



HAL
open science

Caractérisation mécanique et modélisation numérique du comportement des mousses polymériques sous sollicitations statiques et dynamiques

Rémy Bouix

► **To cite this version:**

Rémy Bouix. Caractérisation mécanique et modélisation numérique du comportement des mousses polymériques sous sollicitations statiques et dynamiques. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0011 . pastel-00005433

HAL Id: pastel-00005433

<https://pastel.hal.science/pastel-00005433>

Submitted on 29 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

*présentée et soutenue publiquement
par*

Rémy BOUIX

Ingénieur UTC

le 15 mai 2008

CARACTÉRISATION MÉCANIQUE ET MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES MOUSSES POLYMÉRIQUES SOUS SOLlicitATIONS STATIQUES ET DYNAMIQUES

Directeur de thèse : Jean-Luc LATAILLADE

Co-directeur de thèse : Philippe VIOT

Jury :

M. Fodil MERAGHNI, Professeur, LPMM, ENSAM, Metz	Président
M. Christophe BACON, Professeur, LMP, Université Bordeaux 1	Rapporteur
M. Han ZHAO, Professeur, LMT, Université Paris 6	Rapporteur
M. Nigel MILLS, Professeur, Université de Birmingham, Angleterre	Examineur
M. Jean-Luc LATAILLADE, Professeur, LAMEFIP, ENSAM, Bordeaux	Examineur
M. Philippe VIOT, Maître de Conférences, LAMEFIP, ENSAM, Bordeaux	Examineur
M. Antonio COSCULLUELA, Ingénieur, CEA - CESTA	Invité

Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés

ENSAM, CER de Bordeaux

*Ce qui importe, ce n'est pas le voyage,
c'est celui avec lequel on voyage.*

JEAN-LUC GENDRY

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés de l'ENSAM–ParisTech– associé à l'Université de Bordeaux 1.

Que son ancien Directeur, Monsieur le Professeur Jean-Luc Lataillade, accepte tous mes remerciements, tant pour m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions que pour m'avoir fait découvrir le monde passionnant de la Recherche Scientifique.

Je remercie vivement Monsieur Philippe Viot qui m'a encadré tout au long de ce travail, pour son aide, son soutien et son suivi de qualité durant ces trois années.

Je remercie également Monsieur le Professeur Fodil Meraghni du LPMM de Metz pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse ; Messieurs le Professeur Christophe Bacon du LMP de l'Université de Bordeaux 1 et le Professeur Han Zhao du LMT Cachan pour m'avoir fait l'honneur de rapporter ce mémoire. Je leur exprime à tous ma sincère gratitude.

Je remercie tout particulièrement Monsieur le Professeur Nigel Mills de l'Université de Birmingham pour m'avoir fait l'honneur d'examiner mes travaux, ainsi que Monsieur Antonio Cosculluela ingénieur au CEA Cesta.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Ivan Iordanoff, nouveau directeur du laboratoire, pour m'avoir permis d'appréhender ce travail de manière "discrète" ainsi que Monsieur Jean-Luc Charles pour son aide et sa constante disponibilité.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance à Christophe et à Jean-Marie pour leur aide à la bonne réalisation des investigations expérimentales ; Mathieu, Laurent, Annie, Marinette, Francis et Francis pour leur précieuse aide au quotidien et tous les services rendus au laboratoire.

Enfin un grand merci à mon cher acolyte Ludovic, avec qui nous sommes mutuellement encouragés durant ces trois années ; Didier, Jérôme, Mathieu, François, Jonathan, collègues et amis.

Préface

L'initiative de faire émerger au Lamefip un axe de recherche sur l'étude mécanique des mousses et particulièrement sous chargements rapides a certes obligé à la mise au point de nouveaux moyens expérimentaux et donc au développement de nouvelles techniques de mesures. Ceci n'a pas été sans difficultés compte tenu de la densité et de la souplesse de cette famille de matériaux. Certains de ces moyens peuvent être considérés comme originaux dans le paysage international, mais cette initiative a aussi mis en exergue des questions méthodologiques pas toujours suffisamment soulignées et clarifiées dans la littérature scientifique même la plus "avancée". Il faut en particulier retenir qu'un échantillon de mousse n'est jamais représentatif de son comportement moyen au sens où il n'est pas homogène du point de vue physique, en d'autres termes au sens où son comportement n'est pas uniforme en particulier sous compression. Ainsi des phénomènes de localisation associés à des instabilités microscopiques puis mésoscopiques confèrent à l'échantillon dès les premiers instants de la déformation un caractère de structure - c'est à dire que sa réponse dépend de sa géométrie. Il en va de même des effets des écoulements visqueux qui procèdent des rééquilibrages de pressions partielles au sein de la forêt des microcavités après que les parois intersticielles aient été perforées ou déchirées sous l'effet d'une sollicitation extérieure. Qui plus est le tenseur des contraintes défini à l'échelle d'un VER de taille suffisante contient une composante déviatorique non stationnaire donc qui n'est pas sans conséquence sur la pseudo visco-plasticité du "matériau". Ces rééquilibrages sont à priori très sensibles aux effets de bord et aux effets de vitesse de sorte qu'il existe vraisemblablement un gradient évolutif d'évacuation d'air sous charge de compression et que ce gradient est fonction de la géométrie de l'échantillon testé. La seule manière de pouvoir s'en sortir est évidemment de croiser essais mécaniques et essais numériques. Il faut bien reconnaître que de telles situations sont difficiles à appréhender d'abord parce qu'elles sont très difficilement accessibles à l'observation expérimentale, ensuite parce que leur modélisation numérique se heurte à des verrous d'identifications objectives. Et cette difficulté est accentuée dans des situations de contraintes 3D inhomogènes.

Saluons donc l'effort de Philippe Viot au Lamefip et de Dominique Bernard à l'ICMCB pour atteindre par microtomographie les comportements multiéchelles et celui de Rémy Bouix et d'Ivan Iordanoff pour adapter des techniques numériques par éléments discrets en s'inspirant des modèles dus à Gibson et Ahsby. Il y a là assurément l'ouverture d'une voie novatrice pour comprendre de manière fine le comportement complexe d'une mousse en compression. Reste bien sûr à modéliser correctement les mouvements microfluidiques de l'air piégé dans la mousse originelle à en apprécier les effets de confinement (donc de blocage partiel et éphémère des parois) et à envisager sérieusement le cas de la traction, de la compression hydrostatique dès lors que leur chargement mécanique peuvent peu ou prou se ramener à ces cas élémentaires.

Jean-Luc LATAILLADE

Table des matières

Introduction	13
1 Les matériaux cellulaires	15
1.1 Généralités sur les matériaux cellulaires	15
1.2 Structure des matériaux cellulaires	18
1.2.1 Classe géométrique	18
1.2.2 Connectivité des mousses	20
1.2.3 Taille et géométrie des cellules	21
1.3 Caractéristiques macroscopiques	21
1.3.1 Masse volumique et densité relative	21
1.3.2 Caractéristiques mécaniques par rapport au matériau dense	22
1.3.3 Comportement à la compression	23
1.3.4 Classification du comportement des matériaux cellulaires	24
1.3.5 Exemple de comportement de différents matériaux cellulaires	25
1.3.6 Absorption d'énergie des mousses	28
1.4 Présentation du matériau de l'étude	31
1.4.1 Le matériau constitutif	32
1.4.2 Morphologie de la mousse	33
1.4.3 Définition des échantillons	39
1.5 Conclusion	41
2 Les dispositifs expérimentaux	43
2.1 Presse électro-mécanique	44
2.2 Roue à grande inertie	44
2.3 Les barres de Hopkinson	45
2.3.1 L'atout du dispositif des barres de Hopkinson	46
2.3.2 Principe des barres de Hopkinson	46
2.3.3 Relations aux interfaces barre/échantillon	53
2.3.4 Problèmes spécifiques liés aux matériaux cellulaires	58
2.3.5 Les barres de Hopkinson viscoélastiques	60
2.3.6 Mise en œuvre du dispositif expérimental	65
2.4 Conclusion	68

3	Étude expérimentale	71
3.1	Faibles vitesses de sollicitation	72
3.2	Vitesses de sollicitation intermédiaires	73
3.3	Grandes vitesses de sollicitation	78
3.3.1	Adaptation de la géométrie des échantillons	78
3.3.2	Dépouillement de l'essai Hopkinson	80
3.4	Analyse des résultats	87
3.4.1	Effet de la densité	87
3.4.2	Effet de la vitesse de déformation	88
3.4.3	Identification des paramètres de densité et de vitesse de déformation	90
3.4.4	Énergie absorbée par les mousses	93
3.5	Rôle de la microstructure	95
3.5.1	Analyses physico-chimiques	97
3.5.2	Observations avant et après impact	99
3.6	Effet de la température	101
3.7	Effet du gaz piégé dans les cellules	104
3.8	Conclusion	107
4	Mise en évidence de phénomènes de localisation par voie numérique : Ap- proche par éléments discrets du comportement des mousses	109
4.1	Choix de la modélisation	110
4.2	Principe de la méthode aux éléments discrets	112
4.2.1	Algorithme de calcul	113
4.2.2	Description du domaine	114
4.2.3	Intégration des équations du mouvement	116
4.2.4	Adimensionnement des variables du modèle	117
4.3	Comportement micro-mécanique	118
4.3.1	Modèle de Gibson et Ashby	119
4.3.2	Interactions entre les particules	124
4.4	Pré-traitement	130
4.4.1	Génération des échantillons numériques	130
4.4.2	Paramètres de modélisation	131
4.5	Résultats	134
4.5.1	Taille du domaine	134
4.5.2	Organisation du domaine	135
4.5.3	Modélisation à l'échelle microscopique	139
4.5.4	Modélisation à l'échelle mésoscopique	152
4.5.5	Modélisation à l'échelle macroscopique	156
4.5.6	Perspectives : effets d'inertie sous sollicitations dynamiques	159
4.6	Conclusion	161
	Conclusion	163

Bibliographie

165

Introduction

Les matériaux cellulaires : peut-on de nos jours imaginer pouvoir vivre sans eux. Ces matériaux tels que les mousses polymériques ou métalliques sont tellement présents dans notre vie au quotidien sous formes et fonctions diverses que l'on en oublie même parfois leur existence. Et pourtant, qui peut prétendre ne pas s'en servir ou ne pas en avoir l'utilité.

Prenons simplement l'exemple de ce sur quoi nous sommes assis, marchons ou nous couchons. Il est fort probable qu'il s'agisse de mousses polymériques, dont la grande souplesse et la grande élasticité font qu'elles sont si confortables. Et même plus largement, si nous regardons autour de nous, il est fort possible que l'on retrouve ces matériaux. En effet, le secteur du bâtiment les emploie massivement car leur structure constituée d'alternances de phases solides et d'air les rend particulièrement adaptées à des applications d'isolation phonique ou encore thermique.

On retrouve aussi ces matériaux dans le secteur de l'emballage des produits fragiles ou, en extrapolant "l'emballage des personnes", en d'autres termes, dans toutes les applications visant à préserver la sécurité et la vie des utilisateurs, que se soit dans la vie courante, les sports, les loisirs ou les transports, etc. Dans ces applications dites de sécurité passive, il est important de pouvoir absorber de grandes quantités d'énergie – citons l'exemple de la chute d'un cycliste ou encore d'un accident de voiture – sans transmettre aux usagers des contraintes trop importantes qui pourraient leur être dommageables. La structure cellulaire de ces matériaux répond parfaitement à ces attentes car elle leur permet de se déformer considérablement à un niveau de contrainte quasi constant lors d'un choc ou d'un impact. De plus, cette morphologie confère à ces matériaux une faible masse volumique qui s'avère être un atout considérable pour les industries du transport concernant la sécurité et l'impact environnemental, ceci grâce à l'allègement des structures et donc à une diminution de la consommation des carburants.

Le comportement de ces matériaux cellulaires est actuellement bien connu [Gibson and Ashby, 2001, Mills, 2007]. Cependant, les besoins en pleine expansion de ces matériaux dans des applications de sécurité de plus en plus exigeantes nécessitent d'affiner leurs connaissances pour répondre à ces aspirations. Les procédés de fabrication de ces matériaux, en constante évolution, permettent de réaliser des structures complexes avec des densités variables ou encore des structures à double échelle. On retrouve ces dernières dans les mousses de polypropylène expansées, constituées de grains à l'échelle mésoscopique et de cellules fermées à l'échelle microscopique.

Ainsi, afin d'optimiser l'utilisation de ces matériaux, il est important de connaître leurs réponses à des sollicitations quasi-statiques mais également dynamiques pour disposer de lois de comportement mécanique et effectuer ainsi des calculs de structures. De par leur nature, le comportement de ces matériaux est gouverné à la fois par le matériau constitutif et par la structure de celui-ci sous forme de grains et de micro-cellules à porosité ouverte ou fermée.

De même, pour améliorer les propriétés mécaniques de ces matériaux, et élargir encore leurs champs d'applications, il est nécessaire de comprendre et d'identifier le rôle de la micro-structure dans leurs mécanismes de déformation à l'échelle macroscopique mais également à l'échelle locale (celle des cellules).

Les deux points majeurs de ce travail sont donc à la fois d'optimiser l'utilisation de ces matériaux par une meilleure connaissance de leur comportement et d'identifier le rôle de leur microstructure sur leurs propriétés mécaniques. Ces objectifs sont respectivement atteints par une approche expérimentale et numérique :

La première approche, expérimentale, a pour objectif d'identifier le comportement mécanique des mousses de polypropylène expansées à l'échelle :

- macroscopique, en identifiant la sensibilité de la mousse à la densité, la vitesse de déformation ainsi que la température. Cette étape passe par une étude succincte de quelques matériaux cellulaires pour expliquer leur comportement selon une observation de leurs particularités structurales (chapitre 1). Ensuite, pour caractériser ces matériaux au plus proche des conditions réelles qu'ils peuvent subir – de sollicitations quasi-statiques aux sollicitations dynamiques – le chapitre 2 présente le développement d'un dispositif de compression du type barre de Hopkinson. Il permet d'identifier leur comportement à de grandes vitesses de déformations (de 1000 à 3000 s^{-1}), et pour des chargements à vitesses de déformation intermédiaires (100 à 500 s^{-1}), un autre moyen de chargement est utilisé : la roue inertielle.
- microscopique, en analysant le matériau vierge et endommagé par observations au moyen de la microscopie électronique à balayage. Ces expériences, présentées au chapitre 3 avec les résultats issus des campagnes d'essais expérimentales, permettent en effet de recueillir les informations nécessaires pour décrire au mieux les mécanismes d'endommagement et de ruine du matériau ainsi que les facteurs les plus influents [Bouix et al., 2007].

La deuxième approche, numérique, a pour objectif de modéliser le comportement de matériaux cellulaires aux différentes échelles : mésoscopique (celle du grain) et microscopique (celle de la cellule). Une méthode "originale" est proposée, qui vise à reproduire le comportement global du matériau par un ensemble de particules, entités à part entière, dont on gère les interactions. Cette modélisation dite par "éléments discrets", développée au chapitre 4, permet de mettre en évidence le rôle de la microstructure sur les mécanismes provoquant des phénomènes tels que la localisation des déformations.

Chapitre 1

Les matériaux cellulaires

Sommaire

1.1 Généralités sur les matériaux cellulaires	15
1.2 Structure des matériaux cellulaires	18
1.2.1 Classe géométrique	18
1.2.2 Connectivité des mousses	20
1.2.3 Taille et géométrie des cellules	21
1.3 Caractéristiques macroscopiques	21
1.3.1 Masse volumique et densité relative	21
1.3.2 Caractéristiques mécaniques par rapport au matériau dense	22
1.3.3 Comportement à la compression	23
1.3.4 Classification du comportement des matériaux cellulaires	24
1.3.5 Exemple de comportement de différents matériaux cellulaires	25
1.3.6 Absorption d'énergie des mousses	28
1.4 Présentation du matériau de l'étude	31
1.4.1 Le matériau constitutif	32
1.4.2 Morphologie de la mousse	33
1.4.3 Définition des échantillons	39
1.5 Conclusion	41

1.1 Généralités sur les matériaux cellulaires

Les matériaux cellulaires, ou appelés plus communément "mousses", sont des matériaux constitués de réseaux inter-connectés de parois et/ou de poutres solides formant les faces et les arêtes des cellules. L'intérieur de ces cellules est généralement constitué d'air soumis à la pression atmosphérique mais peut également être composé de liquide ou de gaz. Les propriétés mécaniques et physiques de ces matériaux cellulaires sont intimement liées à leur structure, au matériau qui les constitue mais aussi à la réponse du fluide qui interagit avec la structure du solide. C'est pourquoi ces matériaux présentent des particularités intéressantes tant au point de vue de leurs propriétés physiques que de leurs caractéristiques mécaniques.

Les mousses naturelles ont été les premiers matériaux cellulaires à être employés pour des applications industrielles car elles présentaient des propriétés intéressantes. Malheureusement, l'emploi de ces matériaux reste limité. En effet, la première difficulté est de pouvoir s'approvisionner en grande quantité avec ces mousses naturelles, tel que le liège, tout au long de l'année (problèmes de saisonnalité) ; de plus, il était nécessaire d'améliorer les performances mécaniques de ces matériaux pour élargir leur champ d'applications. La fabrication de mousses industrielles a donc été envisagée. L'essor des matières plastiques dans les années 50 a permis de développer de nouveaux matériaux cellulaires aux propriétés physiques et mécaniques intéressantes "FIG. 1.1 a", permettant de s'adapter facilement à un grand nombre d'applications de la vie courante. Les moyens de mise en œuvre actuels contribuent à l'évolution de ces nouveaux matériaux et permettent d'étendre davantage leurs champs d'applications grâce au développement de mousses métalliques "FIG. 1.1 b".

L'industrialisation massive de ces produits a rendu depuis plus d'un demi-siècle les mousses synthétiques irremplaçables dans de nombreux usages et ce, notamment, dans des applications telles que : le bâtiment et l'habitat, l'ameublement, l'emballage, les sports et loisirs, l'automobile, l'aéronautique, la médecine, etc. mais aussi dans divers domaines de l'industrie en général.

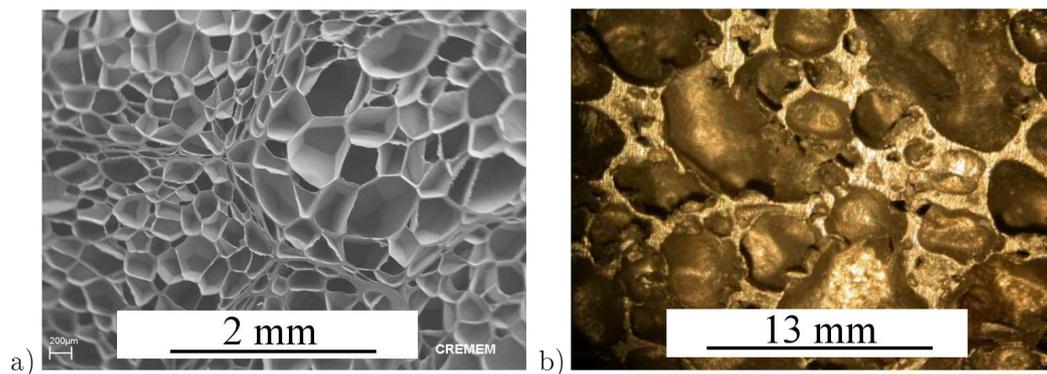


FIG. 1.1 – Matériaux cellulaires : a) Mousse polymérique, b) Mousse métallique

Actuellement, beaucoup de matériaux peuvent être réalisés sous forme de matériaux cellulaires ; les plus courants sont bien sûr les matériaux de type polymérique. Le développement des mousses métalliques est, quant à lui, plus récent mais laisse entrevoir des usages à plus grande échelle, notamment dans la construction automobile pour obtenir des structures légères et capables d'absorber le maximum d'énergie.

Il existe de nombreux procédés de fabrication des mousses mais ils se basent généralement sur la dissipation d'un gaz dans une matrice liquide du matériau de base. Le degré de précision et la qualité du produit fini en terme de dispersion géométrique (taille et distribution des cellules, épaisseurs des parois, degré de connectivité, etc.) varient avec le degré de complexité de leur mode de fabrication et donc de leur coût de production. Des procédés de fabrication de plus en plus élaborés permettant un bon contrôle de la structure finale de ces mousses sont sans cesse développés afin de conférer la meilleure qualité au produit final.

Le plus simple moyen d'obtenir une mousse à partir d'un polymère consiste à introduire du gaz (classiquement du dioxyde de carbone) dans un monomère liquide ou dans un polymère chaud : c'est le moussage libre. Le mélange peut gonfler librement dans un moule (ouvert sur une face), puis en contrôlant la température, on laisse la formation de bulles se stabiliser, enfin, l'ensemble est refroidi afin de figer la structure de la future mousse. On obtient ainsi un bloc dont la surface libre est plus ou moins régulière avec une porosité variant de bas en haut. Généralement, ces blocs sont tranchés pour produire des feuilles, plaques ou planches qui conviennent le plus souvent aux usages simples (panneaux isolants, etc.).

Un autre procédé d'obtention des mousses est le moussage par extrusion. Le plus souvent, le polymère contient déjà, sous forme de mélange-maître, l'agent moussant qui fournira le gaz pour l'expansion. Sinon, celui-ci est injecté directement sous pression dans la matière fondue. A la sortie de la filière, il ne reste alors plus qu'à contrôler le refroidissement du profilé de mousse obtenu. La réduction de la conductivité thermique du polymère par le moussage permet de maîtriser efficacement cette étape et d'assurer une structure homogène au profilé obtenu.

Enfin, l'un de ces plus importants procédés est le moussage par injection. Le mélange-maître est réalisé et chauffé à l'aide d'une machine-vis, comme dans le cas du moussage par extrusion, mais il est cette fois-ci directement injecté à chaud dans un moule servant à réaliser la structure finale de la pièce. Ce procédé permet d'obtenir des matériaux légers à usage structural qui présentent un coeur allégé avec une peau plus dense (suite au refroidissement de la matière au contact du moule, le plus souvent froid), assimilable à des matériaux de type sandwich. Ce dernier procédé de fabrication permet d'obtenir un agrégat moulé qui peut alors présenter des géométries complexes pouvant servir à des applications de conception particulières. Par exemple, il est possible de réaliser en un minimum d'étapes des pièces techniques constituant des structures qui peuvent être intégrées directement dans des applications automobiles, telles que : des assises pour prévenir les effets de sous-marinage des passagers lors de chocs frontaux, des protections latérales dans les portières ou encore des appuis-tête pour absorber les chocs, etc. ("FIG. 1.2").



FIG. 1.2 – Exemples d'applications des matériaux cellulaires dans l'automobile : pare-chocs, assises, protections latérales, appuis-tête, etc. [Suffis, 2006]

Ainsi, l'industrie automobile se tourne de plus en plus vers ce type de matériau car ils permettent une grande liberté de conception et sont très bien adaptés dans des applications pour lesquelles le poids et la capacité d'absorption d'énergie sont des contraintes prépondérantes. Par exemple, dans le cas du pare-chocs, il est nécessaire de réaliser des pièces de géométries complexes pouvant être intégrées dans le corps de celui-ci pour absorber les chocs lors d'un impact, sans ajouter un sur-poids trop important. Le rapport absorption d'énergie/poids, ou l'amortissement spécifique, est ici une contrainte critique. En effet, ces matériaux cellulaires peuvent subir de grandes déformations pour un niveau de contrainte presque constant et leur résistance peut facilement être adaptée sur une large plage d'efforts en contrôlant leur densité.

L'essor des matériaux cellulaires dans la sécurité pour les transports réside principalement dans deux de leurs caractéristiques intrinsèques : leur grande capacité d'absorption d'énergie et leur grande légèreté.

1.2 Structure des matériaux cellulaires

1.2.1 Classe géométrique

Il est possible de créer, par différents procédés industriels, une multitude de matériaux cellulaires selon le matériau constitutif utilisé mais également selon la géométrie et l'agencement spatial des cellules dans le matériau. On classe alors généralement ces type de matériaux en deux catégories :

1. les matériaux de type nid d'abeille : ce sont des matériaux qui présentent une microstructure bi-dimensionnelle constituée d'arrangements de plaques formant ainsi des polygones ou des cellules hexagonales telles que des nids d'abeilles naturels. Généralement, comme le montre la photographie d'un nid d'abeille d'aluminium ("FIG. 1.3"), la taille et la géométrie des cellules de ces structures sont très régulières mais présentent un comportement très anisotrope. Lorsque celles-ci sont chargées en dehors de leur plan générateur, leur résistance à la compression est faible : elle peut être plus de dix fois inférieure à leur résistance selon l'axe des cellules.

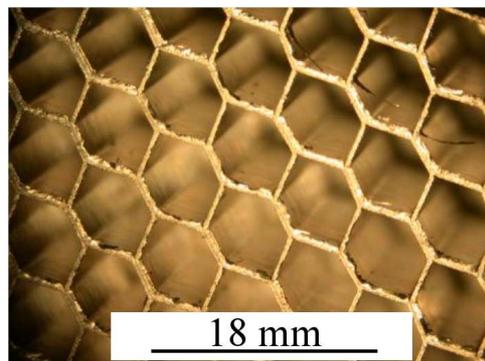


FIG. 1.3 – Structure d'un nid d'abeille d'aluminium *ALPHEX* en alliage 3003

2. les matériaux de type mousse : ils concernent les matériaux à microstructure tri-dimensionnelle. Dans ce cas, les cellules ont des orientations aléatoires dans l'espace et confèrent géné-

ralement des propriétés isotropes au matériau. Contrairement aux structures de type "nid d'abeille", ces matériaux présentent des formes et des tailles de cellules beaucoup plus variées et moins régulières du fait de leur mode de fabrication, comme l'illustre la "FIG. 1.4" représentant une mousse polymérique.

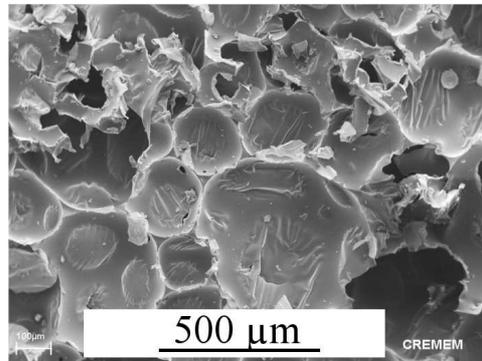


FIG. 1.4 – Structure d'une mousse polymérique

Ces structures tri-dimensionnelles ne sont pas toujours constituées de cellules irrégulières et organisées de manière aléatoire, mais peuvent être, comme certains matériaux cellulaires naturels, orientées selon des directions privilégiées. Par exemple, dans le cas du liège "FIG. 1.5", les cellules sont généralement de géométrie régulière et toutes organisées selon la direction de croissance de l'arbre. Cette anisotropie naturelle améliore ainsi fortement les propriétés mécaniques de ces matériaux dans cette direction.

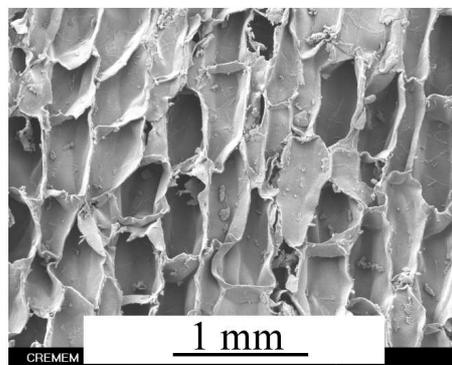


FIG. 1.5 – Structure du liège

La maîtrise et l'avancée de nouveaux procédés de fabrication permettent de réaliser de nouveaux matériaux cellulaires possédant une structure particulière. Par exemple, les agglomérats de sphères creuses – réalisés à partir de nombreux matériaux (métalliques, polymériques, ou encore céramiques) – sont constitués de sphères, dont le diamètre est généralement de l'ordre du millimètre formant la structure de la mousse ("FIG. 1.6 a"). Celle-ci peut être construite de manière aléatoire ou de manière très régulière en contrôlant précisément la taille et la position des cellules. Par contre, lorsque ces sphères sont noyées dans une matrice, on obtient des mousses syntactiques : dans ce cas, les sphères ne constituent pas elles-même la structure

de la mousse mais permettent de les alléger. Les tailles des cellules sont alors nettement plus faibles, de l'ordre du micromètre, et leur organisation est totalement aléatoire ("FIG. 1.6 b").

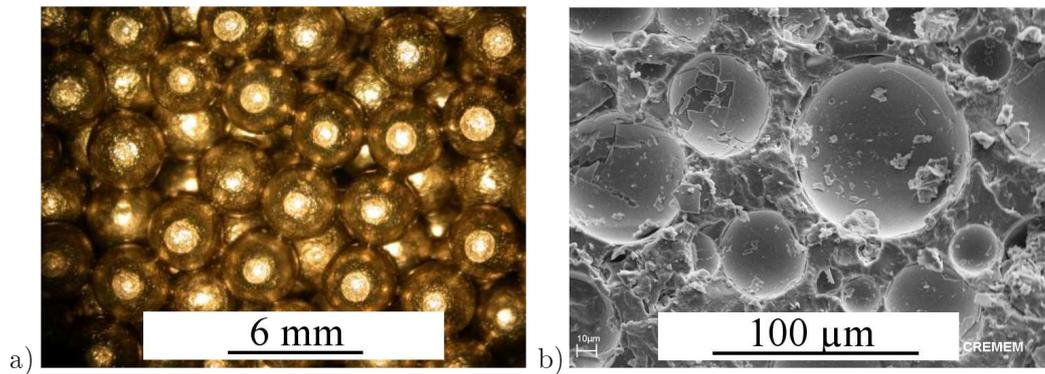


FIG. 1.6 – Matériaux cellulaires : a) agglomérat de sphères creuses en nickel, b) mousse syntactique

1.2.2 Connectivité des mousses

On distingue généralement pour les matériaux cellulaires de type mousse, deux types de connectivité de la structure. Les mousses à porosité fermée et les mousses à porosité ouverte. Dans le cas des mousses à porosité fermée, telles que les mousses de polypropylène expansées, illustrées par la "FIG. 1.1 a", la phase solide constituant le réseau inter-connecté de poutres et de parois est continue. Celui-ci forme ainsi des cellules liées les unes aux autres par des faces solides (membranes). Chaque cellule est alors totalement close, piégeant la phase fluide qui ne peut s'échapper que par la perméabilité des parois.

En revanche, si l'on observe une mousse à porosité ouverte le réseau inter-connecté de matériau solide est principalement formé de poutres constituant les arêtes des cellules. La structure ainsi formée est uniquement composée du squelette des cellules qui sont dans ce cas ouvertes. La phase fluide peut donc librement communiquer entre toutes les cellules de la mousse. La structure de la mousse de cuivre en est un exemple ("FIG. 1.7 a"). Bien entendu, il existe des mousses à cellules partiellement fermées, ou partiellement ouvertes, selon que les cellules communiquent plus ou moins bien entre elles ("FIG. 1.7 b").

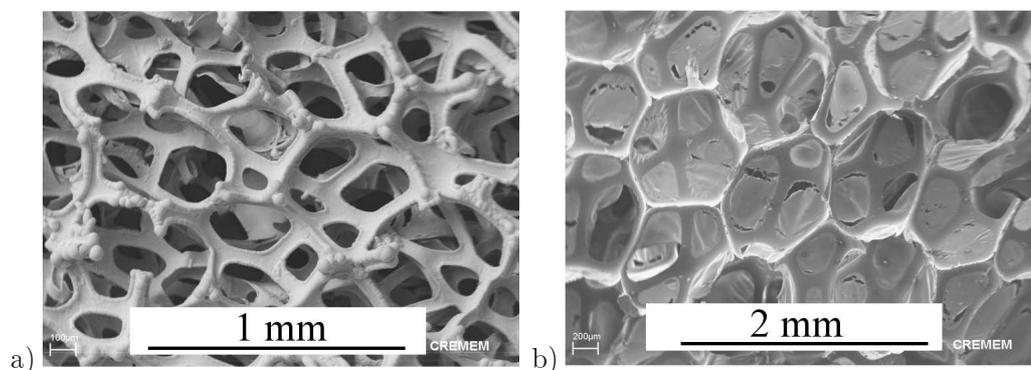


FIG. 1.7 – Exemple de porosités des mousses : a) mousse à cellules ouvertes, b) mousse à cellules partiellement fermées

1.2.3 Taille et géométrie des cellules

Les dimensions des cellules (ouvertes ou fermées) sont très variables d'un matériau cellulaire à un autre. Par exemple, dans le cas d'une mousse métallique telle que la mousse d'aluminium "Fig 1.1 b" le diamètre moyen des cellules est généralement important, de l'ordre de quelques millimètres. Par contre, dans le cas de mousses polymériques, les cellules peuvent être très petites "Fig 1.1 a" de l'ordre de quelques centièmes de millimètres.

La taille des cellules est également variable au sein d'un même matériau ("FIG. 1.8"). La distribution de la taille des cellules peut être tellement large que certaines cellules de mousse peuvent être cent fois supérieures aux plus petites; a *contrario*, cette distribution peut être très étroite, comme dans le cas des nids d'abeilles dont les cellules sont toutes de même taille ("FIG. 1.3"). Dans tous les cas, cette dispersion n'entraîne généralement pas d'anisotropie du comportement à la compression mais peut être le siège de fortes localisations à l'échelle microscopique provoquant ainsi des répercussions sur le comportement macroscopique.

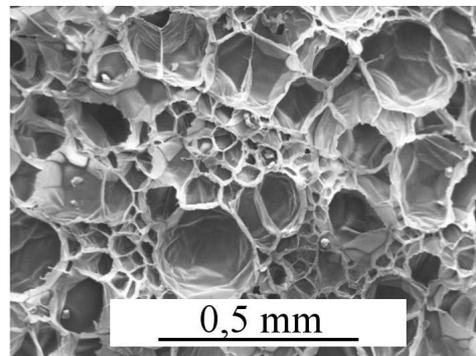


FIG. 1.8 – Exemple de mousse à très large distribution de la taille des cellules

La forme et les dimensions de ces cellules, mais également la répartition de la matière dans celles-ci, influent sur les mécanismes de ruine de ces matériaux et affectent leurs propriétés. Lorsque la forme des cellules n'a pas d'orientation privilégiée, les cellules peuvent être assimilées à des polyèdres plus ou moins réguliers : les propriétés du matériau sont alors isotropes. Parfois, La répartition de matière dans les cellules est totalement inhomogène : très peu de matière constitue le milieu des parois de celles-ci qui sont alors très fines, tandis que à leurs jonctions, la matière est très importante. On rencontre généralement ce type de répartition dans les mousses métalliques, et notamment les mousses d'aluminium dont les déformations sont très localisées.

1.3 Caractéristiques macroscopiques

1.3.1 Masse volumique et densité relative

L'intérêt suscité par les matériaux cellulaires se justifie essentiellement grâce à leur grande capacité d'absorption d'énergie spécifique ($J.kg^{-1}$). Les propriétés de ces matériaux sont principalement liées à la quantité de matériau solide constituant la structure de la mousse. Ces

matériaux cellulaires présentent de faibles masses volumiques ρ et sont généralement 10 à 30 fois plus légers que les matériaux qui les constituent.

On définit un matériau cellulaire lorsque celui-ci présente une densité relative $d_r = \rho/\rho^* \leq 0,3$, c'est à dire que le ratio entre la masse volumique du matériau cellulaire ρ et la masse volumique du matériau ρ^* qui le constitue est inférieur à 0,3. Certaines mousses peuvent avoir des densités relatives inférieures à 0,001 mais, généralement, les mousses polymériques utilisées pour l'absorption d'énergie, le packaging ou bien l'isolation, ont des densités relatives comprises entre 0,05 et 0,2.

Lorsque les parois des cellules s'épaississent et que l'espace entre les cellules augmente, au delà de $d_r \approx 0,3$, on ne parle plus de matériau cellulaire, il s'agit plutôt d'un matériau contenant des pores isolés. Cette porosité ϕ correspond à la fraction d'espace poreux dans la mousse ; elle est intimement liée à la densité relative du matériau $\phi = 1 - d_r$.

1.3.2 Caractéristiques mécaniques par rapport au matériau dense

La porosité intrinsèque des matériaux cellulaires permet d'élargir la plage de propriétés mécaniques des matériaux denses et d'étendre ainsi leur champ d'application, en obtenant des matériaux à la fois plus légers tout en conservant une grande rigidité. Ainsi, si l'on considère les seuls paramètres, module d'Young et résistance à la compression, les plages de propriétés de ces matériaux denses sont amplement élargies. La "FIG. 1.9" présente l'élargissement de la plage de ces propriétés grâce aux matériaux cellulaires par rapport aux matériaux solides qui les composent.

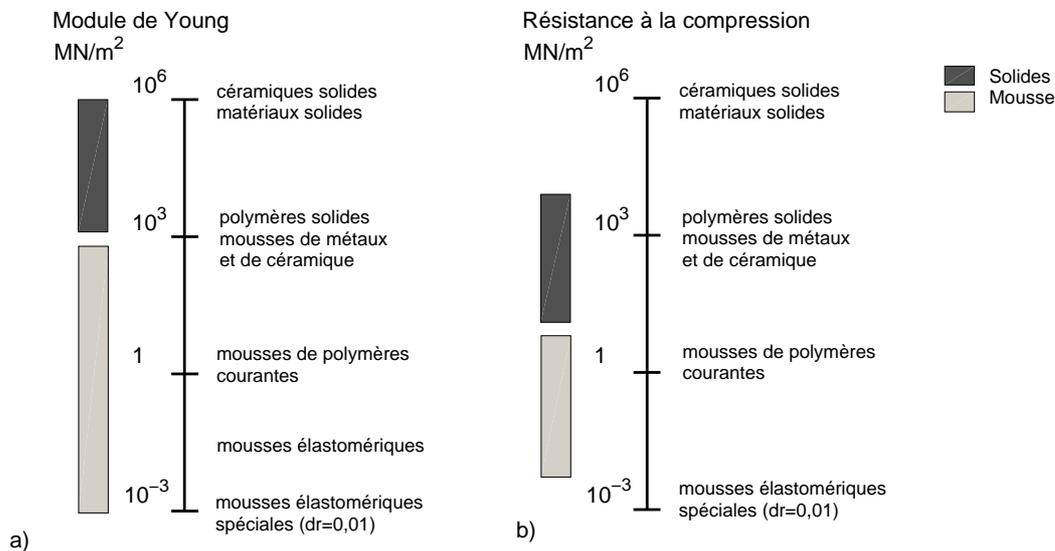


FIG. 1.9 – Plage de propriétés des mousses : a) module d'Young b) résistance à la compression [Gibson and Ashby, 2001]

Ainsi, le module d'Young d'un matériau cellulaire varie généralement de 10³ MPa pour des matériaux très rigides tels que les mousses métalliques ou céramiques (FIG. 1.9 a) à 10⁻³ MPa pour des mousses de très faible densité relative ($d_r \approx 0,001$) alors que ce même

paramètre pour les mêmes matériaux constitutifs est largement supérieur à 10^3 MPa . Une nouvelle plage de module d'élasticité est alors accessible en fonction de la porosité donnée au matériau en la contrôlant ; celle-ci pouvant varier de 0 pour les matériaux dense à presque 1 pour les matériaux les plus poreux. Les mêmes observations peuvent être effectuées pour la résistance à la compression présentée sur la "FIG. 1.9 b" : la plage couverte par cette résistance est doublée grâce aux matériaux cellulaires.

Cette augmentation des plages de propriétés mécaniques grâce à la réalisation de matériaux cellulaires permet de les utiliser dans des applications qui ne pourraient pas être envisagées facilement par les matériaux constitutifs qui les composent.

1.3.3 Comportement à la compression

La particularité du comportement à la compression des matériaux cellulaires, quel que soit leur type (polymérique, métallique ou encore naturel), est de pouvoir se déformer considérablement pour une faible variation de contrainte. Un simple essai de compression quasi-statique sur une mousse de polypropylène expansé (échantillon cubique de 23 mm de côté, masse volumique 40 kg.m^{-3} et densité relative $d_r = 0,043$) permet d'illustrer ce comportement, "FIG. 1.10".

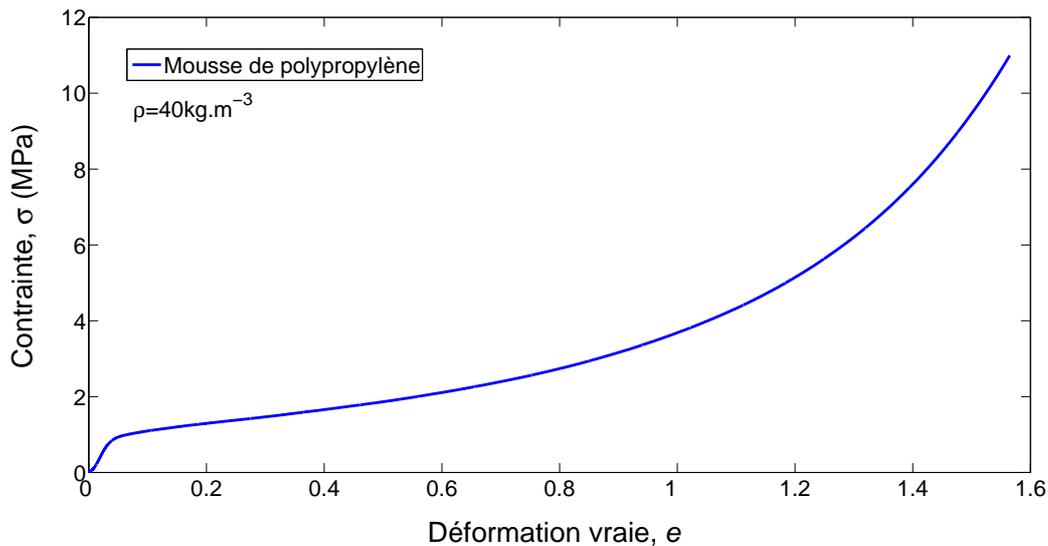


FIG. 1.10 – Compression quasi-statique d'une mousse de polypropylène expansé, $\dot{\epsilon} = 0,01 \text{ s}^{-1}$

Cette courbe contrainte/déformation présente 3 phases distinctes de comportement qui peuvent être liées aux mécanismes de déformation de la structure de la mousse ("FIG. 1.11") :

- une première phase élastique, durant laquelle le matériau présente une raideur relativement élevée. Cette élasticité est principalement contrôlée par la flexion des arêtes des cellules, mais lorsque la connectivité de ces matériaux devient importante, un phénomène de tension des faces des cellules (effet de membrane) s'ajoute à la contribution des parois. La "FIG. 1.11 b" illustre schématiquement la déformation d'une de ces cellules.

- la deuxième phase de comportement est caractérisée par une phase plateau. La raideur du matériau devient très faible : on parle alors de domaine plateau en contrainte. Lorsque le chargement atteint une contrainte seuil σ_{pl} , intersection des tangentes de la phase élastique et de la phase plateau, le matériau admet de grandes déformations sans pour autant générer de sauts d'effort importants. Le comportement de ce régime varie fortement avec le degré de connectivité de la mousse. Pour une mousse à porosité ouverte, l'air contenu dans les cellules pourra circuler librement et s'échapper rapidement. En revanche, pour une mousse à porosité fermée, la contribution du gaz piégé dans les cellules sera importante. La forte variation de volume des cellules lors de leur déformation générera une augmentation de la pression intérieure augmentant ainsi la raideur de la phase plateau. On identifie généralement, selon le type de matériau solide qui constitue la mousse, l'évolution et l'irréversibilité de ce comportement en plateau à l'effondrement des arêtes par flambement plastique et rotule plastique au niveau des sommets de celles-ci ("FIG. 1.11 c").
- enfin, durant la troisième phase, les faces des cellules entrent en contact les unes avec les autres. La contrainte augmente considérablement et la réponse devient rigide : c'est le début de la densification. Le comportement du matériau se rapproche de celui du matériau qui le constitue.

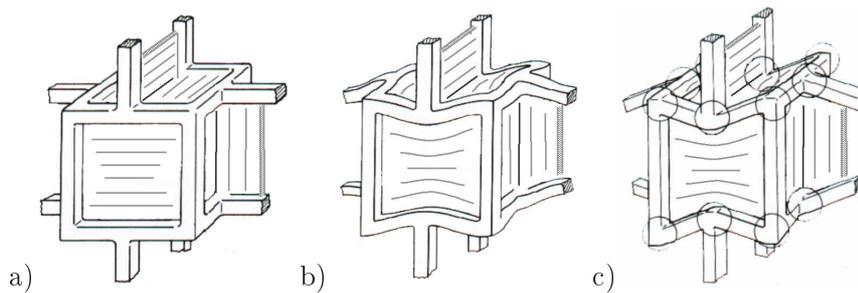


FIG. 1.11 – Schématisation de la déformation d'une cellule fermée : a) état non déformée b) déformation élastique c) déformation plastique [Gibson and Ashby, 2001]

1.3.4 Classification du comportement des matériaux cellulaires

On distingue généralement plusieurs types de comportements contrainte/déformation selon la structure des mousses et des solides qui les constituent. Gibson et Ashby [Gibson and Ashby, 2001] proposent de regrouper ces comportements en trois grandes catégories représentées schématiquement par la "FIG. 1.12 a, b et c" :

1. Les mousses élastomériques, "FIG. 1.12 a", présentent un comportement élastique linéaire de module E^* puis élastique non linéaire. Ce type de comportement se traduit également, lors d'une décharge durant la phase plateau, par un retour à leur état initial sans avoir subi de dommages significatifs. Généralement, durant cette phase plateau, pour un chargement supérieur à σ_{el}^* , les cellules se déforment par micro-flambement élastique réversible des parois et des arêtes.

2. Les mousses élastoplastiques, "FIG. 1.12 b", présentent une déformation résiduelle qui persiste lors de la décharge de l'échantillon. Cette déformation survient lorsque les mousses sont chargées au-delà de leur limite élastique σ_{pl}^* . Des phénomènes de flambement et de rotule plastique au niveau des arrêtes et des faces des cellules les endommagent de manière irréversible.
3. Les mousses fragiles, "FIG. 1.12 c", présentent un plateau de plastification fortement irrégulier du fait de la propagation de fissures internes lors de la rupture fragile des arrêtes et des faces cellules.

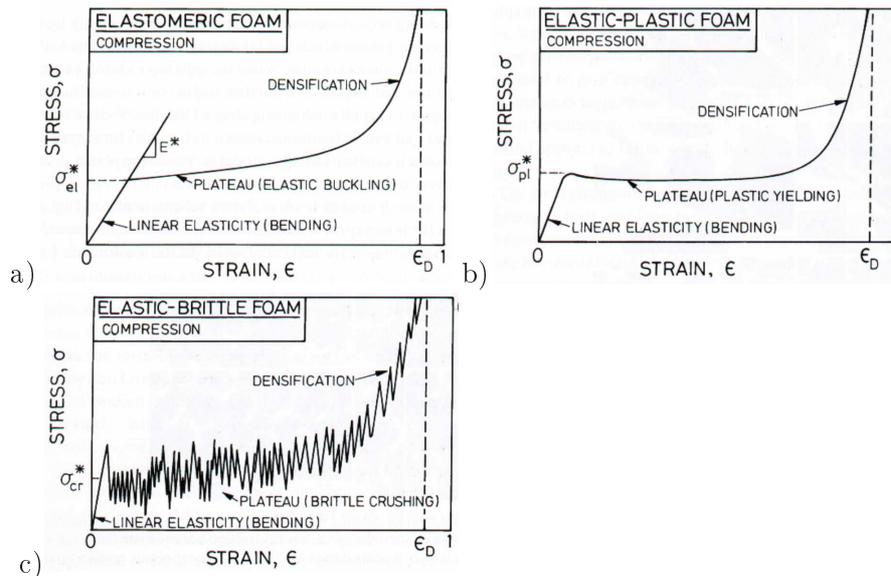


FIG. 1.12 – Comportement caractéristique d'une mousse de type : a) élastomérique, b) élastoplastique et c) fragile, à une sollicitation de compression [Gibson and Ashby, 2001]

1.3.5 Exemple de comportement de différents matériaux cellulaires

Le comportement à la compression des matériaux cellulaires est principalement régi par : la densité relative d_r , le degré de connectivité (ou de porosité), la géométrie des cellules ainsi que leur arrangement spatial. Quant au matériau solide qui les constitue, les propriétés les plus importantes sont : la densité ρ^* , le module d'Young E^* et la limite d'élasticité σ_e^* . Bien entendu, de nombreux facteurs externes, tels que la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et la température θ , ont une forte influence sur ce comportement (chapitre 3).

Dans un premier temps, afin de mettre en évidence à la fois l'influence de la structure des matériaux cellulaires sur leur comportement ainsi que l'influence des matériaux qui les constituent, des essais de compression sur divers matériaux cellulaires ont été réalisés. Les "FIG. 1.13 et 1.14" présentent quelques unes des réponses de ces essais à des sollicitations de compression dynamiques. Ces essais sont réalisés à l'aide d'une barre de Hopkinson développée spécifiquement pour étudier ce type de matériaux (le principe de fonctionnement de ce dispositif sera détaillé au chapitre 2).

Par exemple, dans le cas d'un matériau cellulaire naturel tel que le liège, son comportement contrainte/déformation à la compression n'est pas uniquement lié au caractère viscoélastique du liège mais également à sa structure comme l'illustre la "FIG. 1.13". Trois essais sont effectués sur des échantillons de liège : l'un aggloméré de 250 kg.m^{-3} , et deux autres de 140 kg.m^{-3} prélevés dans les directions radiale et axiale d'un chêne liège. Les résultats montrent que leurs comportements à la compression sont différents. On distingue deux types de comportements : celui du liège naturel (axiale et radiale) avec une phase élastique/plateau bien prononcée et celui du liège aggloméré qui présente un fort module de contrainte plateau.

Le comportement du liège, sollicité selon la direction axiale de l'arbre, présente une contrainte seuil $\sim 1,8$ fois plus faible que lorsqu'il est sollicité selon la direction radiale de l'arbre : $\sim 1,4 \text{ MPa}$ pour le liège axial contre $\sim 2,6 \text{ MPa}$ pour le liège radial ("FIG. 1.13"). Cette différence provient de l'anisotropie des cellules qui sont orientées dans la direction de croissance de l'arbre (direction axiale). Celles-ci sont plus allongées dans cette direction, tels des rectangles comme le montre la "FIG. 1.5", et sont donc plus sensibles au flambement. Il en est de même pour l'évolution du plateau en contrainte qui est plus élevé pour le liège radial car les petits côtés des parois des cellules sont quant à eux moins sensibles au flambement.

Le liège aggloméré présente la plus faible contrainte seuil malgré qu'il ait la densité la plus importante ($\sim 1,7$ fois plus élevée que le liège naturel). Par contre, le module de sa contrainte plateau est très élevé car la structure de cet agglomérat est constituée de particules de liège compactées et collées ensemble. Ce mélange reconstitue ainsi un nouveau matériau cellulaire sans privilégier d'orientations particulières. De ce fait, sa structure ne permet pas de créer d'instabilités ou de changements de mécanismes de déformations significatifs lors de sa compression : il n'y a donc quasiment pas de transition entre le domaine élastique et le plateau.

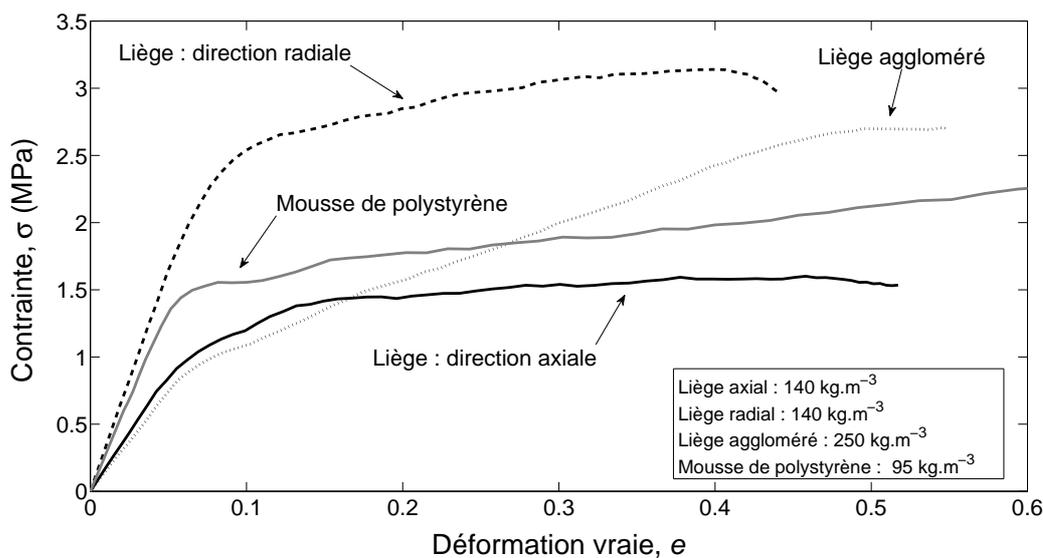


FIG. 1.13 – Réponse d'un liège et d'une mousse polymérique à une sollicitation dynamique de compression, $\dot{\epsilon} \approx 1500 \text{ s}^{-1}$

Si l'on compare les réponses de ce matériau cellulaire naturel avec une mousse synthétique en polystyrène (en trait gris sur la "FIG. 1.13"), on constate que leurs réponses contrainte/déformation sont similaires (phase élastique puis plateau). De plus, la contrainte seuil de cette mousse de polystyrène (de l'ordre de $\sim 1,6 \text{ MPa}$) est plus élevée que celle du liège radial malgré une densité près de 1,5 fois plus faible. Il serait donc facile de conclure que le comportement de la mousse de polystyrène est meilleur que celui des lièges naturel et aggloméré car il présente un comportement relativement similaire pour une densité beaucoup plus faible. Toutefois, lors de la conception de structures amortissantes pour des applications spécifiques telles que le transport de matériaux sensibles (produits de haute technologie, armement, etc.) d'autres paramètres – tels que la tenue au feu ou la résistance aux chocs multiples – sont à prendre en considération. Le caractère viscoélastique du liège se montre alors un atout considérable par rapport au polystyrène qui a un comportement élasto-plastique, provoquant la ruine totale de sa structure en un seul impact.

Si l'on considère maintenant des matériaux cellulaires constitués d'aluminium, on constate que leurs comportements à la compression sont également différents selon leurs structures ("FIG. 1.14"). Bien entendu, si l'on compare la réponse d'un nid d'abeille d'aluminium à celle d'une mousse d'aluminium, on s'aperçoit que la résistance à la compression du nid d'abeille est bien meilleure que celle de la mousse. Les efforts nécessaires pour atteindre un taux de déformation de 30% sont 2 fois supérieurs pour le nid d'abeille ($\sim 9 \text{ MPa}$) que pour la mousse ($\sim 4,5 \text{ MPa}$) et ce, malgré une densité relative du nid d'abeille 1,5 fois inférieure à celle de la mousse d'aluminium. La structure très ordonnée et la faible épaisseur des parois du nid d'abeille permettent d'obtenir un matériau cellulaire de très faible densité relative : $d_r = 0,07$ contre $d_r = 0,1$ pour la mousse.

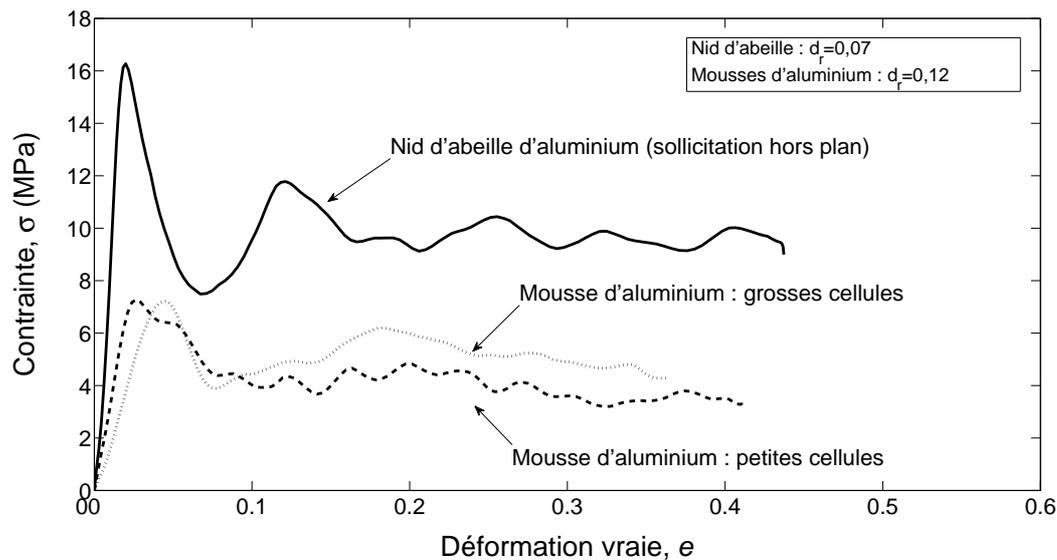


FIG. 1.14 – Réponse de matériaux allégés à base d'aluminium à une sollicitation dynamique de compression, $\dot{\epsilon} \approx 600 \text{ s}^{-1}$

De la même manière que pour le liège et la mousse de polystyrène, ces deux matériaux ne sont pas comparables car leurs propriétés sont également totalement différentes. La forte anisotropie du comportement du nid d'abeille (paragraphe 1.2.1) le contraint à des applications pour lesquelles le type de sollicitations est maîtrisé mais nécessite d'absorber des chocs importants. Par contre, la mousse peut être utilisée pour des applications dont la direction de chargement n'est pas maîtrisée mais où il est néanmoins nécessaire d'absorber une grande quantité d'énergie. Il est également à noter que le nid d'abeille présente un pic de compression important $\sim 16 \text{ MPa}$, dû au flambement de parois des cellules, alors préjudiciable pour certaines applications. Il est toutefois possible d'éliminer ce pic par des techniques de prépliage des parois du nid d'abeille mais occasionnant un sur coût de fabrication généralement important.

Il est évident, au vu de ces deux essais, que la nature du solide qui constitue le matériau cellulaire n'est pas le seul paramètre influant sur son comportement. Sa structure joue également un rôle très important sur sa réponse à la compression. En regardant plus précisément les réponses des deux mousses d'aluminium de même densité relative $d_r = 0,12$, on s'aperçoit que leurs réponses dépendent de la taille de leurs cellules comme l'a montré Yu [Yu et al., 2007]. Bien entendu, de nombreux autres essais seraient nécessaires pour investiguer plus précisément ces effets mais ces deux tests illustrent tout de même ce phénomène : la structure de la mousse constituée de grosses cellules ("FIG. 1.15 a") présente une contrainte seuil plus élevée que celle constituée de petites cellules, avec une phase plateau moins régulière ("FIG. 1.15 b").

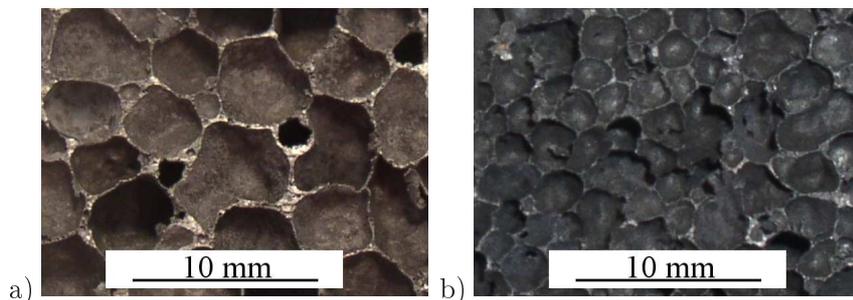


FIG. 1.15 – Mousse d'aluminium de densité relative $d_r = 0,12$: a) grosses cellules, b) petites cellules

1.3.6 Absorption d'énergie des mousses

La "FIG. 1.16" représente la réponse contrainte/déformation d'un matériau cellulaire soumis à un choc ainsi que la réponse du matériau qui le constitue. Lors du choc, le matériau cellulaire subit un champ de contrainte $\bar{\sigma}$ qui génère lui-même un champ de déformation $\bar{\varepsilon}$ (ou inversement). L'énergie absorbée par le matériau correspond à la quantité $\int \sigma(\varepsilon)d\varepsilon$. Sur le graphique "FIG. 1.16" la quantité d'énergie absorbée par le matériau cellulaire correspond bien entendu à l'aire grisée délimitée par la courbe en pointillés. Dans le cas du matériau dense, cette même quantité correspond à l'aire grisée sous la courbe en trait continu.

On constate que pour une même quantité d'énergie absorbée – aires identiques sous les deux courbes – la contrainte générée sera plus faible dans le cas de la mousse que dans celui

du matériau dense. Cependant, pour ce dernier, une grande partie de cette énergie absorbée sera restituée alors que dans le cas de la mousse, la quasi-totalité de cette énergie sera dissipée dans les mécanismes de déformation.

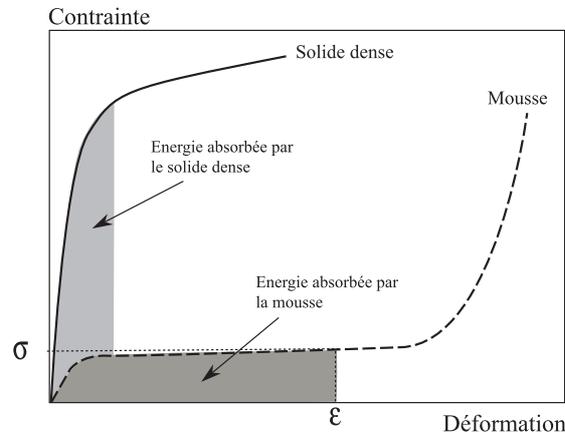


FIG. 1.16 – Énergies absorbées et réponses contrainte/déformation d'une mousse et du solide qui le constitue lors d'un choc

Lors d'un choc, d'un impact ou de tout autre chargement, le travail fourni sur un matériau cellulaire pour le déformer est transformé en énergie potentielle ou/et en chaleur. Cette énergie absorbée, ou encore, travail par unité de volume de matériau déformé, est fonction de la contrainte, de la déformation ainsi que de la densité. On définit l'énergie spécifique W ($J.kg^{-1}$) correspondant à l'énergie absorbée par le matériau par rapport à sa masse volumique. Par exemple, des résultats expérimentaux présentés précédemment (paragraphe 1.3.5) il est possible de tracer l'évolution de l'énergie spécifique en fonction de la contrainte admissible ("FIG. 1.17") et d'optimiser ainsi le choix d'un matériau [Avalle et al., 2001].

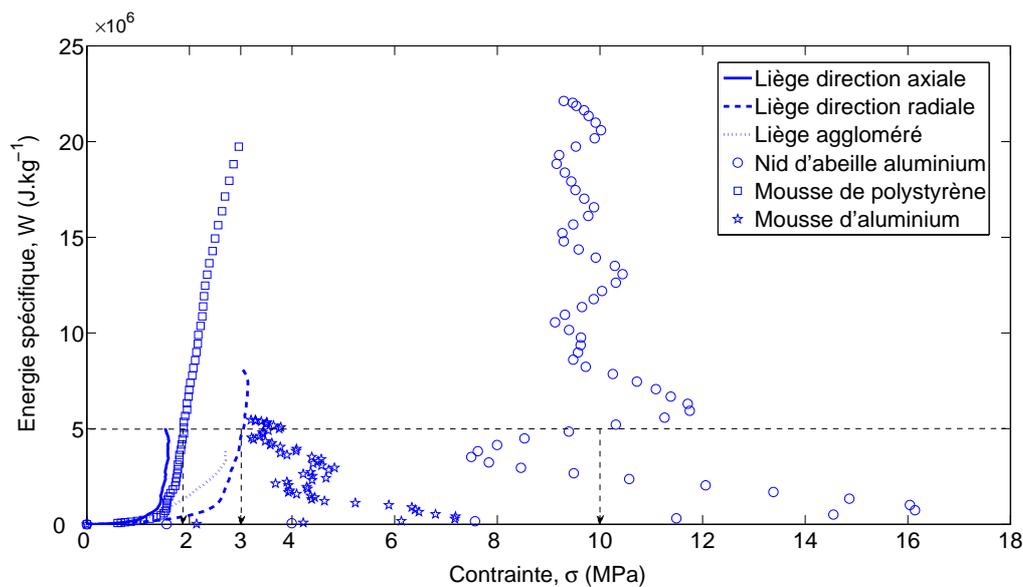


FIG. 1.17 – Courbes d'absorption d'énergie pour différents matériaux cellulaires en fonction de la contrainte admissible

Cette particularité de grande capacité d'absorption d'énergie permet généralement d'éviter qu'une force appliquée sur un objet ne dépasse pas une contrainte limite (protection de personnes ou de matériels, etc.). Ainsi, pour une contrainte limite en compression la "FIG. 1.17" montre l'énergie de compression maximale que peut absorber chaque matériau ; inversement, connaissant l'énergie maximale à absorber, cette figure permet de trouver le matériau qui produirait la contrainte minimale.

Par exemple, si l'on considère le cas du liège sollicité dans la direction radiale, il peut absorber une énergie spécifique d'impact de l'ordre de 5.10^6 J.kg^{-1} sans générer de contrainte supérieure à 3 MPa . Pour la même quantité d'énergie, si l'on regarde la contrainte générée par le nid d'abeille (sans tenir compte du pic de flambement) elle est de l'ordre de 10 MPa . Enfin, pour la mousse de polystyrène, cette contrainte ne dépasse pas les $\sim 2 \text{ MPa}$.

Toutefois, il faut également coupler ces niveaux de contraintes limites par rapport à l'énergie spécifique absorbée en fonction de la déformation générée par le choc. Ainsi, sur la "FIG. 1.18", où l'énergie spécifique est tracée en fonction de la déformation, on s'aperçoit que le liège sollicité dans la direction axiale doit se déformer à plus de 50% pour absorber $\sim 5.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$. Par contre, seuls 10% de déformation sont nécessaire au nid d'abeille pour absorber cette même quantité d'énergie et 30% pour la mousse de polystyrène. Inversement, pour un niveau de déformation de $\sim 50\%$, le liège aggloméré ne permet d'absorber qu'une faible quantité d'énergie ($\sim 3,6.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$) alors que la mousse de polystyrène peut en absorber près de trois fois plus ($\sim 9.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$) et le nid d'abeille environ de cinq fois plus ($20.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$).

