



**HAL**  
open science

## Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique.

Blandine Laude-Boulesteix

► **To cite this version:**

Blandine Laude-Boulesteix. Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique.. Instrumentations et Détecteurs [physics.ins-det]. Ecole Polytechnique X, 2004. Français. NNT: . pastel-00000841

**HAL Id: pastel-00000841**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000841>**

Submitted on 21 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse présentée pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

*Spécialité : Optique*

par

Blandine LAUDE-BOULESTEIX

**Titre :        Développements instrumentaux en imagerie  
                     tomographique et polarimétrique**

Soutenue le 30 Juin 2004 devant le jury composé de :

Philippe Réfrégier *Rapporteur*  
Jack Cariou *Rapporteur*  
Bernard Clairac  
Jihad Zallat  
Alain Brun  
Ramdane Benferhat *Membre invité*  
Antonello De Martino *Directeur de thèse*

*Laboratoire de physique des interfaces et des couches minces, UMR 7647, CNRS, Ecole  
polytechnique*



## Table des matières

<b>Introduction générale</b>	7
<b>Chapitre I : Tomographie Cohérente Optique (OCT)</b>	11
1. Interféromètres à fibre optique	13
2. Interféromètre de Linnik	15
2.1 Etat de l'art	15
2.2 Description de l'instrument	17
3. Réglage de l'interféromètre	19
4. Mécanisme de formation des franges	20
5. Caractéristiques de l'instrument	22
5.1 Résolution latérale	22
5.2 Résolution axiale	23
5.3 Spectre de l'instrument	25
6. Obtention de l'enveloppe et de la phase de l'intensité	26
7. Mesure du rapport signal à bruit	31
8. Images tomographiques d'échantillons biologiques	35
8.1 Cellules épithéliales de l'intérieur de la joue	35
8.2 Cornée de lapin prise dans de la résine	37
8.3 Echalote sans lamelle couvre-objet	39
9. Conclusion	40
Bibliographie	41
<b>Chapitre II : Description de la lumière partiellement polarisée : formalisme de Stokes, matrices de Mueller</b>	43
1. Vecteur de Stokes	44
2. Sphère de Poincaré	46
3. Matrice de Mueller	48
3.1 Définitions	48

3.2 Critère de physicité	49
3.3 Transformation par rotation	50
3.4 Dichroïsme et polarisance	50
3.4.1 Dichroïsme	50
3.4.2 Polarisance	53
3.4.3 Propriété d'invariance par rotation	54
<b>4. Composants optiques « élémentaires » de polarisation</b>	<b>55</b>
4.1 Dichroïques élémentaires	55
4.1.1 Polariseurs « parfaits »	55
4.1.2 Polariseurs partiels	58
4.2 Déphaseurs élémentaires	59
4.3 Matrice d'un déphaseur dichroïque linéaire	63
4.4 Dépolariseurs	64
<b>5. Décomposition polaire d'une matrice de Mueller</b>	<b>66</b>
5.1 Décomposition « classique »	66
5.1.1 Calcul de $\mathbf{M}_D$	67
5.1.2 Calcul de $\mathbf{M}_p$ et de $\mathbf{M}_R$	67
5.2 Discussion	69
<b>6. Conclusion</b>	<b>70</b>
Bibliographie	71

## **Chapitre III : Polarimètre à cristaux liquides** 73

<b>1. Propriétés générales des polarimètres (ou ellipsomètres)</b>	<b>73</b>
1.1 Définitions	73
1.2 Dispositif de base	74
1.3 Conditionnement des matrices de modulation et d'analyse	75
1.4 Dispositifs de modulation de la polarisation	76
1.4.1 Polarimètre mécanique à lame quart d'onde tournante	76
1.4.2 Modulateurs photo élastiques	78
1.4.3 Modulateurs utilisant l'effet Pockels	80
1.4.4 Modulateurs à cristaux liquides	80
1.4.4.1 Cristaux liquides nématiques	80

1.4.4.1.a Description	80
1.4.4.1.b Utilisation	82
1.4.4.2 Cristaux liquides ferroélectriques	85
<b>2. Mise en œuvre du polarimètre à cristaux liquides</b>	<b>86</b>
2.1 Considérations générales sur le PSG	86
2.2 Considérations générales sur le polarimètre	88
2.3 Optimisation du PSG et du PSA	89
2.3.1 Optimisation de $\mathbf{W}$	89
2.3.2 Optimisation de $\mathbf{A}$	92
2.4 Réalisation expérimentale	93
<b>3. Etalonnage</b>	<b>94</b>
3.1 Procédure générale	94
3.2 Détermination de la matrice $\mathbf{W}$ à partir d'un jeu de mesures de références	95
3.3 Choix des éléments de référence	96
3.4 Réalisation expérimentale	99
3.5 Avantages et inconvénients de l'étalonnage ECM	102
<b>4. Caractérisation de l'instrument</b>	<b>103</b>
4.1 Mesure sur un polariseur dichroïque	103
4.2 Mesure sur un compensateur	104
4.3 Stabilité temporelle de la mesure : test sur la mesure de la matrice unité	107
<b>5. Conclusion</b>	<b>109</b>
Bibliographie	110
<b>Chapitre IV : Imagerie polarimétrique</b>	<b>113</b>
<b>1. Etat de l'art des différentes techniques d'imagerie polarimétrique</b>	<b>114</b>
1.1 Imagerie simple en lumière polarisée	114
1.2 Mesure du degré de polarisation linéaire	115
1.2.1 Principe de la mesure	115
1.2.2 Etat de l'art	117
1.3 Cartographie de biréfringence	118
1.4 Imagerie de Stokes	118
1.5 Imagerie de Mueller	119

<b>2. Résultats en degré de polarisation obtenus sur des cols de l'utérus extraits (ex-vivo)</b>	120
2.1 Pathologies du col de l'utérus	121
2.2 Histologie du col de l'utérus	121
2.3 Matériel et protocole	124
2.4 Images	126
<b>3. Polarimètre imageur de Mueller à cristaux liquides en transmission</b>	131
3.1 Instrument	131
3.2 Etalonnage	134
3.3 Caractérisation	141
3.3.1 Polariseur linéaire	141
3.3.2 Eléments présentant de la dépolarisation	143
3.3.2.1 lame épaisse de quartz	143
3.3.2.2 lame de quartz avec coin	145
<b>4. Images de Mueller d'échantillons d'intérêt médical</b>	147
4.1 Biopsies hépatiques	147
4.1.1 Généralités sur la fibrose du foie	147
4.1.2 Images polarimétriques d'un échantillon de foie au stade de la cirrhose	148
4.1.3 Comparaison des différents stades de la maladie	156
4.2 Cornée de lapin	157
4.3 Artère de rat	158
<b>5. Conclusion</b>	161
<b>Bibliographie</b>	162
<b>Conclusion et perspectives</b>	165
<b>Annexe 1 : Notations</b>	167
<b>Annexe 2 : Liste des publications</b>	171
<b>Remerciements</b>	173

## Introduction générale

Les méthodes optiques pour le diagnostic médical connaissent un engouement majeur depuis les années 1990. Citons deux exemples, parmi tant d'autres, de ce regain d'intérêt : en 1993 a lieu le premier congrès international SPIE BIOS sur l'optique biomédicale et en 1996 paraît pour la première fois la revue « *Journal of Biomedical Optics* ». Les techniques d'optique biomédicale semblent en effet très prometteuses : elles sont non destructives, non invasives et sans contact, même si les fortes absorption et diffusion de la lumière par les tissus biologiques rendent souvent difficiles les applications *in vivo*. Les domaines d'application sont nombreux : *fluorescence, imagerie acousto-optique, tomographie optique, polarimétrie, oxymétrie, spectroscopie, etc.* Les contrastes observés proviennent de la différence d'interaction de la lumière avec les tissus biologiques suivant leur nature et leur architecture.

