



**HAL**  
open science

# Modélisation et étude 3D des phénomènes de cisaillement adiabatiques dans les procédés de mise en forme à grande vitesse

Fabien Delalondre

► **To cite this version:**

Fabien Delalondre. Modélisation et étude 3D des phénomènes de cisaillement adiabatiques dans les procédés de mise en forme à grande vitesse. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2008. Français. NNT : 2008ENMP1624 . pastel-00005317

**HAL Id: pastel-00005317**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00005317>**

Submitted on 6 Aug 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Je dédie cette thèse à toute ma famille qui m'a toujours montré l'exemple et sans qui je ne serais jamais arrivé jusque là ... Cette thèse est pour vous ...

À ma grand mère maternelle, décédée quelques semaines avant ma soutenance et qui faisait encore des mots fléchés deux jours avant son décès à 95 ans ...

A mon grand père maternel, parti trop tôt ...

À mes grands parents paternels qui n'ont pas jamais eu la chance de pouvoir aller à l'école comme moi, capable de fondre en larmes le jour des résultats du bac ...

À mon grand frère qui est et restera toujours mon exemple dans la vie, montrant chaque jour qu'on peut renverser des montagnes avec de la volonté ...

À mes parents qui ont toujours tout fait pour leurs enfants et pour qui l'école est toujours passée avant tout le reste ... Je serais heureux de pouvoir faire pour mes enfants ne serait ce que la moitié de ce qu'ils ont fait pour nous ...

À mon petit neveu Hugo, tu ne pourras jamais t'imaginer à quel point je suis heureux d'être ton tonton ...

À Stéphane, mon meilleur ami, mon frère, pour tout ce qu'il est pour moi et pour tous les moments bons ou mauvais passés et à venir ...

À Mathilde, pour tout ce que tu m'as apporté...

Merci



## Remerciements

Et oui Pimpim, moi aussi j'y suis arrivé à cette fameuse page et pourtant ca n'a pas toujours été facile! Cette page que tout le monde lit avant d'essayer (parfois) de lire la suite qui s'avère souvent beaucoup plus amusante ...

Avant de dédier ce travail de thèse a toute ma famille, je souhaite remercier toutes les personnes qui ont permis à ce manuscrit de voir le jour (même si je vais surement en oublier) et sans qui ces trois années n'auraient vraiment pas été les mêmes.

Je voudrais dans un premier temps remercier les différents membres du jury qui m'ont fait l'honneur de parcourir ce manuscrit et de participer à ma soutenance. Je remercie ainsi Messieurs Philippe Lorong et Christian Rey d'avoir accepté la charge parfois lourde de rapporteur. Je remercie Messieurs Jean-Loup Chenot, Hugues Digonnet et Lionel Fourment d'avoir accepté de faire parti de ce jury en qualité d'examineurs. Enfin, je remercie Monsieur Khemais Saanouni d'avoir accepté d'en être le président.

Ce travail de thèse fait parti du projet Procédés Grande Vitesse (PGV) financé par le CETIM. Je remercie la fondation CETIM de nous avoir fait confiance et d'avoir permis que ce travail de recherche voit le jour.

Je tiens à remercier du fond du cœur les personnes qui ont participées de près ou de loin à mon encadrement.

Merci à vous Monsieur Jean-Loup Chenot pour votre aide et vos remarques qui m'ont toujours poussées à en faire un peu plus. Je n'oublierai jamais votre façon inimitable de demander l'impossible pour ... hier. Merci à toi Monsieur Hugues Digonnet pour ton aide si précieuse tout au long de ces trois années. Travailler à tes cotés a été pour moi une incroyable source de motivation. C'est simple, je n'y serais jamais arrivé sans toi ! Merci à toi Monsieur Julien Bruchon. Ta bonne humeur constante ainsi que tes qualités scientifiques m'ont profondément marquées. Je suis heureux de faire maintenant parti de tes amis. Ne change rien (ou presque ;-)), tu es le meilleur !

Mille mercis enfin à mon directeur de thèse, Monsieur Lionel Fourment. C'est simple je n'aurais pas pu avoir un meilleur encadrant, tant du point de vue scientifique que du point de vue personnel. Merci Lionel pour m'avoir appris tout ca en si peu de temps!

Travailler à vos cotés Messieurs a été pour moi un réel plaisir autant du point de vue scientifique que relationnel. Je mesure très bien la chance que j'ai eue et vous en remercie par conséquent très chaleureusement. J'espère que nos routes se croiseront de nouveau sous une forme ou une autre.

Je tiens a remercier mes « amis » (qui aurait pensé un jour que j'emploierais ce mot ...) Stéphanois (Hugues, Julien) et évidemment Lyonnais (Pimpim, Marc, Luisa ;-)) pour ces nombreux moments de chambrage, ces nombreux derbys et apéros/restos gagnés ... Et oui le foot c'est quand même beaucoup plus facile quand on est toujours du coté des gagnants et pas du coté de la banlieue Lyonnaise ;-).

Je tiens à remercier mon bureau, le seul, l'unique bureau autoproclamé des « loosers ». Merci à vous la « dream team » pour m'avoir supporté et pour avoir fait de ce bureau un lieu si agréable à vivre. Merci à toi Elise pour ta gentillesse et ta bonne humeur si mal cachée. Merci à toi Yoyo pour tous les fous rire qu'on a eu ensemble, pour ton regard si éclairé sur l'OM. Merci à toi Omar pour nous avoir donné toutes ces occasions de rire, pour ton amour inconditionnel de l'OM mais uniquement lorsqu'ils gagnent. Merci à toi Nadia pour ta bonne humeur et ta gentillesse et bon

courage pour la fin de ta troisième thèse ! Enfin merci à Cédric, dit « Pimpim », « gros » ou « le Lyonnais », notre réfugié politique, mon ami, toujours prêt à casser la porte pour annoncer son entrée de façon discrète. Merci à toi Manu pour tes imitations à se rouler par terre et évidemment ton aide informatique toujours ultra efficace. L'étude moralistique n'aurait pas été si belle sans vous tous ...

Je tiens à remercier mes potes de thèse, ceux qui faisaient que chaque pause se transformait en absolument n'importe quoi. Merci à toi Greg pour tes blagues à même pas 1 Franc mais aussi pour ta gentillesse. Merci à toi Grand Seb pour ces quelques moments inoubliables à « tailler » les jackys motos ou à rire de ton doigt en caoutchouc. Merci à toi Alice pour tes réflexions venues d'ailleurs, pour tes baklavas de folie. Merci à toi Marco pour tes solos de guitare, pour tes canards confits, tes fous rires inimitables. Merci à toi David pour tes descentes de ski impossibles en moins d'une minute, pour les bizkits et les chansons d'australopithèques qui en découlaient. Merci à mes amis Norvégiens, Harald et Mariah pour leur gentillesse, leur ouverture d'esprit et leur incroyable esprit de compétition :D. Enfin merci à toi Ptit Seb, mon pote depuis tellement longtemps maintenant pour toutes ces discussions de boulot, ces soirées inoubliables autour d'un verre au fond de la dudu's piscine, au milieu de la foule à chanter et à faire les guignols. Merci à vous tous pour ces pauses, ces soirées, ces week end, ces vacances au ski ...

Merci à tous les footeux du midi avec qui on a quand même réussi à bien se marrer. Merci à l'équipe Cadence pour son fairplay et sa bonne humeur légendaire, merci à Omar, Pimpim, Yoyo, Simon, Rodolphe, Olivier, Manu, ...

Merci à Rudy pour avoir partagé avec bonne humeur certaines de mes pauses café (on va finir par croire que je passais mon temps en pause café ... :D) et m'avoir fait découvrir les rues parfois très tortueuses de Porto une nuit d'été.

Merci aux personnes dont on n'entend souvent pas parler mais qui apportent néanmoins une aide particulièrement précieuse. Un grand Merci à Sylvie et Brigitte de la bibliothèque. Merci à Sylvie et bien sur Merci à Marie-Françoise pour leur aide et leur bonne humeur.

Merci enfin à tous mes potes de Lyon, Stef, Lolo, Fannou, Anna-Line, Mathieu, Dudu, Wannito, Ptit Seb, Argan (aux USA, au Canada ou ailleurs ! Pas de problème on se lâche pas !) .... Enfin une tendre pensée pour Hajer. Merci à toi pour tous ces moments partagés, bons ou mauvais qui m'ont énormément appris sur moi et sur les autres.

# Sommaire

## ***Introduction***

<b>1</b>	<b><u>DE L'UTILITE DES PROCEDES GRANDE VITESSE (PGV)</u></b>	<b>1</b>
1.1	DESCRIPTION DE L'USINAGE GRANDE VITESSE (UGV)	1
1.2	PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DE L'UGV	2
1.3	AUTRES PROCEDES DE MISE EN FORME A GRANDE VITESSE	7
1.4	LES PROCEDES A GRANDE VITESSE DANS L'INDUSTRIE, UN MARCHÉ D'AVENIR	7
<b>2</b>	<b><u>LE PHENOMENE DE BANDE DE CISAILLEMENT ADIABATIQUE (BCA)</u></b>	<b>7</b>
2.1	ANALYSE DU PHENOMENE PHYSIQUE	8
2.2	DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX PERMETTANT L'OBTENTION DE BCA	17
<b>3</b>	<b><u>ETAT DE L'ART DE LA SIMULATION NUMERIQUE DES BANDES DE CISAILLEMENT ADIABATIQUE</u></b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b><u>OBJECTIFS DE CE TRAVAIL DE THESE</u></b>	<b>22</b>
4.1	SUR LE PLAN PHYSIQUE	22
4.2	SUR LE PLAN NUMERIQUE	22
<b>5</b>	<b><u>CADRE DE TRAVAIL</u></b>	<b>23</b>
5.1	OUTIL DE SIMULATION NUMERIQUE DEVELOPPE HISTORIQUEMENT PAR LE CEMEF POUR LES PROCEDES DE FORGEAGE ET D'USINAGE	23
5.2	DEVELOPPEMENT D'UN NOUVEL OUTIL DE SIMULATION NUMERIQUE DEDIE A LA SIMULATION DU FORGEAGE ET DE L'USINAGE	23
<b>6</b>	<b><u>PLAN DE LA THESE</u></b>	<b>26</b>
<b>7</b>	<b><u>REFERENCES</u></b>	<b>27</b>

# ***Partie 1: Simulation de Bande de Cisaillement Adiabatique en Usinage à Grande Vitesse***

<b>1</b>	<b><u>DESCRIPTION DU MODELE NUMERIQUE</u></b>	<b>34</b>
1.1	METHODE ALE-ADAPTATIVE	34
1.2	INTRODUCTION DE LOIS DE COMPORTEMENT DE TYPE JONHSON-COOK	39
<b>2</b>	<b><u>SIMULATION DE BCA SUR UN CAS DE COUPE ORTHOGONALE 3D</u></b>	<b>42</b>
2.1	DESCRIPTION DU CAS TEST	43
2.2	ANALYSE DES RESULTATS DE SIMULATION OBTENUS	44
2.3	COMPARAISON AVEC LES RESULTATS OBTENUS PAR BÄKER	46
<b>3</b>	<b><u>ETUDE NUMERIQUE DE LA METHODE D'ADAPTATION DE MAILLAGE</u></b>	<b>47</b>
3.1	DETECTION DE LA BCA	48
3.2	SENSIBILITE DES RESULTATS A LA TAILLE DU MODELE	49
3.3	SENSIBILITE A LA PROFONDEUR DE COUPE	50
<b>4</b>	<b><u>ANALYSE DE LA FORMATION ET DE L'EVOLUTION DE BCA DANS LE CADRE DE LA COUPE ORTHOGONALE A GRANDE VITESSE</u></b>	<b>53</b>
4.1	DESCRIPTION DU PROCESSUS DE FORMATION DE BCA	53
4.2	EVOLUTION DE LA PREMIERE BCA	60
4.3	FORMATION DE BCA SUCCESSIVES	67
4.4	SYNTHESE SUR L'ETUDE DU PROCESSUS DE FORMATION DE BCA DANS LE CADRE DE LA COUPE ORTHOGONALE	69
<b>5</b>	<b><u>ETUDES PARAMETRIQUES</u></b>	<b>69</b>
5.1	RAYON D'OUTIL	70
5.2	VITESSE DE COUPE	71
5.3	ORIENTATION DE L'OUTIL	75
5.4	PROFONDEUR DE COUPE	79
5.5	FROTTEMENT	80
5.6	FORMULATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT DE JOHNSON-COOK	87
5.7	SYNTHESE SUR LES ETUDES PARAMETRIQUES	89
<b>6</b>	<b><u>SYNTHESE DU CAS DE COUPE ORTHOGONALE</u></b>	<b>90</b>

<b>7</b>	<b><u>VERS UNE VERITABLE SIMULATION 3D DE BCA</u></b>	<b>90</b>
7.1	CAS DE DECOUPE	90
7.2	CAS DE COUPE ORTHOGONALE 3D	92
7.3	CAS DE COUPE OBLIQUE	111
7.4	SYNTHESE DES CONFIGURATIONS 3D ETUDIEES	119
<b>8</b>	<b><u>SYNTHESE</u></b>	<b>120</b>
<b>9</b>	<b><u>REFERENCES</u></b>	<b>122</b>

## ***Partie 2: Modélisation du Problème Thermomécanique***

<b>1</b>	<b><u>LE PROBLEME MECANIQUE</u></b>	<b>128</b>
1.1	MODELISATION	128
1.2	AMELIORATION DE LA ROBUSTESSE DU CALCUL ELEMENTS FINIS	144
1.3	VALIDATION DU CALCUL MECANIQUE A L'AIDE DE FORGE3	152
1.4	SYNTHESE DE LA PARTIE MECANIQUE	159
<b>2</b>	<b><u>LE PROBLEME THERMIQUE</u></b>	<b>160</b>
2.1	MODELISATION	160
2.2	VALIDATION	170
2.3	TRAITEMENT DU PROBLEME DE CHOC THERMIQUE	171
<b>3</b>	<b><u>COUPLAGE THERMOMECHANIQUE</u></b>	<b>175</b>
<b>4</b>	<b><u>SYNTHESE</u></b>	<b>175</b>
<b>5</b>	<b><u>REFERENCES</u></b>	<b>177</b>

## ***Partie 3: Développements Numériques pour les Procédés à Grandes Vitesses***

<b>1</b>	<b><u>MAILLAGE ET ADAPTATION</u></b>	<b>182</b>
1.1	GENERATION DE MAILLAGE	182
1.2	TECHNIQUES D'ADAPTATION DE MAILLAGE	190
1.3	H-ADAPTATION	194
1.4	R-ADAPTATION	235

1.5	SYNTHESE	129
<b>2</b>	<b>AMELIORATION DE LA PRECISION DU CALCUL ELEMENTS FINIS</b>	<b>239</b>
2.1	PRISE EN COMPTE DU CHOC THERMIQUE	239
2.2	ETUDE DU COUPLAGE THERMOMECHANIQUE	241
2.3	SYNTHESE	248
<b>3</b>	<b>APPLICATION A UN CAS D'USINAGE GRANDE VITESSE</b>	<b>249</b>
3.1	PRESENTATION DU CAS DE COUPE ORTHOGONALE GRANDE VITESSE	249
3.2	SIMULATION DE LA PREMIERE BCA	249
3.3	ETUDES DES ALGORITHMES DEVELOPPES	251
3.4	SYNTHESE	258
<b>4</b>	<b>SYNTHESE</b>	<b>259</b>
<b>5</b>	<b>REFERENCES</b>	<b>260</b>

## ***Conclusions et Perspectives***

<b>1.</b>	<b>CONCLUSIONS</b>	<b>266</b>
<b>2.</b>	<b>PERSPECTIVES</b>	<b>268</b>
<b>3.</b>	<b>REFERENCES</b>	<b>269</b>

# *Introduction*

## **1 De l'utilité des Procédés Grande Vitesse (PGV)**

### *1.1 Description de l'Usinage Grande Vitesse (UGV)*

La mise en forme des matériaux à l'échelle industrielle impose le respect d'un cahier des charges regroupant à la fois des contraintes de coût, de qualité et de délai. Souhaitant améliorer la productivité des gammes de fabrication, les industriels ont, depuis une vingtaine d'années, cherché à accroître les vitesses des procédés de mise en forme. S'il est désormais technologiquement envisageable d'usiner des pièces mécaniques sur de larges plages de vitesses, force est de constater que la forme du copeau obtenu et, par conséquent les propriétés du matériau usiné, diffèrent grandement selon le régime de vitesse employé.

En effet, lorsque l'on augmente la vitesse de coupe au delà des limites de vitesse de l'Usinage Conventionnel (UC), on observe tout d'abord une zone de vitesses inexploitable appelée « Vallée de la mort » dans laquelle les conditions de coupe sont dégradées (usure rapide de l'outil, mauvais état de surface...). Augmenter encore davantage la vitesse de coupe conduit à atteindre un régime, appelé Usinage Grande Vitesse (UGV), dans lequel les propriétés du matériau sont excellentes. Il est à noter que la limite entre ces zones est arbitraire. Elles sont fonction du matériau à usiner (Figure I.1) mais aussi de l'opération mise en jeu (Fraisage, Tournage...).

Ces différentes plages de vitesse conduisent à la formation de différents types de copeaux :

- *Le copeau continu* : Obtenu en UC, la continuité du matériau est préservée, les déformations plastiques dans les zones de cisaillement sont quasi stationnaires (Figure I.2A, [LeCalvez95]).
- *Le copeau segmenté* : Obtenu en UGV, il est composé d'éléments plus ou moins connectés entre eux, résultant de variations périodiques de la couche superficielle ; ce

qui conduit à des zones alternées de déformations locales très cisillées d'une largeur proche de la dizaine de microns (Figure I.2B, [LeCalvez95]).

- *Le copeau dentelé* : Obtenu en UGV, il est en majorité formé d'éléments séparés, dus plutôt à une rupture du matériau qu'à un cisaillement de celui-ci (Figure I.2C, [LeCalvez95]).

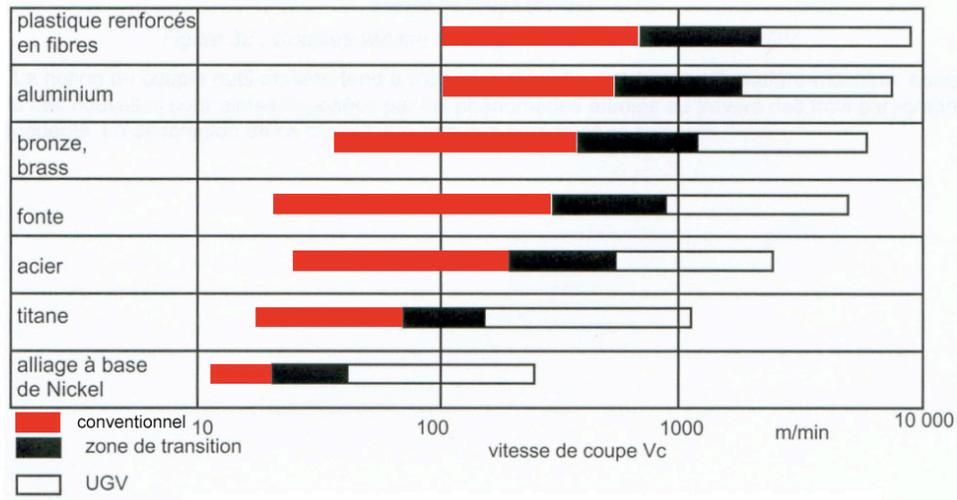


Figure I.1 - Plages de vitesses de coupe pour différents matériaux [Tonshoff98].

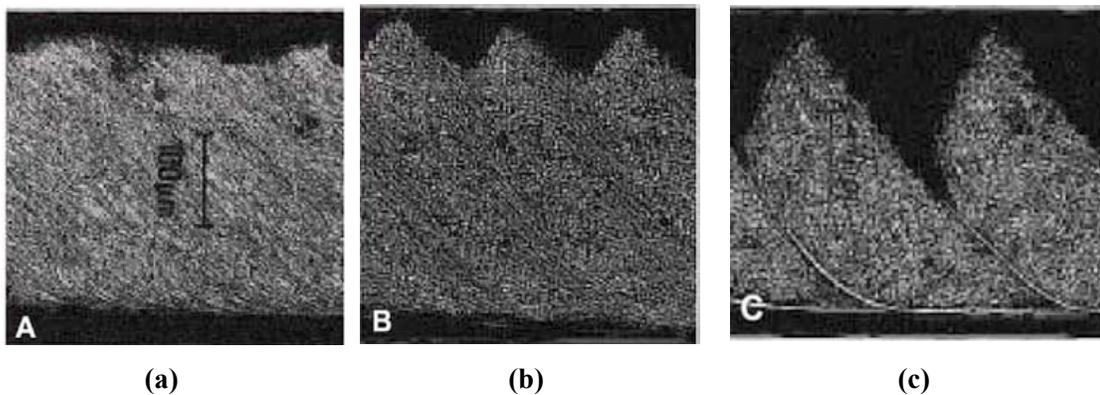


Figure I.2 – Copeau (a) continu, (b) segmente, (c) dentelé [Geiskopf99].

Notons qu'une partie des informations qui vont être détaillées dans la suite de cette introduction s'appuient sur le document rédigé par Geiskopf *et al.* [Geiskopf99]

## 1.2 Principales caractéristiques de l'UGV

Le développement de l'UGV a permis la formation de nouvelles géométries de copeau, auxquelles sont associés des avantages considérables. Cependant, l'utilisation des grandes vitesses impose également de faire face à nouvelles difficultés technologiques qu'il conviendra de prendre en compte.

### 1.2.1 Avantages

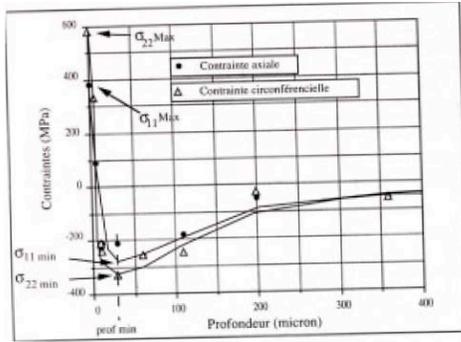
#### 1.2.1.1 Effort de coupe

L'étude développée dans [LeCalvez95] a montré que le fait d'usiner avec une grande vitesse de coupe n'entraîne pas de diminution conséquente des efforts (de l'ordre de 10%). Cependant, compte tenu des vitesses de coupe élevées, la puissance dissipée augmente du même ordre de grandeur que ces dernières. Il en découle un fort dégagement de chaleur et la nécessité d'utiliser, à profondeur de passe égale, des moteurs de broche beaucoup plus puissants. Etant donné l'indisponibilité d'une puissance suffisante, la diminution de la valeur de la section du copeau et, de fait, de la valeur des efforts de coupe s'avère obligatoire. Les efforts exercés par l'outil sur la pièce sont donc moindres en UGV qu'en UC. Par conséquent, pour un même critère de déformation, il deviendra possible d'usiner des pièces d'épaisseur plus faible.

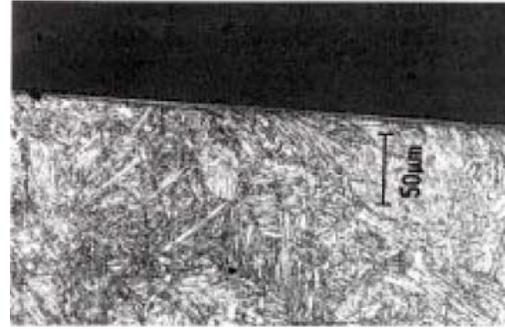
#### 1.2.1.2 Qualité de surface usinée

Les changements de microstructure à la surface de la pièce, s'ils ont lieu, et les concentrations de contraintes résiduelles (Figure I.3) sont la conséquence d'un écrouissage localisé dans une couche superficielle (Figure I.4). L'augmentation de la vitesse de coupe permettant une diminution de l'épaisseur couche de déformation, l'UGV permet d'obtenir des surfaces usinées de meilleure qualité qu'en UC.

Du point de vue thermique, Le Calvez [LeCalvez95] a montré que la très importante quantité de chaleur créée par déformation plastique n'a pas le temps de se diffuser dans le matériau. Elle reste localisée dans le copeau et ne modifie donc en rien les propriétés du reste du matériau. Il peut donc être conclu que l'UGV permet d'usiner des matériaux sans altération conséquente de la partie non sollicitée.



**Figure I.3 – Evolution du gradient des contraintes sur le 32 CrMoV 13 (Hv270) à 300 m/min et 0.2 mm/tr [LeCalvez95].**



**Figure I.4 – Microstructure de la surface d'un 32CrMoV13 (Hv270) usiné avec un outil céramique à 300 m/min et 0.2 mm/tr [LeCalvez95].**

### 1.2.1.3 Gamme de fabrication

Le matériau subissant moins de sollicitations qu'en UC, il n'est plus nécessaire de lui faire subir des opérations de rectification ou de polissage postérieures. La gamme de fabrication est donc considérablement simplifiée, entraînant une réduction substantielle des temps et des coûts de fabrication (Figure I.5 et Figure I.6).

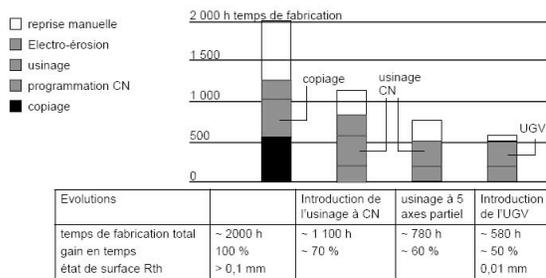
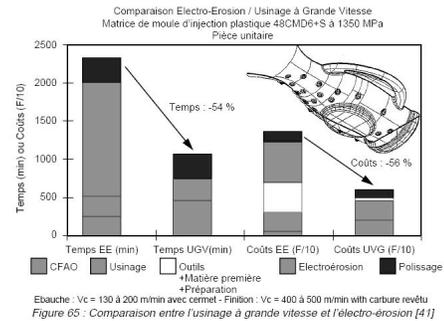


Figure 64 : Comparaison des technologies d'usinage (BMW) [38]

**Figure I.5 – Comparaison des techniques d'usinage BMW [Klock98]**



**Figure I.6 – Comparaison entre l'Usinage Grande Vitesse et l'électro-érosion [Bagard97]**

### 1.2.2 Difficultés

Si les avantages de l'UGV en matière de précision et de réduction du coût de production sont incontestables, certaines difficultés technologiques sont à prendre en

compte. Dans la suite de ce manuscrit, nous nous bornerons à présenter les points les plus bloquants auxquels l'industrie doit faire face, à savoir, le revêtement des outils, la méthode de lubrification et l'adaptation du bâti aux conditions mises en jeu.

#### **1.2.2.1 Revêtement d'outil**

L'utilisation des grandes vitesses conduit à l'augmentation importante de la température de l'interface outil-copeau. Par conséquent, l'usure de l'outil se fera davantage par diffusion plutôt que par abrasion. Une attention toute particulière doit donc être portée au revêtement utilisé qui pourra être composé de carbures, de céramique ou de cermets suivant les conditions de coupe (Tableau I.1).

#### **1.2.2.2 Lubrification et arrosage**

Il est impossible de déterminer le lubrifiant idéal en UGV. Suivant les paramètres de coupe et le couple outil/matière, les propriétés de lubrification sont différentes. Plusieurs solutions sont cependant envisageables :

- *Lubrification par huiles solubles et entières* : Elles peuvent être utilisées en UGV grâce à leur efficacité en matière d'évacuation de copeau et de refroidissement rapide des outils ne craignant pas les chocs thermiques.
- *Lubrification par jet d'air* : Solution la moins polluante, elle n'influe pas sur la durée de vie de l'outil. Elle a l'avantage de permettre une bonne évacuation des copeaux et aussi de refroidir lentement, donc sans choc thermique.
- *Lubrification par micropulvérisation* : Elle consiste à injecter un mélange d'air et d'huile, combinant les avantages des deux méthodes précédentes.

L'inconvénient majeur des lubrifications centrales réside dans le fait qu'à partir d'une certaine vitesse de rotation, du fait de la force centrifuge, l'huile se colle à la paroi du trou et ne descend plus vers l'outil. Plusieurs solutions existent :

- *Modification des orifices d'amenées* : Réalisation d'orifices d'amenées de lubrifiant intérieurs les plus fins et les plus centraux possibles par rapport à l'axe de rotation de l'ensemble outil/porte-outil.
- *Augmentation de la pression d'amenée*
- *Utilisation de matériaux autolubrifiants* : Le matériau de l'outil est chargé d'inclusions de lubrifiant.

Matériaux à usiner	Matériaux de coupe	Revêtements	Vc (m/min)
Graphite	PCBN	Aucun	Jusqu'à 5000
Acier à outil HRC < 50	Carbure monobloc	TICN	300 - 600
	Cermet	Aucun	300 - 800
	Céramique Al2O3 + TiC	Aucun	60 - 300
Acier à outil HRC < 58	Carbure monobloc	TICN	200 - 500
	PCBN	Aucun	500 - 1000
	Céramique Al2O3 + TiC	Aucun	50 - 200
Acier à outil HRC < 63	Carbure monobloc	TICN	50 - 300
	PCBN	Aucun	300 - 600
	Céramique Al2O3 + TiC	Aucun	30 - 140
TA6V4 (Titane)	Carbure monobloc	TICN	100 - 400

**Tableau I.1 – Exemples de couples outil/matière avec  
les ordres de grandeur de la vitesse de coupe Vc.**

### 1.2.2.3 Rigidité et Phénomènes vibratoires

Les accélérations pour atteindre les grandes vitesses caractéristiques de l'UGV, ainsi que les efforts transmis à la structure de la machine par les masses en mouvement, sont particulièrement conséquents. Ils provoquent des déformations qui conduisent à des imprécisions importantes. Afin de limiter ces effets, les outils et bâtis utilisés doivent être conçus avec une très grande rigidité. Ils sont d'ailleurs couramment faits de béton de synthèse précontraint renforcé de fibres et de matériaux spécifiques.

Les très importantes vitesses mises en œuvre vont également engendrer davantage d'inertie et de vibrations. Il sera donc nécessaire de porter une attention singulière à la maîtrise des modes de vibrations engendrés.

Nous venons de voir que l'UGV est difficile à maîtriser et impose la prise en compte de nombreux nouveaux facteurs dans la chaîne de fabrication. Cependant, les propriétés de ce mode de mise en forme sont très intéressantes. Il reste donc à déterminer si ces dernières permettent l'émergence d'un marché industriel.

### *1.3 Autres procédés de mise en forme à Grande Vitesse*

Si la grande vitesse a été l'apanage de l'usinage depuis le début des années 90, elle attaque aujourd'hui un terrain bien plus large et touche de nombreux autres procédés de fabrication. Une liste non exhaustive comprend les procédés de découpage, forgeage, thixoformage, compactage de poudres et frittage flash. L'industrialisation de ces divers procédés demande cependant la levée de nombreux nouveaux verrous technologiques, ils ne présentent pas tous le même degré de maturité. Les propriétés de ces nouveaux modes de mise en forme étant néanmoins forts intéressants, leur développement s'est accru ces dernières années.

### *1.4 Les procédés à grande vitesse dans l'industrie, un marché d'avenir*

Les procédés de mise en forme à grande vitesse permettent la réalisation de pièces complexes dans des matériaux impossibles à usiner jusqu'alors et ceci, avec une très bonne rentabilité. Cependant, les phénomènes mis en jeu ne sont pas encore totalement expliqués et donc maîtrisés. Ceci explique le fait que les PGV aient été développés dans un premier temps dans l'industrie aéronautique avant de s'étendre peu à peu à d'autres domaines industriels. Mais, du fait des coûts importants engendrés par l'adaptation nécessaire de la chaîne de fabrication (revêtement d'outil et méthode de lubrification spécifiques, prise en compte des vibrations), les PGV sont pour l'instant peu développés dans l'industrie mécanique. Néanmoins, les perspectives qu'ils laissent entrevoir nous amène à penser qu'il s'agit d'un marché d'avenir sous condition d'une meilleure maîtrise des procédés. C'est une des raisons pour lesquelles, la fondation CETIM (Centre Techniques des Industries Mécaniques) a décidé de financer le projet PGV (Procédés Grandes Vitesses) dont fait partie ce travail de recherche.

## **2 Le phénomène de Bande de Cisaillement Adiabatique (BCA)**

Le copeau obtenu en UGV et présenté sur la Figure I.2-B est segmenté par ce qui est communément appelé dans la littérature des Bandes de Cisaillement Adiabatiques

(BCA). Ce phénomène est la conséquence directe des conditions mises en œuvre en PGV (forte vitesse de déformation et donc, forte augmentation de chaleur). Sa compréhension est l'un des points clefs de la maîtrise des PGV. Elle fait l'objet de nombreuses études expérimentales et depuis peu, numériques. Dans la suite de ce paragraphe, nous présenterons tout d'abord une succincte description du phénomène physique qui sera ensuite suivie de celle de dispositifs expérimentaux permettant son apparition.

## 2.1 *Analyse du phénomène physique*

Les BCA étant un phénomène complexe, nous allons tout d'abord essayer d'appréhender les phénomènes physiques conduisant à son établissement. Cette meilleure compréhension nous permettra de définir des critères limite de formation et d'exposer les propriétés inhérentes au phénomène. Une fois cela établi, nous nous intéresserons aux différents paramètres pouvant l'influencer avant de finir par étudier l'influence des BCA sur le procédé d'usinage.

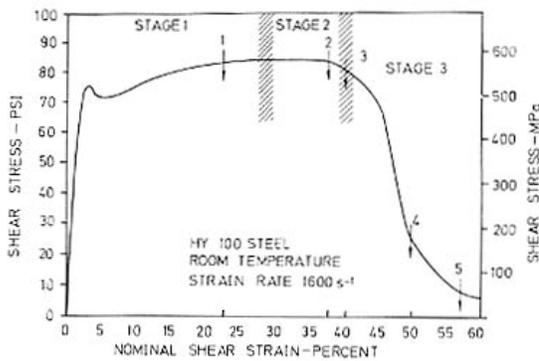
### 2.1.1 **Compétition de deux phénomènes antagonistes**

Les BCA sont un phénomène de dégradation du matériau qui apparaît sous certaines conditions lorsqu'on le déforme plastiquement. Il s'explique par l'étude de l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente lors d'un essai de traction/compression qui diffère des courbes habituellement obtenues pour ce type de test. En effet, on voit alors apparaître sur le graphique (Figure I.7) trois phases distinctes :

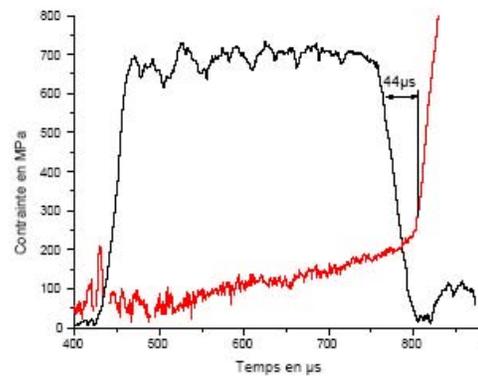
- 1) Une période standard de déformation plastique (phase habituelle): Elle correspond à une distribution homogène de la déformation plastique. Le maximum de la contrainte est obtenu à l'issue de cette phase durant laquelle le phénomène d'écrouissage l'emporte sur le phénomène d'adoucissement.
- 2) Une période d'amorçage de la BCA (début de formation) : La distribution devient hétérogène. Plus elle augmente, plus la taille de la bande en formation diminue. Les phénomènes de durcissement et d'adoucissement sont d'intensités comparables et il existe alors une « compétition » entre eux. On observe le début d'une instabilité matérielle lorsque le critère  $\frac{\dot{\sigma}}{\sigma \dot{\epsilon}}$  devient négatif (i.e. lorsque la pente de la Figure I.7 est négative).

- 3) Une période de d'établissement de la BCA : La contrainte équivalente chute de façon drastique et l'on observe une forte localisation de la déformation. L'adoucissement est alors nettement plus intense que l'écroutissage. La température augmente fortement dans la BCA (Figure I.8, en rouge).

La formation de la BCA est fonction de l'accentuation de l'adoucissement, conséquence de l'augmentation importante de la température (Figure I.8, en rouge). Sur la Figure I.8, on constate que la chute de contrainte équivalente intervient dès lors que la température atteint une certaine valeur. Cette forte décroissance entraîne une augmentation brutale de la température, et par un effet d'entraînement, conduit à la formation de la BCA. Ces différentes remarques nous permettent de constater combien les BCA sont un phénomène thermomécanique très fortement couplé.



**Figure I.7 – Courbe de contrainte-déformation lors d'un test de traction-compression [Wright02].**



**Figure I.8 – Contrainte (noir) et température (rouge) en fonction du temps [Ranc05].**

### 2.1.2 Critères analytiques permettant de déterminer l'apparition de BCA

Les résultats précédents montrent que les BCA sont causées par une compétition entre le durcissement dynamique et l'adoucissement thermique. Leur formation survient lorsque la chaleur n'a pas le temps de se diffuser dans le matériau, l'adoucissement prend alors le pas sur le phénomène d'écroutissage. La connaissance de ce mécanisme permet de définir des critères analytiques de formation de BCA.

En 1964, R.F. Recht [Recht64] a été l'un des premiers à proposer un tel critère. Partant de l'hypothèse que la contrainte équivalente  $\bar{\sigma}$  est fonction de la déformation  $\bar{\varepsilon}$  et de la température  $T$  :

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, T(\bar{\varepsilon})) \quad (\text{I.1})$$

Il écrit l'équation différentielle (I.2) par différentiation de (I.1).

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \bar{\varepsilon}} \quad (\text{I.2})$$

La présence de BCA étant effective lorsque la pente du diagramme contrainte/déformation devient négative ou nulle (I.3), il obtient le critère présenté en (I.4).

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} \leq 0 \quad (\text{I.3})$$

$$0 \leq \frac{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \bar{\varepsilon}}} \leq 1 \quad (\text{I.4})$$

Plus récemment, dans [Roessig99-1], les auteurs ont développé un autre critère d'amorçage basé sur le maximum de contrainte de cisaillement. Dans leur étude, ils ont considérés que la contrainte  $\bar{\sigma}$  était dépendante de la déformation plastique  $\bar{\varepsilon}$ , du taux de déformation plastique  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  et de la température  $T$ , qui sont eux-mêmes dépendants du temps  $t$  :

$$\sigma = \sigma(\varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t), T(t)) \quad (\text{I.5})$$

En différentiant (I.5) par rapport au temps  $t$ , ils obtiennent (I.6) puis (I.7) en divisant par  $d\bar{\varepsilon}/dt$ .

$$\frac{d\bar{\sigma}}{dt} = \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)_{\dot{\bar{\varepsilon}}, T} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}} \right)_{\bar{\varepsilon}, T} \frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}}{dt} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}} \frac{dT}{dt} \quad (\text{I.6})$$

$$\frac{d\bar{\sigma}/dt}{d\bar{\varepsilon}/dt} = \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)_{\bar{\varepsilon}, T} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}} \right)_{\bar{\varepsilon}, T} \frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}/dt}{d\bar{\varepsilon}/dt} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}} \frac{dT/dt}{d\bar{\varepsilon}/dt} \quad (\text{I.7})$$

Le taux de travail plastique est défini par :

$$\frac{dW}{dt} = \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} \quad (\text{I.8})$$

Sous l'hypothèse des conditions adiabatiques et d'une variation d'énergie interne donnée par  $\rho c_p dT/dt$ , le changement de température peut être relié au taux de travail par :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{f_p}{\rho c_p} \frac{dW}{dt} \quad (\text{I.9})$$

$f_p$  étant le coefficient de Taylor-Quinney qui correspond à la quantité de travail transformée en chaleur (sa valeur est habituellement prise proche de 0,9),  $\rho$  la densité et  $c_p$  la capacité calorifique du matériau.

La combinaison de (I.3), (I.7) et (I.9) donne le critère de localisation exprimé en (I.10).

$$\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)_{\bar{\varepsilon}, T} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}} \right)_{\bar{\varepsilon}, T} \frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}/dt}{d\bar{\varepsilon}/dt} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}} \frac{f_p \bar{\sigma}}{\rho c_p} \leq 0 \quad (\text{I.10})$$

Ces critères, basés sur une valeur maximale de contrainte, permettent de connaître les conditions limites de formation de BCA. Cependant, ils ne permettent pas de connaître la valeur de la vitesse de déformation nécessaire à leur initiation. Ils peuvent donc être qualifiés de nécessaires mais pas de suffisants. Un autre type de critère basé sur une étude de stabilité, et présenté dans [Baker02], permet de remédier à ce problème. Les auteurs définissent la vitesse de déformation critique (I.11) à partir de laquelle les BCA vont se former par :

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_C = \frac{-cnk}{R^2 \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}}} \quad (\text{I.11})$$

$c$  est une constante valant environ 4,  $n$  correspond au terme d'écrouissage (dans une loi de Johnson-Cook),  $k$  est la conductivité thermique et  $R$  une dimension caractéristique qui sera prise égale à la largeur de BCA.

### 2.1.3 Propriétés inhérentes aux BCA

L'analyse des Figure I.7 et Figure I.8 a permis de mieux comprendre les mécanismes mis en jeu lors de la formation de BCA et l'établissement de critères analytiques permettant de déterminer des valeurs seuils de formation. Nous allons maintenant détailler les propriétés spécifiques au phénomène.

#### 2.1.3.1 Vitesse de propagation

Une fois initiées, les BCA se propagent dans le matériau avec une certaine vitesse. La connaissance de ce paramètre permet de déterminer si les BCA se propagent plus rapidement que le matériau ne se déforme. Dans [Lebouvier00], Lebouvier *et al.* confirment, à l'aide de modélisations numériques effectuées sous Abaqus, des résultats expérimentaux obtenus antérieurement sur l'acier CRS 1018. Un défaut de température est inclus dans le matériau afin d'amorcer les BCA qui se propagent ensuite dans le milieu. Ils observent alors que la vitesse de propagation  $C$  des BCA (en ordonnée Figure I.9) est tout d'abord fonction de la vitesse  $V$  appliquée au métal (en abscisse Figure I.9). Par la suite, cette dépendance devient faible (pente de la courbe de la Figure I.9 quasi nulle) à partir d'une vitesse de transition  $V^*$  (I.12) qui est fonction de la densité  $\rho$ , du module élastique de cisaillement  $\mu$ , du niveau de contrainte  $\bar{\sigma}$ , de la dimension caractéristique du matériau  $h$  et de la dimension  $h_0$  du défaut initial de température.

$$V^* = \sqrt{\frac{9\bar{\sigma}^2 h}{8\mu\rho(h - h_0)}} \quad (\text{I.12})$$

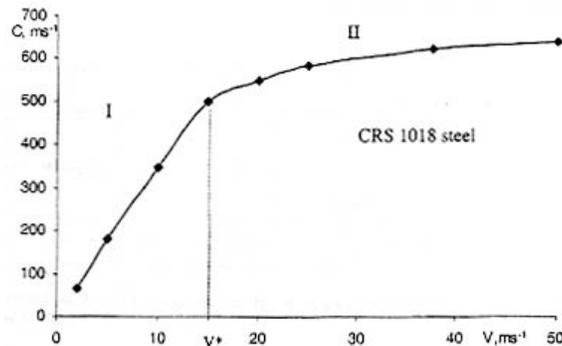


Figure I.9 – Evolution de la vitesse de propagation de la BCA  $C$  en fonction de la vitesse de coupe  $V$  [Lebouvier00].

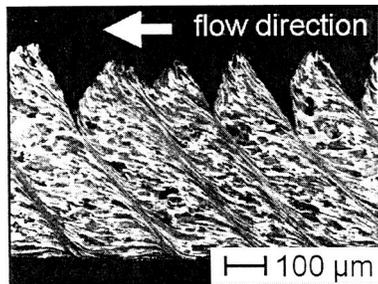
Cette étude permet de dégager plusieurs remarques. Tout d’abord, la vitesse de propagation des BCA est très importante (entre 100 et 600 m.s<sup>-1</sup> dans le cas présent) ; les BCA ont donc le temps de se former dans les procédés à grande vitesse. Ensuite, leur vitesse de propagation dépend d’un ensemble de propriétés du matériau qui sont récapitulées dans le Tableau I.2 [Ranc05].

<i>Variation des propriétés du matériau</i>		<i>Influence sur la vitesse de propagation</i>	
L’augmentation	De la contrainte d’écoulement	Augmente	la vitesse de propagation
	Du coefficient de Taylor-Quiney	Augmente	
	De la capacité calorifique	Augmente	
	De la sensibilité à la vitesse de déformation	Augmente	
	Du coefficient d’écrouissage	Augmente	
	De l’adoucissement thermique	Augmente	
	De la conductivité thermique	N’a pas d’influence sur	

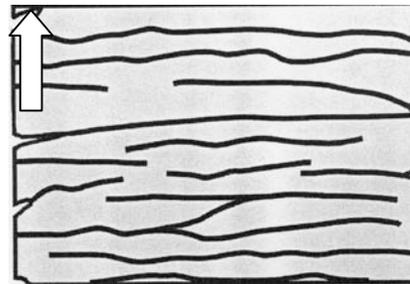
**Tableau I.2- Paramètres physiques influençant la vitesse de propagation des BCA [Ranc05]**

### 2.1.3.2 Caractère tridimensionnel

Dans [Bach04], les auteurs effectuent un essai de tournage à grande vitesse (50m.s<sup>-1</sup>) sur un acier C45E (AISI 1045). Ils obtiennent la formation de copeaux segmentés séparés par des BCA (Figure I.10), qui permet de considérer les BCA comme un phénomène bidimensionnel. Effectuant une coupe transversale des copeaux dans le sens de la largeur (Figure I.11, les traits noirs représentent les BCA), les auteurs mettent en lumière que les BCA se propagent également suivant la largeur du copeau d’une façon assez hétérogène, leur accordant ainsi un caractère tridimensionnel.



**Figure I.10 – Coupe transversale de copeau [Bach04].**



**Figure I.11 – Vue de dessus d’une coupe de la Figure I.10 montrant le parcours hétérogène des BCA [Bach04].**

## 2.1.4 Paramètres physiques influençant le comportement des BCA

A ce stage, nous pouvons dire que les BCA sont un phénomène 3D qui possède suffisamment de temps pour se former en UGV. Du fait de l'importance du couplage thermomécanique, on peut penser que les phénomènes thermiques sont déterminants sur leur formation et leur propagation. Une présentation de ces derniers est donc exposé dans ce qui suit.

### 2.1.4.1 Conductivité

Physiquement, l'adiabaticité peut être obtenue en utilisant, soit une vitesse de déformation très importante, soit en agissant sur un matériau à la conductivité très faible ce qui est confirmé par une manipulation de (I.11) présentée en (I.13) où on constate que l'augmentation de la largeur de la BCA est proportionnelle à la racine carrée du coefficient de conductivité.

$$\dot{\varepsilon}_C = \frac{-cnk}{R^2 \left( \frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_{\varepsilon \dot{\varepsilon}}} \Rightarrow \begin{cases} R = A\sqrt{k} \\ A = \sqrt{\frac{-cn}{\dot{\varepsilon}_C \left( \frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_{\varepsilon \dot{\varepsilon}}}} \Rightarrow R \propto \sqrt{k} \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

Ce résultat est confirmé dans [Baker03]. Les auteurs simulent un essai de coupe orthogonale à grande vitesse de Ti6Al4V pour une vitesse de coupe de 20 m.s<sup>-1</sup>, et ceci, pour diverses valeurs de la conductivité  $k$  (Figure I.12). Il apparaît qu'une augmentation de  $k$  conduit à une augmentation de la largeur de la bande (définie par Bäker *et al.* [Baker03] comme étant la région dont la déformation est au moins égale à 3).

Il peut être conclu que la conductivité est un facteur qui influence très fortement le comportement des BCA et notamment leur largeur.

### 2.1.4.1 Température

Dans [Lee98], pour un essai de compression à chaud (températures supérieures à 700°C) à grande vitesse de déformation (2000 s<sup>-1</sup>) effectués sur du Ti6Al4V à l'aide de barre d'Hopkinson, les auteurs montrent que la température initiale influe fortement sur les paramètres physiques de la BCA. Ainsi, son augmentation entraîne une diminution de

la dureté microscopique dans la bande (Figure I.13), une augmentation de sa largeur (Figure I.14), mais également une diminution de la contrainte (Figure I.15). Ces études permettent de confirmer que la température a une influence déterminante sur la formation, la propagation et sur les caractéristiques physiques des BCA.

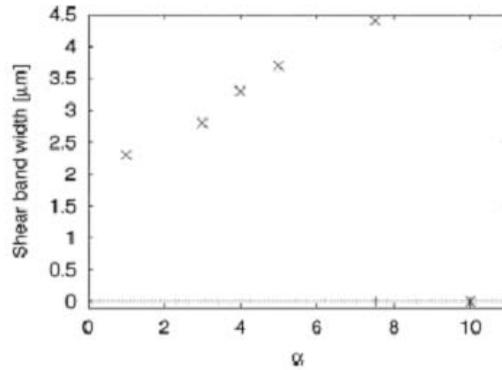


Figure I.12 – Variation de la largeur de bande en fonction de la conductivité [Baker 03].

L'étude des paramètres influençant les BCA ayant été achevée, il nous reste à comprendre quelle est l'influence de ce phénomène sur les PGV.

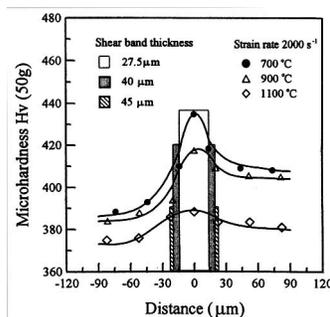


Figure I.13 – Evolution de la dureté microscopique en fonction de la température [Lee98].

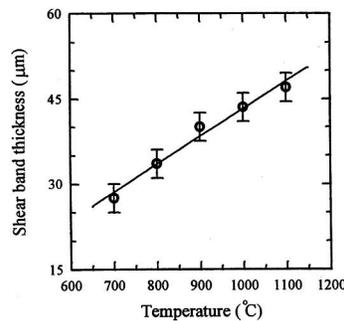


Figure I.14 – Augmentation de la largeur de bande avec la température [Lee98].

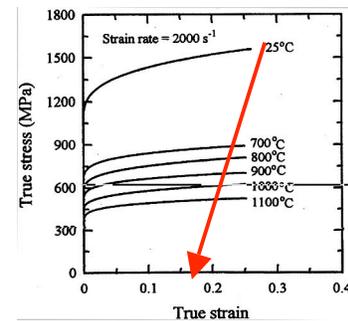


Figure I.15 – Diminution de la contrainte d'écoulement lors de l'augmentation de la température [Lee98].

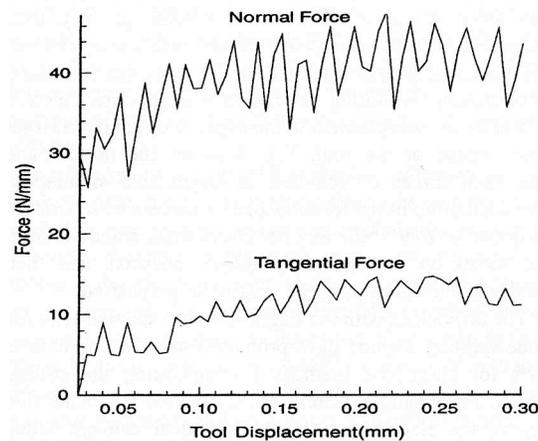
### 2.1.5 Influence des BCA sur l'effort de coupe

Il a déjà été mentionné que l'effort de coupe est moindre en UGV du fait de la formation de copeaux de tailles réduites. Cependant, on peut se demander quel est l'impact des BCA sur l'effort de coupe. La Figure I.16 répond à cette question. Elle

représente l'évolution des efforts normaux et tangentiels de coupe en fonction de l'avancement de l'outil. Le matériau utilisé est le Ti6Al4V et la vitesse de coupe est de  $20 \text{ m.s}^{-1}$ . Sur cette figure, on peut constater la présence d'oscillations des efforts de coupe normaux et tangentiels qui peuvent s'expliquer par le raisonnement suivant : les BCA sont des régions dans lesquelles les déformations sont très localisées et les températures très intenses (environ  $1000^\circ\text{C}$  (Figure I.8) pour un titane dont la température de fusion est d'environ  $1650^\circ\text{C}$ ). Ces hautes températures font des BCA des lieux où le métal est moins dur. L'effort nécessaire pour déformer le métal dans ces zones est donc moindre qu'ailleurs.

Le fait que ces oscillations se produisent dans différentes directions de l'espace confirme le caractère tri dimensionnel des BCA.

L'ensemble de cette première partie nous a permis de mettre en lumière la complexité des BCA et plus particulièrement le fait qu'il s'agit d'un phénomène très localisé et donc difficile à observer expérimentalement, ce qui a conduit les expérimentateurs à mettre en place des dispositifs spécifiques qui seront détaillés par la suite.



**Figure I.16 – Variation de l'effort de coupe (N/mm) en fonction du déplacement de l'outil (mm) [Lee98].**

## 2.2 Dispositifs expérimentaux permettant l'obtention de BCA

Les procédés à grande vitesse étant relativement récents dans l'industrie, ils ne permettent pas toujours d'atteindre des vitesses de déformation suffisantes pour observer

la formation de BCA. De plus, ils induisent bien souvent d'autres phénomènes qui interfèrent avec les BCA (apparition de moment fléchissant par exemple). La mise au point d'essais expérimentaux permettant l'étude exclusive des BCA s'est donc avérée nécessaire. Nous en présenterons les deux principaux.

### 2.2.1 Torsion dynamique

On impose la torsion à une partie d'une barre reliée à un volant d'inertie. En libérant soudainement le verrouillage de la barre, on transmet brutalement un effet de torsion à l'éprouvette (Figure I.17).

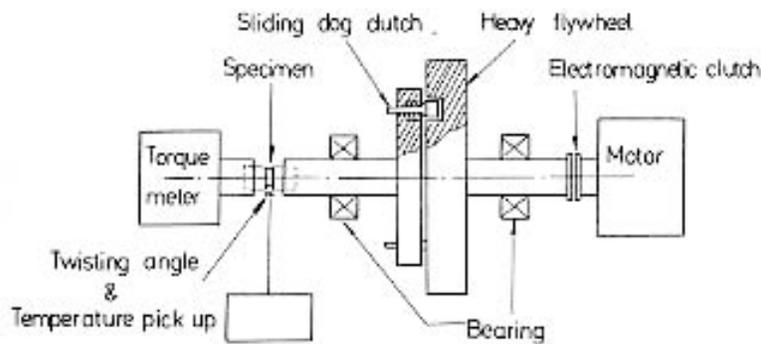
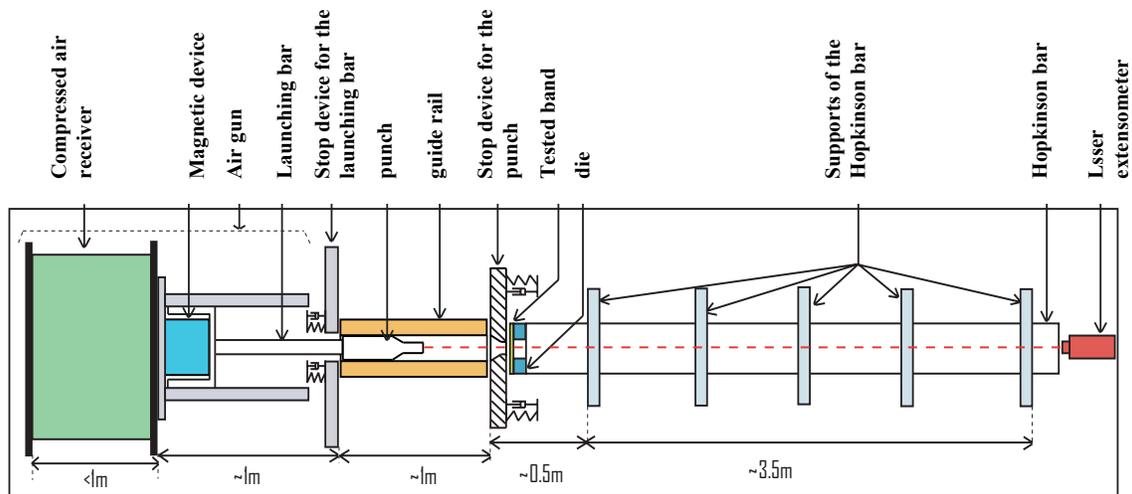


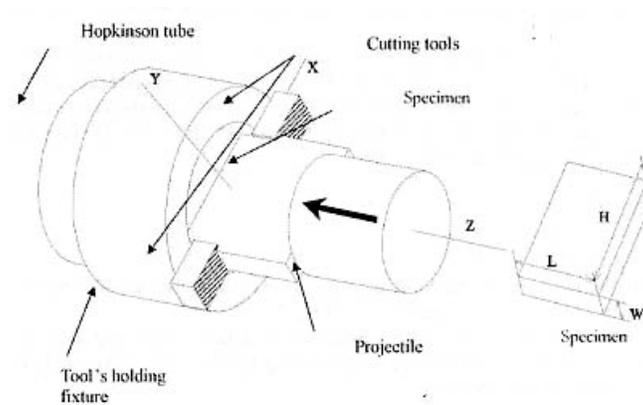
Figure I.17 – Système de torsion dynamique.

### 2.2.2 Compression dynamique

Un pistolet à air comprimé (partie gauche de la Figure I.18) procure une grande vitesse à un tube qui vient impacter le matériau à étudier et le projette sur l'outil de coupe (Figure I.19). Ce dispositif est très utilisé (se référer à [Larue08, Molinari02] pour des exemples) pour simuler diverses opérations de coupe à des vitesses très importantes (jusqu'à  $73 \text{ m.s}^{-1}$  pour Molinari *et al.* [Molinari02]).



**Figure I.18 – Diagramme schématique du dispositif expérimental de canon à air comprimé [Larue08].**



**Figure I.19 – Schéma du dispositif permettant l'usinage du matériau.**

Du fait de la difficulté d'obtenir des mesures précises en des temps très brefs, le dispositif expérimental est particulièrement complexe. De ce fait, peu de travaux ont porté sur la compréhension et la modélisation du procédé de cisailage à grande vitesse. Nous pouvons néanmoins citer deux études portant sur ce sujet. La première a été réalisée par Roessig et Masson [Roessig99-1] pour des vitesses allant jusqu'à 30 m/s et utilisant des jeux supérieurs à 1.6 mm. Ce jeu étant plus important que ceux utilisés dans l'industrie, un nouveau banc d'essai a été développé par le CETIM et l'ENSAM. Il permet d'utiliser des vitesses allant de 5 à 25 m/s pour des valeurs de jeux comprises entre 0,02 et 0,1 mm.

L'analyse dynamique des résultats de ces essais peut se faire à l'aide de caméras rapide et thermique [Guetari06] qui permettent d'observer l'évolution de la température et de la localisation de la déformation au cours de la formation de la BCA. Cependant, le fait que le phénomène très localisé se produise à l'intérieur du matériau empêche d'obtenir des informations précises. Pour y remédier, des études post mortem peuvent être utilisées. Si elles permettent la mesure précise de l'impact réel des BCA sur le matériau déformé, elles ne permettent malheureusement pas d'observer les phénomènes transitoires menant à leur formation.

Ces différentes remarques montrent qu'il est très difficile d'observer et d'analyser avec précision les BCA. On peut alors considérer que la simulation numérique peut offrir un outil particulièrement précieux pour l'analyse et l'aide à la compréhension de ce phénomène. Le développement d'un logiciel adapté à cette problématique est l'objet de ce travail de thèse. Afin d'orienter notre étude, nous allons maintenant explorer les différentes méthodes de modélisation numériques présentes dans la littérature.

### **3 Etat de l'art de la simulation numérique des Bandes de Cisaillement Adiabatique**

De nombreuses études numériques ont porté sur la modélisation du phénomène de BCA utilisant des géométries et procédés assez peu complexes [Molinari02, Zhou06]. Cependant, très peu de travaux ont porté sur leur modélisation dans des procédés de mise en forme à grande vitesse par la méthode des éléments finis. Citons néanmoins [Marusich95, Owen99, Baker02] pour le procédé de coupe orthogonale et Roessig et Mason [Roessig99-2, Longère05, Bronkhorst06] pour le procédé de découpe.

Dans le cadre de la coupe orthogonale, une des plus importantes contributions a été apportée par Owen *et al.* [Owen99]. Considérant les BCA comme un phénomène obéissant à une loi d'endommagement, les auteurs ont utilisé une adaptation de maillage isotrope basée sur l'estimation de l'erreur éléments finis (Equations (I.14) et (I.15)) pour simuler la formation de la première BCA pour un cas de coupe orthogonale 2D (Figure I.20).

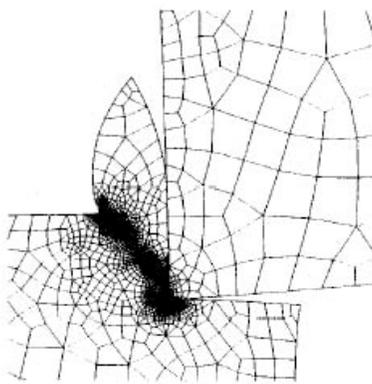
$$i_{\Xi} = \int \Xi : d\zeta \quad (\text{I.14})$$

$$\theta_{\Xi,K}^2 = \int_K (\Xi^* - \Xi_h) : (\zeta^* - \zeta_h) d\Omega \quad (I.15)$$

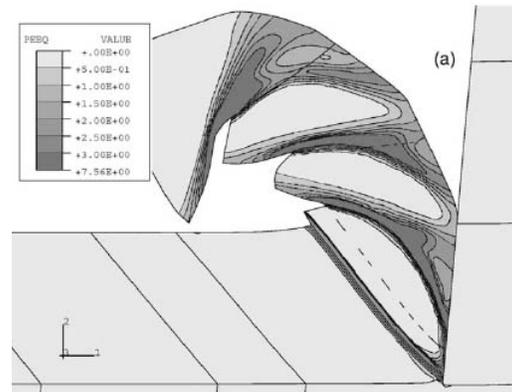
Où  $i_{\Xi}$  est l'indicateur de rupture dans lequel  $\zeta$  représente une quantité scalaire, vectorielle ou tensorielle dépendante du parcours de la fissure et  $\Xi$  un critère de rupture générique.

$\theta_{\Xi,K}^2$  est la contribution de l'élément  $k$  à l'erreur de discrétisation sur l'indicateur précédent. Les quantités  $X_h$  représentent les solutions du calcul élément fins et  $X^*$  les solutions de meilleure qualité obtenues par projection.

Si ce travail a constitué une avancée majeure dans le domaine, il convient de remarquer que ces résultats souffrent d'une très forte dépendance au maillage caractéristique des modèles d'endommagement. Il est donc nécessaire d'identifier les paramètres du modèle d'endommagement pour chaque taille de maille considérée, ou d'employer des méthodes annihilant cette dépendance (méthodes non locales). Une autre solution préférée par d'autres auteurs [Molinari01, Baker02], consiste à considérer les BCA comme un phénomène provenant uniquement de la déformation plastique du matériau. Ainsi, Molinari et *al.* [Molinari01] ont réussi à simuler des BCA lors de l'implosion d'un cylindre de Tantalum polycristallin.



**Figure I.20 – Formation de copeau 2D lors d'une simulation de coupe orthogonale grande vitesse de Ti6Al4V à 10 m/s [Peric99].**



**Figure I.21 – Formation de copeau 2D lors d'une simulation de coupe orthogonale grande vitesse de Ti6Al4V à 50 m/s [Baker02].**

Plus récemment, Bäker *et al.* [Baker02] ont réussi à simuler plusieurs BCA dans une configuration de coupe orthogonale 2D (Figure I.21) en mettant en œuvre des techniques de remaillage spécifiques au problème étudié (pré-adaptation du maillage, décomposition du domaine dans le cadre de coins réentrants, ajustement a posteriori de paramètres afin de se recalculer sur résultats expérimentaux). Les résultats obtenus étant particulièrement probants, nous les avons considérés comme référence dans la suite de ce travail. De plus, l'hypothèse classique selon laquelle les BCA résultent uniquement de la déformation plastique ayant été jugée hautement plausible dans [Baker05], nous ne considérerons aucun endommagement du matériau dans la suite de ce manuscrit.

Il est à noter que de récents travaux ont porté sur la simulation des BCA par l'intermédiaire de nouvelles méthodes de type particulières, comme la méthode Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) [Limido07], ou encore à travers le développement de techniques Meshless [Li02]. Du point de vue de la modélisation éléments finis, les plus récents développements ont consisté à mettre en œuvre des techniques de type multiechelles [Batra06]. Ces dernières apportent une meilleure précision de calcul car elles permettent de mieux prendre en compte les phénomènes microscopiques responsables de la formation de BCA et constituent donc un axe de recherche prometteur. Cependant, elles engendrent des coûts de calcul supérieurs. L'emploi de ces dernières dépassant le cadre de ce travail, le lecteur intéressé pourra se reporter à [McVeigh06, McVeigh08, Fish07, Oskay07] pour davantage d'informations.

Du point de vue de la modélisation physique du comportement du matériau, la plupart des simulations ont été réalisées l'aide de lois empiriques de type Johnson-Cook. De récents travaux ont porté sur le développement et l'introduction dans des codes éléments finis de nouvelles lois de comportement plus physiques incorporant des informations provenant de la recristallisation dynamique. Ces lois de comportement ont permis la simulation de BCA dans le cadre de la simulation du procédé de coupe orthogonale à grande vitesse [Rhim05] ou du procédé de découpe à grande vitesse [Longère05, Bronkhorst06]. Le fait de mieux prendre en compte les phénomènes physiques microscopiques provoquant l'apparition de BCA permet une plus grande précision des calculs. Cet axe de recherche semblant particulièrement prometteur, la modélisation d'une loi de ce type a été l'un des objectifs finaux du projet PGV [Lurdos08] dont ce

travail fait partie. Ce travail ayant été mené en parallèle avec celui développé dans la suite de ce manuscrit, nous n'avons pu eu la possibilité de les introduire dans nos codes de calculs. Par conséquent, nous contenterons dans la suite de ce manuscrit de mettre en œuvre des lois empiriques de type Johnson-Cook.

## **4 Objectifs de ce travail de thèse**

Les objectifs de ce travail sont multiples et peuvent se diviser en deux catégories : l'une « physique » et l'autre « numérique ».

### **4.1 *Sur le plan physique***

L'objectif principal est de simuler la formation de BCA dans les procédés de mise en forme à grande vitesse, afin d'améliorer la compréhension du phénomène. Grâce à des calculs éléments finis, nous chercherons à compléter les informations recueillies dans la littérature. Nous porterons plus particulièrement notre attention sur l'analyse de l'apparition du phénomène dans des configurations 2D et 3D ainsi que sur les paramètres l'influençant de façon prépondérante.

### **4.2 *Sur le plan numérique***

Les BCA sont des phénomènes 3D localisés très complexes. Les coûts de calcul qui en découlent sont donc particulièrement importants. Nous cherchons donc à mettre en place une approche numérique fournissant des résultats qualitatifs précis et minimisant le temps de calcul. De plus, nous désirons les simuler dans divers procédés de mise en forme sans employer aucune technique spécifique à un procédé particulier. Enfin, l'objectif numérique de ce travail de thèse sera de développer une plateforme logicielle capable de simuler des BCA en 3D, de manière prédictive et pour des temps de calcul acceptables.

Les différentes validations de la plateforme logicielle développée au cours de ce travail de recherche se feront par comparaisons avec des données présentes dans la littérature.

## 5 Cadre de travail

Il convient désormais de définir le cadre dans lequel ce travail de recherche a été effectué. Ceci sera l'objet de la discussion suivante.

### 5.1 *Outil de simulation numérique développé historiquement par le CEMEF pour les procédés de forgeage et d'usinage*

Le CEMEF développe depuis une vingtaine d'années différents logiciels de simulation de mise en forme. Le plus connu d'entre eux se nomme Forge3®. Il est dédié à la simulation du forgeage des métaux ferreux (acier) et non-ferreux (alliage aluminium, alliage cuivre, titane, nickel) à chaud, mi-chaud et à froid de pièces 3D telles que des pivots de direction, vilebrequins, bielles ou bras de suspension. Commercialisé par la société TRANSVALOR, il a été testé et validé à de nombreuses reprises sur différentes configurations. Il est actuellement utilisé dans le monde entier par plus de 250 clients dont 80% sont des industries.

Forge3® étant considéré comme un code robuste et fiable, nous utiliserons une version laboratoire de ce logiciel développée par Guerdoux [Guerdoux07] pour lequel la version industrielle de celui-ci est inadaptée. Notre objectif sera d'introduire les éléments numériques nécessaires à simulation en trois dimensions du phénomène de BCA dans le cadre de procédés de mise en forme à grande vitesse.

### 5.2 *Développement d'un nouvel outil de simulation numérique dédié à la simulation du forgeage et de l'usinage*

#### 5.2.1 **Pourquoi développer un nouvel outil numérique**

Forge3® est considéré comme un code robuste et fiable, cependant son développement s'est peu à peu ralenti ces dernières années. Le fait qu'il soit implémenté en langage de type procédural FORTRAN 77, 90 et 95 constitue une cause de ce ralentissement. En effet, l'utilisation de ces langages conduit :

- à une extension non maîtrisée de la taille du code qui devient alors difficile à maintenir et à faire évoluer (parallélisation du code, introduction de nouveaux modèles, ...)

- à une utilisation non optimale de l'espace mémoire au cours du calcul (utilisation d'allocations statiques en FORTRAN 77).
- à rendre le code très peu générique : dans le cadre de l'utilisation de Forge3®, seules des applications 3D de forgeage et d'usinage de matériaux ferreux et non ferreux sont possibles. Il devient donc nécessaire de « construire » un nouveau code lorsque l'on souhaite simuler de nouvelles applications comme la mise en forme de polymères par le logiciel REM3D® ou la simulation 2D du forgeage par Forge2®.

Fort de ce constat, le CEMEF et plus particulièrement le groupe CIM (Calcul Intensif en Mise en forme), a mis en place sous l'impulsion de Thierry Coupez, directeur du groupe CIM, une librairie développée en langage C++ que nous allons maintenant décrire.

L'utilisation du langage orienté objet C++ aide à passer outre les différents écueils décrits précédemment en permettant:

- de réduire considérablement la taille du code implémenté par élimination de redondances grâce aux propriétés de polymorphisme et de meta programmation.
- un très bon ordonnancement du code par le biais de la propriété de classification.
- une maintenance du code facilitée par l'application des deux points précédents.
- l'implémentation de nouveaux modèles numériques par des développeurs de bas niveau grâce à la propriété d'encapsulation.
- un très bon contrôle des ressources mémoires par le biais de l'utilisation de méthodes d'allocations dynamiques.
- une très grande généricité du code : il est alors possible de « construire » un nombre important d'applications diverses à partir d'un seul et même code (forgeage et usinage de matériaux métalliques, injection et extrusion de polymères, simulation du fonctionnement d'un four en considérant des phénomènes et géométries complexes,...).

Outre les avantages conférés à CIMLib du simple fait de l'utilisation du langage C++, Digonnet et Coupez [Digonnet03] ont voulu mettre en place une stratégie de développement qui tend :

- à maximiser la généricité du code, notamment par l'utilisation de bibliothèques (disponibles gratuitement sur Internet) qui permettent la résolution de grands systèmes linéaires (par exemple, Portable Extensible Toolkit for Scientific Computation (PETSc), Linear Algebra PACKage (LAPACK), ...).
- à permettre l'exécution de CIMLib sur des machines massivement parallèles de type cluster via l'utilisation de bibliothèque de résolution de système linéaire parallélisée (PETSc) utilisant le standard Message Passing Interface (MPI) pour l'échange d'information entre processeurs.
- à favoriser le multi développement de la bibliothèque grâce à l'utilisation d'une méthode de gestion de versions concurrentes CVS (Concurrent Version System) et SVN (SubVersion)

Le fait que les BCA soient un phénomène fortement localisé qui nécessite d'importantes ressources de calcul nous incite au développement d'un code éléments finis hautement parallèle. De plus, la complexité du phénomène nécessite d'importants développements numériques qu'une approche telle que celle présentée rend plus simple, plus rapide et plus pérenne. Ces différents constats nous ont conduit à développer un nouveau code éléments finis dédié à la simulation du forgeage et de l'usinage au sein de la bibliothèque CIMLib. Il sera baptisé Forge++ dans la suite de ce manuscrit.

## **5.2.2 Développement de Forge++ au sein de la librairie CIMLib**

Le développement de Forge++ dans le cadre des procédés de mise en forme a grande vitesse se fera selon les deux étapes détaillées dans ce qui va suivre.

### **5.2.2.1 Mise a niveau de la librairie CIMLib**

La première étape consistera à mettre à niveau la librairie CIMLib pour la simulation des procédés de mise en forme à grande vitesse. En effet, au commencement de ce travail, CIMLib était principalement dédiée à la simulation d'écoulements fluides. La première partie du travail de développement consiste donc à présenter les nouveaux éléments de base qui seront ajoutés pour les solides dans le cadre d'une formulation lagrangienne réactualisée.

L'objectif est d'atteindre les mêmes capacités que Forge3® mais dans un contexte totalement parallélisé. Ce travail a été réalisé en étroite collaboration avec Julien Bruchon, responsable du projet Forge++, et Hugues Digonnet responsable de CimLib.

#### **5.2.2.2 Développement de Forge++ dans le cadre de la simulation de procédés de mise en forme à grande vitesse**

La seconde étape du travail de développement de Forge++ consiste en la mise en place de nouveaux algorithmes numériques permettant de simuler les BCA avec davantage de précision et une plus grande rapidité de calcul.

## **6 Plan de la thèse**

Les objectifs de ce travail de recherche seront multiples. Ils peuvent se classer en trois catégories dont chacune fera l'objet d'un chapitre du manuscrit. Tout d'abord, nous présenterons l'analyse de résultats de simulation de procédés de mise en forme à grande vitesse obtenus à l'aide d'une version laboratoire du logiciel industriel Forge3® et ceci, tant du point de vue physique que du point de vue numérique.

Dans une deuxième partie, nous expliciterons le développement d'un nouveau logiciel éléments finis de mise en forme baptisé Forge++ à partir de la librairie C++ CIMLib. Enfin, nous nous attacherons à la présentation de nouveaux schémas numériques, développés dans le cadre du logiciel Forge++, dans le but d'améliorer la précision et la rapidité des calculs éléments finis mis en jeu dans le cadre de la simulation des procédés grandes vitesses.

## 7 Références

- [Bach04] **F.W. Bach, M. Schäperkötter**, 3D microstructural analysis of the chip formation during high speed cutting of C45E (AISI 1045), *MetallKunde* 95 (2004) 11
- [Bagard97] **P. Bagard**, Tooling and complex shapes: technico-economic reports between high speed machining, conventionnal machining and electroerosion, 1st french and german conference on HIGH SPEED MACHINING, June 1997, p. 249
- [Baker02] **M. Bäker, Joachim Rösler, Carsten Siemers**, A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing, *Computers and Structures* 80 (2002) 495-513
- [Baker03] **M. Bäker, J. Rösler, C. Siemers**, The influence of thermal conductivity on segmented chip formation, *Computational Materials Science*, Volume 26, January 2003, Pages 175-182
- [Baker05] **M. Bäker**, Finite element investigation of the flow stress dependence of chip formation, *Journal of Materials Processing Technology*, Volume 167, Issue 1, 25 August 2005, Pages 1-13
- [Batra06] **R.C. Batra, B.M. Love**, Consideration of microstructural effects in the analysis of adiabatic shear bands in a tungsten heavy alloy, *International Journal of Plasticity*, Volume 22, Issue 10, October 2006, Pages 1858-1878
- [Bronkhorst06] **C.A. Bronkhorst, E.K. Cerreta, Q. Xue, P.J. Maudlin, T.A. Mason, G.T. Gray III**, An experimental and numerical study of the localization behavior of tantalum and stainless steel, *International Journal of Plasticity*, Volume 22, Issue 7, July 2006, Pages 1304-1335
- [Digonnet03] **H. Digonnet, T. Coupez**, Object-oriented programming for “fast and easy” development of parallel applications in forming processes simulation, *Computational Fluid and Solid Mechanics* 2003, 2003, Pages 1922-1924

- [Fish07] **Jacob Fish, Wen Chen, Renge Li**, Generalized mathematical homogenization of atomistic media at finite temperatures in three dimensions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 196, Issues 4-6, 1 January 2007, Pages 908-922
- [Geiskopf99] **F. Geiskopf, Y. Landon, E. Duc**, LURPA, Usinage a grande vitesse, ENS Cachan, 1999
- [Guetari06] **Y. Guetari, P. Guegan, A. Poitou**, An Experimental Investigation of Orthogonal Cutting, *International Journal of Forming Processes*, 9/4:473-490, 2006
- [Klock98] **F. Klock, S. Altmüller**, High speed milling in tool and die making. Revolution or evolution?, 1st french and german conference on HIGH SPEED MACHINING - 263 (1997)
- [Larue08] **A. Larue, N. Ranc, Y.F Qu, M. Millot, P. Lorong, F. Lapujoulage**, Experimental study of a High speed punching process, *International Journal of Material Forming*, ESAFORM Conference 2008, Lyon, France
- [Lebouvier00] **A.-S. Lebouvier, P. Lipinski, A. Molinari**, Numerical study of the propagation of an adiabatic shear band, *DYMAT 2000 6th International Conference On Mechanical And Physical Behaviour Of Materials Under Dynamic Loading*, Volume 10, 403-409
- [LeCalvez95] **C. Le Calvez**, Etude des aspects thermiques et métallurgiques de la coupe orthogonale d'un acier au carbone, Thèse de doctorat de l'ENSAM Paris (1995)
- [Lee98] **W.-S. Lee, Chi.-F. Lin**, High-temperature deformation behaviour of Ti6Al4V alloy evaluated by high strain-rate compression tests, *Journal of Materials Processing Technology* 75 (1998) 127-136
- [Li02] **Shaofan Li, Wing Kam Liu, Ares J. Rosakis, Ted Belytschko, Wei Hao**, Mesh-free Galerkin simulations of dynamic shear band propagation and failure mode transition, *International Journal of Solids and Structures*, Volume 39, Issue 5, March 2002, Pages 1213-1240

- [Limido07] **J. Limido, C. Espinosa, M. Salaün, J.L. Lacombe**, SPH method applied to high speed cutting modelling, *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 49, Issue 7, September 2007, Pages 898-908
- [Longère05] **Patrice Longère, André Dragon, Hervé Trumel, Xavier Deprince**, Adiabatic shear banding-induced degradation in a thermo-elastic/viscoplastic material under dynamic loading, *International Journal of Impact Engineering*, Volume 32, Issues 1-4, December 2005, Pages 285-320
- [Lurdos08] **Olivier Lurdos**, Lois de comportement et recristallisation dynamique : approches empirique et physique, Thèse de Doctorat centre SMS (Microstructures et traitements thermomécaniques), 2008
- [Marusich95] **T.D. Marusich, M. Ortiz**, Modeling and simulation of high speed machining, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, 3675-3694, 1995
- [McVeigh06] **Cahal McVeigh, Franck Vernerey, Wing Kam Liu, L. Cate Brinson**, Multiresolution analysis for material design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 195, Issues 37-40, 15 July 2006, Pages 5053-5076
- [McVeigh08] **Cahal McVeigh, Wing Kam Liu**, Linking microstructure and properties through a predictive multiresolution continuum, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 197, Issues 41-42, 1 July 2008, Pages 3268-3290
- [Molinari01] **J.F. Molinari, M. Ortiz**, Three-dimensional adaptive meshing by subdivision and edge-collapse in finite-deformation dynamic-plasticity problems with application to adiabatic shear banding, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53 (2001) 1101-1126
- [Molinari02] **A. Molinari, C. Musquar, G. Sutter**, Adiabatic shear banding in high speed machining of Ti-6Al-4V: experiments and modeling, *International Journal of Plasticity*, 18 (2002) 443-459

- [Oskay07] **Caglar Oskay, Jacob Fish**, Eigendeformation-based reduced order homogenization for failure analysis of heterogeneous materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 196, Issue 7, 10 January 2007, Pages 1216-1243
- [Owen99] **D.R.J. Owen, M. Vaz Jr**, Computational techniques applied to high-speed machining under adiabatic strain localization conditions, Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering, 171 (1999) 445-461
- [Peric99] **D. Peric, M. Vaz Jr., D.R.J. Owen**, On Adaptive strategies for large deformations of elasto-plastic solids at finite strains: computational issues and industrial applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 176 (1999) 279-312
- [Ranc05] **Nicolas Ranc**, Etude des Champs de Température et de déformation dans les matériaux métalliques sollicités à grande vitesse de déformation, Thèse de doctorat, Université Paris X – Nanterre
- [Recht64] **R.F. Recht**, Catastrophic Thermoplastic Shear, Journal of Applied Mechanics, 1964
- [Rhim05] **Sung-Han Rhim, Soo-Ik Oh**, Prediction of serrated chip formation in metal cutting process with new flow stress model for AISI 1045 steel, Journal of Materials Processing Technology, Volume 171, Issue 3, 1 February 2006, Pages 417-422
- [Roessig99-1] **K.M. Roessig, J.J. Masson**, Adiabatic shear localization in the dynamic punch test, part I: experimental investigation, International Journal of Plasticity 15 (1999) 241-262
- [Roessig99-2] **K.M. Roessig, J.J. Masson**, Adiabatic shear localization in the dynamic punch test, part II: numerical simulations, International Journal of Plasticity 15 (1999) 263-283
- [Tonshoff98] **H.K. Tönshoff, B. Karpuschewski, C. Lapp, P. Andrae**, New machine techniques for High-Speed Machining, Proceedings of the Int. Seminar on Improving Machine Tool Performance – vol. n°1, p.65-76, july 1998.

