



**HAL**  
open science

# Prédiction de la limite de formabilité des aciers multiphasés par une approche micromécanique

Gérald Franz

► **To cite this version:**

Gérald Franz. Prédiction de la limite de formabilité des aciers multiphasés par une approche micromécanique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0022 . pastel-00004332

**HAL Id: pastel-00004332**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00004332>**

Submitted on 5 Dec 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

# THÈSE

pour obtenir le grade de

**Docteur**

de

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité "Mécanique et Matériaux"**

*présentée et soutenue publiquement  
par*

**Gérald FRANZ**

le 29 octobre 2008

**PREDICTION DE LA LIMITE DE FORMABILITE  
DES ACIERS MULTIPHASES  
PAR UNE APPROCHE MICROMECHANIQUE**

*Directeur de thèse : Marcel BERVEILLER*

*Co-encadrement de la thèse : Farid ABED-MERAIM  
Tarak BEN ZINEB*

Jury :

**M. Paul VAN HOUTTE**, Professeur, MTM, Katholieke Universiteit Leuven ..... Président  
**M. René BILLARDON**, Professeur, LMT Cachan, UPMC ..... Rapporteur  
**M. Yvan CHASTEL**, Professeur, MINES ParisTech ..... Rapporteur  
**M. Marcel BERVEILLER**, Professeur, LPMM, AM ParisTech Metz ..... Examineur  
**M. Farid ABED-MERAIM**, Maître de Conférences, LPMM, AM ParisTech Metz.... Examineur  
**M. Tarak BEN ZINEB**, Professeur, LEMTA, Université Nancy I ..... Examineur  
**M. Xavier LEMOINE**, Docteur/Ingénieur, ArcelorMittal, Maizières-Lès-Metz ..... Examineur

**Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux**  
*ENSAM, CER de Metz*



## Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (LPMM) dans les locaux de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM) de Metz. Cette thèse est le résultat de la collaboration entre ArcelorMittal Research et le LPMM. Mes premiers remerciements sont adressés aux membres du jury, M. Paul Van Houtte, M. Yvan Chastel et M. René Billardon, pour avoir accepté de juger mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier mes encadrants, M. Farid Abed-Meraim et M. Tarak Ben Zineb, pour m'avoir accordé leur confiance et laissé une part importante d'autonomie tout en restant présents et disponibles lorsque leur soutien scientifique m'était nécessaire. Je remercie également M. Marcel Berveiller, mon directeur de thèse, de m'avoir accueilli au sein de son équipe et de m'avoir fait profiter de sa grande expérience et de ses connaissances scientifiques.

Pour m'avoir donné l'occasion de continuer avec lui après deux premières collaborations enrichissantes - tout d'abord au cours de mon cursus d'élève ingénieur, durant un stage au Laboratoire d'Etude et de Développement des Produits Plats (LEDEPP) à Florange, puis dans le cadre de mon DEA - je tiens à remercier tout particulièrement M. Xavier Lemoine. Il a su me faire découvrir et apprécier le monde de la recherche au point de prolonger en thèse. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et ses conseils scientifiques.

Ensuite, je veux remercier tous mes collègues thésards qui ont rendu ces années de thèse encore plus agréables qu'elles ne pouvaient déjà l'être!!

Enfin, je remercie ma mère et mes frères pour leur présence et leur soutien, ainsi que mon père qui veille toujours sur moi. Merci également à ma petite famille que j'ai fondé au cours de cette thèse. Un grand merci à Marylène pour sa patience et sa compréhension (en particulier pour la dernière année!) ainsi qu'à ma fille Amandine qui m'a donné une grande bouffée d'oxygène et qui entrera à l'école lorsque, pour ma part, je la quitterai enfin!!



*Je dédie cette thèse à la mémoire de mon père.*



# Table des matières

## Introduction générale

### Chapitre 1

#### Hétérogénéités plastiques intragranulaires - Conséquences sur le comportement macroscopique

1.1	Introduction . . . . .	14
1.2	Hétérogénéités plastiques intragranulaires . . . . .	14
1.2.1	Glissement multiple hétérogène . . . . .	14
1.2.2	Structure cellulaire . . . . .	15
1.2.3	Microbandes de cisaillement . . . . .	17
1.3	Evolution de la microstructure en fonction du chargement - conséquences macroscopiques . . . . .	18
1.3.1	Trajets monotones . . . . .	18
1.3.2	Trajets séquentiels . . . . .	20
1.3.3	Conclusions . . . . .	24
1.4	Modèles intégrant les effets liés à la microstructure intragranulaire . . . . .	25
1.4.1	Modèles macroscopiques . . . . .	26
1.4.2	Modèles polycristallins liés à la densité de dislocations . . . . .	28
1.4.3	Modèles intragranulaires liés à la morphologie des cellules de dislocations . . . . .	29
1.5	Conclusions . . . . .	30

### Chapitre 2

#### Modélisation de la microstructure intragranulaire et du comportement élastoplastique du monocristal

2.1	Introduction . . . . .	38
2.2	Modélisation à l'échelle mésoscopique - Loi de comportement locale . . . . .	38
2.2.1	Hypothèses . . . . .	38
2.2.2	Mécanisme du glissement plastique . . . . .	39
2.2.3	Systèmes de glissement . . . . .	40



2.2.4	Détermination des systèmes de glissement actifs . . . . .	42
2.2.5	Vitesse de glissement des systèmes actifs . . . . .	42
2.2.6	Loi de comportement élastoplastique du monocristal . . . . .	45
2.3	Modélisation à l'échelle microscopique . . . . .	48
2.3.1	Description de la microstructure . . . . .	48
2.3.2	Formation des murs de dislocations . . . . .	49
2.3.3	Evolution des densités de dislocations associées aux murs présents au pas actuel de déformation . . . . .	50
2.3.4	Evolution des densités de dislocations immobiles et polarisées associées aux anciens murs . . . . .	52
2.3.5	Construction et évolution des cellules de dislocations . . . . .	53
2.3.6	Ecrouissage isotrope, écrouissage latent et polarité . . . . .	53
2.4	Méthode de résolution numérique . . . . .	56
2.5	Prédiction de la microstructure intragranulaire pour un monocristal . . . . .	57
2.5.1	Essai de cisaillement simple . . . . .	57
2.5.2	Essai Bauschinger . . . . .	60
2.5.3	Essai orthogonal . . . . .	62
2.5.4	Conclusions . . . . .	64
2.6	Résultats qualitatifs . . . . .	64
2.6.1	Apport spécifique de chaque paramètre du modèle - Impact sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets . . . . .	64
2.6.2	Impact des paramètres du modèle sur l'évolution des densités de disloca- tions et sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets . . . . .	69
2.7	Conclusions . . . . .	77

<p><b>Chapitre 3</b></p> <p><b>Validation du modèle multi-échelles</b></p>
--

3.1	Introduction . . . . .	82
3.2	Définition des relations de moyenne et de transition d'échelles . . . . .	82
3.2.1	Relations entre grandeurs locales et globales . . . . .	83
3.2.2	Tenseurs de localisation . . . . .	83
3.3	Modélisation de la transition d'échelles . . . . .	84
3.3.1	Modèle de Taylor-Lin . . . . .	84
3.3.2	Modèle statique . . . . .	85
3.3.3	Approches "autocohérentes" . . . . .	85
3.4	Modèle autocohérent au sens de Hill . . . . .	85
3.4.1	Mise en équations du problème . . . . .	85

3.4.2	Equation intégrale cinématique . . . . .	86
3.4.3	Approximation autocohérente à un site de l'équation intégrale . . . . .	89
3.4.4	Intégration numérique du tenseur d'interaction . . . . .	91
3.4.5	Evolution de la texture cristallographique et morphologique . . . . .	92
3.5	Méthode de résolution numérique du caractère implicite du modèle autocohérent	93
3.6	Résultats qualitatifs . . . . .	94
3.6.1	Evolution de la morphologie des grains . . . . .	94
3.6.2	Comparaisons entre la méthode de transition d'échelles autocohérente et celle de Taylor-Lin . . . . .	95
3.7	Identification des paramètres des modèles . . . . .	96
3.7.1	Modèle sans amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire . . . . .	97
3.7.2	Modèle avec amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire . . . . .	98
3.8	Comparaison entre théorie et expérience . . . . .	102
3.8.1	Aciers monophasés ferritiques . . . . .	103
3.8.2	Aciers biphasés ferrito-martensitiques . . . . .	115
3.9	Conclusions . . . . .	121

## **Chapitre 4**

### **Prédiction de la perte de ductilité - Application aux CLF directes et séquentielles**

4.1	Introduction . . . . .	126
4.2	Mécanismes limitant la formabilité . . . . .	126
4.2.1	Mécanismes associés à la plasticité . . . . .	126
4.2.2	Mécanismes associés à l'endommagement . . . . .	127
4.3	Modélisation de la perte de ductilité . . . . .	129
4.3.1	Critère de Considère . . . . .	129
4.3.2	Critère de Swift . . . . .	130
4.3.3	Critère Modifié de Force Maximale (CMFM) . . . . .	132
4.3.4	Critère de Hill . . . . .	133
4.3.5	Modèle de Marciniak-Kuczynski - Extension de Hutchinson-Neale . . . . .	135
4.3.6	Modèle de Rudnicki-Rice . . . . .	137
4.4	Détermination des Courbes Limites de Formage directes et séquentielles . . . . .	139
4.4.1	Simulations des CLF directes pour des aciers monophasés . . . . .	140
4.4.2	Simulations des CLF directes pour des aciers biphasés . . . . .	142
4.4.3	Discussions . . . . .	145
4.4.4	Simulation des CLF séquentielles pour des aciers monophasés . . . . .	146

4.4.5	Simulation des CLF séquentielles pour des aciers biphasés . . . . .	148
4.5	Orientation des bandes de localisation . . . . .	150
4.5.1	Définition . . . . .	150
4.5.2	Aciers monophasés . . . . .	151
4.5.3	Aciers biphasés . . . . .	155
4.6	Outil d'aide à l'élaboration de nouveaux aciers . . . . .	157
4.6.1	Influence des paramètres physiques sur la perte de ductilité . . . . .	157
4.6.2	Influence de la microstructure intragranulaire sur la perte de ductilité . .	159
4.7	Conclusions . . . . .	165

<b>Conclusion générale</b>
----------------------------

# Table des figures

1	Plissement et striction . . . . .	2
2	Localisation et endommagement . . . . .	2
3	CLF à rupture et à striction localisée d'une tôle d'acier rephosphoré d'épaisseur 0,7mm [Arr90] . . . . .	3
4	Influence du trajet de déformation sur la limite de ductilité - CLF séquentielles d'un acier SOLDUR 340 déterminées expérimentalement par Haddad [Had97] . . . . .	5
1.1	Zones de glissement plastique hétérogène à l'intérieur d'un grain . . . . .	14
1.2	Exemple de microstructure intragranulaire [NBT01a] . . . . .	15
1.3	Subdivision des gros grains en zones à morphologie cellulaire uniforme séparées par des murs denses de dislocations . . . . .	16
1.4	Apparition de microbandes dans un acier bas carbone après un trajet orthogonal [RS89] . . . . .	17
1.5	Micrographie d'un grain d'acier ferritique présentant une seule famille de murs de dislocations après un essai de traction uniaxiale [NBT01b] . . . . .	19
1.6	Micrographie de deux grains d'acier ferritique orientés différemment lors d'un essai de cisaillement monotone [NBT01b] . . . . .	19
1.7	Cellules parallélépipédiques observées dans un grain après une traction plane [FS83] . . . . .	20
1.8	Structure cellulaire équiaxe observée dans un grain après une expansion équi-biaxiale [FS83] . . . . .	20
1.9	Mise en évidence des phénomènes transitoires lors de changements de trajets de déformation . . . . .	21
1.10	Présence de microbandes dans un grain d'acier ferritique ayant subi un essai orthogonal [NBT01b] . . . . .	22
1.11	Les parois des cellules sont des structures dipolaires . . . . .	23
1.12	Dissolution et reconstruction de la microstructure au cours d'un essai Bauschinger . . . . .	24
1.13	Microstructure d'un grain d'acier ferritique après un essai Bauschinger [NBT01b] . . . . .	24
2.1	Lignes de glissement dans un acier ferritique lors d'un essai de traction [Lor05] . . . . .	39
2.2	Stades présents lors d'un essai de traction sur un monocristal CFC . . . . .	40
2.3	Définition d'un système de glissement . . . . .	40
2.4	Représentation schématique de la microstructure [Pee02] . . . . .	48
2.5	Représentation schématique de la microstructure comme un composite biphasé [Mug87] . . . . .	54
2.6	Micrographie de deux grains d'acier ferritique lors d'un cisaillement dans la direction de laminage [NBT01] . . . . .	58

2.7	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(-34,2^\circ; 135,7^\circ; 51,5^\circ)$ au cours d'un cisaillement simple . . . . .	59
2.8	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(-27,2^\circ; 133,4^\circ; 53^\circ)$ au cours d'un cisaillement simple . . . . .	59
2.9	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(-57,5^\circ; 138,3^\circ; 35,6^\circ)$ au cours d'un cisaillement simple . . . . .	60
2.10	Micrographie de deux grains d'acier ferritique lors d'un cisaillement Bauschinger $-30\%/+30\%$ dans la direction de laminage [NBT01] . . . . .	60
2.11	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(92^\circ; 124,7^\circ; 55,7^\circ)$ au cours d'un cisaillement Bauschinger . . . . .	61
2.12	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(43,3^\circ; 127,7^\circ; -42,8^\circ)$ au cours d'un cisaillement Bauschinger . . . . .	62
2.13	Micrographie d'un grain d'acier ferritique d'orientation $(32,5^\circ; 57,5^\circ; 137,5^\circ)$ ayant subi un essai orthogonal, 10% de pré-traction uniaxiale dans la direction de laminage suivie d'un cisaillement de 20% dans la même direction [NBT01] . . . . .	63
2.14	Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale $(32,9^\circ; 55,9^\circ; 137,4^\circ)$ au cours d'un essai orthogonal . . . . .	63
2.15	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Microstructure intragranulaire uniquement composée de cellules orientées de manière aléatoire . . . . .	65
2.16	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Microstructure intragranulaire composée de cellules et de murs de dislocations . . . . .	66
2.17	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Prise en compte de l'évolution de la microstructure intragranulaire lors de changements de trajets . . . . .	67
2.18	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Prise en compte du caractère dipolaire des murs de dislocations . . . . .	67
2.19	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Prise en compte de la remobilisation des dislocations polarisées lors de changements de trajets . . . . .	68
2.20	Simulation du comportement d'un grain d'orientation $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ lors de différents trajets - Prise en compte de l'annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors de changements de trajets . . . . .	69
2.21	Influence du paramètre $I$ . . . . .	70
2.22	Influence du paramètre $R$ . . . . .	71
2.23	Influence du paramètre $R$ , à $\rho_{sat}$ constant, sur la densité de dislocations $\rho$ . . . . .	71
2.24	Simulation d'un trajet orthogonal . . . . .	72
2.25	Influence du paramètre $I^{wd}$ . . . . .	72
2.26	Influence du paramètre $R^{wd}$ . . . . .	73
2.27	Influence du paramètre $R_{ncg}$ - Simulation d'un trajet orthogonal . . . . .	73
2.28	Influence du paramètre $R_{ncg}$ . . . . .	74
2.29	Influence du paramètre $I^{wp}$ . . . . .	75
2.30	Influence du paramètre $R^{wp}$ . . . . .	75
2.31	Influence du paramètre $R_{rev}$ . . . . .	76
2.32	Influence du paramètre $R_2$ . . . . .	77
3.1	Définition des angles d'Euler selon la notation de Bunge . . . . .	93

---

3.2	Evolution de la forme d'un grain . . . . .	95
3.3	Comparaison entre les modèles de Taylor-Lin et autocohérent pour un essai de traction uniaxiale . . . . .	95
3.4	Estimation des déformations et contraintes de l'ensemble des grains lors d'un essai de traction uniaxiale pour les deux méthodes de transition d'échelles . . . . .	96
3.5	Influence des paramètres $g_0$ et $y_c$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai de traction uniaxiale . . . . .	97
3.6	Influence des paramètres $I$ et $R$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai de cisaillement . . . . .	98
3.7	Influence des paramètres $I^{wd}$ et $R^{wd}$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai orthogonal . . . . .	99
3.8	Influence du paramètre $R_{ncg}$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai orthogonal . . . . .	100
3.9	Influence des paramètres $I^{wp}$ et $R^{wp}$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai Bauschinger . . . . .	100
3.10	Influence des paramètres $R_{rev}$ et $R_2$ sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai Bauschinger . . . . .	101
3.11	Micrographie des aciers ferritiques . . . . .	104
3.12	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monphasé IF-Ti1, orientées dans la direction de laminage . . . . .	105
3.13	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monphasé IF-Ti1, orientées à $45^\circ$ par rapport à la direction de laminage . . . . .	106
3.14	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monphasé IF-Ti1, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage . . . . .	107
3.15	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/4 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	108
3.16	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/2 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	108
3.17	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 3/4 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	108
3.18	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion équi-biaxée pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	109
3.19	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/3 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	109
3.20	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 2/1 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	110
3.21	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/1 pour l'acier monphasé IF-Ti1 . . . . .	110

3.22	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti2, orientées dans la direction de laminage . . . . .	111
3.23	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti2, orientées à 45° par rapport à la direction de laminage . . . . .	112
3.24	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti2, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage . . . . .	112
3.25	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/4 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	113
3.26	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/2 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	113
3.27	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 3/4 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	113
3.28	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion équilibrée pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	114
3.29	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/3 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	114
3.30	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 2/1 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	115
3.31	Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/1 pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	115
3.32	Micrographies des aciers ferrito-martensitiques . . . . .	116
3.33	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées dans la direction de laminage . . . . .	118
3.34	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées à 45° par rapport à la direction de laminage . . . . .	118
3.35	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage	119
3.36	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées dans la direction de laminage . . . . .	120
3.37	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées à 45° par rapport à la direction de laminage	121

3.38	Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage . . . . .	121
4.1	Schématisation de la striction . . . . .	126
4.2	Bande de localisation de la déformation . . . . .	127
4.3	Coupe tomographique, amorçage de décohésions (A), composite $Al/ZrO_2$ - essai de traction in-situ [Bab02] . . . . .	128
4.4	Coupe tomographique, extension de décohésions par amorçage sur plusieurs sites et par croissance, composite $Al/ZrO_2$ - essai de traction in-situ [Bab02] . . . . .	128
4.5	Coupe tomographique, coalescence de deux cavités en une seule, composite $Al/ZrO_2$ - essai de traction in-situ [Bab02] . . . . .	129
4.6	Géométrie du modèle de Swift . . . . .	131
4.7	CLF obtenue par le critère de Swift . . . . .	132
4.8	Géométrie du modèle de Hill . . . . .	133
4.9	CLF obtenue par le critère de Hill . . . . .	134
4.10	Géométrie du modèle de Hutchinson-Neale . . . . .	135
4.11	Bande de localisation de la déformation . . . . .	137
4.12	Validation du modèle ArcelorMittal V9.2 sur différents aciers pour des trajets directs	140
4.13	Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier monophasé IF-Ti1 . . . . .	141
4.14	Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	142
4.15	Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier biphasé DP1 . . . . .	143
4.16	Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier biphasé DP2 . . . . .	143
4.17	Influence de différents paramètres sur la dispersion des points de la CLF directe .	145
4.18	Influence des erreurs numériques sur la dispersion des points de la CLF directe .	146
4.19	CLF séquentielles pour l'acier monophasé IF-Ti1 . . . . .	147
4.20	CLF séquentielles pour l'acier monophasé IF-Ti2 . . . . .	147
4.21	Modèle 1 - CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP1 . . . . .	148
4.22	Influence de la phase martensitique sur les CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP1 . . . . .	148
4.23	Modèle 1 - CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP2 . . . . .	149
4.24	Influence de la phase martensitique sur les CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP2 . . . . .	149
4.25	Définition des angles donnant l'orientation de la normale à la bande de localisation dans l'espace . . . . .	150
4.26	Définition des angles donnant l'orientation de la trace de la bande de localisation dans le plan de la tôle et dans l'épaisseur [FAMLBZLB09] . . . . .	151
4.27	Influence du paramètre $g_0$ et de la distance d'annihilation critique $y_c$ sur les points extrêmes de la CLF directe . . . . .	158
4.28	Influence de la cission critique initiale $\tau_{c0}$ et de la taille moyenne des grains $D_{moy}$ sur les points extrêmes de la CLF directe . . . . .	158
4.29	Influence des paramètres $I$ et $R$ sur les points extrêmes de la CLF directe . . . . .	159



4.30	Microstructure intragranulaire composée de cellules et de murs de dislocations - CLF directe . . . . .	160
4.31	Influence des paramètres $I^{wd}$ et $R^{wd}$ sur les points extrêmes de la CLF directe . .	160
4.32	Prise en compte de l'évolution de la microstructure intragranulaire lors de changements de trajets - CLF directe . . . . .	161
4.33	Influence du paramètre $R_{ncg}$ sur les points extrêmes de la CLF directe . . . . .	161
4.34	Prise en compte de la polarité des murs de dislocations - CLF directe . . . . .	162
4.35	Influence des paramètres $I^{wp}$ et $R^{wp}$ sur les points extrêmes de la CLF directe . .	162
4.36	Prise en compte de la remobilisation des dislocations polarisées lors de changements de trajets - CLF directe . . . . .	163
4.37	Prise en compte de l'annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors de changements de trajets - CLF directe . . . . .	164
4.38	Influence des paramètres $R_{rev}$ et $R_2$ sur les points extrêmes de la CLF directe . .	164
4.39	Influence de la cission critique initiale $\tau_{c0}$ et de la fraction volumique de murs $f$ sur les points extrêmes de la CLF directe . . . . .	164

# Introduction générale

L'emploi de matériaux performants est omniprésent dans tous les secteurs de l'économie, qu'il s'agisse de l'industrie automobile ou de l'aéronautique, du marché des biens de consommation courante avec l'utilisation d'acier pour emballage (boîte alimentaire, boîte boisson), du domaine de l'équipement (électroménager) ou de la construction (couverture, façade et plancher).

On distingue généralement les matériaux dits fonctionnels, tels que les matériaux adaptatifs ou "intelligents", qui permettent de répondre à une attente physique spécifique (optique, thermique, électromécanique, etc.), des matériaux de structure utilisés pour leurs caractéristiques mécaniques variées.

Afin de répondre aux attentes écologiques croissantes, devenues un véritable enjeu contemporain et futur, ainsi qu'aux impératifs, toujours d'actualité, de réductions des coûts, il est intéressant d'alléger au maximum les structures. Ainsi, dans le secteur automobile, un véhicule allégé sera moins coûteux et moins polluant du fait d'une consommation énergétique moindre.

Parmi les matériaux structurels, l'acier, en particulier sous forme de produits plats (tôles), représente une part considérable des solutions choisies pour réaliser diverses pièces mécaniques. Afin d'obtenir les géométries souhaitées, il est nécessaire de mettre en forme ces tôles. Pour atteindre cet objectif, l'emboutissage reste l'un des procédés de mise en forme des matériaux le plus utilisé. Il permet de produire des pièces en grandes séries, dont les formes peuvent être relativement complexes, tout en minimisant la quantité non utilisée de matériau, ce qui lui confère un intérêt économique incontestable.

La mise en forme par déformation plastique fait intervenir une propriété importante, appelée ductilité, qui permet de définir la capacité d'un matériau à subir une déformation permanente (irréversible ou plastique), sans rupture, ni fissure, ni zone de localisation de la déformation sous l'effet de sollicitations extérieures. Cette caractéristique mécanique est très étudiée par les industriels car, sachant qu'un matériau n'est pas déformable à l'infini, il est intéressant de connaître les mécanismes limitant sa ductilité afin d'éviter les conséquences plus ou moins néfastes pour la pièce et d'améliorer la rentabilité du procédé de mise en forme.

Il a été observé expérimentalement qu'il existait différents mécanismes pouvant être à l'origine de la perte de ductilité et limitant de ce fait les possibilités de mise en forme des tôles. La distinction entre les mécanismes associés à la plasticité (plissement, flambement, striction et localisation) et ceux associés à l'endommagement (cavités, fissures) est généralement introduite pour définir correctement ces origines.

Les tôles métalliques présentent la caractéristique d'avoir une épaisseur très faible par rapport aux dimensions dans son plan, ce qui facilite le flambement et le plissement. Ceci peut se manifester lors de l'emboutissage d'un godet par la présence de "plis" non souhaités ou sur des carrosseries de voiture par la présence de zones disgracieuses (cf. Fig. 1(a)).

La striction diffuse se caractérise en traction uniaxiale par une zone où la diminution de section est conséquente par rapport au reste de l'éprouvette (cf. Fig. 1(b)).

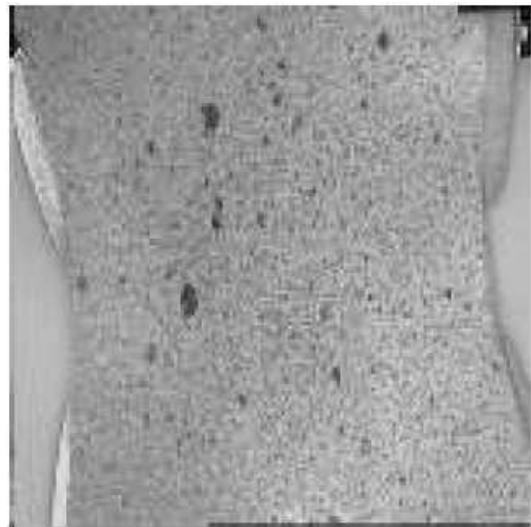
La localisation de la déformation, appelée également striction localisée, se produit presque toujours après la striction diffuse, lorsque celle-ci a lieu. Elle est observée lorsque la déformation a tendance à se concentrer intensément dans certaines zones étroites du matériau, appelées bandes de localisation. La localisation peut engendrer la ruine du matériau par propagation de fissure le long de ces bandes de cisaillement (cf. Fig. 2(a)).

L'endommagement est dû à la formation et au développement de cavités qui conduisent à l'altération progressive des propriétés mécaniques du matériau au cours de la déformation (cf. Fig. 2(b)).

Définir un modèle intégrant l'ensemble de ces mécanismes est extrêmement complexe, c'est pourquoi il a été décidé de concentrer les objectifs de cette étude sur la localisation de la déformation par bandes de cisaillement, qui est une problématique majeure d'ArcelorMittal.

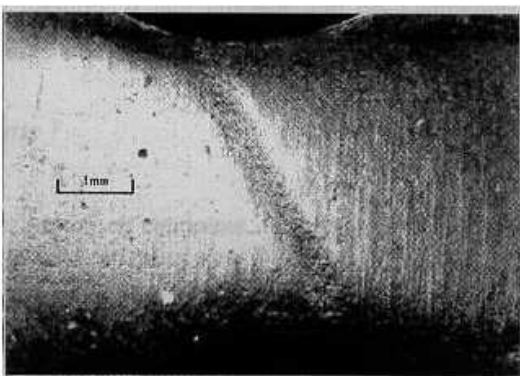


(a) Plissement

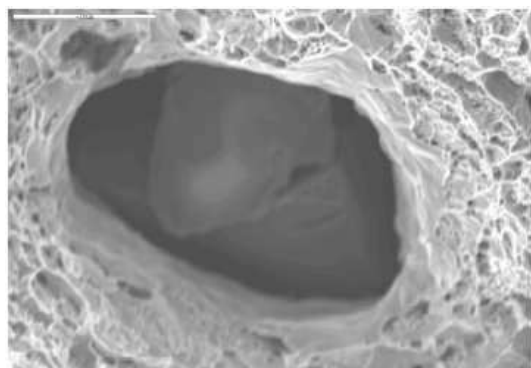


(b) Striction [Vac03]

FIG. 1 – Plissement et striction



(a) Localisation en bande de cisaillement  
[Let00]



(b) Développement de cavités  
[PIBM03]

FIG. 2 – Localisation et endommagement

Afin de caractériser quantitativement l'aptitude au formage d'un matériau, et ce pour différentes sollicitations, Keeler [KB63] [Kee65] et Goodwin [Goo68] ont introduit la notion de Courbe Limite de Formage (CLF). Cette représentation permet de délimiter les zones de réussite et d'échec, dans le domaine des déformations principales du plan de la tôle, lors d'une opération de mise en forme. Initialement, cette courbe était tracée pour donner la limite supérieure de formage d'une tôle sans qu'il y ait apparition de rupture dans la pièce emboutie. Mais celle-ci s'avère généralement insuffisante car le phénomène de rupture ductile est précédé d'une instabilité plastique donnant lieu à la localisation de la déformation. Celle-ci se traduit par un amincissement local qui est inadmissible tant pour des raisons de résistance mécanique que pour des raisons esthétiques (habillage automobile).

De nos jours, l'apparition de la localisation est considérée comme le principal critère de rejet des pièces embouties, c'est pourquoi les CLF actuelles ne sont plus tracées à rupture, mais à localisation (cf. Fig. 3). Ce type de courbe présente donc un intérêt évident pour les emboutisseurs car, en plus de savoir si un embouti est réalisable ou non, la comparaison des déformations observées sur un embouti réel avec la CLF permet d'avoir une idée de la fiabilité de l'opération d'emboutissage.

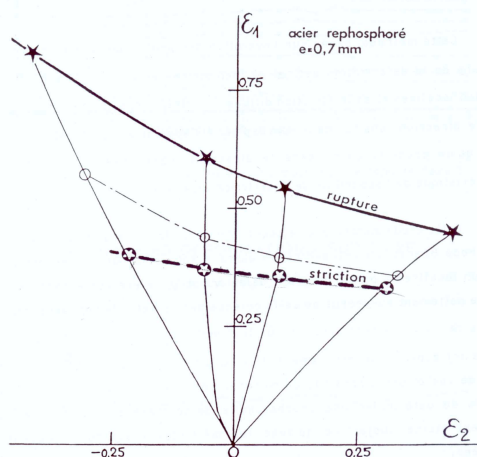


FIG. 3 – CLF à rupture et à striction localisée d'une tôle d'acier rephosphoré d'épaisseur 0,7mm [Arr90]

Cependant, la détermination expérimentale de ces courbes présente de nombreuses difficultés tant pour la mise au point des essais que pour l'évaluation des déformations à l'apparition de la localisation. Ainsi, la technique d'obtention choisie peut aboutir à des résultats différents.

Pour obtenir expérimentalement une CLF, il existe plusieurs manières de procéder, regroupées en deux catégories. La première méthode consiste à utiliser divers essais mécaniques particuliers prenant en compte le maximum de trajectoires possibles de déformation telles que la traction ou l'expansion. La seconde possibilité utilise un outillage unique dont la forme des flans à emboutir varie [NKK68] [MK67].

Il faut ensuite mesurer les déformations locales à partir de la mesure de distorsions d'un réseau géométrique (deux types de motifs : cercles ou carrés) préalablement déposé sur les flans. La détermination des déformations à rupture ne pose guère de problème, bien qu'elle dépende nettement des dimensions du réseau du fait de l'intensité du gradient de déformation autour de la rupture. Par contre, l'évaluation des déformations à l'apparition de la striction localisée est problématique car elle s'effectue le plus souvent à partir de pièces rompues. Il existe deux grandes

familles de méthodes d'estimation de la localisation de la déformation. Celle-ci peut être directement appréciée grâce aux méthodes de Hecker [Hec72] ou Bragard [BBB72]. Une autre manière de procéder consiste à s'intéresser à la variation d'un paramètre lié à la vitesse de déformation locale, c'est le cas, par exemple, de la méthode Veerman [VHPN71].

Afin de limiter les coûts de telles campagnes expérimentales, qui ne permettent pas, de surcroît, d'obtenir tous les trajets possibles, de nombreuses études théoriques ont permis d'aboutir à la simulation numérique des CLF. Ces études ont également abouti à une meilleure compréhension des mécanismes de la déformation plastique des tôles.

Différents critères de perte de ductilité ont été proposés, suivant que l'on cherche à modéliser la striction diffuse ou la localisation de la déformation.

Pour modéliser la striction diffuse, le critère de Considère [Con85] est utilisé. Il suppose que l'instabilité plastique se manifeste, lors d'un essai de traction uniaxiale, au moment où la force appliquée atteint un maximum. Le principal désavantage de ce critère repose sur son caractère unidimensionnel, c'est pourquoi Swift en a proposé une généralisation dans le cas d'un chargement biaxial [Swi52]. Hora et al. [HTR96] ont modifié ce critère en considérant que l'état de déformation est plan lors de l'apparition de la striction diffuse et que la contrainte principale maximum dépend de la déformation principale maximum et du chemin de déformation. Ce dernier critère est appelé Critère Modifié de Force Maximum (CMFM).

L'étude de l'apparition de la localisation peut, quant à elle, être réalisée à partir de trois approches différentes :

- La première méthode possible consiste à analyser le problème dans le cadre de la théorie de stabilité. Dans une telle configuration, une perturbation est appliquée aux équations de champs et l'analyse des équations linéarisées nous renseigne sur le taux de croissance positif ou négatif de cette perturbation indiquant que l'état considéré est instable ou stable respectivement. L'avantage de cette approche est de pouvoir s'appliquer à des comportements indépendants ou non de la vitesse de déformation (viscoplasticité) [DM91].
- Une manière largement répandue de modéliser la localisation repose sur la théorie de Marciniak et Kuczynski [MK67] dans le domaine de l'expansion, et plus récemment sur l'utilisation de son extension au domaine du rétreint, développée par Hutchinson et Neale [HN78]. Ce modèle s'appuie sur l'hypothèse que le matériau est soumis à un état de contraintes planes et présente une sous-épaisseur définissant un défaut géométrique. Ce défaut est initialement orienté, son orientation et son épaisseur vont évoluer au cours de la déformation jusqu'à atteindre une taille critique définissant le moment de localisation. Cette théorie est utilisée par de nombreux auteurs. Elle est couplée à des lois phénoménologiques élastoplastiques pour tracer des CLF en trajets directs [Bar89] [KCM02] ou séquentiels [GH83] [Bau84] [BDR89] [Are07] [Are08]. Les effets de l'endommagement peuvent également être pris en compte [Bau84] [BDR89] [Bar89] [CYD97] [Ram00]. Plus récemment, le modèle de M-K a été couplé à des modèles micromécaniques, avec différentes approches de transition d'échelles telles que la méthode de Taylor-Lin [BGS98] [INA05] [WMLJTN05] ou la méthode autocohérente [SBT09].
- Enfin, la localisation de la déformation peut également être considérée comme une instabilité particulière dans le processus de déformation, correspondant à la possibilité d'une bifurcation. Cette bifurcation provient d'une singularité [Pet00] au niveau de la loi de comportement (en principe indépendante du temps physique) qui conduit à la création d'une bande de faible épaisseur de part et d'autre de laquelle il existe des discontinuités au niveau des champs mécaniques. Dans le cas de matériaux élastoplastiques, un critère basé sur une

telle approche de bifurcation, traduisant le moment de localisation comme étant la perte d'ellipticité du problème aux valeurs aux limites, a été proposé par Rice [Ric76], Rudnicki et Rice [RR75]. D'autres travaux utilisant l'analyse de bifurcation ont également été menés par la suite [BH91] [Ker99]. Ainsi, le critère de Rice a notamment été appliqué avec de l'endommagement, par Doghri et Billardon [DB95] avec un modèle élastoplastique ou par Keryvin [Ker99] avec un modèle visco-élastoplastique dans le cadre de calculs par éléments finis.

Par ailleurs, de nombreuses études théoriques ont permis d'étudier l'influence de différents paramètres tels que l'anisotropie initiale [BDRBJ85] ou le trajet de déformation [Had97] [Lor05] sur la CLF. Les résultats obtenus sont souvent en accord avec les observations expérimentales [GS74] [GL76] [KP77] [GDS82]. L'inconvénient majeur de ce type de représentation est que sa position est fortement dépendante du trajet de déformation (cf. Fig. 4), ce qui est primordial en emboutissage. En effet, la transformation d'une tôle d'acier en un produit fini (pièces automobile, boîtes de conserve, etc.) nécessite fréquemment une réalisation en plusieurs étapes. De plus, même au cours d'une seule étape d'opération d'emboutissage, un point matériel de la tôle peut subir différents changements de trajets de déformation.

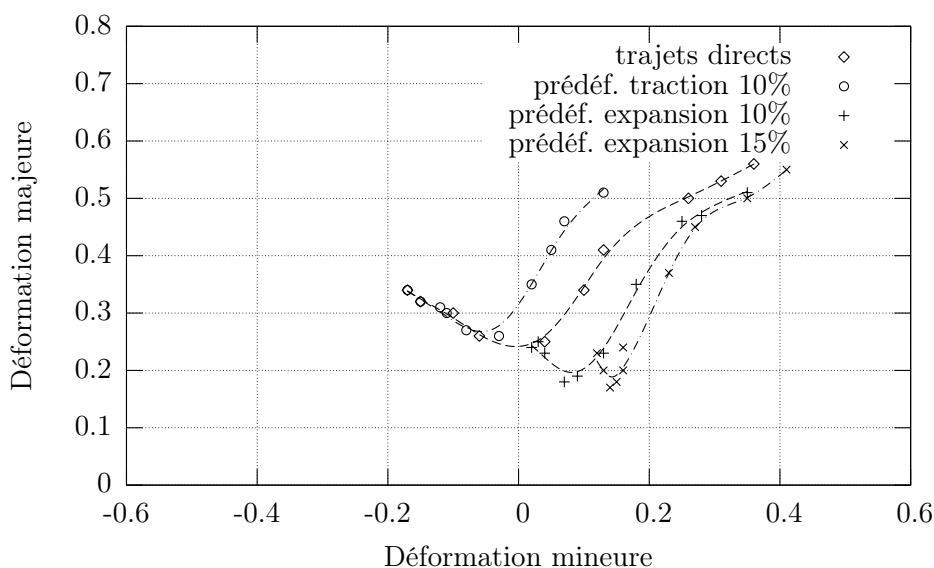


FIG. 4 – Influence du trajet de déformation sur la limite de ductilité - CLF séquentielles d'un acier SOLDUR 340 déterminées expérimentalement par Haddad [Had97]

L'utilisation des seules CLF directes (chargements monotones) pour juger de la réussite d'une opération de mise en forme s'avère donc être relativement limitative puisqu'elle ne permet pas de reproduire la réalité du procédé d'obtention de la pièce emboutie. Elle reste cependant encore très fréquente dans l'industrie car il est non seulement très difficile de mettre en œuvre les essais permettant d'aboutir aux CLF séquentielles (chargements séquentiels), mais aussi parce que chaque nouveau chargement séquentiel nécessite la détermination d'une CLF qui lui est associée.

Classiquement, la perte de ductilité est liée à l'évolution de l'anisotropie plastique qui peut s'expliquer à partir de deux mécanismes majeurs introduits par la métallurgie physique : l'ani-

sotropie texturale (réseau cristallin et morphologie) et l'anisotropie structurale intragranulaire. L'adoucissement textural [Ber78] est la conséquence de l'évolution de la texture cristallographique provoquée par la rotation des réseaux lors de la déformation. Il est raisonnable de penser que ce type d'adoucissement n'est pas le phénomène prépondérant permettant d'expliquer la perte de ductilité puisque un recuit de restauration, laissant la texture cristallographique intacte mais annihilant la structure de dislocations, redonne au matériau sa capacité de déformation. L'anisotropie structurale consiste en la formation d'une microstructure intragranulaire de dislocations qui apparaît lors de la déformation plastique [ROB77] [FS83] [Sch86] [Mug88] [RS89]. Cette microstructure de dislocations est constituée de murs à forte densité de dislocations qui entourent des cellules à faible densité de dislocations. Sa forme et son orientation dépendent essentiellement du trajet de déformation. L'anisotropie plastique induite par le développement d'une microstructure lors du premier chargement engendre des effets macroscopiques (adoucissement/durcissement) apparaissant lors des changements de trajets. Ces effets sont d'autant plus importants qu'ils ont un impact non négligeable sur la déformation et peuvent mener à la localisation de celle-ci.

L'objectif final de ce travail de thèse est d'obtenir un outil de prédiction de la perte de ductilité pour des chargements monotones et séquentiels, dédié à terme aux applications de mise en forme par emboutissage. Il est également intéressant, et primordial, que cet outil théorique puisse aider à la conception de nouveaux matériaux grâce à la connaissance de l'influence de différents paramètres physiques et microstructuraux sur la limite de ductilité. Ainsi, au vu des multiples considérations évoquées précédemment, le modèle prédictif développé devra répondre à plusieurs critères précis. Le modèle choisi sera un modèle multi-échelles car la connaissance du comportement des matériaux passe par un effort de compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors de sollicitations mécaniques. Ainsi, il est important de pouvoir modéliser la structure interne, hétérogène à différentes échelles, qui se développe au sein du matériau et qui retranscrit son histoire vis-à-vis des chargements antérieurs. De plus, afin d'optimiser les propriétés microstructurales des aciers pour la mise en forme, il est nécessaire de s'appuyer sur un modèle permettant d'appréhender au mieux les phénomènes ayant lieu au sein du matériau, c'est-à-dire au niveau du grain, lors de la déformation et notamment lors des changements de trajets.

De nombreux modèles polycristallins ou micro-macro, et en particulier les modèles autocohérents, ont été développés afin de décrire les hétérogénéités intergranulaires. Ces modèles donnent des résultats tout à fait satisfaisants lors de trajets monotones, que ce soit au niveau du comportement macroscopique, des surfaces de plasticité ou encore de l'évolution de la texture cristallographique. C'est pourquoi ce type de transition d'échelles sera utilisé afin d'obtenir le comportement de l'agrégat polycristallin.

En revanche, les hétérogénéités intragranulaires sont insuffisamment prises en compte dans ces premiers modèles, la modélisation de la localisation de la déformation plastique est plus ardue, ce qui tend vers une moins bonne estimation des caractéristiques mécaniques lors de sollicitations complexes. D'où la nécessité de mieux décrire ces hétérogénéités présentes à l'échelle intragranulaire afin d'aboutir à une meilleure représentation des phénomènes. Le comportement mésoscopique sera donc décrit à partir d'une loi de comportement monocristalline à laquelle s'ajoute une meilleure prise en compte de l'hétérogénéité plastique intragranulaire liée à la microstructure de dislocations.

Pour tracer les courbes limites de formage directes et séquentielles, nous restreindrons la perte de ductilité au mécanisme de localisation de la déformation par bandes de cisaillement. Un critère de ductilité sera intégré une fois le comportement macroscopique connu. Ce critère reposera sur

---

l'hypothèse que cette localisation peut être considérée comme une bifurcation à partir de l'état d'équilibre courant (perte d'unicité de la solution des équations d'équilibres locales écrites en vitesse). Enfin, le modèle sera utilisé afin de simuler des opérations de mise en forme faisant subir aux matériaux de grandes déformations, il est donc nécessaire de le formuler dans le cadre des transformations finies.

La prise en compte de l'hétérogénéité plastique intragranulaire dans notre modèle s'appuie sur différentes observations expérimentales de microstructures de dislocations qui seront détaillées dans le premier chapitre. Leurs effets sur le comportement des matériaux lors de sollicitations monotones et séquentielles seront également abordés dans ce chapitre qui sera conclu par la présentation de modèles existants intégrant la description de l'arrangement cellulaire des dislocations.

La modélisation du comportement des matériaux polycristallins est réalisée par une approche multi-échelles qui sera présentée dans les deux chapitres suivants.

A l'échelle microscopique, la description de la microstructure intragranulaire s'inspire des travaux de Peeters [Pee02]. L'organisation des dislocations se décompose sous forme de cellules à faible densité de dislocations et de parois à forte densité. Une grandeur unique permet de représenter les cellules de dislocations considérées comme étant la source de l'écroutissage isotrope. Les parois de dislocations sont des structures dipolaires qui sont responsables de l'écroutissage latent. Deux grandeurs sont ainsi nécessaires pour prendre en compte correctement ces deux aspects. Ces trois grandeurs seront les variables internes de notre modèle. Leurs évolutions prennent en compte les mécanismes de création, de stockage et d'annihilation des dislocations. Cette modélisation microscopique permet de prendre en compte l'évolution de l'anisotropie plastique de structure.

A l'échelle mésoscopique, le comportement monocristallin est défini grâce aux outils de la plasticité cristalline développés depuis de nombreuses années [AR77] [Asa83] [INN84]. La détermination des systèmes de glissement actifs repose sur la loi de régularisation proposée par Lorrain [LBZAMB05].

Ce second chapitre se termine par la présentation de résultats à l'échelle mésoscopique et microscopique. Ainsi, l'évolution de la microstructure de dislocations prédite par le modèle sera comparée à des micrographies d'aciers ferritiques. La sensibilité des différents paramètres du modèle sera également étudiée et démontrera leurs actions indépendantes sur un aspect physique particulier.

Le comportement macroscopique se déduit à partir du comportement monocristallin à l'aide du modèle autocohérent au sens de Hill [Hil66], écrit dans le cadre des grandes déformations [BZ79] [INN84] [Lip93] et présenté dans le troisième chapitre. L'évolution de l'anisotropie plastique texturale, ainsi que celle de la morphologie des grains, sera introduite à ce niveau de la modélisation. La méthode d'identification du modèle sera également explicitée dans ce chapitre au travers d'un exemple sur un acier monophasé ferritique. La sensibilité et l'indépendance des paramètres de ce modèle seront une nouvelle fois étudiées. Les hypothèses du modèle concernant l'influence de la microstructure sur le comportement macroscopique pourront être vérifiées grâce à la procédure d'identification mise en place. La simulation par le modèle du comportement macroscopique sera confrontée aux résultats expérimentaux de différents essais rhéologiques pour deux aciers monophasés ferritiques et deux aciers biphasés ferrito-martensitiques. L'apport de l'amélioration de la prise en compte de la microstructure intragranulaire sera également étudié grâce à la confrontation avec des résultats issus du modèle privé de la modélisation microscopique.

Le dernier chapitre abordera la prédiction de la perte de ductilité. Le critère de Rice sera d'abord présenté. Il est couplé à notre modèle multi-échelles afin de déterminer la limite de ductilité pour différents trajets de déformation. Des CLF directes déterminées à l'aide des deux modèles, avec



ou sans modélisation microscopique, pour nos quatre aciers identifiés précédemment, seront comparées aux résultats d'un modèle de référence. Le critère de ductilité utilisé permet une étude tridimensionnelle de la localisation, c'est pourquoi des résultats sur l'orientation des bandes de localisation dans le plan de la tôle et dans l'épaisseur seront discutés. Enfin, l'aptitude de l'outil numérique à aider à la conception de nouveaux aciers sera montrée par l'étude de l'influence des paramètres microstructuraux sur le niveau et l'allure des CLF.

# Bibliographie

- [Are07] H. Aretz. Numerical analysis of diffuse and localized necking in orthotropic sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 23, pp.798-840, 2007.
- [Are08] H. Aretz. A simple isotropic-distortional hardening model and its application in elastic-plastic analysis of localized necking in orthotropic sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 24, pp.1457-1480, 2008.
- [AR77] R. J. Asaro, J. R. Rice. Strain localization in ductile single crystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25, pp.309-338, 1977.
- [Arr90] R. Arrieux. Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage en contraintes. *PhD thesis, Université Lyon I*, 1990.
- [Asa83] R. J. Asaro. Crystal Plasticity. *Journal of Applied Mechanics*, 50, pp.921-934, 1983.
- [Bar89] F. Barlat. Forming limit diagrams - Predictions based on some microstructural aspects of materials. In : R. H. Wagoner, K. S. Chan, S. P. Keeler (Eds.), *Forming Limit Diagrams : Concepts Methods and Applications*, pp.275-301, 1989.
- [Bau84] B. Baudelet. Prediction of forming limit diagrams for deep drawing. *Agard lecture series*, 137(3), pp.1-22, 1984.
- [BBB72] A. Bragard, J. C. Baret and H. Bonnarens. A simplified method to determine the FLD onset of localized necking. *Rapport Centre de Recherche de la Métallurgie*, 33, Liège, pp.53-65, 1972.
- [BDR89] A. Barata Da Rocha. Theoretical forming limit diagrams of anisotropic sheets - Linear and non-linear strain paths. In : R. H. Wagoner, K. S. Chan, S. P. Keeler (Eds.), *Forming Limit Diagrams : Concepts Methods and Applications*, pp.183-201, 1989.
- [BDRBJ85] A. Barata Da Rocha, F. Barlat and J. M. Jalinier. Prediction of the forming limit Diagrams of anisotropic sheet in linear and non-linear loading. *Materials Science and Engineering*, 68, pp.151-164, 1985.
- [Ber78] M. Berveiller. Contribution à l'étude du comportement plastique et des textures de déformation des polycristaux métalliques. *Thèse d'Etat, Université de Paris 13*, 1978.
- [BGS98] N. Boudeau, J. C. Gelin and S. Sahli. Computational prediction of the localized necking in sheet forming based on microstructural aspects. *Computational Materials Sciences*, 11, pp.45-64, 1998.
- [BH91] D. Bigoni, T. Hueckel. Uniqueness and localization - I. Associative and non-associative elastoplasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 28(2), pp.197-213, 1991.
- [BZ79] M. Berveiller, A. Zaoui. An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26, pp.325-344, 1979.
- [Con85] A. Considère. Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. *Annales des Ponts et Chaussées*, 9, pp.574-775, 1885.

- [CYD97] C. L. Chow, L. G. Yu and M. Y. Demeri. A unified damage approach for predicting forming limit diagrams. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 119, pp.346-353, 1997.
- [DB95] I. Doghri, R. Billardon. Investigation of localization due to damage in elastic-plastic materials. *Mechanics of Materials*, 19, pp.129-149, 1995.
- [DM91] D. Dudzinski, A. Molinari. Perturbation analysis of thermoviscoplastic instabilities in biaxial loading. *International Journal of Solids and Structures*, 27 (5), pp.601-628, 1991.
- [FS83] J. V. Fernandez, J. H. Schmitt. Dislocation microstructures in steel during deep drawing. *Philosophical Magazine*, A48, pp.841-870, 1983.
- [GDS82] J. Gronostajski, A. Dolny and T. Sobis. Formability of high strength steel and ARMCO at different strain paths. *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Deep Drawing Research Group Congress*, Saint Margherita Ligure, pp.39-48, 1982.
- [GH83] A. Graf, W. F. Hosford. Calculations of forming limit diagrams for changing strain paths. *Metallurgical Transactions A*, 24, pp.2497-2501, 1983.
- [GL76] A. K. Gosh, J. V. Laukonis. Influence of the strain paths changes on the formability of the steel sheet. *Sheet Metal Forming and Energy Conservation*, 10, pp.153-155, 1976.
- [Goo68] G. M. Goodwin. Application of strains analysis to sheet metal forming problems in the press shop. *SAE paper 650093*, 1968.
- [GS74] M. Grumbach, G. Sanz. Influence des trajectoires de déformation sur les courbes limites d'emboutissage à striction et à rupture. *Mémoires Scientifiques de la Revue Métallurgique*, 71, pp.659-670, 1974.
- [Had97] A. Haddad. Contribution à la détermination des courbes limites de formage en contraintes et en déformations à partir de la théorie 3G. *PhD thesis, Université de Savoie*, 1997.
- [Hec72] S. S. Hecker. A simple forming limit curve technique and results on aluminium alloys. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Deep Drawing Research Group Congress*, Amsterdam, 1972.
- [Hil66] R. Hill. Generalized constitutive relation for incremental deformation of metal crystals by multislip. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 14, pp.95-102, 1966.
- [HN78] J. W. Hutchinson, K. W. Neale. Mechanics of sheet metal forming. *New-York/London, Plenum Press*, pp.269-285, 1978.
- [HTR96] P. Hora, L. Tong, J. Reissner. A prediction method for ductile sheet metal failure in FE simulation, Part I. In : *R. H. Wagoner et al. (Eds), Proceedings of Numisheet'96, Dearbon, USA*, pp.252-256, 1996.
- [INA05] K. Inal, K. W. Neale and A. Aboutajeddine. Forming limit comparisons for FCC and BCC sheets. *International Journal of Plasticity*, 21, pp.1255-1266, 2005.
- [INN84] T. Iwakuma, S. Nemat-Nasser. Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals and composites. *Proceedings of Royal Society of London A*, 394, pp.87-119, 1984.
- [KB63] S. P. Keeler, W. A. Backofen. Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches. *Trans. ASM*, 56, pp.25-47, 1963.
- [KCM02] R. Knockaert, Y. Chastel and E. Massoni. Forming limits prediction using rate-independent polycrystalline plasticity. *International Journal of Plasticity*, 18, pp.231-247, 2002.

- 
- [Kee65] S. P. Keeler. Determination of the forming limits in automotive stamping. *SAE paper 650535*, 1965.
- [Ker99] V. Keryvin. Contribution à la modélisation de l'endommagement localisé. *PhD thesis, Université de Poitiers*, 1999.
- [KP77] H. J. Kleemola, M. T. Pelkkikangas. Effect of predeformation and strain path on the forming limits of steel, copper and brass. *Sheet Metal Industries*, 54, pp.591-600, 1977.
- [LBZAMB05] J. P. Lorrain, T. Ben Zineb, F. Abed-Meraim and M. Berveiller. BCC single crystal ductility loss modeling. *International Journal of Forming Processes*, 8(2), pp.135-158, 2005.
- [Let00] N. Letouzé. Etude par diffraction de rayons X de la distribution et de la quantité de déformation induite lors d'opérations de mise en forme. *Projet de Fin d'Etudes, ENSAM*, 2000.
- [Lip93] P. Lipinski. Modélisation du comportement des métaux, en transformations élastoplastiques finies, à partir de méthodes de transition d'échelles. *Thèse d'Etat, Université de Metz*, 1993.
- [Lor05] J. P. Lorrain. Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent. *PhD thesis, ENSAM*, 2005.
- [Mug88] H. Mughrabi. Dislocation clustering and long-range internal stresses in monotonically deformed metal crystals. *Revue de Physique Appliquée*, 23, pp.367-379, 1988.
- [MK67] Z. Marciniak and K. Kuczynski. Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal. *International Journal of Mechanical Sciences*, 9, pp.609-620, 1967.
- [NKK68] K. Nakazima, T. Kikuma and K. Kasuka. Study on the formability of steel sheet. *Yawata Technical Report 264*, 1968.
- [Pee02] B. Peeters. Multiscale modelling of the induced plastic anisotropy in IF steel during sheet metal forming. *PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven*, 2002.
- [Pet00] H. Petryk. General condition for uniqueness in material with multiple mechanisms of inelastic deformation. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 48, pp.367-396, 2000.
- [PIBM03] R. Pesci, K. Inal, M. Berveiller and R. Masson. Distribution des contraintes dans l'acier bainitique 16MND5. Analyse expérimentale et modélisation polycristalline. *Mécaniques et Industries*, 4(4), pp.457-465, 2003.
- [Ram00] J. A. H. Ramaekers. A criterion for local necking. *Journal of Materials Processing Technology*, 103, pp.165-171, 2000.
- [ROB77] F. Ronde-Oustau, B. Baudalet. Microstructure and strain path in deep drawing. *Acta Metallurgica*, 25, pp.1523-1529, 1977.
- [Ric76] J. R. Rice. The localization of plastic deformation. 14<sup>th</sup> *International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, pp.207-220, 1976.
- [RR75] J. W. Rudnicki, J. R. Rice. Condition for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23, pp.371-394, 1975.
- [RS89] E. F. Rauch, J. H. Schmitt. Dislocation substructures in mild steel deformed in simple shear. *Materials Science and Engineering A*, 113, pp.441-448, 1989.
- [Sch86] J. H. Schmitt. Contribution à l'étude de la microplasticité des aciers. *PhD thesis, INPG, Grenoble*, 1986.

- [SBT09] J. W. Signorelli, M. A. Bertinetti and P. A. Turner. Predictions of forming limit diagrams using a rate-dependent polycrystal self-consistent plasticity model. *International Journal of Plasticity*, 25(1), pp.1-25, 2009.
- [Swi52] H. W. Swift. Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1, pp.1-18, 1952.
- [Vac03] P. Vacher. Apport des techniques de corrélation d'images en mécanique : Analyse des déformations et numérisation 3D. *Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Savoie*, 2003.
- [VHPN71] C. C. Veerman, L. Hartman, J. J. Peels and P. F. Neve. Determination of appearing and admissible strains in cold reduced sheets. *Sheet Metal Industry*, 48, 1971.
- [WMLJTN05] P. D. Wu, S. R. MacEwen, D. J. Lloyd, M. Jain, P. Tugcu and K. W. Neale. On pre-straining and the evolution of material anisotropy in sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 21, pp.723-739, 2005.

# Chapitre 1

## Hétérogénéités plastiques intragranulaires - Conséquences sur le comportement macroscopique

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Hétérogénéités plastiques intragranulaires</b>	<b>14</b>
1.2.1	Glissement multiple hétérogène	14
1.2.2	Structure cellulaire	15
1.2.3	Microbandes de cisaillement	17
<b>1.3</b>	<b>Evolution de la microstructure en fonction du chargement - conséquences macroscopiques</b>	<b>18</b>
1.3.1	Trajets monotones	18
1.3.2	Trajets séquentiels	20
1.3.3	Conclusions	24
<b>1.4</b>	<b>Modèles intégrant les effets liés à la microstructure intragranulaire</b>	<b>25</b>
1.4.1	Modèles macroscopiques	26
1.4.2	Modèles polycristallins liés à la densité de dislocations	28
1.4.3	Modèles intragranulaires liés à la morphologie des cellules de dislocations	29
<b>1.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>30</b>

---

## 1.1 Introduction

La maîtrise des procédés de mise en forme passe par une bonne connaissance du comportement des matériaux et des conditions d'apparition des instabilités. Ceci se traduit par un effort de compréhension des mécanismes physiques mis en jeu. L'évolution de l'anisotropie plastique au cours de la déformation trouve son origine à différentes échelles. Parmi celles-ci, l'échelle mésoscopique, où le mécanisme de glissement plastique cristallographique engendre le développement de la texture cristallographique et morphologique, ainsi que l'apparition de contraintes internes d'ordre deux résultant des hétérogénéités plastiques intergranulaires. Puis l'échelle microscopique, où l'hétérogénéité intragranulaire induite se traduit par une répartition hétérogène des dislocations sur les plans de glissement.

Afin de construire un modèle basé sur la structure intragranulaire de l'acier, il est indispensable de définir, dans un premier temps, les différentes hétérogénéités présentes à cette échelle, c'est-à-dire le glissement multiple hétérogène, les cellules de dislocations et les microbandes de cisaillement, et d'en déterminer les mécanismes prépondérants. Diverses études expérimentales [KW63] [FS83] [Sch86] [RS89] ont permis de montrer l'influence de l'orientation cristallographique du grain et du trajet de déformation sur la morphologie de la microstructure et de son évolution. Il est proposé, dans ce premier chapitre, de rappeler ces principaux résultats qui serviront de fondements à la modélisation microscopique choisie dans le cadre de cette thèse. L'évolution de la microstructure en fonction du chargement et ses conséquences sur le comportement macroscopique lors de sollicitations monotones ou séquentielles seront également présentées. Enfin, quelques modèles tenant compte de la microstructure de dislocations seront brièvement exposés.

## 1.2 Hétérogénéités plastiques intragranulaires

### 1.2.1 Glissement multiple hétérogène

Le glissement plastique hétérogène résulte du nombre et de la nature différente des systèmes actifs dans le volume total du grain. Cependant, on observe que cette hétérogénéité plastique n'est pas quelconque. De multiples zones apparaissent au sein du grain. Celles-ci sont déformées uniformément, suivant des combinaisons de systèmes actifs qui diffèrent d'une zone à l'autre [Rey88] (cf. Fig. 1.1).

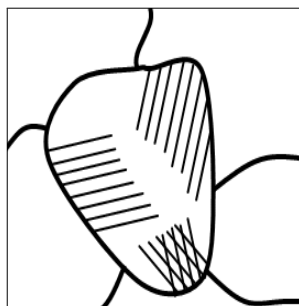


FIG. 1.1 – Zones de glissement plastique hétérogène à l'intérieur d'un grain

Ce phénomène s'explique par la perturbation du champ de contrainte dans le grain par les

interactions intergranulaires résultant de la désorientation relative du réseau cristallin au passage des joints de grains. Les systèmes de glissement nécessaires pour accommoder les différentes régions du grain sont différents, mais ils s'activent simultanément.

Contrairement aux joints de grains, frontières stationnaires par rapport à la matière, les délimitations entre les zones de glissement multiple homogène sont mobiles et évoluent au cours de la déformation plastique.

Les contraintes internes relatives au glissement plastique multiple étant vraisemblablement du même ordre de grandeur que les contraintes intergranulaires d'ordre deux, les conséquences sur le comportement macroscopique peuvent être négligées par rapport à d'autres hétérogénéités intragranulaires telles que l'arrangement cellulaire des dislocations.

### 1.2.2 Structure cellulaire

Après un recuit, une tôle laminée d'acier peut être considérée comme un milieu "homogène" caractérisé par un faible nombre de défauts, réparti de manière aléatoire, n'ayant pas disparu au cours du traitement thermique. Lors d'un chargement quelconque, une activité plastique va rapidement s'installer, caractéristique du mouvement des dislocations sur les plans de glissement du grain. Pour un réseau cristallin Cubique Centré (CC), la direction de glissement est définie par la famille  $\langle 111 \rangle$  et les plans de glissement sont ceux des familles  $\{110\}$  et  $\{112\}$ . Après quelques pour-cent de déformation à température ambiante, la distribution aléatoire des dislocations s'organise en une microstructure cellulaire composée de zones à faible densité de dislocations, dites cellules, bornées par des zones à forte densité de dislocations appelées parois ou murs de dislocations (cf. Fig. 1.2).

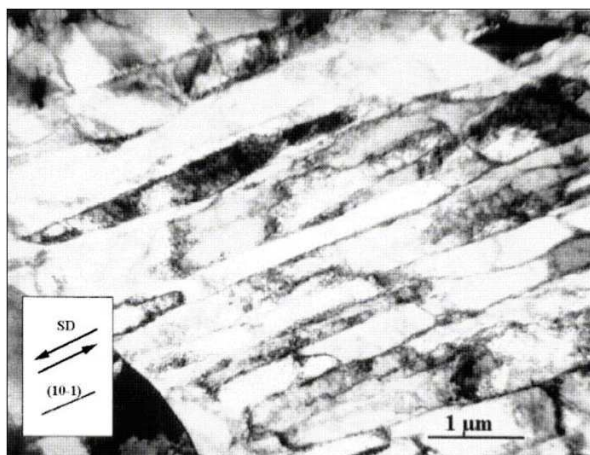


FIG. 1.2 – Exemple de microstructure intragranulaire [NBT01a]

Plusieurs observations sur des monocristaux de Fer [PPL75] ou de Fer-Silicium [LS83] et des aciers doux polycristallins [KW63] [LKD92] ont permis de comprendre les mécanismes de formation des cellules de dislocations. Les principales étapes permettant d'aboutir à l'arrangement cellulaire sont rappelées ici.

Au début de la déformation plastique, un faible nombre de sources de dislocations (Franck



& Read, joints de grains) crée un nombre important de dislocations mobiles, qualifiées de primaires, sur le système de glissement principal. Les défauts ponctuels n'ayant pas été éliminés lors du recuit constituent des barrages déjà existants qui gênent la propagation d'une partie des dislocations primaires et engendrent la formation de petits amas de dislocations contribuant à l'écroissage du matériau. L'augmentation de la déformation génère un grossissement de ces amas donnant naissance à des enchevêtrements de dislocations qui engendrent des concentrations de contraintes sur les systèmes de glissement secondaires. Les systèmes de glissement sécants activés interagissent avec les dislocations primaires et forment des structures croisées dans le plan de glissement primaire. L'arrangement en cellules de dislocations ainsi formé s'installe parallèlement aux plans de glissement principaux, conduisant à une minimisation de l'énergie stockée au sein du matériau.

Au cours de la déformation plastique, la structure s'installe, la densité de dislocations s'accroît dans les parois constituées de dislocations appartenant aux différents systèmes actifs. La morphologie et l'orientation de cette structure sont liées au réseau cristallographique ainsi qu'au type de sollicitation au travers des systèmes de glissement actifs durant la déformation. Ce dernier point sera abordé plus en détail plus loin dans ce chapitre.

Il a été observé que les métaux à structure cubique centrée, comme l'acier doux, possèdent une température de transition à partir de laquelle il y a initiation d'une structure cellulaire [KW63] [Luf91] [LKD92]. La formation de la microstructure cellulaire semble être retardée, voire inexistante, lors de déformations à basse température [KW63]. Ce phénomène s'explique par la faible mobilité des dislocations vis par rapport aux dislocations coins à basse température [EM79] [Luf91] [LKD92]. Au dessus de la température de transition, située entre 0,1 et 0,2 fois la température de fusion pour les métaux CC [Luf91], l'activation thermique engendre une mobilité comparable pour les deux familles de dislocations, leur permettant ainsi d'interagir et de se réarranger pour former des cellules de dislocations.

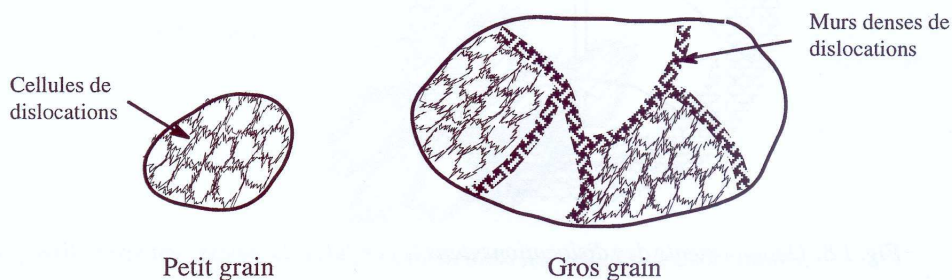


FIG. 1.3 – Subdivision des gros grains en zones à morphologie cellulaire uniforme séparées par des murs denses de dislocations

La taille des grains influence également la structuration intragranulaire. L'hétérogénéité de la déformation semble plus importante dans les gros grains, c'est-à-dire des grains dont la taille est supérieure à une cinquantaine de microns. On peut alors observer la présence de sous-domaines intragranulaires constitués de cellules de dislocations, séparés par des murs denses de dislocations [Rey88] [FS83] [Han90] [Han92] (cf. Fig. 1.3). Ces sous-domaines sont désorientés de quelques degrés à cause d'activités plastiques différentes. Les murs denses de dislocations peuvent donner naissance à des microbandes de cisaillement qui seront évoquées dans le paragraphe suivant. Cette subdivision des gros grains peut être reliée au glissement multiple hétérogène dans le sens

où chaque famille de cellules existe dans une zone de glissement homogène. Dans le cadre de notre travail, le cas des aciers pour mise en forme est uniquement abordé. Leur taille de grain est suffisamment faible pour que la structure intragranulaire de dislocations reste uniforme au cours de la déformation et ne laisse donc pas apparaître de subdivision à l'intérieur du grain [FS83] [RS89] [Thu92].

### 1.2.3 Microbandes de cisaillement

Les microbandes de cisaillement sont observables à l'intérieur des grains lorsque la déformation plastique est importante en chargement monotone ou lors de trajets séquentiels dits "durs" (par exemple les trajets orthogonaux). Ces structures planaires de dislocations se développent généralement dans toute la longueur du grain, mais peuvent également apparaître de façon intermittente. Elles sont à l'origine de la localisation de la déformation conduisant à une forte hétérogénéité du mode de déformation à l'intérieur du grain. On retrouve, dans la littérature, différentes structures avec des morphologies semblables, mais dont l'origine et l'influence sur le comportement du matériau diffèrent. Deux types de microbandes sont communément distingués : les microbandes de première génération et les microbandes de seconde génération pouvant conduire à la formation de bandes de cisaillement macroscopiques.

Les microbandes de première génération apparaissent dans les matériaux où la taille de grain est importante, puisqu'elles sont issues des murs denses de dislocations délimitant les blocs de cellules [Hu62] [KW89] [Thu92] [Han92]. Ces microbandes sont d'autant plus nombreuses que la déformation plastique augmente. Simultanément, la taille des cellules diminue et la désorientation entre les murs s'intensifie [Han90]. Dans le cadre de cette thèse, ce type de microbande n'est pas pris en compte puisque l'on s'intéresse à des aciers dont la taille de grain est faible.