Lorsque cette thèse a débuté, en septembre 2001, l'objectif initial était de développer un système de tomographie cohérente, couplé à un polarimètre de Mueller, dans un but biomédical. Pour permettre une application éventuelle, cet instrument se devait d'être peu coûteux et facile d'utilisation. Afin de faciliter cette étude, nous avons choisi de développer successivement un OCT (de l'anglais *Optical Coherence Tomography*) en lumière blanche, basé sur un interféromètre de Linnik, puis un polarimètre imageur de Mueller. L'imagerie polarimétrique nous ayant semblé beaucoup plus prometteuse, nous avons choisi de ne pas réunir les deux instruments et d'effectuer les premières études pour l'*in vivo* en 2003.

La plupart des OCT présentés dans la littérature utilise comme source lumineuse un LASER et un interféromètre à fibre optique. Cette configuration présente en effet un certain nombre d'avantages : un bon rapport signal à bruit, une profondeur de pénétration pouvant aller jusqu'à 1 mm et une utilisation facilitée pour l'endoscopie. Cependant, leurs inconvénients majeurs restent leur coût et leur complexité. L'interféromètre de Linnik, utilisé en lumière



blanche, nous a semblé alors une alternative possible. Il permet d'obtenir une bonne résolution axiale, mais avec la contrepartie d'un moins bon rapport signal à bruit, et d'une plus faible profondeur de pénétration.

Le premier chapitre débute par une présentation générale de la tomographie cohérente optique. En se basant sur l'exemple de l'OCT à fibre de l'équipe du professeur Fujimoto au MIT, nous tentons de dégager les avantages et inconvénients de tels systèmes. Puis, après un bref état de l'art sur les microscopes interférentiels en lumière blanche, nous présentons la configuration de Linnik. Ce chapitre est aussi l'occasion de présenter le fonctionnement de l'instrument que nous avons développé au sein du laboratoire, ainsi que sa caractérisation. Enfin, nous terminons par des images d'échantillons variés tels que des cellules épithéliales de la joue, une cornée de lapin ainsi qu'une lamelle d'échaloite.

Malgré les nombreux savoir-faire que le laboratoire PICM possède dans le domaine de l'ellipsométrie, tous les polarimètres développés antérieurement utilisent des détecteurs ponctuels tels qu'un photo-multiplicateur ou une photodiode. Pour l'imagerie, nous avons besoin d'un instrument permettant de travailler avec une grande étendue géométrique. Très vite, le choix s'est porté sur les cellules à cristaux liquides. En effet, la biréfringence du milieu peut être aisément contrôlée sous l'effet d'un champ électrique avec des temps de commutation honorables (de l'ordre de 60 *ms* pour un cristal liquide nématique et de 100  $\mu$ s pour un ferroélectrique). Malgré leur simplicité, ceux-ci étaient alors peu utilisés car ce sont des éléments dont les défauts sont difficiles à modéliser. Cependant, grâce à la méthode d'étalonnage développée par Eric Compain, procurant les valeurs réelles des matrices de modulation et d'analyse du polarimètre, nous avons pu nous affranchir de ce problème. Nous avons tout d'abord débuté par la configuration la plus simple possible (LASER + photodiode, en transmission). Les résultats ayant été satisfaisants, nous avons alors réalisé un polarimètre de Mueller imageur.

Le second chapitre permet d'introduire les concepts utiles pour la description dite « moderne » de la lumière polarisée. Celle-ci est basée sur le formalisme de Stokes-Mueller : la lumière est décrite par des quantités directement observables que sont les intensités (au lieu des champs électriques). Pour la clarté de la discussion, les définitions des composants optiques de polarisation (polariseur, déphaseur), suivies de leurs matrices de Mueller associées, sont rappelées. Enfin, ce chapitre présente la décomposition polaire de la matrice

de Mueller en trois éléments (dichroïque, déphaseur et dépolarisateur) proposée par Lu et Chipman, très utile dans l'interprétation et la réduction des données expérimentales.

Après une présentation générale des polarimètres et des différents dispositifs de modulation de la polarisation, le polarimètre de Mueller à cristaux liquides nématiques est présenté au troisième chapitre. Celui-ci fonctionne en transmission, avec un LASER He-Ne et une photodiode. Sa caractérisation à l'aide d'un polariseur dichroïque et d'un compensateur permet d'estimer la précision des mesures effectuées. Ce chapitre est aussi l'occasion de présenter de manière détaillée la méthode d'étalonnage développée par Eric Compain.

Le chapitre **IV** est consacré à l'imagerie polarimétrique. Il débute par un état de l'art des différentes configurations employées : microscope en lumière polarisée, images en degré de polarisation, cartographie de biréfringence, imageur de Stokes et enfin imageur de Mueller. Des résultats préliminaires, en images de degré de polarisation, sont présentés sur des cols de l'utérus *ex vivo*. Nous terminons le chapitre par une caractérisation complète du polarimètre de Mueller imageur en transmission développé au sein du laboratoire à l'aide d'un polariseur dichroïque et de lames retard épaisses présentant une forte dépolarisation. Différentes images de coupes histologiques sont présentées afin d'illustrer les capacités de l'instrument pour la microscopie.



## **Chapitre I : Tomographie Cohérente Optique (OCT)**

En microscopie classique, une observation à l'intérieur de l'échantillon est rendue impossible par la contribution à la formation de l'image des différents photons diffusés.

La Tomographie cohérente optique (OCT) permet d'imager une section d'un échantillon diffusant tel qu'un tissu biologique. Dans ce dispositif (Figure 1.1), un interféromètre de Michelson est éclairé par une source lumineuse de très faible cohérence. Un des deux miroirs est remplacé par l'échantillon, le second sert alors de miroir de référence. On obtient des interférences entre le faisceau provenant d'une réflexion sur le miroir de référence, et celui provenant de réflexions sur des plans à l'intérieur de l'échantillon, si la différence de chemin optique est inférieure à la longueur de cohérence de la source lumineuse. Ainsi, seuls les photons provenant du plan imagé dans le tissu et cohérents avec ceux provenant du bras de référence donnent une figure d'interférences; les photons diffusés, cause de dégradation de l'image, sont éliminés.

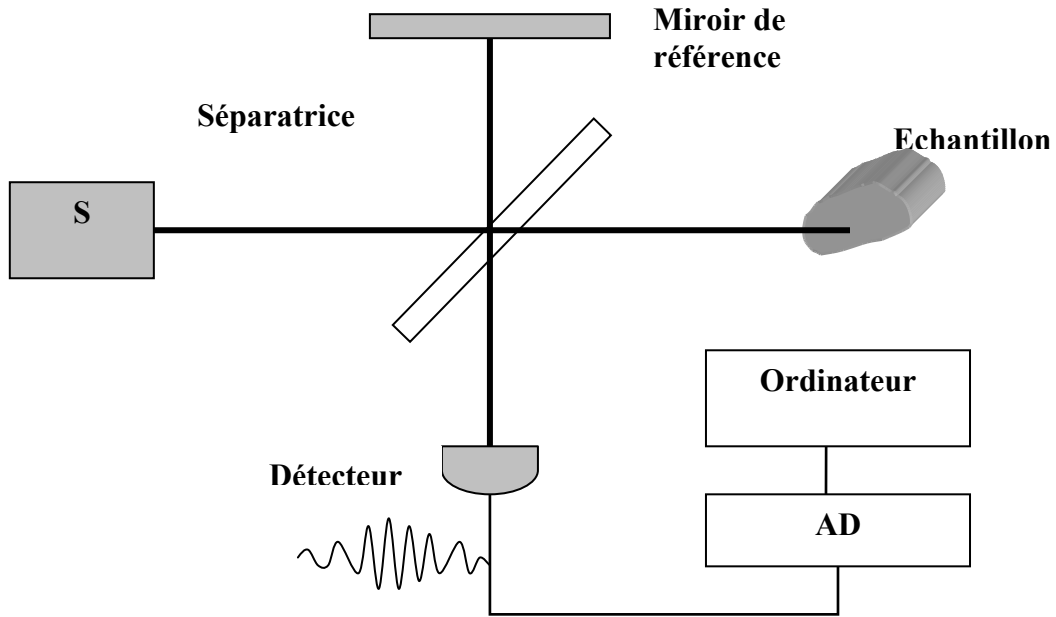


Figure 1.1: Schéma général d'un OCT.