- [Wright02] **T.W. Wright, G.K. Batchelor, L.B. Freund**, The Physics and Mathematics of Adiabatic Shear Bands, Cambridge University Press, 2002
- [Zhou06] **F. Zhou, T.W. Wright, K.T. Ramesh**, The formation of multiple adiabatic shear bands, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Volume 54, Issue 7, July 2006, Pages 1376-1400



## *Partie 1 – Simulation de bande de cisaillement adiabatique en usinage à grande vitesse*

Dans cette première partie, nous chercherons à utiliser une version ALE-adaptative du logiciel Forge3 dans le cadre de la simulation 3D de procédés à grande vitesse. Les résultats obtenus seront tout d'abord comparés à ceux présents dans la littérature (configurations 2D). Par la suite, des études numériques permettront d'établir l'intérêt des algorithmes développés et mis en œuvre dans le cadre des grandes vitesses. Fort de ces résultats « 2D » obtenus sur des maillages 3D, nous proposerons une analyse numérique du phénomène des bandes de cisaillement adiabatiques qui sera ensuite complétée par une série d'études paramétriques. Nous finirons cette première partie par la simulation et l'analyse de BCA dans le cadre de procédés de mise en forme à grande vitesse sur des configurations 3D.

<b>1</b>	<b><u>DESCRIPTION DU MODELE NUMERIQUE</u></b>	<b>34</b>
1.1	METHODE ALE-ADAPTATIVE	34
1.2	INTRODUCTION DE LOIS DE COMPORTEMENT DE TYPE JONHSON-COOK	38
<b>2</b>	<b><u>SIMULATION DE BCA SUR UN CAS DE COUPE ORTHOGONALE 3D</u></b>	<b>42</b>
2.1	DESCRIPTION DU CAS TEST	43
2.2	ANALYSE DES RESULTATS DE SIMULATION OBTENUS	44
2.3	COMPARAISON AVEC LES RESULTATS OBTENUS PAR BÄKER	46
<b>3</b>	<b><u>ETUDE NUMERIQUE DE LA METHODE D'ADAPTATION DE MAILLAGE</u></b>	<b>47</b>
3.1	DETECTION DE LA BCA	48
3.2	SENSIBILITE DES RESULTATS A LA TAILLE DU MODELE	49
3.3	SENSIBILITE A LA PROFONDEUR DE COUPE	50
<b>4</b>	<b><u>ANALYSE DE LA FORMATION ET DE L'EVOLUTION DE BCA DANS LE CADRE DE LA COUPE ORTHOGONALE A GRANDE VITESSE</u></b>	<b>53</b>
4.1	DESCRIPTION DU PROCESSUS DE FORMATION DE BCA	53
4.2	EVOLUTION DE LA PREMIERE BCA	60
4.3	FORMATION DE BCA SUCCESSIVES	67
4.4	SYNTHESE SUR L'ETUDE DU PROCESSUS DE FORMATION DE BCA DANS LE CADRE DE LA COUPE ORTHOGONALE	69
<b>5</b>	<b><u>ETUDES PARAMETRIQUES</u></b>	<b>69</b>
5.1	RAYON D'OUTIL	70
5.2	VITESSE DE COUPE	71
5.3	ORIENTATION DE L'OUTIL	75
5.4	PROFONDEUR DE COUPE	79
5.5	FROTTEMENT	80
5.6	FORMULATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT DE JOHNSON-COOK	87
5.7	SYNTHESE SUR LES ETUDES PARAMETRIQUES	89
<b>6</b>	<b><u>SYNTHESE DU CAS DE COUPE ORTHOGONALE</u></b>	<b>90</b>
<b>7</b>	<b><u>VERS UNE VERITABLE SIMULATION 3D DE BCA</u></b>	<b>90</b>
7.1	CAS DE DECOUPE	90
7.2	CAS DE COUPE ORTHOGONALE 3D	92
7.3	CAS DE COUPE OBLIQUE	111
7.4	SYNTHESE DES CONFIGURATIONS 3D ETUDIEES	119
<b>8</b>	<b><u>SYNTHESE</u></b>	<b>120</b>
<b>9</b>	<b><u>REFERENCES</u></b>	<b>122</b>

# 1 Description du modèle numérique

Dans cette première partie, le modèle numérique mis en œuvre dans le cadre de la simulation numérique de procédés de mise en forme à grande vitesse va être présentée. Il consiste en une amélioration du modèle thermomécanique de Forge3® dont on peut trouver une description détaillée dans [Perchat00, Soryis90, Mocellin99, Boussetta05, Guerdoux07].

## 1.1 Méthode ALE-Adaptative

L'amélioration du modèle thermomécanique de Forge3® repose sur l'introduction d'un modèle couplant des méthode d'adaptation de maillage et de régularisation de type ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). Dans la première partie de ce paragraphe, nous nous intéresserons plus particulièrement à la méthode adaptative mise en œuvre.

### 1.1.1 Adaptation de maillage guidée par estimation de l'erreur éléments finis

Les travaux réalisés par Boussetta [Boussetta05] ont permis l'introduction d'une méthode d'adaptation de maillage guidée par l'estimation de l'erreur éléments finis en norme énergie.

$$\|e_h\|_E = \left( \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}}(v) - \underline{\underline{\sigma}}(v_h)) : (\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(v) - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(v_h)) d\omega \right)^{1/2} \quad (1.1)$$

$\underline{\underline{\sigma}}$  correspondant au tenseur des contraintes,  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$  au tenseur des vitesses de déformation,  $v$  est la vitesse « continue » et  $v_h$  sa forme discrétisée.

L'estimation de l'erreur se fait par recouvrement d'une contrainte qui est de meilleure qualité que la contrainte obtenue lors du calcul éléments finis. Afin de calculer cette contrainte, une méthode de recouvrement locale par patch de type Zhu-Zienkewicz et nommée REP2 (Recovery by Equilibrium in Patches d'ordre 2) a été mise en œuvre. Elle consiste à identifier la contrainte recouverte à un polynôme continu et de degré supérieur à celui du calcul éléments finis sous la contrainte de vérifier l'équilibre local du champ recouvert.

$$\underline{\underline{\sigma}}(x,y,z) = P a^k \quad (1.2)$$

Où  $P$  constitue la base de l'expansion polynomiale et  $a_k$  le vecteur contenant les coefficients du polynôme dans le patch de volume  $\Omega_k$  qui représente l'ensemble des éléments connectés au nœud  $k$ . Pour un problème 3D et pour des éléments linéaires :

$$P = (1,x,y,z) \text{ et } a^k = (a_1^k, a_2^k, a_3^k, a_4^k) \quad (1.3)$$

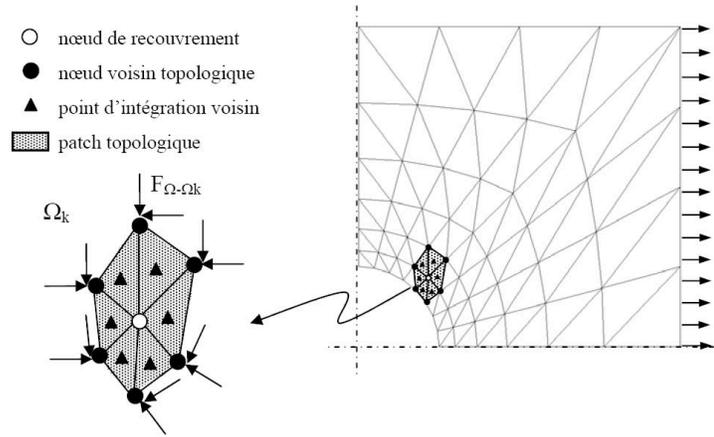


Figure 1.1 – Patch 2D équilibré pour un recouvrement REP.

Une fois l'erreur éléments finis estimée, la carte de taille est obtenue par résolution d'un deuxième problème de minimisation sous contrainte qui consiste à déterminer le maillage optimal (i.e. qui distribue uniformément l'erreur sur tout le maillage) pour un nombre d'éléments fixé par l'utilisateur  $N_{belt}^{imp}$  :

$$h_e^{opt} = \frac{(N_{belt}^{imp})^{-\frac{1}{d}} \left( \sum_{e \in CT^{pere}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{1}{d}}}{(\theta_e)^{\frac{2}{2p+d}}} h_e \quad (1.4)$$

Avec  $h_e^{opt}$  la taille optimale par élément,  $h_e$  la taille du maillage actuel  $T^{pere}$ ,  $\theta_e$  l'erreur éléments finis de l'élément  $e$ ,  $d$  la dimension spatiale du problème étudié et  $p$  la valeur du taux de convergence de la méthode éléments finis (qui sera prise uniforme et égale à 1 (éléments linéaires) dans la suite de ce manuscrit).

Si cette méthode donne de bons résultats et permet le raffinement automatique du maillage aux endroits où l'erreur de discrétisation éléments finis est la plus importante, force est de constater que deux obstacles importants tendent à pénaliser l'emploi de cette dernière dans le cadre de la simulation de procédés de mise en forme à grande vitesse.

Le premier obstacle consiste à remarquer que du fait des grandes déformations induites par les procédés de mise en forme à grande vitesse, de très fréquents remaillages sont nécessaires lors de l'application stricte de la méthode d'adaptation présentée précédemment. Ceci conduit à des temps de calcul très élevés et également en une certaine perte de précision du fait de l'erreur due au transport des champs requis.

Le second obstacle majeur est la conséquence d'un raffinement trop important aux lieux de grandes déformations. En effet, lorsque le maillage est trop fin (en pointe d'outil par exemple), celui-ci va avoir tendance à facilement dégénérer sous les l'effet des grandes déformations.

Afin d'aborder ces problématiques avec davantage de justesse, une méthode de régularisation de maillage de type ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) a été introduite par Guerdoux [Guerdoux07] dans le modèle numérique. Elle consiste à compléter l'adaptation de maillage guidée par l'estimation de l'erreur éléments finis de façon à la rendre plus robuste. La présentation de cette méthode fait l'objet du paragraphe suivant.

### **1.1.2 Adaptation de maillage par combinaison d'une méthode ALE et d'une méthode d'adaptation de maillage guidée par l'estimation de l'erreur**

La méthode ALE-adaptative développée dans Forge3® consiste à mettre en œuvre à la fois la méthode d'adaptation de maillage par estimation d'erreur développée par Boussetta [Boussetta05, Boussetta06] et une méthode Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) développée par Guerdoux [Guerdoux07]. L'originalité de la méthode ALE-adaptative consiste en un couplage de ces deux méthodes permettant d'établir une carte de taille minimisant l'erreur éléments finis et maximisant la qualité du maillage.

La première étape de la méthode ALE-adaptative consiste en le calcul d'une carte de taille selon la méthode décrite dans le paragraphe précédent. Cette dernière ne prenant pas en compte d'information relative à la qualité du maillage prescrit, une méthode ALE

de type « splitting » est alors mise en œuvre. Elle consiste à calculer, après résolution des équations thermomécaniques, une vitesse de maillage  $w$  qui intervient dans l'équation de transport (1.5) et qui respecte la vitesse matérielle en frontière de domaine (1.6).

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + (w - v)\nabla\varphi \text{ sur } \Omega \quad (1.5)$$

$$(w - v).n = 0 \text{ sur } \partial\Omega \quad (1.6)$$

Où  $\varphi$  correspond à la quantité à transporter et  $n$  la normale sortante au domaine  $\Omega$ .

La vitesse de maillage nodale  $w$  est calculée de façon itérative (1.7) par un algorithme de barycentrage (1.8) dans lequel un facteur de pondération  $C_e$  intervient.

$$w_n^{it} = \left( \frac{x_n^0 - x_n^{it}}{\Delta t} \right) \quad (1.7)$$

$$x_n^{it} = \frac{1}{|\Gamma_n|} \sum_{e \in \Gamma_n} x_{ge}^{it-1} C_e^{it-1} \quad (1.8)$$

Où  $x_n^0$  correspond à la position du nœud  $n$  à l'itération 0 de l'algorithme de barycentrage,  $x_n^{it}$  à la position du nœud  $n$  à l'itération  $it$ ,  $\Delta t$  au pas de temps considéré,  $x_{ge}^{it-1}$  à la position du barycentre du patch de volume  $|\Gamma_n|$  à l'itération  $it-1$ .

Le coefficient de pondération  $C_e^{it-1}$  consiste en une combinaison linéaire (1.9) des informations provenant du calcul de carte de taille obtenu par estimation d'erreur (1.10) et de la qualité des éléments du maillage (1.11).

$$C_e^{it-1} = \left(1 - \xi(Cf_{\min}^{it-1})\right) \times Cf_e^{it-1} + \xi(Cf_{\min}^{it-1}) \times Ca_e^{it-1} \quad (1.9)$$

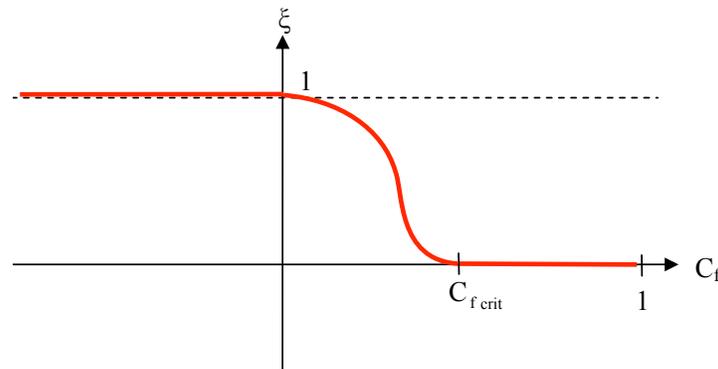
$$Ca_e^{it-1} = \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e^{it-1}} \right)^d \quad (1.10)$$

$$Cf_e^{it-1} = C_0 \frac{[\Omega_e^{it-1}]^+}{(h_e^{it-1})^3} \quad (1.11)$$

Où  $h_e^{opt}, h_e^{it-1}$  correspondent respectivement à la taille de maille optimale obtenue par un calcul d'estimation d'erreur et à la taille de maille de l'itération  $i-1$  de l'algorithme de barycentrage.  $\Omega_e^{it-1}$  correspond au volume de l'élément  $e$  à l'itération  $it-1$ .

Afin d'assurer une transition continue entre l'objectif de qualité maximale du maillage et le respect de la carte de taille guidée par estimation de l'erreur éléments finis en norme énergie, la fonction  $\xi(Cf_{f_{\min}}^{it-1})$  est prise égale à:

$$\xi(Cf_{f_{\min}}^{it-1}) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\alpha(Cf_{f_{\min}}^{it-1} - Cf_{f_{\text{crit}}})^2\right) & \text{si } Cf_{f_{\min}}^{it-1} \leq Cf_{f_{\text{crit}}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.12)$$



**Figure 1.2 – Graphique représentant l'évolution de la fonction  $\xi$  de  $Cf_{f_{\min}}^{it-1}$  et décrite équation 1.12**

Cette méthode a été testée et validée sur des exemples de soudage par friction malaxage dans le cadre des travaux de thèse de Guerdoux. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [Boussetta05, Boussetta06, Guerdoux07] pour davantage de précisions.

Dans la suite de ce manuscrit, nous allons appliquer le modèle ALE-adaptatif à divers cas d'usinage à grande vitesse. Pour ce faire, il s'avère cependant nécessaire d'introduire des lois de comportement spécifiques à la mise en forme à grande vitesse. Ceci fera l'objet du paragraphe suivant.

## 1.2 Introduction de lois de comportement de type Johnson-Cook

Le modèle numérique présenté précédemment a été développé successivement par Guerdoux [Guerdoux07] et Boussetta [Boussetta05]. Afin de permettre la simulation de

procédés à grande vitesse, nous allons introduire deux lois de comportement de type Johnson-Cook qui vont être détaillées dans ce qui va suivre.

Du fait de la très grande déformation plastique obtenue en un très faible laps de temps, et donc d'importants gradients de température, nombre d'auteurs ayant porté leur attention sur l'apparition du phénomène des BCA dans les métaux ont utilisé des lois de comportement empiriques élasto-thermo-viscoplastiques de type Johnson-Cook.

Cette loi, établie en partant du principe que la contrainte équivalente  $\bar{\sigma}$ , dépendante de la déformation  $\bar{\varepsilon}$ , de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  ainsi que de la température  $T$ , peut être décomposée de manière multiplicative en trois fonctions séparées, de la forme :

$$\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T) = (A + B\bar{\varepsilon}^n) \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_f - T_0} \right)^m \right) \quad (1.13)$$

(1.13) est composée, dans l'ordre d'apparition, d'un terme d'écroutissage, d'un terme dynamique et d'un terme d'adoucissement :

- Le terme relatif à l'écroutissage correspond à la contrainte d'écoulement à vitesse de déformation constante.  $A$  est la contrainte d'écoulement à déformation plastique nulle,  $B$  et  $n$  sont respectivement les paramètres linéaire et non linéaire d'écroutissage.
- Le deuxième terme est un facteur multiplicatif caractérisant le durcissement dynamique du matériau. Ce terme dépend de la vitesse de déformation plastique équivalente.  $C$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et  $\dot{\varepsilon}_0$  est une vitesse de déformation de référence.
- Le troisième terme de la loi est un facteur correspondant au phénomène d'adoucissement thermique. En dessous de la température de transition  $T_0$ , l'effet de la température sur la loi d'écoulement est négligé. Pour des températures comprises entre la température de transition  $T_0$  et la température de fusion  $T_f$ , la contrainte d'écoulement diminue avec la température pour devenir nulle pour. Au-delà de la température de fusion, la contrainte d'écoulement est pratiquement nulle.  $T_0$  est donc la température de transition à partir de laquelle on a un

mécanisme d'adoucissement thermique et  $m$  l'exposant d'adoucissement thermique.

Les différents coefficients de cette loi sont obtenus, comme explicité par Ranc [Ranc05], à l'aide de tests de torsion statique et dynamique présentés en introduction de son document. Il est important de noter que ces tests ont été effectués de façon découplée : trois tests séparés ont permis l'identification des termes d'érouissage, dynamique, et d'adoucissement thermique.

Ce découplage laisse penser que des erreurs d'identifications peuvent être commises. En effet, rien n'indique que les coefficients des différents termes à identifier sont indépendants les uns des autres. Il est également à noter que ces lois sont de type empirique. Par conséquent, elles ne prennent pas en compte l'évolution microstructurale du matériau au cours de la déformation et n'ont donc pas de « sens physique » réel. Cependant, leur vaste utilisation dans le domaine de la modélisation de procédés à grande vitesse nous permet d'attendre une représentation approchée de bonne qualité des phénomènes mis en jeu. De récentes études ont permis l'introduction de lois dites phénoménologiques, prenant en compte l'évolution microstructurale du matériau. L'introduction de ce type de lois de comportement sortant du cadre de cette étude, le lecteur intéressé pourra se reporter à [Rhim05, Longère05, Bronkhorst06, Lurdos08] pour davantage d'informations.

Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons deux expressions différentes de loi de Johnson-Cook (de type purement viscoplastique) implémentées dans les codes de calcul Forge3® et Forge++. La première, fournie par l'ENSAM, partenaire du projet PGV, correspond à une loi de formulation classique pour le matériau 304L (1.13) dont les valeurs numériques sont présentées en Tableau 1.1. La seconde, modélisant le comportement du Ti6Al4V et utilisée par Bäker pour ses simulations de coupe orthogonale à grande vitesse [Baker02] est de formulation plus spécifique (1. 14).

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T) = K(T) \varepsilon^{-n(T)} \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right) \right) \\ K(T) = K^* \psi(T) \\ n(T) = n^* \psi(T) \\ \psi(T) = \exp \left( - \left( \frac{T}{T_{MT}} \right)^m \right) \end{array} \right. \quad (1.14)$$

Paramètre	Valeur numérique
$A(MPa)$	253,32
$B(MPa)$	685,1
$n$	0,3128
$C$	0,097
$m$	1,0
$\dot{\varepsilon}_0 (s^{-1})$	1,0
$T_f (K)$	1698
$T_0 (K)$	296

**Tableau 1.1 - Paramètres numériques utilisés dans la loi de Johnson-Cook fournie par l'ENSAM dans le cadre du projet PGV.**

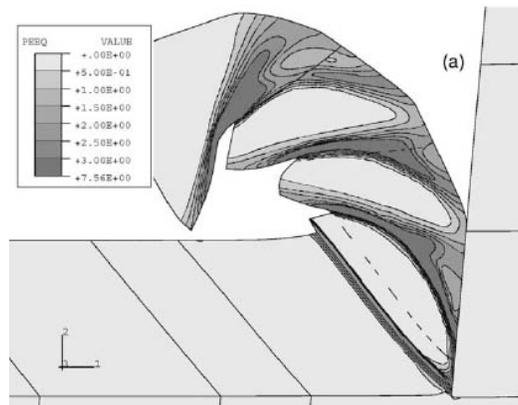
L'introduction d'un terme de température exponentiel présent dans le paramètre d'écroutissage permet d'accentuer l'influence de la température sur la contrainte d'écoulement. Ceci permet, selon l'auteur, de rendre compte du phénomène d'adoucissement propre aux matériaux de type titane. Les valeurs numériques des différents paramètres sont présentées sur le Tableau 1.2. Ces deux expressions de lois de Johnson-Cook ont été introduites dans le code Forge3 en tant que lois utilisateurs dans le modèle numérique ALE-adaptatif.

Paramètre	Valeur numérique
$C$	0,302
$\overline{\varepsilon_0}$ ( $s^{-1}$ )	774
$K^*$ ( $Mpa$ )	2260
$n^*$	0,339
$T_{MT}$ ( $K$ )	825
$\mu$	2

**Tableau 1.2 - Paramètres numériques utilisés  
dans la loi de Johnson-Cook par Bäker [Baker02]**

## 2 Simulation de BCA sur un cas de coupe orthogonale 3D

Le premier cas test que l'on se propose d'étudier consiste en la coupe orthogonale microscopique à grande vitesse abordée dans la littérature par Bäker [Baker02]. Utilisant des techniques numériques spécifiques au cas de coupe orthogonale et des adaptations de maillage a priori, l'auteur est parvenu à simuler plusieurs BCA sur un cas de coupe orthogonale 2D (Figure 1.3) à l'aide du logiciel Abaqus.



**Figure 1.3 – Apparition de BCA successives lors d'une  
simulation numérique de coupe orthogonale 2D à 50 m/s [Baker02].**

L'objectif de cette étude est de reproduire les mêmes résultats que ceux obtenus par Bäker mais de façon automatique, sans mise en œuvre de techniques particulières et sur

un maillage 3D. Pour ce faire, dans la suite de ce manuscrit, nous allons tenter de nous rapprocher le plus possible des conditions utilisées par cet auteur.

## 2.1 Description du cas test

### 2.1.1 Modèle physique

La loi de comportement utilisée par Bäker a été précédemment définie équation (1.14) et Tableau 1.2. Nous utiliserons donc la même expression ainsi que les mêmes paramètres.

Du fait des variations très importantes de température, les paramètres matériaux tels que la conductivité et la capacité calorifique sont considérés thermo-dépendants. Une interpolation linéaire entre des points expérimentaux obtenus à 24°C et 1200°C a été utilisée (Tableau 1.3).

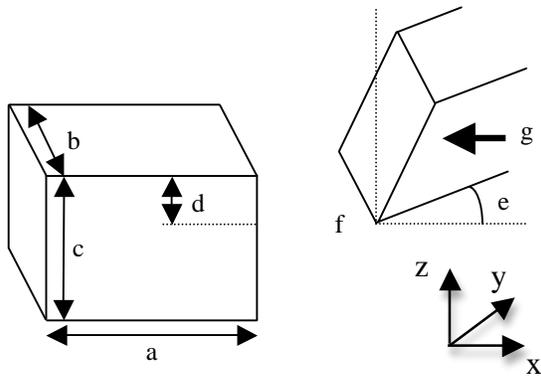
	Conductivité ( $Kg\ mm\ s^{-3}\ K^{-1}$ )	Capacité ( $mm^2\ s^{-2}\ K^{-1}$ )
T = 24°C	6,7 10 <sup>3</sup>	5,02 10 <sup>8</sup>
T = 1200°C	3,06 10 <sup>4</sup>	8,50 10 <sup>8</sup>

**Tableau 1.3 – Dépendance thermique des paramètres matériaux**

De façon à simplifier le problème, Bäker a supposé négligeable le transfert de chaleur entre le matériau et l'outil, considéré par ailleurs parfaitement rigide. De plus, le phénomène de frottement est considéré comme négligeable à de telles vitesses et le contact est donc pris parfaitement glissant. Nous utiliserons les mêmes hypothèses.

### 2.1.2 Configuration

Les dimensions du cas test de la Figure 1.4 sont présentées dans le Tableau 1.4.

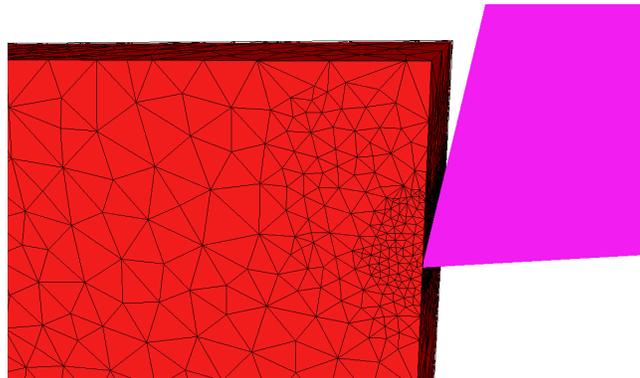


**Figure 1.4 – Configuration du cas de coupe orthogonale.**

Description	Valeur numérique
Longueur (a)	0,28 mm
Largeur (b)	0,04 mm
Hauteur (c)	0,15 mm
Profondeur de coupe (d)	0,04 mm
Angle de coupe (e)	10°
Arrondi d’outil (f)	3 mm
Vitesse de coupe (g)	50 m/s

**Tableau 1.4 - Dimensions du cas présenté Figure 1.4.**

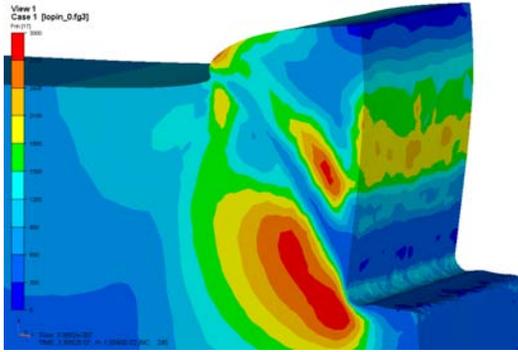
Dans le but de modéliser des déformations planes, des plans de symétries ont été imposés sur chaque face latérale du domaine. Le maillage utilisé au cours du calcul est constitué d’un nombre maximum de 29000 nœuds et 140000 éléments. Afin de faciliter la convergence en début de calcul, le maillage initial a été raffiné en pointe d’outil (Figure 1.5).



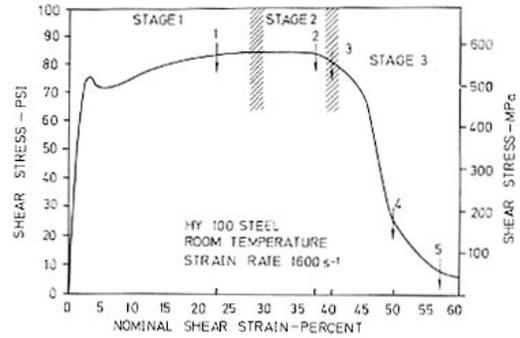
**Figure 1.5 – Maillage initial.**

## 2.2 Analyse des résultats de simulation obtenus

On peut constater (Figure 1.6), une chute de contrainte au lieu de cisaillement primaire accompagnée d’une très forte augmentation de température (1250°C, assez proche du point de fusion qui est de l’ordre de 1600°C) et de vitesse de déformation qui sont caractéristiques de la formation de BCA.

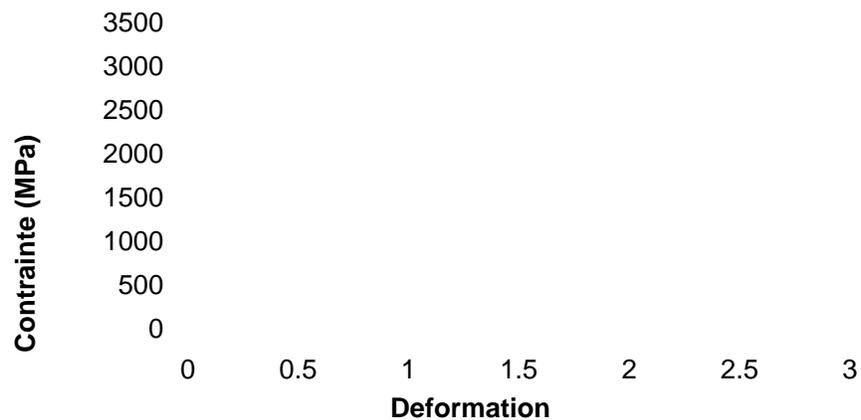


**Figure 1.6 – Distribution de contraintes (MPa).**



**Figure 1.7 – Courbe de contrainte-déformation lors d'un test de traction-compression [Wright02].**

Lorsque l'on observe l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente au sein de la bande (Figure 1.8), on remarque le même type d'évolution que celui observé sur la Figure 1.7 : une rapide chute de contrainte qui suit après le passage d'un maximum. On peut donc en conclure qu'une BCA a bien été simulée sur un maillage 3D dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse.



**Figure 1.8 – Diagramme contrainte déformation en un point situé au milieu de la première BCA. Un capteur de type eulérien (qui n'évolue pas avec la matière) a été utilisé. Sa position a été déterminée a posteriori de façon à ce qu'il soit placé au milieu de ce qui allait être la première BCA.**

## 2.3 Comparaison avec les résultats obtenus par Bäker

Dès lors que nous avons confirmé la simulation d'une BCA dans le cas de la coupe orthogonale, nous souhaitons « valider » nos résultats obtenus de façon « automatique » et sans mise en œuvre de technique spécifique par comparaison avec ceux obtenus par Bäker. Pour ce faire, deux grandeurs caractéristiques ont été retenues : les distributions de déformations (dont l'échelle sera volontairement limitée à 3.0 comme dans [Baker02]) et l'évolution des efforts de coupe en fonction du temps.

### 2.3.1 Comparaison des distributions de déformation

On constate (Figure 1.9) que l'on obtient les mêmes distributions de déformations pour les deux modèles. On peut néanmoins remarquer que les deux copeaux ne possèdent pas la même courbure, celui obtenu par Bäker étant moins courbé. Le fait que les deux modèles n'aient pas utilisé les mêmes rayons de courbure ( $R = 0$  pour Bäker et  $R = 0,003$  mm pour le modèle présenté) permet de penser que les résultats sont comparables. Une étude de l'influence du rayon d'outil sera présentée au paragraphe 5.1 de ce premier chapitre. Cette dernière confirmera cette interprétation.

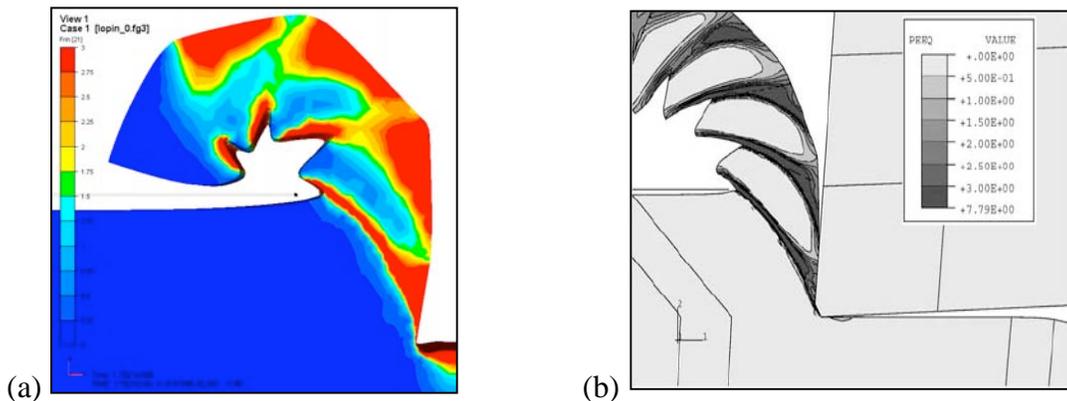
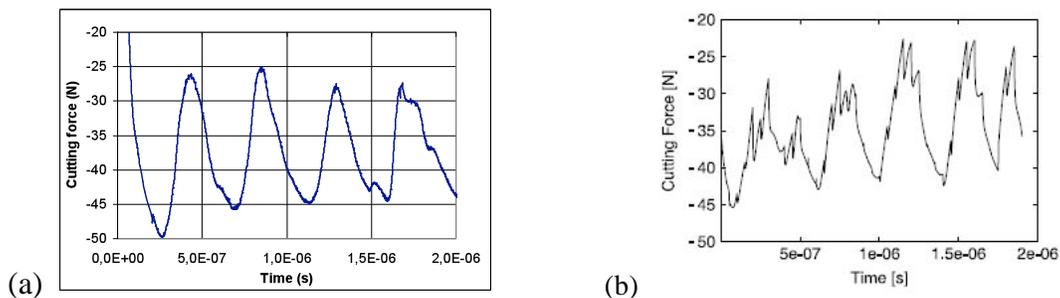


Figure 1.9 – Distributions des déformations pour les modèles de (a) ALE-adaptif et (b) Bäker [Baker02].

### 2.3.2 Comparaison de l'évolution des efforts de coupe en fonction du temps

Lorsque l'on compare l'évolution des efforts de coupe en fonction du temps (Figure 1.10), on remarque tout d'abord que les deux courbes offrent des évolutions oscillatoires caractéristique de la présence de BCA. Si l'on compare maintenant les courbes en terme d'ordre de grandeurs et de périodes d'oscillations, on constate qu'elles sont quasiment identiques.



**Figure 1.10 – Evolution de l'effort de coupe en fonction du temps obtenue par (a) Forge3® version ALE-adaptative, (b) Bäker [Baker02].**

Ces deux comparaisons nous permettent de conclure que le modèle numérique ALE-adaptatif a été capable d'obtenir qualitativement (et quantitativement de manière très semblable) les mêmes résultats que Bäker. Mais, contrairement à ce dernier, ils l'ont été de manière prédictive (sans intervention de l'utilisateur) et sur un maillage 3D.

La validation des résultats numériques par comparaison avec la littérature ayant été achevée, nous allons, dans ce qui va suivre, étudier les capacités du modèle numérique ALE-adaptatif.

## 3 Etude numérique de la méthode d'adaptation de maillage

Afin d'étudier la méthode d'adaptation de maillage mise en œuvre, nous allons tout d'abord analyser sa capacité à capturer des BCA. Cette étude sera ensuite complétée par des analyses de sensibilité.

### 3.1 *Détection de la BCA*

L'objectif principal de la méthode d'adaptation de maillage par estimation d'erreur est d'être capable de détecter l'apparition de phénomène a priori (repli, formation de BCA ...). Dans le cas présent, nous souhaitons tout d'abord déterminer si la méthode mise en œuvre permet le raffinement automatique du maillage à l'endroit d'établissement de BCA.



**Figure 1.11 – Maillage obtenu lors de la capture de la BCA.**

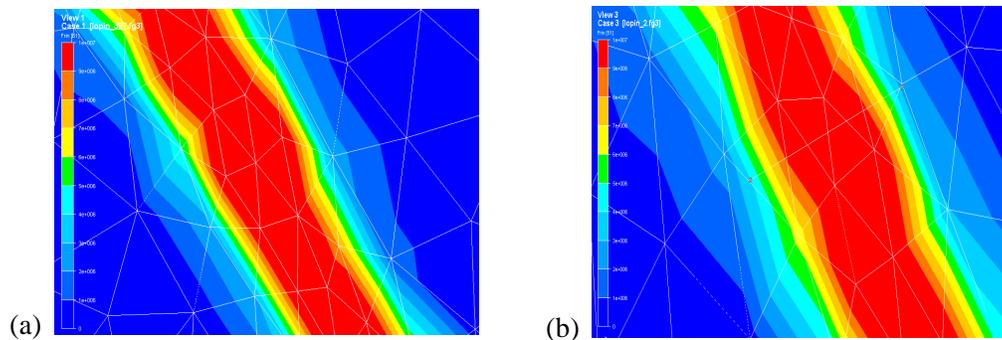
La Figure 1.6 et la Figure 1.11, représentant respectivement la valeur de la contrainte équivalente suivant le critère défini par Von Mises et le maillage correspondant, permettent de répondre à cette question. Tout d'abord, nous pouvons constater (Figure 1.6) l'apparition d'une chute de contrainte très importante à l'endroit du cisaillement primaire. Celle-ci étant agrémentée d'une très importante hausse de température, nous en avons déduit au paragraphe précédent qu'il s'agissait d'une BCA. Si l'on s'intéresse maintenant au maillage obtenu dans le cadre de la formation de cette BCA (Figure 1.11), on constate que celui-ci a été automatiquement raffiné à l'endroit de formation du phénomène [Delalondre07-1]. Nous pouvons donc en conclure que la méthode adaptative est capable de détecter des BCA de manière automatique et de raffiner le maillage en conséquence.

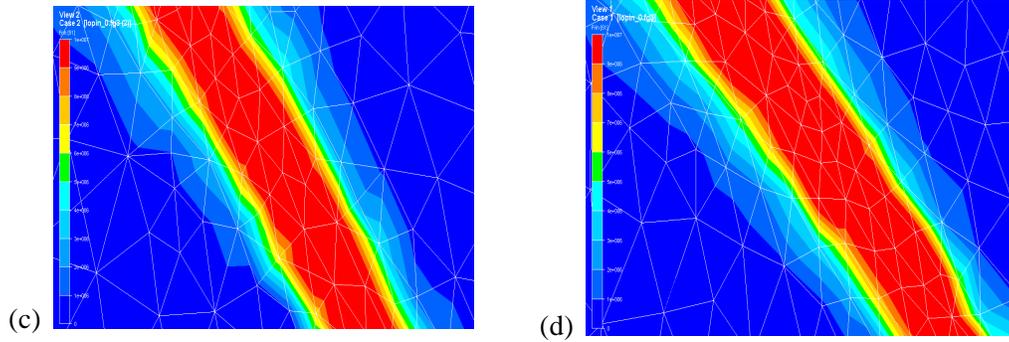
La question que l'on peut désormais se poser porte sur la sensibilité de la méthode d'adaptation et des résultats numériques obtenus. Une analyse de sensibilité va donc être proposée dans ce qui va suivre.

### 3.2 Sensibilité des résultats à la taille du modèle

Considérant les BCA comme un phénomène résultant uniquement de la déformation plastique, nous avons mis en œuvre une méthode d'adaptation de maillage fixant le nombre total d'éléments du modèle et basée sur le contrôle de l'erreur en énergie. Au contraire des résultats obtenus par Owen [Owen99] qui reposent sur un modèle d'endommagement du matériau, cette formulation doit nous permettre d'obtenir des résultats faiblement dépendants de la taille de maille utilisée.

Afin de tester la dépendance de notre modèle au raffinement de maillage, nous avons simulé la même opération de coupe orthogonale en modifiant uniquement le paramètre relatif à la taille totale du modèle. Les résultats sont résumés sur la Figure 1.12 et le Tableau 1.5. On peut constater qu'augmenter la taille totale du modèle par cinq nous a permis d'inclure deux fois plus d'éléments (de 5 à 10) au sein de la BCA sans que cela influe particulièrement sur la largeur de celle-ci (3,4% de baisse relative). Nous pouvons donc en conclure que la largeur de la BCA n'est pas proportionnelle au nombre d'éléments et converge vers une valeur qui est indépendante de la taille des éléments utilisés. Ce résultat est particulièrement important dans la mesure où il montre que le modèle numérique est capable de simuler des BCA sans dépendance des résultats envers le maillage mis en œuvre, contrairement aux résultats obtenus par Owen *et al.* [Owen99]. L'indépendance des résultats obtenus par rapport à la méthode d'adaptation ayant été démontrée, nous allons dans ce qui va suivre nous intéresser à la capacité du modèle adaptatif à simuler des problèmes de taille plus importante.





**Figure 1.12 – Représentation de la largeur de la BCA pour différentes tailles de modèle : (a) 54000, (b) 65000, (c) 130000 et (d) 260000 éléments.**

Nombre d'éléments du modèle total	Nombre d'éléments au sein de la BCA	Largeur de BCA ( $\mu\text{m}$ )
54 000 (a)	4-5	3,49
65 000 (b)	6	3,43
130 000 (c)	8	3,40
260 000 (d)	10	3,38

**Tableau 1.5 - Evolution de la largeur de la BCA en fonction de la taille du modèle**

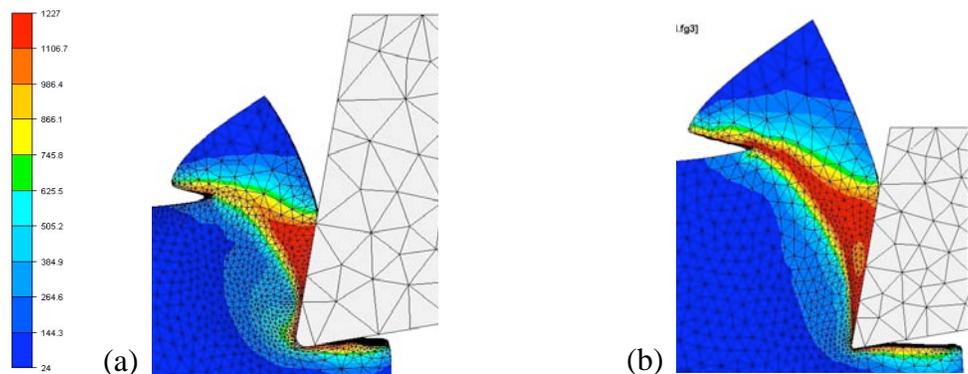
### 3.3 *Sensibilité à la profondeur de coupe*

Le problème de coupe orthogonale présenté précédemment a été simulé sur un maillage 3D. L'utilisation d'une faible largeur de matériau ainsi que l'application de deux plans de symétrie sur les faces latérales du lopin ont permis de résoudre un problème 2D sur un maillage 3D. Dans le cadre de cette configuration 2D, augmenter la profondeur de coupe d'un facteur  $\alpha$  (sans augmenter les autres dimensions) revient à résoudre un problème  $\alpha$  fois plus important en terme de dimensions.

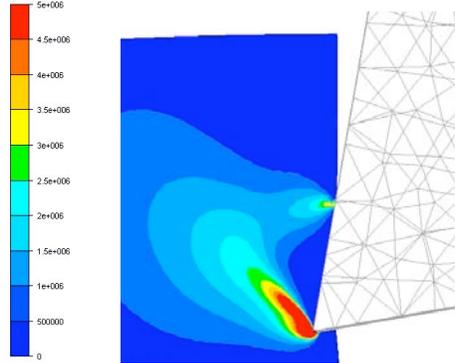
Dans ce qui va suivre, nous souhaitons étudier la capacité de la méthode adaptative à optimiser le maillage de façon à capturer les BCA dans des configurations de taille plus importante sans pour autant augmenter la taille totale du nombre d'éléments du maillage. Pour ce faire, nous avons simulé la même opération de coupe orthogonale 2D en modifiant uniquement la profondeur de coupe (le nombre total d'éléments du maillage est fixé à 50000 ce qui représente un faible nombre d'éléments pour le problème étudié). Les résultats présentés Figure 1.13-a montrent qu'il a été possible de multiplier la taille géométrique du problème par un facteur 4, passant ainsi d'une profondeur de coupe de

0,04 mm à 0,16 mm, et ceci sans défaillance de la méthode adaptative quant à la capture de la BCA. On peut constater sur la Figure 1.13-b, montrant les résultats d'une coupe orthogonale de profondeur de coupe 0.52 mm (facteur 13), le début de la formation de la bande de vitesse de déformation (localisation). Cependant, le fait de n'utiliser que peu d'éléments (50000) a conduit assez rapidement à l'arrêt des calculs, ne permettant pas la simulation de la formation de la BCA.

Compte tenu de l'effet d'échelle constaté, il est clair qu'en augmentant le nombre d'éléments total pour le problème, on peut simuler tout type de BCA, mais que pour une taille fixée, nous observons une taille limite de profondeur de coupe pouvant être simulée. La taille maximale du problème à résoudre est conditionnée par la capacité de l'ordinateur à stocker les informations de manière dynamique principalement dans les mémoires cache et RAM (Random Acces Memory). Par conséquent, nous pouvons conclure de cette étude que la seule limitation à la simulation de BCA sur des configurations macroscopiques (en supposant qu'une BCA existe physiquement) est la relative faiblesse des capacités de stockage dynamiques utilisées. Plusieurs solutions existent afin de remédier à ce problème. La première consiste à attendre l'émergence de technologies permettant l'emploi de capacités de stockage dynamique beaucoup plus importantes. Sachant que cette dernière tend à ne pas augmenter aussi rapidement que la rapidité des processeurs (Loi de Moore), la meilleure solution envisageable consiste à résoudre le problème sur des machines à mémoires distribuées de type cluster. Cette solution engendre cependant d'importantes contraintes au niveau de la programmation. Ceci fera le sujet d'une partie du troisième chapitre de ce manuscrit.



**Figure 1.13 – Distributions de température pour (a) 0,04 mm et (b) 0,16 mm de profondeur de coupe**



**Figure 1.14 – Début de formation d’une bande de vitesse (s-1)  
de déformation pour une profondeur de 0,52 mm.**

Au terme de ces différentes études numériques, nous pouvons dresser les constats suivants. Tout d’abord, la méthode d’adaptation de maillage guidée par un estimateur d’erreur en norme énergie a permis de détecter et capturer les BCA formées au cours d’un essai de coupe orthogonale microscopique. De plus, nous avons pu remarquer que les résultats obtenus sont très faiblement dépendants de la taille de maille et donc du nombre d’éléments total. Enfin, la méthode de minimisation mise en œuvre (minimisation de l’erreur pour un nombre d’éléments fixé par l’utilisateur) a permis de simuler des BCA pour des configurations de taille géométrique plus importantes, et ceci, pour un faible nombre total d’éléments.

A l’issue de cette étude, nous pouvons conclure que le modèle numérique développé permet de simuler la formation de BCA lors de procédés de mise en forme à grande vitesse sur des maillages 3D de manière prédictive. La méthode adaptative mise en œuvre permet d’optimiser le maillage et d’obtenir des résultats qui sont faiblement dépendants de ce dernier. Fort de ces résultats, nous allons dans la suite de ce manuscrit analyser le processus de formation de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse.

## **4 Analyse de la formation et de l'évolution de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse**

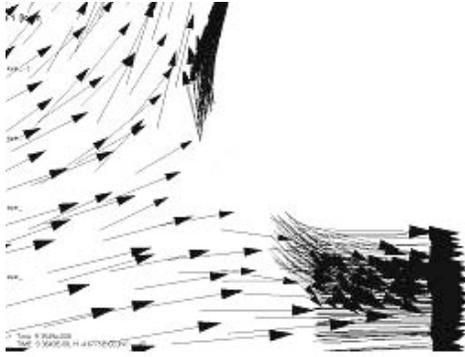
Nous allons désormais utiliser le modèle ALE-adaptatif afin de mieux comprendre le processus de formation de BCA mis en œuvre dans le cadre de procédés de coupe orthogonale à grande vitesse. Dans la suite de ce manuscrit, nous reprendrons la mise en donnée présentée au paragraphe 2.1.

### **4.1 Description du processus de formation de BCA**

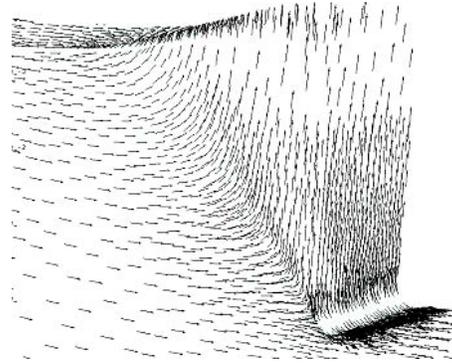
Dans cette première partie, nous allons analyser chronologiquement les différentes phases (initiation, propagation et formation) du processus de formation de la première BCA. Nous chercherons à analyser les conditions et processus menant à la formation de ce phénomène lorsque l'élasticité est négligée.

#### **4.1.1 Description de l'écoulement**

Lorsque l'on observe l'écoulement de matière, on constate que celui-ci est fortement perturbé par la présence de l'outil coupant. En étudiant ce dernier plus précisément, on constate (Figure 1.15) que le point de bifurcation du champ de vitesse est localisé exactement au milieu du rayon d'outil. C'est donc en ce lieu que les vitesses de déformation seront les plus importantes. Peu de temps après le début de l'opération de mise en forme, le reste du matériau est aussi influencé par la présence de l'outil. On voit alors apparaître une discontinuité du champ de vitesse (Figure 1.16) qui se propage vers la surface libre. Cette discontinuité donnera naissance à ce que nous appellerons par la suite une bande de vitesse de déformation.



**Figure 1.15 – Champ de vitesse au contact de l’outil à  $t = 93,6$  ns.**

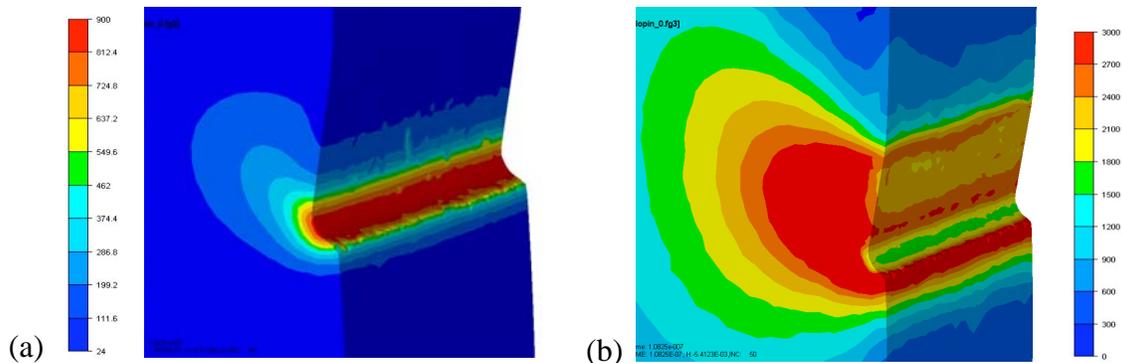


**Figure 1.16 – Distribution du champ de vitesse au début de la formation de la bande de vitesse de déformation ( $t = 259,3$  ns).**

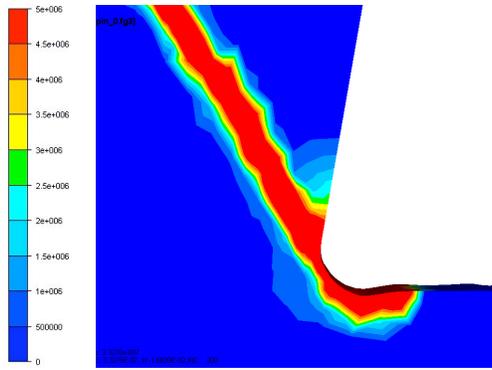
#### 4.1.2 Phase d’initiation

Au début de l’usinage de la pièce, la vitesse de déformation et la température augmentent de façon très importante sur la surface en contact avec l’outil, conduisant à une baisse rapide de la contrainte équivalente (Figure 1.17).

On peut observer qu’à cause de la contrainte liée à la présence de l’outil une bande de vitesse de déformation partant de la pointe d’outil (Figure 1.23) et allant vers la surface libre commence à se former (Figure 1.18).

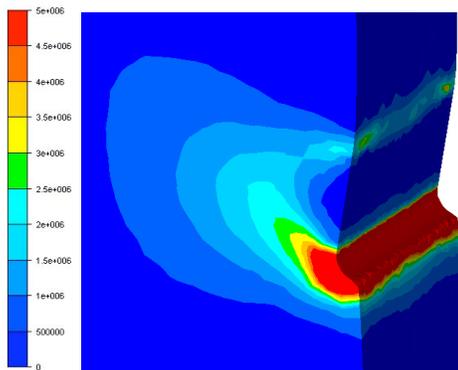


**Figure 1.17 – Distributions de température (a, °C) et de contrainte équivalente (b, MPa) à  $t = 108,3$  ns.**

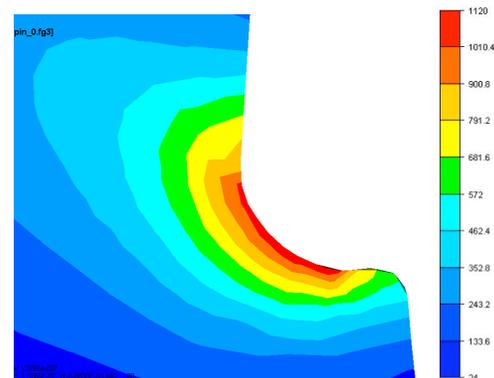


**Figure 1.18 – Vitesse de déformation (s-1) à t = 332,8 ns.**

Cette bande de vitesse de déformation provoque l'augmentation rapide de la température dans la zone proche de la surface de contact outil-matière. Le maximum de température est donc observé, à cet instant, en surface au niveau de la pointe de l'outil. Au niveau volumique, on observe que le maximum de température se situe dans une zone localisée non pas dans la zone proche du point de bifurcation mais au dessus du rayon d'outil (Figure 1.20). Ce dernier point peut s'expliquer par l'analyse de l'orientation de la bande de vitesse de déformation qui se dirige vers la surface libre. Ainsi, si le maximum de vitesse de déformation se situe bien au lieu de séparation de la matière (au milieu du rayon d'outil), les vitesses de déformation sont très importantes sur une plus large zone située au dessus du rayon d'outil. Cette zone étant soumise à davantage de sollicitations, l'augmentation de température sera plus importante en ce lieu.

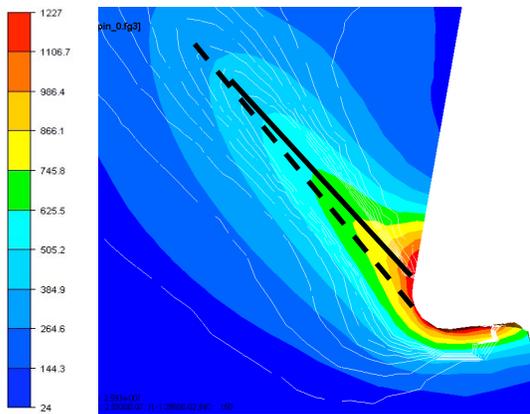


**Figure 1.19 – Distribution de vitesse de déformation (s-1) à t = 108,3ns.**

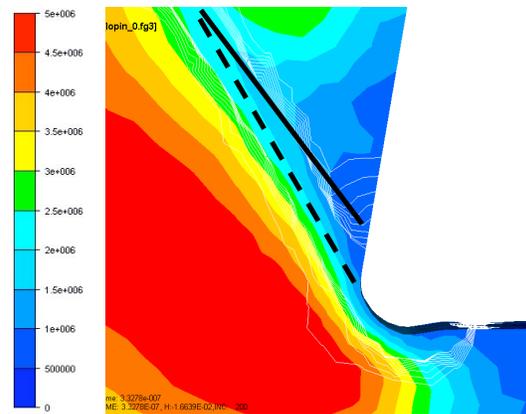


**Figure 1.20 – Distribution de température à t = 137,7 ns.**

Dès que la température du matériau a atteint un niveau suffisant (autour de 550-600°C, ce qui correspond à la température de référence  $T_{MT}$  utilisée dans la loi de comportement), la contrainte équivalente chute rapidement autour de 350 MPa, entraînant une forte hausse de température (Figure 1.21 et Figure 1.22). Ceci constitue l'initiation de la première BCA. On peut remarquer que les bandes de contrainte équivalente et de température sont en fait les mêmes (ces deux grandeurs étant fortement corrélées). C'est pourquoi, dans la suite de ce manuscrit, nous l'appellerons bande VMT (bande de Von Mises et Température). Il est très important d'observer que les bandes de vitesse de déformation et VMT n'ont ni le même point d'initiation, ni la même orientation et donc ne coïncident pas. En effet, la bande de vitesse de déformation s'initie au centre du rayon d'outil (lieu de séparation de la matière) alors que la bande VMT s'initie au dessus de la pointe d'outil, là où la température est maximum.



**Figure 1.21 – Distributions de température (°C, échelle à gauche) et de vitesse de déformation (s<sup>-1</sup>, échelle à droite correspondant aux courbes d'isovaleurs) à t = 259,3 ns. Les directions approchées des bandes de VMT et de vitesses de déformations sont représentées respectivement en traits plein et pointillés.**



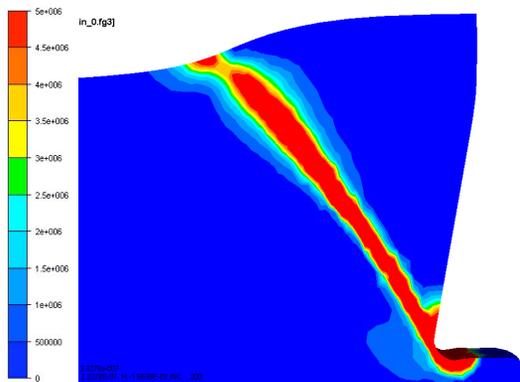
**Figure 1.22 – Contrainte équivalente (MPa) et vitesse de déformation (s<sup>-1</sup>) à t = 332,8 ns. Les directions approchées des bandes de VMT et de vitesses de déformations sont représentées respectivement en traits plein et pointillés.**

Au cours de cette phase d'initiation, nous avons pu observer l'établissement de deux bandes (vitesse de déformation et VMT) n'ayant ni les mêmes orientations ni les mêmes

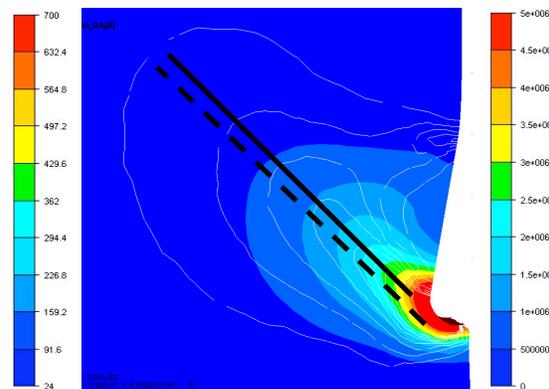
points d'initiation. Nous allons maintenant nous intéresser à la phase au cours de laquelle la BCA va se propager dans le matériau.

### 4.1.3 Phase de propagation

La bande de vitesse de déformation s'est rapidement formée (**Figure 1.23**). Peu de temps après, et à cause de l'augmentation importante de température, la bande VMT s'initie également (**Figure 1.24**, matérialisée en trait plein). Cette dernière se propage juste à côté de la bande de vitesse de déformation (en pointillés sur la **Figure 1.24**) mais sans la superposer.



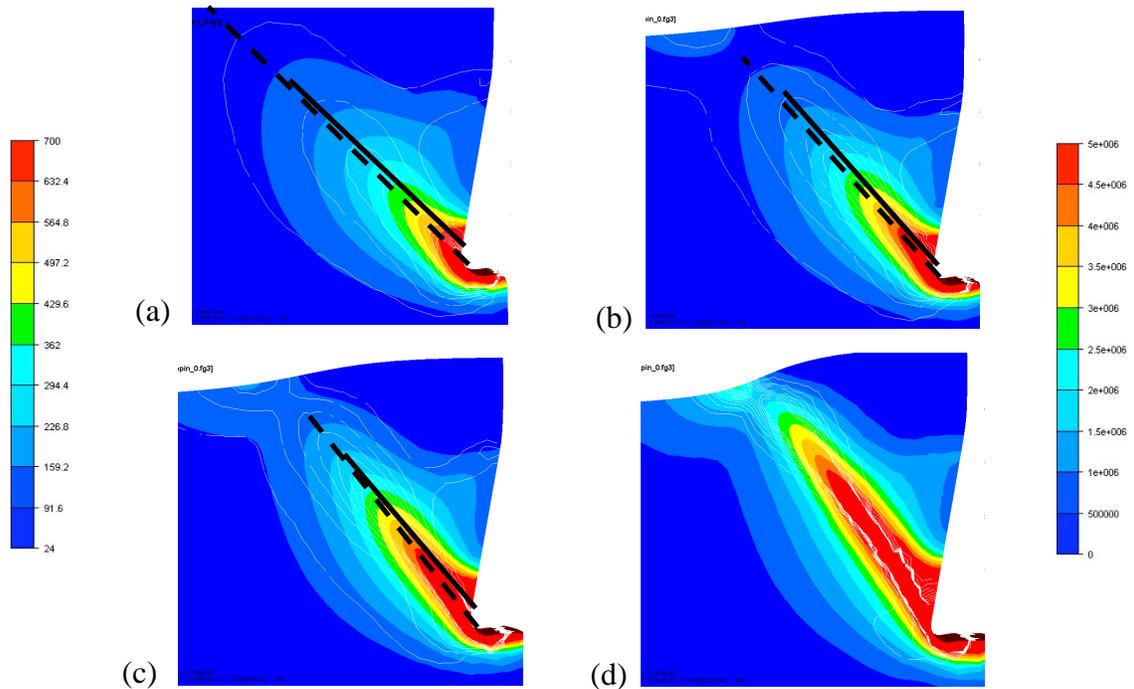
**Figure 1.23 – Formation de la bande de vitesse de déformation à  $t = 332,8$  ns.**



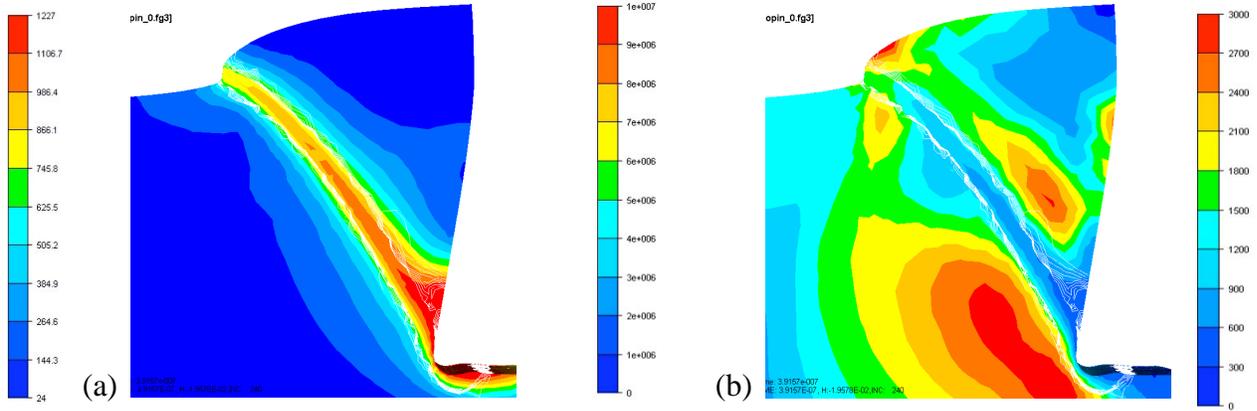
**Figure 1.24 – Température ( $^{\circ}\text{C}$ , échelle de gauche) et vitesse de déformation ( $\text{s}^{-1}$ , échelle de droite des courbes d'isovaleurs) à  $t = 137,7$  ns.**

Au cours de l'opération de coupe, on observe que l'angle des deux bandes s'accroît au cours du temps mais pas tout à fait de la même façon. En effet, la bande de vitesse de déformation semble attirée par le point chaud que constitue la bande VMT située au dessus d'elle. Cette influence la conduit à se rapprocher de la bande VMT. La diminution de son angle est donc plus importante que celui de la bande VMT (Figure 1.25 a, b et c). Rapidement, les deux bandes se superposent (Figure 1.25 d), conduisant à un effet d'entraînement qui provoque l'apparition de la BCA (Figure 1.26). Ce mécanisme de superposition constitue, à notre avis, le point clef du processus de formation de BCA. Une étude expérimentale très récente menée par Rittel et *al.* [Rittel08] semble confirmer l'importance de ce phénomène.

L'étude de la phase de propagation ayant montré l'existence de ce phénomène de superposition, nous allons maintenant observer les conséquences de celui-ci au cours de la phase de formation de la BCA.



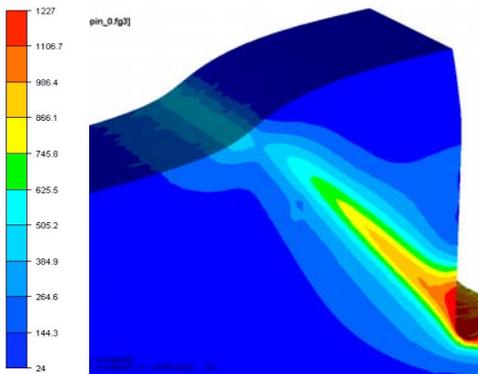
**Figure 1.25 – Température (°C, échelle de gauche) et vitesse de déformation (s-1), échelle de droite) aux temps : (a)  $t = 200,5 \text{ ns}$  - (b)  $t = 244,6 \text{ ns}$  – (c)  $t = 274,0 \text{ ns}$  – (d)  $t = 332,8 \text{ ns}$**



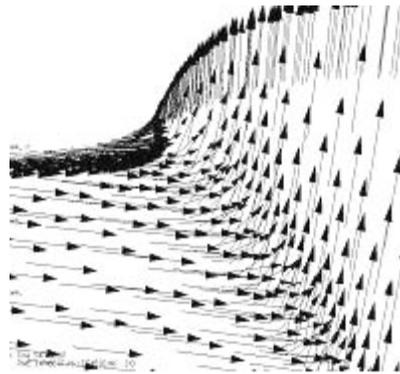
**Figure 1.26 – (a) Température (°C, échelle de gauche) et (b) contrainte équivalente (MPa, échelle de droite à  $t = 391,6$  ns. La vitesse de déformation est également représentée (s<sup>-1</sup>, échelle du centre).**

#### 4.1.4 Phase de formation

Lorsque la BCA se propage à travers le matériau (Figure 1.27), celui-ci tend à s'élever sous l'effet du cisaillement et de la contrainte liée à l'outil. Cette élévation entraîne l'apparition d'une discontinuité du champ de vitesse en surface libre (Figure 1.28) conduisant à une augmentation de température.



**Figure 1.27 – Température (°C) à  $t = 347,5$  ns.**

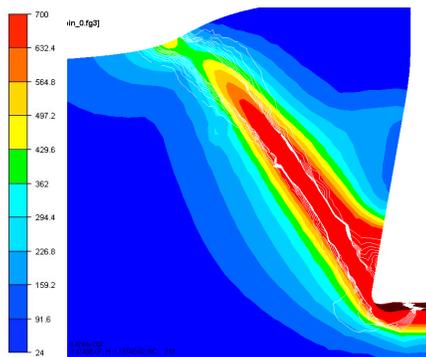


**Figure 1.28 – Champ de vitesse à sur la surface libre à  $t = 347,5$  ns.**

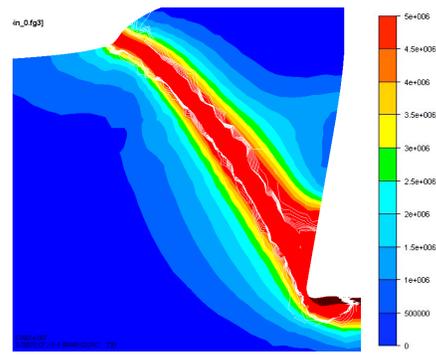
Le matériau a été adouci en surface libre, il est donc plus facile à déformer. La BCA se retrouve attirée par ce nouveau point chaud qu'elle rejoint en se courbant légèrement en surface libre (Figure 1.29 et Figure 1.30). L'augmentation de température étant assez faible (de l'ordre de 350°C), on ne peut considérer le point chaud en surface libre comme

le point d'initiation d'une nouvelle BCA qui tendrait à rejoindre la première en train de se propager. Cependant, le rôle de ce point chaud n'est pas négligeable puisqu'il modifie de façon importante la géométrie de la BCA (courbure en fin de formation) et par conséquent, la géométrie du copeau en formation.

Au cours de l'analyse chronologique des différentes phases de formation de la BCA, nous avons pu observer que le principal moteur de ce processus consiste en la superposition des bandes de vitesse de déformation et VMT. Cette superposition provoque un effet d'auto-entraînement qui va conduire à la localisation des vitesses de déformation et température. La bande étant formée grâce à ce mécanisme, nous allons dans ce qui va suivre nous intéresser à son évolution une fois sa formation achevée.



**Figure 1.29 –** Température (°C, échelle de droite) et vitesse de déformation (s-1, échelle de gauche) à  $t = 347,5$  ns.



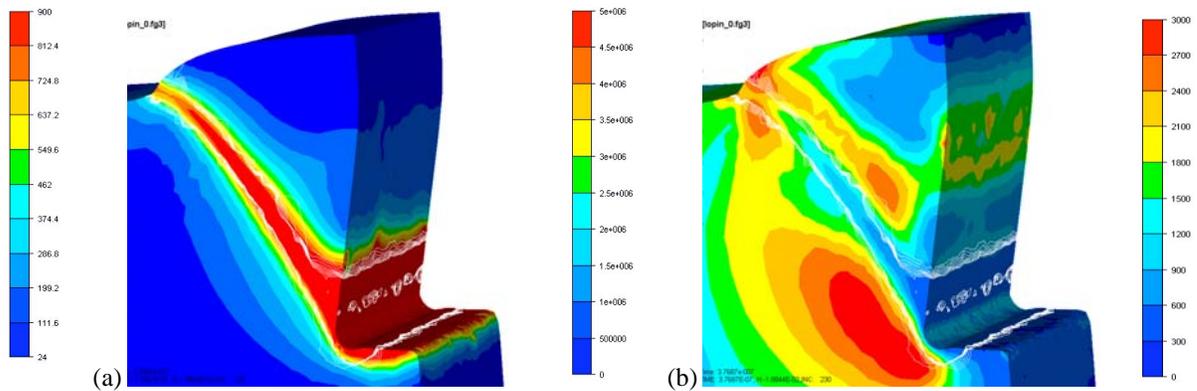
**Figure 1.30 –** Température (°C, échelle de droite) et vitesse de déformation (s-1, échelle de gauche) à  $t = 376,9$  ns.

## 4.2 Evolution de la première BCA

L'étude de l'évolution de la première BCA va consister à observer les paramètres qui permettront la formation de BCA successives. Pour ce faire, nous allons dans ce qui va suivre mener une observation chronologique de cette dernière.

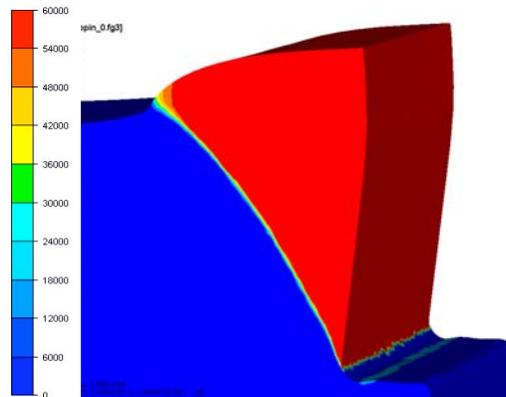
### 4.2.1 Description de la pièce après la formation de la première bande

Lorsque la BCA est complètement formée, une température très importante (de l'ordre de 1200 °C) peut-être observée en son sein (**Figure 1.31**).



**Figure 1.31 – (a) Température (°C, échelle de gauche) et (b) Contrainte équivalente (MPa, échelle de droite). Les vitesses de déformation (s-1, échelle au centre) sont également représentées à l’aide de courbes d’isovaleurs.**

Du fait des grandes vitesses de coupe, la température n’a pas le temps de se diffuser. Elle reste donc localisée dans une très faible épaisseur (quelques microns). On peut alors constater que la BCA formée agit comme une frontière séparant deux régions peu déformées et ayant des champs de vitesse complètement différents (Figure 1.32).



**Figure 1.32 – Distribution de vitesse (mm/s) suivant l’axe z à t = 376,9 ns.**

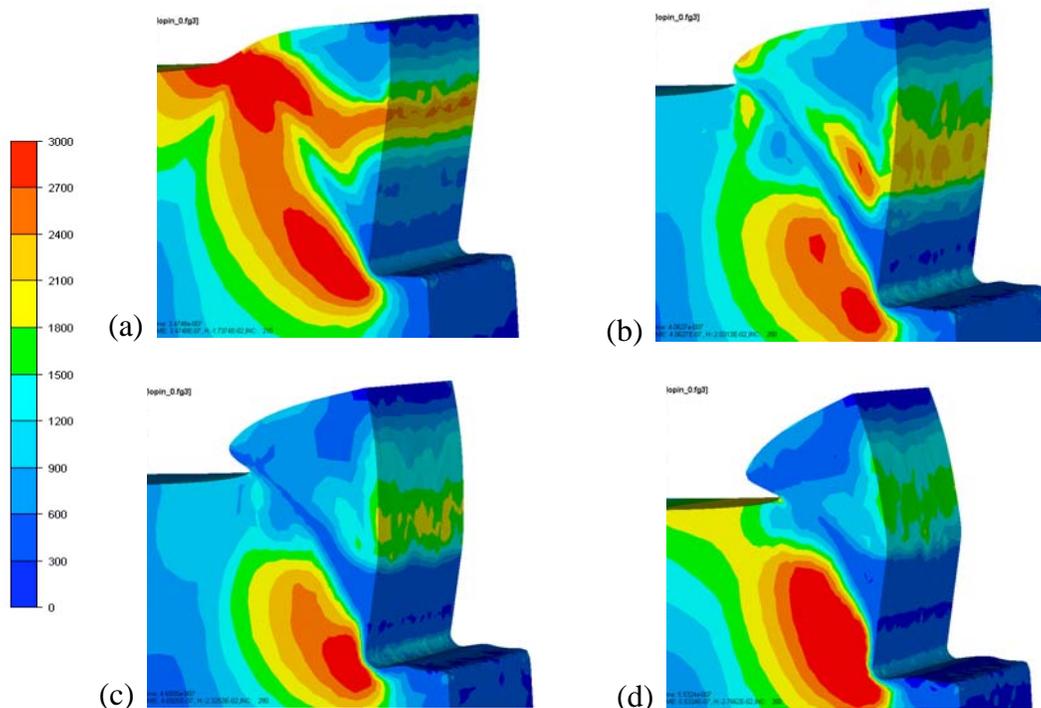
L’évolution de la première BCA ayant été analysée, nous allons maintenant porter notre attention sur la description de l’écoulement et de la formation du copeau.

#### **4.2.2 Description de l’évolution de l’écoulement**

Lorsque l’on observe l’évolution du point d’initiation de la BCA en terme de contrainte équivalente, on s’aperçoit que ce dernier ne fait pas que monter avec le copeau

mais plutôt qu'il se diffuse (Figure 1.33). La question est donc de savoir pourquoi ce phénomène intervient.

L'analyse de l'évolution de la bande de vitesse de déformation permet d'apporter un premier élément de réponse. Du fait des grandes vitesses mises en œuvre, le point chaud initiateur n'a que très peu de temps pour se refroidir lorsqu'il quitte le lieu de sollicitation maximal situé en pointe d'outil. Une très faible sollicitation permet donc de déformer de façon importante le matériau dans cette région molle. On observe ainsi la formation de deux foyers principaux de vitesse de déformation : l'un en pointe d'outil (au point de séparation de la matière) et l'autre au point chaud (Figure 1.34 a et b).

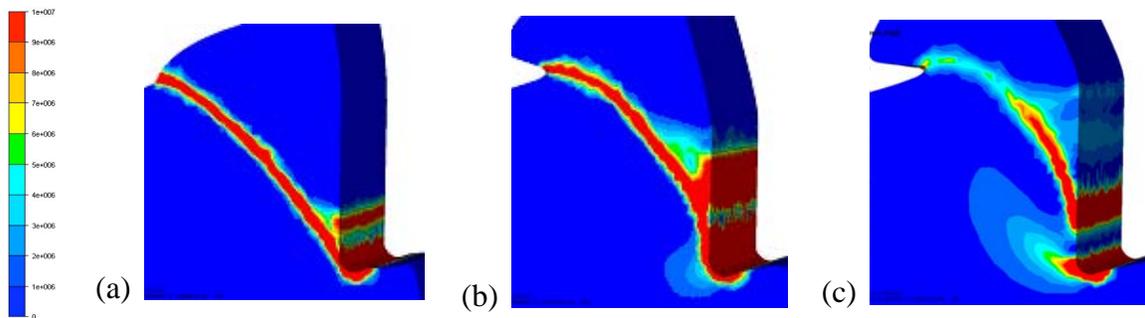


**Figure 1.33 – Distribution de contrainte équivalente (MPa) aux temps :  
(a)  $t = 347,5 \text{ ns}$  – (b)  $t = 406,3 \text{ ns}$  – (c)  $t = 465,0 \text{ ns}$  – (d)  $t = 553,2 \text{ ns}$ .**

Au fur et à mesure que la BCA monte, le second foyer de vitesse de déformation s'éloigne du premier situé en pointe d'outil. On observe alors que la bande de vitesse de déformation se courbe de façon très importante et se rapproche de la surface du matériau (Figure 1.34 b). Ceci contribue encore une fois à l'entretien du niveau de température en surface. Une fois que la distance entre les deux foyers est suffisamment importante, le

foyer situé en pointe d'outil n'a plus d'influence sur le second. On observe alors la séparation de la bande de vitesse de déformation en deux bandes distinctes (Figure 1.34 c) : l'une partant de la pointe de l'outil et annonciatrice de la formation d'une nouvelle BCA et l'autre s'initiant au point chaud. N'étant plus influencée par le foyer principal situé en pointe d'outil, la seconde bande va ensuite finir par disparaître.

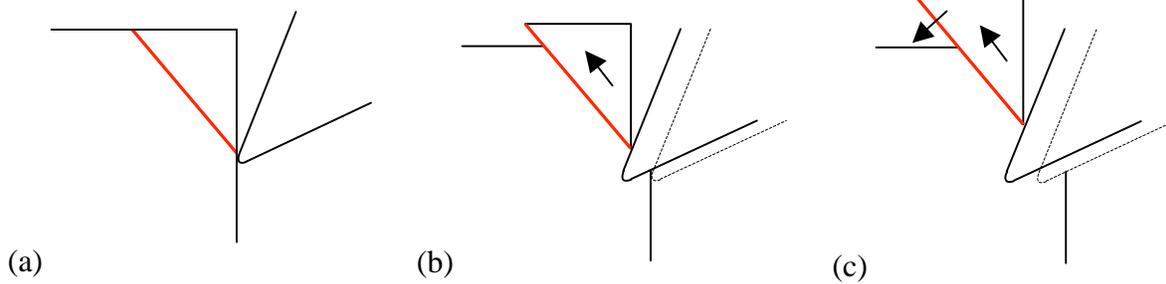
Si la présence du premier foyer (en pointe d'outil) trouve son explication dans la sollicitation occasionnée par la présence de la pointe de l'outil, la présence du deuxième foyer qui a une influence non négligeable sur la bande de vitesse de déformation (accentuation de la courbure) semble, elle, moins aisée à expliciter.



**Figure 1.34 – Evolution de la bande de vitesse de déformation aux temps  
(a)  $t = 376,9 \text{ ns}$  – (b)  $t = 523,8 \text{ ns}$  – (c)  $t = 612,0 \text{ ns}$ .**

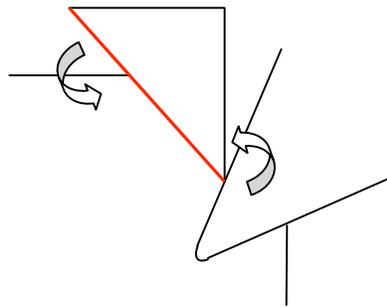
Une hypothèse permettant d'expliquer ce phénomène consiste à considérer que la vitesse de déformation issue du deuxième foyer provient du moment induit créé par le basculement du copeau sur la surface libre. Cette sollicitation est relativement faible mais, du fait des températures particulièrement importantes, elle contribue à entretenir d'importantes vitesses de déformation et par conséquent la température extrême du matériau (Figure 1.34).

Au cours de l'usinage, la partie supérieure du matériau va avoir tendance à glisser sur la fine couche de matière extrêmement molle que constitue la BCA (en rouge Figure 1.35 a et b). Poussé par la matière en train d'être déformée en pointe d'outil, le copeau en formation va avoir tendance à retomber sur la surface libre (Figure 1.35 c).



**Figure 1.35 – Schémas représentant les différentes phases de formation du copeau. L’outil en représenté en pointillés correspond à la position de l’outil à l’étape précédente.**

La « chute » du copeau en formation va engendrer l’apparition d’un moment matérialisé par les flèches courbées sur la Figure 1.36. Celui-ci va solliciter le matériau à l’endroit où la température est maximale : au point d’initiation de la BCA. Il va contribuer à aider la BCA à « monter » avec le copeau (**Figure 1.36**).

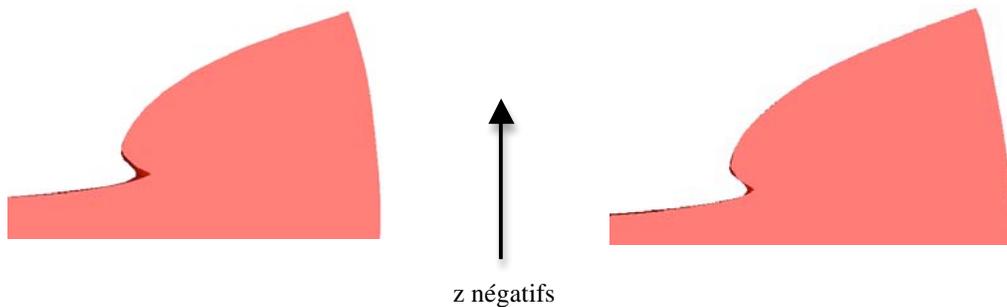


**Figure 1.36 – Schéma représentant le moment induit créé par le basculement du copeau.**

La simple chute du copeau permet l’apparition d’une intense bande de vitesse de déformation du fait du moment induit. On peut donc émettre l’hypothèse que le poids du copeau s’avère être un paramètre déterminant dans le processus de formation et donc de segmentation. Il est à noter que cette hypothèse peut paraître surprenante étant donné le faible volume et donc faible poids du copeau. Afin de déterminer la validité de cette hypothèse et donc de confirmer celle selon laquelle un moment induit serait la cause de la création du deuxième foyer, nous avons réalisé deux simulations dont les résultats sont présentés **Figure 1.37**:

- La première simulation (**Figure 1.37**, colonne de gauche) a été réalisée sans la prise en compte de termes liés à la gravité.
- La seconde (**Figure 1.37**, colonne de droite) a été conduite en prenant en compte les termes liés à la gravité dans le sens des  $z$  négatifs.