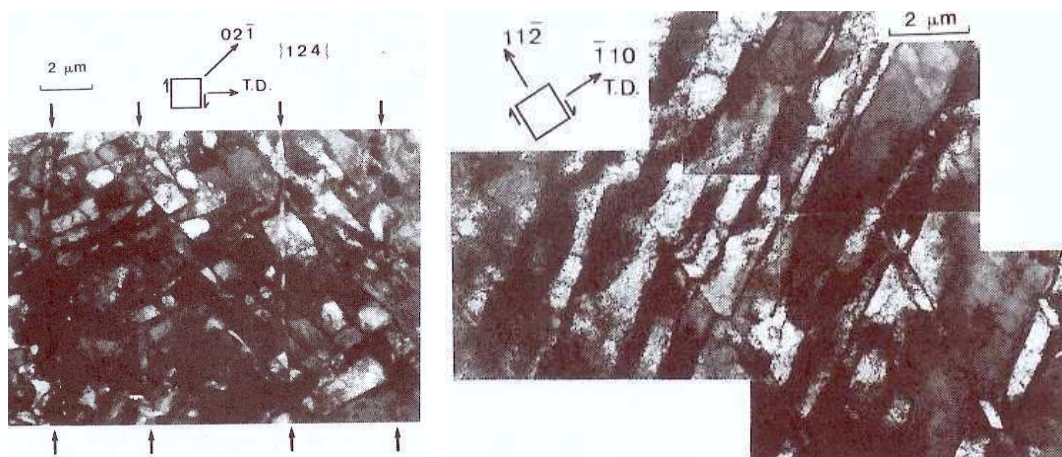


FIG. 1.4 – Apparition de microbandes dans un acier bas carbone après un trajet orthogonal [RS89]

Les microbandes de seconde génération s'apparentent plutôt à une perturbation se superposant à une structure de dislocations déjà existante, généralement initiée lors d'un premier chargement (cf. Fig. 1.4). Ce type de microbandes apparaît lors d'un second trajet de déformation "dur" par rapport à la prédéformation, car une condition nécessaire à la formation de ce

type de microbandes est que le système associé à celui-ci soit latent pendant la prédéformation [Thu92]. Ces microbandes sont orientées sur les plans de glissement des systèmes les plus sollicités [Han90] [Thu92]. Cette famille de microbandes est donc associée à un plan de glissement. Elle est le siège d'un intense cisaillement localisé et peut être considérée comme la déstabilisation de la microstructure de dislocations représentant l'histoire du matériau. Ce cisaillement localisé conduit à l'initiation de bandes de microcisaillement, puis de bandes de cisaillement macroscopiques.

### 1.3 Evolution de la microstructure en fonction du chargement - conséquences macroscopiques

La description de la microstructure cellulaire s'est limitée jusqu'à présent à un arrangement de dislocations suivant des zones de faible et forte densité de dislocations sans s'intéresser ni à la définition de sa morphologie, ni à celle de son orientation. La partie suivante est consacrée à préciser la relation qui existe entre la forme, l'orientation des cellules de dislocations et le mode de chargement. Pour cela, les observations issues de nombreuses études expérimentales [KW63] [FS83] [Sch86] [RS89] dans le cas de chargements monotones et séquentiels seront présentées et leurs conséquences sur le comportement macroscopique seront explicitées.

#### 1.3.1 Trajets monotones

Contrairement aux joints de grains qui sont des frontières fixes par rapport à la matière, la microstructure de dislocations évolue avec la déformation plastique. Par ailleurs, la topologie de la structure cellulaire dépend du mode de chargement. Lors d'essais de traction uniaxiale sur des monocristaux [PPL75] [LS83] ou des polycristaux de métaux CC [KW63] [ROB77] [FS83] [Sch86], la microstructure observée dans le plan de la tôle est constituée de cellules allongées, séparées par de longs murs parallèles. Comme cela fut évoqué précédemment, les parois des cellules résultent des interactions entre les dislocations glissant sur les plans de glissement les plus actifs et les dislocations secondaires; il existe donc une relation entre les systèmes de glissement actifs et la configuration des dislocations. Ainsi, les parois observées lors de traction uniaxiale se développent avec une orientation de  $33^\circ$  à  $66^\circ$  entre la normale aux parois et la direction de traction, ce qui est proche de l'orientation du plan du système de glissement le plus actif. Des déviations de l'ordre de  $10^\circ$  sont perceptibles, elles sont dues à l'activation de systèmes de glissement secondaires. Une seule famille de cellules se développe alors dans les grains (cf. Fig. 1.5). Cependant, certains grains peuvent être composés de deux familles de cellules qui s'entrecroisent ou se produisent dans des zones distinctes à l'intérieur du grain. Ces observations confirment la dépendance existante entre l'orientation des cellules et les systèmes de glissement actifs évoquée auparavant, puisque les deux familles de cellules sont présentes dans les grains où deux systèmes de glissement actifs prononcés sont visibles.

La microstructure intragranulaire qui se développe durant un essai de cisaillement simple est similaire à celle observée lors d'une traction uniaxiale. Dans la plupart des grains, un seul système de glissement actif est prédominant, donnant naissance à une seule famille de cellules allongées dont les parois planes sont orientées parallèlement ou perpendiculairement à la direction de cisaillement [RS89] (cf. Fig. 1.6(a)). Pour certaines orientations, deux systèmes de glissement

actifs sont prédominants, il en résulte alors la présence de deux familles de cellules à l'intérieur des grains (cf. Fig. 1.6(b)).

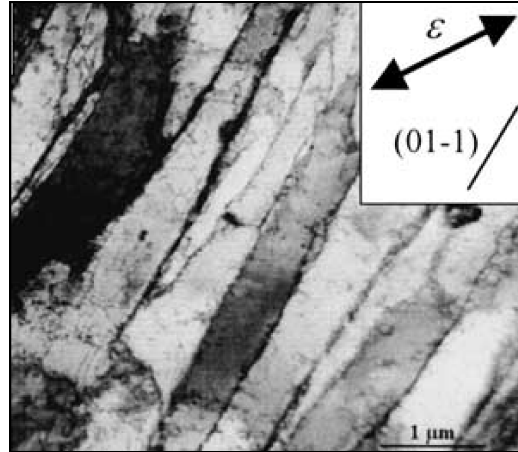
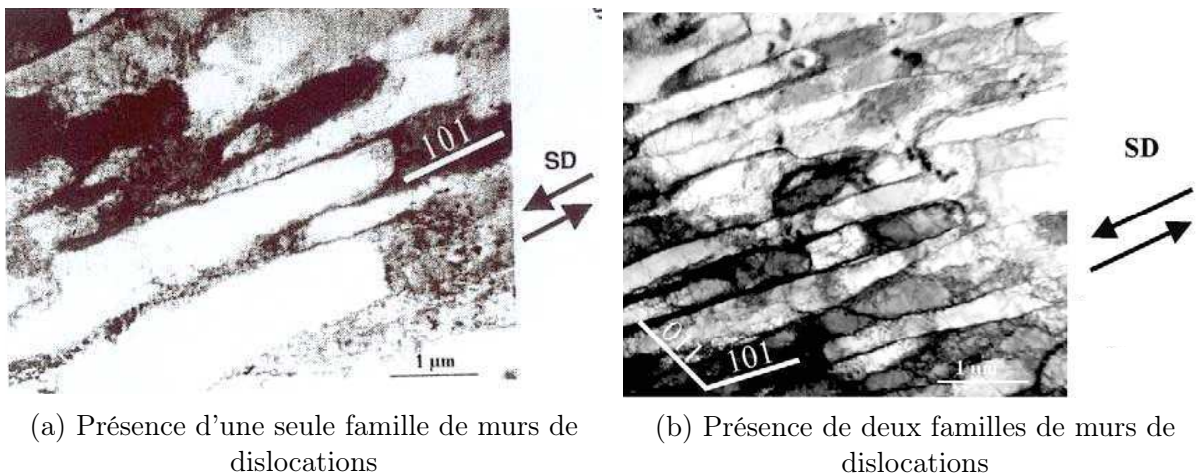


FIG. 1.5 – Micrographie d'un grain d'acier ferritique présentant une seule famille de murs de dislocations après un essai de traction uniaxiale [NBT01b]



(a) Présence d'une seule famille de murs de dislocations

(b) Présence de deux familles de murs de dislocations

FIG. 1.6 – Micrographie de deux grains d'acier ferritique orientés différemment lors d'un essai de cisaillement monotone [NBT01b]

Lors de la déformation plane, le grain présente deux systèmes de glissement actifs, ce qui conduit à la mise en place de deux familles de parois conférant aux cellules observées une forme parallélépipédique. Cependant, le parallélisme entre les plans de glissement et les parois est plus incertain que pour la traction uniaxiale ou le cisaillement [FS83]. Une orientation des cellules de  $0^\circ$  à  $15^\circ$  entre la normale aux parois et la direction de traction plane est toutefois observable [FS83] [Sch86] (cf. Fig. 1.7).

L'expansion équi-biaxiale, de par la multiplicité des systèmes de glissement actifs, conduit à une structure cellulaire équi-axe, pour laquelle aucune orientation n'est clairement définie à cause de la courbure des parois [FS83] [Sch86] (cf. Fig. 1.8).



FIG. 1.7 – Cellules parallélépipédiques observées dans un grain après une traction plane [FS83]

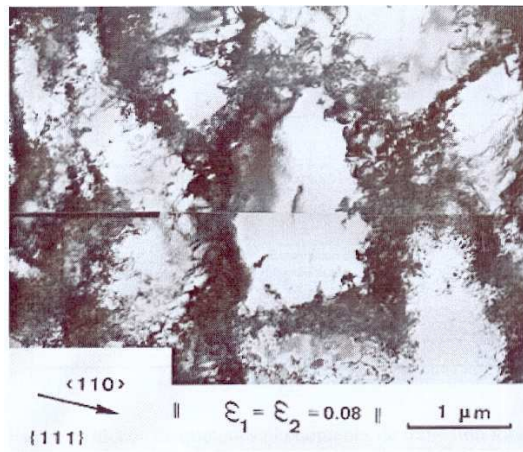


FIG. 1.8 – Structure cellulaire équiaxe observée dans un grain après une expansion équilibaxiale [FS83]

### 1.3.2 Trajets séquentiels

L'élaboration de pièces complexes nécessite plusieurs étapes de mise en forme. La pièce est soumise à différents chargements avant d'acquies sa forme finale. Les essais séquentiels généralement étudiés se composent exclusivement de deux chargements successifs. Le comportement du matériau après recharge laisse apparaître des phénomènes transitoires qui ont tendance à s'effacer pour ensuite tendre vers le comportement caractéristique du second trajet monotone.

Il existe différents types de changements de trajets, fonction du second chemin de déformation. Lorsque celui-ci est identique à la prédéformation, nous parlerons de trajet continu. Si les deux chargements sont de sens opposés, nous sommes en présence d'un essai Bauschinger. Enfin, quand les axes de déformation principale des deux trajets sont orthogonaux, ce qui est le cas par exemple lors d'une traction uniaxiale suivie d'un cisaillement dans la même direction, il est question de trajet dur ou orthogonal.

Afin de traduire ces différents cas, un paramètre scalaire  $\theta$ , fonction de l'angle  $\beta$  entre le premier et le second chargement dans le repère des déformations, permet de mesurer l'amplitude du

changement de trajet. Il est défini comme étant le produit doublement contracté entre le tenseur de déformation imposé relatif à la prédéformation  $\epsilon^1$  et celui imposé lors du second chargement  $\epsilon^2$  [SAB85] :

$$\theta = \cos(\beta) = \epsilon^1 : \epsilon^2 \quad (1.1)$$

Chacun de ces principaux types de trajets présente ses caractéristiques propres quant au comportement macroscopique, comme le montre la Figure 1.9.

Au cours d'un trajet continu ou pseudo continu ( $\theta$  proche de 1), les systèmes de glissement activés sont similaires pour les deux trajets. La réponse du matériau après recharge tend rapidement vers le comportement du matériau non prédéformé.

Lors d'un essai Bauschinger ou pseudo Bauschinger ( $\theta$  proche de -1), les systèmes de glissement activés lors de la prédéformation sont réactivés dans le sens opposé. Au cours du chargement inverse, le matériau présente d'abord une limite élastique inférieure à celle du matériau non prédéformé, dit effet Bauschinger, suivie d'une stagnation de l'écrouissage, puis d'une reprise de son évolution qui tend ensuite vers celle du comportement monotone.

Le trajet dur ( $\theta$  proche de 0) engendre l'activation de nouveaux systèmes de glissement, latents durant le premier chargement. La contrainte d'écoulement du second trajet est supérieure à celle obtenue lors d'un trajet monotone à la même déformation cumulée. Ce phénomène est appelé effet orthogonal. De plus, un niveau de prédéformation assez important permet d'observer l'apparition d'un adoucissement suivi d'une reprise de l'écrouissage.

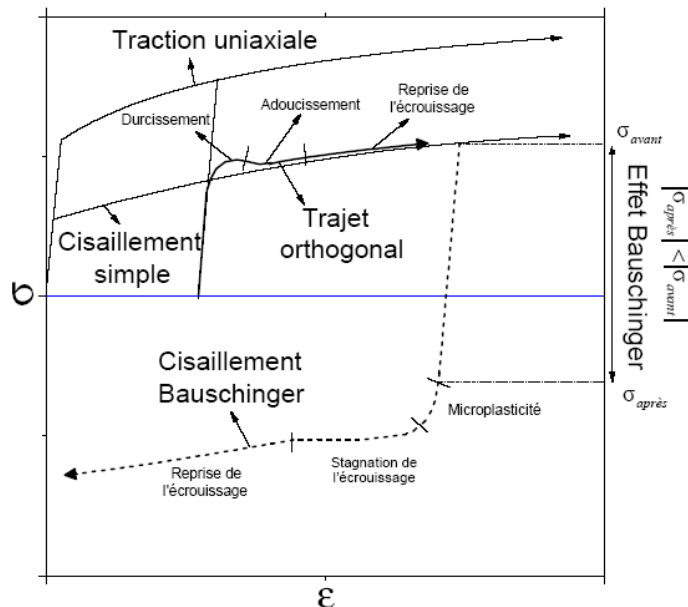


FIG. 1.9 – Mise en évidence des phénomènes transitoires lors de changements de trajets de déformation

Afin d'explicitier ces différentes caractéristiques du comportement macroscopique avec les phénomènes physiques qui y sont associés, l'évolution de la microstructure lors de changements de trajets sera étudiée. L'impact sur le comportement, lors de chargements séquentiels, de l'interaction entre la microstructure caractéristique du premier chargement et celle du nouveau chargement appliqué sera notamment mis en évidence. Cette interaction sera d'autant plus im-

portante que les microstructures caractéristiques aux deux chargements seront différentes.

Lors d'un trajet séquentiel, un matériau prédéformé présente, avant de débiter le trajet de recharge, une microstructure spécifique induite par son préchargement. Au cours du second trajet, cette première microstructure va évoluer vers une configuration caractéristique du nouveau mode de chargement. Les changements de trajets engendrent en général une dissolution partielle ou complète des anciennes structures de dislocations et la création de nouvelles correspondant au mode actuel de déformation [FS83] [Sch86] [RS89]. Il est à noter que cette dernière microstructure aura d'autant plus de difficultés à s'installer que le niveau de prédéformation sera important, puisque la microstructure du premier trajet sera fortement implantée.

Dans la suite de ce chapitre, les mécanismes présents à l'échelle microscopique qui régissent les principaux changements de trajets sont explicités afin d'en déduire les relations existantes entre l'évolution de la microstructure et le comportement macroscopique.

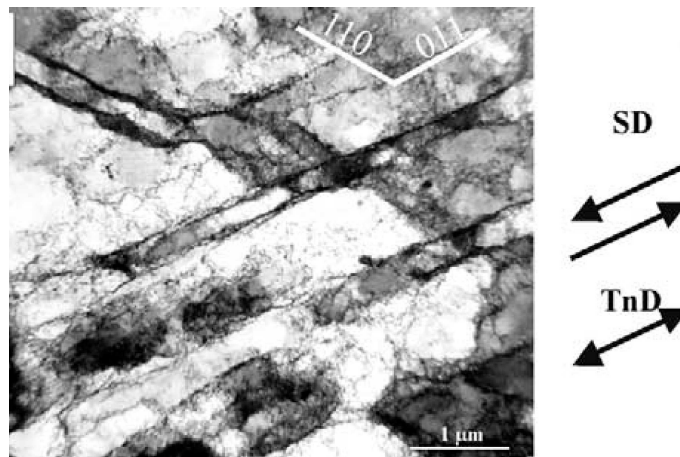


FIG. 1.10 – Présence de microbandes dans un grain d'acier ferritique ayant subi un essai orthogonal [NBT01b]

Durant un essai orthogonal, les systèmes de glissement activés lors du trajet de prédéformation deviennent latents lors du second trajet de déformation et de nouveaux systèmes de glissement sont activés. Au début du trajet de recharge, les murs de dislocations qui se sont installés suite à la prédéformation forment des obstacles aux nouveaux systèmes de glissement actifs. Ceci se traduit par une forte résistance au mouvement des dislocations mobiles.

Les murs de dislocations étant associés à l'écroûissage latent [Koc70] [PAN82], l'activation de ces nouveaux systèmes de glissement produit une augmentation de la contrainte d'écoulement [Fra85] (cf. Fig. 1.9) qui va engendrer dans un premier temps des micro-localisations de l'écoulement plastique, donnant lieu ensuite au développement de microbandes sensiblement parallèles aux plans des nouveaux systèmes de glissement [TR94] (cf. Fig. 1.10).

Ces microbandes de seconde génération traversent les murs de dislocations relatifs au préchargement, produisent des canaux qui permettent ensuite aux dislocations mobiles de franchir ces murs. Un accroissement du nombre de microbandes va se produire avec l'augmentation de la déformation plastique au cours du second trajet, engendrant la désintégration de la première microstructure. Il se peut que lorsque la déformation du second trajet devient assez importante, les microbandes présentes se transforment en nouveaux murs, remplaçant ainsi progressivement

la microstructure de prédéformation par une nouvelle microstructure de dislocations relative au chargement actuel [RS89]. Ce mécanisme microscopique permet d'expliquer le fait que, durant le second trajet d'un essai orthogonal, la courbe macroscopique peut éventuellement se rapprocher de la courbe caractéristique du trajet monotone (cf. Fig. 1.9).

La période de transition structurale décrite ci-dessus, conséquence de l'interaction de la microstructure caractéristique du premier chargement avec le nouveau chargement appliqué, se retrouve également pour des essais séquentiels quelconques, c'est-à-dire autres que les essais continus, orthogonaux ou Bauschinger. Elle n'aura pas les mêmes conséquences pour le matériau selon la forme et l'orientation des cellules créées lors de la prédéformation.

Prenons l'exemple d'un matériau prédéformé en traction uniaxiale suivie d'une expansion équibiaxiale. L'évolution de la structure à parois planes, issue du premier trajet, vers une structure de forme équiaxe, caractéristique du second trajet, se déroule de manière continue puisque cette dernière microstructure se forme à partir de parois planes. La microstructure initiale va donc se dissoudre naturellement, les deux configurations pouvant également cohabiter sans problème dans un même grain. Par contre, lors de l'essai inverse, c'est-à-dire un essai de traction uniaxiale précédé d'une expansion équibiaxiale, l'évolution de la microstructure équiaxe, correspondant à des cellules fermées issues de la prédéformation, en une microstructure composée de cellules allongées, se déroule beaucoup plus brutalement. Elle se réalise par déblocage rapide des dislocations, du fait d'interactions dislocations-parois plus fortes, ce qui peut initier la formation de microbandes de cisaillement [Sch86], comme observée lors de trajets durs.

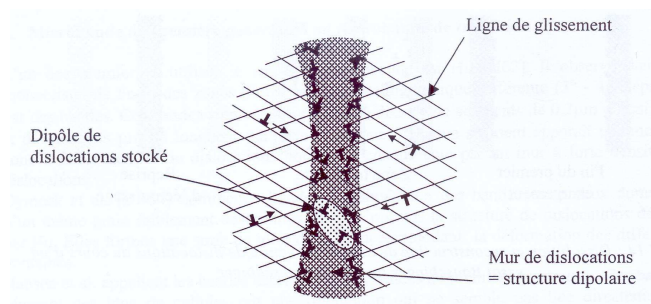


FIG. 1.11 – Les parois des cellules sont des structures dipolaires

L'essai Bauschinger consiste à réaliser un trajet de prédéformation dans un sens, suivi du même trajet, dans la même direction mais dans le sens opposé. Les systèmes de glissement activés lors de la précharge le demeurent durant le second chargement, mais opèrent dans le sens opposé.

Au début du chargement inverse, le matériau présente une limite élastique inférieure à celle du matériau non prédéformé (cf Fig. 1.9). Ce phénomène est provoqué par la concentration des dislocations accumulées de part et d'autre des parois : un excès de dislocations de même signe est présent d'un côté de la paroi alors que de l'autre côté se concentrent des dislocations de signe opposé [KHS80]. Les murs de dislocations peuvent donc être considérés comme des structures dipolaires (cf Fig. 1.11). Les dislocations responsables de cette polarité sont supposées immobiles après un niveau suffisant de déformation monotone. Cependant, elles redeviennent facilement mobiles lorsque le sens de glissement est inversé puisqu'elles ne sont pas gênées par les murs de dislocations. Ceci va se traduire par des résistances au glissement différentes selon le sens pour un même système de glissement. Les dislocations se libèrent donc des parois et viennent former



de nouveaux murs de la même manière que lors d'un trajet monotone (cf Fig. 1.12).

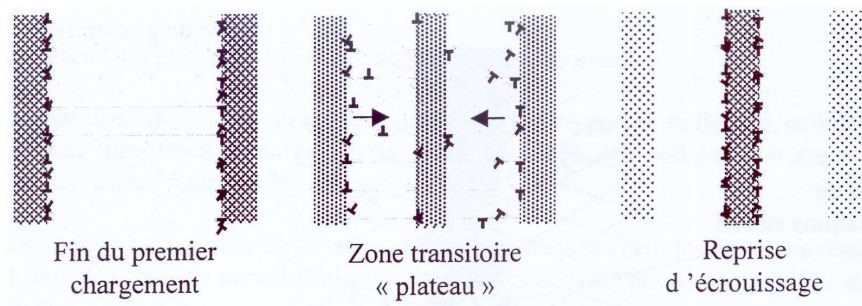


FIG. 1.12 – Dissolution et reconstruction de la microstructure au cours d'un essai Bauschinger

Le plateau de stagnation de l'écrouissage observé sur la courbe macroscopique (cf. Fig. 1.9) est attribué à la dissolution partielle de l'arrangement cellulaire. Cette stagnation sera d'autant plus grande que la prédéformation aura été importante. Lorsque la première microstructure est éliminée, ou au moins les parois dépolarisées, les murs de dislocations sont de nouveau polarisés en accord avec le chargement actuel. La reprise de l'écrouissage correspond à la reconstitution de murs de dislocations de polarité opposée à celle du préchargement. La courbe déformation/contrainte tend alors vers celle du comportement monotone. La microstructure obtenue lors du second trajet est donc similaire à celle du trajet de prédéformation, comme le montre la Figure 1.13.

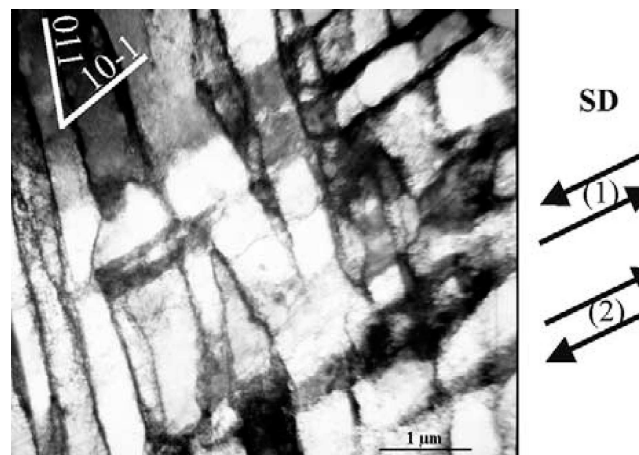


FIG. 1.13 – Microstructure d'un grain d'acier ferritique après un essai Bauschinger [NBT01b]

### 1.3.3 Conclusions

L'étude de l'évolution de la microstructure de dislocations au cours de différents chargements monotones a permis de mettre en évidence dans un premier temps que la morphologie et l'orientation de la microstructure sont dépendantes de la sollicitation mécanique imposée. Cela revient à dire que le nombre de systèmes actifs prédominants dans le grain va conduire à des configurations microstructurales différentes. Ainsi, lorsqu'un seul système actif est prédominant, lors d'une traction uniaxiale par exemple, la structure cellulaire sera constituée de parois planes.

Lors d'une traction plane, deux systèmes de glissement actifs prédominent, donnant naissance à des cellules parallélépipédiques. De plus, les parois des cellules sont orientées quasi parallèlement aux plans de glissement principaux.

Il a été également montré que l'évolution de la microstructure entraîne des répercussions sur le comportement macroscopique. Lors de trajets complexes, la microstructure induite du préchargement laisse augurer des conséquences macroscopiques plus ou moins prononcées en fonction de sa morphologie et de son orientation. Il est par exemple plus facile de passer de cellules à parois planes à des cellules équiaxes que l'inverse. Dans ce dernier cas, mais également lors de trajets durs, la microstructure issue de la prédéformation va se déstabiliser et aboutir à la formation de microbandes de cisaillement, cause d'instabilité plastique.

Le niveau de prédéformation va également accentuer les effets macroscopiques transitoires lors de changements de trajets, puisque l'arrangement cellulaire du premier trajet sera d'autant mieux ancré que la prédéformation est grande.

Enfin, le type de changement de trajets influe aussi sur les conséquences relatives au comportement macroscopique du matériau. Ainsi, la microstructure issue de la prédéformation peut rester inchangée lors de trajets continus, ce qui se traduit par une limite d'écoulement pour le second trajet proche de celle obtenue à la fin du premier chargement, ou se désintégrer pour en recréer une nouvelle lors d'essais Bauschinger et certains trajets durs.

Ces multiples observations confirment l'importance du rôle des structures cellulaires de dislocations sur la rhéologie lors de changements de trajets. Cela justifie pleinement l'idée de modéliser le comportement macroscopique ainsi que l'apparition d'instabilités plastiques à partir de la description de la microstructure intragranulaire à l'échelle microscopique. La partie suivante présente quelques modèles représentant les effets de la microstructure sur le comportement macroscopique.

## 1.4 Modèles intégrant les effets liés à la microstructure intragranulaire

Les effets macroscopiques liés à la microstructure intragranulaire peuvent être intégrés de manière différente dans une modélisation du comportement. Les modèles présentés dans cette partie reposent sur les trois principales approches possibles, que l'on peut relier à l'échelle de modélisation. Lorsque le comportement est modélisé à l'échelle macroscopique, différentes lois phénoménologiques sont introduites pour prendre en compte les contraintes internes induites par la microstructure. Un exemple de ce type de modélisation est le modèle développé par Teodosiu et Hu [TH95] [TH98]. Dans les modèles polycristallins, la microstructure cellulaire est décrite à partir de l'évolution de la densité de dislocations par système de glissement. Elle tient compte des mécanismes de création et d'annihilation des dislocations au cours de la déformation plastique. Enfin, les modèles intragranulaires, basés sur une représentation biphasée avec écrouissage non local, incorporent directement l'effet de la microstructure à l'échelle microscopique.

### 1.4.1 Modèles macroscopiques

Afin de modéliser le comportement élastoplastique de manière phénoménologique, quatre types de lois sont nécessaires :

- La loi d'élasticité définit la relation entre le tenseur des contraintes  $\sigma$  et celui des déformations élastiques  $D^e$ .
- La règle d'écoulement plastique permet de définir l'évolution du tenseur de déformation plastique  $D^p$  :

$$D^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \dot{\lambda} V \quad (1.2)$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique. La direction  $V$  de l'écoulement plastique, normale à la surface de charge, est définie par le potentiel  $F$ .

- Le critère de plasticité peut s'écrire sous la forme de Kuhn-Tucker :

$$\begin{aligned} F = \bar{\sigma}(\sigma' - X) - Y &\leq 0 \\ \dot{\lambda} &\geq 0 \\ F\dot{\lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

où  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente qui s'exprime en fonction du tenseur de la contrainte déviatorique  $\sigma'$  et du tenseur de contrainte de rappel (back-stress)  $X$ .  $X$  représente l'écrouissage cinématique et définit la translation de la surface de charge dans l'espace des contraintes déviatoriques. L'écrouissage isotrope du matériau est reliée à la taille de la surface de charge  $Y$ .

- L'évolution des variables internes s'exprime en fonction du multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$ .

Hu a développé un modèle à variables internes capable de prédire correctement le comportement macroscopique des aciers doux lors de trajets monotones ou Bauschinger [HRT92]. Teodosiu et Hu ont ensuite proposé une extension de ce modèle capable de reproduire les autres phénomènes transitoires observés sur les essais rhéologiques séquentiels, en plus de l'effet Bauschinger [TH95] [TH98]. Ce modèle repose sur la description phénoménologique des mécanismes de formation et de destruction des structures de dislocations et de leur contribution à l'écrouissage du matériau.

Quatre variables internes, notées  $R$ ,  $X$ ,  $S$  et  $P$ , décrivant l'évolution de la microstructure de manière équivalente à l'échelle macroscopique, sont nécessaires pour aboutir à la prédiction correcte des effets macroscopiques dus aux changements de trajets de déformation.

La variable scalaire  $R$  décrit la contribution des dislocations distribuées de manière aléatoire à l'écrouissage isotrope. Son évolution est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{R} = C_R (R_{sat} - R) \dot{\lambda} \quad (1.4)$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique,  $C_R$  et  $R_{sat}$  caractérisent la vitesse et la valeur de saturation de  $R$ , respectivement.

La variable  $P$  est un tenseur adimensionnel d'ordre deux associé à la polarité des murs de dislocations, conséquence de l'accumulation de dislocations de même signe de part et d'autre de la paroi [KHS80]. Cette variable est principalement responsable de l'effet Bauschinger. Lorsque

les parois ne sont pas polarisées, ce tenseur est nul. Au cours de la déformation monotone, la norme de  $P$  va varier de 0 à 1, traduisant ainsi la mise en place progressive de la microstructure de dislocations. La loi d'évolution phénoménologique décrivant la polarité des parois de dislocations s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{P} = C_P (N - P) \dot{\lambda} \quad (1.5)$$

où  $C_P$  est un paramètre du matériau représentant le taux de polarisation des parois de dislocations et  $N$  la direction normalisée du taux de déformation plastique.

La variable  $X$  est un tenseur d'ordre deux qui permet de décrire les changements rapides de la contrainte lors de changements de trajets. La valeur initiale de  $X$  est supposée nulle pour un matériau vierge. L'évolution de l'écroissage cinématique peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\dot{X} = C_X (X_{sat} U - X) \dot{\lambda} \quad (1.6)$$

où  $C_X$  et  $X_{sat} U$  caractérisent la vitesse et la valeur de saturation de  $X$ , respectivement. La dépendance de  $X$  à la résistance des murs de dislocations est incluse dans la fonction scalaire  $X_{sat}$ .

La variable  $S$  est un tenseur d'ordre quatre ayant la dimension d'une contrainte. Elle décrit à l'échelle macroscopique la résistance directionnelle de la microstructure intragranulaire. Afin de prendre en compte les phénomènes présents lors d'essais orthogonaux,  $S$  est décomposée en deux parties  $S_D$  et  $S_L$  permettant de distinguer l'effet de la microstructure issue de la prédéformation et l'effet de l'activité de glissement actuel. Autrement dit,  $S_D$  représente la résistance due aux structures de dislocations associées aux systèmes de glissement actifs actuels. A contrario,  $S_L$  est associée à la partie latente des structures de dislocations, c'est-à-dire à la microstructure induite précédemment. Cette décomposition de la variable  $S$  s'écrit :

$$S = S_D N \otimes N + S_L \quad (1.7)$$

L'équation suivante est proposée pour décrire l'évolution de la variable scalaire  $S_D$  :

$$\dot{S}_D = C_{SD} (g(S_{sat} - S_D) - h S_D) \dot{\lambda} \quad (1.8)$$

où  $C_{SD}$  et  $S_{sat}$  représentent la vitesse et la valeur de saturation de  $S_D$ , respectivement.  $g$  est une fonction scalaire de  $S_D$  et  $(P : N)$  décrivant la stagnation de l'écroissage lors d'un essai Bauschinger.  $h$  est une fonction scalaire de  $X_{sat}$  et  $(X : N)$  qui reproduit le domaine microplastique.

L'évolution de la variable tensorielle d'ordre quatre  $S_L$  traduit la destruction de la microstructure induite lors du préchargement par la traversée de microbandes aux travers des parois, facilitant ainsi le mouvement des dislocations. La loi d'évolution suivante est proposée pour décrire ce phénomène :

$$\dot{S}_L = -C_{SL} \left( \sqrt{\frac{|S|^2 - S_D^2}{S_{sat}}} \right)^k S_L \dot{\lambda} \quad (1.9)$$

où  $k$  et  $C_{SL}$  sont deux paramètres du matériau, positifs, caractérisant la vitesse de saturation de  $S_L$ .

Enfin, la taille de la surface de charge (écrouissage isotrope) est donnée par :

$$Y = Y_0 + R + f |S| \quad (1.10)$$

où  $Y_0$  est la limite élastique initiale,  $f |S|$  traduit la contribution des structures intragranulaires à l'écrouissage isotrope,  $f$  variant entre 0 et 1.

Le principal avantage de ce type de modèle est qu'il est peu coûteux en temps de calcul puisque les relations macroscopiques entre contraintes et déformations sont obtenues analytiquement. Cependant, bien que basé sur l'évolution des microstructures de dislocations, il n'existe pas de lien physique direct entre les différentes échelles. Les contributions de la texture initiale et de la microstructure sont regroupées à l'échelle macroscopique, ce qui ne permet pas de prendre en compte les effets de changements de trajets à l'échelle du grain.

### 1.4.2 Modèles polycristallins liés à la densité de dislocations

Les phénomènes associés à la microstructure de dislocations peuvent être en partie reproduits par l'intermédiaire de l'évolution de la densité de dislocations par système de glissement introduite dans des lois d'écrouissage.

Afin de mieux appréhender la présence d'une microstructure intragranulaire, Thuillier [Thu92] a proposé de distinguer la densité de dislocations  $\rho_g^p$ , associée à la prédéformation, de la densité de dislocations  $\rho_g^n$ , générée par le second trajet de déformation. La cission critique  $\tau_c^g$  suivant le système de glissement  $g$  s'écrit alors :

$$\tau_c^g = \tau_{c0} + \mu b \sqrt{a_{gh} (\rho_h^p + \rho_h^n)} \quad (1.11)$$

où  $b$  est la norme du vecteur de Burgers,  $\mu$  est le module élastique de cisaillement et  $\tau_{c0}$  est la cission critique initiale.  $a_{gh}$  est la matrice d'anisotropie introduite par Franciosi [Fra84]. La convention d'Einstein (sommation sur les indices ou exposants répétés) est utilisée dans cette expression. Par la suite, cette convention sera appliquée dans les différentes équations présentées. Dans le cas contraire, cela sera explicitement précisé.

Le taux d'écrouissage suivant le système de glissement  $g$  est obtenu en dérivant l'équation précédente :

$$\dot{\tau}_c^g = \frac{\mu b}{2 \sqrt{a_{gh} (\rho_h^p + \rho_h^n)}} a_{gh} (\dot{\rho}_h^p + \dot{\rho}_h^n) \quad (1.12)$$

En tenant compte des mécanismes intragranulaires de création et d'annihilation des dislocations, les lois d'évolution des densités de dislocations peuvent s'écrire de la manière suivante (il n'y a pas de sommation sur l'indice  $g$  dans ce cas) :

$$\dot{\rho}_g^p = -G_{gh} \rho_g^p \dot{\gamma}^h \quad (1.13)$$

$$\dot{\rho}_g^n = \left( \frac{1}{bL^h} \delta_{gh} - G_{gh} \rho_g^n \right) \dot{\gamma}^h \quad (1.14)$$

où  $G_{gh}$  est une matrice représentant les mécanismes d'annihilation croisée entre les systèmes de glissement  $g$  et  $h$ ,  $L^h$  est le libre parcours moyen du système de glissement  $h$  et  $\delta_{hg}$  la matrice

identité. L'équation (1.13) permet de tenir compte de la dissolution de la microstructure de dislocations préexistante au cours des régimes transitoires.

Au travers de ce modèle, la microstructure de dislocations n'est pas prise en compte en terme de contraintes internes. De plus, la déstabilisation de la microstructure par les microbandes de cisaillement n'est pas incluse, ce qui signifie que la localisation de la déformation ne peut être obtenue qu'en introduisant un mécanisme important d'annihilation des dislocations  $\rho^n$  au début du second trajet.

Une description plus précise de la topologie de la microstructure est nécessaire pour mieux prendre en compte les contraintes intragranulaires. Ainsi, différents modèles intragranulaires liés à la morphologie des cellules de dislocations [MLBK93] [Mul94] [LBM94] [Lem95] [Lan00] [LB03] vont à présent être présentés.

### 1.4.3 Modèles intragranulaires liés à la morphologie des cellules de dislocations

Le modèle de Teodosiu et Hu prend en compte les contraintes internes induites par la microstructure, sans les calculer, mais en introduisant des lois phénoménologiques complémentaires. Dans le cadre des modélisations intragranulaires, la différence d'activité plastique existant entre les parois et l'intérieur des cellules est prise en compte. Dans un matériau déformé, les dislocations sont distribuées de manière hétérogène, alternant les zones de forte densité locale de dislocations, les parois, des zones de faible densité locale de dislocations, l'intérieur des cellules. Il existe alors un fort contraste entre les contraintes internes importantes dans les parois et faibles dans les cellules. A partir de ce constat, Mughrabi fut le premier à assimiler la microstructure intragranulaire à une représentation biphasée constituée d'une phase molle, pour décrire l'intérieur des cellules, et d'une phase dure représentant les parois [Mug83]. Les quelques modèles présentés ici s'appuient sur cette modélisation et s'intègrent dans une approche autocohérente qui permet d'obtenir de bons résultats quant à la texture cristallographique et les contraintes intergranulaires.

Se basant sur la répartition hétérogène des dislocations sur les plans de glissement sous forme de cellules et de parois, Muller décrit la microstructure intragranulaire à l'aide d'un modèle composite biphasé constitué d'une phase dure (indice  $H$  pour hard) représentant les parois, riches en dislocations, et d'une phase molle (indice  $S$  pour soft) représentant l'intérieur des cellules [MLBK93] [Mul94]. Les cellules sont assimilées à des ellipsoïdes noyés dans une matrice de phase dure. La morphologie des cellules est supposée constante et son orientation, donnée par le système de glissement initialement le plus actif, reste fixe au cours de la déformation plastique. Les variables internes décrivant la déformation plastique sont introduites au niveau de chaque phase par l'intermédiaire du glissement moyen. Une loi d'écroissage non local traduisant l'interaction cellules-parois par le stockage des dislocations est introduite sous la forme suivante :

$$\dot{\tau}_{cS}^g = H_{SS}^{gh} \dot{\gamma}_S^h + H_{SH}^{gh} \dot{\gamma}_H^h \quad (1.15)$$

$$\dot{\tau}_{cH}^g = H_{HH}^{gh} \dot{\gamma}_H^h + H_{HS}^{gh} \dot{\gamma}_S^h \quad (1.16)$$

La matrice  $H_{SS}$  représente l'auto-écrouissage se produisant à l'intérieur des cellules. Il est considéré à juste titre comme faible du fait de la faible augmentation de la densité de dislocations des cellules. La matrice  $H_{SH}$  représente l'écrouissage non local à l'intérieur des cellules. Ce terme

traduit le phénomène de durcissement des cellules par les dislocations provenant des parois. Or, l'expérience montre qu'il n'existe pas ou peu de dislocations provenant des murs et s'accumulant à l'intérieur des cellules, c'est pourquoi ce terme est supposé nul.

La matrice  $H_{HH}$  représente l'auto-écrouissage des parois. Il se traduit exclusivement par l'annihilation des dislocations stockées à l'intérieur des murs.

La matrice  $H_{HS}$  représente l'écrouissage non local des murs. Elle intègre l'accumulation des dislocations dans les parois au cours de la déformation plastique.

Ce modèle considère donc la phase dure comme une zone d'accumulation des dislocations. L'interaction entre l'intérieur des cellules et les parois se traduit par le mécanisme d'accumulation des dislocations, c'est ce qui est appelé l'écrouissage non local.

Les résultats obtenus avec ce modèle biphasé à écrouissage non local permettent de montrer l'impact des contraintes internes intragranulaires sur le comportement macroscopique. L'effet Bauschinger est correctement reproduit grâce à la détermination des contraintes internes intragranulaires par la résolution des équations d'équilibre. Par contre, les effets transitoires observés lors d'essais orthogonaux et Bauschinger ne sont pas reproduits car la dissolution de la microstructure issue de la prédéformation n'est pas considérée dans ce modèle. Afin d'intégrer ce phénomène, il est nécessaire de représenter l'aspect évolutif de la microstructure au cours de la déformation plastique.

Un modèle biphasé, avec écrouissage non local et structure évolutive, est proposé par Lemoine [LBM94] [Lem95]. Ce modèle, proche de celui de Muller, intègre l'évolution de la microstructure au cours du chargement. La morphologie et l'orientation des cellules de dislocations deviennent de nouvelles variables internes. Les résultats obtenus confirment l'importance du caractère évolutif de la microstructure, même si la localisation de la déformation plastique n'est toujours pas observée avec ce modèle. Un autre modèle, dans la continuité des travaux de Muller [MLBK93] [Mul94] et Lemoine [LBM94] [Lem95], est proposé par Langlois [Lan00] [LB03]. Il permet d'obtenir la localisation de la déformation plastique macroscopique à partir de l'activation de variables morphologiques.

## 1.5 Conclusions

Dans ce premier chapitre, il a d'abord été montré que le mécanisme prépondérant d'hétérogénéité intragranulaire est basé sur le développement d'un arrangement cellulaire au cours de la déformation plastique. Cette organisation cellulaire n'est observable qu'à une température suffisante, située au dessus de la température de transition, soit entre 0,1 et 0,2 fois la température de fusion pour les métaux CC.

Après seulement quelques pour-cent de déformation, les dislocations, initialement réparties de manière aléatoire dans le matériau, vont se regrouper en une structure organisée. Celle-ci est composée de zones où se concentrent les dislocations, appelées parois ou murs, de part et d'autre desquelles s'accumule un excès de dislocations de même signe, leur donnant ainsi un caractère dipolaire. Entre ces parois, la densité de dislocations est faible et correspond à l'intérieur des cellules. Une subdivision du grain en plusieurs régions composées de cellules est encore possible lorsque la taille de grain est suffisamment grande.

De nombreuses observations microscopiques ont mis en évidence la dépendance de la morphologie

et de l'orientation des cellules vis-à-vis du mode de sollicitation de l'échantillon. Les parois se développent suivant les plans des systèmes de glissement actifs, donnant ainsi des formes différentes aux cellules selon le nombre de systèmes activés.

Lors de changements de trajets, la première microstructure issue du préchargement va progressivement disparaître au profit de l'arrangement cellulaire caractéristique du second trajet. L'organisation en cellules de dislocations générée par la prédéformation peut, suivant certains changements de trajets, donner lieu à de fortes interactions avec la microstructure développée au cours du second chemin de déformation.

Cette étude approfondie, basée sur plusieurs observations expérimentales, a ensuite été reliée au comportement macroscopique. Il a été montré que les différents types de régimes transitoires présents lors des principaux changements de trajets peuvent s'expliquer en fonction des caractéristiques de la microstructure issue de la prédéformation, de son évolution et des interactions que celle-ci peut avoir avec la microstructure générée lors du second trajet. Ainsi, lors de trajets continus, la microstructure reste inchangée après le changement de trajet, ce qui se traduit par une limite d'écoulement pour le second trajet proche de celle obtenue à la fin du premier trajet. Par contre, au début du second chargement de trajets durs, la première microstructure va se comporter comme un obstacle au développement de la seconde microstructure, ce qui va donner naissance à un pic de contrainte. Des microbandes de seconde génération vont ensuite apparaître, facilitant ainsi le mouvement des dislocations, ce qui va se traduire au niveau du comportement macroscopique par un adoucissement. Des phénomènes d'instabilité plastique peuvent se produire à cause de la présence de ces microbandes.

L'impact de la présence d'une microstructure intragranulaire sur le comportement macroscopique étant clairement établi, différents modèles ont été proposés afin d'en reproduire les effets, sans forcément se placer jusqu'à l'échelle microscopique. Ainsi, certains préfèrent rester à l'échelle macroscopique et introduire les conséquences de la microstructure par des lois phénoménologiques [TH95] [TH98]. D'autres, par contre, décident de tenir compte de la grande différence d'activité plastique existant entre les parois et l'intérieur des cellules en introduisant à l'échelle microscopique une description biphasée de la microstructure [MLBK93] [Mul94] [LBM94] [Lem95] [Lan00] [LB03].

Le modèle choisi dans le cadre de cette thèse est présenté dans le chapitre suivant. Il repose sur la formulation en grandes déformations d'une loi de comportement monocristalline élastoplastique, basée sur la théorie de la plasticité cristalline, tenant compte de l'hétérogénéité plastique intragranulaire liée à la microstructure de dislocations à partir du modèle proposé par Peeters [Pee02]. Cette loi sera ensuite intégrée dans une approche autocohérente de transition d'échelles afin de déduire le comportement global du matériau.





# Bibliographie

- [EM79] U. Essman, H. Mughrabi. Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Philosophical Magazine*, A40, pp.731-756, 1979.
- [Fra84] P. Franciosi. Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique de monocristaux métalliques se déformant par glissement : Modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *PhD thesis, Université Paris Nord*, 1984.
- [Fra85] P. Franciosi. The concept of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metallurgica*, 33, pp.1601-1612, 1985.
- [FS83] J. V. Fernandez, J. H. Schmitt. Dislocation microstructures in steel during deep drawing. *Philosophical Magazine*, A48, pp.841-870, 1983.
- [Hu62] H. Hu. Microbands in a rolled Si-Fe crystal and their role in recrystallization. *Acta Metallurgica*, 10, pp.1112-1116, 1962.
- [Han90] N. Hansen. Cold deformation microstructure. *Materials Science and Technology*, 6, pp.1039-1046, 1990.
- [Han92] N. Hansen. Deformation microstructures. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 27, pp.1447-1452, 1992.
- [HRT92] Z. Hu, E. F. Rauch and C. Teodosiu. Work-hardening behavior of mild steel under stress reversal at large strains. *International Journal of Plasticity*, 8, pp.839-856, 1992.
- [Koc70] U. F. Kocks. The relation between polycrystal deformation and single-crystal deformation. *Metallurgical Transactions*, 1, pp.1121-1143, 1970.
- [KHS80] U. F. Kocks, T. Hasegawa and R. O. Scattergood. On the origin of cell walls and of lattice misorientations during deformation. *Scripta Metallurgica*, 14, pp.449-454, 1980.
- [KW63] A. S. Keh, S. Weissmann. Deformation in body-centered cubic metals. *Electron Microscopy and Strength of Crystal*, ed. G. Thomas and J. Washburn, pp.231-300, 1963.
- [KW89] D. Kulhmann-Wilsdorf. Theory of plastic deformation properties of low energy dislocations structures. *Materials Science and Engineering A*, 113, pp.1-41, 1989.
- [Lan00] L. Langlois. Evolutions propres de la microstructure de dislocations et conséquences sur le comportement élastoplastique des métaux. *PhD thesis, Université de Metz*, 2000.
- [LB03] L. Langlois, M. Berveiller. Overall softening and anisotropy related with the formation and evolution of dislocation cell structures *International Journal of Plasticity*, 19, pp.599-624, 2003.
- [LBM94] X. Lemoine, M. Berveiller and D. Muller. Texture of microstructure in BCC metals for various loading paths. *Material Science Forum*, 157-162, pp.1821-1826, 1994.
- [Lem95] X. Lemoine. Analyse micromécanique de la formation des cellules de dislocations et conséquences sur le comportement des aciers. *PhD thesis, Université de Metz*, 1995.

- [Luf91] A. Luft. Microstructural processes of plastic instabilities in strengthened metals. *Progress in Materials Science*, 35, pp.97-204, 1991.
- [LKD92] Y. Lan, H. J. Klaar and W. Dahl. Evolution of dislocation structure and deformation behavior of iron at different temperatures. *Metallurgical Transactions A*, 23A, pp.537-544, 1992.
- [LS83] S. Libovicky, B. Sestak. Development of the dislocation arrangement in Fe-0.9wt% Si single crystals deformed in tension. *Philosophical Magazine*, A47, pp.63-78, 1983.
- [MLBK93] D. Muller, X. Lemoine, M. Berveiller and J. Kratochvil. Non-local behavior of metals. *Solid State Phenomena*, 35-36, pp.393-398, 1993.
- [Mug83] H. Mughrabi. Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals. *Acta Metallurgica*, 31, pp.1367-1379, 1983.
- [Mul94] D. Muller. Influence de l'écrouissage non local et de l'hétérogénéisation intragranulaire sur le comportement des aciers polycristallins. *PhD thesis, Université de Metz*, 1994.
- [NBT01a] E. V. Nesterova, B. Bacroix and C. Teodosiu. Experimental observation of microstructure evolution under strain-path changes in low-carbon IF steel. *Materials Science and Engineering A*, 309-310, pp.495-499, 2001.
- [NBT01b] E. V. Nesterova, B. Bacroix and C. Teodosiu. Microstructure and texture evolution under strain-path changes in low-carbon IF steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32, pp.2527-2538, 2001.
- [PAN82] D. Peirce, R. J. Asaro and A. Needleman. An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals. *Acta Metallurgica*, 30, pp.1087-1119, 1982.
- [Pee02] B. Peeters. Multiscale modelling of the induced plastic anisotropy in IF steel during sheet metal forming. *PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven*, 2002.
- [PPL75] D. Pollnow, R. Penelle and P. Lacombe. Relations entre les propriétés plastiques et la microstructure de monocristaux de fer déformés par traction à la température ambiante. *Revue Métallurgie*, pp.491-503, 1975.
- [ROB77] F. Ronde-Oustau, B. Baudelet. Microstructure and strain path in deep drawing. *Acta Metallurgica*, 25, pp.1523-1529, 1977.
- [Rey88] C. Rey. Strain Effects of grain boundaries on the mechanical behavior of grains in polycrystals. *Revue de Physique Appliquée*, 23, pp.491-500, 1988.
- [RS89] E. F. Rauch, J. H. Schmitt. Dislocation substructures in mild steel deformed in simple shear. *Materials Science and Engineering A*, 113, pp.441-448, 1989.
- [SAB85] J. H. Schmitt, E. Aernoudt and B. Baudelet. Yield loci for polycrystalline metals without texture. *Materials Science and Engineering*, 75, pp.13-20, 1985.
- [Sch86] J. H. Schmitt. Contribution à l'étude de la microplasticité des aciers. *PhD thesis, INPG, Grenoble*, 1986.
- [TH95] C. Teodosiu, Z. Hu. Evolution of the intragranular microstructure at moderate and large strains : Modeling and computational significance. *Simulation of Materials Processing : Theory, Methods and applications. Numiform'95 Proceedings*, pp.173-182, 1995.
- [TH98] C. Teodosiu, Z. Hu. Microstructure in the continuum modeling of plastic anisotropy. *19<sup>th</sup> Riso International Symposium on Materials Science Proceedings, Roskilde*, pp.149-168, 1998.
- [Thu92] S. Thuillier. Rhéologie et microstructure associées à un trajet complexe de déformation pour une nuance d'acier doux. *PhD thesis, INPG, Grenoble*, 1992.

---

[TR94] S. Thuillier, E. F. Rausch. Development of microbands in mild steel during cross loading.  
*Acta Metallurgica et Materialia*, 42, pp.1973-1983, 1994.



## Chapitre 2

# Modélisation de la microstructure intragranulaire et du comportement élastoplastique du monocristal

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>38</b>
<b>2.2</b>	<b>Modélisation à l'échelle mésoscopique - Loi de comportement locale</b>	<b>38</b>
2.2.1	Hypothèses	38
2.2.2	Mécanisme du glissement plastique	39
2.2.3	Systèmes de glissement	40
2.2.4	Détermination des systèmes de glissement actifs	42
2.2.5	Vitesse de glissement des systèmes actifs	42
2.2.6	Loi de comportement élastoplastique du monocristal	45
<b>2.3</b>	<b>Modélisation à l'échelle microscopique</b>	<b>48</b>
2.3.1	Description de la microstructure	48
2.3.2	Formation des murs de dislocations	49
2.3.3	Evolution des densités de dislocations associées aux murs présents au pas actuel de déformation	50
2.3.4	Evolution des densités de dislocations immobiles et polarisées associées aux anciens murs	52
2.3.5	Construction et évolution des cellules de dislocations	53
2.3.6	Ecrouissage isotrope, écrouissage latent et polarité	53
<b>2.4</b>	<b>Méthode de résolution numérique</b>	<b>56</b>
<b>2.5</b>	<b>Prédiction de la microstructure intragranulaire pour un monocristal</b>	<b>57</b>
2.5.1	Essai de cisaillement simple	57
2.5.2	Essai Bauschinger	60
2.5.3	Essai orthogonal	62
2.5.4	Conclusions	64
<b>2.6</b>	<b>Résultats qualitatifs</b>	<b>64</b>
2.6.1	Apport spécifique de chaque paramètre du modèle - Impact sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets	64
2.6.2	Impact des paramètres du modèle sur l'évolution des densités de dislocations et sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets	69
<b>2.7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>77</b>

---

## **2.1 Introduction**

Afin d'appréhender au mieux les principales sources d'anisotropie plastique que sont le mécanisme de glissement plastique, l'évolution texturale cristallographique et morphologique, ainsi que l'apparition d'une microstructure à l'intérieur des grains, une approche multi-échelles a été choisie. Ce type de modélisation va permettre de les représenter à leurs échelles respectives et de les relier de manière physique au comportement global. Le comportement macroscopique des matériaux polycristallins est obtenu par une transition d'échelles méso-macro de type approche autocohérente.

Il est nécessaire de définir dans un premier temps la loi de comportement du matériau à l'échelle du grain. Cette modélisation est basée sur des travaux menés par Asaro et al. [AR77], Asaro [Asa83] ou Iwakuma et al. [INN84]. Elle sera présentée dans la première partie de ce chapitre. Le mécanisme du glissement plastique, responsable de la déformation plastique, la détermination des systèmes actifs et des vitesses de glissement associées y seront également abordés. Pour mieux tenir compte de l'hétérogénéité intragranulaire décrite dans le premier chapitre, une modélisation microscopique sera également utilisée. Elle s'inspire du modèle développé par Peeters au cours de sa thèse [Pee02] et sera explicitée dans la deuxième partie de ce chapitre. Les variables internes du modèle seront introduites à ce niveau de la modélisation. Trois densités de dislocations différentes sont nécessaires pour décrire l'hétérogénéité de l'arrangement cellulaire à l'intérieur du grain. Leurs évolutions reposent sur les mécanismes de création, de stockage et d'annihilation des dislocations. Les lois d'évolutions choisies sont issues des travaux de Peeters [Pee02]. L'érouissage isotrope, l'érouissage latent et la polarité seront aussi définis dans cette partie. Enfin, une validation de la modélisation microscopique sera proposée dans une troisième partie. Elle repose sur la comparaison de l'évolution des variables internes du modèle avec la microstructure observée expérimentalement lors de différents trajets de déformation. L'impact de la microstructure intragranulaire sur le comportement du grain sera également discuté à partir d'une étude paramétrique du modèle.

## **2.2 Modélisation à l'échelle mésoscopique - Loi de comportement locale**

### **2.2.1 Hypothèses**

Il est nécessaire de définir les hypothèses à partir desquelles le comportement du matériau à l'échelle du grain va être modélisé.

Le comportement sera supposé élastoplastique, il ne dépend donc pas du temps physique. Seul le mécanisme de glissement plastique sera pris en compte pour expliquer la déformation plastique, les autres modes de déformation tels que le maclage ou la transformation de phase seront ignorés.

Le modèle peut être utilisé pour étudier des matériaux cubiques centrés (CC) ou cubiques à faces centrées (CFC). Cependant, nous nous restreindrons à l'étude des matériaux CC car la modélisation à l'échelle intragranulaire qui sera ensuite ajoutée repose sur l'observation de microstructures de matériaux possédant ce type de réseau cristallin. Ce modèle doit également permettre de déterminer le comportement de matériaux de mise en forme, ce qui suppose que les déformations subies vont être importantes ; c'est pourquoi la modélisation se fera dans le cadre des grandes déformations et les équations seront écrites en lagrangien réactualisé.

Enfin, la loi de comportement locale donnera le lien entre le gradient de vitesse  $g = \frac{\partial v}{\partial x}$  et le taux de contrainte nominale  $\dot{n}$ , aboutissant à l'introduction du module tangent local élastoplastique  $l$  défini par un tenseur d'ordre quatre. Son expression est donnée par :

$$\dot{n}_{ij} = l_{ijkl} g_{lk} \quad (2.1)$$

### 2.2.2 Mécanisme du glissement plastique

Il existe trois mécanismes principaux - le maclage, la transformation de phase et le glissement sur les plans cristallographiques - pouvant être à l'origine de la déformation inélastique dans les matériaux métalliques polycristallins. La déformation par maclage est un phénomène principalement présent dans les aciers TWIP (TWinning Induced Plasticity) alors que la transformation de phase a lieu surtout dans les AMF (Alliage à Mémoire de Forme) et les aciers TRIP (Transformation Induced Plasticity). Pour les aciers étudiés ici, la déformation inélastique est uniquement due au glissement cristallographique, c'est pourquoi les deux autres mécanismes cités précédemment ne seront pas pris en compte dans la modélisation. Par la suite, la déformation inélastique sera considérée égale à la déformation plastique et les déformations de transformation et de maclage seront nulles.

La déformation plastique s'accompagne de l'apparition de lignes de glissement, souvent regroupées en bandes de glissement. Chaque ligne constitue le bord d'une marche créée à la surface et représente la trace des plans denses sur cette surface. Ces lignes traduisent le fait que le glissement s'effectue par cisaillement suivant les plans denses et le long des directions denses. Ainsi, dans le cas des matériaux CC, les plans de glissement sont ceux des familles  $\{110\}$ ,  $\{112\}$ , voire  $\{123\}$  et les directions de glissement sont celles des familles  $\langle 111 \rangle$ . Pour les matériaux CFC, le glissement a lieu suivant la famille de plans  $\{111\}$  et dans la direction  $\langle 110 \rangle$ . En réalité, pour les métaux CC, les dislocations changent de plans de glissement par glissement dévié afin d'éviter les obstacles, c'est pourquoi les lignes de glissement observées à la surface de ces matériaux sont souvent sinueuses (cf. Fig. 2.1), contrairement aux matériaux CFC. Cet effet est appelé "pencil glide".

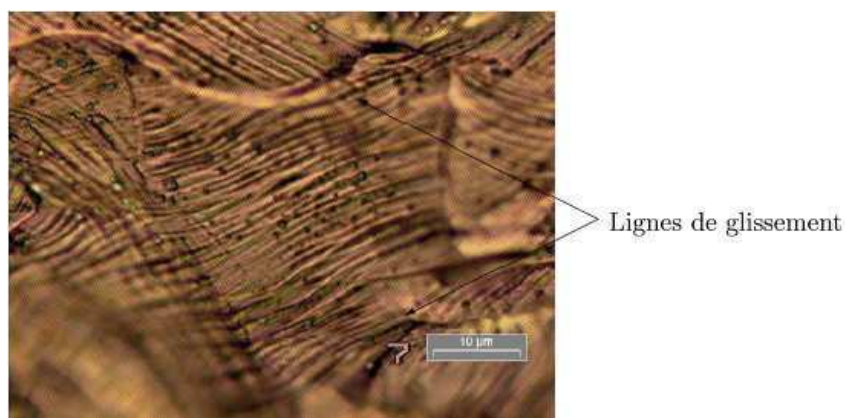


FIG. 2.1 – Lignes de glissement dans un acier ferritique lors d'un essai de traction [Lor05]

La courbe de traction uniaxiale des monocristaux présente en général trois stades de déformation (cf. Fig. 2.2).



Au cours du stade I (glissement facile), les lignes de glissement sont longues et fines, ce qui montre que le glissement s'effectue sur un seul système dit primaire. Cependant, ce premier stade n'existe pas pour les matériaux CC car il y a déjà des systèmes secondaires dès le début de la déformation plastique. C'est pourquoi il ne sera pas pris en compte dans la modélisation. Le stade II (durcissement linéaire) est la conséquence de l'apparition de systèmes de glissement secondaires. Le glissement devient alors plus difficile car il doit se propager en coupant les dipôles du système primaire qui l'entravent, ce qui se traduit par un durcissement constant et important. De plus, la densité des dislocations bloquées dans le cristal va croître rapidement sur les systèmes primaires et secondaires durant ce stade.

Le stade III (durcissement parabolique) est caractérisé par une diminution progressive du durcissement. Le processus d'annihilation par glissement dévié devient de plus en plus fréquent, ce qui ralentit l'augmentation de la densité de dislocations. C'est à ce stade de la déformation plastique que la structure cellulaire apparaît ; une forte concentration de dislocations va se regrouper au sein de murs qui entourent les cellules, pauvres en dislocations.

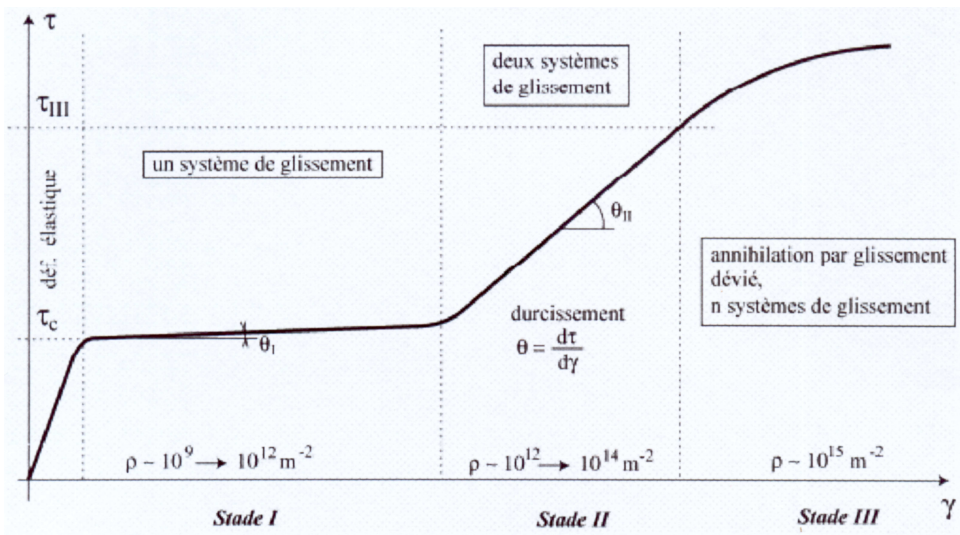


FIG. 2.2 – Stades présents lors d'un essai de traction sur un monocristal CFC

### 2.2.3 Systèmes de glissement

Un système de glissement est défini dans le réseau cristallin par une direction de glissement  $m$  et un plan de glissement de normale  $n$ . L'amplitude de glissement est notée  $\gamma$ . La Figure 2.3 montre l'orientation d'un système de glissement  $g$  par rapport au repère du cristal  $(\vec{X}\vec{Y}\vec{Z})$ .

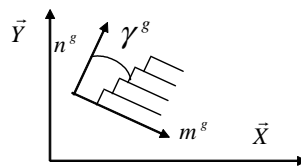


FIG. 2.3 – Définition d'un système de glissement

La cinématique des grandes déformations repose sur la décomposition multiplicative du gradient de transformation  $F$  en une partie élastique  $F^e$  et une partie plastique  $F^p$  [Sid82] :

$$F_{ik} = F_{ij}^e F_{jk}^p \quad (2.2)$$

Le gradient de vitesse  $g$ , dans la configuration actuelle, est défini à partir du gradient de la transformation  $F$  :

$$g_{ik} = \dot{F}_{ij} F_{jk}^{-1} \quad (2.3)$$

La partie plastique du gradient de la vitesse  $g^p$  peut alors s'exprimer à l'aide des vitesses de glissement de l'ensemble des systèmes  $h$  :

$$g_{ij}^p = \dot{\gamma}^h m_i^h n_j^h \quad (2.4)$$

Le gradient de la vitesse  $g$  peut se décomposer de manière additive en une partie symétrique  $d$  et une partie antisymétrique  $w$  :

$$g_{ij} = d_{ij} + w_{ij} \quad (2.5)$$

avec  $d$  correspondant au taux de déformation :

$$d_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} + g_{ji}) \quad (2.6)$$

et  $w$  correspondant au taux de rotation :

$$w_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} - g_{ji}) \quad (2.7)$$

Ces deux tenseurs se décomposent eux-mêmes en une partie élastique et une partie plastique :

$$d_{ij} = d_{ij}^e + d_{ij}^p \quad (2.8)$$

$$w_{ij} = w_{ij}^e + w_{ij}^p \quad (2.9)$$

D'après les relations (2.4), (2.5), (2.8) et (2.9), les taux de déformation et de rotation plastique s'écrivent :

$$d_{ij}^p = R_{ij}^g \dot{\gamma}^g \quad (2.10)$$

$$w_{ij}^p = S_{ij}^g \dot{\gamma}^g \quad (2.11)$$

Les tenseurs  $R^g$  et  $S^g$  correspondent à la partie symétrique et antisymétrique du tenseur de Schmid donné par le produit tensoriel  $m \otimes n$ . Ils sont définis par (sans sommation sur l'exposant  $g$ ) :

$$R_{ij}^g = \frac{1}{2} (m_i^g n_j^g + m_j^g n_i^g) \quad (2.12)$$

$$S_{ij}^g = \frac{1}{2} (m_i^g n_j^g - m_j^g n_i^g) \quad (2.13)$$

## 2.2.4 Détermination des systèmes de glissement actifs

L'analyse thermodynamique classique définit la dissipation plastique volumique  $D$  par :

$$D = \sigma_{ij} d_{ji}^p = \sigma_{ij} R_{ji}^g \dot{\gamma}^g = \tau^g \dot{\gamma}^g \quad (2.14)$$

La cission résolue  $\tau^g$ , pour un système de glissement  $g$ , correspond à la force motrice thermodynamique associée à la variable  $\dot{\gamma}^g$ . Elle est définie comme :

$$\tau^g = \sigma_{ij} R_{ji}^g \quad (2.15)$$

Le calcul de l'évolution de la cission résolue, donnée par l'équation (2.16), nécessite l'introduction d'une dérivée objective  $\hat{\sigma}$  de la contrainte de Cauchy  $\sigma$  pour obtenir une écriture respectant l'indifférence matérielle.

$$\dot{\tau}^g = \hat{\sigma}_{ij} R_{ji}^g \quad (2.16)$$

Dans le formalisme des grandes déformations, le gradient de la transformation  $F$  permet de décrire à la fois la déformation et la rotation du milieu continu. Il faut alors s'acquitter de cette rotation afin d'obtenir une loi de comportement objective. La dérivée corotationnelle de la contrainte de Cauchy  $\sigma$ , définie par l'équation (2.17), a été choisie car elle permet de suivre la rotation du référentiel lié au cristal. De par sa dépendance à la configuration de référence, il est judicieux d'effectuer le calcul en lagrangien réactualisé, puisqu'à chaque pas de calcul, la configuration de référence sera choisie comme étant la dernière configuration matérielle calculée.

$$\hat{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - w_{ik}^e \sigma_{kj} + \sigma_{ik} w_{kj}^e \quad (2.17)$$

En plasticité indépendante du temps, la formulation classique de l'activité d'un système de glissement  $g$  est définie par :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}^g = 0 & \text{si } \tau^g < \tau_c^g \\ \dot{\gamma}^g = 0 & \text{si } \tau^g = \tau_c^g \text{ et } \dot{\tau}^g < \dot{\tau}_c^g \\ \dot{\gamma}^g \neq 0 & \text{si } \tau^g = \tau_c^g \text{ et } \dot{\tau}^g = \dot{\tau}_c^g \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $\tau_c^g$  est la cission critique du système de glissement  $g$  et  $\dot{\tau}_c^g$  le taux de la cission critique associé. Il découle du système (2.18) qu'un système sera actif lorsque les cissions résolue et critique auront les mêmes valeurs et les mêmes taux.

## 2.2.5 Vitesse de glissement des systèmes actifs

Deux principales approches mathématiques sont utilisées pour déterminer les systèmes de glissement actifs et les vitesses de glissement associées.

