pour Fos-sur-Mer. Nous avons ensuite comparé les températures à coeur et sur la peau avec le calcul "tranche", développé dans R2SOL. La comparaison est bonne ce qui valide aussi la solution thermique pour notre approche (GI) pour la machine de Dunkerque et l'acier 18M5.

6.3 Résultats en thermomécanique

Nous présentons dans cette section les résultats thermomécaniques de coulée continue d'acier. Pour ce faire nous avons effectué des simulations sur les cas de coulée continue suivant :

1. acier 18M5 associé à la machine Sollac Atlantique de Dunkerque,
2. acier XC6 et la machine Sollac Méditerranée (Fos-sur-Mer),
3. acier DS600 associé à une machine du groupe SIDERCA (Argentine).

Dans le cadre du projet OSC, des essais sur pilote étaient planifiés à l'IRSID. Malheureusement, à l'heure actuelle, aucune mesure de gonflement n'a encore été effectuée sur le pilote. Nous sommes donc dans l'expectative concernant des résultats expérimentaux. A partir de ces mesures, nous aurions en effet pu comparer les solutions données par notre modèle directement avec l'expérience ce qui aurait confirmé ou infirmé notre approche. Mais nous sommes conscients qu'il est techniquement bien plus simple, en coulée continue d'acier, d'effectuer des simulations numériques que des essais expérimentaux.

Cependant, nous pouvons tirer plusieurs intérêts au niveau des trois simulations de coulée continue d'acier que nous proposons. Concernant la nuance 18M5 associée à la machine de Dunkerque, nous avons diverses sources de résultats. D'une part, une campagne expérimentale a été menée par l'IRSID sur cette machine et pour cette nuance, dans les années 80 ([Lamant *et al.*, 1984], [Kraemer *et al.*, 1986]). D'autre part, dans sa thèse (1987), Dalin a effectué des calculs mécaniques avec un modèle stationnaire pour cette configuration. Le cas de Dunkerque nous permettrait donc de comparer nos solutions avec des résultats déjà existants. Avant tout il sera nécessaire de comparer nos données avec celles des années 80.

Le calcul avec l'acier XC6 et la machine de Fos-sur-Mer présente également un intérêt non pas au niveau de la validation mais concernant l'adaptativité de notre approche à une autre machine et un acier possédant des propriétés thermophysiques différentes. Nous avons par ailleurs mené une étude de sensibilité au pas de temps et à la taille de maille à partir de ce cas de coulée.

Enfin, nous présentons un calcul en lingotière effectué sur une billette de la nuance DS600 d'une machine de la SIDERCA (Argentine). Ce cas permet, d'abord, d'étendre la validité de notre approche avec le code R2SOL à un nouveau format (billette). Grâce à ce calcul, nous avons, par ailleurs, pu comparer directement nos résultats avec ceux de [Fachinotti, 2001]. Enfin ce calcul permet de sonder les limites du code R2SOL au niveau de la finesse du maillage.

6.3.1 Résultats des simulations thermomécaniques concernant l'acier 18M5 et la machine CC2 Sollac Atlantique de Dunkerque

Une campagne de mesure de gonflements a été effectuée sur la machine Sollac Atlantique de Dunkerque avec l'acier 18M5 il y a une vingtaine d'années. On peut notamment trouver dans [Lamant *et al.*, 1984] et dans [Kraemer *et al.*, 1986] un résumé des activités qui y ont été menées. [Dalin, 1987] a mené une étude thermomécanique de la coque solide de l'acier 18M5, avec une approche statique, et a comparé les mesures de gonflements par rapport à [Kraemer *et al.*, 1986] et [Lamant *et al.*, 1984]. Nous voyons donc là l'opportunité de comparer les déflexions obtenues d'une part avec R2SOL, d'autre part avec

celles déduites du calcul de [Dalin, 1987] et celles mesurées directement sur la machine de Dunkerque ([Lamant *et al.*, 1984], [Kraemer *et al.*, 1986]).

Dans un premier temps nous présentons les résultats que nous avons obtenus avec notre approche globale instationnaire. la configuration de test de [Dalin, 1987] ainsi que les résultats. Nous faisons ensuite l'exposé des résultats expérimentaux effectués par l'IRSID et des résultats numériques obtenus par [Dalin, 1987]. Enfin nous comparons les déflexions que nous avons obtenues avec les mesures de [Kraemer *et al.*, 1986] et les calculs de [Dalin, 1987].

Résultats thermomécaniques obtenus avec le logiciel R2SOL pour la machine de Dunkerque et l'acier 18M5

CARACTERISTIQUES DU CALCUL : Nous avons effectué des simulations thermomécaniques pour la machine de Dunkerque et la nuance 18M5. Nous rappelons les hypothèses du problème mécanique que nous avons faites pour ce calcul :

- la zone liquide a un comportement newtonien de viscosité $10^6 Pa.s$: c'est une valeur arbitrairement élevée qui nous a permis d'effectuer des calculs avec de grandes tailles de maille à coeur et avec des pas de temps élevés,
- la zone solide obéit à un comportement élasto-viscoplastique (evp) (le modèle II de [Kozlowski *et al.*, 1992] a été choisi, voir chapitre 4),
- la zone pâteuse obéit à un comportement viscoplastique effectuant le lien entre les comportements evp de la zone solide et newtonien de la zone liquide,
- les termes d'inertie sont supposés négligeables,
- la vitesse de coulée est de $0,014333 m.s^{-1}$ ($0,86 m.min^{-1}$),
- l'épaisseur de la brame est de $0,25 m$.

Le calcul a été effectué avec un maillage dont la taille de maille à coeur est de $\bar{l}_c = 2 cm$ et de $\bar{l}_b = 0,8 cm$ sur les bords. Cela signifie qu'à partir de la longueur métallurgique $8 m$ nous avons environ 50 noeuds sur la frontière entre deux rouleaux. En haut de la machine où les espacements entre les rouleaux est plus grand nous avons environ 25 noeuds entre les rouleaux.

La figure 6.18 représente le maillage à $t = 0 s$ et à $t \approx 90 s$. La longueur de la "zone tampon" est prise égale à $0,3 m$. Par ailleurs le pas de temps est choisi : $\Delta t = 1 s$.

Dans cette configuration nous avons simulé plus de $20 m$ en 4 *jours* avec un *PC* Latitude C610 (caractéristiques : Pentium III 1 GHz et 512 *Mo* de RAM). Le calcul s'arrête pour une longueur métallurgique de $21 m$ à cause d'un problème de place mémoire (nous avons environ 40000 noeuds). Signalons ici que comme la majorité des routines de R2SOL sont écrites en FORTRAN 77 le mode de stockage est statique ce qui sature rapidement la mémoire vive. L'utilisation du fortran 90, basée sur un mode de stockage dynamique, permettrait de s'affranchir de cette limitation.

OBTENTION DES DEFLECTIONS EXTRADOS : La figure 6.19 représente les gonflements à l'extrados en fonction de la longueur métallurgique à l'instant $t \approx 24 min$ de coulée. En rouge est représentée l'évolution de la déflexion, en noir sont représentées les positions des rouleaux et en bleu est représentée la pénétration de consigne pen_{obj} (définie dans le chapitre 5).

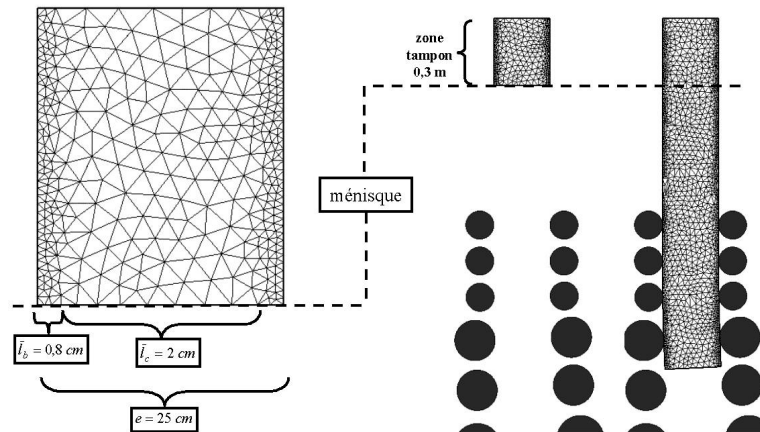


FIG. 6.18: machine de Dunkerque, acier 18M5 : maillage à $t = 0$ et à $t \approx 90$ s

Cette simulation a été effectuée pour une pénétration dans les rouleaux $penobj = 0,1$ mm et on peut d'ailleurs remarquer que cette valeur est bien respectée. Par ailleurs les flèches des gonflements à l'extrados sont comprises entre de 0,2 et 0,4 mm. A ces valeurs il faut soustraire la valeur de consigne de pénétration numérique dans les rouleaux. Nous obtenons donc des déflexions comprises entre 0,1 mm et 0,3 mm.

Nous nous sommes limités à montrer le gonflement des 18 premiers mètres par souci de clarté. Il serait plus délicat d'apprécier les déflexions sur la figure 6.19 si l'axe des ordonnées s'étendait sur de plus grandes valeurs. En effet, la partie de la brame située au-delà de 18 m n'est pas en état stationnaire du fait des effets de bord résultant de l'imposition des conditions aux limites en tête de brame.

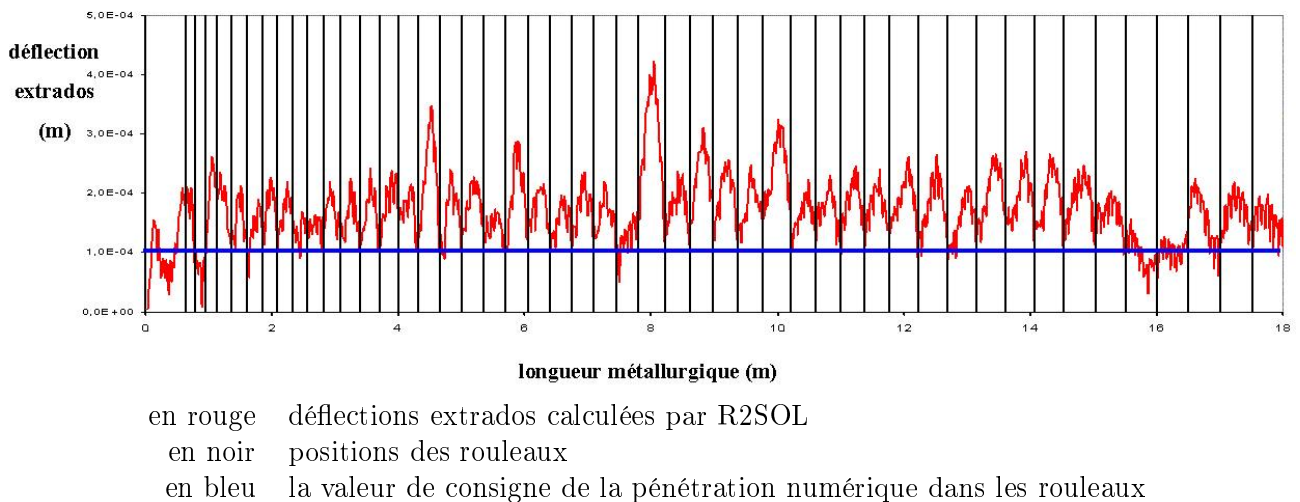
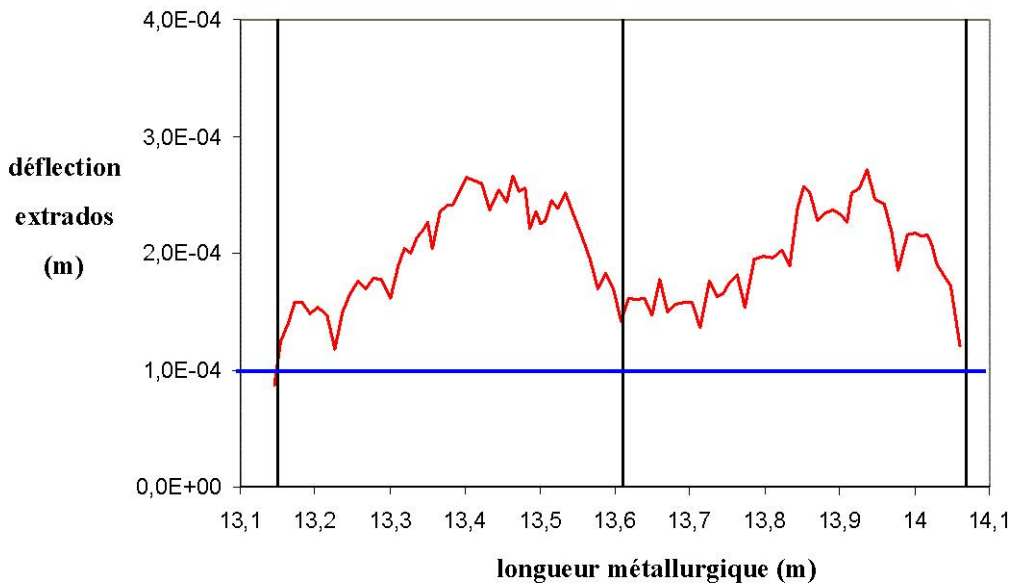


FIG. 6.19: machine de Dunkerque et acier 18M5 : déflexions extrados obtenues avec R2SOL en fonction de la longueur métallurgique après environ 21 m de coulée

La figure 6.20 est un zoom pour mieux apprécier la déflexion de la portion de brame se situant entre les longueurs métallurgiques 13,15 m et 14,07 m (définie par les rouleaux n°79-84). Cette figure

montre d'une part que la flèche de la déflexion extradados est plus proche du rouleau aval et que la forme des déflexions est du type "goutte d'eau", comme cela a déjà été observé ([Lamant *et al.*, 1985], [Wunnenberg, 1978], [Dalin, 1987]). Par ailleurs, le profil des déflexions est un peu "chahuté". Il y a plusieurs raisons pour expliquer ce phénomène. D'abord, avec une discrétisation spatiale plus fine, on devrait améliorer le profil des déflexions. Cependant, nous n'avons pas pu tester des tailles de maille plus fines sur le bord à cause de problèmes de mémoire. D'autre part, notre approche étant instationnaire, le matériau avançant par à coups, des instabilités mécaniques peuvent apparaître quand l'acier aborde un nouveau rouleau.



en rouge déflexions extradados calculées par R2SOL
 en noir positions des rouleaux
 en bleu la valeur de consigne de la pénétration numérique dans les rouleaux

FIG. 6.20: machine de Dunkerque et acier 18M5 : zoom des déflexions extradados sur la zone comprise entre les longueurs métallurgiques 13,15 m et 14,07 m

OBTENTION DES DEFLECTIONS INTRADOS : De même que précédemment, la courbe 6.21 représente les gonflements à l'intrados en fonction de la longueur métallurgique à l'instant $t \approx 24$ min de coulée. Comme pour la déflexion à l'extrados, on remarque que la valeur de consigne pour la pénétration est bien respectée. Cela montre bien l'efficacité de notre stratégie de contact.

Par ailleurs, on remarque que les flèches des gonflements à l'intrados sont légèrement inférieures aux déflexions extradados. D'autre part, il apparaît plusieurs points de déflexion nette négative, c'est-à-dire inférieure à 0,1 mm (qui est la consigne pour la pénétration dans les rouleaux). En outre, nous avons effectué un zoom sur la zone délimitée par les longueurs métallurgiques 13,15 m et 14,07 m (voir figure 6.22). Les déflexions constatées sont en effet plus faibles (les maxima sont de l'ordre de 0,2 mm - 0,3 moins la consigne 0,1 mm - contre 0,3 pour les déflexions extradados). Par ailleurs comme pour la déflexion à l'extrados, on peut voir que le profil est du type "goutte d'eau" car la flèche de la déflexion est plus proche du rouleau aval. Le profil est cependant moins marqué que pour l'extrados car la flèche

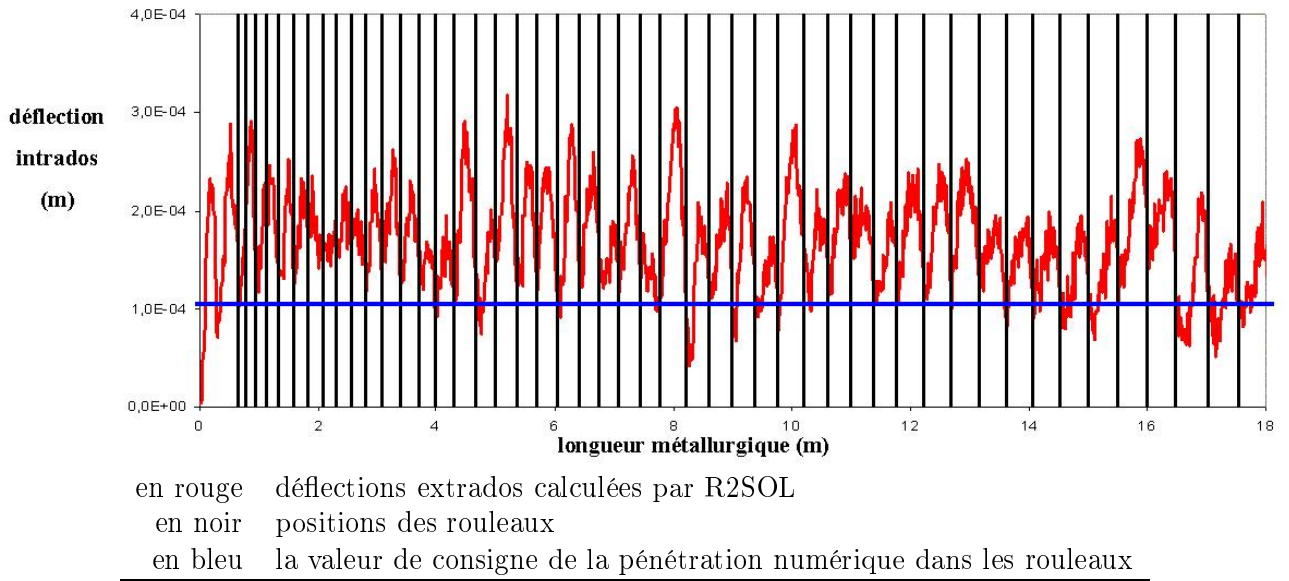


FIG. 6.21: machine de Dunkerque et acier 18M5 : déflexions intrados obtenues avec R2SOL en fonction de la longueur métallurgique après environ 21 m de coulée

est plus faible.

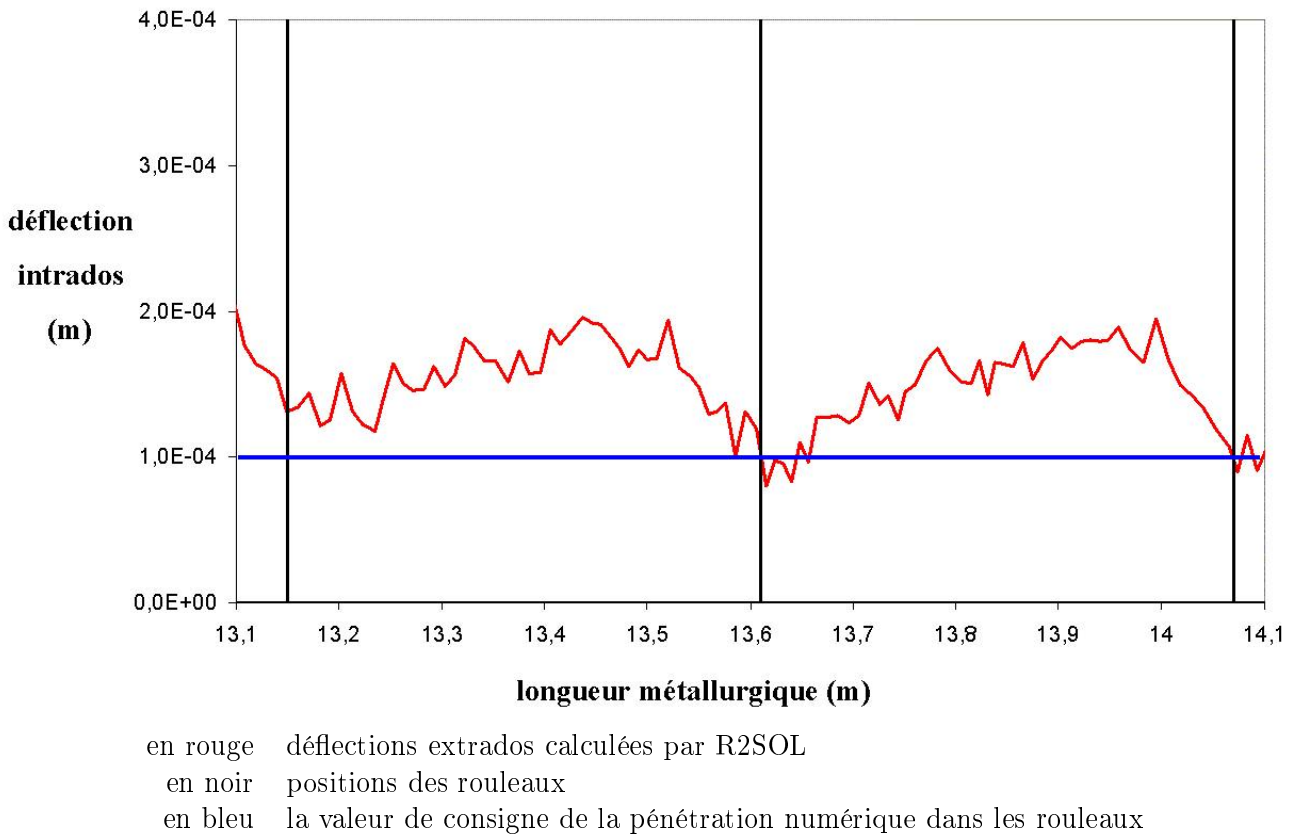


FIG. 6.22: machine de Dunkerque et acier 18M5 : zoom des déflexions intrados sur la zone comprise entre les longueurs métallurgiques 13,15 m et 14,07 m

STATIONNARITE DE LA SOLUTION : Comme notre approche est instationnaire, nous devons voir si nous obtenons le régime stationnaire. Nous allons faire l'étude de la stationnarité en analysant les courbes de gonflement extrados en fonction du temps.

Les figures 6.23 et 6.24 représentent l'évolution des déflexions à l'extrados d en fonction du temps t en différents points définis par leur longueur métallurgique. Ces points sont choisis comme étant les maxima locaux des déflexions d'après la figure 6.19. Pour chaque point, l'origine des temps t est prise lorsque le point en question est atteint par le "faux-mannequin".

Ces figures montrent que le régime stationnaire est atteint au bout de $\Delta t_{stat} \approx 150$ s. Par rapport au problème thermique, où l'état stationnaire est obtenu quasi-immédiatement, l'effet d'instationnarité est plus marqué pour le problème mécanique. Cela est dû à l'engagement de la tête de brame dans le chemin délimité par les rouleaux. Δt_{stat} correspond en fait au temps au bout duquel s'établit l'équilibre entre les rouleaux nouvellement abordés et la brame d'acier. A partir de cet instant les déflexions fluctuent autour d'une valeur moyenne qui est de l'ordre de 0,1 à 0,3 mm. Cependant ces fluctuations ne sont pas négligeables car elles sont de l'ordre de $\pm 0,05$ mm.