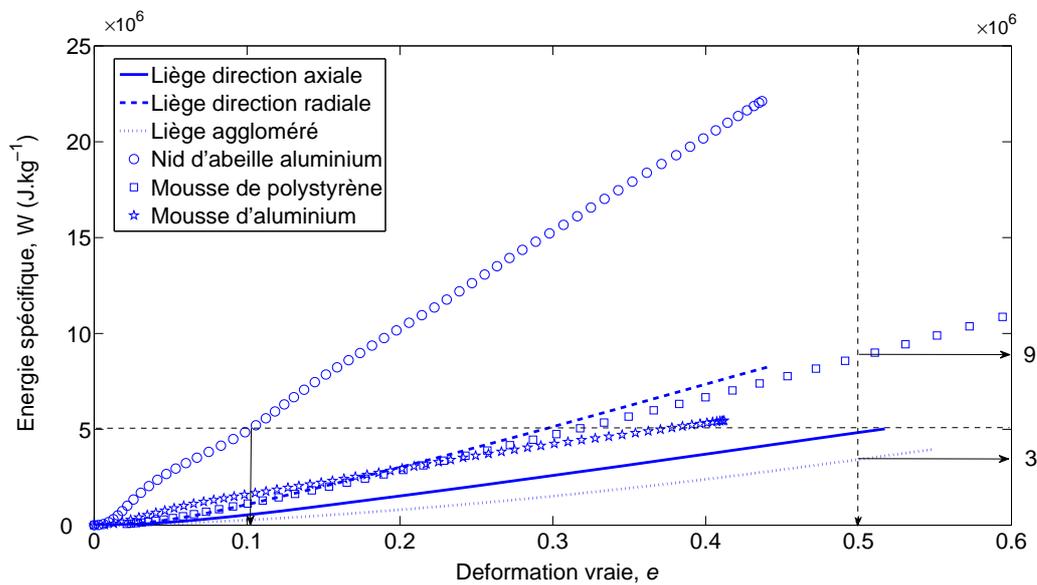


FIG. 1.18 – Courbes d'absorption d'énergie pour différents matériaux cellulaires en fonction de la déformation vraie générée

Tant que la déformation n'atteint pas la limite élastique de ces matériaux, on peut supposer qu'ils se déforment de manière homogène et n'absorbent que peu d'énergie. Puis, les mécanismes de ruine "plastique" fortement liés à leurs structures jouent un rôle très important et leurs permettent d'absorber de grandes quantité d'énergie. Ces observations mettent

à nouveau en évidence la forte influence et le rôle de la structure de ces matériaux sur leur comportement.

1.4 Présentation du matériau de l'étude

Le matériau cellulaire choisi pour mener cette étude est une mousse de polypropylène expansé (PPE) à cellules fermées. Ce matériau a été choisi car il présente une structure particulière, "FIG. 1.19" et de nombreux intérêts industriels (applications automobiles, packaging, rangements, etc.). Le procédé de fabrication de celle-ci lui confère une structure multi-échelle constituée de grains à l'échelle mésoscopique et de cellules fermées à l'échelle microscopique.

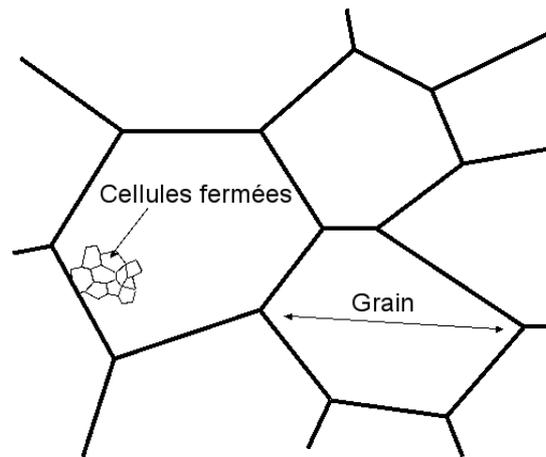


FIG. 1.19 – Schéma de la structure de la mousse de PPE

- La première étape de ce procédé consiste à réaliser un mélange maître, sous forme de mini-granules de polymère, auxquels peuvent y être adjoints des additifs tels que du noir de carbone, des agents d'expansion, de coloration, etc. Ces mini-granules sont ensuite plongées dans de l'eau puis mélangées à des anti-coagulants et enfin mis en température et sous pression à l'aide d'une autoclave.
- La deuxième étape de ce procédé est l'expansion de ces mini-granules. Celles-ci, sous pression, sont expulsées une à une hors de l'autoclave provoquant leur expansion grâce au fort gradient de pression et de température qu'elles subissent rapidement. Des micro-cellules fermées apparaissent alors grâce aux agents moussants dans chaque mini-granule.
- Enfin, la dernière étape consiste à réaliser la structure finale par procédé de moussage par injection. Les mini-granules pré-expansées, servant de mélange maître, subissent une ultime expansion et sont fusionnées les unes aux autres par la température. Elles forment ainsi les parois des grains de la mousse. La densité du matériau cellulaire final et sa structure peuvent être contrôlées en ajustant la taille des mini-granules initiales, leur pré-expansion et leur injection dans le moule final.

La structure de la mousse ainsi formée, "FIG. 1.20" peut être décrite selon trois échelles d'observations :

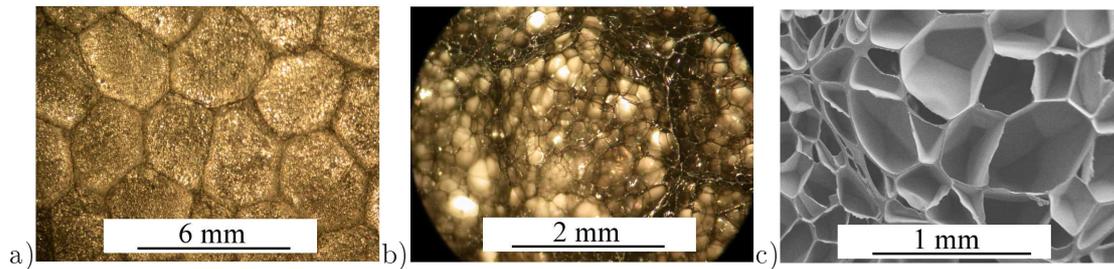


FIG. 1.20 – Structure d'une mousse de polypropylène : a) échelle macroscopique (photographie), b) échelle mésoscopique (photographie), c) échelle microscopique (MEB)

- une première échelle, macroscopique, décrit les grandeurs globales des propriétés de la mousse et représente l'aspect visuel de la mousse de PPE. On peut observer à cette échelle, "FIG. 1.20 a" que ce matériau cellulaire est constitué d'un agglomérat de grains, organisés de manière totalement aléatoire dans la mousse. Selon le plan de coupe, ces grains de forme polygonale présentent un diamètre de 2 mm à 3 mm environ. L'assemblage de ces polygones dans l'espace forme des motifs géométriques tridimensionnel assimilables à des polyèdres. Ces polyèdres correspondent aux grains de polypropylène pré-expansé lors de la fabrication de ces mousses.
- à l'échelle mésoscopique, plus fine, la coupe d'un de ces grains, "FIG. 1.20 b" montre que leur structure est constituée d'une ossature formée de polypropylène plus dense due à la fusion des mini-granules entre elles.
- enfin, en observant de plus près l'intérieur de ces grains, à l'échelle microscopique, on s'aperçoit qu'ils sont eux-même constitués d'un ensemble de cellules fermées ("FIG. 1.20 c"). Ces cellules peuvent être représentées par des polyèdres quelconques de dimensions variables selon la densité de la mousse (paragraphe 1.4.2). Les faces de ces cellules semblent relativement planes grâce aux efforts de tension de surface lors de leur expansion. L'épaisseur de leur parois semblent très fines et non-uniformes, de l'ordre de quelques micro-mètres. Les "trous", défauts visibles sur la micrographie, "FIG. 1.20 b", semblent finalement être de gros polyèdres assimilables à des cellules de dimensions beaucoup plus importantes.

1.4.1 Le matériau constitutif

Le polypropylène est un polymère très polyvalent. Il peut se trouver à la fois sous forme de thermoplastique (grâce à sa haute température de fusion 160°C), comme fibre, ou encore comme matériau cellulaire de type mousse.

Le polypropylène est fabriqué à partir du monomère propylène par polymérisation. Sa structure macromoléculaire peut être soit isotactique soit atactique. Lorsque ce polymère est de type isotactique, les groupes méthyles CH_3 sont tous du même côté de la chaîne comme sur le schéma de la "FIG. 1.21 a". Cet agencement particulier des groupes méthyles permet aux chaînes macromoléculaires de former des blocs qui vont pouvoir se lier les uns aux autres

de manière très régulière et très forte. La formation de ces blocs crée des séquences cristallines dans le polymère et lui apporte une certaine rigidité.

Lorsque celui-ci est plutôt atactique, les groupes méthyles sont placés au hasard de part et d'autre de la chaîne et favorisent des enchevêtrements désordonnés de chaînes macromoléculaires créant ainsi des blocs caoutchouteux ("FIG. 1.21 b").

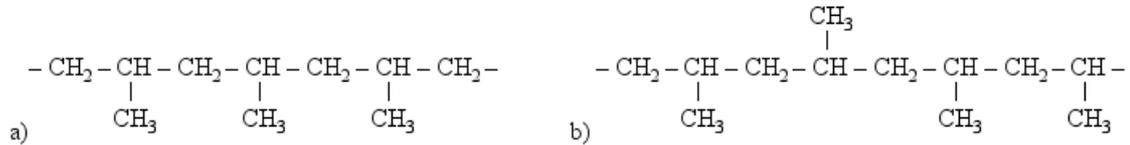


FIG. 1.21 – Structure macromoléculaire du polypropylène : a) isotactique, b) atactique

Cependant, il est possible de créer des copolymères séquencés contenant des séquences de polypropylène isotactiques et des séquences de polypropylène atactiques dans une même chaîne de polymère. Lorsque cet arrangement est parfait, on obtient des chaînes syndiotactiques. Le polymère ainsi formé est constitué de petits agglomérats isotactiques cristallins rigides liés à des cordes de polypropylène atactique caoutchouteux réticulés. Le polypropylène atactique serait alors caoutchouteux sans les blocs isotactiques mais ne serait pas très résistant. Les blocs isotactiques, durs, maintiennent les parties caoutchouteuses entre elles rendant ainsi le matériau plus résistant.

1.4.2 Morphologie de la mousse

Au vu des résultats précédents (paragraphe 1.3.5), il est légitime de supposer que les mécanismes d'écrasement des matériaux cellulaires sont étroitement liés à l'arrangement spatial et à la géométrie des cellules ainsi qu'aux propriétés rhéologiques des matériaux constitutifs. Les modèles proposés par Gibson et Ashby [Gibson and Ashby, 2001], mettent eux aussi en évidence cette influence, en évaluant les propriétés mécaniques macroscopiques des mousses à partir de leur microstructure (chapitre 4). On peut donc supposer que le comportement macroscopique est principalement contrôlé par un processus de ruine à l'échelle microstructurale ; la taille et l'épaisseur des parois des cellules sont alors des paramètres prépondérants sur ce comportement, fortement liés à la densité du matériau.

La structure de trois densités de mousses de PPE a été étudiée et observée grâce à un microscope électronique à balayage (MEB). La "Fig 1.22" présente les images issues de ces observations sur des densités de 34, 76 et 110 kg.m^{-3} et révèlent pour chacune de ces densités leurs différences de méso et microstructures.

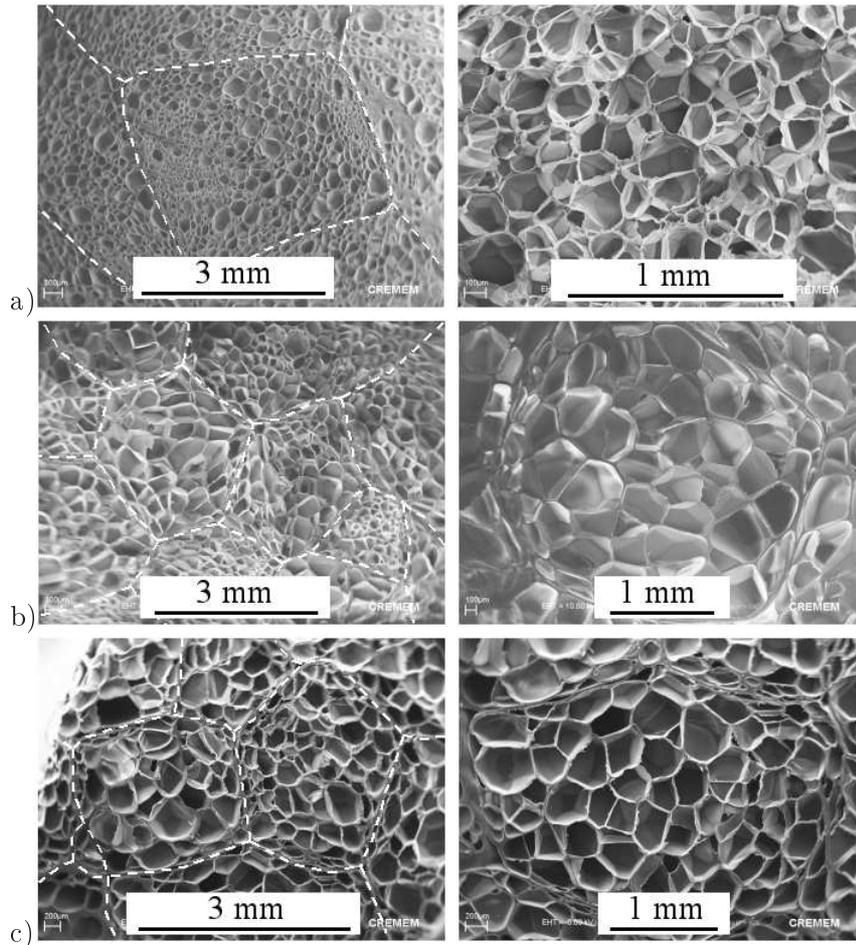


FIG. 1.22 – Observations MEB de la microstructure d'une mousse de PPE (parois des grains en pointillés) : a) 34 kg.m^{-3} , b) 76 kg.m^{-3} , c) 110 kg.m^{-3}

Afin de qualifier plus précisément la structure de ces mousses, celles-ci ont été observées et mesurées en terme de répartition de taille de cellules, longueur moyenne d'arêtes et nombre d'arêtes par cellule. Une estimation de l'épaisseur des parois des grains et des cellules a également été effectuée.

Pour cela, des échantillons de sections observables de $4 \times 4 \text{ mm}^2$ ont été prélevés aléatoirement selon 4 sections parallèles d'un bloc de mousse de $40 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$. Pour chaque densité, 8 sections ont été prélevées à froid à -52°C à l'aide d'un scalpel afin de limiter au maximum l'altération de la structure des cellules durant la découpe. Ces 8 sections ont permis de réaliser plus de 24 clichés et de mesurer ainsi plus de 400 cellules par densité. Malheureusement, les faibles gradients de niveaux de gris des parois des cellules n'ont pas permis d'extraire le "squelette" des mousses par filtrage direct des clichés. La mesure de la géométrie des sections des cellules n'a donc pas pu être effectuée de manière automatique. Par conséquent, chaque cellule a été prélevée manuellement en relevant les coordonnées des sommets des polygones, permettant ainsi de reconstruire le "squelette" de la structure de la mousse ("Fig 1.23"). Il a donc été possible de mesurer de manière précise la section de chaque cellule issue de ces cartographies.

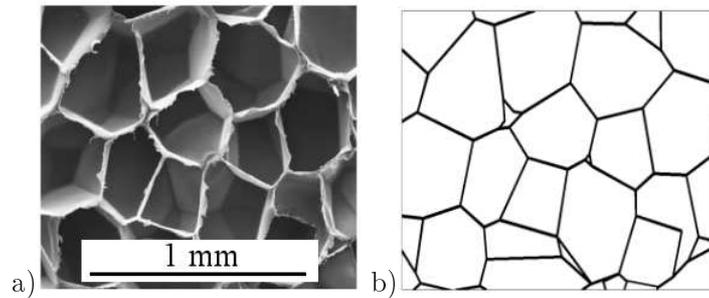


FIG. 1.23 – Mode d'analyse des images : a) cliché MEB, b) reconstitution

1.4.2.1 Répartition de la taille des cellules

Les informations obtenues à partir de coupes (espace bi-dimensionnel) ne permettent pas de conclure directement sur la répartition de la taille des cellules (informations tri-dimensionnelles). Toutefois, le procédé d'élaboration permet de supposer que les cellules sont initialement sphériques et réparties aléatoirement dans l'espace. Les mesures des sections des cellules selon des coupes longitudinales, transversales et horizontales d'un échantillon (liées aux directions du bloc de mousse dans lequel il est prélevé) ont permis de vérifier cette hypothèse. Ces mesures sont présentées sur la "Fig 1.24".

La répartition des sections selon les coupes transversales et horizontales semblent relativement proches. Dans ces deux cas, plus de la moitié de ces sections sont inférieures à $0,05 \text{ mm}^2$ contre, respectivement 70 et 55% pour les sections horizontales et transversales. Dans le cas des coupes longitudinales, la distribution des sections mesurées est beaucoup plus large et semble atteindre des valeurs presque deux fois plus importantes : $0,35 \text{ mm}^2$ pour les coupes longitudinales contre $0,2 \text{ mm}^2$ pour les coupes transversales et $0,15 \text{ mm}^2$ pour les coupes horizontales. La proportion des sections la plus représentative de ces mesures est alors diminuée et ne représente plus que 43% de la population. Toutefois, au vu des valeurs moyennes ainsi que des écarts types relevés (de l'ordre de grandeur des valeurs moyennes), il est difficile de conclure sur une orientation et/ou une quelconque anisotropie de la forme des cellules. Des analyses tri-dimensionnelles complémentaires réalisées en micro-tomographie par Viot [Viot et al., 2007] ont cependant permis de confirmer le caractère totalement aléatoire de l'organisation de ces cellules dans la mousse ainsi que leur géométrie quelconque.

Il est également important de noter que le résultat de ces mesures, effectuées sur des coupes de cellules supposées sphériques, ne permettent pas de déterminer précisément si toutes ces cellules possèdent la même taille. En effet, il est impossible de différencier une cellule de petite taille, coupée à l'équateur, d'une cellule de grande taille, sectionnée près de son extrémité. Toutefois, on peut estimer que l'échantillonnage important des mesures au sein des blocs de mousses (plus de 400 mesures aléatoires par densités) est suffisant – au sens statistique – pour qualifier et donner un ordre de grandeur des différentes structures de densités de mousses observées. Bien entendu, la section réelle des cellules et la longueur des arêtes sera légèrement plus importante que celles mesurées puisque qu'il y a statistiquement peu de chance pour que celles-ci soient coupées à leur équateur.

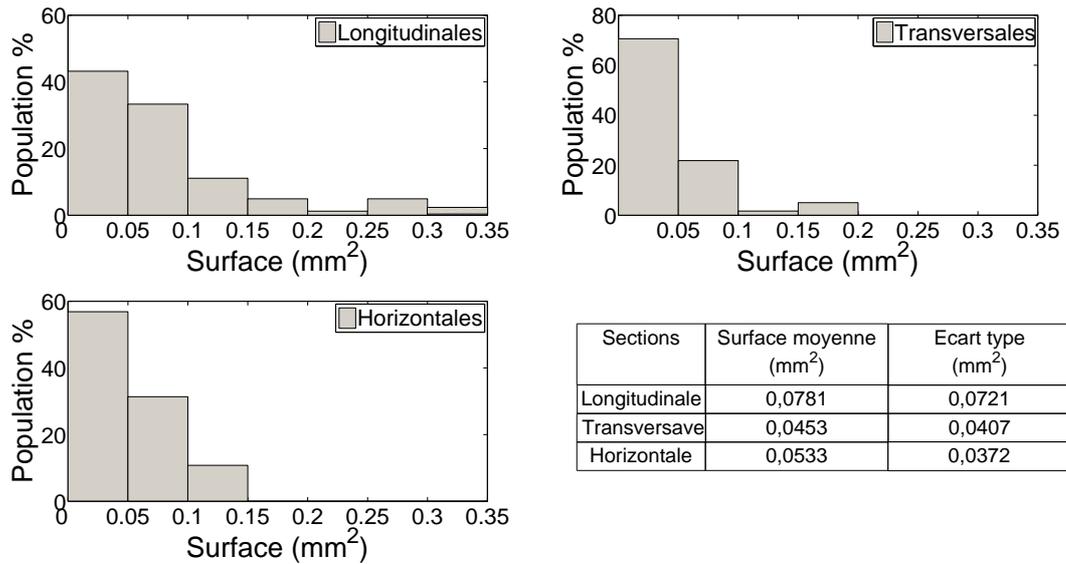


FIG. 1.24 – Répartition des surfaces de sections de cellules selon les coupes d'observations : longitudinale, transversale et horizontale ($\rho = 76 \text{ kg.m}^{-3}$)

Dès lors, pour la suite des mesures, les sections des cellules des mousses de 34 kg.m^{-3} , 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3} ont toutes été observées selon des coupes horizontales : les résultats de ces mesures sont présentés sur la "Fig 1.25". Ces premières mesures montrent que la structure des mousses de 34 kg.m^{-3} est très différente de celles des mousses de 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3} . Dans le premier cas, les sections des cellules mesurées sont 4 fois plus faibles que pour les 2 autres densités. Plus de 60% de la population des cellules de la mousse de 34 kg.m^{-3} mesurent moins de $0,01 \text{ mm}^2$ contre $0,05 \text{ mm}^2$ pour les deux autres.

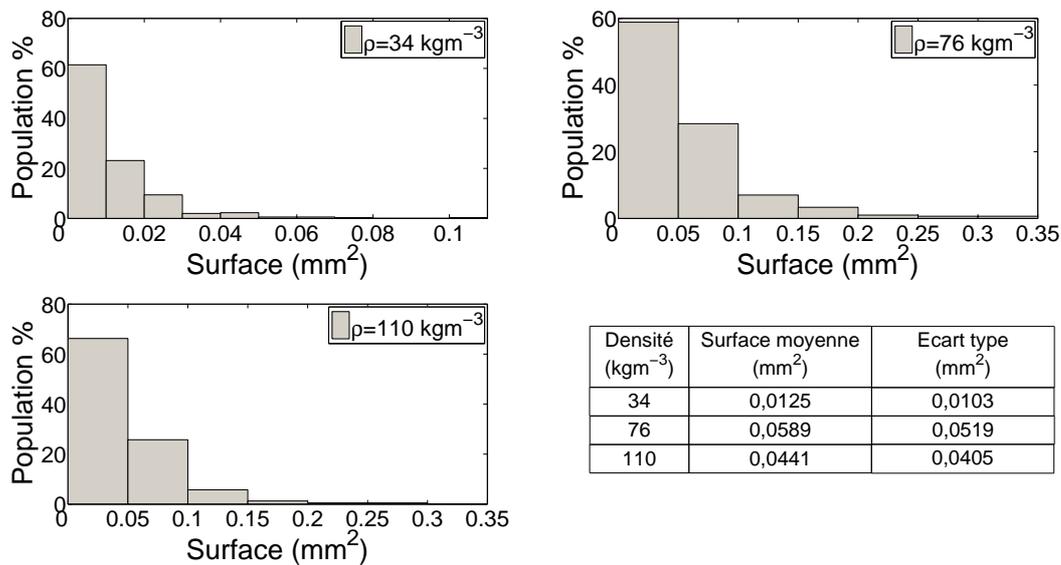


FIG. 1.25 – Répartition des surfaces de sections de cellules, 34 kg.m^{-3} , 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3}

Les valeurs moyennes de ces sections montrent également ce grand écart : $0,0114 \text{ mm}^2$ pour la mousse de 34 kg.m^{-3} contre $0,0568$ et $0,0441 \text{ mm}^2$ pour celles de 76 et 110 kg.m^{-3} .

Il semble que l'augmentation de la densité se traduit par un accroissement de la taille des cellules. En effet, les valeurs moyennes des sections sont multipliées par 4 lorsque la densité est doublée. Par contre, lorsque l'on passe de la densité de 76 kg.m^{-3} à celle de 110 kg.m^{-3} , la section des cellules semble diminuer (de $0,0568$ en moyenne à $0,0441 \text{ mm}^2$) à cause d'une distribution un peu plus large pour la mousse de 76 kg.m^{-3} . Dans les deux cas, la surface représentative à plus de 50% est inférieure à $0,05 \text{ mm}^2$.

Ce mode de reconstruction manuelle du "squelette" de la coupe de ces mousses a également permis de quantifier la répartition de la longueur des arêtes constituant leurs structures ("Fig 1.26").

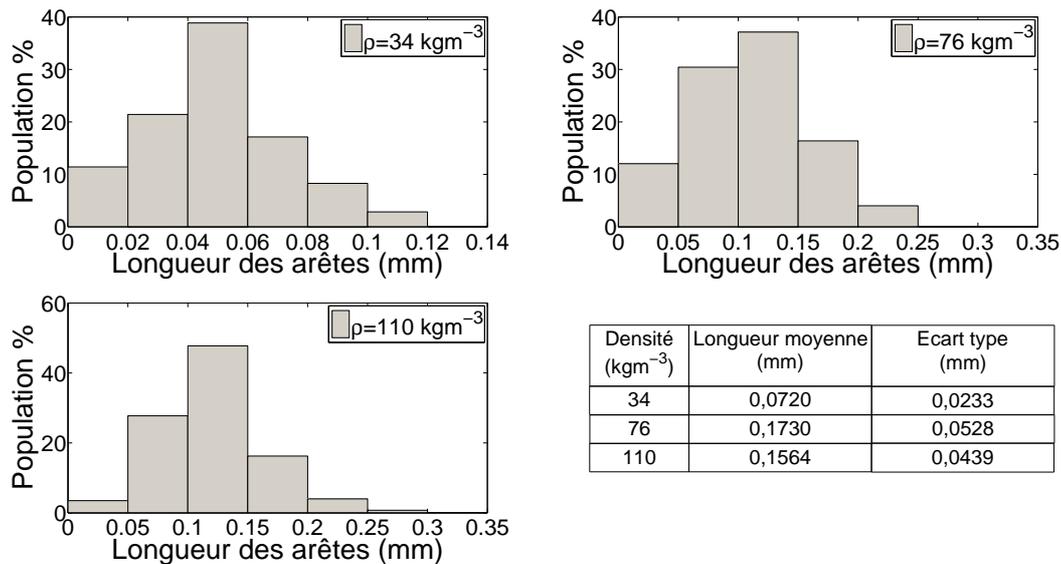


FIG. 1.26 – Répartition des longueurs des arêtes des cellules, 34 kg.m^{-3} , 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3}

On s'aperçoit que dans le cas de la mousse de plus faible densité, les longueurs des arêtes sont majoritairement plus faibles que dans le cas des deux autres densités : près de 40% de celle-ci varient entre $0,04$ et $0,06 \text{ mm}$ pour la mousse de 34 kg.m^{-3} contre $0,1$ et $0,15 \text{ mm}$ pour les mousses de 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3} . De même, il a été possible de comptabiliser le nombre moyen d'arêtes constituant chaque section de cellule. Les résultats présentés sur la "FIG. 1.27" montrent que pour chaque structure de mousses, les cellules sont majoritairement composées de 4 ou 5 arêtes. La distribution de ce nombre d'arêtes est quasiment identique pour toutes les densités.

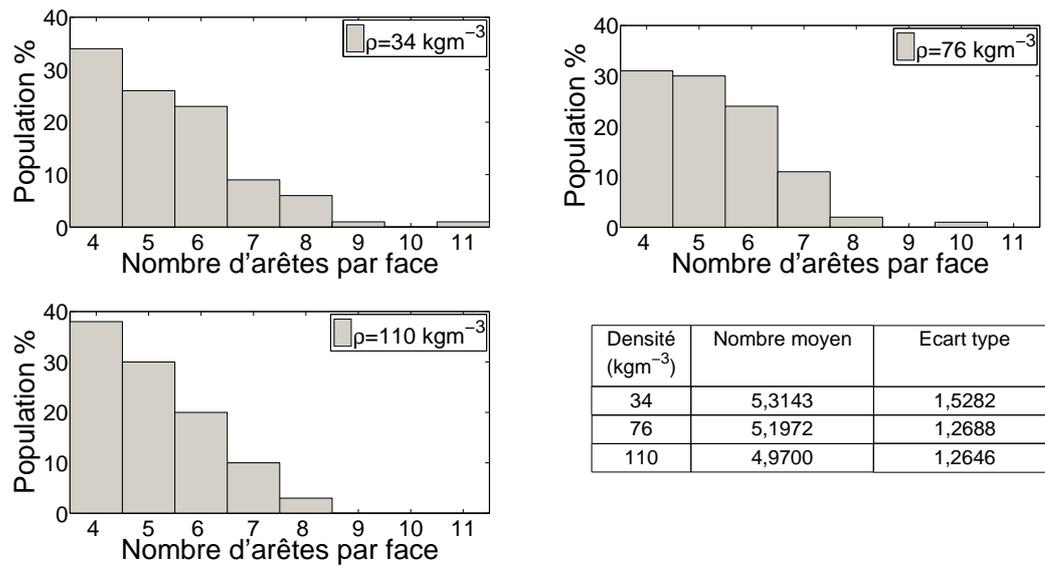


FIG. 1.27 – Répartition du nombre d'arêtes par section de cellules, 34 kg.m^{-3} , 76 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3}

1.4.2.2 Estimation de l'épaisseur des parois des grains et des cellules

La mesure de l'épaisseur des parois des cellules et des grains est plus délicate. Malgré les forts grossissements des clichés obtenus par MEB, présentés sur la "FIG. 1.28", seule une estimation de l'épaisseur de celles-ci a pu être effectuée. L'objectif de ces mesures est simplement d'obtenir des ordres de grandeur de ces épaisseurs afin de différencier les structures de mousses.

Des mesures répétées ont ainsi permis d'estimer ces épaisseurs. Celles-ci sont très faibles pour la mousse la moins dense rendant les mesures délicates (d'autres méthodes plus perfectionnées sont envisageables, plus précises mais bien plus complexes à mettre en oeuvre [Rodriguez-Pérez et al., 2005]). L'épaisseur des parois des cellules est plus importante dans le cas des mousses de plus fortes densités. Pour ces dernières, la forte irrégularité géométrique de ces parois ainsi que les jonctions inter-cellules rendent difficile la définition d'une épaisseur moyenne de paroi de cellule.

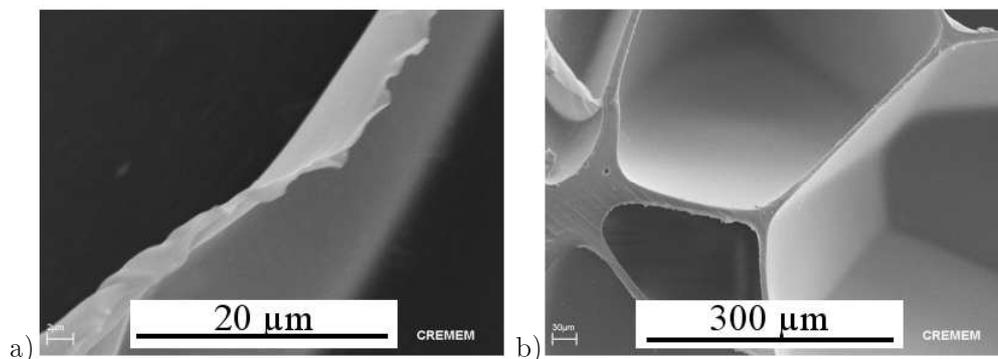


FIG. 1.28 – Observation des parois des cellules : a) 34 kg.m^{-3} et 110 kg.m^{-3}

Ainsi, seule une plage de valeurs de mesures effectuées sur les zones des parois des cellules apparaissant les moins épaisses ont été relevées; ces valeurs présentées dans le tableau 1.1 montrent que l'épaisseur des parois est extrêmement fine pour la mousse de 34 kg.m^{-3} ($\sim < 1 \mu\text{m}$) alors qu'elle peut être très importante dans le cas de la mousse de 110 kg.m^{-3} ($\sim 30 \mu\text{m}$). De même, une plage de valeurs d'épaisseurs de parois de grains a été définie en mesurant les parois les plus épaisses et les plus fines ("TAB. 1.1"). A cause de la faible expansion de certaines cellules au bord des parois des grains, de fortes irrégularités géométriques apparaissent le long de celles-ci. L'étendue de mesure est alors très importante pour la mousse de forte densité, ces épaisseurs varient de 30 à 160 μm . De plus, pour la mousse de 110 kg.m^{-3} , on constate la présence ponctuelle de canaux entre les grains. Les parois de certains grains alors sont uniquement composées de la paroi des cellules extérieurs et non de la fusion des parois des cellules des grains en contact. Dans le cas de la mousse de 34 kg.m^{-3} , l'épaisseur de la paroi des grains correspond à la fusion des peaux constituant les mini-granules et sont donc nettement plus importantes que deux parois de cellules collées entre elles.

	Cellules	Grains
34 kg.m^{-3}	0,1 à 1 μm	30 à 60 μm
76 kg.m^{-3}	5 à 15 μm	30 à 100 μm
110 kg.m^{-3}	5 à 30 μm	30 à 160 μm

TAB. 1.1 – Estimation des épaisseurs de parois de grains et de cellules

1.4.3 Définition des échantillons

Les caractéristiques microstructurelles des mousses décrites au paragraphe précédent (1.4.2) permettent de définir un Volume Elementaire Représentatif (VER) de la structure du matériau. Un volume raisonnable de $23 \times 23 \times 23 \text{ mm}^3$ est choisi comme échantillon type pour les tests de compression quasi-statiques et à vitesses de compression intermédiaires. Ces échantillons, statistiquement constitués de plus de 1500 grains et de plus de 200000 cellules, peuvent être considérés comme suffisants pour représenter la structure du matériau et être assimilés à un VER ([Viot et al., 2005]).

Concernant les échantillons pour les tests à la barre de Hopkinson, des échantillons cylindriques de 38 mm de diamètre et de 8 mm de hauteur sont utilisés pour répondre aux spécificités de ce type d'essai. Le choix de la géométrie des échantillons est discuté plus amplement au chapitre 3.

Tous les échantillons sont prélevés au sein de larges blocs de mousses de $\sim 750 \times 500 \times 200 \text{ mm}^3$ ce qui permet de leur assurer une structure homogène en évitant les forts gradients de densité aux bords des blocs. La "Fig 1.29" représente l'évolution de la densité mesurée le long de la hauteur des blocs et montre que celle-ci est homogène en leur milieu ainsi que les échantillons cubiques et cylindriques utilisés pour la caractérisation.

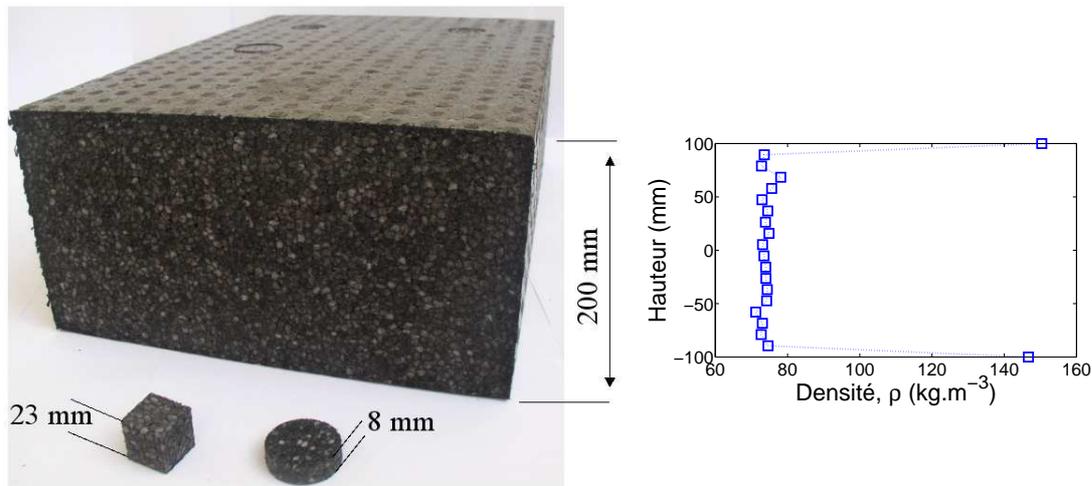


FIG. 1.29 – Bloc et échantillons de mousse, gradient de densité dans la hauteur du bloc

On peut donc supposer que les échantillons cubiques de 23 mm de côté et cylindriques de 8 mm de hauteur extraits du milieu de ces blocs sont de densité homogène. Ceux-ci ont été découpés avec soin pour éviter de modifier la nature du polymère par chauffage et leur état de surface. Les découpes ont été réalisées à l'aide d'une scie à chantourner de précision pour les échantillons cubiques et d'une scie cloche sans dent spécialement conçue pour les échantillons cylindriques "FIG. 1.30".



FIG. 1.30 – Scie "cloche" sans dent réalisée pour la découpe des échantillons cylindriques

Les observations faites au paragraphe précédent (1.4.2) permettent de supposer que l'organisation aléatoire des grains et des cellules, constituant la structure de la mousse, ne présente pas d'orientation particulière à l'échelle microscopique de la cellule, mésoscopique du grain et macroscopique du matériau. La géométrie très variée des polyèdres constituant les grains et les cellules laisse présager un comportement isotrope à la compression. De plus, le polypropylène constituant les parois et arêtes de ces grains et cellules ne présente pas d'anisotropie mécanique. En effet, les chaînes macromoléculaires partiellement constituées de phases cristallines (noyées dans des enchevêtrements amorphes) ne privilégient pas de directions particulières. Afin de vérifier ces hypothèses, des essais de compression quasi-statiques ont été réalisés. Les résultats présentés sur la "Fig 1.31" montrent que, quelle que soit la direction de sollicitation, la réponse macroscopique à la compression est identique.

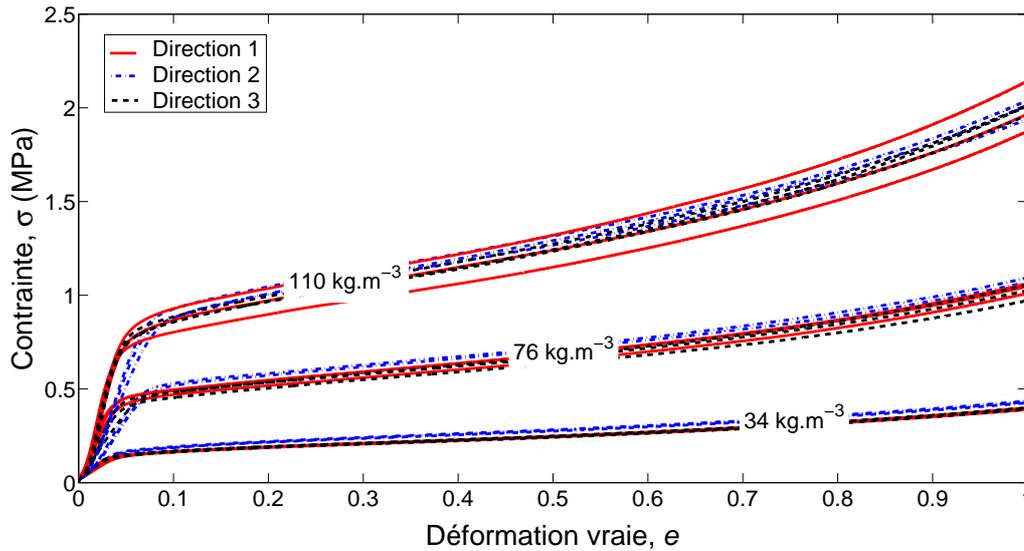


FIG. 1.31 – Effet de la direction de sollicitation sur le comportement d'une mousse de PPE

Des échantillons ont été prélevés au sein de blocs de mousses de densité apparente de 40; 55; 80; 90; 120 et 180 kg.m^{-3} . Ils ont permis de réaliser six densités d'échantillons, obtenus après les avoir soigneusement pesés, mesurés et sélectionnés, et d'obtenir ainsi des densités de : $34^{\pm 2}$; $51^{\pm 2}$; $76^{\pm 2}$; $87^{\pm 3}$; $110^{\pm 4}$ et $150^{\pm 4} \text{ kg.m}^{-3}$.

Le processus d'élaboration de ces mousses laisse supposer que les parois des grains ainsi que des cellules sont dans des états de réticulation différents de ceux du matériau (polymère) sous forme non expansé ; il est pour cette raison difficile d'envisager une caractérisation mécanique du polymère non expansé pour évaluer les propriétés des parois des grains et des cellules. C'est la raison pour laquelle, seule, une caractérisation du matériau cellulaire est envisagée et présentée au chapitre 3.

1.5 Conclusion

Actuellement, de nombreux matériaux peuvent être utilisés pour réaliser des matériaux cellulaires de type mousse. Les procédés de fabrication industriels avancés permettent d'obtenir des matériaux légers capables de remplir des fonctions d'usages structuraux ou encore de servir de matériau de remplissage pour des structures de type sandwich. Ces matériaux cellulaires permettent non seulement d'élargir les propriétés physiques et mécaniques des matériaux "classiques" mais également de pouvoir facilement remplir des fonctions telles que la protection contre les chocs, difficilement envisageable avec des matériaux non poreux.

Le comportement particulier de ces matériaux, capables de subir de grandes déformations, leur permet d'absorber une grande quantité d'énergie. Leur faible niveau de contrainte en compression en font de parfaits matériaux de protection, limitant ainsi les efforts appliqués à une structure à la contrainte plateau de la mousse. Ce comportement particulier à une sollicitation de compression varie, bien entendu en fonction du matériau constitutif, mais

également en fonction de la structure du matériau. L'étude du comportement de ces mousses ne peut alors se faire qu'en prenant en compte le matériau constitutif : il est indispensable de tenir compte de leur structure pour identifier au mieux les mécanismes de déformation intervenant lors de leur ruine.

Dans le cadre de ce travail, on se limite volontairement à l'étude d'une mousse de polypropylène car c'est un matériau qui présente d'une part une structure intéressante à double échelle : grains et cellules. Des investigations MEB ont permis de qualifier un peu plus en détail la structure de ces mousses et de montrer leur dépendance vis-à-vis de la densité. D'autre part, ces mousses, grâce à leur grande capacité d'absorption d'énergie lors de chocs trouvent de larges débouchés industriels, notamment dans des applications de sécurité passive pour l'industrie automobile.

Afin d'identifier le rôle de la densité et de la microstructure de ces mousses sur leur réponse macroscopique et donc leur capacité à absorber de l'énergie lors de chocs, il est nécessaire de caractériser expérimentalement leur comportement à de grandes déformations et sur une large plage de vitesses de sollicitation. Pour cela un dispositif de compression dynamique – barre de Hopkinson – adapté à la caractérisation de tels matériaux est développé et présenté au chapitre suivant.

Chapitre 2

Les dispositifs expérimentaux

Sommaire

2.1	Presse électro-mécanique	44
2.2	Roue à grande inertie	44
2.3	Les barres de Hopkinson	45
2.3.1	L’atout du dispositif des barres de Hopkinson	46
2.3.2	Principe des barres de Hopkinson	46
2.3.3	Relations aux interfaces barre/échantillon	53
2.3.4	Problèmes spécifiques liés aux matériaux cellulaires	58
2.3.5	Les barres de Hopkinson viscoélastiques	60
2.3.6	Mise en œuvre du dispositif expérimental	65
2.4	Conclusion	68

Afin de mettre en œuvre les tests mécaniques nécessaires à l’étude du comportement des matériaux cellulaires, plusieurs dispositifs d’essais doivent être employés [Lataillade, 2006]. En effet, l’un des principaux problèmes pour l’étude expérimentale, à des vitesses de déformation élevées, réside dans le fait qu’il n’existe pas de moyen unique permettant de balayer toute la gamme de vitesses de déformation intéressant l’ingénieur et le chercheur (de 1×10^{-4} à $1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$). D’une manière habituelle, ces dispositifs d’essais sont répertoriés selon les vitesses de déformation qu’ils imposent. Pour accéder aux vitesses les plus lentes, des machines de type électro-mécanique sont utilisées avec lesquelles les vitesses de déplacement de traverses n’excèdent généralement pas $0,1 \text{ m.s}^{-1}$. Au delà de ces vitesses, on utilise plutôt des machines hydrauliques dont les vitesses de déplacement imposées au matériau à tester peuvent atteindre 5 à 15 m.s^{-1} . Pour des vitesses supérieures, on a généralement recours aux machines à chocs, telles que la tour de chute ou encore la roue à grande inertie. Dans le cas de sollicitations dynamiques “rapides”, la méthode la plus répandue s’appuie sur le principe de la barre de Kolsky-Hopkinson avec laquelle le chargement de l’éprouvette à tester s’effectue par train d’ondes [Hopkinson, 1914, Kolsky, 1949]. Des phénomènes de propagation, ainsi que des forces d’inerties influent sur le comportement des matériaux à tester. Celui-ci résulte à la fois d’effets locaux à l’échelle de la matière et d’effets globaux à l’échelle de la structure.

Malheureusement, la prise en compte d'effets inertiels est en général difficile car les informations de la cinétique, à l'échelle locale, ne sont pas facilement accessibles durant ces essais sur des intervalles de temps très courts (de $0,1\text{ ms}$ à 1 s). Une possibilité consiste alors à s'affranchir, dans un premier temps, de ces effets locaux : au delà d'un certain temps de mise en équilibre de l'échantillon, on peut considérer un état de chargement quasi-statique. Ceci permet de déterminer un comportement macroscopique moyen du matériau pour le corrélérer à diverses observations à l'échelle locale afin d'en déduire leurs influences.

2.1 Presse électro-mécanique

Les essais quasi-statiques sont réalisés à l'aide d'une presse électro-mécanique capable d'exercer un effort de 250 kN et d'imposer une vitesse de déplacement de traverse jusqu'à 600 mm.min^{-1} . L'évolution de la force en fonction du temps est simplement mesurée par une cellule de charge résistive de 10 kN . La mesure de la déformation des échantillons est déduite de celle du déplacement de la traverse. En effet, les faibles niveaux de résistance qu'opposent les mousses à leur compression ne suffisent pas à mettre en défaut la presse.

2.2 Roue à grande inertie

Afin de décrire succinctement le principe de fonctionnement de la roue inertielle, on peut dire qu'il s'agit d'un dérivé de la gamme de dispositifs d'essais du type mouton-pendule Charpy. Ce dispositif est constitué d'une roue massive de grande inertie entraînée en rotation par un moteur. Celui-ci est capable de lui communiquer une vitesse de rotation contrôlée, de manière à disposer d'une énergie cinétique largement supérieure à celle nécessaire à la rupture de l'éprouvette.

Sur cette roue de grandes dimensions ("TAB. 2.1") est fixé un marteau qui vient impacter une enclume et réalise ainsi, selon la cinématique associée, une sollicitation de traction ou de compression sur l'éprouvette [Lopez, 1992, Lambert et al., 2003].

Diamètre	1 m	Rayon d'impact	$0,54\text{ m}$
Épaisseur	$0,1\text{ m}$	Moment d'inertie	77 kg.m^2
Masse	617 kg	Vitesse de rotation	$\sim 2\text{ à }80\text{ rad.s}^{-1}$
Matière	Acier A60	Vitesse du marteau	$\sim 1\text{ à }40\text{ m.s}^{-1}$

TAB. 2.1 – Caractéristiques de la roue à inertie

L'énergie cinétique disponible atteint 3300 J pour un essai à 5 m.s^{-1} et plus de 200 kJ pour un essai à 40 m.s^{-1} . Cette grande quantité d'énergie disponible est telle, qu'elle permet de supposer que la roue n'est pas ralentie par le choc ; par conséquent, la vitesse de chargement demeure constante au cours de l'essai [Froustey et al., 2007].

Initialement, la roue peut tourner librement sans entraîner l'enclume pour atteindre la vitesse consigne afin de stocker l'énergie pour l'impact. Puis, dans le cas d'une compression simple, lorsque cette énergie ou vitesse de rotation désirée est atteinte, un vérin pneumatique

pousse l'enclume contre la roue dans la trajectoire du marteau ; l'enclume vient alors se faire happer par celui-ci. Le schéma de la "FIG. 2.1" illustre schématiquement la cinématique permettant de réaliser une compression de l'éprouvette. Sous l'effet de l'impact du marteau sur l'enclume, le palonnier, en liaison pivot avec le bâti, pivote et comprime l'échantillon par l'intermédiaire d'un fusible. Le mouvement de rotation circulaire de la roue est donc transformé en une translation linéaire. La mesure de l'évolution de la force en fonction du temps est assurée par une cellule de charge piezo-électrique *KISTLER* type 9011A associé à un conditionneur 5011. La sensibilité de cette cellule de charge est de $-4,049 \text{ pC.N}^{-1}$ pour une plage d'effort de 0 à 15 kN et de $-3,929 \text{ pC.N}^{-1}$ pour une plage d'effort de 0 à 1,5 kN. La déformation de l'échantillon est quant à elle mesurée par un capteur de déplacement laser (*KEYENCE LC-2110*). Lorsque l'échantillon est totalement écrasé ou que la force exercée atteint une valeur seuil, la compression de l'échantillon est stoppée par le fusible qui flambe sous l'effort devenu trop important.

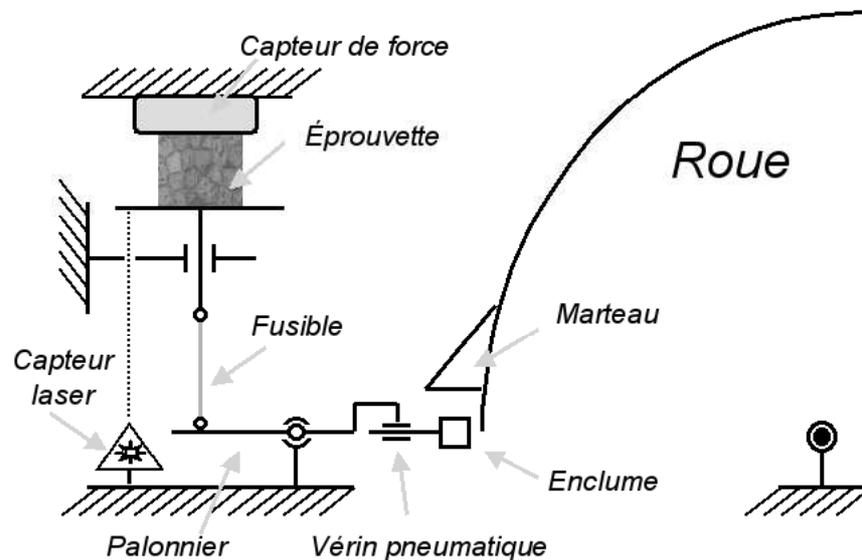


FIG. 2.1 – Principe du dispositif à roue inertielle

2.3 Les barres de Hopkinson

Les premiers travaux mettant en application la propagation d'ondes de contraintes dans des barres ont été réalisés par Hopkinson dès 1914 [Hopkinson, 1914]. Son objectif était de déterminer la pression produite par l'impact d'une balle ou de la déflagration d'un explosif sur une barre métallique. Il observa que l'impact d'une balle sur un cylindre métallique produisait une pression pendant toute la durée de l'impact. Puis, cette pression de compression, se propageant vers l'autre extrémité du cylindre, se transformait en pression de traction lors de sa réflexion à l'autre extrémité du cylindre. Ces pressions et déformations induites dans les matériaux intéressaient les scientifiques de l'époque mais présentaient de grandes difficultés de mise en évidence expérimentale. Ce fut alors en 1948 que Davies utilisa pour la première fois ce dispositif en tant qu'instrument de mesure, suite à ces travaux d'analyses et d'améliorations

[Davies, 1948]. Puis, en 1949, Kolsky développa cette technique en introduisant une deuxième barre [Kolsky, 1949], créant ainsi le dispositif actuel des barres et donnant lieu au nom de : Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB). Dès lors, l'échantillon pincé entre les deux barres peut être comprimé en impactant la première.

Ce dispositif expérimental, naturellement adapté pour des essais de compression, permet d'étudier le comportement de matériaux sous sollicitations dynamiques. Généralement, les gammes de vitesses de déformation atteintes, en compression, se situent entre 10^2 et 10^4 s^{-1} , voir 10^5 s^{-1} . Le chargement et la mesure de ces grandes vitesses de déformation est possible grâce à l'analyse de la propagation des ondes de contrainte dans les barres.

Pour étendre le champ d'application de ce système, le montage initial des barres de Hopkinson a été largement dérivé afin de réaliser d'autres types de sollicitations tels que : la traction, la torsion, ou encore le cisaillement et aussi complété par des métrologies assistées par ordinateur pour l'évaluation des matériaux de plus en plus divers. Du reste, l'utilisation de ces barres a abouti à un grand nombre de publications [Field et al., 2004, Lataillade, 2006].

2.3.1 L'atout du dispositif des barres de Hopkinson

Les essais de caractérisation du comportement dynamique des matériaux sont souvent réalisés à l'aide de dispositifs à "chocs". Lors de ces essais, le banc de mesure ainsi que l'échantillon sont soumis à des effets transitoires dus à la propagation d'ondes, élastiques dans la plupart des cas pour les barres. Considérons par exemple un essai "classique", couramment utilisé pour l'étude du comportement dynamique des matériaux à l'impact : l'essai à la tour de chute. Lors de cet essai, une solution consiste à mesurer les efforts subis par l'échantillon grâce à un capteur de force. Ces mesures sont souvent perturbées par des vibrations présentes dans le banc de mesure et dans l'échantillon. Afin d'améliorer la qualité de ces mesures, et donc de ces essais, ces effets transitoires ne doivent pas être négligés. Pour cela, une alternative consiste à tenir compte explicitement de ces phénomènes de propagations d'ondes. Ainsi, la démarche n'est plus d'essayer d'éliminer ou de considérer les efforts subis par l'échantillon comme la moyenne des efforts périodiques mesurés, mais, d'utiliser au contraire, un système de mesure dans lequel on aura le temps de mesurer précisément ces effets. Cette démarche conduit alors à l'utilisation de barres de grandes dimensions servant de "guide d'ondes" pour lesquelles l'analyse des effets transitoires et de propagation sont connus. En se servant de la théorie de propagation des ondes dans les barres élancées, il est possible de déterminer l'évolution au cours du temps de la force appliquée et du déplacement aux extrémités d'un échantillon. On peut donc déduire directement ou indirectement les lois de comportement des matériaux à grandes vitesses de déformations. On peut aussi moyennant une analyse plus compliquée se servir de barres peu élancées [Davies and Hunter, 1963].

2.3.2 Principe des barres de Hopkinson

Le dispositif expérimental des barres de Hopkinson, représenté sur la "FIG. 2.2" est constitué d'un projectile, d'une barre d'entrée et d'une barre de sortie, généralement cylindriques de quelques centimètres de diamètre. Habituellement, ces barres présentent les mêmes caractéristiques

téristiques mécaniques ainsi qu'une limite élastique élevée par rapport à celle du matériau à tester. Cependant, il est tout à fait possible, afin de s'adapter au mieux à la caractérisation de certains matériaux, d'utiliser des barres de caractéristiques mécaniques différentes. L'intérêt d'utiliser une barre d'entrée d'impédance mécanique plus élevée que celle de la barre de sortie permet d'augmenter la vitesse de déformation, tout en conservant une sensibilité suffisante pour la caractérisation de matériaux de faible impédance [Lataillade et al., 1995]. Leurs dimensions sont usuellement d'un à trois mètres pour les barres et d'un mètre à quelques centimètres pour le projectile. Leurs principales caractéristiques sont les suivantes :

- section droite S_b ;
- masse volumique ρ_b ;
- module de Young E_b .

Le principe de fonctionnement de ce dispositif consiste à solliciter, au travers d'une barre d'entrée, un échantillon pris en sandwich entre cette dernière et une barre de sortie. Cette sollicitation est réalisée en impactant la barre d'entrée à l'aide d'un projectile lancé à des vitesses variant de quelques $cm.s^{-1}$ à quelques $m.s^{-1}$. Avec des barres métalliques, l'impact du projectile crée une onde de compression élastique ε_i qui se propage librement vers l'échantillon. Une partie de cette onde est ensuite réfléchiée à l'interface barre d'entrée/échantillon et reflue dans la barre d'entrée en sens opposé, devenant généralement une onde de traction ε_r . L'autre partie de cette onde sollicite l'échantillon et s'évacue dans la barre de sortie : c'est l'onde transmise ε_t . En réalité, un phénomène de réverbérations multiples au sein de l'échantillon construit progressivement cette onde de sortie. Les dimensions particulières de ces barres sont alors choisies afin de limiter et de simplifier l'analyse des effets transitoires de propagation des ondes ε_i , ε_r et ε_t dans celles-ci. En effet, l'analyse de ces effets sur des structures tridimensionnelles étant complexe à mettre en oeuvre [Zhao and Gary, 1995, Merle and Zhao, 2006], on tend à se placer dans le cas de propagations unidimensionnelles en utilisant des barres de faibles diamètres.

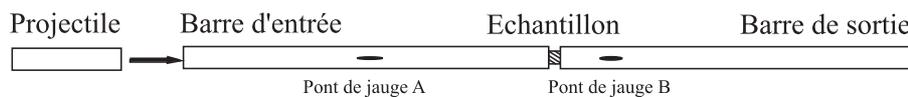


FIG. 2.2 – Système de barres de Hopkinson

Pour illustrer le trajet de cette onde dans le dispositif, le diagramme de Lagrange (ou diagramme de marche), “FIG. 2.3” est particulièrement intéressant. Celui-ci permet une représentation graphique de la propagation des ondes dans les barres en fonction de l'abscisse du point courant et du temps. Le principe de fonctionnement, dans le cas “classique” de barres métalliques dont la propagation des ondes est élastique, peut se résumer en 5 grandes étapes :

1 Impact du projectile :

Avant le contact, les barres sont au repos. Les contraintes σ et vitesses particulières ν sont nulles, que ce soit dans la barre ou dans le projectile. Le projectile est lancé sur l'ensemble

barres/échantillon. Lors de l'impact, deux ondes de compression sont générées et se propagent respectivement dans la barre d'entrée et dans le projectile. La continuité des forces et des vitesses à l'interface entre le projectile et la barre permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_p + \nu_p = V_b + \nu_b \\ S_p \sigma_p = S_b \sigma_b \end{cases} \quad (2.1)$$

On note V_b la vitesse de la barre d'entrée ; avant impact celle-ci est nulle $\vec{V}_b = \vec{0}$ puisque les barres sont au repos. V_p désigne la vitesse du projectile qui est dirigée vers la barre d'entrée. ν_p et ν_b sont les vitesses particulières respectivement dans le projectile et la barre. Le choc va donc engendrer une onde se propageant vers les $x > 0$ dans la barre d'entrée et vers les $x < 0$ dans le projectile. On obtient :

$$\begin{cases} \sigma_p = \rho_p c_p \nu_p \\ \sigma_b = \rho_b c_b \nu_b \end{cases} \quad (2.2)$$

En notant $Z = \rho c$ l'impédance, correspondant à la résistance qu'un milieu oppose à sa mise en mouvement lorsqu'il est sollicité par une onde de célérité $c = \sqrt{E/\rho}$ (célérité d'onde de barre élastique non dispersive), on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \sigma_p = -\frac{A_b Z_b Z_p}{A_p Z_p + A_b Z_b} V_p, & \nu_p = \frac{\sigma_p}{Z_p} \\ \sigma_b = -\frac{A_p Z_p Z_b}{A_p Z_p + A_b Z_b} V_p, & \nu_b = \frac{\sigma_b}{Z_b} \end{cases} \quad (2.3)$$

σ_p, σ_b sont les états de contrainte dans le projectile et la barre et A_p, A_b, Z_p, Z_b , leur section et impédance respectives. Selon les propriétés des matériaux constitutifs du projectile et de la barre d'entrée, et donc de leur rapport d'impédance, après le contact, la vitesse particulière dans le projectile peut être plus grande ou plus petite que celle dans la barre d'entrée :

- soit les barres vont s'écarter, si l'impédance du projectile est trop faible devant celle de la barre et celui-ci va donc rebondir contre elle sans lui communiquer toute son énergie,
- soit l'échantillon va être rechargé dans le cas où l'impédance du projectile est bien supérieur à celle de la barre et entraîner un chargement en escalier.

Dans notre cas, les barres et le projectile sont de même nature et de même section ($A_p Z_p = A_b Z_b$). Par conséquent, les deux ondes de compression créées sont d'amplitude identique et régies par les équations 2.3. L'onde de compression ainsi générée dans la barre d'entrée marque le début du "créneau de compression". Pour le projectile, à $t = L_p/c$, l'onde de compression se réfléchit sur l'extrémité en une onde de traction et décharge la barre d'entrée à $t = 2L_p/c$. L'impact est terminé, c'est la fin du chargement de compression : l'onde incidente élastique $\varepsilon_i(t)$ est créée. La durée de sollicitation est donc proportionnelle à la longueur du projectile L_p ; celle-ci est déterminée précisément en connaissant la célérité de l'onde dans le projectile ($c_p = \sqrt{E_p/\rho_p}$) :

$$T_{sollicitation} = 2 \times \frac{L_p}{c_p} \quad (2.4)$$

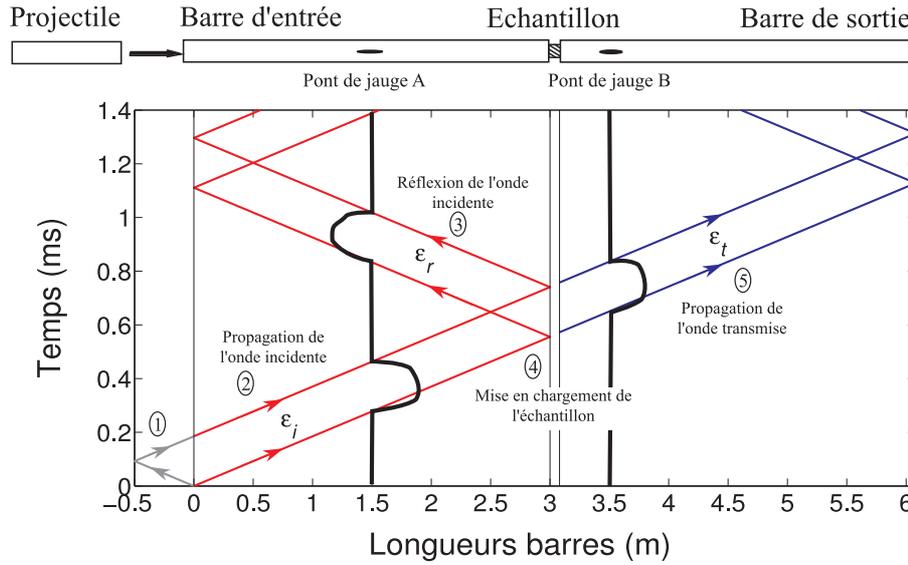


FIG. 2.3 – Diagramme de Lagrange

Le chargement de la barre d'entrée par l'onde incidente de compression est réalisé et parcourt la barre avec une amplitude :

$$\sigma_i = -\rho_b c_b \frac{V_p}{2} \quad (2.5)$$

2 Propagation de l'onde incidente dans la barre d'entrée :

Cette onde $\varepsilon_i(t)$ se propage librement dans le milieu, vers l'éprouvette, à la célérité c_b . Dès lors, connaissant la longueur de la barre L_b , il est possible de déterminer à quel instant cette onde va solliciter l'échantillon. Le temps de "transport" de l'onde est donc :

$$T_{transport} = \frac{L_b}{c_b} \quad (2.6)$$

3 Réflexion de l'onde incidente :

La rupture d'impédance que provoque le changement de milieu entre la barre et l'échantillon entraîne une réflexion partielle de l'onde incidente $\varepsilon_i(t)$ à l'interface barre/échantillon. Cette onde réfléchie $\varepsilon_r(t)$ est une onde de traction et se propage en sens inverse dans la barre. La formation de cette onde dépend du rapport d'impédance mécanique entre la barre et l'échantillon (paragraphe 2.3.3.2).

4 Chargement de l'échantillon :

L'onde transmise à l'échantillon se propage librement dans celui-ci jusqu'à son extrémité : interface échantillon/barre de sortie. Lorsque cette onde atteint cette extrémité elle, se réfléchit et se propage en sens inverse. Un jeu de réverbérations multiples de l'onde s'installe progressivement dans l'échantillon et l'amène graduellement dans un état d'équilibre. Une partie de cette onde se transmet à la barre de sortie : c'est l'onde transmise $\varepsilon_t(t)$.

5 Propagation de l'onde transmise dans la barre de sortie :

Comme pour l'onde réfléchie, cette onde transmise va se propager dans la barre et atteindre son extrémité pour se réfléchir avec inversion et recharger éventuellement l'échantillon. Pour éviter de solliciter à nouveau l'échantillon, il est possible de rajouter un piègeur d'ondes. Il s'agit d'une barre d'amortissement dans laquelle l'onde transmise vient mourir et piéger, sous forme cinétique, une partie de l'énergie communiquée au système. Ceci permet de limiter la translation de l'ensemble. Il reste à arrêter la barre d'amortissement [Delaet, 1995].

La mesure de ces ondes incidente $\varepsilon_i(t)$, réfléchie $\varepsilon_r(t)$ et transmise $\varepsilon_t(t)$ est au coeur du système des barres de Hopkinson. C'est à partir de celles-ci que découle le principe de fonctionnement des barres et qu'il est possible de déterminer l'histoire du chargement des échantillons. La mesure de ces ondes est réalisée grâce à des ponts de jauges d'extensométrie. En vérifiant un certain nombre d'hypothèses, il est possible de relier la mesure de ces déformations aux contraintes σ et vitesses particulières ν associées. Le point clé de ces essais consiste alors à déterminer les forces et vitesses particulières aux interfaces barres/échantillon, à partir des mesures des ondes de contraintes sur les barres d'entrée et de sortie. Pour cela, un certain nombre d'hypothèses doivent être formulées.

2.3.2.1 Hypothèses classiques

Pour réaliser des essais aux barres de Hopkinson et utiliser une méthodologie relativement simple à mettre en oeuvre, on réalise généralement le montage des barres de Hopkinson de manière à valider les hypothèses suivantes :

- les barres ont un comportement élastique linéaire et les ondes de contraintes générées dans celle-ci restent élastiques en tout point des barres. Les contraintes associées sont inférieures à la limite d'élasticité des barres (intégrité du banc d'essai).
- les barres sont supposées suffisamment longues par rapport à leur rayon (barres élancées) pour que le dispositif soit modélisé de manière unidimensionnelle.
- la plus petite longueur d'onde de l'onde générée est grande devant le diamètre des barres. Les effets d'inertie radiale, oscillations de Chree-Pochhammer [Pochhammer, 1876, Chree, 1889], dus à l'augmentation brutale de la contrainte en une section de la barre, sont alors négligeables. Lorsque le diamètre des barres ne permet plus de faire cette hypothèse, il est nécessaire de tenir compte de ces effets d'inertie radiale, notamment dans le cas de barres viscoélastique. Ainsi, Zhao et Gary ont généralisé l'équation de Chree-Pochhammer et l'ont résolue numériquement pour prendre en compte ces effets [Zhao and Gary, 1995]. Ces effets d'inertie radiale entraînent un effet de dispersion sur la propagation. Cet effet est pris en compte expérimentalement par Bacon [Bacon, 1998].
- il est possible de mesurer séparément les ondes incidente et réfléchie. Si l'on considère le dispositif de la "FIG. 2.3", les ondes incidente et réfléchie sont complètement dissociées à leur point de mesures : on peut ainsi mesurer entièrement le passage de l'onde incidente avant de voir apparaître de début de l'onde réfléchie. Toutefois, il est possible de s'affranchir de cette contrainte on utilisant la technique dite "des deux ponts de

jauges” [Lundberg and Blanc, 1988, Zhao and Gary, 1997, Bacon and Lataillade, 2001].

