



**HAL**  
open science

# Shape control of a Fibre reinforced Polymer Bridge

Amelia Saskia Jülich Saavedra

► **To cite this version:**

Amelia Saskia Jülich Saavedra. Shape control of a Fibre reinforced Polymer Bridge. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2006. English. NNT: . pastel-00002573

**HAL Id: pastel-00002573**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00002573>**

Submitted on 25 Jun 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **THESE**

présentée pour l'obtention du diplôme de  
**Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées**

Spécialité : Structures et Matériaux

par

**Amelia Saskia JÜLICH SAAVEDRA**

Sujet de la thèse :

**CONTRÔLE DE FORME DE PASSERELLE COMPOSITE**

Soutenue le 21, décembre, 2006 à l'E.N.P.C

devant le jury composé de :

<i>Président :</i>	<b>A. VAUTRIN</b>
<i>Rapporteurs :</i>	<b>R. LAGABRIELLE</b> <b>M. BROCATO</b>
<i>Examineurs :</i>	<b>B. MAURIN</b> <b>O. BAVEREL</b>
<i>Directeur de Thèse :</i>	<b>J-F. CARON</b>



*Quand nous avons soif, il nous semble que nous pourrions boire tout un océan : c'est la foi. Et  
quand nous nous mettons à boire, nous buvons un verre ou deux : c'est la science.*

*[Anton Tchekhov]*

*Calepin*

*Les hommes construisent trop de murs et pas assez de ponts.*

*[Isaac Newton]*



# Remerciements

Je remercie Jean-François CARON qui m'a dirigé tout au long de cette thèse. Sans lui, la rédaction de ce mémoire n'aurait pas été réalisée.

Je remercie également Olivier Baverel pour les bons conseils et idées.

Je tiens particulièrement à remercier Alain EHRLACHER pour ses précieux conseils, la richesse de ses idées et le temps qu'il m'a consacré. Ses remarques intéressantes m'ont permis d'améliorer considérablement ce mémoire.

Mes plus vif remerciements vont également à mes deux rapporteurs, Messieurs Richard LAGABRIELLE et Maurizio BROCATO, qui ont pris le temps d'examiner avec une attention bienveillante mon travail et d'apporter quelques critiques constructives. J'exprime également ma gratitude à Monsieur Alain VAUTRIN qui a accepté de présider mon jury de thèse. Je voudrais également adresser mes chaleureux remerciements à mon examinateur Monsieur Bernard MAURIN pour ses conseils et encouragements et l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Un grand merci à toute l'équipe du LAMI, techniciens, permanents et doctorants. Je remercie pour leur patience Ali et Tung, chez qui j'ai eu la chance de *débarquer* ! Je remercie Céline, Aziz, Daniela, Minhou, Lucia, Malika, Julien et les biensûr aussi tous les autres doctorants pour les pauses, les restos, l'ambiance, le soutien. . . Enfin, toutes les choses, qui font de la thèse une étape inoubliable. Merci aussi à Truc pour l'aide informatique ! Sans oublier Marie qui, avec sa grande âme, m'a toujours aidée où elle pouvait.

Vielen Dank auch an meine Freunde in Deutschland, und vor allem an Frauke, die am Anfang bei der Bewerbung (Australien, Peru, Bolivien) und am Ende bei der Verteidigung dabei war.

Ich möchte mich auch von ganzem Herzen bei Herrn Dr.-Ing Roderich Hettmann und Herrn Prof. Dr.- Ing. Helmut Saal bedanken. Sie haben mir die Begeisterung für die Forschungsarbeit vermittelt.

A mis padres y mis hermanas, Valeria Franka y Ema Nevenka, por todo y mucho más ! Quiero agradecerle también mi Tita, mi Abueli y mi Abuelito porque aún estando lejos, siempre estuvieron cerca.

Ci njeexital li, sama jëkkër, sama buur kër. . . dama la nob. Maa ngi lay gërëm bu baax, ci sa muñ, ci sa cëslaay, ci sa mbëggeel. . .



# Résumé

## Contrôle de forme de passerelle composite

Ce travail de thèse propose un système de contrôle pour sécuriser et rigidifier une passerelle en composite de verre et de carbone. La passerelle se compose d'un double arc porteur, flambé élastiquement à partir de tubes rectilignes (verre) et stabilisé par deux câbles (carbone) et des haubans croisés (carbone). Un tablier est posé sur des barres reliées aux nœuds câbles/haubans. L'autocontrainte de la structure dépend du choix des tubes. Une étude Elements Finis identifie les points faibles de la passerelle. On propose alors une stratégie de contrôle basée sur une recherche de formes d'équilibre. Elle répond à (a) la fragilité des composites en uniformisant les forces dans les éléments de tension et à (b) la souplesse en minimisant le déplacement vertical du tablier. Différentes géométries dites *d'isoforce*, uniformisant les forces dans les câbles et haubans, peuvent être déterminées avec la Méthode de la Densité de Force. Parmi les géométries d'isoforce, la géométrie cible d'un chargement donné est celle pour laquelle les déplacements du tablier sont minimisés. On obtient une structure intelligente en adaptant interactivement la force des haubans. Une dernière étude du domaine de solution répond aux questions comme (a) pour quel niveau d'autocontrainte la structure est-elle contrôlable?, (b) comment évolue la solution avec une charge en déplacement.

## Mots clés

Structures composites - Géométries d'équilibre - Géométries d'isoforce - Contrôle de force -  
Contrôle de rigidité - Structures intelligentes





# Abstract

## Shape control of a Fibre Reinforced Polymer Bridge

This work introduces a control strategy to increase the security factors and rigidity of a Fibre Reinforced Polymer (FRP) Bridge. The double-bow of the bowstring bridge is obtained by an elastic buckling of straight pipes (glass fibre). The bows are stabilized with cables and zigzag stays (carbon fibre). Crossbars at the intersection nodes of cables and stays support the bridgedeck. The selfstress held in the structure depends on the choice of the pipes. A Finite Element Study highlights the weak points of the structure. The control strategy aims to (a) interactively redistribute the forces within the bridge's tension elements, and (b) to minimise the deck displacement which could be uncomfortable for pedestrians and is based on the finding of equilibrium shapes. Different stress-equalizing geometries can be determined with the Force Density Method. The target shape for a given external load is the stress-equalizing geometry with the minimum deck displacement. A control device adapting the stays force, the bridge becomes a smart structure. Finally, the study of the solutions area determines the minimum selfstress level needed for an efficient control and the changes of the solutions for an external load in motion.

## Keywords

Fibre Reinforced Polymer Structures - Equilibrium shapes - Stress-equalizing geometry - Force control - Displacement control - Smart Structures



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Ponts et Composites</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	6
1.2 Les matériaux composites dans la construction de ponts . . . . .	6
1.2.1 Les techniques <i>sur mesure</i> pour les matériaux composites . . . . .	7
1.2.2 Les principales applications . . . . .	8
1.3 Haubanage et câbles . . . . .	10
1.4 Poutres de franchissements . . . . .	11
1.5 Tablier . . . . .	13
1.6 Armatures pour bétons . . . . .	13
1.7 Exemples de réalisations . . . . .	14
1.8 Conclusion . . . . .	18
<b>2 La passerelle bowstring tout-composite du LAMI</b>	<b>21</b>
2.1 Présentation de la passerelle . . . . .	22
2.2 Construction de la passerelle . . . . .	24
2.3 Conclusion . . . . .	27
<b>3 Comportement mécanique spécifique de la passerelle, réflexions et études préliminaires pour le contrôle de forme</b>	<b>29</b>
3.1 Le modèle EF de la passerelle . . . . .	30
3.1.1 Le modèle de l'arc flambé . . . . .	30
3.1.2 La passerelle 3D . . . . .	31
3.1.3 Le chargement extérieur . . . . .	32

3.2	Étude du fonctionnement mécanique . . . . .	33
3.2.1	Comparaison entre le comportement mécanique d'un arc flambé en composite et celui d'un arc rigide . . . . .	34
3.2.1.1	Comparaison de l'état de contrainte initial pour les arches élastique et rigide . . . . .	35
3.2.1.2	Comparaison de l'état de contrainte avec chargement extérieur pour les arches élastique et rigide . . . . .	36
3.2.2	Dimensionnement des éléments de la passerelle . . . . .	38
3.2.3	Étude de flambement . . . . .	39
3.2.4	Flèches du tablier de la passerelle et rôle du tablier pour la rigidité de la structure . . . . .	41
3.2.5	Étude dynamique de la passerelle . . . . .	42
3.2.5.1	Analyse des modes propres . . . . .	43
3.2.5.2	Analyse de la réponse harmonique . . . . .	50
3.3	Étude de la répartition des forces et introduction au concept du contrôle . . . . .	53
3.4	Conclusion . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Recherche de géométries d'isoforce</b> . . . . .	<b>59</b>
4.1	La Méthode de la Densité de Force . . . . .	61
4.1.1	La structure simplifiée et son chargement . . . . .	62
4.1.2	Équilibre du système par la Méthode de la Densité de Force . . . . .	63
4.2	Géométries d'isoforce déterminées avec l'algorithme MDF . . . . .	70
4.2.1	L'algorithme de recherche de formes d'isoforce . . . . .	70
4.2.2	Géométries avec précontrainte et sans chargement extérieur . . . . .	71
4.2.3	Géométries avec précontrainte et chargement extérieur . . . . .	73
4.2.4	Validation expérimentale de la recherche de forme sur la structure simplifiée . . . . .	73
4.2.4.1	Conception d'un patron de géométrie d'isoforce . . . . .	74
4.2.4.2	Géométries d'isoforce à forces $f^h$ et $f^c$ imposées . . . . .	76
4.2.5	La recherche de forme de l'arche de la passerelle . . . . .	79
4.2.5.1	La géométrie initiale d'isoforce de l'arche rigide . . . . .	79
4.2.5.2	Influence de la souplesse de l'arc sur l'isodistribution initiale des forces . . . . .	80

4.2.5.3	Influence du chargement extérieur sur l'isodistribution initiale des forces dans l'arche . . . . .	81
4.3	Conclusion . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Contrôle de la géométrie d'isoforce</b>	<b>85</b>
5.1	Smart structures . . . . .	86
5.2	Principes du contrôle de forme de la passerelle . . . . .	90
5.2.1	La géométrie cible . . . . .	91
5.2.2	Le nombre d'actionneurs . . . . .	92
5.3	L'algorithme de contrôle . . . . .	94
5.4	La stratégie du contrôle . . . . .	97
5.5	Analyse du domaine des géométries solution . . . . .	99
5.5.1	Représentation graphique du domaine des géométries d'isoforce et du domaines des géométries solution . . . . .	99
5.5.2	Analyse de l'erreur dans l'espace 3D lorsque la charge se déplace . . . . .	105
5.6	Conclusion . . . . .	106
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>109</b>
	<b>Annexes</b>	<b>113</b>
<b>A</b>	<b>Codes ANSYS</b>	<b>115</b>
A.1	Notations . . . . .	115
A.2	Codes . . . . .	117
A.2.1	Premier pas : flexion initiale . . . . .	117
A.2.2	Deuxième pas : mise en forme de l'arc par flambement . . . . .	119
A.2.3	Troisième pas : analyse statique avec tablier . . . . .	122
A.2.4	Quatrième pas : analyse dynamique avec tablier . . . . .	181
A.3	Résultats des calculs . . . . .	218
A.3.1	Coordonnées des nœuds d'ancrage de l'arc 2D . . . . .	218
A.3.2	Coordonnées des arcs 3D . . . . .	218

---

<b>B Codes SCILAB avec la méthode de la densité de force</b>	<b>221</b>
B.1 Notations . . . . .	221
B.2 Fonctions . . . . .	223
B.2.1 Fonction longueur2D . . . . .	223
B.2.2 Fonction densfor . . . . .	224
B.3 Structure simplifiée . . . . .	227
B.3.1 DF8N7E.sci . . . . .	227
B.3.1.1 Modification 1 du code DF8N7E.sci . . . . .	233
B.3.1.2 Modification 2 du code DF8N7E.sci . . . . .	234
B.3.2 CtrFh-yNoeudLibre.sci . . . . .	235
B.3.2.1 CtrFc-yNoeudLibre.sci . . . . .	242
B.3.2.2 CtrFc-moyenne.sci . . . . .	243
B.3.3 Résultats des calculs . . . . .	243
B.4 Arche de la passerelle en 2D . . . . .	243
B.4.1 DF18N22E.sci . . . . .	243
B.4.2 Résultats des calculs . . . . .	253
<b>Bibliographie</b>	<b>255</b>

# Liste des tableaux

1.1	Données techniques - Passerelle d'Aberfeldy . . . . .	15
1.2	Données techniques - Pont de Bonds Mill . . . . .	16
1.3	Données techniques - Pont du No-Name Creek . . . . .	16
1.4	Données techniques - Pont de Pontresina . . . . .	17
1.5	Données techniques - Passerelle de Laroin . . . . .	17
1.6	Données techniques - Pont de Vegarrozada . . . . .	18
2.1	Dimensions des éléments constructifs de la passerelle . . . . .	24
2.2	Matériaux : valeurs caractéristiques, contraintes limite, masse volumique . . . . .	24
3.1	Charge critique de flambement $p_s^{flb}$ pour différents cas de charge . . . . .	41
3.2	Modes et fréquences propres sans masse des piétons . . . . .	46
3.3	Modes et fréquences avec masse d'un groupe de piétons appliquée à différents endroits	48
3.4	Modes et fréquences - CdC 1 . . . . .	48
3.5	Modes et fréquences - CdC 2 . . . . .	49
3.6	Modes et fréquences - CdC 3 . . . . .	49
3.7	Modes et fréquences - CdC 4 . . . . .	50
3.8	$k^v(f^v)$ pour les différentes fréquences $f^v$ [Hz] . . . . .	51
3.9	accélérations maximales $a_{max}^v$ et de confort $a_{conf}^v$ . . . . .	52
3.10	Analyse dynamique de la passerelle de Solférino . . . . .	53
4.1	Évaluations statistiques des deux séries de géométries d'équilibre . . . . .	78





# Table des figures

1.1	L'emploi des composites depuis 1978 dans des éléments de ponts . . . . .	9
1.2	Le haubanage en composite par continents . . . . .	11
1.3	Poutres en treillis E.T.Techtonics . . . . .	11
1.4	Poutres pultrudées Strongwell . . . . .	11
1.5	Les ponts-poutres en composite par continents . . . . .	12
1.6	Tablier en composite KSCI . . . . .	13
1.7	Tabliers en composite Martin Marietta . . . . .	13
1.8	Les tabliers en composite par continents . . . . .	14
1.9	La passerelle d'Aberfeldy . . . . .	15
1.10	Le pont basculant de Bonds Mill . . . . .	16
1.11	Le pont du No-Name Creek . . . . .	16
1.12	Le pont de Pontresina . . . . .	17
1.13	La passerelle de Laroin . . . . .	17
1.14	Le pont de Vegarrozada . . . . .	18
1.15	Le gridshell développé au LAMI . . . . .	20
2.1	Passerelle en 3D avec description de la géométrie . . . . .	23
2.2	Maquette 1/10 de la passerelle bowstring développée au LAMI . . . . .	24
2.3	Construction de la passerelle bowstring en matériau composite . . . . .	26
3.1	Passerelle en 3D avec axes et origine . . . . .	30
3.2	Cas de charge - Vue sur le tablier . . . . .	33
3.3	Contraintes initiales - éléments de tension selon le patron 1 . . . . .	36
3.4	Comportement des arches élastique et rigide sous contrainte initiale . . . . .	36

3.5	Contraintes initiales - éléments de tension selon le patron 2 . . . . .	37
3.6	Forces moyennes dans les éléments de tension lors du chargement de l'arche . . . . .	38
3.7	Comportement de l'arche rigide lors du chargement . . . . .	38
3.8	Comparaison $\sigma/f$ à ELS et à ELU pour les éléments de la passerelle . . . . .	40
3.9	Flambement de l'arche 3D pour les différents cas de charge . . . . .	41
3.10	Flèches maximales $v_{max}$ pour les différents CdC étudiés . . . . .	42
3.11	Modes propres avec balancement vertical du tablier . . . . .	46
3.12	Sites d'application de la masse statique d'un groupe de piétons . . . . .	47
3.13	Rapport entre force minimale et force maximale $\frac{f_{min}}{f_{max}}$ pour les haubans et les câbles . . . . .	54
3.14	Distribution des forces dans les éléments de tension, forces dimensionantes et charge maximale . . . . .	55
4.1	Toit du stade olympique de Munich . . . . .	62
4.2	Structure simplifiée avec notations . . . . .	63
4.3	Algorithme de détermination de géométries d'isoforce . . . . .	72
4.4	Géométrie d'équilibre $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$ . . . . .	72
4.5	Géométrie d'équilibre $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$ . . . . .	72
4.6	Trajectoire des nœuds libres bornée par les géométries limites . . . . .	73
4.7	$f^c=25 f^h=10 f^{*1}=10$ . . . . .	74
4.8	$f^c=20 f^h=5 f^{*2}=10$ . . . . .	74
4.9	$f^c=100 f^h=25 f^{*2}=10$ . . . . .	74
4.10	Comportement sous chargement des élastiques . . . . .	75
4.11	Dispositif expérimental avec patron a . . . . .	75
4.12	Poulie double pour les nœuds libres . . . . .	76
4.13	Dispositif expérimental avec poulies . . . . .	76
4.14	Résultats expérimentaux de la maquette 2 pour $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$ . . . . .	77
4.15	Résultats expérimentaux de la maquette 2 pour $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$ . . . . .	77
4.16	Arche rigide optimisée avec la MDF . . . . .	79
4.17	$\frac{f_{min}}{f_{max}}$ pour les arches empirique et optimisée avec arc rigide . . . . .	80
4.18	$f_{max}^c$ et $f_{max}^h$ pour les arches empirique et optimisée avec arc rigide . . . . .	80
4.19	$\frac{f_{min}}{f_{max}}$ pour les arches empirique et optimisée avec arc élastique . . . . .	81

TABLE DES FIGURES

---

4.20	$f_{max}^c$ et $f_{max}^h$ pour les arches empirique et optimisée avec arc élastique . . . . .	81
4.21	Forces moyennes dans les câbles et haubans de l'arche rigide en fonction du niveau de charge . . . . .	82
4.22	Forces moyennes dans les câbles et haubans de l'arche élastique en fonction du niveau de charge . . . . .	82
5.1	Gateshead Milenium Bridge (1998) . . . . .	87
5.2	Rolling Bridge (2005) . . . . .	87
5.3	Katzbuckelbrücke (1999) . . . . .	88
5.4	Structure membranaire déployable à squelette type ciseaux et tendue par des muscles pneumatiques artificiels . . . . .	89
5.5	Algorithme de contrôle . . . . .	96
5.6	Mécanisme déclenchant le contrôle de forme . . . . .	98
5.7	Structure simplifiée avec géométrie cible . . . . .	100
5.8	Projection de l'erreur $err = f(f^c, f^h)$ . . . . .	102
5.9	Géométries limites à hauteur de nœud libre choisie . . . . .	103
5.10	Géométries du bord du domaine étudié . . . . .	104
5.11	Domaines d'erreur acceptable pour différents chargements extérieurs $f_{n1,y}$ et $f_{n2,y}$ . . . . .	107
A.1	Numérotation des nœuds et des éléments dans le modèle . . . . .	115
A.2	Notation des longueurs des éléments de la passerelle . . . . .	116



# Notations

## A

$a$	section	3.2.1 ; p. 35
$a_{haub}$	section des haubans	2.1 ; p. 24
$a_{max}$	accélération maximale du tablier	3.2.5.2 ; p. 51
$a_{max}^h$	accélération horizontale maximale du tablier	3.2.5.2 ; p. 52
$a_{max}^v$	accélération verticale maximale du tablier	3.2.5.2 ; p. 52
$a_{conf}^h$	accélération horizontale limite de confort du tablier	3.2.5.2 ; p. 52
$a_{conf}^v$	accélération verticale limite de confort du tablier	3.2.5.2 ; p. 51

## C

CdC	cas de charge	3.1.3, 3.2.4, 3.2.5.1 ; p. 32, 42, 48
CdC 1	chargement complet de la passerelle	3.1.3, 3.2.3, 3.2.4 ; p. 32, 41, 42
CdC 2	chargement de la moitié de la passerelle	3.1.3, 3.2.2, 3.2.3 ; p. 32, 39, 40
CdC 3	chargement asymétrique de la passerelle	3.1.3, 3.2.2, 3.2.3 ; p. 32, 39, 40
CdC 4	chargement d'un seul côté de la passerelle	3.1.3, 3.2.3, 3.2.4 ; p. 33, 40, 42
$\mathbb{C}_g$	matrice de connectivité générale	4.1.2 ; p. 66
$\mathbb{C}$	matrice de connectivité décrivant la position des nœuds libres	4.1.2 ; p. 66
$\mathbb{C}_f$	matrice de connectivité décrivant la position des nœuds fixes	4.1.2 ; p. 66

## D

$d_{bar}$	diamètre extérieur des barres transversales	2.1 ; p. 24
$d_{cabl}$	diamètre du câble	2.1 ; p. 24
$d_{tube}$	diamètre extérieur du tube de l'arc	2.1 ; p. 24
$d^{flb}$	déplacement maximal de la structure flambée	3.2.3 ; p. 40
$\mathbb{D}_g$	matrice générale des densités de force	4.1.2 ; p. 67
$\mathbb{D}$	matrice réduite de densités de forces des nœuds libres	4.1.2 ; p. 68
$\mathbb{D}_f$	matrice réduite de densités de forces des nœuds fixes	4.1.2 ; p. 69
$\Delta n_f$	différences entre les positions des nœuds fixes avant et après le réglage de la force $f^h$	5.3 ; p. 97
$\Delta n_{f,max}$	différence maximale entre les positions des nœuds fixes avant et après le réglage de la force $f^h$	5.3 ; p. 97
$\delta f_{ini,elas}^c$	force supplémentaire dans le câble de l'arche élastique lors de la mise sous précontrainte	3.2.1.1 ; p. 35

$\delta l_{ini}$	déplacement supplémentaire des extrémités de l'arche élastique lors de la mise sous précontrainte	3.2.1.1 ; p. 35
$\delta l$	déplacement supplémentaire des extrémités de l'arche élastique lors du chargement	3.2.1.2 ; p. 37
$\delta l^{it,i}$	différence entre la longueur d'un élément de tension pour le pas d'itération actuel $i$ et sa longueur pour le pas d'itérations précédent $i - 1$	4.2.1 ; p. 71
$\delta l_{max}^{it,i}$	différence maximale parmi les différences $\delta l^{it,i}$ du pas d'itération	4.2.1 ; p. 71

**E***modules d'Young*

$E$	module d'Young	3.1.1, 3.2.1 ; p. 31, 35
$E_L$	module d'Young longitudinal	2.1 ; p. 23
$E_L^{bs}$	module d'Young longitudinal du bois du tablier	2.1 ; p. 24
$E_L^{cb}$	module d'Young longitudinal du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$E_L^{vr}$	module d'Young longitudinal du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24
$E_T$	module d'Young transversal	2.1 ; p. 23
$E_T^{bs}$	module d'Young transversal du bois du tablier	2.1 ; p. 24
$E_T^{cb}$	module d'Young transversal du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$E_T^{vr}$	module d'Young transversal du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24

*élongations*

$\varepsilon$	élongation	4.2.4.1 ; p. 75
$\varepsilon_{ini,i}$	élongation initiale de l'élément de tension $i$	3.1.2, 3.2.1, 4 ; p. 32, 35, 60
$\varepsilon(f^{elas})$	élongation d'un matériau élastique en fonction de la force	4.2.4.1 ; p. 75

*erreur*

$err_{ni}$	erreur de la position $\vec{n}$ du nœud libre $n_i$ par rapport à une position cible $\vec{n}^*$	5.3 ; p. 95
$err$	somme des erreurs des positions des nœuds libres par rapport à la position cible	5.3, 5.4 ; p. 95, 97
$err_{min}(f^c)$	erreur minimale pour une géométrie d'isoforce avec une force du câble $f^c$ donnée	5.3, 5.5.1 ; p. 95, 105
$err^+$	somme des erreurs des positions des nœuds libres placés <i>au dessus</i> de la position cible	5.3 ; p. 95
$err^-$	somme des erreurs des positions des nœuds libres placés <i>en dessous</i> de la position cible	5.3 ; p. 95

*critères*

$\varepsilon_{cib}$	valeur tolérée pour l'erreur des position de la géométrie cible	5.2, 5.4 ; p. 92, 97
$\varepsilon_{iso}$	critère de convergence de l'algorithme MDF pour la détermination de géométries d'isoforce	4.2.1 ; p. 71
$\varepsilon_{pos}$	critère de convergence des positions des nœuds fixes pour l'extension de l'algorithme de contrôle	5.3 ; p. 97
$\varepsilon_{fc}$	critère d'isoforce dans les éléments de câble	5.4 ; p. 97
$\varepsilon_{fh}$	critère d'isoforce dans les éléments de hauban	5.4 ; p. 97

**F***Contraintes limites*

$f$	contrainte limite admissible	3.2.2 ; p. 39
$f_m$	contrainte limite à la rupture en flexion	2.1 ; p. 23
$f_m^{bs}$	contrainte limite à la rupture en flexion du bois du tablier	2.1 ; p. 24
$f_m^{vr}$	contrainte limite à la rupture en flexion du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24
$f_{t,L}$	contrainte limite à la rupture axiale	2.1 ; p. 23

## NOTATIONS

$f_{t,L}^{bs}$	contrainte limite à la rupture axiale du bois du tablier	2.1 ; p. 24
$f_{t,L}^{cb}$	contrainte limite à la rupture axiale du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$f_v$	contrainte limite à la rupture en cisaillement	2.1 ; p. 23
$f_v^{bs}$	contrainte limite à la rupture en cisaillement du bois du tablier	2.1 ; p. 24
$f_v^{cb}$	contrainte limite à la rupture en cisaillement du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$f_v^{vr}$	contrainte limite à la rupture en cisaillement du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24
<i>Forces</i>		
$f_{min}^*$	force minimale de la structure telle qu'elle est initialement proposée	3.3 ; p. 55
$f_{max}^*$	force maximale de la structure telle qu'elle est initialement proposée	3.3 ; p. 55
$f_{moy}^*$	moyenne des forces de la structure telle qu'elle est initialement proposée	3.3 ; p. 55
$f_{dim}^*$	force dimensionnante de la structure telle qu'elle est initialement proposée	3.3 ; p. 55
$f_{min}^{iso}$	force minimale de la structure d'isoforce	3.3 ; p. 55
$f_{max}^{iso}$	force maximale de la structure d'isoforce	3.3 ; p. 55
$f_{moy}^{iso}$	moyenne des forces de la structure d'isoforce	3.3 ; p. 55
$f_{dim}^{iso}$	force dimensionnante de la structure d'isoforce	3.3 ; p. 55
$f_{ij}$	force de l'élément tendu entre le nœud $i$ et $j$	4.1.2 ; p. 64
$f_{min}$	force minimale dans un type d'élément de tension	3.2.1.1, 3.3 ; p. 36, 54
$f_{max}$	force maximale dans un type d'élément de tension	3.2.1.1, 3.3 ; p. 36, 54
$f_{moy}$	moyenne des forces dans un type d'élément de tension	3.2.1.2 ; p. 37
$f^c$	isoforce dans les éléments de câble	4.1.2, 4.2.1 ; p. 64, 71
$f_i^c$	force l'élément de câble $i$	4.1.1 ; p. 63
$f_{min}^c$	force minimale dans les éléments de câble	5.4 ; p. 97
$f_{max}^c$	force maximale dans les éléments de câble	4.2.5.1 ; p. 80
$f_{moy}^c$	moyenne des forces dans les éléments de câble	3.2.1.1 ; p. 35, 36, 37
$f^h$	isoforce dans les éléments de hauban	4.1.2, 4.2.1 ; p. 64, 71
$f_{ni}^h$	isoforce dans les éléments de hauban reliés au nœud libre $n_i$	5.2.2 ; p. 93
$f_i^h$	force l'élément de hauban $i$	4.1.1 ; p. 63
$f_{min}^h$	force minimale dans les éléments de haubans	5.4 ; p. 97
$f_{max}^h$	force maximale dans les éléments de haubans	4.2.5.1 ; p. 80
$f_{moy}^h$	moyenne des forces dans les éléments de haubans	3.2.1.1 ; p. 35, 36, 37
$f_{n1,y}$	force extérieure verticale appliquée sur le nœud libre $n_1$	4.1.1 ; p. 63
$f_{n2,y}$	force extérieure verticale appliquée sur le nœud libre $n_2$	4.1.1 ; p. 63
$f_{arc}$	force de flambement de l'arc	3.1.1 ; p. 31
$f_{ini}$	force de contrainte initiale dans le câble	3.2.1.1 ; p. 35
$f_{pos}$	force de flambement de l'arc surflambé	2.2, 3.2.1 ; p. 25, 34
$f_{flb}$	force critique pour le flambement de la structure	3.2.3 ; p. 40
$F_{mf}^v$	force verticale cyclique modélisant la force verticale piétons	3.2.5.2 ; p. 51
$f_{elas}$	force dans le domaine élastique d'un matériau élastique	4.2.4.1 ; p. 75
<i>Fréquences</i>		
$f_p$	fréquence propre de la structure	3.2.5.1 ; p. 44
$f_p^v$	fréquence propre de la structure avec vibration verticale du tablier	3.2.5.1, 3.2.5.2 ; p. 44, 51
$f_p^h$	fréquence propre de la structure avec vibration horizontale du tablier	3.2.5.1 ; p. 44
$f_{p,a}$	fréquence propre de la structure avec précontrainte	3.2.5.1 ; p. 46
$f_{p,s}$	fréquence propre de la structure avec précontrainte	3.2.5.1 ; p. 46
$f_{p,gi}$	fréquence propre de la structure avec la masse statique d'un groupe de piétons appliqué à l'endroit $gi$	3.2.5.1 ; p. 47



$f_{p,CdC}$	fréquence propre de la structure avec la masse statique de la foule appliqué selon les CdC	3.2.5.1 ; p. 48
<b>Rotations</b>		
$\phi$	l'angle de rotation de la section de la poutre	3.1.1 ; p. 31
$\phi_s$	rotation symétrique aux extrémités de l'arc	3.1.1 ; p. 31
$\varphi_x$	rotation autour de l'axe globale $x$	3.1.1 ; p. 30
$\varphi_y$	rotation autour de l'axe globale $y$	3.1.1 ; p. 30
$\varphi_z$	rotation autour de l'axe globale $z$	3.1.1 ; p. 30
<b>G</b>		
$G_{LT}$	module de cisaillement	2.1 ; p. 23
$G_{LT}^{vr}$	module de cisaillement du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24
$G_{LT}^{cb}$	module de cisaillement du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$G_{LT}^{bs}$	module de cisaillement du bois du tablier	2.1 ; p. 24
<b>H</b>		
$h_{arc}$	flèche centrale de l'arc flambé	2.1, 3.1.1 ; p. 22, 31
<b>I</b>		
$I$	inertie de section	3.1.1 ; p. 31
<b>K</b>		
$k_v$	coefficient adimensionnel d'augmentation de l'accélération	3.2.5.2 ; p. 51
<b>L</b>		
$l_{arc}$	portée de l'arc flambé	2.1, 2.2 ; p. 22, 25, 25
$l_{bar,i}$	longueur de la barre trasversale $i$	2.1 ; p. 23, 24
$l_{cabl}$	longueur du câble	2.1 ; p. 24
$l_{pos}$	portée de l'arc flambé de manière à pouvoir placer les éléments de tension	2.2 ; p. 25
$l_{tube}$	longueur du tube droit	2.2 ; p. 22, 24, 24
$l_{\overline{m},t}^n$	distance entre positions expérimentale et théorique du nœud libre n	4.1.1, 4.2.4.2 ; p. 63, 77
$l_{ij}$	longueur de l'élément tendu entre le nœud $i$ et $j$	4.1.2 ; p. 64
$l_{0,ij}$	longueur à vide de l'élément entre le nœud $i$ et $j$	4.2.4.1 ; p. 75
<b>M</b>		
$m_f$	masse statique de la foule	3.2.5.1 ; p. 48
mode vt	mode propre avec vibration verticale du tablier	3.2.5.1 ; p. 45
mode ha	mode propre avec vibration horizontale des arcs	3.2.5.1 ; p. 46
mode tt	mode propre avec torsion du tablier	3.2.5.1 ; p. 49
<b>N</b>		
$\vec{n}_g$	vecteur général des coordonnées de la structure	4.1.2 ; p. 66
$\vec{n}$	vecteur des coordonnées des nœuds libres de la structure	4.1.2 ; p. 69
$\vec{n}^{ini}$	vecteur des coordonnées initiales des nœuds libres pour l'algorithme	4.1.2 ; p. 69
$\vec{n}_f$	vecteur des coordonnées des nœuds fixes de la structure	4.1.2 ; p. 70
<b>P</b>		
$p_s^{ELS}$	charge surfacique limite spécifique à l'ELS	3.1.3, 3.2.1.2, 4.2.5.3 ; p. 33, 36, 81

## NOTATIONS

---

$p_s^{\text{ELU}}$	charge surfacique limite spécifique à l'ELU	3.1.3 ; p. 33
$p_s^{\text{flb}}$	charge surfacique critique pour le flambement de la structure	3.2.3 ; p. 40
patron 1	ensemble des longueurs à vide des éléments de tension d'après les mesures faites sur la maquette de la passerelle	3.2.1.1, 4.2.5.1 ; p. 35, 79
patron 2	ensemble des longueurs à vide des éléments de tension d'après la recherche de forme MDF sur la passerelle	3.2.1.1, 4.2.5.1 ; p. 35, 80
patron a	patron pour la structure simplifiée sans chargement extérieur pour une géométrie avec un rapport de force $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$	4.2.4.1 ; p. 74
patron b	patron pour la structure simplifiée sans chargement extérieur pour une géométrie avec un rapport de force $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$	4.2.4.1 ; p. 74
<b>Q</b>		
$q$	coefficient de densité de force	4.1.2 ; p. 63
$q_{ij}$	coefficient de densité de force de l'élément entre le nœud $i$ et $j$	4.1.2 ; p. 64
$\vec{q}$	vecteur des densité de force	4.1.2 ; p. 67
$\mathbb{Q}$	matrice diagonale des densité de force	4.1.2 ; p. 67
<b>R</b>		
$\rho$	masse volumique	2.1 ; p. 23
$\rho^{vr}$	masse volumique du composite fibre de verre	2.1 ; p. 24
$\rho^{cb}$	masse volumique du composite fibre de carbone	2.1 ; p. 24
$\rho^{bs}$	masse volumique du bois du tablier	2.1 ; p. 24
<b>S</b>		
$s$	abscisse curviligne	3.1.1 ; p. 31
$\sigma$	contrainte maximale	3.2.2 ; p. 39
$\sigma_x$	contrainte maximale axiale en $x$	3.2.2 ; p. 39
$\sigma_y$	contrainte maximale axiale en $y$	3.2.2 ; p. 39
$\sigma_{xy}$	contrainte maximale de cisaillement $xy$	3.2.2 ; p. 39
$\sigma_{yz}$	contrainte maximale de cisaillement $yz$	3.2.2 ; p. 39
<b>T</b>		
$t_{bar}$	épaisseur des barres transversales	2.1 ; p. 24
$t_{tab}$	épaisseur des planches du tablier	2.1 ; p. 24
$t_{tube}$	épaisseur du tube de l'arc	2.1 ; p. 24
<b>U</b>		
$u_x$	déplacement en direction de l'axe globale $x$	3.1.1 ; p. 30
$u_y$	déplacement en direction de l'axe globale $y$	3.1.1 ; p. 30
$u_z$	déplacement en direction de l'axe globale $z$	3.1.1 ; p. 30
<b>V</b>		
$v_{adm}$	déplacement vertical maximal admissible des nœuds d'assemblage, les nœuds libres	3.2.4 ; p. 42
$v_{max}^{elas}$	déplacement vertical maximal parmi les déplacements des nœuds d'assemblage, les nœuds libres, pour l'arche élastique	3.2.1.2 ; p. 38
$v_{max}^{rig}$	déplacement vertical maximal parmi les déplacements des nœuds d'assemblage, les nœuds libres, pour l'arche rigide	3.2.1.2 ; p. 38
$v^n$	variance des positions expérimentales du nœud libre $n$	4.2.4.2 ; p. 77
<b>W</b>		

---

$\vec{w}_g^*$	vecteur général du chargement extérieur	4.1.2 ; p. 66
$\vec{w}^*$	vecteur du chargement extérieur sur les nœuds libres	4.1.2 ; p. 69
$\vec{w}_f^*$	vecteur du chargement extérieur sur les nœuds fixes	4.1.2 ; p. 69
$\vec{w}$	vecteur des valeurs connues du chargement extérieur et des forces intérieures	4.1.2 ; p. 70
<b>X</b>		
$x_i$	coordonnée $x$ du nœud fixe $i$ (nœud d'ancrage)	4.1.1 ; p. 63
$x_{ni}$	coordonnée $x$ du nœud libre $n_i$ (nœud d'assemblage)	4.1.2 ; p. 64
$\vec{x}_g$	vecteur général des coordonnées $x$ de la structure	4.1.2 ; p. 66
<b>Y</b>		
$y_i$	coordonnée $y$ du nœud fixe $i$ (nœud d'ancrage)	4.1.1 ; p. 63
$y^*$	coordonnée $y$ cible pour les nœuds libres de la géométrie contrôlée	4.1.1, 5.5.1 ; p. 63, 100
$y_{ni}$	coordonnée $y$ du nœud libre $n_i$ (nœud d'assemblage)	4.1.2 ; p. 64
$y_{ni}^*$	coordonnée $y$ cible du nœud libre $n_i$	5.5.1 ; p. 102
$\vec{y}_g$	vecteur général des coordonnées $y$ de la structure	4.1.2 ; p. 66
<b>Z</b>		
$\vec{z}_g$	vecteur général des coordonnées $z$ de la structure	4.1.2 ; p. 66
<b>Symboles</b>		
$\stackrel{!}{=}$	doit être égal à	4.1.2 ; p. 64

# Introduction générale

Dans de nombreux secteurs et domaines, les matériaux composites ont su s'imposer définitivement en permettant de nouveaux sauts technologiques irréversibles et rendant caduques les anciens concepts.

Le ski moderne est lié à la technologie sandwich, et il n'existe aucun autre matériau monolithique qui permettrait d'obtenir les performances techniques et le style d'aujourd'hui.

Il en va de même pour l'aéronautique et l'aréospace, où les gains de poids réalisés ont été tels, que taille des avions et puissance des moteurs se sont adaptées à cette nouvelle donne.

Dans ces secteurs, on peut réellement parler de maturité au sens où l'on est sorti de l'innovation par la reproduction pour une innovation proposée et imposée par le matériau lui-même.

Dans la construction (au sens anglophone du terme, génie civil, bâtiment...), il semble que nous soyons encore dans ce schéma qui consiste à remplacer un matériau par un matériau nouveau dans un concept ancien, optimisé durant des décennies pour le matériau ancestral, imbattable à ce jeu. Cette étape est cependant un passage obligé pour pouvoir juger des performances, de la variabilité, et de la pérennité du nouveau matériau.

Dans un premier chapitre, nous listons les applications des composites dans les ponts. Nous verrons qu'elles sont effectivement dans cette logique de reproduction des systèmes structurels existants pour l'acier ou le béton.

Dans le deuxième chapitre, une passerelle composite développée à l'ENPC est décrite. De type bowstring, elle présente plusieurs innovations imposées par les spécificités même des composites (résistance, flexibilité), par les techniques de production (pultrusion), et d'assemblage (collage). Nous décrivons ensuite les principes de fonctionnement et de fabrication de l'ouvrage.

Une étude du comportement mécanique spécifique de la passerelle par Éléments Finis est proposée dans le chapitre 3. Cette étude permet d'appréhender les difficultés mécaniques liées à l'ouvrage, comme la mise en forme des arcs (avec des grandes rotations dans ces éléments), et les contraintes de traction et de flexion. Une comparaison avec un bowstring classique met en évidence

les avantages et les inconvénients du concept. Des études statiques et dynamiques (comportement vibratoire) sont menées. Instabilités et flambements sont analysés. Ces différents calculs démontrent l'intérêt des concepts proposés introduisant une réflexion sur le rapport entre forme et distributions des contraintes dans les câbles et haubans de l'ouvrage. En effet, les Éléments Finis montrent que la répartition des tensions est difficilement maîtrisable sans outil d'optimisation. Nous pouvons alors nous demander, si il peut être intéressant de garantir une distribution des tensions uniforme, c'est à dire si cela baisse, quelque soit le chargement, la contrainte maximale, dimensionnante dans la structure. De plus, l'un des points clés du concept, les haubans continus, impose naturellement lors du montage une isodistribution des contraintes qui impose à son tour la géométrie unique associée.

Il devient donc nécessaire de chercher à maîtriser par la forme la distribution des contraintes dans la structure. Dans le chapitre 4, après une revue des différentes méthodes de recherche de forme possibles, une approche utilisant la Méthode de la Densité de Force (MDF) est développée afin d'identifier cette géométrie unique garantissant une isocontrainte dans les éléments.

À cette fin, nous introduisons une structure élémentaire à deux nœuds libres, représentative d'une passerelle élémentaire, qui sera dans la suite le support de nos développements et réflexions. Un algorithme de recherche de formes d'isoforce (garantissant l'isodistribution des contraintes) basé sur la MDF est proposé, et testé expérimentalement sur la maquette de la structure élémentaire. Ceci nous permet ensuite de proposer une géométrie de passerelle bowstring solution du problème. Une première réponse peut alors être donnée sur l'intérêt de l'uniformisation des contraintes sur le dimensionnement de la passerelle. Les hypothèses de la démarche (par exemple déplacements négligeables des nœuds d'ancrage des haubans sur l'arc) sont discutées, et l'influence du chargement sur la distribution des tensions étudiées. Il apparaît clairement que l'isocontrainte initiale de l'ouvrage précontraint est fortement perturbée par le chargement extérieur.

C'est ce point qui est l'objet du chapitre 5 : à savoir, garantir à chaque instant, et pour tout chargement la géométrie d'isoforce, qui optimise la répartition des contraintes dans la structure. On constate que certaines géométries d'isoforce n'ont pas des déplacements *raisonnables* du tablier. D'autres géométries d'isoforce présentent même des déplacements importants du tablier, et rendent la passerelle inutilisable.

C'est pourquoi, pour contrôler la répartition des contraintes tout en assurant la viabilité de la passerelle, nous avons défini le principe du contrôle visé, et défini la géométrie cible (en l'occurrence, minimisé les déplacements induisant une gêne à l'utilisateur). Dans ce but, un algorithme et une stratégie de contrôle sont proposés.

Le problème n'ayant pas de solution unique et déterministe, mais plutôt des solutions approchées, une analyse du domaine des géométries solutions pour la structure élémentaire est menée à

partir d'une représentation graphique. Cette dernière est générée par de nombreuses simulations pour différentes situations et différents chargements extérieurs. Cette analyse fournit des réponses sur l'existence d'une géométrie solution contrôlée (convergence de l'algorithme et erreur acceptable), et sur l'évolution de la solution lorsque la charge se déplace.

Enfin, la conclusion regroupe les différentes étapes et les points forts de l'étude.



# Chapitre 1

## Ponts et Composites

---

### Plan du Chapitre

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Les matériaux composites dans la construction de ponts</b>	<b>6</b>
1.2.1	Les techniques <i>sur mesure</i> pour les matériaux composites	7
1.2.2	Les principales applications	8
<b>1.3</b>	<b>Haubanage et câbles</b>	<b>10</b>
<b>1.4</b>	<b>Poutres de franchissements</b>	<b>11</b>
<b>1.5</b>	<b>Tablier</b>	<b>13</b>
<b>1.6</b>	<b>Armatures pour bétons</b>	<b>13</b>
<b>1.7</b>	<b>Exemples de réalisations</b>	<b>14</b>
<b>1.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>18</b>

---



## 1.1 Introduction

Il ne s'agit pas là de tenter un historique de la technique des ponts à travers les âges mais simplement de rappeler qu'au fil des époques et des besoins des sociétés, différents types de ponts ont vu le jour. Ainsi, très tôt, des ponts poutres, simples troncs d'arbre, apparaissent pour traverser des rivières. Puis, les chinois et les indiens construisent, il y a 4 000 ans déjà, de longs ponts suspendus en cordes. En fait, le développement de nouvelles techniques accompagne toujours la construction de nouveaux ponts : au VI<sup>e</sup> siècle, à Babylone, pour construire un pont en bois au-dessus de l'Euphrate, on détourne le fleuve pour mieux installer les piliers du pont dans le lit.

C'est en raison du développement des sociétés et de l'augmentation des échanges que les étrusques puis les romains ont besoin d'ouvrages plus durables et plus robustes. La pierre et la maçonnerie remplacent alors le bois et la corde, et le principe de l'arche sera pour les siècles qui suivront une révolution qui permettra d'augmenter les portées des franchissements.

Durant l'ère industrielle, les matériaux métalliques font leur entrée dans la construction de ponts en Angleterre. Le premier ouvrage en fonte, construit en 1779 près de Birmingham, copie la technique en arche des ouvrages en pierre. Une multitude de solutions structurelles sont ensuite développées avec l'avènement de l'acier, grâce à ses propriétés mécaniques, notamment sa raideur et sa résistance en traction : des treillis, des haubans... Sur le Mississippi à St Louis, J.B. Eads construit le premier pont à cantilever en 1874.

Le premier pont de type *bowstring* (arc à tirants) en béton armé, le pont d'Aulnoye, est construit en 1920 par Albert Caquot, ingénieur des Ponts et Chaussées.

## 1.2 Les matériaux composites dans la construction de ponts

Dans le contexte des structures du génie civil, les matériaux composites les plus utilisés sont des arrangements de fibres continues de verre ou de carbone, résistantes et rigides (le *renfort*) dans une *matrice* polymère de type polyester, vinylester ou époxy dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible, mais qui assure la cohésion de l'ensemble.

La percée des matériaux composites dans le génie civil est freinée par la présence de solutions en acier, béton, bois à la fois éprouvées et relativement bon marché. Le seul domaine dans lequel les composites ont déjà su s'imposer est celui de la réhabilitation, de la réparation et du renforcement de structures existantes, sujet qui ne sera pas traité dans ce rapport. On pourra cependant se référer à [1], [2].

Pourtant les composites ont divers atouts pour s'imposer dans des structures innovantes, à savoir :

- rigidité et résistance élevées combinées à une faible densité
- grande résistance à la fatigue et à la corrosion
- haute résistance aux produits chimiques
- préfabrication haut de gamme en usine
- stabilité du dimensionnement
  - *fluage faible*
  - *basse conductivité thermique*
  - *bas coefficient d'expansion thermique pour le carbone*
- finitions de surface sur mesure
- possibilité d'intégration de fonctions

Certaines propriétés peuvent être intéressantes pour des applications plus spécifiques :

- matériau non-magnétique
- transparence aux radars
- haute résistance diélectrique

On voit que la liste est longue, et qu'il existe certainement pour les composites des niches pour le génie civil comme il en existe pour l'aéronautique, l'aérospatiale, et le sport et loisir.

### 1.2.1 Les techniques *sur mesure* pour les matériaux composites

De nos jours la recherche dans le domaine de la construction en composite doit essayer de trouver des réponses à la question :

*Quelles sont des méthodes et techniques de construction adaptées aux matériaux composites ?*

Pour relever ce défi, les techniques développées doivent

- prendre en compte la fragilité des composites,
- surmonter leur faible rigidité en flexion,
- être compétitives d'un point de vue économique, et
- adapter la géométrie de la structure à leur anisotropie.

La recherche dans ce domaine à d'ores et déjà apporté des réponses partielles même si l'heure est encore à l'innovation par la reproduction, et différentes approches ont été développées. Pour réduire les coûts, on utilise souvent des éléments pultrudés en composite. C'est en fait la seule technologie réellement automatisée pour des semi-produits composites. Des fils *tirés* (pull) à travers une filière permettent une fabrication continue de profilés unidirectionnels, où toutes les fibres sont dans la même direction, celle du pultrudé. Cela permet aussi une fabrication de qualité en usine. Le

transport de ces éléments s'avère également plus économique dû à leur faible poids par rapport à des éléments en acier équivalents. Ainsi des pultrudés ont été utilisés pour la construction de la première passerelle entièrement composite, construite en 1992 à Aberfeldy en Écosse. Cette passerelle est présentée dans les exemples de réalisations ci-après.

Pour augmenter la relativement faible rigidité en flexion, des pultrudés peuvent être assemblés de façon à créer de nouveaux éléments tels que des poutres et des tabliers. De cette façon, des géométries mieux adaptées aux chargement peuvent être créées en économisant du matériau. En 1996, KSCI [3] a présenté un tablier en fibres de verre avec une âme en nid d'abeille capable de supporter jusqu'à 750 t (figure 1.6). Des poutres assemblées en treillis ont été utilisées pour la construction d'un autre pont tout-composite, le pont de Pontresina (figure 1.12) en Suisse.

La recherche continue menée à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) sur ce pont de Pontresina pendant 6 ans a souligné l'importance des systèmes de connection pour les éléments composites [4]. Grâce aux développements réalisés dans les secteurs de l'aéronautique, de l'aérospatiale ou du transport, on sait que le collage des éléments évite beaucoup plus les concentrations de contrainte néfastes à ce type de matériau fragile et anisotropique que des connections vissées. Mais l'expérience en matière de collage de composites dans la construction est encore limitée, ce qui explique le peu d'utilisation, et donc la quasi-absence des normes dans ce domaine.

Le pont véhiculaire de Vegarrozadas-Soto del Barco en Espagne (figure 1.14) utilise un assemblage d'éléments qui s'apparente aux poutres mixtes acier-béton. Les poutres en acier sont remplacées par des poutres en composites, et une partie de l'armature du béton est en fibre de verre. Des connections béton/composite y ont été développées.

Des formes complexes en forme de treillis (panneaux alvéolaires) peuvent également être pultrudées sans passer par un assemblage de formes. Pour répondre à la fragilité des matériaux composites, la société Martin Martietta a inclus de la redondance dans la géométrie de la forme pultrudée de ses tabliers. A l'état limite ultime le tablier cède progressivement : un mode de rupture pseudo-ductile est créé (figure 1.7).

La passerelle de Larois de 2002 détaillée ci-après (figure 1.13), est un exemple récent d'habillage en matériau composite. Les ancrages combinant serrage et collage développés pour cette passerelle ont un rendement de 100%, c'est à dire qu'ils sont aussi résistants que le matériau des haubans. Il faut donc retenir que le collage peut être une piste intéressante à développer pour les différents assemblages des composites même dans le génie civil.

## 1.2.2 Les principales applications

Aujourd'hui, dans un calcul du coût du cycle de vie, les éléments en composites peuvent, grâce à leur performances fiables à long terme, être parfaitement compétitifs par rapport à des éléments

en matériaux traditionnels. Ceci est vrai par exemple dans des environnements particulièrement agressifs, où les matériaux traditionnels se détériorent vite, comme des zones climatiques où les ouvrages subissent plusieurs cycles de gel et dégel et l'emploi de sels dégivants.

Les composites sont aussi de plus en plus utilisés dans les constructions parasismiques depuis que des nouvelles normes ont été ou sont en cours d'être imposées (Japon, Californie, Italie) [5].

Un résumé des grands champs d'application dans la construction de ponts, passerelles et franchissements (mis à part la réparation et le renforcement d'ouvrages) est présenté dans ce chapitre. Les informations présentées proviennent de différents documents disponibles [5] [6] [7] [8] [9] [10] [11] [12] [13] [3] [14] [15].

Une étude réalisée par la *Market Development Alliance (MDA)* [6] [7] en avril 2003 recense l'ensemble des ponts et passerelles dans lesquels les matériaux composites ont été mis en œuvre. Dans la construction de ponts, passerelles et franchissements, les matériaux composites sont principalement employés dans le haubanage, les poutres et le tablier.

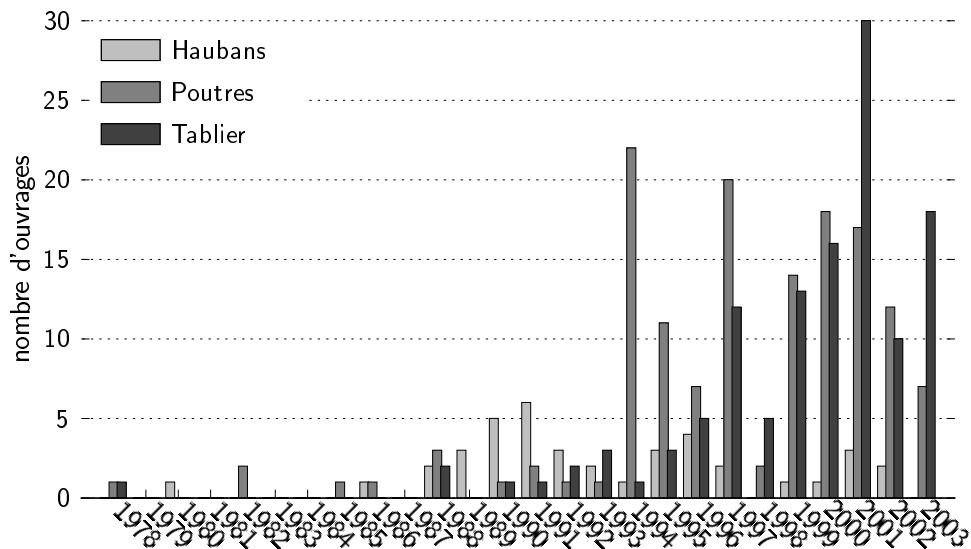


FIG. 1.1. L'emploi des composites depuis 1978 dans des éléments de ponts

La figure 1.1 montre que le haubanage était l'application composite prédominante au début des années 90 mais que cet emploi a diminué au cours des années. L'utilisation des composites dans des poutres est apparu massivement en 1994 avec un pic de 22 ouvrages, et reste depuis plus ou moins constante. En revanche, le nombre de tabliers en composite semble être en augmentation depuis 1995. Uniquement en 2001, on comptait 30 ouvrages.

On peut également citer marginalement l'utilisation d'armatures composite pour le béton armé de fondation pour piliers, et le développement de produits hybrides bois-composites tels que le carboglulam [16].

### 1.3 Haubanage et câbles

Le haubanage est certainement un domaine très intéressant pour les matériaux composites car les câbles sont principalement chargés dans la direction des fibres. De plus, le composite est un matériau quasi élastique-pur doté d'une très haute résistance à la rupture. Il a un fluage faible, et quasi inexistant dans le cas de fibres de carbone, et une tenue à la fatigue exceptionnelle. Autres atouts, ce matériau est cinq fois plus léger que l'acier, avec une densité proche de 1,6 pour le carbone, et d'environ 2,5 pour le verre, et n'est pas ou peu soumis aux phénomènes de corrosion. Les joncs doivent néanmoins être protégés par un revêtement qui permet d'éviter les dégradations lors de manipulations, et qui atténue le vieillissement de la résine [8].

Vu la fragilité des composites, et en particulier des composites à base de fibres de carbone, l'ancrage des haubans est un grand défi : il est difficile de réaliser des connections aussi résistantes que les haubans. Pour maximiser l'efficacité de l'ancrage, il faut éviter les concentrations de contraintes que les matériaux composites supportent mal vu leur manque de ductilité. Mais, du fait que l'utilisation des composites en éléments de haubans est tout à fait adaptée à l'anisotropie des haubans en composites, l'intérêt pour la recherche en est grand. Au Japon, on a vu apparaître des centres de recherche spécialisés, tels que le *Advanced Composites Cable Club*.

Dans la discipline du haubanage, le Japon est indiscutablement le pays avangardiste. Quatre entreprises s'y disputent le marché : onze ponts pour piétons et neuf ponts routiers ont été construits avec des haubans composites au Japon, et trois à l'étranger (2 au Canada, et 1 aux États Unis d'Amérique). Le Rainbow Bridge (Pier Walkways) construit en 1991 à Tokyo est, avec ses 983.24 m de longueur, la passerelle à haubans composite la plus longue construite au jour d'aujourd'hui. Tokyo Rope est le leader avec douze constructions ayant été réalisées, dont une en Allemagne et deux au Canada.

En Europe, on trouve des ponts ou passerelles avec des haubans composite en France (Laroin 2002), au Danemark (Herning 1999), en Suisse (Winterthur 1996), au Royaume Uni (Aberfeldy 1993), en Autriche (Notsch Kärnten 1990), et en Allemagne (5 constructions de 1980 à 1991). C'est également en Allemagne à Düsseldorf que le premier ouvrage précontraint par des joncs à matrice polyester armés de fibres de verre en précontrainte a été réalisé en 1980 par la Bayer AG.

Entre 1991 et 2001, deux ouvrages à haubans en composite ont été construits au Canada et onze ouvrages aux États Unis d'Amérique. Le pont pour véhicules à haubans composite le plus long mesure 410 m, et se trouve à Aurora (Colorado).

La figure 1.2 montre que l'emploi de câbles en composite est encore très hésitant. Malgré une période au début des années 80 où l'on construisait trois ponts à haubans en composite par an au Japon, deux en Europe, cette tendance prometteuse n'a pas perduré. Le haubanage en composite reste une application sporadique et expérimentale. Ceci s'explique par le coût du carbone,

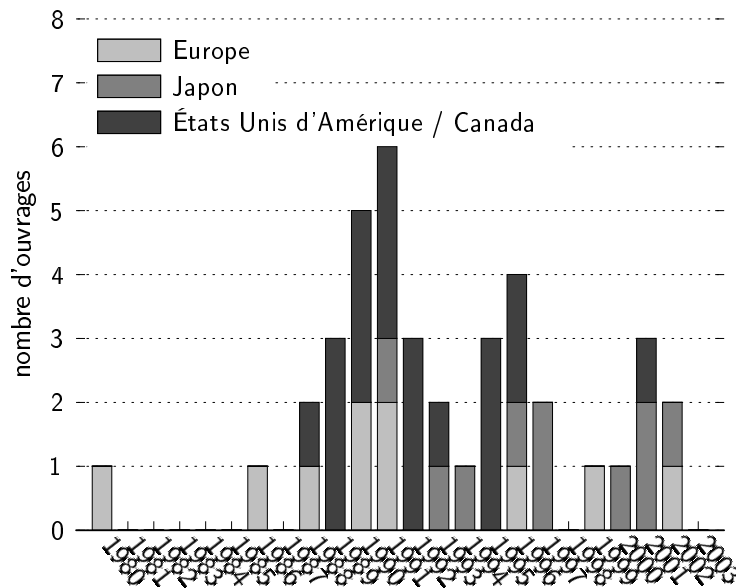


FIG. 1.2. Le haubrage en composite par continents

(contrairement aux prévisions des années 80) encore trop élevé pour espérer concurrencer les aciers spéciaux.

## 1.4 Poutres de franchissements

Les passerelles piétonnes ayant une structure portante légère, leur sensibilité à la corrosion est grande. La méthode la plus simple et la plus économique quand une réhabilitation devient nécessaire sur une passerelle piétonne est bien de la remplacer par un nouvel ouvrage. L'utilisation de poutres en treillis (figure 1.3) ou de grands pultrudés en composite (figure 1.4) comme structure portante est alors une solution intéressante et utilisée.



FIG. 1.3. Poutres en treillis E.T.Techtonics



FIG. 1.4. Poutres pultrudées Strongwell

Aux États Unis d'Amérique, cette technique est même devenue assez courante. On y compte pas

moins de 109 ouvrages pour piétons, dont 101 construits par E.T.Techtonics, et 12 pour véhicules. La moyenne de la longueur des ponts piétons est de 12.8 m, le plus long mesure 37.8 m (Bar Harbour - Maine 1995), et le plus court 3.65 m. Les ponts routiers mesurent en moyenne 16.38 m, le plus long étant de 63.11 m (Campbell - New York 2003, le plus long au monde à l'heure actuelle), et le plus court de 5.49 m.

Les premières constructions avec des poutres en composites datent de 1982 et se trouvent en Chine (Miyun Bridge - Bejin) et en Bulgarie (Ginzi Highway Bridge, pont de 12 m avec des poutres de polyester renforcées de fibres de verre). L'entreprise Chongqing Glass Fiber Product Factory a fourni le matériau pour les 5 ponts à poutres composite (1982 - 1988) existant en Chine. Le Guanyinqiao Bridge (Chongqing 1988) est le pont le plus long du monde à l'heure actuelle avec sa longueur de 157.01 m.

En Europe, 17 ponts avec des poutres composite ont été construits : en Bulgarie (Ginzi 1982), au Danemark (Kolding 1997), en Suisse (Pontresina 1997), en Espagne (Lleda 2001, Pont de Vegarrozadas-Soto del Barco 2005), en Norvège (Fredrikstad 2003), au Pays-Bas (4 constructions entre 1985 et 2003) et au Royaume Uni (7 ouvrages entre 1975 et 2003). C'est précisément en Angleterre que se trouve la première passerelle piétonne construite avec des poutres composite : la Westminster Cathedral Footbridge (Londres 1975), non indiquée dans la figure 1.5. On note qu'aucune réalisation n'existe en France.

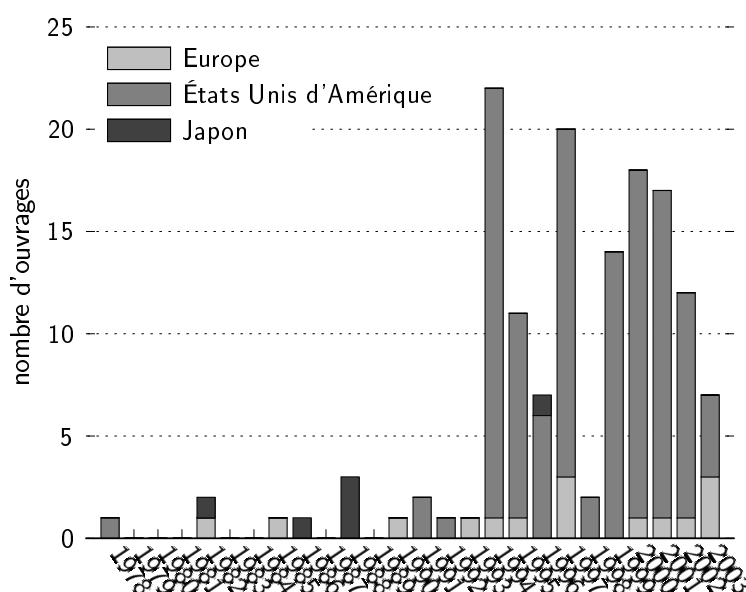


FIG. 1.5. Les ponts-poutres en composite par continents

La figure 1.5 montre bien que les premières tentatives dans le nouveau domaine de poutres en composite ont été effectuées en Europe et en Chine mais que seul les États Unis d'Amérique ont su développer une production en masse à partir de 1994.

## 1.5 Tablier

Lors de la remise en état/réhabilitation d'infrastructures routières, des solutions économiques et rapides sont requises. Les tabliers en composite offrent divers avantages liés à leur légèreté, la facilité de leur mise en place, et la réduction du poids propre de la structure. Il s'agit là de panneaux sandwich avec une âme de mousse ou alvéolaire, comme dans la figure 1.6, ou de panneaux collés à partir de profilés pultrudés, comme dans la figure 1.7. Ces tabliers sont conçus pour être la structure portante d'ouvrages à petite portée.



FIG. 1.6. Tablier en composite KSCI

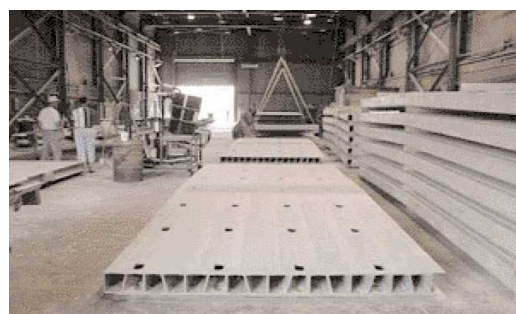


FIG. 1.7. Tabliers en composite Martin Marietta

Le remplacement de tabliers en acier/asphalte ou acier/bois est un marché important dans les zones rurales des États Unis : 83 ouvrages routiers, et 13 ouvrages pour piétons entre 1995 et 2003. En Chine, se trouvent 6 ouvrages, tous pour piétons, construits entre 1988 et 1993, au Japon 2 ouvrages existent. En Europe, 18 ouvrages ont été construits entre 1990 et 2003.

Le premier ouvrage construit aux États Unis d'Amérique en 1978 avec un tablier en composite est resté le seul pendant dix ans (figure 1.8), jusqu'en 1988, année où est apparue la première passerelle piétonne à poutres composites en Chine. Mais la vraie percée des tabliers composites doit attendre 1996 avec le développement de systèmes de tabliers préfabriqués aux États Unis d'Amérique. En revanche, ni en Asie ni en Europe les tabliers en composite ont su se créer un marché.

## 1.6 Armatures pour bétons

Pour certains ponts et franchissements en béton sujets à un environnement agressif, une protection sûre de l'armature n'est pas toujours garantie à long terme. Des armatures en composites sont susceptibles d'apporter une solution durable. Les domaines d'application pour les armatures en composites sont surtout :

- les bétons exposés aux sels dégivrants
- les ouvrages près ou dans l'eau de mer



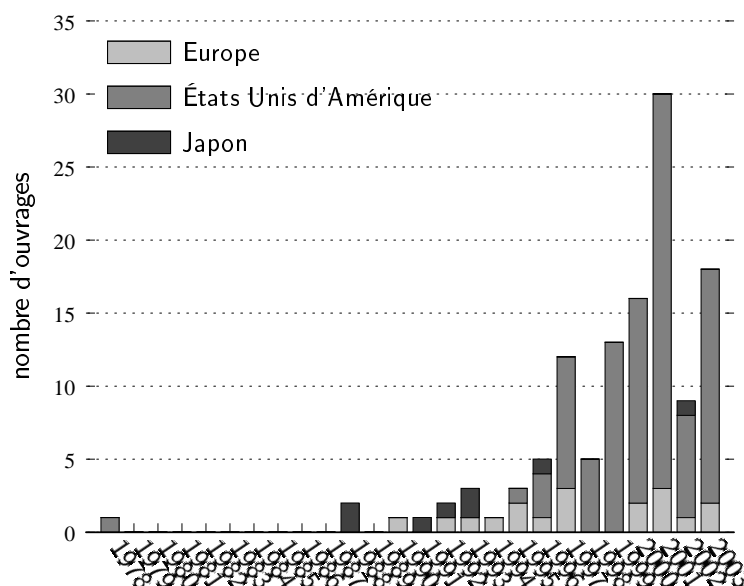


FIG. 1.8. Les tabliers en composite par continents

- les industries chimiques de tous genres
- les applications demandant une basse conductivité électrique ou une neutralité électromagnétique.

Des renforts creux peuvent en plus permettre le passage d'instrumentation et de capteurs dans le cadre de structures intelligentes. En revanche, le module de Young plus bas des armatures en composites limite les applications à des éléments de petite portée. Les résines employées sont thermodurcissables, et par conséquent toutes les mises en forme doivent être faites en usine avant la polymérisation.

Des ponts avec des armatures en composites se trouvent aux États-Unis d'Amérique (29 ouvrages routiers, 1 ouvrage piéton), au Canada (10 routiers, 1 piéton) et au Japon (2 routiers, 1 piéton). Le premier ouvrage piéton apparaît au Japon en 1991, le premier ouvrage routier au Canada en 1995. En Europe, des armatures supplémentaires en composites à renfort de fibre de verre ont récemment été employées dans le pont de Vegarrozadas-Soto del Barco.

## 1.7 Exemples de réalisations

Cette section présente une sélection des ouvrages remarquables et existants de nos jours.

### Passerelle d'Aberfeldy (Écosse - 1993)

Cette passerelle qui relie les deux parties du parcours de golf municipal d'Aberfeldy est la première entièrement construite en matériau composite. Le pont d'Aberfeldy est une passerelle haubanée avec deux piliers en «A». Le tablier et les piliers sont en composite fibre de verre-résine isophtalique, et les câbles en aramide. Dans ce projet, le bureau d'études MAUNSELL a travaillé en étroite collaboration avec l'université de Dundee ; des étudiants de génie civil en dernière année ont construit la passerelle. Grâce à une méthode unique, que la légèreté des éléments rend possible, la mise en place des piliers n'a pas requis de grue sur le site. La rampe de la passerelle en composite et une finition du tablier résistante à l'usure offrent une durée de vie estimée à plus de 20 ans avant qu'une remise en état ne soit nécessaire. Les fondations minimales et l'assemblage rapide ont assuré une solution économiquement compétitive [9] [10].

longueur	113 m
largeur	2.2 m
portée maximale	64 m
charge maximale	10 kN/m
année	1993
coût	365 000 € (1 473 €/m)
conception	<i>Maunsell Structural Plastics</i>
construction	<i>Bill Harvey</i>
producteurs des parties en composite	
pilônes et tablier	<i>GEC Reinforced Plastics</i>
câbles	<i>Linear Composites Ltd.</i>



TAB. 1.1. Données techniques - Passerelle d'Aberfeldy

FIG. 1.9. La passerelle d'Aberfeldy

### Pont basculant de Bonds Mill (Angleterre - 1994)

Le pont basculant de Bonds Mill est entièrement réalisé en composites ACCS (Advanced Composites Construction System). Prévu pour une seule voie, il est composé de poutres pultrudées ACCS alignées dans la longueur. Celles-ci sont collées avec une résine époxy de manière à former une seule poutre avec six cellules principales remplies de mousse époxy. Le tablier est un «double ply» de plaques ACCS [9].