$S$  : source lumineuse;  $AD$ : Digitalisation

L'intensité lumineuse détectée en fonction du délai  $\tau$  prend la forme suivante<sup>1</sup> :

$$I(\tau) = A_0^2 + A_R^2 + 2A_0A_R \operatorname{Re}(V_{mc}(\tau)) \quad \text{Avec } \tau = \delta/c \quad (1.1)$$

où  $A_0$  ( $A_R$ ) représente l'amplitude réfléchi par l'échantillon (le miroir de référence).  $\delta$  est la différence de chemin optique entre les deux bras.

$V_{mc}(\tau)$  est la forme normalisée de la fonction d'autocorrélation du champ électrique:

$$V_{mc}(\tau) = \frac{\langle E_o(t)E_R^*(t+\tau) \rangle}{A_oA_R} \quad (1.2)$$

Le signal d'interférence n'est observable que si la différence de marche est inférieure à la longueur de cohérence  $l_c$  définie par la source, les optiques et le détecteur. En extrayant ce signal d'interférence du fond continu, on peut localiser l'origine des réflexions dans l'échantillon avec une résolution  $\Delta z$  égale à la moitié de la longueur de cohérence.

Pour un spectre gaussien, la résolution axiale est donnée<sup>2</sup> par:

$$\Delta z = \frac{l_c}{2} = 2 \frac{\ln 2}{\pi} \frac{\bar{\lambda}^2}{\Delta \lambda} \quad (1.3)$$

où  $\bar{\lambda}$  est la longueur d'onde moyenne,  $\Delta \lambda$  est la largeur spectrale et  $l_c$  est la longueur de cohérence de la source.

Si la largeur spectrale de la source détermine la résolution axiale, sa longueur d'onde centrale est également essentielle : la distance de pénétration dans les tissus est optimale dans le rouge et le proche infrarouge.

Parmi les différents systèmes, on distingue deux grands groupes d'OCT:

- Les dispositifs à fibre optique, qui seront décrits de manière assez succincte dans ce chapitre. Nous n'évoquerons que les systèmes utilisant des LASERS continus.
- Les microscopes interférométriques « plein champ », utilisant un objectif de Michelson ou encore deux objectifs (interféromètre de Linnik). C'est cette dernière configuration que nous avons choisie.

## **1. Interféromètres à fibre optique**

Pour ce type d'interféromètre, la source doit à la fois posséder une faible cohérence temporelle et une grande cohérence spatiale pour que la lumière puisse être couplée efficacement dans la fibre. Ces deux conditions, qui semblent contradictoires, se trouvent réunies pour des longueurs d'onde bien définies, par des sources très onéreuses, telles que les LASERS Ti:Saphir à modes bloqués ou par les diodes superluminescentes (SLD).

Les résolutions axiales typiques de ces sources sont de l'ordre de 10 à 15  $\mu m$  pour les SLD (pour des puissances de l'ordre de 10  $mW$ ), et de 3 à 5  $\mu m$  pour des LASERS Ti:Saphir « ordinaires ». La meilleure résolution axiale de 1,5  $\mu m$  a été obtenue avec un LASER Ti:Saphir extrêmement sophistiqué (impulsions correspondant à une largeur à mi-hauteur de 350  $nm$  centré à 800  $nm$ ) par Drexler et ses collaborateurs<sup>3</sup>.

La Figure 1.2 représente l'OCT utilisé au MIT par l'équipe du professeur Fujimoto. Cet exemple permet de réaliser la complexité des systèmes à fibres optiques. La source est composée d'un LASER Ti :Saphir à modes bloqués pompé par une diode LASER Nd :YVO<sub>4</sub> de fréquence doublée, suivis d'une fibre optique micro structurée air-silice de 1 m de longueur (afin d'obtenir un *continuum*). A la sortie de cette dernière, la lumière est collimatée par un objectif de microscope, puis filtrée spectralement avant d'atteindre une lentille (fabriquée spécialement) corrigée des aberrations chromatiques. La lumière est focalisée dans une fibre optique monomode puis séparée par des coupleurs eux aussi réalisés spécialement. L'amplitude de la source étant très bruitée, une détection à deux photodiodes est utilisée. Les contrôleurs de polarisation permettent d'éviter la dégradation du signal (forme et hauteur).

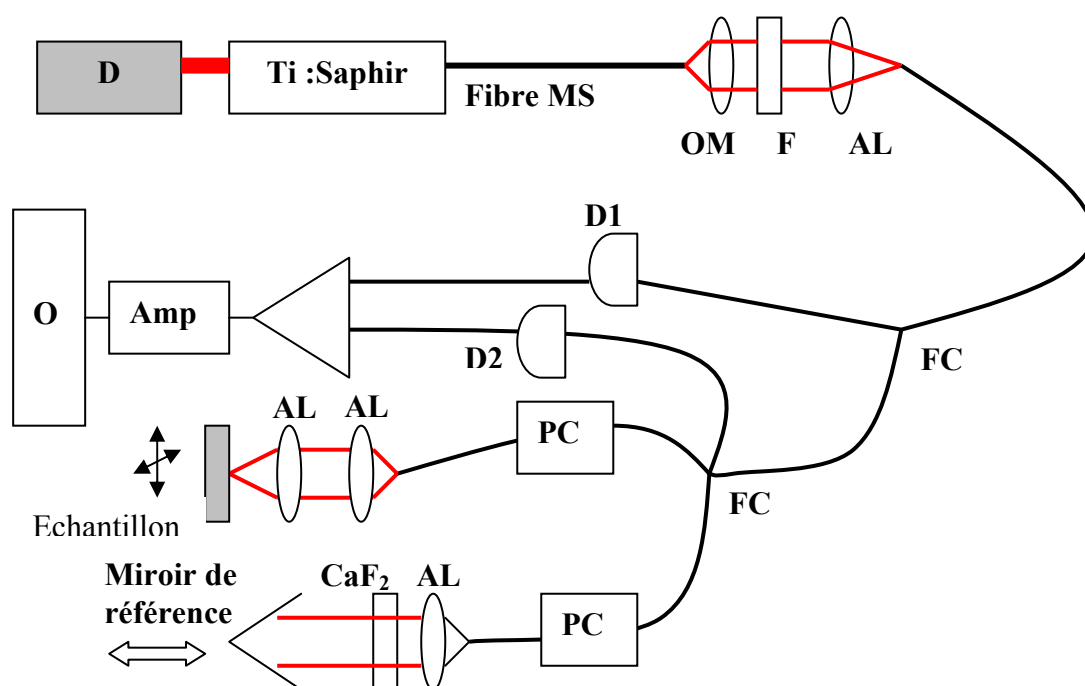


Figure 1.2 : OCT à fibres du MIT, USA.