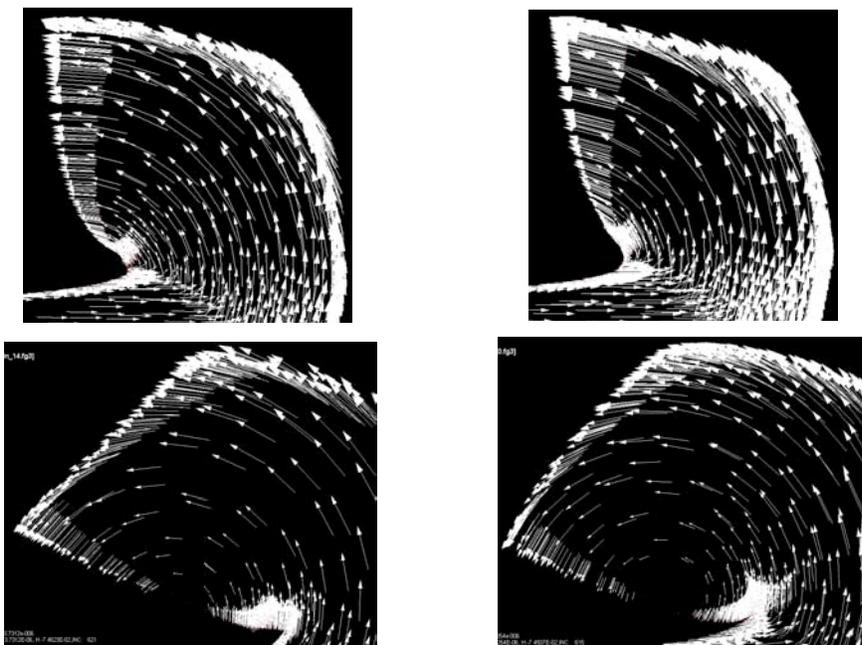
Sur la ligne de la **Figure 1.37**, on constate première tout d'abord que la gravité semble jouer un rôle très peu important sur la formation du copeau, les deux copeaux segmentés par la première BCA étant quasiment équivalents. Cependant, l'observation du copeau en fin de formation permet de contredire cette première observation. En effet, on constate qu'en fin de formation, le copeau obtenu avec prise en compte des termes de gravité est davantage segmenté. De plus, la courbure de ce dernier est également plus importante. Ces différences de morphologie peuvent s'expliquer de la façon suivante : retenu par la gravité (dirigée dans le sens des  $z$  croissants), le copeau va avoir tendance à continuer de glisser sur la BCA dans un mouvement de corps rigide au lieu de « retomber » en direction de la surface libre. Ceci va contribuer à faire davantage monter le copeau à chaque apparition de BCA et par conséquent à engendrer une segmentation plus marquée. La quantité de matière étant plus importante, le copeau va ensuite basculer en direction de la surface libre de façon plus rapide des lors que son centre de gravité sera suffisamment éloigné de la base « solide » du matériau (celle pas encore affectée par la température de la BCA). Ce basculement plus rapide est ainsi parfaitement visible lorsque l'on analyse les vecteurs vitesses de chaque copeau (**Figure 1.38**) : ceux obtenus lors de la simulation avec prise en compte de la gravité sont ainsi davantage dirigés vers la surface libre du lopin.





**Figure 1.37 – Copeaux obtenus sans (colonne de gauche) et avec gravite (colonne de droite)**

Nous pouvons conclure de cette étude que l'évolution de la première BCA va engendrer la création de deux foyers de vitesse de déformation : l'un situé en pointe d'outil, l'autre sur la surface en contact avec l'outil. Ce dernier est la conséquence du basculement du copeau sur la surface libre. Le poids tombant du copeau va créer un moment induit qui va déformer la matière extrêmement chaude et participer à la création d'un nouveau foyer de vitesse de déformation. Celui-ci va influencer de façon importante l'évolution de la courbure et de l'angle de la première BCA mais également favoriser l'apparition des bandes successives. L'analyse de la formation de celles-ci sera détaillée dans le paragraphe suivant.



**Figure 1.38 – Vecteurs vitesse obtenus sans (colonne de gauche) et avec gravite (colonne de droite)**

### 4.3 Formation de BCA successives

Dans ce qui va suivre, une étude de la formation des BCA successives va être proposée. L'influence de la première BCA sur les suivantes sera tout particulièrement observée.

#### 4.3.1 Formation des bandes

Dès que la bande de vitesse de déformation se scinde en deux, une nouvelle bande commence à s'initier en pointe d'outil. Le processus détaillé précédemment conduit à la formation d'une seconde BCA davantage courbée que la première (Figure 1.39 et Figure 1.40). Cette différence peut être expliquée par l'analyse de l'influence de la première bande sur les suivantes qui sera présentée dans ce qui va suivre.

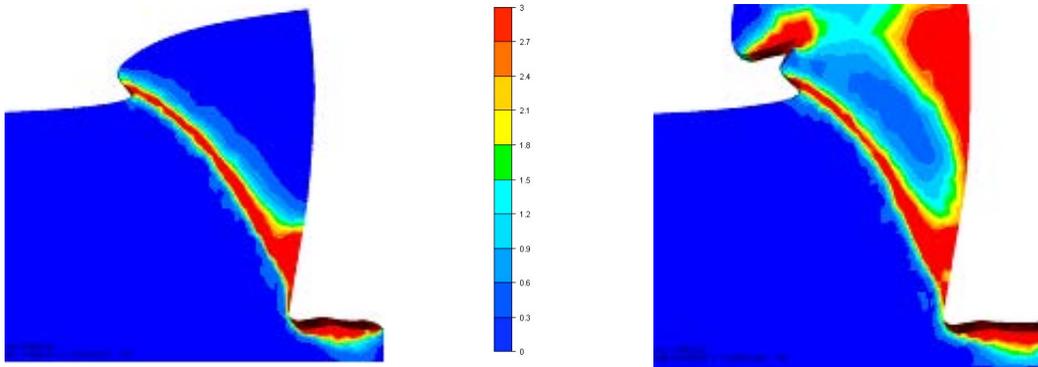


Figure 1.39 – Bande de vitesse de déformation (s-1) à  $t = 435,7$  ns.

Figure 1.40 – Bande de vitesse de déformation (s-1) à  $t = 884,0$  ns.

#### 4.3.2 Influence de la première BCA

##### 4.3.2.1 Sur le champ de vitesse

La formation d'une BCA nécessite au préalable la formation d'une bande de vitesse de déformation. Les bandes successives étant proches les unes des autres, le champ de vitesse d'une bande en formation se trouve fortement influencé par la présence des bandes précédentes. Comme on peut l'observer en Figure 1.41, la première bande formée engendre une forte courbure du champ de vitesse de déformation. Lors de l'établissement

de la bande suivante, le champ de vitesse se trouve déjà courbé et orienté dans la direction de la première BCA. La création d'une BCA est donc facilitée par la présence des bandes précédentes.

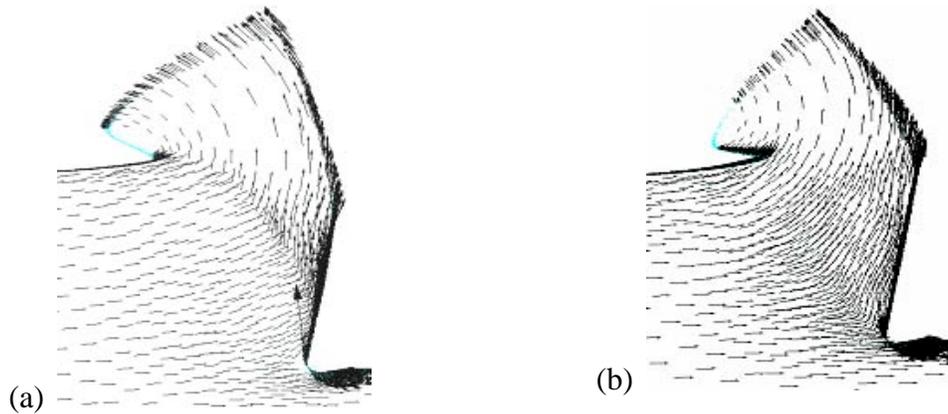


Figure 1.41 – Champ de vitesse aux temps (a)  $t = 553,2 \text{ ns}$  – (b)  $t = 670,8 \text{ ns}$ .

#### 4.3.2.2 Sur le champ de température

L'établissement de la première BCA engendre l'échauffement important du matériau (Figure 1.42). Celui-ci étant plus mou qu'en début d'usinage, la création d'une nouvelle BCA est encore une fois favorisée. De plus, la première BCA agit comme un point chaud dans le matériau qui tend à attirer la BCA suivante. L'angle de cette dernière est donc plus faible.

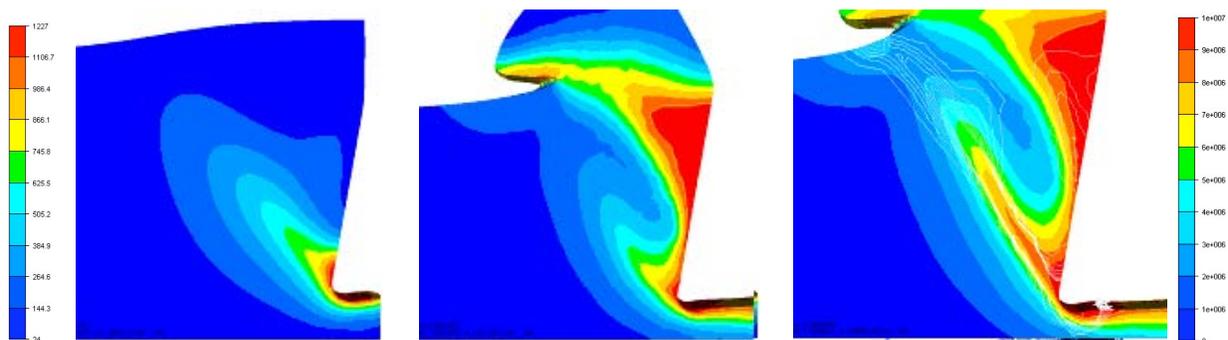


Figure 1.42 – Température ( $^{\circ}\text{C}$ , échelle de gauche) et vitesses de déformation ( $\text{s}^{-1}$ , échelle de droite) aux temps : (a)  $t = 259,3 \text{ ns}$  – (b)  $t = 700,2 \text{ ns}$  – (c)  $t = 773,7 \text{ ns}$ .

Ces différentes remarques nous permettent de conclure que la première bande joue un rôle majeur dans l'établissement et l'orientation des bandes suivantes : elle se créent plus facilement et leur angles sont plus faibles.

#### *4.4 Synthèse sur l'étude du processus de formation de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale*

L'étude numérique précédente a permis de mettre en lumière le processus de formation de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse. Ainsi, nous avons pu remarquer que celui-ci résulte de la formation de deux bandes distinctes : la bande de Von Mises et Température (bande VMT) ainsi que la bande de vitesse de déformation. Ces deux bandes ont des points d'initiation et des orientations différentes. Au cours du processus de mise en forme, leurs orientations évoluent et c'est uniquement lorsqu'elles se superposent que l'on observe le début de la formation de BCA. Une fois sa formation achevée, on observe l'apparition de deux foyers de vitesse de déformation, l'un en pointe d'outil et l'autre au lieu où le moment induit créé par la chute du copeau sera maximal. Ce dernier va conduire à favoriser l'apparition des BCA successives en maintenant une température très élevée dans la zone de contact avec l'outil. Enfin, il a été montré que la première BCA avait un rôle déterminant dans la formation des bandes successives.

Fort de ces interprétations résumées dans [Delalondre07-1, Delalondre07-2, Delalondre08-1], nous allons compléter notre étude dans la suite de ce manuscrit par une série d'études paramétriques. L'objectif est, encore une fois, de chercher à mieux comprendre le phénomène des BCA.

## **5 Etudes paramétriques**

Dans [Baker03], Bäker a montré la très forte influence de la conductivité du matériau usiné sur les BCA, confirmant les résultats expérimentaux présentés en introduction de ce manuscrit. Il a également mis en lumière l'influence des paramètres propres à la loi de comportement utilisée. L'influence des paramètres du procédé sur les BCA n'ayant pas encore été étudiée, nous allons dans la suite de ce manuscrit tenter de combler ce manque par le biais d'études portant sur l'influence des paramètres suivants :

- Rayon d'outil
- Vitesse de coupe
- Orientation de l'outil
- Profondeur de coupe
- Frottement
- Formulation de la loi de comportement

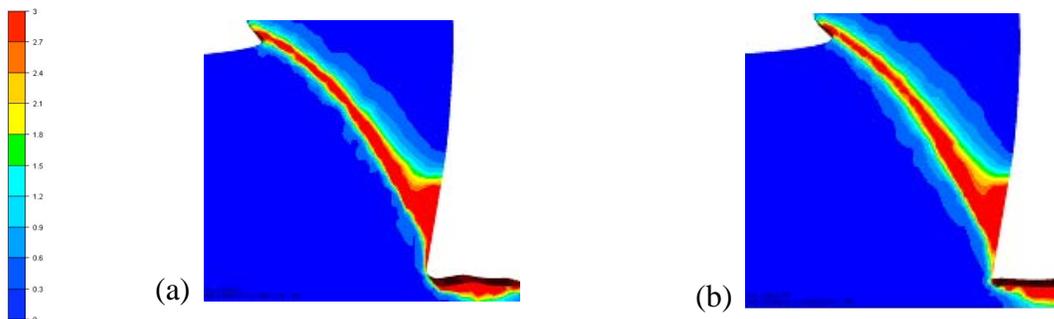
## 5.1 *Rayon d'outil*

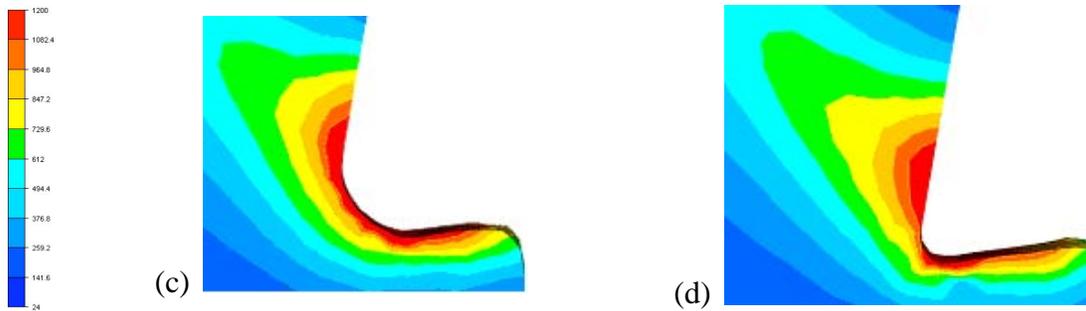
### 5.1.1 Description des configurations mises en œuvre

La première étude paramétrique que l'on se propose de réaliser porte sur l'influence du rayon de l'outil sur la formation et l'évolution des BCA et donc sur la géométrie du copeau. Pour ce faire, nous allons réaliser trois simulations pour lesquelles le rayon d'outil est pris égal à 0,005, 0,003 et 0,001 mm.

### 5.1.2 Analyse des résultats obtenus

La diminution du rayon d'outil implique que le matériau est déformé avec davantage d'intensité en pointe d'outil. Par conséquent, l'augmentation de température est plus importante et la formation de la BCA plus rapide. De plus, on constate que lorsque le rayon d'outil diminue, le point chaud tend à se rapprocher de l'arrondi d'outil. Ce rapprochement implique l'augmentation de l'influence du point chaud sur l'orientation de la BCA, ce qui conduit à l'attirer vers la surface usinée. On constate alors une diminution de son angle, résultat qui est en accord avec ceux obtenus expérimentalement par Yen [Yen04].





**Figure 1.43 – Distributions des vitesses de déformation (s-1, première ligne) et de température (°C, seconde ligne). (a) et (c) sont obtenus avec des arrondis d’outil de 0,003 mm aux temps (a)  $t = 435,7$  ns et (c)  $t = 230,0$  ns. (b) et (d) sont obtenus avec des arrondis d’outil de 0,001 mm aux temps (b)  $t = 436,2$  ns et (d)  $t = 230,4$  ns**

Du point de vue de la géométrie du copeau, on constate que lorsque l’on diminue le rayon d’outil, les résultats de simulation numérique tendent vers ceux obtenus par Bäker (dont le rayon d’outil est nul). Ceci permet raisonnablement de penser que l’utilisation d’un rayon d’outil nul conduirait à obtenir des résultats très proches de ceux de Bäker.

Cette première étude ayant démontré l’influence très importante du rayon d’outil sur l’orientation de la BCA, nous allons dans le paragraphe suivant porter notre attention sur l’influence de la vitesse de coupe sur le phénomène de formation de BCA.

## 5.2 *Vitesse de coupe*

### 5.2.1 **Description des configurations mises en œuvre**

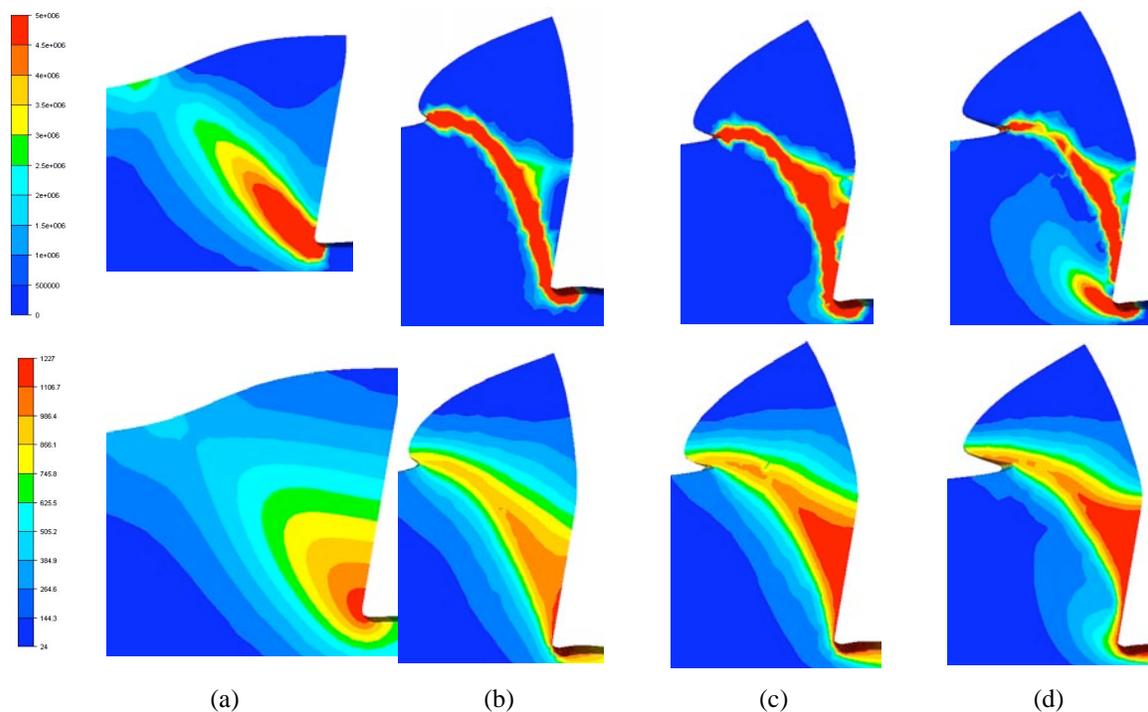
Nous souhaitons désormais étudier l’influence de la vitesse de coupe sur la formation et l’évolution des BCA et donc sur la géométrie du copeau. Pour ce faire, nous avons réalisé des simulations de coupe orthogonale pour lesquelles les vitesses de coupe sont de 50, 20, 10 et 1 m/s. Les résultats de ces différentes configurations seront comparés dans ce qui va suivre au même instant du processus de déformation (i.e. les résultats de la coupe à la vitesse de 50 m/s obtenus à l’instant  $t_{50m/s}$  seront par exemple comparés à ceux obtenus à la vitesse 1 m/s à l’instant  $t_{1m/s} = 50 \times t_{50m/s}$ )

## 5.2.2 Analyse des résultats obtenus

Les résultats présentés Figure 1.44 permettent de remarquer que la diminution de la vitesse de coupe implique :

- Un élargissement plus important de la largeur de BCA.
- Un ralentissement de la formation de la BCA.
- Une avancée de copeau moins importante en direction de la surface libre.
- Une moindre courbure de la bande de vitesse de déformation en direction de la surface de contact.
- Une diminution de l'angle de la BCA.

Nous allons dans la suite de ce paragraphe énoncer une série d'interprétations qui conduiront à proposer des explications à ces divers phénomènes.



**Figure 1.44 – Distributions de vitesse de déformation (première ligne) et de température (seconde ligne) pour différentes vitesses de coupe : (a) 1 m/s, (b) 10 m/s, (c) 20 m/s, (d) 50 m/s.**

### 5.2.2.1 Largeur de la BCA

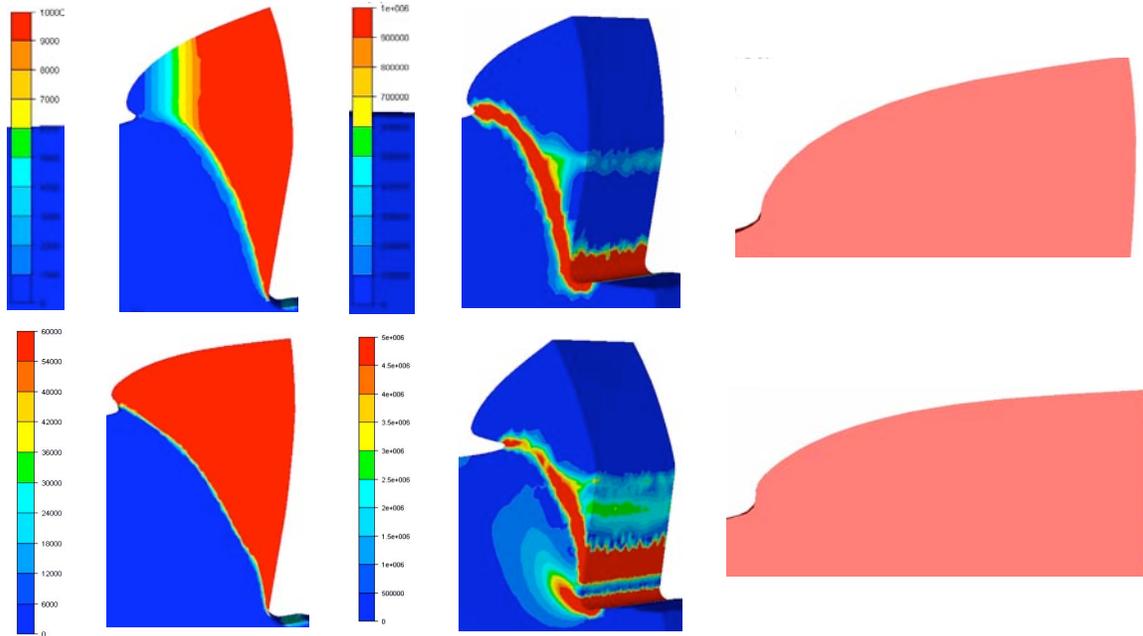
Une vitesse de coupe moindre engendre des vitesses de déformations de plus faibles amplitudes (Figure 1.44, première ligne) et donc une création de chaleur moindre (Figure 1.44, seconde ligne). Du fait du ralentissement, la chaleur a également davantage le temps de se diffuser dans le matériau. Ces deux phénomènes expliquent que le processus d'auto-échauffement qui engendre la création de BCA est moins conséquent. Ceci justifie le fait d'obtenir une BCA plus large lorsque la vitesse de coupe diminue.

### 5.2.2.2 Formation de la BCA

Le fait que les vitesses de déformations soient plus faibles va également faire en sorte que la BCA met plus de temps à se former. Ainsi la BCA formée pour une vitesse de coupe de 50 m/s va se former avant l'instant  $t_{50m/s} = t_{10m/s} / 5$ . On peut ainsi remarquer sur la Figure 1.44 (première ligne) que la deuxième bande de vitesse de déformation est déjà en train de se former à 50 m/s alors que rien n'apparaît encore pour la coupe à 10 m/s. Le fait que cette application ne soit pas tout à fait linéaire provient sans doute de la non linéarité du phénomène dans son ensemble (i.e. multiplier la vitesse de coupe par deux ne revient pas à créer deux fois plus de chaleur). Notons enfin qu'aucune BCA ne réussira à se former pour une vitesse de 1 m/s.

### 5.2.2.3 Avancée du copeau

La BCA étant plus large et moins chaude, elle va moins agir comme une barrière qui sépare deux corps rigides ayant des mouvements différents, comme le montre les vitesses selon l'axe z présentées en première ligne de la **Figure 1.45**. Le copeau ayant plus de mal à glisser sur la BCA, il monte moins facilement, ce qui explique une plus faible avancée de ce dernier en direction de la surface libre (**Figure 1.45**, seconde ligne).



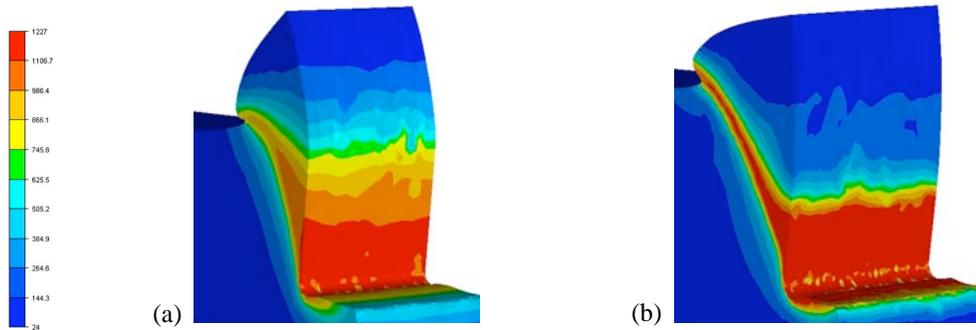
**Figure 1.45 – Distributions de la vitesse selon l'axe z (colonne de gauche) et de la vitesse de déformation (colonne centrale) ainsi que les copeaux correspondants (colonne de droite) pour différentes vitesses de coupe : (première ligne) 10 m/s, (seconde ligne) 50 m/s.**

#### 5.2.2.4 Courbure de bande de vitesse de déformation

Ayant moins avancé, le centre de gravité du copeau reste plus proche de l'outil. Il a alors tendance à moins basculer, diminuant ainsi le moment induit par basculement du copeau (**Figure 1.45**, troisième ligne). L'importance du second foyer de vitesse de déformation diminue par conséquent de façon importante. Ceci va conduire la bande de vitesse de déformation à être moins attirée par la surface en contact avec l'outil et donc à beaucoup moins se courber en direction de cette dernière.

#### 5.2.2.5 Angle de BCA

Du fait de l'influence de la température située dans la région proche du contact avec l'outil, la BCA a tendance à remonter vers cette zone de matière chaude, ce qui conduit à une diminution de son angle (**Figure 1.46**). Le fait que la température soit plus diffuse dans le matériau usiné à faible vitesse favorise l'émergence plus rapide de la seconde BCA.



**Figure 1.46 – Distribution de température pour (a) 10 m/s et (b) 50 m/s**

Nous venons de voir que les vitesses de coupe jouent un rôle très important sur la formation de la BCA et du copeau segmenté obtenu. Dans la partie suivante, nous analyserons l'effet de l'orientation de l'outil sur les BCA.

### 5.3 Orientation de l'outil

#### 5.3.1 Description des configurations mises en œuvre

L'étude que l'on se propose de réaliser dans la suite de ce paragraphe porte sur l'influence de l'orientation de l'outil de coupe. Pour ce faire, nous avons réalisé deux simulations pour lesquelles les angles d'attaque et de dépouille de l'outil sera successivement de  $20^\circ$  et  $0^\circ$ , et  $0^\circ$  et  $20^\circ$  respectivement (Figure 1.47).

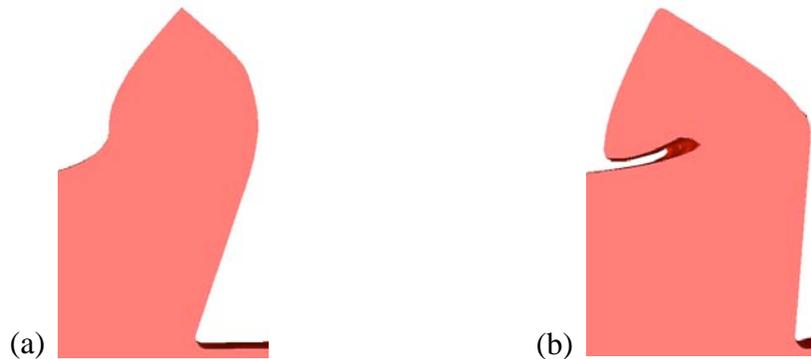


**Figure 1.47 – Etude de l'influence de l'orientation de l'outil sur la formation de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse.**

#### 5.3.2 Analyse des résultats obtenus

Les résultats présentés sur la Figure 1.48 permettent de remarquer que l'augmentation de l'angle d'attaque entraîne une segmentation beaucoup moins importante du copeau jusqu'à devenir quasi inexistante. L'absence de segmentation du copeau pour la

configuration (a) nous amène à nous demander si des BCA ont pu être formées au cours du procédé.

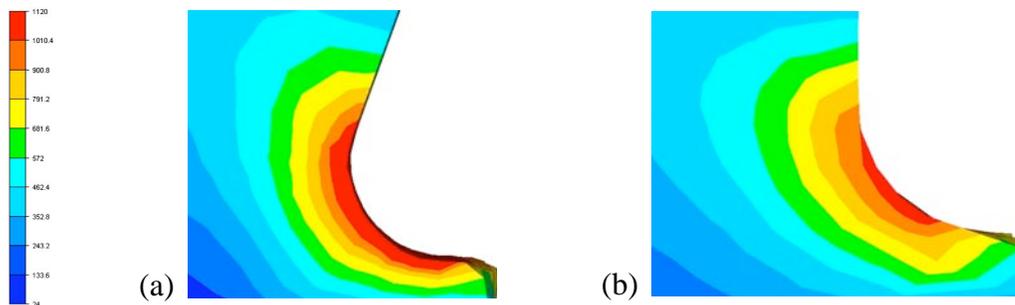


**Figure 1.48 – Copeaux obtenus pour les configurations (a) et (b) de la Figure 1.47.**

L'analyse chronologique du processus de formation de BCA pour les deux configurations étudiées va nous permettre de mieux comprendre l'influence de l'angle de coupe et ainsi de pouvoir répondre à cette question.

### 5.3.2.1 Phase d'initiation

On constate tout d'abord sur la **Figure 1.49** que la température augmente plus rapidement pour la configuration (a) que pour la configuration (b) au début du procédé de coupe. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans la configuration (a), l'outil déforme le matériau uniquement en sa pointe. Le caractère très local de cette déformation conduit à la génération de très intenses vitesses de déformation et par la suite à une forte augmentation de température.



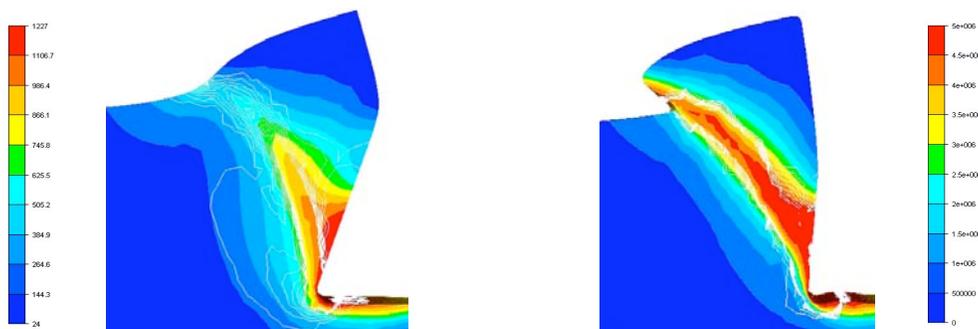
**Figure 1.49 – Distribution de température obtenues pour les configurations (a) et (b) de la Figure 1.47.**

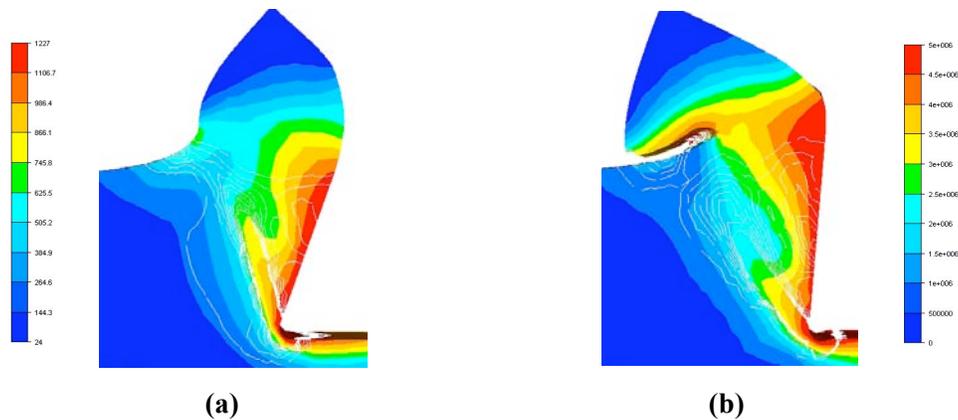
### 5.3.2.2 Phase de superposition des bandes

Après quelques instants, on constate que la superposition des bandes de vitesse de déformation et VMT se fait beaucoup plus rapidement dans la configuration (b) ce qui conduit alors à la formation d'une première BCA (première ligne **Figure 1.50**). Le fait que le phénomène de superposition des deux bandes prenne davantage de temps dans la configuration (a) tient au fait que le point chaud se situe plus loin du lieu d'initiation de la bande de vitesse de déformation (**Figure 1.51**). La bande de vitesse de déformation a par conséquent besoin de plus de temps pour remonter vers la bande de température.

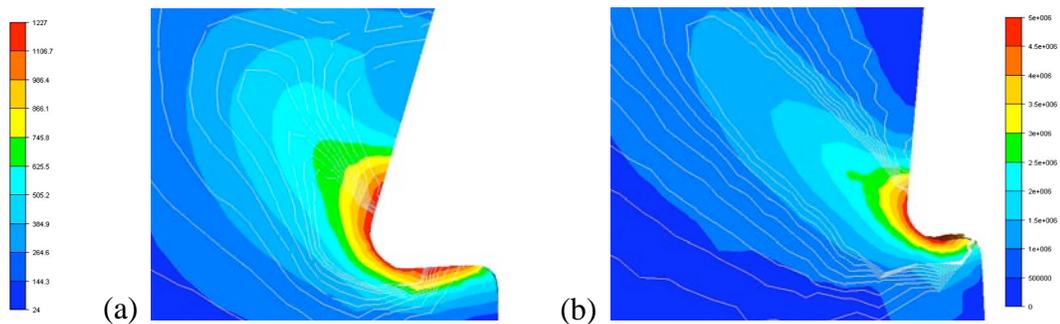
### 5.3.2.3 Phase de formation de la BCA pour la configuration (a)

En ce qui concerne la configuration (a), on observe qu'une BCA est en cours de formation. Si cette dernière n'est pas encore achevée, la direction de la bande semble la conduire vers la surface libre située à l'arrière du copeau (première ligne de la **Figure 1.50**). On peut alors penser que ceci va naturellement conduire à la segmentation du copeau. Cependant, le fait qu'une température très importante se trouve sur une grande partie de la surface en contact avec l'outil et que l'angle de la BCA soit au départ très faible vont la conduire à ne pas réellement atteindre la surface libre. Au lieu de cela, la bande de température va rester localisée dans une zone proche de la zone de contact avec l'outil.





**Figure 1.50 – Distributions des températures et des vitesses de déformation (isocontour) au moment de formation de la première (première ligne) et deuxième (seconde ligne) BCA pour les configurations présentées Figure 1.47.**



**Figure 1.51 – Distribution des températures obtenues pour les configurations (a) et (b) de la Figure 1.47.**

#### 5.3.2.4 Phase de formation de la seconde BCA pour la configuration (a)

Le fait que la température reste localisée dans une zone proche de la zone de contact avec l'outil va grandement influencer la BCA suivante. En effet, cette forte température va créer des conditions favorables à la formation de la BCA suivante qui va se former plus rapidement que celle de la configuration (b). De plus, l'angle de celle-ci sera encore une fois très faible du fait de l'influence de la température localisée en surface contrainte qui tend à la ramener vers elle (**Figure 1.51**).

### 5.3.2.5 Phase de formation du copeau

On constate une avancée très importante du copeau vers la surface libre dans la configuration (b). Du fait de la contrainte très importante imposée par l'outil de la configuration (b) et de la formation de la BCA, la matière n'a d'autre choix que de glisser sur la BCA. Ceci a pour conséquence la création d'un moment induit qui conduit le point chaud à monter de façon très importante.

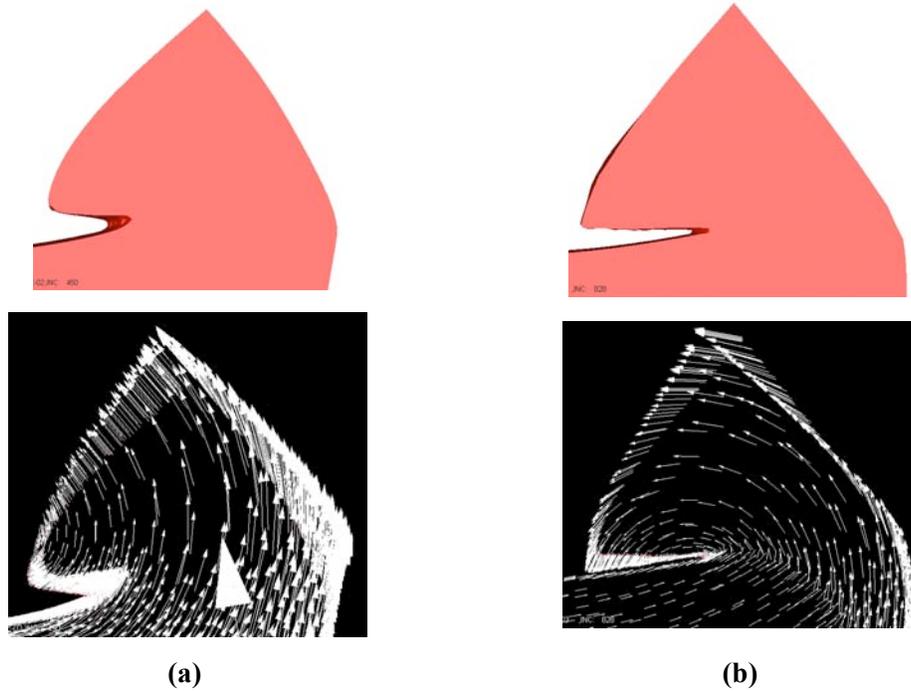
A l'issue de cette étude, nous pouvons dire que l'angle de coupe orthogonale possède une grande influence sur la formation des BCA. Nous avons en effet constaté qu'augmenter l'angle d'attaque tend à faire disparaître la segmentation du copeau. Nous avons montré que ceci n'implique pour autant pas l'absence de formation de BCA. Nous avons ainsi mis en lumière le fait que des BCA se forment sans atteindre la surface libre.

Cette étude étant achevée, nous allons désormais analyser l'influence de la profondeur de coupe sur la formation de BCA. Ceci va faire l'objet du paragraphe suivant.

## 5.4 *Profondeur de Coupe*

Une étude de l'influence de la profondeur de coupe sur la formation de BCA est maintenant proposée. Reprenant les configurations utilisées au paragraphe 3.3 de ce chapitre (0,04 et 0,16 mm de profondeur de coupe), on constate **Figure 1.52** que le copeau obtenu après la formation de la première BCA est davantage retombé vers la surface libre pour une profondeur de coupe 0,16 mm.

Du fait d'une plus importante profondeur de coupe, le copeau segmenté est plus important et par conséquent plus lourd. Ainsi, très rapidement ce poids plus important va conduire à faire chuter le copeau. On peut aisément penser que ce processus va se reproduire lors de la formation des BCA suivantes pour former un copeau beaucoup plus courbé.



**Figure 1.52 – Copeaux obtenus pour des profondeurs de coupe de 0,04 (a) et 0,16 mm (b) et vecteurs vitesses associés.**

L'étude de l'influence de la profondeur de coupe ayant abordée, nous allons désormais porter notre attention sur l'analyse des différentes formulations de loi de Johnson-Cook abordées au cours de ce manuscrit.

## 5.5 *Frottement*

### 5.5.1 **Description de la loi de frottement utilisée**

L'étude paramétrique que l'on se propose de réaliser dans la suite de ce paragraphe porte sur l'influence du frottement à l'interface outil/copeau. Dans la plupart des simulations numériques d'UGV, le contact outil-matière est considéré comme glissant à de telles vitesses. La complexité des phénomènes mis en jeu ne semble pas avoir permis de distinguer un modèle de frottement particulier. Néanmoins, nous souhaitons étudier numériquement la sensibilité du frottement dans le cadre des procédés à grande vitesse et plus particulièrement dans le cas de la coupe orthogonale. Les informations sur ce thème étant peu nombreuses, nous utiliserons une loi de frottement de type Tresca décrite par l'équation (1.15). Celle-ci ne devra pas être considérée comme modélisant avec précision

le frottement, mais plutôt comme une indication de l'influence générale du frottement sur le comportement des BCA.

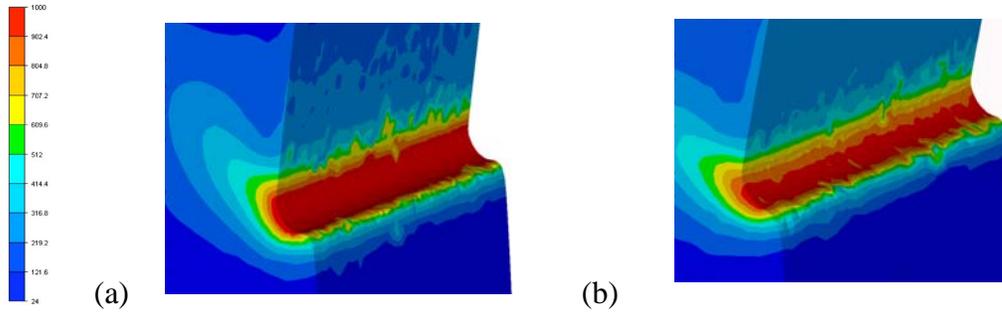
$$\tau = -\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{\Delta V}{\|\Delta V\|} \quad (1.15)$$

Où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement,  $\bar{m}$  est le coefficient de Tresca pris égal à 0,4 ou 0,8 par la suite,  $\sigma_0$  est la contrainte d'écoulement,  $\Delta V$  est la différence de vitesse entre les deux solides en contact et  $\|\Delta V\|$  sa norme.

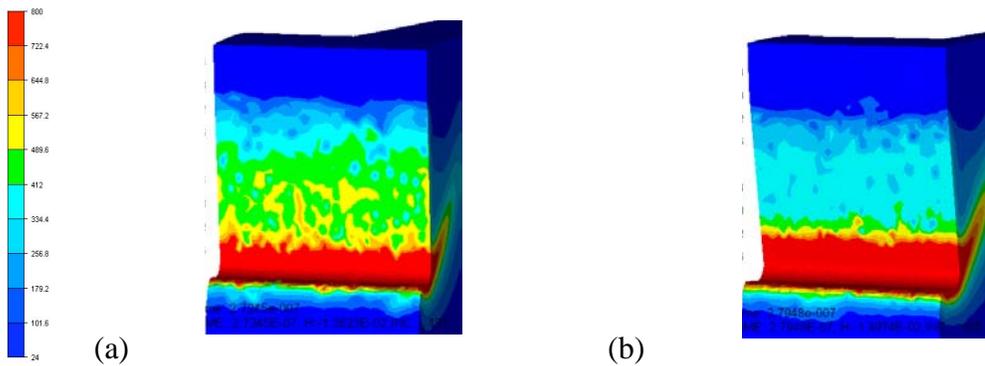
### **5.5.2 Conséquences de la prise en compte du phénomène de frottement dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse**

Lorsque le coefficient de frottement augmente ( $\bar{m}$  est pris égal à 0,4 ou 0,8 alors qu'il était nul dans les simulations précédentes), on constate principalement deux conséquences :

- La matière étant davantage contrainte, elle demeure plus longtemps en contact et génère donc de la chaleur par frottement (Figure 1.53).
- La matière frottant sur l'outil, la température le long de la longueur de contact est plus élevée (Figure 1.54).



**Figure 1.53 – Distributions de température (°C) pour des valeurs de coefficients de Tresca aux temps : (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 173$  ns) - (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 177$  ns).**



**Figure 1.54 – Distributions de température (°C) pour des valeurs de coefficients de Tresca aux temps : (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 272$  ns) - (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 273$  ns).**

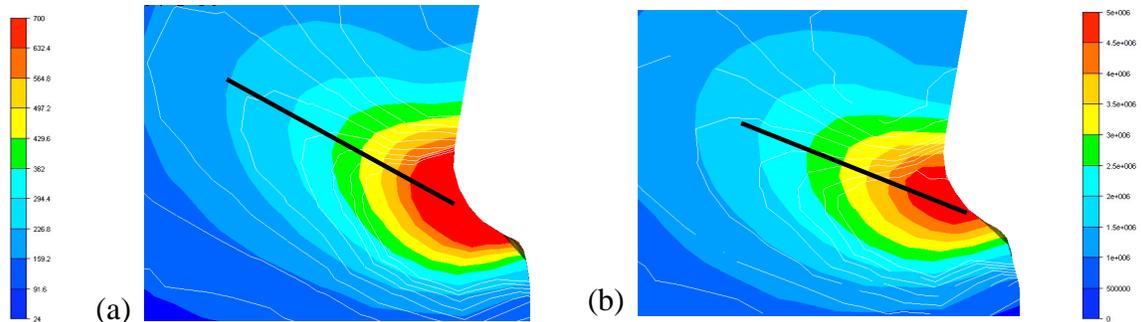
### 5.5.3 Influence du phénomène de frottement sur l'établissement de BCA

Afin d'analyser l'influence du phénomène de friction sur la formation de BCA, nous allons dans ce qui va suivre observer chronologiquement l'évolution des différents paramètres liés à la formation de BCA.

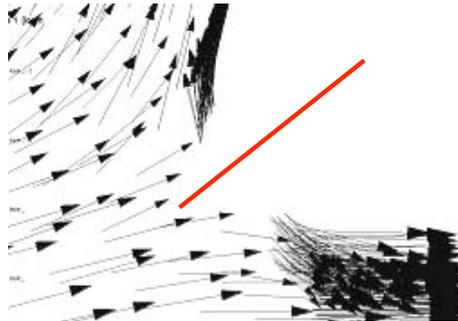
#### 5.5.3.1 Phase d'initiation

Lors de la phase d'initiation, on constate qu'augmenter le coefficient de frottement conduit au déplacement du point chaud (Figure 1.55) initiateur de la bande de température vers le centre du rayon de courbure de l'outil, point d'initiation de la bande de vitesse de déformation (Figure 1.56). Le fait que le point chaud se retrouve pratiquement au lieu de séparation de la matière implique une diminution de son

influence sur l'orientation de la bande de vitesse de déformation. Par conséquent, l'angle de la bande de vitesse de déformation augmente lorsque le frottement augmente.



**Figure 1.55 – Temperature (°C, échelle de gauche) et vitesse de déformation (s-1, échelle de droite et courbes d'isovaleurs) pour des valeurs de coefficient de Tresca aux temps : (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 142$  ns) - (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 142$  ns). Des lignes pleines ont été tracées afin de matérialiser l'orientation des bandes de température de façon qualitative.**



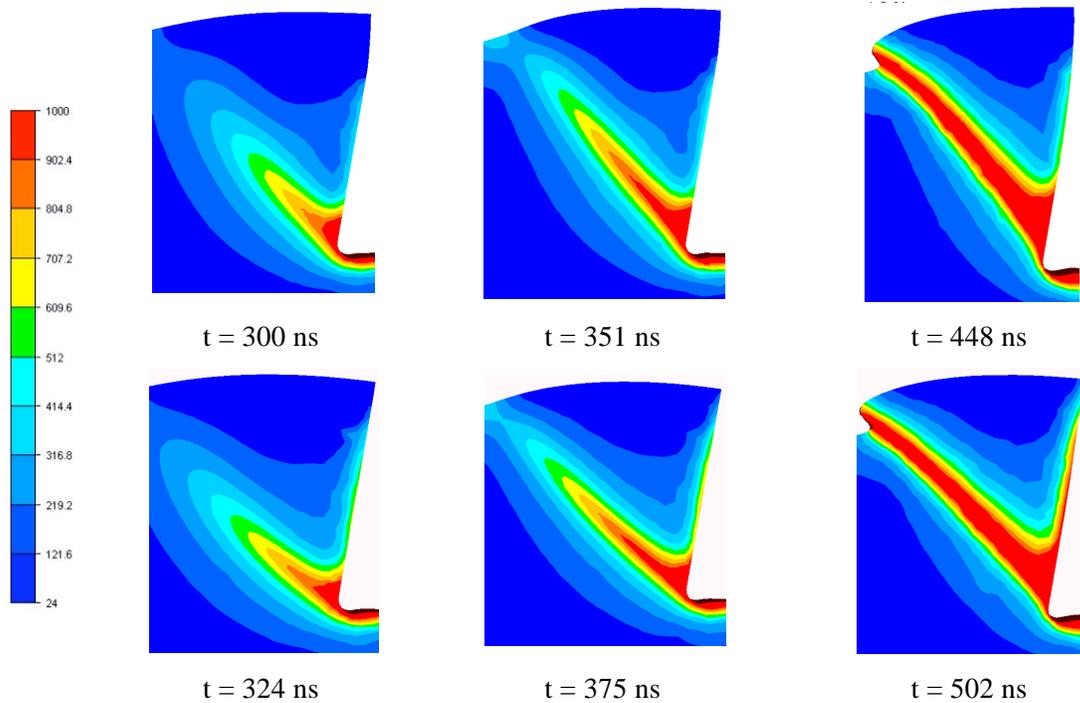
**Figure 1.56 – Champ de vitesse en pointe d'outil à  $t = 93,6$  ns. Une ligne pleine matérialise l'endroit où la matière se sépare (au milieu du rayon d'outil).**

### 5.5.3.1 Phase de formation

L'angle de la BCA en initiation étant plus important lorsque le coefficient de frottement augmente, la bande en formation doit couvrir une distance plus importante pour atteindre la surface libre. Elle a donc besoin de plus de temps pour s'établir (environ 450 ns pour  $\bar{m} = 0,4$  contre 500 ns pour  $\bar{m} = 0,8$  ns). Il est cependant à noter que l'angle de la bande ne reste pas constant au cours du processus de formation. Cette variation peut s'expliquer en analysant l'influence de la température le long de la longueur de contact.

En effet, à cause du frottement, la température est plus importante dans cette région. Cette augmentation de température tend à ramener la bande en formation vers la zone de contact, impliquant la diminution de l'angle de la bande au cours du processus de formation. On constate alors qu'en fin de formation de la BCA, les angles sont quasiment identiques pour diverses valeurs de frottement.

Nous pouvons donc en conclure que le frottement a une influence réduite sur l'orientation de la BCA lorsqu'elle est établie mais pas sur son orientation au cours du processus de formation. La question que l'on peut se poser porte sur l'influence de cette dernière sur la géométrie du copeau. Ceci fera l'objet du paragraphe suivant.



**Figure 1.57 – Distributions de température (°C)  
pour  $\bar{m} = 0,4$  (première ligne) et  $\bar{m} = 0,8$  (seconde ligne).**

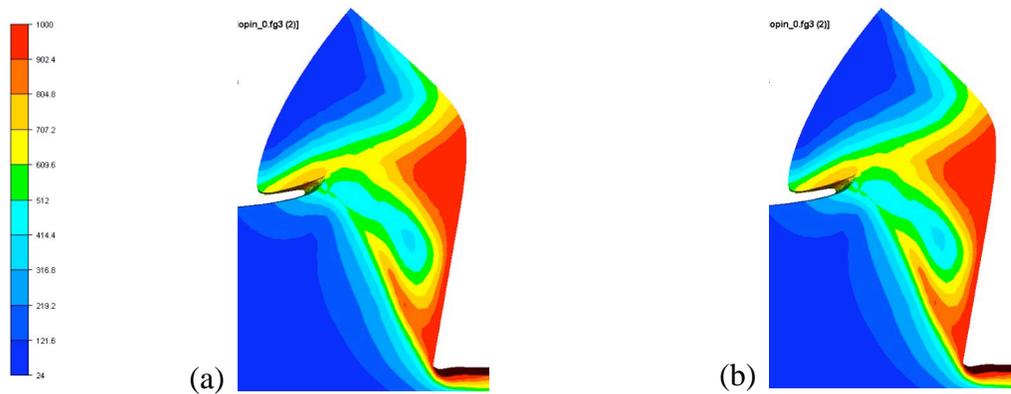
#### 5.5.4 Influence du phénomène du frottement sur la géométrie du copeau

Afin de déterminer si l'influence du frottement sur les BCA successives va engendrer des géométries particulières de copeau, nous allons étudier la formation de la 2<sup>ème</sup> bande.

Ceci permettra ensuite d'analyser l'influence de cette dernière lors de la formation du copeau.

#### 5.5.4.1 Initiation et formation de la seconde BCA

Du fait d'un frottement plus important, la température est plus importante le long de la longueur de contact. Cependant, on peut constater qu'après l'établissement de la première BCA, la distribution de température est sensiblement la même pour deux valeurs de frottement assez différentes. Le fait que ces distributions soient très proches font que les angles de BCA sont quasiment identiques. On peut donc en conclure que le frottement n'a pas un impact déterminant sur la formation de la seconde BCA.

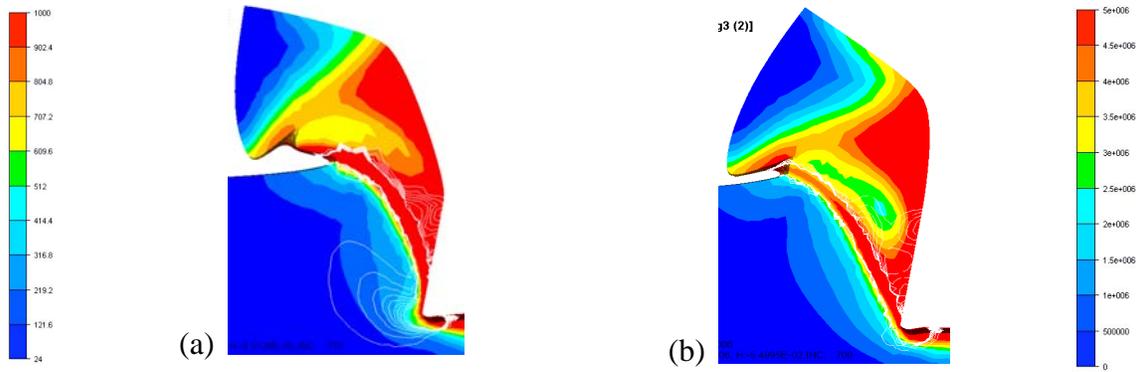


**Figure 1.58 –Distributions de température (°C) pour (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 917$  ns) et (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 1069$  ns).**

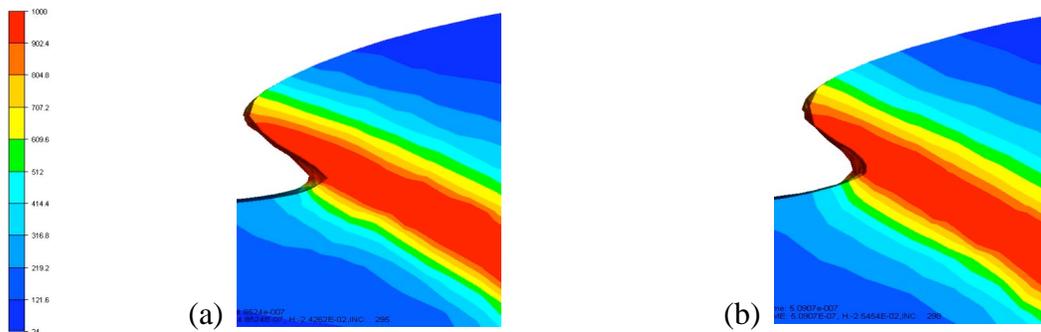
#### 5.5.4.2 Phase de formation du copeau

Si l'on analyse maintenant l'influence du frottement sur la formation du copeau, on constate sur la Figure 1.59 qu'elle en est fortement dépendante.

Lorsque l'on observe l'état de la surface libre pour deux coefficients de frottement différents, on constate que ceux-ci sont quasiment identiques (Figure 1.60). On peut en conclure que la géométrie du copeau est uniquement influencée par les phénomènes mis en jeu le long de la longueur de contact.



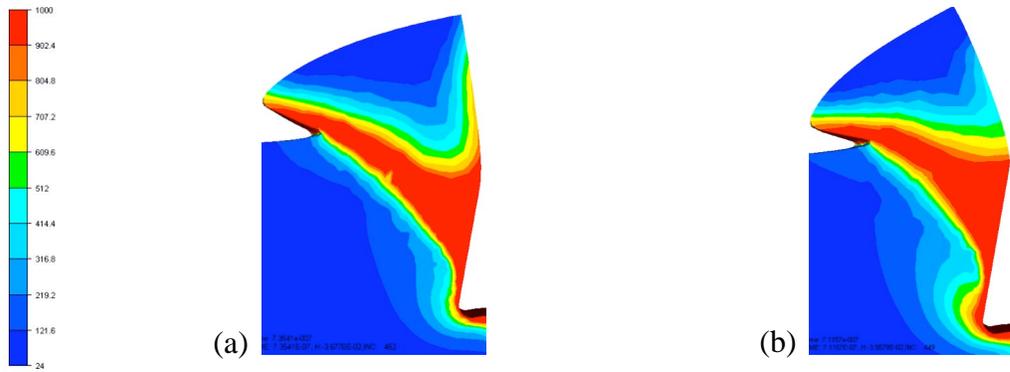
**Figure 1.59 – Copeaux 3D obtenus pour des valeurs de coefficients de Tresca: (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 1102$  ns) et (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 1192$  ns).**



**Figure 1.60 – Distributions de température ( $^{\circ}\text{C}$ ) en surface libre pour des valeurs de coefficients de Tresca: (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 495$  ns) et (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 526$  ns).**

Lorsque l'on analyse ces derniers, on constate que l'augmentation du coefficient de frottement implique que le matériau reste plus longtemps au contact de l'outil (longueur de contact plus importante, Figure 1.61). De ce fait, la quantité de matériau quittant l'outil augmente avec le frottement. Son poids étant supérieur, le copeau formé après l'établissement de la première bande a tendance à tomber plus rapidement vers la surface libre. On peut donc en conclure que le frottement influence le début la propagation de la BCA de façon importante, mais avec pratiquement pas d'influence sur le copeau final obtenu.

L'étude de l'influence du phénomène de frottement sur les BCA ayant été abordée, nous allons désormais porter notre attention sur l'analyse des différentes formulations de la loi de Johnson-Cook abordées au cours de ce manuscrit.



**Figure 1.61 – Distributions de la température (°C) pour des valeurs de coefficients de Tresca de: (a)  $\bar{m} = 0,4$  ( $t = 629$  ns) - (b)  $\bar{m} = 0,8$  ( $t = 633$  ns).**

## 5.6 Formulation de la loi de comportement de Johnson-Cook

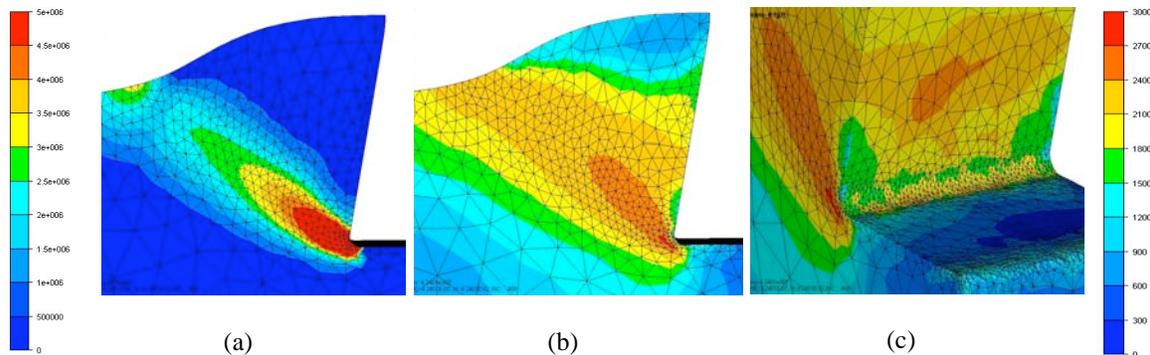
### 5.6.1 Description des modèles utilisés

Dans le cadre du projet PGV, diverses lois de comportement ont été proposées afin de modéliser l'écoulement du titane Ti6AlV4 et de l'acier 304L. Les résultats de coupe orthogonale obtenus précédemment l'ont été obtenus sur le titane Ti6AlV4. Nous souhaitons, dans l'étude qui va suivre, réaliser les mêmes simulations (**Figure 1.4** et **Tableau 1.4**) sur un matériau fait d'acier 304L. Pour ce faire, nous allons utiliser la loi de comportement fournie par le laboratoire LMSP de l'ENSAM, partenaire du projet PGV. Cette loi de comportement, présentée en partie 1.2 de ce premier chapitre, consiste à décrire l'écoulement de l'acier 304L par la loi de Johnson-Cook (1.13). Elle sera utilisée pour la simulation de la coupe orthogonale à grande vitesse décrite **Figure 1.4** et **Tableau 1.4**.

### 5.6.2 Analyse des résultats obtenus

On constate sur la **Figure 1.62** que même pour des vitesses de coupe extrêmement importantes (jusqu'à 100 m/s), aucune BCA n'a pu être simulée. Ceci peut être aisément explicité par l'analyse des deux expressions des lois de comportement. En effet, la formation de BCA nécessite la présence d'un maximum de contrainte qui est suivi par une chute très importante et très rapide dès lors que la température devient suffisamment

importante pour provoquer un effet d'auto-entraînement. Or, comme on peut le constater sur la **Figure 1.63**, le terme d'adoucissement thermique de la loi de Johnson-Cook utilisé pour le 304L est seulement 3,7 fois moindre lorsque la température augmente de 25 à 1225 degrés Celcius. Cette faible baisse étant contrebalancée par la hausse importante des termes de déformation et de vitesse de déformation, aucune chute de contrainte et par conséquent aucune BCA ne peut être observée. A contrario, le terme d'adoucissement thermique de la loi de comportement modélisant le Ti6AlV4 décroît très fortement (d'un facteur égal à 23,7) lorsque la température passe de 25 à 1225 degrés Celcius. Le fait que ce terme soit également présent dans celui d'écroutissage conduit à une baisse très brutale de la contrainte équivalente du matériau lorsque la température augmente. Cette dernière permet l'apparition et la formation des BCA observées.



**Figure 1.62 – Distribution des vitesses de déformation ((a), échelle de gauche) et de contrainte équivalente ((b) et (c), échelle de droite) lors d'une coupe orthogonale d'acier 304L à 100 m. s-1 à t= 424 ns**

Nous pouvons conclure de cette dernière étude paramétrique qu'il n'a pas été possible de simuler de BCA dans l'acier 304L pourtant modélisé par l'expression (1.13) dans le cadre d'un essai de coupe orthogonale très favorable à sa formation. De cette conclusion, deux hypothèses peuvent être formulées. La première consiste à dire que l'acier 304L ne possède pas les propriétés favorables à l'établissement de BCA. La seconde consiste à postuler que la loi de comportement utilisée est déficiente. Sachant que, d'une part, plusieurs études expérimentales ont démontré l'existence de ce phénomène pour le 304L [Xue04, Meyers03] et que, d'autre part, l'analyse de la **Figure**

1.63 ainsi que l'étude menée par Lurdos [Lurdos08] semblent soulever des réserves sur ce modèle, nous considérerons la seconde hypothèse comme étant la plus probable.

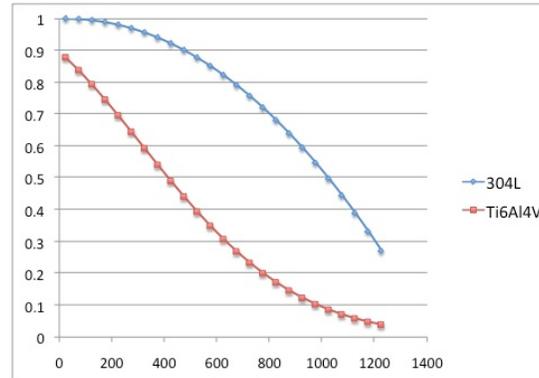


Figure 1.63 - Evolution du terme d'adoucissement thermique pour le 304L et le Ti6Al4V.

Cette dernière étude met en évidence les limites des lois phénoménologique de type Johnson-Cook. Ces dernières, très populaires depuis de nombreuses années, possèdent le double avantage d'être, d'une part, assez simples à identifier expérimentalement et d'autre part, aisées à mettre en œuvre dans un code de simulation numérique. Cependant, le fait qu'elles ne rendent pas précisément compte des phénomènes physiques menant à la formation de BCA s'avère rédhibitoire. C'est pour cela que des lois de type physique (incluant des phénomènes ayant lieu à l'échelle microscopique) multi-échelles [Rhim05, Longère05, Bronkhorst06] sont, depuis quelques années, l'objet de nouvelles études.

## 5.7 Synthèse sur les études paramétriques

Au terme de ces différentes études paramétriques, nous avons pu mettre en lumière le fait que le rayon, les angles, les vitesses et les profondeurs de coupe avaient une influence importante sur la formation de BCA et donc sur le copeau résultant. Nous avons également montré que les mécanismes de formation des BCA avaient peu d'influence sur la formation du copeau en présence de frottement. Enfin nous avons pu démontré l'importance du modèle de comportement utilisée pour la simulation de BCA et les limites probables des lois de Johnson-Cook appliquées à une large gamme de matériaux.

## 6 Synthèse du cas de coupe orthogonale

Au cours de l'étude de la simulation d'un cas de coupe orthogonale à grande vitesse, nous avons démontré que le modèle numérique ALE-adaptatif était capable de simuler des BCA 2D sur des maillages 3D, de manière prédictive et automatique. Nous avons démontré la validité ainsi que la précision des résultats obtenus. Enfin, nous avons réalisé une étude de la formation du phénomène de BCA ceci pour diverses configurations (rayon et orientation de l'outil, vitesse de coupe, frottement, loi de comportement). Dans la dernière partie de ce premier chapitre, nous chercherons à éprouver le modèle numérique ALE-adaptatif sur des procédés de mise en forme plus complexes.

## 7 Vers une véritable simulation 3D de BCA

Dès lors que nous sommes parvenus à simuler des BCA de manière prédictive dans le cadre de la coupe orthogonale, nous souhaitons éprouver notre modèle sur de réelles configurations 3D. Pour ce faire, nous allons étudier différentes configurations de découpe, coupe orthogonale 3D et coupe oblique.

Contrairement au cas de coupe orthogonale 2D très documenté dans la littérature [Baker02, Marusich99, Owen99, Limidi07], les diverses configurations que nous allons présenter ont, à notre connaissance, été peu ou pas étudiées dans le cadre de la mise en forme à grande vitesse. Par conséquent, nous ne pouvons affirmer que des BCA se formeraient physiquement dans ces configurations. Néanmoins, le but de ces simulations est d'étudier la capacité du code à simuler des BCA dans des configurations favorables à leur établissement.

### 7.1 *Cas de Découpe*

#### 7.1.1 Description du cas test

Le premier cas test que l'on se propose d'étudier nous a été fourni par le laboratoire LMSP de l'ENSAM. Il s'agit d'un cas de découpe macroscopique de 304L à grande vitesse (10 m/s) dont les dimensions sont présentées sur la **Figure 1.64**. Nous avons précédemment montré que la loi de Jonhson-Cook modélisant le 304L ne nous a pas permis de simuler de BCA pour la coupe orthogonale 2D. Par conséquent, nous

utiliserons la loi de Johnson-Cook modélisant le comportement du Ti6Al4V proposée par Baker et précédemment utilisée.

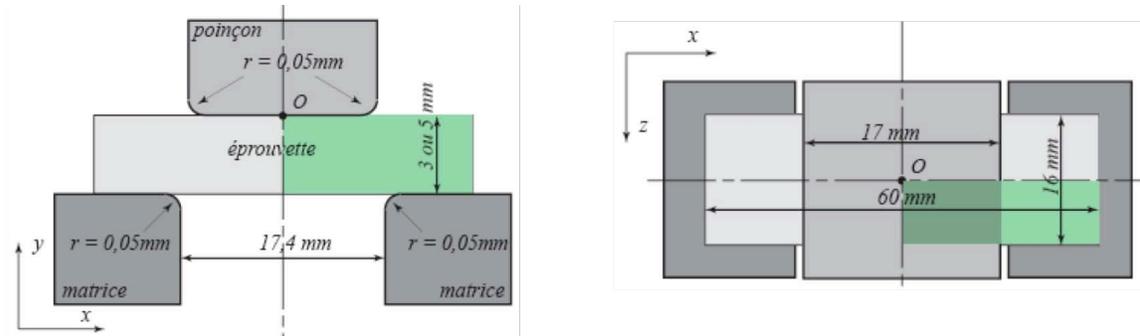


Figure 1.64 – Cas macroscopique de découpe à grande vitesse fourni par l'ENSAM

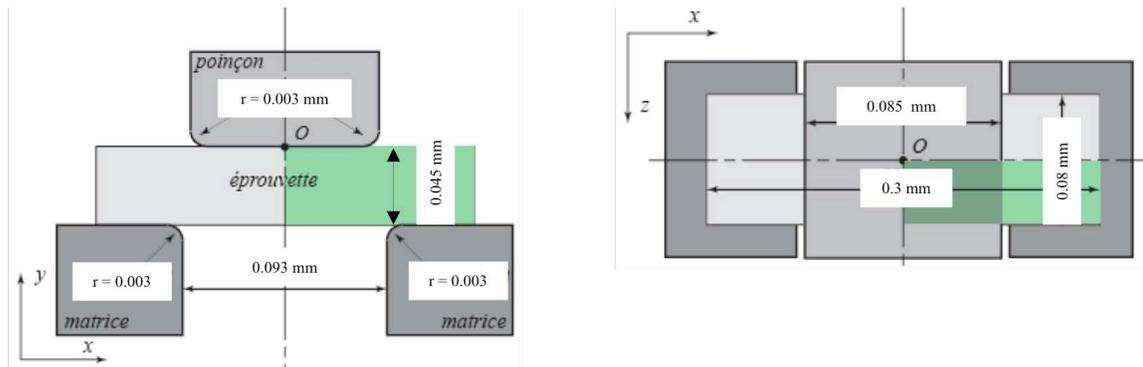


Figure 1.65 – Cas microscopique de découpe à grande vitesse basé sur les dimensions de Baker [Baker02]

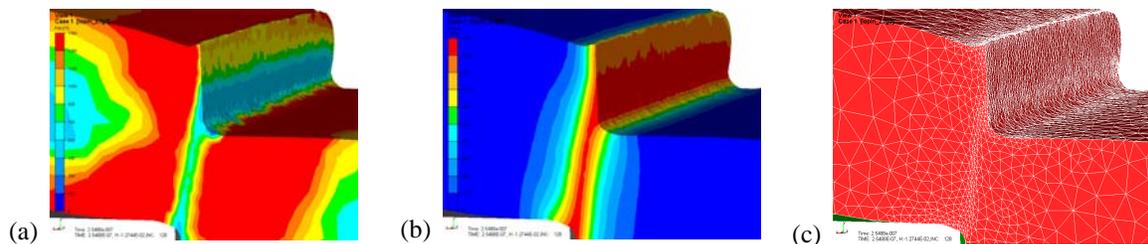
Dans le paragraphe 3.3 de cette première partie, nous avons montré la capacité du modèle numérique à simuler des problèmes de taille croissante, sans toutefois parvenir jusqu'à l'échelle macroscopique. Afin de nous mettre dans les meilleures conditions pour voir apparaître des BCA sur un cas de découpe 3D, nous nous ramenons aux dimensions microscopiques du cas de Baker et présentées sur la **Figure 1.65**. La vitesse de coupe est prise égale à 50 m/s, comme dans le cas de coupe orthogonale.

### 7.1.1 Résultats obtenus

On constate tout d'abord (**Figure 1.66**) une chute de contrainte ainsi qu'une forte augmentation de température qui tendent à se localiser. On peut donc en conclure qu'une

BCA a été simulée. On constate également que l'adaptation de maillage a été capable de détecter automatiquement l'apparition de ce phénomène (**Figure 1.66-c**). Par conséquent, nous pouvons conclure que le modèle numérique est capable de simuler des BCA sur un cas de découpe microscopique 3D.

Notons qu'il n'a pas été possible de simuler de BCA sur cette configuration microscopique lorsque nous avons mis en œuvre la loi de comportement correspondant au 304L. Le fait que des essais expérimentaux tendent à montrer qu'il est possible d'en obtenir [Xue04, Meyers03] nous laisse penser que la loi de comportement utilisée pour le 304L ne permet pas de simuler de BCA.



**Figure 1.66 – Distributions de contrainte équivalente (a), température (b) et maillage correspondant.**

Ce premier résultat constitue un résultat encourageant. Cependant, l'essai de découpe ne s'avérant pas extrêmement complexe à simuler d'un point de vue numérique, nous allons dans ce qui va suivre tester notre modèle sur des cas 3D d'écoulement de matière plus complexes.

## 7.2 Cas de coupe orthogonale 3D

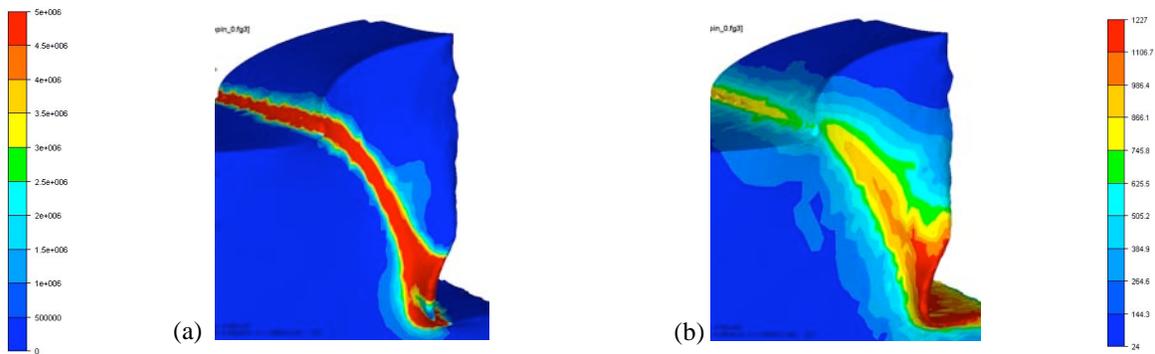
### 7.2.1 Description du cas test

Le cas de coupe orthogonale 3D que l'on se propose d'étudier consiste à reproduire le cas de coupe orthogonale 2D effectuée sur des maillages 3D en omettant un des deux plans de symétrie préalablement appliqués. Le fait de n'utiliser qu'un seul plan de symétrie donne ainsi davantage de liberté à l'écoulement de matière, permettant notamment la formation de bavures. La configuration utilisée ainsi que les dimensions de cette dernière sont rappelées sur la Figure 1.4 et le tableau 1.4. Le matériau est du Ti6Al4V.

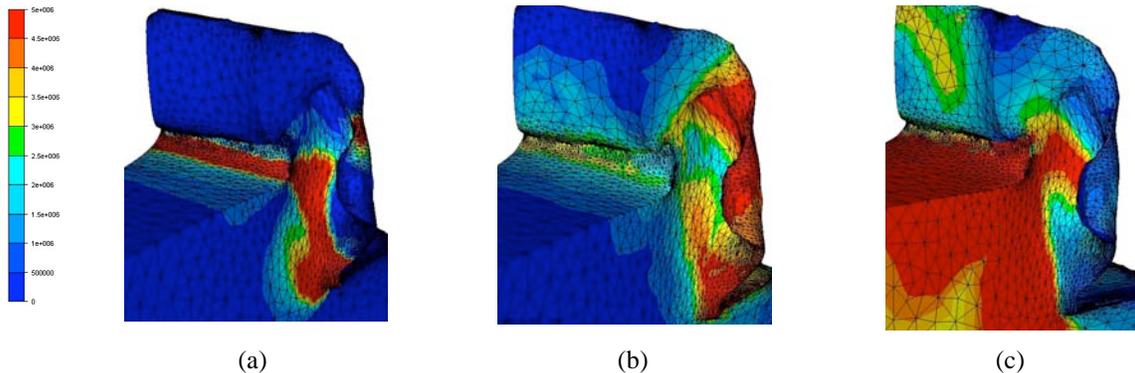
## 7.2.2 Simulation de BCA

On peut constater sur la **Figure 1.67** la localisation des vitesses de déformation (a) qui vont conduire à l'établissement d'une bande de température (b). L'observation de ces phénomènes nous permet de conclure que des BCA ont bien été simulées sur un cas de coupe orthogonale 3D.

L'écoulement de matière de ce cas de coupe orthogonale 3D conduisant à la formation d'un copeau segmenté complexe (Figure 1.68), nous allons analyser la formation du phénomène de BCA dans la suite de ce manuscrit.



**Figure 1.67 – Distributions des vitesses de déformation (a) et de Températures (b)**



**Figure 1.68 – Distributions des (a) vitesses de déformation, (b) températures et (c) contraintes équivalentes dans le cadre d'un essai de coupe orthogonale 3D.**

## 7.2.3 Analyse de la formation de BCA 3D

La mise en œuvre d'une configuration de coupe orthogonale 3D conduit à l'obtention de deux nouveautés majeures par rapport au cas 2D qui sont la formation d'une

géométrie différente de copeau accompagnée d'une bavure de taille très importante en surface libre (Figure 1.68). L'analyse de ces deux phénomènes va être détaillée dans ce qui va suivre.

### 7.2.3.1 Formation d'un copeau 3D

Lorsque l'on observe les vecteurs vitesse au lieu du contact avec l'outil (**Figure 1.69**), on constate tout d'abord que la matière se trouvant proche de la surface libre latérale est fortement influencée par le bord (courbure importante des vecteurs vitesse). Au fur et à mesure que l'on s'éloigne du plan de surface libre pour aller vers le plan de symétrie, l'effet du bord libre perd peu à peu de son influence jusqu'à devenir nulle (aucune courbure des vecteurs vitesse dans le plan de symétrie).

La matière étant davantage contrainte dans le plan de symétrie, les vitesses de déformation vont y être d'une part plus importantes (**Figure 1.70**), et d'autre part uniquement dirigées dans une seule direction (celle des  $x$  décroissants).

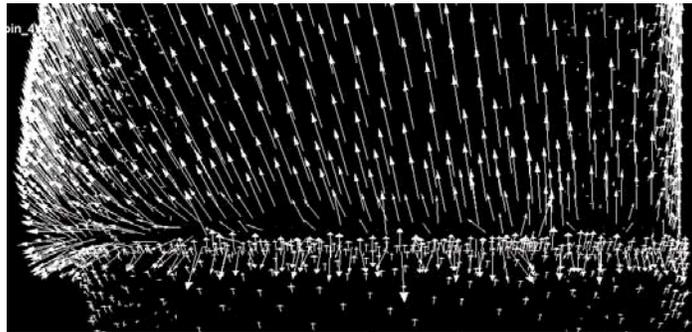
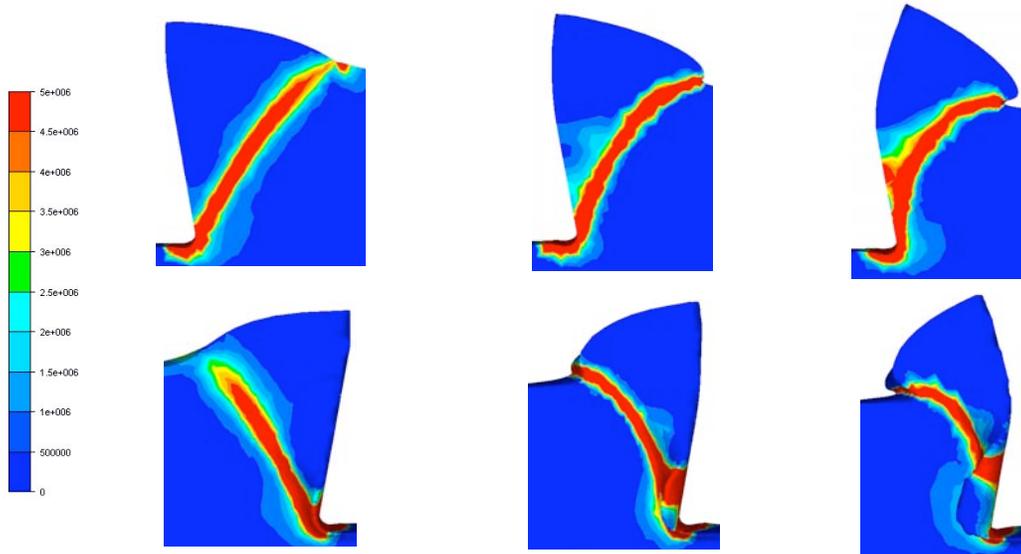


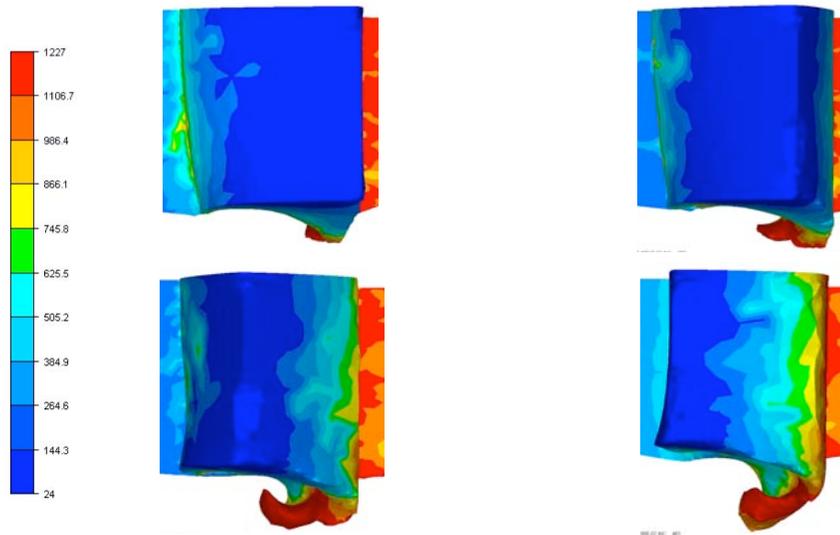
Figure 1.69 – Orientation latérale des vecteurs vitesses en direction de la surface libre

Ces différences d'intensité et de direction vont faire en sorte que la bande de vitesse de déformation va atteindre la surface libre en arrière de copeau plus rapidement dans le plan de symétrie que dans le plan de surface libre latérale. Cette dissymétrie va avoir pour conséquence visible que le copeau va davantage « avancer » vers la surface libre en direction des  $x$  négatifs dans le plan de symétrie, créant ainsi une forme arrondie observable sur les premières lignes de la **Figure 1.71**.