Selon ces conditions, les états de contraintes dans les barres sont donc uniaxiaux et uniformes sur une section droite. On considère les barres comme semi-infinies permettant ainsi de faire l’hypothèse d’ondes planes longitudinales se propageant dans les barres. Le formalisme de la propagation des ondes de barres permet de déterminer alors facilement la force et le déplacement subis par l’échantillon afin de remonter aux lois de comportement de matériaux soumis à de grandes vitesses de déformations.

2.3.2.2 Propagation d’ondes unidimensionnelle dans les barres

Le principe de fonctionnement d’un couple de barres consiste à mesurer les différentes ondes dans celles-ci. Cette mesure n’est possible que s’il existe, lors de la propagation de cette onde incidente, une perturbation un changement de milieu provoquant une onde réfléchiée et une onde transmise. Lors de l’utilisation classique des barres de Hopkinson, cette perturbation est provoquée par rupture d’impédance du milieu de propagation de l’onde. Ce peut être un changement de matériau (éprouvette), une variation de section ou encore une variation locale des propriétés mécaniques du milieu (par exemple lors du chauffage des barres au cours d’un essai en température).

L’équation d’équilibre dynamique, appliquée à un élément de volume et issue d’une barre considérée comme un milieu unidimensionnel, conduit à la première équation du système (2.7). Les paramètres caractéristiques de ce volume élémentaire sont : sa masse volumique ρ , son module d’Young E et son déplacement u . L’équation de comportement élastique des barres – en supposant que l’on est dans le cas de petites perturbations – donne la deuxième équation de ce système (2.7) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \\ \sigma(x, t) = E \varepsilon(x, t) \quad \text{avec} \quad \varepsilon(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \end{cases} \quad (2.7)$$

où σ et ε représentent respectivement les champs de contraintes et de déformations longitudinales dans la barre élastique, à l’abscisse x et au temps t . Selon les hypothèses introduites, ces champs de contrainte et de déformation sont uniformes dans chaque section. Par élimination de σ et ε , on retrouve l’équation de propagation des ondes :

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{c^2 \partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

La solution générale de cette équation d’onde (2.8) se présente sous la forme de fonctions f et g superposées, l’une directe¹ et l’autre rétrograde² :

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.9)$$

¹Ondes se propageant vers les x croissants.

²Ondes se propageant vers les x décroissants.

Ainsi, une simple différentiation permet d'obtenir l'expression de la déformation ε , de la contrainte σ et de la vitesse particulière ν en une section de la barre :

$$\begin{cases} \varepsilon(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = f'(x - ct) + g'(x + ct) \\ \sigma(x, t) = E\varepsilon(x, t) = E[f'(x - ct) + g'(x + ct)] \\ \nu(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -c[f'(x - ct) - g'(x + ct)] \end{cases} \quad (2.10)$$

L'expression de la déformation $\varepsilon(x, t)$ correspond aux ondes se propageant dans la barre, et s'exprime par une combinaison linéaire de la dérivée spatiale des deux fonctions f et g de l'équation (2.9). L'onde plane progressive $f(x - ct)$ est le déplacement local de plans particuliers; sa dérivée spatiale représente donc la déformation locale lors de son passage : déformation incidente $\varepsilon_i(x, t)$. Il en va de même pour l'onde rétrograde $g(x + ct)$ correspondant à la déformation se propageant en sens inverse : soit la déformation réfléchie $\varepsilon_r(x, t)$. L'expression de la déformation en une section de la barre s'obtient par simple sommation :

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_i(x, t) + \varepsilon_r(x, t) \quad (2.11)$$

La mesure des ondes incidente et réfléchie permet donc de connaître les déformations subies par la barre. Les relations classiques de la mécanique permettent ensuite de déterminer les variables contrainte, vitesse et déplacement en leur point de mesure, au niveau des ponts de jauges.

La "FIG. 2.4" illustre typiquement les mesures des signaux délivrés par les jauges de déformations lors d'un essai sur une mousse syntactique avec des barres en aluminium de 25 mm de diamètre. Les évolutions au cours du temps de ces déformations – mesurées en

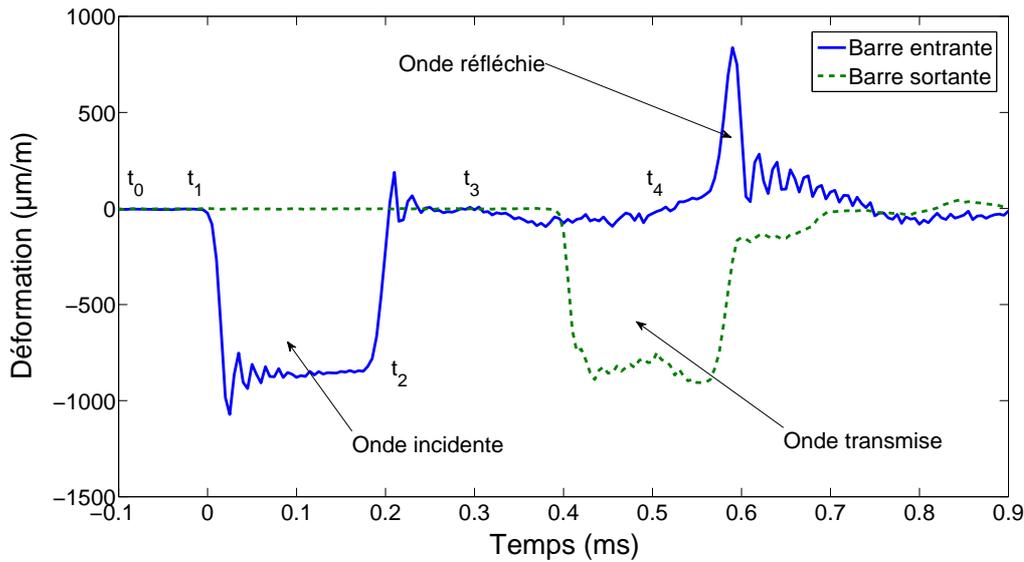


FIG. 2.4 – Ondes mesurées lors d'un essai sur une mousse syntactique ($V_{\text{impact}} = 7,6 \text{ m.s}^{-1}$; $\dot{\varepsilon} \approx 870 \text{ s}^{-1}$)

une abscisse de la barre d'entrée et de sortie – montrent qu'au début de l'essai, à l'instant t_0 , l'onde de contrainte n'a pas encore atteint les ponts de jauges. Le signal enregistré sur ces deux barres est donc nul car le bruit de mesure est négligeable devant l'amplitude des signaux. Après l'impact du projectile, l'onde incidente se propage dans la barre d'entrée jusqu'à l'instant t_1 ; le pont de jauge est sollicité durant tout le temps du créneau de compression jusqu'à l'instant t_2 . L'onde plane incidente dépasse la section de mesure et continue de se propager vers l'extrémité de la barre : c'est l'instant t_3 . A ce moment, cette onde se réfléchit à l'interface pour se transformer en une onde de traction et arrive de nouveau à la section de mesure à l'instant t_4 . L'onde transmise dans la barre de sortie décharge l'onde incidente diminuant ainsi l'amplitude de l'onde réfléchie qui est alors positive (solicitation de traction). Cette onde transmise représente la signature du matériau testé (en pointillés sur la "Fig 2.4").

Lors de la mesure de ces ondes, le pont de jauge de la barre d'entrée est placé de manière à éviter la superposition de celles-ci et se situe donc naturellement loin des extrémités. Autrement dit, dans cette configuration, il est possible de mesurer entièrement le passage de l'onde incidente avant que l'onde réfléchie ne soit arrivée au niveau du pont ("Fig 2.4"). A contrario, on remarque que la mesure de l'onde transmise sur la barre de sortie peut se faire tout près de l'échantillon car la zone de superposition se situe à l'autre extrémité de la barre. Dans la pratique, cette configuration est envisageable en utilisant des barres suffisamment longues – dans notre cas une barre d'entrée de 290 cm et de 250 cm pour la barre de sortie – et en réalisant une impulsion suffisamment courte (projectile de 48 cm).

2.3.3 Relations aux interfaces barre/échantillon

A cause des problèmes de superpositions énoncés précédemment, il est impossible de mesurer directement et séparément les ondes au niveau des extrémités des barres en contact avec l'échantillon. Il est donc nécessaire d'effectuer un transport des ondes de leurs points de mesures jusqu'aux interfaces de l'échantillon. Dans le cas classique des barres élastiques, les ondes au point de mesures sont supposées identiques à celles arrivant aux interfaces mais décalées temporellement. En effet, selon la théorie de propagation élastique des ondes de barres, l'onde est supposée garder la même amplitude et la même forme tout au long de sa propagation. Ce transport des ondes néglige les effets de dispersion et d'atténuation. Ainsi, la connaissance des ondes incidente $\varepsilon_i(t)$, réfléchie $\varepsilon_r(t)$ et transmise $\varepsilon_t(t)$ à leurs points de mesures permet de calculer les relations de force et de vitesse subies par l'échantillon. Ce dernier, de section S_e et d'épaisseur L_e , est donc soumis aux ondes incidente, réfléchie et transmise mesurées par les ponts de jauges ("FIG. 2.5").

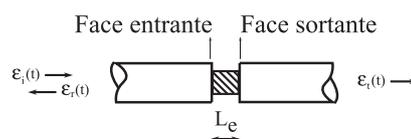


FIG. 2.5 – Équilibre de l'échantillon

En tenant compte des équations (2.10), les vitesses particulières aux faces entrante et sortante sont :

$$\begin{cases} \nu_e(t) = c_b (\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)) \\ \nu_s(t) = c_b \varepsilon_t(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

L'intégration des champs de vitesse mène aux champs de déplacements :

$$\begin{cases} u_e(t) = c_b \int_0^t (\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau)) d\tau \\ u_s(t) = c_b \int_0^t \varepsilon_t(\tau) d\tau \end{cases} \quad (2.13)$$

La vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ globale de l'échantillon s'exprime :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{v_s(t) - v_e(t)}{L_e} \quad (2.14)$$

En substituant les équations (2.12) à l'équation (2.14) précédente on obtient :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{c_b}{L_e} (-\varepsilon_i + \varepsilon_r + \varepsilon_t) \quad (2.15)$$

Il est également possible de calculer les forces aux deux interfaces de la barre en se référant aux équations (2.10) :

$$\begin{cases} F_e(t) = S_b E_b (\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) \\ F_s(t) = S_b E_b \varepsilon_t(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

Il est possible de supposer qu'un état d'équilibre quasi-statique est installé dans l'échantillon seulement après une période de mise en "équilibre". La durée de celle-ci dépend à la fois des rapports d'impédances entre les barres et le matériau testé, de la célérité dans l'échantillon et enfin de son épaisseur (paragraphe 2.3.3.2). Les forces entrante F_e et sortante F_s de chaque côté de l'échantillon sont alors égales. En égalisant les équations (2.16) on obtient :

$$\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_t(t) \quad (2.17)$$

La déformation globale moyenne de l'échantillon (2.15) est directement proportionnelle à l'onde réfléchie ε_r en substituant la relation (2.17) à cette équation :

$$\dot{\varepsilon}_m(t) = \frac{2c_b}{L_e} \varepsilon_r \quad (2.18)$$

Les contraintes et déformations dans l'échantillon peuvent être considérées comme uniformes permettant de construire une courbe de comportement contrainte/déformation moyenne :

$$\begin{cases} \sigma_m(t) = \frac{S_b E_b}{S_e} \varepsilon_t \\ \varepsilon_m(t) = \frac{2c_b}{L_e} \int^t \varepsilon_r(t) dt \end{cases} \quad (2.19)$$

Afin de caractériser entièrement le comportement dynamique d'un matériau, il est indispensable de réaliser des essais à différentes vitesses de déformation. Pour cela, avec le système des barres de Hopkinson, et lorsque les paramètres des barres sont fixés (matériau et dimensions), il est nécessaire d'augmenter la vitesse d'impact du projectile pour créer une amplitude de compression plus importante et par la même d'augmenter ainsi la vitesse de déformation (équation 2.5). Une solution pratique consiste à augmenter la masse volumique de la barre ρ_b . Toutefois, la contrepartie d'un matériau très dense est d'augmenter la différence d'impédance entre l'échantillon et la barre (2.3.4). Dans d'autres situations, pour s'affranchir des problèmes de vitesses de chargement non constantes, il faut modifier le profil de l'onde incidente. Pour cela, il est possible d'adapter la géométrie du projectile, et donc de son impédance [Kumar et al., 2004], ou encore d'intercaler des disques placés sur la barre d'entrée [Frew et al., 2002].

2.3.3.1 Équilibre des forces sur l'échantillon

Lors du traitement classique des signaux mesurés, la connaissance des ondes aux interfaces permet d'identifier la réponse de l'échantillon sollicité en compression. Ce traitement suppose que la contrainte et la déformation sont homogènes dans l'échantillon, comme lors d'un essai quasi-statique. La relation contrainte/déformation moyenne n'a de sens que si les champs de contraintes et de déformations sont homogènes dans l'échantillon. Dans ce cas, ces essais de caractérisation de comportement dynamique ne sont alors qu'une extension des essais quasi-statiques sous chargement rapide.

En toute rigueur, cette égalité n'est physiquement pas possible car il existe toujours un temps de mise en charge, temps de transfert de chargement de l'échantillon. Cette hypothèse d'homogénéité est donc plus ou moins valide selon les conditions d'essais, particulièrement lorsque le temps de transfert dans l'échantillon est important par rapport à la durée de l'essai. Si ces hypothèses d'homogénéité sont souvent admises pour les matériaux à hauts modules élastiques – matériaux métalliques notamment – ce n'est pas le cas pour d'autres types de matériaux visqueux ou fragiles pour lesquels cet équilibre des forces n'est souvent pas atteint durant l'essai [Dioh et al., 1995, Ibouchichene, 2004].

Il importe alors à l'utilisateur de s'affranchir de ces problèmes, ou d'en tenir compte, lors de l'identification du comportement du matériau. Une possibilité est de diminuer l'épaisseur de l'échantillon, réduisant ainsi le temps de transfert. Il faut dans ce cas faire attention aux dimensions des échantillons à tester afin qu'ils soient toujours représentatifs du matériau.

Pour illustrer ces propos, la "FIG. 2.6" représente un essai réalisé sur une mousse d'aluminium de 24,02 mm de hauteur et de 324 kg.m⁻³. La "FIG. 2.7" représente quant à elle un essai réalisé sur une mousse polymérique de 8,34 mm de hauteur et de 108 kg.m⁻³ à l'aide d'une barre viscoélastique :

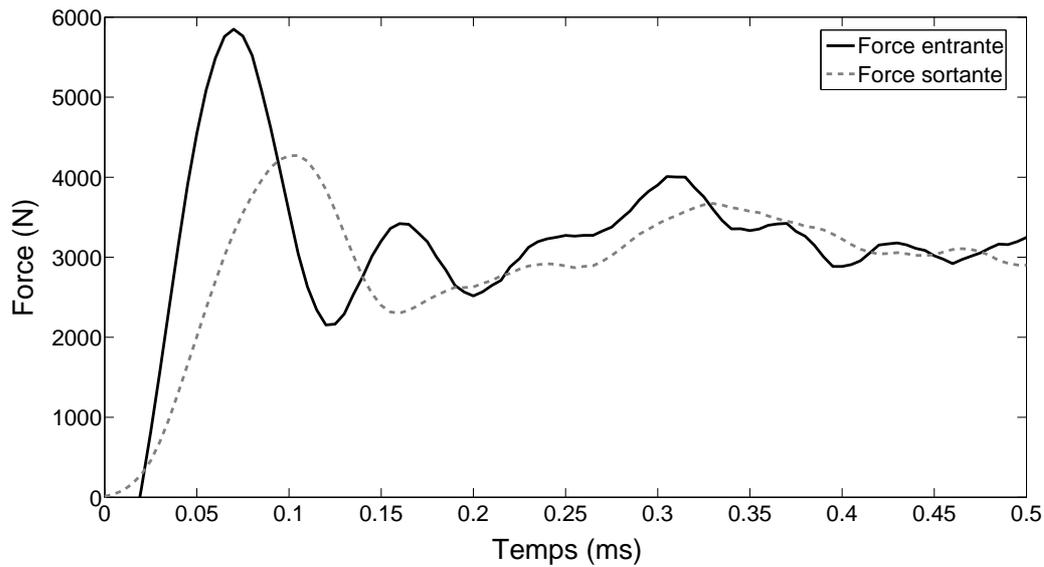


FIG. 2.6 – Équilibre des forces sur un échantillon de mousse d'aluminium

Si l'on compare les efforts sur les deux faces de l'échantillon de mousse d'aluminium, on constate que l'équilibre des forces est atteint rapidement. Moins de $0,02\text{ ms}$ sont nécessaires pour atteindre l'équilibre des efforts dans l'échantillon ; dès lors la force entrante oscille autour de la force sortante. Dans ce cas, il est possible de retranscrire le comportement de la mousse testé par la moyenne des efforts exercés mais ne permet pas de déterminer avec précision son comportement élastique. Par contre, dans le cas de l'essai sur la mousse polymérique "FIG. 2.7", l'égalité entre la force entrante et sortante est atteinte beaucoup plus tard³ :

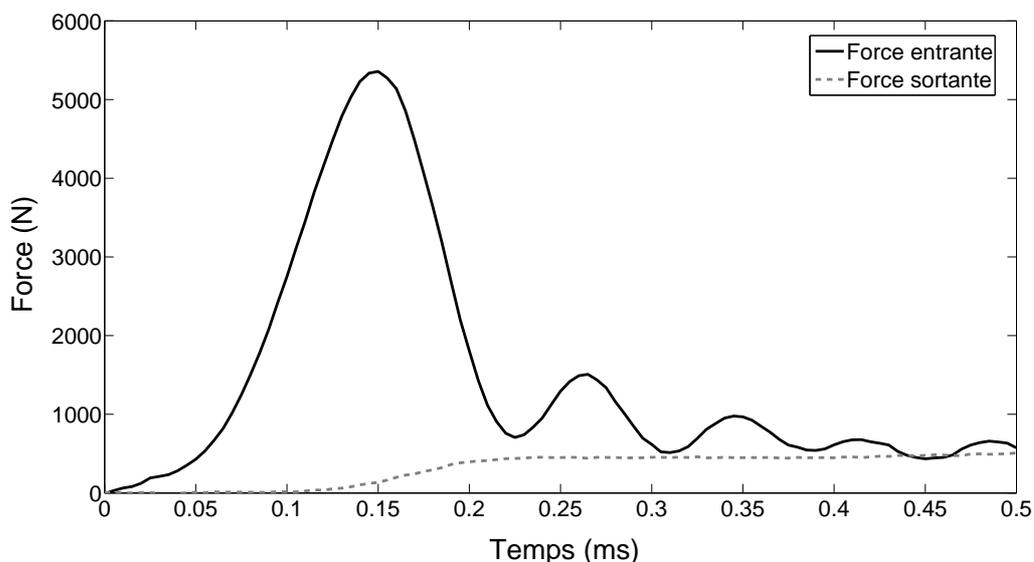


FIG. 2.7 – Inégalité des forces sur un échantillon de mousse polymérique

³Il est possible de quantifier l'erreur de mesure sur le calcul des forces par un essai à vide tel que celui réalisé au paragraphe 3.3.2. Compte tenu de la "FIG. 3.12" la précision est de 10%.

plus de 0,4 *ms* sont nécessaires pour que la force entrante oscille autour de la force sortante. Au début de l'essai, la face entrante est chargée tandis que la face sortante ne l'est pas encore. Parfois, l'équilibre des forces n'est même pas atteint avant la phase de densification du matériau. C'est le cas pour les matériaux de très faibles densités ou sujets à de très fortes localisations de la déformation. Dans le cas des matériaux fragiles, il n'est pas rare que la rupture du matériau survienne avant même la phase d'équilibre. On s'aperçoit que pour caractériser ce type de matériau pendant les premiers instants de chargement (domaine élastique), il n'est plus possible de considérer l'échantillon en équilibre statique. Les effets inertiels ne peuvent plus être négligés ; il est alors indispensable de les considérer lors du traitement des données.

En conclusion, l'essai aux barres de Hopkinson se déroule en deux phases :

- une phase transitoire, pendant laquelle se produit les réflexions successives des ondes dans l'échantillon. La durée de cette phase dépend des propriétés du matériau testé et donc des rapports d'impédances ; elle est d'autant plus petite que les impédances entre les matériaux de barres et de l'échantillon sont proches. A ce moment, il n'y a pas d'homogénéité des contraintes dans l'échantillon. Il faut attendre un certain nombre d'allers-retours de l'onde dans celui-ci pour qu'il soit en équilibre. Un comportement contrainte/déformation moyen du matériau n'est alors pas réellement représentatif ; il est, par conséquent, impératif de mettre en place une autre méthode de dépouillement des résultats, lorsque cela est possible. L'une d'elle consiste à utiliser une technique de calcul inverse. Cette technique peut consister à optimiser des paramètres d'une loi de comportement, de forme a priori connue, grâce aux mesures des efforts et vitesses effectuées sur les deux faces de l'échantillon [Zhao and Gary, 1996, Rota, 1997]. On considère donc l'échantillon comme une structure à part entière, siège de propagations d'ondes.
- une deuxième phase, pendant laquelle l'équilibre est atteint. L'essai se déroule comme un essai quasi-statique à grande vitesse de déformation. Dans la pratique, on se place dans une configuration d'essai respectant au mieux cette hypothèse, en limitant par exemple la taille des échantillons et en adaptant au maximum les impédances des matériaux à tester.

2.3.3.2 Polaires de choc

La mise en chargement de l'échantillon peut être illustrée par un diagramme représentant schématiquement l'évolution de la contrainte σ et de la vitesse particulière ν ("FIG. 2.8"). Dans le cas de propagations d'ondes décrites au paragraphe 2.3.2.2, les équations précédentes permettent de déduire une relation entre la vitesse particulière et la contrainte normale :

$$\sigma = \pm Z\nu \quad (2.20)$$

Z représente l'impédance acoustique d'un échantillon élastique ($Z = \rho_e c_e$), le signe \pm dépend du sens de propagation de l'onde dans celui-ci. Dans le cas de sollicitations très rapides, telles que les impacts générés par les barres de Hopkinson, la phase transitoire de la propagation

de la quantité de mouvement peut être modélisée par une discontinuité de contrainte et de vitesse. Pour une onde unidimensionnelle, on peut déterminer la relation suivante :

$$\Delta\sigma = \pm\rho c\Delta\nu \quad (2.21)$$

Cette relation permet de déterminer graphiquement l'état (σ, ν) résultant du passage d'une onde à partir d'un état initial (σ_i, ν_i) , par exemple le chargement de la barre d'entrée par l'onde incidente. On considère ici que les barres d'entrée et de sortie sont de même nature et de même section. Le chargement de la barre d'entrée est représenté par le point A, à l'intersection des droites de pente $+Z_b$ et $-Z_b$. Le déchargement de cette onde incidente par l'onde réfléchie (à la face entrante de l'échantillon) se trouve à l'intersection de la droite d'origine B et de pente $+Z_b$ et de la droite représentant le chargement de l'éprouvette, d'origine O et de pente $-Z_e$. Ce point représente l'état de chargement de la face entrante de l'échantillon : il s'agit du point 1. Lorsque l'onde dans l'échantillon se propage vers la face sortante, il y a chargement de la barre de sortie (point 2). Cette dernière onde réfléchie se propage dans l'éprouvette en direction de la face entrante qui, lorsqu'elle est atteinte, passe dans l'état 3. Le jeu de réflexions multiples est alors installé dans l'échantillon, ce qui amène progressivement un état de chargement quasi-statique (point 4, 5, etc.).

On comprend donc que si l'impédance mécanique de l'échantillon à tester est trop faible par rapport à celle des barres, sa mise en équilibre sera longue et l'analyse du comportement du matériau d'autant moins précise. On peut ainsi estimer l'état d'équilibre des forces dans l'échantillon [Yang and Shim, 2005, Lataillade, 2006].

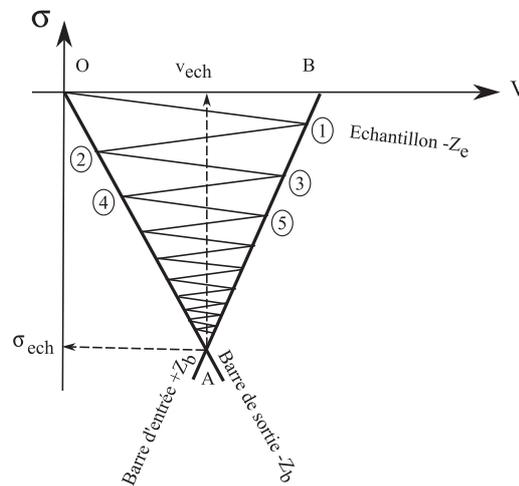


FIG. 2.8 – Polaire de choc

2.3.4 Problèmes spécifiques liés aux matériaux cellulaires

L'amplitude des ondes mesurées dans les barres dépend fortement des échantillons à tester. En effet, la mesure de l'onde incidente ne pose généralement pas de problème car son amplitude dépend directement de l'intensité de l'impact (équation 2.5). En revanche, selon le matériau,

l'onde incidente sera plus ou moins réfléchi à l'interface entrante de l'échantillon et l'onde transmise en sera alors plus ou moins atténuée, voire inexistante. La mesure de la force entrante, issue de la somme des deux premières ondes, sera peu précise puisque celles-ci sont de signes opposées et d'amplitudes quasiment identiques (équation 2.16). La force de sortie sera elle aussi entachée des bruits de mesures, puisqu'elle dépend directement de l'amplitude de l'onde transmise, souvent très faible ou noyée dans les bruits de mesures (équation 2.16). Il est par conséquent nécessaire d'adapter au mieux les impédances des barres par rapport au matériau à tester, comme le montre également le paragraphe 2.3.3.2.

En notant $Z_b = \rho_b c_b$ l'impédance des barres et $Z_e = \rho_e c_e$ celle de l'échantillon (échantillon supposé semi-infini), les contraintes réfléchi et transmise s'expriment en fonction de la contrainte incidente :

$$\begin{cases} \sigma_t(t) = \frac{2A_b Z_e}{A_b Z_b + A_e Z_e} \sigma_i(t) \\ \sigma_r(t) = \frac{A_e Z_e - A_b Z_b}{A_b Z_b + A_e Z_e} \sigma_i(t) \end{cases} \quad (2.22)$$

Si l'on considère un matériau d'impédance mécanique très faible par rapport à celui de la barre, $Z_b \gg Z_e$, on s'aperçoit que l'amplitude de la contrainte réfléchi est quasiment égale à celle de l'incidente. De sens opposées, la somme de ces contraintes est donc presque nulle et il en est de même pour l'onde transmise. Par conséquent, il est essentiel d'adapter l'impédance mécanique des barres vis-à-vis de l'échantillon à tester pour que l'onde transmise ait suffisamment d'amplitude et qu'elle puisse être mesurée correctement. De même, l'onde incidente doit être suffisamment absorbée par l'échantillon de manière à augmenter l'écart entre l'onde incidente et l'onde réfléchi :

- dès lors, pour caractériser des matériaux de forte impédance, il faut utiliser des barres “classiques” le plus souvent métalliques.
- en revanche, lorsque le matériau à caractériser présente une rigidité faible par rapport à celle des barres, il est nécessaire d'utiliser des barres de faible impédance, creuses ou en matière plastique [Sawas et al., 1998, Chen et al., 1999, Gray, 2000, Zhao and Klepaczko, 1997]. Elles sont donc plus sensibles aux ondes de contrainte, ce qui a pour conséquence “d'amplifier” naturellement leurs déformations.

Ainsi, pour identifier le comportement dynamique de matériaux cellulaires “légers”, de faible impédance, il est nécessaire de remplacer les barres métalliques “classiques” par des barres d'impédance plus proche de celle du matériau à tester. Le tableau ci-dessous récapitule, pour quelques matériaux, généralement utilisés pour réaliser les barres de Hopkinson, leurs impédances ainsi que celle du matériau cellulaire à étudier (“TAB. 2.2”). Ce tableau révèle que le matériau le plus adapté à la caractérisation des mousses de PPE est le Nylon ; en effet, son impédance est la plus proche de celle du matériau à tester. Son avantage, par rapport au PMMA, est de présenter une limite d'élasticité supérieure et de permettre, par là même, la réalisation d'essais avec des niveaux d'énergie plus élevés, sans endommager les barres.

	E (MPa)	ρ (kg.m ⁻³)	$Z = \rho c$ (kg.s ⁻¹ .m ⁻²)
Acier 18-10	203000	7900	4×10^7
Aluminium AU4G	75000	2800	$1,4 \times 10^7$
Magnésium	46000	1740	$8,9 \times 10^6$
Plexiglas PMMA	2900	1800	$2,2 \times 10^6$
Nylon PA6	3300	1140	$1,7 \times 10^6$
Mousse de PPE	30	150	$6,7 \times 10^4$

TAB. 2.2 – Comparaison de l'impédance de la mousse de PPE avec différents matériaux

2.3.5 Les barres de Hopkinson viscoélastiques

Pour certains matériaux, peu “rigides”, comme les matériaux cellulaires, il est nécessaire d'utiliser des barres de faible impédance, généralement en matière plastique telles que le Nylon (tableau 2.2). Néanmoins, leur utilisation entraîne une complication majeure : le comportement de ces matériaux étant viscoélastique, la propagation des ondes dans ces barres est acoustiquement dispersive et sujette à un phénomène d'atténuation important. La prise en compte de cette dispersion et atténuation est indispensable pour réaliser un transport numérique précis de ces ondes, de leur point de mesure à l'échantillon [Bacon, 1998].

2.3.5.1 Propagation des ondes de barre dans un solide viscoélastique

Dans un matériau solide viscoélastique, la loi de comportement viscoélastique linéaire peut être définie à partir d'un module d'Young complexe $E^*(\omega) = E_1(\omega) + iE_2(\omega)$, fonction de la pulsation $\omega = 2\pi f$ avec f la fréquence de l'excitation. Cette équation constitutive s'exprime, dans le domaine fréquentiel de Fourier, en posant $\tilde{\sigma}(x, \omega)$ et $\tilde{\varepsilon}(x, \omega)$ les transformées de Fourier de $\sigma(x, t)$ et de $\varepsilon(x, t)$. On obtient ainsi en vertu du principe de transposition :

$$\tilde{\sigma}(x, \omega) = E^*(\omega) \tilde{\varepsilon}(x, \omega) \quad (2.23)$$

Le caractère viscoélastique de la barre implique également une atténuation $\alpha(\omega)$ et une dispersion $k(\omega)$ de l'onde lors de sa propagation dans celle-ci. Cette atténuation et cette dispersion sont prises en compte pour la propagation des ondes en définissant un coefficient de propagation d'onde $\gamma(\omega)$. Pour cela, on peut reprendre l'équilibre dynamique sur un volume élémentaire de la barre, défini en section 2.3.2.2 :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\sigma}(x, \omega)}{\partial x^2} = -\rho \omega^2 \tilde{\varepsilon}(x, \omega) \quad (2.24)$$

Les déformations induites dans la barre sont gouvernées par l'équation unidimensionnelle de propagation d'ondes dans une barre viscoélastique :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \gamma^2(\omega) \right) \tilde{\varepsilon}(x, \omega) = 0 \quad (2.25)$$

Le coefficient de propagation d'ondes $\gamma(\omega)$ est défini de la manière suivante :

$$\gamma^2(\omega) = -\frac{\rho\omega^2}{E(\omega)} \quad (2.26)$$

Celui-ci est également lié à l'atténuation et à la dispersion dans le cadre de propagation d'ondes de barre et donc à la célérité de l'onde de barre :

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + ik(\omega) = \alpha(\omega) + i\frac{\omega}{c(\omega)} \quad (2.27)$$

La solution de l'équation de propagation d'ondes (2.25) donne l'expression de la déformation générée au point de mesure de la barre à une pulsation ω . A partir de cette équation, il est possible de déduire la déformation générée par le passage de cette onde en toute autre section de la barre grâce à ce coefficient de propagation $\gamma(\omega)$:

$$\tilde{\varepsilon}(x, \omega) = \tilde{P}(\omega) e^{-\gamma x} + \tilde{N}(\omega) e^{+\gamma x} \quad (2.28)$$

x représente l'abscisse de la section désirée ou encore la distance à partir du point de mesure de ces ondes incidente $\varepsilon_i(t)$ et réfléchie $\varepsilon_r(t)$, définies respectivement dans le domaine de Fourier par $\tilde{P}(\omega)$ et $\tilde{N}(\omega)$. La "FIG. 2.9" illustre la mesure des ondes relevées sur une barre viscoélastique en Nylon PA6 de 60 mm de diamètre, lors d'un essai sur une mousse de PPE. On s'aperçoit que les ondes incidente et réfléchie sont bien distinctes malgré un phénomène de traîne important dû au choc viscoélastique du projectile sur la barre d'entrée [Zhao, 1992, Bussac et al., 2007].

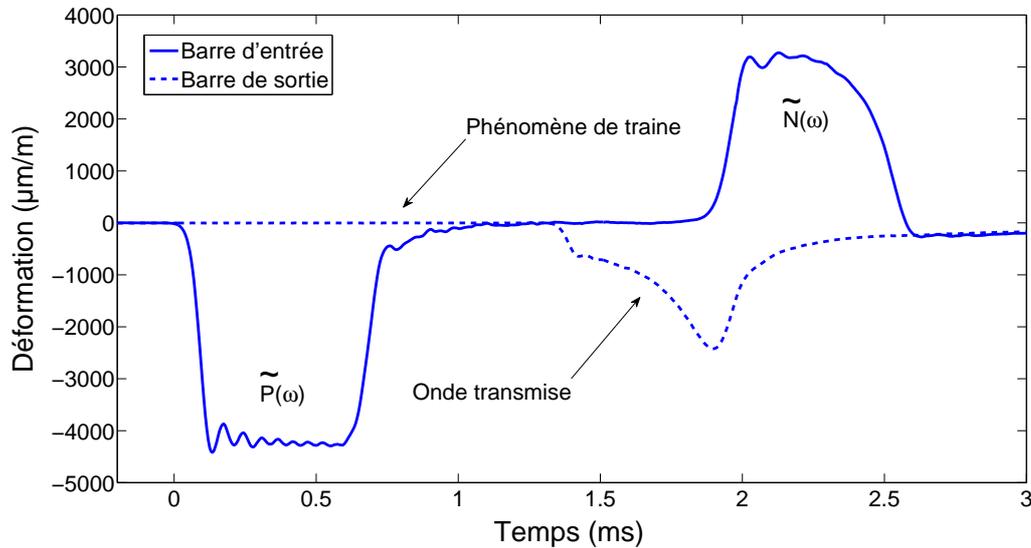


FIG. 2.9 – Ondes mesurées lors d'un essai sur une mousse de polypropylène

Dès lors, il est possible d'en déduire la force $\tilde{F}(x, \omega)$ appliquée ainsi que la vitesse particulaire $\tilde{v}(x, \omega)$ d'une onde associée à une section-droite de la barre, par différentiation, à

partir de la solution générale de l'équation de propagation d'onde (2.28) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}(x, \omega) \\ \tilde{v}(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A\rho\omega^2}{\gamma^2}e^{-\gamma x} & -\frac{A\rho\omega^2}{\gamma^2}e^{+\gamma x} \\ -\frac{i\omega}{\gamma}e^{-\gamma x} & \frac{i\omega}{\gamma}e^{+\gamma x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{P}(\omega) \\ \tilde{N}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

\tilde{v} et \tilde{F} sont respectivement les transformées de Fourier de la vitesse particulière et de la force appliquée à une section droite de la barre. Il ne reste plus qu'à déterminer la valeur du coefficient de propagation $\gamma(\omega)$ pour chacune des barres d'entrée et de sortie.

2.3.5.2 Détermination du coefficient de propagation d'ondes

La correction de la dispersion et de l'atténuation des ondes lors de leur propagation dans un milieu viscoélastique est essentielle pour déterminer les relations de force et de vitesse aux interfaces de l'échantillon. Ces distorsions sont essentiellement liées à :

- une dispersion géométrique de l'onde liée au diamètre des barres, que ce soit en milieu élastique ou viscoélastique. Lorsque l'on utilise des barres de diamètre important – quand l'ordre de grandeur de ce diamètre devient de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du signal – les effets d'inertie radiale deviennent non négligeables et ont pour effets d'augmenter l'atténuation et de diminuer la vitesse de phase [Merle and Zhao, 2006].
- la viscosité du milieu, quant à elle, tend à augmenter la vitesse de phase avec la fréquence et entraîne une atténuation des ondes.

Il y a donc une compétition entre ces deux effets. Une solution consiste à prendre en compte les effets de dispersion géométrique étudiés par Davies [Davies, 1948] et de les corriger en généralisant les équations de Chree-Pochhammer aux barres viscoélastiques [Pochhammer, 1876]. Il faut alors déterminer les racines de cette équation tel que l'ont fait Zhao et Gary [Zhao and Gary, 1995].

Une autre solution plus élégante a pour objectif de mesurer et de prendre en compte simultanément ces effets géométrique et viscoélastique de manière expérimentale. Cette méthode, proposée par Bacon, consiste à impacter une barre viscoélastique libre à son extrémité et d'en mesurer la propagation de l'onde [Bacon, 1998].

Prenons par exemple la barre d'entrée décrite dans le paragraphe précédent, libre à ces deux extrémités illustrée par la "FIG. 2.10". Cette barre est instrumentée à l'aide d'un pont de jauges à l'abscisse $x = 0$, et son extrémité droite se situe en $x = d$.

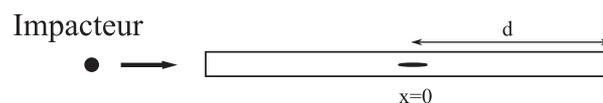


FIG. 2.10 – Impact par bille sur une barre à extrémité libre

Afin de caractériser la propagation des ondes sur une plage de fréquence la plus large possible, l'onde de compression générée par l'impact doit être de plus courte durée possible. Idéalement, ce "pulse" de compression devrait se rapprocher d'une impulsion de type "Dirac" dont le contenu spectral est théoriquement infini. Il faudrait donc utiliser un projectile identique à la barre, de même diamètre et de très petite longueur. Cependant, pour des raisons de mise en oeuvre pratique et de densité spectrale de l'onde générée, on utilise une bille en acier de faible diamètre. Cette bille permet d'obtenir un bon compromis entre la durée de l'onde incidente et l'intensité du signal. Ce dernier dépend de l'énergie cinétique de la bille qui doit être plus importante que lors d'un essai réel. La "FIG. 2.11" représente les déformations mesurées lors de ce type d'essai avec une bille en acier de 10 mm de diamètre :

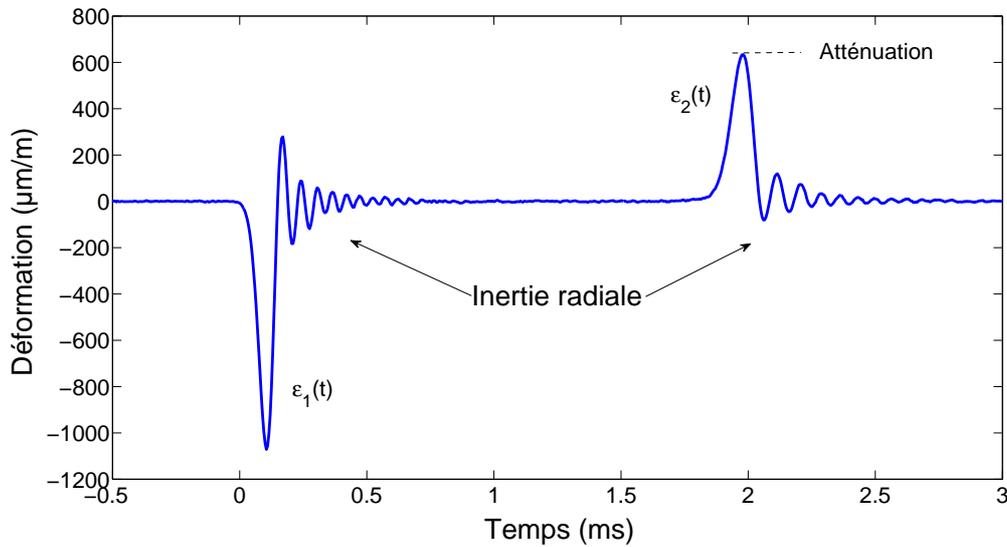


FIG. 2.11 – Déformation mesurée lors d'un impact par bille (= 10 mm)

Lors des mesures de ondes incidente et réfléchie, on peut quantifier la dispersion et l'atténuation de l'onde dans la barre lors de son aller/retour à l'interface barre/échantillon en utilisant la théorie présentée à la section 2.3.5. D'après la relation (2.28) dans le domaine de Fourier, on a : $\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{P}(\omega)$ et $\tilde{\varepsilon}_2 = \tilde{N}(\omega)$. L'extrémité libre de la barre permet d'obtenir une condition aux limites, connue et maîtrisée. Cette condition de force nulle à l'extrémité de la barre permet d'écrire, grâce à la relation (2.29), l'équation suivante :

$$\tilde{P}e^{-\gamma d} + \tilde{N}e^{\gamma d} = 0 \quad (2.30)$$

De cette manière, la fonction de transfert du système $H(\omega)$ définie comme le rapport de la sortie sur l'entrée de notre système (2.30) s'écrit :

$$H(\omega) = -\frac{\tilde{\varepsilon}_2(\omega)}{\tilde{\varepsilon}_1(\omega)} = e^{-2\gamma d} \quad (2.31)$$

Le coefficient de propagation, fonction de la fréquence, est déterminé à partir de cette équation (2.31) en identifiant le coefficient d'amortissement $\alpha(\omega)$ et le nombre d'onde $k(\omega)$ de l'amplitude et de la phase de la fonction de transfert. La fonction de transfert (2.31) doit être mise sous la forme polaire suivante :

$$-\frac{\tilde{\varepsilon}_2(\omega)}{\tilde{\varepsilon}_1(\omega)} = r e^{i\theta} \quad (2.32)$$

r et θ sont respectivement le module et la phase de cette fonction, qui traduisent le rapport des ondes réfléchie et incidente mesurées. Une identification de ces deux expressions (2.31) et (2.32) permet d'écrire :

$$\begin{cases} e^{-2\gamma d} = r e^{i\theta} \\ \alpha = -\frac{\ln r}{2d} \\ k = \frac{\theta}{2d} \end{cases} \quad (2.33)$$

Ainsi, pour obtenir le coefficient de propagation $\gamma(\omega)$, il suffit de calculer les transformées de Fourier du signal mesuré (onde incidente et onde réfléchie), et de déterminer le coefficient d'amortissement et le nombre d'onde. On peut alors écrire $\gamma(\omega)$ sous la forme suivante :

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + ik(\omega) \quad (2.34)$$

Les résultats obtenus pour le coefficient d'atténuation et la vitesse de phase sont tracés en fonction de la fréquence ("FIG. 2.12"). Les résultats sont présentés jusqu'à 15 kHz ; au delà, le contenu spectral des signaux ne permet pas d'obtenir une précision suffisante.

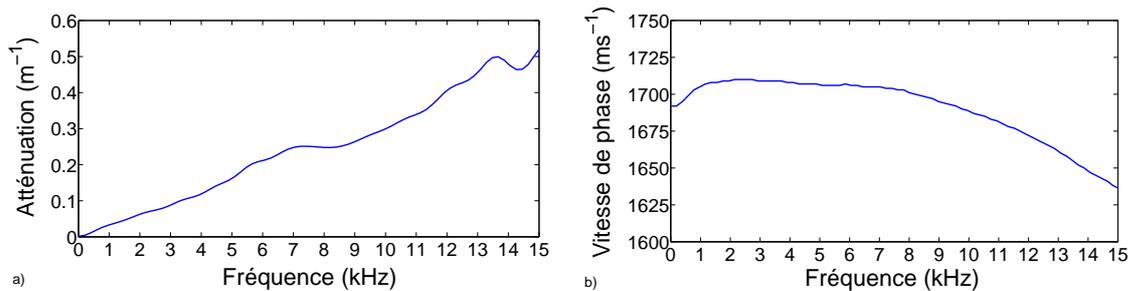


FIG. 2.12 – Atténuation et vitesse de phase pour une barre en Nylon PA6 de diamètre 40 mm

On constate que, pour les faibles fréquences, l'atténuation augmente avec la fréquence tandis que la vitesse de phase est proche de celle obtenue lors de la propagation d'une onde élastique unidimensionnelle ($c = \sqrt{E/\rho} \approx 1700 \text{ m.s}^{-1}$). Puis, au delà de 8 kHz, la célérité de l'onde diminue fortement à cause des effets géométriques qui deviennent plus importants à ces fréquences. En effet, lorsque la longueur d'onde λ devient de l'ordre de grandeur du diamètre D de la barre, les effets d'inertie radiale sont plus importants dans celle-ci. Par exemple à 0,4 kHz, la longueur d'onde est d'environ $\sim 400 \text{ mm}$, soit dix fois le diamètre de la barre (40 mm). Par contre, à 13 kHz, la longueur d'onde est cette fois-ci de $\sim 120 \text{ mm}$. Elle n'est

plus cohérente avec une approche unidimensionnelle : $\frac{\lambda}{D} \approx 3 \ll 10$. Dans ce cas, les oscillations de Chree-Pochhammer deviennent plus importantes [Pochhammer, 1876, Chree, 1889].

2.3.6 Mise en œuvre du dispositif expérimental

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu de manière théorique le fonctionnement des barres de Hopkinson. Ce dispositif se présente sous la forme de deux barres élancées, instrumentées de ponts de jauges extensométriques.

Envisageons maintenant la mise en pratique de l'installation et sa réalisation : cette mise en œuvre nécessite une attention toute particulière. En effet, la qualité des résultats de la caractérisation d'un matériau dépend directement de la qualité des mesures effectuées grâce aux barres. C'est pourquoi un grand soin a été apporté à leurs instrumentations ainsi qu'à la chaîne d'acquisition des mesures.

2.3.6.1 Dispositif général

Le montage des barres de Hopkinson ne se limite pas uniquement aux barres proprement dites mais également à tout le dispositif permettant de gérer et de mettre en œuvre ces barres. Des précautions toutes particulières ont donc été portées au système de maintien et de guidage des barres, mais aussi à leurs instrumentations par des jauges de déformations. Le conditionnement et l'acquisition des signaux, tout comme l'étalonnage des mesures effectuées, influencent également les mesures.

La "FIG. 2.13" ci-dessous, représente de manière schématique l'ensemble du dispositif des barres de Hopkinson.

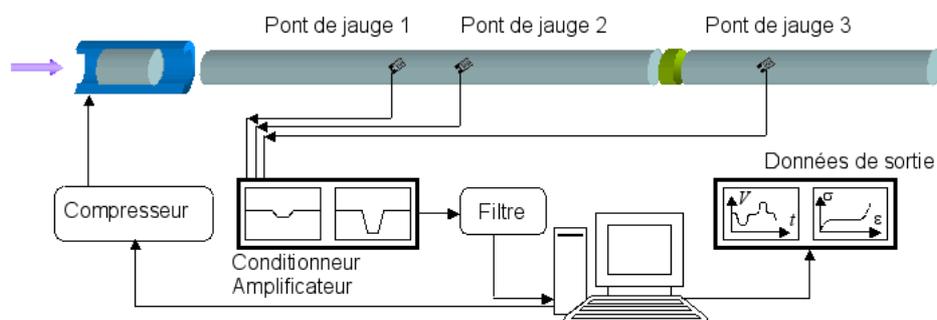


FIG. 2.13 – Schéma du dispositif des barres

Les barres composant ce système sont des barres en matériau thermoplastique industriel blanc semi-cristallin en Nylon PA6. Ce matériau présente l'avantage d'avoir une bonne résistance aux impacts avec une rigidité relativement faible ainsi qu'une densité proche de 1. Ceci lui confère une faible impédance et donc une bonne adéquation aux matériaux souples tels que les matériaux cellulaires ("TAB. 2.2"). Ces barres, de 40 mm de diamètre, mesurent 310,6 cm pour la barre d'entrée et 310,3 cm pour la barre de sortie. Leur limite d'élasticité

en compression est de $\sigma_e = 82 \text{ MPa}$, leur coefficient de Poisson de $\nu = 0,41$ et leur masse volumique de $\rho = 1140 \text{ kg.m}^{-3}$.

2.3.6.2 Maintien et guidage des barres

Le guidage des barres doit permettre à celles-ci de se translater en provoquant un minimum de frottement tout en réalisant un alignement parfait. La coaxialité entre le projectile et les barres d'entrée et de sortie doit être aussi parfaite que possible. Elle doit assurer à la fois une bonne compression de l'échantillon et une bonne transmission des ondes d'une barre à une autre, en évitant les discontinuités d'impédance mécanique non désirées lors des contacts. Le jeu fonctionnel dans le guidage des barres doit être minimisé ainsi que les variations locales d'impédance (comme l'ajout de partie solidaire aux barres) pour limiter au maximum les perturbations de l'onde lors de sa propagation. Il faut également prêter attention aux conditions ambiantes telles que l'effet de dilatation de la barre due à la température, etc.

Plusieurs solutions techniques ont été envisagées et testées. Une première, qui a donné de très bon résultats en terme de qualité des signaux, a été obtenue en supprimant tout contact extérieur avec les barres. Pour cela, celles-ci ont été suspendues à l'aide de fils, minimisant au maximum la surface de contact et par là même les perturbations de la propagation de l'onde lors de leur passage au niveau des paliers de maintien. Mais, pour des raisons de sécurité, cette solution a été abandonnée.

Une autre solution, utilisant un guidage par roulement à billes ou glissières à billes, n'a pas été retenue à cause du risque d'indentation des billes dans la barre. De plus, ces billes s'avéraient inutiles vue les accélérations que subissaient les barres : elles n'avaient pas le temps de se mettre en mouvement et donc de remplir leurs fonctions.

D'autres systèmes de guidage ont été essayés tels que l'utilisation de paliers lisses en aluminium fixés sur des pattes support à six degrés de liberté, permettant de minimiser le frottement. Cette solution n'a pas abouti à cause de problèmes d'alignement et d'indentation.

La solution finale retenue pour réaliser au mieux ce dispositif est l'utilisation d'un assemblage de deux rails de précision en aluminium extrudé ainsi que des platines de fixation sur lesquelles sont montés des paliers en nylon. Cet ensemble présenté sur la "Fig 2.14" a permis d'aligner avec grande précision les barres et de minimiser les frottements avec les paliers.

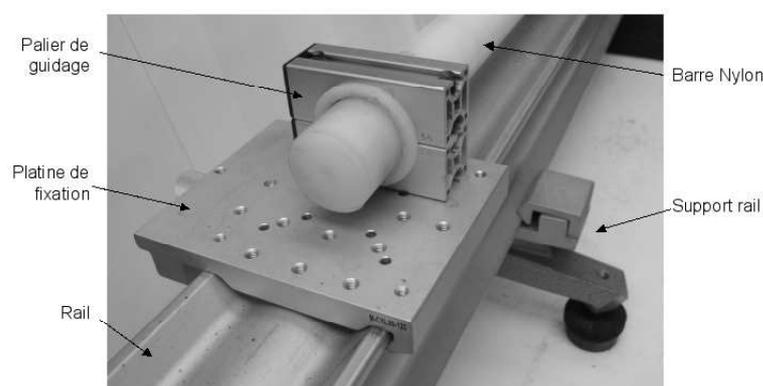


FIG. 2.14 – Système de guidage des barres

2.3.6.3 Instrumentation des barres

L'instrumentation des barres est une partie très délicate et nécessite une attention particulière. Elle est en effet au coeur du système des barres de Hopkinson et est donc la clé de bonnes mesures.

Lorsque l'onde de contrainte se propage dans les barres, on mesure les déformations générées dans celles-ci grâce à des ponts de jauges d'extensométrie. Chacune des barres est équipée de quatre jauges montées en pont complet, ou pont de Wheatstone, équiréparties à chaque section de mesure. Ce montage en pont complet permet, d'une part d'augmenter la précision des mesures grâce aux jauges collées diamétralement opposées dans le sens transversal de la barre (doublant ainsi les mesures), et d'autre part de s'affranchir des effets de flexion parasites grâce aux jauges collées dans le sens longitudinal (opposées dans le pont de Wheatstone).

Ces jauges sont des jauges d'extensométrie "classique" en constantan, de longueur de grille de 1.5 mm , limitant ainsi les phénomènes de défilement du signal (HBM type 1,5/350XY13). Elles ont une résistance de $350\ \Omega$ et un facteur de jauge (amplification du signal) $k = 1,96$. Ce dernier est relativement faible par rapport à des jauges "semi-conductrices" dont le facteur k est de l'ordre de 200 à 300. Cependant, de telles jauges n'ont pas été employées à cause de leur mise en œuvre délicate, tout comme les jauges de vitesses [Casem et al., 2003].

Ces ponts sont alimentés par une tension de 3 V délivrée par un conditionneur amplificateur. Cette tension est choisie de manière à alimenter suffisamment le pont pour obtenir un rapport signal/bruit optimal tout en évitant de chauffer inutilement les jauges. Le déséquilibre du pont, provoqué par le passage des ondes, génère alors une variation de tension à ses bornes, proportionnelle aux déformation engendrées.

Afin de limiter les bruits de mesure et de ne pas les propager numériquement lors du transport "fictif" des ondes, les signaux sont filtrés à 10 kHz à l'aide d'un conditionneur-amplificateur Vishay Micromesures 2210 car au delà, le contenu spectral étant déjà si faible, il n'apporte que peu d'informations. Ces signaux sont ensuite amplifiés avec un gain approprié selon les matériaux à tester – pour les adapter à la gamme de $\pm 10\text{ V}$ du signal d'entrée de la carte d'acquisition PCI 4452 de National Instruments – et enregistrés avec un taux d'échantillonnage de 200 kHz . Ces signaux sont ensuite traités grâce à un programme développé par C. Bacon pour réaliser le transport numérique des ondes de leur point de mesure aux interfaces avec l'échantillon, en tenant compte du caractère viscoélastique des barres ainsi que des effets d'inertie radiale [Bacon, 1998].

2.3.6.4 Étalonnage du banc d'essai

L'étalonnage des barres est une opération qui nécessite une grande précision lors de leur mise en place expérimentale. Il permet de relier les mesures en tension, délivrées par les ponts de jauges d'extensométrie, aux déformations que subissent réellement les barres.

Pour cela, une déformation est simulée expérimentalement au niveau des ponts de jauges, à l'aide d'une résistance calibrée, avec laquelle on "shunte" une des jauges du pont. La mesure de la tension en sortie du pont donne alors une relation entre cette tension de sortie et

la déformation, permettant de prendre en compte tous les paramètres de la chaîne. Cette relation est de $1 V$ pour $1225,66 \mu m.m^{-1}$ (selon les paramètres du “TAB 2.3”).

Tension d'excitation du pont	3 V
Gain du conditionneur	300
Filtrage du conditionneur	10 kHz
Facteur de jauge	1,96
Coefficient de poisson de la barre	0,41
Fréquence d'acquisition du signal	200 kHz

TAB. 2.3 – Caractéristiques de la chaîne d'acquisition

Il est ensuite possible d'introduire diverses méthodes de vérifications ou de corrections. Par exemple, la mesure précise de la vitesse d'impact du projectile V_p lors d'un essai permet de calculer une déformation théorique $\varepsilon^{calculé}$:

$$\varepsilon^{calculé} = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\rho_b c_b}{E_b} \times \frac{V_p}{2} = \frac{V_p}{2c_b} \quad (2.35)$$

Le rapport entre la déformation mesurée ε^{mesure} et celle calculée $\varepsilon^{calculé}$ précédemment (équation 2.35) permet de déterminer le facteur de correction K_ε :

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{calculé}}{\varepsilon^{mesure}} \quad (2.36)$$

Ce facteur de correction peut être calculé pour les barres d'entrée et de sortie indépendamment et corriger ainsi la déformation mesurée :

$$\varepsilon^{correction} = K_\varepsilon \times \varepsilon^{mesure} \quad (2.37)$$

2.4 Conclusion

L'ensemble des dispositifs d'essais présentés dans ce chapitre permet d'aborder une étude expérimentale sur les matériaux cellulaires, telle que la mousse de polypropylène expansée, relativement complète. En effet, une large gamme de vitesses de déformation peut être explorée, de la sollicitation quasi-statique à des vitesses de chargement intermédiaires ($\dot{\varepsilon} \approx 200 s^{-1}$) (grâce à un dispositif original tel que la roue inertielle) jusqu'à de très grandes vitesses de chargement par le développement de barres de Hopkinson ($\dot{\varepsilon} \approx 1500 s^{-1}$).

Ainsi, une barre en aluminium de 25 mm de diamètre a été initialement développée pour caractériser les matériaux cellulaires de fortes impédance ainsi qu'une barre viscoélastique en Nylon, également de 25 mm de diamètre, pour les matériaux de faible impédance. Une troisième barre en Nylon, de 40 mm de diamètre, a été réalisée pour tester des matériaux dont le VER est plus important.

Une méthode efficace est utilisée pour déterminer expérimentalement le coefficient de propagation d'onde dans les barres viscoélastiques, sans nécessairement résoudre les équation de Chree-Pochhammer. Cette méthode permet de caractériser non seulement l'atténuation et

la dispersion des ondes lors de leur propagation, dû au caractère rhéologique du matériau des barres, mais également de prendre en compte les effets d'inertie radiale. Ce coefficient permet de déterminer avec précision les relations de forces et de vitesses de la réponse du matériau aux interfaces barres/échantillon.

Chapitre 3

Étude expérimentale

Sommaire

3.1	Faibles vitesses de sollicitation	72
3.2	Vitesses de sollicitation intermédiaires	73
3.3	Grandes vitesses de sollicitation	78
3.3.1	Adaptation de la géométrie des échantillons	78
3.3.2	Dépouillement de l'essai Hopkinson	80
3.4	Analyse des résultats	87
3.4.1	Effet de la densité	87
3.4.2	Effet de la vitesse de déformation	88
3.4.3	Identification des paramètres de densité et de vitesse de déformation	90
3.4.4	Énergie absorbée par les mousses	93
3.5	Rôle de la microstructure	95
3.5.1	Analyses physico-chimiques	97
3.5.2	Observations avant et après impact	99
3.6	Effet de la température	101
3.7	Effet du gaz piégé dans les cellules	104
3.8	Conclusion	107

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus avec les dispositifs de compression développés au laboratoire et décrits plus haut. L'enjeu est maintenant de relier les propriétés des mousses à l'échelle microscopique à leur comportement macroscopique, lors de sollicitations quasi-statiques mais également dynamiques. Il faudrait, pour cela, considérer ces matériaux comme des structures et les observer localement. Cependant, il n'est pas encore possible d'effectuer des analyses tridimensionnelles sous sollicitations dynamiques qui permettraient de quantifier clairement les effets de leur microstructure sur leur comportement [Viot et al., 2007]. Des essais de compression seront donc réalisés selon diverses configurations afin de faire ressortir au mieux ces effets.

3.1 Faibles vitesses de sollicitation

Le comportement mécanique des mousses de polypropylène expansé, en compression uniaxiale, est identifié en fonction des six densités définies au chapitre 1. Les essais sont réalisés à la presse électromécanique (présentée au chapitre précédent) pour deux vitesses de sollicitation, imposant aux échantillons cubiques, de 23 mm de côté, des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ globales de $0,01$ et 1 s^{-1} . Pour représenter le plus fidèlement possible le comportement mécanique de ces mousses aux deux vitesses de déformation et quantifier au mieux la dispersion des résultats, plus de cinq essais de répétabilité sont effectués pour chacune de ces six densités de mousses : $34^{\pm 2}$; $51^{\pm 2}$; $76^{\pm 2}$; $87^{\pm 3}$; $110^{\pm 4}$ et $150^{\pm 4}\text{ kg.m}^{-3}$.

L'évolution de la contrainte est représentée selon la convention de l'ingénieur, c'est à dire en déterminant $\sigma = F/S_0$, avec S_0 la section initiale apparente de l'échantillon. Il est possible d'utiliser cette convention car le coefficient de Poisson de ces mousses est quasiment nul : on n'observe pas d'évolution de la section lors de la compression. Seule une faible variation de section peut être perceptible durant la phase de comportement élastique durant laquelle la structure de la mousse, ainsi que l'air piégé dans les cellules, font apparaître un léger tonnage. La déformation de la mousse est quant à elle définie selon la déformation logarithmique ou déformation "rationnelle". Celle-ci est définie par $e = \ln(1 + \epsilon)$, où ϵ représente la déformation conventionnelle, c'est à dire $\Delta l/L_0$ (L_0 étant la longueur initiale de l'échantillon). Cette description "vraie" est nécessaire car les mousses sont étudiées pour de grandes déformations – au delà de 20% de déformation – pour lesquelles la différence entre e et ϵ devient importante. Ce comportement, représenté par une courbe contrainte-déformation est référencé par une vitesse de déformation "moyenne" $\dot{\epsilon}$ définie par la dérivation temporelle de la déformation conventionnelle.

En utilisant cette convention, la "FIG. 3.1" représente la réponse de ces différentes densités

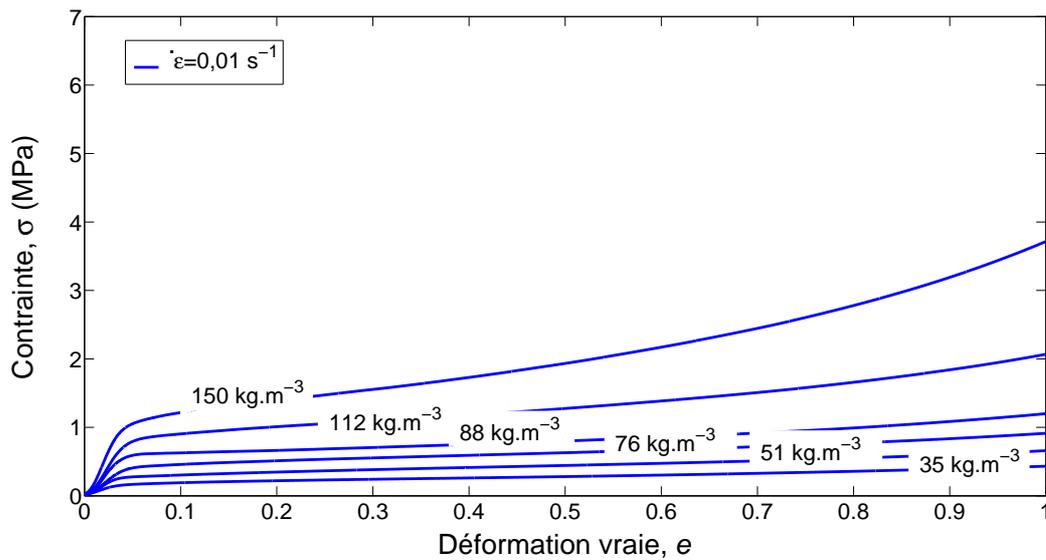


FIG. 3.1 – Comportement quasi-statique des mousses de polypropylène expansé en fonction de la densité

de mousses à une compression uniaxiale. Dans un souci de clarté de présentation des résultats, seul un essai de chaque densité est présenté à la vitesse de déformation de $0,01 \text{ s}^{-1}$. Bien entendu, pour la suite des analyses, tous les essais effectués sont pris en considération.

La réponse de ces mousses révèle, pour chacune de ces densités, un comportement de type élastoplastique constitué d'une phase élastique, suivie d'un plateau en contrainte et d'une phase de consolidation (non représentée ici). Ce comportement est identique à celui décrit par Gibson et Ashby au chapitre 1 [Gibson and Ashby, 2001] mais il montre que la densité de la mousse affecte de manière significative à la fois la contrainte seuil et le module de la phase plateau, augmentant tous deux avec la densité.

3.2 Vitesses de sollicitation intermédiaires

L'utilisation de la roue à grande inertie permet d'obtenir la réponse du comportement mécanique des mousses pour une gamme de vitesses de sollicitation intermédiaires ("FIG. 3.2"). Des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ de l'ordre de 200 s^{-1} sont imposées aux échantillons cubiques de 23 mm de côté. Lors de ces essais, à des temps de sollicitation de l'ordre de 10 ms , la métrologie (mesure de l'effort et du déplacement) est d'une importance capitale.

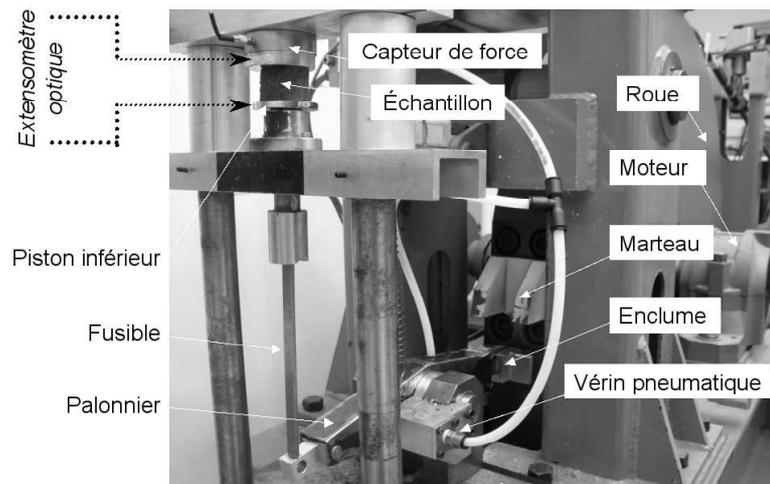


FIG. 3.2 – Photographie du dispositif d'impact à chargement par roue inertielle

La mesure de la force appliquée est réalisée grâce à un capteur de force piézo-électrique qui délivre un signal électrique converti en une tension de mesure par un amplificateur de charge. Le signal obtenu est ensuite enregistré sur un ordinateur via une carte d'acquisition à 100 kHz (chapitre 2). La calibration du capteur permet de remonter à l'histoire du chargement.

La "FIG. 3.3" illustre la réponse typique force/temps du capteur de force lors d'un essai sur une mousse de polypropylène expansé de 76 kg.m^{-3} . Cette réponse est caractérisée, tout d'abord par une montée en charge linéaire correspondant à la phase de comportement élastique de la mousse, puis par une phase classique en plateau, et enfin par une phase de densification ou de raffermissment. La phase plateau en contrainte est affectée par des oscillations : une principale et une autre à une fréquence plus élevée. Ces oscillations s'estompent

progressivement pour mener à une phase de densification exempte de perturbations. A partir de cette mesure de l'évolution de la force au cours de l'essai, il est possible de calculer la contrainte subie par l'échantillon.