Le pont en composite, qui a remplacé une construction fixe, a été choisi pour sa compétitivité économique, sa légèreté, permettant l'emploi de moteurs moins puissants et moins coûteux, sa grande résistance aux influences extérieures, et son faible entretien. En effet, un contrôle sept ans après l'installation du pont a montré que la surface du tablier était en extrêmement bon état [11].

longueur	8.2 m
largeur	4.3 m
charge maximale	40 t
année	1994
conception	<i>Maunsell Structural Plastics</i>
producteur des parties en composite	
poutres et tablier	<i>GEC Reinforced Plastics</i>



TAB. 1.2. Données techniques - Pont de Bonds Mill

FIG. 1.10. Le pont basculant de Bonds Mill

### Pont du No-Name Creek (Kansas - 1996)

Ce franchissement routier est le premier construit entièrement en composite sur une voie publique aux États Unis d'Amérique. Il démontre l'efficacité de tabliers comme structure portante pour des ouvrages à petite portée. Le pont a été transporté en trois parties sur le site. Les rembarbes et la surface d'usure ont été mises en place lors de la fabrication des panneaux en usine. La mise en place du pont a duré une journée [3].

longueur	7 m
largeur	8.5 m
portée maximale	6.5 m
charge maximale	680 t
année	1996
conception	<i>Kansas Structural Composites, Inc. - KSCI</i>
construction	<i>KSCI</i>
producteur des parties en composite	
tablier	<i>Kansas Structural Composites, Inc. - KSCI</i>



TAB. 1.3. Données techniques - Pont du No-Name Creek

FIG. 1.11. Le pont du No-Name Creek

### Pont de Pontresina (Suisse - 1997)

Le pont de Pontresina est une passerelle tout-composite qui n'est utilisée qu'en hiver : elle est déplacée chaque année à l'arrivée du printemps et de l'hiver à l'aide d'un hélicoptère. Il s'agit d'une construction légère de poutres en treillis de fibre de verre dans une matrice de polyester comportant des assemblages collés. Toute la construction a été réalisée avec la participation du CCLab (Composite Construction Laboratory) de l'EPFL (École Polytechnique Fédérale de Lausanne) [12] [10].

longueur	25 m
largeur	1.5 – 1.9 m
portée maximale	12.5 m
charge maximale <i>piétonne</i>	5 kN/m <sup>2</sup>
charge maximale <i>véhiculaire</i>	10 kN
année	1997
concepteurs	<i>Prof. Dr. T. Keller</i> <i>O. Kuenzle, U. Wyss</i>
design	<i>ETH Zurich</i>
producteurs des parties en composite	
poutres et tablier	<i>Fiberline Composites</i>



TAB. 1.4. Données techniques - Pont de Pontresina

FIG. 1.12. Le pont de Pontresina

### Passerelle de Laroin (France - 2000)

La passerelle piétonne de Laroin, dans les Pyrénées-Atlantiques, est le seul ouvrage d'art en France à être construit avec des haubans en matériau composite : ils sont formés de joncs de 6 mm de diamètre, eux-mêmes constitués de fibres de carbone de 5 à 7 microns de diamètre et d'une matrice en résine époxy. Sur chaque pylône sont ancrés 2 x 4 haubans, disposés en éventail. Le tout permet d'avoir une portée maximale de 110 m. Les recherches effectuées par Freyssinet, qui s'est associé au fournisseur de fibres Soficar et à notre laboratoire LAMI (ENPC/LCPC), ont notamment abouti à la mise au point de blocs d'ancrage des câbles, qui sont utilisés sur le chantier. Les performances en frottement et rigidité transversale du composite étant largement inférieures à celles de l'acier, Freyssinet a développé un système combinant effets de serrage (coincement conique) et de collage qui a fait l'objet d'un brevet [8] [10]. La passerelle de Laroin est à ce jour la seule application génie civil composite en France.

longueur	110 m
largeur	2.5 m
portée maximale	110 m
année	2000
conception	<i>Freyssinet</i>
construction	<i>Freyssinet</i>
producteurs des parties en composite	
câbles	<i>Soficar</i>



TAB. 1.5. Données techniques - Passerelle de Laroin

FIG. 1.13. La passerelle de Laroin

### Pont de Vegarrozadas-Soto del Barco (Espagne - 2004)

En Espagne, un pont véhiculaire avec des poutres en composite, construit dans le cadre d'un projet européen de recherche par la société Acciona Infraestructuras (Necso) en collaboration avec

plusieurs centres de recherche (Université de Zaragoza, European Laboratory for Structural Assessment ...) et industriels (Saint Gobain Vetrotex, Aries Pultrusion ...), a été inaugurée au printemps 2005 entre Vegarrozadas et Soto del Barco en Asturie. Les poutres caissons en composite sont de section trapézoïdale, les parois du caisson sont en fibre de carbone, et l'âme en polyuréthane. Chacune des trois poutres d'une longueur totale de 46 m est assemblée à partir de 4 éléments. Deux joints sont faits en usine, le troisième sur le chantier. Ainsi, les éléments de poutres de 20 m et 26 m sont transportés séparément sur le site. Le pré-tablier d'armatures de fibres de carbone est fixé sur les poutres avant la mise en place sur les piliers. Cela permet une mise en place rapide d'environ 2 heures. Un tablier en béton armé est ensuite coulé de manière traditionnelle sur le pré-tablier. Ceci augmente la rigidité en flexion des poutres composite. Les fibres de carbone du bas de la poutre sont donc surtout sollicitées en traction. Au niveau des appuis, dans les zones en compression, des renforts empêchent le flambement. Malgré la mise en place rapide, le coût de l'ouvrage a été quatre fois plus élevé qu'un franchissement traditionnel. Différents capteurs ont été inclus dans la structure afin d'analyser son comportement à long terme.

longueur	46 m
largeur	8 m
portée maximale	13 m
année	2004
conception	NECSO
construction	NECSO
<i>producteurs des parties en composite</i>	
<i>Advanced Composites Group ACG</i>	
<i>Saint Gobain Vetrotex</i>	
<i>Aries Pultrusion</i>	



TAB. 1.6. Données techniques - Pont de Vegarrozada

FIG. 1.14. Le pont de Vegarrozada

## 1.8 Conclusion

De nos jours, la construction innovante en matériau composite reproduit surtout les techniques utilisant des matériaux traditionnels (acier, béton, bois...). L'innovation par la reproduction est un procédé courant lorsqu'on introduit un nouveau matériau : remplacer les matériaux traditionnels par un nouveau matériau pour explorer les possibilités et la fiabilité de ce dernier. Mais très vite les limites de cette méthode sont évidentes : les techniques de construction sont adaptées au matériau pour lequel elles ont été développées grâce à une longue expérience. C'est pourquoi le matériau traditionnel est généralement inconcurrençable aussi bien sur le plan économique que technique.

Il faut donc développer de nouvelles méthodes de construction, des méthodes qui à leur tour seront adaptées en particulier au nouveau matériau, profitant au maximum de ses propriétés mé-

caniques.

Au LAMI, les recherches sur les techniques de construction pour des ouvrages génie civil adaptés aux matériaux composites sont encadrées par quatre *directives* et autour de deux projets principaux.

Les directives sont :

1. faire un usage optimal des propriétés mécaniques des fibres, à savoir :
  - déformations élastiques importantes,
  - hautes résistances en traction dans le sens des fibres,
2. minimiser et simplifier les assemblages pour minimiser les concentrations de contraintes et les coûts,
3. utiliser un maximum d'éléments fabriqués en usine pour en augmenter la qualité et pour être économiquement compétitif,
4. réfléchir à l'intégration de fonctions, et à l'intégration de capteurs.

Les deux projets, aujourd'hui, sont :

**passerelles et franchissements** : objet de ce travail et aussi d'un contrat européen NR2C (New Road Construction Concept). Dans le contrat européen géré par le LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées), il s'agit d'imaginer des solutions poutres ou dalles sandwich intégrant différents matériaux comme les bétons HP, fibrés, légers, le bois ou les nids d'abeille, et des matériaux composites performants, à fibre de carbone ou verre. Les problématiques concernent le dimensionnement de telles structures, des liaisons et des interfaces. Une réflexion *éco-construction* accompagne ces développements. Dans notre présent travail, il s'agit plutôt de proposer des solutions structurelles réellement innovantes et plus ciblées *composite*.

**dômes, coques et gridshells** : sous le nom de gridshell, on entend le plus souvent une structure qui a la forme et la rigidité d'une coque à double courbure mais qui est constituée d'une grille et non d'une surface continue. Ces structures peuvent franchir de grandes portées tout en utilisant peu de matière. Elles peuvent être constituées de n'importe quel matériau : acier, aluminium, bois ou même carton... Généralement, les structures métalliques sont composées d'éléments rectilignes qui définissent des facettes sur la surface de la grille. La complexité de la géométrie obtenue requiert le développement d'un grand nombre de pièces d'assemblage aussi complexes que coûteuses. Pour pallier à ce désavantage, un procédé de construction original a été développé. De longues poutres continues sont assemblées sur le sol et articulées entre elles, ce qui confère à la grille une absence totale de rigidité en cisaillement, et permettra par la suite de grandes déformations. La grille est ensuite déformée élastiquement par flexion jusqu'à ce que la forme désirée soit atteinte. Elle est enfin rigidifiée à l'aide d'une troisième direction de barres ou de câbles de contreventement de façon à supprimer le degré de liberté

en cisaillement. La coque atteint sa rigidité finale. Dans le monde, seulement trois gridshells ont été construits en utilisant cette méthode : parmi eux la *Multihalle der Bundesgartenschau* de Frei Otto à Mannheim (1975).



FIG. 1.15. Le gridshell développé au LAMI

Le LAMI a développé et construit un gridshell (figure 1.15) en composite, ces matériaux étant *idéaux* pour cette application [17].

Dans le chapitre suivant, après avoir décrit la passerelle bowstring développée au LAMI, qui est l'objet de l'étude, nous détaillons les étapes de construction qui sont intimement liées aux innovations structurelles proposées.

## Chapitre 2

# La passerelle bowstring tout-composite du LAMI

---

### Plan du Chapitre

2.1	Présentation de la passerelle . . . . .	22
2.2	Construction de la passerelle . . . . .	24
2.3	Conclusion . . . . .	27

---



## 2.1 Présentation de la passerelle

Il s'agit d'une passerelle de type bowstring, d'une longueur de 40 m et d'une largeur de 2.5 à 3 m, imaginée par Baverel, Caron *et al.* pour une utilisation piétonne [18]. La première particularité de cette passerelle est l'utilisation de gros tubes pultrudés rectilignes pour la réalisation des arcs porteurs. Ainsi, tel un arc tendu par une corde, des tubes sont courbés élastiquement en arcs, décrivant une *elastica*, nom donné par Euler à la géométrie d'une poutre post-flambée. Communément perçue comme un inconvénient des matériaux composites (et surtout des composites à renfort de fibres de verre, les Glass Fibre Reinforced Polymers : GFRP), la relative souplesse des profilés devient ici un avantage, car couplée à des élongations à rupture importantes (1 – 2%), et donc une piste pour l'innovation. De plus, le flambage est une façon particulièrement économique d'obtenir les éléments constructifs en forme d'arc, les assemblages sont réduits, et compte tenu de la faible densité des profilés, de lourds appareillages ne seront pas nécessaires.

Comme un bowstring classique, les extrémités de l'arc sont connectées par un câble pour réduire la poussée vers l'extérieur due au poids propre et au chargement extérieur. Ici, le câble est envisagé en composite à renfort de fibres de carbone pour éviter des élongations trop importantes, les profilés actuels atteignant sans problème des rigidités de 200 GPa !

Pour chaque arc un tube de 45 m de longueur ( $l_{tube}$ ) est flambé de façon à obtenir une portée de 40 m ( $l_{arc}$ ). Ainsi, l'arc atteint *naturellement* une flèche d'environ 9.2 m ( $h_{arc}$ ).

Introduisant un vocabulaire précis, un arc ne désigne que le tube flambé ; en revanche l'arche est l'élément de structure composé d'un arc, du câble inférieur, et des haubans (Figure 2.1).

Pour minimiser les assemblages et ancrages coûteux qui peuvent induire des concentrations de contraintes, les haubans sont envisagés comme des pultrudés continus. Cela constituera la deuxième spécificité de l'ouvrage bien adapté aux caractéristiques des composites. En effet, on a vu que l'ancrage était une difficulté, que l'on va ainsi minimiser (moins d'ancrages) et rendre moins critique : des collages sont prévus aux différents renvois (ou nœuds) pour rigidifier la structure, mais une rupture éventuelle du collage n'entraîne pas de rupture catastrophique, le hauban restant intègre et continu. Une augmentation de la souplesse de l'ouvrage sera l'indicateur du dommage et fournira donc une ductilité à l'ensemble. Les haubans de ponts bowstring peuvent être placés soit verticalement soit inclinés. Ici, les haubans sont entrecroisés (Figure 2.1). Cela rend possible le concept de haubans continus et, de plus, cet arrangement fait bénéficier à la structure d'un effet de treillis (on rappelle que des collages sont effectués aux nœuds). Chaque arche a deux haubans continus en fibres de carbone : le premier hauban comprend 8 éléments de haubans, le deuxième 6 éléments. Toute l'arche - l'arc, le câble et les haubans - est autocontrainte.

Dans chaque arche, deux types d'éléments sont uniquement chargés en traction (*éléments de*

*traction*) : les éléments de câble et les éléments des haubans. Le câble est mis sous tension par l'énergie élastique fournie par l'arc. Les haubans, qui sont fixés entre les nœuds d'assemblage et les nœuds d'ancrage sur l'arc, sont contraints grâce à la légère courbure du câble. Ce type de chargement dans la direction des fibres est idéalement adapté aux pultrudés anisotropes.

Aux extrémités des arches et aux nœuds d'assemblage entre câbles et haubans, des barres horizontales en pultrudés de fibre de verre sont fixées. Le tablier reposant sur ces barres assure la stabilité transversale, aidé en cela par le fait que les arches sont légèrement inclinées de façon à se rejoindre en leurs sommets.

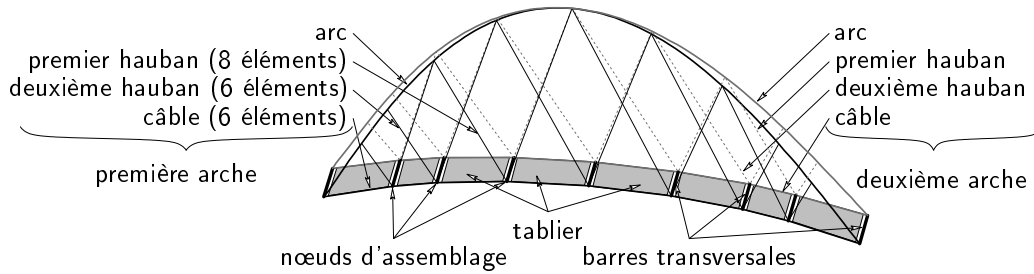


FIG. 2.1. Passerelle en 3D avec description de la géométrie

Le tableau récapitulatif 2.1 donne les dimensions des cinq éléments constructifs qui forment la passerelle. Un matériau à renfort de fibre de verre est choisi pour le tube de l'arc pour ses avantageuses propriétés en flexion et pour des raisons économiques. Ce matériau est également utilisé pour les barres transversales. Étant donné la courbure du câble et l'inclinaison des arches, ces barres transversales ont des longueurs  $l_{bar,i}$  inférieures ou égales à 3 m (voir aussi figure 3.2). Les éléments de tension, les câbles et les haubans, sont à renfort de fibres de carbone en raison de la rigidité et de la résistance de ce type de renfort. Pour les modélisations Éléments Finis le tablier est en bois. Il a été délibérément choisi de sortir le tablier de nos réflexions afin de se concentrer sur le système arcs-câbles-haubans. Cependant, faire participer mécaniquement le tablier afin qu'il aide les câbles pour les reprises de tension serait souhaitable, et un tablier composite tel qu'un sandwich bois fibres de verre serait tout à fait dans la continuité de l'esprit composite de la passerelle. Les valeurs caractéristiques (modules d'Young longitudinal  $E_L$  et transversal  $E_T$ , et module de cisaillement plan  $G_{LT}$ ), les contraintes limites à la rupture en traction axiale en direction des fibres  $f_{t,L}$ , en flexion  $f_m$  et en cisaillement  $f_v$ , et la masse volumique  $\rho$  des matériaux utilisés peuvent être consultés dans le tableau 2.2. Le carbone choisi a un module assez faible au regard des performances des nouveaux produits.

<b>tube de l'arc</b>	longueur	diamètre extérieur	épaisseur
	$l_{tube} = 45$ m	$d_{tube} = 0.32$ m	$t_{tube} = 0.02$ m
<b>câble</b>	longueur	diamètre	
	$l_{cabl} \sim 40$ m	$d_{cabl} \sim 0.10$ m	
<b>haubans</b>	section		
	$a_{haub} = 0.0001$ m <sup>2</sup>		
<b>barres transversales</b>	longueurs	diamètre extérieur	épaisseur
	$l_{bar,i} \leq 3$ m	$d_{bar} = 0.30$ m	$t_{bar} = 0.02$ m
<b>tablier</b>	épaisseur		
	$t_{tab} = 0.10$ m		

TAB. 2.1. Dimensions des éléments constructifs de la passerelle

<b>composite fibres de verre - époxy</b>	$E_L^{vr} = 20$ GPa	$E_T^{vr} = 10$ GPa	$G_{LT}^{vr} = 4$ GPa	$\rho^{vr} = 2\,700$ kg/m <sup>3</sup>
	$f_m^{vr} = 850$ MPa	$f_v^{vr} = 50$ MPa		
<b>composite fibres de carbone - époxy</b>	$E_L^{cb} = 120$ GPa	$E_T^{cb} = 10$ GPa	$G_{LT}^{cb} = 4$ GPa	$\rho^{cb} = 1\,550$ kg/m <sup>3</sup>
	$f_{t,L}^{cb} = 2$ GPa	$f_v^{cb} = 50$ MPa		
<b>bois</b>	$E_L^{bs} = 10$ GPa	$E_T^{bs} = 10$ GPa	$G_{LT}^{bs} = 4$ GPa	$\rho^{bs} = 1\,000$ kg/m <sup>3</sup>
	$f_{t,L}^{bs} = 17,5$ MPa	$f_m^{bs} = 28$ MPa	$f_v^{bs} = 2,7$ MPa	

TAB. 2.2. Matériaux : valeurs caractéristiques, contraintes limite, masse volumique

## 2.2 Construction de la passerelle

Une maquette à l'échelle 1/10<sup>ème</sup> a été réalisée (figure 2.2). À cette échelle, les problèmes constructifs deviennent réels et une procédure de construction peut être mise au point. Les quatre étapes importantes de la mise en place de la passerelle sont illustrées dans la figure 2.3. Les longueurs et forces indiquées sont celles décrivant la passerelle à l'échelle 1.



FIG. 2.2. Maquette 1/10 de la passerelle bowstring développée au LAMI

### Première étape flambage du tube en arc :

Les tubes pultrudés d'une longueur de  $l_{tube} = 45$  m sont flambés élastiquement pour obtenir

la forme de l'arc. Pour cela, les tubes sont placés au niveau du sol. Les extrémités sont alors ajustées dans des pièces spécialement usinées qui permettent également la fixation d'un *câble de positionnement*. Avec une force de flambement d'environ  $f_{pos} = 50$  kN pour un arc, les extrémités de chaque tube sont rapprochées l'une de l'autre de manière à obtenir un arc flambé dont la portée de  $l_{pos}$  est légèrement inférieure à celle de l'arc final ( $l_{arc} = 40$  m). Cela permet une mise en place confortable du câble et des haubans, car lors du positionnement ils ne sont pas encore autocontraints. Pour la mise en forme de l'arc, il est indispensable de maîtriser (a) la forme finale désirée et l'énergie élastique correspondante fournie par l'arc, et (b) les étapes du flambement. Outre la manipulation et la mise en place aisées et sécurisées de l'arche au sol, cette méthode ne demande pas de matériel très coûteux tel que des grues. Idéalement, chaque arc est un seul tube pultrudé, ce qui évite les concentrations de contrainte aux connections. Cependant, il est possible que des tubes pultrudés de 45 m ne puissent pas être produits en usine, ou bien surtout qu'il ne puissent pas être transportés sur le chantier par voie terrestre. Alors, des assemblages de tubes sont nécessaires, et les connections sont de préférence aux endroits de moment de flexion minimal (courbure minimale).

**Deuxième étape** *positionner câble et haubans :*

La géométrie finale de la passerelle est déterminée par l'arc (longueur flambée et énergie élastique fournie), et par la longueur à vide (sans chargement) de chaque élément de tension. L'ensemble des longueurs à vide des éléments de tension est le *patron de la structure*. Une unique géométrie de la structure correspond à chaque patron. Se pose alors le problème de la détermination du patron correspondant à l'ouvrage désiré. Une géométrie cible ou tout autre objectif nécessite de pouvoir calculer l'équilibre de la structure sous contraintes, et ce problème est non-linéaire. On utilisera dans la suite la Méthode de la Densité de Force (chapitre 4), une méthode palliant à cette difficulté. Pour faciliter la mise en place des éléments de tension, on place des *poulies* ou un dispositif équivalent à surface glissante aux nœuds d'ancrage des haubans avec l'arc (sauf aux extrémités de haubans), et aux nœuds d'assemblage entre haubans et câble (*nœuds libres*). L'emplacement des poulies est précisé dans la figure 2.3. Les poulies garantissent naturellement une excellente répartition des efforts, un état que nous appelons *d'isoforce*, dans les câbles et les haubans. C'est un point important. Pour le calcul des géométries d'équilibre, il nous faudra donc introduire cette condition d'isoforce qui est certainement une piste pour optimiser la structure. Ce sera l'objet du chapitre 4. Dans le chapitre 5, nous approfondirons l'étude en proposant une stratégie de contrôle qui garantit en particulier cette isoforce à chaque instant.

**Troisième étape** *relâcher le câble de positionnement :*

L'élément principal de la structure, l'arche, est obtenu lorsque le câble de positionnement est relâché. L'arche se trouve alors en autocontrainte, elle a une portée de  $l_{arc} = 40$  m. Les *poulies*

sont ensuite bloquées ou le glissement est empêché (par exemple par collage). Pour permettre le fonctionnement mécanique de la passerelle, les longueurs des éléments sont fixées. Si l'on envisage le contrôle de forme décrit plus tard, les poulies sont réutilisées ultérieurement, cela signifie que les nœuds devront pouvoir être relâchés.

#### Quatrième étape mise en place des barres et du tablier :

Les deux arches autocontraintes sont assemblées en leur centre, le point le plus haut, tandis que leurs extrémités sont espacées de 3 m. Chaque arche est inclinée d'environ  $9,3^\circ$ . Les barres transversales sont fixées aux extrémités, puis aux nœuds libres. Ensuite, les éléments du tablier sont installés sur les barres transversales.

Ultérieurement, on envisage d'attribuer une partie de la fonction du câble au tablier, ou bien encore de combiner câble et tablier pour ne former qu'un seul élément. Dans cette étude, le tablier n'assure que la stabilité latérale.

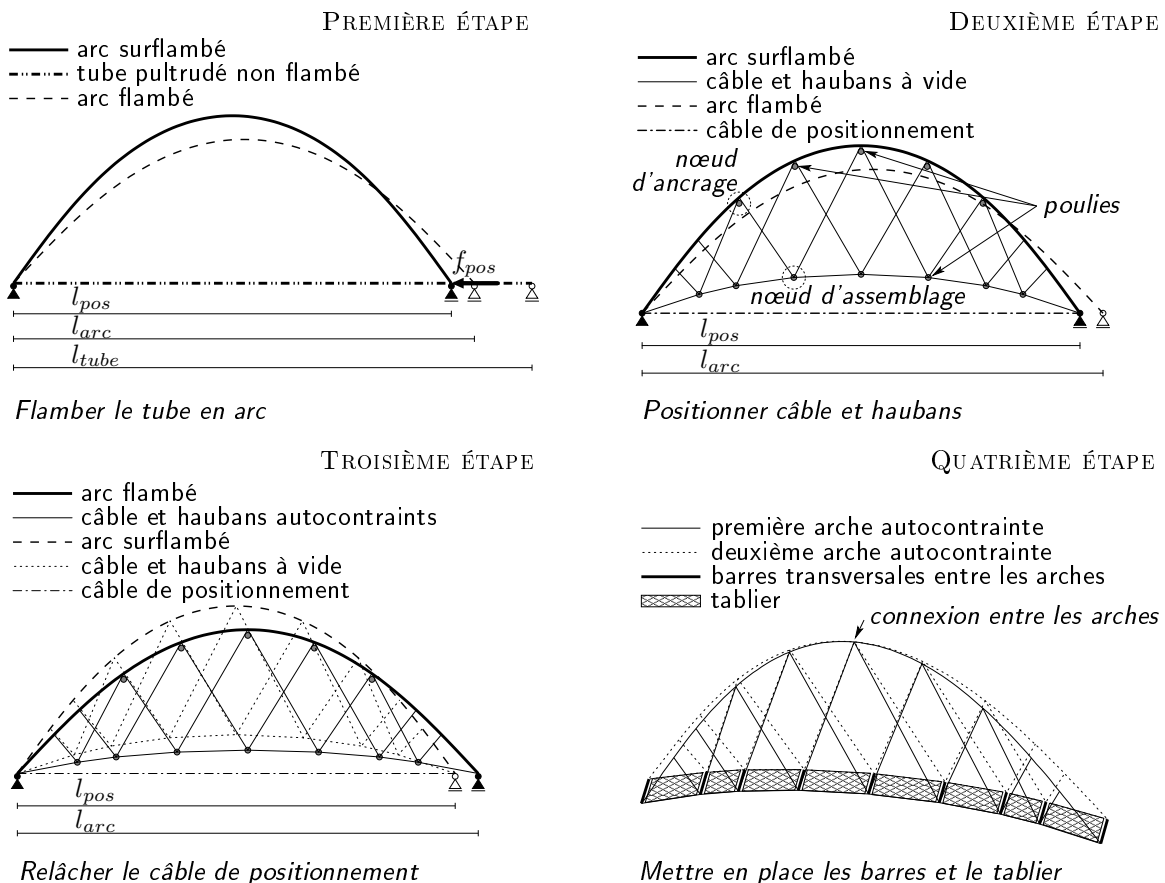


FIG. 2.3. Construction de la passerelle bowstring en matériau composite

## 2.3 Conclusion

Cette première maquette réalisée sur une base tout à fait expérimentale montre que la recherche sur ce type de structure est prometteuse : les idées développées ont facilement pu être mises en œuvre. Les connections usinées sont simples à installer par serrage sur les arcs. Cependant, on ne maîtrise pas la géométrie obtenue. En particulier, la géométrie qui s'est *installée* après avoir mis sous tension les éléments des haubans et des câbles, permet de bien répartir les forces dans les éléments de tension. Pour le vérifier, on peut relever les positions des nœuds d'ancrage et d'assemblage de la maquette de la passerelle. Ces positions sont utilisées pour créer un modèle EF de la structure obtenue expérimentalement afin d'en analyser le comportement. C'est une première piste que nous avons suivie, et de telles études numériques sur la passerelle expérimentale sont présentées dans le chapitre suivant. Cependant, même si ces résultats vont aider à comprendre les spécificités de l'ouvrage (état d'autocontrainte, non-linéarités géométriques...), nous avons décidé d'aller plus loin et d'axer notre travail sur la maîtrise de l'équilibre d'une telle structure pour un état d'isoforce, à savoir, géométrie d'isoforce et état de tension d'équilibre. Ce sera l'objet du chapitre 4 de développer les outils nécessaires à une telle étude. Dans le chapitre 5, à l'aide de ces outils et de la compréhension des mécanismes acquise par les études Éléments Finis du chapitre 3 suivant, nous ferons des propositions pour un contrôle de forme adaptant en continu l'ouvrage aux chargements extérieurs.

Ces études numériques sur la *passerelle expérimentale* sont donc présentées dans le chapitre suivant. De ces résultats se dégageront des réflexions préliminaires qui vont orienter notre travail vers le contrôle de forme pour optimiser la structure.



## Chapitre 3

# Comportement mécanique spécifique de la passerelle, réflexions et études préliminaires pour le contrôle de forme

---

### Plan du Chapitre

<b>3.1</b>	<b>Le modèle EF de la passerelle . . . . .</b>	<b>30</b>
3.1.1	Le modèle de l'arc flambé . . . . .	30
3.1.2	La passerelle 3D . . . . .	31
3.1.3	Le chargement extérieur . . . . .	32
<b>3.2</b>	<b>Étude du fonctionnement mécanique . . . . .</b>	<b>33</b>
3.2.1	Comparaison entre le comportement mécanique d'un arc flambé en composite et celui d'un arc rigide . . . . .	34
3.2.2	Dimensionnement des éléments de la passerelle . . . . .	38
3.2.3	Étude de flambement . . . . .	39
3.2.4	Flèches du tablier de la passerelle et rôle du tablier pour la rigidité de la structure . . . . .	41
3.2.5	Étude dynamique de la passerelle . . . . .	42
<b>3.3</b>	<b>Étude de la répartition des forces et introduction au concept du contrôle</b>	<b>53</b>
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>56</b>



Le concept de la passerelle développé dans le chapitre suivant est peu classique et nous allons nous intéresser ici aux comportements mécaniques spécifiques inhérents à l'ouvrage. Pour intégrer le postflambement de l'arc, les grandes rotations et les grands déplacements, l'état de précontrainte interne de tous les éléments constructifs, nous avons choisi une modélisation Éléments Finis poutre non-linéaire. On s'intéressera à des aspects statiques (rôle de l'arc élastique, distribution des tensions dans les éléments), aux phénomènes d'instabilités (flambement, post-flambement) et au comportement dynamique sous chargement des piétons.

Il ne s'agit pas là de notes de calculs pour le dimensionnement de la passerelle mais plutôt d'expérimentation numérique pour tester et valider le concept.

### 3.1 Le modèle EF de la passerelle

La passerelle est modélisée avec le logiciel d'Éléments Finis ANSYS. Dans un premier temps, à l'instar de la technique de construction, on flambe un tube de 45 m, afin d'obtenir la géométrie et les contraintes d'un arc élastiquement flambé de 40 m de portée. Dans un deuxième temps, on construit le modèle de la passerelle en 3D. Ensuite on présente les cas de charge étudiés.

#### 3.1.1 Le modèle de l'arc flambé

Pour modéliser l'arc, le tube à flamber est discrétisé en 100 éléments de poutre de type Timoshenko, chaque élément a donc une longueur de 45 cm. L'élément BEAM188 choisi permet de récupérer les contraintes obtenues lors de cette première étape de modélisation pour les calculs ultérieurs tels que la modélisation de la passerelle entière. L'élément est défini par son diamètre extérieur et son épaisseur. La position de chaque élément dans l'espace est définie par les deux nœuds des extrémités et l'orientation de l'élément par un troisième nœud. Aux extrémités, l'élément a six degrés de liberté : trois en translation ( $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$ ) et trois en rotation ( $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  et  $\varphi_z$ ). Pour éviter torsions et déplacements hors du plan de flambement, on pose les conditions limites  $u_z = \varphi_x = \varphi_y = 0$  : la poutre flambe dans le plan  $(x, y)$  (figure 3.1).

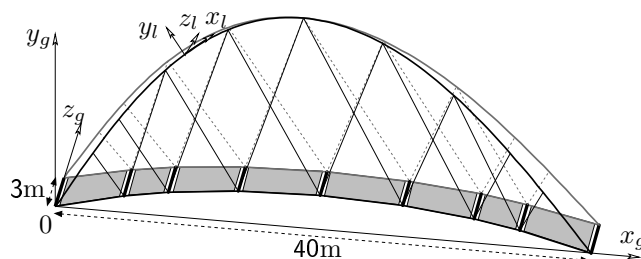


FIG. 3.1. Passerelle en 3D avec axes et origine

Le flambement s'effectue en deux étapes : une première force appliquée au milieu de la poutre donne le sens du flambement, ensuite un déplacement de  $-5$  m est imposé à l'extrémité droite.

On obtient un arc de hauteur  $h_{arc} = 9,21$  m, contraint avec une force de flambement  $f_{arc} = 43\,987$  N ; l'angle aux extrémités est de  $\phi = 38,60^\circ$ .

### Validation analytique de la géométrie *elastica*

La géométrie de l'arc obtenue et la force de flambement nécessaire sont comparés aux résultats d'un calcul analytique réalisé avec MAPLE. Pour ce dernier on utilise la loi de comportement élastique, formulée suite aux travaux sur l'*elastica* (géométrie d'une poutre port-flambée) par J. Bernoulli, L. Euler, JL Lagrange et D. Bernoulli [19]. Pour une poutre avec une inertie  $I$  et un module d'Young  $E$ , une abscisse curviligne  $s$  et un angle de rotation de la section de la poutre  $\phi$ , on a l'équation suivante si la poutre est flambée par une force  $f_{arc}$  :

$$EI \left( \frac{\delta^2}{\delta s^2} \phi(s) \right) + f_{arc} \sin(\phi(s)) = 0$$

À partir de cette équation, après intégrations et changements de variables à l'aide de MAPLE, on obtient une relation entre la rotation (symétrique) aux extrémités  $\phi_s$  et la hauteur  $h_{arc}$  de l'arc résultant [20] :

$$h_{arc} = \frac{2 \sin\left(\frac{\phi_s}{2}\right)}{\sqrt{\frac{f_{arc}}{EI}}}$$

Pour une rotation  $\phi_s = 38,6^\circ$  le calcul ANSYS donne une hauteur d'arc de  $h_{arc} = 9,21$  m, avec la relation analytique on obtient pour une même rotation  $\phi$  une hauteur d'arc de  $h_{arc} = 9,20$  m. On trouve donc une différence de 1% bien que la solution analytique soit basée sur un modèle de poutre de type *Euler-Bernoulli* tandis que le calcul ANSYS utilise un modèle de poutre plus raffinée de type *Timoshenko*.

Ceci valide cette première étape de calcul, le flambement de l'arc, et permet donc d'envisager le modèle de la passerelle complète en tenant compte des contraintes initiales de flexion.

#### 3.1.2 La passerelle 3D

Nous commençons par la modélisation d'une arche dans le plan  $(x, y)$  à  $z = 0$  en important la géométrie de l'arc flambé du premier pas de calcul.

Les éléments de tension sont ensuite placés entre les nœuds d'ancrage (nœuds où les haubans sont ancrés sur l'arc) et les nœuds d'assemblage (figure 2.1) pour les haubans et entre les extrémités

de l'arc et les nœuds d'assemblage pour le câble. Ils sont modélisés par des éléments traction-compression LINK10, définis pour ne travailler qu'en traction. Leur géométrie est définie par la section. Chaque élément  $i$  peut être précontraint en implémentant une élongation initiale  $\varepsilon_{ini,i}$ . Dans ce premier modèle 3D, les éléments définis sont sans précontrainte ( $\varepsilon_{ini,i} = 0$ ). Ils se trouveront sous contrainte dès l'application des contraintes de mise en forme de l'arc.

Pour obtenir des forces plus ou moins uniformes dans chaque type d'élément de tension, les coordonnées des nœuds d'assemblage ont été mesurées sur la maquette de la passerelle réalisée auparavant [18]. Ces coordonnées correspondent à un état de précontrainte, mais les forces dans les éléments de la maquette n'ont pas été relevées. De même, les longueurs à vide de chaque élément, difficiles à déterminer, n'ont pas été mesurées. Ces positions, déterminées expérimentalement, ne sont donc pas en mesure de fournir un état de précontrainte d'isoforce, mais elles permettent tout de même une approche de cet état désiré.

L'arche ainsi modélisée est copiée puis translaturée dans le plan  $(x, y)$  à  $z = 3$ . Après rotation autour des axes passant par les extrémités des deux arcs, les plans des deux arches s'intersectent au sommet. Les deux nœuds du sommet sont couplés pour tous les déplacements  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$ . À chaque extrémité des arcs, les trois déplacements sont également liés.

Entre les nœuds d'assemblage et entre les extrémités des deux arches, des barres transversales sont modélisées avec des éléments PIPE16. Aux extrémités, ces barres ont une longueur de 3 m ; la barre la plus courte se trouve au milieu de la passerelle, elle mesure 2.5 m

Les éléments de plaque SHELL43, utilisés pour le tablier, sont définis par quatre nœuds. Dans certains calculs, le tablier n'est pas modélisé.

La contrainte initiale de la passerelle est obtenue en appliquant le chargement en deux étapes. Dans un premier temps, on reprend les contraintes de la mise en forme de l'arc pour les deux arcs, puis, dans un deuxième temps on applique le poids propre sur la passerelle entière en 3D.

### 3.1.3 Le chargement extérieur

Dans le cadre de l'analyse statique de la passerelle, différents cas de charge (CdC) seront étudiés. Ces CdC sont illustrés dans la figure 3.2.

#### **CdC 1** *chargement complet de la passerelle :*

ce chargement est modélisé par une charge surfacique limite spécifique  $p_s$  répartie sur l'ensemble du tablier de la passerelle,

#### **CdC 2** *chargement de la moitié de la passerelle :*

dans ce cas la passerelle n'est chargée que sur une seule moitié du tablier avec  $p_s$ ,

#### **CdC 3** *chargement asymétrique de la passerelle :*

la moitié de la voie de droite et la moitié opposée de la voie de gauche sont chargées avec  $p_s$ ,

**CdC 4** chargement d'un seul côté de la passerelle :

le chargement se trouve uniquement sur une voie de la première arche de la passerelle.

Puisqu'une étude approfondie du tablier n'est pas envisagée, ces charges réparties sont modélisées de manière simplifiée par des forces ponctuelles équivalentes appliquées sur les nœuds d'assemblage. Pour le calcul à l'ELS, nous estimons une charge  $p_s^{\text{ELS}} = 5 \text{ kN/m}^2$  appliquée sur la surface du tablier, tandis que la charge à l'ELU est de  $p_s^{\text{ELU}} = 7.5 \text{ kN/m}^2$ .

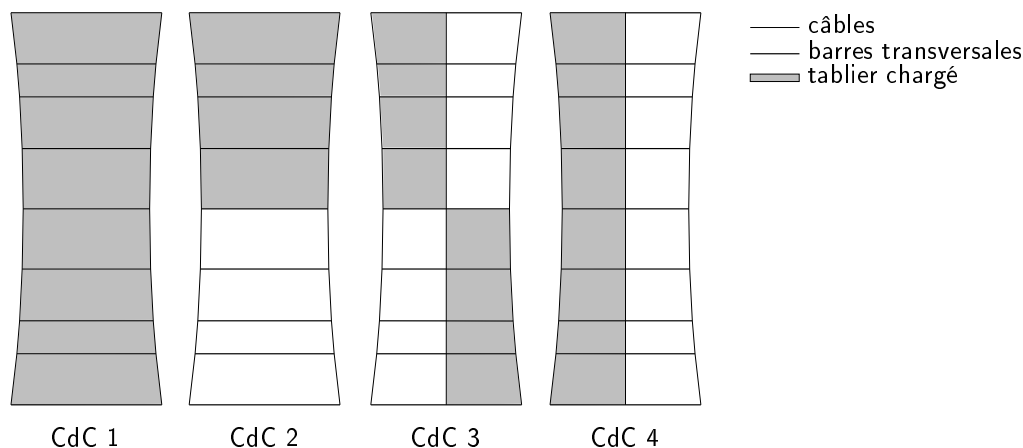


FIG. 3.2. Cas de charge - Vue sur le tablier

### 3.2 Étude du fonctionnement mécanique

Dans ce chapitre, on s'intéresse à plusieurs aspects du comportement de la passerelle, et en particulier aux spécificités du comportement mécanique de l'arc composite élastiquement flambé.

On commence par une analyse dont le but est de comprendre le comportement particulier de l'arc élastiquement flambé en le comparant à un arc rigide.

Une analyse de flambement permet ensuite d'estimer la stabilité de la passerelle utilisant des arcs composites flambés.

Ensuite, une analyse dynamique non-exhaustive explore le comportement dynamique de la passerelle complète en interaction avec les piétons. Les problèmes de vibrations apparus récemment avec les nouvelles passerelles particulièrement légères sont dus à l'interaction avec les usagers. Même si cet aspect est étudié sommairement ici, cela permet d'apporter des premières réponses concernant la problématique du comportement dynamique passerelle-piétons pour notre passerelle.

### 3.2.1 Comparaison entre le comportement mécanique d'un arc flambé en composite et celui d'un arc rigide

La différence entre le bowstring proposé dans cette étude et les bowstring classiques est l'arc et son comportement mécanique. Un arc conventionnel prend sa forme d'arc sans l'aide d'une force extérieure comme celle fournie par le câble. Un arc élastiquement flambé est créé grâce à une force extérieure, la force de flambement. Sans cette force  $f_{pos}$ , l'élément est un tube droit. La force de flambement est fournie par le câble. Le comportement de l'arc et du câble sont interdépendants.

Afin de mieux comprendre le comportement mécanique relativement complexe de l'arche *élastique*, c'est à dire l'arche avec un arc élastiquement flambé, deux modèles EF sont analysés. Le modèle de l'arche autocontrainte élastique est comparé au modèle du cas limite de l'arche *rigide* (avec un arc infiniment rigide). Contrairement à l'arc élastiquement flambé, l'arc infiniment rigide ne change pas de forme lorsqu'il est chargé. L'arc infiniment rigide a la même géométrie que l'arc élastiquement flambé, mais il est mis en forme avant l'assemblage de la passerelle.

Les bowstrings classiques en acier et béton armé ne sont pas infiniment rigides. Les résultats pour l'arche avec l'arc en acier se trouvent entre ceux de l'arche élastique et l'arche rigide, se rapprochant plus du comportement de l'arche rigide. Le comportement de l'arche élastique est d'avantage mis en évidence quand il est comparé à celui de l'arche rigide.

Pour se focaliser sur le comportement du système mécanique arc-câble-haubans, chaque arche est modélisée en 2D. Les deux arches ont les nœuds d'ancrage des haubans aux mêmes endroits sur l'arc, les longueurs à vide (c'est à dire sans chargement) des éléments de tension sont les mêmes.

Pour déterminer l'ensemble des longueurs à vide (sans aucun chargement) de chaque élément de tension, que l'on appellera *patron des éléments de tension*, on part de la géométrie de l'arche en 2D avec les coordonnées des nœuds d'assemblage déterminés expérimentalement (section 3.1.2). Les longueurs des éléments à vide peuvent être facilement déterminées, car avant l'application de la précontrainte comme premier pas de chargement du calcul EF, les distances entre les positions des nœuds d'ancrage et des nœuds d'assemblage correspondent aux longueurs à vide des éléments. On se souvient ici que, comme décrit dans la section 2.1, les nœuds d'ancrage sont les nœuds auxquels sont fixés les haubans sur l'arc, tandis que les nœuds d'assemblage sont les nœuds où se rejoignent câble, haubans, barres et éléments de tablier. L'ensemble des longueurs à vide issues des mesures sur la maquette sont le patron 1.

Il faut maintenant choisir une géométrie pour l'arc rigide qui permette de comparer au mieux les deux arches. La géométrie de l'arc rigide est choisie identique à la géométrie de l'arc élastique obtenu après application de la précontrainte. Puisque l'arc rigide a la propriété de ne pas changer de forme sous le chargement, il suffit de fixer les nœuds d'ancrage en déplacement. Cela simplifie le calcul EF.

Pour pouvoir placer le patron 1 dans l'arche rigide et la mettre ainsi sous précontrainte, il faut déterminer les élongations  $\varepsilon_{ini,i}$  de chaque élément de tension  $i$ . Pour cela, on relève les nouvelles coordonnées des nœuds d'assemblage après l'application de la précontrainte sur l'arche élastique. Connaissant donc la longueur de chaque élément à vide et sous contrainte, on peut facilement déterminer chaque élongation, étant donné que l'on suppose un comportement linéaire élastique pour les matériaux utilisés. On contrôle les élongations en calculant les forces correspondantes avec les modules d'Young  $E$  et les sections  $a$ , et en les comparant aux résultats du calcul EF de l'arche élastique. On obtient une géométrie d'équilibre pour laquelle une bonne répartition des forces dans les éléments est approchée empiriquement.

L'application de l'*autocontrainte* pour l'arche élastique diffère de l'application de la *précontrainte* pour l'arche rigide : les éléments de tension de l'arche élastique sont mis sous autocontrainte avec les forces du flambement initial des arcs, les précontraintes de l'arche rigide proviennent de la définition de l'élongation initiale  $\varepsilon_{ini,i}$  pour chaque élément de tension  $i$ .

### 3.2.1.1 Comparaison de l'état de contrainte initial pour les arches élastique et rigide

Pour l'arche élastique on observe une interaction importante entre arc, câble et haubans, ce qui se manifeste dans une augmentation d'environ 25% de la force moyenne dans les câbles  $f_{moy}^c$  et dans les haubans  $f_{moy}^h$  par rapport aux forces dans l'arche rigide (figure 3.3).

Comme illustré dans la figure 3.4, les extrémités de l'arche élastique sont poussées vers l'extérieur, en partie par les forces dans les haubans et en partie par la propension de l'arc à *vouloir redevenir un tube droit* (énergie élastique emmagasinée dans l'arc), s'écartant de  $\delta l_{ini}$  par rapport à l'état initial. Mais comme elles sont connectées par le câble, la tension dans le câble augmente de  $\delta f_{ini,elas}^c$ .

Pour le cas limite de l'arche rigide, les extrémités de l'arc ne s'écartent pas. Le câble ne reprend que la force de contrainte initiale  $f_{ini} = f_{arc}$ , aucune tension supplémentaire n'est induite.

Pour estimer si les résultats précédents sont influencés par le choix du patron des éléments de tension, les arches élastique et rigide sont analysées avec deux patrons différents ; le patron 1, obtenu comme décrit dans la section 3.2.1, et un patron 2 différent. On précise, mais c'est sans conséquence ici, que le patron 2 est le résultat de la recherche de forme qui sera décrite dans la section 4.2.5 du chapitre suivant. Les deux patrons ont le même nombre d'éléments de câble et de haubans et la même hauteur du nœud central d'assemblage, mais les éléments n'ont pas les mêmes longueurs à vide. En fixant la hauteur du nœud central, on est en mesure de comparer les arches avec les différents patrons.

La figure 3.5 montre que les forces dans les éléments de tension de l'arche augmentent également d'environ 25% si l'on opte pour un arc élastique au lieu d'un arc rigide. On observe aussi que le choix

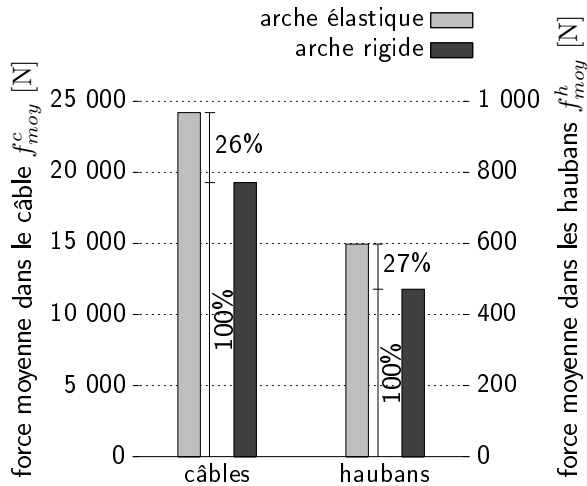


FIG. 3.3. Contraintes initiales - éléments de tension selon le patron 1

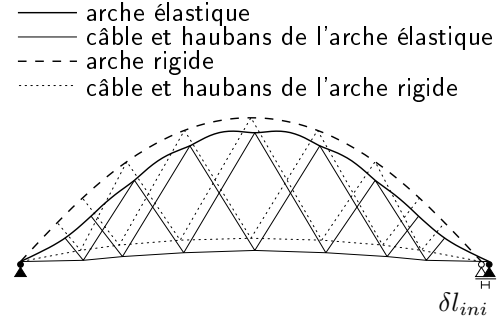


FIG. 3.4. Comportement des arches élastique et rigide sous contrainte initiale

du patron n'a pratiquement pas d'influence sur les forces moyennes  $f_{moy}^c$  et  $f_{moy}^h$ . (On soulignera plus tard (chapitre 4.2.5) que le choix du patron a une influence sur les forces maximales  $f_{max}$ .)

En outre, il est intéressant de remarquer qu'aucun élément de tension de l'arche élastique n'est déchargé pour l'état de contrainte initiale, que ce soit pour le patron 1 ou pour le patron 2. A contrario, ceci n'est pas le cas pour l'arche rigide avec les éléments de tension découpés selon le patron 1 (figure 4.17, section 4.2.5.1). Après l'application de la précontrainte, certains éléments se trouvent déchargés : on trouve un rapport de  $\frac{f_{min}}{f_{max}} = 0$  entre force minimale  $f_{min}$  et force maximale  $f_{max}$  du type d'élément de tension. Ceci reflète une difficulté majeure rencontrée lors de la mise en place de ponts haubannés : le réglage de la précontrainte initiale dans les haubans. Avec la proposition de recherche de forme développée dans le chapitre 4, cette difficulté peut être maîtrisée.

### 3.2.1.2 Comparaison de l'état de contrainte avec chargement extérieur pour les arches élastique et rigide

Pour comprendre l'influence du type d'arc sur le comportement mécanique de l'arche lors du chargement extérieur de la passerelle, on applique les forces équivalentes à la charge sur les nœuds d'assemblage (entre haubans et câble). Ces forces se composent d'une partie due au poids du tablier et d'une seconde partie due aux forces appliquées dans le CdC 1 de l'étude de la passerelle en 3D, étude dont on verra les résultats pour d'autres CdC dans la section 3.3. Un niveau de charge de 100% équivaut au chargement maximal de la passerelle avec  $p_s^{ELS} = 5 \text{ kN/m}^2$ . Dans cette analyse, on étudie seulement le cas du chargement uniforme. L'attention est portée sur deux aspects principaux. En fonction du niveau de charge, on analyse, d'une part, la répartition des forces dans les éléments

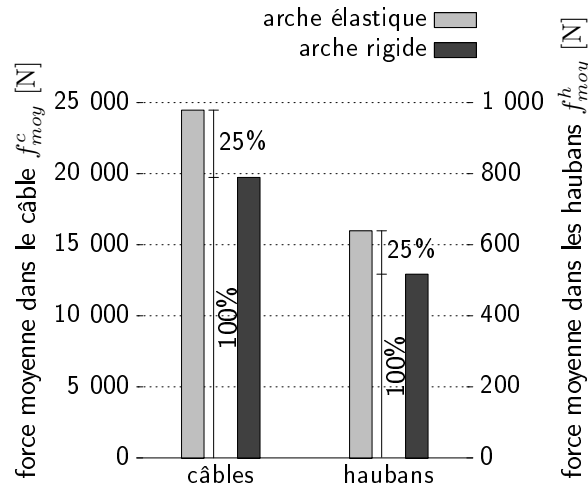


FIG. 3.5. Contraintes initiales - éléments de tension selon le patron 2

de tension et, d'autre part, la flèche maximale du tablier.

**Répartition des forces :** La figure 3.6 illustre le rôle clé que joue le comportement mécanique de l'arc : en particulier, pour les forces dans le câble.

L'arc élastique réagit au chargement extérieur vertical tel qu'il le fait pour la contrainte initiale. Plus les nœuds d'assemblage sont chargés, plus la courbure de l'arc diminue, l'écart supplémentaire  $\delta l$  entre les points d'appui de l'arche augmente. Dans l'arche élastique, on observe une relation linéaire entre le chargement extérieur et les forces moyennes  $f_{moy}$  dans le câble et dans les haubans.

Dans la première phase du chargement de l'arche rigide, la force moyenne dans le câble  $f_{moy}^c$  diminue et atteint son minimum lorsque les deux éléments extérieurs commencent à être complètement déchargés. Ce mécanisme est illustré sur la figure 3.7. À partir de ce moment, la force dans le câble augmente avec le chargement extérieur. On note que la force moyenne dans le câble de l'arche élastique est sensiblement plus élevée que la force dans le câble de l'arche rigide. Cependant, ceci n'est pas un problème, puisque le dimensionnement du câble peut se faire en conséquence.

Contrairement à la force moyenne dans le câble, la force moyenne dans les haubans n'est pas beaucoup influencée par le comportement mécanique de l'arc, mais elle dépend surtout du chargement. Il n'y a donc pas de grande différence entre la force moyenne  $f_{moy}^h$  pour l'arche élastique et celle pour l'arche rigide.

**Flèche verticale du tablier :** Quand l'arche est chargée sur les nœuds d'assemblage (entre câble et haubans), la force dans les haubans augmente. Les haubans pressent l'arc vers le sol. Plus la courbure de l'arc diminue, plus les points d'appui s'écartent. Puisque le câble reprend cette poussée due au chargement, l'arc s'aplatit non seulement à cause du chargement sur



les nœuds mais aussi à cause de la poussée aux points d'appui. Ceci explique la différence entre le déplacement vertical du nœud d'assemblage central de l'arche élastique par rapport à celui de l'arche rigide. Pour les arches avec les éléments de tension du premier patron, on obtient  $v_{max}^{elas} = 8.6$  cm pour l'arche élastique alors que pour l'arche rigide ce déplacement est seulement de  $v_{max}^{rig} = 2.8$  cm.

Les deux phénomènes observés sous chargement extérieur sur les arches avec les éléments de tension du patron 1 (une augmentation de la force moyenne dans le câble et une augmentation de la flèche du tablier de l'arche élastique par rapport à l'arche rigide) sont des mêmes ordres de grandeur pour l'arche avec des éléments de tension selon le patron 2. On a, par exemple, un déplacement vertical de  $v_{max}^{elas} = 7.9$  cm pour l'arche élastique et de  $v_{max}^{rig} = 3.0$  cm pour l'arche rigide.

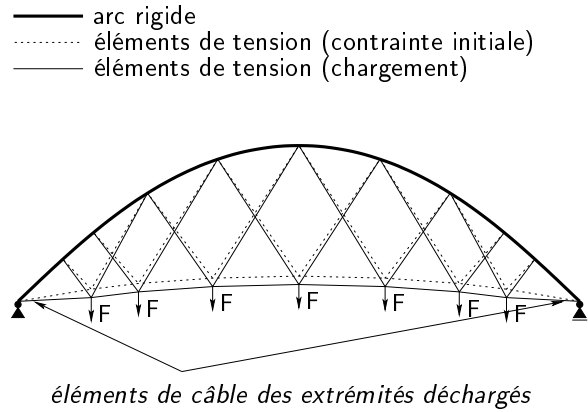
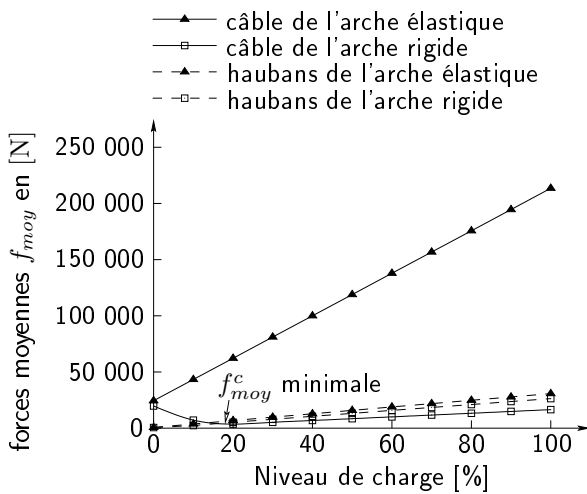


FIG. 3.6. Forces moyennes dans les éléments de tension lors du chargement de l'arche

FIG. 3.7. Comportement de l'arche rigide lors du chargement

### 3.2.2 Dimensionnement des éléments de la passerelle

Même si dans le cadre de cette thèse, il ne s'agit pas d'étudier la passerelle avec un dimensionnement précis, cette section présente quelques résultats concernant le dimensionnement, obtenus avec les études EF. Cependant ces résultats, résumés ci-dessous, n'entraînent aucun redimensionnement des éléments. On se limitera à des appréciations des dimensions des arcs, des câbles et des haubans : étant donné que l'on modélise le chargement extérieur par des forces sur les nœuds d'assemblage, on n'obtient pas une bonne approche de l'état de contrainte dans les éléments des barres et du tablier. Pour des résultats reproduisant mieux l'état de contrainte dans les barres et le tablier, on choisira des pressions appliquées sur les éléments du tablier. Dans cette étude, on se concentre sur le comportement du système arc-câble-haubans. Dans ce cas, la modélisation du chargement extérieur par des forces équivalentes est appropriée.

Dans le cadre de l'analyse statique de la passerelle différents cas de charge sont étudiés. Ces cas de charge ont déjà été décrits (section 3.1.3, figure 3.2). Dans ce chapitre, on aborde uniquement les résultats qui concernent les modifications à faire quant au dimensionnement des éléments de la passerelle. Pour cela, on détermine les contraintes maximales axiales ( $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ ) et de cisaillement ( $\sigma_{xy}$  et  $\sigma_{yz}$ ) de chaque élément à travers tous les cas de charge à l'ELS et à l'ELU. Ces contraintes ne doivent pas dépasser 33% des contraintes limites admissibles respectives  $f$ . Ces contraintes admissibles limites sont récapitulées dans le tableau 2.2 du chapitre précédent. Cette limite de 33% est choisie arbitrairement comme marge de sécurité, à cause de la rupture fragile, à défaut de normes standard pour la construction en composite. La figure 3.8 montre les valeurs adimensionnelles  $\sigma/f$  pour les différents éléments de la structure.

Les arcs peuvent présenter des problèmes dus aux cisaillements importants auxquels ils sont exposés aux ancrages des haubans. Considérant la structure sans tablier rigidifiant, ce problème s'accroît en général et, en particulier pour le CdC 3, on trouve des contraintes locales de cisaillement maximales à l'ELU de 86.7% de la contrainte admissible  $f_v^{vr}$  (58.3% avec tablier). Ces résultats sont cependant dus en partie au modèle, qui considère des ancrages ponctuels. Il faudrait donc affiner le modèle EF de manière à répartir les forces des ancrages dans une zone plus grande de l'arc. Si le problème apparaît malgré cela, il faudra prévoir des renforcements locaux au niveau des ancrages. La marge de sécurité pour les contraintes axiales  $\sigma_x$  n'est pas exploitée (3.4% à ELU).

Les haubans sont à la limite de la marge de sécurité, la dépassent même pour le calcul à l'ELU du CdC 2. Il s'agit, ici, d'un cas de charge où la structure se trouve sujette à une sollicitation très irrégulière (figure 3.2). Pour la structure sans tablier, les contraintes dans les haubans sont seulement légèrement inférieures.

On peut aussi remarquer que les câbles sont très largement surdimensionnés (une exploitation de seulement 1.3% à l'ELU), même si les contraintes sont très inégalement réparties (figure 3.8). On pourra donc diminuer la section utilisée pour le câble.

### 3.2.3 Étude de flambement

L'élément structurel innovant de la passerelle est l'arc flambé en matériau composite. Une étude de flambement est habituelle pour des structures arc ou coque [21]. Dans ce cas, une analyse de flambement semble indiquée pour étudier le comportement sous chargement de l'arc composite.

Pour l'analyse de flambement, le logiciel ANSYS permet deux techniques. La première méthode proposée est l'*analyse de flambement linéaire*. Elle donne la résistance théorique au flambement pour une structure élastique idéale. Elle correspond à l'approche standard. Mais, dans la plupart des cas, les imperfections et les non-linéarités empêchent les structures réelles d'atteindre cette résistance théorique. Cependant, une première analyse de flambement linéaire permet de prédire le

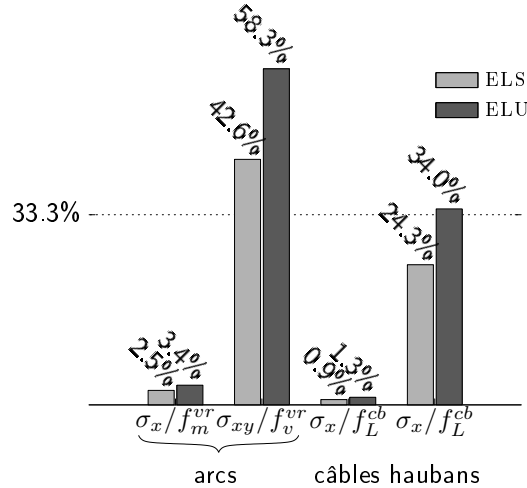


FIG. 3.8. Comparaison  $\sigma/f$  à ELS et à ELU pour les éléments de la passerelle

comportement de flambement de la structure et la forme des modes. On peut ainsi, le cas échéant, appliquer des forces perturbatrices hors-plan pour inciter la structure à flamber suivant ces modes identifiés.

La deuxième méthode est une *analyse statique nonlinéaire*. Dans un premier temps, la structure précontrainte (comme expliqué sous 3.2.1) est chargée avec le poids propre. Ensuite les forces sont augmentées graduellement pour déterminer, en fonction du modèle, soit la charge critique extérieure  $p_s^{flb}$  soit la force maximale dans les haubans  $f^{flb}$  pour laquelle la structure devient instable. Cette méthode permet d'introduire, entre autre, des imperfections initiales et une réponse en grandes déformations.

Parce que les déformations élastiques importantes des matériaux composites peuvent provoquer des nonlinéarités géométriques, on choisit l'*analyse statique nonlinéaire*.

Pour l'étude de flambement des arcs, on détermine la charge surfacique critique  $p_s^{flb}$  qui peut être appliquée à la passerelle complète, pour chaque cas de charge illustré dans la figure 3.2. Ces charges critiques  $p_s^{flb}$  sont récapitulées dans le tableau 3.1. On trouve aussi la valeur adimensionnelle du rapport entre la charge critique et la charge appliquée sur la structure pour un calcul à l'ELU. Les valeurs des flèches critiques  $d^{flb}$  de la structure juste avant qu'elle ne flambe sont données à titre indicatif et ne montrent que l'ordre de grandeur de celles-ci : elles dépendent fortement du choix de la taille des incréments de force. Ces flèches se trouvent aux endroits indiqués par  $d_{flb}$  dans les figures 3.9 des déformées respectives.

La figure 3.9 montre la déformée de la passerelle pour le cas de charge CdC 2 donnant la charge critique  $p_s^{flb}$  la plus basse. Le mode de ruine est l'inclinaison des arches du côté où l'on applique le chargement. Même si pour ce cas de charge les flèches obtenues ne sont pas plus importantes que celles des cas de charge CdC 3 et CdC 4, la grande hétérogénéité du chargement sur le tablier de la

	$p_s^{flb}$ [N/m <sup>2</sup> ]	$d^{flb}$ [m]	$\frac{p_s^{flb}}{p_s^{ELU}}$ [%]
CdC 1	16 362	0.791	218
CdC 2	14 899	1.633	199
CdC 3	16 362	4.341	216
CdC 4	17 258	4.371	230

TAB. 3.1. Charge critique de flambement  $p_s^{flb}$  pour différents cas de charge

passerelle fait flamber et céder la structure avant les autres cas de charge.

Le comportement des arcs pour le mode de ruine du CdC 1 semble similaire à celui du CdC 4. La différence est le comportement du tablier : dans le dernier cas, on observe une importante rotation due au chargement placé sur une seule moitié du tablier. C'est pour cela que le sommet des arcs se déplace par rapport au plan vertical  $(x, y)$  avec  $z = 1.5$  m. On trouve alors le déplacement maximal  $d^{flb}$  au nœud du sommet.

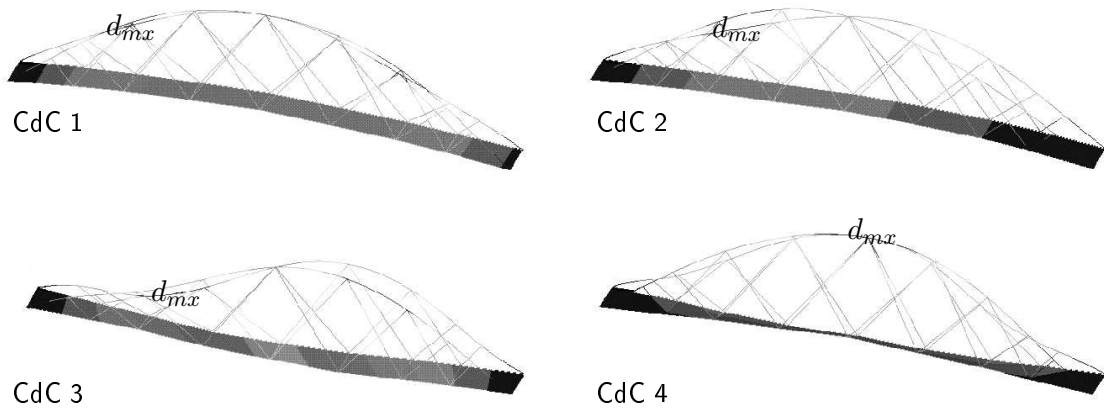


FIG. 3.9. Flambement de l'arche 3D pour les différents cas de charge

En conclusion, on peut dire que la structure ne semble pas présenter de risque de flambement puisque les charges critiques nécessaires au flambement des arcs de la structure sont environ le double des charges à appliquer pour une étude à l'ELU.

### 3.2.4 Flèches du tablier de la passerelle et rôle du tablier pour la rigidité de la structure

Dans la section 3.2.1.2, on avait déjà abordé la question de la flèche verticale de l'arche en 2D. Dans cette section, on s'intéresse aux flèches de la passerelle entière avec les chargements, les flèches étant les déplacements verticaux des nœuds libres, sur lesquels repose le tablier. Deux

structures sont étudiées, une structure avec le tablier contribuant à la rigidité de l'ensemble et une structure *sans* tablier. On détermine ainsi dans quelle mesure le tablier est nécessaire pour obtenir une passerelle *suffisamment* rigide. Pour que la passerelle soit *suffisamment* rigide, la flèche maximale ne doit pas dépasser 1/400 de la portée. Cette valeur pour la flèche admissible  $v_{adm}$  est communément utilisée pour les ouvrages de génie civil. Pour la passerelle, la flèche admissible est de  $v_{adm} = 10$  cm à ELS.

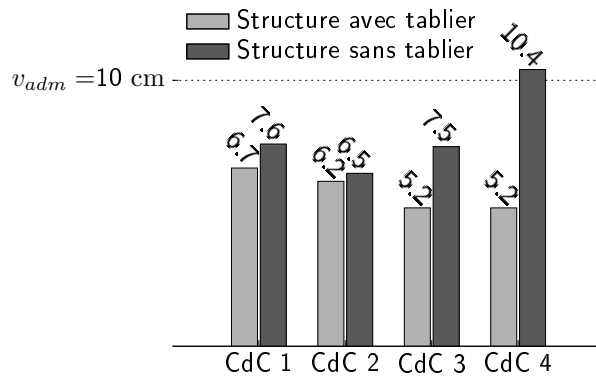


FIG. 3.10. Flèches maximales  $v_{max}$  pour les différents CdC étudiés

La figure 3.10 montre les flèches maximales  $v_{max}$  pour les différents cas de charge CdC (présentés dans la figure 3.2) à ELS. Pour la structure avec tablier, la flèche plus importante se produit lors du CdC 1. On trouve une flèche de  $v_{max} = 6.7$  cm, inférieure à la flèche admissible. En revanche, lorsque la structure sans tablier est chargée, on trouve une flèche  $v_{max} = 10.4$  cm supérieure à la flèche admissible, pour le CdC 4.

Compte tenu de ces résultats, il est clair que le tablier doit jouer un rôle rigidifiant pour la passerelle composite, d'autant plus que l'arche composite est déjà plus souple et produit des flèches plus grandes lors du chargement qu'une arche bowstring classique (section 3.2.1.2).

Ces résultats concordent avec les flèches trouvées pour l'arche en 2D chargée selon le CdC 1 déterminées et présentées dans cette section 3.2.1.2. La flèche de l'arche 2D est légèrement supérieure à celle pour l'arche sans tablier en 3D, car tous les chargements sont dans le plan de l'arche tandis que pour l'arche 3D, ces mêmes forces, appliquées sur les nœuds libres, ne sont pas dans le plan des arches. De plus, le tablier rigidifie la passerelle 3D.

### 3.2.5 Étude dynamique de la passerelle

Les nouvelles passerelles piétonnes montrent fréquemment des problèmes de mises en résonance par la marche des piétons (Millenium Bridge, Solférino...) et des modifications *a posteriori* du comportement vibratoire s'avèrent techniquement compliquées et surtout onéreuses. L'installation

de divers amortisseurs a augmenté le coût du Millenium Bridge de 27%.

Il est donc indispensable de se pencher sur le comportement dynamique des passerelles dès les premières étapes de la conception, et, à plus forte raison, quand les ouvrages sont particulièrement légers ou innovants comme la passerelle tout-composite de cette étude.

L'étude dynamique permet d'évaluer les risques de mise en résonance de l'ouvrage par l'action du piéton. Ce n'est cependant pas une analyse dynamique complète : dans des études ultérieures, il faudra se pencher par exemple sur l'action du vent.

Dans l'analyse dynamique qui suit, on détermine dans un premier temps les modes propres de la passerelle susceptibles d'être mis en résonance par la marche de piétons (section suivante 3.2.5.1), ensuite ces modes identifiés à risque sont étudiés de plus près afin de savoir si les accélérations de la structure incitées par l'action des piétons sont inconfortables (section 3.2.5.2).

### 3.2.5.1 Analyse des modes propres

Dans un premier temps, une analyse modale détermine les modes et les fréquences propres de la structure pour différentes situations envisageables. Le but de cette première analyse modale est d'identifier les modes propres susceptibles d'être mis en résonance par le trafic de piétons. Dans ce qui suit nous n'analyserons donc que les modes de vibration verticaux et horizontaux, car la marche des piétons contient une composante principale verticale et une composante horizontale moins importante. Les modes de vibrations de torsion ne sont pas considérés.

**Prise en compte de la masse des piétons lors de la détermination des fréquences à risque** Pour le calcul des fréquences propres, le EC 2 partie 2 propose dans l'article 4.4.4.4.2 de prendre en compte d'une part le garde corps lorsqu'il contribue à la rigidité d'ensemble, d'autre part la masse des piétons lorsqu'elle n'est pas négligeable par rapport à la masse du tablier. Un garde corps n'est pas (encore) prévu pour cette passerelle bowstring, et ne peut donc pas être pris en compte. En revanche, étant donné que la passerelle en matériau composite est particulièrement légère, la masse des piétons peut être importante par rapport à la masse du tablier.

La masse des piétons est prise en compte de la manière décrite ci-après. Dans les calculs de la réponse harmonique à la sollicitation d'un seul piéton, l'influence du poids du piéton est négligée. En revanche, lorsque l'action d'un petit groupe ou d'une foule est analysée, il faut prendre en compte la masse statique des piétons. Pour cette étude, les recommandations des *Eurocodes* mènent à l'analyse modale des systèmes suivants :

- Structure sans masse statique des piétons
- Structure avec masse statique des piétons
  - masse statique d'un petit groupe

- masse statique d'une foule

**Normes Eurocode pour déterminer les fréquences propres à risque** Comme précisé ci-dessus, les modes propres présentant le risque d'être mis en résonance sont ceux à balancement vertical ou horizontal du tablier dans une certaine plage de fréquences correspondant à la marche des piétons. Les vibrations horizontales étudiées sont des vibrations latérales du tablier. Des modes de vibrations longitudinales dans le sens du tablier ne sont pas susceptibles d'être mis en action.

La norme EN1991-EC 1 partie 2 [22] stipule qu'une vérification de la réponse harmonique n'est pas nécessaire pour toute fréquence propre  $f_p$  de vibration du platelage telle que :

$$f_p^v > 5.0 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations verticales et} \quad (3.1a)$$

$$f_p^h > 2.5 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations horizontales.} \quad (3.1b)$$

Ces limites  $f_p^v = 5 \text{ Hz}$  et  $f_p^h = 2.5 \text{ Hz}$  correspondent aux fréquences maximales de piétons marchant normalement. Pour d'autres activités, d'autres limites peuvent être fixées, le cas échéant.

Cependant, il est précisé que, pour les plages de fréquences de  $2.5 \text{ Hz} < f_p^v < 5 \text{ Hz}$  pour les vibrations verticales et de  $0.75 \text{ Hz} < f_p^h < 1.5 \text{ Hz}$  pour les vibrations horizontales, l'excitation due à la marche du piéton ne peut pas s'effectuer à chaque période (mais par exemple à une période sur deux, par le deuxième harmonique de la marche) parce que ces fréquences sont plus élevées que les fréquences naturelles de la marche. Pour cette raison, la capacité de mise en résonance inconfortable du tablier de la structure par la marche des piétons est considérablement réduite.

C'est pourquoi, d'un autre côté, la norme demande une vérification uniquement pour toute fréquence propre  $f_p$  de vibration du platelage telle que :

$$f_p^v < 3.0 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations verticales et} \quad (3.2a)$$

$$f_p^h < 1.5 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations horizontales.} \quad (3.2b)$$

La vérification des fréquences entre  $3.0 \leq f_p^v \leq 5.0 \text{ Hz}$  et  $1.5 \leq f_p^h \leq 2.5 \text{ Hz}$  est à décider au cas par cas, et à spécifier pour des projets particuliers.

**Choix faits dans cette étude pour déterminer les fréquences propres à risque** Étant donné la légèreté de la passerelle, et l'expérience connue et acquise avec d'autres passerelles piétonnes, on peut appréhender un comportement dynamique insatisfaisant. C'est pourquoi, dans cette

étude, on choisit des plages de fréquences légèrement plus grandes que celles proposées par les *Eurocodes* pour les vibrations verticales. On prend ainsi en compte une grande partie de l'excitation éventuelle de la passerelle par la deuxième harmonique de la marche. On étudie tous les modes de vibration du tablier avec des fréquences propres vérifiant

$$f_p^v < 4 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations verticales et} \quad (3.3a)$$

$$f_p^h < 1.5 \text{ Hz} \quad \text{pour les vibrations horizontales.} \quad (3.3b)$$

**Géométries des modes propres à risque** Nous étudions le comportement dynamique de la structure soumise à différents types de chargement. Pour tous les cas étudiés, les modes propres de ces structures présentent des géométries similaires, même si les fréquences diffèrent. Les fréquences auxquelles apparaissent les modes vibratoires de la structure sont récapitulées dans les tableaux ci-dessous 3.4, 3.5, 3.6 et 3.7.