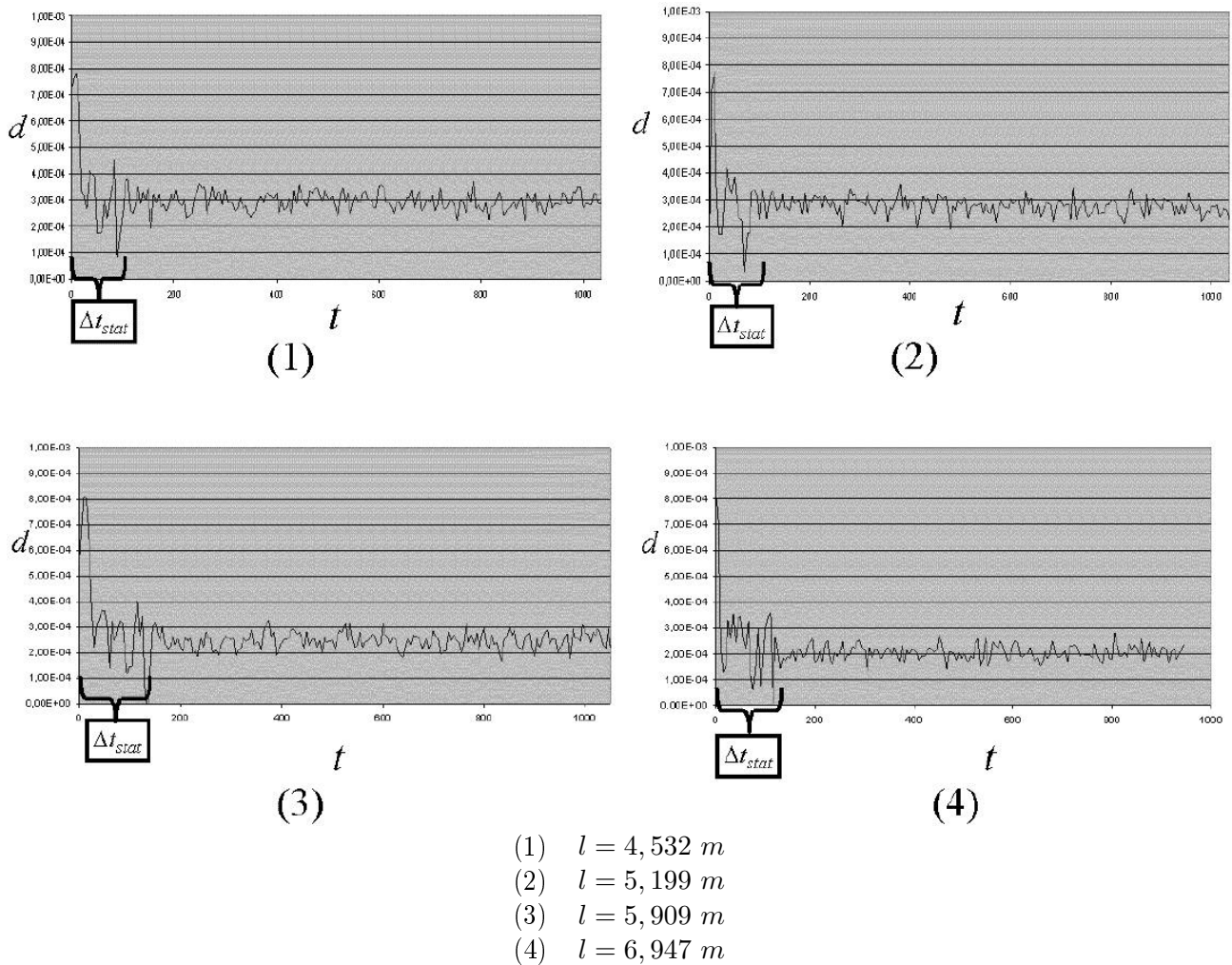


FIG. 6.23: machine de Dunkerque et acier 18M5 : déflexion extrados d (m) en fonction du temps t (s) en différents points de la machine

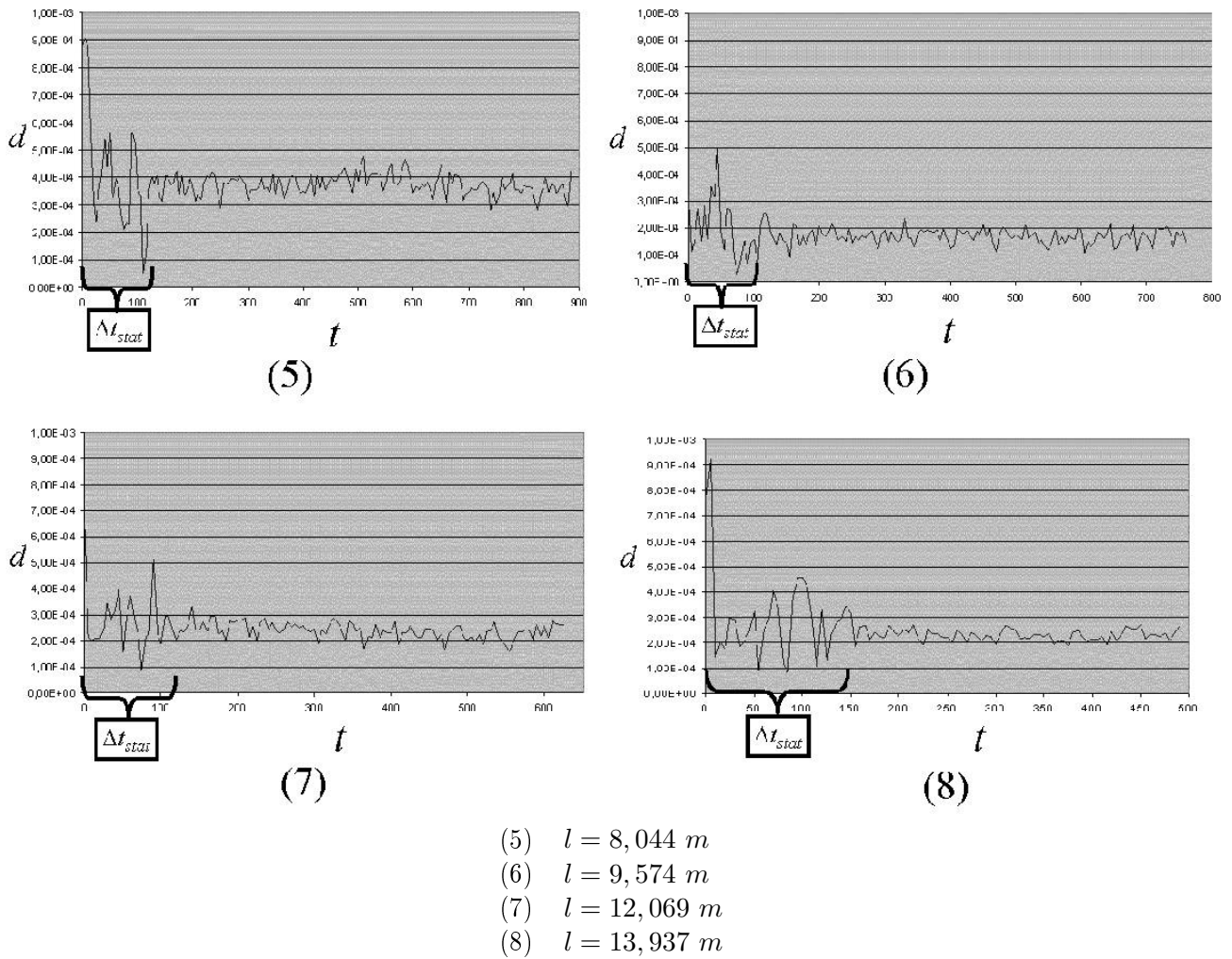


FIG. 6.24: machine de Dunkerque et acier 18M5 : déflexion extradoss d (m) en fonction du temps t (s) en différents points de la machine

On peut donc conclure que la solution thermomécanique proposée par R2SOL atteint un régime stationnaire au bout de 150 s ce qui correspond à une longueur de 2,15 m. Cela est acceptable car cette longueur représente moins de 10% de la longueur totale de la coulée continue de Dunkerque. Il faut par ailleurs noter que le régime stationnaire est certes atteint mais qu'il subsiste des fluctuations non négligeables qui sont la conséquence de la non-stationnarité de notre approche.

Présentation des mesures de déflexions effectuées sur la machine de Dunkerque et des résultats de la thèse de [Dalin, 1987]

La figure 6.25 représente la machine de coulée continue sur laquelle a été effectuée la campagne de mesure de gonflement. L'IRSID a effectué les mesures de gonflement à la longueur métallurgique 13,75 m, c'est-à-dire à environ 11 m en-dessous du ménisque de la lingotière. Ce point de mesure se situe entre les rouleaux 76 et 78.

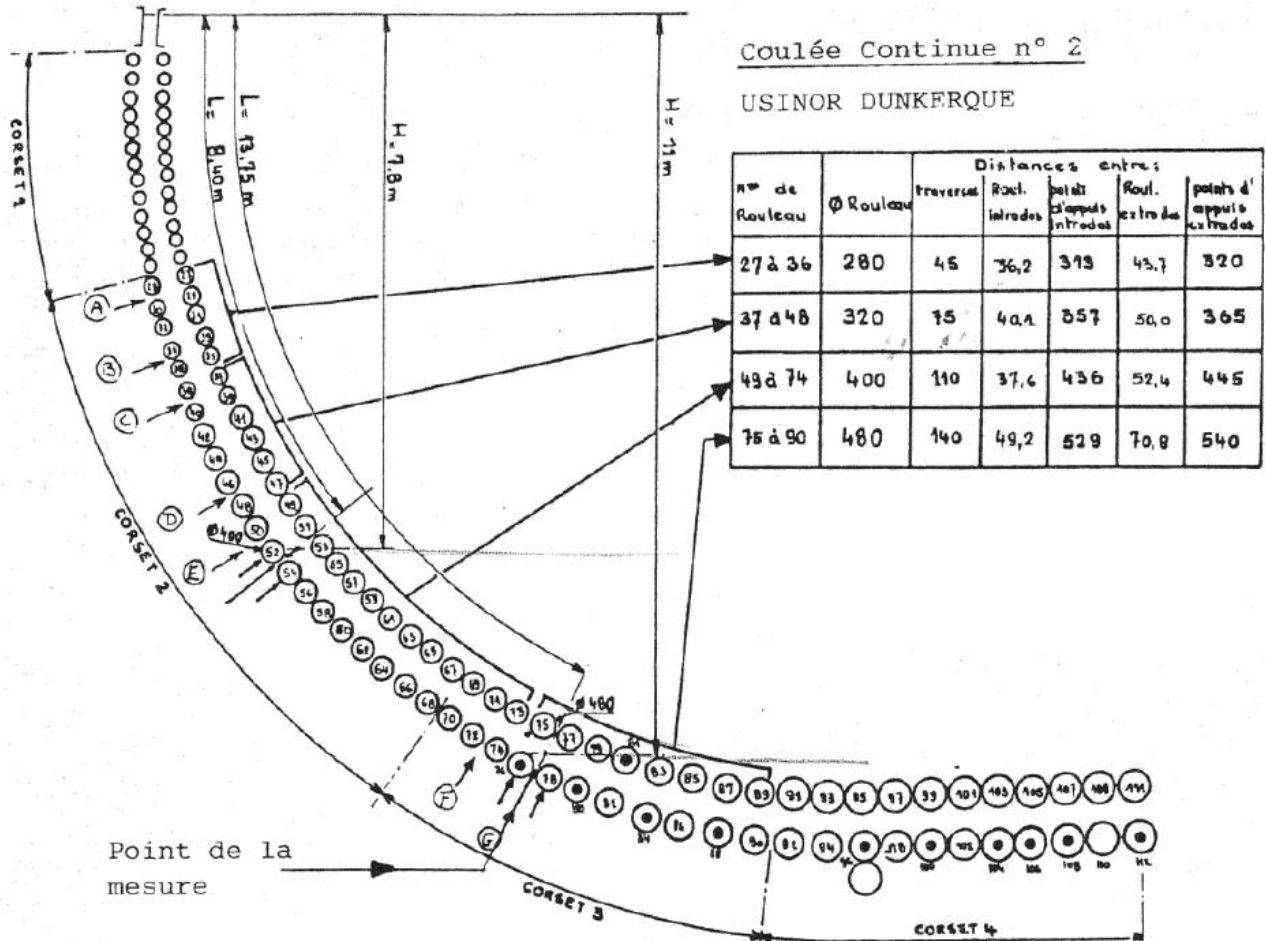


FIG. 6.25: géométrie de la machine CC2 de Dunkerque en 1984 sur laquelle ont été effectuées les mesures de gonflement ; position du point de mesure du gonflement

La figure 6.26 représente la mesure du gonflement extradados obtenue : on peut notamment remarquer qu'elle oscille autour d'une valeur moyenne (proche de 1 mm). Un état quasi-stationnaire est certes atteint mais il subsiste de fortes fluctuations autour de cette valeur moyenne. Le procédé de coulée continue apparaît donc dans la réalité comme instationnaire.

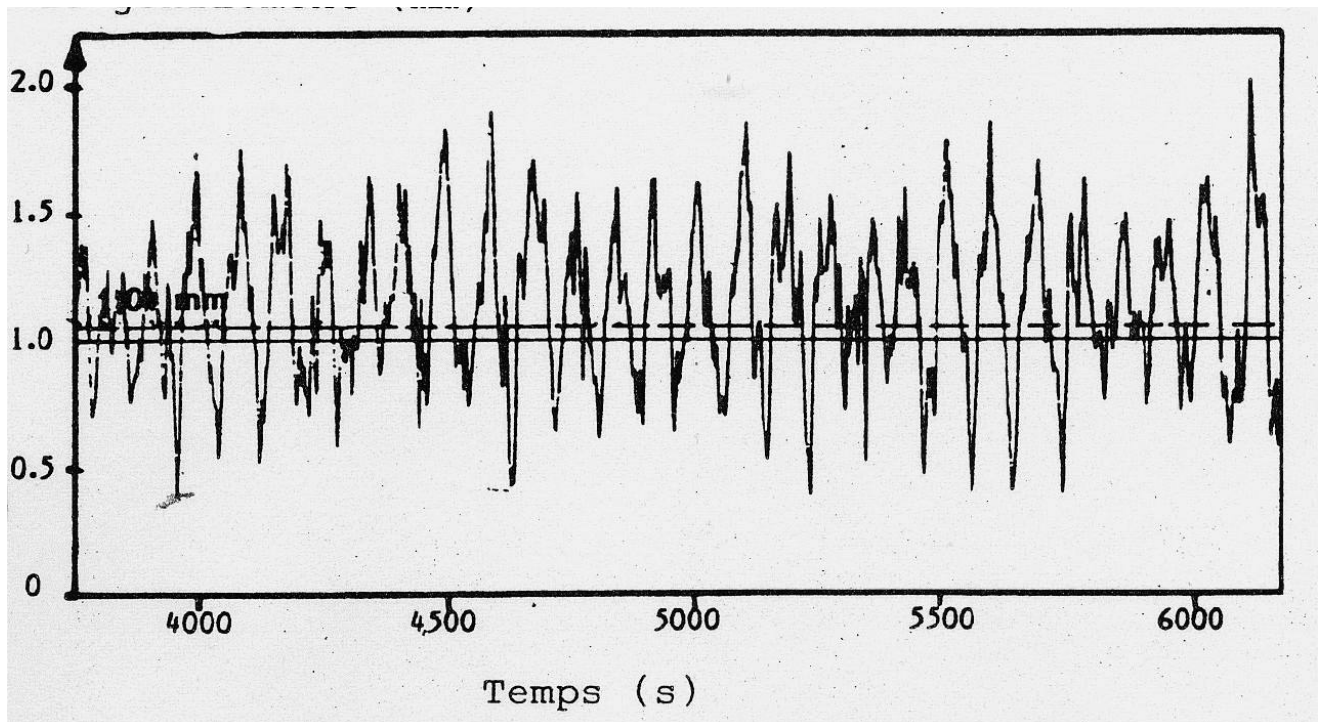


FIG. 6.26: valeurs de flèches de gonflement (en mm) mesurées sur la coulée n°2 de Dunkerque [Lamant, 1984] [Dalin, 1987]

Dans sa thèse, [Dalin, 1987] a effectué une approche thermomécanique stationnaire uniquement sur la coque solide située à l'extrados, à une longueur métallurgique de $13,75\text{ m}$, d'épaisseur $e = 88\text{ mm}$ et qui est comprise entre 2 ou 3 rouleaux. La figure 6.27 rassemble des données numériques de son calcul.

Par ailleurs, l'action de la zone pâteuse est simulée grâce à la pression ferrostatique qui s'exerce sur la face interne de la coque solide du matériau. La face externe de la coque solide est supposée libre. Les vitesses des faces supérieures et inférieures sont imposées et égales à la vitesse de coulée. [Dalin, 1987] obtient alors la forme de l'enveloppe de la brame et en déduit le gonflement à l'extrados.

Les figures 6.28 et 6.29 sont des résultats de simulations obtenues par [Dalin, 1987]. La figure 6.28 donne le profil de la brame à l'extrados entre les rouleaux 76 et 78. Ce profil a été obtenu grâce au code en 2 dimensions CC2D développé par Dalin. Elle montre notamment que le gonflement extradados admet une valeur maximale de $0,8\text{ mm}$ qui est plus proche du rouleau aval. Le profil du gonflement extradados ressemble à un profil "en goutte d'eau" comme l'ont déjà vu [Wunnenberg, 1978] et [Lamant *et al.*, 1985].

Dimensions de la brame	Epaisseur solidifiée	Temp.de surface	Temp.de solidification	Écartement des rouleaux	Vitesse de coulée	Pression ferrostatique
$2G_{ly} \times 2G_{lz}$	e	T_{surf}	T_{solid}	H	u	P
1.50m x 0.25m	88 mm	1330°K	1740 °K	0.54 m	0.0143 m/S	0.85 MPa

FIG. 6.27: caractéristiques de la coulée n°2 de la Sollac de Dunkerque utilisées pour la simulation numérique de [Dalin, 1987]

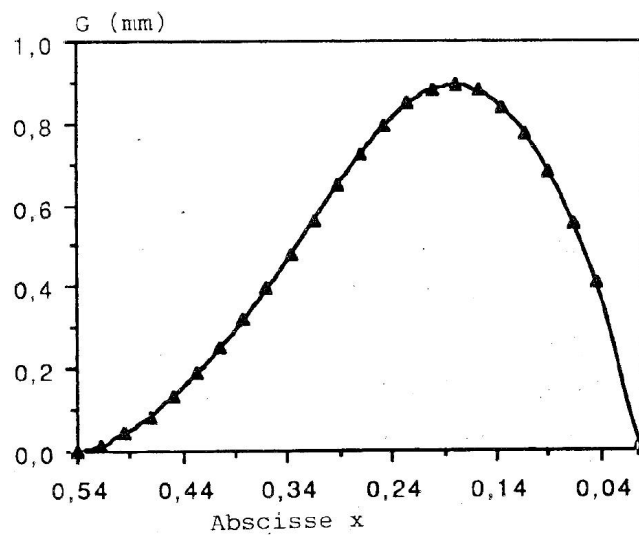


FIG. 6.28: déflexion extradados obtenue par [Dalin, 1987] avec un calcul en 2 dimensions

La figure 6.29 représente la synthèse de plusieurs simulations, cette fois en 3 dimensions, effectuées par Dalin avec le code CC3D. Il a effectué plusieurs simulations pour des rapports différents entre la grande largeur du matériau et l'écartement entre les rouleaux. Cette figure rassemble donc les flèches de gonflement qu'il a obtenues pour ces diverses simulations.

De ces résultats, on peut noter deux choses intéressantes. D'une part, dans la configuration réelle (le rapport grande largeur sur écartement vaut 2,78), la flèche de gonflement à l'extrados est environ égale à 0,6 mm qui est à comparer à la mesure expérimentale 1,0 mm. D'autre part, lorsque le rapport grande largeur sur écartement est grand, la flèche de gonflement tend vers une valeur limite 0,8 mm, égale au gonflement en 2 dimensions que nous devons comparer avec nos résultats de déflexions.

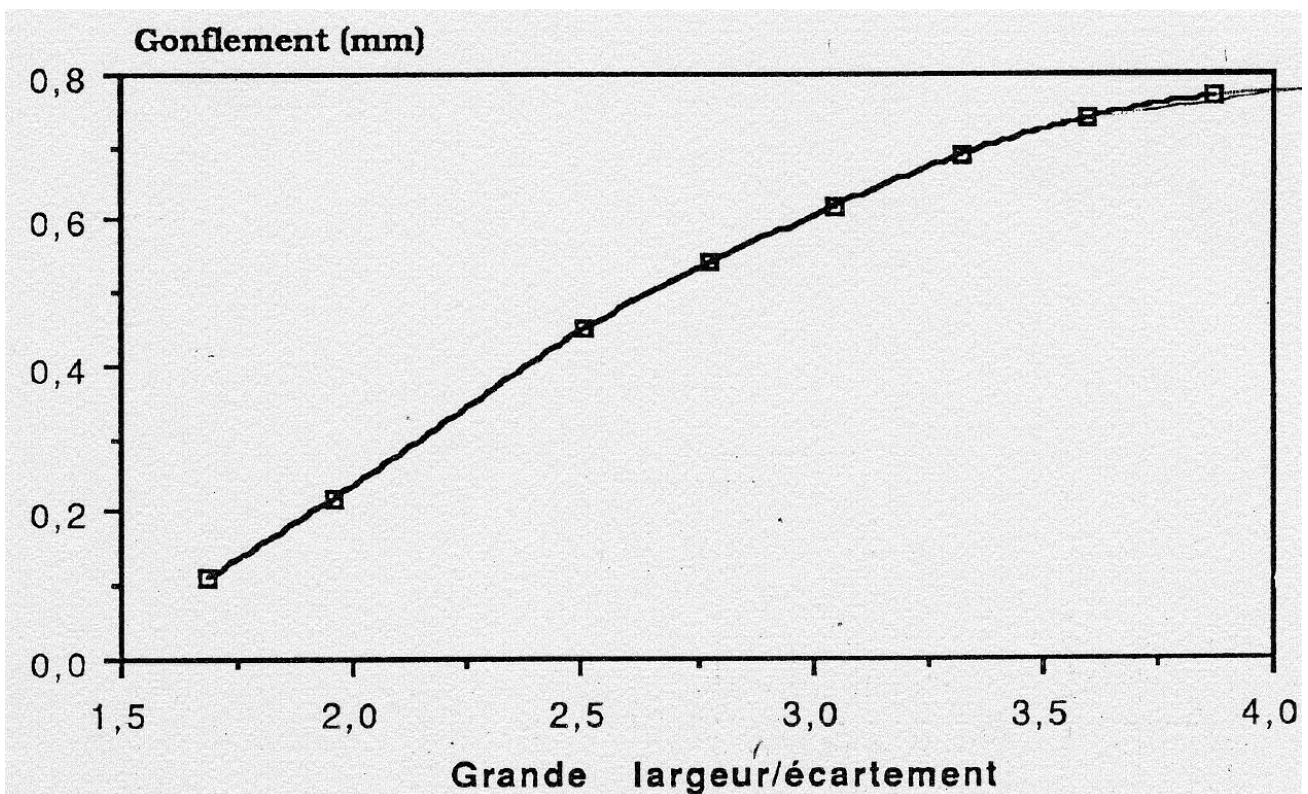


FIG. 6.29: influence de la grande largeur par rapport à l'écartement sur le gonflement calculé; cas effectué par [Dalin, 1987] en 3 dimensions

En conclusion, voici donc les aspects intéressants à comparer avec les études numériques et expérimentales effectuées sur la machine de Dunkerque et l'acier 18M5 :

- par rapport aux expériences menées sur la machine CC2 Sollac Atlantique, le gonflement fluctue fortement autour d'une valeur moyenne et est de l'ordre de grandeur de 1 mm,
- par rapport aux calculs effectués par [Dalin, 1987], la flèche de gonflement à l'extrados est de l'ordre de 0,8 mm en 2 dimensions et le profil entre deux rouleaux est le même que celui d'une "goutte d'eau".

Comparaison et interprétation des résultats de déflexion obtenus avec R2SOL

Par rapport aux études expérimentale et numérique faites dans les années 80, nous avons des différences assez nettes concernant les valeurs des déflexions. Il y a toutefois des similitudes au niveau de la stationnarité des solutions et de la forme des déflexions.

En effet, à l'instar des mesures expérimentales effectuées sur la machine de Dunkerque, les déflexions sont sujettes à des fluctuations non négligeables. Une analyse spectrale pourrait nous renseigner sur l'éventuelle existence de périodes de fluctuation et, pourquoi pas, comprendre l'origine de ces phénomènes.

D'autre part, comme [Dalin, 1987], nous avons obtenu des profils de gonflement de type "goutte d'eau". Cela conforte donc qualitativement notre approche instationnaire.

Cependant nous n'obtenons pas les mêmes ordres de grandeur que [Kraemer *et al.*, 1986] ou [Dalin, 1987]. En effet cela vient essentiellement du fait que nous n'avons pas les mêmes données concernant la machine CC2 Sollac Atlantique de Dunkerque. Cette machine a dû subir des transformations géométriques depuis les derniers tests des années 80 :

- la CC2 possède maintenant 132 rouleaux contre 112 il y a presque vingt ans,
- les espacements entre rouleaux sont maintenant plus faibles,
- au point de mesure de l'IRSID (à la longueur métallurgique 13,75 m) l'espacement était de 54 cm contre 46 cm maintenant,
- les rayons des rouleaux sont également plus faibles (ceci étant bien sûr lié à la diminution de l'espacement).

Pour pouvoir comparer nos déflexions avec ceux cités dans la thèse de [Dalin, 1987] nous allons effectuer un calcul d'ordre de grandeur. Des modèles statiques (type modèle poutre, ...) montrent qu'il existe une forte dépendance entre la déflexion constatée et l'espacement entre rouleaux. [Dalin, 1987] cite plusieurs auteurs et notamment [Smarzynski et Weber, 1981] qui ont proposé une expression analytique des déflexions :

$$d = k \frac{H^{7,47} P_{ferro}^{2,52}}{V_C^{0,42} K_{evp}^{2,52} e_S^{6,05}} \quad (6.4)$$

où :

- k est une variable intrinsèque à chaque machine de coulée continue,
- H est l'espacement entre les rouleaux,
- P_{ferro} est la pression ferrostatique,
- e_S est l'épaisseur de la coque solide.

Si l'on désigne par d la déflexion extrados obtenue avec un espacement entre rouleau de $H = 46$ cm (espacement actuel de la machine de Dunkerque) et par d_0 la déflexion obtenue avec un espacement $H_0 = 54$ cm (espacement de la thèse de [Dalin, 1987]), en supposant que toutes les autres conditions sont les mêmes (épaisseur et viscosité de la coque solide, pression ferrostatique, vitesse de coulée), on a d'après l'équation 6.4 :

$$\frac{d}{d_0} = \frac{H^{7,47}}{H_0^{7,47}} \quad (6.5)$$

On en déduit donc les déflexions minimum d_0^{min} et maximum d_0^{max} si l'on avait effectué un calcul avec un espacement de $H_0 = 54 \text{ cm}$:

$$d_0^{min} = d \left[\frac{H_0}{H} \right]^{7,47} = 0,1 \left[\frac{54}{46} \right]^{7,47} \approx 0,33 \text{ mm} \quad (6.6)$$

$$d_0^{max} = d \left[\frac{H_0}{H} \right]^{7,47} = 0,3 \left[\frac{54}{46} \right]^{7,47} \approx 0,99 \text{ mm} \quad (6.7)$$

Nos valeurs minimum et maximum encadrent la valeur prédite par [Dalin, 1987]. Il reste seulement à confirmer ces ordres de grandeur pour valider complètement l'approche ce qui nécessiterait d'avoir le fichier descriptif de la machine CC2 de Dunkerque d'il y a vingt ans et de faire le calcul correspondant avec R2SOL.

6.3.2 Résultats des simulations thermomécaniques concernant l'acier XC6 et la machine CC2 Sollac Méditerranée de Fos-sur-Mer

Dans cette section nous présentons les résultats des simulations thermomécaniques concernant la machine de Fos-sur-Mer et de l'acier XC6. Nous avons effectué plusieurs simulations pour tester l'efficacité de notre méthode.

Nous présentons d'abord les données fondamentales du calcul thermomécanique de la machine de Fos-sur-Mer associée à l'acier XC6. Nous faisons ensuite un exposé des résultats de déflexion avec une pénétration dans les rouleaux autorisée $pen_{obj} = 0,1 \text{ mm}$. Nous avons vu dans la section précédente que la pénétration utilisée $pen_{obj} = 0,1 \text{ mm}$ n'était pas négligeable devant l'ordre de grandeur des déflexions ($0,2 \text{ mm}$) ce qui pourrait perturber les résultats de gonflement. La méthode consistant à diminuer pen_{obj} est mauvaise car ceci amène à augmenter la valeur du coefficient de pénalisation. Cela a pour conséquence de déconditionner le système à résoudre. Dans la pratique nous avons toutefois pu couler 7 m avec une pénétration de consigne de $pen_{obj} = 0,01 \text{ mm}$.

La méthode proposée ici consiste à augmenter arbitrairement le rayon des rouleaux de $0,1 \text{ mm}$ (ce qui est bien évidemment négligeable devant la taille des différents rouleaux). Ainsi la pénétration effective dans les rouleaux est quasi-nulle. La figure 6.30 illustre cette remarque. Nous avons représenté deux rouleaux extrados ainsi que deux gonflements observés (en rouge et en vert) en fonction de la méthode adoptée. Ce schéma n'est pas à l'échelle (pen_{obj} a été exagéré). Le lieu des points géométriques de la brame de déflexion nulle est représenté en pointillés. Les rouleaux sont représentés en gris. En rouge, nous avons schématisé la forme extrados du matériau où la pénétration pen_{obj} est tolérée. Cela signifie que le matériau peut pénétrer les rouleaux au maximum de la valeur de pen_{obj} . En vert, nous avons représenté la configuration où, d'une part, la pénétration pen_{obj} est acceptée, d'autre part, en supposant que le rayon des rouleaux est de $R + pen_{obj}$ (R étant le rayon nominal des rouleaux). Cela veut dire que

le matériau peut pénétrer de pen_{obj} les rouleaux de rayon $R + pen_{obj}$. En appliquant cette méthode, nous pouvons de ce fait conclure que la pénétration effective dans les rouleaux, de rayon R , est quasi nulle (du moins négligeable par rapport à pen_{obj}). Elle permet donc de générer une méthode avec une pénétration "objectif" nulle.