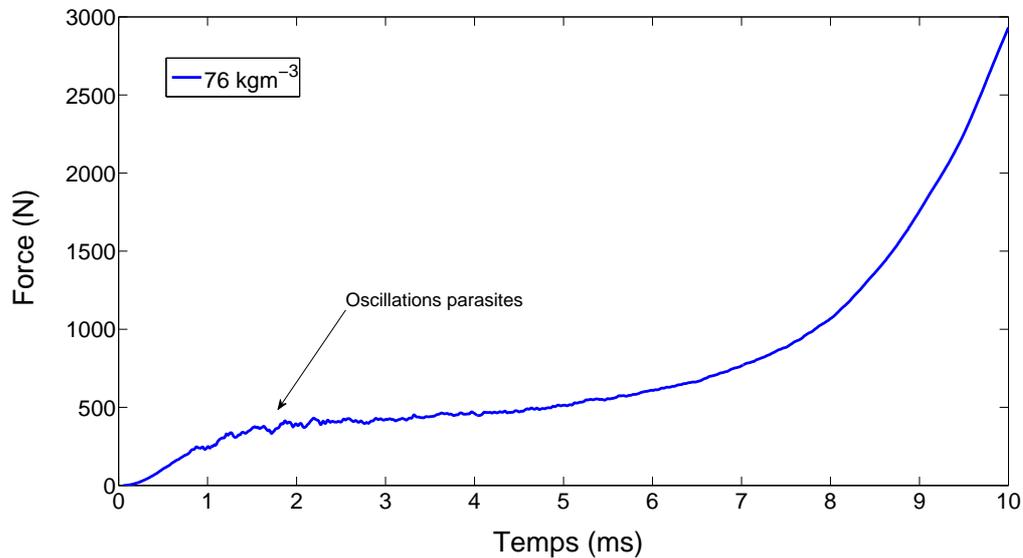


FIG. 3.3 – Courbe force/temps typique d'un chargement à la roue inertielle

Quant à la mesure de la déformation des échantillons, elle est calculée à partir du déplacement du piston inférieur de compression. Celui-ci est mesuré par un capteur laser fixé sur le bâti de la roue. Toutefois, cette mesure n'est possible que si le bâti de la roue ne se déforme pas sous l'impact. Pour cela, la grande énergie disponible – permettant que la rotation de la roue ne soit pas amortie par l'échantillon – doit être stoppée ou partiellement transmise au dispositif de compression, grâce au fusible. Le déplacement relatif des pistons de compression a donc été mesuré afin de vérifier la fiabilité du calcul de la déformation des échantillons à partir du capteur de déplacement laser. Cette mesure a été réalisée grâce à un extensomètre dynamique optique *Zimmer OHG*. Cet extensomètre permet de réaliser des mesures sans contact sur une large bande passante (jusqu'à 250 kHz) avec une résolution de 0,01% de l'étendue de mesure. Dans notre cas, cette étendue de mesure est de 20 mm ce qui permet d'obtenir une résolution de $2 \mu\text{m}$. Cet extensomètre convertit les images optiques des cibles contrastées noires/blanches, liées au déplacement du piston inférieur et supérieur, en un faisceau électronique proportionnel à son intensité. Lors du déplacement des cibles, un champ magnétique est appliqué pour suivre le faisceau électronique. Les valeurs de leurs déplacements sont alors déduites de la mesure du décalage de phase de ces champs.

Les résultats montrent une bonne adéquation de ces mesures avec celles obtenues par le laser ("FIG. 3.4"). Les deux mesures délivrées par l'extensomètre optique, en trait plein pour le déplacement du piston inférieur et en trait mixte pour le bâti, présentent de fortes perturbations ("FIG. 3.4"). Toutefois, ces perturbations, liées aux parasites électromagnétiques créés par le moteur asynchrone de la roue, n'altèrent pas les conclusions sur ces mesures. On constate que la partie supérieure du bâti ne se déforme pas durant l'essai, et ce, même durant

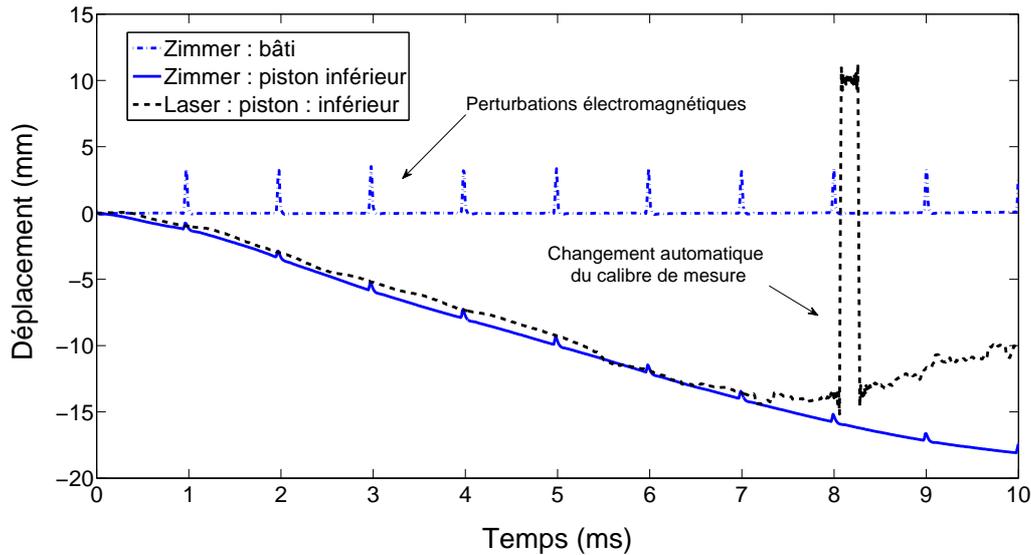


FIG. 3.4 – Courbe déplacement/temps typique d'un chargement à la roue inertielle

la phase de densification (après 7 ms). La réponse du capteur laser, en pointillés sur la "FIG. 3.4", est elle-même très fidèle à la mesure optique. L'écart moyen entre ces deux mesures est inférieur à 7% . Seule la plage de mesure du capteur laser est discriminante ; en effet, au delà de 12 mm de course, une perturbation apparaît à $8,18\text{ ms}$, qui correspond au changement automatique de calibre du capteur de déplacement laser.

Ces résultats montrent que le chargement s'effectue à vitesse constante, le déplacement du piston inférieur étant linéaire en fonction du temps. Ce déplacement est seulement ralenti vers la fin de l'essai (au delà de 8 ms) lorsque la mousse est totalement densifiée. La vitesse de déformation globale peut donc être considérée comme constante durant tout l'essai.

Une analyse fréquentielle succincte de la réponse du matériau ainsi que du dispositif est réalisée afin d'identifier les causes possibles des perturbations visibles sur la réponse force/temps de la roue ("FIG. 3.3"). D'autre part, cette analyse permet d'affirmer, ou d'infirmer, que ces perturbations sont liées à la réponse structurelle du matériau ou simplement à un défaut de mise en chargement par le dispositif de compression. La transformée de Fourier rapide (FFT) du signal force/temps délivré par le capteur de force est présentée sur la "FIG. 3.5". Cette réponse fréquentielle montre une première composante liée au caractère non harmonique de la réponse au choc sur la mousse. Trois principaux pics fréquentiels se détachent sur cette réponse, correspondant aux perturbations visibles sur la courbe force/temps. Au delà de 10000 Hz , le contenu spectral de cette FFT devient quasiment nul. Le premier pic fréquentiel est identifié à 2730 Hz , le deuxième à 4490 Hz et à 6250 Hz pour le dernier.

La fonction de transfert du dispositif de compression est déterminée en utilisant un marteau instrumenté, relié à un conditionneur et à un amplificateur de signaux *Brüer & Kjaer* type 2035 et 2626. Il permet de mesurer les modes propres générés par la structure lors de l'impact. La réponse fréquentielle de cette fonction de transfert, déterminée entre le point

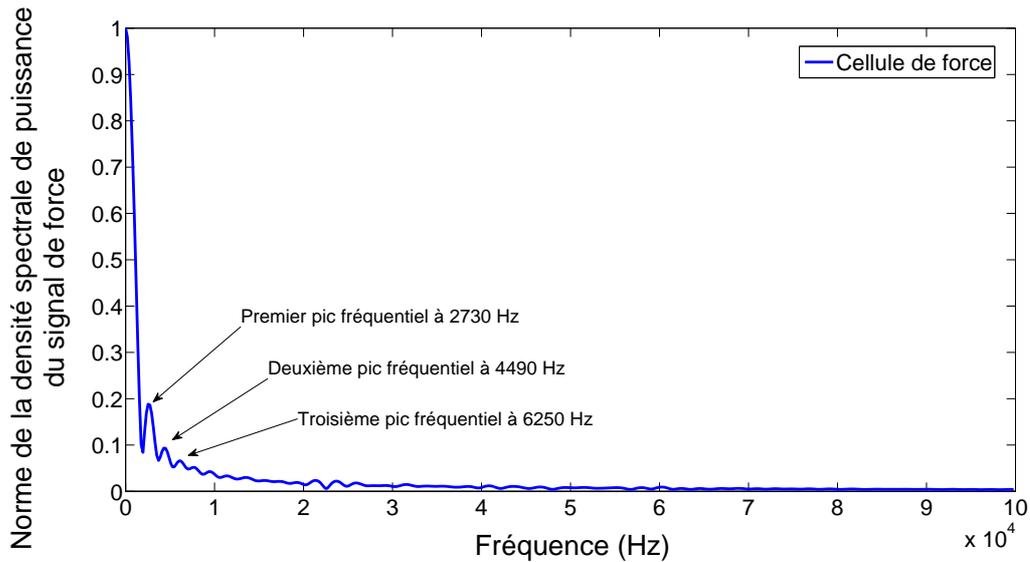


FIG. 3.5 – Réponse fréquentielle de la cellule de force du signal force/temps de la "FIG. 3.3"

d'impact (sur l'enclume) et le piston de compression inférieur, est présentée sur la "FIG. 3.6".

La sollicitation réalisée par l'impact du marteau instrumenté (idéalement apparenté à un Dirac) permet d'exciter un certain nombre de modes propres de la structure. Le premier mode observé correspond à une fréquence de $\sim 2700 \text{ Hz}$, du même ordre que le premier pic observé sur le signal force/temps ("FIG. 3.3"). Le deuxième mode apparaît, quant à lui, pour une fréquence plus élevée de $\sim 5990 \text{ Hz}$ et correspond au troisième pic de fréquence sur la courbe force/temps. Il semble donc que les perturbations, observées sur la réponse force/temps délivrée par le capteur de force, soient liées aux modes propres du dispositif et non à la réponse

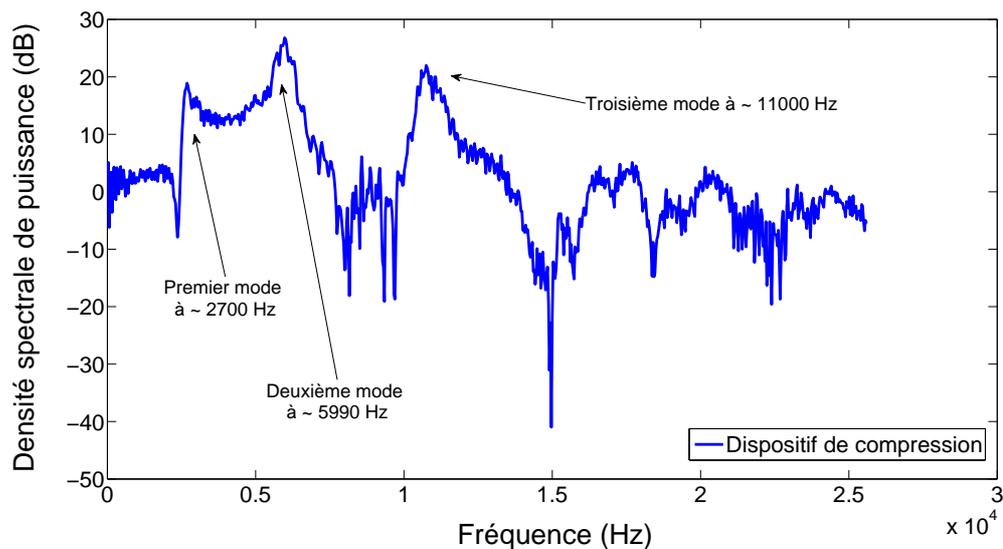


FIG. 3.6 – Réponse fréquentielle de la fonction de transfert du dispositif de compression associé à la roue inertielle

structurale de la mousse. Par contre, le troisième mode observé à $\sim 11000 \text{ Hz}$ n'apparaît pas sur la réponse force/temps lors de l'essai. En effet, la fréquence de résonance d'un échantillon pour ce type de mousse est de $\sim 10000 \text{ Hz}$ (pour une hauteur de 23 mm et une célérité de $\sim 470 \text{ ms}^{-1}$) et joue donc le rôle d'un filtre passe-bas naturel.

On constate que le deuxième pic de fréquence à 4490 Hz ("FIG. 3.3"), ne correspond à aucun mode visible sur la fonction de transfert ("FIG. 3.6"). Toutefois, nous supposons que ces perturbations sont tout de même liées au dispositif mais n'apparaissent pas car le mode correspondant à cette fréquence n'a certainement pas été excité lors de la mesure de la fonction de transfert. En effet, il est difficile de connaître et de solliciter exactement les modes excités lors de l'impact réel car la cinématique du dispositif de compression est relativement complexe. Seule une analyse modale plus poussée, par simulation numérique, permettrait de déterminer avec précision les causes de ces perturbations. Mais, compte tenu de la qualité des signaux, ceux-ci n'altèrent ni leur analyse ni la mesure des paramètres du comportement des mousses. Une telle étude n'a donc pas été poursuivie.

Les relations contrainte/déformation, définies selon la convention mentionnée au paragraphe 3.1, permettent de tracer la réponse du comportement mécanique des six densités de mousses à une vitesse de déformation intermédiaire de $\sim 200 \text{ s}^{-1}$. Comme lors des essais quasi-statiques, plus de cinq tests sur chaque densité de mousse ont été réalisés. Mais la "FIG. 3.7" ne présente qu'un seul de ces essais pour chaque densité.

Le comportement à la compression de la mousse de polypropylène sous sollicitations à vitesses intermédiaires est similaire à celui observé sous sollicitations quasi-statiques. Seuls les niveaux de contrainte seuil et de module de plateau en contrainte semblent être affectés et plus importants.

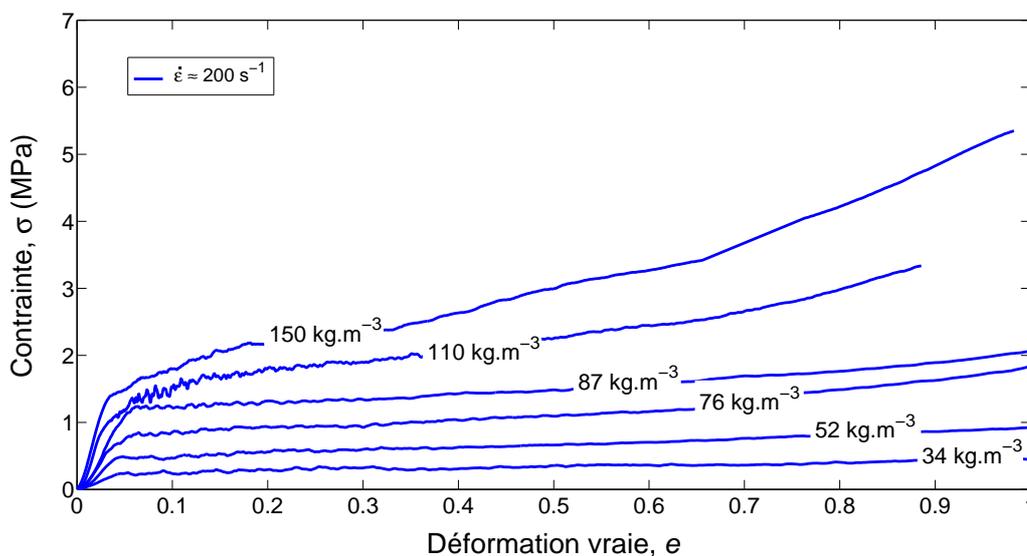


FIG. 3.7 – Comportement à vitesse de déformation intermédiaire des mousses de polypropylène expansé en fonction de la densité

3.3 Grandes vitesses de sollicitation

3.3.1 Adaptation de la géométrie des échantillons

L'élaboration de la géométrie des échantillons est, avec la caractérisation de la propagation des ondes, le point le plus critique des essais aux barres de Hopkinson. En effet, il n'existe pas de règle universelle qui régit la définition de ces échantillons. Souvent, le choix de leur géométrie nécessite des expériences complémentaires car celle-ci doit tout de même permettre de valider un certain nombre d'hypothèses propres à la réalisation des essais aux barres de Hopkinson :

- les effets de friction, entre les barres et l'échantillon, ou d'inerties sont négligeables et permettent de supposer que les échantillons se déforment de manière homogène,
- les échantillons sont en état d'équilibre,
- les échantillons sont soumis à un état de chargement uniaxial.

Lors d'essais à grandes vitesses de sollicitation, les efforts appliqués sur l'échantillon induisent non seulement une contrainte axiale mais également une accélération radiale. Les effets d'inertie et de friction avec les barres peuvent être limités en optimisant le ratio hauteur/diamètre des échantillons H_e/D_e et en lubrifiant légèrement leurs faces en contact avec les barres. Ainsi, Davies et Hunter [Davies and Hunter, 1963], suite aux travaux de Kolsky [Kolsky, 1949], proposent de corriger ces effets en optimisant le ratio hauteur/diamètre des échantillons à :

$$\frac{H_e}{D_e} = \sqrt{\left(\frac{3\nu_e}{4}\right)} \quad (3.1)$$

Ainsi, pour un matériau de très faible coefficient de Poisson ν_e , tel que les mousses de polypropylène expansé ($\nu_e < 0,1$), ce ratio doit être le plus faible possible.

L'état d'équilibre de l'échantillon – temps requis pour qu'il soit soumis à un état de contrainte uniforme – dépend fortement de son épaisseur et de la célérité des ondes dans celui-ci. Généralement, ce temps est au minimum égal à 3 ou 4 réverbérations d'ondes dans l'échantillon [Dioh et al., 1993, Yang and Shim, 2005]. Dans le cas de matériaux à faible impédance, comme les mousses de polypropylène expansé, l'épaisseur des échantillons doit être réduite à cause des faibles vitesses de propagation d'ondes dans ces milieux [Zhao, 1998, Gray, 2000, Chen et al., 2002]. Cependant, un compromis entre le temps de mise en équilibre des échantillons et la taille représentative du matériau testé doit être trouvé.

Les dimensions des barres, déterminées de manière à rester dans le cadre des hypothèses de propagation d'ondes planes et pour limiter les effets d'inertie radiale ($D_B \ll \lambda$), restreignent généralement l'échelle d'observation et de caractérisation. Dans notre cas, ce diamètre est initialement de 25 mm. Des essais préliminaires sont réalisés pour déterminer une épaisseur d'échantillon optimale. En s'appuyant sur la réponse donnée par la barre de sortie, seule la réponse macroscopique globale de l'échantillon est prise en considération ; l'équilibre des échantillons étant de toute manière très difficile à obtenir, on a alors préféré privilégier la réponse macroscopique ainsi que la taille du VER par rapport à l'équilibre des échantillons.

La "FIG. 3.8" montre l'influence de l'épaisseur des échantillons sur la réponse de la mousse.

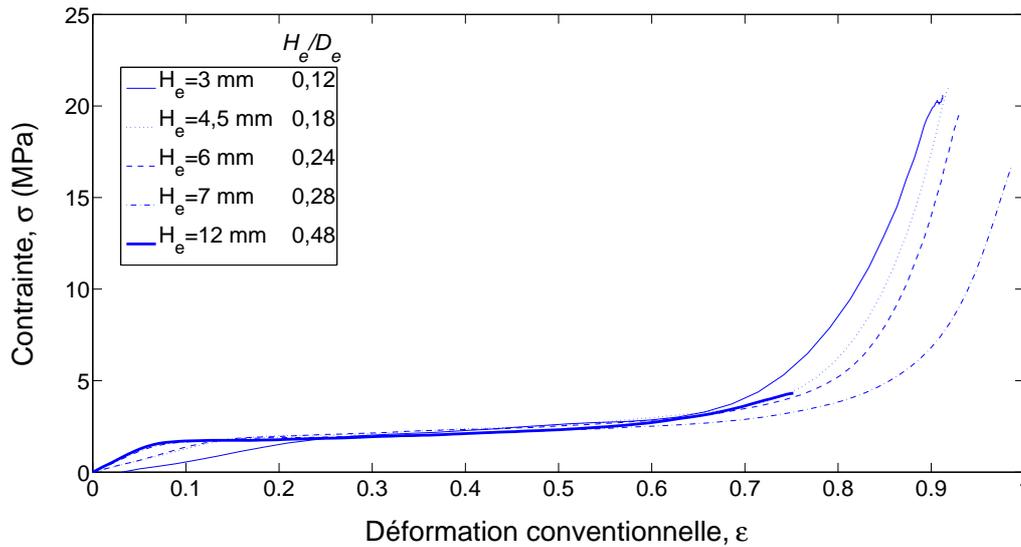


FIG. 3.8 – Réponse d'une mousse de PPE en fonction de l'épaisseur des échantillons

Les réponses obtenues lors de ces essais montrent que l'épaisseur des échantillons n'influent que peu sur la phase plateau. Seule la phase élastique semble être fortement affectée : à partir d'une épaisseur de 7 mm , cette influence devient négligeable ; en deçà, la faible épaisseur des échantillons révèle leurs défauts de planités et de parallélismes et mène à une phase de mise en chargement plus longue. L'épaisseur des échantillons est donc fixée à 8 mm pour s'affranchir de ces effets.

Toutefois, le ratio hauteur/diamètre obtenu ($H_e/D_e = 0,32$) est trop important pour négliger, selon Davies et Hunter, les effets d'inertie dans les échantillons [Davies and Hunter, 1963]. De plus, le volume de mousse obtenu avec ces dimensions d'échantillon est trop faible, d'une part par rapport à celles utilisées pour les caractérisations quasi-statiques et à vitesses de déformation intermédiaires, et d'autre part par rapport au volume élémentaire des grains de la mousse. Il est dans ce cas nécessaire d'utiliser des échantillons plus importants. La seule solution consiste à augmenter leur diamètre et donc celui des barres. Une barre de 40 mm de diamètre est donc réalisée, mais cela implique évidemment des effets de dispersion géométrique plus importants. Cependant, son utilisation est possible car la méthode de caractérisation de la propagation des ondes dans les barres est entièrement maîtrisée [Bacon, 1998, Bacon, 2000] (chapitre 2). Cette barre permet à la fois de diminuer le ratio diamètre/hauteur avec un diamètre d'échantillon $D_e = 38\text{ mm}$ et d'augmenter le volume de ce dernier, désormais quasiment identique à ceux utilisés pour les autres vitesses de sollicitation.

Des essais croisés, réalisés sur les barres de diamètre 25 et 40 mm ont permis de comparer la réponse des mousses selon le diamètre des échantillons et de confronter les mesures effectuées avec ces deux barres ("FIG. 3.9"). Quelle que soit la barre employée ($D_b = 25$ et $D_b = 40\text{ mm}$), les réponses des échantillons de diamètre 25 mm sont identiques. Ils valident donc la méthode de caractérisation de la propagation des ondes permettant de corriger les effets de la dispersion

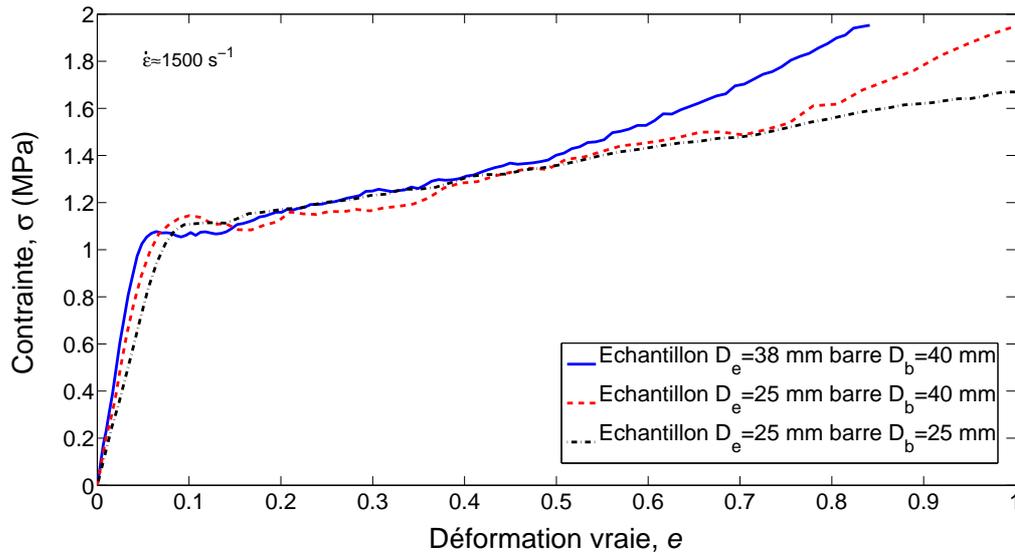


FIG. 3.9 – Essais croisés, barres $D_b = 25$ et 40 mm, échantillons $D_e = 25$ et 38 mm

et de l'atténuation due à la géométrie des barres. Quant aux essais réalisés sur les barres de diamètre 40 mm, les résultats des échantillons de diamètre 25 et 38 mm montrent que leurs tailles n'influencent pas sur la réponse des mousses. Seule la fin de la phase plateau de l'essai sur l'échantillon de diamètre 38 mm, au delà de $e = 0,5$, est plus raide. Cette augmentation semble être liée aux dimensions des échantillons. On peut supposer que l'écoulement du gaz piégé dans les cellules de la mousse a plus de chemin à parcourir et met donc plus de temps à s'échapper.

3.3.2 Dépouillement de l'essai Hopkinson

Le chapitre précédent (2) a mis en avant l'importance de la mesure des trois signaux de déformation, onde incidente $\varepsilon_i(t)$, onde réfléchie $\varepsilon_r(t)$ et onde transmise $\varepsilon_t(t)$, lors des essais avec les barres de Hopkinson. On présume que même si ces données ne sont pas de nature unidimensionnelle, elles supposent un chargement homogène sur les faces de l'échantillon. L'analyse de la propagation des ondes permet de calculer les efforts $F_e(t)$, $F_s(t)$ et les vitesses $v_e(t)$, $v_s(t)$ sur les faces entrante et sortante de l'échantillon. Elle permet également de déterminer le comportement contrainte/déformation de l'échantillon sollicité, représenté par une courbe $\sigma = f(e)$. Cette courbe peut être construite en moyennant les efforts appliqués sur les faces entrante et sortante de l'échantillon ; elle est référencée par la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ nominale de l'essai. Une telle analyse n'est possible que si les effets transitoires au sein de l'échantillon peuvent être négligés, c'est à dire lorsque le temps de mise en équilibre de l'échantillon est faible devant la durée totale de l'essai.

Dans notre cas, lorsqu'il n'est plus possible de diminuer l'épaisseur des échantillons et que leurs dimensions ainsi que celles des barres sont fixées (optimisées vis-à-vis de leur structure et de leur mode de ruine), la célérité $c = \sqrt{E/\rho}$ et donc la densité ρ des échantillons sont les seuls paramètres pouvant influencer sur les effets transitoires et leurs temps de mise en équilibre.

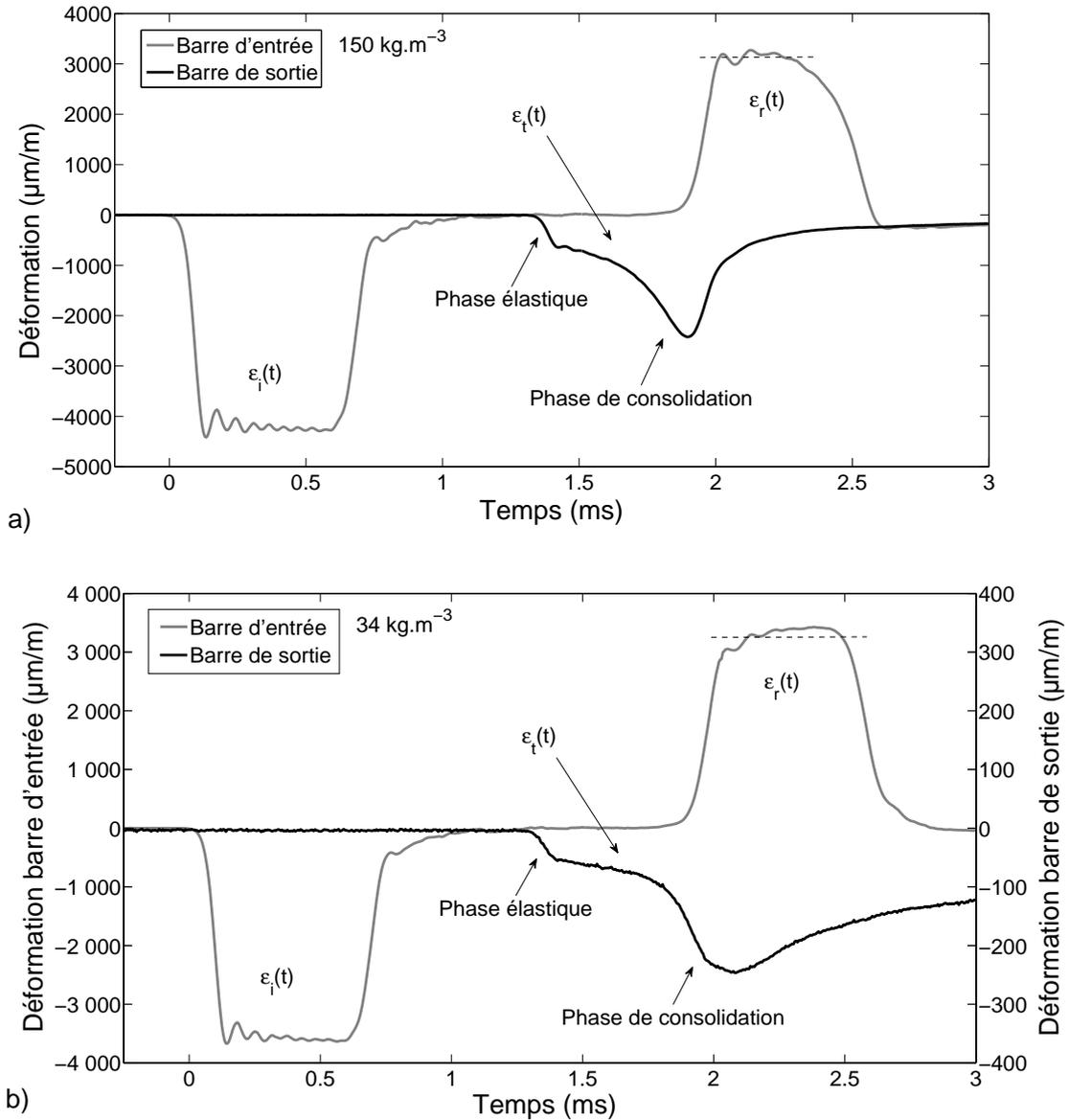


FIG. 3.10 – Mesure des ondes lors d'un essai à $\dot{\epsilon} \approx 1500 \text{ s}^{-1}$ sur une mousse de polypropylène expansé de : a) 150 kg.m^{-3} , b) 34 kg.m^{-3}

La "FIG. 3.10 a et b" présente un exemple des mesures des signaux délivrés par les ponts de jauges de déformation lors d'essais sur les densités extrêmes de mousses de PPE : 150 kg.m^{-3} et 34 kg.m^{-3} . Ces signaux permettent de calculer (grâce aux équations de propagation visco-élastique) l'évolution des forces en fonction du temps aux deux faces des échantillons ("FIG. 3.11"). Sur ces signaux, "FIG. 3.10 a et b", apparaît clairement les différentes phases de comportement de la mousse (élastique, plateau et consolidation), ce qui laisse supposer que les forces de sortie calculées sont tout à fait fiables. De plus, en regardant l'allure des ondes réfléchies, on peut noter que la vitesse de déformation moyenne est approximativement constante durant tout l'essai (équation (2.18)).

Pour la mousse de 150kg.m^{-3} , le critère d'équilibre est satisfait ("FIG. 3.11 a"). Cependant, dans le cas de la mousse de 34kg.m^{-3} , la phase transitoire est d'environ $0,15\text{ms}$ ("FIG. 3.11 b"). Ce temps devient ici significatif par rapport au temps de l'essai, car avant d'atteindre cet état "quasi-statique", les forces calculées aux interfaces diffèrent de plus de 500%. Des situations similaires apparaissent pour des densités jusqu'à 78kg.m^{-3} et invalident donc ces mesures jusqu'à 10 % de déformation ($\dot{\epsilon} \approx 1500\text{s}^{-1}$).

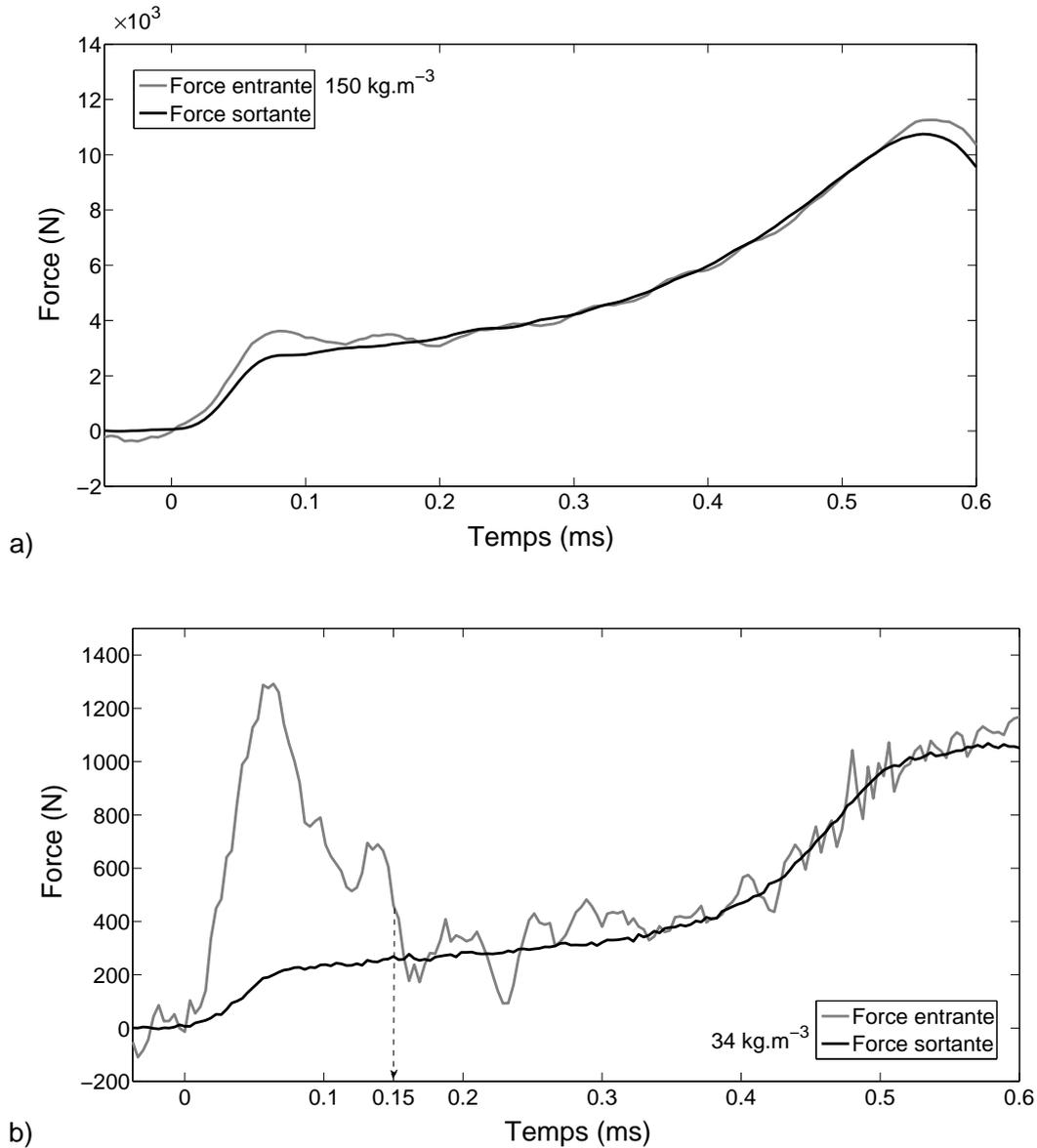


FIG. 3.11 – Équilibre des forces lors d'un essai à $\dot{\epsilon} \approx 1500\text{s}^{-1}$ sur une mousse de polypropylène expansé de : a) 150kg.m^{-3} , b) 34kg.m^{-3}

Un essai à vide permet de quantifier la précision du calcul des efforts en déterminant la force normale à l'extrémité libre de la barre à partir de la déformation mesurée : cette force doit être nulle ou négligeable devant l'amplitude de la force incidente ("FIG 3.12"). Dans les mêmes conditions expérimentales que lors des essais, la force calculée diffère de $\sim 10\%$ par

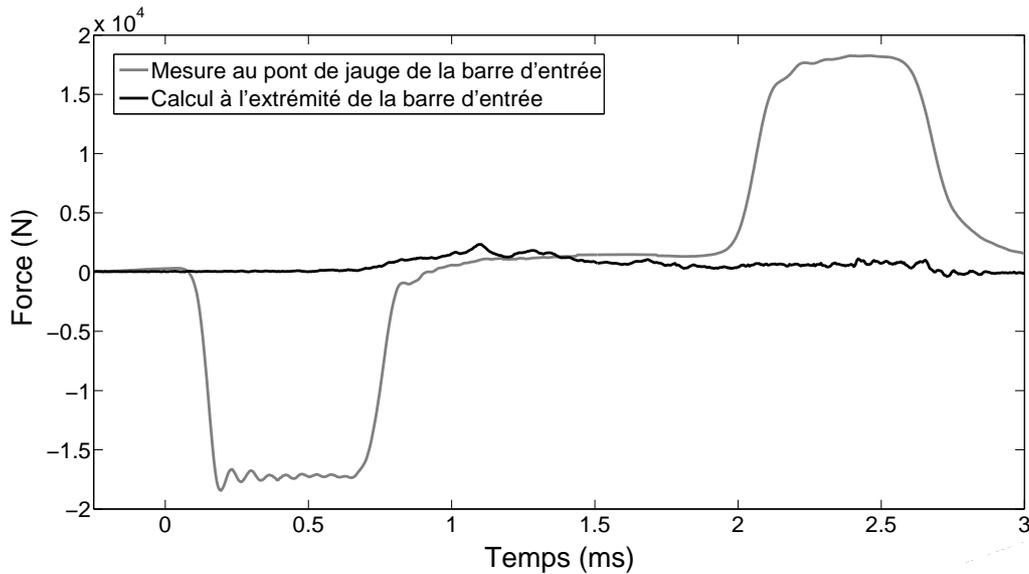


FIG. 3.12 – Essai à vide

rapport à l'amplitude de la force au point de mesure, ceci peut expliquer en partie l'écart entre la force entrante et sortante lors de l'essai sur la mousse de faible densité ("FIG 3.11 b").

La relation contrainte/déformation moyenne n'a un sens physique qu'à partir de $e = 0,1$; avant, il est nécessaire de prendre en compte les effets transitoires dans l'échantillon, c'est à dire ne plus le considérer comme un unique volume élémentaire de matière mais comme une structure, siège de propagations d'ondes. Pour palier ce problème, Rota [Rota, 1997] propose une méthode d'identification inverse à partir d'une approche rhéologique analogue à celle mise en œuvre par Zhao ou encore Lataillade [Lataillade and Pouyet, 1982, Zhao and Gary, 1996]. Cette méthode consiste à postuler un modèle susceptible de rendre compte du comportement du matériau, connaissant l'histoire des forces et des vitesses aux interfaces barres/échantillon. Les effets transitoires dans les échantillons sont pris en considération en modélisant numériquement la propagation des ondes au sein de ceux-ci, selon le modèle de comportement adopté.

Les modèles de type rhéologique sont des modèles de comportement couramment employés pour représenter le caractère élasto-visco-plastique des matériaux cellulaires. En utilisant des éléments linéaires ou non, de type ressort, amortisseur et patin, il est possible de construire un modèle de type Sokolowski-Malvern ("FIG 3.13") :

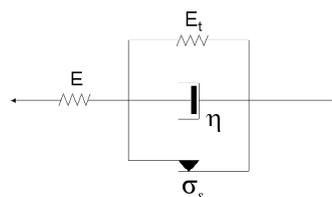


FIG. 3.13 – Modèle élasto-visco-plastique

Le paramètre E représente le module élastique du matériau, σ_s le seuil en contrainte, η le coefficient d'amortissement et E_t le module tangent. La loi de comportement de ce modèle s'exprime par la relation suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma(t)}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \\ \text{où } g(\sigma, \varepsilon) = \frac{(1 + E_t/E)\sigma - \sigma_s - E_t \varepsilon}{\eta} \end{cases} \quad (3.2)$$

Cette équation (3.2), traduisant le comportement du matériau, permet de modéliser et de résoudre l'équation de la propagation de l'onde dans l'échantillon par la méthode des caractéristiques. Le système d'équations aux dérivées partielles qui gouverne l'évolution du comportement du matériau s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = g(\sigma, \varepsilon) \end{cases} \quad (3.3)$$

La méthode des caractéristiques consiste à intégrer ce système d'équations (3.3) sur les droites solutions de pente :

$$\frac{1}{c} = \pm \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (3.4)$$

Le réseau des caractéristiques est entièrement défini dans le plan (x, t) par ces droites d'équation (3.4) qui correspondent aux fronts de propagation des ondes dans le milieu. Sur ces droites, le système (3.3) se réduit aux équations suivantes :

$$d\sigma = \pm \rho c dv - \rho c^2 g(\sigma, \varepsilon) dt \quad (3.5)$$

Il est possible d'intégrer numériquement cette propagation, soit en imposant les vitesses $v(t)$ ou les efforts $F(t)$ en tout point de la frontière du domaine, ici en $x = 0$ et en $x = h$, soit en imposant la vitesse et la force sur la moitié du domaine, en $x = 0$ ou encore en $x = h$. La suite de la méthode consiste à calculer (au pas d'espace suivant) la contrainte et la vitesse particulière à l'aide des équations (3.5).

Comme le montre la "FIG. 3.14", les variables force et vitesse au point M et à chaque instant t peuvent être calculées, d'une part à l'aide des données issues de A et de B (si on impose les variables $v(t)$ et $F(t)$ sur la moitié du domaine), ou d'autre part à partir des données issues de A et A' (si on impose $v(t)$ ou $F(t)$ en tout point du domaine). Puis, pour ce pas d'espace et de temps, il reste à calculer la déformation grâce à la vitesse de déformation plastique exprimée par la relation $g(\sigma, \varepsilon)$ de la loi de comportement du modèle rhéologique. Ces opérations sont ensuite répétées numériquement afin d'identifier et de minimiser le jeu de paramètres du modèle en fonction des données de sorties calculées par rapport aux données expérimentales mesurées.

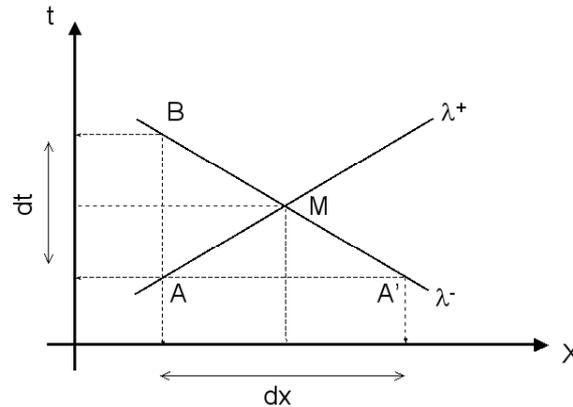


FIG. 3.14 – Schéma du réseau des caractéristiques

En imposant, à partir des résultats expérimentaux obtenus lors de l'essai présenté sur la "FIG. 3.11 b", la force $F_e(t)$ et la vitesse $v_e(t)$ sur la face entrante de l'échantillon, on détermine un jeu de paramètres représentant le comportement de la mousse. Ces paramètres ("TAB. 3.1") sont obtenus en minimisant à la fois les écarts entre la force calculée sur la face sortante de l'échantillon et les données $F_s(t)$ mesurées expérimentalement, et les écarts entre la vitesse calculée et les données $v_e(t)$ mesurées.

$E(MPa)$	$E_t(MPa)$	$\sigma_s(MPa)$	$\eta(Pa.s)$
$9,12 \times 10^6$	$2,37 \times 10^5$	$3,82 \times 10^5$	$7,21 \times 10^1$

TAB. 3.1 – Paramètres identifiés du modèle

Le graphique de la "FIG. 3.15" permet de visualiser la non homogénéité, à la fois spatiale et temporelle, du champ de contrainte au sein de l'échantillon. Toutefois, l'analyse de ces données expérimentales par identification inverse n'est possible que si les données aux interfaces de l'échantillon sont fiables et si le comportement du matériau est homogène. Dans le cas d'instabilités locales, matérialisées par de fortes localisation des déformations (paragraphe 3.5.2), cette méthode n'est plus cohérente. De plus, dans le cas de l'essai sur la mousse de $34 kg.m^{-3}$ ("FIG. 3.11 b"), il n'est pas raisonnable de se baser sur la mesure de la force entrante pour appliquer cette méthode. En effet, les impédances de la barre d'entrée et de l'échantillon étant très éloignées, la somme des deux ondes incidente et réfléchie est quasiment nulle (chapitre 2). La force d'entrée, calculée à partir de cette somme, est donc imprécise (comme si l'échantillon n'était pas "perçu" par la barre d'entrée), et ne reflète pas le comportement du matériau, ni même la réelle contrainte appliquée mais plutôt le bruit de mesure.

Compte tenu de ces limitations, on décide de rendre compte du comportement dynamique de ces mousses au travers de la déformation globale de l'échantillon et de la contrainte apparente mesurée par la barre de sortie. Dans le cas des mousses de fortes densités ($> 78 kg.m^{-3}$), l'état d'équilibre est atteint : $F_e = F_s = F_{moyen}$ et le comportement du matériau est bien retranscrit. Par contre, pour les mousses de faibles densités ($< 78 kg.m^{-3}$), ce comportement σ, e n'est donné qu'à titre informatif jusqu'à $e = 0,1$ puisque dans ce cas les hypothèses ne sont pas satisfaites.

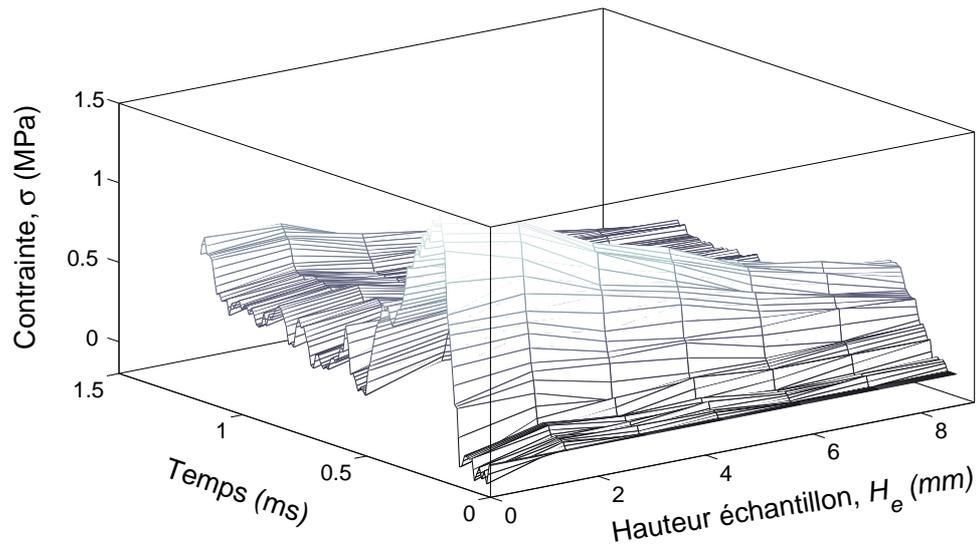


FIG. 3.15 – Champ de contrainte dans un échantillon de mousse de polypropylène de 34kg.m^{-3}

La réponse du comportement mécanique des six densités de mousse est obtenue pour une vitesse de déformation de $\sim 1500\text{ s}^{-1}$. Pour cette caractérisation dynamique, plus de dix tests sur chaque densité de mousse ont été réalisés, mais un seul de ces essais est représenté sur la "FIG. 3.16". Compte tenu des remarques ci-dessus, les courbes correspondant aux densités inférieures à 78 kg.m^{-3} sont tracées en pointillés jusqu'à $e = 0,1$.

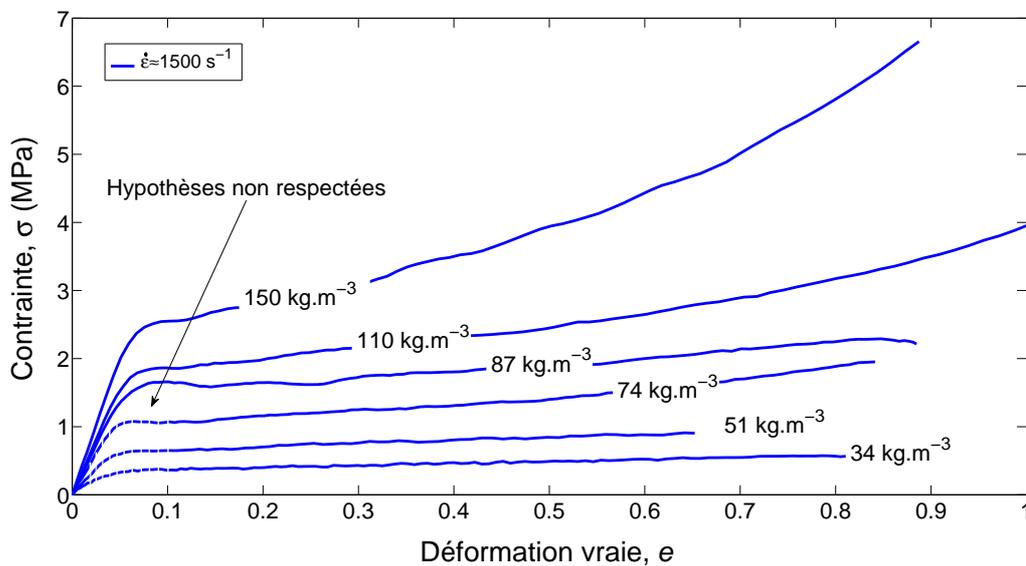


FIG. 3.16 – Comportement à grande vitesse de déformation des mousses de polypropylène expansé en fonction de la densité

3.4 Analyse des résultats

La campagne expérimentale, menée sur une large plage de vitesse de déformation, a permis de réaliser une base de données de plus de 150 essais sur six densités de mousse différentes. Ce nombre important d'essais permet d'analyser légitimement le comportement de ces matériaux cellulaires et de mettre en évidence leur sensibilité vis-à-vis de la densité, la vitesse de déformation ainsi que la température. Pour cela, deux paramètres sont utilisés pour décrire le comportement de ces matériaux : la contrainte seuil σ_{pl} et le module de la phase plateau E_{pl} (chapitre 2). Ces paramètres sont identifiés grâce aux relations contrainte/déformation-vraie de chacun des essais réalisés. Le module de la phase plateau E_{pl} est défini par la pente de la deuxième phase du comportement σ/e de la mousse, de $e = 0,1$ à $e = 0,5$. La contrainte seuil σ_{pl} est définie comme l'intersection des deux tangentes de cette phase et de la phase élastique. L'identification de ces paramètres est réalisée à l'aide d'un algorithme numérique d'optimisation du logiciel ZéBuloN [ZeBuloN,].

3.4.1 Effet de la densité

L'évolution de la contrainte seuil σ_{pl} en fonction de la densité, pour les trois gammes de vitesses de déformation, est représentée sur la "FIG. 3.17". Ce graphique montre que cette contrainte seuil est très sensible à la densité et ce, quelle que soit la vitesse de déformation. Toutefois, cette fonction croissante de la densité, quasi linéaire de 34 à 76 $kg.m^{-3}$, semble être moins prononcée pour les plus fortes densités. Cet effet de saturation, dans la gamme de densités d'échantillons testés, peut être attribué à la microstructure des mousses. Les principaux mécanismes intervenant lors du passage du domaine élastique au domaine plateau sont le flambement des parois des cellules et l'apparition de rotules plastiques au niveau des arêtes de celles-ci (chapitre 1 [Mills and Zhu, 1999, Gibson and Ashby, 2001]). Les études microgra-

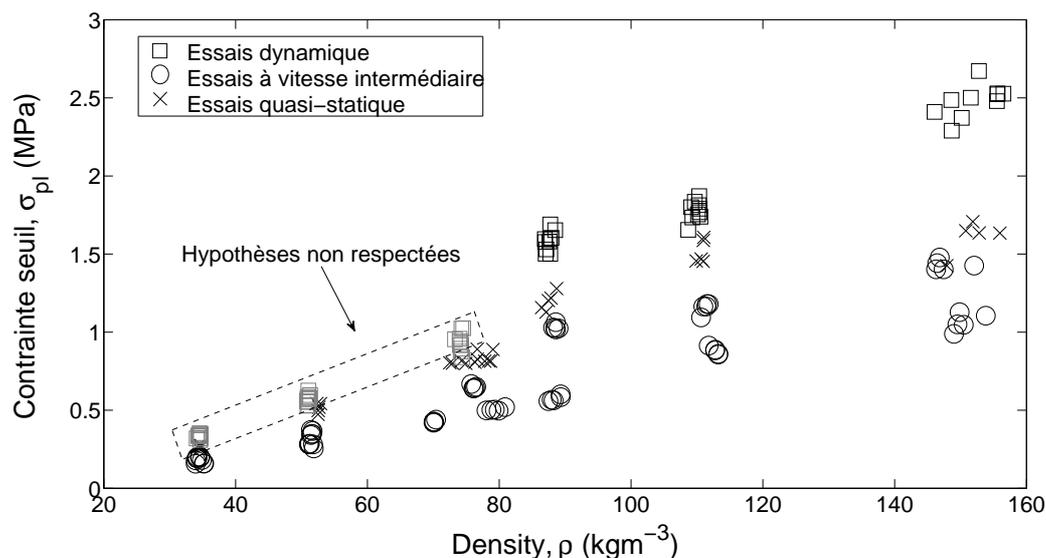


FIG. 3.17 – Évolution de la contrainte seuil en fonction de la densité

phiques du premier chapitre montrent que lorsque la densité de la mousse augmente, leur microstructure varie en deux étapes. Dans un premier temps, la taille des cellules croît puis, lorsque celles-ci ont atteint une taille limite, l'épaisseur des parois augmente significativement. Par conséquent, lorsque la densité des mousses est faible, l'élanement des parois favorise le flambement de celles-ci ; par contre, lorsque leur épaisseur augmente avec la densité, les mécanismes de déformations des cellules ne sont plus les mêmes : la ruine des cellules apparaît plutôt au niveau des jonctions des parois sous forme de rotule plastique. Ce mode de ruine est plus sensible à la structure des cellules qu'à leur épaisseur. Ainsi, cette compétition entre l'augmentation de la taille des cellules et leur épaisseur influe sur leur réponse.

La sensibilité du module de la contrainte plateau E_{pl} est très prononcée. La "FIG. 3.18" montre que celle-ci est une fonction croissante de la densité quelle que soit la vitesse de déformation. Ce module ne sature pas dans la gamme de densités testées. En effet, les mécanismes intervenant après la phase élastique et l'effondrement des cellules sont principalement liés à leur géométrie, à l'épaisseur de leurs parois et à celle des grains, augmentant ainsi la résistance de la structure de la mousse.

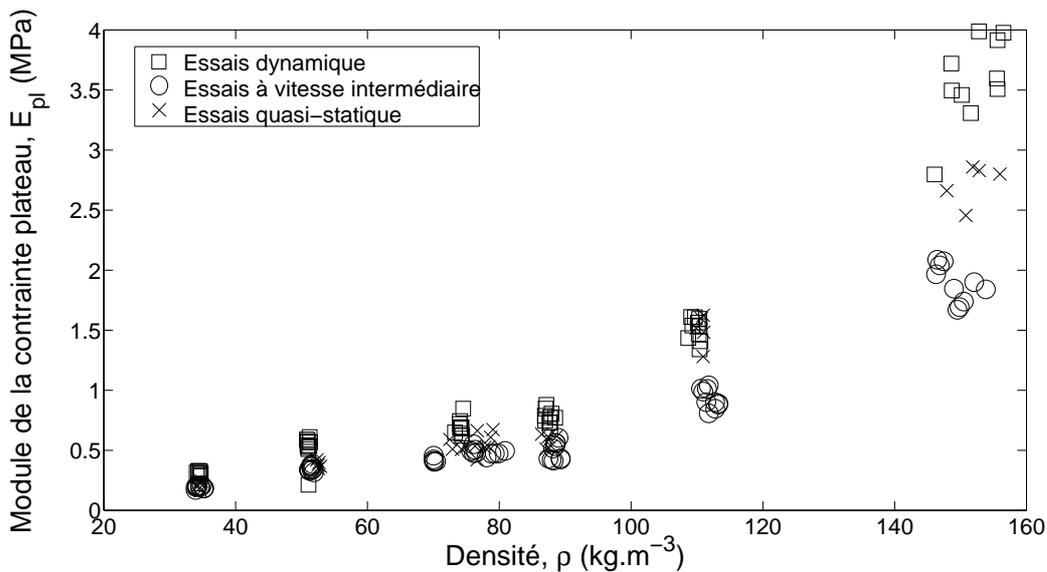


FIG. 3.18 – Évolution du module de la contrainte plateau en fonction de la densité

3.4.2 Effet de la vitesse de déformation

L'évolution de ces deux paramètres : contrainte seuil σ_{pl} et module de la contrainte plateau E_{pl} est représentée sur les "FIG. 3.19 et 3.20". On peut noter que la résistance de la mousse augmente avec la vitesse de sollicitation. Le comportement de la contrainte seuil σ_{pl} présente deux régimes d'évolution : une réponse quasi linéaire en fonction du logarithme de la vitesse de déformation jusqu'à 200 s^{-1} , puis une très forte sensibilité à grande vitesse de déformation. Cette dernière pourrait être liée aux effets inertiels mis en jeu lors de la compression, comme dans le cas des matériaux métalliques [Harrigan et al., 1999] ou encore d'autres matériaux cellulaires [Vural and Ravichandran, 2003, Zhao et al., 2005]. Lorsque la densité du matériau

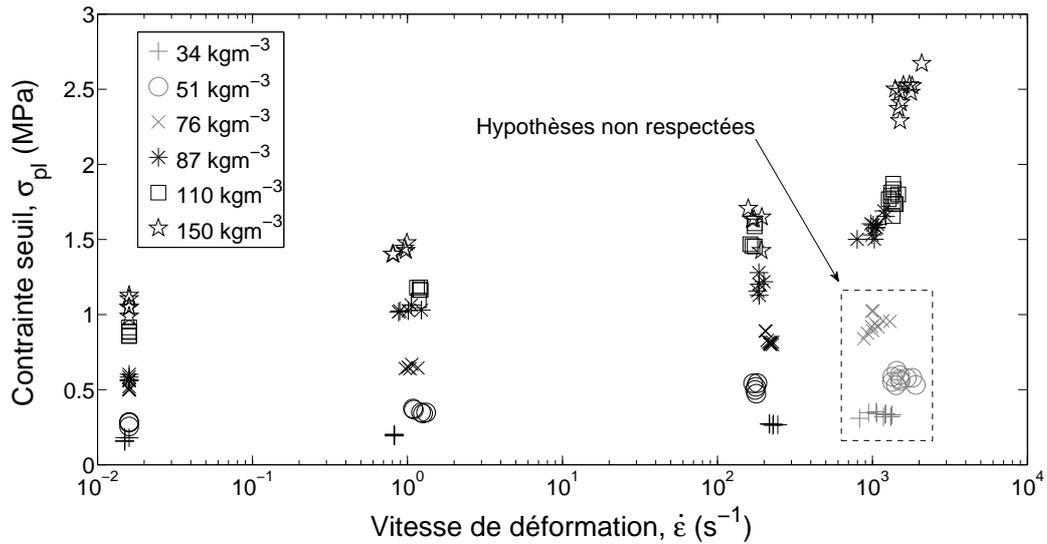


FIG. 3.19 – Évolution de la contrainte seuil en fonction de la vitesse de déformation

augmente, la taille des cellules stagne mais l'épaisseur des parois augmente ; les effets inertiels sur les parois sont alors d'autant plus importants.

L'effet de la vitesse de déformation sur le module de la contrainte plateau E_{pl} est très prononcée pour la plus forte densité. Les mécanismes de déformation, liés à la géométrie des cellules et mis en jeu lors de la compression dynamique des mousses, sont couplés aux effets du gaz piégé dans les cellules [Rehkopf et al., 1996, Mills and Lyn, 2002]. Celui-ci n'a pas le temps de s'échapper hors de la mousse et contribue à augmenter la pression à l'intérieur des cellules. Dans le cas des mousses de densité peu élevée, l'épaisseur des parois étant très faible, celles-

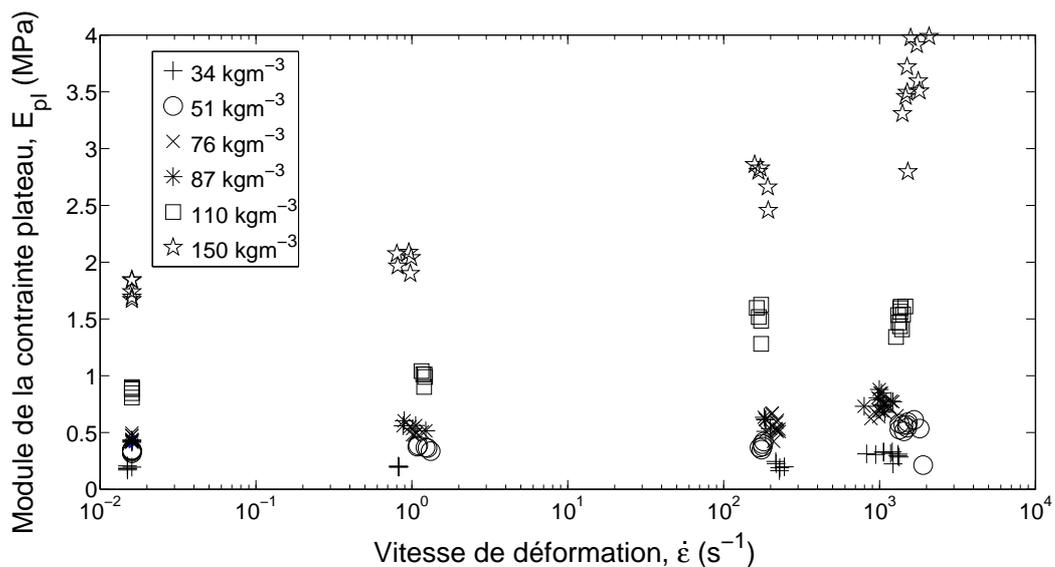


FIG. 3.20 – Évolution du module de la contrainte plateau en fonction de la vitesse de déformation

ci sont souvent endommagées dès le début de la compression laissant ainsi l'air s'échapper rapidement des cellules. Au contraire, lorsque la densité de la mousse est plus importante (comme dans le cas de la mousse de 150 kg.m^{-3}), l'importante épaisseur des parois rend la circulation de l'air plus difficile. Par conséquent, la pression des cellules adjacentes augmente d'autant plus la résistance des parois. Ainsi, le module de la phase plateau est encore plus raide.

3.4.3 Identification des paramètres de densité et de vitesse de déformation

Gibson et Ashby proposent un modèle micromécanique pour transcrire la sensibilité des matériaux cellulaires à la densité [Gibson and Ashby, 2001]. Ce modèle, dont l'objectif est de représenter de manière plus ou moins complexe la structure d'une cellule du matériau, permet de déterminer des relations entre la réponse macroscopique du matériau et sa structure – ce modèle sera développé plus en détail dans le chapitre 4. En modélisant une cellule fermée sous forme cubique, ils identifient les principaux mécanismes de déformation intervenant lors de la compression des mousses par l'action des arrêtes et des faces des cellules. En appliquant un chargement uniaxial à ce cube, ils déterminent par de simples calculs de résistance des matériaux une relation de la forme :

$$\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}^*} = C1 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{3/2} + C2 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \quad (3.6)$$

σ_{pl}^* désigne la limite d'écoulement plastique du matériau solide constituant la mousse (ici le polypropylène), ρ^* représente la densité du matériau constitutif, et les constantes $C1$, $C2$ sont des coefficients d'homogénéisation et de changement d'échelle de la cellule à la mousse. Ces paramètres peuvent également être reliés à la géométrie des cellules puis recalés numériquement en fonction des facteurs de formes. Le premier terme à la puissance $3/2$ de cette équation (3.6) correspond au flambement plastique et à la flexion des arrêtes des cellules tandis que le terme linéaire correspond à la compression et à l'extension des faces de la cellule.

Les paramètres $C1$ et $C2$ sont identifiés grâce aux résultats expérimentaux sur les contraintes seuil σ_{pl} présentés sur la "FIG. 3.17". On détermine le rapport des contraintes seuil de la mousse (σ_{pl}) et du polypropylène dense (σ_{pl}^*) en fonction de la densité relative de la mousse (ρ/ρ^*). La "FIG. 3.21" représente cette évolution pour les trois gammes de vitesses de sollicitation.

