



**HAL**  
open science

# Caractérisation des procédés de fabrication de pièces de sécurité automobile. optimisation multiobjectifs de la mise en forme

Eric Gildemyn

► **To cite this version:**

Eric Gildemyn. Caractérisation des procédés de fabrication de pièces de sécurité automobile. optimisation multiobjectifs de la mise en forme. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENSAM0019 . pastel-00004895

**HAL Id: pastel-00004895**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00004895>**

Submitted on 17 Mar 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

# THÈSE

pour obtenir le grade de

## Docteur

de

# **l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

## **Spécialité "Mécanique – Matériaux"**

*présentée et soutenue publiquement  
par*

**Éric GILDEMYN**

le 19 novembre 2008

**CARACTERISATION DES PROCEDES DE FABRICATION DE  
PIECES DE SECURITE AUTOMOBILE. OPTIMISATION  
MULTIOBJECTIFS DE LA MISE EN FORME**

*Directeur de thèse : Alain POTIRON*

*Co-encadrement de la thèse : Philippe DAL SANTO*

Jury :

**M. Jean-Claude GÉLIN**, Professeur, ENSMM, Besançon..... Président  
**M. Gérard BERNHART**, Professeur, CROMeP, École des Mines, Albi ..... Rapporteur  
**M. Guillaume RACINEUX**, Professeur, École Centrale de Nantes ..... Rapporteur  
**M. Philippe DAL SANTO**, PRAG HDR, LPMI, ENSAM, Angers ..... Examineur  
**M. Lionel FOURMENT**, CR1 HDR, CEMEF, École des Mines de Paris..... Examineur  
**M. Alain POTIRON**, Professeur émérite, LPMI, ENSAM, Angers ..... Examineur  
**M. Serge BOUDE**, Docteur, LPMI, ENSAM, Angers ..... Invité  
**M. Bertrand MOUTAULT**, Directeur secteur automobile, DEVILLÉ S.A., Baugé ..... Invité

**Laboratoire Procédés Matériaux Instrumentation**  
**E.R.T. 1055 "ENDOFORM"**  
*ENSAM, CER d'Angers*



École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

# THÈSE

pour obtenir le grade de

## Docteur

de

# l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

## Spécialité "Mécanique – Matériaux"

*présentée et soutenue publiquement  
par*

**Éric GILDEMYN**

le 19 novembre 2008

**CARACTERISATION DES PROCEDES DE FABRICATION DE  
PIECES DE SECURITE AUTOMOBILE. OPTIMISATION  
MULTIOBJECTIFS DE LA MISE EN FORME**

*Directeur de thèse : Alain POTIRON*

*Co-encadrement de la thèse : Philippe DAL SANTO*

Jury :

**M. Jean-Claude GÉLIN**, Professeur, ENSMM, Besançon..... Président  
**M. Gérard BERNHART**, Professeur, CROMeP, École des Mines, Albi ..... Rapporteur  
**M. Guillaume RACINEUX**, Professeur, École Centrale de Nantes ..... Rapporteur  
**M. Philippe DAL SANTO**, PRAG HDR, LPMI, ENSAM, Angers ..... Examineur  
**M. Lionel FOURMENT**, CR1 HDR, CEMEF, École des Mines de Paris..... Examineur  
**M. Alain POTIRON**, Professeur émérite, LPMI, ENSAM, Angers ..... Examineur  
**M. Serge BOUDE**, Docteur, LPMI, ENSAM, Angers ..... Invité  
**M. Bertrand MOUTAULT**, Directeur secteur automobile, DEVILLÉ S.A., Baugé ..... Invité

**Laboratoire Procédés Matériaux Instrumentation  
E.R.T. 1055 "ENDOFORM"  
ENSAM, CER d'Angers**

*« Si le fou persistait dans sa folie, il deviendrait sage »*  
William BLAKE

# Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué dans le cadre d'un contrat CIFRE accordé par l'Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie. Ce contrat a été conclu en collaboration avec l'entreprise DEVILLÉ S.A. et l'Équipe de Recherche Technologique 1055 « ENDOFORM » du Laboratoire Procédés Matériaux Instrumentation des Arts et Métiers ParisTech.

Je tiens, dans un premier temps, à remercier Mrs Antoine DEVILLÉ, président du directoire de l'entreprise DEVILLÉ S.A. et Marian RESZKA ancien Directeur de l'ENSAM d'Angers de m'avoir accueilli dans leurs établissements respectifs pour mener à bien ce travail. Je remercie également Monsieur Bernard MOREIRA-MIGUEL, actuel directeur du centre des Arts et Métiers ParisTech d'Angers.

Dans un second temps, je remercie Mr Jean-Claude GÉLIN d'avoir bien voulu présider mon jury de thèse, Mrs Gérard BERNHART et Guillaume RACINEUX d'avoir accepté d'être rapporteurs sur ce travail et Mr Lionel FOURMENT d'avoir bien voulu être examinateur dans mon jury.

Je remercie tout particulièrement Mr Alain POTIRON pour avoir dirigé ces travaux, ainsi que Mr Philippe DAL SANTO pour les avoir codirigés. J'exprime ici toute ma gratitude à Mme Delphine SAÏDANE pour avoir encadré ces travaux pour l'entreprise DEVILLÉ S.A.

J'ai été très sensible, pendant ces trois ans, au suivi qu'ont pu effectuer Mr Bertrand MOUTAULT, Directeur du secteur composant de l'entreprise DEVILLÉ S.A. et Mr Hervé VIMONT, Directeur technique.

Je suis très reconnaissant envers Mr Jean-Lou LEBRUN responsable de l'ERT « ENDOFORM », envers Mrs Serge BOUDE, Daniel BADIE-LEVET et Franck MOREL, professeurs à l'ENSAM d'Angers pour l'aide qu'ils m'ont apporté lors de mes travaux. Un grand remerciement à Mme Anne MOREL pour son soutien et son aide, notamment sur quelques présentations.

Un grand merci à toute l'équipe de l'ENSAM d'Angers : Alexandre, Ali, Anis, Camille, Cédric, Cyril, Danny, Etienne, Guénaël, Huyen, Imade, Malek, Pierre, Riadh, Tarek... qui m'ont soutenu, encouragé, logé parfois et beaucoup appris pendant trois ans.

Je n'oublie pas de remercier l'ensemble des techniciens de l'ENSAM : Claude, Daniel, Giles, Sébastien, Xavier,...

Je remercie, de plus, Mme Elsa LEMOINE-TROTESEIL, Mme Béatrice LENEZET et Mme Béatrice FERAMUS pour s'être occupé du côté administratif à l'entreprise.

Je finirai par remercier ceux sans qui ce travail n'aurait jamais pu avoir lieu, mes Parents qui n'ont eu de cesse de me soutenir et envers qui je tiens à exprimer la plus grande gratitude tant je suis conscient des nombreux sacrifices qu'ils ont eu à faire pendant toutes ces années. Merci à ma Sœur Hélène, à Frédéric, Antoine et Élisabeth pour leur soutien depuis toujours. Merci à ma chère Aurélie de m'avoir supporté et appuyé pendant ces trois longues années. Merci à Nicolas, Arnaud, Sandra, Justin et Élisabeth.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I État de l'Art</b>	<b>3</b>
<b>I.1. Introduction</b>	<b>3</b>
<b>I.2. Bilan de l'existant</b>	<b>3</b>
I.2.1. Problématique industrielle	3
I.2.2. Procédés de fabrication étudiés	5
I.2.3. Méthodes d'optimisation en mise en forme	13
<b>I.3. Conclusion et objectifs de la thèse</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE II Les Matériaux et leur modélisation</b>	<b>17</b>
<b>II.1. Introduction</b>	<b>17</b>
<b>II.2. Les matériaux utilisés</b>	<b>17</b>
II.2.1. Les aciers à Haute Limite d'Élasticité	17
II.2.2. Recherche prospective	19
<b>II.3. La plasticité</b>	<b>21</b>
II.3.1. Modèles mécaniques	21
II.3.2. Les critères d'écoulement plastique	22
II.3.3. Écrouissage isotrope	26
II.3.4. Écrouissage cinématique	32
II.3.5. Écrouissage mixte	34
II.3.6. Comportement viscoplastique	34
<b>II.4. Modèles d'endommagement</b>	<b>38</b>
II.4.1. Modèle de Lemaître – Chaboche	38
II.4.2. Modèle de Gurson – Tvergaard – Needleman	41
<b>II.5. Conclusion</b>	<b>45</b>
<b>CHAPITRE III Procédé de rayonnage</b>	<b>46</b>
<b>III.1. Introduction</b>	<b>46</b>
<b>III.2. Aspect expérimental</b>	<b>47</b>
III.2.1. Reproduction du procédé en laboratoire	47
III.2.2. Microstructure et Microdureté	48
III.2.3. Contraintes résiduelles	50
<b>III.3. Aspect numérique</b>	<b>54</b>
III.3.1. Modèle numérique	54
III.3.2. Résultats de la simulation – Validation	55
<b>III.4. Conclusion</b>	<b>59</b>
<b>CHAPITRE IV Méthodes d'Optimisation et d'Approximation. Généralités.</b>	<b>60</b>
<b>IV.1. Introduction</b>	<b>60</b>
<b>IV.2. Bibliographie – Généralités</b>	<b>61</b>
IV.2.1. Méthodes classiques	61
IV.2.2. Les algorithmes génétiques	67
IV.2.3. Les réseaux de neurones artificiels (RNA)	74
IV.2.4. Les surfaces de réponses	81
<b>IV.3. Choix des méthodes utilisées</b>	<b>82</b>
IV.3.1. Choix d'un algorithme génétique approprié	82
IV.3.2. Les Réseaux de Neurones	90
<b>IV.4. Conclusion</b>	<b>95</b>

<b>CHAPITRE V Conception des modèles numériques</b>	<b>96</b>
<b>V.1. Introduction</b>	<b>96</b>
<b>V.2. Phase de conception</b>	<b>96</b>
V.2.1. Paramétrage de la pièce	96
V.2.2. Paramétrage du poinçon de rayonnage	99
<b>V.3. Simulation numérique des procédés</b>	<b>100</b>
V.3.1. Implémentation de l'endommagement selon Lemaître – Chaboche	100
V.3.2. Procédé de découpe	103
V.3.3. Procédé de rayonnage	104
V.3.4. Procédé de pliage	106
V.3.5. Dépliage en traction	108
V.3.6. Séquence de simulation et scripts	109
<b>V.4. Couplage – Principe</b>	<b>110</b>
<b>V.5. Conclusion</b>	<b>112</b>
<b>CHAPITRE VI Analyse et Validation</b>	<b>113</b>
<b>VI.1. Introduction</b>	<b>113</b>
<b>VI.2. Utilisation des méthodes d'optimisation pour la méthode inverse</b>	<b>113</b>
VI.2.1. Objectif de l'étude	113
VI.2.2. Paramètres à identifier	114
VI.2.3. Principe	114
VI.2.4. Courbes expérimentales	116
VI.2.5. Algorithmes	117
VI.2.6. Résultats obtenus	118
VI.2.7. Bilan	122
<b>VI.3. Optimisation de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité</b>	<b>122</b>
VI.3.1. Objectif de l'étude	122
VI.3.2. Premier cas d'étude	122
VI.3.3. Deuxième cas d'étude	127
VI.3.4. Approximation par réseaux de neurones	128
VI.3.5. Bilan	130
<b>VI.4. Conclusion</b>	<b>131</b>
<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>132</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>135</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>140</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>143</b>
<b>Annexes</b>	<b>144</b>

# Notations principales

$A\%$	Allongement relatif à rupture
$r_\theta$	Coefficient de Lankford pour l'angle de prélèvement $\theta$
$\mu$	Coefficient de frottement de la loi de Coulomb
$E_0$	Module d'élasticité du matériau vierge
$E$	Module d'élasticité du matériau
$\nu$	Coefficient de Poisson
$f$	Taux de porosités volumique
$\phi$	Fonction de charge
$\sigma$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$J_1, J_2$	Invariants du tenseur des contraintes
$\mathbf{s}$	Tenseur déviateur des contraintes
$\mathbf{C}^{el}$	Tenseur de rigidité élastique
$\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$	Tenseur des déformations élastiques
$\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$	Tenseur des déformations plastiques
$\sigma_{e0}$	Seuil d'écoulement plastique du matériau vierge
$\sigma_e$	Seuil d'écoulement plastique du matériau
$\sigma_{eq}$	Contrainte équivalente au sens de Von Mises
$\sigma_H$	Contrainte hydrostatique
$\sigma_m$	Contrainte maximale en traction uniaxiale
$\tau_{oc}$	Contrainte de cisaillement octaédrale
$\bar{\varepsilon}_{pl}$	Déformation plastique équivalente
$R(\bar{\varepsilon}_{pl})$	Variable interne d'écrouissage isotrope
$r$	Variable associée à l'écrouissage isotrope
$K$	Module d'écrouissage isotrope
$n$	Exposant des lois d'écrouissage isotrope de Ludwick et Hollomon
$C_s$	Coefficient de la loi d'écrouissage isotrope de Swift
$\beta$	Coefficient de la loi d'écrouissage isotrope de Voce
$Q_0$	Valeur de saturation de l'écrouissage isotrope de Voce
$\mathbf{\Pi}$	Matrice d'anisotropie plastique de Hill
$\mathbf{X}$	Variable interne d'écrouissage cinématique
$\alpha$	Variable associée à l'écrouissage cinématique
$C$	Module d'écrouissage cinématique linéaire
$D$	Variable scalaire du dommage isotrope de Lemaître-Chaboche
$Y$	Variable associée au dommage isotrope
$\bar{\sigma}$	Contrainte effective
$\dot{\lambda}$	Incrément du correcteur plastique de Lagrange
$\varphi_D^*$	Potentiel de dissipation du dommage
$H_G$	Pente de la loi de dommage de Lemaître-Chaboche
$D_c$	Valeur critique du dommage à rupture
$\varepsilon_D$	Valeur de déformation seuil d'endommagement
$\varepsilon_R$	Valeur de déformation à rupture
$g = \nabla f$	Gradient de la fonction $f$
$\mathbf{J}(\mathbf{x})$	Matrice Jacobienne de la fonction $f$ au point $\mathbf{x}$
$\mathbf{H}(\mathbf{x})$	Matrice Hessienne de la fonction $f$ au point $\mathbf{x}$



# Introduction

---

Les constructeurs automobiles sont aujourd'hui confrontés d'une part à une hausse des prix des différentes matières premières nécessaires à la fabrication d'une voiture, et d'autre part à la nécessité de développer des véhicules propres. Ce dernier point passe par le développement de nouvelles technologies pour la motricité mais également par l'allègement de la voiture et de ce fait des pièces dont elle est constituée. Ce contexte conduit à une hausse du coût de revient d'un véhicule. C'est pour cette raison que les constructeurs cherchent aujourd'hui à concevoir des produits qui permettent de conserver ou de développer les caractéristiques actuelles tout en réduisant le coût et la masse.

DEVILLÉ S.A. est un équipementier automobile de rang 1 et 2 spécialisé dans les pièces de sécurité, notamment les ferrures d'ancrage et les renvois de ceintures de sécurité, mais aussi les enveloppes d'airbags. L'entreprise travaille en étroite collaboration avec les différents acteurs du secteur automobile et cherche à proposer à ses clients de nouveaux produits moins coûteux et répondant aux exigences du marché international. Dans ce cadre, l'entreprise travaille avec l'ENSAM d'Angers depuis plus de 25 ans sur des problématiques diverses et les deux établissements ont signé en 1986 un contrat d'assistance permanent. En 2005, le lien entre l'entreprise et l'ENSAM s'est étoffé avec la mise en place d'une Équipe de Recherche Technologique (ERT 1055 "ENDOFORM") sur la thématique "*ENDOmmagement en mise en FORMe de Matériaux à hautes caractéristiques mécaniques ; Fiabilisation de pièces de sécurité et des outillages associés*". L'objectif de cette ERT étant de fournir un outil numérique à l'entreprise lui permettant à la fois de prédire le comportement de la pièce à l'usage tout en prenant en compte les contraintes induites par sa mise en forme, mais aussi d'optimiser l'ensemble du processus en ajustant les paramètres de forme, du matériau et des procédés. C'est dans ce cadre que se situe cette thèse.

Le support d'étude fourni par l'entreprise est une ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité automobile. Cette pièce est utilisée pour le maintien de la ceinture de sécurité et est directement fixée sur le châssis de l'automobile. L'outil numérique doit néanmoins être transposable à l'étude de plusieurs gammes de pièces.

Plusieurs disciplines interviennent dans la réalisation de cette tâche. Les aspects Mécaniques et Matériaux et plus particulièrement la mécanique des milieux continus constituent le cœur de la compréhension des phénomènes mis en jeu. Cet aspect prendra notamment place ici dans la caractérisation des matériaux utilisés pour la fabrication des pièces. La compréhension des méthodes d'optimisation sera également un enjeu majeur à la réussite de ce projet. Cet aspect implique de maîtriser les langages de développement avec lesquels sont programmées ces méthodes. Enfin, la maîtrise des logiciels de conception et de calcul par éléments finis est également indispensable pour le couplage avec les méthodes d'optimisation.

Dans un premier chapitre, nous étudions l'état de l'art concernant les différents aspects cités plus haut, à la fois dans la communauté internationale, mais aussi au sein de l'équipe de travail du laboratoire LPMI (*Laboratoire Procédés Matériaux Instrumentation – EA 1427*) de l'ENSAM d'Angers. Nous procédons également dans ce chapitre à une revue des procédés de fabrication déjà étudiés et détaillons les objectifs de ces travaux de thèse.

Le second chapitre est pour sa part consacré à la caractérisation de paramètres liés à des lois de comportement et d'endommagement pour deux aciers à Haute Limite d'Élasticité : le S500MC aujourd'hui utilisé pour la fabrication de la pièce et le S420MC très proche du S500MC en terme de caractéristiques mécaniques.

Nous proposons dans ce chapitre des perspectives d'évolution concernant les matériaux utilisés par une étude bibliographique des propriétés connues de matériaux plus récemment développés par les aciéristes et présentant des caractéristiques intéressantes.

Ensuite, nous présentons l'étude préliminaire du procédé de rayonnage des arêtes de découpe dans le troisième chapitre. Nous étudions notamment l'influence du procédé en utilisant un outil spécialement conçu pour reproduire le rayonnage sur des éprouvettes. L'érouissage induit par le procédé sera mis en évidence par des analyses de contraintes résiduelles et par des mesures de microdureté. Une comparaison est exposée avec la simulation par la méthode des éléments finis du rayonnage d'une éprouvette.

Le quatrième chapitre propose une étude bibliographique des méthodes d'optimisation aujourd'hui utilisées dans les différentes problématiques de mise en forme ainsi qu'une justification des méthodes choisies dans notre cas et des réglages associés.

Les modèles numériques utilisés sont précisés dans le chapitre 5. Nous présentons notamment l'utilisation de fichiers script pour le couplage des logiciels de CAO et de simulation numérique. Le paramétrage de la pièce et des outils utilisés pour la simulation des procédés est explicité. Les conditions limites ainsi que les éléments utilisés lors de la simulation des procédés sont indiqués et l'implémentation du modèle d'endommagement de Lemaître-Chaboche est également détaillée.

Enfin, le sixième et dernier chapitre présente les résultats obtenus en utilisant l'outil, dans un premier temps pour l'amélioration de l'identification des paramètres des lois de comportement, puis pour l'optimisation globale qui constitue l'objectif principal de cette thèse.

La conclusion porte ensuite sur l'intérêt et l'efficacité de l'outil obtenu, à la suite de quoi nous proposons des perspectives qui nous semblent en accord avec les thématiques que la communauté scientifique internationale propose aujourd'hui.

# CHAPITRE I

## État de l'Art

---

### I.1. Introduction

Connaître les propriétés mécaniques d'une pièce après sa fabrication est aujourd'hui essentiel. Si cette tâche est très délicate en termes d'expérimentation, elle l'est autant en termes de simulation numérique. S'il n'est pas nécessaire de rappeler que l'évolution de l'informatique a grandement participé à développer les possibilités offertes par ces simulations, il n'en reste pas moins aujourd'hui un grand nombre de zones d'ombre relatives à l'historique des sollicitations que la matière aura subi avant l'utilisation de la pièce finale.

Cet historique est en effet nécessaire pour connaître l'état physique actuel de la pièce et toute la problématique de l'étude réside dans la prise en compte de l'influence de cet historique sur le comportement de la pièce mise en situation. Cela passe par l'utilisation de lois de comportement incluant l'endommagement de la matière, de plus en plus complexes à la fois dans leur utilisation et dans leur identification. Aujourd'hui dans le cadre de la mise en forme des matériaux, les mécaniciens du monde industriel s'orientent vers le couplage de différentes lois permettant de modéliser la réponse d'un matériau à une gamme de sollicitations.

C'est dans ce cadre que s'inscrit les travaux de l'Équipe de Recherche Technologique 1055 "ENDOFORM" (*ENDOmagement en mise en FORme de Matériaux à hautes caractéristiques mécaniques; Fiabilisation de pièces de sécurité et des outillages associés*) labellisée sur la base d'un partenariat entre Arts et Métiers ParisTech d'Angers et l'entreprise DEVILLÉ S.A.

### I.2. Bilan de l'existant

#### I.2.1. Problématique industrielle

La sécurité est un thème porteur depuis quelques années sur le marché automobile et a engendré la multiplication et la sophistication des dispositifs liés à la protection des occupants du véhicule, en particulier les airbags et ceintures de sécurité. Les exigences de qualité sur les sous-ensembles classifiés R/S (Réglementation Sécurité), tels les freins, la direction, les systèmes de retenue de personnes, sont devenues extrêmes avec un objectif de non qualité inférieur à 5 pièces par million. Tout ceci dans un contexte économique qui incite à alléger et à simplifier tous les composants utilisant des alliages ferreux. Pour en avoir une idée, nous avons repris sur la figure I.1 le graphique de l'évolution du prix des aciers de base jusqu'en 2007 tout en sachant qu'en 2008 leur augmentation sera encore plus grande avec les demandes des pays dits *émergents*. Le marché européen des systèmes de retenue de personnes est estimé à environ 75 millions de ceintures de sécurité et 30 millions d'airbags, ce qui suscite la détermination des industriels à être présents sur ce secteur.

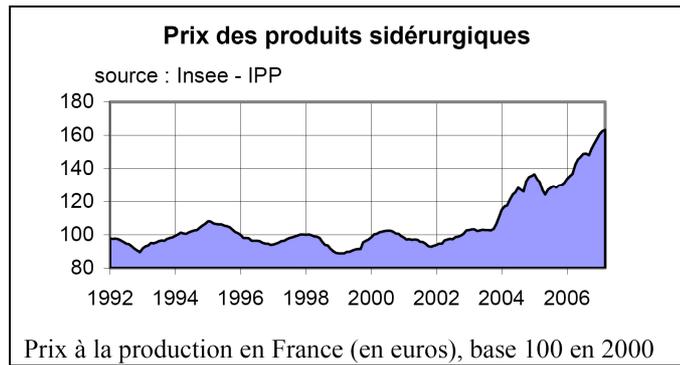


Figure I.1 – Évolution du prix de l'acier [Web01]

La société DEVILLÉ S.A. est une PMI de 600 personnes dont l'usine principale est située à Baugé dans le Maine-et-Loire. Elle fait partie des principaux fabricants européens de composants métalliques pour ce marché et fabrique notamment les pièces suivantes :

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| - Composants de ceintures de sécurité : | - Boîtiers métalliques d'airbags : |
| Ferrures d'ancrage                      | Conducteur                         |
| Renvois surmoulés                       | Passager                           |
| Feuillards de boucle                    | Latéral                            |
| Bases d'enrouleur                       | Autres en développement            |
| Réglages en hauteur                     |                                    |
| Divers                                  |                                    |

Afin de garantir une conformité statistique, 2 pièces sur 1000, en moyenne, subissent des essais destructifs statiques. Un mouton de Charpy permet de simuler un choc dynamique sur la pièce de retenue, qui est le mode de rupture normal d'une pièce de sécurité. Si elles sont théoriquement surdimensionnées, le risque de trouver des lots défectueux ne peut être totalement nul. Sachant que le coût du rappel d'une série de 100.000 ferrures serait supérieur à 15 Millions d'Euros, une fois montées sur les véhicules, l'intérêt qui est porté par les fabricants sur la fiabilité des pièces qu'ils fournissent à l'industrie automobile est compréhensible.

Les contraintes associées à la fabrication des ferrures d'ancrage des ceintures de sécurité, qui sont les pièces principalement étudiées ici sont liées essentiellement :

- Au matériau : principalement des aciers à Hautes Limites d'Élasticité (HLE) avec  $R_e > 500$  MPa le plus souvent mais aussi des aciers mi-durs trempés et plus récemment des aciers HLE 350 avec  $R_e > 350$  MPa.
- À son mode d'élaboration en aciérie : des campagnes d'essais sur plusieurs années ont montré que les éléments d'addition utilisés, les modes d'élaboration, les types de coulée et les types de laminage ont, à résistance mécanique égale, une influence sur la formabilité et la résilience du demi-produit
- À son mode de transformation sous presse et à l'influence des sollicitations subies lors de l'élaboration des pièces.

La maîtrise de tous ces paramètres constitue aujourd'hui un verrou technologique pour l'entreprise qui cherche, dans un marché qui se globalise, à accroître ses parts de marché européen.

Il est essentiel pour cela qu'elle puisse disposer d'outils de simulation et de calcul fiables qui intègrent l'endommagement subi par la pièce lors de son élaboration par découpage, pliage et rayonnage afin d'optimiser le composant en terme de fiabilité et de coût lors des phases de conception puis d'industrialisation.

De plus le savoir-faire acquis doit permettre d'arbitrer entre les diverses gammes opératoires possibles pour sa fabrication en fonction des caractéristiques mécaniques finales requises.

L'intégration d'algorithmes d'optimisation dans une plateforme logicielle doit permettre la prise de décision sur la faisabilité d'une pièce envisagée par un donneur d'ordre. Elle doit également permettre le contrôle à chaque étape du choix de la solution optimale, tant du point de vue de la conception que du point de vue du procédé.

### I.2.2. Procédés de fabrication étudiés

La pièce utilisée comme support d'étude à ce travail est une ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité. Cette ferrure est fabriquée par la mise en œuvre de trois procédés différents : le découpage, le rayonnage des arêtes et le pliage. Elle présente un très bon support d'étude pour l'optimisation de sa forme, du choix des matériaux et des procédés. Il est possible d'observer les différentes étapes de fabrication de la pièce sur la mise en bande de la figure I.2. Après débobinage, la bande métallique passe dans un redresseur à rouleaux puis elle est successivement soumise à des découpages et des pliages avec un rayonnage des arêtes coupantes. Pour mieux comprendre les phénomènes mécaniques auxquels la matière est soumise, nous allons passer en revue les phases essentielles de la fabrication sous presse.

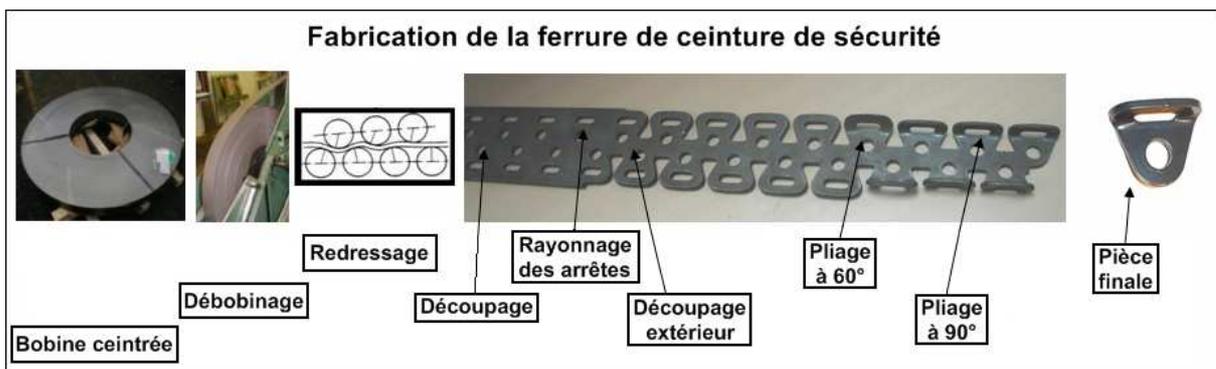


Figure I.2 – Procédé de fabrication de la pièce

#### I.2.2.1 Découpage

Le procédé de découpage des tôles est très répandu dans le monde de l'industrie et demande un grand savoir faire pour être parfaitement maîtrisé. En effet, la découpe influe sur le respect des différentes cotes de la pièce, ainsi que sur la tenue de la pièce. Le bord de découpe est inévitablement le siège de contraintes résiduelles importantes qui peuvent être responsables d'un amorçage de fissures pouvant conduire à la rupture de la pièce.

Le procédé de découpe s'effectue sur presse avec un outillage constitué d'une matrice (utilisée comme contre lame), d'un poinçon mobile (utilisé comme lame de découpe) ainsi que d'un système de serre flan utilisé pour maintenir la tôle en place au moment de la découpe et surtout de la remontée du poinçon. En effet, l'opération de découpe de tôles soumet les outillages à de fortes contraintes qui détériorent l'outillage dans le temps. L'usure du poinçon est donc moindre si la tôle est maintenue lors de sa remontée. Le dispositif est visible sur la figure I.3 ci-dessous.

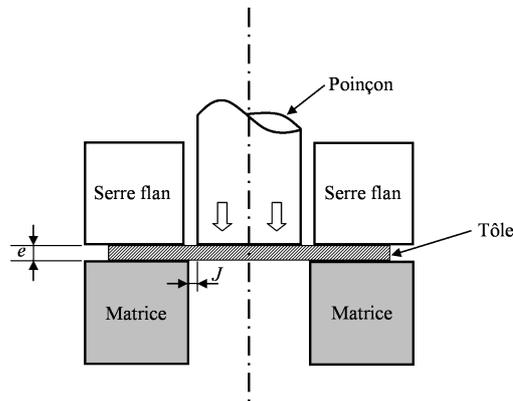


Figure I.3 – Schéma de l'outillage de découpe

Les données à prendre en compte lors du procédé de découpe sont:

- L'épaisseur de la tôle
- Le jeu entre le poinçon et la matrice
- La nature du matériau
- La vitesse de descente du poinçon
- La géométrie de l'outillage.

Ces paramètres influent à la fois sur la qualité du bord découpé, mais aussi sur la dégradation de l'outillage dans le temps. Les valeurs à optimiser sont la taille de la bavure, la hauteur de la zone lisse et l'effort maximum du poinçon.

Le procédé de découpe correspond au cisaillement de la tôle entre la matrice de découpe et le poinçon. Ce cisaillement est suivi d'une déchirure de la tôle laissant apparaître une zone lisse, une zone arrachée et une zone bombée comme illustré ci-dessous. Une façon de modéliser cette opération consiste à supposer que c'est l'endommagement de la matière qui atteignant sa valeur critique amène la rupture du matériau et la propagation de la fissure résultante.

L'élément important résultant de la découpe pour ce qui concerne l'utilisation ultérieure de la pièce est la bavure. Outre qu'elle est le siège de contraintes résiduelles des plus gênantes, cette bavure peut induire un écart sur les tolérances de la pièce et la rendre impropre lors de son intégration finale au véhicule. La figure I.4 montre les différentes zones présentes sur un bord de découpe d'après R. Hambli [Ham 96].

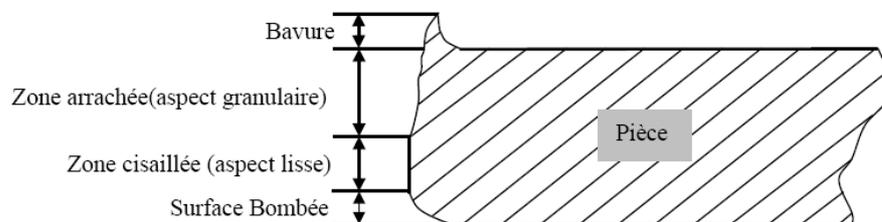


Figure I.3 – Bord de découpe [Ham96]

Le comportement de la tôle au cours du procédé de découpe peut être représenté par les différentes phases de la figure I.5 qui ont été proposées par Maillard [Mai91].

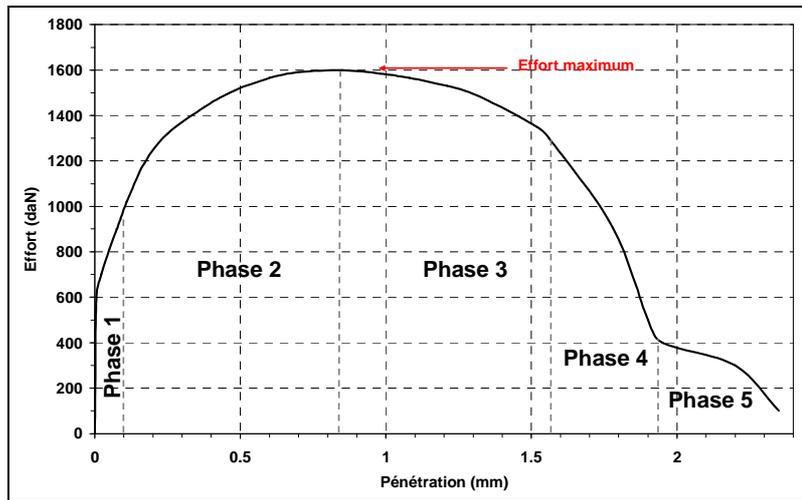


Figure I.5 – Effort – Pénétration lors du procédé de découpe [Mai91]

Ces phases se présentent ainsi:

- Phase 1 : Comportement élastique du matériau
- Phase 2 : Comportement élastoplastique du matériau
- Phase 3 : Plastification, cisaillement et endommagement du matériau
- Phase 4 : Initiation et propagation des fissures
- Phase 5 : Expulsion de la pièce découpée, l'effort est dû au frottement entre le poinçon et la tôle, la matrice et la pièce découpée ainsi qu'entre la pièce découpée et la tôle.

L'influence de ces différentes phases sur le bord découpé peut être schématisée de la façon suivante en fonction de la pénétration du poinçon dans la matière :

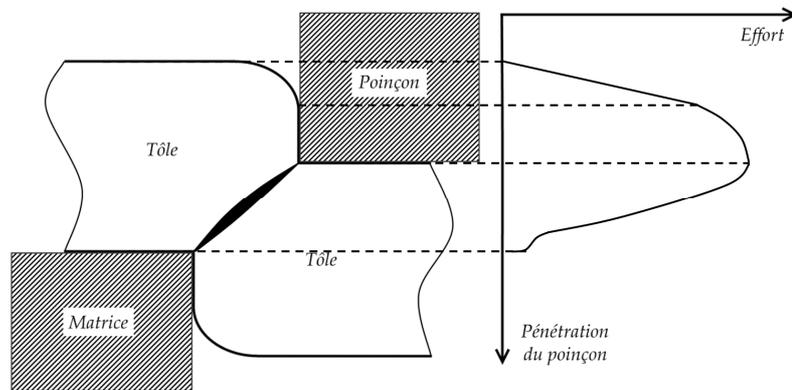


Figure I.6 – Relation entre aspect du bord découpé avec l'effort de découpe (d'après [Ham96])

Le jeu entre poinçon et matrice est considéré comme dépendant principalement de la géométrie de l'outillage et surtout de l'épaisseur de la tôle. Les fabricants savent par expérience que le jeu entre la tôle et la matrice est le principal facteur qui conditionne une bonne découpe et en général ils choisissent la valeur empirique :  $J = 0,1 \times e$  ;  $e$  étant l'épaisseur de la tôle. Les différents auteurs [Mar95], [Ham96], parlent le plus souvent de jeu relatif, défini comme suit :

$$J_R = \frac{J}{e} \times 100 = \frac{R_m - R_p}{e} \times 100 \quad (I.1)$$

$J$  et  $J_R$  sont respectivement le jeu absolu et le jeu relatif,  $R_m$  et  $R_p$ , le rayon de matrice et le rayon de poinçon.

Afin d'optimiser le jeu de découpe, il convient de trouver le couple  $(R_m ; R_p)$  qui est adapté pour une épaisseur  $e$  et un matériau donnés. Il reste néanmoins à définir ce qu'est un jeu optimal. Hambli [Ham96] propose dans son travail trois définitions du jeu optimal:

- Définition 1 : Le jeu optimal est le jeu qui permet d'avoir un trajet de fissuration suivant au mieux le cône reliant les bords tranchants du poinçon et de la matrice
- Définition 2 : Le jeu optimal est celui qui permet d'obtenir les sollicitations minimales sur l'outillage
- Définition 3 : Le jeu optimal correspond au jeu qui donne la hauteur de bavure résultante la plus faible.

Il est évident que dans un cas industriel, le jeu optimal est celui qui vérifie au mieux les définitions 2 et 3. Avec généralement une condition minimum sur la définition 3 relative à la hauteur de bavure provenant du cahier des charges. Le jeu optimal sera donc celui qui induit une bavure suffisamment petite et les sollicitations les plus faibles sur l'outillage. En effet, ces sollicitations vont gouverner l'usure de l'outillage qui est essentielle pour réduire le coût de fabrication des pièces. Toutefois ces définitions ne sont bien sûr pas découplées. En se basant sur de nombreux essais et sur des simulations numériques Hambli [Ham96] a montré que le matériau devait être pris en compte dans le choix du jeu optimal et il propose une relation permettant d'obtenir le jeu relatif optimal prenant en compte les trois définitions précédentes :

$$J_{op}(\%) = 100 \times \frac{1,8 \times \exp(\varepsilon_R) - 1}{3,6 \times [\exp(\varepsilon_R)]^2} \quad (I.2)$$

Où  $\varepsilon_R$  est la déformation vraie à rupture soit :  $\varepsilon_R = \ln(A\% + 1)$  avec  $A\%$  l'allongement relatif à rupture lors d'un essai de traction.

Dans la suite de notre travail, l'opération de découpage sera occultée en ce sens que nous négligerons son influence sur le comportement des pièces en supposant que les altérations apportées au matériau restent limitées à une zone de très faible dimension au voisinage des bords. Ainsi, la matière dans la zone fissurée ayant été totalement endommagée ne participera pas au comportement global en service.

L'objectif de l'entreprise vis-à-vis du découpage est de constituer une base de données regroupant le jeu de découpe idéal pour chaque lot de matière, c'est-à-dire un matériau dans une épaisseur donnée (voir §V.3.6).

### I.2.2.2 Pliage

Le procédé de pliage de tôles est l'un des procédés les plus répandus dans l'industrie. Il a fait l'objet d'un grand nombre d'études tant sur le plan théorique [Mar02] qu'expérimental [Mka03] ou numérique [Bah05], ces deux derniers ayant étudié les cas du pliage par *tombé de bord*. Cette opération consiste à déformer la tôle au-delà de sa limite d'élasticité, de telle sorte qu'elle conserve la forme imposée par la matrice de pliage.

Il existe plusieurs types de pliage illustrés sur la figure I.7 sur laquelle peuvent être distingués le pliage en V, le pliage en U et enfin le pliage par tombé de bord. C'est ce dernier cas de pliage qui sera retenu dans notre étude.

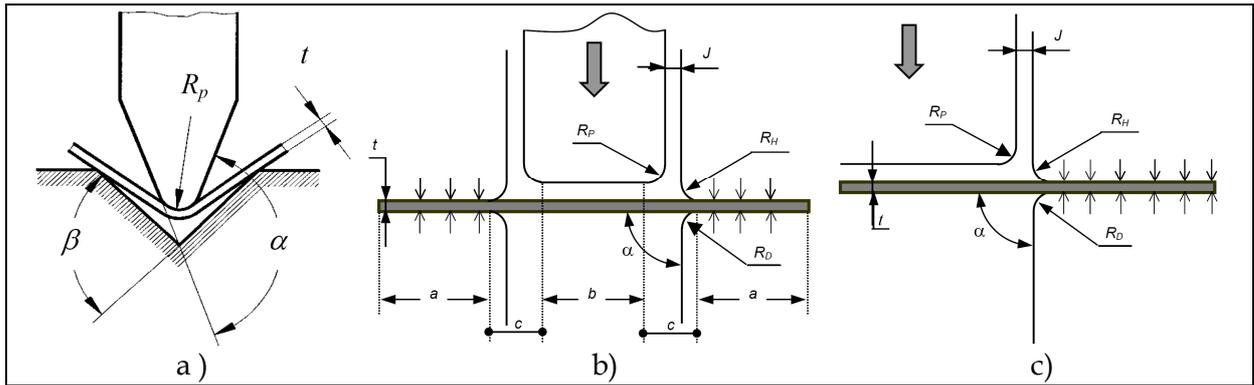


Figure I.7 - Pliage a) en V b) en U c) en tombé de bord

La raison principale pour laquelle les industriels se préoccupent d'améliorer le procédé de pliage est la prédiction du retour élastique. Ce phénomène consécutif au déchargement du matériau entraîne une redistribution des contraintes résiduelles dans la pièce formée et une modification de sa forme. La figure I.8 représentant la courbe d'érouissage d'un acier, met en évidence les deux facteurs qui influent sur le retour élastique : le module de Young et la limite d'écoulement. D'une part, plus le module de Young est petit plus le retour élastique sera important puisque la déformation lui est inversement proportionnelle ; d'autre part, plus la limite d'élasticité est grande et plus le retour élastique sera grand puisque la déformation lui est proportionnelle.

Sachant qu'au cours de sa déformation plastique un matériau subit un phénomène dit d'endommagement, caractérisé notamment par une perte de rigidité et qui se traduit par l'affaiblissement de son module d'élasticité. Il est alors prévisible que le retour élastique sera d'autant plus important que la déformation plastique sera élevée.

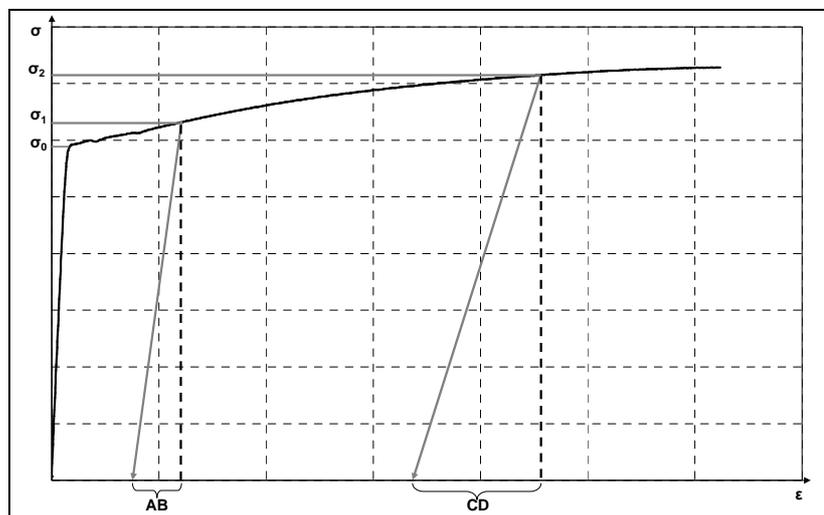


Figure I.8 - Variations du module de Young et de la limite d'écoulement pour un acier

Avec un module de Young élevé de l'ordre de 210 GPa, le retour élastique des aciers sera plus faible que celui obtenu pour la plupart des autres matériaux. Il sera d'autant plus intéressant que la limite d'élasticité du matériau vierge est faible et n'augmente que très faiblement avec la déformation plastique et que son module d'élasticité reste peu sensible à l'endommagement.

Le phénomène de retour élastique est illustré schématiquement sur la figure I.9 dans le cas d'une poutre soumise à un moment fléchissant et à un effort de traction.

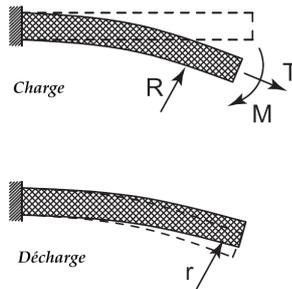


Figure I.9 – Phénomène du retour élastique [Mei08]

La répartition des déformations et des contraintes dans ce cas est donnée sur la figure I.10 suivante:

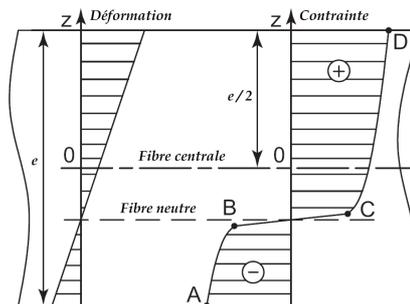


Figure I.10 – Distribution des déformations et des contraintes en flexion traction combinée [Mei08]

La fibre neutre est décalée et les distributions de contraintes en situation élastique puis plastique montrent comment la matière est sollicitée.

Dans le cas d'une poutre soumise uniquement à de la flexion sans traction, la fibre neutre ne se décale pas et la distribution des contraintes prend la forme représentée sur la figure I.11 suivante dans le cas d'un matériau avec une loi d'érouissage de type puissance [Mar02]:

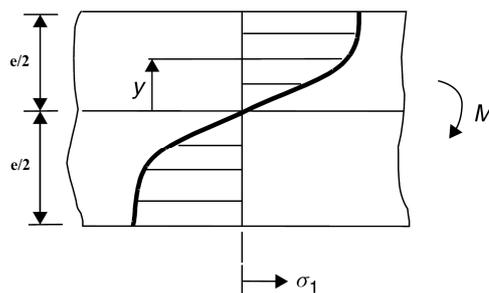


Figure I.11 – Distribution des contraintes en flexion pure

Le retour élastique est souvent caractérisé par le rapport entre le rayon de pliage avant retour  $R$  sur le rayon après retour  $r$  (voir Figure I.9). G. Marron et C. Bouchélier [Mar95] ont montré que les paramètres les plus influents sur le retour élastique sont le jeu entre le poinçon et la matrice et l'épaisseur de la tôle. Ils ont de plus mis en évidence que le retour élastique était minimal pour un rapport jeu/épaisseur égal à 1. Ce dernier point a fait l'objet d'une confirmation par R. Bahloul [Bah05a] dans le cas du pliage par *tombé de bord* faisant l'objet de notre étude. Dans ce cas, le retour élastique  $\theta$  sera défini par la différence :

$$\theta = 90^\circ - \alpha \quad (I.3)$$

Formule dans laquelle  $\alpha$  est l'angle réel de la pièce. Étant donné l'importance du phénomène du retour élastique dans la fabrication de pièces métalliques, plusieurs formulations ont été proposées, dont celle de Gardiner [Gar57] :

$$\frac{R}{r} = 4 \times \left( \frac{R}{e} \times \frac{\sigma_{e0}}{E_0} \right)^3 - 3 \times \left( \frac{R}{e} \times \frac{\sigma_{e0}}{E_0} \right) + 1 \quad (I.4)$$

Avec  $R$  le rayon avant retour élastique,  $r$  le rayon après retour élastique,  $\sigma_{e0}$  la limite d'élasticité du matériau vierge,  $E_0$  le module de Young du matériau vierge et  $e$  l'épaisseur de la tôle. Mais comme l'ont fait remarquer Marron et Bouchélier [Mar95], cette formule ne prend en compte que la limite d'élasticité du matériau vierge et le module de Young du matériau vierge. La formule proposée par Queener [Que68] rend mieux compte du comportement plastique en intégrant dans sa formulation la loi d'écroutissement du matériau. Elle s'écrit :

$$\frac{R}{r} = 1 - \frac{3 \times K (1 - \nu^2)}{E_0 \times (2 + n) \times 0,75^{\frac{(1+n)}{2}}} \times \left( \frac{2 \times R}{e} \right)^{1-n} \quad (I.5)$$

Avec  $K$  le coefficient de la loi d'écroutissement de Hollomon et  $n$  l'exposant de cette même loi qu'on écrit :

$$\sigma_{eq} = K (\bar{\epsilon}_{pl})^n \quad (I.6)$$

$\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente et  $\bar{\epsilon}_{pl}$  est la déformation plastique cumulée.

Monfort et Bragard [Mon84] postulent que la tôle se déforme plastiquement dans la zone en contact avec la matrice et élastiquement dans le jeu poinçon-matrice ce qui est illustré figure I.12.

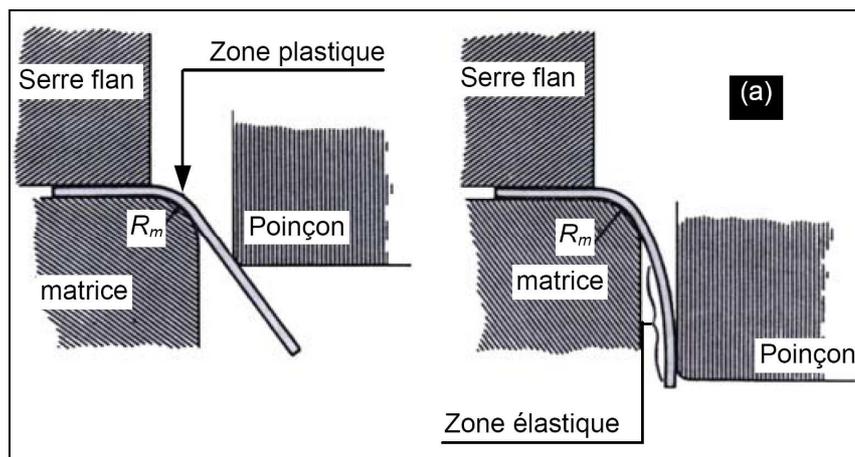


Figure I.12 - Modes de déformation en pliage

Ils considèrent donc que l'angle du retour élastique observé possède deux composantes, une due à la zone plastique l'autre à la zone élastique:

$$\theta = \theta^{el} + \theta^{pl} \quad (I.7)$$

Ils utilisent la loi d'érouissage saturante de Voce pour modéliser le comportement plastique du matériau :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{e0} + Q_0 \left[ 1 - \exp(-\beta \bar{\epsilon}^{pl}) \right] \quad (I.8)$$

Avec,  $Q_0 = \sigma_m - \sigma_{e0}$  où  $\sigma_m$  est la valeur de contrainte maximale en traction uniaxiale et  $C$  est un paramètre caractéristique du matériau. La formulation de Monfort et Bragard s'écrit :

$$\theta^{el} = \frac{540}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_0}{2E} \times \frac{J-e}{e}} \quad (I.9)$$

$$\theta^{pl} = \frac{270}{E \times F} \times \left( \frac{\sigma_m}{2} + \frac{Q_0}{\beta^2 \times F^2} \times \left[ \exp(-\beta F) \times (1 + \beta \times F) - 1 \right] \right) \quad (I.10)$$

Le coefficient  $F$  est donné par  $F=(e/2)/(R_m+e/2)$ , où  $R_m$  est le rayon de la matrice de pliage.

A. Mkaddem [Mka03] propose quant à lui de prendre en compte un critère d'endommagement de type Lemaître [Lem88] pour le calcul du retour élastique. Il obtient pour la partie plastique (la partie élastique restant inchangée) :

$$\theta_D^{pl} = \frac{\theta_{z0}^{pl}}{(1-D)} + \frac{\theta_{zD}^{pl}}{(1-D)} \quad (I.11)$$

Avec  $D$  valeur scalaire du dommage isotrope relié à la déformation plastique équivalente par l'expression:

$$D = H_G(\bar{\epsilon}_{pl}) \quad (I.12)$$

Où  $H_G$  est la pente de la loi de dommage. De plus :

$$\theta_{z0}^{pl} = \frac{3\alpha}{E_0 \times F} \left( \frac{\sigma'_m}{2} + \frac{Q'_0}{\beta'^2 \times F^2} \left[ \exp(-\beta' F) \times (1 + \beta' \times F) - 1 \right] \right) \quad (I.13)$$

On retrouve ici la loi de Monfort-Bragard avec  $\alpha$  l'angle de pliage et les coefficients :

$$\sigma'_m = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_m ; Q'_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} Q_0 ; \beta' = \frac{2}{\sqrt{3}} \beta \quad (I.14)$$

Et enfin :

$$\theta_{zD}^{pl} = -\frac{48}{\sqrt{3}} \frac{\alpha H_G}{E_0} \left( \frac{R}{e} \right)^3 \left[ \frac{\sigma'_{e0} F^3}{3} + Q'_0 \left[ \frac{F^3}{3} - \frac{2}{\beta'^3} + \frac{1}{\beta'} e^{-\beta' F} \left( F^2 + \frac{2}{\beta'} F + \frac{2}{\beta'^2} \right) \right] \right] \quad (I.15)$$

Avec  $R=R_m+e/2$ .

Les résultats obtenus par Mkaddem avec cette formulation sont présentés sur la Figure I.13 pour un angle de pliage de 90° avec un acier à haute limite d'élasticité S500MC.

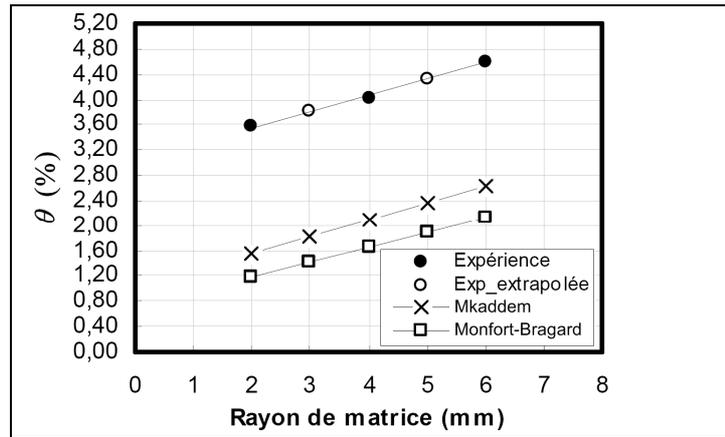


Figure I.13 – Comparaison de la prédiction du retour élastique entre le modèle original de Monfort-Bragard et modifié par Mkaddem [Mka03]

Un autre aspect du pliage à prendre en compte est le contact outils/pièce. Les propriétés du contact ont fait l'objet de nombreuses études et il reste aujourd'hui encore difficile à caractériser avec précision. Dans notre étude, le modèle de frottement statique de Coulomb a été choisi pour simuler le contact entre les outils et la tôle. Cette loi est définie comme suit : tant que la composante tangentielle n'atteint pas une certaine limite  $T_0$  proportionnelle à la pression de contact  $N$ , le glissement ne se produit pas. L'expression mathématique de cette loi est :

$$T_0 \leq \mu \times N \quad (I.16)$$

$\mu$  est le coefficient de frottement dépendant du type de matériaux en contact et de leur état de surface. La Figure I.14 illustre les propos précédents.

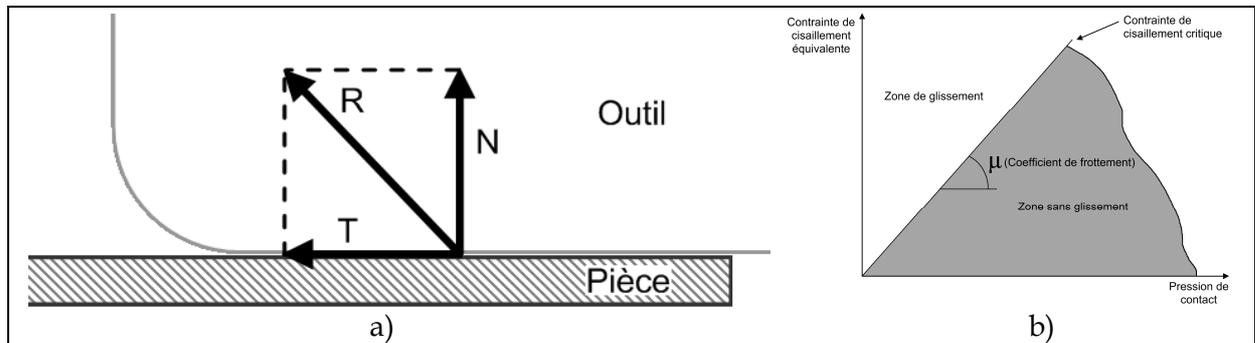


Figure I.14 – Loi de Coulomb [Sim01]

La valeur du coefficient de frottement généralement admise pour un contact acier-acier avec lubrification est proche de 0,1. C'est cette valeur que nous retiendrons dans la suite pour la simulation numérique.

### I.2.3. Méthodes d'optimisation en mise en forme

Le monde de l'optimisation des procédés de mise en forme de pièces complexes a connu un grand essor ces dernières années, notamment dû à l'augmentation très rapide des capacités de calcul des ordinateurs. Néanmoins, l'optimisation couplée aux méthodes de simulation numérique comme le calcul par éléments finis prend toujours autant de temps

car, comme le font remarquer Venkataran et al. [Ven02], la complexité des modèles suit la même tendance.

Les procédés de mise en forme quels qu'ils soient ont un coût de mise en œuvre très important et c'est principalement pour cette raison qu'ils font l'objet d'un grand nombre d'études associées à leur optimisation. Ces procédés étant bien sûr reliés à la forme de la pièce concernée, cette dernière doit également être optimisée et c'est une des investigations que nous avons menées dans ce travail.

Il ne s'agit pas ici d'exposer un recueil des différentes techniques d'optimisation et de leurs théories associées tant elles sont nombreuses, mais plutôt de montrer l'importance grandissante de ces méthodes dans le cadre de la mise en forme des matériaux et des thématiques adjointes.

Le domaine d'étude le plus répandu, couplant des méthodes numériques d'optimisation avec un procédé de mise en forme de tôles, est sans aucun doute celui du contrôle du retour élastique en emboutissage associé au respect des épaisseurs. De façon plus générale, l'emboutissage des tôles est sans ambiguïté le procédé ayant le plus amené les scientifiques du monde industriel à développer ce type de couplage. Nous pouvons notamment citer T. Meinders qui lors de sa thèse [Mei00] a travaillé sur la simulation numérique du procédé d'emboutissage et qui aujourd'hui travaille à son optimisation [Mei08]. A. Delamézière [Del02] a également étudié l'optimisation des paramètres d'emboutissage en utilisant l'approche inverse développée à l'Université de Technologie de Compiègne par J.L Batoz et Y.Q. Guo [Guo90]. S. Ben Elechi [Ben04] a lui aussi contribué à améliorer ces modèles dans sa thèse.

Dans le domaine des procédés de forgeage un grand nombre de travaux ont été développés au Centre de Mise en Forme de Matériaux de l'École des Mines de Paris. Citons entre autre D. Vieilledent [Vie99] qui étudia lors de sa thèse l'optimisation des outils de forgeage à chaud en utilisant une méthode inverse et T. Tho Do [Tho06] qui travailla sur l'optimisation de forme en forgeage en utilisant des méta-modèles à base d'algorithmes génétiques.

Dans le cadre des travaux présentés ici, R. Bahloul et al. [Bah04], [Bah05a], [Bah05b], [Bah06] ont notamment étudié différentes méthodes d'optimisation appliquées au retour élastique lors du procédé de pliage, ainsi qu'à la forme des pièces de sécurité automobile. Ils ont en particulier estimé l'efficacité de méthodes telles que les plans d'expériences couplés avec des surfaces de réponses, ou encore la prédiction du retour élastique et de l'effort maximal de dépliage en utilisant des réseaux de neurones entraînés à partir d'essais expérimentaux. Enfin R. Bahloul a utilisé une méthode d'approximation diffuse pour l'optimisation des paramètres du procédé tels que les rayons d'outils et le jeu entre la tôle et les outils. La figure I.15 montre les surfaces de réponses obtenues pour la valeur du retour élastique en fonction du rayon de matrice et du jeu poinçon-matrice. Les valeurs présentées ici sont normalisées par rapport à l'épaisseur.

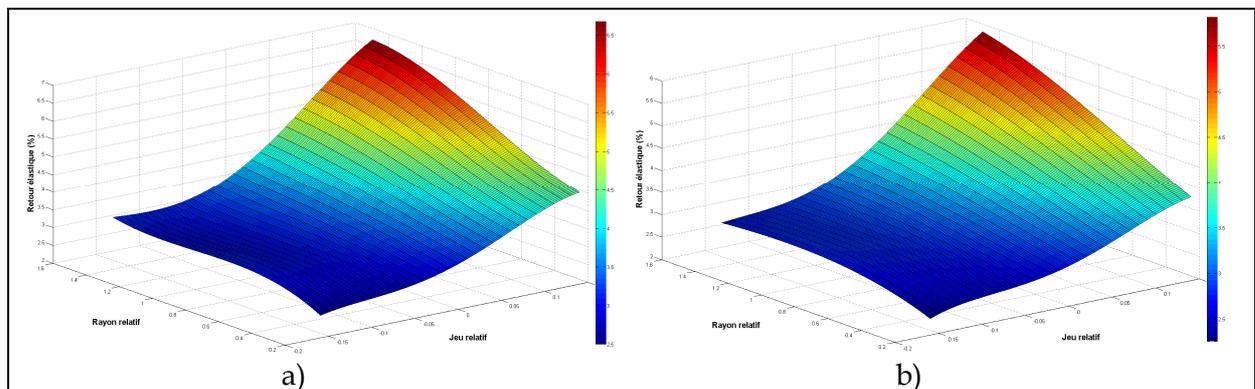


Figure I.15 – Valeur du retour élastique en fonction du rayon de la matrice de pliage et du jeu poinçon-matrice  
 a) Valeurs expérimentales b) Valeurs issues de la simulation. [Bah05]

Nous pouvons citer quelques exemples de méthodes d'optimisation fréquemment utilisées directement ou indirectement :

- La méthode du simplexe
- La méthode de descente du gradient
- La méthode du gradient conjugué
- La méthode de Newton
- Les méthodes de Quasi-Newton
- Les stratégies évolutionnaires
- ...

Ces méthodes sont utilisées, directement pour traiter des problèmes modélisés mathématiquement s'appuyant sur des modèles mécaniques ou autres, indirectement par exemple dans les séquences d'apprentissage des réseaux de neurones artificiels.

Toutes les méthodes utilisées en mise en forme doivent impérativement être associées à des lois de comportement et d'endommagement du matériau suffisamment précises pour les rendre robustes. En effet, si l'erreur commise sur l'estimation de la fonction en simulation est trop grande, alors toutes ces méthodes risquent de diverger ou bien de converger vers un "faux" optimum. C'est pourquoi plusieurs travaux ont été et sont encore menés dans ce sens. Citons en particulier Mkaddem et al. [Mka04a] qui ont étudié l'influence de l'endommagement de tôles soumises à un pliage en utilisant le modèle de Lemaître & Chaboche [Lem88]. Ils ont également comparé ce modèle avec celui de Gurson-Tvergaard-Needleman [Gur77], [Tve84] dans le cas du procédé de pliage [Mka04b] et tiré la conclusion que le modèle de Lemaître rendait mieux compte du comportement dans ce cas de sollicitation. Les recherches et les applications qu'on peut en faire sont encore en cours et nous citerons les travaux de K. Saanouni sur l'endommagement de Lemaître [Saa89], [Saa06]. D'un point de vue plus systématique, dans sa thèse, Hammi [Hamm00] s'est attaché à définir par des considérations thermodynamiques les relations liant les différents phénomènes qui prennent naissance dans les procédés de mise en forme. Des modèles robustes en ressortent permettant de simuler assez finement le comportement de la matière. D'autres auteurs se sont plus intéressés à l'influence de l'anisotropie du matériau sur la prédiction du comportement comme l'a fait F. Barlat [Bar91]. Peuvent également être citées, les études sur les lois d'évolution de la matière lors de l'élaboration de pièces mécaniques, qui prennent en considération la microstructure du matériau comme l'a proposé Teodosiu [Teo95], [Teo98].

### **I.3. Conclusion et objectifs de la thèse**

Jusqu'ici, les procédés de découpe et de pliage des ferrures d'ancrage ont été étudiés indépendamment, mais aucune recherche n'a encore considéré le procédé dans son ensemble dans le but d'obtenir les paramètres optimaux tant sur le matériau ou la forme de la pièce que sur le procédé.

L'enjeu principal de la thèse a été clairement identifié. Il consiste à apporter à l'entreprise une solution globale qui soit à la fois un outil d'aide à la décision et un dispositif de prédiction du comportement des pièces à l'usage en tenant compte de l'ensemble du procédé de fabrication.

Pour cela, la démarche retenue a pour but d'optimiser dans un processus global les paramètres de conception de la pièce (matériau et forme) et les paramètres de fabrication (procédé) en s'appuyant sur une ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité élaborée dans l'entreprise. *L'outil* qui en résultera devra par la suite être utilisé par le bureau d'études dans l'entreprise et devra donc être suffisamment accessible aux projeteurs.

L'outil informatique est développé sur la base d'un algorithme génétique (NSGA2) qui a été réalisé au laboratoire KanGal de Kanpur par le professeur K. Deb [Deb00] pour traiter l'optimisation globale, et intègre des méthodes d'approximation comme les réseaux de neurones artificiels ou les surfaces de réponses qui seront construits à l'aide du logiciel MatLab [Mat01]. Cette approche a été choisie pour diminuer le temps de calcul total (temps CPU) résultant des simulations numériques par éléments finis qui seront effectuées à l'aide du logiciel ABAQUS® [Sim02]. Les couplages CAO-calculs ainsi que la conception de certains outils de presse et de la pièce se feront avec le logiciel CATIA® [Das01].