*D* : diode LASER de pompe ; *OM* : Objectif de microscope ; *F* : filtre large bande ; *AL* : Lentille achromatique ; *FC* : coupleur de fibre à 3 dB ; *Fibre MS* : fibre microstructurée air-silice ; *D1* et *D2* : photodiodes InGa ; *PC* : contrôleur de polarisation ; *Amp* : amplificateur ; *O* : ordinateur

Dans ce type de système, l'acquisition d'une coupe axiale de l'échantillon se fait point par point. Après chaque nouveau balayage longitudinal du miroir de référence, la position du

faisceau sur l'échantillon est translatée, à l'aide d'un scanner, pour une reconstruction en 3 dimensions.

La profondeur de pénétration dans les tissus diffusants est directement reliée à la mesure du rapport signal à bruit (*SNR*). La valeur de la dynamique *D*, définie en fonction de la plus grande valeur du *SNR* par  $D = 10 \log(SNR_{\max})$ , est optimisée grâce à la détection synchrone du signal, et est typiquement de l'ordre de 120 *dB*. De plus, la lumière parasite est éliminée efficacement par la faible ouverture des fibres. En conséquence, une profondeur d'imagerie de l'ordre de 1,0 *mm* dans les tissus est communément obtenue. Enfin, les systèmes à fibre sont clairement mieux adaptés que les autres pour l'imagerie endoscopique *in vivo*, c'est pourquoi ils ont été appliqués en ophtalmologie<sup>4</sup> et en dermatologie<sup>5</sup>.

## **2. Interféromètre de Linnik**

L'interféromètre de Linnik<sup>6</sup> est une alternative possible aux dispositifs à fibre optique. Il est éclairé par des sources lumineuses possédant une extrêmement faible cohérence temporelle et une faible cohérence spatiale, telles que les lampes halogène, les lampes à filament, etc. Par exemple, dans le cas d'une lampe halogène au tungstène avec une température typique de  $T = 3300 \text{ K}$ , on peut estimer le temps de cohérence<sup>2</sup> de la source lumineuse à

$$\tau = \frac{\hbar}{k_B T} = 2,3 \cdot 10^{-15} \text{ s} \text{ et la longueur de cohérence correspondante à } l_C = c\tau = 0,69 \text{ } \mu\text{m} \text{ (en}$$

supposant que le rayonnement émis obéit à la loi des corps noirs). C'est cette très faible cohérence qui est d'un grand intérêt pour l'OCT. Cependant, beaucoup de sources lumineuses thermiques n'émettent pas un vrai rayonnement du corps noir. Leur rayonnement peut être filtré par le milieu environnant et par les composants optiques qui transmettent la lumière émise. De plus, la sensibilité spectrale du photodétecteur influe sur la résolution axiale expérimentale.

### **2.1 Etat de l'art**

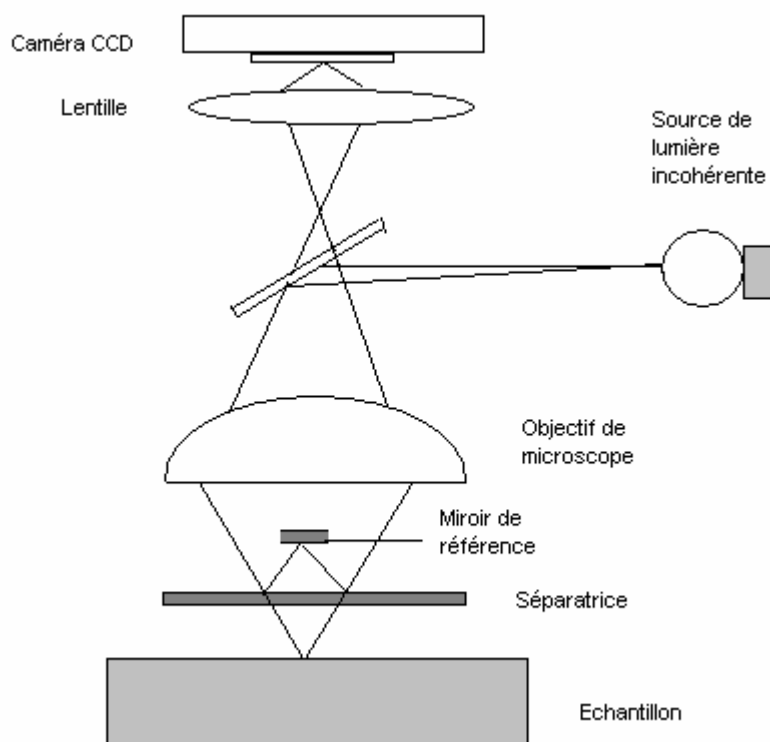
Les microscopes interférométriques sont connus depuis longtemps. Ils sont utilisés essentiellement pour mesurer les profils de structures discontinues (telles que des surfaces réfléchissantes), avec une très bonne résolution verticale (jusqu'à  $\frac{\lambda}{1000}$ ), en utilisant la



*phase* du signal interférométrique. L'ambiguïté dans la détermination de la phase, qui limite la différence de hauteur entre deux points adjacents à  $\lambda/4$ , est levée en utilisant la faible cohérence de la source de lumière blanche<sup>7,8</sup>. Après avoir localisé l'endroit où l'enveloppe de l'interférogramme est maximale, on mesure dans le même temps la phase à cette position. Pour ce type d'applications, le rapport signal à bruit n'est habituellement pas critique. Un dispositif très bien adapté à la microscopie interférentielle de surface est l'objectif de Mirau (Figure 1.3), qui est peu sensible aux vibrations et minimise automatiquement les aberrations.

Au contraire, l'imagerie OCT est utilisée pour étudier en profondeur des échantillons diffusants, avec des interfaces mal définies, tels que les échantillons biologiques. Dans ce type d'applications, c'est l'intensité de l'enveloppe qui devient la quantité intéressante, et par-là même le rapport signal à bruit. La nécessité d'égaliser les chemins optiques dans l'air et dans l'échantillon impose de pouvoir ajuster les longueurs des bras de l'interféromètre indépendamment l'un de l'autre, ce qui peut être fait dans un microscope de Linnik (Figure 1.4) mais pas dans celui de Mirau. De plus, dans la configuration de type Linnik, on peut insérer des éléments optiques supplémentaires (fait particulièrement utile pour travailler en lumière polarisée ou pour compenser la dispersion).

Dans la suite, nous ne parlerons que de Tomographie Cohérente Optique avec un microscope de Linnik. Au moment où cette thèse a débuté, une équipe de l'ESPCI<sup>9,10</sup> avait construit un OCT utilisant l'interféromètre de Linnik. La source utilisée était alors une LED ( $\lambda = 840 \text{ nm}$ , longueur de cohérence de l'ordre de  $15 \mu\text{m}$ ). En avril 2002, cette même équipe a présenté un OCT fonctionnant avec une source thermique<sup>11</sup>.