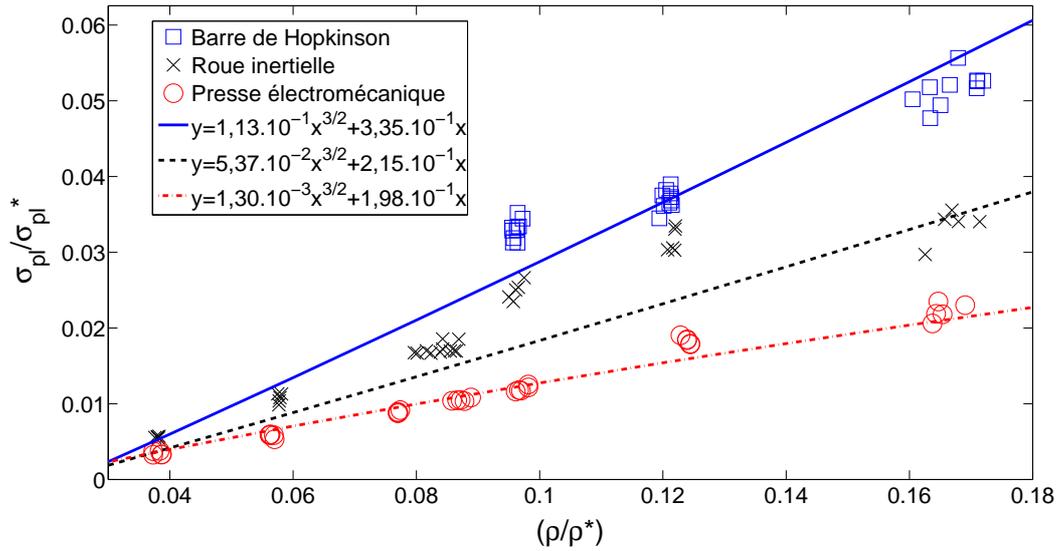


FIG. 3.21 – Relation entre la contrainte plateau σ_{pl} et la densité relative de la mousse

En fixant les puissances des termes (ρ/ρ^*) cette relation (3.6) à $3/2$ et 1 , pour les essais aux barres de Hopkinson, à la roue inertielle ainsi qu'à la presse électromécanique, on obtient les relations suivantes ("TAB. 3.2") :

Essais dynamiques	$\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}^*} = 1,13 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)^{3/2} + 3,35 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)$
Essais intermédiaires	$\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}^*} = 5,37 \times 10^{-2} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)^{3/2} + 2,15 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)$
Essais quasi-statiques	$\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}^*} = 1,30 \times 10^{-3} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)^{3/2} + 1,98 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)$

TAB. 3.2 – Identification des constantes $C1$ et $C2$ pour la contrainte seuil

Les résultats obtenus sur la "FIG. 3.21" montrent que ce modèle est bien adapté aux réponses des mousses obtenues lors de chargement quasi-statiques (la droite en traits mixtes suit les données expérimentales matérialisées par les ronds sur la figure). Par contre, dans le cas des sollicitations dynamiques, le modèle est plus éloigné des résultats expérimentaux. Ces écarts par rapport au modèle montrent que les mécanismes responsables de la déformation des mousses, en dynamique, et particulièrement pour les fortes densités relatives, sont bien plus complexes que ceux modélisés par Gibson et Ashby. Ces derniers ne prennent pas en compte l'effet du gaz piégé dans les cellules ou encore les effets de micro-inertie sur les parois de celles-ci.

Quant aux mécanismes de déformation intervenant après la phase élastique, ils sont plus complexes à identifier et à modéliser. Gibson et Ashby ne proposent pas de loi semi-empirique pour déterminer l'évolution du module de la contrainte plateau en fonction de la densité. Il faut donc déterminer l'évolution de ce paramètre, numériquement comme le propose Avallé

[Avalle et al., 2007], à partir des données expérimentales présentées sur la "FIG. 3.18". Afin de conserver la même formulation que celle proposée par Gibson et Ashby pour la contrainte seuil, on modélise de la même manière l'évolution de ce plateau par deux termes relatifs à la contribution des arêtes et des faces de la cellule :

$$\frac{E_{pl}}{E_{pl}^*} = C3 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^n + C4 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \quad (3.7)$$

La puissance n du premier terme de la relation (3.7) est identifié à partir des résultats obtenus lors de sollicitations quasi-statiques. Ainsi, le rapport du module de la contrainte plateau de la mousse avec celui du polypropylène (E_{pl}/E_{pl}^*) en fonction de la densité relative est tracé sur la "FIG. 3.22" :

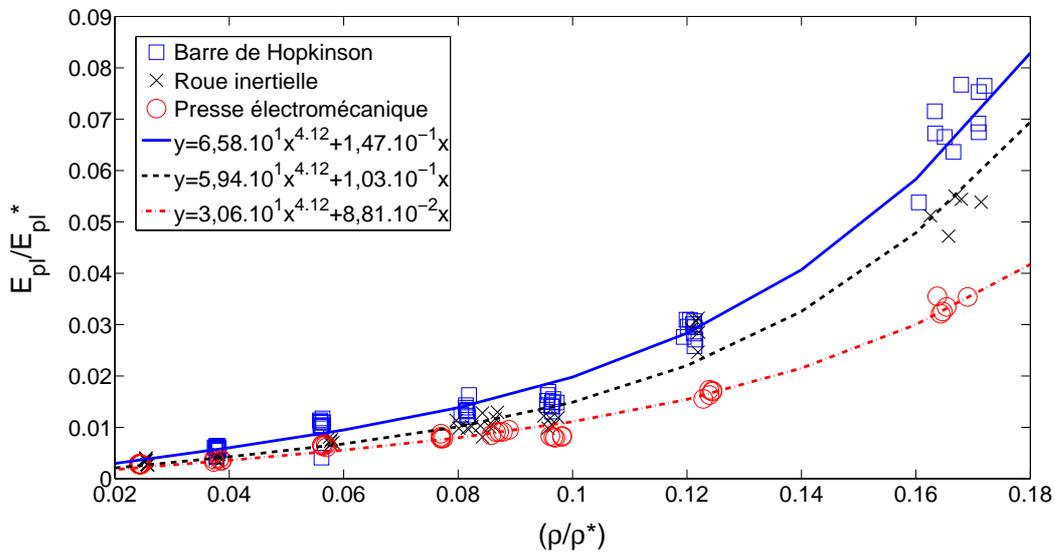


FIG. 3.22 – Relation entre le module de la contrainte plateau E_{pl} et la densité relative de la mousse

L'identification des paramètres de la relation (3.7) a permis de fixer le terme puissance n à 4,12. Les coefficients $C3$ et $C4$ sont alors identifiés avec cette puissance pour les résultats obtenus sur la roue inertielle et la barre de Hopkinson présentés sur la "FIG. 3.22". Ils permettent de définir les relations suivantes ("TAB. 3.3") :

Essais dynamiques	$\frac{E_{pl}}{E_{pl}^*} = 6,58 \times 10^1 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{4,12} + 1,47 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)$
Essais intermédiaires	$\frac{E_{pl}}{E_{pl}^*} = 5,94 \times 10^1 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{4,12} + 1,03 \times 10^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)$
Essais quasi-statiques	$\frac{E_{pl}}{E_{pl}^*} = 3,06 \times 10^1 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{4,12} + 8,81 \times 10^{-2} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)$

TAB. 3.3 – Identification des constantes $C3$ et $C4$ pour le module de la contrainte plateau

Les paramètres de ce modèle permettent donc de représenter l'évolution des résultats expérimentaux obtenus lors des essais quasi-statiques mais également dynamiques. Bien qu'il ne soit pas possible de donner un sens physique à ces paramètres ils mettent tout de même en avant le fait que le comportement de la phase plateau de la mousse est très sensible à la densité.

Cette méthode d'identification des constantes $C1$, $C2$, $C3$ et $C4$, traduisant la sensibilité de la mousse à la vitesse de déformation, a également été appliquée aux résultats obtenus lors des essais quasi-statiques à 1 s^{-1} . L'évolution de ces paramètres sur une large plage de vitesse de déformation est tracé sur la "FIG. 3.23" :

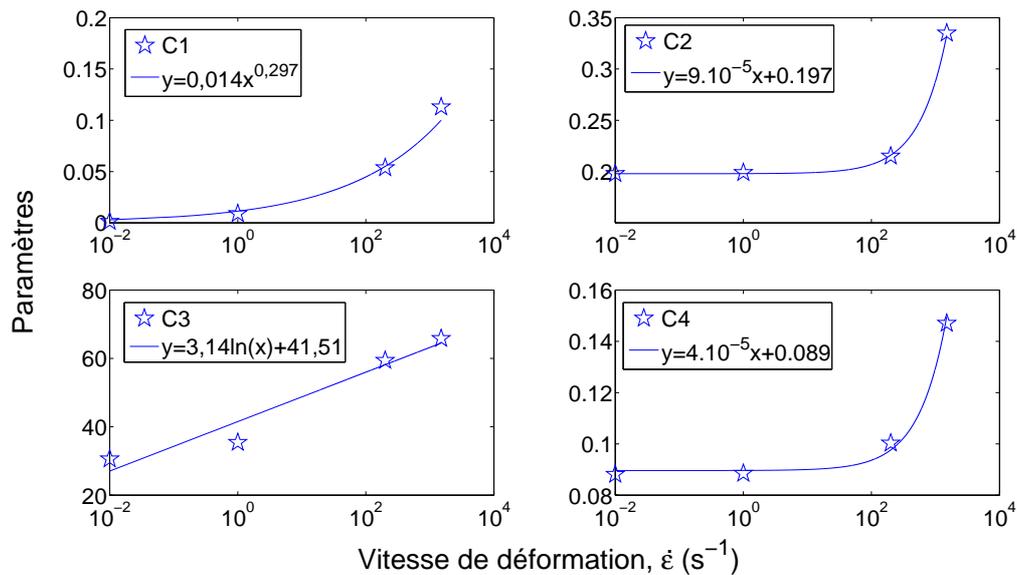


FIG. 3.23 – Évolution des constantes $C1$, $C2$, $C3$ et $C4$ en fonction de la vitesse de déformation

Il est alors possible d'identifier des relations liant ces paramètres à la vitesse de déformation :

$$\begin{cases} C1 = 0,0114\dot{\epsilon}^{0,297} \\ C2 = 9.10^{-5}\dot{\epsilon} + 0,197 \\ C3 = 3,14\ln(\dot{\epsilon}) + 41,515 \\ C4 = 4.10^{-5}\dot{\epsilon} + 0,089 \end{cases} \quad (3.8)$$

Ces paramètres vont ainsi permettre de modéliser numériquement le comportement de ces mousses sur cette plage de densité relative dans le but d'identifier plus précisément les mécanismes de déformation intervenant lors de la compression de ces matériaux (chapitre 4).

3.4.4 Énergie absorbée par les mousses

La "FIG. 3.24" représente un exemple de l'évolution de l'énergie absorbée par les mousses lors de leur compression quasi-statique et dynamique (pour trois densités $51, 87$ et 150 kg.m^{-3}). Si l'on considère une sollicitation imposant un même taux de déformation sur ces trois den-

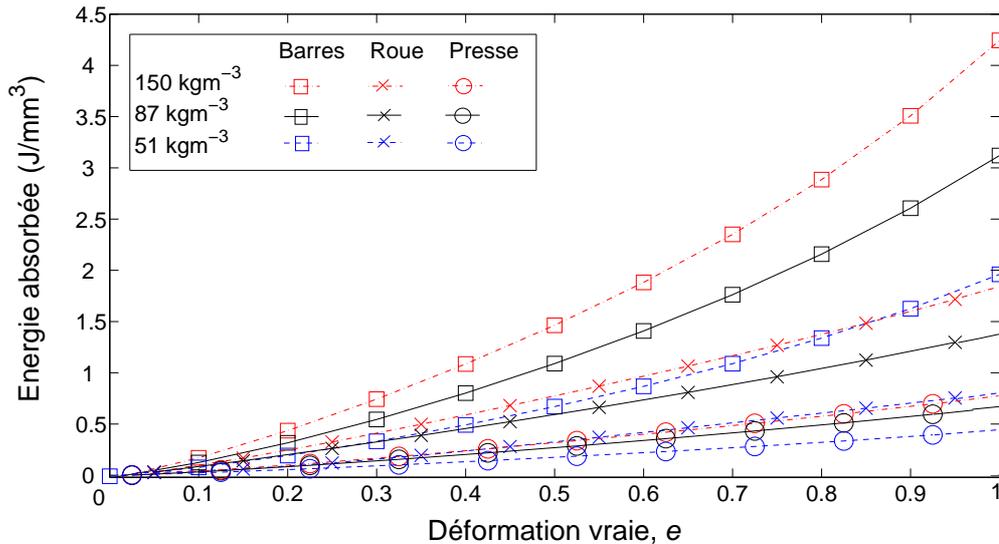


FIG. 3.24 – Évolution de l'énergie absorbée par les mousses en fonction de leur déformation

sités, la mousse de densité la plus importante absorbera le plus d'énergie mais avec un taux de contrainte également plus important ("FIG. 3.16"). Par contre, pour une même quantité d'énergie à absorber, la mousse de plus faible densité se déformera d'avantage que les autres. Il existe donc un optimum dans ce jeu de paramètres – énergie absorbée, densité, contrainte et déformation – qu'il faut déterminer selon les applications de la mousse. Plusieurs méthodes existent, telle que celle proposée par Avallé [Avalle et al., 2001], qui permet d'optimiser le choix d'une densité de mousse en fonction de l'énergie à absorber ou de la contrainte limite à ne pas transmettre. Pour cela, Avallé construit différents diagrammes tels que les diagrammes d'efficacité définis par le ratio entre l'énergie absorbée et la contrainte associée. En traçant cette courbe d'efficacité en fonction de la contrainte, pour un niveau d'énergie donné, la densité optimale est celle qui transmet le minimum d'effort. Il existe d'autres approches basées sur des critères biomécaniques, tel que le HIC (Head Injury Criterion), pour lesquelles la nature et la durée du chargement, ainsi que l'accélération, sont pris en considération. Par exemple, lors de l'application des mousses dans des casques de protection, le HIC doit être inférieur à une valeur seuil pour éviter que l'utilisateur ne subisse des dommages irréversibles sur son cerveau [Chang et al., 2000, Liu et al., 2003].

Maintenant, si l'on considère cette même énergie, absorbée par les mousses, divisée par leur masse volumique, on obtient une énergie spécifique qui varie avec la densité ("FIG. 3.25").

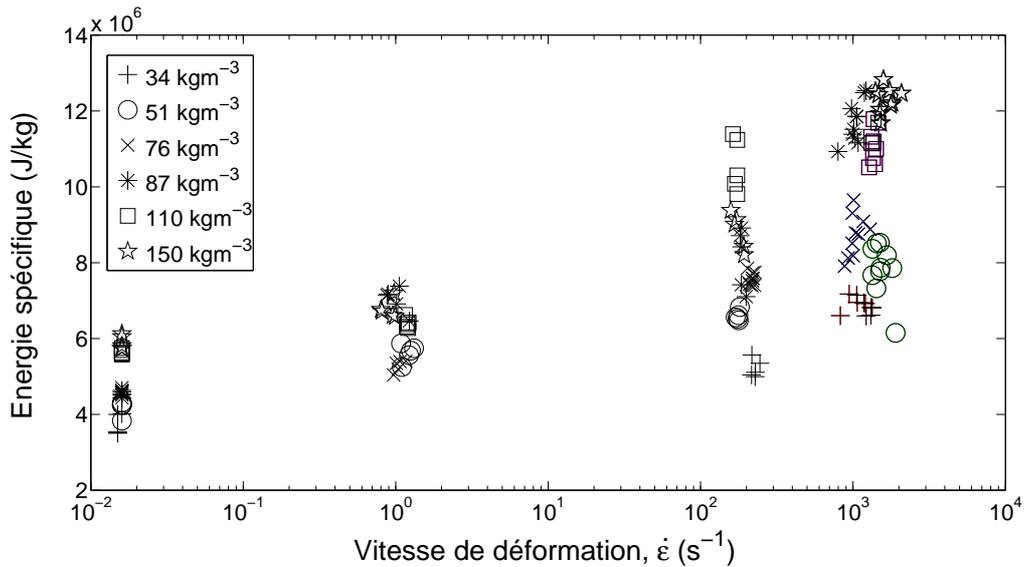


FIG. 3.25 – Énergie spécifique absorbée à 60% de déformation selon la vitesse de sollicitation

Cette figure révèle que la microstructure des mousses joue un rôle important sur leur capacité d'absorption d'énergie, calculée pour un taux de déformation de 60%. En effet, lors des essais quasi-statiques à $0,01s^{-1}$, la hiérarchie de l'énergie absorbée en fonction de la densité est respectée ; mais lorsque la vitesse de sollicitation augmente, ce n'est plus la mousse de plus forte densité apparente qui absorbe le plus d'énergie. Il est alors évident que des mécanismes complexes, intimement liés à la microstructure des mousses, interviennent pour transformer l'énergie apportée en énergie cinétique et en chaleur.

3.5 Rôle de la microstructure

Ces observations macroscopiques de la sensibilité des mousses vis-à-vis de leur densité, de la vitesse de déformation ainsi que leur capacité à absorber de l'énergie, laisse supposer que leur comportement à la compression est très sensible à leur microstructure. Afin d'identifier plus précisément l'influence de cette microstructure – au moins en terme de taille de cellules – des essais de compression quasi-statiques et dynamiques sont réalisés sur un deuxième type de mousse de polypropylène expansé de densité $87 kg.m^{-3}$, noté PPE B. Ce type de mousse présente la même particularité structurale – c'est à dire une double échelle constituée de grains et de cellules fermés – que les mousses de polypropylène expansé testées initialement et notées PPE A. Toutefois, comme le montrent les observations réalisées via un microscope électronique à balayage (MEB), leur microstructure est beaucoup plus fine ("FIG. 3.26").

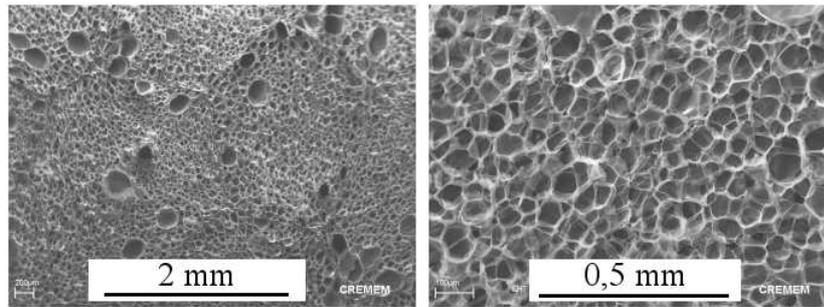


FIG. 3.26 – Observations MEB de la microstructure de la mousse de PPE B

Afin de qualifier cette microstructure, des analyses, toutes aussi méticuleuses que celles réalisées au chapitre 1 sur la mousse de PPE A, sont faites sur cette mousse de PPE B. Les mesures issues de ces analyses, présentées sur la "FIG. 3.27", montrent que plus de 60% des cellules qui constituent la mousse de PPE B sont dix fois plus petites que celles des mousses de PPE A de 76 kg.m^{-3} , en terme de surface apparente (chapitre 1). On peut donc conclure qu'à densité égale de 87 kg.m^{-3} , les cellules des mousses de PPE B sont plus petites que celles des mousses de PPE A.

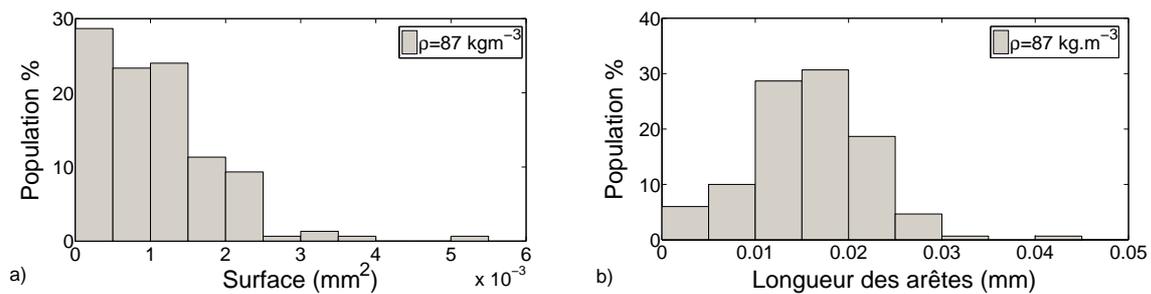


FIG. 3.27 – Répartition pour la mousse de PPE B : a) de la surface des sections des cellules, b) de la longueur des arêtes des cellules

Les essais de compression réalisés sur cette mousse de PPE B – sous sollicitations quasi-statiques à la presse électromécanique (à $0,01 \text{ s}^{-1}$), sous sollicitations dynamiques à la roue inertielle (à 200 s^{-1}) ainsi qu'à la barre de Hopkinson (à 1500 s^{-1}) – sont comparés à ceux réalisés sur la mousse de PPE A. Ces résultats sont présentés sur la "FIG. 3.28". Les réponses quasi-statiques de ces deux structures de mousses A et B sont très éloignées même si leur comportement macroscopique global est similaire. La mousse de PPE B montre une contrainte seuil deux fois plus élevée que celle observée sur la mousse de PPE A. Quant aux essais dynamiques, ils révèlent la faible sensibilité à la vitesse de déformation de la mousse de PPE B. La contrainte seuil de cette dernière est peu affectée par ces grandes vitesses de sollicitation, mais à 1500 s^{-1} le module de la contrainte plateau subit une augmentation plus significative que celui de la mousse de PPE A. La sensibilité à la vitesse de déformation de ces deux structures de mousses A et B ne se traduisent donc pas de la même manière.

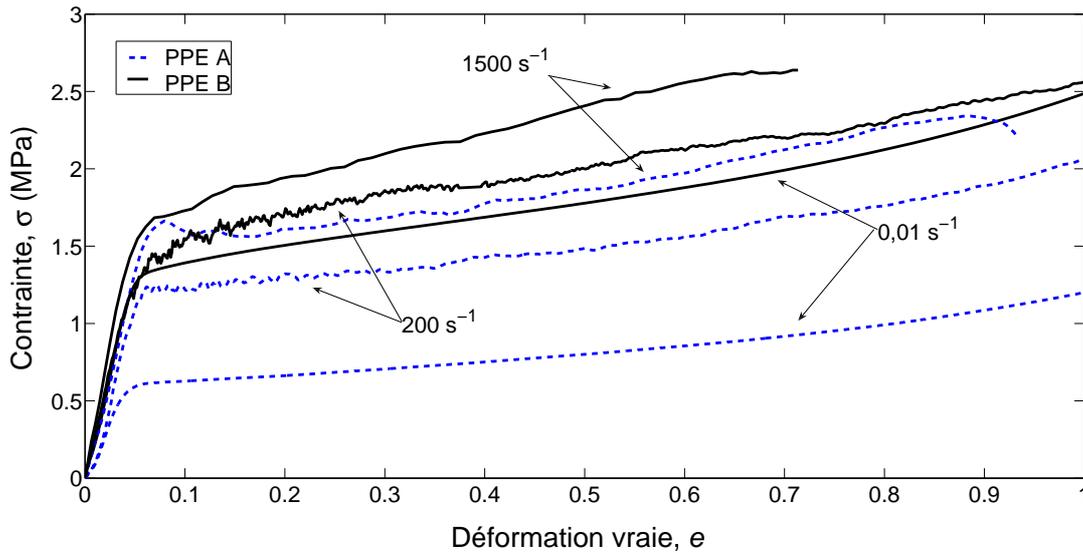


FIG. 3.28 – Comparaison des réponses à la compression des mousses de PPE A et B

Dans le cas de la mousse de PPE A, les mécanismes d'instabilité exprimant le passage du comportement élastique au comportement plateau sont liés à la taille importante des cellules. Celle-ci les rend plus sensibles au flambement : la contrainte seuil en quasi-statique est donc faible. Au contraire, la forte épaisseur de paroi des cellules rend ces mousses de PPE A plus sensibles aux effets inertiels et augmente ainsi leur résistance sous sollicitations dynamiques.

Quant à la mousse de PPE B, sa grande résistance à la compression en quasi-statique peut être attribuée à la taille de ses cellules. Celles-ci étant beaucoup plus petites, elles sont donc moins sensibles au flambement. De plus, leur faible épaisseur de parois les rend moins sensibles aux effets dynamiques. L'augmentation du module de la phase plateau avec la vitesse de déformation suggère que la contribution de l'air piégé dans les nombreuses petites cellules est plus importante que celle dans les grosses cellules en nombre moins élevé.

3.5.1 Analyses physico-chimiques

Afin de compléter et d'identifier plus précisément la nature du matériau constituant les deux microstructures des mousses A et B, des analyses calorimétriques à balayage différentiel (DSC) et thermogravimétriques (TGA) ont été réalisées par le LCPO¹.

L'analyse calorimétrique à balayage différentiel donne, entre autre, des informations quant au degré de cristallisation d'un polymère. Lors de cet essai, on chauffe ce matériau et l'on mesure le flux de chaleur qu'il absorbe en fonction de la température de chauffage. Puis, lors du refroidissement de celui-ci, on mesure la quantité de chaleur qu'il expulse. La "FIG. 3.29 a" montre les résultats obtenus pour la mousse de PPE A. Le premier chauffage révèle une légère cristallisation à 145°C (des phases qui n'ont pas été cristallisées lors de la fabrication du polymère) et une température de fusion élevée : $T_f = 161^\circ\text{C}$. La phase de refroidissement montre,

¹Laboratoire de Chimie des Polymères Organiques
CNRS – ENSCPB – Université Bordeaux I (UMR 5629)
16 Avenue Pey Berland 33607 Pessac Cedex France

après ré-organisation des chaînes macromoléculaires, un pic de recristallisation très prononcé à 106°C , ce qui laisse supposer que le taux de cristallinité du polymère constituant cette mousse est très important. Le deuxième chauffage illustre également un pic de recristallisation à 143°C . La température de transition vitreuse de ce polymère étant très faible, sûrement inférieure à 20°C car non visible sur ce graphique, celui-ci se trouve sous forme amorphe à température ambiante. Son comportement est alors très élastique avec une présence importante de phases cristallines, rendant sa structure rigide : il faut apporter beaucoup d'énergie pour rompre ces liaisons.

Dans le cas de la mousse de PPE B ("FIG. 3.29 b"), le premier pic de cristallisation est plus bas : 122°C , et la température de fusion également : 142°C . Le pic de recristallisation est quand à lui totalement inexistant lors du refroidissement et semble être très léger lors du deuxième chauffage (122°C). Ces résultats montrent que le polymère qui constitue la structure de ces deux mousses de PPE est différent. La mousse de PPE B se révèle très peu cristallisée, avec un point d'inflexion vers 106°C , ce qui montre la transition vitreuse du polymère. A température ambiante celui-ci sera donc fragile. Le taux de cristallinité de ces deux polymères constitutifs laisse également supposer que le polymère de la mousse de PPE A est majoritairement isotactique tandis que celui de la mousse de PPE B est plutôt atactique (chapitre 1).

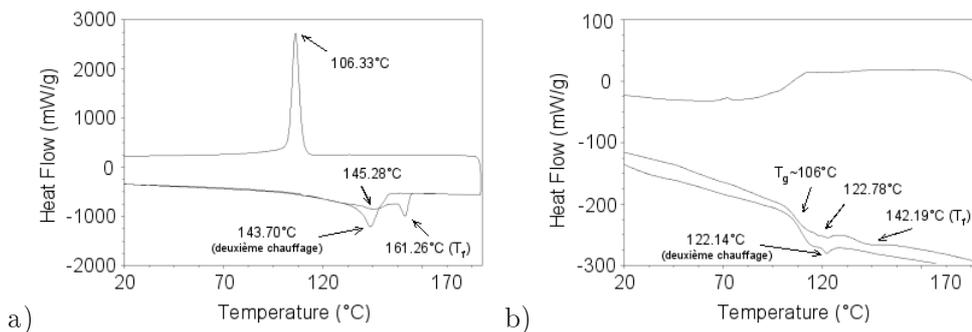


FIG. 3.29 – Analyses calorimétriques à balayage différentiel (DSC) sur : a) la mousse de PPE A, b) la mousse de PPE B

L'analyse thermogravimétrique révèle également les différences entre ces deux polymères. Elle permet de déterminer les températures de dégradation des polymères ainsi que leurs taux de charge. Cette analyse, présentée sur la "FIG. 3.30", révèle un taux de charge beaucoup plus important dans le cas du polymère de la mousse de PPE B, sûrement responsable d'une moins bonne cristallisation du polymère. Ceci révèle également une "qualité" inférieure du polymère, qui à masse égale est moins pur.

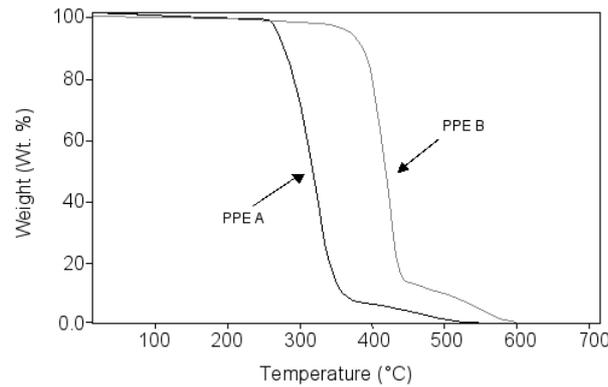


FIG. 3.30 – Analyses thermogravimétriques (TGA) sur les mousses de PPE A et B

Ces analyses mettent en évidence que le polypropylène qui constitue la structure de ces deux mousses de PPE A et B n'est pas totalement identique. La constitution de ces deux polymères est donc à prendre en considération lors des analyses de l'influence de la microstructure sur le comportement de ces mousses.

3.5.2 Observations avant et après impact

Des analyses MEB, avant et après impact, sur ces deux types de mousse A et B de 87 kg.m^{-3} ont été effectuées afin d'observer les conséquences de la taille des cellules sur les mécanismes de déformations mis en jeu lors de leur compression dynamique à la barre de Hopkinson.

Une vue d'ensemble précise de la morphologie de la mousse de PPE A, avant impact, a été possible grâce à 27 images MEB réalisées à un grossissement de $\times 80$. La "FIG. 3.31 a" relate ces observations sur une surface de $19,6 \times 10,1 \text{ mm}^2$ et montre que le processus d'élaboration de ces mousses a induit une répartition non uniforme de la taille des cellules dans celle-ci. Près de la paroi des grains (en trait noir), les cellules sont de petites dimensions alors qu'en leur centre celles-ci sont plus grandes (ce qui explique la grande distribution de la surface des cellules mesurées au chapitre 1). La "FIG. 3.31 b" montre cette même mousse après la compression à la barre de Hopkinson, réalisée à partir de plus de 20 images MEB. Une déformation de 50% a été imposée à l'échantillon entraînant une déformation résiduelle de 12%. Cette déformation résiduelle ne signifie pas que la déformation élastique de la mousse est de 38% puisque la déformation n'est pas homogène dans l'échantillon ; elle montre cependant que les déformations élasto-plastiques sont confinées à des méso-volumes représentant plus ou moins 50% du volume global.

Les cercles en trait continu sur les "FIG. 3.31 a et b" montrent des zones de l'échantillon dans lesquelles les cellules sont totalement effondrées. Dans la zone délimitée par les rectangles en pointillés, les parois de grains orientés parallèlement à la direction du chargement sont également écrasées. Au contraire, on note que des zones de l'échantillon semblent totalement intactes, comme celles grisées sur la "FIG. 3.31 b" (relevées par simple analyses comparatives visuelles). Tout ceci, met en évidence que la déformation de l'échantillon n'est pas homogène et s'effectue grain par grain.

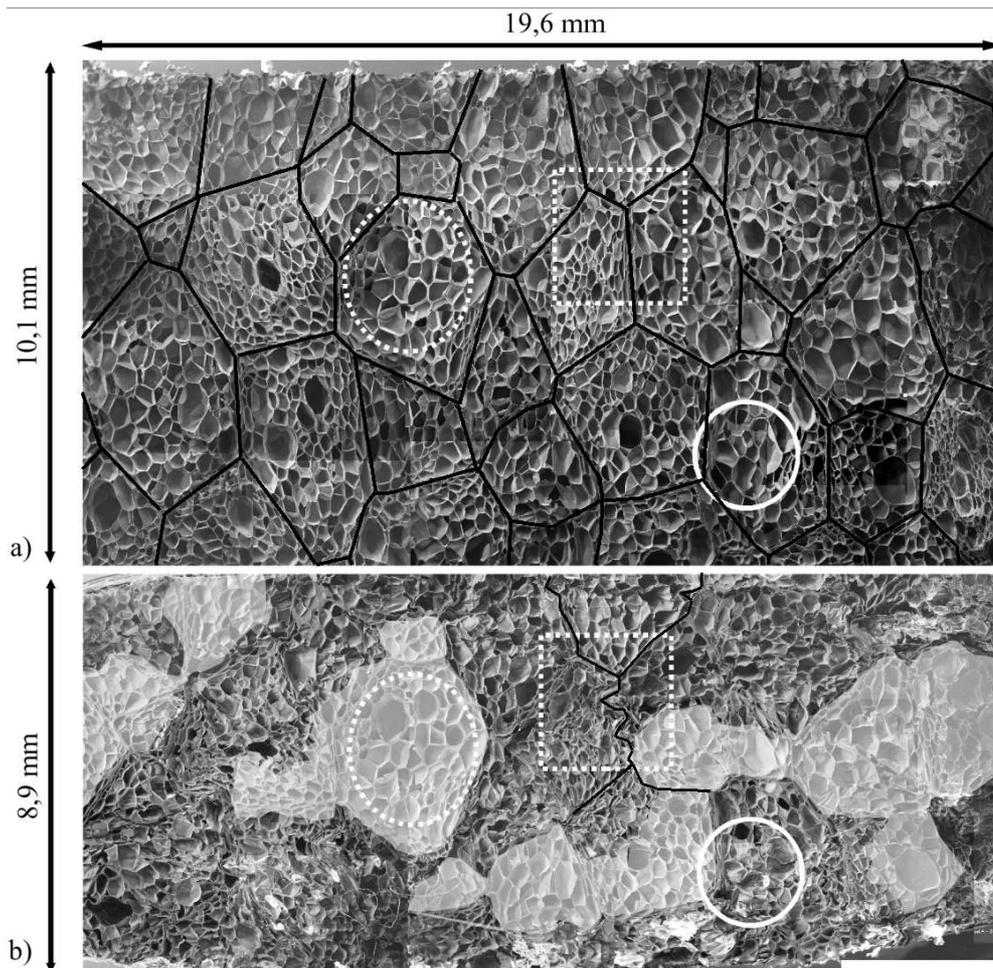


FIG. 3.31 – Observations MEB de la microstructure A : a) avant impact, b) après impact (grossissement $\times 80$)

Les mêmes analyses sont effectuées sur la mousse de PPE B et sont présentées sur les "FIG. 3.32 a et b". Afin de visualiser la microstructure plus fine de cette mousse, 80 images à un grossissement de $\times 256$ ont été nécessaires pour représenter une surface de $15,2 \times 7,5 \text{ mm}^2$, et près de 70 pour cette même surface après l'impact. La "FIG. 3.32 a" illustre les nombreux défauts ou "trous" qui apparaissent de manière aléatoire dans cette mousse et permet de constater des phénomènes similaires à ceux observés sur la mousse de PPE A. La déformation de l'échantillon n'apparaît pas de manière homogène. Les zones repérées par les cercles en traits pleins et celles délimitées par les rectangles en pointillés montrent que les cellules et les parois des grains se sont effondrées. Par contre, d'autres zones de la mousse sont restées intactes comme celles délimitées par les cercles en pointillés. Les déformations générées dans l'échantillon n'apparaissent plus selon la géométrie des grains mais selon des bandes perpendiculaires au chargement, comme dans le cas de la compression d'autres matériaux cellulaires [Lopatnikov et al., 2007, Viot et al., 2005]. La zone grisée sur la "FIG. 3.32 b" illustre ce phénomène.

Ces observations montrent que les mécanismes de ruine de la mousse provoquent de très fortes localisations de la déformation. Dans le cas de la mousse de PPE A, la mésostructure

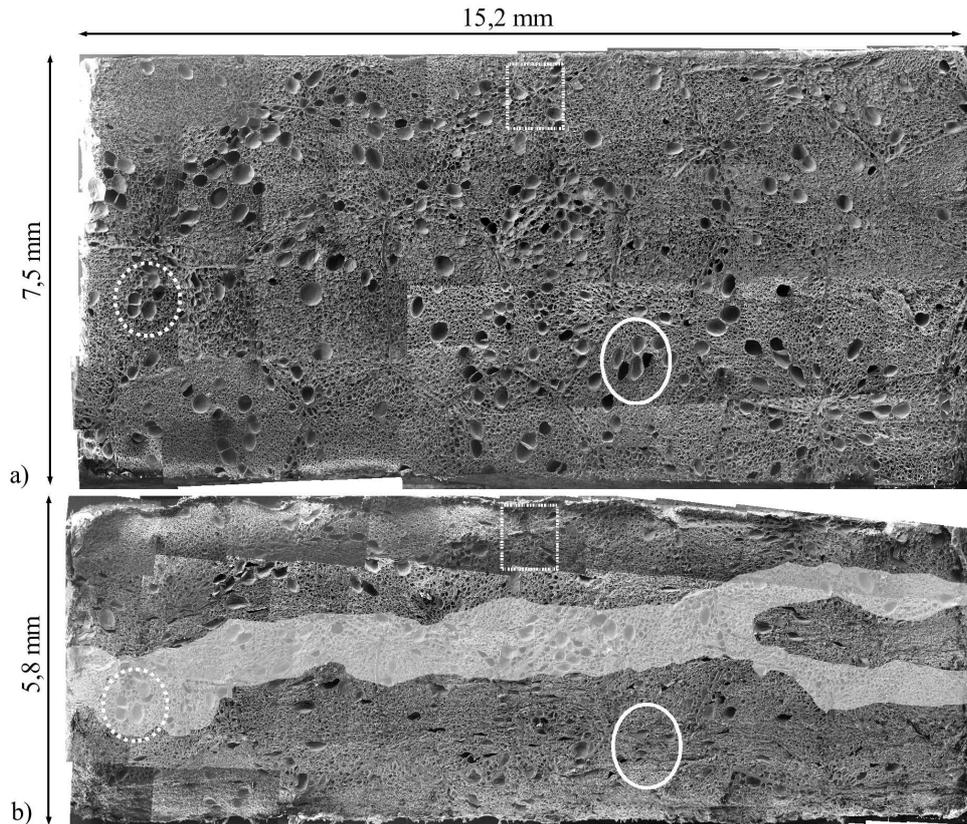


FIG. 3.32 – Observations MEB de la microstructure B : a) avant impact, b) après impact (grossissement $\times 256$)

(échelle des grains) joue un rôle prépondérant sur ces mécanismes, entraînant une grande inhomogénéité des déformations, tandis que dans le cas de la mousse de PPE B, ces mécanismes interviennent à l'échelle de la microstructure localisant les déformations par bandes.

3.6 Effet de la température

On suppose que la sensibilité à la vitesse de déformation, mise en évidence au paragraphe précédent (3.4.2), est associée à la structure des matériaux cellulaires, aux propriétés rhéologiques du polymère qui les constitue, et donc à l'évolution de ces dernières avec la vitesse de déformation et la température. Pour vérifier cette hypothèse, des essais de compression quasi-statiques et dynamiques sont menés en faisant varier la température d'essai. On suppose que la température n'influe que sur les propriétés rhéologiques du polymère et non sur son arrangement microstructural. Les températures considérées pour cette étude sont 20, 50 et 80 °C. Pour des raisons techniques associées au dispositif de chauffage lors des essais aux barres de Hopkinson, la barre en nylon de diamètre 25 mm a dû être employée. Afin que la taille des échantillons reste représentative de leur structure, les essais ont été réalisés sur les mousses de PPE B de 87 kg.m^{-3} . Une enceinte thermique associée à la presse électromécanique a permis de chauffer de manière homogène et contrôlée les échantillons directement en configuration de sollicitation. Les résultats obtenus sont présentés sur la "FIG. 3.33". L'influence de

la température sur le comportement à la compression des mousses est clairement visible. La contrainte seuil décroît fortement avec l'élévation de la température. On peut supposer que cet adoucissement est principalement lié à la sensibilité du polypropylène à la température, tout comme l'est son module d'Young [Rajan et al., 2004].

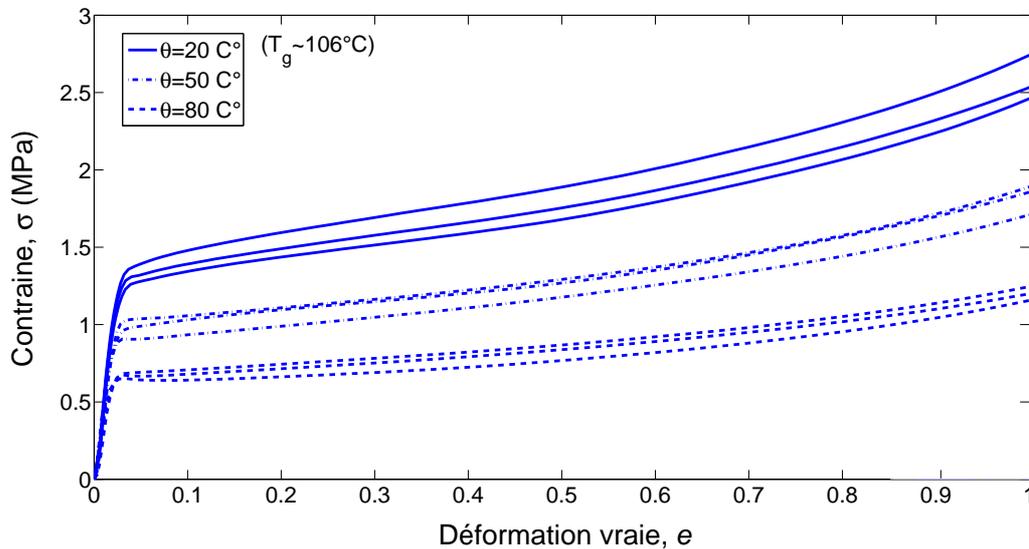


FIG. 3.33 – Comportement quasi-statique des mousses de polypropylène expansé en fonction de la température

Pour les essais dynamiques, le processus expérimental consiste à chauffer l'échantillon en position entre les barres, grâce à un collier à induction ("FIG. 3.34"). L'échantillon est placé au milieu du collier, fermé par des bouchons métalliques afin d'homogénéiser sa mise en température. Celle-ci est contrôlée par un thermocouple puis maintenue à la température désirée pendant 30 minutes. Pour réaliser l'essai, il suffit de retirer les bouchons et d'insérer les barres à la place. L'essai est alors réalisé instantanément. A ces températures, les barres n'ont pas le temps chauffer ; toutefois, une mesure de la propagation des ondes dans cette configuration a permis de vérifier que le coefficient de propagation n'est pas affecté par cette opération.

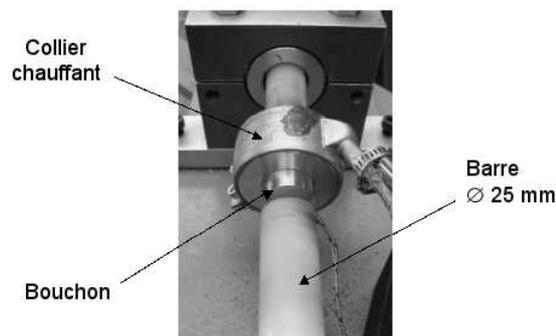


FIG. 3.34 – Dispositif de chauffage par induction pour les essais dynamiques

L'effet de la température sur les réponses dynamiques des mousses est illustré par la "FIG. 3.35". Ces résultats ne se montrent pas autant affectés par la température que ceux obtenus lors des chargements quasi-statiques mais révèlent tout de même un effet sur la contrainte seuil.

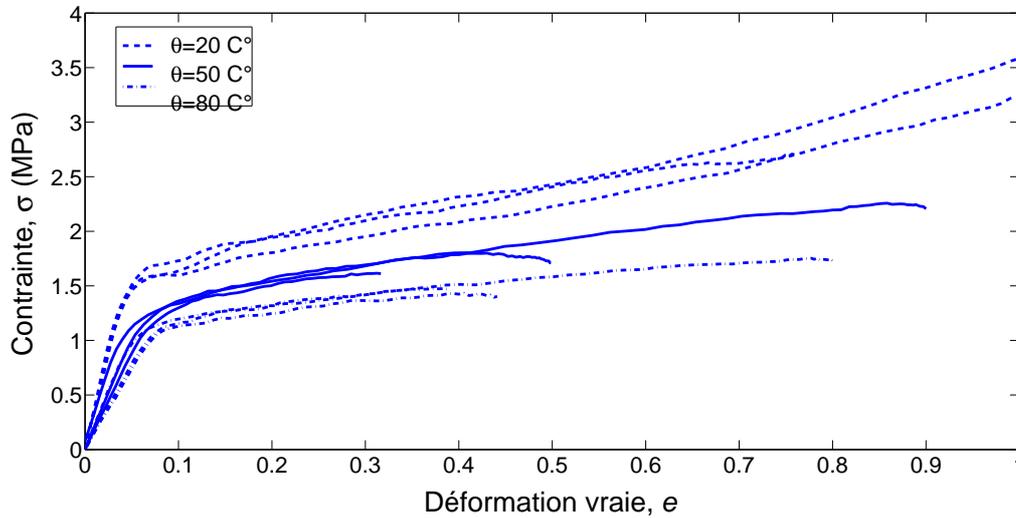


FIG. 3.35 – Comportement dynamique des mousses de polypropylène expansé en fonction de la température

On relève pour les deux types de sollicitation et pour chaque température, la contrainte seuil σ_{pl} et le module de la contrainte plateau E_{pl} ("FIG. 3.36 a et b"). Il apparaît que la contrainte seuil évolue linéairement avec la température lors de sollicitations quasi-statiques et semble tendre vers une asymptote horizontale pour les essais dynamiques. L'évolution du module de la contrainte plateau semble être la même sous sollicitations quasi-statiques et dynamiques.

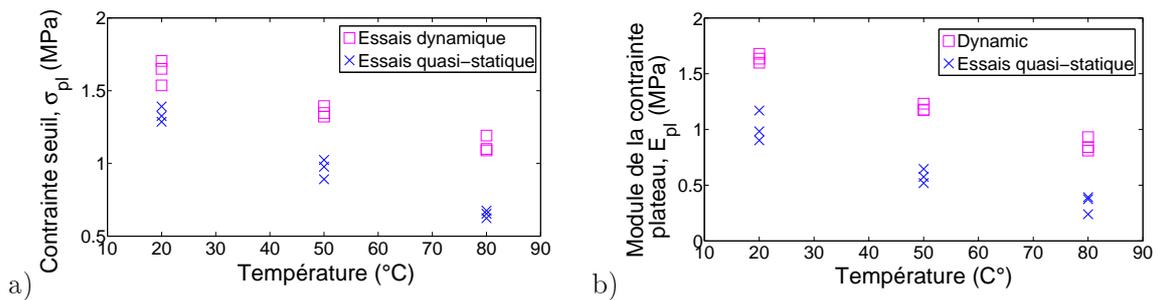


FIG. 3.36 – Évolution en fonction de la température : a) de la contrainte seuil, b) du module de la contrainte plateau

Ces résultats montrent que le comportement de la mousse devient plus souple avec l'augmentation de la température ; l'énergie absorbée par celles-ci diminue donc lorsque la température croît. Le comportement de ces mousses peut être modélisé selon une loi WLF (Williams, Landel et Ferry) comme le fait Zhang [Zhang et al., 1998]. Toutefois, des essais complémen-

taires sont nécessaire pour affiner ces observations. Des essais à basses températures permettraient d'identifier l'influence de la vitesse de déformation directement sur le matériau constitutif des mousses par équivalence temps/température. Malgré le peu d'essais dans ces conditions, les résultats montrent tout de même que les mécanismes intervenant lors de la compression de ces mousses ne sont pas uniquement liés à leur microstructure mais également aux propriétés du matériau qui les constituent.

3.7 Effet du gaz piégé dans les cellules

Afin d'identifier la contribution du gaz piégé dans les cellules de la mousse sur le phénomène de durcissement dynamique lors de leur compression, les mousses sont testées dans l'eau sous des chargements quasi-statique [Ramsteiner et al., 2001] mais aussi en dynamique. En effet, si l'on peut quantifier la proportion de gaz qui contribue à leur durcissement dynamique, il est facile dans une première approche, comme le propose Mills [Mills et al., 2003], de modéliser la variation de pression induite par la déformation des cellules. Connaissant la pression initiale dans la cellule et sa variation de volume, il obtient une relation exprimant la contrainte induite par le gaz en fonction de la déformation globale de la mousse.

La "FIG. 3.37" présente le dispositif réalisé pour les essais de compression à la barre de Hopkinson dans l'eau. Il se compose simplement d'un réservoir en plexiglas troué de part et d'autre pour laisser passer les barres. L'étanchéité est réalisée à l'aide de bandes d'élastomères. Quant aux essais de compression à la presse électromécanique et à la roue inertielle, un simple réservoir est utilisé car dans ces deux cas l'axe de compression est vertical.

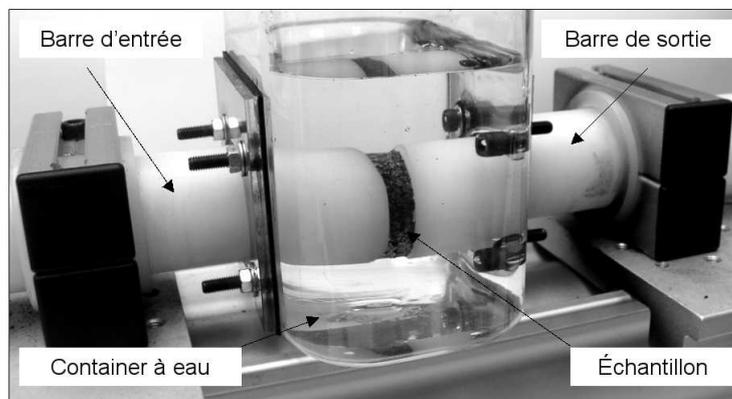


FIG. 3.37 – Dispositif de compression pour réaliser les essais à la barre de Hopkinson dans de l'eau

Les essais sont réalisés sur les deux types de microstructure PPE A et PPE B. A cause de l'aspect visuel très sombre et très peu contrasté de la mousse de PPE A, seul les résultats obtenus sur les mousses de PPE B sont présentés. Les mêmes phénomènes sont observés sur les mousses de PPE A et donc les mêmes conclusions peuvent être émises. Cependant, la résolution des vidéos n'a pas permis d'identifier précisément l'influence de la taille des cellules sur la quantité de gaz contribuant à la résistance des mousses.

L'enregistrement de ces essais, grâce à une caméra rapide *FASTCAM-APX RS 250K*, permet de présenter huit étapes de la déformation des mousses témoignant l'expulsion de l'air hors de celles-ci. Les images de l'essai quasi-statique sont présentées sur la "FIG. 3.38" pour des taux de déformation allant de $e = 0$ à $e = 0,5$. Ces images manifestent clairement l'apparition de bulles dès le début de la compression et donc que le gaz s'échappe hors des cellules ($e = 0,025$). On peut noter qu'au début de la compression ($e = 0$) aucune bulle n'est visible sur la face gauche. Les quatre premières images jusqu'à $e = 0,1$ montrent que les bulles apparaissent aléatoirement sur les faces de l'échantillon. Les deux bulles, mises en évidence par le cercle en pointillés, évoluent de manière régulière jusqu'à $e = 0,3$. Elles deviennent ensuite trop importantes et se décrochent de la mousse ($e = 0,4$ et $e = 0,5$). Ces observations laissent donc supposer que le gaz piégé dans les cellules ne contribue pas entièrement à la résistance de la mousse puisqu'il s'échappe librement et aléatoirement dès le début de la compression.

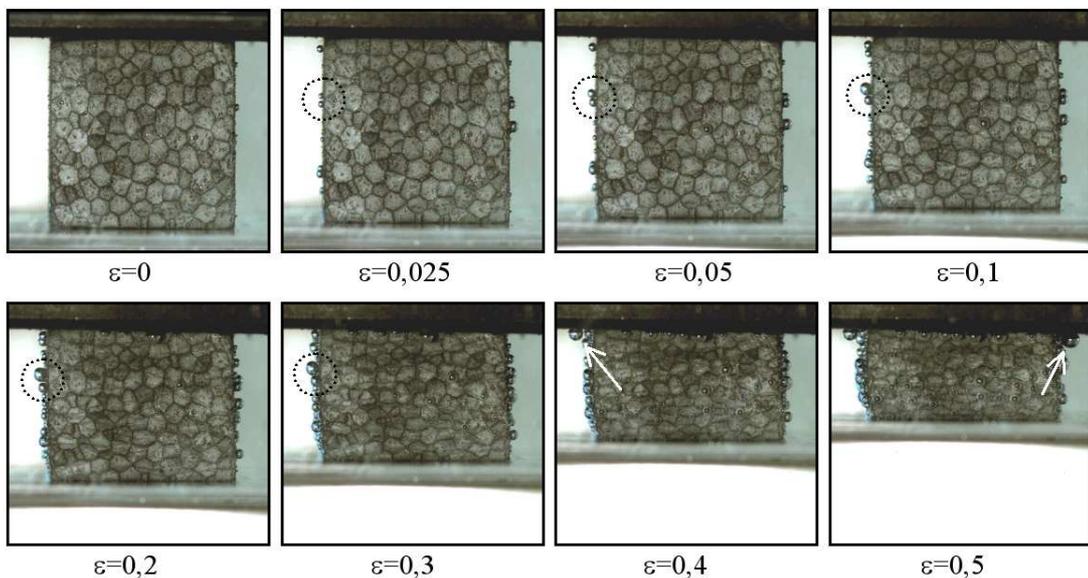


FIG. 3.38 – Expulsion de l'air durant la compression quasi-statique des mousses de polypropylène expansé, $\dot{\epsilon} = 0,01 \text{ s}^{-1}$

L'enregistrement de l'essai à la roue inertielle à 3000 images par secondes avec une résolution de 1024×1024 pixels permet d'observer les mêmes états de déformation de l'échantillon pour une vitesse de déformation de 200 s^{-1} . En observant les images présentées sur la "FIG. 3.39", on s'aperçoit que les bulles qui s'échappent de la mousse sont de taille beaucoup plus petites que celles observées lors de l'essai quasi-statique et n'apparaissent pas avant 10% de compression. De petites bulles apparaissent seulement à partir de $e = 0,2$ dans la zone délimitée par le rectangle en pointillés. Cette zone s'étend par la suite là où la déformation de l'échantillon est la plus importante ($e = 0,3$). Puis, sur les deux images suivantes ($e = 0,4$ et $e = 0,5$), des bulles apparaissent sur toute la surface de l'échantillon hormis sur une petite zone délimitée par le triangle en pointillés. Cette zone ne semble pas être déformée par la sollicitation. On constate donc que le gaz dans les cellules reste piégé pour un niveau de déformation plus important que lors de la compression quasi-statique. Les bulles apparaissent localement et en premier lieu là où le champ de déformation de la mousse est le plus im-

portant. Ce retard de l'expulsion du gaz hors des cellules laisse supposer qu'il contribue au durcissement dynamique de la réponse macroscopique de la mousse en augmentant la pression à l'intérieur des cellules.

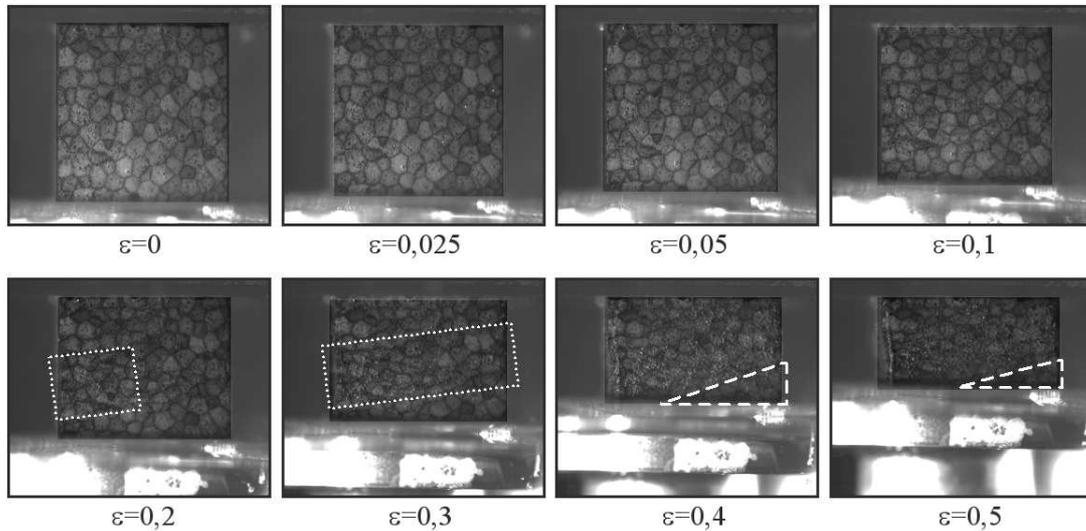


FIG. 3.39 – Expulsion de l'air durant la compression à la roue inertielle des mousses de polypropylène expansé, $\dot{\epsilon} = 200 \text{ s}^{-1}$

L'essai à la barre de Hopkinson à $\dot{\epsilon} = 1500 \text{ s}^{-1}$, nécessite une augmentation considérable de la vitesse d'acquisition des images à 50000 images par secondes, limitant leur résolution à 256×128 pixels. Les images obtenues montrent que le retard du dégazage est encore plus important ("FIG. 3.40"). Sur les quatre premières images, aucune bulle de gaz n'apparaît, alors que l'on peut discerner l'effondrement de certains grains. A partir de $e = 0,2$ des bulles de gaz apparaissent dans une zone très localisée (délimitée par le rectangle en pointillés) dans laquelle les grains semblent être totalement écrasés. Lorsque la déformation progresse ($e = 0,3$), des bulles sont alors toujours visibles. A $e = 0,4$ la déformation devient un peu plus homogène : aucune nouvelle bulle n'est visible. Finalement, à $e = 0,5$ le champ de déformation devient tellement important que de nouvelles bulles de gaz se développent à nouveau.

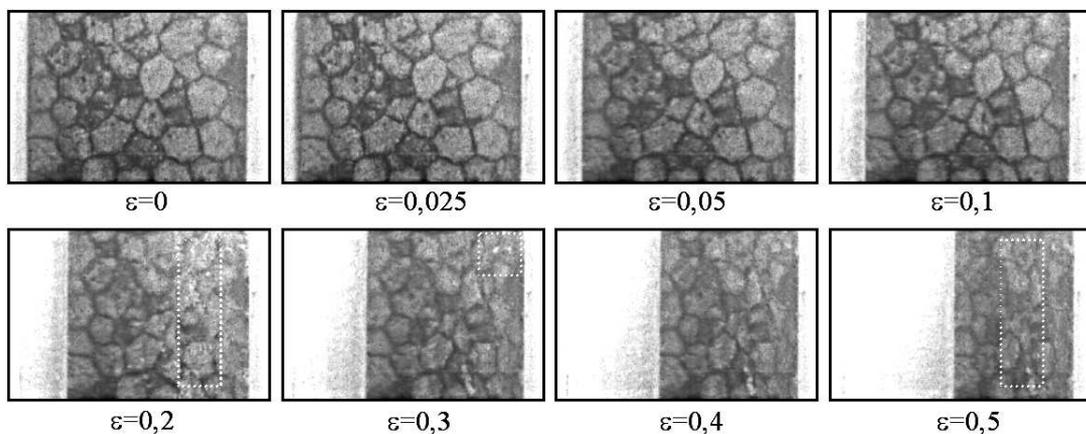


FIG. 3.40 – Expulsion de l'air durant la compression dynamique des mousses de polypropylène expansé à la barre de Hopkinson, $\dot{\epsilon} = 1500 \text{ s}^{-1}$

Ces observations montrent, que lors de chargement à grande vitesse, le gaz n'a pas assez de temps pour s'échapper de la mousse. Lorsque la déformation des cellules devient trop importante, celui-ci ne peut alors que s'échapper. On constate donc qu'il s'évacue de manière non uniforme et par intermittence après un certain délai, comme lors du chargement à vitesse intermédiaire. Ce phénomène semble être fortement lié aux bandes de localisation de la déformation de la mousse. On peut conclure dans ce cas que le gaz dans les cellules joue un rôle important sur la réponse de la mousse et atteint de fortes pressions avant de pouvoir être expurgé.

3.8 Conclusion

Les essais de compression réalisés sur les mousses de polypropylène expansé ont mis en évidence leur sensibilité à la densité. La résistance de la mousse augmente significativement avec cette dernière. En effet, plus la densité augmente plus la proportion de matériau solide est importante dans la mousse. L'épaisseur des parois des cellules et des grains rendent ainsi la mousse plus résistante, plus consistante.

La mise en œuvre de dispositifs spécifiques, tels que la roue inertielle et une barre de Hopkinson viscoélastique, a permis de révéler la sensibilité des mousses à la vitesse de déformation. Il apparaît qu'un phénomène de durcissement dynamique intervient lors de grandes vitesses de chargement. La mousse de plus forte densité testée (150 kg.m^{-3}) montre un seuil de sensibilité à 200 s^{-1} au delà duquel ce phénomène de durcissement est amplifié. Celui-ci n'apparaît pas pour les mousses de plus faibles densités. Ce phénomène est corrélé aux effets de micro-inerties agissant sur les parois des cellules lors de leur flambement dynamique. Il est alors plus prononcé lorsque les parois sont plus épaisses et donc plus lourdes.

Des essais de compression dans l'eau ont permis de montrer que ce phénomène de durcissement dynamique est aussi lié au gaz piégé dans les cellules. Lors de compressions dynamiques, ce gaz n'a pas le temps de s'échapper et augmente ainsi la pression à l'intérieur des cellules. Par contre, lors de compressions quasi-statiques, le gaz a le temps nécessaire pour sortir de la mousse lorsque le volume des cellules diminue, sa contribution est alors moindre.

L'effet de la microstructure a également été mis en évidence au travers d'essais réalisés sur deux mousses de polypropylène expansé. Ces résultats rejoignent les observations faites sur l'influence de la densité, à savoir que les petites cellules sont moins sensibles au flambement. Elles présentent donc une meilleure résistance lors de chargements quasi-statiques alors que les fortes épaisseurs de parois des cellules sont plus propices aux effets inertiels. Les observations MEB, avant et après impacts, ont montré que les phénomènes de localisation de la déformation n'apparaissent pas uniquement en bande, comme dans la plupart des matériaux cellulaires, mais également selon la géométrie des grains. Selon la mésostructure des mousses, l'échelle des grains semble donc être aussi, voire plus importante, que celle des cellules.

Enfin, les paramètres d'un modèle transcrivant la sensibilité de la mousse vis-à-vis de la densité, proposé par Gibson et Ashby, ont été identifiés à partir de la base de données expérimentales réalisée et extrapolée aux résultats dynamiques. Les analyses physico-chimiques ont montré qu'il était difficile d'obtenir des échantillons de mousse identiques avec une microstruc-

ture différente. Il est d'autant plus difficile d'identifier expérimentalement l'influence de leur microstructure sur leur capacité à absorber de l'énergie hormis en développant une méthode numérique, capable de modéliser finement ces microstructures. Celle-ci est développée dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Mise en évidence de phénomènes de localisation par voie numérique : Approche par éléments discrets du comportement des mousses

Sommaire

4.1	Choix de la modélisation	110
4.2	Principe de la méthode aux éléments discrets	112
4.2.1	Algorithme de calcul	113
4.2.2	Description du domaine	114
4.2.3	Intégration des équations du mouvement	116
4.2.4	Adimensionnement des variables du modèle	117
4.3	Comportement micro-mécanique	118
4.3.1	Modèle de Gibson et Ashby	119
4.3.2	Interactions entre les particules	124
4.4	Pré-traitement	130
4.4.1	Génération des échantillons numériques	130
4.4.2	Paramètres de modélisation	131
4.5	Résultats	134
4.5.1	Taille du domaine	134
4.5.2	Organisation du domaine	135
4.5.3	Modélisation à l'échelle microscopique	139
4.5.4	Modélisation à l'échelle mésoscopique	152
4.5.5	Modélisation à l'échelle macroscopique	156
4.5.6	Perspectives : effets d'inertie sous sollicitations dynamiques	159
4.6	Conclusion	161

L'objectif de ce dernier chapitre est de présenter un outil simple mais permettant de modéliser le comportement mécanique en compression des matériaux cellulaires. Pour étudier l'influence de la microstructure sur la réponse macroscopique de ces matériaux, un modèle micro-mécanique proposé par Gibson et Ashby est intégré dans un code élément discret. L'utilisation d'un tel code de calcul permet de mettre en évidence des phénomènes de comportement physique qui surviennent lors de la compression de ces matériaux, tels que la localisation de la déformation ou encore l'évolution des chemins de chargement au sein de l'échantillon ; mais également d'obtenir un outil capable de comparer l'influence de paramètres autant mécanique que géométrique sur ce comportement.

4.1 Choix de la modélisation

Les résultats expérimentaux ainsi que les analyses phénoménologiques des essais réalisés sur les différentes densités et structures de mousses de PPE incitent à l'exploration des mécanismes de ruine à l'échelle microscopique pour comprendre et prédire les comportements observés à l'échelle macroscopique (chapitre 3). Malheureusement, au vu des contraintes de fabrication industrielle, il est difficile d'obtenir des mousses de structures différentes mais de composition chimique exactement identique. C'est pourquoi, une étude de l'influence de défauts micro ou mésostructurels, ou encore de la répartition de la taille des cellules, par exemple, serait difficilement réalisable expérimentalement. Pour cela, l'utilisation de l'outil numérique est une voie qui, grâce à la puissance actuelle des moyens de calculs, permet de modéliser et de simuler le comportement de structures et de matériaux complexes. L'objectif d'une telle approche est d'étudier précisément le rôle de la microstructure mais également de mettre en évidence des phénomènes physiques de ruine à l'échelle locale sur le comportement macroscopique. En effet, lorsque la physique du comportement moyen des mousses de PPE ne permet pas de comprendre et d'identifier les phénomènes régissant ce comportement particulier qu'est la capacité d'absorption de ces matériaux, il est nécessaire de discrétiser le milieu pour voir et comprendre l'influence des effets locaux sur le comportement global.

Actuellement, plusieurs méthodes numériques permettent d'effectuer de tels calculs. Elles peuvent être regroupées en deux approches : continue et discrète.

- L'approche continue, la plus développée à l'heure actuelle, consiste à représenter et à décrire plus ou moins finement la structure ou le matériau à modéliser. Cette structure est alors décomposée en éléments finis, en introduisant des grandeurs représentatives du comportement du matériau constitutif à l'échelle macroscopique dans un modèle mathématique. Dans ce cas, pour prendre en compte les phénomènes intervenant à l'échelle microscopique, il faut procéder par homogénéisation et caractériser l'influence de ces grandeurs à l'échelle microscopique sur le comportement macroscopique par procédés de moyennes. Ces grandeurs peuvent ensuite être introduites dans un modèle de comportement, mais il n'est malheureusement pas toujours facile de leur donner un sens physique.

- L’approche discrète, quant à elle, considère généralement un ensemble d’éléments simples et souvent de même géométrie pour former la structure ou le matériau à modéliser. Chaque élément est alors considéré indépendamment, avec cependant un comportement issu des interactions avec les autres éléments de l’ensemble par des lois de contact. Le mouvement de ces éléments est généralement régi par le principe fondamental de la dynamique.