# CHAPITRE II

## Les Matériaux et leur modélisation

---

### II.1. Introduction

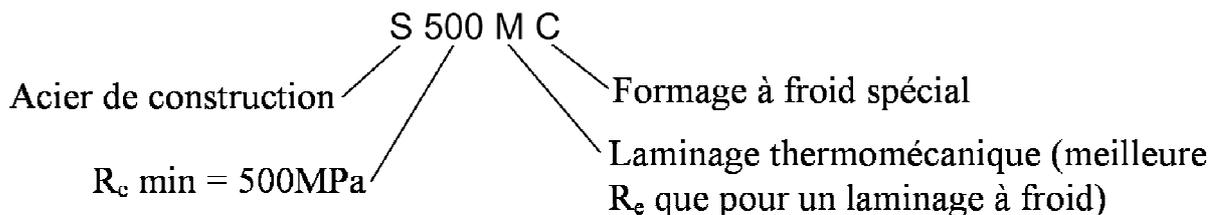
Comme nous l'avons évoqué au chapitre précédent, la compréhension du comportement du matériau et sa modélisation sont deux points clés pour la simulation numérique et son utilisation dans les processus d'optimisation. Il existe dans la littérature de nombreuses lois permettant de décrire l'évolution du comportement d'un matériau en fonction du chargement qui lui est appliqué. Ces lois macroscopiques sont en général valides sous la condition de rester dans un intervalle défini par plusieurs critères : le type de matériau, la vitesse de déformation appliquée, la température, l'application d'un chargement statique, cyclique, etc.

Le but de ce chapitre n'est pas d'effectuer une bibliographie complète de ce type de méthodes, mais plutôt d'évoquer les lois communément rencontrées dans les problématiques de mise en forme. La première partie de ce chapitre présentera les aciers à hautes caractéristiques mécaniques utilisés aujourd'hui pour concevoir et fabriquer la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité, ainsi que quelques aciers faisant partie des perspectives de ce travail. La seconde partie traitera de la plasticité, où nous présenterons succinctement les différents types d'écrouissage et l'identification pour deux aciers que nous avons étudiés. Enfin, les modèles d'endommagement de Lemaître-Chaboche et Gurson-Tvergaard-Needleman seront exposés car ils seront mis en œuvre dans la suite.

### II.2. Les matériaux utilisés

#### II.2.1. Les aciers à Haute Limite d'Élasticité

La ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité utilisée comme support d'étude est aujourd'hui fabriquée en acier à Haute Limite d'Élasticité (HLE) sous la dénomination S500MC, dont la signification est la suivante :



*Les aciers HLE sont des aciers faiblement alliés dont la composition répond à la norme EN 10149. Les normes auxquelles répond la composition de l'acier S500MC sont reportées dans le tableau II.1.*

Eléments	C (%max)	Mn (%max)	Si (%max)	P (%max)	S (%max)	Al (%min)	Nb (%max)	V (%max)	Ti (%max)
Valeur	0,12	1,70	0,50	0,025	0,015	0,015	0,09	0,20	0,15

Tableau II.1 – Norme pour la composition chimique du S500MC

La figure II.1 montre la courbe rationnelle et conventionnelle d'un acier S500MC établie sur une machine de traction SWICK, lors d'un essai de traction monotone.

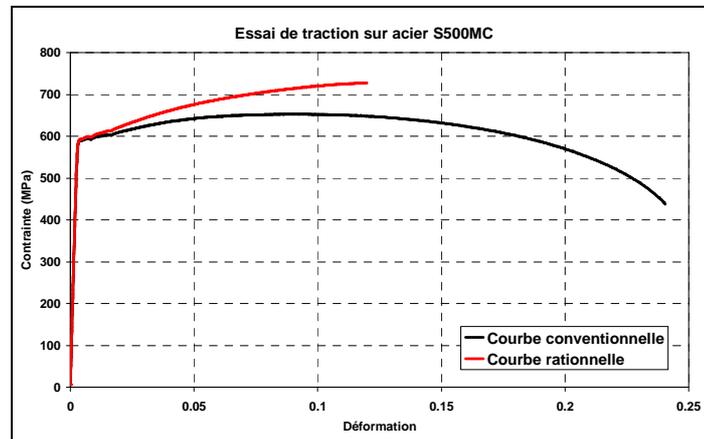


Figure II.1 – Essai de traction sur un acier HLE S500MC

Cet acier présente une plage de plasticité assez importante qui le rend apte à une mise en forme à froid sur presse.

Les lots de matières utilisés pour la fabrication de la ferrure d'ancrage se présentent sous les dimensions 110 mm de largeur par 4 mm d'épaisseur. Les pièces sont produites 2 par 2 pour chaque étape (découpe, rayonnage et pliage) du procédé de fabrication (Cf. Figure I.2).

Dans un souci d'amélioration constante et de réduction des coûts, l'entreprise DEVILLÉ S.A. envisage l'utilisation d'aciers différents pour la fabrication de ce type de pièce. Pour rester dans la même gamme d'acier, dans un premier temps les aciers HLE S420MC et S315MC ont été choisis. Les compositions chimiques de ces deux aciers sont présentées dans les tableaux II.2 et II.3.

Eléments	C (%max)	Mn (%max)	Si (%max)	P (%max)	S (%max)	Al (%min)	Nb (%max)	V (%max)	Ti (%max)
Valeur	0,12	1,60	0,50	0,025	0,015	0,015	0,09	0,20	0,15

Tableau II.2 – Norme pour la composition chimique du S420MC

Eléments	C (%max)	Mn (%max)	Si (%max)	P (%max)	S (%max)	Al (%min)	Nb (%max)	V (%max)	Ti (%max)
Valeur	0,12	1,30	0,50	0,025	0,020	0,015	0,09	0,20	0,15

Tableau II.3 – Norme pour la composition chimique du S315MC

En terme de caractéristique mécanique, les courbes des trois matériaux HLE (provenant du fournisseur CORUS [Cor] de l'entreprise DEVILLÉ S.A.) sont comparées sur la figure II.2. Il peut être remarqué que la baisse de la limite d'élasticité  $R_e$  s'accompagne d'une augmentation de la ductilité. L'augmentation de la limite d'élasticité et la diminution de l'allongement à rupture de ce type de matériau sont consécutives à l'augmentation du taux de Manganèse, qui passe de 1,3 pour le S315MC à 1,7 pour le S500MC. L'utilisation

d'autres aciers est actuellement envisagée dans le cadre de ces fabrications, et un partenariat avec l'entreprise Arcelor-Mittal nous a conduits à étudier d'autres matériaux.

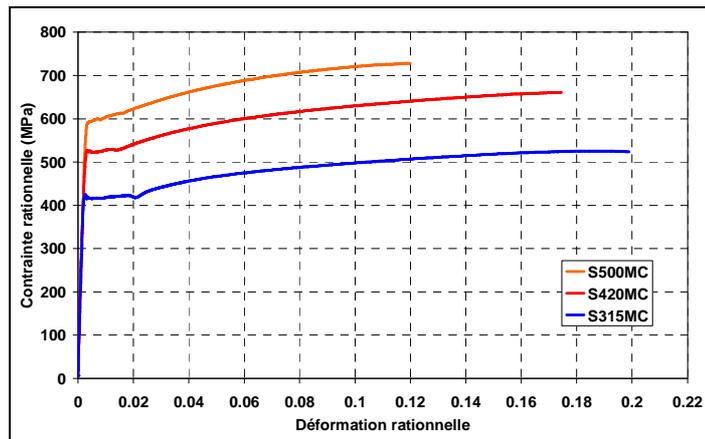


Figure II.2 – Comparaison des aciers HLE utilisés par l'entreprise DEVILLÉ S.A.

### II.2.2. Recherche prospective

Dans les perspectives d'emploi de matériaux différents de celui actuellement utilisé, il convient tout d'abord de citer la gamme des aciers HLE. Cette gamme de produits très vaste devrait permettre d'enrichir considérablement les possibilités de fabrication de pièces de sécurité dans une large étendue de limite d'élasticité et de ductilité.

La figure II.3 montre les principaux aciers présents dans cette gamme (Données provenant du site de l'aciériste SSAB, [www.ssabdirekt.com](http://www.ssabdirekt.com) [Web02]). La figure confirme bien les remarques précédentes sur les étendues des plages de ductilité et les valeurs des différentes limites d'élasticité.

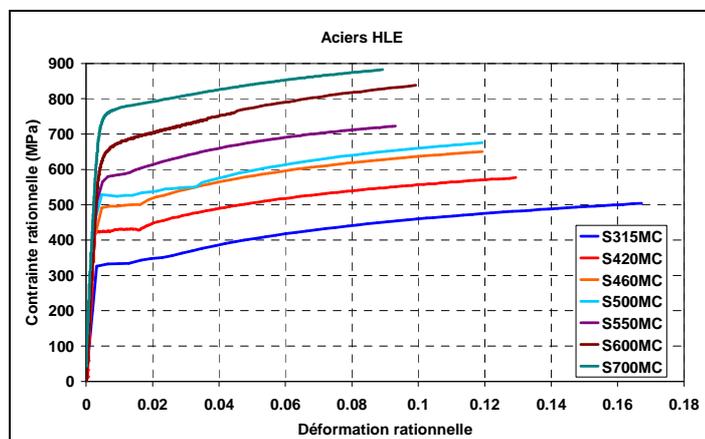


Figure II.3 – Gamme d'aciers HLE [Web02]

D'autre part, il a pu être constaté d'importantes différences entre les caractéristiques des aciers qui proviennent de deux fournisseurs où même de deux lots différents du même fournisseur. Ce point peut être intéressant pour élargir encore la gamme de caractéristiques mécaniques disponibles.

L'entreprise SSAB, fournisseur de l'entreprise DEVILLÉ S.A. a proposé récemment de fournir à l'entreprise un acier HLE S700MC et un acier Dual Phase (DP) le DP1000 pour étude. Pour élargir le cadre des collaborations industrielles, dans un partenariat avec l'E.R.T. "ENDOFORM" Arcelor-Mittal a fourni trois nouveaux aciers : le DP980 (un acier dual phase),

le M1000 (un acier à Haute Résistance (HR)), ainsi que l'USIBOR. Ce dernier est un acier particulier puisqu'il nécessite un traitement thermique lors du procédé de mise en forme.

Tous ces matériaux font actuellement l'objet d'une étude approfondie dans le cadre d'une autre thèse CIFRE à l'entreprise DEVILLÉ S.A.

Afin d'illustrer les possibilités d'emploi de nouveaux aciers comme les Dual Phase, les courbes de traction monotone de quelques aciers DP sont présentées sur la figure II.4.

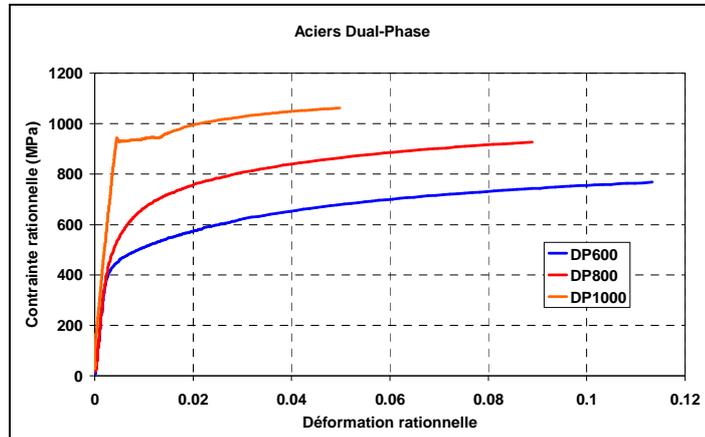


Figure II.4 - Aciers Dual-Phase [Web02]

D'après la source de la figure II.4, le DP600 et le DP800 exhibent des plages de plasticité étendues et des limites d'élasticité comparables aux HLE. Le DP1000 semble assez particulier avec une zone de ductilité réduite mais aussi avec une limite élastique très élevée. Des simulations numériques associées à des essais sur pièces types sont nécessaires à ce stade de développement du produit.

Pour compléter notre étude prospective, nous avons reporté sur la figure II.5 les aciers fournis par Arcelor-Mittal.

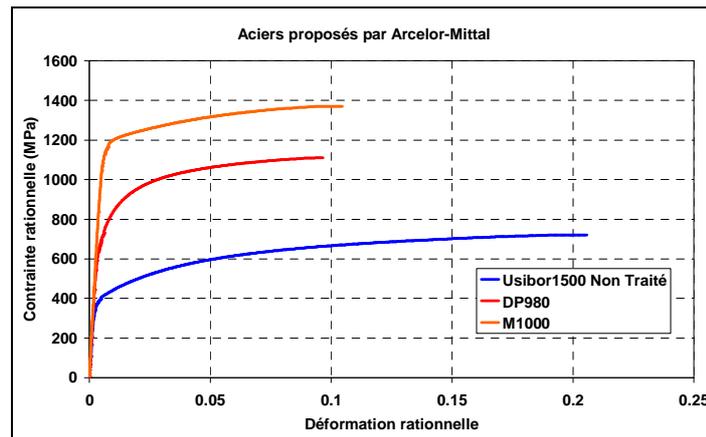


Figure II.5 - Aciers proposés par l'entreprise Arcelor-Mittal

Si les comportements du M1000 et du DP 980 sont à rapprocher du DP600 et du DP 1000 précédents, il peut être noté que la plage de ductilité paraît plus grande sur la figure II.5. Par contre, les caractéristiques de l'USIBOR non traité sont au dessus de tous les aciers présentés sur les deux figures.

Le diagramme de la figure II.6 [Arc01] représente les domaines d'emploi possibles des principaux aciers utilisés dans le secteur automobile. L'apparente profusion de l'offre

industrielle montre la tendance qui conduit à améliorer à la fois la résistance maximale et l'élongation maximale. Ce diagramme permet de repérer les positions relatives des aciers HLE (HSLA), DP et l'USIBOR (traité et non traité).

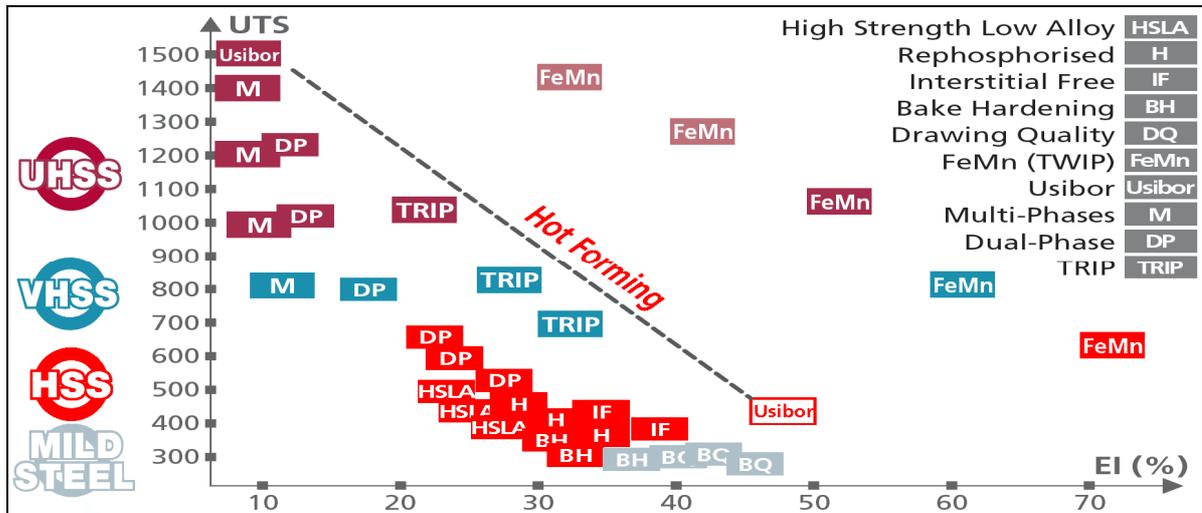


Figure II.6 – Diagramme présentant les principaux aciers du domaine automobile [Arc01]

L'axe des ordonnées différencie ainsi le passage des hautes (HSS) à très hautes (VHSS) puis ultra hautes (UHSS) résistances mécaniques de ces matériaux.

### II.3. La plasticité

L'étude de la déformation plastique des matériaux est capitale en mise en forme puisqu'elle constitue leur aptitude à cette mise en forme. L'origine microscopique de la plasticité peut être multiple mais est globalement gouvernée par le mouvement, la création et le blocage des dislocations. Il en existe de trois sortes : les dislocations vis, les dislocations coins et les dislocations mixtes, chacune correspondant à un défaut d'empilement du réseau cristallin. La déformation prend place lorsque l'on atteint une valeur critique d'énergie capable de mettre en mouvement ces dislocations.

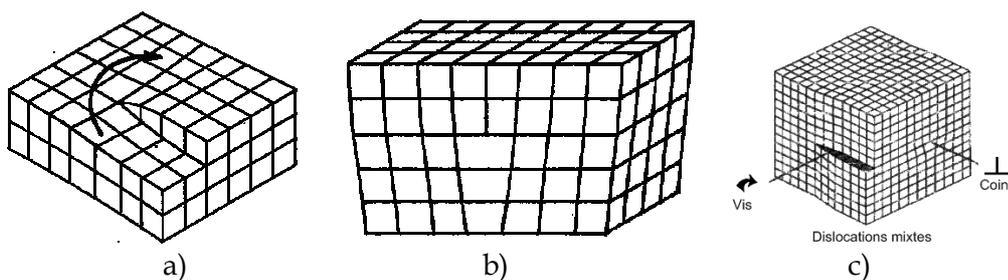


Figure II.7 – Types de dislocations a) Vis b) Coin c) Mixte

#### II.3.1. Modèles mécaniques

Macroscopiquement dans le cadre de la Mécanique des Milieux Continus, plusieurs modélisations sont utilisées pour caractériser le comportement plastique de différents types de matériaux. Une représentation schématique des comportements les plus fréquemment rencontrés est proposée sur la figure II.8.

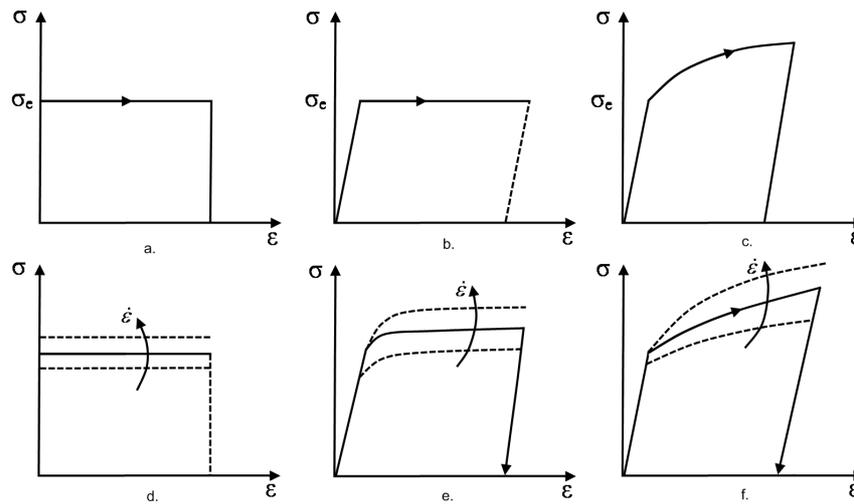


Figure II.8 – Différentes représentations macroscopiques du comportement plastique

Six comportements caractéristiques peuvent modéliser un matériau plastique ainsi que proposé dans [Lem88]:

- *Solide rigide parfaitement plastique* figure II.2.a:  
La déformation est nulle (ou négligeable) en dessous d'un seuil d'écoulement  $\sigma_e$  et reste à contrainte constante ensuite, le modèle analogique est le patin
- *Solide élastique parfaitement plastique* figure II.2.b:  
La déformation en deçà du seuil  $\sigma_e$  n'est plus négligée, le modèle analogique est le modèle de Saint-Venant (un ressort linéaire est un patin en série)
- *Solide élastoplastique écrouissable* figure II.2.c:  
La contrainte évolue au-delà du seuil, le modèle analogique est le modèle de Saint-Venant généralisé
- *Solide parfaitement viscoplastique* figure II.2.d:  
Le seuil d'écoulement plastique  $\sigma_e$  évolue avec la vitesse de déformation imposée  $\dot{\epsilon}$ , la déformation en dessous de ce seuil est négligée
- Figure II.2.e: *Solide élastique parfaitement viscoplastique*  
Même chose que précédemment, mais la déformation élastique n'est plus considérée comme nulle
- *Solide élasto-visco-plastique écrouissable* figure II.2.f:  
Cette fois, tous les phénomènes sont pris en compte, c'est le cas des matériaux réels.

En ce qui concerne la mise en forme à froid des matériaux métalliques envisagés dans notre étude, dans un premier temps il y a deux aspects de la loi à prendre en compte qui sont : le seuil d'écoulement plastique du matériau vierge et l'écrouissage du matériau qui va définir l'évolution du seuil d'écoulement plastique avec la déformation. Cela permettra de modéliser le comportement du matériau dans le domaine plastique.

Le phénomène d'endommagement sous charge sera discuté plus loin au paragraphe II.3.

### II.3.2. Les critères d'écoulement plastique

Les critères tridimensionnels de modélisation de la limite d'écoulement plastique pour les métaux sont de deux ordres : les critères isotropes et les critères anisotropes. Parmi tous ceux qui ont été proposés et fréquemment utilisés dans la mise en forme en déformation plastique sont le critère isotrope de Von Mises et le critère anisotrope de Hill [Hil90].

On considère généralement pour les matériaux métalliques qu'ils sont plastiquement incompressibles et que la déformation est iso-volume, ce qui revient à négliger l'influence de la contrainte hydrostatique dans le comportement. C'est pourquoi dans les expressions, le déviateur des contraintes  $\mathbf{s}$  est utilisé plutôt que le tenseur des contraintes de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$ . Le déviateur  $\mathbf{s}$  est défini par :

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} J_1 \mathbf{1} \quad (\text{II.1})$$

Où  $J_1$  est le premier invariant homogène du tenseur des contraintes :

$$J_1 = \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) = 3\sigma_H \quad (\text{II.2})$$

$\sigma_H$  est la contrainte hydrostatique. Le deuxième invariant du tenseur des contraintes qui joue un grand rôle dans les modèles mécaniques s'écrit :

$$J_2 = \left( \frac{3}{2} \text{Tr}(\mathbf{s}^2) \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} = \sigma_{eq} \quad (\text{II.3})$$

$J_2$  s'identifie à la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  au sens de Von Mises. Cette contrainte peut être calculée de la façon suivante :

- dans l'espace des contraintes à 6 dimensions :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \right]} \quad (\text{II.4})$$

- dans l'espace des contraintes principales :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \quad (\text{II.5})$$

Le critère d'écoulement plastique isotrope de Von Mises est alors défini à l'aide de la fonction de charge  $\phi(\boldsymbol{\sigma})$  suivante :

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{eq} - \sigma_e \quad (\text{II.6})$$

On a noté  $\sigma_e$  la limite élastique initiale du matériau. Ainsi :

- Tant que  $\sigma_{eq} \leq \sigma_e$ ,  $f < 0$  et le matériau reste dans le domaine élastique
- Dès que  $\sigma_{eq} > \sigma_e$ ,  $f = 0$  et le matériau entre en écoulement plastique

L'écoulement plastique prend donc naissance dès que la contrainte équivalente atteint la valeur de la contrainte seuil. Le critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales est schématisé par le cylindre de la figure II.9 ci-dessous, dont l'axe est constitué par ce qu'on pourrait appeler *la trisectrice* du trièdre (direction 1, 1, 1).

On montre aussi que cette contrainte  $\sigma_{eqVM}$  est liée à la contrainte de cisaillement octaédrale [Lar74]  $\tau_{oc}$  par la relation :

$$\tau_{oc} = \sqrt{\frac{2}{9}} \sigma_{eq} \quad (\text{II.7})$$

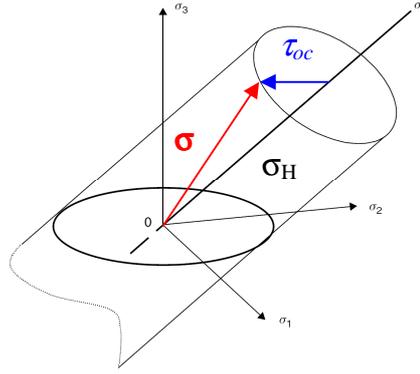


Figure II.9 – Représentation du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales

Cette remarque montre que le critère de Von Mises caractérisera bien les matériaux ductiles plutôt sensibles aux effets du cisaillement.

Dans le cas de comportement anisotrope, le critère d'écoulement plastique le plus souvent utilisé que l'on associe aux matériaux métalliques est le critère de Hill [Hil90]. Il permet de prendre en compte une variation de comportement du matériau dans les directions transverse à la direction de laminage. Pour modéliser cette variation, Hill introduit une matrice d'anisotropie  $\mathbf{\Pi}$  qui permet le calcul de la contrainte équivalente comme suit :

$$\sigma_{eq}^H = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{\Pi} : \mathbf{s}} \quad (\text{II.8})$$

Dans les axes d'orthotropie, l'expression retenue pour la matrice  $\mathbf{\Pi}$  est :

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} G+H & -H & -G & & & \\ -H & F+H & -F & & & \\ -G & -F & F+G & & & \\ & & & 2N & & \\ & & & & 2M & \\ & & & & & 2L \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

Dans le cas orthotrope, la contrainte équivalente associée devient lorsque les indices 1, 2 et 3 correspondent respectivement au sens du laminage, sens travers et épaisseur :

$$\sigma_{eq}^H = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2} \quad (\text{II.10})$$

Remarquons que l'on retrouve la contrainte de Von Mises lorsque  $F = G = H = \frac{1}{2}$  et  $L = M = N = \frac{3}{2}$ . La fonction de charge est ainsi :

$$\phi = \sigma_{eq}^H - \sigma_e \quad (\text{II.11})$$

Les coefficients du critère de Hill peuvent être déterminés à l'aide des coefficients expérimentaux de Lankford, qui sont définis comme le rapport de la déformation transverse à la déformation longitudinale lors d'un essai de traction monotone :

$$r = \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{33}} \quad (\text{II.12})$$

Pour caractériser complètement le comportement, il faut alors déterminer les coefficients de Lankford à 0°, 45° et 90° par rapport au sens de laminage de la tôle. Les valeurs des coefficients du critère de Hill peuvent alors être calculées comme il l'a été indiqué plus loin (équation II.13).

Des essais ont été réalisés pour caractériser l'anisotropie de deux matériaux à haute limite d'élasticité, le S500MC et le S420MC. Cela consiste à charger en traction jusqu'à rupture des éprouvettes normalisées (voir figure II.10) découpées à 0°, 45° et 90° par rapport au sens de laminage dans une tôle de 110 mm de largeur pour le S500MC et de 130 mm pour le S420MC les deux avec une épaisseur 4 mm.

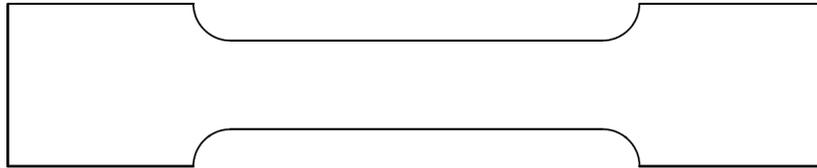


Figure II.10 – Éprouvette de traction normalisée

**Note:** Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ S.A., les différentes côtes des éprouvettes présentées n'apparaîtront pas dans ce rapport.

Ces essais ont été effectués sur une machine de traction ZWICK mécanique de type Z100 visible figure II.11 avec des mors hydrauliques.



Figure II.11 – Machine de traction Zwick Z100

Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau II.4 ci-dessous et leurs évolutions représentées sur la figure II.12.

	S500MC	S420MC
$r_{0^\circ}$	0,74	0,82
$r_{45^\circ}$	1,1	1,3
$r_{90^\circ}$	1	0,95

Tableau II.4 - Coefficients de Lankford du S420MC et du S500MC

Il est possible de déterminer à partir de ces valeurs les coefficients de Hill pour ces deux matériaux à l'aide des relations suivantes [Alv03] :

$$F = \frac{H}{r_{90}} ; G = \frac{1}{r_0 + 1} ; H = r_0 G ; N = \frac{1}{2} \times \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{r_{90}(r_0 + 1)} \quad (\text{II.13})$$

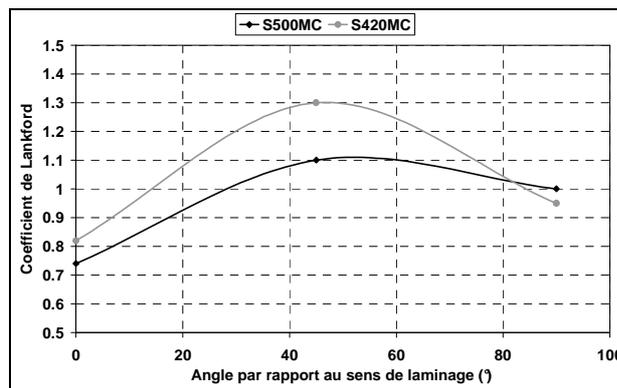


Figure II.12 - Évolution des coefficients de Lankford du S420MC et du S500MC

Les coefficients  $L$  et  $M$  ne peuvent être déterminés par cette méthode. Pour les déterminer, il faudrait par exemple utiliser des figures de pôles. Nous les considérerons avec des valeurs neutres dans notre étude, c'est-à-dire que  $L = M = \frac{3}{2}$ .

Les coefficients du critère de Hill sont donc :

	F	G	H	L	M	N
S500MC	0,425	0,575	0,425	1,5	1,5	1,6
S420MC	0,474	0,549	0,451	1,5	1,5	1,843

Tableau II.5 - Coefficients d'anisotropie de Hill pour les aciers S500MC et S420MC

Les critères de Von Mises et de Hill définissent la limite d'écoulement, mais il faut également modéliser l'évolution des propriétés plastiques du matériau pour définir les domaines d'élasticité et de plasticité. Les deux phénomènes prépondérants dont nous tiendrons compte sont l'écroutissage et l'endommagement de la matière.

Deux types différents d'écroutissage peuvent être observés macroscopiquement : l'écroutissage *isotrope* et l'écroutissage *cinématique*. Un matériau réel présente en général une combinaison de ces deux types d'écroutissage désigné comme étant un écroutissage *mixte*.

### II.3.3. Écroutissage isotrope

#### II.3.3.1 Généralités

Les lois considérant l'écroutissage comme isotrope sont des lois dans lesquelles l'évolution de la surface de charge constatée expérimentalement est gouvernée par une seule variable scalaire. Dans notre cas nous supposons que cette variable scalaire est la

déformation plastique cumulée  $\bar{\epsilon}_{pl}$ . En considérant le critère d'écoulement de Von Mises, la fonction de charge s'écrit :

$$\phi = \sigma_{eq} - \sigma_e \quad (II.14)$$

Expression dans laquelle  $\sigma_{e0}$  désigne le seuil d'écoulement plastique :

$$\sigma_e = \sigma_{e0} + R(\bar{\epsilon}_{pl}) \quad (II.15)$$

$R$  est une fonction de la déformation plastique cumulée décrivant l'écrouissage du matériau et  $\sigma_{e0}$  la limite d'élasticité initiale. D'un point de vue phénoménologique, l'écrouissage isotrope provoque une dilatation de la surface de charge. La courbe contraintes déformations en traction-compression présente une symétrie par rapport à l'axe des déformations ainsi qu'on l'a illustré sur la figure II.13.

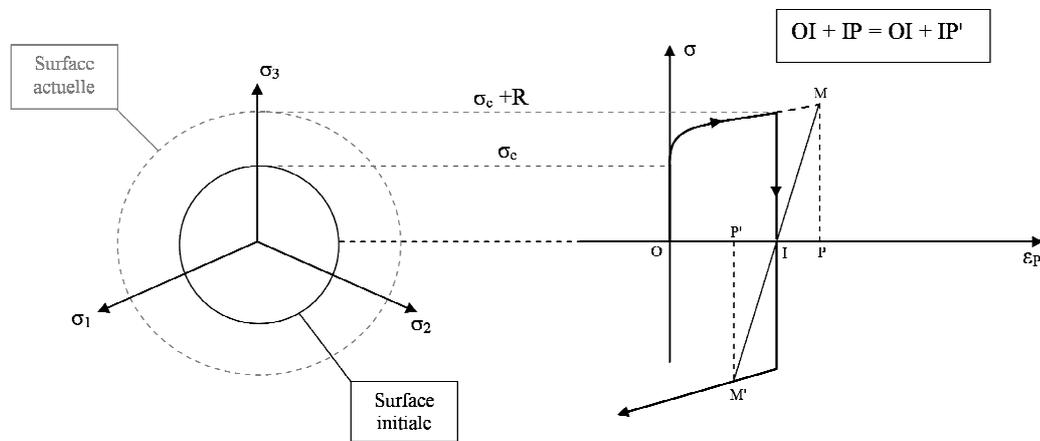


Figure II.13 - Écrouissage isotrope dans l'espace des contraintes et en traction compression

La fonction  $\sigma_{e0}$  basée sur des constatations expérimentales peut être modélisée de différentes façons :

- la plus simple est de la considérer comme une constante égale à la limite d'écoulement initiale du matériau. Il s'agit du cas de la plasticité parfaite, l'écrouissage est considéré comme inexistant. On a :

$$R = 0 \text{ et } \sigma_e = \sigma_{e0} \quad (II.16)$$

- Pour certains matériaux dont l'évolution de  $R$  est linéaire, l'écrouissage peut être modélisé par :

$$\sigma_e = \sigma_{e0} + K\bar{\epsilon}_{pl} \quad (II.17)$$

La pente  $K$  est alors appelé module d'écrouissage.

- Ludwick [Lud09] a proposé de modéliser l'évolution de l'écrouissage suivant une loi puissance telle que :

$$\sigma_e = \sigma_{e0} + K\bar{\epsilon}_{pl}^n \quad (II.18)$$

L'exposant  $n$  étant inférieur à 1.

- Si le domaine élastique n'est pas dissocié du domaine d'érouissage comme le propose Hollomon [Hol44], la limite d'élasticité initiale n'intervient plus et il vient l'expression :

$$\sigma_e = K \bar{\epsilon}_{pl}^n \quad (II.19)$$

- Swift [Swi47] a reformulé la loi de Ludwick en l'exprimant en termes de déformation :

$$\sigma_e = C_s (\epsilon_0 + \bar{\epsilon}_{pl})^n \quad (II.20)$$

- Enfin, Voce [Voc48] propose non plus une loi puissance mais exponentielle avec saturation, ce qui présente comme avantage de limiter les contraintes à une valeur maximum :

$$\sigma_e = \sigma_{e0} + Q_0 (1 - e^{-\beta \bar{\epsilon}_{pl}}) \quad (II.21)$$

Le module  $Q_0$  est en général supposé égal à  $Q_0 = \sigma_m - \sigma_{e0}$ , où  $\sigma_m$  est la contrainte maximum atteinte lors d'un essai de traction monotone.

### II.3.3.2 Identification des coefficients des lois d'érouissage isotrope

L'identification des coefficients des lois d'érouissage peut être menée au moins de deux façons : directement ou indirectement.

Directement par transformation logarithmique et indirectement par la minimisation d'une erreur entre le modèle et l'expérience.

#### II.3.3.2.1. Étude directe

Les courbes expérimentales sont modifiées par transformation logarithmique pour l'identification des coefficients.

Dans le cas de la formulation de Ludwick il vient :

$$\text{Ln}(\sigma_e - \sigma_{e0}) = \text{Ln}(K) + n \text{Ln}(\bar{\epsilon}_{pl}) \quad (II.22)$$

De cette manière, il suffit de tracer la fonction  $\text{Ln}(\sigma_e - \sigma_{e0}) = f(\text{Ln}(\bar{\epsilon}_{pl}))$  jusqu'à striction, pour déterminer les coefficients  $K$  et  $n$ . La figure II.14 montre cette évolution pour l'acier HLE S500MC :

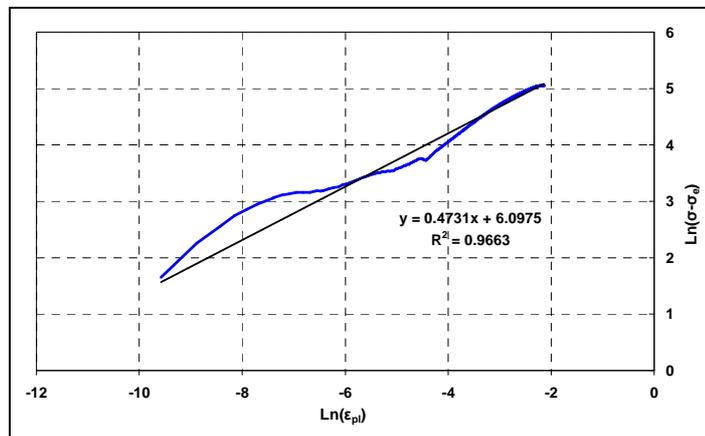


Figure II.14 – Détermination des paramètres de la loi de Ludwick pour l'acier S500MC

De même, la loi de Hollomon s'écrit :

$$\text{Ln}(\sigma_e) = \text{Ln}(K) + n\text{Ln}(\bar{\epsilon}_{pl}) \quad (\text{II.23})$$

La figure obtenue est la suivante :

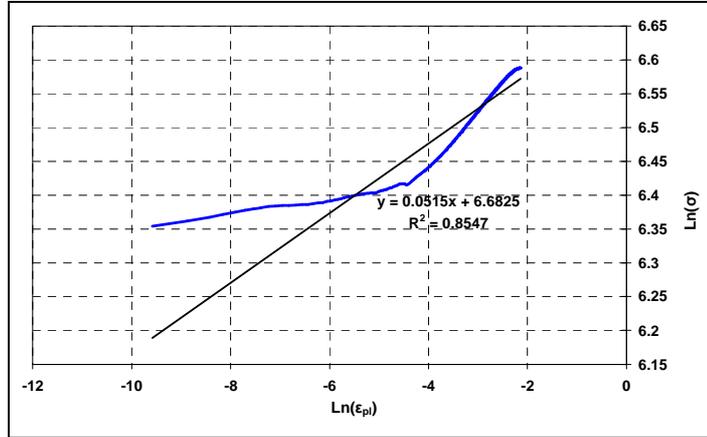


Figure II.15 - Détermination des paramètres de la loi de Hollomon pour l'acier S500MC

La loi de Swift s'écrit :

$$\text{Ln}(\sigma_e) = \text{Ln}(C_s) + n\text{Ln}(\epsilon_0 + \bar{\epsilon}_{pl}) \quad (\text{II.24})$$

La figure obtenue est la suivante :

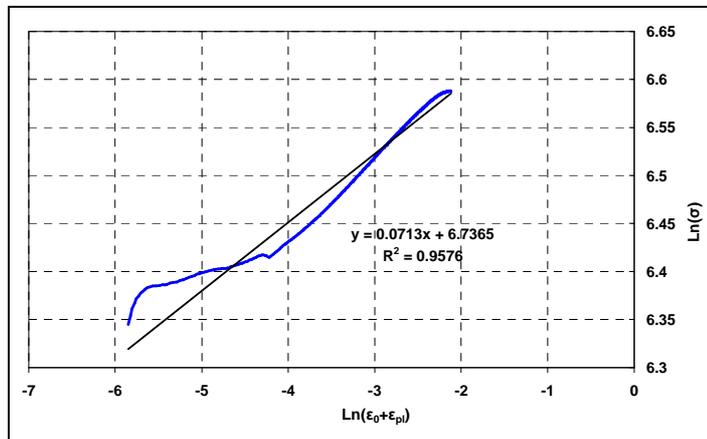


Figure II.16 - Détermination des paramètres de la loi de Swift pour l'acier S500MC

La loi de Voce s'écrit :

$$\text{Ln}\left(1 - \frac{\sigma_e - \sigma_{e0}}{Q_0}\right) = -\beta\bar{\epsilon}_{pl} \quad (\text{II.25})$$

La figure obtenue est la suivante :

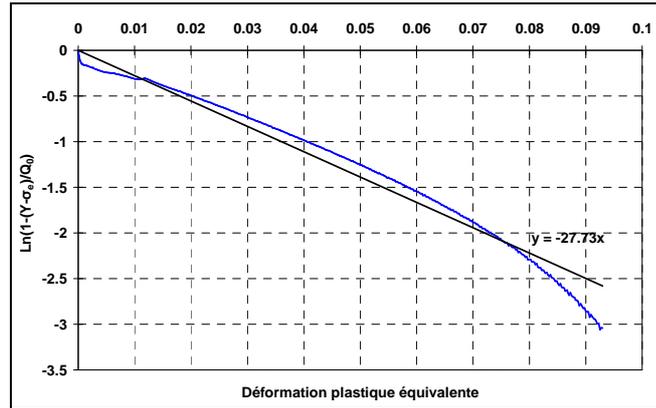


Figure II.17 – Détermination des paramètres de la loi de Voce pour l'acier S500MC

En définitive, nous avons obtenu les paramètres suivants pour caractériser l'acier S500MC :

Loi de Ludwick	Loi de Hollomon	Loi de Swift	Loi de Voce
K (MPa)	444,75	K (MPa)	798,31
n	0,4731	C <sub>s</sub> (MPa)	842,6
		n	0,0713
			σ <sub>m</sub> (MPa)
			β
			726,4
			27,73

Tableau II.6 – Coefficients d'écrouissage pour le S500MC déterminés avec la méthode directe

### II.3.3.2.2. Identification optimale

La méthode consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne sur la courbe de traction à l'aide d'une méthode d'optimisation. La fonction "lsqcurvefit" de MatLab® [Mat07] a été utilisée pour cette étude. Cette fonction permet de trouver les coefficients  $\mathbf{x}$  qui minimisent l'erreur quadratique entre une fonction  $F(\mathbf{x})$  et des valeurs expérimentales  $\mathbf{xdata}$  et  $\mathbf{ydata}$ .  $\mathbf{x}$  est le vecteur des paramètres des lois précédentes. Ce problème peut être formulé de la façon suivante :

$$\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|F(\mathbf{x}, \mathbf{xdata}) - \mathbf{ydata}\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (F(\mathbf{x}, \mathbf{xdata}_i) - \mathbf{ydata}_i)^2 \quad (\text{II.26})$$

La fonction "lsqcurvefit" utilise l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour la minimisation de l'erreur. L'algorithme est basé sur la séquence de recherche définie de la façon suivante :

$$\left( \mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) + \lambda_k \mathbf{I} \right) \mathbf{d}_k = -\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T F(\mathbf{x}_k) \quad (\text{II.27})$$

$\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$  est la matrice Jacobienne des paramètres à l'itération k,  $\mathbf{d}_k$  est le vecteur direction de recherche des paramètres,  $\lambda_k$  est un scalaire définissant l'amplitude et la direction de  $\mathbf{d}_k$ ,  $F(\mathbf{x}_k)$  étant la fonction à minimiser.

Cette méthode a permis de réduire l'erreur moyenne entre les courbes définies par les lois d'évolution vues ci-dessus et la courbe expérimentale. Les coefficients que nous avons obtenus sont regroupés dans le tableau II.7 :

Loi de Ludwick	Loi de Hollomon	Loi de Swift	Loi de Voce
K (MPa)	504.97	K (MPa)	808.79
n	0.5142	C <sub>s</sub> (MPa)	847.54
		n	0.0732
			σ <sub>m</sub> (MPa)
			β
			739.34
			22.19

Tableau II.7 – Coefficients d'écrouissage pour le S500MC déterminés avec la méthode optimisée

II.3.3.2.3. Comparaison des résultats fournis par les deux méthodes

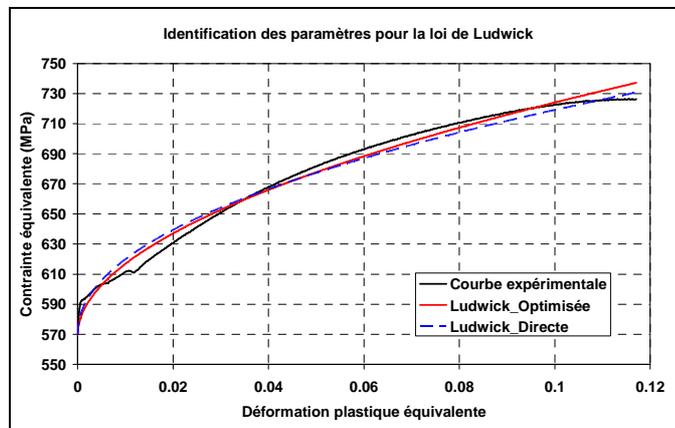
Dans le tableau II.8, nous avons mis en regard les valeurs des erreurs quadratiques moyennes obtenues dans les deux cas d'identification, par rapport aux courbes expérimentales.

	Ludwick	Hollomon	Swift	Voce
Méthode directe	31.24	158.39	64.87	42.26
Méthode optimisée	20.50	123.23	63.83	25.65

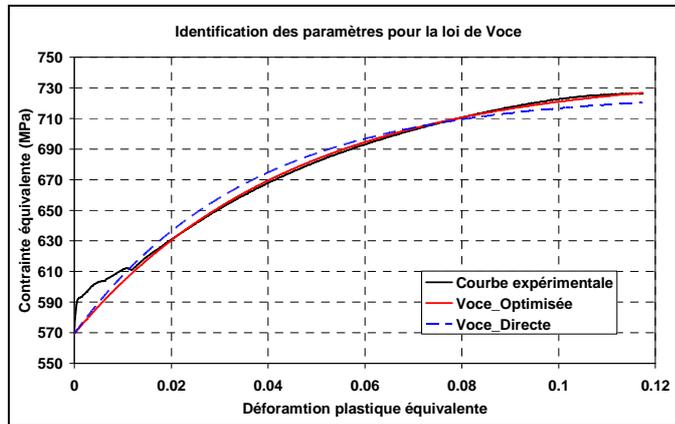
Tableau II.8 – Erreur quadratique moyenne sur les lois d'écroutissage du S500MC

Au vu de ces résultats, nous pouvons conclure que la méthode optimisée donne de meilleurs résultats sur toutes les lois d'écroutissage étudiées, la loi de Hollomon étant la moins bien adaptée à la modélisation du comportement plastique de cet acier.

L'illustration de ce commentaire est représentée sur la figure II.18.a pour la loi de Ludwick et sur la figure II.18b pour la loi de Voce.



- a -



- b -

Figure II.18 – Courbe d'écroutissage pour le S500MC, a- loi de Ludwick et b- loi de Voce

La même démarche a été effectuée pour l'acier S420MC, pour lequel nous avons obtenu les résultats suivants :

Loi de Ludwick		Loi de Hollomon		Loi de Swift		Loi de Voce	
K (MPa)	n	K (MPa)	n	C <sub>s</sub> (MPa)	n	σ <sub>m</sub> (MPa)	β
402.03	0.4510	716.2110	0.0595	743.4471	0.0746	652.7031	21.1386

Tableau II.9 – Coefficients d'écroutissage pour le S420MC déterminés avec la méthode optimisée

Comme dans le tableau II.7, nous pouvons constater ici aussi que l'erreur commise sur l'identification des coefficients est plus faible pour les lois de Ludwick et Voce que pour les deux autres. Nous privilégierons donc l'utilisation de ces deux lois dans la suite de notre étude.

### II.3.4. Écrouissage cinématique

L'écrouissage cinématique correspond à une translation de la surface de charge dans l'espace des contraintes. Pour tenir compte de ce phénomène, il a été introduit une variable d'écrouissage  $\mathbf{X}$  qui traduit la position de la surface de charge.

Le critère d'écoulement de Von Mises est alors modifié comme suit :

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - \sigma_e \quad (\text{II.28})$$

Avec l'expression du second invariant des contraintes défini par :

$$J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{X}) : (\mathbf{s} - \mathbf{X})} \quad (\text{II.29})$$

Suivant Lemaître [Lem88] dans le cas du critère isotrope de Von Mises l'évolution de la variable tensorielle  $\mathbf{X}$  est le plus souvent représentée par une loi linéaire :

$$\mathbf{X} = \frac{2}{3} C \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} \quad (\text{II.30})$$

$C$  est un coefficient identifié expérimentalement

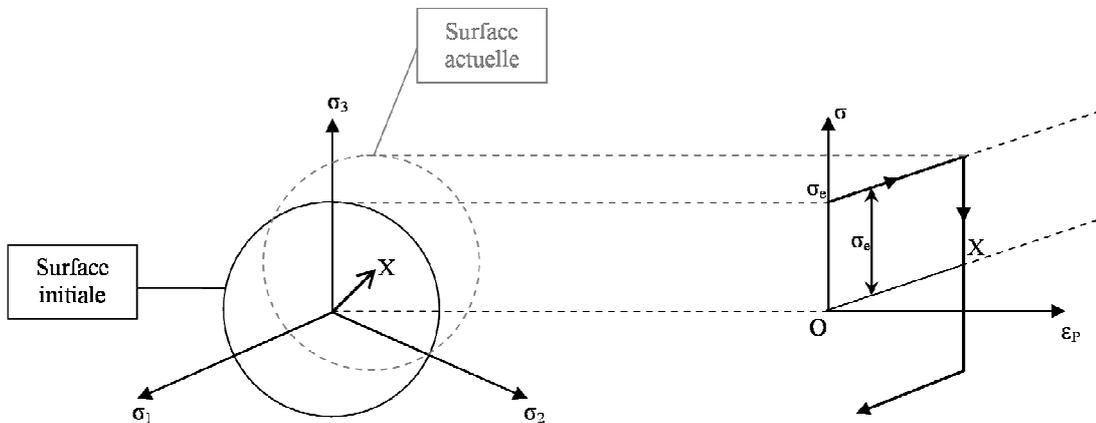


Figure II.19 – Écrouissage cinématique dans l'espace des contraintes et en traction compression [Lem88].

Des essais de traction compression ont été menés sur le S500MC dans le but d'identifier le paramètre  $C$ .

Ces essais ont été réalisés sur la machine de traction Zwick avec des éprouvettes dont les dimensions sont données sur la figure II.21.

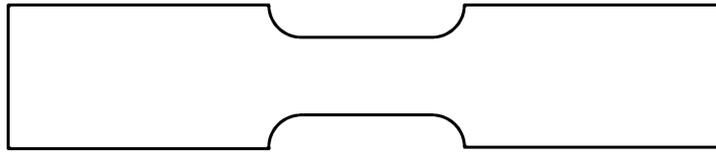
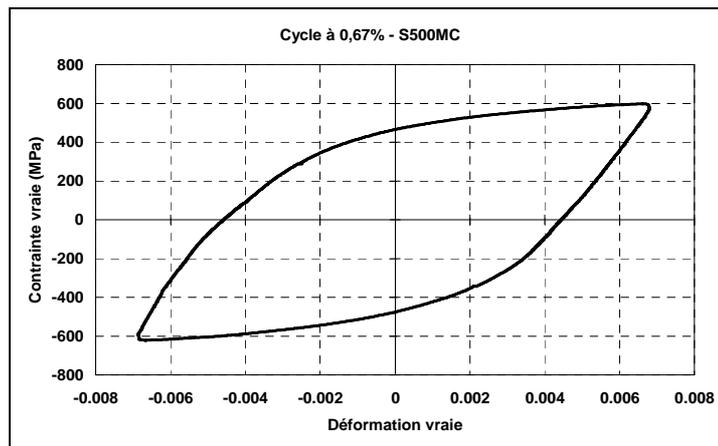


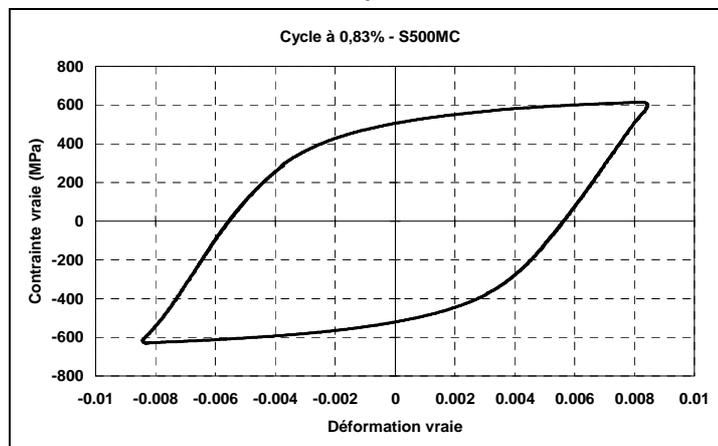
Figure II.20 – Éprouvette utilisée pour les essais de traction compression

**Note:** Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ S.A., les différentes côtes des éprouvettes présentées n'apparaîtront pas dans ce rapport.

Dans un premier temps les essais sont allés jusqu'à 0,67% de déformation figure II.21.a, puis jusqu'à 0,83% de déformation figure II.21.b.



- a -



- b -

Figure II.21 – Cycle de traction compression stabilisé à a- 0,67% et b- 0,83% de déformation pour le S500MC

Les résultats que nous avons trouvés sont les suivants :

- Pour le S500MC :  $C = 32000$  MPa
- Pour le S420MC :  $C = 22000$  MPa.

**Remarque :** Il pourrait être judicieux d'utiliser une loi d'érouissage cinématique non linéaire, mais l'identification des constantes nécessite des cycles dont l'amplitude de déformation conduit à la ruine de l'éprouvette par flambage. Étant limités en épaisseur de tôle (4 ou 5 mm), ce type d'essai reste délicat avec de telles éprouvettes.

Néanmoins, pour compléter l'identification du comportement des aciers précédents, des essais de cisaillement sont actuellement en cours pour compléter leur caractérisation.

### II.3.5. Écrouissage mixte

La majeure partie des matériaux réels répond en fait aux deux types d'écrouissage et la surface de charge subit en même temps une dilatation et une translation de son centre. Le critère d'écoulement dans ce cas est obtenu par une combinaison des deux formulations :

$$\phi(\sigma, X) = J_2(\sigma - X) - \sigma_e \quad (\text{II.31})$$

La fonction  $Y$  qui sera retenue dans la suite est celle donnée par (II.18).

### II.3.6. Comportement viscoplastique

Le cahier des charges de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité ne demande qu'une validation en essai de dépliage quasi-statique, néanmoins le comportement de la pièce est fréquemment caractérisé lors d'un essai de choc sur un *mouton de Charpy*.

Pour simuler le comportement d'un matériau à haute vitesse, il convient d'utiliser des lois qui prennent en compte la vitesse de déformation dans la fonction d'écrouissage. C'est notamment le cas pour la loi de Johnson-Cook [Joh83] fréquemment utilisée qui prend la forme suivante :

$$\sigma_e = \left( A + B \bar{\epsilon}_{pl}^n \right) \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)^m \right] \quad (\text{II.32})$$

$\dot{\epsilon}_0$  est une vitesse de déformation de référence,  $T_0$  est la température de référence et  $T_m$  est la température de fusion du matériau. Le premier terme caractérise le comportement élastoplastique de la loi de Ludwick. Le second terme prend en compte la viscoplasticité et enfin, le troisième terme quantifie l'influence de la température sur le comportement du matériau. Les pièces concernées étant formées à froid, nous ne conserverons que les deux premiers termes pour modéliser la loi de comportement :

$$\sigma_e = \left( A + B \bar{\epsilon}_{pl}^n \right) \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \quad (\text{II.33})$$

Les coefficients à identifier seront les constantes  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $C$  auxquels nous ajouterons  $\dot{\epsilon}_0$ . L'expérimentation nécessite donc une machine capable de produire des vitesses de déformation sur une plage suffisamment élevée. Nous disposons pour cela d'une machine GLEEBLE® sur laquelle a été effectuée une série d'essais de bipoinçonnement à différentes vitesses de déformation pour identifier les différents coefficients de l'acier S500MC.

Le principe de l'essai de bipoinçonnement, encore appelé *essai de compression en déformation plane*, est schématisé sur la figure II.22.

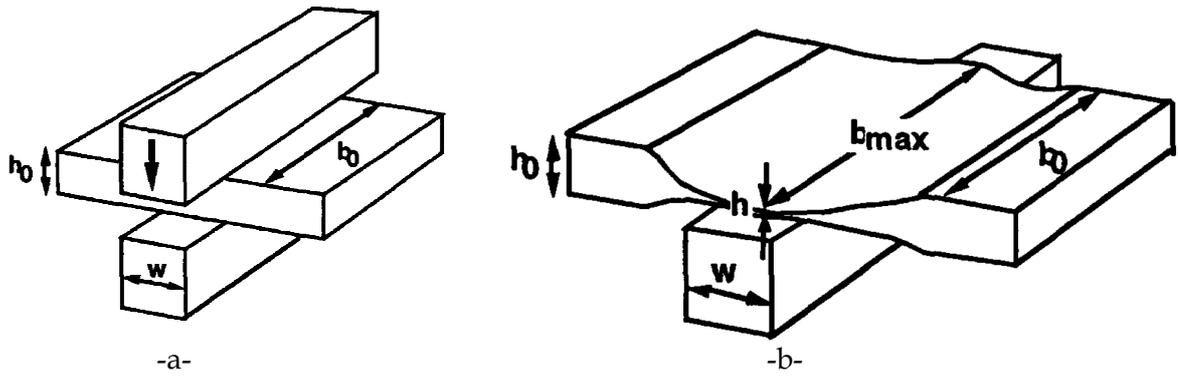


Figure II.22 – Géométrie de l'essai de bipoinçonnement -a- avant et -b- après déformation [Gel95]

Lors des essais, les éprouvettes ont une épaisseur initiale  $h_0$  égale à 4mm, une largeur  $b_0$  mesurée à chaque essai de l'ordre de 10mm. La largeur des marteaux de bipoinçonnement  $w$  est égale à 5mm.

6 vitesses ont été imposées lors des essais dans la gamme :  $0,01s^{-1}$  ;  $0,1s^{-1}$  ;  $1s^{-1}$  ;  $25s^{-1}$  ;  $125s^{-1}$  et  $250s^{-1}$ . Le tableau II.10 montre les correspondances des vitesses de déformation ( $s^{-1}$ ) et de traverse en  $m.s^{-1}$ .

Vitesses en $s^{-1}$	0,01	0,1	1	25	125	250
Vitesse en $m.s^{-1}$	0,00004	0,0004	0,004	0,1	0,5	1

Tableau II.10 – Correspondance des vitesses en  $s^{-1}$  et  $m.s^{-1}$  pour les essais de bipoinçonnement

Après traitement des résultats, pour chaque vitesse a été identifiée la courbe d'évolution basée sur la loi de Ludwick (II.17). La méthode utilisée ici est une méthode de moindres carrés non linéaires. Le problème peut être formulé de la façon suivante :

$$\min_x [f(\mathbf{x})] = f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_m(\mathbf{x})^2 \quad (II.34)$$

$\mathbf{x}$  est le vecteur des coefficients dont la valeur optimale est cherchée. Chaque fonction  $f_i$  donne l'écart entre la valeur de la contrainte prédite par la loi de Ludwick et la valeur expérimentale pour un couple de taux de déformation et de déformation plastique cumulée donné. L'objectif de l'algorithme étant de minimiser cet écart, la fonction "lsqnonlin" de MatLab® a été utilisée en choisissant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Un jeu de coefficients qui permettent de réduire l'erreur commise peut ainsi être obtenu. Pour avoir plus de précision, il peut être préférable d'utiliser une loi identifiée pour une vitesse donnée. Les valeurs obtenues pour les différents paramètres de la loi de Ludwick sont regroupés dans le tableau II.11.

$\dot{\epsilon}$	$0,01 s^{-1}$	$0,1 s^{-1}$	$1 s^{-1}$	$25 s^{-1}$	$125 s^{-1}$	$250s^{-1}$
$\sigma_e$	552.79	600.42	648.02	664.24	675.72	692.05
K	467.59	399.21	385.84	257.75	216.44	239.83
n	0.4139	0.4599	0.4907	0.3120	0.1722	0.1252

Tableau II.11 – Paramètres d'identification de la loi de Ludwick pour chaque taux de déformation

La figure II.23 montre le résultat de cette identification pour chacune des vitesses. Il peut être remarqué sur cette figure que la courbe correspondant à la loi de Ludwick propose une bonne solution pour l'approximation des valeurs expérimentales. Par conséquent, les valeurs des différentes approximations peuvent être utilisées pour recalibrer le modèle de Johnson-Cook.

Ainsi, une fois cette caractérisation effectuée, il est possible d'identifier les paramètres de la loi de Johnson-Cook en utilisant une méthode inverse analogue à (II.34), basée sur la minimisation de l'erreur commise entre la prédiction de la loi (II.33) et les résultats du recalage des courbes obtenues avec l'hypothèse de Ludwick.

Pour rester dans un ordre de grandeur proche de la rupture en traction, l'identification des coefficients de la loi de Johnson-Cook a été réalisée jusqu'à une valeur de déformation plastique cumulée égale à 0,2. Les valeurs des coefficients pour l'acier S500MC sont regroupées dans le tableau II.12.

A (MPa)	B (MPa)	n	C	$\dot{\epsilon}_0$
553,24	376,68	0,2681	0,04879	0,16927

Tableau II.12 – Coefficients de la loi de Johnson Cook pour un acier S500MC

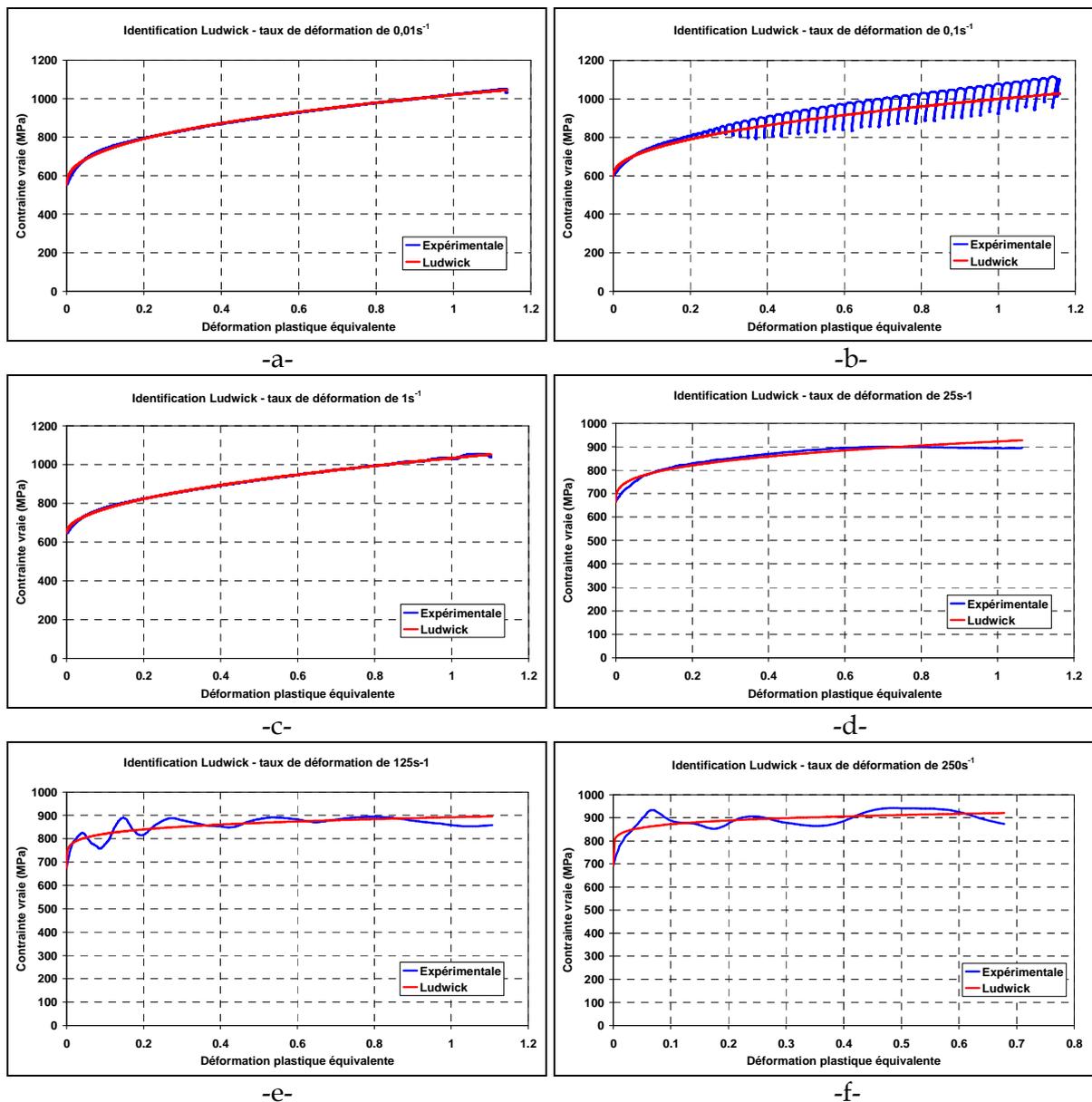


Figure II.23 – Identification des paramètres de Ludwick pour chaque taux de déformation

-a-  $0,01s^{-1}$  -b-  $0,1s^{-1}$  -c-  $1s^{-1}$  -d-  $25s^{-1}$  -e-  $125s^{-1}$  -f-  $250s^{-1}$

Les comparaisons des résultats sur les lois de comportement de Ludwick et Johnson-Cook sont illustrées sur les graphiques suivants de la figure II.24.

On voit bien sur la figure II.24 que la loi de Johnson-Cook ne permet pas une bonne approximation de la valeur de la contrainte lorsque l'on travaille sur une large gamme de vitesses de déformation. En effet, si le modèle semble bien adapté pour les taux de déformation de  $0,1s^{-1}$  et de  $1s^{-1}$ , l'erreur engendrée est beaucoup plus importante pour les autres taux de déformation. Ce problème est d'autant plus important qu'en terme de sécurité, le modèle de Johnson Cook aura tendance à surévaluer la résistance du matériau.

D'autres modèles de viscoplasticité sont actuellement à l'étude, notamment pour prendre en compte l'adoucissement du matériau.