Dans le cas élastoplastique, les systèmes potentiellement actifs ( $\tau^g = \tau_c^g$ ) sont différenciés de ceux réellement actifs ( $\tau^g = \tau_c^g$  et  $\dot{\tau}^g = \dot{\tau}_c^g$ ), comme le montrent les relations du système (2.18). Il est alors nécessaire d'introduire un critère capable de distinguer les systèmes effectivement actifs de ceux qui ne le sont que potentiellement. Une des solutions pour aboutir à ce résultat est d'introduire un principe de minimisation. Ainsi, Franciosi [Fra84] propose de choisir la combinaison de systèmes de glissement qui minimise l'énergie de déformation comme étant celle des systèmes réellement actifs. Le principal désavantage de cette méthode réside dans l'analyse combinatoire

qu'il sera nécessaire d'effectuer pour déterminer la combinaison de systèmes qui dissipe le moins d'énergie de déformation. Il faudra tester  $(2^{n+1} - 1)$  combinaisons,  $n$  étant le nombre de systèmes vérifiant  $\tau^g = \tau_c^g$ , ce qui va entraîner rapidement des temps de calculs très importants.

En viscoplasticité, l'activité d'un système de glissement est directement calculée à partir d'une loi puissance [AN85] [PBFLB01]. Dans ce type d'approche, le concept de système de glissement actif n'est plus pertinent car tous les systèmes sont actifs, mais seulement certains d'entre eux auront une vitesse de glissement significative. La relation (2.18) est alors remplacée par :

$$\dot{\gamma}^g = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^g}{\tau_{ref}^g} \right|^{1/m} \text{signe}(\tau^g) \quad (2.19)$$

où  $\dot{\gamma}_0$  est la vitesse de déformation de référence et  $m$  un paramètre de sensibilité à la vitesse dont la valeur est faible (0,01 à température ambiante). Ainsi, lorsque la cission résolue sera faible, la vitesse de glissement le sera également. Celle-ci deviendra importante lorsque la cission résolue sera proche de la cission de référence  $\tau_{ref}$ .

Les systèmes déterminés à l'aide de ce type de modélisation sont proches des résultats obtenus par la loi de Schmid généralisée. Cependant, la gamme de vitesse de déformation dans laquelle cette modélisation est applicable est restreinte et la signification physique des paramètres introduits est difficilement interprétable. Une loi exponentielle (2.20), traduisant le fait que les mécanismes de déformation sont thermiquement activés, a été proposée [Koc76] [Ber02]. Cette loi s'appuie sur la théorie de l'activation thermique de la mobilité des dislocations vis.

$$\dot{\gamma}^g = \dot{\gamma}_0 \left( \frac{\tau^g}{\mu} \right)^2 \exp \left( \frac{-\Delta G}{kT} \left( 1 - \left( \frac{\tau^g}{\tau_{ref}^g} \right)^p \right)^q \right) \quad (2.20)$$

$\mu$  est le module de cisaillement,  $\frac{-\Delta G}{kT}$  est l'énergie d'activation pour franchir les barrières de Peirls,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température absolue et  $p$  et  $q$  sont des constantes situées dans un intervalle borné,  $p$  étant positif.

Cette autre modélisation donne également de bons résultats, y compris dans une gamme de vitesse plus large.

Ces types de lois présentent l'avantage de proposer des temps de calculs particulièrement faibles par rapport au cas élastoplastique. C'est pourquoi une loi s'inspirant des avantages de la viscoplasticité va être utilisée pour notre étude.

En viscoplasticité, la vitesse de glissement est reliée à la cission résolue par une fonction  $k$  fortement non linéaire :

$$\dot{\gamma}^g = k(\tau^g, \tau_c^g) \tau^g \quad (2.21)$$

Afin d'utiliser une formulation indépendante du temps, il faut avoir une relation de la forme :

$$\dot{\gamma}^g = k^g(\tau^g, \tau_c^g) \dot{\tau}^g \quad (2.22)$$

Une nouvelle loi, inspirée de la viscoplasticité et transposée à l'élastoplasticité, a été récemment développée [LBZAMB05] :

$$k^g = \frac{1}{H^g} \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \left( k_0 \frac{\tau^g}{|\tau^g|} \right) \right) \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \left( k_1 \left( \frac{\tau^g}{\tau_c^g} - 1 \right) \right) \right) \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \left( k_2 \frac{\dot{\tau}^g}{|\dot{\tau}^g|} \right) \right) \quad (2.23)$$

Afin de déterminer les valeurs des paramètres numériques  $k_0$ ,  $k_1$  et  $k_2$ , une étude paramétrique a permis de montrer qu'il fallait choisir une valeur faible pour  $k_0$  et  $k_2$ , car ils sont multipliés par des termes de l'ordre de l'unité, alors que  $k_1$  aura une valeur plus importante car il est multiplié par un terme inférieur à 1, voire proche de 0 [FAMLBZLB09]. Ainsi, les paramètres  $k_0$  et  $k_2$  prendront pour valeur 10 alors que  $k_1$  sera égal à 20.

Il a été décidé de ne calculer que des vitesses de glissement positives, ce qui nécessite de dédoubler chaque système de glissement afin d'obtenir deux sens de glissement. De ce fait, la fonction  $k^g$  sera nulle lorsque la cission résolue sera négative. Le premier terme de (2.23) permet de traduire cette exigence.

Cette fonction de régularisation  $k^g$  doit également satisfaire les conditions déduites de (2.18). Ainsi, lorsque la cission résolue d'un système de glissement  $g$  est inférieure à sa valeur critique, ce système de glissement est inactif, ce qui signifie que sa vitesse de glissement est nulle, c'est pourquoi  $k^g$  devra être nulle ou proche de 0. Le second terme de (2.23) permet de vérifier que la cission résolue atteint la cission critique, ce qui signifie qu'il sera nul lorsque cela ne sera pas le cas.

Cette fonction devra être également nulle lors d'une décharge, même si la cission résolue reste proche de la cission critique. Le dernier terme de (2.23) vérifie que le matériau est en charge. Pour activer réellement un système, il faut que la cission résolue atteigne la cission critique et que son taux atteigne celui de la cission critique, ce qui revient à vérifier que le matériau est en charge.

Il a été vérifié, par comparaison avec des résultats donnés par le modèle de Taylor pour différents essais de cisaillement (cf. Tab. 2.1), que cette loi permettait d'activer les systèmes de glissement corrects, comme le montre le Tableau 2.2.

(DN)[DL]	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$	systèmes actifs prédits [NBT01]	
		majeur(s)	mineur(s)
(111)[1 $\bar{2}$ 1]	(30°;55°;45°)	[ $\bar{1}\bar{1}$ ](10 $\bar{1}$ )	[111](10 $\bar{1}$ )
(111)[1 $\bar{1}$ 0]	(0°;55°;45°)	[ $\bar{1}\bar{1}$ ](1 $\bar{1}$ 0)	[111](1 $\bar{1}$ 0)
(111)[114 $\bar{1}$ 5]	(15°;55°;45°)	[ $\bar{1}\bar{1}$ ](10 $\bar{1}$ ), [111](1 $\bar{1}$ 0)	[111](1 $\bar{1}$ 0), [111](10 $\bar{1}$ )
(111)[4 $\bar{1}$ 511]	(45°;55°;45°)	[ $\bar{1}\bar{1}$ ](01 $\bar{1}$ ), [111](10 $\bar{1}$ )	[111](10 $\bar{1}$ ), [111](1 $\bar{1}$ 0)
(001)[110]	(0°;0°;0°)	[111](10 $\bar{1}$ ), [111](01 $\bar{1}$ ) [ $\bar{1}\bar{1}$ ](101), [ $\bar{1}\bar{1}$ ](01 $\bar{1}$ ) [1 $\bar{1}$ 1](10 $\bar{1}$ ), [1 $\bar{1}$ 1](011) [11 $\bar{1}$ ](101), [11 $\bar{1}$ ](011)	

TAB. 2.1 – Systèmes de glissement actifs détectés par le modèle de Taylor en ne prenant en compte que la famille  $\{110\}$   $\langle 111 \rangle$  [NBT01]

(DN)[DL]	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$	systèmes actifs prédits		
		majeur(s)	mineur(s)	résiduel(s)
(111)[121]	$(30^\circ; 55^\circ; 45^\circ)$	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](10\bar{1})$	$[111](10\bar{1})$	$[111](1\bar{1}0), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](110)$ $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](011)$
(111)[110]	$(0^\circ; 55^\circ; 45^\circ)$	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](1\bar{1}0)$	$[111](1\bar{1}0)$	$[111](01\bar{1}), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](01\bar{1})$
(111)[11415]	$(15^\circ; 55^\circ; 45^\circ)$	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](10\bar{1}), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](1\bar{1}0)$	$[111](1\bar{1}0), [111](10\bar{1})$	$[111](01\bar{1}), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](01\bar{1})$
(111)[41511]	$(45^\circ; 55^\circ; 45^\circ)$	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](01\bar{1}), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](10\bar{1})$	$[111](10\bar{1}), [111](1\bar{1}0)$	
(001)[110]	$(0^\circ; 0^\circ; 0^\circ)$	$[111](10\bar{1}), [111](01\bar{1})$ $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](101), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](01\bar{1})$ $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](10\bar{1}), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](011)$ $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}](101), [\bar{1}\bar{1}\bar{1}](011)$		

TAB. 2.2 – Systèmes de glissement actifs détectés grâce à la loi de Schmid régularisée en ne prenant en compte que la famille  $\{110\} \langle 111 \rangle$

Lorsqu'un système de glissement est actif,  $\tau^g = \tau_c^g$  et  $\dot{\tau}^g = \dot{\tau}_c^g$ . Si on introduit l'expression (2.16) dans la relation (2.22), on obtient alors (sans sommation sur l'exposant  $g$ ) :

$$k^g \hat{\sigma}_{ij} R_{ji}^g = \dot{\gamma}^g \quad (2.24)$$

Dans l'hypothèse des grandes déformations, la loi d'élasticité de Hooke s'écrit :

$$\hat{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} d_{lk}^e - \sigma_{ij} d_{kk} \quad (2.25)$$

où  $C$  est le tenseur d'élasticité d'ordre quatre. Le produit de l'équation (2.25) par  $R'^h = k^h R^h$  donne (sans sommation sur l'exposant  $h$ ) :

$$R'^h \hat{\sigma}_{ji} = R'_{ij}{}^h (C_{jikl} (d_{lk} - d_{lk}^p) - \sigma_{ji} d_{kk}) \quad (2.26)$$

En combinant (2.24) avec (2.26) et en utilisant le fait que la déformation plastique se fait à volume constant ( $d_{kk}^p = 0$ ), on obtient :

$$\dot{\gamma}^h + R'_{ij}{}^h \sigma_{ji} d_{kk}^e = R'_{ij}{}^h C_{jikl} (d_{lk} - d_{lk}^p) \quad (2.27)$$

En introduisant (2.10) dans (2.27), on a :

$$\dot{\gamma}^h + R'_{ij}{}^h \sigma_{ji} d_{kk} = R'_{ij}{}^h C_{jikl} (d_{lk} - R_{lk}^g \dot{\gamma}^g) \quad (2.28)$$

Ce qui permet d'écrire l'expression de la vitesse de glissement plastique  $\dot{\gamma}^g$  en fonction du chargement imposé :

$$\dot{\gamma}^g = \left( \delta_{hg} + R'_{ij}{}^h C_{jikl} R_{lk}^g \right)^{-1} R'_{ij}{}^h (C_{jikl} - \sigma_{ji} \delta_{kl}) d_{lk} \quad (2.29)$$

## 2.2.6 Loi de comportement élastoplastique du monocristal

Chaque grain va suivre une loi de comportement monocristalline locale, que l'on veut mettre sous la forme incrémentale suivante :

$$\dot{n}_{ij} = l_{ijkl} g_{lk} \quad (2.30)$$

où  $\dot{n}$  est le tenseur taux de contrainte nominale,  $g$  le tenseur gradient de vitesse.

La relation qui existe entre le taux de contrainte nominale  $\dot{n}$  et celui de Cauchy  $\dot{\sigma}$  est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{n}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - g_{ik}\sigma_{kj} + \sigma_{ij}d_{kk} \quad (2.31)$$

En introduisant (2.5) et (2.17) dans (2.31), on obtient :

$$\dot{n}_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} - w_{ik}^p\sigma_{kj} + \sigma_{ik}w_{kj}^p - d_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}w_{kj} + \sigma_{ij}d_{kk} \quad (2.32)$$

En introduisant la loi d'élasticité (2.25) dans l'équation précédente, on obtient :

$$\dot{n}_{ij} = (C_{ijkl}d_{lk} - d_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}w_{kj}) + \left( -C_{ijkl}d_{lk}^p - w_{ik}^p\sigma_{kj} + \sigma_{ik}w_{kj}^p \right) \quad (2.33)$$

En combinant (2.8), (2.9), (2.10), (2.11) et (2.29) à (2.33), l'expression du module tangent local élastoplastique est donnée par :

$$l_{ijkl} = \left( C_{ijkl} - \frac{1}{2} (\delta_{ik}\sigma_{lj} + \delta_{il}\sigma_{kj}) + \frac{1}{2} (\sigma_{ik}\delta_{lj} - \sigma_{il}\delta_{jk}) \right) - \left( C_{ijpq}R_{qp}^g + S_{ip}^g\sigma_{pj} - \sigma_{ip}S_{pj}^g \right) \left( \delta_{hg} + R_{mn}^h C_{nmpq}R_{qp}^g \right)^{-1} R_{rs}^h (C_{srkl} - \sigma_{sr}\delta_{kl}) \quad (2.34)$$

La première ligne de l'expression (2.34) peut être interprétée comme la partie élastique du module tangent local où les termes s'ajoutant au tenseur d'élasticité résultent des grandes transformations. Quant à la seconde ligne, elle peut être considérée comme la partie plastique de ce module tangent. Les termes supplémentaires issus de la formulation en grandes déformations sont ceux faisant intervenir la partie antisymétrique  $S$  du tenseur de Schmid ainsi que le produit tensoriel ( $\sigma \otimes \delta$ ).

Il nous reste à présent à exprimer l'écrouissage du matériau par l'intermédiaire de la loi d'évolution de la cission critique pour chaque système de glissement. Les dislocations sont les principaux responsables du mécanisme physique de l'écrouissage. Durant un trajet de déformation, des dislocations sont d'abord créées, puis stockées. Lorsque leur nombre devient relativement important, elles s'annihilent plus facilement du fait de leurs rapprochements.

La cission critique  $\tau_c^g$  pour un système de glissement  $g$  peut se définir comme :

$$\tau_c^g = \tau_{c0}^g + \alpha\mu b\sqrt{a^{gh}\rho^h} \quad (2.35)$$

$\tau_{c0}^g$  est la cission critique du cristal parfait sur le système de glissement  $g$ .  $\alpha$  est une constante et  $\mu$  le module de cisaillement.  $b$  est la norme du vecteur de Burgers,  $a^{gh}$  est la matrice d'anisotropie introduite par Franciosi [Fra84] et  $\rho^h$  est la densité de dislocations sur le système de glissement  $h$ .

Le lien entre l'évolution de la cission critique  $\tau_c^g$  sur un système de glissement  $g$  et la vitesse de glissement de l'ensemble des systèmes actifs est réalisé par l'intermédiaire de la matrice d'écrouissage  $H$  :

$$\dot{\tau}_c^g = H^{gh}\dot{\gamma}^h \quad (2.36)$$

Le taux de densité de dislocations  $\dot{\rho}^g$  créées sur le système  $g$  peut s'exprimer en fonction de la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^g$  sur ce même système par l'intermédiaire d'une loi prenant en compte les phénomènes de stockage et d'annihilation (sans sommation sur  $g$  dans ce cas) :

$$\dot{\rho}^g = \frac{1}{b} \left( \frac{1}{L^g} - 2y_c \rho^g \right) \dot{\gamma}^g \quad (2.37)$$

$y_c$  est la distance d'annihilation critique des dislocations.  $L^g$  est le libre parcours moyen des dislocations sur le système  $g$ , il peut se définir comme :

$$\frac{1}{L^g} = \frac{1}{D_{moy}} + \frac{\sqrt{\sum_{h \neq g} \rho^h}}{g_0} \quad (2.38)$$

Cette dernière expression permet de reproduire le fait que le libre parcours moyen  $L^g$  sera proche de la taille de grain  $D_{moy}$  pour de très faibles déformations puis il aura tendance à se rapprocher de la taille des cellules de dislocations pour les déformations plus importantes.  $g_0$  est un paramètre lié au stockage des dislocations.

Ainsi, l'introduction des deux dernières expressions dans le résultat de la différenciation par rapport au temps de l'expression (2.35) permet de définir la matrice d'écroissage :

$$H^{gh} = \frac{\alpha \mu}{2\sqrt{a^{gk} \rho^k}} a^{gh} \left( \frac{1}{L^h} - 2y_c \rho^h \right) \quad (2.39)$$

Ces expressions sont insuffisantes pour prendre correctement en compte les effets macroscopiques observés lors de changements de trajets de déformation. Comme cela a été expliqué dans le premier chapitre, ces effets sont le résultat des caractéristiques liées aux distributions spatiales des dislocations qui ne sont nullement prises en compte par la formulation actuelle à l'échelle du grain. Il est nécessaire de se placer à l'échelle inférieure pour mieux définir la formation de la microstructure intragranulaire et de ce fait prédire plus précisément les effets engendrés à l'échelle macroscopique. Cette modélisation intragranulaire aboutira au remplacement de la matrice d'écroissage par une définition plus complexe de l'écroissage, avec l'introduction au niveau de la cission critique de termes relatifs à l'écroissage isotrope, à l'écroissage latent et à la polarité. La variable interne actuelle (densité de dislocations de chaque système de glissement) sera remplacée par trois nouvelles variables internes. Cela fera l'objet de la partie qui suit.

A ce stade du manuscrit, nous venons de rappeler le modèle développé et exploité dans la thèse de Lorrain [Lor05]. Quatre paramètres sont à identifier à partir d'un voire deux essais :

- $D_{moy}$  correspond à la taille moyenne des grains.
- Le paramètre de stockage des dislocations  $g_0$  impacte sur la pente d'écroissage de la courbe de comportement au début de chargement.
- La distance d'annihilation critique  $y_c$  se détermine à l'aide de la pente d'écroissage de la courbe de comportement pour des déformations importantes.
- La cission critique initiale  $\tau_{c0}$  correspond à la moitié de la limite élastique lors d'un essai de traction uniaxiale.

Il faut également fournir au modèle la densité de dislocations initiale, identique pour tous les systèmes de glissement, la texture cristallographique initiale (ou le triplet des angles d'Euler pour un monocristal) ainsi que les valeurs classiques de la norme du vecteur de Burgers  $b$  et du



module de cisaillement  $\mu$  (comportement élastique isotrope).

Les résultats obtenus à partir de ce modèle, noté "modèle 1" par la suite, seront comparés avec ceux issus du nouveau modèle développé, afin de montrer l'impact de la prise en compte de la description physique de la microstructure intragranulaire sur le comportement macroscopique lors de trajets séquentiels.

## 2.3 Modélisation à l'échelle microscopique

### 2.3.1 Description de la microstructure

Au cours de la déformation plastique se forme une microstructure intragranulaire composée de cellules de dislocations. Ces cellules sont délimitées par des parois rectilignes, également appelées murs, où se concentre une densité importante de dislocations. Une plus faible densité de dislocations est distribuée aléatoirement à l'intérieur des cellules.

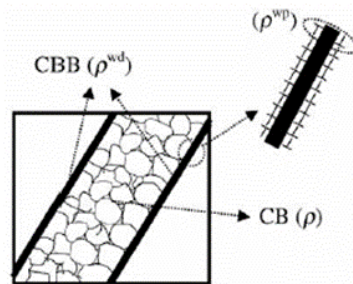


FIG. 2.4 – Représentation schématique de la microstructure [Pee02]

Afin de décrire cette microstructure à partir des mécanismes de création, de stockage et d'annihilation des dislocations, il est nécessaire d'associer différentes densités de dislocations spécifiques aux deux zones qui définissent l'arrangement cellulaire. Ces trois densités seront les variables internes de notre nouveau modèle.

Les dislocations stockées de manière aléatoire à l'intérieur des cellules sont responsables de l'écroissage isotrope du matériau. Elles sont représentées par une unique densité de dislocations notée  $\rho$ .

Les murs de dislocations sont définis à l'aide de deux densités de dislocations distinctes. La première, notée  $\rho^{wd}$ , permet de représenter les dislocations immobiles stockées à l'intérieur du mur. Elle traduit donc l'enchevêtrement des dislocations au cours de la déformation plastique qui est responsable de l'écroissage latent lors de changements de trajets.

La seconde, appelée densité de dislocations polaires et notée  $\rho^{wp}$ , prend en compte les dislocations qui vont s'immobiliser de part et d'autre des parois mais qui pourront se remobiliser lors de chargements inverses. Cette dernière variable possède un signe, elle permet de retranscrire le caractère dipolaire des parois.

Dans le premier chapitre, l'importance de l'interaction entre les microstructures respectives aux deux trajets de déformation lors d'essais séquentiels et son impact sur le comportement du matériau avec l'apparition de zones transitoires ont été mis en évidence. Il est donc nécessaire de

distinguer les parois créées lors de l'activité de glissement précédente par rapport à celles générées au cours de la déformation plastique actuelle pour tenir compte de l'histoire du matériau. Ainsi, il sera possible de prendre en compte l'effet de la microstructure issue d'un préchargement sur le comportement macroscopique du matériau lors de changements de trajets.

### 2.3.2 Formation des murs de dislocations

Les murs de dislocations sont générés de manière à offrir une résistance minimale à l'activité de glissement lors de la déformation. Cela implique que ces parois vont se former parallèlement aux systèmes de glissement les plus actifs. Ainsi, pour des structures CC, les murs de dislocations devront logiquement appartenir aux familles de plans  $\{110\}$  ou  $\{112\}$  correspondant aux plans denses de ce type de réseau cristallin. Cependant, des observations expérimentales suggèrent plutôt que ces murs sont uniquement parallèles à la famille de plans  $\{110\}$ . Enfin, il a été montré dans le premier chapitre, grâce à l'étude des microstructures présentes après différents essais, qu'une ou deux familles de murs de dislocations apparaissaient selon l'orientation du grain et de la sollicitation.

En accord avec ce qui a été énoncé ci-dessus, le modèle doit permettre d'engendrer au maximum deux familles de murs de dislocations à chaque pas de calcul. Ces deux familles seront parallèles aux plans  $\{110\}$  dont les activités de glissement sont les deux plus prédominantes. Six familles possibles de murs de dislocations peuvent ainsi être définies (cf. Tab. 2.3).

directions de glissement des systèmes actifs	plan du mur
$[111]$ ou $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$	$(\bar{1}\bar{1}0)$
$[111]$ ou $[1\bar{1}\bar{1}]$	$(10\bar{1})$
$[111]$ ou $[\bar{1}\bar{1}1]$	$(01\bar{1})$
$[\bar{1}\bar{1}1]$ ou $[1\bar{1}\bar{1}]$	$(110)$
$[\bar{1}\bar{1}1]$ ou $[11\bar{1}]$	$(101)$
$[1\bar{1}\bar{1}]$ ou $[11\bar{1}]$	$(011)$

TAB. 2.3 – Familles de murs de dislocations

Pour les raisons d'interaction entre microstructures liées aux deux trajets de déformation lors d'un essai séquentiel, le modèle devra impérativement faire la distinction entre les familles de parois générées au pas actuel et les autres familles (quatre ou cinq selon le nombre de murs présents au pas actuel) qui seront considérées comme anciennes. Cette distinction permettra de prendre en compte l'effet de la microstructure existante et donc de l'histoire des chargements du matériau. C'est pourquoi, dans la suite du modèle intragranulaire, nous présenterons d'abord les lois d'évolution des densités de dislocations associées aux murs générés au pas actuel, puis celles associées aux anciens murs, donnant ainsi l'évolution de l'ancienne microstructure suite à un changement de trajet.

### 2.3.3 Evolution des densités de dislocations associées aux murs présents au pas actuel de déformation

Pendant la déformation plastique, les dislocations mobiles peuvent être soit piégées à l'intérieur des cellules et dans les parois, soit annihilées avec les dislocations immobiles de signes opposés ou par glissement dévié. Ces mécanismes sont introduits dans les lois d'évolution des trois densités de dislocations par l'intermédiaire de deux termes distincts d'écrouissage, traduisant les mécanismes d'immobilisation, et d'adoucissement, représentant les mécanismes d'annihilation [Pee02].

#### Densité de dislocations immobiles stockées dans les murs

Au cours de la déformation plastique, une partie du flux des dislocations mobiles va être stockée à l'intérieur des parois. Ce sont les dislocations des systèmes actifs prépondérants parallèles au plan  $\{110\}$  qui vont principalement contribuer à la formation des parois.

Le terme relatif au stockage est proportionnel à l'inverse de la distance moyenne entre deux murs de dislocations qui peut s'exprimer en fonction de la racine carrée de la densité des dislocations stockées dans cette famille de parois. Cette distance peut être rapprochée de la notion de libre parcours moyen pour les dislocations.

Le mécanisme d'annihilation se produit entre les dislocations immobiles piégées dans les parois et les dislocations mobiles de signes opposés. Le terme relatif à l'annihilation sera donc exprimé en fonction de la densité des dislocations stockées dans les parois et de la distance d'annihilation critique des dislocations. De plus, ce terme sera négatif afin d'avoir une diminution de la densité des dislocations immobilisées dans les murs.

L'évolution de la densité des dislocations immobiles stockées dans les murs générés au pas actuel de déformation sera donc exprimée par la somme de ces deux termes :

$$\dot{\rho}_i^{wd} = \frac{1}{b} \left( I^{wd} \sqrt{\rho_i^{wd}} - R^{wd} \rho_i^{wd} \right) \dot{\Gamma}_i \quad (2.40)$$

$\dot{\Gamma}_i$  représente la vitesse de glissement totale associée à la  $i$ -ème famille de murs de dislocations, c'est-à-dire, par définition, la vitesse de glissement du  $i$ -ème ( $i = 1, 2$ ) système actif suivant le plan de glissement  $\{110\}$ .

$I^{wd}$  est le paramètre qui traduit l'immobilisation des dislocations mobiles à l'intérieur des parois et  $R^{wd}$  est le paramètre relatif à l'annihilation des dislocations immobiles dans les lignes de dislocations générées dans le mode actuel de déformation par les dislocations mobiles de signe opposé.

Il est possible de déterminer la densité maximale de dislocations stockées à l'intérieur des parois lorsqu'il n'y a plus d'évolution possible pour les murs, c'est-à-dire  $\dot{\rho}^{wd} = 0$ . La valeur de saturation s'exprime alors facilement par :

$$\rho_{sat}^{wd} = \left( \frac{I^{wd}}{R^{wd}} \right)^2 \quad (2.41)$$

#### Polarité des murs de dislocations

Durant la déformation plastique, les murs de dislocations se polarisent. De chaque côté du mur se concentre un excédent de dislocations de même signe, chaque côté ayant un signe opposé

à l'autre. La polarité est due à l'arrêt des dislocations mobiles en mouvement sur les systèmes de glissement non coplanaires aux parois.

Le flux  $\phi^{wp}$  des dislocations venant tapisser la famille de parois va donc s'exprimer en fonction de la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^s$  de tous les systèmes de glissement non coplanaires à celle-ci. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$\phi_i^{wp} = \sum_{s=1}^n \frac{\dot{\gamma}^s}{b} m^s \cdot n_i^w \quad (2.42)$$

La vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^s$  du système  $s$  peut être positive ou négative, elle intègre donc le sens de glissement. La somme est effectuée sur le nombre total de systèmes de glissement possible ( $n = 24$  pour une structure CC). Afin de ne sélectionner que les systèmes non coplanaires à la famille considérée de murs, chaque vitesse de glissement sera multipliée par le produit scalaire de la direction de glissement  $m^s$  du système  $s$  par la normale  $n_i^w$  à la  $i$ -ème famille de murs. Ce produit scalaire sera nul lorsque les systèmes de glissement et les parois seront coplanaires.

L'immobilisation des dislocations mobiles à la frontière des parois est réalisée à partir de leurs interactions avec d'autres dislocations mobiles associées à ces murs mais également avec les dislocations déjà emprisonnées dans ces parois. C'est pourquoi, dans la loi d'évolution de la densité des dislocations mobiles, le terme relatif à l'immobilisation sera exprimé en fonction des densités des dislocations mobiles  $\rho^{wp}$  et des dislocations stockées dans les parois  $\rho^{wd}$ .

L'annihilation des dislocations mobiles, quant à elle, a uniquement lieu entre les dislocations mobiles de signes opposés.

La loi d'évolution de la densité des dislocations mobiles associées aux parois est exprimée à l'aide de ces deux contributions :

$$\dot{\rho}_i^{wp} = \left( \text{signe}(\phi_i^{wp}) I^{wp} \sqrt{\rho_i^{wd} + |\rho_i^{wp}|} - R^{wp} \rho_i^{wp} \right) |\phi_i^{wp}| \quad (2.43)$$

$I^{wp}$  est le paramètre qui caractérise le stockage des dislocations en mouvement alors que  $R^{wp}$  est celui qui prend en compte le mécanisme d'annihilation des dislocations mobiles associées aux murs.

Il est possible d'approximer la densité maximale de dislocations mobiles associées aux parois, en considérant que cette valeur de saturation est négligeable devant l'intensité maximale des parois. Elle s'exprime alors par :

$$\rho_{sat}^{wp} = \left( \frac{I^{wp}}{R^{wp}} \right) \sqrt{\rho_{sat}^{wd}} \quad (2.44)$$

Lorsque les dislocations mobiles vont se déplacer dans le sens opposé à celui qu'elles avaient initialement, notamment lors d'essais Bauschinger, le flux des dislocations venant s'amasser le long des parois est inversé. Les dislocations déjà accumulées le long des murs peuvent facilement se remettre en mouvement et être annihilées, ce qui peut se traduire par l'équation suivante :

$$\dot{\rho}_i^{wp} = -R_{rev} \rho_i^{wp} |\phi_i^{wp}| \quad (2.45)$$

$R_{rev}$  correspond à la vitesse d'annihilation des dislocations mobiles responsables de la polarité des murs par l'inversion du flux.

La polarité permet de prendre en compte les phénomènes qui se produisent lors d'essais séquentiels inverses. Intéressons nous un instant à l'évolution de la densité des dislocations mobiles associées aux parois au cours d'un essai Bauschinger. Lors du premier trajet, des dislocations mobiles de signes opposés vont s'accumuler de part et d'autre des parois, engendrant ainsi leur polarisation. La densité des dislocations polaires va alors croître suivant la loi d'évolution donnée par l'équation (2.43).

Durant l'inversion du chargement, les dislocations mobiles responsables de la polarité des parois se remettent en mouvement et sont annihilées par les dislocations polarisées de signe opposé. La densité des dislocations polaires va logiquement diminuer suivant la loi d'évolution (2.45) qui ne prend en compte que le mécanisme annihilatoire. Les parois vont donc progressivement se dépolairiser, ce qui va se traduire au niveau du comportement macroscopique par la présence d'un plateau de stagnation qui sera d'autant plus grand que la vitesse d'annihilation exprimée par le paramètre  $R_{rev}$  sera faible.

Enfin, après avoir franchi cette zone transitoire, c'est-à-dire lorsque les parois sont dépolairisées, les dislocations mobiles de signe opposé s'accumulent le long des parois donnant naissance à une polarité opposée à celle du premier trajet. Il va donc y avoir une nouvelle augmentation de la densité des dislocations polaires. Cette nouvelle évolution est décrite par la même équation (2.43) que lors du premier trajet.

### 2.3.4 Evolution des densités de dislocations immobiles et polarisées associées aux anciens murs

Cette partie du modèle permet de tenir compte de la présence d'une ancienne microstructure, ce qui est indispensable pour prendre en compte les effets macroscopiques liés aux changements de trajets. Les lois d'évolution qui vont suivre permettront de traduire le comportement des anciennes parois.

Un changement de trajet de déformation s'accompagne le plus souvent d'une activation de nouveaux systèmes de glissement. Les dislocations mobiles sur ces nouveaux plans de glissement vont alors générer de nouvelles familles de parois parallèles aux plans  $\{110\}$  des systèmes actifs prépondérants du mode actuel de déformation. Ils vont également détruire les murs précédemment formés.

D'après les observations microstructurales après un essai orthogonal, il semblerait que les anciens murs coexistent avec les nouveaux, mais qu'ils ne stockent plus de dislocations supplémentaires. Ces anciennes parois se désintègrent donc lentement par interaction avec les dislocations mobiles des nouveaux systèmes activés non-coplanaires à l'ancienne microstructure. L'annihilation de ces anciens murs de dislocations peut alors être décrite par :

$$\dot{\rho}_i^{wd} = -\frac{R_{ncg}}{b} \rho_i^{wd} \dot{\Gamma}_{new} \quad (2.46)$$

$$\dot{\rho}_i^{wp} = -\frac{R_{ncg}}{b} \rho_i^{wp} \dot{\Gamma}_{new} \quad (2.47)$$

$\dot{\Gamma}_{new}$  correspond à la vitesse de glissement totale dans les deux plans cristallographiques ayant

la plus grande activité de glissement et  $R_{neg}$  est le paramètre lié à la destruction de l'ancienne microstructure.

### 2.3.5 Construction et évolution des cellules de dislocations

Il est supposé que les dislocations stockées aléatoirement à l'intérieur des cellules sont responsables de l'écroutissage isotrope du matériau. L'évolution de la densité de dislocations est donnée par la somme d'un terme de création et un autre d'annihilation :

$$\dot{\rho} = \frac{1}{b} (I\sqrt{\rho} - R\rho) \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}^s| \quad (2.48)$$

$I$  est le paramètre d'immobilisation des dislocations à l'intérieur des cellules alors que le paramètre  $R$  traduit l'annihilation des dislocations au sein des cellules.

De la même manière que pour les dislocations stockées à l'intérieur des parois, il est possible de déterminer la densité maximale de dislocations aléatoirement distribuées à l'intérieur des cellules. La valeur de saturation s'exprime tout aussi facilement par :

$$\rho_{sat} = \left( \frac{I}{R} \right)^2 \quad (2.49)$$

Durant un essai Bauschinger, la plupart des systèmes de glissement actifs lors de la prédéformation le reste durant le second trajet, mais glisse dans le sens opposé. Les parois présentes lors de la prédéformation ne sont pas détruites, elles changent uniquement de polarité. Il a été observé que la densité des dislocations présentes à l'intérieur des cellules avait tendance à diminuer au cours de ce changement de trajet. Les dislocations mobiles responsables de la polarité des parois peuvent être à l'origine de cette annihilation. Cette source supplémentaire d'annihilation est traduite par l'ajout d'un terme d'annihilation supplémentaire dans la loi d'évolution (2.48) de la densité des dislocations à l'intérieur des cellules, ce qui revient à écrire :

$$\dot{\rho} = \frac{1}{b} \left\langle (I\sqrt{\rho} - R\rho) \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}^s| - \Psi R_2 \rho \frac{\rho^{bausch}}{2\rho_{sat}^{wp}} \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}^s| \right\rangle \text{ avec } \langle y \rangle = y \text{ si } y > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (2.50)$$

$R_2$  permet de déterminer l'importance de l'interaction des dislocations mobiles associées aux parois avec celles présentes à l'intérieur des cellules.

$\Psi$  permet d'activer ( $\Psi = 1$ ) ou non ( $\Psi = 0$ ) ce terme supplémentaire selon qu'il y ait ou non inversion du flux. Selon le nombre de flux inversés, la valeur de  $\rho^{bausch}$  sera différente. Ainsi, si un seul flux est inversé,  $\rho^{bausch} = |\rho_i^{wp}|$ , sinon  $\rho^{bausch} = |\rho_1^{wp}| + |\rho_2^{wp}|$ .

### 2.3.6 Ecroutissage isotrope, écroutissage latent et polarité

Il faut à présent exprimer la cission critique de chaque système de glissement en fonction des différentes densités de dislocations que nous venons de définir précédemment.

La cission critique de chaque système de glissement devra prendre en compte l'écroutissage isotrope causé par les dislocations présentes de manière aléatoire à l'intérieur des cellules, l'écroutissage latent causé par les parois mais également par les dislocations mobiles associées à ces parois

ainsi que tous les aspects de la microstructure qui ne sont pas captés dans les variables internes.

La microstructure intragranulaire peut être considérée comme une structure biphasée, comme le montre la Figure 2.5. Les murs de dislocations, de par leur forte concentration en dislocations, sont représentés par la phase dure, alors que l'intérieur des cellules, pauvre en dislocations, est représenté par la phase molle. La contrainte d'écoulement sera différente dans chaque phase, la cission critique résultante sur chaque système de glissement peut alors s'exprimer ainsi :

$$\tau_c^s = \tau_{c0}^s + (1 - f) \tau^{cell} + f \sum_{i=1}^6 \left( \tau_{is}^{wd} + \tau_{is}^{wp} \right) \quad (2.51)$$

$f = \frac{w}{w+d}$  est la fraction volumique des murs de dislocations. Il a été montré expérimentalement que si la déformation continue dans le stade d'apparition du glissement dévié, l'épaisseur  $w$  des murs de dislocations diminue de façon monotone alors que le rapport  $\frac{w}{d}$  reste quasi constant. Nous supposons que la fraction volumique sera constante tout au long du calcul, mais il serait possible d'introduire une loi d'évolution pour tenir compte de l'amincissement des murs de dislocations au cours de la déformation.

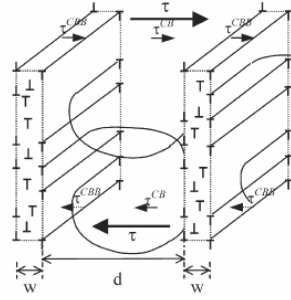


FIG. 2.5 – Représentation schématique de la microstructure comme un composite biphasé [Mug87]

La contribution des dislocations à l'intérieur des cellules à l'écrouissage isotrope est donnée par l'équation classique de Taylor :

$$\tau^{cell} = \alpha \mu b \sqrt{\rho} \quad (2.52)$$

$\alpha$  est le paramètre d'interaction des dislocations.

Les parois de dislocations sont associées à l'écrouissage latent car elles empêchent le mouvement des dislocations mobiles sur les plans des systèmes de glissement qui ne leur sont pas coplanaires. Leur influence sur les systèmes de glissement leur étant coplanaires est donc négligeable ; leur contribution à la cission critique de chaque système de glissement peut être donnée en adaptant l'équation de Taylor :

$$\tau_{is}^{wd} = \alpha \mu b \sqrt{\rho_i^{wd}} |m^s \cdot n_i^w| \quad (2.53)$$

Le caractère dipolaire des parois implique une dissymétrie de la résistance au glissement. Les dislocations polaires ne sont pas gênées par les anciennes parois lorsque les mêmes systèmes de glissement sont activés dans le sens opposé. Leur contribution à la cission critique de chaque

système peut alors s'écrire :

$$\tau_{is}^{wp} = \alpha\mu b \left\langle \sqrt{|\rho_i^{wp}|} |m^s \cdot n_i^w| \text{signe}(\rho_i^{wp} \dot{\rho}_i^{wp}) \right\rangle \text{ avec } \langle y \rangle = y \text{ si } y > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (2.54)$$

La relation établie ici diffère de l'écriture proposée par Peeters [Pee02] :

$$\tau_{is}^{wp} = \alpha\mu b \left\langle \sqrt{|\rho_i^{wp}|} (m^s \cdot n_i^w) \text{signe}(\rho_i^{wp}) \right\rangle \text{ avec } \langle y \rangle = y \text{ si } y > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (2.55)$$

Partons d'un exemple concret pour illustrer que la relation (2.54) représente une bonne alternative pour reproduire le phénomène explicité précédemment. Considérons un essai de cisaillement Bauschinger. Lors du premier trajet, le flux  $\phi^{wp}$  des dislocations polaires sera positif (respectivement négatif). L'évolution  $\dot{\rho}_i^{wp}$  de la densité de dislocations polaires sera positive (respectivement négative), donnant ainsi naissance à une microstructure intragranulaire dont les parois sont de polarité positive (respectivement négative). A ce stade de l'essai, la contribution  $\tau_{is}^{wp}$  de la polarité à la cission critique de chaque système peut s'écrire de la même manière que celle de l'écroutissage latent  $\tau_{is}^{wd}$ , c'est-à-dire :

$$\tau_{is}^{wp} = \alpha\mu b \sqrt{|\rho_i^{wp}|} |m^s \cdot n_i^w| \quad (2.56)$$

A présent, le sens de l'essai de cisaillement est inversé, engendrant un glissement des dislocations sur les mêmes plans mais dans la direction opposée. L'évolution  $\dot{\rho}_i^{wp}$  de la densité de dislocations polaires, donnée par l'équation (2.45) devient négative (respectivement positive), tout comme le flux  $\phi^{wp}$ , qui dépend directement des vitesses de glissement des systèmes. Les dislocations polaires vont s'annihiler, la première microstructure n'agissant alors pas comme un obstacle au mouvement. Ce qui se traduit par :

$$\tau_{is}^{wp} = 0 \quad (2.57)$$

Au cours de ce second chargement, les parois vont se dépolariser progressivement, puis s'inverser de polarité. A ce moment précis, les dislocations polaires vont être à nouveau bloquées et s'accumuler le long des parois. La contribution  $\tau_{is}^{wp}$  de la polarité à la cission critique de chaque système sera alors donnée par la relation (2.56).

Ainsi, l'annulation de l'expression (2.54) dépendra uniquement du signe du produit de  $\rho_i^{wp}$  par  $\dot{\rho}_i^{wp}$ . Elle aura lieu lorsque la polarité des parois et son évolution sont de signes opposés, ce qui correspond bien au moment où le flux  $\phi^{wp}$  a été inversé mais que les parois n'ont pas été encore dépolarisées.

Par contre, l'expression (2.55) va s'annuler lorsque la densité  $\rho_i^{wp}$  et le produit scalaire  $(m^s \cdot n_i^w)$  seront de signes opposés, ce qui ne signifie pas forcément que le flux  $\phi^{wp}$  est opposé à la polarité des parois. En effet, le flux est donné par la relation (2.42) où la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^s$  de chaque système  $s$  possède un signe. Il est donc possible d'avoir un flux  $\phi^{wp}$  qui sera positif (respectivement négatif) mais avec un produit scalaire  $(m^s \cdot n_i^w)$  négatif (respectivement positif). La contribution de la polarité risque donc parfois d'être nulle alors qu'elle ne le devrait pas.



Le nouveau modèle est à présent complètement défini. Au maximum, cinq essais mécaniques seront nécessaires pour identifier les neuf paramètres du modèle [Pee02] :

- Les paramètres  $I$  et  $R$  seront déterminés sur un essai de cisaillement monotone.
- Les paramètres  $I^{wd}$ ,  $R^{wd}$  et  $R_{ncg}$  seront identifiés sur deux essais orthogonaux avec des niveaux différents de prédéformation.
- Les paramètres  $I^{wp}$ ,  $R^{wp}$ ,  $R_{rev}$  et  $R_2$  seront caractérisés à partir de deux essais de cisaillement Bauschinger avec des niveaux différents de prédéformation.

Les paramètres  $I$ ,  $I^{wd}$  et  $I^{wp}$  traduisent tous les trois un phénomène de stockage, il est légitime de penser qu'ils devront être du même ordre de grandeur. De manière analogue, les paramètres  $R^{wd}$ ,  $R_{ncg}$ ,  $R^{wp}$ ,  $R_{rev}$  et  $R_2$  représentent tous un phénomène d'annihilation, ils seront donc également proches.

Comme pour le premier modèle, il faut ajouter à ces paramètres les valeurs initiales des variables internes, les différentes constantes classiques du matériau ainsi que la texture cristallographique initiale (ou triplet d'angles d'Euler pour un monocristal). Ce modèle sera noté "modèle 2" dans les chapitres suivants.

Ce second modèle aboutit à une description plus fine de l'érouissage intragranulaire tout en diminuant le nombre de variables internes par rapport au premier modèle. En effet, le "modèle 1" nécessite 24 variables internes pour un matériau CC (correspondant aux densités de dislocations pour chaque système de glissement) alors que le "modèle 2" n'en introduit que 13 (correspondant à la densité des dislocations statistiques à laquelle s'ajoute les densités de dislocations immobiles et les densités de dislocations polaires, associées aux six familles possibles de murs).

## 2.4 Méthode de résolution numérique

L'intégration numérique a été réalisée à l'aide du langage de programmation FORTRAN. Le code ainsi développé s'incorpore dans un programme très modulaire, composé de différentes contributions issues de projets successifs initiés par ArcelorMittal, permettant une grande liberté quant au choix de l'érouissage, du type de structure cristallographique, etc.

Pour intégrer numériquement les lois de comportement décrites précédemment, deux grandes familles de méthodes de discrétisation temporelle peuvent être utilisées : les schémas implicites ou les schémas explicites. Leurs performances en termes de précision, de stabilité et de robustesse ont été étudiées par de nombreux auteurs [SH98]. Il en résulte que les algorithmes offrant une bonne précision s'avèrent souvent être difficiles à mettre en place et itératifs, alors que les modèles beaucoup plus simples et robustes perdent en précision.

Les équations constitutives des deux modèles présentés ici forment des systèmes d'Equations Différentielles Ordinaires (EDO) couplées. Un schéma d'intégration explicite est généralement utilisé pour résoudre ce type de système. De plus, le nombre important de variables - gradient de la transformation  $F$ , densités de dislocations ( $\rho^s$  pour le "modèle 1" et  $\rho$ ,  $\rho_i^{wp}$ ,  $\rho_i^{wd}$  pour le "modèle 2"), cissions critiques, contrainte puis orientation du réseau cristallin  $\varphi_1$ ,  $\phi$  et  $\varphi_2$ , demi-axes  $a$ ,  $b$  et  $c$  et orientation  $\varphi'_1$ ,  $\phi'$  et  $\varphi'_2$  de l'ellipsoïde dont les évolutions seront données

au chapitre suivant - rend difficile l'utilisation d'une procédure d'intégration implicite qui impliquerait la résolution par itérations successives d'un système algébrique de grande taille. Cela nécessiterait également l'inversion de matrices jacobiniennes de taille conséquente, ce qui pourrait être préjudiciable en termes d'efficacité, voire de convergence.

Notre choix s'est donc naturellement porté sur une implémentation basée sur un algorithme de Runge-Kutta d'ordre quatre, présentant l'avantage d'autoriser des pas de calcul bien plus grands en comparaison au schéma classique d'Euler, ainsi qu'une meilleure précision [Lor05]. Plus amples détails sur cette méthode sont disponibles dans le livre de Press et al. [PTVF92].

## 2.5 Prédiction de la microstructure intragranulaire pour un monocristal

Les résultats qui vont suivre sont issus de simulations sur des monocristaux d'acier ferritique présentant différentes orientations cristallographiques. Ne connaissant pas leurs orientations initiales, nous utiliserons le modèle pour les déterminer par identification inverse puisque ce dernier permet de suivre l'évolution des angles d'Euler au cours de la déformation. Les paramètres choisis sont issus de la thèse de Peeters (cf. Tab. 2.4).

$I$	$R$ [m]	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]
$2, 2 \cdot 10^{-2}$	$8, 5 \cdot 10^{-10}$	42	42
$I^{wd}$	$R^{wd}$ [m]	$R_{ncg}$ [m]	$f$
$9, 4 \cdot 10^{-1}$	$2, 6 \cdot 10^{-8}$	$2, 3 \cdot 10^{-9}$	0,2
$I^{wp}$	$R^{wp}$ [m]	$R_{rev}$ [m]	$R_2$ [m]
$5 \cdot 10^{-2}$	$3, 8 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$

TAB. 2.4 – Paramètres du "modèle 2" [Pee02]

### 2.5.1 Essai de cisaillement simple

La micrographie de la Figure 2.6(a) représente la microstructure intragranulaire d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(-27,7^\circ; 133,5^\circ; 51,7^\circ)$  après une déformation de cisaillement de 15% dans la direction de laminage. Une seule famille de parois de dislocations, orientée parallèlement au plan cristallographique (101), et quasi alignée avec la direction de cisaillement, est présente dans ce grain.

La micrographie de la Figure 2.6(b) représente la microstructure intragranulaire d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(-41,6^\circ; 135,2^\circ; 38,7^\circ)$  après une déformation de cisaillement de 30% dans la direction de laminage. Deux familles de parois de dislocations, dont la plus prononcée est orientée parallèlement au plan cristallographique (101) et la seconde parallèlement au plan cristallographique (011), sont visibles dans ce grain.

L'estimation par le modèle de la microstructure intragranulaire de ces deux grains sera représentée à l'aide de l'évolution de l'intensité et de la polarité des parois en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma$  (cf. Figs. 2.7 à 2.9).

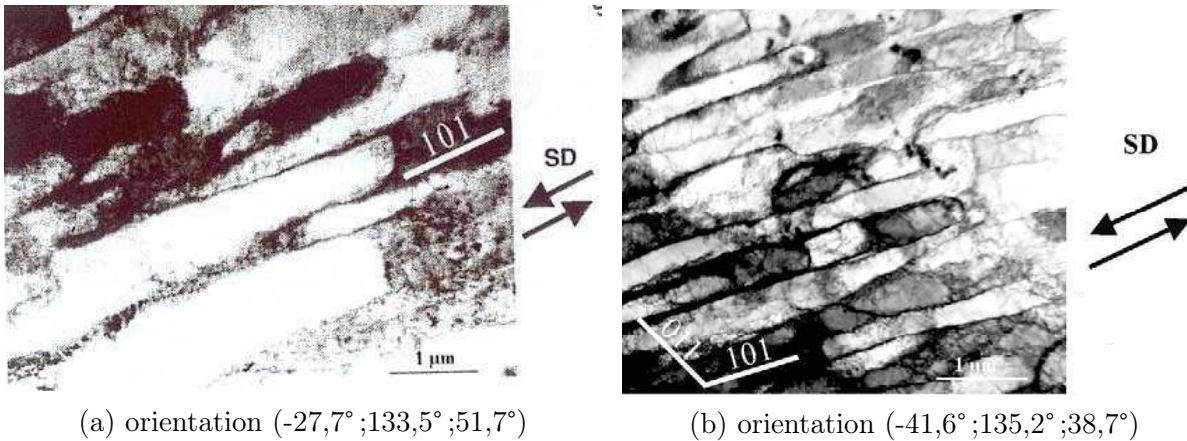


FIG. 2.6 – Micrographie de deux grains d’acier ferritique lors d’un cisaillement dans la direction de laminage [NBT01]

On peut déjà remarquer que le modèle prédit correctement les familles de murs de dislocations présentes dans le grain, et ce quelle que soit l’orientation, comme le montrent les Figures 2.7 à 2.9.

D’après notre modèle, un grain d’orientation initiale  $(-34,5^\circ; 135,7^\circ; 51,5^\circ)$  se retrouve, après un cisaillement négatif de 15% dans la direction de laminage, avec une orientation proche de celle du grain étudié sur la micrographie de la Figure 2.6(a).

Ainsi, pour ce grain, une seule famille prépondérante de murs, parallèle au plan cristallographique (101), est détectée par le modèle, en parfait accord avec les observations expérimentales de la Figure 2.6(a). Il est à noter que, comme Peeters, notre modèle détecte une seconde famille de murs, d’intensité plus faible, qui n’est pas présente dans la réalité [Pee02]. Cette seconde famille semble être présente au début de l’essai puis elle disparaît avec l’augmentation de la déformation plastique. Ceci peut s’expliquer par la rotation du grain au cours du cisaillement, qui engendre un changement d’activité de glissement. Pour s’en convaincre, il suffit de comparer l’orientation initiale que nous avons trouvée à l’aide de notre modèle avec celle issue de la thèse de Peeters. Selon son modèle, un grain d’orientation initiale  $(-27,2^\circ; 133,4^\circ; 53^\circ)$  permet d’aboutir à une orientation proche de celle du grain étudié ici après 15% de déformation négative dans la direction de laminage [Pee02]. Ainsi, si l’orientation initiale déterminée par Peeters est à présent utilisée dans notre calcul, nous trouvons un résultat nettement amélioré, sans la seconde famille de murs, comme le montre la Figure 2.8.

La polarité associée à la famille de murs parallèle au plan cristallographique (101), déterminée à l’aide du modèle, est dix fois plus faible que l’intensité de ces parois. Il faut bien se rappeler que la polarité des parois correspond à une accumulation de dislocations en mouvement provenant des systèmes non-coplanaires à cette famille de murs. Au cours de cet essai, un seul système de glissement s’active de manière prépondérante, ce que retrouve par ailleurs le modèle. Puisqu’il n’existe pas ou peu de dislocations en mouvement sur les autres systèmes de glissement, il est logique de retrouver une valeur faible de la densité des dislocations polaires. Cette conclusion est confirmée par une comparaison de l’évolution de la polarité sur les Figures 2.7 et 2.8. En effet, lorsque l’orientation initiale choisie fait apparaître deux familles de murs, la polarité de ces murs est plus importante que lorsqu’une seule famille de murs est trouvée par le modèle.

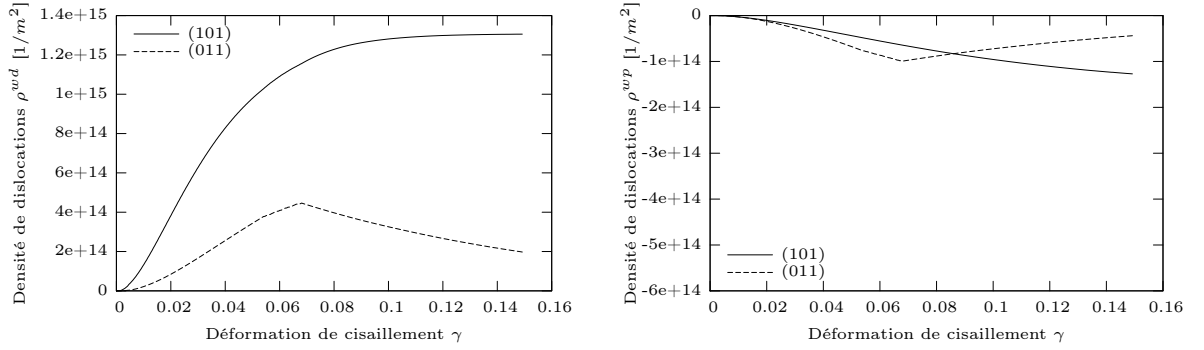


FIG. 2.7 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(-34,2^\circ; 135,7^\circ; 51,5^\circ)$  au cours d'un cisaillement simple

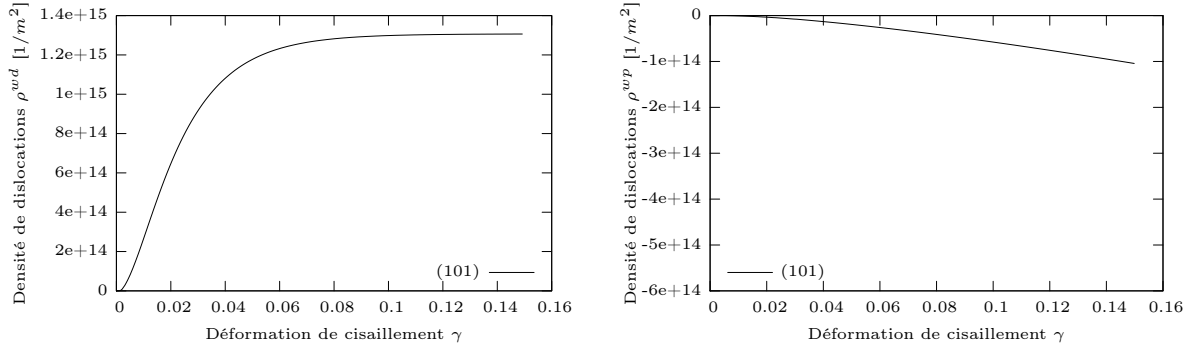


FIG. 2.8 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(-27,2^\circ; 133,4^\circ; 53^\circ)$  au cours d'un cisaillement simple

Pour le second grain étudié, notre modèle détermine une orientation initiale de  $(-57,5^\circ; 138,3^\circ; 35,6^\circ)$ , alors que, pour comparaison, Peeters trouve une valeur initiale de  $(-44,5^\circ; 137,5^\circ; 42^\circ)$  [Pee02].

Deux familles de murs, parallèles aux plans cristallographiques (101) et (011), sont prédites par le modèle, en accord avec les observations expérimentales de la Figure 2.6(b).

Le niveau de prédominance des familles de parois observées expérimentalement est également retrouvé par le modèle. Ainsi, l'intensité de la famille (101) est supérieure à celle de la famille (011), comme le montre la Figure 2.9.

Contrairement au premier grain, celui-ci possède une orientation initiale plus instable, ce qui signifie qu'il va subir une rotation plus importante au cours de la déformation plastique. Plusieurs systèmes de glissement sont activés, générant ainsi une polarité des parois beaucoup plus importante que pour une orientation stable.

Il est noté que l'on retrouve des résultats proches de ceux obtenus par Peeters quant au niveau des densités de dislocations. La différence éventuelle de signe observée pour la prédiction de la polarité est uniquement due au sens choisi pour la normale aux parois.

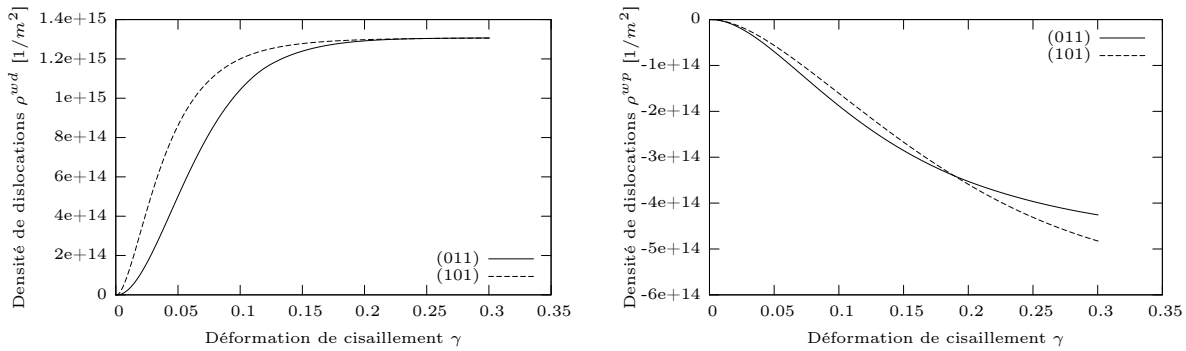


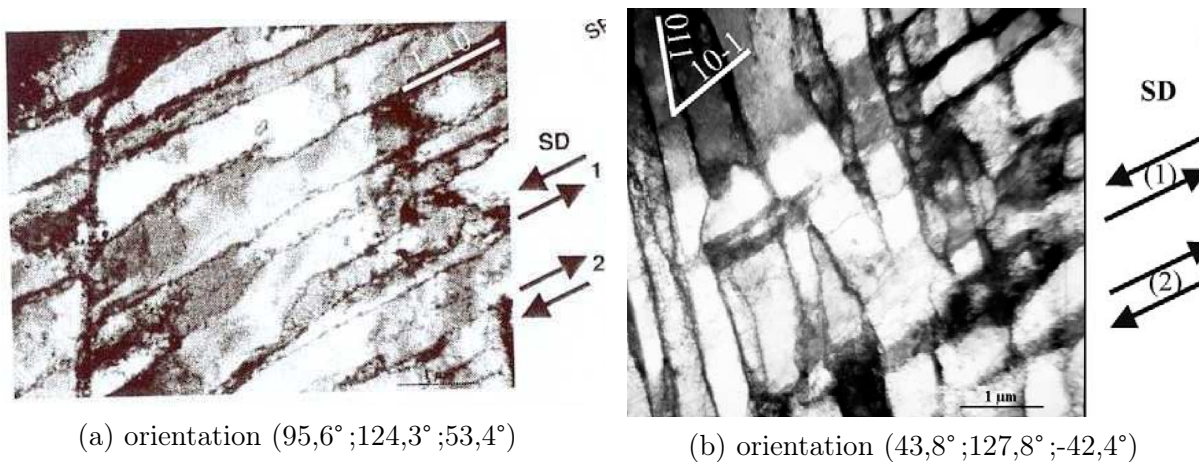
FIG. 2.9 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(-57,5^\circ; 138,3^\circ; 35,6^\circ)$  au cours d'un cisaillement simple

### 2.5.2 Essai Bauschinger

La micrographie de la Figure 2.10(a) représente la microstructure intragranulaire d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(95,6^\circ; 124,3^\circ; 53,4^\circ)$  après un cisaillement négatif de 30% dans la direction de laminage, suivi d'un autre cisaillement de 30% dans la même direction, mais dans le sens inverse. Une seule famille de parois de dislocations, orientée parallèlement au plan cristallographique  $(1\bar{1}0)$ , et quasi alignée avec la direction de cisaillement, est présente dans ce grain.

La micrographie de la Figure 2.10(b) représente la microstructure intragranulaire d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(43,8^\circ; 127,8^\circ; -42,4^\circ)$  après le même essai que le grain précédent. Deux familles de parois de dislocations, parallèles aux plans cristallographiques  $(10\bar{1})$  et  $(011)$ , sont observées dans ce grain.

L'estimation par le modèle de la microstructure intragranulaire de ces deux grains sera représentée à l'aide de l'évolution de l'intensité et de la polarité des parois en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\gamma_{cum}$  (cf. Figs. 2.11 et 2.12).



(a) orientation  $(95,6^\circ; 124,3^\circ; 53,4^\circ)$

(b) orientation  $(43,8^\circ; 127,8^\circ; -42,4^\circ)$

FIG. 2.10 – Micrographie de deux grains d'acier ferritique lors d'un cisaillement Bauschinger -30%/+30% dans la direction de laminage [NBT01]

Comme pour les essais de cisaillement simple, le modèle prédit correctement les familles de murs de dislocations présentes dans le grain lors d'un essai de cisaillement Bauschinger, et ce

quelle que soit son orientation, comme le montrent les Figures 2.11 et 2.12.

D'après notre modèle, un grain d'orientation initiale  $(92^\circ; 124,7^\circ; 55,7^\circ)$  effectue une rotation, durant une prédéformation en cisaillement négatif de 30% dans la direction de laminage, jusqu'à l'orientation  $(99,6^\circ; 126,9^\circ; 52^\circ)$ , puis se positionne dans une orientation proche de celle du grain étudié sur la micrographie de la Figure 2.10(a), après un second cisaillement positif de 30% dans la même direction.

Ainsi, pour ce grain, une seule famille prépondérante de murs, parallèle au plan cristallographique  $(1\bar{1}0)$ , est détectée par le modèle, en parfait accord avec les observations expérimentales de la Figure 2.10(a). Il est à noter que, là encore, notre modèle, tout comme celui de Peeters, détecte une seconde famille de murs, d'intensité plus faible, qui n'est pas présente dans la réalité [Pee02]. Cette seconde famille semble être présente au début de l'essai puis elle disparaît avec l'augmentation de la déformation plastique. La même explication que pour l'essai de cisaillement sur le premier grain étudié peut être apportée ici. Peeters prédit une rotation plus faible qu'avec notre modèle, la position initiale qu'il trouve est donc différente de la nôtre.

Le léger décrochement perceptible sur la Figure 2.11 pour l'intensité du mur  $(1\bar{1}0)$  est dû à la non activation immédiate, lors des premiers pas du second chargement, de tous les systèmes actifs lors du premier trajet. Cette famille de murs sera considérée comme ancienne pendant quelques pas et sera donc légèrement annihilée.

De plus, la polarité associée à la famille de murs  $(1\bar{1}0)$ , déterminée à l'aide du modèle, est beaucoup plus faible que l'intensité de ces parois. Comme pour le cas du cisaillement simple étudié précédemment, l'orientation initiale de ce grain implique l'activation prépondérante d'un seul système de glissement. C'est donc pour les mêmes raisons qu'évoquées auparavant qu'il est logique d'obtenir une valeur faible de la densité des dislocations polaires.

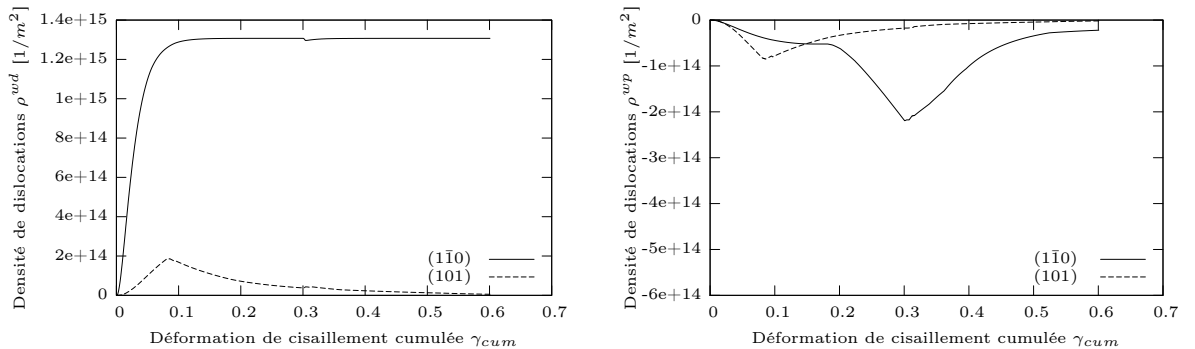


FIG. 2.11 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(92^\circ; 124,7^\circ; 55,7^\circ)$  au cours d'un cisaillement Bauschinger

Pour le second grain étudié, notre modèle détermine une orientation initiale de  $(43,3^\circ; 127,7^\circ; -42,8^\circ)$ . Après le premier cisaillement, le grain a tourné jusqu'à l'orientation  $(59,3^\circ; 129,1^\circ; -41,1^\circ)$ . Deux familles de murs, parallèles aux plans cristallographiques  $(10\bar{1})$  et  $(011)$ , sont déterminées par le modèle, en accord avec les observations expérimentales de la Figure 2.10(b).

Au cours de la prédéformation, une microstructure intragranulaire constituée de deux familles de parois se met en place. La famille de parois  $(10\bar{1})$  devient latente aux environs de 25% de cisaillement, à cause d'un changement d'activité. Après quelques pour-cent lors du cisaillement inverse, cette famille de parois recommence à stocker des dislocations. Au final, on retrouve bien la microstructure intragranulaire décrite par la micrographie de la Figure 2.10(b).

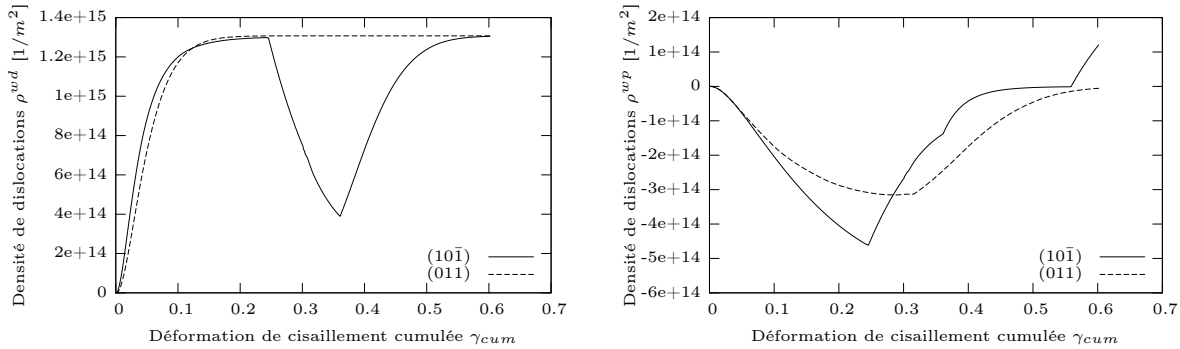


FIG. 2.12 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(43,3^\circ; 127,7^\circ; -42,8^\circ)$  au cours d'un cisaillement Bauschinger

Contrairement au premier grain, celui-ci possède une orientation initiale instable, ce qui signifie qu'il va subir une rotation non négligeable au cours de la déformation plastique. Plusieurs systèmes de glissement sont activés, générant ainsi une polarité des parois beaucoup plus importante que pour une orientation stable.

Lors de l'inversion de l'essai de cisaillement, les dislocations accumulées en excès d'un côté des parois vont se remettre en mouvement dans le sens opposé au premier chargement et s'annihiler avec les dislocations polaires de signe opposé. Cela va se traduire par une baisse de la densité de dislocations polaires associées aux deux familles de murs présentes au cours du second chargement, comme le montre la Figure 2.12.

### 2.5.3 Essai orthogonal

La micrographie de la Figure 2.13 représente la microstructure intragranulaire d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(32,5^\circ; 57,5^\circ; 137,5^\circ)$  après un essai orthogonal constitué d'une prédéformation de 10% en traction uniaxiale dans la direction de laminage, suivie d'un cisaillement négatif de 20% dans la même direction. Deux familles de parois de dislocations sont visibles dans ce grain mais seule celle parallèle au plan cristallographique (011), ainsi qu'à la direction de cisaillement, est clairement identifiable. Les traces d'une deuxième famille de parois, parallèle au plan cristallographique (110), semblent également être présentes dans ce grain.