**Figure 1.3** : Schéma de principe du microscope interférométrique de Mirau.

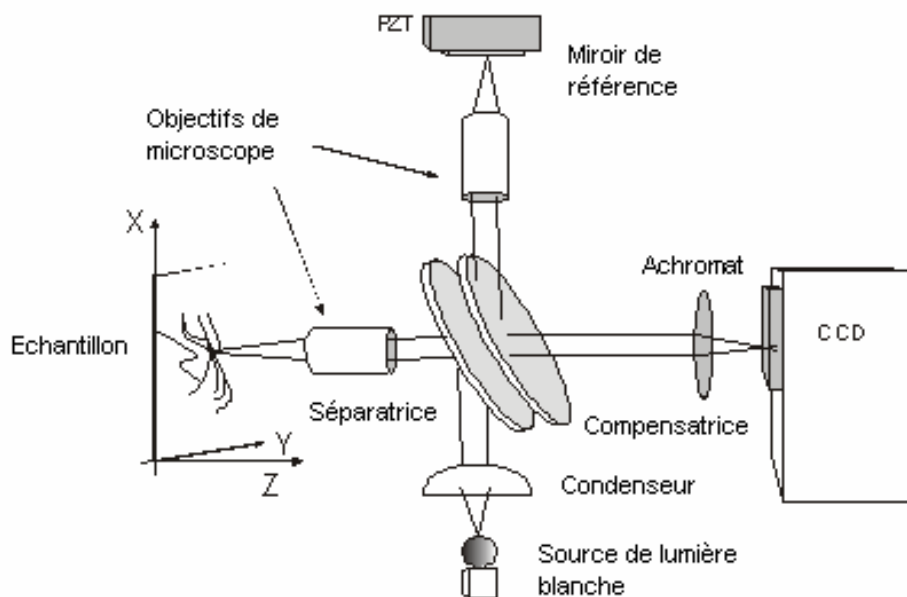
Une séparatrice et un miroir de référence sont placés devant un objectif de microscope à grande distance de travail. Au niveau de la séparatrice, environ la moitié de la lumière incidente provenant de l'objectif est réfléchi sur le miroir de référence, l'autre partie étant transmise à l'échantillon. Enfin, après réflexion sur l'échantillon et sur le miroir de référence, les deux faisceaux sont combinés de nouveau par la séparatrice et repassent par l'objectif avant d'atteindre le détecteur.

## 2.2 Description de l'instrument

L'instrument est basé sur un microscope interférentiel de Linnik (Figure 1.4). Il s'agit d'un interféromètre de Michelson auquel on a ajouté deux objectifs de microscope identiques dans ses bras. Un des objectifs focalise la lumière sur un plan à l'intérieur de l'échantillon, et l'autre sur le miroir de référence. L'éclairage est formé d'une ampoule basse puissance (3 W) et d'un condenseur. L'espacement entre l'ampoule et le condenseur est ajusté afin d'optimiser l'homogénéité de l'éclairage. La lumière est séparée puis combinée de nouveau par une lame séparatrice optiquement plane (à  $\lambda/20$ ), traitée avec un revêtement diélectrique permettant d'obtenir un coefficient de réflexion en intensité variant entre 0,4 et 0,6, pour des longueurs d'onde comprises entre 400 et 800 nm. Une lame compensatrice traitée anti-reflet

est placée parallèlement à la lame séparatrice pour compenser la dispersion entre les deux bras de l'interféromètre. Les images superposées de l'échantillon et du miroir de référence sont imagées par une caméra CCD par un achromat de distance focale 200 mm.

Les objectifs de microscope utilisés proviennent de la série MPL d'Olympus. Ce sont des objectifs de bonne qualité, corrigés à l'infini, avec des grossissements de 5X (0,10 N.A.), 10X (0,24 N.A.) et 20X (0,40 N.A.).

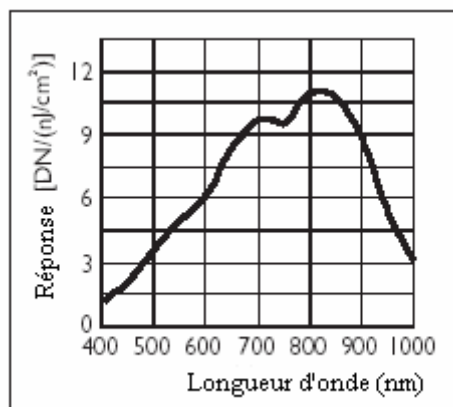


**Figure 1.4:** Schéma du dispositif.

*PZT : piézo-électrique, CCD : Caméra CCD*

La caméra utilisée est une Dalsa CA-D1, 12 bits (soit 4096 niveaux), travaillant à un taux maximum d'acquisition de 136 trames par seconde. Sa sensibilité spectrale (Figure 1.5) est centrée à 800 nm, avec une largeur à mi-hauteur de 600 nm. Sa résolution est de 256 x 256 pixels, chaque pixel étant un carré de 16  $\mu\text{m}$  de côté.

L'échantillon est monté sur une platine de translation (Newport, M-VP-25XA), de résolution maximale 0,1  $\mu\text{m}$ , commandée par ordinateur via un contrôleur (ESP300 Newport). La position des objectifs de microscope peut être ajustée transversalement. La différence de chemin optique entre les deux bras peut être modifiée en translatant la séparatrice le long du bras contenant l'échantillon.



*Figure 1.5 : Sensibilité spectrale de la caméra CA-D1 (Dalsa).  
Caractéristique fournie par le constructeur.*

### 3. Réglage de l'interféromètre

Le réglage de l'interféromètre est délicat, la longueur de cohérence de la source étant très faible, les interférences sont obtenues lorsque les deux chemins optiques sont très voisins. On peut détailler celui-ci en quatre étapes :

**Etape 1 :** Dans un premier temps, les objectifs et la séparatrice étant en place, le miroir de référence et une lamelle de verre (à la place de l'échantillon) sont introduits. Ces derniers sont positionnés afin que les défauts (poussières, etc.) à leur surface soient imagés sur la caméra CCD.

**Etape 2 :** Les objectifs de microscope sont retirés et l'instrument devient un simple interféromètre de Michelson, qu'il convient d'ajuster afin de se placer à la teinte plate. Ce réglage se fait visuellement. En effet, les franges étant localisées sur les miroirs, celles-ci ne sont pas imagées sur la caméra CCD sans objectifs (à moins de bouger l'achromat de 200 mm).

**Etape 3 :** A ce point du réglage, les chemins optiques dans les deux bras sont égaux: les miroirs sont optiquement superposés. En introduisant de nouveau les objectifs de microscope, on observe des franges rectilignes (Figure 1.6). Le contraste des franges d'interférences est alors amélioré en ajustant finement les positions axiales de la lamelle de verre et du miroir de référence ainsi que la position de la séparatrice.

**Etape 4 :** Enfin, l'espacement des franges est augmenté en translatant un des objectifs de microscope transversalement jusqu'à ce que la teinte plate ait été de nouveau obtenue. Le dispositif est alors aligné.