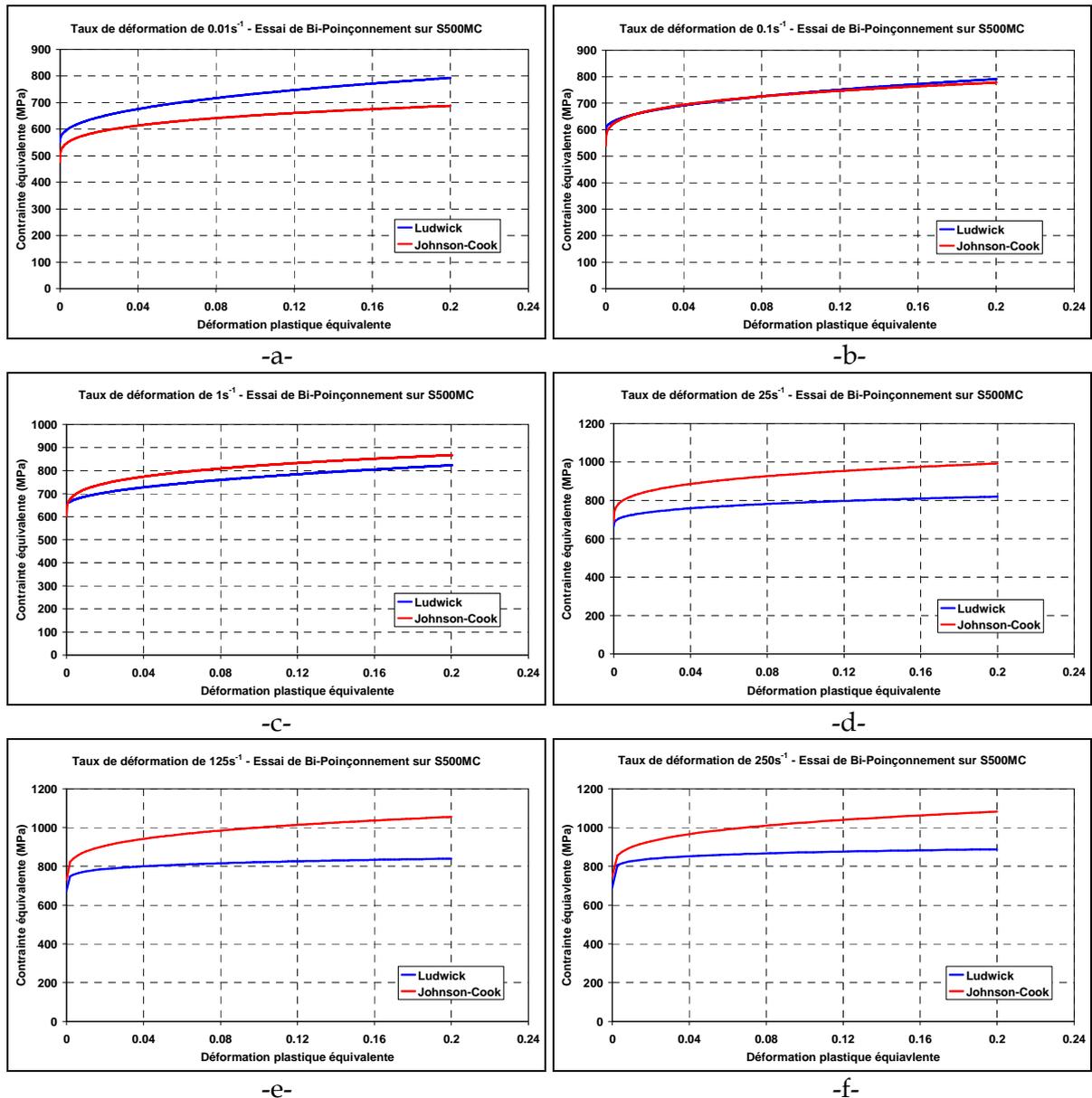


Figure II.24 - Comparaison entre la prédiction de Johnson Cook globale et Ludwick individuelle sur les essais de bipoinçonnement

## II.4. Modèles d'endommagement

L'endommagement d'un matériau caractérise son évolution entre son état vierge et la ruine atteinte par fissuration. Il est souvent difficile de distinguer ce phénomène de celui de la déformation puisqu'il l'accompagne. Lemaître et Chaboche [Lem88] distinguent 4 grands types d'endommagement :

- L'endommagement plastique ductile lié aux déformations plastiques des métaux autour de la température ambiante
- L'endommagement viscoplastique fragile, lié au temps
- L'endommagement de fatigue, dû à un chargement cyclique
- L'endommagement macrofragile.

Dans le cas des aciers utilisés pour les pièces de sécurité, l'endommagement à considérer est un endommagement plastique ductile (à l'exception des pièces soumises à des chargements cycliques).

Les deux modèles les plus utilisés dans les différents domaines de la mise en forme sont le modèle de Lemaître-Chaboche [Lem88] et le modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman [Tve84]. Il convient néanmoins de citer d'autres modèles de rupture très utilisés comme le modèle de Rousselier [Rou86], Johnson-Cook [Joh83], Rice et Tracey [Ric69], etc.

### II.4.1. Modèle de Lemaître - Chaboche

Le modèle de Lemaître et Chaboche est basé sur une approche thermodynamique. Il définit l'évolution locale du dommage. Pour comprendre l'effet du dommage sur les propriétés macroscopiques, il convient de parler de surface effective  $\tilde{S}$ . La surface effective est l'aire d'une section d'un élément de volume  $S$  de normale  $\vec{n}$  de laquelle est retranchée l'aire de la trace des défauts  $S_D$ . Soit :

$$\tilde{S} = S - S_D \quad (\text{II.35})$$

La mesure de l'endommagement local dans le cas isotrope sera donc par définition :

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (\text{II.36})$$

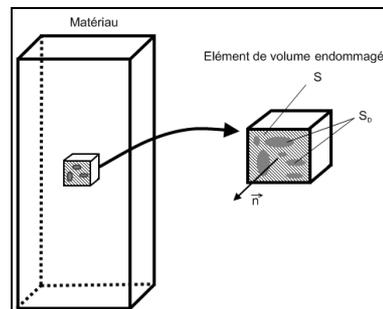


Figure II.25 - Élément endommagé

Dans le cadre de l'hypothèse d'équivalence en déformation, la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  qui prend naissance sur la surface effective peut être définie par :

$$\tilde{\sigma} = \sigma \times \frac{S}{\tilde{S}} = \frac{\sigma}{1-D} = E \varepsilon_e \quad (\text{II.37})$$

D'où il peut être tiré la relation liant contrainte et déformation :

$$\sigma = E(1 - D)\varepsilon_e \quad (\text{II.38})$$

Si  $E$  est le module de Young du matériau vierge, il peut être considéré que  $\tilde{E} = E(1 - D)$  est le module effectif du matériau. Il s'ensuit que la valeur scalaire de l'endommagement isotrope peut être déduite en connaissant l'évolution du module de Young par la formule :

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (\text{II.39})$$

Il est donc possible d'identifier le dommage en effectuant des cycles de chargement déchargement sur des éprouvettes dont la forme permet de localiser le dommage. Les éprouvettes utilisées pour la caractérisation du dommage sont présentées sur la figure II.26. Les dimensions ont été choisies pour rendre possible l'usinage dans le sens travers des tôles de largeur imposées, aussi bien que dans le sens longitudinal.

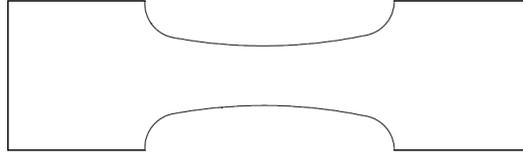


Figure II.26 - Éprouvette utilisée pour les essais de charge décharge

**Note :** Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ S.A., les différentes côtes des éprouvettes présentées n'apparaîtront pas dans ce rapport.

D'autre part, Lemaître et Chaboche postulent que l'évolution du dommage suit l'évolution de la déformation plastique suivant la formule [Lem88] :

$$\dot{D} = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \left[ \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \dot{\varepsilon}_{pl} \quad (\text{II.40})$$

$\nu$  est le coefficient de Poisson et la triaxialité des contraintes est prise en compte dans le rapport entre la contrainte hydrostatique  $\sigma_H$  et la contrainte équivalente au sens de Von Mises  $\sigma_{eq}$ .  $\dot{\varepsilon}_{pl}$  représente l'incrément de déformation plastique cumulée. Pour que cette équation soit opérationnelle, il faut identifier les paramètres apparaissant dans (II.38) :  $D_c$  le dommage critique à rupture,  $\varepsilon_R$  la déformation à rupture et  $\varepsilon_D$  la déformation seuil en dessous de laquelle l'endommagement est nul.

Lors d'un essai de traction uniaxiale monotone réalisé sur les éprouvettes précédentes, le rapport  $\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}$  exprimant le taux de triaxialité est sensiblement constant égal à  $\frac{1}{3}$ . En conséquence, l'évolution du dommage en fonction de la déformation plastique équivalente devrait être linéaire.

La caractérisation du dommage est alors entreprise en se basant sur la loi d'évolution (II.37). Sur la figure II.27 est représenté le résultat d'un essai de charge-décharge réalisé sur un acier S500MC :

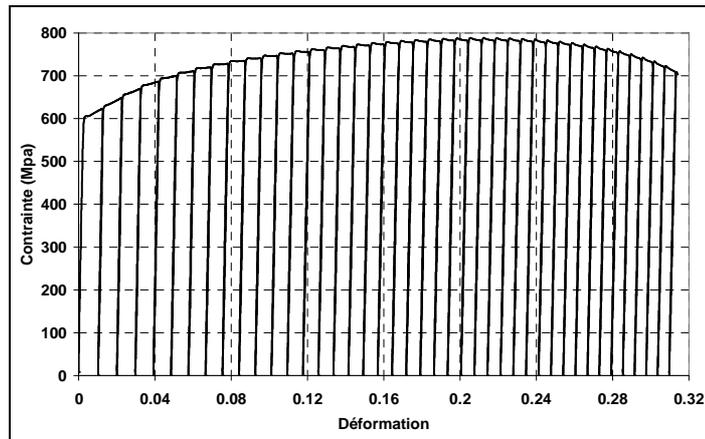


Figure II.27 - Cycles de charge décharge sur acier S500MC

L'évolution du dommage correspondante est alors celle schématisée par le graphe de la figure II.28 qui permet d'identifier la pente de la représentation linéaire :

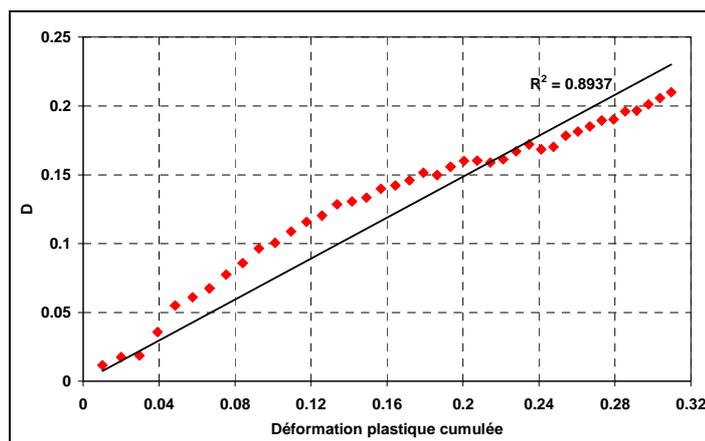


Figure II.28 - Évolution du dommage pour un S500MC

À partir des essais, il est aussi possible d'identifier les valeurs des coefficients caractéristiques apparaissant dans la loi d'évolution.

Les mêmes essais ont été réalisés avec l'acier S420MC.

**Note :** Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ S.A., les coefficients d'endommagement ne sont pas fournis dans ce rapport.

### II.4.2. Modèle de Gurson - Tvergaard - Needleman

Gurson [Gur77] a basé ses travaux concernant l'endommagement sur l'étude de la croissance d'une cavité sphérique dans une matrice rigide parfaitement plastique. Ses travaux ont débouché sur l'expression suivante de la fonction de charge :

$$\phi = \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_e} \right)^2 + 2f \cosh \left( \frac{3\sigma_H}{2\sigma_e} \right) - (1 + f^2) = 0 \quad (\text{II.41})$$

Où  $f$  correspond à la fraction volumique de porosité, qui est égale au rapport du volume des porosités sur le volume total du matériau.  $\sigma_e$  qui est la limite d'écoulement du matériau est une fonction de la déformation plastique équivalente.

Tvergaard et Needleman [Tve82] ont proposé une modification du modèle de Gurson de manière à rendre compte de la coalescence des porosités. Le modèle modifié de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) est le suivant :

$$\phi = \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_e} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_H}{2\sigma_e} \right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0 \quad (\text{II.42})$$

$f^*$  est une fonction qui modélise la perte rapide de rigidité induite par la coalescence des porosités au-delà d'une valeur seuil  $f_c$ . Cette fonction est définie de la façon suivante :

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f \leq f_c \\ f_c + \frac{\bar{f}_F - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{si } f_c < f < f_F \\ \bar{f}_F & \text{si } f \geq f_F \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

Expressions dans lesquelles  $\bar{f}_F = \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}}{q_3}$  est la porosité effective à rupture et

$f_F$  est la porosité à rupture.

Le tenseur des déformations plastiques est dérivé de la fonction de charge et la présence du premier invariant du tenseur des contraintes dans la condition d'écoulement induit la présence de déformations plastiques non déviatoriques. La trace du tenseur n'est pas nulle et l'hypothèse de travail à volume constant n'est plus valable :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \left( -\frac{1}{3} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_H} \mathbf{I} + \frac{3}{2\sigma_{eq}} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{eq}} \mathbf{S} \right) \quad (\text{II.44})$$

La prise en compte de l'érouissage, qui est supposé isotrope, est effectuée de la façon suivante :

$$(1 - f) \sigma_e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \quad (\text{II.45})$$

L'évolution de la fraction volumique de porosité est due en partie à la croissance des porosités existantes et à la germination de nouvelles porosités. La croissance des porosités est basée sur la conservation de la masse :

$$\dot{f}_{cr} = (1 - f) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \mathbf{I} \quad (\text{II.46})$$

Chu et Needleman [Chu80] décrivent la germination des nouvelles porosités comme une fonction de la déformation plastique de la forme suivante :

$$\dot{f}_{ger} = A \dot{\bar{\epsilon}}_{pl} \quad (\text{II.47})$$

Où A est une loi normale définie par la relation :

$$A = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\epsilon}_{pl} - \epsilon_N}{s_N} \right)^2 \right] \quad (\text{II.48})$$

$\epsilon_N$  est la valeur moyenne,  $s_N$  est l'écart type et  $f_N$  est la fraction volumique de porosité pouvant participer à la germination si une valeur de déformation suffisante est atteinte.

L'évolution du taux de porosités sera donc donné par :

$$\dot{f} = \dot{f}_{cr} + \dot{f}_{ger} \quad (\text{II.49})$$

Le modèle GTN nécessite donc la connaissance de 6 paramètres :  $q_1, q_2, q_3, \epsilon_N, s_N$  et  $f_N$  et expérimentalement, il faudra observer l'évolution du taux de porosité en fonction de la déformation plastique équivalente cumulée. Ces observations sont très délicates à réaliser en terme de volume. La tomographie à rayon X est très utilisée dans la littérature et une étude sur la détermination surfacique des porosités lors d'un essai de traction monotone est actuellement en cours [Sar08]. Nous nous contenterons ici de reprendre les valeurs avancées par Mkaddem [Mka03] recalées par méthode inverse sur les données d'un essai de traction.

L'algorithme d'optimisation utilisé pour la mise en œuvre de la méthode inverse est une méthode de région de confiance [Mat07]. Le principe est simple, l'objectif est encore une fois de minimiser  $f(\mathbf{x})$ . Se situant au point  $\mathbf{x}$ , l'algorithme cherche à aller au point  $\mathbf{x}+\mathbf{s}$  qui doit minimiser  $f$ , soit :

$$f(\mathbf{x}+\mathbf{s}) < f(\mathbf{x}) \quad (\text{II.50})$$

L'idée est d'approximer la fonction  $f$  à l'aide d'une fonction  $q$ , qui soit suffisamment proche de  $f$  dans un intervalle  $N$ .  $N$  est la région de confiance. L'algorithme cherche donc à résoudre :

$$\min_s [q(\mathbf{s}) \quad s \in N] \quad (\text{II.51})$$

Le point  $\mathbf{x}$  est donc mis à jour par  $\mathbf{x}+\mathbf{s}$  si la condition de minimisation est vérifiée, sinon,  $\mathbf{x}$  reste inchangé.

La méthode de région de confiance standard sous MatLab définit la fonction d'approximation quadratique  $q$  par les deux premiers termes de l'approximation de Taylor de  $f$  au point  $\mathbf{x}$ .

Le sous problème peut être posé comme suit :

$$\min \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{g} \quad \text{avec} \quad \|\mathbf{D} \cdot \mathbf{s}\| \leq \Delta \right\} \quad (\text{II.52})$$

Avec,  $\mathbf{g}$  le gradient de la fonction  $f$  au point  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{H}$  la matrice Hessienne,  $\mathbf{D}$  une matrice diagonale multiplicatrice et  $\Delta$  un scalaire positif.

Dans MatLab, le principe de résolution réduit le sous problème de la région de confiance à un sous espace à deux dimensions  $\mathbf{S} = \langle \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2 \rangle$ , avec  $\mathbf{s}_1$  la direction du gradient  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{s}_2$  est :

- Soit une direction d'approximation de Newton telle que :

$$\mathbf{H}\mathbf{s}_2 = -\mathbf{g} \quad (\text{II.53})$$

- Soit une direction de courbure négative définie par :

$$\mathbf{s}_2^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{s}_2 < 0 \quad (\text{II.54})$$

$\mathbf{S}$  est déterminé en utilisant la méthode du gradient conjugué préconditionné. Le principe est de trouver une matrice symétrique définie positive  $\mathbf{M}$  appelée préconditionneur de  $\mathbf{H}$  telle que :  $\mathbf{M} = \mathbf{C}^2$  et que  $\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{C}^{-1}$  ait un conditionnement plus faible avec des valeurs propres mieux réparties. Le choix pour la définition de  $\mathbf{s}_2$  est contrôlé par une valeur de tolérance dans l'algorithme du gradient conjugué préconditionné.

La fonction  $f$  est ici définie au sens de moindres carrés non linéaires :

$$\min_x [f(\mathbf{x})] = f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_m(\mathbf{x})^2 \quad (\text{II.55})$$

Pour une valeur de déformation plastique donnée, chaque fonction  $f_i$  représente l'écart entre la valeur de l'effort (en Newtons) provenant de la *simulation* d'un essai de traction et celui expérimental provenant d'un *essai* de traction :

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i^{sim}(\mathbf{x}) - f_i^{exp}(\mathbf{x}) \quad (\text{II.56})$$

Le problème se résume donc à réduire l'erreur quadratique cumulée sur la courbe efforts-déplacements.

Pour réduire au maximum l'erreur commise sur la courbe, l'algorithme optimisera les 9 paramètres suivants :

- la limite d'élasticité  $\sigma_e$ ,
- le module d'écroutissage  $K$ ,
- l'exposant d'écroutissage  $n$ ,
- les 6 paramètres du modèle GTN.

La méthode nécessitant de partir d'un point faisable, les paramètres utilisés pour le point de départ de l'optimisation sont donnés dans le tableau II.14. Les paramètres résultant de la méthode d'optimisation sont donnés dans le tableau II.15.

$\sigma_e$	$K$	$n$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\varepsilon_N$	$s_N$	$f_N$
569,5	504,97	0,5142	1,5	1	2,25	0,1	0,05	0,04

Tableau II.13 – Paramètres utilisés comme point de départ pour l'optimisation sur acier S500MC

$\sigma_e$	$K$	$n$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\varepsilon_N$	$s_N$	$f_N$
563,18	584,09	0.5076	1,56	1,20	1,62	0,101	0,052	0,037

Tableau II.14 – Paramètres obtenus après optimisation pour l'acier S500MC

La comparaison entre les résultats fournis par les tableaux II.14 et II.15 et l'expérience est illustrée sur la figure II.29. Il apparaît nettement qu'il vaut mieux prendre en compte tous les coefficients du modèle comme paramètres à optimiser pour que la solution soit la plus proche possible des résultats expérimentaux. Ceci devrait éviter de longues et coûteuses investigations pour déterminer individuellement chaque valeur de paramètre.

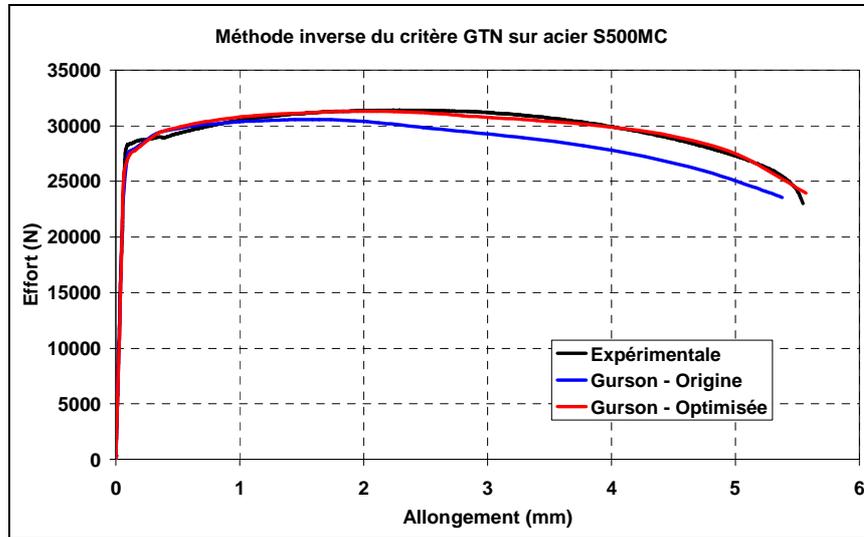


Figure II.29 – Identification inverse du modèle GTN pour l'acier S500MC

Cette méthode d'identification a également été appliquée au cas de l'acier S420MC. Le point de départ de l'optimisation est donné dans le tableau II.16 et les paramètres optimisés sont donnés dans le tableau II.17. La figure II.30 illustre ces résultats.

$\sigma_e$	$K$	$n$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\varepsilon_N$	$s_N$	$f_N$
485,88	402,03	0,451	1,5	1	2,25	0,1	0,05	0,04

Tableau II.15 – Paramètres utilisés comme point de départ pour l'optimisation sur acier S420MC

$\sigma_e$	$K$	$n$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\varepsilon_N$	$s_N$	$f_N$
489,22	481,88	0,4808	1,296	0,995	2,416	0,095	0,052	0,035

Tableau II.16 – Paramètres obtenus après optimisation pour l'acier S420MC

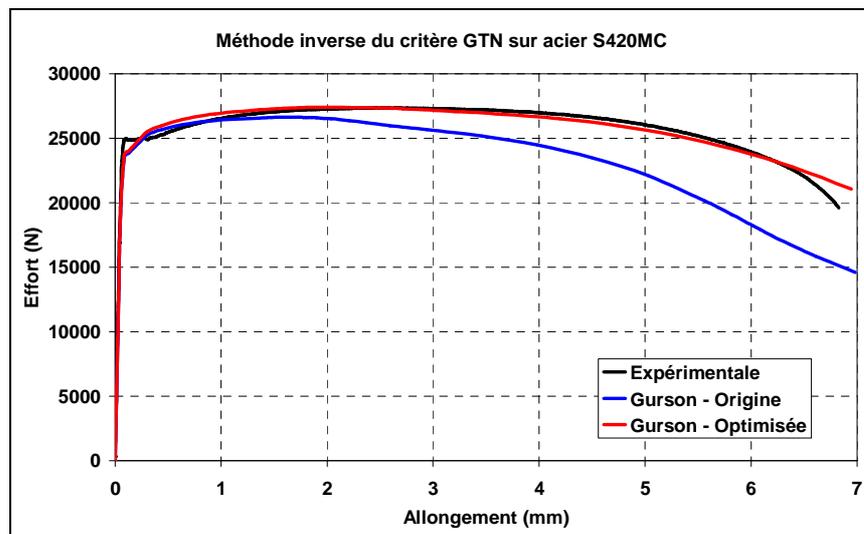


Figure II.30 – Identification inverse du modèle GTN pour l'acier S420MC

## II.5. Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre comment les lois de comportement et d'endommagement ont été identifiées. Cet aspect est particulièrement important pour la suite de l'étude car la précision des simulations numériques dépend des lois utilisées pour modéliser le comportement des matériaux.

L'anisotropie selon le critère orthotrope de Hill a fait l'objet d'une identification pour les deux aciers précédemment cités, mais ne sera pas utilisée dans la suite de l'étude car nous avons pu observer que son influence reste faible sur le résultat final de la simulation.

Il a également été mis en évidence dans ce chapitre que le comportement des aciers H.L.E. S500MC et S420MC en terme d'érouissage isotrope été mieux modélisé par la loi de Ludwick et nous utiliserons donc cette loi dans la suite de notre étude.

L'érouissage cinématique reste délicat à étudier du fait de la faible épaisseur des tôles disponible qui conduit au flambement des éprouvettes trop rapidement pour une identification complète. Des études complémentaires en cisaillement cycliques sont actuellement en cours sur ce point.

L'identification de la loi de Johnson-Cook dans le cadre de l'étude de l'analyse du comportement de la pièce a montré que cette loi s'éloigne de la réalité lorsque les valeurs de vitesse de déformation s'écartent de la valeur de vitesse de déformation de référence  $\dot{\epsilon}_0$ . Cette loi sera utilisée pour la validation au choc. Des études pour approfondir cette approche sont actuellement en cours.

Les deux modèles d'endommagement étudiés sont capables de reproduire l'impact de cet endommagement sur la courbe contraintes-déformations. Nous utiliserons par la suite le modèle de Lemaître-Chaboche pour les simulations car ce modèle peut-être identifié expérimentalement tandis que celui de Gurson-Tvergaard-Needleman nécessite l'utilisation d'une méthode inverse.

# CHAPITRE III

## Procédé de rayonnage

### III.1. Introduction

Le procédé de rayonnage consiste à poinçonner les arêtes provenant d'un découpage des tôles. Dans notre cas, il s'agit de la découpe à l'intérieur du trou oblong de la ferrure de sécurité rappelée figure III.1. À notre connaissance, ce procédé n'a jusqu'à ce jour fait l'objet d'aucune autre étude.

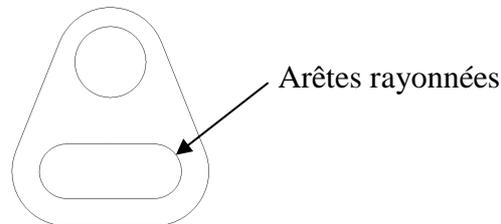


Figure III.1 - Pièce non pliée

Il s'agit de réduire le risque de déchirure de la ceinture de sécurité sur les bords de découpe et d'augmenter la limite d'écoulement plastique dans cette zone. Le départ des fissures qui peuvent apparaître depuis l'intérieur du trou oblong est ainsi limité. En effet, le rayonnage par poinçonnage augmente l'écrouissage de la zone concernée comme le montre la figure III.2 ci-dessous.

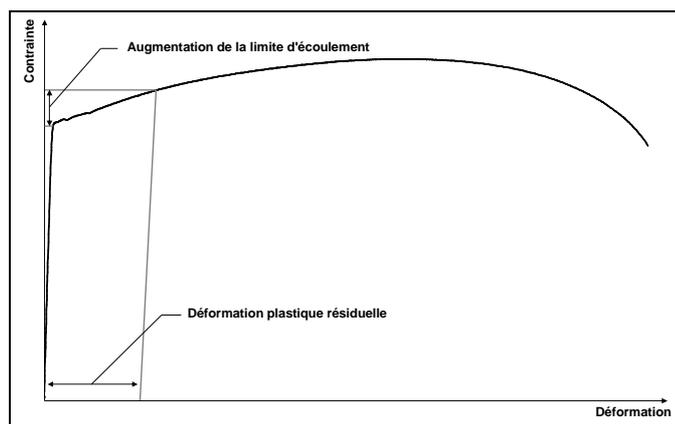


Figure III.2 - Effet du rayonnage sur les propriétés mécaniques

Lors de l'opération sur la ferrure, le rayonnage se fait successivement des deux côtés de la pièce. Pendant cette opération, la modification de la forme extérieure de la pièce doit être contenue pour prévenir un quelconque écoulement de la matière dû au rayonnage. Comme le montre la dernière étape de la séquence de rayonnage présentée sur la figure III.3, la bavure de découpe est repliée lors de l'opération. La déchirure de la ceinture peut ainsi être évitée.

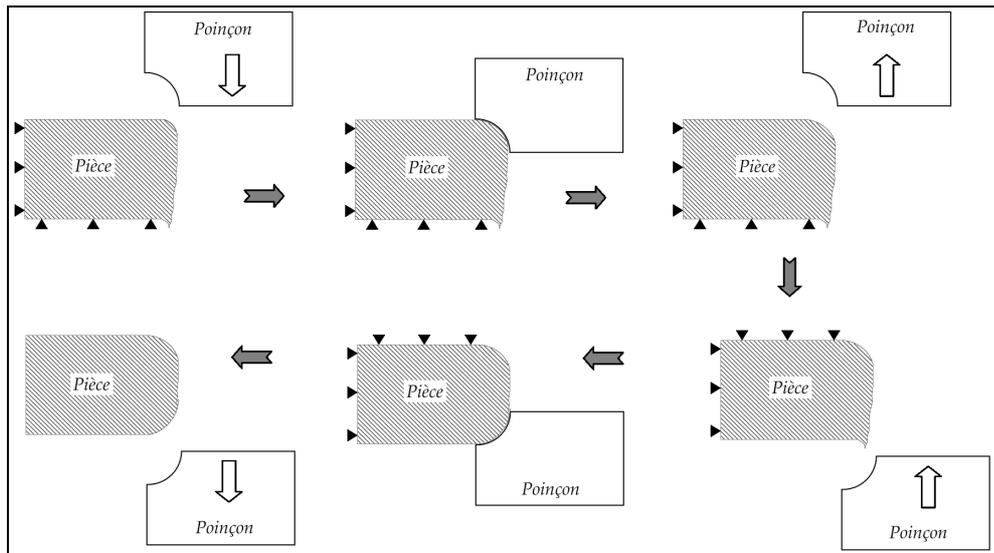


Figure III.3 – Étapes du procédé de rayonnage

D'autre part, l'effet du rayonnage sur le côté bombé du bord découpé consiste à augmenter le rayon de cette zone (voir la figure I.4). De chaque côté du trou, le rayonnage augmentant la limite d'élasticité par écrouissage réduit le risque de plastification de la zone en cas de choc et donc minimise la possibilité de départ d'une fissure.

## III.2. Aspect expérimental

### III.2.1. Reproduction du procédé en laboratoire

La première étape dans l'étude du procédé de rayonnage fut la conception d'un outillage permettant de reproduire ses effets sur des éprouvettes disponibles au laboratoire. Les éprouvettes utilisées pour étudier le procédé de rayonnage sont les éprouvettes présentées sur la figure II.26. Il a été nécessaire de concevoir de toute pièce un outil modulable qui laisse la possibilité de changer les poinçons de rayonnage, et éventuellement d'utiliser une autre éprouvette sans reconstruire un outil complet. Cet outil est représenté sur la figure III.4 ci-dessous.

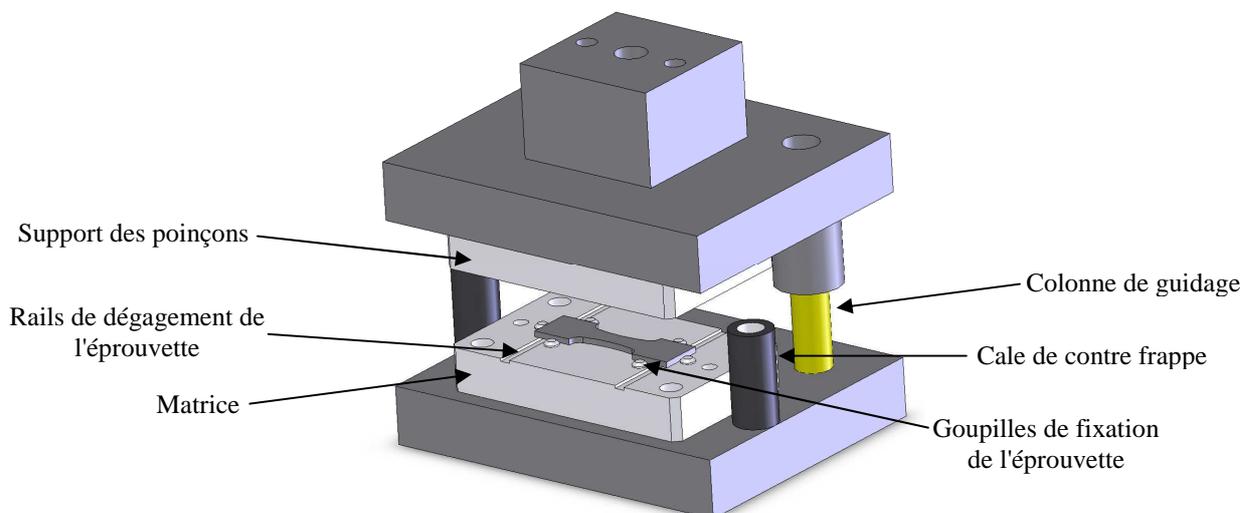


Figure III.4 – Outil de rayonnage des éprouvettes

Le support des poinçons ainsi que les poinçons sont visibles sur la figure III.5 ci-après.

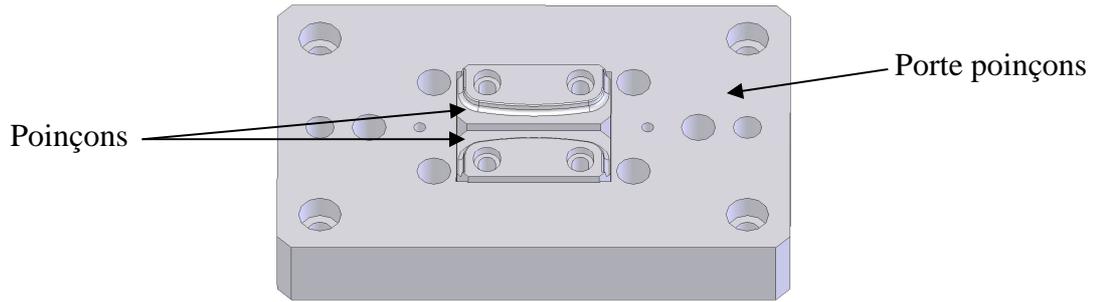


Figure III.5 – Porte-poinçons et poinçons de rayonnage.

Le congé de rayonnage présent sur les poinçons est de 1,75 mm et l'espacement entre poinçons peut-être ajusté pour s'adapter à une éprouvette particulière. La conception retenue permet de remplacer aisément les poinçons dans le porte poinçon.

Dans le but de comparer les résultats obtenus en laboratoire aux pièces réelles, les essais ont été réalisés avec l'acier S500MC qui est actuellement utilisé industriellement.

### III.2.2. Microstructure et Microdureté

L'écroissage induit par le procédé de rayonnage va modifier la microstructure du matériau dans le rayon et augmenter ainsi sa dureté. La figure III.6 montre l'influence du procédé de rayonnage sur le réarrangement des fibres du matériau. En effet, il peut être observé sur la figure III.6-a que les fibres suivent le sens de découpe et que cette disposition est modifiée sur la figure III.6-b. Du côté de la bavure de découpe, la figure III.6-c met en évidence que le rayonnage a tendance à les replier dans l'autre sens ce qui est l'effet recherché pour éviter toute déchirure de la ceinture.

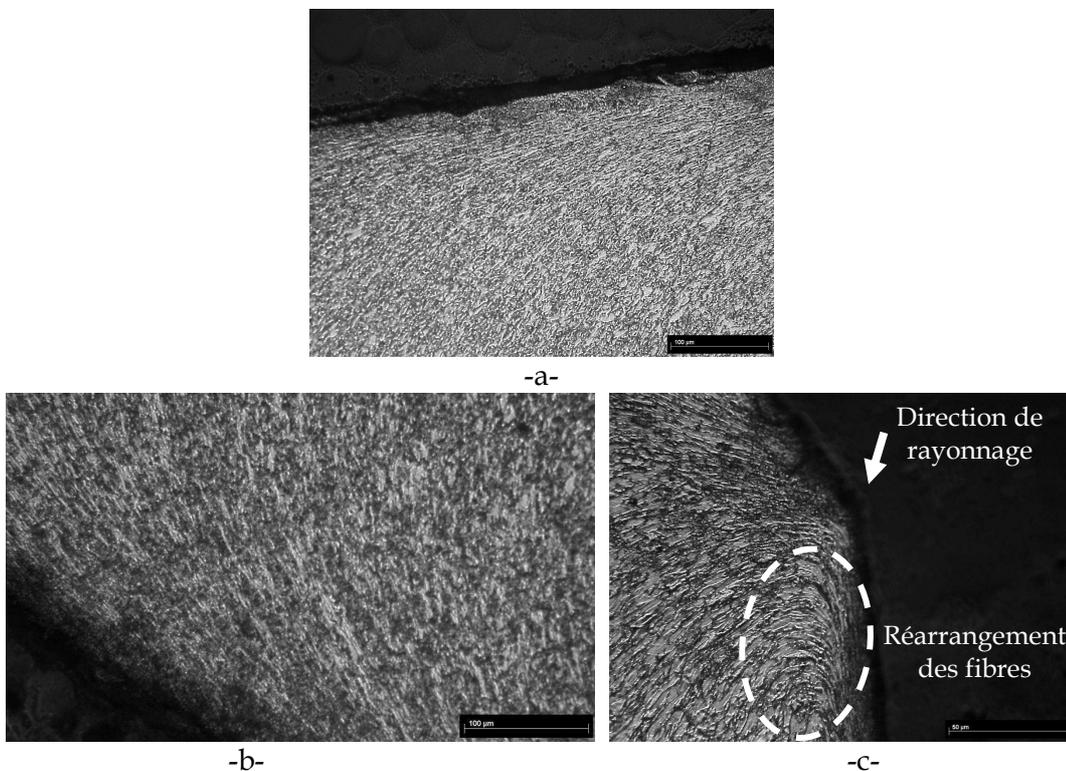


Figure III.6 – Micrographie d'une arête de découpe -a- avant rayonnage -b- après rayonnage -c- après rayonnage côté bavure de découpe

L'effet de repli ne peut pas être observé du côté opposé à la bavure de découpe puisque le rayonnage déplace les fibres dans le même sens que la découpe.

La figure III.7 montre l'influence du rayonnage sur la microdureté du matériau dans la zone d'une éprouvette rayonnée avec l'outil de la figure III.4 et la figure III.8 montre quant à elle l'évolution de la microdureté sur le trou d'une ferrure produite dans l'entreprise avec le même matériau.

Au vu de ces figures, il peut être observé sur l'éprouvette une augmentation de la microdureté après rayonnage qui est du même ordre que celle observée sur la pièce. Néanmoins il faut noter que l'influence de la bavure de découpe est plus importante sur l'éprouvette que sur la pièce car l'écart de microdureté entre le bord de découpe côté bavure et côté sans bavure est nettement moindre sur la pièce. Ceci peut être dû au fait de l'usure du poinçon de découpe des éprouvettes utilisé à l'ENSAM ou d'un jeu de découpe trop important. Il est également possible d'expliquer ces écarts par le fait que l'éprouvette est découpée sur l'extérieur contrairement au trou oblong qui est découpé à l'intérieur.

Sur la figure III.7-a la microdureté diminue de façon régulière et sensiblement linéaire des deux côtés de la surface découpée alors que sur la figure III.7-b, il apparaît que le rayonnage affecte une zone interne plus étendue dans laquelle la valeur de microdureté reste constante (entre 0 et 400  $\mu\text{m}$ ). Dans le premier cas, nous pouvons observer une chute de la microdureté d'à peu près 20% alors que dans le second cas la chute se situe aux alentours de 33%. La même microdureté se retrouve à cœur dans les deux pièces, éprouvette et ferrure. On peut ainsi s'attendre à une amélioration du comportement local en bord de découpe.

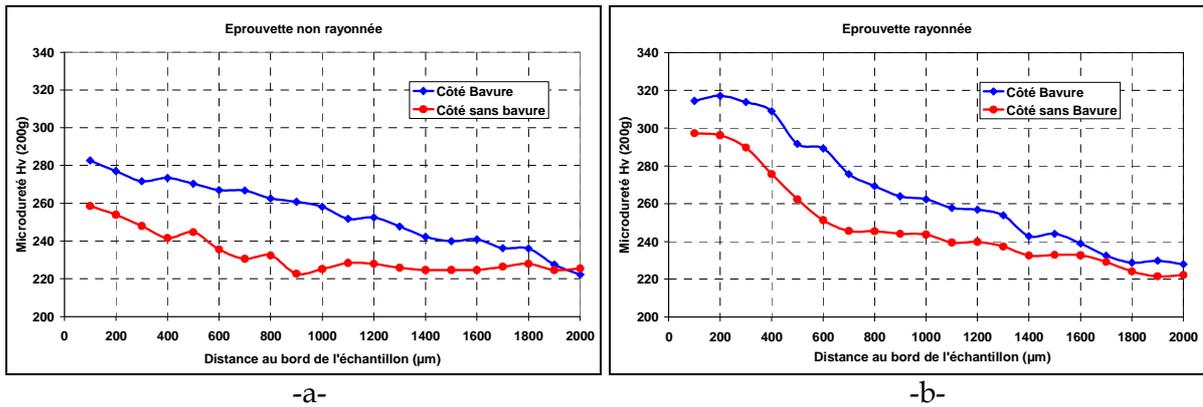


Figure III.7- Microdureté Vickers sur éprouvette -a- non rayonnée -b- rayonnée

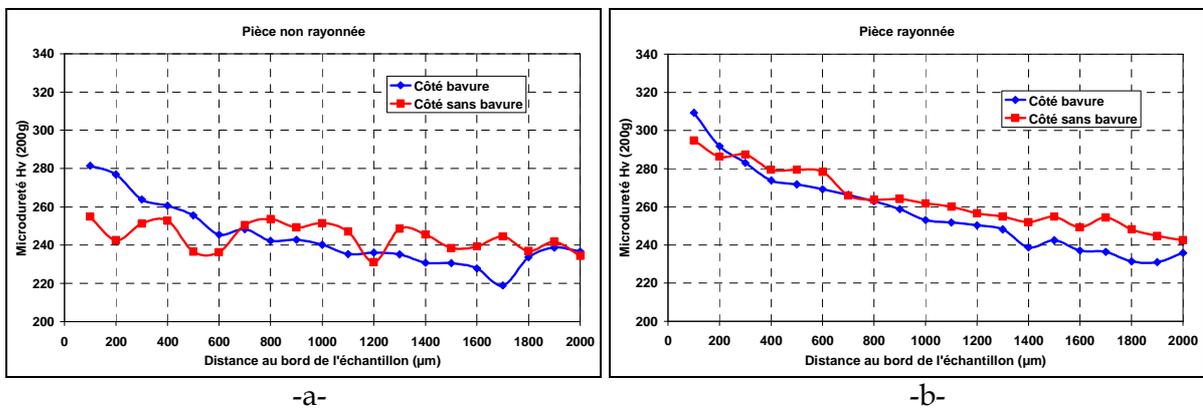


Figure III.8 - Microdureté Vickers sur pièce -a- non rayonnée -b- rayonnée

### III.2.3. Contraintes résiduelles

#### III.2.3.1 Principe de l'étude

L'analyse des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X est une autre manière de caractériser l'érouissage induit par le procédé de rayonnage. Les contraintes résiduelles qui résultent des déformations plastiques et élastiques du matériau, sont des contraintes multiaxiales statiques qui existent au sein d'un matériau qui n'est soumis à aucune action extérieure. Dans une pièce non chargée elles réalisent l'auto-équilibre des tensions internes qui résultent de la mise en forme du matériau.

Le principe d'analyse des contraintes résiduelles est basé sur la loi de Bragg qui régit la diffraction des rayons X sur des empilements d'atomes :

$$2d_{hkl} \sin \theta = n\lambda \quad (\text{III.1})$$

Avec :  $n$  entier,  $d_{hkl}$  distance interréticulaire,  $\theta$  angle de diffraction et  $\lambda$  longueur d'onde des rayons X diffractés. La figure III.9 illustre schématiquement le phénomène de diffraction et les modifications apportées par un état de contrainte  $\sigma$  imposé.

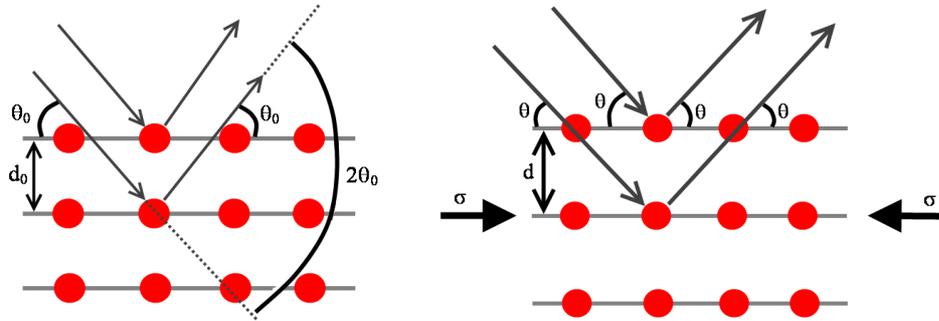


Figure III.9 - Diffraction des rayons X sur les plans réticulaires

Il a été démontré que les déformations sur le matériau modifient la distance interréticulaire, les plans réticulaires ayant tendance à se rapprocher en compression et à s'éloigner en traction [Leb01]. La déformation conventionnelle peut ainsi être déduite de cette distance par la formule :

$$\varepsilon = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} - 1 \quad (\text{III.2})$$

Comme pour un essai mécanique classique, dans (III.2) il convient d'utiliser la déformation rationnelle :

$$\varepsilon = \ln \left( \frac{d}{d_0} \right) = \ln \left( \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} \right) \quad (\text{III.3})$$

Dans le cas d'un état de contrainte triaxial figure III.10, la déformation mesurée correspond à la déformation suivant la normale  $\mathbf{n}$  au plan diffractant, repérée par les angles  $\Phi$  et  $\psi$ .

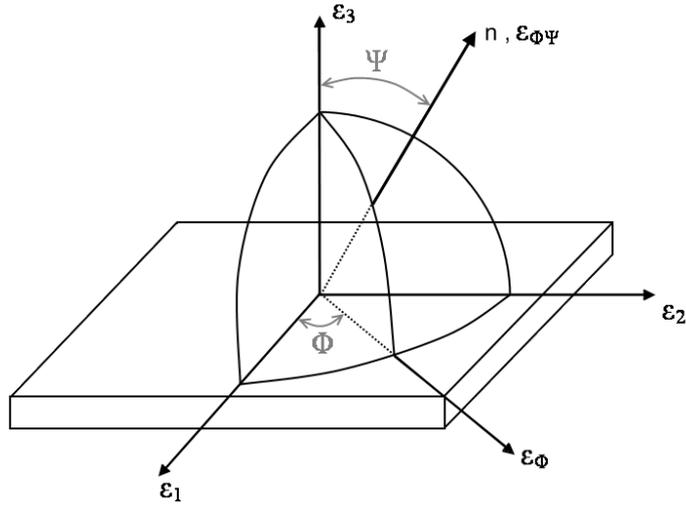


Figure III.10 - Direction de mesure dans l'espace des déformations

La déformation effectivement mesurée  $\varepsilon_{\phi\psi}$  peut être reliée aux contraintes  $\sigma_{ij}^{\phi}$  par la relation :

$$\varepsilon_{\phi\psi} = \frac{1}{2} S_2 \left[ (\sigma_{11}^{\phi} - \sigma_{33}^{\phi}) \sin^2 \psi + \sigma_{13}^{\phi} \sin 2\psi + \sigma_{33}^{\phi} \right] + S_1 tr(\boldsymbol{\sigma}) \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$S_1 = -\frac{\nu}{E} \text{ et } \frac{1}{2} S_2 = \frac{1+\nu}{E} \quad (\text{III.5})$$

$S_1$  caractérise l'effet de Poisson et  $S_2$  le module de cisaillement du matériau.

Des mesures effectuées pour des angles  $\psi$  différents permettent donc d'obtenir les valeurs de contraintes résiduelles.

Les pics de diffraction permettent d'analyser l'état de contrainte d'un matériau, leur largeur donne une représentation de l'écrouissage qu'a subi le matériau. Elle peut être calculée de deux façons différentes, soit en la mesurant au 2/5<sup>ième</sup> de la hauteur, on parle alors de largeur de corde, soit en considérant le rapport de la surface sous le pic sur la hauteur du pic, on parle alors de largeur intégrale. Les valeurs de ces largeurs n'ont néanmoins pas de sens physique puisqu'elles dépendent de l'appareillage utilisé et des conditions de mesure notamment.

### III.2.3.2 Données expérimentales

Les données expérimentales de contraintes résiduelles analysées dans cette partie proviennent du stage de Master de H. Gancel [Gan06] que j'ai encadré.

Les mesures de contraintes résiduelles ont été réalisées en 3 points identifiés sur la figure III.11 et pour chaque point, des mesures dans le sens longitudinal et transversal ont été effectuées (figure III.12). Un polissage électrolytique a permis de procéder à une attaque chimique de l'échantillon et ainsi effectuer des mesures en profondeur dans l'échantillon. La figure III.13 montre l'éprouvette après avoir subi cette attaque.

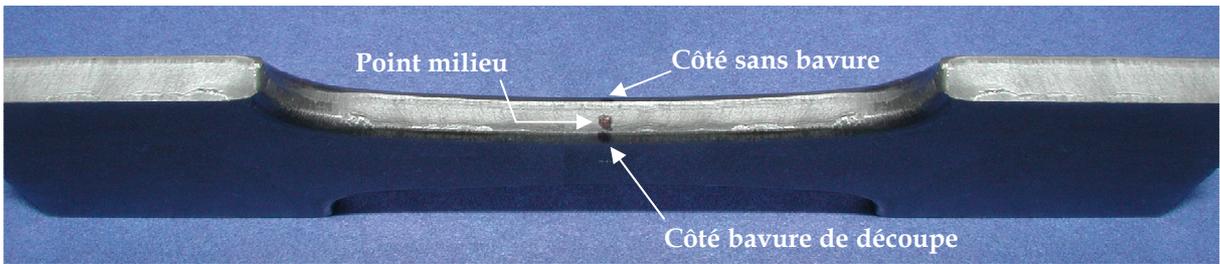


Figure III.11 – Points de mesure des contraintes résiduelles



Figure III.12 – Sens de mesure



Figure III.13 – Éprouvette après polissage électrolytique

Les figures III.14, 15 et 16 montrent respectivement les valeurs de contraintes résiduelles longitudinales, transversales et les largeurs de cordes observées dans deux éprouvettes, une non rayonnée et une rayonnée.

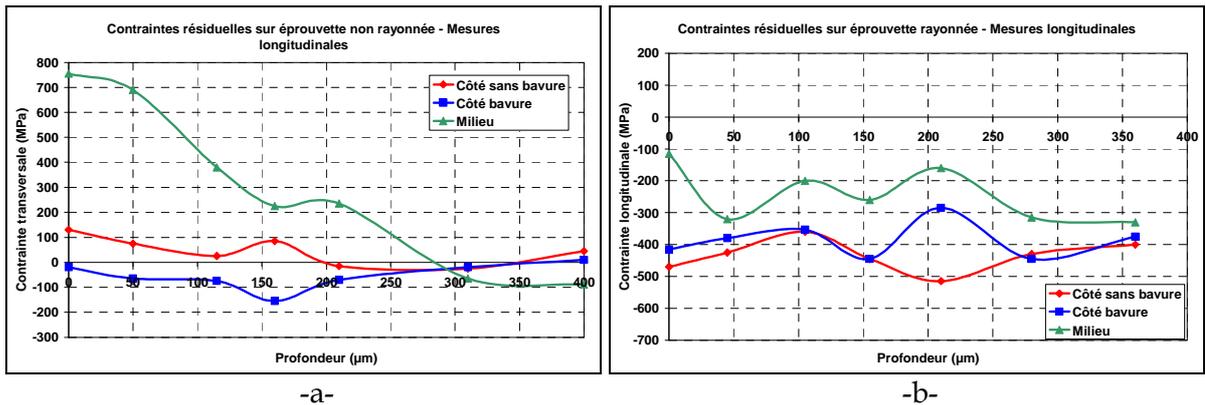


Figure III.14 – Valeurs de contraintes résiduelles longitudinales

De façon générale, le découpage de l'éprouvette induit les champs résiduels visibles sur les éprouvettes non rayonnées dans lesquelles l'évolution des contraintes transversales est inversée par rapport à l'évolution des contraintes longitudinales. Dans ces éprouvettes, les deux champs sont principalement des champs de traction alors que ce n'est plus le cas après rayonnage.

L'effet du rayonnage est alors bien mis en évidence sur les valeurs des contraintes résiduelles longitudinales. En effet, les valeurs décrivent un état de compression après rayonnage avec une différence de l'ordre de 400MPa pour le côté de la bavure de découpe jusqu'à plus de 800MPa de différence pour le milieu qui subit l'effet du rayonnage de chaque côté de l'éprouvette. Cette information démontre que le procédé de rayonnage a une influence sur le centre de l'éprouvette. L'influence du rayonnage est approximativement identique des deux côtés de l'éprouvette. Le fait que les contraintes soient en compression est bénéfique, puisque des contraintes en traction faciliteraient l'amorçage des fissures.

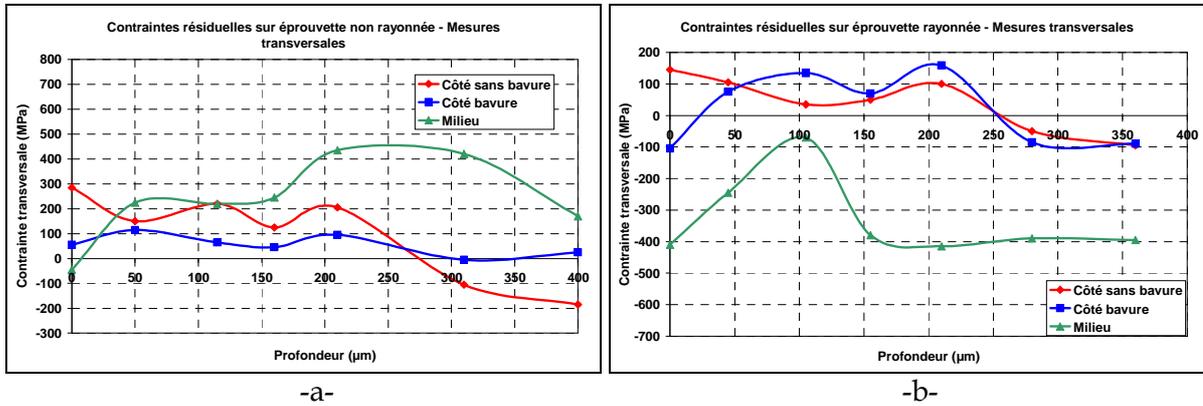


Figure III.15 – Valeurs de contraintes résiduelles transversales

L'influence du procédé de rayonnage sur les valeurs de contraintes transversales est la même que pour les contraintes longitudinales, mais d'un ordre de grandeur plus faible. Il peut ici encore être observé que l'influence du rayonnage est plus forte à mi-épaisseur de l'éprouvette.

En comparant les valeurs transversales aux longitudinales il peut être constaté des évolutions inversées ce qui est particulièrement visible sur l'éprouvette non rayonnée où les valeurs de contraintes longitudinales démarrent très fortement en traction puis terminent à cœur en compression et inversement pour les valeurs transversales. Dans un élément de matière de côtés parallèles aux sens long et travers, apparaissent des contraintes de cisaillement qui ne sont pas forcément négligeable.

Pour terminer cette étude, les figures III.16a et III.16b reportent les évolutions des largeurs de corde. Dans le cas où celles-ci correspondent à la largeur de pic à 2/5ième de la hauteur, on pourra les comparer aux mesures de microdureté puisqu'elles traduisent l'état d'écrouissage du matériau. Le phénomène d'augmentation de l'écrouissage dans la zone rayonnée déjà constaté au paragraphe III.2.2 peut être observé sur les figures ci-dessous. Dans ces observations, l'influence de l'opération semble moins importante au point milieu de l'éprouvette.

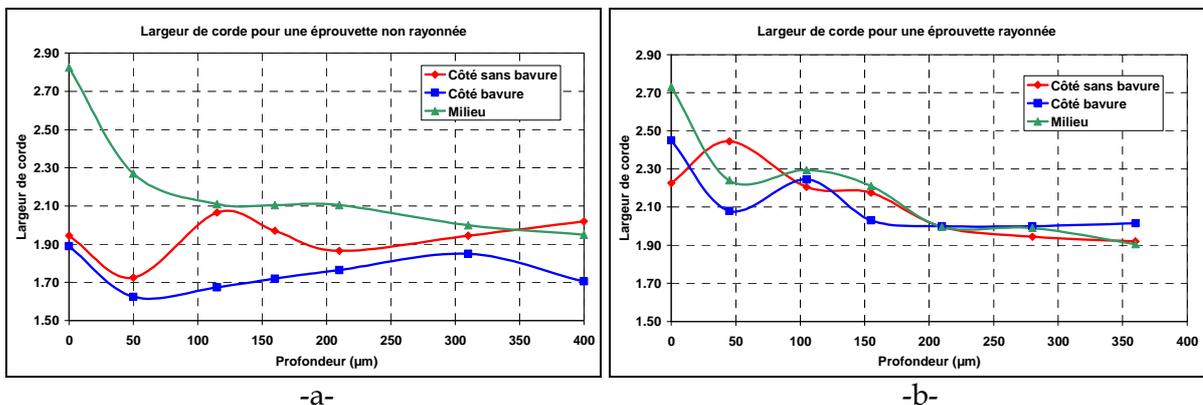


Figure III.16 – Valeurs de contraintes résiduelles – largeurs de cordes

### III.3. Aspect numérique

#### III.3.1. Modèle numérique

La simulation numérique du rayonnage a été effectuée avec le logiciel Abaqus 6.7, en utilisant un schéma d'intégration explicite. Les éléments utilisés sont des éléments brique à 8 nœuds et à intégration réduite (Référence C3D8R). Un quart de l'éprouvette seulement est modélisé (voir figure III.17) puisqu'elle est symétrique par rapport aux plans XZ et YZ. Seules les surfaces actives du poinçon de rayonnage en contact avec l'éprouvette sont modélisées. Elles sont définies comme surfaces rigides discrètes et maillées avec des éléments tridimensionnels à 4 nœuds (Référence R3D4). L'assemblage de l'éprouvette avec les surfaces du poinçon de rayonnage ainsi que les conditions aux limites sont représentés sur la figure III.17.

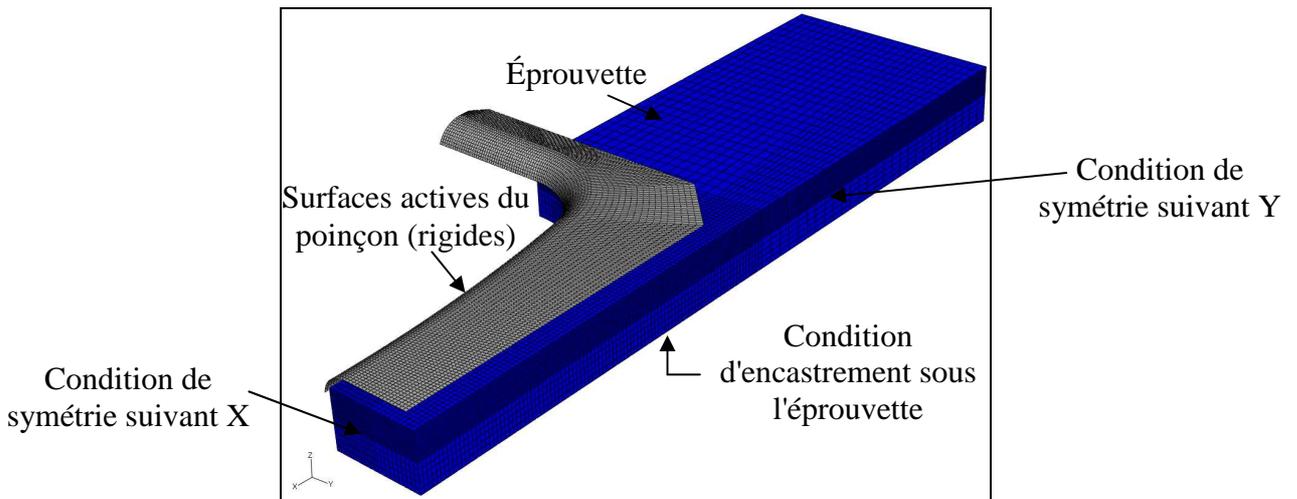


Figure III.17 – Positionnement géométrique initial du poinçon et de l'éprouvette

Dans une première étape le poinçon vient frapper le coin à arrondir jusqu'au contact entre sa surface plane inférieure et la face supérieure de l'éprouvette. Dans une seconde étape le poinçon remonte, le retour élastique du matériau s'établit et le champ de contraintes résiduelles prend naissance dans l'éprouvette.

Pour éviter l'influence des conditions aux limites sur les résultats, les éléments du milieu de l'éprouvette sont masqués lors de la récupération des valeurs des contraintes et des déformations (voir figure III.18). Les valeurs numériques sont relevées aux nœuds le long d'un chemin radial partant de l'extérieur vers l'intérieur (voir figure III.19). Les valeurs de la contrainte équivalente de Von Mises, des composantes du tenseur des contraintes et de la déformation plastique cumulée extraites de la simulation vont être comparées aux valeurs expérimentales de microdureté et de contraintes résiduelles faisant l'objet des paragraphes précédents.

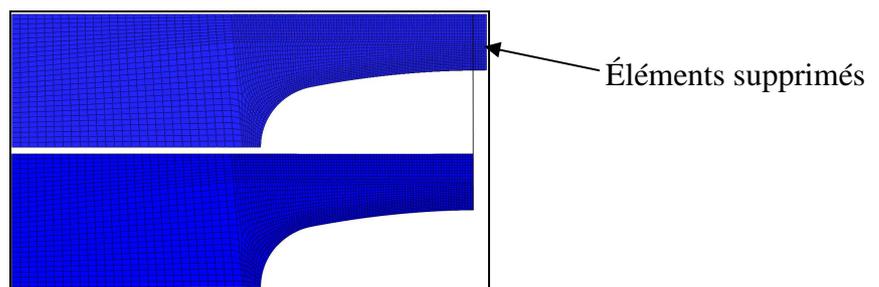


Figure III.18 – Suppression des éléments aux conditions limites

Pour se rapprocher autant que possible des conditions expérimentales des mesures effectuées, chacun des champs calculés sera représenté en fonction de la distance réelle entre le nœud du relevé (millimètres) et le nœud de départ pris comme point de référence.

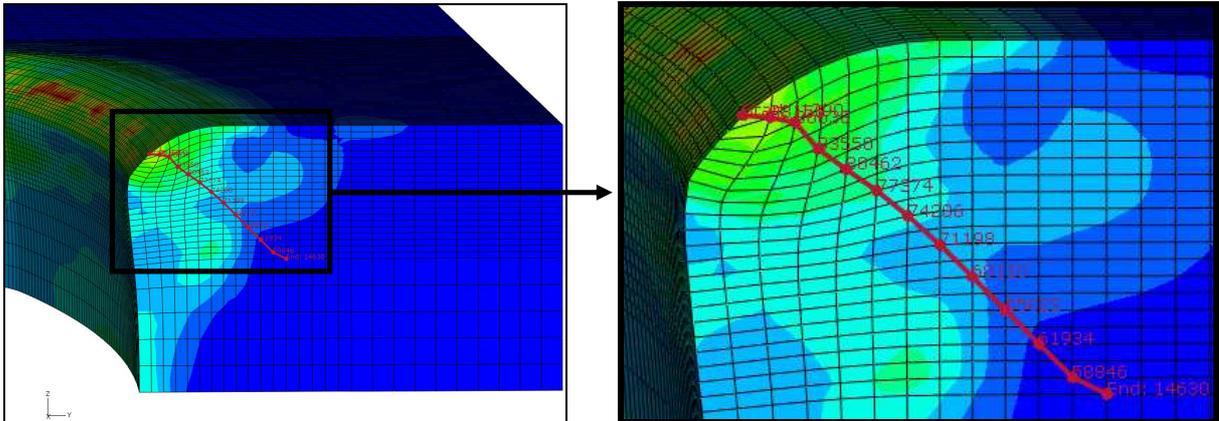


Figure III.19 - Définition du chemin par les nœuds utilisé pour le relevé des valeurs

### III.3.2. Résultats de la simulation - Validation

#### III.3.2.1 Analyse des résultats

Le procédé de rayonnage a été simulé en utilisant 3 lois de comportement différentes pour le matériau. Tout d'abord, une loi élastoplastique simple suivant le modèle de Ludwick (voir Chapitre II). Ensuite deux modèles d'endommagement ont été utilisés, celui de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) et celui de Lemaître-Chaboche (LC). Ce dernier a été implémenté dans une subroutine VUMAT écrite en langage FORTRAN. Ces deux modèles d'endommagement sont entièrement couplés à la loi d'évolution de Ludwick pour l'érouissage et aux fonctions de charge. Dans les cas avec dommage, celui-ci n'est activé qu'à la condition que la contrainte hydrostatique soit positive. Il est fortement prévisible que l'évolution de la contrainte de Von Mises dans le cas du procédé de rayonnage soit sensiblement la même en utilisant la loi simple élastoplastique et les modèles d'endommagement. En effet, l'état de contrainte devrait être principalement en compression et donc générer une valeur de contrainte hydrostatique négative empêchant la croissance de cavités et leur coalescence.