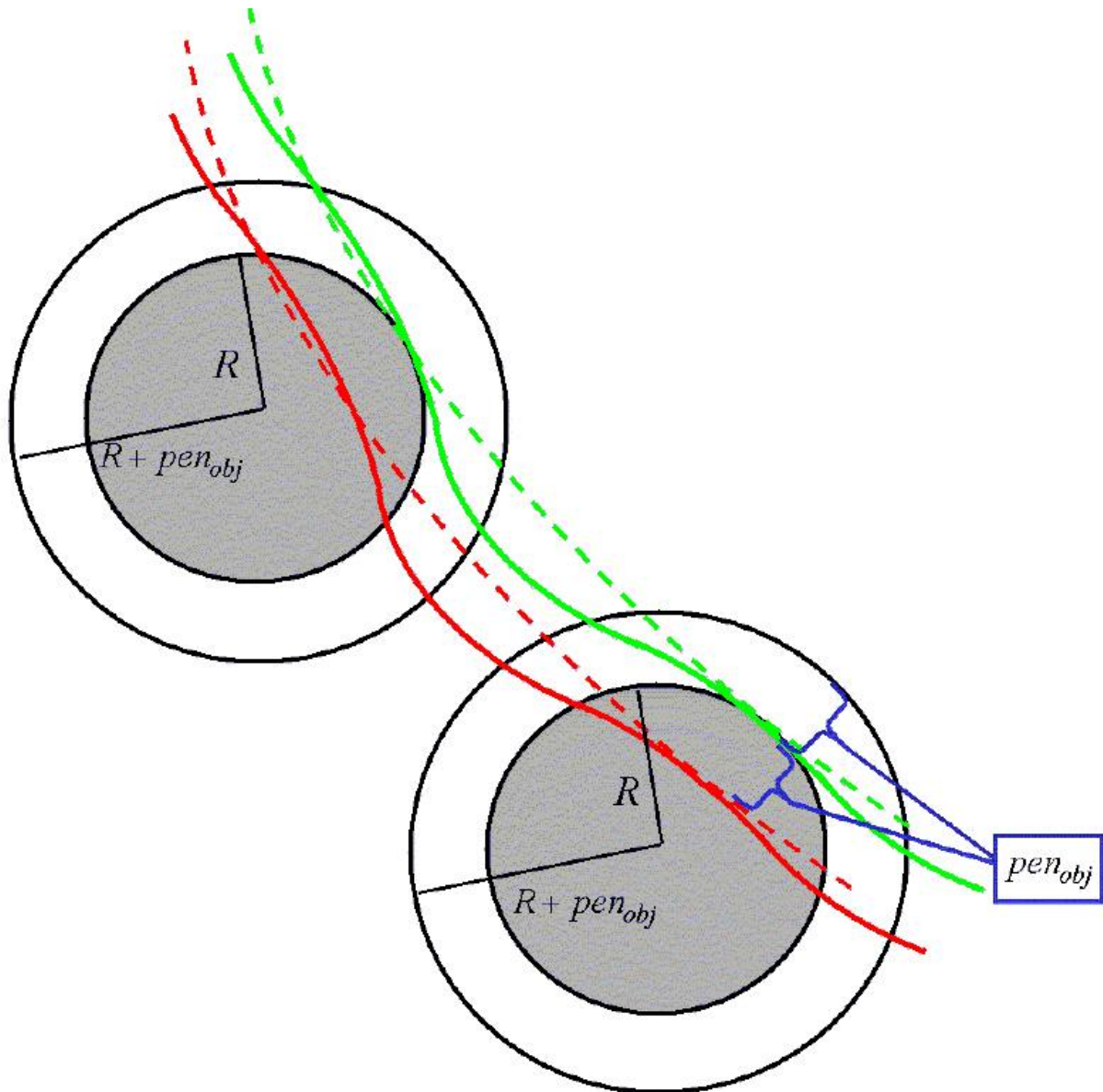


FIG. 6.30: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : illustration de la stratégie mise en oeuvre pour réaliser des calculs respectant au mieux le contact avec le profil nominal des rouleaux

Avec cette méthode, nous avons effectué plusieurs tests avec des pas de temps différents ($dt = 1, 2$ et 5 s) et avec deux maillages : le premier admet une taille de maille sur les bords de $0,8$ cm et une taille de maille de 2 cm à coeur, le second possède une taille de maille homogène de 2 cm. Enfin, nous présentons

des cartes de contraintes au sein de la brame. Ceci nous permet d'analyser l'état thermomécanique du matériau et de déterminer les zones de traction et compression.

Caractéristiques du calcul thermomécanique avec la machine de Fos-sur-Mer

Nous avons mené plusieurs calculs thermomécaniques avec la machine de Fos-sur-Mer. Nous rappelons les hypothèses du problème mécanique que nous avons faites pour ce calcul :

- la zone liquide a un comportement newtonien de viscosité $10^6 Pa.s$,
- la zone solide obéit à un comportement élasto-viscoplastique (evp) (le modèle de [Kim *et al.*, 1996] a été choisi, voir chapitre 4),
- la zone pâteuse obéit à un comportement viscoplastique effectuant le lien entre les comportements evp de la zone solide et newtonien de la zone liquide,
- les termes d'inertie sont supposés négligeables,
- la vitesse de coulée est de $0,0208333 m.s^{-1}$ ($1,25 m.min^{-1}$),
- l'épaisseur de la brame est de $0,222 m$

Nous avons effectué des calculs avec deux maillages :

- le premier maillage (qu'on nomme maillage n°1 dans la suite) admet une taille de maille à coeur de $2 cm$ et de $0,8 cm$ sur les bords dans une bande de $2 cm$ de large (c'est le même type de maillage que celui du calcul précédent avec la machine de Dunkerque),
- le deuxième maillage (qu'on nomme maillage n°2) admet une taille de maille homogène de $2 cm$.

Ces deux maillages ont une "zone tampon" (définie dans le chapitre 5) de longueur $0,3 m$. Le domaine initial s'étend donc de la longueur métallurgique $-0,3 m$ à la longueur métallurgique $0 m$.

Par ailleurs nous avons effectué des simulations pour des pas de temps de $1, 2$ et $5 s$ avec le maillage n°1. Ceci nous permettra de voir les influences du pas de temps et de la taille de maille sur le gonflement.

Nous avons effectué des tests sur le même *PC* que dans le cas de Dunkerque. Les temps de calcul sont inférieurs à une journée ce qui est bien inférieur au temps de calcul nécessaire pour le calcul de Dunkerque. Il y a plusieurs raisons à cela :

- la vitesse de coulée dans le cas de Fos-sur-Mer est supérieure à celle de Dunkerque, on parcourt donc en moins d'incrémentes la machine de coulée continue que dans le cas de Dunkerque,
- il y a moins d'itérations dans le cas de Fos-sur-Mer; cela peut être dû à la forme de la machine (qui est "verticale-courbe", alors que la machine de Dunkerque est directement "courbe") ou au comportement mécanique de l'acier,
- l'épaisseur de brame est plus faible dans le cas de Fos-sur-Mer, donc il y a moins de noeuds et les systèmes à résoudre sont de plus petite taille.

Cependant on pourrait régler le pas de temps sur celui de Dunkerque de telle sorte qu'à chaque incrément on avance d'autant dans les deux cas. Cela nous permettrait alors de comparer plus exactement les deux temps de calcul.

Déflexions extrados et intrados obtenues avec une pénétration "objectif" de 0,1 mm

La figure 6.31 représente l'évolution de la déflexion extrados en fonction de la longueur métallurgique. On voit que les déflexions sont de l'ordre de 0,25 mm. Sur cette figure nous avons représenté la pénétration de consigne (0,1 mm) ainsi que les positions des rouleaux. Nous avons de même représenté les déflexions intrados sur la figure 6.32.

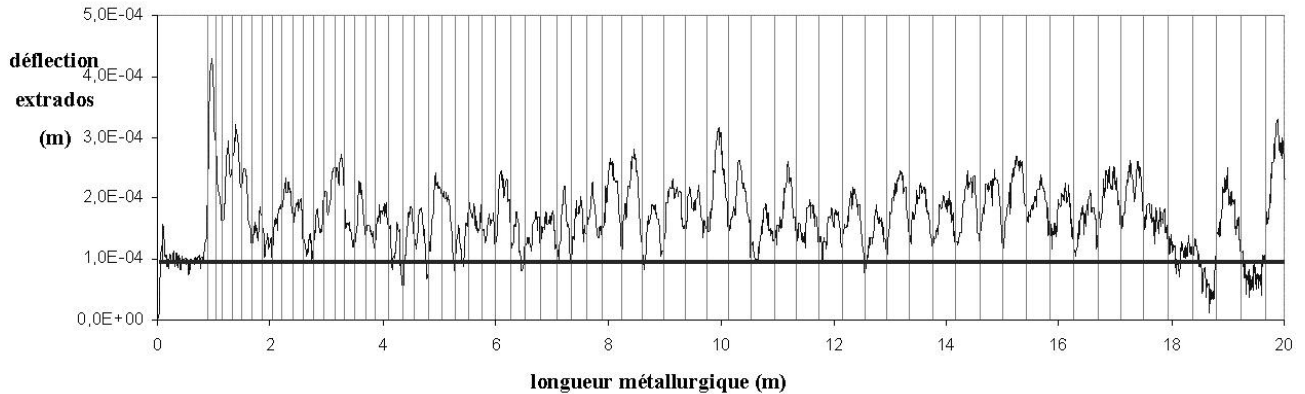


FIG. 6.31: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : déflexion extrados obtenue avec R2SOL

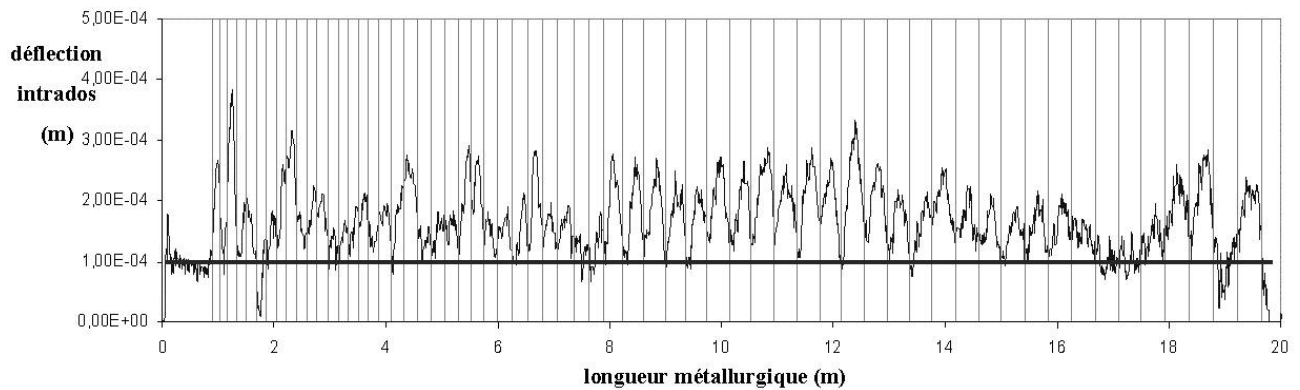


FIG. 6.32: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : déflexion intrados obtenue avec R2SOL

Déflexions extrados et intrados obtenues avec une pénétration "objectif" nulle

Dans cette section, nous comparons les résultats de déflexion entre la méthode de pénétration "objectif" nulle et la méthode où nous tolérons une pénétration pen_{obj} dans les rouleaux. Nous avons réalisé cette étude avec un pas de temps de 1 s et le maillage n°1.

Par souci de clarté nous ne présentons que les résultats des déflexions extradados. La figure 6.33 représente la comparaison des déflexions extradados obtenues avec une pénétration effective de $0,1 \text{ mm}$ (courbe en rouge) et avec une pénétration effective nulle (courbe en noir). On peut voir que les deux méthodes donnent des résultats assez similaires.

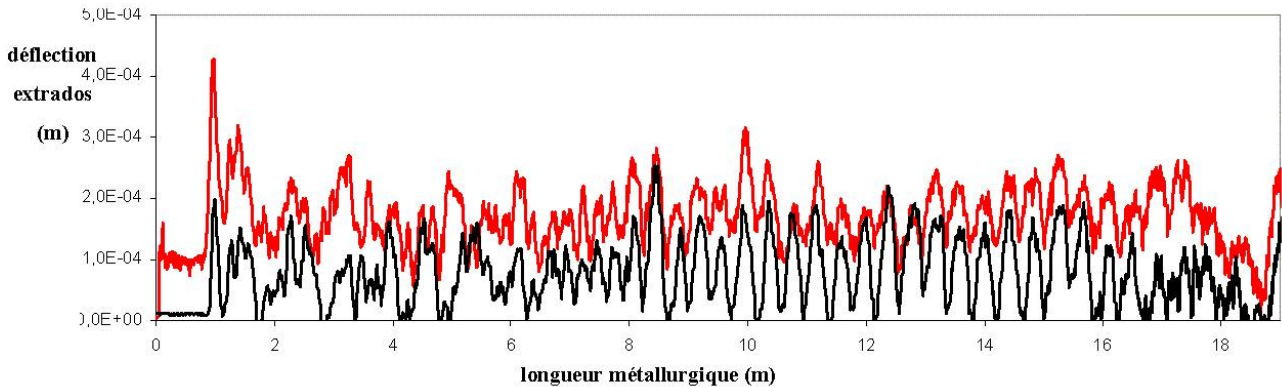


FIG. 6.33: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : comparaison entre les déflexions extradados obtenues avec R2SOL pour une pénétration effective de $0,1 \text{ mm}$ (courbe en rouge) et une pénétration effective nulle (courbe en noir)

La figure 6.34 permet de mieux apprécier la bonne adéquation des déflexions obtenues. La courbe en rouge représente toujours les résultats de déflexion de la section précédente. La courbe en noir représente les déflexions obtenues avec une pénétration effective nulle ; nous avons décalé cette courbe de $0,1 \text{ mm}$ et on peut remarquer qu'elle épouse assez bien la courbe rouge. Ainsi nous pouvons conclure que ces deux méthodes sont équivalentes. Cependant, avec la méthode initiale, nous devons définir les déflexions comme $d = d_{R2SOL} - pen_{obj}$, où d_{R2SOL} sont les déflexions brutes obtenues par R2SOL.

Etude de sensibilité au pas de temps et à la taille de maille avec une pénétration "objectif" nulle dans les rouleaux

Nous examinons les influences du pas de temps et de la taille de maille sur les résultats, plus particulièrement sur la prédiction des déflexions. Nous ne comparons ici que les déflexions à l'extrados.

INFLUENCE DU PAS DE TEMPS : Il est en pratique difficile de faire varier les pas de temps de manière très significative. Des pas de temps trop grands provoquent des imprécisions importantes dans la cinématique du "faux-mannquin" ; le calcul ne peut alors pas aboutir. Des pas de temps trop petits nécessitent des temps de calcul non négligeables. De ce fait nous avons privilégié des pas de temps pour lesquels les simulations ne dépassent pas 24 h et pour lesquels la précision de la cinématique du "faux-mannequin" est suffisante pour simuler 21 m .

Les simulations ont été effectuées avec le maillage n°1. La figure 6.35 compare les déflexions à l'extrados pour les pas de temps 1 s (en rouge) et 2 s (en noir). Cette figure montre une bonne adéquation entre

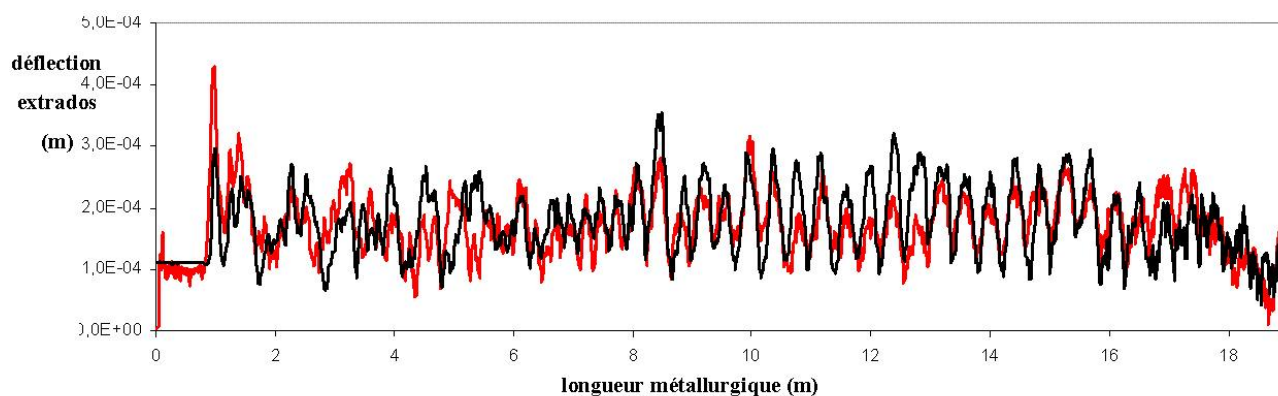


FIG. 6.34: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : comparaison entre les déflexions extrados pour une pénétration effective de $0,1\text{ mm}$ (courbe en rouge) et les déflexions extrados décalées de $0,1\text{ mm}$ pour une pénétration effective nulle (en noir)

les déflexions obtenues avec ces deux pas de temps.

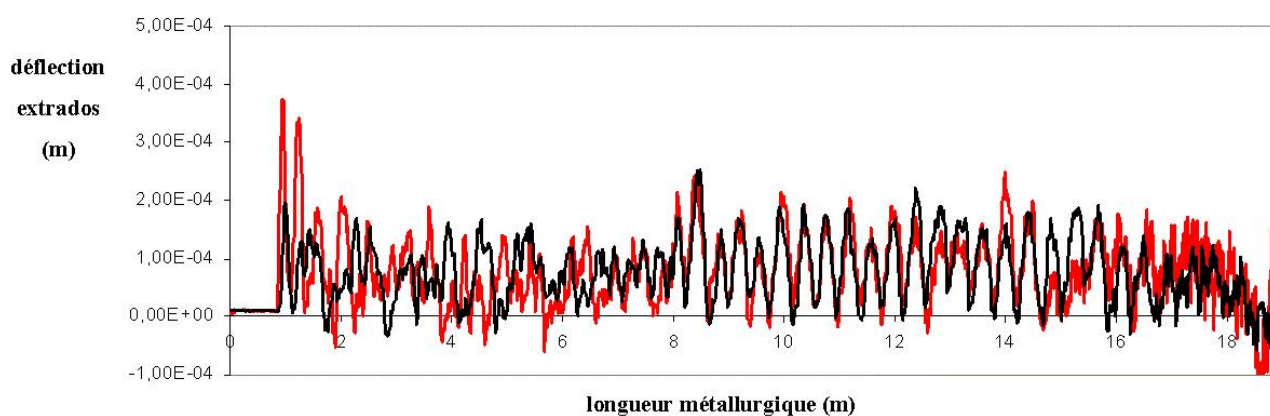


FIG. 6.35: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : comparaison entre les déflexions à l'extrados pour des pas de temps de 1 s (courbe en rouge) et de 2 s (en noir)

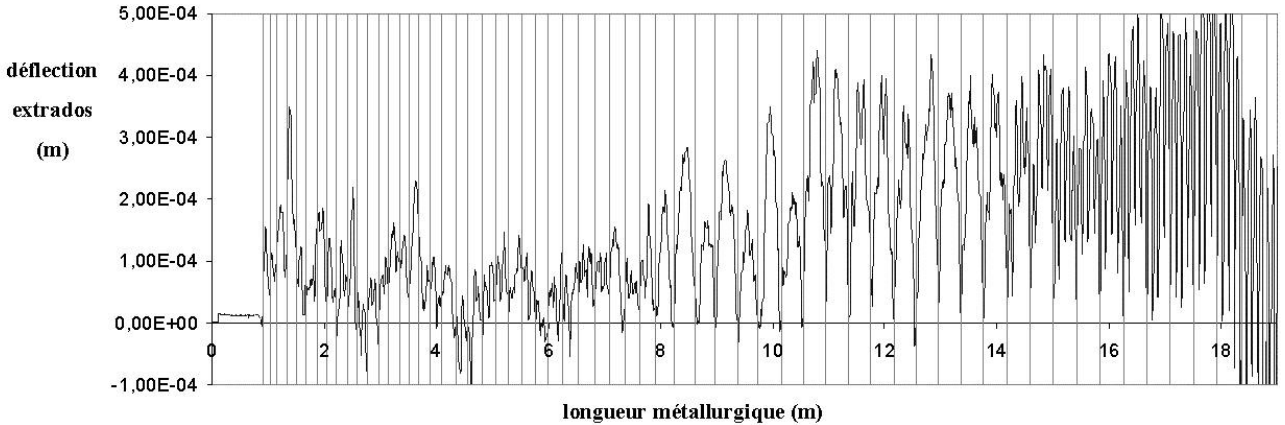


FIG. 6.36: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : déflexions à l'extrados obtenues avec R2SOL pour un pas de temps de 5 s

La figure 6.36 représente, quant à elle, les déflexions à l'extrados pour un pas de temps de 5 s. Au vu des ordres de grandeur des déflexions obtenues ce pas de temps n'est pas adapté à notre méthode.

Généralement, dans les problèmes de contact avec glissement, le pas de temps Δt_{opt} est choisi de telle sorte que le déplacement sur un incrément de temps soit au plus égal la taille de maille. Mathématiquement, cela se traduit dans notre cas par :

$$\bar{l} = V_C \Delta t_{opt} \quad (6.8)$$

où $\bar{l} = 0,8 \text{ cm}$ est la taille de maille en frontière. Dans le cas de Fos-sur-Mer, cela nous donne un pas de temps $\Delta t_{opt} = \frac{\bar{l}}{V_C} = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{2,0833 \cdot 10^{-2}} \approx 0,38 \text{ s}$. Cela signifie que nous avons réussi à obtenir des résultats avec des pas de temps assez élevés (1 s - 2 s). Cela prouve la robustesse de notre algorithme de résolution et notamment notre méthode de contact pénalisé. On pourrait également effectuer des calculs sur la machine de Fos-sur-Mer avec un pas de temps plus faible de l'ordre de Δt_{opt} .

Concernant le pas de temps $\Delta t = 5 \text{ s}$, entre deux incréments le matériau avance de $V_C \Delta t \approx 10 \text{ cm}$, ce qui est important. En comparant cela avec l'espacement entre rouleaux ($\approx 40 \text{ cm}$), on voit donc qu'on génère des incertitudes au niveau du contact avec les rouleaux avec un tel pas de temps. En outre, avec un pas de temps élevé, la cinématique du "faux-mannequin" est moins bonne. Ceci perturbe l'engagement de la tête de la brame dans la machine et destabilise donc l'algorithme de contact entre la brame et les rouleaux. En effet, le calcul a besoin de bien plus d'itérations pour converger (il faut environ 15 itérations contre 5 pour un pas de temps de 1 ou 2 s). Ceci montre qu'il faut avoir une confiance mesurée sur les résultats avec des pas de temps grands.

INFLUENCE DE LA TAILLE DE MAILLE : Pour évaluer l'influence de la taille de maille, nous avons effectué un calcul thermomécanique avec le maillage n°2. C'est maillage de taille de maille 2 cm constante dans toute la brame. Ce calcul a été effectué avec la méthode décrite précédemment pour avoir une pénétration nulle dans les rouleaux. Le pas de temps est choisi égal à 1 s, qui est adéquat

au vu des remarques de la partie précédente ($\Delta t_{opt} = \frac{\bar{t}}{V_C} = 0,96 \text{ s}$). Nous allons donc voir si les déflexions à l'extrados ont un bon ordre de grandeur.

La figure 6.37 représente la déflexion extrados, obtenue avec le maillage n°2, en fonction de la longueur métallurgique.

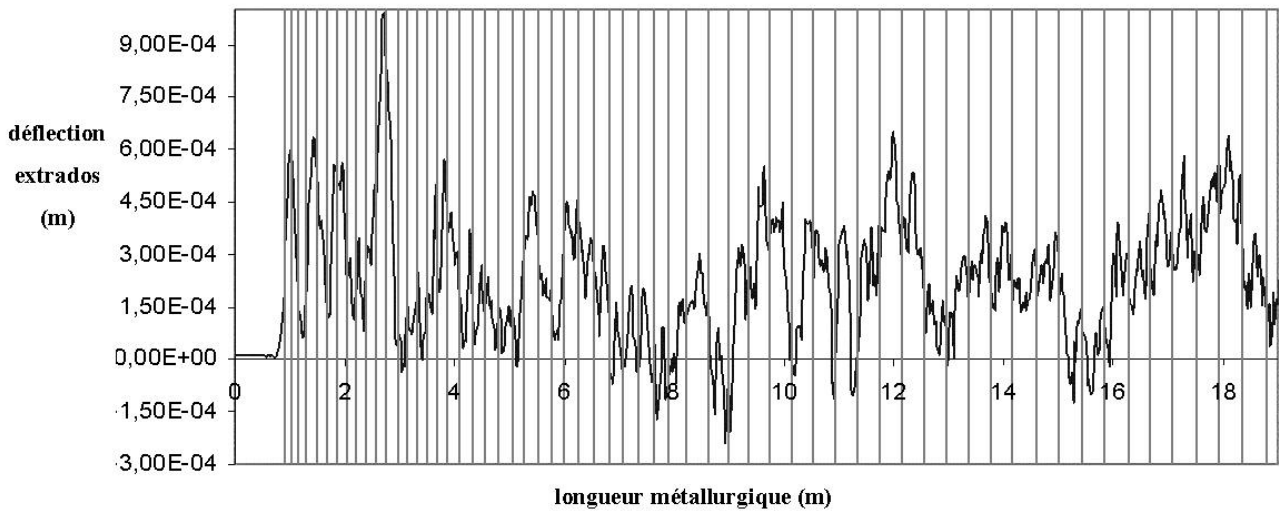


FIG. 6.37: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : déflexions extrados obtenues avec R2SOL pour le maillage n°2 (2 cm de taille de maille partout), avec un pas de temps de 1 s

On constate, par comparaison avec la figure 6.35, que les déflexions obtenues sont très différentes. [Dalin, 1987] a montré dans sa thèse qu'il est nécessaire d'avoir au moins entre 40 et 50 noeuds frontière entre deux rouleaux. Les espacements inter-rouleaux pour la machine de Fos-sur-Mer sont de l'ordre de 40 cm. Nous avons donc :

- pour le maillage n°1 : $\frac{40}{0,8} = 50$ noeuds entre les rouleaux, ce qui est préconisé par [Dalin, 1987]
- pour le maillage n°2 : $\frac{40}{2} = 20$ noeuds entre les rouleaux ce qui est loin de la valeur préconisé par [Dalin, 1987]

Ceci explique donc pourquoi les déflexions obtenues avec le maillage n°1 sont très irrégulières et différentes de celles obtenues avec le maillage n°2, plus fin. Dans le cas du maillage n°1, nous aurions pu également effectuer une étude sur l'influence de la largeur de la bande où le maillage est plus fin. [Dalin, 1987] a cependant montré qu'il est plus important de mailler finement sur le bord que mailler finement dans l'épaisseur. Etudier l'influence de la largeur de la bande maillée finement peut sembler sans objet.

De cette étude très succincte de sensibilité sur les pas de temps et la taille de maille nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- il est nécessaire d'avoir un maillage fin sur la surface de la brame (il faut environ 50 noeuds sur la surface dans l'espace défini par 2 rouleaux consécutifs),

- il existe un pas de temps maximal à ne pas dépasser (environ 5 fois le pas de temps $\Delta_{opt} = \frac{\bar{l}}{V_C}$ où \bar{l} est la taille de maille en surface,

Présentation de cartes de contraintes

Dans cette section nous analysons les cartes des contraintes pour le calcul de Fos-sur-Mer. Nous avons effectué un zoom sur une portion de brame aux alentours de la longueur métallurgique 12 m.

Dans le repère fixe de l'étude ($0xy$), le tenseur σ des contraintes a pour expression :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Nous devons faire plusieurs remarques avant de montrer des cartes de contraintes.