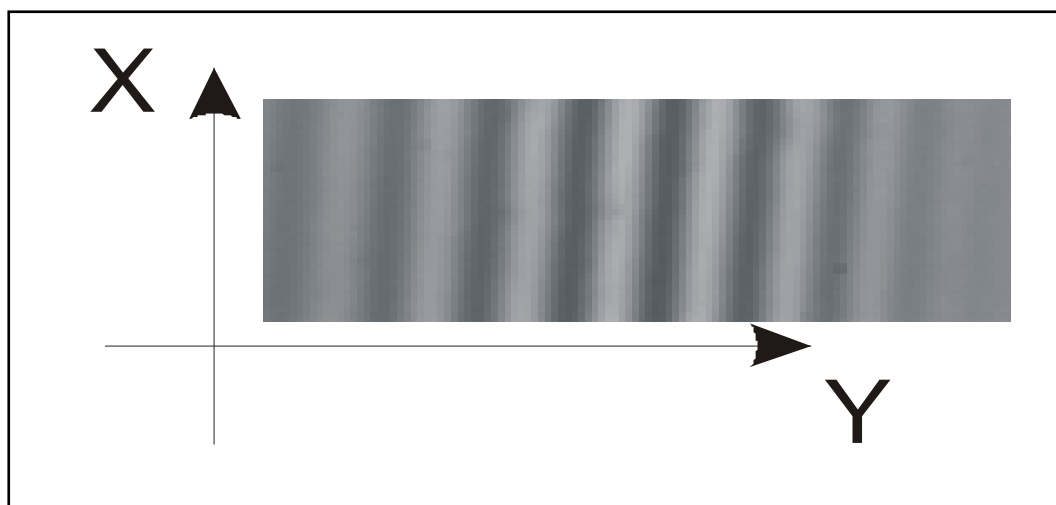


Figure 1.6 : Franges rectilignes observées sur la caméra CCD

#### 4. Mécanisme de formation des franges

L'apparition de franges d'interférences lorsque l'on remet en place les objectifs de microscope (Etape 3 du réglage), mérite d'être expliquée. Nous supposons donc que les objectifs sont ajustés axialement mais non transversalement, que le miroir de référence est perpendiculaire à l'axe de l'objectif correspondant et enfin, que la lamelle est inclinée d'un angle  $\alpha$  (Figure 1.7).

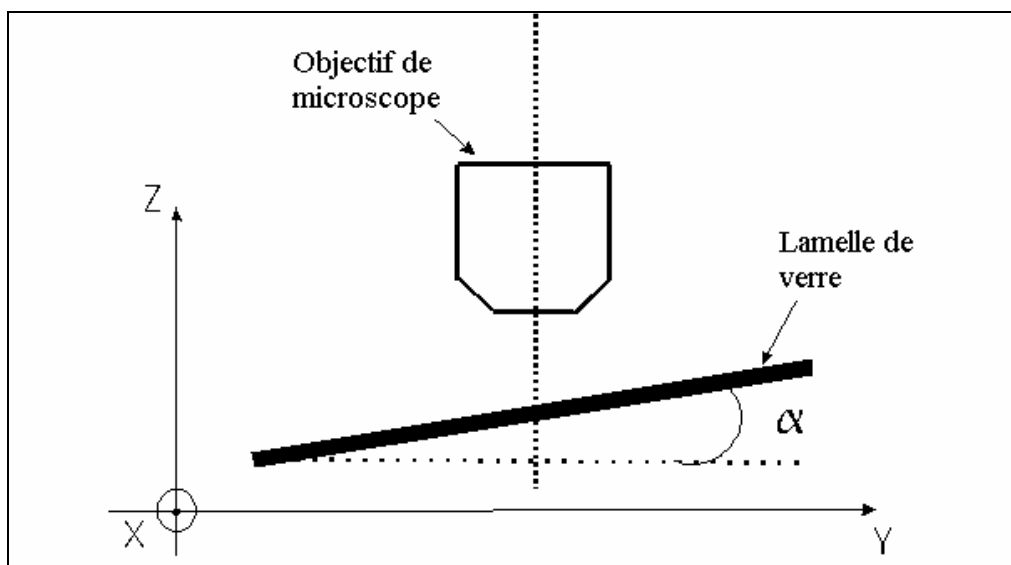


Figure 1.7 : Disposition de la lamelle de verre

Cet interféromètre est alors optiquement équivalent au schéma de la Figure 1.8. Les plans principaux des objectifs coïncident, tandis que leurs points principaux  $H_R$  et  $H_S$  sont séparés latéralement d'une distance  $d$ . Un rayon lumineux arrivant avec un angle d'incidence  $i$  faible est séparé en deux au niveau du plan principal : les rayons réfractés sont réfléchis sur les miroirs aux points  $C_R$  et  $C_S$  respectivement, puis ils émergent des objectifs parallèlement à la direction incidente (les miroirs sont supposés être situés dans les plans focaux des objectifs à  $\Delta z$  près).

Si nous appelons  $(MM')$  le chemin optique entre deux points  $M$  et  $M'$  le long d'un rayon lumineux, alors :

$$\begin{aligned}(AA_R) &= 2(AC_R) = 2(C_RA_R) = 2(C_RB_R) + 2(B_RA_R) \\ (AA_S) &= 2(AC_S) = 2(C_SA_S) = 2(AB) + 2(BC_S)\end{aligned}\tag{1.4}$$

La différence de chemin optique vaut donc:

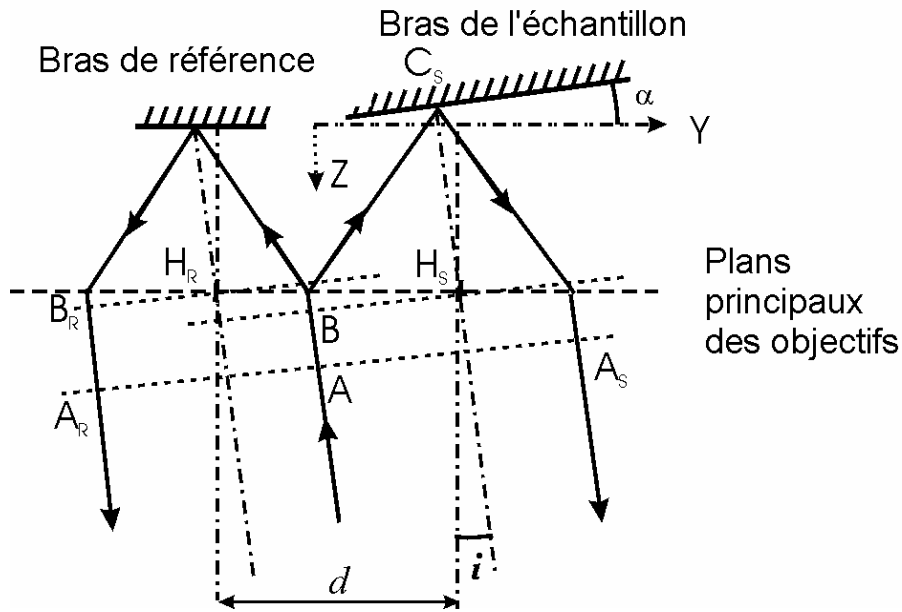
$$\begin{aligned}\delta &= (AA_R) - (AA_S) = 2(C_RB_R) - 2(BC_S) + 2(B_RA_R) - 2(AB) \\ &= C + 2\alpha Y + 2id = C + 2Y(\alpha + d/f)\end{aligned}\tag{1.5}$$

où  $C$  est une constante et  $f$  est la distance focale des objectifs.

*En conclusion, l'obtention de franges d'interférences rectilignes peut être donc due à une inclinaison  $\alpha$  du miroir et /ou à une distance latérale  $d$  séparant les axes des objectifs.*

**Remarques :**

1. Pour faire ce calcul, nous avons supposé que les objectifs étaient des lentilles minces, ce qui n'est pas essentiel : l'argument serait le même pour des lentilles épaisses ayant des plans principaux objet et image distincts.
2. Le parallélisme des miroirs et de la lamelle est assuré par le réglage préliminaire, sans objectifs, à la teinte plate. Ainsi, si on revient à cette teinte plate avec les objectifs en place, sans toucher à l'orientation de la lamelle, on peut être sûr que les objectifs sont bien optiquement superposés, et que l'on ne compense pas un défaut (inclinaison) par l'autre ( non superposition des axes des objectifs).