En ce qui concerne l'endommagement du matériau, on suppose que le dommage calculé ici se superposera au dommage initial mal connu. Les études successives menées par Hambli [Ham96] dans le cadre du découpage de tôles d'acier ont montré que seule une mince couche de matière située dans le jeu de découpe était entièrement endommagée. Nous avons donc supposé que le matériau des éprouvettes était vierge et avons calculé les valeurs de la variable d'endommagement à partir de zéro. Dans le cas du modèle de GTN, le taux de porosité de départ est supposé nul.

Les figures III.20, III.21 et III.22 montrent les isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises dans les trois cas avec une échelle des valeurs se situant entre  $3,2 \cdot 10^6$  Pa et  $9,8 \cdot 10^8$  Pa.

Sur les figures III.20, III.21 et III.22 il peut être observé que la distribution des contraintes est bien sensiblement la même dans les trois cas de simulation. Il peut également être remarqué que l'influence du procédé s'étend au-delà du milieu de l'épaisseur de l'éprouvette, ce qui avait déjà été constaté lors des observations expérimentales en microdureté et en contraintes résiduelles.

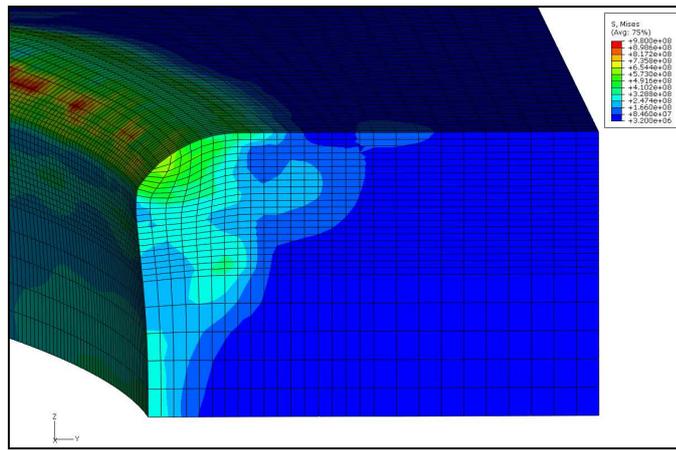


Figure III.20 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour la loi élastoplastique

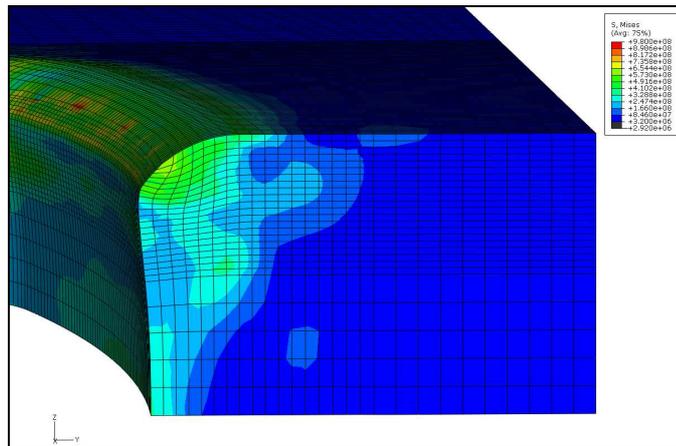


Figure III.21 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour le modèle LC

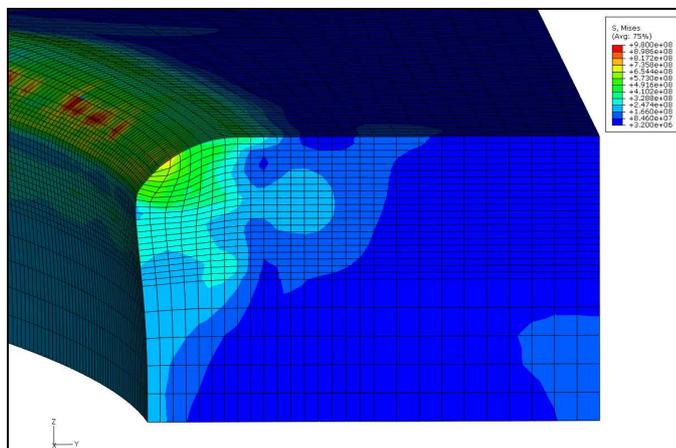


Figure III.22 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour le modèle GTN

La figure III.23 montre l'évolution de la contrainte de Von Mises dans le rayon ainsi que l'évolution de la déformation plastique équivalente associée.

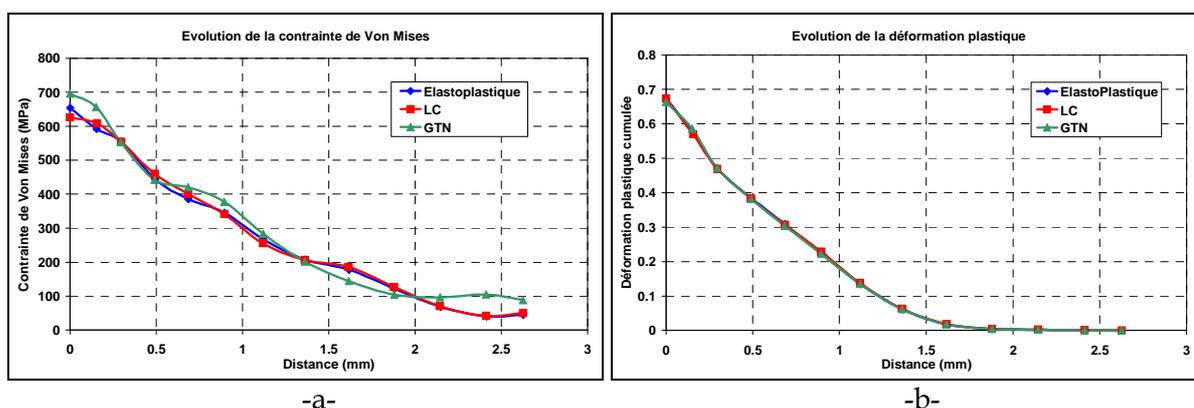


Figure III.23 – Évolution de la contrainte équivalente et de la déformation plastique équivalente dans le rayon

Ces deux courbes montrent que les évolutions de la contrainte équivalente et de la déformation plastique sont quasiment identiques dans les trois cas. Ces courbes peuvent être comparées aux courbes de microdureté et de largeur de corde, qui rendent compte de l'état d'érouissage du matériau dans le rayon, dans l'analyse des contraintes résiduelles. Sur les éprouvettes d'épaisseur 4mm, les effets du procédé se propagent jusqu'aux environs de 2mm, ce qui est en accord avec les mesures de microdureté représentées sur la figure III.7 -b-.

Les composantes du tenseur des contraintes peuvent être comparées aux valeurs de contraintes résiduelles puisque dans les éléments volumiques utilisés les composantes sont calculées dans le repère global du modèle numérique [Aba01]. Ces valeurs sont présentées sur les figures III.24.

L'analyse des contraintes résiduelles dans le sens longitudinal correspond au sens 1 dans la simulation et le sens transversal au sens 3 (voir figure III.12 et III.17). Par conséquent, les contraintes résiduelles longitudinales sont à rapprocher des composantes  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{13}$  et les contraintes résiduelles transversales sont à rapprocher des composantes  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{23}$  et  $\sigma_{13}$ .

L'influence du rayonnage sur les contraintes résiduelles longitudinales est de l'ordre de 400 à 600MPa en compression au bord du rayon (voir figure III.14). Les composantes  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{13}$  issues de la simulation sont très faibles comparées à  $\sigma_{11}$ . Par conséquent, l'influence sur les contraintes résiduelles provient principalement de  $\sigma_{11}$  qui est de l'ordre de -500MPa au bord du rayon. Cette valeur est donc relativement proche de celle provenant de l'analyse des contraintes résiduelles.

En ce qui concerne les contraintes résiduelles transversales, l'influence observée expérimentalement est inférieure à 200MPa. Comme il a été signalé précédemment, la composante  $\sigma_{13}$  est faible et l'effet du rayonnage sera gouverné par les composantes  $\sigma_{33}$  et  $\sigma_{23}$  dont les valeurs sont du même ordre, environ -300MPa au bord du rayon. Même si cette valeur est plus élevée que la valeur observée par l'analyse de contraintes résiduelles aux rayons X, nous retrouvons le comportement en profondeur puisque les contraintes oscillent autour d'une valeur nulle entre +150MPa et -150MPa (figure III.15). C'est aussi ce qui peut être observé dans la simulation pour les composantes  $\sigma_{33}$  et  $\sigma_{23}$  (figures III.24c-f). Notons ici qu'il ne nous a pas été possible de distinguer l'influence de la contrainte de cisaillement lors de l'analyse expérimentale par contraintes résiduelles.

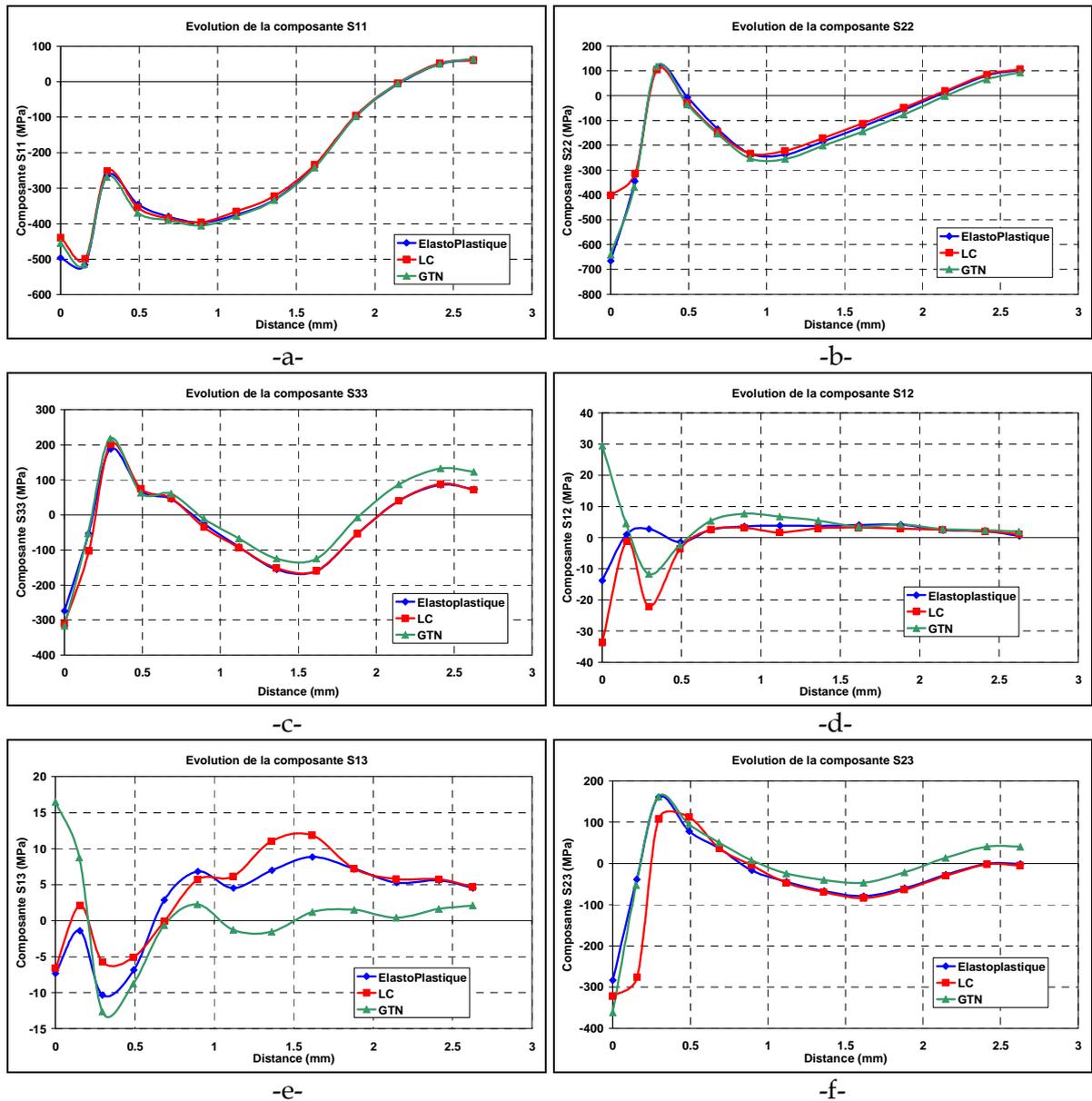


Figure III.24 – Évolution des composantes du tenseur des contraintes en simulation pour le procédé de rayonnage -a-  $\sigma_{11}$  -b-  $\sigma_{22}$  -c-  $\sigma_{33}$  -d-  $\sigma_{12}$  -e-  $\sigma_{13}$  -f-  $\sigma_{23}$

### III.3.2.2 Interprétation des résultats de la simulation

Si nous considérons pour base de discussion la contrainte élastoplastique donnée directement par ABAQUS® sur le bord au point 1, nous trouvons les valeurs suivantes légèrement arrondies du tenseur des contraintes dans la base globale figure III.17 ou III.19 (Les valeurs sont lues sur les graphiques de contraintes des figures III.24) :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -450 & -10 & -5 \\ -5 & -700 & -300 \\ -5 & -300 & -300 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Les valeurs propres et les vecteurs propres associés sont [Mat07] :

$$\lambda_1 = -449,7 \text{ MPa} \quad \lambda_2 = -860,86 \text{ MPa} \quad \lambda_3 = -139,45 \text{ MPa}$$

$$V_1 = \begin{Bmatrix} -0,9996 \\ 0,0235 \\ 0,0137 \end{Bmatrix} ; \quad V_2 = \begin{Bmatrix} 0,001 \\ -0,4714 \\ -0,8817 \end{Bmatrix} ; \quad V_3 = \begin{Bmatrix} -0,0272 \\ -0,8814 \\ -0,4717 \end{Bmatrix}$$

Le repère principal est tourné autour de la direction 1 d'un angle égal à  $\approx 30^\circ$  et sur un élément de matière découpé suivant le repère principal, nous obtenons la représentation qui suit :

Les flèches rouges correspondent à la contrainte de compression la plus grande -861 MPa suivant un angle de  $60^\circ$  et la contrainte perpendiculaire au plan de la figure (non représentée, sens long) est celle qui a pour valeur -450 MPa. Les petites flèches ont une valeur égale à -140 MPa.

Ceci montre qu'on a principalement une compression radiale importante et une compression longitudinale engendrée par le blocage de l'éprouvette sur la matrice lors du rayonnage car la déformation longitudinale est fortement empêchée.

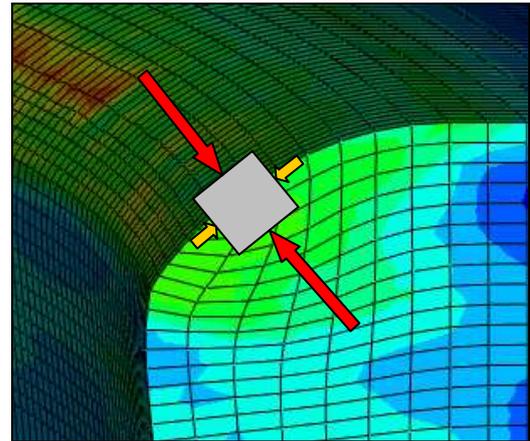


Figure III.25 - Directions principales des contraintes résiduelles après rayonnage

### III.4. Conclusion

Expérimentalement, les mesures de microdureté et les analyses de contraintes résiduelles confirment bien que le procédé de rayonnage utilisé au laboratoire écrouit fortement le matériau et ceci sur une profondeur de l'ordre de 2mm pour une épaisseur de tôle de 4mm. D'autre part, l'influence du procédé dépasse le milieu de l'éprouvette, ce qui a tendance à cumuler le rayonnage de chaque côté dans cette zone. Ces deux observations sont également cohérentes pour la pièce rayonnée à l'entreprise, ce qui permet de conclure que l'outil réalisé à l'ENSAM pour le rayonnage des éprouvettes est représentatif du procédé industriel.

Les résultats de la simulation numérique sont en accord avec les résultats expérimentaux et les deux remarques précédentes se retrouvent autant en simulation qu'expérimentalement. Les deux modèles d'endommagement reproduisent assez bien le fait que le matériau ne s'endommage pas lorsqu'il est soumis à une sollicitation en compression comme c'est principalement le cas du rayonnage par frappe. Nous pouvons donc conclure que la simulation du rayonnage en utilisant le modèle d'endommagement de Lemaître-Chaboche ou celui de Gurson-Tvergaard-Needleman couplé avec l'évolution de Ludwick en plasticité reproduit correctement le procédé réel.

Les perspectives de cette étude seraient d'étudier l'influence du rayon du poinçon de rayonnage, ainsi que l'influence de la distance à laquelle se trouve ce poinçon par rapport au bord de l'éprouvette au moment de la frappe, sur les contraintes résiduelles et sur la microdureté. Ces résultats pourraient ensuite être comparés aux mêmes études en simulation pour vérifier que les modèles numériques traduisent bien la même évolution des contraintes.

# CHAPITRE IV

## Méthodes d'Optimisation et d'Approximation. Généralités.

---

### IV.1. Introduction

Le but de l'optimisation est à la fois simple et noble, il consiste à faire du mieux possible. Cette idée peut représenter une évidence pour tout un chacun, il n'en reste pas moins que si le principe est simple, la réalisation est souvent ardue. En effet, le mieux possible est toujours subjectif et dépend du point de vue. Il s'agit par conséquent d'un concept à définir pour chaque cas étudié.

Dans le langage courant, le mot "optimisation" est souvent utilisé à tort là où il faudrait en réalité parler de simple amélioration relative à un état antérieur [Coh00]. En effet, l'optimisation a pour but de rechercher le mieux possible dans un état de contraintes et de faisabilité défini préalablement, nous pouvons considérer que s'il n'existe pas de meilleure possibilité, la solution est optimale.

Les problèmes rencontrés en optimisation se résument bien souvent à la minimisation d'une fonction (ou à la maximisation de son inverse). Par exemple, la minimisation de la distance parcourue par un véhicule pour atteindre un point B partant d'un point A, la minimisation de l'erreur commise en utilisant une fonction mathématique pour modéliser le comportement d'un matériau (voir chapitre II), etc. La définition du mieux possible dans ce cas est relativement explicite, mais si le problème considéré maintenant est de vouloir optimiser à la fois le temps du trajet d'un véhicule, mais aussi le coût en carburant et le prix des péages, certaines améliorations d'un critère vont détériorer l'un des autres critères. De la même façon, si l'objectif est de minimiser l'erreur commise en utilisant une loi de comportement ou un critère d'endommagement à la fois en traction monotone, en compression, en cisaillement, en flexion et en torsion, une amélioration de l'un des critères peut nuire à l'un des autres. C'est pourquoi la notion de compromis et souvent évoqué en optimisation et finalement le "mieux possible" se transforme souvent en le "moins mauvais".

Deux types différents d'optimisation sont donc distingués, l'optimisation mono-objectif qui consiste à minimiser (ou maximiser) une seule fonction dite objectif, et l'optimisation multi-objectifs qui consiste cette fois à considérer plusieurs fonctions en même temps.

Dans ce chapitre, une étude bibliographique résume les méthodes d'optimisation dites "classiques" ce qui permettra d'une part de comprendre le principe de l'optimisation et d'autre part de présenter certains algorithmes utilisés pour l'entraînement des réseaux de neurones utilisés par la suite comme substitution aux calculs éléments finis. Les méthodes d'optimisation et d'approximation utilisées dans le cadre de cette étude seront ensuite détaillées.

## IV.2. Bibliographie – Généralités

### IV.2.1. Méthodes classiques

Les méthodes les plus fréquemment rencontrées dans les domaines de l'optimisation et de la mise en forme utilisent une fonction à minimiser (ou à maximiser), appelée fonction coût ou "fonction objectif" qui peut dépendre d'un plus ou moins grand nombre de paramètres et de contraintes. L'augmentation du nombre de paramètres influencera le nombre de calculs indispensables à l'estimation des dérivées premières et secondes de la fonction, ainsi que le nombre d'itérations nécessaire pour obtenir la convergence de l'algorithme vers une solution qui vérifie les critères du problème.

#### IV.2.1.1 Méthodes utilisant le gradient de la fonction

Ces méthodes nécessitent le calcul des dérivées premières de la fonction coût. Elles sont dites d'ordre 1. Dans ce qui suit  $\mathbf{x}$  est le vecteur des paramètres, ou variables, du problème.  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .

##### IV.2.1.1.1. Méthode de la plus forte pente

La méthode de la plus forte pente est attribuée à Cauchy (1847). Soit  $f(x)$  la fonction coût à minimiser et  $\nabla f$  le gradient de la fonction. On considère qu'en tout point  $\mathbf{x}$ , la direction de la plus grande descente (celle qui minimisera le plus la fonction) est  $-\nabla f$ . L'algorithme va donc chercher à construire une suite de points,  $x^1$   $x^2$   $x^3$  ...  $x^k$ , telle que [Vay04] :

$$f(\mathbf{x}^{k+1}) < f(\mathbf{x}^k) \quad (\text{IV.1})$$

L'algorithme consiste ainsi en la formulation suivante :

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \alpha^k \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (\text{IV.2})$$

Avec  $\alpha$  le pas effectué dans la direction de la plus forte pente. Le critère d'arrêt pourra porter sur une tolérance sur la variation de la fonction coût, une tolérance sur la variation des  $\mathbf{x}$ , une tolérance sur la valeur du gradient, un nombre d'itérations maximum ou encore un nombre d'évaluations maximum.

L'efficacité de cette méthode est faible. Il peut être démontré que deux directions consécutives vont être orthogonales [Vay04] et que cette particularité peut entraîner des oscillations est conduire à la divergence de l'algorithme.

##### IV.2.1.1.2. Méthode du gradient conjugué

Les méthodes de directions conjuguées possèdent comme caractéristique de converger en  $n$  itérations pour des fonctions quadratiques de  $n$  variables. Cette caractéristique induit qu'elles convergeront très rapidement au voisinage du minimum pour une fonction quelconque, puisque toute fonction peut être localement approchée par une fonction quadratique [Vay04].

L'algorithme du gradient conjugué se présente alors sous la forme suivante :

Considérons la fonction quadratique  $f(\mathbf{x})$  définie comme suit :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c \quad (\text{IV.3})$$

Le problème consiste à minimiser  $f(\mathbf{x})$ , avec  $\mathbf{A}$  matrice symétrique définie positive,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$  et  $c \in \mathbb{R}$ . Les directions de descente sont caractérisées par les vecteurs  $\mathbf{p}_k$  ( $k=1, n$ ) qui sont mutuellement conjugués par rapport à la matrice  $\mathbf{A}$  si et seulement si :

$$\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_j = 0, \quad k \neq j \quad (\text{IV.4})$$

En notant  $\mathbf{g} = \nabla f$  l'algorithme se déroule comme suit :

1)  $k=0$  au point initial  $\mathbf{x}_0$ . On pose :

$$\mathbf{g}_0 = \nabla f(\mathbf{x}_0) = \mathbf{A} \mathbf{x}_0 + \mathbf{b} \quad \text{et} \quad \mathbf{p}_0 = -\mathbf{g}_0 \quad (\text{IV.5})$$

2) On calcule le pas optimal dans la direction  $\mathbf{p}_k$  en posant :

$$F(\alpha) = f(\mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{p}_k) \quad (\text{IV.6})$$

Le pas optimal est solution de  $F'(\alpha) = 0$

$$F'(\alpha) = \mathbf{p}_k^T \nabla f(\mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{p}_k) = \mathbf{p}_k^T [\mathbf{A}(\mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{p}_k)] \quad (\text{IV.7})$$

$$F'(\alpha) = \mathbf{p}_k^T [(\mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{b}) + \alpha \mathbf{A} \mathbf{p}_k] = \mathbf{p}_k^T [f(\mathbf{x}_k) + \alpha \mathbf{A} \mathbf{p}_k] \quad (\text{IV.8})$$

Ce qui donne :

$$\alpha_k = -\frac{\mathbf{p}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k} \quad (\text{IV.9})$$

3) Le point suivant est obtenu en calculant :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k \quad (\text{IV.10})$$

4) Le gradient et la direction au pas suivant sont ensuite calculés :

$$\mathbf{g}_{k+1} = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) \quad (\text{IV.11})$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = -\mathbf{g}_{k+1} + \beta_k \mathbf{p}_k \quad (\text{IV.12})$$

Avec la condition d'orthogonalité (IV.4) et en multipliant chacun des deux membres à droite par  $\mathbf{A}\mathbf{p}_k$  on trouve :

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_{k+1}^T \mathbf{A}\mathbf{p}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A}\mathbf{p}_k} \quad (\text{IV.13})$$

5)  $k=k+1$ , retour en 2 jusqu'à ce que  $k=n$ .

Une variante a été proposée par Fletcher et Reeves [Fle64]. Dans ce cas, on a :

$$\beta_k = \frac{\|\nabla f(\mathbf{x}_{k+1})\|^2}{\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\|^2} \quad (\text{IV.14})$$

Polak et Ribière [Pol69] ont également proposé une méthode de calcul pour  $\beta_k$ :

$$\beta_k = \frac{\nabla f(\mathbf{x}_k) [\nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k)]^T}{\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\|^2} \quad (\text{IV.15})$$

#### IV.2.1.2 Méthodes de Newton

Ces méthodes présentent la particularité de nécessiter le calcul de la dérivée seconde de la fonction coût. Ce sont des méthodes d'ordre 2.

##### IV.2.1.2.1. Méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson est une méthode fréquemment utilisée pour la résolution d'équations non-linéaires. Cette méthode consiste à résoudre l'équation  $f'(x^*) = 0$  par le biais d'une linéarisation de  $f'$ .

Au point  $\mathbf{x}_k$ , on considère l'approximation suivante [Vay04] :

$$f'(\mathbf{x}) \cong f'(\mathbf{x}_k) + (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) f''(\mathbf{x}_k) = f_1(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.16})$$

On prend comme prochain point l'intersection de  $f_1$  avec l'axe des  $x$ , soit  $f_1(x)=0$ . Ce qui donne :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \frac{f'(\mathbf{x}_k)}{f''(\mathbf{x}_k)} \quad (\text{IV.17})$$

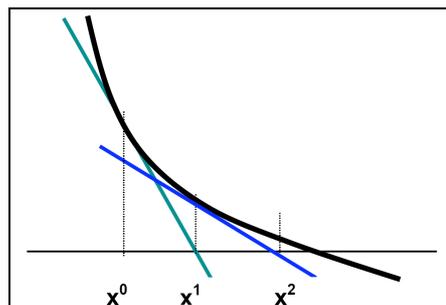


Figure IV.1 – Itération pour l'algorithme de Newton-Raphson [Vay04]

La convergence se fait en un seul pas si la fonction est quadratique. Les inconvénients de cette méthode résident dans le fait qu'il soit nécessaire de calculer la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction.

#### IV.2.1.2.2. Méthode de Newton

La méthode de Newton est la généralisation à  $n$  dimensions de la méthode de Newton-Raphson [Vay04].

Autour du point  $\mathbf{x}_k$ , on considère une approximation quadratique de  $f$  telle que :

$$\phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_k) + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)^T \nabla^2 f(\mathbf{x}_k) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (\text{IV.18})$$

Où  $\nabla^2 f(\mathbf{x}_k) = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$  est la matrice *Hessienne* de  $f$  au point  $\mathbf{x}_k$ .

Si  $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$  est strictement positive, alors  $\phi(x)$  est strictement convexe. Son minimum sera donc atteint pour  $\nabla \phi(\mathbf{x}) = 0$  :

$$\nabla f(\mathbf{x}_k) + \nabla^2 f(\mathbf{x}_k) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = 0 \quad (\text{IV.19})$$

Ou encore:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (\text{IV.20})$$

L'algorithme de Newton revient donc à itérer sur cette dernière équation.

Cette méthode présente plusieurs inconvénients. Tout d'abord, si la matrice Hessienne n'est pas définie positive, il peut être observé soit une divergence de l'algorithme, soit une convergence vers un point qui ne sera pas un minimum mais un maximum local. Il est possible de remédier à ce problème en introduisant une étape de minimisation unidirectionnelle qui donnera :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \alpha_k [\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (\text{IV.21})$$

Dans laquelle le coefficient  $\alpha$  est calculé comme il a été vu précédemment.

Un autre inconvénient de cette méthode, qui lui est commun avec la méthode précédente, est qu'il est nécessaire de calculer les dérivées secondes et d'inverser la matrice Hessienne.

#### IV.2.1.3 Méthodes de quasi-Newton

Les méthodes de quasi-Newton sont des méthodes dérivées de la méthode de Newton mais elles ne nécessitent pas le calcul de la matrice *Hessienne*. Elles considèrent la matrice  $\mathbf{B}_k$  symétrique définie positive et qui est calculée à chaque itération. La suite  $(\mathbf{B}_k)$  constitue une approximation de  $[\mathbf{H}(x_k)]^{-1}$ . L'itération se fait maintenant sur l'équation suivante :

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k \mathbf{B}_k \nabla f(x_k) \quad (\text{IV.22})$$

La suite  $(\mathbf{B}_k)$  est donc mise à jour selon :

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \Delta_k \quad (\text{IV.23})$$

L'équation dite de quasi-Newton est la suivante :

$$\mathbf{B}_{k+1} \gamma_k = \delta_k \quad (\text{IV.24})$$

Avec :

$$\gamma_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \text{ et } \delta_k = x_{k+1} - x_k \quad (\text{IV.25})$$

Il existe plusieurs méthodes pour calculer l'itération  $\mathbf{B}_{k+1}$ , les deux algorithmes les plus utilisés étant celui de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) [Fle63] et celui de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [Bro70].

#### IV.2.1.3.1. Davidon-Fletcher-Powell

L'algorithme DFP d'actualisation de la matrice  $\mathbf{B}_k$  est :

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \begin{pmatrix} \delta_k \delta_k^T \\ \delta_k^T \gamma_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{B}_k \gamma_k \gamma_k^T \mathbf{B}_k \\ \gamma_k^T \mathbf{B}_k \gamma_k \end{pmatrix} \quad (\text{IV.26})$$

#### IV.2.1.3.2. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

La méthode BFGS utilisée pour l'actualisation de la matrice  $\mathbf{B}_k$  est :

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \begin{pmatrix} 1 + \frac{\gamma_k \mathbf{B}_k \gamma_k}{\delta_k^T \gamma_k} \\ \delta_k^T \gamma_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta_k \gamma_k^T \mathbf{B}_k + \mathbf{B}_k \gamma_k \delta_k^T \\ \delta_k^T \gamma_k \end{pmatrix} \quad (\text{IV.27})$$

L'algorithme de BFGS est reconnu comme l'un des plus efficaces et il est très fréquemment utilisé dans les domaines de la mise en forme où de l'identification de lois de comportement.

Il est d'autre part moins sensible à la recherche unidirectionnelle que l'algorithme de DFP.

### IV.2.1.4 Méthodes de Newton pour les problèmes de moindres carrés

#### IV.2.1.4.1. Gauss-Newton

La méthode des moindres carrés consiste à minimiser la somme  $\phi$  de carrés de fonctions  $f_i$  qu'on écrit de la façon suivante :

$$\phi(x) = \min \sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.28})$$

Avec  $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, m$  et  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  le vecteur des paramètres à modifier.

Pour appliquer la méthode de Newton au problème des moindres carrés, il faut calculer le gradient et le *Hessien*. Posons  $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_m]^T$ , la fonction coût considérée est  $\mathbf{F}$  telle que :

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.29})$$

Le  $j^{\text{ème}}$  composant de  $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x})$  est :

$$[\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x})]_j = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_j}(\mathbf{x}) = 2 \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.30})$$

La matrice *Jacobienne* sera donc de la forme :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.31})$$

Le gradient peut ainsi être écrit comme suit :

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}) = 2\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.32})$$

On calcule ensuite le *Hessien*. Le composant  $(k,j)$  est donné par :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial x_k \partial x_j}(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \right] = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ 2 \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \right] \quad (\text{IV.33a})$$

$$= 2 \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_k}(\mathbf{x}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) + f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_k \partial x_j}(\mathbf{x}) \right] \quad (\text{IV.33b})$$

Si on définit la matrice  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  ayant pour composant  $(k,j)$  :

$$f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_k \partial x_j}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.34})$$

Le *Hessien* peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = 2 \left[ \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}(\mathbf{x}) \right] \quad (\text{IV.35})$$

Par conséquent, en reprenant l'équation de la méthode de Newton (VI.20), on obtient la formulation de la méthode de Newton pour les moindres carrés :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[ \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}(\mathbf{x}) \right]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.36})$$

En général, les composantes de la matrice  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  sont suffisamment faibles pour être négligées puisqu'elles font apparaître la courbure des fonctions  $f_i$  qui doit être faible dans le voisinage de l'optimum et on obtient ainsi l'algorithme dit de Gauss-Newton :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[ \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) \right]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.37})$$

La matrice  $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})$  est appelée matrice de Gauss-Newton.

On supprime ainsi le calcul des dérivées secondes. Néanmoins, l'inconvénient de l'algorithme de Gauss-Newton est que la matrice  $\mathbf{G}(\mathbf{x})$  peut ne pas être définie positive.

#### IV.2.1.4.2. *Levenberg-Marquardt*

L'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de lever le problème rencontré avec l'algorithme de Gauss-Newton en introduisant le terme  $\lambda \mathbf{I}$ , avec  $\lambda$  un scalaire positif et  $\mathbf{I}$  est la matrice identité. On obtient ainsi le nouveau point par :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[ \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda_k \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{IV.38})$$

Une autre manière d'interpréter le terme  $\lambda \mathbf{I}$  est de le considérer comme une approximation de la matrice  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  provenant de l'algorithme de Newton (voir pages précédentes) [Cho01].

## IV.2.2. Les algorithmes génétiques

### IV.2.2.1 Historique et principe général

Les algorithmes génétiques appartiennent à une famille d'algorithmes appelés métaheuristiques. Les algorithmes génétiques utilisent la notion de sélection naturelle développée au XIX<sup>e</sup> siècle par le scientifique Darwin [Dar59] dans sa théorie sur l'évolution des espèces.

Historiquement, c'est John Holland [Hol75] de l'université du Michigan, en 1975, qui énonça le concept d'algorithmes génétiques (A.G.). C'est l'ouvrage de D.E. Goldberg [Gol89] en 1989 qui a fait connaître les algorithmes génétiques à la communauté scientifique internationale.

Selon Kalyanmoy Deb [Deb99] du Kânpur Genetic Algorithms Laboratory, les A.G. ont l'avantage de ne pas nécessiter de grands changements dans l'algorithme lorsque le problème change, de plus, les algorithmes utilisant le gradient sont plus rapides, mais ne convergent que dans le cas d'une fonction continue et dérivable sur l'intervalle étudié.

Dans la littérature [Cor06], [Ler95], [Val01], quatre caractéristiques accordées aux A.G. sont généralement rencontrées :

- Les A.G. utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux-mêmes.
- Les A.G. travaillent sur une population de points et non sur un point unique.
- Les A.G. utilisent les valeurs réelles de la fonction étudiée et non pas son gradient (ce qui permet de travailler sur des fonctions numériques par exemple).
- Les A.G. utilisent des règles de transitions probabilistes et non pas déterministes.

Il est nécessaire dans un premier temps d'introduire quelques définitions [Cor06] :

Individus, chromosomes ou séquence : Nous appelons un individu A de longueur  $l(A)$  une suite  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_l\}$ . Les valeurs  $a_i$ , que l'on appelle gène ou allèle, sont soit des bits c'est-à-dire  $\in \{0;1\}$ , soit des valeurs réelles  $\in \mathbf{P}$ , où  $\mathbf{P}$  est l'ensemble des paramètres.

"fonction objectif", fonction d'adaptation ou fonction de "fitness" F : La "fonction objectif" est la fonction que l'on cherche à minimiser (où à maximiser).

Fonction d'évaluation f : La fonction d'évaluation est la fonction qui donne les valeurs qui permettent d'obtenir la "fonction objectif". Cette fonction peut être égale à la "fonction objectif", mais ce n'est pas nécessairement le cas. Par exemple, si le but est de se rapprocher autant que possible d'une valeur  $f_0$  pour la "fonction objectif" F, on écrit :

$$F = \sqrt{(f - f_0)^2} \quad (\text{IV.39})$$

Ensuite, il reste à minimiser F. Il faut noter qu'il est possible d'avoir plusieurs fonctions objectifs. Les algorithmes sont dits dans ce cas multi-objectifs.

Sélection, croisement et mutation : Le cœur d'un A.G. est constitué d'un opérateur de sélection, d'un opérateur de croisement auquel est associée une probabilité de croisement, d'un opérateur de mutation auquel est associée une probabilité de mutation.

Par exemple : Si  $F_i$  est la valeur de la fonction d'adaptation pour un individu i, alors, la probabilité de sélection de l'individu i est donné par :

$$\frac{F_i}{\sum_{j=1}^N F_j} \quad (\text{IV.40})$$

Où N est le nombre d'individus par génération.

L'opérateur le plus répandu pour la sélection est l'opérateur dit de la roulette biaisée (voir Figure IV.2).

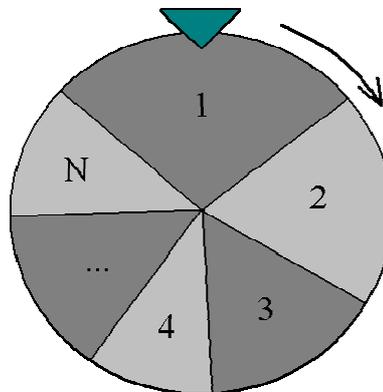


Figure IV.2 – Schéma de principe de la roulette biaisée

L'algorithme fait tourner N fois la roue. Après la sélection, il dispose donc d'un groupe de N individus appelé groupe de sélection.

L'algorithme applique ensuite l'opérateur de croisement sur ce groupe. Le croisement peut par exemple être schématisé comme suit : (ici dans le cas de variables binaires)

Parent 1 :	0	1		0	1	0
Parent 2 :	1	0		1	0	1
Enfant 1 :	0	1		1	0	1
Enfant 2 :	1	0		0	1	0

Le site de croisement est d'abord choisi, ensuite il faut échanger les allèles des parents pour obtenir les enfants.

Si une probabilité de croisement  $p_c$  est utilisée, alors,  $100 \times p_c \%$  des individus sélectionnés sont utilisés pour la reproduction et  $100 \times (1 - p_c) \%$  ne sont pas utilisés pour le croisement.

A ce stade, l'algorithme possède quasiment la génération suivante, il lui reste à appliquer l'opérateur de mutation. Cet opérateur revient en fait à appliquer aux nouveaux individus une probabilité de mutation  $p_m$  petite.

La mutation permet de préserver la diversité dans la population et évite en particulier à l'A.G. de converger vers un optimum local. La Figure IV.3 montre l'évolution du meilleur individu (courbe bleue), du plus mauvais (courbe rouge) et de la valeur moyenne des individus de toute la population (courbe verte) pour un algorithme génétique dans le cas d'une traction simple sur une pièce de sécurité (ici NSGA - voir §IV.3) pour lequel nous avons fixé la probabilité de mutation à 0.

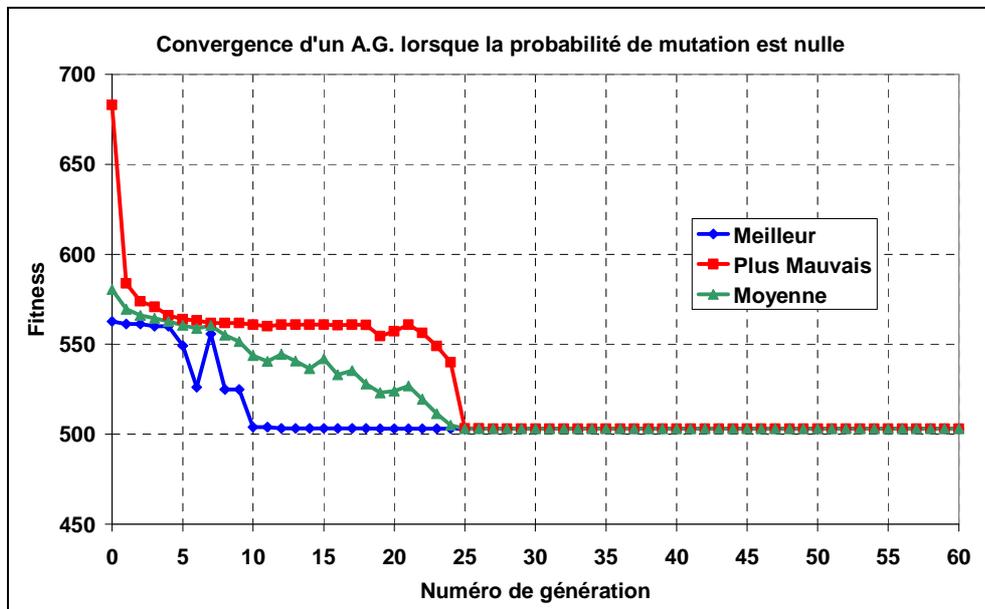


Figure IV.3 - Effet d'une probabilité de mutation nulle sur la convergence d'un A.G.

Il est clairement mis en évidence ici que dès la 25<sup>ème</sup> génération, l'ensemble des individus est constitué de "jumeaux". En effet, le plus mauvais individu est aussi bon que le meilleur, il n'y a en fait qu'un seul est même individu dans toute la population.

C. Corre [Cor06] résume ce processus de la façon suivante :

**Opérateur de sélection** : sélectionne des chaînes bien adaptées.

**Opérateur de croisement** : recombine de "bonnes" sous-chaînes pour générer si possible de meilleures chaînes.

**Opérateur de mutation** : modifie localement une chaîne pour générer éventuellement une meilleure chaîne.

La figure IV.4 résume le fonctionnement global d'un A.G.

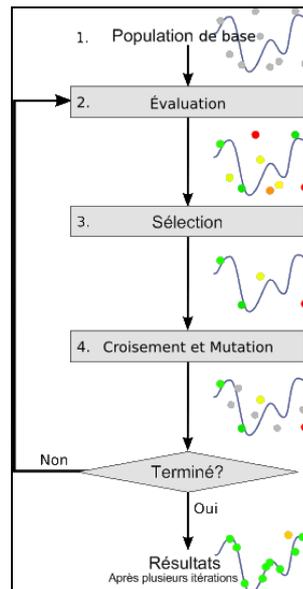


Figure IV.4 – Schématisation globale d'un A.G. [Web03]

Un grand nombre d'améliorations ont été apportées au schéma des algorithmes génétiques lors de leur utilisation. Il convient ici de citer les principales.

Tout d'abord, il est possible d'améliorer l'opérateur de sélection. Cet opérateur doit en effet être réalisé avec un certain équilibre. En effet, si la sélection est trop forte, l'A.G. risque de converger prématurément vers un optimum local. D'autre part, si la sélection n'est pas assez forte, il est possible de perdre la propriété de convergence de l'algorithme. Plus d'informations pourront être trouvées concernant les premières améliorations apportées à cet opérateur dans les thèses de doctorat de De Jong [Dej75] et de Brindle [Bri81].

Il est à noter que Brindle a introduit la notion d'élitisme, qui consiste à conserver une version "originale", c'est-à-dire sans croisement du meilleur individu à chaque génération.

Nous pouvons également citer comme méthode d'amélioration du processus de sélection :

Echantillonnage déterministe : Le nombre de copies attendues est calculé avec la probabilité  $f_i / f_{tot}$ .

Echantillonnage stochastique avec ou sans remplacement : Sélection par roue de loterie, avec remplacement signifie que l'individu sélectionné est de nouveau disponible au lancer suivant.

Echantillonnage stochastique de la partie restante avec ou sans remplacement : La probabilité de croisement de chaque individu est d'abord calculée, puis une sélection par roue de loterie en utilisant ces probabilités (voir plus haut) est effectuée.

Tournoi stochastique : L'algorithme tire deux individus avec le principe précédent et ne garde que le meilleur des deux pour le croisement.

Il est également envisageable d'améliorer la fonction d'adaptation elle-même. Le problème est le suivant : il est possible d'observer une convergence prématurée due à un écart trop faible entre la valeur moyenne et le meilleur individu. C'est le problème de la convergence vers un optimum local. Pour remédier à ce problème, la fonction d'adaptation (notée  $f$  ici) peut être ramenée à une fonction légèrement différente de la forme :

$$f' = af + b \quad (\text{IV.41})$$

On parle alors de *mise à l'échelle de la fonction d'adaptation*. La moyenne de  $f'$  doit être égale à la moyenne de la fonction originale  $f$ . De cette façon, tous les individus qui ont une valeur d'adaptation au moins égale à la valeur de l'adaptation moyenne, se retrouveront au moins une fois en copie dans la génération suivante. Le nombre de descendants du meilleur individu est validé en choisissant la transformation de façon à avoir :  $f'_{\max} = Cf_{\text{moy}}$  avec  $C$ , le nombre de copies souhaitées pour le meilleur individu.

Toutes ces contraintes imposées sur la fonction d'adaptation peuvent se traduire par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a \sum_j f_j + Nb}{N} = \frac{\sum_j f_j}{N} = f_{\text{moy}} \\ a \cdot f_{\max} + b = Cf_{\text{moy}} \end{array} \right. \quad \text{soit} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \cdot f_{\text{moy}} + b = f_{\text{moy}} \\ a \cdot f_{\max} + b = Cf_{\text{moy}} \end{array} \right. \quad (\text{IV.42})$$

On obtient donc :

$$\boxed{a = \frac{(C-1)f_{\text{moy}}}{f_{\max} - f_{\text{moy}}}, b = \frac{f_{\text{moy}}(f_{\max} - Cf_{\text{moy}})}{f_{\max} - f_{\text{moy}}}} \quad (\text{IV.43})$$

Il faut néanmoins faire attention, car il est possible d'obtenir une valeur de la fonction transformée  $f'$  qui va devenir négative. C'est notamment le cas lorsque des individus ont une valeur d'adaptation très inférieure à la valeur moyenne.

En remarquant que  $f'$  devient négative si :  $af_{\min} + b < 0$ , ce qui équivaut à :

$$f_{\min} < \frac{Cf_{\text{moy}} - f_{\max}}{C-1} \quad (\text{IV.44})$$

Les constantes  $a$  et  $b$  sont modifiées de façon à obtenir :  $f'_{\text{moy}} = f_{\text{moy}}$  et  $f'_{\min} = 0$ .

Ce qui conduit aux valeurs suivantes de  $a$  et  $b$  :

$$a = \frac{f_{moy}}{f_{moy} - f_{min}}, b = \frac{-f_{min} f_{moy}}{f_{moy} - f_{min}} \quad (IV.45)$$

Un problème peut également apparaître lorsqu'il existe plusieurs optima. En effet, l'algorithme va converger vers l'un des optima, mais ne verra pas les autres. Pour remédier à ce problème, Goldberg et Richardson [Gol87] ont introduit la notion de partage. La définition est la suivante : "*La valeur d'adaptation d'un individu est dégradée en la partageant entre cet individu et ses proches voisins*".

En pratique, lorsque des individus se regroupent autour d'un optimum, ils contribuent les uns les autres à réduire leur valeur d'adaptation. Le fait de réduire leur fonction d'adaptation évite "*d'attirer*" les autres individus vers cet optimum. En effet, puisque leur adaptation est limitée, le nombre de copies de ces individus qui sera gardé pour le croisement est réduit. Ainsi, d'autres individus peuvent aller vers les autres optima. Il est nécessaire de définir une notion de distance entre individus.

Par exemple, la distance de Hamming est fréquemment utilisée, elle représente le nombre de bits (dans le cas d'un codage binaire des paramètres) qui diffère entre deux individus.

Une fonction de partage  $sh(dist)$  est ensuite utilisée. Elle évalue le fait que deux individus doivent ou non être considérés en état de partager leur adaptation. Cette fonction a les caractéristiques suivantes :

$$0 \leq sh(dist) \leq 1 \quad \forall dist ; sh(0) = 1 \text{ et } \lim_{dist \rightarrow \infty} sh(dist) = 0 \quad (IV.46)$$

On a :

$$sh(dist) \begin{cases} 1 - \left(\frac{dist}{\sigma}\right)^\alpha & \text{si } dist < \sigma \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (IV.47)$$

$\sigma$  et  $\alpha$  sont des paramètres réglables (au même titre que la probabilité de croisement ou de mutation).

On définit ensuite une fonction d'adaptation après partage  $f_i^p$  qui s'écrit :

$$f_i^p = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N sh(d(i, j))} \quad (IV.48)$$

Avec  $d(i, j)$  la distance de Hamming entre les individus  $i$  et  $j$ .

Le principe du partage peut être interprété de la façon suivante :

$\sigma$  désigne le "rayon" de la sphère de partage (encore appelée "*niche écologique*"). Si l'individu  $i$  est le seul dans cette niche écologique, alors le compteur de niche  $m_i$  est tel que :

$$m_i = \sum_{j=1}^N sh(d(i, j)) = 1 \text{ et } f_i^p = f_i \text{ (pas de changement sur la fonction d'adaptation)}$$

Si l'individu  $i$  n'est pas seul dans ce cas,  $f_i$  est diminuée en fonction du nombre et de la proximité des voisins de l'individu  $i$ . Le rayon de la niche  $\sigma$  dépend alors du problème traité.

Dans le cas d'un codage réel des paramètres, Deb et Goldberg [Deb89] donnent comme distance la valeur :

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{p=1}^P \left( \frac{x_p^{(i)} - x_p^{(j)}}{x_p^u - x_p^l} \right)^2} \quad (\text{IV.49})$$

Dans cette formule,  $P$  est le nombre de paramètres du problème et  $x_p^u, x_p^l$  sont les bornes de variation supérieure (upper) et inférieure (lower) de la variable  $x_p$  qui prend la valeur  $x_p^{(i)}$  pour l'individu  $i$ . De plus, Deb et Goldberg suggèrent d'utiliser comme rayon :

$$\sigma = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{10} \right)^{1/P} \quad (\text{IV.50})$$

Il est également possible d'utiliser une distance normalisée :

$$\Delta_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sigma} = \frac{1}{P} \sqrt{\sum_{p=1}^P \left( \frac{x_p^{(i)} - x_p^{(j)}}{x_p^u - x_p^l} \right)^2} \in [0,1] \quad (\text{IV.51})$$

On utilisera alors :  $sh(\Delta) = 1 - \Delta^n$

Aujourd'hui, les A.G. sont utilisés dans des domaines très variés. Ils sont utilisés en économie [Val01], en géologie, en aéronautique et dans tous les domaines qui font appel à l'optimisation de forme comme l'automobile.

#### IV.2.2.2 Optimisation multi-objectifs. Front de Pareto :

Définition du front de Pareto :

Dans le cas d'une optimisation multi-objectifs, nous ne représentons plus la fonction objectif en fonction du numéro de génération, mais nous représentons l'espace des solutions. Par exemple, si nous avons deux "fonctions objectifs"  $y_1$  et  $y_2$ , il convient de tracer  $y_2 = f(y_1)$ .

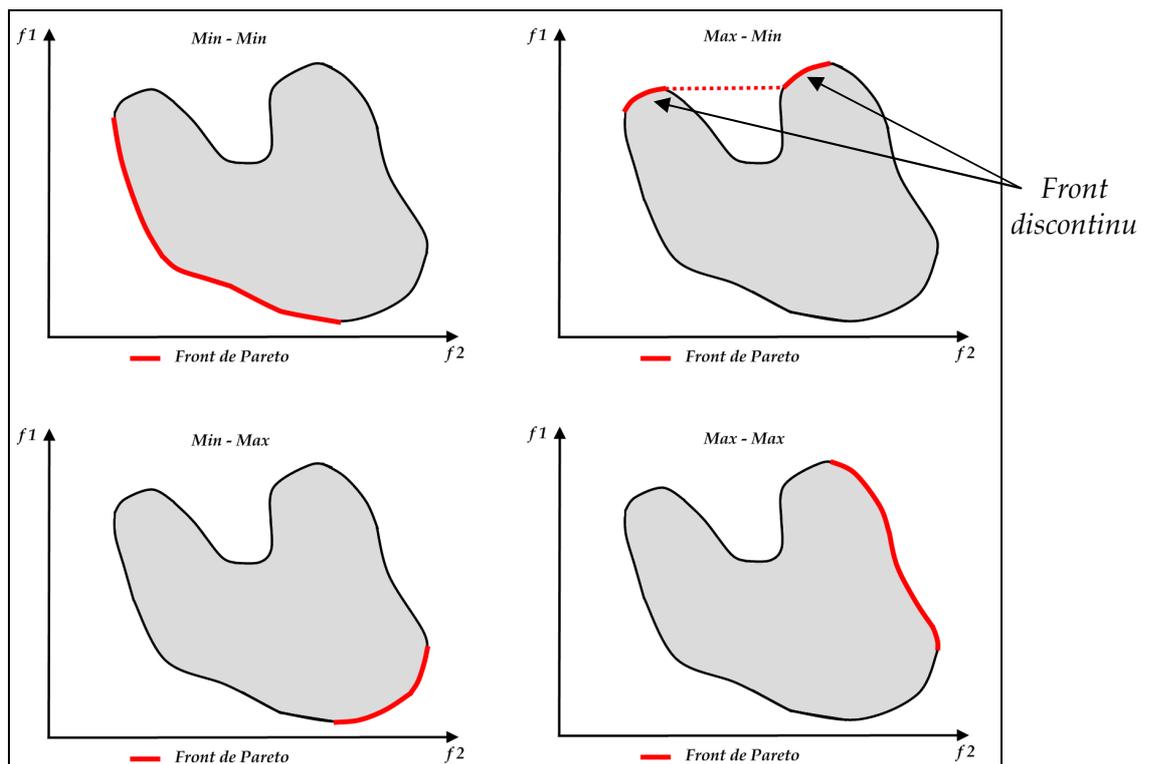
Il est ainsi possible d'observer dans ce cas les positions des individus dans l'espace des solutions. En considérant les individus non dominés, c'est-à-dire les individus pour lesquels il n'existe pas d'individu qui soit à la fois meilleur pour  $y_1$  et pour  $y_2$ , nous constituons le front de Pareto (Figure IV.5).

Définition [Cor06] :

Si pour tout membre  $x$  d'un ensemble  $P$ , il n'existe aucune solution  $y$  dans un voisinage de  $x$  (tel que  $\|x - y\| \leq \varepsilon$ , où  $\varepsilon$  est un petit nombre positif) qui domine un membre quelconque de  $P$ , alors, les solutions de  $P$  forment un ensemble de Pareto.

Une fonction ne peut être améliorée sans dégrader l'autre en évoluant sur le front.

L'illustration suivante (Figure IV.5) montre différents types de fronts de Pareto qu'il est possible de rencontrer :



### IV.2.2.3 Intérêts et inconvénients des algorithmes génétiques

Le grand intérêt des algorithmes génétiques réside dans le fait qu'ils ne nécessitent pas le calcul de dérivées premières ou secondes. D'autre part, il n'est pas indispensable de normaliser les paramètres d'entrée et les *fonctions coûts* de sortie comme pour des algorithmes utilisant le gradient. Un autre avantage est qu'ils convergent vers un optimum global.

Ceci nous conduit à introduire le premier inconvénient. En effet, si l'optimum est global, il est impossible avec un algorithme génétique d'être absolument sûr qu'il s'agisse exactement de l'optimum. Il est possible de n'être qu'au voisinage de celui-ci. D'autre part, comme illustré sur la Figure IV.5, dans le cas d'un espace des solutions non convexe, le front de Pareto sera discontinu. Enfin, le grand désavantage de travailler avec un algorithme génétique est qu'il demande toujours plus d'évaluations de la fonction coût qu'un algorithme classique.

## IV.2.3. Les réseaux de neurones artificiels (RNA)

### IV.2.3.1 Historique et principe général

#### Historique :

Le concept de réseaux de neurones artificiels est apparu en 1943 lorsque J. Mc Culloch et W. Pitts montrent que des réseaux de neurones formels simples peuvent réaliser des fonctions booléennes. En 1949, D. Hebb [Heb49], présente une règle d'apprentissage qui inspire encore aujourd'hui beaucoup de modèles. En 1958, F. Rosenblatt développe le Perceptron [Ros58]. Il s'agit d'un modèle à deux couches, une pour la perception et l'autre

pour la prise de décision. Le Perceptron constitue le premier système artificiel capable d'apprendre par expérience et il sera décrit un peu plus loin. C'est également à cette époque que B. Widrow et M.E. Hoff [Wid60] proposent un autre modèle, le concept ADALINE (ADaptative LINear Element). Ce modèle est à la base de la rétro-programmation très utilisée aujourd'hui dans les Perceptrons multicouches.

Chose inhabituelle, tout ce travail est remis en question en 1969 par M. Minsky et S. Papert qui publient un ouvrage critique sur le Perceptron. Ils exposent notamment les limites du modèle, concernant les problèmes non linéaires. Il est en effet impossible à l'époque de traiter des problèmes non linéaires avec un Perceptron. Même si ces limitations étaient connues, l'impact est catastrophique, puisque tous les financements ou presque sont supprimés pour ces recherches. Seuls quelques irréductibles comme S. Grossberg [Gros73] et T. Kohonen [Koh84] continuent leurs recherches sur le sujet.

En 1972, Kohonen expose ses travaux sur les mémoires associatives et propose des applications à la reconnaissance de formes. Mais c'est en 1982 que le renouveau arrive avec J.J. Hopfield [Hop82]. Ce physicien de renom écrit un article sur un réseau de neurones complètement rebouclé, dont il analyse la dynamique. Ce modèle est encore très utilisé aujourd'hui. Notons que pour autant, il ne lève pas les limitations du modèle du Perceptron.

En 1983, la machine de Boltzmann est le premier modèle connu apte à traiter de manière satisfaisante les limitations du Perceptron. En 1985, c'est l'arrivée de la rétro-programmation qui permet de décomposer un problème non linéaire en une suite d'étapes linéairement séparables.

Définition et principe :

Les réseaux de neurones sont composés de neurones fonctionnant en parallèle. Ces neurones sont inspirés du système nerveux biologique. Comme dans la nature, le fonctionnement du réseau est fortement influencé par la connexion des neurones entre eux. Il est possible d'entraîner un réseau de neurones pour une tâche spécifique (reconnaissance de caractères par exemple) en ajustant les valeurs des connexions (ou poids) entre les éléments (neurones). La Figure IV.6 représente un neurone simple avec le vecteur des entrées  $\mathbf{p}$ , le vecteur des poids  $\mathbf{W}$ , le biais associé au neurone  $b$ , la fonction de transfert  $f$  et enfin la sortie  $a$ .

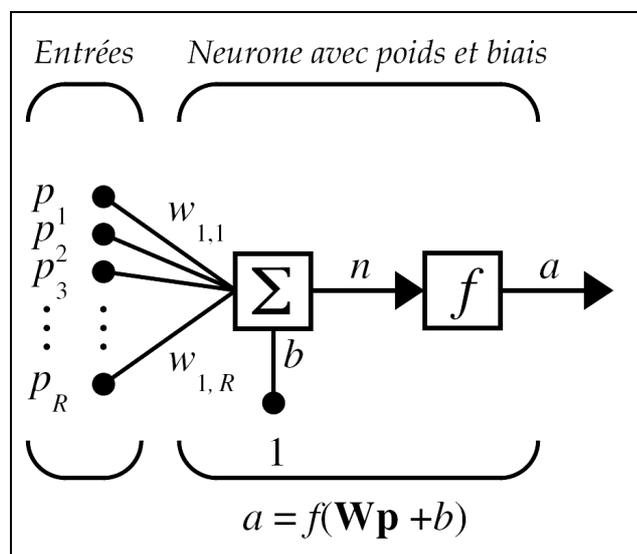


Figure IV.6 – Schéma d'un neurone unique [Mat07]

Pour le neurone de la Figure IV.6, nous avons :

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_R]^T \text{ et } \mathbf{w} = [w_{1,1}, w_{1,2}, \dots, w_{1,R}] \quad (\text{IV.52})$$

$$n = w_{1,1}p_1 + w_{1,2}p_2 + \dots + w_{1,R}p_R + b = \mathbf{Wp} + b \quad (\text{IV.53})$$

La sortie  $a$  est alors de la forme :

$$a = f(n) \quad (\text{IV.54})$$

Une couche de neurones peut être représentée par le schéma et la relation de la figure IV.7 ci-dessous :

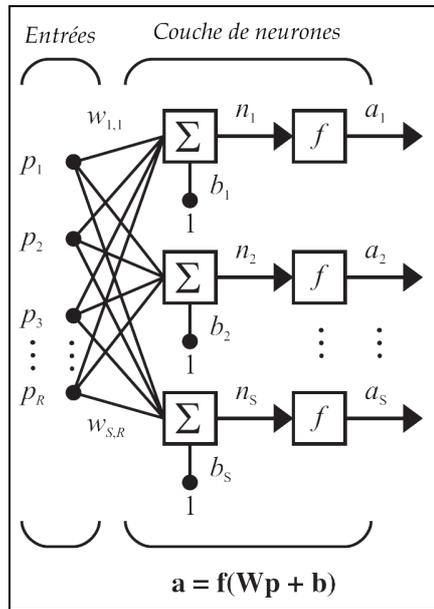


Fig. IV.7 – Schéma d'une couche de neurones [Mat07]

Et dans le cas d'un réseau complet avec de multiples couches, la généralisation du schéma et de la relation précédents conduit à la représentation de la figure IV.8 :

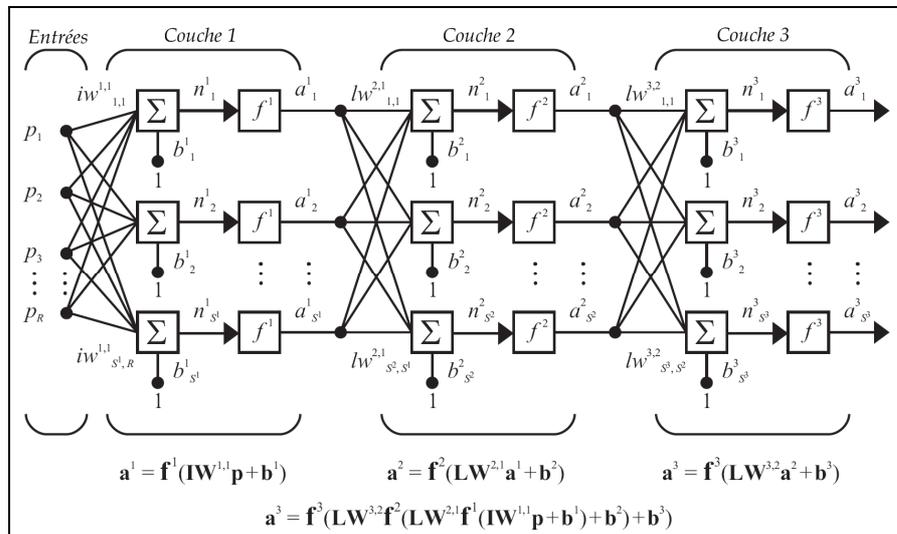


Figure IV.8 – Schéma d'un réseau multicouche [Mat07]

Les fonctions de transfert déterminent la valeur de l'état du neurone qui sera transmise aux neurones aval. Il existe de nombreuses fonctions de transfert possibles, les plus utilisées sont présentées sur la Figure IV.9. Elles peuvent prendre une infinité de valeurs comprises dans l'intervalle [-1; +1].

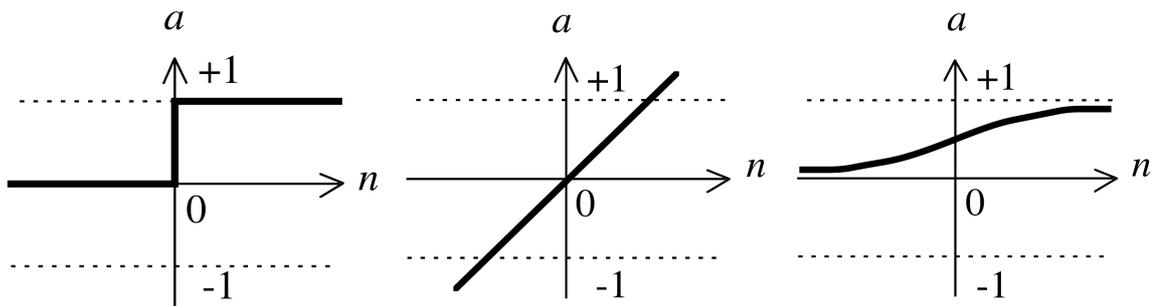


Figure IV.9 – Fonctions de transfert les plus utilisées pour un réseau de neurones [Mat07]

(a) : fonction seuil, (b) : linéaire, (c) : tangente sigmoïde

### IV.2.3.2 Règles d'apprentissage

Plusieurs règles ont été proposées pour rendre compte de l'apprentissage d'un réseau. La plus connue découle de la remarque d'un neurophysiologiste, Donald Hebb.

La loi d'apprentissage de Hebb [Heb49] : "Si deux cellules sont activées en même temps alors la force de la connexion augmente".

On peut, dans le cadre des réseaux de neurones artificiels, énoncer cette règle de la façon suivante [Par04] :

- 1) Si deux neurones de part et d'autre d'une connexion sont activés simultanément, alors la force de cette connexion doit être augmentée
- 2) De la même manière, si les deux neurones sont activés alternativement (de façon asynchrone), la force de la connexion doit être revue à la baisse.