Dans un premier temps, on présente dans la figure 3.11 toutes les géométries des modes propres à risque rencontrées dans cette étude dynamique. Tous ces modes propres avec des fréquences propres correspondantes à risque sont les modes pour lesquels le tablier oscille verticalement. Ces fréquences à risque  $f_p^v$  vérifient donc l'équation (3.3a).

Aucun mode propre avec vibration horizontale du tablier n'a de fréquence correspondante  $f_p^h$  vérifiant l'équation (3.3a). Aucune réponse harmonique à la sollicitation horizontale du piéton ne doit donc être analysée.

Dans la figure 3.11, les déformations sont augmentées d'un facteur 150 pour bien mettre en évidence le mode propre. On voit la structure déformée en ligne continue et la structure originale en pointillés. Dans cette figure et pour les tableaux de 3.2 à 3.7 qui suivent, nous adoptons une notation des modes propres en fonction des parties qui vibrent et de la direction de la vibration. Ainsi, le mode propre appelé **vt0** présente une vibration verticale du tablier. Dans ce cas, c'est le premier mode de vibration, un mode symétrique, qui n'a aucun nœud de vitesse nulle lors de la vibration, hormis les nœuds des extrémités de la passerelle. Le mode propre **vt1**, également mode de vibration verticale du tablier, est un mode asymétrique avec un nœud au milieu de la structure. Les autres modes de vibration verticale du tablier, **vt2**, **vt3** et **vt4**, ont respectivement deux, trois et quatre nœuds.

**Modes et fréquences de la passerelle sans masse statique des piétons** Cette première analyse détermine les modes propres pour la structure *à vide*. Dans ce cadre, on compare les résultats avec des analyses de la structure avec précontrainte.



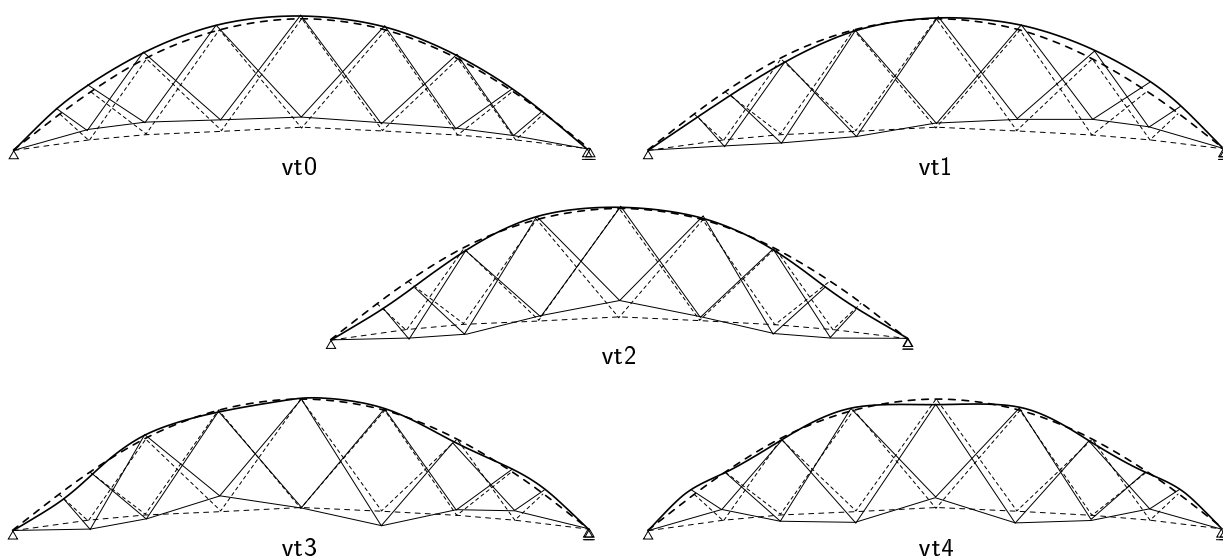


FIG. 3.11. Modes propres avec balancement vertical du tablier

Le tableau 3.2 résume les résultats de l'analyse modale. On y compare les fréquences  $f_{p,a}$  de la structure avec précontrainte aux fréquences  $f_{p,s}$  de la structure sans précontrainte.

mode	nr.	$f_{p,a}$ [Hz]	$f_{p,s}$ [Hz]	description du mode
ha1	1	1.628	1.638	balancement parallèle horizontal $z$ des arcs et des haubans
ha2	2	2.028	1.992	balancement entrecroisé antimétrique horizontal $z$ des arcs et des haubans
ha3	3	2.033	1.996	balancement parallèle horizontal $x$ des arcs et des haubans
ha4	4	3.079	3.047	balancement entrecroisé symétrique horizontal $z$ des arcs et des haubans

TAB. 3.2. Modes et fréquences propres sans masse des piétons

Le tableau 3.2 confirme qu'aucun mode dans les plages de fréquences à risque ne montre une excitation du platelage de la passerelle. Tous les modes ha décrits dans le tableau 3.2 sont des modes de vibration horizontale des arcs, le tablier ne vibre pas. Les vibrations des arcs ne provoquent sans doute pas de situations inconfortables pour les usagers de la passerelle. D'après la méthode de calcul proposée par [23] et utilisée ici pour l'étude dynamique de la passerelle piétonne, la réponse harmonique à la sollicitation du piéton ne doit donc pas être analysée. On gardera à l'esprit que nos calculs sont réalisés sur un modèle approché de la passerelle, la géométrie, les matériaux, les dimensions des éléments et les assemblages pouvant évoluer. Ce point pourrait donc être reconsidéré dans un projet plus avancé.

Pour la passerelle sans chargement extérieur, le premier mode de vibration du tablier est le 6<sup>ème</sup> mode propre. Le mode vt0 avec un balancement vertical du tablier (figure 3.11) apparaît à une fréquence de  $f_{p,a}^v = 4.559$  Hz, les prochains modes ont des fréquences propres supérieures à 6 Hz.

Cependant l'entrecroisement des haubans mérite une attention particulière. Dans ces cas de vibrations, c'est-à-dire les modes  $ha1$  et  $ha2$ , si les haubans se touchent cela peut provoquer des pics de contraintes perpendiculaires aux fibres. Même si ces deux modes ont des fréquences supérieures aux fréquences de sollicitation horizontale par le piéton, il est toutefois possible que ce problème apparaisse lors d'une sollicitation par le vent.

Le tableau 3.2 montre également que la précontrainte ne semble pas avoir une grande influence sur les fréquences propres de la structure. Dans les prochains calculs, on ne considère plus que la structure avec précontrainte.

**Modes et fréquences de la passerelle avec masse statique d'un petit groupe** Pour modéliser un petit groupe de piétons, l'EN1991-EC 1 partie 2 propose de prendre en compte la masse statique de 800kg à l'endroit du tablier le plus défavorable. En considérant cela, on calcule les modes propres pour la structure avec cette masse statique appliquée à différents endroits selon la figure 3.12 : les quatre premiers endroits, où la masse du groupe de piétons est appliquée, sont sur l'axe central du tablier, indiqués par  $g1$ ,  $g2$ ,  $g3$  et  $g4$  sur la figure. On étudie également l'application excentrée de la masse du groupe de piétons aux endroits  $g5$  à  $g8$  sur la même figure. La masse statique du groupe de piétons est placée près des accès à la passerelle pour les calculs  $g1$  et  $g5$  et se déplace vers le milieu. Pour les calculs  $g4$  et  $g8$ , la masse se trouve au milieu de la passerelle.

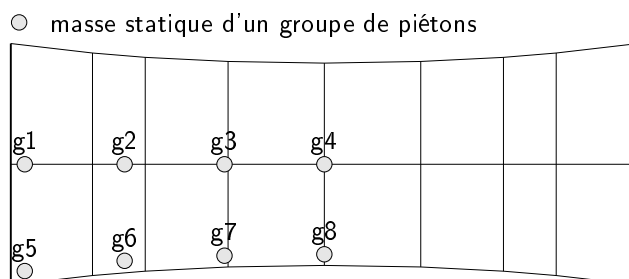


FIG. 3.12. Sites d'application de la masse statique d'un groupe de piétons

Les résultats des fréquences sont présentés dans le tableau 3.3 et comparés aux fréquences  $f_{p,a}$  de la structure précontrainte sans chargement. Les modes identifiés ont été décrits dans le tableau 3.2. Toutes les fréquences sont en Hz, les fréquences  $f_{p,g1}$ , par exemple, correspondent aux fréquences propres de la structure chargée avec la masse d'un petit groupe de piétons à l'endroit indiqué par  $g1$  dans la figure 3.12.

On voit que la masse statique du petit groupe de piétons n'influence pratiquement pas les fréquences propres de la structure. En effet il n'y a des différences qu'à partir de la quatrième

mode	$f_{p,a}$	$f_{p,g1}$	$f_{p,g2}$	$f_{p,g3}$	$f_{p,g4}$	$f_{p,g5}$	$f_{p,g6}$	$f_{p,g7}$	$f_{p,g8}$
ha1	1.628	1.628	1.628	1.628	1.628	1.628	1.628	1.628	1.628
ha2	2.028	2.028	2.028	2.028	2.028	2.028	2.028	2.028	2.028
ha3	2.033	2.033	2.033	2.033	2.033	2.033	2.033	2.033	2.033
ha4	3.079	3.078	3.078	3.078	3.078	3.078	3.078	3.078	3.078

TAB. 3.3. Modes et fréquences avec masse d'un groupe de piétons appliquée à différents endroits

décimale. Comme pour la structure sans masse statique des piétons, selon la méthode de calcul choisie, la réponse harmonique pour déterminer l'accélération due à la sollicitation du petit groupe de piétons ne doit pas être analysée pour ce modèle approché de la passerelle.

**Modes et fréquences de la passerelle avec masse statique de la foule** Les prescriptions de l'EN1991-EC 1 partie 2 prévoient dans 5.7(7) de charger la surface du tablier de la passerelle avec une masse statique de  $m_f = 400 \text{ kg/m}^2$  pour représenter la foule.

Pour cette analyse, nous étudions les mêmes cas de charge que pour l'analyse statique de la passerelle. Ces cas de charge (CdC) ont déjà été présentés dans la figure 3.2 de la section 3.1.3.

Les résultats de l'analyse modale pour les différents CdC, sont présentés dans les tableaux suivants. Pour le cas de la passerelle chargée avec une foule, les analyses identifient différents modes propres à risque. Pour ces modes propres, l'analyse ultérieure de la réponse harmonique déterminera si les accélérations provoquées par l'interaction avec les piétons peuvent être inconfortables pour les usagers. Ces cas sont en italique dans les tableaux 3.4 à 3.7.

mode	nr.	$f_{p,CdC1}$ [Hz]	description du mode
ha1	1	1.621	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha2	2	2.026	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha3	3	2.033	balancement horizontal des arcs et des haubans
<i>vt0</i>	<i>4</i>	<i>2.245</i>	<i>balancement vertical du tablier</i>
<i>vt1</i>	<i>5</i>	<i>2.367</i>	<i>balancement vertical du tablier</i>
<i>vt2</i>	<i>6</i>	<i>2.944</i>	<i>balancement vertical du tablier</i>
ha4	7	3.084	balancement horizontal des arches et des haubans
tt2	8	3.171	torsion symétrique à deux nœuds du tablier
tt1	9	3.235	torsion antisymétrique à un nœud du tablier
<i>vt3</i>	<i>10</i>	<i>3.247</i>	<i>balancement vertical du tablier</i>
tt0	11	3.292	torsion symétrique sans nœud entre les points d'appui
<i>vt4</i>	<i>12</i>	<i>3.641</i>	<i>balancement vertical du tablier</i>

TAB. 3.4. Modes et fréquences - CdC 1

Dans le tableau 3.4 pour le CdC 1, on retrouve des modes de vibration verticale du tablier vt et des modes de vibration horizontale des arcs ha, dans la plage de fréquences à risque. Un troisième

type de mode de vibration tt de torsion du tablier apparaît également.

Dans les prochaines analyses de recherche de modes à risque, pour les CdC 2, CdC 3 et CdC 4, la masse statique totale appliquée modélisant la foule est diminuée de la moitié par rapport à celle de l'analyse précédente, c'est à dire pour le chargement complet (CdC 1). On insiste sur ce fait, car les fréquences propres d'ouvrages légers dépendent fortement du chargement appliqué. Avec ces analyses, on estime l'influence de la répartition de la foule sur le comportement dynamique de la passerelle.

Lorsqu'on considère la structure avec un chagement du type CdC 2, le tablier vibre plus du côté du tablier où la masse statique de la foule est appliquée. Les résultats de la recherche des modes propres à risque sont présentés dans le tableau 3.5.

mode	nr.	$f_{p,CdC2}$ [Hz]	description du mode
ha1	1	1.625	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha2	2	2.027	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha3	3	2.033	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt0	4	2.338	<i>balancement vertical du tablier</i>
ha4	5	3.080	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt1	6	3.204	<i>balancement vertical du tablier</i>
tt1	7	3.278	torsion du tablier
tt2	8	3.770	torsion du tablier
vt1	9	3.247	<i>balancement vertical du tablier</i>

TAB. 3.5. Modes et fréquences - CdC 2

Dans l'analyse de la structure avec le CdC 3, on remarque qu'il n'y a pas de modes de torsion du tablier dans la plage de fréquences à risque. Apparemment le chargement hétérogène *stabilise* en quelque sorte le tablier en torsion.

mode	nr.	$f_{p,CdC3}$ [Hz]	description du mode
ha1	1	1.625	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha2	2	2.028	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha3	3	2.033	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt0	4	2.609	<i>balancement vertical du tablier</i>
vt1	5	2.683	<i>balancement vertical du tablier</i>
ha4	6	3.081	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt2	7	3.467	<i>balancement vertical du tablier</i>
vt3	8	3.472	<i>balancement vertical du tablier</i>

TAB. 3.6. Modes et fréquences - CdC 3

À cause de la masse statique de la foule appliquée sur une seule arche (CdC 4), tous les modes propres sont des modes couplés à de la torsion.

mode	nr.	$f_{p,CdC4}$ [Hz]	description du mode
ha1	1	1.625	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha2	2	2.028	balancement horizontal des arcs et des haubans
ha3	3	2.033	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt0	4	2.587	<i>balancement vertical du tablier</i>
vt1	5	2.676	<i>balancement vertical du tablier</i>
ha4	6	3.077	balancement horizontal des arcs et des haubans
vt2	7	3.135	<i>balancement vertical du tablier</i>
vt3	8	3.522	<i>balancement vertical du tablier</i>
vt4	9	3.984	<i>balancement vertical du tablier</i>

TAB. 3.7. Modes et fréquences - CdC 4

On peut remarquer que tous les modes propres pour lesquels les arcs et les haubans vibrent, du mode ha1 à ha4, restent pratiquement aux mêmes fréquences propres pour tous les cas de charge. Les fréquences des modes d'excitation du tablier (modes vt0 à vt4) par contre diminuent lorsque la masse statique de la foule est prise en compte.

Les modes de vibration horizontale du tablier apparaissent aux fréquences les plus basses pour le CdC 1. Étant donné que ces fréquences correspondent aux fréquences de la marche des piétons, on peut dès maintenant supposer que l'accélération du tablier sera maximale pour la structure avec le CdC 1. Dans la section suivante, on détermine ces accélérations pour les modes à risque.

**Conclusion** L'analyse modale de la structure a montré que les accélérations dues à la sollicitation des piétons ne peuvent être critiques que pour le cas de la foule. En effet, la masse statique de la foule diminue les fréquences propres des modes propres de vibration du tablier. Nous avons donc cinq différents types de modes propres (vt0, vt1, vt2, vt3 et vt4) pour lesquels nous allons vérifier le critère de confort dans la section suivante 3.2.5.2.

### 3.2.5.2 Analyse de la réponse harmonique

Nous adoptons la même démarche pour l'analyse des accélérations que celle qui a été choisie, dans l'étude sur la passerelle de Solférino faite dans [23], afin de pouvoir comparer les résultats dans le prochain paragraphe.

Étant donné que tous les modes à risque indentifiés ci-dessus sont des modes de vibration verticale du tablier, on présente ici le modèle dynamique modélisant la force verticale due à une foule continue de piétons selon [22] :

$$F_{mf}^v = 15 k^v (f^v) \sin(2\pi f_p^v t) \quad (3.4)$$

Cette force  $F_{mf}^v$  est appliquée sur la surface du tablier en fonction du CdC étudié. Le coefficient adimensionnel  $k^v(f_p^v)$  est déterminé graphiquement [22] et reporté dans le tableau 3.8 pour les différentes fréquences propres  $f_p^v$  en [Hz] pour les différents cas de charge. Ce coefficient prend en compte le fait que la majeure partie des piétons marche à une fréquence autour de 2 Hz. Les fréquences plus éloignées sont moins susceptibles d'être mises en résonance, le coefficient  $k_v$  diminue.

CdC 1		CdC 2		CdC 3		CdC 4	
$f^v$	$k^v(f^v)$	$f^v$	$k^v(f^v)$	$f^v$	$k^v(f^v)$	$f^v$	$k^v(f^v)$
2.245	3.0	2.338	3.0	2.609	2.5	2.587	2.5
2.367	3.0	3.204	1.0	2.683	2.2	2.676	2.2
2.944	1.2	3.247	0.9	3.467	0.9	3.135	1.0
3.247	0.9	-	-	3.472	0.9	3.522	0.9
3.641	0.8	-	-	-	-	3.984	0.7

TAB. 3.8.  $k^v(f^v)$  pour les différentes fréquences  $f^v$  [Hz]

L'analyse de la réponse harmonique de la structure à la sollicitation des piétons consiste à vérifier si les accélérations  $a_{max}$  produites lors de la mise en résonance au cours d'une traversée de la passerelle ne sont pas inconfortables. Ce critère de confort pour des accélérations verticales  $a_{conf}^v$  est décrit en  $m/s^2$  dans l'annexe A2 de l'Eurocode EN 1990 par :

$$a_{conf}^v = \min \{ 0.5\sqrt{f^v}, 0.7 \} \quad (3.5)$$

Considérant cette équation (3.5), on trouve que l'accélération du critère de confort  $a_{conf}^v$  est  $0.7 m/s^2$  pour toutes les fréquences supérieures à 1.960 Hz, et donc pour toutes les fréquences que nous considérons dans cette analyse.

La méthode choisie pour cette analyse Éléments Finis ANSYS est une analyse de réponse harmonique complète, car c'est la seule analyse dynamique qui permet d'appliquer des pressions. En outre, une telle analyse de la réponse harmonique est également bien indiquée pour deux raisons supplémentaires : (a) pour la modélisation de la foule, la norme ne prévoit pas de limiter l'application de la pression à un laps de temps défini (tel que le temps de traversée de la passerelle par un piéton) et (b) l'amortissement de la réponse harmonique n'est pas étudiée.

Les seuls modes propres à risque dans les plages de fréquences naturelles de la marche et dont les accélérations sont multipliées selon l'équation 3.4 avec le coefficient  $k^v$  maximal, sont les modes vt0 et vt1 pour le CdC 1 et vt0 pour le CdC 2. Pour aucun mode propre à risque des autres CdC, le coefficient  $k^v$  n'est maximal. On décide de déterminer les accélérations maximales uniquement pour les modes à risque de ces deux CdC.

Les accélérations maximales  $a_{max}^v$ , déterminées pour les CdC 1 et CdC 2, sont données dans le tableau 3.9 et comparées à l'accélération de confort  $a_{conf}^v$ . On voit que les accélérations plus importantes sont trouvées pour les fréquences propres pour lesquelles le coefficient  $k_v(f_v) = 3$  est maximal. En effet, l'amplitude de la charge cyclique est maximale pour ces cas.

mode	CdC 1		CdC 2	
	$a_{max}^v$	$\frac{a_{max}^v}{a_{conf}^v}$	$a_{max}^v$	$\frac{a_{max}^v}{a_{conf}^v}$
vt0	0.574	0.820	0.550	0.786
vt1	0.582	0.831	0.172	0.246
vt2	0.251	0.359	0.141	0.202
vt3	0.196	0.280	-	-
vt4	0.149	0.212	-	-

TAB. 3.9. accélérations maximales  $a_{max}^v$  et de confort  $a_{conf}^v$

On peut voir que, pour tous les cas de charge, l'accélération provoquée par la sollicitation cyclique de la foule de piétons est inférieure à l'accélération du critère de confort  $a_{v,conf} = 0.7m/s^2$ . Cela veut dire que, même si la passerelle est mise en résonance par la marche des piétons, les accélérations des vibrations ne sont pas inconfortables pour l'utilisateur.

**Comparaison avec la passerelle de Solférino** Afin de cadrer les accélérations obtenues dans cette étude EF avec des accélérations obtenues pour une passerelle réelle, on compare les résultats du paragraphe précédent à ceux obtenus, avec la même méthode de calcul, pour la passerelle de Solférino. La passerelle de Solférino, a oscillé transversalement le jour de son inauguration [24] de manière trop inconfortable et a dû être fermée au public pour cette raison ( $a_{max}^h > a_{conf}^h$ ). Dans le cas de la passerelle composite étudiée, on ne s'attend pas à un comportement inconfortable de vibrations latérales, puisqu'aucun mode propre de vibration latérale n'a été identifié.

Cependant pendant l'étude dynamique [23] a prouvé que la passerelle de Solférino présente également des accélérations supérieures aux accélérations de confort pour des vibrations verticales ( $a_{max}^v > a_{conf}^v$ ). Les résultats de l'étude de [23] pour une sollicitation par une foule de piétons sont présentés dans le tableau 3.10. Dans l'étude citée, les accélérations en  $m/s^2$  sont calculées uniquement pour les premiers modes propres respectivement verticaux et horizontaux.

Les accélérations verticales  $a_{max}^v$  produites par l'action des piétons sur la passerelle de Solférino sont très supérieures aux accélérations de confort  $a_{conf}^v$  et à celles trouvées par le calcul Éléments Finis pour notre structure. On insiste également sur le fait que l'oscillation horizontale était à l'origine de la vibration inconfortable pour laquelle la passerelle a été fermée au public, tandis que la passerelle composite étudiée ne présente pas de mode propre à risque pour une vibration

mode	partie de l'ouvrage	$f_p$	$a_{max}$	$a_{conf}$	$\frac{a_{max}}{a_{conf}}$
vt	milieu	1.304	1.250	0.571	2.189
vt	travée d'accès	1.638	31.700	0.640	49.531
ht	milieu	0.810	2.250	0.126	17.857

TAB. 3.10. Analyse dynamique de la passerelle de Solférino

horizontale. Il ne faut cependant pas oublier que cette comparaison ne peut pas être faite en tout point, car la passerelle de Solférino est une passerelle bien plus grande avec une longueur totale de 140 m et une portée maximale de 106 m. Les difficultés de la maîtrise des vibrations ne sont donc pas les mêmes.

Cependant, nous pouvons supposer que la passerelle ainsi conçue ne présentera pas d'interaction inconfortable avec les piétons. Étant donné l'importance du comportement vibratoire des passerelles, ces suppositions doivent être confirmées par des études ultérieures, qui ne font pas partie du travail de cette thèse.

### 3.3 Étude de la répartition des forces dans les éléments de tension et introduction au concept du contrôle de forme en quasi-statique

Les 2 principaux handicaps liés à l'utilisation de câbles et haubans en composite sont le coût et le manque de ductilité de ces matériaux, présentant des ruptures fragiles. C'est en raison des ruptures fragiles que, lors de l'utilisation de matériaux composites, des coefficients de sécurité importants sont nécessaires, ce qui représente une augmentation du coût. L'idée, que nous développons dans la suite du travail, est donc d'abaisser au maximum les contraintes dans les éléments en essayant de répartir au mieux les efforts dans la structure.

Dans ce cadre une première question se pose :

*Comment les efforts sont-ils répartis dans la structure pour les différents cas de charge ?*

Nous étudions donc tout d'abord cette répartition. Ce point important est à la base des propositions qui seront faites dans la suite de ce travail et concernant le contrôle.

Pour les deux types d'éléments de tension, on analyse la répartition des forces pour la passerelle *empirique*, telle qu'elle est proposée, avec la géométrie mesurée sur la maquette. On étudie, dans un premier temps, la répartition des forces dans la passerelle avec l'autocontrainte (CdC 0) et, ensuite,



avec chargement extérieur. La répartition des forces dans les éléments est illustrée sur la figure 3.13. Dans celle-ci, on a relevé le rapport entre la force dans l'élément le moins chargé  $f_{min}$  et celle dans l'élément le plus chargé  $f_{max}$ .

Dans l'ensemble, la charge dans les haubans n'est pas bien répartie : dans le meilleur des cas, le CdC 0 où la structure est uniquement soumise à l'autocontrainte, la force dans l'élément de hauban le moins chargé ne correspond qu'à 31,4% de la force du hauban le plus chargé, et sans outil d'optimisation approprié il sera difficile de remédier à cet état de fait. Pour le cas de charge le plus critique, le CdC 2, on atteint même un rapport de 8%. Même si, pour aucun cas de charge, des éléments de hauban ne sont déchargés, on peut tout de même estimer qu'il y a des marges non utilisées qu'une optimisation de forme pourrait mobiliser.

La situation se présente un peu mieux pour les câbles. La répartition des forces dans les câbles de la structure est presque uniforme pour le CdC 0 et le CdC 1. En revanche, pour le CdC 4, certains éléments du câble sont complètement déchargés, une situation qu'il faut à tout prix éviter, pour de multiples raisons (fatigue, vibrations, choc à la remise en tension...).

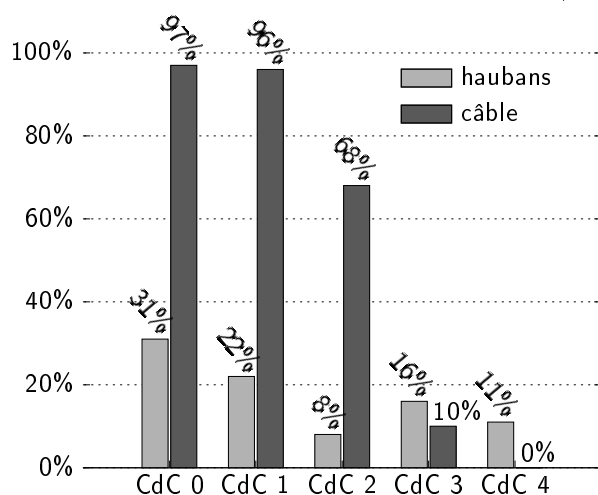


FIG. 3.13. Rapport entre force minimale et force maximale  $\frac{f_{min}}{f_{max}}$  pour les haubans et les câbles

Ces calculs EF mettent donc en évidence des écarts considérables de tensions entre les éléments de tension d'un même type, certains peuvent être faiblement chargés (voire déchargés) tandis que d'autres reprennent l'essentiel des efforts. Ce sont ces derniers qui seront pris en compte dans un dimensionnement, et ce sont ceux-là qui augmenteront drastiquement le coût de la structure : les haubans et le câble étant continus, une augmentation de section d'un élément est une augmentation de section de tous les éléments du même type.

Ainsi une solution peut être le développement d'une passerelle de type *smart structure*, qui réagit au chargement extérieur en adaptant au mieux sa géométrie dans le but de distribuer aussi uniformément que possible la charge dans les différents éléments. On s'attend à pouvoir ainsi augmenter

les chargements limites de la structure tout en conservant les coefficients de sécurité élevés.

Le concept du contrôle est illustré dans la figure 3.14. Supposons la structure chargée avec le chargement extérieur qui engendre les forces les plus grandes dans un type d'élément. La structure est alors dimensionnée en fonction de l'élément le plus chargé. Pour la structure telle qu'elle est proposée, la force déterminante est  $f_{dim}^* = f_{max}^*$ . Dans une structure avec un mécanisme de contrôle de forme, la géométrie est modifiée pour distribuer uniformément la charge et obtenir la même force dans tous les éléments de même type. Nous appellerons cette structure *structure d'isoforce*. On espère pouvoir ainsi utiliser chaque élément au mieux tout en diminuant la force dimensionnante, et répondre ainsi affirmativement à la question :

*Une meilleure répartition des forces diminue-t-elle la force maximale dans les éléments de tension ?*

Cette géométrie désirée, la géométrie d'*isoforce*, est obtenue avec la Méthode de la Densité de Force (MDF) décrite dans le chapitre 4. La force déterminante de la structure d'isoforce est  $f_{dim}^{iso}$ .

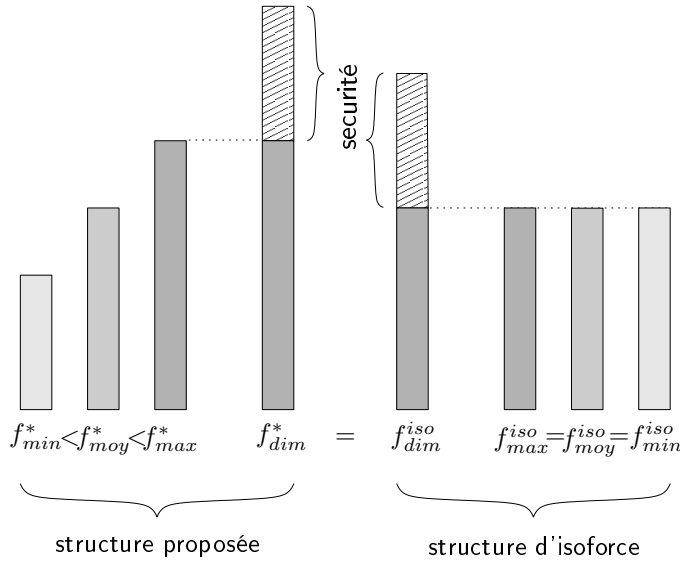


FIG. 3.14. Distribution des forces dans les éléments de tension, forces dimensionnantes et charge maximale

Des systèmes de contrôle actifs et passifs existent pour les sollicitations dynamiques dues au vent et à la marche des piétons. Dans ce travail, on étudie un contrôle pour des chargements quasi-statiques dus au poids des piétons. En effet, ces chargements extérieurs ne sont pas négligeables par rapport au poids propre de la passerelle piétonne en composite, ils ont, comme on l'a vu dans la figure 3.13, une grande influence sur la distribution du chargement dans l'ouvrage.

Pour redistribuer les forces interactivement, la manière qui semble la plus adaptée est de modifier la géométrie en changeant la longueur des éléments de tension, les câbles et les haubans. De plus,

les *poulies* qui servent à la construction des arches (mise en place des haubans et du câble) peuvent être réutilisées, et devenir les dispositifs de contrôle. Plusieurs difficultés devront être surmontées avant d'arriver à un système de contrôle :

1. calcul des géométries d'isoforce
2. choix des géométries d'isoforce pertinentes pour le contrôle
3. solutions technologiques :
  - courbure des haubans à renfort de carbone au niveau des poulies (on peut choisir - comme pour la maquette - des haubans plats pour minimiser cette difficulté)
  - ancrage des haubans et des câbles
  - réalisation de dispositifs pour les nœuds d'ancrage capables de transmettre les forces des haubans sans dépasser les limites des contraintes en cisaillement dans les arcs

Les chapitres suivants proposent des solutions : un algorithme de recherche de forme est proposé et testé, une méthode pour déterminer des géométries d'isoforce pertinentes est développée et enfin un mécanisme de contrôle est présenté. Les bases d'une solution technologique *simple* y sont proposées. Le détail des mécanismes et systèmes à développer n'y sont qu'évoqués et ne font pas l'objet de ce travail de thèse. Le chapitre 4 suivant propose donc une méthode pour déterminer des géométries d'isoforce.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié certains aspects du comportement spécifique mécanique de l'arche avec un arc flambé élastiquement à l'aide d'un modèle Éléments Finis ANSYS.

Nous avons vu que la recherche de forme de l'arc en composite fibre de verre obtenu par flambement est maîtrisée par le calcul (comparaison EF - *elastica* de Euler)

La comparaison de l'arche en composite avec une arche de bowstring classique (avec un arc peu déformable, ici infiniment rigide) a donné les résultats suivants :

- l'arche composite est évidemment plus souple,
- les forces dans les éléments de tension sont supérieures,
- l'arche composite est plus légère et
- le câble est toujours tendu grâce à la force de rappel de l'arc.

Concernant le flambement et le comportement dynamique (et avec la restriction que la passerelle étudiée n'est encore qu'une approche à la passerelle qui pourrait finalement être retenue), le comportement de la passerelle est acceptable et semble être en accord avec les approches classiques réglementaires.

On peut donc dire que cette passerelle composite montre donc globalement un comportement encourageant. Le défi à relever dans les chapitres suivants est l'amélioration de la répartition des forces. Pour mieux répartir les charges, on développe une stratégie de contrôle, où l'on réagira également à la plus grande souplesse de l'ouvrage composite.

Dans le chapitre suivant, on développe un outil de recherche de forme pour déterminer des géométries qui répartissent au mieux les forces. Cet outil de recherche de forme est basé sur la Méthode de la Densité de Force.



# Chapitre 4

## Recherche de géométries d'isoforce

---

### Plan du Chapitre

<b>4.1</b>	<b>La Méthode de la Densité de Force . . . . .</b>	<b>61</b>
4.1.1	La structure simplifiée et son chargement . . . . .	62
4.1.2	Équilibre du système par la Méthode de la Densité de Force . . . . .	63
<b>4.2</b>	<b>Géométries d'isoforce déterminées avec l'algorithme MDF . . . . .</b>	<b>70</b>
4.2.1	L'algorithme de recherche de formes d'isoforce . . . . .	70
4.2.2	Géométries avec précontrainte et sans chargement extérieur . . . . .	71
4.2.3	Géométries avec précontrainte et chargement extérieur . . . . .	73
4.2.4	Validation expérimentale de la recherche de forme sur la structure simplifiée	73
4.2.5	La recherche de forme de l'arche de la passerelle . . . . .	79
<b>4.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>82</b>

---

Les réflexions précédentes nous ont conduit à nous intéresser à la maîtrise et au contrôle de la forme de la passerelle. L'aspect central du contrôle de forme envisagé pour la passerelle bowstring est la recherche de géométries d'isoforce, c. à d. de géométries pour lesquelles les forces sont distribuées uniformément dans chaque type d'élément de tension et ce pour deux raisons : (a) il est impossible de simuler les géométries d'isoforce par la technologie proposée sans outil approprié, et (b) garantir une isodistribution des forces à chaque instant dans tous les éléments de tension permet d'optimiser le dimensionnement de la structure. Étant donné que les éléments de tension, les câbles et haubans de la passerelle, sont continus et ont donc une même section par type d'élément, une distribution uniforme peut permettre de maximiser les marges de sécurité pour les forces dans ces éléments tout en minimisant leur section.

Un outil performant de *recherche de forme* est donc indispensable.

Une recherche de forme *manuelle* a été tentée à l'aide du modèle EF ANSYS. Pour cela, on raccourcit les éléments moins chargés que la moyenne en augmentant l'élongation initiale  $\varepsilon_{ini}$  définie pour chaque élément et on allonge les éléments trop chargés en réduisant l'élongation initiale  $\varepsilon_{ini}$ . Cette démarche itérative n'a pas donné les résultats désirés : une bonne approximation de la géométrie d'isoforce. Elle s'est surtout avérée difficile à manier et est très peu flexible quand au choix de la géométrie finale, qui dépend, comme on le verra plus loin dans ce chapitre (section 4.2.2), du rapport des forces entre haubans et câbles. Une recherche de forme avec un modèle Éléments Finis n'est donc pas adaptée à un système qui doit interagir avec le chargement des piétons. Nous listons dans la suite les autres approches possibles et présentons notre choix.

Historiquement, les formes de systèmes complexes étaient approchées à l'aide de maquettes, avec des éléments géométriques tels que des sphères, des cônes... L'un des premiers concepteurs à rechercher des formes avec cette méthode fut Antoni Gaudí, et ce pour des structures aussi différentes que des voûtes d'église, ponts et sentiers couverts (*parc Güell*).

Heinz Isler lui s'est intéressé aux formes de coques en béton : il abandonne les formes libres géométriques et fait une percée décisive en se consacrant aux formes *d'équilibre* observées et mesurées sur des modèles physiques. Grâce à cette approche, il a créé un grand nombre de coques extrêmement minces, élégantes et particulièrement stables, car funiculaires du poids propre. Il a développé cette méthode en observant les formes issues de tissus mouillés, suspendus puis congelés. Il a pu montrer expérimentalement et par analyse numérique que les coques ainsi obtenues (des coques à géométrie d'équilibre créées par l'effet de la gravité) résistent à des charges trois fois plus élevées que des coques ordinaires contruites avec la même quantité de matériau.

À la fin des années soixante, différentes approches numériques pour la recherche de forme de géométries d'équilibre ont été développées. Au Royaume-Uni, Otter [25] propose la méthode de la relaxation dynamique pour des coques, Day [26] et Barnes [27] l'adaptent à des structures résille (réseaux de poutres), des réseaux de câbles et des structures textiles. Dans cette méthode numérique,

l'équilibre statique est considéré comme la position d'équilibre limite d'un processus dynamique amorti. La méthode s'appuie sur une discrétisation d'un continu dans laquelle la masse de la structure est concentrée aux nœuds définis sur la surface du continu. Le système de masses concentrées oscille autour d'une position d'équilibre et s'amortit. Dans le processus itératif l'équilibre statique est atteint en simulant un comportement pseudo-dynamique dans le temps [28]. De nos jours, cette méthode est beaucoup utilisée, en particulier par des ingénieurs *structure* britanniques et des États Unis d'Amérique. Cet *outil* de recherche de forme est également utilisé pour la recherche de forme des gridshells du deuxième volet de recherche composite du LAMI. Le LAMI a développé un outil numérique utilisant l'algorithme de relaxation dynamique étant donné les fortes non-linéarités géométriques qui sont difficiles à prendre en charge par des méthodes d'Éléments Finis classiques [17]. L'implémentation a été faite dans le logiciel scientifique libre SCILAB, développé en commun par l'École Nationale des Ponts et Chaussées et l'INRIA. L'avantage de cet outil est que la géométrie de tous les éléments de l'arche, l'arc soumis à de la flexion et les éléments sous traction, peuvent être modélisés. L'inconvénient est le temps de calcul et donc la réactivité de l'algorithme. Pour la recherche de forme d'un ouvrage tel qu'un gridshell, le temps de calcul n'est pas important, mais pour le mécanisme de contrôle envisagé dans cette étude, une recherche de forme interactive est un point crucial.

Vers 1970, à Stuttgart, trois autres approches ont vu le jour pratiquement simultanément. Pour la première approche, il s'agit de la méthode des Éléments Finis, étendue à des réseaux de câbles précontraints (J. Argyris [29]). G. Brinkmann [30] développa une approche analytique pour des types de réseaux particuliers en se servant de la mécanique des milieux continus appliquée aux structures réticulaires.

Une troisième approche, née du projet de conception de la toiture du stade olympique de Munich, est développée par Linkwitz [31]. Cette Méthode nommée la Méthode de la Densité de Force (MDF) est l'outil finalement choisi pour la recherche de formes d'équilibre et d'isoforce dans ce travail. C'est ce que nous présentons dans le chapitre suivant 4.1.

## 4.1 La Méthode de la Densité de Force

Cette méthode, développée en 1971 par Linkwitz [32] lors de la conception du toit à double courbure du stade olympique (figure 4.1), permet de trouver rapidement des formes d'équilibre pour des structures réticulées soumises à des efforts de compression-tension. Ces systèmes aboutissent à des équations d'équilibre non-linéaires que la méthode propose de linéariser par l'introduction de grandeurs appelées *coefficients de densité de force*.

Les aspects architecturaux sont d'habitude mis en avant lors de la conception de ce type d'ouvrage, la MDF détermine des géométries d'équilibre, parmi lesquelles on choisit *la plus élégante*,



la plus originale ou la plus audacieuse. L'ingénieur intervient dans un deuxième temps lors du dimensionnement de la structure.



FIG. 4.1. Toit du stade olympique de Munich

Dans notre étude, les géométries d'équilibres vont être sélectionnées en fonction de critères autres qu'architecturaux : on sélectionne celles qui créent une distribution uniforme des forces dans chaque type d'élément de tension, que l'on appellera les géométries d'isoforce. De toutes les façons, le système de construction de l'arche élastique proposé ici ne permet pas de grande liberté esthétique, l'arc prend plus ou moins la forme d'une poutre postflambée, l'*elastica* d'Euler. Si l'on décide de conserver le nombre d'éléments de tension, l'intervention architecturale la plus importante que l'on puisse faire est de choisir la flèche du nœud central. En effet, on verra plus tard qu'il est possible, dans certaines marges, de choisir cette flèche du nœud central tout en imposant une géométrie d'équilibre.

La MDF est très efficace et rapide, car, pour trouver une forme d'équilibre exacte, il suffit de résoudre un système d'équations linéaires. Elle est présentée à l'aide d'une structure simplifiée, qui a des mécanismes d'interaction entre haubans et câbles comparables à ceux de la passerelle, déjà décrite. L'arc sera considéré rigide.

#### 4.1.1 La structure simplifiée et son chargement

Pour pouvoir utiliser la MDF comme outil de recherche de forme, il est nécessaire de réduire la structure étudiée aux seuls éléments de tension. La souplesse de l'arc n'est donc pas prise en compte dans la recherche de forme. Cette hypothèse sera commentée dans la suite (section 4.2.5.2). Dans la structure simplifiée (figure 4.2), l'arc est modélisé comme un arc rigide par 6 nœuds fixes, les valeurs de leurs coordonnées sont donc connues. Les coordonnées de ces nœuds sont données

en valeurs adimensionnelles par nœud 1 ( $x_1 = 0, y_1 = 0$ ), nœud 2 ( $x_2 = 0, y_2 = 1$ ), nœud 3 ( $x_3 = 1, y_3 = 2$ ), nœud 4 ( $x_4 = 2, y_4 = 2$ ), nœud 5 ( $x_5 = 3, y_5 = 1$ ) et nœud 6 ( $x_6 = 3, y_6 = 0$ ). (Toutes les valeurs qui suivent, que ce soient les distances  $l_{m,t}^n$  entre positions expérimentale et théorique du nœud libre  $n$  (section 4.2.4.2) ou la hauteur cible  $y^*$  de la section 5.5.1 du chapitre suivant sont également données en valeurs adimensionnelles et correspondent à l'échelle fixée par les coordonnées des nœuds fixes.)

La structure simplifiée se compose de 3 éléments de câble et de 4 éléments de haubans. Comme dans la passerelle présentée dans le chapitre 2, les éléments de hauban sont entrecroisés et se composent de 2 haubans continus. On recherche les géométries d'équilibre qui satisfassent la condition d'isoforce (=isocontrainte) dans chaque élément  $i$  du câble  $f_i^c = f^c$  et dans chaque élément  $i$  des haubans  $f_i^h = f^h$ . Ceci revient à déterminer la position des nœuds d'assemblage, que nous appellerons nœuds *libres* n1 et n2.

L'outil de contrôle de forme est développé pour réagir aux charges quasi-statiques des piétons. Ce ne sont que des chargements verticaux, on ne prendra pas en compte les forces horizontales dynamiques qui résultent de la marche des piétons. On limite donc la recherche de forme aux situations de contrainte intérieure sans chargement extérieur ou avec des chargements extérieurs verticaux. Les nœuds libres sont chargés par des forces  $f_{n1,y}$  et  $f_{n2,y}$ . Ces forces sont adimensionnelles comme les coordonnées.

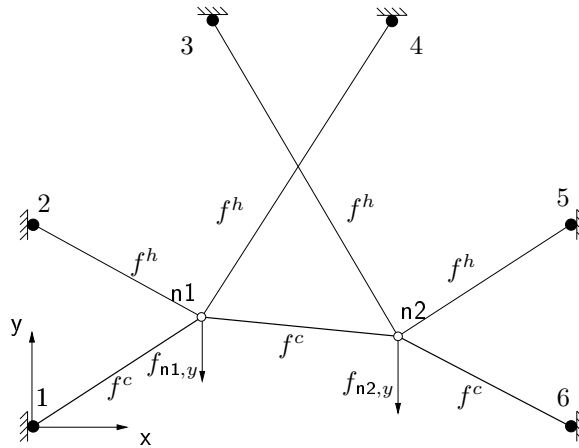


FIG. 4.2. Structure simplifiée avec notations

### 4.1.2 Équilibre du système par la Méthode de la Densité de Force

La Méthode de la Densité de Force est basée sur l'utilisation de coefficients appelés *densité de force*  $q$ , que l'on explicite dans la suite, pour linéariser des équations d'équilibre, qui sont fortement

non-linéaires pour la plupart des systèmes de compression-tension.

**Écriture de l'équilibre du système** On écrit dans un premier temps les équations d'équilibre aux nœuds n1 et n2 pour la structure simplifiée décrite dans la figure 4.2.

$$\Sigma f_x^{n1} \stackrel{!}{=} 0 = \frac{x_{n1} - x_1}{l_{n11}} f^c + \frac{x_{n1} - x_2}{l_{n12}} f^h + \frac{x_{n1} - x_4}{l_{n14}} f^h + \frac{x_{n1} - x_{n2}}{l_{n1n2}} f^c \quad (4.1a)$$

$$\Sigma f_x^{n2} \stackrel{!}{=} 0 = \frac{x_{n2} - x_{n1}}{l_{n1n2}} f^c + \frac{x_{n2} - x_3}{l_{n23}} f^h + \frac{x_{n2} - x_5}{l_{n25}} f^h + \frac{x_{n2} - x_6}{l_{n26}} f^c \quad (4.1b)$$

$$\Sigma f_y^{n1} \stackrel{!}{=} 0 = \frac{y_{n1} - y_1}{l_{n11}} f^c + \frac{y_{n1} - y_2}{l_{n12}} f^h + \frac{y_{n1} - y_4}{l_{n14}} f^h + \frac{y_{n1} - y_{n2}}{l_{n1n2}} f^c - f_{n1,y} \quad (4.1c)$$

$$\Sigma f_y^{n2} \stackrel{!}{=} 0 = \frac{y_{n2} - y_{n1}}{l_{n1n2}} f^c + \frac{y_{n2} - y_3}{l_{n23}} f^h + \frac{y_{n2} - y_5}{l_{n25}} f^h + \frac{y_{n2} - y_6}{l_{n26}} f^c - f_{n2,y} \quad (4.1d)$$

où :

- $l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$  est la longueur de l'élément entre le nœud  $i$  et  $j$ . Chaque élément de câble est soumis à une force  $f^c$  et chaque élément de hauban est soumis à une force  $f^h$ .

Les inconnues de ce problème sont les coordonnées des nœuds libres  $x_{n1}$ ,  $y_{n1}$ ,  $x_{n2}$  et  $y_{n2}$ . Mais ces équations sont fortement non-linéaires (les inconnues se retrouvent également dans les longueurs des éléments). Elles sont difficiles sinon impossibles (pour des cas plus complexes) à résoudre de manière analytique.

**Linéarisation des équations par la Méthode de la Densité de Force** En écrivant les équations d'équilibre décrivant exhaustivement la géométrie d'équilibre de systèmes réticulaires (comme les équations (4.1)), Linkwitz [33] note que, même si ces équations sont *exactes*, les algorithmes qui les résolvent fournissent un résultat *uniquement* si l'on dispose de bonnes valeurs initiales, telles que des bonnes approches des coordonnées, des longueurs à vide ou des forces des éléments. Ceci représente un sérieux handicap, car ni les longueurs à vide ni les forces ne sont normalement connues lors d'une recherche de forme. Beaucoup d'essais pour choisir de bonnes valeurs initiales peuvent être nécessaires pour parvenir à un résultat satisfaisant.

Linkwitz note également que les équations décrivant l'équilibre ne contiennent aucune information concernant la matérialisation du système réticulé, nécessaire pour parvenir à un équilibre. Il n'est donc pas nécessaire de fournir des informations sur la longueur des éléments, à vide ou sous chargement, ni sur leur comportement sous chargement.

Il introduit alors le concept de la densité de force. La densité de force  $q_{ij}$  de l'élément entre le point  $i$  et  $j$  avec la longueur sous chargement  $l_{ij}$  et la force  $f_{ij}$  est définie telle que :

$$q_{ij} = \frac{f_{ij}}{l_{ij}} \quad (4.2)$$

Toutes les coordonnées des nœuds, qui satisfont les équations d'équilibre, décrivent une géométrie d'équilibre associée à une distribution de densités de force donnée, indépendamment du *contenu* des *densités de force* (longueur sous chargement de l'élément et force dans l'élément). Les densités de force peuvent être arbitrairement choisies. De fait, on procède à une complète séparation de la première étape de recherche de forme d'équilibre d'un réseau précontraint et de la deuxième étape de la matérialisation de la géométrie d'équilibre. Les lois de comportement des matériaux utilisés ne sont pas encore prises en compte lors de la recherche de forme [34]. (Dans cette étude, nous procédons à la matérialisation d'une structure d'équilibre dans la section 4.2.4.1.)

On remplace donc les forces et les longueurs par les densités de force dans les équations 4.1 et on isole les inconnues à gauche de l'égalité et les valeurs connues à droite. On obtient :

$$\Sigma f_x^{n1} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow x_{n1}(q_{n11}+q_{n12}+q_{n14}+q_{n1n2}) - x_{n2} q_{n1n2} = x_1 q_{n11} + x_2 q_{n12} + x_4 q_{n14} \quad (4.3a)$$

$$\Sigma f_x^{n2} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow -x_{n1} q_{n1n2} + x_{n2}(q_{n23}+q_{n25}+q_{n26}+q_{n2n2}) = x_3 q_{n23} + x_5 q_{n25} + x_6 q_{n26} \quad (4.3b)$$

$$\Sigma f_y^{n1} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow y_{n1}(q_{n11}+q_{n12}+q_{n14}+q_{n1n2}) - y_{n2} q_{n1n2} = y_1 q_{n11} + y_2 q_{n12} + y_4 q_{n14} + f_{n1,y} \quad (4.3c)$$

$$\Sigma f_y^{n2} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow -y_{n1} q_{n1n2} + y_{n2}(q_{n23}+q_{n25}+q_{n26}+q_{n2n2}) = y_3 q_{n23} + y_5 q_{n25} + y_6 q_{n26} + f_{n2,y} \quad (4.3d)$$

Connaissant les nœuds fixes et les densités des forces  $q_{ij}$  de chaque élément de tension, les quatre inconnues  $x_{n1}$ ,  $y_{n1}$ ,  $x_{n2}$  et  $y_{n2}$  peuvent facilement être déterminées avec ce système de quatre équations linéaires.

À première vue, il ne semble pas évident de choisir à l'avance des densités de force pour une application pratique. Cependant, plusieurs recherches ont montré que des densités de force simples et même triviales donnent des résultats tout à fait satisfaisants dans le cadre d'une recherche de forme : des densités de force de valeur 1 sont choisies pour des systèmes réticulaires à maille uniforme. Pour des éléments de longueur irrégulière on choisit des densités de force inversement proportionnelles à la longueur (initiale) des éléments [33].

Dans ce travail, un algorithme se charge d'*adapter* itérativement la densité de force  $q_{ij}$  de chaque élément à chaque pas d'itération, de manière à obtenir les forces choisies et imposées  $f^h$  dans les haubans et  $f^c$  dans les câbles.

**Formulation matricielle des équations avec les coefficients de densité de force** Pour pouvoir utiliser ces équations dans un algorithme avec des temps de calcul réduits, il convient de les reformuler de manière matricielle, en s'appuyant sur la description des connectivités (description issue de la *théorie des graphes*, dont les origines sont communément attribués à Euler dans le *problème des sept ponts de Königsberg*). Ces formulations adaptées à un calcul numérique ont été

développées par Linkwitz en même temps que la Méthode de la Densité de Force [32]. Elles sont illustrées avec les matrices et vecteurs correspondant à la structure simplifiée présentée dans la section 4.1.1.

La structure peut être décrite avec les matrices et vecteurs suivants. Un vecteur général des coordonnées  $\vec{n}_g = \begin{bmatrix} \vec{x}_g \\ \vec{y}_g \\ \vec{z}_g \end{bmatrix}$  rassemble les coordonnées des nœuds fixes et des nœuds libres. Des sous-vecteurs généraux regroupent les coordonnées de même direction. Pour plus de commodité, on écrit les coordonnées des nœuds fixes avant les nœuds libres et on obtient des sous-vecteurs généraux des coordonnées de la structure simplifiée suivants :

$$\vec{x}_g = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_{n1} \\ x_{n2} \end{bmatrix} \quad \vec{y}_g = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_{n1} \\ y_{n2} \end{bmatrix}$$

Une matrice de connectivité générale  $\mathbb{C}_g$ , la *matrice branches-nœuds* [35] [36], donne la position de chaque élément entre les nœuds de la structure. La matrice a une colonne par nœud et une ligne par élément de la structure. L'élément décrit par exemple dans la première ligne part du nœud de la première colonne, le nœud 1, et arrive au nœud de la septième colonne, le nœud n1. Pour chaque direction, elle peut être divisée en une partie décrivant les nœuds fixes  $\mathbb{C}_f$  et une partie décrivant les nœuds libres  $\mathbb{C}$ , dont nous recherchons les coordonnées. Les trois premières lignes décrivent les éléments de câble, les quatre suivantes les éléments de hauban. Contrairement à la matrice de connectivité générale, les sous-matrices de connection ne sont pas forcément identiques suivant la direction des degrés de liberté. Cependant, dans des systèmes réticulés où il n'y a pas de nœuds glissants, tous les nœuds sont soit fixes, soit libres. Les matrices  $\mathbb{C}_f$  et  $\mathbb{C}$  sont alors identiques en  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Pour la structure simplifiée en 2D, on a donc  $\mathbb{C}_f = \mathbb{C}_{fx} = \mathbb{C}_{fy}$  et  $\mathbb{C} = \mathbb{C}_x = \mathbb{C}_y$ .

$$\mathbb{C}_g = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbb{C}_f} \underbrace{\quad}_{\mathbb{C}}$$

Le vecteur général du chargement extérieur  $\vec{w}_g^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_{g,x}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \end{bmatrix}$  décrit le chargement sur les nœuds

libres et fixes, il y a un sous-vecteur par direction. Les sous-vecteurs généraux du chargement extérieur de la structure simplifiée sont :

$$\vec{w}_{g,x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{w}_{g,y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_{n1,y} \\ f_{n2,y} \end{bmatrix}$$

L'état de contrainte intérieure au système est contenu dans les coefficients de densité de force, rassemblés dans la matrice diagonale des densités de force avec une ligne/colonne par élément. Dans la matrice diagonale  $\mathbb{Q}$ , correspondant au vecteur  $\vec{q}$ , les densités de force des éléments du câble se trouvent dans les trois premières lignes, les densités de force des éléments de haubans dans les quatre suivantes.

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} q_{n11} \\ q_{n1n2} \\ q_{n26} \\ q_{n12} \\ q_{n23} \\ q_{n14} \\ q_{n25} \end{bmatrix} \quad \mathbb{Q} = \begin{bmatrix} q_{n11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{n1n2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{n26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{n12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{n23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{n14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{n25} \end{bmatrix}$$

De manière générale, la formulation matricielle des équations d'équilibre avec les coefficients de densité de force décrit l'équilibre des forces à chaque nœud de la structure, et pas uniquement l'équilibre aux nœuds libres comme les équations (4.1) et (4.3). On obtient :

$$\mathbb{D}_g \vec{n}_g = \vec{w}_g^* \quad (4.4a)$$

$$\text{ce qui équivaut à : } \begin{bmatrix} \mathbb{D}_{g,x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{D}_{g,y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{D}_{g,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_g \\ \vec{y}_g \\ \vec{z}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{w}_{g,x}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \\ \vec{w}_{g,z}^* \end{bmatrix} \quad (4.4b)$$

où :

- $\mathbb{D}_g = \begin{bmatrix} \mathbb{D}_{g,x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{D}_{g,y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{D}_{g,z} \end{bmatrix}$  est la matrice générale des densités de force,
- $\vec{n}_g = \begin{bmatrix} \vec{x}_g \\ \vec{y}_g \\ \vec{z}_g \end{bmatrix}$  est le vecteur général des coordonnées des nœuds et

- $\vec{w}_g^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_{g,x}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \end{bmatrix}$  est le vecteur général du chargement extérieur sur la structure.

Dans le cas de la structure simplifiée en 2D, la matrice générale des densités de force  $\mathbb{D}_g = \begin{bmatrix} \mathbb{D}_{g,x} & 0 \\ 0 & \mathbb{D}_{g,y} \end{bmatrix}$  s'écrit avec

$$\mathbb{D}_{g,x} = \mathbb{D}_{g,y} = \begin{bmatrix} q_{n11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_{n11} & 0 \\ 0 & q_{n12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_{n12} & 0 \\ 0 & 0 & q_{n23} & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_{n23} \\ 0 & 0 & 0 & q_{n14} & 0 & 0 & -q_{n14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{n25} & 0 & 0 & -q_{n25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{n26} & 0 & -q_{n26} \\ -q_{n11} & -q_{n12} & 0 & -q_{n14} & 0 & 0 & q_{n11}+q_{n12}+q_{n14}+q_{n1n2} & -q_{n1n2} \\ 0 & 0 & -q_{n23} & 0 & -q_{n25} & -q_{n26} & -q_{n1n2} & q_{n23}+q_{n25}+q_{n26}+q_{n1n2} \end{bmatrix}$$

Le but étant d'isoler les coordonnées recherchées et de simplifier l'équation, on considère l'équation (4.4) séparément selon chaque direction. Dans un deuxième temps, on prend en compte les conditions d'appui de la structure. Cela équivaut à séparer les nœuds libres des nœuds fixes.

Les sous-matrices générales de densités de force  $\mathbb{D}_{g,x} = \mathbb{D}_{g,y} = \mathbb{D}_{g,z}$  peuvent être obtenues à partir de la matrice générale de connectivité  $\mathbb{C}_g$  et la matrice diagonale des densités de force  $\mathbb{Q}$ , par

$$\mathbb{D}_{g,x} = \mathbb{D}_{g,y} = \mathbb{D}_{g,z} = \mathbb{C}_g^t \mathbb{Q} \mathbb{C}_g \quad (4.5)$$

Dans la structure simplifiée, les nœuds de 1 à 6 sont fixes, les valeurs de leurs coordonnées sont donc connues. En prenant en compte ces conditions d'appui, on peut réduire l'équation matricielle généralisée (4.4). L'équation matricielle réduite est équivalente aux équations (4.3). On obtient :

$$\mathbb{D} \vec{n} = \vec{w} \quad (4.6a)$$

$$\text{ce qui équivaut à : } \begin{bmatrix} \mathbb{D}_x & 0 \\ 0 & \mathbb{D}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{w}_x \\ \vec{w}_y \end{bmatrix} \quad (4.6b)$$

Pour isoler les coordonnées des nœuds libres, il faut *séparer* les nœuds libres des nœuds fixes dans les vecteurs et matrices. On obtient la matrice réduite de densités de forces  $\mathbb{D} = \begin{bmatrix} \mathbb{D}_x & 0 \\ 0 & \mathbb{D}_y \end{bmatrix}$  à l'aide de la matrice de connectivité des nœuds libres  $\mathbb{C}$  par :

$$\mathbb{D}_x = \mathbb{D}_y = \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C} \quad (4.7)$$

Pour la structure simplifiée, on a :

$$\mathbb{D}_x = \mathbb{D}_y = \begin{bmatrix} q_{n11} + q_{n12} + q_{n14} + q_{n1n2} & -q_{n1n2} \\ -q_{n1n2} & q_{n23} + q_{n25} + q_{n26} + q_{n1n2} \end{bmatrix}$$

La matrice  $\mathbb{D}_x$  ( $\mathbb{D}_y$ ) est la transformation Gaussienne généralisée de la matrice  $\mathbb{C}$ , les éléments de la matrice diagonale  $\mathbb{Q}$  sont les densités de force  $q_{ij}$ .

Le vecteur général des coordonnées  $\vec{n}_g = \begin{bmatrix} \vec{x}_g \\ \vec{y}_g \end{bmatrix}$  est décomposé en une partie qui comporte les coordonnées des nœuds *libres*  $\vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \end{bmatrix}$  et une partie avec les nœuds *fixes*  $\vec{n}_f = \begin{bmatrix} \vec{x}_f \\ \vec{y}_f \end{bmatrix}$  avec :

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_{n1} \\ x_{n2} \end{bmatrix} \quad \vec{x}_f = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} y_{n1} \\ y_{n2} \end{bmatrix} \quad \vec{y}_f = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix}$$

Il en va de même pour le vecteur général du chargement extérieur  $\vec{w}_g^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_{g,x}^* \\ \vec{w}_{g,y}^* \end{bmatrix}$ , qui se découpe en  $\vec{w}^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_x^* \\ \vec{w}_y^* \end{bmatrix}$  et  $\vec{w}_f^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_{f,x}^* \\ \vec{w}_{f,y}^* \end{bmatrix}$  :

$$\vec{w}_x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{w}_{f,x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{w}_y^* = \begin{bmatrix} f_{n1,y} \\ f_{n2,y} \end{bmatrix} \quad \vec{w}_{f,y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le chargement qui est appliqué sur les nœuds fixes n'a pas d'influence sur le chargement. Le vecteur  $\vec{w}_f^*$  n'intervient plus dans le développement des équations utilisées dans l'algorithme.

Pour déterminer le vecteur du côté droit des équations (4.3) ( $\vec{w} = \begin{bmatrix} \vec{w}_x \\ \vec{w}_y \end{bmatrix}$ ) il faut en premier lieu déterminer les matrices fixes des densités de force  $\mathbb{D}_{f,x}$  et  $\mathbb{D}_{f,y}$  :

$$\mathbb{D}_{f,x} = \mathbb{D}_{f,y} = \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C}_f \tag{4.8}$$

Pour la structure simplifiée, on obtient :

$$\mathbb{D}_{f,x} = \mathbb{D}_{f,y} = \begin{bmatrix} -q_{n11} & -q_{n12} & 0 & -q_{n14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_{n23} & 0 & -q_{n25} & -q_{n26} \end{bmatrix}$$



Le vecteur  $\vec{w}$  ne contient pas uniquement le chargement extérieur mais aussi les autres forces "connues" dues aux éléments reliés aux nœuds fixes. On détermine  $\vec{w} = \begin{bmatrix} \vec{w}_x \\ \vec{w}_y \end{bmatrix}$  par :

$$\vec{w}_x = \vec{w}_x^* - \mathbb{D}_{f,x} \vec{x}_f \quad \vec{w}_y = \vec{w}_y^* - \mathbb{D}_{f,y} \vec{y}_f \quad (4.9)$$

Si la matrice  $\mathbb{D}$  est non-singulière, l'équation (4.6) n'a qu'une seule solution. Cela équivaut à dire qu'il n'existe qu'une seule géométrie d'équilibre pour une combinaison de densités de force donnée.

La solution, exprimée par les matrices de connectivité libre  $\mathbb{C}$  et fixe  $\mathbb{C}_f$ , la matrice triangulaire des densités de force  $\mathbb{Q}$ , le vecteur du chargement extérieur sur les nœuds libres  $\vec{w}^* = \begin{bmatrix} \vec{w}_x^* \\ \vec{w}_y^* \\ \vec{w}_z^* \end{bmatrix}$  et le vecteur des coordonnées des nœuds fixes  $\vec{n}_f = \begin{bmatrix} \vec{x}_f \\ \vec{y}_f \\ \vec{z}_f \end{bmatrix}$ , est obtenue en résolvant ces équations linéaires. Ce sont les équations qui sont utilisées dans l'algorithme de recherche de forme présenté dans le chapitre suivant.

$$\boxed{\vec{x} = \mathbb{D}^{-1} \vec{w}_x = (\mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C})^{-1} (\vec{w}_x^* - \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C}_f \vec{x}_f)} \quad (4.10a)$$

$$\boxed{\vec{y} = \mathbb{D}^{-1} \vec{w}_y = (\mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C})^{-1} (\vec{w}_y^* - \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C}_f \vec{y}_f)} \quad (4.10b)$$

$$\boxed{\vec{z} = \mathbb{D}^{-1} \vec{w}_z = (\mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C})^{-1} (\vec{w}_z^* - \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C}_f \vec{z}_f)} \quad (4.10c)$$

## 4.2 Géométries d'isoforce déterminées avec l'algorithme MDF

### 4.2.1 L'algorithme de recherche de formes d'isoforce

À chaque pas d'itération  $i$ , l'algorithme de recherche de forme recalcule les longueurs des éléments avec les coordonnées résultant du calcul du pas précédent  $i - 1$ . Une nouvelle combinaison de densités de force est déterminée pour l'ensemble des éléments de tension. La figure 4.3 schématise les pas de l'algorithme de recherche de forme.

La géométrie d'isoforce déterminée par l'algorithme ne dépend que du rapport entre force du câble, force des haubans et, le cas échéant, force du chargement extérieur. La géométrie initiale, donnée à l'algorithme par les coordonnées initiales des nœuds libres  $\vec{n}^{ini} = \begin{bmatrix} \vec{x}^{ini} \\ \vec{y}^{ini} \\ \vec{z}^{ini} \end{bmatrix}$ , n'a aucune influence sur la géométrie finale.

Pour initialiser le calcul l'algorithme calcule les longueurs des éléments. Pour cela il doit disposer non seulement (a) des coordonnées initiales des nœuds libres (nœuds d'assemblage dans la

passerelle), mais aussi (b) des coordonnées des nœuds fixes  $\vec{n}_f = \begin{bmatrix} \vec{x}_f \\ \vec{y}_f \\ \vec{z}_f \end{bmatrix}$  (nœuds d'ancrage dans la passerelle) et (c) d'informations topologiques contenues dans la matrice de connectivité  $\mathbb{C}_g$ .

Le premier pas de l'algorithme consiste à calculer les densités de forces correspondant aux longueurs calculées des éléments et aux forces cibles pour les haubans  $f^h$  et le câble  $f^c$ .

Ensuite les nouvelles coordonnées sont déterminées en résolvant uniquement les équations développées dans la section précédente 4.1.2.

La longueur de chaque élément est alors recalculée avec les nouvelles coordonnées. Si les positions des nœuds fixes sont mesurées pour prendre en compte le comportement élastique de l'arc, les coordonnées  $\vec{n}_f = \begin{bmatrix} \vec{x}_f \\ \vec{y}_f \\ \vec{z}_f \end{bmatrix}$  données à l'algorithme peuvent évoluer au cours des itérations.

Pour chaque élément, la différence  $\delta l^{it,i}$  entre sa longueur pour le pas d'itération actuel  $i$  et sa longueur pour le pas d'itération précédent  $i - 1$  est calculée. Le critère de convergence est satisfait quand la différence maximale  $\delta l_{max}^{it,i}$  déterminée parmi tous les éléments est inférieure à une valeur  $\varepsilon_{iso}$  prédéfinie comme seuil de convergence. Si l'algorithme n'a pas convergé et le nombre maximal d'itérations n'est pas atteint, l'algorithme calcule les nouvelles densités de forces du pas d'itération  $i + 1$ .

On obtient les coordonnées des nœuds libres  $\vec{n}^{iso} = \begin{bmatrix} \vec{x}^{iso} \\ \vec{y}^{iso} \\ \vec{z}^{iso} \end{bmatrix}$  qui, associées à la matrice de connectivité  $\mathbb{C}_g$  et aux coordonnées des nœuds fixes  $\vec{n}_f = \begin{bmatrix} \vec{x}_f \\ \vec{y}_f \\ \vec{z}_f \end{bmatrix}$ , décrivent la géométrie d'équilibre pour des forces  $f_h$  dans les haubans et  $f_c$  dans le câble.

#### 4.2.2 Géométries avec précontrainte et sans chargement extérieur

Lorsque l'algorithme converge, il ne génère qu'une unique *géométrie isoforce* pour chaque rapport  $\frac{f_h}{f_c}$  de force du hauban  $f_h$  et force du câble  $f_c$ , lorsque la structure n'est pas chargée extérieurement (figure 4.4). On constate bien que plus la force du câble  $f_h$  est grande par rapport à celle du hauban  $f_h$ , plus la courbure du câble diminue (figure 4.5).

On peut donc facilement s'imaginer deux rapports de force  $\frac{f_h}{f_c}$  limites, qui correspondent à deux géométries limites :

- le premier cas décrit une situation, où les haubans sont infiniment plus chargés que le câble, soit  $\lim_{f_h \rightarrow \infty} \frac{f_h}{f_c} = \lim_{f_c \rightarrow 0} \frac{f_h}{f_c} = \infty$ .
- le deuxième cas correspond à la géométrie où le câble est infiniment plus chargé que les haubans. On a  $\lim_{f_c \rightarrow \infty} \frac{f_h}{f_c} = \lim_{f_h \rightarrow 0} \frac{f_h}{f_c} = 0$ .

Les géométries limites et la trajectoire que suivent les nœuds libres entre ces géométries limites en fonction de  $\frac{f_h}{f_c}$  sont illustrées sur la figure 4.6. On peut voir que la fonction de la trajectoire du

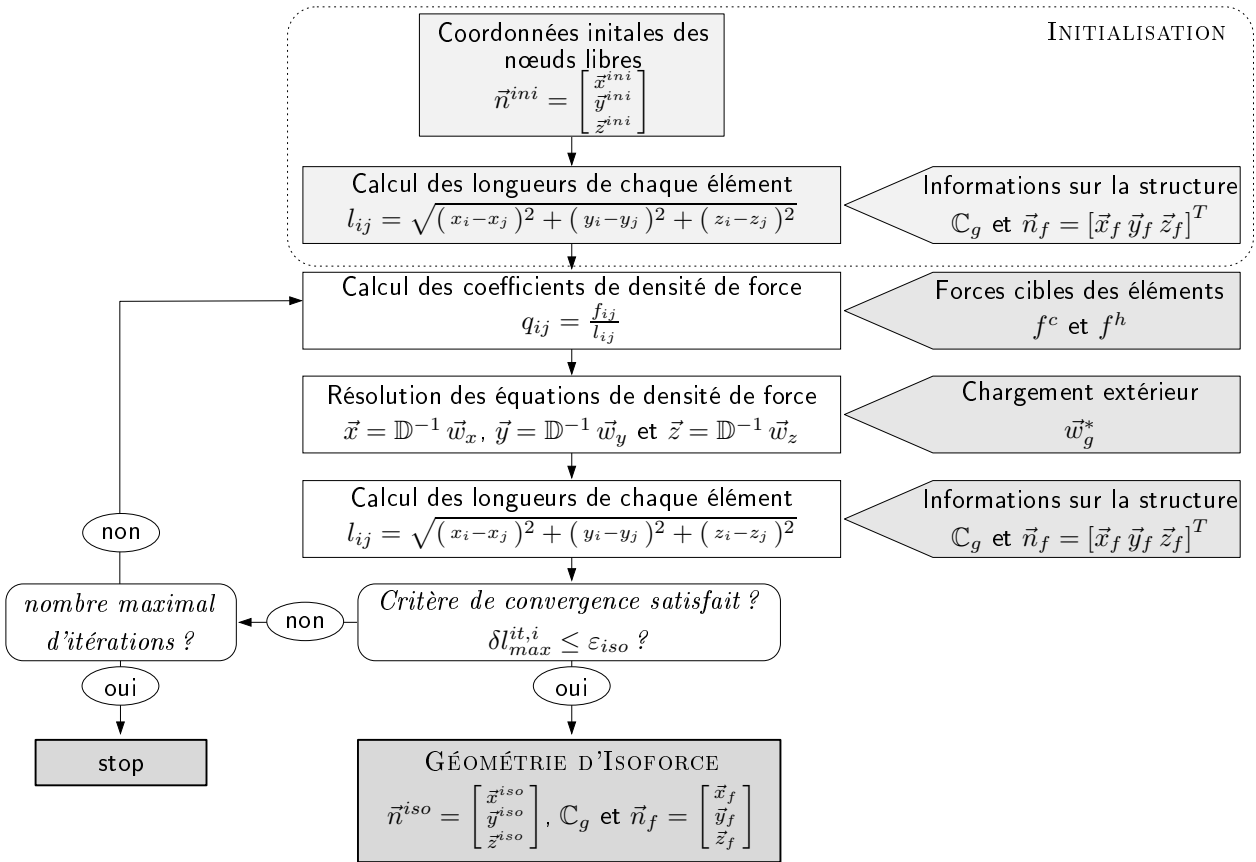


FIG. 4.3. Algorithme de détermination de géométries d'isoforce

- nœuds fixes
- nœuds libres
- éléments de hauban
- éléments de câble
- ..... arc fictif

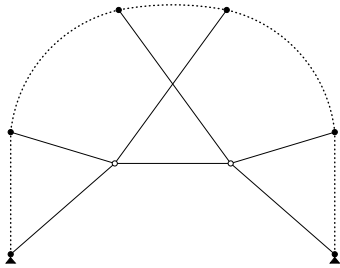


FIG. 4.4. Géométrie d'équilibre  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$

- nœuds fixes
- nœuds libres
- éléments de hauban
- éléments de câble
- ..... arc fictif

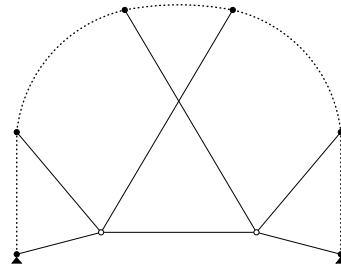


FIG. 4.5. Géométrie d'équilibre  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$

nœud  $n_1$  ( $n_2$ ) est strictement croissante (strictement décroissante). On peut choisir la hauteur des nœuds libre en choisissant le rapport  $\frac{f^h}{f^c}$  correspondant.