L'estimation par le modèle de la microstructure intragranulaire de ce grain sera représentée à l'aide de l'évolution de l'intensité et de la polarité des parois en fonction de la déformation équivalente  $\epsilon_{eq}$  (cf. Fig. 2.14).

D'après notre modèle, un grain d'orientation initiale  $(32,9^\circ; 55,9^\circ; 137,4^\circ)$  tourne jusqu'à la position  $(33,4^\circ; 55,9^\circ; 137^\circ)$  lors d'une traction uniaxiale de 10% dans la direction de laminage. Ensuite un cisaillement négatif de 20% permet d'obtenir une orientation proche de celle du grain étudié.

Au cours de la prédéformation en traction uniaxiale, le modèle définit la présence de deux familles de murs de dislocations, parallèles aux plans cristallographiques (110) et  $(01\bar{1})$ , comme le montre la Figure 2.14. La famille de parois  $(01\bar{1})$  semble prédominante par rapport à celle parallèle au plan cristallographique (110). La micrographie, Figure 2.13, prise après le second chargement de l'essai orthogonal, ne permet pas de savoir exactement quelle microstructure intragranulaire était présente avant le cisaillement, puisque la microstructure induite par le cisaillement l'a quasiment

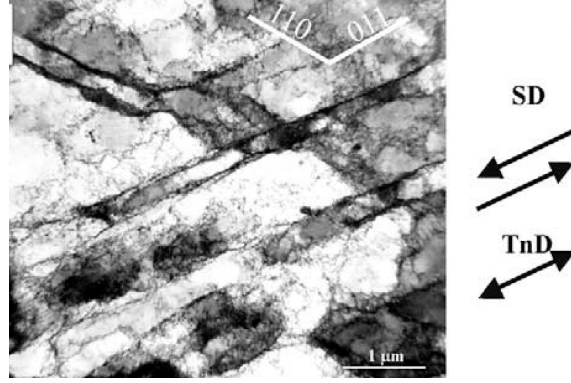


FIG. 2.13 – Micrographie d'un grain d'acier ferritique d'orientation  $(32,5^\circ; 57,5^\circ; 137,5^\circ)$  ayant subi un essai orthogonal, 10% de pré-traction uniaxiale dans la direction de laminage suivie d'un cisaillement de 20% dans la même direction [NBT01]

remplacé. Cependant, il est possible de distinguer encore la présence de quelques parois parallèles au plan cristallographique (110). Peeters trouve également deux familles de parois issues de la prédéformation de l'essai orthogonal, parallèles aux plans cristallographiques (110) et  $(10\bar{1})$ . Cette différence peut certainement s'expliquer par la manière de piloter la traction uniaxiale, à l'aide d'un tenseur mixte, qui diffère de celle de Peeters, qui impose un tenseur gradient de vitesse de la forme suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -q & 0 \\ 0 & 0 & -(1-q) \end{pmatrix} G_{11} \quad (2.58)$$

où  $q$  est fixé de façon à obtenir des contraintes nulles dans les directions perpendiculaires au chargement.

Durant l'essai de cisaillement, une nouvelle microstructure s'installe, constituée d'une seule famille de parois parallèle au plan cristallographique (011), alors que l'ancienne microstructure se désintègre, comme le montre la Figure 2.14. Ceci est en accord avec ce qui est habituellement observé expérimentalement.

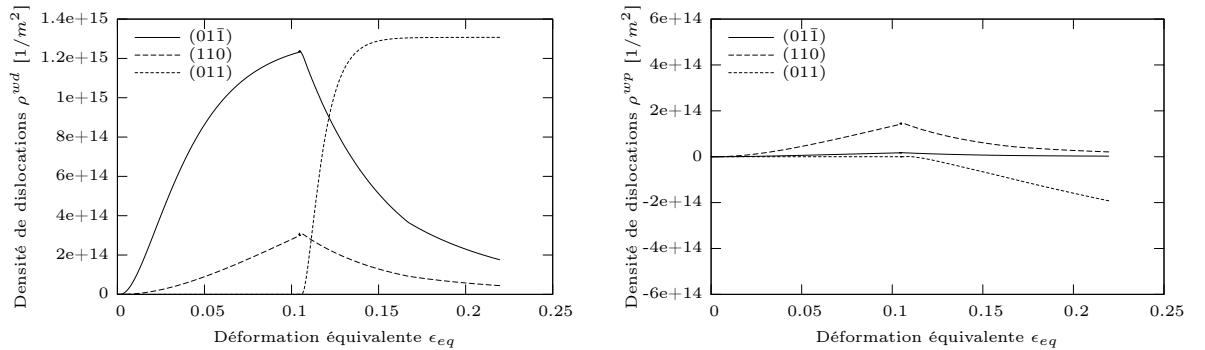


FIG. 2.14 – Evolution de l'intensité et de la polarité des parois dans un monocristal d'orientation initiale  $(32,9^\circ; 55,9^\circ; 137,4^\circ)$  au cours d'un essai orthogonal



### 2.5.4 Conclusions

La modélisation proposée pour décrire la distribution des dislocations à l'intérieur des grains d'un polycristal a été validée par la simulation d'essais de cisaillement simple, de cisaillement Bauschinger et d'essais orthogonaux pour différents monocristaux d'acier ferritique. Les résultats présentés montrent que l'étude de l'évolution de l'intensité et de la polarité des parois de dislocations permet de décrire correctement les microstructures observées expérimentalement, pour différentes orientations.

Les évolutions données dans ce travail ne correspondent pas toujours avec les résultats issus de la thèse de Peeters sur laquelle s'articule une partie du modèle utilisé ici, sans pourtant être éloignées des observations expérimentales disponibles. Ces différences peuvent s'expliquer par la détermination d'une rotation des grains plus importante avec notre modèle. Il a été vérifié que le fait d'appliquer les essais directement sur des monocristaux plutôt que, comme Peeters, sur un polycristal n'avait aucune incidence sur la rotation prédite. De plus, le trajet imposé en gradient de vitesse au niveau du monocristal est similaire à celui imposé macroscopiquement au polycristal par Peeters puisque son modèle est implémenté dans une approche de Taylor (Full-Constraints Taylor model).

## 2.6 Résultats qualitatifs

Dans cette partie, les résultats présentés sont issus de simulations sur un monocristal d'acier ferritique d'orientation cristallographique initiale  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$ , les paramètres utilisés sont les mêmes qu'auparavant (cf. Tab. 2.4).

Un essai de cisaillement monotone et un essai de cisaillement Bauschinger, ainsi qu'un essai orthogonal composé d'une prédéformation en traction uniaxiale suivie d'un cisaillement monotone, sont simulés. Sur les Figures suivantes, le comportement macroscopique sera représenté en fonction de la déformation équivalente ( $\epsilon_{eq} = |\gamma|/\sqrt{3}$ ).

### 2.6.1 Apport spécifique de chaque paramètre du modèle - Impact sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets

La construction choisie pour ce modèle est basée sur une superposition de contributions indépendantes. De ce fait, il est a priori possible d'étudier séparément l'impact des différents éléments qui composent la microstructure intragranulaire. Les paramètres seront de ce fait progressivement activés. Le rôle de l'anisotropie structurale sur l'apparition d'effets macroscopiques lors de changements de trajets pourra être ainsi démontré de manière précise.

De plus, l'indépendance des différents paramètres du modèle présente l'avantage d'en faciliter leur identification.

### Microstructure intragranulaire composée uniquement de dislocations distribuées aléatoirement à l'intérieur des cellules

Supposons que la structure interne du monocristal étudié est dépourvue d'une quelconque organisation. Les dislocations se créent à l'intérieur de cellules, de manière totalement aléatoire et désordonnée. Afin de reproduire cette hypothèse de travail, toutes les valeurs des paramètres du modèle sont imposées comme étant nulles, sauf celles des paramètres  $I$  et  $R$ .

La Figure 2.15 ne laisse apparaître aucun effet macroscopique spécifique aux changements de trajets. Au début du chargement inverse de l'essai Bauschinger, la limite élastique est semblable à celle du matériau prédéformé. De même, lors du second trajet de l'essai orthogonal, le saut de contrainte n'est pas visible. Cette première étape tend à montrer que l'absence des parois dipolaires de dislocations engendre une absence d'effets macroscopiques lors de changements de trajets.

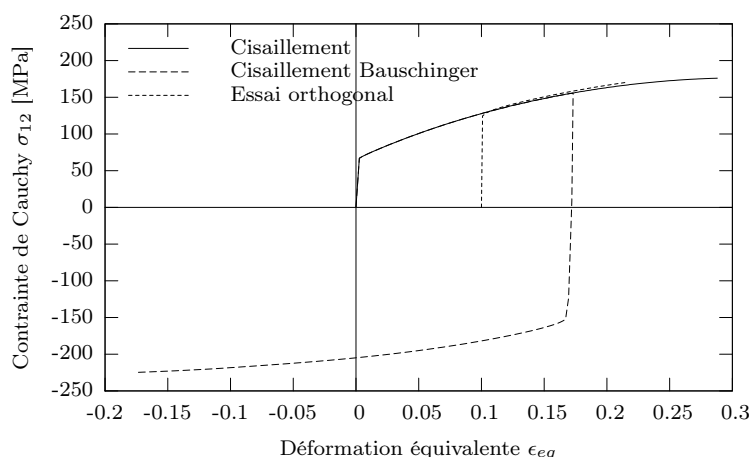


FIG. 2.15 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Microstructure intragranulaire uniquement composée de cellules orientées de manière aléatoire

### Apparition des parois de dislocations dans la microstructure intragranulaire

Afin d'étayer les conclusions précédentes, la microstructure intragranulaire va être à présent représentée par une structure cellulaire organisée, composée de cellules et de parois. Les paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  sont à leur tour activés.

La Figure 2.16 permet de tirer plusieurs conclusions quant à l'impact des parois sur le comportement macroscopique. Lors de l'essai de cisaillement monotone, la présence de parois va entraîner une augmentation du niveau de la courbe de comportement par rapport à la simulation précédente. La contribution des dislocations immobiles stockées dans les parois n'est pas négligeable, c'est pourquoi il sera nécessaire d'identifier une nouvelle fois les paramètres  $I$  et  $R$  afin de tenir compte de la part des dislocations stockées dans les murs sur l'écroutissage global lors de l'essai monotone.

L'organisation de la microstructure intragranulaire en zones de faible et forte densité de dislocations ne permet pas d'obtenir le moindre effet Bauschinger, ce qui est en accord avec notre hypothèse selon laquelle cet effet résulte de la dissymétrie de la résistance de glissement introduit par le caractère dipolaire des parois de dislocations.

Le niveau de contrainte observé sur le comportement du monocristal au début du second trajet de l'essai orthogonal est supérieur à celui du comportement d'un monocristal non prédéformé. Les parois créées lors de la prédéformation agissent bien comme des obstacles aux mouvements des dislocations sur les nouveaux systèmes de glissement activés lors du second trajet. Les murs de dislocations peuvent donc être vraisemblablement associés à l'écroutissage latent et ils sont responsables du saut de contrainte lors d'un changement d'activité de glissement.

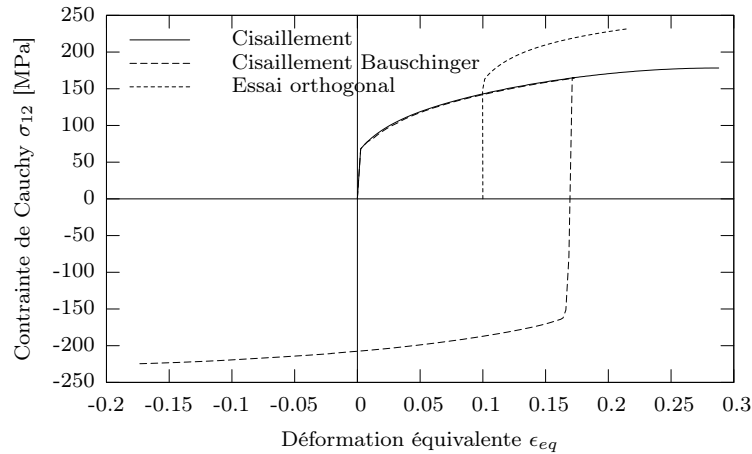


FIG. 2.16 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Microstructure intragranulaire composée de cellules et de murs de dislocations

### Prise en compte du caractère évolutif des parois de dislocations

Les deux premières étapes ont permis de mettre en place une microstructure intragranulaire hétérogène au cours de la déformation plastique, mais qui n'évolue plus en cas de changement de trajets. L'activation du paramètre  $R_{necg}$  va permettre de détruire la première microstructure qui s'est installée lors d'un premier essai.

Lors du second chargement de l'essai orthogonal, le changement d'activité de glissement engendre une destruction de la première microstructure qui va être progressivement remplacée par la microstructure spécifique au second chargement. Ce phénomène se traduit sur la Figure 2.17 par le fait que la courbe macroscopique, lors du second trajet de l'essai orthogonal, va se rapprocher du comportement de cisaillement monotone non prédéformé.

Aucun effet n'est à signaler quant à l'essai monotone ou Bauschinger, en accord avec nos attentes.

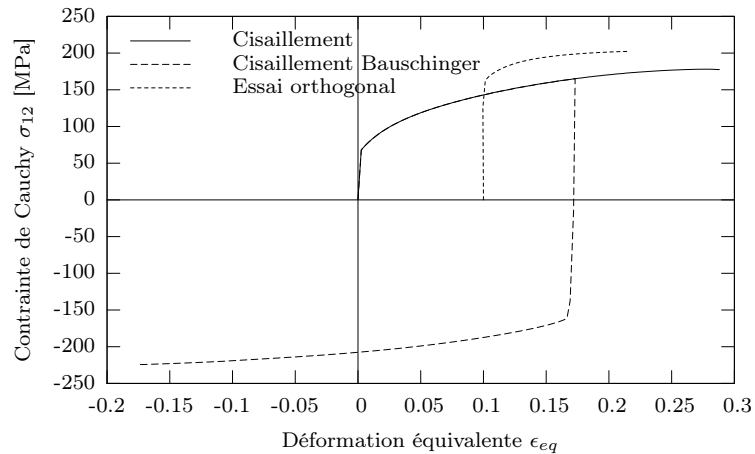


FIG. 2.17 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Prise en compte de l'évolution de la microstructure intragranulaire lors de changements de trajets

### Les parois de dislocations - une structure dipolaire

L'introduction des paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$  va donner naissance à des dislocations polaires qui vont s'accumuler de part et d'autre des parois et leur donner ainsi leur caractère dipolaire. La dissymétrie de la résistance au glissement ainsi engendrée fait apparaître une limite élastique inférieure lors du chargement inverse de l'essai Bauschinger, comme le montre la Figure 2.18. Comme ce fut le cas lors de l'ajout dans le modèle des dislocations immobilisées dans les parois, l'apport des dislocations polaires engendre une augmentation du niveau de la courbe lors de l'essai de cisaillement monotone. Cet effet sera compensé par une nouvelle évaluation des paramètres  $I$  et  $R$ , jusque là surestimés pour compenser l'absence des autres dislocations. Enfin, aucun impact sur l'essai orthogonal n'est observé, ce qui corrobore nos hypothèses.

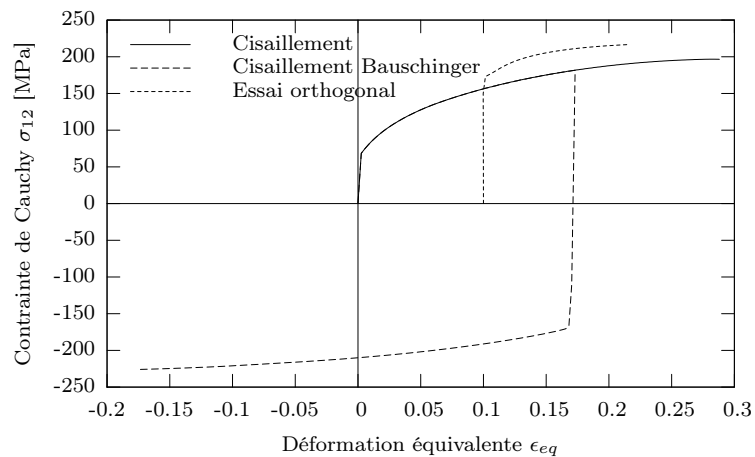


FIG. 2.18 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Prise en compte du caractère dipolaire des murs de dislocations

### Polarisation - dépolarisation

Lors du second trajet d'un essai Bauschinger, les dislocations polaires amassées le long des parois vont se remettre en mouvement mais dans le sens opposé. Ces dislocations vont donc progressivement s'annihiler, donnant lieu à une dépolarisation des parois jusqu'à une éventuelle repolarisation inverse de ces mêmes parois. Ce phénomène est pris en compte avec l'activation du paramètre  $R_{rev}$ .

La courbe macroscopique du chargement inverse de l'essai Bauschinger va alors tendre vers la courbe monotone sans préchargement, comme le montre la Figure 2.19. Les autres essais ne sont pas affectés par l'ajout de ce paramètre.

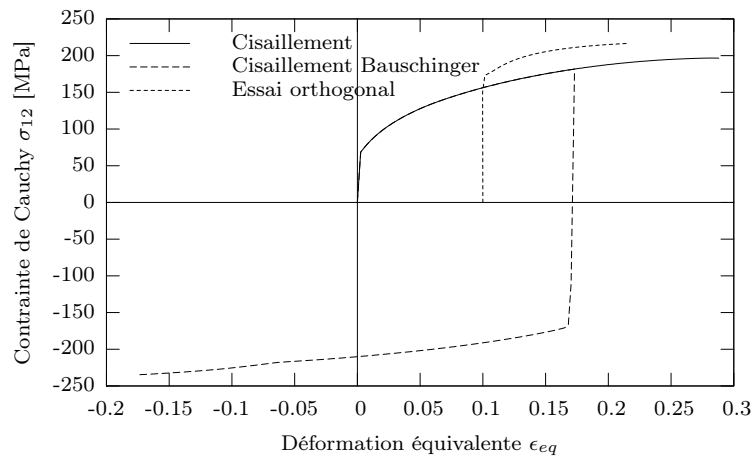


FIG. 2.19 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Prise en compte de la remobilisation des dislocations polarisées lors de changements de trajets

### Annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors d'un essai Bauschinger

Le dernier paramètre permet de tenir compte de l'annihilation partielle des dislocations présentes à l'intérieur des cellules par les dislocations polaires. Ceci se traduit par l'apparition d'un plateau de stagnation lors de l'essai Bauschinger, comme le montre la Figure 2.20. Là encore, ce paramètre n'a aucune influence sur les autres trajets de déformation.

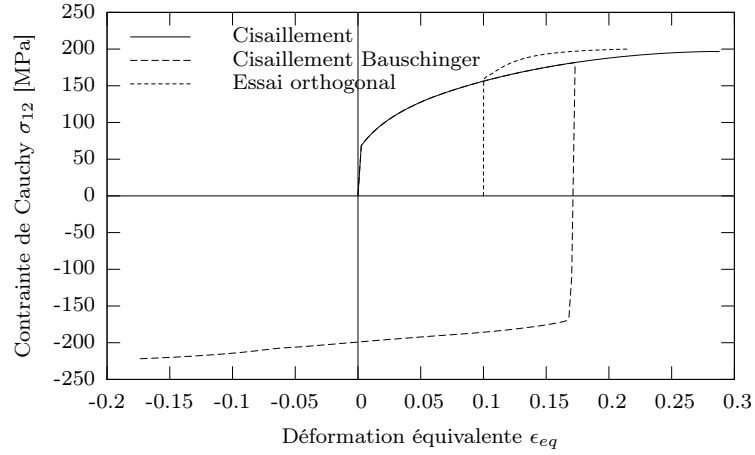


FIG. 2.20 – Simulation du comportement d'un grain d'orientation  $(43,3^\circ; 127,2^\circ; -43,2^\circ)$  lors de différents trajets - Prise en compte de l'annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors de changements de trajets

### 2.6.2 Impact des paramètres du modèle sur l'évolution des densités de dislocations et sur les effets macroscopiques lors de changements de trajets

L'indépendance de chaque paramètre du modèle par rapport aux autres ainsi que leur impact sur un effet macroscopique particulier viennent d'être démontrés. Il est à présent intéressant de montrer plus en détail l'impact de l'évolution de chaque paramètre sur le comportement du matériau lors de différents trajets, mais aussi d'observer, à l'échelle intragranulaire, les phénomènes physiques associés aux effets macroscopiques présents lors de changements de trajets.

Les résultats de la simulation du comportement macroscopique seront représentés de la manière suivante :

- Pour les essais de cisaillement (monotone et Bauschinger), la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma = 2\epsilon_{12}$ .
- Pour l'essai orthogonal, seul le cisaillement après la prédéformation en traction uniaxiale sera tracé, la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera exprimée en fonction de la déformation équivalente  $\epsilon_{eq} = |\gamma|/\sqrt{3}$ .

L'évolution des variables internes sera, quant à elle, présentée ainsi :

- la densité de dislocations à l'intérieur des cellules  $\rho$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma$  pour les essais de cisaillement (monotone et Bauschinger).
- la densité de dislocations polaires associées aux parois  $\rho^{wp}$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\gamma_{cum}$  pour l'essai de cisaillement Bauschinger.
- la densité de dislocations stockées au sein des parois  $\rho^{wd}$  sera tracée en fonction de la déformation équivalente  $\epsilon_{eq}$  pour l'essai orthogonal.

Au cours de l'essai de cisaillement Bauschinger, les deux familles de murs  $(10\bar{1})$  et  $(011)$  sont présentes et détectées par le modèle. Lors de l'essai orthogonal, la microstructure intragranulaire créée lors de la prédéformation est composée de deux familles de parois  $(110)$  et  $(101)$  alors que

la seconde microstructure issue du cisaillement contient les familles de murs  $(10\bar{1})$  et  $(011)$ . Afin de simplifier la lecture des courbes d'évolution des densités de dislocations  $\rho^{wd}$  et  $\rho^{wp}$ , une seule famille de murs sera représentée :  $(10\bar{1})$  pour l'essai de cisaillement Bauschinger et le second trajet de l'essai orthogonal,  $(110)$  pour la prédéformation de l'essai orthogonal.

Enfin, chaque paramètre est associé à une loi d'évolution donnée (par exemple  $I$  et  $R$  définissent l'évolution de la densité de dislocations  $\rho$  à l'intérieur des cellules) et à un essai donné pour leur identification (pour garder le même exemple,  $I$  et  $R$  sont identifiés sur un essai de cisaillement monotone). Seuls ces résultats seront présentés mais il a été vérifié que l'ajout de paramètres n'interférait pas sur l'évolution des autres densités de dislocations lors des différents essais.

Les Figures 2.21 et 2.22 résultent de la simulation d'un essai de cisaillement monotone à l'aide du modèle où seuls les paramètres  $I$  et  $R$  sont activés. Pour la Figure 2.21, le paramètre  $R$  a été fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4, la plage de variation de  $I$  étant choisie de telle sorte à avoir une densité de dislocations  $\rho$  réaliste ( $10^{13}$ - $10^{14}m^{-2}$ ). La Figure 2.22 est obtenue de façon analogue, le paramètre  $I$  étant fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4. Les paramètres  $I$  et  $R$  permettent de retranscrire l'évolution de la densité de dislocations qui vont se stocker de manière aléatoire à l'intérieur des cellules par l'équation (2.48).

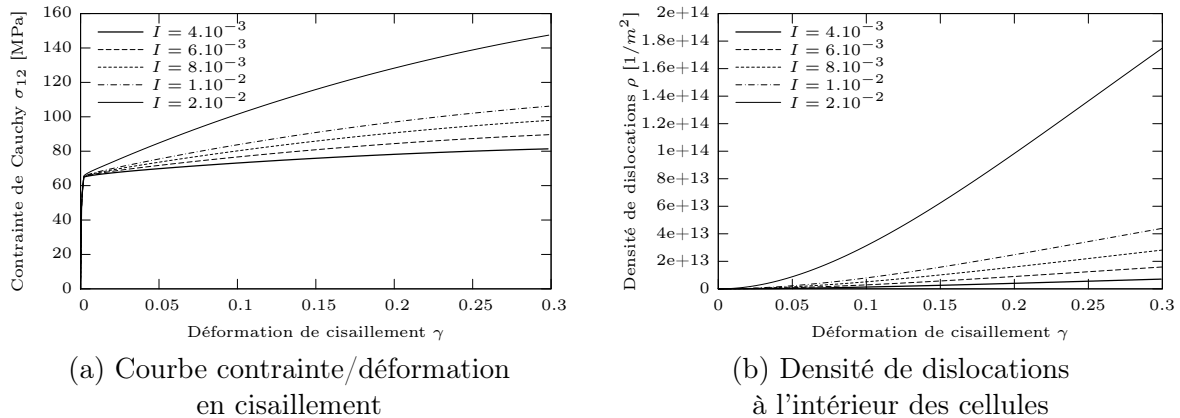
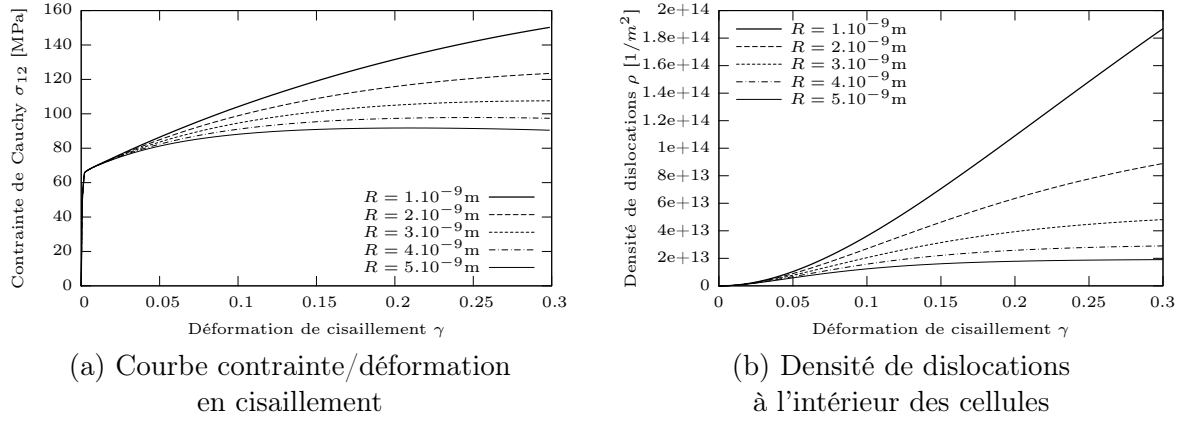


FIG. 2.21 – Influence du paramètre  $I$

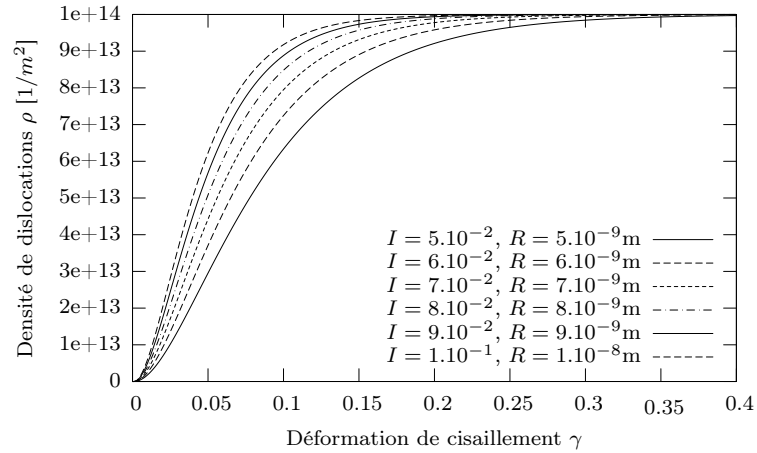
Le coefficient d'immobilisation  $I$  définit le nombre de dislocations qui vont être piégées à l'intérieur des cellules. Plus ce nombre est important, plus il y aura d'obstacles au glissement, ce qui se traduira par un écrouissage d'autant plus important du matériau. Cette tendance est bien retrouvée par le modèle comme le montre la Figure 2.21(a).

Ce paramètre permet également de fixer la valeur de saturation  $\rho_{sat}$  de la densité de dislocations  $\rho$ , ce qui signifie que  $\rho_{sat}$  est d'autant plus forte que la valeur de  $I$  est élevée, ce qui est vérifié sur la Figure 2.21(b).

Le coefficient de restauration  $R$  définit l'annihilation des dislocations se trouvant au sein des cellules. Une forte valeur de ce paramètre signifie qu'un nombre important de dislocations vont disparaître, facilitant ainsi le glissement, ce qui aura pour conséquence macroscopique de diminuer l'écrouissage du matériau. Ce phénomène est correctement reproduit par le modèle, comme en atteste la Figure 2.22(a).

FIG. 2.22 – Influence du paramètre  $R$ 

Tout comme le paramètre  $I$ ,  $R$  va avoir également un impact sur la valeur de saturation  $\rho_{sat}$ , comme le montre la Figure 2.22(b). Mais ce paramètre permet surtout de définir la vitesse à laquelle la densité de dislocations  $\rho$  va saturer. Pour le prouver, la Figure 2.23 montre, pour une valeur de saturation  $\rho_{sat}$  fixée, l'évolution de la densité de dislocations  $\rho$  pour différentes valeurs de  $R$ . Il est évident que, contrairement au cas précédent,  $I$  est également différent pour chaque test afin de retrouver la même valeur de saturation qui, pour rappel, est définie par  $\rho_{sat} = \left(\frac{I}{R}\right)^2$ .

FIG. 2.23 – Influence du paramètre  $R$ , à  $\rho_{sat}$  constant, sur la densité de dislocations  $\rho$ 

Les Figures 2.24 à 2.26 résultent de la simulation d'un essai orthogonal à l'aide du modèle où les paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  sont à leur tour activés. Pour les Figures 2.24(a) et 2.25, le paramètre  $R^{wd}$  a été fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4, la plage de variation de  $I^{wd}$  étant choisie de telle sorte à avoir une intensité  $\rho^{wd}$  des parois supérieure à la densité des dislocations  $\rho$  à l'intérieur des cellules. Les Figures 2.24(b) et 2.26 sont obtenues de façon analogue, le paramètre  $I^{wd}$  étant fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4.

Les paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  donnent, par l'équation (2.40), l'évolution de la densité de dislocations qui vont se piéger à l'intérieur des parois durant la déformation plastique.



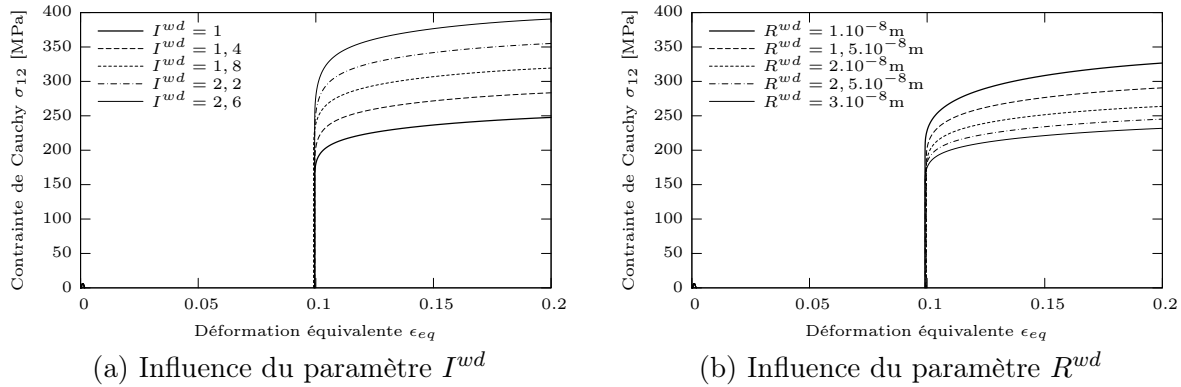
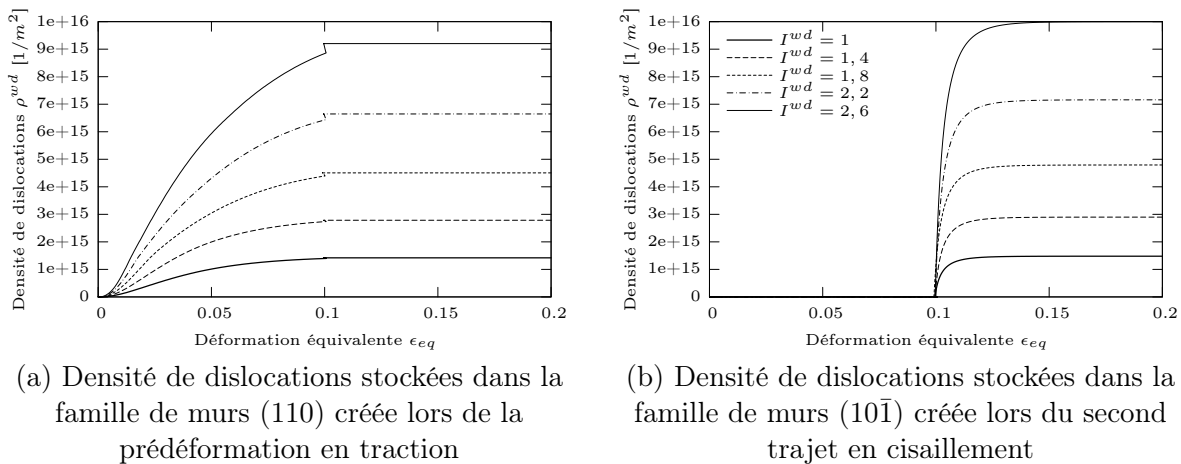


FIG. 2.24 – Simulation d'un trajet orthogonal

Le coefficient d'immobilisation  $I^{wd}$  définit le nombre de dislocations qui vont être piégées au sein des parois. Ainsi, lors d'un trajet orthogonal, l'intensité des murs composant la microstructure intragranulaire issue de la prédéformation sera d'autant plus importante que la valeur de  $I^{wd}$  sera grande. Cette première microstructure va donc agir comme un barrage au glissement associé à la nouvelle activité due au second trajet. Ceci se traduit par une augmentation du niveau de contrainte au début du second chargement, proportionnelle à la valeur de  $I^{wd}$ , conséquence de l'écroissage latent. L'évolution de cet effet macroscopique, appelé effet orthogonal, est retrouvée par le modèle comme le montre la Figure 2.24(a).

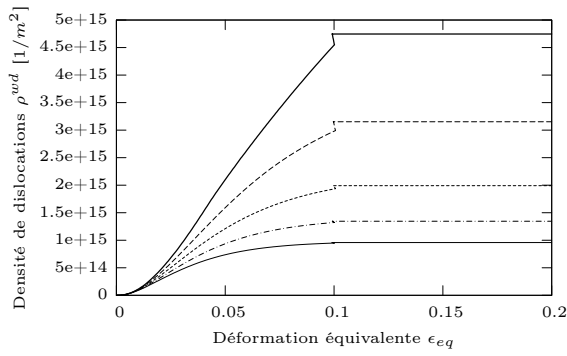
Ce paramètre permet également de fixer la valeur de saturation  $\rho_{sat}^{wd}$  de la densité de dislocations  $\rho^{wd}$ , ce qui signifie que l'intensité des parois sera d'autant plus forte que la valeur de  $I^{wd}$  est élevée, ce qui est vérifié sur les Figures 2.25(a) et 2.25(b).

De plus, lors du second trajet d'un essai orthogonal, les systèmes actifs lors de la prédéformation deviennent latents et de nouveaux systèmes s'activent, donnant naissance à une nouvelle microstructure, comme le montrent parfaitement les Figures 2.25(a) et 2.25(b). Il est à noter toutefois que la destruction de la première microstructure n'est pas encore intégrée à ce stade, c'est pourquoi, à partir du second trajet ( $\epsilon_{eq} = 10\%$ ), l'intensité de la famille de parois (110) sature à la valeur obtenue à la fin de la prédéformation (cf. Fig. 2.25(a)).

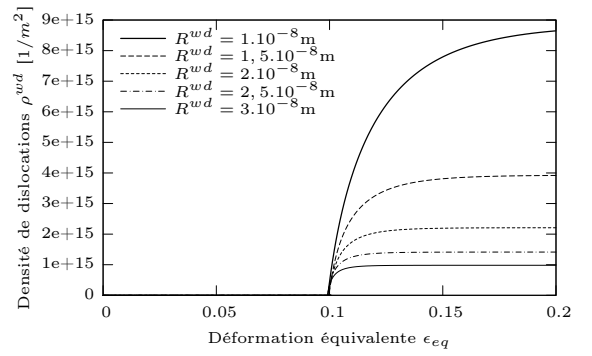

 FIG. 2.25 – Influence du paramètre  $I^{wd}$

Le coefficient de restauration  $R^{wd}$  définit l'annihilation des dislocations se trouvant au sein des parois. Une forte valeur de ce paramètre signifie qu'un nombre important de dislocations vont disparaître, affaiblissant ainsi l'intensité des murs constituant la première microstructure, tout comme la seconde d'ailleurs puisque l'effet de ce paramètre est similaire à celui de  $R$  (cf. Fig. 2.26). Consécutivement, le glissement associé aux nouveaux systèmes actifs du second chargement va être d'autant plus facilité que la valeur de  $R^{wd}$  est forte. Ce phénomène est correctement reproduit par le modèle comme en atteste la Figure 2.24(b).

De la même manière que pour les paramètres  $I$  et  $R$ , il serait également possible de montrer que  $R^{wd}$  permet de définir la vitesse à laquelle la densité de dislocations  $\rho^{wd}$  va saturer, donnée par  $\rho_{sat}^{wd} = \left(\frac{I^{wd}}{R^{wd}}\right)^2$ .



(a) Densité de dislocations stockées dans la famille de murs (110) créée lors de la prédéformation en traction



(b) Densité de dislocations stockées dans la famille de murs (10 $\bar{1}$ ) créée lors du second trajet en cisaillement

FIG. 2.26 – Influence du paramètre  $R^{wd}$

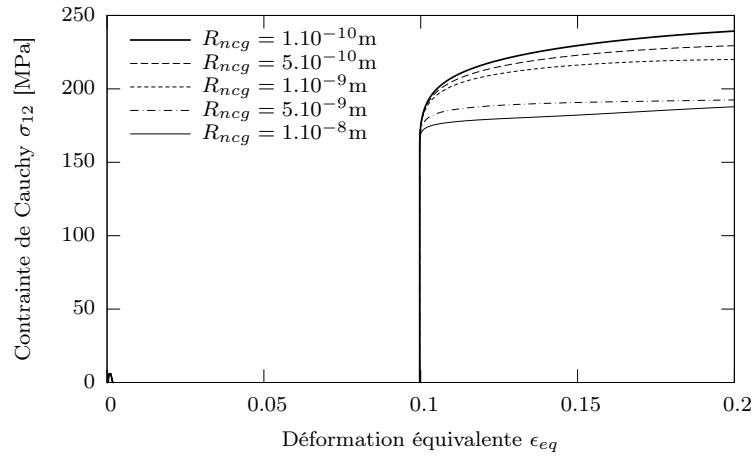


FIG. 2.27 – Influence du paramètre  $R_{ncg}$  - Simulation d'un trajet orthogonal

Le paramètre  $R_{ncg}$  permet d'introduire dans le modèle l'évolution de l'ancienne microstructure par l'intermédiaire de l'équation (2.46). Au cours d'un essai orthogonal, une première microstructure se développe durant la prédéformation, puis une seconde microstructure, issue du second chargement, va détruire puis remplacer cette première organisation des dislocations.

Le paramètre  $R_{ncg}$  définit une évolution purement annihilatoire des anciennes parois. Puisqu'elles sont considérées comme latentes, elles ne peuvent plus stocker de dislocations supplémentaires. Ainsi, le phénomène de destruction des parois issues de la prédéformation sera d'autant plus important que la valeur de  $R_{ncg}$  sera grande.

D'un point de vue macroscopique, le remplacement de l'ancienne microstructure par celle issue de la déformation actuelle va engendrer un rapprochement de la courbe du second trajet vers celle du trajet sans prédéformation, comme le montre d'ailleurs la Figure 2.27.

Ce paramètre traduit donc la vitesse de destruction de la microstructure amorcée lors du pré-chargement. Ainsi, l'intensité des parois obtenues lors du premier trajet ne stagnera plus durant le second chargement mais évoluera pour diminuer d'autant plus rapidement que la valeur de  $R_{ncg}$  est importante. Ceci est vérifié sur la Figure 2.28(a).

De plus, l'introduction de ce paramètre n'aura aucune incidence sur l'évolution de l'intensité des parois créées au cours du second chargement, comme le prouve la Figure 2.28(b).

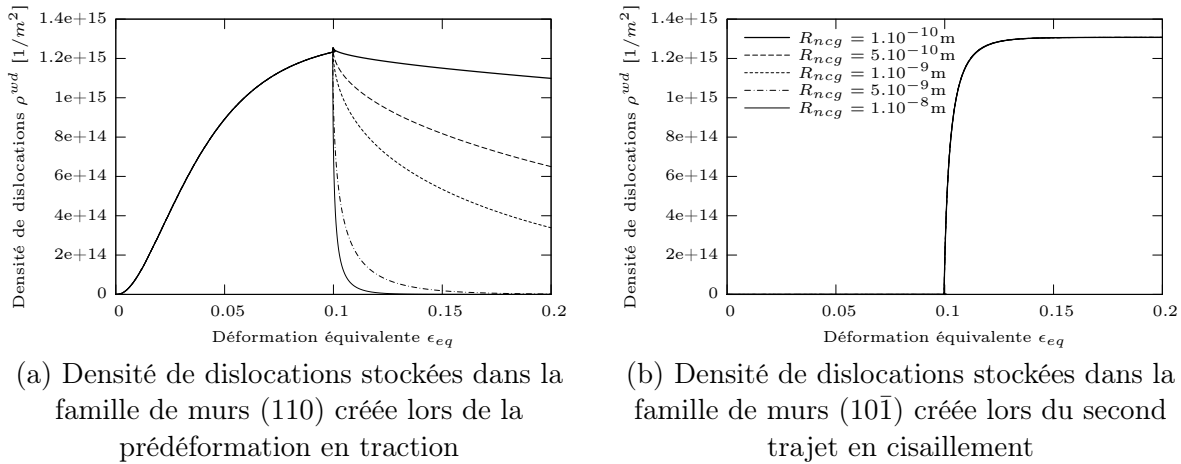
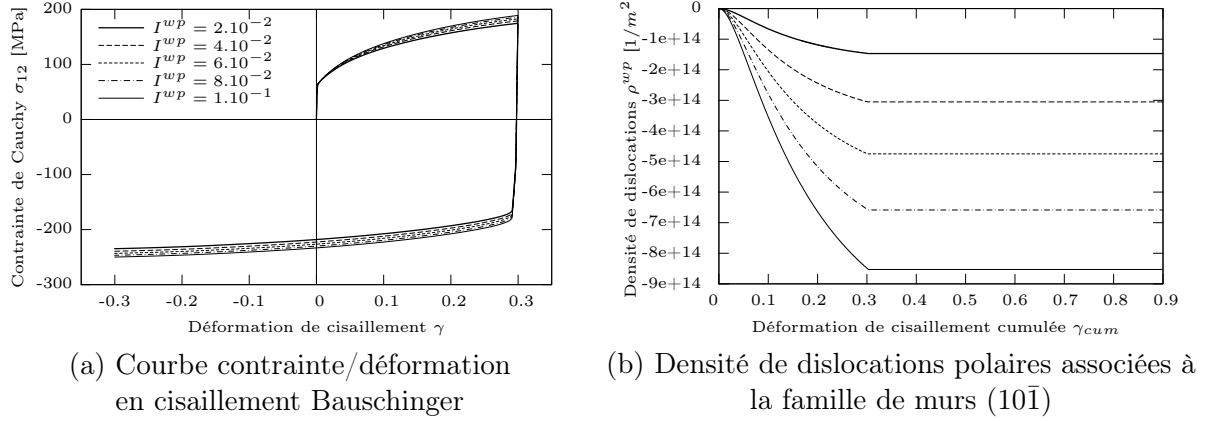
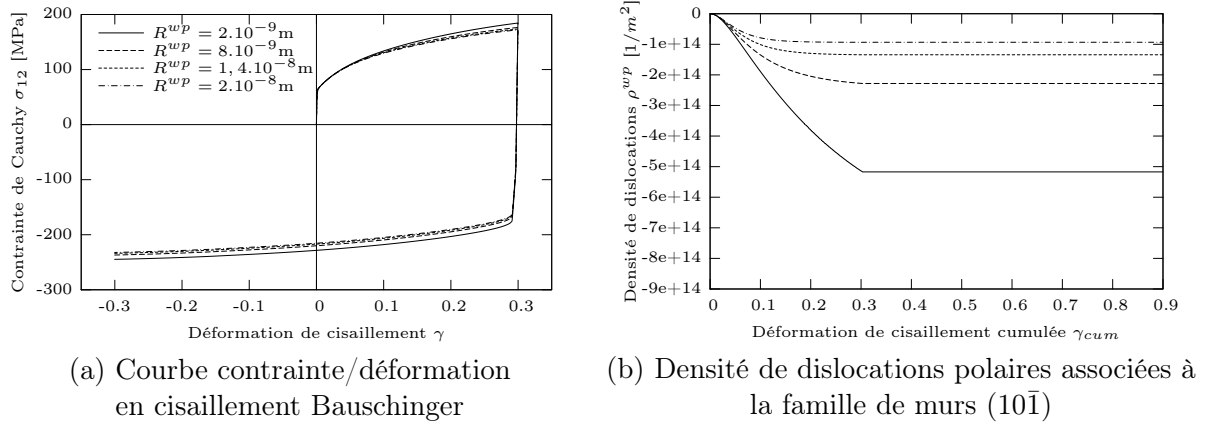


FIG. 2.28 – Influence du paramètre  $R_{ncg}$

Les Figures 2.29 et 2.30 résultent de la simulation d'un essai de cisaillement Bauschinger à l'aide du modèle où les paramètres  $R_{rev}$  et  $R_2$  ne sont pas encore activés. Pour la Figure 2.29, le paramètre  $R^{wp}$  a été fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4, la plage de variation de  $I^{wp}$  étant choisie de telle sorte à avoir une polarité  $\rho^{wp}$  des parois pas trop excessive. La Figure 2.30 est obtenue de façon analogue, le paramètre  $I^{wp}$  étant fixé à la valeur donnée dans le Tableau 2.4.

Les paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$  sont introduits par l'intermédiaire de l'équation (2.43) pour tenir compte de la dissymétrie de la résistance au glissement provoquée par la présence de dislocations qui s'amassent de part et d'autre des murs, leur donnant ainsi un caractère dipolaire.

FIG. 2.29 – Influence du paramètre  $I^{wp}$ FIG. 2.30 – Influence du paramètre  $R^{wp}$ 

Le coefficient d'immobilisation  $I^{wp}$  définit le nombre de dislocations qui vont s'entasser le long des parois. Ainsi, au cours d'un essai de cisaillement, une quantité de dislocations en mouvement sur des systèmes non-coplanaires aux parois, d'autant plus importante que la valeur de  $I^{wp}$  est grande, va être stoppée en majorité d'un côté des parois, se traduisant ainsi par un écrouissage d'autant plus important du matériau. Si, à présent, un cisaillement dans la même direction, mais dans le sens opposé, est réalisé, ces dislocations se remettent en mouvement dans l'autre sens, sans être gênées par les parois, ce qui se traduira par un niveau de contrainte plus faible, appelé effet Bauschinger. Cet effet est retrouvé par le modèle, comme le montre la Figure 2.29(a). L'analyse de la Figure 2.29(b) permet de vérifier dans un premier temps qu'une augmentation de la valeur de  $I^{wp}$  engendre une augmentation de la densité des dislocations polaires. Il est à noter ici que la densité de dislocations obtenue est négative, ce qui signifie que les dislocations mobiles sont stoppées dans le sens opposé à la normale de la paroi considérée. On remarque également qu'à ce niveau de la modélisation, la remobilisation de ces dislocations lors du changement de sens du glissement n'est pas encore prise en compte, ces dislocations polaires restent immobiles le long de la paroi, c'est pourquoi la densité de dislocations polaires n'évolue plus lors du second trajet.

Le paramètre  $R^{wp}$  définit l'annihilation entre dislocations polaires de signes opposés. Un niveau important d'annihilation, reproduit par une forte valeur de  $R^{wp}$ , aura pour conséquence de

diminuer le nombre de dislocations polaires présentes, ce qui engendrera une baisse de l'écroutissage lors d'un premier cisaillement. Ceci est retrouvé par le modèle comme l'indique la Figure 2.30(a). L'effet Bauschinger sera donc d'autant plus important que le nombre de dislocations polaires à la suite du premier trajet sera important.

La Figure 2.30(b) montre qu'une augmentation de la valeur de  $R^{wp}$  engendre une diminution de la densité des dislocations polaires.

Le paramètre  $R_{rev}$ , dans l'équation (2.45), permet aux dislocations polaires de se remobiliser dans l'autre sens lorsque le chargement est inversé. Comme nous l'avons évoqué précédemment, le fait d'avoir une accumulation plus importante d'un côté de la paroi va engendrer une dissymétrie de la résistance au glissement.

Lors de l'inversion du chargement, les dislocations polaires vont se déplacer dans l'autre sens et s'annihiler avec les dislocations polaires de signe opposé. Le niveau de dislocations polaires en excédent d'un côté de la paroi va diminuer et d'autres dislocations vont s'accumuler de l'autre côté de la paroi, jusqu'à obtenir une configuration similaire à celle d'un matériau non prédéformé. Ainsi, le niveau de la courbe du second trajet va être inférieure à celle obtenue lors d'un essai sans prédéformation, puis elle va tendre vers celle-ci lorsque la configuration intragranulaire sera proche de celle d'un matériau ayant subi uniquement un cisaillement monotone. La Figure 2.31(a) illustre parfaitement ces hypothèses.

Le paramètre  $R_{rev}$  correspond en réalité à la vitesse d'annihilation des dislocations polaires lors d'une inversion du chargement. Ce paramètre n'aura donc aucune incidence sur le premier trajet de cisaillement. Par contre, la polarité des parois obtenue lors du premier trajet va ensuite évoluer d'autant plus rapidement que la valeur de  $R_{rev}$  est grande, jusqu'à éventuellement changer de signe, comme l'atteste la Figure 2.31(b).

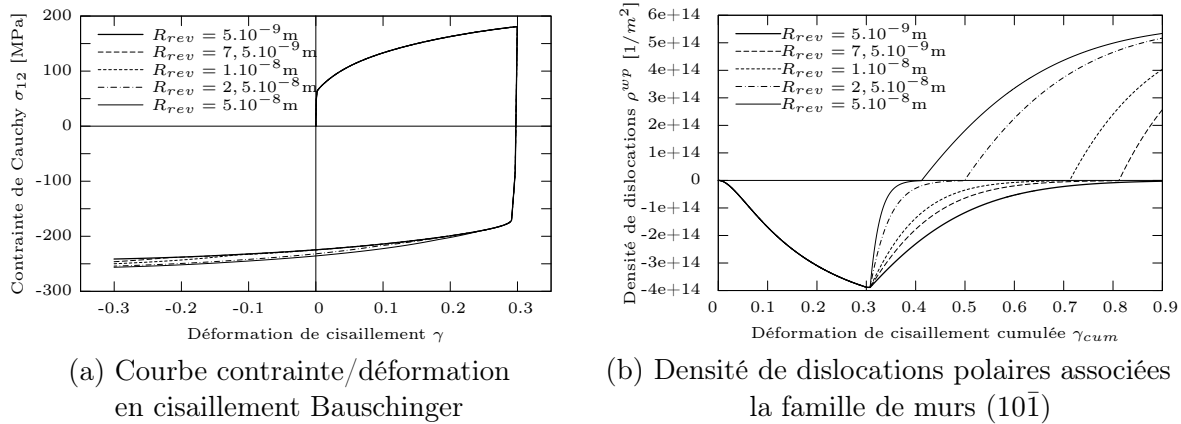
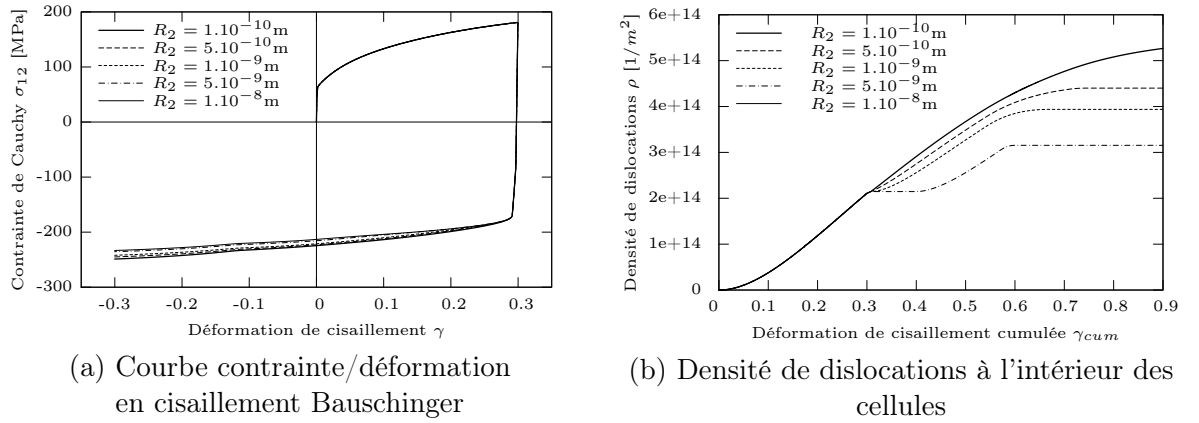


FIG. 2.31 – Influence du paramètre  $R_{rev}$

Le dernier paramètre du modèle,  $R_2$ , introduit dans l'équation (2.50), traduit l'hypothèse selon laquelle une partie des dislocations présentes à l'intérieur des cellules va s'annihiler avec des dislocations polaires en mouvement au cours de l'inversion du cisaillement lors d'un essai Bauschinger. Une augmentation de ce paramètre va engendrer une diminution de la présence de dislocations au sein des cellules lors du second trajet. Ceci se manifestera par une baisse de l'écroutissage au niveau macroscopique, visible par la présence d'un plateau de stagnation dès le début du second trajet, comme le montre la Figure 2.32(a). Le paramètre  $R_2$  engendre une accentuation de l'annihilation des dislocations présentes à l'intérieur des cellules, donnant ainsi

lieu à un changement de pente de l'évolution de la densité de dislocations  $\rho$  après les 30% de déformation de cisaillement du premier trajet. Cette hypothèse est validée par le modèle, comme cela est visible sur la Figure 2.32(b). On peut également remarquer que pour une forte valeur de  $R_2$ , l'évolution de la densité de dislocations stagne pendant quelques pour-cent avant de repartir à la hausse. Ceci s'explique par une trop forte annihilation induite par ce paramètre. Le modèle ne doit pas diminuer le nombre de dislocations présentes au sein des cellules mais uniquement freiner son évolution, c'est pourquoi on considère qu'il n'y a pas d'évolution si l'annihilation devenait trop forte.

FIG. 2.32 – Influence du paramètre  $R_2$ 

## 2.7 Conclusions

Ce chapitre s'est intéressé à la modélisation du comportement élastoplastique au niveau du monocristal. Pour les matériaux étudiés dans ce travail, le glissement sur les plans cristallins a été retenu comme étant le principal mécanisme à l'origine de la déformation plastique. Une approche multi-systèmes permet de calculer les vitesses de glissement des plans cristallins à partir de la loi de Schmid. La gestion de l'activation des systèmes de glissement est réalisée grâce à l'introduction d'une formulation régularisée inspirée de la viscoplasticité, évitant ainsi le coût excessif en temps de calcul généré par une analyse combinatoire classique. Il a été démontré que cette approche est capable de détecter correctement les systèmes actifs, en comparant avec l'étude réalisée par Nesterova et al. [NBT01].

L'érouissage intracristallin du matériau est introduit par l'intermédiaire de la description physique de la distribution des dislocations à l'intérieur du grain [Pee02]. Ainsi trois densités de dislocations sont utilisées pour décrire la microstructure intragranulaire composée de parois dipolaires, riches en dislocations, entourant les cellules pauvres en dislocations. L'évolution de ces densités de dislocations s'appuie sur les phénomènes de création, de stockage et d'annihilation. Il a été vérifié, pour différentes orientations de monocristaux, et pour différents essais, que le modèle est capable de retrouver correctement les microstructures intragranulaires observées expérimentalement.

De plus, l'indépendance et l'apport spécifique sur les effets macroscopiques liés aux changements de trajets de chaque paramètre du modèle ont été démontrés. Au cours d'un essai

orthogonal, les parois de dislocations se créant au cours de la prédéformation agissent comme des obstacles aux glissements de nouveaux systèmes lors du second trajet. Il a ainsi été prouvé que les parois sont responsables de l'écroutissage latent du matériau et à l'origine de l'effet orthogonal lors de l'essai du même nom. De même, le fait de considérer ces parois comme des structures dipolaires confirme la dissymétrie de la résistance de glissement, responsable de l'effet Bauschinger.

Les modélisations microscopique et mésoscopique étant à présent validées, il est possible de déterminer le comportement de l'agrégat polycristallin à partir du comportement local. Ceci fera l'objet du chapitre suivant.

# Bibliographie

- [AR77] R. J. Asaro, J. R. Rice. Strain localization in ductile single crystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25, pp.309-338, 1977.
- [Asa83] R. J. Asaro. Crystal Plasticity. *Journal of Applied Mechanics*, 50, pp.921-934, 1983.
- [AN85] R. J. Asaro, A. Needleman. Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals. *Acta Metallurgica*, 33(6), pp.923-953, 1985.
- [Ber02] S. Berbenni. Elastoplasticité des matériaux polycristallins : Modélisation micromécanique et physique. Application au comportement dynamique et à l'effet bake-hardening. *PhD thesis, ENSAM*, 2002.
- [FAMLBZLB09] G. Franz, F. Abed-Meraim, J.P. Lorrain, T. Ben Zineb, X. Lemoine and M. Berveiller. Ellipticity loss analysis for tangent moduli deduced from a large strain elastic-plastic self-consistent model. *International Journal of Plasticity*, 25(2), pp.205-238, 2009.
- [Fra84] P. Franciosi. Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique de monocristaux métalliques se déformant par glissement : Modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *PhD thesis, Université Paris Nord*, 1984.
- [INN84] T. Iwakuma, S. Nemat-Nasser. Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals and composites. *Proceedings of Royal Society of London*, A 394, pp. 87-119, 1984.
- [Koc76] U. F. Kocks. Laws for work-hardening and low-temperature creep. *American Society of Magazine Editors : Journal of Engineering Material and Technology*, 98, pp.76-85, 1976.
- [LBZAMB05] J. P. Lorrain, T. Ben Zineb, F. Abed-Meraim and M. Berveiller. BCC single crystal ductility loss modeling. *International Journal of Forming Processes*, 8(2), pp.135-158, 2005.
- [Lor05] J. P. Lorrain. Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent. *PhD thesis, ENSAM*, 2005.
- [Mug87] H. Mughrabi. A two-parameter description of heterogeneous dislocation distributions in deformed metal crystals. *Materials Science and Engineering*, 85, pp.15-31, 1987.
- [NBT01] E. V. Nesterova, B. Bacroix and C. Teodosiu. Microstructure and texture evolution under strain-path changes in low-carbon IF steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32, pp.2527-2538, 2001.
- [PBFLB01] A. Paquin, S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. *International Journal of Plasticity*, 17(9), pp.1267-1302, 2001.
- [Pee02] B. Peeters. Multiscale modelling of the induced plastic anisotropy in IF steel during sheet metal forming. *PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven*, 2002.
- [PTVF92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery. *In : Numerical recipes in Fortran - The art of scientific computing - Second Edition*, Cambridge, 1992.



- [Sid82] F. Sidoroff. Cours sur les grandes déformations - Ecole d'été de Sophia-Antipolis. *Technical Report 51/1982, GRECO*, 1982.
- [SH98] J. C. Simo, T. J. R. Hugues. *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag, New-York, 1998.

## Chapitre 3

# Validation du modèle multi-échelles

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>82</b>
<b>3.2</b>	<b>Définition des relations de moyenne et de transition d'échelles</b>	<b>82</b>
3.2.1	Relations entre grandeurs locales et globales	83
3.2.2	Tenseurs de localisation	83
<b>3.3</b>	<b>Modélisation de la transition d'échelles</b>	<b>84</b>
3.3.1	Modèle de Taylor-Lin	84
3.3.2	Modèle statique	85
3.3.3	Approches "autocohérentes"	85
<b>3.4</b>	<b>Modèle autocohérent au sens de Hill</b>	<b>85</b>
3.4.1	Mise en équations du problème	85
3.4.2	Equation intégrale cinématique	86
3.4.3	Approximation autocohérente à un site de l'équation intégrale	89
3.4.4	Intégration numérique du tenseur d'interaction	91
3.4.5	Evolution de la texture cristallographique et morphologique	92
<b>3.5</b>	<b>Méthode de résolution numérique du caractère implicite du modèle autocohérent</b>	<b>93</b>
<b>3.6</b>	<b>Résultats qualitatifs</b>	<b>94</b>
3.6.1	Evolution de la morphologie des grains	94
3.6.2	Comparaisons entre la méthode de transition d'échelles autocohérente et celle de Taylor-Lin	95
<b>3.7</b>	<b>Identification des paramètres des modèles</b>	<b>96</b>
3.7.1	Modèle sans amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire	97
3.7.2	Modèle avec amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire	98
<b>3.8</b>	<b>Comparaison entre théorie et expérience</b>	<b>102</b>
3.8.1	Aciers monophasés ferritiques	103
3.8.2	Aciers biphasés ferrito-martensitiques	115
<b>3.9</b>	<b>Conclusions</b>	<b>121</b>

---

### 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la méthode de transition d'échelles choisie pour aboutir au comportement macroscopique du polycristal à partir de celui des grains qui le composent.

Pour rappel, il sera démontré qu'il est possible de définir les grandeurs macroscopiques (gradient de vitesse  $G$  et taux de contrainte nominale  $\dot{N}$ ) comme la moyenne volumique des grandeurs microscopiques associées. Cependant, il est nécessaire de pouvoir exprimer les grandeurs locales en fonction des grandeurs globales puisque le chargement est imposé au niveau du polycristal et non du grain. C'est pourquoi deux tenseurs de localisation sont introduits, la connaissance de l'un des deux permet de retrouver les propriétés macroscopiques du polycristal et notamment de déterminer l'expression du module tangent macroscopique.

Il existe différents modèles de transition d'échelles que nous nous proposons de rappeler dans ce chapitre. Une attention particulière sera portée sur la méthode autocohérente au sens de Hill [Hil65] qui sera utilisée ici. L'approximation de l'équation intégrale cinématique par la méthode autocohérente à un site sera développée et l'intégration numérique du tenseur d'interaction sera également abordée.

Au cours de la déformation plastique, les grains vont subir une rotation et se déformer, les évolutions de la texture cristallographique et de la morphologie des grains seront définies dans ce chapitre.

Enfin, le modèle intégrant la modélisation intragranulaire sera validé à partir de comparaisons avec un grand nombre d'essais rhéologiques pour deux aciers monophasés ferritiques et deux aciers biphasés ferrito-martensitiques. L'apport de cette description de la microstructure interne au grain sur le comportement macroscopique lors de changements de trajets sera mis en évidence par la comparaison avec un modèle n'intégrant pas la modélisation microscopique.

Au préalable, la méthode d'identification des paramètres de ces deux modèles sera détaillée et l'impact de ceux-ci sur le comportement macroscopique de l'agrégat polycristallin sera étudié.

### 3.2 Définition des relations de moyenne et de transition d'échelles

Cette partie est consacrée à la modélisation du comportement de l'agrégat polycristallin à partir de celui de l'ensemble des grains, dont la loi de comportement a été donnée dans le chapitre précédent. La loi de comportement macroscopique reliant le gradient de la vitesse macroscopique  $G$  au taux de contrainte nominale macroscopique  $\dot{N}$  est supposée incrémentale, tout comme la loi locale :

$$\dot{N}_{ij} = L_{ijkl} G_{lk} \quad (3.1)$$

Les conditions sur la frontière extérieure  $\partial V$  sont de type cinématique, la vitesse  $v$  imposée est telle que le gradient de vitesse  $G$  est homogène sur  $\partial V$  :

$$v_i = G_{ik} x_k \quad \forall x \in \partial V \quad (3.2)$$

Si les forces de volume sont négligées, l'équation d'équilibre est donnée par :

$$\text{div}({}^T \dot{n}) = \dot{n}_{ji,j} = 0 \quad (3.3)$$

### 3.2.1 Relations entre grandeurs locales et globales

A partir de l'intégration volumique de l'équation d'équilibre (3.3), on obtient :

$$\int_V \dot{n}_{ij,i} x_k dV = \int_V [\dot{n}_{ij} x_k]_{,i} dV - \int_V \dot{n}_{ij} x_{k,i} dV = 0 \quad (3.4)$$

Grâce au théorème de la divergence, l'expression précédente peut se mettre sous la forme :

$$\int_{\partial V} \dot{n}_{ij} x_k m_i dS = \int_V \dot{n}_{kj} dV \quad (3.5)$$

Le lien entre le taux de contrainte nominale locale et macroscopique est obtenu en imposant comme conditions aux limites sur la frontière  $\partial V$  de normale  $m$  :

$$\dot{n}_{ij} m_i = \dot{N}_{ij} m_i \quad (3.6)$$

En introduisant cette dernière relation dans l'équation (3.5), on obtient :

$$\int_{\partial V} \dot{n}_{ij} x_k m_i dS = \dot{N}_{ij} \int_V x_{k,i} dV = \dot{N}_{kj} V \quad (3.7)$$

Ce qui nous permet de démontrer que le taux de contrainte nominale macroscopique  $\dot{N}$  est la moyenne volumique du taux de contrainte nominale microscopique  $\dot{n}$  :

$$\dot{N}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \dot{n}_{ij}(x) dV = \overline{\dot{n}_{ij}(x)} \quad (3.8)$$

Pour obtenir la relation entre le gradient de vitesse macroscopique  $G$  et le gradient de vitesse microscopique  $g$ , on exprime la moyenne volumique de  $g$  :

$$\frac{1}{V} \int_V g_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_V v_{i,j} dV = \frac{1}{V} \int_{\partial V} v_i m_j dS \quad (3.9)$$

En introduisant l'expression (3.2), on a :

$$\frac{1}{V} \int_{\partial V} G_{ik} x_k m_j dS = \frac{1}{V} G_{ik} \delta_{kj} V = G_{ij} \quad (3.10)$$

Ce qui démontre la relation suivante :

$$G_{ij} = \frac{1}{V} \int_V g_{ij}(x) dV = \overline{g_{ij}(x)} \quad (3.11)$$

### 3.2.2 Tenseurs de localisation

Afin de définir le lien existant entre les grandeurs locales et globales, deux tenseurs d'ordre quatre sont introduits :

– le tenseur  $A$ , appelé tenseur concentration du taux de déformation tel que :

$$g_{ij}(x) = A_{ijkl}(x) G_{lk} \quad (3.12)$$

– le tenseur  $B$ , appelé tenseur concentration du taux de contrainte tel que :

$$\dot{n}_{ij}(x) = B_{ijkl}(x)\dot{N}_{lk} \quad (3.13)$$

La moyenne volumique du gradient de la vitesse locale est égale au gradient de la vitesse macroscopique, et la moyenne volumique du taux de contrainte nominale locale est égale au taux de contrainte nominale macroscopique, ce qui implique les propriétés suivantes pour les tenseurs  $A$  et  $B$  :

$$G_{ij} = \overline{g_{ij}(x)} = \overline{A_{ijkl}(x)G_{lk}} = \overline{A_{ijkl}(x)G_{lk}} \Rightarrow \overline{A_{ijkl}(x)} = I_{ijkl} \quad (3.14)$$

De même :

$$\overline{B_{ijkl}(x)} = I_{ijkl} \quad (3.15)$$

La connaissance de l'un des tenseurs de localisation permet de retrouver les propriétés macroscopiques du volume représentatif  $V$ . Ainsi, si le tenseur de localisation  $A$  est supposé connu, il est possible d'obtenir l'expression du module tangent macroscopique. En appliquant la moyenne volumique (3.8) à la loi de comportement locale, associée à l'opération de localisation (3.12), on obtient :

$$\dot{N}_{ij} = \overline{\dot{n}_{ij}(x)} = \overline{l_{ijkl}(x)A_{lmkn}(x)G_{nm}} = \overline{l_{ijkl}A_{lmkn}(x)G_{nm}} \quad (3.16)$$

Ce qui permet d'écrire l'expression du module tangent macroscopique :

$$L_{ijkl} = \overline{l_{ijmn}(x)A_{nmkl}(x)} \quad (3.17)$$

Les tenseurs de localisation  $A$  et  $B$  sont liés, ce qui peut se démontrer en couplant la loi de comportement locale à l'opération de localisation (3.13) :

$$\dot{n}_{ij}(x) = B_{ijkl}(x)\dot{N}_{lk} = B_{ijkl}(x)L_{lmkn}G_{nm} = l_{ijkl}(x)A_{lmkn}(x)G_{nm} \quad (3.18)$$

Ainsi :

$$B_{ijkl}(x)L_{lmkn} = l_{ijkl}(x)A_{lmkn}(x) \quad (3.19)$$

Ce qui permet de conclure sur les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} B_{ijkl}(x) &= l_{ijmn}(x)A_{nmpq}(x)L_{qpkl}^{-1} \\ A_{ijkl}(x) &= l_{ijmn}^{-1}(x)B_{nmpq}(x)L_{qpkl} \end{aligned} \quad (3.20)$$

## 3.3 Modélisation de la transition d'échelles

### 3.3.1 Modèle de Taylor-Lin

Taylor [Tay38] est l'un des premiers à avoir proposé une théorie pour déterminer les combinaisons de systèmes actifs susceptibles d'accommoder la déformation dans les grains de polycristaux. Sa théorie se base principalement sur les hypothèses suivantes :

– la déformation plastique est homogène dans chaque grain (modèle de Taylor),

- chaque grain est soumis à un tenseur de déformation plastique, identique à celui appliqué à l'échantillon.