M. Parizeau propose dans son cours [Par04] un certain nombre de propriétés qui découlent de cette règle :

- Les modifications apportées à une synapse de type "Hebbien" (la connexion) dépendent du moment exact des activités pré- et post-synaptiques. Il existe donc une dépendance temporelle à ces modifications
- Le fait même de définir l'emplacement d'un neurone par rapport à un autre pour l'activation induit une dépendance spatiale
- Il faut définir une propriété d'interaction de part et d'autre de la synapse

Mathématiquement, la règle de Hebb peut s'énoncer de la façon suivante :

$$\Delta \mathbf{w}(t-1) = \eta \mathbf{p}(t) \mathbf{a}(t) \quad (\text{IV.55})$$

Avec  $\Delta \mathbf{w}(t-1) = \mathbf{w}(t) - \mathbf{w}(t-1)$ .  $\eta$  est une constante positive qui va caractériser la vitesse de l'apprentissage. Cette règle présente l'inconvénient de pouvoir laisser les poids augmenter de façon exponentielle dans le cas où l'entrée et la sortie restent constantes. Pour éviter ce problème, il peut être défini la règle de Hebb *avec oubli* en ajoutant à l'expression précédente un facteur représentant une fraction de la valeur précédente du poids.

Cette règle se présente de la façon suivante :

$$\Delta \mathbf{w}(t-1) = \eta \mathbf{p}(t) a(t) - \alpha \mathbf{w}(t-1) \text{ avec } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (\text{IV.56})$$

Cette règle présente néanmoins l'inconvénient de pouvoir oublier totalement une connexion si les stimuli d'entrée ne sont pas répétés suffisamment souvent. Pour pallier ce problème il est possible d'imposer une vitesse d'oubli égale à celle d'apprentissage, soit  $\alpha = \eta$ . La règle obtenue est dite règle "Instar" :

$$\Delta \mathbf{w}(t-1) = \eta a(t) [\mathbf{p}(t) - \mathbf{w}(t-1)] \quad (\text{IV.57})$$

L'apprentissage compétitif :

Il s'agit ici de mettre en compétition les neurones d'un réseau et de déterminer un vainqueur qui verra son poids augmenter. Cela se traduit de la manière suivante :

$$\Delta \mathbf{w} = \begin{cases} \eta (\mathbf{p} - \mathbf{w}) & \text{si le neurone est le vainqueur} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.58})$$

Avec  $0 < \eta < 1$ .

Des réseaux un peu plus élaborés définissent un terme de voisinage. Ainsi, non plus seulement le vainqueur se verra attribuer une augmentation de son poids, mais également ses voisins proches. Dans ce cas, nous avons :

$$\Delta \mathbf{w} = \begin{cases} \eta_1 (\mathbf{p} - \mathbf{w}) & \text{si il s'agit du vainqueur} \\ \eta_2 (\mathbf{p} - \mathbf{w}) & \text{si il s'agit d'un voisin du vainqueur} \\ 0 & \text{dans tout les autres cas} \end{cases} \quad (\text{IV.59})$$

Avec  $1 > \eta_1 > \eta_2 > 0$

L'apprentissage supervisé :

Dans le cas de l'apprentissage supervisé, il faut fournir au réseau ce que M. Parizeau [Par04] appelle un "professeur" qui donne comme réponse à un vecteur  $\mathbf{p}(t)$  donné en entrée, un vecteur de sortie  $\mathbf{d}(t)$  dont les composantes sont considérées comme des valeurs de références. Le même vecteur  $\mathbf{p}(t)$  est présenté au système, qui est modifié en tenant compte de l'erreur  $\mathbf{e}(t)$  entre la sortie qu'il propose  $\mathbf{a}(t)$  et la sortie donnée par le professeur  $\mathbf{d}(t)$ .

On dit ainsi que le système "apprend" du "professeur". La Figure IV.10 expose le principe de l'apprentissage supervisé.

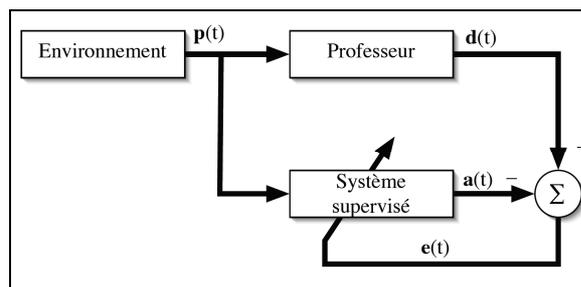


Figure IV.10 - Schéma de principe de l'apprentissage supervisé [Par04]

L'apprentissage non supervisé :

Dans le cas de l'apprentissage non supervisé, le système ne dispose que des valeurs d'entrées. Les stimuli provoquent une auto adaptation du réseau qui développe ainsi une habileté à représenter ces stimuli. Le réseau peut ainsi créer des classes de stimuli similaires.

Le perceptron :

Le Perceptron simple est constitué d'une seule couche de S neurones. Le vecteur des entrées  $\mathbf{p}$  possède R composantes. Ainsi, la matrice des poids  $\mathbf{W}$  aura pour dimensions  $S \times R$  et le vecteur des biais  $\mathbf{b}$  aura pour dimension S. Le vecteur des sorties aura quand à lui la dimension S. La fonction de transfert utilisée est la fonction seuil. Le schéma de principe d'un tel réseau est exposé sur la Figure IV.11.

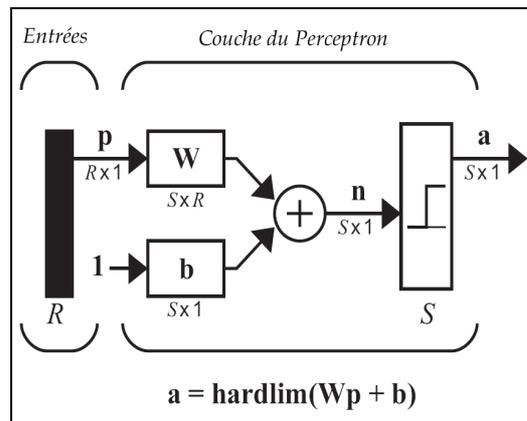


Figure IV.11 - Schéma de principe du perceptron simple [Mat07].

Les valeurs  $a_i$  du vecteur de sortie  $\mathbf{a}$  suivront l'équation suivante :

$$a_i = \begin{cases} 1 & \text{si } n_i \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.60})$$

L'état binaire de la sortie implique une frontière de séparation dans l'espace des entrées. En effet, suivant que les stimuli seront d'un côté où de l'autre de cette frontière, la valeur de sortie leur correspondant sera 0 ou 1. Pour l'apprentissage du réseau, un vecteur d'erreurs  $\mathbf{e}$  sera défini par :  $\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{a}$ , où  $\mathbf{d}$  est le vecteur des sorties désirées. Il s'agit par conséquent d'un cas d'apprentissage supervisé. La modification des poids et des biais s'effectue de la façon suivante :

$$\Delta \mathbf{W} = \mathbf{e} \mathbf{p}^T \quad (\text{IV.61})$$

$$\Delta \mathbf{b} = \mathbf{e} \quad (\text{IV.62})$$

La règle LMS :

La règle LMS pour Least Mean Square (Moindres Carrés Moyen) consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre les sorties désirées et les sorties obtenues. En utilisant un algorithme de descente du gradient (voir méthode de la plus forte pente IV.2.1.1.1), nous obtenons une modification des poids et des biais en fonction de l'erreur et des entrées dont l'écriture est donnée par les équations IV.63 et IV.64.

$$\Delta \mathbf{W}(t) = 2\alpha \mathbf{e}(t) \mathbf{p}^T(t) \quad (\text{IV.63})$$

$$\Delta \mathbf{b}(t) = 2\alpha \mathbf{e}(t) \quad (\text{IV.64})$$

$\alpha$  est le pas de descente vu précédemment.

### IV.2.3.3 Rétropropagation

Le principe de la rétropropagation (ou backpropagation en anglais) est de dire que puisqu'il n'est pas possible de comparer l'erreur des neurones des couches cachées avec des valeurs d'erreurs cibles, puisqu'elles sont inconnues, une part de l'erreur globale du réseau sera attribuée à chacun des neurones à posteriori en fonction du poids et de la valeur du biais de chacun des neurones.

La rétropropagation est en fait une généralisation de la règle LMS à l'ensemble du réseau. Il s'agit ici encore d'une méthode d'apprentissage supervisé.

En considérant le vecteur de sortie d'une couche  $k$  dans un réseau multi couches de type Perceptron, nous obtenons :

$$\mathbf{a}^k = \mathbf{f}^k (\mathbf{W}^k \mathbf{a}^{k-1} + \mathbf{b}^k), \text{ pour } k = 1, \dots, M \quad (\text{IV.65})$$

Le vecteur  $\mathbf{f}$  correspond aux fonctions de transfert des neurones de la couche  $k$  (voir Figure IV.7). En utilisant la méthode de descente du gradient, il vient :

$$\Delta \mathbf{W}^k(t) = -\alpha \mathbf{s}^k(t) (\mathbf{a}^{k-1})^T(t) \quad (\text{IV.66})$$

$$\Delta \mathbf{b}^k(t) = -\alpha \mathbf{s}^k(t) \quad (\text{IV.67})$$

$\mathbf{s}^k$  est le vecteur de sensibilité à l'erreur globale affectée aux neurones de la couche  $k$ . Il s'écrit :

$$\mathbf{s}^k = \dot{\mathbf{F}}^k(\mathbf{n}^k) (\mathbf{W}^{k+1})^T \mathbf{s}^{k+1} \quad (\text{IV.68})$$

Avec :

$$n_i^k = \sum_{j=1}^{S^{k-1}} w_{i,j}^k a_j^{k-1} + b_i^k \quad (\text{IV.69})$$

Et :

$$\dot{\mathbf{F}}^k(\mathbf{n}^k) = \begin{pmatrix} \dot{f}^k(n_1^k) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dot{f}^k(n_2^k) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dot{f}^k(n_{S^k}^k) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.70})$$

Le momentum :

Un terme appelé "momentum" peut être ajouté pour améliorer la qualité et la vitesse de la convergence. En le notant  $\eta$ , tel que  $0 \leq \eta \leq 1$ , on écrit :

$$\Delta \mathbf{W}^k(t) = \eta \Delta \mathbf{W}^k(t-1) - (1-\eta) \alpha \mathbf{s}^k(t) (\mathbf{a}^{k-1})^T(t) \quad (\text{IV.71})$$

$$\Delta \mathbf{b}^k(t) = \eta \Delta \mathbf{b}^k(t-1) - (1-\eta) \alpha \mathbf{s}^k(t) \quad (\text{IV.72})$$

Le terme de "momentum" revient à conserver un pourcentage du pas précédent.

Le taux d'apprentissage adaptatif :

Une autre amélioration est de considérer non plus un taux d'apprentissage  $\eta$  fixe, mais variable au cours des itérations.

**IV.2.3.4 Possibilités et limitations**

Les réseaux de neurones peuvent s'avérer très intéressants dans notre cas puisqu'ils pourraient pallier l'inconvénient majeur des algorithmes génétiques qui est le temps global de calcul dû au grand nombre d'évaluations des "fonctions objectifs". En effet dans nos études, l'évaluation va consister en un calcul par la méthode des éléments finis, ce qui en terme de temps de calcul alourdit grandement l'inconvénient des algorithmes génétiques. Les réseaux de neurones pourront ainsi prendre le relais de ces simulations numériques après un nombre suffisant de générations pour leur entraînement.

Les limitations se situent au niveau de la très grande non linéarité des résultats des calculs éléments finis au regard des paramètres d'entrées qui seront les paramètres de forme de la pièce et les paramètres des procédés d'élaboration.

**IV.2.4. Les surfaces de réponses**

Une autre méthode permettant d'approximer la valeur d'une fonction non linéaire fréquemment utilisée est la méthode des surfaces de réponse. Il s'agit en fait de représenter la fonction par un système polynomial du type :

$$y(x) = a_0 + \sum_{i=0}^N a_i x_i + \sum_{i < j}^N a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=0}^N a_{ii} x_i^2 + \dots \quad (\text{IV.73})$$

Avec  $y(x)$  la fonction à approximer,  $a = [a_0, a_1, \dots]$  représente le vecteur des coefficients appliqués à chaque terme, pour  $N$  variables  $x_i$  ( $i=1, \dots, N$ ).

Les surfaces de réponse sont en générale associées avec des plans d'expériences spécifiques qui permettent d'obtenir les valeurs de  $y(x)$  nécessaire à la résolution du système.

Dans notre cas, l'idée est d'utiliser les réponses de l'algorithme génétique pour résoudre ce système.

L'inconvénient principal dans notre cas, sera le très grand nombre de coefficients à identifier qui augmentera très vite en fonction du nombre de paramètres de l'étude et de l'ordre de l'approximation polynomiale.

### IV.3. Choix des méthodes utilisées

Dans cette partie, nous avons cherché en les testant sur des cas simples, quels étaient les algorithmes les mieux appropriés à l'optimisation des ferrures d'ancrage de ceintures de sécurité automobile. Cette optimisation concerne à la fois la forme des pièces et les caractéristiques des outillages mis en œuvre pour leur mise en forme sur presse.

#### IV.3.1. Choix d'un algorithme génétique approprié

Les algorithmes testés ici proviennent pour trois d'entre eux du laboratoire KanGAL à Kânpur et ont été développés par le professeur K. Deb.

Le premier est un algorithme génétique simple dans le sens où il ne permet pas d'optimisation multi-objectifs. Les dernières modifications apportées par l'auteur sur la version utilisée datent de novembre 2001. Il n'adopte pas le processus d'élitisme qui consiste à conserver le meilleur individu dans sa version originale sans le croiser au cours du changement de génération.

Le second algorithme est un algorithme multi-objectifs reconnu : NSGA qui signifie Non-dominated Sorting Genetic Algorithm. Également développé par le professeur K. Deb, les dernières modifications pour cet algorithme datent de 1998. Cet algorithme n'utilise pas de système élitiste.

Le troisième algorithme et dernier provenant de KanGAL, est l'évolution de NSGA, à savoir NSGA-2 [Deb00]. Cet algorithme est multi-objectifs et prend en compte un système élitiste. Les dernières modifications pour la version utilisée datent de juin 2005. De nombreuses publications dans des domaines très divers présentent des applications de l'algorithme NSGA-2 [Aga07], [Fer06], [Ati06].

Ces trois algorithmes ont été comparés entre eux et avec l'algorithme génétique implémenté dans MatLab. Il s'agit de la fonction "ga()" pour l'algorithme mono-objectif et de la fonction "gamultiobj()" pour l'algorithme multi-objectifs.

##### IV.3.1.1 Comparaison sur un cas de traction simple

###### Modèle utilisé :

Un modèle de traction simple sur la ferrure de ceinture de sécurité a été utilisé pour comparer ces différents algorithmes tout d'abord dans le cas d'une optimisation mono-objectif, puis dans le cas d'une optimisation multi-objectifs.

Le modèle numérique est représenté par une demi-pièce non pliée. Des conditions aux limites de symétrie sont donc imposées sur les faces découpées (voir Figure IV.12).

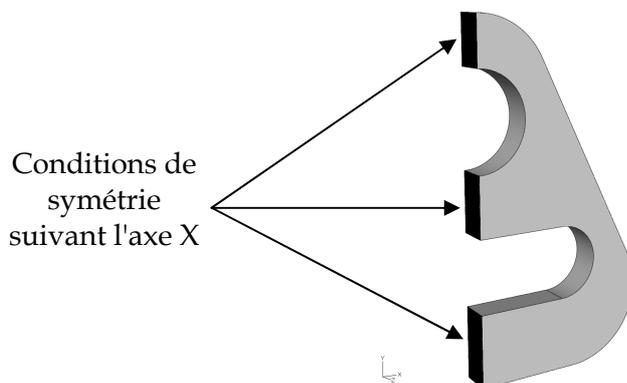


Figure IV.12 – Conditions de symétrie sur la demi-pièce

D'autre part, l'intérieur du trou de fixation a été complètement encastré de manière à maintenir la pièce lors du chargement (voir Figure IV.13).

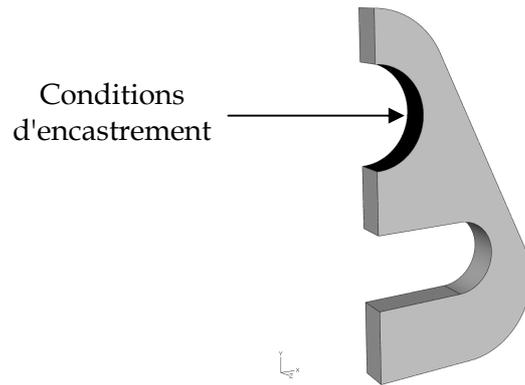


Figure IV.13 - Conditions d'encastrement du trou de fixation

Ensuite, une pression est appliquée à l'intérieur du trou oblong de telle sorte que la demi-pièce subisse un chargement en traction :

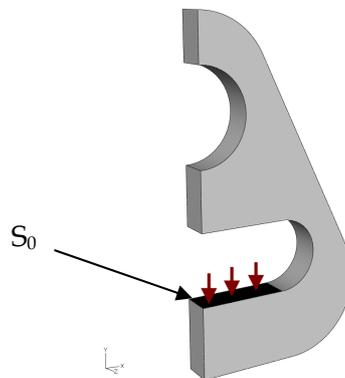


Figure IV.14 - Chargement appliqué sur la demi-pièce

La pression appliquée  $p_0$  est de 120 MPa sur la surface  $S_0$  de la pièce initiale qui est de  $4 \times 12 = 48 \text{ mm}^2$ . La pièce initiale est une pièce ayant les dimensions de la pièce réalisée aujourd'hui par l'entreprise DEVILLÉ. La loi de comportement utilisé pour ce modèle est une loi purement élastique. Les valeurs caractéristiques du module de Young et du coefficient de Poisson de l'acier choisi sont présentées dans le tableau IV.1.

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
210000	0,3

Tableau IV.1 - Paramètres élastiques utilisés pour la simulation

Après calculs, les isovaleurs du champ de contrainte équivalente de Von Mises qui s'établit sur cette pièce sont représentées sur la Figure IV.15.

La simulation numérique est réalisée à l'aide du logiciel Abaqus 6.7® en utilisant des éléments brique à 8 nœuds à intégration réduite. Le schéma d'intégration utilisé est un schéma implicite.

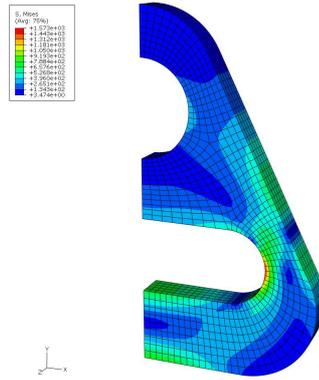


Figure IV.15 – Isovaleurs de la contrainte de Von Mises pour la pièce initiale

En vue de son optimisation, nous avons fait varier les paramètres géométriques définissant la forme extérieure de la pièce, ainsi que l'épaisseur de cette dernière. Les 6 paramètres géométriques sont repérés sur la Figure IV.16. Le paramètre P7 est l'épaisseur.

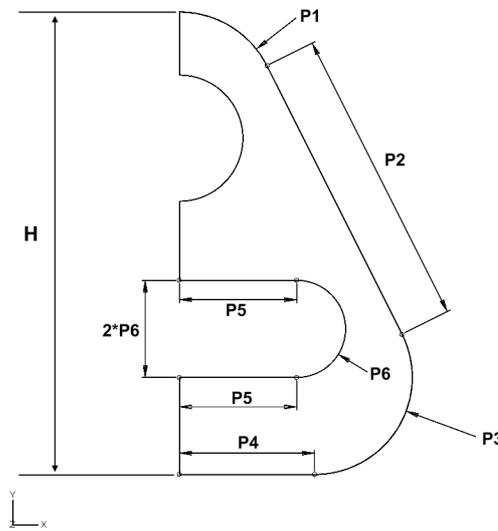


Figure IV.16 – Paramètres utilisés pour l'optimisation

La première fonction objectif que nous allons chercher à minimiser dans ce modèle est la valeur maximale  $f_1 = \sigma_{vMmax}$  de la contrainte moyenne de Von Mises dans un élément au cours de la simulation. Ceci est possible en utilisant un script d'analyse des résultats calculés dans le code EF, écrit en langage Python. Cette fonction sera l'unique fonction utilisée pour l'optimisation mono-objectif.

La seconde fonction objectif  $f_2$  à minimiser viendra compléter la fonction précédente pour l'optimisation multi-objectifs. C'est une approximation de la quantité de matière utilisée pour produire la pièce.

Si  $L_a$  est la largeur de la pièce :

$$L_a = 2 \times (P4 + P3) \quad (IV.74)$$

Le volume  $V$  de matière utilisée a pour expression:

$$V = f_2 = 2 \times (P4 + P3) \times H \times P7 \quad (IV.75)$$

L'objectif est de s'assurer que l'algorithme NSGA-2 propose une solution suffisamment proche de l'optimal dans les deux cas de figure.

Adaptation du NSGA-2 au problème :

Nous avons été amenés à modifier l'algorithme NSGA-2 pour répondre au besoin de l'étude et pour augmenter sa souplesse d'utilisation.

- La première modification a été de permettre à l'utilisateur d'utiliser des variables discrètes.
- Ensuite l'algorithme a été modifié pour qu'il ne recalcule pas les individus déjà calculés. Cette modification entraîne un gain important de temps de calcul puisque lorsque l'algorithme aura convergé, le front de Pareto comportera un nombre conséquent d'individus identiques.
- La modification suivante a été de donner la possibilité de relancer l'algorithme depuis un point d'arrêt correspondant soit à un arrêt inopiné de la machine ("plantage") soit à une fin programmée mais dont le résultat jugé non satisfaisant implique qu'il faille imposer un plus grand nombre de générations.
- La possibilité d'indiquer au lancement de l'algorithme un nom de fichier contenant un certain nombre d'individus imposés pour la première génération à également été implémenté. Ceci peut notamment être utile pour intégrer une pièce existante que l'on souhaite optimiser dans la première génération.
- Enfin, dans le cadre de l'amélioration de la fonction de redémarrage de l'algorithme, il peut désormais recharger un fichier appelé "*ancêtres.dat*" qui contient les valeurs des "fonctions objectifs" pour des calculs d'un précédent tour d'optimisation. Cela permet de gagner du temps de calcul puisqu'il ne les recalculera pas, si nous souhaitons par exemple relancer un calcul avec des paramètres différents.

L'ensemble du processus est piloté par l'algorithme génétique qui est écrit en langage C pour les trois algorithmes provenant du laboratoire KanGAL à Kânpur et en langage MatLab® pour les algorithmes utilisés par ce logiciel. Ainsi, l'algorithme génère une population composée d'un certain nombre d'individus, chaque individu dont les gènes composent l'ensemble des paramètres réels [P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7]. A chaque évaluation d'individu, l'AG réécrit un script Abaqus en langage Python qui permet d'automatiser la simulation de la traction en modifiant les paramètres avant chaque lancement du calcul EF.

Comme la surface sur laquelle est appliquée la pression dépend des paramètres géométriques, pour conserver un effort identique appliqué sur chaque nouvelle configuration, il conviendra de recalculer la pression pour chaque nouveau cas de charge. Si  $S$  est la surface de la pièce courante sur laquelle la pression  $p$  est appliquée, on a :

$$S = P5 \times P7 \Rightarrow P = P_0 \left( \frac{S_0}{S} \right) \quad (\text{IV.76})$$

Après quelques essais, les algorithmes génétiques ont été réglés avec les valeurs suivantes des paramètres de fonctionnement :

- Nombre de générations : 60
- Nombre d'individus par génération : 20
- Probabilité de croisement : 0,9
- Probabilité de mutation : 0,2

Les paramètres ayant une amplitude de variation bornée, les valeurs minimum et maximum pour chacun d'eux sont reportées dans le tableau IV.2:

Paramètre	Borne inférieure	Borne supérieure
P1	9	11
P2	29	32
P3	9	11
P4	12	15
P5	11	13
P6	4	6
P7	2	4

Tableau IV.2 – Bornes des paramètres pour l'optimisation

### IV.3.1.2 Optimisation mono-objectif

Les résultats de l'optimisation mono-objectif relatant l'évolution de la fonction coût au cours des générations sont représentés sur la Figure IV.17. La fonction objectif est la valeur de la fonction coût du meilleur individu dans la génération en cours. Elle correspond à  $\sigma_{vMmax}$  (MPa).

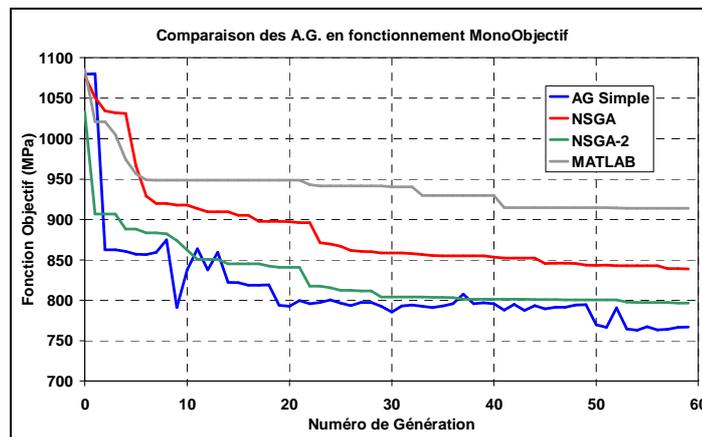


Figure IV.17 – Évolution de la fonction coût au cours des générations – Optimisation mono-objectif

Sur ce graphique, nous pouvons observer que l'algorithme permettant d'obtenir le meilleur résultat est l'algorithme génétique simple mais que l'algorithme NSGA-2 fournit un résultat très proche de celui-ci. Il peut toutefois être observé une plus grande variation de l'évolution de la fonction coût pour l'AG simple que NSGA-2 car il n'utilise pas de système élitiste. Ces fluctuations imposent d'être attentif au résultat de la dernière génération, car il peut exister un meilleur individu dans une génération précédente.

Les algorithmes NSGA et MatLab présentent des résultats très en retrait par rapport aux deux autres AG.

### IV.3.1.3 Optimisation multi-objectifs

Les fronts de Pareto formés par la représentation de la première fonction objectif, la contrainte maximale de Von Mises, en fonction de la seconde fonction objectif, la quantité de matière utilisée, sont représentés sur la Figure IV.18 dans laquelle ne figurent que les trois dernières générations de chaque algorithme.

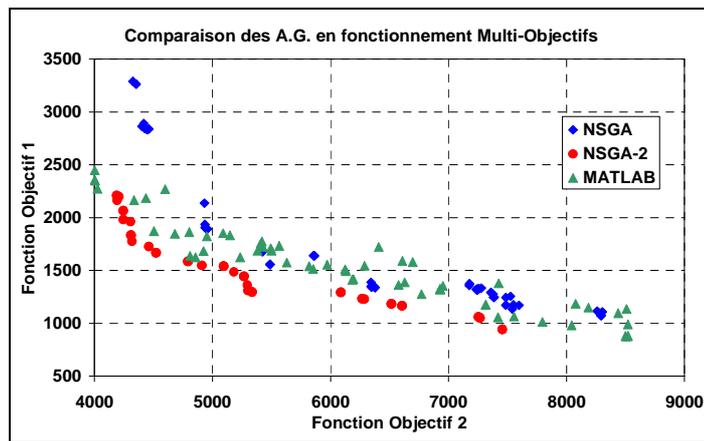


Figure IV.18 – Fronts de Pareto des différents algorithmes – Optimisation multi-objectifs

Dans le cas d'une optimisation multi-objectifs, nous pouvons remarquer que NSGA-2 se distingue également des autres algorithmes par de meilleurs résultats. En effet, le front de Pareto pour NSGA-2 est plus avancé que celui de MatLab et de NSGA. Néanmoins, les résultats pour l'algorithme de MatLab montrent que l'on minimise plus la "fonction objectif" 2 qu'avec NSGA-2. Compte-tenu des résultats fournis dans les deux cas mono et multi-objectifs, NSGA-2 semble être le meilleur choix d'AG pour l'optimisation et c'est celui qui sera retenu dans la suite.

#### IV.3.1.4 Influence des réglages sur le fonctionnement de NSGA-2

Le choix de la valeur de la probabilité de mutation et de la probabilité de croisement influence grandement la convergence de l'algorithme. Les valeurs recommandées dans le programme NSGA-2 sont de 0,9 pour la probabilité de croisement  $P_c$  et de 0,2 pour la probabilité de mutation  $P_m$ .

Si la probabilité de mutation est trop faible, l'algorithme convergera plus vite, mais cela réduira la diversité et la solution finale sera plus loin de l'optimum.

Si la probabilité de mutation est trop grande, l'algorithme risque de diverger du fait d'une trop grande diversité, même si cet effet est moins visible sur un algorithme comme NSGA-2 qui utilise un système d'élitisme. En effet, puisque le meilleur individu est conservé, l'effet de la divergence ne s'observera qu'au sein des autres individus de la population. La diversité sera également réduite si la probabilité de croisement est trop faible.

L'influence des deux paramètres  $P_c$  et  $P_m$  sur la convergence de NSGA-2 a été testée. De manière à réduire le temps de calcul, la première fonction objectif  $f_1 = \sigma_{vMmax}$  a été approximée à l'aide d'un polynôme défini dans le cadre de la théorie des surfaces de réponses (voir §V.2.4). La résolution d'un tel système a été rendue possible en utilisant les résultats des calculs précédents.

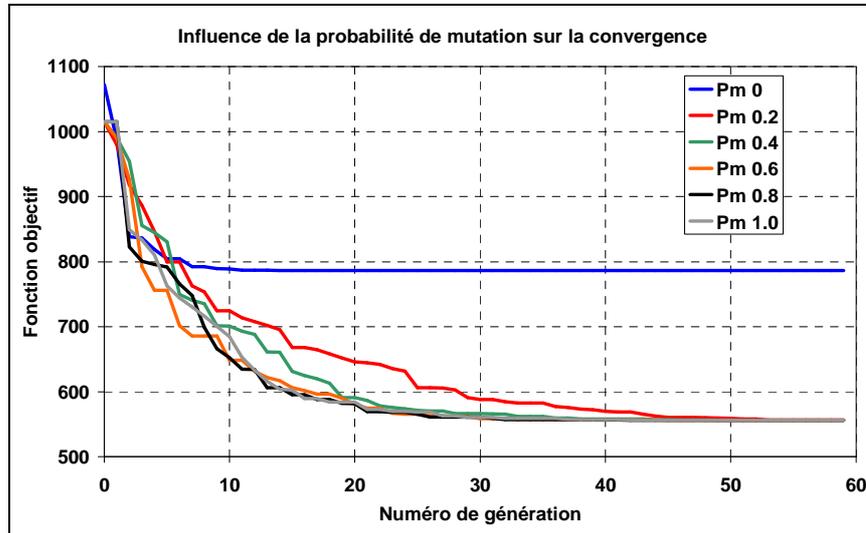
L'influence de chacun des deux paramètres du réglage a été caractérisée en fonctionnement mono-objectif (voir Figure IV.19a et V.19b) et en fonctionnement multi-objectifs (voir Figure IV.20a et V.20b). Il faut noter que lorsque la probabilité de mutation varie, la probabilité de croisement reste constante égale à 0,9 et lorsque cette dernière varie, la probabilité de mutation reste fixée à 0,2.

Dans un premier temps nous pouvons constater sur la Figure IV.19a qui concerne l'influence de la probabilité de mutation dans le cas mono-objectif, que seule la courbe représentant la probabilité nulle converge vers une solution qui n'est pas optimale alors que toutes les autres courbes convergent vers la même solution.

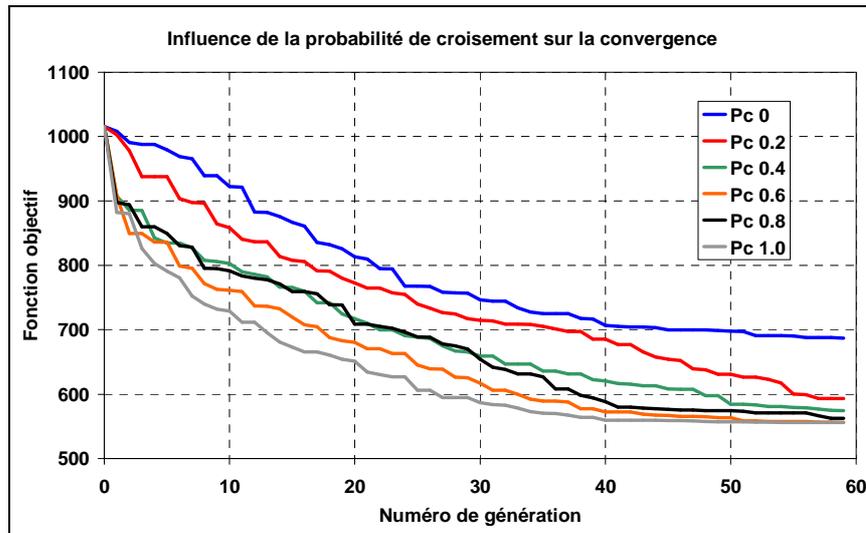
Il s'ensuit qu'une probabilité de mutation égale à 0,2 paraît suffisante dans ce cas pour converger vers la solution optimale.

En ce qui concerne l'influence de la probabilité de croisement, nous pouvons remarquer que mise à part la courbe de valeur  $P_c = 0,8$  (en noir sur la Figure IV.19b) qui converge moins bien que la courbe avec  $P_c = 0,6$  (en orange sur la Figure IV.19b), la convergence s'améliore quand la probabilité de croisement augmente. Les deux courbes  $P_c = 0$  et  $P_c = 0,2$  sont en retrait par rapport aux autres et la convergence s'améliore nettement à partir de la probabilité égale à 0,4.

En conclusion, le choix d'une probabilité de croisement égale à 0,9 semble convenir puisqu'il laisse une marge nécessaire au bon fonctionnement du système élitiste.



-a-



-b-

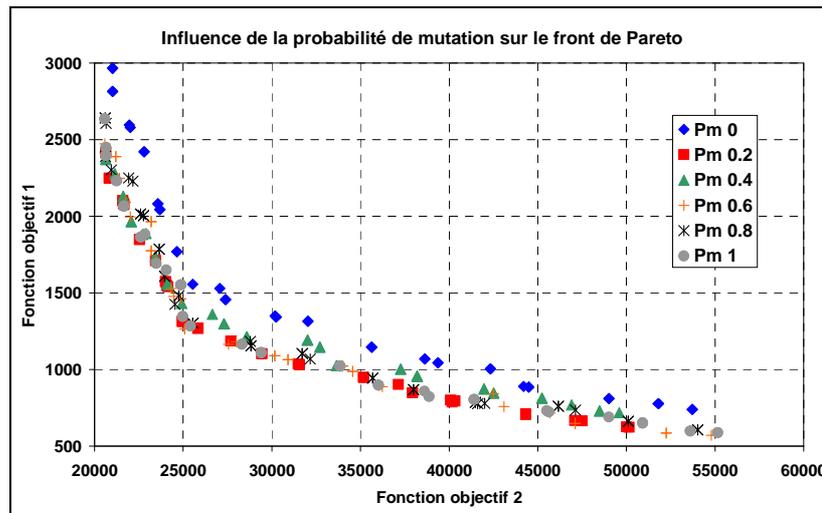
Figure IV.19 – Influence de la probabilité de mutation et de croisement – Cas mono-objectif

En ce qui concerne l'optimisation multi-objectifs, nous pouvons voir sur les Figure IV.20a et V.20b que les conclusions qui ont été tirées dans l'étude précédente (cas de l'optimisation mono-objectifs) s'appliquent également ici.

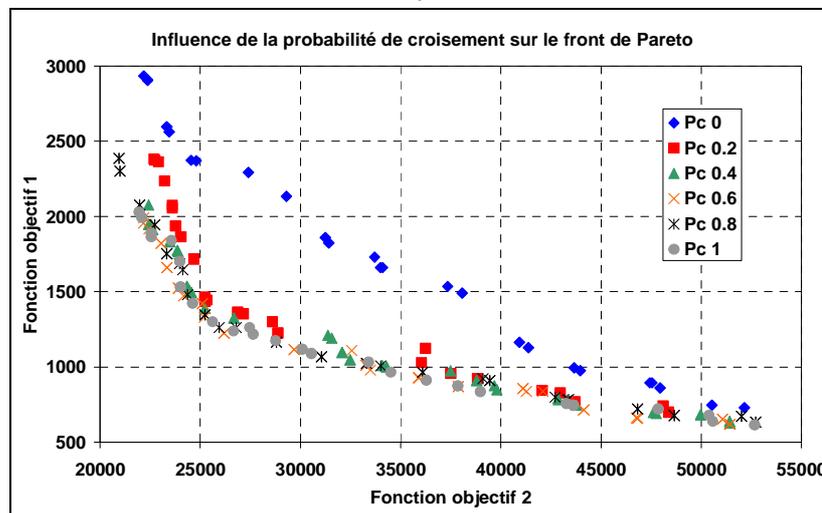
Il peut être observé en effet qu'une probabilité de mutation nulle (losanges bleus sur la Figure IV.20a) réduit l'avancement du front de Pareto, tandis qu'une probabilité de mutation égale à 0,2 (carrés rouges sur la Figure IV.20a) donne d'aussi bons résultats que ceux tirés de probabilités de mutation supérieures.

Pour la probabilité de croisement, nous pouvons observer sur la Figure IV.20b le même phénomène que dans le cas mono-objectif, c'est-à-dire qu'une probabilité nulle inhibera

l'avancement du front de Pareto tandis que pour des probabilités supérieures à 0,4, les résultats sont très proches les uns des autres



-a-



-b-

Figure IV.20 – Influence de la probabilité de mutation et de croisement – Cas multi-objectifs

### IV.3.1.5 Bilan et conclusion

Au regard des différents résultats de comparaison des algorithmes testés, il ressort que NSGA-2 est l'algorithme idéal pour notre étude puisqu'il est suffisamment ouvert pour l'adapter aux spécificités de notre problème. Il est le plus efficace dans le cadre d'une optimisation multi-objectifs, qui nous intéresse principalement. En comparant ses résultats à ceux de l'A.G. simple dans le cadre de l'étude mono-objectif, nous pouvons d'autre part constater qu'ils sont très proches.

L'étude faite sur l'influence des paramètres de réglage de NSGA-2 permet de confirmer les valeurs de réglage conseillées par K. Deb dans le code source original. Rappelons que celui-ci propose d'utiliser une probabilité de mutation égale à 0,2 et de croisement égale à 0,9.

On peut noter que certains auteurs [Whi07] combinent des méthodes utilisant le gradient avec des algorithmes génétiques pour accélérer la convergence et déplacer le front de Pareto plus loin. Néanmoins, dans notre cas même si l'étude reste intéressante en perspective, l'utilisation de variables discrètes induira des discontinuités dans l'espace des paramètres aussi bien que dans l'espace des solutions qui risquent de conduire à la divergence de telles méthodes.

### IV.3.2. Les Réseaux de Neurons

L'ensemble des réseaux de neurones artificiels qui seront utilisés dans les applications, proviennent du logiciel MatLab®. Ils suivent tous un schéma d'apprentissage de rétropropagation. Une étude a été menée de manière à déterminer l'influence des différents paramètres des réseaux. Pour ce faire, il est nécessaire d'utiliser un indice de performance du réseau. MatLab permet de récupérer d'une part la courbe représentant l'évolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction du nombre de tours d'entraînement (ou Epochs), et d'autre part la régression linéaire des sorties du réseau par rapport aux valeurs désirées. Les figures IV.21a et IV.21b montrent des exemples de graphiques types récupérés à la fin de l'entraînement d'un réseau.

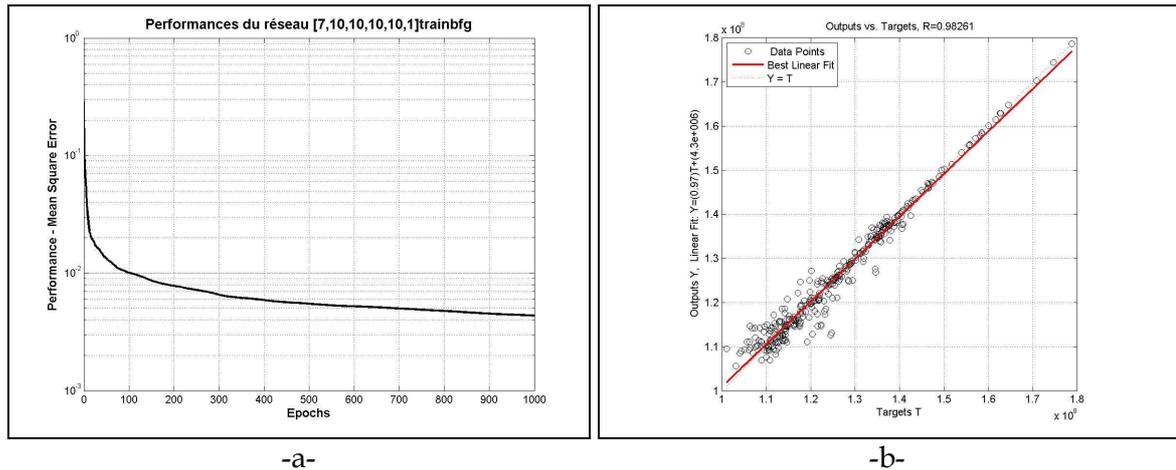


Figure IV.21 – Exemple de courbes récupérées suite à l'entraînement d'un réseau de neurones -a- Évolution de l'erreur quadratique moyenne au cours de l'entraînement -b- régression linéaire des sorties du réseau par rapport aux valeurs désirées.

Dans la suite de l'étude, le coefficient de régression linéaire  $R$  (Figure IV.21b) sera utilisé comme indicateur de performance lors de l'entraînement des réseaux. La valeur  $R = 1$  caractérise un réseau parfait et les valeurs  $R \ll 1$  caractérisent de mauvais apprentissages ou/et de mauvais réseaux. En vue de leur apprentissage, les réseaux ont été entraînés en utilisant une base de données contenant les résultats d'une optimisation à l'aide d'un AG appliqué aux procédés de rayonnage et de pliage des pièces de sécurité automobile (voir §VI.3). Au total nous disposons de 337 individus composés de 7 paramètres (gènes réels) pour 3 valeurs de fonctions objectifs qui sont :

- La valeur maximale du dommage estimé dans la pièce selon le modèle de Lemaitre-Chaboche,
- La valeur maximale de la contrainte de Von Mises,
- L'écart type des valeurs de cette même contrainte autour du trou oblong.

De plus amples explications sur ce modèle seront apportées dans les chapitres V et VI.

Les réseaux testés sont constitués d'une couche d'entrée de 7 neurones (nombre égal au nombre de paramètres) dont les fonctions de transfert sont de type tangente sigmoïde. La couche de sortie est constituée d'un seul neurone (1 réseau pour chaque fonction objectif) et la fonction de transfert est de type linéaire. Les différentes couches cachées sont constituées de neurones dont la fonction de transfert est de type tangente sigmoïde et le nombre de neurones est un des paramètres de réglage étudié dans la suite de ce chapitre.

Il convient donc de caractériser l'influence des fonctions d'optimisation utilisées pour l'entraînement, l'influence du nombre de tours d'entraînement, celle du nombre de couches cachées et enfin celle du nombre de neurones dans les couches cachées.

### IV.3.2.1 Les différentes composantes ajustables

#### Les fonctions d'entraînement :

Les différentes fonctions testées pour l'entraînement des réseaux sont les suivantes :

- Algorithme de descente du gradient (BGD - Batch Gradient Descent)
- Algorithme de descente du gradient taux d'apprentissage adaptatif (BGD-T)
- Algorithme de descente du gradient avec momentum (BGD-M)
- Algorithme de descente du gradient avec taux d'apprentissage adaptatif et momentum (BGD-TM)
- Algorithme de la sécante (OSS - One Step Secant)
- Gradient conjugué de Fletcher-Reeves (GCFR)
- Gradient conjugué de Polak-Ribière (GCPR)
- Gradient conjugué avec actualisation de Powell-Beale (GCPB)
- Rétropropagation résiliente (RB - Resilient Backpropagation)
- Scaled Conjugate Gradient (SCG)
- BFGS
- Levenberg-Marquardt (LM-Full)
- Levenberg-Marquardt avec gestion de la mémoire pour le calcul du Jacobien (LM-Half)

Au total, 13 algorithmes ont été testés et comparés entre eux. La Figure IV.22 montre l'efficacité relative des réseaux pour la prédiction de l'écart type de la contrainte de Von Mises ("fonction objectif"). Il est attribué une efficacité de égale à 100% au réseau ayant le meilleur coefficient de régression R. Les autres valeurs des efficacités relatives sont calculées par rapport à cette valeur de référence. Lors de ce test, chaque réseau contient 2 couches cachées constituées chacune de 10 neurones. Le nombre de tours d'entraînement a été fixé à 1000.

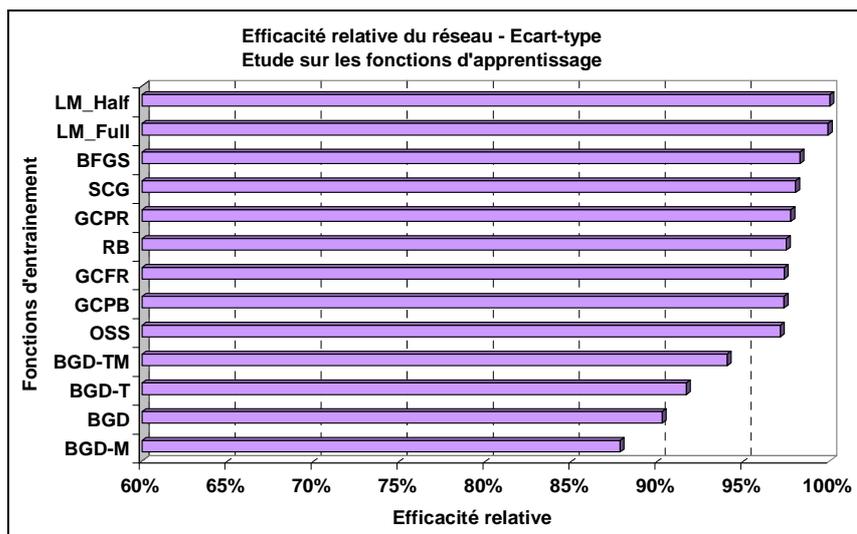


Figure IV.22 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur écart type

On peut remarquer ici que les deux algorithmes de Levenberg-Marquardt sortent du lot en proposant des résultats meilleurs que les autres. Les algorithmes à base de descente du gradient présentent des performances d'entraînement très inférieures. Il est à noter toutefois

qu'une étude faisant varier le taux de convergence et la valeur du momentum devrait être menée pour consolider ces résultats. Néanmoins, la différence de précision entre ces algorithmes et les algorithmes dérivant de la méthode de Newton ou du gradient conjugué semble trop importante pour être comblée.

Les mêmes observations peuvent être faites sur l'approximation de la valeur maximale de la contrainte de Von Mises et sur la valeur maximale du dommage de Lemaître-Chaboche. Les figures V.23 et V.24 présentent ces résultats.

Au vu de ces résultats et pour réduire l'étude de l'influence des paramètres du RNA, nous ne considérerons à partir de maintenant que les trois algorithmes suivants : les deux de Levenberg-Marquardt et celui de BFGS, qui fournissent les meilleurs résultats lors de l'approximation des trois fonctions objectifs retenues.

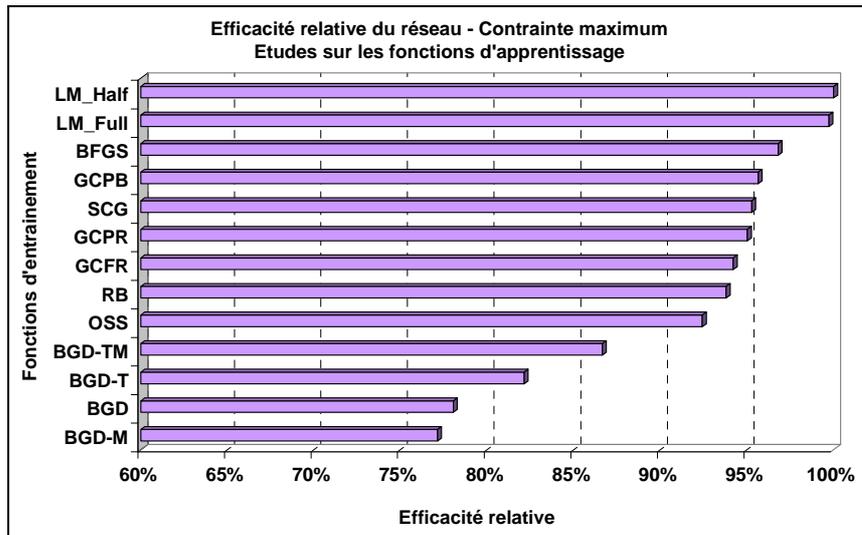


Figure IV.23 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur contrainte maximum

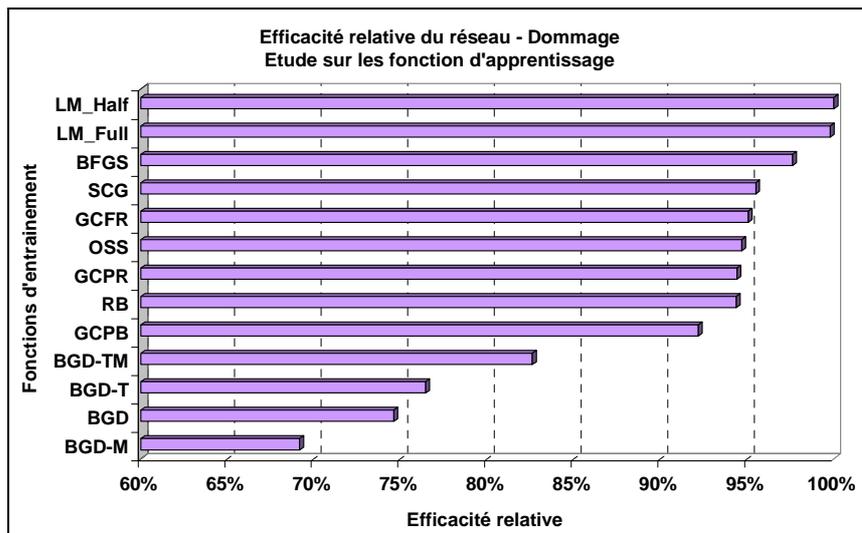


Figure IV.24 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur dommage maximum

**Conclusion:**

Les résultats observés étant les mêmes pour les trois fonctions objectifs, seuls les résultats sur l'écart type seront présentés par la suite.

Le nombre de tours d'entraînement (Epochs) :

Le nombre de tours d'entraînement est important, car il doit être suffisamment grand pour permettre un bon entraînement, mais il faut prendre garde qu'il n'apparaisse pas un phénomène dit de surentraînement.

Nous avons fait varier dans cette étude le nombre de tours de 500 à 3000 par pas de 500. Les résultats concernant l'approximation de l'écart type obtenus avec les trois algorithmes précédents sont présentés sur la Figure IV.25. Lors de ces tests, nous avons conservé le réseau précédent constitué de 2 couches cachées de 10 neurones chacune.

Il peut être observé que le nombre de tours d'entraînement n'a que peu d'influence sur le réseau utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Au contraire, le résultat est d'autant meilleur que ce nombre augmente pour le réseau utilisant l'algorithme de BFGS.

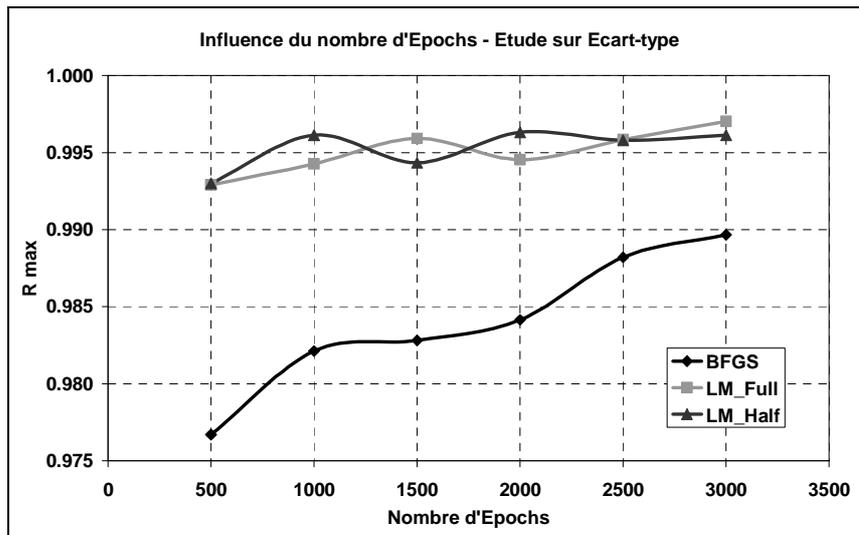


Figure IV.25 - Influence du nombre de tours d'apprentissage sur la valeur du coefficient de régression

**Conclusion :**

Au regard de ces résultats, un nombre de tours de 1000 semble suffisant pour le réseau utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt et un nombre de tour de 3000 pour celui utilisant l'algorithme de BFGS.

Le nombre de couches cachées :

Le nombre de couches cachées influe également sur l'efficacité du résultat. Le nombre de couches varie dans cette étude de 1 à 5 par pas de 1 couche. Chaque couche cachée est constituée de 10 neurones. Le nombre de tours d'entraînement est fixé à 1000

Cette fois, l'influence du nombre de couches est plus importante sur les réseaux utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt que pour celui utilisant l'algorithme de BFGS.

Au-dessous de 3 couches cachées, les réseaux utilisant les algorithmes LM-Half et LM-Full voient leurs performances chuter considérablement. Le réseau utilisant l'algorithme BFGS semble améliorer linéairement sa performance en fonction du nombre de couches cachées. Il faut noter que le temps de calcul lié à l'entraînement du réseau augmente considérablement lorsqu'on augmente le nombre de couches et ce, bien plus que lorsque l'on augmente le nombre de tours d'entraînement.

Au regard des résultats, il semble évident de choisir au moins trois couches cachées si le réseau utilise les algorithmes de Levenberg-Marquardt, tandis que le nombre de couches à utiliser avec l'algorithme de BFGS semble devoir être au moins égal à 5. Les résultats obtenus

pour le réseau utilisant BFGS conduisent à l'écartier dans la suite de l'étude au profit des deux réseaux utilisant comme algorithmes LM-Half et LM-Full.

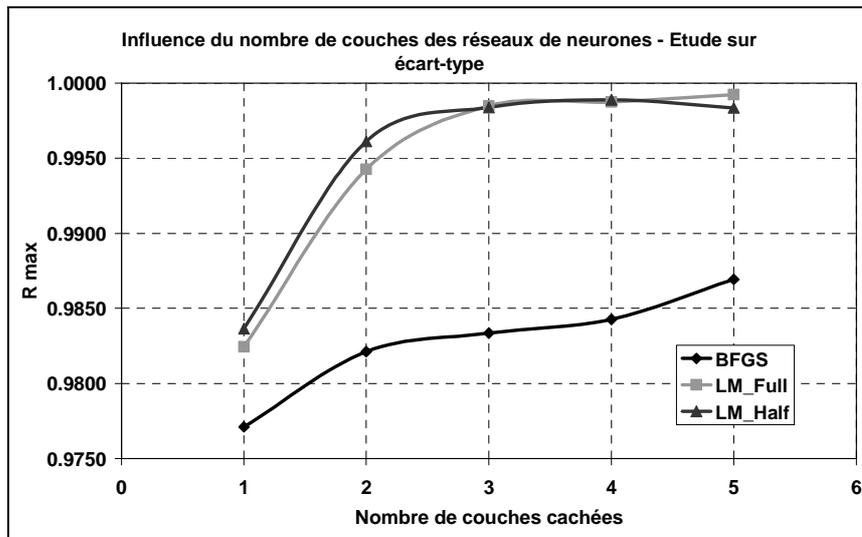


Figure IV.26 – Influence du nombre de couches sur la valeur du coefficient de régression

**Conclusion :**

Pour ces deux algorithmes, on choisira dans nos études 3 couches cachées.

Le nombre de neurones sur les couches cachées :

Le dernier paramètre dont l'influence sur la valeur du coefficient de régression est à observer est le nombre de neurones sur chaque couche cachée. Suite aux résultats précédents, le réseau utilisé pour observer l'influence du nombre de neurones est constitué de 3 couches cachées. Le nombre de tours d'entraînement est fixé à 1000.

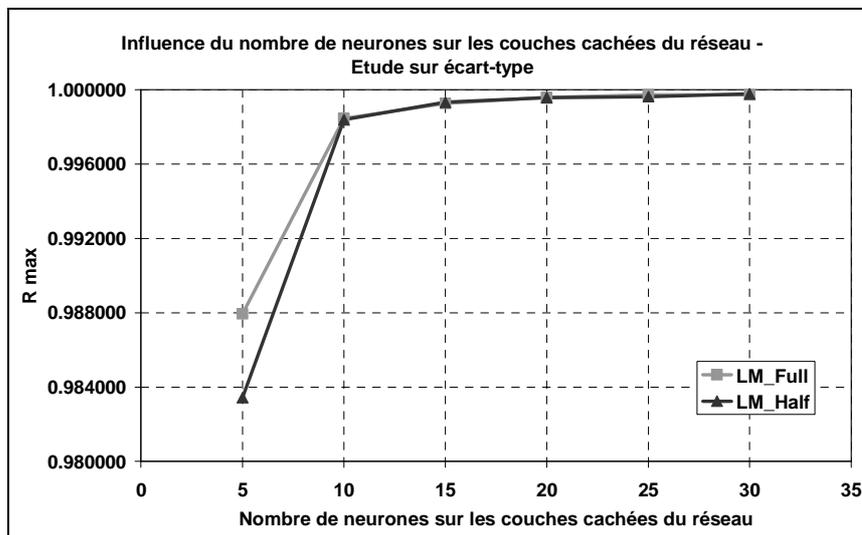


Figure IV.27 – Influence du nombre de neurones sur les couches cachées sur la valeur du coefficient de régression

Les résultats de cette étude montrent que le résultat se stabilise pour les deux algorithmes au-delà de 15 neurones par couche cachée.

**Conclusion :**

Il paraît donc judicieux d'utiliser un nombre de neurones par couche cachée égal à 15, pour à la fois obtenir un bon résultat et réduire le temps de calcul.

### IV.3.2.2 Bilan et conclusion

Les calculs engagés pour caractériser l'influence des différents paramètres de réglage sur l'apprentissage des réseaux de neurones artificiels permettent de conclure que le réseau permettant d'obtenir le coefficient de régression  $R$  le plus proche de 1 est un réseau constitué de 3 couches cachées, chacune possédant 15 neurones. Le nombre de tours d'entraînement sera fixé à 1000.

Ces réseaux (1 réseau par "fonction objectif") une fois couplés avec NSGA-2 permettront de remplacer les calculs par éléments finis effectué avec Abaqus® par une approximation. Le temps de calcul sera ainsi réduit mais il existera bien entendu un risque non nul de s'éloigner du comportement simulé numériquement. Il faudra donc se montrer vigilant et pour cela nous pourrions observer l'influence de ce remplacement en fonction de l'avancement de l'algorithme génétique. Concrètement, après quelques générations calculées par Abaqus®, l'algorithme génétique lance le R.N.A. sur les générations suivantes et récupère les résultats à la fin pour les comparer à une simulation numérique réalisée sur les derniers individus.

## IV.4. Conclusion

Ce chapitre nous a permis dans un premier temps de définir les fonctions d'optimisation utilisées pour l'entraînement des réseaux de neurones, mais aussi pour la méthode inverse (voir Chapitre II).

Ensuite, nous avons décrit les méthodes utilisées pour la réalisation de l'outil informatique et nous avons justifié nos choix en confrontant le résultat de ces algorithmes avec le résultat d'autres algorithmes. Il ressort de cette étude que NSGA-II est le meilleur algorithme génétique multiobjectifs parmi ceux testés sur un cas de traction de simple. Nous utiliserons cet algorithme dans la suite de cette étude.

Enfin, nous avons mis en évidence l'influence des différents paramètres ajustable pour la conception de réseaux de neurones avec le logiciel MatLab®. Cette étude nous a conduits à sélectionner un réseau spécifique (voir §IV.3.2.2) à utiliser pour chacune des fonctions objectifs de l'optimisation. Ces R.N.A. permettront de réduire le temps C.P.U. total en se substituant au calcul par éléments finis après avoir été entraînés.

# CHAPITRE V

## Conception des modèles numériques

---

### V.1. Introduction

Dans ce chapitre l'ensemble des modèles numériques est détaillé et l'utilisation de scripts pour l'automatisation des simulations est notamment explicitée pour chaque logiciel utilisé.

Dans un premier temps, sont décrites les conceptions de la pièce et du poinçon de rayonnage à l'aide du logiciel CATIA®. Ensuite dans le cadre de la simulation numérique par éléments finis développée dans le code Abaqus®, les équations constitutives élasto-plastique entièrement couplées au modèle d'endommagement de Lemaître-Chaboche sont rappelées. Puis, les différentes simulations des procédés sont détaillées et enfin, nous décrirons dans une dernière partie le principe du couplage entre l'algorithme génétique, le logiciel de CAO CATIA®, le code de calcul EF Abaqus® et le logiciel d'analyse numérique MatLab®.

### V.2. Phase de conception

#### V.2.1. Paramétrage de la pièce

Les produits étudiés sont conçus en environnement de CAO variationnelle. L'actualisation des paramètres est pilotée par des scripts VB.

Un script est une suite de séquences informatiques en langage interprété qui s'enchaînent en mettant en œuvre des boucles algorithmiques préprogrammées qui répondent aux besoins de l'outil d'optimisation. Il est associé à des "macro-commandes" spécifiques aux logiciels utilisés. Le script peut aussi être plus simplement mis en œuvre dans un système d'exploitation comme Windows®. Dans le cas de CATIA®, les scripts sont écrits en langage VBScript qui dérive du langage Visual Basic.

Dans notre étude nous avons développé un script qui génère automatiquement une demi-pièce d'ancrage constituant une variante possible à la pièce réelle. Les paramètres permettant sa définition géométrique sont représentés sur la figure V.1.

Les paramètres X3 et X4 visibles sur la figure V.1 nous ont amené à introduire des instructions conditionnelles dans la "macro" pour CATIA®. En effet, il n'est pas possible de définir dans un fichier en VBScript utilisé pour la conception de "sens" à la courbure d'une ligne, or les lignes relatives aux paramètres X3 et X4 peuvent être soit concaves, soit convexes, soit être droites. Cette impossibilité nous a conduits à créer 9 familles de pièces présentées sur la figure V.2.

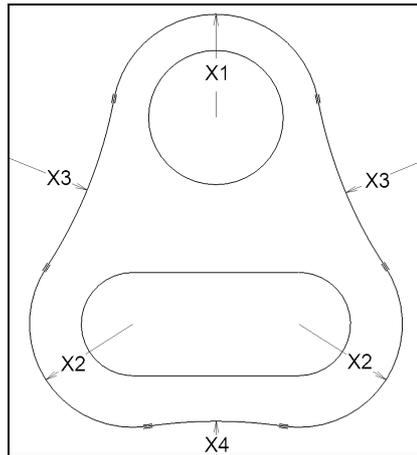


Figure V.1 - Paramètres de forme

De façon arbitraire, nous avons attribué un signe aux paramètres  $X_3$  et  $X_4$  en fonction de l'orientation de la courbure des lignes qui leur correspondent. S'il s'agit de lignes droites, les paramètres sont considérés comme nuls. Ces différentes conventions sont consignées sur la figure V.2. Afin d'éviter les frontières à angles vifs qui entraîneraient des concentrations de contraintes, les différents arcs de cercles qui définissent la forme extérieure de la pièce possèdent une contrainte de tangence.

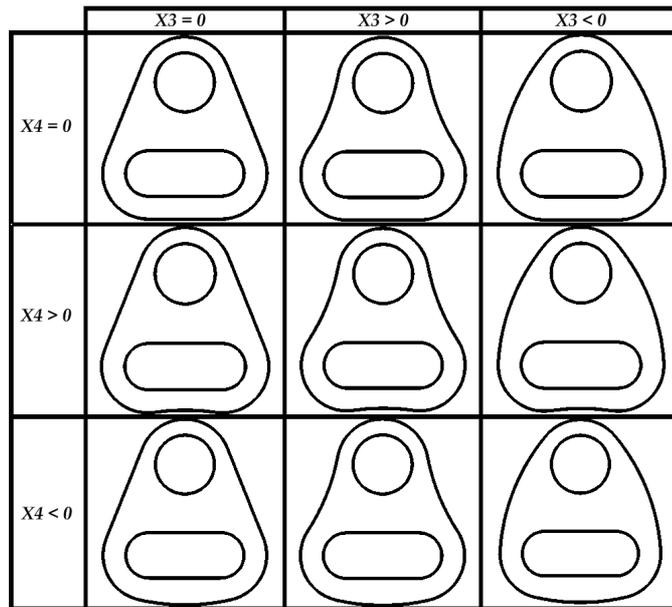


Figure V.2 - Formes génériques

Le script développé pour le logiciel CATIA nécessite la connaissance des 4 premiers paramètres associés à la forme de la pièce, ainsi que du cinquième paramètre  $X_5$  qui correspond à l'épaisseur de la tôle utilisée. Le début du fichier script contient les valeurs des paramètres. Par exemple, exprimés en millimètres :

```
X_01= 10.000000
X_02= 10.000000
X_03= 45.000000
X_04= 45.000000
X_05= 2.000000
```

Les instructions conditionnelles suivantes permettent de regrouper les parties de script qui définissent les 9 formes génériques au sein d'un seul script :

```
If X_03=0 and X_04=0 then
... (Instructions pour la conception de la pièce)
End if
If X_03>0 and X_04=0 then
... (Instructions pour la conception de la pièce)
End if
If X_03<0 and X_04=0 then
... (Instructions pour la conception de la pièce)
End if
...
```

Dans le corps du programme définissant la conception de la pièce, les lignes faisant référence aux cotations sont modifiées pour utiliser la valeur des paramètres. Par exemple :

```
length2.Value = X_01
```

La dernière partie du script est utilisée pour l'enregistrement de la demi-pièce au format "Step" choisi pour sa bonne compatibilité des modèles avec le code Abaqus®.