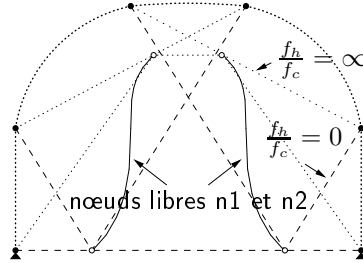


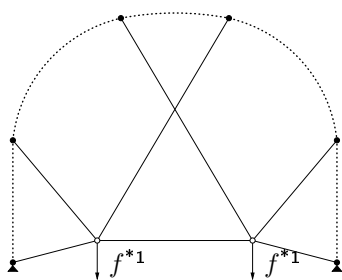
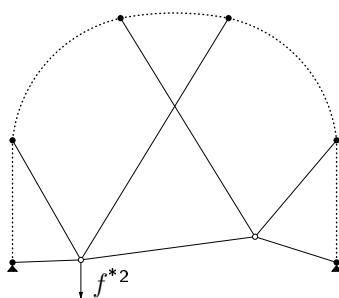
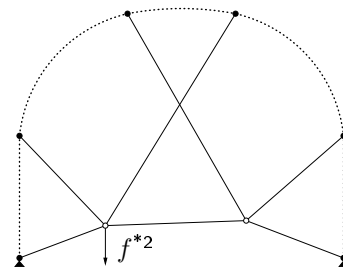
FIG. 4.6. Trajectoire des nœuds libres bornée par les géométries limites

### 4.2.3 Géométries avec précontrainte et chargement extérieur

La géométrie d'équilibre déterminée par l'algorithme pour la structure soumise à une charge extérieure dépend d'une part du rapport entre les forces des éléments de tension, d'autre part du rapport entre forces intérieures et forces extérieures. La figure 4.7 montre la géométrie d'équilibre pour une charge extérieure  $f^{*1} = f_{n1,y} = f_{n2,y} = 10$  avec une force  $f^c = 25$  dans le câble et une force  $f^h = 10$  dans les haubans. Lorsque le chargement est symétrique sur les nœuds libres, ces derniers se trouvent à la même hauteur pour la géométrie d'équilibre déterminée par l'algorithme. Les deux prochaines figures 4.8 et 4.9 montrent des géométries d'équilibre pour un chargement asymétrique de  $f^{*2} = f_{n1,y} = 10$  et  $f_{n2,y} = 0$ . Ces figures illustrent l'influence du rapport des forces intérieures avec les forces extérieures. Dans la première figure, l'équilibre correspond à des forces intérieures de  $f^c = 20$  dans le câble et de  $f^h = 5$  dans les haubans. La position verticale des nœuds libres est très différente. Lorsque la structure est soumise à des forces intérieures 5 fois supérieures ( $f^c = 100$  et  $f^h = 25$ ), les nœuds libres se rapprochent en  $y$ . On voit que, plus le réseau de câbles est contraint intérieurement, moins les déformations dues aux charges extérieures sont importantes.

### 4.2.4 Validation expérimentale de la recherche de forme sur la structure simplifiée

Pour une meilleure compréhension et une familiarisation avec la Méthode de la Densité de Force, une maquette pour la validation expérimentale de la recherche de forme a été conçue. Étant donné que le procédé de recherche de forme développé avec la MDF suppose un arc rigide avec des nœuds d'ancrage des haubans fixes, un bâti d'acier a été choisi. Les forces appliquées aux éléments de

FIG. 4.7.  $f^c=25 f^h=10 f^{*1}=10$ FIG. 4.8.  $f^c=20 f^h=5 f^{*2}=10$ FIG. 4.9.  $f^c=100 f^h=25 f^{*2}=10$ 

tension installés dans ce bâti, sont assez faibles et on peut ainsi considérer les déformations du bâti comme négligeables.

Deux aspects sont étudiés, pour chacun un dispositif est mis au point. Le premier aspect est la maîtrise de la découpe de patrons d'isoforce. Dans un deuxième temps, on contrôle si un dispositif expérimental adéquat ne retrouve que la géométrie d'isoforce déterminée par l'algorithme.

#### 4.2.4.1 Conception d'un patron de géométrie d'isoforce

Dans cette expérience, deux patrons d'éléments de tension sont découpés, l'un correspondant à la géométrie présentée dans la figure 4.4 avec un rapport de forces de  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$  entre les éléments de tension (patron a), l'autre pour la géométrie de la figure 4.5, avec un rapport de forces haubans-câble de  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$  (patron b). On rappelle que le concept de *patron* a été défini précédemment (section 2.2) comme l'ensemble des longueurs à vide des éléments de tension.

Pour matérialiser les éléments de tension, le choix s'est porté sur des élastiques de mercerie. Ils sont peu onéreux et il en existe de nombreux types. Afin de déterminer quels types d'élastiques sont les plus appropriés parmi six types d'élastiques de mercerie, on a réalisé une série de trois essais de traction par type d'élastique. Des échantillons de 20 cm sont allongés de 30 mm puis déchargés afin d'en identifier le comportement.

Suivant la situation étudiée, la force dans le câble est 2 à 10 fois plus élevée par rapport à la force dans les haubans. Deux différents types d'élastiques sont choisis, un pour le câble et un pour les haubans en fonction du domaine des forces où ils présentent un comportement acceptable.

Pour chaque type d'élastique choisi, une loi de comportement non-linéaire (figure 4.10) est déterminée à partir de la moyenne des résultats des expériences. Elle est choisie de type polynomial pour prendre en compte le comportement en début de chargement. Le comportement de l'élastique plus rigide choisi pour le câble peut être approché par :

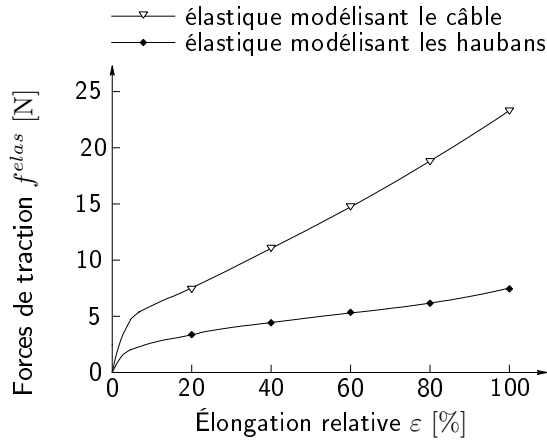


FIG. 4.10. Comportement sous chargement des élastiques

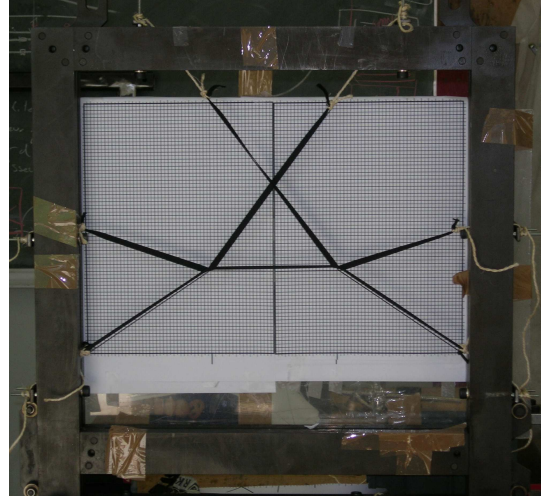


FIG. 4.11. Dispositif expérimental avec patron a

$$f^{elas} = \begin{cases} 1.98 \varepsilon^3 + 0.66 \varepsilon^2 + 16.52 \varepsilon + 4.21 & \text{pour } 0 \leq \varepsilon < 0.074 \\ 6210 \varepsilon^3 + 167.4 \varepsilon^2 + 163.8 \varepsilon & \text{pour } 0.074 \leq \varepsilon < 1 \end{cases}$$

et celui de l'élastique choisi pour les haubans par :

$$f^{elas} = \begin{cases} 7.2 \varepsilon^3 - 11.94 \varepsilon^2 + 1.1 \varepsilon + 1.58 & \text{pour } 0 \leq \varepsilon < 0.050 \\ 4590 \varepsilon^3 + 990 \varepsilon^2 + 76.2 \varepsilon & \text{pour } 0.050 \leq \varepsilon < 1. \end{cases}$$

Les rapports de force sont définis pour les deux géométries à reproduire, les forces doivent être choisies. Pour les deux patrons, on choisit une force de 2 N pour les haubans. Le câble a une force de précontrainte de 4 N dans le cas du patron a et une force de précontrainte de 20 N dans le cas du patron b.

Étant donné que l'on a déterminé le comportement sous traction des matériaux utilisés, que l'on a choisi les forces de précontrainte désirées et que les longueurs sous chargement sont déterminées par la MDF, on peut facilement déterminer la longueur à vide (sans chargement)  $l_{0,ij}$  de chaque élément entre les nœuds  $i$  et  $j$ . Dans un premier temps on détermine l'élongation  $\varepsilon(f^{elas})$  correspondant à la force choisie  $f^{elas}$ , par exemple graphiquement, puis la longueur à vide  $l_{0,ij}$  est déterminée par :

$$l_{0,ij} = \frac{l_{ij}}{1 + \varepsilon(f^{elas})}$$

Avec cette méthode, deux patrons de géométries d'isoforce sont découpés. Comme on peut le voir dans la figure 4.11, la géométrie créée avec le patron a est presque identique à celle déterminée

par l'algorithme de la MDF. En fait, la géométrie théorique est dessinée sur l'arrière-plan du bâti et donc pratiquement non visible sur la figure 4.11 puisque masquée par les élastiques.

#### 4.2.4.2 Géométries d'isoforce à forces $f^h$ et $f^c$ imposées

Pour pouvoir créer des géométries d'équilibre sans avoir à en déterminer le patron (première expérience illustrant les idées sur le contrôle développées dans le prochain chapitre 5), on a recours à un dispositif de câbles et haubans continus détournés par des poulies placées sur les nœuds fixes (d'ancrage), sur les nœuds libres (d'assemblage) et aux extrémités du câble (figure 4.13). On peut alors facilement choisir les forces  $f^h$  et  $f^c$  dans les haubans et le câble en accrochant des poids aux extrémités libres des éléments de tension.



FIG. 4.12. Poulie double pour les nœuds libres

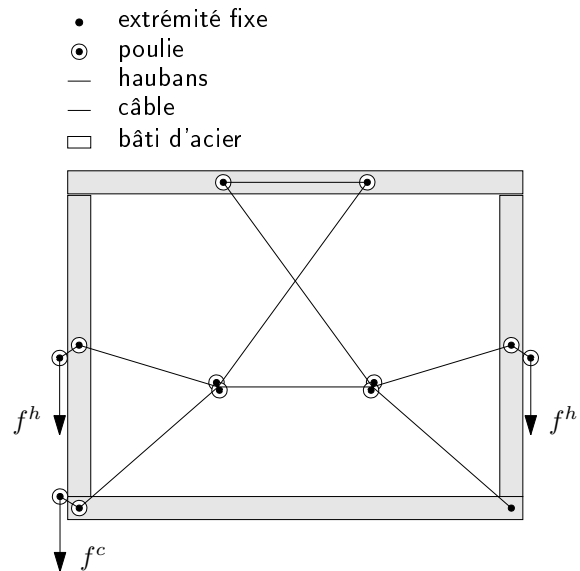


FIG. 4.13. Dispositif expérimental avec poulies

On choisit le même câble d'acier de faible section pour les haubans et le câble, de façon à en minimiser le poids. On peut ainsi minimiser l'influence du poids propre de la structure, car il n'a pas été pris en compte lors de l'optimisation de forme. Ce câble d'acier ne montre pratiquement pas d'élongation lors du chargement. Les poulies sont petites, en plastique et également très légères comparées à des systèmes avec roulements en acier. Il a fallu cependant en accepter la moindre qualité.

Pour les poulies sur les nœuds libres, le défi est de faire coïncider les points des tangentes du câble et des haubans. Deux poulies sont pour cela juxtaposées et fixées sur des plaques en aluminium 4.12. On choisit de suspendre des poids de part et d'autre du bâti pour les haubans, car ce câble est détourné deux fois (avec une forte influence du frottement) au niveau des nœuds fixes supérieurs.

On choisit d'utiliser un seul poids pour le câble : cela permet d'évaluer l'influence de la qualité de poulies sur la géométrie d'équilibre. En effet, si des poulies parfaites transmettent l'intégralité de la force au prochain élément, les frottements des poulies réelles empêchent une isodistribution parfaite des forces. La force dans l'élément qui est fixé au bâti est donc inférieure à celle de l'élément se trouvant près du poids.

Comme pour l'expérience précédente (section 4.2.4.1) pour laquelle on a découpé deux patrons a et b à géométrie d'isoforce, deux géométries d'équilibre avec les couples de forces  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$  (patron a) et  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$  (patron b) sont analysées. L'expérience consiste à lâcher les nœuds libres de différentes positions. On teste  $n$  positions de départ. Un cliché est réalisé pour chaque position d'équilibre.

On vérifie si la géométrie qui s'installe, donc une géométrie d'équilibre, est identique à celle déterminée par l'algorithme de recherche de forme. Pour cela une moyenne des positions est calculée pour les deux séries expérimentales. Dans les figures 4.14 et 4.15, les positions de chaque essai sont reportées. La moyenne des positions expérimentales est comparée à la position théorique.

- positions expérimentales des nœuds libres
- moyenne des positions expérimentales
- position théorique déterminée par la MDF

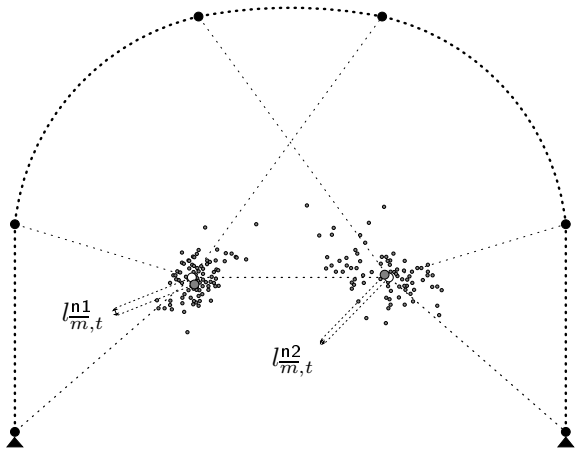


FIG. 4.14. Résultats expérimentaux de la maquette 2 pour  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$

- positions expérimentales des nœuds libres
- moyenne des positions expérimentales
- position théorique déterminée par la MDF

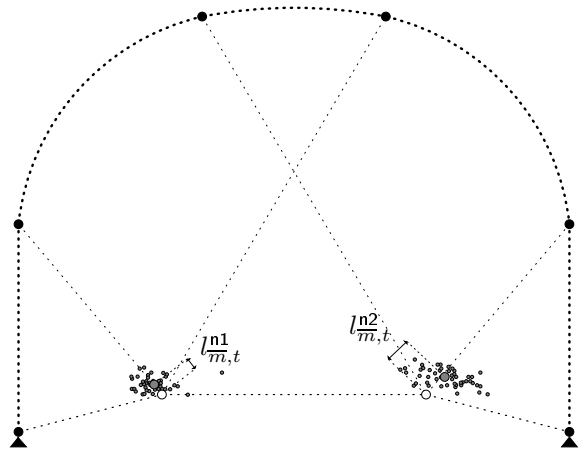


FIG. 4.15. Résultats expérimentaux de la maquette 2 pour  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$

Les résultats sont dépouillés statistiquement. La distance  $l_{m,t}^{ni}$  entre la moyenne des positions expérimentales ( $\bar{m}$ ) et la position théorique ( $t$ ) déterminée par la MDF pour le nœud libre  $n_i$  est reportée dans le tableau 4.1. Pour pouvoir quantifier la dispersion des positions expérimentales, la variance  $v^{ni}$  des positions expérimentales de chaque nœud libre  $n_i$  est calculée pour un série finie de  $n$  expériences par



$$v^{n_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n l_{\bar{m},j}^{n_i}{}^2 \quad (4.11)$$

où :

- $n$  est le nombre d'expériences faites dans une série et
- $l_{\bar{m},j}^{n_i}$  est la distance entre la moyenne des positions expérimentales ( $\bar{m}$ ) du nœud libre  $n_i$  et la position du nœud libre  $n_i$  lors de l'expérience  $j$ .

La première série d'expériences faite pour un rapport de forces de  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$  comporte  $n = 90$  différentes positions initiales. Dans la deuxième série d'expériences pour  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$  le nombre de positions initiales a été réduit à  $n = 58$ .

série	nombre d'essais $n$	variance $v^{n1}$	distance $l_{\bar{m},t}^{n1}$	variance $v^{n2}$	distance $l_{\bar{m},t}^{n2}$
$\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$	90	0.108532	0.090	0.260223	0.033
$\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{10}$	58	0.000422	0.134	0.070384	0.283

TAB. 4.1. Évaluations statistiques des deux séries de géométries d'équilibre

Les figures 4.14 et 4.15 montrent que les moyennes des positions correspondent assez bien avec les positions déterminées avec l'algorithme MDF. Pour la première expérience, malgré la grande dispersion des positions expérimentales, on obtient une position moyenne très proche de la position théorique.

Deux constats pour le développement de l'outil de contrôle peuvent être tirés de ces expériences :

- La distance  $l_{\bar{m},t}^{n2}$  est beaucoup plus grande pour un chargement du câble de 10 unités que pour un chargement du câble de 2 unités. Ceci est dû au chargement asymétrique du câble : un côté est fixé sur le bâti tandis que l'autre extrémité est chargée avec un poids correspondant à la force voulue. À cause des frottements des poulies, les forces ne sont pas distribuées uniformément dans les éléments de câble, la figure d'équilibre de l'expérience ne correspond donc pas tout à fait à celle déterminée par la MDF. Plus le câble est chargé, moins la distribution des forces dans les éléments de câble est bonne. Le chargement asymétrique influence également les variances des positions des nœuds libres pour les deux séries expérimentales : ces variances sont beaucoup plus élevées pour le deuxième nœud libre  $n2$  près de l'ancrage du câble que pour le premier nœud libre  $n1$  du côté du poids de contrôle.
- On observe une dispersion plus grande (variances plus élevées) des résultats expérimentaux de la première série avec  $\frac{f_h}{f_c} = \frac{1}{2}$ . Dans ce cas les frottements dans les poulies sont plus importants par rapport aux forces de *mise en place* dans les éléments de tension.

Ce dispositif expérimental suggère donc qu'il faut (a) disposer symétriquement tous les outils de contrôle (poids, moteurs...) et (b) choisir la qualité des poulies par rapport aux forces attendues

dans les éléments de tension afin de garder l'influence du frottement dans un domaine acceptable et d'obtenir une bonne précision lors de la création interactive de la géométrie d'équilibre. En conclusion, on a une assez bonne illustration de ce que pourra être un contrôle basé sur la MDF.

#### 4.2.5 La recherche de forme de l'arche de la passerelle

Ces explorations et validations expérimentales réalisées, on utilise maintenant l'algorithme de recherche de forme pour la détermination de la géométrie d'isoforce de l'arche en 2D. Grâce à la géométrie d'isoforce on détermine le patron d'isoforce (que l'on appelle patron 2, voir aussi ci-avant section 3.2.1.1) pour les éléments de tension, en procédant comme détaillé dans la section 4.2.4.1.

De nouveaux calculs Éléments Finis avec ANSYS estimeront l'efficacité de l'optimisation de forme, pour l'arche rigide dans un premier temps (section 4.2.5.1). Ensuite la pertinence des simplifications est évaluée en comparant ces résultats aux résultats de la même arche avec un arc élastique (section 4.2.5.2). Dans un troisième temps, l'influence du chargement extérieur sur l'isodistribution initiale des forces dans la structure est étudiée dans la section 4.2.5.3.

##### 4.2.5.1 La géométrie initiale d'isoforce de l'arche rigide

La figure 4.16 montre les résultats obtenus grâce à l'algorithme de recherche de forme pour l'arche rigide en 2D de la passerelle. Le rapport  $\frac{f_h}{f_c}$  entre force de contrainte initiale des haubans  $f_h$  et du câble  $f_c$  est choisi de manière à obtenir une flèche du nœud central identique à celle de l'arche à géométrie déterminée expérimentalement, qui est obtenue avec le patron 1 des éléments de tension. On voit que la géométrie expérimentale (ou *empirique* obtenue par mesure ou géométrie du patron 1), en pointillés, n'est pas très différente de la géométrie *optimisée* (ou géométrie du patron 2), en ligne continue. Pourtant ces petits changements permettent de réduire considérablement la force maximale dans les haubans.

— arc rigide  
 ..... géométrie empirique  
 ——— géométrie optimisée

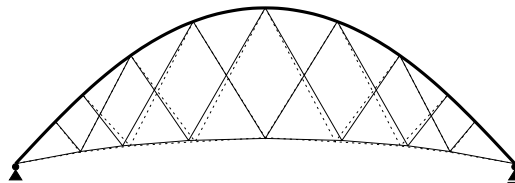


FIG. 4.16. Arche rigide optimisée avec la MDF

Les efforts dans les câbles et haubans sont déterminés par le calcul EF. La figure 4.17 montre

le niveau d'uniformisation des forces atteint pour l'arche après la recherche de forme (patron 2) et le compare au niveau d'uniformisation de l'arche à géométrie mesurée expérimentalement (patron 1). Les forces dans le câble sont uniformisées de manière satisfaisante dans les deux arches. L'importance de l'optimisation de forme est évidente avec l'évolution de la répartition des forces dans les haubans. Une optimisation de forme améliore le rapport entre l'élément le moins chargé et l'élément le plus chargé de 0 à 1. Alors que l'arche rigide empirique (du patron 1) a certains éléments de hauban non chargés, les forces dans l'arche rigide optimisée sont distribuées parfaitement uniformément. La force maximale dans les haubans peut être réduite de 1053 N à 517 N quand on optimise la forme de l'arche (figure 4.18).

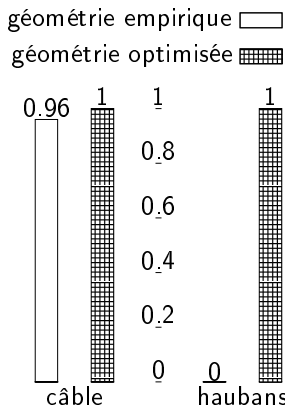


FIG. 4.17.  $\frac{f_{min}}{f_{max}}$  pour les arches empirique et optimisée avec arc rigide

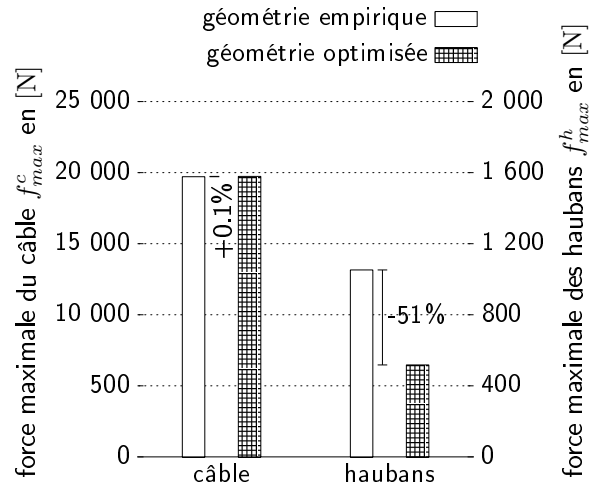


FIG. 4.18.  $f_{max}^c$  et  $f_{max}^h$  pour les arches empirique et optimisée avec arc rigide

Ici on répond donc affirmativement à la question posée dans la section 3.3 du chapitre 3, à savoir : *est-il nécessaire et utile d'uniformiser les forces dans les éléments de tension ?*

#### 4.2.5.2 Influence de la souplesse de l'arc sur l'isodistribution initiale des forces

L'arc élastique interagit considérablement avec le flux des forces dans le câble et, en changeant de géométrie, redistribue les forces dans les haubans. Il est donc indispensable d'évaluer les conséquences de l'hypothèse *arc rigide* adoptée pour la recherche de forme. Ceci est fait à l'aide de notre modèle EF. La figure 4.19 montre que, comme il était à prévoir, l'uniformisation des forces n'est pas aussi efficace que lorsque le patron des éléments de tension déterminés avec la MDF est *installé* dans une arche avec un arc rigide. Cependant on peut tout de même constater une amélioration de la distribution des forces. En effet, l'indice d'isodistribution des force, le rapport  $\frac{f_{min}}{f_{max}}$  passe de 6.5% à 41.3% avec un patron d'éléments de tension mieux choisi. Grâce au patron 2, la force maximale peut être réduite d'environ un tiers de 1328 N à 903 N (figure 4.20).

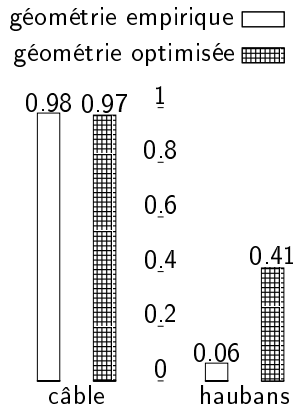


FIG. 4.19.  $\frac{f_{min}}{f_{max}}$  pour les arches empirique et optimisée avec arc élastique

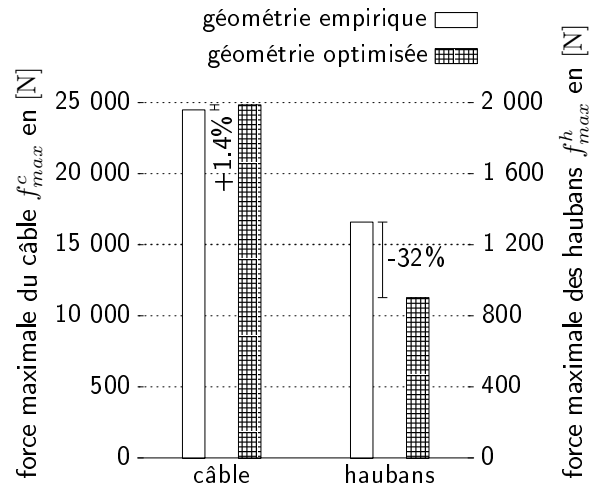


FIG. 4.20.  $f_{max}^c$  et  $f_{max}^h$  pour les arches empirique et optimisée avec arc élastique

On peut donc en conclure que, même si la recherche de forme peut être améliorée, l'utilisation de la MDF est une approche assez efficace qui a l'avantage d'être réactive. Plusieurs solutions sont envisageables pour améliorer la distribution des forces, tout en utilisant un algorithme basé sur la densité de force, et elles peuvent être introduites lors du développement de l'outil de contrôle. Des capteurs de position peuvent mesurer les déformations aux points d'ancrage des haubans. Les nouvelles positions de ces nœuds seront alors introduites dans l'algorithme de recherche de forme, comme décrit dans la section 4.2.1. On peut aussi approximer la géométrie désirée avec l'outil de contrôle. Les poulies se chargent ensuite de l'ajustement fin de l'uniformisation puis elles sont bloquées.

#### 4.2.5.3 Influence du chargement extérieur sur l'isodistribution initiale des forces dans l'arche

Comme dans la section 3.2.1.2, pour le calcul EF de l'arche les forces modélisant le chargement extérieur uniforme sont des forces équivalentes sur les nœuds d'assemblage. Ces forces se composent d'une partie due au poids du tablier et d'une seconde partie, les forces appliquées pour le CdC 1. Un niveau de charge de 100% équivaut au chargement maximal de la passerelle avec  $p_s^{ELS} = 5 \text{ kN/m}^2$ .

Pour la géométrie initiale, l'influence positive de l'optimisation pour une meilleure distribution des forces est vérifiée. Cependant, les figures 4.21 et 4.22 montrent que le choix de la géométrie initiale n'a pas d'influence significative sur le comportement de l'arche sous chargement, et ce peu importe si l'arc choisi est considéré comme élastique ou rigide.

Il est donc évident que garantir l'isodistribution des forces en service ne sera possible qu'avec

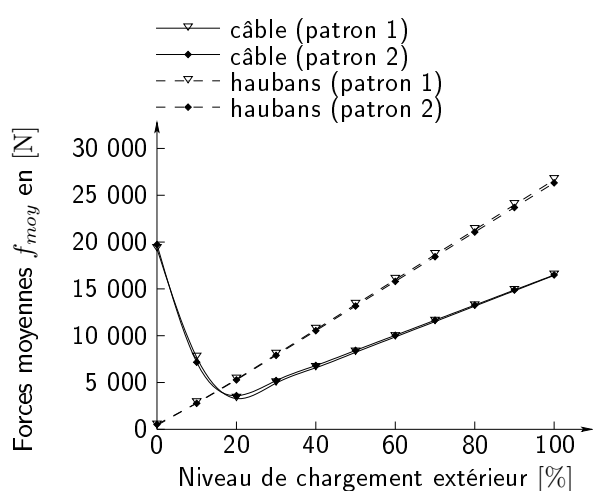


FIG. 4.21. Forces moyennes dans les câbles et haubans de l'arche rigide en fonction du niveau de charge

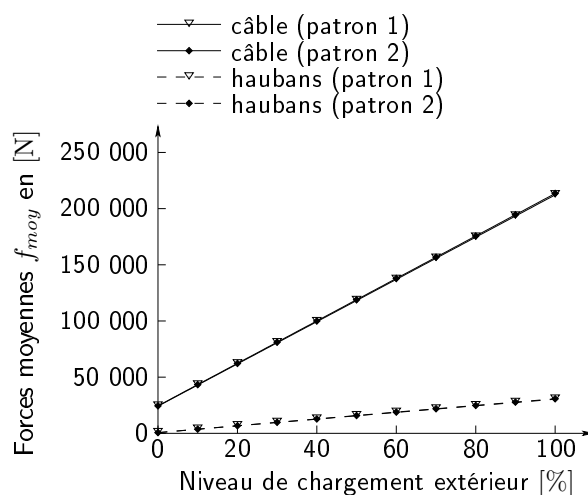


FIG. 4.22. Forces moyennes dans les câbles et haubans de l'arche élastique en fonction du niveau de charge

un dispositif *interactif* de contrôle de forme, visant à optimiser la géométrie pour tout chargement à chaque instant.

Dans la section 4.2.3, on a montré que la détermination de géométries d'isoforce est maîtrisée même pour des situations avec chargement extérieur. Cependant, plusieurs géométries d'isoforce peuvent être déterminées pour un même chargement sur les nœuds libres. Elles correspondent à des jeux différents de forces dans câbles et haubans. Il faudra donc se poser la question :

*Comment choisir la géométrie d'isoforce solution ?*

Ce sera l'objet du chapitre 5. Les réflexions autour du contrôle intègrent le choix pertinent des forces intérieures réglées interactivement en réaction au chargement extérieur. Le dispositif de contrôle peut être développé de manière à profiter pleinement d'outils de mesure tels que des fibres optiques et des piézo, inclus dans les éléments pour les rendre *intelligents*. Ces outils mesurent l'état de contrainte de la structure et donnent au dispositif de contrôle les informations nécessaires à l'adaptation de forme.

### 4.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la recherche de forme garantissant une iso-distribution des forces dans les éléments de tension. La technologie de montage de la passerelle avec haubans continus nécessite, pour anticiper la forme, de calculer la géométrie d'équilibre de la structure sous cette contrainte d'isoforce dans les éléments. De plus nous voulions vérifier qu'une

telle situation est bénéfique pour la structure et permet une optimisation de son fonctionnement mécanique.

Dans un premier temps nous avons introduit la Méthode de la Densité de Force (MDF), en la situant parmi les approches possibles. Nous avons alors proposé un algorithme basé sur cette méthode, et nous l'avons testé sur notre structure modèle. Quelques expérimentations nous ont permis une validation de cette approche.

La recherche de forme de la géométrie d'isoforce (forme optimale) de l'arche de la passerelle a alors été abordée à l'aide de cet algorithme. Cette optimisation a été validée par EF par comparaison avec la géométrie issue de la passerelle empirique.

L'hypothèse simplificatrice liée à la MDF qui considère l'arc rigide (et ne considère donc que les éléments de tension) s'est révélée pertinente pour une première approche.

Dans un deuxième temps, le comportement de la passerelle optimisée et chargée (CdC 1) a été étudié. Il a été montré que l'optimisation de la géométrie pour une isodistribution des forces initiales, n'influence pas le comportement en service, et que la distribution des forces dans les éléments de tension en service est très hétérogène. Ce qui nous fait proposer une optimisation interactive de la forme en fonction du chargement extérieur afin de garantir cette isoforce à chaque instant. C'est l'objet du chapitre 5.



# Chapitre 5

## Contrôle de la géométrie d'isoforce

---

### Plan du Chapitre

<b>5.1</b>	<b>Smart structures . . . . .</b>	<b>86</b>
<b>5.2</b>	<b>Principes du contrôle de forme de la passerelle . . . . .</b>	<b>90</b>
5.2.1	La géométrie cible . . . . .	91
5.2.2	Le nombre d'actionneurs . . . . .	92
<b>5.3</b>	<b>L'algorithme de contrôle . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>5.4</b>	<b>La stratégie du contrôle . . . . .</b>	<b>97</b>
<b>5.5</b>	<b>Analyse du domaine des géométries solution . . . . .</b>	<b>99</b>
5.5.1	Représentation graphique du domaine des géométries d'isoforce et du domaine des géométries solution . . . . .	99
5.5.2	Analyse de l'erreur dans l'espace 3D lorsque la charge se déplace . . . . .	105
<b>5.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>106</b>

---



Il s'agit, dans ce chapitre, de proposer un schéma de contrôle qui garantisse une bonne répartition des efforts quelque soit le chargement extérieur. Cette démarche s'inscrit dans un cadre plus large, celui des ouvrages réagissant avec leur environnement, appelés parfois *smart structure*. Nous exposerons, dans une première partie, les résultats de la recherche bibliographique, qui permettront d'orienter notre étude.

## 5.1 Smart structures

Communément, on associe le terme de *smart structure* à une structure capable de sentir et réagir à son environnement grâce à une stratégie de contrôle. C'est en quelque sorte une analogie simplifiée/primitive d'un corps biologique [37]. Ces structures sont donc souvent inspirées de la nature. Des matériaux intelligents y sont intégrés afin de *sentir* (par exemple capteurs à fibres optiques [38]) et *réagir* (par exemple actionneurs piézoélectriques).

Développées dans le but d'améliorer les performances et/ou la sûreté, on trouve des smart structures dans différents domaines d'application : les ouvrages d'art et le génie civil, transport terrestre et spatial, instruments et outils biomédicaux...

Les critères du contrôle sont également variés. Deux concepts majeurs sont la synchronisation avec les changements environnementaux et l'autoréparation d'endommagements de structure.

Les différents aspects liés au concept de structures intelligentes, sont à l'étude dans différents instituts de recherche. La plupart des applications génie civil se concentrent sur le contrôle en dynamique. On essaie de contrôler, par exemple, des vibrations engendrées par des tremblements de terre avec des amortisseurs utilisant des fluides magnétorhéologiques [39], ou encore des vibrations dues au vent avec des voilures montées sur des vérins hydrauliques ...

Il existe aussi, dans une moindre mesure, un contrôle de forme en quasi-statique. Le concept central du contrôle de forme est de minimiser la fonction de coût, définie habituellement comme le carré de la différence entre la position désirée (position cible) et la position calculée/actuelle. C'est ce que nous ferons aussi dans la suite. On peut citer l'optimisation de l'orientation d'actionneurs piézoélectriques dans des plaques composites [40] [41].

Dans un premier temps, nous décrivons ici, trois ponts à géométrie variable, qui, tout en n'étant pas des smart structures, présentent des solutions particulièrement ingénieuses au problème de l'*adaptation de forme* en statique et quasi-statique. Puis nous présenterons trois exemples de smart structures, qui illustrent deux principes de contrôle : (a) rigidification de la structure contrôlée et (b) optimisation de la répartition des forces dans la structure contrôlée.

Plusieurs ponts et passerelles ont été conçus de manière pouvoir à adapter leur forme à un

évènement. Ces ponts mobiles sont par exemple les ponts basculants, les ponts submersibles, les ponts pivotants. . .

Le *Gateshead Millenium Bridge* entre Newcastle-upon-Tyne et Gateshead, conçu par le bureau d'architectes Wilkinson Eyre, propose une manière particulièrement originale de faire pivoter le tablier : deux arcs, l'un le tablier et l'autre le support du tablier, pivotent autour de l'axe longitudinal, évoquant l'ouverture d'un œil (figure 5.1), afin de laisser passer les bateaux. Cette passerelle élégante, innovante et simple a gagné le RIBA Stirling Prize 2002.



FIG. 5.1. *Gateshead Milenium Bridge (1998)*

Thomas Heatherwick a fondé un bureau d'architecture en 1994 dans le but d'y conjuguer architecture, design et sculpture. Le *Rolling Bridge* à Londres (2005 British Structural Steel Award) en est un bel exemple : là-aussi, pour céder le passage aux bateaux, cette passerelle s'enroule sur elle-même grâce à des vérins hydrauliques inclus dans le garde-corps.

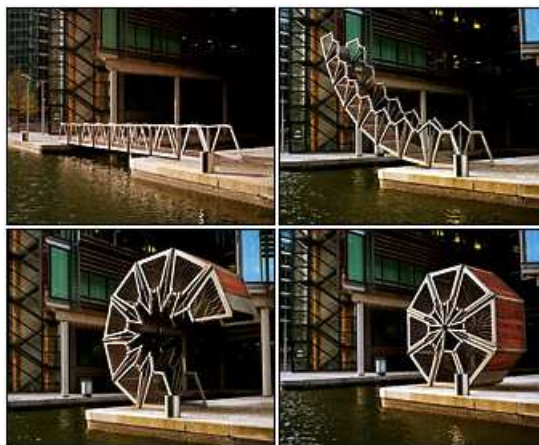


FIG. 5.2. *Rolling Bridge (2005)*

Enfin, le tablier de la passerelle suspendue conçue par Schlaich à Duisburg, la *Katzbuckelbrücke* (figure 5.3), peut être arondi tel *un dos de chat* (d'où le nom) en tirant sur les pilliers avec des

vérins hydrauliques [42]. L'inclinaison maximale du tablier est alors de  $45^\circ$ . On exploite ici le fait, communément perçu comme un inconvénient pour les structures à câble plat, que des petits déplacements des appuis engendrent de grands changements de courbure du tablier. Pour que le tablier du pont puisse supporter ces différentes courbures, on a choisi un système avec des éléments de platelage qui s'écartent comme des écailles.

Un tel concept de passerelle mobile semble également pouvoir être appliqué à la passerelle étudiée dans ce travail. De toutes les façons, le système de tablier à écailles est à retenir pour la passerelle composite.



FIG. 5.3. Katzbucketbrücke (1999)

À l'Université de Stuttgart, des structures adaptatives et légères sont également étudiées. Un concept appelé *Load Path Management* y a été conçu. Ce concept se décline en trois étapes [43] : (a) détermination du flux de forces optimal pour différents cas de charge, (b) détermination du nombre et des positions des capteurs et actionneurs nécessaires, et (c) processus de contrôle et d'adaptation.

En particulier, deux types de structures adaptatives et légères y sont proposées. Le premier type de structure, appelée *poutre de Stuttgart*, utilise l'adaptativité de la structure pour rigidifier la structure. Développée pour un pont ferroviaire, avec une unique charge extérieure se déplaçant, cette poutre est contrôlée par un moment imposé aux extrémités. Le moment imposé compense les déplacements du chargement à l'endroit exact, où se trouve le train. On a ainsi, à tout moment, une flèche verticale nulle sous le train. Cela est équivalent d'un état infiniment rigide (localement), état qui ne peut jamais être atteint dans une structure réelle passive.

Le deuxième type est une structure de type coque avec des appuis à hauteur contrôlée. Le contrôle des appuis vise à mieux répartir les forces dans la coque : éviter les forces de traction tout en minimisant la force maximale de compression [44]. On peut ainsi obtenir des charges admissibles considérablement plus élevées et des structures plus légères.

Au MIT (Massachusetts Institute of Technologies), une structure intelligente à la frontière entre l'architecture et l'ingénierie est à l'étude [45] [46]. Comme dans la plupart des smart structures, il s'agit d'un projet interdisciplinaire entre science, technologie et architecture, qui combine (a) les connaissances des sciences physique, mathématique et chimique, (b) les connaissances issues de l'ingénierie des matériaux, des structures, électrique et mécanique, et (c) des aspects conceptuels et formels propres à l'architecture.

Ce projet est grandement influencé par les courants écologiques et est donc axé sur la proposition de constructions multi-fonctionnelles, durables et adaptables, et nécessitant moins de ressources. Une structure déployable est développée, dans laquelle des matériaux souples mais résistants sont rigidifiés par de la précontrainte.

La précontrainte dans les membranes, indispensable pour la stabilité de la structure, est maintenue et contrôlée par des muscles pneumatiques artificiels. Afin d'assurer la sécurité de la structure, on sépare l'application de la précontrainte du dispositif de contrôle : les *muscles* ne sont pas placés entre les connections membrane-support en continuation des câbles, mais, comme indiqué dans les deux possibilités de la figure 5.4, gréffés sur les câbles. Cela a deux avantages : (a) les muscles ne portent pas la totalité de la précontrainte mais uniquement ses changements, et (b) la précontrainte peut être contrôlée beaucoup plus précisément, car des changements de longueurs de quelques centimètres des muscles entraînent des changements de longueur de quelques millimètres dans le câble de précontrainte.

Lors de la conception de la structure, un emploi non-conventionnel du logiciel de calcul a entraîné une grande marge d'insécurité. Une vérification expérimentale pour recaler les résultats s'est avérée indispensable. La maquette réalisée à l'échelle un tiers ne comportait pas encore les capteurs pour mesurer le chargement extérieur ni de cellule informatique avec un algorithme de contrôle, cependant les positions de tension calculées avec le logiciel ont pu être réglées grâce aux forces appliquées par les muscles.

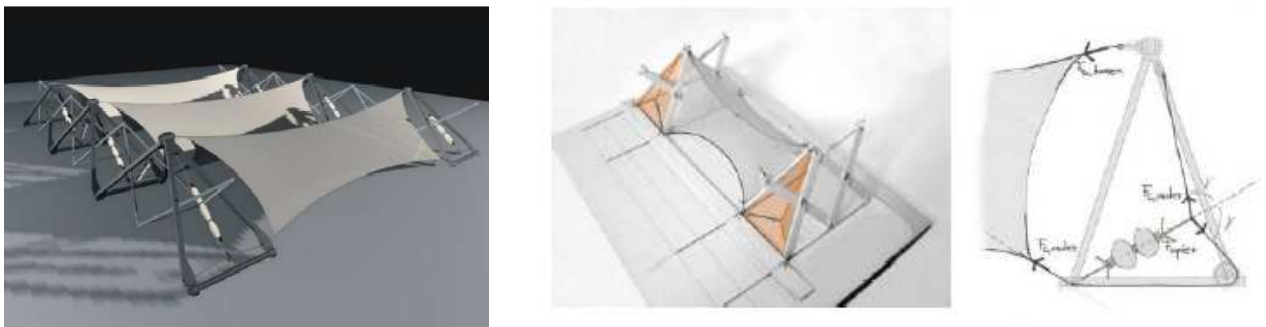


FIG. 5.4. Structure membranaire déployable à squelette type ciseaux et tendue par des muscles pneumatiques artificiels

## 5.2 Principes du contrôle de forme de la passerelle

Nous avons comme premier critère de contrôle pour l'arche composite celui de l'isorepartition des forces dans les éléments de tension.

Comme on l'a déjà dit précédemment, pour un chargement donné, il y a plusieurs solutions de géométries d'isoforce et elles dépendent du jeu de forces câbles et haubans choisi. Donc il nous faut rajouter un critère permettant de choisir une géométrie d'isoforce solution particulière.

Nous avons pour cela ajouté la contrainte que ce schéma permette également de réaliser un contrôle des déplacements des nœuds libres et donc de la position du tablier, compte tenu du fait que l'ouvrage composite est plus souple structurellement qu'un bowstring classique. Il s'agit d'une tentative pour *rigidifier* artificiellement la structure.

Deux pistes ont été envisagées pour la philosophie du contrôle. La première, la plus classique est basée sur la théorie du contrôle et propose de réagir aux perturbations de la solution d'équilibre en isoforce en linéarisant le comportement de la structure autour de ce point de fonctionnement. L'écriture de la fonctionnelle reliant variations de chargement aux variations de tension au premier ordre permet d'obtenir assez simplement une relation linéaire entre ces variations. Et une mesure de la perturbation (par exemple un incrément de déplacement vertical au passage d'un incrément de force) détermine les incréments de tension à imposer pour réaliser un critère, par exemple un déplacement vertical nul sous le passage de la force.

Nous avons exploré cette piste en détail, sur la passerelle simplifiée illustrée dans la figure 4.2 et décrite dans le chapitre 4.1.1. Ce n'est cependant pas ce que nous avons décidé de mettre en œuvre et ce pour deux raisons :

D'un point de vue fondamental, ce type d'approche classique est très utilisé pour le contrôle actif en vibration et plus généralement pour les aspects dynamiques. Il a l'avantage d'être rapide et réactif, et de bénéficier de nombreux développements théoriques. La difficulté réside dans la maîtrise des dérives liées au principe même de la linéarisation, et dans la maîtrise des instabilités. Or notre problème est un problème quasi-statique, cela permet de choisir un dispositif de contrôle pour lequel les temps de réaction et de contrôle peuvent être assez lents.

En outre les efforts réalisés dans les chapitres précédents et l'investissement sur la Méthode de la Densité de Force nous ont conduits à préférer à un contrôle des perturbations un contrôle qui recalculé la structure périodiquement et sans approximations. Notre algorithme de calcul MDF est relativement rapide et tout à fait compatible avec les vitesses des changements de chargement d'un tel ouvrage. De plus il évitera les risques de dérives et d'instabilité puisque donnant la solution d'équilibre explicite en réponse à un chargement ou à un déplacement mesuré périodiquement.

Il nous a semblé que cette approche, peut-être un peu brutale et *rustique* si on la compare à

des théories du contrôle plus sophistiquées, est plus adaptée au problème et aux mécanismes qui doivent être mis en jeu pour réaliser concrètement un tel contrôle de géométrie d'ouvrage.

Le but de l'outil de contrôle de forme est d'assurer en premier lieu une distribution suffisamment uniforme dans les éléments de tension, et dans un deuxième temps de minimiser les flèches dues au chargement extérieur, plus importantes dans une arche élastique que dans une arche classique. Nous utilisons pour cela l'algorithme de la MDF du chapitre précédent 4.

Ainsi, on a vu précédemment qu'assurer une isocontrainte dans les éléments de tension peut se régler grâce à la MDF et notre algorithme d'optimisation. Cela revient à imposer une unique force  $f^c$  dans les éléments de câble et une unique force  $f^h$  dans les éléments des haubans. Pour la structure sans chargement extérieur, un rapport  $\frac{f^h}{f^c}$  correspond à une géométrie d'équilibre et d'isoforce. Changer ce rapport change la géométrie. Pour notre structure simplifiée (figure 4.2) cela détermine la position des nœuds libres n1 et n2.

L'ajout d'un chargement extérieur  $\vec{w}^*$  comme par exemple une force  $f_{n1,y}$  sur le nœud libre n1 pour un rapport  $\frac{f^h}{f^c}$  fixé, change la géométrie d'autant plus que  $\vec{w}^*$  est grand par rapport aux forces intérieures  $f^c$  et  $f^h$ . Autrement dit, un fort état de contrainte interne minimise les déformations de la structure sous charge. On obtient ainsi une *rigidification* de la structure. Ce phénomène est illustré avec les figures 4.8 et 4.9 du chapitre précédent. Trivialement il suffirait donc de tirer très fort sur les éléments de tension, pour réduire autant que possible les déformations de la structure sous chargement. Cependant les éléments de tension ont, de par leur section, une force maximale admissible. De plus, pour la structure qui nous intéresse, la force dans le câble provient essentiellement de la force de rappel de l'arc flambé. Il existera donc un domaine de forces admissibles pour une passerelle donnée.

Notre problème de contrôle de forme revient donc en définitive à *viser* une géométrie cible sous la contrainte isoforce dans les éléments de même type, et ce pour un chargement extérieur donné. La géométrie cible reste à définir et la stratégie pour l'approcher reste à décrire.

### 5.2.1 La géométrie cible

Conceptuellement, pour notre passerelle la géométrie cible peut être la forme naturelle (à vide) du tablier. Avec le dispositif de contrôle, on viserait le maintien de cette géométrie cible, afin de garantir un confort optimal à l'utilisateur.

Traduit pour la structure simplifiée, cela revient à rendre les nœuds libres n1 et n2 (nœuds d'assemblage) *immobiles* lorsqu'ils sont chargés. Si l'on admet, comme déjà dit, qu'il existe une limite admissible aux forces dans les câbles et haubans et qu'on ne peut donc pas maintenir les nœuds libres immobiles par des tensions très grandes par rapport aux chargements, il faudra certainement se contenter d'une solution différente, approchant la géométrie cible, pour garantir le confort de

l'utilisateur. Il faudra aussi réfléchir sur le rapport entre le nombre de coordonnées de nœuds libres à contrôler (ici quatre :  $x_{n1}$ ,  $x_{n2}$ ,  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$ ) et le nombre d'actionneurs (ici deux :  $f^c$  et  $f^h$ ).

À l'aide du dispositif de contrôle, on veut donc obtenir une *géométrie solution*, qui est raisonnablement proche de la géométrie cible et qui est également une géométrie d'isoforce. La définition de *raisonnablement proche* peut être variée :

- la hauteur de certains nœuds libres critiques reste constante, par exemple, la hauteur du nœud libre central (de l'arc de la passerelle entière) ne bouge pas.
- le déplacement toléré de chaque nœud  $i$  est inversement proportionnel au chargement extérieur sur ce nœud  $i$ . Les nœuds libres chargés par la présence de piétons ne se déplacent pratiquement pas, tandis que les nœuds peu chargés (pas ou peu de piétons) peuvent se déplacer sans trop inconforter les usagers.
- - la moyenne des déplacements, ou
  - la valeur maximale des déplacements, ou
  - la somme des déplacements ou encore
  - la somme de l'erreur des positions

des nœuds du tablier (les nœuds libres  $n1$  et  $n2$  de la structure simplifiée) par rapport à la géométrie cible est inférieure à la valeur tolérée  $\varepsilon_{cib}$ .

Dans cet exemple, nous choisissons les géométries d'isoforce pour lesquelles la somme des erreurs des positions des nœuds libres est inférieure à la valeur tolérée  $\varepsilon_{cib}$ . Nous parlerons plus tard (section 5.3) de la détermination de l'erreur et comment la minimiser, afin de satisfaire le critère exigé pour une géométrie solution ( $err > \varepsilon_{cib}$ ) et obtenir ainsi une géométrie solution. Dans la section 5.5, on illustrera le domaine des géométries solutions, qui satisfont ce critère  $err > \varepsilon_{cib}$ .

### 5.2.2 Le nombre d'actionneurs

Une réflexion sur le rapport entre le nombre de coordonnées de nœuds libres à contrôler (ici quatre :  $x_{n1}$ ,  $x_{n2}$ ,  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$ ) et le nombre d'actionneurs (ici deux :  $f^c$  et  $f^h$ ) a également été menée. Cependant, nous n'avons ici pas d'autres réponses à apporter que celles acquises avec les expériences numériques basées sur l'algorithme MDF.

Nous avons pour cela étudié la structure simplifiée en changeant le nombre d'actionneurs, c'est-à-dire en augmentant ou diminuant le nombre de types d'éléments de tension, auxquels on impose l'isoforce. Nous avons d'abord étudié la structure avec deux types d'éléments, et donc  $f^c$  et  $f^h$  comme actionneurs. Cela correspond au nombre de types d'éléments de tension de la passerelle composite. Dans une deuxième expérience, la structure est à l'étude avec un seul type d'élément. La force dans tous les éléments de tension est identique ( $f = f^h = f^c$ ) et il n'y a qu'un seul

actionneur  $f$ . Enfin, dans une troisième expérience, nous avons choisi de contrôler la géométrie avec un actionneur supplémentaire : les forces contrôlées sont la force dans le câble  $f^c$ , la force  $f_{n1}^h$  dans les éléments de hauban reliés au nœud libre  $n1$  et la force  $f_{n2}^h$  dans les éléments de hauban reliés au nœud libre  $n2$ .

Pour ces trois cas présentés, nous avons essayé de contrôler les hauteurs des deux nœuds libres  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$ , d'abord pour choisir la géométrie de la structure à vide, puis pour choisir celle de la structure chargée.

Il s'est avéré impossible de contrôler les coordonnées des nœuds libres  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$  des deux nœuds libres simultanément avec seulement  $f^c$  et  $f^h$  comme actionneurs pour la structure à vide, sauf pour le cas particulier où  $y_{n1} = y_{n2}$ . Mais cela est dû à la symétrie du problème et au choix particulier des hauteurs de nœuds contrôlée, et non à un contrôle de la hauteur du nœud libre  $n2$  par les actionneurs  $f^c$  et  $f^h$ .

De même, lorsque la structure est soumise à un chargement symétrique, les deux nœuds libres se trouvent à la même hauteur. Il n'est pas possible d'obtenir les hauteurs ciblées différentes ( $y_{n1} \neq y_{n2}$ ) avec un contrôle à deux actionneurs. Pour un chargement non symétrique de la structure, il n'est en revanche pas possible de contrôler  $y_{n1} = y_{n2}$ . En conclusion, dans le cas général où le chargement se déplace, on peut dire qu'il n'est possible de contrôler qu'une seule hauteur  $y_{n1}$  ou  $y_{n2}$ , avec deux actionneurs. Cependant, on peut influencer les déplacements dus à un chargement donné en augmentant les forces intérieures. Si, par exemple, la hauteur du premier nœud libre est contrôlée et le deuxième nœud libre est chargé verticalement, on peut rapprocher la hauteur du deuxième nœud de la hauteur contrôlée du premier nœud en augmentant les forces  $f^c$  et  $f^h$ .

Pour un seul actionneur, lorsque  $f = f^h = f^c$ , on a vu dans la section 4.2.2 que l'algorithme ne détermine qu'une seule géométrie d'isoforce pour  $f_h/f_c = 1$ , lorsque la structure n'est pas chargée. On ne peut donc définir *aucune* coordonnée de nœud libre. Dans le cas de la structure chargée verticalement, on peut contrôler dans une moindre mesure la hauteur d'un nœud libre en contrôlant l'importance des déformations, c'est à dire en augmentant ou diminuant  $f$ .

Dans la troisième expérience, avec trois actionneurs  $f^h$ ,  $f_{n1}^h$  et  $f_{n2}^h$ , on a pu contrôler les hauteurs des deux nœuds libres ( $y_{n1}$  et  $y_{n2}$ ) à notre guise, pour la structure à vide et sous différents types de chargements verticaux symétriques et non-symétriques.

Il semble donc que les actionneurs doivent être plus nombreux que les coordonnées des nœuds libres à contrôler, mais c'est un point théorique que nous n'avons pu approfondir.

De plus, notre volonté est de garantir l'isoforce dans tous les éléments de même type, puisque la section est identique dans chaque type d'élément de tension. L'idée dans ce travail est donc de ne pas trop augmenter le nombre d'actionneurs, mais de plutôt proposer une méthode de détermination de solution approchée qui est également moins coûteuse.



### 5.3 L'algorithme de contrôle

Pour le dispositif de contrôle, on choisit de garder la longueur à vide du câble constante (la longueur sous chargement varie en fonction de la force) et de contrôler la géométrie en adaptant la force dans les haubans. En effet, dans la passerelle réelle, la force initiale dans le câble provient en majeure partie de l'énergie élastique issue du flambement de l'arc composite. Pour une longueur de câble donnée, la force dans le câble est donc imposée en grande partie par le choix des dimensions du tube flambé et le matériau utilisé. Lors du chargement de la passerelle, la force dans le câble dépend toujours du comportement de l'arc. Changer la force dans le câble en le raccourcissant ou en l'allongeant, change également de manière directe la forme des arcs. Dans les haubans, les forces sont peu influencées par le comportement mécanique de l'arc, et sont plus directement reliées au chargement.

On suppose dans cette approche de contrôle, l'arc suffisamment rigide pour pouvoir négliger les déplacements des nœuds d'ancrage des haubans vis à vis des déplacements des nœuds d'assemblage du tablier. Dans la section 4.2.5.2, on a constaté numériquement que les patrons d'isoforce ainsi déterminés répartissent assez bien les forces dans une arche élastique. De plus, l'algorithme MDF déterminant les géométries d'isoforce repose sur ce préalable puisqu'il ne prend pas en compte les éléments de flexion et donc les changements de courbure dans l'arc. Les nœuds d'ancrage sont modélisés par des nœuds fixes.

À l'aide de l'algorithme de contrôle basé lui-même sur l'algorithme MDF (présenté dans la figure 4.3 du chapitre précédent 4), on cherche donc une géométrie solution : une géométrie d'isoforce qui, pour un chargement  $\vec{w}^*$  donné, approchera au mieux la géométrie cible choisie.

L'algorithme de contrôle proposé et illustré dans la figure 5.5 peut se décrire ainsi. À chaque instant on mesure les forces  $f_i^c$  dans les éléments de câble et  $f_i^h$  dans les éléments de hauban. On mesure également les chargements extérieurs sur le tablier et donc sur les nœuds libres  $\vec{w}^*$ .

L'algorithme MDF détermine une géométrie d'isoforce initiale en prenant comme valeurs initiales pour la force dans le câble  $f^c = f_{moy}^c$  et pour la force dans les haubans  $f^h = f_{moy}^h$ . Ceci est déjà une bonne approche à la géométrie cible, puisqu'on a vu dans les figures 3.3 et 3.5 de la section 3.2.1.1 que pour des géométries similaires de l'arche, les forces moyennes sont sensiblement les mêmes pour un patron d'isoforce et pour un patron répartissant moins bien les chargements dans les éléments.

Cette première géométrie identifiée, et cette première itération réalisée, on va comparer la géométrie d'isoforce obtenue à la géométrie cible désirée. Si l'erreur  $err$  que l'on définira après, est supérieure à un seuil  $\varepsilon_{cib}$  choisi, alors on ajuste  $f^h$  et on itère. Pour espérer converger vers une solution admissible, la question qui se pose est, *comment ajuster la force  $f^h$  dans les haubans ?*

Nous proposons le schéma suivant. L'ensemble des erreurs des déplacements de chaque nœud

libre  $n_i$ , calculées par rapport à la géométrie cible, doit nous renseigner sur l'action à effectuer, augmenter ou diminuer la force  $f^h$  dans les haubans, notre paramètre de contrôle.

On considère la position du nœud libre  $n_i$ . Si ce nœud libre  $n_i$  se trouve *au dessus* de la géométrie cible, on peut supposer que la courbure du câble de la géométrie cible est inférieure à celle déterminé par l'algorithme MDF. Pour diminuer la courbure de la géométrie déterminée par l'algorithme de contrôle, il faut donc diminuer la force  $f^h$  dans les haubans. A l'inverse, si le nœud libre  $n_i$  se trouve *en dessous* de la géométrie cible, on suppose que le câble est trop plat par rapport à la géométrie cible. Il faut augmenter la force  $f^h$ .

On calcule l'erreur  $err_{n_i}$  de la position  $\vec{n}_{n_i} = \begin{bmatrix} \vec{x}_{n_i} \\ \vec{y}_{n_i} \\ \vec{z}_{n_i} \end{bmatrix}$  du nœud libre  $n_i$  par rapport à une position cible  $\vec{n}_{n_i}^* = \begin{bmatrix} x_{n_i}^* \\ y_{n_i}^* \\ z_{n_i}^* \end{bmatrix}$  par :

$$err_{n_i} = (\vec{n}_{n_i} - \vec{n}_{n_i}^*)^2 \quad (5.1)$$

Il est bien évident qu'il ne suffit pas de considérer la position d'un seul nœud libre. Il faut donc définir une démarche qui intègre les erreurs des déplacements  $err_{n_i}$  de chaque nœud libre  $n_i$  et qui nous permet de décider de l'action à effectuer, tirer ou relacher la force  $f_h$  des haubans, pour globalement approcher la géométrie cible.

La démarche choisie ici est la suivante. Dans un premier temps, on définit l'erreur  $err^+$  comme étant la somme des erreurs, déterminées selon l'équation (5.1), des positions de tous les nœuds libres se trouvant au dessus de la géométrie cible. L'erreur  $err^+$  est donc positive. De même, l'erreur  $err^-$ , la somme des erreurs des déplacements de tous les nœuds libres en dessous de la géométrie cible, est positive. On définit l'erreur globale  $err$  de la géométrie courante telle que :

$$err = \sum_{n_i} err_{n_i} = err^+ + err^- \quad (5.2)$$

Si  $err^+ > err^-$ , les nœuds libres se trouvent *en moyenne* d'avantage au dessus de la géométrie cible, on peut estimer qu'il faut diminuer la force  $f^h$  dans les haubans et itérer. En revanche, si  $err^+ < err^-$ , on augmente la force  $f^h$  pour *remonter* le câble. Cette approche reste à éprouver et valider.

En déterminant la force  $f^h$  pour une force  $f^c$  donnée de façon à obtenir  $err^+ = err^-$ , on pense (on le vérifiera par la suite) déterminer la géométrie avec l'erreur minimale  $err_{min}(f^c)$  pour la force  $f^c$  donnée. On a, en quelque sorte, trouvé la position moyenne approchant au mieux la géométrie cible : les nœuds libres sont autant *en dessous* qu'*au dessus* de la forme désirée.

Mais cette géométrie avec l'erreur minimale  $err_{min}(f^c)$  n'est pas forcément une géométrie acceptable. Si les déplacements sont trop importants, elle ne satisfait peut être pas le critère exigé

pour la géométrie solution (trop de déplacements = gêne pour l'utilisateur). Ce critère est :

$$err_{min}(f^c) > \varepsilon_{cib} \quad (5.3)$$

Il faudra alors modifier les dimensions de l'arc de la structure de façon à obtenir une force  $f^c$  capable de réduire convenablement les déplacements dus aux chargements. Les modifications des dimensions de l'arc rentrent dans le cadre du dimensionnement de la structure. C'est donc une étude qui doit être faite lors de la conception de l'ouvrage, afin d'adapter la structure aux chargements prévus pour cette passerelle et assurer un contrôle efficace. On aborde cette problématique dans la section 5.5.

Lorsqu'on atteint  $err^+ = err^-$ , on stoppe les itérations de l'algorithme et on impose la force  $f^h$  de la dernière itération à la structure. Si une perturbation conséquente dans le chargement extérieur  $\vec{w}^*$  est détectée, on redémarre la procédure de contrôle. La décision d'une telle mesure et la description du mécanisme est décrite dans la section suivante 5.4.

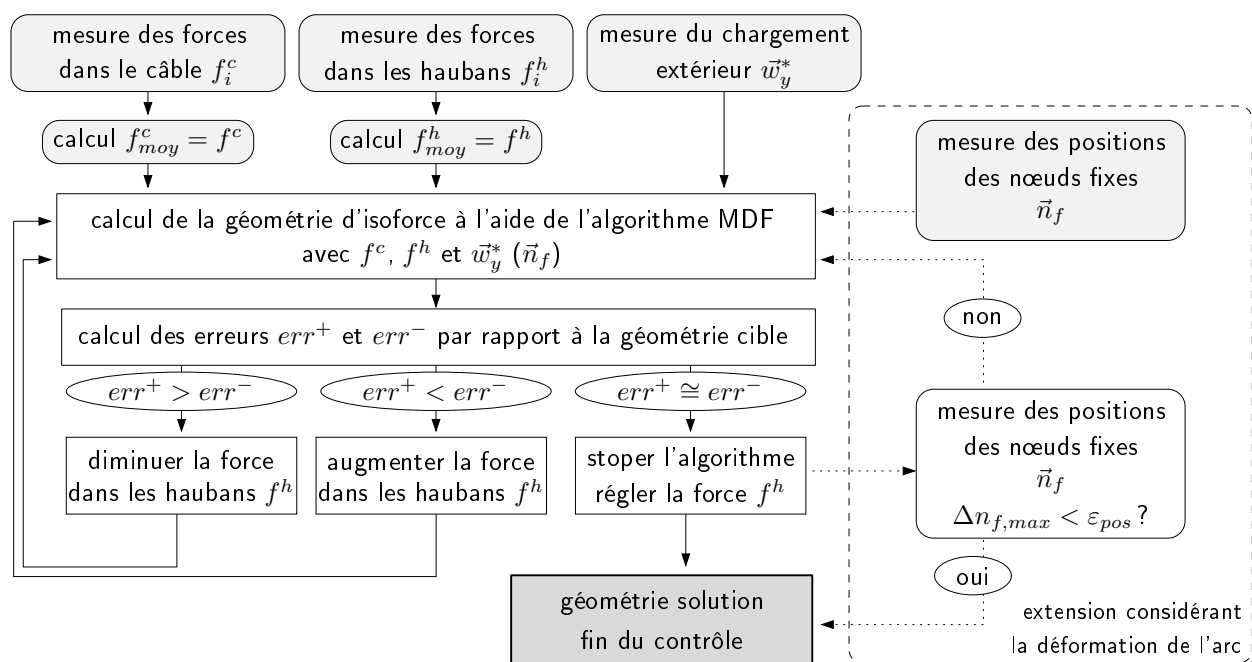


FIG. 5.5. Algorithme de contrôle

Afin de minimiser les outils de mesures à installer sur la structure à contrôler, le dispositif de contrôle est développé pour un fonctionnement où les déformations des arcs, et donc les déplacements des nœuds d'ancrage des haubans sur les arcs, ne sont pas pris en compte. Cependant, pour des structures plus souples, il est envisageable, même si compliqué et coûteux, de mesurer les positions des nœuds  $\vec{n}_f$  considérés comme fixes par l'algorithme MDF afin de prendre en compte les

déformations de l'arc pendant le chargement. Pour déterminer les positions de ces nœuds, on peut par exemple penser à des capteurs de position de grande précision utilisant le GPS.

Une extension de l'algorithme de contrôle, non indispensable mais offrant une plus grande précision pour la détermination de la géométrie solution, est alors proposée. Dans la figure 5.5 cette extension est représentée à droite. Pour calculer la géométrie de la première itération, on donne également les positions mesurées  $\vec{n}_f$  des nœuds d'ancrage. Lorsque la géométrie solution est déterminée par la première partie de l'algorithme de contrôle, la force  $f^h$  est réglée dans la structure. Avec une nouvelle mesure des positions  $\vec{n}_f$ , on détermine les différences  $\Delta n_f$  entre les positions avant et après le réglage de la force  $f^h$ . Si la différence maximale  $\Delta n_{f,max}$  est plus petite qu'un seuil de convergence défini ( $\varepsilon_{pos}$ ), on arrête le contrôle. Sinon on réitère la recherche de géométrie solution.

## 5.4 La stratégie du contrôle

La géométrie est adaptée uniquement si (a) les forces sont *trop* inégalement réparties, ou si (b) les flèches des nœuds libres, et donc du tablier, sont *trop* importantes par rapport à la géométrie cible choisie.

Pour quantifier et juger de la répartition des forces, on choisit les rapports  $\frac{f_{min}^c}{f_{max}^c}$  et  $\frac{f_{min}^h}{f_{max}^h}$  entre élément le moins chargé et élément le plus chargé pour un même type d'élément de tension. Un rapport seuil pour chaque type d'élément  $\varepsilon_{fc}$  et  $\varepsilon_{fh}$  est déterminé. Si au moins un des deux rapports mesurés est en dessous du rapport seuil, le mécanisme de contrôle est déclenché.

Le deuxième paramètre pouvant activer le mécanisme de contrôle est un déplacement vertical trop important. Pour cela l'erreur  $err$  par rapport à la géométrie cible, définie dans la section précédente 5.3, est déterminée. Comme pour le premier paramètre de contrôle (mauvaise répartition du chargement extérieur dans les éléments de tension), un seuil  $\varepsilon_{cib}$  est déterminé. L'erreur ne doit pas être supérieure à ce seuil.

La figure 5.6 résume ce principe : la géométrie actuelle (patron  $m$ ), d'isoforce sous le chargement  $\vec{w}_m^*$ , est perturbée par un chargement extérieur  $\vec{w}_n^*$ . La distribution des forces dans les éléments de tension est donc modifiée, mesurée et quantifiée. Les rapports  $\frac{f_{min}^c}{f_{max}^c}$  et  $\frac{f_{min}^h}{f_{max}^h}$  déterminent l'activation ou non du contrôle.

On vérifie aussi la déformée de la structure, c'est à dire la position des nœuds libres. Pour cela on calcule la position des nœuds libres avec un algorithme MDF légèrement modifié. On cherche la solution d'équilibre connaissant les forces  $f_i^c$  et  $f_i^h$  mesurées. Cet algorithme modifié n'est pas présenté ici, car il est sensiblement identique à l'algorithme MDF. Si la géométrie calculée est trop différente de la géométrie cible ( $err > \varepsilon_{cib}$ ), le dispositif de contrôle est également activé.