Après quelques instants, on constate, de façon surprenante, que l'avancée de la matière située sur la surface libre latérale devient progressivement plus importante que celle observée dans le plan de symétrie (voir les deux dernières lignes de la **Figure 1.71**).

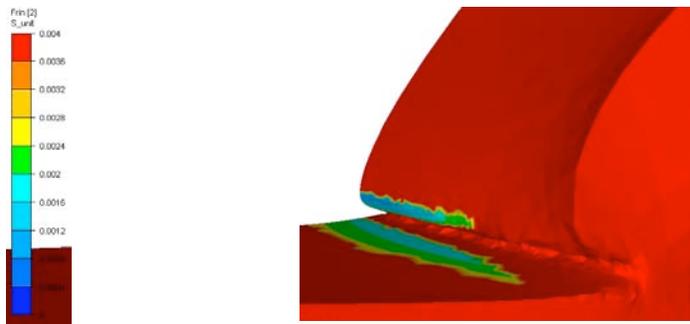


**Figure 1.70 – Evolution de la formation de la bande de vitesse de déformation au cours du temps dans le plan de symétrie (première ligne) et en surface libre (deuxième ligne)**



**Figure 1.71 – Evolution de la géométrie du copeau et distributions des températures correspondantes**

L'analyse du contact (**Figure 1.72**) dans la zone proche de la surface libre située en arrière de ce dernier permet d'expliquer ce phénomène. En effet, comme on peut le constater sur la **Figure 1.72**, la matière située proche du plan de symétrie entre en contact avec la surface libre. La matière étant repoussée de cette dernière par un effet de répulsion (pour éviter de pénétrer dans la surface libre du lopin située à l'arrière du copeau), les vecteurs vitesses de cette zone vont alors changer de sens et se retrouver dirigés dans le sens des x croissants. La zone du copeau proche à la fois du plan de surface libre latérale et de l'arrière du copeau n'ayant pas encore touché la surface libre, elle ne subit pas cette effet de répulsion et continue d'avancer dans le sens des x négatifs, créant ainsi une nouvelle forme de copeau (dernière ligne de la **Figure 1.71**).



**Figure 1.72 – Distribution du contact à l'arrière du copeau**

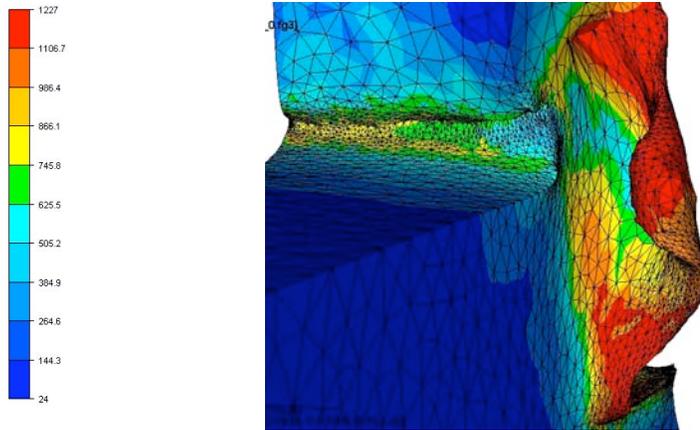
Il est à noter que lorsque que la BCA atteint la surface libre en arrière du copeau dans le plan de symétrie, elle n'a pas encore achevé sa formation dans le plan latéral de surface libre. Cette dissymétrie permet penser qu'il n'existe pas une, mais plusieurs BCA qui ne débutent et n'achèvent pas leurs formations aux mêmes instants, rejoignant ainsi la description expérimentale 3D faite dans [Bach04] sur la Figure I.11 de l'introduction.



**Figure 1.73 – Evolution de la géométrie du copeau au cours du processus de mise en forme**

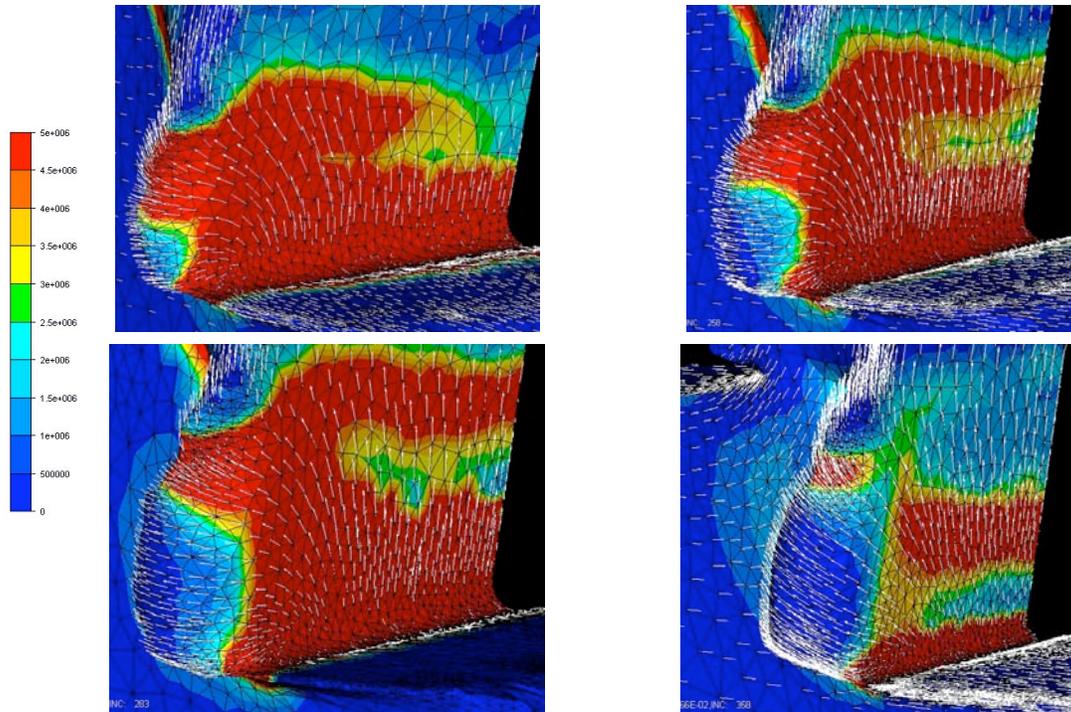
### 7.2.3.2 Formation d'une bavure en surface libre

L'introduction d'un l'écoulement 3D conduit à la formation d'un copeau accompagné d'une bavure de taille importante en surface libre (**Figure 1.74**). L'analyse du copeau ayant été réalisée dans le paragraphe précédent, nous allons maintenant étudier la formation et l'influence de la bavure.



**Figure 1.74 – Distribution de température.**

La matière n'étant plus contrainte sur un des côtés du lopin, on peut constater sur les **Figure 1.69** et **Figure 1.75**, représentant les vecteurs vitesse en chaque élément du maillage, qu'au fur et à mesure que l'on s'éloigne du plan de symétrie, le caractère 3D de l'écoulement devient de plus en plus conséquent. On peut ainsi voir apparaître des vecteurs vitesses orientés de façon très importante dans le sens latéral en direction du plan de la surface libre, ce qui conduit tout naturellement à la formation de la bavure. Cette dernière consiste en une quantité de matière extrêmement chaude (de l'ordre de 1200 degrés Celsius) qui va avoir une importance non négligeable sur l'écoulement et la formation de la BCA.



**Figure 1.75 – Distributions des vitesses de déformation et des vecteurs vitesses au cours du temps**

Lorsque l'on observe la **Figure 1.75** et la **Figure 1.77**, on constate que la bavure modifie sensiblement l'évolution des bandes de vitesse de déformation dans la région proche de la surface libre latérale. Ainsi, on remarque tout d'abord que le lieu du deuxième foyer de bande de vitesse de déformation (observé dans le cadre de la coupe orthogonale 2D et provenant du basculement du copeau en direction de la surface libre située en arrière de ce dernier) est influencé par la présence d'un troisième foyer situé, dans un premier temps, au milieu de la bavure naissante. Ce nouveau foyer se trouve généré par le fait que l'écoulement de matière doit choisir entre les directions latérale (du côté de la surface libre latérale), verticale (dans le sens de la montée du copeau) et horizontale (dans le sens des  $x$  négatifs du fait que la matière de la bavure soit à la fois repoussée par l'obstacle et en train de retomber sur la surface libre latérale (**Figure 1.76**)).

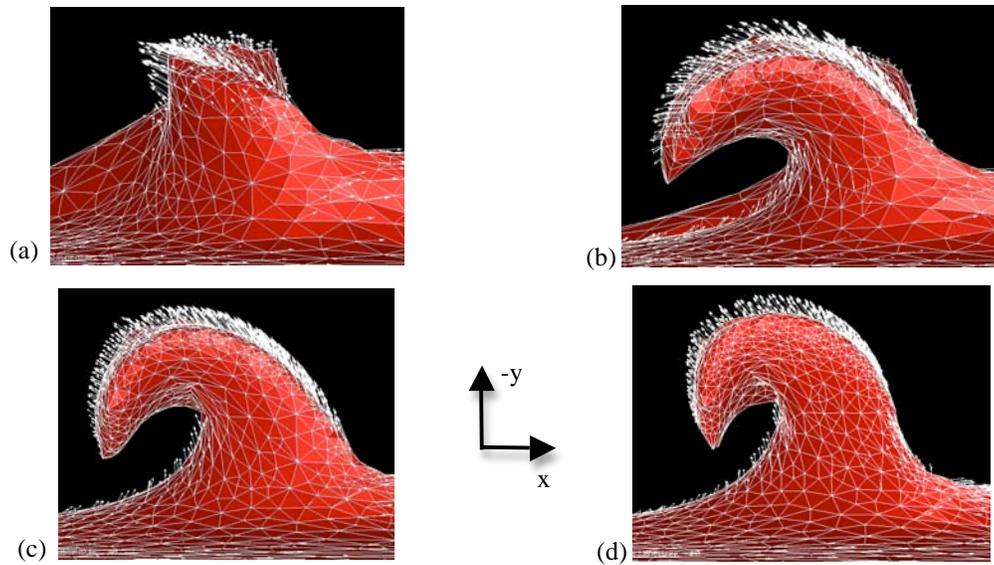


Figure 1.76 – Evolution de la bavure (vue de dessous) et vecteurs vitesse correspondants

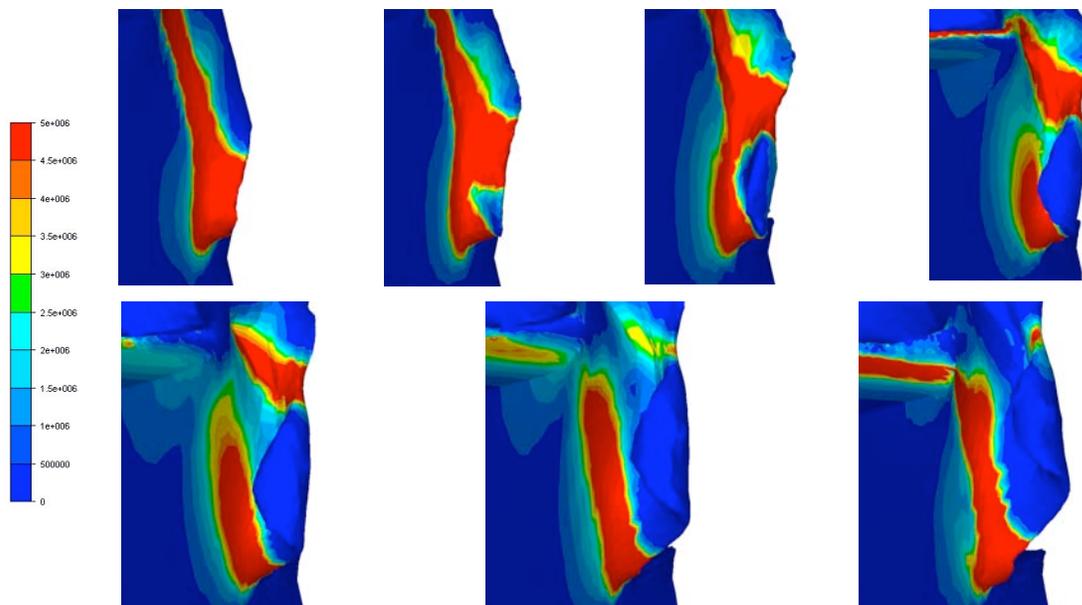


Figure 1.77 – Evolution de la formation de bande des vitesses de déformation en surface libre.

La présence de ce troisième foyer et des très importantes températures régnants dans la bavure (**Figure 1.78**) vont avoir pour conséquence de ramener la bande de vitesse de déformation vers la surface de contact avec l'outil et ainsi de faire diminuer l'angle de la BCA formée dans la zone proche de la surface latérale (**Figure 1.79**).

Nous pouvons donc en conclure que la prise en compte de la formation de la bavure dans le cas de coupe orthogonale va à la fois introduire un décalage dans le temps au niveau de

la formation des BCA mais également une différence d'angle de BCA dans le sens de la largeur du lopin usiné (dans le sens des y croissants).

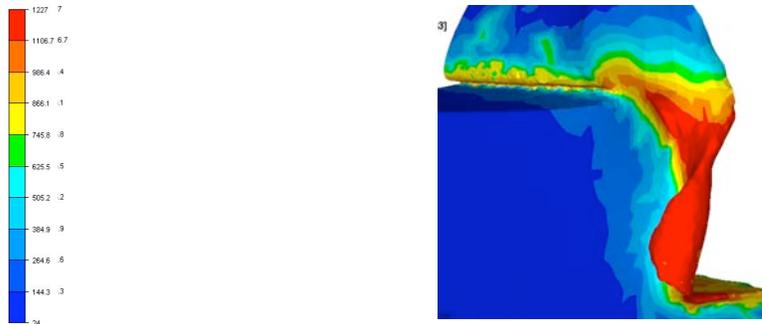


Figure 1.78 – Distribution de température dans la bavure formée.

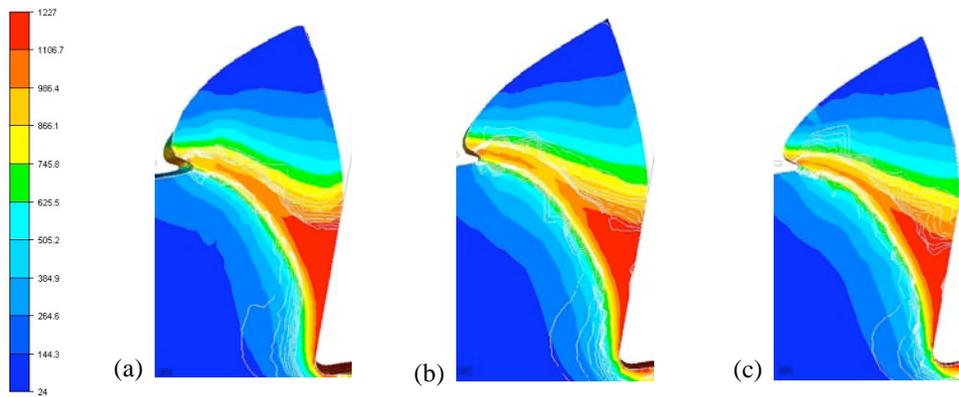


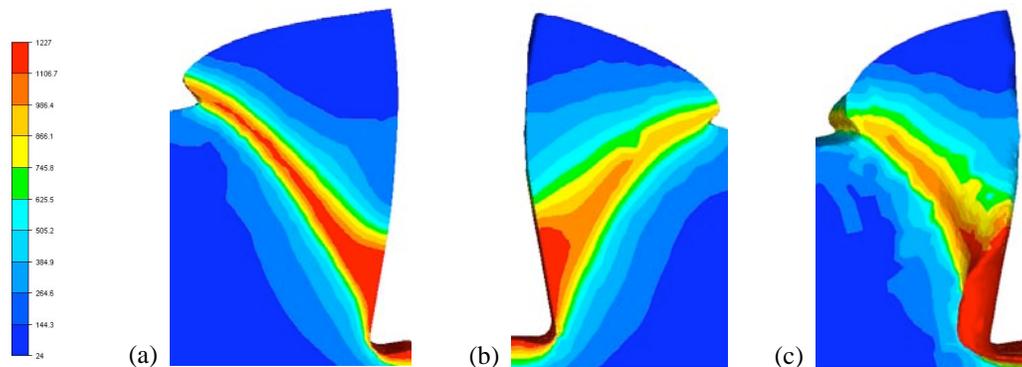
Figure 1.79 – Plans de coupe des distributions de température en partant de la surface libre latérale (a) jusqu'au plan de symétrie (c).

En ce qui concerne l'évolution de l'écoulement de la bavure en elle-même, on constate sur la **Figure 1.76** que celle-ci se fait en trois étapes distinctes. Dans un premier temps, la matière non contrainte va s'écouler latéralement dans le sens des y décroissants en direction de la surface libre (**Figure 1.76** (a)), formant un début de bavure. Par la suite et jusqu'à ce que la matière ne soit plus influencée par la géométrie de l'outil, la bavure a tendance se former dans le sens des x négatifs, formant une sorte de « vague » (**Figure 1.76** (b)). N'étant plus influencée par l'obstacle que représente l'outil (**Figure 1.77**), la bavure va alors « monter » dans le sens des y décroissants ((**Figure 1.76** (c-d)) poussée par la matière non déformée venant dans le sens des x croissants.

Il est à noter que l'obstacle que constitue la bavure pour la matière non déformée (**Figure 1.76**) va entraîner un rapide changement de direction des vecteurs vitesse, augmentant encore les vitesses de déformation dans cette zone. Ceci va faire remonter légèrement la bande de vitesse de déformation dans le creux de la « vague » formée (faisant par conséquent diminuer l'angle de BCA).

### 7.2.3.3 Comparaison coupes orthogonales 2D/3D

Comme nous venons de le voir, l'introduction de la 3D a engendré une modification importante de l'écoulement en surface libre, conduisant à la formation d'un copeau différent et d'une bavure importante. La comparaison des cas de coupe orthogonales 2 et 3D présentées sur la **Figure 1.80** nous permet de remarquer que pour une même vitesse de coupe, la BCA 3D est moins localisée (**Figure 1.80**) et sa formation plus lente. Ceci s'explique par le fait que la matière n'est pas contrainte dans une unique direction et de ce fait ne peut concentrer les vitesses de déformation de la même façon et dans la même direction.



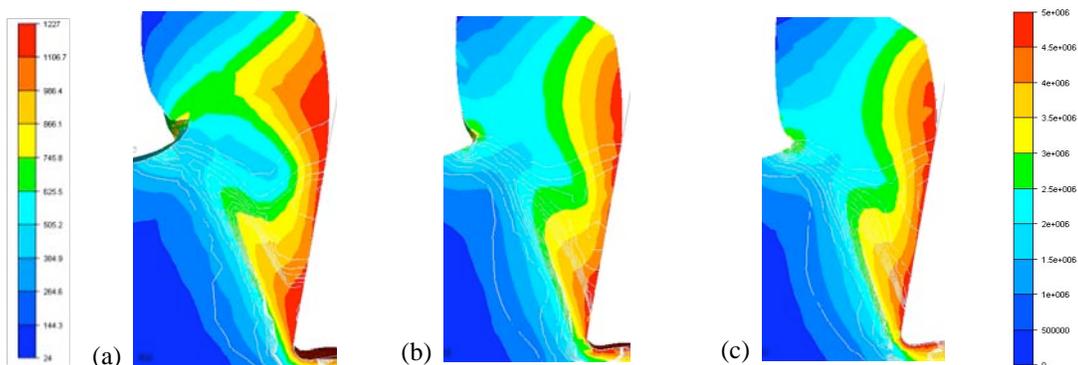
**Figure 1.80 – Distributions de température pour les cas de coupe orthogonale 2D (a) et 3D (b) vue du plan de symétrie et (c) vue du plan de surface libre.**

Les observations précédentes nous ont permis de mieux comprendre comment se formaient les BCA dans le cadre de la coupe orthogonale 3D. Nous avons ainsi pu déterminer quelles étaient les conséquences majeures de l'ajout d'une troisième dimension dans le cadre de la formation de la première BCA. Dans ce qui va suivre, nous allons étudier l'influence de la 3D sur la formation des BCA suivantes.

#### 7.2.3.4 Influence de la 3<sup>ème</sup> dimension sur la formation des BCA successives

Lorsque l'on observe la **Figure 1.81**, qui représente des plans de coupe dans le sens de la largeur du copeau (dans le sens des y croissants), on constate que l'établissement de la deuxième BCA est fonction de la localisation du phénomène au plan de coupe. On constate ainsi que des deuxièmes BCA située proche de la bavure semble en avance sur celle se formant au milieu du copeau, entre le plan de surface libre et le plan de symétrie. La seconde BCA se formant dans le plan de symétrie est « en avance » sur celle du milieu mais « en retard » sur celle située proche de la bavure. Ceci s'explique par le fait que la bavure agit comme un point chaud favorable à l'établissement de la BCA. Comme les vitesses de déformation sont plus importantes au niveau du plan de symétrie, la BCA se forme également assez rapidement. Finalement, ce sont les BCA situées au centre du copeau, à savoir entre les plans de surface libre et de symétrie, qui sont les plus longues à se former. Elles ne profitent en effet que faiblement de l'influence de la bavure et du plan de symétrie.

Au niveau des orientations, on constate une différence d'angle assez importante : la 2<sup>ème</sup> BCA formée dans le plan de symétrie a un angle plus faible que celle formée dans la zone de la surface libre.



**Figure 1.81 – Plans de coupe des distributions de température en partant (a) de la surface libre latérale, jusqu’au plan de symétrie (c) en passant par le plan équidistant de (a) et (c)**

Les études menées précédemment nous ont permis de mieux comprendre le processus de formation de BCA 3D pour un essai de coupe orthogonale 3D. Nous avons ainsi pu mettre en lumière l'importance de la bavure sur la formation des BCA et donc sur la

formation du copeau. Nous avons également pu montrer qu'il est tout à fait probable qu'il n'y ait pas une seule mais plusieurs BCA avec des points d'initiation et des orientations différentes, comme observé expérimentalement. Fort de ces résultats, nous allons essayer de déterminer l'influence de certains paramètres sur la formation de BCA. Ceci fera l'objet des études paramétriques développées dans la partie suivante de ce manuscrit.

## 7.2.4 Etudes Paramétriques

Afin de mieux comprendre la formation et l'évolution de BCA 3D dans l'essai de coupe orthogonale 3D, des études paramétriques portant sur les vitesses et largeur de coupe vont être détaillées dans ce qui va suivre.

### 7.2.4.1 Vitesse de Coupe

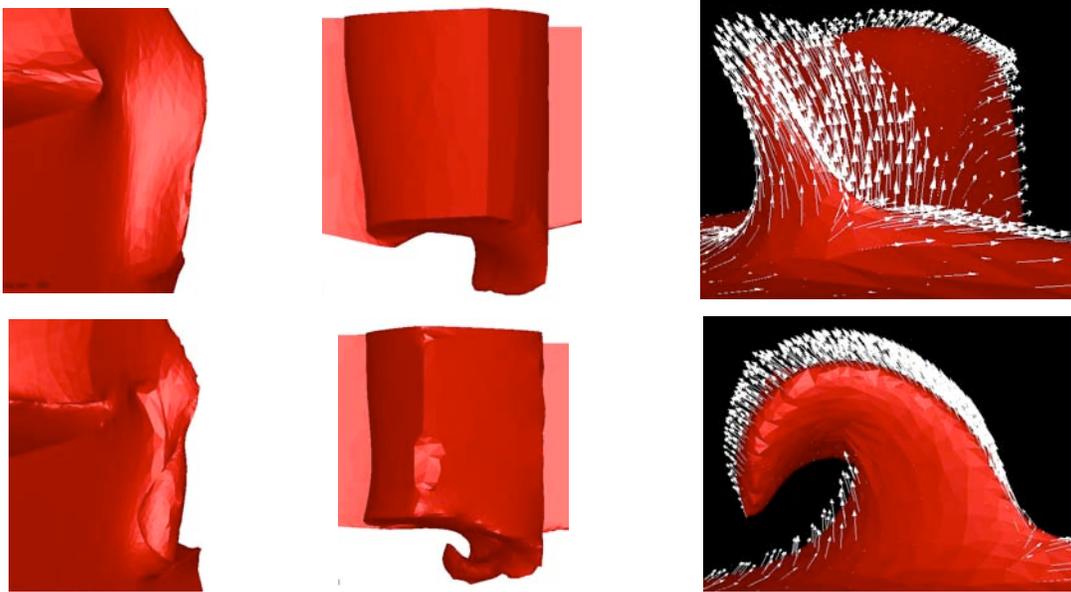
#### 7.2.4.1.1 Configurations mises en œuvre

La première étude que l'on se propose de réaliser porte sur l'analyse de l'influence des vitesses de coupe sur la formation de BCA 3D. Pour ce faire, nous avons réalisé deux simulations de coupe orthogonale 3D à 10 et 50 m/s. Afin de comparer les deux configurations, nous les évaluerons dans ce qui suit aux mêmes instants du processus de mise en forme (i.e. les résultats de la coupe effectuée à 50 m/s seront comparés à ceux obtenus avec celle réalisée à 10 m/s au bout d'un laps de temps cinq fois plus grand).

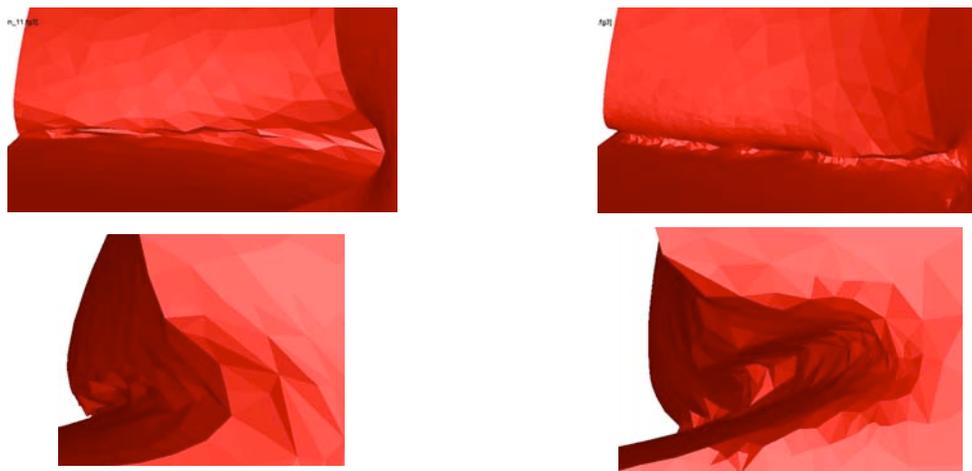
#### 7.2.4.1.2 Résultats obtenus

Comme on peut le constater sur la **Figure 1.82**, augmenter la vitesse de coupe conduit principalement à la formation d'une bavure de taille plus importante qui a tendance à retomber sur le surface libre latérale. Du point de vue de la formation du copeau, on peut observer qu'augmenter la vitesse de coupe entraîne tout d'abord une avancée plus conséquente de celui-ci en direction de la surface libre située (sens des x décroissants) à l'arrière du copeau (première ligne **Figure 1.83**). On peut également remarquer que le copeau monte davantage dans le sens des z croissants lorsque la vitesse augmente. Ces deux observations confirment les tendances observées dans le cadre de la coupe orthogonale 2D. L'influence du 3D est ainsi principalement visible au niveau de la dissymétrie du copeau observée en surface libre et en arrière de ce dernier. Ainsi on peut

remarquer que le « creux » formé en surface libre latérale est plus conséquent (deuxième ligne **Figure 1.83**) lorsque la vitesse de coupe augmente. Enfin, on observe une forme différente sur les vues prises à partir du dessus du lopin (deuxième colonne **Figure 1.82**) : l'avancée du copeau est plus importante en surface libre latérale lorsque la vitesse de coupe augmente.

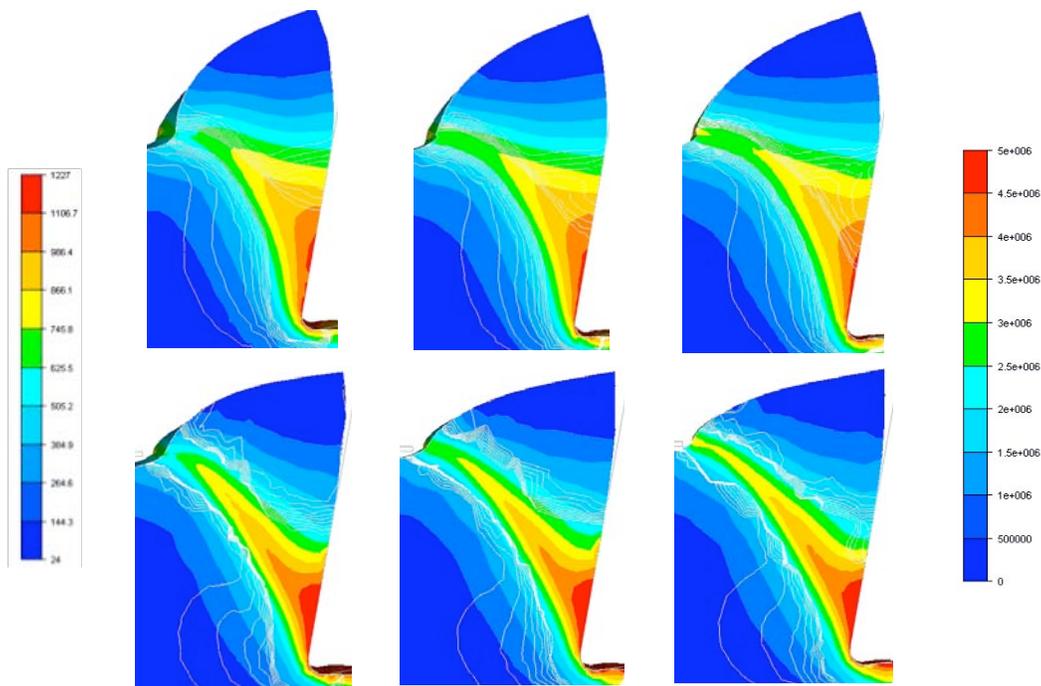


**Figure 1.82 – Vues de côté (colonne de gauche), de dessus (colonne au centre) et de dessous au niveau de la bavure (colonne de droite) pour des vitesses de coupe de 10 (première ligne) et 50 m/s (seconde ligne)**



**Figure 1.83 – Arrière du copeau et zoom sur la zone située en surface libre latérale pour des vitesses de coupe de 10 (colonne de gauche) et 50 m/s (colonne de droite)**

Ce dernier phénomène s’explique par le fait que l’augmentation de la vitesse de coupe engendre une BCA qui est plus localisée et plus chaude (**Figure 1.84**). Le copeau peut donc « glisser » plus facilement. De plus, et comme nous avons déjà pu l’observer pour le cas de coupe orthogonale 2D, l’orientation de la BCA diffère sensiblement selon la vitesse de coupe. Ce dernier résultat est également visible dans le cas de la coupe orthogonale 3D (**Figure 1.84**). Si l’on analyse maintenant l’influence de la vitesse de coupe sur l’établissement des BCA selon diverses coupes effectuées dans la largeur du lopin (dans le sens des  $y$  croissants), on constate qu’augmenter ce paramètre semble accentuer la différence de temps d’établissement entre les BCA : le décalage de temps entre la bande formée dans le plan de symétrie et le plan de surface libre semble légèrement augmenter avec la vitesse de coupe.



**Figure 1.84 – Distributions de températures et vitesses de déformations (isocontour) pour des vitesses de 10 (première ligne) et 50 m/s (seconde ligne) pour différents plans de coupe dans la largeur du lopin en partant de la surface libre pour aller vers le plan de symétrie.**

Lorsque l’on observe les vitesses de déformations dans divers plan de coupe effectués selon la largeur du lopin (dans le sens des  $y$  croissants), on constate que la bavure influence plus fortement la bande de vitesses de déformation obtenue pour des vitesses

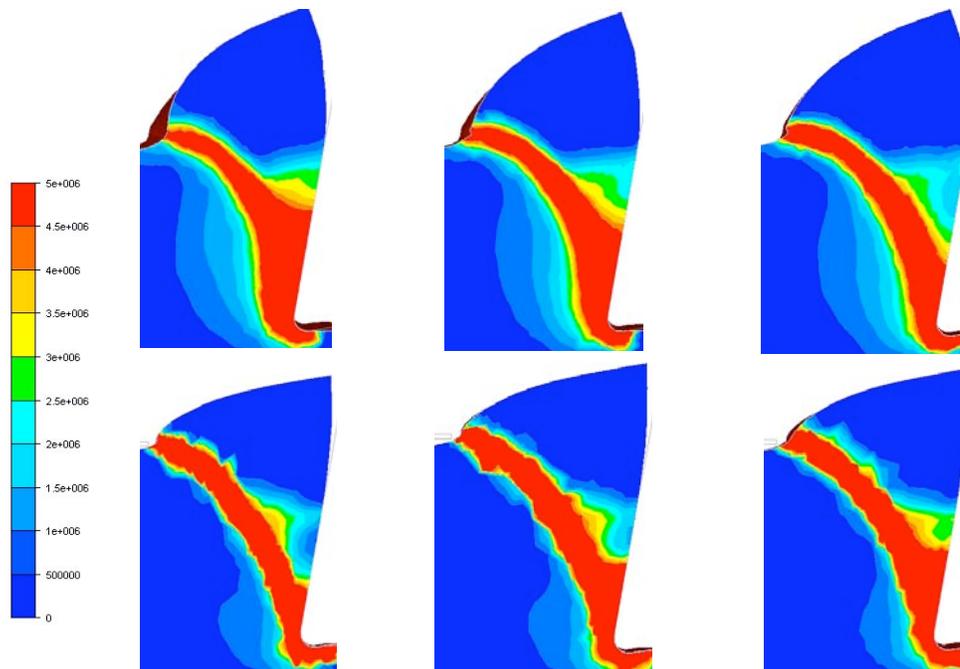
faibles. En effet, on constate une diffusion importante de son point d'initiation dans la zone proche de la bavure qui n'apparaît pas aussi explicitement dans le plan de symétrie pour des faibles vitesses de coupe (**Figure 1.85**).

L'analyse de l'influence de la vitesse de coupe sur les BCA a permis de montrer que l'augmenter conduit à la formation de copeaux dont la dissymétrie est davantage marquée. L'analyse du phénomène de BCA dans divers plans de coupe a mis en lumière le fait que l'orientation de la BCA était plus marquée lorsque la vitesse était faible. Fort de ces résultats, nous allons dans ce qui va suivre analyser l'influence de la largeur de découpe sur la formation de BCA 3D.

#### 7.2.4.2 Largeur de coupe

##### 7.2.4.2.1 Configurations mises en œuvre

L'étude que l'on se propose désormais de mener porte sur l'influence de la largeur du matériau usiné sur la formation de BCA 3D. Pour ce faire, nous avons réalisé deux simulations avec des largeurs de lopin de 0.02 et 0.06 mm.

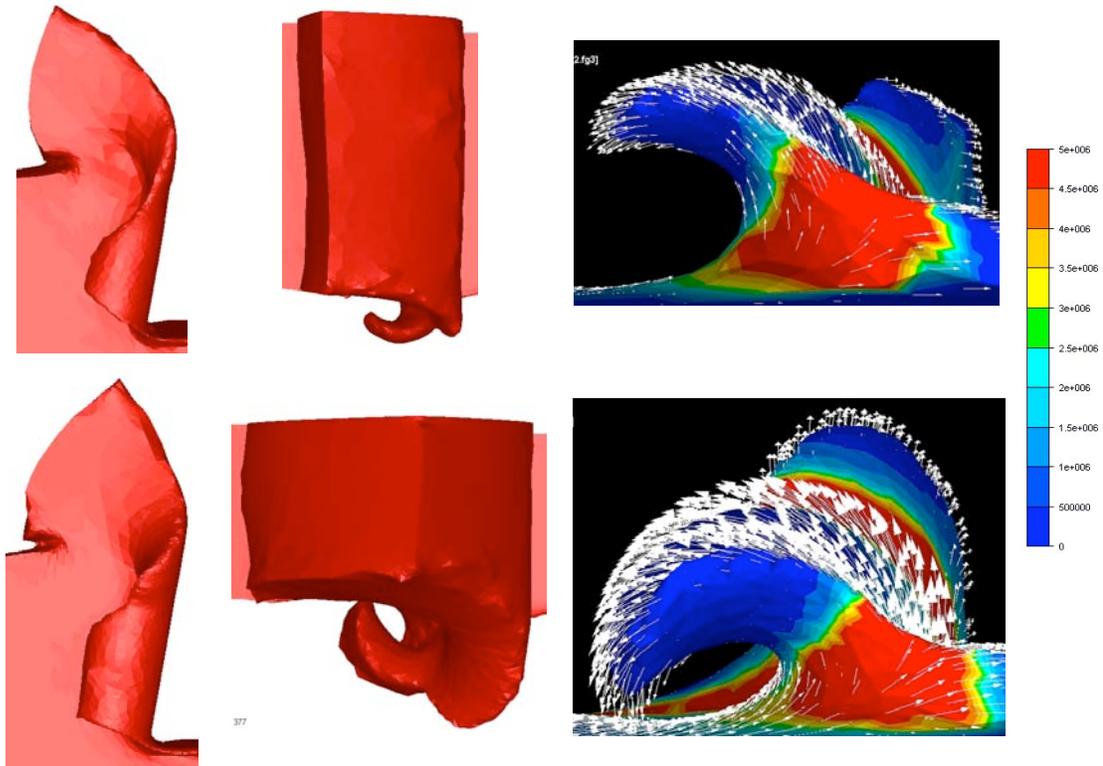


**Figure 1.85 – Distributions de vitesses de déformations pour des vitesses de 10 (première ligne) et 50 m/s (seconde ligne) pour différents plans de coupe dans la largeur du lopin en partant de la surface libre pour aller vers le plan de symétrie.**

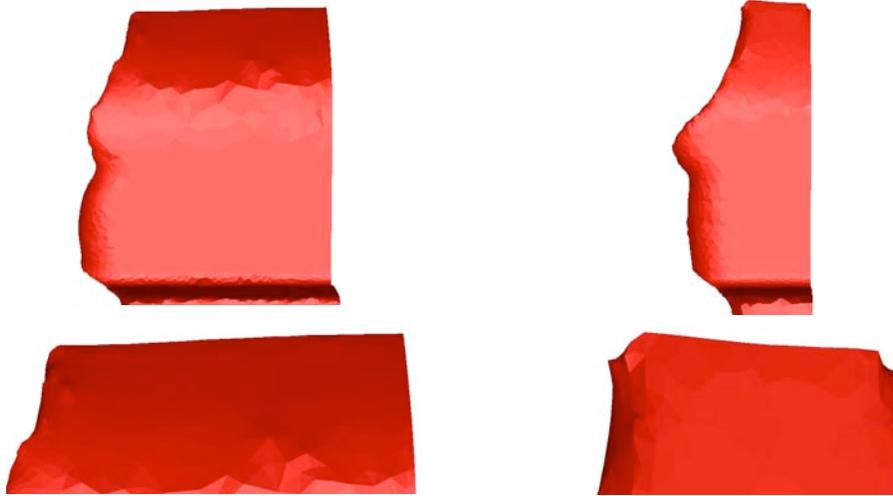
#### 7.2.4.2.2 Résultats obtenus

On peut tout d'abord observer que la largeur a une grande influence sur la géométrie du copeau. En effet, on constate que la diminuer conduit à :

- La formation d'une bavure plus importante et qui a tendance à davantage retomber sur la surface libre latérale (**Figure 1.86**).
- Une montée plus importante de la matière selon les z croissants dans une zone située proche de la surface libre latérale (deuxième ligne de la **Figure 1.87**).
- Une avancée plus importante du copeau en direction de la surface libre située à l'arrière du copeau dans le sens des x décroissants (**Figure 1.88**).



**Figure 1.86 – Vue de côté (colonne de gauche) et de dessus (colonne centrale) du copeau 3D formé pour des largeurs de 0,06 (première ligne) et 0,02 mm (seconde ligne). Les bavures sont représentées avec leurs vitesses de déformation et vecteurs vitesses en colonne de droite**

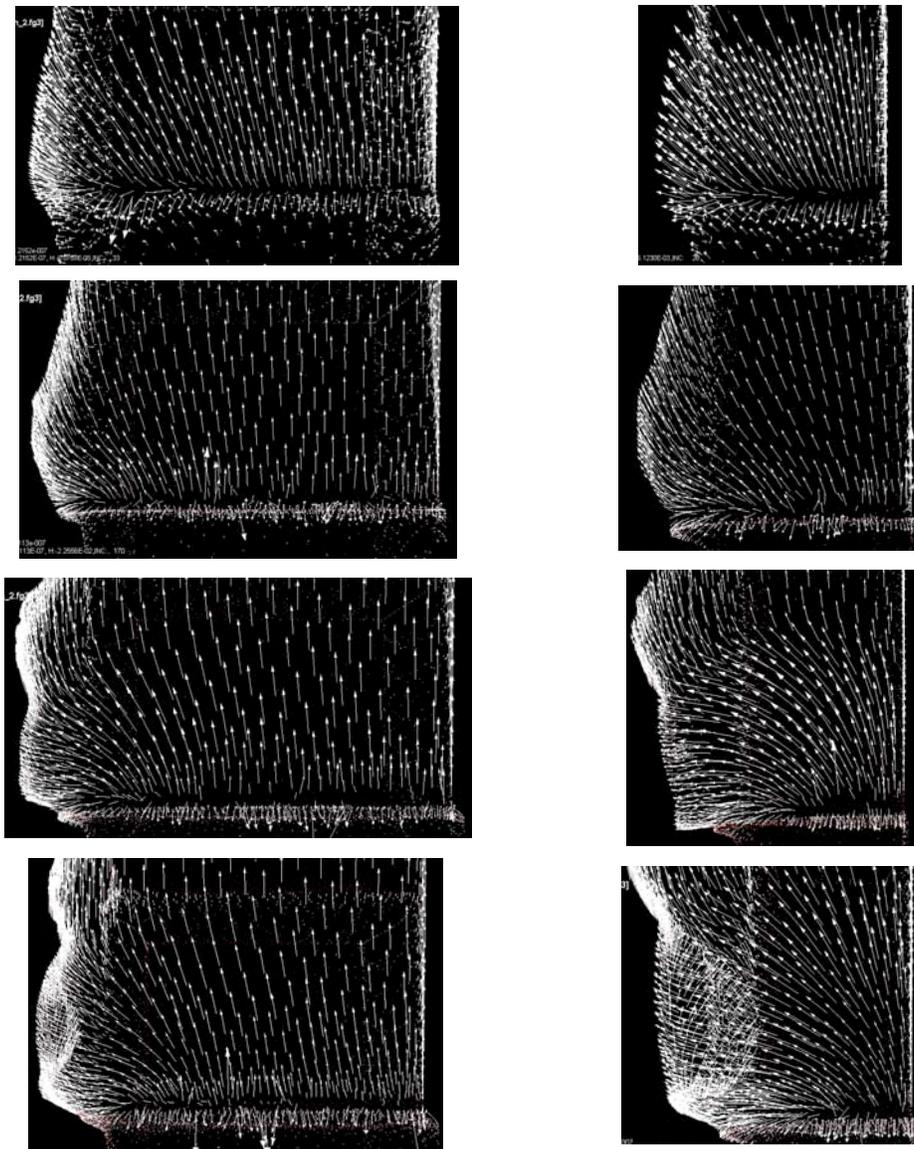


**Figure 1.87 – Vue de la surface en contact avec l’outil (première ligne) et zoom (seconde ligne) sur la partie haute des copeaux pour des largeurs de 0,02 et 0,06 mm.**



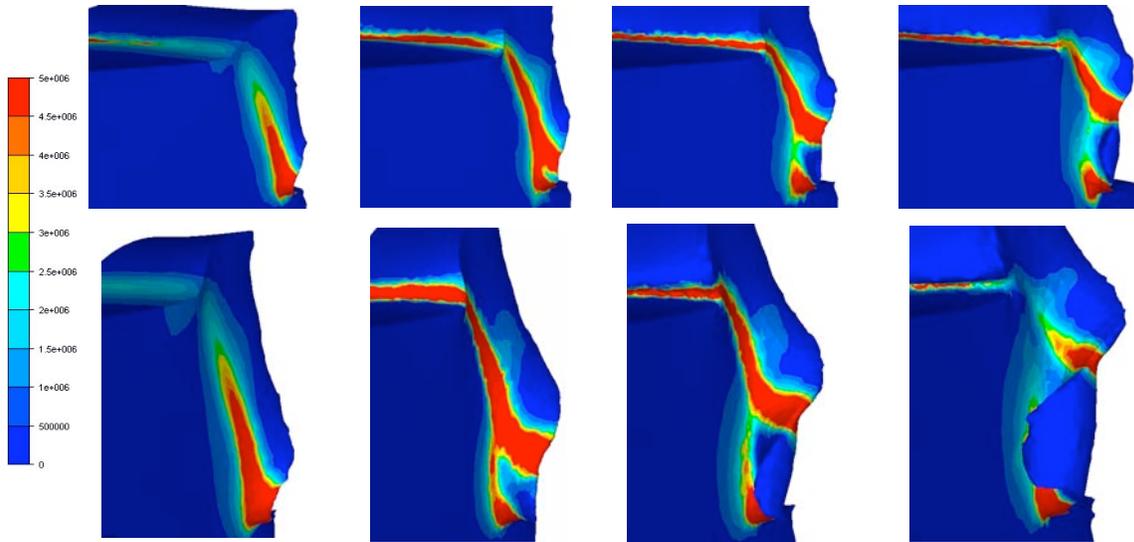
**Figure 1.88 – Vue de l’avancement du copeau et zoom sur celui-ci du côté de la surface libre pour des coupes de largeur 0,06 (première ligne) et 0,02 (seconde ligne) mm**

L’analyse de la **Figure 1.89** permet d’apporter un premier élément d’explication à ces divers phénomènes. On constate sur cette figure que les vecteurs vitesse situés dans la région proche du plan de symétrie sont beaucoup plus influencés par l’effet de bord (courbure très importante des vecteurs vitesse, première ligne de la **Figure 1.89**) pour la largeur la plus mince. De ce fait, l’écoulement de matière va avoir tendance à se diriger de façon beaucoup plus importante vers la surface libre, créant ainsi une bavure plus importante.

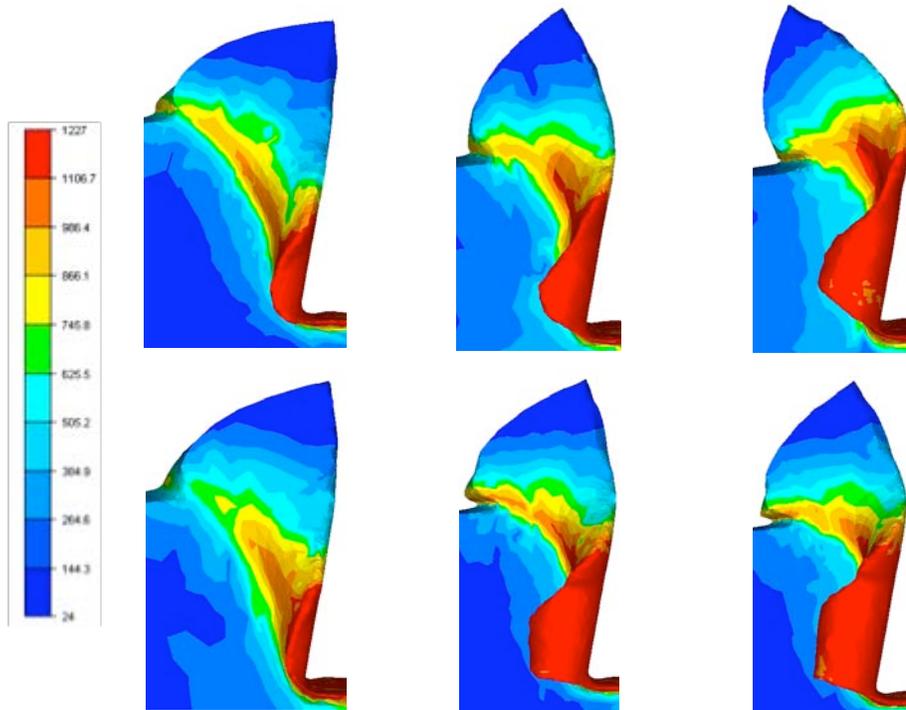


**Figure 1.89 – Evolution des vecteurs vitesses pour une largeur de copeau de 0,06 (colonne de gauche) et 0,02 mm (colonne de droite)**

La courbure des vecteurs vitesse va engendrer de plus importantes vitesses de déformation (**Figure 1.90**) ce qui va contribuer à une plus grande localisation de la température (**Figure 1.91**). La bavure naissante va avoir tendance à ramener la BCA vers le plan en contact avec l’outil, faisant diminuer l’angle de cette dernière. Le copeau étant moins lourd, il va ensuite avoir tendance à « glisser » plus facilement sur la BCA. Ceci explique le fait que le copeau soit plus avancé vers la surface libre lorsque le lopin est mince.



**Figure 1.90 – Evolution des distributions de vitesse de déformation au cours du procédé de mise en forme pour des largeurs de découpe de 0,06 (première ligne) et 0,02 (seconde ligne) mm.**



**Figure 1.91 – Evolution des distributions de température pour une largeur de découpe de 0,06 (première ligne) et 0,02 mm (seconde ligne).**

L'étude de l'influence de la largeur de découpe sur la formation de BCA 3D dans le cadre d'un essai de coupe orthogonale a permis de mettre en lumière l'importance de ce

paramètre. Nous avons ainsi pu montrer que l'utilisation d'un copeau peu épais conduisait à la formation de vitesses de déformation plus importantes et par conséquent à une localisation de la BCA plus conséquente.

### 7.2.5 Synthèse du cas de coupe orthogonale 3D

Au terme de ces différentes études, nous pouvons tout d'abord conclure que le modèle ALE-adaptatif a été capable de simuler la formation de BCA dans des configurations 3D complexes. Nous avons ainsi pu détailler leur formation et ainsi émettre l'hypothèse probable qu'il n'existe pas une mais plusieurs BCA qui se propagent vers les différentes surfaces libres, confirmant ainsi des résultats obtenus expérimentalement (Figure 11 en introduction de ce manuscrit). La simulation d'un cas de coupe orthogonale 3D nous a également permis de montrer l'influence cruciale des effets 3D sur la formation du copeau comme l'apparition de bavures conséquentes. Nous avons ainsi pu montrer qu'elles ont une influence prépondérante sur la formation de BCA et par conséquent sur le copeau formé.

Cette configuration a permis la simulation de phénomènes 3D significatifs. Cependant, l'écoulement de matière est principalement dirigé dans une seule direction : celle orthogonale au lopin. Afin de tester les capacités de notre modèle, nous allons dans la suite de ce manuscrit tenter d'étudier la formation d'un copeau dont l'écoulement mettra en œuvre davantage d'effets 3D.

## 7.3 Cas de coupe oblique

### 7.3.1 Description du cas test

Le problème que l'on se propose d'étudier dans la suite de ce manuscrit consiste en un cas de coupe oblique dont l'angle  $\phi$  de coupe oblique sera de 10 degrés (**Figure 1.92-a**). Afin de contraindre le matériau à rester aligné dans l'axe de l'outil (dont les angles de dépouille et d'attaque sont de 10 degrés), deux plans assimilables à une sorte d'étau sont appliqués sur chaque face latérale en dessous de la profondeur de coupe (**Figure 1.92-b**). La vitesse de coupe est prise égale à 20 m/s, le comportement du matériau est lui toujours celui du modèle explicité en 2.1 de ce chapitre. L'intérêt de cette nouvelle configuration

3D consiste en la formation d'un copeau dont l'écoulement est particulièrement complexe.

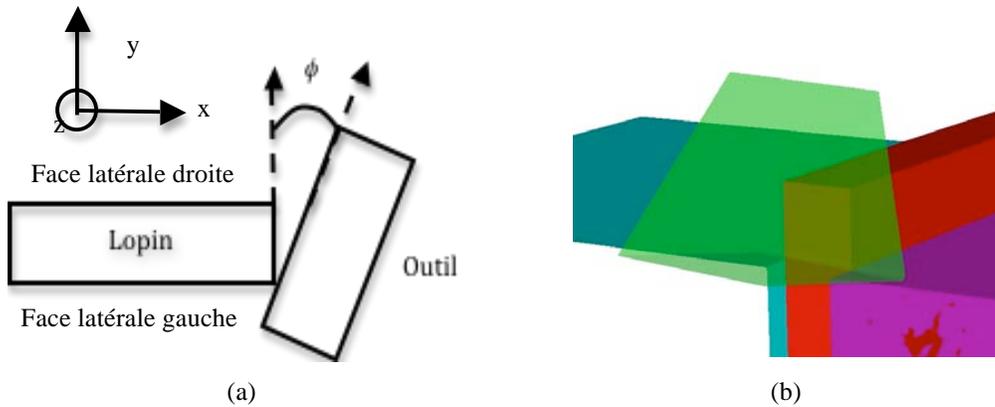


Figure 1.92 – Configuration du cas de coupe oblique

### 7.3.2 Analyse de la formation de BCA 3D

Dans la suite de ce paragraphe, une étude de la formation de BCA 3D va être proposée. En partant de l'analyse du copeau formé, nous allons tenter de déterminer si des BCA ont bien pu être formées grâce au phénomène de superposition.

#### 7.3.2.1 Analyse du copeau formé

On peut observer sur la **Figure 1.93** représentant le copeau obtenu suivant divers angles de vue, la formation d'un copeau 3D se désaxant dans le sens des  $y$  croissants et possédant deux bavures en formation sur chaque face latérale (**Figure 1.93 b et c**).

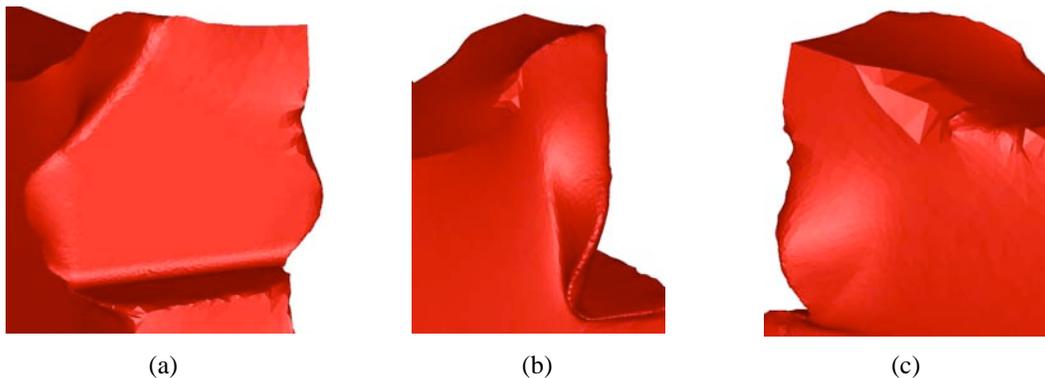
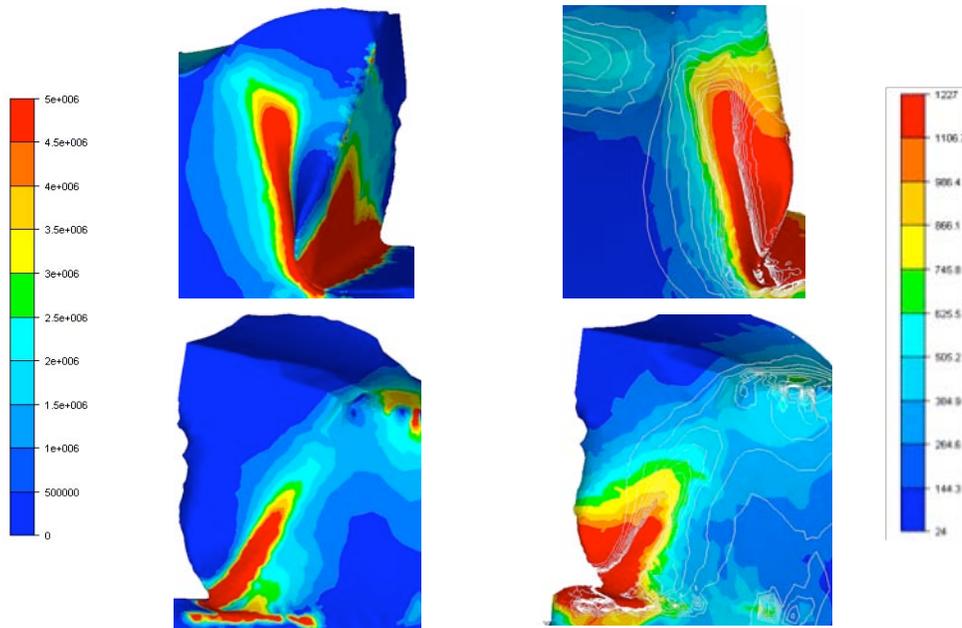


Figure 1.93 – Copeau obtenu dans le cadre de l'essai de coupe oblique. Les trois vues représentées sont : (a) vue de devant, (b) vue de côté proche de l'attaque de l'outil et (c) vue de côté éloignée de l'attaque de l'outil

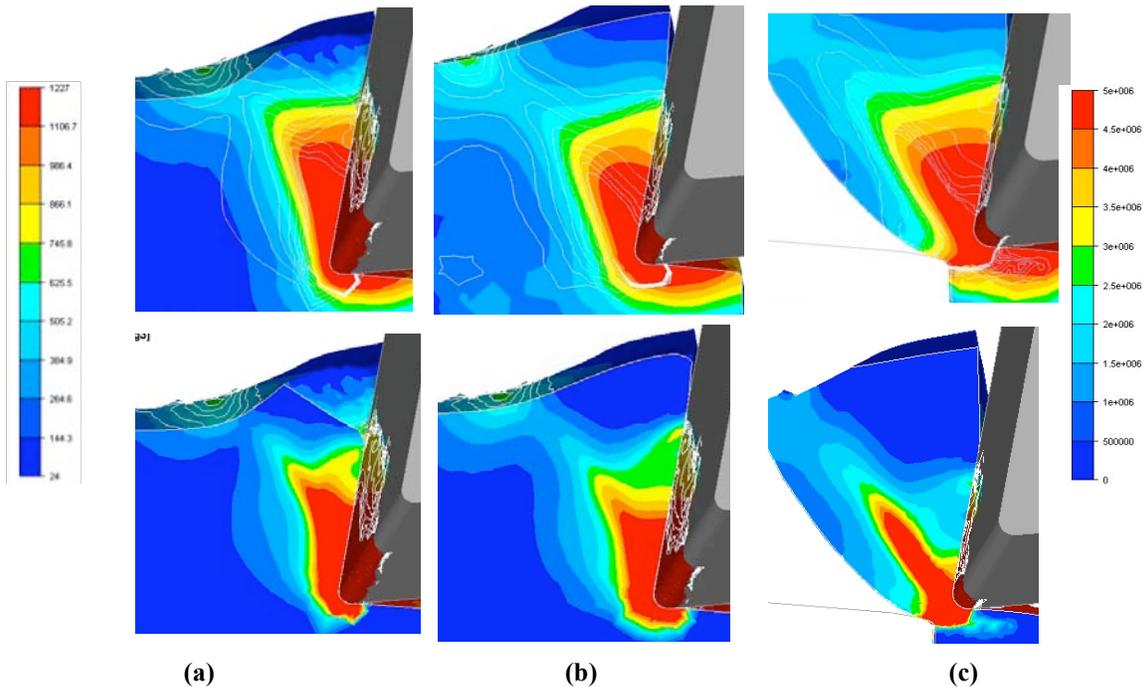
### 7.3.2.2 Analyse des bandes de vitesse de déformation et de température

Lorsque l'on analyse les distributions de vitesses de déformation et de température, on constate une localisation des vitesses de déformation sur chaque face latérale accompagnée d'un début de localisation de température. On remarque également que les bandes de vitesses de déformation et de température sont en train de se superposer. On peut donc en conclure qu'un début de BCA décalée dans le temps (la BCA située sur la face latérale gauche étant en avance par rapport à celle de la face latérale droite) est en train de se former. Il est à noter qu'il n'a pas été possible de simuler l'essai de coupe oblique dans son ensemble du fait de la complexité de l'écoulement, notamment au niveau des bavures. Afin d'obtenir une simulation suffisamment avancée, nous avons affiné certains paramètres des méthodes ALE (lissage des normales) et adaptatives (taille de maille minimum). Notons que ces modifications ont conduit à un lissage plus important de la bavure et une simulation moins précise dans certaines zones de calcul, notamment au niveau de la surface libre de la bavure.



### 7.3.2.3 Dissymétrie des BCA formées

Le fait que la formation de la BCA de la face latérale gauche se localise avant celle de la face latérale droite tient au fait que la matière est très fortement contrainte dans cette région par la présence de l'outil. Cet obstacle va, au bout de quelque instants, conduire à la formation d'une bavure de taille plus importante sur la face latérale gauche (**Figure 1.93 b et c**). Cette quantité de matière extrêmement chaude va, encore une fois, faire en sorte de ramener la BCA vers la face en contact avec l'outil (diminution de son angle). Cette différence de bavure explique les différences d'angle importantes entre les BCA formées sur les faces latérales. Lorsque l'on analyse l'évolution des BCA formées dans la largeur du lopin grâce à des plans de coupe d'angles égaux à  $\phi$ , on constate qu'elles ont des points d'initiation et des angles très différents (**Figure 1.95**). Ainsi, les bavures formant un point chaud très important font remonter les BCA vers la surface en contact avec l'outil.



**Figure 1.95 – Distributions de vitesses de déformation et de température en fin de formation du copeau selon divers plans de coupe en partant de la face latérale gauche jusqu'à la face latérale droite**

#### 7.3.2.4 Evolution des bandes de vitesses de déformation

Le fait que la BCA n'ait pas encore achevé sa formation après un temps de procédé relativement important tient au fait que les vecteurs vitesses sont particulièrement perturbés et se dirigent selon plusieurs directions qui évoluent au cours du temps (**Figure 1.96**). Ceci a pour conséquence que les bandes de vitesse de déformation évoluent de façon importante au cours du processus. Elles ont donc moins le loisir de réchauffer le matériau dans une zone bien déterminée (diffusion plus importante et donc élargissement de la BCA).

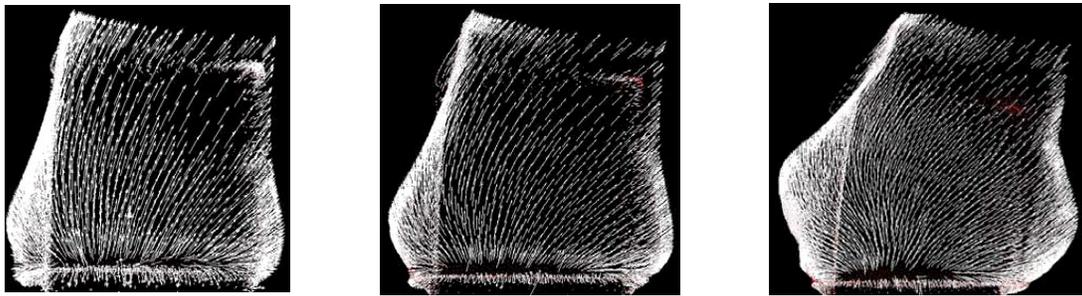


Figure 1.96 – Evolution des vecteurs vitesse dans le cadre d'un essai de coupe oblique

A l'issue de cette étude, nous pouvons dire que des débuts de BCA 3D ont pu être formées. Le fait d'utiliser un angle de coupe oblique assez important a eu pour conséquence de perturber considérablement l'écoulement. De ce fait, les bandes de vitesse de déformation n'ont pu se concentrer dans une direction donnée, limitant ainsi la rapidité de la hausse de température. Il est à noter qu'augmenter la vitesse de coupe a conduit à la formation d'une bavure en face latérale gauche très importante retombant très rapidement sur cette dernière et provoquant de fait l'arrêt des calculs.

Afin de mieux comprendre comment se forme les BCA 3D dans le cadre de la coupe oblique, l'étude de l'influence de l'angle de coupe oblique va être détaillée dans ce qui va suivre.

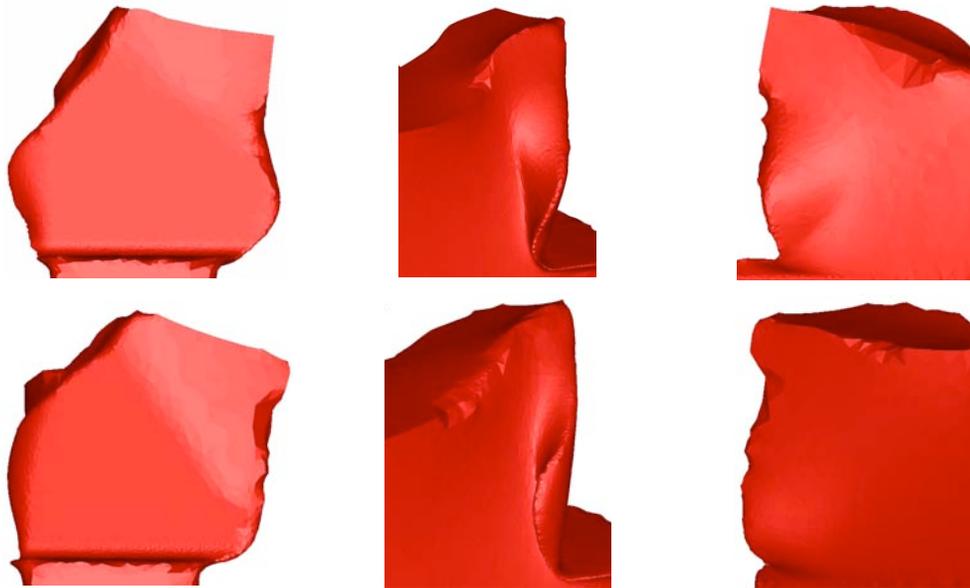
### 7.3.3 Etude Paramétrique : influence de l'angle de coupe oblique

#### 7.3.3.1 Configurations retenues

Un début de formation de BCA ayant observé dans la section précédente, nous allons désormais analyser l'influence de l'angle de coupe oblique  $\phi$  sur la formation des BCA 3D et du copeau formé. Pour ce faire, nous avons réalisé deux simulations dont les angles de coupe oblique sont de 10 et 20 degrés.

#### 7.3.3.2 Résultats obtenus

Les copeaux obtenus sont présentés sur la **Figure 1.97**. On peut constater qu'augmenter l'angle de coupe conduit à la formation d'un copeau davantage désaxé et ayant une bavure latérale gauche plus conséquente.



**Figure 1.97 – Copeaux obtenus pour des angles de coupe oblique de 10 (première ligne) et 20 degrés (seconde ligne).**

Lorsque l'on observe les vecteurs vitesses pour les deux configurations (**Figure 1.98**), on constate tout d'abord que la « zone morte » (lieu où les vecteurs vitesses sont faibles) constituant le lieu où les vitesses de déformations sont les plus intenses est plus concentré lorsque l'angle de coupe oblique augmente. De plus, ce dernier tend à se rapprocher de la face latérale gauche.

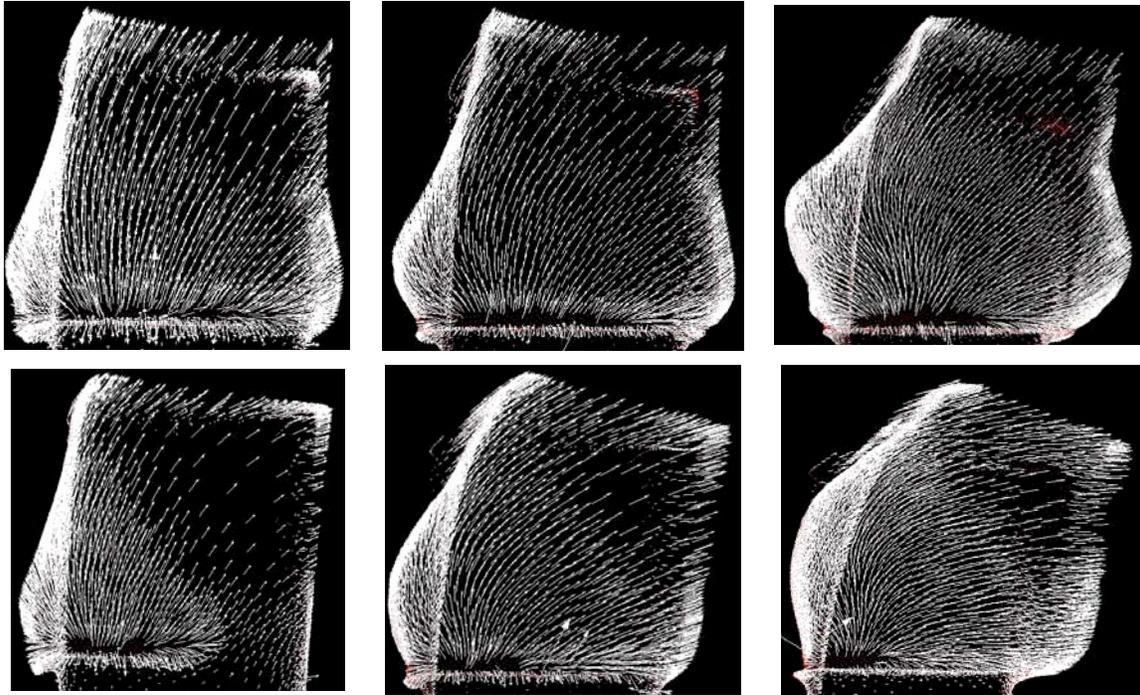
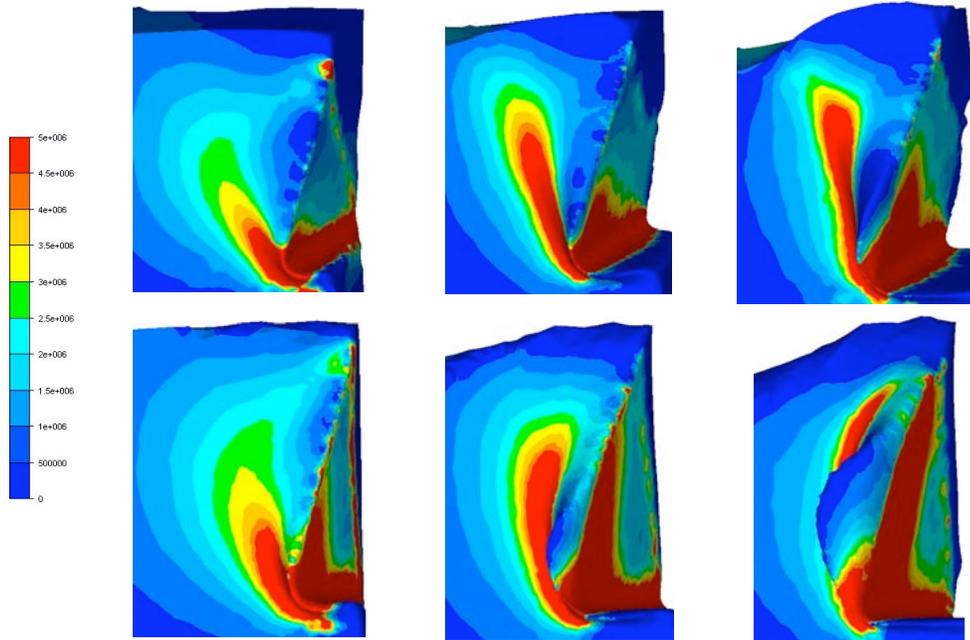


Figure 1.98 – Evolution des vecteurs vitesses pour des angles de coupe oblique de 10 et 20 degrés.

Ceci conduit à la formation de vitesses de déformation plus intenses et par conséquent à un dégagement de chaleur plus important qui contribue à la formation d'une bavure de plus grande envergure (**Figure 1.99**). Cette dernière étant de taille plus importante, elle va faire en sorte de ramener davantage la bande de vitesse de déformation vers la surface en contact avec l'outil jusqu'à créer une bande de vitesse de déformation qui va cisailer uniquement la bavure en formation. Elle semble ainsi « parasiter » la formation de la BCA en affaiblissant son processus de formation.

On peut conclure de cette étude qu'augmenter l'angle de coupe oblique conduit à affaiblir le processus de formation de BCA et à la formation d'une bande cisailant se formant uniquement sur la bavure formée en surface libre.



**Figure 1.99 – Distributions de vitesses de déformation et de température en fin de formation de copeau pour des angles de coupe oblique de 10 et 20 degrés.**

### 7.3.4 Synthèse du cas de coupe oblique

Au cours de cette étude, nous avons montré que le début de la formation de BCA a pu être simulé sur une configuration de coupe oblique. Ceci nous a permis de constater que celles-ci se forment et se propagent à partir de divers points chauds initiateurs et selon différentes directions, selon qu'elles sont plus ou moins influencées par les bavures. Une étude de l'influence de l'angle de coupe oblique a pu mettre en lumière l'importance de ce facteur. Nous avons constaté qu'augmenter cet angle contribue à retarder la formation de BCA. Nous avons observé qu'à partir d'un certain angle, une bande de vitesse de déformation cisaille la bavure en formation et peut « concurrencer » la formation de BCA et donc la retarder ou même l'empêcher.

Ces différentes observations nous permettent de confirmer l'extrême sensibilité du processus de formation de BCA. Celui-ci requiert en effet des conditions (vitesse, angle de coupe, ...) tout à fait favorables à son établissement.

## 7.4 Synthèse des configurations 3D étudiées

### 7.4.1 Sur la simulation de BCA 3D

Les différentes simulations 3D présentées nous ont permis de montrer la capacité du modèle numérique à simuler des BCA dans le cadre de véritables procédés de mise en forme 3D. Il s'agit, à notre connaissance, d'une première dans le domaine. Du point de vue numérique, on constate l'étude de configurations 3D engendre davantage de complexités au niveau de l'écoulement de matière (bavure, dissymétrie de copeau). Afin de tester notre modèle, nous avons tout d'abord mis en œuvre des configurations 3D dont l'écoulement n'engendrait pas de phénomènes de rotation/torsion particulièrement difficiles à simuler (comme dans le cadre du fraisage). Nous avons donc étudié un cas de découpe à grande vitesse qui nous a permis de simuler des BCA 3D sur une configuration 3D. Ayant obtenu de bons résultats, nous avons étendu notre étude à des cas plus complexes de coupe orthogonale et oblique 3D. Nous avons ainsi pu montrer la capacité du modèle ALE-adaptatif à capturer automatiquement des BCA dans le cadre de configurations 3D complexes introduisant de « faibles » mouvements de torsion/rotation.

### 7.4.2 Sur le phénomène des BCA en 3D

Du point de vue de la formation de BCA, les diverses simulations 3D réalisées nous ont permis de mieux comprendre l'écoulement de matière 3D engendré par les BCA. Nous avons pu remarquer que la formation de bavures de tailles conséquentes avait un impact non négligeable. Nous avons également constaté l'apparition de BCA dissymétriques qui conduisent à la formation de nouvelles géométries de copeau. Ceci nous a conduit à émettre l'hypothèse que non pas une mais plusieurs BCA avaient été simulées, rejoignant la conclusion d'études expérimentales. Enfin, la réalisation de diverses études paramétriques nous a permis de mettre en lumière le fait que les BCA sont un phénomène extrêmement sensible aux conditions de mise en œuvre.

## 8 Synthèse

Dans cette première partie, nous avons utilisé une version ALE-adaptative du code éléments finis Forge3 afin de simuler des procédés de mise en forme à grande vitesse. Nous avons, dans un premier temps, cherché à valider le modèle numérique présenté en premier partie de ce chapitre en comparant des résultats de coupe orthogonale à grande vitesse 2D avec ceux détaillés dans la littérature. L'analyse de ces comparaisons nous a permis de montrer la capacité du modèle à simuler des BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse sur des maillages 3D de manière automatique et « prédictive ». La simulation de BCA sur des maillages 3D est, à notre connaissance, une première dans le domaine de la simulation de ce type de phénomène dans le cadre des procédés de mise en forme à grande vitesse.

Par la suite, des études paramétriques ont été effectuées sur le modèle numérique utilisé afin d'en tester les limites. Ainsi, l'étude portant sur l'analyse de la sensibilité des résultats à la taille du maillage nous a permis de constater que, contrairement à d'autres études [Owen99] mettant en œuvre des méthodes d'adaptation de maillage couplées avec des modèles d'endommagement, les résultats obtenus sont très faiblement dépendants de la taille des éléments mis en jeu. Une seconde étude paramétrique portant sur l'analyse des résultats obtenus pour diverses profondeurs de coupe a permis de montrer la capacité du modèle à simuler des problèmes de tailles géométriques relativement importantes (jusqu'à 0,16 mm de profondeur de coupe). Ces deux études nous ont permis de conclure que la faible puissance informatique mise en œuvre empêchait très probablement la simulation de BCA dans le cadre de configurations macroscopiques. Cette dernière conclusion nous a amené à privilégier l'emploi de méthodes de calcul parallèle qui seront détaillées dans le troisième chapitre de ce manuscrit.

Les études paramétriques numériques confirmant la fiabilité des résultats obtenus, nous avons ensuite cherché à analyser le phénomène de formation de BCA dans le cadre de la coupe orthogonale à grande vitesse. Nous avons ainsi montré qu'au cours de sa formation, le phénomène de BCA résulte de la superposition de deux bandes, la bande de vitesse de déformation et la bande de contrainte de Von Mises et température qui,

lorsqu'elles se superposent provoque un effet d'auto-entraînement particulièrement important conduisant à la formation du phénomène.

Fort de cette interprétation, nous avons ensuite cherché à analyser le phénomène de formation de BCA dans le cadre de diverses configurations de coupe orthogonale. Nous avons notamment cherché à compléter l'étude paramétrique présentée par Baker dans [Baker02] afin d'essayer de mieux comprendre la formation du phénomène dans le cadre de la coupe orthogonale 2D. Nous avons notamment mis en lumière l'importance cruciale du modèle de comportement. Cette dernière observation nous a permis de conclure à l'importance des nouveaux travaux réalisés dans le domaine et qui visent notamment à introduire des formulations modélisant les phénomènes physiques mis en jeux à diverses échelles (macroscopique/microscopique notamment).

Enfin, dans la dernière partie de ce premier chapitre, nous avons cherché à exploiter les capacités du modèle numérique afin de simuler des BCA sur de véritables configurations 3D. Nous sommes parvenus à simuler des BCA sur des cas de découpe, coupe orthogonale 3D et coupe oblique. La simulation de BCA dans de véritables configurations 3D nous a permis de proposer une analyse du phénomène dans le cadre de ce type de configurations. Nous avons réussi à mettre en lumière l'importance des bavures qui influent de manière prépondérante sur la formation des BCA 3D. Nous avons ainsi montré qu'il existait probablement plusieurs BCA s'initiant en des lieux différents et se propageant selon des directions différentes.

Dans la suite de ce manuscrit, nous nous appuyerons sur l'expérience accumulée au cours de ces études afin de développer un nouvel outil numérique capable de simuler, dans le futur, des BCA dans le cadre de procédés de mise en forme macroscopiques 3D.