Lin [Lin57] a proposé une autre variante du modèle de Taylor en considérant que la déformation totale est identique pour tous les grains et égale à la déformation macroscopique imposée au polycristal.

$$A_{ijkl}(x) = I_{ijkl}, \quad B_{ijkl}(x) = l_{ijmn}(x)L_{nmkl}^{-1} \quad (3.21)$$

Il s'agit d'une borne supérieure de la réponse élastoplastique du polycristal. Dans la pratique, ce modèle reste très utilisé pour sa simplicité et son efficacité pour des polycristaux faiblement hétérogènes.

### 3.3.2 Modèle statique

L'hypothèse principale du modèle statique [BB49] repose sur l'homogénéité de la contrainte au sein des grains et sur l'égalité entre le tenseur des contraintes macroscopiques, uniformes, et le tenseur des contraintes appliqué à chaque grain.

$$A_{ijkl}(x) = l_{ijmn}^{-1}(x)L_{nmkl}, \quad B_{ijkl}(x) = I_{ijkl} \quad (3.22)$$

Ce modèle fournit une borne inférieure du comportement élastoplastique du polycristal. Il génère de fortes incompatibilités en déformation, entraînant une sous-estimation des contraintes.

Les modèles statique et de Taylor-Lin reposent sur les simplifications maximales qu'il est possible de réaliser pour modéliser la transition d'échelles. Le modèle de Taylor-Lin permet d'obtenir des résultats plus proches de la réalité que le modèle statique car l'écart en déformation d'un grain à l'autre est plus faible que celui en contrainte lorsque la déformation plastique augmente [Lin97].

### 3.3.3 Approches "autocohérentes"

En réalité, les grains ne se déforment pas uniformément car leurs orientations cristallographiques sont différentes et le comportement plastique est anisotrope. Les modèles statique et de Taylor-Lin ne peuvent pas prendre en compte les contraintes internes créées par les incompatibilités de déformation ainsi générées.

Le modèle autocohérent repose sur le calcul de la contrainte d'une inclusion dans un milieu infini. Il a été tout d'abord développé par Kröner [Krö61] puis amélioré par Hill [Hil65] et beaucoup d'autres. Ce type de modélisation est basé sur un calcul réalisé par Eshelby [Esh57] concernant les interactions entre une inclusion de forme ellipsoïdale déformée élastiquement et son voisinage représenté par une matrice infinie.

## 3.4 Modèle autocohérent au sens de Hill

### 3.4.1 Mise en équations du problème

Afin de définir le problème dans le cas d'une approche cinématique, plusieurs conditions doivent être vérifiées.

Les conditions aux limites se traduisent par une vitesse imposée sur la surface  $\partial V$  du volume considéré :

$$v_i(x) = G_{ij}x_j \quad \text{sur } \partial V \quad (3.23)$$

En négligeant les forces volumiques, l'équilibre quasi statique s'exprime en fonction du premier tenseur de Piola-Kirchoff  $\pi$  :

$$\text{div}({}^T\dot{\pi}(x)) = \text{div}({}^T\dot{n}(x)) = \dot{n}_{ij,i}(x) = 0 \quad (3.24)$$

Enfin, la loi de comportement locale est donnée par :

$$\dot{n}_{ij}(x) = l_{ijkl}(x)g_{lk}(x) = l_{ijkl}(x)v_{l,k}(x) \quad (3.25)$$

Il est possible d'obtenir le système d'équations aux dérivées partielles suivant en introduisant (3.25) dans (3.24) :

$$[l_{ijkl}(x)v_{l,k}(x)]_{,i} = 0 \quad (3.26)$$

Le module tangent local peut se décomposer en une partie uniforme  $L^0$  et une déviation  $\delta l(x)$  de la manière suivante :

$$l_{ijkl}(x) = L_{ijkl}^0 + \delta l_{ijkl}(x) \quad (3.27)$$

L'équation (3.26) devient alors :

$$L_{ijkl}^0 v_{l,ki}(x) + [\delta l_{ijkl}(x)v_{l,k}(x)]_{,i} = 0 \quad (3.28)$$

Le second terme de l'équation (3.28) s'assimile aux forces de volume  $\dot{f}$  dans l'équation classique de Navier :

$$[\delta l_{ijkl}(x)v_{l,k}(x)]_{,i} = \dot{f}_j(x) \quad (3.29)$$

En introduisant l'opérateur de Lamé  $\Lambda$  tel que  $\Lambda_{jl} = L_{ijkl}^0 \partial_k \partial_i$ , l'équation (3.28) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Lambda_{jl} v_l(x) + \dot{f}_j(x) = 0 \quad (3.30)$$

### 3.4.2 Equation intégrale cinématique

Ce calcul peut se trouver sous diverses formes dans [LB89] [LKB90] [Mor90] [Aub98] [Ber02]. La solution du problème d'inclusion s'obtient classiquement à partir de l'introduction du tenseur de Green noté  $G$ .

L'équation (3.30) peut être mise sous la forme d'une équation intégrale en introduisant le tenseur de Green  $G$  d'un milieu de référence dont le module tangent est noté  $L^0$ . Ce tenseur traduit le déplacement en  $x$  engendré par une force unitaire  $f$  placée en  $x'$ .

L'action d'une force concentrée au point  $x'$  définie par

$$\dot{f}_j(x) = \delta_{jm} \delta(x' - x) \quad (3.31)$$

induit une vitesse au point  $x$  égale à :

$$v_l(x) = G_{lm}(x - x') \dot{f}_m(x') \quad (3.32)$$

En introduisant les équations (3.31) et (3.32) dans l'équation (3.30), on obtient l'équation pour le tenseur de Green :

$$L_{ijkl}^0 G_{lm,ki}(x - x') + \delta_{jm} \delta(x - x') = 0 \quad (3.33)$$

En introduisant l'opérateur adjoint de Lamé  $\Lambda^+$  tel que  $\Lambda_{jl}^+ = \Lambda_{lj} = L_{klij}^0 \partial_k \partial_i$ , et en utilisant le tenseur de Green  $G^+$  associé, l'équation (3.33) devient :

$$L_{klij}^0 G_{lm,ki}^+(x - x') + \delta_{jm} \delta(x - x') = 0 \quad (3.34)$$

En multipliant (3.28) par  $G_{jm}^+(x - x')$  et (3.34) par  $v_j(x')$ , on obtient, en les soustrayant :

$$G_{jm}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,ki}(x') + G_{jm}^+(x - x') \dot{f}_j(x') - v_j(x') L_{klij}^0 G_{lm,ki}^+(x - x') = v_j(x') \delta_{jm} \delta(x - x') \quad (3.35)$$

Cette équation peut être à présent intégrée sur tout le volume  $V$  du polycristal, en remarquant que :

$$v_m(x) = \int_V \delta_{jm} \delta(x - x') v_j(x') dV \quad (3.36)$$

Ceci nous permet donc d'écrire :

$$\int_V G_{jm}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,ki}(x') dV + \int_V G_{jm}^+(x - x') \dot{f}_j(x') dV - \int_V v_j(x') L_{klij}^0 G_{lm,ki}^+(x - x') dV = v_m(x) \quad (3.37)$$

Le théorème de la divergence est ensuite appliqué aux trois intégrales de l'expression (3.37). La première intégrale devient :

$$\int_V G_{jm}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,ki}(x') dV = - \int_V G_{jm,i}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,k}(x') dV + \int_{\partial V} G_{jm}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,k}(x') n_i dS \quad (3.38)$$

Sachant que les conditions aux limites cinématiques se traduisent par  $G^+(x - x') = 0 \forall x \in \partial V$ , l'expression précédente peut être simplifiée :

$$\int_V G_{jm}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,ki}(x') dV = - \int_V G_{jm,i}^+(x - x') L_{ijkl}^0 v_{l,k}(x') dV \quad (3.39)$$



En introduisant la définition (3.29), la seconde intégrale de l'expression (3.37) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\int_V G_{jm}^+(x-x')\dot{f}_j(x')dV = \int_{\partial V} G_{jm}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')n_i dS - \int_V G_{jm,i}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')dV \quad (3.40)$$

En utilisant une nouvelle fois le fait que  $G^+(x-x') = 0 \forall x \in \partial V$ , l'expression précédente devient :

$$\int_V G_{jm}^+(x-x')\dot{f}_j(x')dV = - \int_V G_{jm,i}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')dV \quad (3.41)$$

La dernière intégrale de l'expression (3.37) se met sous la forme suivante :

$$- \int_V v_j(x')L_{klij}^0 G_{lm,ki}^+(x-x')dV = - \int_{\partial V} v_j(x')L_{klij}^0 G_{lm,k}^+(x-x')n_i dS + \int_V v_{j,i}(x')L_{klij}^0 G_{lm,k}^+(x-x')dV \quad (3.42)$$

En remarquant que :

$$- \int_V G_{jm,i}^+(x-x')L_{ijkl}^0 v_{l,k}(x')dV = - \int_V G_{lm,k}^+(x-x')L_{klij}^0 v_{j,i}(x')dV \quad (3.43)$$

La relation (3.37) peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$v_m(x) = - \int_{\partial V} v_j(x')L_{klij}^0 G_{lm,k}^+(x-x')n_i dS - \int_V G_{jm,i}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')dV \quad (3.44)$$

La première intégrale du second membre de cette équation est la solution du problème homogène. En notant cette solution  $v_m^0(x)$ , on obtient :

$$v_m(x) = v_m^0(x) - \int_V G_{jm,i}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')dV \quad (3.45)$$

En dérivant cette dernière équation par rapport à la position  $x$ , le gradient de vitesse peut être calculé :

$$g_{mn}(x) = g_{mn}^0(x) - \int_V G_{jm,in}^+(x-x')\delta l_{ijkl}(x')v_{l,k}(x')dV \quad (3.46)$$

On utilise à présent le résultat démontré par Lipinski [Lip93] pour revenir à une expression fonction du tenseur de Green associé à  $\Lambda$  :

$$G_{nm}^+(x-x') = G_{mn}^+(x'-x) \quad (3.47)$$

Le tenseur de Green possède la propriété suivante [NNH93], issue du théorème de réciprocité :

$$G_{mn}^+(x'-x) = G_{nm}(x-x') \quad (3.48)$$

Pour finir, on introduit la définition du tenseur de Green modifié  $\Gamma$  telle que :

$$\Gamma_{mnij}(x - x') = G_{im,jn}(x - x') \quad (3.49)$$

Ce qui nous permet d'obtenir au final l'équation intégrale cinématique :

$$g_{mn}(x) = g_{mn}^0(x) - \int_V \Gamma_{mnji}(x - x') \delta l_{ijkl}(x') g_{lk}(x') dV \quad (3.50)$$

Cette équation relie le gradient des vitesses du milieu de référence à celui du milieu réel. De par son caractère implicite - on peut remarquer que l'équation (3.50) donne une solution  $g$  dépendante d'elle-même - il est difficile de résoudre analytiquement cette équation, c'est pourquoi il est nécessaire d'introduire certaines hypothèses permettant d'aboutir à une approximation du résultat de la relation (3.50).

### 3.4.3 Approximation autocohérente à un site de l'équation intégrale

Afin de simplifier l'équation intégrale, plusieurs hypothèses vont être proposées. Les champs mécaniques seront supposés uniformes par grain, sachant qu'Eshelby [Esh57] a montré que pour des comportements linéaires et des conditions parfaites d'accolement à l'interface, la solution du problème est uniforme dans l'inclusion (ou grain) [BZ97]. Ce qui peut se traduire par :

$$l_{ijkl}(x) = l_{ijkl}^I \quad \forall x \in V^I \quad (3.51)$$

$$g_{ij}^I = \frac{1}{V^I} \int_{V^I} g_{ij}(x) dV \quad (3.52)$$

où  $V^I$  est le volume du grain modélisé par l'ellipsoïde  $I$ .

Les champs du gradient de la vitesse et des modules tangents s'écrivent :

$$g_{ij}(x) = \sum_{I=1}^N g_{ij}^I \vartheta^I(x) \quad (3.53)$$

$$l_{ijkl}(x) = \sum_{I=1}^N l_{ijkl}^I \vartheta^I(x) \quad (3.54)$$

$N$  désigne le nombre de grains du polycristal et  $\vartheta^I(x)$  est une fonction indicatrice pour le volume  $V^I$  de chaque inclusion  $I$  telle que :

$$\vartheta^I(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \in V^I \\ 0 & \forall x \notin V^I \end{cases} \quad (3.55)$$

De la même manière, si on pose  $\Delta l_{ijkl}^I = l_{ijkl}^I - L_{ijkl}^0$ , la déviation  $\delta l(x)$  peut s'écrire :

$$\delta l_{ijkl}(x) = \sum_{I=1}^N \Delta l_{ijkl}^I \vartheta^I(x) \quad (3.56)$$

En reportant les équations (3.52) et (3.56) dans l'équation intégrale, on obtient :

$$g_{mn}^I = \frac{1}{V^I} \int_{V^I} g_{mn}^0(x) dV^I - \frac{1}{V^I} \sum_{J=1}^N \int_{V^I} \int_{V^J} \Gamma_{mnji}(x - x') \Delta l_{ijkl}^J g_{lk}^J \vartheta^J(x') dV^J dV^I \quad (3.57)$$

Sachant que les conditions aux limites sont homogènes, il est possible d'écrire [Lip93] :

$$\frac{1}{V^I} \int_{V^I} g_{mn}^0(x) dV^I = g_{mn}^0 \quad (3.58)$$

Si on pose :

$$T_{ijkl}^{IJ} = \frac{1}{V^I} \int_{V^I} \int_{V^J} \Gamma_{ijkl}(x - x') dV^I dV^J \quad (3.59)$$

La valeur moyenne du gradient de la vitesse dans le grain  $I$  peut se calculer par :

$$g_{mn}^I = g_{mn}^0 - \sum_{J=1}^N T_{mnji}^{IJ} \Delta l_{ijkl}^J g_{lk}^J \quad (3.60)$$

Cette expression peut se réécrire d'une manière différente :

$$g_{mn}^I = g_{mn}^0 - T_{mnji}^{II} \Delta l_{ijkl}^I g_{lk}^I - \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq I}}^N T_{mnji}^{IJ} \Delta l_{ijkl}^J g_{lk}^J \quad (3.61)$$

Plutôt que de résoudre directement un tel système, il est plus judicieux de le simplifier en choisissant correctement le milieu fictif de référence. Ainsi, il est possible de choisir le module tangent de référence  $L^0$  proche du module effectif réel  $L^{eff}$ , c'est-à-dire solution du problème dans le cadre de l'approximation autocohérente. Les interactions entre le grain  $I$  et le reste des grains étant introduites au sein du milieu effectif, les termes du tenseur d'interaction  $T^{IJ}$  pour  $I \neq J$  peuvent être supposés négligeables devant ceux pour  $I = J$ . Le problème initial constitué de  $N$  grains a été transformé en  $N$  problèmes d'une inclusion dans une matrice infinie dont le module tangent est celui du polycristal. Cette hypothèse permet d'écrire la relation (3.61) sous la forme suivante :

$$g_{mn}^I = g_{mn}^0 - T_{mnji}^{II} \Delta l_{ijkl}^I g_{lk}^I \quad (3.62)$$

Cette dernière expression constitue l'approximation autocohérente à un site, que l'on peut mettre également sous la forme suivante :

$$g_{mn}^0 = (I_{mnlk} + T_{mnji}^{II} \Delta l_{ijkl}^I) g_{lk}^I \quad (3.63)$$

Soit :

$$g_{mn}^I = (I_{lknm} + T_{lkji}^{II} \Delta l_{ijnm}^I)^{-1} g_{lk}^0 = a_{mnlk}^{II} g_{lk}^0 \quad (3.64)$$

En appliquant la relation de moyenne volumique (3.11) à l'équation précédente, il est possible d'éliminer  $g^0$ , on obtient :

$$G_{ij} = \overline{g_{ij}^I} = \overline{a_{ijkl}^{II} g_{lk}^0} = \overline{a_{ijkl}^{II}} g_{lk}^0 \Rightarrow g_{lk}^0 = \overline{a_{lkji}^{II}}^{-1} G_{ij} \quad (3.65)$$

Ce qui permet d'aboutir à :

$$g_{mn}^I = a_{mnlk}^{II} \overline{a_{lkji}^{II}}^{-1} G_{ij} \quad (3.66)$$

Le tenseur de concentration  $A$  s'exprime alors de la manière suivante :

$$A_{ijkl}^I = a_{ijmn}^{II} \overline{a_{nmkl}^{II}}^{-1} \quad (3.67)$$

Et l'approximation autocohérente du module tangent du polycristal s'écrit :

$$L_{ijkl}^{AC} = \overline{l_{ijmn}^I A_{nmkl}^I} \quad (3.68)$$

Afin de simplifier l'expression (3.68), on suppose que chaque grain  $I$  possède une fraction volumique  $f^I = \frac{V^I}{V}$  :

$$A_{ijkl}^I = a_{ijmn}^{II} \left( \sum_{I=1}^N f^I a_{lmkn}^{II} \right)^{-1} \quad (3.69)$$

$$L_{ijkl}^{AC} = \sum_{I=1}^N f^I l_{ijmn}^I A_{nmkl}^I \quad (3.70)$$

L'expression autocohérente du module tangent à un site, donnée par la relation (3.70), correspond au modèle autocohérent tel qu'il a été introduit par Hill [Hil65]. Le tenseur d'interaction, défini par la relation (3.59), ne peut être calculé de manière explicite, il est donc nécessaire de réaliser une intégration numérique. La méthode d'intégration choisie dans le cadre de cette thèse repose sur l'approche développée par Fassi-Fehri [FF85].

#### 3.4.4 Intégration numérique du tenseur d'interaction

Lorsque le grain est supposé elliptique, de demi-axes  $a$ ,  $b$  et  $c$ , de volume  $V = \frac{4}{3}\pi abc$ , le tenseur d'interaction  $T^{II}$  est donné par [FF85] :

$$T_{klmj}^{II} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (L_{mnkp}^{AC} \phi_{pq} \phi_{nr} \chi_q \chi_r)^{-1} \chi_t \phi_{lt} \chi_u \phi_{ju} \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (3.71)$$

où :

$$\chi = \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

et :

$$\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a}{c} \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

La méthode numérique de Gauss-Legendre est utilisée pour résoudre l'intégrale (3.71). Soient les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} x &= -1 + \frac{2}{\pi} \vartheta \\ y &= -1 + \frac{1}{\pi} \varphi \end{aligned} \quad (3.74)$$

L'intégrale (3.71) peut se mettre sous la forme suivante :

$$T_{klmj}^{II} = \frac{\pi}{8} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x, y) dx dy \quad (3.75)$$

Le calcul de (3.75) est réalisé en exprimant la double intégrale comme étant la moyenne pondérée par les poids  $w_i$  et  $w_j$  de la fonction à intégrer aux  $N$  racines du polynôme de Legendre :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j f(x_i, y_j) \quad (3.76)$$

Les valeurs des poids ainsi que les positions des points d'intégration sont données dans la thèse de Lorrain [Lor05].

### 3.4.5 Evolution de la texture cristallographique et morphologique

Il est important de prendre en compte les évolutions morphologiques et cristallographiques de chaque grain au cours de la déformation plastique. L'orientation du réseau cristallin d'un monocristal par rapport au repère du matériau est définie à l'aide des angles d'Euler [Bun69] [Bun82], comme l'illustre la Figure 3.1. La variation de l'orientation cristallographique est due au taux de rotation élastique  $w^e$  [INN83] [NBT01]. L'évolution des angles d'Euler  $\varphi_1$ ,  $\phi$  et  $\varphi_2$  en fonction du taux de rotation élastique  $w^e$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -w_{12}^e - \dot{\varphi}_2 \cos \phi \\ \dot{\phi} &= -w_{23}^e \cos \varphi_1 + w_{13}^e \sin \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 &= -\frac{1}{\sin \phi} (w_{13}^e \cos \varphi_1 + w_{23}^e \sin \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.77)$$

Lorsque la valeur de l'angle  $\phi$  est nulle, une indétermination se présente et il n'est plus possible de calculer les évolutions des autres angles. Dans ce cas particulier, les lois d'évolution seront les suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -\frac{w_{12}^e}{2} \\ \dot{\phi} &= -w_{23}^e \cos \varphi_1 + w_{13}^e \sin \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 &= -\frac{w_{12}^e}{2} \end{aligned} \quad (3.78)$$

Un grain est modélisé par un ellipsoïde et caractérisé géométriquement par six variables :

- Les trois demi-axes  $a$ ,  $b$  et  $c$  définissent la forme de l'ellipsoïde.
- Les trois angles d'Euler  $\varphi'_1$ ,  $\phi'$  et  $\varphi'_2$  définissent l'orientation du repère principal de l'ellipsoïde par rapport au repère matériel.

L'évolution des angles d'Euler  $\varphi'_1$ ,  $\phi'$  et  $\varphi'_2$  est causée par la rotation totale  $w$  imposée au grain. Leurs lois d'évolution sont analogues à celles des angles d'Euler liés à la cristallographie :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}'_1 &= -w_{12} - \dot{\varphi}'_2 \cos \phi' \\ \dot{\phi}' &= -w_{23} \cos \varphi'_1 + w_{13} \sin \varphi'_1 \\ \dot{\varphi}'_2 &= -\frac{1}{\sin \phi'} (w_{13} \cos \varphi'_1 + w_{23} \sin \varphi'_1) \end{aligned} \quad (3.79)$$

De même, l'indétermination engendrée par le cas  $\phi' = 0$  est contournée de la même manière que précédemment :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}'_1 &= -\frac{w_{12}}{2} \\ \dot{\phi}' &= -w_{23} \cos \varphi'_1 + w_{13} \sin \varphi'_1 \\ \dot{\varphi}'_2 &= -\frac{w_{12}}{2} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Enfin, l'évolution des demi-axes  $a$ ,  $b$  et  $c$  de l'ellipsoïde est définie par la projection du gradient de vitesse dans le repère de l'ellipsoïde :

$$\begin{aligned}\dot{a} &= ag_{ell}(1, 1) \\ \dot{b} &= bg_{ell}(2, 2) \\ \dot{c} &= cg_{ell}(3, 3)\end{aligned}\tag{3.81}$$

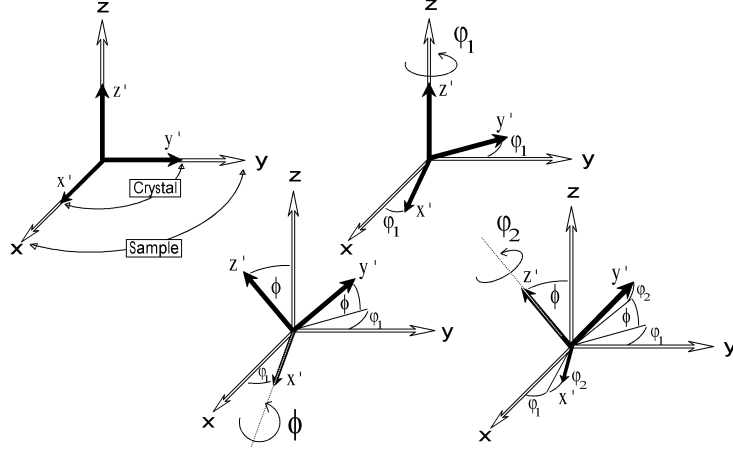


FIG. 3.1 – Définition des angles d'Euler selon la notation de Bunge

### 3.5 Méthode de résolution numérique du caractère implicite du modèle autocohérent

L'approximation autocohérente à un site présente un aspect fortement implicite, il est nécessaire de donner quelques précisions quant à la méthodologie de résolution choisie. Une procédure itérative simple, faisant preuve de convergence rapide, a été choisie pour résoudre conjointement les équations (3.69) et (3.70).

Pour initier le calcul, le tenseur de concentration  $A^I$  de tous les grains est supposé égal au tenseur identité pour la première itération du premier pas. Cela revient à faire l'hypothèse que tous les grains se déforment initialement de la même manière. Le résultat déduit de l'itération  $i$  est injecté pour le calcul de l'itération suivante ( $i+1$ ). La suite ainsi définie permet de déterminer le module tangent macroscopique de la nouvelle itération  $L^{(i+1)}$  à partir de celui de l'itération précédente  $L^{(i)}$ . Le critère de convergence de cette méthode repose sur le calcul de la norme de la différence entre deux estimations successives du module tangent macroscopique  $\|L^{(i)} - L^{(i+1)}\|$ . Lorsque cette dernière est inférieure à une tolérance  $\delta$  fixée, de l'ordre de  $1.10^{-4}$ , le calcul converge et passe au pas suivant, sinon une nouvelle itération est réalisée. Lorsque le nombre d'itérations excède dix, il a été décidé que le calcul serait considéré comme divergent et par conséquent stoppé. Dans le cas particulier d'un changement de trajet, la première itération du premier pas du nouveau trajet utilise le tenseur d'élasticité en tant que module tangent macroscopique. Les erreurs engendrées par cette première approximation sont éliminées par les boucles d'itérations.

### 3.6 Résultats qualitatifs

L'objectif de cette thèse ne s'est pas concentré sur la prise en compte des hétérogénéités intergranulaires par l'intermédiaire de la transition d'échelle autocohérente. Il est néanmoins intéressant de rappeler brièvement les possibilités qu'offre ce modèle et de montrer que l'on retrouve les résultats déjà présentés par Lorrain [Lor05] dans sa thèse, bien qu'il y ait l'ajout de la modélisation à l'échelle intragranulaire.

L'étude qualitative présentée ici a pour but de vérifier si l'évolution morphologique des grains est conforme aux observations expérimentales lors de différents chargements. De plus, les performances du modèle autocohérent, en termes de prédiction des contraintes et déformations locales, seront analysées et comparées avec les résultats obtenus à l'aide du modèle de Taylor-Lin. Enfin, les valeurs des contraintes et déformations moyennes obtenues par l'intermédiaire du modèle autocohérent seront comparées au calcul de la moyenne des contraintes et déformations locales.

Pour réaliser les calculs qui vont suivre, les paramètres arbitrairement choisis sont issus de la thèse de Peeters (cf. Tab. 3.1). Une texture anisotrope composée de 100 orientations cristallographiques a été utilisée.

$I$	$R [m]$	$\tau_{c0}[110] [MPa]$	$\tau_{c0}[112] [MPa]$
2, $2.10^{-2}$	8, $5.10^{-10}$	42	42
$I^{wd}$	$R^{wd} [m]$	$R_{ncg} [m]$	$f$
9, $4.10^{-1}$	2, $6.10^{-8}$	2, $3.10^{-9}$	0,2
$I^{wp}$	$R^{wp} [m]$	$R_{rev} [m]$	$R_2 [m]$
$5.10^{-2}$	3, $8.10^{-9}$	$1.10^{-8}$	$1.10^{-8}$

TAB. 3.1 – Paramètres utilisés pour l'étude qualitative [Pee02]

#### 3.6.1 Evolution de la morphologie des grains

L'évolution de la forme du grain d'orientation initiale ( $200^\circ, 24^\circ, 115^\circ$ ), appartenant à la texture du polycristal, est étudiée en fonction du chargement imposé. Les exemples d'un trajet de laminage et de traction uniaxiale seront traités. Les grains sont initialement considérés comme sphériques ( $a = b = c = 1$ ) et l'orientation morphologique de l'ellipsoïde est supposée être ( $0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$ ). Ceci est en accord avec les observations expérimentales de tôles laminées.

La Figure 3.2 donne l'évolution des trois demi-axes  $a$ ,  $b$  et  $c$  au cours d'un essai de laminage et de traction uniaxiale. Qualitativement, on retrouve les effets attendus. Lors du laminage d'un matériau, les grains qui le composent sont étirés dans la direction de laminage et écrasés dans la direction normale, alors qu'ils ne subissent aucune déformation dans la direction transverse. Le modèle retrouve ces observations, comme le montre la Figure 3.2(a). La valeur du demi-axe  $a$ , dont la direction correspond à la direction de laminage, augmente avec la déformation, alors que la valeur du demi-axe  $c$ , dont la direction est normale à celle de laminage, décroît. Enfin, la valeur du demi-axe  $b$ , dans la direction transverse, reste égale à l'unité tout au long de la déformation. Au cours de l'essai de traction uniaxiale, les grains seront étirés uniquement dans la direction de traction (qui est ici celle du laminage) et écrasés dans les deux autres directions. Ceci est également retrouvé par le modèle, comme le montre la Figure 3.2(b). La différence observée dans l'évolution des demi-axes  $b$  et  $c$  est due à l'anisotropie de la déformation plastique.

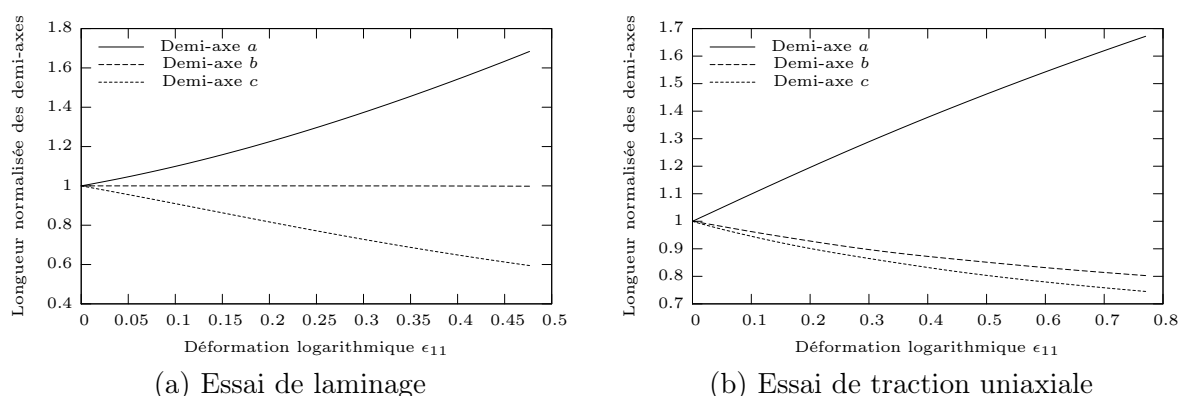


FIG. 3.2 – Evolution de la forme d'un grain

Il est à noter que l'on retrouve des résultats similaires à ceux présentés par Lorrain dans sa thèse [Lor05], l'ajout de la description de la microstructure intragranulaire dans le modèle n'interfère pas avec la transition d'échelles, ce qui semble cohérent.

### 3.6.2 Comparaisons entre la méthode de transition d'échelles autocohérente et celle de Taylor-Lin

Différentes méthodes existent pour relier le comportement de chacun des grains au comportement macroscopique, comme nous avons pu le voir dans ce chapitre. L'approche autocohérente a été préférée à des approches plus simples telles que celle de Taylor-Lin. Il est donc important de montrer les avantages de cette méthode quant à la prédiction du comportement global du matériau et de celui des grains qui le composent.

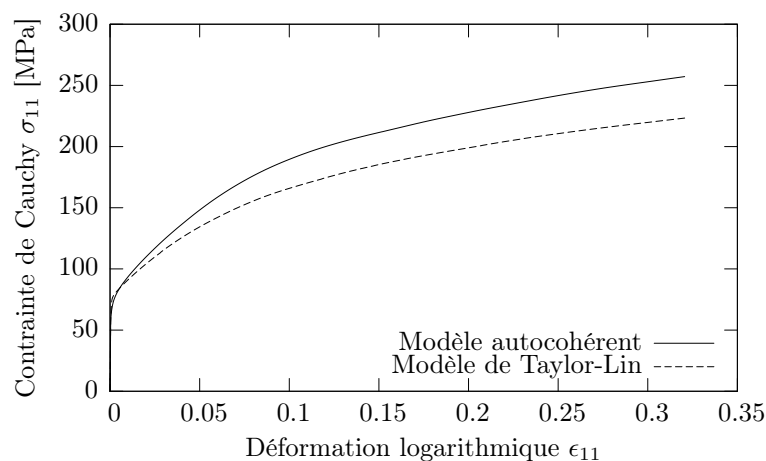


FIG. 3.3 – Comparaison entre les modèles de Taylor-Lin et autocohérent pour un essai de traction uniaxiale

La Figure 3.3 propose une comparaison de ces deux méthodes en termes de comportement macroscopique. On peut constater que la méthode autocohérente donne un résultat plus raide que la méthode de Taylor-Lin, comme Lorrain l'avait déjà constaté [Lor05].



L'estimation des contraintes et déformations de l'ensemble des grains, à l'aide des méthodes autocohérente et de Taylor-Lin, lors d'un essai de traction uniaxiale, pour une déformation macroscopique de 5%, 10%, 15% et 20%, est présentée sur la Figure 3.4. L'hypothèse du modèle de Taylor-Lin selon laquelle tous les grains subissent la même déformation que la déformation macroscopique est clairement retrouvée sur la Figure 3.4(a). On remarque qu'au contraire, l'approche autocohérente est capable d'obtenir des déformations et contraintes très différentes d'un grain à l'autre. De plus, cette dispersion, bien qu'encore sous-estimée, tend à augmenter avec la déformation, ce qui est en accord avec les observations expérimentales.

Enfin, le Tableau 3.2 permet de montrer, grâce à la comparaison des valeurs moyennes obtenues par le modèle et celles calculées à partir de la moyenne de la contrainte et de la déformation de chaque grain, que l'erreur numérique est infinitésimale.

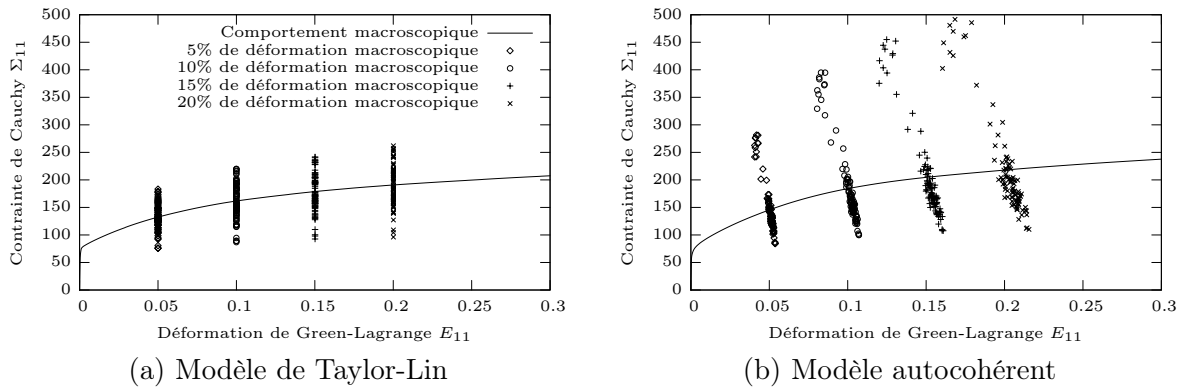


FIG. 3.4 – Estimation des déformations et contraintes de l'ensemble des grains lors d'un essai de traction uniaxiale pour les deux méthodes de transition d'échelles

E	$\frac{1}{V} \int_V \epsilon dV$	Erreur [%]	$\Sigma$ [MPa]	$\frac{1}{V} \int_V \sigma dV$	Erreur [%]
0,0500578	0,05007294	0,03	145,55574387	146,53862645	0,67
0,10005362	0,1001267	0,07	184,13583592	184,96730771	0,45
0,15002772	0,15016059	0,09	204,60376497	205,27592602	0,33
0,20009168	0,20030157	0,10	217,84150488	218,58134252	0,34
0,25010099	0,25039082	0,12	228,72166888	229,41178045	0,30
0,30015433	0,30037727	0,07	237,71600065	238,42450341	0,30
0,35014047	0,35043858	0,09	245,47337972	246,16803675	0,28
0,40000358	0,40057425	0,14	251,71891205	252,48348512	0,30

TAB. 3.2 – Valeurs moyennes et moyenne des valeurs pour le modèle autocohérent

### 3.7 Identification des paramètres des modèles

Dans cette partie, nos deux modèles vont être confrontés à l'expérience pour des essais rhéologiques dans le cas d'aciers monophasés ferritiques et d'aciers biphasés ferrito-martensitiques. Afin d'obtenir un compromis correct entre temps de calcul et précision du résultat, 1000 orientations cristallographiques issues de la fonction de distribution des orientations seront choisies

pour composer la texture initiale.

### 3.7.1 Modèle sans amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire

Quatre paramètres sont nécessaires pour définir complètement ce modèle. Un, voire deux essais sont utilisés pour les identifier. L'exemple présenté ici s'appuie sur l'identification de l'acier monophasé ferritique IF-Ti1. Un essai de traction uniaxiale à 45°/DL (une autre direction aurait très bien pu être choisie) et un essai de cisaillement Bauschinger dans cette même direction suffisent pour déterminer les paramètres  $g_0$  et  $y_c$ . Le diamètre moyen  $D_{moy}$  des grains est donné à partir de la micrographie de l'acier alors que la cission critique initiale sera déterminée à partir de la limite élastique, dont elle avoisine la moitié pour un essai de traction uniaxiale. De plus, la cission critique initiale sera supposée identique pour chaque système de glissement de chaque grain, ce qui offre l'avantage de simplifier l'identification. Ceci est toutefois justifié par le fait que le matériau est un agrégat de grains d'orientations différentes, ce qui signifie que la limite élastique peut être considérée indépendante de l'orientation du chargement. Les paramètres ainsi identifiés sont rassemblés dans le Tableau 3.3.

$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]	$g_0$	$y_c$ [m]	$D_{moy}$ [m]
45	45	90	$3,25 \cdot 10^{-9}$	$20 \cdot 10^{-6}$

TAB. 3.3 – Paramètres du "modèle 1" identifiés pour l'acier monophasé IF-Ti1

Comme le montre la Figure 3.5(a), le paramètre de stockage des dislocations  $g_0$  influe sur la pente d'écroissage de la courbe de comportement au début de chargement. Ainsi, cette pente sera d'autant plus faible que ce paramètre est élevé. La Figure 3.5(b) permet de montrer que la distance d'annihilation critique  $y_c$  se détermine à l'aide de la pente d'écroissage de la courbe de comportement pour des déformations importantes. Ainsi, cette pente d'écroissage sera d'autant plus forte que la distance d'annihilation critique  $y_c$  est faible.

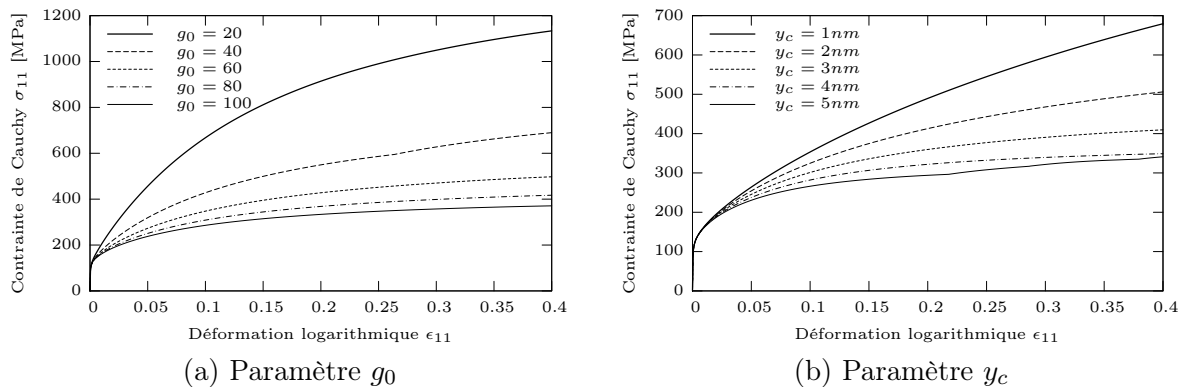


FIG. 3.5 – Influence des paramètres  $g_0$  et  $y_c$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai de traction uniaxiale

### 3.7.2 Modèle avec amélioration de la description physique de la microstructure intragranulaire

Neuf paramètres doivent être identifiés pour pouvoir définir entièrement ce nouveau modèle. Comme cela a été expliqué dans le second chapitre, ce modèle est composé d'une superposition de différentes contributions agissant sur des effets précis du comportement macroscopique lors de différents trajets rhéologiques. La procédure d'identification s'appuie donc sur cette construction typique, les paramètres étant activés progressivement. Cinq essais mécaniques sont a priori nécessaires pour déterminer tout le modèle. Afin d'illustrer cette stratégie, l'identification de l'acier monophasé IF-Ti1 sera détaillée ici.

Les différents résultats présentés ici vont donner l'influence de tous les paramètres du modèle, au cours des étapes successives d'identification. Le comportement macroscopique sera représenté de la manière suivante :

- Pour les essais de cisaillement (monotone et Bauschinger), la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma = 2\epsilon_{12}$ .
- Pour l'essai orthogonal, seul le cisaillement après la prédéformation en traction uniaxiale sera tracé, la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera exprimée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma = 2\epsilon_{12}$ .

La première étape consiste à identifier les paramètres  $I$  et  $R$  sur un essai de cisaillement monotone dans la direction de laminage. Les autres paramètres du modèle sont pour le moment fixés à zéro. Les grains du polycristal présentent donc une microstructure dénuée de toute organisation, les dislocations sont présentes de manière aléatoire et désordonnée. Comme le montre la Figure 3.6(a), une augmentation de la valeur du coefficient d'immobilisation  $I$  engendre une augmentation de l'écrouissage du matériau. De même, la Figure 3.6(b) montre que l'augmentation de la valeur du coefficient de restauration  $R$  implique une diminution de l'écrouissage. Ces deux résultats sont en accord avec ce qui fut démontré pour un monocristal dans le second chapitre. Les paramètres  $I$  et  $R$  ainsi identifiés donnent une valeur de saturation réaliste, proche de  $5.10^{14}m^{-2}$  pour la densité de dislocations  $\rho$ .

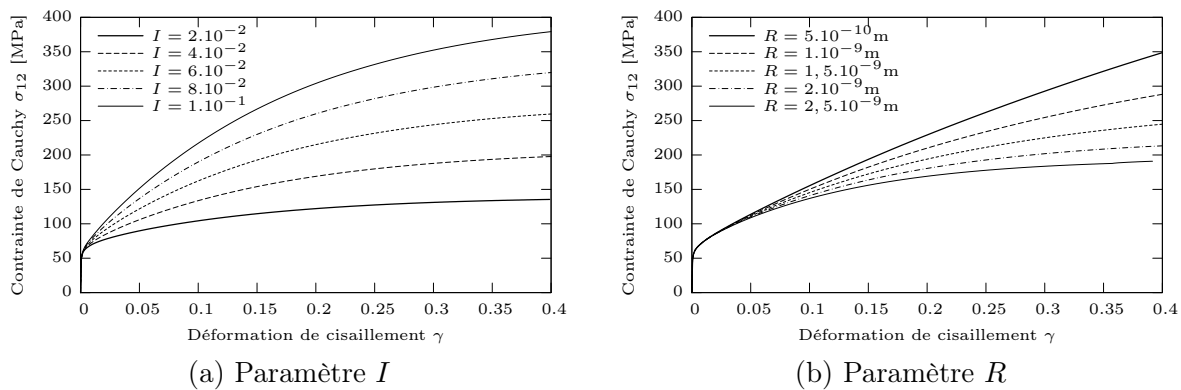


FIG. 3.6 – Influence des paramètres  $I$  et  $R$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai de cisaillement

La seconde étape de la procédure d'identification va permettre de déterminer les valeurs des paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$ . Les dislocations au sein des grains s'organisent autour de zones à faible densité, entourées de parois à forte densité. La présence de murs de dislocations est responsable

de l'écroutissement latent au cours de certains changements de trajets, c'est pourquoi ces deux paramètres seront identifiés sur un essai orthogonal composé d'un essai de traction uniaxiale dans la direction de laminage jusqu'à 10% de déformation logarithmique, suivi d'un essai de cisaillement dans la même direction. Une fois ces deux paramètres connus, un réajustement des paramètres  $I$  et  $R$  est nécessaire car l'écroutissement induit par l'introduction des parois de dislocations dans le modèle n'est pas négligeable au niveau du cisaillement monotone. Il faut donc équilibrer l'apport de l'écroutissement isotrope avec celui de l'écroutissement latent. Les effets observés au niveau d'un monocristal sont retrouvés pour le polycristal, comme l'atteste la Figure 3.7. Ainsi, l'effet orthogonal sera d'autant plus important que la valeur du coefficient d'immobilisation  $I^{wd}$  est élevée. L'effet du coefficient de restauration  $R^{wd}$  est quant à lui similaire à celui de  $R$ . L'intensité maximale  $\rho_{sat}^{wd}$  des murs de dislocations est de  $8.10^{15}m^{-2}$ , ce qui est réaliste puisqu'elle doit être supérieure à la valeur de saturation  $\rho_{sat}$  des dislocations présentes au sein des cellules.

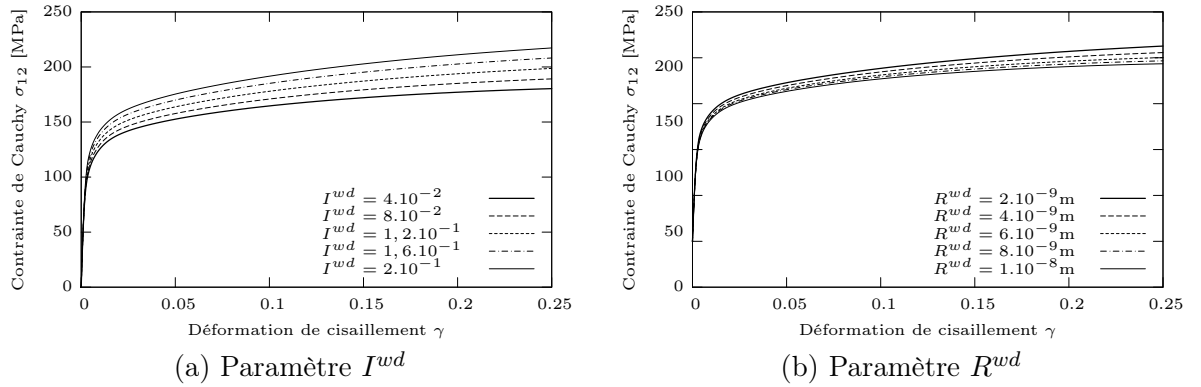


FIG. 3.7 – Influence des paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai orthogonal

La troisième étape d'identification, par l'introduction du paramètre  $R_{ncg}$ , permet de tenir compte de l'aspect évolutif de la microstructure intragranulaire qui peut être détruite et remplacée par une nouvelle organisation relative à un second trajet de chargement. Ce cinquième paramètre du modèle est déterminé sur le même essai que les deux paramètres identifiés à l'étape précédente. Il représente la vitesse de destruction de la première microstructure issue de la prédéformation, c'est pourquoi la courbe de comportement du chargement de recharge va tendre d'autant plus rapidement vers celle du comportement monotone que la valeur de ce paramètre est importante. Ce résultat fut vérifié pour un monocristal et confirmé pour un matériau polycristallin, comme le prouve la Figure 3.8.

A ce stade, le modèle est capable de prendre en compte les effets macroscopiques observés lors d'essais orthogonaux. Il reste à identifier la partie du modèle intégrant les effets présents lors d'essais Bauschinger (effet Bauschinger et plateau de stagnation). Les trois étapes qui suivent vont donc permettre l'identification des paramètres restants à partir de deux essais de cisaillement Bauschinger dans la direction de laminage, avec des prédéformations de 10% et 30% de déformation de cisaillement.

La quatrième étape de la procédure est donc censée introduire la dissymétrie de la résistance au glissement lors d'un chargement inverse, grâce à l'activation des paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$ . Comme le montre la Figure 3.9, ces paramètres semblent difficilement identifiables lors du passage au polycristal, leurs effets étant atténués. Cependant, ces effets, mêmes minimes, restent en accord

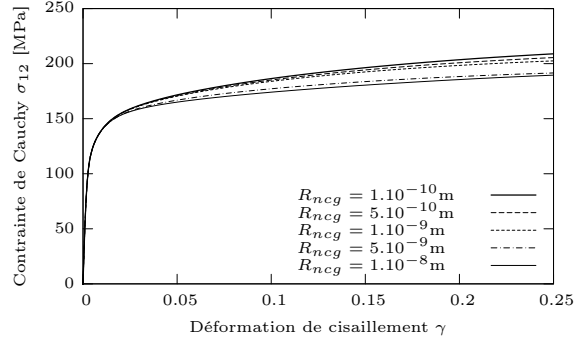


FIG. 3.8 – Influence du paramètre  $R_{ncg}$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai orthogonal

avec ce qui a été montré à l'échelle du monocristal dans le second chapitre. Ce phénomène ne semble pas être observé dans les travaux de Peeters [Pee02]. Le passage au polycristal est réalisé par une approche autocohérente, tenant compte des hétérogénéités intergranulaires, ce qui n'est pas le cas dans la thèse de Peeters puisque le comportement monocristallin est intégré dans un modèle de Taylor (Full-Constraints Taylor model). Afin de vérifier si les contraintes internes peuvent être responsables de ce phénomène, l'influence de ces deux paramètres a été étudiée en remplaçant la méthode autocohérente de transition d'échelles par l'approche de Taylor-Lin. Il semblerait que le problème subsiste puisque l'effet des paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$  reste aussi faible. Pour les aciers étudiés dans cette thèse, il a été décidé que ces deux paramètres auraient la même valeur que les paramètres  $I$  et  $R$  ajustés lors de la seconde étape. Les phénomènes décrits - stockage pour  $I$  et  $I^{wp}$  et annihilation pour  $R$  et  $R^{wp}$  - étant similaires, il semble justifié que l'ordre de grandeur soit analogue. Pour les mêmes raisons qu'évoquées lors de la seconde étape, les paramètres  $I$  et  $R$  sont réajustés sur l'essai de cisaillement monotone.

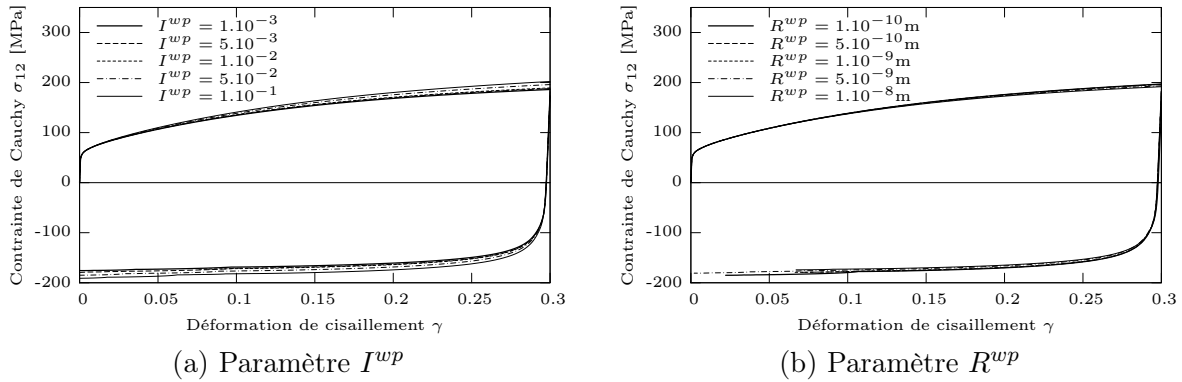


FIG. 3.9 – Influence des paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai Bauschinger

L'avant dernière étape permet de définir la longueur du plateau de stagnation observé lors de l'inversion du cisaillement au cours d'un essai Bauschinger. Comme cela fut remarqué à l'échelle d'un grain, le paramètre  $R_{rev}$  représente la vitesse de dépolarisation des parois de dislocations. Ainsi, le plateau de stagnation sera d'autant plus court que la valeur du paramètre  $R_{rev}$  est forte. Ceci semble ne pas être retrouvé pour un polycristal, comme l'illustre la Figure 3.10(a).

Cependant, un effet est visible sur certains des autres aciers identifiés. Il se peut donc que, pour les paramètres identifiés pour cet acier, la densité des dislocations polaires soit trop élevée pour pouvoir changer de polarité lors du trajet inverse.

Enfin, on a vu que, pour un monocristal, le dernier paramètre  $R_2$  permettait d'ajuster le niveau de stagnation de l'écroissage au début du second trajet de l'essai Bauschinger. On vérifie que l'introduction de ce paramètre aboutit à un effet similaire pour le polycristal mais la Figure 3.10(b) nous montre que sa variation n'a qu'un très faible impact sur le second trajet de l'essai Bauschinger. Son influence semble moins significative qu'au niveau du grain.

Précisons pour finir que l'indépendance des effets des paramètres reste vérifiée lors du passage au polycristal, l'ajout successif des différents paramètres n'influençant que le type de trajet sur lequel ils ont été identifiés.

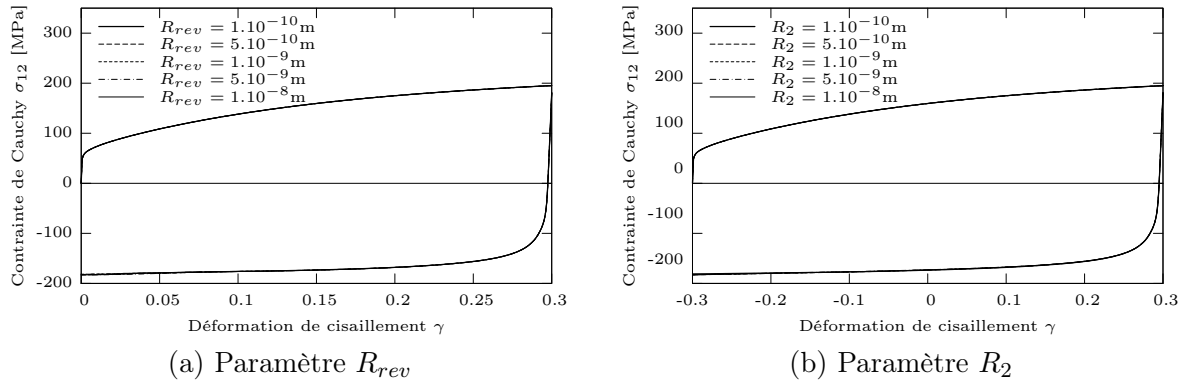


FIG. 3.10 – Influence des paramètres  $R_{rev}$  et  $R_2$  sur le comportement macroscopique d'un polycristal au cours d'un essai Bauschinger

Les paramètres ainsi identifiés sont récapitulés dans le Tableau 3.4.

$I$	$R$ [m]	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]
$4, 5 \cdot 10^{-2}$	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	45	45
$I^{wd}$	$R^{wd}$ [m]	$R_{ncg}$ [m]	$f$
$1, 8 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-10}$	0,2
$I^{wp}$	$R^{wp}$ [m]	$R_{rev}$ [m]	$R_2$ [m]
$4, 5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$

TAB. 3.4 – Paramètres du "modèle 2" identifiés pour l'acier monphasé IF-Ti1

Les méthodes d'identification pour les deux modèles utilisés sont maintenant complètement définies. Malgré la rigueur et la justesse théorique du modèle intragranulaire introduit dans le "modèle 2", parfaitement validé à l'échelle du monocristal, les effets escomptés au niveau du comportement macroscopique du polycristal lors d'essais Bauschinger ne sont pas aussi probants qu'on pouvait l'espérer. Comme cela fut évoqué, cela peut être dû à une valeur trop importante de la densité  $\rho^{wp}$  des dislocations polaires qui ne permet pas d'aboutir à la repolarisation des parois lors de l'inversement du chargement. Il nous est pour l'instant impossible d'expliquer autrement les raisons de ce problème. L'approche autocohérente de transition d'échelles choisie est

hors de cause puisque les mêmes difficultés sont rencontrées avec un autre modèle de transition d'échelles. Au vu de ses résultats, les travaux de Peeters ne présentent pas, a priori, les mêmes difficultés. Toutefois, aucune étude de sensibilité des paramètres n'est montrée dans ses travaux, seul l'apport de chaque paramètre est analysé, ce que nous retrouvons par ailleurs. Une explication à ce phénomène est peut être à chercher au niveau de la méthode de détection des systèmes actifs. Cependant, la vérification de cette hypothèse est impossible pour l'instant car le passage à une analyse combinatoire pour déterminer l'activité des systèmes de glissement augmenterait de manière conséquente les temps de calculs.

L'inconvénient majeur du second modèle, que l'on peut dès à présent souligner, réside dans son nombre plus élevé de paramètres par rapport au "modèle 1". De plus, l'unicité du jeu de paramètres ainsi déterminé est difficile à garantir. La multiplicité des jeux de paramètres est également remarquée pour le premier modèle puisqu'ils sont identifiés sur un certain pourcentage de déformation d'une traction uniaxiale. Ainsi, pour deux jeux de paramètres différents, le comportement simulé sera proche sur la partie identifiée mais les courbes peuvent ensuite s'écarter, ce qui peut poser un certain nombre de problèmes pour la détermination de la perte de ductilité qui sera étudiée dans le prochain chapitre. De manière générale, ce type de modèles nécessiterait certainement que l'on s'intéresse, développe et approfondisse des méthodes d'identification automatisées, dont on peut espérer qu'elles soient plus fiables et robustes.

Ces précisions étant apportées, il est à présent possible de vérifier que nos modèles sont validés pour des aciers monophasés et biphasés, en les comparant avec un grand nombre d'essais rhéologiques à notre disposition.

### 3.8 Comparaison entre théorie et expérience

Dans cette partie, les résultats obtenus par simulation numérique vont être comparés à l'expérience pour deux aciers monophasés ferritiques et deux aciers biphasés ferrito-martensitiques. Afin d'apprécier l'effet de l'hétérogénéité intragranulaire par l'apport de la description physique de la microstructure interne aux grains, deux modèles vont être mis en concurrence et comparés à des essais rhéologiques expérimentaux. Ainsi, le premier modèle, appelé "modèle 1" par la suite, est le modèle développé dans la thèse de Lorrain [Lor05], actualisé et amélioré au cours de ma thèse, et présenté dans le deuxième chapitre. Ce modèle multi-échelles définit le comportement local à l'aide des outils de la plasticité cristalline. L'écroutissage est pris en compte par l'intermédiaire d'une matrice d'écroutissage et la variable interne est la densité de dislocations moyenne par système de glissement, dont l'évolution se fonde sur les mécanismes de création, de stockage et d'annihilation des dislocations. Le comportement local est ensuite intégré dans une approche autocohérente qui permet d'obtenir le comportement macroscopique de l'agrégat polycristallin. Le second modèle, appelé "modèle 2", correspond au premier modèle enrichi de la modélisation à l'échelle microscopique inspirée des travaux de Peeters [Pee02] et également présenté dans le second chapitre. La variable interne du précédent modèle est remplacée par trois nouvelles densités de dislocations, liées respectivement à l'intérieur des cellules et aux familles de parois, dont les évolutions tiennent compte des mécanismes de création, de stockage et d'annihilation des dislocations. L'écroutissage n'est plus représentée par une matrice. Il est défini par l'intermédiaire de la cission critique de chaque système de glissement qui regroupe les contributions de l'écroutissage isotrope, de l'écroutissage latent et de la polarité associée aux murs

de dislocations. Le comportement global est obtenu à l'aide de la même transition d'échelles que le premier modèle.

Pour chacun des quatre aciers étudiés ici, entre 20 et 40 essais rhéologiques, non réalisés au cours de cette thèse, sont disponibles. Pour les quatre aciers, des essais expérimentaux de tractions uniaxiales, de tractions planes, de cisaillements simples, de cisaillements Bauschinger et de trajets orthogonaux sont disponibles pour différentes directions de chargement. L'ensemble de ces résultats sera tracé sur un même graphique et ce pour une orientation de chargement donnée (à savoir  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage) :

- Pour les essais de traction uniaxiale et de traction plane, la contrainte de Cauchy  $\sigma_{11}$  sera tracée en fonction de la déformation logarithmique  $\epsilon_{11}$ .
- Pour les essais de cisaillement simple et Bauschinger, la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma = 2\epsilon_{12}$ .
- Concernant les essais orthogonaux, la contrainte de Cauchy  $\sigma_{11}$  sera tracée en fonction de la déformation logarithmique  $\epsilon_{11}$  pour la prédéformation (en traction uniaxiale ou traction plane), puis la contrainte de Cauchy  $\sigma_{12}$  sera tracée en fonction de la déformation de cisaillement  $\gamma = 2\epsilon_{12}$  qui sera décalée du niveau de la prédéformation, pour le cisaillement.

Pour les aciers ferritiques, des résultats expérimentaux d'expansions biaxées, sur des éprouvettes orientées dans la direction de laminage, sont disponibles. La comparaison entre expérience et simulation numérique sera effectuée sur les composantes des deux axes du chargement biaxial. Les composantes 11 et 22 de la contrainte de Cauchy  $\sigma$  seront tracées en fonction des composantes 11 et 22 de la déformation logarithmique  $\epsilon$ .

Afin de ne pas nuire à la lisibilité des graphiques, chaque modèle sera comparé séparément avec l'expérience. De plus, les comparaisons expérience/modèle 1 et expérience/modèle 2 seront juxtaposées pour faciliter la comparaison des deux modèles.

### 3.8.1 Aciers monophasés ferritiques

Deux aciers monophasés, produits par ArcelorMittal et issus de coulées différentes, seront étudiés ici. La composition chimique de ces aciers est donnée dans le Tableau 3.5, alors que leurs principales caractéristiques mécaniques sont regroupées dans le Tableau 3.6.

	% C	% Si	% Mn	% Ti
IF-Ti1	0,002	0,006	0,088	0,071
IF-Ti2	0,0022	0,007	0,089	0,089

TAB. 3.5 – Composition chimique des aciers ferritiques

	Epaisseur	$R_{p0.2}$	$R_m$	$A_g$	A
IF-Ti1	0,7 mm	128 MPa	295 MPa	23,8%	43,4%
IF-Ti2	0,8 mm	163 MPa	295 MPa	23,9%	43,1%

TAB. 3.6 – Caractéristiques mécaniques des aciers ferritiques

La micrographie présentée Figure 3.11 permet de mesurer la taille de grain  $D_{moy}$  des aciers étudiés qui ont, par ailleurs, une microstructure similaire.



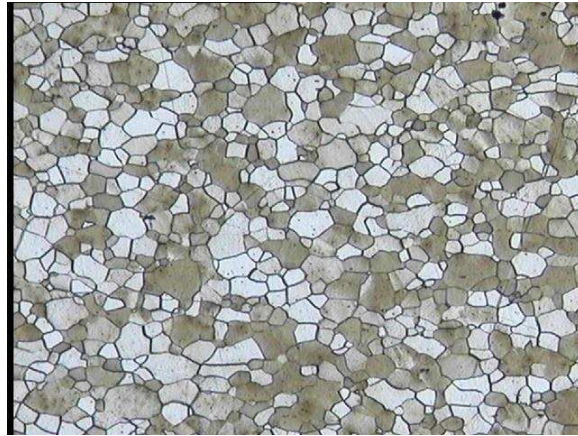


FIG. 3.11 – Micrographie des aciers ferritiques

### Acier monphasé IF-Ti1

Comme nous l'avons vu précédemment, cet acier a été identifié :

- Sur un essai de traction uniaxiale jusqu'à 20% de déformation logarithmique et un essai de cisaillement Bauschinger 30%/-30% de déformation de cisaillement dans la même direction que la traction uniaxiale pour le "modèle 1".
- Sur un essai de cisaillement monotone jusqu'à 60% de déformation de cisaillement  $\gamma$ , deux essais de cisaillement Bauschinger (10%/-30% et 30%/-30%) et un essai orthogonal pour le "modèle 2".

Avant toute chose, il est à signaler que les simulations numériques ont été effectuées dans les mêmes conditions (chargement imposé, pas de calcul, critère de convergence ...) afin de ne pas fausser la comparaison des modèles. C'est pourquoi certains résultats présentés ici sont incomplets, à cause de la divergence de certains calculs. Cela permet également de comparer la robustesse des deux modèles.

Une première lecture rapide des résultats présentés sur les Figures 3.12 à 3.14 permet de formuler plusieurs remarques d'ordre général.

Primo, les courbes simulées par les deux modèles sont plutôt proches des courbes expérimentales, quelle que soit l'orientation de sollicitation. Ceci tend à prouver que ces modèles sont tout à fait capables de prédire les effets liés à la texture initiale.

Secundo, de par la méthode différente d'identification des paramètres des deux modèles, il s'avère logique que le "modèle 1" fournisse des résultats plus proches de l'expérience pour les essais de traction uniaxiale, alors que le "modèle 2" semble plus performant sur les essais de cisaillement simple.

Tertio, le "modèle 2" semble plus à même de reproduire correctement les effets macroscopiques au cours de changements de trajets, ce qui est conforme à nos attentes puisque l'introduction d'une modélisation intragranulaire plus riche a été réalisée en ce sens.

Une analyse plus approfondie de ces différents résultats est à présent nécessaire pour apprécier et expliquer correctement les résultats obtenus par ces deux modèles, et ainsi déceler les forces et faiblesses de ceux-ci.

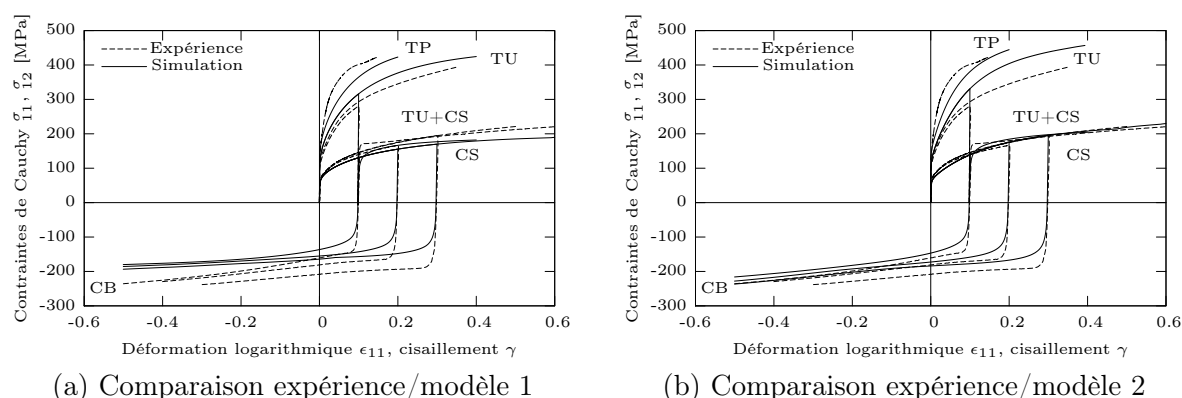


FIG. 3.12 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monphasé IF-Ti1, orientées dans la direction de laminage

Intéressons nous d'abord au premier modèle. Les Figures 3.12(a), 3.13(a) et 3.14(a) appellent à certaines conclusions.

Pour les essais de traction uniaxiale, les écarts entre simulation et expérience sont globalement faibles. Ces écarts, au demeurant acceptables, s'avèrent être plus importants pour les essais de cisaillement, d'autant plus que la déformation de cisaillement augmente. Il semblerait que les courbes simulées avec le "modèle 1", pour ce type de trajets, soient trop saturantes par rapport à la réalité. Des trajets monotones, la traction plane est certainement la moins bien reproduite. Une partie de ces écarts peut s'expliquer par la difficulté expérimentale à maîtriser les conditions aux limites de cet essai rhéologique, alors que cela ne pose aucun problème d'un point de vue numérique.