**Figure 1.8 :** Principe de formation des franges d'interférences dans un microscope de Linnik. Le système est optiquement équivalent à deux lentilles partageant un plan principal et espacées latéralement d'une distance  $d$ . Le miroir de référence ainsi que la lamelle se trouvent dans le plan focal. La figure d'interférences, localisée à l'infini, est déterminée par la différence de chemin optique  $(AA_R)-(AA_S)$ .

## 5. Caractéristiques de l'instrument

### 5.1 Résolution latérale

L'amplitude PSF (*Point Spread Function*)  $h(x,y)$  est définie<sup>12</sup> comme la variation spatiale transverse de l'amplitude de l'image dans le plan du détecteur lorsque la lentille est illuminée par un point source parfait. L'intensité PSF est alors définie par la formule :  $I(x,y) = |h(x,y)|^2$ .

A cause du phénomène de diffraction, pour un objectif sphérique sans aberrations, on peut montrer que la variation radiale de l'amplitude PSF  $h(r)$  (où  $r$  désigne la distance au point central de l'image) est de la forme d'une fonction d'Airy :

$$h(r) = 2 \frac{J_1(kr(N.A.))}{kr(N.A.)} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.6)$$

où  $k$  est le nombre d'onde et  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide de la radiation lumineuse.

$J_1$  est une fonction de Bessel du premier ordre.

La largeur à mi-hauteur de l'intensité PSF (ou résolution latérale) est alors donnée pour un objectif parfait par :

$$\Delta r (3 \text{ dB}) = 0,51 \lambda / N.A. \quad (1.7)$$

Cette résolution peut être améliorée en utilisant des objectifs à immersion (à eau, à huile). Dans ce cas, le liquide d'indice de réfraction élevé est introduit entre l'échantillon et l'objectif.

Avec les objectifs que nous utilisons, la résolution théorique latérale maximale sera donc de 1 à 4  $\mu m$ , si l'on prend  $\lambda_{\text{moyen}} = 800 \text{ nm}$ .

Le diamètre de l'image d'un point situé dans le plan focal de l'objectif sur la caméra est donné par :

$$d_s = \left(\frac{M}{N.A.}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (1.8)$$

où  $M$  est le grossissement de l'objectif (corrigé à l'infini).

Pour  $M$  variant entre 5X et 50X,  $d_s$  reste proche de la valeur de 16  $\mu m$ , qui se trouve être aussi la taille du pixel de la caméra CCD. Ainsi, la taille de l'image obtenue avec cette CCD est-elle la plus grande possible, sans perte significative de la résolution latérale (de l'ordre de quelques microns pour un objectif parfait).

## **5.2 Résolution axiale**

La résolution axiale de l'instrument est limitée suivant les cas par la longueur de cohérence de la source lumineuse et/ou par la profondeur de champ des objectifs (géométrie confocale).

Comme nous allons le voir, pour des objectifs avec de faibles ouvertures numériques, le facteur prédominant est la largeur spectrale de la source lumineuse.



Si l'on suppose que l'illumination est uniforme sur un intervalle spectral compris entre  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , alors la résolution axiale interférométrique est donnée approximativement par<sup>12</sup> :

$$\Delta z_i = \frac{1.78\pi}{\Delta k(1 + \cos \theta_0)} \text{ avec } \Delta k = \frac{2\pi}{\lambda_1} - \frac{2\pi}{\lambda_2} \quad (1.9)$$

où  $\theta_0$  est l'ouverture angulaire de l'objectif.

Cette formule est en fait analogue à l'équation 1.3, mais tient compte de l'ouverture de l'objectif.

Par ailleurs, si l'objectif est utilisé dans un montage confocal, alors la résolution axiale est donnée par la profondeur de champ  $\Delta z_C$  soit :

$$\Delta z_C = \frac{0,45\lambda}{n(1 - \cos \theta_0)} \approx n \frac{0,9\lambda}{(N.A.)^2} \quad (1.10)$$

où  $\theta_0$  est supposé assez petit,  $n$  est l'indice de réfraction et l'ouverture numérique est définie par  $N.A. = n \sin \theta_0$ .

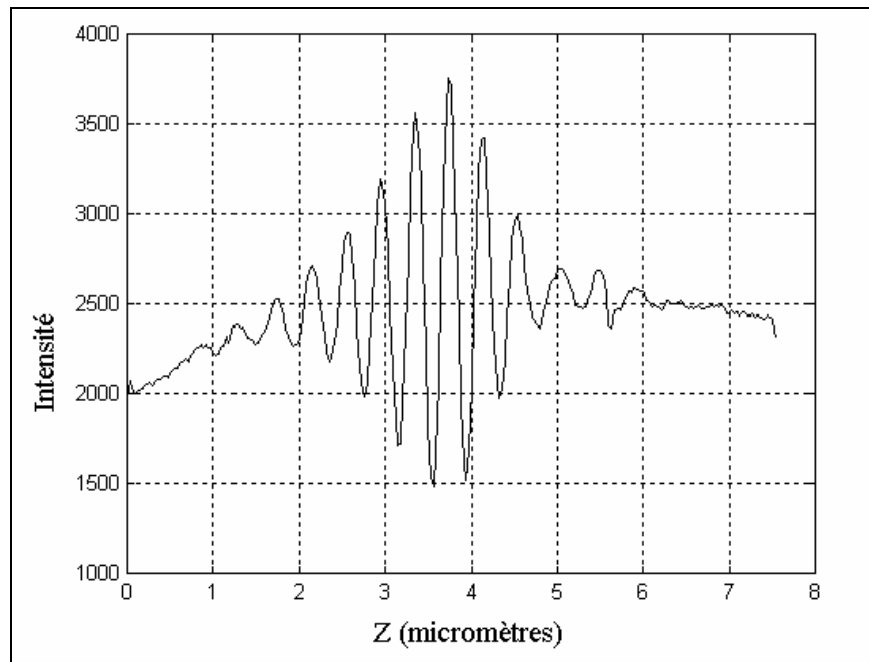
Numériquement, pour les objectifs que nous utilisons (5X, 10X et 40X), en travaillant dans l'air et à une longueur d'onde moyenne de  $0,8 \mu m$ ,  $\Delta z_C$  est égal respectivement à 70, 17 et  $4.5 \mu m$ .

La résolution axiale réelle de notre instrument peut être mesurée par la méthode suivante. Partant d'un état d'interférences uniforme sur l'image entière, la lamelle de verre est inclinée d'un angle  $\alpha$  (Figure 1.7). Cet angle peut être déterminé précisément, en observant (par derrière) la lamelle avec une lunette auto-collimatrice, montée sur un goniomètre. Typiquement la valeur de cet angle est la suivante :  $\alpha = 1,14^\circ \pm 0.02^\circ$ .

Le profil en intensité des franges, obtenu en prenant une section de l'image des franges d'interférences, comme celle de la Figure 1.6, est tracé sur la Figure 1.9. La conversion de la coordonnée  $Y$  en profondeur  $Z$  est obtenue par la relation  $Z = \alpha Y$ . Cet interférogramme montre clairement que la longueur de cohérence est très petite: seuls quelques cycles optiques sont visibles. Celle-ci est estimée après extraction de l'enveloppe du signal (voir paragraphe

7) à  $1,4 \mu\text{m}$  dans l'air, valeur bien inférieure à la résolution  $\Delta z_C$  des objectifs utilisés en confocal.