Bien souvent ces deux approches sont complémentaires, mais dans notre cas, l’étude du comportement des matériaux hétérogènes comme la mousse de PPE, présentant une structure à double échelle, il est difficile d’envisager de représenter l’intérieur d’un grain à l’échelle de la cellule. Un processus d’homogénéisation, de par son principe de moyenne des hétérogénéités des propriétés à l’échelle microscopique, ne permettrait pas d’intégrer des phénomènes dus à des discontinuités intervenant à une échelle plus fine, ni même de prendre en compte des variabilités de comportement à l’échelle mésoscopique. Pour cela, il faudrait modéliser et reproduire la structure de la mousse très finement pour prendre en compte les hétérogénéités à la fois à l’échelle microscopique et mésoscopique. Dans ce cas, l’avantage d’une approche discrète est de permettre de représenter directement le matériau à l’échelle des cellules. Chaque élément numérique modélise alors une cellule de la mousse avec des propriétés mécaniques et géométriques qui lui sont propres, tel que le montre la "FIG. 4.1".

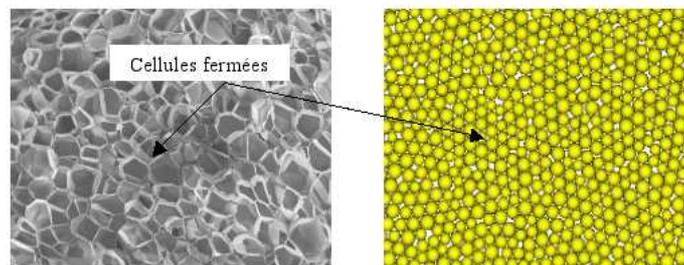


FIG. 4.1 – Mousse de PPE à l’échelle microscopique : a) microstructure composée de cellules fermées, b) microstructure numérique composée d’éléments discrets

Cette modélisation par éléments discrets permet donc d’agir directement et localement sur chaque élément afin d’étudier facilement la variabilité des propriétés de la microstructure sur la réponse macroscopique. Il suffit alors de réaliser une description adaptée des interactions entre ces particules et de leur dynamique pour représenter le comportement des mousses à l’échelle des cellules. C’est ainsi qu’un modèle micro-mécanique, représentant le comportement d’une cellule fermée à la compression, sera développé au paragraphe 4.3.1.

Toute fois, cette approche se veut plus qualitative que quantitative, et vise par cette modélisation discrète couplée à une description micro-mécanique à prendre en considération à la fois le comportement microscopique local, en modélisant chaque cellule constitutive du matériau selon ces propres propriétés, mais également de considérer à une échelle plus importante des discontinuités comme des défauts ou des parois de grains dans la modélisation.

4.2 Principe de la méthode aux éléments discrets

Le principe de la méthode aux éléments discrets (ou Discrete Element Method) DEM est directement issu de la dynamique moléculaire (ou Molecular Dynamic) MD. Ces méthodes, dites "Newtoniennes", permettent de calculer le mouvement d'un grand nombre de particules; elles ont été initialement développées pour modéliser en particulier des particules de gaz en collision ou encore s'intéresser aux échelles des atomes et des molécules. Le mouvement de ces particules, en général sphérique (pour des raisons de temps de calcul), est régi par les équations de Newton, mais également par des interactions entre particules représentées par des forces normales appliquées à leur centre (forces de Coulomb, attraction électrostatique, etc.). Puis, dès 1971, Cundall initiât les DEM en appliquant ces méthodes aux problèmes de la mécanique des roches où les interactions sont cette fois-ci prises en compte au travers de ressorts, de patins et d'amortisseurs [Cundall, 1987]. Depuis leur introduction, ces méthodes se sont étendues à des disciplines aussi variées que : les écoulement de milieu granulaire [Forsyth et al., 2002, Iwashita and Oda, 2003] de débris volcaniques ou encore d'avalanches [Kerlea and Wyk de Vries, 2001, Kruggel-Emden et al., 2008], la compaction de poudres [Skrinjar and Larsson, 2004], la tribologie [Jordanoff et al., 2005, Fillot et al., 2007], la fracture de milieu granulaire [Thornton et al., 1996, Sergiy et al., 2006], l'étude de matériaux cellulaires tels que le béton et le bois [Camborde et al., 2000, Hentz et al., 2004, Wittel et al., 2005], etc. L'intérêt premier de ces méthodes est de prendre en considération toutes les particules séparément et de rendre compte de la physique d'un comportement macroscopique non plus en utilisant un milieu continu avec des grandeurs homogénéisées mais au travers d'un grand nombre de particules.

Le principe général de cette méthode peut se décomposer en trois étapes, comme l'illustre le schéma de la "FIG. 4.2". Dans le cadre de ce travail, on se limite à une description 2D du milieu granulaire : dans ce cas les éléments se présentent sous forme de disques.

L'étape 1 de pré-traitement, qui consiste à :

- définir le domaine, la géométrie des grains et leur arrangement les uns par rapport aux autres ;
- spécifier les caractéristiques physiques du milieu à représenter, la masse des particules, les lois de cohésion et de comportement, les critères de rupture, etc.
- imposer les conditions aux limites sur le domaine.

L'étape 2 de calcul, qui se décompose en deux parties exécutées de manière itérative :

- la première consiste à calculer les efforts exercés sur les particules en fonction de leur déplacement au temps précédent grâce aux lois de comportement ;
- la deuxième consiste à calculer l'accélération, la vitesse et la position à partir d'une intégration des équations de la dynamique.

L'étape 3 de post-traitement qui consiste à extraire les informations issues des calculs précédents sous forme numérique : relation force/déplacement, graphique (chemin de force, etc.), visualisation des champs de déformation, etc.

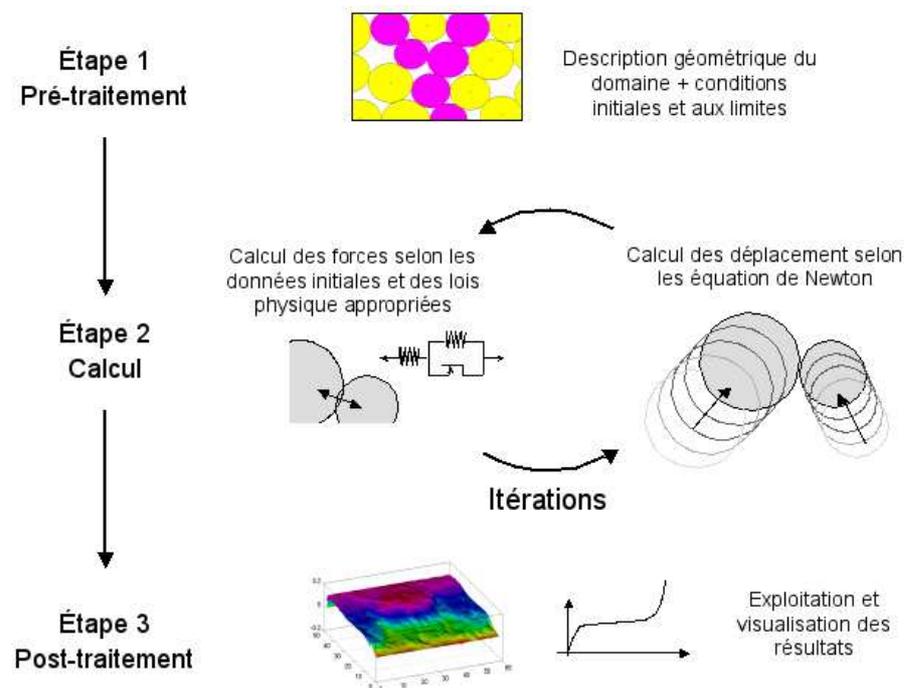


FIG. 4.2 – Schéma de principe de la méthode DEM

Bien entendu la première étape est le cœur de la modélisation : c'est à cette étape que la physique du comportement des cellules est introduite. Cependant, l'étape 2 de calcul est indispensable dans la mise en œuvre de la méthode, celle-ci est donc explicité dans les paragraphes suivants.

4.2.1 Algorithme de calcul

La "FIG. 4.3" schématise les principales étapes de l'algorithme de calcul mis en place dans le code utilisé. Cet algorithme consiste à calculer à l'instant initial les vitesses et accélérations de chaque particules. Ceci est rendu possible grâce à la connaissance précise du domaine, chaque particule étant initialement parfaitement définie en terme de masse, rayon, position, vitesse et accélération. On détermine ensuite la nouvelle position des particules en intégrant les relations fondamentales de la dynamique afin d'obtenir les caractéristiques de son mouvement à partir des vitesses initiales. Ces mouvements sont considérés comme uniformes jusqu'au pas de temps suivant. L'étape suivante consiste à déterminer, selon ces nouvelles positions de particules, lesquelles sont en contact et interagissent entre elles. On traite alors de façon binaire ces interactions, selon les lois physiques introduites (loi de comportement micro-mécanique), de manière à calculer les forces totales qu'elles subissent comme la somme de leurs contributions respectives. Enfin, les accélérations de chacune de ces particules sont déterminées de même que leurs vitesses permettant de calculer la nouvelle position des particules, etc.

La simplicité de cet algorithme montre tout de même le principal défaut de ce type d'approche : à chaque itération, il faut rechercher quelles sont les particules en contact, entraînant des calculs très lourds et répétitifs, surtout lorsque les éléments sont de géométrie complexe.

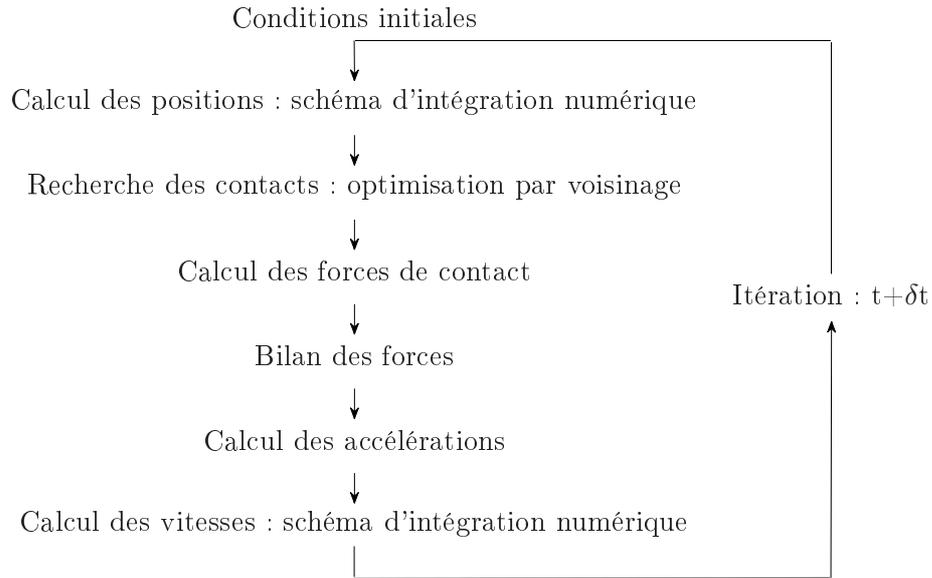


FIG. 4.3 – Schéma simplifié de l’algorithme du code éléments discrets

4.2.2 Description du domaine

Les particules formant les éléments discrets du domaine se présentent sous forme de disques. Dans le repère global $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ d’origine O et de base orthonormée direct $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, on définit pour un disque i son centre O_i , son rayon R_i et sa masse m_i ("FIG. 4.4").

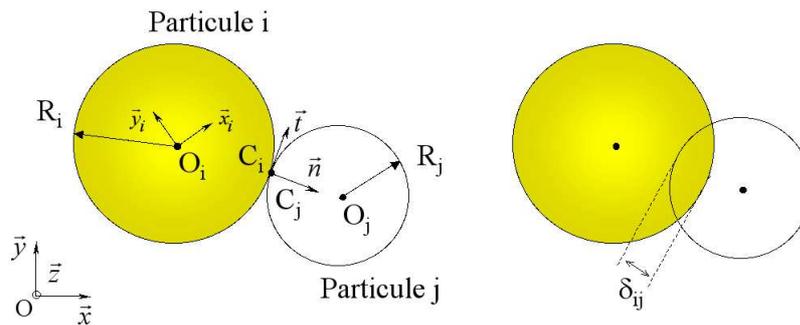


FIG. 4.4 – Éléments discrets du modèle et notations

Le repère local $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$ attaché au disque i en son centre O_i permet de repérer la rotation du disque i par rapport au référentiel global par l’angle $\theta_i = (\vec{x}, \vec{x}_i)$. Sa position est définie par \vec{OO}_i dans le repère global. La vitesse de la particule est notée $\vec{V}_i = \frac{d\vec{OO}_i}{dt}$, son accélération $\vec{\gamma}_i = \frac{d^2\vec{OO}_i}{dt^2}$ et respectivement $\dot{\theta}_i = \frac{d\theta_i}{dt}$, $\ddot{\theta}_i = \frac{d^2\theta_i}{dt^2}$ sa vitesse et son accélération angulaire.

Lorsque les deux particules i et j sont en interaction l'une avec l'autre, on définit un repère de "contact" par :

$$\vec{n}_{ij} = -\frac{\overrightarrow{O_i O_j}}{\left| \overrightarrow{O_i O_j} \right|} \quad \text{et} \quad \vec{t}_{ij} = \vec{z} \wedge \vec{n}_{ij} \quad (4.1)$$

La distance normale qui sépare les deux particules i et j est alors notée δ_{ij} et définie de la manière suivante :

$$\delta_{ij} = \left| \overrightarrow{O_i O_j} \right| - (R_i + R_j) \quad (4.2)$$

Lorsque ces deux particules sont en contact, les points C_i et C_j sont confondus et $\delta_{ij} = 0$. S'ils s'interpénètrent $\delta_{ij} < 0$ et dans le cas où elles ne se touchent pas $\delta_{ij} > 0$ ("FIG. 4.4"). Deux types d'interactions sont définies : les interactions de type "contact" lorsque la distance initiale entre les particules est $\delta_{ij} > 0$ – leur comportement est alors uniquement de type compression – et les interactions de type "liens" qui font intervenir la traction et la compression entre les particules dans le cas où la distance initiale entre les particules est $\delta_{ij} < 0$.

Ce rayon d'interaction peut être étendu afin que les liens interagissent même lorsque les éléments sont éloignés afin de modéliser une matrice inter-particules ou encore d'éliminer les défauts géométriques du domaine. Ces liens sont alors définis de la manière suivante :

$$\alpha (R_i + R_j) \geq \delta_{ij} \quad (4.3)$$

où α est un paramètre permettant de contrôler cette distance d'interaction.

La gestion de ces interactions nécessite donc une évaluation des distances entre particules. Par exemple, pour déterminer si un contact a lieu entre la particule considérée i et une autre particule j du milieu, il faut à priori évaluer la distance δ_{ij} et ceci pour tous les couples de particules. Cette opération de recherche est particulièrement coûteuse en temps de calcul, d'autant plus qu'elle est réalisée à chaque pas de temps δt . Ainsi, pour accélérer les simulations, on a recours à une fonction de "détection de voisins" permettant d'établir pour chaque particule une liste des particules susceptibles d'être en contact avec elle et de ne tester pour une particule i que les particules j dans son voisinage proche. Une solution, pour créer cette liste, consiste à discrétiser le domaine sous forme d'un quadrillage régulier de forme rectangulaire et d'enregistrer à chaque pas de temps dans quelle case se trouve le centre de chaque particule ("FIG. 4.5"). Puis, au cours de la simulation, pour une particule, il ne reste plus qu'à évaluer la distance entre les particules de cette case et celle de toutes les autres cases adjacentes. Lorsque la taille de la case est égale à celle de la plus grande des particules du domaine et que leur dispersion géométrique est faible, il n'y a en moyenne qu'une seule particule par case et la méthode devient alors très efficace.

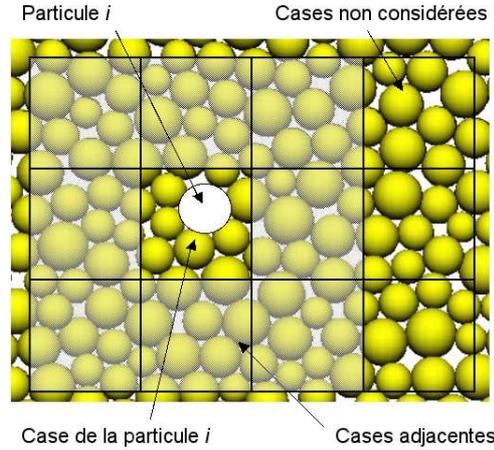


FIG. 4.5 – Recherche des contacts par quadrillage du domaine

4.2.3 Intégration des équations du mouvement

Pour obtenir la cinématique des particules du domaine, on utilise un schéma numérique qui permet d'intégrer les équations du mouvement et donc d'obtenir à chaque pas de temps les accélérations, les vitesses et les positions de chaque particule du domaine.

Le schéma numérique utilisé dans le code de calcul – initialement développé par Iordanoff pour l'étude des troisième corps solide [Iordanoff et al., 2002] – est un schéma d'intégration direct selon l'algorithme de Verlet écrit sous sa forme "vitesse" à cause de son efficacité et de sa grande précision [Iordanoff, 2004].

Ce schéma aux différences finies explicites permet, en connaissant la position \vec{X}_i , la vitesse \vec{V}_i et l'accélération $\vec{\gamma}_i$ de chaque particule i à l'instant t et à l'aide des équations de la dynamique associées à des développements de Taylor, de déterminer :

- les nouvelles positions des particules à l'instant $t + \delta t$:

$$\vec{x}_i(t + \delta t) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i(t) \delta t + \frac{1}{2} \vec{\gamma}_i(t) \delta t^2 \quad (4.4)$$

- les forces à l'instant $t + \delta t$, et donc les accélérations à $t + \delta t$,
- les vitesses à $t + \delta t$:

$$\vec{v}_i(t + \delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{1}{2} (\vec{\gamma}_i(t) + \vec{\gamma}_i(t + \delta t)) \delta t \quad (4.5)$$

4.2.3.1 Amortissement

Afin d'assurer la stabilité de l'algorithme de calcul, il est nécessaire d'introduire un coefficient d'amortissement dans les lois locales de contact ou dans l'expression du principe fondamental de la dynamique. Ce coefficient permet de représenter la viscosité du matériau mais également de dissiper l'énergie élastique lors des chocs et de la rupture des liens entre les particules amortissant ainsi les phénomènes de propagation d'ondes au sein de l'échantillon numérique. Lorsqu'un échantillon est sujet à un chargement de type quasi-statique, une propagation d'ondes élastiques de compression de faible amplitude se trouverait indéfiniment piégé dans le milieu s'il n'y avait un amortissement de type visqueux. Cet amortissement s'ajoute

à l'effort local entre chaque élément. Si l'on évalue approximativement l'interaction entre les particules par un système masse-ressort amorti, la force de dissipation visqueuse F_d s'exprime de la manière suivante (expression dans laquelle toutes les grandeurs sont adimensionnées) [Jordanoff and Khonsari, 2004] :

$$F_d = -2\alpha\sqrt{km}\dot{\delta}_{ij} \quad (4.6)$$

avec α le taux d'amortissement, k la raideur équivalente de contact et m la masse équivalente aux deux particules en contact $\left(\frac{m_i m_j}{m_i + m_j}\right)$.

Dans ce cas, puisque l'on considère une dissipation d'énergie de type visqueux dans le contact, l'algorithme devient implicite car l'accélération dépend alors de la vitesse. Pour garder une formulation explicite, l'algorithme est modifié ; on prend une vitesse de calcul donnée par un schéma d'Euler pour obtenir les forces de contact :

$$\vec{v}_i^c(t + \delta t) = \vec{v}_i(t) + \vec{\gamma}_i(t) \delta t \quad (4.7)$$

4.2.3.2 Calcul du pas de temps

L'algorithme d'intégration du principe fondamental de la dynamique étant exprimé de manière explicite en temps, la stabilité du calcul est conditionnée par la discrétisation du temps δt . Ce pas de temps critique dépend des propriétés de particules. Si l'on évalue approximativement l'interaction entre les particules par un système masse-ressort, cette valeur ne doit pas dépasser le pas de temps caractéristique des oscillations de chaque particule i :

$$\delta t_{critique} = \min \left[\sqrt{\frac{m_i}{k_i}} \right] \quad (4.8)$$

4.2.4 Adimensionnement des variables du modèle

L'adimensionnement des variables du problème est réalisé en vue d'étudier l'influence des différentes propriétés des cellules à l'échelle microscopique sur l'échelle du matériau cellulaire. On choisit donc d'adimensionner le modèle par rapport aux paramètres microscopiques d'une cellule de mousse. Ainsi trois échelles sont définies :

- le rayon moyen des particules R pour l'échelle de longueur,
- la masse moyenne des particules m pour l'échelle de masse,
- le temps caractéristique d'oscillations dû au système masse-ressort qui gère le contact entre deux particules $\sqrt{\frac{m}{k}}$ pour l'échelle de temps.

Les deux paramètres principaux du modèle sont :

1. la force sans dimension \bar{F} qui représente la force d'interaction entre deux particules lorsque celles-ci s'interpénètrent de la valeur d'un rayon :

$$\bar{F} = \frac{F}{kR} \quad (4.9)$$

2. la vitesse sans dimension \bar{V} qui représente l'amplitude maximale d'interpénétration de deux particules lorsque celles-ci subissent un impact de vitesse V :

$$\bar{V} = \frac{V}{R} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4.10)$$

Ainsi, pour pouvoir considérer le chargement comme "quasi-statique" il est nécessaire de choisir un temps caractéristique de la compression – défini par le temps que met une particule pour se déformer de la valeur d'un rayon R lorsqu'elle est animée d'une vitesse V – grand devant le temps caractéristique d'oscillations propres des particules – représentant la célérité dans le matériau. Par conséquent, cette vitesse V doit rester faible devant $R\sqrt{\frac{k}{m}}$, soit pour la vitesse sans dimension :

$$\bar{V} \ll 1 \quad (4.11)$$

Au contraire, un régime de chargement "dynamique" pourra être considéré lorsque ce temps caractéristique de la compression sera de l'ordre de grandeur du temps caractéristique d'oscillations propres des particules.

4.3 Comportement micro-mécanique

L'outil numérique étant maintenant décrit, on s'intéresse au modèle de comportement à intégrer au niveau des particules pour représenter les mécanismes de déformation de cellules lors de leur compression. Pour décrire au mieux cette physique, un modèle micro-mécanique est employé.

Les approches micro-mécaniques tentent d'établir des expressions reliant les caractéristiques macroscopiques d'un matériau hétérogène à sa microstructure. Généralement, ces approches considèrent la structure du matériau comme un assemblage périodique de poutres encastrées auxquelles il est possible de rajouter des membranes pour modéliser les parois. Hormis le choix du comportement attribué aux poutres constituant la microstructure, ce type d'approche se distingue essentiellement par la description géométrique des cellules. Ainsi, le choix d'une géométrie de cellule la plus représentative de la structure du matériau à modéliser n'est pas simple. De nombreux modèles réalisés à partir de différentes formes de cellules ou de jonctions entre les poutres existent. Ces modèles, généralement basés sur l'observation de la géométrie réelle de la structure des cellules, présentent différents degrés de complexités selon la forme et les mécanismes de déformation identifiés. Les géométries peuvent aller des plus simples, comme les réseaux de poutres réalisés dès 1956 par Gent [Gent and Thomas, 1959] ("FIG. 4.6 a"), aux plus complexes comme celles de Mills [Mills and Zhu, 1999] qui a choisi de modéliser les cellules de mousse par des tétrakaidécaèdres formés de 24 sommets, 36 arêtes et 14 faces ("FIG. 4.6 b"). Bien entendu, de nombreux autres modèles existent ; notamment celui proposé par Warren et Kraynik [Warren and Kraynik, 1991] qui proposent de partir d'une jonction en forme de tétraèdre contenue dans une cellule unitaire.

Gent et ces collaborateurs ont considéré un réseau cubique périodique auquel ils ont appliqué un chargement uniaxial. Puis, des calculs de type résistance des matériaux leur ont permis

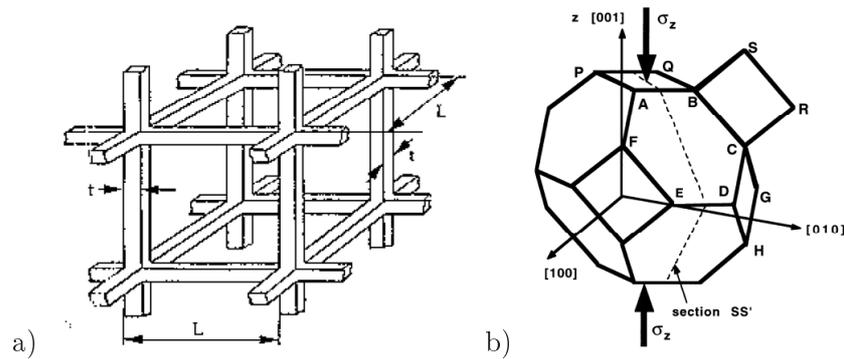


FIG. 4.6 – Cellule de base adoptée par : a) Gent *et al.*, b) Mills *et al.*

de relier les caractéristiques microscopiques de ces cubes aux propriétés macroscopiques de ces assemblages. Il ont ainsi obtenu une relation entre le module de Young de la mousse E selon la direction de chargement, la densité de la structure ρ et le module d'Young du matériau constitutif E^* . Cette approche n'est malheureusement pas très représentative de la structure réelle d'une cellule et ne permet pas de représenter les matériaux cellulaires à porosité fermée.

Dans le cas de cellules à géométries plus complexes, des approches numériques sont souvent utilisées pour déterminer la loi de comportement mécanique du squelette de ces cellules (grâce à des modélisations par éléments finis). Toutefois, des résolutions analytiques sont également possibles. Par exemple, Mills a déterminé analytiquement la contribution due à la flexion et au flambement des arêtes de sa cellule et modélisé l'effet de leurs faces via le comportement expérimental de films de polymère. Il faut donc bien noter l'importance du choix de la cellule de base ainsi que de ces mécanismes de déformation sur les propriétés mécaniques. Cependant, tous ces modèles montrent essentiellement l'influence de la densité relative en fonction des mécanismes de déformation identifiés.

4.3.1 Modèle de Gibson et Ashby

Au cours de ces dernières années, le modèle de Gibson et Ashby s'est imposé comme la référence dans le domaine des matériaux cellulaires. Son principal atout réside dans sa simplicité mais également car il retranscrit bien la phénoménologie du comportement en compression d'une cellule. Afin de se rapprocher de cette phénoménologie, Gibson et Ashby ont repris les travaux de Gent en considérant d'autres géométries de cellules. La "FIG. 4.7" représente ainsi la cellule cubique élémentaire qu'ils ont choisie. L'ajout de jonctions en "T" au milieu des arêtes du cube permet d'introduire de la flexion, processus important lors de la déformation des cellules [Gibson and Ashby, 2001]. Ainsi, les arêtes de la cellule sont décrites par des poutres à section carrée de longueur l et d'épaisseur t_e alors que les parois sont simplement décrites par des plaques d'épaisseur t_f .

Le comportement typique des matériaux cellulaires de type élasto-plastique a été décomposé précédemment en trois phases : élastique, plateau en contrainte et densification (chapitres 1 et 3). Ces trois étapes ont été reliées à différents mode de déformation des arêtes et des parois et donc aux propriétés mécaniques du matériau constitutif.

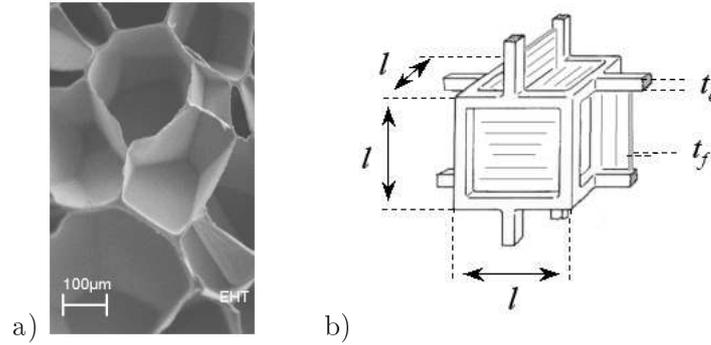


FIG. 4.7 – Micro-cellule : a) image MEB d'une cellule réelle de mousse de PPE, b) cellule cubique de Gibson et Ashby

Afin de dissocier les mécanismes de déformation intervenant au niveau des arêtes de ceux intervenant au niveau des faces de la cellule, Gibson & Ashby introduisent un paramètre ϕ qui traduit la fraction de solide contenue dans les arêtes tandis que la fraction restante $(1 - \phi)$ est contenue dans les parois. Ils déterminent cette fraction en estimant le rapport entre le volume moyen d'arêtes compris dans une cellule et le volume total de solide dans la cellule :

$$\phi \approx \frac{t_e^2}{t_e^2 + \frac{Z_f}{\bar{n}} \times t_f \times l} \quad (4.12)$$

où Z_f est le nombre de faces communes formant une arête du cube, \bar{n} le nombre moyen d'arêtes par face. Pour la majorité des matériaux cellulaires, Gibson et Ashby montrent que $Z_f \approx 3$ et $\bar{n} \approx 5$, ce qui leur permet d'exprimer les ratios d'épaisseur des arêtes et des faces par rapport à la hauteur du cube en fonction de la densité relative de la cellule ρ/ρ^* , où ρ désigne la densité de la cellule et ρ^* la densité du matériau constitutif de la structure de la cellule :

$$\begin{cases} \frac{t_e}{l} \approx 0,93\phi^{1/2} \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)^{1/2} \\ \frac{t_f}{l} \approx 1,4(1 - \phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right) \end{cases} \quad (4.13)$$

4.3.1.1 Zone élastique

Lors de la déformation élastique de cette cellule cubique, on suppose que l'action des arêtes et des faces agissent en parallèle ("FIG. 4.8").

La raideur élastique de la cellule k_e est la somme de la raideur due à la flexion des arêtes k_1 et de celle due à la déflexion des faces k_2 puisqu'on modélise la déformation de cette cellule à partir d'un déplacement imposé.

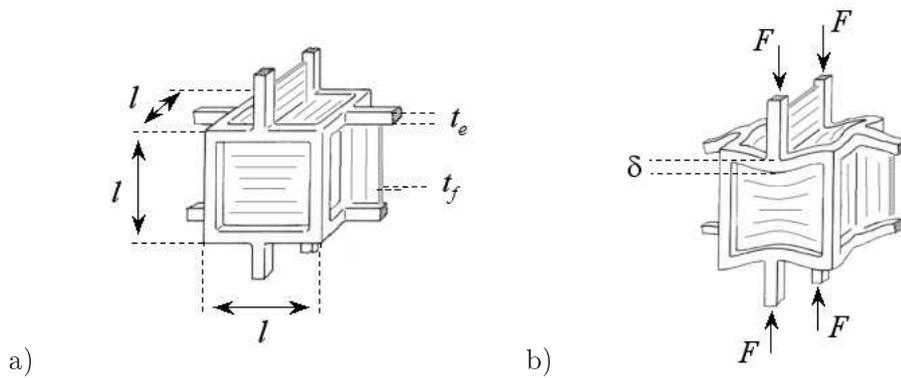


FIG. 4.8 – Mécanismes de déformation de la cellule de Gibson et Ashby : a) état non déformé, b) déformation élastique

Si l'on considère la flexion élastique d'un brin de la cellule de section carrée $t_e \times t_e$ et de longueur l ("FIG. 4.8 a"), il est possible d'en déduire l'expression de la flèche δ en fonction du chargement F ("Fig 4.9").

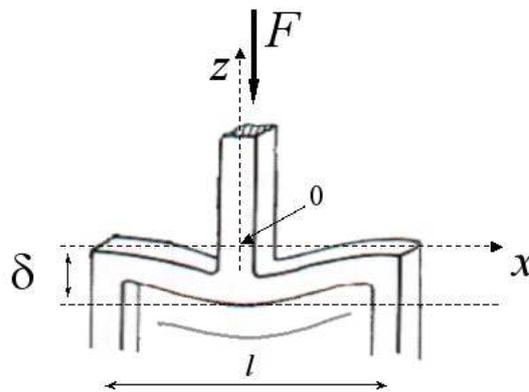


FIG. 4.9 – Flexion d'une arête de la cellule de Gibson et Ashby

En supposant que l'on est dans le cas idéalisé où seule la flexion pure est prise en considération, en se plaçant au milieu de la poutre en $x = 0$ dans le repère orthonormé (Ox, Oy, Oz) , l'état de contrainte est uniaxial :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

D'après l'hypothèse de Navier-Bernoulli où une section droite reste plane après déformation, on en déduit que σ_{xx} et ε_{xx} sont proportionnels à z :

$$\sigma_{xx} = k \times z \quad (4.15)$$

Le moment de flexion M s'exprime :

$$M = \frac{t_e^4}{12} k \quad (4.16)$$

En élasticité, on obtient donc :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{E^*} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{\sigma_{xx}}{E^*} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{\sigma_{xx}}{E^*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Mz}{E^*I} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{Mz}{E^*I} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{Mz}{E^*I} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

où E^* est le module d'Young, ν le coefficient de Poisson du matériau constituant la poutre et I son moment quadratique. A partir du tenseur des déformations, on peut en déduire le champ des déplacements u_x et u_z en chaque point de la poutre. Avec les conditions aux limites suivantes $u_x(z=0) = 0$ et $u_z(x=l/2) = 0$, on en déduit :

$$\begin{cases} u_x = \frac{M}{E^*I} xz \\ u_z = -\nu \frac{M}{2E^*I} z^2 + \frac{M}{2E^*I} \left(\left(\frac{l}{2} \right)^2 - x^2 \right) \end{cases} \quad (4.18)$$

La flèche de la poutre, définie comme le déplacement vertical du point 0 ($x = 0; z = 0$) s'exprime alors par :

$$\delta \approx \frac{3Fl^3}{4E^*t_e^4} \quad (4.19)$$

La raideur élastique de la cellule due à la contribution des arêtes en flexion est :

$$k_1 \approx \frac{4}{3} E^* l \left(\frac{t_e}{l} \right)^4 \quad (4.20)$$

Lorsque le chargement de la cellule provoque une flexion des arêtes d'un déplacement δ , les faces de la cellule sont soumises à un effet d'étirement. Que ce soit sous chargement de compression ("FIG. 4.10 a") ou de traction ("FIG. 4.10 b"), l'amplitude de cet étirement est similaire mais décalé de 90° :

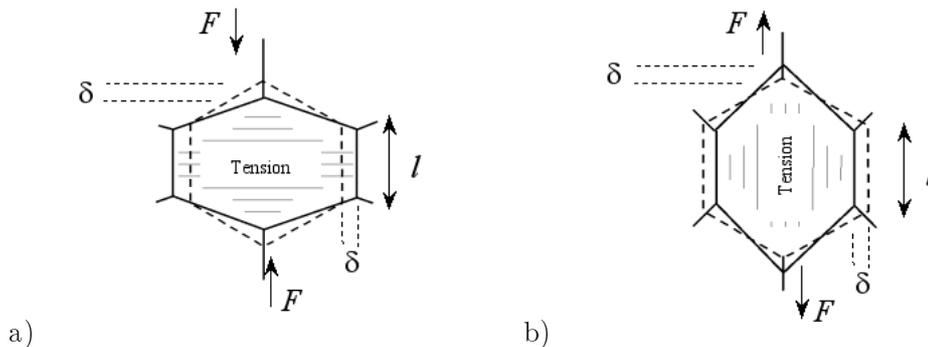


FIG. 4.10 – Flexion de la cellule : a) chargement de compression, b) chargement de traction

Si le déplacement induit sur ces faces reste élastique et donc que la déflexion δ est faible, ce déplacement est proportionnel au volume de matière de la membrane en tension ainsi qu'à son module d'élasticité :

$$\delta \approx \frac{Fl}{E^*} \times t_f l \quad (4.21)$$

La raideur élastique due à la contribution des faces en tension est :

$$k_2 \approx E^* l \left(\frac{t_f}{l} \right) \quad (4.22)$$

En substituant les relations (4.13) dans les raideurs K_1 et K_2 , la raideur élastique totale de la cellule s'exprime par :

$$k_e \approx \left\{ 1,04\phi^2 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^2 + 1,4(1 - \phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} E^* \times l \quad (4.23)$$

4.3.1.2 Zone plateau

L'effondrement par flambement et/ou apparition de rotules plastiques au niveau des arêtes des cellules de mousse élasto-plastique à cellules ouvertes intervient généralement lorsque le moment exercé par la force de compression F dépasse le moment élastique limite du solide constitutif. Dans le cas des mousses à cellules fermées, lorsque la flèche imposée devient importante, des effets de compression des membranes interviennent sur certaines faces. Cependant, ces effets sont négligeables devant l'extension plastique des faces due à l'augmentation de la pression à l'intérieur des cellules. Il faut donc prendre en considération ces deux effets ("FIG. 4.11").

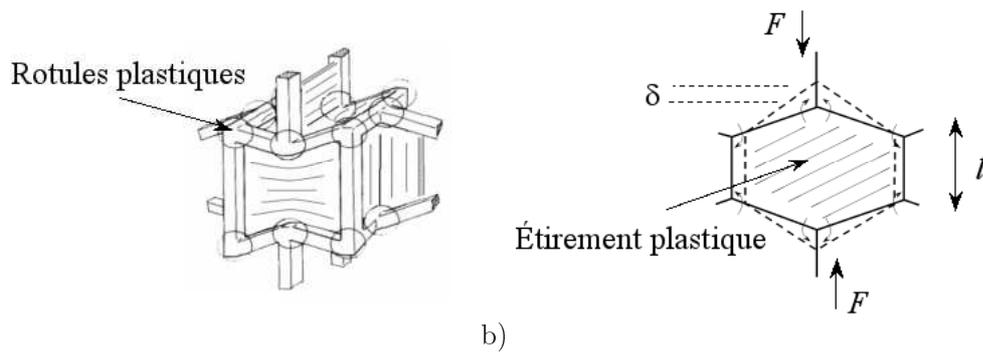


FIG. 4.11 – Chargement de la cellule au-delà de la limite élastique : a) apparition de rotules plastiques, b) extension plastique des faces

Si l'on considère que la force F exercée sur la cellule provoque une flèche δ , le travail de déformation plastique du cube est proportionnel au travail dû à l'apparition de rotules plastiques et à la déformation plastique des faces du cube, ce qui se traduit par :

$$F\delta \approx M_P \frac{\delta}{l} + \sigma_{pl}^* t_f l \times \delta \quad (4.24)$$

avec σ_{pl}^* la limite d'élasticité du matériau solide constituant la structure du cube et M_P le moment correspondant à l'apparition de rotules plastiques au niveau des arêtes du cube :

$$M_P = \frac{\sigma_{pl}^* t_e^3}{4} \quad (4.25)$$

En utilisant les mêmes relations entre les épaisseurs des arêtes et des faces avec la densité relative de la cellule (équation 4.13), on obtient une force plateau f_{pl} :

$$f_{pl} \approx \left\{ 0,13\phi^{3/2} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{3/2} + 1,4(1-\phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} \sigma_{pl}^* \times l^2 \quad (4.26)$$

Les mécanismes de déformation intervenant après la phase élastique du comportement des cellules étant difficile à quantifier analytiquement, l'expression de la raideur plateau k_{pl} des cellules est identifiée à partir de la relation déterminée sur le module de la phase plateau E_{pl} du comportement macroscopique de la mousse (chapitre 3 paragraphe 3.4.3) :

$$k_{pl} \approx \left\{ A \times \phi^{4,12} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{4,12} + B \times (1-\phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} E_{pl}^* \times l \quad (4.27)$$

Les coefficients A et B sont des grandeurs homogénéisées puisque ces coefficients proviennent d'identification du comportement macroscopique obtenu expérimentalement. Néanmoins, cette expression permet d'obtenir une relation cohérente de l'évolution de la raideur plateau en fonction de la densité relative.

4.3.1.3 *Densification*

Lorsque les efforts sur les cellules deviennent trop importants, le flambement et les rotules plastiques des arêtes provoquent une déflexion telle que les faces des cellules entrent en contact les unes avec les autres. Celles-ci commencent alors à se comprimer lorsque la déformation des cellules atteint leur porosité initiale ($1 - \rho/\rho^*$). En réalité, comme le montrent Gibson et Ashby, l'enchevêtrement des arêtes et des parois devient limite avant cette valeur théorique et intervient dès que :

$$\delta_d = \left(1 - 1,4 \frac{\rho}{\rho^*} \right) \times l \quad (4.28)$$

Le comportement en compression de la cellule évolue alors selon la raideur du matériau solide constitutif k_d .

4.3.2 *Interactions entre les particules*

L'approche DEM considère généralement les éléments comme indéformables et gère les forces d'interaction entre les particules, lorsqu'elles sont en compression, par une légère interpénétration traduisant la déformation locale des éléments. Dans notre cas, on autorise une grande interpénétration des particules entre elles pour modéliser le comportement des matériaux cellulaires soumis à de grandes déformations. Lorsqu'une particule modélisant une cellule du matériau s'écrase sur une autre, il est possible de faire intervenir des interactions

de type "lien" ou de type "contact". Celles-ci peuvent être décomposées en quatre actions élémentaires : traction ou compression F_n selon le vecteur normal \vec{n} , cisaillement F_t selon le vecteur tangent \vec{t} et le couple M_γ selon le vecteur \vec{z} ("FIG. 4.4"). Ce triplé (F_n, F_t, M_γ) est fonction de la distance δ_{ij} entre les particules et permet ainsi de définir le comportement du matériau (équation 4.2). Ces interactions entre particules sont volontairement simples car cette étude se veut principalement qualitative et a pour objectif de montrer qu'il est possible d'une part d'expliquer le comportement macroscopique de ces matériaux et d'autre part de faire ressortir la phénoménologie de la compression à l'aide de relations locales microscopiques simples de manière à pouvoir estimer les facteurs essentiels.

4.3.2.1 Modélisation des cellules

Comme nous l'avons mentionné précédemment, chaque cellule fermée de la mousse – représentée par la cellule cubique de Gibson et Ashby – peut être représenté par une particule (élément discret) comme le montre la "FIG. 4.12 a et b".

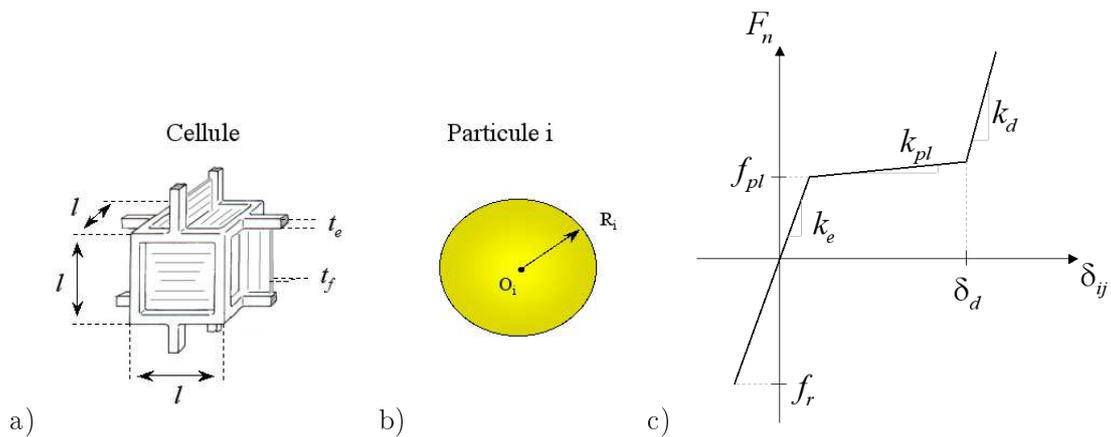


FIG. 4.12 – Modélisation de la cellule de la mousse : a) cellule de Gibson et Ashby, b) élément discret, c) comportement mécanique en traction/compression

Le comportement à la compression de ces particules est ainsi régi par le modèle micro-mécanique développé précédemment et peut être qualifié d'élasto-plastique avec densification comme l'illustre la "FIG. 4.12 c". En compression, ce modèle est donc composé des raideurs élastique K_e , plateau k_{pl} et densification k_d ainsi que de la force seuil f_{pl} et de la distance de densification δ_d . En traction, ce modèle est élastique fragile et se limite simplement à une force de rupture f_r .

1) Interaction de compression

Lorsque la distance d'interaction entre deux particules i et j introduit une sollicitation de compression (équation 4.3), la force de compression de la particule j sur une particule i se traduit par une force de répulsion F_n selon la normale au contact \vec{n} ("FIG. 4.13").

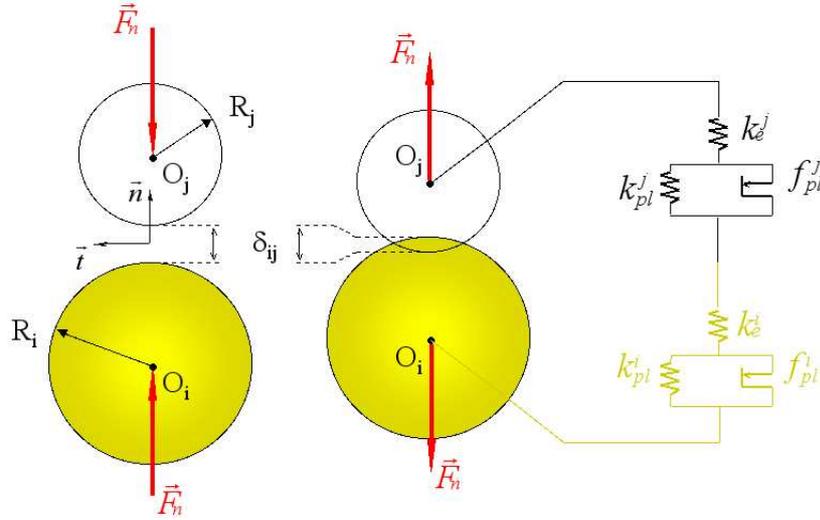


FIG. 4.13 – Schématisation deux particules en contact, interaction de traction/compression

– Comportement élastique

Lorsque le chargement est faible et que les forces exercées sur les particules ne dépassent pas la force plateau de la plus faible des deux particules, leur comportement est totalement élastique avec une force de répulsion :

$$\begin{cases} F_n = k \times \delta_{ij} \\ si \quad \delta_{ij} \leq \frac{f_{pl}^i}{k} \end{cases} \quad (4.29)$$

avec k la raideur équivalente de contact entre les deux particules $k = \frac{k_e^i \times k_e^j}{k_e^i + k_e^j}$.

– Comportement plastique

Puis, lorsque le chargement progresse, la plus faible des deux particules, c'est à dire celle qui présente la force plateau f_{pl} la plus faible ($f_{pl}^j < f_{pl}^i$), commence à se déformer plastiquement. La force de répulsion devient :

$$\begin{cases} F_n = \left(\delta_{ij} + \frac{f_{pl}^j}{k_{pl}^j} \right) \left(\frac{k \times k_{pl}^j}{k_{pl}^j + k} \right) \\ si \quad \delta_{ij} \leq f_{pl}^i \left(\frac{k_{pl}^j + k}{k \times k_{pl}^j} \right) - \frac{f_{pl}^j}{k_{pl}^j} \end{cases} \quad (4.30)$$

Enfin, lorsque les deux particules se déforment plastiquement cette force de répulsion s'exprime selon :

$$\begin{cases} F_n = \left(\delta_{ij} + \frac{f_{pl}^i}{k_{pl}^i} + \frac{f_{pl}^j}{k_{pl}^j} \right) \left(\frac{k \times k_{pl}^i \times k_{pl}^j}{k \left(k_{pl}^i + k_{pl}^j \right) + k_{pl}^i \times k_{pl}^j} \right) \\ si \quad \delta_{ij} \leq \delta_d^j \end{cases} \quad (4.31)$$

– Densification

Lorsque la déformation plastique des cellules devient trop importante et que la porosité des cellules tend vers zéro, les parois des cellules sont elles-même fortement comprimées. La force de répulsion augmente rapidement pour presque atteindre la rigidité du matériau constitutif dès que la distance d'interaction devient inférieure à la distance de densification δ_d :

$$F_n = \left(\delta_{ij} + \frac{f_{pl}^i}{k_{pl}^i} + \frac{f_{pl}^j}{k_{pl}^j} \right) \left(\frac{k \times k_{pl}^i \times k_{pl}^j}{k (k_{pl}^i + k_{pl}^j) + k_{pl}^i \times k_{pl}^j} \right) + k_d (\delta_{ij} - \delta_d^j) \quad (4.32)$$

4.3.2.2 2) Interaction de traction

Dans le cas où les particules sont sollicitées en traction, c'est à dire lorsque $\delta_{ij} > \alpha (R_i + R_j)$, la force normale d'interaction est simplement liée à la raideur k_e et limitée par une force de rupture F_r :

$$\begin{cases} F_n = k_e \times \delta_{ij} & \text{si } F_n < F_r \\ \text{sinon } F_n = 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

Une rupture "fragile" est alors induite au niveau du lien entre les deux particules.

4.3.2.3 Modélisation de la paroi des grains

Pour modéliser les parois des grains de la mousse de PPE on utilise les même particules que pour les cellules mais avec un comportement différent ("FIG. 4.14").

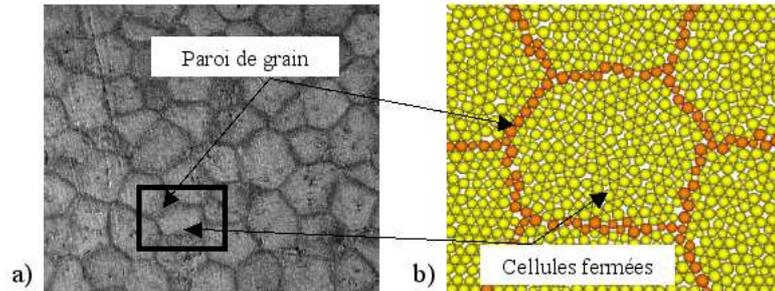


FIG. 4.14 – Mousse de PPE : a) structure réelle, b) représentation numérique d'un grain

Ces parois étant constituées de matériau dense, leur comportement est simplement élasto-plastique. Cependant, leurs géométries élancées favorisant le flambement il est important de reproduire les mécanismes de flexion et l'apparition de rotules plastique sur ces parois lors de leur compression [Viot et al., 2007]. Pour cela, le cisaillement F_t selon le vecteur tangent \vec{t} , le couple M_φ selon le vecteur \vec{z} et un critère de plastification des contacts sont pris en considération.

1) Prise en compte de la composante tangentielle

Afin de retranscrire des efforts de cisaillement entre les particules, il est nécessaire de suivre la position des points de contact C_i et C_j des particules i et j au cours de la simulation. Lorsqu'une déformation de cisaillement du milieu granulaire apparaît, les positions des points matériels C_i et C_j initialement confondus se décalent, matérialisant ainsi l'ancrage du "lien" cohésif ("FIG. 4.15 a").

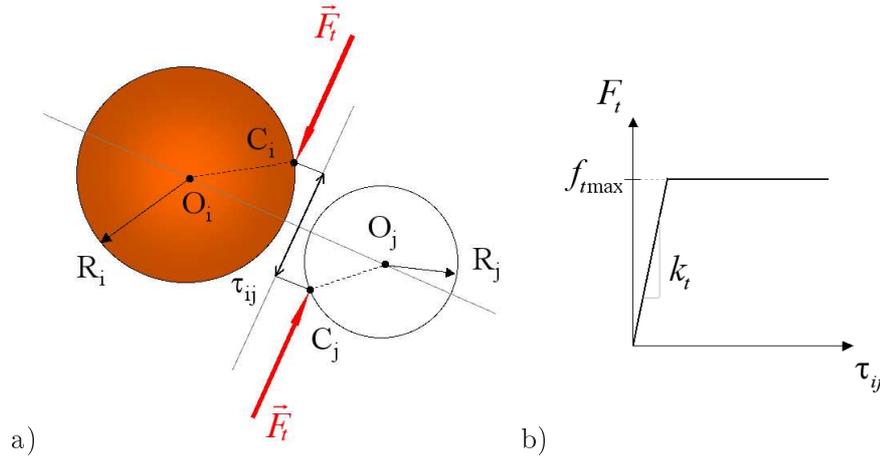


FIG. 4.15 – Comportement mécanique de deux particules en contact : a) interaction de cisaillement, b) réponse mécanique

La déformation de cisaillement correspond à la projection du déplacement de ces points sur le vecteur tangent \vec{t} :

$$\tau_{ij} = \overrightarrow{C_i C_j} \cdot \vec{t} \quad (4.34)$$

Une force de cisaillement tend à rapprocher ces points de contact par la raideur de cisaillement k_t ("FIG. 4.15 b") :

$$F_t = \tau_{ij} \frac{k_t^i \times k_t^j}{k_t^i + k_t^j} \quad (4.35)$$

Cette force de cisaillement évolue linéairement jusqu'à la plastification du contact. Lorsque celle-ci dépasse la force tangentielle maximale admissible f_{tmax} , elle devient constante jusqu'à la rupture de la liaison :

$$F_t = f_{tmax} \quad (4.36)$$

2) Prise en compte du couple

Afin de prendre en considération des actions de roulement sans glissement et de modéliser la transmission d'efforts par le moment qu'exerce une particule sur une autre, on définit un angle d'ouverture entre les particules du contact. Cet angle, noté $d\varphi$, est formé par les

tangentes aux points de contacts C_i et C_j et permet de définir un moment de flexion M_φ qui s'oppose à cette rotation relative ("FIG. 4.16 a").

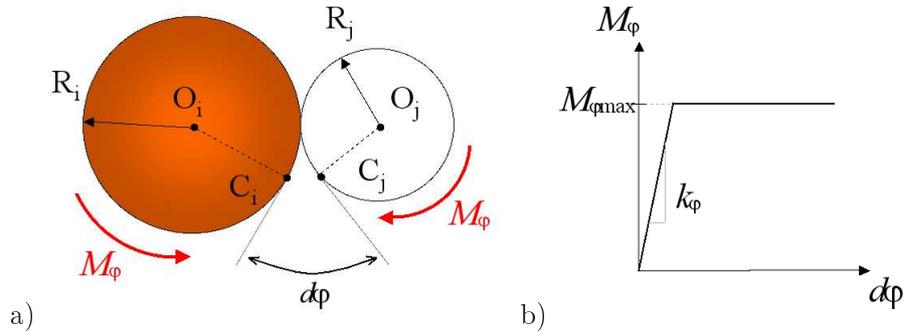


FIG. 4.16 – Comportement mécanique de deux particules en contact : a) interaction de rotation, b) réponse mécanique

Si une flexion élastique s'exerce entre les deux particules en contact de rayon R_i et R_j , il est possible de déterminer une relation entre la dérivée seconde de la flèche – définie par le point d'intersection des deux droites (O_iC_j) et (O_jC_i) – l'angle d'ouverture $d\varphi$ et le moment de flexion :

$$M_\varphi = \frac{kI}{R_i + R_j} \times d\varphi \quad (4.37)$$

où k désigne la raideur équivalente des deux particules en contact et I le moment quadratique moyen au deux particules. La raideur de flexion k_φ est ainsi notée ("FIG. 4.16 b") :

$$k_\varphi = \frac{kI}{R_i + R_j} \quad (4.38)$$

La valeur limite de ce moment génère une plastification de la liaison lorsque ce moment atteint la valeur seuil $M_{\varphi max}$, celui-ci devenant constant quel que soit l'angle d'ouverture jusqu'à rupture de la liaison :

$$M_\varphi = M_{\varphi max} \quad (4.39)$$

3) Critère de plastification

Le critère de plasticité du contact entre les particules en cisaillement et en flexion est déterminé à partir d'une force équivalente similaire à la contrainte équivalente de Tresca. Cette force est déterminée à chaque itération, et dès qu'elle dépasse la force plateau f_{pl} , la plastification du contact apparaît :

$$\sqrt{3F_t^2 + \left(F_n + \frac{M_\varphi}{I} \left(\frac{R_i + R_j}{2} \right)^3 \right)^2} \geq f_{pl} \quad (4.40)$$

4.4 Pré-traitement

4.4.1 Génération des échantillons numériques

La génération de la structure des échantillons numériques est une étape importante pour la modélisation. En effet, pour répondre au mieux à l'objectif d'identification de l'influence des paramètres à l'échelle des cellules sur le comportement à l'échelle du matériau, il faut pouvoir générer différentes microstructures reproduisant au mieux les matériaux à modéliser.

Il est possible de réaliser deux types d'assemblages selon que l'on introduit ou pas une distribution de la taille des éléments. On parle ainsi d'assemblage poly ou mono-disperse. L'organisation de ces assemblages peut être également totalement aléatoire ou structurée de manière rigoureuse.

4.4.1.1 Organisation aléatoire

La première étape de la réalisation de ces échantillons consiste à générer des particules de tailles variées selon une distribution plus ou moins importante. Puis, ces particules sont positionnées de manière régulière sur une grille artificielle de façon à ce que les particules ne soient pas en contact initialement. Cette grille est ensuite placée entre deux parois rigides représentées par les pistons de compression sur la "FIG. 4.17 a". La deuxième étape consiste à réaliser une première simulation (de mélange) avec des contacts purement élastiques et une raideur identique pour toutes les particules. Une pression initiale est alors imposée sur le piston supérieur pour comprimer le domaine tandis qu'une vitesse linéaire anime le piston inférieur pour cisailer l'ensemble. Cette simulation de création du domaine est réalisée jusqu'à la stabilisation du domaine pour obtenir l'échantillon final tel que celui de la "FIG. 4.17 b".

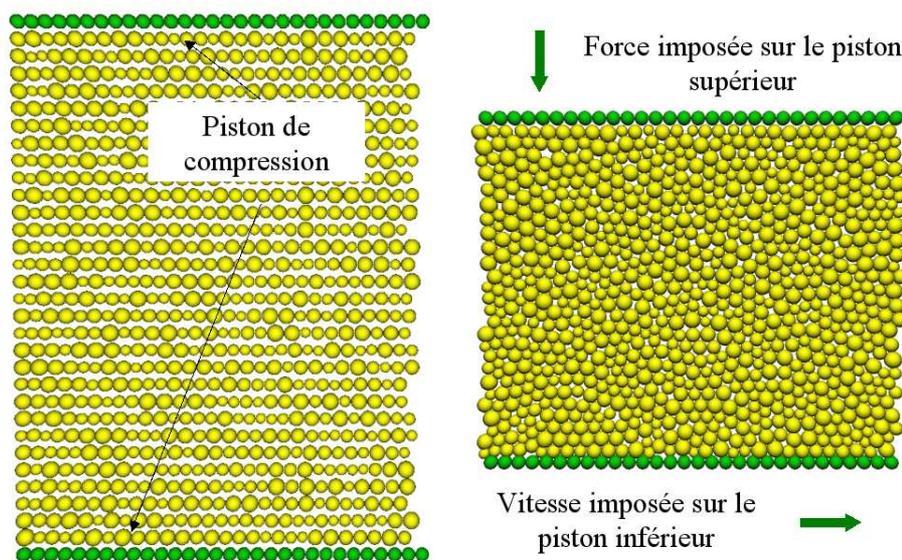


FIG. 4.17 – Réalisation de la structure d'un échantillon numérique : a) introduction de la dispersion sur le diamètre des particules, b) compaction et cisaillement jusqu'à la stabilisation du domaine

Dans le cas des assemblages mono-disperses de nombreux auteurs ont montré que lorsqu'ils sont organisés de manière aléatoire, ces assemblages ont un comportement singulier. Les éléments ont tendance à s'organiser spontanément en motif régulier lors de la compression. C'est pourquoi nous réalisons des assemblages poly-disperses de manière aléatoire et mono-disperse de manière structurée.

4.4.1.2 Organisation structurée

Deux organisations régulières du domaine sont réalisées telles que le montre la "FIG. 4.18" : la première "alignée", dans laquelle les particules sont simplement posées les unes sur les autres et la seconde "compacte" avec un taux de compacité optimal.

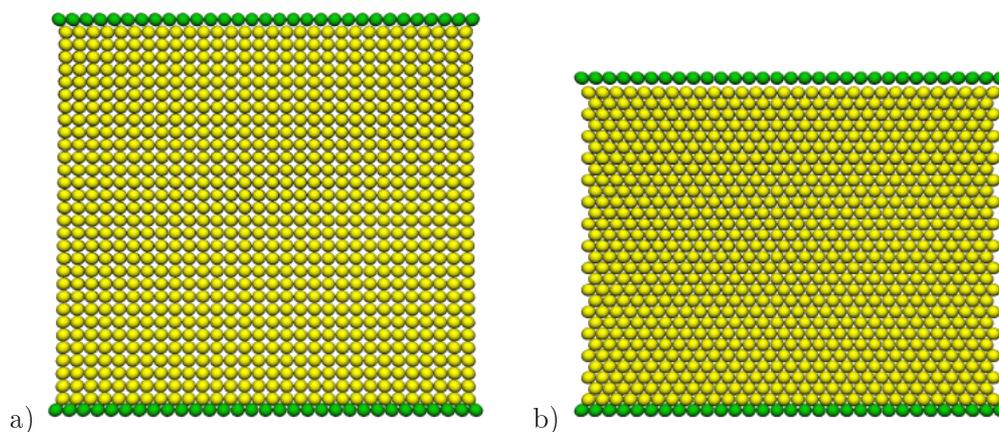


FIG. 4.18 – Organisations structurées d'assemblages mono-disperses : a) cubique, b) cubique face centrée

4.4.1.3 Conditions aux limites

Pour effectuer une compression, les particules formant le piston supérieur sont animées d'une vitesse de compression \bar{V} tandis qu'une vitesse nulle est imposée sur les particules du piston inférieur, modélisant ainsi un bâti infiniment rigide.

Des conditions de frontières périodiques sont imposées sur l'ensemble du domaine, réalisant par conséquent des conditions de compression oedométrique en déformation uniaxiale.

4.4.2 Paramètres de modélisation

4.4.2.1 Paramètres de comportement

Le comportement de la mousse de PPE est actuellement caractérisé par un ensemble de paramètres macroscopiques mesurés grâce à la campagne d'essais expérimentale présentée au chapitre 3. Or, la méthode des éléments discrets utilise des paramètres locaux au niveau du comportement des cellules. Il est par conséquent nécessaire d'adapter le jeu de paramètres locaux issu du modèle micro-mécanique présenté au paragraphe précédent (4.3.1) pour être capable de simuler un ordre de grandeur du comportement macroscopique réel de la mousse.

Le paramètre de fraction de matière ϕ est estimé à partir des analyses MEB réalisées au chapitre 1 paragraphe 1.4.2. Afin de dissocier, dans une première approche, les effets de la taille des cellules de leurs propriétés mécaniques, ce paramètre ϕ est estimé à partir d'une cellule moyenne pour toutes les simulations à vitesse de chargement quasi-statique. L'épaisseur moyenne t_e des arêtes de cette cellule est de l'ordre de $\sim 42 \mu m$, celle des faces t_f de l'ordre de $\sim 15 \mu m$ et sa taille l d'environ $\sim 1700 \mu m$. On obtient ainsi un coefficient ϕ constant pour toutes les particules :

$$\phi \approx 0,1 \quad (4.41)$$

Comme il est difficile d'estimer expérimentalement les coefficients des relations de k_e et de f_{pl} issues des analyses précédentes directement au niveau des cellules de la mousse (paragraphe 4.3.1), ces paramètres sont simplement déduits des constantes C_1, C_2, C_3 et C_4 en chargement quasi-statique avec $\phi = 0,1$ (chapitre 3, paragraphe 3.4.3).

Pour la raideur élastique k_e (équation 4.23), des coefficients macroscopiques ont été identifiés à partir des essais quasi-statiques avec la même méthodologie que pour les coefficients C_1, C_2, C_3 et C_4 . Comme un élément discret de rayon R représente directement une cellule cubique de côté l ("FIG. 4.12"), l'expression de la raideur élastique k_e devient :

$$k_e \approx \left\{ 2,24 \times 10^1 \phi^2 \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^2 + 9,07 \times 10^{-2} (1 - \phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} E^* \times 2R \quad (4.42)$$

Les coefficients de la force plateau f_{pl} (équation 4.26) sont estimés à partir des coefficients C_1, C_2 :

$$f_{pl} \approx \left\{ 3,91 \times 10^{-2} \phi^{3/2} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{3/2} + 2,21 \times 10^{-1} (1 - \phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} \sigma_{pl}^* \times (2R)^2 \quad (4.43)$$

De même, l'expression de la raideur plateau k_{pl} des cellules est identifiée à partir de la relation déterminée sur le module de la phase plateau E_{pl} du comportement macroscopique de la mousse et des coefficients C_3, C_4 :

$$k_{pl} \approx \left\{ 3,52 \times 10^5 \phi^{4,12} \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{4,12} + 9,83 \times 10^{-2} (1 - \phi) \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right) \right\} E_{pl}^* \times 2R \quad (4.44)$$

La raideur de densification k_d ainsi que la limite à rupture f_r des cellules sont fixées arbitrairement à :

$$\begin{cases} k_d = 2k_e \\ f_r = -2f_{pl} \end{cases} \quad (4.45)$$

Cependant, afin de dissocier les effets de la taille des cellules de leur densités, on détermine des raideurs et des forces plateau de calcul à partir d'une cellule moyenne de rayon \bar{R} et des

relations (4.42, 4.43 et 4.44) :

$$\begin{cases} k'_e = k_e \times \frac{\bar{R}}{R} \\ f'_{pl} = f_{pl} \times \left(\frac{\bar{R}}{R}\right)^2 \\ k'_{pl} = k_{pl} \times \frac{\bar{R}}{R} \end{cases} \quad (4.46)$$

Les propriétés du matériau solide constituant les cellules de la mousse de PPE sont quant à elles tirées de la littérature ("Tab. 4.1") :

E^*	1500 MPa
σ_{pl}^*	48 MPa
E_{pl}^*	52 MPa
ρ^*	910 kg.m ⁻³

TAB. 4.1 – Propriétés mécanique et physique du polypropylène dense

4.4.2.2 Paramètres de simulation

Les vitesses de compression quasi-statique et dynamique sont respectivement fixées à 10 mm.min⁻¹ et 1 m.s⁻¹. Pour chaque échantillon, la vitesse de compression sans dimension \bar{V} est calculée en fonction de la raideur, la masse et le rayon moyens des particules du domaine (équation 4.10). Le pas de temps δt est également respectivement fixé pour chacune des simulations quasi-statique et dynamique à $\bar{V}/25$ et $\bar{V}/6000$.