Les lignes de script suivantes montrent un exemple de sauvegarde d'une demi-pièce au format "Step" dans un fichier nommé "Piece.stp" :

```
Set partDocument1 = CATIA.ActiveDocument
partDocument1.ExportData ".\Piece.stp", "stp"
```

La première ligne indique que le document actif de CATIA®, ici la pièce, doit être référencé comme objet "partDocument1" et la seconde indique de sauvegarder cet objet avec l'extension "stp" qui est l'extension du format "Step".

Un tel fichier peut ensuite être exécuté en mode batch, c'est-à-dire sans nécessiter l'ouverture du logiciel CATIA®. Un autre avantage du lancement en mode batch est qu'il peut facilement être automatisé.

La figure V.3 montre un résultat obtenu après l'exécution du script.

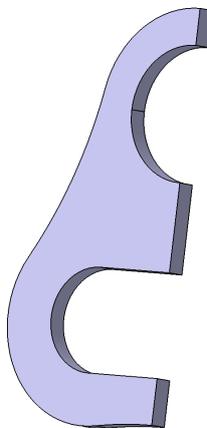


Figure V.3 – Demi-pièce résultant de l'exécution du script

### V.2.2. Paramétrage du poinçon de rayonnage

La conception du poinçon de rayonnage est effectuée de la même manière que la pièce en utilisant un script pour CATIA®. La hauteur  $H_t$  qui définit la partie haute du poinçon, la hauteur  $H_c$  du chanfrein et le rayon  $R$  sont reliés à l'épaisseur de la pièce comme suit:

$$H_t = 0,9 \times X_5 \quad (V.1)$$

$$H_c = \frac{X_5}{10} \quad (V.2)$$

$$R = \frac{X_5}{X_7} \quad (V.3)$$

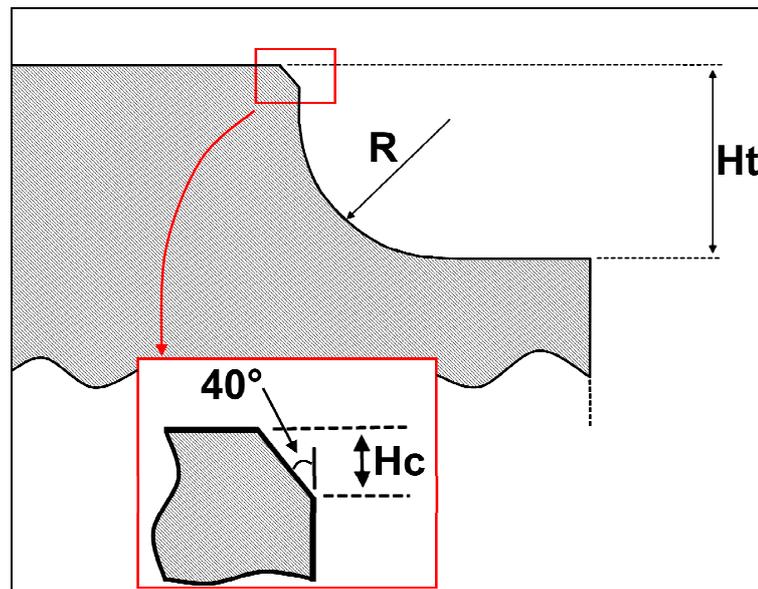


Figure V.4 - Profil du poinçon de rayonnage

La hauteur  $H_t$  (V.1) est ainsi inférieure à l'épaisseur de la pièce, ce qui est indispensable car lors du procédé réel sur presse, la pièce est disposée sur la partie basse de l'outil qui est pleine et par conséquent, il faut éviter qu'un poinçon plus haut que la pièce vienne frapper l'outil. D'autre part, pour avoir une forme de poinçon fonctionnelle et réalisable, le paramètre  $X_7$  doit être tel que :

$$R \leq H_t - H_c \quad (V.4)$$

Le début du fichier script doit donc commencer par les définitions paramétriques suivantes:

```
X_05 = 2.000000
X_07 = 1.5
Ht = (X_05*0.8)
Hc = (X_05/10)
R = X_05/X_07
```

A la fin du script, le poinçon est enregistré au format "Step", de la même façon que le modèle de la pièce. La figure V.5 montre un exemple de modèle obtenu par la programmation.

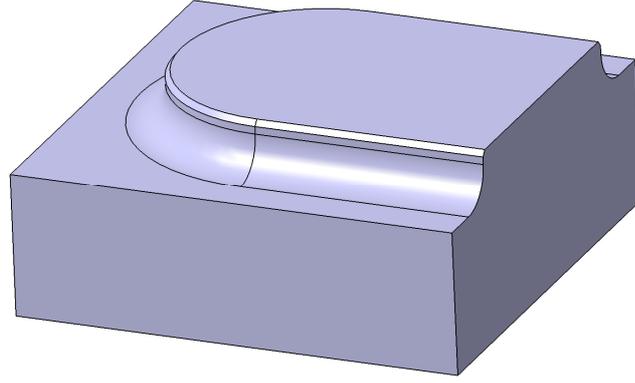


Figure V.5 – Demi-poinçon résultant de l'exécution du script

### V.3. Simulation numérique des procédés

Avant de procéder à la simulation des opérations de fabrication, nous allons détailler l'algorithme de calcul élasto-plastique couplé à l'endommagement de Lemaître-Chaboche à partir des équations constitutives développées dans [Lem88]. Nous aborderons le procédé de découpe de la pièce de façon indépendante du reste car cette opération ne sera pas couplée aux autres. Nous détaillerons ensuite les étapes de la simulation concernant le procédé de rayonnage et de pliage. Nous présenterons enfin la dernière étape de la simulation qui concerne le dépliage de la pièce.

#### V.3.1. Implémentation de l'endommagement selon Lemaître - Chaboche

Les démonstrations suivantes s'appuient en grande partie sur les développements de Lemaître et Chaboche [Lem88], les travaux d'A. Mkaddem [Mka03] et ceux de C. Robert [Rob05].

Dans l'hypothèse d'une équivalence en déformation et d'un endommagement isotrope, on définit la fonction de charge suivante :

$$\phi = \phi(\sigma, R, D) = \frac{\sigma_{eq}}{1-D} - (\sigma_{e0} + R) \quad (V.5)$$

$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$  est la contrainte effective (voir §II.4.1).  $R$  décrit l'évolution isotrope de l'écrouissage.  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente et  $\sigma_{e0}$  la limite d'écoulement du matériau vierge.  $D$  est la variable interne d'endommagement.

Le potentiel d'endommagement [Lem88] est choisi sous la forme d'une fonction puissance de la variable  $Y$  associée à l'endommagement:

$$\phi_D^* = \frac{S_0}{(s_0 + 1)(1-D)} \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0+1} \quad (V.6)$$

On montre que  $Y$  est le taux de restitution de l'énergie élastique. Elle s'écrit :

$$Y = -\frac{1}{2} (\mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el}) : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (V.7)$$

Dans [Lem88]  $S_0$  et  $s_0$  sont des paramètres du matériau, fonctions de la température. Le potentiel de dissipation est égal à :

$$F = \phi + \phi_D^* \quad (\text{V.8})$$

Expression dans laquelle  $\phi$  correspond à la dissipation plastique et  $\phi_D^*$  à la dissipation due à l'endommagement. Si la variable d'érouissage  $R$  suit une évolution de type Ludwick :

$$R = K \left( \bar{\varepsilon}_{pl}^n \right) \quad (\text{V.9})$$

$\bar{\varepsilon}_{pl}$  est la déformation plastique cumulée. L'équation d'état élastique est :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-D) \mathbf{C}^{el} \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{V.10})$$

$\mathbf{C}^{el}$  est le tenseur d'élasticité, et  $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$  est le tenseur des déformations élastiques. Les évolutions des variables internes sont décrites par les équations suivantes :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \frac{\mathbf{s}}{\boldsymbol{\sigma}_{eq}} \quad (\text{V.11})$$

$$\dot{D} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \phi_D^*}{\partial Y} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0} \quad (\text{V.12})$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (\text{V.13})$$

Avec  $\mathbf{s}$  le tenseur déviateur des contraintes et  $r$  est la variable associée à l'érouissage  $R$ .

D'autre part, en développant et en remplaçant  $Y$  par son expression, nous obtenons une autre expression pour l'incrément de dommage (voir §II.4.1) :

$$\dot{D} = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \left[ \frac{2}{3} (1+\nu) + 3(1-2\nu) \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_H}{\boldsymbol{\sigma}_{eq}} \right)^2 \right] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} \quad (\text{V.14})$$

Pour calculer le correcteur plastique  $\lambda$ , la méthode du retour d'Euler a été utilisée. Il convient dans un premier temps de calculer la normale  $\mathbf{a}$  à la surface de charge :

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s}}{(1-D) \boldsymbol{\sigma}_{eq}} \quad (\text{V.15})$$

Puis la condition de consistance qui s'écrit :

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \phi}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \phi}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (\text{V.16})$$

Nécessite de calculer chacun des termes. Le détail de ces calculs pourra être trouvé en annexe. Après calcul, l'incrément  $\dot{\lambda}$  du correcteur plastique s'écrit :

$$\dot{\lambda} = \frac{(1-D)\mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H_D + H_R} \quad (\text{V.17})$$

Dans cette expression les deux coefficients  $H_D$  et  $H_R$  sont définis par les expressions suivantes :

$$H_R = \frac{\partial R}{\partial r} \quad (\text{V.18})$$

Et :

$$H_D = (1-D)\mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \mathbf{a} + \frac{Y^*}{(1-D)} \left[ \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} - \frac{R + \sigma_0}{1-D} \right] \quad (\text{V.19})$$

Où  $Y^*$  est posé tel que :

$$Y^* = \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0} \quad (\text{V.20})$$

*Cas d'un matériau à comportement anisotrope :*

Les développements précédents peuvent être couplés avec l'anisotropie de Hill et l'écouissage cinématique de Prager. Dans ce cas, la contrainte équivalente a pour expression:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{X}) : \boldsymbol{\Pi} : (\mathbf{s} - \mathbf{X})} \quad (\text{V.21})$$

Où  $\boldsymbol{\Pi}$  est la matrice de Hill (voir §II.3).  $\mathbf{X}$  qui est le tenseur associé à l'écouissage cinématique est supposé évoluer linéairement conformément à l'expression :

$$\mathbf{X} = (1-D)C\boldsymbol{\alpha} \quad (\text{V.22})$$

Où  $C$  est un coefficient qui dépend du matériau.  $\boldsymbol{\alpha}$  est la variable interne associée à  $\mathbf{X}$ . Dans le cadre de la normalité, son évolution est caractérisée de la façon suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{V.23})$$

La condition de consistance pour les matériaux anisotropes s'écrit alors :

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{X}} : \dot{\mathbf{X}} + \frac{\partial \phi}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \phi}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (\text{V.24})$$

Après quelques calculs et la détermination des différents termes, l'incrément du correcteur plastique devient:

$$\dot{\lambda} = \frac{(1-D)\mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H_D + H_R + H_X} \quad (\text{V.25})$$

Un nouveau coefficient relié à l'écroissage cinématique apparaît dans (V.28), défini comme suit :

$$H_x = \mathbf{Ca} : \left[ (1-D)\mathbf{a} - \frac{Y^* \mathbf{a}}{1-D} \right] \quad (\text{V.26})$$

Ce modèle a été ensuite implémenté dans des sous-routines écrites en langage FORTRAN pour être utilisées avec le schéma d'intégration implicite (UMAT) ou explicite (VUMAT) d'Abaqus. Ces sous-routines une fois compilées permettent le calcul du correcteur plastique et la correction du tenseur des contraintes à chaque incrément de temps du logiciel. Il est également possible de récupérer la valeur du dommage  $D$  calculé aux points d'intégration en utilisant les propriétés d'entrées-sorties des sous-routines du code Abaqus.

Après quelques tests effectués sur des cas simples de traction ou de cisaillement, les modèles numériques basés sur les développements précédents, ont été mis en œuvre pour la simulation des procédés qui interviennent successivement lors de l'élaboration sur presse des pièces d'ancrage (voir la Figure I.2 du Chapitre I). Pour respecter l'ordre d'apparition des opérations industrielles, nous présenterons 1- le découpage, 2- le rayonnage, 3- le pliage et 4- le dépliage en traction.

### V.3.2. Procédé de découpe

Le procédé de découpe a été antérieurement étudié par R. Hambli [Ham96] puis par A. Mkaddem [Mka03]. Aujourd'hui pour l'entreprise, l'objectif est de concevoir une base de données qui permettent de coupler la simulation du découpage à la découpe expérimentale en vue de définir le meilleur jeu poinçon-matrice de découpe pour un lot de matière donnée afin de minimiser l'effort de découpe et la hauteur de bavure. Les objectifs précédents seront réalisés en tenant compte du lot de matière (correspondant à un matériau donné, dans une épaisseur et une largeur de bobine de tôle proposées par les fournisseurs).

L'étude succincte qui suit n'a pour but que de montrer les possibilités de la simulation que nous avons développée et qui pourra s'appliquer à toutes les opérations de mise en forme.

Pour éviter un temps de calcul rédhibitoire, l'opération de découpage a été simulée en 2D dans l'hypothèse d'une déformation plane en formulation implicite.

La figure V.6 montre la distribution des contraintes de cisaillement pour un exemple de simulation de découpe bidimensionnelle avec un acier S500MC de 4 mm d'épaisseur en utilisant le critère d'endommagement de Gurson-Tvergaard-Needleman. La pénétration du poinçon est d'environ 25%. Nous pouvons distinguer sur cette figure la formation de la partie bombée et la ligne de cisaillement de la tôle entre le poinçon et la matrice. C'est cette ligne qui, partant de l'angle du poinçon pour se diriger vers l'angle de la matrice, doit être la plus parfaite possible afin de réaliser une « bonne découpe ». Cet impératif industriel est largement conditionné par le jeu existant entre la matrice et le poinçon. Dans ses études, Hambli a montré qu'il devait se situer entre 10 et 15% de l'épaisseur de la tôle et nous avons retenu ici la valeur 10%.

Cette simulation permet également de déterminer la zone influencée par la découpe près du bord où se développent les contraintes résiduelles. Cette information est notamment utile pour assurer une distance minimum entre pièces pour la mise en bande. En effet, il sera nécessaire de conserver une distance au moins égale à 2 fois la distance influencée par la découpe entre 2 pièces sur la bobine. La figure V.7 montre le champ des contraintes de Von Mises qui permet aussi de juger de l'influence de la découpe.

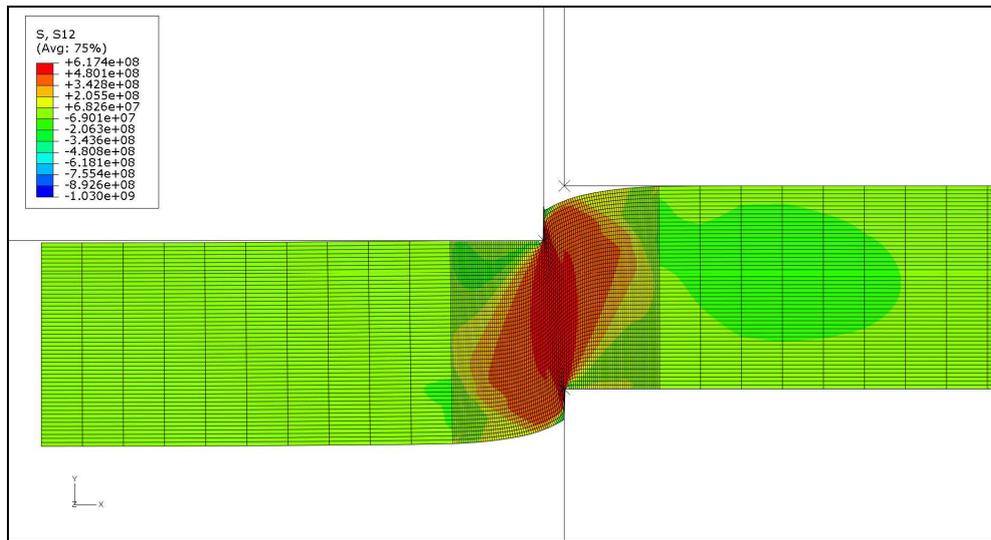


Figure V.6 – Contrainte de cisaillement  $\sigma_{XY}$  lors du procédé de découpe

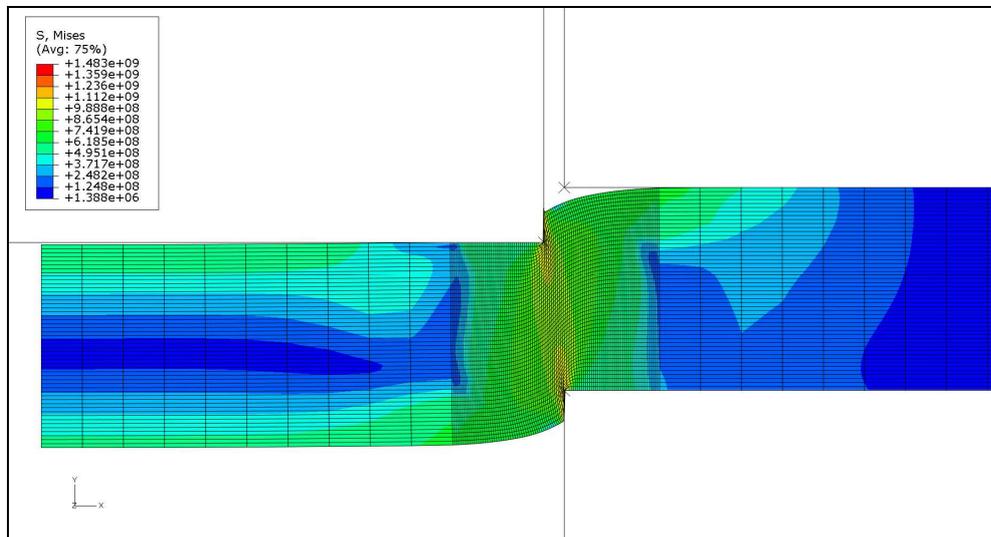


Figure V.7 – Contrainte équivalente de Von Mises lors du procédé de découpe

Par des études numériques et expérimentales, l'évolution de la base de données pour la découpe ira de paire avec l'identification et la caractérisation de plusieurs matériaux. Cette caractérisation fait aujourd'hui l'objet d'une autre thèse au sein du laboratoire en collaboration avec l'entreprise DEVILLÉ S.A.

### V.3.3. Procédé de rayonnage

Le procédé de rayonnage des arêtes du trou oblong est le premier procédé simulé sous Abaqus.

La première étape consiste à importer la demi-pièce créée par CATIA au format "Step". Ensuite, il faut importer de la même manière le demi-poinçon de rayonnage. Il est ici inutile de modéliser l'intégralité du poinçon, car seules les surfaces qui entrent en contact avec la pièce sont importantes. La figure V.8 montre les surfaces qui sont conservées pour la simulation du procédé de rayonnage en rouge.

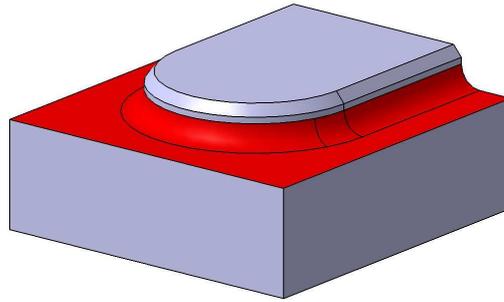


Figure V.8 – Surfaces utiles du poinçon de rayonnage

La pièce est modélisée en utilisant des éléments volumiques de type brique à 8 nœuds et à intégration réduite (C3D8R), tandis que les surfaces du poinçon de rayonnage sont considérées comme des parties rigides discrètes et sont modélisées avec des éléments rigides à 4 nœuds (R3D4). Les conditions de contact entre la pièce et les surfaces rigides sont considérées sans frottement. Cela revient à considérer la lubrification suffisamment efficace en phase expérimentale. Les conditions limites concernent tout d'abord, la symétrie de la pièce sur les faces sombres de la figure V.9.

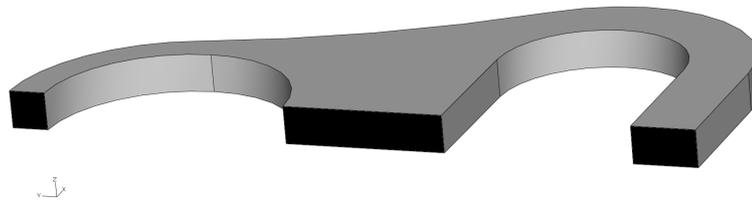


Figure V.9 – Conditions de symétrie suivant l'axe X

Ensuite, les faces extérieures ainsi que l'intérieur du trou de fixation sont maintenus par des conditions d'encastrement de façon à éviter l'écoulement de la matière. Les figures V.10 et V.11 montrent les surfaces concernées (les surfaces sombres sur les figures).

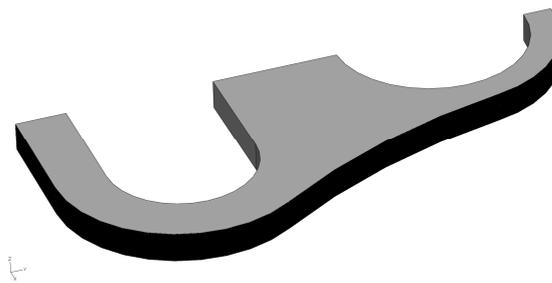


Figure V.10 – Conditions d'encastrement sur les faces extérieures pour le procédé de rayonnage

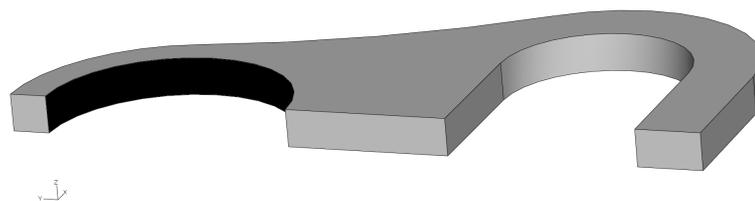


Figure V.11 – Conditions d'encastrement du trou de fixation pour le procédé de rayonnage

Les surfaces planes du poinçon de rayonnage permettent le positionnement par rapport à la demi-pièce. Au départ, ces surfaces sont disposées chacune à 1mm de la pièce. La figure V.12 montre ce positionnement.

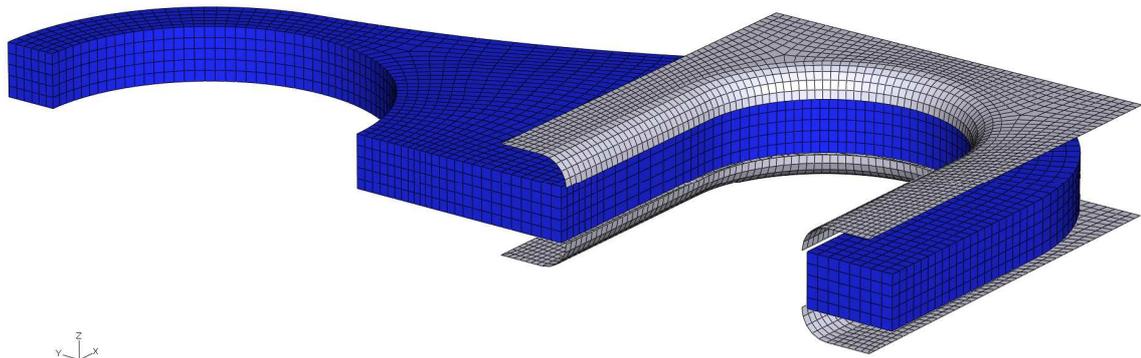


Figure V.12 – Positionnement initiale pour le procédé de rayonnage

La première étape consiste à déplacer les surfaces rigides du poinçon de rayonnage de 1mm de telle sorte qu'elles viennent en contact avec la pièce. Le procédé réel est réalisé en deux étapes, mais il est plus commode en simulation, pour un gain de temps notamment de rayonner les deux côtés de la pièce en une seule étape. Pour certaines configurations, les surfaces rigides peuvent s'interpénétrer, mais aucune condition de contact n'étant définie entre elles, cela n'aura pas d'influence sur le calcul.

Ensuite, les surfaces se retirent de 2 mm pour se dégager complètement de la pièce, et enfin l'ensemble des outils se déplace de 50 mm pour que les outils de pliage se positionnent au niveau de la pièce. La figure V.13 présente la pièce à la fin du procédé de rayonnage.

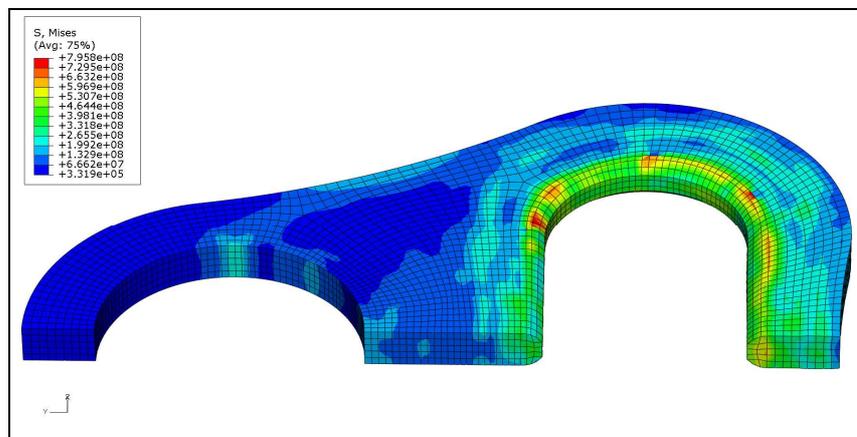


Figure V.13 – État de contrainte dans la pièce après rayonnage

### V.3.4. Procédé de pliage

Les outils de pliage : matrice, serre flan et poinçon sont définis comme étant des surfaces analytiques rigides, elles sont directement conçues paramétriquement sous Abaqus. Dans ce cadre, le dernier paramètre de l'étude d'optimisation lié au procédé est le rayon de la matrice de pliage qui est, tout comme le rayon du poinçon de rayonnage, lié à l'épaisseur de la pièce :

$$R_m = \frac{X5}{X6}$$

Avec,  $R_m$  le rayon de matrice,  $X5$  est le paramètre qui définit l'épaisseur de la pièce et  $X6$  le paramètre qui va établir le lien entre ces deux valeurs. Il existe au total 7 paramètres

pour l'optimisation, dont 4 définissent la forme extérieure de la pièce, 1 définit l'épaisseur de la pièce et enfin, X6 et X7 définissent respectivement le rayon de la matrice de pliage et le rayon du poinçon de rayonnage.

Les conditions limites de symétrie de la pièce sont conservées (voir figure V.9) et une condition d'encastrement dans le trou de fixation permet de maintenir la pièce lors du pliage, mais cette fois, elle n'est appliquée que sur la moitié du trou. La figure V.14 montre la surface concernée en sombre. Cette condition permet de représenter une goupille d'arrêt ajustée avec un jeu de  $1/10^{\text{ème}}$  dans le trou de fixation.

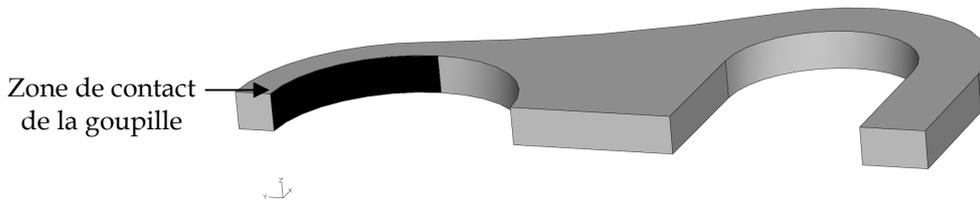


Figure V.14 - Condition d'encastrement pour le procédé de pliage

Le contact entre la matrice et la pièce est défini par la loi de Coulomb avec un coefficient de frottement de 0,1 qui correspond dans la littérature à un contact acier/acier. Il en est de même pour le contact entre la pièce et le serre-flan. Le contact entre le poinçon et la pièce est quand à lui défini avec un coefficient de frottement nul.

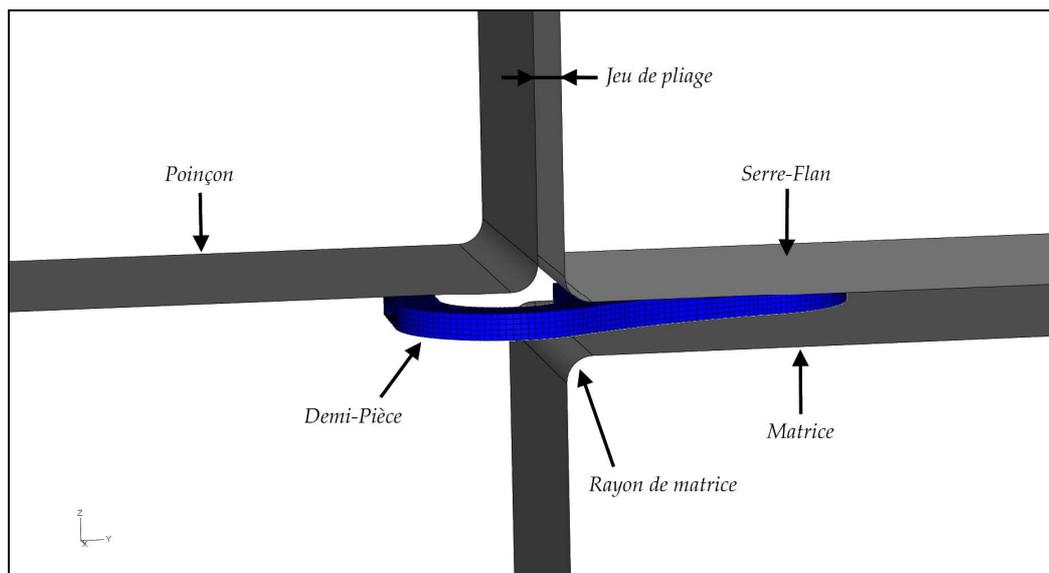


Figure V.15 - Positionnement initial pour le procédé de pliage

Le jeu de pliage est défini comme égal à l'épaisseur de la pièce, l'influence de ce jeu ayant été étudiée par R. Bahloul [Bah05], la valeur de ce jeu n'a donc pas été inclus dans l'optimisation. Le positionnement relatif des différents outils et de la pièce au temps  $t=0$  du procédé de pliage est représenté sur la figure V.15.

Le serre-flan et la matrice sont disposés à 1 mm de la pièce de chaque côté. La première étape consiste donc à venir en contact avec la pièce. Le poinçon descend ensuite de 20 mm, cette distance permet de s'assurer que le poinçon va descendre suffisamment bas pour finaliser le processus de pliage à  $90^\circ$ .

L'étape suivante consiste à remonter le poinçon à sa position initiale et ensuite à dégager la matrice et le serre-flan. Une fois cette opération terminée, les outils de pliage sont décalés suivant l'axe X pour laisser la ceinture se positionner pour le dépliage. L'ensemble du cycle de mise en forme est détaillé figure V.19.

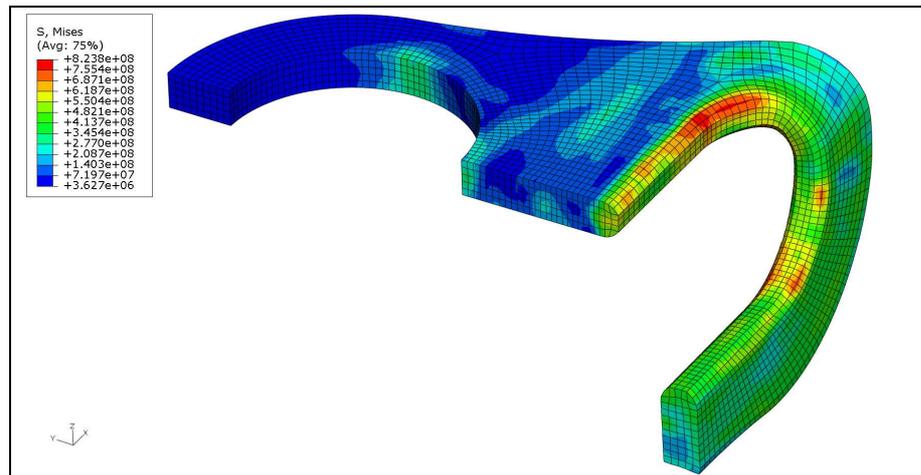


Figure V.16 – État de contrainte dans la pièce après le procédé de pliage

La figure V.16 montre les isovaleurs de Von Mises dans la pièce après la phase de pliage.

### V.3.5. Dépliage en traction

Le dépliage de la pièce simule un dépliage quasi-statique de la pièce sur une machine de traction. Expérimentalement, ce test est effectué en bloquant le trou de fixation par une goupille, et la pièce est tractionnée à l'aide d'une ceinture de sécurité que l'on passe à l'intérieur du trou oblong.

L'objectif ici n'est pas de reproduire le comportement de la ceinture de sécurité, mais de déterminer l'effort maximal lors du dépliage de la pièce. Ainsi, la ceinture est modélisée par une pièce rigide discrète en arc de cercle dont le déplacement est imposé sur un point de référence. L'effort sera récupéré en considérant la force de réaction sur ce point de référence.

Les éléments qui modélisent la ceinture sont des éléments rigides à 4 nœuds (R3D4). La ceinture va se déplacer dans un plan à 45° par rapport au plan XY de 22,6 mm. Cette distance permettra de redresser entièrement la pièce.

Lors de l'étape de dépliage, les conditions limites de symétrie sont maintenues sur la pièce (voir figure V.9) et la condition d'encastrement du trou de fixation est prolongée depuis l'étape de pliage (voir figure V.14). La figure V.17 montre le positionnement de la ceinture et de la pièce au début de l'étape de dépliage. La figure V.18 montre l'état de contrainte (contrainte de Von Mises) dans la pièce après dépliage.

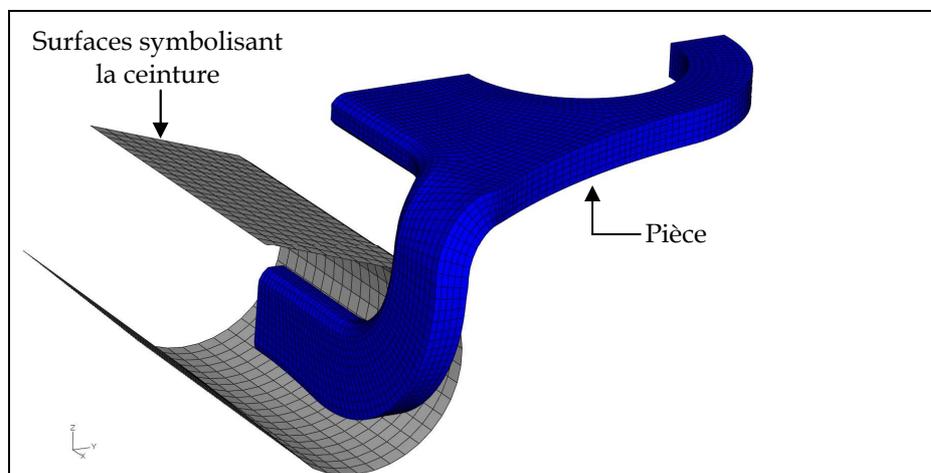


Figure V.17 – Positionnement initial pour le dépliage de la pièce

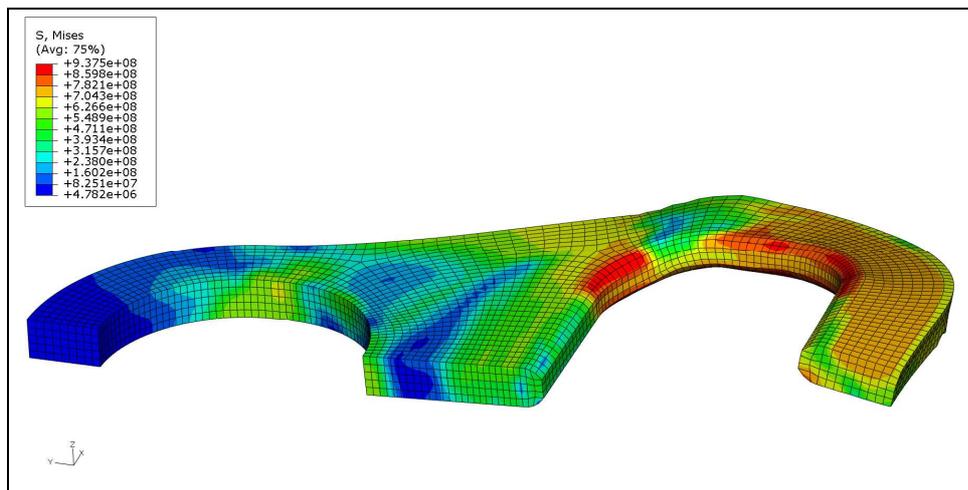


Figure V.18 – État de contrainte dans la pièce après dépliage

### V.3.6. Séquence de simulation et scripts

L'optimisation porte sur la simulation des procédés décrits ci-dessus. L'ensemble des procédés et le dépliage sont générés via un script Abaqus écrit en langage PYTHON. Le principe est le même que pour les scripts CATIA. Ce type de fichier permet d'automatiser les processus de définition du modèle ; du maillage ; de l'assemblage ; des conditions limites et des conditions de chargement. D'autre part, il permet tout comme les fichiers script de CATIA d'être lancé en tâche de fond (mode batch). Ces fichiers sont réécrits et exécutés par l'algorithme génétique au cours du processus d'optimisation.

Le début du fichier script contient la définition du rayon de matrice :

```
X_05= 0.004           # épaisseur
X_06= 1               # division du rayon de matrice
RM = X_05/X_06       # rayon de matrice
```

La valeur de RM est ensuite utilisée par le script lors de la création du rayon de la matrice de pliage :

```
s.FilletByRadius(radius=RM, curve1=g[3], nearPoint1=(-
0.0246860682964325, 0.021033026278019), curve2=g[2], nearPoint2=(-
0.0209285467863083, 0.025001984089613))
```

Ainsi, l'algorithme génétique n'a qu'à réécrire l'ensemble du fichier script en modifiant les trois premières lignes qui permettent de calculer le rayon de matrice.

La séquence correspondant à cette simulation est décrite sur la figure V.19. :

- a- Positionnement initial
- b- Rayonnage des arêtes du trou oblong
- c- Décalage de l'ensemble des outils
- d- Pliage de la pièce
- e- Décalage de l'ensemble des outils après retour élastique de la pièce après pliage
- f- Dépliage de la pièce.

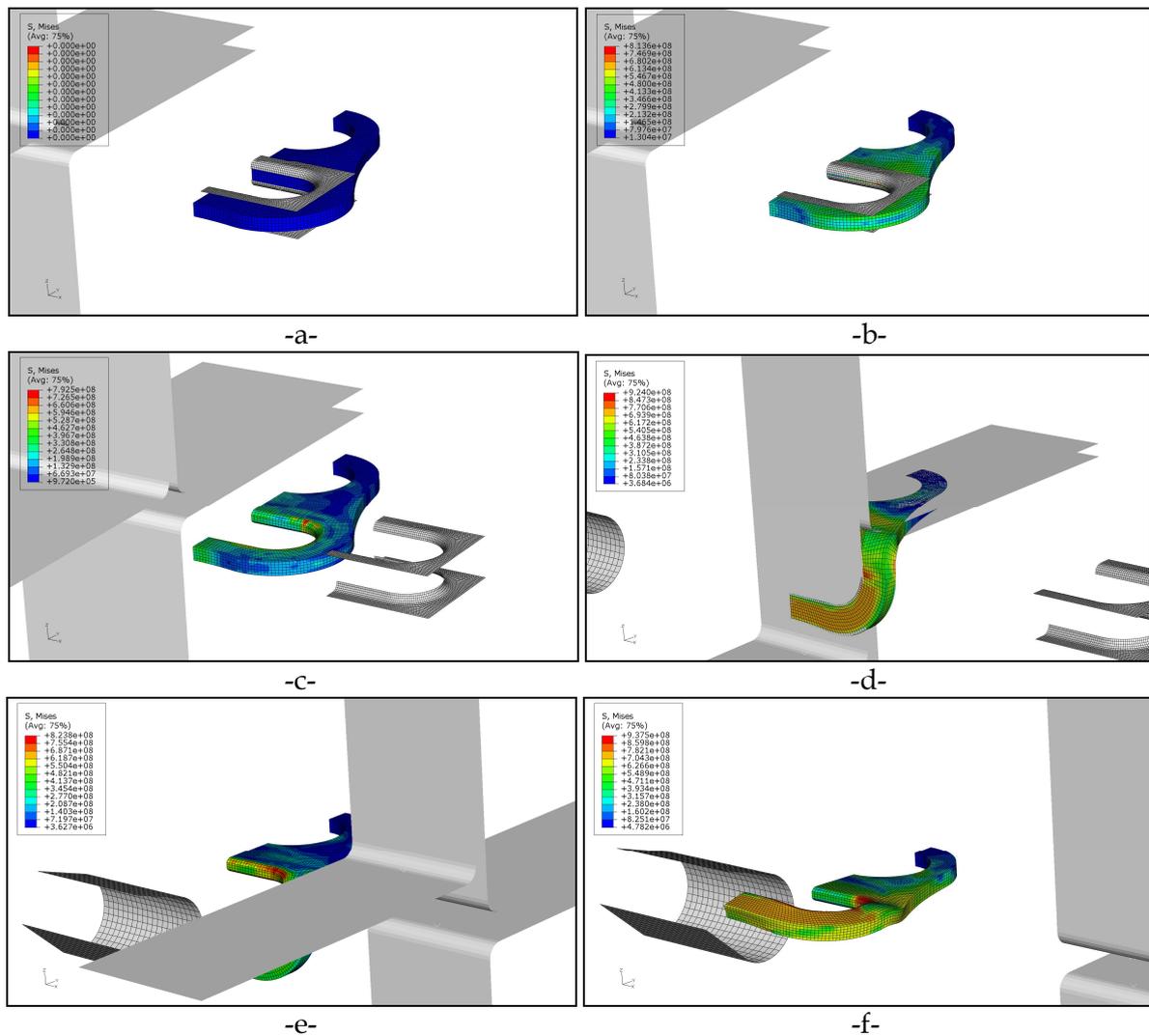


Figure V.19 – Séquençage de la simulation

## V.4. Couplage – Principe

Le principe de l'algorithme génétique (A.G.) couplé avec CATIA et Abaqus est le suivant :

- 1- L'A.G. génère la première génération d'individus aléatoirement
- 2- L'A.G. évalue les individus de la première génération :
  - a. Il réécrit les scripts pour CATIA avec les paramètres [X1 ; X2 ; X3 ; X4 ; X5 ; X7] de l'individu concerné puis les exécute en tâche de fond
  - b. Il réécrit le script pour Abaqus avec les paramètres [X5 ; X6] de l'individu et l'exécute en tâche de fond
  - c. Il récupère les valeurs des fonctions objectifs
- 3- L'A.G. classe les individus en fonction de la valeur des fonctions objectifs
- 4- Il croise ensuite les individus en leur attribuant une probabilité de croisement relativement à leur classement, pour obtenir la génération suivante
- 5- Il utilise l'opérateur de mutation associé à la probabilité de mutation qui va modifier la valeur d'un paramètre pour un individu si la probabilité est vérifiée
- 6- Enfin, il recommence à l'étape numéro 2 pour la seconde génération, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il atteigne un nombre de générations imposé.

Les scripts en langage PYTHON pour Abaqus ou en langage Visual Basic pour CATIA, sont également utilisés pour extraire des résultats les valeurs de fonctions objectifs. Par exemple, dans les études présentées au chapitre VI, le volume est restitué à l'aide d'un script CATIA, les valeurs de contrainte, de dommage ou encore d'effort sont récupérées à l'aide d'un script pour Abaqus.

La figure V.20 présente le schéma de principe du couplage entre l'A.G., CATIA et Abaqus, où  $n_g$  représente la génération en cours d'évaluation,  $n_G$  le nombre de générations imposées à l'algorithme et  $n_i$  le nombre d'individus par génération.

Dans le cas où les réseaux de neurones constitués sous MatLab prennent le relais du calcul par éléments finis sous Abaqus, le schéma devient celui de la figure V.21 avec  $n_A$  le nombre de générations au bout duquel l'algorithme utilise l'approximation des réseaux de neurones.

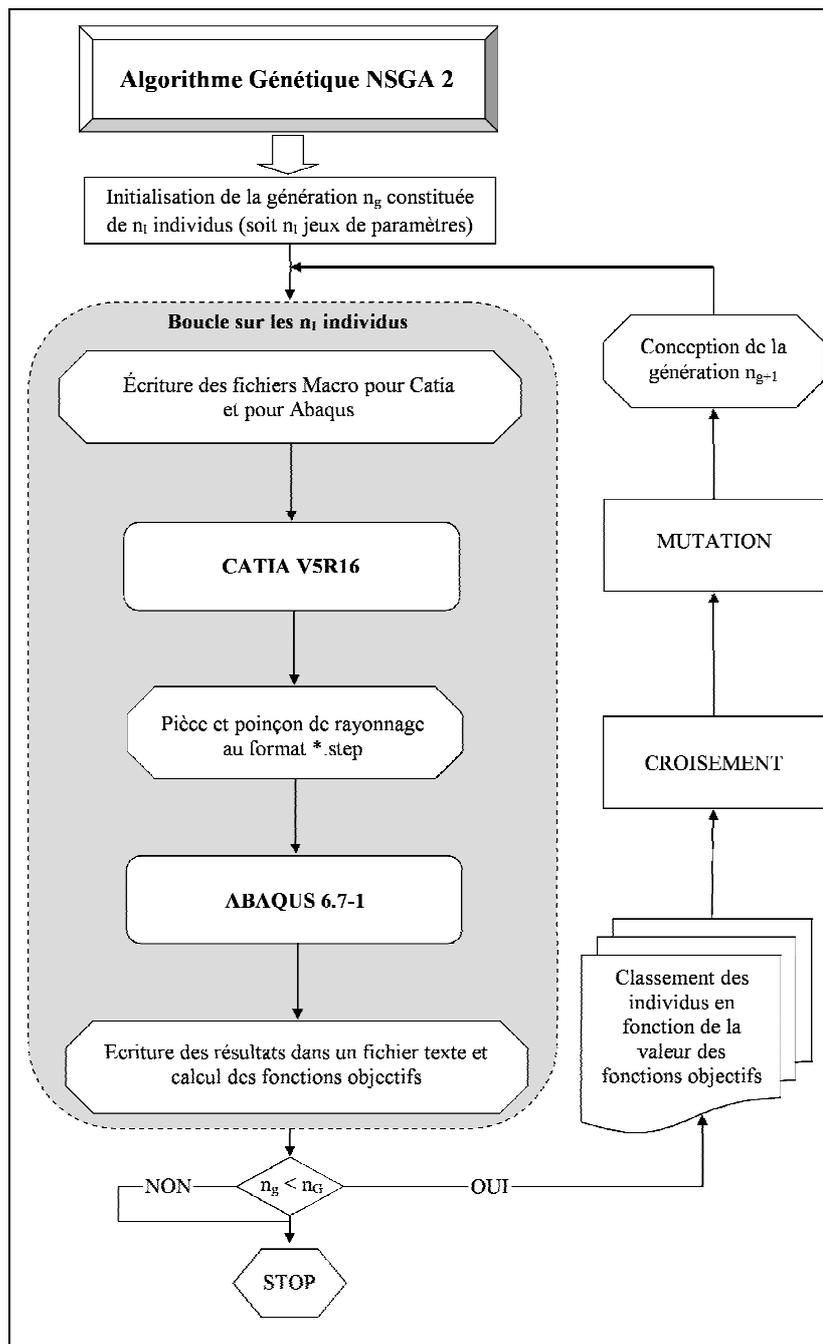


Figure V.20 – Schéma de principe du couplage A.G. / CATIA / Abaqus

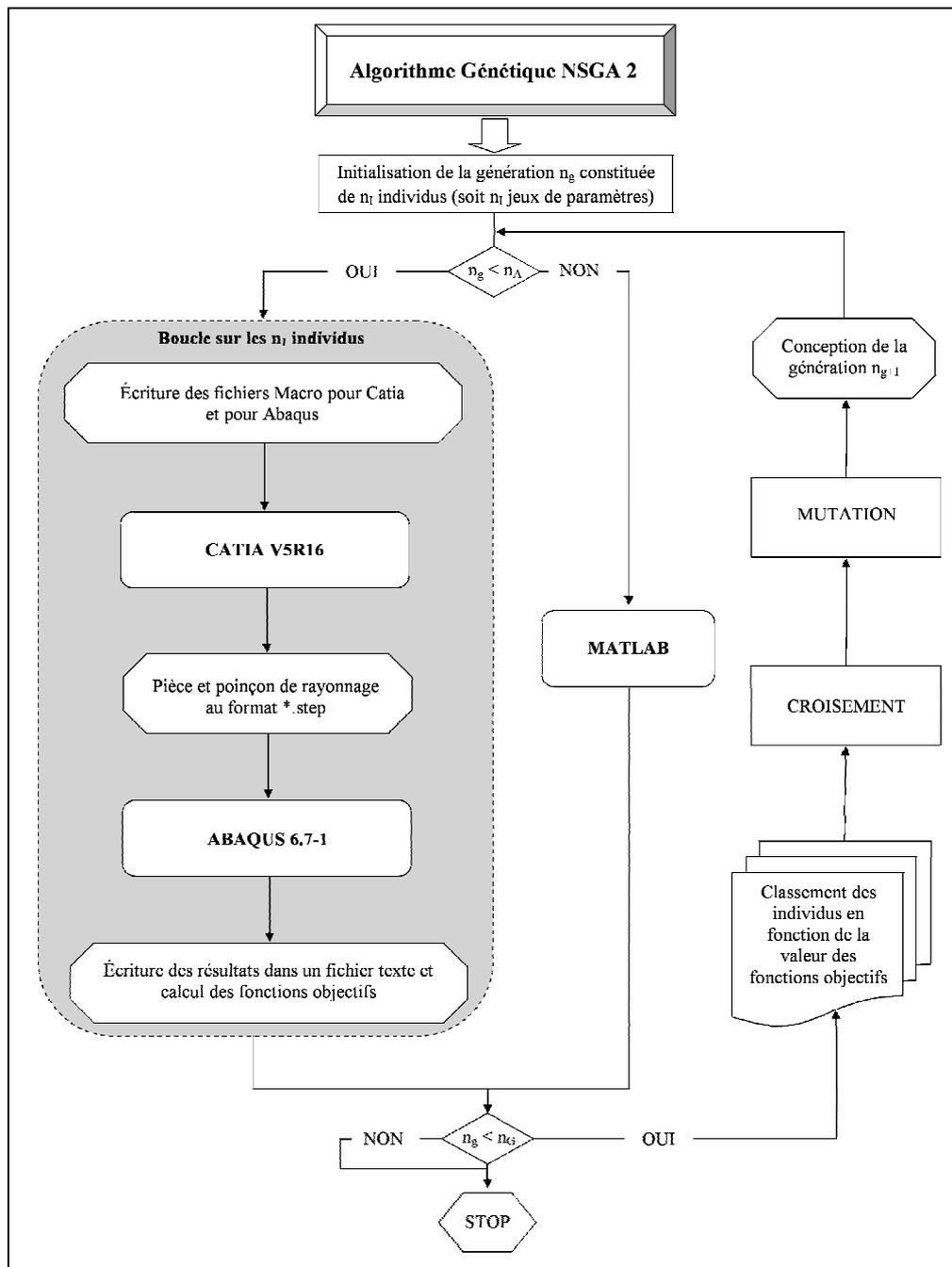


Figure V.21 – Schéma de principe du couplage avec utilisation des réseaux de neurones sous MatLab

## V.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu mettre en évidence l'intérêt des scripts pour l'automatisation de la conception des pièces et des outils de rayonnage ainsi que des calculs par éléments finis.

Nous avons détaillé la modélisation de chaque procédé mis en jeu dans cette étude. Le dépliage statique de la pièce après sa mise ne forme a également été exposé. Les différentes conditions limites nécessaires lors de la simulation ont été détaillées.

Finalement, ce chapitre nous a permis de schématiser l'ensemble du processus d'automatisation et d'optimisation représenté sur les figure V.20 et V.21.

# CHAPITRE VI

## Analyse et Validation

---

### VI.1. Introduction

Nous avons présenté dans les chapitres précédents le principe du couplage entre des méthodes d'optimisation, des logiciels de CAO et des codes de calculs par éléments finis. Nous avons également montré l'importance des lois de comportement des matériaux utilisées dans de tels couplages.

Ce type de couplage est de plus en plus souvent utilisé pour l'optimisation de forme, mais aussi pour l'optimisation des paramètres des procédés de mise en forme et le choix des matériaux. Ce type de couplage peut également être utilisé dans le cas de méthodes d'identification inverse des paramètres de lois de comportement complexes ne permettant pas, ou difficilement une identification directe.

Dans ce dernier chapitre nous présentons l'utilité de méthodes multi-objectifs, dans un premier temps pour améliorer les méthodes d'identification inverse puis pour le cas général de cette étude, c'est-à-dire pour l'amélioration de la forme de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité et des procédés qui lui sont associés.

Deux cas seront détaillés pour l'étude de la ferrure d'ancrage. Le premier ne prend en compte que le rayonnage et le pliage de la pièce pour l'optimisation de valeurs maximales de la contrainte de Von Mises, de son écart-type et du dommage. Le second prend en compte le dépliage statique de la pièce et optimisera l'effort maximal constaté lors de ce dépliage, il répond au critère de gain de masse en minimisant le volume de la pièce.

### VI.2. Utilisation des méthodes d'optimisation pour la méthode inverse

#### VI.2.1. Objectif de l'étude

L'idée générale de cette étude est de considérer plusieurs courbes pour l'identification de paramètres de lois de comportement complexes. En effet, aujourd'hui de nombreuses études menées se basent uniquement sur la courbe effort-déplacement pour identifier un nombre de paramètres parfois très grand. Globalement, le fait de chercher à obtenir l'erreur minimum sur cette courbe augmente peut être à l'inverse l'erreur sur un cas de chargement différent ou sur la courbe dommage-déformation plastique par exemple.

L'étude que nous proposons ici consiste en une comparaison de deux algorithmes d'optimisation, l'un considéré comme classique dérivant de la méthode de Newton, l'autre multi-objectifs s'appuyant sur l'algorithme génétique NSGA-2 utilisé pour l'étude de la ferrure d'ancrage. L'objectif est de mettre en évidence la possibilité d'utiliser de tels

algorithmes pour identifier un grand nombre de paramètres de lois de comportement en se basant non plus sur une mais sur plusieurs courbes. Nous espérons que cette approche permettra d'atteindre l'unicité de la solution. Il peut en effet être constaté aujourd'hui dans la littérature que pour une même loi et pour un même matériau, deux auteurs différents trouvent parfois des paramètres très éloignés. Ceci est dû au fait que la solution de l'optimisation est liée à la fois aux données expérimentales et à l'algorithme utilisé.

Nous présenterons dans cette partie l'optimisation de paramètres d'une loi de comportement utilisant le modèle d'endommagement de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) couplé à la loi de Ludwick pour la plasticité.

### VI.2.2. Paramètres à identifier

Nous rappelons ici les principales équations du modèle de GTN de façon à mettre en évidence les paramètres à identifier, le lecteur pourra trouver plus de détails sur le modèle au chapitre II.4.2.

La loi de comportement utilisée pour définir l'évolution du seuil d'écoulement en fonction de la déformation plastique est une loi de Ludwick :

$$\sigma_e = \sigma_{e0} + K \bar{\epsilon}_{pl}^n \quad (VI.1)$$

Cette équation met en évidence les 3 premiers coefficients à identifier :

- La limite d'élasticité du matériau vierge  $\sigma_{e0}$ , qui fera l'objet d'une variation faible autour de la valeur expérimentale de manière à donner plus de souplesse au système d'optimisation
- Le module d'écroutissage  $K$ , dont la valeur déduite de l'expérience peut être erronée du fait que l'on ne puisse pas dissocier les phénomènes d'écroutissage et d'endommagement
- L'exposant d'écroutissage  $n$ .

La fonction de charge du modèle GTN est définie de la façon suivante :

$$\phi = \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_e} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_H}{2\sigma_e} \right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0 \quad (VI.2)$$

Cette équation entraîne l'addition de trois coefficients supplémentaires :  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ .

Enfin, nous prendrons en compte dans cette étude la fonction décrivant la germination des porosités :

$$\dot{f}_{ger} = A \dot{\bar{\epsilon}}_{pl} \quad (VI.3)$$

Avec :

$$A = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\epsilon}_{pl} - \epsilon_N}{s_N} \right)^2 \right] \quad (VI.4)$$

Il vient s'ajouter 3 nouveaux paramètres :

- $f_N$ , la fraction volumique de porosité pouvant participer à la germination
- $s_N$ , l'écart-type de la distribution normale
- $\epsilon_N$ , la valeur moyenne de la distribution normale.

Nous avons donc un total de 9 paramètres à identifier. Rappelons qu'une première série de ces neuf valeurs a été déterminée au chapitre II.4.2 en utilisant uniquement la courbe effort-déplacement. Les résultats de ces deux études pourront ainsi être comparés.

### VI.2.3. Principe de l'identification

Le principe général de cette identification inverse est le suivant :

- 1) Les essais expérimentaux permettent de déterminer les valeurs initiales d'un certain nombre de paramètres, notamment :  $\sigma_{e0}$ ,  $K$  et  $n$ . Les paramètres du modèle de GTN sont tirés de la bibliographie [Ham96].
- 2) Une simulation d'un essai de traction est effectuée sur une éprouvette à section droite (voir figure VI.1) avec le logiciel Abaqus 6.7<sup>®</sup>. Lors de cette simulation sont calculés les efforts et les déplacements. Nous récupérons également le taux de porosités (correspondant au dommage pour le modèle GTN) et la déformation plastique équivalente maximale.
- 3) Les valeurs ainsi récupérées sont comparées aux courbes expérimentales et l'erreur quadratique (voir figure VI.2) pour la courbe effort-déplacement et pour la courbe dommage-déformation plastique équivalente est calculée.
- 4) Ensuite, les deux algorithmes d'optimisation, le premier qualifié de "classique" provenant de MatLab d'une part et l'algorithme génétique NSGA-2 d'autre part sont utilisés pour améliorer les paramètres et relancer la simulation jusqu'à ce que le processus d'optimisation soit terminé.

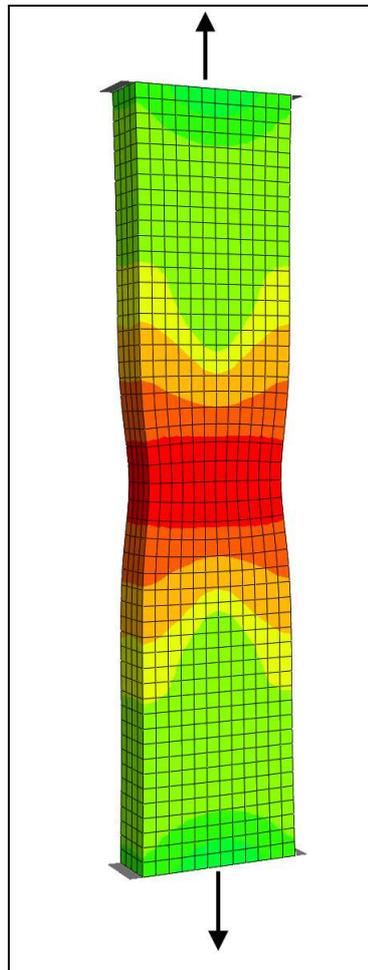


Figure VI.1 – Simulation d'un essai de traction monotone avec le logiciel Abaqus 6.7<sup>®</sup>

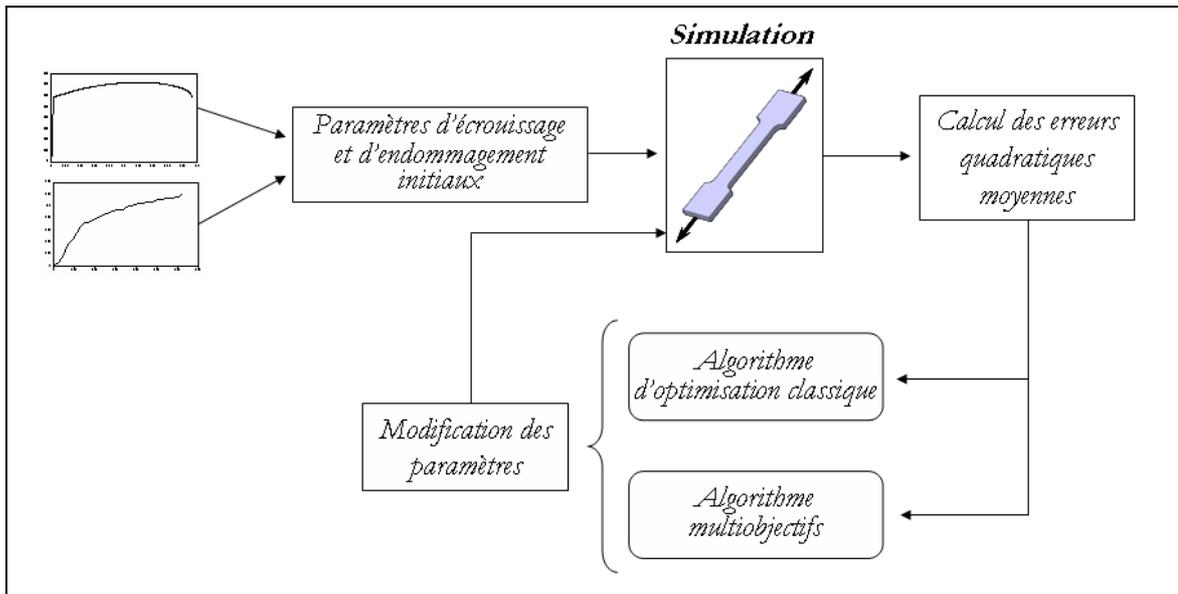


Figure VI.2 – Schéma de principe de la méthode inverse

### VI.2.4. Courbes expérimentales

Nous avons obtenu la courbe effort-déplacement en effectuant un essai de traction monotone sur la machine Zwick présentée au chapitre II (Voir Figure II.11).

La courbe représentant l'évolution du taux de porosité en fonction de la déformation plastique équivalente provient des travaux de A. Sarfati [Sar08]. Le principe consiste en un essai de traction d'une éprouvette présentant un gradient de déformation (voir figure VI.3) sur laquelle des lignes droites servant de repères sont dessinées préalablement à un essai de traction. Chaque section  $S_n$  de l'éprouvette correspondant à la  $n^{\text{ème}}$  ligne est mesurée avant le chargement.

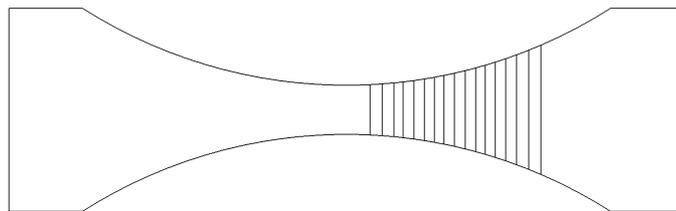


Figure VI.3 – Éprouvette avec gradient de déformation

Après rupture de l'éprouvette, les sections sont alors mesurées de nouveau et cette mesure permet de déduire la déformation plastique équivalente correspondante à l'aide de l'équation VI.5.

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{S_n}{S_n^0}\right) \quad (\text{VI.5})$$

Le taux de porosité est analysé à partir de photos numériques, prises au microscope électronique à balayage le long de chaque ligne. Le logiciel VISILOG® en appliquant un seuillage sur ces photos permet de mesurer la surface des porosités apparentes. La figure VI.4a montre l'image avant traitement et la figure VI.4b, l'image après traitement.

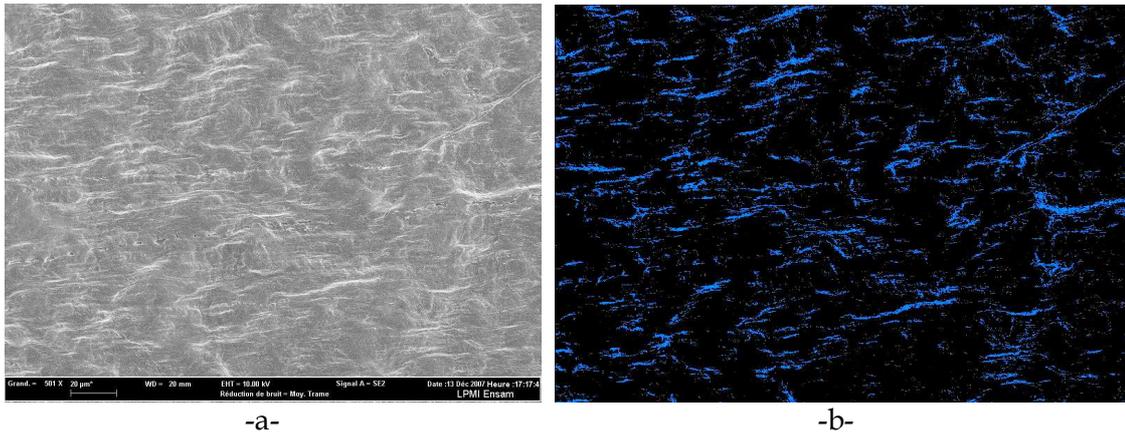


Figure VI.4 – Photographies prises au MEB, -a- avant et -b- après traitement sur VISILOG®

La surface des porosités apparentes ainsi calculée est divisée par la surface de la photo. Cette fraction surfacique de porosités est considérée équivalente à la fraction volumique de porosités. Il est prévu d’effectuer une série de mesures en tomographie à rayons X afin de vérifier cette hypothèse.