Les difficultés rencontrées par ce modèle se situent dans la prédiction du comportement lors de changements de trajets. Afin de pouvoir analyser correctement ces effets, notre intérêt se focalisera sur les essais de cisaillement Bauschinger à  $45^\circ$  par rapport à la direction de laminage, tracés sur la Figure 3.13(a), et à l'essai orthogonal dans la direction de laminage, dont le comportement est représenté sur la Figure 3.12(a). Ces essais présentent l'avantage d'avoir un chargement de prédéformation simulé le plus proche de l'expérience, évitant ainsi tout impact supplémentaire dû aux écarts de contraintes issus du premier trajet.

L'inversion du cisaillement lors de l'essai Bauschinger est mal reproduit, que ce soit au niveau de l'effet Bauschinger ou du plateau de stagnation. Le comportement ainsi obtenu par ce modèle est trop saturant, comme ce fut observé précédemment pour les grandes déformations en cisaillement simple. De plus, l'écart avec l'effet Bauschinger expérimental semble s'accroître avec le niveau de prédéformation, comme le montre la Figure 3.13(a).

L'effet orthogonal est quant à lui sous-estimé, comme le montre la Figure 3.12(a). Cependant, la courbe du cisaillement effectuée après la traction uniaxiale semble bien s'approcher de la courbe monotone. Il est à noter que les mêmes observations peuvent être faites sur la Figure 3.14(a). Par contre, la Figure 3.13(a) montre que le comportement de cisaillement à  $45^\circ$  par rapport à la direction de laminage, après une prédéformation en traction uniaxiale dans la direction de laminage, est surestimé, ce qui est également le cas pour le second modèle, comme en atteste la Figure 3.13(b). Il est ainsi difficilement possible de conclure pour ce cas précis, car cela est incohérent par rapport aux autres résultats, et ce quel que soit le modèle. Une erreur au niveau du résultat expérimental peut être envisagée. De ce fait, ce résultat ne sera pas commenté lors

de la comparaison du second modèle avec l'expérience.

La modélisation moins élaborée de l'évolution de la microstructure est à rapprocher des résultats moins bons obtenus lors de trajets complexes. Comme cela a été discuté dans le premier chapitre, la microstructure intragranulaire issue d'un premier chargement aura des conséquences sur le comportement d'un matériau lors d'un second chargement. Ainsi, lors d'un trajet orthogonal, la première microstructure va s'opposer au glissement des dislocations sur de nouveaux systèmes actifs, ce qui se traduit lors de la recharge par un accroissement de la contrainte, avant d'être détruite et remplacée par la microstructure créée par le second trajet. De même, la présence d'un plateau de stagnation après l'inversion du cisaillement, au cours de l'essai Bauschinger, s'explique par l'évolution de la microstructure au sein des grains qui composent le matériau.

C'est pourquoi le second modèle a été développé, permettant ainsi de décrire l'évolution de l'arrangement spatial des dislocations au cours de la déformation. L'analyse des Figures 3.12(b) à 3.14(b) doit permettre de confirmer l'effet des hétérogénéités intragranulaires sur le comportement macroscopique lors de trajets complexes.

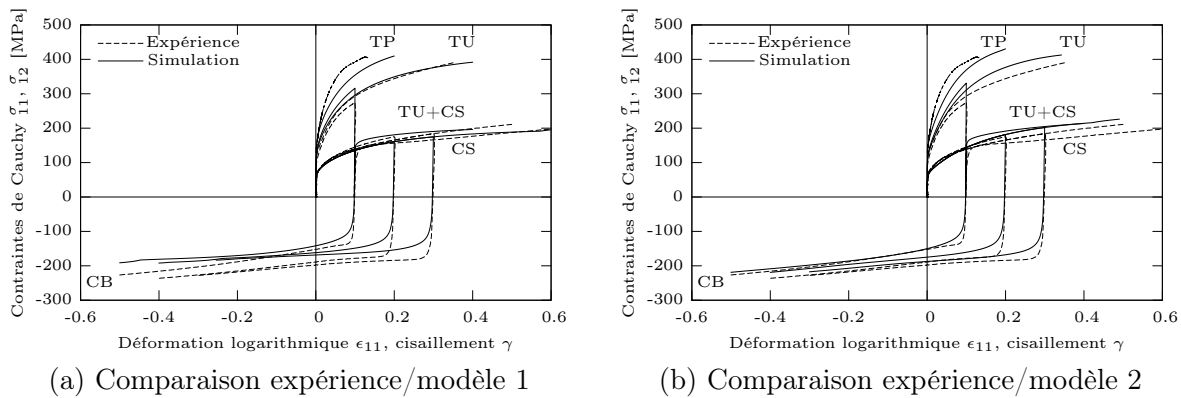


FIG. 3.13 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti1, orientées à  $45^\circ$  par rapport à la direction de laminage

Les essais de cisaillement monotones sont très bien reproduits par le "modèle 2", quelle que soit l'orientation de sollicitation. Les écarts entre simulation et expérience pour les essais de traction uniaxiale sont plus importants que ceux observés avec le "modèle 1", mais restent globalement très raisonnables. Ces écarts s'expliquent par la méthode d'identification d'une part, mais également par la difficulté mise en avant dans le deuxième chapitre lors de la validation microscopique, de détecter correctement les systèmes actifs, ce qui influe par conséquent sur la microstructure intragranulaire créée. Les trajets de traction plane sont également mieux appréhendés par ce modèle par rapport au modèle précédent. La microstructure interne aux grains qui se développe au cours de ce type de chargement est similaire à celles observées lors de traction uniaxiale ou de cisaillement monotone. Sa prise en compte semble devoir améliorer les résultats obtenus avec le précédent modèle.

Il est intéressant de voir que la prise en compte de l'arrangement spatial des dislocations dans le second modèle améliore les résultats obtenus précédemment avec le premier modèle. On peut notamment remarquer que l'effet orthogonal issu de la simulation numérique s'est sensiblement rapproché des observations expérimentales, comme en attestent les Figures 3.12(b) et 3.14(b). De plus, le comportement après plusieurs pour-cent de déformation de cisaillement est également

très proche de la réalité. L'inversion du cisaillement lors de l'essai Bauschinger est lui aussi amélioré par rapport au premier modèle, que ce soit au niveau de l'effet Bauschinger ou du plateau de stagnation. On aurait pu s'attendre à une meilleure estimation de l'effet Bauschinger avec ce type de modèle mais il a été montré précédemment qu'un problème, non encore expliqué, semble atténuer l'effet des paramètres liés à l'essai Bauschinger pour le comportement d'un polycristal, par rapport à celui qui avait été correctement observé au niveau d'un monocristal. Cependant, contrairement au "modèle 1", l'écart entre l'effet Bauschinger simulé et expérimental ne s'accroît pas avec le niveau de prédéformation. De plus, le plateau de stagnation est reproduit et semble bien être lié au niveau de prédéformation. Le second chargement de l'essai de cisaillement Bauschinger est donc globalement sous-estimé mais l'allure du comportement est cependant bien reproduite, comme cela est visible sur les Figures 3.12(b) à 3.14(b).

L'impact de la microstructure intragranulaire sur le comportement macroscopique au cours de trajets complexes est ainsi démontré de manière probante pour cet acier. Ceci démontre l'intérêt et la nécessité d'en tenir compte afin de reproduire plus précisément les effets observés lors de changements de trajets.

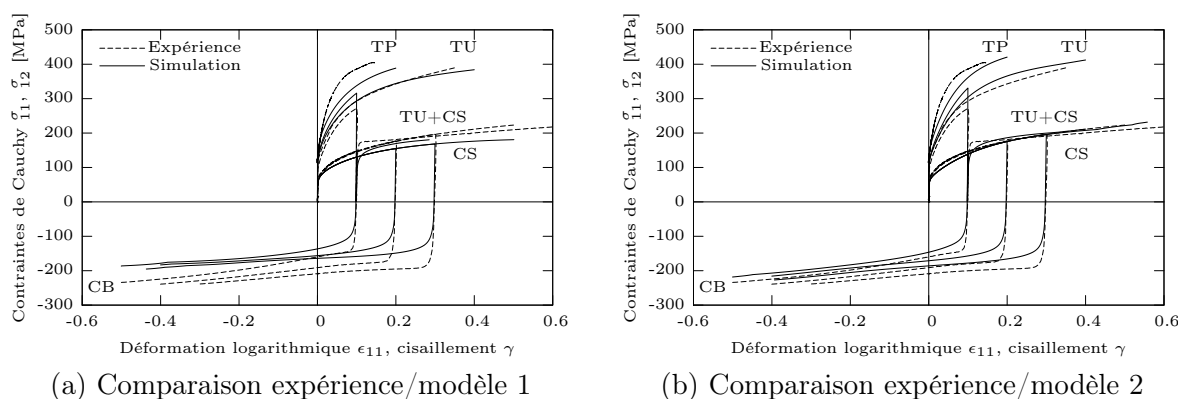
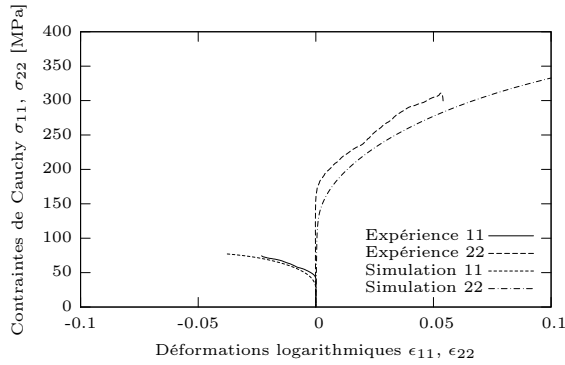


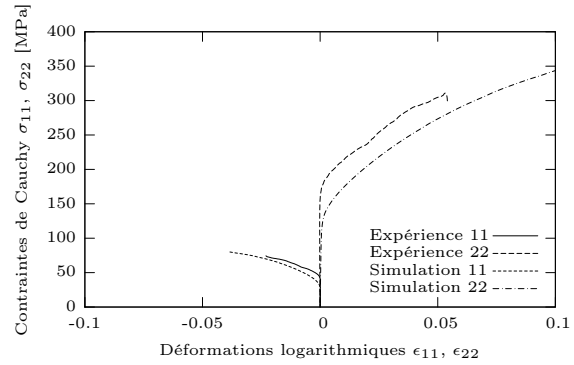
FIG. 3.14 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti1, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage

Les résultats suivants, présentés sur les Figures 3.15 à 3.21, vont permettre de juger de la capacité de nos deux modèles à prédire des chargements biaxiaux. Par la suite, la convention suivante est adoptée : une expansion biaxée  $x/y$ , notée "eb  $x/y$ ", signifie que le chargement suivant l'axe 1 est de  $x$  MPa et de  $y$  MPa suivant l'axe 2.

Les deux modèles donnent des résultats très similaires, proches des résultats expérimentaux. L'amélioration de la prise en compte de la microstructure intragranulaire n'a pas d'effet visible sur le comportement macroscopique. Cela semble a priori logique puisque lors d'essais biaxiaux, la structure cellulaire est équiaxe et aucune orientation des parois n'est clairement définie.

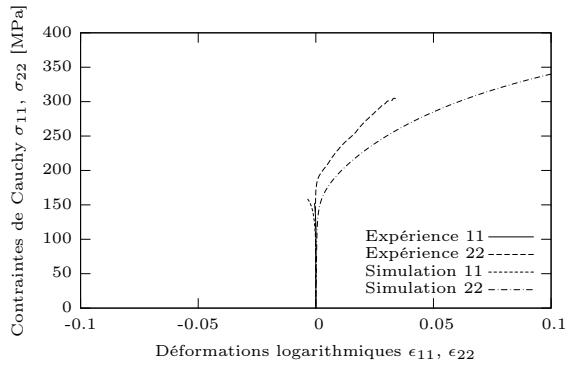


(a) Comparaison expérience/modèle 1

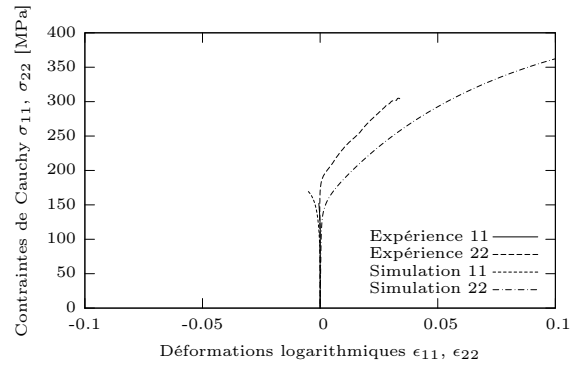


(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.15 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/4 pour l'acier monphasé IF-Ti1

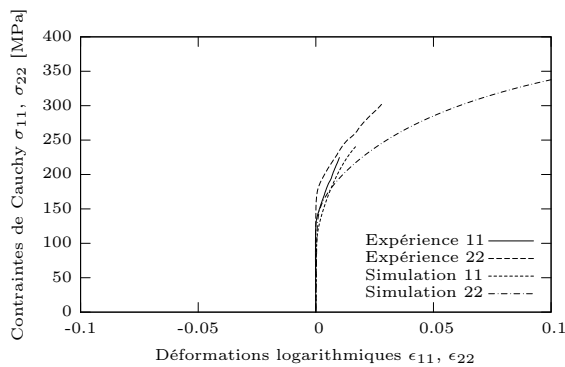


(a) Comparaison expérience/modèle 1

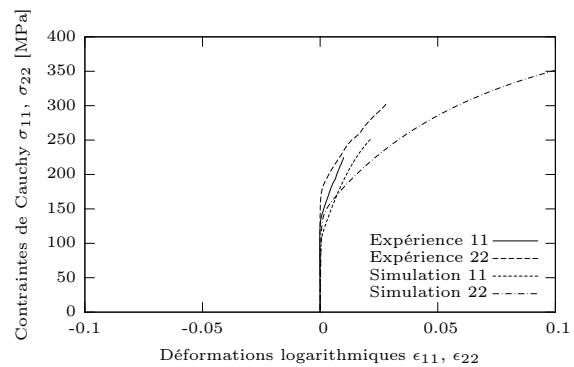


(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.16 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/2 pour l'acier monphasé IF-Ti1



(a) Comparaison expérience/modèle 1



(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.17 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 3/4 pour l'acier monphasé IF-Ti1

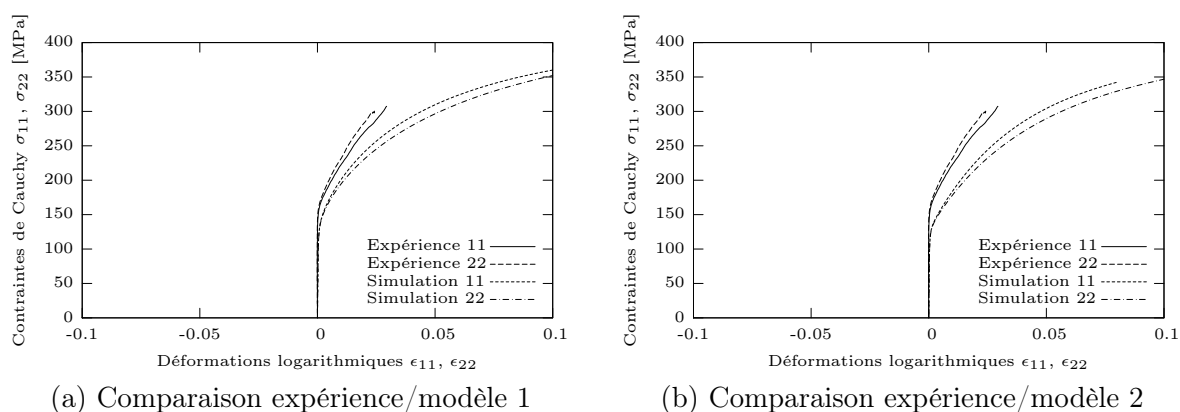


FIG. 3.18 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion équi-biaxée pour l'acier monphasé IF-Ti1

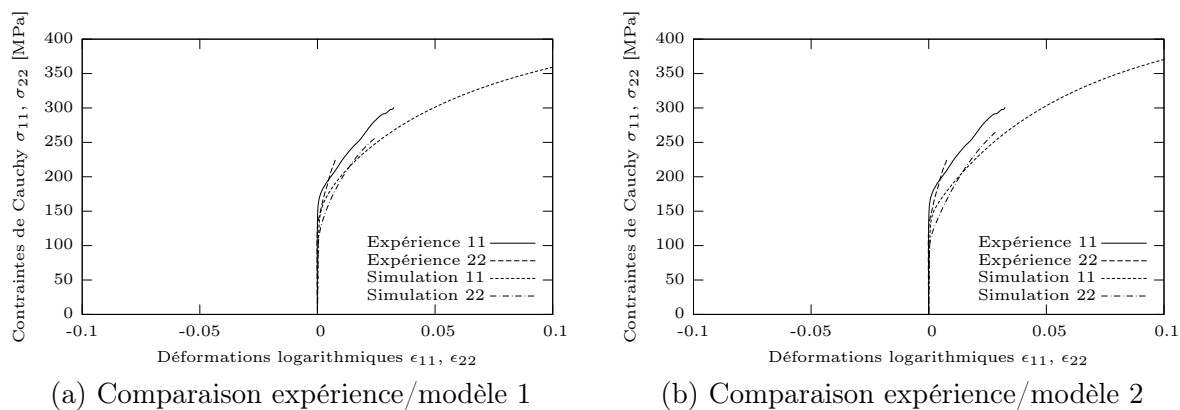


FIG. 3.19 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/3 pour l'acier monphasé IF-Ti1

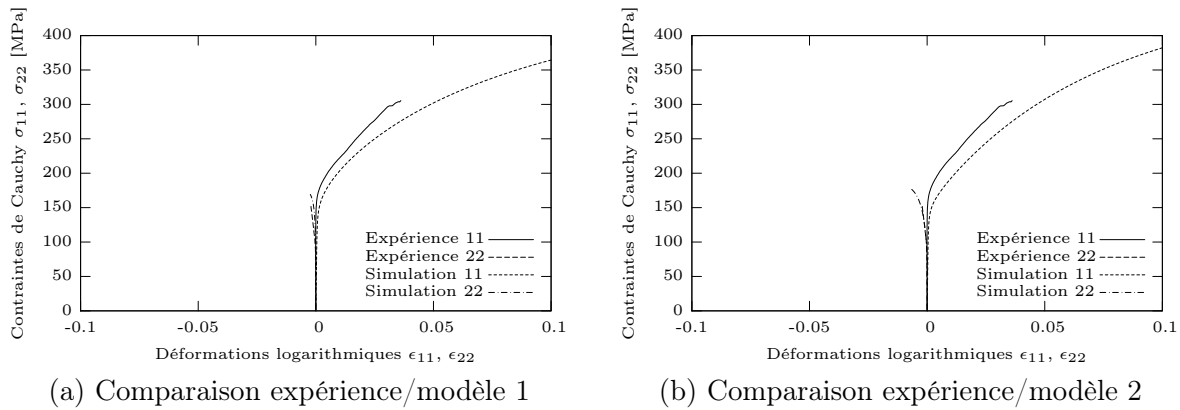


FIG. 3.20 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 2/1 pour l'acier monphasé IF-Ti1

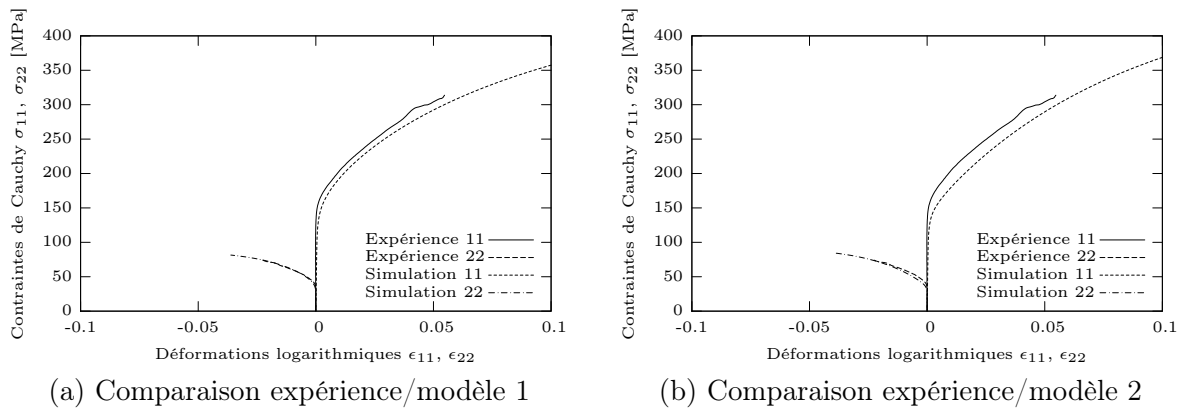


FIG. 3.21 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/1 pour l'acier monphasé IF-Ti1

### Acier monphasé IF-Ti2

Comme cela fut évoqué précédemment, cette nuance d'acier possède approximativement la même composition chimique que l'acier monphasé IF-Ti1. Cet acier a été identifié :

- Sur un essai de traction uniaxiale à  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage, jusqu'à 20% de déformation logarithmique et un essai de cisaillement Bauschinger 30%/-30% de déformation de cisaillement dans la même direction que la traction uniaxiale pour le "modèle 1".
- Sur un essai de cisaillement monotone jusqu'à 60% de déformation de cisaillement, perpendiculairement à la direction de laminage, deux essais de cisaillement Bauschinger (10%/-30% et 30%/-30%) dans la direction perpendiculaire à celle de laminage, et deux essais orthogonaux composés d'une traction plane (10% et 15%) dans la direction de laminage, suivie d'un cisaillement à  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage pour le "modèle 2".

Les paramètres des deux modèles ainsi identifiés sont regroupés dans les Tableaux 3.7 et 3.8.

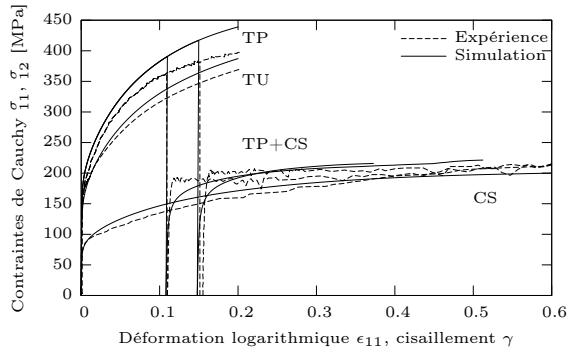
$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]	$g_0$	$y_c$ [m]	$D_{moy}$ [m]
55	55	90	$3,25 \cdot 10^{-9}$	$20 \cdot 10^{-6}$

TAB. 3.7 – Paramètres du "modèle 1" identifiés pour l'acier monphasé IF-Ti2

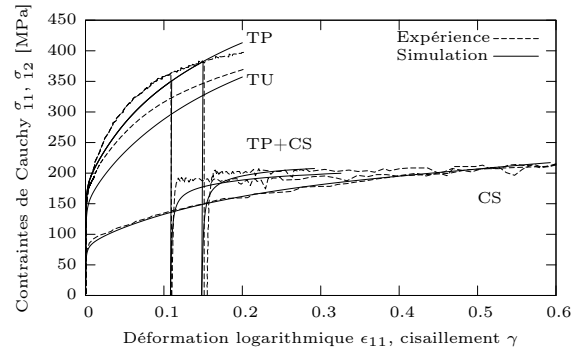
$I$	$R$ [m]	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]
$2,4 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-9}$	55	55
$I^{wd}$	$R^{wd}$ [m]	$R_{necg}$ [m]	$f$
$2 \cdot 10^{-1}$	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-9}$	0,2
$I^{wp}$	$R^{wp}$ [m]	$R_{rev}$ [m]	$R_2$ [m]
$2,4 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-10}$

TAB. 3.8 – Paramètres du "modèle 2" identifiés pour l'acier monphasé IF-Ti2

Les résultats obtenus pour ce second acier permettent de confirmer globalement les conclusions énoncées précédemment quant aux deux modélisations. Le second modèle améliore les résultats issus du "modèle 1" pour les trajets complexes, aussi bien Bauschinger qu'orthogonaux. Le "modèle 1" a tendance à surestimer les essais de traction uniaxiale et traction plane alors que le "modèle 2" les sous-estime. Cela reste tout de même très proche des résultats expérimentaux. Par contre, il est intéressant de remarquer que le second modèle est plus apte à reproduire l'augmentation de l'effet orthogonal avec le niveau de prédéformation. De même, on remarque que l'écart entre l'effet Bauschinger expérimental et celui simulé avec le second modèle ne varie pas avec le niveau de prédéformation alors que celui-ci se creuse avec le premier modèle. On retrouve donc ce qui fut observé sur la première nuance d'acier.



(a) Comparaison expérience/modèle 1



(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.22 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monphasé IF-Ti2, orientées dans la direction de laminage



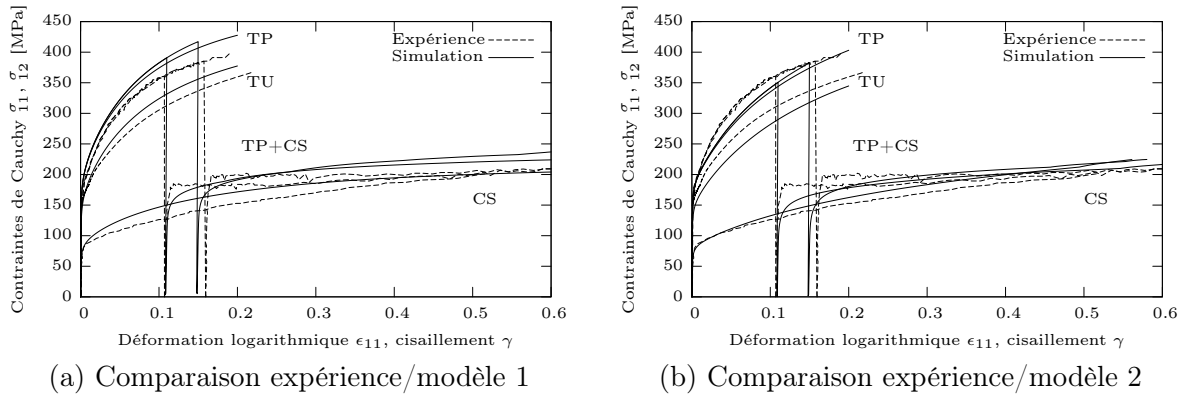


FIG. 3.23 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti2, orientées à 45° par rapport à la direction de laminage

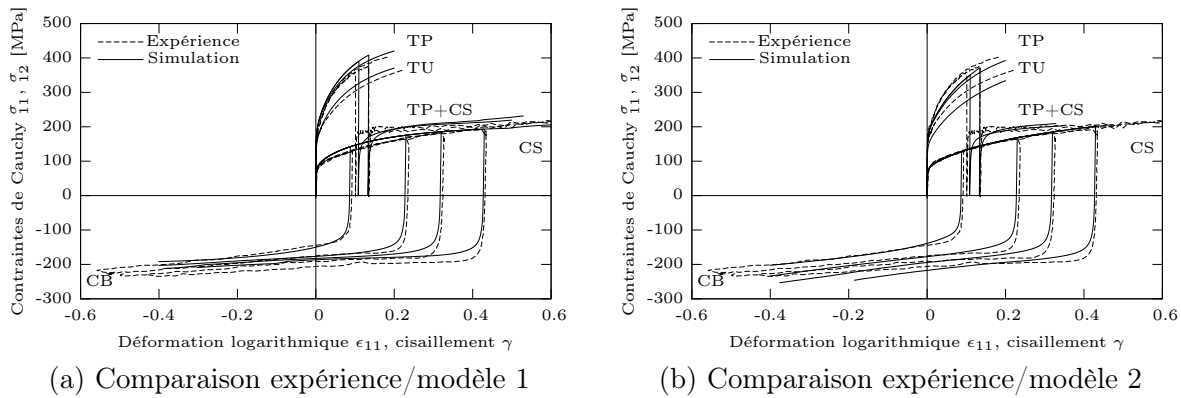
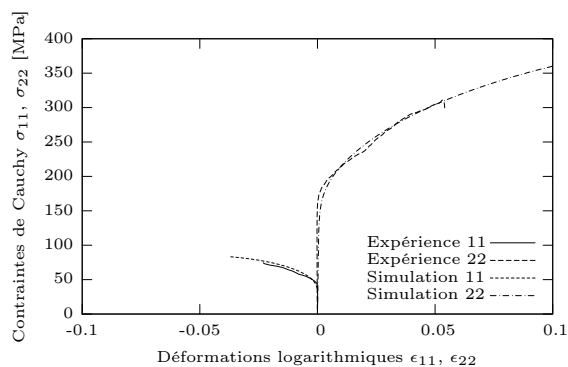
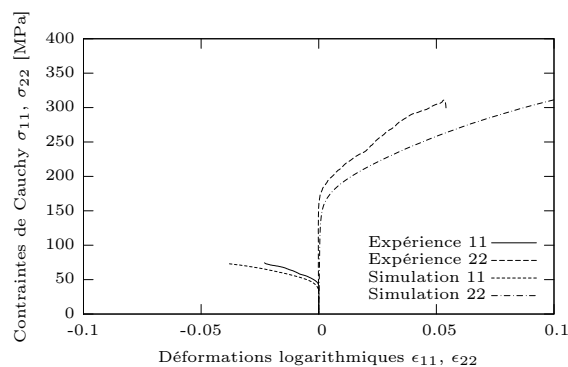


FIG. 3.24 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, tractions planes suivies d'un cisaillement simple TP+CS) pour des éprouvettes de l'acier monophasé IF-Ti2, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage

Enfin, la capacité des deux modèles à reproduire des trajets biaxiaux est confirmée pour ce second acier, comme le montrent les Figures 3.25 à 3.31. Cependant, des écarts plus significatifs entre les deux modèles sont observables pour cet acier, le "modèle 1" donnant des résultats plus proches des essais expérimentaux.

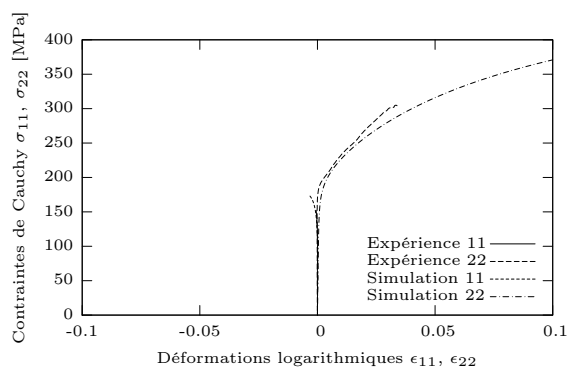


(a) Comparaison expérience/modèle 1

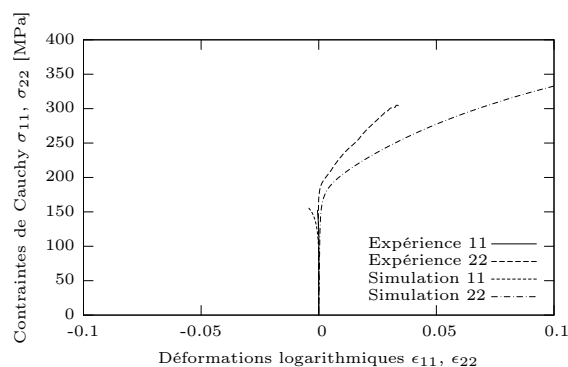


(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.25 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/4 pour l'acier monphasé IF-Ti2

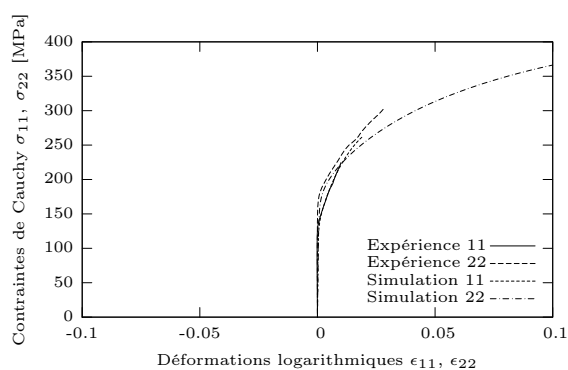


(a) Comparaison expérience/modèle 1

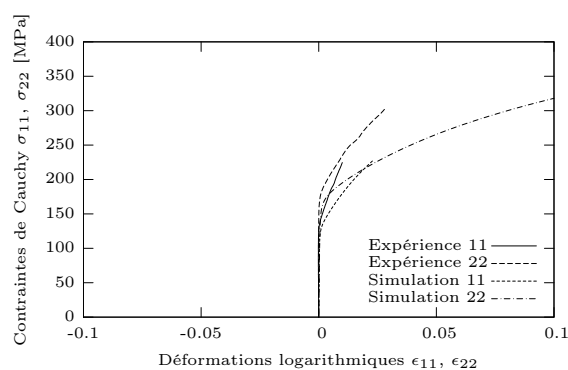


(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.26 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 1/2 pour l'acier monphasé IF-Ti2



(a) Comparaison expérience/modèle 1



(b) Comparaison expérience/modèle 2

FIG. 3.27 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 3/4 pour l'acier monphasé IF-Ti2

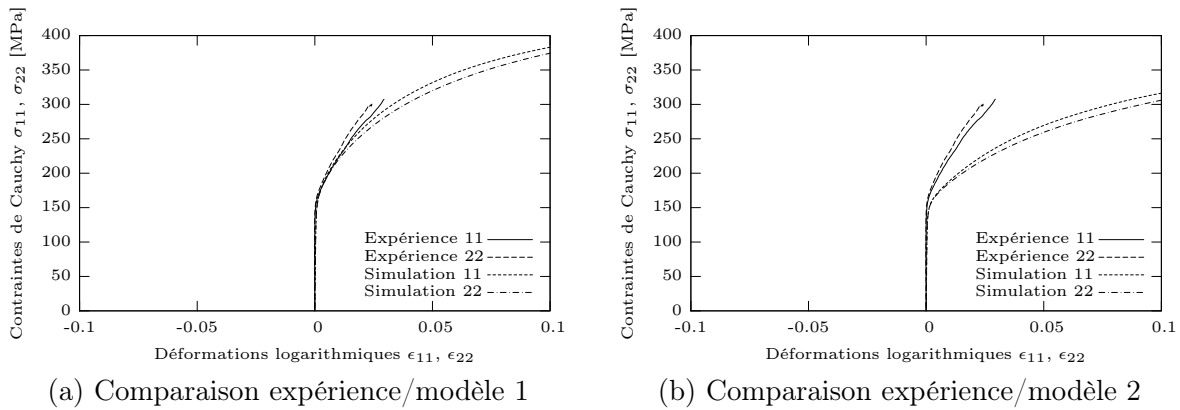


FIG. 3.28 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion équi-biaxée pour l'acier monophasé IF-Ti2

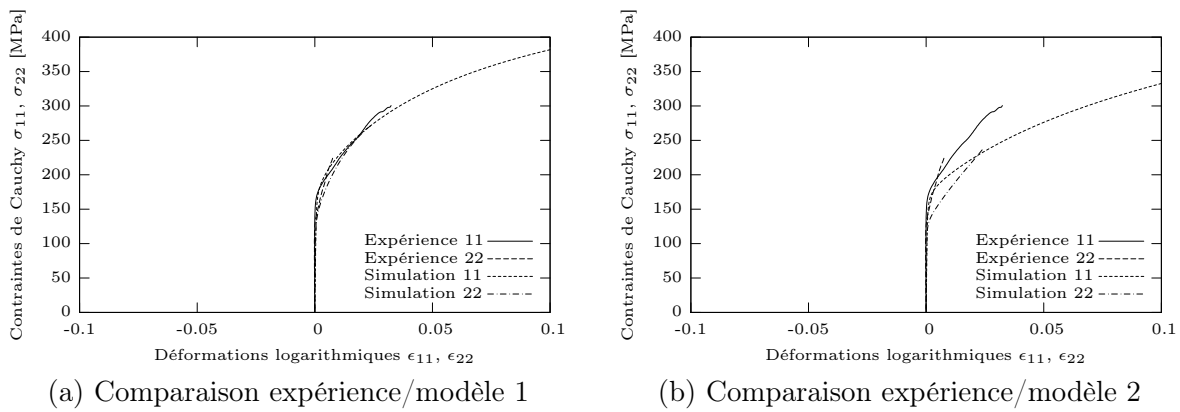


FIG. 3.29 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/3 pour l'acier monophasé IF-Ti2

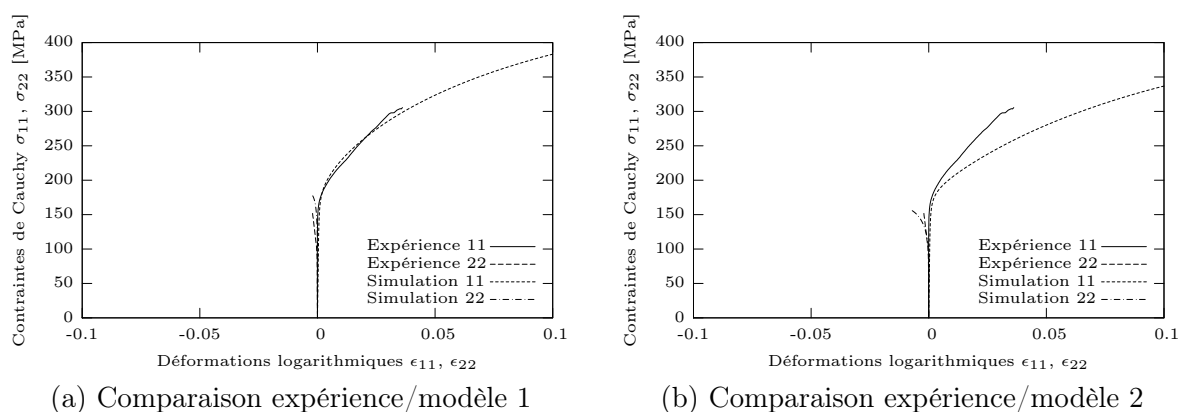


FIG. 3.30 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 2/1 pour l'acier monphasé IF-Ti2

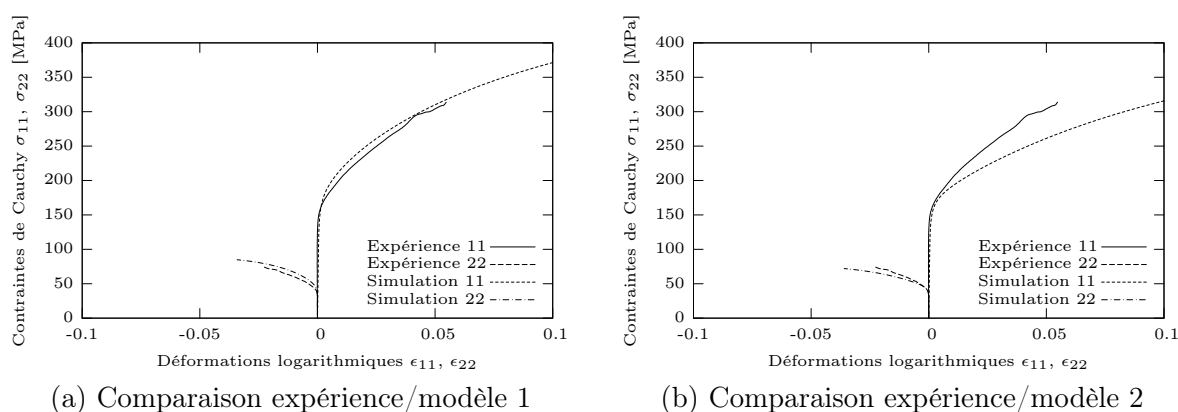


FIG. 3.31 – Courbes contrainte/déformation (composantes 11 et 22) pour un essai d'expansion biaxée 4/1 pour l'acier monphasé IF-Ti2

### 3.8.2 Aciers biphasés ferrito-martensitiques

Deux aciers ferrito-martensitiques produits par ArcelorMittal seront étudiés ici. La composition chimique de ces aciers est donnée dans le Tableau 3.9, alors que leurs principales caractéristiques mécaniques sont regroupées dans le Tableau 3.10.

	% C	% Si	% Mn
DP1	0,121	0,354	1,43
DP2	0,079	0,084	1,43

TAB. 3.9 – Composition chimique des aciers ferrito-martensitiques

Les micrographies présentées Figures 3.32(a) et 3.32(b) permettent de déterminer la taille moyenne de grain  $D_{moy}$  de chacune des phases des aciers biphasés.

	Epaisseur	$R_{p0.2}$	$R_m$	$A_g$	A
DP1	1 mm	520 MPa	707 MPa	11,8%	17,5%
DP2	0,82 mm	334 MPa	501 MPa	17,4%	27,6%

TAB. 3.10 – Caractéristiques mécaniques des aciers ferrito-martensitiques

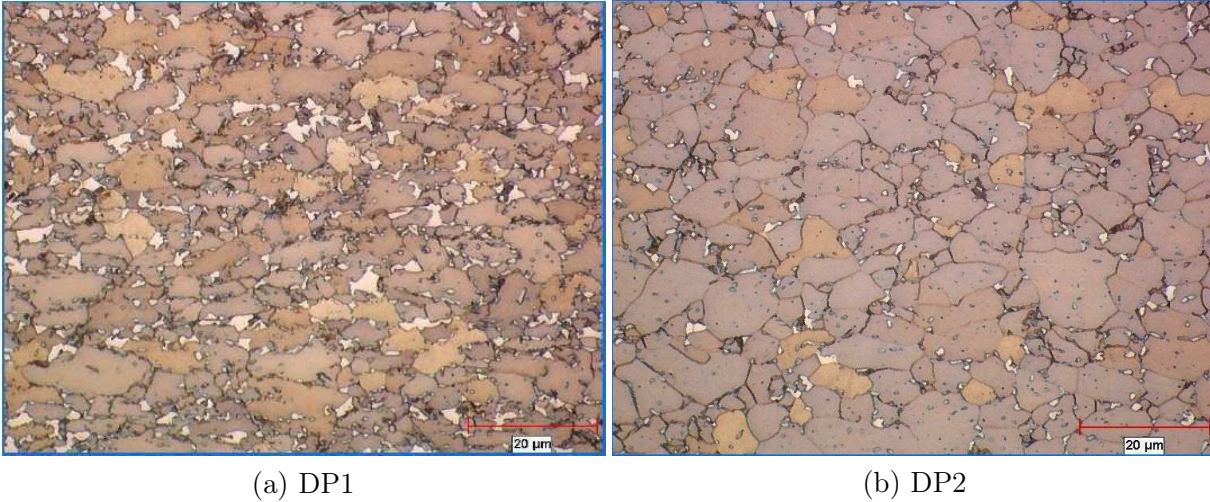


FIG. 3.32 – Micrographies des aciers ferrito-martensitiques

Les deux aciers considérés sont constitués de deux phases, ce qui implique le double de paramètres à identifier. N'étant pas en mesure de déterminer le comportement propre à chaque phase, il sera supposé que les paramètres sont identiques pour les deux phases, à l'exception de la taille de grain pour le "modèle 1", que l'on identifie sur les micrographies, et de la cission critique initiale qui sera supérieure pour la martensite puisque cette dernière est plus difficile à déformer plastiquement. Le réseau cristallin de la martensite est tétragonal (ou quadratique) centré, il sera assimilé dans notre modélisation à une structure cubique centrée avec une seule famille de glissement. Pour la phase ferritique, pour des raisons identiques à celles évoquées pour le cas des aciers monophasés, la cission critique initiale sera similaire sur chaque famille de glissement. Dans le cas spécifique du second modèle, deux solutions peuvent être envisagées pour les paramètres de la phase martensitique. La première consiste à considérer les paramètres de la phase martensitique identiques à ceux de la phase ferritique, comme pour le "modèle 1". L'autre solution repose sur l'hypothèse que la phase martensitique est uniquement constituée de dislocations distribuées de manière désorganisée et aléatoire. Ceci se traduit par l'activation des seuls paramètres  $I$  et  $R$ , les autres étant imposés à zéro pour cette phase. Au vu des résultats obtenus pour les différents essais rhéologiques, il semblerait que les deux solutions aboutissent à des résultats très proches, de légères différences pouvant survenir pour des déformations très importantes après les changements de trajet. Par contre, cela engendrera des différences significatives quant à la prédiction de la perte de ductilité, comme nous le montrerons dans le prochain chapitre.

### Acier biphasé DP1

Cet acier a été identifié :

- Sur un essai de traction uniaxiale dans la direction de laminage, jusqu'à 30% de déformation

logarithmique et d'un essai de cisaillement Bauschinger (30%/-30%) dans la même direction pour le "modèle 1".

- Sur un essai de cisaillement monotone dans la direction de laminage, jusqu'à 60% de déformation de cisaillement, deux essais de cisaillement Bauschinger (10%/-30% et 30%/-30%) dans la direction de laminage, et un essai orthogonal composé d'une traction uniaxiale dans la direction de laminage, jusqu'à 10% de déformation logarithmique, suivie d'un cisaillement dans la même direction, pour le "modèle 2".

Les paramètres des deux modèles ainsi identifiés sont regroupés dans les Tableaux 3.11 et 3.12.

Phase	Grains	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]	$g_0$	$y_c$ [m]	$D_{moy}$ [m]
Ferrite	900	180	180	120	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$10 \cdot 10^{-6}$
Martensite	100	550		120	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-6}$

TAB. 3.11 – Paramètres du "modèle 1" identifiés pour l'acier biphasé DP1

Ferrite	$I$	$R$ [m]	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-9}$	180	180
900 grains	$I^{wd}$	$R^{wd}$ [m]	$R_{ncg}$ [m]	$f$
	$7, 7 \cdot 10^{-1}$	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-10}$	0,2
	$I^{wp}$	$R^{wp}$ [m]	$R_{rev}$ [m]	$R_2$ [m]
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$
Martensite	$I$	$R$ [m]	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-9}$	550	
100 grains	$I^{wd}$	$R^{wd}$ [m]	$R_{ncg}$ [m]	$f$
	$7, 7 \cdot 10^{-1}$	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-10}$	0,2
	$I^{wp}$	$R^{wp}$ [m]	$R_{rev}$ [m]	$R_2$ [m]
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$

TAB. 3.12 – Paramètres du "modèle 2" identifiés pour l'acier biphasé DP1

Comme pour les aciers ferritiques, les simulations numériques ont été effectuées dans les mêmes conditions (chargement imposé, pas de calcul, critère de convergence ...) afin de ne pas fausser la comparaison des modèles. On peut ainsi remarquer que les calculs du "modèle 1" divergent dès le début du chargement de cisaillement à 0° et 45° par rapport à la direction de laminage après que le matériau ait subi une traction uniaxiale dans la direction de laminage.

Globalement, on observe là encore que les courbes simulées par les deux modèles sont plutôt proches des courbes expérimentales, quelle que soit l'orientation de sollicitation, comme l'indiquent les Figures 3.33 à 3.35.

On retrouve également le fait que le "modèle 1" fournit des résultats plus proches de l'expérience pour les essais de traction uniaxiale alors que le "modèle 2" est plus performant sur les essais de cisaillement simple.

Les résultats obtenus pour cet acier biphasé confirment enfin que le "modèle 2" permet une meilleure reproduction des effets macroscopiques au cours de changements de trajets. Les essais de cisaillement Bauschinger sont ainsi parfaitement reproduits, malgré nos difficultés d'identification. Ceci s'explique par l'ajout de la martensite qui atténue les effets dus aux changements

de trajets par rapport aux aciers monophasés.

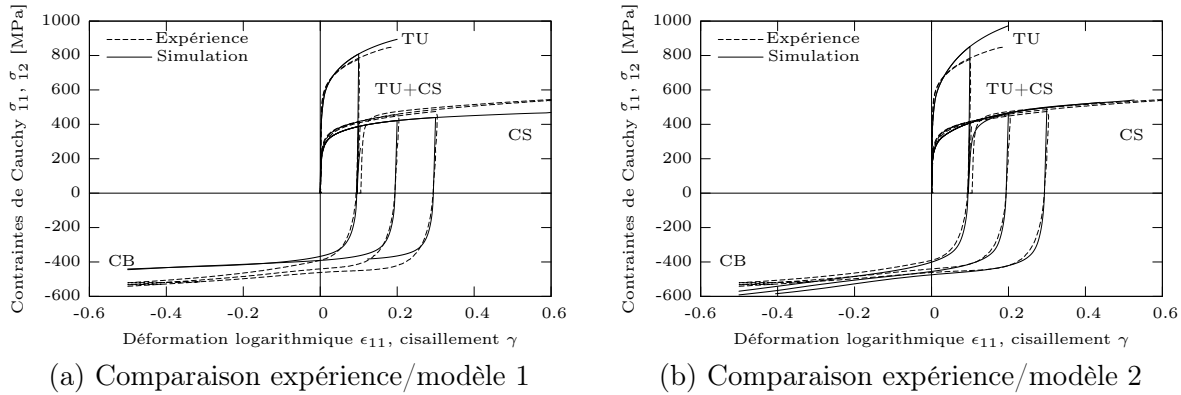


FIG. 3.33 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées dans la direction de laminage

Les Figures 3.33(a), 3.34(a) et 3.35(a) confirment les observations déjà effectuées sur les aciers monophasés au sujet de la simulation de l'essai de cisaillement monotone par le "modèle 1", à savoir que le comportement obtenu est trop saturant par rapport à l'expérience, ce qui accentue l'écart avec la déformation. De plus, on peut aussi noter que la précision de l'effet Bauschinger prédit avec ce modèle se dégrade avec l'augmentation du niveau de prédéformation. Quant aux essais orthogonaux, la Figure 3.35(a) montre que l'effet orthogonal est très mal reproduit.

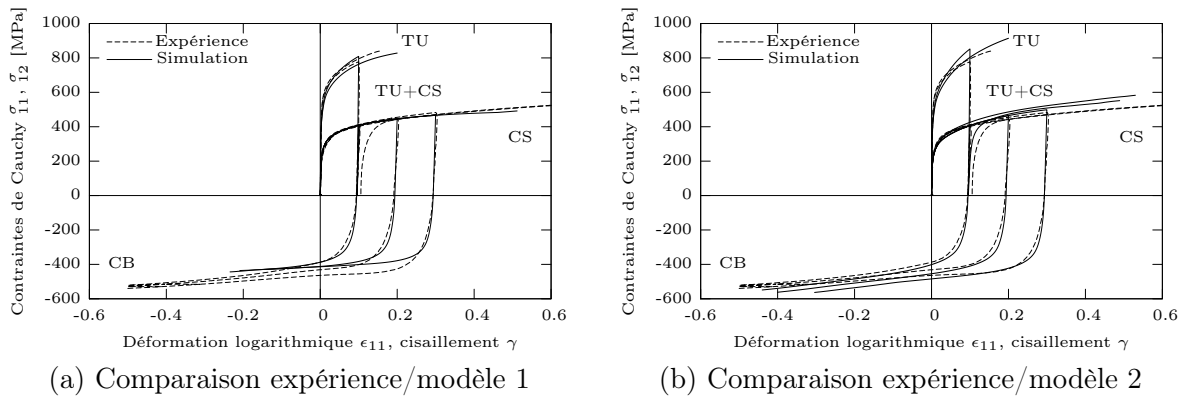


FIG. 3.34 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées à 45° par rapport à la direction de laminage

Les Figures 3.33(b), 3.34(b) et 3.35(b) montrent que les résultats expérimentaux sont très bien reproduits par le "modèle 2", quelle que soit l'orientation de sollicitation choisie. L'effet Bauschinger est correctement reproduit pour chaque niveau de prédéformation. L'effet orthogonal simulé est également proche des observations expérimentales.

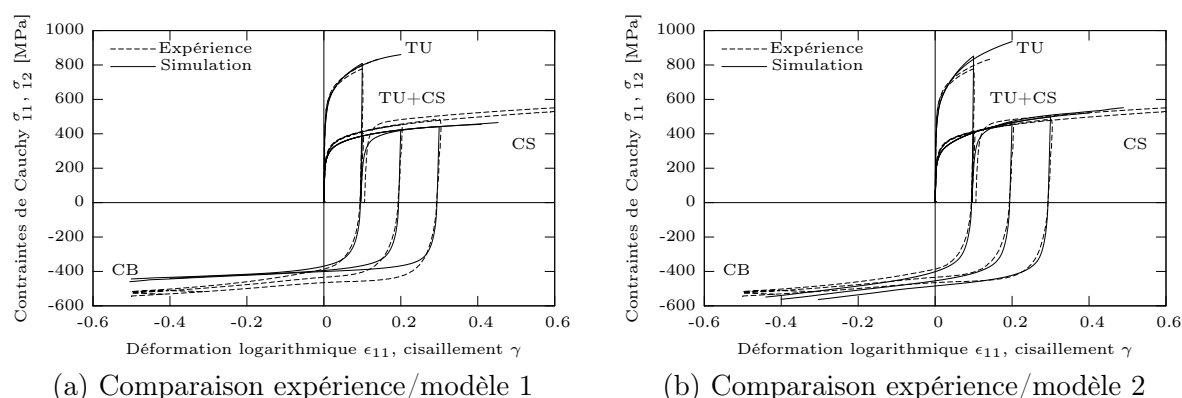


FIG. 3.35 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP1, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage

### Acier biphasé DP2

Cet acier a été identifié :

- Sur un essai de traction uniaxiale dans la direction de laminage, jusqu'à 20% de déformation logarithmique et d'un essai de cisaillement Bauschinger (30%/-30%) dans la même direction pour le "modèle 1".
- Sur un essai de cisaillement monotone dans la direction de laminage, jusqu'à 60% de déformation de cisaillement, deux essais de cisaillement Bauschinger (10%/-30% et 30%/-30%) dans la direction de laminage, et un essai orthogonal composé d'une traction uniaxiale dans la direction de laminage, jusqu'à 20% de déformation logarithmique, suivie d'un cisaillement dans la même direction, pour le "modèle 2".

Les paramètres des deux modèles ainsi identifiés sont regroupés dans les Tableaux 3.13 et 3.14.

Phase	Grains	$\tau_{c0}[110]$ [MPa]	$\tau_{c0}[112]$ [MPa]	$g_0$	$y_c$ [m]	$D_{moy}$ [m]
Ferrite	955	111	111	110	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-6}$
Martensite	45	500		110	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$

TAB. 3.13 – Paramètres du "modèle 1" identifiés pour l'acier biphasé DP2

Comme pour l'acier ferrito-martensitique précédent, les résultats sont globalement proches des courbes expérimentales, comme le montrent les Figures 3.36, 3.37 et 3.38, des conclusions similaires peuvent donc être apportées.

Plus spécifiquement, on remarque que l'identification des paramètres du "modèle 1" a poussé à avoir un meilleur compromis avec l'essai de cisaillement Bauschinger qu'avec l'essai de traction uniaxiale. Ainsi les résultats de la simulation du trajet de traction uniaxiale sont plus éloignés de l'expérience par rapport à ceux obtenus pour les trois aciers précédents. Cela permet donc de mettre l'accent sur l'un des désavantages lié à l'identification manuelle.



Ferrite	$I$	$R [m]$	$\tau_{c0}[110][MPa]$	$\tau_{c0}[112][MPa]$
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-9}$	111	111
955 grains	$I^{wd}$	$R^{wd} [m]$	$R_{ncg} [m]$	$f$
	$2, 2 \cdot 10^{-1}$	$1, 4 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	0,2
	$I^{wp}$	$R^{wp} [m]$	$R_{rev} [m]$	$R_2 [m]$
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$1, 6 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$
Martensite	$I$	$R [m]$	$\tau_{c0}[110][MPa]$	$\tau_{c0}[112][MPa]$
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-9}$	500	
45 grains	$I^{wd}$	$R^{wd} [m]$	$R_{ncg} [m]$	$f$
	$2, 2 \cdot 10^{-1}$	$1, 4 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	0,2
	$I^{wp}$	$R^{wp} [m]$	$R_{rev} [m]$	$R_2 [m]$
	$4, 4 \cdot 10^{-2}$	$1, 6 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$

TAB. 3.14 – Paramètres du "modèle 2" identifiés pour l'acier biphasé DP2

En s'intéressant aux différents trajets monotones, plusieurs remarques peuvent être proposées. Tout d'abord, le "modèle 2" offre pour cet acier une meilleure reproduction du comportement de l'essai de traction uniaxiale, quelle que soit la direction de sollicitation, par rapport au "modèle 1". Quant aux essais de traction plane, le "modèle 2" a tendance à donner un comportement plus sous-estimé qu'avec le "modèle 1". Enfin, le "modèle 1", malgré ses résultats corrects, n'est pas en mesure de rivaliser avec le "modèle 2" sur la prédiction du comportement en cisaillement simple.

Concernant les trajets complexes, les deux modèles semblent être proches l'un de l'autre dans la prédiction des effets de changements de trajets qui sont, rappelons-le, atténués par la phase martensitique. Cependant, il est intéressant de remarquer que le second modèle est plus robuste que le "modèle 1" puisque les calculs ne divergent pas, ou alors tardivement, après des changements de trajets.

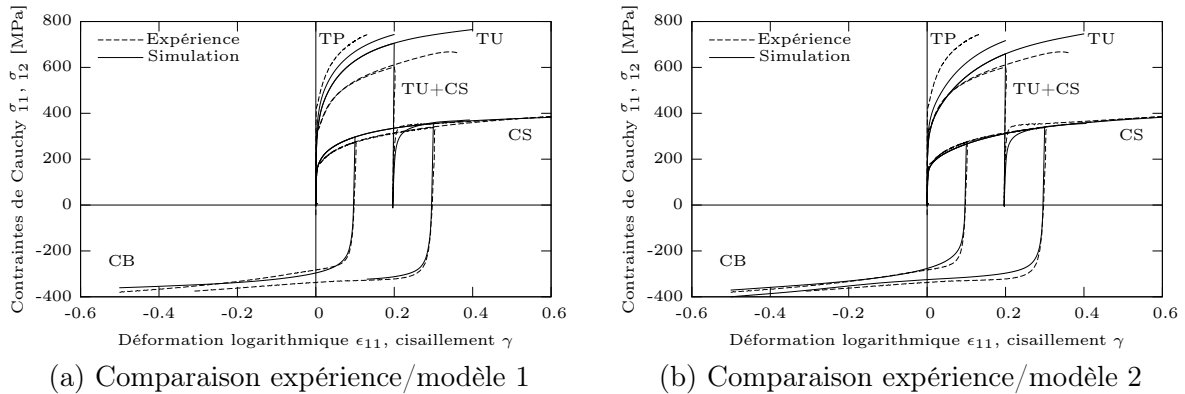


FIG. 3.36 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées dans la direction de laminage

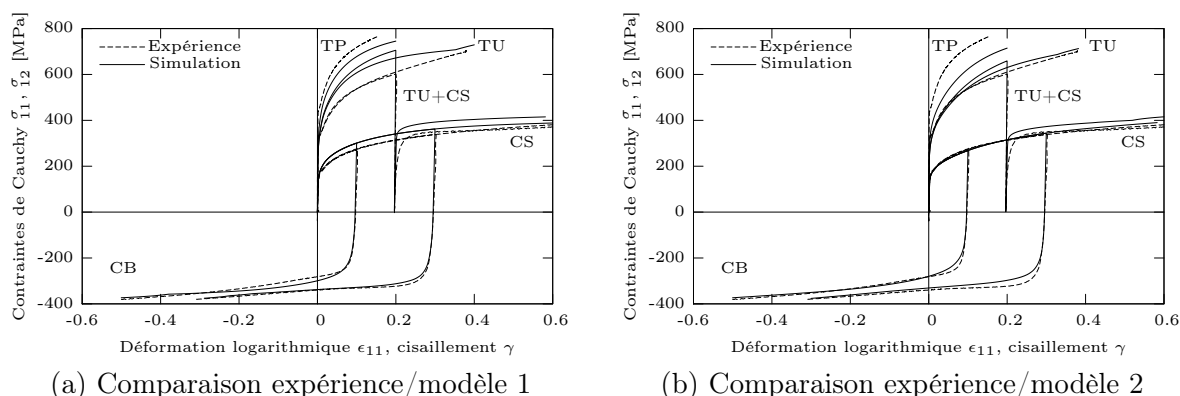


FIG. 3.37 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées à  $45^\circ$  par rapport à la direction de laminage

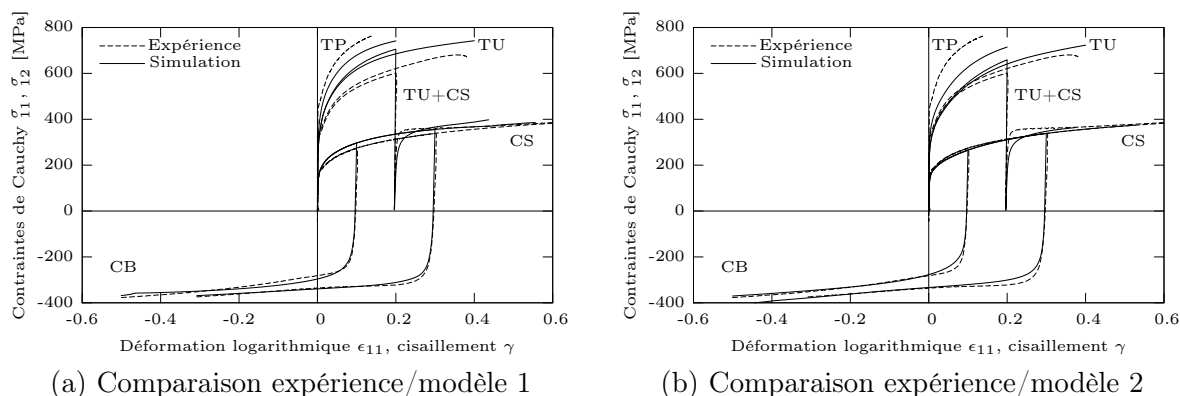


FIG. 3.38 – Courbes contrainte/déformation pour quelques trajets de chargement (traction uniaxiale TU, traction plane TP, cisaillement simple CS, cisaillements Bauschinger CB, traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple TU+CS) pour des éprouvettes de l'acier biphasé DP2, orientées perpendiculairement par rapport à la direction de laminage

### 3.9 Conclusions

L'étude du comportement d'aciers polycristallins a été réalisée dans ce chapitre. Le comportement élastoplastique du monocristal ayant été modélisé et validé au chapitre précédent, il nous restait à choisir l'approche avec laquelle le passage au comportement polycristallin serait réalisé. Un aperçu des principales méthodes existantes fut proposé et le modèle autocohérent au sens de Hill fut choisi afin de tenir compte des hétérogénéités intergranulaires dues aux incompatibilités de déformations.

Une présentation des méthodologies d'identification des paramètres des deux modèles utilisés dans ce chapitre fut ensuite menée. L'impact et la sensibilité de ces différents paramètres sur le comportement macroscopique furent analysés et il a été montré qu'il serait intéressant de consacrer un effort particulier à la systématisation de l'identification pour obtenir un jeu unique de paramètres, ou tout au moins une minimisation de l'ensemble des solutions. Toutefois, les paramètres des deux modèles semblent agir en accord avec les considérations physiques, même

si quelques incompréhensions subsistent au niveau des paramètres de la modélisation de l'organisation spatiale des dislocations à l'intérieur des grains.

La validation au niveau du comportement de l'agrégat polycristallin fut ensuite réalisée à partir de la comparaison des résultats des deux modèles avec plusieurs essais rhéologiques issus de quatre aciers aux microstructures et aux caractéristiques mécaniques très différentes. Il a été notamment montré que ces deux modèles permettent d'aboutir à des résultats corrects. L'amélioration apportée au "modèle 1" issu de la thèse de Lorrain [Lor05] a permis de mieux appréhender le comportement macroscopique lors de changements de trajets. Ceci tend à démontrer l'importance de tenir compte de l'organisation et de l'évolution des structures de dislocations au sein des grains au cours de la déformation plastique.

Il nous reste à présent à voir l'impact de cette microstructure intragranulaire sur la détermination de la perte de ductilité. Le prochain chapitre ira donc dans ce sens.

# Bibliographie

- [Aub98] I. Aubert. Effet de l'hétérogénéisation plastique sur le comportement macroscopique lors de chargements complexes. *PhD thesis, Université de Metz*, 1998.
- [BB49] S. B. Batdorf, B. Budiansky. A mathematical theory of plasticity based on the concepts of slips. *Technical Report, Technical note 1871, NACA*, 1949.
- [Ber02] S. Berbenni. Elastoplasticité des matériaux polycristallins : Modélisation micromécanique et physique. Application au comportement dynamique et à l'effet bake-hardening. *PhD thesis, ENSAM*, 2002.
- [Bun69] H. J. Bunge. *Mathematische Methoden der Texturanalyse. Akademie-Verlag*, Berlin, 1969.
- [Bun82] H. J. Bunge. *Texture Analysis in Materials Science. Butterworth*, London, 1982.
- [BZ97] M. Berveiller, A. Zaoui. Modélisation de la déformation plastique de polycristaux. *Techniques de l'Ingénieur, traité Matériaux Métalliques*, M48, pp.1-11, 1997.
- [Esh57] J. D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceedings of London Royal Society*, A241, pp.376-396, 1957.
- [FF85] O. Fassi-Fehri. Le problème de la paire d'inclusions plastiques et hétérogènes dans une matrice anisotrope - application à l'étude du comportement des matériaux composites et de la plasticité. *Thèse d'Etat, Université de Metz*, 1985.
- [Hil65] R. Hill. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13, pp.89-101, 1965.
- [INN83] T. Iwakuma, S. Nemat-Nasser. Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals and composites. *Proceedings of Royal Society of London*, A 394, pp. 87-119, 1984.
- [Krö61] E. Kröner. On the plastic deformation of polycrystals. *Acta Metallurgica*, 9, pp.155-161, 1961.
- [LB89] P. Lipinski, M. Berveiller. Elastoplasticity of micro-inhomogeneous metals at large strains. *International Journal of Plasticity*, 5, pp.149-172, 1989.
- [Lin57] T. H. Lin. Analysis of elastic and plastic strains of a face-centered cubic crystal. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5, pp.143-149, 1957.
- [Lin97] C. Lineau. Analyse expérimentale de la déformation plastique d'un cristal d'acier. Comparaison avec les simulations de modèles polycristallins. *PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1997.
- [Lip93] P. Lipinski. Modélisation du comportement des métaux, en transformations élastoplastiques finies, à partir de méthodes de transition d'échelles. *Thèse d'Etat, Université de Metz*, 1993.

- [LKB90] P. Lipinski, J. Krier and M. Berveiller. Elastoplasticité des métaux en grandes transformations : Comportement global et évolution de la structure interne. *Revue de Physique Appliquée*, 25, pp.361-388, 1990.
- [Lor05] J. P. Lorrain. Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent. *PhD thesis, ENSAM*, 2005.
- [Mor90] J. Morreale. *Rapport final, contrat n° M24/N90 A403*, 1990.
- [NBT01] E. V. Nesterova, B. Bacroix and C. Teodosiu. Microstructure and texture evolution under strain-path changes in low-carbon IF steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32, pp.2527-2538, 2001.
- [NNH93] S. Nemat-Nasser, M. Hori. *Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials*. North-Holland, 1993.
- [Pee02] B. Peeters. Multiscale modelling of the induced plastic anisotropy in IF steel during sheet metal forming. *PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven*, 2002.
- [Tay38] G. I. Taylor. Plastic strain in metals. *Journal of the Institute of Metals*, 61, pp.307-324, 1938.

## Chapitre 4

# Prédiction de la perte de ductilité - Application aux CLF directes et séquentielles

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>126</b>
<b>4.2</b>	<b>Mécanismes limitant la formabilité</b>	<b>126</b>
4.2.1	Mécanismes associés à la plasticité	126
4.2.2	Mécanismes associés à l'endommagement	127
<b>4.3</b>	<b>Modélisation de la perte de ductilité</b>	<b>129</b>
4.3.1	Critère de Considère	129
4.3.2	Critère de Swift	130
4.3.3	Critère Modifié de Force Maximale (CMFM)	132
4.3.4	Critère de Hill	133
4.3.5	Modèle de Marciniak-Kuczynski - Extension de Hutchinson-Neale	135
4.3.6	Modèle de Rudnicki-Rice	137
<b>4.4</b>	<b>Détermination des Courbes Limites de Formage directes et séquentielles</b>	<b>139</b>
4.4.1	Simulations des CLF directes pour des aciers monophasés	140
4.4.2	Simulations des CLF directes pour des aciers biphasés	142
4.4.3	Discussions	145
4.4.4	Simulation des CLF séquentielles pour des aciers monophasés	146
4.4.5	Simulation des CLF séquentielles pour des aciers biphasés	148
<b>4.5</b>	<b>Orientation des bandes de localisation</b>	<b>150</b>
4.5.1	Définition	150
4.5.2	Aciers monophasés	151
4.5.3	Aciers biphasés	155
<b>4.6</b>	<b>Outil d'aide à l'élaboration de nouveaux aciers</b>	<b>157</b>
4.6.1	Influence des paramètres physiques sur la perte de ductilité	157
4.6.2	Influence de la microstructure intragranulaire sur la perte de ductilité	159
<b>4.7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>165</b>

---

## 4.1 Introduction

L'objectif de ce travail est d'établir le lien entre la ductilité et les propriétés microstructurales afin d'aider à la conception de nouveaux aciers. Les chapitres précédents ont permis de définir un modèle capable de reproduire correctement les effets de changements de trajets dus notamment à la microstructure intragranulaire. Le comportement au niveau du grain ainsi que celui du polycristal sont à présent connus, il est maintenant intéressant de déterminer l'impact de la microstructure sur la localisation de la déformation par l'intermédiaire d'un critère de perte de ductilité couplé au modèle de comportement élastoplastique.