Les essais de caractérisation expérimentale effectués au chapitre 3 ne permettent pas d'obtenir facilement un coefficient d'amortissement visqueux. En effet, il est difficile de dissocier expérimentalement les effets gouvernant le comportement des mousses (hystérésis structurel, relaxation du matériau, viscosité du gaz dans les cellules, etc.). Le taux d'amortissement α est donc déterminé à partir du coefficient de restitution r du polypropylène. En modélisant la pénétration entre deux particules, les vitesses d'impacts de celles-ci avant et après le choc (respectivement V_i^0, V_j^0 et V_i^1, V_j^1) permettent de déterminer ce taux et de le relier à la viscosité du matériau constituant les particules [Jordanoff and Khonsari, 2004] :

$$\frac{V_i^1 - V_j^1}{V_i^0 - V_j^0} = r = \exp\left(\frac{-\alpha\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}}\right) \quad (4.47)$$

Avec un coefficient de restitution r de $r = 0,66$ tiré de la littérature [Constantinides et al., 2008], on obtient un taux d'amortissement visqueux :

$$\alpha = 0,131 \quad (4.48)$$

Pour réaliser les simulations, lorsque la géométrie et les tailles des particules du domaine sont fixées, il ne reste plus qu'à attribuer une densité à chacune des particules de l'échantillon et d'en déduire leurs propriétés mécaniques.

4.5 Résultats

L'objectif des premiers résultats obtenus avec le développement de cette approche de la modélisation du comportement des matériaux cellulaires par éléments discrets est de montrer que la phénoménologie de la déformation des mousses n'est pas uniquement liée aux propriétés intrinsèques des cellules mais également à leur arrangement à l'échelle microstructurale.

4.5.1 Taille du domaine

Dans un premier temps, afin d'étudier la réponse structurelle des mousses, on s'assure que celle-ci n'est pas dépendante de la taille des échantillons numériques – du nombre de particules formant le domaine – et par conséquent de la taille moyenne des particules (puisque toutes les grandeurs liées aux simulations sont adimensionnées).

On choisit de modéliser une microstructure de mousse de PPE de $4,8 \times 4,8 \text{ mm}$ de côté et de densité moyenne de 110 kg.m^{-3} . Ce volume élémentaire est alors représenté par 5 assemblages de dimensions différentes. Ces assemblages, présentés sur la "FIG. 4.19", sont réalisés de manière aléatoire avec une distribution gaussienne de la taille des particules. Le plus petit échantillon se compose de 89 particules formant un domaine de 10×10 particules (moyennes) et le plus grand se compose quant à lui de 7990 particules.

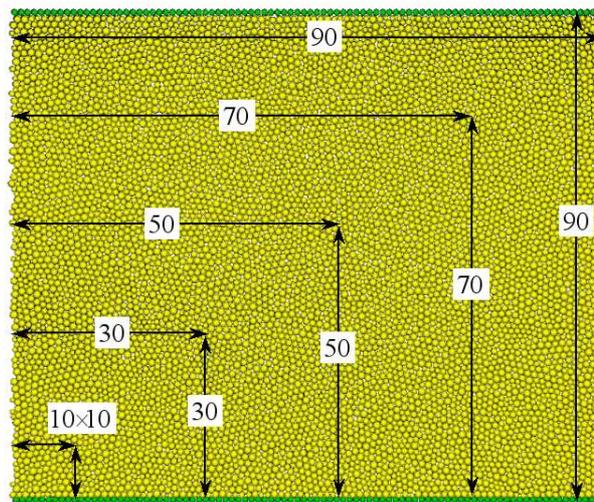


FIG. 4.19 – Échantillons numériques de différentes dimensions

La vitesse imposée V pour réaliser ces simulations est de $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$. Numériquement, les dimensions de ces cinq échantillons étant adimensionnées, leur hauteur h sont différentes. Ainsi, pour imposer cette vitesse de compression V identique à tous ces échantillons, il faut conserver un rapport $\frac{V}{h}$ constant. Les 5 vitesses de compression sans dimension \bar{V} sont par conséquent : $3,16 \cdot 10^{-5}$; $5,48 \cdot 10^{-5}$; $7,07 \cdot 10^{-5}$; $8,37 \cdot 10^{-5}$ et $9,49 \cdot 10^{-5}$ pour les échantillons de 10×10 à 90×90 particules. Les résultats de ces simulations sont présentés sous la forme de courbes contrainte/déformation globale ("FIG. 4.20"). On constate, hormis pour l'échantillon de 10×10 particules, que la réponse de ces simulations est similaire quelle que

soit la taille du domaine. On choisit ainsi, pour des raisons de temps de calcul, d'utiliser des domaines constitués de 30×30 particules pour toutes les simulations à l'échelle microscopique.

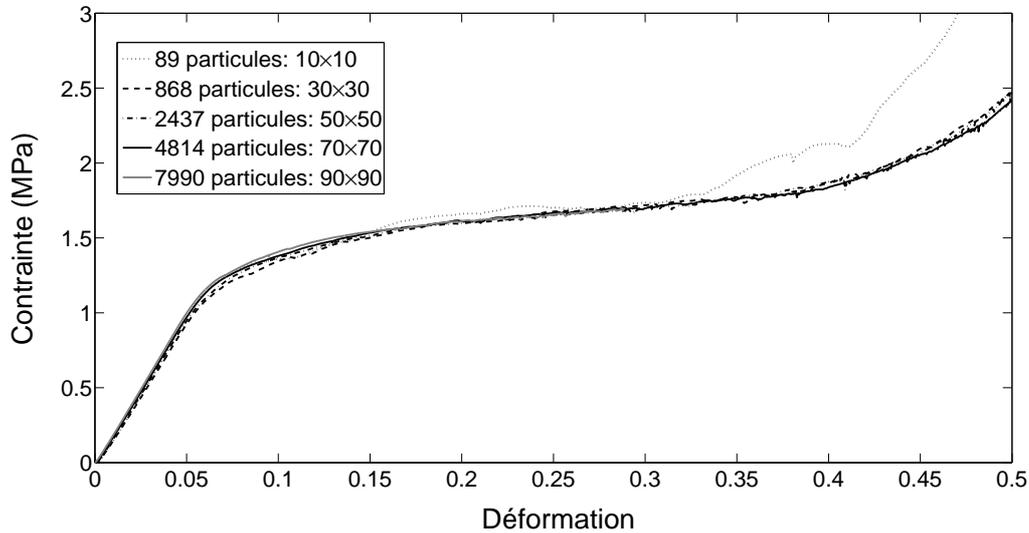


FIG. 4.20 – Effet de la taille du domaine : courbes contrainte/déformation globale, $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$

4.5.2 Organisation du domaine

Les deux organisations structurées présentées au paragraphe 4.4.1 "FIG. 4.18" sont comparées à l'assemblage aléatoire de 30×30 particules présenté précédemment (ayant tous les trois une densité moyenne de 110 kg.m^{-3}). Leur réponse à une sollicitation de compression quasi-statique est donnée sur la "FIG. 4.21".

La première organisation, dite "alignée", montre une réponse contrainte/déformation parfaite vis-à-vis du modèle de lois de comportement des particules présenté au paragraphe 4.3.2.1. Ce comportement se présente en trois phases bien distinctes correspondant à la phase élastique, plateau et de densification. L'échantillon organisé de manière "compacte" présente un comportement similaire (en trois phases) avec cependant une phase élastique plus raide, un plateau très accidenté et une phase de densification atteinte pour un niveau de déformation globale de l'échantillon beaucoup plus faible. Les différences de comportement de cet échantillon s'explique par le nombre de coordinations des particules (nombre moyen de contacts par particule). En effet, celui-ci est deux fois plus grand uniquement à cause de l'agencement compact des particules, doublant ainsi la raideur de contact par deux. Le rétrécissement de la phase plateau s'explique quant à lui par l'augmentation du nombre de particules en contact au cours de la simulation (ou du nombre de coordinations).

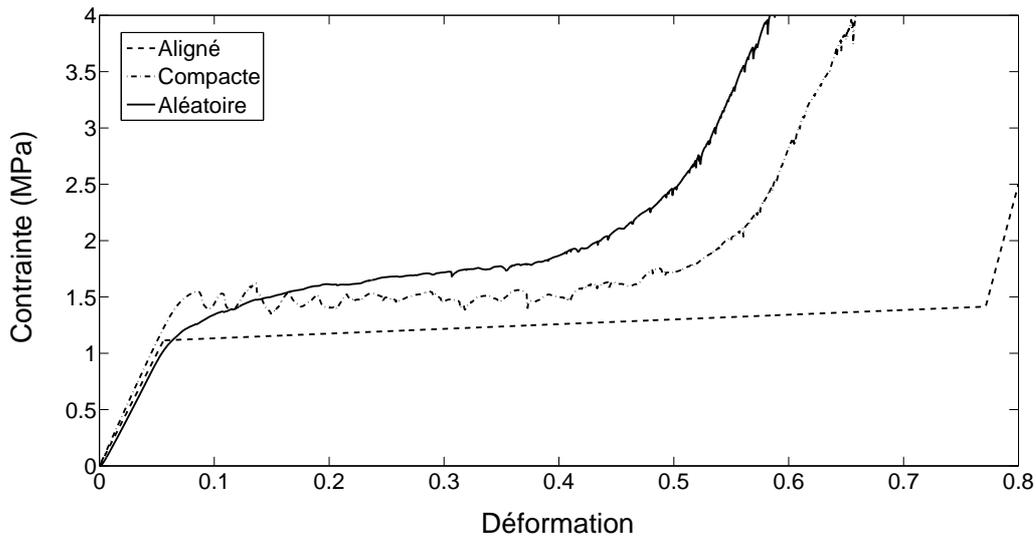


FIG. 4.21 – Réponse contrainte/déformation des échantillons selon l’organisation des particules, $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$

La "FIG. 4.22" présente cette évolution pour les trois simulations. On constate pour le domaine "aligné" que ce nombre de nouveaux contacts est égal à 60 et reste constant tout au long de la simulation. Ces 60 contacts correspondent aux contacts créés lors de la compression du haut de l'échantillon par le piston supérieur. En ce qui concerne le domaine "compact", le nombre de contacts est identique durant toute la phase élastique puis il augmente rapidement, ce qui correspond à l'apparition de contacts entre les rangées de particules non décalées.

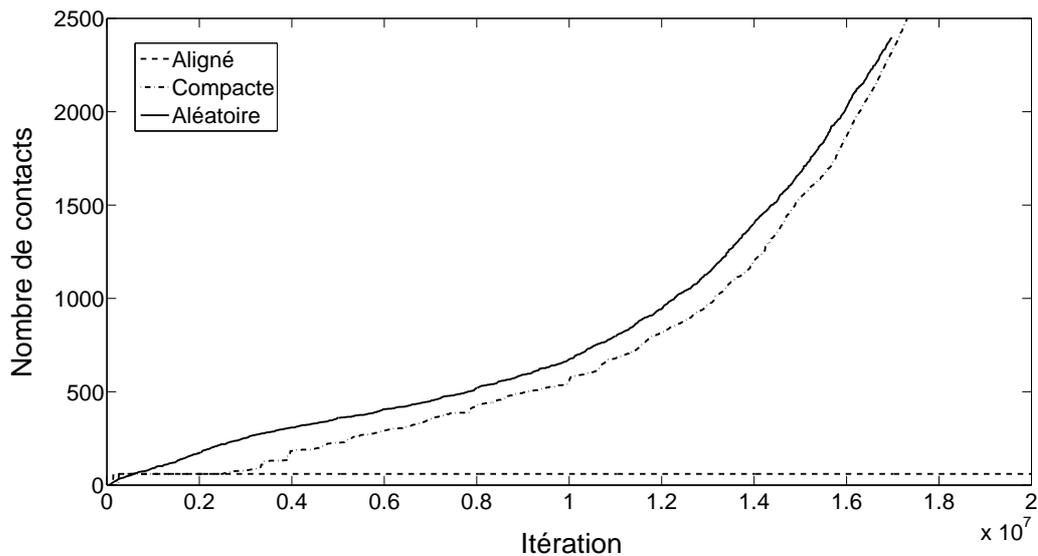


FIG. 4.22 – Évolution du nombre de contacts au cours des simulations pour les trois organisations

Dans le cas du domaine organisé de manière aléatoire, l'augmentation du nombre de nouveaux contacts est continu du fait de la dispersion de la taille des particules. Les vides entre les particules sont comblés par de nouvelles particules qui entrent en contact les unes avec les autres tout au long de la simulation. Puis, lorsque la compression devient trop importante, le nombre de nouveaux contacts entre les particules augmente rapidement, augmentant ainsi grandement la raideur totale du système. La phase plateau du comportement contrainte/déformation est alors plus raide et la phase de densification intervient encore plus tôt dans la compression ("FIG. 4.21").

D'un point de vu local, en observant ces simulations, on constate des phénomènes qui conduisent à ces différences de comportement. Afin de suivre la déformation locale des particules et leur état de chargement, un code couleur est défini :

- jaune, lorsque les particules sont au "repos" ou chargées dans leur domaine élastique,
- magenta, lorsque le chargement progresse et qu'une particule se plastifie,
- puis rouge, lorsque l'une d'elles débute sa phase de densification.

L'évolution des forces normales de contact entre les particules permet de suivre les chemins de chargement dans les échantillons. En traçant des traits rouges, reliant le centre des particules en contact d'une épaisseur proportionnelle à l'amplitude du chargement, on obtient une cartographie du chargement des particules. Lorsque celles-ci sont en traction la ligne devient de couleur verte.

Par exemple, durant la phase de comportement élastique, pour $\varepsilon \approx 0,03$ "FIG. 4.23", les déformations à l'échelle des particules sont très homogènes ainsi que la distribution des forces normales de contacts (l'organisation des particules dans chacun des échantillons fait qu'ils n'ont pas tous la même hauteur initiale). Dans le cas "aligné", ce réseau est rectiligne alors que dans le cas "compact", les efforts forment une structure en treillis. Cependant, ces

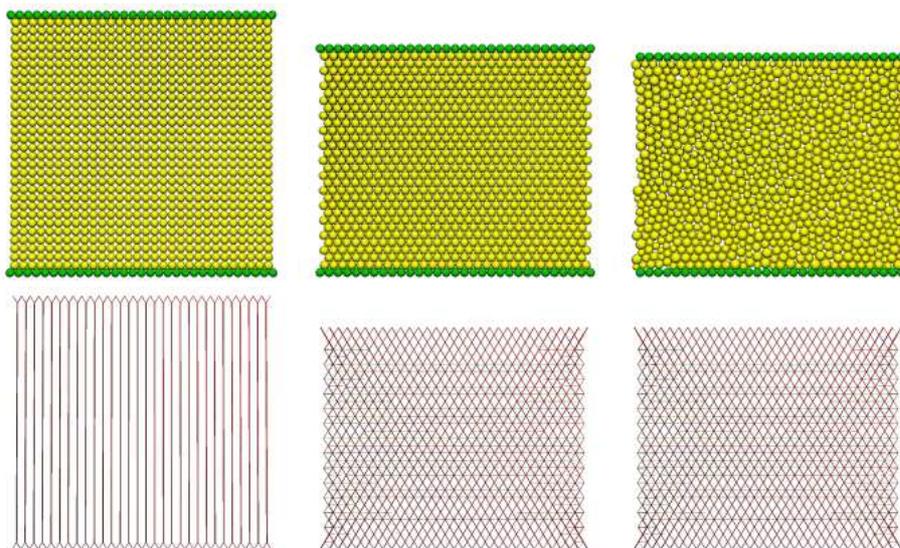


FIG. 4.23 – Champ de déplacements des particules et champ de forces dans les échantillons : aligné, compacte et aléatoire $\varepsilon \approx 0,03$

chargements sont symétriques et ne montrent aucun défaut. Dans le cas aléatoire, le champ de forces dans l'échantillon n'est plus régulier mais le chargement des particules semble tout à fait homogène.

Par contre, lors de la phase plateau, le comportement à l'échelle des particules des échantillons "compact" et aléatoire n'est plus homogène (contrairement au cas aligné). De fortes localisations de la déformation sont visibles sur les cartographies de la "FIG. 4.24". Dans le cas de l'organisation compacte, la déformation s'effectue par bandes, parallèlement à la direction de chargement tandis que dans le cas où les particules sont organisées de manière aléatoire, la localisation s'effectue de manière plus dispersée. Les champs de forces témoignent également de ces localisations. On s'aperçoit donc que pour un même taux de déformation globale des échantillons, leur état de déformation à l'échelle des particules est totalement différent et dépend de la microstructure.

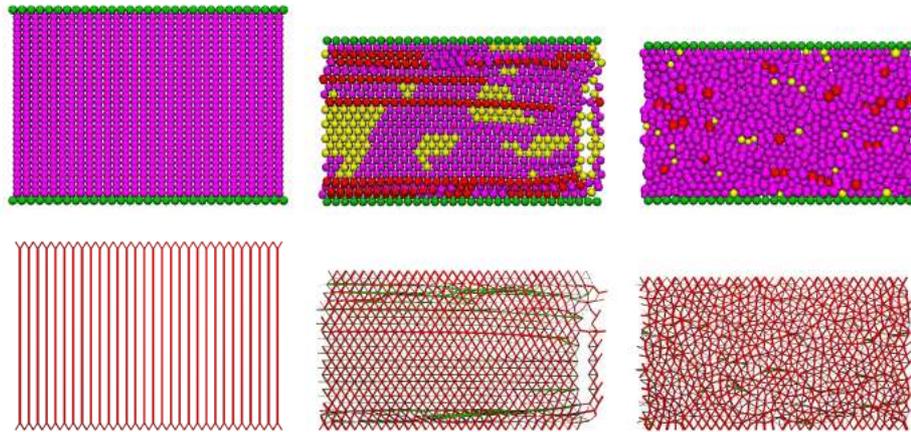


FIG. 4.24 – Champ de déplacements des particules et champ de forces dans les échantillons : aligné, compacte et aléatoire $\varepsilon \approx 0,3$

Enfin, lors de la phase de densification, pour $\sigma = 3MPa$ ("FIG. 4.25"), l'évolution de ces trois comportements reste identique, à savoir : très homogène pour le cas "aligné", en bandes dans le cas "compact" et diffus dans le cas aléatoire.

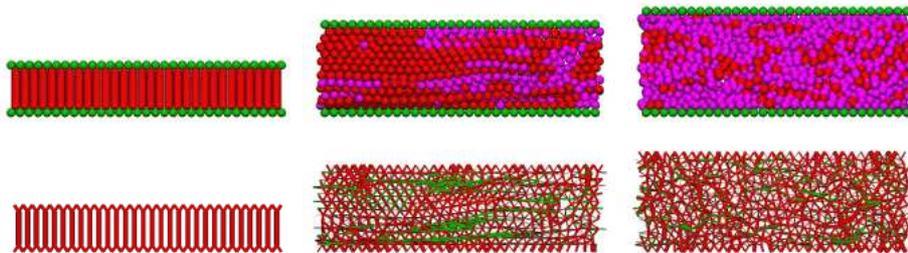


FIG. 4.25 – Champ de déplacements des particules et champ de forces dans les échantillons : aligné, compacte et aléatoire $\sigma \approx 3MPa$

4.5.3 Modélisation à l'échelle microscopique

4.5.3.1 Effet de la densité

Pour étudier l'effet de la densité, on affecte successivement à l'échantillon aléatoire de 30×30 particules quatre densités de : 35 ; 75 ; 110 et 150 kg.m^{-3} . Ces densités sont affectées à chacune des particules du domaine, permettant de calculer leurs propriétés mécaniques. La masse des particules est ensuite déduite de leur rayons, lesquels – dû à la distribution gaussienne introduite – varient de 6.10^{-2} à 1.10^{-1} mm .

La "FIG. 4.26" montre les réponses contrainte/déformation de ces quatre simulations. Ces courbes montrent que la sensibilité à la densité des particules est bien retranscrite sur le comportement global de l'échantillon. Les trois phases de comportement sont affectées par l'évolution de la densité ; l'ordre de grandeur des courbes obtenues semble également être en adéquation avec les résultats quasi-statiques fournis au chapitre 3.

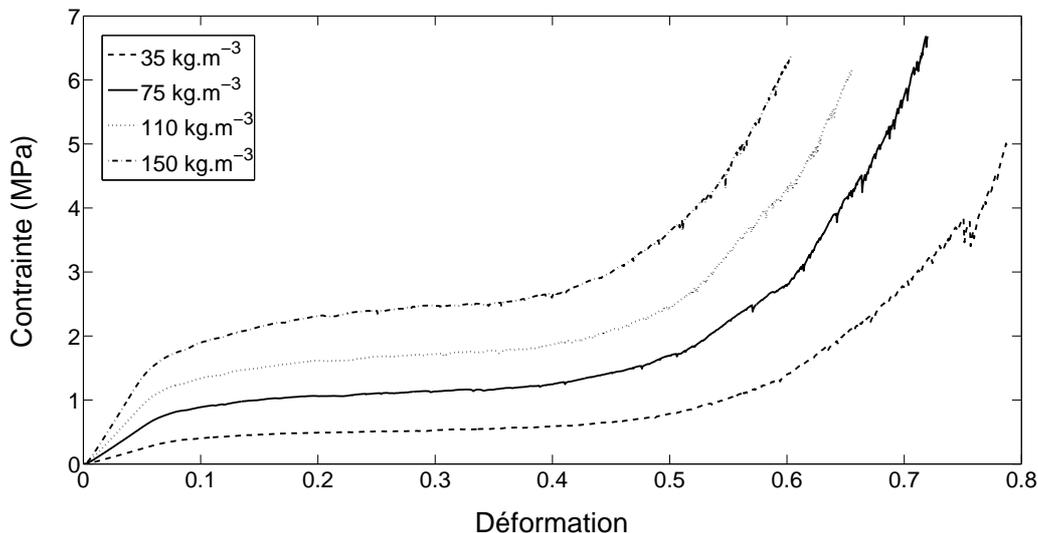


FIG. 4.26 – Influence de la densité sur le comportement contrainte/déformation, $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$

L'évolution de la microstructure et des champs de forces dans ces quatre échantillons est identique tout au long de leur compression (quelles que soient leurs densités) ; celle-ci est présentée sur la "FIG. 4.27". Le champ de déplacements de ces particules permet de tracer une cartographie du champ de déformation des échantillons. Celle-ci est définie en dérivant le déplacement de chaque particule par rapport à sa position initiale. Pour une particule i de position initiale Y_i^0 et de position Y_i^j à l'instant j , l'amplitude de sa déformation est :

$$\varepsilon_i^j = \frac{Y_i^0 - Y_i^j}{Y_i^0} \quad (4.49)$$

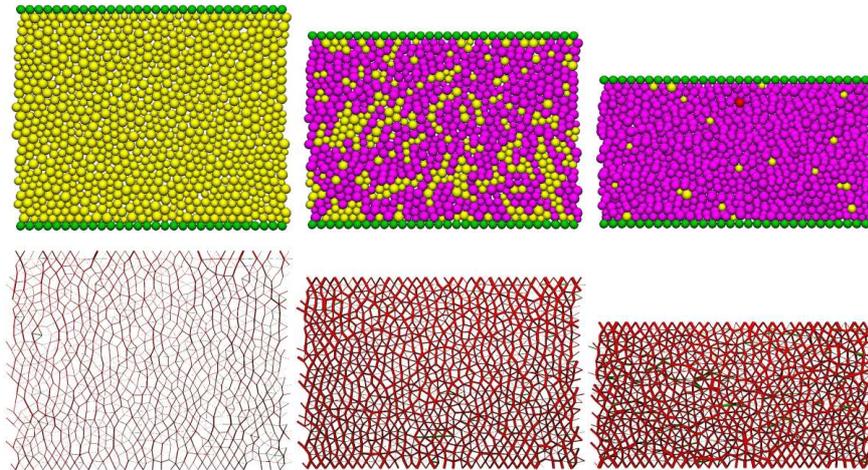


FIG. 4.27 – Évolution de la microstructure et du champ de forces dans les échantillons : celle-ci est identique quelle que soit la densité des échantillons ($\varepsilon \approx 0,03$; $\varepsilon \approx 0,15$ et $\varepsilon \approx 0,35$)

Les cartographies du champ de déformation correspondant à ces trois étapes de la déformation globale des échantillons sont présentés sur les "FIG. 4.28, 4.29 et 4.30" :

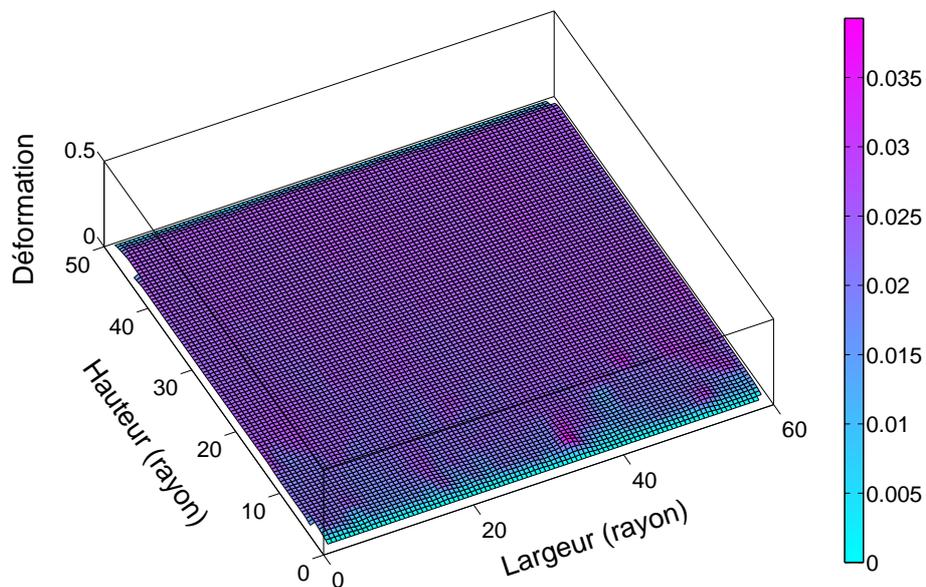
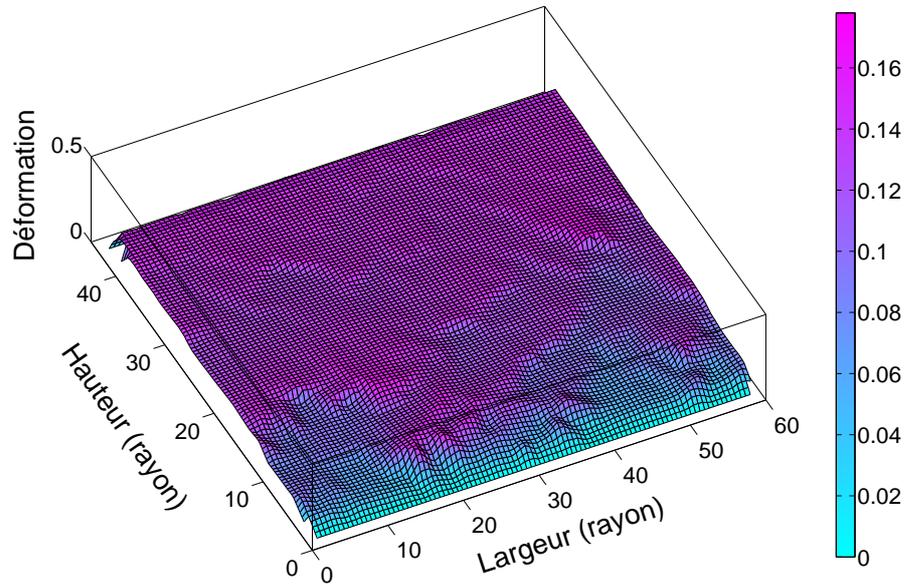
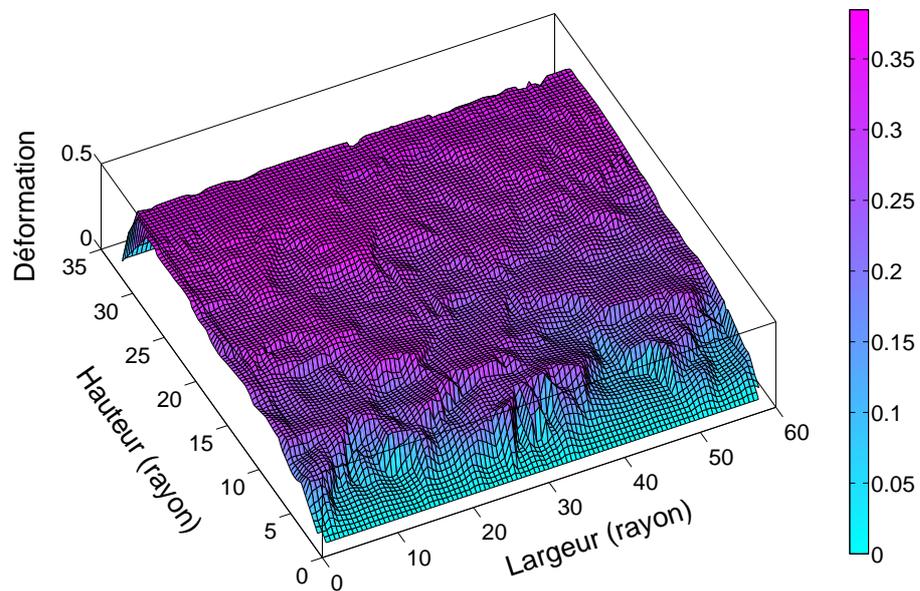


FIG. 4.28 – Cartographie du champ de déformations selon la hauteur de l'échantillon, $\varepsilon \approx 0,03$

FIG. 4.29 – Cartographie du champ de déformations selon la hauteur de l'échantillon, $\varepsilon \approx 0,15$ FIG. 4.30 – Cartographie du champ de déformations selon la hauteur de l'échantillon, $\varepsilon \approx 0,35$

A vrai dire, ces cartographie du champ de déformation des échantillons n'apportent pas d'informations supplémentaires par rapport aux champs de déplacement des particules ; c'est la raison pour laquelle, dans la suite du document, nous présenterons uniquement les champs de déplacements.

4.5.3.2 Introduction de défauts

Afin d'étudier l'effet d'imperfections locales de la microstructure réelle des mousses, des trous ont été générés dans l'échantillon précédent de 30×30 particules ("FIG. 4.31"). En effet, selon la qualité de fabrication des mousses, de fortes concentrations locales d'agent moussant génèrent parfois de grosses bulles de gaz conduisant à la formation de "cavités", affaiblissant localement le comportement des mousses.

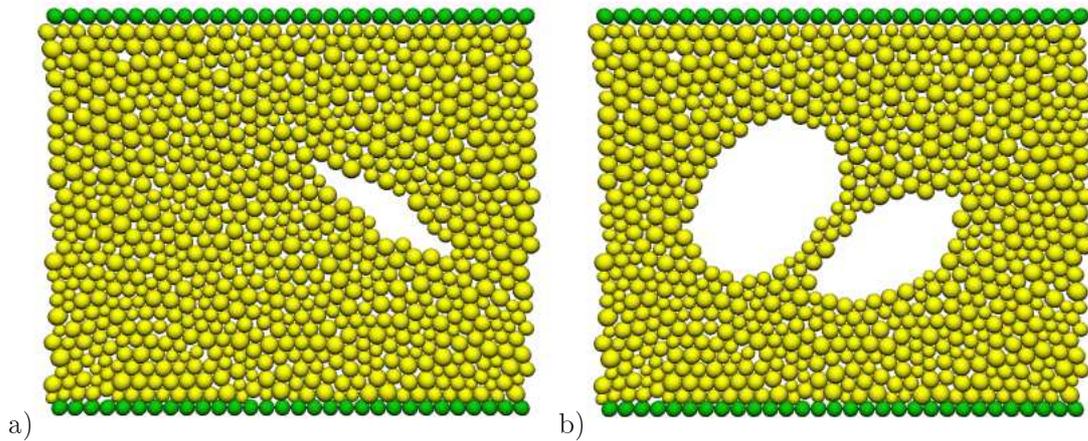


FIG. 4.31 – Défauts générés dans la microstructure des mousses : a) défaut A, b) défaut B

Comme le montre la "FIG. 4.32", la réponse à la compression de ces échantillons est bien entendue fortement influencée par ces défauts, malgré une densité des échantillons identique fixée à 110kg.m^{-3} . Dans ce cas, les propriétés mécaniques des particules sont toutes différentes puisque cette fois-ci, leur densité n'est plus fixée mais déterminée à partir de leurs masses, toutes identiques. Cette dernière est déterminée en fonction du nombre de particules formant le domaine et de sa taille. Le comportement élasto-plastique d'un doublet de particules en contact n'est alors plus bi-linéaire, mais avec deux phases plateaux correspondant à la plastification de la plus faible des deux particules en contact puis de la deuxième (équations 4.30 et 4.31). Pour différencier ces deux états, un quatrième code couleur est introduit : le violet.

Dans un premier temps, si l'on compare la réponse contrainte/déformation des deux échantillons sans défaut (avec des densités identiques et variables selon les particules), on constate que leur comportement est sensiblement différent jusqu'à leur phase plateau ("FIG. 4.32"). Comme les essais sont effectués à des vitesses de chargement quasi-statique, on peut supposer que les effets d'inertie sont négligeables devant les forces dues aux raideurs de contact entre les particules. Ces réponses laissent supposer que cette différence de comportement est due à la dispersion des propriétés mécaniques et donc de leur densité. A masse volumique moyenne identique pour les deux échantillons, une large variation de la densité des particules, et donc de leur raideur, constitue inévitablement une raideur globale plus faible. En effet, si l'on considère approximativement la raideur élastique des échantillons comme la raideur équivalente de séries parallèles de particules en contact, l'introduction d'une faible raideur de particule ne peut être compensée par une autre plus importante dans la même branche.

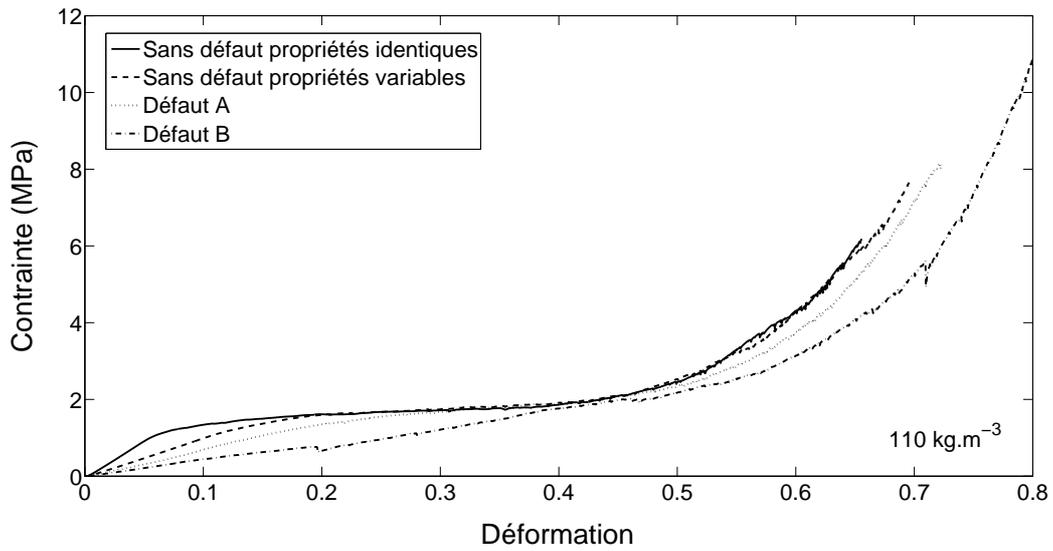


FIG. 4.32 – Effet de défauts dans la microstructure des échantillons, $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$

Si l'on visualise l'effet de l'introduction de défauts sur les champs de déplacement des échantillons à l'échelle des particules, on s'aperçoit que dès la fin de la phase de comportement linéaire de l'échantillon sans défaut, à $\varepsilon \approx 0,12$ ceux-ci provoquent une forte localisation de la déformation ("FIG. 4.33"). Les déformations sont concentrées de part et d'autre des défauts autant pour l'échantillon A que B, tandis qu'elle sont homogènes pour l'échantillon sans défaut. Il apparaît visiblement que les zones supérieures et inférieures aux défauts sont moins sollicitées. Les réseaux de forces indiquent également ces zones de concentration d'efforts entre les particules qui sont très accentuées au bord des défauts.

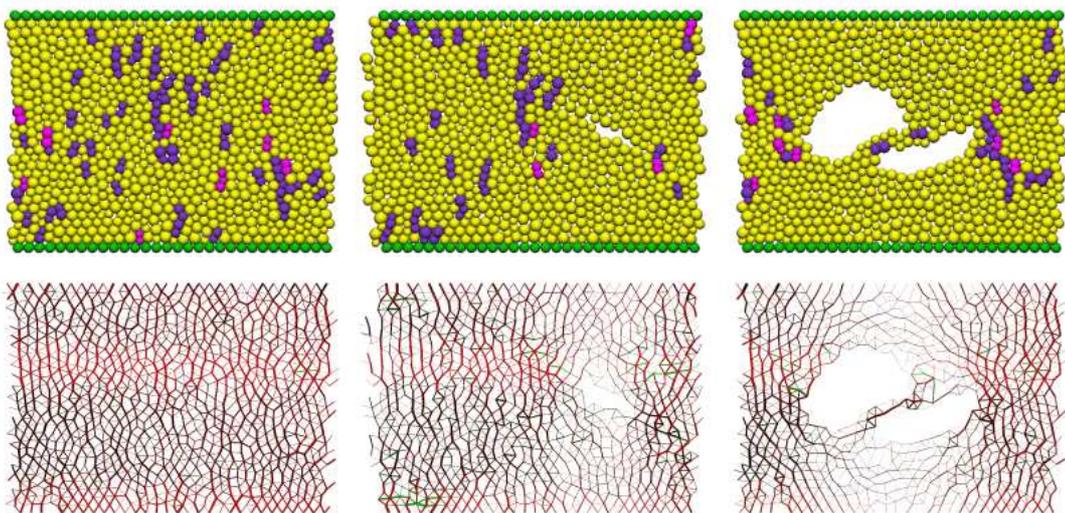


FIG. 4.33 – Champ de déplacements et champ de forces dans les échantillons : sans défaut, défaut A et défaut B, ($\varepsilon \approx 0,12$)

Puis, lorsque la déformation progresse, à $\varepsilon \approx 0,2$, le trou de l'échantillon A s'est quasiment résorbé ("FIG. 4.34"). Le champ de forces dans l'échantillon montre que les forces de contact entre les particules se sont réorganisées de manière plus homogène. La déformation commence alors à apparaître progressivement au dessus et au dessous du défaut. En ce qui concerne l'échantillon B, à ce même taux de déformation globale ($\varepsilon \approx 0,2$) sa réponse contrainte/déformation présente un faible relâchement en contrainte. Ceci peut être expliqué par le pliage soudain de la jonction entre les deux défauts libérant ainsi légèrement les efforts dans la structure.

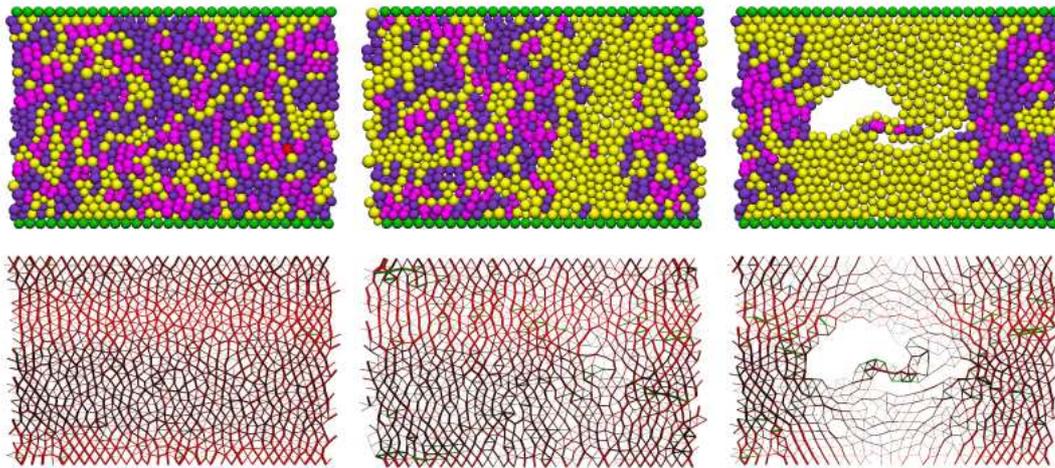


FIG. 4.34 – Champ de déplacements et champ de forces dans les échantillons : sans défaut, défaut A et défaut B, ($\varepsilon \approx 0,2$)

4.5.3.3 *Effet de la taille des cellules*

1. Distribution aléatoire

Comme nous l'avons signalé au paragraphe 4.5.1 précédent, toutes les grandeurs des simulations sont adimensionnées. L'étude de l'influence de la taille moyenne des particules sur la réponse contrainte/déformation d'un échantillon ne peut donc pas être dissociée du nombre de particules formant le domaine. Cependant, afin d'observer tout de même l'influence de la taille des particules sur les mécanismes de déformation à l'échelle locale, on introduit sur celles-ci de fortes dispersions. Quatre distributions aléatoires de la taille des particules sont générées pour former des échantillons de 31×31 particules. Ces distributions suivent toutes une loi gaussienne d'espérance m du rayon des particules égal à $m = 1$ et d'écart type Ec variant de 0,1 à 0,2. La fonction de répartition du rayon de ces particules est représentée sur la "FIG. 4.35". On attribue à ces échantillons une densité identique de 110 kg.m^{-3} et des propriétés mécaniques identiques quelle que soit la taille des particules.

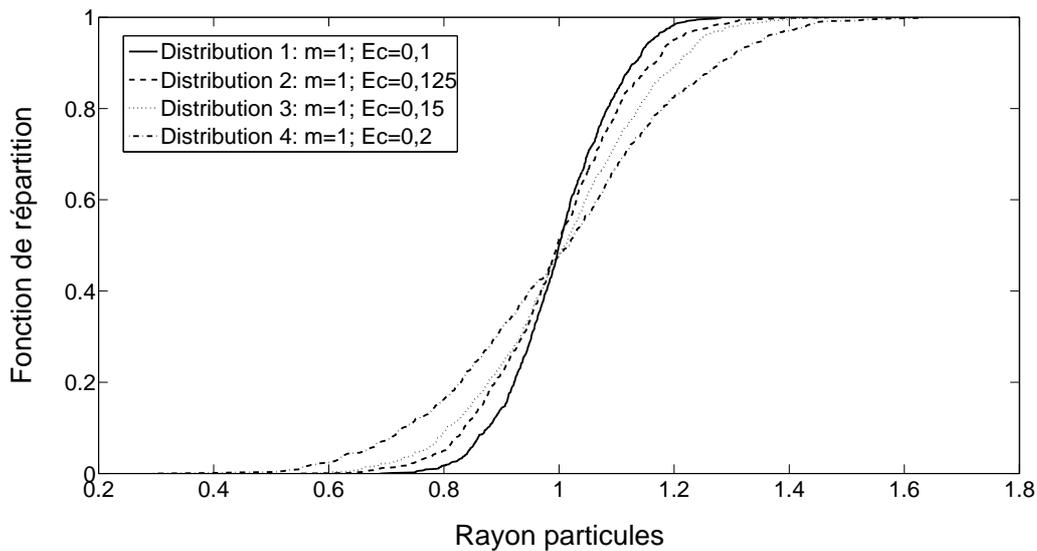


FIG. 4.35 – Fonction de répartition de la taille des particules

Ces échantillons sont ensuite organisés de manière aléatoire telle que le montre la "FIG. 4.36" représentant les deux échantillons de distribution extrêmes. On remarque que la faible distribution de la taille des particules provoque des amas d'agencements réguliers de celles-ci dans l'échantillon, tels que ceux réalisés au paragraphe 4.5.2.

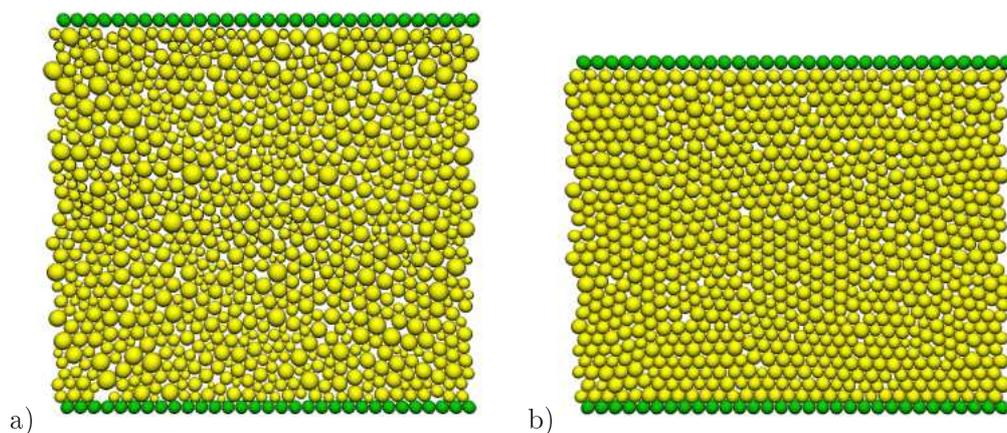


FIG. 4.36 – Exemple de distributions gaussiennes de la taille des particules réparties de manière aléatoire dans les échantillons : a) $m = 1$ et $Ec = 0,2$; b) $m = 1$ et $Ec = 0,1$

Les réponses contrainte/déformation de ces simulations montrent un seuil de sensibilité à ces distributions. Les résultats obtenus avec des distributions d'écart type Ec supérieures à 0,125 sont très peu sensibles à ces distributions ("FIG. 4.37"). Seule la première distribution d'écart type $Ec = 0,1$ semble être affectée durant sa phase de montée en charge élastique.

On s'intéresse plus particulièrement aux échantillons de distribution extrêmes car au vu des résultats de la "FIG. 4.37" on s'aperçoit, d'un point de vue contrainte/déformation, que l'échantillon de distribution 4 représente bien ceux de distribution 2 et 3. La visualisation

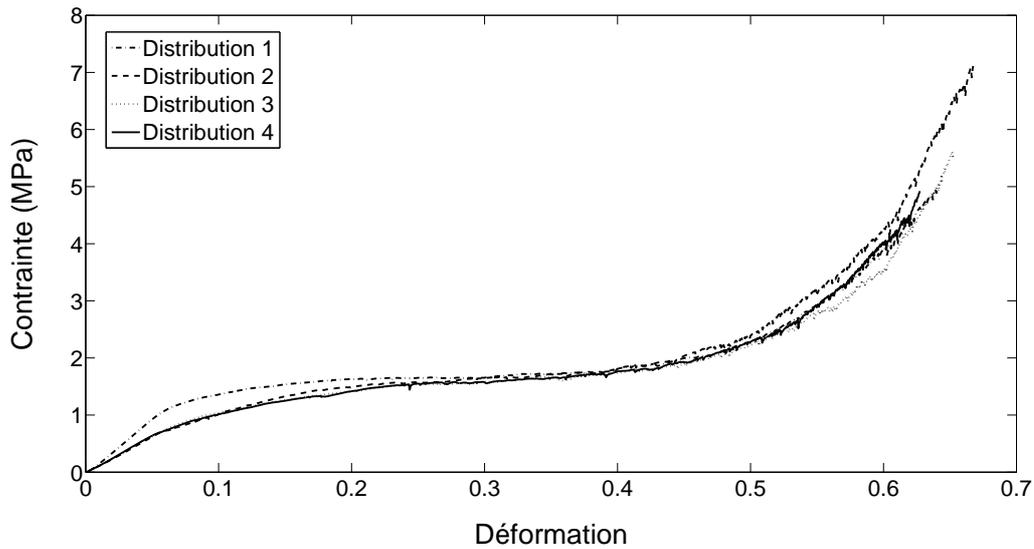


FIG. 4.37 – Effet de la distribution aléatoire de la taille des particules sur la réponse contrainte/déformation, $V = 10 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$

des champs de déplacement locaux de ces deux échantillons, à trois niveaux de déformation globaux ($\epsilon \approx 0,05$; $\epsilon \approx 0,12$ et $\epsilon \approx 0,32$) ne semblent pas indiquer de phénomènes particuliers pouvant conduire à cette différence de comportement. En effet, ces six cartographies montrent que la déformation des particules survient de manière aléatoire et relativement homogène quelle que soit la distribution ("FIG. 4.38").

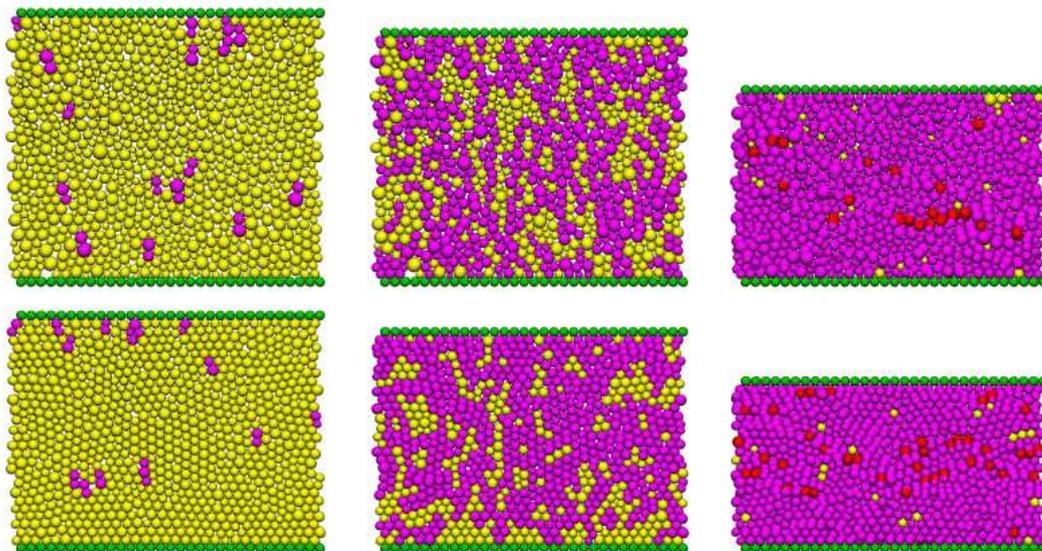


FIG. 4.38 – Évolution des champs de déplacement des échantillons de distributions extrêmes ($\epsilon \approx 0,05$; $\epsilon \approx 0,12$ et $\epsilon \approx 0,32$)

En comparant maintenant les nombres de coordinations des particules durant les simulations, on s'aperçoit que dès le début de la compression ceux-ci sont différents ("FIG. 4.39"). Ils sont de 2,63 pour la distribution 1 et de 2,27 pour la distribution 4. Il est par conséquent normal que la raideur de contact de l'échantillon de distribution 1 soit plus importante que celle de distribution 4 (paragraphe 4.5.2). Puis, au cours des simulations, ces deux nombres de coordinations évoluent : faiblement, durant la phase élastique, pour la distribution 1 et plus rapidement pour la distribution 4. En effet, la porosité intrinsèque de l'échantillon de distribution 1 – liée à la taille des particules et de leur organisation – est plus faible que celle de l'échantillon de distribution 4. Il y a donc, dans ce dernier cas, plus de nouveaux contacts créés entre les particules au cours de la compression. Cet effet s'atténue ensuite lors de la phase plateau, qui est de toute manière moins sensible au nombre de contacts puisque les raideurs de plateau entre les particules sont beaucoup plus faibles.

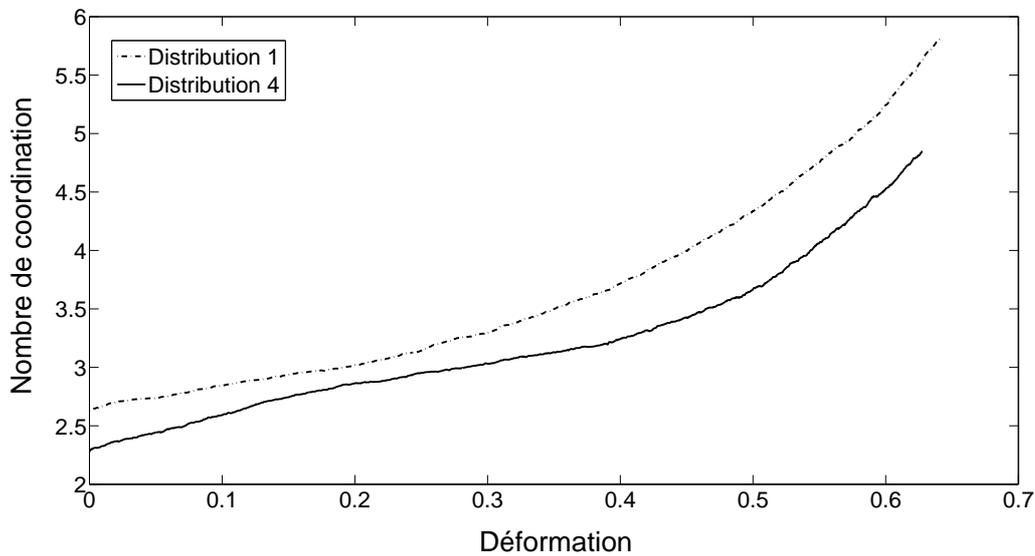


FIG. 4.39 – Évolution du nombre de coordinations au cours de la simulation pour les deux échantillons de distributions extrêmes

Si l'on s'intéresse à la distribution des efforts dans ces deux échantillons ("FIG. 4.40"), on s'aperçoit que ce nombre de coordinations se matérialise par un réseau de force plus dense dans le cas de l'échantillon de faible distribution. Celui-ci est également plus homogène et plus régulier, répartissant mieux les efforts entre les particules et améliorant ainsi sa résistance jusqu'à la phase plateau.

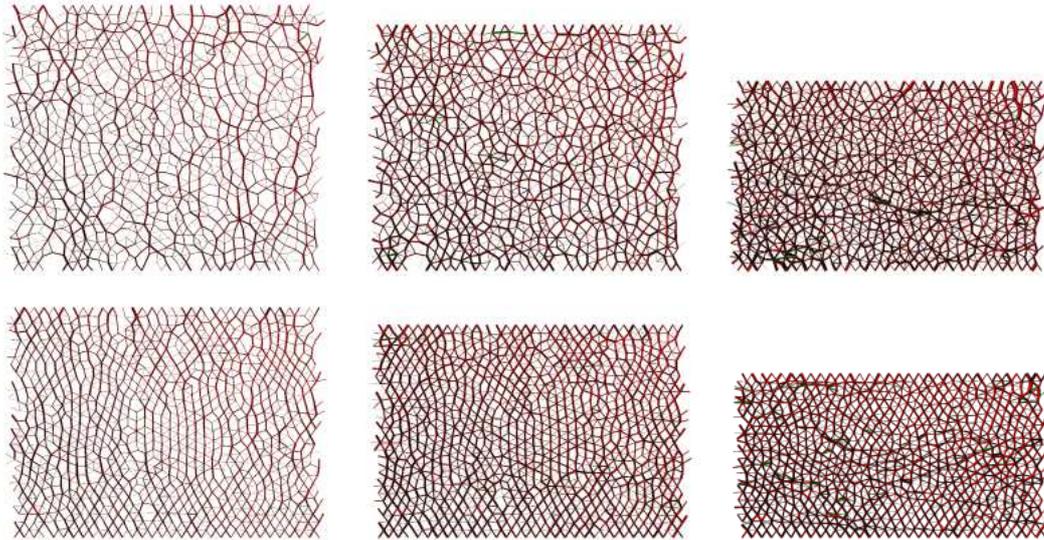


FIG. 4.40 – Évolution des champs de force dans les échantillons de distributions extrêmes ($\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$)

2. Effet de gradients géométriques

En organisant cette fois-ci les particules non plus de manière aléatoire dans les échantillons, mais en fonction de leur taille, il est possible de représenter des structures plus complexes. En effet, il est courant, lors de la réalisation de structures en mousses par procédés d'injection moulage, que de forts gradients de la taille des cellules apparaissent dans la pièce finale. Généralement, lors de l'expansion des agents moussants ou des bulles de gaz dans le moule, les cellules centrales ont plus de facilité pour s'expanser que celles près des bords. Des phénomènes de "peaux" se manifestent couramment dans ce type de structures obtenues par procédé de fabrication. Les cellules en direction de l'axe d'injection sont de plus en plus petites, comme l'illustre l'échantillon de la "FIG. 4.41 a" ou plus grosses au centre "FIG. 4.41 b". Ces deux échantillons ont été réalisés après une réorganisation des particules, elles mêmes issues de l'échantillon de distribution 3 précédent, avec une densité identique pour toutes les particules

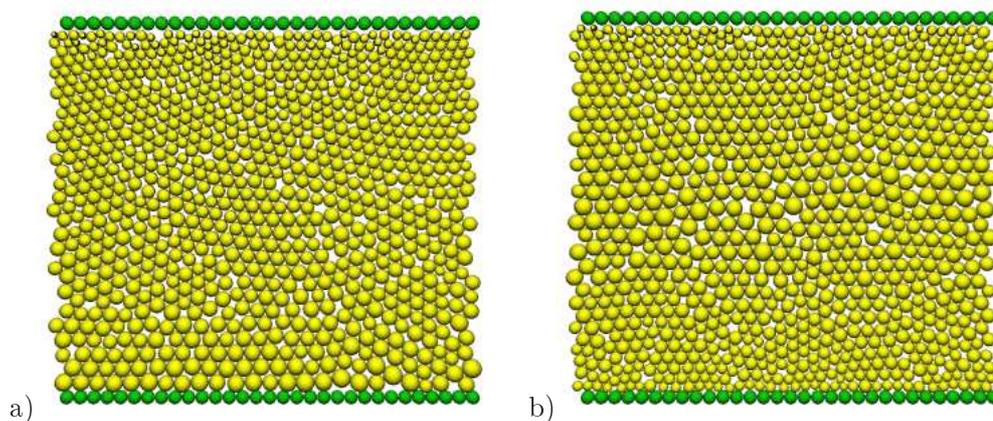


FIG. 4.41 – Gradient de tailles des particules dans les échantillons : a) des plus grosses aux plus petites, b) les plus grosses au centre

de 110 kg.m^{-3} .

Les champs de déplacement relatifs à la compression de ces échantillons montrent que durant les phases de comportement élastique et plastique, les déformations sont localisées dans les zones où se situent les plus grosses particules ("FIG. 4.42"). En effet, au début de la compression de l'échantillon 2, à $\varepsilon \approx 0,05$ ce sont les plus grosses particules situées au centre du domaine qui s'effondrent en premier. Cependant, pour l'échantillon 1, au même taux de déformation global de $\varepsilon \approx 0,05$ il semble que ce ne soit pas ces particules qui flambent les premières. Car celles-ci, étant organisées de manière régulière et plus compacte que le reste du domaine, forment une structure moins vulnérable. Ce sont alors les particules situées juste au dessus qui s'effondrent.

A la deuxième étape, représentée par ces cartographies ($\varepsilon \approx 0,12$) les particules effondrées commencent à créer des zones de fortes déformations pour faire apparaître à $\varepsilon \approx 0,32$ des bandes de déformations. Ces bandes se situent au niveau des particules les plus grosses avec des fronts de déformation délimités par les particules de taille plus petites, organisées en réseaux structurés.

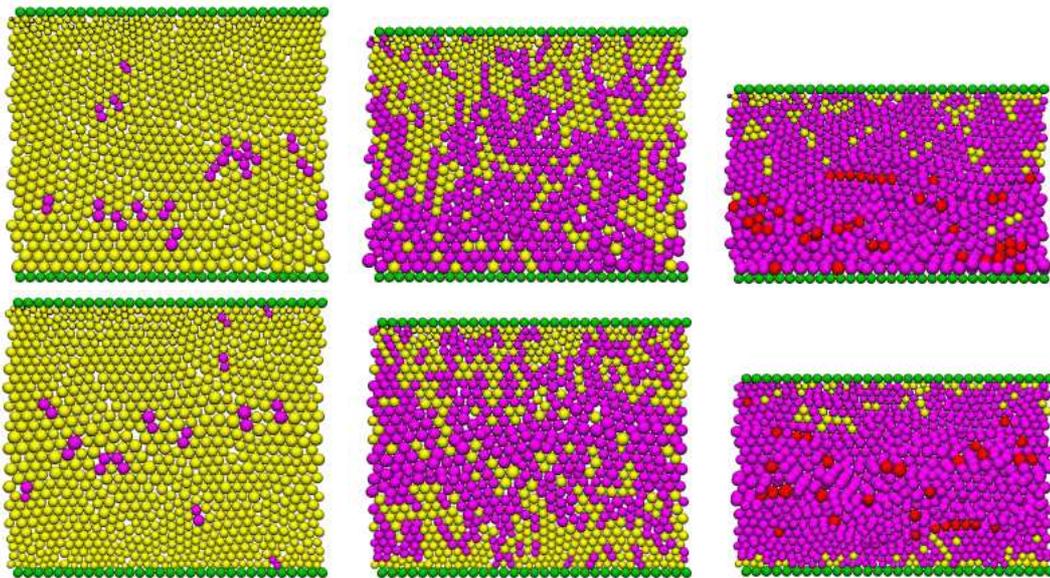


FIG. 4.42 – Champs de déplacement en fonction de la répartition de la taille des particules dans le domaine ($\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$)

De même que pour les échantillons de distributions aléatoires, les champs de forces dans ces deux échantillons montrent que les zones de déformations les plus importantes correspondent aux zones où les efforts entre les particules sont le moins bien réparties ("FIG. 4.43").

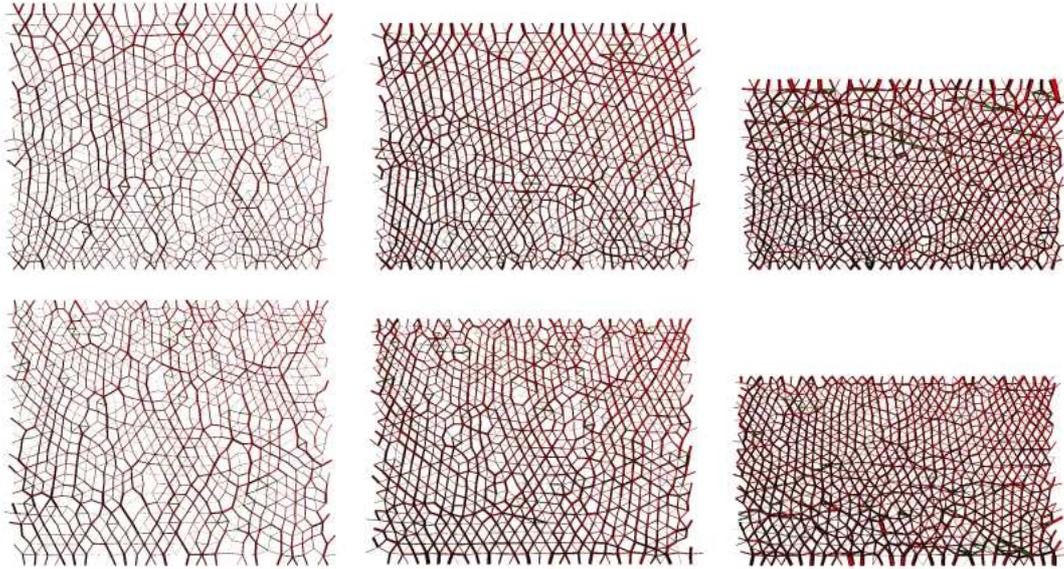


FIG. 4.43 – Évolution des champs de force dans les échantillon en fonction de la répartition de la taille des particules ($\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$)

Il est également possible de réaliser à partir de ces mêmes particules des organisations "inverses", avec les plus grosses particules situées cette fois-ci en haut de l'échantillon ("FIG. 4.44 a") et les plus petites au centre de l'échantillon ("FIG. 4.44 b").

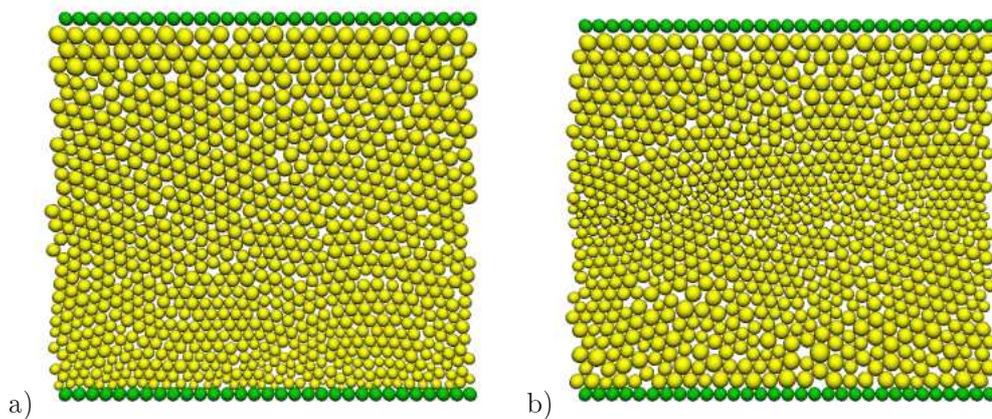


FIG. 4.44 – Gradient de taille "inverse" des particules dans les échantillons : a) des plus petites aux plus grosses, b) les plus petites au centre

Les mêmes niveaux de déformation que pour les échantillons précédents sont représentés sur la "FIG. 4.45". Ils mettent de nouveau en évidence que la déformation des échantillons n'est pas homogène et qu'il est donc possible de "forcer" les zones de localisation de la déformation.