En premier lieu, à partir des résultats du logiciel R2SOL, nous pouvons avoir accès aux composantes du tenseur s et à la pression p . Or, comme nous avons adopté la discrétisation spatiale $P1 + /P1$ pour la vitesse et la pression, les composantes du tenseur déviatoire des contraintes sont $P0$ (constantes par élément) et la pression p est $P1$ (linéaire). Pour obtenir le tenseur des contraintes σ , il faut homogénéiser les interpolations de p et de s , puisque $\sigma = s - pId$. Par conséquent, nous interpolons p au centre et on somme pour avoir les composantes du tenseur des contraintes σ , qui est alors $P0$ (constant par élément).

Par ailleurs, nous présentons les cartes des isovaleurs des contraintes dans le repère local à chaque point. Ce repère, noté $(Mx'y')$, attaché au point M du matériau, est défini à partir du centre de courbure local, comme le montre la figure 6.38. L'axe x' est orienté suivant le vecteur \overrightarrow{MC} , où C est le centre de courbure local de la machine. Nous définissons ensuite l'axe y' , orthogonal à x' et de telle sorte que $Mx'y'z$ soit direct.

Sous forme matricielle, le tenseur des contraintes σ' s'écrit avec les coordonnées x', y' de la façon suivante :

$$\sigma' = P\sigma P^{-1} \quad (6.10)$$

où P est la matrice de changement de base. C'est une matrice de rotation, et elle vaut :

$$P = \frac{1}{MC} \begin{bmatrix} MC_x & MC_y \\ -MC_y & MC_x \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

où MC_x est la composante x du vecteur \overrightarrow{MC} , MC_y est la composante y du vecteur \overrightarrow{MC} .

On obtient alors :

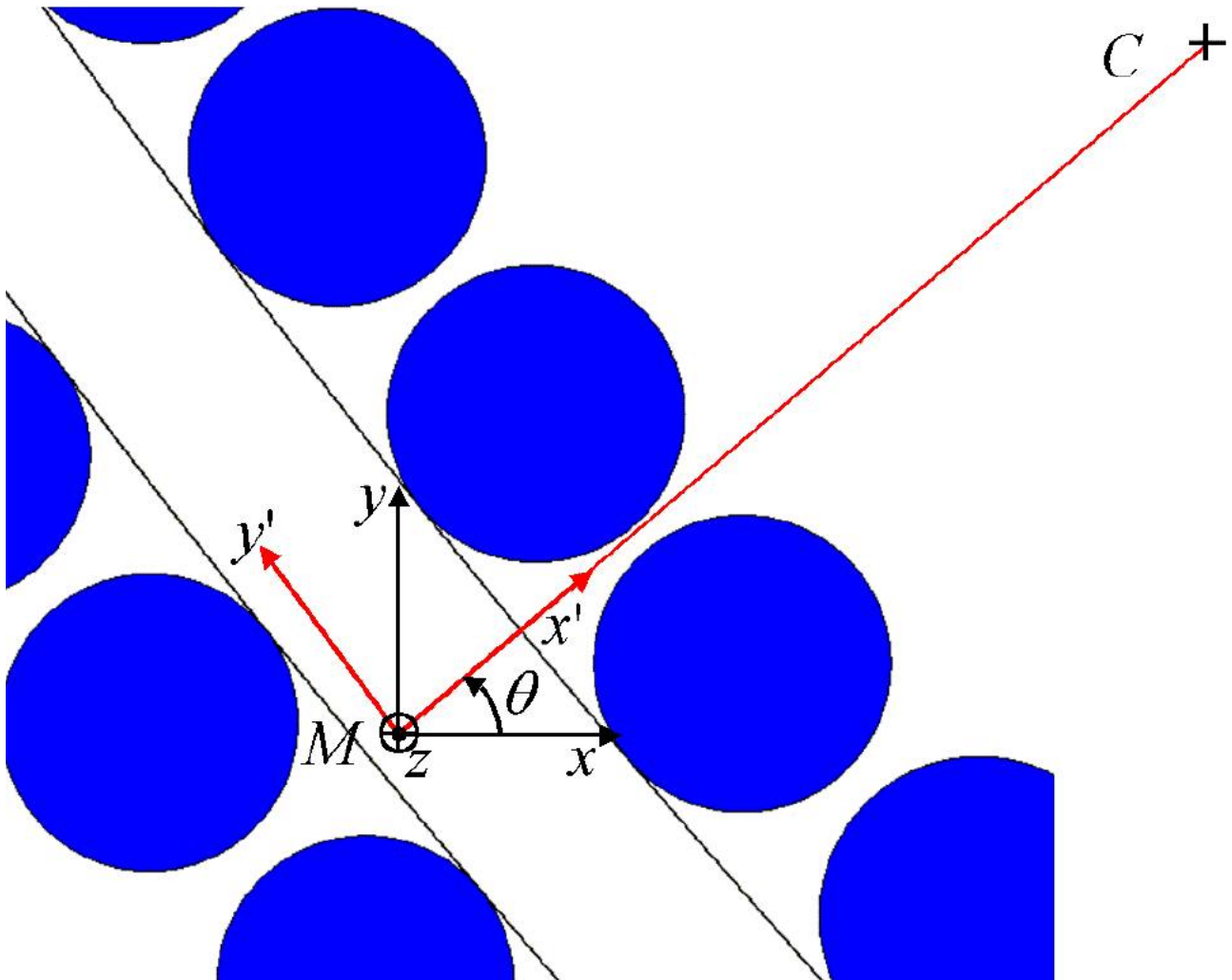


FIG. 6.38: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : définition du repère local $Mx'y'$ dans lequel sont représentées les contraintes

$$\begin{cases} \sigma_{x'x'} = \frac{1}{MC^2} [\sigma_{xx}(MC)_x^2 + 2\sigma_{xy}(MC)_x(MC)_y + \sigma_{yy}(MC)_y^2] \\ \sigma_{y'y'} = \frac{1}{MC^2} [\sigma_{xx}MC_y^2 - 2\sigma_{xy}MC_xMC_y + \sigma_{yy}MC_x^2] \\ \sigma_{x'y'} = \frac{1}{MC^2} [MC_xMC_y(-\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + (MC_x^2 - MC_y^2)\sigma_{xy}] \end{cases} \quad (6.12)$$

Les figures 6.39, 6.40 et 6.41 représentent les cartes des isovaleurs, pour respectivement les composantes $x'x'$, $y'y'$ et $x'y'$. Nous avons également représenté la ligne frontière correspondant à la température de solidus $T = T_S = 1495 \text{ }^\circ\text{C}$. Elle sépare donc la coque solide des zones pâteuses et liquide.

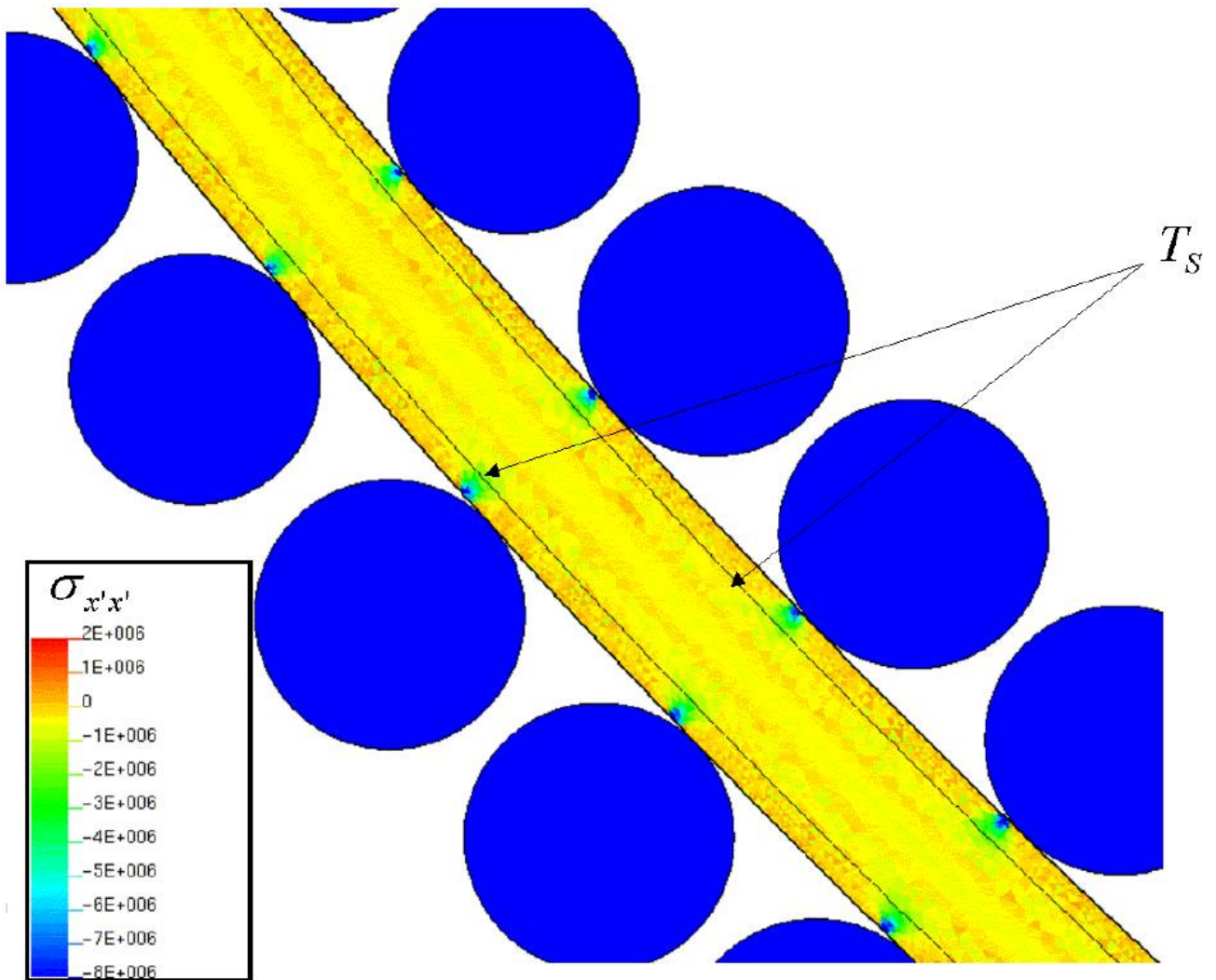


FIG. 6.39: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : isovaleurs du champ des contraintes $\sigma_{x'x'}$ pour une portion de brame aux alentours de la longueur métallurgique 12 m

A partir de la figure 6.41, nous pouvons voir que le cisaillement est concentré dans les régions où la

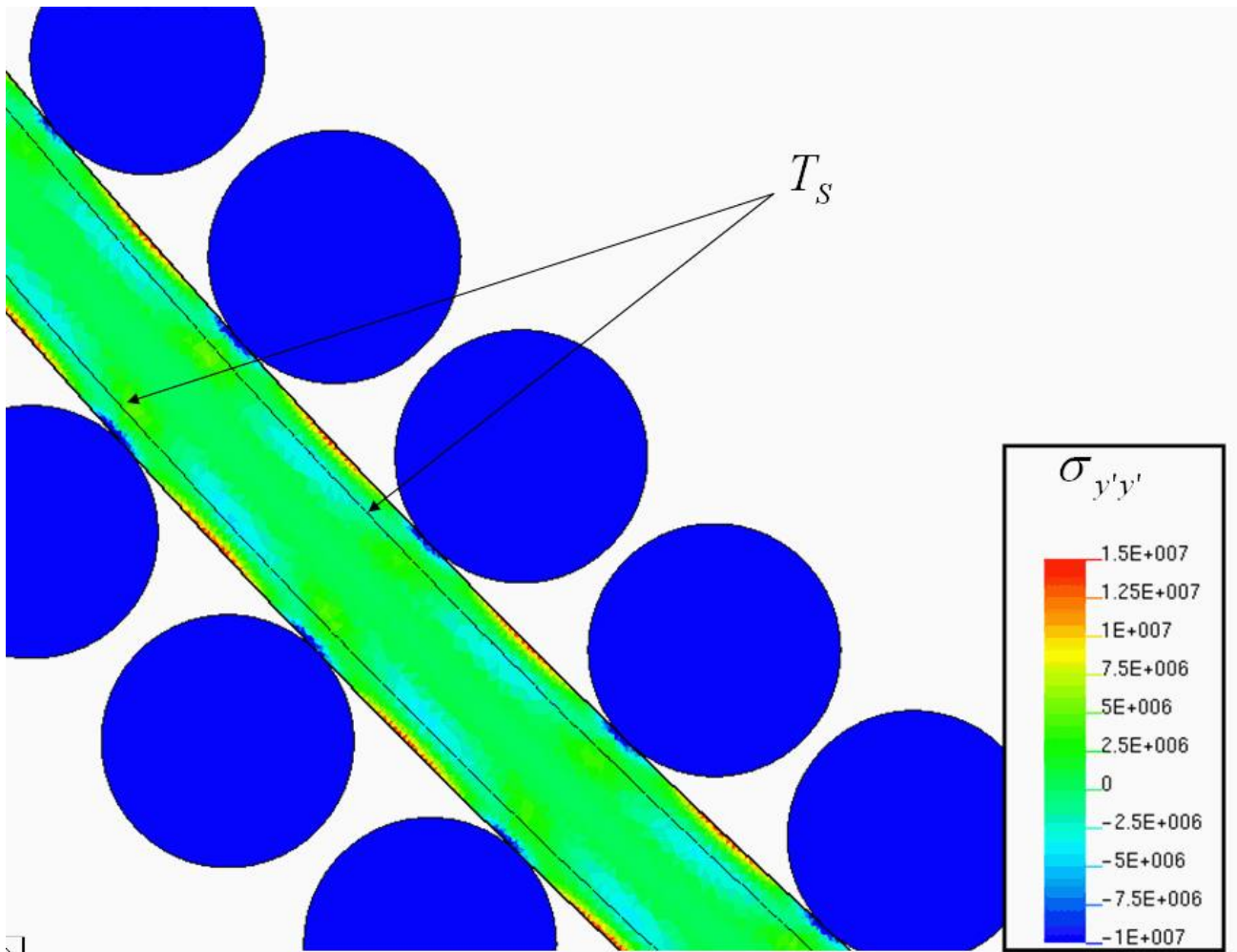


FIG. 6.40: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : isovaleurs du champ des contraintes $\sigma_{y'y'}$ pour une portion de brame aux alentours de la longueur métallurgique 12 m

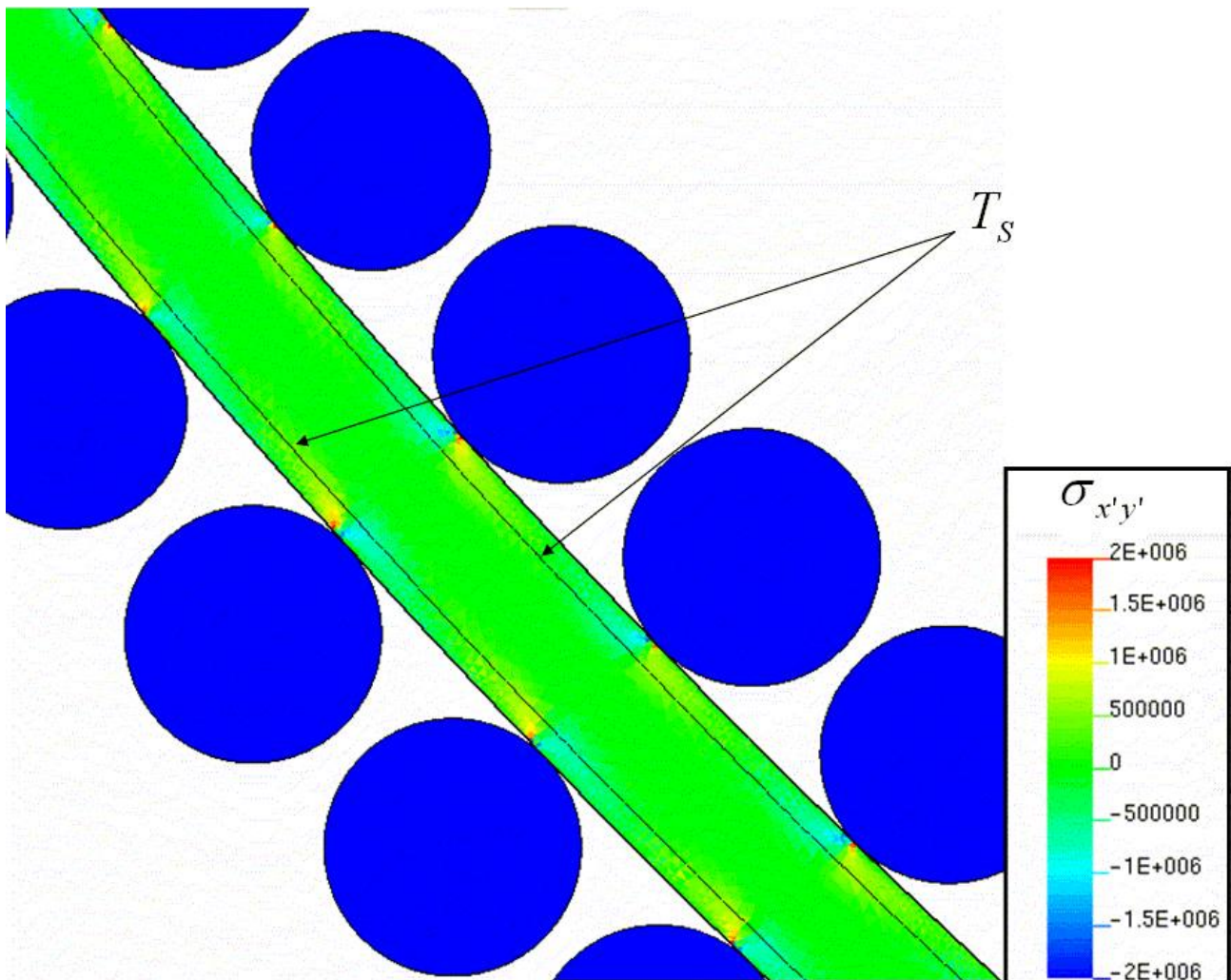


FIG. 6.41: machine Fos-sur-Mer, acier XC6 : isovaleurs du champ des contraintes $\sigma_{x'y'}$ pour une portion de brame aux alentours de la longueur métallurgique 12 m

brame se trouve en contact avec les rouleaux. Cela est dû au changement d'incurvation de la forme extérieure de la brame : la déflexion décroît en amont du rouleau, puis croît rapidement en aval du rouleau.

La figure 6.39 montre également que les contraintes dans la direction x' sont généralement faibles (couleur jaune-orangée), notamment en peau entre deux rouleaux. Cela est justifié, dans la mesure où la peau est une surface libre. Il faut cependant ajouter que ces contraintes sont élevées et concentrées au passage des rouleaux où la matière subit plusieurs types de déformation. On peut par ailleurs voir la périodicité dans l'espace des valeurs de ces contraintes.

Cependant, en visualisant les trois figures 6.39, 6.40 et 6.41, nous pouvons voir que la valeur de la composante $\sigma_{x'y'}$ est généralement d'un ordre de grandeur plus faible que $\sigma_{y'y'}$. De même, $\sigma_{x'x'}$ est également plus faible que $\sigma_{y'y'}$. Cela signifie que la direction de coulée est une direction principale du tenseur des contraintes. Nous pouvons donc nous référer à la figure 6.40 pour en déduire l'histoire mécanique de la brame de coulée continue.

Plus précisément, sur cette figure, on peut visualiser les zones de traction (en rouge) et de compression (en bleu) au sein du matériau. Elles montrent notamment que les efforts sur la brame sont périodiques dans l'espace : cette période est naturellement donnée par la périodicité des rouleaux.

On peut également observer deux régimes périodiques si l'on se place sur la peau ou à la frontière entre la zone pâteuse et le solide (à la température de solidus). Plus précisément, à l'approche des rouleaux, la peau solidifiée subit des compressions et entre les rouleaux la coque en surface subit des tractions alors qu'à l'interface entre la zone pâteuse et la zone solide il y a des compressions. Ces cartes sont suffisamment précises ce qui conforte notre approche et notamment la taille de maille choisie (pour la précision des cartes).

Par rapport à la littérature, plusieurs auteurs ([Dalin, 1987, Kajitani *et al.*, 2001], ...) ont déjà observé des cartes de contraintes pour la coulée continue d'acier, grâce à des modèles statiques. Cependant, c'est la première fois qu'avec un modèle global il est possible de visualiser des cartes de contraintes. C'est donc un progrès au niveau de la simulation de la coulée continue d'acier.

Bilan des calculs thermomécaniques dans la zone de refroidissement secondaire

Nous avons vu, dans cette section, des calculs thermomécaniques sur la machine de Fos-sur-Mer avec l'acier XC6. Nous avons, dans la section précédente, présenté des calculs thermomécaniques sur la machine de Dunkerque avec l'acier 18M5. Ces deux calculs thermomécaniques nous ont montré plusieurs choses. D'une part, nous avons pu visualiser les déflexions extradados et intrados du matériau, que nous avons notamment comparées avec celles de [Dalin, 1987]. D'autre part, nous avons mené une brève étude de sensibilité au pas de temps et à la taille de maille, dont nous avons déduit des conditions opérationnelles.

Cependant, après analyse des résultats de déflexion, nous n'avons pas validé complètement notre approche thermomécanique de la coulée continue. En fait, nous n'avons pas pu comparer directement nos résultats avec ceux de [Dalin, 1987]. Les calculs que nous avons proposés portaient sur la machine actuelle de Dunkerque alors que Dalin s'est appuyé sur la configuration de 1984. La machine de Dunkerque a, en effet, subi des modifications géométriques importantes, notamment au niveau de

l'écartement entre les rouleaux. Néanmoins, nous avons pu montrer que nos résultats étaient cohérents vis-à-vis de [Dalin, 1987], grâce à des lois, basées sur des modèles statiques (modèle de poutres, ...), reliant l'écartement à la déflexion. Cela montre que notre modèle est qualitativement correct. Un calcul sur une précédente configuration de la machine resterait à faire, ou mieux la comparaison avec les résultats attendus des campagnes d'essais sur la machine pilote de l'IRSID.

Nous proposons maintenant un calcul thermomécanique en lingotière. Ce calcul a un grand intérêt dans la mesure où nous comparons nos résultats thermomécaniques avec ceux de [Fachinotti, 2001]. Ceci nous permettra de comparer quantitativement notre approche.

6.3.3 Calcul thermomécanique en lingotière : prédiction des contraintes affectant la peau solidifiée

Dans cette partie, nous présentons un calcul thermomécanique en lingotière pour une machine de la compagnie SIDERCA (Argentine) et l'acier DS600. L'intérêt d'un tel calcul est multiple. D'une part, comme nous concentrons notre calcul en lingotière, nous voulons obtenir la solution thermomécanique stationnaire la plus précise possible. De ce fait, nous nous intéressons à des maillages dont la taille de maille est bien plus faible que ce que nous venons de voir avec les machines de Fos-sur-Mer et de Dunkerque. Nous analysons notamment la précision des cartes de contraintes au sein du matériau.

Ce calcul nous permet aussi d'effectuer une comparaison quantitative entre notre approche de la coulée continue d'acier et celle de Victor FACHINOTTI (voir [Fachinotti, 2001]). On peut trouver dans [Fachinotti, 2001] tous les détails concernant ce calcul (données géométriques de la machine et les données thermophysiques du matériau) ainsi que les explications concernant l'approche qu'il a choisie pour simuler le procédé de coulée continue.

Dans cette section, nous présentons, d'abord, les caractéristiques générales du calcul, en insistant sur la géométrie de la machine et les données thermophysiques de l'acier DS600. Nous présentons, ensuite, l'approche de Victor FACHINOTTI puis les caractéristiques de notre calcul. Enfin, nous comparons nos résultats thermomécaniques avec ceux de Victor FACHINOTTI.

Présentation du calcul

Nous effectuons ici un calcul sur une billette de diamètre $0,212\text{ m}$ pour l'acier DS600, composé notamment de $0,28\%$ en carbone et de $1,30\%$ en manganèse. Nous tirons les données thermophysiques nécessaires à notre calcul de la thèse [Fachinotti, 2001].

DESCRIPTION DE LA MACHINE : La figure 6.42 représente la géométrie de la machine. La lingotière mesure $0,6\text{ m}$ et [Fachinotti, 2001] a mené un calcul jusqu'à la longueur métallurgique 1 m . La vitesse de coulée est de $1,6\text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ et la température nominale de coulée est $T_{\text{coulée}} = 1530\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Les conditions aux limites en lingotière sont du type Savage-Pritchard (voir [Fachinotti, 2001]); on extrait un flux Φ variant en fonction de la cote z dans la machine :

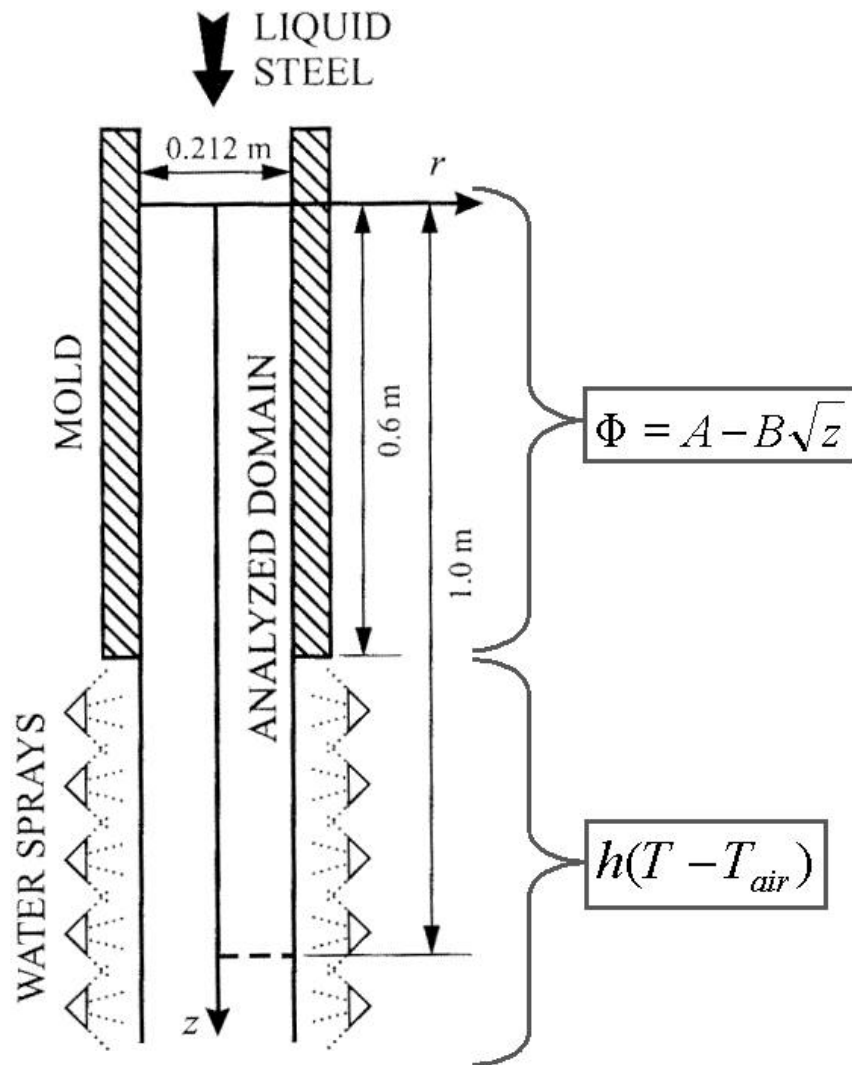


FIG. 6.42: machine de la SIDERCA, acier DS600 : présentation schématique de la machine de coulée continue

$$\Phi = A - B\sqrt{z} \quad (6.13)$$

où $A = 3072590,98 \text{ W.m}^{-2}$ et $B = 2213784,59 \text{ W.m}^{-\frac{5}{2}}$. Cela veut dire que le flux extrait diminue lorsque le métal descend dans la lingotière. Cela peut s'expliquer par l'apparition d'une lame d'air entre le moule et le matériau. De ce fait, le refroidissement n'est plus aussi efficace et diminue donc. En sortie de lingotière les conditions aux limites sont de type convection $h(T - T_{air})$, où $h = 500 \text{ W/M/K}$ et $T_{air} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$.