On en déduit la courbe représentant l’évolution du taux de porosités en fonction de la déformation plastique équivalente. La figure VI.5 présente cette courbe pour l’acier à Haute Limite d’Élasticité S500MC.

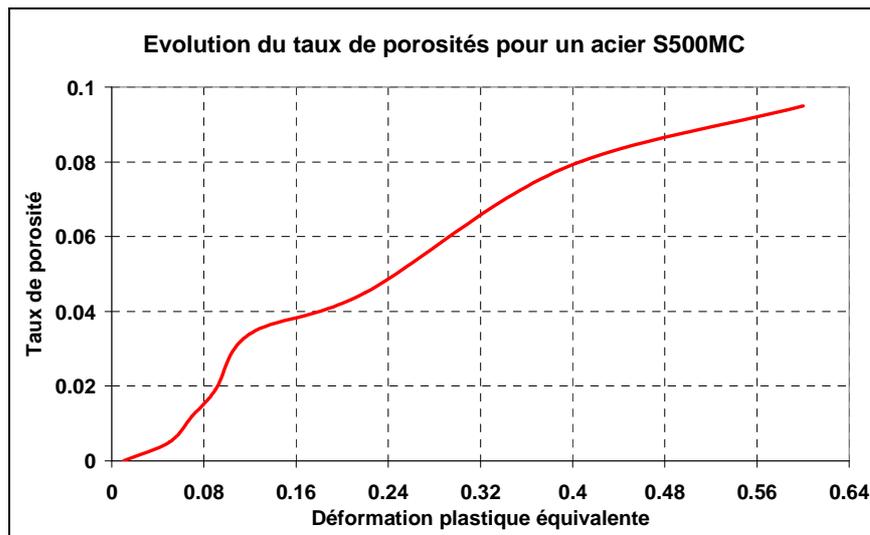


Figure VI.5 – Évolution du taux de porosité pour un acier HLE S500MC

### VI.2.5. Algorithmes

La fonction coût  $f$  que nous avons utilisée est définie au sens des moindres carrés non linéaires :

$$\min_x [f(\mathbf{x})] = f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_m(\mathbf{x})^2 \quad (\text{VI.6})$$

Chaque fonction  $f$  correspond, pour un vecteur de coefficients  $\mathbf{x}$  donné et pour une valeur de déplacement dans le cas de la courbe effort-déplacement ou une valeur de déformation plastique pour la courbe de dommage, à l’écart entre la courbe expérimentale et la courbe provenant de la simulation :

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i^{sim}(\mathbf{x}) - f_i^{exp}(\mathbf{x}) \quad (\text{VI.7})$$

La figure VI.6 schématise le principe du calcul des fonctions  $f$  pour l'erreur quadratique sur la courbe effort-déplacement. Le même principe est appliqué sur la courbe du dommage.

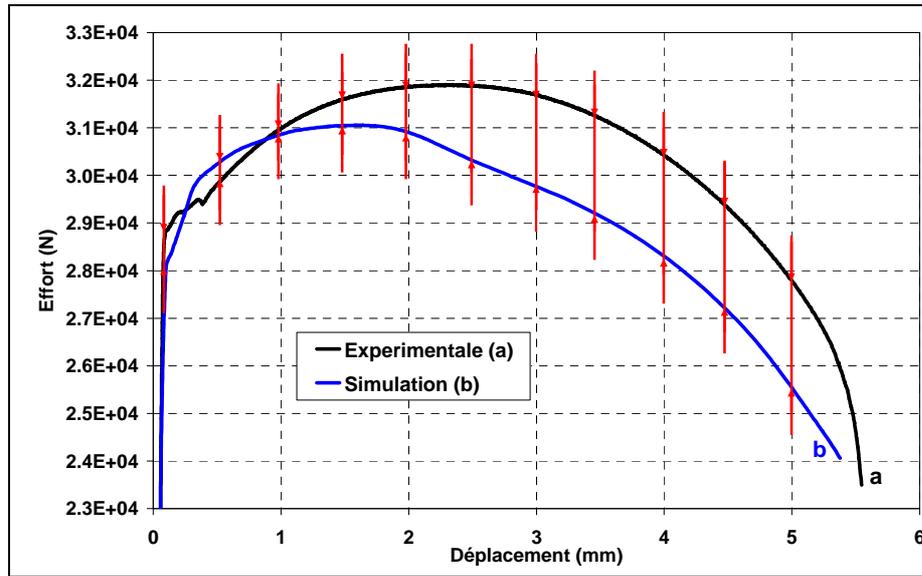


Figure VI.6 – Principe du calcul de l'erreur quadratique sur la courbe effort-déplacement

L'algorithme classique a déjà été détaillé au chapitre II.4.2 et ne sera pas rappelé ici. Pour cet algorithme, il n'est possible d'utiliser qu'une seule fonction coût. Il est nécessaire de sommer les erreurs quadratiques des deux courbes. Cette opération doit être réalisée en prenant soin d'effectuer un certain nombre de corrections afin de ne pas privilégier l'une des deux courbes par rapport à l'autre (normalisation des paramètres, équilibrage du nombre de fonctions et ajustement du degré d'approximation).

Pour l'utilisation de l'algorithme génétique, il n'est nullement nécessaire de recourir à toutes ces corrections. En effet, l'algorithme étant multiobjectifs, les deux sommes sont considérées indépendamment l'une de l'autre et constituent chacune une fonction coût à part entière.

### VI.2.6. Résultats obtenus

Il convient dans un premier temps de vérifier la convergence des deux algorithmes.

Dans le cas du premier algorithme, l'évolution de l'erreur quadratique normalisée par rapport à la première évaluation permet de rendre compte de la convergence. Cette valeur doit diminuer puis se stabiliser autour d'un certain niveau. La figure VI.7 montre cette évolution. Il peut être observé sur cette figure que la première évaluation est bien égale à 1 et que cette valeur diminue pour se stabiliser. D'autre part, nous pouvons remarquer que la partie de l'erreur sur la courbe effort-déplacement (courbe rouge), ainsi que la partie sur la courbe de dommage (courbe bleue) diminue. L'algorithme est bien "équilibré" et optimise ainsi les deux courbes simultanément.

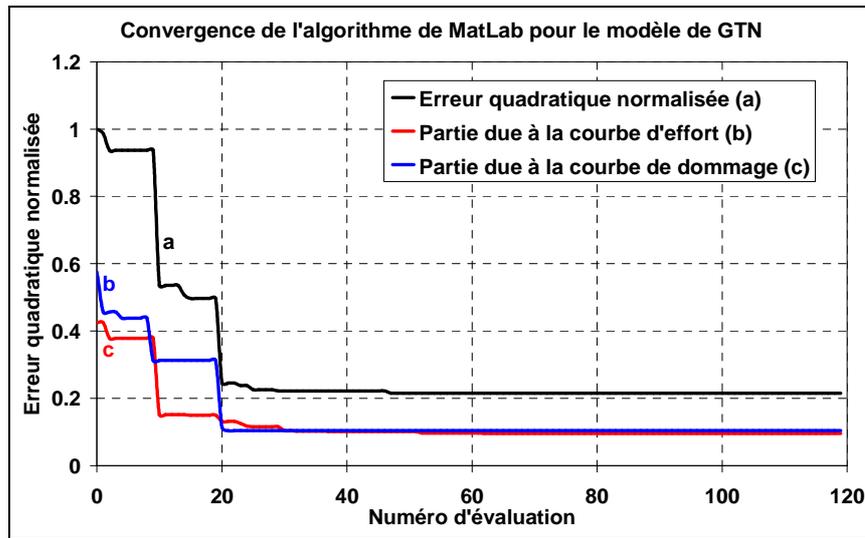


Figure VI.7 – Évolution de l'erreur quadratique normalisée avec l'algorithme de MatLab

Dans le cas de l'algorithme génétique, La convergence est observée à partir du front de Pareto. Ce front doit minimiser les deux fonctions (voir figure IV.5) et doit converger vers l'origine du repère du graphique qui représente l'erreur quadratique sur la courbe du dommage en fonction de l'erreur quadratique sur la courbe effort-déplacement. La figure VI.8 montre le front de Pareto après 20 générations de 40 individus.

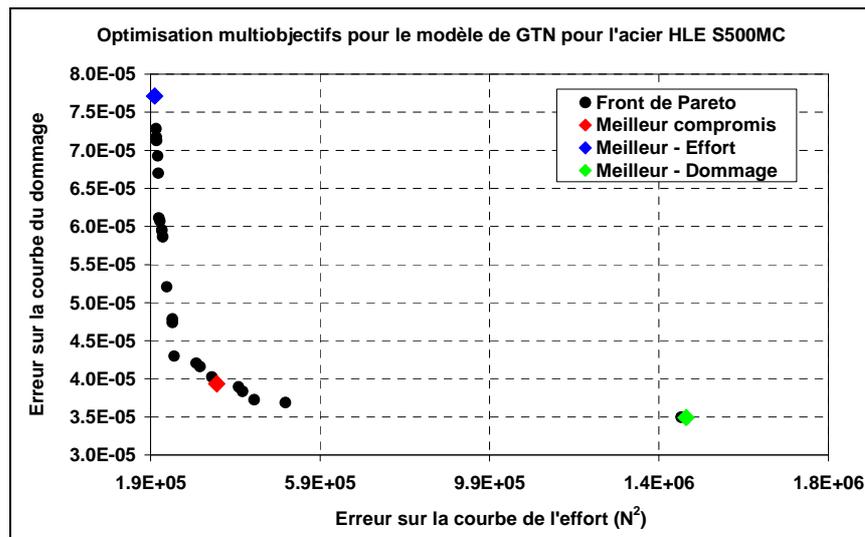


Figure VI.8 – Front de Pareto obtenu après 20 générations

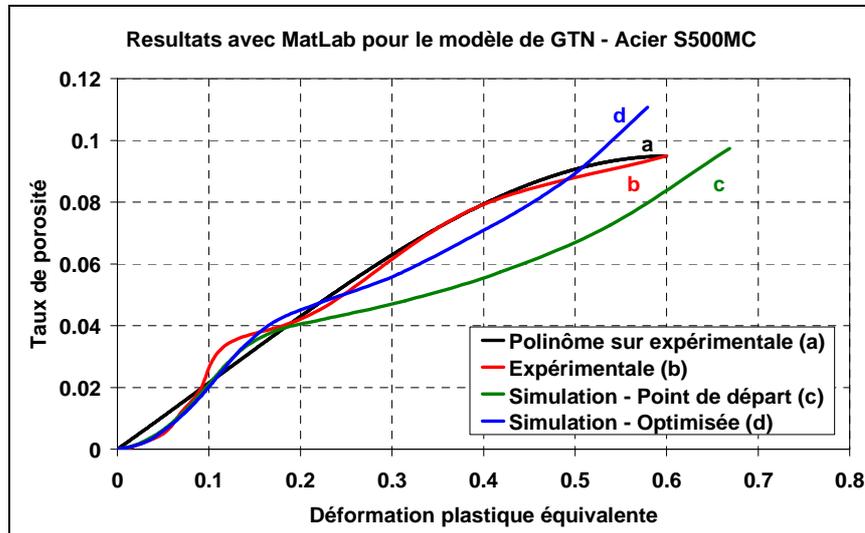
Trois individus singuliers ont été mis en évidence sur le front de Pareto. L'individu présentant la plus faible erreur sur la courbe effort-déplacement est ainsi représenté par un losange bleu, celui disposant de la plus faible erreur sur la courbe du dommage est indiqué par un losange vert et enfin l'individu présentant une distance depuis l'origine du graphique la plus faible, que nous appellerons le *meilleur compromis*, est représenté par un losange rouge.

Nous pouvons dès à présent remarquer que si l'identification des paramètres se fait uniquement en utilisant la courbe effort-déplacement, ce qui est très souvent constaté dans la littérature, la solution optimale se trouve être le losange bleu qui présente en contre-partie l'erreur la plus élevée sur la courbe du dommage.

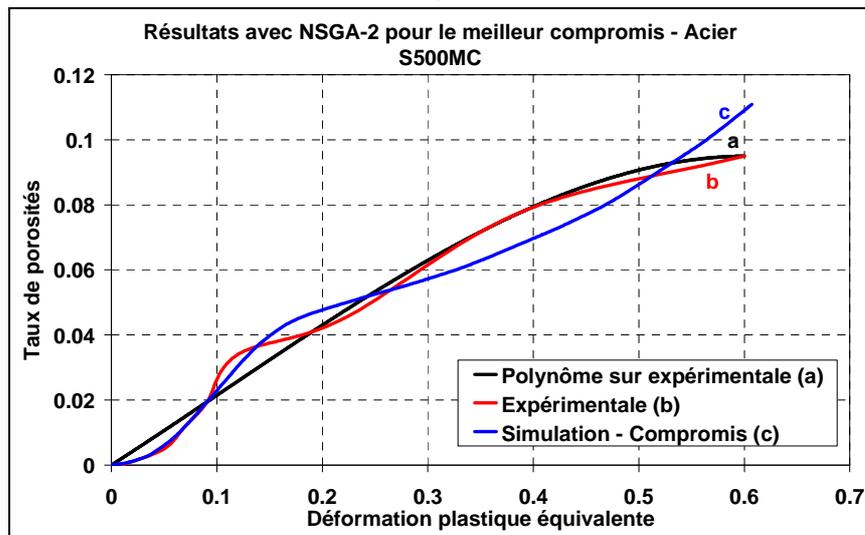
Les figures VI.7 et VI.8 nous permettent d'affirmer que les deux algorithmes convergent vers des solutions qui minimisent l'erreur sur chacune des deux courbes. Il faut maintenant vérifier que les courbes obtenues reflètent bien ces résultats.

La figure VI.9 montre l'évolution du dommage dans le cas de l'algorithme classique de MatLab figure VI.9a et dans le cas de l'algorithme génétique NSGA-2 figure VI.9b. La courbe rouge représente la courbe expérimentale, la courbe noire l'approximation de la courbe expérimentale par une équation polynomiale de degré 3. La courbe bleue représente le meilleur résultat dans le cas de l'algorithme classique et le *meilleur compromis* pour NSGA-2, tandis que la courbe verte représente le point de départ utilisé pour l'algorithme classique, c'est-à-dire les coefficients initiaux.

On peut voir sur la figure VI.9a que la courbe bleue optimisée est bien meilleure que la courbe verte correspondant au point de départ et suit bien la tendance de la courbe expérimentale. Sur la figure VI.9b correspondant aux résultats de NSGA-2, on voit que la courbe bleue a la même tendance que la courbe bleue de la figure VI.9a et suit également la courbe expérimentale. Les deux algorithmes permettent donc bien d'améliorer l'allure de la courbe de dommage.



-a-



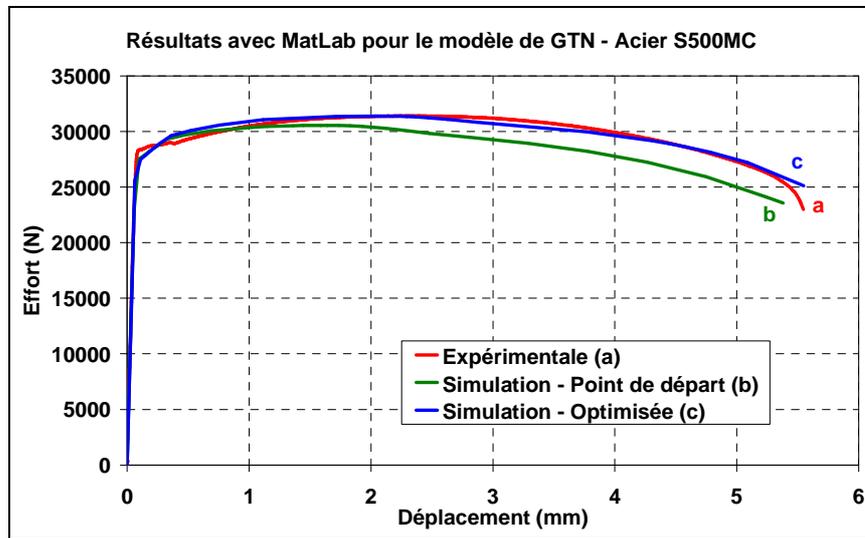
-b-

Figure VI.9 – Comparaison expérience simulation sur la courbe de dommage -a- optimisation avec l'algorithme de MatLab -b- optimisation avec NSGA-2/meilleur compromis

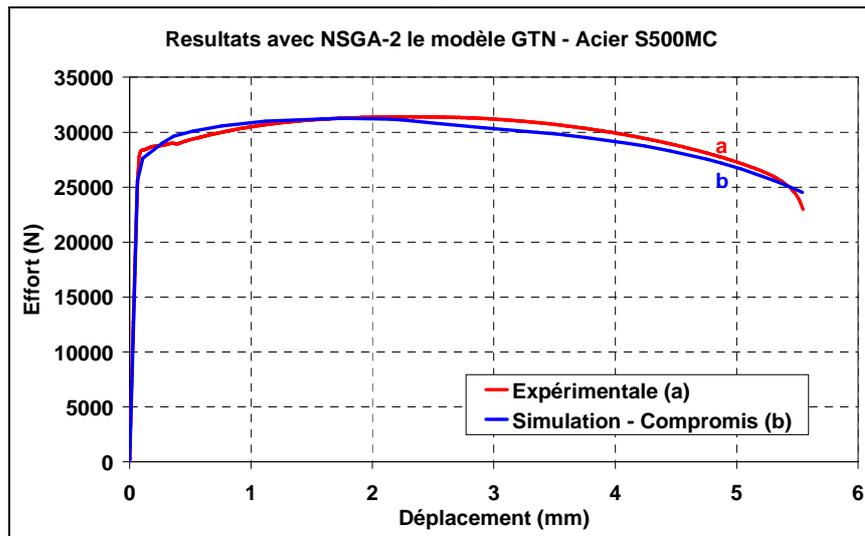
Les figures VI.10a et VI.10b montrent l'évolution obtenue par optimisation sur la courbe effort-déplacement pour l'algorithme classique et pour l'algorithme génétique respectivement.

On peut voir sur la figure VI.10a l'évolution entre le point de départ considéré par l'algorithme de MatLab en vert et la courbe finale en bleue. Le résultat obtenu ici est du même ordre que celui obtenu en identifiant les paramètres uniquement sur la courbe effort-déplacement. Le fait d'avoir amélioré l'erreur sur la courbe de dommage n'a pas eu d'impact négatif sur l'amélioration de l'erreur sur la courbe des efforts.

La figure VI.10b compare l'expérience avec la courbe correspondant au *meilleur compromis* de NSGA-2. Cette fois encore, nous pouvons remarquer que la courbe bleue provenant de la simulation pour le *meilleur compromis* est très proche de celle provenant de la meilleure solution pour l'algorithme classique de MatLab. Les deux algorithmes permettent ainsi d'améliorer à la fois l'allure sur la courbe du dommage et sur la courbe des efforts.



-a-



-b-

Figure VI.10 – Comparaison expérience simulation sur la courbe d'effort -a- optimisation avec l'algorithme de MatLab -b- optimisation avec NSGA-2/meilleur compromis

### VI.2.7. Bilan

Cette étude a démontré qu'il été possible de prendre en compte plusieurs courbes pour l'identification inverse de paramètres définissant des lois de comportement complexes. Pour cela il a été nécessaire de minimiser en même temps l'erreur commise lors de la simulation des essais correspondant à ces courbes. L'idéal serait de pouvoir atteindre l'unicité de la solution.

Deux algorithmes ont été testés dans ce sens. L'un implémenté dans MatLab et dérivant de la méthode de Newton et l'autre d'ordre zéro est l'algorithme génétique NSGA-2. Le grand avantage de l'algorithme génétique réside dans le fait qu'il ne nécessite pas de corrections si l'on modifie les fonctions coûts, alors que l'algorithme de MatLab nécessite au moins trois étapes qui consistent à normaliser les échelles des différentes fonctions coûts, à conserver un nombre de fonctions  $f$  dont la somme des moindres carrés non linéaires (équation VI.6) qui soit constante d'une évaluation à l'autre et enfin le poids de chacune des fonctions coûts considérées doit être du même ordre de grandeur puisqu'elles sont sommées.

Les résultats sont globalement équivalents pour les deux algorithmes, ce qui montre clairement l'intérêt que peut représenter un algorithme tel que NSGA-2, de par sa simplicité de mise en œuvre. Néanmoins, l'algorithme classique présente l'avantage de demander moins d'évaluations que NSGA-2, ce qui pourra être un critère de sélection prépondérant pour les problèmes à très grand nombre de paramètres et de fonctions coûts.

## VI.3. Optimisation de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité

### VI.3.1. Objectif de l'étude

Cette étude constitue l'objectif principal de ces travaux de thèse. Il s'agit d'optimiser la forme de la pièce et les paramètres des procédés associés pour prendre en compte l'historique du chargement de la pièce lors de sa fabrication pour améliorer la prédiction de sa tenue en service. La prise en compte du lot de matière : matériau, épaisseur et largeur de bande peut également être intégrée au processus d'optimisation, mais l'identification des paramètres liés à ces matériaux fait l'objet d'une autre étude qui n'est aujourd'hui pas encore achevée. C'est pourquoi dans la considération du lot de matière, seul l'épaisseur sera prise en compte dans l'optimisation.

Deux études sont proposées ici pour vérifier l'efficacité de l'outil d'optimisation ainsi mis en place et détaillé dans le chapitre V. La première étude consiste à prendre en compte le procédé de rayonnage et de pliage pour optimiser la valeur maximale et l'écart type de la contrainte de Von Mises et la valeur maximale du dommage autour du trou oblong de passage de la ceinture de sécurité. La seconde prend en compte le procédé de rayonnage et celui de pliage auxquels succède une étape de dépliage statique (voir détails au §V.3). Dans cette seconde étude, deux fonctions objectifs sont utilisées : l'effort maximum lors du dépliage et le volume de la pièce pour répondre au critère de gain de masse. Dans les deux cas de figure nous commenterons l'utilisation de réseaux de neurones pour l'approximation des fonctions coûts.

### VI.3.2. Premier cas d'étude

Cette première étude présente la particularité de ne travailler qu'avec les éléments situés autour du trou oblong. Une zone géométrique est définie de telle sorte que le logiciel Abaqus puisse reconnaître cette zone automatiquement. On définit ainsi des plans qui délimitent en haut et en bas cette zone. La figure VI.11 montre la zone ainsi obtenue.

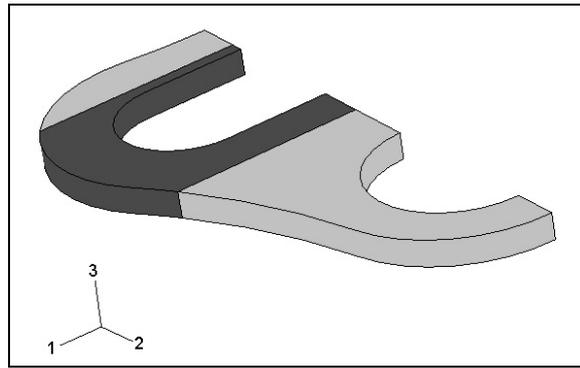


Figure VI.11 – Zone utilisée pour l'étude

Ainsi seuls les éléments situés dans cette zone sont utilisés pour le calcul des fonctions objectifs. Les paramètres de l'étude sont les 7 paramètres détaillés au chapitre précédent :

- les 4 paramètres définissant la forme extérieure de la pièce (voir figure V.1) ;
- l'épaisseur de la pièce ;
- le rayon des poinçons de rayonnage ;
- le rayon de la matrice de pliage.

Les valeurs limites de ces valeurs sont reportées dans le tableau suivant :

	Limite basse	Limite haute	Type de variable
X1	8,0	12,0	Continue
X2	8,0	12,0	Continue
X3	-65,0	+65,0	Discrète
X4	-65,0	+65,0	Discrète
X5	2,0	4,0	Discrète
X6	1,0	2,0	Discrète
X7	1,5	2	Discrète

Tableau VI.1 – Valeurs limites des paramètres de l'étude

Les paramètres X1 et X2 ne risquant pas de provoquer de singularité géométrique, ils peuvent varier de façon continue entre leur limite basse et leur limite haute. Les paramètres X3, X4, X6 et X7 peuvent provoquer des singularités géométriques conduisant à la non faisabilité de la pièce ou des poinçons de rayonnage, leur variation a donc été discrétisée pour mieux la contrôler. Enfin, l'épaisseur ne peut bien sûr pas prendre n'importe quelle valeur puisqu'elle dépend des lots disponibles chez les différents fournisseurs d'aciers, c'est pourquoi sa valeur a également été discrétisée.

Trois fonctions objectifs ont été définies pour cette étude. La première fonction objectif est l'écart-type des valeurs de la contrainte de Von Mises dans la zone étudiée autour du trou oblong. Cette première fonction est utilisée dans le but d'obtenir une distribution homogène des contraintes pour éviter les zones de concentration propices au départ de fissures. La seconde fonction objectif est la valeur maximale de la contrainte de Von Mises. Cette valeur permet de minimiser la plus forte contrainte résiduelle dans la pièce. Enfin, la troisième fonction objectif est la valeur maximale du dommage selon le modèle de Lemaître-Chaboche. Cette valeur est en effet critique pour le départ de fissures.

Les fonctions normalisées sont définies ci-dessous:

$$\hat{\delta}_{VM}^i = \frac{\delta_{VM}^i - \delta_{VM}^{\min}}{\delta_{VM}^{\max} - \delta_{VM}^{\min}} ; \hat{\sigma}_{VM \max}^i = \frac{\sigma_{VM \max}^i - \sigma_{VM \max}^{\min}}{\sigma_{VM \max}^{\max} - \sigma_{VM \max}^{\min}} ; \hat{D}_{\max}^i = \frac{D_{\max}^i - D_{\max}^{\min}}{D_{\max}^{\max} - D_{\max}^{\min}} \quad (VI.8)$$

Avec  $\hat{\delta}_{VM}^i$ ,  $\hat{\sigma}_{VM \max}^i$ ,  $\hat{D}_{\max}^i$  sont les valeurs des fonctions objectifs normalisées pour l'individu  $i$ ;  $\delta_{VM}^{\min}$ ,  $\sigma_{VM \max}^{\min}$ ,  $D_{\max}^{\min}$  sont les valeurs minimales sur l'ensemble des générations et  $\delta_{VM}^{\max}$ ,  $\sigma_{VM \max}^{\max}$ ,  $D_{\max}^{\max}$  sont les valeurs maximales sur l'ensemble des générations. Cette normalisation permet de représenter le front de Pareto obtenu dans un repère ayant pour origine le point  $(0, 0, 0)$ .

Deux tests avec des réglages différents pour l'algorithme génétique ont été effectués. Le premier avec 30 générations et 20 individus par génération et le second avec 30 générations et 60 individus par génération. La comparaison de ces deux tests permet de mettre en évidence l'influence du nombre d'individus par génération et donc l'influence de la diversité lors de l'utilisation d'un algorithme génétique.

La figure VI.12 montre les fronts de Pareto tridimensionnels obtenus dans les deux cas. La surface bleue représente le front obtenu avec 20 individus par génération et la surface rouge celui obtenu avec 60 individus par génération.

On peut tout d'abord remarquer sur cette figure que les deux surfaces sont bien dirigées vers l'origine du repère et sont globalement convexes ce qui confirme que l'on tend bien vers la limite du domaine des solutions qui minimise les trois fonctions.

D'autre part, il apparaît que la surface rouge se situe en dessous de la surface bleue ce qui indique que le front de Pareto ici représenté est meilleur que celui représenté par la surface bleue.

Nous pouvons conclure de cette comparaison que la diversité des individus dans chaque génération a une importance capitale pour la convergence de l'algorithme et pour la validité des résultats. Ce nombre reste néanmoins très délicat à déterminer puisqu'il dépend à la fois du nombre et des limites des paramètres, du nombre et de la variation possible des fonctions étudiées.

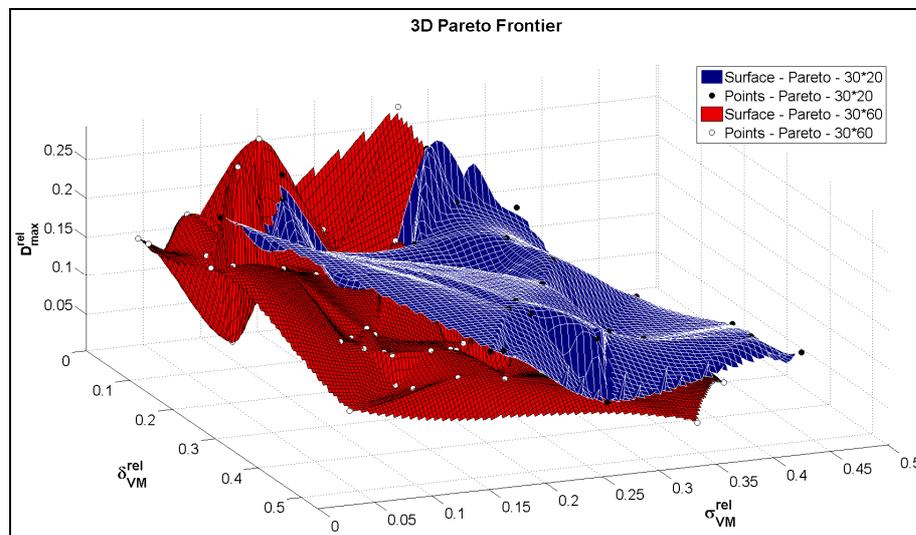


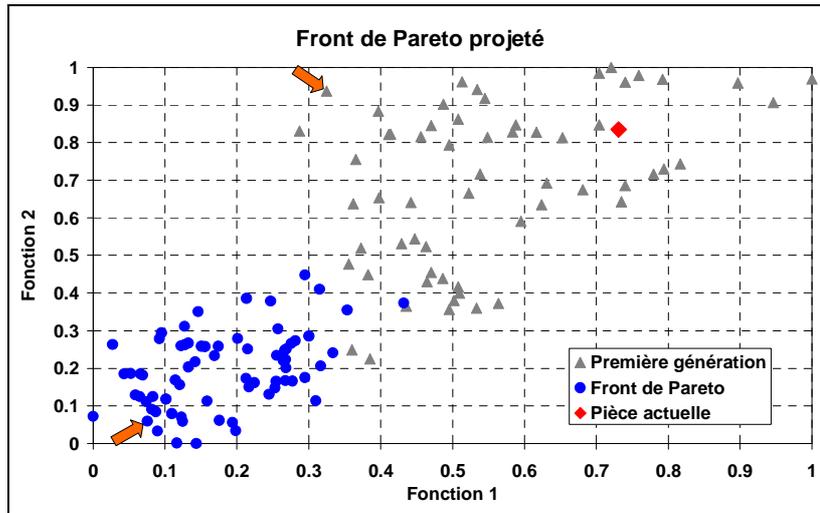
Figure VI.12 – Fronts de Pareto 3D obtenus pour 30 générations avec 20 et 60 individus par génération

Dans la suite nous utiliserons les résultats de l'algorithme ayant 60 individus pour chaque génération qui, dans cette analyse, semble le plus efficace.

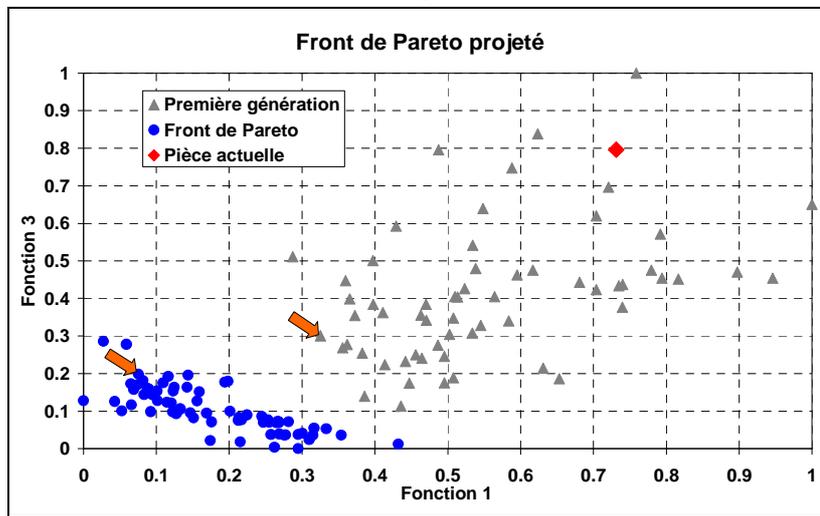
Nous allons maintenant comparer les résultats de la première génération avec ceux du front de Pareto. Nous observerons également quelle place a la ferrure d'ancrage avec ses paramètres actuels. Pour cela, et afin de faciliter l'exploitation des résultats, nous allons tracer les fronts de Pareto projetés sur les trois plans principaux de la figure VI.12.

La figure VI.13 présente les 3 fronts de Pareto (ronds bleus), la première génération (triangles gris) et la ferrure actuelle (losange rouge). La figure VI.13a présente la projection

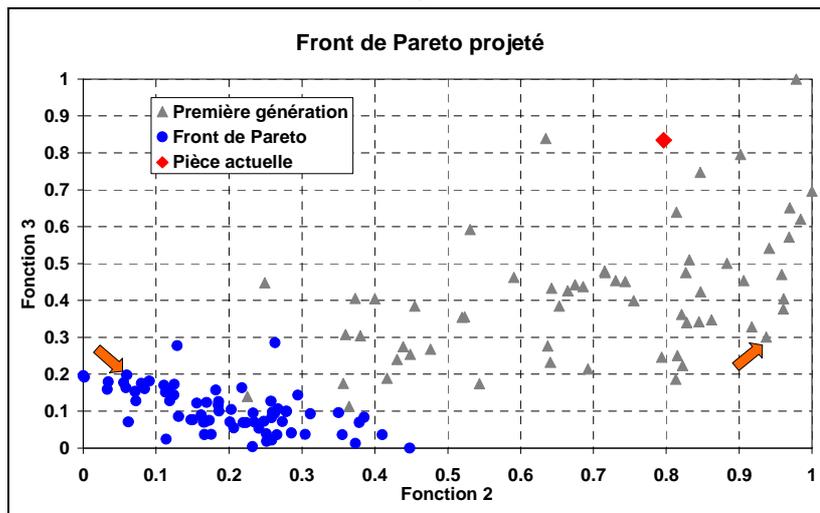
sur le plan  $\delta_{VM}^{rel} - \sigma_{VM}^{rel}$ , la figure VI.13b sur le plan  $\delta_{VM}^{rel} - D_{max}^{rel}$  et la figure VI.13c sur le plan  $\sigma_{VM}^{rel} - D_{max}^{rel}$ .



-a-



-b-



-c-

Figure VI.13 – Front de Pareto projeté dans les trois plans principaux de l'espace des solutions

Fonction 1 =  $\delta_{VM}^{rel}$  ; Fonction 2 =  $\sigma_{VM}^{rel}$  ; Fonction 3 =  $D_{max}^{rel}$ .

Deux individus ont été repérés sur les projections par des flèches orange. L'un d'eux fait partie du front de Pareto et l'autre fait partie des meilleurs individus de la première génération, c'est-à-dire qu'il a été classé numéro 1 par l'algorithme après l'évaluation de l'ensemble des individus de la première génération. Ces deux individus peuvent ainsi être comparés entre eux tout d'abord, puis avec la pièce actuelle par la suite.

L'évolution de l'algorithme vers une solution optimale peut être caractérisée en comparant les 3 valeurs des fonctions objectifs correspondant à l'individu se situant sur le front de Pareto et celui provenant de la première génération. Cette comparaison est résumée dans le tableau VI.2.

	$\delta_{VM}^{rel}$	$\sigma_{VM}^{rel}$	$D_{max}^{rel}$
Individu de la première génération	0,325	0,937	0,300
Individu sur le front de Pareto	0,075	0,060	0,198
Amélioration obtenue	76%	93%	34%

Tableau VI.2 – Comparatif entre un individu du front de Pareto et un individu de la 1<sup>ère</sup> génération

Ces résultats exposent l'amélioration obtenue entre les deux individus. On voit ici que le processus permet d'optimiser tous les paramètres au regard des trois fonctions objectifs. Quoique ces valeurs soient rehaussées du fait de la normalisation, il n'en reste pas moins que l'algorithme améliore nettement les caractéristiques mécaniques de la pièce.

Si on compare maintenant l'individu sur le front de Pareto avec la pièce actuelle, on constate également une amélioration importante sur les trois fonctions objectifs (voir Tableau VI.4). En effet, nous pouvons remarquer sur les différentes projections de la figure VI.13 que la pièce actuelle représentée par un losange rouge se situe très loin du front de Pareto et qu'elle est dans la même partie de l'espace des solutions que la première génération.

	$\delta_{VM}^{rel}$	$\sigma_{VM}^{rel}$	$D_{max}^{rel}$
Pièce actuelle	0,731	0,834	0,796
Individu sur le front de Pareto	0,075	0,060	0,198
Amélioration obtenue	89%	92%	75%

Tableau VI.4 – Valeurs des paramètres pour un individu optimal et la pièce actuelle (1<sup>er</sup> cas d'étude)

L'algorithme et le couplage permettent de minimiser les trois fonctions en même temps en modifiant la forme de la pièce et les paramètres procédés. La valeur de l'optimisation est d'autant plus grande que la diversité de la population est importante. Les trois pièces considérées : la pièce actuelle, la pièce de la première génération et la pièce sur le front de Pareto sont représentées sur la figure VI.14.

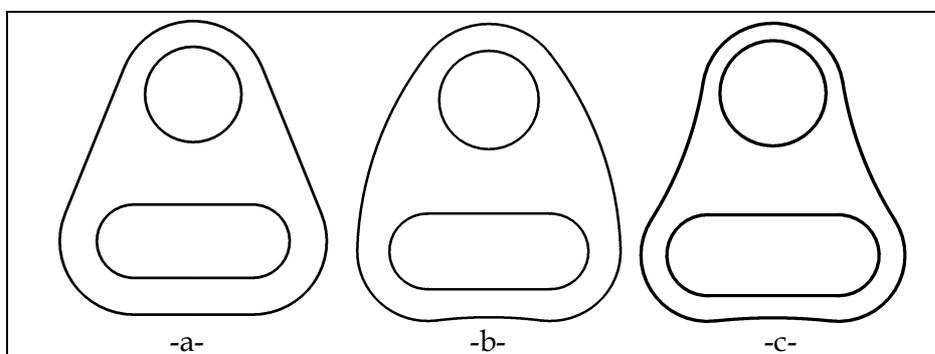


Figure VI.14 – Schéma des pièces étudiées -a- pièce actuelle -b- pièce de la première génération -c- pièce sur le front de Pareto

**VI.3.3. Deuxième cas d'étude**

Le second cas étudié ici présente les mêmes caractéristiques que le cas précédent en prenant en compte le dépliage statique de la pièce et en cherchant à optimiser cette fois l'effort maximal lors de ce dépliage ainsi que le volume de la pièce. Nous cherchons bien sûr en minimisant le volume de la pièce à minimiser son poids. D'autre part, de façon à maximiser l'effort, nous chercherons à minimiser son inverse. Le volume de la pièce est calculé à partir du modèle CAO implémenté dans le logiciel CATIA V5®.

L'étude a été effectuée avec 15 générations chacune constituée de 20 individus. La figure VI.15 représente le front de Pareto obtenu (ronds bleus), la première génération (triangles gris) ainsi que la pièce actuelle (losange rouge).

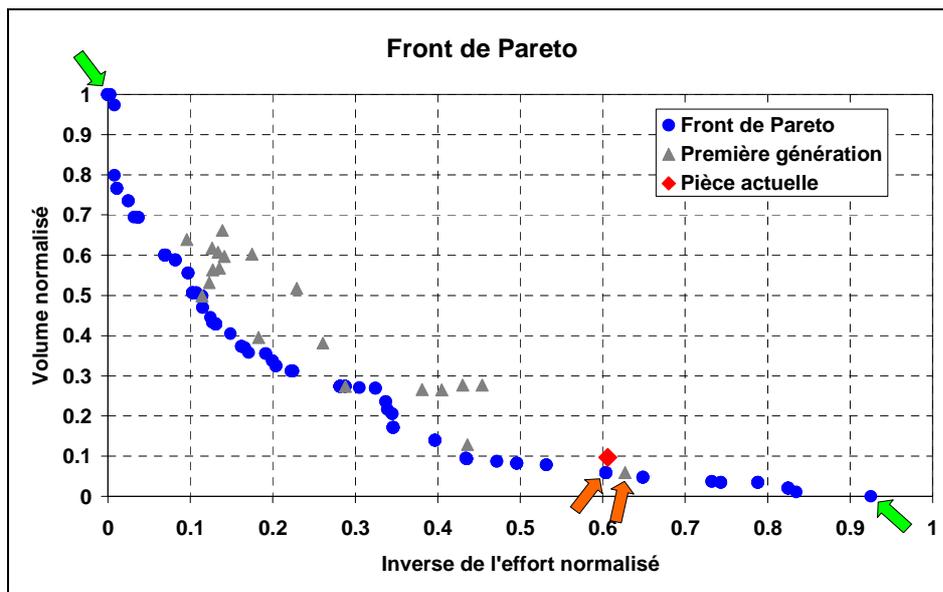


Figure VI.15 - Front de Pareto pour les valeurs normalisées (2<sup>ème</sup> cas d'étude)

On peut remarquer sur cette figure que certains individus de la première génération se situent déjà sur le front de Pareto et que la pièce actuelle est très proche du front de Pareto. L'espace des solutions semble ici beaucoup plus étroit que dans l'étude précédente. D'autre part, les deux fonctions sont très antagonistes. En effet, la diminution du volume induit une résistance plus faible lors du dépliage. Deux individus représentatifs ont été identifiés, l'un de la première génération et l'autre sur le front de Pareto repérés par des flèches oranges sur la figure VI.15.

Si nous comparons maintenant les deux individus, nous pouvons remarquer que la différence est très faible et que l'individu de la première génération est quasiment sur le front de Pareto. Cette comparaison est résumée dans le tableau VI.5.

	Inverse de l'effort normalisé	Volume normalisé
Individu de la première génération	0,627	0,059
Individu sur le front de Pareto	0,604	0,058
Amélioration	3,69%	1,69%

Tableau VI.5 - Valeurs des paramètres pour les deux individus sélectionnés (2<sup>ème</sup> cas d'étude)

Si nous comparons cette fois l'individu sur le front de Pareto avec la pièce actuelle, nous pouvons remarquer une fois encore que l'amélioration est faible voir inexistante sur la minimisation du volume.

	Inverse de l'effort normalisé	Volume normalisé
Pièce actuelle	0,606	0,097
Individu sur le front de Pareto	0,604	0,058
Amélioration	0,42%	40,06%

Tableau VI.6 - Valeurs des paramètres pour un individu optimal et la pièce actuelle (2<sup>ème</sup> cas d'étude)

Néanmoins, même si l'amélioration constatée après le processus d'optimisation n'est pas très grande, le front de Pareto est très bien réparti et permet de choisir parmi un très grand nombre d'individus. Dans ce cadre, les deux individus extrêmes du front (indiqués par les flèches vertes sur la figure VI.15) ont été identifiés et sont représentés sur la figure VI.16a et VI.16b.

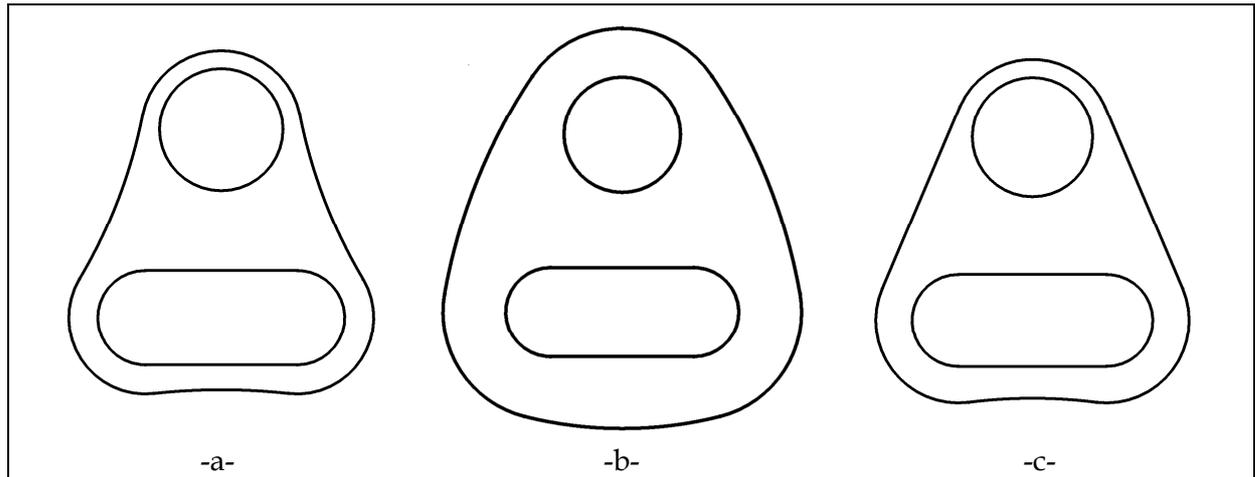


Figure VI.16 - Schéma des pièces étudiées -a- individu ayant le volume le plus faible -b- individu ayant le volume le plus grand -c- individu du front de Pareto repéré par la flèche orange

Les individus représentés sur les figures VI.16a et VI.16c ont une épaisseur de 2mm tandis que celui qui est représenté sur la figure VI.16b a une épaisseur de 4mm.

Si il était évident que l'individu ayant les dimensions les plus larges et donc le volume le plus important (figure VI.16b) soit associé à l'effort de dépliage le plus important et inversement pour l'individu ayant le volume le plus faible (figure VI.16a), il n'était pas a priori décelable que l'individu représenté sur la figure VI.16c améliore les deux fonctions coûts étudiées par rapport à la pièce actuelle (voir tableau VI.6). On note ici l'intérêt d'une optimisation multi-objectifs puisqu'elle permet de choisir un individu a posteriori alors que l'utilisation d'une optimisation classique n'aurait fournie qu'un seul individu.

#### VI.3.4. Approximation par réseaux de neurones

Cette seconde étude a servi de base de données pour l'entraînement de réseaux de neurones. En effet, le calcul par éléments finis permettant d'obtenir la valeur de l'effort de dépliage conduit à un temps d'optimisation global très long. Dans l'optique de réduire ce temps de calcul, nous avons couplé l'algorithme génétique avec un système de réseaux de neurones programmés sous MatLab®. De cette manière, lorsque l'algorithme génétique atteint une certaine génération, il effectue une approximation des calculs à l'aide d'un réseau de neurones pour chaque fonction objectif sans utiliser les logiciels Abaqus® où CATIA®.

Deux cas de figures ont fait l'objet d'une étude. Dans un premier temps, nous avons entraîné les réseaux de neurones pour chaque fonction objectif avec les individus contenus dans les 5 premières générations, ce qui correspond à un total de 100 individus. Néanmoins, il existe un certain nombre de jumeaux dans ces 100 individus et le nombre d'individus effectivement différents est de 55. Dans un deuxième temps, nous avons entraîné les réseaux

avec les 10 premières générations, c'est-à-dire un total de 200 individus dont 81 individus sont effectivement différents.

### VI.3.4.1 Premier cas : Utilisation des 5 premières générations

Les réseaux de neurones utilisés contiennent 3 couches cachées comprenant chacune 15 neurones utilisant la fonction de transfert tangente sigmoïde. La couche d'entrée contient autant de neurones que de paramètres, c'est-à-dire 7 et la couche de sortie contient un seul neurone qui donne la valeur de la fonction objectif concernée. La justification d'un tel choix a été développée au chapitre IV.3.3. La dernière génération (génération 15 ici) est recalculée entièrement via le passage classique par les scripts pour CATIA et Abaqus. Ceci permet de juger de la pertinence de l'approximation des réseaux de neurones (voir Chapitre IV).

La figure VI.17 expose le résultat obtenu dans le premier cas, c'est-à-dire en entraînant les réseaux avec les 5 premières générations. Les points bleus représentent le front de Pareto obtenu lors de l'utilisation classique de l'algorithme génétique, les carrés oranges les individus présents dans la cinquième génération, les losanges verts les individus de la dernière génération provenant de la prédiction faite par les réseaux de neurones et enfin, les triangles rouges les même individus mais entièrement recalculés, donc leur véritable position.

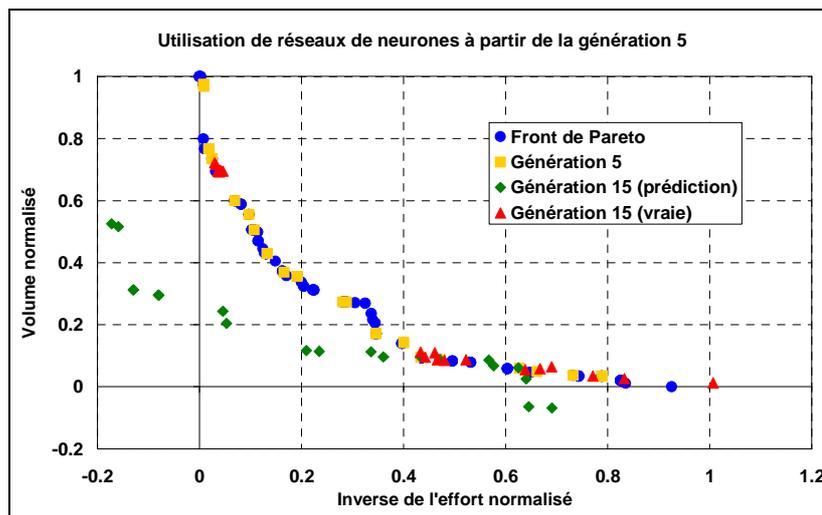


Figure VI.17 - Résultats obtenus en utilisant des réseaux de neurones à partir de la génération 5

On peut voir sur cette figure que la prédiction des réseaux de neurones est très éloignée de la valeur réelle des fonctions objectifs des individus de la dernière génération. Néanmoins, les individus de la dernière génération sont presque tous sur le front de Pareto et ne sont pas égaux aux individus de la génération 5. L'algorithme a bien prospecté sur l'espace des solutions et le résultat est proche de ce que nous aurions obtenu sans réseaux de neurones. Il est à noter que dans le cas de cette étude, un certain nombre d'individus du front de Pareto appartiennent aux générations précédant la génération 15 et n'apparaissent pas ici. Ceci induit une perte de données et un choix plus restreint sur le nombre d'individus disponibles à la fin du processus d'optimisation.

Nous pouvons regretter la mauvaise évaluation des réseaux de neurones, nous pouvons néanmoins conclure qu'ils permettent d'aller dans la bonne direction d'optimisation et de mieux développer le front de Pareto.

### VI.3.4.2 Deuxième cas : utilisation des 10 premières générations

Le résultat obtenu avec les réseaux entraînés en utilisant les 10 premières générations est exposé sur la figure VI.18. Nous pouvons cette fois encore constater que la prédiction des réseaux (losanges verts) n'est pas juste au regard des valeurs de la dernière génération recalculée (triangles rouges), mais contrairement au cas précédent, les individus obtenus ne sont pas tous sur le front de Pareto.

Ceci peut être dû au phénomène de "sur-apprentissage" du réseau. Ce phénomène se traduit de la façon suivante : l'erreur commise sur les valeurs d'entraînement continue de décroître alors que celle commise sur des valeurs de validation différente augmente.

Ceci peut également s'expliquer par un phénomène de saturation du réseau qui se traduit de la façon suivante : les neurones cessent leur apprentissage si leur convergence devient trop lente.

Ce résultat démontre que les réseaux de neurones doivent être utilisés avec précautions pour l'approximation de fonctions fortement non linéaires.

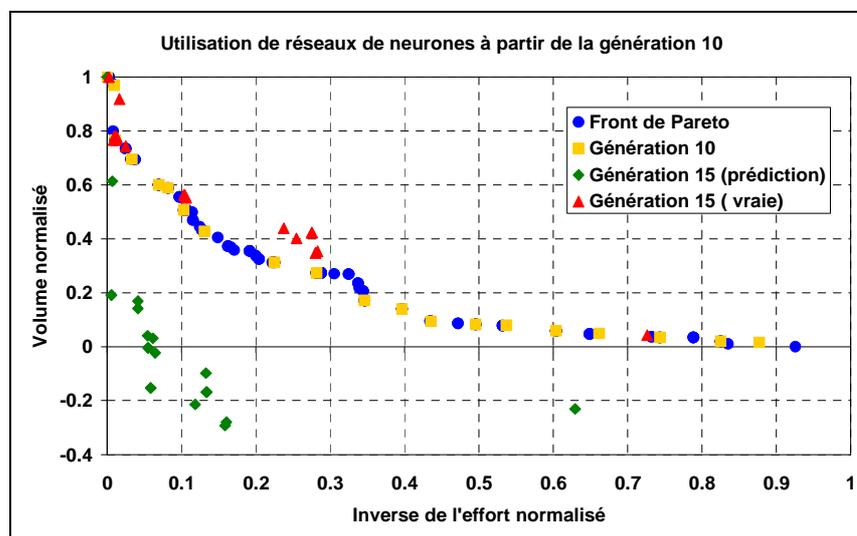


Figure VI.18 – Résultats obtenus en utilisant des réseaux de neurones à partir de la génération 10

### VI.3.5. Bilan

Les deux études utilisant le système de couplage entre l'algorithme génétique et les logiciels de conception CATIA et de calcul Abaqus mettent en évidence l'efficacité obtenue. En effet, dans les deux cas de figure, en utilisant des fonctions objectifs différentes, il est possible de sélectionner sur le front de Pareto un individu qui améliore toutes les fonctions en même temps, à la fois au regard d'une pièce provenant de la première génération, mais aussi et surtout au regard de la pièce utilisée actuellement. Le système d'optimisation global choisi est de ce fait satisfaisant, mais conduit à un temps de calcul très long qui peut atteindre plusieurs semaines. Cette observation nous a naturellement amenés à tester des méthodes d'approximations qui permettent d'accélérer le calcul global du système. C'est dans ce cadre que les réseaux de neurones ont été testés.

Le résultat obtenu en utilisant des réseaux de neurones semble indiquer qu'il est difficile d'approximer des fonctions fortement non linéaire avec de tels systèmes. Dans la littérature, il est souvent mis en évidence que les méthodes d'approximation telles que les réseaux de neurones ou les surfaces de réponses ne sont justes que dans l'intervalle qui a été utilisé pour leur construction. Dans le cas d'une optimisation, on cherche à améliorer la

réponse et donc à faire progresser l'espace des solutions. Il est difficile de pouvoir utiliser des méthodes d'approximation puisque l'on va nécessairement sortir de l'intervalle de départ. Dans les faits, l'utilisation des réseaux de neurones conduit à un résultat satisfaisant lorsqu'il est entraîné avec les 5 premières générations du second cas étudié, mais le couplage présente une divergence lorsque le réseau de neurones est entraîné avec les 10 premières générations.

De nombreuses investigations restent à mener dans ce cadre, notamment par l'utilisation de méthodes d'approximation autres que les réseaux de neurones, mais aussi par l'utilisation de réseaux de neurones dynamiques qui pourraient permettre d'élargir l'intervalle d'apprentissage au cours de l'avancée du front de Pareto. L'utilisation d'un modèle hybride utilisant à la fois un algorithme génétique et une méthode dérivée de la méthode de Newton, déjà utilisé dans la littérature [Tho06] pourrait également permettre de réduire le nombre d'évaluations nécessaires à l'obtention du front de Pareto.

## VI.4. Conclusion

Le couplage entre des méthodes d'optimisation et des outils d'étude numérique est aujourd'hui en plein développement du fait de l'augmentation des performances des machines de calcul. Ceci permet d'améliorer les modèles visant à identifier les paramètres de lois de comportement difficilement identifiables expérimentalement du fait d'une formulation complexe. Ce type de couplage est également de plus en plus souvent utilisé dans le cadre de l'optimisation de forme de pièces principalement pour les domaines de la construction automobile et aéronautique. Il autorise également la prédiction des réglages concernant l'outillage utilisé pour la mise en forme de ces pièces.

Dans notre cas, nous avons montré qu'il était possible d'identifier les paramètres du modèle d'endommagement de Gurson-Tvergaard-Needleman couplé à la plasticité par la loi de Ludwick en prenant en compte à la fois la courbe effort-déplacement et la courbe d'évolution du taux de porosité en fonction de la déformation plastique équivalente. Ceci avec pour objectif plus lointain d'identifier des lois de comportement complexes en tenant compte de plusieurs cas de chargements différents.

Concernant l'optimisation de la mise en forme de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité, au regard des résultats, nous pouvons constater que le couplage entre l'algorithme génétique et les logiciels de CAO et de calculs par la méthode éléments finis permet de prendre en compte l'historique de chargement lors de la fabrication de la pièce pour sa validation à l'usage. La partie optimisation est donc satisfaisante et atteint les objectifs que nous nous étions fixés. Néanmoins, il serait très intéressant de pouvoir réduire le temps de calcul et ainsi réduire le temps de développement d'un produit en utilisant des méthodes d'approximation. Les premiers tests effectués en utilisant des réseaux de neurones montrent qu'il est très délicat de prédire la valeur d'une fonction dont l'évolution est fortement non linéaire en fonction d'un grand nombre de paramètres. Ceci est d'autant plus vrai qu'il est nécessaire dans le cadre de l'optimisation de sortir de l'intervalle qui a permis l'entraînement de ces réseaux pour la convergence et cela conduit à une forte dégradation de cette approximation.

## Conclusion et Perspectives

---

La prédiction de la tenue de pièces de sécurité automobile comme les ferrures d'ancrage de ceinture de sécurité est aujourd'hui un enjeu majeur pour la sécurité des passagers du véhicule. Au-delà de cette prédiction, le véritable défi que doivent relever les équipementiers automobiles tels que DEVILLÉ S.A., qui sont soumis à la fois à l'augmentation du prix des matières premières et à l'exigence de qualité imposée par des normes toujours plus astreignantes, est d'optimiser le poids et le coût de ces pièces tout en conservant leur tenue à l'usage.

Le travail proposé ici s'efforce d'apporter une contribution à ce défi. L'objectif était d'intégrer l'historique de chargement que subit la pièce lors de sa mise en forme et d'utiliser ce résultat pour optimiser le processus de fabrication dans sa globalité, de la forme de la pièce aux paramètres procédés en passant par le matériau utilisé.

Le premier chapitre a présenté un état de l'art de ce qui se fait aujourd'hui dans le monde industriel, mais aussi au sein de la communauté scientifique internationale en terme d'étude sur le type de procédé concerné ici et l'optimisation qui peut y être associée. Cette présentation nous conduit à la conclusion que ce type d'étude se positionne bien dans les problématiques étudiées aujourd'hui et que l'apport de solution à ce problème constitue un véritable besoin industriel. En effet, la possibilité de proposer des modifications fiables en termes de procédés, de forme et de matériau à ses clients dans un temps suffisamment court constituait un verrou technologique pour l'entreprise DEVILLÉ S.A.

Le second chapitre a montré l'importance qu'il faut porter aux lois de comportement utilisées pour modéliser la réponse du matériau aux sollicitations parfois complexes que lui fait subir la fabrication de la pièce. Il a notamment été identifié différentes lois d'écrouissage isotrope, mais aussi les coefficients du critère de Hill, le module d'écrouissage cinématique linéaire, les paramètres des modèles d'endommagement de Lemaître-Chaboche et de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) pour les aciers à Haute Limite d'Élasticité S500MC et S420MC. Les paramètres de la loi viscoplastique de Johnson-Cook ont également été identifiés pour l'acier S500MC lors d'essais de bipoinçonnement.

Le troisième chapitre a quant à lui mis en lumière l'influence du procédé de rayonnage des arêtes de découpes du trou oblong. Industriellement, ce procédé a été introduit pour deux raisons : la première est de supprimer le bord rugueux dû à la découpe qui entraînerait la déchirure prématurée de la ceinture de sécurité, la seconde est d'augmenter la limite d'écoulement plastique du matériau dans la zone rayonnée qui est la zone critique lors du dépliage de la pièce [Bah05]. L'étude menée ici a démontré que l'outil conçu à l'ENSAM pour reproduire ce procédé sur éprouvettes génère un écrouissage équivalent à celui utilisé pour les pièces de sécurité. D'autre part, la simulation du procédé sur éprouvette a pu être comparée avec les analyses de contraintes résiduelles par diffraction des rayons X. Nous avons alors pu constater que l'évolution des composantes du tenseur des contraintes suivait l'évolution des contraintes résiduelles relevées expérimentalement.

Dans le chapitre 4, nous avons exposé les différentes méthodes d'optimisation les plus fréquemment utilisées pour des problèmes de mise en forme. Cette étude bibliographique a permis de sélectionner un algorithme génétique : NSGA-2 [Deb00]. Plusieurs tests ont ensuite été menés de manière à sélectionner une valeur pour les différents réglages de l'algorithme. Des réseaux de neurones implémentés sous MatLab ont également fait l'objet d'une investigation pour sélectionner les différentes fonctions de transfert, les fonctions d'entraînement, le nombre de couches cachées, le nombre de neurones par couche cachée et le nombre de tours d'entraînement (epochs). Les réseaux de neurones pouvant être utilisés pour approximer les fonctions objectifs de l'algorithme et ainsi réduire le temps de calcul global pour l'optimisation.

Nous avons détaillé les modèles numériques utilisés en conception et en calculs éléments finis dans le chapitre 5. Nous avons en particulier exposé comment les scripts des logiciels CATIA V5 et ABAQUS 6.7 ont été utilisés pour l'automatisation du calcul. Les équations constitutives du modèle d'endommagement de Lemaître-Chaboche ont été développées. Les différentes conditions limites des simulations des procédés de rayonnage et de pliage ont également été précisées. Enfin, le principe du couplage des fichiers d'automatisation avec l'algorithme génétique a été mis en évidence.

Pour finir, le chapitre 6 a permis d'exposer les résultats obtenus avec le couplage d'une part dans le cadre de l'identification de paramètres de loi de comportement et d'autre part pour l'utilisation de l'outil permettant d'optimiser la mise en forme de la ferrure de ceinture de sécurité.

L'identification inverse des paramètres du modèle de GTN a ainsi été illustrée en utilisant la courbe efforts-déplacements et la courbe d'évolution du taux de porosités en fonction de la déformation plastique équivalente. Les résultats obtenus avec NSGA-2 sont très bons et comparables avec une méthode classique qui demande un plus grand nombre de contrôles sur les données d'entrée et de sortie du processus d'optimisation. Cette méthode présente donc l'intérêt de pouvoir prendre en compte plusieurs courbes pour l'identification, ce qui évite d'augmenter l'erreur commise sur certaines variables en optimisant l'erreur seulement sur la courbe efforts-déplacements.

Ensuite, deux cas d'étude ont été présentés concernant l'optimisation de la mise en forme de la ferrure d'ancrage de ceinture de sécurité. Le premier cas visait à optimiser trois fonctions : l'écart-type sur les valeurs de la contrainte de Von Mises autour du trou oblong, la valeur maximale de la contrainte de Von Mises dans cette zone et enfin la valeur maximale du dommage, le tout après avoir simulé le procédé de rayonnage et celui de pliage. Le nombre de paramètres utilisés pour l'optimisation était de 7. Les résultats obtenus sont très satisfaisants et permettent d'améliorer les trois fonctions objectifs à la fois par rapport aux individus de départ, mais surtout par rapport à la pièce utilisée actuellement. Le second cas d'étude visait à optimiser l'effort de dépliage statique de la pièce après avoir subi les procédés de rayonnage et de pliage, ainsi que le volume de la pièce. Encore une fois, les résultats montrent que l'outil numérique permet d'obtenir des individus qui proposent des valeurs améliorées pour les deux fonctions à la fois par rapport aux individus de la population initiale, mais aussi par rapport à la pièce utilisée actuellement. Ce cas a fait l'objet d'une comparaison avec les résultats obtenus en couplant l'algorithme avec des réseaux de neurones capables de fournir une approximation des fonctions coûts. Les résultats montrent que ce dispositif doit être utilisé avec prudence tant les résultats obtenus concernant l'approximation des fonctions sont éloignés de la réalité. De plus amples investigations restent indispensables pour mieux maîtriser ce couplage.

Finalement, ce travail aura permis de fournir un outil fiable d'optimisation et de prédiction du comportement des pièces de sécurité à l'usage.

En terme de perspectives, nous pouvons notamment citer l'engouement actuel de la communauté internationale pour l'utilisation des modèles d'endommagement anisotropes qui pourront faire l'objet d'une étude dans notre cas, de manière à améliorer encore la prédiction du comportement de la pièce soumis à des chargements complexes.

Les essais de cisaillement programmés devraient permettre d'identifier les paramètres liés à un écrouissage cinématique non linéaire et ainsi d'utiliser une telle loi pour la simulation du pliage et du dépliage.

L'identification d'une loi élasto-visco-plastique plus adaptée à ce type de matériau que celle de Johnson-Cook pourra également améliorer la prédiction du comportement dynamique de la pièce.

L'utilisation d'un algorithme hybride reliant l'algorithme génétique et un calcul de gradient pourrait réduire le nombre d'évaluations des fonctions coûts nécessaires.

La mise en place de la réduction du temps de calcul des simulations numériques par l'utilisation de lois de comportement particulières où l'utilisation de schémas d'intégration différents pourrait également réduire le temps nécessaire au processus d'optimisation.

Enfin et surtout, une base de données sur les matériaux utilisables sur ce type de pièces permettrait une véritable amélioration de l'ensemble des paramètres intervenant dans le processus d'optimisation.