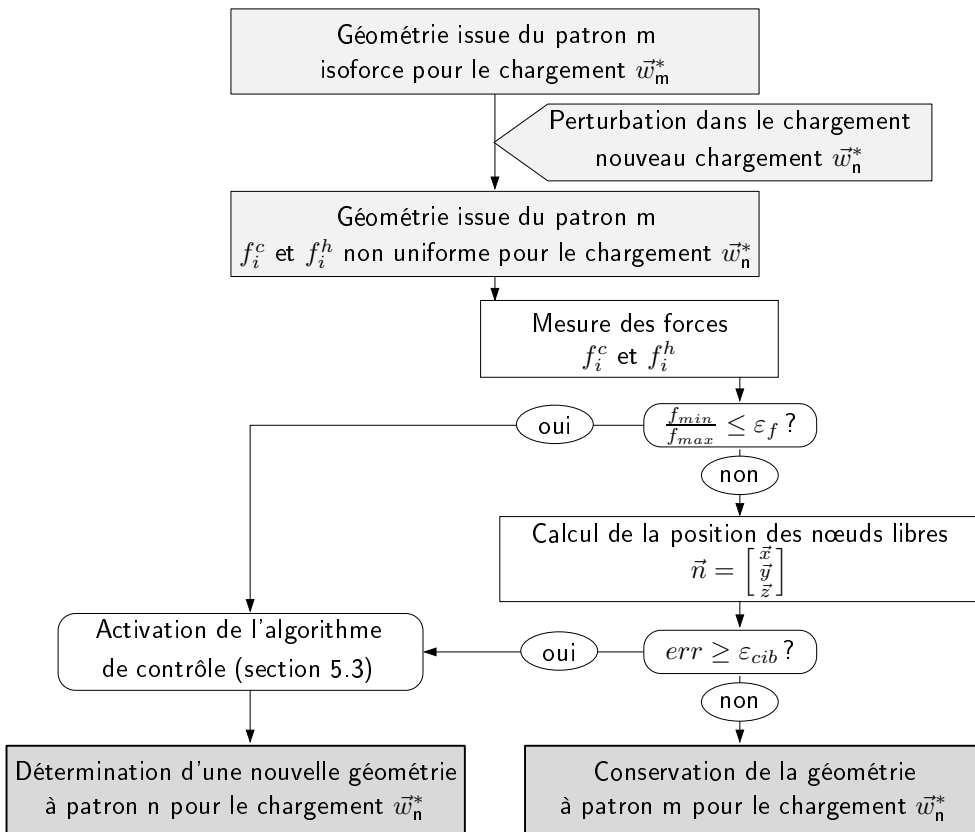


FIG. 5.6. Mécanisme déclenchant le contrôle de forme

## 5.5 Analyse du domaine des géométries solution

Notre approche numérique et itérative ne donne pas de réponse simple concernant l'espace des solutions de notre problème de recherche de géométries d'isoforce, par exemple sur l'unicité ou l'existence de solutions recherchées.

Une approche analytique pourrait peut-être donner plus d'informations. Ce n'est pas la voie que nous avons suivie.

Dans ce chapitre nous avons essayé d'apporter quelques réponses par l'expérimentation numérique à l'aide de l'algorithme MDF proposé dans le chapitre précédent.

L'algorithme ne converge pas pour toutes les combinaisons de force choisies. Dans un premier temps on répond donc à la question :

*Pour quelles combinaisons de forces intérieures  $f^c$  et  $f^h$  et chargements extérieurs  $\vec{w}^*$  l'algorithme converge et détermine une géométrie d'isoforce ?*

Ensuite, on cherche à comprendre à partir de quelles forces intérieures les déformations dues aux chargements sont assez petites pour satisfaire le critère décrit dans l'équation 5.3 pour la géométrie solution, soit :

*Pour quelles combinaisons de forces intérieures  $f^c$  et  $f^h$  et chargements extérieurs  $\vec{w}^*$  l'algorithme trouve-t-il des géométries solution ?*

Nous nous proposons de répondre à une dernière question. Le chargement extérieur quasi-statique, vis-à-vis duquel la structure contrôlée réagit, est, on s'en souvient, dû aux piétons utilisant la passerelle. La dernière question est donc :

*Comment évolue le domaine des géométries solution pour un chargement extérieur qui se déplace entre les nœuds d'assemblage du tablier, c'est-à-dire entre les nœuds libres ?*

À ces trois questions nous apportons quelques réponses et pistes de réflexion. Nous commençons par proposer une représentation graphique aidant à la compréhension.

### 5.5.1 Représentation graphique du domaine des géométries d'isoforce et du domaines des géométries solution

Nous avons choisi de représenter graphiquement l'erreur  $err$  (définie précédemment dans la section 5.2) entre les géométries d'isoforce trouvées par l'algorithme et la géométrie cible définie. Nous avons donc tracé dans  $\mathbb{R}^3$  l'erreur  $err = f(f^c, f^h)$ , fonction de deux variables  $f^c$  et  $f^h$ .

Nous nous sommes placés à nouveau dans le cas de la structure simplifiée, que nous retrouvons dans la figure 5.7. Pour l'étude nous avons fixé deux coordonnées comme géométrie cible :

$$y^* = y_{n1}^* = y_{n2}^* = 0.25$$

Pour le chargement extérieur  $\vec{w}^*$ , nous avons choisi un chargement asymétrique

$$f_{n1,y} = 0 \quad f_{n2,y} = 1$$

qui nous a paru critique et intéressant à envisager.

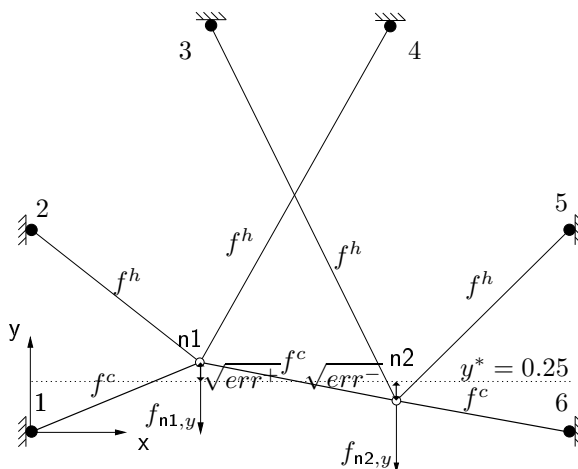


FIG. 5.7. Structure simplifiée avec géométrie cible

Pour ce cas, cela revient à viser, quelque soit le chargement, la géométrie cible correspondant à une position horizontale du tablier à la valeur  $y^* = 0.25$  (pointillés sur la figure 5.7).

On calcule l'erreur  $err$  par rapport aux positions cible  $y^*$  avec

$$err = (y_{n1} - y^*)^2 + (y_{n2} - y^*)^2$$

La géométrie cible choisie ici correspond à une approche simplifiée de celle qui est envisagée pour la passerelle, mais les problématiques rencontrées et la démarche sont identiques. Pour l'arche complète de la passerelle, on opterait pour une courbure en tant que géométrie cible, plutôt que de choisir une hauteur de nœud définie. Cette courbure serait, par exemple, définie par une fonction qui passe par tous les nœuds libres en position initiale sans chargement extérieur.

Pour illustrer les ordres de grandeur des erreurs par rapport à la géométrie cible choisie pour la structure simplifiée, une inclinaison de  $6^\circ$  du tablier correspond environ à une erreur de  $err = 10^{-2}$  tandis qu'une inclinaison de  $1.8^\circ$  correspond plus ou moins à une erreur de  $err = 10^{-3}$ .

La figure 5.8 montre un exemple de représentation 3D de cette erreur. La surface colorée représentée donne la valeur de l'erreur commise entre la géométrie d'isoforce et la géométrie cible. Cette surface a été obtenue point par point en calculant à l'aide de l'algorithme MDF (section 4.2.1) l'erreur d'environ 1700 combinaisons  $f^c, f^h$ . La représentation d'une surface lisse a été obtenue à l'aide du logiciel libre GNUPLOT. Des axes logarithmiques facilitent la lecture. Pour la représentation de l'erreur, un problème se pose : des erreurs nulles ne peuvent pas être représentées dans un axe logarithmique. On choisit alors de donner la valeur  $10^{-4}$  à toutes les erreurs  $err < 10^{-4}$ . Les valeurs de 0.1 à 10 pour les forces  $f^c$  et  $f^h$  ont été choisies en relation avec le chargement imposé et guidées par les études EF précédentes.

Les zones rognées pour les petites valeurs de  $f^c$  et  $f^h$  correspondent à des zones où l'algorithme ne trouve pas de solutions. On reviendra sur la signification pratique de ces zones de non-convergence un peu plus loin et on illustrera ces géométries limites.

La figure 5.8 montre donc que des forces minimales dans le câble et dans les haubans sont nécessaires afin de permettre à l'algorithme de déterminer une géométrie d'isoforce. Dans le cas de la structure simplifiée avec le chargement asymétrique donné, on voit qu'une force  $f^c$  d'au moins 0.8 est nécessaire pour que des géométries d'isoforce puissent être déterminées dans tout le domaine de forces  $f^h$ .

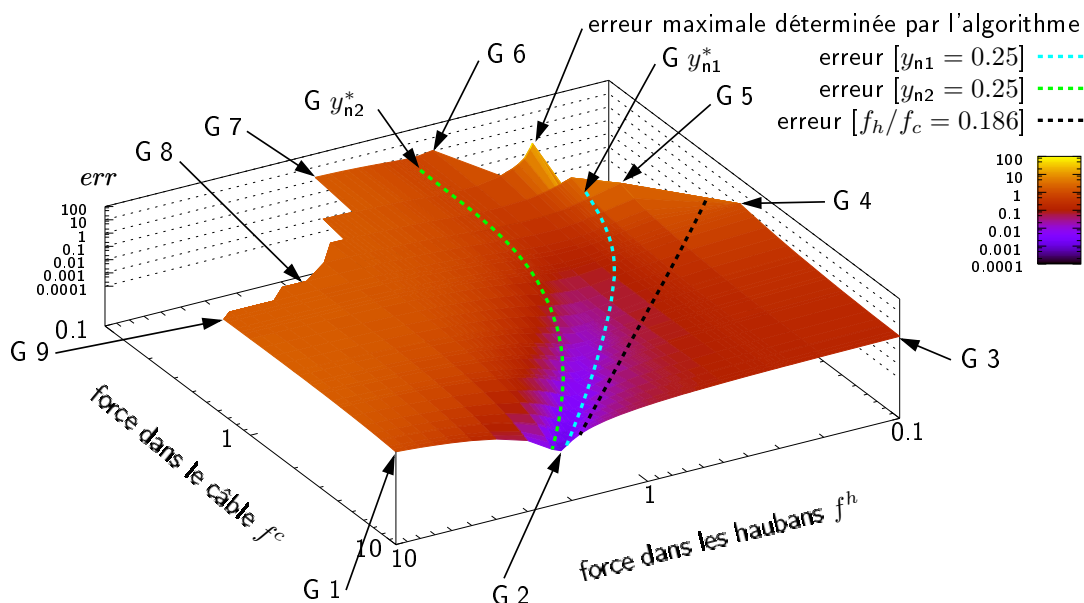
Les géométries solution pour une erreur  $err < \varepsilon_{cib} = 10^{-2}$ , se trouvent dans la zone violette. Le point  $(f^c, f^h, err) = (3.158, 0.903, 0.009)$  est la solution mettant en jeu les efforts les plus faibles. Le point  $(f^c, f^h, err) = (10, 2.209, 0.0009)$  est le seul qui satisfait le critère  $err < \varepsilon_{cib} = 10^{-3}$ . La géométrie correspondant à cette combinaison de force, la géométrie G 2, est illustrée dans la figure 5.10. Cette géométrie correspond à la géométrie avec l'erreur minimale  $err_{min}(f^c)$  pour la force câble  $f^c = 10$ .

Nous avons représenté aussi sur ces graphes trois trajectoires en pointillées, convergeant dans la vallée. La première trajectoire en bleu clair décrit l'erreur par rapport à la géométrie cible pour des géométries où les rapports de force entre câble et haubans sont choisis de manière à garder constante la seule hauteur du nœud libre n1 ( $y^* = y_{n1} = 0.25$ ). La deuxième trajectoire en vert correspond aux géométries où la seule hauteur du nœud libre n2 est gardée constante ( $y^* = y_{n2} = 0.25$ ). Ces deux courbes représentent en fait des solutions approchées sous la contrainte que la hauteur d'un nœud est rigoureusement fixée sur la position cible.

On voit que la vallée suit un cours qui se trouve entre les trajectoires bleu et verte.

Les géométries limites G  $y_{n1}^*$  et G  $y_{n2}^*$  sont présentées dans la figure 5.9. Pour la géométrie G  $y_{n1}^*$ , le nœud libre chargé n2 a une flèche très importante. Dans le cas de la hauteur prédéfinie du nœud libre 2, on atteint la géométrie limite parce que les éléments du câble sont alignés. (Dans ces deux cas, bien sûr, on se trouve loin d'une géométrie solution, où la longueur à vide du câble



FIG. 5.8. Projection de l'erreur  $err = f(f^c, f^h)$ 

est gardée constante.) Il ne semble pas qu'une telle stratégie d'approche - imposer la hauteur d'un nœud libre - soit une bonne solution puisque les meilleures solutions se trouvent entre les deux courbes bleu et verte. Ceci justifie *a posteriori* notre démarche choisie dans la section 5.2, à savoir préférer approcher *en moyenne* ( $err_{min}(f^c)$ ) la cible plutôt que de brider des coordonnées de nœuds données.

Enfin, la trajectoire noire correspond à une situation quelque peu différente. En fait on calcule l'erreur  $err$  pour les géométries avec un rapport  $\frac{f_h}{f_c} = 0.186$  entre forces des haubans et forces du câble. Ce rapport  $\frac{f_h}{f_c}$  correspond au rapport de forces nécessaire pour obtenir la structure à vide avec le tablier à la bonne hauteur, c'est-à-dire  $y^* = y_{n1} = y_{n2} = 0.25$ . On a vu que les déplacements dus aux chargements extérieurs diminuent lorsque les forces intérieures augmentent. Lorsque les chargements extérieurs sont négligeables par rapport aux chargements intérieurs la géométrie d'isoforce de la structure chargée est identique à celle de la structure à vide. Les géométries solution convergent donc vers la géométrie avec ce rapport  $\frac{f_h}{f_c} = 0.186$  pour des grandes forces de câble et de haubans.

Ce tracé est intéressant dans la mesure où il nous montre qu'une façon envisageable pour se rapprocher de la géométrie cible est d'augmenter simplement l'intensité des efforts en fixant le rapport entre les forces du câble et celles des haubans. Le grand avantage est que, dans ce cas, il n'est pas nécessaire de mesurer le chargement extérieur  $\vec{w}^*$ . Il suffit d'augmenter les forces internes afin de réduire les déformations et obtenir une erreur en dessous du seuil  $\varepsilon_{cib}$ . C'est bien entendu une approche qui a ses limites, on l'a déjà dit, on ne peut augmenter indéfiniment les forces. Mais

il faut garder à l'esprit cette solution très opérationnelle, qui peut, dans certains cas, s'avérer sans doute très efficace. C'est une nouvelle illustration de la *rigidification* artificielle engendrée par la précontrainte.

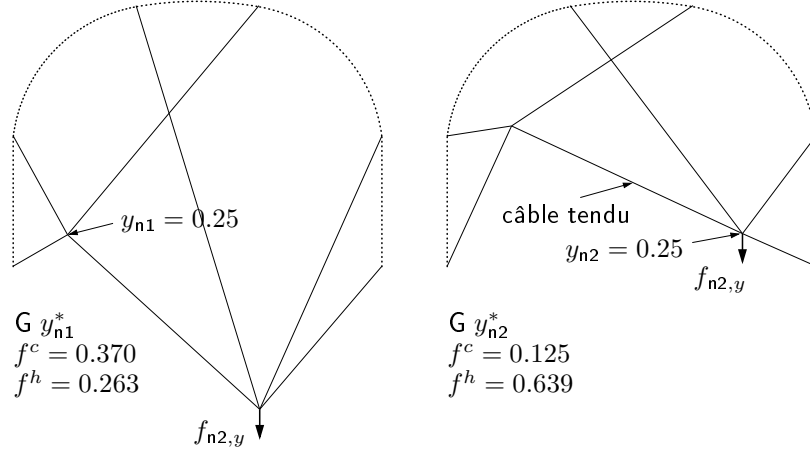


FIG. 5.9. Géométries limites à hauteur de nœud libre choisie

La figure 5.10 montre les géométries aux points clés des bords de la figure 5.8, dans le domaine des forces choisi. On trouve des géométries approchant des géométries limites sur une partie des bords avec  $f^h = 0.1$ ,  $f^c = 0.1$  et  $f^h = 10$ . Ces bords ne sont pas très bien dessinés, car le maillage n'y est pas très fin. Toutes fois, les géométries aux points clés sur ces bords aident à comprendre les mécanismes qui empêchent l'algorithme de converger.

Sur le bord où se trouvent les géométries G 4 et G 5, l'algorithme ne converge plus parcequ'un élément de câble de longueur nulle apparaît.

On voit que, bien qu'étant à différentes distances du bord de non-convergence, ce mécanisme se retrouve dans ces trois géométries G 7, G 8 et G 9. La limite de convergence est atteinte lorsque le hauban à droite du nœud libre chargé a une longueur nulle.

Entre la géométrie G 5 et G 6, un point est indiqué par *erreur maximale déterminée par l'algorithme*. La géométrie qui correspond à cette combinaison de force n'est pas illustrée dans la figure 5.10 étant donné que le nœud libre n2 *plonge* vers l'infini ( $y_{n2} \rightarrow \infty$ ). C'est pour cela que l'erreur calculée est beaucoup plus importante que sur les autres bords, où le mécanisme de non-convergence est déclenché par des éléments de longueur nulle. On utilise les formulations mathématiques présentées dans le chapitre précédent pour décrire le problème. On se souvient que la densité de force est définie par  $q_{ij} = \frac{f_{ij}}{l_{ij}}$ . Tous les éléments reliés au nœud libre n2 tendent vers une longueur infinie. Les densités de forces  $q_{n1n2}$ ,  $q_{n23}$ ,  $q_{n25}$  et  $q_{n26}$  de ces éléments tendent donc vers 0. Pour les matrices des densités de force  $\mathbb{D}_x$  et  $\mathbb{D}_y$  décrites dans l'équation (4.7), on obtient :

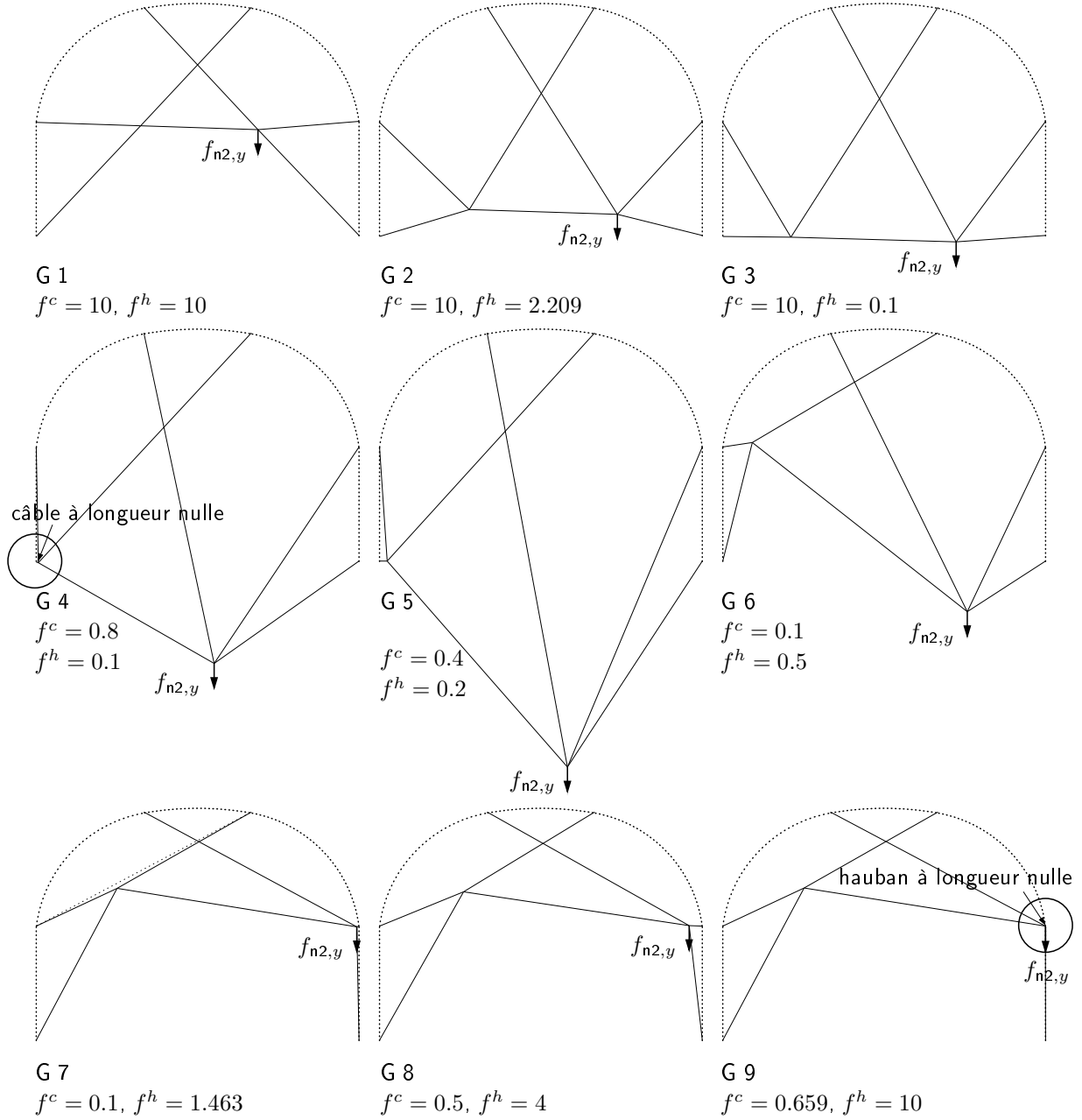


FIG. 5.10. Géométries du bord du domaine étudié

$$\mathbb{D}_x = \mathbb{D}_y = \mathbb{C}^t \mathbb{Q} \mathbb{C} = \begin{bmatrix} q_{n11} + q_{n12} + q_{n14} + q_{n1n2} & -q_{n1n2} \\ -q_{n1n2} & q_{n23} + q_{n25} + q_{n26} + q_{n1n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{n11} + q_{n12} + q_{n14} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On voit que les matrices  $\mathbb{D}_x = \mathbb{D}_y$  sont alors singulières, les équations (4.6) ou (4.10) n'ont donc pas de solution.

Étant donné que l'algorithme converge pour toutes les géométries avec  $f^c = 10$  dans le domaine choisi avec  $0.1 \leq f^h \leq 10$ , toutes les géométries sur ce bord ne représentent pas de géométrie limite. C'est sur ce bord que l'on trouve le minimum de l'erreur par rapport à la position cible. On voit que dans ce cas, il faut choisir la force maximale pour le câble dans le domaine de forces prédéfini et déterminer ensuite la force  $f^h$  dans les haubans en fonction afin d'obtenir la géométrie avec l'erreur minimale  $err_{min}$  (G 2).

Dans les faits, on l'a déjà dit, la force pour le câble est dans le cas de notre passerelle imposée par l'arc flambé. Ainsi, connaissant la force  $f^c$  disponible, il suffit de lire sur le diagramme  $f^h$  qui détermine l'erreur minimale pour obtenir la géométrie cible. Si la solution n'est pas satisfaisante, il reste la possibilité de modifier les caractéristiques de l'arc pour modifier  $f^c$ . Mais bien sûr, tout n'est pas envisageable et les aspects matériaux, que nous avons un peu oublié dans cette partie, deviendront déterminants.

### 5.5.2 Analyse de l'erreur dans l'espace 3D lorsque la charge se déplace

Dans cette deuxième analyse nous nous intéressons à l'espace solution et à l'allure de la surface d'erreur lorsque la distribution de la charge est différente du cas asymétrique où un seul des nœuds libres est chargé. Ici en fait nous étudions l'influence du passage de la charge, c'est à dire du piéton sur la solution d'équilibre.

La figure 5.11 montre que c'est bien dans le cas asymétrique de gauche que le domaine de géométrie solution est le plus restreint (la zone mauve est plus petite). Lorsque la charge est mieux répartie la *vallée* solution se creuse, et des géométries solution apparaissent pour des charges plus faibles. Dans le cas symétrique, il existe même des couples des forces  $f^c, f^h$  pour lesquels l'erreur est nulle. Il existe alors un domaine de géométries solution aussi pour des petites forces.

Lorsque la charge se déplace, la zone d'erreur minimale est toujours encadrée par les trajectoires bleu et verte qui traduisent le choix de brider la hauteur d'un des deux nœuds libres sur la géométrie cible. L'idée utilisée dans l'algorithme pour minimiser l'erreur est bien illustrée : les nœuds libres doivent se trouver équitablement de part et d'autre de la géométrie cible. Plus le chargement est symétrique, plus ces courbes se rapprochent l'une de l'autre. On peut alors définir une courbe  $f_{\bar{w}^*}^h(f^c)$  correspondant à la trajectoire marron  $y_{n1} = y_{n2} = 0.25$  de la figure de droite où la trajectoire bleu et verte sont confondues, et pour laquelle l'erreur  $err$  est nulle.

On voit que la *position* de la vallée de l'erreur minimale semble pouvoir être décrite par  $f_{\bar{w}^*}^h(f^c)$  même quand le chargement se déplace. Cette remarque peut donc amener à la réflexion suivante : toute géométrie solution pour le cas de chargement asymétrique de gauche ( $f_{n1,y} = 0$ ,  $f_{n2,y} = 1$ ) est également géométrie solution pour le cas de charge du milieu avec  $f_{n1,y} = 0.25$  et  $f_{n2,y} = 0.75$  et le cas de charge de  $f_{n1,y} = 0.5$ ,  $f_{n2,y} = 0.5$  de droite. Autrement dit, une fois que la structure a été contrôlée (avec une force  $f^h$ ) pour le cas dimensionnant dans la figure à gauche, la structure n'a plus besoin d'être contrôlée pour tous les cas de chargement, où cette même charge se déplace. Cette réflexion intéressante reste cependant à vérifier pour une géométrie cible avec plus de nœuds libres.

Le tracé de la courbe  $f_{\bar{w}^*}^h(f^c)$  est une expression de la géométrie cible choisie. Dans notre cas, pour une géométrie cible avec  $y^* < 0.25$ , donc avec une courbure du câble moins importante, le tracé marron et la vallée solution se déplacent vers la droite, la force du câble deviennent plus importantes par rapport à la force des haubans. Si la géométrie cible a une courbure du câble plus importante ( $y^* > 0.25$ ) la force du câble diminue par rapport à la force dans les haubans, le tracé marron se déplace vers la gauche. On pense alors pouvoir contrôler la structure sans avoir à se servir de l'algorithme de contrôle mais uniquement de la courbe  $f_{\bar{w}^*}^h(f^c)$ , déterminée pour la géométrie cible (et un chargement total donné, ici  $\sum f_{n,y} = 1$ ). Cette relation n'a pas été déterminée pour la géométrie cible étudiée pour cette structure simplifiée.

Pour des structures avec un poids propre important devant le chargement (ce n'est pas le cas de notre structure), c'est à dire un chargement assez bien réparti quelque soit le chargement extérieur, une solution satisfaisante sera donc assez bien approchée par une approche de contrôle moyenne de la géométrie cible ou par une approche de contrôle où l'on bride la hauteur d'un nœud libre.

On constate que l'approche proportionnelle ( $\frac{f^h}{f^c} = 0.186$ ), décrite par les pointillés noirs, ne donne pas de géométrie d'isoforce suffisamment proche de la cible, et ce quelque soit la répartition des charges. On gardera cependant à l'esprit la remarque déjà faite, qui souligne l'intérêt d'une telle approche, qui pour des tensions suffisamment importantes évite la mesure coûteuse du chargement, en calculant un simple rapport  $\frac{f^h}{f^c}$  pour approcher la géométrie cible très correctement.

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre une méthode de contrôle de la passerelle est proposée. Il s'agit d'un contrôle agissant sur deux aspects :

- garantir l'isoforce à chaque instant et pour tout chargement extérieur. Cela, on l'a vu, afin d'optimiser le dimensionnement de la passerelle.
- *rigidifier* artificiellement la passerelle reconnue comme assez souple en maîtrisant les déformations dues aux chargements extérieurs. Pour ce deuxième objectif, le concept de géométrie

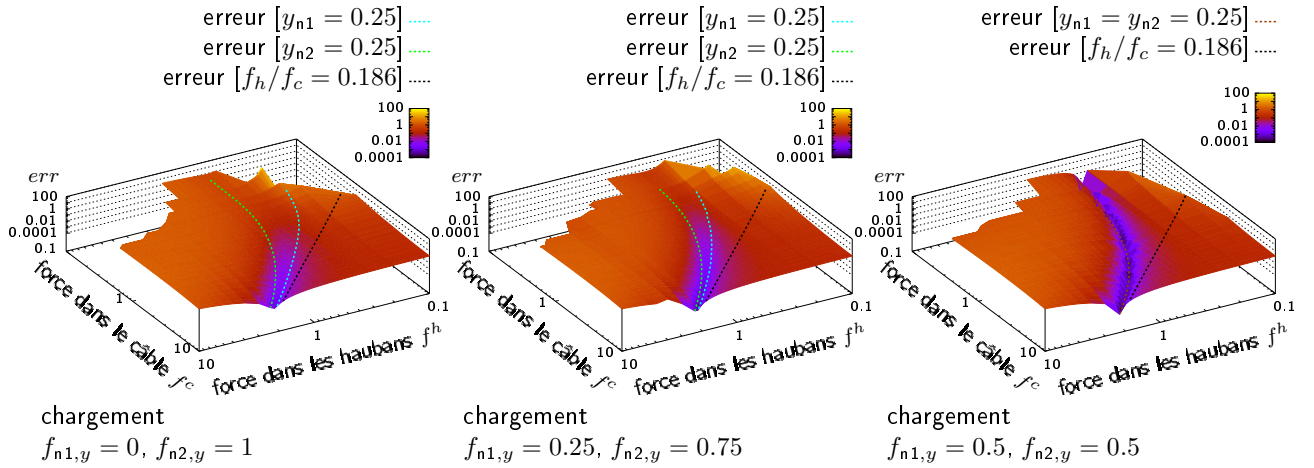


FIG. 5.11. Domaines d'erreur acceptable pour différents chargements extérieurs  $f_{n1,y}$  et  $f_{n2,y}$

cible a été défini. Il est ici lié au confort du piéton qui ne doit pas subir des déplacements verticaux trop importants.

Un algorithme basé sur la MDF a été détaillé afin de trouver des géométries solution, et une stratégie de contrôle proposée. Elle permet de décider de la nécessité du contrôle.

Enfin une réflexion a été menée sur le domaine des géométries solutions, afin de répondre aux trois questions posées :

- Pour quelles combinaisons de forces intérieures  $f^c$  et  $f^h$  et chargements extérieurs  $\vec{w}^*$  l'algorithme converge et détermine une géométrie d'isoforce ?
- Pour quelles combinaisons de forces intérieures  $f^c$  et  $f^h$  et chargements extérieurs  $\vec{w}^*$  l'algorithme trouve-t-il des géométries solution ?
- Comment évolue le domaine des géométries solution pour un chargement extérieur qui se déplace entre les nœuds d'assemblage du tablier, c'est-à-dire entre les nœuds libres ?

Nous avons pu, grâce à de nombreuses simulations de notre algorithme, et à une représentation graphique de l'espace des géométries d'isoforce montrer l'existence de solutions intéressantes, mieux comprendre les mécanismes en jeux et les limitations de l'approche.

Nous pouvons conclure à l'intérêt de cette approche de contrôle et aux idées développées dans les chapitres précédents. Il restera à mettre en œuvre sur la géométrie de la passerelle réelle.



# Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, nous avons proposé une méthode de contrôle des forces dans une passerelle composite par une adaptation interactive de la forme au chargement.

Dans le premier chapitre, nous avons listé les applications des composites dans les ponts. Nous avons mis l'accent sur les techniques de construction adaptées aux matériaux composites. Nous avons vu que les systèmes structurels composite existants reproduisent des techniques connues de la construction en acier ou béton.

Dans le deuxième chapitre, une passerelle composite développée à l'ENPC a été décrite. De type bowstring, elle présente plusieurs innovations imposées par les spécificités même des composites (résistance, flexibilité), par les techniques de production (pultrusion), et d'assemblage (collage). Nous avons décrit les principes de fonctionnement et de fabrication de l'ouvrage.

Dans le chapitre 3, afin de comprendre le comportement spécifique de la passerelle proposée, la passerelle est modélisée par Éléments Finis. Deux particularités du modèle sont la mise en forme de l'arc par flambement d'un tube, puis l'application des contraintes initiales issues des arcs flambés.

Différents aspects ont été abordés par une étude Éléments Finis; en particulier : (a) nous avons comparé le comportement d'une arche 2D avec un arc flambé en composite au comportement d'une arche avec un arc infiniment rigide, (b) nous avons étudié le flambement de la passerelle sous chargement extérieur, (c) nous avons analysé le comportement dynamique de la passerelle en interaction avec le passage des piétons.

La passerelle composite s'est avérée plus souple mais bien plus légère. Les forces dans les câbles et les haubans sont plus importantes dans l'arche flexible composite que dans l'arche avec un arc rigide. Contrairement au câble dans la structure rigide, le câble de la structure composite est toujours tendu, grâce à la force de rappel de l'arc. Globalement, les études (non-exhaustives) ont montré un bon comportement de la passerelle en flambement et en dynamique.

Ces premiers calculs ont apporté finalement la démonstration de l'intérêt de ce concept d'ouvrage innovant.



Les calculs Éléments Finis ont aussi montré que la répartition des forces dans les éléments de tension est très hétérogène, et très dépendante du cas de charge. Ceci n'est d'ailleurs pas spécifique à notre passerelle, mais un problème pour tous les systèmes haubannés. Compte tenu du faible poids propre de notre ouvrage, il est ici exacerbé.

Nous nous sommes alors posé la question suivante :

*Une meilleure répartition des forces peut-elle améliorer le comportement de la structure ?*

Pour y répondre et uniformiser ces tensions, un outil de recherche de forme a été développé dans le chapitre 4, utilisant la Méthode de la Densité de Force (MDF). Cette méthode développée pour les systèmes à câbles, permet de trouver l'équilibre de systèmes tendus complexes et non linéaires. Nous l'avons utilisée pour notre passerelle en considérant comme négligeables les déplacements des ancrages arc/hauban par rapport aux déplacements du tablier (l'arc est supposé rigide). Des géométries d'isoforce ont été étudiées à l'aide d'une structure simplifiée, calquée sur les mécanismes en jeu dans la passerelle. Une maquette a validé les idées et les résultats. Finalement, pour la passerelle réelle, la géométrie d'isoforce, déterminée ainsi par l'algorithme MDF pour un chargement extérieur donné, garantit une même force dans les éléments de câble et une même force dans les éléments des haubans. En outre, considérer l'arc comme rigide semble être une hypothèse suffisamment pertinente pour la recherche de forme de l'arche composite, puisque nous avons ainsi réduit d'environ  $1/3$  la force maximale dans les haubans de la passerelle réelle. Ce qui répond par l'affirmative à la question posée plus haut, et permet une amélioration du comportement de la structure à l'état limite ultime.

Cependant, cette optimisation doit être différente pour chaque chargement, car la distribution des tensions est, comme dit précédemment, très dépendante du chargement. C'est ici qu'apparaît tout l'intérêt d'un contrôle interactif de cette isoforce. Nous avons aussi constaté qu'il existe plusieurs géométries d'isoforce pour un chargement extérieur donné, en fonction du choix de la force dans le câble, et de la force dans les haubans. Un critère de choix devient donc nécessaire pour pouvoir proposer un contrôle des tensions.

C'est ce que nous proposons dans le chapitre 5. Remarquant qu'un contrôle de géométries d'isoforce n'implique pas automatiquement des déplacements *raisonnables* du tablier (des déplacements importants présentent une gêne pour les piétons), nous avons introduit une stratégie pour le contrôle : la minimisation des déplacements du tablier par rapport à une géométrie cible sous la contrainte d'isoforce. Ainsi, la structure relativement souple peut être rigidifiée artificiellement grâce au contrôle. La gêne pour l'utilisateur peut ainsi être minimisée tout en sécurisant la structure.

Pour atteindre la géométrie solution (les déplacements du tablier minimisés), un algorithme de contrôle est proposé. Nous avons choisi de ne pas contrôler (directement) la force du câble. Pour modifier la géométrie et contrôler la rigidité de la structure, on contrôle uniquement la force hauban.

Pour remonter le tablier, on augmente la force dans les haubans ; pour le redescendre, on diminue la force dans les haubans.

Une démarche est proposée pour pouvoir déterminer les forces minimales, requises dans les éléments de câble et de haubans, afin d'assurer une rigidification suffisante de la structure pour un chargement donné. Nous avons pour cela utilisé une représentation graphique générée par de nombreuses simulations de l'algorithme MDF pour différentes situations et différents chargements extérieurs. Nous déterminons alors un domaine solution, où se trouvent les combinaisons *rigidifiantes* acceptables des forces dans le câble, et dans les haubans, en tenant compte aussi du déplacement de la charge le long du tablier.

Finalement notre contrôle s'effectue en deux étapes : (a) dans un premier temps, dimensionnement de l'arc de manière à obtenir une force de rappel capable d'assurer une rigidification suffisante pour tous les chargements extérieurs prévus, (b) dans un deuxième temps, contrôle de la force dans les haubans, afin de minimiser les déplacements.

Bien évidemment, ces études ne sont qu'une première étape pour parvenir au contrôle d'un ouvrage réel. Il sera nécessaire de réaliser à l'échelle 1 tout ou partie de la passerelle. On devra également étudier en détail plusieurs points clés, tels que (a) les ancrages des haubans et câbles, (b) la connection entre les poulies et les haubans sur les arcs, (c) la connection entre les câbles et haubans, (d) la section des haubans permettant une courbure adéquate au niveau des poulies, (e) la fixation des barres transverses sur ces nœuds à double poulies, (f) la réalisation du tablier (par exemple de type *écailles*), (g) la technique d'immobilisation des poulies... ces différents points nécessitent une étude détaillée avec un lourd volet expérimental.

En parallèle, il faudra mettre en place et développer un démonstrateur pour le dispositif de contrôle, incluant les capteurs, les actionneurs et la cellule informatique dirigeant le contrôle. Il faudra développer l'actionneur pouvant raccourcir et allonger les haubans, tout en sécurisant convenablement les ancrages des haubans. Il faudra également déterminer combien d'ancrages sont nécessaires pour assurer une assez bonne répartition des forces dans les éléments de hauban. On pourra alors tester les procédures décrites ici, et déterminer des géométries solutions pour l'arche et la passerelle.

On pourra alors obtenir une structure innovante à la fois rigide et légère, une structure réellement taillée sur mesure pour les matériaux composites.



# Annexes



# Annexe A

## Codes ANSYS

La passerelle se compose de deux arcs, chacun discretisé en 100 éléments. Chaque partie de câble, de hauban, de barre et de tablier se compose d'un seul élément. Étant donné que cette étude est une première approche, les détails ne sont pas affinés.

### A.1 Notations

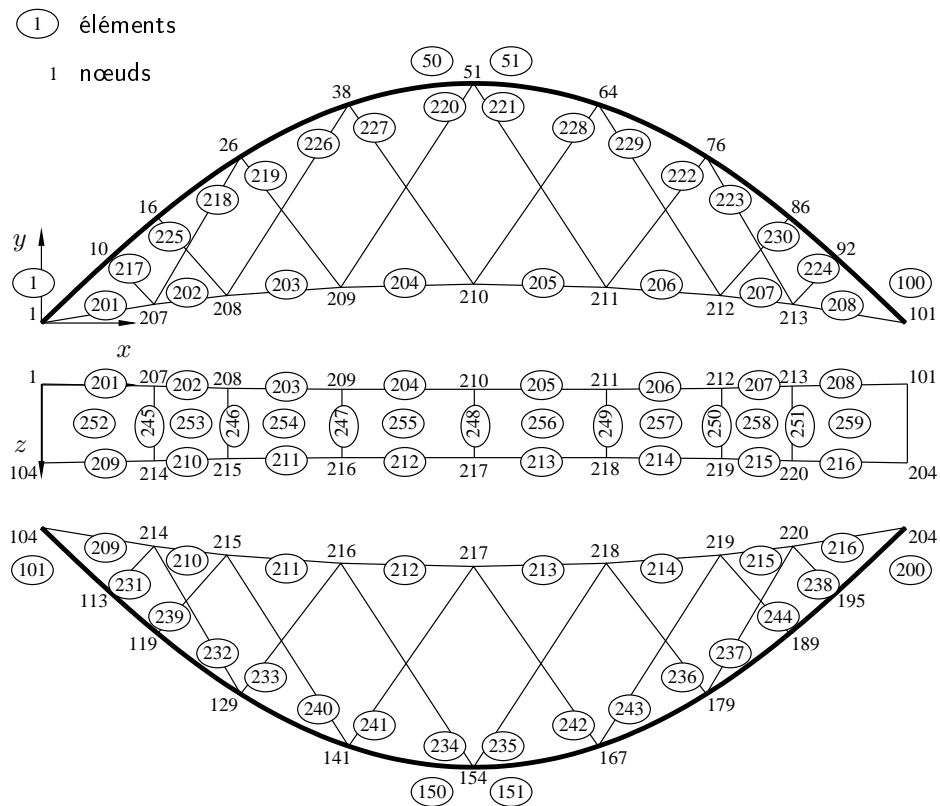


FIG. A.1. Numérotation des nœuds et des éléments dans le modèle

an1=1	numérotation de départ des nœuds de l'arc 1
ae1=1	numérotation de départ des éléments de l'arc 1
an2=104	numérotation de départ des nœuds de l'arc 2
ae2=101	numérotation de départ des éléments de l'arc 2
be=245	numérotation de départ des éléments de barre
cn1=207	numérotation de départ des nœuds du câble 1
ce1=201	numérotation de départ des éléments du câble 1
cn2=214	numérotation de départ des nœuds du câble 2
ce2=209	numérotation de départ des éléments du câble 2
he1=217	numérotation de départ des éléments des haubans 1
he2=231	numérotation de départ des éléments des haubans 2
na=100	nombre d'éléments de chaque arc
nb=7	nombre d'éléments de barre
nc=8	nombre d'éléments de câble de chaque arche
nh=14	nombre d'éléments de hauban de chaque arche
nt=8	nombre d'éléments de tablier

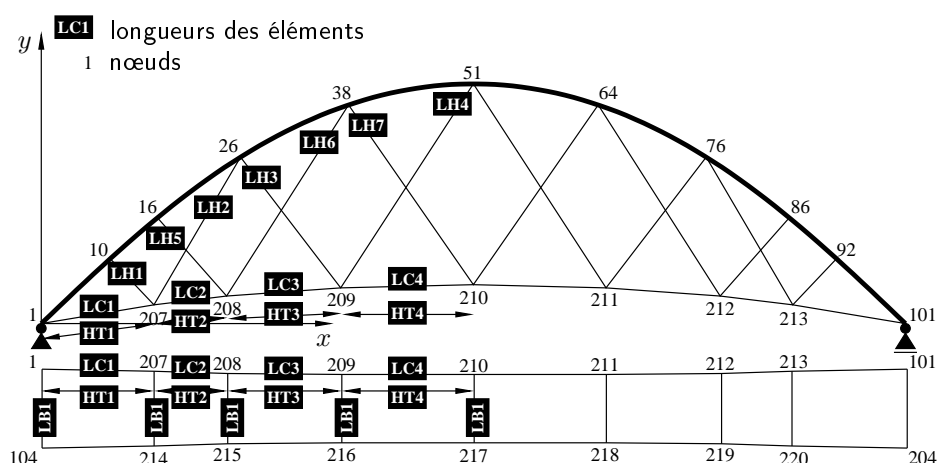


FIG. A.2. Notation des longueurs des éléments de la passerelle

HT1 - HT4	hauteurs des éléments de tablier [m]
LA1 - LA50	longueur des éléments de l'arche [m]
LAC1 - LAC5	longueur des éléments de l'arche [m]
LB1 - LB5	longueur des barres [m]
LC1 - LC4	longueur des éléments du câble [m]
LCC	longueur totale du câble [m]
LH1 - LH7	longueur des éléments des haubans [m]
LHC1=LH1+LH2+LH3+LH4	longueur du premier filin des haubans [m]
LHC2=LH5+LH6+LH7	longueur du deuxième filin des haubans [m]

## A.2 Codes

Pour les commandes ANSYS utilisées, se référer au manuel ANSYS.

### A.2.1 Premier pas : flexion initiale

```

!*****
!***** Première étape *****
!*** PETITE FLEXION DE L'arc POUR INDIQUER LA BONNE DIRECTION DU FLAMBEMENT **
!*****

/FILNAM,pas1_flexion,1      !nom pour tous les fichiers résultant du calcul
/TITLE,PETITE FLEXION

KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO                          !reactivates supressed printout

!*****
!*** enters the model creation preprocessor *****
/PREP7

!..... paramètres pour une creation plus flexible du modèle .....
*SET,na,100                  !nombre d'éléments des arcs
*SET,an1,1                   !numérotation départ des noeuds de l'arc 1
*SET,ae1,1                   !numérotation départ des éléments de l'arc 1
*SET,an2,104                 !numérotation départ des noeuds de l'arc 2
*SET,ae2,101                 !numérotation départ des éléments de l'arc 2

!..... définition de l'élément pour l'arc (BEAM188) .....
ET,1,BEAM188,                !définition du type d'élément et ses propriétés
SECTYPE,1,BEAM,CTUBE,TUBE_ARC, !associates section type information with section ID
SECDATA,0.14,0.16,8          !inner and outer radius, nbre de séparations
SECNUM,1                     !sets the element section attribute pointer
OUTPR,BASIC,LAST,           !controles the solution printout (BEAM 189)

KEYOPT,1,1,0                  !six DOF: ux,uy,uz,rotx,roty,rotz
KEYOPT,1,2,0                  !cross section is scaled as a function of axial stress
KEYOPT,1,4,0                  !output only torsion-related shear stresses
KEYOPT,1,6,0                  !output section forces strains & bending moments
KEYOPT,1,7,1                  !maximum & minimum stresses/strains
KEYOPT,1,8,1                  !maximum & minimum stresses/strains
KEYOPT,1,9,1                  !max&min stresses/strain
KEYOPT,1,10,0                 !user-defined initial stresses 0--user

```



```

!..... propriétés du matériau 1, fibres de verre .....
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,20e9           !elastic moduli
MPDATA,NUXY,1,,0.3         !minor poisson's ratios
MPDATA,GXY,1,,4e9          !shear moduli
MP,DENS,1,2100              !mass density

!..... coordonnées pour les noeuds des arcs .....
*Do,N,1,2,1                 !creation des noeud et des éléments pour deux arcs
*IF,N,EQ,1,THEN             !les paramètres pour arc 1 sont
  *SET,an,an1               !début de numérotation noeuds de l'arc1, voir ci-dessus
  *SET,ae,ae1               !début de numérotation éléments de l'arc1
  *SET,z,0                   !valeur de z = 0
*ELSEIF,N,EQ,2              !les paramètres pour arc 2 sont
  *SET,an,an2               !début de numérotation noeuds de l'arc2
  *SET,ae,ae2               !début de numérotation éléments de l'arc2
  *SET,z,3                   !valeur de z = 3
*ENDIF

N,an,,z                     !noeud début de l'arc (0,0,L)
N,an+na,45,,z               !noeud fin de l'arc (45,0,L)
FILL,an,an+na,na-1,an+1,1  !définir 99 nouveaux noeuds en augmentant par pas de 1
N,an+na+1,,20,z            !noeuds-aide (k) pour définir la direction de Beam188
N,an+na+2,45,20,z

!..... éléments des arcs .....
NUMSTR,ELEM,ae              !numérotation automatique des éléments démarre avec M

*DO,I,an,an+na/2-1,1
  IO=I                       !crée na/2 éléments du début au centre de l'arc
  E,IO,IO+1,an+na+1         !définit un élément Beam188, orientation définie par noeud k
*ENDDO

*DO,I,an+na/2,an+na-1,1     !crée les éléments du centre à la fin de l'arc
  IO=I
  E,IO,IO+1,an+na+2
*ENDDO
*ENDDO

!*****
!*** enters the solution processor *****
/SOLU

!..... conditions aux limites .....
*DO,N,1,2,1
  *IF,N,EQ,1,THEN           !les paramètres pour arc 1 sont:

```

```

*SET,an,an1          !début de numérotation, voir ci dessus
*ELSEIF,N,EQ,2      !les paramètres pour arc 2 sont:
*SET,an,an2          !début de numérotation pour arc2, voir ci-dessus
*ENDIF

D,an,UX,,,,,UY,UZ,ROTX,ROTY  !noeud début
D,an+na,UY,,,,,UZ,ROTX,ROTY  !noeud fin

!..... première étape de chargement .....
F,an+na/2-6,FY,100,,an+na/2+6
!applique la force fy de 100 sur tous les noeud à +/- 6 du centre de l'arc
*ENDDO

LSWRITE,1           !writes load & loadstep option data to a file
ISWRITE,ON
LSSOLVE,1,1,1       !solution from loadstep 1 to loadstep 2 in steps 1

FINISH

!*****
!***** enters the general postprocessor *****
/POST1

PLNSOL,U,Y,0,1      !plot déplacements verticaux

FINISH

```

## A.2.2 Deuxième pas : mise en forme de l'arc par flambement

```

!*****
!***** Deuxième étape *****
!***** FLAMBEMENT DE L'ARCHE *****
!*****

FINISH

/FILNAM,pas2_flambement,1
/TITLE,FLAMBEMENT DE L'ARCHE

KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO

!*****
!*** enters the model creation preprocessor *****

```

```
/PREP7
```

```
!..... paramètres pour une creation plus flexible du modèle .....
*SET,na,100                !nombre d'éléments des arches
*SET,an1,1                 !numérotation départ des noeuds de l'arche 1
*SET,an2,104               !numérotation départ des noeuds de l'arche 2
```

```
!..... propriétés du matériau 1, fibres de verre .....
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,1,20e9        !elastic moduli
MPDATA,NUXY,1,1,0.3      !minor poisson's ratios
MPDATA,GXY,1,1,4e9       !shear moduli
MP,DENS,1,2100           !mass density
```

```
!..... définition de la section pour l'élément 1 (BEAM188) .....
SECTYPE,1,BEAM,CTUBE,TUBE_ARC, !associates section type information with section ID
SECDATA,0.14,0.16,8      !describes the geometry of a section
```

```
!..... importer la géométrie des arches avec la petite flexion
UPGEOM,,,pas1_flexion,rst,
```

```
!*****
!*** enters the solution processor *****
/SOLU
```

```
!..... options de résolution .....
ANTYPE,0                  !type d'analyse, 0--statique
NLGEOM,1                 !non-linéarité géométrique, grande déformation
SOLCONTROL,ON
```

```
!..... options de convergence .....
TIME,0                   !sets the time for the loadstep
AUTOTS,1                 !use automatic time stepping
NSUBST,10,,,1           !final step from previous step as start timestep
KBC,0                    !0--load are lineary interpolated (ramped)
```

```
!..... itérations d'équilibre .....
TSRES,ERASE              !to clear the array parameter specification
NEQIT,100,               !max. number of equilibrium iter. allowed each substep
```

```
!..... conditions aux limites .....
*Do,N,1,2,1              !creation des noeud et des éléments pour deux arches
  *IF,N,EQ,1,THEN        !les paramètres pour arche 1 sont
    *SET,an,an1          !début de numérotation, voir ci dessus
  *ELSEIF,N,EQ,2         !les paramètres pour arche 2 sont
    *SET,an,an2          !début de numerotation pour arche2, voir ci-dessus
```

## ANNEXES

---

```
*ENDIF

D,an,UX,,,,UY,UZ,ROTX,ROTY !conditions au noeud du début
D,an+na,UY,,,,UZ,ROTX,ROTY
D,an+1,UZ,,,an+na-1,1,ROTX,ROTY !flambement dans le plan, sans torsion latérale

!..... première étape de chargement, précontrainte .....
D,an+na,UX,-5 !déplacement du noeud 101 de 5m contre l'axe
*ENDDO

LSWRITE,1
ISWRITE,ON !fichier de contraintes à importer dans le prochain calcul

LSSOLVE,1,1,1 !résoudre de l'étape 1 à l'étape 1 en pas de 1

FINISH

!*****
!***** enters the general postprocessor *****
/POST1

!..... résultats pour l'étape de chargement 1 .....
SET,FIRST,,,,

ETABLE,IN_STRAX,LS,1 !component stress - initial strains
ETABLE,IN_STRAY,LS,2
ETABLE,IN_STRAZ,LS,3

ETABLE,IN_STRXY,LS,4
ETABLE,IN_STRYZ,LS,5
ETABLE,IN_STRZX,LS,6

ETABLE,FX_I,SMISC,1 !axial force
ETABLE,FX_J,SMISC,14

ETABLE,MY_I,SMISC,2 !bending moments
ETABLE,MY_J,SMISC,15

ETABLE,MZ_I,SMISC,3
ETABLE,MZ_J,SMISC,16

ETABLE,MX_I,SMISC,4 !torsional moments
ETABLE,MX_J,SMISC,17

ETABLE,SFZ_I,SMISC,5 !section shear forces
ETABLE,SFZ_J,SMISC,18
```

```

ETABLE,SFY_I,SMISC,6
ETABLE,SFY_J,SMISC,19

ETABLE,EX_I,SMISC,7          !axial strain
ETABLE,EX_J,SMISC,20

ETABLE,KY_I,SMISC,8          !curvature
ETABLE,KY_J,SMISC,21

ETABLE,KZ_I,SMISC,9
ETABLE,KZ_J,SMISC,22

ETABLE,KX_I,SMISC,10        !torsional strain
ETABLE,KX_J,SMISC,23

ETABLE,SEZ_I,SMISC,11       !section shear strains
ETABLE,SEZ_J,SMISC,24

ETABLE,SEY_I,SMISC,12
ETABLE,SEY_J,SMISC,25

ETABLE,AREA_I,SMISC,13      !area of cross section
ETABLE,AREA_J,SMISC,26

ETABLE,BM_I,SMISC,27        !bi-moment
ETABLE,BM_J,SMISC,29

ETABLE,BK_I,SMISC,28        !bi-curvature
ETABLE,BK_J,SMISC,30

AVPRIN,0,0,                !specifies how principal and vector sums are to be calculated
PLNSOL,U,Y,0,1             !plots the vert. displacements

FINISH

```

### A.2.3 Troisième pas : analyse statique avec tablier

```

!*****
!***** troisième étape *****
!***** ANALYSE STATIQUE AVEC TABLIER *****
!*****

FINISH                !cette commande evite des messages d'erreur

*ASK,ch,sans charge(0)-complet(1)-moitié(2)-asymétrique(3)-une arche(4),0
*IF,ch,EQ,0,THEN

```

```
/FILNAM,pas3_A_0,1
/TITLE,Analyse statique - structure avec tablier et sans chargement
*ELSE
*ASK,e1,calcul à l'ELS e1=1 - calcul à l'ELU e1=2,1
*ASK,qp,charge répartie des piétons en [N/m2] - défaut ELS 5000-ELU 7500,5000
*Ask,fl,analyse de flambement linéaire oui fl=1 - non fl=0,0

*IF,e1,EQ,1,THEN      !ELS
  /FILNAM,pas3_A_%ch%_ELS,1
  tit='ELS'          !pour le titre du tableau du résumé des résultats
  *IF,ch,EQ,1,THEN
/TITLE,Analyse statique ELS - structure avec tablier et chargement complet
  *ELSEIF,ch,EQ,2
/TITLE,Analyse statique ELS - structure avec tablier et chargement d'une moitié
  *ELSEIF,ch,EQ,3
/TITLE,Analyse statique ELS - structure avec tablier et chargement asymétrique
  *ELSEIF,ch,EQ,4
/TITLE,Analyse statique ELS - structure avec tablier et chargement d'une seule arche
  *ENDIF
*ELSEIF,e1,EQ,2      !ELU
  /FILNAM,pas3_A_%ch%_ELU,1
  tit='ELU'
  *IF,ch,EQ,1,THEN
/TITLE,Analyse statique ELU - structure avec tablier et chargement complet
  *ELSEIF,ch,EQ,2
/TITLE,Analyse statique ELU - structure avec tablier et chargement d'une moitié
  *ELSEIF,ch,EQ,3
/TITLE,Analyse statique ELU - structure avec tablier et chargement asymétrique
  *ELSEIF,ch,EQ,4
/TITLE,Analyse statique ELU - structure avec tablier et chargement d'une seule arche
  *ENDIF
*ENDIF
*ENDIF

KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO

!***** enters the model creation preprocessor *****
/PREP7

!..... paramètres pour une creation plus flexible du modèle .....
*SET,na,100          !nombre d'éléments des arches
*SET,an1,1          !numérotation départ des noeuds de l'arche 1
*SET,ae1,1          !numérotation départ des éléments de l'arche 1
*SET,an2,104        !numérotation départ des noeuds de l'arche 2
```



## ANNEXES

---

```
y14=1.5005035

alpha=atan(y11/x11)

!..... rapports de force et forces .....
fcab=38.15          !en unités
fhaub=1             !en unités

FXarche=19544      !N, force calculée dans le "Pas 2"

FCable=FXarche/cos(alpha)      !force dans les éléments du cable
FHaubans=FCable*fhaub/fcab    !force dans les haubans

!:::::: CABLES ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
!..... propriétés du matériau 2, fibres de carbone .....
ECarbone=120e9      !Pa=N/m2 ou 120 GPa

MPDATA,EX,2,1,ECarbone !elastic moduli
MPDATA,EY,2,1,10e9
MPDATA,EZ,2,1,10e9
MPDATA,ALPX,2,1,0.001 !coefficients of thermal expansion
MPDATA,NUXY,2,1,0.3   !minor poisson's ratios
MPDATA,GXY,2,1,4e9    !shear moduli
MPDATA,GXZ,2,1,
MP,DENS,2,1550        !mass density

!..... définition de l'élément pour le cable (LINK10) .....
ACable=0.009          ![m2] section du cable
ElongCable=FCable/ACable/ECarbone

ET,2,LINK10,0,0      !no stiffness associated with slack cable, tension only
R,2,ACable,ElongCable !définit les constantes de l'élément 2
MAT,2
TYPE,2
REAL,2

!..... coordonnées pour les noeuds du cable .....
*DO,N,1,2,1          !règle la création des noeuds et éléments pour câble
*IF,N,EQ,1,THEN      !les paramètres pour arche 1 sont:
  *SET,an,an1        !début de numérotation noeuds de l'arche1, voir ci-dessus
  *SET,cn,cn1        !début de numérotation noeuds du cable 1
  *SET,ce,ce1        !début de numérotation éléments du cable 1
  *SET,z,0           !valeur de z = 0
*ELSEIF,N,EQ,2       !les paramètres pour arche 2 sont:
  *SET,an,an2        !début de numérotation noeuds de l'arche2
```



```

*SET,cn,cn2          !début de numérotation noeuds du cable 2
*SET,ce,ce2         !début de numérotation éléments du cable 2
*SET,z,3            !valeur de z = 3
*ENDIF

N,cn,xl1,y11,z
N,cn+1,xl2,y12,z
N,cn+2,xl3,y13,z
N,cn+3,xl4,y14,z
N,cn+4,lx-xl3,y13,z
N,cn+5,lx-xl2,y12,z
N,cn+6,lx-xl1,y11,z

! N,cn,5.1750,0.67632,z          !non optimisé
! N,cn+1,9.1715,1.0478,z
! N,cn+2,14.384,1.3038,z
! N,cn+3,20,1.5424,z
! N,cn+4,25.616,1.3038,z
! N,cn+5,30.8285,1.0478,z
! N,cn+6,34.8250,0.67632,z

!..... éléments du cable ;;;;.....
NUMSTR,ELEM,ce      !numerote à partir de ce
E,an,cn             !nr.ce
E,cn,cn+1           !nr.ce+1
E,cn+1,cn+2         !nr.ce+2
E,cn+2,cn+3         !nr.ce+3
E,cn+3,cn+4         !nr.ce+4
E,cn+4,cn+5         !nr.ce+5
E,cn+5,cn+6         !nr.ce+6
E,cn+6,an+na       !nr.ce+7
*ENDDO

!::: HAUBANS :::
!..... éléments des haubans ;;;;.....
AHaubans=0.0001     ![m2] section du cable
ElongHaubans=FHaubans/AHaubans/ECarbhone

R,3,AHaubans,ElongHaubans      !définit les constantes de l'élément 3
REAL,3

*DO,N,1,2,1          !répète la creation des noeuds et éléments pour haubans
*IF,N,EQ,1,THEN      !les paramètres pour arche 1 sont:
*SET,an,an1          !début de numérotation noeuds de l'arche1, voir ci-dessus
*SET,cn,cn1          !début de numérotation noeuds du cable 1
*SET,he,he1          !début de numérotation éléments des haubans 1
*ELSEIF,N,EQ,2       !les paramètres pour arche 2 sont:

```



```

CSYS,11          !active le système 11
EGEN,2,400,e1,e1+ne-1,,,,,9.304,  !duplique les éléments, rotation de 9.304 degrés
CSYS,12
EGEN,2,400,e2,e2+ne-1,,,,,-9.304, !duplique les elements de l'arche 2
*ENDDO

EDELE,1,he2+nh-1,1  !d'abord supprimer les éléments pour pouvoir effacer les noeuds
NDELE,1,400,1      !efface les noeuds 1 à 400 en pas de 1
NUMCMP,ELEM        !compresse la numerotation des éléments
NUMCMP,NODE        !compresse la numerotation des noeuds
CSYS,0            !réactive le système carthésien

!..... couplage des noeuds .....
CP,1,UX,an1+na/2,an2+na/2      !couple en ux noeuds au milieu des arcs
CPLGEN,1,UY,UZ                !couple les noeuds également en uy et uz

!..... géometrie .....
!*arche
ae=ae1
*GET,LA1,ELEM,ae,LENG  !longueur des éléments de l'arche
*GET,LA2,ELEM,ae+1,LENG
*GET,LA3,ELEM,ae+2,LENG
*GET,LA4,ELEM,ae+3,LENG
*GET,LA5,ELEM,ae+4,LENG
*GET,LA6,ELEM,ae+5,LENG
*GET,LA7,ELEM,ae+6,LENG
*GET,LA8,ELEM,ae+7,LENG
*GET,LA9,ELEM,ae+8,LENG
LAC1=LA1+LA2+LA3+LA4+LA5+LA6+LA7+LA8+LA9 !premier segment de l'arche
*GET,LA10,ELEM,ae+9,LENG
*GET,LA11,ELEM,ae+10,LENG
*GET,LA12,ELEM,ae+11,LENG
*GET,LA13,ELEM,ae+12,LENG
*GET,LA14,ELEM,ae+13,LENG
*GET,LA15,ELEM,ae+14,LENG
LAC2=LA10+LA11+LA12+LA13+LA14+LA15 !deuxième segment de l'arche
*GET,LA16,ELEM,ae+15,LENG
*GET,LA17,ELEM,ae+16,LENG
*GET,LA18,ELEM,ae+17,LENG
*GET,LA19,ELEM,ae+18,LENG
*GET,LA20,ELEM,ae+19,LENG
*GET,LA21,ELEM,ae+20,LENG
*GET,LA22,ELEM,ae+21,LENG
*GET,LA23,ELEM,ae+22,LENG
*GET,LA24,ELEM,ae+23,LENG
*GET,LA25,ELEM,ae+24,LENG
LAC3=LA16+LA17+LA18+LA19+LA20+LA21+LA22+LA23+LA24+LA25

```

## ANNEXES

---

```
*GET,LA26,ELEM,ae+25,LENG
*GET,LA27,ELEM,ae+26,LENG
*GET,LA28,ELEM,ae+27,LENG
*GET,LA29,ELEM,ae+28,LENG
*GET,LA30,ELEM,ae+29,LENG
*GET,LA31,ELEM,ae+30,LENG
*GET,LA32,ELEM,ae+31,LENG
*GET,LA33,ELEM,ae+32,LENG
*GET,LA34,ELEM,ae+33,LENG
*GET,LA35,ELEM,ae+34,LENG
*GET,LA36,ELEM,ae+35,LENG
*GET,LA37,ELEM,ae+36,LENG
LA1C4=LA26+LA27+LA28+LA29+LA30+LA31
LA2C4=LA32+LA33+LA34+LA35+LA36+LA37
LAC4=LA1C4+LA2C4
*GET,LA38,ELEM,ae+37,LENG
*GET,LA39,ELEM,ae+38,LENG
*GET,LA40,ELEM,ae+39,LENG
*GET,LA41,ELEM,ae+40,LENG
*GET,LA42,ELEM,ae+41,LENG
*GET,LA43,ELEM,ae+42,LENG
*GET,LA44,ELEM,ae+43,LENG
*GET,LA45,ELEM,ae+44,LENG
*GET,LA46,ELEM,ae+45,LENG
*GET,LA47,ELEM,ae+46,LENG
*GET,LA48,ELEM,ae+47,LENG
*GET,LA49,ELEM,ae+48,LENG
*GET,LA50,ELEM,ae+49,LENG
LA1C5=LA38+LA39+LA40+LA41+LA42+LA43
LA2C5=LA44+LA45+LA46+LA47+LA48+LA49+LA50
LAC5=LA1C5+LA2C5

!*cables
*GET,LC1,ELEM,ce,LENG    !longueur des éléments de cable
*GET,LC2,ELEM,ce+1,LENG
*GET,LC3,ELEM,ce+2,LENG
*GET,LC4,ELEM,ce+3,LENG

LCC=2*(LC1+LC2+LC3+LC4) !longueur du cable complet

*GET,LCp1,ELEM,ce,LPROJ,Y !longueur projetée en des éléments de cable
*GET,LCp2,ELEM,ce+1,LPROJ,Y
*GET,LCp3,ELEM,ce+2,LPROJ,Y
*GET,LCp4,ELEM,ce+3,LPROJ,Y

!*haubans
*GET,LH1,ELEM,he,LENG    !longueur des éléments de hauban
```

```
*GET, LH2, ELEM, he+1, LENG
*GET, LH3, ELEM, he+2, LENG
*GET, LH4, ELEM, he+3, LENG
*GET, LH5, ELEM, he+8, LENG
*GET, LH6, ELEM, he+9, LENG
*GET, LH7, ELEM, he+10, LENG
```

```
LHC1=2*(LH1+LH2+LH3+LH4) !longueur des cables complets des haubans
LHC2=2*(LH5+LH6+LH7)
```

```
cx1=(NX(cn1)-NX(an1+9))/LH1
cy1=(NY(cn1)-NY(an1+9))/LH1
cz1=(NZ(cn1)-NZ(an1+9))/LH1
cv1=sqrt((NY(cn1)-NY(an1+9))**2+(NZ(cn1)-NZ(an1+9))**2)/LH1
```

```
cx2=(NX(an1+25)-NX(cn1))/LH2
cy2=(NY(an1+25)-NY(cn1))/LH2
cz2=(NZ(an1+25)-NZ(cn1))/LH2
cv2=sqrt((NY(an1+25)-NY(cn1))**2+(NZ(an1+25)-NZ(cn1))**2)/LH2
```

```
cx3=(NX(cn1+2)-NX(an1+25))/LH3
cy3=(NY(cn1+2)-NY(an1+25))/LH3
cz3=(NZ(cn1+2)-NZ(an1+25))/LH3
cv3=sqrt((NY(cn1+2)-NY(an1+25))**2+(NZ(cn1+2)-NZ(an1+25))**2)/LH3
```

```
cx4=(NX(an1+50)-NX(cn1+2))/LH4
cy4=(NY(an1+50)-NY(cn1+2))/LH4
cz4=(NZ(an1+50)-NZ(cn1+2))/LH4
cv4=sqrt((NY(an1+50)-NY(cn1+2))**2+(NZ(an1+50)-NZ(cn1+2))**2)/LH4
```

```
cx5=(NX(cn1+1)-NX(an1+15))/LH5
cy5=(NY(cn1+1)-NY(an1+15))/LH5
cz5=(NZ(cn1+1)-NZ(an1+15))/LH5
cv5=sqrt((NY(cn1+1)-NY(an1+15))**2+(NZ(cn1+1)-NZ(an1+15))**2)/LH5
```

```
cx6=(NX(an1+37)-NX(cn1+1))/LH6
cy6=(NY(an1+37)-NY(cn1+1))/LH6
cz6=(NZ(an1+37)-NZ(cn1+1))/LH6
cv6=sqrt((NY(an1+37)-NY(cn1+1))**2+(NZ(an1+37)-NZ(cn1+1))**2)/LH6
```

```
cx7=(NX(cn1+3)-NX(an1+37))/LH7
cy7=(NY(cn1+3)-NY(an1+37))/LH7
cz7=(NZ(cn1+3)-NZ(an1+37))/LH7
cv7=sqrt((NY(cn1+3)-NY(an1+37))**2+(NZ(cn1+3)-NZ(an1+37))**2)/LH7
```

```
beta1=
atan((NX(cn1)-NX(an1+9))/sqrt((NY(cn1)-NX(an1+9))**2+(NZ(cn1)-NZ(an1+9))**2))
```

```

beta2=
atan((NX(cn1+1)-NX(an1+15))/sqrt((NY(cn1+1)-NX(an1+15))**2+(NZ(cn1+1)-NZ(an1+15))**2))
beta31=
atan((NX(an1+25)-NX(cn1))/sqrt((NY(an1+25)-NX(cn1))**2+(NZ(an1+25)-NZ(cn1))**2))
beta32=
atan((NX(cn1+2)-NX(an1+25))/sqrt((NY(cn1+2)-NX(an1+25))**2+(NZ(cn1+2)-NZ(an1+25))**2))
beta41=
atan((NX(an1+37)-NX(cn1+1))/sqrt((NY(an1+37)-NX(cn1+1))**2+(NZ(an1+37)-NZ(cn1+1))**2))
beta42=
atan((NX(cn1+3)-NX(an1+37))/sqrt((NY(cn1+3)-NX(an1+37))**2+(NZ(cn1+3)-NZ(an1+37))**2))
beta5=
atan((NX(an1+50)-NX(cn1+2))/sqrt((NY(an1+50)-NX(cn1+2))**2+(NZ(an1+50)-NZ(cn1+2))**2))

!:::::::::: BARRES ENTRE LES DEUX ARCHES ::::::::::::::::::::
!..... propriétés du matériau 3, fibres de verre .....
MPDATA,EX,3,1,40e9
MPDATA,NUXY,3,1,0.3
MPDATA,GXY,3,1,4e9
MP,DENS,3,2100

!..... définition des barres entre les arches (PIPE16) .....
ET,4,PIPE16
R,4,0.28,0.02
MAT,3
TYPE,4
REAL,4

!..... barres entre les deux arches .....
NUMSTR,ELEM,be          !numerote à partir de be
E,cn1,cn2              !nr.be
E,cn1+1,cn2+1          !nr.be+1
E,cn1+2,cn2+2          !nr.be+2
E,cn1+3,cn2+3          !nr.be+3
E,cn1+4,cn2+4          !nr.be+4
E,cn1+5,cn2+5          !nr.be+5
E,cn1+6,cn2+6          !nr.be+6

!..... géometrie .....
LB1=NZ(an2)-NZ(an1)    !longueur des barres entre les deux arches
LB2=NZ(cn2)-NZ(cn1)
LB3=NZ(cn2+1)-NZ(cn1+1)
LB4=NZ(cn2+2)-NZ(cn1+2)
LB5=NZ(cn2+3)-NZ(cn1+3)

!:::::::::: TABLIER ::::::::::::::::::::
!..... propriétés du matériau 4, bois .....
*SET,ht,0.1           !épaisseur du tablier