DONNEES THERMIQUES DU MATERIAU : La température de liquidus est de $1501 \text{ }^\circ\text{C}$ et la température de solidus est de $1490 \text{ }^\circ\text{C}$. La fraction liquide est supposée linéaire entre ces températures. Le tableau 6.1 rassemble les données nécessaires pour le problème thermique.

L	$2,72.10^5 \text{ J/kg}$
C_P	680 J/kg/K
λ_S	34 W/K/m
λ_L	68 W/K/m

TAB. 6.1: acier DS600 : données thermiques

Dans la zone pâteuse, la conductivité moyenne λ est déduite de la formule : $\lambda = (1 - f)\lambda_S + f\lambda_L$ où f est la fraction massique liquide.

Présentation de la stratégie de calcul de Victor FACHINOTTI

HYPOTHESES DU PROBLEME MECANIQUE : [Fachinotti, 2001] a effectué deux calculs en utilisant deux modèles rhéologiques différents pour la zone solide :

- le modèle élasto-plastique avec loi d'écrouissage de type Ramberg-Osgood,
- le modèle III de [Kozłowski *et al.*, 1992].

Il suppose, en outre, que l'acier peut être modélisé avec la loi III de [Kozłowski *et al.*, 1992] jusqu'à la température $T_C = 1495 \text{ }^\circ\text{C}$ (sa température de solidus étant de $1490 \text{ }^\circ\text{C}$).

Les zones liquide et pâteuse ne sont pas modélisées mécaniquement. En effet, il effectue uniquement un calcul thermomécanique dans la zone de température inférieure à $1495 \text{ }^\circ\text{C}$ (cette zone est délimitée par la ligne ZST -Zero Strength Temperature). Il néglige, d'une part, la gravité, d'autre part, les effets de la convection au sein des zones pâteuse et liquide.

CARACTERISTIQUES DU CALCUL DE FACHINOTTI : Pour obtenir l'état thermomécanique en lingotière, il utilise une approche stationnaire. Son maillage est eulérien et il résout les équations instationnaires de conservation de l'énergie et de la conservation de la quantité de mouvement. Les conditions aux limites sont de type eulérienne, où un flux de matière et d'énergie sont simulés en entrée et à la sortie.

Il effectue son calcul en deux temps :

- dans un premier temps un calcul de thermique pure est effectué sur tout le domaine. Il en déduit le champ de température et le domaine dont les températures des noeuds sont inférieures à la température critique $1495\text{ }^{\circ}\text{C}$. La figure 6.43 représente le champ de température sur une portion de son domaine. On peut notamment voir la ligne frontière définie par la ZST.

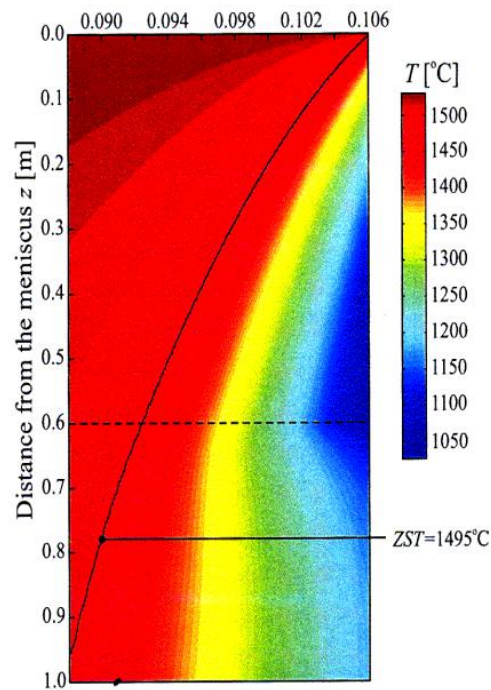


FIG. 6.43: machine de la SIDERCA, acier DS600 : champ de température et définition de la zone ZST, selon [Fachinotti, 2001]

- dans un deuxième temps, connaissant la carte de température, un calcul mécanique est effectué sur le domaine délimité par la ZST. Le maillage définissant cette zone est représenté sur la figure 6.44. La taille de maille est de l'ordre de $0,1\text{ mm}$, en peau.

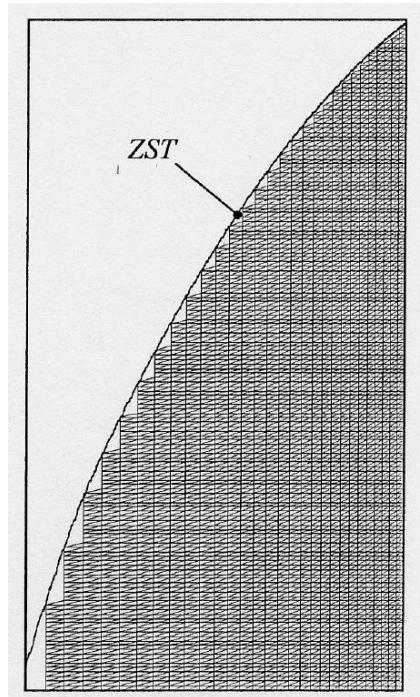


FIG. 6.44: machine de la SIDERCA, acier DS600 : maillage eulérien du domaine ZST pour le calcul mécanique de [Fachinotti, 2001]

[Fachinotti, 2001] obtient, d'une part, les cartes de contraintes, d'autre part, l'évolution de la lame d'air en fonction de la cote z . Il déduit la lame d'air du calcul des déplacements incrémentaux des points situés sur la frontière de son maillage. Cependant, la position des points du maillage ne sont pas actualisés. Ceci est justifiable dans la mesure où il suppose que les déformations sont faibles.

Caractéristiques de notre calcul

HYPOTHESES DU PROBLEME MECANIQUE : A l'instar de [Fachinotti, 2001], nous modélisons la zone solide de l'acier avec le modèle III de [Kozłowski *et al.*, 1992] (voir chapitre 4). Contrairement aux aciers 18M5 et XC6 et puisque, dans sa thèse, Victor FACHINOTTI suppose que l'acier peut être modélisé avec la loi III de [Kozłowski *et al.*, 1992] jusqu'à la température $T_C = 1495 \text{ }^\circ\text{C}$ (sa température de solidus étant de $1490 \text{ }^\circ\text{C}$), nous supposons, bien évidemment, que l'acier DS600 obéit à un comportement élasto-viscoplastique jusqu'à la température $1495 \text{ }^\circ\text{C}$. Au-delà de cette température, il obéit à un comportement viscoplastique. Enfin, au-dessus de la température de liquidus, le matériau est supposé avoir un comportement newtonien.

D'autre part, comme [Fachinotti, 2001] néglige les effets de la convection au sein des zones pâteuse et liquide, nous avons choisi une viscosité arbitrairement élevée pour les zones pâteuse et liquide. Nous effectuons nos simulations avec une viscosité de $10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ dans le liquide. La viscosité de la zone pâteuse pour l'acier DS600 est calculée de la même manière que dans le chapitre 4. Par ailleurs, nous négligeons également la gravité dans tout le problème.

Enfin, nous simulons ici un cas de billette. Nous utilisons la formulation axisymétrique de R2SOL. Ceci

nous permet d'étendre les aptitudes du code en matière de format de coulée continue. Cela va dans le sens de l'adaptativité du code vis-à-vis de la coulée continue d'acier voire de n'importe quel métal.

CARACTERISTIQUES NUMERIQUES DE NOTRE CALCUL : Nous avons effectué ce calcul en lingotière avec la stratégie globale instationnaire. La figure 6.45 représente l'évolution de notre maillage au cours du temps. Un zoom dans le sens de la largeur a été effectué pour apprécier la finesse du maillage. Nous avons choisi une taille de maille sur le bord de $\bar{l}_b = 1,5 \text{ mm}$ et à coeur une taille de maille de $\bar{l}_c = 2 \text{ cm}$. La zone tampon est de $0,1 \text{ m}$ et le domaine final s'étend donc de la longueur métallurgique $-0,1 \text{ m}$ jusqu'à la longueur $1,1 \text{ m}$.

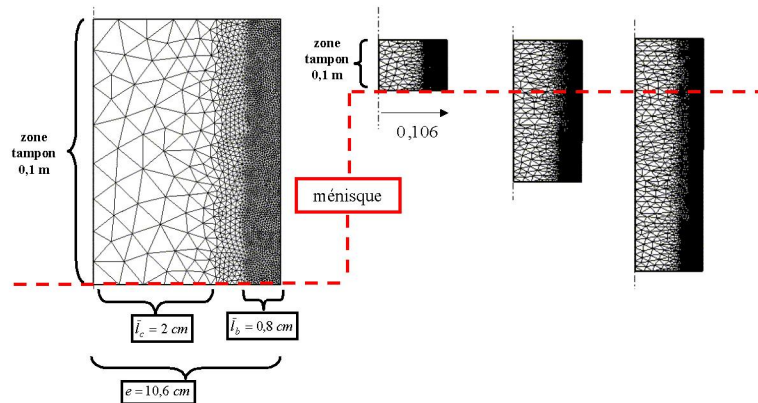


FIG. 6.45: machine de la SIDERCA, acier DS600 : évolution de notre maillage avec la stratégie globale instationnaire

Nous avons par ailleurs choisi un pas de temps de 1 s . Dans ces conditions, R2SOL a mis 12 h pour arriver à la longueur métallurgique finale $1,1 \text{ m}$. Nous avons, au final, environ 40000 noeuds.

COMPARAISON ENTRE NOS STRATEGIES DE CALCUL : Pour le cas de la machine de la SIDERCA associée à l'acier DS600, nous avons mis en place des hypothèses de calcul assez proches de celles de Victor FACHINOTTI. Cependant, il apparaît plusieurs différences notoires.

D'un point de vue modélisation, il apparaît une différence provenant du fait que nous modélisons les zones pâteuses et liquides dans notre approche, alors que [Fachinotti, 2001] effectue des calculs thermomécaniques dans la coque solidifiée. Au niveau numérique, [Fachinotti, 2001] utilise un maillage bien plus fin que le nôtre. D'autre part, il utilise une approche eulérienne, où il résout les équations instationnaires, alors que nous avons adopté une stratégie lagrangienne, où nous résolvons les équations instationnaires.

Comparaisons quantitatives des résultats thermomécaniques

COMPARAISON DES CARTES THERMIQUES : La figure 6.46 permet de comparer le champ de température que nous avons obtenu avec le champ de température de [Fachinotti, 2001]. A gauche, nous avons représenté le champ de température de [Fachinotti, 2001] et, à droite, celui calculé par R2SOL.

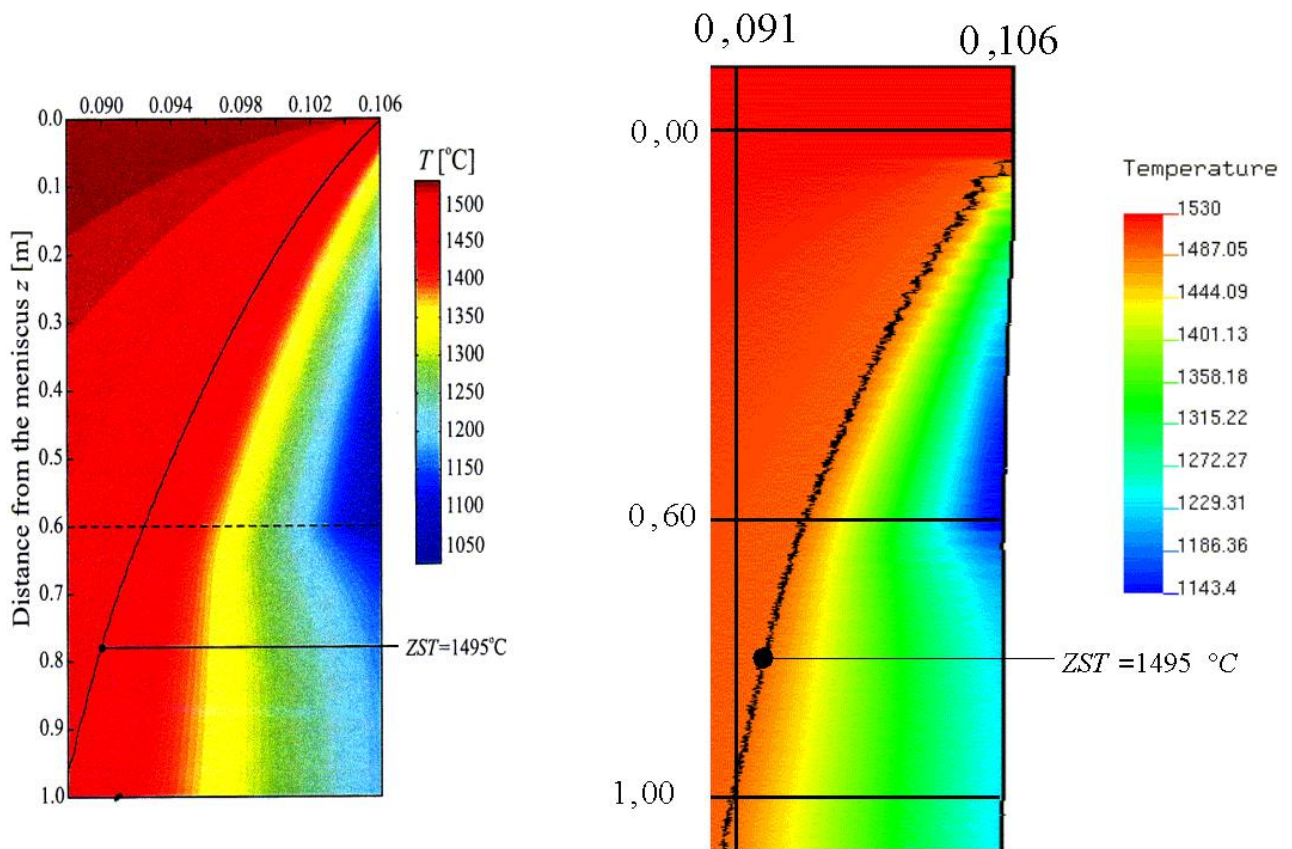


FIG. 6.46: machine de la SIDERCA, acier DS600 : comparaison entre les cartes thermiques (à gauche : [Fachinotti, 2001], à droite les résultats obtenus avec R2SOL)

Nous obtenons globalement les mêmes ordres de grandeur que [Fachinotti, 2001]. Il subsiste néanmoins des différences qui sont dues aux différences entre les stratégies choisies :

- [Fachinotti, 2001] résout des équations stationnaires alors que notre méthode est instationnaire,
- [Fachinotti, 2001] a une taille de maille plus faible sur la surface.

COMPARAISON DES RESULTATS THERMOMECHANIQUES : Nous proposons de comparer le champ des contraintes axiale et orthoradiale ainsi que l'évolution de la lame d'air en fonction de la longueur métallurgique (qui est aussi la cote z pour les calculs axisymétriques). Les figures 6.47 et 6.48 proposent de comparer notre approche avec celle de [Fachinotti, 2001]. Nous avons représenté nos cartes de contraintes en zoomant sur la coque solide suivant le rayon. Nos cartes de contrainte sont au centre de chaque figure. Nous pouvons voir que les ordres de grandeur ainsi que l'évolution des contraintes ressemblent fortement à celles obtenues par [Fachinotti, 2001]. On peut cependant observer des différences, notamment à la longueur métallurgique 0 (début de la lingotière) et à la longueur métallurgique $0,6 m$ (fin de la lingotière). Par ailleurs, nous pouvons visualiser l'évolution de la lame d'air à l'oeil nu.

La figure 6.49 représente les évolutions de la lame d'air en fonction de la longueur métallurgique. Notre valeur maximale de la lame d'air est sensiblement différente de celle obtenues par Victor Fachinotti, même si l'ordre de grandeur est respecté. Cette valeur est atteinte à la fin de la lingotière ($z = 0,6 m$). L'évolution de la lame d'air au-delà de $0,6 m$ est donc sans objet. Cependant, nous voyons que les évolutions de la lame d'air sont identiques pour les deux méthodes, ce qui conforte notre approche.

Par ailleurs, globalement, notre solution admet un écart constant au niveau de la solution de Victor Fachinotti, qui est dû aux différences entre nos stratégies (taille de maille, maillage eulérien-lagrangien, résolution partielle (sur la ZST)-totale). En effet, la valeur maximale de la lame d'air est atteinte à environ $z = 0,62 m$, alors que dans le cas de Victor Fachinotti, la lame d'air est maximale à la sortie de la lingotière ($z = 0,6 m$).

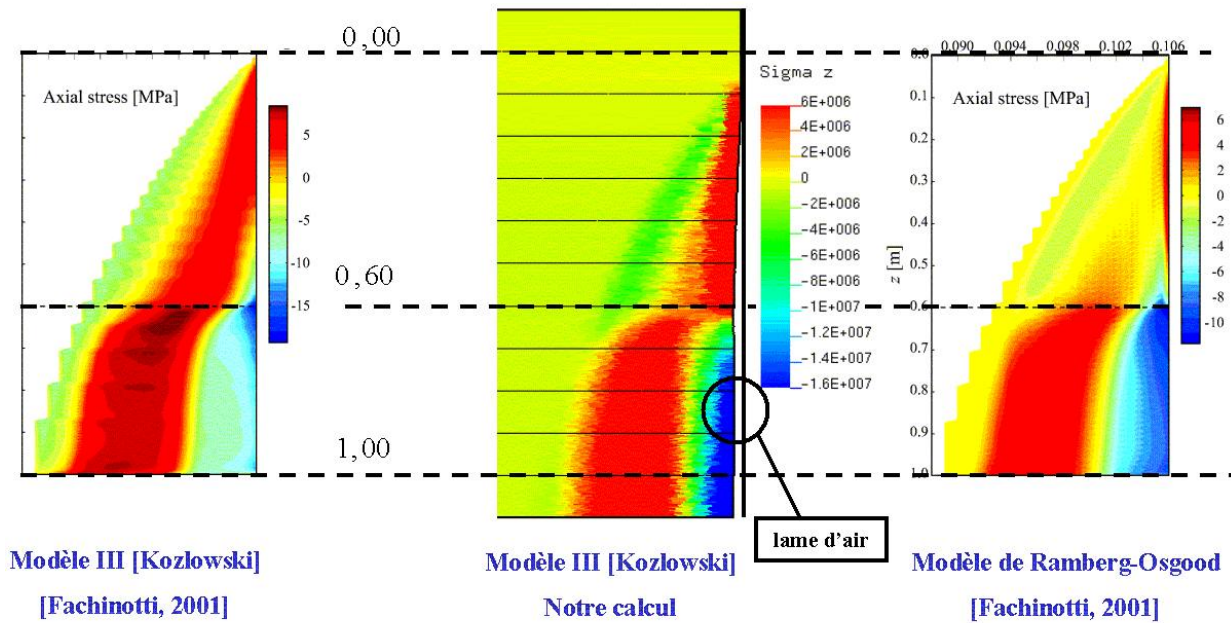


FIG. 6.47: machine de la SIDERCA, acier DS600 : comparaison entre les cartes de contrainte axiale (à gauche : [Fachinotti, 2001] modèle III de [Kozlowski *et al.*, 1992], au centre : résultats R2SOL, à droite : [Fachinotti, 2001] modèle de Ramberg-Osgood)

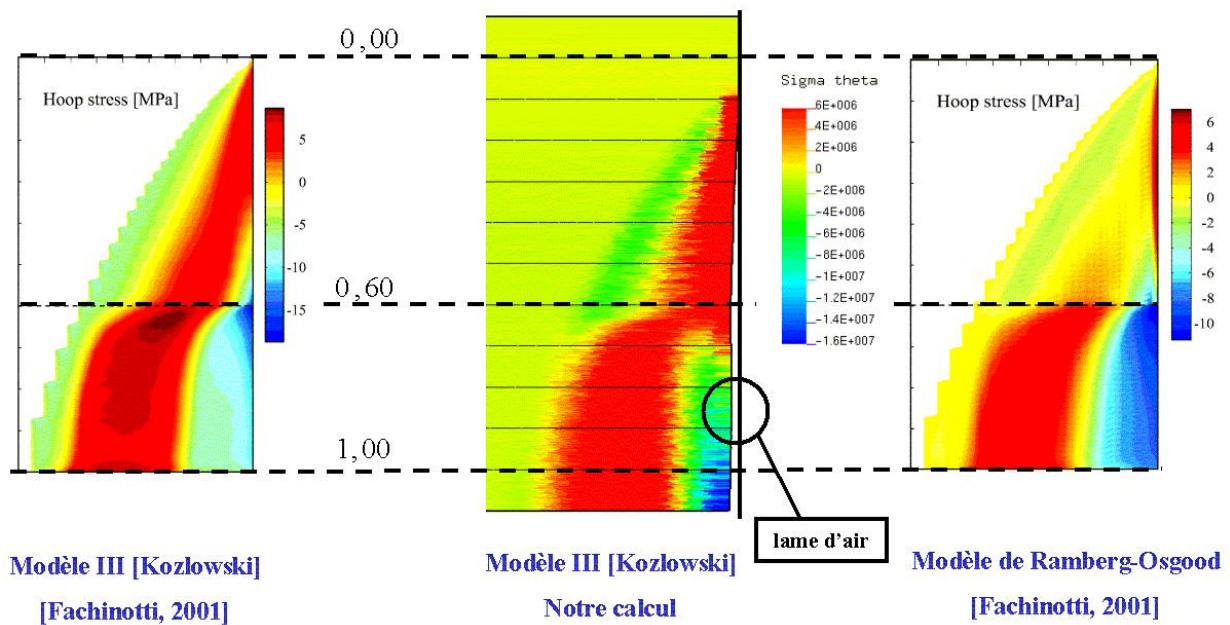


FIG. 6.48: machine de la SIDERCA, acier DS600 : comparaison entre les cartes de contrainte orthoradiales (à gauche : [Fachinotti, 2001] modèle III de [Kozlowski *et al.*, 1992], au centre : résultats R2SOL, à droite : [Fachinotti, 2001] modèle de Ramberg-Osgood)

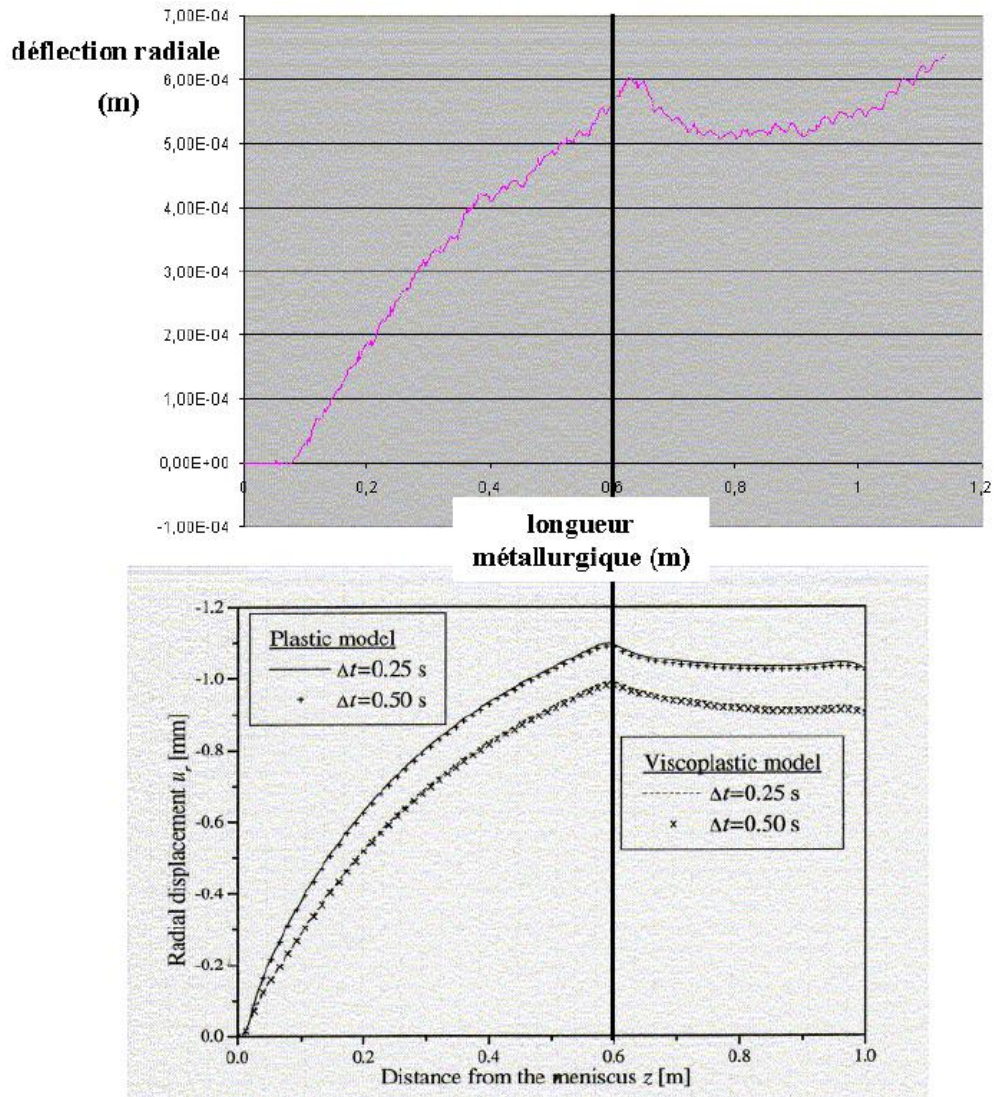


FIG. 6.49: machine de la SIDERCA, acier DS600 : comparaison de la prédiction de lame d'air entre le matériau et la lingotière (en bas : [Fachinotti, 2001], en haut : résultats R2SOL)

Bilan du calcul avec la machine de SIDERCA

Ce calcul thermomécanique nous a permis de comparer directement les résultats obtenus avec R2SOL par rapport à une référence de la littérature. Ceci nous permet de valider quantitativement notre approche instationnaire de la coulée continue d'acier. Nous avons en effet comparé avec succès des cartes de température, de contraintes avec l'approche de Victor FACHINOTTI. Cette approche a la particularité d'être eulérienne (pour la gestion du maillage) et lagrangienne (au niveau des équations à résoudre). Par ailleurs nous avons également comparé avec succès les évolutions de la lame d'air apparaissant entre le matériau et le moule. Notre approche nous permet d'ailleurs d'apprécier directement la lame d'air en visualisant la forme finale du maillage.