## 9 Références

- [Baker02] **M. Bäker, Joachim Rösler, Carsten Siemers**, A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing, *Computers and Structures* 80 (2002) 495-513
- [Baker03] **M. Bäker, J. Rösler, C. Siemers**, The influence of thermal conductivity on segmented chip formation, *Computational Materials Science*, Volume 26, January 2003, Pages 175-182
- [Barlow76] **J. Barlow**, Optimal Stress locations in finite element models, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10, 243-251, 1974
- [Boussetta05] **R. Boussetta**, Estimateurs d'erreur et remillage adaptatif: application a la simulation 3D des procedes de mise en forme des materiaux, These de doctorat, ENSMP, 1995
- [Boussetta06] **Ramzy Boussetta, Thierry Coupez, Lionel Fourment**, Adaptive remeshing based on a posteriori error estimation for forging simulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 195, Issues 48-49, 1 October 2006, Pages 6626-6645
- [Bronkhorst06] **C.A. Bronkhorst, E.K. Cerreta, Q. Xue, P.J. Maudlin, T.A. Mason, G.T. Gray III**, An experimental and numerical study of the localization behavior of tantalum and stainless steel, *International Journal of Plasticity*, Volume 22, Issue 7, July 2006, Pages 1304-1335
- [Delalondre07-1] **F. Delalondre, S. Guerdoux, L. Fourment**, 3D simulation of adiabatic shear bands in high speed machining, *Proceeding of the 9th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes (NUMIFORM)*, Porto, 2007

- [Delalondre07-2] **F. Delalondre, L. Fourment**, A study of adiabatic shear band formation during high speed machining using 3D finite element simulation, 10<sup>th</sup> International CIRP Workshop on Modeling of Machining Operations, Reggio Calabria, 2007
- [Delalondre08-1] **F. Delalondre, L. Fourment**, 3D study of adiabatic shear band formation during high speed metal cutting, Proceedings of International Conference on Computational Plasticity, (ICTP08), Gyeongju, Korea, 2008
- [Guerdoux07] **S. Guerdoux**, Simulation numerique du soudage par frottement-malaxage, These de doctorat, ENSMP, 2007
- [Longère05] **Patrice Longère, André Dragon, Hervé Trumel, Xavier Deprince**, Adiabatic shear banding-induced degradation in a thermo-elastic/viscoplastic material under dynamic loading, International Journal of Impact Engineering, Volume 32, Issues 1-4, December 2005, Pages 285-320
- Lurdos08] **Olivier Lurdos**, Lois de comportement et recristallisation dynamique : approches empirique et physique, Thèse de Doctorat centre SMS (Microstructures et traitements thermomécaniques), 2008
- [Meyers03] **M. A. Meyers, Y. B. Xu, Q. Xue, M. T. Pérez-Prado, T. R. McNelley**, Microstructural evolution in adiabatic shear localization in stainless steel, Acta Materialia, Volume 51, Issue 5, 14 March 2003, Pages 1307-1325
- [Mocellin99] **K. Mocellin**, Contribution a la simulation numerique tridimensionnelle du forgeage a chaud: Etude du contact et du calcul multigrille, These de doctorat, ENSMP, 1999
- [Owen99] **D.R.J. Owen, M. Vaz Jr**, Computational techniques applied to high-speed machining under adiabatic strain localization conditions, Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering, 171 (1999) 445-461

- [Perchat00] **E. Perchat**, Mini-element et factorizations incompletes pour la parallelization d'un solveur de Stokes 2D. Application au forgeage, These de doctorat, ENSMP, 2000
- [Ranc05] **Nicolas Ranc**, Etude des Champs de Temperature et de deformation dans les matériaux métalliques sollicités à grande vitesse de déformation, Thèse de doctorat, Université Paris X – Nanterre
- [Rhim05] **Sung-Han Rhim, Soo-Ik Oh**, Prediction of serrated chip formation in metal cutting process with new flow stress model for AISI 1045 steel, Journal of Materials Processing Technology, Volume 171, Issue 3, 1 February 2006, Pages 417-422
- [Rittel08] **D. Rittel, Z.G. Wang**, Thermo-mechanical aspects of adiabatic shear failure of AM50 and Ti6Al4V alloys, Mechanics of Materials, Volume 40, Issue 8, August 2008, Pages 629-635
- [Soyris90] **N. Soyris**, Modelisation tridimensionnelle du couplage thermique en forgeage a chaud, These de doctorat, ENSMP, 1990
- [Wright02] **T.W. Wright, G.K. Batchelor, L.B. Freund**, The Physics and Mathematics of Adiabatic Shear Bands, Cambridge University Press, 2002
- [Xue04] **Q. Xue, M. A. Meyers, V. F. Nesterenko**, Self organization of shear bands in stainless steel, Materials Science and Engineering A, Volume 384, Issues 1-2, 25 October 2004, Pages 35-46
- [Yen04] **Y.-C. Yen, A. Jain, T. Altan**, A Finite Element Analysis of Orthogonal Machining using Different Tool Geometries, Journal of Materials Processing Technology, 146:72-81, 2004.
- [Zienkiewicz 92] **O.C. Zienkiewicz, J.Z. Zhu**, The superconvergent patch recovery (SPR) and adaptive finite element refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 101 (1992) 207–224.



## *Partie 2 – Modélisation du problème thermomécanique*

Dans la première partie de ce document, nous avons montré la capacité du modèle ALE-adaptatif à simuler des BCA dans le cadre de procédés à grandes vitesses et ceci pour diverses configurations 2D et 3D. Nous avons également montré les limites de ce dernier sur des configurations macroscopiques. Nous en avons conclu qu'il semblait nécessaire de s'orienter vers des calculs plus intensifs avec l'emploi de calculateurs d'importantes capacités tel que les clusters.

Dans cette seconde partie, nous allons présenter le développement d'un nouveau logiciel éléments finis entièrement parallélisé permettant de simuler la mise en forme de matériaux métalliques par les procédés de forgeage ou d'usinage. Ce logiciel, baptisé Forge++, est basé sur la librairie C++ CIMLib développée au sein du groupe CIM (Calcul Intensif en mise en forme des Matériaux) au CEMEF. Dans ce second chapitre, nous aborderons les différents éléments clefs nécessaires à la constitution d'un code de simulation à vocation industrielle. Le premier point qui portera sur le détail de la résolution du problème mécanique. Cette première étude sera ensuite complétée par la présentation des méthodes de résolution des problèmes thermique et thermomécanique.

Le lecteur pourra apprécier les nouveautés ajoutées à librairie CIMLib par l'auteur de ce manuscrit en se reportant à l'introduction et la description de l'état de cette dernière au commencement de ce travail de thèse.

<b>1</b>	<b>LE PROBLEME MECANIQUE</b>	<b>127</b>
<b>1.1</b>	<b>MODELISATION</b>	<b>127</b>
<b>1.2</b>	<b>AMELIORATION DE LA ROBUSTESSE DU CALCUL ELEMENTS FINIS</b>	<b>143</b>
1.2.1	OPTIMISATION DE LA RESOLUTION DU SYSTEME NON LINEAIRE	143
1.2.2	REGULARISATION DES LOIS DE COMPORTEMENTS	145
1.2.3	METHODE DE SOUS INCREMENTATION	148
1.2.4	ADAPTATION DU PAS DE TEMPS EN FONCTION DE L'INCREMENT DE DEFORMATION	148
<b>1.3</b>	<b>VALIDATION DU CALCUL MECANIQUE A L'AIDE DE FORGE3</b>	<b>151</b>
1.3.1	PRESENTATION DES CAS TESTS	151
1.3.2	RESULTATS OBTENUS	153
<b>1.4</b>	<b>SYNTHESE DE LA PARTIE MECANIQUE</b>	<b>158</b>
<b>2</b>	<b>LE PROBLEME THERMIQUE</b>	<b>159</b>
<b>2.1</b>	<b>MODELISATION</b>	<b>159</b>
2.1.1	FORMULATION DU PROBLEME CONTINU	159
2.1.2	FORMULATION DU PROBLEME DISCRETISE	164
2.1.3	CAS DE LA THERMIQUE NON LINEAIRE	168
<b>2.2</b>	<b>VALIDATION</b>	<b>169</b>
2.2.1	DESCRIPTION DU CAS TEST	169
2.2.2	COMPARAISON DES SOLUTIONS ANALYTIQUES ET NUMERIQUES	170
<b>2.3</b>	<b>TRAITEMENT DU PROBLEME DE CHOC THERMIQUE</b>	<b>171</b>
2.3.1	DESCRIPTION DU PHENOMENE	171
2.3.2	DESCRIPTION DES DIFFERENTES METHODES POUR LA PRISE EN COMPTE DU CHOC THERMIQUE	171
<b>3</b>	<b>COUPLAGE THERMOMECHANIQUE</b>	<b>174</b>
<b>4</b>	<b>SYNTHESE</b>	<b>175</b>
<b>5</b>	<b>REFERENCES</b>	<b>176</b>

# 1 Le problème mécanique

Dans cette première partie, nous allons rappeler les différentes équations dans le cadre du calcul mécanique. La résolution de ces dernières par la méthode des éléments finis ainsi que diverses méthodes permettant d'améliorer la robustesse du calcul mécanique seront ensuite présentées.

## 1.1 Modélisation

### 1.1.1 Formulation du problème continu

#### 1.1.1.1 Equation d'équilibre

On définit tout d'abord  $\Omega$  comme étant le domaine représentant le volume du matériau à mettre en forme. On définit également  $\partial\Omega$  comme étant la frontière du domaine  $\Omega$ .

##### 1.1.1.1.1 Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique postule que :

$$\operatorname{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho F = \rho \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

Avec  $\underline{\underline{\sigma}}$  le tenseur des contraintes exprimé en Pa,  $F$  les forces de gravité exprimées en  $kg^{-1} m^3 s^{-2}$ ,  $\rho$  la masse volumique du matériau et  $\dot{\gamma}$  l'accélération exprimée en  $m.s^{-2}$ .

Dans la suite de ce manuscrit, nous considérerons négligeables les forces de masse devant les autres grandeurs. De plus, et par souci de simplification du problème étudié dans ce deuxième chapitre, nous considérerons également l'accélération comme négligeable.

Cette dernière hypothèse pourrait s'avérer surprenante étant donné les vitesses mises en jeu dans le cadre des procédés à grande vitesse. Cependant, une étude de l'influence des termes d'inertie a montré une faible contribution de ces derniers dans l'essai de coupe orthogonale (micro usinage) présenté par Baker [Baker02]. Nous considérerons donc cette hypothèse comme valable dans la suite de ce chapitre.

L'équation (2.1) se réécrit donc de la manière suivante :

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 \quad (2.2)$$

#### 1.1.1.1.2 Incompressibilité

Dans la suite de ce chapitre, nous considérons le matériau incompressible. Par conséquent, l'équation de continuité peut se réduire sous la forme suivante :

$$\text{div}(v) = 0 \quad (2.3)$$

Avec  $v$  la vitesse du matériau exprimée en m/s.

#### 1.1.1.1.3 Conditions limites

Afin de définir les conditions limites qui seront appliquées au domaine, nous définissons tout d'abord la surface du domaine  $\partial\Omega$  comme l'union des surfaces libres  $\partial\Omega_l$  et des surfaces en contact  $\partial\Omega_c$  :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_l \cup \partial\Omega_c \quad (2.4)$$

Sur la surface libre, le matériau n'étant soumis à aucune contrainte, on a :

$$\underline{\underline{\sigma}}n = \sigma_n = 0 \quad (2.5)$$

Avec  $n$  la normale sortante à la pièce et  $\sigma_n$  la pression de contact exprimée en Pa.

Sur la surface en contact avec l'outil et donc chargée, on considère deux types de conditions :

- Une condition de frottement qui permet d'exprimer la valeur de la scission du frottement  $\tau$  définie par :

$$\tau = \underline{\underline{\sigma}}n - ((\underline{\underline{\sigma}}n)n)n \quad (2.6)$$

Cette condition tangentielle est associée à un modèle tribologique.

- Une condition de contact qui exprime la non pénétration de la matière dans l'outil. Elle est décrite par les équations suivantes, appelées *conditions de Signorini*

$$\begin{cases} (v - v^{outil})n \leq 0 \\ \sigma_n \leq 0 \\ [(v - v^{outil})n]\sigma_n = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Où  $v^{outil}$  est la vitesse de l'outil et  $\sigma_n$  la pression de contact.

La condition de contact est une condition portée par la normale à la surface de la pièce. La première condition de l'équation (2.7) assure la non pénétration de l'outil dans le lopin. La seconde indique qu'en cas de contact, la contrainte sera uniquement compressive. Enfin, la dernière condition indique qu'en cas d'absence de contact, la contrainte normale est nulle.

### 1.1.1.2 Lois de comportement et de frottement

#### 1.1.1.2.1 Loi rhéologique

La mise en forme aux grandes vitesses impose au matériau de très importantes déformations. Par conséquent, dans la suite de ce chapitre, la composante élastique du matériau sera considérée comme négligeable et le matériau régit par une loi rhéologique purement viscoplastique.

Diverses lois de comportement viscoplastique ont été introduites dans le logiciel Forge++. Dans la suite de ce chapitre, nous nous bornerons à utiliser une loi de type Norton-Hoff. Cette loi relie le déviateur des contraintes  $\underline{s}$  (exprimé en Pa) au tenseur des vitesses de déformation  $\underline{\dot{\varepsilon}}$  (exprimé en  $s^{-1}$ ) par une expression non linéaire fonction de la vitesse de déformation généralisée  $\dot{\varepsilon}$  (exprimé en  $s^{-1}$ ), de la consistance du matériau  $K$  (exprimé en  $Pa \cdot s^m$ ) et de la sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  (sans dimension):

$$\underline{s} = 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon} \right)^{m-1} \underline{\dot{\varepsilon}} \quad (2.8)$$

Ce type de loi est utilisé dans le cadre de procédés de mise en forme à des vitesses conventionnelles. Il diffère donc sensiblement des lois pour les grandes vitesses présentées dans le chapitre précédent et introduites dans les codes Forge3 et Forge++. Ces dernières seront utilisées dans le cadre spécifique de la simulation aux grandes vitesses dans le chapitre 3 de ce manuscrit. Souhaitant présenter le développement d'un nouveau code de calcul applicable à la fois aux procédés de mise en forme à vitesse conventionnelle et aux grandes vitesses, nous nous bornerons dans la suite de ce

deuxième chapitre à considérer les ingrédients nécessaires à la simulation de procédés de mise en forme à vitesse conventionnelle.

Dans la suite de ce manuscrit, nous nous placerons dans le cadre d'une formulation Lagrangienne réactualisée. Le lecteur intéressé par les formulations en Lagrangien total pourra se reporter à [Belytschko01, Bathe76] pour davantage d'informations.

Le tenseur  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$  des vitesses de déformation s'écrit de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} \left( (\nabla v) + (\nabla v)^t \right) \quad (2.9)$$

La vitesse de déformation généralisée sera définie par :

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}} \quad (2.10)$$

Enfin, dans la suite de ce manuscrit, le tenseur des contraintes sera décomposé en une partie déviatorique et une partie sphérique de la façon suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{s}} - p \underline{\underline{I}} \quad (2.11)$$

Où  $p$  est la pression hydrostatique définie par  $p = -\frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}})$  et  $\underline{\underline{I}}$  le tenseur identité.

#### 1.1.1.2.2 Loi de frottement

Diverses lois de frottement ont été implémentées Julien Bruchon dans le logiciel Forge++. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [Bruchon07] pour davantage d'informations. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons une loi de frottement de type Norton. Elle relie la valeur de la scission de frottement  $\tau$  à la vitesse de glissement de l'outil  $v^{outil}$  par le biais de l'expression suivante :

$$\tau = -\alpha_f K \left\| \Delta v_g \right\|^{p_f - 1} \Delta v_g \quad (2.12)$$

Où

$$\Delta v_g = v - v^{outil} - \left[ (v - v^{outil}) \cdot n \right] n \quad (2.13)$$

Cette loi dépend de deux paramètres,  $\alpha_f$  le coefficient de frottement et  $p_f$ , le coefficient de sensibilité à la vitesse de glissement. Souvent, on choisit  $p_f = m$ , la loi de frottement n'est alors plus dépendante que d'un seul paramètre.

### 1.1.1.3 Formulation du problème à résoudre

Les différentes équations présentées précédemment nous permettent d'aboutir au système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 & \Omega \\ \text{div}(v) = 0 & \Omega \\ (v - v^{outil}) \cdot n \leq 0 & \partial\Omega_c \\ \sigma_n \leq 0 & \text{sur } \partial\Omega_c \\ [(v - v^{outil}) \cdot n] \sigma_n = 0 & \partial\Omega_c \\ \tau = -\alpha_f K \|\Delta v_g\|^{(p_f-1)} \Delta v_g & \partial\Omega_c \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Si on utilise la décomposition de  $\underline{\underline{\sigma}}$  en fonction de  $\underline{\underline{s}}$  et  $p$ , on peut écrire (2.14) de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div}(\underline{\underline{s}}) - \text{grad}(p) = 0 & \Omega \\ \text{div}(v) = 0 & \Omega \\ (v - v^{outil}) \cdot n \leq 0 & \partial\Omega_c \\ \sigma_n \leq 0 & \text{sur } \partial\Omega_c \\ [(v - v^{outil}) \cdot n] \sigma_n = 0 & \partial\Omega_c \\ \tau = -\alpha_f K \|\Delta v_g\|^{(p_f-1)} \Delta v_g & \partial\Omega_c \end{array} \right. \quad (2.15)$$

### 1.1.1.4 Formalisme

Les procédés de mise en forme que nous souhaitons étudier étant clairement instationnaires, il convient de modéliser leur évolution. Deux méthodes distinctes, Eulérienne ou Lagrangienne, peuvent alors être choisies. Dans la suite de ce manuscrit, nous ferons le choix d'une gestion par lagrangien réactualisé. Ainsi, la durée du temps de mise en forme est divisée en intervalles de temps  $[t_n, t_{n+1}]$ . La configuration à  $t_{n+1}$  sera calculée à partir de la configuration au temps  $t_n$  et non par rapport à la configuration

initiale  $t_0$  comme en lagrangien total. Afin de calculer la nouvelle configuration par rapport à l'ancienne, il s'avère nécessaire d'introduire un schéma d'intégration temporel. Celui-ci sera développé en paragraphe 1.1.2.3 de ce second chapitre.

## 1.1.2 Formulation du problème discrétisé

### 1.1.2.1 Formulation faible continue

La formulation faible du problème est obtenue par multiplication des équations de conservation par des fonctions tests, puis par intégration sur le domaine. On obtient l'expression faible du problème (2.16), composé du «Principe des Puissances Virtuelles» et de la forme faible de l'équation d'incompressibilité :

Trouver  $(v, p) \in (V^{ca}, P)$  tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \underline{s}(v) : \dot{\varepsilon}(v^*) d\Omega - \int_{\Omega} p \operatorname{div}(v^*) d\Omega - \int_{\partial\Omega_c} \tau \cdot v^* d\Gamma = 0 \\ \int_{\Omega} p^* \operatorname{div}(v) d\Omega = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \forall v^* \in V_0^{ca} \\ \forall p^* \in P \end{array} \quad \text{pour} \quad (2.16)$$

Les ensembles  $V^{ca}$  (espace des vitesses cinématiquement admissibles),  $V_0^{ca}$  (espace des vitesses cinématiquement admissibles à zéro) et  $P$  sont définis par :

$$\begin{aligned} V^{ca} &= \left\{ v \in \left( H^1(\Omega)^d / (v - v^{outil})n \leq 0 \text{ sur } \partial\Omega_c \right) \right\} \\ V_0^{ca} &= \left\{ v \in \left( H^1(\Omega)^d / v \cdot n \leq 0 \text{ sur } \partial\Omega_c \right) \right\} \\ P &= L^2(\Omega) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Il est à noter que la condition de contact unilatéral apparaît pour le moment dans la définition des champs cinématiquement admissibles. Cette condition est gérée de manière incrémentale par une méthode de pénalisation, qui sera explicitée par la suite. La démonstration de l'existence et l'unicité de la solution  $(v, p)$  dans l'espace  $(V^{ca}, P)$  n'est pas abordée ici. Le lecteur intéressé pourra consulter [Traoré01] pour davantage d'informations. Remarquons simplement que l'existence et l'unicité de la solution  $v^*$  dans  $V_0^{ca}$  sont assurées par l'équivalence de la première équation de système (2.16) avec

la condition de stationnarité de la fonctionnelle viscoplastique strictement convexe  $\Psi$  [Germain85] :

$$\psi(v) = \int_{\Omega} \frac{K}{m+1} \left( \sqrt{3} \varepsilon(v) \right)^{m+1} d\Omega + \int_{\partial\Omega_c} \frac{\alpha_f K}{m+1} \|\Delta v_g\|^{m+1} d\Gamma \quad (2.18)$$

Le système (2.16) est donc équivalent à la minimisation de la fonctionnelle viscoplastique, sous la contrainte d'incompressibilité :

$$\begin{cases} \text{Min}_{v \in V^{ca}} \psi(v) \\ \int_{\Omega} p^* \text{div}(v) d\Omega = 0, \forall p^* \in P \end{cases} \quad (2.19)$$

Le Lagrangien  $L$  associé à ce problème s'écrit ainsi :

$$L : (v, p) \in (V^{ca}, P) \mapsto \psi(v) - \langle \text{div}(v), p \rangle \quad (2.20)$$

La pression  $p$  joue le rôle d'un multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'incompressibilité. Le problème (2.16) à résoudre équivaut alors à l'application des conditions suffisantes de minimalité, compte tenu du fait que  $\Psi$  est strictement convexe, et donc il y a existence d'un minimum local :

$$\begin{cases} \langle D_v L(v, p), v^* \rangle = 0 \\ \langle D_p L(v, p), p^* \rangle = 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

On approxime les espaces d'admissibilités  $V^{ca}$  et  $P$  par des ensembles discrets de dimensions finies  $V_h^{ca}$  et  $P_h$ , où  $h$  représente la taille de maille. Ces ensembles  $V_h^{ca}$  et  $P_h$  sont basés sur une triangulation  $\Gamma_h$ , en éléments  $\omega_h$ , de l'espace  $\Omega_h$ . Cet espace discrétise le domaine continu  $\Omega$ .

$$\Omega_h = \bigcup_{\omega_h \in \Gamma_h} \omega_h \quad (2.22)$$

On cherche la solution  $(v_h, p_h)$  dans l'espace  $(V_h^{ca}, P_h)$ , en souhaitant que  $(v_h, p_h)$  converge vers  $(v, p)$  lorsque  $h$  tend vers 0. Cette convergence est assurée par la

consistance du problème, consistance avérée puisque les espaces d'approximation dans lesquels nous travaillons sont des espaces de polynômes. La formulation couplée du problème en vitesse et pression nous impose également de respecter la condition de Brezzi-Babuska [Babuska73] qui correspond à une condition de stabilité spatiale. Cette restriction va influencer directement sur le choix de l'élément.

### 1.1.2.2 Discrétisation spatiale

L'élément tétraédrique P1+ / P1 (figure 2.1), dit « mini-élément » est choisi ici pour discrétiser le domaine. Il a été introduit par [Arnold84] et implémenté dans le logiciel Forge3® [Coupez95] pour une formulation viscoplastique incompressible. La vitesse est ainsi approchée par une partie linéaire sur le tétraèdre et est enrichie par une partie bulle linéaire définie sur les quatre sous tétraèdres formés par les sommets et le centre de gravité du tétraèdre. La pression quant à elle est discrétisée par un tétraèdre linéaire (Figure 2.1).



Figure 2.1 – Interpolations (a) de la pression (P1) et (b) des vitesses (P1+).

Soit  $(\omega_h^k)_{k=1,\dots,d+1}$  la famille des 4 sous tétraèdres dont le sommet commun est le centre de gravité du tétraèdre courant. On peut ainsi définir les ensembles discrets  $V_h^{ca}$  et  $P_h$  tels que :

$$\begin{aligned}
 P_h &= \left\{ p_h \in C^0(\Omega_h) / \forall \omega_h \in \Gamma_h, p_h|_{\omega_h} \in P^1(\omega_h) \right\} \\
 L_h &= \left\{ v_h \in (C^0(\Omega_h))^3 / \forall \omega_h \in \Gamma_h, v_h|_{\omega_h} \in (P^1(\omega_h))^3 \right\} \\
 B_h &= \left\{ \begin{array}{l} b_h \in (C^0(\Omega_h))^3 / \forall \omega_h \in \Gamma_h, b_h|_{\omega_h^k} \in (P^1(\omega_h^k))^3, k = 1, \dots, d+1 \\ \text{et } b_h = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega_h \end{array} \right\} \\
 V_h &= L_h \oplus B_h
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Ce choix d'élément avec bulle hiérarchique  $h$  est motivé par la stabilité qu'il confère. Cette stabilité est à la fois théorique, puisqu'elle remplit la condition de Brezzi-Babuska, mais aussi numérique, puisque la condensation de la bulle améliore le conditionnement de la matrice du système linéaire à résoudre. De plus, les éléments tétraédriques permettent de décrire correctement des volumes complexes, tout en restant facilement maniables pour le maillage et le remaillage [Coupez94]. La méthode de remaillage automatique utilisée dans le code n'est pas détaillée ici, le lecteur peut se référer à [Coupez91]. Notons simplement qu'elle est basée sur une approche locale et procède par amélioration topologique des éléments du maillage.

Notons  $N_l$  et  $N_b$  les fonctions de base linéaires et bulle. Les champs de vitesse et de pression discrets résultants s'écrivent :

$$\begin{aligned} v_h &= v_h^l + v_h^b = \sum_{k=1}^{Nbnoe} V_k N_k^l + \sum_{j=1}^{Nbelt} V_j^b N_j^b \\ p_h &= \sum_{k=1}^{Nbnoe} P_k N_k^l \end{aligned} \quad (2.24)$$

Où  $Nbnoe$  (respectivement  $Nbelt$ ) représente le nombre de noeuds (respectivement le nombre d'éléments) du maillage.

La formulation discrétisée du problème s'obtient en remplaçant dans l'équation (2.16) les fonctions tests par les fonctions de base ainsi que  $v$  par  $v_h$  et  $p$  par  $p_h$  :

$$\begin{aligned} \forall k = 1, \dots, Nbnoe; \forall i = 1, \dots, d \\ \int_{\Omega_h} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) : \dot{\varepsilon}(N_k^l e_i) d\Omega_h \\ + \int_{\partial\Omega_k} \alpha_f K \|\Delta v_{g_h}\|^{m-1} (\Delta v_{g_h} \cdot e_i) N_k^l dS - \int_{\Omega_h} p_h \operatorname{div}(N_k^l e_i) d\Omega_h = 0 \\ \forall e = 1, \dots, Nbelt; \forall i = 1, \dots, d \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_h^c} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) : \dot{\varepsilon}(N_k^b e_i) d\Omega_h - \int_{\Omega_h^c} p_h \operatorname{div}(N_k^b e_i) d\Omega_h = 0 \\ \forall k = 1, \dots, Nbnoe \\ \int_{\Omega_h} N_k^l \operatorname{div}(v_h^l + v_h^b) d\Omega_h = 0 \end{aligned}$$

Où  $e_i$  est le vecteur unitaire dans la direction  $i$  de l'espace.

Le terme de frottement n'intervient pas dans la seconde équation du système (2.25) qui concerne le champ de vitesse bulle car celui-ci est nul aux bords des tétraèdres du maillage et donc nul au bord du domaine. Cette formulation est valable, à cet instant, pour un champ cinématiquement admissible qui vérifie les équations de contact. Cette restriction est levée dans le paragraphe 1.2.2.4.

### 1.1.2.3 Discrétisation temporelle

Afin de prendre en compte l'évolution temporelle des problèmes que nous avons à traiter, il est nécessaire d'intégrer à notre problème l'équation d'évolution :

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (2.26)$$

Le problème évolutif sera résolu par une méthode aux différences finies de type Euler explicite dont le développement de Taylor est tronqué au premier ordre:

$$x^{t+\Delta t} = x^t + \Delta t v^t \quad (2.27)$$

Utiliser ce schéma revient à considérer la vitesse comme constante au cours d'un incrément de temps. Pour une configuration  $\mathcal{Q}^t$  donnée, on calcule le champ de vitesse  $v^t$  et on en déduit la configuration au pas de temps suivant  $\mathcal{Q}^{t+\Delta t}$ . Cette méthode implique que les équations d'équilibre ne sont vérifiées qu'à certains moments de la simulation.

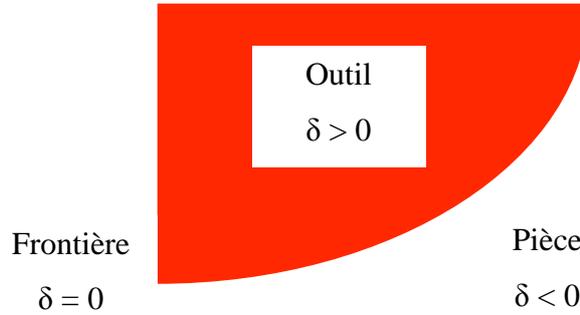
Le schéma d'Euler explicite pouvant engendrer des variations de volume considérables dans certaines configurations, des schémas plus précis (Runge-Kutta d'ordres deux et quatre) sont également disponibles dans Forge++.

### 1.1.2.4 Gestion incrémentale du contact

Nous ne présenterons ici qu'une description très générale de la gestion incrémentale du contact telle qu'elle a été développée dans Forge++. Une présentation complète et détaillée est disponible dans [Mocellin99] et [Bruchon07].

Définissons la notion de distance signée  $\delta$  à l'outil. En tout point  $x$  du domaine  $\Omega$  définissant la géométrie de la pièce,  $\delta(x)$  représente la distance de ce point à la surface de l'outil le plus proche. La convention suivante est utilisée et décrite par la Figure 2.2:

- $\delta(x) < 0$  si le point  $x$  est à l'extérieur de l'outil
- $\delta(x) = 0$  si le point  $x$  appartient à la surface de l'outil
- $\delta(x) > 0$  sinon (le point  $x$  a pénétré dans l'outil)



**Figure 2.2 – Définition de la distance de pénétration  $\delta$ .**

On utilise ici une approche par contact nodal qui s'avère particulièrement efficace dans le cadre des contacts complexes mis en œuvre lors d'opérations de forgeage et d'usinage [Fourment99]. Cette approche consiste à imposer exactement la condition de contact aux nœuds de la surface. La condition de non pénétration (2.7) revient par conséquent à écrire, de manière discrète aux nœuds :

$$\delta_k \leq 0, \forall k \in \partial\Omega_h \quad (2.28)$$

Avec  $\delta_k = \delta(X_k)$

Durant un incrément de temps, aucun nœud du domaine ne doit pénétrer dans les outils. Ces points sont seulement autorisés, soit à rester en contact avec l'outil ( $\delta_k = 0$ ), soit à s'en éloigner ( $\delta_k < 0$ ). On impose donc la condition :

$$\delta_k^{t+\Delta t} \leq 0, \forall k \in \partial\Omega_h \quad (2.29)$$

En utilisant un développement limité à l'ordre 1 en temps :

$$\delta_k^{t+\Delta t} = \delta_k^t + (V_k - v^{Outil}) \cdot n_k^t \Delta t + O(\Delta t^2), \forall k \in \partial\Omega_h \quad (2.30)$$

Où  $n_k^t$  est la normale sortante à l'outil, au nœud frontière  $X_k$  à l'instant  $t$ .

On obtient ainsi une nouvelle expression de la condition de contact unilatéral, exprimée à l'instant  $t$  :

$$h(V_k, v^{outil}) = \frac{\delta_k}{\Delta t} - (V_k - v^{outil})n_k \leq 0, \forall k \in \partial\Omega_h \quad (2.31)$$

A partir de cette condition de contact unilatéral, on introduit une fonctionnelle de pénalisation de cette équation de contact (exprimé ici sous sa forme discrète) :

$$\phi_{contact}(v_h, v^{outil}) = \frac{1}{2} \rho_c \sum_{k=1}^{Nbnfr} S_k [h(V_k, v^{outil})]^{+2} \quad (2.32)$$

Où  $\rho_c$  est un coefficient de pénalisation pris suffisamment élevé.  $f : x \mapsto [x]^+$  est la fonction partie positive, qui prend la valeur de  $x$  si elle est positive et zéro sinon.  $S_k$  est la surface associée au nœud  $k$ , jouant le rôle de facteur de pondération. Elle est utilisée pour affecter un poids plus fort aux nœuds liés à des faces frontières de plus grande surface et est définie par :

$$S_k = \int_{\partial\Omega_c} N_k ds \quad (2.33)$$

On définit un nouveau Lagrangien à partir de (2.20) qui prend en compte la condition de contact unilatéral pénalisée par l'intermédiaire de la fonctionnelle de contact (2.32):

$$L_\rho(v_h, p_h) = L(v_h, p_h) + \phi_{contact}(v_h, v^{outil}) \quad (2.34)$$

En injectant son expression dans le Lagrangien, il vient :

$$L_\rho(v_h, p_h) = L(v_h, p_h) + \frac{1}{2} \rho_c \sum_{k=1}^{Nbnfr} S_k \left[ \frac{\delta_k}{\Delta t} - (v_h - v^{outil})n_k \right]^{+2} \quad (2.35)$$

Soit  $1_{\partial\Omega_{ch}}$  la fonction indicative du contact :

$$\begin{cases} 1_{\partial\Omega_{ch}}(k) = 1, \forall k \in \partial\Omega_h \\ 1_{\partial\Omega_{ch}}(k) = 0, \forall k \in \Omega_h / \partial\Omega_h \end{cases} \quad (2.36)$$

On peut réécrire le Lagrangien (2.35) de la façon suivante :

$$L_\rho(v_h, p_h) = L(v_h, p_h) + \frac{1}{2} \rho_c \sum_{k=1}^{Nbnfr} 1_{\partial\Omega_c}(X_k) S_k \left[ \frac{\delta_k}{\Delta t} - (v_h - v^{outil}) \cdot n_k \right]^{+2} \quad (2.37)$$

Définissons maintenant la fonction indicatrice du frottement  $1_{\partial\Omega_{f_h}}$  ainsi que la surface de frottement  $\partial\Omega_{f_h}$  :

$$\begin{aligned} \partial\Omega_{f_h} &= \{x \in \partial\Omega_h / \delta(x) \geq 0\} \\ \begin{cases} 1_{\partial\Omega_{f_h}}(k) = 1, \forall k \in \partial\Omega_{f_h} \\ 1_{\partial\Omega_{f_h}}(k) = 0, \forall k \in \Omega_h / \partial\Omega_{f_h} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Pour obtenir la formulation faible finale discrétisée « éléments finis » de notre problème, il suffit de réécrire les conditions suffisantes de minimalité (2.21) en utilisant le Lagrangien  $L_\rho$  qui tient compte de la formulation pénalisée du contact :

$$\begin{aligned} \forall k = 1, \dots, Nbnoc; \forall i = 1, \dots, d \\ \int_{\Omega_h} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) : \dot{\varepsilon}(N_k^l e_i) d\Omega_h \\ + \int_{\partial\Omega_k} 1_{\partial\Omega_{f_h}}(k) \alpha_f K \|\Delta v_{g_h}\|^{m-1} (\Delta v_{g_h} \cdot e_i) N_k^l dS - \int_{\Omega_h} p_h \operatorname{div}(N_k^l e_i) d\Omega_h \\ + \rho_c 1_{\partial\Omega_{ch}}(k) S_k \left[ \frac{\delta_k}{\Delta t} - (v_k - v^{outil}) \cdot n_k \right]^+ n_k^i = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \forall e = 1, \dots, Nbelt; \forall i = 1, \dots, d \\ \int_{\Omega_h^e} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^l + v_h^b) : \dot{\varepsilon}(N_k^b e_i) d\Omega_h - \int_{\Omega_h^e} p_h \operatorname{div}(N_k^b e_i) d\Omega_h = 0 \\ \forall k = 1, \dots, Nbnoc \\ \int_{\Omega_h} N_k^l \operatorname{div}(v_h^l + v_h^b) d\Omega_h = 0 \end{aligned}$$

Les inconnues de cette formulation (2.39) que sont la vitesse et la pression sont maintenant exprimées dans des espaces d'admissibilité classiques. Nous allons ainsi pouvoir nous concentrer, dans la prochaine partie, à la résolution numérique de ce système.

### 1.1.3 Résolution du système mécanique

#### 1.1.3.1 Mise sous forme matricielle

La résolution du système vectoriel non linéaire (2.39) nous permet de calculer  $V^t$  pour passer d'une configuration à un instant  $t$  à la configuration suivante à l'instant  $t + \Delta t$ . Il faut donc résoudre ce système à chaque incrément temporel afin d'accomplir la simulation dans son ensemble. Réécrivons le système (2.39) sous la forme matricielle suivante :

$$R(v^l, v^b, p) = \begin{pmatrix} R_l(v^l, v^b, p) \\ R_b(v^l, v^b, p) \\ R_p(v^l, v^b, p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Où  $R$  est le résidu qui doit s'annuler.

On définit alors :

$$R(v^l, v^b, p) = \begin{pmatrix} R_l(v^l, v^b, p) \\ R_b(v^l, v^b, p) \\ R_p(v^l, v^b, p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_l^l + R_l^p + R_c^l \\ R_b^b + R_b^p \\ R_p^l + R_p^b \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Avec :

$$\begin{aligned} (R_l^l)_{ik} &= \int_{\Omega_h} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^l) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^l) : \dot{\varepsilon}(N_k^l e_i) d\Omega_h \\ (R_l^p)_{ik} &= - \int_{\Omega_h} p_h \operatorname{div}(N_k^l e_i) d\Omega_h \\ (R_e^l)_{ik} &= \int_{\partial\Omega_k} 1_{\partial\Omega_{jh}}(k) \alpha_f K \|\Delta v_{g_h}\|^{m-1} (\Delta v_{g_h} \cdot e_i) N_k^l dS + \rho_c 1_{\partial\Omega_{ch}}(k) S_k \left[ \frac{\delta_k}{\Delta t} - (V_k - v^{outil}) n_k \right]^+ n_k^i \\ (R_b^b)_{ik} &= \int_{\Omega_h^c} 2K \left( \sqrt{3} \dot{\varepsilon}(v_h^b) \right)^{m-1} \dot{\varepsilon}(v_h^b) : \dot{\varepsilon}(N_k^b e_i) d\Omega_h \\ (R_b^p)_{ik} &= - \int_{\Omega_h^c} p_h \operatorname{div}(N_k^b e_i) d\Omega_h \\ (R_p^l)_k &= \int_{\Omega_h} N_k^l \operatorname{div}(v_h^l) d\Omega_h \\ (R_p^b)_k &= \int_{\Omega_h} N_k^b \operatorname{div}(v_h^b) d\Omega_h \end{aligned} \quad (2.42)$$

Le système matriciel (2.40) consiste en un système de trois équations à trois inconnues:  $(v^l, v^b, p)$ . L'intérêt de la méthode de stabilisation par bulle est qu'elle permet une réduction de ce système en un système de deux équations à deux inconnues par une méthode de condensation. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [Perchat00] pour de plus amples informations.

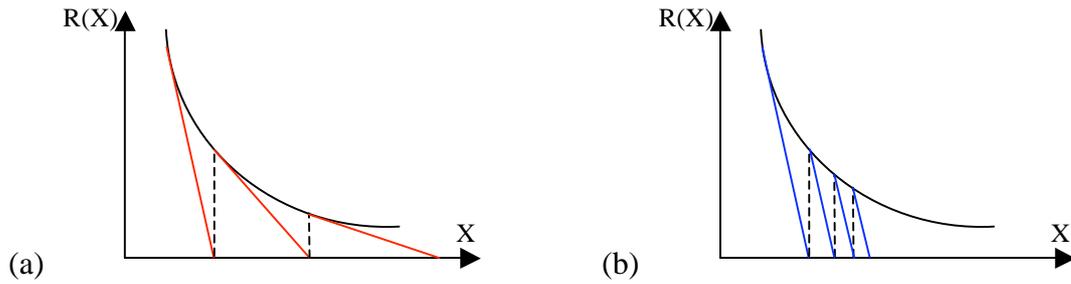
### 1.1.3.2 Résolution du système non linéaire

Le système matriciel non linéaire (2.40) est résolu par une méthode de *Newton-Raphson*. L'algorithme consiste à linéariser le résidu  $R$ , fonction du vecteur de variables  $X$  (dans notre cas composé des vitesses et pressions) en un point et à prendre le point d'annulation de cette linéarisation comme approximation du zéro recherché. Cette procédure est itérée jusqu'à obtenir l'approximation désirée. La solution de l'itération non linéaire  $i+1$ ,  $R(X_{i+1})$ , est obtenue à partir des informations de l'itération précédente  $i$ ,

$R(X_i)$ , et de la dérivée de la fonction  $\left(\frac{dR(X_i)}{dx}\right)$ .

$$\begin{cases} R(X_{i+1}) \cong R(X_i) + \left(\frac{dR(X_i)}{dX}\right)\Delta X = 0 \\ \Delta X = X_{i+1} - X_i \end{cases} \quad (2.43)$$

Cet algorithme a une convergence quadratique au voisinage de la solution et repose sur un calcul de dérivée qui donne la pente de descente de l'algorithme vers la solution. Cet algorithme est rapide et robuste (à condition de bien l'initialiser) car le calcul des dérivées conduit à l'obtention de pentes évolutives au cours des itérations non linéaires (Figure 2.3 a). Elle s'oppose aux méthodes d'ordre 1 de type point fixe dont la pente de recherche de la solution est fixe au cours des itérations non linéaires (Figure 2.3 b).



**Figure 2.3 – Résolution d’une équation non linéaire par la méthode de : (a) Newton (descente avec pente évolutive) et (b) de point fixe (descente avec pente constante).**

La méthode de Newton nécessite l’assemblage d’une matrice de raideur  $A$  ainsi que d’un second membre  $B$ . On aboutit à chaque itération non linéaire  $i+1$  à la résolution du système linéaire suivant :

$$\begin{cases} [A(X_i)]\{X_{i+1}\} = [B(X_i)] \\ A(X_i) = \left(\frac{dR(X_i)}{dX}\right) \\ B(X_i) = \left(\frac{dR(X_i)}{dX}\right)X_i - R(X_i) \end{cases} \quad (2.44)$$

Ce système est itéré jusqu’à minimisation du résidu vers une valeur donnée par l’utilisateur.

### 1.1.3.3 Résolution du système linéaire

La résolution du système linéaire à chaque itération non linéaire (2.44) est effectuée de façon itérative par l’une des méthodes disponibles dans la bibliothèque PETSc. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [PETSc07] pour de plus amples informations. Par défaut, nous choisirons une méthode de résidu conjugué dont le taux de convergence est en  $O\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$  où  $N$  est le nombre de degrés de liberté qui sera égal à  $d+1$  fois le nombre de nœuds du maillage ( $d$  degrés de liberté pour la vitesse et  $1$  degré de liberté pour la pression). Le critère de convergence de la méthode consiste en l’obtention de la réduction voulue du résidu absolu (2.45) ou relatif (2.46) exprimés en norme  $L_2$ .

$$\|B - AX\| \leq \varepsilon_1 \quad (2.45)$$

$$\frac{\|B - AX\|}{\|B_0\|} \leq \varepsilon_2 \quad (2.46)$$

Enfin, afin d'améliorer la convergence du système, nous utiliserons des méthodes de préconditionnement disponibles dans PETSc telle que les méthodes diagonale bloc ou Choleski incomplet. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [Mocellin99, Perchat00] pour davantage d'informations.

## 1.2 Amélioration de la robustesse du calcul éléments finis

Les ingrédients présentés ci-dessus permettent la résolution des équations non linéaires de mécanique obtenues. Cependant, dans le cadre des fortes non linéarités rencontrées en mise en forme des métaux, des problèmes de convergence peuvent survenir. Afin d'améliorer la robustesse des algorithmes, diverses améliorations nécessaires pour traiter ces non linéarités vont maintenant être détaillées.

### 1.2.1 Optimisation de la résolution du système non linéaire

La première optimisation que l'on se propose de présenter porte sur l'algorithme de résolution du système non linéaire.

#### 1.2.1.1 Initialisation du système non linéaire

L'intérêt principal de la méthode de Newton réside dans la robustesse qu'elle offre. Cependant, sans une initialisation précise, cette dernière peut être mise à mal. Ce dernier point étant crucial pour atteindre rapidement une bonne convergence de l'algorithme, l'étude de l'initialisation du schéma de Newton va être présentée.

La méthode de Newton est sensible à la distance globale entre la valeur initiale du champ recherché et la solution ainsi qu'à la validité du développement des équations au premier ordre. Par exemple, si la valeur de la vitesse en un nœud du maillage est fortement éloignée de la solution, ceci affectera la convergence de l'algorithme tout entier. En effet, dès la première itération, le champ sera perturbé. Il est par conséquent crucial de maîtriser la valeur initiale du champ recherché. Ceci s'avère d'autant plus vrai en début de calcul, lorsque la matière commence à être mise en forme. Dans ce cas

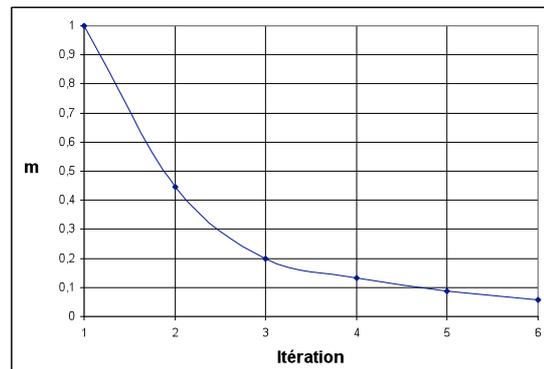
précis, le calcul est initialisé grâce à une résolution linéaire: la loi de comportement est choisie linéaire (le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  est pris égal à 1 ainsi que le paramètre  $p_f$  de la loi de frottement) et un problème de Stokes linéaire est résolu. Les valeurs de vitesses et de pressions obtenues servent ensuite à initialiser l'algorithme non linéaire. Au cours de la simulation, compte tenu de la nécessité d'utiliser des petits pas de temps, les valeurs de vitesses et de pressions ne varient pas de façon très importantes d'un incrément de temps à l'autre. De ce fait, les résultats obtenus à l'issue de l'incrément  $n$  servent à initialiser le système non linéaire de l'incrément  $n+1$ . Il est à noter qu'en cas de non convergence du système non linéaire, et pour des valeurs de  $m$  très faibles, un algorithme de continuation peut-être mis en œuvre afin de réinitialiser le système non linéaire. Celui-ci consiste à résoudre une suite de problèmes de plus en plus non linéaires jusqu'à atteindre la valeur voulue du coefficient  $m$  définie par le modèle rhéologique (Figures 2.4 et 2.5).

```

Données utilisateur :  $m_{objectif}$ ,  $Limite_{continuation}$ 
Initialisation :  $m = 1, j = 1$ 
Tant que
(( $j < 6$ ) OU ( $\frac{2 \times (m - m_{objectif})}{(m + m_{objectif})} > Limite_{continuation}$ ))
    Si ( $m > 0.2$ )
         $m = m \times 4 / 9$ 
    Sinon
         $m = m \times 2 / 3$ 
    Résolution mécanique avec  $m$ 
     $j = j + 1$ 
Fin tant que
Résolution mécanique avec  $m_{objectif}$ 

```

**Figure 2.4 – Algorithme de continuation.**



**Figure 2.5 – Descente du paramètre  $m$  lors de l'algorithme de continuation.**

### 1.2.1.2 Objectif de convergence évolutive du système linéaire

Afin d'améliorer la convergence de l'algorithme de Newton et d'optimiser le temps de calcul, le critère de convergence de l'algorithme de résolution du système

linéaire est choisi évolutif et fonction du résidu non linéaire. Ainsi, au début de l'algorithme de Newton, lorsque le résidu non linéaire est très important (hautes fréquences), le critère de convergence du système linéaire est choisi moins précis que l'objectif assigné. Ceci évite des itérations coûteuses en temps CPU et peu utiles pour la convergence du système non linéaire. En fin de calcul de l'algorithme de Newton (lorsque le résidu non linéaire se rapproche de l'objectif assigné, se trouvant alors dans les basses fréquences), le critère de convergence du système linéaire sera cette fois choisi plus précis que celui de l'algorithme non linéaire. Ceci permet d'éviter le calcul d'une itération non linéaire obsolète lorsque l'algorithme est très proche de la solution recherchée. Ces deux optimisations permettent des gains de temps CPU de l'ordre de 10 à 20% par rapport à des critères de convergence fixes.

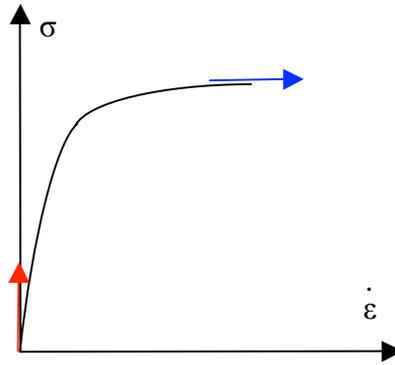
### **1.2.2 Régularisation des lois de comportement**

Lors de la résolution du problème mécanique, il arrive que l'on observe d'importantes difficultés de convergence de l'algorithme non linéaire qui proviennent de la loi de comportement utilisée. Afin de faciliter la convergence, nous allons introduire diverses régularisations. Ceci consiste à ajouter un paramètre numérique négligeable sur le comportement du matériau mais qui permet une meilleure convergence dans des cas précis que nous allons détailler ci-après.

#### **1.2.1.1 Régularisation par ajout d'une vitesse de déformation numérique**

La première régularisation que l'on se propose d'ajouter intervient aux lieux de présence d'asymptotes horizontale (en bleue, Figure 2.6) et verticale (en rouge, Figure 2.6) sur le graphique contrainte/vitesse de déformation.

Ces asymptotes correspondent aux lieux où la pente du diagramme contrainte/vitesse de déformation  $\partial\sigma/\partial\dot{\varepsilon}$  est infinie (asymptote rouge) ou nulle (asymptote bleue). Ceci implique des dérivées de très grandes ou très faibles valeurs qui nuisent à la convergence des algorithmes non linéaires [Cescutti89].



**Figure 2.6 - Graphique contrainte-vitesse de déformation muni de ses asymptotes (pente infinie en rouge et nulle en bleu).**

Afin d'éviter ces écueils, une première régularisation de la loi de comportement a été introduite. Elle consiste à rajouter un terme numérique  $\frac{\dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}}$  dont la valeur est négligeable (de l'ordre de quelques pourcents) dans les conditions habituelles de déformation du matériau.

$$\begin{cases} \frac{\dot{\varepsilon}_{reg}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \\ \frac{\dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}} = 0.01 \times \frac{V^{outil}}{h^{ref}} \end{cases} \quad (2.47)$$

Où  $\frac{\dot{\varepsilon}_{reg}}{\dot{\varepsilon}}, \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$  correspondent respectivement aux vitesses de déformations régularisées, issues du calcul éléments finis standard et de régularisation.  $V^{outil}, h^{ref}$  correspondent à la vitesse de l'outil et à la hauteur de référence. Cette dernière est égale à la distance totale que parcourra l'outil lors de l'opération de mise en forme.

L'ajout de cette régularisation permet ainsi de diminuer (en rouge, Figure 2.7) la pente du diagramme contrainte/vitesse de déformation facilitant alors la convergence de l'algorithme non linéaire.

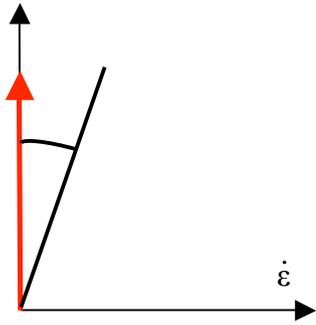


Figure 2.7 – Zoom sur le cas de l'asymptote correspondant au cas de la pente infinie (rouge).

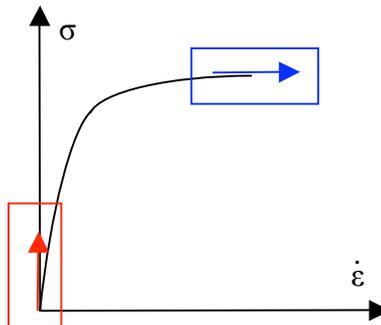


Figure 2.8 - Graphique contrainte-vitesse de déformation munie de ses asymptotes.

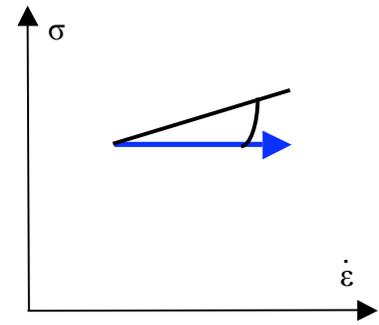


Figure 2.9 - Zoom sur le cas de l'asymptote correspondant au cas de la pente nulle (bleu).

### 1.2.1.2 Régularisation par seuil

La régularisation précédente permet de faciliter la convergence de l'algorithme non linéaire dans le cas explicite précédemment. Cependant, d'importants problèmes de convergence peuvent quelque fois apparaître lorsque la valeur de la contrainte ou celle de la pente du diagramme contrainte/vitesse de déformation (**Figure 2.9**) sont faibles. Ce cas se rencontre notamment en début de calcul (au moment du chargement), au cours de la déformation lorsque le matériau devient extrêmement mou (cas des bandes de cisaillement adiabatique) ou lorsque l'évolution de la contrainte stagne. Afin de remédier à cela, une seconde régularisation a été introduite sous forme de seuil. Elle consiste à rajouter une consistance numérique négligeable devant la consistance du matériau en régime normal de fonctionnement.

$$\begin{cases} K_{reg} = K + K_0 \\ K_0 = 0.01 \times \left( \frac{V^{ref}}{h^{ref}} \right)^{m_0 - 1} \end{cases} \quad (2.48)$$

Où  $K_{reg}, K, K_0$  correspondent respectivement aux consistances régularisées, issue du calcul éléments finis et de régularisation.  $m_0$  correspond au coefficient de sensibilité moyen. Il est pris égal à 0.12 dans Forge3, ce qui correspond à une valeur moyenne de matériau utilisé dans le cadre de la mise en forme des métaux.

### 1.2.3 Méthode de sous incrémentation

La recherche du champ de vitesse correspond à la partie la plus coûteuse en temps de calcul. De nombreuses études ont été menées afin d'en réduire le coût, le lecteur intéressé pourra notamment se reporter à *Cescutti* [Cescutti87]. Dans la suite de ce paragraphe, nous nous intéresserons plus particulièrement aux méthodes de sous incrémentation. Ces méthodes, employées à l'issue d'une itération non linéaire  $i+1$ , consistent à calculer la meilleure solution possible  $\tilde{X}_{i+1}$  à partir de combinaisons linéaires des itérations de Newton  $i$  et  $i+1$ :

$$\tilde{X}_{i+1} = (1 - \lambda)X_i + \lambda X_{i+1} \quad (2.49)$$

Où  $\lambda$  est le paramètre de descente compris entre 0 et 1.

L'intérêt des méthodes de sous incrémentation réside dans le fait qu'elles permettent d'obtenir une meilleure solution du système non linéaire à moindre coût. En effet, seul le paramètre de descente  $\lambda$  varie au cours de l'algorithme de façon décroissante de 1 jusqu'à une valeur proche de 0 si nécessaire. Les systèmes matriciels sont déjà formés, ce qui évite une phase d'assemblage. Le point crucial de ce type d'algorithme repose donc sur la méthode de descente utilisée. Fort de l'expérience acquise dans Forge3®, nous avons opté pour la méthode de descente évolutive décrite Figures 2.10 et 2.11.

Afin d'améliorer la robustesse et l'efficacité de cet algorithme de sous incrémentation, une condition d'arrêt sur croissance a également été introduite. Elle consiste à empêcher la croissance du résidu lors de l'algorithme de descente. Ainsi, si au cours de la descente de  $\lambda$  le résidu calculé croît, l'algorithme choisira la valeur de  $\lambda$  précédente pour laquelle l'évolution du résidu était décroissant. Ceci évite l'oscillation du résidu au cours de l'algorithme de sous incrémentation.

### 1.2.4 Adaptation du pas de temps en fonction de l'incrément de déformation

Dans Forge++, le pas de temps peut être choisi fixe ou évolutif. Dans le second cas, il est piloté par l'incrément de déformation. Ceci permet de définir un pas de temps pendant lequel l'incrément de déformation généralisée ne peut excéder une valeur fixée par l'utilisateur. Ce dernier sera compris entre deux valeurs, minimales et maximales, également fixées par l'utilisateur (Figure 2.12).

Itération non linéaire  $n$   
 Calcul Résidu initial :  $Residu0$   
 Résolution système linéaire :  $Residu1$   
 Sous-incrémentatation  
 Fin itération non linéaire  $n$

**Figure 2.10 – Algorithme de Newton avec sous incrémentatation.**

Initialisation :  $\lambda = 1$   
 Tant que  $((Residu1 > Residu0 / 2) \text{ ET } (\lambda > \lambda_{limite}))$   
Calcul taux convergence :  $Tcv = \frac{Residu0}{Residu1}$   
Calcul de  $p$  :  
 $p = 1$   
 Si  $(Tcv > 10)$   
 $p = 2$   
Calcul de  $\lambda$  :  

$$\lambda = \lambda \times \left(\frac{2}{3}\right)^p$$
 Résolution système linéaire :  $Residu1$   
 Fin tant que

**Figure 2.11 – Algorithme de descente de la méthode de sous-incrémentatation.**

Données utilisateur :  $\Delta t_{min}$ ,  $\Delta t_{max}$ ,  $\Delta \varepsilon_{max}$

Calcul Mécanique

Calcul du pas de temps

Calcul de  $\dot{\varepsilon}_{moyen}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{max}$

Calcul du pas de temps  $\Delta t_{deform}$

Si ( $5 \times \dot{\varepsilon}_{moyen} < \dot{\varepsilon}_{max}$ )

$$\Delta t_{deform} = \frac{5 \times \Delta \varepsilon_{max}}{\dot{\varepsilon}_{max}}$$

Sinon

$$\Delta t_{deform} = \frac{\Delta \varepsilon_{max}}{\dot{\varepsilon}_{moyen}}$$

Encadrement de  $\Delta t_{deform}$

Si ( $\Delta t_{deform} > \Delta t_{max}$ )

$$\Delta t_{deform} = \Delta t_{max}$$

Si ( $\Delta t_{deform} > \Delta t_{min}$ )

$$\Delta t_{deform} = \Delta t_{min}$$

Fin Calcul pas de temps

**Figure 2.12 – Algorithme d’adaptation du pas de temps en fonction de l’incrément de déformation.**

### 1.3 Validation du calcul mécanique à l'aide de Forge3

Dans la suite de ce manuscrit, nous allons présenter des résultats de validations du calcul mécanique effectuées par Bruchon [Bruchon08] par le biais de comparaisons avec le logiciel Forge3.

#### 1.3.1 Présentation des cas tests

##### 1.3.1.1 Ecrasement entre tas plats

Le premier cas test que l'auteur se propose de résoudre consiste en l'écrasement entre tas plats d'un lopin parallélépipédique d'une hauteur initiale de 200 mm (**Figure 2.13**). Le calcul mécanique est résolu sur vingt incréments jusqu'à atteindre une hauteur finale de lopin de 180 mm. Le maillage utilisé comporte 26 000 nœuds, aucun remaillage ne sera effectué au cours des simulations. Enfin, le pas de temps est non évolutif et fixé à  $10^{-2}$  s.

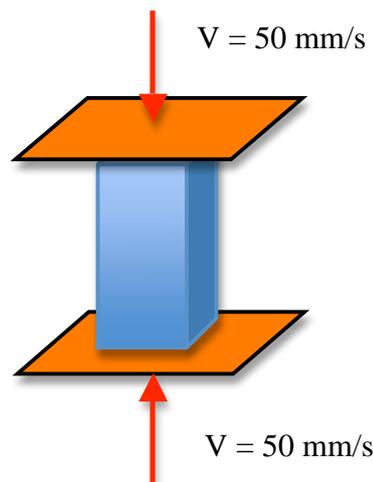


Figure 2.13 – Ecrasement d'un lopin entre tas plats.

##### 1.3.1.1.1 Matériau à comportement et frottement linéaires

Dans un premier temps et afin de tester les algorithmes de résolution du contact et des équations mécaniques, nous nous placerons dans le cas le plus simple d'un comportement et d'une loi de frottement linéaire. Par conséquent, le matériau utilisé est de type



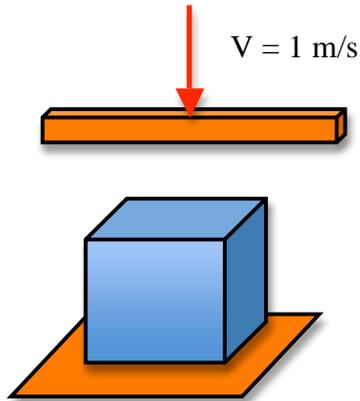


Figure 2.14 – Ecrasement d'un lopin unite à l'aide d'une barre parallélépipédique.

### 1.3.2 Résultats obtenus

#### 1.3.2.1 Ecrasements entre tas plats

##### 1.3.2.1.1 Matériau à comportement et loi de frottement linéaires

Les résultats obtenus avec Forge++ et Forge3 sont présentés Figure 2.15 et Figure 2.16. On constate que ces derniers sont quasiment identiques en tout point. On peut donc en conclure que l'implémentation dans Forge++ des contacts et frottements dans le cadre d'une description linéaire est par conséquent validée.

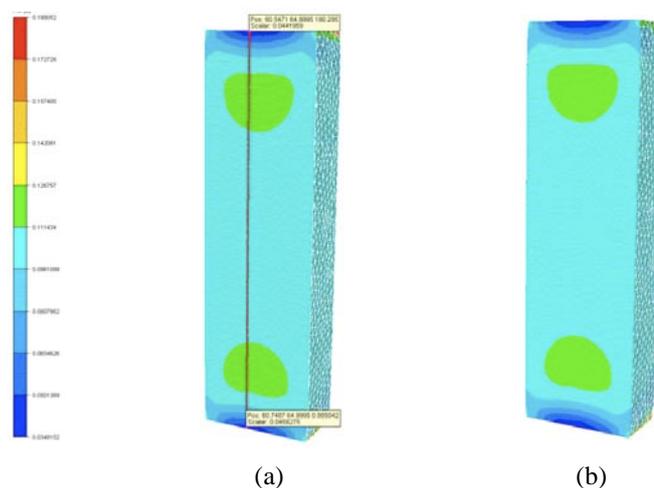
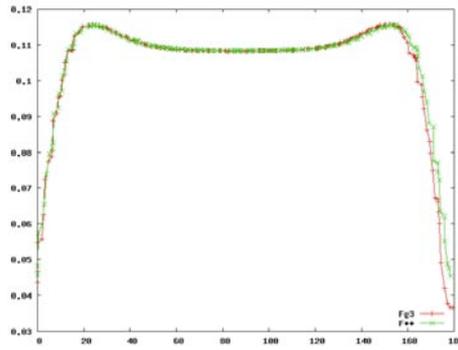


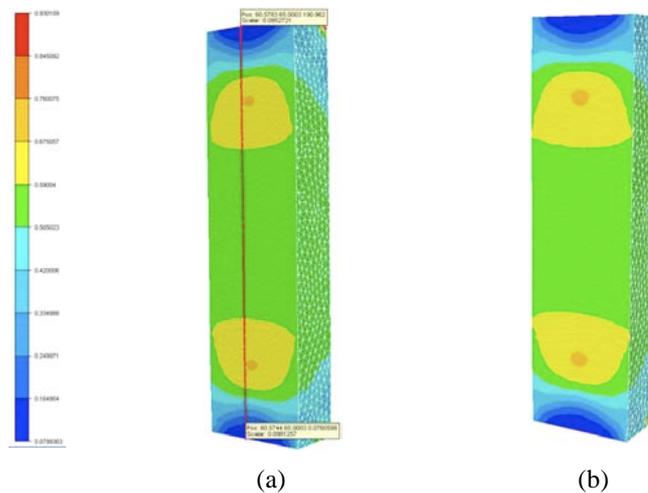
Figure 2.15 – Plans de coupe des résultats d'écrasements obtenus avec (a) Forge++ et (b) Forge3.



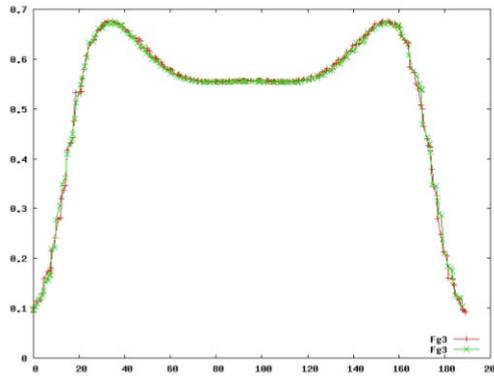
**Figure 2.16 – Evolutions de la déformation équivalente selon la ligne rouge décrite Figure 2.15-a obtenues avec Forge3 (courbe rouge) et Forge++ (courbe verte).**

### 1.3.2.1.2 Matériau à comportement et loi de frottement non linéaires

Les résultats obtenus avec Forge++ et Forge3 sont présentés **Figure 2.17** et **Figure 2.18**. On constate que ces derniers sont, encore une fois, quasiment identiques en tout point. On peut donc en conclure que l'implémentation dans Forge++ des contacts et frottements dans le cadre de la résolution de problèmes non linéaires est également validée.



**Figure 2.17 – Plans de coupe des résultats d'écrasements obtenus avec (a) Forge++ et (b) Forge3.**



**Figure 2.18 – Evolutions de la déformation équivalente selon la ligne rouge décrite Figure 2.17-a obtenues avec Forge3 (courbe rouge) et Forge++ (courbe verte).**

### 1.3.2.2 Ecrasement d'un cube a l'aide d'une barre

Le premier type d'observable que Bruchon se propose d'utiliser pour valider ce cas test consiste à comparer les géométries des déformées obtenues à l'aide de Forge++ et Forge3. Ainsi, on constate **Figure 2.19** que les géométries vues de dessus et de dessous semblent identiques. Lorsque l'on compare les coordonnées de certains points des déformées, on constate qu'elles sont très proches (**Figure 2.20**), confirmant ainsi le résultat qualitatif observé précédemment. En observant les résultats de déformation équivalente sur l'ensemble de la géométrie (**Figure 2.21**), on constate que ces derniers sont également très proches, surtout si l'on tient compte du fait que les maillages utilisés ne sont pas identiques. Ce dernier point se trouve finalement confirmé par l'analyse de l'évolution de la déformation équivalente en fonction de divers chemins (**Figure 2.22**) et plan (**Figure 2.23**) géométriques.

Ces différents résultats nous permettent d'affirmer que l'implémentation du contact et de la résolution du problème mécanique dans Forge++ donnent les mêmes résultats que ceux obtenus par le logiciel Forge3. Ceci nous permet par conséquent de valider le calcul mécanique de Forge++.

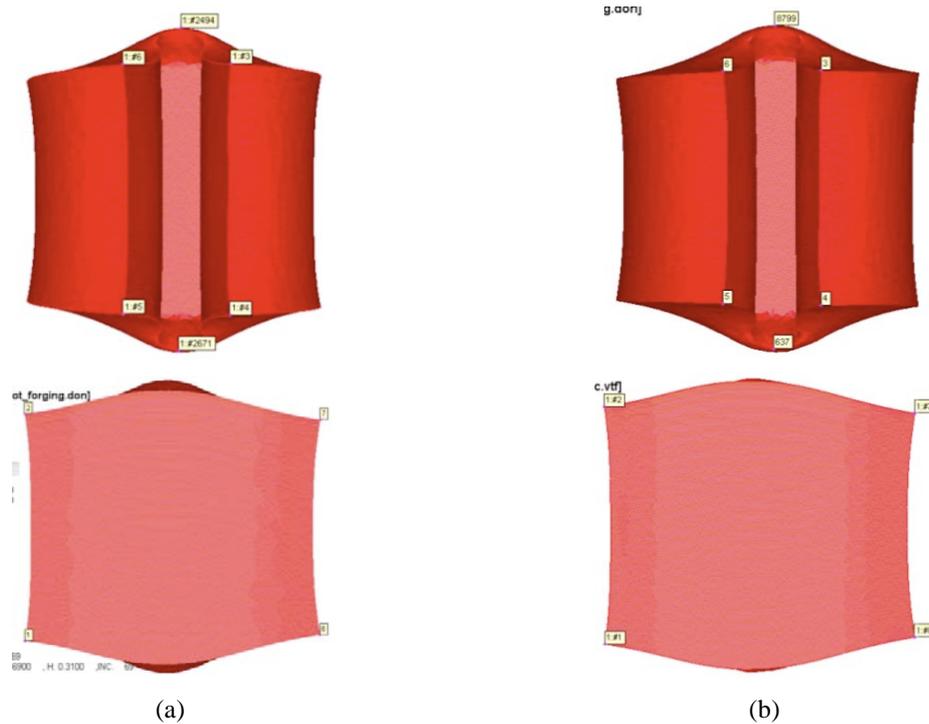


Figure 2.19 – Géométries vue de dessus (premiere ligne) et de dessous (seconde ligne) obtenues à l'aide de (a) Forge++ et (b) Forge3.

6 Nodes					
ID	Index	Part	X	Y	Z
1:#2671	2671 of 23826	Part 1	1.11476	0.460047	0.427267
1:#2494	2494 of 23826	Part 1	1.12478	1.96601	0.393403
1:#5	5 of 23826	Part 1	0.892235	0.699321	0.8644
1:#4	4 of 23826	Part 1	1.32444	0.686571	0.815533
1:#3	3 of 23826	Part 1	1.32914	1.72061	0.815313
1:#6	6 of 23826	Part 1	0.890584	1.70862	0.864128

4 Nodes					
ID	Index	Part	X	Y	Z
1	1365 of 18340	BILLET	1.83075	0.623334	0.0375678
8	17976 of 18340	BILLET	0.346152	0.651927	0.0576893
7	17669 of 18340	BILLET	0.344758	1.74362	0.056823
2	15308 of 18340	BILLET	1.8331	1.7713	0.038055

(a)

6 Nodes					
ID	Index	Part	X	Y	Z
637	17289 of 18340	BILLET	1.11716	0.451219	0.426238
8799	9705 of 18340	BILLET	1.12379	1.96609	0.389908
5	18314 of 18340	BILLET	0.896324	0.695555	0.859687
4	18165 of 18340	BILLET	1.32102	0.683845	0.810775
3	16753 of 18340	BILLET	1.32192	1.71442	0.810138
6	17743 of 18340	BILLET	0.896763	1.70444	0.857051

4 Nodes					
ID	Index	Part	X	Y	Z
1:#1	1 of 23826	Part 1	1.82988	0.62801	0.0408998
1:#8	8 of 23826	Part 1	0.343895	0.658355	0.0617491
1:#7	7 of 23826	Part 1	0.343496	1.7469	0.0601805
1:#2	2 of 23826	Part 1	1.83228	1.77443	0.0402226

(b)

Figure 2.20 – Coordonnées des points de comparaison choisis sur les géométries déformées et présentées Figure 2.20 pour (a) Forge++ et (b) Forge3.

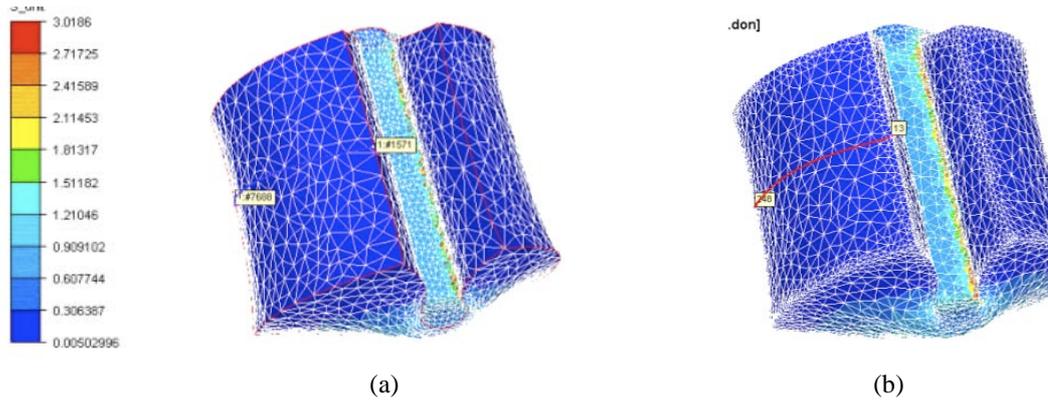


Figure 2.21 – Deformations equivalentes obtenues par (a) Forge++ et (b) Forge3.

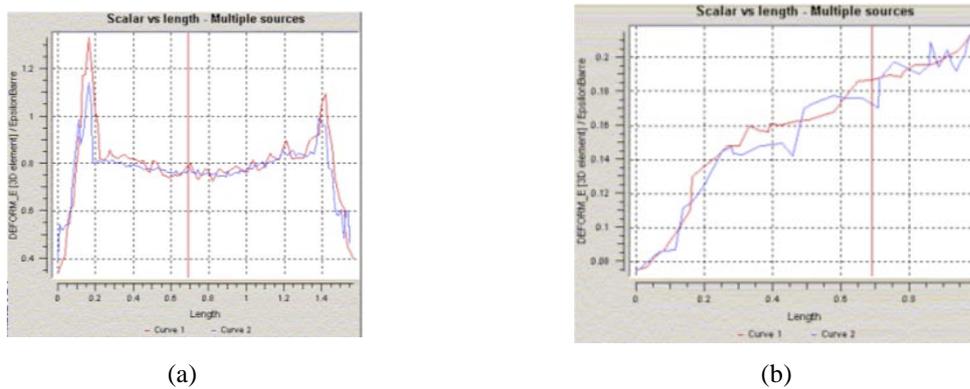


Figure 2.22 – Evolution de la déformation équivalente (a) le long du chemin tracé en rouge sur la Figure 2.21-b et (b) le long de la zone centrale ecrasée obtenues par Forge3 (courbe rouge) et Forge++ (courbe bleue).

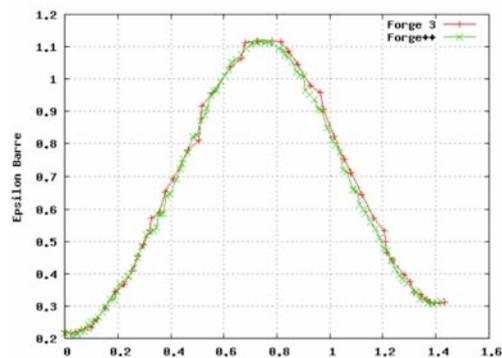


Figure 2.23 – Evolution de la deformation equivalente dans le plan  $z=0$  obtenues par Forge3 (courbe rouge) et Forge++ (courbe verte).

#### *1.4 Synthèse de la partie mécanique*

Au cours de cette première partie, les ingrédients nécessaires à la résolution du problème mécanique ont été présentés. Ils ont ensuite été complétés par une série d'optimisations permettant une meilleure convergence des algorithmes dans les cas de fortes non linéarités. Enfin, les résultats obtenus ont été validés par comparaison avec ceux obtenus avec le logiciel Forge3.

Le calcul mécanique ayant été décrit et validé, nous allons maintenant nous intéresser au calcul thermique dans la seconde partie de ce deuxième chapitre.

## 2 Le problème thermique

Dans cette seconde partie, la modélisation du problème thermique va être tout d'abord présentée. La validation de cette dernière par comparaison avec une solution analytique sera ensuite effectuée. Enfin, nous présenterons diverses méthodes numériques permettant la prise en compte du phénomène de choc thermique.

### 2.1 Modélisation

#### 2.1.1 Formulation du problème continu

##### 2.1.1.1 Equation de la chaleur

Le premier principe de la thermodynamique permet d'exprimer l'équation de conservation de l'énergie. Elle traduit le fait que l'énergie interne spécifique  $e$  est due à la puissance dissipée par les efforts intérieurs (déformation)  $\dot{W}$  et un apport de chaleur  $r$  :

$$\frac{de}{dt} = -\text{div}(q) + \dot{W} + r \quad (2.52)$$

$q$  correspondant au vecteur flux de chaleur.

Afin de pouvoir écrire l'équation précédente en fonction de la température, nous allons utiliser les hypothèses suivantes :

- Le matériau est à liaisons parfaites et on néglige toute transformation chimique ou physique de la matière : l'énergie interne est alors supposée dépendre de la température absolue  $T$  par l'intermédiaire de la capacité calorifique  $c$  du matériau :

$$\frac{de}{dt} = c \frac{dT}{dt} \quad (2.53)$$

- Si l'on néglige le terme volumique du taux de chaleur reçue ( $r = 0$ ), la création d'énergie est définie par :

$$\dot{W} = f_p \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \quad (2.54)$$

Où  $f_p$  représente la fraction de puissance de déformations transformée en chaleur.

Sa valeur est comprise entre 0,85 et 0,95 et habituellement prise égale à 0,9.

Fort de ces hypothèses, nous sommes en mesure de définir l'équation de la chaleur suivante :

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c v \cdot \nabla(T) = -\text{div}(q) + \dot{W} \quad (2.55)$$

Si l'on considère que le matériau suit la loi de conduction isotrope de Fourier selon laquelle le flux est inversement proportionnel au gradient thermique :

$$q = -k \nabla(T) \quad (2.56)$$

On peut écrire l'équation de la chaleur sous la forme suivante :

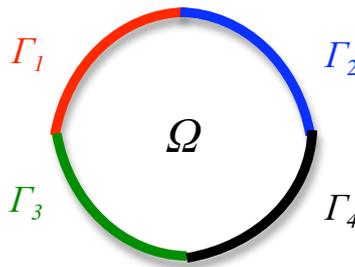
$$\rho c \frac{dT}{dt} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c v \cdot \nabla(T) = \text{div}(k \cdot \nabla T) + \dot{W} \quad (2.57)$$

En considérant une formulation de type Lagrangien, il vient finalement :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \cdot \nabla T) + \dot{W} \quad (2.58)$$

### 2.1.1.2 Conditions initiales et limites spatio-temporelles

L'équation générale de la chaleur est une équation aux dérivées partielle du second ordre en espace et du premier ordre en temps. La résolution de cette équation permet de connaître à chaque instant la température en tout point du matériau. Elle suppose toutefois que la répartition de chaleur initiale de température ainsi que les conditions aux limites sur les frontières du domaine étudié soient connues afin que le problème thermique soit correctement posé.



**Figure 2.24 – Conditions limites du problème thermique :  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  et  $\Gamma_4$  correspondent respectivement aux limites sur lesquelles on applique des conditions de température imposée, de flux imposé, de conduction et de rayonnement.**

- Condition initiale :

La carte de température à l’instant initial est supposée connue et s’exprime donc sous la forme suivante :

$$T(x, t = 0) = T_0, \forall x \in \Omega \quad (2.59)$$

Les conditions aux limites géométriques résultent des différents phénomènes physiques de transfert de chaleur. S’appliquant sur toute ( $\Gamma$ ) ou partie ( $\Gamma_i$ , avec  $\Gamma = \bigcup_i \Gamma_i$ ) de la surface extérieure du domaine  $\Omega$  étudié (de normale sortante  $n$ ), ces conditions aux limites sont de plusieurs types. Nous nous bornerons à présenter les plus fréquemment rencontrées dans le domaine de la mise en forme.

- Condition de Dirichlet : température imposée

Correspondant au contact parfait avec un corps parfaitement régulé thermiquement, cette condition se met sous la forme :

$$T(x, t) = T_{imp}, \forall x \in \Gamma_1, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.60)$$

Où  $T_{imp}$  est la valeur de la température imposé sur la frontière  $\Gamma_1$ .

- Condition de Neumann : flux imposé

Généralement, cette condition s'assimile à une paroi solide qui a une capacité d'évacuation (ou d'apport) de calories données. Le flux de chaleur est alors déterminé à l'interface. Cette condition s'écrit de la manière suivante :

$$q(x,t).n = -k\nabla T.n = \phi_{imp}, \forall x \in \Gamma_2, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.61)$$

Où  $q(x,t)$ , fonction réelle, représente pour le problème thermique la valeur du flux de chaleur imposé à travers la frontière  $\Gamma_2$ .

- Condition de Conduction : échange thermique entre le matériau et un outil

Elle se caractérise par un transfert thermique entre deux solides en contact, ce transfert se produisant des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides. Si sur la frontière  $\Gamma_3$ , le matériau considéré est en contact avec un corps solide (outil) de température constante  $T_{out}$ , le transfert de chaleur est régi par la loi de Fourier qui s'écrit :

$$q(x,t).n = -k\nabla T.n = h_{cd}(T - T_{out}), \forall x \in \Gamma_3, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.62)$$

Où  $h_{cd}$  est le coefficient de transfert thermique de conduction entre les deux matériaux.

- Convection/Rayonnement : échange thermique entre le matériau et l'air

Un phénomène de convection se produit quand un solide est en contact avec un fluide. Autrement dit, ces transferts thermiques ont lieu soit entre un solide et un liquide, soit entre un solide et l'air, soit entre un liquide et l'air. C'est donc le cas d'un matériau en contact avec un fluide dont les particules sont libres de se déplacer.

La loi couramment admise est la même que pour la conduction : c'est une loi répondant à la loi de Fourier :

$$q(x,t).n = -k\nabla T.n = h_{cv}(T - T_f), \forall x \in \Gamma_4, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.63)$$

Où  $h_{cv}$  est le coefficient de transfert thermique de convection entre le matériau et le fluide et  $T_f$  la température moyenne du fluide, supposée constante.

Le rayonnement, quant à lui, est le dernier mode de transfert de chaleur : « tout corps chaud émet de l'énergie dans toutes les directions ». Etablies par Stefan et Boltzmann, les lois de rayonnement permettent d'exprimer le flux de rayonnement échangé entre la surface  $\Gamma_4$  et le milieu qui l'entoure. Nous choisissons une approximation de l'une de ces lois qui se met sous la forme simplifiée :

$$q(x,t)n = \varepsilon_r \sigma_r (T^4 - T_{ext}^4), \forall x \in \Gamma_4, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.64)$$

Où  $T_{ext}$  est la température extérieure,  $\varepsilon_r$  l'émissivité du corps considéré (toujours comprise entre 0 et 1) et  $\sigma_r$  la constante de Stefan fixée à  $5,670 \times 10^{-8} J K^{-4} m^{-2} s^{-1}$ .

En somme, lorsque des transferts thermiques se produisent entre le matériau et l'air à travers la surface  $\Gamma_4$ , ces transferts seront à la fois modélisés par un phénomène de convection et de rayonnement émis par le domaine. Ces deux modes de transfert peuvent alors se regrouper en une seule condition. Nous optons pour une écriture simplifiée de type loi de Fourier :

$$\begin{cases} qn = -k\nabla T n = h(T - T_{ext}) \\ h = h_{cv} + h_r \\ h_r = \varepsilon_r \sigma_r (T + T_{ext})(T^2 + T_{ext}^2) \end{cases} \quad \forall x \in \Gamma_4, \forall t \in ]t_{initial}, t_{final}[ \quad (2.65)$$

Où  $h$ ,  $h_{cv}$  et  $h_r$  sont respectivement les coefficients de transfert thermique global, de convection et de rayonnement et  $T$  la température du matériau.