```

```

*SET,dt,1000          !densité du tablier

MPDATA,EX,4,1,10e9
MPDATA,EY,4,1,10e9
MPDATA,EZ,4,1,10e9
MPDATA,NUXY,4,1,0.3
MPDATA,NUYZ,4,1,0.3
MPDATA,NUXZ,4,1,0.3
MPDATA,GXY,4,1,4e9
MPDATA,GYZ,4,1,4e9
MPDATA,GXZ,4,1,4e9
MP,DENS,4,dt

!..... définition des éléments du tablier (SHELL43) .....
ET,5,SHELL43
R,5,ht
MAT,4
TYPE,5
REAL,5

!..... éléments du tablier .....
NUMSTR,ELEM,te          !numérote à partir de te
E,an1,cn1,cn2,an2      !nr.te
E,cn1,cn1+1,cn2+1,cn2  !nr te+1
E,cn1+1,cn1+2,cn2+2,cn2+1 !nr te+2
E,cn1+2,cn1+3,cn2+3,cn2+2 !nr te+3
E,cn1+3,cn1+4,cn2+4,cn2+3 !nr te+4
E,cn1+4,cn1+5,cn2+5,cn2+4 !nr te+5
E,cn1+5,cn1+6,cn2+6,cn2+5 !nr te+6
E,cn1+6,an1+na,an2+na,cn2+6 !nr te+7

!..... géometrie .....
*GET,AT1,ELEM,te,AREA  !aire des éléments du tab
*GET,AT2,ELEM,te+1,AREA
*GET,AT3,ELEM,te+2,AREA
*GET,AT4,ELEM,te+3,AREA

HT1=2*AT1/(LB1+LB2)    !hauteur du trapèze, des l'éléments du tablier
HT2=2*AT2/(LB2+LB3)
HT3=2*AT3/(LB3+LB4)
HT4=2*AT4/(LB4+LB5)

*GET,ATp1,ELEM,te,APROJ,Y !aire projeté sur le plan x-z des éléments du tab
*GET,ATp2,ELEM,te+1,APROJ,Y
*GET,ATp3,ELEM,te+2,APROJ,Y
*GET,ATp4,ELEM,te+3,APROJ,Y

```

```
HTp1=2*ATp1/(LB1+LB2)    !hauteur projetée du trapèze des l'éléments du tablier
HTp2=2*ATp2/(LB2+LB3)
HTp3=2*ATp3/(LB3+LB4)
HTp4=2*ATp4/(LB4+LB5)

!:::::::::: MODELISATION DE L'ENCASTREMENT DES EXTREMES ::::::::::::::::::::
CE,NEXT,0,an1,ROTZ,1,an2,ROTZ,-1    !  rotz(an1) = rotz(an2)
CE,NEXT,0,an1+na,ROTZ,1,an2+na,ROTZ,-1 !rotz(an1+na) = rotz(an2+na)
CE,NEXT,0,an1+na,UX,1,an2+na,UX,-1    !  ux(an1+na) = ux(an2+na)

!..... conditions aux limites .....
D,an1,UX,,an2,an2-an1,UY,UZ,ROTX,ROTY
D,an1+na,UY,,an2+na,an2-an1,UZ,ROTX,ROTY

!***** enters the solution processor *****
!:::::::::: ANALYSE STATIQUE ::::::::::::::::::::
/SOLU

!..... options de résolution .....
ANTYPE,0                !statique
NLGEOM,1                !non-linéarité géométrique, grande déformation
SOLCONTROL,ON

!..... options de convergence .....
TIME,0
AUTOTS,ON
NSUBST,10,1000,,1
!OUTRES,,1
KBC,0                    !ramped

!..... itérations d'équilibre .....
TSRES,ERASE
NEQIT,100,

!..... première étape de chargement, précontrainte .....
ESEL,S,ELEM,,ae1,ae1+na-1,1
ESEL,A,ELEM,,ae2,ae2+na-1,1
ISFILE,READ,pas2_flambement,ist,,1, !contraintes initiales
ESEL,ALL
LSWRITE,1
ISWRITE,ON

!..... deuxième étape de chargement, poids propre .....
*SET,a,9.81              !accélération terrestre en [m/s2]
ACEL,,a,
LSWRITE,2
```



```

*IF, ch, EQ, 0, THEN
  LSSOLVE, 1, 2, 1

!..... troisième étape de chargement .....
!'''''''''' calcul du chargement des piétons
*ELSE
  *IF, e1, EQ, 1, THEN
    *SET, mc, 1
  *ELSEIF, e1, EQ, 2
    *SET, mc, 1.5
  *ENDIF

Pg1=(2*LB1+LB2)*HTp1*qp*mc*0.083 !charges du tablier répartie sur les noeuds
Pd1=(LB1+2*LB2)*HTp1*qp*mc*0.083 !de Droite et de Gauche
Pg2=(2*LB2+LB3)*HTp2*qp*mc*0.083
Pd2=(LB2+2*LB3)*HTp2*qp*mc*0.083
Pg3=(2*LB3+LB4)*HTp3*qp*mc*0.083
Pd3=(LB3+2*LB4)*HTp3*qp*mc*0.083
Pg4=(2*LB4+LB5)*HTp4*qp*mc*0.083
Pd4=(LB4+2*LB5)*HTp4*qp*mc*0.083

P1=Pg1 !charge des piétons sur les noeuds
P2=Pd1+Pg2
P3=Pd2+Pg3
P4=Pd3+Pg4
P5=2*Pd4

!'''''''''' chargement complet
*IF, ch, EQ, 1, THEN

!#pression sur les éléments du tablier (éléments définis par les noeuds)
!#version avec le calcul plus rapide
  NSEL, S, NODE, , an1, cn1, cn1-an1 !élément 252
  NSEL, A, NODE, , an2, cn2, cn2-an2
  SF, ALL, PRES, qp*mc

  NSEL, S, NODE, , cn1, cn2+nc-2, 1 !éléments 253-258
  SF, ALL, PRES, qp*mc

  NSEL, S, NODE, , an1+na, cn1+nc-2, cn1+nc-2-an1-na !élément 259
  NSEL, A, NODE, , an2+na, cn2+nc-2, cn2+nc-2-an2-na
  SF, ALL, PRES, qp*mc

  NSEL, ALL

  LSWRITE, 3

```

## ANNEXES

---

```
LSSOLVE,1,3,1

!'''''''''''''''' chargement de la moitié de la passerelle
*ELSEIF,ch,EQ,2

!#pression sur les éléments du tablier (éléments définis par les noeuds)
!#version avec le calcul plus rapide
  NSEL,S,NODE,,an1,cn1,cn1-an1 !élément 252
  NSEL,A,NODE,,an2,cn2,cn2-an2
  SF,ALL,PRES,qp*mc

  NSEL,S,NODE,,cn1,cn1+nc/2-1,1 !éléments 253-255
  NSEL,A,NODE,,cn2,cn2+nc/2-1,1
  SF,ALL,PRES,qp*mc

  NSEL, ALL

  LSWRITE,3
  LSSOLVE,1,3,1

!'''''''''''''''' chargement asymetrique
*ELSEIF,ch,EQ,3

!#force équivalente sur les noeuds
  F,an1,FY,-P1
  F,cn1,FY,-P2
  F,cn1+1,FY,-P3
  F,cn1+2,FY,-P4
  F,cn1+3,FY,-P5/2

  F,cn2+3,FY,-P5/2
  F,cn2+4,FY,-P4
  F,cn2+5,FY,-P3
  F,cn2+6,FY,-P2
  F,an2+na,FY,-P1

  LSWRITE,3
  LSSOLVE,1,3,1

!'''''''''''''''' chargement d'une seule arche
*ELSEIF,ch,EQ,4

!#force équivalente sur les noeuds
  F,an1,FY,-P1
  F,cn1,FY,-P2
  F,cn1+1,FY,-P3
  F,cn1+2,FY,-P4
```

```

F,cn1+3,FY,-P5
F,cn1+4,FY,-P4
F,cn1+5,FY,-P3
F,cn1+6,FY,-P2
F,an1+na,FY,-P1

LSWRITE,3
LSSOLVE,1,3,1
*ENDIF
*ENDIF
FINISH

*IF,f1,EQ,1,THEN
!:::::::::: ANALYSE DE FLAMBEMENT LINEAIRE ::::::::::::::::::::
/SOLU
ANTYPE,BUCKLE
PSTRES,ON
BUCOPT,LANB,1
MXPAND,1
SAVE
SOLVE
FINISH

/SOLU
EXPASS,ON
SOLVE
FINISH

*GET,fact1,MODE,1,FREQ

*ENDIF

!*****
!***** enters the postprocessors *****
/POST1          !enters the database results postprocessor

ETABLE,ERAS          !éfface le tableau précédent

!:::::::::: TABLEAU GEOMETRIE ::::::::::::::::::::
!..... coordonnées initiales Gnuplot .....
!toutes les coordonnées
*DIM,CoorA1X0,,na+1
*DIM,CoorA1Y0,,na+1
*DIM,CoorA1Z0,,na+1

n=1
*DO,i,an1,an1+na

```

## ANNEXES

---

```
*VGET,CoorA1X0(n),NODE,i,LOC,X
*VGET,CoorA1Y0(n),NODE,i,LOC,Y
*VGET,CoorA1Z0(n),NODE,i,LOC,Z
n=n+1
*ENDDO
```

```
*DIM,CoorA2X0,,na+1
*DIM,CoorA2Y0,,na+1
*DIM,CoorA2Z0,,na+1
```

```
n=1
*DO,i,an2,an2+na
  *VGET,CoorA2X0(n),NODE,i,LOC,X
  *VGET,CoorA2Y0(n),NODE,i,LOC,Y
  *VGET,CoorA2Z0(n),NODE,i,LOC,Z
n=n+1
*ENDDO
```

```
*DIM,CoorC1X0,,nc-1
*DIM,CoorC1Y0,,nc-1
*DIM,CoorC1Z0,,nc-1
```

```
n=1
*DO,i,cn1,cn1+nc-2
  *VGET,CoorC1X0(n),NODE,i,LOC,X
  *VGET,CoorC1Y0(n),NODE,i,LOC,Y
  *VGET,CoorC1Z0(n),NODE,i,LOC,Z
n=n+1
*ENDDO
```

```
*DIM,CoorC2X0,,nc-1
*DIM,CoorC2Y0,,nc-1
*DIM,CoorC2Z0,,nc-1
```

```
n=1
*DO,i,cn2,cn2+nc-2
  *VGET,CoorC2X0(n),NODE,i,LOC,X
  *VGET,CoorC2Y0(n),NODE,i,LOC,Y
  *VGET,CoorC2Z0(n),NODE,i,LOC,Z
n=n+1
*ENDDO
```

```
*DIM,LabACoor,CHAR,6
LabACoor(1)='CoorA1X','CoorA1Y','CoorA1Z','CoorA2X','CoorA2Y','CoorA2Z'
*DIM,LabCCoor,CHAR,6
LabCCoor(1)='CoorC1X','CoorC1Y','CoorC1Z','CoorC2X','CoorC2Y','CoorC2Z'
```

```

!..... coordonnées completes pour les dessins gnuplot .....
/OUTPUT,coordoA3D,cgp      !tableau dans un fichier 'coordoA3D.cgp'
/COM,-----
/COM,  Résumé des coordonnées des arches en 3D [m]
/COM,-----
*VWRITE,LabACoor(1),LabACoor(2),LabACoor(3),LabACoor(4),LabACoor(5),LabACoor(6)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,CoorA1X0(1),CoorA1Y0(1),CoorA1Z0(1),CoorA2X0(1),CoorA2Y0(1),CoorA2Z0(1)
(1x,G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6)
/COM,-----
/COM,  Résumé des coordonnées des arches en 3D [m]
/COM,-----
/OUTPUT

/OUTPUT,coordoC3D,cgp      !tableau dans un fichier 'coordoC3D.cgp'
/COM,-----
/COM,  Résumé des coordonnées des cables en 3D [m]
/COM,-----
*VWRITE,LabCCoor(1),LabCCoor(2),LabCCoor(3),LabCCoor(4),LabCCoor(5),LabCCoor(6)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,CoorC1X0(1),CoorC1Y0(1),CoorC1Z0(1),CoorC2X0(1),CoorC2Y0(1),CoorC2Z0(1)
(1x,G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6,' ',G12.6)
/COM,-----
/COM,  Résumé des coordonnées des cables en 3D [m]
/COM,-----
/OUTPUT

!..... coordonnées initiales des noeuds pour SCILAB .....
NSEL,S,NODE,,an1,an1+na,na      !sélection des noeuds d'ancrage de arche 1
NSEL,A,NODE,,an1+9,an1+na-9,na-2*9
NSEL,A,NODE,,an1+15,an1+na-15,na-2*15
NSEL,A,NODE,,an1+25,an1+na-25,na-2*25
NSEL,A,NODE,,an1+37,an1+na-37,na-2*37
NSEL,A,NODE,,an1+50
*GET, nna1,NODE,0,COUNT          !nombre de noeuds d'ancrage 1
*DIM, SelA1,,na+1
*VGET, SelA1(1),NODE,an1,NSEL

NSEL,S,NODE,,an2,an2+na,na      !sélection des noeuds d'ancrage de arche 2,
NSEL,A,NODE,,an2+9,an2+na-9,na-2*9
NSEL,A,NODE,,an2+15,an2+na-15,na-2*15
NSEL,A,NODE,,an2+25,an2+na-25,na-2*25
NSEL,A,NODE,,an2+37,an2+na-37,na-2*37
NSEL,A,NODE,,an2+50
*GET, nna2,NODE,0,COUNT          !nombre de noeuds d'ancrage 2
*DIM, SelA2,,na+1
*VGET, SelA2(1),NODE,an2,NSEL

```

```
NSEL,S,NODE,,cn1,cn1+nc-2,1      !sélection des noeuds du cable 1
NSEL,A,NODE,,cn2,cn2+nc-2,1      !sélection des noeuds du cable 2
*GET,nnc,NODE,0,COUNT            !nombre de noeuds du cable
*DIM,SelC,,nnc
*VGET,SelC(1),NODE,cn1,NSEL

nns=nna1+nna2+nnc                !nombre de noeuds selectionés

*DIM,CoorX0,,nns
*DIM,CoorY0,,nns
*DIM,CoorZ0,,nns

n=1
*DO,i,1,na+1
  *IF,SelA1(i),GT,0,THEN
    *VGET,CoorX0(n),NODE,an1-1+i,LOC,X
    *VGET,CoorY0(n),NODE,an1-1+i,LOC,Y
    *VGET,CoorZ0(n),NODE,an1-1+i,LOC,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

n=nna1+1
*DO,i,1,na+1
  *IF,SelA2(i),GT,0,THEN
    *VGET,CoorX0(n),NODE,an2-1+i,LOC,X
    *VGET,CoorY0(n),NODE,an2-1+i,LOC,Y
    *VGET,CoorZ0(n),NODE,an2-1+i,LOC,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

n=nna1+nna2+1
*DO,i,1,nnc
  *IF,SelC(i),GT,0,THEN
    *VGET,CoorX0(n),NODE,cn1-1+i,LOC,X
    *VGET,CoorY0(n),NODE,cn1-1+i,LOC,Y
    *VGET,CoorZ0(n),NODE,cn1-1+i,LOC,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

*DIM,OrdreN,,nns
*VFILL,OrdreN(1),DATA,2,3,4,5,6,7,8,9,10
*VFILL,OrdreN(10),DATA,13,14,15,16,17,18,19,20,21
*VFILL,OrdreN(19),DATA,1,23,24,25,26,27,28,29,11
```

```

*VFILL,OrdreN(28),DATA,12,30,31,32,33,34,35,36,22

*DIM,LabN,CHAR,nns
LabN(1)='h-1','h-2','h-3','h-4','h-5','h-6','h-7','h-8','h-9'
LabN(10)='h-10','h-11','h-12','h-13','h-14','h-15','h-16','h-17','h-18'
LabN(19)='c-19','c-20','c-21','c-22','c-23','c-24','c-25','c-26','c-27'
LabN(28)='c-28','c-29','c-30','c-31','c-32','c-33','c-34','c-35','c-36'

*DIM,CooX0,,nns
*VOPER,CooX0(1),CoorX0(1),GATH,OrdreN(1)
*DIM,CooY0,,nns
*VOPER,CooY0(1),CoorY0(1),GATH,OrdreN(1)
*DIM,CooZ0,,nns
*VOPER,CooZ0(1),CoorZ0(1),GATH,OrdreN(1)

*DIM,LabCoo0,CHAR,3
LabCoo0(1)='CooX0','CooY0','CooZ0'
*DIM,LabCoo1,CHAR,6
LabCoo1(1)='DepX1','CooX1','DepY1','CooY1','DepZ1','CooZ1'
*DIM,LabCoo2,CHAR,6
LabCoo2(1)='DepX2','CooX2','DepY2','CooY2','DepZ2','CooZ2'
*DIM,LabCoo3,CHAR,6
LabCoo3(1)='DeplX','CoordX','DeplY','CoordY','DeplZ','CoordZ'

ESEL,S,ELEM,,ce1,ce1-1+nc*2,1      !sélection des éléments cable
*GET,nec,ELEM,0,COUNT              !nombre de cables sélectionés
*DIM,Selec,,ce1-1+nc*2            !créé un vecteur'mask', 1/sélectioné -1/non
*VGET,Selec(1),ELEM,1,ESEL

ESEL,S,ELEM,,he1,he1-1+nh*2,1      !sélection des éléments hauban
*GET,neh,ELEM,0,COUNT              !nombre d'éléments en tout sélectionés
*DIM,Seleh,,he1-1+nh*2            !créé un vecteur'mask', 1/sélectioné -1/non
*VGET,Seleh(1),ELEM,1,ESEL

nes=nec+neh

*DIM,OrdreE,,nes
*VFILL,OrdreE(1),DATA,17,25,18,19,26,27,20
*VFILL,OrdreE(8),DATA,21,28,29,22,23,30,24
*VFILL,OrdreE(15),DATA,31,39,32,33,40,41,34
*VFILL,OrdreE(22),DATA,35,42,43,36,37,44,38
*VFILL,OrdreE(29),DATA,1,2,3,4,5,6,7,8
*VFILL,OrdreE(37),DATA,9,10,11,12,13,14,15,16

*DIM,LabE,CHAR,nes
LabE(1)='H1','H2','H3','H4','H5','H6','H7'
LabE(8)='H8','H9','H10','H11','H12','H13','H14'

```

```
LabE(15)='H15', 'H16', 'H17', 'H18', 'H19', 'H20', 'H21'  
LabE(22)='H22', 'H23', 'H24', 'H25', 'H26', 'H27', 'H28'  
LabE(29)='C1', 'C2', 'C3', 'C4', 'C5', 'C6', 'C7', 'C8'  
LabE(37)='C9', 'C10', 'C11', 'C12', 'C13', 'C14', 'C15', 'C16'
```

```
*DIM, LabElem, CHAR, 2, 5  
LabElem(1, 1)=' ', ' '  
LabElem(1, 2)='Précontrainte', 'Force'  
LabElem(1, 3)=' ', 'Contrainte'  
LabElem(1, 4)='Poids propre', 'Force'  
LabElem(1, 5)=' ', 'Contrainte'
```

```
!..... Entete pour le tableau géométrie .....
```

```
*DIM, GArche, CHAR, 5  
GArche(1)='ARCHE'  
*DIM, LabGA, CHAR, 5, 2  
LabGA(1, 1)='LONGUEURS', 'des', 'segments ', ' ', ' '  
LabGA(1, 2)='LAC1', 'LAC2', 'LAC3', 'LAC4', 'LAC5'  
*DIM, ValGA, , 5  
*VFILL, ValGA(1), DATA, LAC1, LAC2, LAC3, LAC4, LAC5
```

```
*DIM, GCable, CHAR, 9  
GCable(1)='CABLES'  
*DIM, LabGC, CHAR, 9, 2  
LabGC(1, 1)='LONGUEURS', ' ', ' ', ' ', ' ', 'complete', 'projetée', 'en x-z', ' ', ' ', ' '  
LabGC(1, 2)='LC1', 'LC2', 'LC3', 'LC4', 'LCC', 'LCp1', 'LCp2', 'LCp3', 'LCp4'  
*DIM, ValGC, , 9  
*VFILL, ValGC(1), DATA, LC1, LC2, LC3, LC4, LCC, LCp1, LCp2, LCp3, LCp4
```

```
*DIM, GHaub, CHAR, 9  
GHaub(1)='HAUBANS'  
*DIM, LabGH, CHAR, 9, 2  
LabGH(1, 1)='LONGUEURS', ' ', ' ', ' ', ' ', 'complete1', ' ', ' ', ' ', ' ', 'complete2'  
LabGH(1, 2)='LH1', 'LH2', 'LH3', 'LH4', 'LHC1', 'LH5', 'LH6', 'LH7', 'LHC2'  
*DIM, ValGH, , 9  
*VFILL, ValGH(1), DATA, LH1, LH2, LH3, LH4, LHC1, LH5, LH6, LH7, LHC2
```

```
*DIM, GBarre, CHAR, 5  
GBarre(1)='BARRES'  
*DIM, LabGB, CHAR, 5, 2  
LabGB(1, 1)='LONGUEURS'  
LabGB(1, 2)='LB1', 'LB2', 'LB3', 'LB4', 'LB5'  
*DIM, ValGB, , 5  
*VFILL, ValGB(1), DATA, LB1, LB2, LB3, LB4, LB5
```

```
*DIM, GTabL, CHAR, 16
```



```

GTabL(1)='TABLIER'
*DIM,LabGTL,CHAR,8,2
LabGTL(1,1)='HAUTEUR',' ',' ',' ',' ','projetée',' ',' ',' '
LabGTL(1,2)='HT1','HT2','HT3','HT4','HTp1','HTp2','HTp3','HTp4'
*DIM,LabGTA,CHAR,8,2
LabGTA(1,1)='AIRE',' ',' ',' ',' ','projetée',' ',' ',' '
LabGTA(1,2)='AT1','AT2','AT3','AT4','ATp1','ATp2','ATp3','ATp4'
*DIM,ValGT,,8,2
*VFILL,ValGT(1,1),DATA,HT1,HT2,HT3,HT4,HTp1,HTp2,HTp3,HTp4
*VFILL,ValGT(1,2),DATA,AT1,AT2,AT3,AT4,ATp1,ATp2,ATp3,ATp4

*DIM,GWin,CHAR,11
GWin(1)='ANGLES'
*DIM,LabGWA,CHAR,4,2
LabGWA(1,1)='él. 201','él. 202','él. 203','él. 204'
LabGWA(1,2)='alpha 1','alpha 2','alpha 3','alpha 4'
*DIM,LabGWB,CHAR,7,2
LabGWB(1,1)='noeud 10','noeud 16','noeud 26-1','noeud 26-2',
'noeud 38-1','noeud 38-2','noeud 51'
LabGWB(1,2)='beta 1','beta 2','beta 3-1','beta 3-2','beta 4-1','beta 4-2','beta 5'
*DIM,ValGWA,,4
*VFILL,ValGWA(1),DATA,alpha1,alpha2,alpha3,alpha4
*DIM,ValGWB,,7
*VFILL,ValGWB(1),DATA,beta1,beta2,beta31,beta32, beta41, beta42, beta5

*DIM,GAnc,CHAR,16
GAnc(1,1)='ANCRAGES','COEFF.'
*DIM,LabCA1,CHAR,8,2
LabCA1(1,1)='noeud 10(1)',' ',' ',' ','noeud 26(2)','gauche',' ',' '
LabCA1(1,2)='CX1','CY1','CZ1','CV1','CX2','CY2','CZ2','CV2'
*DIM,LabCA2,CHAR,8,2
LabCA2(1,1)='noeud 26(3)','droite',' ',' ','noeud 51(4)',' ',' ',' '
LabCA2(1,2)='CX3','CY3','CZ3','CV3','CX4','CY4','CZ4','CV4'
*DIM,LabCA3,CHAR,8,2
LabCA3(1,1)='noeud 15(5)',' ',' ',' ','noeud 38(6)','gauche',' ',' '
LabCA3(1,2)='CX5','CY5','CZ5','CV5','CX6','CY6','CZ6','CV6'
*DIM,LabCA4,CHAR,4,2
LabCA4(1,1)='noeud 38(7)','droite',' ',' '
LabCA4(1,2)='CX7','CY7','CZ7','CV7'
*DIM,ValCA1,,8,3
*VFILL,ValCA1(1,1),DATA,CX1,CY1,CZ1,CV1,CX2,CY2,CZ2,CV2
*VFILL,ValCA1(1,2),DATA,CX3,CY3,CZ3,CV3,CX4,CY4,CZ4,CV4
*VFILL,ValCA1(1,3),DATA,CX5,CY5,CZ5,CV5,CX6,CY6,CZ6,CV6
*DIM,ValCA2,,4,1
*VFILL,ValCA2(1,1),DATA,CX7,CY7,CZ7,CV7

/OUTPUT,GeometrieSA,tab      !tableau dans un fichier 'GoemetrieSA.tab'

```

ANNEXES

---

```

/COM,
/COM,----- Résumé Géometrie -----
/COM,----- Structure avec tablier -----
/COM,
/COM,longueurs en [m], aires en [m2], angles en [rad]
/COM,
*VWRITE,GArc(1),LabGA(1,1),LabGA(1,2),ValGA(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,GCable(1),LabGC(1,1),LabGC(1,2),ValGC(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,GHaub(1),LabGH(1,1),LabGH(1,2),ValGH(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,GBarre(1),LabGB(1,1),LabGB(1,2),ValGB(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,GTabl(1),LabGTL(1,1),LabGTL(1,2),ValGT(1,1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
*VWRITE,' ',LabGTA(1,1),LabGTA(1,2),ValGT(1,2)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM,
*VWRITE,GWin(1),LabGWA(1,1),LabGWA(1,2),ValGWA(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
*VWRITE,' ',LabGWB(1,1),LabGWB(1,2),ValGWB(1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM,
*VWRITE,GAnc(1),LabCA1(1,1),LabCA1(1,2),ValCA1(1,1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
*VWRITE,' ',LabCA2(1,1),LabCA2(1,2),ValCA1(1,2)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
*VWRITE,' ',LabCA3(1,1),LabCA3(1,2),ValCA1(1,3)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
*VWRITE,' ',LabCA4(1,1),LabCA4(1,2),ValCA2(1,1)
(1x,A8,' ',A17,' ',A10,' ',G15.6)
/COM,
/COM,-----
/OUTPUT

!::: TABLEAUX RESULTATS ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
*DIM,Tete,CHAR,1,7 !entete du tableau
Tete(1,1)=' '
Tete(1,2)='Maximum'
Tete(1,3)='Minimum'
Tete(1,4)='Min/Max'
Tete(1,5)='Nachweis'

```

```
Tete(1,6)='Nachweis'  
Tete(1,7)='Noeud'  
  
*DIM,LabA,CHAR,1  
LabA(1)='ARCHES'  
*DIM,LabAC,CHAR,2  
LabAC(1)='Sx','Sxy'  
*DIM,LabAF,CHAR,2  
LabAF(1)='Fx','Mz'  
  
*DIM,LabC,CHAR,1  
LabC(1)='CABLES'  
*DIM,LabCC,CHAR,1  
LabCC(1)='Sx '  
*DIM,LabCF,CHAR,1  
LabCF(1)='Fx '  
  
*DIM,LabH,CHAR,1  
LabH(1)='HAUBANS'  
*DIM,LabHC,CHAR,1  
LabHC(1)='Sx '  
*DIM,LabHF,CHAR,1  
LabHF(1)='Fx '  
  
*DIM,LabB,CHAR,1  
LabB(1)='BARRES'  
*DIM,LabBC,CHAR,2  
LabBC(1)='Sxd','Sxf'  
*DIM,LabBF,CHAR,3  
LabBF(1)='Fx','Fz','Mz'  
  
*DIM,LabT,CHAR,1  
LabT(1)='TABLIER'  
*DIM,LabTC,CHAR,3  
LabTC(1)='Sx','Sy','Syz'  
*DIM,LabTF,CHAR,4  
LabTF(1)='Fx','Fy','Mx','My'  
  
*DIM,LabF,CHAR,1  
LabF(1)='Uy'  
  
!Contraintes limites [MPa]  
m=.000001      !multiplicateur pour contraintes en MPa  
sta=850        !arche contrainte limite traction  
sca=50         !arche contrainte limite cisaillement  
stc=2000      !cables  
sth=2000      !haubans
```

## ANNEXES

---

```
stb=850          !barres
smt=28           !tablier flexion
stpt=17.5        !tablier traction parallèle aux fibres
strt=0.45        !tablier traction perpendiculaire
sct=2.7          !tablier cisaillement

!::: résultats pour l'étape de chargement 1 ::::::::::::::::::::::::::::::
SET,FIRST,,,,,

*IF,ch,EQ,0,THEN
!..... résultats arche .....
ESEL,S,ELEM,,ae1,ae1+na-1,1 !sélection des éléments de l'arche
ESEL,A,ELEM,,ae2,ae2+na-1,1

ETABLE,Sx_a_1,LS,1      !component stress - initial strains
ETABLE,Sy_a_1,LS,2
ETABLE,Sz_a_1,LS,3

ETABLE,Sxy_a_1,LS,4
ETABLE,Syz_a_1,LS,5
ETABLE,Szx_a_1,LS,6

ETABLE,Fxi_a_1,SMISC,1  !axial force
ETABLE,Fxj_a_1,SMISC,14

ETABLE,Myi_a_1,SMISC,2  !bending moments
ETABLE,Myj_a_1,SMISC,15

ETABLE,Mzi_a_1,SMISC,3
ETABLE,Mzj_a_1,SMISC,16

ETABLE,Mxi_a_1,SMISC,4  !torsional moments
ETABLE,Mxj_a_1,SMISC,17

ETABLE,Qzi_a_1,SMISC,5  !section shear forces
ETABLE,Qzj_a_1,SMISC,18

ETABLE,Qyi_a_1,SMISC,6
ETABLE,Qyj_a_1,SMISC,19

ETABLE,Exi_a_1,SMISC,7  !axial strain
ETABLE,Exj_a_1,SMISC,20

ETABLE,Kyi_a_1,SMISC,8  !curvature
ETABLE,Kyj_a_1,SMISC,21

ETABLE,Kzi_a_1,SMISC,9
```

```

ETABLE,Kzj_a_1,SMISC,22

ETABLE,Kxi_a_1,SMISC,10 !torsional strain
ETABLE,Kxj_a_1,SMISC,23

ETABLE,SEzi_a_1,SMISC,11 !section shear strains
ETABLE,SEzj_a_1,SMISC,24

ETABLE,SEyi_a_1,SMISC,12
ETABLE,SEyj_a_1,SMISC,25

ETABLE,AREAi_a_1,SMISC,13 !area of cross section
ETABLE,AREAj_a_1,SMISC,26

ETABLE,BMi_a_1,SMISC,27 !bi-moment
ETABLE,BMj_a_1,SMISC,29

ETABLE,BKi_a_1,SMISC,28 !bi-curvature
ETABLE,BKj_a_1,SMISC,30

ESORT,Sx_a_1,,1 !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_a_1,SMISC,,MAX !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_a_1,SMISC,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_a_1,SMISC,,MIN !minimum
*GET,SxMinE_a_1,SMISC,,IMIN !élément minimum
EUSORT !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Szx_a_1,,1
*GET,SzxMax_a_1,SMISC,,MAX
*GET,SzxMaxE_a_1,SMISC,,IMAX
*GET,SzxMin_a_1,SMISC,,MIN
*GET,SzxMinE_a_1,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fxi_a_1,,1
*GET,FxMax_a_1,SMISC,,MAX
*GET,FxMaxE_a_1,SMISC,,IMAX
*GET,FxMin_a_1,SMISC,,MIN
*GET,FxMinE_a_1,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_a_1,,1
*GET,MzMax_a_1,SMISC,,MAX
*GET,MzMaxE_a_1,SMISC,,IMAX
*GET,MzMin_a_1,SMISC,,MIN
*GET,MzMinE_a_1,SMISC,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValAC1,,2,5
*VFILL,ValAC1(1,1),DATA,SxMax_a_1*m,SxyMax_a_1*m

```

## ANNEXES

---

```
*VFILL,ValAC1(1,2),DATA,SxMin_a_1*m,SxyMin_a_1*m
*VFILL,ValAC1(1,3),DATA,SxMin_a_1/SxMax_a_1,
*VFILL,ValAC1(1,4),DATA,SxMax_a_1*m/sta,SxyMax_a_1*m/sca
*VFILL,ValAC1(1,5),DATA,SxMin_a_1*m/sta,SxyMin_a_1*m/sca
*DIM,ValAF1,,2,2
*VFILL,ValAF1(1,1),DATA,FxMax_a_1,MzMax_a_1
*VFILL,ValAF1(1,2),DATA,FxMin_a_1,MzMin_a_1

!..... résultats cables .....
ESEL,S,ELEM,,ce1,ce1+nc-1,1 !sélection des éléments du cable
ESEL,A,ELEM,,ce2,ce2+nc-1,1

ETABLE,Sx_c_1,LS,1          !contraintes axiales
ETABLE,Fx_c_1,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Ee_c_1,LEPEL,1      !déformation élastique axiale
ETABLE,Ei_c_1,LEPTH,3      !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_c_1,,1           !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_c_1,SORT,,MAX   !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_c_1,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparaît
*GET,SxMin_c_1,SORT,,MIN   !minimum
*GET,SxMinE_c_1,SORT,,IMIN !élément minimum
EUSORT                    !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_c_1,,1
*GET,FxMax_c_1,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_c_1,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_c_1,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_c_1,SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValCC1,,1,5
*VFILL,ValCC1(1,1),DATA,SxMax_c_1*m
*VFILL,ValCC1(1,2),DATA,SxMin_c_1*m
*VFILL,ValCC1(1,3),DATA,SxMin_c_1/SxMax_c_1
*VFILL,ValCC1(1,4),DATA,SxMax_c_1*m/stc
*VFILL,ValCC1(1,5),DATA,SxMin_c_1*m/stc
*DIM,ValCF1,,1,2
*VFILL,ValCF1(1,1),DATA,FxMax_c_1
*VFILL,ValCF1(1,2),DATA,FxMin_c_1

!..... résultats haubans .....
ESEL,S,ELEM,,he1,he1+nh-1,1 !sélection des éléments des haubans
ESEL,A,ELEM,,he2,he2+nh-1,1

ETABLE,Sx_h_1,LS,1          !contraintes axiales
ETABLE,Fx_h_1,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Ee_h_1,LEPEL,1      !déformation élastique axiale
```

```

ETABLE,Ei_h_1,LEPTH,3          !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_h_1,,1              !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_h_1,SORT,,MAX      !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_h_1,SORT,,IMAX   !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_h_1,SORT,,MIN     !minimum
*GET,SxMinE_h_1,SORT,,IMIN   !élément minimum
EUSORT                        !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_h_1,,1
*GET,FxMax_h_1,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_h_1,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_h_1,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_h_1,SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValHC1,,1,5
*VFILL,ValHC1(1,1),DATA,SxMax_h_1*m
*VFILL,ValHC1(1,2),DATA,SxMin_h_1*m
*VFILL,ValHC1(1,3),DATA,SxMin_h_1/SxMax_h_1
*VFILL,ValHC1(1,4),DATA,SxMax_h_1*m/sth
*VFILL,ValHC1(1,5),DATA,SxMin_h_1*m/sth
*DIM,ValHF1,,1,2
*VFILL,ValHF1(1,1),DATA,FxMax_h_1
*VFILL,ValHF1(1,2),DATA,FxMin_h_1

!..... résultats barres .....
ESEL,S,ELEM,,be,be+nb-1,1    !sélection des éléments des barres

ETABLE,Sxdi_b_1,SMISC,13     !contrainte (axiale) directe
ETABLE,Sxdj_b_1,SMISC,15     !contrainte (axiale) directe

ETABLE,Sxfi_b_1,SMISC,90     !contrainte axiale maximale aux bords due à la flexion
ETABLE,Sxfj_b_1,SMISC,92

ETABLE,Scti_b_1,SMISC,14     !contrainte de cisaillement du au moment de torsion
ETABLE,Sctj_b_1,SMISC,16

ETABLE,Scqi_b_1,SMISC,91     !contrainte de cisaillement à l'effort tranchant
ETABLE,Scqj_b_1,SMISC,93

ETABLE,Fxi_b_1,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Fxj_b_1,SMISC,7

ETABLE,Fyi_b_1,SMISC,2       !effort tranchant en y
ETABLE,Fyj_b_1,SMISC,8

ETABLE,Fzi_b_1,SMISC,3       !effort tranchant en z

```

## ANNEXES

---

```
ETABLE,Fzj_b_1,SMISC,9

ETABLE,Mxi_b_1,SMISC,4      !moment de torsion
ETABLE,Mxj_b_1,SMISC,10

ETABLE,Myi_b_1,SMISC,5      !moment de flexion en y
ETABLE,Myj_b_1,SMISC,11

ETABLE,Mzi_b_1,SMISC,6      !moment de flexion en z
ETABLE,Mzj_b_1,SMISC,12

ESORT,Sxdi_b_1,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxdMax_b_1,SORT,,MAX    !trouver le maximum
*GET,SxdMaxE_b_1,SORT,,IMAX  !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxdMin_b_1,SORT,,MIN    !minimum
*GET,SxdMinE_b_1,SORT,,IMIN  !élément minimum
EUSORT                      !remet le tableau en ordre initial

ESORT,Sxfi_b_1,,1
*GET,SxfMax_b_1,SORT,,MAX
*GET,SxfMaxE_b_1,SORT,,IMAX
*GET,SxfMin_b_1,SORT,,MIN
*GET,SxfMinE_b_1,SORT,,IMIN
EUSORT

ESORT,Scti_b_1,,1
*GET,SctMax_b_1,SORT,,MAX
*GET,SctMaxE_b_1,SORT,,IMAX
*GET,SctMin_b_1,SORT,,MIN
*GET,SctMinE_b_1,SORT,,IMIN
EUSORT

ESORT,Scqi_b_1,,1
*GET,ScqMax_b_1,SORT,,MAX
*GET,ScqMaxE_b_1,SORT,,IMAX
*GET,ScqMin_b_1,SORT,,MIN
*GET,ScqMinE_b_1,SORT,,IMIN
EUSORT

ESORT,Fxi_b_1,,1
*GET,FxMax_b_1,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_b_1,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_b_1,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_b_1,SORT,,IMIN
EUSORT

ESORT,Fyi_b_1,,1
*GET,FyMax_b_1,SORT,,MAX
*GET,FyMaxE_b_1,SORT,,IMAX
*GET,FyMin_b_1,SORT,,MIN
*GET,FyMinE_b_1,SORT,,IMIN
EUSORT
```



```

ESORT,Fzi_b_1,,1
*GET,FzMax_b_1, SORT,,MAX
*GET,FzMaxE_b_1, SORT,,IMAX
*GET,FzMin_b_1, SORT,,MIN
*GET,FzMinE_b_1, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_b_1,,1
*GET,MzMax_b_1, SORT,,MAX
*GET,MzMaxE_b_1, SORT,,IMAX
*GET,MzMin_b_1, SORT,,MIN
*GET,MzMinE_b_1, SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValBC1,,1,5
*VFILL,ValBC1(1,1),DATA,SxdMax_b_1*m
*VFILL,ValBC1(1,2),DATA,SxdMin_b_1*m
*VFILL,ValBC1(1,3),DATA,SxdMin_b_1/SxdMax_b_1
*VFILL,ValBC1(1,4),DATA,SxdMax_b_1*m/stb
*VFILL,ValBC1(1,5),DATA,SxdMin_b_1*m/stb
*DIM,ValBF1,,3,2
*VFILL,ValBF1(1,1),DATA,FxMax_b_1,FzMax_b_1,MzMax_b_1
*VFILL,ValBF1(1,2),DATA,FxMin_b_1,FzMin_b_1,MzMin_b_1

!..... résultats tablier .....
ESEL,S,ELEM,,te,te+nt-1,1 !sélection des éléments du tablier

ETABLE,Sx_t_1,S,X           !contraintes axiales
ETABLE,Sy_t_1,S,Y
ETABLE,Sz_t_1,S,Z

ETABLE,Sxy_t_1,S,XY        !contraintes de cisaillement
ETABLE,Syz_t_1,S,YZ

ETABLE,Fx_t_1,SMISC,1      !forces dans le plan du tablier
ETABLE,Fy_t_1,SMISC,2
ETABLE,Fxy_t_1,SMISC,3

ETABLE,Mx_t_1,SMISC,4      !moments
ETABLE,My_t_1,SMISC,5
ETABLE,Mxy_t_1,SMISC,6

ETABLE,Nx_t_1,SMISC,7      !forces transversales au plan du tablier
ETABLE,Ny_t_1,SMISC,8

ESORT,Sx_t_1,,1           !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_t_1, SORT,,MAX   !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_t_1, SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait

```

```
*GET,SxMin_t_1, SORT,, MIN      !minimum
*GET,SxMinE_t_1, SORT,, IMIN    !élément minimum
EUSORT                          !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Sy_t_1,, ,1
*GET,SyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,SyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,SyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,SyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Sz_t_1,, ,1
*GET,SzMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,SzMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,SzMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,SzMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Sxy_t_1,, ,1
*GET,SxyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,SxyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,SxyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,SxyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Syz_t_1,, ,1
*GET,SyzMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,SyzMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,SyzMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,SyzMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Fx_t_1,, ,1
*GET,FxMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,FxMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,FxMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,FxMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Fy_t_1,, ,1
*GET,FyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,FyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,FyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,FyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Fxy_t_1,, ,1
*GET,FxyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,FxyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,FxyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,FxyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Mx_t_1,, ,1
*GET,MxMax_t_1, SORT,, MAX
```

```

*GET,MxMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,MxMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,MxMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,My_t_1,, ,1
*GET,MyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,MyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,MyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,MyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Mxy_t_1,, ,1
*GET,MxyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,MxyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,MxyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,MxyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Nx_t_1,, ,1
*GET,NxMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,NxMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,NxMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,NxMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Ny_t_1,, ,1
*GET,NyMax_t_1, SORT,, MAX
*GET,NyMaxE_t_1, SORT,, IMAX
*GET,NyMin_t_1, SORT,, MIN
*GET,NyMinE_t_1, SORT,, IMIN
EUSORT

*DIM,ValTC1,, 3,5
*VFILL,ValTC1(1,1),DATA,SxMax_t_1*m,SyMax_t_1*m,SyzMax_t_1*m
*VFILL,ValTC1(1,2),DATA,SxMin_t_1*m,SyMin_t_1*m,SyzMin_t_1*m
*VFILL,ValTC1(1,3),DATA,SxMin_t_1/SxMax_t_1,SyMin_t_1/SyMax_t_1,SyzMin_t_1/SyzMax_t_1
*VFILL,ValTC1(1,4),DATA,SxMax_t_1*m/stpt,SyMax_t_1*m/strt,SyzMax_t_1*m/sct
*VFILL,ValTC1(1,5),DATA,SxMin_t_1*m/stpt,SyMin_t_1*m/strt,SyzMin_t_1*m/sct
*DIM,ValTF1,, 4,2
*VFILL,ValTF1(1,1),DATA,FxMax_t_1,FyMax_t_1,MxMax_t_1,MyMax_t_1
*VFILL,ValTF1(1,2),DATA,FxMin_t_1,FyMin_t_1,MxMin_t_1,MyMin_t_1

!..... résultats flèche .....
NSEL,S,NODE,,cn1,cn1+(nc-1)*2-1,1 !sélection des éléments du tablier

NSORT,U,Y,0,1
*GET,UyMax_1, SORT,, MAX
*GET,UyMaxN_1, SORT,, IMAX
NUSORT

```

ANNEXES

---

```

*DIM,ValF1,,1,2
*VFILL,ValF1(1,1),DATA,UyMax_1
*VFILL,ValF1(1,2),DATA,UyMaxN_1

!..... tableau des résultats .....
/OUTPUT,,ta1      !tableau dans un fichier 'FILENAME.ta1'
/COM
/COM,----- Résumé des résultats -----
/COM,      Structure avec tablier
/COM,----- Loadstep 1 - Précontrainte -----
/COM
/COM,..... Contraintes [MPa] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3),Tete(1,4),Tete(1,5),Tete(1,6)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15,' ',A9,' ',A9,' ',A9)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabAC(1),ValAC1(1,1),ValAC1(1,2),ValAC1(1,3),ValAC1(1,4),ValAC1(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCC(1),ValCC1(1,1),ValCC1(1,2),ValCC1(1,3),ValCC1(1,4),ValCC1(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHC(1),ValHC1(1,1),ValHC1(1,2),ValHC1(1,3),ValHC1(1,4),ValHC1(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBC(1),ValBC1(1,1),ValBC1(1,2),ValBC1(1,3),ValBC1(1,4),ValBC1(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTC(1),ValTC1(1,1),ValTC1(1,2),ValTC1(1,3),ValTC1(1,4),ValTC1(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
/COM
/COM,..... Forces [N], Moments [Nm] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)

```

```

*VWRITE,LabAF(1),ValAF1(1,1),ValAF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCF(1),ValCF1(1,1),ValCF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHF(1),ValHF1(1,1),ValHF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBF(1),ValBF1(1,1),ValBF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTF(1),ValTF1(1,1),ValTF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM
/COM,..... Flèche [m] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,7)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
/COM
*VWRITE,LabF(1),ValF1(1,1),ValF1(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM
/COM,-----
/OUTPUT

!..... déplacement des coordonnées par la précontrainte .....
***
nns=nna1+nna2+nnc          !nombre de noeuds selectionés

*DIM,CoordX0,,nns
*DIM,CoordY0,,nns
*DIM,CoordZ0,,nns

n=1
*DO,i,1,na+1
  *IF,SelA1(i),GT,0,THEN

```

```
*VGET,CoordXO(n),NODE,an1-1+i,LOC,X
*vGET,CoordYO(n),NODE,an1-1+i,LOC,Y
*vGET,CoordZO(n),NODE,an1-1+i,LOC,Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO
```

```
n=nna1+1
*DO,i,1,na+1
*IF,SelA2(i),GT,0,THEN
*vGET,CoordXO(n),NODE,an2-1+i,LOC,X
*vGET,CoordYO(n),NODE,an2-1+i,LOC,Y
*vGET,CoordZO(n),NODE,an2-1+i,LOC,Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO
```

```
n=nna1+nna2+1
*DO,i,1,nnc
*IF,SelC(i),GT,0,THEN
*vGET,CoordXO(n),NODE,cn1-1+i,LOC,X
*vGET,CoordYO(n),NODE,cn1-1+i,LOC,Y
*vGET,CoordZO(n),NODE,cn1-1+i,LOC,Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO
***
```

```
*DIM,DeplX1,,nns
*DIME,DeplY1,,nns
*DIME,DeplZ1,,nns
```

```
n=1
*DO,i,1,na+1
*IF,SelA1(i),GT,0,THEN
*vGET,DeplX1(n),NODE,an1-1+i,U,X
*vGET,DeplY1(n),NODE,an1-1+i,U,Y
*vGET,DeplZ1(n),NODE,an1-1+i,U,Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO
```

```
n=nna1+1
*DO,i,1,na+1
*IF,SelA2(i),GT,0,THEN
*vGET,DeplX1(n),NODE,an2-1+i,U,X
*vGET,DeplY1(n),NODE,an2-1+i,U,Y
```

```

*VGET, Dep1Z1(n), NODE, an2-1+i, U, Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO

n=nna1+nna2+1
*DO, i, 1, nnc
*IF, SelC(i), GT, 0, THEN
*VGET, Dep1X1(n), NODE, cn1-1+i, U, X
*VGET, Dep1Y1(n), NODE, cn1-1+i, U, Y
*VGET, Dep1Z1(n), NODE, cn1-1+i, U, Z
n=n+1
*ENDIF
*ENDDO

*DIM, DepX1, , nns
*VOPER, DepX1(1), Dep1X1(1), GATH, OrdreN(1)
*DIM, DepY1, , nns
*VOPER, DepY1(1), Dep1Y1(1), GATH, OrdreN(1)
*DIM, DepZ1, , nns
*VOPER, DepZ1(1), Dep1Z1(1), GATH, OrdreN(1)

*DIM, CooX1, , nns
*VOPER, CooX1(1), CooX0(1), ADD, DepX1(1)
*DIM, CooY1, , nns
*VOPER, CooY1(1), CooY0(1), ADD, Dep1Y1(1)
*DIM, CooZ1, , nns
*VOPER, CooZ1(1), CooZ0(1), ADD, Dep1Z1(1)

!..... forces et contraintes dans les cables et haubans .....
*DIM, Con_1, , nes
*DIM, For_1, , nes

n=1
*DO, i, ce1, ce2-1+nc !Contraintes et forces dans les cables
*GET, Con_1(n), ELEM, i, ETAB, Sx_c_1
*GET, For_1(n), ELEM, i, ETAB, Fx_c_1
n=n+1
*ENDDO

*DO, i, he1, he2-1+nh !Contraintes et forces dans les haubans
*GET, Con_1(n), ELEM, i, ETABLE, Sx_h_1
*GET, For_1(n), ELEM, i, ETABLE, Fx_h_1
n=n+1
*ENDDO

*DIM, Cont1, , nes

```

## ANNEXES

---

```
*VOPER,Cont1(1),Con_1(1),GATH,OrdreE(1)
*DIM,Forc1,,nes
*VOPER,Forc1(1),For_1(1),GATH,OrdreE(1)

*ENDIF

!::: résultats pour l'étape de chargement 2 ::::::::::::::::::::::::::::::::::::
SET,NEXT,,,,,

*IF,ch,EQ,0,THEN
!..... résultats arche .....
ESEL,S,ELEM,,ae1,ae1+na-1,1 !sélection des éléments de l'arche
ESEL,A,ELEM,,ae2,ae2+na-1,1

ETABLE,Sx_a_2,LS,1      !component stress - initial strains
ETABLE,Sy_a_2,LS,2
ETABLE,Sz_a_2,LS,3

ETABLE,Sxy_a_2,LS,4
ETABLE,Syz_a_2,LS,5
ETABLE,Szx_a_2,LS,6

ETABLE,Fxi_a_2,SMISC,1  !axial force
ETABLE,Fxj_a_2,SMISC,14

ETABLE,Myi_a_2,SMISC,2  !bending moments
ETABLE,Myj_a_2,SMISC,15

ETABLE,Mzi_a_2,SMISC,3
ETABLE,Mzj_a_2,SMISC,16

ETABLE,Mxi_a_2,SMISC,4  !torsional moments
ETABLE,Mxj_a_2,SMISC,17

ETABLE,Qzi_a_2,SMISC,5  !section shear forces
ETABLE,Qzj_a_2,SMISC,18

ETABLE,Qyi_a_2,SMISC,6
ETABLE,Qyj_a_2,SMISC,19

ETABLE,Exi_a_2,SMISC,7  !axial strain
ETABLE,Exj_a_2,SMISC,20

ETABLE,Kyi_a_2,SMISC,8  !curvature
ETABLE,Kyj_a_2,SMISC,21

ETABLE,Kzi_a_2,SMISC,9
```



```
ETABLE,Kzj_a_2,SMISC,22

ETABLE,Kxi_a_2,SMISC,10 !torsional strain
ETABLE,Kxj_a_2,SMISC,23

ETABLE,SEzi_a_2,SMISC,11 !section shear strains
ETABLE,SEzj_a_2,SMISC,24

ETABLE,SEyi_a_2,SMISC,12
ETABLE,SEyj_a_2,SMISC,25

ETABLE,AREAi_a_2,SMISC,13 !area of cross section
ETABLE,AREAj_a_2,SMISC,26

ETABLE,BMi_a_2,SMISC,27 !bi-moment
ETABLE,BMj_a_2,SMISC,29

ETABLE,BKi_a_2,SMISC,28 !bi-curvature
ETABLE,BKj_a_2,SMISC,30

ESORT,Sx_a_2,,1 !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_a_2,SMISC,,MAX !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_a_2,SMISC,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_a_2,SMISC,,MIN !minimum
*GET,SxMinE_a_2,SMISC,,IMIN !élément minimum
EUSORT !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Szx_a_2,,1
*GET,SzxMax_a_2,SMISC,,MAX
*GET,SzxMaxE_a_2,SMISC,,IMAX
*GET,SzxMin_a_2,SMISC,,MIN
*GET,SzxMinE_a_2,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Sxy_a_2,,1
*GET,SxyMax_a_2,SMISC,,MAX
*GET,SxyMaxE_a_2,SMISC,,IMAX
*GET,SxyMin_a_2,SMISC,,MIN
*GET,SxyMinE_a_2,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fxi_a_2,,1
*GET,FxMax_a_2,SMISC,,MAX
*GET,FxMaxE_a_2,SMISC,,IMAX
*GET,FxMin_a_2,SMISC,,MIN
*GET,FxMinE_a_2,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_a_2,,1
*GET,MzMax_a_2,SMISC,,MAX
*GET,MzMaxE_a_2,SMISC,,IMAX
```

## ANNEXES

---

```

*GET,MzMin_a_2,SORT,,MIN
*GET,MzMinE_a_2,SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValAC2,,2,5
*VFILL,ValAC2(1,1),DATA,SxMax_a_2*m,SxyMax_a_2*m
*VFILL,ValAC2(1,2),DATA,SxMin_a_2*m,SxyMin_a_2*m
*VFILL,ValAC2(1,3),DATA,SxMin_a_2/SxMax_a_2,SxyMin_a_2/SxyMax_a_2
*VFILL,ValAC2(1,4),DATA,SxMax_a_2*m/sta,SxyMax_a_2*m/sca
*VFILL,ValAC2(1,5),DATA,SxMin_a_2*m/sta,SxyMin_a_2*m/sca
*DIM,ValAF2,,2,2
*VFILL,ValAF2(1,1),DATA,FxMax_a_2,MzMax_a_2
*VFILL,ValAF2(1,2),DATA,FxMin_a_2,MzMin_a_2

!..... résultats cables .....
ESEL,S,ELEM,,ce1,ce1+nc-1,1 !sélection des éléments du cable
ESEL,A,ELEM,,ce2,ce2+nc-1,1

ETABLE,Sx_c_2,LS,1           !contraintes axiales
ETABLE,Fx_c_2,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Ee_c_2,LEPEL,1       !déformation élastique axiale
ETABLE,Ei_c_2,LEPTH,3       !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_c_2,,1             !ranger les valeurs des contr. axiales
  *GET,SxMax_c_2,SORT,,MAX   !trouver le maximum
  *GET,SxMaxE_c_2,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
  *GET,SxMin_c_2,SORT,,MIN   !minimum
  *GET,SxMinE_c_2,SORT,,IMIN !élément minimum
EUSORT                       !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_c_2,,1
  *GET,FxMax_c_2,SORT,,MAX
  *GET,FxMaxE_c_2,SORT,,IMAX
  *GET,FxMin_c_2,SORT,,MIN
  *GET,FxMinE_c_2,SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValCC2,,1,5
*VFILL,ValCC2(1,1),DATA,SxMax_c_2*m
*VFILL,ValCC2(1,2),DATA,SxMin_c_2*m
*VFILL,ValCC2(1,3),DATA,SxMin_c_2/SxMax_c_2
*VFILL,ValCC2(1,4),DATA,SxMax_c_2*m/stc
*VFILL,ValCC2(1,5),DATA,SxMin_c_2*m/stc
*DIM,ValCF2,,1,2
*VFILL,ValCF2(1,1),DATA,FxMax_c_2
*VFILL,ValCF2(1,2),DATA,FxMin_c_2

!..... résultats haubans .....

```

```

ESEL,S,ELEM,,he1,he1+nh-1,1 !sélection des éléments des haubans
ESEL,A,ELEM,,he2,he2+nh-1,1

ETABLE,Sx_h_2,LS,1           !contraintes axiales
ETABLE,Fx_h_2,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Ee_h_2,LEPEL,1      !déformation élastique axiale
ETABLE,Ei_h_2,LEPTH,3      !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_h_2,,1           !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_h_2,SORT,,MAX    !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_h_2,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_h_2,SORT,,MIN   !minimum
*GET,SxMinE_h_2,SORT,,IMIN !élément minimum
EUSORT                     !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_h_2,,1
*GET,FxMax_h_2,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_h_2,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_h_2,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_h_2,SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValHC2,,1,5
*VFILL,ValHC2(1,1),DATA,SxMax_h_2*m
*VFILL,ValHC2(1,2),DATA,SxMin_h_2*m
*VFILL,ValHC2(1,3),DATA,SxMin_h_2/SxMax_h_2
*VFILL,ValHC2(1,4),DATA,SxMax_h_2*m/sth
*VFILL,ValHC2(1,5),DATA,SxMin_h_2*m/sth
*DIM,ValHF2,,1,2
*VFILL,ValHF2(1,1),DATA,FxMax_h_2
*VFILL,ValHF2(1,2),DATA,FxMin_h_2

!..... résultats barres .....
ESEL,S,ELEM,,be,be+nb-1,1 !sélection des éléments des barres

ETABLE,Sxdi_b_2,SMISC,13   !contrainte (axiale) directe
ETABLE,Sxdj_b_2,SMISC,15   !contrainte (axiale) directe

ETABLE,Sxfi_b_2,SMISC,90   !contrainte axiale maximale aux bords due à la flexion
ETABLE,Sxfj_b_2,SMISC,92

ETABLE,Scti_b_2,SMISC,14   !contrainte de cisaillement du au moment de torsion
ETABLE,Sctj_b_2,SMISC,16

ETABLE,Scqi_b_2,SMISC,91   !contrainte de cisaillement à l'effort tranchant
ETABLE,Scqj_b_2,SMISC,93

ETABLE,Fxi_b_2,SMISC,1     !force axiale

```

```
ETABLE,Fxj_b_2,SMISC,7

ETABLE,Fyi_b_2,SMISC,2      !effort tranchant en y
ETABLE,Fyj_b_2,SMISC,8

ETABLE,Fzi_b_2,SMISC,3      !effort tranchant en z
ETABLE,Fzj_b_2,SMISC,9

ETABLE,Mxi_b_2,SMISC,4      !moment de torsion
ETABLE,Mxj_b_2,SMISC,10

ETABLE,Myi_b_2,SMISC,5      !moment de flexion en y
ETABLE,Myj_b_2,SMISC,11

ETABLE,Mzi_b_2,SMISC,6      !moment de flexion en z
ETABLE,Mzj_b_2,SMISC,12

ESORT,Sxdi_b_2,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxdMax_b_2,SORT,,MAX   !trouver le maximum
*GET,SxdMaxE_b_2,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxdMin_b_2,SORT,,MIN   !minimum
*GET,SxdMinE_b_2,SORT,,IMIN !élément minimum
EUSORT                      !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Sxfi_b_2,,1
*GET,SxfMax_b_2,SORT,,MAX
*GET,SxfMaxE_b_2,SORT,,IMAX
*GET,SxfMin_b_2,SORT,,MIN
*GET,SxfMinE_b_2,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Scti_b_2,,1
*GET,SctMax_b_2,SORT,,MAX
*GET,SctMaxE_b_2,SORT,,IMAX
*GET,SctMin_b_2,SORT,,MIN
*GET,SctMinE_b_2,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Scqi_b_2,,1
*GET,ScqMax_b_2,SORT,,MAX
*GET,ScqMaxE_b_2,SORT,,IMAX
*GET,ScqMin_b_2,SORT,,MIN
*GET,ScqMinE_b_2,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fxi_b_2,,1
*GET,FxMax_b_2,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_b_2,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_b_2,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_b_2,SORT,,IMIN
EUSORT
```

```

ESORT,Fyi_b_2,,1
*GET,FyMax_b_2, SORT,,MAX
*GET,FyMaxE_b_2, SORT,,IMAX
*GET,FyMin_b_2, SORT,,MIN
*GET,FyMinE_b_2, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fzi_b_2,,1
*GET,FzMax_b_2, SORT,,MAX
*GET,FzMaxE_b_2, SORT,,IMAX
*GET,FzMin_b_2, SORT,,MIN
*GET,FzMinE_b_2, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_b_2,,1
*GET,MzMax_b_2, SORT,,MAX
*GET,MzMaxE_b_2, SORT,,IMAX
*GET,MzMin_b_2, SORT,,MIN
*GET,MzMinE_b_2, SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValBC2,,1,5
*VFILL,ValBC2(1,1),DATA,SxdMax_b_2*m
*VFILL,ValBC2(1,2),DATA,SxdMin_b_2*m
*VFILL,ValBC2(1,3),DATA,SxdMin_b_2/SxdMax_b_2
*VFILL,ValBC2(1,4),DATA,SxdMax_b_2*m/stb
*VFILL,ValBC2(1,5),DATA,SxdMin_b_2*m/stb
*DIM,ValBF2,,3,2
*VFILL,ValBF2(1,1),DATA,FxMax_b_2,FzMax_b_2,MzMax_b_2
*VFILL,ValBF2(1,2),DATA,FxMin_b_2,FzMin_b_2,MzMin_b_2

!..... résultats tablier .....
ESEL,S,ELEM,,te,te+nt-1,1 !sélection des éléments du tablier

ETABLE,Sx_t_2,S,X          !contraintes axiales
ETABLE,Sy_t_2,S,Y
ETABLE,Sz_t_2,S,Z

ETABLE,Sxy_t_2,S,XY       !contraintes de cisaillement
ETABLE,Syz_t_2,S,YZ

ETABLE,Fx_t_2,SMISC,1     !forces dans le plan du tablier
ETABLE,Fy_t_2,SMISC,2
ETABLE,Fxy_t_2,SMISC,3

ETABLE,Mx_t_2,SMISC,4     !moments
ETABLE,My_t_2,SMISC,5
ETABLE,Mxy_t_2,SMISC,6

```

## ANNEXES

---

```
ETABLE,Nx_t_2,SMISC,7      !forces transversales au plan du tablier
ETABLE,Ny_t_2,SMISC,8

ESORT,Sx_t_2,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
  *GET,SxMax_t_2,SORT,,MAX  !trouver le maximum
  *GET,SxMaxE_t_2,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
  *GET,SxMin_t_2,SORT,,MIN  !minimum
  *GET,SxMinE_t_2,SORT,,IMIN !élément minimum
  EUSORT                   !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Sy_t_2,,1
  *GET,SyMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,SyMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,SyMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,SyMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Sz_t_2,,1
  *GET,SzMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,SzMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,SzMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,SzMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Sxy_t_2,,1
  *GET,SxyMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,SxyMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,SxyMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,SxyMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Syz_t_2,,1
  *GET,SyzMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,SyzMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,SyzMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,SyzMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Fx_t_2,,1
  *GET,FxMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,FxMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,FxMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,FxMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Fy_t_2,,1
  *GET,FyMax_t_2,SORT,,MAX
  *GET,FyMaxE_t_2,SORT,,IMAX
  *GET,FyMin_t_2,SORT,,MIN
  *GET,FyMinE_t_2,SORT,,IMIN
  EUSORT
ESORT,Fxy_t_2,,1
  *GET,FxyMax_t_2,SORT,,MAX
```

```

*GET ,FxyMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,FxyMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,FxyMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT
ESORT ,Mx_t_2 , , 1
*GET ,MxMax_t_2 ,SORT , , MAX
*GET ,MxMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,MxMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,MxMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT
ESORT ,My_t_2 , , 1
*GET ,MyMax_t_2 ,SORT , , MAX
*GET ,MyMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,MyMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,MyMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT
ESORT ,Mxy_t_2 , , 1
*GET ,MxyMax_t_2 ,SORT , , MAX
*GET ,MxyMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,MxyMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,MxyMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT
ESORT ,Nx_t_2 , , 1
*GET ,NxMax_t_2 ,SORT , , MAX
*GET ,NxMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,NxMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,NxMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT
ESORT ,Ny_t_2 , , 1
*GET ,NyMax_t_2 ,SORT , , MAX
*GET ,NyMaxE_t_2 ,SORT , , IMAX
*GET ,NyMin_t_2 ,SORT , , MIN
*GET ,NyMinE_t_2 ,SORT , , IMIN
EUSORT

*DIM ,ValTC2 , , 3 , 5
*VFILL ,ValTC2(1,1) ,DATA ,SxMax_t_2*m ,SyMax_t_2*m ,SyzMax_t_2*m
*VFILL ,ValTC2(1,2) ,DATA ,SxMin_t_2*m ,SyMin_t_2*m ,SyzMin_t_2*m
*VFILL ,ValTC2(1,3) ,DATA ,SxMin_t_2/SxMax_t_2 ,SyMin_t_2/SyMax_t_2 ,SyzMin_t_2/SyzMax_t_2
*VFILL ,ValTC2(1,4) ,DATA ,SxMax_t_2*m/stpt ,SyMax_t_2*m/strt ,SyzMax_t_2*m/sct
*VFILL ,ValTC2(1,5) ,DATA ,SxMin_t_2*m/stpt ,SyMin_t_2*m/strt ,SyzMin_t_2*m/sct
*DIM ,ValTF2 , , 4 , 2
*VFILL ,ValTF2(1,1) ,DATA ,FxMax_t_2 ,FyMax_t_2 ,MxMax_t_2 ,MyMax_t_2
*VFILL ,ValTF2(1,2) ,DATA ,FxMin_t_2 ,FyMin_t_2 ,MxMin_t_2 ,MyMin_t_2

!..... résultats flèche .....
NSEL ,S ,NODE , , cn1 ,cn1+(nc-1)*2-1 ,1 !sélection des éléments du tablier

```

```
NSORT,U,Y,0,1
  *GET,UyMax_2,SORT,,MAX
  *GET,UyMaxN_2,SORT,,IMAX
NUSORT

*DIM,ValF2,,1,2
*VFILL,ValF2(1,1),DATA,UyMax_2
*VFILL,ValF2(1,2),DATA,UyMaxN_2

!..... tableau des résultats .....
/OUTPUT,,ta2      !tableau dans un fichier 'FILENAME.ta2'
/COM,
/COM,----- Résumé des résultats -----
/COM,          Structure avec tablier
/COM,----- Loadstep 2 - Poids propre -----
/COM,
/COM,..... Contraintes [MPa] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3),Tete(1,4),Tete(1,5),Tete(1,6)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15,' ',A9,' ',A9,' ',A9)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabAC(1),ValAC2(1,1),ValAC2(1,2),ValAC2(1,3),ValAC2(1,4),ValAC2(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCC(1),ValCC2(1,1),ValCC2(1,2),ValCC2(1,3),ValCC2(1,4),ValCC2(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHC(1),ValHC2(1,1),ValHC2(1,2),ValHC2(1,3),ValHC2(1,4),ValHC2(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBC(1),ValBC2(1,1),ValBC2(1,2),ValBC2(1,3),ValBC2(1,4),ValBC2(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTC(1),ValTC2(1,1),ValTC2(1,2),ValTC2(1,3),ValTC2(1,4),ValTC2(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
/COM
```



```

/COM,..... Forces [N], Moments [Nm] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabAF(1),ValAF2(1,1),ValAF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCF(1),ValCF2(1,1),ValCF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHF(1),ValHF2(1,1),ValHF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBF(1),ValBF2(1,1),ValBF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTF(1),ValTF2(1,1),ValTF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM
/COM,..... Flèche [m] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,7)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
/COM
*VWRITE,LabF(1),ValF2(1,1),ValF2(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM
/COM,-----
/OUTPUT

!..... déplacement des coordonnées par le poids propre .....
*DIM,DeplX2,,nns
*DIM,DeplY2,,nns
*DIM,DeplZ2,,nns

```

```
n=1
*DO,i,1,na+1
  *IF,SelA1(i),GT,0,THEN
    *VGET,DeplX2(n),NODE,an1-1+i,U,X
    *VGET,DeplY2(n),NODE,an1-1+i,U,Y
    *VGET,DeplZ2(n),NODE,an1-1+i,U,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

n=nna1+1
*DO,i,1,na+1
  *IF,SelA2(i),GT,0,THEN
    *VGET,DeplX2(n),NODE,an2-1+i,U,X
    *VGET,DeplY2(n),NODE,an2-1+i,U,Y
    *VGET,DeplZ2(n),NODE,an2-1+i,U,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

n=nna1+nna2+1
*DO,i,1,nnc
  *IF,SelC(i),GT,0,THEN
    *VGET,DeplX2(n),NODE,cn1-1+i,U,X
    *VGET,DeplY2(n),NODE,cn1-1+i,U,Y
    *VGET,DeplZ2(n),NODE,cn1-1+i,U,Z
    n=n+1
  *ENDIF
*ENDDO

*DIM,DepX2,,nns
*VOPER,DepX2(1),DeplX2(1),GATH,OrdreN(1)
*DIM,DepY2,,nns
*VOPER,DepY2(1),DeplY2(1),GATH,OrdreN(1)
*DIM,DepZ2,,nns
*VOPER,DepZ2(1),DeplZ2(1),GATH,OrdreN(1)

*DIM,CooX2,,nns
*VOPER,CooX2(1),CooX0(1),ADD,DepX2(1)
*DIM,CooY2,,nns
*VOPER,CooY2(1),CooY0(1),ADD,DepY2(1)
*DIM,CooZ2,,nns
*VOPER,CooZ2(1),CooZ0(1),ADD,DepZ2(1)

!..... forces et contraintes dans les cables et haubans .....
*DIM,Con_2,,nes
*DIM,For_2,,nes
```

```

n=1
*DO,i,ce1,ce2-1+nc !Contraintes et forces dans les cables
  *GET,Con_2(n),ELEM,i,ETAB,Sx_c_2
  *GET,For_2(n),ELEM,i,ETAB,Fx_c_2
  n=n+1
*ENDDO

*DO,i,he1,he2-1+nh !Contraintes et forces dans les haubans
  *GET,Con_2(n),ELEM,i,ETABLE,Sx_h_2
  *GET,For_2(n),ELEM,i,ETABLE,Fx_h_2
  n=n+1
*ENDDO

*DIM,Cont2,,nes
*VOPER,Cont2(1),Con_2(1),GATH,OrdreE(1)
*DIM,Forc2,,nes
*VOPER,Forc2(1),For_2(1),GATH,OrdreE(1)

!..... coordonnées pour implémenter dans le programme d'optimisation SCILAB ..
/OUTPUT,,coo !tableau dans un fichier 'FILENAME.coo'
/COM,
/COM,----- Résumé des coordonnées pour SCILAB -----
/COM,      Structure avec tablier
/COM,      Calcul %tit%, précontrainte et poids propre
/COM,----- Loadstep 1 et 2 -----
/COM,
/COM,..... Coordonées [m] .....
/COM
/COM,..... Initiales
*VWRITE,LabCoo0(1),LabCoo0(2),LabCoo0(3)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,CooX0(1),CooY0(1),CooZ0(1)
(1x,G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5)
/COM
/COM,..... Précontrainte
*VWRITE,LabCoo1(1),LabCoo1(2),LabCoo1(3),LabCoo1(4),LabCoo1(5),LabCoo1(6)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,DepX1(1),CooX1(1),DepY1(1),CooY1(1),DepZ1(1),CooZ1(1)
(1x,G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5)
/COM
/COM,..... Poids propre
*VWRITE,LabCoo2(1),LabCoo2(2),LabCoo2(3),LabCoo2(4),LabCoo2(5),LabCoo2(6)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,DepX2(1),CooX2(1),DepY2(1),CooY2(1),DepZ2(1),CooZ2(1)
(1x,G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5)
/COM