D'autre part, ce cas montre que des tailles de maille de l'ordre du *mm* peuvent être suffisantes pour observer avec précision les cartes de contraintes dans la lingotière. En effet, nous avons pu visualiser avec suffisamment de précision les cartes de contraintes au sein du matériau. Cependant, comme pour les calculs avec Dunkerque et Fos-sur-Mer, R2SOL est assez gourmand en place mémoire, ce qui nous a limité au niveau de la taille du problème à simuler.

Enfin, ce cas nous a permis d'effectuer un calcul axisymétrique en coulée continue, ce qui est nouveau par rapport aux calculs "2D plan", effectués sur les configurations de Dunkerque et Fos-sur-Mer. Nous sommes donc capables de prendre en compte des formats de type "billette". Ceci généralise les aptitudes du code R2SOL aux différents formats que propose le procédé de coulée continue d'acier.

6.4 Bilan des résultats de coulée continue

Dans ce chapitre nous avons effectué des calculs thermomécaniques sur 3 cas différents de coulée continue. Les deux premiers concernent des coulées de brame d'ARCELOR. Cela nous a permis de tester la version de calcul thermomécanique "plan" de R2SOL. Le troisième a concerné un cas de coulée de billette, pour lequel nous avons utilisé la version thermomécanique "axisymétrique".

Par ailleurs, nous avons dans un premier temps validé la résolution thermique du code R2SOL pour le problème de coulée continue avec une approche de type "tranche" instationnaire puis avec l'approche globale instationnaire (GI), que nous privilégions dans notre travail. Pour ce faire nous avons développé une stratégie où le problème mécanique est arbitraire mais nécessaire pour faire avancer le matériau dans la machine. Ainsi à chaque incrément nous résolvons l'équation de conservation de l'énergie et nous obtenons le champ de température. Comme la stratégie (GI) est de par sa nature non-stationnaire, nous avons montré qu'elle converge assez rapidement vers une solution permanente. Il subsiste cependant des fluctuations qui proviennent, en partie, d'une taille de maille trop grossière.

Nous avons validé le problème thermique de R2SOL en effectuant des comparaisons avec les codes ABAQUS et THERCAST sur la configuration de la machine de Fos-sur-Mer associée à l'acier 18M5. Nous avons d'autre part effectué des calculs thermiques avec la machine de Dunkerque : nous avons comparé les résultats entre les stratégies globale instationnaire et tranche instationnaire développées dans R2SOL. Les comparaisons sont très bonnes pour ces divers cas.

Dans un deuxième temps, nous avons effectué des calculs thermomécaniques sur les machines de Fos-sur-Mer (Sollac Méditerranée), de Dunkerque (Sollac Atlantique), et sur une machine de SIDERCA (Argentine). Le calcul sur la machine de Dunkerque nous a permis de comparer qualitativement les déflexions à l'extrados obtenues avec R2SOL avec celles de [Dalin, 1987] et avec les mesures effectuées par l'IRSID. La comparaison n'a pu être qu'incomplète dans la mesure où la machine de Dunkerque a subi des transformations géométriques depuis l'étude de Dalin (notamment au niveau des espacements entre les rouleaux). Nous avons cependant pu comparer l'ordre de grandeur de nos gonflements en nous référant à des lois reliant la déflexion à l'écartement entre les rouleaux. Nous avons alors retrouvé les ordres de grandeur que prévoyait le modèle stationnaire de [Dalin, 1987].

Le calcul thermomécanique de Fos-sur-Mer nous a permis de faire une étude de sensibilité au pas de temps et à la taille de maille. En effet, les temps de calcul avec la machine de Fos-sur-Mer sont environ de 1 jour pour un pas de temps de 1 s contre 4 jours pour ce même pas de temps avec Dunkerque.

Nous avons ainsi pu voir qu'il existe un pas de temps maximum à ne pas dépasser pour avoir de bons résultats. De même il est nécessaire de mailler finement sur la surface du matériau pour bien visualiser les déflexions. [Dalin, 1987] avait déjà prévu ce phénomène et préconisait un minimum de 40 noeuds entre les rouleaux. Nous confirmons également cette analyse car nous avons effectué deux tests avec 20 et 50 noeuds entre deux rouleaux. Les meilleurs résultats sont venus du maillage possédant 50 noeuds entre deux rouleaux.

Nous avons enfin effectué un calcul thermomécanique axisymétrique sur une machine de SIDERCA avec l'acier DS600 pour effectuer une comparaison quantitative avec [Fachinotti, 2001] et ainsi valider notre approche. Nous avons pu comparer les cartes thermiques, de contraintes axiale et orthoradiale et enfin l'évolution de la lame d'air se créant entre le matériau et la lingotière. Ces comparaisons se sont avérées satisfaisantes.

Conclusion et perspectives

CONCLUSION

A travers notre étude, nous avons établi une modélisation thermomécanique de la coulée continue d'acier. Nous avons basé nos développements numériques sur le code R2SOL qui est un logiciel de calcul thermomécanique en deux dimensions. Le modèle que nous proposons ici est valable non seulement pour les coulées de brame (où nous avons utilisé la formulation "plan" en 2 dimensions) mais aussi pour les coulées de billette (où nous avons utilisé la formulation axisymétrique). Par extension, le modèle que nous avons présenté peut s'appliquer à n'importe quel alliage, pour les formats de brame ou de billette, et sert déjà de support à une étude hors du contexte sidérurgique.

Approche globale instationnaire (GI)

Dans notre étude de la coulée continue d'acier, nous avons concentré nos efforts sur la stratégie globale instationnaire (GI) présentée dans le chapitre 1. Le principe de cette stratégie peut être comparé à la phase d'amorçage du procédé de coulée continue où un outil de guidage (le mannequin) tracte le matériau dans la machine. Cela se traduit numériquement en supposant que le domaine étudié est tracté à travers la machine de coulée continue sous l'action du "faux-mannequin" (qui est défini par la surface inférieure du maillage). La cinématique du "faux-mannequin" est similaire à celle de l'outil de guidage et est définie à partir de la vitesse de coulée nominale ainsi que par les diverses zones de courbures de la machine. La surface supérieure (appelée aussi outil d'injection) du domaine est supposée immobile d'un point de vue de gestion de maillage ce qui simule naturellement l'apport de matière à travers cette surface supérieure.

Grâce à cette stratégie nous sommes capables d'effectuer des calculs thermomécaniques dans le matériau du ménisque en lingotière jusqu'aux derniers rouleaux de la machine de coulée continue. Par ailleurs l'introduction des notions géométriques (définies aux chapitres 1 et 5) propres au procédé de coulée continue comme la longueur métallurgique, les centres et rayons de courbure, les positions et rayons des rouleaux qui sont considérés comme des objets infranchissables permet de généraliser notre étude à tout type de machine (courbe, verticale ou horizontale). Cette stratégie nous permet donc d'une part de prendre en considération avec suffisamment de précision la géométrie de la machine, notamment la courbure, et d'effectuer un calcul sur toute la machine, en maillant tout le matériau. Ces deux aspects sont novateurs dans le domaine de la coulée continue d'acier.

Modélisation thermomécanique du procédé

Nous avons adopté une modélisation thermomécanique couplée pour décrire le comportement de l'acier.

Pour la résolution de l'équation de conservation de l'énergie, nous modélisons les échanges thermiques entre le matériau et les outils de coulée continue par des conditions aux limites de type flux ou convection. Ces conditions aux limites sont, par ailleurs, moyennées par zone. On suppose qu'elles englobent les refroidissements provenant de l'aspersion d'eau, du rayonnement et du contact thermique avec les outils de coulée continue (les rouleaux et la lingotière). Comme nous recherchons l'état stationnaire, nous avons supposé que l'échange avec le "faux-mannequin" est adiabatique. La température sur l'outil d'injection (surface supérieure du domaine) est imposée. Dans le cas d'une coulée globale, où le calcul s'effectue depuis la longueur métallurgique $0\ m$, nous imposons la température nominale de coulée, sur cet outil.

Concernant le problème mécanique, nous avons supposé que l'acier obéit à trois comportements différents : lorsqu'il est liquide, il a un comportement newtonien, sous sa forme pâteuse, il suit une loi de comportement de type viscoplastique, et, sous sa forme solide, son comportement est élasto-viscoplastique. Plus précisément, concernant la coque solide, nous avons utilisé la loi rhéologique II de [Kozłowski *et al.*, 1992], pour décrire le comportement de l'acier 18M5, et la loi de [Kim *et al.*, 1996], pour décrire le comportement de la nuance XC6 (voir chapitre 4). L'introduction de ces trois lois de comportement nous a amené à écrire des conditions de continuité aux températures de solidus et liquidus. La consistance et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation doivent notamment être continus à ces deux températures.

Par ailleurs, nous avons négligé les phénomènes de convection au sein des zones pâteuse et liquide. De ce fait, nous avons choisi une viscosité arbitrairement élevée pour le liquide et nous négligeons les termes d'inertie. Cette hypothèse est bien sûr justifiée en première approximation, dans la mesure où la convection n'a quasiment pas d'influence sur la thermomécanique du procédé. Cette hypothèse serait évidemment non légitime, si l'on voulait obtenir la carte des macroségrégations au sein du matériau.

Modélisation numérique de la coulée continue avec R2SOL

Pour résoudre numériquement le problème thermomécanique de coulée continue, nous nous sommes appuyés sur l'algorithme initialement en place dans R2SOL. Le problème mécanique est résolu via la méthode des éléments finis $P1 + /P1$, où les inconnues sont la vitesse et la pression, et le problème thermique est résolu en enthalpie avec la méthode de Taylor Galerkin Discontinue (TGD en abrégé).

Nous avons choisi d'implémenter dans R2SOL la formulation en éléments finis $P1 + /P1$. Cette formulation possède plusieurs avantages par rapport à l'ancienne formulation $P2 + /P1$ de R2SOL. Nous citons par exemple :

- le système à résoudre est mieux conditionné ce qui autorise l'utilisation d'un solveur itératif, mieux adapté pour résoudre des systèmes ayant un nombre important de noeuds,
- il y avait déjà un savoir-faire au laboratoire concernant l'écriture des lois de comportement viscoplastique et élasto-viscoplastique en $P1 + /P1$ (notamment avec THERCAST, ce qui simplifie les comparaisons et l'échange de modules entre les codes).

Nous avons testé avec succès nos implémentations en $P1 + /P1$ pour divers cas test impliquant des lois rhéologiques newtonienne, élastique et viscoplastique. Ces développements sont bien sûr valables dans le cadre général du logiciel R2SOL et nous les avons utilisés en particulier pour le problème de coulée continue.

Concernant plus précisément la coulée continue, nous avons implémenté plusieurs aspects spécifiques au procédé. Premièrement, le contact entre la matière et les outils de coulée continue (rouleaux et lingotière) a été traité avec une méthode de pénalisation. L'algorithme de contact avec les rouleaux est issu de la constatation que chaque rouleau exerce un effort différent sur la matière. De ce fait, nous avons attaché à chaque cylindre un coefficient de pénalisation, qui est calculé par le code via une pénétration de consigne, à respecter, à l'intérieur des rouleaux. Nous avons vu l'efficacité d'un tel algorithme sur deux calculs globaux de coulée continue. En visualisant les déflexions extradados et intrados, nous avons pu observer que la pénétration de consigne est bien respectée.

Nous avons, d'autre part, mis en place une stratégie de gestion de maillage spécifique à la coulée continue. En effet, notre approche est lagrangienne pour éviter toute diffusion numérique due au transport. De ce fait, et sous l'action du "faux-mannequin", les mailles proches de l'outil d'injection dégénèrent, ce qui nécessite un remaillage local. Nous avons utilisé le mailleur MTC développé au CEMEF pour effectuer ce remaillage local. Nous pouvons aisément contrôler la fréquence des remaillages, qui sont gourmands en temps de calcul.

Pour éviter toute étape de transport après ce remaillage, nous avons donc défini dans le chapitre 5 une "zone tampon", qui doit contenir la zone dégénérée proche de l'outil d'injection. La taille de la zone tampon est généralement faible devant la longueur de la machine de coulée continue (elle est de 0,3 m pour les calculs avec les machines de Dunkerque et Fos-sur-Mer, et 0,1 m pour le calcul avec la machine de la SIDERCA). Thermomécaniquement, cette zone doit être neutre vis-à-vis de la résolution : la vitesse et la température y sont donc imposées égales à leur valeur nominale respective de coulée.

Des différents calculs thermiques et thermomécaniques que nous avons effectués, nous avons pu remarquer qu'une simulation durait généralement moins de 4 jours, et qu'il est possible d'utiliser des pas de temps assez élevés permettant d'avoir de bons résultats (1-2 s). D'autre part les calculs thermomécaniques qui nécessitent un maillage plus fin en surface demandent une place mémoire virtuelle importante. C'est pourquoi nous n'avons pas pu couler plus de 21 m pour les calculs thermomécaniques. L'écriture en FORTRAN 77 de R2SOL est une des raisons à ce problème et une solution consisterait à utiliser la gestion dynamique de mémoire du FORTRAN 90 pour diminuer la taille image de l'exécutable R2SOL.

Résultats thermiques et thermomécaniques en coulée continue

Nous avons présenté dans le chapitre 6 plusieurs simulations sur trois machines de coulée continue différentes. Les deux premières machines (Dunkerque et Fos-sur-Mer) concernent des cas de coulée de brame d'ARCELOR. La troisième machine (SIDERCA, Argentine) est un cas de coulée de billette. Ces trois machines sont associées à trois aciers :

- la machine de Dunkerque est associée à la nuance 18M5
- la machine de Fos-sur-Mer est associée à la nuance XC6
- la machine de la SIDERCA est associée à la nuance DS600

Ces trois cas de coulée continue nous ont permis de valider notre approche thermomécanique de la coulée continue d'acier. Nous avons, dans un premier temps, validé la résolution thermique du code R2SOL pour le problème de coulée continue avec une approche de type "tranche" instationnaire puis avec l'approche globale instationnaire (GI), que nous privilégions dans notre travail. Pour ce faire nous

avons développé une stratégie où le problème mécanique est arbitraire mais nécessaire pour faire avancer le matériau dans la machine. Ainsi, à chaque incrément, nous résolvons l'équation de conservation de l'énergie et nous obtenons le champ de température. Comme la stratégie (GI) est de par sa nature non-stationnaire, nous avons montré qu'elle converge assez rapidement vers une solution permanente. Il subsiste cependant des fluctuations qui proviennent des tailles de mailles trop grossières.

Nous avons validé le problème thermique de R2SOL en effectuant des comparaisons avec les codes ABAQUS et THERCAST sur la configuration de la machine de Fos-sur-Mer associée à l'acier 18M5. Nous avons d'autre part effectué des calculs thermiques avec la machine de Dunkerque : nous avons comparé les résultats entre les stratégies globale instationnaire et tranche instationnaire développées dans R2SOL. Les comparaisons sont très bonnes pour ces divers cas.

Dans un deuxième temps, nous avons effectué des calculs thermomécaniques sur les machines de Fos-sur-Mer (Sollac Méditerranée), de Dunkerque (Sollac Atlantique), et sur une machine de SIDERCA (Argentine). Le calcul sur la machine de Dunkerque nous a permis de comparer qualitativement les déflexions extradados obtenues avec R2SOL avec celles de [Dalin, 1987] et de l'expérience effectuée par l'IRSID. La comparaison n'a pas été aisée dans la mesure où la machine de Dunkerque a subi des transformations géométriques depuis l'étude de Dalin (notamment au niveau des espacements entre les rouleaux). Nous avons cependant pu comparer l'ordre de grandeur de nos gonflements en nous référant à des lois reliant la déflexion à l'écartement entre les rouleaux. Nous avons alors retrouvé les ordres de grandeur que prévoyait le modèle stationnaire de [Dalin, 1987].

Avec la configuration du calcul de Fos-sur-Mer, nous avons réalisé une étude de sensibilité au pas de temps et à la taille de maille. Nous avons ainsi pu voir qu'il existe un pas de temps maximum à ne pas dépasser pour avoir de bons résultats. De même, il est nécessaire de mailler finement sur la surface du matériau pour bien visualiser les déflexions. [Dalin, 1987] avait déjà prévu ce phénomène et préconisait un minimum de 40 noeuds entre les rouleaux. Nous confirmons également cette analyse car nous avons effectué deux tests avec 20 et 50 noeuds entre deux rouleaux. En effet, les meilleurs résultats que nous avons obtenus sont venus du maillage possédant 50 noeuds entre deux rouleaux. Il faut cependant relativiser cette remarque, dans la mesure où la forme de la surface libre était tout de même assez irrégulière. Pour résoudre ce problème, il faudrait effectuer une analyse de sensibilité plus fine par rapport au pas de temps (utiliser des pas de temps plus faibles) et à la taille de maille.

Nous avons enfin effectué un calcul thermomécanique axisymétrique sur une machine de SIDERCA avec l'acier DS600 pour effectuer une comparaison quantitative avec [Fachinotti, 2001] et ainsi valider notre approche. Nous avons pu comparer les cartes thermiques, de contraintes axiale et orthoradiale et enfin l'évolution de la lame d'air se créant entre le matériau et la lingotière. Ces comparaisons ont été satisfaisantes et nous avons pu rendre compte de la formation de la lame d'air.

Bilan

Nous avons donc développé à travers le logiciel R2SOL une modélisation thermomécanique de la coulée continue d'acier. Cette modélisation nous a permis d'avoir de bons résultats en thermique et en mécanique. Dans notre travail nous avons mis l'accent sur les contraintes et déformations dans les zones pâteuses et solides grâce à notre approche mécanique monophasée. Notre approche est somme toute assez simple bien qu'on puisse simuler tout le matériau du ménisque en lingotière jusqu'aux derniers rouleaux de la machine. Notre approche est assez innovante pour la coulée continue d'acier. Nous avons, en effet, mis en place un modèle global capable de rendre compte des sollicitations complexes subies

par l'acier dans son parcours dans la machine (tractions, compressions). Nous avons notamment pu observer deux régimes thermomécaniques qui s'établissent dans la matière, si l'on se place sur la peau du produit ou au voisinage de la température de solidus.

Notre travail apparaît comme précurseur à d'autres développements puisque nous avons mis en place dans le logiciel R2SOL le formalisme de la coulée continue (la stratégie (GI), la résolution des équations de conservation, la géométrie de la machine, les outils et la gestion du contact, les conditions aux limites, la gestion du maillage spécifique à la coulée continue, ...). Cette étude a donc permis de poser les premiers jalons de la simulation du procédé de coulée continue sur toute la machine.

PERSPECTIVES

Notre travail appelle des études futures à divers degrés. On pourrait voir en perspectives des travaux de complément immédiat, mais aussi des recherches à plus long terme concernant les macroségrégations, par exemple.

Résultats thermomécaniques

Sur la base des développements effectués, on pourrait effectuer diverses études. D'une part il existe des critères qui prédisent les criques externes ou internes et qui sont liés directement aux contraintes et déformations au sein du matériau. De notre travail il serait alors possible de déterminer où elles peuvent se déclarer. Ceci serait intéressant pour optimiser la qualité du produit.

D'autre part, nous pourrions envisager de poursuivre des études de sensibilité sur différents points. Dans l'attente des résultats expérimentaux de l'essai pilote, il serait intéressant de voir l'influence de l'espacement entre les rouleaux sur la déflexion. On pourrait alors voir si l'on retrouve les valeurs des déflexions prédites par [Dalin, 1987], pour un espacement de 54 *cm*. Par ailleurs, il serait également intéressant de voir l'influence du nombre de noeuds dans l'épaisseur sur le gonflement, comme l'a fait [Dalin, 1987]. Malheureusement, nous ne pouvons pas entreprendre une telle étude dans l'immédiat, à cause des limitations de place mémoire de R2SOL. Avec le passage au FORTRAN 90 et la perspective de voir arriver sur le marché des processeurs encore plus puissants, il sera bientôt possible de simuler le procédé de coulée continue d'acier avec plus de précision.

Modélisation thermomécanique de l'acier

Nous avons modélisé mécaniquement le matériau avec une approche monophasée. Cette stratégie n'est pas satisfaisante, dans la mesure où nous avons effectué des approximations sur le comportement des zones pâteuse et liquide.

Concernant les modélisations des différentes zones thermomécaniques de la coulée continue, il reste encore des interrogations. La modélisation de la zone solide semble la plus avancée (comportement élasto-viscoplastique et des termes de dilatation thermique), grâce aux données de la littérature. Cependant, il est nécessaire de valider ces modèles qui doivent pouvoir rendre compte des tensions et compressions successives endurées par le matériau au cours du procédé. Cela nécessite des essais de tractions et compressions non isothermes pour déterminer avec précision le comportement de l'alliage.

Par ailleurs, les comportements des zones liquide et pâteuse sont encore à discuter. On pourrait proposer comme alternative à notre modèle une approche de type Darcy pour la zone pâteuse. Cela permettrait

de tenir compte du comportement de type "éponge" et en introduisant les termes d'inerties et la convection il serait possible de visualiser le transport des solutés dans la brame. Cela permettrait de simuler les contraintes et déformations dans la coque solide et de voir l'influence du gonflement sur les ségrégations au sein de la zone pâteuse (dont on sait qu'il est important en fin de solidification). Une approche encore plus rigoureuse serait de modéliser la zone pâteuse comme une zone biphasique. Dans le cadre du projet OSC, Steven LE CORRE travaille actuellement à l'implémentation d'un tel modèle dans R2SOL.

Modélisation du procédé

D'autres développements pourraient venir directement de la précision de la description du procédé. Notre modélisation du procédé est en effet simplifiée. Pour compléter notre étude, on pourrait, par exemple, modéliser :

- les phénomènes se déroulant en lingotière (oscillation de la lingotière, écoulement du métal liquide de type convection forcée avec turbulence, brassage électro-magnétique, frottement entre le matériau et la lingotière),
- les déformations des outils de la coulée continue (les rouleaux sont supposés pour l'instant indéformables)
- la résistance à l'avancement contre les rouleaux.
- la motorisation de certains rouleaux,
- ...

En outre, notre travail ouvre des perspectives au niveau de la simulation en 3 dimensions du procédé. Une telle étude est menée par Frédéric COSTES au CEMEF. Son travail permet de généraliser d'une part le type de format à couler, d'autre part la géométrie de la machine, avec notamment l'orientation des rouleaux. Ces perspectives sont intéressantes pour les industriels, qui pourront alors observer l'influence des formes ou de l'orientation des rouleaux, par exemple, sur la qualité finale du matériau.

De même, notre modélisation des conditions aux limites du problème thermique est sommaire. Nous considérons que ces conditions sont moyennées par zone et nous négligeons donc les effets locaux de l'aspersion d'eau, de l'émissivité ou encore du contact thermique avec les rouleaux. Une étude sera prochainement menée au CEMEF en 3 dimensions pour modéliser plus précisément le refroidissement secondaire de la machine de coulée continue.

Ces diverses améliorations mobiliseront ingénieurs et chercheurs pendant encore quelques années, car beaucoup d'efforts sont encore nécessaires pour parvenir à un modèle tridimensionnel, à l'échelle du procédé globale, qui est capable de capter les principaux phénomènes caractéristiques des écoulements et déformations de l'acier pendant sa solidification en continu. Pour conclure ce mémoire, nous espérons que notre travail aura contribué à ouvrir la voie dans cette direction.

Annexe

Annexe 1 : données thermophysiques et thermomécaniques de l'acier XC6

Nous rappelons les données thermophysiques et thermomécaniques de l'acier XC6 utilisées lors de notre étude. Nous avons présenté dans le chapitre 4 comment sont obtenues les données thermophysiques.

Données thermophysiques

Le tableau suivant récapitule la composition chimique en pourcentage en masse pour l'acier XC6.

composant	teneur (% massique)
Carbone	0,067
Soufre	0,008
Phosphore	0,010
Silicium	0,008
Manganèse	0,384
Cuivre	0,003
Aluminium	0,021
Chrome	0,017
Niobium	0,017
Molybdène	0,001

TAB. 6.2: composition chimique de l'acier XC6

La figure et le tableau suivant représentent l'évolution de la fraction liquide en fonction de la température.

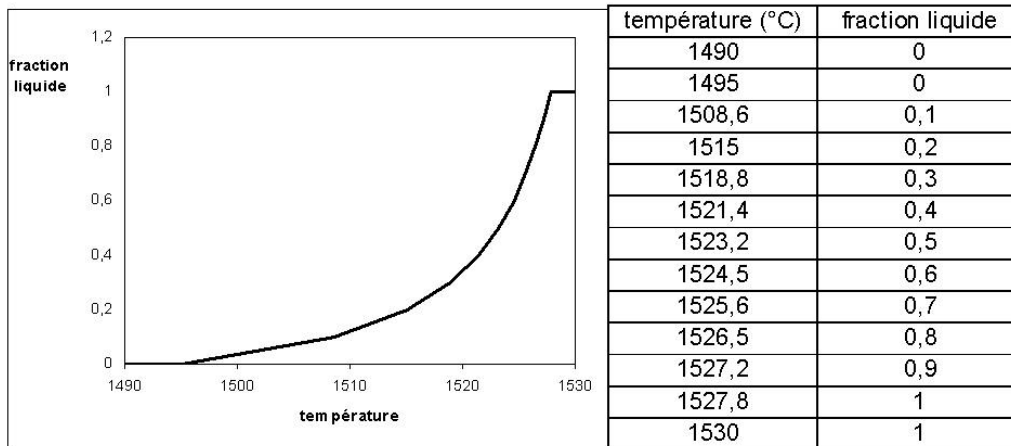


FIG. 6.50: évolution de la fraction liquide du XC6 en fonction de la température

La chaleur latente a été prise égale à $2,5 \cdot 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$. La figure suivante représente l'évolution de la conductivité.

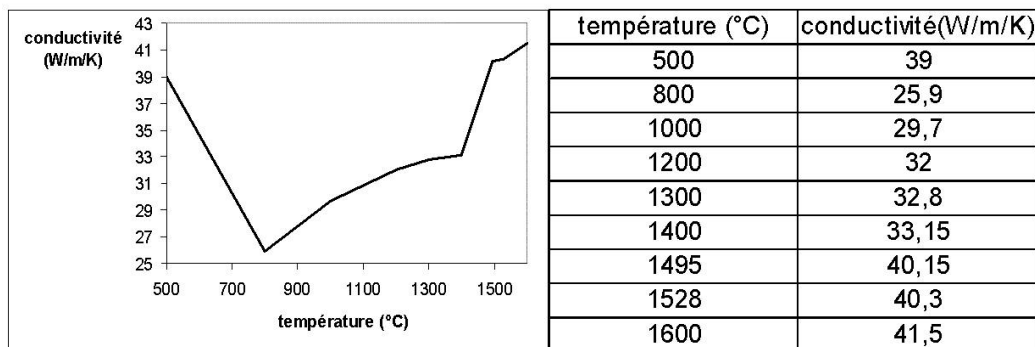


FIG. 6.51: évolution de la conductivité thermique du XC6 en fonction de la température

La figure suivante représente l'évolution de la masse volumique en fonction de la température.