### 2.1.1.3 Formulation du problème à résoudre

Munies des équations précédentes, le problème thermique s'écrit de la façon suivante:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \nabla T) + \dot{W} & \text{dans } \Omega \times ]t_{initial}, t_{final}[ \\ T(x, t) = T_{imp} & \text{sur } \Gamma_1 \times ]t_{initial}, t_{final}[ \\ -k \nabla T \cdot n = \phi_{imp} & \text{sur } \Gamma_2 \times ]t_{initial}, t_{final}[ \\ -k \nabla T \cdot n = h_{cv}(T - T_f) & \text{sur } \Gamma_3 \times ]t_{initial}, t_{final}[ \\ -k \nabla T \cdot n = h_{cv}(T - T_{ext}) & \text{sur } \Gamma_4 \times ]t_{initial}, t_{final}[ \\ T(x, t = t_{initial}) = T_0 & \text{dans } \Omega \end{array} \right. \quad (2.66)$$

## 2.1.2 Formulation du problème discrétisé

### 2.1.2.1 Formulation variationnelle

Nous définissons tout d'abord l'espace  $E$  des fonctions tests  $T^*$  qui s'annule sur la frontière  $\Gamma_1$  (condition de Dirichlet) ainsi que l'espace  $W$  des fonctions  $T$  représentant la température recherchée qui valent  $T_{imp}$  sur  $\Gamma_1$ .

$$\begin{aligned} E &= \{T^* \in H^1(\Omega) / T^* = 0 \text{ sur } \Gamma_1\} \\ W &= \{T \in H^1(\Omega) / T = T_{imp} \text{ sur } \Gamma_1\} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Afin d'obtenir la forme faible du problème, l'équation de la chaleur est multipliée par la fonction test  $T^*$  et intégrée sur l'ensemble du domaine  $\Omega$ . Le problème à résoudre est donc le suivant :

*On cherche la température  $T \in W$ , tel que pour  $\forall T^* \in E$*

$$\int_{\Omega} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} T^* d\Omega = \int_{\Omega} \text{div}(k \nabla T) T^* d\Omega + \int_{\Omega} \dot{W} T^* d\Omega \quad (2.68)$$

Si l'on considère les paramètres matériaux  $\rho$ ,  $c$  et  $k$  comme constants et en intégrant par parties, on obtient la formulation faible du problème fort:

*On cherche la température  $T \in W$ , tel que pour  $\forall T^* \in E$*

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} T^* d\Omega + \int_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla T^* d\Omega + \int_{\Gamma_3} h_{cd} T T^* d\Gamma + \int_{\Gamma_4} h T T^* d\Gamma \\ &= \int_{\Omega} \dot{W} T^* d\Omega - \int_{\Gamma_2} \phi_{imp} T^* d\Gamma + \int_{\Gamma_3} h_{cd} T_{out} T^* d\Gamma + \int_{\Gamma_4} h T_{ext} T^* d\Gamma \end{aligned} \quad (2.69)$$

### 2.1.2.2 Discrétisation éléments finis

Après discrétisation du domaine continu  $\Omega$  en un domaine discrétisé  $\Omega_h$ , la formulation éléments finis permet d'exprimer la température  $T$  à l'instant  $t$  en un point quelconque  $x$  du domaine  $\Omega$ . Pour ce faire, la température aux nœuds du maillage  $T_i$  est utilisée pour interpoler la température  $T_h$  sur l'ensemble du domaine :

$$T_h(x,t) = \sum_{i=1}^{Nbnoe} N_i(x)T_i(t) \quad (2.70)$$

Où  $Nbnoe$  correspond au nombre total de nœuds du maillage, les  $N_i$  sont les fonctions de base valant 1 au nœud  $i$  et 0 partout ailleurs.

Une interpolation linéaire par élément des fonctions de forme a été choisie (Figure 2.25). Les fonctions  $N_i$  sont donc des polynômes de degré 1.

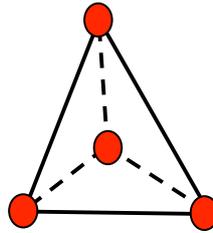


Figure 2.25 – Interpolation linéaire de la température.

Le problème discrétisé se met sous la forme suivante :

$$[C] \frac{\partial T}{\partial t} + [K]T = [Q] \quad (2.71)$$

Où  $T$  représente le vecteur température solution. Les matrices de capacité  $C$ , de conductivité  $K$  ainsi que le vecteur chargement  $Q$  sont définis de la façon suivante :

$$C_{ij} = \sum_{e=1}^{Nbelt} \int_{\Omega_e} \rho c N_i N_j d\Omega_e \quad (2.72)$$

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^{Nbelt} \left( \int_{\Omega_e} k \nabla N_i \cdot \nabla N_j d\Omega_e \right) + \sum_{f=1}^{Nbf} \left( \int_{\Gamma_{3f}} h_{cd} N_i N_j d\Gamma_f + \int_{\Gamma_{4f}} h N_i N_j d\Gamma_f \right) \quad (2.73)$$

$$Q_i = \sum_{e=1}^{N_{belt}} \left( \int_{\Omega_e} \dot{W} N_i d\Omega_e \right) + \sum_{f=1}^{N_{bf}} \left( \int_{\Gamma_{2f}} \phi_{imp} N_i d\Gamma_f + \int_{\Gamma_{3f}} h_{cd} T_{out} N_i d\Gamma_f + \int_{\Gamma_{4f}} h T_{ext} N_i d\Gamma_f \right) \quad (2.74)$$

Où  $N_{bf}$  correspond au nombre de faces.

### 2.1.2.3 Discrétisation temporelle

Les méthodes de discrétisation temporelle qui seront détaillées ci-après reposent sur la méthode des différences finies. Un grand nombre de schémas existe dans la littérature. Dans la suite de ce manuscrit, nous présenterons tout d'abord le cas des schémas à un pas de temps avant de nous orienter vers des schémas plus élaborés à deux pas de temps. Il est à noter que les deux types de schémas ont été implémentés dans Forge++.

#### 2.1.2.3.1 Schéma à un pas de temps

Les schémas à un pas de temps, encore appelés  $\theta$  schémas, où  $\theta$  est un paramètre se définissant de la façon suivante :

$$\theta \frac{\partial T^{n+1}}{\partial t} + (1 - \theta) \frac{\partial T^n}{\partial t} = \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} \quad (2.75)$$

En introduisant l'équation précédente dans 2.69, on obtient :

$$C \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = (1 - \theta) [Q^n - KT^n] + \theta [Q^{n+1} - KT^{n+1}] \quad (2.76)$$

Connaissant  $T_n$ , l'approximation de  $T(t_n)$ , l'équation permet ainsi de calculer  $T_{n+1}$ , l'approximation de  $T(t_{n+1})$ . De manière schématique avec une fonction  $F$ , on a donc :

$$T^{n+1} = T^n + \Delta t \left[ (1 - \theta) F(T^n) + \theta F(T^{n+1}) \right] \quad (2.77)$$

La valeur du paramètre  $\theta$  permet l'accès à différents schémas :

- Le schéma d'Euler explicite ( $\theta = 0$ ) : la résolution de l'équation est immédiate. Ce schéma est d'ordre 1 et conditionnellement stable.
- Le schéma d'Euler implicite ( $\theta = 1$ ) : la résolution de l'équation est obtenue par l'emploi d'une méthode directe ou d'une méthode itérative. Ce schéma est d'ordre 1 et inconditionnellement stable.

- Le schéma de Crank-Nicholson ( $\theta = 1/2$ ) : la résolution de l'équation est également obtenue par l'emploi d'une méthode directe ou d'une méthode itérative. Ce schéma est d'ordre 2 et inconditionnellement stable

#### 2.1.2.3.2 Schéma à deux pas de temps

Le schéma temporel mis en œuvre dans Forge3® consiste en un schéma aux différences finis à deux pas de temps. Nous ne présenterons que succinctement celui-ci, le lecteur intéressé pourra se reporter à Soyris [Soyris90] pour de plus amples détails.

Le système est discrétisé à l'instant  $t^*$  de la façon suivante:

$$\begin{cases} t^* = \alpha_1 t^{n-1} + \alpha_2 t^n + \alpha_3 t^{n+1} \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \end{cases} \quad (2.78)$$

La température se calcule donc au temps  $t^*$  selon:

$$\begin{cases} T^* = \alpha_1 T^{n-1} + \alpha_2 T^n + \alpha_3 T^{n+1} \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \end{cases} \quad (2.79)$$

La dérivée correspondante s'écrit :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = \frac{\beta_1 T^{n-1} + \beta_2 T^n}{\Delta t_1} + \frac{\gamma_1 T^n + \gamma_2 T^{n+1}}{\Delta t_2} \quad (2.80)$$

Pour que cette dérivée soit réellement l'expression d'une dérivée, on montre qu'il est nécessaire de respecter les conditions suivantes [Soyris90]:

$$\begin{cases} \gamma_1 = -\gamma_2 \\ \beta_1 = -\beta_2 = \gamma_2 - 1 \end{cases} \quad (2.81)$$

De plus, on montre également que le schéma est de second ordre, stable et consistant à condition de respecter les relations suivantes :

- Condition de stabilité :

$$\begin{cases} \gamma_2 \geq 1/2 \\ \alpha_1 = 1/2(1 - \gamma_2) \end{cases} \quad (2.82)$$

- Condition de consistance :

$$\begin{cases} \alpha_2 = 1 - \alpha_1 + \left(\frac{1}{2} - \alpha_1\right) \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} - \frac{\gamma_2}{2} \left(1 + \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right) \\ \alpha_3 = \left(\alpha_1 - \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} + \frac{\gamma_2}{2} \left(1 + \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right) \end{cases} \quad (2.83)$$

Plusieurs schémas, résumés dans le tableau suivant, sont obtenus suivant la valeur des différents coefficients.

	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\gamma_2$	$\beta_1$
Lees	1/3	1/3	1/3	1/2	-1/2
Dupont-Dupont	1/4	0	3/4	1	0
<b>Dupont Implicite</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>3/2</b>	<b>1/2</b>
Crank-Nicholson	0	1/2	1/2	1	0

**Tableau 2.1. Valeurs de coefficients pour différents types de schéma**

Soyris ayant observé la supériorité du schéma Dupont implicite, il a été implémenté dans le code Forge++. Il conduit donc à résoudre l'équation suivante :

$$\left( C \frac{\gamma_2}{\alpha_3 \Delta t_2} + K \right) T^* = Q + C \left[ \left( \frac{\alpha_1 \gamma_3}{\alpha_3 \Delta t_2} - \frac{\beta_1}{\Delta t_1} \right) T^{n-1} + \left( \frac{\alpha_2 \gamma_2}{\alpha_3 \Delta t_2} - \frac{\beta_1}{\Delta t_1} - \frac{\gamma_1}{\Delta t_2} \right) T^n \right] \quad (2.84)$$

Ou  $T^*$  est donne par (2.77).

Il est à noter que l'initialisation de ce dernier s'effectue à l'aide d'un schéma à un pas de temps de Crank-Nicholson.

### 2.1.3 Cas de la thermique non linéaire

Lorsque l'on considère les propriétés matériaux (conductivité, capacité) thermo-dépendantes, on constate que l'équation de la chaleur à résoudre devient, de fait, non linéaire. Plusieurs techniques pour la prise en compte de ces non linéarités sont possibles et explicitées dans [Soyris90]. La plus précise mais aussi la plus coûteuse consiste à

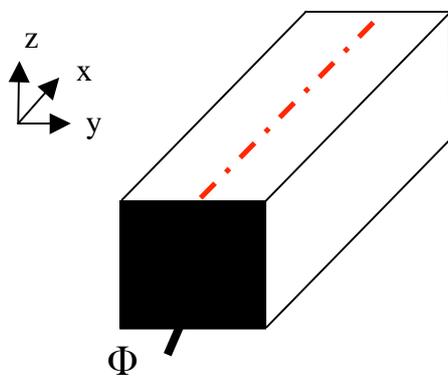
utiliser une méthode implicite nécessitant le calcul des dérivées par rapport à la température au cours d'un incrément de temps. Le système non linéaire est alors résolu selon la méthode de Newton-Raphson. Afin d'accélérer les temps de calcul, certaines approximations de la matrice tangente peuvent être formulées [Soyris90].

Cependant, on peut raisonnablement penser que dans le cadre de la simulation de procédés de mise en forme la variation des propriétés matériaux entre deux incréments de temps reste raisonnable. Par conséquent, dans un souci de simplicité et de rapidité de temps de calcul, la méthode mise en œuvre dans Forge3® consiste en une linéarisation du problème au travers du calcul explicite des paramètres thermo-dépendants. De ce fait, ces derniers sont calculés une seule fois par incrément à l'aide des valeurs de température obtenues aux incréments précédents et ceci, en respectant le schéma temporel utilisé.

## 2.2 Validation

### 2.2.1 Description du cas test

Le cas test que l'on se propose d'étudier consiste en le refroidissement d'une barre d'acier semi-infinie, de température initiale 800°C et dont l'une de ses extrémités est brutalement portée à 25°C (Figure 2.26).



#### Données matériaux:

$$k = 15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$c = 630 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$\text{Température initiale: } 25^\circ\text{C}$$

$$\text{Flux imposé: } 50 \text{ W.m}^{-2}$$

Figure 2.26 – Cas test de la barre semi-infinie.

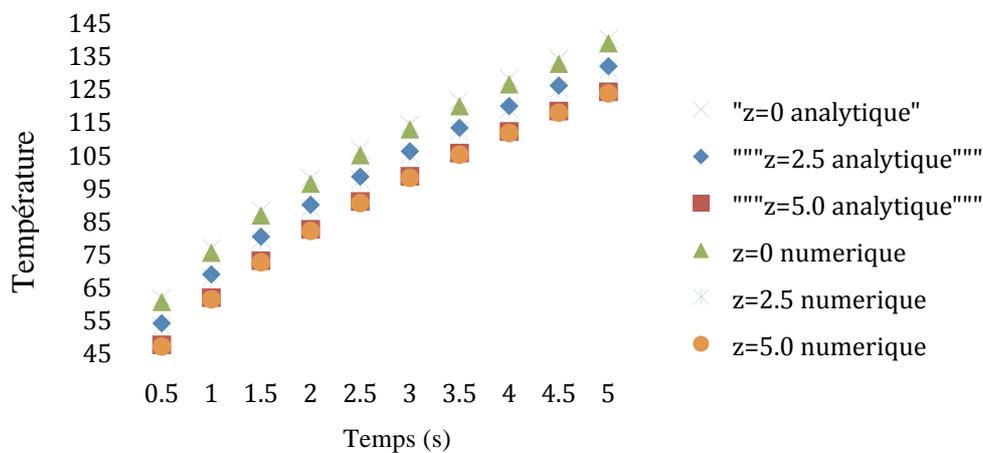
Ce cas test académique possède une solution analytique connue et présentée ci-après:

$$\begin{cases} T(z,t) = T_0 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Phi \sqrt{a}}{k} \sqrt{t} \times \exp\left(\frac{-z^2}{4at}\right) - \frac{\Phi z}{k} \times \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \\ a = \frac{k}{\rho c} \end{cases} \quad (2.85)$$

Dans ce qui va suivre, les résultats obtenus par simulation numérique avec un schéma à deux pas de temps Dupont implicite seront comparés à la solution analytique 2.83.

### 2.2.2 Comparaison des solutions analytiques et numériques

Si l'on observe l'évolution du champ de température en divers points de la barre représentée Figure 2.27 ( $z = 0$ ,  $z = 2,5$  m  $z=5$  m), on constate que la température calculée par la méthode des éléments finis est très proche de la solution analytique. Ceci nous permet de valider l'implémentation de l'équation de la chaleur en interpolation linéaire. Notons que nous nous sommes placés dans des conditions dans lesquelles il n'y a pas ce que l'on appellera dans le chapitre suivant le phénomène de choc thermique.



**Figure 2.27 – Comparaison des solutions analytiques et numériques sur le cas de la barre semi-infinie.**

L'implémentation de la modélisation du problème thermique ayant été validée, nous allons désormais nous intéresser au traitement du phénomène de choc thermique.

## 2.3 Traitement du problème de choc thermique

### 2.3.1 Description du phénomène

Le choc thermique consiste en l'apparition d'oscillations numériques de température (Figure 2.28) dès lors qu'un important gradient de température n'a pas le temps de diffuser d'un nœud à son voisin au cours d'un incrément de temps. De ce fait, le front de chaleur qui a atteint un nœud de l'élément n'a pas le temps de se propager au nœud suivant (Figure 2.29) et se retrouve piégé dans celui-ci.

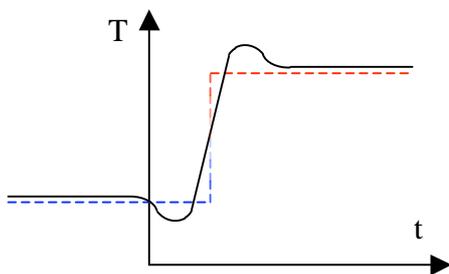


Figure 2.28 – Oscillations de température dues au choc thermique.

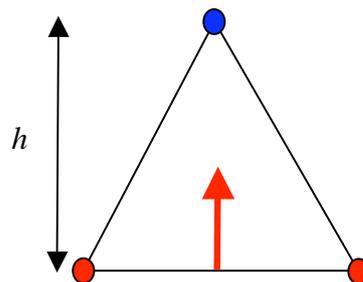


Figure 2.29 – Front de chaleur (flèche rouge) piégé dans un élément (2D) de taille  $h$  au cours d'un incrément de temps.

Ces oscillations provenant d'un phénomène discontinu apparaissent tout particulièrement lors de l'utilisation de la méthode de Galerkin standard avec une interpolation linéaire par élément. Plusieurs méthodes numériques ont été développées afin de mieux prendre en compte ce phénomène non physique et sont détaillées par la suite.

### 2.3.2 Description des différentes méthodes pour la prise en compte du choc thermique

#### 2.3.2.1 Méthodes discontinues

Ce phénomène étant par nature discontinu, les formulations discontinues semblent par conséquent toutes indiquées. Ainsi dans [Pichelin98], l'auteur a mis en œuvre le schéma de résolution mixte température-flux en interpolation P0/P0 suivant:

Trouver  $T(x,t)$  et  $q(x,t)$  tels que  $(x,t) \in \Omega \times ]t_{initial}, t_{final}[$ , solutions du problème :

$$\begin{cases} \rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T = -\nabla \cdot q + f \right) \\ q = -k \nabla T \end{cases} \quad (2.86)$$

Cette méthode donnant de bons résultats, elle a été améliorée par Batkam [Batkam02] qui utilise une interpolation P0/P0+ plus précise. Si ces formulations offrent de bons résultats en terme de prise en compte du choc thermique, elles ont le désavantage d'être plus coûteuses en terme de temps de calcul que les méthodes continues (à peu près cinq fois plus d'inconnues en 3D). De plus, le couplage thermomécanique que nous souhaitons mettre en œuvre dans le cadre de cette étude nécessite d'avoir accès à des valeurs de température nodales. Par conséquent, dans la suite de ce travail, nous nous intéresserons aux méthodes nodales de prise en compte de choc thermique, qui vont être détaillées dans ce qui suit.

### 2.3.2.2 Méthodes continues

#### 2.3.2.2.1 Méthode de condensation

La première méthode que l'on se propose de présenter est appelée méthode de condensation (« mass lumping »). Elle consiste à condenser les valeurs de la matrice de capacité sur la diagonale en conservant l'énergie du système (2.87).

$$C_{ii} = C_{ii} + \sum_j C_{ij} \quad (2.87)$$

Cette méthode très simple d'implémentation montre néanmoins ses limites lors du couplage thermomécanique [Jaouen98]. Elle ne sera, par conséquent, pas utilisée dans la suite de ce manuscrit.

#### 2.3.2.2.2 Méthode asynchrone

Mise en œuvre dans Forge3®, cette deuxième méthode consiste à déterminer le pas de temps minimal  $\Delta t_{asyn}$  à partir duquel, le phénomène de choc thermique n'apparaît pas.

$$\Delta t_{asyn} = \max_e \left( \frac{\rho c}{k} h_e^2 \right) \quad (2.88)$$

Où  $e$  correspond aux éléments du maillage et  $h_e$  à leur diamètre.

La température est donc calculée au temps asynchrone, qui est généralement beaucoup plus important que le pas de temps utilisé en mécanique. Une interpolation linéaire est ensuite effectuée entre les températures au pas de temps du calcul  $\Delta t$  et au pas de temps asynchrone  $\Delta t^{asyn}$  pour obtenir la température au pas de temps désiré :

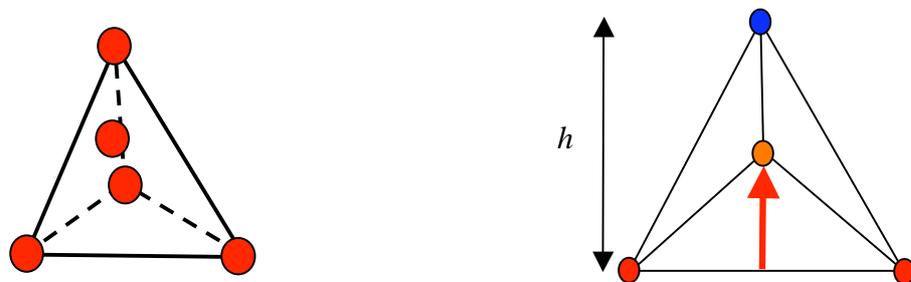
$$T^{n+1} = T^n + (T_{asyn}^{n+1} - T^n) \frac{\Delta t}{\Delta t_{asyn}} \quad (2.89)$$

Si cette méthode s'avère efficace, elle possède néanmoins plusieurs désavantages. Tout d'abord, elle nécessite le découplage des équations de mécanique et de thermique et donc, l'impossibilité d'utiliser un couplage thermomécanique de type implicite. De plus, le fait d'utiliser le calcul d'une température en un temps très lointain du temps désiré ne permet pas de modéliser les phénomènes transitoires rapides avec précision.

Dans le but d'obtenir un code de calcul similaire à Forge3®, cette méthode a été implémentée dans Forge++. Néanmoins, dans le cadre de la simulation d'UGV et donc de la modélisation de phénomènes transitoires rapides, nous utiliserons également d'autres méthodes ne nécessitant pas de découplage de la mécanique et de la thermique telle que la méthode « Residual Free Bubble » (RFB) détaillée ci-après.

### 2.3.2.2.3 Méthode Residual Free Bubble (RFB)

Développée par Hachem et al. [Hachem08], cette méthode consiste à rajouter une diffusion artificielle dans la formulation élément finis à l'aide d'un degré d'interpolation supplémentaire de type bulle (Figure 2.30). Ceci permet au front de chaleur d'avoir le temps nécessaire pour atteindre le nœud bulle au cours d'un incrément de temps (Figure 2.31).



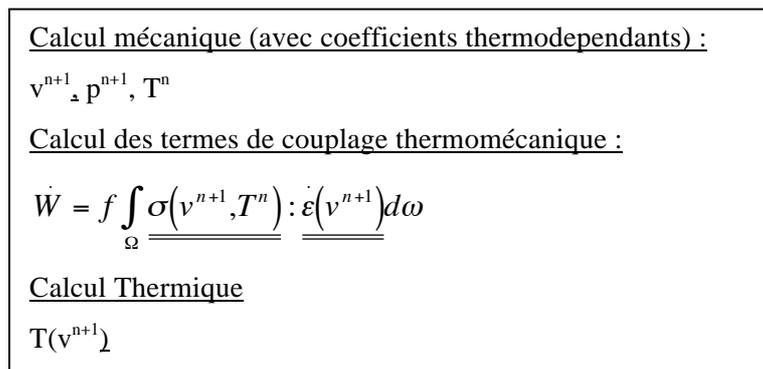
**Figure 2.30 – Interpolation linéaire enrichie de la température (P1+).**

**Figure 2.31 – Interpolation P1+ en 2D: le front de chaleur atteint le nœud bulle au cours d'un incrément de temps.**

L'intérêt de l'enrichissement de l'interpolation linéaire réside dans le fait que ce degré de liberté supplémentaire peut être condensé. Par conséquent, aucune inconnue supplémentaire n'est ajoutée. Cette méthode est selon Hachem [Hachem08] plus précise que la méthode asynchrone et plus robuste que la méthode de condensation. Elle sera donc particulièrement indiquée dans le cadre de la simulation de BCA.

### 3 Couplage thermomécanique

Le couplage thermomécanique intervient à la fois dans l'équation de la mécanique et dans l'équation de la chaleur au travers de la formulation de la loi de comportement. Le couplage utilisé dans Forge3® et implémenté dans Forge++ consiste en un couplage faible. A chaque incrément de temps, les équations de la mécanique et de la thermique sont résolues séparément et indépendamment. Si l'on se place à l'instant  $t$ , le problème mécanique est résolu avec la configuration mécanique et thermique à l'instant  $t$ , alors que le problème thermique sera résolu avec la configuration mécanique à l'instant  $t + \Delta t$  préalablement calculés.



**Figure 2.32 – Algorithme de couplage thermomécanique.**

Les résultats de couplage thermomécanique ont été validés par comparaison avec ceux obtenus avec Forge3® dans le cadre d'un écrasement de lopin entre tas plats.

## 4 Synthèse

Dans cette seconde partie, nous avons présenté les bases du logiciel Forge++. La librairie CIMLib étant initialement utilisée dans le cadre de simulation de fluides, il a été nécessaire d'effectuer une extension de la librairie pour les solides et les métaux. Nous avons donc, dans un premier temps, ajouté des lois de comportement de type métaux. Des régularisations de ces dernières, présentes dans le logiciel Forge3®, ont été effectuées. Des comparaisons entre Forge++ et Forge3® au niveau mécanique ont montré une parfaite adéquation des résultats. Par la suite, nous avons enrichi CIMLib pour le traitement de l'équation de la chaleur. Une formulation de type Galerkin continu standard utilisant le même schéma d'intégration temporelle d'ordre deux que Forge3® a été implémentée et validée. Plusieurs techniques de traitement du choc thermique ont été mises en œuvre, notamment la méthode asynchrone présente dans Forge3®. Cette dernière manquant de précision pour les procédés à grande vitesse notamment, la méthode RFB développée par *Hachem et al.* [Hachem08] lui sera préférée par la suite. Enfin, l'algorithme de couplage thermomécanique incrémental mis en œuvre dans Forge3® a été implémenté. Ce dernier a été validé par comparaison avec des résultats obtenus par le biais du logiciel Forge3®.

Au terme de ce chapitre, nous pouvons dire que le logiciel Forge++ consiste en une version de base totalement parallélisée de Forge3® robuste et validée.

## 5 Références

- [Arnold84] **D.N. Arnold, F. Brezzi, M. Fortin**, A stable finite element for the Stokes equations, *Calcolo*, Vol. 21, pp ; 337-344, 1984.
- [Babuška73] **I. Babuška**, The finite element method with penalty ». *Math. Comp.*, vol. 27, pp. 221-228, 1973
- [Bach04] **F.W. Bach, M. Schäperkötter**, 3D microstructural analysis of the chip formation during high speed cutting of C45E (AISI 1045), *MetallKunde* 95 (2004) 11
- [Baker02] **M. Bäker, Joachim Rösler**, Carsten Siemers, A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing, *Computers and Structures* 80 (2002) 495-513
- [Bathe76] **K.-J. Bathe, E. L. Wilson**, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, 1976
- [Batkam02] **S. Batkam**, Thermique multidomaine en simulation numerique du remplissage 3D, These de doctorat ENSMP, 2002.
- [Belytschko01] **T. Belytschko**, B. Moran, W. K. Liu, *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2001
- [Bruchon07] **J. Bruchon**, Contact et Validations de Forge++, Rapport Interne, ENSMP, Sophia Antipolis, 2007
- [Cescutti87] **J.-P. Cescutti**, Contribution a la simulation numerique du forgeage, These de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1989
- [Coupez91] **T. Coupez**, Grandes déformations et remaillage automatique, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1991
- [Coupez94] **T. Coupez**, a mesh improvement method for 3D automatic remeshing, in N.P Weatherill et al., editor, *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields*, pp. 615-626, Pineridge Press, 1994.

- [Coupez95] **T. Coupez**, A mesh improvement method for 3D automatic remeshing, 4th International Conference of Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields. Swansea, Wales 6th – 8th April 1994
- [Fourment02] **J.-L. Chenot, L. Fourment, K. Mocellin**, Numerical treatment of contact and friction in FE simulation of forming processes, Journal of Materials Processing Technology, Volumes 125-126, 9 September 2002, Pages 45-52
- [Germain85] **Y. Germain**, « Modélisation par éléments finis d'écoulement viscoplastique avec frottement. Application au forgeage à chaud. Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1985
- [Hachem08] **E. Hachem, H. Digonnet, L. Silva, E. Massoni, T. Coupez**, Enriched finite element spaces for transient conduction heat transfer, Submitted to International Journal for Numerical Methods in Engineering
- [Jaouen98] **O. Jaouen**, Modélisation tridimensionnelle par éléments finis pour l'analyse thermomécanique du refroidissement des pièces coulees, These de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1998
- [Limido07] **J. Limido, C. Espinosa, M. Salaün, J.L. Lacombe**, SPH method applied to high speed cutting modelling, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 49, Issue 7, September 2007, Pages 898-908
- [Marusich99] **T.D. Marusich, M. Ortiz**, Modeling and simulation of high speed machining, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 38, 3675-3694, 1995.
- [Mocellin99] **K. Mocellin**, Contribution a la simulation numerique tridimensionnelle du forgeage a chaud: Etude du contact et du calcul multigrille, These de doctorat, ENSMP, 1999
- [Perchat00] **E. Perchat**, Mini-element et factorizations incompletes pour la parallelization d'un solveur de Stokes 2D. Application au forgeage, These de doctorat, ENSMP, 2000

- [PETSc07] **S. Balay, K. Buschelman, V. Eijkhout, W. Gropp, D. Kaushik, M. Knepley, L. C. McInnes, B. Smith, H. Zhang**, PETSC Manual, Argonne National Lab, 2007
- [Pichelin98] **E. Pichelin**, Calcul par éléments finis du remplissage 3D pour des fluides visqueux incompressibles. Application à l'injection, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1998.
- [Soyris90] **N. Soyris**, Modélisation tridimensionnelle du couplage thermique en forgeage à chaud, Thèse de doctorat, ENSMP, 1990
- [Traoré01] **K. Traoré**, Simulation thermomécanique du laminage circulaire: développement d'une formulation quasi-eulérienne tridimensionnelle sur une architecture parallèle, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 2001





## *Partie 3 – Développements numériques pour les procédés à grande vitesse*

Une première version robuste et éprouvée de Forge++ a été développée et présentée dans la seconde partie de ce manuscrit. Nous allons désormais nous attacher à présenter le développement de nouvelles méthodes numériques permettant de simuler avec davantage de précision et de rapidité des bandes de cisaillement adiabatiques dans le cadre de procédés de mise en forme à grande vitesse.

L'étude développée dans ce troisième chapitre va tout d'abord porter sur les méthodes d'adaptation de maillage. Notre but sera de parvenir à améliorer les techniques présentées en première partie de ce manuscrit tant du point de vue de la robustesse que du point de vue de la rapidité du calcul. Par la suite, nous chercherons à développer et utiliser de nouveaux algorithmes pour augmenter la précision du calcul éléments finis dans le cadre des procédés de mise en forme à grande vitesse.

<b>1</b>	<b><u>MAILLAGE ET ADAPTATION</u></b>	<b>182</b>
<b>1.1</b>	<b>GENERATION DE MAILLAGE</b>	<b>182</b>
1.1.1	NOTIONS DE MAILLAGE	182
1.1.2	PRESENTATION DU MAILLEUR TOPOLOGIQUE MTC	182
1.1.3	REGLAGE DE MTC DANS LE CADRE DES PROCEDES D'USINAGE	189
<b>1.2</b>	<b>TECHNIQUES D'ADAPTATION DE MAILLAGE</b>	<b>190</b>
1.2.1	H-ADAPTATION	191
1.2.2	R-ADAPTATION	192
1.2.3	P-ADAPTATION	193
1.2.4	HP-ADAPTATION	194
<b>1.3</b>	<b>H-ADAPTATION</b>	<b>194</b>
1.3.1	ESTIMATION D'ERREUR ISOTROPE	195
1.3.2	STRATEGIE D'OPTIMISATION DU MAILLAGE	219
<b>1.4</b>	<b>R-ADAPTATION</b>	<b>235</b>
1.4.1	REGULARISATION PAR BARYCENTRAGE	235
1.4.2	AMELIORATION DE LA ROBUSTESSE DU REMAILLAGE PAR REPROJECTION NEWTONIENNE A POSTERIORI	237
<b>1.5</b>	<b>SYNTHESE</b>	<b>239</b>
<b>2</b>	<b><u>AMELIORATION DE LA PRECISION DU CALCUL ELEMENTS FINIS</u></b>	<b>239</b>
<b>2.1</b>	<b>PRISE EN COMPTE DU CHOC THERMIQUE</b>	<b>239</b>
<b>2.2</b>	<b>ETUDE DU COUPLAGE THERMOMECHANIQUE</b>	<b>241</b>
2.2.1	METHODES DE COUPLAGE	241
2.2.2	COMPARAISONS ET VALIDATIONS	243
2.2.3	ETUDE DU COUPLAGE IMPLICITE SUR UN CAS D'ECRASEMENT	247
<b>2.3</b>	<b>SYNTHESE</b>	<b>248</b>
<b>3</b>	<b><u>APPLICATION A UN CAS D'USINAGE GRANDE VITESSE</u></b>	<b>249</b>
<b>3.1</b>	<b>PRESENTATION DU CAS DE COUPE ORTHOGONALE GRANDE VITESSE</b>	<b>249</b>
<b>3.2</b>	<b>SIMULATION DE LA PREMIERE BCA</b>	<b>249</b>
<b>3.3</b>	<b>ETUDES DES ALGORITHMES DEVELOPPES</b>	<b>251</b>
3.3.1	ADAPTATION DE MAILLAGE ET CALCUL PARALLELE	251
3.3.2	AMELIORATION DE LA PRECISION DU CALCUL ELEMENT FINIS	254
<b>3.4</b>	<b>SYNTHESE</b>	<b>258</b>
<b>4</b>	<b><u>SYNTHESE</u></b>	<b>259</b>
<b>5</b>	<b><u>REFERENCES</u></b>	<b>260</b>

# 1 Maillage et Adaptation

Une étape cruciale dans la simulation numérique de tout problème physique par la méthode des éléments finis est la génération d'un maillage pour le domaine considéré. La construction du maillage est un processus d'autant plus délicat quand il s'agit d'un problème industriel aux géométries arbitraires et très souvent complexes. Actuellement, différentes techniques permettant la construction de manière entièrement automatique d'un maillage sont disponibles. Le principe de la méthode des éléments finis fait que la qualité de la solution dépend fortement de celle du maillage. Par conséquent, quelque soit le problème donné, le maillage doit satisfaire un ensemble de contraintes liées à la qualité de la solution, on parle ainsi d'adaptation de maillage. Dans ce qui suit, on s'intéressera aux aspects de génération et d'optimisation de maillage.

## 1.1 Génération de maillage

### 1.1.1 Notions de maillage

Actuellement, différentes méthodes de génération automatique de maillages non structurés sont disponibles. Les plus populaires sont la méthode frontale, la méthode de type Octree, la méthode de Delaunay et la méthode par optimisation topologique. Dans ce qui suit, nous nous limiterons à la génération de maillages 3D tétraédriques par la méthode d'optimisation topologique. Pour une présentation plus exhaustive de ces différentes techniques, le lecteur est invité à consulter les travaux dédiés à la génération de maillage. Citons à titre indicatif les travaux de Frey [Frey99] et George [George01] pour l'ensemble des méthodes étudiées et Coupez [Coupez91] et Gruau [Gruau04] pour la méthode par optimisation topologique.

On considère un domaine  $\Omega$  représenté par l'ensemble  $N$  des sommets de la discrétisation de sa frontière (ou maillage surfacique). Le problème à résoudre pour la génération du maillage est donc le suivant: *Comment construire le maillage volumique de  $\Omega$  à partir du maillage de sa frontière ?*

### 1.1.2 Présentation du mailleur topologique MTC

Il s'agit d'une méthode qui a été mise au point par Coupez dans les années 90. Bien qu'elle soit actuellement utilisée pour diverses applications, cette approche a été

initialement développée pour l'étape de remaillage en grandes déformations. En effet, lors de la simulation des procédés de mise en forme des matériaux, la pièce subie d'importantes déformations. Le maillage qui suit la déformation de la pièce (dans le cadre d'une formulation lagrangienne) dégénère rapidement. L'étape du remaillage est donc primordiale pour la continuité des calculs. Le principe algorithmique de la méthode par optimisation topologique diffère très significativement des trois autres techniques citées précédemment. Il présente la particularité de coupler les remaillages de la surface et du volume du domaine. Avant de développer succinctement le principe du « meilleur topologique », nous introduisons quelques notions nécessaires à la description de son fonctionnement.

### 1.1.2.1 Topologie de maillage

Un maillage est défini par un ensemble d'éléments. Chaque élément est défini par les numéros des nœuds formant ses sommets. La connectivité de ces nœuds et les propriétés s'y rattachant définissent la topologie du maillage. Concrètement, il ne s'agit que du tableau de connexion des éléments qui, à chaque numéro d'élément, fait correspondre le numéro des nœuds constituant ses sommets.

Soient alors  $N$  l'ensemble fini des nœuds de  $\Omega$ ,  $T$  l'ensemble des éléments dont les sommets appartiennent à  $N$  et  $F$  l'ensemble des faces de ces éléments tel que :

$$F(T) = \bigcup_{e \in T} \partial\Omega_e \quad (3.1)$$

Où  $\partial\Omega_e$  est la frontière du tétraèdre  $\Omega_e$  composée de ses quatre faces.

$T$  est une topologie de maillage de  $\Omega$  si et seulement si :

$$\forall f \in F(T), 1 \leq \text{Card}\{e \in T \text{ tel que } f \in \partial\Omega_e\} \leq 2 \quad (3.2)$$

Où  $\text{Card}\{.\}$  est le nombre d'éléments de l'ensemble  $\{.\}$ .

### 1.1.2.2 Critère de volume minimal

Soit  $T$  une topologie de maillage sur  $N$ .  $(T, N)$  est un maillage de  $\Omega$  si et seulement si :

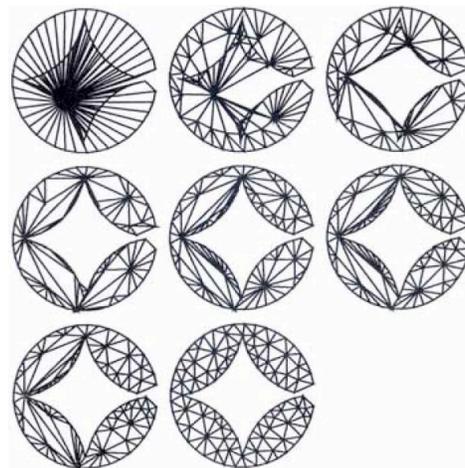
$$\sum_{e \in T} |\Omega_e| = |\Omega| \quad (3.3)$$

Où  $|\Omega_e|$  et  $|\Omega|$  sont les volumes respectifs de l'élément  $e$  et du domaine.

### 1.1.2.3 Génération de maillage par le mailleur topologique

La construction d'un maillage par le mailleur topologique comprend deux étapes principales :

1. à partir d'une discrétisation de la frontière du domaine, construire une topologie initiale. Cette étape est réalisée en connectant par un opérateur d'étoilement (Figure 3.2) un nœud à tous les autres nœuds hormis ceux qui appartiennent à la même face que ce dernier. Le résultat de cette étape n'est évidemment pas un maillage : des éléments peuvent traverser la frontière, se superposer, etc. (Figure 3.1 en haut à gauche et Figure 3.5 a). C'est néanmoins une topologie de maillage qui est un point de départ suffisant pour démarrer le processus de création d'un maillage valide.



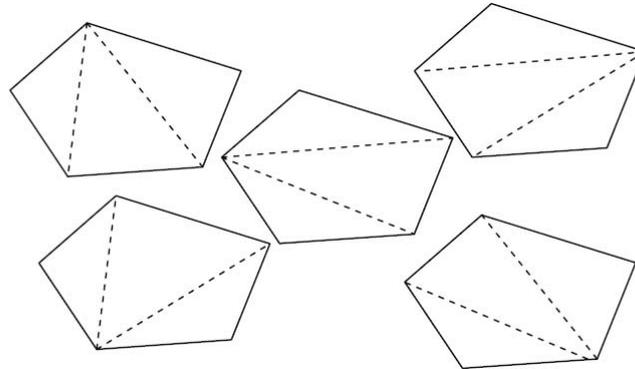
**Figure 3.1 – Génération de maillage 2D par optimisation topologique [Coupez 91].**

2. améliorer, par balayage et de manière progressive, la topologie courante :

Pour chaque nœud et pour chaque arête :

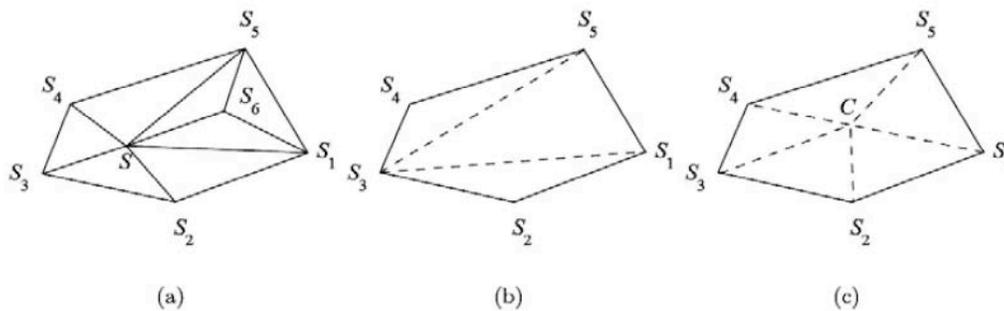
- supprimer la topologie locale étoilée par nœud ou par arête (ensemble des éléments contenant ce nœud ou cette arête)
- remplacer par une autre topologie obtenue par l'opérateur d'étoilement.

Parmi les candidats proposés par l'opérateur d'étoilement, la topologie choisie est celle qui minimise le volume total  $\sum_{e \in T} |\Omega_e|$ .



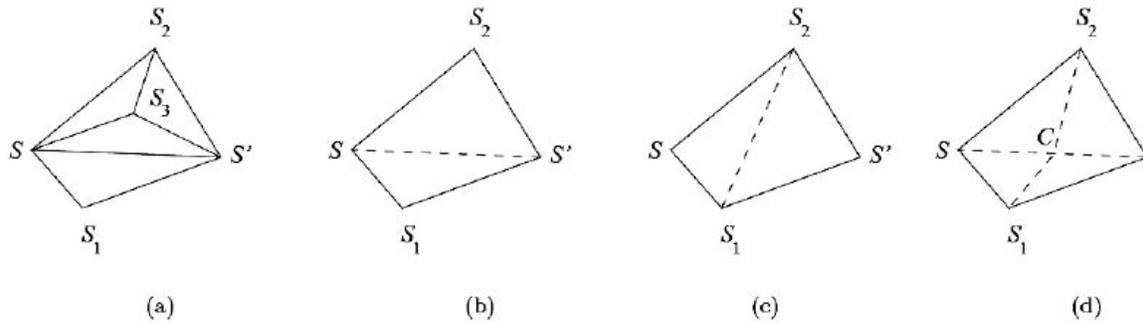
**Figure 3.2 – Différentes topologies possibles proposées par l'opérateur d'étoilement.**

La Figure 3.3 montre des exemples d'opérations topologiques autour d'un nœud. La topologie autour du point  $S$  est mise en cause. Différentes topologies sont alors possibles. Une première consiste à éliminer les nœuds  $S$  et  $S_6$  (Figure 3.3 b). Une autre possibilité consiste à éliminer le nœud  $S_6$  et à bouger le nœud  $S$  vers l'isobarycentre des sommets  $C$ .



**Figure 3.3 – Opérations topologiques autour d'un nœud.**

Des exemples d'opérations topologiques autour d'une arête sont représentés sur la Figure 3.4. La topologie autour de l'arête  $SS'$  est mise en cause. Une topologie possible est obtenue en éliminant le nœud  $S_3$  (Figure 3.4 b). D'autres topologies sont obtenues par une bascule d'arête (Figure 3.4 c) ou par l'introduction d'un nouveau sommet au milieu de  $[SS']$  (Figure 3.4 d).



**Figure 3.4 – Opérations topologiques autour d’une arête.**

En 3D, l’équivalent de la bascule d’arête en 2D est la transformation de deux tétraèdres ayant une face commune en trois tétraèdres.

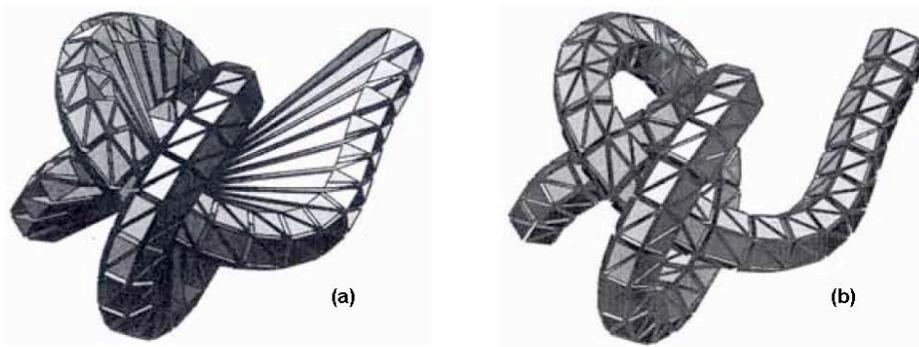
À l’étape 2 de l’algorithme, plusieurs topologies de maillage peuvent avoir le même volume. Il est donc nécessaire de privilégier celle dont les éléments sont de meilleure qualité géométrique. Celle-ci est mesurée avec le critère de forme suivant:

$$C(e, h_e) = C_0 \frac{|\Omega_e|}{h_e^3} \quad (3.4)$$

Où  $h_e$  est la longueur moyenne des arêtes du tétraèdre  $e$ .  $C_0$  est une constante qui permet de normaliser le facteur de forme à 1 pour un tétraèdre équilatéral.

$C(e, h_e)$  est maximal pour un tétraèdre équilatéral et est égal à 0 pour un tétraèdre plat. Dans le processus d’amélioration topologique, les tétraèdres choisis sont ceux qui maximisent  $C(e, h_e)$ .

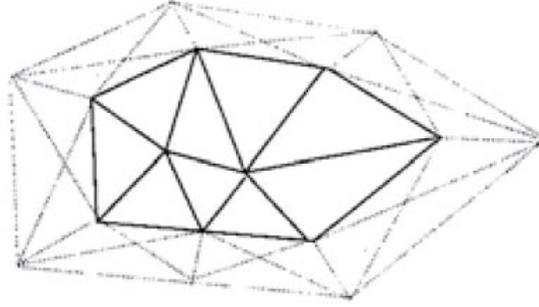
L’amélioration des topologies locales se fait de manière itérative jusqu’à atteindre le volume minimal de la topologie. On peut voir sur la Figure 3.1 (du haut vers le bas et de gauche à droite) les améliorations locales apportées sur les topologies intermédiaires qui ne sont pas des maillages valides mais qui s’approchent de la solution finale. Le volume minimal est celui du maillage final.



**Figure 3.5 – Génération de maillage 3D par optimisation topologique (a) topologie initiale, (b) topologie obtenue.**

#### **1.1.2.4 Remaillage de la surface et couplage avec le volume**

L'un des avantages du maillage topologique par rapport aux autres techniques présentes dans la littérature est qu'il permet de remailler simultanément le volume et la surface tout en respectant la géométrie du domaine. Le principe consiste à créer, dans une première étape, une couche d'éléments « virtuels » connectés aux sommets du maillage surfacique et extérieurs au domaine. Pour cela, il suffit de dupliquer « virtuellement » chaque nœud frontière et de le relier à son double. Ceci forme des tétraèdres « virtuels » (Figure 3.6) qui ne contribuent pas au calcul du volume (3.3) (i.e. le volume d'un élément virtuel est maintenu nul). Les nœuds et les faces frontières sont désormais des nœuds intérieurs au domaine. Ainsi des nœuds frontières peuvent être éliminés ou déplacés, d'autres nœuds peuvent être introduits et les arêtes frontières peuvent être basculées. Ceci permet de modifier le maillage surfacique par les opérations topologiques de volume. Tout changement de topologie doit simplement conserver un volume aux éléments virtuels proche de 0 (défini à une tolérance près). Sous cette contrainte, le volume du domaine est conservé.



**Figure 3.6 – Éléments virtuels (en pointillés) obtenus en dupliquant les nœuds frontières.**

### 1.1.2.5 Adaptation de maillage : carte de taille

Il s'agit ici de décrire comment le mailleur topologique est capable de respecter une carte de taille imposée durant le processus de maillage ou de remaillage.

Soit  $h_e^{imp}$  la taille imposée de chaque élément  $e$  du maillage. Cette taille peut-être imposée par l'utilisateur ou bien automatiquement calculée à travers une stratégie d'optimisation de maillage.

La méthode consiste à comparer et minimiser l'écart entre la taille actuelle  $h_e$  de l'élément et la taille imposée  $h_e^{imp}$ . Pour cela, le facteur de forme est modifié de la manière suivante :

$$C(e, h_e, h_e^{imp}) = C(e, h_e) \frac{\min(|\Omega_e|, |\omega(h_e^{imp})|)}{\max(|\Omega_e|, |\omega(h_e^{imp})|)} \quad (3.5)$$

Où  $|\omega(h_e^{imp})|$  est le volume du tétraèdre de taille  $h_e^{imp}$ .

L'algorithme du mailleur topologique est inchangé, utilisant juste ce nouveau facteur de forme pour ordonner les topologies de maillage.

*Remarque :*

La carte de taille  $h$  doit être interpolée sur les nœuds du maillage. L'intérêt de ce passage par une carte nodale est que celle-ci est plus facilement prolongée quand de nouveaux nœuds sont introduits. Un nouveau nœud créé au barycentre d'un sous-

ensemble de nœuds est affecté de la valeur moyenne des tailles du sous-ensemble. Le calcul de la carte nodale à partir de la carte par élément se fait par une simple moyenne.

La taille au nœud s'écrit :

$$h_k = \frac{1}{M} \sum_{k \in e} h_e \quad (3.6)$$

Où  $M$  est le nombre total d'éléments contenant le nœud  $k$ .

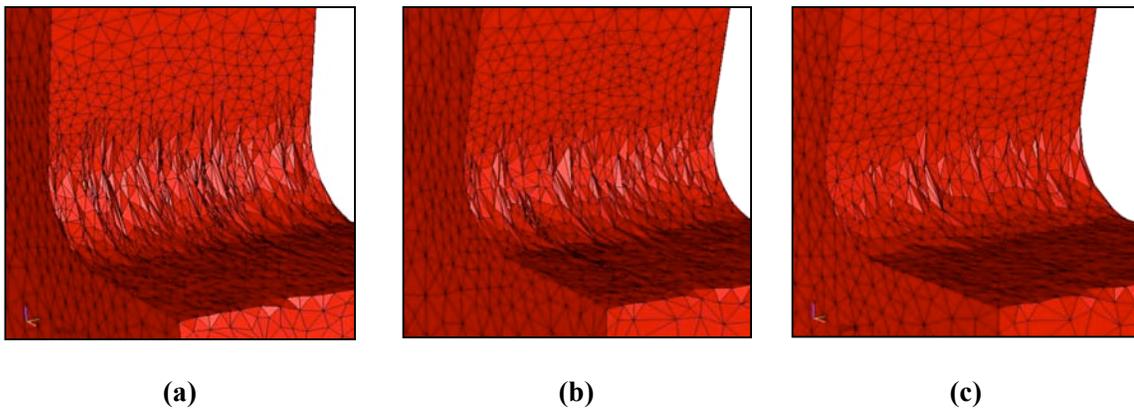
La taille des éléments est donc directement introduite dans le calcul de leurs facteurs de forme (3.5) ce qui assure le respect des cartes de tailles optimales et donc le remaillage adaptatif.

Les principaux avantages du mailleur topologique se manifestent clairement dans le cadre de problèmes instationnaires en grandes déformations 3D. D'une part, et contrairement aux approches de type Delaunay, Octree ou frontale, le mailleur topologique permet de remailler la surface et de coupler adaptations frontière et volumique. D'autre part, pendant la phase de remaillage, plutôt que de reconstruire tout le maillage, celui-ci est amélioré en utilisant la méthode d'optimisation locale. L'effet obtenu est que dans un cycle adaptatif, le maillage des zones mortes (i.e. les zones à très faibles déformations) est pratiquement inchangé ce qui réduit le coût du remaillage. Il ne s'agit donc pas d'un remaillage proprement dit mais plutôt d'une amélioration du maillage par adaptation.

### 1.1.3 Réglage de MTC dans le cadre des procédés d'usinage

Le mailleur MTC cherche à construire un maillage minimisant le volume et en maximisant la qualité des éléments tout en respectant un paramètre relatif à la précision de la frontière du domaine. Dans le cadre d'un processus de génération de maillage à partir d'un maillage existant (remaillage), MTC tente de respecter parfaitement la frontière du domaine lorsque la précision est élevée (erreur faible). Les nœuds présents en frontière ont donc très peu de latitude pour évoluer et restent localisés sur la courbure du domaine de façon à limiter les pertes locales de volume.

Dans le cadre des procédés d'usinage, les déformations en pointe d'outil sont très importantes. Une précision frontière élevée ne permet pas d'améliorer la forme des éléments en surface lors du remaillage (Figure 3.7 a et b). Relâcher le paramètre de précision frontière donne plus de souplesse et permet aux nœuds frontières d'évoluer et ainsi d'obtenir des maillages de meilleure qualité (Figure 3.7 c). Si cette méthode permet d'obtenir des maillages de meilleure qualité, elle autorise a contrario une plus grande modification de la frontière du domaine. La question est donc de déterminer la limite acceptable cette pour les procédés d'usinage. L'expérience acquise avec le logiciel MTC dont nous utilisons une version laboratoire (différente de la version fournie avec le logiciel Forge3 et utilisée dans la première partie de ce manuscrit), permet de considérer qu'une précision de l'ordre de 2% est un bon compromis.



**Figure 3.7 – Maillage en pointe d'outil pour une précision frontière dans MTC de (a) 0,5%, (b) 1% et (c) 2%.**

Le principe ainsi que les réglages du mailleur MTC dans le cadre des procédés de mise en forme à grande vitesse ayant été succinctement présentés, nous allons désormais pouvoir porter notre attention sur les techniques d'adaptation de maillage.

## **1.2 Techniques d'adaptation de maillage**

Les techniques d'adaptation de maillage reposent sur trois méthodes principales : méthode h, méthode r et méthode p. Celles-ci sont usuellement appelées h-adaptation, r-

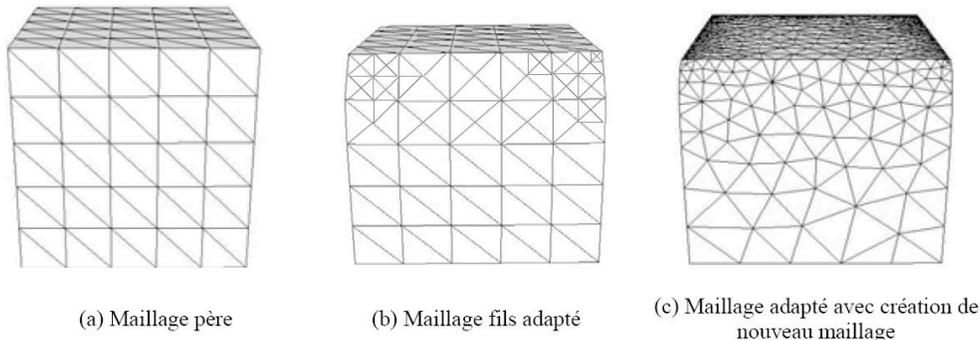
adaptation et p-adaptation. Une combinaison entre la méthode h et p peut être aussi utilisée. On parle alors de hp-adaptation.

### 1.2.1 H-adaptation

Dans ce type d'adaptation, le maillage est raffiné en augmentant le nombre de degrés de liberté. Plusieurs possibilités sont envisageables :

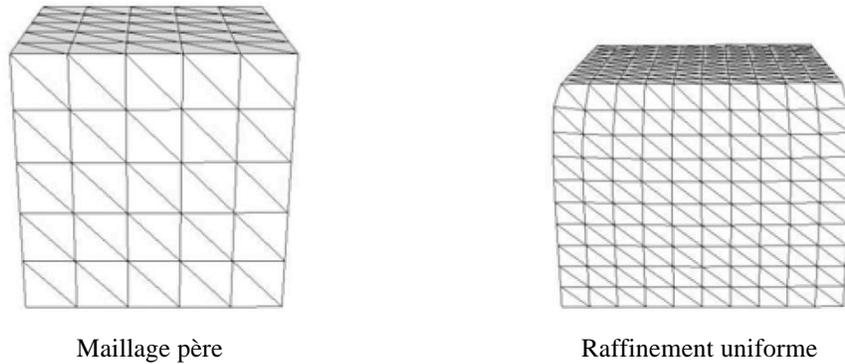
- Adaptation à partir d'un maillage père : à partir d'un maillage initial, dit maillage père, le maillage adapté (maillage fils) est construit en subdivisant les éléments des zones de maillages où l'erreur est importante en ajoutant récursivement des nœuds par exemple au milieu de chaque arête (Figure 3.8 b). Les maillages obtenus sont dits « quasi-uniformes ».
- Adaptation avec création d'un nouveau maillage : dans ce cas, il s'agit d'un remaillage complet du domaine (Figure 3.8 c). On construit un tout nouveau maillage avec un raffinement dans les zones où l'erreur est importante et un déraffinement dans les zones où l'erreur est faible. Ceci permet d'uniformiser la distribution de l'erreur. Ce type d'adaptation nécessite un mailleur automatique qui reçoit en consigne la taille des éléments. Cette dernière est calculée à partir des résultats obtenus sur le maillage père.

Dans la pratique, c'est le type d'adaptation qui est le plus utilisé et c'est celui que l'on adoptera dans les procédures de remaillage adaptatif.



**Figure 3.8 – h-adaptation avec raffinement non uniforme.**

- Adaptation avec raffinement uniforme de tout le maillage (Figure 3.9). En pratique, ce type de raffinement permet de tester ou de valider le taux de convergence théorique de la méthode des éléments finis.



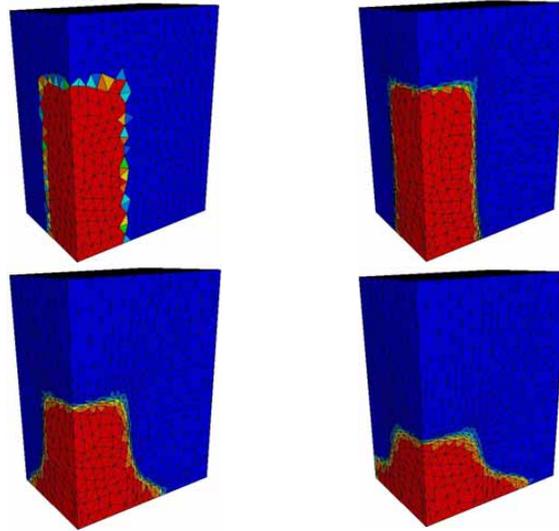
**Figure 3.9 – h-adaptation avec raffinement non uniforme (problème d'écrasement d'un cube).**

### 1.2.2 R-adaptation

Cette technique d'adaptation consiste à améliorer la solution en optimisant la position des nœuds du maillage sans en ajouter de nouveaux et sans modifier les connectivités. Le maillage est amélioré en déplaçant les nœuds vers les zones où l'erreur est importante (Figure 3.10). L'inconvénient de cette technique est que l'amélioration de la précision est limitée par le nombre de degrés de liberté disponibles.

Bigot [Bigot01] a utilisé ce type d'adaptation pour la simulation des problèmes dynamiques d'injection de polymères et le remplissage de moules, pour suivre l'évolution du front de matière. Dans le cas des problèmes de mise en forme, la nature de l'écoulement et les grandes déformations modélisées par une approche lagrangienne nécessitent l'adaptation continue du maillage et le changement de topologie afin de capturer les détails géométriques. La méthode r seule s'avère dans ce cas insuffisante. Dans [Guerdoux07], Guerdoux montre que l'utilisation de la méthode r associée à une méthode h permettent d'obtenir de bons résultats dans les zones de grandes déformations en mise en forme à grande vitesse. Par conséquent des méthodes r-adaptatives seront

également mises en œuvre dans la suite de ce manuscrit (paragraphe 1.4 de ce troisième chapitre).

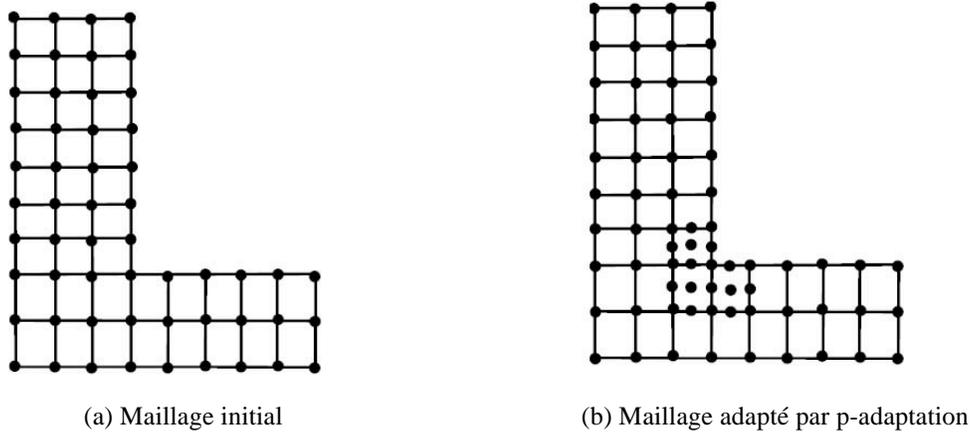


**Figure 3.10 – Capture de la surface libre d’un écoulement par r-adaptation.**

### 1.2.3 P-adaptation

Il s’agit d’une autre manière d’augmenter la précision de la solution. Elle consiste à augmenter le degré d’interpolation des éléments en conservant la topologie du maillage (Figure 3.11). Cette augmentation peut être uniforme sur tout le maillage, on parle ainsi d’une p-adaptation uniforme. Dans le cas où le degré d’interpolation est augmenté localement (Figure 3.11), on parle de p-adaptation. Babuska [Babuska82] et Szabo [Szabo86] ont montré que, dans certains cas, lorsque la solution présente une singularité sur la frontière, le taux de convergence de la p-adaptation est deux fois plus élevé que celui de la h-adaptation avec des maillages quasi-uniformes. L’inconvénient majeur de la p-adaptation est qu’elle est difficile à introduire dans un code de calcul existant. Un problème supplémentaire se pose au niveau du traitement de la condition d’incompressibilité. En effet, pour les problèmes incompressibles avec une formulation mixte, les éléments utilisés doivent nécessairement vérifier la condition de compatibilité de Brezzi-Babuska et il est fort complexe de proposer des éléments mixtes et compatibles

pour tout degré d'interpolation. Dans la pratique, on ne connaît qu'un nombre limité d'éléments mixtes compatibles.



**Figure 3.11 – p-adaptation.**

### 1.2.4 Hp-adaptation

Cette technique est une combinaison entre la h-adaptation et la p-adaptation. L'objectif est d'améliorer la précision des calculs en profitant des avantages des deux méthodes. Par exemple, on commence par un raffinement par la méthode h pour répartir uniformément l'erreur, puis on le poursuit par un raffinement par la méthode p afin d'augmenter le taux de convergence qui devient exponentiel [Ainsworth00]. Dans Cugnon [Cugnon00], l'auteur montre que l'adaptation hp permet d'atteindre les précisions prescrites avec moins de degrés de liberté qu'avec l'adaptation h.

Dans la suite de ce manuscrit, nous nous contenterons d'aborder uniquement les méthodes h et r.

## 1.3 H-adaptation

La première méthode d'optimisation topologique que l'on se propose d'étudier concerne l'adaptation h. Cette dernière sera pilotée par des mesures d'estimation d'erreur isotrope que nous allons maintenant détailler.

### 1.3.1 Estimation d'erreur isotrope

L'erreur de discrétisation éléments finis peut être estimée a posteriori selon trois méthodes distinctes dont on trouvera le détail dans [Boussetta05]. La première méthode, développée par Babuska [Babuska78], consiste à étudier les résidus des équations d'équilibre et les sauts de contrainte aux frontières de éléments. La seconde technique, développée par Ladevèze [Ladevèze75, Ladevèze86], repose sur l'analyse de l'erreur en relation de comportement. Enfin la dernière méthode, développée par Zienkewicz [Zienkewicz87] consiste à estimer l'erreur par comparaison avec une contrainte de meilleure qualité (contrainte continue dans le cadre d'éléments linéaires). Nous renvoyons à Boussetta [Boussetta05] pour la présentation des deux premières techniques et concentrerons notre attention sur la dernière dans la suite de ce manuscrit.

#### 1.3.1.1 Définition de l'erreur

Avant de décrire les méthodes de recouvrement permettant l'estimation d'erreur par comparaison à des contraintes de meilleure qualité, nous allons tout d'abord rapidement rappeler la définition d'erreur de discrétisation éléments finis.

##### 1.3.1.1.1 Erreur éléments finis

Au cours de la simulation numérique d'un problème physique on peut distinguer plusieurs types d'erreur qui font que la solution obtenue est différente de la solution exacte du problème étudié. Les principales sources d'erreurs détaillées dans Delalondre *et al.* [Delalondre08] sont :

- La modélisation physique du problème étudié. Ceci consiste à définir de façon abstraite le problème physique que l'on souhaite étudier à travers la définition de trois groupes d'informations (Domaine, Modèle, Champs) qui interagissent entre eux. Dans une approche allant dans ce sens, de récents travaux ont porté sur l'erreur de modélisation par comparaison multi échelles de modèles simples (formulation continue) avec des modèles plus complexes (formulation atomistique). Citons à ce titre les travaux de Oden *et al.* [Oden99, Oden00, Oden01], Stein [Stein07] et Nugehally [Nugehally07]. Dans le cadre de la modélisation physique, la qualité de la solution dépend des choix effectués qui nécessitent de négliger des phénomènes physiques particuliers.

- La transformation du modèle physique défini précédemment en un modèle mathématique. Ceci consiste à définir mathématiquement les Domaine, Modèle et Champs définis de façon abstraite à l'étape précédente. Durant cette phase, le choix des modèles mathématiques chargés de représenter les trois groupes d'information est déterminé. Cette étape consiste donc à définir l'expression mathématique des équations d'équilibres, lois rhéologiques, lois de frottement, modèles des échanges thermiques, etc. La qualité de la solution dépend du choix du modèle mathématique qui peut négliger des phénomènes physiques particuliers dont la modélisation physique choisie à l'étape précédente tentait de rendre compte.
- La transformation du modèle mathématique en un modèle discret. Au cours de cette phase, les modèles mathématiques des Domaine, Modèles et Champs sont transformés en modèles discrétisés. Le Modèle est ainsi discrétisé selon des méthodes éléments finis, différences finis ou volumes finis. La discrétisation des Champs se fait en choisissant les fonctions permettant la représentation discrète de ces derniers (fonctions de forme en éléments finis). Le Domaine spatio-temporel est spatialement et temporellement discrétisé afin de former un maillage dont le niveau d'erreur dépend du pas de discrétisation choisi.  
La qualité de la solution dépend à la fois de la méthode de discrétisation employée pour représenter le modèle mathématique défini à l'étape précédente et du choix de la discrétisation.
- La transformation du modèle discret en un modèle algébrique pouvant être résolu par ordinateur. Cette transformation consiste notamment à choisir le schéma d'intégration numérique qui peut occasionner l'apparition d'erreurs du même type.
- La résolution du système algébrique formé à l'étape précédente. Les différentes erreurs pouvant intervenir à cette étape proviennent de la résolution par ordinateur du système formé précédemment. Nous citerons ainsi les erreurs d'arrondi (précision de la machine) et de convergence (précision algorithmique).

Dans la suite de cette étude, on ne s'intéressera qu'à l'erreur de discrétisation spatiale, qu'on appellera erreur éléments finis, et qu'on notera  $e_h$ . Celle-ci est définie comme la différence entre la solution exacte et la solution éléments finis du problème discret. Soient  $v$  et  $v_h$  respectivement les champs de vitesse exacte et éléments finis solutions du problème. L'erreur ponctuelle éléments finis pour le champ de vitesse s'écrit :

$$e_h^v = v - v_h \quad (3.7)$$

De la même manière on peut définir l'erreur ponctuelle sur le champ des contraintes :

$$e_h^\sigma = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_h \quad (3.8)$$

Où  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{\sigma}}_h$  sont respectivement les champs de contrainte exact et éléments finis, solutions du problème étudié.

Ces définitions ponctuelles de l'erreur sont rarement utilisées, on trouve dans la littérature quelques applications à l'étude de la convergence de l'erreur pour des problèmes d'élasticité [Zienkiewicz92-1], [Zienkiewicz92-2], [Boroomand97-1], [Boroomand97-2]. Pour des problèmes avec des géométries complexes ou présentant des singularités, ces définitions sont insuffisantes [Zienkiewicz00]. Il est donc nécessaire d'exprimer l'erreur dans une norme adéquate.

#### 1.3.1.1.2 Choix d'une norme

Le choix d'une norme dans laquelle l'erreur est exprimée dépend du problème étudié et de la grandeur que l'on souhaite contrôler. Si on veut mesurer l'erreur en terme d'énergie de déformation du matériau ou des efforts appliqués au système, la norme la plus adéquate est ainsi la norme en énergie. Par contre si on s'intéresse à la géométrie de l'écoulement ou à la taille des bavures les normes  $L^2$  et  $L^\infty$  semblent les mieux adaptées [Fourment 92]. Soulignons que dans le cas des problèmes linéaires ces normes sont équivalentes.

$$\text{Norme } L^2 \quad \|v\|_{L^2} = \left( \int_{\Omega} v^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

$$\text{Norme } H^1 \quad \|v\|_{H^1} = \left( \int_{\Omega} \left( v^2 + \sum_{i=1}^3 \left| \frac{\partial v}{\partial x_i} \right|^2 \right) d\omega \right)^{1/2} \quad (3.10)$$

$$\text{Norme en énergie} \quad \|v\|_E = \left( \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma(v)}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v)}} d\omega \right)^{1/2} \quad (3.11)$$

Dans le cadre des problèmes de mise en forme des matériaux et de la mécanique des structures, l'erreur est généralement exprimée selon la norme en énergie :

$$\|e_h\|_E = \left( \int_{\Omega} \left( \underline{\underline{\sigma(v)}} - \underline{\underline{\sigma(v_h)}} \right) : \left( \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v)}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v_h)}} \right) d\omega \right)^{1/2} \quad (3.12)$$

Pour un problème de viscoplasticité, et considérant la loi de type Norton-Hoff l'erreur peut se formuler de trois manières:

$$\|e_h\|_E = \left( \int_{\Omega} \left( \underline{\underline{s(v)}} - \underline{\underline{s(v_h)}} \right) : \left( \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v)}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v_h)}} \right) d\omega \right)^{1/2} \quad (3.13)$$

$$\|e_h\|_E = \left( \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2\eta \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} \right)} \right) \left( \underline{\underline{s(v)}} - \underline{\underline{s(v_h)}} \right) : \left( \underline{\underline{s(v)}} - \underline{\underline{s(v_h)}} \right) d\omega \right)^{1/2} \quad (3.14)$$

$$\|e_h\|_E = \left( \int_{\Omega} 2\eta \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} \right) \left( \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v)}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v_h)}} \right) : \left( \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v)}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}(v_h)}} \right) d\omega \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

Notons que le terme de la pression n'apparaît pas dans l'expression de l'erreur en norme en énergie (3.13). En effet, pour un matériau incompressible il est d'usage de ne pas en tenir compte [Zienkiewicz88]. Ceci est justifié du fait que le travail de la pression hydrostatique  $p$  est nul. D'autre part, dans [Zienkiewicz88] les auteurs considèrent un matériau incompressible obéissant à une loi viscoplastique et montrent qu'il est possible de calculer une erreur en norme en énergie très proche de l'erreur exacte sans tenir compte de la partie sphérique des contraintes. Fourment [Fourment92] a étudié la vitesse

de convergence de la méthode des éléments finis selon les normes en énergie (3.13), (3.14) et (3.15) . Les maillages utilisés sont uniformes et emboîtés avec des éléments triangulaires quadratiques et une pression sous-intégrée avec deux points de Gauss. Les résultats des trois normes s'avèrent comparables, bien que la norme (3.15) ait une vitesse de convergence plus faible. Finalement l'auteur suggère d'utiliser la norme (3.14) qui donne des résultats légèrement plus satisfaisants.

### 1.3.1.2 Méthode de recouvrement par patch

L'intérêt de la méthode éléments finis réside dans le fait de pouvoir utiliser des fonctions d'interpolation ayant des propriétés de continuité plus faible (forme faible) que celle définie au niveau du modèle mathématique (forme forte). L'utilisation de l'interpolation  $C_0$  du champ de déplacement engendre la discontinuité du champ de contrainte à l'interface des éléments. La contrainte, homogène à une pression, étant continue, une meilleure approximation du calcul éléments finis consiste à reconstruire ce champ par des techniques de post-traitement.

Dans la suite de ce manuscrit, nous allons présenter et mettre en œuvre des techniques de reconstruction locales de type  $Z^2$  développées Zhu et Zienkewics [Zienkiewicz92-1] et améliorées par Boussetta [Boussetta05]. Les paragraphes suivants sont tirés de la thèse de ce dernier.

#### 1.3.1.2.1 Recouvrement des contraintes par la technique SuperConvergent Patch Recovery (SPR)

L'intérêt des méthodes de reconstruction par patch de type  $Z^2$  repose sur les propriétés de superconvergence des points de Barlow [Barlow74] identifiés dans le cadre des éléments linéaires aux points de Gauss.

Soit  $\Omega_k$  un patch topologique centré sur un nœud  $k$  et contenant  $NE$  éléments tel que

$\Omega_k = \bigcup_{e=1}^{NE} \Omega_e$ . La technique SPR consiste à calculer une expansion polynomiale de chaque composante du tenseur des contraintes éléments finis sur chaque patch  $\Omega_k$  telle que :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}(x,y,z) = P a^k \quad (3.16)$$

Où  $P$  constitue la base de l'expansion polynomiale et  $a_k$  le vecteur contenant les coefficients du polynôme dans le patch  $\Omega_k$ .

Pour un problème 3D et pour des éléments linéaires :

$$P = (1,x,y,z) \text{ et } a^k = (a_1^k, a_2^k, a_3^k, a_4^k) \quad (3.17)$$

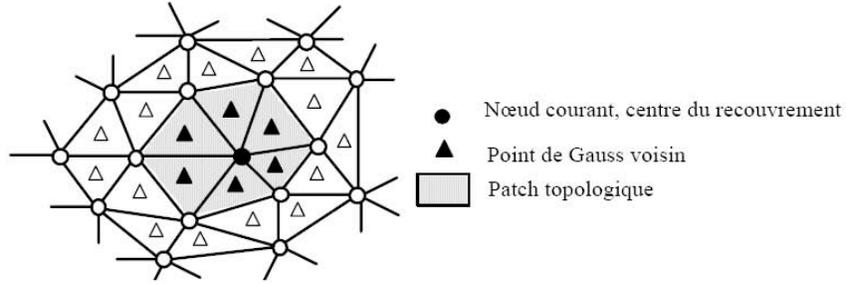


Figure 3.12 – Patch topologique 2D avec des triangles linéaires.

La détermination des coefficients  $a_i^k$  pour chaque composante du tenseur des contraintes consiste à minimiser la fonctionnelle suivante :

$$\Pi(a^k) = \sum_{i=1}^{NG} \left( \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_h(i) - \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_h(i) \right)^2 = \sum_{i=1}^{NG} \left( \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_h(i) - P(x_i, y_i, z_i) a^k \right)^2 \quad (3.18)$$

Où  $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_h(i)$  est la solution éléments finis calculée au point de Gauss  $i$  de coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$ .  $NG$  est le nombre total de points de Gauss dans le patch. Si  $NG^e$  est le nombre de points de Gauss par élément alors  $NG = NG^e \times NE$ . Pour des éléments tétraédriques linéaires  $NG^e = 1$  donc  $NG = NE$ .

Le problème de minimisation s'écrit :

$$\forall i = 1, \dots, 4, \frac{\partial \Pi(a^k)}{\partial a_i^k} = 0 \quad (3.19)$$

Ce qui revient à la résolution du système suivant :

$$\sum_{i=1}^{NG} P'(x_i, y_i, z_i) P(x_i, y_i, z_i) a^k = \sum_{i=1}^{NG} P'(x_i, y_i, z_i) \underline{\underline{\sigma_h(i)}} \quad (3.20)$$

Le vecteur des coefficients est donc  $a^k = A^{-1}b$ , la matrice  $A$  et le vecteur  $b$  sont donnés par :

$$A = \sum_{i=1}^{NG} P'(x_i, y_i, z_i) P(x_i, y_i, z_i) = \sum_{i=1}^{NG} \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ x_i & (x_i)^2 & x_i y_i & x_i z_i \\ y_i & y_i x_i & (y_i)^2 & y_i z_i \\ z_i & z_i x_i & z_i y_i & (z_i)^2 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$b = \sum_{i=1}^{NG} P'(x_i, y_i, z_i) \underline{\underline{\sigma_h(i)}} = \sum_{i=1}^{NG} \underline{\underline{\sigma_h(i)}} \begin{pmatrix} 1 \\ x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

Le nombre d'équations du système à résoudre par composante de contrainte est égal au nombre de paramètres de l'expansion polynomiale  $P$ . Le coût de calcul de la résolution est donc négligeable par rapport à un incrément de calcul éléments finis. On note que les six systèmes à résoudre, relatifs aux six composantes du tenseur des contraintes, sont totalement découplés.

La valeur nodale  $\underline{\underline{\sigma}}^{\approx k}$  est calculée au nœud  $k$  en insérant ses coordonnées dans l'expansion polynomiale ainsi déterminée :

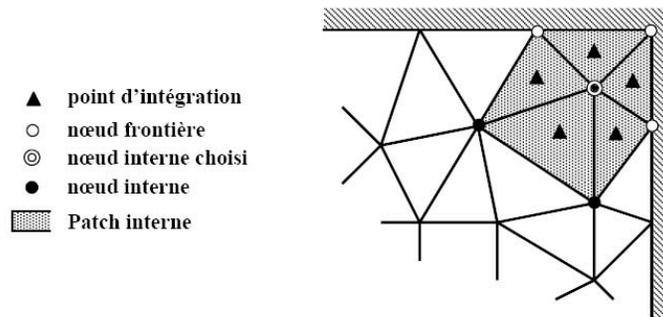
$$\underline{\underline{\sigma}}^{\approx k} = \underline{\underline{\sigma}}^{\approx k}(x_k, y_k, z_k) = P(x_k, y_k, z_k) a^k \quad (3.22)$$

La contrainte continue  $\underline{\underline{\sigma_h}}^{\approx}$  est calculée en interpolant les valeurs de  $\underline{\underline{\sigma}}^{\approx k}$  par les fonctions de base éléments finis :

$$\underline{\underline{\sigma_h}}^{\approx}(x, y, z) = \sum_{k=1}^{NbNoe} \underline{\underline{\sigma}}^{\approx k} N_k(x, y, z) = \sum_{k=1}^{NbNoe} P(x_k, y_k, z_k) a^k N_k(x, y, z) \quad (3.23)$$

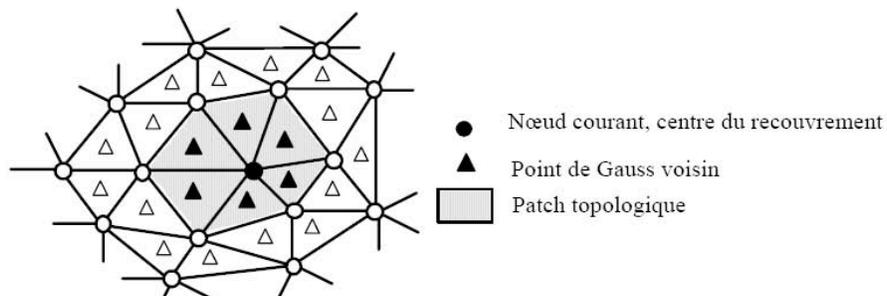
Où  $N_k$  est la fonction d'interpolation au nœud  $k$ .

Le point faible de cette technique, et plus particulièrement des méthodes de recouvrement résulte dans le traitement des frontières. En effet, en un nœud de la frontière, le patch topologique possède un nombre réduit d'éléments. Ce manque d'information conduit à la non inversibilité de la matrice  $A$ . Plusieurs solutions peuvent être mises en œuvre. La première, développée par Zienkiewicz et Zhu [Zienkiewicz92-1], consiste à recouvrir le champ discontinu en point de la frontière en utilisant le patch topologique du nœud volumique le plus proche (Figure 3.13). La qualité de la solution  $\underline{\underline{\sigma}}_h$  calculée à un nœud interne est alors meilleure que celle calculée à nœud frontière.



**Figure 3.13 – Recouvrement 2D sur les nœuds frontières en utilisant le patch volumique topologique voisin.**

Une autre solution consiste à étendre le patch vers les voisins de second ordre. Les informations du patch étendu étant de moins bonne qualité que celles du patch topologique, un poids inférieur leur sera alloué (Figure 3.14).



**Figure 3.14 – Patch étendu 2D avec des triangles linéaires.**

La fonctionnelle à minimiser (3.18) devient alors :

$$\Pi''(a^k) = \Pi(a^k) + \omega \sum_{k=1}^{NG_2} \left( \underline{\underline{\sigma_h(i)}} - \underline{\underline{\sigma_h(i)}}^{\approx k} \right) \quad (3.24)$$

Où  $\Pi(a^k)$  correspond à la fonctionnelle définie en (3.18),  $NG_2$  aux points de Gauss des éléments secondaires et  $\omega$  au poids de ces derniers (inférieur à 1).

#### 1.3.1.2.2 Recouvrement des contraintes par la technique Recovery by Equilibrium (REP2)

Si la méthode SPR donne de bons résultats, les travaux de Boussetta [Boussetta05] ont montré que la technique de « recouvrement par équilibre » s'avère plus efficace dans le cadre de problèmes non linéaires. Dans la suite de ce manuscrit, nous allons succinctement rappeler les fondements de cette technique.