Ce chapitre débutera donc par un rappel des différents mécanismes limitant la formabilité. Puis un passage en revue non exhaustif des principaux modèles développés pour prédire la perte de ductilité sera exposé. Le critère retenu pour ce travail est celui de Rice [RR75] [Ric76] basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique. Des CLF directes seront tracées pour les aciers étudiés au chapitre précédent et comparées à un modèle de référence [Cay98] [CL05]. Une étude qualitative sera également réalisée pour les CLF obtenues pour des trajets séquentiels. L'orientation des bandes de localisation sera ensuite discutée pour différents trajets monotones ou complexes. Enfin, l'aspect d'aide au design de nouveaux aciers sera mis en avant par une étude qualitative de l'influence de paramètres microstructuraux sur la perte de ductilité.

## 4.2 Mécanismes limitant la formabilité

### 4.2.1 Mécanismes associés à la plasticité

Au cours de l'emboutissage, la tôle va subir de grandes déformations plastiques. L'écoulement de la matière peut alors devenir instable. Cette instabilité se manifeste sous la forme de deux modes : la striction diffuse et la localisation.

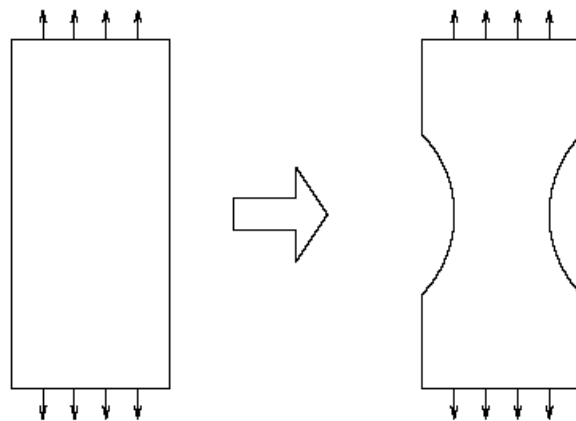


FIG. 4.1 – Schématisation de la striction

Généralement, la striction diffuse précède la localisation. Cependant, dans le cas de tôles très minces, la localisation de la déformation a lieu sans que la striction diffuse ne soit perceptible. La striction diffuse apparaît en traction uniaxiale lorsque la diminution de la section due à la

déformation n'est plus compensée par l'écroutissage. Ce phénomène possède à la fois une origine liée au matériau (écroutissage) et à sa géométrie (section). De nombreuses études ont été menées pour déterminer le moment de l'apparition de la striction diffuse au cours de la mise en forme des matériaux [BSMT96] [CYD96] [CYD97] [CM00] [HAV00]. Le schéma 4.1 illustre ce mécanisme.

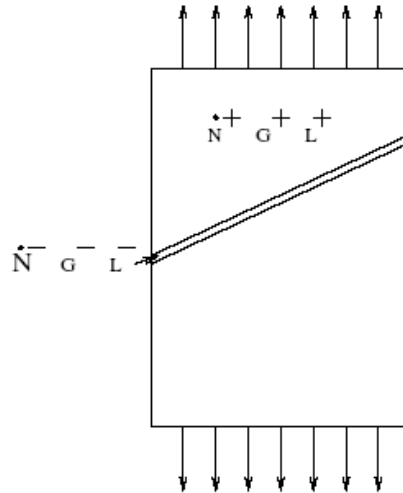


FIG. 4.2 – Bande de localisation de la déformation

La localisation des déformations est un phénomène qui apparaît lors de la déformation de matériaux ductiles ou endommageables. Alors que les conditions appliquées au matériau laisseraient présager d'un champ de déformation régulier si le matériau était élastique, les déformations peuvent se localiser sur une zone limitée du matériau, comme le montre schématiquement la Figure 4.2. La zone localisée est en général étroite, d'où le nom de bande de localisation. Physiquement, plusieurs familles de lignes de glissement macroscopiques sont générées à partir de la concentration de lignes de glissement dans certaines régions de l'éprouvette. Ces familles se propagent ensuite pour aboutir, en général, à la création de deux macrobandes de cisaillement, dont l'une est souvent plus prononcée que l'autre. Ce mécanisme est un phénomène local faisant intervenir essentiellement le matériau.

#### 4.2.2 Mécanismes associés à l'endommagement

Lors de la déformation, certains matériaux ont tendance à s'endommager de manière continue. Ce mécanisme peut même devenir prépondérant par rapport aux mécanismes de localisation de la déformation. L'endommagement se traduit par la création de nouvelles surfaces libres au sein d'un matériau sous l'effet d'une sollicitation. Ces nouvelles surfaces sont la conséquence de microfissurations progressives dans la microstructure par fracture ou décohésion. Ces phénomènes apparaissent en général dans les matériaux hétérogènes lorsque les incompatibilités entre phases (domaines aux propriétés physiques ou mécaniques différentes) ne peuvent plus être totalement accommodées par les contraintes internes élastiques ou par la déformation plastique. L'endommagement apparaît le plus souvent dans les inclusions ou au voisinage de celles-ci, lorsqu'elles existent au sein du matériau, ou le cas échéant dans les joints de grains.



Le processus d'endommagement d'un matériau se réalise en trois étapes :

- L'amorçage correspond au début de la création de fissures courtes ou de cavités au sein du matériau.
- L'extension, appelée également croissance, se traduit par l'ouverture de microfissures et/ou de croissances des cavités formées.
- La rupture finale s'initie d'abord par coalescence des cavités amorcées qui ont atteint un nombre ou une taille critique, puis par percolation d'une fissure dont la taille devient égale à celle de l'éprouvette.

Trois mécanismes d'amorçage peuvent être distingués selon que la rupture a lieu au niveau de l'inclusion, de l'interface matrice/inclusion, ou de la matrice.

La décohésion inclusion/matrice se trouve dans les composites ou dans les matériaux métalliques présentant des inclusions et/ou des phases intermétalliques [Al75] [Ber81] [WC93] (cf. Fig. 4.3). Le processus de décohésion nécessite la nucléation d'une fissure, provenant sans doute de défauts préexistants, et sa propagation le long de l'interface. Les fissures ainsi créées à l'interface inclusion/matrice sont stoppées le long de l'inclusion.

La fissure peut également apparaître en relation avec les bandes de cisaillement en raison des concentrations de contraintes existant autour de l'inclusion. Ce dernier mode d'amorçage est surtout présent dans les matériaux hétérogènes fatigués.

L'extension de l'endommagement se réalise par la multiplication des sites d'amorçage ainsi que

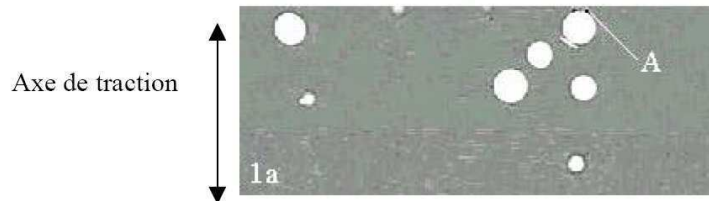


FIG. 4.3 – Coupe tomographique, amorçage de décohésions (A), composite  $Al/ZrO_2$  - essai de traction in-situ [Bab02]

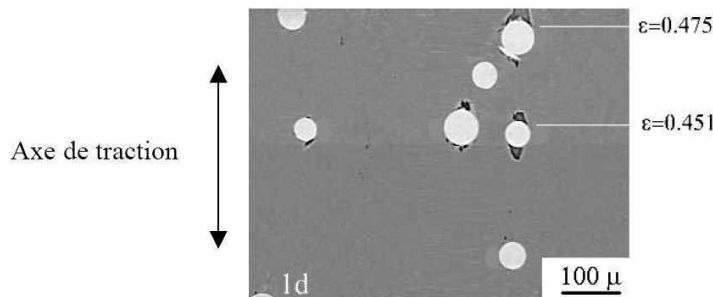


FIG. 4.4 – Coupe tomographique, extension de décohésions par amorçage sur plusieurs sites et par croissance, composite  $Al/ZrO_2$  - essai de traction in-situ [Bab02]

par l'augmentation de la dimension des sites déjà initiés (ouverture des microfissures ou croissance des cavités), comme le montre la Figure 4.4. Dans les matériaux dont la fraction volumique d'inclusions est forte, un nombre critique de sites d'amorçage conduit directement à une coales-

cence spontanée menant à la rupture finale. Par contre, pour d'autres matériaux, les cavités à l'interface inclusion/matrice, ou les fissures dans les inclusions, peuvent se développer avant rupture.

Lorsque l'amorçage a eu lieu par rupture d'une inclusion fragile dans un matériau, la fissure créée est bloquée dès son arrivée dans la matrice. Durant la déformation plastique, l'ouverture de la fissure augmente.

Si l'amorçage s'est fait par décohésion, la surface libre de contrainte associée à la porosité entraîne une concentration de contrainte et de déformation locales dans la matrice. L'augmentation de la déformation plastique dans la matrice engendre une croissance volumique de la cavité, essentiellement dirigée selon l'axe de la sollicitation.

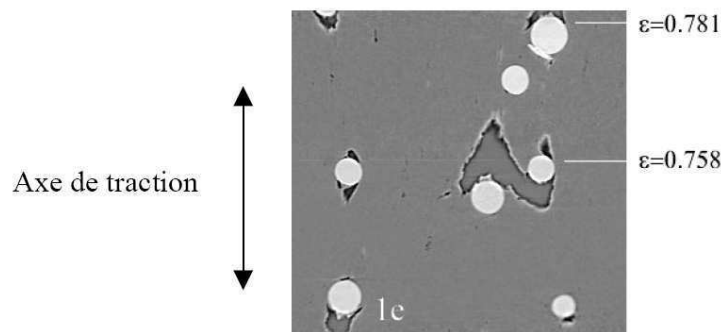


FIG. 4.5 – Coupe tomographique, coalescence de deux cavités en une seule, composite  $Al/ZrO_2$  - essai de traction in-situ [Bab02]

La rupture apparaît par coalescence entre microfissures ou entre cavités. Une illustration de ce phénomène est donnée par la Figure 4.5.

De nombreux modèles ont été développés afin de décrire l'évolution de l'endommagement au cours de la déformation. Différentes approches sont alors possibles pour tenir compte de ce mécanisme. Plusieurs auteurs basent leurs modèles sur l'évolution de la fraction volumique de cavités [Gur77] [PL90] [BSMT96] [MBM98] [BG00] [HSP00] [PB00] [Rou00], alors que d'autres introduisent un tenseur d'endommagement permettant de définir les tenseurs de déformations et de contraintes ainsi qu'un module tangent qualifié d'endommagé [LPW85] [Tai88] [CYD96] [CYD97] [Bez98] [Ham00] [HZWC00] [SH00]. Ces différents modèles d'endommagement peuvent intégrer la plasticité dans la modélisation de l'évolution des variables utilisées pour décrire l'endommagement, on parlera alors de modèles couplés. Dans le cas inverse, il sera question de modèles découplés. Une autre classe de modèles se base sur la présence d'une hétérogénéité initiale au sein du matériau, permettant ainsi de définir l'évolution de l'endommagement [Bau84] [Lem85] [Tai88] [CYD96] [CYD97] [Ram00].

## 4.3 Modélisation de la perte de ductilité

### 4.3.1 Critère de Considère

Au cours d'un essai de traction uniaxiale, la striction diffuse s'accompagne d'une réduction de la section de l'éprouvette dans une zone assez étendue.

Le critère de Considère [Con85], aussi appelé critère de force maximale, suppose que la condition d'apparition de l'instabilité est atteinte lorsque la force appliquée  $F$  passe par un maximum. Cette condition s'écrit :

$$\delta F = 0 \quad (4.1)$$

La force appliquée  $F$  peut s'exprimer en fonction de la contrainte de Cauchy  $\sigma$  et de la section  $S$  de l'éprouvette :

$$F = \sigma S \quad (4.2)$$

L'introduction de l'équation (4.2) dans la condition (4.1) permet d'obtenir la relation suivante :

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{\delta \sigma}{\sigma} + \frac{\delta S}{S} = 0 \quad (4.3)$$

En considérant le matériau incompressible, et sachant que le volume de la partie utile de l'éprouvette est  $V = LS$ , où  $L$  représente sa longueur et  $S$  sa section, on peut écrire l'équation suivante :

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta L}{L} + \frac{\delta S}{S} = 0 \quad (4.4)$$

Par définition, la déformation rationnelle  $\delta\epsilon$  s'écrit :

$$\frac{\delta L}{L} = \delta\epsilon \quad (4.5)$$

Ce qui permet de déduire, en utilisant cette définition dans l'équation (4.4) :

$$\frac{\delta S}{S} = -\delta\epsilon \quad (4.6)$$

En combinant (4.1), (4.3) et (4.6) :

$$\frac{\delta \sigma}{\sigma} = \delta\epsilon \quad (4.7)$$

Le critère de Considère s'exprime donc de la manière suivante :

$$\frac{\delta \sigma}{\delta \epsilon} = \sigma \quad (4.8)$$

Lorsque la force atteint son maximum, la déformation critique  $\epsilon_c$  est définie. Si le matériau obéit à une loi puissance de type Hollomon  $\sigma = K\epsilon^n$ , l'apparition de la striction diffuse est donnée par  $\epsilon_c = n$ .

### 4.3.2 Critère de Swift

Le critère de Swift [Swi52] généralise l'idée du critère de force maximale de Considère dans le cas d'un chargement biaxial (cf. Fig. 4.6). Il suppose que la striction diffuse aura lieu lorsque les deux forces suivant les axes principaux de contraintes atteindront un maximum simultanément.

Cette double condition s'écrit :

$$\begin{cases} \delta F_1 = 0 \\ \delta F_2 = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

avec :

$$\begin{cases} F_1 = \sigma_1 l_2 e \\ F_2 = \sigma_2 l_1 e \end{cases} \quad (4.10)$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les contraintes principales,  $l_1$ ,  $l_2$  et  $e$  les dimensions de la tôle, comme le montre la Figure 4.6.

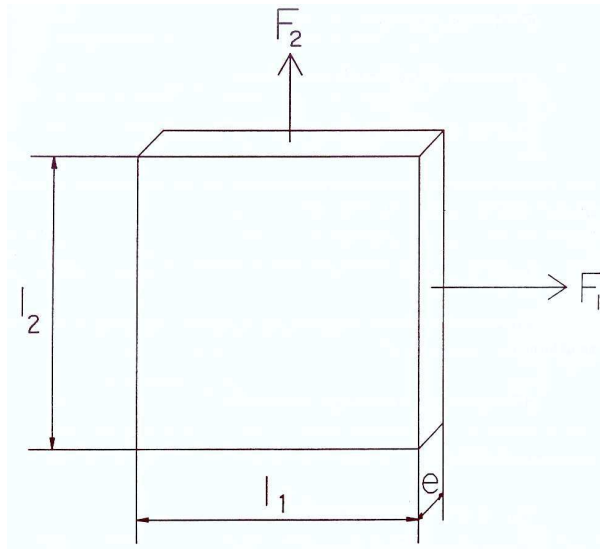


FIG. 4.6 – Géométrie du modèle de Swift

En appliquant la double condition (4.10) aux expressions précédentes de  $F_1$  et  $F_2$ , on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\delta F_1}{F_1} = \frac{\delta \sigma_1}{\sigma_1} + \frac{\delta l_2}{l_2} + \frac{\delta e}{e} = 0 \\ \frac{\delta F_2}{F_2} = \frac{\delta \sigma_2}{\sigma_2} + \frac{\delta l_1}{l_1} + \frac{\delta e}{e} = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Par définition, les déformations rationnelles s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\delta l_1}{l_1} = \delta \epsilon_1 \\ \frac{\delta l_2}{l_2} = \delta \epsilon_2 \\ \frac{\delta e}{e} = \delta \epsilon_3 \end{cases} \quad (4.12)$$

Puisque le matériau est plastiquement incompressible :

$$\delta \epsilon_1 + \delta \epsilon_2 + \delta \epsilon_3 = 0 \quad (4.13)$$

La double condition de force maximale (4.11) s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\delta \sigma_1}{\sigma_1} = \sigma_1 \\ \frac{\delta \sigma_2}{\sigma_2} = \sigma_2 \end{cases} \quad (4.14)$$

Pour un matériau obéissant à une loi de type Hollomon  $\sigma = K\epsilon^n$  et si le trajet de déformation est caractérisé par le rapport des contraintes principales  $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ , l'apparition de la striction diffuse aura lieu pour les déformations principales suivantes :

$$\begin{cases} \epsilon_{1c} = \frac{2n(2-\alpha)(1-\alpha-\alpha^2)}{4-3\alpha-3\alpha^2+4\alpha^3} \\ \epsilon_{2c} = \frac{\epsilon_{1c}(2\alpha-1)}{2-\alpha} \end{cases} \quad (4.15)$$

La Figure 4.7 représente la CLF déduite des différentes valeurs de  $\alpha$  ( $\alpha = 0$  pour une traction uniaxiale,  $\alpha = 0,5$  pour une traction plane et  $\alpha = 1$  pour une expansion équibiaxiale) par le critère de Swift. La partie négative du diagramme est manifestement non satisfaisante.

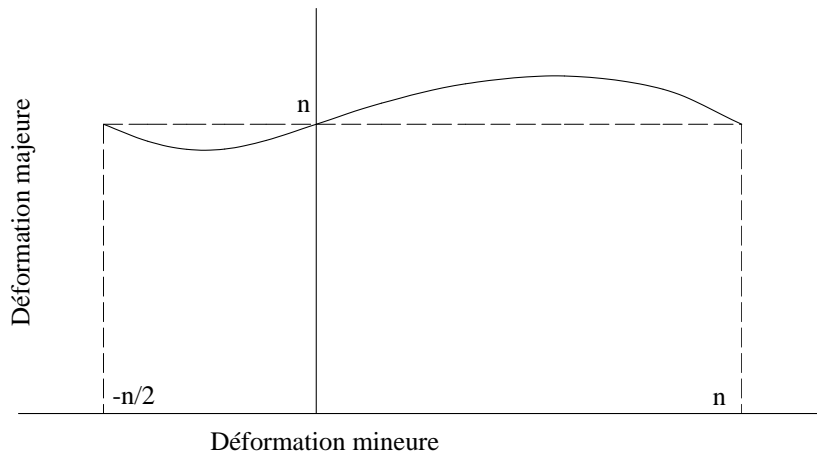


FIG. 4.7 – CLF obtenue par le critère de Swift

### 4.3.3 Critère Modifié de Force Maximale (CMFM)

Le critère de Swift suppose l'annulation simultanée des incréments des deux efforts, ce qui semble être trop restrictif. C'est pourquoi Hora et al. [HTR96] modifient le critère de force maximale en notant que l'état de déformation est plan lors de l'apparition de la striction. Ce critère repose sur l'hypothèse que la striction apparaît lorsque l'une des forces de traction suivant les axes principaux de contraintes atteint un maximum. Si  $F_1$  est la force de traction atteignant la première un maximum, la condition peut s'écrire de la même manière que le critère de Considère :

$$\begin{aligned} \delta F_1 &= 0 \\ \frac{\delta \sigma_1}{\delta \epsilon_1} &= \sigma_1 \end{aligned} \quad (4.16)$$

L'état de déformation va évoluer vers un état de déformation plane. Cette évolution va s'effectuer par un changement de l'état de contrainte. Il y aura donc un effet d'écrouissage additionnel pour lequel Hora et al. proposent que la contrainte  $\sigma_1$  dépende du chemin de déformation  $\rho = \frac{\delta \epsilon_2}{\delta \epsilon_1}$  et de la déformation principale  $\epsilon_1$ . Le critère (4.16) s'écrit alors :

$$\frac{\delta \sigma_1}{\delta \epsilon_1} + \frac{\delta \sigma_1}{\delta \rho} \frac{\delta \rho}{\delta \epsilon_1} = \sigma_1 \quad (4.17)$$

#### 4.3.4 Critère de Hill

En réalité, la formabilité n'est pas limitée par la striction diffuse mais par la striction localisée. Hill [Hil52] émet l'hypothèse qu'en traction uniaxiale, la striction localisée se produit suivant une ligne d'extension nulle, inclinée par rapport à l'axe de sollicitation, suivant laquelle la déformation se fait au détriment de l'épaisseur uniquement.

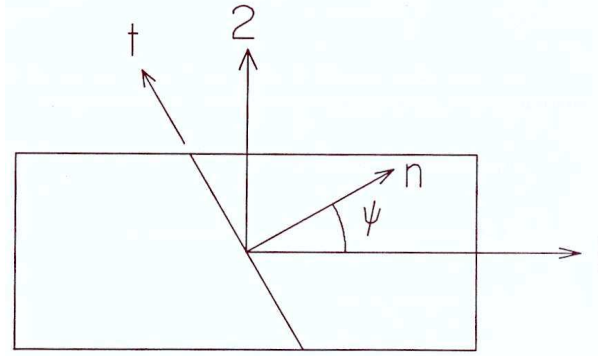


FIG. 4.8 – Géométrie du modèle de Hill

La déformation  $\epsilon_{tt}$  suivant la ligne d'extension nulle, représentée par l'axe  $t$  sur la Figure 4.8, peut s'exprimer en fonction des déformations principales  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  et de l'angle d'inclinaison  $\psi$  :

$$\delta\epsilon_{tt} = \delta\epsilon_1 \sin^2 \psi + \delta\epsilon_2 \cos^2 \psi \quad (4.18)$$

Cette déformation sera nulle si et seulement si :

$$\tan^2 \psi = -\frac{\delta\epsilon_2}{\delta\epsilon_1} = -\rho \quad (4.19)$$

où  $\rho$  caractérise la trajectoire de déformation.

D'après la relation (4.19), la ligne d'extension nulle n'existera que dans le domaine du rétreint ( $\epsilon_2 < 0$ ). La striction apparaît lorsque la force normale  $F_n$  à la direction  $t$  atteint un maximum :

$$\frac{\delta F_n}{F_n} = \frac{\delta\sigma_{nn}}{\sigma_{nn}} + \frac{\delta S_t}{S_t} = 0 \quad (4.20)$$

$\sigma_{nn}$  est la contrainte normale suivant la direction  $n$  et  $S_t = l_t e$  la section de l'éprouvette suivant la direction  $t$ , fonction de la largeur  $l_t$  et de l'épaisseur  $e$ .

La contrainte normale  $\sigma_{nn}$  peut s'écrire en fonction des contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  et de l'angle d'inclinaison  $\psi$  :

$$\sigma_{nn} = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi \quad (4.21)$$

Le trajet de déformation est supposé proportionnel, il est défini par :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \alpha \quad (4.22)$$

Ce qui permet d'exprimer la relation (4.21) de la manière suivante :

$$\sigma_{nn} = \sigma_1 (\cos^2 \psi + \alpha \sin^2 \psi) \quad (4.23)$$

La contrainte équivalente de Von Mises peut s'écrire en fonction du rapport  $\alpha$  :

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} \quad (4.24)$$

La différentiation des expressions (4.23) et (4.24) permet d'aboutir à la relation suivante :

$$\frac{\delta \sigma_{nn}}{\sigma_{nn}} = \frac{\delta \sigma_1}{\sigma_1} = \frac{\delta \sigma_{eq}}{\sigma_{eq}} \quad (4.25)$$

Par définition :

$$\frac{\delta S_t}{S_t} = \delta \epsilon_3 \quad (4.26)$$

Les relations de Levy-Mises,  $\frac{\delta \epsilon_1}{2-\alpha} = \frac{\delta \epsilon_2}{2\alpha-1} = \frac{\delta \epsilon_3}{-1-\alpha} = \frac{\delta \epsilon_{eq}}{2\sqrt{1-\alpha+2\alpha^2}}$ , permettent d'écrire :

$$\delta \epsilon_3 = -\frac{1 + \alpha}{2\sqrt{1 - \alpha + 2\alpha^2}} \delta \epsilon_{eq} \quad (4.27)$$

Pour un matériau obéissant à une loi de type Hollomon  $\sigma = K\epsilon^n$ , la condition d'apparition de la striction localisée donnée par le critère de Hill est la suivante :

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = n \quad (4.28)$$

La CLF obtenue par le critère de striction localisée de Hill est une droite, comme le montre la Figure 4.9.

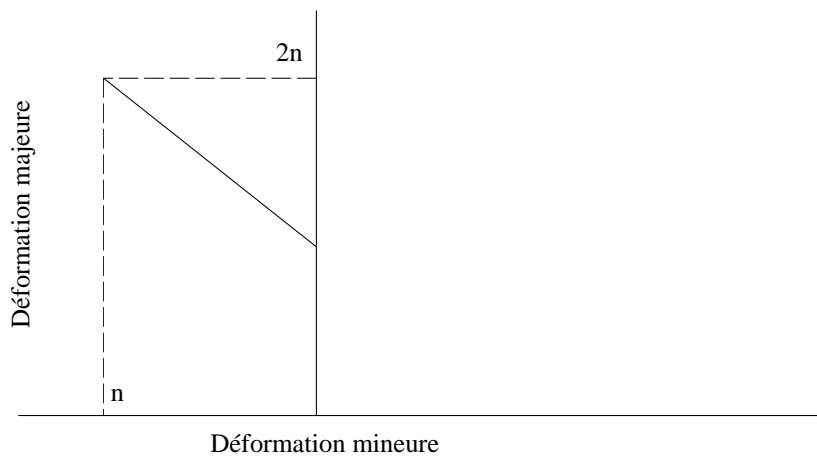


FIG. 4.9 – CLF obtenue par le critère de Hill

### 4.3.5 Modèle de Marciniak-Kuczynski - Extension de Hutchinson-Neale

Les résultats de Hill aboutissent à la conclusion qu'aucune localisation de la déformation n'est possible dans le domaine de l'expansion, ce qui est en contradiction avec l'expérience. Afin de prolonger la théorie de Hill, Marciniak et Kuczynski [MK67] émettent l'hypothèse que la formation et le développement de la localisation sont amorcés par des défauts du matériau. Une distribution aléatoire des impuretés ou une variation de l'épaisseur de la tôle due à des défauts de fabrication lors du laminage peuvent être à l'origine de ces défauts. C'est pourquoi ce modèle repose sur la présence d'un défaut géométrique préexistant décrit par une bande étroite de sous-épaisseur par rapport au reste du matériau, comme le montre la Figure 4.10.

La tôle est donc composée de deux parties :

- la zone homogène, notée  $A$ , d'épaisseur courante  $e^A$  et d'épaisseur initiale  $e_0^A$
- la zone du défaut, notée  $B$ , d'épaisseur courante  $e^B$  et d'épaisseur initiale  $e_0^B$

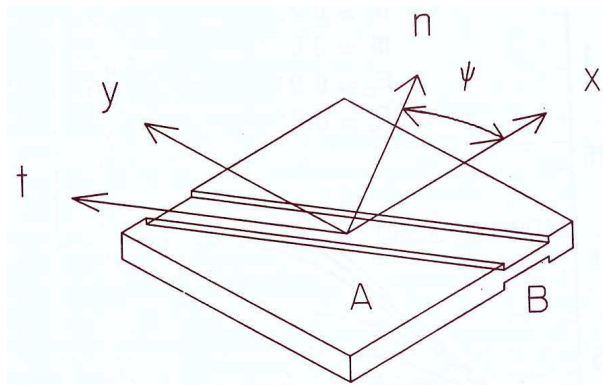


FIG. 4.10 – Géométrie du modèle de Hutchinson-Neale

Cette première version du modèle permet de prédire la localisation de la déformation dans le domaine de l'expansion. Le défaut géométrique est supposé perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale et l'orientation de la bande n'évolue pas au cours de la déformation plastique.

Hutchinson et Neale [HN78] ont généralisé ce critère pour tous les modes de déformations rencontrés en emboutissage, en supposant que le défaut est initialement incliné d'un angle  $\psi_0$  et en tenant compte de la rotation de la bande au cours de la déformation plastique. C'est ce modèle, utilisé dans de nombreux travaux et communément appelé modèle de Marciniak-Kuczynski ou théorie M-K, que nous allons expliciter ici.

Le défaut géométrique initial est défini par le rapport des épaisseurs initiales des deux zones :

$$f_0 = \frac{e_0^B}{e_0^A} \quad (4.29)$$



Les épaisseurs des deux parties de la tôle au cours de la déformation plastique peuvent s'exprimer en fonction de la déformation dans l'épaisseur  $\epsilon_3$  :

$$\begin{aligned} e^A &= e_0^A \exp \epsilon_3^A \\ e^B &= e_0^B \exp \epsilon_3^B \end{aligned} \quad (4.30)$$

Le défaut géométrique au cours de la déformation peut donc se calculer de la manière suivante :

$$f = \frac{e^B}{e^A} = f_0 \exp (\epsilon_3^B - \epsilon_3^A) \quad (4.31)$$

La loi de comportement est supposée la même dans les deux zones de la tôle et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_{eq} = K (\epsilon_0 + \epsilon_{eq})^n \epsilon_{eq}^m \quad (4.32)$$

Le chemin de déformation imposé dans la partie homogène du matériau est donné par :

$$\rho = \frac{\epsilon_2^A}{\epsilon_1^A} = \frac{d\epsilon_2^A}{d\epsilon_1^A} = cste \quad (4.33)$$

Le défaut va subir une rotation au cours de la déformation plastique. Son évolution est donnée par :

$$\tan \psi = \exp ((1 - \rho) \epsilon_1^A) \tan \psi_0 \quad (4.34)$$

L'équilibre des contraintes entre les deux zones s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^A e^A &= \sigma_{nn}^B e^B \\ \sigma_{nt}^A e^A &= \sigma_{nt}^B e^B \end{aligned} \quad (4.35)$$

$\sigma_{nn}^A$ ,  $\sigma_{nt}^A$  et  $\sigma_{tt}^A$  peuvent s'exprimer à partir des contraintes principales  $\sigma_1^A$  et  $\sigma_2^A$  et de l'orientation  $\psi$  de la bande :

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^A &= \sigma_1^A \cos^2 \psi + \sigma_2^A \sin^2 \psi \\ \sigma_{tt}^A &= \sigma_1^A \sin^2 \psi + \sigma_2^A \cos^2 \psi \\ \sigma_{nt}^A &= (\sigma_2^A - \sigma_1^A) \cos \psi \sin \psi \end{aligned} \quad (4.36)$$

La condition de compatibilité le long de la bande traduit le fait que l'incrément de déformation tangentielle  $d\epsilon_{tt}$  est identique de part et d'autre de la bande :

$$d\epsilon_{tt}^A = d\epsilon_{tt}^B \quad (4.37)$$

Compte tenu de toutes les équations qui précèdent, le système d'équations de la localisation est obtenu :

$$\begin{aligned} f_0 \left( \frac{\epsilon_0^B + \epsilon_{eq}^B}{\epsilon_0^A + \epsilon_{eq}^A} \right)^n \exp (C \epsilon_{eq}^A + \epsilon_3^B) &= \sqrt{(1 - B - G)H} \sqrt{1 - B \left( \frac{d\epsilon_{eq}^A}{d\epsilon_{eq}^B} \right)^2} \left( \frac{d\epsilon_{eq}^A}{d\epsilon_{eq}^B} \right)^m \\ \frac{d\epsilon_3^B}{d\epsilon_{eq}^B} &= - \frac{A}{H \sqrt{1 - B \left( \frac{d\epsilon_{eq}^A}{d\epsilon_{eq}^B} \right)^2}} - D \frac{d\epsilon_{eq}^A}{d\epsilon_{eq}^B} \end{aligned} \quad (4.38)$$

avec

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 B &= 3 \frac{(\sin^2 \psi + \rho \cos^2 \psi)^2}{4(\rho^2 + \rho + 1)} \\
 C &= \frac{\sqrt{3}(1 + \rho)}{2\sqrt{\rho^2 + \rho + 1}} \\
 D &= \frac{\sqrt{3}(\sin^2 \psi + \rho \cos^2 \psi)}{4\sqrt{\rho^2 + \rho + 1}} \\
 G &= \frac{(\rho - 1)^2 \sin^2 \psi \cos^2 \psi}{(\rho^2 + \rho + 1)} \\
 H &= \sqrt{1 + \left( \frac{2(\rho - 1) \sin \psi \cos \psi}{(\rho + 2) \cos^2 \psi + (2\rho + 1) \sin^2 \psi} \right)^2}
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Le système (4.38) est généralement intégré numériquement par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre de manière incrémentale. A chaque pas de calcul, on impose l'incrément de la déformation équivalente  $d\epsilon_{eq}^B$  dans le défaut et on calcule la déformation équivalente  $d\epsilon_{eq}^A$  dans la zone homogène. Au cours de la résolution, le rapport  $\frac{d\epsilon_{eq}^A}{d\epsilon_{eq}^B}$  évolue de 1 en début de calcul, jusqu'à tendre vers 0 par la suite. Lorsque ce rapport atteint une certaine valeur critique, en général  $1.10^{-1}$ , la zone homogène ne se déforme pratiquement plus, alors que toute la déformation se localise dans la zone du défaut. L'instabilité locale est donc atteinte.

Ce modèle est largement utilisé et permet d'obtenir de bons résultats quant à la prédiction des CLF. Cependant, nous pouvons remarquer que la valeur initiale du défaut géométrique ainsi que la limite choisie pour arrêter le calcul sont deux paramètres ayant une forte influence sur la position de la CLF. Ces deux paramètres pourraient être vus comme des valeurs de calage, c'est pourquoi ce modèle ne sera pas utilisé dans le cadre de ce travail.

#### 4.3.6 Modèle de Rudnicki-Rice

La localisation de la déformation se traduit par une perte d'unicité de la solution, plusieurs réponses du matériau sont possibles. Cela correspond à la possibilité d'une bifurcation provenant d'une singularité au niveau du module tangent de la loi de comportement [Pet00]. De nombreux auteurs considèrent cela comme la naissance d'une frontière de discontinuité : les champs mécaniques deviennent alors discontinus [RR75] [SR75] [Ric76] [AR77] [CA81] [Asa83] [PAN83] [Pei83] [Ste96]. Dans la suite de cette partie, le modèle proposé par Rice [RR75] [Ric76] est présenté.

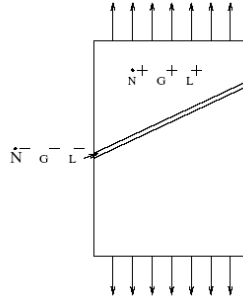


FIG. 4.11 – Bande de localisation de la déformation

Nous cherchons les conditions pour lesquelles il existe une bifurcation, c'est-à-dire le moment où se crée une bande de part et d'autre de laquelle il n'y a plus continuité au niveau des champs, comme le montre la Figure 4.11.

Il faut d'abord vérifier les équations de champs :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\dot{N}^T) &= 0 \\ G &= \operatorname{grad}(V) \end{aligned} \quad (4.40)$$

ainsi que la loi de comportement, avec la notation  $L_{ijkl}^{RR} = L_{ijlk}$ , qui permettra d'exprimer le critère sous forme intrinsèque :

$$\dot{N}_{ij} = L_{ijlk} G_{kl} \Rightarrow \dot{N}_{ij} = L_{ijkl}^{RR} G_{kl} \quad (4.41)$$

Les conditions aux limites en déformation ou en contrainte sont ajoutées. Les forces de volume ne sont pas prises en compte dans l'analyse pour des raisons de simplicité, mais leur introduction peut être effectuée sans difficulté majeure.

Le champ gradient de vitesse est discontinu au passage de la bande de localisation. La condition cinématique au niveau du saut du gradient des vitesses s'écrit à partir de l'application de la condition de compatibilité d'Hadamard [Had03] :

$$[G_{ij}] = G_{ij}^+ - G_{ij}^- = \kappa_i \lambda_j \quad (4.42)$$

$\kappa$  caractérise l'amplitude du saut ainsi que le mode de localisation, alors que  $\lambda$  est la normale à la bande de localisation.

De plus, il faut qu'il y ait continuité des efforts normaux au niveau de l'interface créée par la bande de localisation. Cela revient à écrire que la projection du tenseur nominal des contraintes sur l'interface est la même de part et d'autre de la bande, soit :

$$\dot{N}_{ji}^+ \lambda_j = \dot{N}_{ji}^- \lambda_j \Rightarrow [\dot{N}_{ji}] \lambda_j = 0 \quad (4.43)$$

En appliquant la loi de comportement (4.41) dans (4.43), on a :

$$L_{jikl}^{RR+} G_{kl}^+ \lambda_j = L_{jikl}^{RR-} G_{kl}^- \lambda_j \quad (4.44)$$

En intégrant la condition de compatibilité cinématique (4.42) dans la relation (4.44), on obtient :

$$L_{jikl}^{RR+} (G_{kl}^- + \kappa_k \lambda_l) \lambda_j = L_{jikl}^{RR-} G_{kl}^- \lambda_j \quad (4.45)$$

Cette dernière équation peut aussi s'exprimer sous la forme suivante :

$$L_{jikl}^{RR+} \kappa_k \lambda_l \lambda_j = (L_{jikl}^{RR-} - L_{jikl}^{RR+}) G_{kl}^- \lambda_j \quad (4.46)$$

Il faut se placer à l'instant où la bande de localisation se crée, c'est-à-dire juste au moment de l'apparition de la bifurcation. Il est alors possible d'écrire que le module tangent est le même de part et d'autre de la bande  $L^{RR+} = L^{RR-} = L^{RR}$  :

$$L_{jikl}^{RR} \kappa_k \lambda_l \lambda_j = 0 \quad (4.47)$$

Cette dernière équation admet deux familles de solutions différentes :

- soit tous les  $\kappa_k$  sont nuls, l’amplitude des sauts est nulle, il n’y a pas bifurcation, les champs mécaniques sont continus en tout point du matériau ;
- soit au moins un des  $\kappa_k$  n’est pas nul, à ce moment là, il y a un système d’équations liées. Il est possible d’écrire cette condition sous la forme :

$$\det (L_{jkl}^{RR} \lambda_l \lambda_j) = 0 \quad (4.48)$$

Cette relation sous forme indicielle peut se réécrire sous une forme intrinsèque comme :

$$\det (\lambda.L^{RR}.\lambda) = \det (Q) = 0 \quad (4.49)$$

où  $Q$  est connu sous le nom de tenseur acoustique.

Nous avons donc obtenu une relation simple qui ne dépend que du module tangent et qui ne dépend pas directement de la contrainte ou de la déformation (uniquement de leur influence qui peut être importante dans le module tangent).

Il apparaît que la qualité de la définition du module tangent va fortement influencer la pertinence des résultats au niveau du calcul du déterminant du tenseur acoustique.

## 4.4 Détermination des Courbes Limites de Formage directes et séquentielles

Dans cette partie, l’aptitude de nos deux modèles, couplés au critère de Rice, à déterminer des Courbes Limites de Formage pour des trajets directs, puis séquentiels, va être étudiée pour les deux aciers monophasés ferritiques et les deux aciers biphasés ferrito-martensitiques du troisième chapitre. Ne disposant pas de données expérimentales pour ces aciers, les résultats obtenus seront comparés aux CLF directes déterminées à l’aide du modèle développé par Caysials [Cay98] [CL05] qui sera considéré comme référence. Ce modèle, appelé ArcelorMittal V9.2, couramment utilisé par ArcelorMittal, repose sur une loi de comportement viscoplastique écrite en petites déformations et s’appuie sur un modèle d’instabilité lié à de l’endommagement. Il a été évalué sur une large gamme d’aciers, pour lesquels des CLF expérimentales furent également établies. Il s’avère que les résultats obtenus sont proches des niveaux de formabilité quantifiés expérimentalement pour des chargements linéaires, comme le montre la Figure 4.12.

Malgré de bons résultats, ce modèle ne permet pas de tenir compte des effets microstructuraux sur la perte de ductilité. Les deux approches proposées dans cette thèse ont été développées pour pallier ces limitations et permettre d’aider à l’élaboration de nouveaux aciers.

De plus, le domaine de validité du modèle ArcelorMittal V9.2 se restreint aux CLF directes. C’est pourquoi seule une étude qualitative sera proposée pour les CLF simulées pour des trajets séquentiels à partir du critère de Rice.

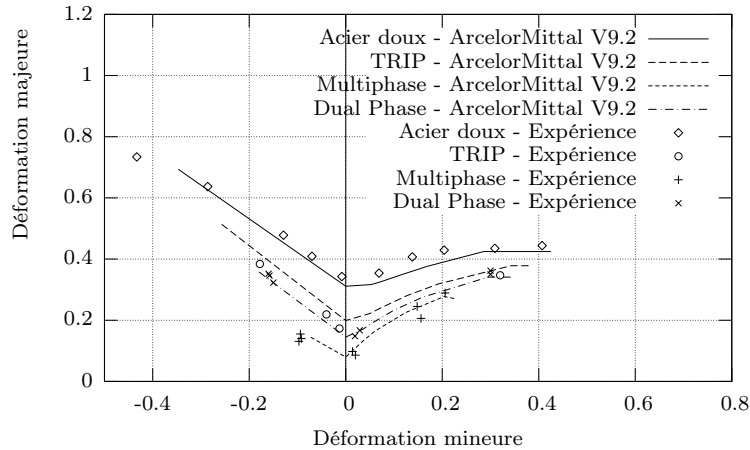


FIG. 4.12 – Validation du modèle ArcelorMittal V9.2 sur différents aciers pour des trajets directs

Pour obtenir les CLF directes, différents trajets directs de déformation sont simulés en imposant un tenseur mixte de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \sigma_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \epsilon_{11} \quad (4.50)$$

Plusieurs chemins de déformation sont obtenus en faisant varier le rapport  $\rho = \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}}$ . Le domaine du rétreint (partie gauche de la CLF) est parcouru pour des valeurs de  $\rho$  comprises entre -0,5 (traction uniaxiale) et 0 (traction plane). Le domaine de l'expansion (partie droite de la CLF) sera décrit lorsque le rapport  $\rho$  évoluera de 0 à 1 (expansion équibiaxiale). Le pas de calcul est de  $1.10^{-4}$ .

Les points des CLF séquentielles présentées dans ce chapitre sont obtenus à partir de la simulation de trajets séquentiels. Chacun de ces essais est composé de trois chemins de déformation. La prédéformation sera imposée avec le tenseur mixte où  $\rho$  sera égal à -0.5 pour une traction uniaxiale, ou 1 pour une expansion équibiaxiale, avec un pas de calcul de  $1.10^{-4}$ . Ensuite un trajet de décharge sera imposé jusqu'à contrainte nulle. Enfin la recharge sera simulée de la même manière que les trajets directs, en faisant varier  $\rho$  de -0,5 à 1, toujours avec le même pas de calcul.

#### 4.4.1 Simulations des CLF directes pour des aciers monophasés

Les CLF directes obtenues avec le critère de Rice, pour le "modèle 1" et le "modèle 2", sont comparées à la CLF directe de référence du modèle ArcelorMittal V9.2 pour les aciers monophasés IF-Ti1 et IF-Ti2. Ces courbes sont tracées sur les Figures 4.13 et 4.14. Pour ces aciers, les paramètres utilisés pour les deux modèles sont ceux identifiés dans le chapitre précédent (cf. Tabs. 3.3, 3.4, 3.7 et 3.8).

##### Acier monophasé IF-Ti1

Pour cet acier monophasé, les CLF calculées à l'aide du critère de Rice se positionnent globalement en dessous de la CLF de référence, comme le montre la Figure 4.13. Le "modèle 1"

s'avère être plus proche que le "modèle 2".

Dans le domaine du rétreint, correspondant à la partie négative de la CLF, l'écart moyen entre les résultats de la simulation du "modèle 1" et la courbe de référence avoisine les 5 à 10% de déformation majeure. Cet écart est plus important pour le "modèle 2", de l'ordre de 15%. Dans le domaine de l'expansion biaxiale, correspondant à la partie positive de la CLF, des différences plus grandes sont observables entre les deux modèles. L'allure de la courbe du "modèle 1" est croissante, la formabilité devient surestimée lorsque l'on s'approche de l'expansion équi-biaxée. Ce phénomène a lieu pour des trajets où le rapport des déformations  $\rho$  est supérieur à 0,5. Le mécanisme d'endommagement n'est pas pris en compte dans le modèle. Il est prépondérant en expansion, c'est pourquoi la CLF est surestimée dans cette zone. On remarque également que les résultats obtenus à ce moment-là présentent une certaine dispersion. L'évolution de la courbe du "modèle 2" est croissante pour les trajets où  $\rho$  est compris entre 0 et 0,5 puis décroissante. L'apport de la microstructure intragranulaire semble accélérer la localisation. Il est à noter que la dispersion des points de la partie droite de la CLF, observée pour le "modèle 1", est beaucoup plus faible, voire inexistante. Enfin, on peut remarquer que le point de la CLF correspondant à la traction plane, pour le modèle ArcelorMittal V9.2, ne se situe pas à  $\ln(1 + \frac{A_g}{100})$ . Il est plus élevé car il dépend de la sensibilité à la vitesse qui est introduit dans ce modèle [MF90] [NM08].

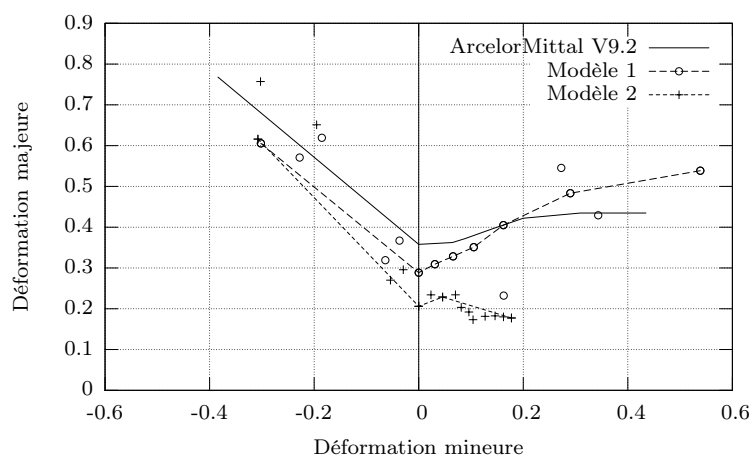


FIG. 4.13 – Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier monophasé IF-Ti1

### Acier monophasé IF-Ti2

Des tendances similaires à celles observées pour l'acier précédent sont visibles sur la Figure 4.14. Le "modèle 1" reste plus proche que le "modèle 2" de la CLF de référence. L'évolution de la déformation de localisation pour les trajets de type rétreint est quasi-linéaire pour le premier modèle, avec une légère tendance à la surestimation. La même remarque peut être faite pour le second modèle, même si la localisation semble plus précoce lorsqu'on s'approche d'un trajet de traction uniaxiale ( $\rho = -0,5$ ). Les niveaux de déformation à localisation trouvés par les deux modèles sont proches. En particulier, la localisation à traction plane ( $\rho = 0$ ) est la même, ce qui n'était pas le cas pour l'acier monophasé IF-Ti1. On peut d'ailleurs légitimement se demander si ce point n'est pas ici surestimé. En effet, une limite de ductilité plus faible conférerait

ainsi une évolution croissante pour les trajets dont le rapport des déformations  $\rho$  est compris entre 0 et 0,5, comme cela fut observé pour l'acier précédent.

Pour les trajets d'expansions biaxiales ( $\rho > 0,5$ ), l'évolution de la limite de ductilité déterminée par le premier modèle est croissante et surestimée, tout comme pour l'acier ferritique précédent. Là encore, une certaine dispersion des résultats est remarquée. Tout comme pour l'acier monophasé IF-Ti1, l'évolution de la courbe du "modèle 2" est globalement décroissante dans la zone d'expansion.

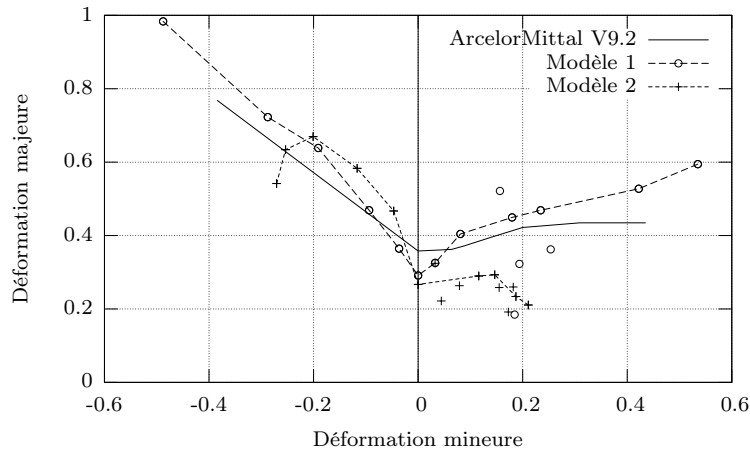


FIG. 4.14 – Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier monophasé IF-Ti2

#### 4.4.2 Simulations des CLF directes pour des aciers biphasés

A présent, la même analyse va être réalisée pour les aciers ferrito-martensitiques DP1 et DP2. Les comparaisons des différentes CLF directes sont tracées sur les Figures 4.15 et 4.16. Pour ces aciers, les paramètres utilisés pour les deux modèles sont ceux identifiés dans le chapitre précédent (cf. Tabs. 3.11 à 3.14).

Pour le second modèle, l'identification des paramètres de la phase martensitique a été discutée dans le troisième chapitre. Deux identifications sont possibles et il a été montré que ce choix importait peu quant à l'estimation du comportement macroscopique. Il va être montré ici que l'identification choisie pourra, par contre, avoir un impact sur la détection de la localisation. L'activation des seuls paramètres  $I$  et  $R$  pour la phase martensitique sera notée par la suite "identification 1". L'"identification 2" correspond au cas où les paramètres de la phase martensitique sont les mêmes que ceux de la phase ferritique. Ces derniers seront, dans les deux cas, ceux donnés dans les Tableaux 3.12 et 3.14.

##### Acier biphasé DP1

Tout d'abord, on remarque que le "modèle 1" est en mesure d'obtenir une courbe qui s'approche de l'allure d'une CLF alors que le second modèle est en difficulté.

Le niveau de la CLF est surestimé par le premier modèle, mais reste tout de même inférieur à celui simulé pour les aciers ferritiques, ce qui est en accord avec ce qui est observé expérimentalement dans le cas d'un multiphasage durcissant. Cette surestimation peut s'expliquer par une différence

de comportement entre les deux phases, pas assez bien reproduite numériquement. L'évolution de la déformation de localisation est globalement croissante dans le domaine du rétreint alors que la dispersion observée dans le domaine expansif pour les aciers ferritiques est encore présente pour cet acier biphasé.

Les résultats obtenus par le second modèle sont difficilement exploitables. Cependant, on remarque que la limite de ductilité pour un essai de traction uniaxiale est mieux estimée qu'avec le premier modèle. De plus, l'impact de l'identification de la phase martensitique est parfaitement mis en relief et cela montre que pour ce type d'acier, il est important de connaître le comportement des deux phases pour avoir une meilleure identification des paramètres.

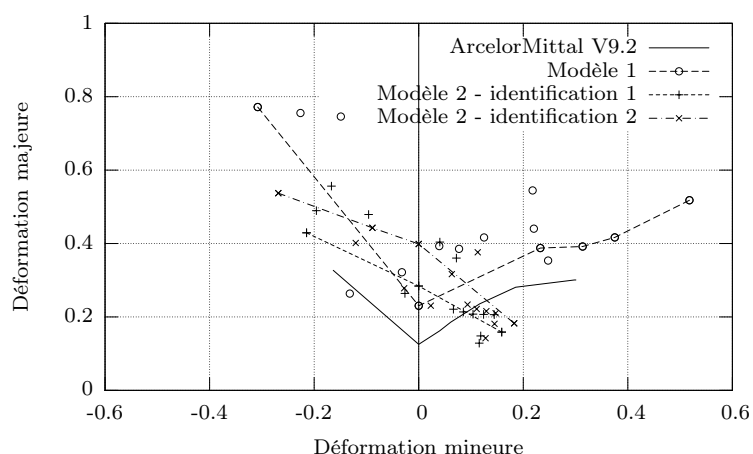


FIG. 4.15 – Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier biphasé DP1

### Acier biphasé DP2

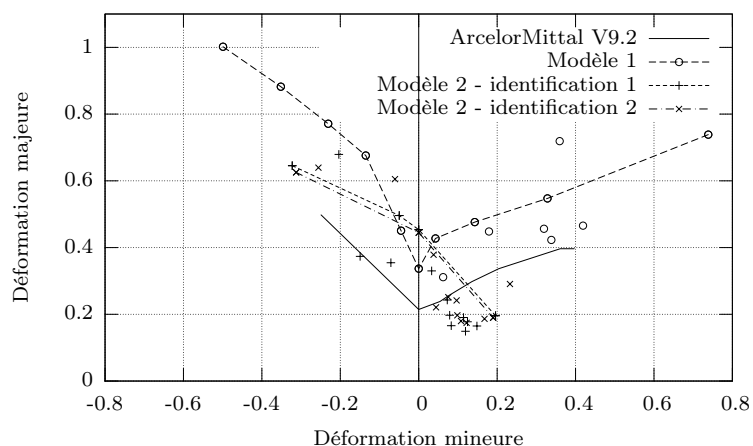


FIG. 4.16 – Comparaisons de CLF directes obtenues avec différents modèles pour l'acier biphasé DP2

A partir de l'observation de la Figure 4.16, les mêmes conclusions peuvent être faites pour ce second acier ferrito-martensitique. Toutefois, le niveau de la CLF obtenue avec le "modèle 1" est



supérieur à celui des aciers ferritiques étudiés précédemment. L'explication à cette incohérence physique repose très certainement sur l'identification des paramètres.

### 4.4.3 Discussions

Les CLF directes tracées pour les différents aciers ont montré que le "modèle 1" permet d'obtenir des résultats convenables quel que soit le type d'acier alors que le "modèle 2" semble inadapté, pour le moment, pour déterminer la limite de ductilité des aciers biphasés. En s'intéressant uniquement au cas des aciers monophasés, on remarque que le premier modèle aboutit à des déformations de localisation dispersées pour plusieurs trajets successifs dans le domaine de l'expansion, alors que ce phénomène est inexistant, tout au moins fortement atténué, avec le second modèle.

Pour tenter d'expliquer cette dispersion, l'influence du nombre d'orientations cristallographiques, du pas de calcul, de la méthode d'intégration et des erreurs numériques a été étudiée sur l'acier monophasé IF-Ti1. Par défaut, une texture composée de 1000 orientations et un pas de calcul de  $1.10^{-3}$  ont été choisis. Les résultats sont présentés sur les Figures 4.17 et 4.18. Aucune tendance ne semble malheureusement se dessiner pour ces différents facteurs.

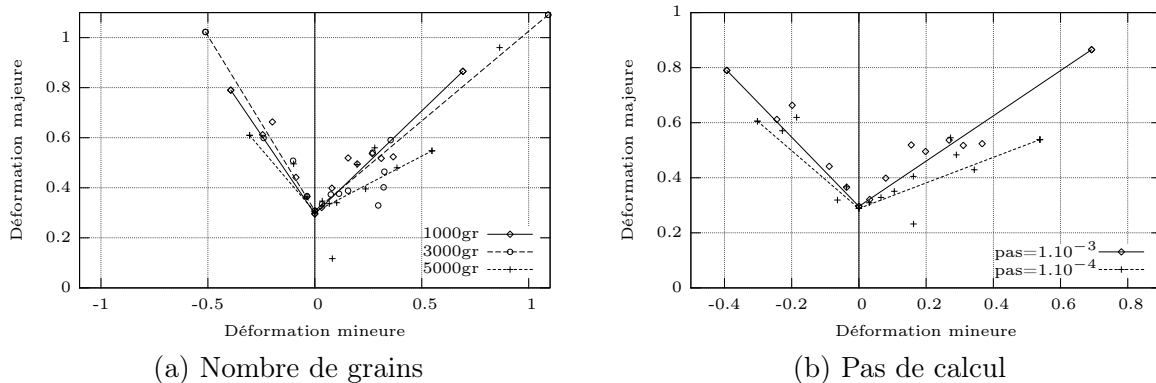


FIG. 4.17 – Influence de différents paramètres sur la dispersion des points de la CLF directe

L'impact du nombre de grains (ou orientations cristallographiques) sur la CLF directe est montré sur la Figure 4.17(a). Les points proches de la traction plane sont peu ou pas affectés par le nombre de grains choisi. Par contre, l'effet de la texture initiale est très visible pour les essais de traction uniaxiale ( $\rho=-0,5$ ) et d'expansion équi-biaxiale ( $\rho=1$ ). Le problème de dispersion subsiste, il n'est ni atténué, ni amplifié avec le nombre croissant de grains.

L'analyse de la Figure 4.17(b) permet de constater que la diminution du pas de calcul génère une baisse de la limite de ductilité, quel que soit le domaine considéré. Seule la localisation pour la traction plane reste quasi inchangée. La dispersion des points de la CLF est légèrement améliorée lorsque le pas de calcul est plus faible.

Les erreurs engendrées par certaines composantes, normalement nulles, mais numériquement très faibles, dans les tenseurs de taux de déformation et de taux de rotation, ont également été étudiées. Pour cela, ces composantes ont été forcées à zéro lorsqu'elles atteignent une valeur seuil. Les résultats de cette étude sont montrés sur la Figure 4.18. Le cas 1 correspond au calcul sans

élimination des erreurs numériques. La valeur limite est fixée à  $1.10^{-10}$  pour le cas 2,  $1.10^{-15}$  pour le cas 3 et  $1.10^{-20}$  pour le cas 4.

Ces erreurs numériques engendrent des écarts uniquement pour les trajets d'expansion biaxiale dont le rapport des déformations  $\rho$  est supérieur à 0,5. Ainsi, l'impact des termes de rotation très faibles sera d'autant plus important que la biaxialité de l'essai est forte. Il est logique de retrouver un tel effet sur la perte de ductilité car le critère utilisé dans cette thèse est dépendant du module tangent macroscopique, lui-même lié au taux de rotation.

Nous pouvons donc conclure que les CLF directes déterminées jusqu'ici sont fiables pour les trajets de déformation dont le rapport de déformation  $\rho$  est compris entre -0,5 et 0,5.

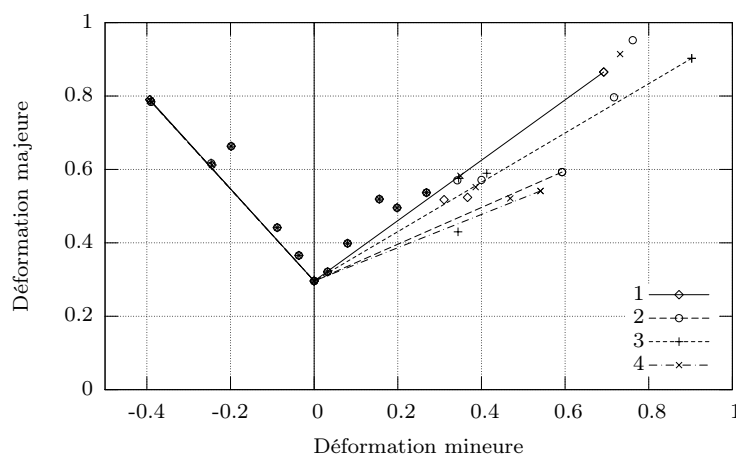


FIG. 4.18 – Influence des erreurs numériques sur la dispersion des points de la CLF directe

Enfin, il a été vérifié que la méthode d'intégration numérique était sans incidence sur la détermination de la perte de ductilité. Les résultats obtenus à l'aide de la méthode d'Euler sont identiques à ceux déterminés par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre.

#### 4.4.4 Simulation des CLF séquentielles pour des aciers monophasés

À présent, une étude qualitative sur les CLF déterminées avec le critère de Rice, pour des trajets séquentiels, est menée pour les aciers monophasés IF-Ti1 et IF-Ti2. Les Figures 4.19 et 4.20 présentent les CLF obtenues après une prédéformation de 5% en traction uniaxiale ou de 5% en expansion équilibaxiale.

##### Acier monophasé IF-Ti1

La Figure 4.19(a) montre, pour des trajets séquentiels, que la CLF prédite par le "modèle 1" est bien déplacée dans le sens du premier trajet de chargement. Ainsi, une prétraction uniaxiale déplace la CLF vers le haut et vers la gauche alors qu'une prédéformation en expansion équilibaxiale engendre un déplacement de la CLF vers le bas et vers la droite. Ce résultat est aussi retrouvé avec le second modèle, comme l'illustre la Figure 4.19(b).

L'ajout d'un trajet de prédéformation accentue la dispersion des déformations de localisation observée dans le domaine de l'expansion biaxiale, pour le premier modèle.

Pour le second modèle, l'allure de la CLF obtenue après une expansion équilibaxiale est proche de

celle en trajet direct. Par contre, on constate que la prédéformation en traction uniaxiale mène à une allure de CLF proche d'une droite décroissante.

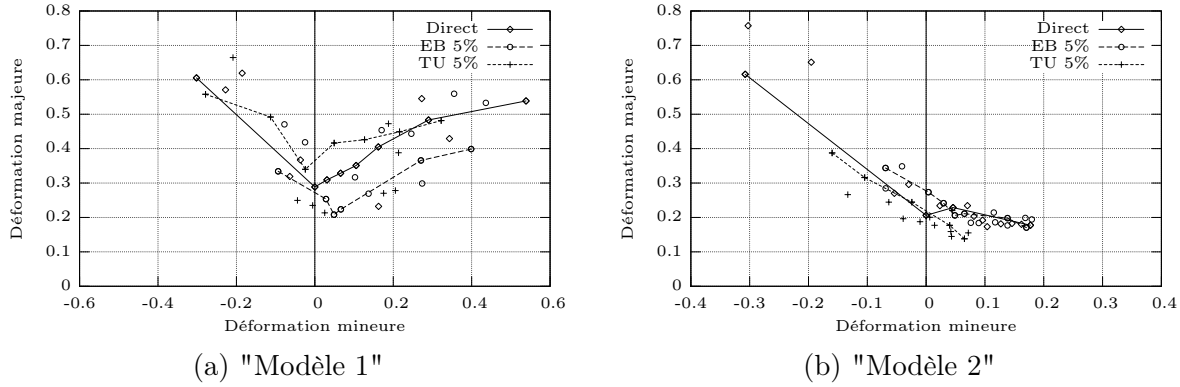


FIG. 4.19 – CLF séquentielles pour l'acier monphasé IF-Ti1

### Acier monphasé IF-Ti2

Comme pour l'acier monphasé IF-Ti1, la Figure 4.20 montre que les CLF séquentielles sont déplacées dans le sens du trajet de prédéformation. Le second modèle, jusqu'ici épargné par le phénomène de dispersion observé pour des trajets de déformation dont  $\rho$  est supérieur à 0,5, est à son tour affecté. Ceci rend plus difficile la détermination d'une allure de CLF. On remarque aussi, pour cet acier, que l'évolution de la déformation de localisation décroît lorsque l'on se déplace de la traction plane à la traction uniaxiale, ce qui est a priori contraire à ce qui est habituellement constaté.

Il est difficile de conclure quant à l'apport de la microstructure intragranulaire sur la détermination des CLF séquentielles pour des aciers monphasés. Ainsi, les mêmes tendances se dégagent quel que soit le modèle.

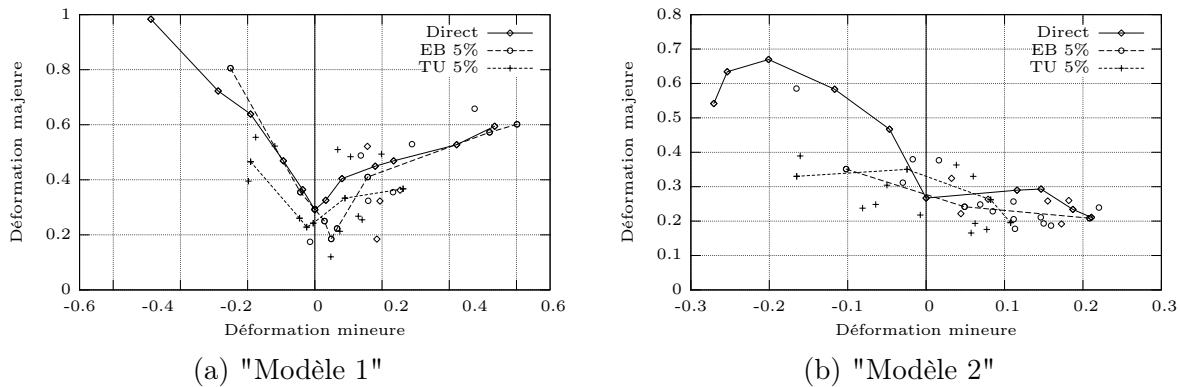


FIG. 4.20 – CLF séquentielles pour l'acier monphasé IF-Ti2

#### 4.4.5 Simulation des CLF séquentielles pour des aciers biphasés

L'effet du trajet de déformation est maintenant étudié pour les aciers ferrito-martensitiques DP1 et DP2. Les CLF séquentielles sont tracées sur les Figures 4.21 à 4.24.

##### Acier biphasé DP1

Globalement, on retrouve le fait que les CLF sont modifiées dans le sens de la prédéformation. La Figure 4.21 montre que le premier modèle donne toutefois un niveau trop faible pour la CLF après une prétraction uniaxiale, seul le décalage vers la droite est correctement reproduit. De par la forte dispersion des déformations de localisation issues des deux modèles, il devient de plus en plus difficile de donner une allure "lisible" pour certaines CLF séquentielles, comme l'atteste la Figure 4.22.

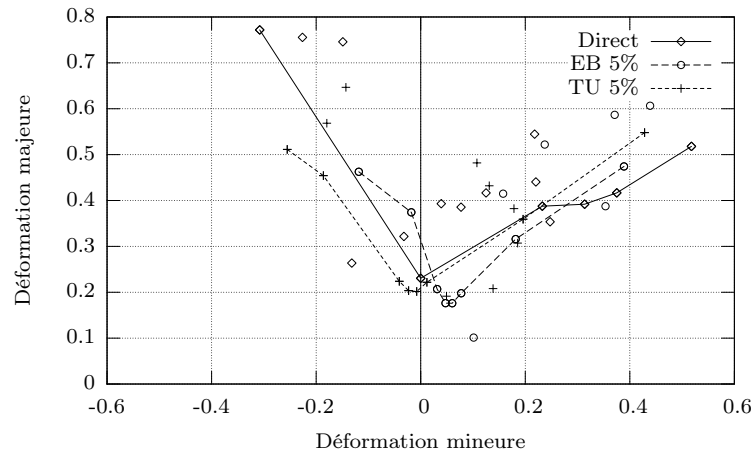
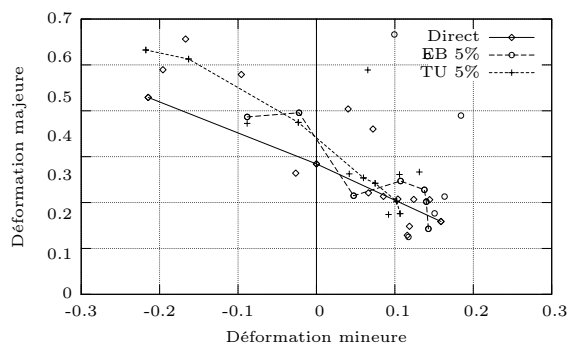
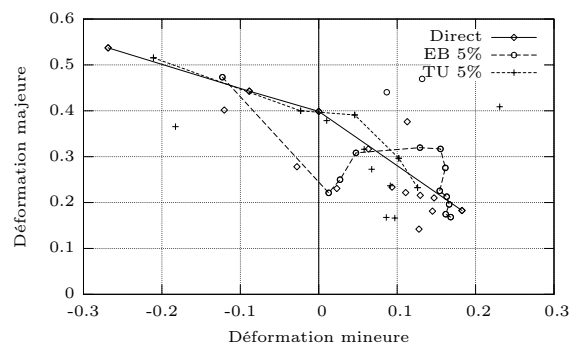


FIG. 4.21 – Modèle 1 - CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP1



(a) "Modèle 2 - identification 1"



(b) "Modèle 2 - identification 2"

FIG. 4.22 – Influence de la phase martensitique sur les CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP1

Acier biphasé DP2

Les mêmes conclusions que pour le premier acier biphasé peuvent être tirées de l'observation des Figures 4.23 et 4.24.