```

## ANNEXES

---

```
/COM,..... Forces [N] et Contraintes [N/m2]
/COM
*VWRITE,LabElem(1,1),LabElem(1,2),LabElem(1,3),LabElem(1,4),LabElem(1,5)
(1x,A9,' ',A15,' ',A15,' ',A15,' ',A15)
*VWRITE,LabE(1),Forc1(1),Cont1(1),Forc2(1),Cont2(1)
(1x,A9,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM,-----
/OUTPUT

*ENDIF

!::: résultats pour l'étape de chargement 3 ::::::::::::::::::::::::::::::
*IF,ch,GT,0,THEN

SET,NEXT,,,,,

!..... résultats arche .....
ESEL,S,ELEM,,ae1,ae1+na-1,1 !sélection des éléments de l'arche
ESEL,A,ELEM,,ae2,ae2+na-1,1

ETABLE,Sx_a_3,LS,1      !component stress - initial strains
ETABLE,Sy_a_3,LS,2
ETABLE,Sz_a_3,LS,3

ETABLE,Sxy_a_3,LS,4
ETABLE,Syz_a_3,LS,5
ETABLE,Szx_a_3,LS,6

ETABLE,Fxi_a_3,SMISC,1  !axial force
ETABLE,Fxj_a_3,SMISC,14

ETABLE,Myi_a_3,SMISC,2  !bending moments
ETABLE,Myj_a_3,SMISC,15

ETABLE,Mzi_a_3,SMISC,3
ETABLE,Mzj_a_3,SMISC,16

ETABLE,Mxi_a_3,SMISC,4  !torsional moments
ETABLE,Mxj_a_3,SMISC,17

ETABLE,Qzi_a_3,SMISC,5  !section shear forces
ETABLE,Qzj_a_3,SMISC,18

ETABLE,Qyi_a_3,SMISC,6
ETABLE,Qyj_a_3,SMISC,19
```

```
ETABLE,Exi_a_3,SMISC,7    !axial strain
ETABLE,Exj_a_3,SMISC,20

ETABLE,Kyi_a_3,SMISC,8    !curvature
ETABLE,Kyj_a_3,SMISC,21

ETABLE,Kzi_a_3,SMISC,9
ETABLE,Kzj_a_3,SMISC,22

ETABLE,Kxi_a_3,SMISC,10   !torsional strain
ETABLE,Kxj_a_3,SMISC,23

ETABLE,SEzi_a_3,SMISC,11 !section shear strains
ETABLE,SEzj_a_3,SMISC,24

ETABLE,SEyi_a_3,SMISC,12
ETABLE,SEyj_a_3,SMISC,25

ETABLE,AREAi_a_3,SMISC,13 !area of cross section
ETABLE,AREAj_a_3,SMISC,26

ETABLE,BMi_a_3,SMISC,27   !bi-moment
ETABLE,BMj_a_3,SMISC,29

ETABLE,BKi_a_3,SMISC,28   !bi-curvature
ETABLE,BKj_a_3,SMISC,30

ESORT,Sx_a_3,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_a_3,SMISC,,MAX !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_a_3,SMISC,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_a_3,SMISC,,MIN !minimum
*GET,SxMinE_a_3,SMISC,,IMIN !élément minimum
EUSORT                   !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Szx_a_3,,1
*GET,SzxMax_a_3,SMISC,,MAX
*GET,SzxMaxE_a_3,SMISC,,IMAX
*GET,SzxMin_a_3,SMISC,,MIN
*GET,SzxMinE_a_3,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Sxy_a_3,,1
*GET,SxyMax_a_3,SMISC,,MAX
*GET,SxyMaxE_a_3,SMISC,,IMAX
*GET,SxyMin_a_3,SMISC,,MIN
*GET,SxyMinE_a_3,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fxi_a_3,,1
*GET,FxMax_a_3,SMISC,,MAX
```

## ANNEXES

---

```

*GET,FxMaxE_a_3, SORT,, IMAX
*GET,FxMin_a_3, SORT,, MIN
*GET,FxMinE_a_3, SORT,, IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_a_3,, 1
*GET,MzMax_a_3, SORT,, MAX
*GET,MzMaxE_a_3, SORT,, IMAX
*GET,MzMin_a_3, SORT,, MIN
*GET,MzMinE_a_3, SORT,, IMIN
EUSORT

*DIM,ValAC3,, 2, 5
*VFILL,ValAC3(1,1),DATA,SxMax_a_3*m,SxyMax_a_3*m
*VFILL,ValAC3(1,2),DATA,SxMin_a_3*m,SxyMin_a_3*m
*VFILL,ValAC3(1,3),DATA,SxMin_a_3/SxMax_a_3,SxyMin_a_3/SxyMax_a_3
*VFILL,ValAC3(1,4),DATA,SxMax_a_3*m/sta,SxyMax_a_3*m/sca
*VFILL,ValAC3(1,5),DATA,SxMin_a_3*m/sta,SxyMin_a_3*m/sca
*DIM,ValAF3,, 2, 2
*VFILL,ValAF3(1,1),DATA,FxMax_a_3,MzMax_a_3
*VFILL,ValAF3(1,2),DATA,FxMin_a_3,MzMin_a_3

!..... résultats cables .....
ESEL,S,ELEM,,ce1,ce1+nc-1,1 !sélection des éléments du cable
ESEL,A,ELEM,,ce2,ce2+nc-1,1

ETABLE,Sx_c_3,LS,1          !contraintes axiales
ETABLE,Fx_c_3,SMISC,1      !force axiale
ETABLE,Ee_c_3,LEPEL,1     !déformation élastique axiale
ETABLE,Ei_c_3,LEPTH,3     !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_c_3,, 1          !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_c_3, SORT,, MAX !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_c_3, SORT,, IMAX !élément où la valeur maximale apparaît
*GET,SxMin_c_3, SORT,, MIN !minimum
*GET,SxMinE_c_3, SORT,, IMIN !élément minimum
EUSORT                    !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_c_3,, 1
*GET,FxMax_c_3, SORT,, MAX
*GET,FxMaxE_c_3, SORT,, IMAX
*GET,FxMin_c_3, SORT,, MIN
*GET,FxMinE_c_3, SORT,, IMIN
EUSORT

*DIM,ValCC3,, 1, 5
*VFILL,ValCC3(1,1),DATA,SxMax_c_3*m
*VFILL,ValCC3(1,2),DATA,SxMin_c_3*m
*VFILL,ValCC3(1,3),DATA,SxMin_c_3/SxMax_c_3

```

```

*VFILL,ValCC3(1,4),DATA,SxMax_c_3*m/stc
*VFILL,ValCC3(1,5),DATA,SxMin_c_3*m/stc
*DIM,ValCF3,,1,2
*VFILL,ValCF3(1,1),DATA,FxMax_c_3
*VFILL,ValCF3(1,2),DATA,FxMin_c_3

!..... résultats haubans .....
ESEL,S,ELEM,,he1,he1+nh-1,1 !sélection des éléments des haubans
ESEL,A,ELEM,,he2,he2+nh-1,1

ETABLE,Sx_h_3,LS,1          !contraintes axiales
ETABLE,Fx_h_3,SMISC,1      !force axiale
ETABLE,Ee_h_3,LEPEL,1     !déformation élastique axiale
ETABLE,Ei_h_3,LEPTH,3     !déformation axiale initiale

ESORT,Sx_h_3,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
  *GET,SxMax_h_3,SORT,,MAX  !trouver le maximum
  *GET,SxMaxE_h_3,SORT,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
  *GET,SxMin_h_3,SORT,,MIN  !minimum
  *GET,SxMinE_h_3,SORT,,IMIN !élément minimum
  EUSORT                    !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Fx_h_3,,1
  *GET,FxMax_h_3,SORT,,MAX
  *GET,FxMaxE_h_3,SORT,,IMAX
  *GET,FxMin_h_3,SORT,,MIN
  *GET,FxMinE_h_3,SORT,,IMIN
  EUSORT

*DIM,ValHC3,,1,5
*VFILL,ValHC3(1,1),DATA,SxMax_h_3*m
*VFILL,ValHC3(1,2),DATA,SxMin_h_3*m
*VFILL,ValHC3(1,3),DATA,SxMin_h_3/SxMax_h_3
*VFILL,ValHC3(1,4),DATA,SxMax_h_3*m/sth
*VFILL,ValHC3(1,5),DATA,SxMin_h_3*m/sth
*DIM,ValHF3,,1,2
*VFILL,ValHF3(1,1),DATA,FxMax_h_3
*VFILL,ValHF3(1,2),DATA,FxMin_h_3

!..... résultats barres .....
ESEL,S,ELEM,,be,be+nb-1,1 !sélection des éléments des barres

ETABLE,Sxdi_b_3,SMISC,13   !contrainte (axiale) directe
ETABLE,Sxdj_b_3,SMISC,15   !contrainte (axiale) directe

ETABLE,Sxfi_b_3,SMISC,90   !contrainte axiale maximale aux bords due à la flexion
ETABLE,Sxfj_b_3,SMISC,92

```

## ANNEXES

---

```
ETABLE,Scti_b_3,SMISC,14      !contrainte de cisaillement du au moment de torsion
ETABLE,Sctj_b_3,SMISC,16

ETABLE,Scqi_b_3,SMISC,91     !contrainte de cisaillement à l'effort tranchant
ETABLE,Scqj_b_3,SMISC,93

ETABLE,Fxi_b_3,SMISC,1       !force axiale
ETABLE,Fxj_b_3,SMISC,7

ETABLE,Fyi_b_3,SMISC,2      !effort tranchant en y
ETABLE,Fyj_b_3,SMISC,8

ETABLE,Fzi_b_3,SMISC,3      !effort tranchant en z
ETABLE,Fzj_b_3,SMISC,9

ETABLE,Mxi_b_3,SMISC,4      !moment de torsion
ETABLE,Mxj_b_3,SMISC,10

ETABLE,Myi_b_3,SMISC,5      !moment de flexion en y
ETABLE,Myj_b_3,SMISC,11

ETABLE,Mzi_b_3,SMISC,6      !moment de flexion en z
ETABLE,Mzj_b_3,SMISC,12

ESORT,Sxdi_b_3,,1          !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxdMax_b_3,SMISC,,MAX   !trouver le maximum
*GET,SxdMaxE_b_3,SMISC,,IMAX !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxdMin_b_3,SMISC,,MIN   !minimum
*GET,SxdMinE_b_3,SMISC,,IMIN !élément minimum
EUSORT                       !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Sxfi_b_3,,1
*GET,SxfMax_b_3,SMISC,,MAX
*GET,SxfMaxE_b_3,SMISC,,IMAX
*GET,SxfMin_b_3,SMISC,,MIN
*GET,SxfMinE_b_3,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Scti_b_3,,1
*GET,SctMax_b_3,SMISC,,MAX
*GET,SctMaxE_b_3,SMISC,,IMAX
*GET,SctMin_b_3,SMISC,,MIN
*GET,SctMinE_b_3,SMISC,,IMIN
EUSORT
ESORT,Scqi_b_3,,1
*GET,ScqMax_b_3,SMISC,,MAX
*GET,ScqMaxE_b_3,SMISC,,IMAX
*GET,ScqMin_b_3,SMISC,,MIN
*GET,ScqMinE_b_3,SMISC,,IMIN
```



```

EUSORT
ESORT,Fxi_b_3,,1
*GET,FxMax_b_3, SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_b_3, SORT,,IMAX
*GET,FxMin_b_3, SORT,,MIN
*GET,FxMinE_b_3, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fyi_b_3,,1
*GET,FyMax_b_3, SORT,,MAX
*GET,FyMaxE_b_3, SORT,,IMAX
*GET,FyMin_b_3, SORT,,MIN
*GET,FyMinE_b_3, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fzi_b_3,,1
*GET,FzMax_b_3, SORT,,MAX
*GET,FzMaxE_b_3, SORT,,IMAX
*GET,FzMin_b_3, SORT,,MIN
*GET,FzMinE_b_3, SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Mzi_b_3,,1
*GET,MzMax_b_3, SORT,,MAX
*GET,MzMaxE_b_3, SORT,,IMAX
*GET,MzMin_b_3, SORT,,MIN
*GET,MzMinE_b_3, SORT,,IMIN
EUSORT

*DIM,ValBC3,,1,5
*VFILL,ValBC3(1,1),DATA,SxdMax_b_3*m
*VFILL,ValBC3(1,2),DATA,SxdMin_b_3*m
*VFILL,ValBC3(1,3),DATA,SxdMin_b_3/SxdMax_b_3
*VFILL,ValBC3(1,4),DATA,SxdMax_b_3*m/stb
*VFILL,ValBC3(1,5),DATA,SxdMin_b_3*m/stb
*DIM,ValBF3,,3,2
*VFILL,ValBF3(1,1),DATA,FxMax_b_3,FzMax_b_3,MzMax_b_3
*VFILL,ValBF3(1,2),DATA,FxMin_b_3,FzMin_b_3,MzMin_b_3

!..... résultats tablier .....
ESEL,S,ELEM,,te,te+nt-1,1 !sélection des éléments du tablier

ETABLE,Sx_t_3,S,X          !contraintes axiales
ETABLE,Sy_t_3,S,Y
ETABLE,Sz_t_3,S,Z

ETABLE,Sxy_t_3,S,XY       !contraintes de cisaillement
ETABLE,Syz_t_3,S,YZ

ETABLE,Fx_t_3,SMISC,1     !forces dans le plan du tablier

```

## ANNEXES

---

```
ETABLE,Fy_t_3,SMISC,2
ETABLE,Fxy_t_3,SMISC,3

ETABLE,Mx_t_3,SMISC,4      !moments
ETABLE,My_t_3,SMISC,5
ETABLE,Mxy_t_3,SMISC,6

ETABLE,Nx_t_3,SMISC,7      !forces transversales au plan du tablier
ETABLE,Ny_t_3,SMISC,8

ESORT,Sx_t_3,,1      !ranger les valeurs des contr. axiales
*GET,SxMax_t_3,SORT,,MAX      !trouver le maximum
*GET,SxMaxE_t_3,SORT,,IMAX    !élément où la valeur maximale apparait
*GET,SxMin_t_3,SORT,,MIN      !minimum
*GET,SxMinE_t_3,SORT,,IMIN    !élément minimum
EUSORT                    !remet le tableau en ordre initial
ESORT,Sy_t_3,,1
*GET,SyMax_t_3,SORT,,MAX
*GET,SyMaxE_t_3,SORT,,IMAX
*GET,SyMin_t_3,SORT,,MIN
*GET,SyMinE_t_3,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Sz_t_3,,1
*GET,SzMax_t_3,SORT,,MAX
*GET,SzMaxE_t_3,SORT,,IMAX
*GET,SzMin_t_3,SORT,,MIN
*GET,SzMinE_t_3,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Sxy_t_3,,1
*GET,SxyMax_t_3,SORT,,MAX
*GET,SxyMaxE_t_3,SORT,,IMAX
*GET,SxyMin_t_3,SORT,,MIN
*GET,SxyMinE_t_3,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Syz_t_3,,1
*GET,SyzMax_t_3,SORT,,MAX
*GET,SyzMaxE_t_3,SORT,,IMAX
*GET,SyzMin_t_3,SORT,,MIN
*GET,SyzMinE_t_3,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fx_t_3,,1
*GET,FxMax_t_3,SORT,,MAX
*GET,FxMaxE_t_3,SORT,,IMAX
*GET,FxMin_t_3,SORT,,MIN
*GET,FxMinE_t_3,SORT,,IMIN
EUSORT
ESORT,Fy_t_3,,1
```

```

*GET ,FyMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,FyMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,FyMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,FyMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,Fxy_t_3, , ,1
*GET ,FxyMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,FxyMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,FxyMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,FxyMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,Mx_t_3, , ,1
*GET ,MxMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,MxMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,MxMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,MxMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,My_t_3, , ,1
*GET ,MyMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,MyMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,MyMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,MyMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,Mxy_t_3, , ,1
*GET ,MxyMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,MxyMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,MxyMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,MxyMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,Nx_t_3, , ,1
*GET ,NxMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,NxMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,NxMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,NxMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT
ESORT ,Ny_t_3, , ,1
*GET ,NyMax_t_3, SORT, ,MAX
*GET ,NyMaxE_t_3, SORT, ,IMAX
*GET ,NyMin_t_3, SORT, ,MIN
*GET ,NyMinE_t_3, SORT, ,IMIN
EUSORT

*DIM ,ValTC3, ,3,5
*VFILL ,ValTC3(1,1),DATA ,SxMax_t_3*m, SyMax_t_3*m, SyzMax_t_3*m
*VFILL ,ValTC3(1,2),DATA ,SxMin_t_3*m, SyMin_t_3*m, SyzMin_t_3*m
*VFILL ,ValTC3(1,3),DATA ,SxMin_t_3/SxMax_t_3, SyMin_t_3/SyMax_t_3, SyzMin_t_3/SyzMax_t_3
*VFILL ,ValTC3(1,4),DATA ,SxMax_t_3*m/stpt, SyMax_t_3*m/strt, SyzMax_t_3*m/sct

```

## ANNEXES

---

```

*VFILL,ValTC3(1,5),DATA,SxMin_t_3*m/stpt,SyMin_t_3*m/strt,SyzMin_t_3*m/sct
*DIM,ValTF3,,4,2
*VFILL,ValTF3(1,1),DATA,FxMax_t_3,FyMax_t_3,MxMax_t_3,MyMax_t_3
*VFILL,ValTF3(1,2),DATA,FxMin_t_3,FyMin_t_3,MxMin_t_3,MyMin_t_3

!..... résultats flèche .....
NSEL,S,NODE,,cn1,cn1+(nc-1)*2-1,1 !sélection des éléments du tablier

NSORT,U,Y,0,1
  *GET,UyMax_3,SORT,,MAX
  *GET,UyMaxN_3,SORT,,IMAX
NUSORT

*DIM,ValF3,,1,2
*VFILL,ValF3(1,1),DATA,UyMax_3
*VFILL,ValF3(1,2),DATA,UyMaxN_3

!..... tableau des résultats .....
/OUTPUT,,ta3          !tableau dans un fichier 'FILENAME.ta3'
/COM,
/COM,----- Résumé des résultats -----
/COM,          Structure avec tablier
/COM,          Calcul %tit%, chargement %ch%
/COM,----- Loadstep 3 -----
/COM,
/COM,..... Contraintes [MPa] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3),Tete(1,4),Tete(1,5),Tete(1,6)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15,' ',A9,' ',A9)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabAC(1),ValAC3(1,1),ValAC3(1,2),ValAC3(1,3),ValAC3(1,4),ValAC3(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCC(1),ValCC3(1,1),ValCC3(1,2),ValCC3(1,3),ValCC3(1,4),ValCC3(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHC(1),ValHC3(1,1),ValHC3(1,2),ValHC3(1,3),ValHC3(1,4),ValHC3(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBC(1),ValBC3(1,1),ValBC3(1,2),ValBC3(1,3),ValBC3(1,4),ValBC3(1,5)

```

```

(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTC(1),ValTC3(1,1),ValTC3(1,2),ValTC3(1,3),ValTC3(1,4),ValTC3(1,5)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6,' ',1F9.3,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
/COM
/COM,..... Forces [N], Moments [Nm] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
*VWRITE,LabA(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabAF(1),ValAF3(1,1),ValAF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabC(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabCF(1),ValCF3(1,1),ValCF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabH(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabHF(1),ValHF3(1,1),ValHF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabB(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabBF(1),ValBF3(1,1),ValBF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
*VWRITE,LabT(1)
(1x,A8)
*VWRITE,LabTF(1),ValTF3(1,1),ValTF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM
/COM,..... Flèche [m] .....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,7)
(1x,A8,' ',A15,' ',A15)
/COM
*VWRITE,LabF(1),ValF3(1,1),ValF3(1,2)
(1x,A8,' ',G15.6,' ',G15.6)
/COM
/COM

```

```
/COM,-----  
/OUTPUT  
  
!..... déplacement des coordonnées par le poids propre .....  
*DIM,DeplX3,,nns  
*DIM,DeplY3,,nns  
*DIM,DeplZ3,,nns  
  
n=1  
*DO,i,1,na+1  
  *IF,SelA1(i),GT,0,THEN  
    *VGET,DeplX3(n),NODE,an1-1+i,U,X  
    *VGET,DeplY3(n),NODE,an1-1+i,U,Y  
    *VGET,DeplZ3(n),NODE,an1-1+i,U,Z  
    n=n+1  
  *ENDIF  
*ENDDO  
  
n=nna1+1  
*DO,i,1,na+1  
  *IF,SelA2(i),GT,0,THEN  
    *VGET,DeplX3(n),NODE,an2-1+i,U,X  
    *VGET,DeplY3(n),NODE,an2-1+i,U,Y  
    *VGET,DeplZ3(n),NODE,an2-1+i,U,Z  
    n=n+1  
  *ENDIF  
*ENDDO  
  
n=nna1+nna2+1  
*DO,i,1,nnc  
  *IF,SelC(i),GT,0,THEN  
    *VGET,DeplX3(n),NODE,cn1-1+i,U,X  
    *VGET,DeplY3(n),NODE,cn1-1+i,U,Y  
    *VGET,DeplZ3(n),NODE,cn1-1+i,U,Z  
    n=n+1  
  *ENDIF  
*ENDDO  
  
*DIM,DepX3,,nns  
*VOPER,DepX3(1),DeplX3(1),GATH,OrdreN(1)  
*DIM,DepY3,,nns  
*VOPER,DepY3(1),DeplY3(1),GATH,OrdreN(1)  
*DIM,DepZ3,,nns  
*VOPER,DepZ3(1),DeplZ3(1),GATH,OrdreN(1)  
  
*DIM,CooX3,,nns  
*VOPER,CooX3(1),CooX0(1),ADD,DepX3(1)
```

```

*DIM,CooY3,,nns
*VOPER,CooY3(1),CooY0(1),ADD,DepY3(1)
*DIM,CooZ3,,nns
*VOPER,CooZ3(1),CooZ0(1),ADD,DepZ3(1)

!..... forces et contraintes dans les cables et haubans .....
*DIM,Con_3,,nes
*DIM,For_3,,nes

n=1
*DO,i,ce1,ce2-1+nc !Contraintes et forces dans les cables
  *GET,Con_3(n),ELEM,i,ETAB,Sx_c_3
  *GET,For_3(n),ELEM,i,ETAB,Fx_c_3
  n=n+1
*ENDDO

*DO,i,he1,he2-1+nh !Contraintes et forces dans les haubans
  *GET,Con_3(n),ELEM,i,ETABLE,Sx_h_3
  *GET,For_3(n),ELEM,i,ETABLE,Fx_h_3
  n=n+1
*ENDDO

*DIM,Cont3,,nes
*VOPER,Cont3(1),Con_3(1),GATH,OrdreE(1)
*DIM,Forc3,,nes
*VOPER,Forc3(1),For_3(1),GATH,OrdreE(1)

!..... coordonnées pour implémenter dans le programme d'optimisation SCILAB ..
/OUTPUT,,coo !tableau dans un fichier 'FILENAME.coo'
/COM,
/COM,----- Résumé des coordonées pour SCILAB -----
/COM,      Structure avec tablier
/COM,      Calcul %tit%, chargement %ch%
/COM,----- Loadstep 3 -----
/COM,
/COM,..... Coordonées avec chargement [m] .....
/COM
*VWRITE,LabCoo3(1),LabCoo3(2),LabCoo3(3),LabCoo3(4),LabCoo3(5),LabCoo3(6)
(1x,A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,DepX3(1),CooX3(1),DepY3(1),CooY3(1),DepZ3(1),CooZ3(1)
(1x,G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5,' ',G12.5)
/COM
/COM,..... Forces [N] et Contraintes [N/m2]
/COM
*VWRITE,LabElem(2,1),LabElem(2,2),LabElem(2,3)
(1x,A9,' ',A15,' ',A15)
*VWRITE,LabE(1),Forc3(1),Cont3(1)

```

```
(1x,A9,' ',G15.6,' ',G15.6,)
/COM
/COM,-----
/OUTPUT

*ENDIF

!.....
ESEL,ALL
NSSEL,ALL

AVPRIN,0,0          !specifies how principal and vector sums are to be calculated
PLNSOL,U,Y,0,1     !nodal plot déplacements verticaux

FINISH
```

#### A.2.4 Quatrième pas : analyse dynamique avec tablier

```
!*****
!***** quatrième étape *****
!***** ANALYSE DYNAMIQUE AVEC TABLIER *****
!*****
```

FINISH !cette commande evite des messages d'erreur en enchainant les étapes

```
*ASK,ch,sans charge0-complet1-moitié2-asymétrique3-une arche4-groupe5,0
*IF,ch,EQ,0,THEN
  nm=20          !nombre de modes à expandre
  tit='sans chargement'
*ELSEIF,ch,GT,0,AND,ch,LT,5
  *ASK,ms,masse statique répartie des piétons en [kg/m2],400
  *IF,ch,EQ,1,THEN
    nm=20
    tit='CdC 1.'
  *ELSEIF,ch,EQ,2
    nm=20
    tit='CdC 2.'
  *ELSEIF,ch,EQ,3
    nm=20
    tit='CdC 3.'
  *ELSEIF,ch,EQ,4
    nm=20
    tit='CdC 4.'
  *ENDIF
*ELSE
  *ASK,msg,masse statique d'un groupe de piétons pour un noeud [kg],400
```



```
*ASK,ng1,premier noeud de chargement,207
*ASK,ng2,deuxième noeud de chargement,214
  nm=20
  tit='avec groupe de piétons'
*ENDIF

*ASK,h,pour le calcul de la réponse harmonique taper '1' sinon '0',0
*IF,h,EQ,0,THEN
  /FILNAM,pas4_%ch%,1
  *IF,ch,EQ,0,THEN
    /TITLE,Analyse modale - structure sans chargement
  *ELSEIF,ch,EQ,1
    /TITLE,Analyse modale - structure avec chargement complet
  *ELSEIF,ch,EQ,2
    /TITLE,Analyse modale - structure avec chargement d'une moitié
  *ELSEIF,ch,EQ,3
    /TITLE,Analyse modale - structure avec chargement asymétrique
  *ELSEIF,ch,EQ,4
    /TITLE,Analyse modale - structure avec chargement d'une seule arche
  *ELSEIF,ch,EQ,5
    /TITLE,Analyse modale - structure avec groupe de piétons
  *ENDIF

*ELSEIF,h,EQ,1

  /FILNAM,pas4_h_%ch%,1
  *IF,ch,EQ,0,THEN
    /TITLE,Réponse harmonique - structure sans chargement
  *ELSEIF,ch,EQ,1
    /TITLE,Réponse harmonique - structure avec chargement complet
  *ELSEIF,ch,EQ,2
    /TITLE,Réponse harmonique - structure avec chargement d'une moitié
  *ELSEIF,ch,EQ,3
    /TITLE,Réponse harmonique - structure avec chargement asymétrique
  *ELSEIF,ch,EQ,4
    /TITLE,Réponse harmonique - structure avec chargement d'une seule arche
  *ENDIF

*ENDIF

KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO

!*****
!***** enters the model creation preprocessor *****
/PREP7
```



```

KEYOPT,1,1,0          !six DOF: ux,uy,uz,rotx,roty,rotz
KEYOPT,1,2,0          !cross section is scaled as a function of axial stress
KEYOPT,1,4,0          !output only torsion-related shear stresses
KEYOPT,1,6,0          !output section forces strains & bending moments
KEYOPT,1,7,1          !maximum & minimum stresses/strains
KEYOPT,1,8,1          !maximum & minimum stresses/strains
KEYOPT,1,9,1          !max&min stresses/strain
KEYOPT,1,10,0         !user

```

```

!..... importer la géometrie de l'arche après flambement .....
UPGEOM,, ,pas2_flambement,rst,

```

```

!::: CABLES ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::

```

```

!..... propriétés du matériau 2, fibres de carbone .....

```

```

MPDATA,EX,2,1,120e9    !elastic moduli
MPDATA,EY,2,1,10e9
MPDATA,EZ,2,1,10e9
MPDATA,ALPX,2,1,0.001 !coefficients of thermal expansion
MPDATA,ALPY,2,1
MPDATA,NUXY,2,1,0.3    !minor poisson's ratios
MPDATA,NUYZ,2,1,
MPDATA,NUXZ,2,1,
MPDATA,GXY,2,1,4e9     !shear moduli
MPDATA,GYZ,2,1,
MPDATA,GXZ,2,1,
MP,DENS,2,1550         !mass density

```

```

!..... définition de l'élément pour le cable (LINK10) .....

```

```

ET,2,LINK10,0,0        !no stiffness associated with slack cable, 0-- tension only
R,2,0.009,0           !définit les constantes de l'élément 2
MAT,2
TYPE,2
REAL,2

```

```

!..... coordonnées pour les noeuds du cable .....

```

```

!plusieurs boucles DO, sinon la numérotation automatique ne fonctionne pas

```

```

*DO,N,1,2,1           !répète la creation des noeud et des éléments pour haubans
  *IF,N,EQ,1,THEN     !les paramètres pour arche 1 sont:
    *SET,an,an1       !début de numérotation noeuds de l'arche1, voir ci-dessus
    *SET,cn,cn1       !début de numérotation noeuds du cable 1
    *SET,ce,ce1       !début de numérotation éléments du cable 1
    *SET,z,0          !valeur de z = 0
  *ELSEIF,N,EQ,2      !les paramètres pour arche 2 sont:
    *SET,an,an2       !début de numérotation noeuds de l'arche2
    *SET,cn,cn2       !début de numérotation noeuds du cable 2
    *SET,ce,ce2       !début de numérotation éléments du cable 2

```

## ANNEXES

---

```

*SET,z,3          !valeur de z = 3
*ENDIF

N,cn,5.1750,0.67632,z
N,cn+1,9.1715,1.0478,z
N,cn+2,14.384,1.3038,z
N,cn+3,20,1.5424,z
N,cn+4,25.616,1.3038,z
N,cn+5,30.8285,1.0478,z
N,cn+6,34.8250,0.67632,z

!..... éléments pour le cable .....
NUMSTR,ELEM,ce    !numérote à partir de ce
E,an,cn          !nr.ce
E,cn,cn+1        !nr.ce+1
E,cn+1,cn+2      !nr.ce+2
E,cn+2,cn+3      !nr.ce+3
E,cn+3,cn+4      !nr.ce+4
E,cn+4,cn+5      !nr.ce+5
E,cn+5,cn+6      !nr.ce+6
E,cn+6,an+na     !nr.ce+7
*ENDDO

!::::: HAUBANS ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
!..... éléments pour les haubans .....
R,3,0.0001,0     !définit les constantes de l'élément 3
REAL,3

*DO,N,1,2,1      !répète la creation des noeuds et des éléments pour haubans
*IF,N,EQ,1,THEN  !les paramètres pour arche 1 sont:
  *SET,an,an1    !début de numérotation noeuds de l'arche1, voir ci-dessus
  *SET,cn,cn1    !début de numérotation noeuds du cable 1
  *SET,he,he1    !début de numérotation éléments des haubans 1
*ELSEIF,N,EQ,2  !les paramètres pour arche 2 sont:
  *SET,an,an2    !début de numérotation noeuds de l'arche2
  *SET,cn,cn2    !début de numérotation noeuds du cable 2
  *SET,he,he2    !début de numérotation éléments des haubans 2
  *SET,z,3       !valeur de z = 3
*ENDIF

NUMSTR,ELEM,he   !numérote à partir de 209
E,an+9,cn        !nr.he
E,cn,an+25       !nr.he+1
E,an+25,cn+2     !nr.he+2
E,cn+2,an+50     !nr.he+3
E,an+50,cn+4     !nr.he+4
E,cn+4,an+75     !nr.he+5

```



## ANNEXES

---

```
!..... couplage des noeuds .....
CP,1,UX,an1+na/2,an2+na/2          !couple en ux les noeuds au milieu des arches
CPLGEN,1,UY,UZ                    !couple le set de noeuds 1 en uy et uz

!::::: ELEMENTS ENTRE LES DEUX ARCHES :::::::
!..... propriétés du matériau 3, fibres de verre .....
MPDATA,EX,3,1,40e9
MPDATA,EY,3,1,10e9
MPDATA,EZ,3,1,10e9
MPDATA,NUXY,3,1,0.3
MPDATA,NUYZ,3,1,
MPDATA,NUXZ,3,1,
MPDATA,GXY,3,1,4e9
MPDATA,GYZ,3,1,1e-9
MPDATA,GXZ,3,1,1e-9
MP,DENS,3,2100

!..... définition des éléments entre les arches (PIPE16) .....
ET,4,PIPE16
R,4,0.28,0.02
MAT,3
TYPE,4
REAL,4

!..... éléments entre les deux arches .....
NUMSTR,ELEM,be
E,cn1,cn2          !nr.be
E,cn1+1,cn2+1     !nr.be+1
E,cn1+2,cn2+2     !nr.be+2
E,cn1+3,cn2+3     !nr.be+3
E,cn1+4,cn2+4     !nr.be+4
E,cn1+5,cn2+5     !nr.be+5
E,cn1+6,cn2+6     !nr.be+6

!::::: TABLIER :::::::
!..... propriétés du matériau 4, bois .....
*SET,ht,0.1        !épaisseur du tablier
*SET,dt,1000       !densité du tablier

MPDATA,EX,4,1,10e9
MPDATA,EY,4,1,10e9
MPDATA,EZ,4,1,10e9
MPDATA,NUXY,4,1,0.3
MPDATA,NUYZ,4,1,0.3
MPDATA,NUXZ,4,1,0.3
MPDATA,GXY,4,1,4e9
```

```

MPDATA,GYZ,4,1,4e9
MPDATA,GXZ,4,1,4e9
MP,DENS,4,dt

!..... définition des éléments du tablier (SHELL43) .....
ET,5,SHELL43
R,5,ht          !varier l'épaisseur du tablier pour augmenter le poids
MAT,4
TYPE,5
REAL,5

!..... éléments du tablier .....
NUMSTR,ELEM,te          !numérote à partir de te
E,an1,cn1,cn2,an2      !nr.te
E,cn1,cn1+1,cn2+1,cn2  !nr te+1
E,cn1+1,cn1+2,cn2+2,cn2+1 !nr te+2
E,cn1+2,cn1+3,cn2+3,cn2+2 !nr te+3
E,cn1+3,cn1+4,cn2+4,cn2+3 !nr te+4
E,cn1+4,cn1+5,cn2+5,cn2+4 !nr te+5
E,cn1+5,cn1+6,cn2+6,cn2+5 !nr te+6
E,cn1+6,an1+na,an2+na,cn2+6 !nr te+7

!:.....: MASSES :.....:
!..... calcul des masses .....
!***aires
*GET,AT1,ELEM,te,AREA  !aire des éléments du tablier
*GET,AT2,ELEM,te+1,AREA
*GET,AT3,ELEM,te+2,AREA
*GET,AT4,ELEM,te+3,AREA

*GET,ATp1,ELEM,te,APROJ,Y !aire projetée sur le plan x-z des éléments du tab
*GET,ATp2,ELEM,te+1,APROJ,Y
*GET,ATp3,ELEM,te+2,APROJ,Y
*GET,ATp4,ELEM,te+3,APROJ,Y

B1=NZ(an2)-NZ(an1)      !longueur des barres entre les deux arches
B2=NZ(cn2)-NZ(cn1)
B3=NZ(cn2+1)-NZ(cn1+1)
B4=NZ(cn2+2)-NZ(cn1+2)
B5=NZ(cn2+3)-NZ(cn1+3)

!***masses du tablier
l1=2*AT1/(B1+B2)      !hauteur du trapèze, des l'éléments du tablier
l2=2*AT2/(B2+B3)
l3=2*AT3/(B3+B4)
l4=2*AT4/(B4+B5)

```

ANNEXES

---

```
Tg1=(2*B1+B2)*l1*ht*dt/12 !masses de chaque tablier répartie sur les noeuds
Td1=(B1+2*B2)*l1*ht*dt/12 !de Droite et de Gauche
Tg2=(2*B2+B3)*l2*ht*dt/12
Td2=(B2+2*B3)*l2*ht*dt/12
Tg3=(2*B3+B4)*l3*ht*dt/12
Td3=(B3+2*B4)*l3*ht*dt/12
Tg4=(2*B4+B5)*l4*ht*dt/12
Td4=(B4+2*B5)*l4*ht*dt/12
```

```
T1=Tg1 !masses du tablier sur les noeuds
T2=Td1+Tg2
T3=Td2+Tg3
T4=Td3+Tg4
T5=2*Td4
```

!\*\*\*masses de la foule

\*IF, ch, GT, 0, AND, ch, LT, 5, THEN

```
lp1=2*ATp1/(B1+B2) !hauteur du trapèze, des l'éléments du tablier
lp2=2*ATp2/(B2+B3)
lp3=2*ATp3/(B3+B4)
lp4=2*ATp4/(B4+B5)
```

```
Pg1=(2*B1+B2)*lp1*ms/12 !charges de chaque tablier répartie sur les noeuds
Pd1=(B1+2*B2)*lp1*ms/12 !de Droite et de Gauche
Pg2=(2*B2+B3)*lp2*ms/12
Pd2=(B2+2*B3)*lp2*ms/12
Pg3=(2*B3+B4)*lp3*ms/12
Pd3=(B3+2*B4)*lp3*ms/12
Pg4=(2*B4+B5)*lp4*ms/12
Pd4=(B4+2*B5)*lp4*ms/12
```

```
P1=Pg1 !masses des piétons sur les noeuds
P2=(Pd1+Pg2)
P3=(Pd2+Pg3)
P4=(Pd3+Pg4)
P5=2*Pd4
```

```
R, 6, P1
R, 7, P2
R, 8, P3
R, 9, P4
R, 10, P5
```

\*ENDIF

```
!..... définition des éléments de masse .....
ET, 6, MASS21, 0, 0, 2 !masses des piétons
TYPE, 6
```



```

!..... distribution des éléments de masse .....
!'''''''''''''''' chargement complet
*IF,ch,EQ,1,THEN
*DO,N,1,5,1
  REAL,5+N                !constantes des masses des noeuds
  *IF,N,EQ,1,THEN        !masses appliquées sur les bouts des arches
    E,an1
    E,an2
    E,an1+na
    E,an2+na
  *ELSEIF,N,GT,1,AND,N,LT,5                !noeuds interieurs du cable
    E,cn1+N-2
    E,cn2+N-2
    E,cn1+8-N
    E,cn2+8-N
  *ELSE                    !noeuds du milieu
    E,cn1+3
    E,cn2+3
  *ENDIF
*ENDDO

!'''''''''''''''' chargement de la moitié de la passerelle
*ELSEIF,ch,EQ,2
  R,10,P5/2                !noeud du milieu n'est chargé qu'à moitié

*DO,N,1,5,1
  REAL,5+N
  *IF,N,EQ,1,THEN        !masses appliquées sur les bouts des arches
    E,an1
    E,an2
  *ELSEIF,N,GT,1,AND,N,LT,5                !noeuds interieurs du cable
    E,cn1+N-2
    E,cn2+N-2
  *ELSE                    !noeuds du milieu
    E,cn1+3
    E,cn2+3
  *ENDIF
*ENDDO

!'''''''''''''''' chargement asymetrique
*ELSEIF,ch,EQ,3
  R,10,P5/2                !noeud du milieu n'est chargé qu'à moitié

*DO,N,1,5,1
  REAL,5+N                !constantes des masses des noeuds
  *IF,N,EQ,1,THEN        !masses appliquées sur les bouts des arches

```

```

    E, an1
    E, an2+na
    *ELSEIF, N, GT, 1, AND, N, LT, 5                !noeuds interieurs du cable
    E, cn1+N-2
    E, cn2+8-N
    *ELSE                                            !noeuds du milieu
    E, cn1+3
    E, cn2+3
    *ENDIF
*ENDDO

!,,,,,,,,,,,,, chargement d'une seule arche
*ELSEIF, ch, EQ, 4

*DO, N, 1, 5, 1
    REAL, 5+N                !constantes des masses des noeuds
    *IF, N, EQ, 1, THEN      !masses appliquées sur les bouts des arches
    E, an1
    E, an1+na
    *ELSEIF, N, GT, 1, AND, N, LT, 5                !noeuds interieurs du cable
    E, cn1+N-2
    E, cn1+8-N
    *ELSE                                            !noeuds du milieu
    E, cn1+3
    *ENDIF
*ENDDO

!,,,,,,,,,,,,, chargement d'un petit groupe de piétons
*ELSEIF, ch, EQ, 5
    R, 6, msg
    REAL, 6
    E, ng1
    E, ng2
*ENDIF

!:::::::::: MODELISATION DE L'ENCASTREMENT DES EXTREMES ::::::::::::::::::::
CE, NEXT, 0, an1, ROTZ, 1, an2, ROTZ, -1          ! rotz(an1) = rotz(an2)
CE, NEXT, 0, an1+na, ROTZ, 1, an2+na, ROTZ, -1    !rotz(an1+na) = rotz(an2+na)
CE, NEXT, 0, an1+na, UX, 1, an2+na, UX, -1        ! ux(an1+na) = ux(an2+na)

!..... conditions aux limites .....
D, an1, UX, , , an2, an2-an1, UY, UZ, ROTX, ROTY
D, an1+na, UY, , , an2+na, an2-an1, UZ, ROTX, ROTY

FINISH

```

```

!***** enters the solution processor *****
!::::: ANALYSE STATIQUE ::::::::::::::::::::
/SOLU

!..... options de résolution .....
ANTYPE,STATIC
NLGEOM,ON          !non-linéarité géométrique, grande déformation
PSTRES,ON          !calcul avec PRECONTRAINTE
EMATWRITE,YES      !ecrire le file.EMAT (input pour PSOLVE dans analyse modale)
SOLCONTROL,ON

!..... options de convergence .....
TIME,0
AUTOTS,1
NSUBST,10,1000,,1
KBC,0              !ramped

!..... itérations d'équilibre .....
TSRES,ERASE
NEQIT,100,

!..... première étape de chargement, précontrainte .....
ESEL,S,ELEM,,ae1,ae1+na-1,1
ESEL,A,ELEM,,ae2,ae2+na-1,1
ISFILE,READ,pas2_flambement,ist,,1, !contraintes initiales
ESEL,ALL
LSWRITE,1
ISWRITE,ON

!..... deuxième étape de chargement, poids propre .....
SOLVE
FINISH

!::::: ANALYSE MODALE ::::::::::::::::::::
*IF,h,EQ,0,THEN

/SOLU
ANTYPE,MODAL       !analyse modale
UPCOORD,1.0,ON     !montre les modes propres par rapport à la géometrie déformée
MODOPT,LANB,nm,0,1000,,OFF,,2
EQSLV,SPAR
MXPAND,nm, , ,1
SOLVE              !calcul SANS précontrainte
FINISH

/SOLU

```

```
EXPASS,ON
SOLVE          !calcul SANS precontrainte
FINISH

!*****
!***** enters the postprocessors *****
/POST1          !enters the database results postprocessor

*DIM,Tete,CHAR,1,16  !entete du tableau
Tete(1,1)='Mode'
Tete(1,2)='f [Hz] '
Tete(1,3)='uy [m] '
Tete(1,4)='uz [m] '
Tete(1,5)='ux [m] '
Tete(1,6)='Fpart'
Tete(1,7)='Cmode'
Tete(1,8)='ay [m/s2] '
Tete(1,9)='ay/amax'
Tete(1,10)='n(uy) '
Tete(1,11)='az [m/s2] '
Tete(1,12)='az/amax'
Tete(1,13)='n(uz) '
Tete(1,14)='ax [m/s2] '
Tete(1,15)='ax/amax'
Tete(1,16)='n(ux) '

nf=0

NSEL,S,NODE,,cn1,cn1+(nc-1)*2-1,1  !sélection des éléments tablier pour la flèche

*DIM,LabFreq,CHAR,nm  !vecteurs et matrices en grandes dimensions d'abord
*DIM,ValFreq,,nm,15

*GET,freq1,MODE,1,FREQ
*IF,freq1,GE,0.4,AND,freq1,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,1
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy1,SORT,,MAX
  *GET,nuy1,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz1,SORT,,MAX
  *GET,nuz1,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux1,SORT,,MAX
```

```

    *GET,nux1, SORT,, IMAX
NUSORT
*GET,pfact1,MODE,1,PFACT
*GET,mcoef1,MODE,1,MCOEF
ay1=uy1*(2*3.14159*freq1)**2
az1=uz1*(2*3.14159*freq1)**2
ax1=ux1*(2*3.14159*freq1)**2
avf=0.5*sqrt(freq1)
*IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
*ELSE
    av=avf
*ENDIF
ahf=0.14*sqrt(freq1)
*IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
*ELSE
    ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='1'
ValFreq(nf,1)=freq1
ValFreq(nf,2)=uy1
ValFreq(nf,3)=uz1
ValFreq(nf,4)=ux1
ValFreq(nf,5)=pfact1
ValFreq(nf,6)=mcoef1
ValFreq(nf,7)=ay1
ValFreq(nf,8)=ay1/av
ValFreq(nf,9)=nuy1
ValFreq(nf,10)=az1
ValFreq(nf,11)=az1/ah
ValFreq(nf,12)=nuz1
ValFreq(nf,13)=ax1
ValFreq(nf,14)=ax1/ah
ValFreq(nf,15)=nux1
*ENDIF
*GET,freq2,MODE,2,FREQ
*IF,freq2,GE,0.4,AND,freq2,LE,4,THEN
    nf=nf+1
    SET,,2
    NSORT,U,Y,0,1
    *GET,uy2, SORT,,MAX
    *GET,nuy2, SORT,, IMAX
    NUSORT
    NSORT,U,Z,0,1
    *GET,uz2, SORT,,MAX
    *GET,nuz2, SORT,, IMAX

```

```
NUSORT
NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux2,SORT,,MAX
  *GET,nux2,SORT,,IMAX
NUSORT
*GET,pfact2,MODE,1,PFACT
*GET,mcoef2,MODE,1,MCOEF
ay2=uy2*(2*3.14159*freq2)**2
az2=uz2*(2*3.14159*freq2)**2
ax2=ux2*(2*3.14159*freq2)**2
avf=0.5*sqrt(freq2)
*IF,avf,GT,0.7,THEN
  av=0.7
*ELSE
  av=avf
*ENDIF
ahf=0.14*sqrt(freq2)
*IF,ahf,GT,0.15,THEN
  ah=0.15
*ELSE
  ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='2'
ValFreq(nf,1)=freq2
ValFreq(nf,2)=uy2
ValFreq(nf,3)=uz2
ValFreq(nf,4)=ux2
ValFreq(nf,5)=pfact2
ValFreq(nf,6)=mcoef2
ValFreq(nf,7)=ay2
ValFreq(nf,8)=ay2/av
ValFreq(nf,9)=nuy2
ValFreq(nf,10)=az2
ValFreq(nf,11)=az2/ah
ValFreq(nf,12)=nuz2
ValFreq(nf,13)=ax2
ValFreq(nf,14)=ax2/ah
ValFreq(nf,15)=nux2
*ENDIF
*GET,freq3,MODE,3,FREQ
*IF,freq3,GE,0.4,AND,freq3,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,3
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy3,SORT,,MAX
  *GET,nuy3,SORT,,IMAX
  NUSORT
```

```

NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz3, SORT, ,MAX
  *GET,nuz3, SORT, ,IMAX
NUSORT
NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux3, SORT, ,MAX
  *GET,nux3, SORT, ,IMAX
NUSORT
*GET,pfact3,MODE,1,PFACT
*GET,mcoef3,MODE,1,MCOEF
ay3=uy3*(2*3.14159*freq3)**2
az3=uz3*(2*3.14159*freq3)**2
ax3=ux3*(2*3.14159*freq3)**2
avf=0.5*sqrt(freq3)
*IF,avf,GT,0.7,THEN
  av=0.7
*ELSE
  av=avf
*ENDIF
ahf=0.14*sqrt(freq3)
*IF,ahf,GT,0.15,THEN
  ah=0.15
*ELSE
  ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='3'
ValFreq(nf,1)=freq3
ValFreq(nf,2)=uy3
ValFreq(nf,3)=uz3
ValFreq(nf,4)=ux3
ValFreq(nf,5)=pfact3
ValFreq(nf,6)=mcoef3
ValFreq(nf,7)=ay3
ValFreq(nf,8)=ay3/av
ValFreq(nf,9)=nuy3
ValFreq(nf,10)=az3
ValFreq(nf,11)=az3/ah
ValFreq(nf,12)=nuz3
ValFreq(nf,13)=ax3
ValFreq(nf,14)=ax3/ah
ValFreq(nf,15)=nux3
*ENDIF
*GET,freq4,MODE,4,FREQ
*IF,freq4,GE,0.4,AND,freq4,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET, ,4
  NSORT,U,Y,0,1

```

```
*GET,uy4,SORT,,MAX
*GET,nuy4,SORT,,IMAX
NUSORT
NSORT,U,Z,0,1
*GET,uz4,SORT,,MAX
*GET,nuz4,SORT,,IMAX
NUSORT
NSORT,U,x,0,1
*GET,ux4,SORT,,MAX
*GET,nux4,SORT,,IMAX
NUSORT
*GET,pfact4,MODE,1,PFACT
*GET,mcoef4,MODE,1,MCOEF
ay4=uy4*(2*3.14159*freq4)**2
az4=uz4*(2*3.14159*freq4)**2
ax4=ux4*(2*3.14159*freq4)**2
avf=0.5*sqrt(freq4)
*IF,avf,GT,0.7,THEN
  av=0.7
*ELSE
  av=avf
*ENDIF
ahf=0.14*sqrt(freq4)
*IF,ahf,GT,0.15,THEN
  ah=0.15
*ELSE
  ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='4'
ValFreq(nf,1)=freq4
ValFreq(nf,2)=uy4
ValFreq(nf,3)=uz4
ValFreq(nf,4)=ux4
ValFreq(nf,5)=pfact4
ValFreq(nf,6)=mcoef4
ValFreq(nf,7)=ay4
ValFreq(nf,8)=ay4/av
ValFreq(nf,9)=nuy4
ValFreq(nf,10)=az4
ValFreq(nf,11)=az4/ah
ValFreq(nf,12)=nuz4
ValFreq(nf,13)=ax4
ValFreq(nf,14)=ax4/ah
ValFreq(nf,15)=nux4
*ENDIF
*GET,freq5,MODE,5,FREQ
*IF,freq5,GE,0.4,AND,freq5,LE,4,THEN
```



```

nf=nf+1
  SET, , 5
  NSORT,U,Y,0,1
    *GET,uy5,SORT,,MAX
    *GET,nuy5,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
    *GET,uz5,SORT,,MAX
    *GET,nuz5,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
    *GET,ux5,SORT,,MAX
    *GET,nux5,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact5,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef5,MODE,1,MCOEF
  ay5=uy5*(2*3.14159*freq5)**2
  az5=uz5*(2*3.14159*freq5)**2
  ax5=ux5*(2*3.14159*freq5)**2
  avf=0.5*sqrt(freq5)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq5)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
  LabFreq(nf)='5'
  ValFreq(nf,1)=freq5
  ValFreq(nf,2)=uy5
  ValFreq(nf,3)=uz5
  ValFreq(nf,4)=ux5
  ValFreq(nf,5)=pfact5
  ValFreq(nf,6)=mcoef5
  ValFreq(nf,7)=ay5
  ValFreq(nf,8)=ay5/av
  ValFreq(nf,9)=nuy5
  ValFreq(nf,10)=az5
  ValFreq(nf,11)=az5/ah
  ValFreq(nf,12)=nuz5
  ValFreq(nf,13)=ax5
  ValFreq(nf,14)=ax5/ah
  ValFreq(nf,15)=nux5

```

```
*ENDIF
*GET,freq6,MODE,6,FREQ
*IF,freq6,GE,0.4,AND,freq6,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,6
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy6,SORT,,MAX
  *GET,nuy6,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz6,SORT,,MAX
  *GET,nuz6,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux6,SORT,,MAX
  *GET,nux6,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact6,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef6,MODE,1,MCOEF
  ay6=uy6*(2*3.14159*freq6)**2
  az6=uz6*(2*3.14159*freq6)**2
  ax6=ux6*(2*3.14159*freq6)**2
  avf=0.5*sqrt(freq6)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq6)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
  LabFreq(nf)='6'
  ValFreq(nf,1)=freq6
  ValFreq(nf,2)=uy6
  ValFreq(nf,3)=uz6
  ValFreq(nf,4)=ux6
  ValFreq(nf,5)=pfact6
  ValFreq(nf,6)=mcoef6
  ValFreq(nf,7)=ay6
  ValFreq(nf,8)=ay6/av
  ValFreq(nf,9)=nuy6
  ValFreq(nf,10)=az6
  ValFreq(nf,11)=az6/ah
  ValFreq(nf,12)=nuz6
```

```

ValFreq(nf,13)=ax6
ValFreq(nf,14)=ax6/ah
ValFreq(nf,15)=nux6
*ENDIF
*GET,freq7,MODE,7,FREQ
*IF,freq7,GE,0.4,AND,freq7,LE,4,THEN
nf=nf+1
  SET,,7
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy7,SORT,,MAX
  *GET,nuy7,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz7,SORT,,MAX
  *GET,nuz7,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux7,SORT,,MAX
  *GET,nux7,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact7,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef7,MODE,1,MCOEF
  ay7=uy7*(2*3.14159*freq7)**2
  az7=uz7*(2*3.14159*freq7)**2
  ax7=ux7*(2*3.14159*freq7)**2
  avf=0.5*sqrt(freq7)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq7)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
LabFreq(nf)='7'
ValFreq(nf,1)=freq7
ValFreq(nf,2)=uy7
ValFreq(nf,3)=uz7
ValFreq(nf,4)=ux7
ValFreq(nf,5)=pfact7
ValFreq(nf,6)=mcoef7
ValFreq(nf,7)=ay7
ValFreq(nf,8)=ay7/av
ValFreq(nf,9)=nuy7

```

```
ValFreq(nf,10)=az7
ValFreq(nf,11)=az7/ah
ValFreq(nf,12)=nuz7
ValFreq(nf,13)=ax7
ValFreq(nf,14)=ax7/ah
ValFreq(nf,15)=nux7
*ENDIF
*GET,freq8,MODE,8,FREQ
*IF,freq8,GE,0.4,AND,freq8,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,8
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy8,SORT,,MAX
  *GET,nuy8,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz8,SORT,,MAX
  *GET,nuz8,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux8,SORT,,MAX
  *GET,nux8,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact8,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef8,MODE,1,MCOEF
  ay8=uy8*(2*3.14159*freq8)**2
  az8=uz8*(2*3.14159*freq8)**2
  ax8=ux8*(2*3.14159*freq8)**2
  avf=0.5*sqrt(freq8)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq8)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
  LabFreq(nf)='8'
  ValFreq(nf,1)=freq8
  ValFreq(nf,2)=uy8
  ValFreq(nf,3)=uz8
  ValFreq(nf,4)=ux8
  ValFreq(nf,5)=pfact8
  ValFreq(nf,6)=mcoef8
```

```
ValFreq(nf,7)=ay8
ValFreq(nf,8)=ay8/av
ValFreq(nf,9)=nuy8
ValFreq(nf,10)=az8
ValFreq(nf,11)=az8/ah
ValFreq(nf,12)=nuz8
ValFreq(nf,13)=ax8
ValFreq(nf,14)=ax8/ah
ValFreq(nf,15)=nux8
*ENDIF
*GET,freq9,MODE,9,FREQ
*IF,freq9,GE,0.4,AND,freq9,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,9
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy9,SORT,,MAX
  *GET,nuy9,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz9,SORT,,MAX
  *GET,nuz9,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux9,SORT,,MAX
  *GET,nux9,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact9,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef9,MODE,1,MCOEF
  ay9=uy9*(2*3.14159*freq9)**2
  az9=uz9*(2*3.14159*freq9)**2
  ax9=ux9*(2*3.14159*freq9)**2
  avf=0.5*sqrt(freq9)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq9)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
  LabFreq(nf)='9'
  ValFreq(nf,1)=freq9
  ValFreq(nf,2)=uy9
  ValFreq(nf,3)=uz9
```

```
ValFreq(nf,4)=ux9
ValFreq(nf,5)=pfact9
ValFreq(nf,6)=mcoef9
ValFreq(nf,7)=ay9
ValFreq(nf,8)=ay9/av
ValFreq(nf,9)=nuy9
ValFreq(nf,10)=az9
ValFreq(nf,11)=az9/ah
ValFreq(nf,12)=nuz9
ValFreq(nf,13)=ax9
ValFreq(nf,14)=ax9/ah
ValFreq(nf,15)=nux9
*ENDIF
*GET,freq10,MODE,10,FREQ
*IF,freq10,GE,0.4,AND,freq10,LE,4,THEN
nf=nf+1
  SET,,10
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy10,SORT,,MAX
  *GET,nuy10,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz10,SORT,,MAX
  *GET,nuz10,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux10,SORT,,MAX
  *GET,nux10,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact10,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef10,MODE,1,MCOEF
  ay10=uy10*(2*3.14159*freq10)**2
  az10=uz10*(2*3.14159*freq10)**2
  ax10=ux10*(2*3.14159*freq10)**2
  avf=0.5*sqrt(freq10)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq10)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE
    ah=ahf
  *ENDIF
LabFreq(nf)='10'
```

```

ValFreq(nf,1)=freq10
ValFreq(nf,2)=uy10
ValFreq(nf,3)=uz10
ValFreq(nf,4)=ux10
ValFreq(nf,5)=pfact10
ValFreq(nf,6)=mcoef10
ValFreq(nf,7)=ay10
ValFreq(nf,8)=ay10/av
ValFreq(nf,9)=nuy10
ValFreq(nf,10)=az10
ValFreq(nf,11)=az10/ah
ValFreq(nf,12)=nuz10
ValFreq(nf,13)=ax10
ValFreq(nf,14)=ax10/ah
ValFreq(nf,15)=nux10
*ENDIF
*GET,freq11,MODE,11,FREQ
*IF,freq11,GE,0.4,AND,freq11,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,11
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy11,SORT,,MAX
  *GET,nuy11,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz11,SORT,,MAX
  *GET,nuz11,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux11,SORT,,MAX
  *GET,nux11,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact11,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef11,MODE,1,MCOEF
  ay11=uy11*(2*3.14159*freq11)**2
  az11=uz11*(2*3.14159*freq11)**2
  ax11=ux11*(2*3.14159*freq11)**2
  avf=0.5*sqrt(freq11)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq11)
  *IF,ahf,GT,0.15,THEN
    ah=0.15
  *ELSE

```

```
    ah=ahf
  *ENDIF
  LabFreq(nf)='11'
  ValFreq(nf,1)=freq11
  ValFreq(nf,2)=uy11
  ValFreq(nf,3)=uz11
  ValFreq(nf,4)=ux11
  ValFreq(nf,5)=pfact11
  ValFreq(nf,6)=mcoef11
  ValFreq(nf,7)=ay11
  ValFreq(nf,8)=ay11/av
  ValFreq(nf,9)=nuy11
  ValFreq(nf,10)=az11
  ValFreq(nf,11)=az11/ah
  ValFreq(nf,12)=nuz11
  ValFreq(nf,13)=ax11
  ValFreq(nf,14)=ax11/ah
  ValFreq(nf,15)=nux11
*ENDIF
*GET,freq12,MODE,12,FREQ
*IF,freq12,GE,0.4,AND,freq12,LE,4,THEN
  nf=nf+1
  SET,,12
  NSORT,U,Y,0,1
  *GET,uy12,SORT,,MAX
  *GET,nuy12,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,Z,0,1
  *GET,uz12,SORT,,MAX
  *GET,nuz12,SORT,,IMAX
  NUSORT
  NSORT,U,x,0,1
  *GET,ux12,SORT,,MAX
  *GET,nux12,SORT,,IMAX
  NUSORT
  *GET,pfact12,MODE,1,PFACT
  *GET,mcoef12,MODE,1,MCOEF
  ay12=uy12*(2*3.14159*freq12)**2
  az12=uz12*(2*3.14159*freq12)**2
  ax12=ux12*(2*3.14159*freq12)**2
  avf=0.5*sqrt(freq12)
  *IF,avf,GT,0.7,THEN
    av=0.7
  *ELSE
    av=avf
  *ENDIF
  ahf=0.14*sqrt(freq12)
```



```

*IF, ahf, GT, 0.15, THEN
  ah=0.15
*ELSE
  ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='12'
ValFreq(nf,1)=freq12
ValFreq(nf,2)=uy12
ValFreq(nf,3)=uz12
ValFreq(nf,4)=ux12
ValFreq(nf,5)=pfact12
ValFreq(nf,6)=mcoef12
ValFreq(nf,7)=ay12
ValFreq(nf,8)=ay12/av
ValFreq(nf,9)=nuy12
ValFreq(nf,10)=az12
ValFreq(nf,11)=az12/ah
ValFreq(nf,12)=nuz12
ValFreq(nf,13)=ax12
ValFreq(nf,14)=ax12/ah
ValFreq(nf,15)=nux12
*ENDIF
*GET, freq13, MODE, 13, FREQ
*IF, freq13, GE, 0.4, AND, freq13, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  SET, , 13
  NSORT, U, Y, 0, 1
  *GET, uy13, SORT, , MAX
  *GET, nuy13, SORT, , IMAX
  NUSORT
  NSORT, U, Z, 0, 1
  *GET, uz13, SORT, , MAX
  *GET, nuz13, SORT, , IMAX
  NUSORT
  NSORT, U, X, 0, 1
  *GET, ux13, SORT, , MAX
  *GET, nux13, SORT, , IMAX
  NUSORT
  *GET, pfact13, MODE, 1, PFACT
  *GET, mcoef13, MODE, 1, MCOEF
  ay13=uy13*(2*3.14159*freq13)**2
  az13=uz13*(2*3.14159*freq13)**2
  ax13=ux13*(2*3.14159*freq13)**2
  avf=0.5*sqrt(freq13)
  *IF, avf, GT, 0.7, THEN
    av=0.7
  *ELSE

```

```
    av=avf
*ENDIF
    ahf=0.14*sqrt(freq13)
*IF, ahf, GT, 0.15, THEN
    ah=0.15
*ELSE
    ah=ahf
*ENDIF
LabFreq(nf)='13'
ValFreq(nf,1)=freq13
ValFreq(nf,2)=uy13
ValFreq(nf,3)=uz13
ValFreq(nf,4)=ux13
ValFreq(nf,5)=pfact13
ValFreq(nf,6)=mcoef13
ValFreq(nf,7)=ay13
ValFreq(nf,8)=ay13/av
ValFreq(nf,9)=nuy13
ValFreq(nf,10)=az13
ValFreq(nf,11)=az13/ah
ValFreq(nf,12)=nuz13
ValFreq(nf,13)=ax13
ValFreq(nf,14)=ax13/ah
ValFreq(nf,15)=nux13
*ENDIF
*GET, freq14, MODE, 14, FREQ
*IF, freq14, GE, 0.4, AND, freq14, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='14'
    ValFreq(nf)=freq14
    *GET, pfact14, MODE, 14, PFACT
    *GET, mcoef14, MODE, 14, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq15, MODE, 15, FREQ
*IF, freq15, GE, 0.4, AND, freq15, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='15'
    ValFreq(nf)=freq15
    *GET, pfact15, MODE, 15, PFACT
    *GET, mcoef15, MODE, 15, MCOEF
*ENDIF

*IF, nm, GT, 30, THEN
    *GET, freq16, MODE, 16, FREQ
    *IF, freq16, GE, 0.4, AND, freq16, LE, 4, THEN
        nf=nf+1
        LabFreq(nf)='16'
```

```
    ValFreq(nf)=freq16
    *GET, pfact16, MODE, 16, PFACT
    *GET, mcoef16, MODE, 16, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq17, MODE, 17, FREQ
*IF, freq17, GE, 0.4, AND, freq17, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='17'
    ValFreq(nf)=freq17
    *GET, pfact17, MODE, 17, PFACT
    *GET, mcoef17, MODE, 17, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq18, MODE, 18, FREQ
*IF, freq18, GE, 0.4, AND, freq18, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='18'
    ValFreq(nf)=freq18
    *GET, pfact18, MODE, 18, PFACT
    *GET, mcoef18, MODE, 18, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq19, MODE, 19, FREQ
*IF, freq19, GE, 0.4, AND, freq19, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='19'
    ValFreq(nf)=freq19
    *GET, pfact19, MODE, 19, PFACT
    *GET, mcoef19, MODE, 19, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq20, MODE, 20, FREQ
*IF, freq20, GE, 0.4, AND, freq20, LE, 4, THEN
    nf=nf+1
    LabFreq(nf)='20'
    ValFreq(nf)=freq20
    *GET, pfact20, MODE, 20, PFACT
    *GET, mcoef20, MODE, 20, MCOEF
*ENDIF

*IF, nm, GT, 20, THEN
    *GET, freq21, MODE, 21, FREQ
    *IF, freq21, GE, 0.4, AND, freq21, LE, 4, THEN
        nf=nf+1
        LabFreq(nf)='21'
        ValFreq(nf)=freq21
        *GET, pfact21, MODE, 21, PFACT
        *GET, mcoef21, MODE, 21, MCOEF
    *ENDIF
    *GET, freq22, MODE, 22, FREQ
```

```
*IF, freq22, GE, 0.4, AND, freq22, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='22'
  ValFreq(nf)=freq22
  *GET, pfact22, MODE, 22, PFACT
  *GET, mcoef22, MODE, 22, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq23, MODE, 23, FREQ
*IF, freq23, GE, 0.4, AND, freq23, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='23'
  ValFreq(nf)=freq23
  *GET, pfact23, MODE, 23, PFACT
  *GET, mcoef23, MODE, 23, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq24, MODE, 24, FREQ
*IF, freq24, GE, 0.4, AND, freq24, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='24'
  ValFreq(nf)=freq24
  *GET, pfact24, MODE, 24, PFACT
  *GET, mcoef24, MODE, 24, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq25, MODE, 25, FREQ
*IF, freq25, GE, 0.4, AND, freq25, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='25'
  ValFreq(nf)=freq25
  *GET, pfact25, MODE, 25, PFACT
  *GET, mcoef25, MODE, 25, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq26, MODE, 26, FREQ
*IF, freq26, GE, 0.4, AND, freq26, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='26'
  ValFreq(nf)=freq26
  *GET, pfact26, MODE, 26, PFACT
  *GET, mcoef26, MODE, 26, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq27, MODE, 27, FREQ
*IF, freq27, GE, 0.4, AND, freq27, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='27'
  ValFreq(nf)=freq27
  *GET, pfact27, MODE, 27, PFACT
  *GET, mcoef27, MODE, 27, MCOEF
*ENDIF
```

```
*GET, freq28, MODE, 28, FREQ
*IF, freq28, GE, 0.4, AND, freq28, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='28'
  ValFreq(nf)=freq28
*GET, pfact28, MODE, 28, PFACT
*GET, mcoef28, MODE, 28, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq29, MODE, 29, FREQ
*IF, freq29, GE, 0.4, AND, freq29, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='29'
  ValFreq(nf)=freq29
*GET, pfact29, MODE, 29, PFACT
*GET, mcoef29, MODE, 29, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq30, MODE, 30, FREQ
*IF, freq30, GE, 0.4, AND, freq30, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='30'
  ValFreq(nf)=freq30
*GET, pfact30, MODE, 30, PFACT
*GET, mcoef30, MODE, 30, MCOEF
*ENDIF

*IF, nm, GT, 30, THEN
*GET, freq31, MODE, 31, FREQ
*IF, freq31, GE, 0.4, AND, freq31, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='31'
  ValFreq(nf)=freq31
*GET, pfact31, MODE, 31, PFACT
*GET, mcoef31, MODE, 31, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq32, MODE, 32, FREQ
*IF, freq32, GE, 0.4, AND, freq32, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='32'
  ValFreq(nf)=freq32
*GET, pfact32, MODE, 32, PFACT
*GET, mcoef32, MODE, 32, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq33, MODE, 33, FREQ
*IF, freq33, GE, 0.4, AND, freq33, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='33'
  ValFreq(nf)=freq33
```

```
*GET, pfact33, MODE, 33, PFACT
*GET, mcoef33, MODE, 33, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq34, MODE, 34, FREQ
*IF, freq34, GE, 0.4, AND, freq34, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='34'
  ValFreq(nf)=freq34
*GET, pfact34, MODE, 34, PFACT
*GET, mcoef34, MODE, 34, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq35, MODE, 35, FREQ
*IF, freq35, GE, 0.4, AND, freq35, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='35'
  ValFreq(nf)=freq35
*GET, pfact35, MODE, 35, PFACT
*GET, mcoef35, MODE, 35, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq36, MODE, 36, FREQ
*IF, freq36, GE, 0.4, AND, freq36, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='36'
  ValFreq(nf)=freq36
*GET, pfact36, MODE, 36, PFACT
*GET, mcoef36, MODE, 36, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq37, MODE, 37, FREQ
*IF, freq37, GE, 0.4, AND, freq37, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='37'
  ValFreq(nf)=freq37
*GET, pfact37, MODE, 37, PFACT
*GET, mcoef37, MODE, 37, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq38, MODE, 38, FREQ
*IF, freq38, GE, 0.4, AND, freq38, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='38'
  ValFreq(nf)=freq38
*GET, pfact38, MODE, 38, PFACT
*GET, mcoef38, MODE, 38, MCOEF
*ENDIF
*GET, freq39, MODE, 39, FREQ
*IF, freq39, GE, 0.4, AND, freq39, LE, 4, THEN
  nf=nf+1
  LabFreq(nf)='39'
```

```

        ValFreq(nf)=freq39
        *GET,pfact39,MODE,39,PFACT
        *GET,mcoef39,MODE,39,MCOEF
        *ENDIF
    *GET,freq40,MODE,40,FREQ
    *IF,freq40,GE,0.4,AND,freq40,LE,4,THEN
        nf=nf+1
        LabFreq(nf)='40'
        ValFreq(nf)=freq40
        *GET,pfact40,MODE,40,PFACT
        *GET,mcoef40,MODE,40,MCOEF
    *ENDIF
*ENDIF
*ENDIF
*ENDIF

!*DIM,LabFreqA,,nf                !faire des nouveaux vecteurs et matrices 'nettoyés'
*DIM,ValFreqA,,nf,15
*DO,N,1,nf,1
! LabFreqA(N)=LabFreq(N)
ValFreqA(N,1)=ValFreq(N,1)
ValFreqA(N,2)=ValFreq(N,2)
ValFreqA(N,3)=ValFreq(N,3)
ValFreqA(N,4)=ValFreq(N,4)
ValFreqA(N,5)=ValFreq(N,5)
ValFreqA(N,6)=ValFreq(N,6)
ValFreqA(N,7)=ValFreq(N,7)
ValFreqA(N,8)=ValFreq(N,8)
ValFreqA(N,9)=ValFreq(N,9)
ValFreqA(N,10)=ValFreq(N,10)
ValFreqA(N,11)=ValFreq(N,11)
ValFreqA(N,12)=ValFreq(N,12)
ValFreqA(N,13)=ValFreq(N,13)
ValFreqA(N,14)=ValFreq(N,14)
ValFreqA(N,15)=ValFreq(N,15)
*ENDDO

/OUTPUT,,tab                !tableau dans un fichier 'FILENAME.tab'
/COM,
/COM,----- Résumé de la premiere phase de l'analyse dynamique -----
/COM,                Structure %tit%,%ng1%-%ng2%
/COM,                Fréquences propres entre 0.4 et 4 [Hz]
/COM,----- Structure avec tablier -----
/COM
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,2),Tete(1,3),Tete(1,4),Tete(1,5),Tete(1,6),Tete(1,7)
(1x,A5,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A12,' ',A9,' ',A9)

```

ANNEXES

---

```

*VWRITE,LabFreq(1),ValFreqA(1,1),ValFreqA(1,2),ValFreqA(1,3),ValFreqA(1,4),
ValFreqA(1,5),ValFreqA(1,6)
(1x,A2,' ',1F12.9,' ',1F12.9,' ',1F12.9,' ',1F12.9,' ',1F9.3,' ',1F9.3)
/COM
/COM,.....
/COM
*VWRITE,Tete(1,1),Tete(1,8),Tete(1,9),Tete(1,10),Tete(1,11),Tete(1,12),Tete(1,13)
,Tete(1,14),Tete(1,15),Tete(1,16)
(1x,A4,' ',A7,' ',A7,' ',A5,' ',A7,' ',A7,' ',A5,' ',A7,' ',A7,' ',A5)
*VWRITE,LabFreq(1),ValFreqA(1,7),ValFreqA(1,8),ValFreqA(1,9),ValFreqA(1,10),
ValFreqA(1,11),ValFreqA(1,12),ValFreqA(1,13),ValFreqA(1,14),ValFreqA(1,15)
(1x,A4,' ',1F7.3,' ',1F7.3,' ',1F5.0,' ',1F7.3,
' ',1F7.3,' ',1F5.0,' ',1F7.3,' ',1F7.3,' ',1F5.0)
/COM
/COM,-----
/OUTPUT

AVPRIN,0,0           !specifies how principal and vector sums are calculated
SET,LIST            !listing all frequencies
/DSCALE,,150       !multiplicateur pour les l'affichage des déplacements
PLDISP,1           !overlay displaced and undisplaced str.
!PLNSOL,U,Y,0,1    !nodal plot déplacements verticaux

FINISH
*ENDIF

!::::: ANALYSE DE LA REPONSE HARMONIQUE ::::::::::::::::::::
!..... Force verticale .....
*IF,h,EQ,1,THEN
/SOLU
ANTYPE,HARMIC      !harmonic response analysis
HROPT,FULL        !full method
HROUT,OFF         !les resultats sont donnés en amplitude/angle (degreés)

*IF,ch,EQ,1,THEN
ESEL,S,ELEM,,te,te+nt-1,1 !sélection des éléments du tablier

freqVT0=2.244983003
freqVT1=2.367260363
freqVT2=2.944164832
freqVT3=3.247106427
freqVT4=3.641443450

SFE,ALL,2,PRES,1,15*3 !pression sur les éléments du tablier
DMPRAT,0.06          !amortissement, décrément logarithmique
HARFRQ,freqVT0      !fréquence propre issue de l'analyse modale