## Références bibliographiques

---

- [Aba01] – Documentation ABAQUS 6.7.1 html. *Analysis user's manual – 1.2.2 Conventions*.
- [Aga07] – A. Agarwal, S.H. Gupka. *Jumping Gene Adaptations of NSGA2 and their use in the Multi-Objective Optimal Design of Shell and Tube Heat Exchangers*. Chemical Engineering Research and Design, 2007.
- [Alv03] – J. L. Alves. *Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas, Modelação Mecânica e Métodos Numéricos*. Thèse de doctorat, Universidade do Minho, 2003.
- [Arc01] – Plaquette projet Arcelor Body Concept  
[http://www.arcelormittal.com/fce/repository/Publications%20Auto/Plaquette%20ABC%20exe%2001\\_23.pdf](http://www.arcelormittal.com/fce/repository/Publications%20Auto/Plaquette%20ABC%20exe%2001_23.pdf)
- [Ati06] – M. Atiquzzaman, Shie-Yui Liong, M.ASCE; and Xinying Yu. *Alternative decision Making in Water Distribution Network with NSGA-II*. Water Resour. Plng. and Mgmt., Volume 132, Issue 2, pp. 122-126, 2006.
- [Bah04] – R. Bahloul, P. Dal Santo, A. Potiron. *Shape optimization of automotive security parts regarding the influence of residual stresses and material damage*. The 4<sup>th</sup> European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, p 490, Finland, juillet 2004.
- [Bah05a] – R. Bahloul. *Optimisation du procédé de pliage sur presses de pièces en tôles à haute limite d'élasticité*. Thèse de doctorat, ENSAM Angers, 2005.
- [Bah05b] – R. Bahloul, P. Dal Santo, A. Mkaddem, A. Potiron. *Optimization of Springback predicted by experimental and numerical approach by using response surface methodology*. Proceedings of International Conference of Sheet Metal, 5-8 avril 2005, Erlangen, Nuremberg – Allemagne, pp 573-760.
- [Bah06] – R. Bahloul, S. Ben Elechi, P. Dal Santo, H. Naceur, A. Potiron. *Optimization of the bending process by means of response surface and moving least squares methods*. In Far East Journal of Applied Mathematics, Paper N°.: 050728 (Volume 22 – Issue 1), 2006.
- [Bar91] – Barlat F., Lege D.J., Brem J.C. *A six-component yield function for anisotropic materials*. *International Journal of Plasticity*. Vol. 7, Issue 7, pp 693-712, 1991.
- [Ben04] – S. Ben Elechi. *Analyse et conception rapides de paramètres du procédé d'emboutissage pour le contrôle du retour élastique*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2004.
- [Bri81] – A. Brindle. *Genetic algorithms for function optimization*. PhD Thesis, Edmonton: University of Alberta, Department of Computer Science, 1981.
- [Bro70] – C.G. Broyden. *The convergence of a class of double-rank minimization algorithm*. *Journal Institute of Mathematics and its Applications*, Vol. 6, pp. 222-231, 1970.
- [Cor06] – C. Corre. *Optimisation par algorithmes génétiques. Application au design en mécanique*. Cours de l'école doctorale de l'ENSAM Paris, Février 2006.
- [Cho01] – E.K.P. Chong, S.H. Żak. *An Introduction to Optimization*. 2nd Edition. Wiley-Interscience. ISBN 0 471 39126 3.

- [Chu80] – C. Chu, A. Needleman. *Void nucleation effects in biaxially stretched sheets*. Journal of Engineering Materials Technology, Vol. 102, pp 249-256, 1980.
- [Coh00] – G. Cohen. *Convexité et Optimisation*. Cours de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 2000.
- [Dar59] – C. Darwin. *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle of Life*. ISBN 0-486-45006-6, 1859.
- [Das01] – Dassault System, Inc, CATIA V5R17.
- [Deb89] – K. Deb et D. E. Goldberg. *An Investigation of Niche and Species Formation in Genetic Function optimization*. Proceedings of the 3rd ICGA, pp 42-50, Morgan Kaufmann, 1989.
- [Deb99] – K. Deb. *An introduction to Genetic Algorithms*. Kanpur Genetic Algorithms Laboratory (KanGAL), Departement of Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, KANPUR, PIN 208 0161, India, 1999.
- [Deb00] – K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, T. Meyarivan, *A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multiobjective optimisation: NSGA II*. Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference, pp. 849-858, 2000.
- [Dej75] – K. De Jong. *An analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems*. PhD Thesis, University of Michigan, 1975.
- [Del02] – A. Delamézière. *Contribution à l'optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage des tôles minces par l'approche inverse*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2002.
- [Fer06] – M.P. Ferringer, D.B. Spencer. *Satellite constellation design tradeoffs using multiple-objective evolutionary computation*. Journal of Spacecraft and Rockets 43 (6), pp. 1404-1411, 2006.
- [Fle63] – R. Fletcher, M.J.D. Powell. *A rapidly convergent descent method for minimization*. Computer journal, Vol. 6, pp. 163-168, 1963.
- [Fle64] – R. Fletcher, C. Reeves. *Function minimization by conjugate gradient*. Computer Journal, Vol. 7, pp. 149-154, 1964.
- [Gan06] – H. Gancel. *Influence des lois d'endommagement et d'écroutissage sur les propriétés d'usage de pièces de sécurité automobile en acier HLE*. Stage de master à l'ENSAM Angers, 2006.
- [Gar57] – F.J. Gardinier. Transaction of ASME, pp 1-9, January 1957.
- [Gel95] – J. C. Gélín, O. Ghouati. *The Inverse Approach for the Determination of Constitutive Equations in Metal Forming*. Annals of the CIRP Vol. 44/1/1995, pp 189-192.
- [Gol87] – D. E. Goldberg et J. Richardson. *Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization*. In proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms, pp 41-49, Lawrence Erlbaum Associates, 1987.
- [Gol89] – D. E. Goldberg. *Genetic algorithms in search, optimisation and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [Gro73] – S. Grossberg. *Contour enhancement, short term memory, and constancies in reverberating neural networks*. Studies in Applied Mathematics, L11, pp. 213-257, 1973.
- [Guo90] – Y.Q. Guo, J.L. Batoz, J.M. Detraux, P. Duroux. *Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts*. Proc. I.J.N.M.E., Vol 30, pp 1385-1401, 1990.
- [Gur77] – A.L. Gurson. *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth, part I, yield criteria and flow rules for porous ductile media*. Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials Technology, pp 2-15, 1977.
- [Ham96] – R. Hambli. *Étude expérimentale, numérique et théorique du découpage des tôles en vue de l'optimisation du procédé*. Thèse de doctorat, ENSAM Angers, 1996.

- [Ham00] – Y. Hammi. *Simulation numérique de l'endommagement dans les procédés de mise en forme*. Thèse de Doctorat UTC 21 avril 2006
- [Heb49] – D. Hebb. *The organization of behaviour: A neuropsychological theory*. Wiley, New York, 1949.
- [Hil90] – R. Hill. *Constitutive modeling of orthotropic plasticity in sheet metals*. Journal of the Mechanics and Physics of solids, Vol. 38, N°3, pp 405-417, 1990.
- [Hol44] – J.H. Hollomon. *Tensile deformation*. Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum, Vol. 162, pp 268-290, 1945.
- [Hol75] – J. H. Holland. *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, 1975.
- [Hop82] – J. J. Hopfield. *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, vol. 79 no. 8, pp. 2554-2558, April 1982.
- [Joh83] – G. R. Johnson, W.H. Cook. *A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high rates and high temperatures*. Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Ballistics, The Hague, Netherlands, pp 541-547, 1983.
- [Koh84] – T. Kohonen. *Self-Organization and Associative Memory*. Springer-Verlag, New York, 1984.
- [Lem88] – J. Lemaître, J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. DUNOD Paris, ISBN 04-018618-2, 1988.
- [Ler95] – I. C. Lerman et R. F. Ngouenet. *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités*. Institut de Recherche en Informatique et Systèmes Aléatoires, publication interne N°901, 01/1995.
- [Lud09] – P. Ludwick. *Elemente der technologischen mechanik*. Springer Verlag, Berlin, 1909.
- [Mai91] – A. Maillard. *Étude expérimentale et théorique du découpage*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1991.
- [Mar95] – G. Marron (Sollac) et C. Bouchêlier (CETIM). *Le Pliage des aciers H.L.E. Préviation et maîtrise du retour élastique*. Revue de métallurgie – CIT, pp 191-204, 1995.
- [Mar02] – Z. Marciniak, J.L. Duncan, S.J. Hu. *Mechanics of Sheet Metal Forming*. Second Edition, Butterworth-Heinemann, 2002, ISBN 0-7506-5300-0. pp 86-91.
- [Mat01] – The MathWorks, Inc, MatLab R2007a.
- [Mei00] – T. Meinders. *Developments in numerical simulations of the real-life deep drawing process*. PhD Thesis, University of Twente, Enschede, Ponsen & Looijen Wageningen (publ.), ISBN 90-36514002, 2000.
- [Mei08] – T. Meinders, I.A. Burchitz, M.H.A. Bonte, R.A. Lingbeek. *Numerical product design: Springback prediction, compensation and optimization*. International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 48, pp 499-514, 2008.
- [Mka03] – A. Mkaddem. *Expérimentation et simulation du pliage de tôle H.L.E. Préviation du comportement en service des pièces pliées*. Thèse de doctorat, ENSAM Angers, 2003.
- [Mka04a] – A. Mkaddem, S. Boude, P. Dal Santo, A. Potiron. *Springback evaluations in wiping die-bending processes with experimental verification*. The 7<sup>th</sup> International ESAFORM Conference on Material Forming 2004, 28-30 avril 2004, Trondheim, Norvège, pp 583-586.
- [Mka04b] – A. Mkaddem, R. Hambli, A. Potiron. *Comparison between Gurson and Lemaître damage models in wiping die bending processes*. International journal of Advanced Manufacturing Technology, N°23, pp 451-461, 2004.
- [Mon84] – G. Monfort, A. Bragard. *Voraussage und reduzierung der Rückfederung beim biegen hockfester stahlbleche*. Stahl. U. Eisen, Vol. 104, pp 1059-1064, 1984.

- [Par04] – M. Parizeau. *Réseaux de neurones*. Cours à l'université de Laval, 2004.
- [Pol69] – E. Polak, G. Ribière. *Note sur la convergence de méthode de directions conjuguées*. Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle, Vol. 3, pp. 35-43, 1969.
- [Que68] – A. Queener, R.J. De Angelis. *Elastic springback and residual stresses in sheet metal formed by bending*. Transaction of ASME – vol. 61.
- [Ric69] – J.R. Rice, D.M. Tracey. *On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 17, pp. 201-217, 1969.
- [Ros58] – F. Rosenblatt. *The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain*. Cornell Aeronautical Laboratory, Psychological Review, v65, No. 6, pp. 386-408, 1958.
- [Rou86] – G. Rousselier. *Les modèles de rupture ductile et leurs possibilités actuelles dans le cadre de l'approche locale de la rupture*. Séminaire International sur l'Approche locale de la rupture, pp 257-284, Moret-sur-Loing, 1986.
- [Saa89] – K. Saanouni, J.L. Chaboche et P.M. Lesne. *On the creep crack-growth prediction by non-local damage formulation*. European journal of Mechanics, A/Solids, Vol. 13, N° 3, pp 395-418, 1994.
- [Saa06] – K. Saanouni. *Virtual metal forming including the ductile damage occurrence. Actual state of the art and main perspectives*. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 177, pp 19-25, 2006.
- [Sar08] – A. Sarfati, E. Gildemyn, J.L. Lebrun, F. Morel, D. Saïdane. *A Study of Damage in high Strength steels*. Proceedings of the International Deep Drawing Research Group (IDDRG 2008), Olofström – Sweden, 16-18 June 2008.
- [Sim01] – Simulia Inc. ABAQUS 6.7 – HTML Documentation – Analysis User's Manual – 30.1.5 Frictional Behavior.
- [Sim02] – SIMULIA, Inc, Abaqus 6.7.
- [Swi47] – H.W. Swift. *Plastic instability under plane stress*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 1, Issue 1, pp 1-18, October 1952.
- [Teo95] – C. Teodosiu, Z. Hu. *Evolution of the intragranular microstructure at moderate and large strains: modelling and computational significance*. Proceedings of the Numiform'95. pp. 173–182, 1995.
- [Teo98] – C. Teodosiu, Z. Hu. *Microstructure in the continuum modelling of plastic anisotropy*. Proceedings of the 19th Riso International Symposium on Materials Science, pp. 149–168, 1998.
- [Tho06] – T. Tho Do. *Optimisation de forme en forgeage 3D*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, 2006.
- [Tve82] – V. Tvergaard. *Influence of void nucleation on ductile shear fracture at a free surface*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 30, pp 399-425, 1982.
- [Tve84] - V. Tvergaard, A. Needleman. *Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar*. Acta Metall. 32, pp 157-169, 1984.
- [Val01] – T. Vallée et M. Yildizoglu. *Présentation des algorithmes génétiques et de leurs applications en économie*. Université de Nantes et Université de Bordeaux, 7 septembre 2001.
- [Vay04] – C. Vayssade. *Cours d'optimisation en mécanique, Minimisation locale sans limite*. Université de Technologie de Compiègne, 2004.
- [Ven02] – S. Venkataraman et R.T. Haftka. *Structural optimization: What has Moore's law done for us?* AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2002.
- [Vie99] – D. Vieilledent. *Optimisation des outils en forgeage à chaud par simulation éléments finis et méthodes inverse*. Applications à des problèmes industriels. Thèse de doctorat, École des Mines de Paris, 1999.

[Voc48] – E. Voce. *The relationship between stress and strain for homogeneous deformation*. Journal Institute of Metals, Vol. 74, pp 537-562, 1948.

[Web01] – <http://www.industrie.gouv.fr/enjeux/TBacieranalysesept07.pdf>

[Web02] – <http://www.ssabdirekt.com/>

[Web03] – [http://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme\\_g%C3%A9n%C3%A9tique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_g%C3%A9n%C3%A9tique)

[Web04] – <http://www.iitk.ac.in/kangal/codes.shtml>

[Whi07] – G. Whittaker, R. Confesior, S. M. Griffith, R. Färe, S. Grosskopf, J. J. Steiner, G. W. Mueller-Warrant, G. M. Banowetz. *A hybrid genetic algorithm for multiobjective problems with activity analysis-based local search*. European Journal of Operational Research, 2007 (accepted).

[Wid60] – B. Widrow et M.E. Hoff. *Adaptive switching circuits*. In Institute of radio Engineers, Western Electronic Show and CONvention (WESCON), convention record, Part 4, pp. 96-104, 1960.

# Liste des figures

Figure I.1 – Évolution du prix de l'acier [Web01].....	4
Figure I.2 – Procédé de fabrication de la pièce.....	5
Figure I.3 – Schéma de l'outillage de découpe.....	6
Figure I.3 – Bord de découpe [Ham96].....	6
Figure I.5 – Effort – Pénétration lors du procédé de découpe [Mai91].....	7
Figure I.6 – Relation entre aspect du bord découpé avec l'effort de découpe (d'après [Ham96]).....	7
Figure I.7 – Pliage a) en V b) en U c) en tombé de bord.....	9
Figure I.8 – Variations du module de Young et de la limite d'écoulement pour un acier.....	9
Figure I.9 – Phénomène du retour élastique [Mei08].....	10
Figure I.10 – Distribution des déformations et des contraintes en flexion traction combinée [Mei08].....	10
Figure I.11 – Distribution des contraintes en flexion pure.....	10
Figure I.12 – Modes de déformation en pliage.....	11
Figure I.13 – Comparaison de la prédiction du retour élastique entre le modèle original de Monfort-Bragard et modifié par Mkaddem [Mka03].....	13
Figure I.14 – Loi de Coulomb [Sim01].....	13
Figure I.15 – Valeur du retour élastique en fonction du rayon de la matrice de pliage et du jeu poinçon-matrice a) Valeurs expérimentales b) Valeurs issues de la simulation. [Bah05].....	14
Les aciers HLE sont des aciers faiblement alliés dont la composition répond à la norme EN 10149. Les normes auxquelles répond la composition de l'acier S500MC sont reportées dans le tableau II.1.....	17
Figure II.1 – Essai de traction sur un acier HLE S500MC.....	18
Figure II.2 – Comparaison des aciers HLE utilisés par l'entreprise DEVILLÉ S.A.....	19
Figure II.3 – Gamme d'aciers HLE [Web02].....	19
Figure II.4 – Aciers Dual-Phase [Web02].....	20
Figure II.5 – Aciers proposés par l'entreprise Arcelor-Mittal.....	20
Figure II.6 – Diagramme présentant les principaux aciers du domaine automobile [Arc01].....	21
Figure II.7 – Types de dislocations a) Vis b) Coin c) Mixte.....	21
Figure II.8 – Différentes représentations macroscopiques du comportement plastique.....	22
Figure II.9 – Représentation du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales.....	24
Figure II.10 – Éprouvette de traction normalisée.....	25
Figure II.11 – Machine de traction Zwick Z100.....	25
Figure II.12 – Évolution des coefficients de Lankford du S420MC et du S500MC.....	26
Figure II.13 – Écrouissage isotrope dans l'espace des contraintes et en traction compression.....	27
Figure II.14 – Détermination des paramètres de la loi de Ludwick pour l'acier S500MC.....	28
Figure II.15 – Détermination des paramètres de la loi de Hollomon pour l'acier S500MC.....	29
Figure II.16 – Détermination des paramètres de la loi de Swift pour l'acier S500MC.....	29
Figure II.17 – Détermination des paramètres de la loi de Voce pour l'acier S500MC.....	30
Figure II.18 – Courbe d'écrouissage pour le S500MC, a- loi de Ludwick et b- loi de Voce.....	31
Figure II.19 – Écrouissage cinématique dans l'espace des contraintes et en traction compression [Lem88].....	32
Figure II.20 – Éprouvette utilisée pour les essais de traction compression.....	33
Figure II.21 – Cycle de traction compression stabilisé à a- 0,67% et b- 0,83% de déformation pour le S500MC.....	33
Figure II.22 – Géométrie de l'essai de bipoinçonnement -a- avant et -b- après déformation [Gel95].....	35
Figure II.23 – Identification des paramètres de Ludwick pour chaque taux de déformation.....	36
-a- 0,01s <sup>-1</sup> -b- 0,1s <sup>-1</sup> -c- 1s <sup>-1</sup> -d- 25s <sup>-1</sup> -e- 125s <sup>-1</sup> -f- 250s <sup>-1</sup> .....	36
Figure II.24 – Comparaison entre la prédiction de Johnson Cook globale et Ludwick individuelle sur les essais de bipoinçonnement.....	37
Figure II.25 – Élément endommagé.....	38
Figure II.26 – Éprouvette utilisée pour les essais de charge décharge.....	39
Figure II.27 – Cycles de charge décharge sur acier S500MC.....	40
Figure II.28 – Évolution du dommage pour un S500MC.....	40
Figure II.29 – Identification inverse du modèle GTN pour l'acier S500MC.....	44
Figure II.30 – Identification inverse du modèle GTN pour l'acier S420MC.....	44
Figure III.1 – Pièce non pliée.....	46
Figure III.2 – Effet du rayonnage sur les propriétés mécaniques.....	46
Figure III.3 – Étapes du procédé de rayonnage.....	47
Figure III.4 – Outil de rayonnage des éprouvettes.....	47
Figure III.5 – Porte-poinçons et poinçons de rayonnage.....	48
Figure III.6 – Micrographie d'une arête de découpe -a- avant rayonnage -b- après rayonnage -c- après rayonnage côté bavure de découpe.....	48
Figure III.7 – Microdureté Vickers sur éprouvette -a- non rayonnée -b- rayonnée.....	49
Figure III.8 – Microdureté Vickers sur pièce -a- non rayonnée -b- rayonnée.....	49
Figure III.9 – Diffraction des rayons X sur les plans réticulaires.....	50
Figure III.10 – Direction de mesure dans l'espace des déformations.....	51
Figure III.11 – Points de mesure des contraintes résiduelles.....	52
Figure III.12 – Sens de mesure.....	52

Figure III.13 – Éprouvette après polissage électrolytique .....	52
Figure III.14 – Valeurs de contraintes résiduelles longitudinales.....	52
Figure III.15 – Valeurs de contraintes résiduelles transversales.....	53
Figure III.16 – Valeurs de contraintes résiduelles – largeurs de cordes.....	53
Figure III.17 – Positionnement géométrique initial du poinçon et de l'éprouvette.....	54
Figure III.18 – Suppression des éléments aux conditions limites.....	54
Figure III.19 – Définition du chemin par les nœuds utilisé pour le relevé des valeurs.....	55
Figure III.20 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour la loi élastoplastique .....	56
Figure III.21 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour le modèle LC.....	56
Figure III.22 – Isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises pour le modèle GTN .....	56
Figure III.23 – Évolution de la contrainte équivalente et de la déformation plastique équivalente dans le rayon .....	57
Figure III.24 – Évolution des composantes du tenseur des contraintes en simulation pour le procédé de rayonnage -a- $\sigma_{11}$ -b- $\sigma_{22}$ -c- $\sigma_{33}$ -d- $\sigma_{12}$ -e- $\sigma_{13}$ -f- $\sigma_{23}$ .....	58
Figure III.25 – Directions principales des contraintes résiduelles après rayonnage.....	59
Figure IV.1 – Itération pour l'algorithme de Newton-Raphson [Vay04].....	63
Figure IV.2 – Schéma de principe de la roulette biaisée .....	68
Figure IV.3 – Effet d'une probabilité de mutation nulle sur la convergence d'un A.G. ....	69
Figure IV.4 – Schématisation globale d'un A.G. [Web03].....	70
Figure IV.5 – Différents types de front de Pareto en fonction des objectifs [Cor06] .....	74
Figure IV.6 – Schéma d'un neurone unique [Mat07].....	75
Fig. IV.7 – Schéma d'une couche de neurones [Mat07].....	76
Figure IV.8 – Schéma d'un réseau multicouches [Mat07].....	76
Figure IV.9 – Fonctions de transfert les plus utilisées pour un réseau de neurones [Mat07] .....	77
(a) : fonction seuil, (b) : linéaire, (c) : tangente sigmoïde.....	77
Figure IV.10 – Schéma de principe de l'apprentissage supervisé [Par04].....	78
Figure IV.11 – Schéma de principe du perceptron simple [Mat07].....	79
Figure IV.12 – Conditions de symétrie sur la demi-pièce .....	82
Figure IV.13 – Conditions d'encastrement du trou de fixation .....	83
Figure IV.14 – Chargement appliqué sur la demi-pièce.....	83
Figure IV.15 – Isovaleurs de la contrainte de Von Mises pour la pièce initiale .....	84
Figure IV.16 – Paramètres utilisés pour l'optimisation.....	84
Figure IV.17 – Évolution de la fonction coût au cours des générations – Optimisation mono-objectif.....	86
Figure IV.18 – Fronts de Pareto des différents algorithmes – Optimisation multi-objectifs .....	87
Figure IV.19 – Influence de la probabilité de mutation et de croisement – Cas mono-objectif .....	88
Figure IV.20 – Influence de la probabilité de mutation et de croisement – Cas multi-objectifs.....	89
Figure IV.21 – Exemple de courbes récupérées suite à l'entraînement d'un réseau de neurones -a- Évolution de l'erreur quadratique moyenne au cours de l'entraînement -b- régression linéaire des sorties du réseau par rapport aux valeurs désirées. ....	90
Figure IV.22 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur écart type.....	91
Figure IV.23 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur contrainte maximum.....	92
Figure IV.24 – Efficacité relative des réseaux en fonction de l'algorithme d'entraînement utilisé – Approximation sur dommage maximum.....	92
Figure IV.25 – Influence du nombre de tours d'apprentissage sur la valeur du coefficient de régression.....	93
Figure IV.26 – Influence du nombre de couches sur la valeur du coefficient de régression.....	94
Figure IV.27 – Influence du nombre de neurones sur les couches cachées sur la valeur du coefficient de régression .....	94
Figure V.1 – Paramètres de forme .....	97
Figure V.2 – Formes génériques .....	97
Figure V.3 – Demi-pièce résultant de l'exécution du script.....	98
Figure V.4 – Profil du poinçon de rayonnage .....	99
Figure V.5 – Demi-poinçon résultant de l'exécution du script.....	100
Figure V.6 – Contrainte de cisaillement $\sigma_{xy}$ lors du procédé de découpe .....	104
Figure V.7 – Contrainte équivalente de Von Mises lors du procédé de découpe .....	104
Figure V.8 – Surfaces utiles du poinçon de rayonnage.....	105
Figure V.9 – Conditions de symétrie suivant l'axe X.....	105
Figure V.10 – Conditions d'encastrement sur les faces extérieures pour le procédé de rayonnage.....	105
Figure V.11 – Conditions d'encastrement du trou de fixation pour le procédé de rayonnage.....	105
Figure V.12 – Positionnement initiale pour le procédé de rayonnage.....	106
Figure V.13 – État de contrainte dans la pièce après rayonnage.....	106
Figure V.14 – Condition d'encastrement pour le procédé de pliage.....	107
Figure V.15 – Positionnement initial pour le procédé de pliage.....	107
Figure V.16 – État de contrainte dans la pièce après le procédé de pliage.....	108
Figure V.17 – Positionnement initial pour le dépliage de la pièce .....	108
Figure V.18 – État de contrainte dans la pièce après dépliage .....	109
Figure V.19 – Séquençage de la simulation .....	110
Figure V.20 – Schéma de principe du couplage A.G. / CATIA / Abaqus.....	111
Figure V.21 – Schéma de principe du couplage avec utilisation des réseaux de neurones sous MatLab .....	112
Figure VI.1 – Simulation d'un essai de traction monotone avec le logiciel Abaqus 6.7® .....	115
Figure VI.2 – Schéma de principe de la méthode inverse .....	116
Figure VI.3 – Éprouvette avec gradient de déformation .....	116
Figure VI.4 – Photographies prises au MEB, -a- avant et -b- après traitement sur VISILOG® .....	117
Figure VI.5 – Évolution du taux de porosité pour un acier HLE S500MC .....	117
Figure VI.6 – Principe du calcul de l'erreur quadratique sur la courbe effort-déplacement.....	118
Figure VI.7 – Évolution de l'erreur quadratique normalisée avec l'algorithme de MatLab .....	119
Figure VI.8 – Front de Pareto obtenu après 20 générations.....	119
Figure VI.9 – Comparaison expérience simulation sur la courbe de dommage -a- optimisation avec l'algorithme de MatLab -b- optimisation avec NSGA-2/meilleur compromis .....	120
Figure VI.10 – Comparaison expérience simulation sur la courbe d'effort -a- optimisation avec l'algorithme de MatLab -b- optimisation avec NSGA-2/meilleur compromis .....	121

Figure VI.11 – Zone utilisée pour l'étude.....	123
Figure VI.12 – Fronts de Pareto 3D obtenus pour 30 générations avec 20 et 60 individus par génération.....	124
Figure VI.13 – Front de Pareto projeté dans les trois plans principaux de l'espace des solutions Fonction 1 = $\delta_{VM}^{rel}$ ; Fonction 2 = $\sigma_{VM}^{rel}$ ; Fonction 3 = $D_{max}^{rel}$ .....	125
Figure VI.14 – Schéma des pièces étudiées -a- pièce actuelle -b- pièce de la première génération -c- pièce sur le front de Pareto .....	126
Figure VI.15 – Front de Pareto pour les valeurs normalisées (2 <sup>ème</sup> cas d'étude).....	127
Figure VI.16 - Schéma des pièces étudiées -a- individu ayant le volume le plus faible -b- individu ayant le volume le plus grand -c- individu du front de Pareto repéré par la flèche orange .....	128
Figure VI.17 – Résultats obtenus en utilisant des réseaux de neurones à partir de la génération 5 .....	129
Figure VI.18 – Résultats obtenus en utilisant des réseaux de neurones à partir de la génération 10 .....	130

## Liste des tableaux

---

Tableau II.1 – Norme pour la composition chimique du S500MC.....	18
Tableau II.2 – Norme pour la composition chimique du S420MC.....	18
Tableau II.3 – Norme pour la composition chimique du S315MC.....	18
Tableau II.4 – Coefficients de Lankford du S420MC et du S500MC.....	26
Tableau II.5 – Coefficients d'anisotropie de Hill pour les aciers S500MC et S420MC.....	26
Tableau II.6 – Coefficients d'écrouissage pour le S500MC déterminés avec la méthode directe.....	30
Tableau II.7 – Coefficients d'écrouissage pour le S500MC déterminés avec la méthode optimisée.....	30
Tableau II.8 – Erreur quadratique moyenne sur les lois d'écrouissage du S500MC.....	31
Tableau II.9 – Coefficients d'écrouissage pour le S420MC déterminés avec la méthode optimisée.....	31
Tableau II.10 – Correspondance des vitesses en $s^{-1}$ et $m.s^{-1}$ pour les essais de bipoinçonnement.....	35
Tableau II.11 – Paramètres d'identification de la loi de Ludwick pour chaque taux de déformation.....	35
Tableau II.12 – Coefficients de la loi de Johnson Cook pour un acier S500MC.....	36
Tableau II.13 – Paramètres utilisés comme point de départ pour l'optimisation sur acier S500MC.....	43
Tableau II.14 – Paramètres obtenus après optimisation pour l'acier S500MC.....	43
Tableau II.15 – Paramètres utilisés comme point de départ pour l'optimisation sur acier S420MC.....	44
Tableau II.16 – Paramètres obtenus après optimisation pour l'acier S420MC.....	44
Tableau IV.1 – Paramètres élastiques utilisés pour la simulation.....	83
Tableau IV.2 – Bornes des paramètres pour l'optimisation.....	86
Tableau VI.1 – Valeurs limites des paramètres de l'étude.....	123
Tableau VI.2 – Comparatif entre un individu du front de Pareto et un individu de la 1 <sup>ère</sup> génération.....	126
Tableau VI.4 – Valeurs des paramètres pour un individu optimal et la pièce actuelle (1 <sup>er</sup> cas d'étude).....	126
Tableau VI.5 – Valeurs des paramètres pour les deux individus sélectionnés (2 <sup>ème</sup> cas d'étude).....	127
Tableau VI.6 – Valeurs des paramètres pour un individu optimal et la pièce actuelle (2 <sup>ème</sup> cas d'étude).....	128

## Annexes

---

<i>Annexe I – Plans de l'outil utilisé pour reproduire le procédé de rayonnage.....</i>	<i>145</i>
<i>Annexe II – Développement pour l'implémentation du modèle de Lemaître-Chaboche.....</i>	<i>147</i>
<i>Annexe III – Approximation par surfaces de réponses .....</i>	<i>150</i>
<i>Annexe IV – Coefficients pour les équations polynomiales d'ordre 2 des surfaces de réponses..</i>	<i>152</i>

## Annexe I – Plans de l'outil utilisé pour reproduire le procédé de rayonnage

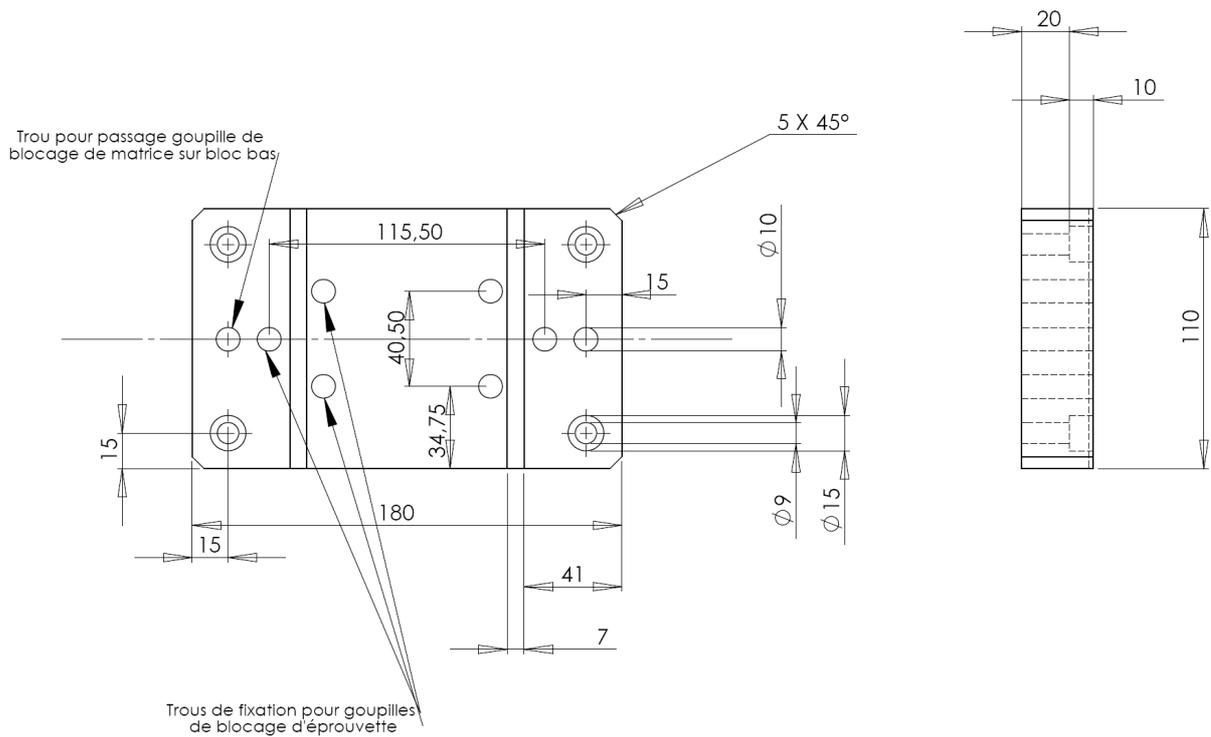


Figure A-1.1 – Plan de la matrice de l'outil de rayonnage

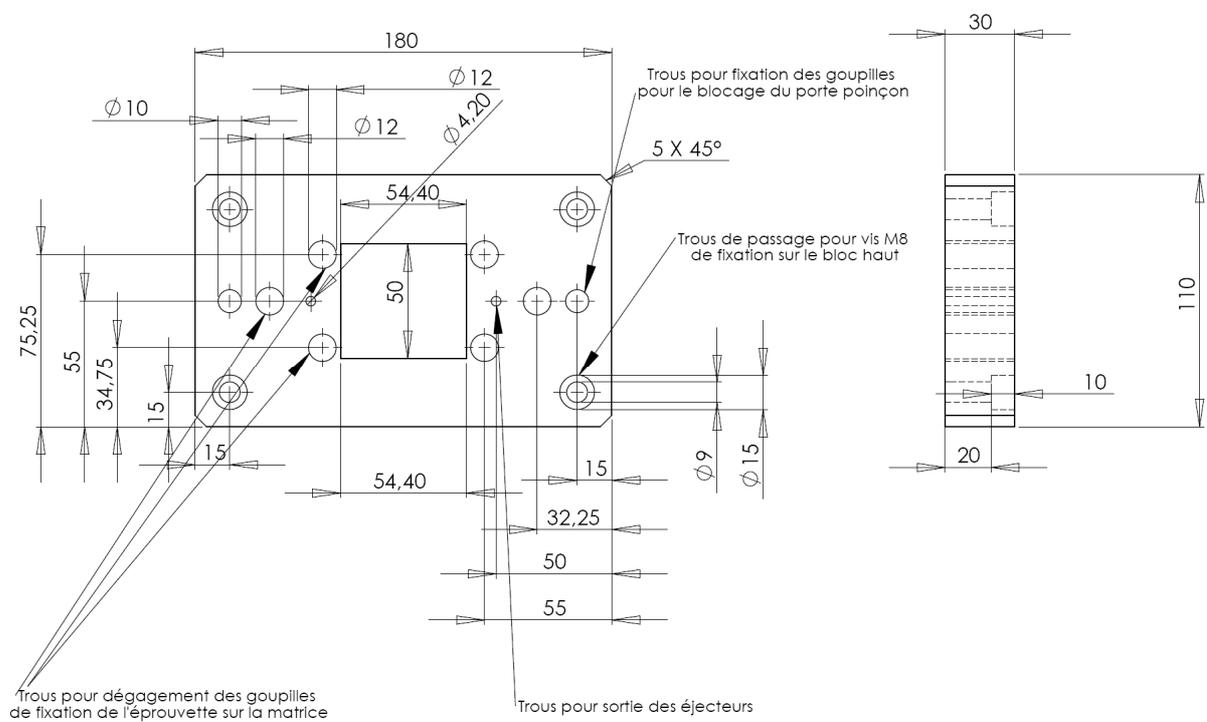


Figure A-1.2 – Plan du porte-poinçons de l'outil de rayonnage

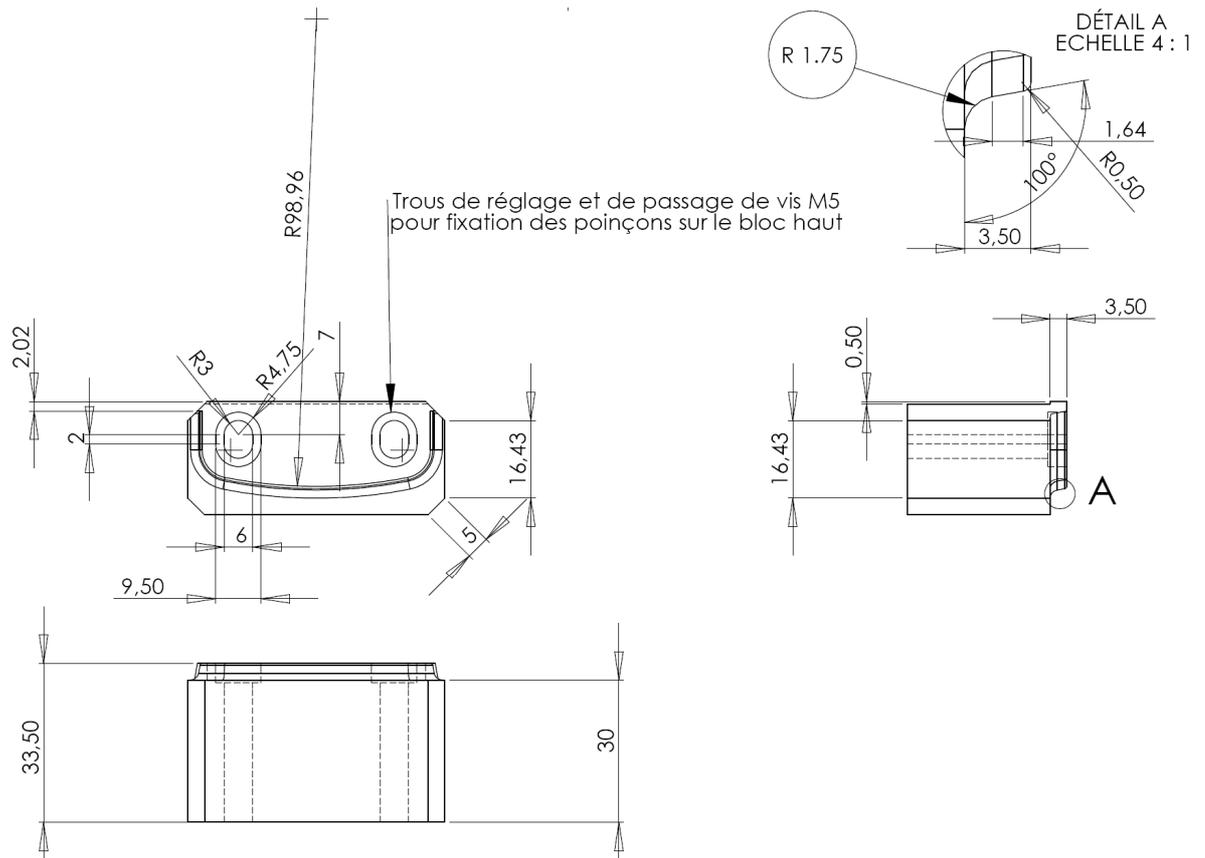


Figure A-I.3 – Plan des poinçons pour l'outil de rayonnage

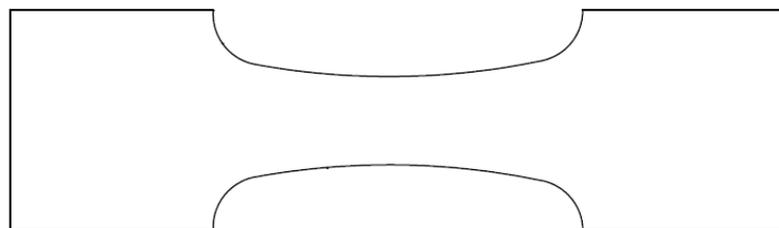


Figure A-I.4 – Eprouvette utilisée avec l'outil de rayonnage

**Note:** Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ S.A., les différentes côtes des éprouvettes présentées n'apparaîtront pas dans ce rapport.

## Annexe II - Développement pour l'implémentation du modèle de Lemaître-Chaboche

(Cette partie reprend et complète le développement présenté au §V.3.1)

Dans l'hypothèse d'une équivalence en déformation et d'un endommagement isotrope, on définit la fonction de charge suivante :

$$\phi = \phi(\sigma, R, D) = \frac{\sigma_{eq}}{1-D} - (\sigma_{e0} + R) \quad (\text{AII.1})$$

$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$  est la contrainte effective (voir §II.4.1).  $R$  décrit l'évolution isotrope de l'écrouissage.  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente et  $\sigma_{e0}$  la limite d'écoulement du matériau vierge.  $D$  est la variable interne d'endommagement.

Le potentiel d'endommagement [Lem88] est choisi sous la forme d'une fonction puissance de la variable  $Y$  associée à l'endommagement:

$$\varphi_D^* = \frac{S_0}{(s_0 + 1)(1-D)} \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0+1} \quad (\text{AII.2})$$

On montre que  $Y$  est le taux de restitution de l'énergie élastique. Elle s'écrit :

$$Y = -\frac{1}{2} (\mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el}) : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{AII.3})$$

Dans [Lem88]  $S_0$  et  $s_0$  sont des paramètres du matériau, fonctions de la température. Le potentiel de dissipation est égal à:

$$F = \phi + \varphi_D^* \quad (\text{AII.4})$$

Expression dans laquelle  $\phi$  correspond à la dissipation plastique et  $\varphi_D^*$  à la dissipation due à l'endommagement. Si la variable d'écrouissage  $R$  suit une évolution de type Ludwick :

$$R = K \left( \bar{\varepsilon}_{pl}^n \right) \quad (\text{AII.5})$$

$\bar{\varepsilon}_{pl}$  est la déformation plastique cumulée. L'équation d'état élastique est :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-D) \mathbf{C}^{el} \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{AII.6})$$

$\mathbf{C}^{el}$  est le tenseur d'élasticité, et  $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$  est le tenseur des déformations élastiques. Les évolutions des variables internes sont décrites par les équations suivantes :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \frac{\mathbf{s}}{\boldsymbol{\sigma}_{eq}} \quad (\text{AII.7})$$

$$\dot{D} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \phi_D^*}{\partial Y} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} Y^* \quad (\text{AII.8})$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (\text{AII.9})$$

Avec  $\mathbf{s}$  le tenseur déviateur des contraintes,  $r$  est la variable associée à l'écroutissage  $R$  et en posant:

$$Y^* = \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^{s_0} \quad (\text{AII.10})$$

Pour calculer le correcteur plastique  $\dot{\lambda}$ , la méthode du retour d'Euler a été utilisée. Il convient dans un premier temps de calculer la normale  $\mathbf{a}$  à la surface de charge:

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s}}{(1-D) \sigma_{eq}} \quad (\text{AII.11})$$

Puis la condition de consistance qui s'écrit :

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \phi}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \phi}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (\text{AII.12})$$

Il faut ensuite calculer chacun des termes :

- Calcul de  $\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}$  :

En utilisant l'équation AII.6 :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : (1-D) \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{D} \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{AII.13})$$

En remplaçant  $\dot{D}$  par l'expression AII.8, il vient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : (1-D) \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : (1-D) \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} - \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : Y^* \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{AII.14})$$

En remplaçant  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$  par l'équation AII.7 :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{a} : (1-D) \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - (1-D) \dot{\lambda} \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \mathbf{a} - \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} \mathbf{a} : Y^* \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \quad (\text{AII.15})$$

- Calcul de  $\frac{\partial \phi}{\partial R} : \dot{R}$  :

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} : \dot{R} = -\dot{R} \quad (\text{AII.16})$$

En posant :

$$\frac{\partial R}{\partial r} = H_R \quad (\text{AII.17})$$

L'équation AII.16 devient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} : \dot{R} = -H_R \dot{\lambda} \quad (\text{AII.18})$$

- Calcul de  $\frac{\partial \phi}{\partial D} : \dot{D}$  :

$$\frac{\partial \phi}{\partial D} : \dot{D} = \frac{\sigma_{eq}}{(1-D)^2} \frac{1}{(1-D)} \dot{\lambda} Y^* \quad (\text{AII.19})$$

Or, l'équation AII.1 est nulle lors d'un écoulement plastique, on obtient par conséquent :

$$\frac{\sigma_{eq}}{(1-D)} = (\sigma_{e0} + R) \quad (\text{AII.20})$$

En remplaçant dans l'équation précédente :

$$\frac{\partial \phi}{\partial D} : \dot{D} = (\sigma_{e0} + R) Y^* \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)^2} \quad (\text{AII.21})$$

Nous pouvons désormais remplacer les expressions de  $\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial R} : \dot{R}$  et  $\frac{\partial \phi}{\partial D} : \dot{D}$  dans l'équation AII.12 :

$$\mathbf{a} : (1-D) \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \left[ (1-D) \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \mathbf{a} + \frac{\mathbf{a} : Y^* \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el}}{(1-D)} + H_R - \frac{(\sigma_{e0} + R) Y^*}{(1-D)^2} \right] = 0 \quad (\text{AII.22})$$

En posant :

$$H_D = (1-D) \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \mathbf{a} + \frac{Y^*}{(1-D)} \left[ \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} - \frac{R + \sigma_{e0}}{1-D} \right] \quad (\text{AII.23})$$

L'incrément du correcteur plastique est donc :

$$\dot{\lambda} = \frac{(1-D) \mathbf{a} : \mathbf{C}^{el} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H_D + H_R} \quad (\text{AII.24})$$

### Annexe III – Approximation par surfaces de réponses

Dans le cadre de la réduction du temps de calcul global du processus d'optimisation, des surfaces de réponses du second degré ont été utilisées de la même manière que les réseaux de neurones artificiels (RNA). Ces surfaces, dont l'équation générale est rappelée ci-dessous (équation AIII.1), représentent un système d'équations à résoudre. L'optimisation portant sur 7 paramètres, 36 coefficients ont été identifiés à l'aide du logiciel MatLab®. Ceci a été possible en utilisant l'ensemble des solutions données par l'algorithme génétique pour la deuxième étude sur les 5 premières générations et sur les 10 premières générations. Comme indiqué précédemment, il existe 55 individus effectivement différents dans les 5 premières générations et 81 dans les 10 premières générations, ce qui rend possible l'identification des 36 coefficients.

De cette manière, il est possible de comparer l'efficacité des surfaces de réponses et des RNA. Une surface de réponses a été définie pour chaque fonction objectif. Les coefficients correspondants sont donnés en annexe 5.

$$y(x) = a_o + \sum_{i=0}^N a_i x_i + \sum_{i < j}^N a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=0}^N a_{ii} x_i^2 \quad (\text{AIII.1})$$

Le principe général est identique à celui utilisé avec les RNA, lorsque l'algorithme génétique atteint une certaine génération, il effectue une approximation des calculs à l'aide d'un réseau de neurones pour chaque fonction objectif sans utiliser les logiciels Abaqus® ou Catia®. De même que pour les réseaux de neurones, la dernière génération (la génération 15) a été entièrement recalculée en utilisant les scripts CATIA® et Abaqus®. Il est de cette façon possible de juger de la pertinence de l'approximation des surfaces de réponses.

#### Premier cas : utilisation des 5 premières générations

La figure A-III.1 montre les résultats obtenus en utilisant les 5 premières générations pour résoudre le système d'équations AIII.1. La même identification que pour les réseaux de neurones a été utilisée : les points bleus représentent le front de Pareto original obtenu avec l'algorithme génétique en utilisant les scripts CATIA® et Abaqus® sur les 15 générations, les carrés oranges les individus présents dans la cinquième génération, les losanges verts les individus de la dernière génération provenant de la prédiction des surfaces de réponses et les triangles rouges, ces mêmes individus recalculés en utilisant le schéma classique, donc leur véritable valeur.

Nous observons sur cette figure un écart important entre les valeurs prédites des surfaces de réponses et les valeurs réelles des individus. Ce phénomène a été déjà observé dans le cas de l'utilisation des RNA. Les valeurs recalculées de la dernière génération montrent que les surfaces de réponses ne permettent pas, dans ce cas, de prospecter sur le front de Pareto. En effet, la moitié des individus de la 15<sup>ème</sup> génération ne sont pas sur le front de Pareto et pour certains d'entre eux, en sont même très éloignés.

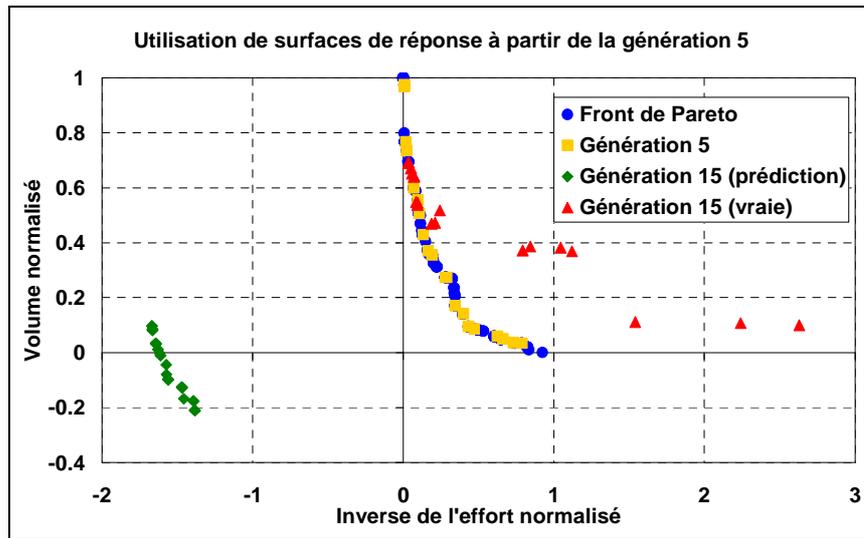


Figure A-III.1 – Résultats obtenus en utilisant des surfaces de réponses à partir de la génération 5

### Deuxième cas : utilisation des 10 premières générations

La figure A-III.2 présente les résultats obtenus en utilisant les 10 premières générations pour résoudre le système d'équations définissant les surfaces de réponses.

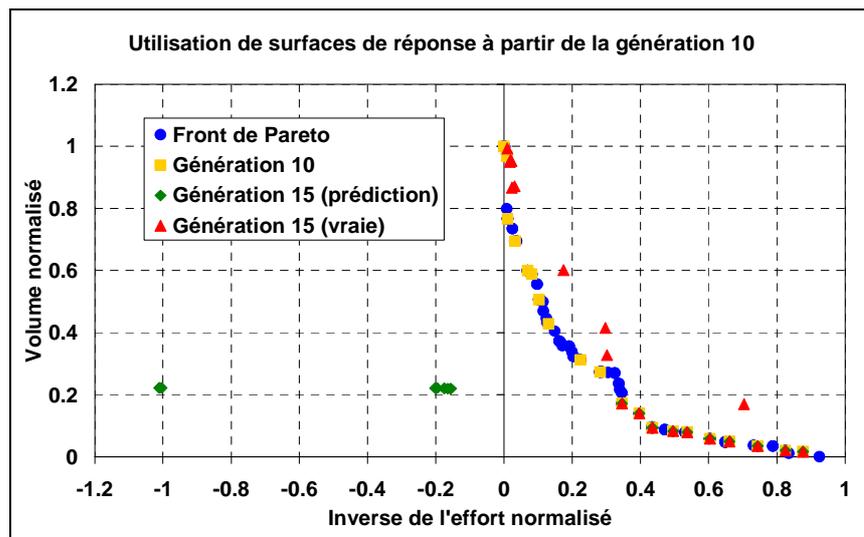


Figure A-III.2 – Résultats obtenus en utilisant des surfaces de réponses à partir de la génération 10

Le résultat obtenu est cette fois bien meilleur. En effet, nous pouvons dans un premier temps remarquer que la prédiction des surfaces de réponses (losanges verts), est bien plus proche des valeurs réelles (triangles rouges). Cependant, les losanges verts situés sur le front de Pareto ne font que reproduire des individus existant préalablement dans les 10 premières générations, ceci qui indique néanmoins, que les surfaces de réponses sont capable de fournir les bonnes valeurs pour les individus qui ont servis à définir leurs coefficients.

Si nous comparons avec les résultats obtenus en utilisant des réseaux de neurones entraînés avec les 5 premières générations, le résultat reste moins intéressant car plusieurs individus se positionnent en dehors du front de Pareto.

## Annexe IV – Coefficients pour les équations polynomiales d'ordre 2 des surfaces de réponses

Indice	Valeur	Paramètre(s) associé(s)
a <sub>0</sub>	8.30E-05	-
a <sub>1</sub>	2.68E-05	X1
a <sub>2</sub>	-2.57E-04	X2
a <sub>3</sub>	3.16E-06	X3
a <sub>4</sub>	-5.35E-07	X4
a <sub>5</sub>	-4.32E-04	X5
a <sub>6</sub>	1.03E-03	X6
a <sub>7</sub>	1.49E-03	X7
a <sub>12</sub>	-2.51E-07	X1*X2
a <sub>13</sub>	-7.79E-09	X1*X3
a <sub>14</sub>	-3.47E-08	X1*X4
a <sub>15</sub>	-2.87E-07	X1*X5
a <sub>16</sub>	-2.02E-05	X1*X6
a <sub>17</sub>	-8.87E-06	X1*X7
a <sub>23</sub>	-7.44E-08	X2*X3
a <sub>24</sub>	-6.86E-08	X2*X4
a <sub>25</sub>	9.05E-06	X2*X5
a <sub>26</sub>	-6.27E-06	X2*X6
a <sub>27</sub>	-5.84E-05	X2*X7
a <sub>34</sub>	-4.20E-10	X3*X4
a <sub>35</sub>	3.66E-08	X3*X5
a <sub>36</sub>	-3.62E-07	X3*X6
a <sub>37</sub>	-9.07E-07	X3*X7
a <sub>45</sub>	1.49E-07	X4*X5
a <sub>46</sub>	6.37E-07	X4*X6
a <sub>47</sub>	1.12E-07	X4*X7
a <sub>56</sub>	1.40E-05	X5*X6
a <sub>57</sub>	-2.89E-05	X5*X7
a <sub>67</sub>	-2.30E-04	X6*X7
a <sub>11</sub>	1.19E-06	X1*X1
a <sub>22</sub>	1.50E-05	X2*X2
a <sub>33</sub>	-3.37E-10	X3*X3
a <sub>44</sub>	7.71E-10	X4*X4
a <sub>55</sub>	4.78E-05	X5*X5
a <sub>66</sub>	-1.02E-04	X6*X6
a <sub>77</sub>	-7.62E-05	X7*X7

-a-

Indice	Valeur	Paramètre(s) associé(s)
a <sub>0</sub>	4.45E-07	-
a <sub>1</sub>	2.98E-07	X1
a <sub>2</sub>	-1.02E-07	X2
a <sub>3</sub>	-3.93E-09	X3
a <sub>4</sub>	-7.62E-10	X4
a <sub>5</sub>	-5.90E-07	X5
a <sub>6</sub>	-2.37E-06	X6
a <sub>7</sub>	1.02E-06	X7
a <sub>12</sub>	-1.41E-08	X1*X2
a <sub>13</sub>	1.59E-10	X1*X3
a <sub>14</sub>	3.09E-11	X1*X4
a <sub>15</sub>	3.86E-08	X1*X5
a <sub>16</sub>	-8.71E-08	X1*X6
a <sub>17</sub>	-8.25E-08	X1*X7
a <sub>23</sub>	2.91E-10	X2*X3
a <sub>24</sub>	1.01E-10	X2*X4
a <sub>25</sub>	9.99E-08	X2*X5
a <sub>26</sub>	2.59E-08	X2*X6
a <sub>27</sub>	1.15E-07	X2*X7
a <sub>34</sub>	-1.88E-12	X3*X4
a <sub>35</sub>	-4.66E-10	X3*X5
a <sub>36</sub>	5.53E-10	X3*X6
a <sub>37</sub>	-1.32E-09	X3*X7
a <sub>45</sub>	-4.40E-10	X4*X5
a <sub>46</sub>	-1.40E-09	X4*X6
a <sub>47</sub>	1.42E-09	X4*X7
a <sub>56</sub>	-7.24E-08	X5*X6
a <sub>57</sub>	9.54E-09	X5*X7
a <sub>67</sub>	1.22E-06	X6*X7
a <sub>11</sub>	8.27E-09	X1*X1
a <sub>22</sub>	-3.92E-09	X2*X2
a <sub>33</sub>	2.73E-11	X3*X3
a <sub>44</sub>	-4.47E-13	X4*X4
a <sub>55</sub>	2.42E-10	X5*X5
a <sub>66</sub>	2.30E-07	X6*X6
a <sub>77</sub>	-9.78E-07	X7*X7

-b-

Tableau A-IV.1 – Valeurs des coefficients des équations polynomiales des surfaces de réponses identifiés  
avec les 5 premières générations

Indice	Valeur	Paramètre(s) associé(s)
a <sub>0</sub>	7.88E-04	-
a <sub>1</sub>	6.89E-05	X1
a <sub>2</sub>	-3.65E-04	X2
a <sub>3</sub>	4.19E-06	X3
a <sub>4</sub>	1.62E-06	X4
a <sub>5</sub>	-2.95E-04	X5
a <sub>6</sub>	7.06E-04	X6
a <sub>7</sub>	1.15E-03	X7
a <sub>12</sub>	-1.19E-06	X1*X2
a <sub>13</sub>	-8.33E-08	X1*X3
a <sub>14</sub>	-8.55E-08	X1*X4
a <sub>15</sub>	-7.70E-06	X1*X5
a <sub>16</sub>	-3.05E-05	X1*X6
a <sub>17</sub>	-1.94E-05	X1*X7
a <sub>23</sub>	-2.90E-08	X2*X3
a <sub>24</sub>	-1.20E-07	X2*X4
a <sub>25</sub>	7.96E-06	X2*X5
a <sub>26</sub>	8.67E-06	X2*X6
a <sub>27</sub>	-3.89E-05	X2*X7
a <sub>34</sub>	-1.92E-09	X3*X4
a <sub>35</sub>	-1.38E-07	X3*X5
a <sub>36</sub>	-8.46E-07	X3*X6
a <sub>37</sub>	-4.87E-07	X3*X7
a <sub>45</sub>	7.58E-08	X4*X5
a <sub>46</sub>	5.89E-08	X4*X6
a <sub>47</sub>	1.58E-07	X4*X7
a <sub>56</sub>	-1.66E-05	X5*X6
a <sub>57</sub>	-6.59E-06	X5*X7
a <sub>67</sub>	-7.16E-05	X6*X7
a <sub>11</sub>	2.87E-06	X1*X1
a <sub>22</sub>	1.78E-05	X2*X2
a <sub>33</sub>	-4.34E-09	X3*X3
a <sub>44</sub>	1.53E-09	X4*X4
a <sub>55</sub>	4.05E-05	X5*X5
a <sub>66</sub>	-7.81E-05	X6*X6
a <sub>77</sub>	-1.08E-04	X7*X7

-a-

Indice	Valeur	Paramètre(s) associé(s)
a <sub>0</sub>	7.12E-07	-
a <sub>1</sub>	2.50E-07	X1
a <sub>2</sub>	-5.81E-08	X2
a <sub>3</sub>	-2.51E-09	X3
a <sub>4</sub>	-1.77E-09	X4
a <sub>5</sub>	-3.58E-07	X5
a <sub>6</sub>	-9.26E-07	X6
a <sub>7</sub>	-1.06E-06	X7
a <sub>12</sub>	-7.79E-09	X1*X2
a <sub>13</sub>	-2.79E-10	X1*X3
a <sub>14</sub>	2.01E-10	X1*X4
a <sub>15</sub>	5.40E-08	X1*X5
a <sub>16</sub>	-4.50E-08	X1*X6
a <sub>17</sub>	2.19E-08	X1*X7
a <sub>23</sub>	1.85E-10	X2*X3
a <sub>24</sub>	-9.91E-11	X2*X4
a <sub>25</sub>	8.60E-08	X2*X5
a <sub>26</sub>	-3.08E-09	X2*X6
a <sub>27</sub>	-1.15E-09	X2*X7
a <sub>34</sub>	7.22E-12	X3*X4
a <sub>35</sub>	9.76E-11	X3*X5
a <sub>36</sub>	8.51E-10	X3*X6
a <sub>37</sub>	-1.53E-10	X3*X7
a <sub>45</sub>	-1.74E-10	X4*X5
a <sub>46</sub>	-7.53E-10	X4*X6
a <sub>47</sub>	1.20E-09	X4*X7
a <sub>56</sub>	-4.79E-08	X5*X6
a <sub>57</sub>	-1.16E-07	X5*X7
a <sub>67</sub>	5.55E-07	X6*X7
a <sub>11</sub>	-7.92E-09	X1*X1
a <sub>22</sub>	5.75E-09	X2*X2
a <sub>33</sub>	1.11E-11	X3*X3
a <sub>44</sub>	2.91E-12	X4*X4
a <sub>55</sub>	-7.27E-09	X5*X5
a <sub>66</sub>	1.16E-07	X6*X6
a <sub>77</sub>	5.52E-08	X7*X7

-b-

Tableau A-IV.2 – Valeurs des coefficients des équations polynomiales des surfaces de réponses identifiés avec les 10 premières générations

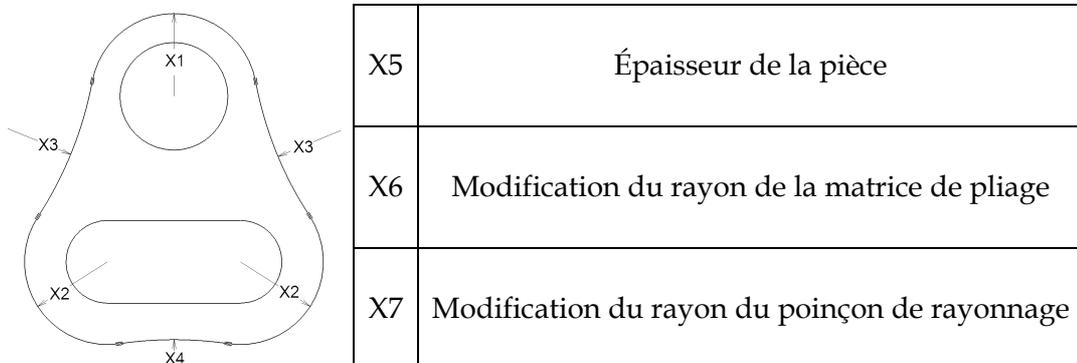


Figure A-IV.1 – Rappel des paramètres de l'optimisation

## CARACTERISATION DES PROCEDES DE FABRICATION DE PIECES DE SECURITE AUTOMOBILE. OPTIMISATION MULTIOBJECTIFS DE LA MISE EN FORME

**RÉSUMÉ:** Les pièces de sécurité automobile fabriquées en acier comme les ferrures d'ancrage de ceinture de sécurité ont vu leur coût de fabrication augmenter ces dernières années du fait de l'augmentation du prix des matières premières. De plus, ces pièces sont soumises à des normes européennes de plus en plus exigeantes. C'est pourquoi les équipementiers automobiles comme l'entreprise DEVILLÉ S.A. cherchent aujourd'hui à développer des outils numériques permettant d'optimiser et de prédire le comportement de ces pièces à l'usage en intégrant l'ensemble du processus de fabrication. Le travail proposé ici s'efforce d'apporter une contribution à ce développement. L'utilisation de méthodes d'optimisation, en particulier un algorithme génétique NSGA-2, couplées avec des logiciels de conception et de calculs par éléments finis a permis d'améliorer différentes fonctions coût comme le dommage maximum subit par la pièce lors de sa conception ou encore l'effort maximal nécessaire à son dépliage...

L'utilisation de réseaux de neurones pour réduire le temps d'optimisation global a également fait l'objet d'une étude. Ces méthodes numériques nécessitent la modélisation du comportement du matériau avec des lois de comportement et d'endommagement qui ont fait l'objet d'une étude expérimentale ainsi que d'une identification. Une méthode d'identification inverse a notamment permis de réduire l'erreur commise lors de la simulation numérique.

**Mots-clés:** *simulation EF, optimisation, algorithme génétique, endommagement, procédés, loi de comportement*

## CARACTERISATION OF FORMING PROCESSES FOR AUTOMOBILE SAFETY PARTS. MULTIOBJECTIVE OPTIMISATION

**ABSTRACT:** Automotive safety parts manufactured out of steel sheets are more and more expansive due to the increase in price of raw materials. Moreover, these parts are subjected to increasingly demanding European standards. This is why automobile equipment supplier, such as company DEVILLÉ S.A. are looking to develop numerical tools in order to optimize and predict the behavior of these parts, in-service, by integrating the entire manufacturing process. The work presented here is a contribution to this end. The use of optimization methods, in particular a genetic algorithm called NSGA-2, coupled with CAD and finite elements codes made it possible to improve various cost functions like the maximum material damage value obtained in the part at the time of its design or the maximum effort necessary for unbending, etc.

The use of neural networks to reduce the total calculation time has also been studied in this work. These numerical methods require the use of material behavior and damage laws which were the subject of an experimental study as well as the identification of the model parameters. In particular an inverse methodology has been used to reduce the error made during the numerical simulation.

**Keywords:** *FEM, optimization, genetic algorithm, material damage, manufacturing process, behavior law*