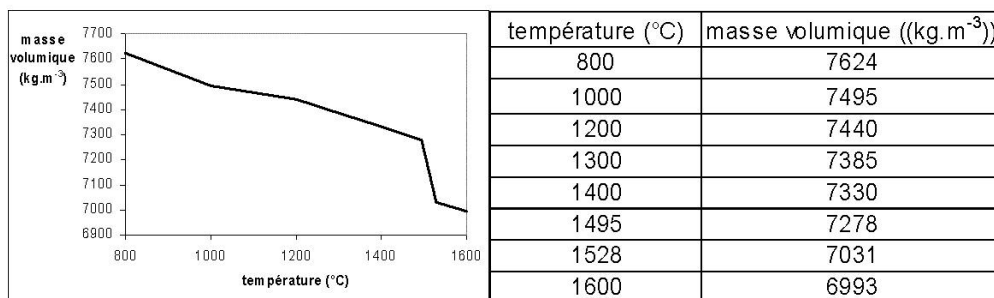


FIG. 6.52: évolution de la masse volumique du XC6 en fonction de la température

La figure suivante représente l'évolution de la capacité calorifique en fonction de la température.

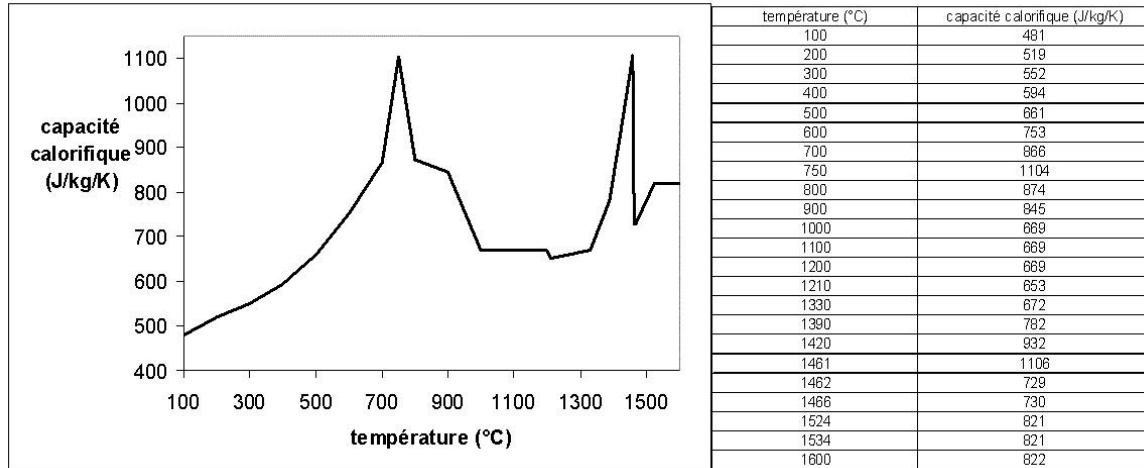


FIG. 6.53: évolution de la capacité calorifique du XC6 en fonction de la température

Il faut noter que le deuxième pic (entre 1300 et 15500 °C) correspond au changement de phase ferrite-austénite.

Evolution de K , m , n en fonction de la température à l'état solide

Nous modélisons l'état solide du XC6 avec une méthode de loi de mélange déduite de [Kim *et al.*, 1996]. Le solide est supposée obéir à un comportement élasto-viscoplastique, de ce fait $\sigma_{\dot{\epsilon}} = K_{evp} \bar{\epsilon}^n \dot{\epsilon}^m$. L'évolution de K_{evp} , m et n est donnée par les figures suivantes. Nous rappelons qu'entre 1439 et 1473 °C coexistent les phases austénite et ferrite. De ce fait, nous utilisons une loi de mélange en fonction de f_{δ} et f_{γ} , dont l'évolution en fonction de la température a été donnée au chapitre 4. Nous présentons uniquement les résultats de ces lois de mélange. On peut se référer au chapitre 4 pour de plus amples détails.

L'évolution de la consistance K_{evp} de la coque solide utilisée lors des calculs de coulée continue est représentée sur la figure suivante.

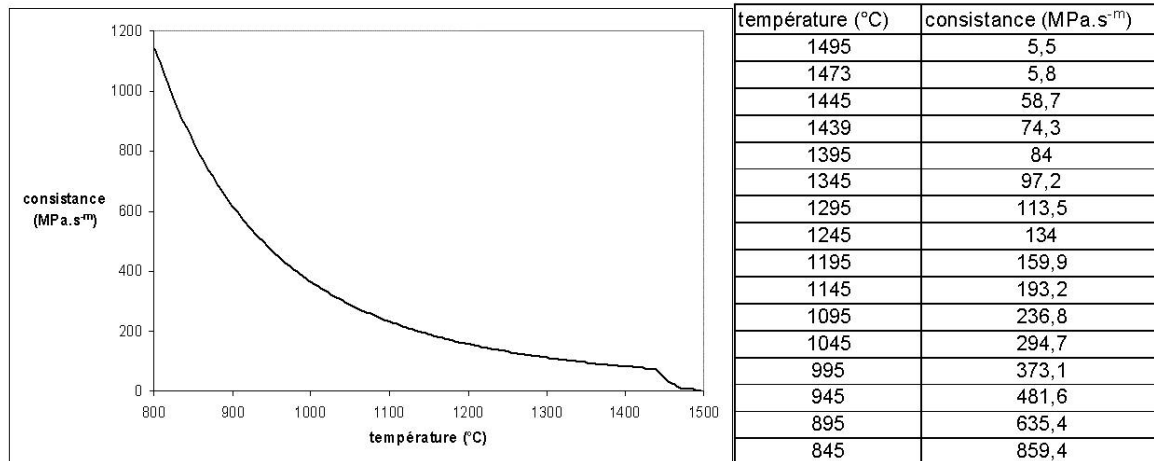


FIG. 6.54: évolution de la consistance K_{evp} à l'état solide pour le XC6 en fonction de la température

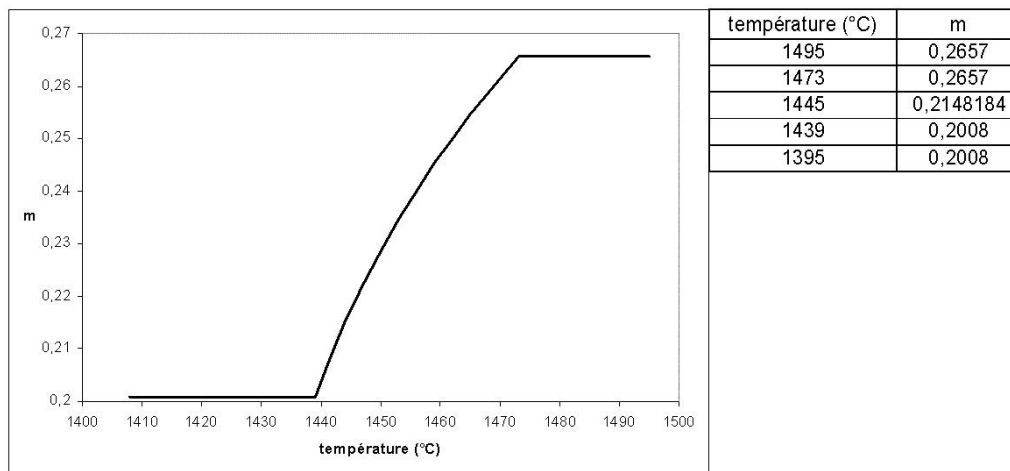


FIG. 6.55: évolution de la sensibilité à la vitesse de déformation de la coque solide en fonction de la température pour le XC6

L'évolution du coefficient d'érouissage n de la coque solide utilisée lors des calculs de coulée continue est représentée sur la figure suivante.

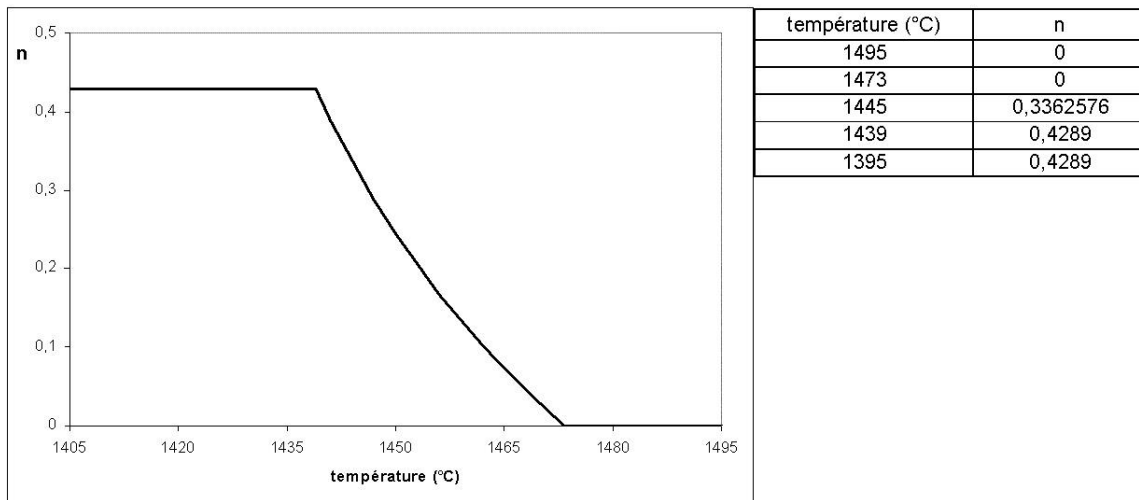


FIG. 6.56: évolution du coefficient d'écroûissage de la coque solide en fonction de la température pour le XC6

Annexe 2 : données thermophysiques et thermomécaniques de l'acier 18M5

Nous rappelons les données thermophysiques et thermomécaniques de l'acier 18M5 utilisées lors de notre étude. On peut se référer au chapitre 4 pour voir comment sont obtenus ces valeurs.

Données thermophysiques

Le tableau suivant récapitule la composition chimique en pourcentage en masse pour l'acier 18M5.

composant	teneur (% massique)
Carbone	0,18
Silicium	0,42
Manganèse	1,37
Aluminium	0,036
Soufre	0,009
Phosphore	0,018
Niobium	0,04

TAB. 6.3: composition chimique de l'acier 18M5

La figure et le tableau suivant représentent l'évolution de la fraction liquide en fonction de la température.

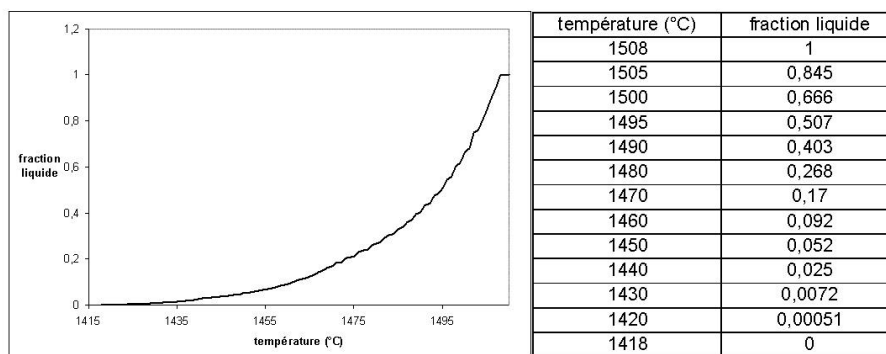


FIG. 6.57: évolution de la fraction liquide du 18M5 en fonction de la température

La chaleur latente a été prise égale à $2,6 \cdot 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$. La figure suivante représente l'évolution de la conductivité.

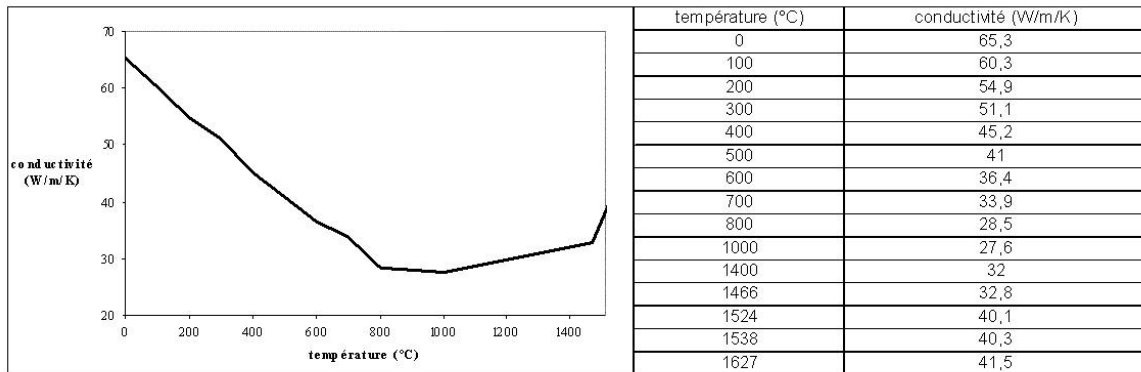


FIG. 6.58: évolution de la conductivité thermique du 18M5 en fonction de la température

La figure suivante représente l'évolution de la masse volumique en fonction de la température.

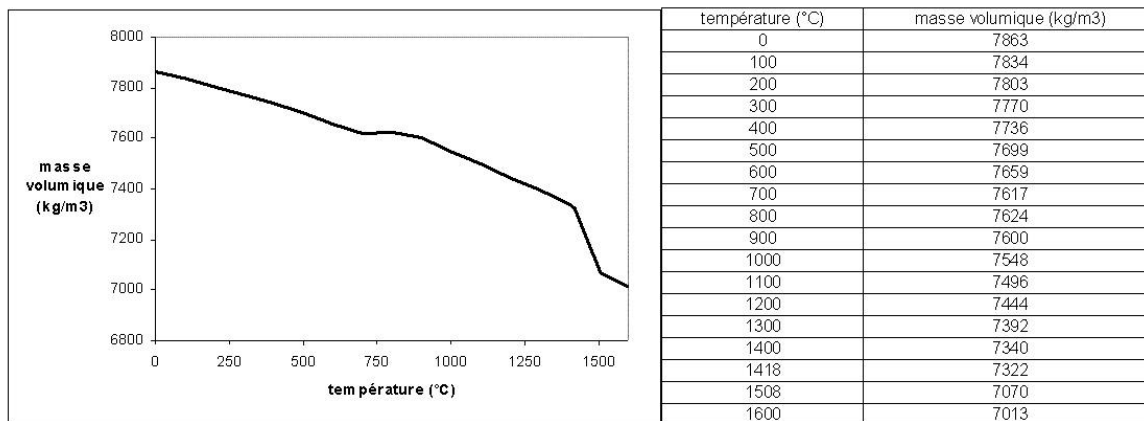


FIG. 6.59: évolution de la masse volumique du 18M5 en fonction de la température

La figure suivante représente l'évolution de la capacité calorifique en fonction de la température.

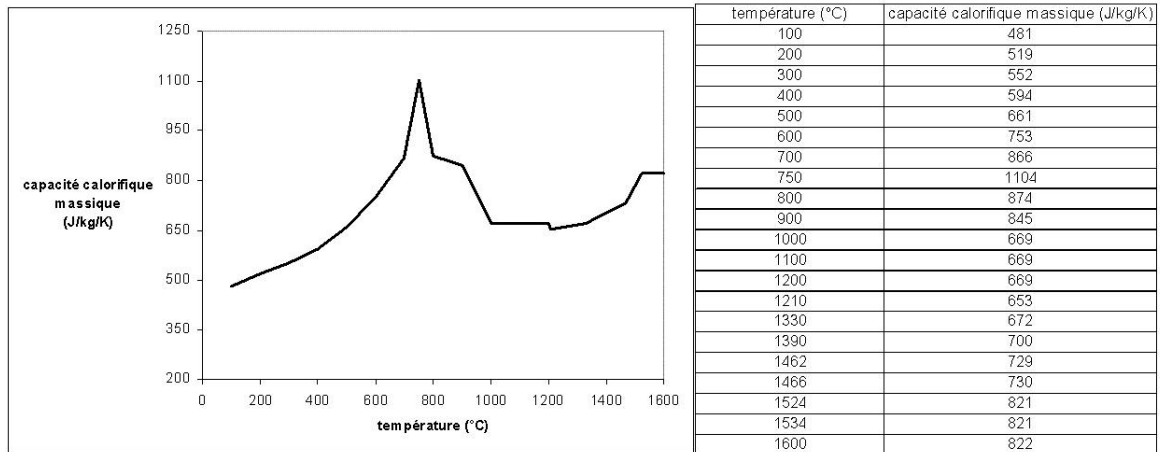


FIG. 6.60: évolution de la capacité calorifique du 18M5 en fonction de la température

Données thermomécaniques pour l'état solide

Le comportement de la coque solide de l'acier 18M5 est supposé obéir à la loi II de [Kozłowski *et al.*, 1992]. Son comportement est du type élasto-viscoplastique sans seuil. Nous prenons pour coefficient de Poisson $\nu = 0,3$.

L'évolution du coefficient d'Young E est représentée sur la figure suivante.

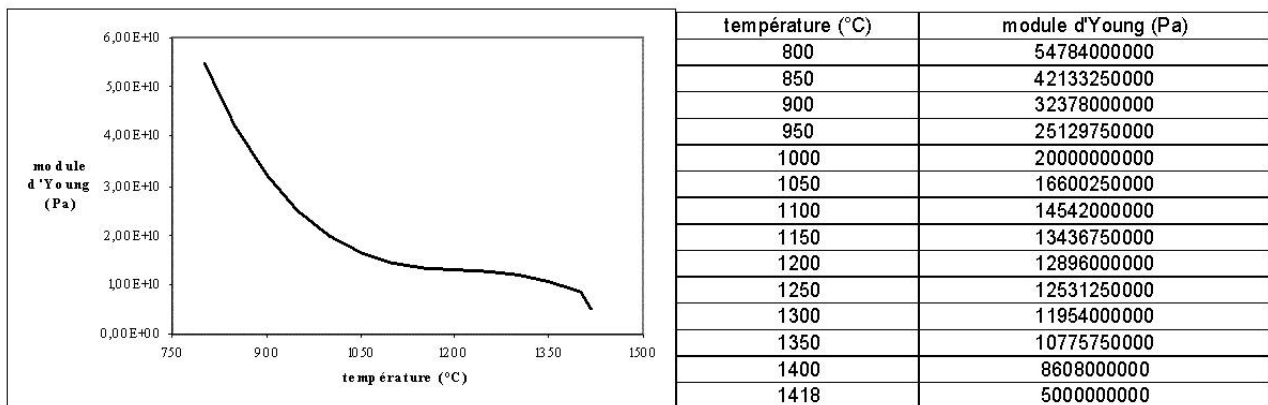


FIG. 6.61: évolution du module d'Young en fonction de la température

L'évolution de la consistance K_{evp} est représentée sur la figure suivante.

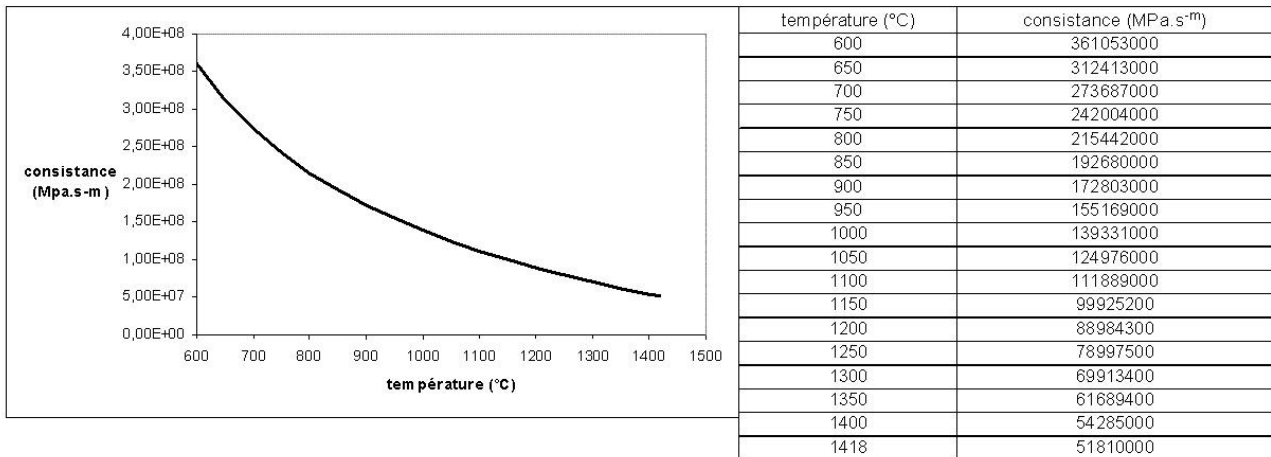


FIG. 6.62: évolution de la consistance K_{evp} en fonction de la température pour l'acier 18M5

L'évolution de la sensibilité à la vitesse de déformation m de la coque solide utilisée lors des calculs de coulée continue est représentée sur la figure suivante.

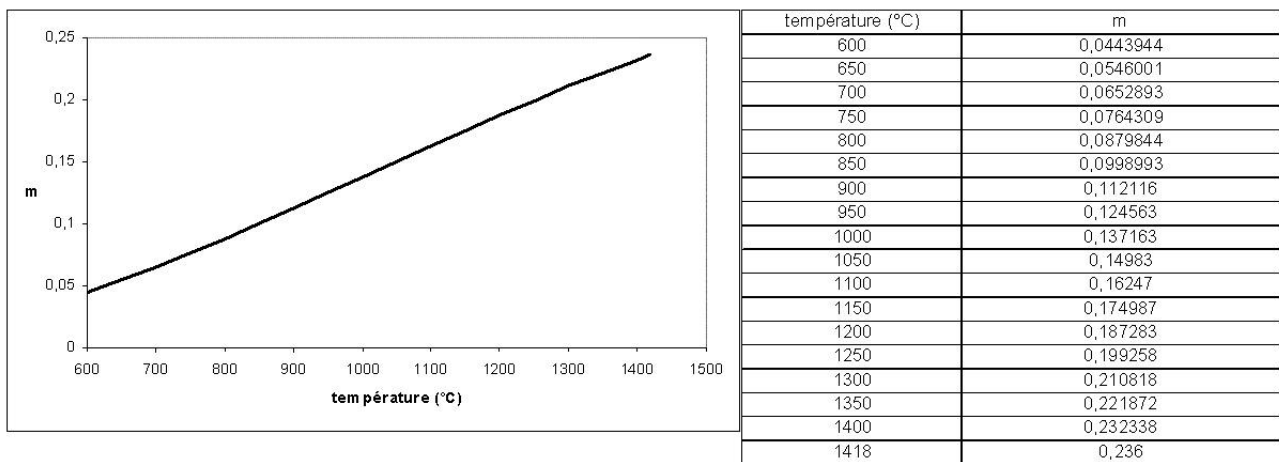


FIG. 6.63: évolution de la sensibilité à la vitesse de déformation de la coque solide en fonction de la température pour le 18M5

L'évolution du coefficient d'érouissage n de la coque solide utilisée lors des calculs de coulée continue est représentée sur la figure suivante.

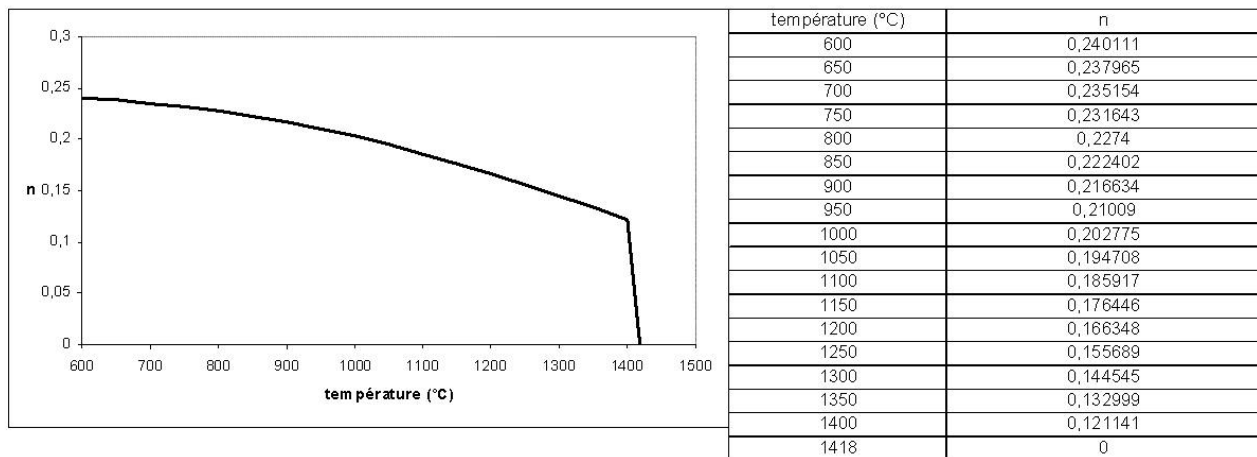


FIG. 6.64: évolution du coefficient d'écroissage de la coque solide en fonction de la température pour le 18M5

Annexe 3 : données concernant la machine de Dunkerque

type de refroidissement	longueur métallurgique (<i>cm</i>)	flux (type=2) $W.cm^{-2}$ ou h (type=1) $W.K^{-1}.cm^{-2}$
2	47.	130.
1	70.	0.05
1	103.5	0.042
1	196.	0.033
1	294.5	0.0283
1	448.5	0.0285
1	622.	0.0232
1	799.5	0.026
1	1200.	0.0222
1	1675.	0.0213
1	3000.	0.02

TAB. 6.4: définition des conditions aux limites pariétales pour la thermique pour la machine de Dunkerque

Bibliographie

[Agassant *et al.*, 1996] J.F. Agassant, P. Avenas, J.P. Sergent, B. Vergnes et M. Vincent. *La mise en forme des matières plastiques*. Lavoisier, TEC & DOC, 1996.

[Aliaga, 2000] C. Aliaga. *Simulation numérique par éléments finis en 3D du comportement thermomécanique au cours du traitement thermique d'aciers : application à la trempe de pièces forgées ou coulées*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 2000.

[Arnold, 1984] D.N. Arnold, F. Brezzi et M. Fortin. A stable finite element for Stokes equation. *Calcolo.*, 21 :337-344, 1984.

[Batkam, 2002] S. Batkam. *Thermique multidomaines en simulation numérique du remplissage 3D*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 2002.

[Bellet *et al.*, 1994] M. Bellet, J.L. Chenot, L. Fourment, E. Massoni et P. Montmitonnet. *Séminaire de plasticité*. CEMEF, Ecole des Mines de Paris, 1994.

[Bellet et Jaouen, 1999] M. Bellet et O. Jaouen. Finite element approach to thermomechanics of solidification processes. *Proc. Int. Conf. On cutting Edge of computer Simulation of Solidification and Casting, Osaka* I. Ohnaka and H. Yasuda (eds.), The Iron and Steel Institute of Japan, 173-190, 1999.

[Bobadilla et Jacquot, 1986] M. Bobadilla et J.L. Jacquot. *Elements de réflexion pour la maîtrise de la ségrégation dans les produits coulés en continu*. Rapport interne, CESSID, 1986.

[Boehmer *et al.*, 1986] J.R. Boehmer, G. Funk, M. Jordan et F.N. Fett. Strategies for couples analysis of thermal strain history during continuous solidification processes. *Advances in Engineering Software*, 24, 1998.