```



```
NSUBST,1          !un seul sous-pas pour une seule fréquence
KBC,1            !stepped
LSWRITE,1
```

```
SFE, ALL, 2, PRES, 1, 15*3
DMPRAT, 0.06
HARFRQ, freqVT1
NSUBST, 1
KBC, 1
LSWRITE, 2
```

```
SFE, ALL, 2, PRES, 1, 15*1.2
DMPRAT, 0.06
HARFRQ, freqVT2
NSUBST, 1
KBC, 1
LSWRITE, 3
```

```
SFE, ALL, 2, PRES, 1, 15*0.9
DMPRAT, 0.06
HARFRQ, freqVT3
NSUBST, 1
KBC, 1
LSWRITE, 4
```

```
SFE, ALL, 2, PRES, 1, 15*0.8
DMPRAT, 0.06
HARFRQ, freqVT4
NSUBST, 1
KBC, 1
LSWRITE, 5
```

```
SAVE
LSSOLVE, 1, 5, 1
```

```
*ELSEIF, ch, EQ, 2
ESEL, S, ELEM, , te, te+nt/2-1, 1 !sélection des éléments du tablier
```

```
freqVT0=2.338453862
freqVT1=3.204373957
freqVT2=3.838817706
```

```
SFE, ALL, 2, PRES, 1, 15*3
DMPRAT, 0.06
HARFRQ, freqVTO
NSUBST, 1
KBC, 1
```

```
LSWRITE,1

SFE,ALL,2,PRES,1,15*1
DMPRAT,0.06
HARFRQ,freqVT1
NSUBST,1
KBC,1
LSWRITE,2

SFE,ALL,2,PRES,1,15*0.8
DMPRAT,0.06
HARFRQ,freqVT2
NSUBST,1
KBC,1
LSWRITE,3

SAVE
LSSOLVE,1,3,1
*ENDIF

FINISH
*ENDIF

!***** enters the postprocessors *****
*IF,h,EQ,1,THEN
/POST1                !enters the database results postprocessor

*DIM,TeteH,CHAR,1,9   !entete du tableau
TeteH(1,1)='CdC 1.'
TeteH(1,2)='CdC 2.'
TeteH(1,3)='CdC 3.'
TeteH(1,4)='CdC 4.'
TeteH(1,5)='Mode'
TeteH(1,6)='ay[m/s2]'
TeteH(1,7)='aconf[m/m2]'
TeteH(1,8)='ay/aconf'
TeteH(1,9)=' '

ESEL,S,ELEM,,te,te+nt-1,1 !sélection des éléments du tablier

*DIM,LabFreqH,CHAR,5   !vecteurs et matrices en grandes dimensions d'abord
*DIM,ValFreqH,,5,3

SET,1,,ACEL
NSORT,U,Y,0,1
*GET,ay0,SORT,,MAX
```

```
*GET,nay0, SORT,, IMAX
NUSORT
avf0=0.5*sqrt(freqVT0)
*IF,avf0,GT,0.7, THEN
  av0=0.7
*ELSE
  av0=avf0
*ENDIF
LabFreqH(1)='vt-0'
ValFreqH(1,1)=ay0
ValFreqH(1,2)=av0
ValFreqH(1,3)=ay0/av0

SET,2,, ACEL
NSORT,U,Y,0,1
*GET,ay1, SORT,, MAX
*GET,nay1, SORT,, IMAX
NUSORT
avf1=0.5*sqrt(freqVT1)
*IF,avf1,GT,0.7, THEN
  av1=0.7
*ELSE
  av1=avf1
*ENDIF
LabFreqH(2)='vt-1'
ValFreqH(2,1)=ay1
ValFreqH(2,2)=av1
ValFreqH(2,3)=ay1/av1

SET,3,, ACEL
NSORT,U,Y,0,1
*GET,ay2, SORT,, MAX
*GET,nay2, SORT,, IMAX
NUSORT
avf2=0.5*sqrt(freqVT2)
*IF,avf2,GT,0.7, THEN
  av2=0.7
*ELSE
  av2=avf2
*ENDIF
LabFreqH(3)='vt-2'
ValFreqH(3,1)=ay2
ValFreqH(3,2)=av2
ValFreqH(3,3)=ay2/av2

SET,4,, ACEL
NSORT,U,Y,0,1
```

```
*GET,ay3, SORT,,MAX
*GET,nay3, SORT,,IMAX
NUSORT
avf3=0.5*sqrt(freqVT3)
*IF,avf3,GT,0.7,THEN
  av3=0.7
*ELSE
  av3=avf3
*ENDIF
LabFreqH(4)='vt-3'
ValFreqH(4,1)=ay3
ValFreqH(4,2)=av3
ValFreqH(4,3)=ay3/av3

SET,5,,ACEL
NSORT,U,Y,0,1
*GET,ay4, SORT,,MAX
*GET,nay4, SORT,,IMAX
NUSORT
avf4=0.5*sqrt(freqVT4)
*IF,avf4,GT,0.7,THEN
  av4=0.7
*ELSE
  av4=avf4
*ENDIF
LabFreqH(5)='vt-4'
ValFreqH(5,1)=ay4
ValFreqH(5,2)=av4
ValFreqH(5,3)=ay4/av4
*ENDIF

/OUTPUT,,tab      !tableau dans un fichier 'FILENAME.har'
/COM,
/COM,----- Résumé de la deuxième phase de l'analyse dynamique -----
/COM,          Analyse de la réponse harmonique
/COM,          %tit%
/COM,----- Structure avec tablier -----
/COM
/COM
*VWRITE,TeteH(1,9),TeteH(1,1),TeteH(1,9),TeteH(1,9)
(1x,A5,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,TeteH(1,5),TeteH(1,6),TeteH(1,7),TeteH(1,8)
(1x,A5,' ',A12,' ',A12,' ',A12)
*VWRITE,LabFreqH(1),ValFreqH(1,1),ValFreqH(1,2),ValFreqH(1,3)
(1x,A5,' ',1F12.9,' ',1F12.9,' ',1F12.9)
/COM
/COM,-----
```

```

/OUTPUT
*ENDIF

FINISH

```

### A.3 Résultats des calculs

#### A.3.1 Coordonnées des nœuds d'ancrage de l'arc 2D

ND	CoorAX	CoorAY
10	0.0000	0.0000
10	3.1907	2.4987
16	5.3789	4.0829
26	9.2230	6.4211
38	14.225	8.4338
51	20.000	9.2442
64	25.775	8.4338
76	30.777	6.4211
86	34.621	4.0829
92	36.809	2.4987
10	40.000	0.0000

#### A.3.2 Coordonnées des arcs 3D

ND	CoorA1X	CoorA1Y	CoorA1Z		CoorA2X	CoorA2Y	CoorA2Z
1	0.00000	0.00000	0.00000	104	0.00000	0.00000	3.00000
2	0.352174	0.276946	0.453715E-01	105	0.352174	0.276946	2.95463
3	0.704525	0.553671	0.907068E-01	106	0.704525	0.553671	2.90929
4	1.05723	0.829952	0.135969	107	1.05723	0.829952	2.86403
5	1.41047	1.10557	0.181123	108	1.41047	1.10557	2.81888
6	1.76442	1.38030	0.226131	109	1.76442	1.38030	2.77387
7	2.11924	1.65391	0.270957	110	2.11924	1.65391	2.72904
8	2.47512	1.92620	0.315565	111	2.47512	1.92620	2.68444
9	2.83221	2.19692	0.359917	112	2.83221	2.19692	2.64008
10	3.19067	2.46586	0.403976	113	3.19067	2.46586	2.59602
11	3.55068	2.73278	0.447705	114	3.55068	2.73278	2.55229
12	3.91237	2.99746	0.491068	115	3.91237	2.99746	2.50893
13	4.27590	3.25967	0.534025	116	4.27590	3.25967	2.46598
14	4.64141	3.51917	0.576539	117	4.64141	3.51917	2.42346
15	5.00903	3.77574	0.618572	118	5.00903	3.77574	2.38143
16	5.37889	4.02914	0.660086	119	5.37889	4.02914	2.33991
17	5.75112	4.27914	0.701043	120	5.75112	4.27914	2.29896
18	6.12582	4.52549	0.741402	121	6.12582	4.52549	2.25860
19	6.50310	4.76797	0.781126	122	6.50310	4.76797	2.21887
20	6.88306	5.00633	0.820176	123	6.88306	5.00633	2.17982
21	7.26578	5.24033	0.858512	124	7.26578	5.24033	2.14149

## ANNEXES

22	7.65133	5.46973	0.896095	125	7.65133	5.46973	2.10390
23	8.03978	5.69430	0.932886	126	8.03978	5.69430	2.06711
24	8.43119	5.91380	0.968845	127	8.43119	5.91380	2.03115
25	8.82560	6.12797	1.00393	128	8.82560	6.12797	1.99607
26	9.22305	6.33660	1.03811	129	9.22305	6.33660	1.96189
27	9.62355	6.53943	1.07134	130	9.62355	6.53943	1.92866
28	10.0271	6.73623	1.10358	131	10.0271	6.73623	1.89642
29	10.4337	6.92677	1.13480	132	10.4337	6.92677	1.86520
30	10.8434	7.11081	1.16495	133	10.8434	7.11081	1.83505
31	11.2561	7.28813	1.19400	134	11.2561	7.28813	1.80600
32	11.6718	7.45850	1.22191	135	11.6718	7.45850	1.77809
33	12.0904	7.62171	1.24865	136	12.0904	7.62171	1.75135
34	12.5119	7.77752	1.27418	137	12.5119	7.77752	1.72582
35	12.9362	7.92575	1.29846	138	12.9362	7.92575	1.70154
36	13.3632	8.06617	1.32146	139	13.3632	8.06617	1.67854
37	13.7928	8.19859	1.34316	140	13.7928	8.19859	1.65684
38	14.2248	8.32282	1.36351	141	14.2248	8.32282	1.63649
39	14.6593	8.43867	1.38249	142	14.6593	8.43867	1.61751
40	15.0960	8.54598	1.40007	143	15.0960	8.54598	1.59993
41	15.5348	8.64458	1.41622	144	15.5348	8.64458	1.58378
42	15.9755	8.73430	1.43092	145	15.9755	8.73430	1.56908
43	16.4180	8.81501	1.44414	146	16.4180	8.81501	1.55586
44	16.8622	8.88656	1.45587	147	16.8622	8.88656	1.54413
45	17.3077	8.94884	1.46607	148	17.3077	8.94884	1.53393
46	17.7545	9.00174	1.47474	149	17.7545	9.00174	1.52526
47	18.2023	9.04514	1.48185	150	18.2023	9.04514	1.51815
48	18.6510	9.07899	1.48739	151	18.6510	9.07899	1.51261
49	19.1003	9.10321	1.49136	152	19.1003	9.10321	1.50864
50	19.5501	9.11775	1.49374	153	19.5501	9.11775	1.50626
51	20.0000	9.12261	1.49454	154	20.0000	9.12261	1.50546
52	20.4499	9.11775	1.49374	155	20.4499	9.11775	1.50626
53	20.8997	9.10321	1.49136	156	20.8997	9.10321	1.50864
54	21.3490	9.07899	1.48739	157	21.3490	9.07899	1.51261
55	21.7977	9.04514	1.48185	158	21.7977	9.04514	1.51815
56	22.2455	9.00174	1.47474	159	22.2455	9.00174	1.52526
57	22.6923	8.94884	1.46607	160	22.6923	8.94884	1.53393
58	23.1378	8.88656	1.45587	161	23.1378	8.88656	1.54413
59	23.5820	8.81501	1.44414	162	23.5820	8.81501	1.55586
60	24.0245	8.73430	1.43092	163	24.0245	8.73430	1.56908
61	24.4652	8.64458	1.41622	164	24.4652	8.64458	1.58378
62	24.9040	8.54598	1.40007	165	24.9040	8.54598	1.59993
63	25.3407	8.43867	1.38249	166	25.3407	8.43867	1.61751
64	25.7752	8.32282	1.36351	167	25.7752	8.32282	1.63649
65	26.2072	8.19859	1.34316	168	26.2072	8.19859	1.65684
66	26.6368	8.06617	1.32146	169	26.6368	8.06617	1.67854
67	27.0638	7.92575	1.29846	170	27.0638	7.92575	1.70154
68	27.4881	7.77752	1.27418	171	27.4881	7.77752	1.72582
69	27.9096	7.62171	1.24865	172	27.9096	7.62171	1.75135
70	28.3282	7.45850	1.22191	173	28.3282	7.45850	1.77809
71	28.7439	7.28813	1.19400	174	28.7439	7.28813	1.80600
72	29.1566	7.11081	1.16495	175	29.1566	7.11081	1.83505
73	29.5663	6.92677	1.13480	176	29.5663	6.92677	1.86520
74	29.9729	6.73623	1.10358	177	29.9729	6.73623	1.89642
75	30.3765	6.53943	1.07134	178	30.3765	6.53943	1.92866

76	30.7770	6.33660	1.03811	179	30.7770	6.33660	1.96189
77	31.1744	6.12797	1.00393	180	31.1744	6.12797	1.99607
78	31.5688	5.91380	0.968845	181	31.5688	5.91380	2.03115
79	31.9602	5.69430	0.932886	182	31.9602	5.69430	2.06711
80	32.3487	5.46973	0.896095	183	32.3487	5.46973	2.10390
81	32.7342	5.24033	0.858512	184	32.7342	5.24033	2.14149
82	33.1169	5.00633	0.820176	185	33.1169	5.00633	2.17982
83	33.4969	4.76797	0.781126	186	33.4969	4.76797	2.21887
84	33.8742	4.52549	0.741402	187	33.8742	4.52549	2.25860
85	34.2489	4.27914	0.701043	188	34.2489	4.27914	2.29896
86	34.6211	4.02914	0.660086	189	34.6211	4.02914	2.33991
87	34.9910	3.77574	0.618572	190	34.9910	3.77574	2.38143
88	35.3586	3.51917	0.576539	191	35.3586	3.51917	2.42346
89	35.7241	3.25967	0.534025	192	35.7241	3.25967	2.46598
90	36.0876	2.99746	0.491068	193	36.0876	2.99746	2.50893
91	36.4493	2.73278	0.447705	194	36.4493	2.73278	2.55229
92	36.8093	2.46586	0.403976	195	36.8093	2.46586	2.59602
93	37.1678	2.19692	0.359917	196	37.1678	2.19692	2.64008
94	37.5249	1.92620	0.315565	197	37.5249	1.92620	2.68444
95	37.8808	1.65391	0.270957	198	37.8808	1.65391	2.72904
96	38.2356	1.38030	0.226131	199	38.2356	1.38030	2.77387
97	38.5895	1.10557	0.181123	200	38.5895	1.10557	2.81888
98	38.9428	0.829952	0.135969	201	38.9428	0.829952	2.86403
99	39.2955	0.553671	0.907068E-01	202	39.2955	0.553671	2.90929
100	39.6478	0.276946	0.453715E-01	203	39.6478	0.276946	2.95463
101	40.0000	0.00000	0.00000	204	40.0000	0.00000	3.00000

## Annexe B

# Codes SCILAB avec la méthode de la densité de force

### B.1 Notations

<code>alpha</code>	inclinaison de l'élément de câble fixé à l'arc ; pour que les calcul des chargements extérieurs soient justes, il faut alterner les calculs Scilab et Ansys
<code>C</code>	matrice de connectivité décrivant la positions des éléments entre les nœuds ; les colonnes décrivent les nœuds, les lignes sont les éléments de tension ; <i>structure simplifiée</i> : colonnes de 1 à 6 pour les nœuds fixes et colonnes 7 et 8 pour les nœuds libres, lignes de 1 à 3 pour les câbles et lignes de 4 à 7 pour les haubans <i>arche de la passerelle</i> : colonnes de 1 à 11 pour les nœuds fixes et colonnes 12 et 18 pour les nœuds libres, lignes de 1 à 8 pour les câbles et lignes de 9 à 22 pour les haubans
<code>cc</code>	critère de convergence pour l'algorithme MDF déterminant les coordonnées d'iso-force
<code>ccy</code>	critère de convergence pour l'algorithme déterminant le rapport de forces entre câbles et haubans pour obtenir une hauteur de nœud libre donnée
<code>Cfx, Cfy, Clx, Cly</code>	sous-matrices de connectivité libre et fixe ; pour pouvoir les déterminer à l'aide des compteurs <code>klx, kfx, kly, kfy</code> , il est indispensable que les nœuds fixes soient placés (un à la suite de l'autre) à l'avant et les nœuds libres à la fin de la matrice de connectivité <code>C</code>
<code>deltaL</code>	différence de longueur maximale entre L1 et L2 pour le pas d'iteration <code>it</code>
<code>DensTab</code>	densité du matériau utilisé pour le tablier [kg/m <sup>3</sup> ]
<code>dL</code>	vecteur contenant les différences de longueur des éléments entre le pas d'iteration <code>it-1</code> et le pas d'iteration <code>it</code>
<code>dI</code>	vecteur contenant la différence maximale de longueur pour chaque pas d'iteration <code>it</code>
<code>dICtr</code>	vecteur contenant l'écart entre position calculée et position cible pour chaque pas d'iteration de l'algorithme déterminant la combinaison de forces
<code>EpTab</code>	épaisseur du tablier [m]
<code>Err</code>	vecteur de l'écart entre la position cible et la position d'équilibre pour les <code>k</code> combinaisons de forces <code>fc_c</code> et <code>fc_h</code>
<code>FCable</code>	force dans le câble issue de la force de rappel de l'arc, issue d'un calcul EF (Ansys)
<code>N</code>	



<code>fc_c</code>	force cible pour les éléments de câble
<code>fc_h</code>	force cible pour les éléments de haubans
<code>fc_h1, fc_h2</code>	forces cibles pour deux types d'éléments de haubans
<code>fcIni</code>	force initiale pour les éléments du câble lors du contrôle
<code>fcMes</code>	moyenne des forces mesurés dans les éléments du câble lors du contrôle
<code>Fg1,Fd1 - Fg4,Fd4</code>	forces du poids du tablier sur les nœuds d'assemblage
<code>fhIni</code>	force initiale pour les éléments des haubans lors du contrôle
<code>fhMes</code>	moyenne des forces mesurés dans les éléments des haubans lors du contrôle
<code>fm</code>	facteur multiplicateur pour augmenter ou diminuer la force du type d'élément contrôlée
<code>FxArche</code>	force de rappel de l'arc en direction $x$ , issue d'un calcul EF (Ansys) N
<code>fy1, fy2</code>	chargement vertical sur les nœuds libres de la structure simplifiée; dans le cas du contrôle, ces forces sont mesurées
<code>G</code>	accélération terrestre [m/m <sup>2</sup> ]
<code>ge0 - ge4</code>	forces du poids propre des éléments hors tablier sur les nœuds d'ancrage
<code>gt0 - gt4</code>	forces du poids propre du tablier dans le plan de l'arche 2D sur les nœuds d'ancrage
<code>HT1 - HT4</code>	largeurs des éléments de tablier, issues d'un calcul EF (Ansys) [m] (voir aussi A.2)
<code>i</code>	compteur indicant (a) le pas d'itération de l'algorithme déterminant la combinaison de forces ou (a) diverses petites boucles dans les codes <code>DF8N7E.sci</code> et les fonctions <code>densfor</code> et <code>longueur</code>
<code>it</code>	compteur indicant le pas d'itération de l'algorithme MDF
<code>k</code>	compteur pour la boucle calculant la position d'équilibre de $k$ combinaisons de forces dans les câbles et dans les haubans; la force dans le câble est conservée tandis que la force dans les haubans varie selon le vecteur <code>F_h</code>
<code>klx, kfx, kly, kfy</code>	compteurs déterminant - à partir de la matrice des conditions limites <code>R</code> - le nombre de nœuds libres en $x$ ( <code>klx</code> ), fixes en $x$ ( <code>kfx</code> ), libres en $y$ ( <code>kly</code> ), fixes en $y$ ( <code>kfy</code> )
<code>LB1 - LB5</code>	longueurs des éléments de tablier, issues d'un calcul EF (Ansys) [m] (voir aussi A.2)
<code>Lini</code>	vecteur contenant les longueurs initiales des éléments de tension; <i>structure simplifiée</i> : les 3 premières longueurs sont celles des éléments de câble, les 4 dernières celles des éléments de hauban <i>arche de la passerelle</i> : les 8 premières longueurs sont celles des éléments de câble, les 14 dernières celles des éléments de hauban
<code>L1</code>	vecteur des longueurs des éléments pour le pas d'itération <code>it-1</code>
<code>L2</code>	vecteur des longueurs des éléments pour le pas d'itération <code>it</code>
<code>N</code>	matrice des coordonnées des nœuds fixes et libres
<code>ne</code>	compteur déterminant le nombre d'éléments à partir de la matrice diagonale des densités de force initiale <code>Qini</code>
<code>Nini</code>	matrice des coordonnées initiales; la matrice est définie pour une structure 2D, mais peut être modifiée pour une structure 3D
<code>nn</code>	compteur déterminant le nombre de nœuds à partir de la matrice des coordonnées initiales <code>Nini</code>
<code>p0 - p4</code>	forces du poids des piétons dans le plan de l'arche 2D sur les nœuds d'ancrage
<code>pp</code>	charge spécifique d'une foule de piétons [N/m <sup>2</sup> ]
<code>Q</code>	matrice de densité de force
<code>q0 - q4</code>	somme des forces (poids propre et piétons) dans le plan de l'arche 2D sur les nœuds d'ancrage
<code>QCtr</code>	matrice diagonale des force cibles dans l'algorithme déterminant la combinaison de forces
<code>Qini</code>	matrice diagonale des force cibles; les éléments de la diagonale ne sont pas des densités de force ( $q = f/l$ ) mais les forces cibles

QiniNorm	matrice diagonale des densités de force initiales ; les éléments de la diagonale sont les densités de force ( $q = f/l$ ) initiales calculées à l'aide du vecteur des longueurs initiales $Lini$
R	matrice décrivant les conditions aux limites ; <i>structure simplifiée</i> : les 6 premières lignes correspondent aux nœuds fixes, les 2 dernières aux nœuds libres <i>arche de la passerelle</i> : les 11 premières lignes correspondent aux nœuds fixes, les 7 dernières aux nœuds libres
Wx, Wy	vecteurs du chargement extérieur sur les nœuds libres ; les chargements sont définis en composantes horizontales et verticales ; <i>structure simplifiée</i> : les 6 premières lignes correspondent aux nœuds fixes, les 2 dernières aux nœuds libres <i>arche de la passerelle</i> : les 11 premières lignes correspondent aux nœuds fixes, les 7 dernières aux nœuds libres
xf1, xf2, xf3	coordonnées initiales $x$ des nœuds fixes de la structure simplifiée (symétrique)
xf1 - xf6	coordonnées initiales $x$ des nœuds fixes de l'arche de la passerelle (symétrique)
Xf, Yf	sous-matrices des coordonnées des nœuds fixes ; pour pouvoir les déterminer à l'aide des compteurs $k_{lx}$ , $k_{fx}$ , $k_{ly}$ , $k_{fy}$ , il est indispensable que les nœuds fixes soient placés (un à la suite de l'autre) à l'avant et les nœuds libres à la fin de la matrice des coordonnées $Nini$
x1, y1	coordonnées initiales des nœuds libres de la structure simplifiée ; ce sont les coordonnées que l'algorithme doit déterminer ; les valeurs initiales n'ont pas d'influence sur le résultat
x11 - x14	coordonnées initiales $x$ des nœuds libres de l'arche de la passerelle (symétrique) ; ce sont les coordonnées que l'algorithme doit déterminer ; les valeurs initiales n'ont pas d'influence sur le résultat
X1, Y1	sous-matrices des coordonnées des nœuds libres ; pour pouvoir les déterminer à l'aide des compteurs $k_{lx}$ , $k_{fx}$ , $k_{ly}$ , $k_{fy}$ , il est indispensable que les nœuds fixes soient placés (un à la suite de l'autre) à l'avant et les nœuds libres à la fin de la matrice des coordonnées $Nini$ ; ce sont ces sous-matrices que l'algorithme détermine
Xres1, Xres2	sous-vecteurs des coordonnées $x$ des nœuds libres pour les $k$ combinaisons de forces $fc_c$ et $fc_h$
yf1, yf2, yf3	coordonnées initiales $y$ des nœuds fixes de la structure symétrique
yf1 - yf6	coordonnées initiales $x$ des nœuds fixes de l'arche de la passerelle (symétrique)
yc	numéro du nœuds libre qui doit être contrôlé en hauteur ( $y$ )
y11 - y14	coordonnées initiales $y$ des nœuds libres de l'arche de la passerelle (symétrique) ; ce sont les coordonnées que l'algorithme doit déterminer ; les valeurs initiales n'ont pas d'influence sur le résultat
y1Ctr	vecteur contenant la hauteur $y$ du nœud libre à contrôler pour chaque pas d'itération de l'algorithme déterminant la combinaison de forces
Yres1, Yres2	sous-vecteurs des coordonnées $y$ des nœuds libres pour les $k$ combinaisons de forces $fc_c$ et $fc_h$

## B.2 Fonctions

### B.2.1 Fonction longueur2D

Fonction `longueur2D` pour déterminer la longueur  $lc$  d'un élément d'une structure 2D entre deux nœuds  $i$  et  $j$  en fonction de la matrice des coordonnées  $N$ .

```

function lc=longueur2D(N,i,j)

lc=sqrt((N(i,1)-N(j,1))^2+(N(i,2)-N(j,2))^2)
endfunction

```

### B.2.2 Fonction densfor

Fonction `densfor` pour déterminer la matrice des densités de force  $Q$ , la matrice des coordonnées de la position d'équilibre  $N$  et les vecteurs des coordonnées des nœuds libres en position d'équilibre  $Xl$  et  $Yl$  en fonction de la matrice triangulaire des forces initiales  $Qini$ , de la matrice de connectivité, de la matrice des coordonnées de la position initiale  $Nini$ , de la matrice des conditions limite  $R$ , des vecteurs du chargement extérieur  $Wx$  et  $Wy$  et d'un critère de convergence.

Algorithme MDF

```

function [Q,N,Xl,Yl]=densfor(Qini,C,Nini,R,Wx,Wy,cc)

//chargement des fonctions;
getf Fonctions/longueur2D.sci

// * * * * * ;
// calcul des matrices auxiliaires ;

//# détermination des noeuds 'libre' et 'fixe';
nn=size(Nini,1); //nombre de noeuds;
ne=size(Qini,1); //nombre d'elements;
klx=0; kfx=0; kly=0; kfy=0;
for i=1:nn
    if R(i,1)==1 then //conditions aux limites - composante X ;
kfx=kfx+1;
    else
klx=klx+1;
    end
    if R(i,2)==1 then //conditions aux limites - composante Y ;
kfy=kfy+1;
    else
kly=kly+1;
    end
end

//# matrices de connectivité 'libre' et 'fixe', chargement, noeuds;
Cfx=C(:, [1:kfx]); //matrice de connectivite des noeuds fixes en x;
Cfy=C(:, [1:kfy]);
Clx=C(:, [kfx+1:nn]); //matrice de connectivite des noeuds libres en x;
Cly=C(:, [kfy+1:nn]);

```



```

N=Nini;      //matrice des coordonées;
Q=QiniNorm; //matrice de densité de force;
L1=Lini;     //longueur de départ;
deltaL=1;    //différence de longueur pour démarrer la boucle (arbitraire);
it=0;

//#
while deltaL>cc
it=it+1;

//# résolution de l'équation matricielle, détermination de la position des noeuds
//'libre' qui correspond à la position d'équilibre décrite par la matrice
//triangulaire des densités de force (approchée). L'algorithme tourne jusqu'à
//ce que les longueurs qui servent à calculer la matrice de densités de
//forces approximative soient assez (critère de convergence cc) près des
//longueurs de la géométrie résultante

Xl=inv(Clx'*Q*Clx)*(Wlx-(Clx'*Q*Cfx)*Xf);
Yl=inv(Cly'*Q*Cly)*(Wly-(Cly'*Q*Cfy)*Yf);

//Inscription des nouvelles coordonées dans la matrice des coordonées;
N(kfx+1:nn,1)=Xl(:);
N(kfy+1:nn,2)=Yl(:);

//Calcul des nouvelles longueurs,
//des forces dans les câbles et des nouvelles densités de force;
for i=1:ne
    for j=1:nn
if C(i,j)==-1 then
    a=j;
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;
end
    end
    L2(i)=longueur2D(N,a,b);
    Q(i,i)=Qini(i,i)/L2(i); //
    dL(i)=(L1(i)-L2(i))/L1(i); //différence de longueur de chaque élément dL(i)
                                //normée sur la longueur;
end

//critère de convergence - différence de longueur maximale pour l'itération it;
dl(it)=max(abs(dL)); //ce vecteur sert à observer
                                //la convergence de l'algorithme au cours des it;
deltaL=dl(it); //la différence de longueur du présent pas d'itération it
                                //est comparé au critère cc

//Arrêt de la boucle si dl=max(dL) est plus petit que le critère de convergence cc;

```



```

fc_h=5;

Qini = [fc_c 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fc_c 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fc_c 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fc_h 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fc_h 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fc_h 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fc_h];

// * * * * * ;
// création de la géométrie de la structure;

//# matrice de connectivité décrit la position des éléments entre les noeuds;
C = [-1 0 0 0 0 0 1 0;
     0 0 0 0 0 0 -1 1;
     0 0 0 0 0 -1 0 1;
     0 -1 0 0 0 0 1 0;
     0 0 -1 0 0 0 0 1;
     0 0 0 -1 0 0 1 0;
     0 0 0 0 -1 0 0 1];

//# matrice des coordonnées, définition des noeuds initiaux;
//coordonnées des noeuds fixes de la structure simplifiée;
xf1=0; xf2=0; xf3=1;
yf1=0; yf2=1; yf3=2;
lx=3;

//noeuds libres pour un début d'itération,
//ce sont ces coordonnées que l'algorithme détermine;
xl=1;
yl=0.5;

Nini = [xf1 yf1;xf2 yf2;xf3 yf3;lx-xf3 yf3;lx-xf2 yf2;lx-xf1 yf1;
        xl yl;lx-xl yl];

//# matrice des conditions aux limites;
R=[1 1;1 1;1 1;1 1;1 1;1 1;
   0 0;0 0];

// fin de la création de la géométrie de la structure;
// * * * * * ;

//# chargement extérieur;
fy1=0;
fy2=-1;

```

```
## matrice du chargement extérieur sur les noeuds;
Wx=[0;0;0;0;0;0;0;
    0;0];
Wy=[0;0;0;0;0;0;0;
    fy1;fy2];

## calcul des matrices auxiliaires ;

## détermination des noeuds 'libre' et 'fixe';
nn=size(Nini,1); //nombre de noeuds;
ne=size(Qini,1); //nombre d'elements;
klx=0; kfx=0; kly=0; kfy=0;
for i=1:nn
    if R(i,1)==1 then //conditions aux limites - composante X ;
kfx=kfx+1;
    else
klx=klx+1;
    end
    if R(i,2)==1 then //conditions aux limites - composante Y ;
kfy=kfy+1;
    else
kly=kly+1;
    end
end

## matrices de connectivité 'libre' et 'fixe', chargement, noeuds;
Cfx=C(:, [1:kfx]); //matrice de connectivite des noeuds fixes en x;
Cfy=C(:, [1:kfy]);
Clx=C(:, [kfx+1:nn]); //matrice de connectivite des noeuds libres en x;
Cly=C(:, [kfy+1:nn]);

## coordonnées des noeuds 'libre' et 'fixe';
Xf=Nini(1:kfx,1); //coordonnées des noeuds fixes en x;
Yf=Nini(1:kfy,2);
Xl=Nini(kfx+1:nn,1); //coordonnées des noeuds libres en x;
Yl=Nini(kfy+1:nn,2);

## chargement sur les noeuds 'libre';
Wlx=Wx(kfx+1:nn); //chargement initial sur les noeuds libres en x;
Wly=Wy(kfy+1:nn);

## longueurs sous chargement de départ des câbles;
## matrice diagonale des densités de force normées sur la longueur des câbles;
##L'algorithme cherche la géométrie qui correspond à une isodistribution des
##forces dans les éléments du câble et des haubans. Pour cela il faut déterminer
##les densités de forces (qi=fci/li) de chaque élément, pour lesquelles les forces
```



```
//fci sont les forces fc_c et fc_h et pour lesquelles les longueurs li
//correspondent aux longueurs des éléments dans la géométrie optimisée.
//Pour initialiser l'algorithme, on estime la première matrice diagonale des
//densités de forces en divisant la force cible fci de chaque élément par la
//longueur lini_i de chaque élément.

Lini=[]; //longueurs initiales des cables;
QiniNorm=zeros(Qini); //matrices des densités de force
for i=1:ne
    for j=1:nn
    if C(i,j)==-1 then
        a=j;
    elseif C(i,j)==1 then
        b=j;
    end
    end
    Lini(i)=longueur2D(Nini,a,b); //longueurs initiales;
    QiniNorm(i,i)=Qini(i,i)/Lini(i); //matrice diagonale des df, initiale et normée;
end

// fin du calcul des matrices auxiliaires;
// * * * * * ;

// * * * * * ;
//boucle while ;
//un calcul itératif détermine les positions des noeuds 'libre'
//pour la géométrie isocontrainte;

//# initialisation;
N=Nini; //matrice des coordonnées;
Q=QiniNorm; //matrice de densité de force;
L1=Lini; //longueur de départ;
deltaL=1; //différence de longueur pour démarrer la boucle (arbitraire);
cc=0.00000003; //critère de convergence
it=0;

//#
while deltaL>cc
it=it+1;

//# résolution de l'équation matricielle,
//détermination de la position des noeuds 'libre'
//qui correspond à la position d'équilibre décrite par la
//matrice triangulaire des densités de force (approchée).
//L'algorithme tourne jusqu'à ce que les longueurs qui servent à calculer
//la matrice de densités de forces approximative soient assez
//(critère de convergence cc) près des longueurs de la géométrie résultante.
```

```
X1=inv(Clx'*Q*Clx)*(Wlx-(Clx'*Q*Cfx)*Xf);
Y1=inv(Cly'*Q*Cly)*(Wly-(Cly'*Q*Cfy)*Yf);

//Inscription des nouvelles coordonnées dans la matrice des coordonnées;
N(kfx+1:nn,1)=X1(:);
N(kfy+1:nn,2)=Y1(:);

//Calcul des nouvelles longueurs,
//des forces dans les câbles et des nouvelles densités de force;
for i=1:ne
    for j=1:nn
    if C(i,j)==-1 then
        a=j;
    elseif C(i,j)==1 then
        b=j;
    end
    end
    L2(i)=longueur2D(N,a,b);
    Q(i,i)=Qini(i,i)/L2(i);    //
    dL(i)=(L1(i)-L2(i))/L1(i); //différence de longueur de chaque élément dL(i)
                                //normée sur la longueur;
end

//critère de convergence - différence de longueur maximale pour l'itération it;
dl(it)=max(abs(dL)); //ce vecteur sert à observer la convergence de l'algorithme
                    //au cours des it
deltaL=dl(it);     //la différence de longueur du présent pas d'itération it
                    //est comparé au critère cc

//Arrêt de la boucle si dl=max(dL) est plus petit que le critère de convergence cc;
if deltaL<cc then
    arret=1; break;
end

//Arrêt de la boucle après un certain nombre d'itérations;
if it==100000 then
    arret=2; break;
end

//Si pas d'arrêt, actualiser les longueurs du pas précédent par
//les longueurs de la nouvelle géométrie;
L1=L2;

end

//end de la boucle while;
```



```

    plot2d(xg(i,1:2),yg(i,1:2),2,rect=[0,-2,3,2]);
end

//legends(["forme de départ";"forme optimisée"],[[2;2],[1;1]]);

//Affichage numérique des resultats;
X1
Y1
it

```

### B.3.1.1 Modification 1 du code DF8N7E.sci

Ces modifications du code DF8N7E.sci permettent de déterminer la position des nœuds libres  $n1$  et  $n2$  avec des forces intérieures ( $f^c$ ,  $f^{h1}$  et  $f^{h2}$ ) et extérieures ( $f_{n1}$  et  $f_{n2}$ ) imposées. Les haubans sont séparés en deux différents types ( $h1$  et  $h2$ ), cela correspond à augmenter le nombre d'actionneurs.

```

fc_c=10;
fc_h=5;

Qini = [fc_c 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fc_c 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fc_c 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fc_h 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fc_h 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fc_h 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fc_h];

```

à remplacer par

```

fc_c=10;
fc_h1=1.8580335;
fc_h2=2.624895;

Qini = [fc_c 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fc_c 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fc_c 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fc_h1 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fc_h2 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fc_h1 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fc_h2];

```

### B.3.1.2 Modification 2 du code DF8N7E.sci

Ces modifications du code DF8N7E.sci permettent de déterminer les écarts de position par rapport à une position cible pour plusieurs couples de forces  $f^c$  et  $f^h$ . On peut ainsi déterminer pour la représentation graphique de l'écart plusieurs positions d'équilibre et plusieurs écarts à la fois.

```
fc_c=10;
fc_h=5;
```

à remplacer par

```
fc_c=10;

F_h=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];
n_h=size(F_h,2); //nombre de coordonnées fc à explorer;

Xres1=[]; //Matrice resultat coordonnées vide;
Xres2=[]; //Matrice resultat coordonnées vide;
Yres1=[]; //Matrice resultat coordonnées vide;
Yres2=[]; //Matrice resultat coordonnées vide;
Err=[]; //Matrice resultat erreur vide;

for k=1:n_h

fc_h=F_h(k);
```

Puis à la fin de la boucle while, au lieu de l'affichage graphique des résultats, ajouter :

```
// Resultats de la boucle
Xres1(k)=Xl(1);
Xres2(k)=Xl(2);
Yres1(k)=Yl(1);
Yres2(k)=Yl(2);

Err(k)=(Yl(1)-0.25)^2+(Yl(2)-0.25)^2;
//les colonnes sont 'isoforce dans les haubans', les lignes 'isoforce dans le câble'

end //end de la boucle for k=1:n_h

//Affichage des resultats;
Xres1;
```

**B.3.2** CtrFh-yNoeudLibre.sci

Le nom vient de *Contrôle de la hauteur d'un nœud libre en modifiant force  $f^h$*  Code déterminant la force  $f^h$  dans les haubans pour une force  $f^c$  dans le câble mesurée, afin d'obtenir une hauteur déterminée d'un des nœuds libres pour un chargement extérieure mesuré ( $f_{n1}$  et  $f_{n2}$ ).

```
//algorithme de contrôle actif utilisant la méthode de la densité de force;
//en modifiant la force dans les haubans on contrôle la hauteur d'un noeud libre;
//structure simplifiée avec 8 noeuds et 7 éléments de tension,
//dont 3 éléments-câble et 4 éléments-hauban;

//chargement des fonctions;
getf Fonctions/longueur2D.sci
getf Fonctions/densfor.sci

//Géométrie cible avec le rapport des isoforces suivant;
fhIni=0.37; //force initiale dans les haubans

// * * * * * ;
// * * * * * ;
// création de la géométrie de la structure;

//matrice de connectivité
C=[-1 0 0 0 0 0 1 0;
   0 0 0 0 0 0 -1 1;
   0 0 0 0 0 -1 0 1;
   0 -1 0 0 0 0 1 0;
   0 0 -1 0 0 0 0 1;
   0 0 0 -1 0 0 1 0;
   0 0 0 0 -1 0 0 1];

//définition des noeuds initiaux;
//noeuds fixes de la structure simplifiée;
xf1=0; xf2=0; xf3=1;
yf1=0; yf2=1; yf3=2;
lx=3;

//noeuds libres, positions cible;
xlIni=1
ylIni=0.25;

Nini = [xf1 yf1;xf2 yf2;xf3 yf3;lx-xf3 yf3;lx-xf2 yf2;lx-xf1 yf1;
        xlIni ylIni;lx-xlIni ylIni];

//# matrice des conditions aux limites;
R=[1 1;1 1;1 1;1 1;1 1;1 1;
   0 0;0 0];
```



```

//matrice diagonale des forces contrôlées;
fhCtr(1)=fhIni; //première approche pour la force fcCtr à imposer dans les haubans;
QCtr = [fcMes 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(1) 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(1) 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(1)];

[Q1,N1,X11,Y11]=densfor(QCtr,C,Nini,R,Wx,Wy,cc);
ylCtr(1)=Y11(yc); //déterminer la position ylCtr(1) pour savoir comment elle
                //se trouve par rapport à la position cible;
dlCtr(1)=ylCtr(1)-ylIni;

//*** deuxième phase (phase 2) de l'initialisation;
fm(1)=0.5;

i=1
if dlCtr(1)>0 then //si la position ylCtr est au dessus de la cible ylIni,;
                //il faut diminuer la force fhCtr des haubans,
                //(phase 2.1 de l'initialisation);
while dlCtr(i)>0 //boucle "while" pour la phase 2.1 de l'initialisation;
//fhCtr(i+1)=fhCtr(i)-fm(i)*(fhCtr(1)-fhIni);
fhCtr(i+1)=fhCtr(i)-fm(1)*fhCtr(i);
QCtr = [fcMes 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(i+1)];

[Q2,N2,X12,Y12]=densfor(QCtr,C,Nini,R,Wx,Wy,cc);
ylCtr(i+1)=Y12(yc);
dlCtr(i+1)=ylCtr(i+1)-ylIni;

//fm(i+1)=fm(i)+(1-fm(i))/2; //avec ce multiplicateur la force fcCtr
// s'approche toujours plus de 0;

if i==20 then
    break;
end
i=i+1; //commencer la boucle "while" extérieure (interpolation) avec i!;

end //end de la boucle "while" pour la phase 2.1 de l'initialisation;

```



```

elseif dlCtr(1)<0 then //si la position ylCtr est en dessous de la cible ylIni,;
                    //il faut augmenter la force fhCtr du cable,
                    //(phase 2.2 de l'initialisation)
while dlCtr(i)>0 //boucle "while" pour la phase 2.2 de l'initialisation;
  fhCtr(i+1)=fhCtr(i)+i*fm(i)*fhIni;
  QCtr =[fcMes 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(i+1)];

  [Q2,N2,Xl2,Yl2]=densfor(QCtr,C,Nini,R,Wx,Wy,cc);
  ylCtr(i+1)=Yl2(yc);
  dlCtr(i+1)=ylCtr(i+1)-ylIni;

  fm(i+1)=i*fm(i); //avec ce multiplicateur la force fcCtr augmente toujours;

  if i==200 then
    break;
  end
  i=i+1; //commencer boucle "while" extérieure (interpolation) avec i!;
end //end de la boucle "while" pour la phase 2.2 de l'initialisation;

end //end de "if" pour la phase 2 de l'initialisation;

/**/ troisième phase de l'initialisation (phase 3);
//maintenant il y a (au moins) une force fcCtrA en dessous (au dessus) de la
//force cible fcCtr recherchée pour laquelle ylCtr=ylIni, et une (au moins)
//force fcCtrB au dessus (en dessous) de la force cible. Il faut maintenant
//déterminer quelles sont les deux forces fcCtrA et fcCtrB qui vont être
//utilisées pendant la deuxième phase de l'initialisation;

//fcCtrA doit être choisie parmi fcCtr(1)-fcCtr(i-1), soit la force fcCrt pour
//laquelle ylCtr est plus près de ylIni cible (min(abs(dl));

dlCtr_A=dlCtr; //le vecteur des forces fhCtrA égal au vecteur fhCtr de la phase 2;
dlCtr_A(i)=[]; //dernier élément du vecteur est effacé,
//car il correspond à fhCtrB;
[dlCtrA,kdlCtrA]=min(abs(dlCtr_A)); //dans le vecteur dlCtr_A, la position à
//laquelle on trouve le minimum de dlCtrA
//est kdlCtrA;
fhCtrA=fhCtr(kdlCtrA) //la force fhCtrA est la position kdlCtrA;

//lorsque la boucle while de la phase 2 est terminée, la dernière force fcCtr(i)
//correspond à la force fcCtrB, donc la position de fcCtrB est i

```

```

//fin de l'initialisation;
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * ;

// * * * * * * * * * * * * * * * * * * ;
//première interpolation;

a(i)=(fhCtr(i)-fhCtr(kdlCtrA))/(ylCtr(i)-ylCtr(kdlCtrA));
b(i)=fhCtr(i)-a(i)*ylCtr(i);
fhCtr(i+1)=a(i)*ylIni+b(i); //détermination de la force (approchée) du hauban
//pour la géométrie recherchée;
QCtr =[fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(i+1)];

[Q,N,Xl,Yl]=densfor(QCtr,C,Nini,R,Wx,Wy,cc);
ylCtr(i+1)=Yl(yc); //détermination de la position y du noeud 'libre' à contrôler;
dlCtr(i+1)=ylIni-ylCtr(i+1); //différence de la position du noeud avec la
//position cible ylIni;

i=i+1;
//fin de la première interpolation;
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * ;

// * * * * * * * * * * * * * * * * * * ;
//boucle d'interpolation;
deltay = 1 //différence des coordonées y démarrer la boucle (arbitraire);
while deltay>ccy

a(i)=(fhCtr(i)-fhCtr(i-1))/(ylCtr(i)-ylCtr(i-1));
b(i)=fhCtr(i)-a(i)*ylCtr(i);
fhCtr(i+1)=a(i)*ylIni+b(i);
QCtr =[fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(i+1)];

[Q,N,Xl,Yl]=densfor(QCtr,C,Nini,R,Wx,Wy,cc);

```



```
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;
end

    end
    xgi(i,1:2)=[Nini(a,1),Nini(b,1)];
    ygi(i,1:2)=[Nini(a,2),Nini(b,2)];
    //plot2d(xgi(i,1:2),ygi(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
end

//géométrie du pas 2;
xset("line style",2);

for i=1:ne
    for j=1:nn
if C(i,j)==-1 then
    a=j;
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;
end

    end
    xg2(i,1:2)=[N2(a,1),N2(b,1)];
    yg2(i,1:2)=[N2(a,2),N2(b,2)];
    //plot2d(xg2(i,1:2),yg2(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
end

//géométrie optimisée;
xset("line style",1);

for i=1:ne
    for j=1:nn
if C(i,j)==-1 then
    a=j;
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;
end

    end
    xg(i,1:2)=[N(a,1),N(b,1)];
    yg(i,1:2)=[N(a,2),N(b,2)];
    //plot2d(xg(i,1:2),yg(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
    plot2d(xg(i,1:2),yg(i,1:2),2,rect=[0,-2,3,2]);
end

//legends(["forme de départ";"forme optimisée"],[[2;2],[1;1]]);
```

```
//Affichage des resultats;
X1
Y1
//dernière position;
%fcCtr($)
```

### B.3.2.1 CtrFc-yNoeudLibre.sci

La force mesurée est celle des haubans et la force adaptée est celle du câble. Modifications à faire par rapport au code CtrFh-yNoeudLibre.sci

```
fhIni;
fcMes;
```

à remplacer dans tout le code par

```
fhMes;
fcIni;
```

La matrice des forces cible doit aussi être modifiée :

```
QCtr =[fcMes 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fcMes 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fcMes 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fhCtr(i+1) 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhCtr(i+1)];
```

à remplacer dans tout le code par

```
QCtr =[fcCtr(i+1) 0 0 0 0 0 0 ;
        0 fcCtr(i+1) 0 0 0 0 0 ;
        0 0 fcCtr(i+1) 0 0 0 0 ;
        0 0 0 fhMes 0 0 0 ;
        0 0 0 0 fhMes 0 0 ;
        0 0 0 0 0 fhMes 0 ;
        0 0 0 0 0 0 fhMes];
```

### B.3.2.2 CtrFc-moyenne.sci

Dans ce code, on adapte la force dans les haubans afin d'obtenir la position moyenne entre la position cible, soit l'écart minimal pour la force mesurée dans le câble. Modifications à faire par rapport au code CtrFh-yNoeudLibre.sci

### B.3.3 Résultats des calculs

*Rapport de forces optimisé pour des coordonnées  $y_{n1} = y_{n2} = 0.25$  sans chargement*

fc\_c=10                      fc\_h=1.88033

*Coordonnées optimisées pour un rapport  $f^c/f^h = 10$*

x1=0.7872496                y1=0.1261696

*Coordonnées optimisées pour un rapport  $f^c/f^h = 2$*

x1=0.9857150                y1=0.6647762

## B.4 Arche de la passerelle en 2D

Structure simplifiée avec 18 nœuds, dont 11 nœuds fixes et 7 nœuds libres, et 22 éléments de tension, dont 8 éléments-câble et 14 éléments-hauban.

### B.4.1 DF18N22E.sci

Le nom vient de *Densité de Force, 18 Nœuds libres, 22 Eléments*

```
//méthode de la densité de force;

//chargement des fonctions;
getf Fonctions/longueur2D.sci
//getf Fonctions/longueur3D.sci

//rapport des forces: câble, haubans et chargements extérieurs - part 1;
//but y-centre =! 1.50 m;
fc_c=38.15;
fc_h=1;

//matrice diagonale des forces cible;
Qini=[ fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
       0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
       0 0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
```

```

0 0 0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 fc_c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 fc_h];

```

```
//matrice de connectivité;
```

```

C=[-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 1 ;
0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1];

```

```
//définition des noeuds initiaux;
```

```
//noeuds fixes de l'arche;
xf1=0;
xf2=3.1907;
xf3=5.3789;
xf4=9.223;
xf5=14.2248;
xf6=20;

yf1=0;
yf2=2.4987;
yf3=4.0829;
yf4=6.4211;
yf5=8.4337;
yf6=9.2443;

lx=40;

//3D;
//yf1=0;
//yf2=2.4657;
//yf3=4.0281;
//yf4=6.3315;
//yf5=8.3088;
//yf6=9.1017;

//zf1=0;
//zf2=0.40395;
//zf3=0.65992;
//zf4=1.0373;
//zf5=1.3612;
//zf6=1.4911;

//noeuds libres;
xl1=5.2124376; //coordonnées optimisées;
xl2=8.5752986;
xl3=13.857463;
xl4=20;

yl1=0.7243925;
yl2=1.0587121;
yl3=1.3767653;
yl4=1.5005035;

//coordonées pour le début des itérations;
//xl1=5;
//xl2=10;
//xl3=15;
```



```
//x14=20;

//y11=-3/800*x11^2+3/20*x11; //coordonées aproximatives (parabole);
//y12=-3/800*x12^2+3/20*x12;
//y13=-3/800*x13^2+3/20*x13;
//y14=-3/800*x14^2+3/20*x14;

Nini = [xf1    yf1;
        xf2    yf2;
        xf3    yf3;
        xf4    yf4;
        xf5    yf5;
        xf6    yf6;
        lx-xf5 yf5;
        lx-xf4 yf4;
        lx-xf3 yf3;
        lx-xf2 yf2;
        lx-xf1 yf1;
        x11    y11;
        x12    y12;
        x13    y13;
        x14    y14;
        lx-x13 y13;
        lx-x12 y12;
        lx-x11 y11];

X=Nini(:,1);
Y=Nini(:,2);

//3D
//z15=y12*zf6/yf5;
//z11=y13*zf6/yf5;
//z12=y14*zf6/yf5;
//z13=y15*zf6/yf5;

//Nini = [xf1    yf1 zf1;
//        xf2    yf2 zf2;
//        xf3    yf3 zf3;
//        xf4    yf4 zf4;
//        xf5    yf5 zf5;
//        xf6    yf6 zf6;
//        lx-xf5 yf5 zf5;
//        lx-xf4 yf4 zf4;
//        lx-xf3 yf3 zf3;
//        lx-xf2 yf2 zf2;
//        lx-xf1 yf1 zf1;
//        xf1    yf1 lz-zf1;
//        xf2    yf2 lz-zf2;
```

## ANNEXES

---

```
//      xf3      yf3 lz-zf3;
//      xf4      yf4 lz-zf4;
//      xf5      yf5 lz-zf5;
//      xf6      yf6 lz-zf6;
//      lx-xf5   yf5 lz-zf5;
//      lx-xf4   yf4 lz-zf4;
//      lx-xf3   yf3 lz-zf3;
//      lx-xf2   yf2 lz-zf2;
//      lx-xf1   yf1 lz-zf1;
//      x11      y11 z11;
//      x12      y12 z12;
//      x13      y13 z13;
//      x14      y14 zc4;
//      lx-x13   y13 z13;
//      lx-x12   y12 z12;
//      lx-x11   y11 z11;
//      x11      y11 lz-z11;
//      x12      y12 lz-z12;
//      x13      y13 lz-z13;
//      x14      y14 lz-z14;
//      lx-x13   y13 lz-z13;
//      lx-x12   y12 lz-z12;
//      lx-x11   y11 lz-z11];
//Z=Nini(:,3);

//matrice du chargement extérieur sur les noeuds;
//le chargement dépend des coordonnées des noeuds d'assemblage puisque elles
//déterminent la taille du tablier et donc aussi la charge des piétons

//forces de précontrainte fournie au câble;
FxArche=19544; // [N];
alpha=atan(y11/x11)
FCable=FxArche/cos(alpha) // [N];

//calcul de la force approximative due au tablier;
HT1=5.26122936;
HT2=3.37900611;
HT3=5.29148132;
HT4=6.14375062;
LB1=3.00000000;
LB2=2.76577099;
LB3=2.65767028;
LB4=2.55482923;
LB5=2.51481905;
DensTab=1000; // [kg/m3];
EpTab=0.1; // [m];
```



```
    0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 0];
//3D;
//R=[1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;1 1 1;
//  0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0];

//matrices de connectivité 'libre' et 'fixe', chargement, noeuds;
nn=size(Nini,1); //nombre de noeuds;
ne=size(Qini,1); //nombre d'elements;
klx=0;
kfx=0;
kly=0;
kfy=0;
//klz=0;
//kfz=0;
for i=1:nn
    if R(i,1)==1 then
kfx=kfx+1;
    else
klx=klx+1;
    end
    if R(i,2)==1 then
kfy=kfy+1;
    else
kly=kly+1;
    end
// if R(i,3)==1 then
// kfz=kfz+1;
// else
// klz=klz+1;
// end
end

Cfx=C(:,[1:kfx]); //matrice de connectivite des noeuds fixes en x;
Xf=X(1:kfx); //coordonnées des noeuds fixes en x;
Cfy=C(:,[1:kfy]);
Yf=Y(1:kfy);
//Cfz=C(:,[1:kfz]);
//Zf=Z(1:kfz);

Clx=C(:,[kfx+1:nn]); //matrice de connectivite des noeuds libres en x;
Xl=X(kfx+1:nn); //coordonnées des noeuds libres en x;
Wlinix=Winix(kfx+1:nn); //chargement initial sur les noeuds libres en x;
Cly=C(:,[kfy+1:nn]);
Yl=Y(kfy+1:nn);
Wliniy=Winiy(kfy+1:nn);
//Clz=C(:,[kfz+1:nn]);
//Zl=Z(kfz+1:nn);
```

```

//Wliniz=Winiz(kfz+1:nn);

//longueurs de départ des câbles
//et matrice diagonale des forces cible normée sur la longueur des éléments
Lini=[]; //longueurs initiales des cables
QiniNorm=zeros(Qini);
for i=1:ne
    for j=1:nn
        if C(i,j)==-1 then
            a=j;
        elseif C(i,j)==1 then
            b=j;
        end
    end
    Lini(i)=longueur2D(Nini,a,b);
    //Lini(i)=longueur3D(Nini,a,b);
    QiniNorm(i,i)=Qini(i,i)/Lini(i);
end

//boucle while;
//initialisation;
N=Nini; //matrice des coordonées;
Q=QiniNorm; //matrice de densité de force;
L1=Lini; //longueur de départ;
Wlx=Wlinix;
Wly=Wliniy;
deltaL=1;

cc=0.000000000000000005;
it=0;
while deltaL>cc
    it=it+1;

    //résolution de l'équation matricielle;
    X1=inv(Clx'*Q*Clx)*(Wlx-(Clx'*Q*Cfx)*Xf);
    Y1=inv(Cly'*Q*Cly)*(Wly-(Cly'*Q*Cfy)*Yf);
    //Z1=inv(Clz'*Q*Clz)*(Wlz-(Clz'*Q*Cfz)*Zf);

    //Inscription des nouvelles coordonées dans la matrice;
    N(kfx+1:nn,1)=X1(:);
    N(kfy+1:nn,2)=Y1(:);
    //N(kfx+1:nn,3)=Z1(:);
    //les coordonées en z sont calculées à partir de y
    //N(19:27,3)=zf6/yf6*N(19:27,2);
    //N(28:36,3)=3-zf6/yf6*N(28:36,2);

    //Calcul des nouvelles longueurs,

```

```
//des forces dans les câbles et des nouvelles densités de force;
for i=1:ne
    for j=1:nn
    if C(i,j)==-1 then
        a=j;
    elseif C(i,j)==1 then
        b=j;
    end
    end
    L2(i)=longueur2D(N,a,b);
    //L2(i)=longueur3D(N,a,b);
    Q(i,i)=Qini(i,i)/L2(i);
    dL(i)=(L1(i)-L2(i))/L1(i); //la différence est normée sur la longueur;
end

//critère de convergence - différence de longueur maximale pour l'itération it;
dl(it)=max(abs(dL));
deltaL=dl(it);

//Arrêt de la boucle si dl=max(dL) est plus petit que le critère de convergence cc;
if deltaL<cc then
    arret=1; break;
end

//Arret de la boucle après un certain nombre d'itérations;
if it==1000 then
    arret=2; break;
end

//Si pas d'arrêt,
//remplacer les longueurs du pas précédent par les nouvelles longueurs;
L1=L2;

end //end de la boucle while;

//Test de convergence;
k=0;
for i=2:it
    if dl(i)>dl(i-1) then
    k=k+1;
    ConTest(k)=i;
    end
end

//Affichage graphique des résultats;

xbasc();
```

```

maxnini=max(Nini,'r');
minnini=min(Nini,'r');

maxni=max(N,'r');
minni=min(N,'r');

maxn=max(maxnini,maxni);
minn=min(minnini,minni);

//arche;
xset("line style",1);

xa(1,1:2)=[Nini(1,1),Nini(2,1)];
xa(2,1:2)=[Nini(2,1),Nini(3,1)];
xa(3,1:2)=[Nini(3,1),Nini(4,1)];
xa(4,1:2)=[Nini(4,1),Nini(5,1)];
xa(5,1:2)=[Nini(5,1),Nini(6,1)];
xa(6,1:2)=[Nini(6,1),Nini(7,1)];
xa(7,1:2)=[Nini(7,1),Nini(8,1)];
xa(8,1:2)=[Nini(8,1),Nini(9,1)];
xa(9,1:2)=[Nini(9,1),Nini(10,1)];
xa(10,1:2)=[Nini(10,1),Nini(11,1)];

ya(1,1:2)=[Nini(1,2),Nini(2,2)];
ya(2,1:2)=[Nini(2,2),Nini(3,2)];
ya(3,1:2)=[Nini(3,2),Nini(4,2)];
ya(4,1:2)=[Nini(4,2),Nini(5,2)];
ya(5,1:2)=[Nini(5,2),Nini(6,2)];
ya(6,1:2)=[Nini(6,2),Nini(7,2)];
ya(7,1:2)=[Nini(7,2),Nini(8,2)];
ya(8,1:2)=[Nini(8,2),Nini(9,2)];
ya(9,1:2)=[Nini(9,2),Nini(10,2)];
ya(10,1:2)=[Nini(10,2),Nini(11,2)];

for i=1:10
plot2d(xa(i,1:2),ya(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
end

//géométrie initiale;
xset("line style",1);
for i=1:ne
    for j=1:nn
if C(i,j)==-1 then
    a=j;
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;

```

```
end

    end
    xgi(i,1:2)=[Nini(a,1),Nini(b,1)];
    ygi(i,1:2)=[Nini(a,2),Nini(b,2)];
//  zgi(i,1:2)=[Nini(a,3),Nini(b,3)];
//  plot2d(xgi(i,1:2),ygi(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
end

//géométrie optimisée;
xset("line style",1);

for i=1:ne
    for j=1:nn
if C(i,j)==-1 then
    a=j;
elseif C(i,j)==1 then
    b=j;
end
    end
    xg(i,1:2)=[N(a,1),N(b,1)];
    yg(i,1:2)=[N(a,2),N(b,2)];
//  zg(i,1:2)=[N(a,3),N(b,3)];
    plot2d(xg(i,1:2),yg(i,1:2),2,rect=[minn(1,1),minn(1,2),maxn(1,1),maxn(1,2)]);
end

//legends(["forme de départ";"forme optimisée"],[[2;2],[1;1]]);
```

## B.4.2 Résultats des calculs

*Rapport de forces optimisé pour la coordonnée du nœud central  $y_{n4} = 1.5\text{m}$  sans chargement extérieur*  
fc\_c=38.15                  fc\_h=1

*Coordonnées optimisées pour une géométrie d'isoforce sans chargement extérieur*  
*la coordonnée du nœud central est  $y_{n4} = 1.5\text{m}$*

x11=5.212	y11=0.724
x12=8.575	y12=1.059
x13=13.857	y13=1.377
x14=20	y14=1.500





# Bibliographie

- [1] O. LIMAM, V. T. NGUYEN, and G. FORET, *Engineering Structures* **27**, 841 (2005).
- [2] O. LIMAM, G. FORET, and A. EHRLACHER, *Composites Part B : Engineering* **37**, 286 (2006).
- [3] KSCI, Homepage, Disponible sur : <http://www.ksci.com/> (consulté le 05.04.2004), 2004, KSCI - Kansas Structural Composites, Inc.
- [4] T. KELLER and T. TIRELLI, *Composites Structures* **65**, 55 (2004).
- [5] J. LUYCKX, Composites à fibres de carbone dans le génie civil, Technical report, Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites, 1998.
- [6] MDA, Global FRP Use for Bridge Applications : Vehicular, Disponible sur : [http://www.mdacomposites.org/globalbridges/\\_VEH.pdf](http://www.mdacomposites.org/globalbridges/_VEH.pdf) (consulté le 18.02.2004), 2003, MDA - Market Development Alliance of the FRP Composites Industry, PDF document.
- [7] MDA, Global FRP Use for Bridge Applications : Pedestrian, Disponible sur : <http://www.mdacomposites.org/GlobalBridgesPEDESTRIAN.pdf> (consulté le 18.02.2004), 2003, MDA - Market Development Alliance of the FRP Composites Industry, PDF document.
- [8] J. HERVÉ, *Architecture Technique* (2002).
- [9] NGCC, Homepage - Examples, Disponible sur : <http://www.ngcc.org.uk/info/ngcclist.jsp> (consulté le 05.04.2004), 2004, NGCC - Network Group for Composites in Construction.
- [10] STRUCTURAE, Homepage, Disponible sur : <http://www.structurae.info/fr/> (consulté le 05.04.2004), 2004, Structurae - Galerie et Base de Données Internationale d'Ouvrages d'Art.
- [11] D. S. HALLIWELL, In service performance of GRP composites in buildings, Disponible sur : <http://www.cosacnet.soton.ac.uk/ACIC2002/Wednesday/w0920Halliwell.pdf> (consulté le 05.04.2004), 2002, PDF document.
- [12] CCLAB, Homepage - Projects carried out with CCLab involvement, Disponible sur : <http://www.cclab.ch/> (consulté le 05.04.2004), 2004, CCLab - Composites Construction Laboratory (École Polytechnique Fédérale de Lausanne).

- 
- [13] COBRAE, Hompage - Statues & Executive Coucil, Disponible sur : <http://www.cobrae.org/htmlfolder/stautes.html> (consulté le 20.10.2003), 2003, COBRAE - Composite Bridge Alliance Europe.
- [14] MDA, Homepage, Disponible sur : <http://www.mdacomposites.org/> (consulté le 18.02.2004), 2004, MDA - Market Development Alliance of the FRP Composites Industry.
- [15] IREX, Homepage, Disponible sur : <http://www.irex.asso.fr> (consulté le 05.04.2004), 2004, IREX - Institut pour la recherche appliquée et l'expérimentation en génie civil.
- [16] C. A. WEAVER, W. G. DAVIDS, and H. J. DAGHER, *Journal of Bridge Engineering*, 316 (2004).
- [17] C. DOUTHE, O. BAVEREL, and J.-F. CARON, *Journal of the International Association for Shell and Space Structures* **47**, 53 (2006).
- [18] O. BAVEREL, J.-F. CARON, G. DULIEU, O. NEGRELL VILA, and M. VANDAMME, Conception de passerelle en matériaux composites, in *Journées des Sciences de l'Ingénieur LCPC, Dourdan 9-11 12 03*, 2003.
- [19] J. SALENÇON, *Mécanique des Milieux Continus*, volume II. Élasticité - Milieux Curvilignes, Edition Marketing - Editeur des Préparations Grandes Écoles Médecine, 32, rue Barge 75015 Paris, 1988.
- [20] B. CONTRERAS ESCRIBANO, Étude d'une Passerelle en Matériaux Composites, Master's thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2003.
- [21] T. YAMASHITA and S. KATO, *Journal of Contructional Steel Research* **57**, 1289 (2001).
- [22] *PrEN1991 - Eurocode 1 : Action on Structures, Part 2 - General actions : Traffic loads on bridges*.
- [23] G. ERDELYI, Etude dynamique des passerelles, Master's thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [24] P. DZIUBA, G. GRILLAUD, O. FLAMAND, S. SANQUIER, and Y. TÉTARD, *Bulletin, Ouvrages métalliques*, 34 (2001).
- [25] J. H. R. OTTER, *Nuclear Structural Engineering* **1**, 61 (1964).
- [26] A. S. DAY and J. H. BUNCE, *Civil Engineering and Public Works Review*, 383 (1970).
- [27] M. R. BARNES, Dynamic relaxation analysis of tension networks, in *Proceedings International Conference Tension Roof Structures*, London, 1974.
- [28] W. J. LEWIS, *Tension structures, Form and behaviour*, Thomas Telford, 1 edition, 2003.
- [29] J. H. ARGYRIS and D. W. SCHARPF, Berechnung vorgespannter Netzwerke, in *Bayerische Akademie der Wissenschaften, Mathem.- Naturwiss. Klasse, Sonderdruck 4 aus den Sitzungsberichten*, Verlag C. H. Beck, 1970.

- [30] G. BRINKMANN, Untersuchung zur Geometrie und Statik gleichmaschiger Netze, in *Mitteilungen / Sonderforschungsbereich 64, Weitgespannte Flächentragwerke*, number 2, Universität Stuttgart, SFB 64, 1972.
- [31] K. LINKWITZ and H.-J. SCHEK, Über eine neue Methode zur Berechnung vorgespannter Seilnetze und ihre praktische Anwendung auf die Olympiadächer München, A New Method of Analysis of Prestressed Cable Networks and Its Use on the Roofs of the Olympic Game Facilities at Munich, in *9th Congress of IASBE, Amsterdam*, IASBE, 1972.
- [32] H.-J. SCHEK, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **3**, 115 (1974).
- [33] K. LINKWITZ, *Engineering Structures* **21**, 709 (1999).
- [34] K. LINKWITZ, *International Journal of Space Structures* **14**, 73 (1999).
- [35] S. J. FENVES and F. H. BRANIN, *Journal of the Structural Division* **89**, 483 (1963).
- [36] J. H. ARGYRIS, *Progress in Aeronautical Sciences* **4** (1964).
- [37] W. CAO, H. H. CUDNEY, and R. WASER, Smart materials and structures, in *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, volume 96, pp. 8330–8331, 1999.
- [38] M. HILL-KING, *Smart Materials Bulletin* , 7 (2001).
- [39] W. E. REYNOLDS and R. E. CHRISTENSON, *Engineering Structures* **28**, 1182 (2006).
- [40] C. CHEE, L. TONG, and G. STEVEN, *Composite Structures* **55**, 169 (2002).
- [41] D. SUN, L. TONG, and D. WANG, *International Journal of Solids and Structures* , 2277 (2004).
- [42] J. SCHLAICH and R. BERGERMANN, *Leicht Weit - Light Structures*, Prestel Verlag and Deutsches Architektur Museum, 2004, Exhibition November 22, 2003 - Februar 8, 2004.
- [43] P. TEUFFEL, *Entwerfen adaptiver Strukturen*, PhD thesis, University of Stuttgart - Institute for Lightweight Structures and Conceptual Design, 2004.
- [44] A. WEILANDT, *Adaptivität bei Scheiben und Schalen (Dissertation Thesis in progress)*, PhD thesis, University of Stuttgart - Institute for Lightweight Structures and Conceptual Design, 2006.
- [45] M. MOLLAERT, T. VAN MELE, P. BLOCK, and N. DE TEMMERMAN, Intelligent kinetic structures : architectural organisms as a concept, in *Proceedings of the IASS 2004 International Symposium on Shell and Spatial Structures, Montpellier, France*, 2004.
- [46] P. BLOCK, Interactive kinetic structures : Architecture with an organic trait, in *SMArchS Design&Computation - Design at the Frontier of Engineering and Architecture*, pp. 1–7, 2005, Joint SMArchS Colloquium / BT Seminar Series, Fall 2003.

- 
- [47] BÖTTGER, Homepage - Applications of FRP - fibreglass reinforced plastics in the construction of bridges, in civil and industrial engineering, Disponible sur : <http://www.gfk-anlagenbau.de/english/StartseiteFrame01.htm> (consulté le 16.02.2004), 2004, Böttger GFK Anlagenbau GmbH.
- [48] ACMA, Homepage - United States Polyester Statistical Report, Disponible sur : <http://www.acmanet.org/industry/History%20Annual%20Sales%20by%20segment.pdf> (consulté le 23.02.2004), 2004, ACMA - American Composites Manufacturers Association.
- [49] E.T.TECHTONICS, Homepage - Park & Trail Bridges, Disponible sur : [http://www.ettechtonics.com/Park\\_Trail.htm#ParkBridges](http://www.ettechtonics.com/Park_Trail.htm#ParkBridges) (consulté le 05.04.2004), 2004.
- [50] M. LE TOULLEC, *Industries et Techniques*, 44 (2000).
- [51] UNKNOWN, *Composites International*, 65.
- [52] UNKNOWN, *Composites International*, 70.
- [53] F. BAUCHARD, *La Tribune Desfossé - supplément nouveaux marchés* (1996).
- [54] J.-P. BONDY, *La Tribune Desfossé - supplément nouveaux marchés* (1996).
- [55] J.-P. BONDY, *La Tribune Desfossé - supplément nouveaux marchés* (1996).
- [56] MDA, *Product Selection Guide : FRP Composite Products for Bridge Applications*, Harrison, NY 10528-1632, 1 edition, 2000, MDA - Market Development Alliance of the FRP Composites Industry.
- [57] T. DUCLOS and W. HOORPAH, *Bulletin, Ouvrages métalliques*, 128 (2001).
- [58] F. DANSIK, *Force Density Method and Configuration Processing*, PhD thesis, University of Surrey - Space Structures Research Centre.
- [59] W. SOBEK, P. TEUFFEL, A. WEILANDT, and C. LEMAITRE, Adaptive and Lightweight, in *Adaptables 2006, TU/e, International Conference On Adaptable Building Structures Eindhoven [The Netherlands]*, volume 6, pp. 38–42, 2006.