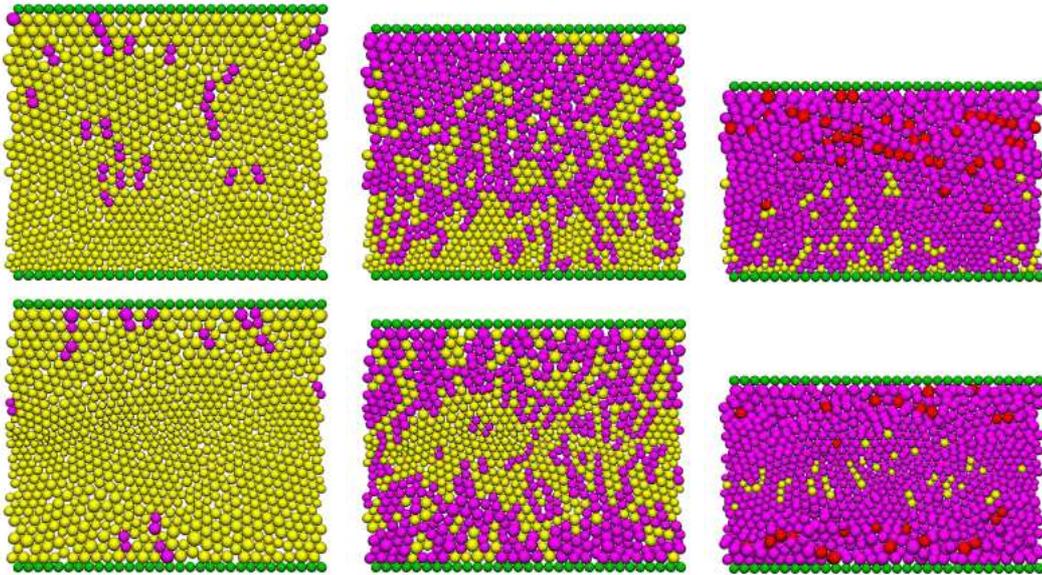


FIG. 4.45 – Champs de déplacement avec une répartition "inverse" de la taille des particules dans le domaine ($\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$)

Si l'on regarde maintenant la réponse contrainte/déformation de ces quatre simulations, on s'aperçoit que leur comportement global est similaire ("FIG. 4.46"). Par conséquent, on peut fortement supposer que les effets de localisation dus à la taille des particules sont principalement liés à la répartition des efforts dans les échantillons, et donc au nombre de coordinations. En effet, si l'on considère pour ces échantillons la force exercée par rapport au nombre de particules en une section, il est normal qu'à propriétés mécaniques identiques, la force par particule soit plus importante si elles sont plus grosses. Toutefois, si l'on se réfère à un échantillon réel

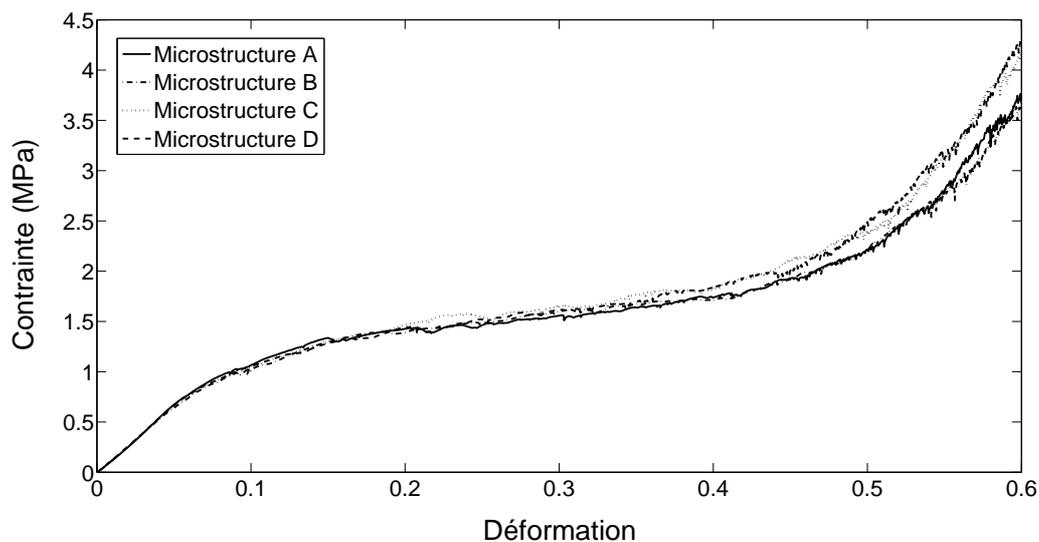


FIG. 4.46 – Réponses contrainte/déformation des échantillons en fonction de l'organisation de la taille des particules, $V = 10 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$

et que sa densité croît en son sein lorsque la taille des particules diminue, il est normal que celles-ci soient plus résistantes. De même, dans le cas où la densité de l'échantillon réel est bien maîtrisée, les grosses particules auront plus de facilité à flamber que les petites.

4.5.4 Modélisation à l'échelle mésoscopique

Après avoir mis en évidence l'influence de la microstructure sur la localisation de la déformation, les mousses de PPE à l'échelle mésoscopique ont été modélisées, c'est à dire à l'échelle des grains. Pour cela, on réalise un échantillon de 50×50 , constitué de 2437 particules représentant un grain et une partie de ces six plus proches voisins. Cet échantillon numérique, visible sur la "FIG. 4.47", représente une mésostructure d'une mousse réelle de PPE de $8 \times 8 \text{ mm}^2$.

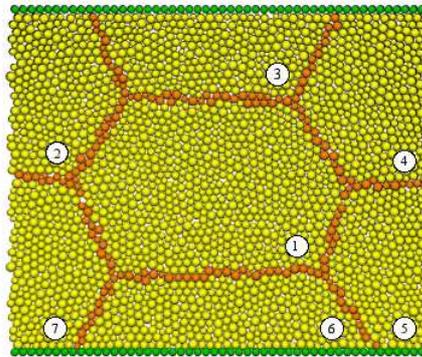


FIG. 4.47 – Échantillon numérique représentant la mésostructure d'une mousse de PPE, un grain et une partie de ces six plus proches voisins (mésostructure A)

On impose sur cet échantillon une vitesse V de compression de 10 mm.min^{-1} , donnant une vitesse sans dimension \bar{V} de $5,75 \cdot 10^{-5}$. Une masse identique est fixée à chacune des particules de l'échantillon de manière à obtenir une densité de 75 kg.m^{-3} par grain. On calcul alors la masse volumique de chacune de ces particules à partir de leur rayon (tous différents) introduisant ainsi une variabilité des propriétés mécaniques des particules dans chacun des grains. Le rapport entre l'épaisseur de la paroi des grains et la taille des cellules de la mousse de PPE (tel que déduit de l'expérience) est difficile à reproduire sans créer un nouveau type d'élément discret ou organiser les particules manuellement. On choisit donc de réduire les propriétés mécaniques des particules formant les parois des grains d'un facteur 10 par rapport aux données choisies au paragraphe 4.4.2. Cette approximation permet de minimiser les effets de la forte épaisseur des parois des grains sur les échantillons numériques. Les observations ainsi que les essais expérimentaux réalisés au chapitre 3 sur les deux structures de mousses différentes ont montré que les déformations générées au cours de la compression se matérialisaient soit par l'effondrement du matériau par bandes, soit de manière plus diffuse en fonction de la géométrie des grains. On peut donc se demander si les parois de ceux-ci ont une influence sur le comportement local et à l'échelle du matériau, ou simplement au travers des dispersions de densités moyennes localisées par grain.

Cinq étapes de la compression de cet échantillon sont représentées sur la "FIG. 4.48" pour $\varepsilon \approx 0,02$; $\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,1$; $\varepsilon \approx 0,16$ et $\varepsilon \approx 0,24$. On remarque que la déformation de l'échantillon est homogène puisque ni la microstructure interne ni la géométrie des grains n'ont de raison de provoquer une localisation des efforts comme le ferait un affaiblissement du domaine. Cependant, on peut noter que la déformation a tendance à débuter préférentiellement près des parois des grains ($\varepsilon \approx 0,02$).

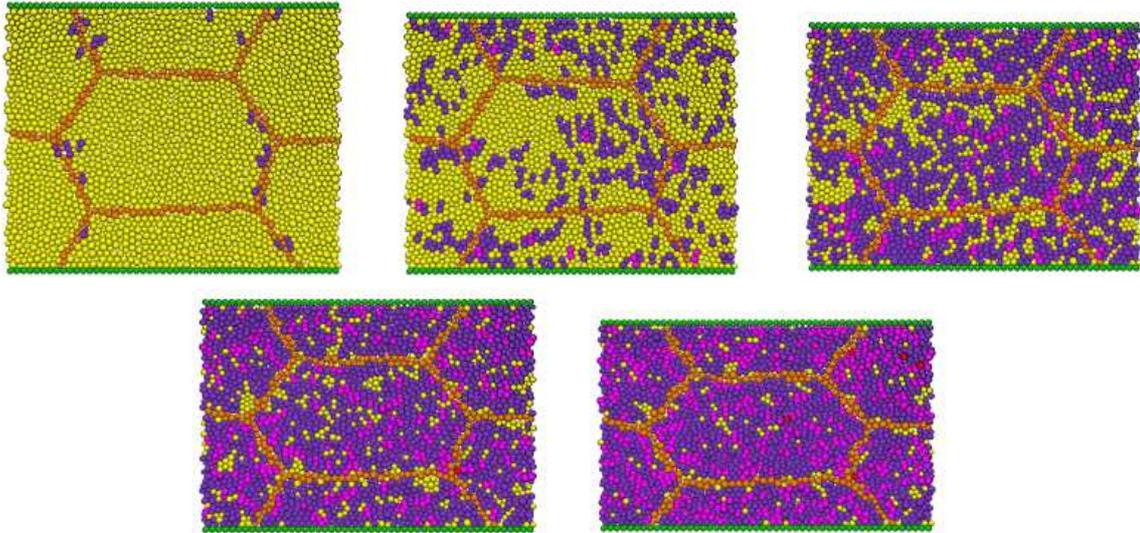


FIG. 4.48 – Champs de déplacement de la structure d'un grain ($\varepsilon \approx 0,02$; $\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,1$; $\varepsilon \approx 0,16$ et $\varepsilon \approx 0,24$)

Comme nous l'avons mentionné plus haut, la mésostructure des mousses de PPE peut introduire des variations de densités localisées par grain. Le grain central de l'échantillon précédent est donc affecté d'une densité plus faible que celle des autres, fixée à 35 kg.m^{-3} , pour étudier l'influence de sa variation sur le comportement de ces voisins ainsi que de sa réponse contrainte/déformation. On modélise également un deuxième échantillon, constitué d'un grain central de densité plus faible que celle des autres mais de géométrie différente. Ce deuxième échantillon est montrée sur la "FIG. 4.49". Il est constitué d'un grain central de

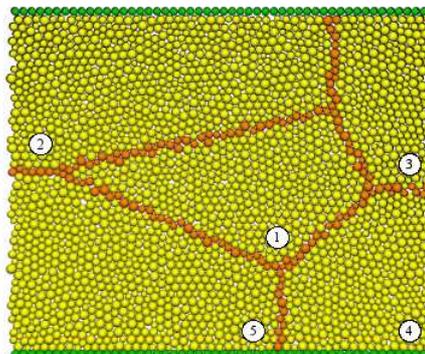


FIG. 4.49 – Échantillon constitué d'un grain central de densité plus faible que celle de ses voisins (mésostructure B)

35 kg.m^{-3} et d'une partie de quatre autres grains de 75 kg.m^{-3} , représentant également une mésostructure de mousse de PPE de $8 \times 8 \text{ mm}^2$.

Dès le début de la compression à $\varepsilon \approx 0,02$ le champ de déformation de ces deux échantillons se comporte de manière similaire ("FIG. 4.50"). Les particules des grains centraux se déforment de manière irréversible, alors que le reste des échantillons demeure quasiment intact. Puis, à $\varepsilon \approx 0,05$ les particules des autres grains commencent à se déformer à leur tour, de manière très localisée de part et d'autre du grain central. L'effet de la faible densité de ces grains centraux peut être comparé à l'influence des défauts introduits dans la microstructure des échantillons de 30×30 testés précédemment (paragraphe 4.5.3.2). Les zones centrales semblent "absorber" les déplacements imposés par les pistons de compression, préservant ainsi les parties supérieures et inférieures de ces grains de toute déformation. Lorsque la compression progresse, à $\varepsilon \approx 0,1$ il semble que la morphologie du premier échantillon confine les déformations au niveau des grains n°2, 7 et 4, 5 tandis que la déformation des particules gagne les parties supérieures et inférieures du deuxième échantillon. En effet, les propriétés mécaniques des parois des grains étant nettement supérieures à celles de particules, ces parois délimitent les zones de déformation, comme c'est le cas par exemple du grain n°3 du deuxième échantillon.

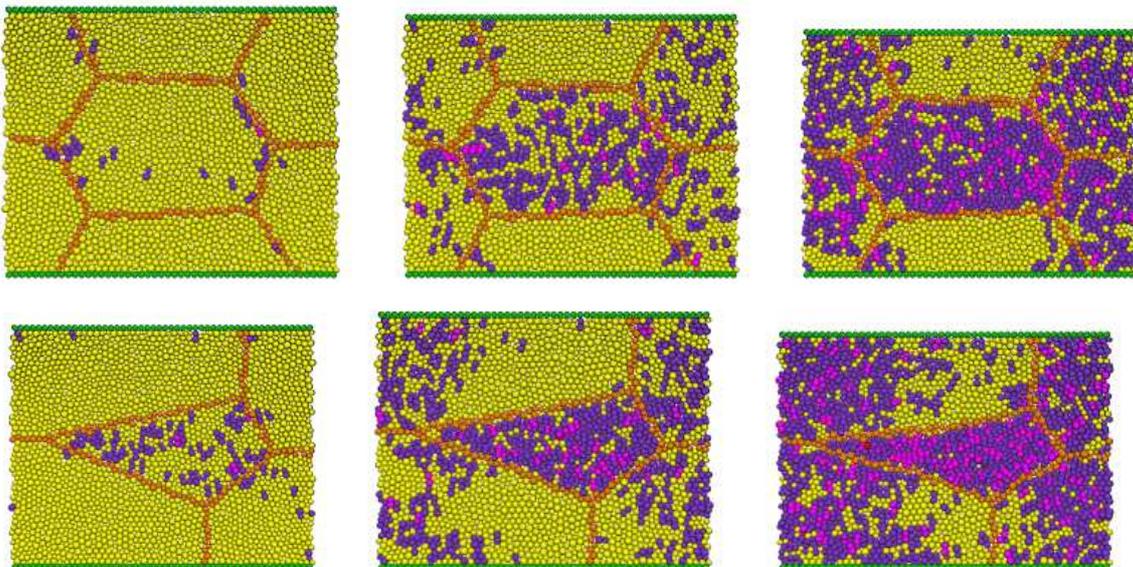


FIG. 4.50 – Champ de déplacements des mésostructures A et B avec une densité des grains centraux plus faible que les autres ($\varepsilon \approx 0,02$; $\varepsilon \approx 0,05$ et $\varepsilon \approx 0,1$)

Ce phénomène de localisation se poursuit durant toute la suite de la compression ("FIG. 4.51") et montre pour le deuxième échantillon à $\varepsilon \approx 0,24$ que la déformation plastique des particules a gagné tout le domaine alors que des zones du premier échantillon semblent encore intactes.

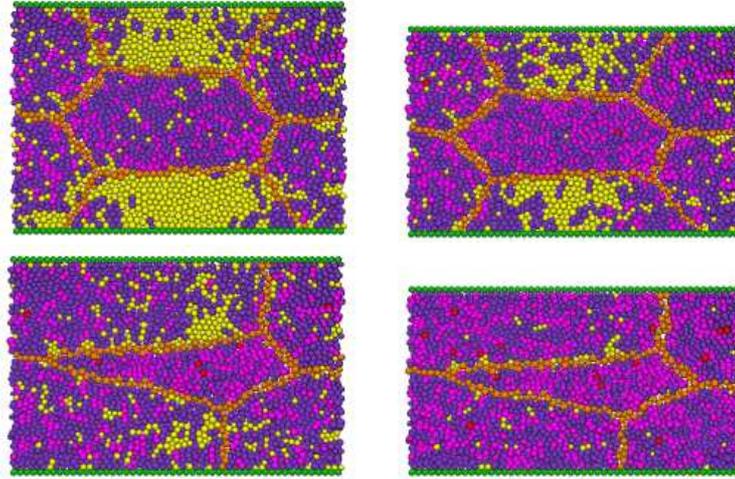


FIG. 4.51 – Champ de déplacements des mésostructures A et B avec une densité des grains centraux plus faible que les autres ($\varepsilon \approx 0,16$ et $\varepsilon \approx 0,24$)

La réponse contrainte/déformation de ces trois essais montre que la faible densité des grains centraux affecte nettement le comportement global des échantillons ("FIG. 4.52"). Si l'on compare la réponse des deux mésostructures A, on s'aperçoit que la densité du grain central abaisse énormément la contrainte plateau. On constate également que la résistance à la compression de la mésostructure B est plus élevée que celle de mésostructure A (de densité de grain intérieur $\bar{\rho} = 35 \text{ kg.m}^{-3}$), malgré des densités moyennes respectives de 65 et 69 kg.m^{-3} . Ceci montre donc que la géométrie des parois des grains a non seulement une influence sur le comportement local des échantillons mais aussi sur leurs réponses globales.

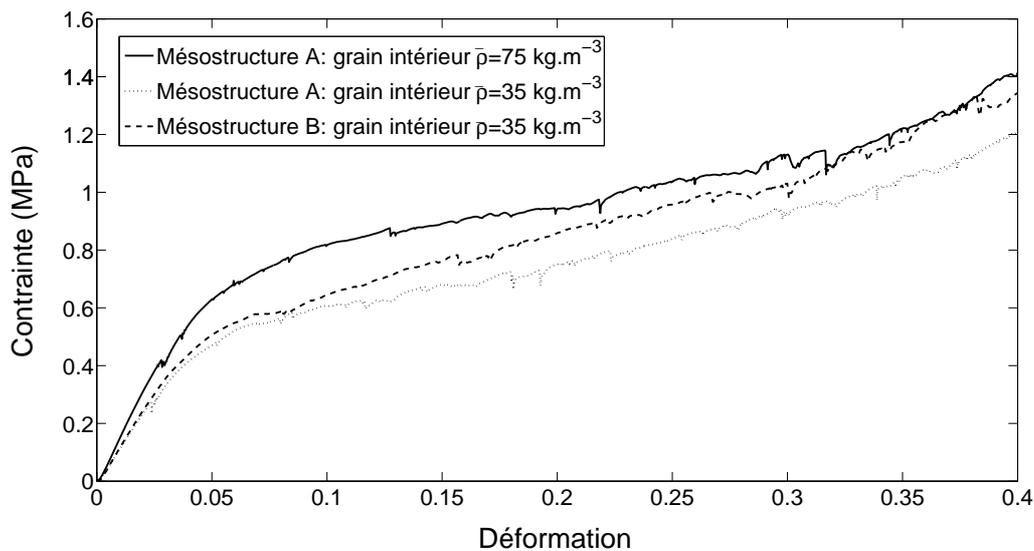


FIG. 4.52 – Réponses contrainte/déformation des mésostructures A et B en fonction des densités des grains, $V = 10 \text{ mm.min}^{-1}$

4.5.5 Modélisation à l'échelle macroscopique

On modélise maintenant la structure entière d'un échantillon ayant servi à la campagne expérimentale menée au chapitre 3. Pour représenter cette structure, constituée de 80 grains de $24 \times 24 \text{ mm}^2$, on réalise un assemblage de 22328 particules. Cet échantillon est représenté sur la "FIG. 4.53".

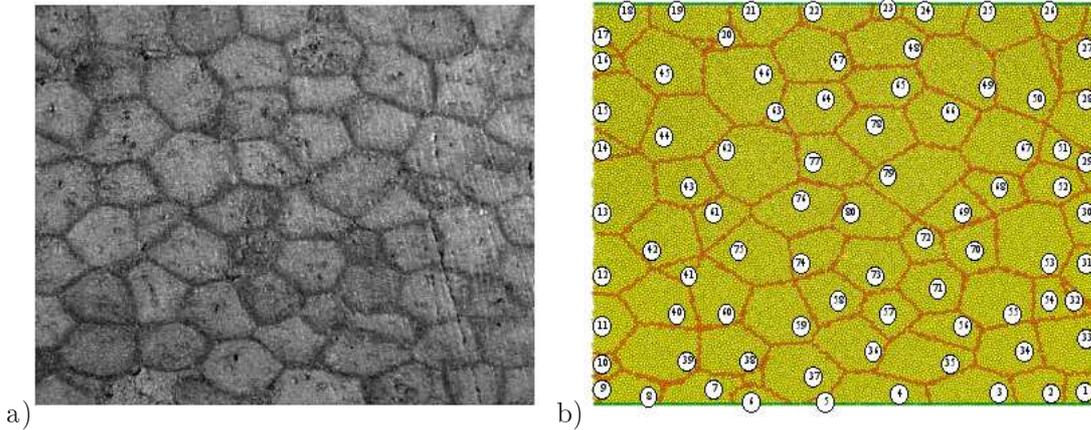


FIG. 4.53 – Structure d'un échantillon constitué de 80 grains : a) photographie, b) échantillon numérique réalisé à partir de 22328 particules

A partir de cette structure on réalise deux échantillons de densité moyenne de 75 kg.m^{-3} :

- le premier avec une densité identique à tous les grains de 75 kg.m^{-3} ;
- le deuxième avec une distribution gaussienne de la densité des grains d'espérance $m = 75$ et d'écart type $Ec = 10$. Cette distribution est présentée sur la "FIG. 4.54" avec les numéros des grains correspondant à ceux notés sur la "FIG. 4.53".

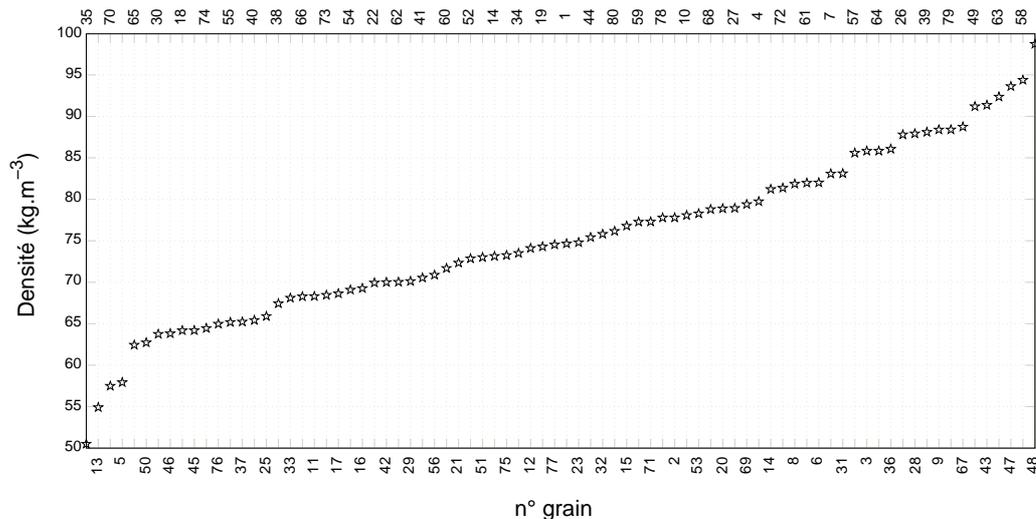


FIG. 4.54 – Fonction de répartition de la densité des grains

Les résultats de ces simulations pour $\varepsilon \approx 0,02$ et $\varepsilon \approx 0,05$ sont présentés sur la "FIG. 4.55". Au début de la compression, à $\varepsilon \approx 0,02$, le comportement de ces deux échantillons est similaire. Les premières cellules les plus endommagées se situent près des parois des grains. Puis, lorsque la compression progresse, à $\varepsilon \approx 0,05$ la déformation de l'échantillon réalisé à partir d'une distribution de densité de grains aléatoire, se localise au niveau des grains les moins denses. Au contraire, les cellules des grains les plus denses (tels que les grains n° 3 ; 31 ; 48 ; 49 ; 57 ; 58 ; 59 ; 67 et 79) sont quasiment intactes. L'échantillon formé à partir de grains de densité identique se déforme, quant à lui, de manière très homogène.

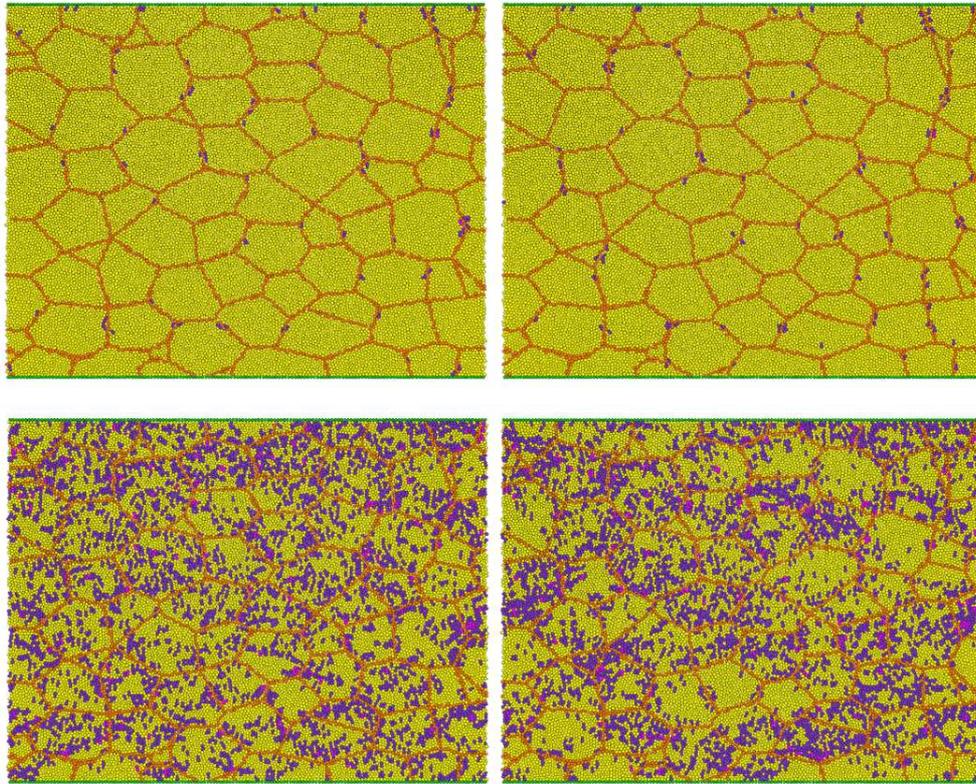


FIG. 4.55 – Champ de déplacements des échantillons de densité de grains identiques et de distribution gaussienne ($\varepsilon \approx 0,02$ et $\varepsilon \approx 0,05$)

Lors de la phase de comportement plateau, la localisation de la déformation au niveau des grains les plus faibles s'accroît ($\varepsilon \approx 0,1$) et ne semble pas provoquer de bande de localisation (perpendiculaire à la direction de chargement) pouvant mener à un affaiblissement de la structure. Au contraire, la déformation tend à s'uniformiser, comme le montrent les résultats des ces simulations à $\varepsilon \approx 0,16$ ("FIG. 4.56").

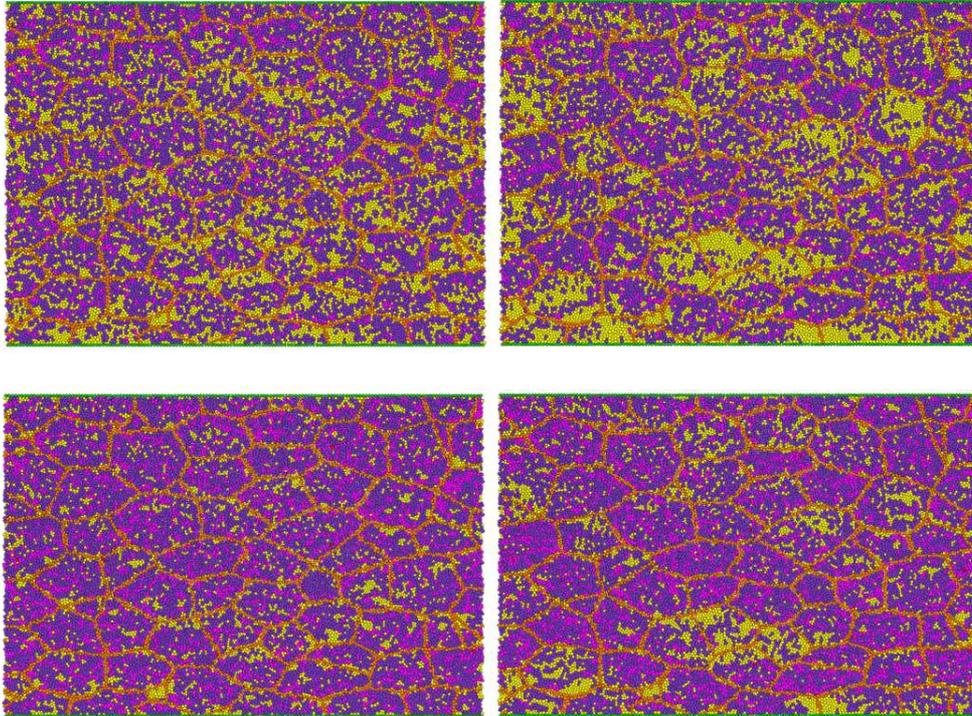


FIG. 4.56 – Champ de déplacements des échantillons de densité de grains identiques et de distribution gaussienne ($\varepsilon \approx 0,1$ et $\varepsilon \approx 0,16$)

La réponse contrainte/déformation de ces deux simulations est conforme au comportement macroscopique identifié expérimentalement sous chargement quasi-statique. Cependant, ces réponses ne présentent aucune sensibilité à la dispersion de la densité des grains comme le montre la "FIG. 4.57". Ces simulations laissent donc supposer qu'il est possible de modéliser

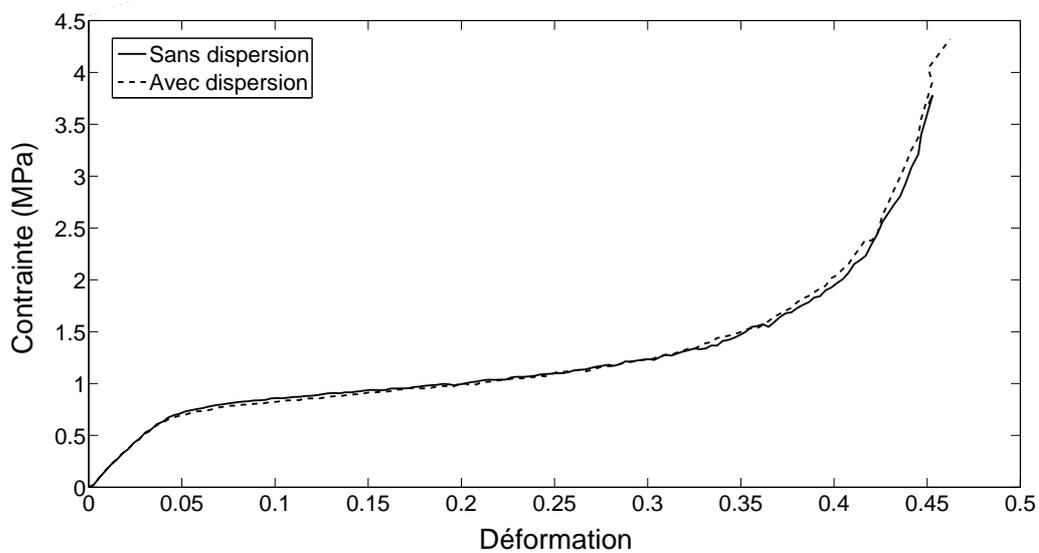


FIG. 4.57 – Comportement contrainte/déformation des échantillons de densité de grains identiques et de densité de grains aléatoire, $V = 10 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$

le comportement de ces matériaux à double échelle en formulant qu'à l'échelle macroscopique les grains de la mousse se comportent comme des cellules à l'échelle mésoscopique.

Ces résultats montrent que l'utilisation d'éléments identiques pour modéliser le comportement des cellules et des parois des grains ne permet pas de représenter suffisamment finement les mécanismes de déformation de ces dernières. Une solution serait de modéliser ces parois à l'aide de particules beaucoup plus petites. Cependant, l'utilisation de deux type d'éléments risquerait d'être fastidieuse car pour reproduire la structure des ces mousses, il serait alors nécessaire de les organiser de manière minutieuse, ce qui diminuerait d'autant l'intérêt de cette approche. Une solution plus intéressante serait de coupler cette méthode discrète à la modélisation par éléments finis, et permettrait par exemple de mailler la mésostructure réelle d'une mousse (à partir d'analyses par microphotographie) et de modéliser l'intérieur des grains par des éléments discrets.

4.5.6 Perspectives : effets d'inertie sous sollicitations dynamiques

Lorsque l'on augmente la vitesse de sollicitation d'un matériau, son comportement change comme cela a été montré au chapitre 3. Les facteurs responsables de ces changements sont à la fois dus aux effets de viscoélasticité inhérent au matériau constitutif des mousses mais également aux effets d'inerties structurelles et le gaz piégé dans les cellules [Bouix et al., 2007]. Dès lors, si l'on veut considérer, d'une part ces effets d'inertie sur les mécanismes de déformation des cellules et des grains et d'autre part la proportion de gaz contribuant au durcissement dynamique du comportement de ces mousses, il est indispensable de considérer ces matériaux comme des structures formées d'une architecture complexe, tels des milieux poreux. La modélisation de l'augmentation de la pression interne aux cellules – contribuant aux renforcement de leurs parois – rentre alors dans le cadre d'écoulement microfluidique où l'équilibre des pressions entre les cellules menant à leur déchirement est à considérer. La notion de VER n'est alors plus suffisante pour représenter ces matériaux car les effets de bords lié à la taille et à la géométrie de ces structures deviennent très importantes.

Sans modifier le code numérique ni le modèle de comportement réalisé, on effectue des simulations de compression dynamique pour mettre en évidence les effets d'inertie sur les champs de déformation locaux et la réponse globale contrainte/déformation des échantillons. Ces simulations sont réalisées à des vitesses de compression de 1 m.s^{-1} sur trois des échantillons testés au paragraphe 4.5.3 : défaut B, distribution 3 et gradient de taille des particules organisés dans le sens décroissant. Pour ces simulations, une densité de 110 kg.m^{-3} par particule est fixée pour tous les échantillons. Leur dispersion géométrique permet ainsi d'obtenir des masses de particules toutes différentes. Afin de prendre en compte également l'effet des propriétés mécaniques des particules sur ces simulations, on ne considère plus le paramètre ϕ , constant, mais dépendant de la taille des cellules comme il est défini initialement (équation 4.12). De même, l'épaisseur des arêtes et des faces des cellules sont définies de manière aléatoire à partir des valeurs moyennes utilisées précédemment (4.4.2).

La visualisation de ces résultats pour $\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$ montre pour chacune de ces simulations une très forte localisation des déformations près du piston de compression

("FIG. 4.58"). On constate également que l'impact créé lors des compressions génère une forte onde de contrainte qui se propage dans les échantillons ainsi que d'un durcissement de la réponse contrainte/déformation de ces simulations ("FIG. 4.59").

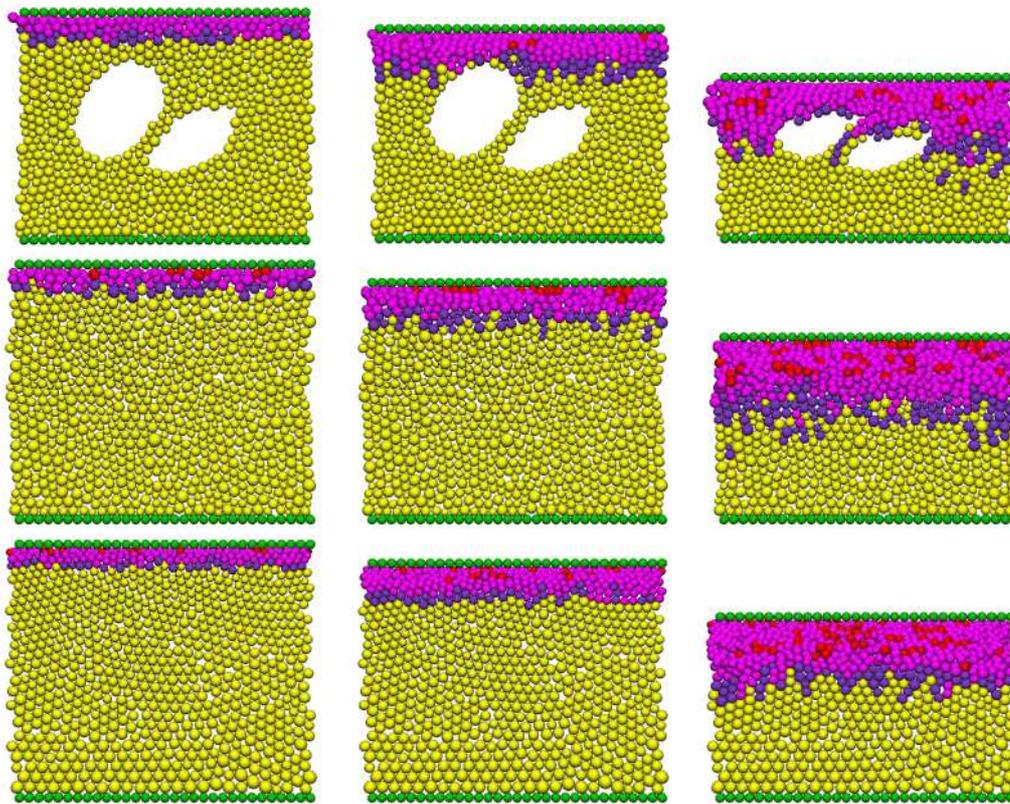


FIG. 4.58 – Champ de déplacements des échantillons : de défaut B, de distribution 3 et de gradient de taille de particules pour une sollicitation à $V = 1 \text{ m.s}^{-1}$ ($\varepsilon \approx 0,05$; $\varepsilon \approx 0,12$ et $\varepsilon \approx 0,32$)

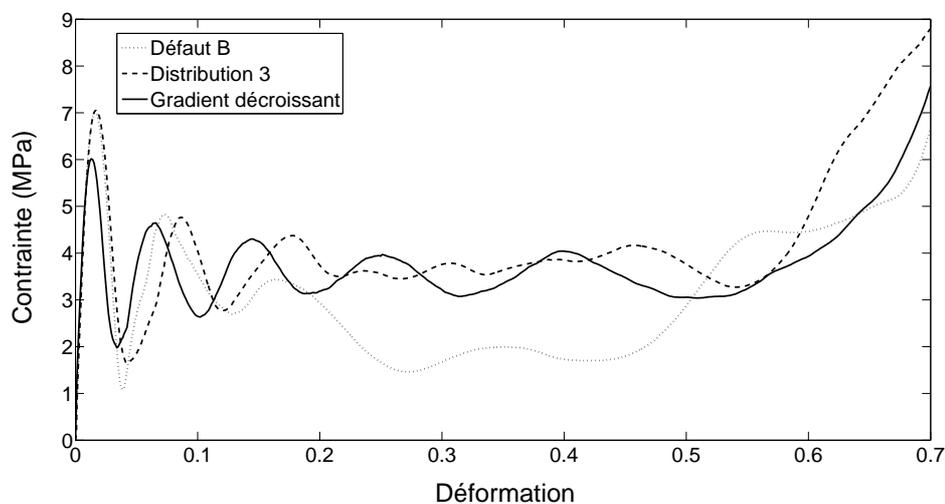


FIG. 4.59 – Réponses contrainte/déformation à une sollicitation de 1 m.s^{-1} des échantillons : de défaut B, de distribution 3 et de gradient de taille de particules

4.6 Conclusion

Ce dernier chapitre a montré que la modélisation par la méthode aux éléments discrets de matériaux cellulaires est une voie très prometteuse. En effet, rendre compte d'un comportement mécanique global d'un matériau par une description à l'échelle locale d'un ensemble d'entités discrètes permet de représenter qualitativement divers mécanismes de déformation de ces matériaux observés lors de la campagne expérimentale du chapitre 3. Le modèle de comportement micro-mécanique décrivant les mécanismes de déformation des cellules de la mousse a permis de gérer la cinétique des particules du code numérique au travers des équations de la dynamique.

Les premiers résultats de l'application de cette méthode ont permis de mettre en évidence l'influence de la microstructure de ces matériaux sur leur comportement en statique. L'organisation aléatoire des cellules dans la structure de celui-ci permet de limiter les effets de localisation de la déformation. Au contraire, des organisations plus régulières, en fonction de la taille des particules ou encore des défauts à l'échelle des cellules ou des grains, peuvent provoquer de fortes concentrations d'efforts et de déformations.

Les essais à vitesses de sollicitations dynamiques laissent entrevoir de bonnes perspectives dans la compréhension des phénomènes responsables de l'augmentation de la résistance de ces matériaux. Toutefois, des travaux complémentaires sont encore nécessaires pour reproduire qualitativement ces essais quasi-statique et dynamique afin de dimensionner des structures constituées de mousses. L'enrichissement des lois de comportement des contacts entre les particules est nécessaire pour prendre en compte, par exemple, la distribution du gaz de cellules en cellules jusqu'à son échappement ou encore de considérer la vitesse de déformation locale des particules en contact pour en déduire leurs propriétés mécaniques.

Bien entendu, ces simulations sont encore à l'état bi-dimensionnel et seraient encore plus pertinentes en introduisant une troisième dimension. Cependant, cette première étape a tout de même permis de valider la méthode et sa faisabilité.

Conclusion

La démarche développée ici pour caractériser le comportement mécanique des matériaux cellulaires à la compression s'articule en deux points majeurs. Tout d'abord, une étude expérimentale de ces matériaux à l'échelle macroscopique puis, une modélisation par éléments discrets de leur comportement en considérant leur structure à l'échelle microscopique.

Les essais de compressions réalisés sur divers matériaux cellulaires montrent que quel que soit leur type : naturel, polymérique ou métallique, leur comportement contrainte/déformation peut être caractérisé par trois phases, comme le décrit la bibliographie (élastique, plateau et densification). Ces essais montrent également que la réponse de ces matériaux dépend naturellement du solide qui les constitue mais également de la structure que forme celui-ci. Cette dernière peut être simple et régulière telle que celle de nids d'abeille ou alors plus complexe comme celle des mousses de polypropylène expansées (PPE) avec deux échelles distinctes : celle des grains et celle des cellules.

Pour reproduire les conditions de chargement par impact que peuvent subir ces matériaux, des barres d'Hopkinson ont été réalisées. Celles-ci sont viscoélastiques de manière à être adaptée à la faible impédance mécanique des mousses et assurer ainsi une mesure optimale des ondes dans la barre de sortie. Les dispersions acoustique et géométrique et l'atténuation des ondes lors de leur propagation ont été mesurées expérimentalement et prise en compte lors du traitement des résultats par la méthode du quadripôles. Les résultats obtenus avec ces barres à des vitesses de déformation moyennes de $\approx 1500 \text{ s}^{-1}$ ont montré qu'il était difficile d'obtenir des conditions de chargement permettant de caractériser légitimement le début du comportement de ces mousses par des courbes contrainte/déformation moyennes pour des densités inférieures à 76 kg.m^{-3} . Les courbes contrainte/déformation jusqu'à la phase plateau pour ces faibles densités sont donc données qu'à titre informatif. Pour des vitesses de chargement moindres, une roue à grande inertie a été employée ainsi qu'une presse électro-mécanique. Ces dispositifs ont permis de mettre en évidence la sensibilité de ces mousses à la vitesse de déformation, de $0,01$ à 1500 s^{-1} , faisant ressortir un effet de durcissement dynamique. Deux causes principales ont été identifiées comme responsable de ce durcissement dynamique :

- la première, due aux effets de micro-inertie auxquels les mécanismes de déformation de cellules sont sujet. Ces effets ont été mis en évidence grâce aux différentes densités d'échantillons testés. En effet, les échantillons de 150 kg.m^{-3} se sont révélés beaucoup plus sensible à la vitesse de déformation que les autres et notamment que ceux de 110 kg.m^{-3} , car l'augmentation de la densité s'est traduite par des parois de cellules

plus épaisses pour une même taille de cellules.

- la deuxième, due au gaz piégé dans les cellules fermées de la mousse. Ces effets ont été mis en évidence en visualisant l'échappement de l'air hors des cellules de la mousse. Lors d'essais dynamiques le gaz n'a pas le temps de s'échapper alors que celui-ci sort librement dès le début de la compression sous chargements quasi-statiques.

L'observation par microscopie électronique à balayage de deux mousses de polypropylène différentes, avant et après impact, a montré que leurs mécanismes de déformations ne se traduisaient pas de la même manière selon leur microstructure. Ceux-ci peuvent soit être totalement indépendants de la structure des grains et provoquer une forte localisation de la déformation par bande ou être alors fortement liés à leur géométrie entraînant une déformation localisée par grain. Une modélisation par éléments discrets a donc été développée dans le but d'identifier plus précisément le rôle de la microstructure sur le comportement du matériau à l'échelle locale mais également sur son comportement macroscopique global.

Un modèle micro-mécanique basé sur l'observation des mécanismes de déformation des cellules de la mousse a permis de lier les grandeurs mécaniques du matériau constitutif au comportement mécanique des cellules. Ainsi, pour reproduire le comportement à la compression de la mousse au niveau des cellules, ce modèle a été intégré à chaque particule du code "éléments discrets". L'influence de la taille des cellules, leur organisation ainsi que l'introduction de défauts ont pu être étudiées en contrôlant chaque propriété des cellules.

Les premiers résultats ont mis en évidence que l'organisation microstructurale, naturellement aléatoire des mousses de PPE permet de limiter les effets de localisation des déformations par des distributions homogènes de forces entre les cellules. Au contraire, la présence de défauts ou de zones de taille de cellules plus importantes, provoque une forte localisation de la déformation locale des cellules. Ces simulations mettent donc en évidence que si l'on considère les mousses à l'échelle de leurs cellules, les échantillons constituent alors des structures dans lesquelles la localisation des déformations est provoquée par l'organisation des chemins de chargement entre les cellules.

En terme de perspectives, il serait intéressant de quantifier précisément la quantité de gaz qui contribue au durcissement des mousses lors des sollicitations dynamiques ou encore de caractériser expérimentalement la réponse d'une cellule à la compression pour optimiser la loi de comportement micromécanique. D'un point de vue numérique de nombreuses améliorations pourraient être appliquées pour optimiser les simulations. On pourrait par exemple imaginer intégrer les effets du gaz dans les cellules en modélisant la circulation de celui-ci de cellule en cellule jusqu'à son échappement hors de la structure, ou encore prendre en compte les effets de localisation de la déformation et donc la vitesse de déformation locale au niveau des cellules pour adapter leurs propriétés mécaniques. Toutefois, cette modélisation par éléments discrets montre l'intérêt d'effectuer des études paramétriques pour évaluer les réponses mécaniques de ces structures sous d'autres conditions de chargements ou d'arrangements des cellules et offre ainsi une première aide à la conception de nouveaux matériaux cellulaires.

Bibliographie

- [Avalle et al., 2007] Avalle, M., Belingardi, G., and Ibba, A. (2007). Mechanical models of cellular solids : Parameters identification from experimental tests. *International Journal of Impact Engineering*, 34 :3–27.
- [Avalle et al., 2001] Avalle, M., Belingardi, G., and Montanini, R. (2001). Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram. *International Journal of Impact Engineering*, 25 :455–472.
- [Bacon, 1998] Bacon, C. (1998). An experimental method for considering dispersion and attenuation in a viscoelastic Hopkinson bar. *Experimental Mechanics*, 38(4) :242–249.
- [Bacon, 2000] Bacon, C. (2000). Methodology for a Hopkinson test with a non-uniform viscoelastic bar. *International Journal of Impact Engineering*, 24 :219–230.
- [Bacon and Lataillade, 2001] Bacon, C. and Lataillade, J.-L. (2001). Development of the Kolsky-Hopkinson techniques and application for non-conventional testing. In NOWACKI, W. and KLEPACZKO, J., editors, *New experimental methods in materials dynamics and impact*, chapter 1, pages 1–58. Institute of Fundamental Technological Research Polish Academy of Sciences - Centre of Excellence for Advanced Materials and Structures.
- [Bouix et al., 2007] Bouix, R., Viot, P., and Lataillade, J.-L. (2007). Polypropylene foam behaviour under dynamic loadings : strain rate, density and microstructure effects. *International Journal of Impact Engineering*, doi : 10.1016/j.ijimpeng.2007.11.007.
- [Bussac et al., 2007] Bussac, M., Colleta, P., Garyb, G., Lundberg, B., and Mousavic, S. (2007). Viscoelastic impact between a cylindrical striker and a long cylindrical bar. *International Journal of Impact Engineering*, doi :10.1016/j.ijimpeng.2007.02.003.
- [Camborde et al., 2000] Camborde, F., Mariotti, C., and F.V., D. (2000). Numerical study of rock and concrete behaviour by discrete element modelling. *Computer and Geotechnics*, 27 :225–247.
- [Casem et al., 2003] Casem, D., Fourney, W., and Chang, P. (2003). A polymeric Split Hopkinson Pressure Bar instrumented with velocity gages. *Experimental Mechanics*, 43(4) :420–427.
- [Chang et al., 2000] Chang, C., Chang, L., Chang, G., Huang, S., and Wang, C. (2000). Head injury in facial impact—a finite element analysis of helmet chin bar performance. *Journal of Biomechanical Engineering*, 122(6) :640–646.
- [Chen et al., 2002] Chen, W., Lu, F., Frew, D., and Forrestal, M. (2002). Dynamic compression testing of soft materials. *Journal of Applied Mechanics*, 69(3) :214–223.

- [Chen et al., 1999] Chen, W., Zhang, B., and Forrestal, M. (1999). A Split Hopkinson Bar technique for low-impedance materials. *Experimental Mechanics*, 39(2) :81–85.
- [Chree, 1889] Chree, C. (1889). The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 14 :250.
- [Constantinides et al., 2008] Constantinides, G., Tweedie, C., Holbrook, D., Barragan, P., Smith, J., and Van Vliet, K. (2008). Quantifying deformation and energy dissipation of polymeric surfaces under localized impact. *Materials Science and Engineering A*, page doi :10.1016/j.msea.2007.12.044.
- [Cundall, 1987] Cundall, P. (1987). Distinct Element Modes of Rock and Soil Structures. *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*, pages 129–163.
- [Davies and Hunter, 1963] Davies, E. and Hunter, S. (1963). The dynamic compression testing of solids by the method of the Split Hopkinson Pressure Bar. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(3) :155–179.
- [Davies, 1948] Davies, R. (1948). A critical study of the Hopkinson pressure bar. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 240(821) :375–457.
- [Delaet, 1995] Delaet, M. (1995). *Thèse : Influences des vitesses de chargement et de la température sur l'endommagement et la résistance de composites croisés verre/expoxyde*. N° ordre : 1995-6, Université de Bordeaux 1.
- [Dioh et al., 1995] Dioh, N., Ivankovic, A., Leever, P., and Williams, J. (1995). Stress wave propagation effects in Split Hopkinson Pressure Bar tests. *Proceedings of the Royal Society of London*, A449 :187–204.
- [Dioh et al., 1993] Dioh, N., Leever, P., and Williams, J. (1993). Thickness effects in Split Hopkinson Pressure Bar tests. *Polymer*, 34(20) :4230–4234.
- [Field et al., 2004] Field, J., Walley, S., Proud, W., Goldrein, H., and Siviour, C. (2004). Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies. *International Journal of Impact Engineering*, 30 :725–775.
- [Fillot et al., 2007] Fillot, N., Iordanoff, I., and Berthier, Y. (2007). Modelling third body flows with a discrete element method - a tool for understanding wear with adhesive particles. *Tribology International*, 40 :973–981.
- [Forsyth et al., 2002] Forsyth, A., Hutton, S., and Rhodes, M. (2002). Effect of cohesive interparticle force on the flow characteristics of granular material. *Powder Technology*, 12 :150–154.
- [Frew et al., 2002] Frew, D., Forrestal, M., and Chen, W. (2002). Pulse shaping techniques for testing brittle materials with Split Hopkinson Pressure Bar. *Experimental Mechanics*, 42(1) :93–106.
- [Froustey et al., 2007] Froustey, C., Lambert, M., Charles, J., and Lataillade, J.-L. (2007). Design of an Impact Loading Machine Based on a Flywheel Device : Application to the

- Fatigue Resistance of the High Rate Pre-straining Sensitivity of Aluminium Alloys. *Experimental Mechanics*. Available on line - DOI : 10.1007/s11340-007-9082-4.
- [Gent and Thomas, 1959] Gent, A. and Thomas, A. (1959). The deformation of foamed elastic materials. *Journal of Applied Polymer Science*, 1(1) :107–113.
- [Gibson and Ashby, 2001] Gibson, L. and Ashby, M. (2001). *Cellular solids : Structure and properties*. Cambridge University press, 2nd edition.
- [Gray, 2000] Gray, G. I. (2000). Split Hopkinson Pressure Bar testing of soft materials. *ASM Handbook, Mechanical Testing and Evaluation, ASM Int*, 8 :488–496.
- [Harrigan et al., 1999] Harrigan, J., Reid, S., and Peng, C. (1999). Inertia effects in impact energy absorbing materials and structures. *International Journal of Impact Engineering*, 22 :955–979.
- [Hentz et al., 2004] Hentz, S., Donzé, F., and Daudeville, L. (2004). Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computer and Structures*, 82 :2509–2524.
- [Hopkinson, 1914] Hopkinson, B. (1914). A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A213 :437–456.
- [Ibouchichene, 2004] Ibouchichene, A. (2004). *Thèse : Contribution à la caractérisation rhéologique du PMMA - CHOC - Effets des vitesses de chargement et de la température sur la résistance mécanique en traction*. N° ordre : 2004009, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - Centre de Bordeaux.
- [Iordanoff, 2004] Iordanoff, I. (2004). *Modélisation du Comportement Tribologique des 3e Corps Solides et Gazeux, Application à l'analyse de l'usure et à l'étude des paliers aérodynamiques à feuilles*. Habilitation, n° ordre : 2004009, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et l'Université Claude Bernard LYON 1.
- [Iordanoff et al., 2005] Iordanoff, I., Fillot, N., and Berthier, Y. (2005). Numerical study of a thin layer of cohesive particles under plane shearing. *Powder Technology*, 159 :46–54.
- [Iordanoff and Khonsari, 2004] Iordanoff, I. and Khonsari, M. (2004). Granular lubrication : Toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime. *Journal of Tribology*, 126 :137–145.
- [Iordanoff et al., 2002] Iordanoff, I., Seve, B., and Berthier, Y. (2002). Solid third body analysis using a discrete approach : Influence of adhesion and particle size on the macroscopic behavior of the contact. *ASME Journal of Tribology, Best Paper Award*, 124 :530–546.
- [Iwashita and Oda, 2003] Iwashita, K. and Oda, M. (2003). *Numerical simulation of granular materials flow in silo by modified distinct element method*. In *Numerical Modeling in Micromechanics Via Particle Methods*. Balkema, h. konietzky edition.
- [Kerlea and Wyk de Vries, 2001] Kerlea, N. and Wyk de Vries, B. (2001). The 1998 debris avalanche at casita volcano, nicaragua - investigation of structural deformation as the cause of slope instability using remote sensing. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 105 :49–63.

- [Kolsky, 1949] Kolsky, H. (1949). An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. *Proceedings of the Physical Society of London*, B62 :676–700.
- [Kruggel-Emden et al., 2008] Kruggel-Emden, H., Sturm, M., Wirtz, S., and Scherer, V. (2008). Selection of an appropriate time integration scheme for the discrete element method (DEM). *Computers and Chemical Engineering*, page doi :10.1016/j.compchemeng.2007.11.002.
- [Kumar et al., 2004] Kumar, A., Mies, L., and Pengjun, Z. (2004). Design of an impact striker for a Split Hopkinson Pressure Bar. *Journal of The Institution of Engineers*, 44(1) :119–130.
- [Lambert et al., 2003] Lambert, M., Froustey, C., Charles, J.-L., and Lataillade, J.-L. (2003). High strain rate testing of aluminium alloy and high speed photography. *Journal de Physique IV*, 110 :543–549.
- [Lataillade, 2006] Lataillade, J.-L. (2006). "Dynamic Tests". In FRANCOIS, E. D., editor, *Structural components*, Mechanicals tests and behaviour laws, chapter 9. A. HERMES SCIENCE and LAVOISIER Company Publishers. ISBN 1905209185.
- [Lataillade et al., 1995] Lataillade, J.-L., Delaet, M., Collombet, F., and Wolff, C. (1995). Effects of the intralaminar shear loading rate on the damage of multi-ply composites. *International Journal of Impact Engineering*, 18(6) :679–699.
- [Lataillade and Pouyet, 1982] Lataillade, J.-L. and Pouyet, J. (1982). Rheological properties of high polymers at high rates of strain. *Rheologica Acta*, 21(4-5) :431–434.
- [Liu et al., 2003] Liu, D., Chang, C., Fan, C., and Hsu, S. (2003). Influence of environmental factors on energy absorption degradation of polystyrene foam in protective helmets. *Engineering Failure Analysis*, 10 :581–591.
- [Lopatnikov et al., 2007] Lopatnikov, S., Gama, B., and Gillespie, J. (2007). Modeling the progressive collapse behaviour of metal foams. *International Journal of Impact Engineering*, 34 :587–595.
- [Lopez, 1992] Lopez, J. (Juin 1992). Conception et réalisation d'une machine à choc pour l'étude de la déchirure à grande vitesse de tôles composites. *Mémoire ingénieur CNAM*. N° d'ordre : 249.
- [Lundberg and Blanc, 1988] Lundberg, B. and Blanc, R. (1988). Determination of mechanical material properties from tow-point response of an impacted linearly viscoelastic rod specimen. *J. of Sound and Vibration*, 126(1) :97–108.
- [Merle and Zhao, 2006] Merle, R. and Zhao, H. (2006). On the errors associated with the use of large diameter SHPB, correction for radially non-uniform distribution of stress and particle velocity in SHPB testing. *International Journal of Impact Engineering*, 32(12) :1964–1980.
- [Mills et al., 2003] Mills, N., Fitzgerald, C., Gilchrist, A., and Verdejo, R. (2003). Polymer foams for personal protection : cushions, shoes and helmets. *Composite Science and Technology*, 63 :2389–2400.
- [Mills and Lyn, 2002] Mills, N. and Lyn, G. (2002). Modelling of air flow in impacted polyurethane foam. *Cellular Polymers*, 21(5) :343–367.

- [Mills and Zhu, 1999] Mills, N. and Zhu, H. (1999). The high strain compression of closed-cell foams. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47 :669–695.
- [Pochhammer, 1876] Pochhammer, L. (1876). On the propagation velocities of small oscillations in an unimitted isotropic circular cylinder. *J. die Reine Angew. Math.*, 81 :324–336.
- [Rajan et al., 2004] Rajan, G., Vu, Y., Mark, J., and Myers, C. (2004). Thermal and mechanical properties of polypropylene in the thermoplastic elastomeric state. *European Polymer Journal*, 40 :63–71.
- [Ramsteiner et al., 2001] Ramsteiner, F., Fell, N., and Forester, S. (2001). Testing the deformation behaviour of polymer foams. *Polymer Testing*, 20 :661–670.
- [Rehkopf et al., 1996] Rehkopf, J., Brodland, G., and McNeice, G. (1996). Experimentally separating fluid and matrix contributions to polymeric foam behaviour. *Experimental Mechanics*, 36(1) :1–6.
- [Rodriguez-Pérez et al., 2005] Rodriguez-Pérez, M., Campo-Arnaiz, R., Aroca, R., and Saja, J. (2005). Characterisation of the matrix polymer morphology of polyolefins foams by Raman spectroscopy. *Polymer*, 46 :12093–12102.
- [Rota, 1997] Rota, L. (1997). *Thèse : Application de Méthodes Inverses au Dépouillement de l'Essai aux Barres de Hopkinson*. N° ordre : 1997 epxx 0007, Ecole Polytechnique.
- [Sawas et al., 1998] Sawas, O., Brar, N., and Brockman, R. (1998). Dynamic characterization of compliant materials using an all-polymeric Split Hopkinson Bar. *Experimental Mechanics*, 38(3) :204–210.
- [Sergiy et al., 2006] Sergiy, A., Manoj, K., Jurgen, T., Stefan, H., and Lothar, M. (2006). Impact breakage of spherical granules : Experimental study and DEM simulation. *Chemical Engineering and Processing*, 45 :838–856.
- [Skrinjar and Larsson, 2004] Skrinjar, O. and Larsson, P. (2004). On discrete element modelling of the compaction of powders with size ratio. *Computational Materials Science*, 31 :131–146.
- [Suffis, 2006] Suffis, B. (2006). Protection chocs avec la mousse polypropylène expansé. Colloque : Sécurité dans le Transport -LAMEFIP-Bordeaux, Septembre 2006.
- [Thornton et al., 1996] Thornton, C., Yin, K., and Adams, M. (1996). Numerical simulation of the impact fracture and fragmentation of agglomerates. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 29 :424–435.
- [Viot et al., 2005] Viot, P., Beani, F., and Lataillade, J.-L. (2005). Polymeric foam behavior under dynamic compressive loading. *Journal of Materials Science*, 40 :5829–5837.
- [Viot et al., 2007] Viot, P., Plougonven, E., and Bernard, D. (2007). Microtomography on polypropylene foam under dynamic loading. 3d analysis of bead morphology evolution. *Composites Part A*, page doi :10.1016/j.compositesa.2007.11.014.
- [Vural and Ravichandran, 2003] Vural, M. and Ravichandran, G. (2003). Dynamic response and energy dissipation characteristics of balsa wood : experiment and analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 40 :2147–2170.

- [Warren and Kraynik, 1991] Warren, W. and Kraynik, A. (1991). The nonlinear elastic behavior of open-cell foams. *Journal of Applied Mechanics*, 58 :376–381.
- [Wittel et al., 2005] Wittel, F., Dill-Langer, G., and Kroplin, B. (2005). Modelling of damage evolution in soft-wood perpendicular to grain by means of a discrete element approach. *Computational Materials Science*, 32 :594–603.
- [Yang and Shim, 2005] Yang, L. and Shim, V. (2005). An analysis of stress uniformity in Split Hopkinson Bar test specimens. *International Journal of Impact Engineering*, 31 :129–150.
- [Yu et al., 2007] Yu, H., Guo, Z., Li, B., Yao, G., Luo, H., and Liu, Y. (2007). Research into the effect of cell diameter of aluminum foam on its compressive and energy absorption properties. *Materials Science and Engineering A*, 25 :542–546.
- [ZeBuloN,] ZeBuloN. User manual, Transvalor/ENSMP-Centre des matériaux, BP87 -91003 Evry Cedex, <http://www.mat.ensmp.fr>.
- [Zhang et al., 1998] Zhang, J., Kikuchi, N., Li, V., Yees, A., and Nusholtz, G. (1998). Constitutive modelling of polymeric foam material subjected to dynamic crash loading. *International Journal of Impact Engineering*, 21(5) :369–386.
- [Zhao and Klepaczko, 1997] Zhao, H. Gary, G. and Klepaczko, J. (1997). On the use of a viscoelastic Split Hopkinson Pressure Bar. *International Journal of Impact Engineering*, 19(4) :319–330.
- [Zhao, 1992] Zhao, H. (1992). *Thèse : Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson, application à la mesure du comportement dynamique des matériaux*. N° ordre : 1992 enpc 9225, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Zhao, 1998] Zhao, H. (1998). A study of specimen thickness effects in the impact tests on polymers by numeric simulations. *Polymer*, 39(5) :1103–1106.
- [Zhao et al., 2005] Zhao, H., Elnasri, I., and Abdennadher, S. (2005). An experimental study on the behaviour under impact loading of metallic cellular materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 47(4-5) :757–774.
- [Zhao and Gary, 1995] Zhao, H. and Gary, G. (1995). A three dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar : Application to experimental techniques. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(8) :1335–1348.
- [Zhao and Gary, 1996] Zhao, H. and Gary, G. (1996). On the use of SHPB technique to determine the dynamic behavior of the materials in the range of small strains. *International Journal of Solids and Structures*, 33(32) :3363–3375.
- [Zhao and Gary, 1997] Zhao, H. and Gary, G. (1997). A new method for the separation of waves : Application to the SHPB technique for an unlimited duration of measurement. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(7) :1185–1202.

CARACTÉRISATION MÉCANIQUE ET MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES MOUSSES POLYMÉRIQUES SOUS SOLLICITATIONS STATIQUES ET DYNAMIQUES

RÉSUMÉ : Les matériaux cellulaires tels que les mousses de polypropylène expansées (PPE) sont souvent employés dans des applications de protection et de sécurité passive grâce à leur grande capacité spécifique d'absorption d'énergie et leur facilité de mise en œuvre. Afin d'optimiser l'utilisation de ces matériaux, il est nécessaire de fournir des données fiables aux codes de calculs numériques pour simuler le comportement de ces matériaux notamment dans des conditions de crash. Il est donc indispensable de caractériser expérimentalement le comportement de ces matériaux au plus proche des conditions réelles qu'ils peuvent subir, tels que des chargements de type impact, à commencer par ceux que l'on peut reproduire objectivement en laboratoire. Ainsi, une barre de Hopkinson viscoélastique de compression (SHPB) a été développée pour atteindre des grandes vitesses de déformation ($\approx 1500 s^{-1}$), et une roue à grande inertie pour des chargements à des vitesses de déformation moindres ($\approx 200 s^{-1}$). L'emploi de ces dispositifs a permis de montrer la sensibilité de ces matériaux à la vitesse de déformation et à la densité (de 35 à $150 kg.m^{-3}$) sur leur phase de comportement plateau. Puis, ces mêmes essais réalisés dans de l'eau ont mis en évidence l'importance que prend le gaz contenu dans les cellules lors de sollicitations de compression dynamique. Enfin, une Modélisation par Éléments Discrets (DEM) a été mise en œuvre afin de modéliser le comportement de ces matériaux à l'échelle microscopique. Cette approche "discrète" a permis de mieux appréhender les phénomènes qui régissent le comportement de ces matériaux lors de leur compression. Les premiers résultats issus de ces simulations ont d'une part mis en évidence les principaux mécanismes responsables de la localisation des déformations et ont permis d'autre part d'identifier qualitativement le rôle de la microstructure sur le comportement de ces matériaux.

MOTS-CLÉS : Matériaux cellulaires, Barres de Hopkinson, Compression dynamique, Microstructure, Cellules fermées, Modélisation par Éléments Discrets, Localisation de déformations

MECHANICAL BEHAVIOUR AND NUMERICAL SIMULATION OF BEHAVIOUR OF POLYMERIC FOAMS UNDER STATIC AND DYNAMIC LOADING

ABSTRACT : Expanded cellular materials such as polypropylene foams (EPP) are often used in applications of protection and passive safety owing to their great impact energy absorption and the simplicity of implementation. In order to optimise the use of these materials, it is necessary to provide reliable data to numerical computer codes to simulate the behaviour of these materials in particular under conditions of crash loading. Thus, it is essential to characterise in experiments the behaviour of these materials as close as possible to the conditions they can undergo, such as impact loadings, starting with those, which are realistically possible to reproduce in laboratory. Therefore, a compressive viscoelastic Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) was developed to reach high strain rates ($\approx 1500 s^{-1}$), and a fly-wheel with a great inertia was adapted for intermediate loading velocities ($\approx 200 s^{-1}$). The use of these devices have demonstrated the influence of the foam strain rate and density (from 35 to $150 kg.m^{-3}$) on the initial collapse stress and the hardening modulus in the post-yield plateau region. Then, these same tests performed in a fluid chamber highlighted the high contribution of the gas trapped in the closed cells, during dynamic loading. Finally, a Discrete Element Method (DEM) was developed to model the behaviour of these materials at microscopic scale. This "discrete" approach makes it possible to better understand the phenomena that govern the behaviour of these materials during their compression. First simulation results highlighted the main mechanisms that can lead to high strain localisation during compression and make it possible to quantitatively identify the influence of the microstructure on the behaviour of these materials.

KEYWORDS : Cellular material, Split Hopkinson Pressure bar, Dynamic compression, Microstructure, Closed-cells, Discrete Element Modelling, Strain localisation