[Celentano, 1998] D. Celentano. Shrinkage prediction in the thermomechanical analysis of castings. *Proc. 8th Int. Conf. On Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, B.G. Thomas and C. Beckermann (eds), 819-826, 1998.

[Cervera *et al.*, 1998] M. Cervera, C. Agelet de Saracibar et M. Chiumenti. Couples thermomechanical simulation of industrial solidification processes. *Proc. 8th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, B.G. Thomas and C. Beckermann (eds), 747-754, 1998.

[Chenot et Bellet, 1986] J.L. Chenot et M. Bellet. The ALE-method for the numerical simulation of

-
- material forming process. *Simulation of Materials Processing, Ithaca, USA Numiform*. S.F. Shen and P. Dawson (eds), 39-44, 1995.
- [Combeau *et al.*, 1996] H. Combeau, J.M. Drezet, A. Mo et M. Rappaz. Modelling of microsegregation in macrosegregation computations. *Metall. Trans. A*, 27A, 1996.
- [Comini et Mazan, 1986] G. Comini et M. Mazan. Stability characteristics of time integration schemes for finite element solution of conduction-type problems. *Int. J. Num. Meth. in Heat and Fluid Flow*, 4 :131-142, 1994.
- [Costes *et al.*, 2003] F. Costes, A. Heinrich et M. Bellet. Three-dimensional thermomechanical simulation of the secondary cooling zone of steel continuous casting. *McWASP Conference*, The Minerals, Metals and Materials Society, Sandestin, Florida, 393-400, 2003.
- [Coupez, 1994] T. Coupez. A mesh Improvement Method for 3D Automatic Remeshing. *Numerical Grid Generation in computation fluid Dynamics and Related Fields*. N.P Weatherill (ed.) (Pineridge Press 1994), 615-626, 1994.
- [Cross et Campbell, 1995] M. Cross and J. Campbell (eds.). *Proc. 7th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, London*. The Minerals Metals and Materials Society, Warrendale, Pennsylvania, 1995.
- [Dalin, 1987] J.B. Dalin. *Modélisation Numérique de la Coulée Continue*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1987.
- [Davis, 1983] G. De Vahl Davis. Natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 3 :249-264, 1983.
- [Decultieux, 1996] F. Decultieux. *Caractérisation du comportement thermomécanique d'alliages de fonderie pendant la solidification : application à la prédiction des défauts de rupture et à la modélisation des transferts de chaleur entre pièces et outils*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1996.
- [Drezet et Rappaz, 1997] J.M. Drezet et M. Rappaz. Modeling of ingot distortions during direct chill casting of aluminium alloys. *Metallurgical and Material Transaction*, 1997.
- [Fachinotti, 2001] V. Fachinotti. *Modelado numérico de fenómenos termomecánicos en la solidificación y enfriamiento de aceros obtenidos por colada continua*. Thèse de Doctorat, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídrica, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentine, 2001.
- [Fahri, 1998] J. Fahri. Coulée continue de l'acier. *Techniques de l'Ingeénieur, Traité de Métallurgie*, M7 :8101-81223, 1998.
- [Fortin et Fortin, 1985] M. Fortin et A. Fortin. Experiments with several elements for viscous incompressible flows. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 5 :911-928, 1985.
- [Gaston, 1997] L. Gaston. *Simulation numérique par éléments finis bidimensionnels du remplissage de moules de fonderie et étude expérimentale sur maquette hydraulique*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1997.
- [Gaston, 1999] L. Gaston. *Résolution numérique par éléments finis d'un modèle de solidification pour alliages métalliques multiconstitués*. Rapport post-doctoral final, GPI fonderie, 1999.
-

- [Gay, 1995] C. Gay. *Contribution à la simulation numérique tridimensionnelle du forgeage à froid*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1995.
- [Griffiths, 1953] E. Griffiths, the British Iron and Steel Research Association. *Physical constants of some commercial steels at elevated temperatures*. Butterworths Scientific Publications, London, 1953.
- [Harste *et al.*, 1992] K. Harste, T. Suzuki et K. Schwerdtfeger. Thermomechanical properties of steel : viscoplasticity of γ iron and γ Fe – C alloys. *Material Science and Technology*, 8 :23-35, 1992.
- [Heinrich *et al.*, 2002] A. Heinrich, M. Bellet et F. Costes. Two dimensional thermomechanical simulation of the secondary cooling zone of steel continuous casting. *ESAFORM conference*, M. Pietrzyk, Z. Mitura, J. Kaczmar (eds.), Cracovie, Pologne, 355-358, 2002.
- [<http://www-unix.mcs.anl.gov/petsc/petsc-2/>, 2003] <http://www-unix.mcs.anl.gov/petsc/petsc-2/>. Portable Extensible Toolkit for Scientific Computation. *PETSC*, 2003.
- [<http://www.ffacier.org/>, 2003] <http://www.ffacier.org/>. Fabrication de l'acier. *Fédération Française de l'Acier*, 2003.
- [Huespe *et al.*, 2000] A.E. Huespe, A. Cardona et V. Fachineotti. Thermomechanical model of a continuous casting precess. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 182 :439-455, 2000.
- [Jaouen, 1998] O. Jaouen. *Modélisation Tridimensionnelle par éléments finis pour l'analyse thermomécanique du refroidissement des pièces coulées*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1998.
- [Jardy et Combeau, 1997] A. Jardy et H. Combeau. Simulation numérique des phénomènes de transport. *Cours de 3ème année*, Ecole des Mines de Nancy, 1997.
- [Kajitani *et al.*, 2001] T. Kajitani, J.M. Drezet et M. Rappaz. Numerical simulation of deformation-induced segregation in continuous casting of steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32A :1479-1491, 2001.
- [Kelly *et al.*, 1988] J.E. Kelly, K.P. Michalek, T.G. O'Connor, B.G. Thomas et J.A. Dantzig. Initial development of thermal and stress fields in continuously cast steel billets. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 19A :2589-2602, 1988.
- [Kim *et al.*, 1996] K.H. Kim, Kyu Hwan Oh et Dong Nyung Lee. Mechanical behavior of carbon steels during continuous casting. *Scripta Materiala*, 2 :301-307, 1996.
- [Kozlowski *et al.*, 1992] Patrick F. Kozlowski, Brian G. Thomas, Jean A. Azzi et Hao Wang. Simple constitutive equations for steel at high temperature. *Metallurgical Transactions A*, 23A :903-918, 1992.
- [Kraemer *et al.*, 1986] R. Kraemer, J.Y. Lamant, M. Larrecq et P. Rabier. Comportement mécanique de la brame dans la zone de refroidissement secondaire d'une marchine de coulée continue d'acier. *Rapport interne*, IRSID, UNIREC, 1986.
- [Lai *et al.*, 1996] W. M. Lai, D. Rubin et Erhard Krempl. *Introduction to Continuum Mechanics* Butterworth Heinemann, 3rd edition, Oxford, 1996.
- [Lalli, 1985] L. Lalli. A model for deformation and segregation of solid-liquid mixtures. *Metallurgical*

Transactions A, 16A :1393-1403, 1985.

[Lamant *et al.*, 1984] J.Y. Lamant, M. Larrecq, J.L. Hengsen, J.P. Birat, Z. Smarzynski, C. Rossard, J.D. Weber et J.C. Dhuyvetter. Etude du gonflement des brames de coulée continue. *Recherche technique acier, convention n° 7210.CA/306, EUR 8363/III FR*, IRSID, 1984.

[Lamant *et al.*, 1985] J.Y. Lamant, M. Larrecq, J.P. Birat, J.L. Hengsen, J.D. Weber et J.C. Dhuyvetter. Study of slabs bulging in a continuous casting. *Conférence de la Metals Society*, Londres, 1985.

[Landau et Lifchitz, 1989] L. Landau et E. Lifchitz. *Mécanique des Fluides*. Physique Théorique, vol. 6, Mir, Moscou, 1989.

[Laxmanan et Flemings, 1980] V. Laxmanan et M. Flemings. Deformation of semi-solid Sn-15 pct Pb alloy. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 11A :1927-1937, 1980.

[Li et Ruan, 1995] B.Q. Li et Y. Ruan. Integrated Finite element model for transient fluid flow and thermal stresses during continuous casting, *Journal of Thermal Stresses*. *Journal of Thermal Stresses*, 1995.

[Liu, 2002] W. Liu. Implementation of axisymmetric formulation and thermo-mechanics in R2SOL. *Rapport d'année probatoire*, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, 2002.

[Lucas, 1972] L.D. Lucas. Densités de métaux à haute température (dans les états liquide et solide). *Mem. Sci. Rev. Mét.*, 6 :379, 1972.

[Martin et Moyce, 1952] J.C. Martin et M.J. Moyce. Some gravity wave problems in the motion of perfect liquids. *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, 244 :231-234, 1952.

[Martin *et al.*, 1997] C. Martin, D. Favier et M. Suéry. Viscoplastic behaviour of porous metallic saturated with liquid. *Int. J. Plasticity*, 13 :215-259, 1997.

[M'Hamdi *et al.*, 1999] M. M'Hamdi, M. Bobadilla et H. Combeau. Analyse de l'influence de la convection thermosolutale et du retrait à la solidification sur les ségrégations en coulée continue. *Rapport Interne*, IRSID, 1999.

[Miyazawa et Schwerdtferger, 1981] K. Miyazawa et K. Schwerdtferger. Macro-segregation in continuously cast steel slabs : preliminary theoretical investigation on the effect of steady state bulging. *Arch. Eisen*, 52 :11, 1981.

[Mo *et al.*, 2003] A. Mo, M. M'Hamdi et G.H. Fjaer. Mushy zone rheology and hot tearing in aluminium DC casting. *McWASP Conference*, The Minerals, Metals and Materials Society, Sandestin, Florida, 199-206, 2003.

[Mortensen, 1999] D. Mortensen. A mathematical model of the heat and fluid flows in direct-chill casting of aluminium sheet ingots and billets. *Metallurgical and Materials Transaction B*, 30, 1999.

[Nguyen *et al.*, 1994] T. Nguyen, D. Favier et M. Suéry. Theoretical and experimental study of isothermal mechanical behavior of alloys in the semi-solid state. *International Journal of Plasticity*, 10(6) :663-693, 1994.

BIBLIOGRAPHIE

- [Ni et Beckermann, 1991] J. Ni et C. Beckermann. A volume-averaged two-phase model for transport phenomena during solidification. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 22 :349-361, 1991.
- [OSC, 2002] OSC. Rapport n° 2. *Optimisation des Systèmes de Coulée*, mars 2002.
- [Paccini, 2002] A. Paccini. Modélisation thermomécanique de la peau solide formée en lingotière de coulée continue. *Rapport de MASTERE*, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, 2002.
- [Pascon *et al.*, 2001] F. Pascon, A.M. Habraken, M. Bourdouxhe et F. Labory. Finite element modeling of thermo-mechanical behavior of a steel strand in continuous casting. *International Journal of Plasticity*, 867-870, 2001.
- [Perchat, 2000] E. Perchat. *MINI-element et factorisations incomplètes pour la parallélisation d'un solveur de Stokes 2D*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 2000.
- [Pichelin, 2000] E. Pichelin. *Calcul par éléments finis du remplissage 3D pour fluides visqueux incompressible. Application à l'injection*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1998.
- [Rappaz *et al.*, 1998] M. Rappaz, M. Deville, M. Bellet. *Modélisation numérique en science et génie des matériaux*. Traité des Matériaux, tome 10, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1998.
- [Seconde, 1984] J. Seconde. *Microstructure et rhéologie des alliages Sn-Pb semi solides*. Thèse de Doctorat, Institut national Polytechnique de Grenoble, 1984.
- [Seconde et Suéry, 1984] J. Seconde et M. Suéry. Effect of strain rate on deformation behavior of semi-solid dendritic alloys. *J. mat. Sci.*, 19 :3995-4002, 1984.
- [Smarzynski et Weber, 1981] Z. Smarzynski et J.D. Weber. Gonflement des brames dans la coulée continue de l'acier. *16ème Colloque du Groupe Français de Rhéologie*, Paris 109-124, 1981.
- [Sundman, 1997] B. Sundman. *User's guide*. Div of computational Thermodynamics, Dept of Materials science and engineering, Royal Institute of Technology, Sweden, 1997.
- [Suéry et Flemings, 1982] M. Suéry et M. Flemings. Effect of strain rate on deformation behavior of semi-solid dendritic alloys. *Metallurgical Transactions A*, 13 :1809-1819, 1982.
- [Suzuki *et al.*, 1988] T. Suzuki, K.H. Tacke et K. Wunnenberg and K. Schwerdtfeger. Creep properties of steel at continuous casting temperatures. *Iron and Steelmaking*, 15 :90-100, 1988.
- [Taylor *et al.*, 1998] G.A. Taylor, C. Bailey et M. Cross. A three dimensionnal finite volume approach to the thermomechanical modelling of the shape casting of metals. *Proc. 8th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes*, San Diego, 1998.
- [Thomas *et al.*, 1992] B.G. Thomas, A. Moitra et W. Storkmar. Thermo-mechanical model of steel shell behavior in the continuous casting mold. *EPD Congress*, 1992.
- [Thomas et Beckermann, 1998] B.G. Thomas and C. Beckermann (eds). *Proc. 8th Int. Conf. On Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, The Minerals Metals and Materials Society, Warrendale, Pennsylvania, 1998.

- [Thomas *et al.*, 1999] B.G. Thomas, H. Bai, S. Sivaramakrishnan et S.P. Vanka. Detailed Simulation of Flow in Continuous Casting using K- ϵ , LES, and PIV. *International Symposium on Cutting Edge of Computer Simulation of Solidification and Processes*, Osaka, Japan, 1999.
- [Toyoshima, 1994] S. Toyoshima. A few simulation of densification in forming processes for semi-solid materials. *Third conference on semi-solid processing of alloys and composites*, 47-62, 1994.
- [Tszeng et Kobayashi, 1989] T.C. Tszeng and S. Kobayashi. Stress analysis in solidification processes : application to continuous casting. *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 29, 1989.
- [Vannier, 1995] I. Vannier. *Modélisation de la solidification des lingots d'acier*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1995.
- [Vicente-Hernandez, 1994] P. Vicente-Hernandez. *Vers une approche thermomécanique du procédé de fonderie : caractérisation rhéologique et microstructurale d'alliages métalliques à l'état semi-solide*. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1994.
- [Wang et Beckermann, 1996] C. Wang et C. Beckermann. Equiaxed dendritic solidification with convection : Part1 multiscale/multiphase modeling. *Metallurgical and Material Transaction B*, 22 :2754-2764, 1996.
- [Wray, 1982] P.J. Wray. Effect of carbon content on the plastic flow of plain carbon steels at elevated temperatures. *Metallurgical Transactions A*, 13A :125-134, 1982.
- [Wunnenberg, 1978] K. Wunnenberg. Strangausbauchung zwischen stützrollen beim stranggiessen von Brammen. *Stahl u. Eisen* 98, 6 :254-259, 1978.

Bibliographie

- [Agassant *et al.*, 1996] J.F. Agassant, P. Avenas, J.P. Sergent, B. Vergnes, and M. Vincent. La mise en forme des matières plastiques. *Lavoisier, TEC & DOC*, 1996.
- [Aliaga, 2000] C. Aliaga. ? ? ? ? ? PhD thesis, ENSMP, 2000.
- [Arnold *et al.*, 1984] D.N. Arnold, F. Brezzi, and M. Fortin. A stable finite element for stokes equation. *Calcolo*, 21, 1984.
- [Batkam, 2002] S. Batkam. ? ? ? ? ? PhD thesis, ENSMP, 2002.
- [Bellet *et al.*, 1994] M. Bellet, J.L. Chenot, L. Fourment, E. Massoni, and P. Montmitonnet. *Séminaire de plasticité*, volume 1. 1994.
- [Boehmer *et al.*, 1998] J.R. Boehmer, G. Funk, M. Jordan, and F.N. Fett. Strategies for couples analysis of thermal strain history during continuous solidification processes. *Advances in Engineering Software*, 24, 1998.
- [Celentano, 1998] D. Celentano. Shrinkage prediction in the thermomechanical analysis of castings. *Proc. 8th Int. Conf. On Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, B.G. THOMAS and C. BECKERMANN (eds) :819–826, 1998.
- [Cervera *et al.*, 1998] M. Cervera, C. Agelet de Saracibar, and M. Chiumenti. Couples thermomechanical simulation of industrial solidification processes. *Proc. 8th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, 1998.
- [Chenot and Bellet, 1995] J.L. Chenot and M. Bellet. The ale-method for the numerical simulation of material forming process. *S.F. Shen and P. Dawson, Simulation of Materials Processing, Ithaca, USA Numiform*, 1995.
- [Combeau *et al.*, 1996] H. Combeau, J.M. Drezet, A. Mo, and M. Rappaz. Modelling of microsegregation in macrosegregation computations. *Metall. Trans. A*, 27A, 1996.
- [Comini and Mazan, 1994] G. Comini and M. Mazan. Stability characteristics of time integration schemes for finite element solution of conduction-type problems. *Int. J. Num. Meth. in Heat and Fluid Flow*, 4 :131–142, 1994.
- [Costes *et al.*, 2003] F. Costes, A. Heinrich, and M. Bellet. Three-dimensional thermomechanical simulation of the secondary cooling zone of steel continuous casting. *McWASP conference*, Sandestin, Florida, 2003.
- [Coupez, 1994] T. Coupez. A mesh improvement method for 3d automatic remeshing. *Numerical Grid Generation in computation fluid Dynamics and Related Fields*, N.P Weatherill ed. (Pineridge Press 1994) :615–626, 1994.
- [Dalin, 1987] J.B. Dalin. *Modélisation Numérique de la Coulée Continue*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1987.

-
- [Davis, 1983] G. De Vahl Davis. Natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 1983.
- [Decultieux, 1996] F. Decultieux. *Caractérisation du comportement thermomécanique d'alliages de fonderie pendant la solidification : application à la prédiction des défauts de rupture et à la modélisation des transferts de chaleur entre pièces et outils*. PhD thesis, ENSMP, 1996.
- [Fachinotti, 2001] V. Fachinotti. Modelado numérico de fenómenos termomecánicos en la solidificación y enfriamiento de aceros obtenidos por colada continua. *Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídrica, Universidad Nacional del Litoral, Argentine*, Thèse de doctorat, 2001.
- [Fahri, 1998] J. Fahri. Coulée continue de l'acier. *Techniques de l'Ingeénieur, Traité de Métallurgie*, M7 :810–1 812–23, 1998.
- [Gaston, 1997] L. Gaston. *Simulation numérique par éléments finis bidimensionnels du remplissage de moules de fonderie et étude expérimentale sur maquette hydraulique*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1997.
- [Gaston, 1999] L. Gaston. Résolution numérique par éléments finis d'un modèle de solidification pour alliages métalliques multiconstitués. Technical report, GPI fonderie, 1999.
- [Gay, 1995] C. Gay. *Contribution à la simulation numérique tridimensionnelle du forgeage à froid*. PhD thesis, ENSMP, 1995.
- [Griffiths *et al.*, 1953] E. Griffiths, the British Iron, and Steel Research Association. *Physical constants of some commercial steels at elevated temperatures*. Butterworths Scientific Publications, London, 1953.
- [Harste *et al.*, 1992] K. Harste, T. Suzuki, and K. Schwerdtfeger. Thermomechanical properties of steel : viscoplasticity of γ iron and γ *fe - c* alloys. *Material Science and Technology*, 8, 1992.
- [Heinrich *et al.*, 2002] A. Heinrich, M. Bellet, and F. Costes. Two dimensional thermomechanical simulation of the secondary cooling zone of steel continuous casting. *ESAFORM conference*, Krakow, Poland, 2002.
- [<http://www-unix.mcs.anl.gov/petsc/petsc2/>, 2003] <http://www-unix.mcs.anl.gov/petsc/petsc2/>. *PETSC*. Portable Extensible Toolkit for Scientific Computation, 2003.
- [Huespe *et al.*, 2000] A.E. Huespe, A. Cardona, and V. Fachinotti. Thermomechanical model of a continuous casting precess. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 182 :439–455, 2000.
- [Jaouen, 1998] O. Jaouen. *Modélisation Tridimensionnelle par éléments finis pour l'analyse thermomécanique du refroidissement des pièces - moules*. PhD thesis, Ecole Nationale supérieure des mines de Paris - CEMEF, 1998.
- [Kajitani *et al.*, 2001] T. Kajitani, J.M. Drezl, and M. Rappaz. Numerical simulation of deformation-induced segregation in continuous casting of steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32A :1479–1491, 2001.
- [Kelly *et al.*, 1988] J.E. Kelly, K.P. Michalek, T.G. O'Connor, B.G. Thomas, and J.A. Dantzig. Initial development of thermal and stress fields in continuously cast steel billets. *Metall. Trans. A*, 19A :2589–2602, 1988.
- [Kim *et al.*, 1996] K.H. Kim, Kyu Hwan Oh, and Dong Nyung Lee. Mechanical behavior of carbon steels during continuous casting. *Scripta Materiala*, 2 :31–307, 1996.
- [Kozlowski *et al.*, 1992] P.F. Kozlowski, Brian G. Thomas, Jean A. Azzi, and Hao Wang. Simple constitutive equations for steel at high temperature. *Metallurgical Transactions A*, 23A :903–918, March 1992.
-

- [Kraemer *et al.*, 1986] R. Kraemer, J.Y. Lamant, M. Larrecq, and P. Rabier. Comportement mécanique de la brame dans la zone de refroidissement secondaire d'une marchine de coulée continue d'acier. Technical report, IRSID, UNIREC, 1986.
- [Lai *et al.*, 1996] W. M. Lai, D. Rubin, and Erhard Krempl. *Continuum Mechanics*. Butterworth Heinemann, 1996.
- [Lalli, 1985] L. Lalli. A model for deformation and segregation of solid-liquid mixtures. *Metallurgical Transactions A*, 16A :1393–1403, 1985.
- [Lamant *et al.*, 1984] J.Y. Lamant, M. Larrecq, J.L. Hengsen, J.P. Birat, Z. Smarzynski, C. Rossard, J.D. Weber, and J.C. Dhuyvetter. Etude du gonflement des brames de coulée continue. *Recherche technique acier, convention n° 7210.CA/306, EUR 8363/III FR*, 1984.
- [Lamant *et al.*, 1985] J.Y. Lamant, M. Larrecq, J.P. Birat, J.L. Hengsen, J.D. Weber, and J.C. Dhuyvetter. Study of slabs bulging in a continuous casting. *Conférence de la Metals Society, Londres*, 1985.
- [Liu, 2002] W. Liu. Implementation of axisymmetric formulation and thermo-mechanics in r2sol. *Rapport de fin d'année*, Ecole des Mines de Paris(CEMEF), 2002.
- [Lucas, 1972] L.D. Lucas. Densités de métaux à haute température (dans les états liquide et solide). *Mem. Sci. Rev. Mét.*, 6 :379, 1972.
- [M'Hamdi *et al.*, 1999] M. M'Hamdi, M. Bobadilla, and H. Combeau. Analyse de l'influence de la convection thermosolutale et du retrait à la solidification sur les ségrégations en coulée continue. *Rapport Interne, IRSID*, 1999.
- [Mo *et al.*, 2003] A. Mo, M. M'Hamdi, and G.H. Fjaer. Mushy zone rheology and hot tearing in aluminium dc casting. *The Minerals, Metals and Materials Society*, pages 199–206, 2003.
- [Mortensen, 1999] D. Mortensen. A mathematical model of the heat and fluid flows in direct-chill casting of aluminium sheet ingots and billets. *Metallurgical and Materials Transaction B*, 30 B, 1999.
- [Nguyen *et al.*, 1994] T. Nguyen, D. Favier, and M. Suéry. Theoretical and experimental study of isothermal mechanical behavior of alloys in the semi-solid state. *International Journal of Plasticity*, 10(6) :663–693, 1994.
- [OSC, 2002] OSC. Optimisation des systèmes de coulés, rapport n° 2. Rhéologie d'alliage semi-solide, 2002.
- [Paccini, 2002] A. Paccini. Modélisation thermomécanique de la peau solide formée en lingotière de coulée continue. *rapport de MASTERE*, Ecole des Mines de Paris, 2002.
- [Pascon *et al.*, 2001] F. Pascon, A.M. Habraken, M. Bourdouxhe, and F. Labory. Finite element modeling of thermo-mechanical behavior of a steel strand in continuous casting. *The fourth international ESAFORM Conference on Material Forming*, pages 867–870, 2001.
- [Perchat, 2000] E. Perchat. *MINI-element et factorisations incomplètes pour la parallélisation d'un solveur de Stokes 2d*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia-Antipolis, 2000.
- [Pichelin, 1998] E. Pichelin. ? ? ? ? ? PhD thesis, ENSMP, 1998.
- [Rappaz *et al.*, 1998] M. Rappaz, M. Deville, and M. Bellet. *Modélisation numérique en science et génie des matériaux*, volume *Traité des Matériaux*, tome 10. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1998.

- [Seconde, 1984] J. Seconde. Microstructure et rhéologie des alliages sn-pb semi solides. *Thèse de Doctorat*, Institut national Polytechnique de Grenoble, 1984.
- [Sundman, 1997] B. Sundman. *User's guide*. Royal Institute of Technology, Sweden, div of computational thermodynamics, dept of materials science and engineering edition, 1997.
- [Suzuki *et al.*, 1988] T. Suzuki, K.H. Tacke, K. Wunnenberg, and K. Schwerdtfeger. Creep properties of steel at continuous casting temperatures. *Iron and Steelmaking*, 15 :90–100, 1988.
- [Taylor *et al.*, 1998] G.A. Taylor, C. Bailey, and M. Cross. A three dimensionnal finite volume approach to the thermomechanical modelling of the shape casting of metals. *Proc. 8th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, San Diego*, 1998.
- [Thomas *et al.*, 1992] B.G. Thomas, A. Moitra, and W. Storkmar. Thermo-mechanical model of steel shell behavior in the continuous casting mold. *EPD Congress*, 1992.
- [Thomas *et al.*, 1999] B.G. Thomas, H. Bai, S. Sivaramakrishnan, and S.P. Vanka. Detailed simulation of flow in continuous casting using k- ϵ , les, and piv. *International Symposium on Cutting Edge of Computer Simulation of Solidification and Processes*, Osaka-Japan, 1999.
- [Toyoshima, 1994] S. Toyoshima. A few simulation of densification in forming processes for semi-solid materials. *Third conference on semi-solid processing of alloys and composites*, pages 47–62, 1994.
- [Tszeng and Kobayashi, 1989] T.C. Tszeng and S. Kobayashi. Stress analysis in solidification processes : application to continuous casting. *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 29, 1989.
- [Vannier, 1995] I. Vannier. *Modélisation de la solidification des lingots d'acier*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1995.
- [Vicente-Hernandez, 1994] P. Vicente-Hernandez. *Vers une approche thermomécanique du procédé de fonderie : caractérisation rhéologique et microstructurale d'alliages métalliques à l'état semi-solide*. PhD thesis, ENSMP, 1994.
- [Wray, 1982] P.J. Wray. Effect of carbon content on the plastic flow of plain carbon steels at elevated temperatures. *Metallurgical Transactions A*, 13A :125–134, 1982.
- [Wunnenberg, 1978] K. Wunnenberg. Strangausbauchung zwischen stützrollen beim stranggiessen von brammen. *Stahl u. Eisen* 98, 6 :254–259, 1978.