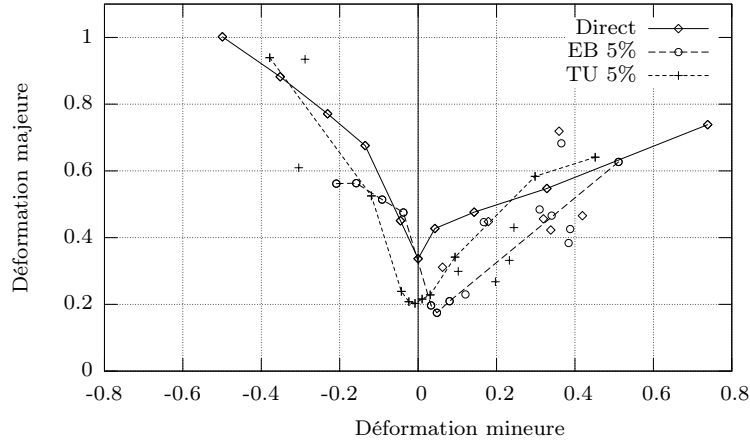
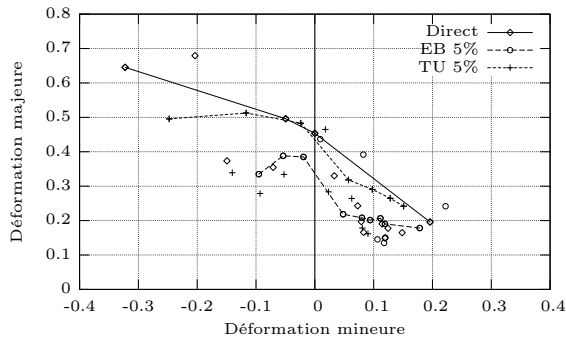
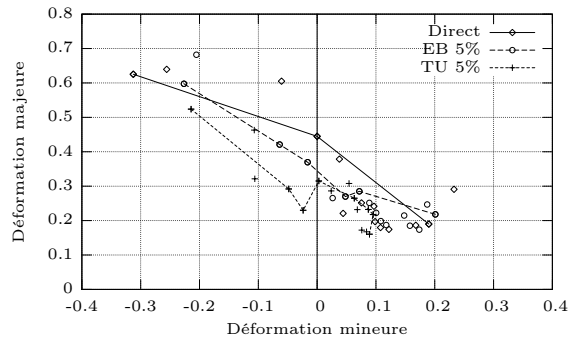


FIG. 4.23 – Modèle 1 - CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP2



(a) "Modèle 2 - identification 1"



(b) "Modèle 2 - identification 2"

FIG. 4.24 – Influence de la phase martensitique sur les CLF séquentielles pour l'acier biphasé DP2

## 4.5 Orientation des bandes de localisation

### 4.5.1 Définition

Le critère de Rice, en plus de donner la déformation à laquelle se produit la localisation, permet de déterminer l'orientation de la bande de cisaillement dans le plan de la tôle par rapport à la direction de chargement. Ce critère étant défini en 3D, il est également possible de connaître l'orientation de la bande de localisation dans l'épaisseur de la tôle par rapport à la direction de chargement [FAMLBZLB09] [FAMBZLB08].

L'orientation de la normale à la bande de cisaillement peut se définir à l'aide des coordonnées sphériques  $\psi_1$  et  $\psi_2$ , comme le montre la Figure 4.25. Ainsi, la normale  $n$  s'écrit :

$$n = \begin{pmatrix} \cos \psi_1 \sin \psi_2 \\ \sin \psi_1 \sin \psi_2 \\ \cos \psi_2 \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

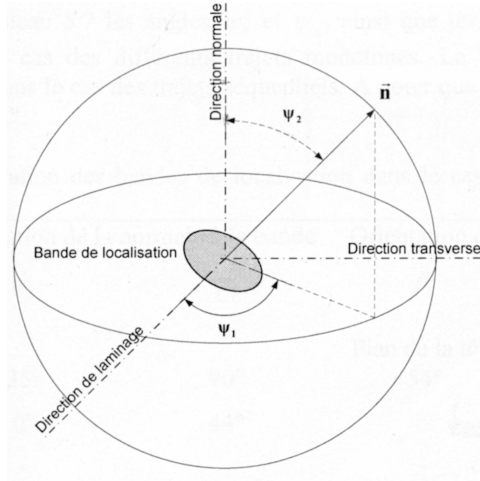


FIG. 4.25 – Définition des angles donnant l'orientation de la normale à la bande de localisation dans l'espace

L'angle  $\theta_1$ , définissant l'orientation de la trace de la bande dans le plan de la tôle par rapport à la direction de laminage, peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\theta_1 = \left| \psi_1 \pm \frac{\pi}{2} \right| \quad (4.52)$$

L'angle  $\theta_2$  définit, quant à lui, l'orientation de la trace de la bande dans le plan de l'épaisseur par rapport à la direction de laminage. Il s'écrit :

$$\theta_2 = \arctan \left( \frac{\cos(\psi_2)}{\sin(\psi_2) \cos(\psi_1)} \right) \pm \frac{\pi}{2} \quad (4.53)$$

Afin de prédire la perte de ductilité, le déterminant  $\det(\lambda.L^{RR}.\lambda)$  doit être déterminé à chaque pas de calcul. L'ensemble des orientations possibles de la normale à la bande de localisation est étudié en faisant varier  $\psi_1$  de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  et  $\psi_2$  de  $0^\circ$  à  $180^\circ$  avec un pas de  $1^\circ$  sur chaque angle. Les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont calculés de telle sorte à être compris entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .

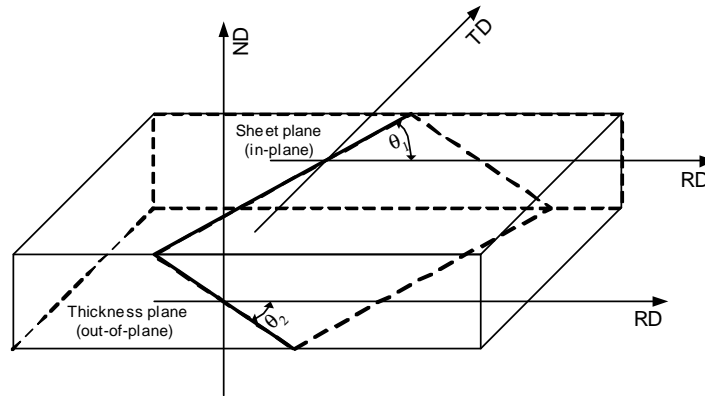


FIG. 4.26 – Définition des angles donnant l'orientation de la trace de la bande de localisation dans le plan de la tôle et dans l'épaisseur [FAMLBZLB09]

Les CLF directes et séquentielles tracées précédemment pour les différents aciers ont montré que certains résultats pouvaient susciter des questions. La connaissance de l'orientation de la bande est un moyen complémentaire de validation des déformations de localisation déterminées pour les trajets dont on connaît expérimentalement leur inclinaison.

#### 4.5.2 Aciers monophasés

Les Tableaux 4.1 à 4.7 récapitulent les orientations des bandes de localisation déterminées sur différents trajets directs et séquentiels, pour les aciers monophasés IF-Ti1 et IF-Ti2, pour les modèles 1 et 2.

##### Acier monophasé IF-Ti1

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que la CLF directe de cet acier (cf. Fig. 4.13) présente une allure correcte pour les deux modèles ainsi qu'une différence de niveau. Nous allons vérifier que les orientations des bandes trouvées par les deux modèles coïncident et qu'elles sont proches de résultats issus de la littérature.

Pour l'essai de traction uniaxiale, noté TU dans les tableaux récapitulatifs, le "modèle 1" trouve que la trace de la bande de localisation dans le plan de la tôle forme un angle  $\theta_1$  de  $49^\circ$  avec la direction de chargement (qui correspond à la direction de laminage DL dans les cas étudiés ici). Cette valeur est proche de ce qui est généralement observé expérimentalement pour ce type de trajet et retrouvé numériquement par d'autres auteurs [DB95] [Had07]. La trace dans l'épaisseur est quant à elle inclinée d'un angle  $\theta_2$  de  $51^\circ$  par rapport à DL (cf. Tab. 4.1). Ceci est en accord avec les travaux de Hanus [Han99] ou Lorrain [Lor05] qui trouvent que cet angle est situé dans un cône dont le demi-angle au sommet vaut  $45^\circ$ . Ceci permet de conclure que ce point de la CLF directe, sur la Figure 4.13, est validé.

Le "modèle 2" détermine que la bande de localisation, pour une traction uniaxiale, est inclinée d'un angle  $\theta_1$  de  $78^\circ$  par rapport à DL, dans le plan de la tôle. L'angle  $\theta_2$  vaut  $90^\circ$  (cf. Tab. 4.2), ce qui signifie que la bande de localisation se développe perpendiculairement à la direction de laminage dans l'épaisseur. Ceci est en accord avec les résultats de Haddag [Had07]. On peut

donc considérer que ce point de la CLF du "modèle 2" est correct.

Pour l'essai de traction plane, noté TP dans les tableaux suivants, les résultats trouvés pour les deux modèles ont le même ordre de grandeur (cf. Tabs. 4.1 et 4.2). Ces valeurs sont en accord avec les résultats issus de la littérature [DB95] [Ker99] [Had07]. Ainsi, ce point est confirmé pour les CLF directes des deux modèles.

Pour l'essai d'expansion équibiaxiale, noté EEB dans les tableaux de cette partie, la bande de localisation semble se développer quasi perpendiculairement à la direction de laminage (cf. Tabs. 4.1 et 4.2). Ceci revient à dire que la bande de localisation est parallèle à l'une des directions de chargement. Ce résultat est en accord avec la théorie de M-K qui considère le défaut perpendiculaire à la direction de sollicitation dans le domaine de l'expansion. Ainsi, ce troisième point des CLF directes des deux modèles peut également être validé.

La cohérence des CLF directes déterminées à l'aide des deux modèles pour cet acier est validée. Les écarts d'inclinaison observés avec les résultats de la littérature sont certainement dus à l'anisotropie initiale du matériau.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	41/221	121/59	49	51
TP	0/180/360	142/38/142	90	38
EEB	173/353	155/25	83	25

TAB. 4.1 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier monophasé IF-Ti1

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	168/348	90/90	78	90
TP	168/348	147/33	78	33
EEB	178/358	37/143	88	37

TAB. 4.2 – Modèle 2 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier monophasé IF-Ti1

Haddag [Had07] a montré dans sa thèse que des prédéformations en traction uniaxiale ou en expansion équibiaxiale modifiaient peu les orientations des bandes de localisation déterminées pour les trajets directs. Comme l'indiquent les Tableaux 4.3 et 4.4, cette observation est retrouvée avec les deux modèles, pour les essais de traction plane, quelle que soit la prédéformation. Les résultats trouvés pour les autres trajets ne permettent pas de tirer de conclusions générales puisque les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  diffèrent d'un modèle à l'autre.



	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU(5%)-TU	134/314	134/46	44	36
TU(5%)-TP	4/184	141/39	86	39
TU(5%)-EEB	35/215	26/154	55	22
EEB(5%)-TU	105/285	125/55	15	20
EEB(5%)-TP	3/183	38/142	87	38
EEB(5%)-EEB	59/239	149/31	31	17

TAB. 4.3 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets séquentiels pour l'acier monphasé IF-Ti1

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU(5%)-TU	73/253	40/140	17	14
TU(5%)-TP	9/189	144/36	81	36
TU(5%)-EEB	137/317	118/62	47	54
EEB(5%)-TU	64/244	42/138	26	22
EEB(5%)-TP	13/193	141/39	77	38
EEB(5%)-EEB	133/313	35/145	43	26

TAB. 4.4 – Modèle 2 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets séquentiels pour l'acier monphasé IF-Ti1

### Acier monphasé IF-Ti2

A présent, la même étude de l'inclinaison de la bande de localisation pour différents trajets va être réalisée pour le second acier monphasé. L'analyse des CLF directes de l'acier monphasé IF-Ti2 (cf. Fig. 4.14) a montré que des doutes pouvaient être émis quant à la véracité des points de traction plane et de traction uniaxiale pour le second modèle. Les résultats regroupés dans les Tableaux 4.5 et 4.6 permettent de lever l'ambiguïté.

L'inclinaison de la bande de localisation, dans le plan de la tôle et dans son épaisseur, pour un essai de traction uniaxiale, déterminée avec le "modèle 1" (cf. Tab. 4.5), est en accord avec les résultats issus de la littérature [DB95] [Han99] [Lor05] [Had07]. Contrairement à l'acier monphasé précédent, le "modèle 2" (cf. Tab. 4.6) trouve une orientation non conforme avec ce qui est généralement observé.

Pour un essai de traction plane, le "modèle 1" trouve une bande de localisation orientée perpendiculairement à DL dans le plan de la tôle (cf. Tab. 4.5), en accord avec les résultats issus de la littérature [Ker99] [Had07]. L'angle  $\theta_2$  est du même ordre de grandeur que ceux trouvés par Haddag [Had07] ou Keryvin [Ker99].

Lors de l'analyse de la CLF directe du second modèle, il nous a semblé que le point de traction plane n'était pas correct au vu des trajets voisins. Ceci est confirmé avec l'analyse des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  puisque ces résultats sont incohérents (cf. Tab. 4.6).

L'orientation de la bande de localisation trouvée par le "modèle 1" après un essai d'expansion équibiaxiale ne correspond pas à celle du premier acier monphasé (cf. Tab. 4.5). Le "modèle 2" développe la bande de localisation dans la direction de laminage, c'est à dire perpendiculaire à la seconde direction de chargement (cf. Tab. 4.6). Ce résultat est en accord avec la théorie de M-K.

Les points extrêmes de la CLF directe issue du "modèle 1" sont globalement validés avec l'analyse de l'orientation des bandes, ce qui n'est pas entièrement confirmé pour le second modèle.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	142/322	141/39	52	33
TP	1/181	141/39	89	39
EEB	51/213	149/31	39	20

TAB. 4.5 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier monphasé IF-Ti2

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	80/260	146/34	10	7
TP	98/278	24/156	8	4
EEB	85/265	108/72	5	15

TAB. 4.6 – Modèle 2 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier monphasé IF-Ti2

Comme pour le premier acier monphasé, les valeurs des angles indiquées dans les Tableaux 4.8 et 4.7 confirment l'observation de Haddag [Had07] uniquement pour les essais de traction plane, quelle que soit la prédéformation et pour les deux modèles. Là encore, les résultats trouvés pour les autres trajets ne permettent pas de tirer de conclusions générales puisque les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  diffèrent d'un modèle à l'autre.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU(5%)-TU	105/285	145/35	15	10
TU(5%)-TP	88/268	64/116	2	4
EEB(5%)-TU	68/248	90/90	22	90
EEB(5%)-TP	43/223	171/9	47	7
EEB(5%)-EEB	19/199	158/22	71	21

TAB. 4.7 – Modèle 2 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets séquentiels pour l'acier monphasé IF-Ti2

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU(5%)-TU	51/231	12/168	39	8
TU(5%)-TP	1/181	39/141	89	39
TU(5%)-EEB	173/353	142/38	83	38
EEB(5%)-TU	151/331	29/151	61	26
EEB(5%)-TP	2/182	140/40	88	40
EEB(5%)-EEB	123/303	14/166	33	8

TAB. 4.8 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets séquentiels pour l'acier monphasé IF-Ti2

### 4.5.3 Aciers biphasés

Les Tableaux 4.9 à 4.14 récapitulent les orientations des bandes de localisation déterminées sur différents trajets directs, pour les aciers biphasés DP1 et DP2, pour les modèles 1 et 2. Pour ces aciers, l'analyse de l'orientation des bandes de localisation ne sera pas réalisée pour des essais séquentiels car nous avons vu que les CLF séquentielles obtenues pour ce type d'acier n'était pas toujours convaincantes.

#### Acier biphasé DP1

Nous avons vu sur la Figure 4.15 que la CLF directe de cet acier est globalement surestimée par le "modèle 1" mais avec une allure correcte. Deux identifications ont été utilisées pour le second modèle. Il s'avère que la déformation de localisation de traction uniaxiale est mieux estimée qu'avec le premier modèle.

Les valeurs des angles du premier modèle, reportées dans le Tableau 4.9, sont cohérentes avec ce qui fut trouvé pour les aciers monphasés lors d'essais de traction plane et d'expansion biaxiale. L'orientation de la bande trouvée après une traction uniaxiale semble erronée. La cohérence de la CLF directe de cet acier, obtenue à l'aide du "modèle 1", est confirmée.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	78/258	64/116	12	23
TP	177/357	40/140	87	40
EEB	7/187	139/41	83	41

TAB. 4.9 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP1

Les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  déterminés avec le second modèle sont validés pour l'"identification 1" alors que l'autre identification semble aboutir à des résultats moins cohérents, comme le montrent les Tableaux 4.10 et 4.11. D'ailleurs, la Figure 4.15 confirme ce résultat puisque la CLF obtenue avec le premier jeu de paramètres est plus proche de la CLF de référence que celle déterminée avec la seconde identification.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	31/211	136/44	59	40
TP	152/332	147/33	62	30
EEB	81/261	73/107	9	27

TAB. 4.10 – Modèle 2 (identification 1) - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP1

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	85/265	129/51	5	6
TP	12/192	140/40	78	39
EEB	131/311	147/33	41	23

TAB. 4.11 – Modèle 2 (identification 2) - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP1

### Acier biphasé DP2

Une analyse sur les orientations des bandes de localisation, similaire à celles faites précédemment pour les autres aciers, montre que la CLF obtenue avec le premier modèle est validée.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	119/299	133/47	29	27
TP	3/183	141/39	87	39
EEB	167/347	85/95	77	85

TAB. 4.12 – Modèle 1 - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP2

De même, les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  déterminés avec le second modèle sont validés pour l'identification 2" alors que l'autre identification donne des résultats moins réalistes, comme l'attestent les Tableaux 4.13 et 4.14. Pourtant, la Figure 4.16 ne montre pas de différence quand au niveau de ductilité trouvé pour ces trajets avec les deux identifications.

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	176/356	5/175	86	5
TP	69/249	160/20	21	7
EEB	97/277	71/109	7	20

TAB. 4.13 – Modèle 2 (identification 1) - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP2

	$\psi_1$ [°]	$\psi_2$ [°]	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]
TU	148/328	148/32	58	28
TP	164/344	31/149	74	30
EEB	94/274	36/144	4	3

TAB. 4.14 – Modèle 2 (identification 2) - Orientation des bandes de localisation pour différents trajets directs pour l'acier biphasé DP2

## 4.6 Outil d'aide à l'élaboration de nouveaux aciers

La capacité prédictive de notre outil numérique, composé de deux modèles couplés à un critère de ductilité, a été démontrée par la comparaison des CLF directes de différents aciers avec un modèle de référence. Son aptitude à simuler des CLF séquentielles a également été abordée, montrant ainsi que des améliorations devaient encore être apportées pour être robuste et fiable. Le critère de Rice présente l'intérêt supplémentaire de donner des informations sur l'orientation des bandes de localisation dans le plan de la tôle et dans son épaisseur.

Le dernier point qui va être abordé dans ce chapitre concerne l'étude de la capacité de notre outil à aider au développement et à la conception de nouveaux aciers sur la base de considérations microstructurales. Pour cela, la texture initiale composée de 1000 orientations cristallographiques et les paramètres de l'acier monphasé IF-Ti1 seront employés.

### 4.6.1 Influence des paramètres physiques sur la perte de ductilité

Le premier modèle utilisé dans cette thèse ne tient pas compte de la description physique de l'arrangement spatial des dislocations au sein des grains, ni de son évolution au cours de changements de trajets. Il permet néanmoins d'étudier l'effet de paramètres physiques tels que la taille moyenne de grains  $D_{moy}$ , la distance d'annihilation critique des dislocations  $y_c$  ou encore la cission critique initiale  $\tau_{c0}$ . Les Figures 4.27 et 4.28 traduisent l'influence des quatre paramètres du "modèle 1" sur les trois points extrêmes (traction uniaxiale, traction plane et expansion équibiaxiale) de la CLF directe. D'après ce qui fut présenté auparavant, il ne sera pas étonnant de ne pas pouvoir parfois conclure sur l'impact de ces paramètres sur la déformation de localisation dans le cas d'un trajet d'expansion équibiaxiale.

La Figure 4.27(a) montre que la ductilité d'un acier monphasé sera améliorée dans le domaine du rétreint lorsque la valeur du paramètre  $g_0$ , lié au libre parcours moyen, sera faible. Cela signifie donc qu'un libre parcours moyen des dislocations important va détériorer la formabilité du matériau.

L'impact de la distance d'annihilation critique  $y_c$  est globalement le même quel que soit le

domaine de la CLF dans lequel on se place. Ainsi, la ductilité sera améliorée lorsque cette distance sera faible, comme l'illustre la Figure 4.27(b). L'effet observé est donc similaire à celui du libre parcours moyen. Une distance d'annihilation critique des dislocations importante va donc limiter la formabilité du matériau.

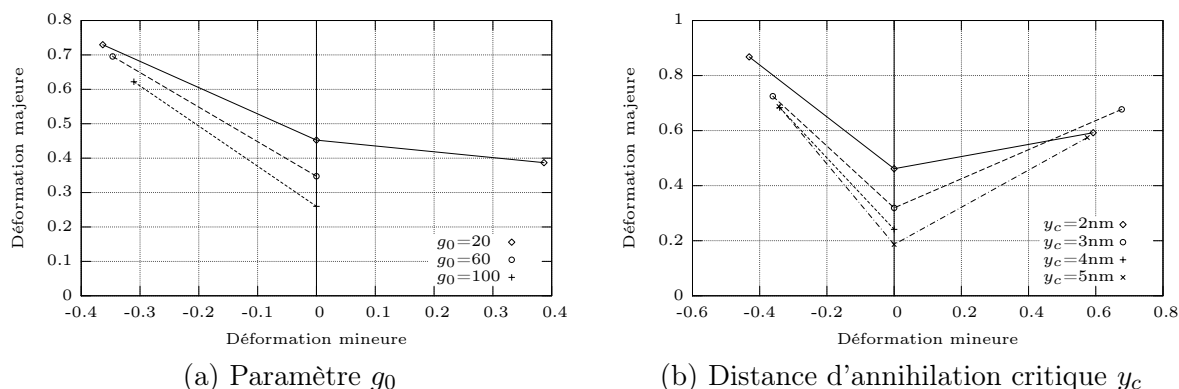


FIG. 4.27 – Influence du paramètre  $g_0$  et de la distance d'annihilation critique  $y_c$  sur les points extrêmes de la CLF directe

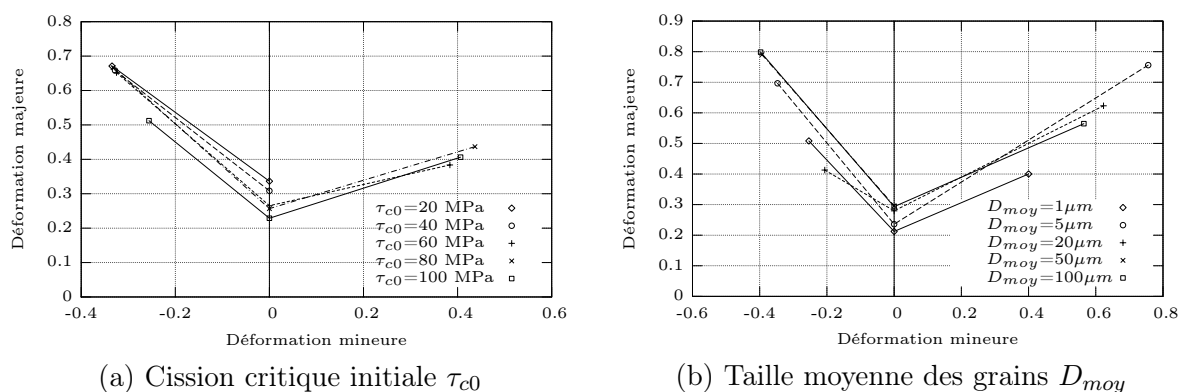


FIG. 4.28 – Influence de la cission critique initiale  $\tau_{c0}$  et de la taille moyenne des grains  $D_{moy}$  sur les points extrêmes de la CLF directe

L'analyse de la Figure 4.28(a) permet de montrer qu'une diminution de la cission critique initiale  $\tau_{c0}$  engendre une amélioration de la ductilité. Ce résultat peut être rapproché des travaux de Luft [Luf91] qui a montré pour des essais de traction sur des monocristaux de Molybdène qu'une diminution de la température engendre une augmentation de la limite d'élasticité et une baisse de la ductilité. La cission critique initiale étant liée à la limite d'élasticité en traction, l'effet retrouvé ici semble similaire.

La taille moyenne  $D_{moy}$  des grains semble avoir un effet opposé selon le domaine de la CLF dans lequel on se situe. On voit sur la Figure 4.28(b) qu'un acier monophasé à gros grain a tendance à améliorer la ductilité pour des trajets de type rétreint, alors que la localisation se déclare de manière plus précoce pour des trajets d'expansion biaxiale. En réalité, on sait que des matériaux à gros grains sont utilisés pour améliorer la ductilité.

### 4.6.2 Influence de la microstructure intragranulaire sur la perte de ductilité

Le second modèle incorpore la modélisation microscopique qui permet de tenir compte de l'évolution de l'arrangement spatial des dislocations durant la déformation plastique. De la même manière que cela fut réalisé au niveau du comportement macroscopique, il est possible de regarder l'impact des différents éléments constitutifs de la microstructure intragranulaire sur la perte de ductilité ainsi que la sensibilité de chacun des paramètres du modèle.

#### Microstructure intragranulaire composée uniquement de dislocations distribuées aléatoirement à l'intérieur des cellules

La Figure 4.29(a) montre que la ductilité d'un acier monophasé est améliorée, quel que soit le trajet de déformation, lorsque la valeur du coefficient d'immobilisation  $I$  est importante. Le paramètre  $I$  s'apparente au paramètre  $g_0$  du premier modèle, il est logique d'en retrouver les effets sur le moment d'apparition de la localisation.

Le coefficient de restauration  $R$  traduit le mécanisme d'annihilation de ces dislocations. Une forte valeur de ce paramètre signifie que le matériau annihile un nombre important de dislocations. La formabilité est détériorée, comme l'illustre la Figure 4.29(b). Ce résultat est similaire à celui trouvé auparavant pour la distance d'annihilation critique  $y_c$ .

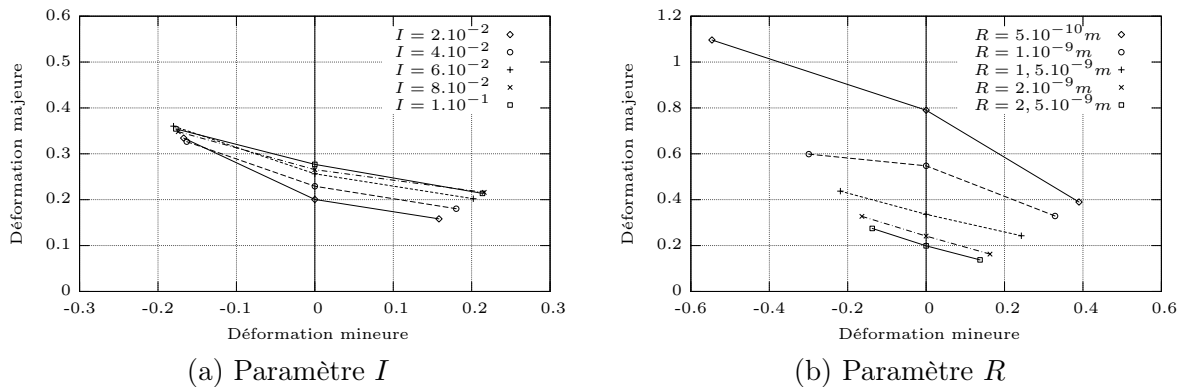


FIG. 4.29 – Influence des paramètres  $I$  et  $R$  sur les points extrêmes de la CLF directe

#### Apparition des parois de dislocations dans la microstructure intragranulaire

La Figure 4.30 présente la comparaison de CLF directes obtenues pour deux microstructures intragranulaires distinctes. L'organisation des dislocations au cours de la déformation en zones à forte et faible densité de dislocations semble améliorer la ductilité du matériau par rapport à une microstructure intragranulaire désorganisée. Les murs de dislocations se créant parallèlement aux plans où l'activité de glissement est la plus importante, il est logique que la formabilité du matériau ne soit pas défavorisée. Toutefois, il n'était pas évident, a priori, que la ductilité s'en trouve pour autant améliorée.

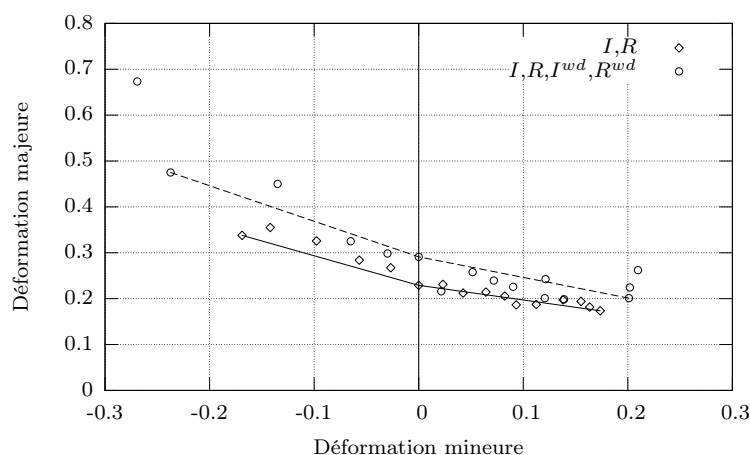


FIG. 4.30 – Microstructure intragranulaire composée de cellules et de murs de dislocations - CLF directe

Une augmentation de la valeur du coefficient d'immobilisation  $I^{wd}$  entraîne un accroissement de l'intensité des parois. D'après la Figure 4.31(a), cela semble se traduire par une amélioration de la ductilité. Autrement dit, comme les parois se développent parallèlement aux plans des systèmes de glissement les plus actifs, moins de dislocations agissent comme obstacle au mouvement des autres dislocations.

Dans cette logique, le coefficient de restauration  $R^{wd}$  devrait avoir l'effet inverse du paramètre  $I^{wd}$ . Cette attente est vérifiée puisque la Figure 4.31(b) montre une amélioration de la ductilité du matériau lorsque la valeur de  $R^{wd}$  diminue.

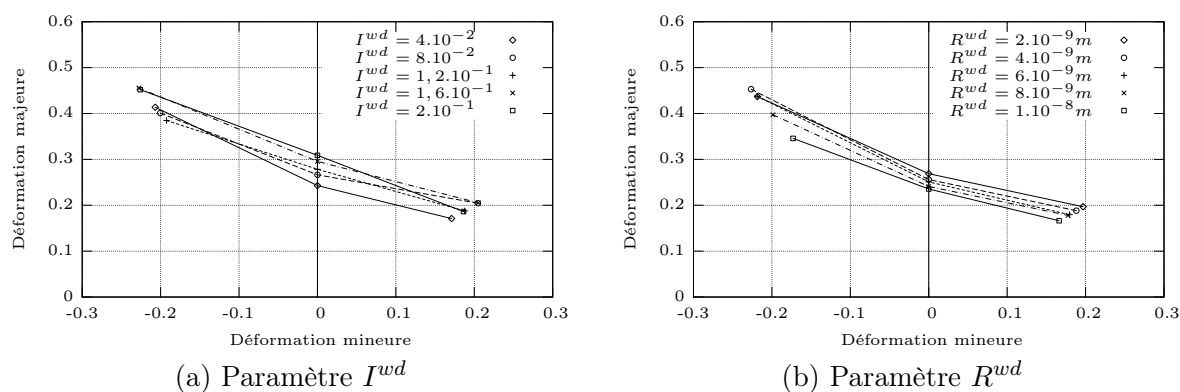


FIG. 4.31 – Influence des paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  sur les points extrêmes de la CLF directe

### Prise en compte du caractère évolutif des parois de dislocations

L'introduction du paramètre  $R^{ncg}$  dans le modèle n'a globalement pas d'effet sur la perte de ductilité des trajets directs comme l'atteste la Figure 4.32. Cette observation semble réaliste puisque ce paramètre définit l'annihilation d'une ancienne microstructure issue d'un premier trajet de déformation lors d'essais séquentiels. Il aurait été intéressant de voir son impact sur le niveau de CLF séquentielles. Cela ne fut pas étudié car les courbes obtenues par ce modèle et



présentées précédemment pour différents aciers ont montré que la fiabilité des résultats pour les trajets séquentiels n'était pas encore confirmée. Cette dernière remarque est valable pour les prochains paramètres liés à l'évolution de la microstructure intragranulaire au cours de changements de trajets.

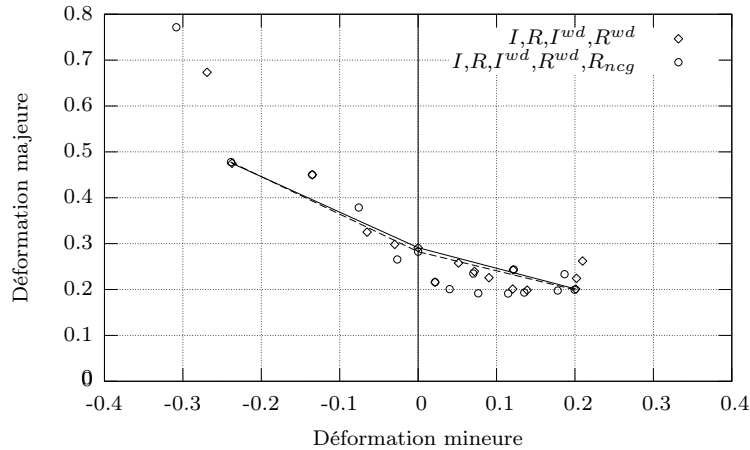


FIG. 4.32 – Prise en compte de l'évolution de la microstructure intragranulaire lors de changements de trajets - CLF directe

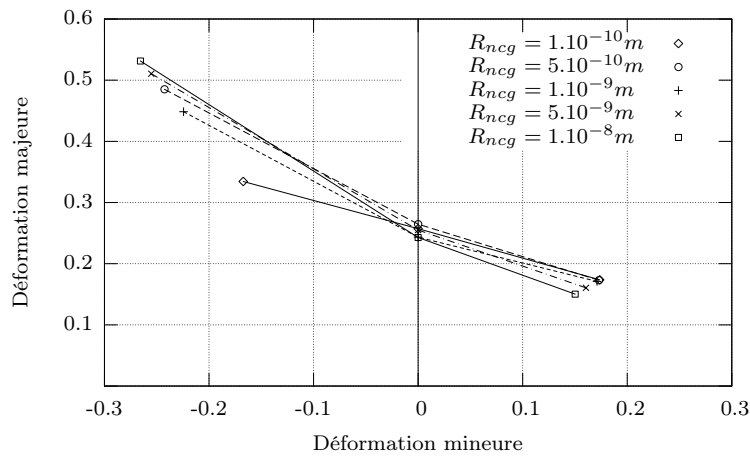


FIG. 4.33 – Influence du paramètre  $R_{ncg}$  sur les points extrêmes de la CLF directe

Le paramètre  $R^{ncg}$  retranscrit, comme les paramètres  $R$  et  $R^{wd}$ , un mécanisme d'annihilation. Comme nous venons de l'évoquer, son impact aura surtout lieu lors de changement de trajets. Néanmoins, la Figure 4.33 montre que ce coefficient n'aura pas un impact clairement défini sur le niveau de la CLF. Ceci s'explique par la construction propre du modèle. Les six familles de parois possibles sont supposées exister initialement avec un niveau d'intensité égal et faible. Ensuite les parois réellement présentes dans la microstructure sont déterminées et l'intensité des autres familles de parois devient négligeable par rapport à celles-ci. Le paramètre  $R_{ncg}$  va donc fixer la vitesse de leur destruction.

### Les parois de dislocations - une structure dipolaire

La Figure 4.34 montre que l'ajout de dislocations mobiles qui vont s'agglutiner de part et d'autre des parois implique une faible diminution de la formabilité. Ceci pourrait très bien s'expliquer par une présence plus importante de dislocations qui peuvent obstruer le glissement mais cet effet peut aussi être la conséquence d'instabilités numériques.

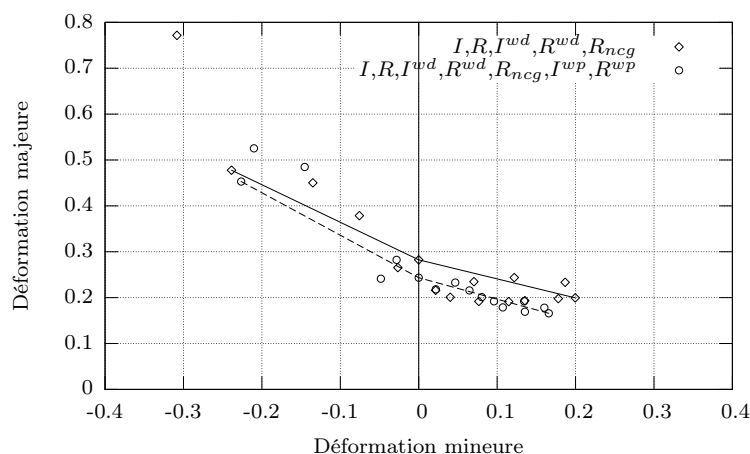


FIG. 4.34 – Prise en compte de la polarité des murs de dislocations - CLF directe

La Figure 4.35(a) montre, pour les valeurs  $1.10^{-1}$ ,  $5.10^{-2}$  et  $5.10^{-3}$  du paramètre  $I^{wp}$ , des CLF ayant la même allure. Pour ces trois valeurs, une tendance quant à l'impact de ce paramètre semble se dégager. La localisation se produira d'autant plus tard que la valeur de  $I^{wp}$  est importante. Se basant sur la justification donnée juste avant, il est logique de trouver pour ce paramètre un impact similaire à celui de  $I$ .

Après analyse de la Figure 4.35(b), on peut conclure que le paramètre de restauration  $R^{wp}$  aura un impact négligeable sur la ductilité du matériau dans le domaine de l'expansion biaxiale. Par contre, aucune réelle conclusion ne peut être formulée dans le domaine du rétreint.

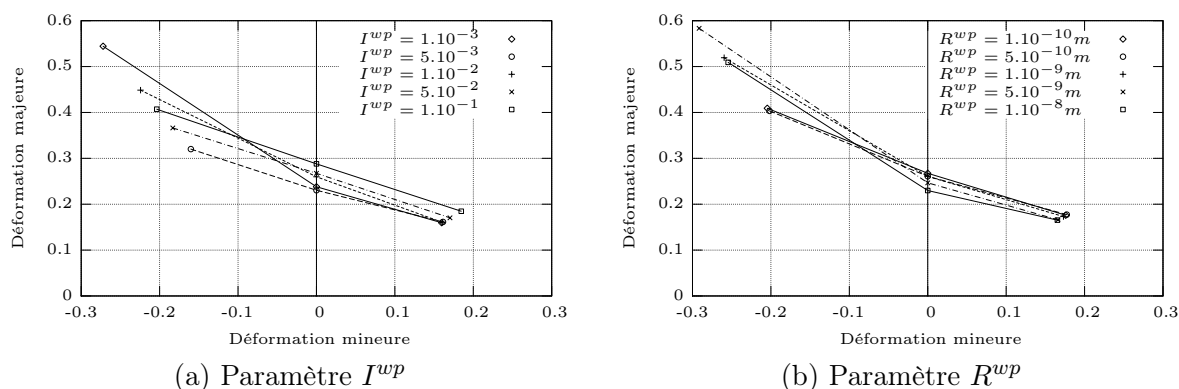


FIG. 4.35 – Influence des paramètres  $I^{wp}$  et  $R^{wp}$  sur les points extrêmes de la CLF directe

### Polarisation - dépolarisation

Le paramètre  $R_{rev}$  est spécifique aux essais Bauschinger, il est rassurant de retrouver qu'il n'a aucun impact sur la perte de ductilité lorsque celui-ci est intégré dans le modèle, comme le montre la Figure 4.36.

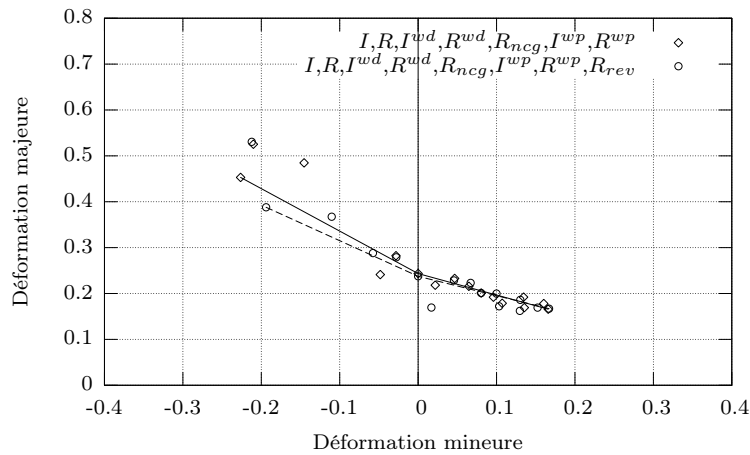


FIG. 4.36 – Prise en compte de la remobilisation des dislocations polarisées lors de changements de trajets - CLF directe

La Figure 4.38(a) confirme également cette observation, au moins pour le domaine de l'expansion biaxiale, car l'évolution de ce paramètre a un impact négligeable sur la formabilité du matériau. Les écarts observés pour la traction uniaxiale résultent certainement de problèmes numériques car aucune tendance ne se dégage.

### Annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors d'un essai Bauschinger

Tout comme le paramètre précédent, le paramètre  $R_2$  concerne l'essai Bauschinger, il n'a donc aucune conséquence sur la perte de ductilité lors de trajets directs, comme cela est vérifié sur la Figure 4.37.

La Figure 4.38(b) permet de tirer les mêmes conclusions que pour le paramètre  $R_2$ .

Enfin, la Figure 4.39(a) permet de vérifier que l'on retrouve bien le même effet pour la cission critique initiale  $\tau_{c0}$  que pour le premier modèle. Une augmentation de la cission critique initiale  $\tau_{c0}$  implique une diminution de la ductilité du matériau.

La Figure 4.39(b) traduit l'impact de la fraction volumique de murs de dislocations sur le niveau de la CLF directe. Une présence plus importante des parois dans la microstructure intragranulaire s'accompagne d'une amélioration de la ductilité. Ceci est parfaitement en accord avec les effets observés pour les paramètres  $I^{wd}$  et  $R^{wd}$  spécifiques aux parois.

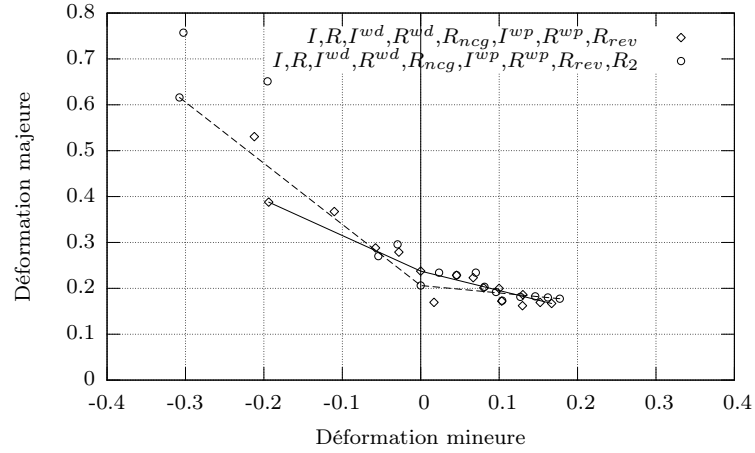
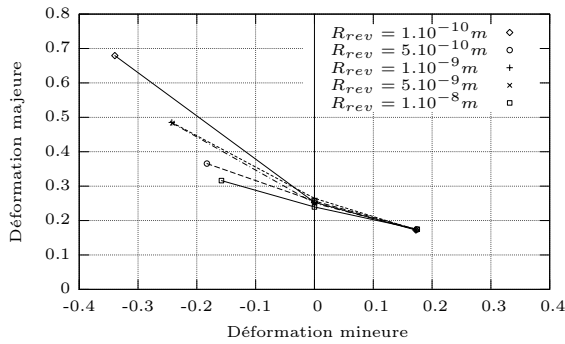
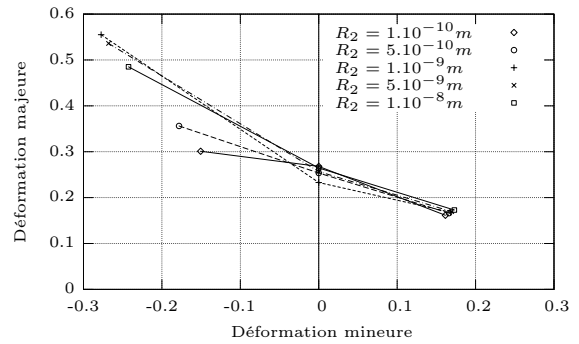


FIG. 4.37 – Prise en compte de l'annihilation partielle des dislocations à l'intérieur des cellules lors de changements de trajets - CLF directe

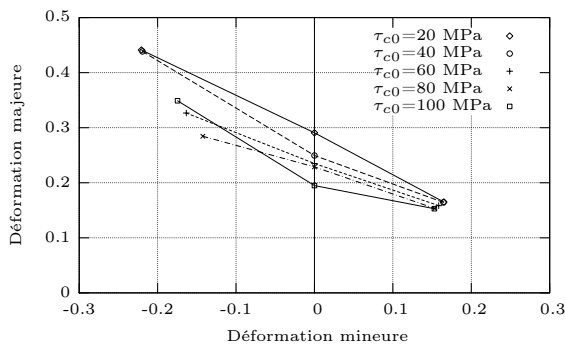


(a) Paramètre  $R_{rev}$

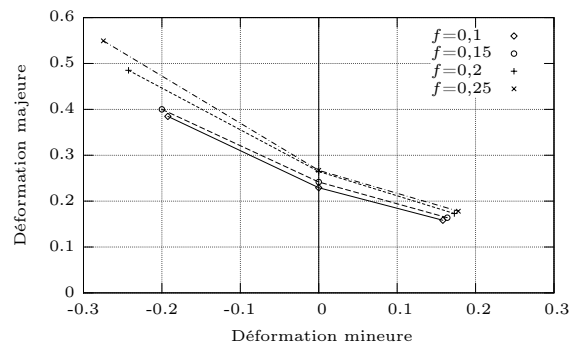


(b) Paramètre  $R_2$

FIG. 4.38 – Influence des paramètres  $R_{rev}$  et  $R_2$  sur les points extrêmes de la CLF directe



(a) Cission critique initiale  $\tau_{c0}$



(b) Fraction volumique de murs  $f$

FIG. 4.39 – Influence de la cission critique initiale  $\tau_{c0}$  et de la fraction volumique de murs  $f$  sur les points extrêmes de la CLF directe

## 4.7 Conclusions

Une étude approfondie de la perte de ductilité a été menée dans ce chapitre. Pour cela, le critère de Rice a été couplé à deux modèles - sans ("modèle 1") ou avec description de l'arrangement intragranulaire des dislocations ("modèle 2") - développés et validés dans les chapitres précédents.

Des CLF directes, déterminées avec les deux modèles, ont été tracées pour deux aciers monophasés et deux aciers biphasés, puis comparées avec un modèle de référence. Il a été montré que les deux modèles donnent des résultats assez proches des résultats de référence pour les aciers monophasés et surestimés pour les aciers biphasés. Cette surestimation dépend fortement de la méthode d'identification globale des paramètres des deux phases, le comportement spécifique à chacune d'elles n'étant pas connu. Une dispersion des points de la CLF a été observée pour le premier modèle dans le domaine de l'expansion, pour des chargements dont le rapport de déformations excède 0,5. Il a été démontré que cette dispersion est dépendante des erreurs numériques dues aux composantes proches de zéro des tenseurs de taux de déformation et de rotation. Il a été également remarqué que le second modèle abaisse le niveau de ductilité dans le domaine de l'expansion, par rapport au premier modèle utilisé. La prise en compte de la microstructure intragranulaire semble donc accélérer la localisation pour des essais d'expansion biaxiale.

Ensuite, une étude qualitative sur des CLF séquentielles, pour nos aciers monophasés et biphasés, a permis de retrouver la forte dépendance au trajet de déformation de ce type de représentation. En effet, les CLF sont bien déplacées dans le sens du premier trajet de prédéformation. A cette occasion, il fut constaté que le second modèle devait, pour l'instant, se restreindre à la détermination de CLF séquentielles uniquement pour des aciers monophasés.

L'aspect tridimensionnel du critère de Rice fut étudié par l'intermédiaire de l'analyse de l'orientation des bandes de localisation dans le plan de la tôle et dans son épaisseur. Cette caractéristique permet de valider complètement les CLF déterminées précédemment. Ainsi, les principaux résultats issus de la littérature ont été retrouvés, quel que soit le type d'acier considéré.

Enfin, l'influence des paramètres microstructuraux sur la détermination des points extrêmes de la CLF directe fut analysée. Ceci a permis de montrer que les modèles utilisés dans cette thèse pourraient être employés pour aider à l'élaboration de nouveaux aciers.

# Bibliographie

- [AR77] R. J. Asaro, J. R. Rice. Strain localization in ductile single crystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25, pp.309-338, 1977.
- [AI75] S. A. Argon, J. Im. Separation of second phase particles in spheroidised 1045 steel, Cu-0.6Pct Cr alloy, and maraging steel in plastic straining. *Metallurgical Transaction A*, 6A, pp.825-837, 1975.
- [Asa83] R. J. Asaro. Crystal Plasticity. *Journal of Applied Mechanics*, 50, pp.921-934, 1983.
- [Bab02] L. Babout. Etude par tomographie X et modélisation de l'endommagement de matériaux métalliques modèles. *PhD thesis, INSA Lyon*, 2002.
- [Bau84] B. Baudelet. Prediction of forming limit diagrams for deep drawing. *Agard lecture series*, 137(3), pp.1-22, 1984.
- [Ber81] F. M. Beremin. Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel. *Metallurgical Transaction A*, 12A, pp.723-731, 1981.
- [Bez98] S. Bezzina. Investigation of failure analysis due to damage in metal forming process. *Simulation of material processing : Theory, methods and applications*, pp.961-966, 1998.
- [BG00] H. Baaser, D. Groos. Crack analysis in ductile cylindrical shells using Gurson's model. *International Journal of Solids and Structures*, 37, pp.7093-7104, 2000.
- [BSMT96] M. Brunet, F. Sabournin and S. Mguil-Touchal. The prediction of necking and failure in 3D. *Journal de Physique IV, colloque C6, supplément au Journal de Physique III*, 6, pp.473-481, 1996.
- [CA81] Y. W. Chang, R. J. Asaro. An experimental study of shear localization in aluminium-copper single crystals. *Conference on sheet metal stamping for automotive application*, pp.241-257, 1981.
- [Cay98] F. Cayssials. A new method for predicting FLC. *In : 20<sup>th</sup> IDDRG Conference*, Brussels, 1998.
- [CL05] F. Cayssials, X. Lemoine. Predictive model of FLC (Arcelor model) upgraded to UHSS Steels. *In : 24<sup>th</sup> IDDRG Conference*, Besançon, 2005.
- [CM00] J. P. Cordebois, L. Mouric. Behaviour laws and necking prediction. *Actes de Continuous Damage and Fracture à Cachan*, pp.363-371, 2000.
- [Con85] A. Considère. Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. *Annales des Ponts et Chaussées*, 9, pp.574-775, 1885.
- [CYD96] C. L. Chow, L. G. Yu and M. Y. Demeri. Prediction of forming limit diagram with damage analysis. *Conference on sheet metal stamping for automotive application*, pp.73-80, 1996.

- [CYD97] C. L. Chow, L. G. Yu and M. Y. Demeri. A unified damage approach for predicting forming limit diagrams. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 119, pp.346-353, 1997.
- [DB95] I. Doghri, R. Billardon. Investigation of localization due to damage in elastic-plastic materials. *Mechanics of Materials*, 19, pp.129-149, 1995.
- [FAMBZLB08] G. Franz, F. Abed-Meraim, T. Ben Zineb, X. Lemoine and M. Berveiller. Strain localization analysis using a multiscale model. *Computational Materials Science* doi :10.1016/j.commatsci.2008.05.033.
- [FAMLBZLB09] G. Franz, F. Abed-Meraim, J.P. Lorrain, T. Ben Zineb, X. Lemoine and M. Berveiller. Ellipticity loss analysis for tangent moduli deduced from a large strain elastic-plastic self-consistent model. *International Journal of Plasticity*, 25(2), pp.205-238, 2009.
- [Gur77] A. L. Gurson. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : part I - Yield criteria and flow rules in ductile porous media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 99, pp.2-15, 1977.
- [Had03] J. Hadamard. Propagation des ondes et les équations d'hydrodynamique. *Edition Hermann, Paris*, 1903.
- [Had07] B. Haddag. Contribution à la modélisation de la mise en forme des tôles métalliques : application au retour élastique et à la localisation. *PhD thesis, ENSAM*, 2007.
- [Ham00] Y. Hammi. Simulation numérique de l'endommagement dans les procédés de mise en forme. *PhD thesis, Université de Compiègne*, 2000.
- [Han99] J. L. Hanus. Contribution à l'étude de la localisation des déformations dans les matériaux et structures élasto-(visco)-linéaires. *PhD thesis, Université de Poitiers*, 1999.
- [HAV00] A. Haddad, R. Arrieux and P. Vacher. Use of two behaviour laws for the determination of the forming limit stress diagram of a thin steel : results and comparisons. *Journal of Materials Processing Technology*, 106, pp.49-53, 2000.
- [Hil52] R. Hill. On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp.1-19, 1952.
- [HN78] J. W. Hutchinson, K. W. Neale. Mechanics of sheet metal forming. *New-York/London, Plenum Press*, pp.269-285, 1978.
- [HSP00] B. G. Hildebrand, S. G. Sterling and M. A. Price. An evaluation of three material models used in the finite element simulation of sheet stretching process. *Journal of Materials Processing Technology*, 103, pp.57-64, 2000.
- [HTR96] P. Hora, L. Tong, J. Reissner A prediction method for ductile sheet metal failure in FE simulation, Part I. In : *R. H. Wagoner et al. (Eds), Proceedings of Numisheet'96, Dearbon, USA*, pp.252-256, 1996.
- [HZWC00] A. M. Habraken, L. H Zhang, X. C Wang and S. Cescotto. A new elastic-viscoplastic damage model for annealed aluminium. *Actes de Continuous Damage and Fracture à Cachan*, pp.71-79, 2000.
- [Ker99] V. Keryvin. Contribution à la modélisation de l'endommagement localisé. *PhD thesis, Université de Poitiers*, 1999.
- [Lem85] J. Lemaitre. A continuum damage mechanics model for ductile fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 107, pp.83-89, 1985.
- [Lor05] J. P. Lorrain. Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent. *PhD thesis, ENSAM*, 2005.

- 
- [LPW85] H. Lee, K. Peng and J. Wang. An anisotropic damage criterion for deformation instability and its application to forming analysis of metal plates. *Engineering Fracture Mechanics*, 35, pp.5205-5236, 1985.
- [Luf91] A. Luft. Microstructural processes of plastic instabilities in strengthened metals. *Progress in Material Science*, 35, pp.97-204, 1991.
- [MBM98] S. Mguil, M. Brunet and F. Morestin. Comparison between experimental and theoretical forming limit diagrams of aluminium sheets. *Simulation of material processing : Theory, methods and applications*, pp.739-744, 1998.
- [MF90] F. Moussy, P. Franciosi. Chapitre VII - Modélisation et prévision des instabilités plastiques en emboutissage. *Physique et Mécanique de la mise en forme des métaux - Ecole d'été d'Oléron - Presse du CNRS - IRSID*, pp.444-460, 1990.
- [MK67] Z. Marciniak, K. Kuczynski. Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal. *International Journal of Mechanical Sciences*, 9, pp.609-620, 1967.
- [NM08] L. Nilsson, K. Mattiasson. FE-simulations - possibilities and limitations, today and tomorrow. In : *27<sup>th</sup> IDDRG Conference*, Olofström, 2008.
- [PAN83] D. Peirce, R. J. Asaro and A. Needleman. Material rate dependence and localized deformation in crystalline solids. *Acta Metallurgica*, 31, pp.1951-1976, 1983.
- [PB00] A. Pineau, J. Besson. Some new trends in modelling ductile rupture of structural alloy. *Actes de Continuous Damage and Fracture à Cachan*, pp.281-292, 2000.
- [Pei83] D. Peirce. Shear band bifurcation in ductile single crystals. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 31, pp.133-153, 1983.
- [Pet00] H. Petryk. General condition for uniqueness in material with multiple mechanisms of inelastic deformation. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 48, pp.367-396, 2000.
- [PL90] G. Perrin, J. B. Leblond. Analytical study of a hollow sphere made of plastic porous material and subjected to hydrostatic tension - application to some problems in ductile fracture of metals. *International Journal of Plasticity*, 6, pp.677-699, 1990.
- [Ram00] J. A. H. Ramaekers. A criterion for local necking. *Journal of Materials Processing Technology*, 103, pp.165-171, 2000.
- [Ric76] J. R. Rice. The localization of plastic deformation. *14<sup>th</sup> International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, pp.207-220, 1976.
- [Rou00] G. Rousselier. New results with simple continuum damage mechanics model. *Actes de Continuous Damage and Fracture à Cachan*, pp.293-303, 2000.
- [RR75] J. W. Rudnicki, J. R. Rice. Condition for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23, pp.371-394, 1975.
- [SH00] K. Saanouni, Y. Hammi. Numerical simulation of damage in metal forming process. On localization analysis in multisurface hyperelastoplasticity. *Actes de Continuous Damage and Fracture à Cachan*, pp.353-361, 2000.
- [SR75] S. Stören, J. R. Rice. Localized necking in thin sheets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23, pp.421-441, 1975.
- [Ste96] P. Steinmann. On localization analysis in multisurface hyperelastoplasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44, pp.1691-1713, 1996.
- [Swi52] H. W. Swift. Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1, pp.1-18, 1952.



- [Tai88] W. H. Tai. Prediction of limit strains in sheet metal using a plastic damage model. *International Journal of Mechanical Sciences*, 17, pp.119-126, 1988.
- [WC93] A. F. Whitehouse, T. W. Clyne. Cavity formation during tensile straining of particulate and short fibre metal matrix composite. *Acta Metallurgica et Materialia*, 41(6), pp.1701-1711, 1993.

# Conclusion générale

L'objectif majeur de ce travail a été de définir un outil numérique prédictif, capable d'appréhender les effets des propriétés physiques et microstructurales sur la ductilité des matériaux multiphasés, lors d'essais directs et séquentiels, pour faciliter l'élaboration de nouvelles gammes d'aciers.

Tout d'abord, un effort particulier a été entrepris pour comprendre, modéliser et reproduire les mécanismes présents à l'échelle granulaire (mésoscopique) et intragranulaire (microscopique). L'étude approfondie de différentes micrographies a montré que les dislocations s'organisent, au cours de sollicitations mécaniques diverses, en zones de faible densité, entourées par des parois fortement concentrées. C'est pourquoi une modélisation microscopique, basée sur une description biphasée de la microstructure interne au grain, évolutive avec la déformation plastique, a été proposée pour définir l'écrouissage intracristallin. Ainsi trois densités de dislocations sont utilisées pour décrire la microstructure intragranulaire composée de parois dipolaires, riches en dislocations, entourant les cellules pauvres en dislocations. Il a été démontré que ce modèle permet de décrire correctement les microstructures observées expérimentalement lors de différentes sollicitations, pour des orientations quelconques, à partir de l'évolution de l'intensité et de la polarité des parois de dislocations.

La présence d'une microstructure intragranulaire qui évolue, s'efface, se remplace ou se superpose au gré des sollicitations mécaniques, est responsable des effets macroscopiques observés sur le comportement des aciers polycristallins. La modélisation microscopique choisie a permis de prouver que les dislocations emprisonnées dans les parois sont responsables de l'écrouissage latent et à l'origine de l'effet orthogonal. De même, il a été montré que les dislocations accumulées le long de ces murs, leur attribuant une polarité, peuvent se remobiliser et engendrer une dissymétrie de la résistance au glissement, responsable de l'effet Bauschinger lors de trajets inverses.

La prise en compte de l'histoire du matériau vis-à-vis de ces chargements antérieurs s'avère donc nécessaire puisqu'il est primordial de reproduire au mieux le comportement lors d'essais séquentiels. En effet, la localisation de la déformation se trouvera particulièrement affectée lors de changements brutaux de microstructures, synonymes de fortes contraintes internes causées par des obstacles au glissement. Ceci explique notamment pourquoi un essai de traction uniaxiale suivi d'une expansion biaxiale est plus favorable en terme de ductilité que la séquence inverse.

Ensuite, le comportement monocristallin élastoplastique, modélisé à partir de la théorie de la plasticité cristalline, formulé en grandes déformations, et associé à la description évolutive de l'hétérogénéité plastique intragranulaire, a été intégré dans une approche autocohérente au sens de Hill, pour tenir compte des hétérogénéités intergranulaires dues aux incompatibilités de déformation.

Le comportement de l'agrégat polycristallin ainsi obtenu a été validé sur différents aciers monophasés et biphasés. L'impact de la microstructure intragranulaire a été confirmé par l'amélioration

des résultats obtenus par rapport au modèle de Lorrain.

L'analyse de la perte de ductilité des aciers multiphasés a été menée en couplant le critère de Rice au modèle de comportement polycristallin ainsi validé. Les résultats obtenus ont été présentés sous forme de Courbes Limites de Formage, tracées pour des trajets directs et séquentiels. Il a été montré que le modèle pouvait reproduire assez fidèlement la formabilité des aciers multiphasés. Toutefois, la limite de ductilité des aciers ferrito-martensitiques est plus difficile à appréhender à cause de la méconnaissance du comportement propre à chaque phase, ce qui rend l'identification du modèle hasardeuse.

L'avantage supplémentaire qu'offre le critère de Rice se situe au niveau de sa capacité à déterminer l'orientation des bandes de localisation dans le plan de la tôle, ainsi que dans son épaisseur. Il a été montré que le critère était capable de retrouver les inclinaisons généralement observées expérimentalement ou déterminées théoriquement pour différentes sollicitations. Ainsi, cette information complémentaire permet de valider les CLF obtenues en comparant les angles obtenus avec les observations expérimentales.

Enfin, l'influence des paramètres physiques et microstructuraux a été étudiée. Par exemple, l'effet de la taille de grain ou du type d'organisation intragranulaire sur la ductilité des matériaux a été estimé, ce qui offre des perspectives prometteuses quant à l'élaboration de nouveaux aciers. Ce modèle permet notamment de reproduire et quantifier l'effet de paramètres métallurgiques sur la formabilité.

Il reste néanmoins quelques améliorations à apporter pour confirmer les résultats encourageants obtenus au cours de cette thèse.

Nous avons montré que l'identification des paramètres du modèle pouvait engendrer des erreurs significatives quant à la prédiction de la perte de ductilité. Ainsi, deux jeux de paramètres peuvent aboutir au même comportement macroscopique mais engendrer des limites de ductilité différentes. Le remplacement de l'identification manuelle par la mise en place d'une procédure d'identification plus rigoureuse aux grandes déformations paraît nécessaire pour apprécier toute les possibilités du modèle développé.

La robustesse et la fiabilité des CLF obtenues ne sont pas encore totalement acquises, même si le critère de Rice permet déjà de donner une vérification supplémentaire. Un effort particulier est à apporter pour éliminer les erreurs numériques qui corrompent la détermination du module tangent macroscopique, directement utilisé par le critère de ductilité choisi. Ce dernier point devrait permettre d'atténuer la dispersion des points de la CLF, observée pour des trajets dont le rapport de déformations est supérieur à 0,5.

Cette thèse a permis d'aboutir à un outil numérique et théorique puissant qui pourra être ultérieurement utilisé pour étudier l'impact du multiphasage (autre que l'ajout d'une phase dure telle que la martensite) ou encore de la distribution de taille de grains sur la ductilité des aciers polycristallins. De par son caractère extrêmement modulaire, il sera également possible d'introduire dans le programme d'autres critères de localisation afin de déterminer leurs impacts sur le niveau et la forme des CLF. Enfin, il reste encore à réfléchir quant à la nécessité d'introduire un modèle d'endommagement qui améliorerait certainement les prédictions de la limite de ductilité, obtenues par le premier modèle, dans le domaine de l'expansion.



# PREDICTION DE LA LIMITE DE FORMABILITE DES ACIERS MULTIPHASES PAR UNE APPROCHE MICROMECHANIQUE

**RESUME:** Cette thèse a pour objectif d'élaborer un outil de prédiction de la perte de ductilité d'aciers multiphasés polycristallins soumis à des chargements monotones et séquentiels. Cet outil présente également l'intérêt d'aider à l'élaboration de nouveaux matériaux grâce à la connaissance de l'influence de différents paramètres physiques et microstructuraux sur la limite de ductilité. Dans un premier temps, le comportement élastoplastique à l'échelle locale, c'est-à-dire du grain, est modélisé par une loi micromécanique formulée dans le cadre des grandes déformations. Une loi de régularisation, inspirée de la viscoplasticité, mais sans introduire de sensibilité à la vitesse, est utilisée afin de déterminer l'activité de glissement. L'hétérogénéité intragranulaire est introduite dans le modèle en s'inspirant des travaux de Peeters. Les variables internes du modèle sont représentées par trois types de densités de dislocations dont leurs évolutions reposent sur les mécanismes de création, de stockage et d'annihilation. Une comparaison de l'évolution des variables internes avec des micrographies de grains d'acier ferritique issues d'essais monotones et complexes a permis de valider cette modélisation et de montrer les effets macroscopiques liés à la microstructure intragranulaire. Dans un second temps, le comportement macroscopique de l'agrégat polycristallin est déduit à partir du comportement monocristallin à l'aide de l'approche autocohérente au sens de Hill. Il est montré que cette modélisation permet de prédire correctement le comportement d'aciers multiphasés. Dans un dernier temps, un critère basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique, le critère de Rice, est intégré une fois le comportement macroscopique connu. Ce critère est utilisé pour tracer les courbes limites de formage et il est montré qu'elles s'avèrent correctes pour différents aciers multiphasés. Différentes pistes ont été exploitées afin de répondre aux éventuels écarts avec l'expérience.

**Mots-clés:** *Courbe Limite de Formage, instabilités plastiques, ductilité, microstructure intragranulaire, modèle micromécanique, plasticité cristalline*

## PREDICTION OF FORMABILITY LIMIT OF MULTIPHASE STEELS USING A MICROMECHANICAL APPROACH

**ABSTRACT:** The aim of this PhD thesis is to elaborate a predictive tool for the loss of ductility of polycrystalline multiphase steels during monotonous and sequential loading paths. Another major interest of this tool is to help design new materials thanks to knowledge of the impact of various physical and microstructural parameters on the ductility limit. At first, the elastic-plastic behavior at the local scale, i.e. at the grain level, is modeled using a micromechanical law formulated within the large strain framework. A rate-independent regularization technique, without introducing rate-sensitivity, is used to determine slip activity. The intragranular heterogeneities are introduced into the model following the original work of Peeters. The internal variables of the model are represented by three types of dislocation densities whose evolution is based on the mechanisms of creation, storage and annihilation. A comparison of the internal variable evolution with micrographs of grains of ferritic steel for monotonous and complex loadings allowed the validation of this modeling and demonstrates the macroscopic effects related to the intragranular microstructure. Secondly, the macroscopic behavior of the polycrystalline material is deduced from the single-crystal behavior thanks to the self-consistent scheme in the sense of Hill. It is shown that this modeling allows the correct prediction of the behavior of multiphase steels. In a last part, a criterion based on the ellipticity loss of the elastic-plastic tangent modulus, the Rice criterion, is integrated once the macroscopic behavior is known. This criterion is used to plot forming limit diagrams, which have proven to be correct for various multiphase steels. Several attempts were undertaken as well in order to address possible differences with experiments.

**Keywords:** *Forming Limit Diagram, plastic instabilities, ductility, intragranular microstructure, micromechanical model, crystal plasticity*