La technique REP a tout d'abord été introduite par Boroomand et Zienkewicz [Boroomand97]. Elle est inspirée, dans son principe, de la technique SPR et des améliorations qui ont été suggérées par différents auteurs [Blacker94, Wiberg93, Wiberg94]. Contrairement à la technique SPR, l'approche REP ne nécessite par la connaissance au préalable des points superconvergents dans le maillage. Par conséquent, elle peut facilement être généralisée aux différents types de maillages et de formulations. Le principe de cette méthode consiste à équilibrer les contraintes recouvrées dans le patch, de la même manière que la solution éléments finis l'est.

Considérons l'équation d'équilibre classique négligeant les termes d'inertie :

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + F = 0 \quad \text{sur } \Omega \quad (3.25)$$

Avec  $F$  les forces volumiques.

Le problème discret s'écrit :

$$\forall u_h^* \in U_0^{ca}, F_{\Omega_h} = \int_{\Omega_h} \underline{\underline{\sigma_h}} : \underline{\underline{\varepsilon_h}}(u_h^*) d\Omega - \int_{\Omega_h} f u_h^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_h} T^0 u_h^* d\Gamma = 0 \quad (3.26)$$

Avec  $T^0$  les efforts imposés sur la frontière  $\partial\Omega_h$ .

Si on considère un patch  $\Omega_k$  inclus dans  $\Omega_h$  alors on peut décomposer ce problème en deux parties : une partie intégrée sur le patch  $\Omega_k$  et une autre intégrée sur le domaine restant  $\Omega_h - \Omega_k$  :

$$\forall u_h^* \in U_0^{ca}, -F_{\Omega_h - \Omega_k} = \int_{\Omega_k} \underline{\underline{\sigma_h}} : \underline{\underline{\varepsilon_h}}(u_h^*) d\Omega - \int_{\Omega_k} f u_h^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_k} T^0 u_h^* d\Gamma \quad (3.27)$$

Où  $F_{\Omega_h - \Omega_k}$  représentent les actions du domaine  $\Omega_h - \Omega_k$  sur le patch  $\Omega_k$  (Figure 3.37).

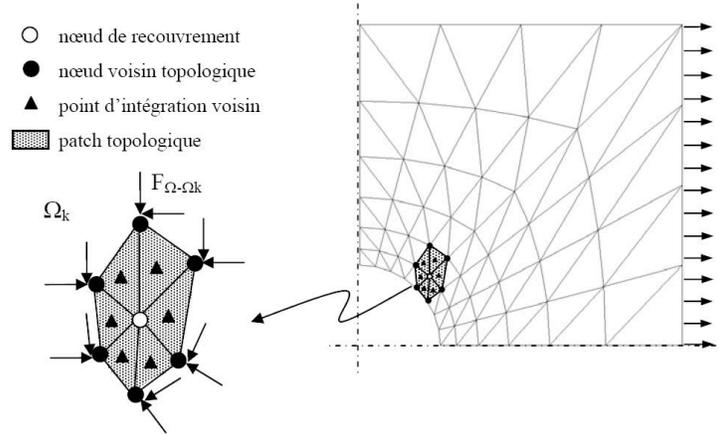


Figure 3.15 – Patch 2D équilibré pour un recouvrement REP.

Finalement, on peut écrire :

$$\forall u_h^* \in U_0^{ca}, R_h = \int_{\Omega_k} \underline{\underline{\sigma_h}} : \underline{\underline{\varepsilon_h}}(u_h^*) d\Omega \quad (3.28)$$

Où  $R_h$  représente la somme des forces volumiques et les efforts extérieurs agissant sur le patch  $\Omega_k$  calculés à partir de (3.27). En considérant le patch  $\Omega_k$  comme un domaine isolé, les efforts  $R_h$  assurent l'équilibre (au sens faible) des contraintes de  $\Omega_k$ .

De la même manière que pour la technique de recouvrement SPR, nous considérerons l'expansion polynomiale des contraintes (3.16) dans le patch  $\Omega_k$  centré en  $k$ . Afin de satisfaire l'équilibre local sur le patch  $\Omega_k$ , la contrainte recouverte  $\underline{\underline{\sigma_h}}^k$  doit satisfaire la condition d'équilibre (3.28). Nous écrivons alors :

$$\forall u_h^* \in U_0^{ca}, R_h = \int_{\Omega_k} \underline{\underline{\sigma}}_h^k : \underline{\underline{\varepsilon}}_h(u_h^*) d\Omega \quad (3.29)$$

D'après (3.28) et (3.29) on peut écrire :

$$\forall u_h^* \in U_0^{ca}, R_h = \int_{\Omega_k} \left( \underline{\underline{\sigma}}_h^k - \underline{\underline{\sigma}}_h \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}_h(u_h^*) d\Omega \quad (3.30)$$

Soit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_h = \sum_i \sum_j B_{i\lambda} u_i^\lambda \quad (3.31)$$

Avec  $u_i^\lambda$  la valeur de la composante  $\lambda$  ( $\lambda=1, \dots, 3$ ) du déplacement au nœud  $i$  et  $B_{i\lambda}$  vérifie :

$$B_{i\lambda}^{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x_j} \delta_{i\lambda} + \frac{\partial N_j}{\partial x_i} \delta_{j\lambda} \right] \quad (3.32)$$

Où  $\delta$  est le symbole de Kronecker :  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et 0 sinon.

Finalement, la condition (3.30) peut s'écrire :

Pour tout  $\lambda = 1, \dots, 3, \forall l \in \Omega_k$

$$\int_{\Omega_k} \left( \underline{\underline{\sigma}}_h^k - \underline{\underline{\sigma}}_h \right) : B_{l\lambda} d\Omega = \int_{\Omega_k} \left( \sum_{m=1}^4 P_m a_m^k - \underline{\underline{\sigma}}_h \right) : B_{l\lambda} d\Omega \quad (3.33)$$

Où  $P_{m(m=1, \dots, 4)}$  est tel que ( $P_1 = 1, P_2 = x, P_3 = y, P_4 = z$ ), et  $a_m^k$  sont des tenseurs tels que :

Pour tout nœud  $k$ ,

$$\underline{\underline{\sigma}}_h^{k,ij} = \sum_{m=1}^4 P_m a_m^{k,ij} \quad (3.34)$$

Pour déterminer les paramètres  $a_m^{k,ij}$ , on minimise la fonctionnelle suivante :

$$\Pi(a^k) = \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{l \in \Omega_k} \left( \int_{\Omega_k} \left( \sum_{m=1}^4 P_m a_m^k - \underline{\underline{\sigma}}_h \right) : B_{l\lambda} d\Omega \right)^2 \quad (3.35)$$

La minimisation de  $\Pi(a^k)$  conduit à la résolution du système :

$$\forall n = 1, \dots, 4, \forall i = 1, \dots, 3, \forall j = 1, \dots, 3, \frac{\partial \Pi(a^k)}{\partial a_m^{k,ij}} = 0 \quad (3.36)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} & \forall n = 1, \dots, 4, \forall i = 1, \dots, 3, \forall j = 1, \dots, 3, \\ & \sum_{i', j' \in \{1,2,3\}} \sum_{m=1}^4 \left( \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{l \in \Omega_k} \int_{\Omega_k} P_n B_{l\lambda}^{ij} d\Omega \int_{\Omega_k} P_m B_{l\lambda}^{i'j'} d\Omega \right) a_m^{k,i'j'} \\ & = \sum_{i', j' \in \{1,2,3\}} \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{l \in \Omega_k} \int_{\Omega_k} \sigma_h^{i'j'} B_{l\lambda}^{i'j'} d\Omega \int_{\Omega_k} P_n B_{l\lambda}^{ij} d\Omega \end{aligned} \quad (3.37)$$

Pour alléger les notations des tenseurs, nous utiliserons la convention suivante :

Soit T un tenseur symétrique d'ordre 3, on pose :

$$\begin{aligned} \forall i = 1, \dots, 3, T^{ij} &= T^i \\ T^{12} = T^{21} = T^4, T^{32} = T^{23} = T^5, T^{13} = T^{31} &= T^6 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Le problème (3.37) s'écrit alors sous la forme d'un système de 24 x 24 de la forme

$Ax = b$  tel que :

$$\begin{aligned} & \forall n = 1, \dots, 4, \forall i = 1, \dots, 6, \\ & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^4 \sum_{i'=1}^6 A_{nm}^{ii'} x_m^i = b_n^i \\ x_i^m = a_m^{k,ii'} \\ A_{nm}^{ii'} = \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{l \in \Omega_k} \int_{\Omega_k} P_n B_{l\lambda}^{ii'} d\Omega \int_{\Omega_k} P_m B_{l\lambda}^{ii'} d\Omega \\ b_n^i = \sum_{i'=1}^6 \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{l \in \Omega_k} \int_{\Omega_k} \sigma_h^{i'i'} B_{l\lambda}^{ii'} d\Omega \int_{\Omega_k} P_n B_{l\lambda}^{ii'} d\Omega \end{array} \right. \end{aligned} \quad (3.39)$$

La technique permet de calculer des valeurs nodales  $\underline{\underline{\sigma}}^k$  de la contrainte recouvrée. Ces valeurs sont ensuite interpolées sur tout le domaine de la même manière que dans la technique SPR.

L'insuffisance d'information dans les patches topologiques représente également la principale difficulté de la technique REP. Une nouvelle fois, pour assurer la quantité d'information nécessaire dans le patch, nous étendrons le patch topologique en ajoutant les voisins secondaires (Figure 3.16).

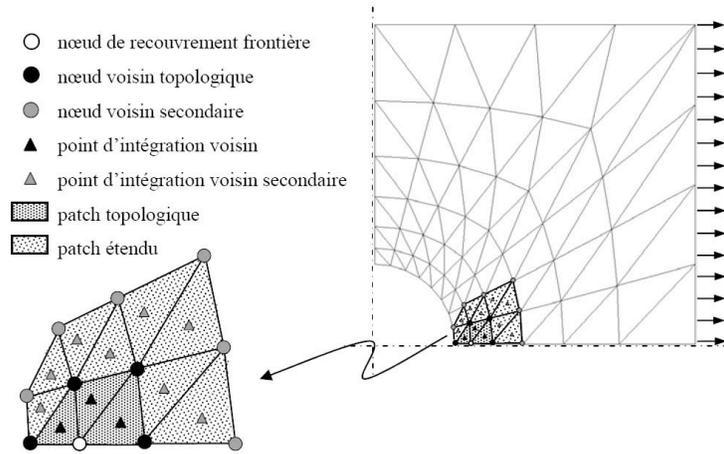


Figure 4.14 : Patch étendu pour le recouvrement REP<sup>2</sup>

**Figure 3.16 – Patch 2D étendu pour le recouvrement REP<sup>2</sup>.**

Afin de ne pas diffuser l'information en utilisant un patch trop étendu, la contribution des voisins de second ordre est encore une fois pondérée par un poids qui permet de relativiser leur influence par rapport au patch topologique de base. La fonctionnelle à minimiser s'écrit alors :

$$\Pi''(a^k) = \Pi(a^k) + \sum_{\lambda=1}^3 \sum_{I \in \Omega_k^2} \left( \int_{\Omega_k^2} \left( \sum_{m=1}^4 P_m a_m^k - \underline{\underline{\sigma_h}} \right) : \underline{\underline{B_{I\lambda}}} d\Omega \right)^2 \quad (3.40)$$

Les tests numériques effectués par Boussetta [Boussetta05, Boussetta06] ont montré que  $\omega = 0,1$  est un bon choix pour la précision du recouvrement.

### 1.3.1.3 Parallélisation des méthodes de patch

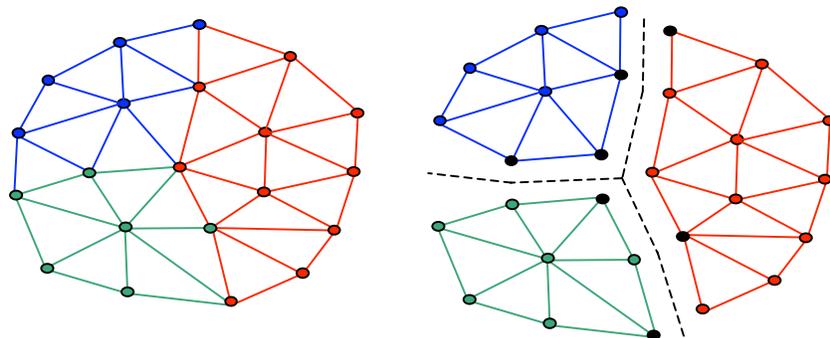
Les techniques de patch SPR et REP2 présentées précédemment ont été développées par Boussetta [Boussetta05] dans une version séquentielle du logiciel Forge3®. Ayant

prouvé leur précision et leur robustesse, nous les avons introduites dans le logiciel Forge++ en utilisant les formulations adaptées au calcul séquentiel. Afin d'étendre leur utilisation au cadre du calcul parallèle mis en œuvre dans Forge++, nous allons désormais étudier différentes méthodes permettant de paralléliser le recouvrement par patch.

#### 1.3.1.3.1 Gestion du calcul parallèle dans MTC et Forge++

En premier lieu, nous allons très rapidement présenter la manière dont est géré le calcul parallèle dans Forge++. Le partitionnement du maillage repose sur une partition par éléments. Le maillage est partitionné de façon à minimiser les interfaces entre les partitions qui seront affectées à chaque processeur. Le lecteur intéressé pourra se reporter à Digonnet [Digonnet01] pour davantage d'informations.

Lors du calcul parallèle, chaque nœud frontière appartient à une et une seule partition. Cependant, afin de transférer les informations entre les processeurs, celui-ci possède également des doubles (« nœuds fantômes ») sur les autres partitions (Figure 3.17). Un nœud frontière possède ainsi autant de « nœuds fantômes » qu'il est voisin de partitions (le nœud central rouge possède un nœud fantôme sur la partition bleu et un autre sur la partition verte). Dans Forge++, le calcul repose sur la stratégie de calcul parallèle nommée SPMD (Single Program Multiple Data). Les informations entre processeurs sont transmises aux nœuds frontières par paquets (messages) via la bibliothèque MPI (Message Passing Interface). Le lecteur intéressé pourra se reporter à [MPI08] pour une documentation plus complète de cette librairie.

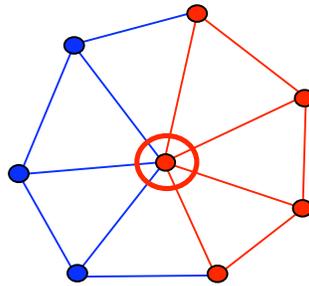


**Figure 3.17 – Patch 2D étendu en parallèle (3 partitions).**

**Les nœuds fantômes sont représentés en noir.**

### 1.3.1.3.2 Pourquoi les méthodes de patch nécessitent-elles un traitement particulier en parallèle ?

La précision et la robustesse des méthodes de recouvrement par patch sont directement liées à la quantité et la qualité de l'information attenantes à celui-ci. Par conséquent, il est nécessaire de prendre en compte le fait que des éléments d'un patch peuvent appartenir à différentes partitions (Figure 3.18). Ces partitions possédant chacune une partie de l'information et ne communiquant entre elles que de façon limitée, la précision du recouvrement risque d'être affectée sans traitement particulier.

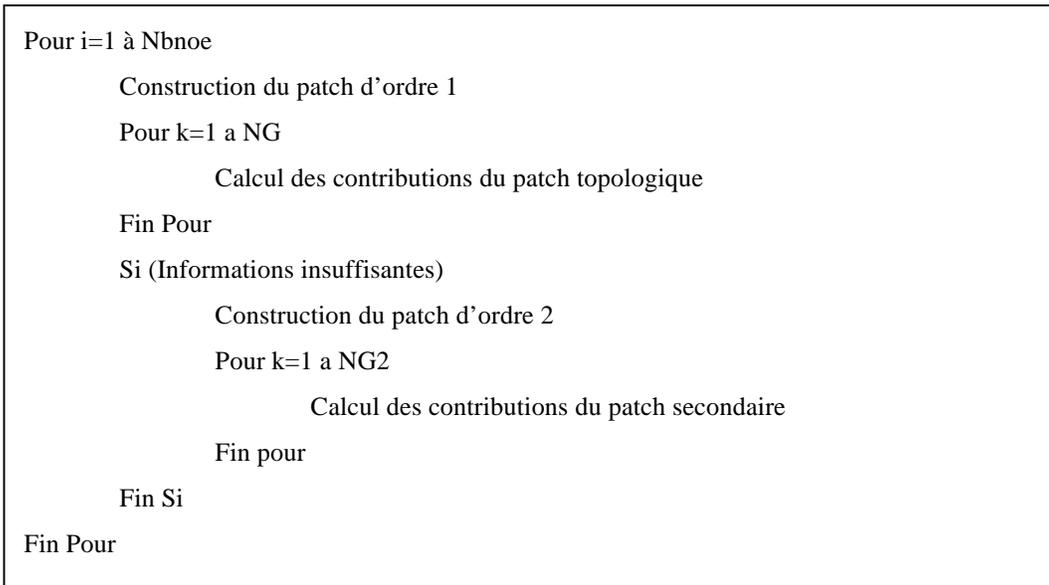


**Figure 3.18 – Patch 2D topologique en parallèle (2 partitions).  
Le nœud central encerclé en rouge appartient à la partition « rouge »  
alors que les nœuds bleus appartiennent à la partition « bleue ».**

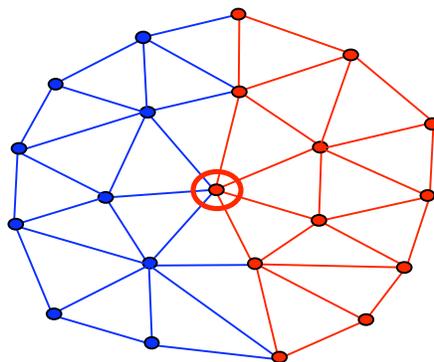
### 1.3.1.3.3 Extension de la méthode séquentielle au cas parallèle

L'algorithme de recouvrement par patch utilisé en séquentiel est présenté sur la Figure 3.19. On constate sur cette figure que ce dernier se fait en deux étapes. La première consiste à récolter les informations relatives au patch topologique. A l'issue de cette première phase, une évaluation du nombre de nœuds contenu dans le patch est effectuée. Si ce nombre est inférieur à une valeur limite, la taille du patch topologique est insuffisante. Dans ce cas, l'extension du patch aux voisins de second ordre est effectuée. Si l'on étend simplement l'algorithme précédent au calcul parallèle (Figure 3.20), on constate que celui-ci conduit à deux séries de communication entre les processeurs (Figure 3.21). La première intervient à l'issue de la formation du patch topologique : chaque processeur envoie le nombre de nœuds appartenant au patch considéré de manière à évaluer le nombre de nœuds total du patch par sommation. Si cette valeur est inférieure

à la limite fixée, le patch est étendu au deuxième ordre sur chaque partition. La seconde communication intervient à l'issue lors du calcul des contributions d'ordre 2. Le nombre d'éléments d'un patch pouvant être déséquilibré sur les différentes partitions, un tel algorithme risque de conduire à des pertes de performance de la méthode de recouvrement. Souhaitant éviter de pénaliser le calcul parallèle par de trop nombreuses communications, nous tenterons de les limiter autant que possible tout en permettant un recouvrement permettant le calcul d'une solution (en ayant suffisamment d'informations).



**Figure 3.19 – Algorithme de la méthode de patch étendue en séquentiel.**



**Figure 3.20 – Patch 2D étendu en parallèle (2 partitions). Le nœud central encerclé en rouge appartient à la partition «rouge», les nœuds bleus appartiennent à la partition «bleue».**

### 1.3.1.3.4 Méthodes de construction de patch en parallèle

#### 1.3.1.3.4.1 Méthode 1 : Recouvrement sur la partition du nœud central

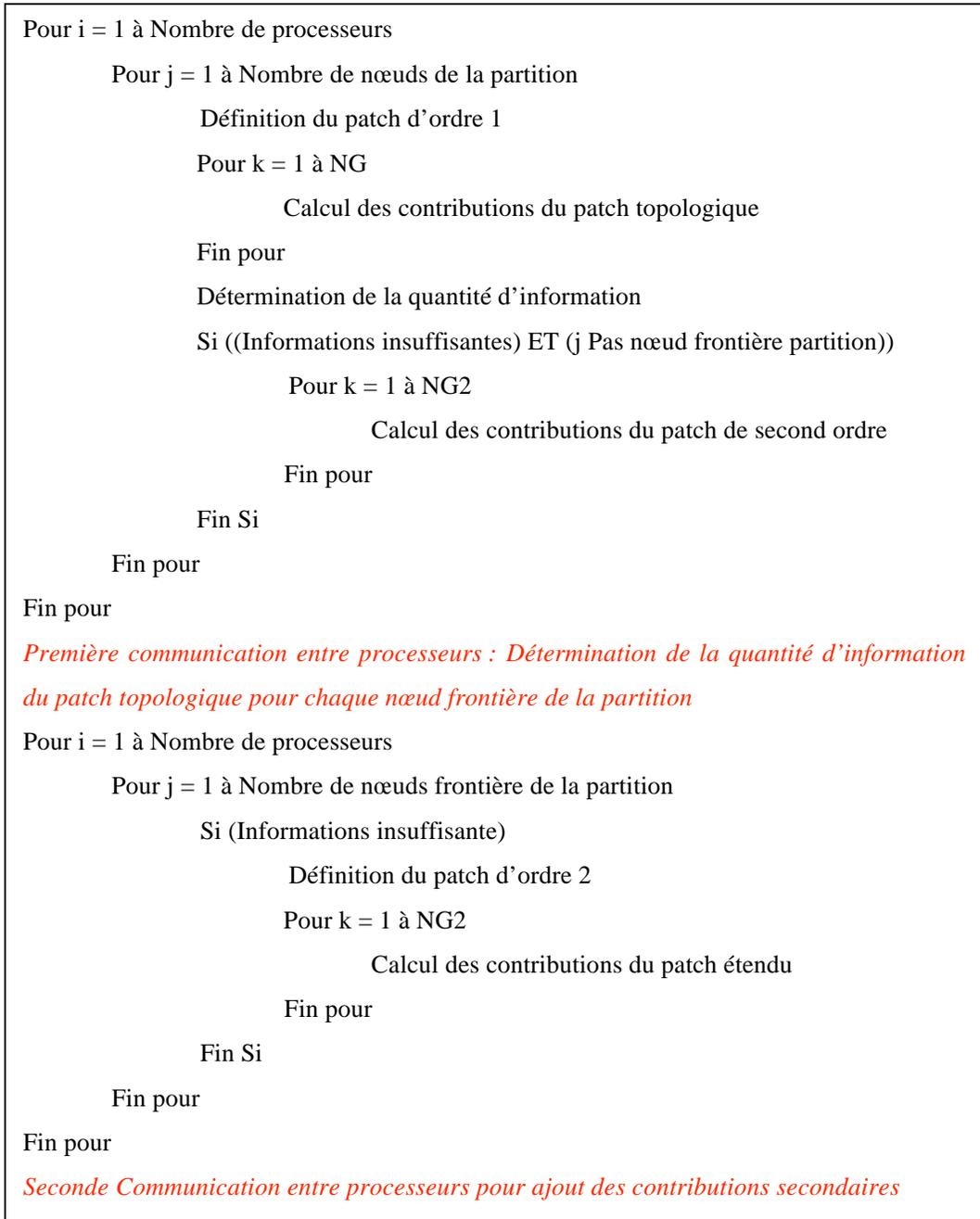
La première méthode de construction de patch en parallèle consiste à remarquer que le recouvrement par patch d'ordre 2 est considéré comme fiable sur la frontière du domaine total. Si l'on suit la même hypothèse pour la frontière entre les partitions de domaines, on considérera que la solution obtenue lors du recouvrement en frontière de partition peut être traitée de la même façon. Cette approche consiste donc à calculer des recouvrements sans traitement spécifique en frontière de partition autre que celui habituel pour la frontière d'un domaine. Par conséquent, en chaque nœud du domaine, le patch d'éléments prend uniquement en compte les éléments de sa partition (en rouge Figure 3.22). Ainsi, l'équation (3.18) s'écrira de la façon suivante :

$$\Pi(a^k) = \sum_{i=1, i \in P(k)}^{NG} \left( \underline{\underline{\sigma_h(i)}} - \underline{\underline{\sigma_h(i)}}^{\approx k} \right)^2 + \omega \sum_{i=1, i \in P(k)}^{NG_2} \left( \underline{\underline{\sigma_h(i)}} - \underline{\underline{\sigma_h(i)}}^{\approx k} \right)^2 \quad (3.41)$$

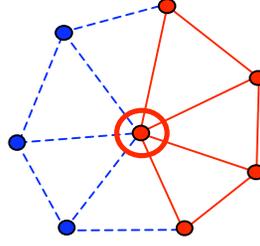
Où  $P(k)$  correspond à la partition du nœud central  $k$ .

Cet algorithme conduit à des patchs déséquilibrés en frontière de partition, ce qui va naturellement affecter la solution recouverte. Ce déséquilibre est accentué lorsque le nombre total de nœuds du patch topologique est insuffisant (Figure 3.23) et que la partition forme un coin.

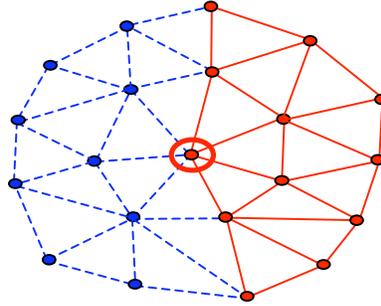
Si cette méthode évite toute communication entre les processeurs, elle se traduit par une perte de précision sur la solution recouverte qui est alors dépendante de la partition sur laquelle se trouve le nœud central. Afin de diminuer cette dépendance, nous allons étudier une méthode mettant en œuvre une unique série de communication.



**Figure 3.21 – Algorithme de la méthode de patch étendue en parallèle avec plusieurs communications entre processeurs.**



**Figure 3.22 – Patch 2D en parallèle contenant uniquement les éléments appartenant à la même partition (en rouge) que le nœud central (encerclé en rouge).**



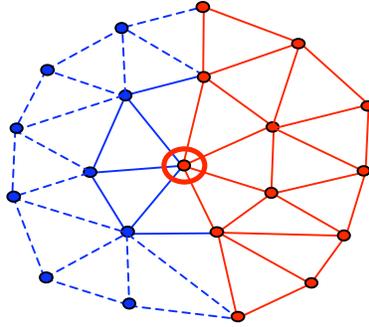
**Figure 3.23 – Patch étendu 2D en parallèle contenant uniquement les éléments appartenant à la même partition (en rouge) que le nœud central (encerclé en rouge).**

*1.3.1.3.4.2 Méthode 2 : Recouvrement parallèle avec stabilisation sur le processeur du nœud central*

Une seconde méthode consiste à considérer que l'utilisation des patches de second ordre n'est qu'une stabilisation nécessaire à la résolution du système linéaire. Par conséquent, l'extension de ce dernier aux voisins du second ordre sera effectuée uniquement sur la partition à laquelle appartient le nœud central lorsque nécessaire (Figure 3.24). Cette technique permet de limiter les communications parallèles à une seule série de communication. Le déséquilibre du patch est réduit par le fait de prendre en compte le patch topologique complet. La fonctionnelle permettant le recouvrement des valeurs des contraintes s'écrit donc de la façon suivante :

$$\Pi(a^k) = \sum_{i=1}^{NbPartitions} \sum_{j=1, j \in P_1(k)}^{NG} \left( \underline{\underline{\sigma_h(j)}} - \underline{\underline{\sigma_h^{\approx k}(j)}} \right)^2 + \omega \sum_{j=1, j \in P_1(k)}^{NG_2} \left( \underline{\underline{\sigma_h(j)}} - \underline{\underline{\sigma_h^{\approx k}(j)}} \right)^2 \quad (3.42)$$

Avec  $\omega = 0.1$  comme dans le cas séquentiel et  $P_1(k)$  la partition du nœud central.



**Figure 3.24 – Patch étendu 2D en parallèle sur le processeur du nœud central.  
Le patch topologique est considéré intégralement.**

Notons que pour les deux méthodes proposées, on peut se demander si le fait de ne pas prendre en considération l'ensemble des voisins secondaires conduit parfois à l'obtention d'une quantité d'information insuffisante. Les tests numériques dont le détail sera donné ci-après vont permettre de répondre à cette question.

#### 1.3.1.3.5 Comparaisons des méthodes présentées

##### 1.3.1.3.5.1 Définition du cas test

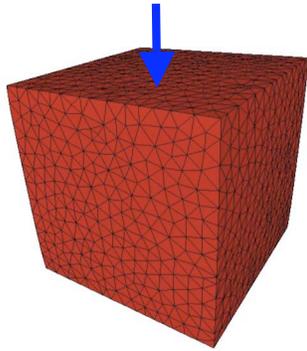
Dans la suite de ce paragraphe, nous considérons que la solution obtenue par calcul séquentiel est la solution de référence. Nous comparerons donc les solutions obtenues lors du calcul parallèle à cette dernière sur un cas d'écrasement entre tas plats viscoplastique (loi de Norton-Hoff (3.43)) avec contact collant (Figure 3.25).

$$\underline{\underline{s}} = 2K_0 e^{-\beta T} \left( \sqrt{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \right)^{m-1} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \quad (3.43)$$

Les valeurs des coefficients de (3.43) sont détaillées dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur numérique
$K_0$	43872,21
$\beta$	0,00564
$M$	0,152

**Tableau 3.1 - Paramètres numériques utilisés dans la loi de Norton-Hoff (3.43) correspondant au comportement du Ti6Al4V à chaud.**



Vitesse d'écrasement sur la face supérieure (flèche bleue) : 10 m/s

Vitesse fixe sur la face inférieure : 0 m/s

Contact collant

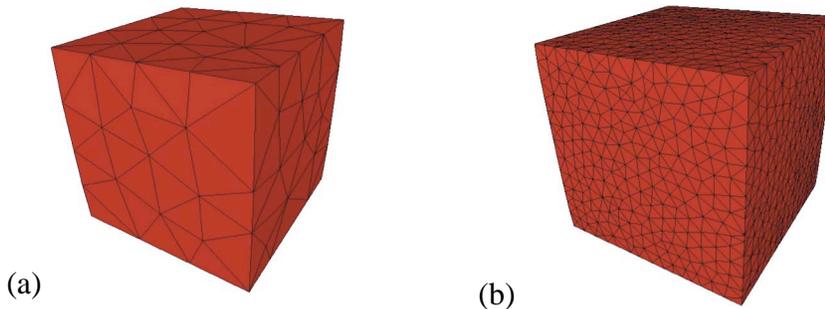
Pas de temps fixe : 0,0001 s

Dimensions : cube de 50 mm de côté

**Figure 3.25 – Cas d'écrasement entre tas plats.**

Les comparaisons des solutions séquentielles et parallèles se feront sur le premier incrément de déformation :

- Pour différents raffinements de maillage (A0, A1, Figure 3.26) avec le maillage A1 quatre fois plus raffiné que le A0.
- Pour différents nombres de processeurs (de 2 à 6).



**Figure 3.26 – Les différents maillages utilisés : (a) A0, (b) A1.**

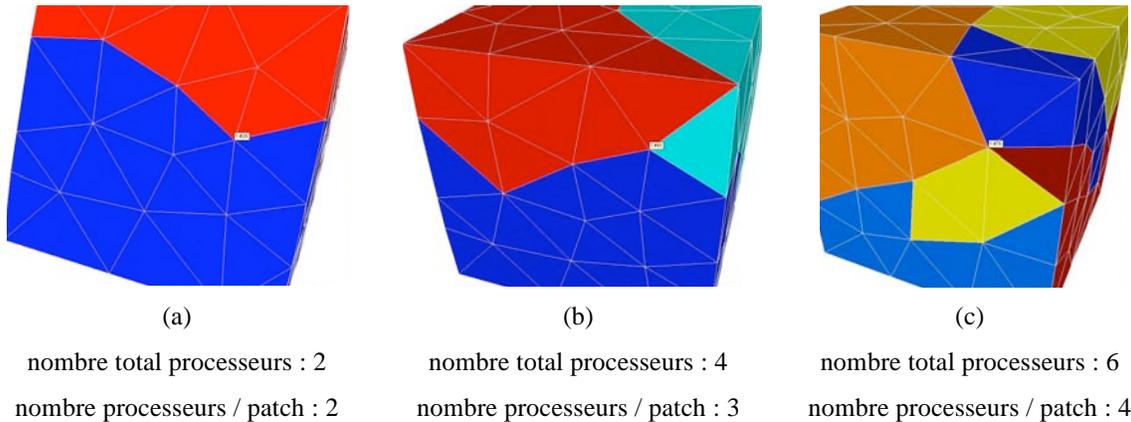
Afin d'évaluer les différentes méthodes, les nœuds à analyser seront choisis de façon à nous mettre dans les cas les plus défavorables (nœud frontière du domaine total, maximum de partitions au nœud étudié). Etant donné la difficulté de partitionner le maillage de façon à obtenir les frontières de partitions au même point spatial pour un nombre croissant de processeurs, nous analyserons les résultats de recouvrement en des points situés à divers localisations spatiales. Par conséquent, les résultats obtenus seront traités de façon qualitative uniquement.

1.3.1.3.5.2 Résultats obtenus sur le Maillage A0

On constate sur le Tableau 3.2 qui représente les erreurs exprimées en pourcentage de la norme énergie (3.44) pour les configurations présentées **Figure 3.27** que la méthode 2 offre toujours de meilleurs résultats que la méthode 1 en terme de précision. On remarque également que la précision des deux méthodes diminue assez sensiblement lorsque le nombre de processeurs augmente. Ceci s'explique par le fait qu'augmenter le nombre de processeurs entraîne un déséquilibre plus important des patches. Le fait que l'erreur augmente d'un facteur 5,8 pour la méthode 1 alors que celle-ci augmente d'un facteur 2,2 pour la méthode 2 traduit le fait que le patch est évidemment moins déséquilibré avec la méthode 2. Notons qu'obtenir une erreur de 15,4% en un nœud appartenant à la frontière de 4 partitions ainsi qu'à celle du domaine pour un maillage très grossier semble toutefois raisonnable.

$$\|e^k\|_E = \frac{\left( \frac{1}{2\eta\left(\frac{\cdot}{\varepsilon}\right)} \left( \frac{\approx^k}{s_h(i)} - \frac{\approx^k}{s_{Seq}(i)} \right) : \left( \frac{\approx^k}{s_h(i)} - \frac{\approx^k}{s_{Seq}(i)} \right) \right)^{1/2}}{\left( \frac{1}{2\eta\left(\frac{\cdot}{\varepsilon}\right)} \left( \frac{\approx^k}{s_h(i)} : \frac{\approx^k}{s_{Seq}(i)} \right) \right)^{1/2}} \quad (3.44)$$

Où  $\frac{\approx^k}{s_{Seq}}$  correspond à la contrainte recouvrée lors du calcul séquentiel.



**Figure 3.27 – Configurations avec maillage A0 ayant (a) 2, (b) 4 et (c) 6 processeurs avec indication du nœud considéré pour les comparaisons.**

	(a)	(b)	(c)
Méthode 1	12,54	58,63	72,84
Méthode 2	6,87	7,97	15,37
Méthode 1 / Méthode 2	1,83	7,36	4,74

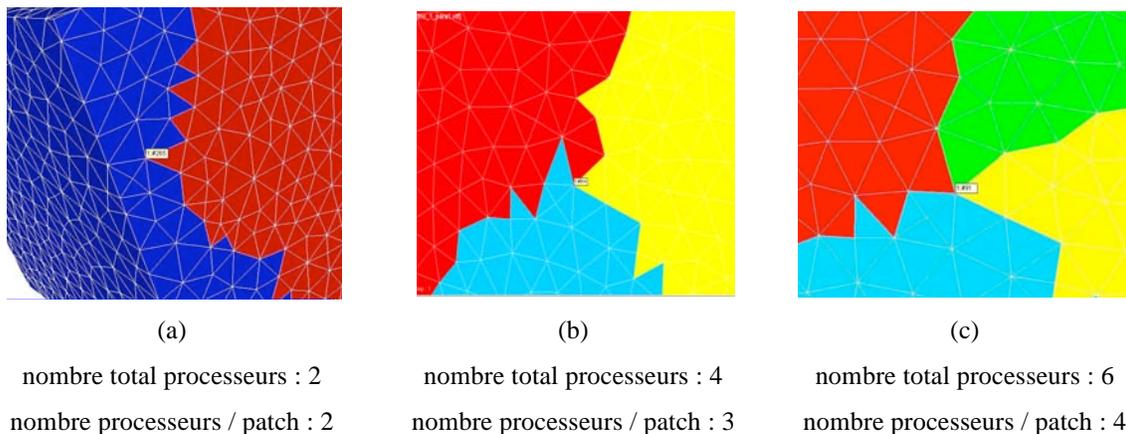
**Tableau 3.2 – Erreur exprimée en pourcentage de norme énergie pour les méthodes 1 et 2.**

*1.3.1.3.5.3 Résultats obtenus sur le maillage A1*

On constate sur le Tableau 3.3 qui représente les erreurs exprimées en pourcentage de la norme énergie pour les configurations présentées sur la **Figure 3.28** que la méthode 2 offre encore une fois de meilleurs résultats que la méthode 1 en terme de précision. La précision des deux méthodes diminue également lorsque le nombre de processeurs augmente, traduisant toujours un déséquilibre des patchs. Cependant, on constate que l'erreur occasionnée diminue lorsque le maillage est plus fin.

En analysant le Tableau 3.3, on observe que la méthode 1 donne toujours des résultats à faible précision lorsque le nombre de processeurs augmente (jusqu'à plus de 15% d'erreur lorsque le patch est composé de 4 partitions). On remarque par contre que la méthode 2 permet d'obtenir des valeurs pour lesquelles l'erreur sur le recouvrement en norme énergie reste inférieure à 2%. On peut donc en conclure que cette dernière méthode s'avère être une méthode efficace pour le recouvrement des contraintes dans le cadre du calcul parallèle contrairement à la méthode 1.

Toute la question est maintenant de quantifier la perte de temps occasionnée par l'emploi de cette dernière. Ceci fera l'objet du paragraphe suivant.



**Figure 3.28 – Configurations avec maillage A1 ayant (a) 2, (b) 4 et (c) 6 processeurs et la localisation du nœud considéré.**

	(a)	(b)	(c)
Méthode 1	1,19	3,16	15,43
Méthode 2	0,38	1,12	1,8
Méthode 1 / Méthode 2	4,55	2,82	8,57

**Tableau 3.3 - Erreur exprimée en pourcentage de norme énergie pour les méthodes 1 et 2.**

*1.3.1.3.5.4 Analyse du temps de calcul parallèle de la méthode 2*

On observe sur le Tableau 3.4, représentant le détail des étapes et temps de calcul nécessaires à la résolution par la méthode 2 (sur le maillage A1 avec la configuration c) que le surplus de temps CPU représente seulement 3,8 % du temps de calcul total de la méthode de recouvrement. On peut donc en conclure que l'emploi de cette méthode de calcul de patch parallèle allie à la fois précision et rapidité de calcul. Cette méthode sera par conséquent utilisée lors des calculs d'estimation d'erreur parallèle qui interviendront dans la suite de ce manuscrit.

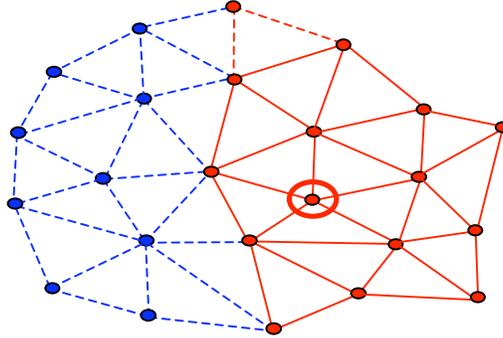
<i>Description de l'étape de calcul</i>	<i>Temps en seconde</i>
Formation du patch	8,32
Formation du système séquentiel	1,99
Formation du système parallèle	0,16
Communication entre processeurs pour additionner les systèmes séquentiel et parallèle	0,23
Total calcul	10,31
Total calcul parallèle //	0,39

**Tableau 3.4 – Récapitulatif des étapes et temps de calcul nécessaires à la résolution par la méthode 2 sur le maillage A1 avec la configuration c.**

*1.3.1.3.5.5 Remarque sur le cas des nœuds proche de la frontière d'une partition*

La méthode 2 a été mise en place lorsque le nœud central du patch était un nœud situé sur la frontière d'une partition du maillage. Lorsque le nœud central est proche de la frontière de la partition, son patch topologique appartient nécessairement à la même partition (Figure 3.29). Cependant, les éléments secondaires peuvent appartenir à un autre processeur. La méthode 2 a montré que considérer ces derniers comme une simple

stabilisation n'altérerait pas de façon importante les résultats de recouvrement. Par conséquent, et afin d'éviter toute communication supplémentaire entre processeurs, les éléments secondaires seront encore une fois uniquement considérés sur la même partition que le nœud central. L'équation (3.42) est donc toujours valable.



**Figure 3.29 – Patch 2D étendu sur le processeur du nœud central lorsque ce dernier n'est pas en frontière de partition.**

La parallélisation des méthodes de recouvrement par patch ayant été abordées, nous allons désormais nous intéresser aux stratégies d'optimisation de maillage guidées par l'estimation de l'erreur éléments finis.

## 1.3.2 Stratégie d'optimisation du maillage

### 1.3.2.1 Formulation générale

Rappelons tout d'abord les formulations mises en œuvre par Boussetta [Boussetta05] et utilisées dans le cadre du premier chapitre de ce manuscrit. Les paragraphes suivants sont ainsi tirés de sa thèse.

#### 1.3.2.1.1 Optimisation du maillage pour une précision donnée (SO1)

L'objectif est la construction d'un maillage optimal  $T^{opt}$  assurant un niveau de précision globale imposée par l'utilisateur  $\theta^{opt}$ . Cette condition donne une première procédure d'adaptation de maillage. Soit  $\theta_e$  la contribution d'un élément  $e$  à l'erreur estimée globale  $\theta$ , on écrit :

$$\theta = \left( \sum_{e \in T^{pere}} \theta_e^2 \right)^{1/2} \quad (3.45)$$

Si on suppose que le taux de convergence de la méthode des éléments finis est uniforme sur tout le domaine  $\Omega$  et égal au taux théorique  $p$  :

$$\theta = O(h^p) \quad (3.46)$$

On définit un coefficient de modification de taille élémentaire  $r_e$  tel que :

$$r_e = \frac{h_e^{opt}}{h_e} \quad (3.47)$$

Où  $h_e$  et  $h_e^{opt}$  sont les tailles de l'élément  $e$  respectivement dans le maillage père et le maillage optimal fils  $T^{opt}$ .

Pour un raffinement uniforme, et à partir de (3.46), on peut écrire :

$$(r_e)^p = \frac{\theta_e^{opt}}{\theta_e} = \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e} \right)^p \quad (3.48)$$

$\theta_e^{opt}$  est la contribution de l'élément  $e$  à l'erreur requise globale  $\theta^{imp}$  dans le maillage optimal :

$$\theta^{imp} = \left( \sum_{e \in T^{pere}} (\theta_e^{opt})^2 \right)^{1/2} \quad (3.49)$$

Soit  $d$  la dimension de l'espace, pour un élément  $e$  du maillage,  $r_e^{-d}$  est le nombre d'éléments nécessaire pour raffiner l'élément  $e$ . Pour un problème 3D, si  $r_e = -1/2$ , il est nécessaire de subdiviser l'élément  $e$  en 8 éléments dans le maillage optimal. On définit ainsi le nombre total d'éléments du maillage optimal  $T^{opt}$ :

$$Nbelt^{opt} = \sum_{e \in T^{pere}} \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e} \right)^{-d} = r_e^{-d} \quad (3.50)$$

La condition d'optimalité du maillage  $T^{opt}$  conduit à uniformiser l'erreur  $\theta^{uni}$  sur les nouveaux éléments, ce qui donne :

$$\forall e, (\theta_e^{opt})^2 = (\theta^{uni})^2 \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e} \right)^{-d} \quad (3.51)$$

A partir de (3.49) et (3.51), l'erreur totale acceptée par l'utilisateur est donc :

$$\forall e, (\theta^{imp})^2 = (\theta^{uni})^2 \sum_{e \in T^{perc}} \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e} \right)^{-d} \quad (3.52)$$

D'après (3.48) et (3.51), on obtient la nouvelle expression du coefficient de modification de la taille :

$$r_e = \frac{h_e^{opt}}{h_e} = \left( \frac{\theta^{uni}}{\theta_e} \right)^{\frac{2}{2d+p}} \quad (3.53)$$

L'erreur uniforme sur tout le maillage  $\theta^{uni}$  est alors calculée en fonction de l'erreur imposée par l'utilisateur à partir de (3.56) et (3.57), ce qui donne :

$$\theta^{uni} = \frac{(\theta^{imp})^{\frac{2p+d}{2p}}}{\left( \sum_{e \in T^{perc}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{2p+d}{4p}}} \quad (3.54)$$

L'expression finale du coefficient de modification de la taille s'écrit en fonction de l'erreur estimée, l'erreur imposée, la vitesse de convergence  $p$  et la dimension de l'espace  $d$  :

$$r_e = \frac{h_e^{opt}}{h_e} = \frac{(\theta^{imp})^{\frac{1}{p}}}{(\theta_e)^{\frac{2}{2p+d}} \left( \sum_{e \in T^{perc}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{1}{2p}}} \quad (3.55)$$

### 1.3.2.1.2 Optimisation du maillage pour un nombre d'éléments imposés (SO2)

Au cours de l'opération de mise en forme, l'écoulement de matière se complexifie à cause de l'augmentation de la déformation et de la modification de la géométrie de la pièce vers la forme finale. En conservant la première stratégie d'optimisation et en maintenant le niveau de précision fixé au début des calculs, le nombre d'éléments du maillage optimal augmente considérablement. Par conséquent, la taille du problème devient de plus en plus importante et on est confronté à un risque de saturation des moyens informatiques. L'objectif de cette deuxième stratégie est la construction d'un maillage optimal  $T^{opt}$  où l'erreur est uniformément répartie tout en conservant une taille de problème fixe acceptable. Cela revient à chercher la meilleure précision possible pour un nombre de degrés de liberté initialement fixé. Les maillages obtenus sont toujours optimaux dans la mesure où l'erreur est uniformément répartie. Bien entendu, la valeur de cette erreur augmente avec la complexification de l'écoulement.

Une autre motivation qui justifie cette stratégie est que, dans la pratique, on ne sait pas vraiment décider de la consigne d'erreur à imposer. Pour les problèmes non linéaires, et en faisant du raffinement adaptatif h itératif [Fourment92], l'expérience montre que le nombre de nœuds peut-être très sensible à la valeur de cette consigne. En effet, en 3D l'équation 3.63 montre que le nombre d'éléments est proportionnel à l'inverse de l'erreur au cube. Pour passer d'une erreur de 15% à 10%, il est donc nécessaire d'utiliser au moins trois fois plus de nœuds (ou d'éléments) :

$$\frac{Nbelt(10\%)}{Nbelt(15\%)} \approx (1,5)^3 = 3,4 \quad (3.56)$$

Sachant que pour le solveur utilisé, le coût de calcul est proportionnel au nombre de nœuds à la puissance 3/2,  $O(N^{3/2})$ , celui-ci est multiplié par 6  $\left((3,4)^{3/2} = 6,27\right)$  pour passer de 15% à 10%.

Pour un problème donné, avec 15% d'erreur, on peut avoir des maillages peu raffinés, et en passant à 10%, le maillage devient trop fin. En pratique on n'est pas capable de dire si il faut imposer l'une ou l'autre des précisions (sauf dans l'alternative où l'on utiliserait un estimateur de l'erreur locale ou une quantité précise pour laquelle il est plus facile de préciser le degré de précision souhaité). Par conséquent, travailler à un coût de calcul fixe

se justifie pleinement et correspond à un souhait de l'utilisateur : faire les calculs les plus précis possible pour une taille de problème fixée.

Soit  $Nbelt^{imp}$ , le nombre d'éléments maximal imposé par l'utilisateur, ayant déjà estimé l'erreur, on peut calculer l'erreur uniforme optimale à imposer  $\theta^{opt}$ .

D'après (3.50) et (3.55), le nombre d'éléments imposé peut s'écrire en fonction de  $\theta^{opt}$ :

$$Nbelt^{imp} = \sum_{e \in \Gamma^{pere}} \left( \frac{h_e^{opt}}{h_e} \right)^{-d} = (\theta^{opt})^{-\frac{d}{p}} \left( \sum_{e \in \Gamma^{pere}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{2p+d}{2p}} \quad (3.57)$$

D'où l'erreur optimale uniforme :

$$\theta^{opt} = (Nbelt)^{-\frac{p}{d}} \left( \sum_{e \in \Gamma^{pere}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{2p+d}{2p}} \quad (3.58)$$

La nouvelle expression du coefficient de modification de taille s'écrit cette fois-ci en fonction du nombre d'éléments imposé au lieu de l'erreur imposée :

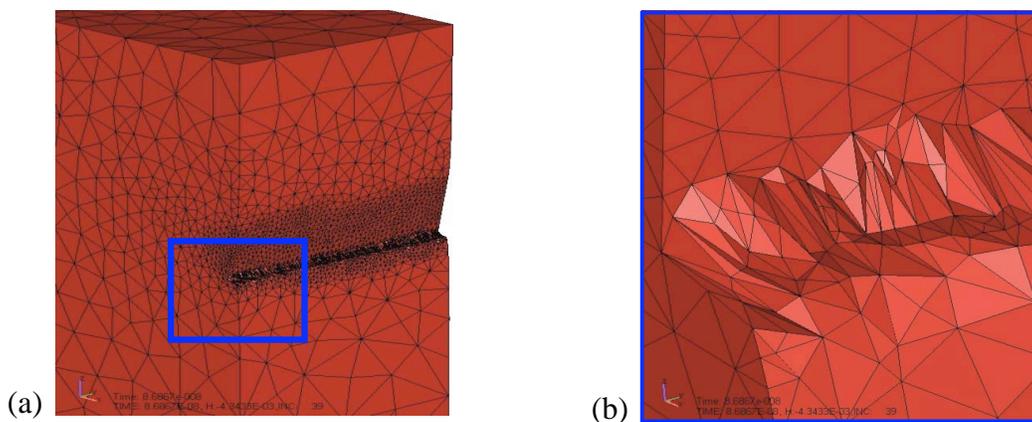
$$r_e = \frac{h_e^{opt}}{h_e} = \theta^{opt} \frac{(Nbelt)^{-\frac{1}{d}} \left( \sum_{e \in \Gamma^{pere}} (\theta_e)^{\frac{2d}{2p+d}} \right)^{\frac{1}{d}}}{(\theta_e)^{\frac{2}{2p+d}}} \quad (3.59)$$

### 1.3.2.2 Amélioration du calcul de la carte de taille

#### 1.3.2.2.1 Motivations

L'application de l'une des deux stratégies précédemment décrites permet l'obtention d'une carte de taille optimale pour le calcul de l'erreur. Cependant, celle-ci ne prend en compte aucune information relative à ce que nous appellerons la qualité du maillage. Avant d'aller plus loin, détaillons tout d'abord ce que la notion de qualité de maillage représente. Dans le cadre des méthodes de génération de maillage, celle-ci consiste à définir une métrique permettant d'évaluer le caractère équilatéral de chaque élément dans les espaces mathématiques Euclidien (maillage isotrope) ou Riemannien (maillage anisotrope). Cette définition étant locale à l'élément, nous la nommerons par conséquent

« qualité locale » du maillage. Lorsque l'on applique strictement la carte de taille calculée à partir de l'estimation de l'erreur de discrétisation, il est possible d'obtenir un maillage comportant de très importants gradients de taille de maille. On constate alors la formation d'éléments de taille importante juxtaposés à des éléments de taille faible (Figure 3.30) qui conduisent à la formation d'un maillage dont la qualité d'ensemble est faible. Cette dernière notion ne correspond pas à la qualité locale de l'élément mais davantage à la qualité d'un ensemble d'éléments. Nous l'appellerons donc « qualité non locale » dans la suite de ce manuscrit.



**Figure 3.30 – Distorsion importante du maillage près de la pointe d’outil ((b) est un zoom de la région encadrée en bleu de (a)). Des éléments de faibles et grandes tailles se côtoient.**

Plusieurs types de méthodes permettent de répondre aux problématiques relatives à l'amélioration de la qualité de maillage. La première consiste à utiliser des techniques ALE ou R-adaptative qui conduisent à l'obtention d'une carte de taille maximisant la qualité locale du maillage. C'est ce qui a été proposé dans la formulation de Guerdoux [Guerdoux07] utilisée dans le premier chapitre de ce manuscrit. Cette méthode revient à « calculer » une carte de taille qui maximise la qualité locale des éléments dans une étape R-adaptative postérieure au procédé H-adaptatif. Le deuxième type de méthode que l'on se propose d'étudier consiste à introduire la notion de qualité non locale de maillage lors du calcul de la carte de taille et d'agir ainsi uniquement sur le procédé H-adaptatif. Pour ce faire, la carte de taille obtenue après estimation de l'erreur de discrétisation est modifiée lors d'une seconde étape qui va consister à contrôler le gradient de taille de

maille. Nous espérons ainsi éviter ou limiter le recours à des méthodes de régularisation de maillage de type R-adaptatif.

#### 1.3.2.2.1.1 Taille de maille définie aux nœuds

Nous souhaitons mettre en œuvre une méthode permettant le contrôle du gradient de taille de maille. Cette information étant définie comme une constante par élément, son gradient est par conséquent nul. Afin de calculer des gradients de taille de maille, nous allons préalablement définir une carte de taille linéaire sur chaque élément et continue (i.e. taille de maille nodale). Pour ce faire, nous utilisons les fonctions de forme linéaire du calcul éléments finis.

$$\begin{cases} h_{P1} = \sum_{n=1}^{Nbnoe} h_n N_n \\ \nabla h_{P1} = \sum_{n=1}^{Nbnoe} h_n \nabla N_n \end{cases} \quad (3.60)$$

Où  $h_n$  est la moyenne des  $h_e$  pour tous les éléments  $e$  qui contiennent  $n$ .

Nous souhaitons définir une carte de taille optimale comportant de faibles gradients tout en limitant la taille totale du modèle (nombre total d'éléments). Cette valeur est obtenue grâce à l'équation suivante :

$$Nbelt^{opt} = \sum_{e \in T^{pere}} \left( \frac{h_e}{h_e^{opt}} \right)^d \quad (3.50)$$

Tout le problème est donc maintenant de déterminer une équation analogue à 3.50 lorsque la carte de taille est définie aux nœuds. Si l'on remplace les tailles de maille élémentaires par des tailles de maille nodales, on vérifie numériquement que la valeur obtenue correspond au nombre total de nœuds du maillage :

$$Nbnoe^{opt} = \sum_{n \in T^{pere}} \left( \frac{h_n}{h_n^{opt}} \right)^d \quad (3.61)$$

Nous utiliserons par conséquent cette information pour évaluer la taille du maillage optimal. Notons à titre indicatif qu'aucune relation précise entre les nombres totaux de

nœuds et d'éléments ne peut être établie dans le cadre des maillages non structurés que nous utilisons. Coupeuz [Coupeuz91] a montré que ces nombres étaient reliés par un facteur proche de 5.

#### 1.3.2.2.1.2 Optimisation pour une précision imposée (SOG1)

Dans la suite de ce paragraphe, nous cherchons à minimiser le nombre de nœuds du modèle  $Nbnoe^{opt}$  qui respecte la carte de taille nodale calculée par estimation d'erreur  $\bar{h}_n$  tout en contrôlant le gradient de cette taille de maille suivant sa norme  $L_2$   $\|\nabla h_n\|_{L_2}$ . Ainsi le problème de minimisation sous contraintes s'écrit de la manière suivante :

Trouver  $h_n^{opt}$  tel que :

$$\begin{cases} \text{Min}(Nbnoe^{opt}) \\ h_n^{opt} \leq \bar{h}_n & \text{pour tout } n = 1, \dots, Nbnoe \\ \|\nabla h_e^{opt}\|_{L_2} \leq \|\bar{\nabla h}\|_{L_2} \end{cases} \quad (3.62)$$

Où  $\|\bar{\nabla h}\|_{L_2}$  est la valeur maximale admise pour le gradient.

Le gradient défini en norme  $L_2$  étant complexe à prendre en compte dans le calcul de la fonctionnelle à minimiser, nous lui préférons une norme infinie :

Trouver  $h_n^{opt}$  tel que :

$$\begin{cases} \text{Min}(Nbnoe^{opt}) \\ h_n^{opt} \leq \bar{h}_n & \text{pour tout } n = 1, \dots, Nbnoe \text{ et } e = 1, \dots, Nbelt \\ \left| \left( \nabla(h_n^{opt}) \right)_e \right| \leq \bar{\nabla h} \end{cases} \quad (3.63)$$

La fonctionnelle à minimiser s'écrit donc de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\phi_1(h^{opt}) &= \alpha_1^{SOG1} \sum_{n \in T^{pere}} \left( \frac{h_n}{h_n^{opt}} \right)^d + \frac{1}{2} \alpha_2^{SOG1} \rho_2^{SOG1} \sum_{n \in T^{pere}} \left( [h_n^{opt} - \bar{h}_n]^+ \right)^2 \\
&+ \frac{1}{2} \alpha_3^{SOG1} \rho_3^{SOG1} \sum_{e \in T^{pere}} \int_{\Omega_e} \left( [(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right)^2 d\omega \\
&+ \frac{1}{2} \alpha_4^{SOG1} \rho_4^{SOG1} \sum_{e \in T^{pere}} \int_{\Omega_e} \left( [-(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right)^2 d\omega
\end{aligned} \tag{3.64}$$

Où  $\alpha_i^{SOG1}$  et  $\rho_i^{SOG1}$  représentent respectivement les coefficients d'adimensionalisation et de pénalisation de la fonctionnelle relative à la stratégie SOG1.

Les grandeurs mises en œuvre dans la fonctionnelle (3.64) étant de nature différentes (nombre de nœuds, taille de maille, gradient de taille de maille), nous utiliserons les coefficients d'adimensionalisation suivants :

$$\begin{aligned}
\alpha_1^{SOG1} &= 1 \\
\alpha_2^{SOG1} &= \frac{1}{(\bar{h})_{moyen}} \\
\alpha_3^{SOG1} &= \alpha_4^{SOG1} = \frac{1}{d(\overline{\nabla h})_{moyen} (\Omega)_{moyen}}
\end{aligned} \tag{3.65}$$

La minimisation de (3.64) conduit à l'obtention d'une équation non linéaire :

Pour tout  $n = 1, \dots, Nbnoe$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_1(h_n^{opt})}{\partial h_n^{opt}} &= -d \alpha_1^{SOG1} \left( \frac{(h_n)^d}{(h_n^{opt})^{d+1}} \right) + \alpha_2^{SOG1} \rho_2^{SOG1} \left( [h_n^{opt} - \bar{h}_n]^+ \right) \\
&+ \frac{1}{2} \alpha_3^{SOG1} \rho_3^{SOG1} \sum_{e, n \in e \in \Omega_e} \int_{\Omega_e} \left( [(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right) \cdot \nabla N_n d\omega \\
&+ \frac{1}{2} \alpha_4^{SOG1} \rho_4^{SOG1} \sum_{e, n \in e \in \Omega_e} \int_{\Omega_e} \left( [-(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right) \cdot \nabla N_n d\omega = 0
\end{aligned} \tag{3.66}$$

L'équation (3.66) est réécrite de la façon suivante puis linéarisée (3.68) et résolue par une méthode de Newton :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_1(h_n^{opt})}{\partial h_n^{opt}} &= \left( \frac{A}{(h_n^{opt})^{d+1}} \right) + B \left( [h_n^{opt} - \bar{h}_n]^+ \right) \\
&+ C \sum_{e,n \in e} \int_{\Omega_e} \left( \left[ \left( \nabla(h_n^{opt}) \right)_e - \overline{\nabla h} \right]^+ \right) \cdot \nabla N_n d\omega \\
&+ D \sum_{e,n \in e} \int_{\Omega_e} \left( \left[ -\left( \nabla(h_n^{opt}) \right)_e - \overline{\nabla h} \right]^+ \right) \cdot \nabla N_n d\omega = 0
\end{aligned} \tag{3.67}$$

Avec :

$$\begin{cases}
A = d\alpha_1^{SOG1} (h_n)^d \\
B = \alpha_2^{SOG1} \rho_2^{SOG1} \\
C = \alpha_3^{SOG1} \rho_3^{SOG1} \\
D = \alpha_4^{SOG1} \rho_4^{SOG1}
\end{cases}$$

$$\begin{aligned}
&\left( \frac{A(d+1)}{\left( (h_n^{opt})_{i-1} \right)^{d+2}} \right) \left( (h_n^{opt})_i + B \left( (h_n^{opt})_i - \bar{h}_n \right) \mathbf{1} \left( (h_n^{opt})_{i-1} - \bar{h}_n \right) \right) \\
&+ C \sum_{e,n \in e} \sum_{n' \in e} \int_{\Omega_e} \mathbf{1} \left( \left( \left( \nabla(h_n^{opt}) \right)_e \right)_{i-1} - \overline{\nabla h} \right) \nabla N_n \nabla N_{n'} (h_n^{opt})_i d\omega \\
&+ D \sum_{e,n \in e} \sum_{n' \in e} \int_{\Omega_e} -\mathbf{1} \left( -\left( \left( \nabla(h_n^{opt}) \right)_e \right)_{i-1} - \overline{\nabla h} \right) \nabla N_n \nabla N_{n'} (h_n^{opt})_i d\omega = - \left( \frac{A(d+2)}{\left( (h_n^{opt})_{i-1} \right)^{d+1}} \right)
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Où  $i$  est l'indice d'itération non linéaire de la méthode de Newton et  $\mathbf{1}(x)$  est une fonction caractéristique qui vaut 1 si et seulement si  $x \geq 1$ .

#### 1.3.2.2.1.3 Optimisation pour un nombre d'éléments imposés (SOG2)

La simulation de problèmes industriels peut entraîner le calcul d'une carte de taille conduisant à des maillages très conséquents et donc impossible à résoudre avec les moyens informatiques disponibles. Par conséquent, comme nous l'avons déjà fait pour les méthodes d'estimation d'erreur (méthode SO2), nous souhaitons mettre en place une stratégie qui permet de déterminer la meilleure solution au problème donné pour un nombre de nœuds imposé par l'utilisateur.

Nous cherchons donc cette fois à minimiser l'écart entre le nombre de nœuds optimal du modèle  $Nbnoe^{opt}$  et une consigne  $\overline{Nbnoe}$  sous les contraintes du respect la carte de taille

nodale calculée par l'estimation d'erreur  $\overline{h}_n$  et d'un contrôle du gradient de taille de maille défini en norme infinie  $\|\nabla h_n\|_\infty$ . Ainsi le problème de minimisation sous contraintes s'écrit de la manière suivante :

Trouver  $h_n^{opt}$  tel que :

$$\begin{cases} \text{Min} \left( [h_n^{opt} - \overline{h}_n]^+ \right) \\ Nbnoe^{opt} \leq \overline{Nbnoe} \quad \text{pour tout } n = 1, \dots, Nbnoe \text{ et } e = 1, \dots, Nbnelt \\ \left| (\nabla(h_n^{opt}))_e \right| \leq \overline{\nabla h} \end{cases} \quad (3.69)$$

La fonctionnelle à minimiser s'écrit donc de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \phi_2(h^{opt}) &= \frac{1}{2} \alpha_1^{SOG2} \sum_{n \in T^{pere}} \left( [h_n^{opt} - \overline{h}_n]^+ \right)^2 + \alpha_2^{SOG2} \rho_2^{SOG2} \left( \sum_{n \in T^{pere}} \left( \frac{h_n}{h_n^{opt}} \right)^d - \overline{Nbnoe} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_3^{SOG2} \rho_3^{SOG2} \sum_{e \in T^{pere}} \int_{\Omega_e} \left( [(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right)^2 d\omega \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_4^{SOG2} \rho_4^{SOG2} \sum_{e \in T^{pere}} \int_{\Omega_e} \left( [-(\nabla(h_n^{opt}))_e - \overline{\nabla h}]^+ \right)^2 d\omega \end{aligned} \quad (3.70)$$

Où  $\alpha_i^{SOG2}$  et  $\rho_i^{SOG2}$  représentent respectivement les coefficients d'adimensionalisation et de pénalisation de la fonctionnelle relative à la stratégie SOG2 définie de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_1^{SOG2} &= \frac{1}{Nbnoe} \\ \alpha_2^{SOG2} &= \frac{1}{(\overline{h})_{moyen}} \\ \alpha_3^{SOG2} &= \alpha_4^{SOG2} = \frac{1}{d(\overline{\nabla h})_{moyen} (\Omega)_{moyen}} \end{aligned} \quad (3.71)$$

La minimisation de (3.70) conduit à une équation non linéaire :

Pour tout  $n = 1, \dots, Nbnoe$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_2(h_n^{opt})}{\partial h_n^{opt}} &= E\left(\left[h_n^{opt} - \bar{h}_n\right]^+\right) + \left(\frac{F}{\left(h_n^{opt}\right)^{d+1}}\right) \left(\left[\sum_{n \in T^{perc}} \left(\frac{h_n}{h_n^{opt}}\right)^d - Nbnoe\right]^+\right) \\
&+ G \sum_{e, n \in e} \int_{\Omega_e} \left(\left[\left(\nabla(h_n^{opt})\right)_e - \overline{\nabla h}\right]^+\right) \cdot \nabla N_n d\omega \\
&+ H \sum_{e, n \in e} \int_{\Omega_e} \left(\left[-\left(\nabla(h_n^{opt})\right)_e - \overline{\nabla h}\right]^+\right) \cdot \nabla N_n d\omega = 0
\end{aligned} \tag{3.72}$$

Avec :

$$\begin{cases} E = \alpha_1^{SOG2} \\ F = -d\alpha_2^{SOG2} (h_n)^d \\ G = \alpha_3^{SOG2} \rho_3^{SOG2} \\ H = \alpha_4^{SOG2} \rho_4^{SOG2} \end{cases}$$

On peut constater que cette équation diffère de (3.64) uniquement par son premier terme. Celui-ci est non seulement fortement non linéaire mais il nécessite de connaître, pour un nœud donné  $n$ , les tailles de maille de tous les autres nœuds du maillage. Ce dernier point conduit une matrice dont la largeur de bande est égale au nombre de nœuds du maillage. Nous allons donc définir une méthode de résolution approchée. Pour ce faire, lors de la linéarisation par la méthode de Newton, nous considérons le nombre de nœuds à l'itération non linéaire précédente  $i-1$  :

$$\begin{aligned}
&E\left(\left(h_n^{opt}\right)_i - \bar{h}_n\right) \mathbf{1}\left(\left(h_n^{opt}\right)_{i-1} - \bar{h}_n\right) + \left(\frac{F(d+1)}{\left(\left(h_n^{opt}\right)_{i-1}\right)^{d+2}}\right) (J)\left(h_n^{opt}\right)_i \\
&+ G \sum_{e, n \in e} \sum_{n' \in e} \int_{\Omega_e} \mathbf{1}\left(\left(\left(\nabla(h_n^{opt})\right)_e\right)_{i-1} - \overline{\nabla h}\right) \nabla N_n \nabla N_{n'} \left(h_n^{opt}\right)_i d\omega \\
&+ H \sum_{e, n \in e} \sum_{n' \in e} \int_{\Omega_e} -\mathbf{1}\left(-\left(\left(\nabla(h_n^{opt})\right)_e\right)_{i-1} - \overline{\nabla h}\right) \nabla N_n \nabla N_{n'} \left(h_n^{opt}\right)_i d\omega = -\left(\frac{A(d+2)}{\left(\left(h_n^{opt}\right)_{i-1}\right)^{d+1}}\right)
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Avec :

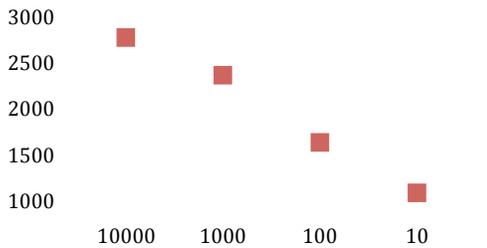
$$J = \left( \sum_{n \in T^{pere}} \left( \frac{h_n}{(h_n^{opt})_{i-1}} \right)^d - \overline{Nbnoe} \right) \mathbb{1} \left( \sum_{n \in T^{pere}} \left( \frac{h_n}{(h_n^{opt})_{i-2}} \right)^d - \overline{Nbnoe} \right)$$

#### 1.3.2.2.1.4 Validation des stratégies SOG1 et SOG2

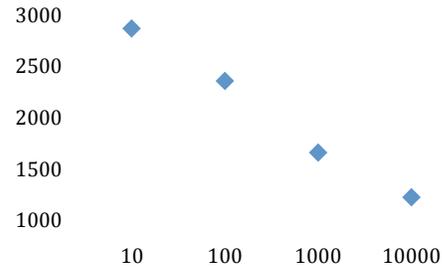
Les premières validations que l'on se propose d'effectuer concernent la résolution des problèmes SOG1 et SOG2 en négligeant les termes relatifs au gradient de taille de maille ( $\rho_3^{SOG1} = \rho_4^{SOG1} = \rho_3^{SOG2} = \rho_4^{SOG2}$ ).

Lorsque l'on fait varier la valeur du coefficient  $\rho_2^{SOG1}$  de 10000 à 10, on constate que le nombre de nœuds du maillage diminue de 2854 nœuds (proche des 2910 nœuds obtenus lors de l'application stricte de la carte de taille prescrite  $\overline{h_n}$ ) à 1043 nœuds. Ceci nous permet donc de valider l'implémentation de la méthode SOG1 sans prise en compte des gradients de taille de maille.

Pour la stratégie SOG2, la consigne du nombre de nœuds à atteindre est fixée à 1000 nœuds. Lorsque l'on fait varier la valeur du coefficient de pénalisation  $\rho_2^{SOG2}$  de 10 à 10000, on constate que le nombre de nœuds total du maillage se rapproche de la consigne (1210 nœuds pour  $\rho_2^{SOG2}=10\ 000$ ). Ce résultat nous permet donc de valider l'implémentation de la méthode SOG2 sans prise en compte des termes liés au gradient de taille de maille.



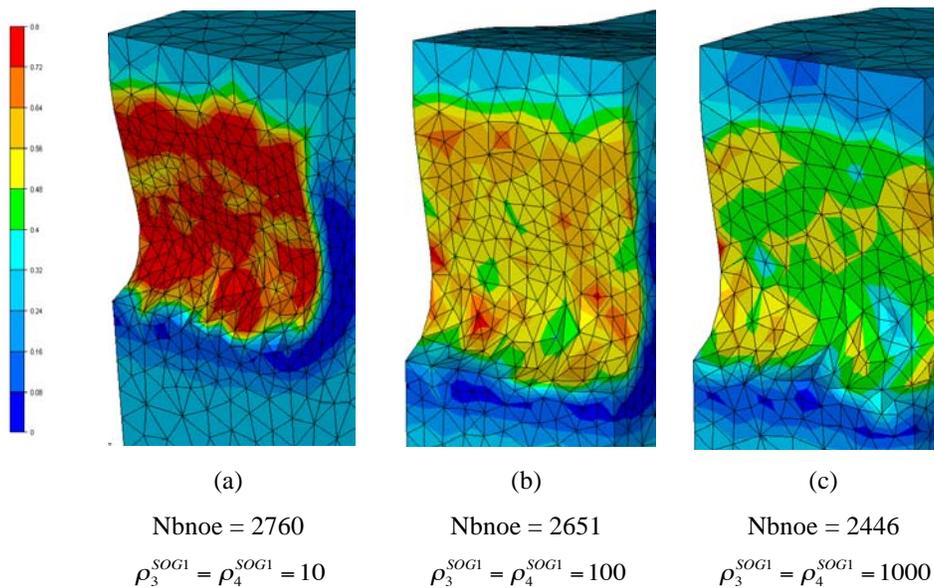
**Figure 3.31 – Evolution du nombre de nœuds en fonction de  $\rho_2^{SOG1}$ . Les coefficients de pénalisation  $\rho_3^{SOG1}$  et  $\rho_4^{SOG1}$  sont fixes à 0.**



**Figure 3.32 – Evolution du nombre de nœuds en fonction de  $\rho_2^{SOG2}$ . La consigne du nombre de nœuds est fixée à 1000 nœuds et  $\rho_3^{SOG2} = \rho_4^{SOG2} = 0$ .**

Afin de valider la méthode permettant le lissage des gradients de taille de maille, nous allons maintenant faire varier les valeurs des coefficients de pénalisation  $\rho_3^{SOG1,2}, \rho_4^{SOG1,2}$ . Ainsi lorsque l'on fait varier la valeur de ces coefficients de 10 à 1000, on remarque sur la **Figure 3.33** que le gradient de taille de maille diminue jusqu'à respecter la consigne de norme du gradient de taille de maille fixée à 0,5, validant ainsi l'implémentation de l'algorithme.

Notons que la diminution du gradient de taille de maille a conduit l'algorithme à diminuer le nombre total de nœuds du maillage d'environ 13%. Par conséquent, dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons des consignes de nombre de nœuds surévaluées de 10 à 15% lorsque la stratégie de lissage de carte de taille sera mise en œuvre.



**Figure 3.33 – Evolution de la norme du gradient de taille de maille en fonction de la valeur des coefficients de pénalisation  $\rho_3^{SOG1}, \rho_4^{SOG1}$ .**

1.3.2.2.2 Algorithme d'optimisation de carte de taille

L'algorithme d'optimisation de carte de taille utilisé est défini Figure 3.34.

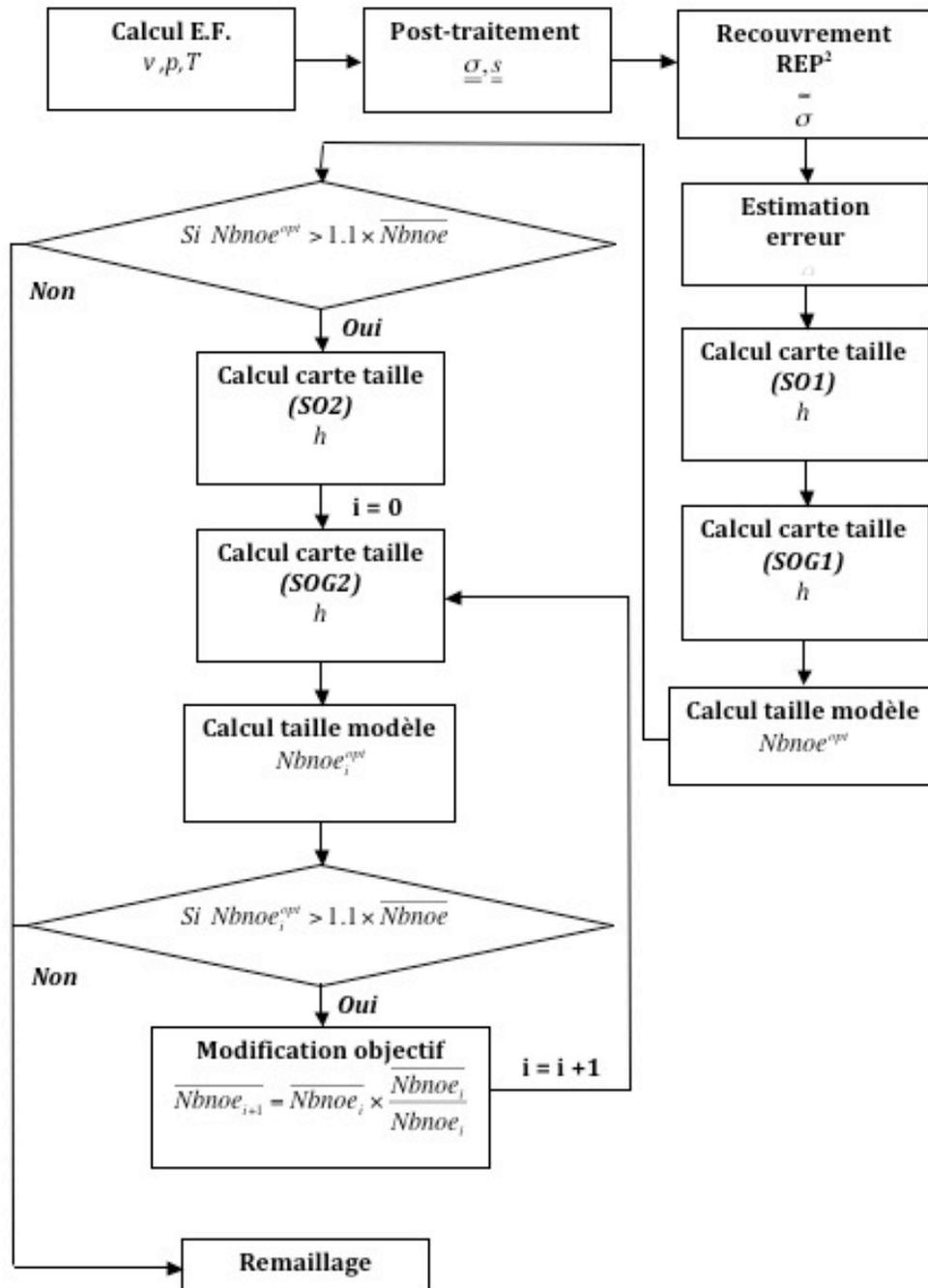
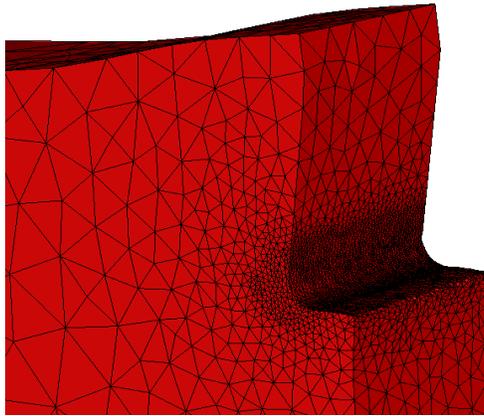


Figure 3.34 – Algorithme d'optimisation de carte de taille permettant le contrôle du gradient de taille de maille.

### 1.3.2.2.3 Application au cas d'usinage

L'objectif de la mise en place des stratégies SOG1 et SOG2 est d'éviter l'apparition de très forts gradients de taille de maille survenant dans le cadre de procédés de mise en forme à grande vitesse (raffinements très importants en pointe d'outil, apparition de phénomènes de localisation comme les BCA ...). En utilisant ces techniques, nous espérons améliorer la qualité du maillage et éviter l'apparition de problèmes de dégénérescence précédemment aperçus en pointe d'outil.

Lorsque l'on applique les méthodes d'optimisation SOG1 et SOG2 au cas de coupe orthogonale à grande vitesse, on constate sur la **Figure 3.35** que le maillage obtenu est bien gradué (i.e. faibles gradients de taille de maille).



**Figure 3.35** – Maillage obtenu a l'aide les stratégies de lissage de la carte de taille.

Cependant, on constate sur la **Figure 3.36** que la dégénérescence observée en pointe d'outil est toujours présente. On peut donc en conclure que les méthodes d'optimisation mises œuvre ont permis une amélioration de la qualité non locale du maillage mais qu'elles ne suffisent pas pour éviter une régularisation du maillage (R-adaptation). Par conséquent, nous allons introduire des techniques R-adaptative qui devront permettre de passer outre cet écueil.

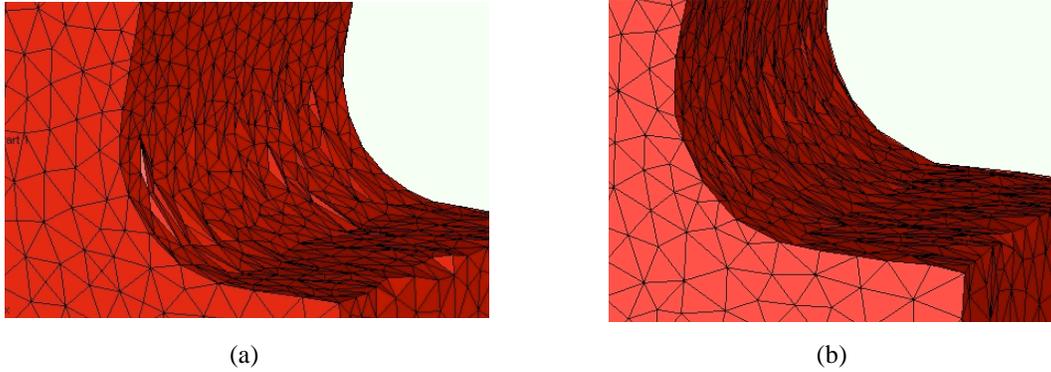


Figure 3.36 – Maillages en pointe d’outil obtenus (a) sans et (b) avec lissage de carte de taille.

## 1.4 R-adaptation

Nous allons mettre en œuvre deux techniques R-adaptatives. L’objectif sera d’éviter la dégénérescence du maillage et ainsi que de rendre plus robuste l’algorithme d’adaptation de maillage.

### 1.4.1 Régularisation par barycentrage

#### 1.4.1.1 Présentation de la méthode

La méthode de régularisation par barycentrage consiste à transporter le nœud central d’un patch topologique en son barycentre ((3.74), Figure 3.37) de façon à optimiser la qualité du maillage.

$$x_i^j = \frac{\sum_{k=1, k \in \Omega_i, k \neq i}^{Nbnoe_{\Omega_i}} x_k^j}{Nbnoe_{\Omega_i}} \quad (3.74)$$

$x_i^j$  correspond à la valeur de la coordonnée  $j$  du nœud  $i$  centre du patch  $\Omega_i$ .  $Nbnoe_{\Omega_i}$  correspond au nombre de nœuds contenus dans le patch  $\Omega_i$  considéré.

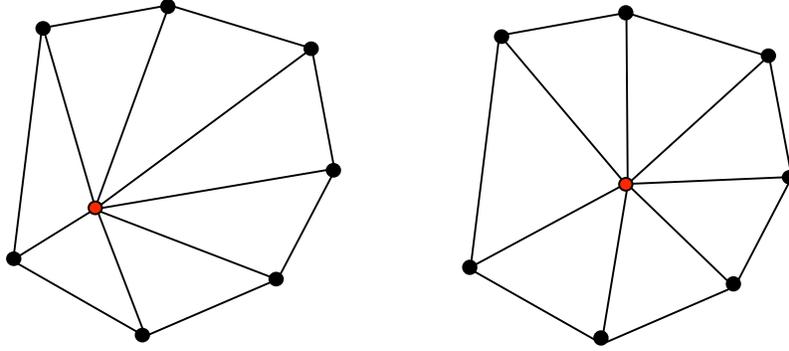


Figure 3.37 – Barycentrage du nœud central du patch topologique.

La R-adaptation sera effectuée en une seule itération de méthode de la de barycentrage de Jacobi avant transport. Dans les cas d’usinage qui nous intéressent, nous souhaitons régulariser la partie du maillage en contact avec la pointe de l’outil de façon à ce qu’elle respecte au mieux la courbure de ce dernier. Ainsi, la méthode de barycentrage sera uniquement mise en œuvre sur la surface du maillage (3.75) appartenant à un domaine d’espace prédéfini.

$$x_i^j = \frac{\sum_{k=1, k \in \Omega_i, k \neq i}^{Nbnoe_{\partial\Omega_i}} x_k^j}{Nbnoe_{\partial\Omega_i}} \quad (3.75)$$

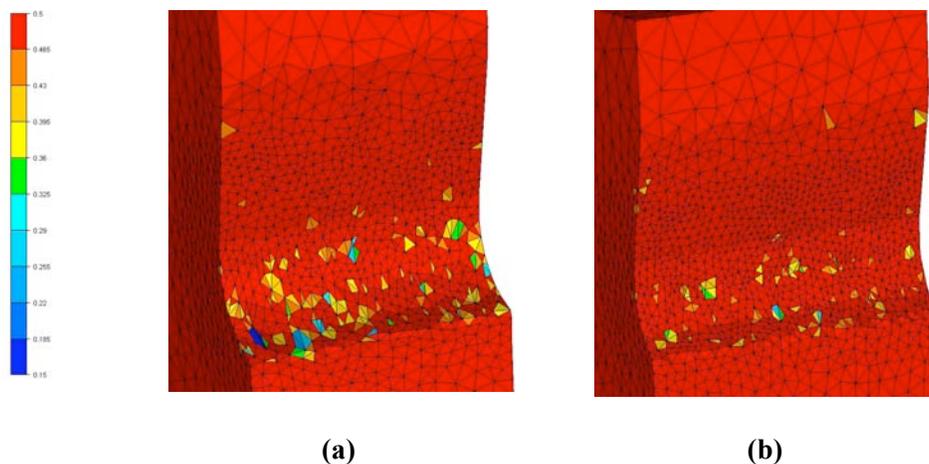
$x_i^j$  correspond a la valeur de la coordonnée  $j$  du nœud  $i$  central au patch surfacique  $\partial\Omega_i$ .  $Nbnoe_{\partial\Omega_i}$  correspond au nombre de nœuds contenus dans le patch surfacique  $\partial\Omega_i$  considéré.

Notons que cette technique de barycentrage surfacique possède trois points faibles. Le premier résulte du fait que nous prenons en compte uniquement les patchs surfaciques. Ceci impose de respecter des contraintes de pas de temps pour éviter des pertes de volume trop importantes. Le deuxième est que nous utilisons des boites de maillage prédéfinies ce qui réduit considérablement le caractère automatique de la simulation. Enfin, l’amélioration surfacique du maillage n’engendre pas obligatoirement une amélioration de la qualité volumique des éléments de ce dernier.

### 1.4.1.2 Validation

On constate sur la Figure 3.38, qui représente la qualité des éléments, que la méthode de barycentrage surfacique permet d'améliorer la qualité minimale des éléments de 0,14 à 0,29, ce qui suffit à éviter ainsi la formation d'éléments dégénérés.

On peut donc en conclure que la méthode de barycentrage surfacique permet d'obtenir des maillages de bien meilleure qualité en pointe d'outil. Si cette méthode s'avèrera particulièrement précieuse dans le cadre de nos simulations d'usinage, du fait des importantes contraintes qu'elle engendre (faibles pas de temps, boîte de maillage prédéfinies), elle ne sera pas considérée comme suffisante pour le futur du logiciel Forge++. Nous lui préférerons alors des méthodes plus élaborées comme celles de Guerdoux [Guerdoux07] présentée en première partie de ce manuscrit.

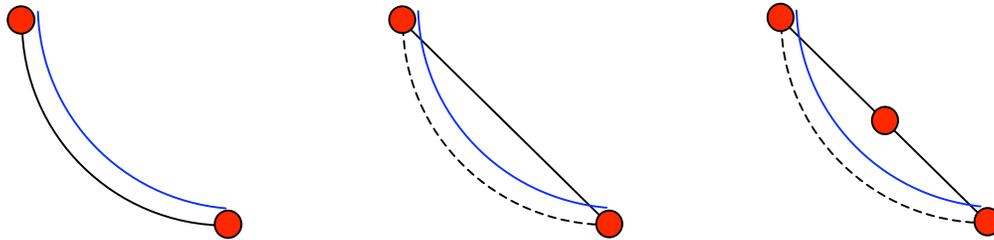


**Figure 3.38 – Qualité des éléments en pointes d’outil sans (a) et avec (b) barycentrage surfacique.**

### 1.4.2 Amélioration de la robustesse du remaillage par reprojction newtonienne a posteriori

A l'issue de l'étape de remaillage et du fait de la précision frontière utilisée (de l'ordre de 2%), des nœuds nouvellement créés peuvent pénétrer à l'intérieur de l'outil (Figure 3.39). Par conséquent, la seconde méthode R-adaptative que l'on se propose

d'étudier consiste à mettre en œuvre une technique de reprojektion postérieure à l'étape de remaillage.



**Figure 3.39 – Création d'un nœud pénétrant l'outil (représenté en bleu) lors de la phase de remaillage.**

La technique utilisée consiste à résoudre le problème mécanique linéarisé (le coefficient de sensibilité  $m$  est pris égal à 1, le comportement est donc newtonien) et à reprojeter les nœuds pénétrant l'outil en résolvant les équations mécaniques de ce problème. Cette reprojektion s'appuyant sur un matériau au comportement newtonien, elle sera appelée reprojektion newtonienne. L'idée de cet algorithme est uniquement de reprojeter les nœuds pénétrant sur la surface de l'outil de façon à éviter des problèmes de convergence lors de l'incrément de temps suivant (Figure 3.40). Les vitesses utilisées sont calculées sur une rhéologie newtonienne de façon à augmenter la rapidité de cette étape de régularisation de maillage. Des calculs mettant en œuvre cette technique ont montré qu'elle permet d'améliorer la robustesse du remaillage et par conséquent celle du calcul éléments finis.



**Figure 3.40 – Reprojection Newtonienne du nœud ayant pénétré l'outil.**

## 1.5 Synthèse

La première partie de ce troisième chapitre nous a permis d'introduire et d'améliorer des méthodes d'adaptation de maillage. Nous avons dans un premier temps montré que la simulation de procédés de mise en forme à grande vitesse nécessitait des réglages au niveau du mailleur. Nous avons ensuite mis en œuvre des techniques de recouvrement par patch séquentielle permettant l'estimation de l'erreur éléments finis. Ces dernières ont notamment été modifiées pour le calcul parallèle. Par la suite, nous avons apporté des améliorations au calcul de carte de taille optimale en permettant le contrôle des gradients de taille de maille. Nous avons alors montré que si le contrôle de ces derniers permettait l'obtention de maillage de meilleure qualité d'ensemble, il ne s'avérait pas suffisant pour éviter la dégénérescence du maillage et donc le recours aux méthodes R-adaptatives. L'introduction de ces dernières a été présentée dans la fin de la première partie de ce troisième chapitre.

Dans la deuxième partie de ce troisième chapitre, nous allons porter notre attention sur des méthodes permettant l'amélioration du calcul éléments finis.

## 2 Amélioration de la précision du calcul éléments finis

Les BCA étant un phénomène pour lequel une très forte et très rapide augmentation de la température est observée, nous allons dans un premier temps présenter une étude effectuée par Hachem [Hachem08] portant sur la prise en compte du choc thermique. Du fait de l'importance de l'effet d'auto-échauffement qui va conduire à la formation de BCA, cette première étude sera ensuite complétée par une seconde portant sur la mise en œuvre du couplage thermomécanique.

### 2.1 *Prise en compte du choc thermique*

Dans [Hachem08], l'auteur a cherché à étendre une idée initialement développée par Brezzi et Franca [Baiocchi93, Brezzi92, Franca95] qui consiste à introduire une idée de calcul multi-échelle pour une meilleure prise en compte du choc thermique. Cette méthode consiste à enrichir l'espace mathématique des solutions éléments finis traditionnellement défini dans le cadre d'une approche de Galerkin avec un nœud bulle stabilisant.

$$\tilde{V}_h = \{w \in H_0^1(\Omega) \mid w_k \in P_1(K) \oplus B(K), K \in T_h\} \quad (3.76)$$

Où  $K$  représente un élément appartenant au maillage  $T_h$  et  $B(K)$  l'espace des fonctions bulles (qui seront condensées) dont les fonctions de base sont définies par:

$$\begin{cases} \varphi(x) > 0, \forall x \in K \\ \varphi(x) = 0, \forall x \in \partial K \\ \varphi(x) = 1, \text{ au barycentre de } K \end{cases} \quad (3.77)$$

Afin d'améliorer la stabilisation de la formulation dans le cadre des problèmes de convection/diffusion transitoires, Hachem et al. proposent d'étendre la stabilisation aux termes temporels. Cette modification revient à résoudre une méthode de Galerkin avec un pas de temps  $\Delta t^*$  plus grand.

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{T^*}{\Delta t^*} w d\Omega + \int_{\Omega} k \nabla T^* \cdot \nabla w d\Omega = \int_{\Omega} \rho c_p \frac{T^{n-1}}{\Delta t^*} w d\Omega, \text{ Pour } \forall \omega \in \tilde{V}_h \quad (3.78)$$

La distorsion temporelle résultant de cette méthode est, comme dans le cadre de la méthode asynchrone, corrigée par une interpolation permettant de calculer les résultats obtenus avec un pas de temps fictif stabilisant  $\Delta t^*$  au pas de temps réel  $\Delta t$ .

$$T^* = \xi T^n + (1 - \xi) T^{n-1} \quad (3.79)$$

Avec  $\xi$  calculé sur chaque élément de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{\Delta t^*} &= \left( 1 - \tau_K \frac{\rho c_p}{\Delta t} \right) = \frac{1}{\xi}, \xi > 0 \\ \tau_K &= \frac{\rho c_p}{\Delta t} h_K^2 + k C_2 \end{aligned} \quad (3.80)$$

Où  $C_2$  est une constante positive égale à 6.

Finalement, le problème final à résoudre s'écrit à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle de type Euler implicite de la manière suivante:

Trouver  $T^n \in \tilde{V}_h$  tel que pour  $\forall w \in \tilde{V}_h$

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{T^n - T^{n-1}}{\Delta t} w d\Omega + \int_{\Omega} \xi k \nabla T^n \cdot \nabla w d\Omega = \int_{\Omega} (\xi - 1) k \nabla T^{n-1} \cdot \nabla w d\Omega \quad (3.81)$$

Cette méthode possède un avantage important par rapport à la méthode asynchrone : elle permet stabiliser localement (sur chaque élément) l'équation de la chaleur façon indépendante.

Afin de valider cette méthode, Hachem *et al.* ont comparé les résultats obtenus avec la méthode de stabilisation avec la méthode de Galerkin sur divers cas tests comportant des solutions analytiques. Les résultats obtenus ont montré que cette méthode permet de stabiliser les cas de forts chocs thermiques. Par conséquent, elle sera utilisée lors des simulations de coupe orthogonale présentées dans la dernière partie de ce troisième chapitre.

## **2.2 Etude du couplage thermomécanique**

Lors de la formation de BCA, la chute de contrainte entraîne une augmentation rapide de la température du matériau. Le phénomène s'auto-entretient, conduisant à la localisation de la température et de la déformation dans une bande de quelques microns de largeur. L'analyse du phénomène montre qu'il s'agit d'un problème thermomécanique fortement couplé. Afin de prendre en compte cet important couplage physique, nous allons présenter différentes méthodes numériques de couplage thermomécanique.

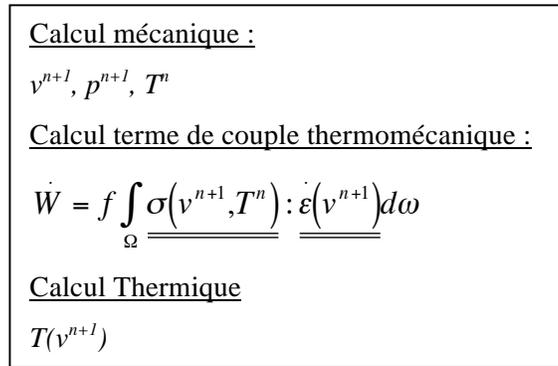
### **2.2.1 Méthodes de couplage**

#### **2.2.1.1 Méthode de couplage faible : le couplage incrémental**

Dans la plupart des codes éléments finis implicites, le couplage thermo-mécanique est réalisé de façon explicite. Les deux systèmes, l'un mécanique, et l'autre thermique, sont résolus séparément. Le système mécanique est résolu une seule fois par incrément avec comme valeur de température celle de l'incrément précédent (Figure 3.41).

Cette méthode, implémentée dans Forge3®, permet de coupler les équations thermomécaniques pour un faible coût de calcul. Cependant, dans le cas d'une très rapide augmentation de température, elle peut conduire à de fortes imprécisions sans raffinement du pas de temps.

Afin de mieux résoudre les cas de forts couplages physiques, nous allons étudier différentes méthodes numériques de couplage thermo-mécanique.

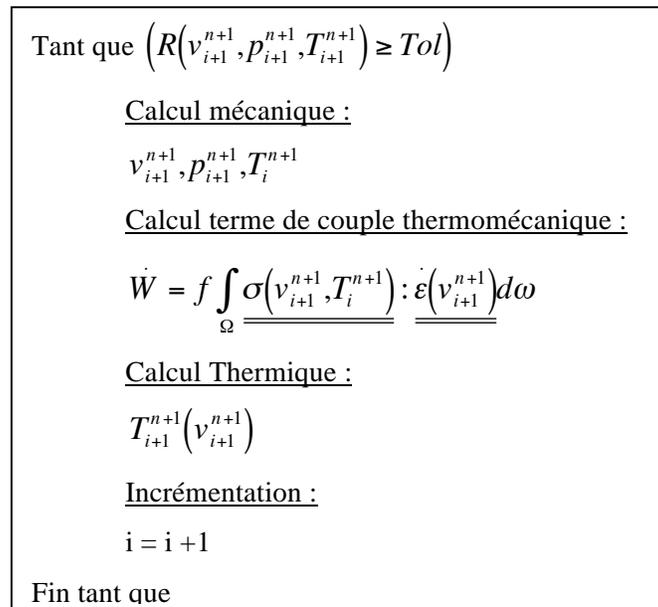


**Figure 3.41 – Algorithme de couplage thermomécanique incrémental.**

### 2.2.1.2 Méthodes de couplage fort

#### 2.2.1.2.1 Méthode d'ordre 1 : couplage par point fixe

Le premier couplage fort que l'on se propose d'étudier est un couplage fort par point fixe. Il consiste à résoudre itérativement les problèmes mécaniques et thermiques. Ainsi, à chaque incrément de temps, le schéma de point fixe est itéré jusqu'à résolution des équations thermo-mécaniques à une tolérance près (Figure 3.42).



**Figure 3.42 – Algorithme de couplage thermomécanique fort par point fixe.**

Ce schéma offre l'avantage d'avoir des systèmes restreints à résoudre à chaque itération. Il est donc très rapide. Cependant, la méthode de point fixe est une méthode du premier ordre dont la convergence n'est pas assurée.

#### 2.2.1.2.2 Méthode d'ordre 2 : couplage implicite

La seconde méthode de couplage fort que l'on se propose d'étudier est une méthode implicite. Dans ce schéma, les équations thermo mécaniques sont résolues dans un seul et même système. Les non linéarités sont traitées par la méthode de Newton-Raphson qui consiste à les approximer à chaque itération par un développement de Taylor au premier ordre (Figure 3.43). Cette méthode nécessite le calcul des dérivées de la viscosité par rapport à la vitesse de déformation mais aussi par rapport à la température. Le système à résoudre devient non symétrique et sa largeur de bande est plus large ce qui conduit à des temps de calcul plus importants (de l'ordre de 40%). Cependant, contrairement à la méthode de point fixe, il s'agit d'une méthode de second ordre. Elle offre donc l'avantage d'être beaucoup plus robuste.

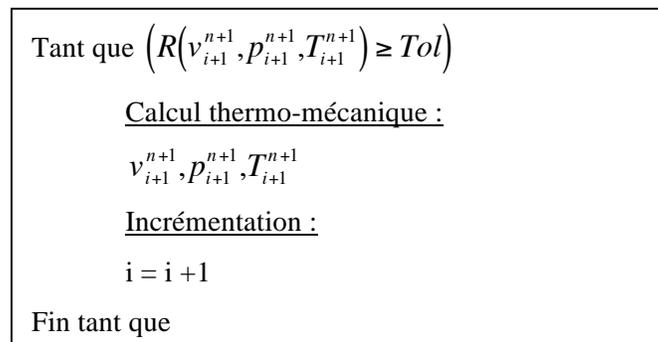


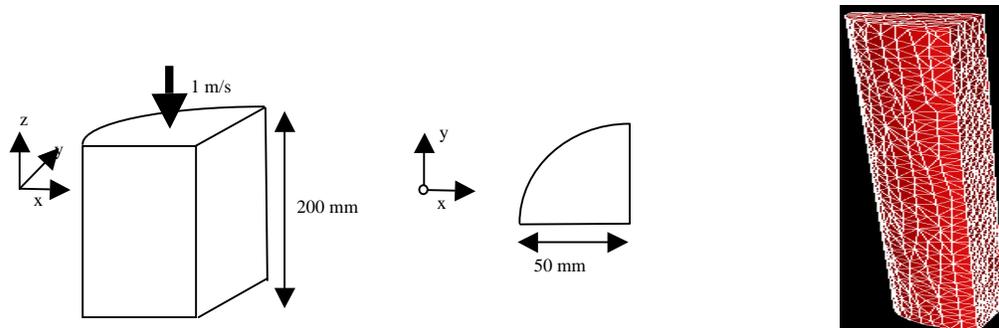
Figure 3.43 – Algorithme de couplage thermomécanique fort implicite.

## 2.2.2 Comparaisons et Validations

### 2.2.2.1 Description du cas test

Afin d'étudier les différents couplages présentés précédemment, nous allons réaliser l'écrasement à chaud de 25% d'un lopin de Ti6Al4V avec une vitesse de 1 m/s. La

température initiale du lopin dont les dimensions sont présentées Figure 3.44 est de 1000°C.



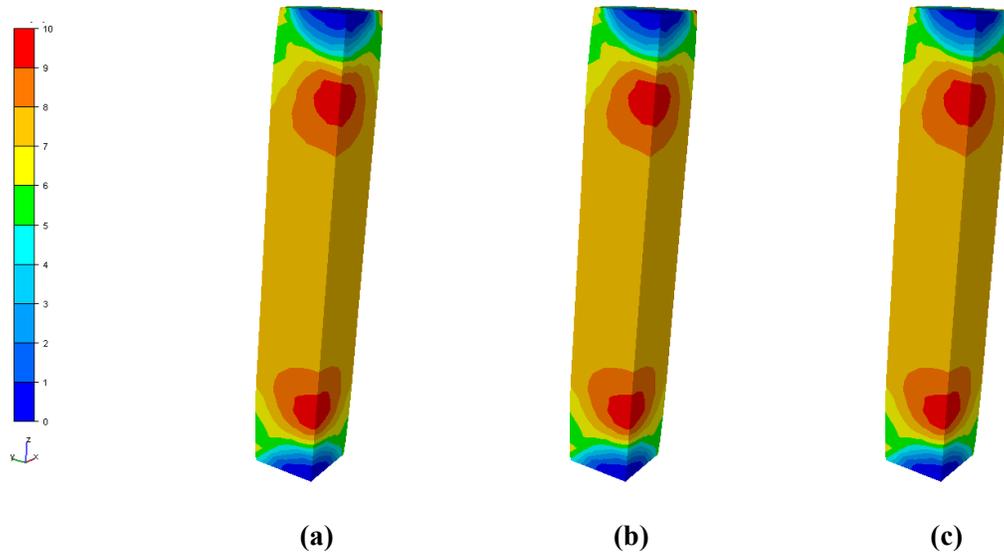
**Figure 3.44 – Description du cas test de compression à chaud d’un lopin de Ti6Al4V avec contact collant. Le maillage utilisé est constitué de 2900 nœuds.**

Le contact est considéré comme collant entre le lopin et les tas plats. Des plans de symétrie ont été appliqués sur les faces latérales du lopin. La rhéologie du matériau est une nouvelle fois décrite par une loi de Norton-Hoff ((3.34), Tableau 3.1).

On constate, d’après l’équation (3.43), que le couplage thermomécanique du matériau est d’autant plus conséquent que la valeur du coefficient  $\beta$  est faible. Dans la suite de ce manuscrit, nous allons étudier les méthodes numériques de couplage pour différents cas de couplage physique, partant du plus faible pour aller vers le plus intense.

#### **2.2.2.2 Cas du couplage physique faible**

Le premier cas que l’on se propose d’étudier consiste en un cas de couplage physique faible. La valeur du coefficient  $\beta$  est prise égal à 0,00564, ce qui correspond à la valeur prescrite pour la mise en forme du Ti6Al4V à chaud. Lorsque l’on compare les résultats obtenus pour les trois différentes méthodes de couplage, on constate que ceux-ci sont identiques en terme de vitesse de déformation et de température. Ceci nous permet de valider nos implémentations.



**Figure 3.45 – Distributions des vitesses de déformation après 25% d'écrasement pour les méthodes de (a) couplages incrémental, (b) point fixe et (c) implicite.**

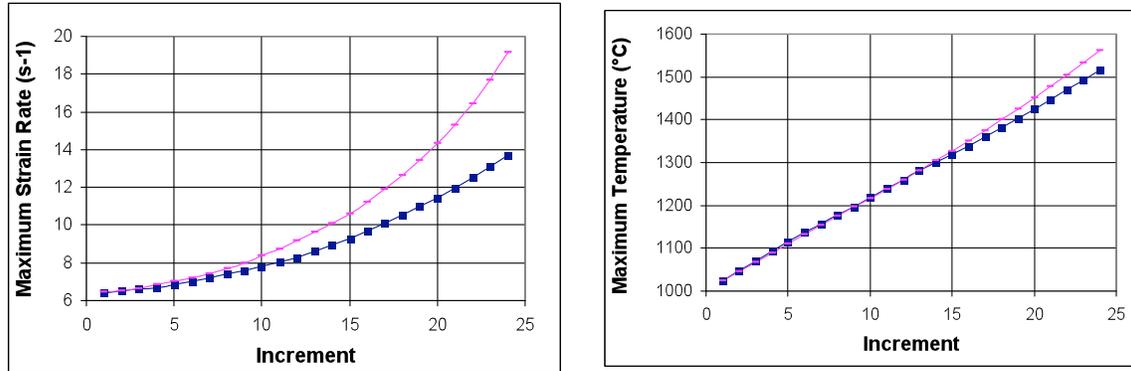
Lorsqu'on observe les temps de calcul nécessaire aux trois méthodes (Tableau 3.5), on constate que la méthode incrémentale est de loin la plus rapide. On peut donc en conclure, qu'en cas de couplage physique faible, elle représente le meilleur compromis précision-rapidité de calcul.

	Nombre d'itérations NL	Temps de calcul (s)
Incrémental	276	338
Point fixe	715	845
Implicite	386	2139

**Tableau 3.5 – Nombre d'itérations non linéaires et temps de calcul pour les méthodes de couplage incrémental, par point fixe et implicite dans le cas d'un couplage physique faible.**

### 2.2.2.3 Cas du couplage physique fort

Si l'on considère désormais un couplage physique plus intense (la valeur initiale de  $\beta$  est divisée par deux et égale à 0,00282), on constate une différence de résultats entre les couplages forts (point fixe et implicite) et le couplage faible (incrémental).



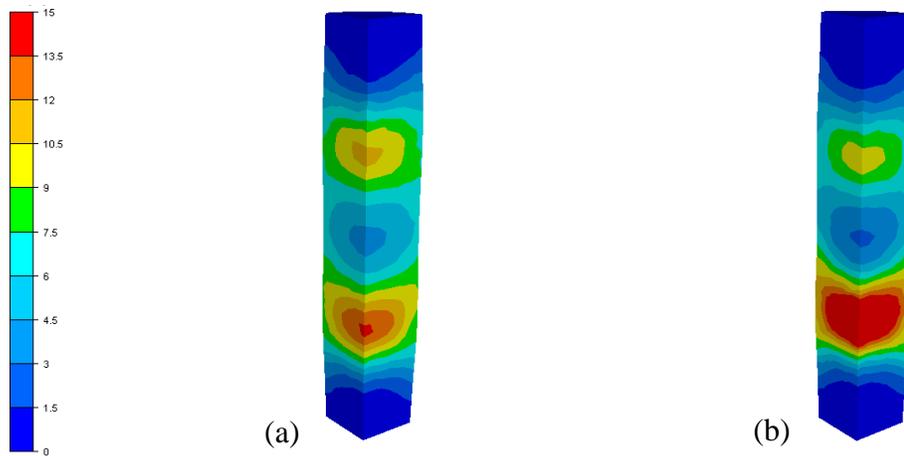
**(a)** **(b)**

**Figure 3.46 – Evolutions des (a) vitesses de déformation et (b) de température avec des couplage faible (courbes bleues) et fort (courbe rose).**

On peut donc en conclure, qu'en cas de couplage physique fort, il est nécessaire de mettre en œuvre une méthode de couplage fort.

#### 2.2.2.4 Cas du couplage physique très fort

On souhaite simuler un cas pour lequel le couplage thermomécanique physique est très intense. Pour ce faire, la valeur initiale du coefficient  $\beta$  est divisée par trois et égale à 0,00188. Comme attendu, les couplages incrémental et implicite ne procurent pas les mêmes résultats. On constate que les température et vitesses de déformation sont plus importantes et ont davantage tendance à se localiser, confirmant les résultats obtenus précédemment. Il est également à noter que la méthode de couplage fort par point fixe n'a pas été en mesure de converger à partir de l'incrément de calcul numéro 11. De ce fait, nous pouvons en conclure qu'en cas de couplage thermomécanique très intense, la convergence de la méthode de point fixe n'est pas assurée et que la méthode de couplage implicite est la meilleure en terme de précision et de robustesse pour des couplages thermomécaniques très intenses.



**Figure 3.47 – Distribution des vitesses de déformations obtenues par méthode (a) incrémentale, (b) implicite pour le cas du couplage physique très intense.**

### 2.2.3 Etude du couplage implicite sur un cas d'écrasement

La méthode de couplage implicite ayant démontré son utilité dans le cadre de couplage physique conséquent, une étude précise des capacités de cette méthode est proposée. Les résultats du cas test défini en 2.2.2.1 sont étudiés uniquement sur le premier incrément de temps.

#### 2.2.3.1 En fonction de l'incrément de déformation

On considère ici un pas de temps fixe et dont la valeur est proportionnelle à l'incrément de déformation. Les résultats obtenus pour différents incréments de déformation (de 1% à plus de 20% de déformation par incrément, Tableau 3.6) prouvent la robustesse du schéma implicite. En effet, seul les cas pour lesquels l'incrément de déformation est supérieur à 20% ne convergent pas.

% déformation	Pas de temps correspondant (s)	Nombre d'itération N.L.	Temps CPU (s)
1.0 %	0.001	23	178
5.0 %	0.010	22	97
10.0 %	0.020	31	117
20.0 %	0.040	74	220
> 20.0 %	Pas de convergence		

**Tableau 3.6 – Nombre d'itérations non linéaires et temps de calcul pour la méthode de couplage implicite dans le cas d'un couplage physique fort.**

### 2.2.3.2 En fonction du gradient de température

On considère cette fois différentes valeurs du paramètre  $\beta$ . Les résultats obtenus pour différents gradients de température par incrément (de 0,20°C à 243,63°C, Tableau 3.7) prouvent encore une fois la robustesse du schéma implicite. En effet, malgré des augmentations de température par incrément supérieures à 240°C, aucun problème de convergence de l'algorithme n'a été constaté.

$\beta$	Coefficient de réduction de $\beta$	Augmentation maximum de température (°C)	Nombre d'itération N.L.	Temps CPU (s)
0,00564	1,0	0,20	22	157,23
0,00282	2,0	7,18	28	82,05
0,00188	3,0	23,32	51	143,23
0,00128	5,0	59,50	126	961,0
0,000564	10,0	121,80	82	383,8
0,000188	50,0	224,43	25	92,0
0,0000564	100,0	243,63	17	61,4

**Tableau 3.7 – Nombre d'itérations non linéaires et temps de calcul pour la méthode de couplage implicite pour différentes intensités de couplage physique.**

Au terme de cette étude, nous pouvons dire que le couplage implicite semble être la solution à privilégier dans le cadre de couplages thermomécaniques forts. Cette méthode est à la fois précise et particulièrement robuste. Son inconvénient majeur réside dans le fait qu'elle implique des calculs plus longs.

## 2.3 Synthèse

Cette deuxième partie nous a permis de présenter des améliorations conséquentes des calculs thermiques et thermomécaniques. Nous avons ainsi tout d'abord présenté la technique de stabilisation développée par Hachem [Hachem08] qui s'avère être une méthode précise pour la prise en compte d'importants chocs thermiques. Le fait que cette méthode n'impose pas un découplage des équations thermomécaniques, comme c'est le cas pour la méthode asynchrone, la rend particulièrement attractive pour une résolution

couplée des équations thermiques et mécaniques. L'étude des méthodes de couplage thermomécanique présentée dans un deuxième temps nous a permis de montrer l'utilité et la robustesse de la méthode de couplage implicite par rapport aux méthodes de couplage faible telle que la méthode incrémentale. Ces deux méthodes seront particulièrement intéressantes dans le cadre de la simulation de BCA.

Dans la dernière partie de ce troisième chapitre, nous allons appliquer les différents algorithmes présentés sur un cas de coupe d'usinage à grande vitesse.

### **3 Application à un cas d'usinage grande vitesse**

#### *3.1 Présentation du cas de coupe orthogonale grande vitesse*

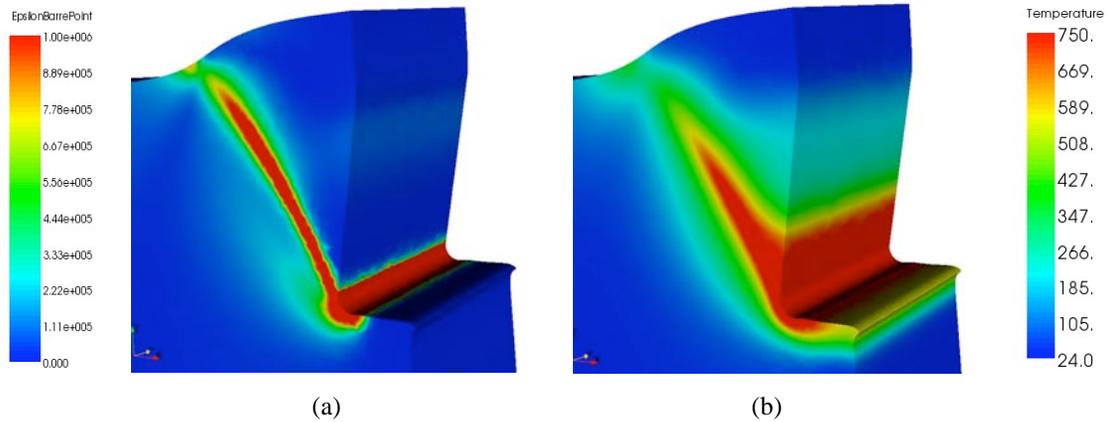
Le cas de coupe orthogonale grande vitesse que l'on se propose de simuler correspond au cas présenté par Baker [Baker02] décrit dans le premier chapitre de ce manuscrit. Seule la vitesse de coupe est modifiée et prise égale à 15 m/s.

Le calcul met en œuvre:

- Une adaptation de maillage guidée par une estimation d'erreur résultant d'un recouvrement REP2 parallélisé
- Un lissage de la carte de taille a posteriori afin de contrôler les gradients de taille de maille
- Une R-adaptation du maillage dans la zone proche de la pointe d'outil
- La méthode RFB pour le calcul de l'équation de diffusion
- Un couplage incrémental des équations thermomécaniques

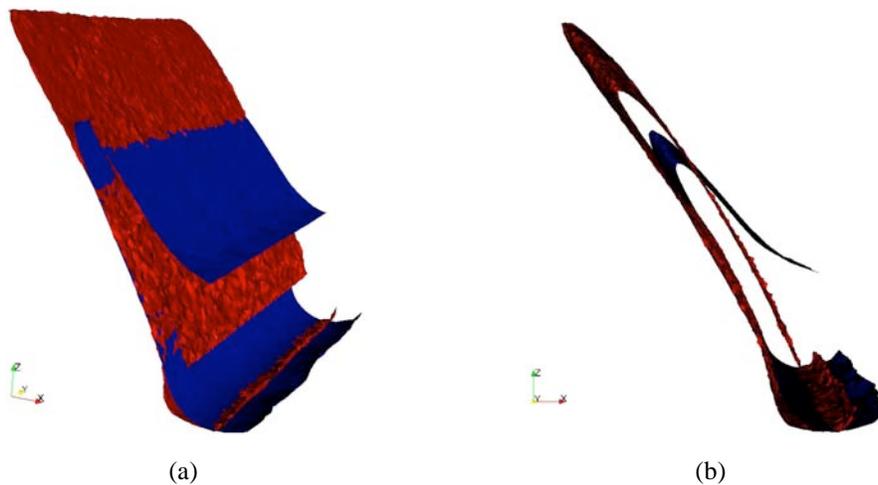
#### *3.2 Simulation de la première BCA*

On observe sur la **Figure 3.48** la localisation des vitesses de déformation et de la température au sein d'une fine bande. On peut donc en conclure qu'une BCA est bien être simulée par Forge++.



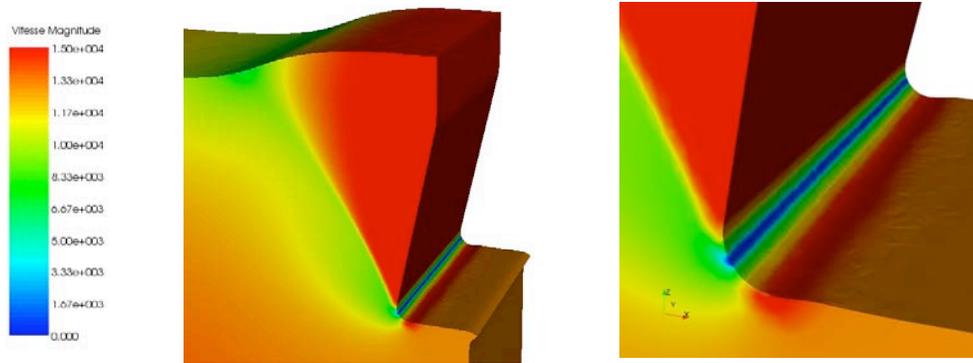
**Figure 3.48 – Distributions de vitesse de (a) déformation et (b) température.**

Lorsque l'on observe les isocontours surfaciques de température (pour une température de 700 degrés Celsius) et de vitesses de déformation (pour des vitesses de déformation de  $10^6 \text{ s}^{-1}$ ) présentés **Figure 3.49**, on constate clairement la superposition des bandes de température (en bleu) et de vitesses de déformation (en rouge) observée lors de la formation de BCA.



**Figure 3.49 – Isocontours pour les températures (700 degrés Celsius, en bleu) et vitesse de déformation ( $10^6 \text{ s}^{-1}$ , en rouge) vues (a) de trois quart et (b) de côté.**

Enfin, on observe une nouvelle fois que la BCA agit comme une couche limite séparant le copeau en formation du reste du lopin (**Figure 3.50**). Le point de bifurcation des vitesses est observé au milieu du rayon de courbure de l'outil (**Figure 3.50**).



**Figure 3.50 – Distribution de vitesse.**

Une BCA ayant pu être simulée par le biais de Forge++ dans le cadre d'un essai de coupe orthogonale à grande vitesse, nous allons présenter une étude des différents algorithmes utilisés lors de cette simulation.

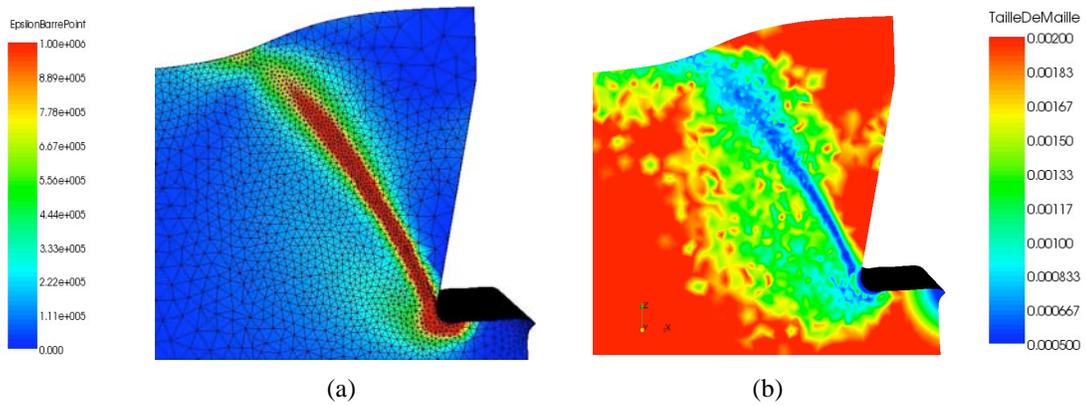
### *3.3 Etudes des algorithmes développés*

L'étude qui va suivre va permettre de démontrer l'utilité des améliorations apportées du point de vue de l'adaptation de maillage, du calcul parallèle ainsi que de l'amélioration du calcul éléments finis.

#### **3.3.1 Adaptation de maillage et calcul parallèle**

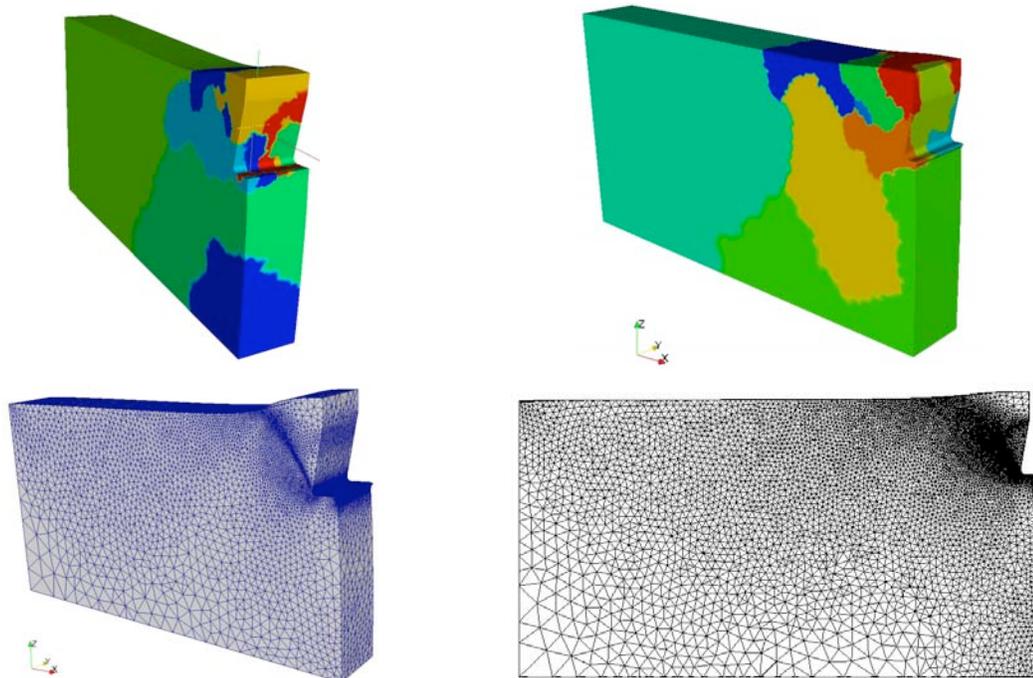
##### **3.3.1.1 H-adaptation et calcul parallèle**

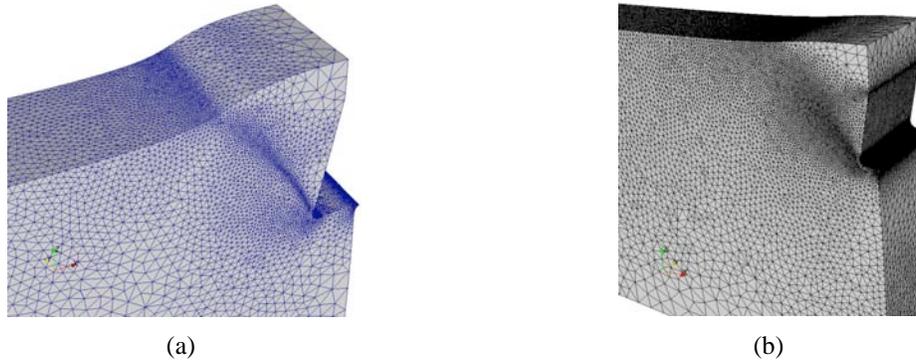
On observe tout d'abord sur la **Figure 3.51** que l'adaptation de maillage guidée par l'estimation de l'erreur éléments finis calculée à l'aide de la méthode REP2 parallélisée a permis de détecter automatiquement la BCA en formation. On constate ainsi que la taille de maille est automatiquement raffinée au lieu d'établissement de la BCA.



**Figure 3.51 – Distributions de l’erreur éléments finis (a) et de taille de maille (b).**

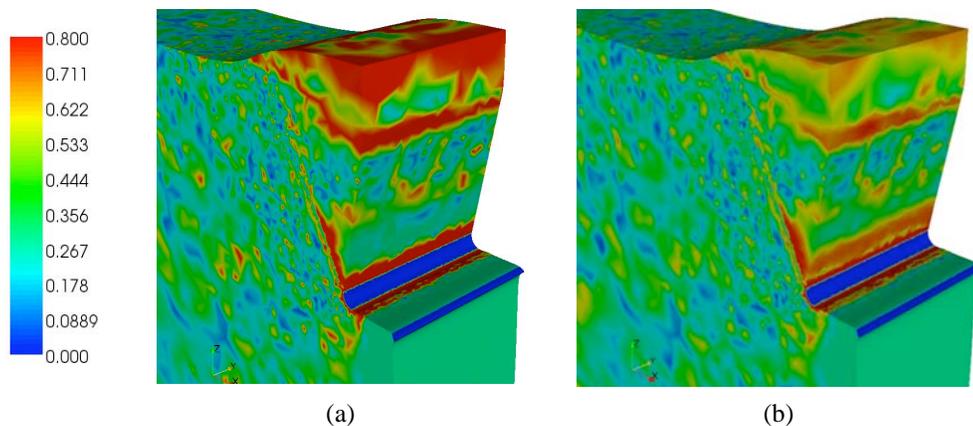
Du point de vue du calcul parallèle, on constate sur la **Figure 3.52** que l’utilisation du calcul parallèle distribué sur 6 et 10 processeurs a permis de simuler des cas de coupe orthogonale à grande vitesse sur des maillages de taille importante (jusqu’à 1 800 000 éléments, soit environ 6 fois plus que le maximum obtenu avec Forge3 pour un temps de calcul d’environ 10 jours. A titre de comparaison, le maximum de d’éléments utilisés avec Forge3 était de 350 000 éléments pour un calcul qui a duré 15 jours). Ce dernier point constitue une avancée intéressante qui devrait permettre à terme de réaliser des simulations de BCA sur des configurations de taille macroscopique.





**Figure 3.52 – Partitionnement (première ligne) sur (a) 6 et (b) 10 processeurs, des maillages comportant (a) 150 000 nœuds, 820 000 éléments et (b) 330 000 nœuds, 1 800 000 éléments.**

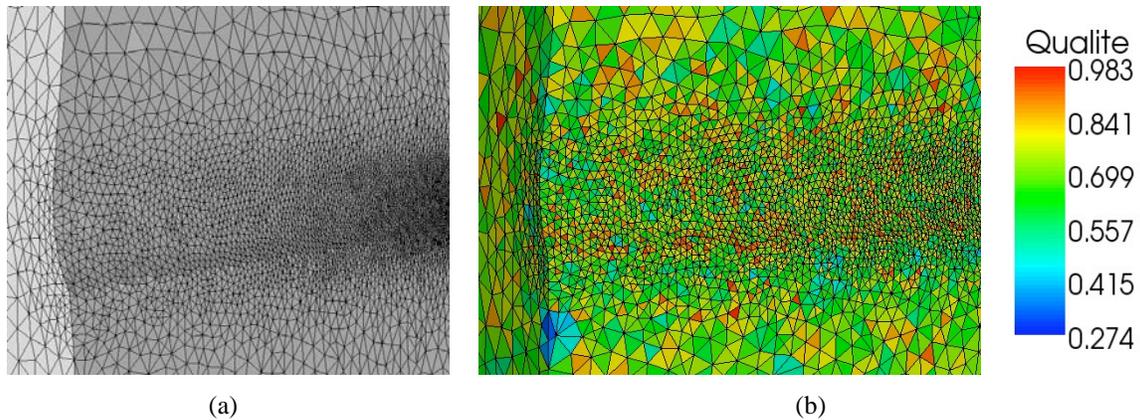
On peut constater sur la **Figure 3.52** que les maillages obtenus semblent visuellement de bonne qualité. Lorsque l'on observe la carte de taille calculée avant et après lissage **Figure 3.53**, on constate une diminution importante des gradients de taille de maille dont les valeurs maximales se rapproche de la consigne fixée à 0,8 (le maximum de gradient de taille de maille observé après lissage est égal à 1,21). Nous pouvons donc en conclure que l'utilisation de cette méthode de lissage permet d'obtenir des maillages de qualité non locale satisfaisante permettant une simulation adaptative et robuste de phénomènes particulièrement localisés.



**Figure 3.53 – Norme du gradient de taille de maille (a) avant et (b) après lissage.**

### 3.3.1.2 R-adaptation

Au niveau du contact avec l'outil, la méthode R-Adaptative par barycentrage a permis d'obtenir des maillages de bonne qualité locale, permettant ainsi à la simulation de se poursuivre jusqu'à l'établissement de la première BCA comme nous avons pu le voir précédemment.

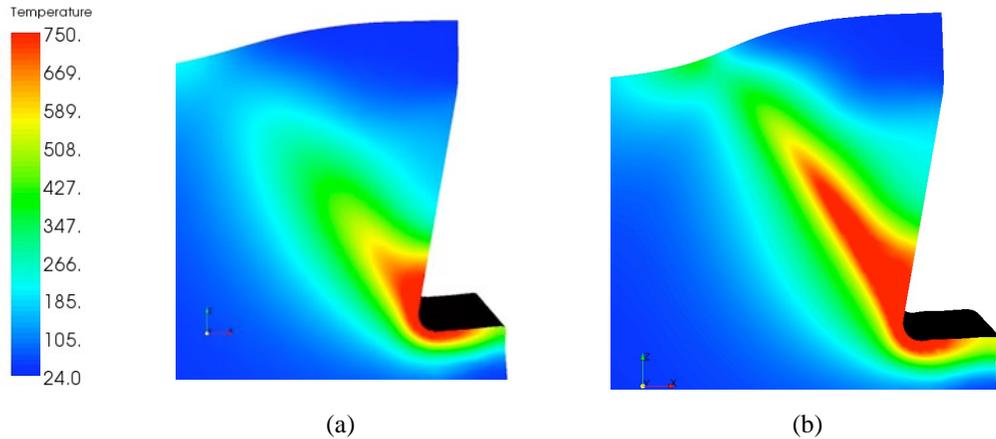


**Figure 3.54 – Maillage en pointe d'outil vue de trois quart (a) et qualité correspondante (b).**

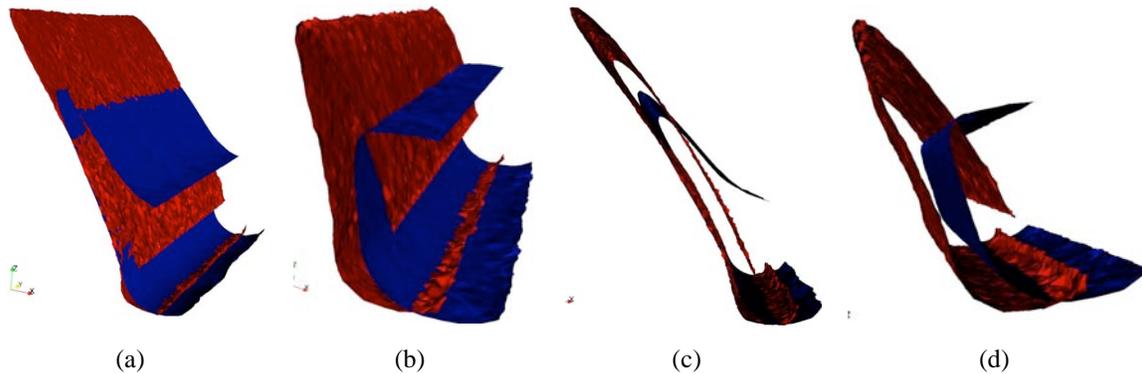
Les résultats obtenus au niveau de l'adaptation de maillage et du calcul parallèle démontrent que Forge++ est capable de simuler le début des opérations de coupe orthogonale de façon adaptative sur des configurations ayant un important nombre de degrés de liberté. Ces différents points ayant été abordés, nous allons maintenant pouvoir porter notre attention sur les méthodes permettant d'améliorer la précision du calcul éléments finis.

### 3.3.2 Amélioration de la précision du calcul élément finis

Lorsque l'on compare les résultats obtenus à l'aide des méthodes asynchrone et RFB, on observe des différences très importantes. Tout d'abord, on peut constater sur la **Figure 3.55** que la BCA se forme bien plus rapidement avec la méthode RFB. Lorsque l'on analyse les contours des bandes de température et de vitesse de déformation (**Figure 3.56**) obtenus avec les deux méthodes, on constate que la superposition des bandes de vitesses de déformation et de température ne s'est pas encore effectuée dans le cas de la méthode asynchrone.



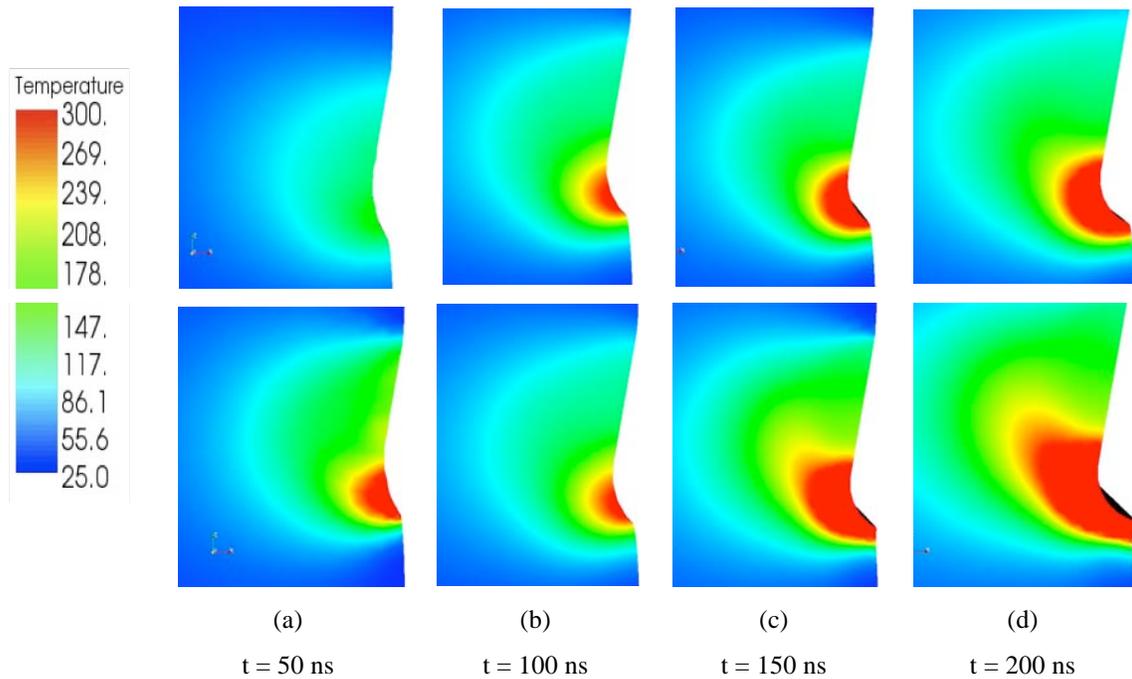
**Figure 3.55 – Distributions de température obtenues avec les méthodes (a) asynchrone et (b) RFB a  $t = 1,3$  ms.**



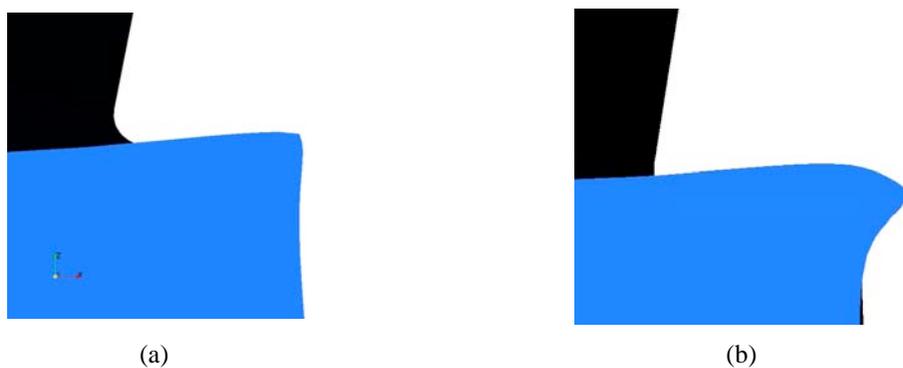
**Figure 3.56 – Isocontours pour les températures (700 degrés Celsius, en bleu) et vitesse de déformation ( $10^6 \text{ s}^{-1}$ , en rouge) obtenues avec les méthodes RFB (a, c) et asynchrones (b, d).**

L'analyse de l'évolution de la température au cours du procédé va permettre d'analyser ces différences. En effet, lorsque l'on compare les distributions de température au début de l'opération, on constate que l'emploi de la méthode RFB conduit à une augmentation beaucoup plus rapide et intense que la méthode asynchrone (**Figure 3.57**). Très rapidement, la température atteint la valeur de référence de la loi de comportement, provoquant alors la chute de contrainte précurseur de la formation de la BCA. L'autre conséquence visible de cette plus grande génération de température consiste en l'apparition d'une bavure dans la zone se situant sous l'outil de coupe (**Figure 3.58**). Notons que l'on observe évidemment l'absence de cette bavure lors des calculs de coupe orthogonale réalisés à l'aide de Forge3 (**Figure 3.59**).

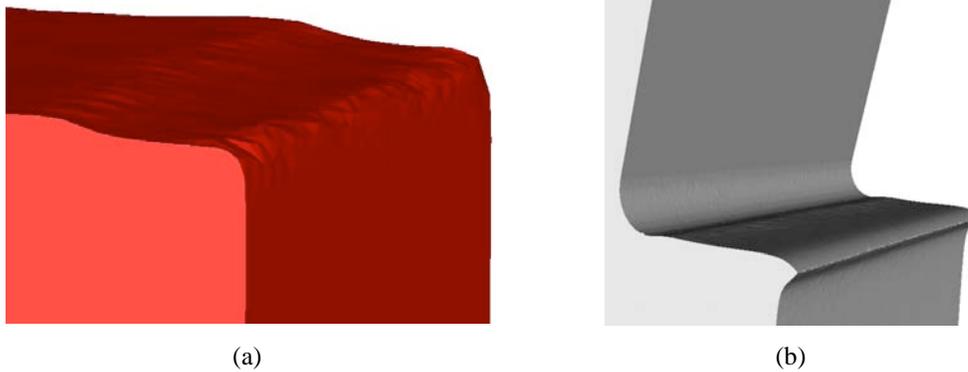
Contrairement à la méthode RFB, la méthode asynchrone consiste à calculer un pas de temps global qui peut s'avérer inadapté lorsque les gradients de température sont très différents sur le domaine considéré. De plus, Le fait d'utiliser un pas de temps basé sur une valeur maximale (2.88) conduit à utiliser des pas de temps trop importants qui ont tendance à lisser les rapides augmentations de température. Ces différentes remarques nous permettent de penser que les résultats obtenus par Forge3 sont peut être encore éloignés de la réalité. La comparaison des solutions numériques avec des essais expérimentaux permettra dans le futur de répondre à cette question.



**Figure 3.57 – Distributions de température obtenues par les méthodes asynchrone (haut) et RFB (bas).**



**Figure 3.58 – Bavures obtenues avec les méthodes (a) asynchrone et (b) RFB.**



**Figure 3.59 – Bavures obtenues avec Forge3 (asynchrone) et Forge++ (RFB).**

Enfin, il est à noter que nous n'avons pas réussi à faire converger la méthode de couplage thermomécanique implicite dans le cadre de la coupe orthogonale. Il s'est avéré que l'augmentation de température générée en début de coupe et calculée à l'aide des méthodes RFB et implicite était trop importante (plusieurs centaines de degrés au premier incrément de calcul). Cette très forte et très rapide augmentation de chaleur a eu pour conséquence d'empêcher la convergence du calcul avec couplage implicite. Notons qu'afin de remédier à ce problème, une solution pourrait être d'effectuer les premiers incréments de calcul à l'aide de la méthode incrémentale avant d'opter pour la formulation implicite. Cette méthode n'a malheureusement pas pu être mise en œuvre par manque de temps. Notons cependant que l'impossibilité d'utiliser cette formulation dès le début du calcul de coupe orthogonale amène à formuler diverses remarques :

- Du point de vue de la méthode RFB, il est possible que l'expression du terme stabilisateur retenu ne soit pas adaptée au couplage implicite et qu'elle nécessite une adaptation.
- Du point de vue de la modélisation physique, il est possible qu'une partie des modèles, tels que la loi de comportement utilisée, ne soit pas suffisamment représentative de la réalité pour favoriser la convergence des algorithmes.
- Du point de vue numérique, il est possible que les conditions de mise en œuvre requièrent une robustesse plus grande qu'il n'a pas pour l'instant pas été possible de mettre en œuvre.

### 3.4 Synthèse

A l'issue de cette étude, nous pouvons tout d'abord dire que les méthodes développées au sein de Forge++ ont permis la simulation automatique sur un maillage 3D d'une BCA dans le cadre d'un essai de coupe orthogonale à grande vitesse. L'analyse des différents algorithmes mis en œuvre a tout d'abord permis de démontrer la capacité du code à simuler le phénomène sur des maillages ayant un nombre conséquent de degrés de liberté et en parallèle. L'étude des résultats obtenus à l'aide de méthodes permettant une amélioration de la précision du calcul éléments finis nous a permis de mettre en lumière la possible imprécision des calculs effectués avec Forge3 mais aussi peut-être celle des modèles physiques utilisés.

## 4 Synthèse

Au cours de ce troisième chapitre, nous avons présenté le développement de méthodes numériques dont le but était de permettre la simulation de BCA avec davantage de précision et de rapidité.

Nous avons dans un premier temps porté notre attention sur l'amélioration des techniques d'adaptation de maillage. Ainsi, nous avons tout d'abord introduit dans Forge++ des méthodes de recouvrement par patch développées par Boussetta [Boussetta05]. Ces dernières ayant été développées dans le cadre du calcul séquentiel, nous les avons étendues au cadre du calcul parallèle. Nous avons ensuite cherché à améliorer la méthode H-adaptative en permettant le contrôle des gradients de taille de maille. Si cette méthode s'avère efficace pour contrôler la qualité d'ensemble du maillage, il a été montré qu'elle ne permet cependant pas de s'affranchir des méthodes R-adaptatives que nous avons également introduites.

Dans un deuxième temps, nous avons ensuite cherché à améliorer la précision du calcul éléments finis. Pour ce faire, nous avons tout d'abord utilisé une méthode de stabilisation développée par Hachem [Hachem08] permettant une meilleure prise en compte du choc thermique. Cette première amélioration a ensuite été complétée par une étude portant sur les méthodes de couplage thermomécanique. Nous avons ainsi pu observer la précision et la robustesse du couplage implicite dans le cadre de forts couplages thermomécaniques.

La dernière partie de ce troisième chapitre a permis l'application de ces différentes méthodes au cas de coupe orthogonale à grande vitesse pour lequel une première BCA a pu être simulée sur un maillage 3D.

A l'issue de ce troisième chapitre, nous pouvons dire que Forge++ consiste en une version adaptative parallèle robuste qui permet la simulation précise et automatique de BCA sur des maillages 3D dans le cadre d'un essai d'usinage à grande vitesse.

## 5 References

- [Ainsworth00] **M. Ainsworth, D. Kay**, Approximation theory of the hp-version finite element method and application to the non-linear Laplacian, Applied Numerical Mathematics. Vol. 34, pp. 329-344, 2000.
- [Babuska78] **I. Babuška, W. C. Rheinbildt**, A posteriori error estimates for the finite element method, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 12, pp. 1597-1615, 1978.
- [Babuska82] **I. Babuška, B. A. Szabó**, On the rates of convergence of the finite element method, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 18, pp. 323-341, 1982.
- [Baiocchi93] **C. Baiocchi, F. Brezzi, L.P. Franca**, Virtual bubbles and the Galerkin least-squares method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 105, 125-141, 1993
- [Baker02] **M. Bäker, Joachim Rösler, Carsten Siemers**, A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing, Computers and Structures 80 (2002) 495-513
- [Barlow74] **J. Barlow**, Optimal Stress locations in finite element models, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 10, 243-251, 1974
- [Bigot01] **E. Bigot**, Simulation tridimensionnelle du remplissage de corps minces par injection, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 2001.
- [Blacker94] **T. Blacker and T. Belytschko**, Superconvergent Patch Recovery with Equilibrium and Conjoint Interpolant enhancements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 517-536, 1994.

- [Boroomand97-1] **B. Boroomand and O. C. Zienkiewicz**, Recovery by Equilibrium in Patches (REP), International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 40, pp. 137-164, 1997.
- [Boroomand97-2] **B. Boroomand and O. C. Zienkiewicz**, « An Improved REP and the effectivity robustness test ». International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 40, pp. 3247-3277, 1997.
- [Boussetta05] **R. Boussetta**, Estimateurs d'erreur et remaillage adaptatif: application a la simulation 3D des procedes de mise en forme des materiaux, These de doctorat, ENSMP, 1995
- [Boussetta06] **Ramzy Boussetta, Thierry Coupez, Lionel Fourment**, Adaptive remeshing based on a posteriori error estimation for forging simulation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 195, Issues 48-49, 1 October 2006, Pages 6626-6645
- [Brezzi92] **F. Brezzi, M.O. Bristeau, L.P. Franca, M. Mallet, G. Roge**, A relationship between stabilized finite element methods and the Galerkin method with bubble functions, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 96, 117-129, 1992
- [Coupez91] **T. Coupez**, Grandes déformations et remaillage automatique, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, novembre 1991.
- [Cugnon00] **F. Cugnon**, Automatisation des calculs éléments finis dans le cadre de la méthode-p, Thèse de doctorat, Université de Liège, Faculté des sciences appliquées, 2000.
- [Delalondre08-2] **F. Delalondre, C. Smith, M.S. Shephard, X. Luo**, A general abstraction to support multiscale multiphysics simulations, Proceedings of CSE09 SIAM Conference, Miami, 2009
- [Delalondre08-3] **F. Delalondre, C. Smith, M.S. Shephard**, Multilevel error estimation to support adaptive multiscale multiphysics simulations, Proceedings of ADMOS09 Conference, Bruxelles, 2009

- [Digonnet01] **H. Digonnet**, Repartitionnement dynamique, mailleur parallele et leurs applications a la simulation numerique en mise en forme des materiaux, These de doctorat ENSMP, 2001
- [Fourment93] **L. Fourment**, Estimateurs d'erreur et maillage adaptatif pour la simulation numerique des procedés de mise en forme, Thèse de doctorat ENSMP, Sophia Antipolis, 1993.
- [Franca95] **L.P. Franca, C. Farhat**, Buble functions prompt unsual stabilized finite element methods, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 123, 299-308, 1995
- [Frey99] **P. Jean Frey, P-L. George**, Maillages : Applications aux éléments finis. HERMES Science Publications, 1999.
- [George01] **P. L. George** (direction), Maillage et adaptation, LAVOISIER, 2001.
- [Gruau04] **C. Gruau**, Génération de métriques pour adaptation anisotrope de maillages, applications à la mise en forme des matériaux, Thèse de doctorat ENSMP 2004.
- [Guerdoux07] **S. Guerdoux**, Simulation numerique du soudage par frottement-malaxage, These de doctorat, ENSMP, 2007
- [Hachem08] **E. Hachem, H. Digonnet, L. Silva, E. Massoni, T. Coupez**, Enriched finite element spaces for transient conduction heat transfer, Submitted to International Journal for Numerical Methods in Engineering
- [Hiller01] **J.F. Hiller, K.J. Bathe**, On higher-order-accuracy points in isoparametric finite element analysis and an application to error assessment. Computers and Structures 2001, 79(13): 1275-1285.
- [Ladevèze75] **P. Ladevèze**, Comparaison de modèles de milieux continus. Thèse d'état, Université Pierre et Marie Curie, 1975.
- [Ladevèze86] **P. Ladevèze, G. Coffignal and J. P. Pelle**, « Accuracy of elastoplastic and dynamic analysis ». in I. Babuška. O. C. Zienkiewicz, J. Gago, E. R. de A. Oliveira, Accuracy Estimates and Adaptive Refinements in Finite Element Computations. John Wiley

- & Sons Ltd (1986), Chap. 11, pp. 181-203.
- [MPI08] **MPI: A Message-Passing Interface Standard, Version 2.1**, Message Passing Interface Forum, June 23, 2008
- [Nuggehally07] **Mohan A. Nuggehally, Mark S. Shephard, Catalin R. Picu, Jacob Fish**, Adaptive Model Selection Procedure for Concurrent Multiscale Problems, *Multiscale Computational Engineering*, Volume 5, Issue 5, 369-386, 2007
- [Oden99] **J. Tinsley Oden, Kumar Vemaganti**, Adaptive hierarchical modeling of heterogeneous structures *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Volume 133, Issues 1-4, 10 September 1999, Pages 404-415
- [Oden00] **J. Tinsley Oden, Kumar S. Vemaganti**, Estimation of Local Modeling Error and Goal-Oriented Adaptive Modeling of Heterogeneous Materials: I. Error Estimates and Adaptive Algorithms *Journal of Computational Physics*, Volume 164, Issue 1, 10 October 2000, Pages 22-47
- [Oden02] **J. Tinsley Oden, Serge Prudhomme**, Estimation of Modeling Error in Computational Mechanics, *Journal of Computational Physics*, Volume 182, Issue 2, 1 November 2002, Pages 496-515
- [Stein07] **Erwin Stein, Marcus Rüter, Stephan Ohnibus**, Error-controlled adaptive goal-oriented modeling and finite element approximations in elasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 196, Issues 37-40, 1 August 2007, Pages 3598-3613
- [Wiberg93] **N-E. Wiberg and F. Abdulwahab**, Patch recovery based on superconvergent derivatives and equilibrium, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, pp. 2703-2724, 1993.
- [Wiberg94] **N-E. Wiberg, F. Abdulwahab and S. Ziukas**, Enhanced Superconvergent Patch recovery incorporating equilibrium and boundary conditions, *International Journal for Numerical Methods in*

- Engineering, Vol. 37, pp. 3417-3440, 1994.
- [Zhang07] **X. Zhang**, Why do Barlow points not coincide with the reduced Gauss quadrature points for higher-order finite elements?, Communications in Numerical Methods in Engineering, volume 24, Issue 11, 1251-1256, 2007
- [Zienkiewicz87] **O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu**, A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 24, pp. 337-357, 1987.
- [Zienkiewicz88] **O. C. Zienkiewicz, Y. C. Liu and G. C. Huang**, Error estimation and adaptivity in flow formulation for forming problems, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 25, pp. 23-42, 1988.
- [Zienkiewicz92-1] **O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu**, The Superconvergent Patch Recovery and a posteriori error estimates. Part 1 : The recovery technique, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 33, pp. 1331-1364, 1992.
- [Zienkiewicz92-2] **O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu**, The Superconvergent Patch Recovery and a posteriori error estimates. Part 2 : Error estimates and adaptivity, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 33, pp. 1331-1364, 1992.
- [Zienkiewicz99] **O.C. Zienkiewicz, B. Boroomand, J. Z. Zhu**, Recovery procedures in error Estimation and adaptivity. Part I : Adaptivity in nonLinear problems of elasto-plasticity behaviour, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 176, pp. 111-125, 1999.
- [Zienkiewicz00] **O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor**, Errors, recovery processes and error estimates, The finite element method, Vol. 1, chap.14, Butterworth-Heinemann 2000.



## *Conclusions & Perspectives*

### **1. Conclusions**

Dans la première partie de ce manuscrit, nous avons utilisé une version ALE-adaptative du code Forge3® afin de simuler des procédés de mise en forme à grande vitesse. Nous avons, dans un premier temps, cherché à valider le modèle numérique présenté en première partie de ce premier chapitre en comparant des résultats de coupe orthogonale à grande vitesse 2D avec ceux détaillés dans la littérature. L'analyse nous a permis de montrer la capacité du modèle à simuler des BCA sur des maillages 3D de manière automatique et « prédictive ». La simulation tridimensionnelle de ce phénomène est, à notre connaissance, une nouveauté dans le cadre des procédés de mise en forme. Des études paramétriques ont ensuite été effectuées sur le modèle numérique utilisé afin d'en tester les limites. Ainsi, l'analyse de la sensibilité des résultats à la taille du maillage nous a permis de constater que, contrairement aux modèles basés sur un critère d'endommagement [Owen99], les résultats obtenus sont très faiblement dépendants de la taille des éléments. Une seconde étude paramétrique pour diverses profondeurs de coupe a montré la capacité du modèle à simuler des problèmes de tailles plus importantes (jusqu'à 0,16 mm de profondeur de coupe). Ces observations nous ont amené à conclure que la limitation des moyens informatiques disponibles ne permettait pas la simulation de BCA pour des configurations macroscopiques, ce qui nous a conduit à développer des méthodes de calcul parallèle intensif qui ont fait l'objet du troisième chapitre. Ces études paramétriques montrant la fiabilité des résultats obtenus, nous avons ensuite analysé le phénomène de formation de BCA durant la coupe orthogonale à grande vitesse. Nous avons ainsi montré que la formation de BCA résulte de la superposition de deux bandes différentes, la bande de vitesses de déformation et la bande de contraintes de Von Mises et de température qui, lorsqu'elles se rejoignent provoquent un effet d'auto entraînement intense conduisant à l'initialisation du phénomène. Sur cette base, nous avons complété l'étude paramétrique menée par Baker dans [Baker02] en mettant tout particulièrement en lumière l'importance essentielle du modèle de comportement utilisé, ce qui va dans le

sens des travaux actuellement réalisés pour modéliser les phénomènes physiques mis en jeux aux diverses échelles (macroscopique/microscopique notamment). Enfin, dans la dernière partie de ce premier chapitre, nous avons exploité les capacités du modèle numérique afin de simuler des BCA sur de véritables configurations 3D, sur des cas de découpe, de coupe orthogonale 3D et de coupe oblique. Ces calculs nous ont permis d'affiner l'analyse du phénomène pour des configurations plus générales. Nous avons ainsi mis en lumière le rôle important joué par les bavures sur la formation des BCA 3D, et montré qu'il existait probablement plusieurs BCA s'initiant en des lieux différents et se propageant selon des directions différentes.

Au cours du second chapitre, nous avons présenté les bases du logiciel Forge++, extension de la librairie CIMLib pour les solides et les métaux. Nous avons donc, ajouté des lois de comportement adaptées aux métaux, et les avons régularisées. Les comparaisons entre Forge++ et Forge3® ont montré un parfait accord des résultats mécaniques. Par la suite, nous avons enrichi CIMLib pour la résolution de l'équation de la chaleur, en développant une formulation de type Galerkin continu standard utilisant le même schéma d'intégration temporelle d'ordre deux que Forge3®. Plusieurs techniques de traitement du choc thermique ont été mises en oeuvre, la méthode asynchrone présente dans Forge3®, et la RFB (Residual Free Bubble) développée par Hachem et *al.* [Hachem08]. L'ensemble de ces calculs thermiques et thermomécaniques ont été validés par comparaison avec le logiciel Forge3®.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous avons présenté le développement de méthodes numériques spécifiques pour la simulation précise et rapide de BCA. Nous avons dans un premier temps porté notre attention sur l'amélioration des techniques d'adaptation de maillage, en introduisant les méthodes de recouvrement par patch développées par Boussetta [Boussetta05] en les étendant au calcul parallèle, puis en introduisant le contrôle des gradients de taille de maille. Il a été observé que cette dernière amélioration s'avère très efficace pour augmenter la qualité du maillage, mais qu'elle ne suffit pas pour s'affranchir des méthodes R-adaptatives que nous avons été amené à introduire. Dans un deuxième temps, nous avons cherché à améliorer la précision des calculs en utilisant une méthode de stabilisation développée par Hachem [Hachem08] et permettant une meilleure prise en compte du choc thermique. Cette amélioration a été complétée par

celle du couplage thermomécanique, le couplage implicite s'avérant beaucoup plus précis et robuste, mais aussi plus coûteux, en situation de forts couplages thermomécaniques. La dernière partie de ce troisième chapitre a permis l'application de ces différentes méthodes au cas de coupe orthogonale à grande vitesse avec la simulation d'une première BCA 3D en parallèle.

## 2. Perspectives

Les perspectives de ce travail sont nombreuses et peuvent se classer en trois catégories:

- **Compréhension du phénomène de BCA:** ce travail a permis de mettre en lumière un certain nombre de mécanismes favorisant la formation de BCA dans les procédés microscopiques à grande vitesse. Cette étude ayant été exclusivement numérique, une confirmation expérimentale est souhaitable. Dans un deuxième temps, le calcul parallèle sur des cluster de machines à mémoire distribuée doit permettre de simuler ces mêmes opérations à l'échelle macroscopique et ainsi d'étudier le phénomène de BCA à cette échelle. Enfin, la simulation de procédés à grande vitesse plus complexes tel que le fraisage ou le perçage constitue un champ d'investigation intéressant.
- **Développement de Forge++:** ce travail a permis de jeter les bases de Forge++, un code éléments finis parallélisé dédié à la simulation de procédés de mise en forme tels que le forgeage ou l'usinage. Les résultats obtenus ont montré que Forge++ offre des résultats très proches de ceux de Forge3® et parfois beaucoup plus précis et rapide. De nouvelles améliorations du logiciel sont souhaitées. Elles concernent tout d'abord l'amélioration de l'adaptation de maillage en 3D avec l'utilisation de maillages anisotropes, l'affinement de la procédure de régularisation de maillage de type ALE (Arbitrairement Lagrangien ou Eulérien) comme développée par Guerdoux [Guerdoux07] ou [Schneider06]. L'introduction de modèles permettant la prise en compte des phénomènes physiques tels que l'endommagement ou les changements de phases seraient également forts utiles pour améliorer la simulation des phénomènes.

- **Mise en oeuvre de nouvelles méthodes numériques:** comme nous avons pu le constater au cours de ce travail, la simulation des BCA ne peut pas encore être considérée comme suffisamment précise à cause de la faiblesse des modèles utilisés. L'introduction de lois de comportement prenant en compte plusieurs échelles et permettant une description des phénomènes physiques se déroulant à l'échelle microscopique devrait permettre d'obtenir des résultats beaucoup plus précis et d'éviter l'utilisation de lois de comportement exclusivement empiriques [Rhim06, Longère05, Bronkhorst06, Lurdos08]. Dans le même esprit, le développement de méthodes multi échelles basées sur la résolution et le couplage de modèles à différentes échelles (macro, micro, nano, ...) devrait permettre d'obtenir des résultats bien plus précis [McVeigh06, McVeigh08, Fish07, Oskay07, Nugehally07]. Ces dernières nécessiteront le développement de nouvelles méthodes permettant de combiner [Delalondre08-2] et de contrôler l'erreur [Delalondre08-3] de modèles définis à différentes échelles dans le cadre d'un calcul parallèle efficace (méthode de partitionnement de maillage multi échelle).

### 3. Références

- [Baker02]            **M. Bäker, Joachim Rösler, Carsten Siemers**, A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing, *Computers and Structures* 80 (2002) 495-513
- [Boussetta95]        **R. Boussetta**, Estimateurs d'erreur et remaillage adaptatif: application a la simulation 3D des procedes de mise en forme des materiaux, These de doctorat, ENSMP, 1995
- [Bronkhorst06]      **C.A. Bronkhorst, E.K. Cerreta, Q. Xue, P.J. Maudlin, T.A. Mason, G.T. Gray III**, An experimental and numerical study of the localization behavior of tantalum and stainless steel, *International Journal of Plasticity*, Volume 22, Issue 7, July 2006, Pages 1304-1335

- [Delalondre08-2] **F. Delalondre, C. Smith, M.S. Shephard, X. Luo**, A general abstraction to support multiscale multiphysics simulations, Proceedings of CSE09 SIAM Conference, Miami, 2009
- [Delalondre08-3] **F. Delalondre, C. Smith, M.S. Shephard**, Multilevel error estimation to support adaptive multiscale multiphysics simulations, Proceedings of ADMOS09 Conference, Bruxelles, 2009
- [Fish07] **Jacob Fish, Wen Chen, Renge Li**, Generalized mathematical homogenization of atomistic media at finite temperatures in three dimensions, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 196, Issues 4-6, 1 January 2007, Pages 908-922
- [Guerdoux07] **S. Guerdoux**, Simulation numerique du soudage par frottement-malaxage, These de doctorat, ENSMP, 2007
- [Hachem08] **E. Hachem, H. Digonnet, L. Silva, E. Massoni, T. Coupez**, Enriched finite element spaces for transient conduction heat transfer, Submitted to International Journal for Numerical Methods in Engineering
- [Longère05] **Patrice Longère, André Dragon, Hervé Trumel, Xavier Deprince**, Adiabatic shear banding-induced degradation in a thermo-elastic/viscoplastic material under dynamic loading, International Journal of Impact Engineering, Volume 32, Issues 1-4, December 2005, Pages 285-320
- [Lurdos08] **Olivier Lurdos**, Lois de comportement et recristallisation dynamique : approches empirique et physique, Thèse de Doctorat centre SMS (Microstructures et traitements thermomécaniques), 2008
- [McVeigh06] **Cahal McVeigh, Franck Vernerey, Wing Kam Liu, L. Cate Brinson**, Multiresolution analysis for material design, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 195, Issues 37-40, 15 July 2006, Pages 5053-5076

- [McVeigh08] **Cahal McVeigh, Wing Kam Liu**, Linking microstructure and properties through a predictive multiresolution continuum, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 197, Issues 41-42, 1 July 2008, Pages 3268-3290
- [Nuggehally07] **Mohan A. Nuggehally, Mark S. Shephard, Catalin R. Picu, Jacob Fish**, Adaptive Model Selection Procedure for Concurrent Multiscale Problems, *Multiscale Computational Engineering*, Volume 5, Issue 5, 369-386, 2007
- [Oskay07] **Caglar Oskay, Jacob Fish**, Eigendeformation-based reduced order homogenization for failure analysis of heterogeneous materials, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 196, Issue 7, 10 January 2007, Pages 1216-1243
- [Owen99] **D.R.J. Owen, M. Vaz Jr**, Computational techniques applied to high-speed machining under adiabatic strain localization conditions, *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 171 (1999) 445-461
- [Rhim06] **Sung-Han Rhim, Soo-Ik Oh**, Prediction of serrated chip formation in metal cutting process with new flow stress model for AISI 1045 steel, *Journal of Materials Processing Technology*, Volume 171, Issue 3, 1 February 2006, Pages 417-422
- [Schneider06] **R. Schneider**, Applications of the discrete adjoint method in computational fluid dynamics, PhD Thesis, University of Leeds, 2006



## ABSTRACT

Despite promising results high-speed machining is still not widely used in manufacturing due to the lack of understanding in Adiabatic Shear Band (ASB) phenomenon.

This work presents the development of numerical tools to support both the adaptive simulation and the physical study of ASB in 3D high speed machining process. The use of an adaptive Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) sequential model developed within Forge3 software allows automatically simulating successive ASB in 3D for the first time. The physical study of the numerical results allows proposing an innovative description of ASB formation. Due to the need for extensive computational resource, a new highly parallelized finite element code called Forge++ is developed. It includes new numerical algorithms such as fully implicit coupling, Residual Free Buble (RFB) stabilization and parallel recovery by patch methods that support better modeling ASB.

## RESUME

Malgré des résultats prometteurs, les procédés de mise en forme à grande vitesse sont encore peu utilisés dans l'industrie du fait d'un manque de compréhension du phénomène de Bande de Cisaillement Adiabatique (BCA).

Ce travail présente le développement d'outils numériques permettant la simulation adaptative et l'analyse de BCA dans des procédés 3D de mise en forme à grande vitesse. L'utilisation du modèle ALE-adaptatif séquentiel développé dans le logiciel Forge3 permet pour la première fois la simulation automatique de BCA 3D. L'étude des résultats numériques permet de proposer une description innovante du processus de formation de BCA. Les moyens de calcul requis s'avérant très importants, un nouveau code éléments finis hautement parallèle appelé Forge++ est développé. Ce dernier inclut de nouveaux algorithmes tels que le couplage thermomécanique implicite, la méthode de stabilisation RFB et un recouvrement par patch parallèle pour une meilleure simulation de BCA.