*En conclusion, la résolution axiale avec les objectifs que nous utilisons est déterminée par la longueur de cohérence de la source et non pas par la géométrie confocale.*



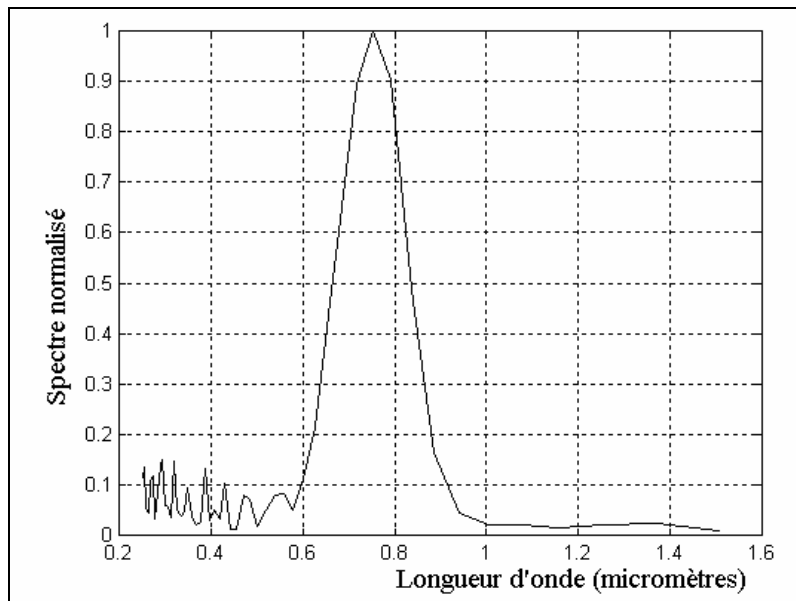
**Figure 1.9 :** *Interférogramme typique obtenu en traçant l'intensité des franges d'interférences obtenue avec une lame inclinée en fonction de la coordonnée Z (profondeur).*

**Remarque:** De manière alternative, on pourrait aussi translater l'un des objectifs latéralement, d'une distance connue  $d$ , et utiliser la formule 1.5 pour convertir la coordonnée  $Y$  en coordonnée  $Z$ . Mais dans notre instrument, la distance  $d$  est mesurée avec beaucoup moins de précision que l'angle  $\alpha$ .

### 5.3 Spectre de l'instrument

La Figure 1.10 représente la transformée de Fourier calculée de l'interférogramme, donnant le spectre effectif de l'ensemble du dispositif expérimental (source + lames séparatrice et compensatrice + caméra CCD). La courbe est piquée à  $753 \text{ nm}$ , avec une largeur à mi-hauteur de  $180 \text{ nm}$ . La forme de cette courbe est due à la combinaison du

profil spectral de la source, de la réponse de la caméra CCD (voir Figure 1.5) et de la réflectivité de la séparatrice.



*Figure 1.10 : Spectre effectif de l'instrument complet (source, optiques et caméra CCD) calculée par transformée de Fourier de l'interférogramme*

## 6. Obtention de l'enveloppe et de la phase de l'intensité

Le signal interférométrique peut être écrit de la manière suivante :

$$S = I_R + I_0 + 2\sqrt{I_R I_0} \cos \phi \quad (1.11)$$

Où  $I_R$  et  $I_0$  sont les intensités des faisceaux référence et objet et  $\phi$  est leur différence de phase relative au niveau du détecteur.

Avec une combinaison adaptée de signaux, on peut extraire  $I_0$  et  $\phi$ . Dans la suite, on décrit les différentes façons d'effectuer cette opération. Toutes les formules données sont en principe valables pour une lumière monochromatique. Les interférogrammes en lumière blanche peuvent être décrits de manière similaire, avec  $I_R$  gardé constant (indépendant de  $\phi$ ) tandis que  $I_0$  est à présent une enveloppe temporelle déterminée par la cohérence temporelle de la source. Dans la suite, au lieu de  $I_0$  on considérera l'enveloppe

$S_{\text{int}}$  définie ci-dessous, comme on le fait habituellement pour les images OCT (bien que  $S_{\text{int}}$  soit en fait proportionnelle à  $I_0^2$ ).

La manière la plus simple de procéder est de prendre quatre interférogrammes  $S_n$  dont les phases relatives sont espacées de  $n\frac{\pi}{2}$  ( $n = 0, 1, 2, 3$ ), c'est à dire pour quatre positions du miroir de référence espacées de  $n\frac{\lambda}{8}$ . Pour le terme d'interférences, le calcul donne :

$$S_{\text{int}} = 16I_0I_R = (S_0 - S_2)^2 + (S_1 - S_3)^2 \quad (1.12)$$

et

$$\phi = \arctan\left(\frac{S_3 - S_1}{S_0 - S_2}\right) \mod \pi \quad (1.13)$$

Cet algorithme est très sensible à la précision des valeurs de la position du miroir de référence. Même de très petites erreurs produiront une modulation de l'enveloppe du signal avec une période égale à  $\frac{\lambda}{8} \approx 63 \text{ nm}$ .

Un certain nombre d'autres algorithmes ont été proposés<sup>13,14</sup> pour remédier à cette sensibilité, utilisant cette fois cinq positions du miroir de référence. La simulation de l'extraction de l'enveloppe d'un interférogramme en lumière blanche à l'aide de la formule suivante a montré qu'elle n'était pas sensible à une erreur sur l'espacement des pas ainsi qu'à une variation de l'espacement des franges dans une position fixe de l'échantillon.

$$S_{\text{int}} = (S_1 - S_3)^2 - (S_0 - S_2)(S_2 - S_4) \quad (1.14)$$

Expérimentalement, dans le cas de notre instrument, nous avons montré que cet algorithme n'augmentait pas significativement le lissage de l'enveloppe. Nous pensons que ceci est du à la nature de l'erreur dans le positionnement du miroir de référence. En effet, nous utilisons un simple piézoélectrique piloté par une alimentation à haute tension

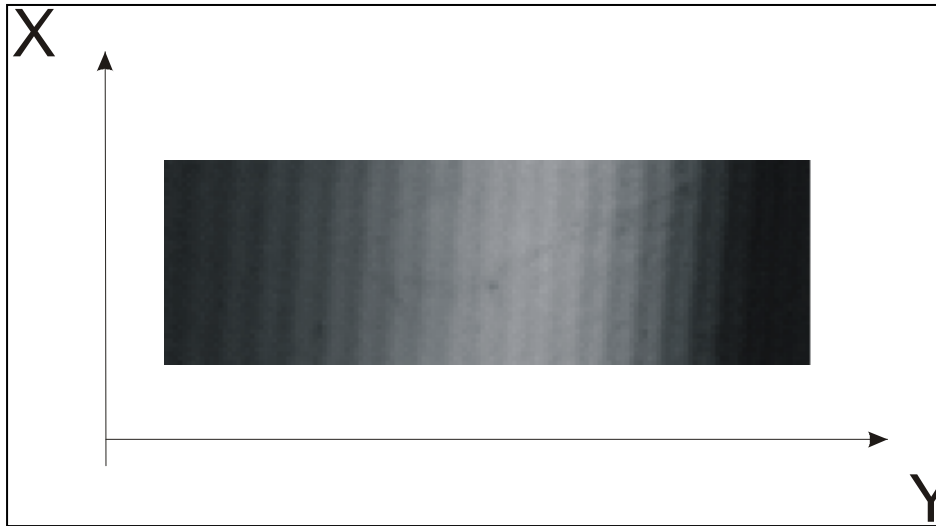
via l'ordinateur, sans aucun asservissement. La reproductibilité et la précision du positionnement du miroir de référence en sont donc forcément affectées.

Nous avons trouvé empiriquement que la meilleure procédure était de prendre 8 positions du miroir de référence dont les phases relatives sont espacées de  $n\frac{\pi}{4}$  :

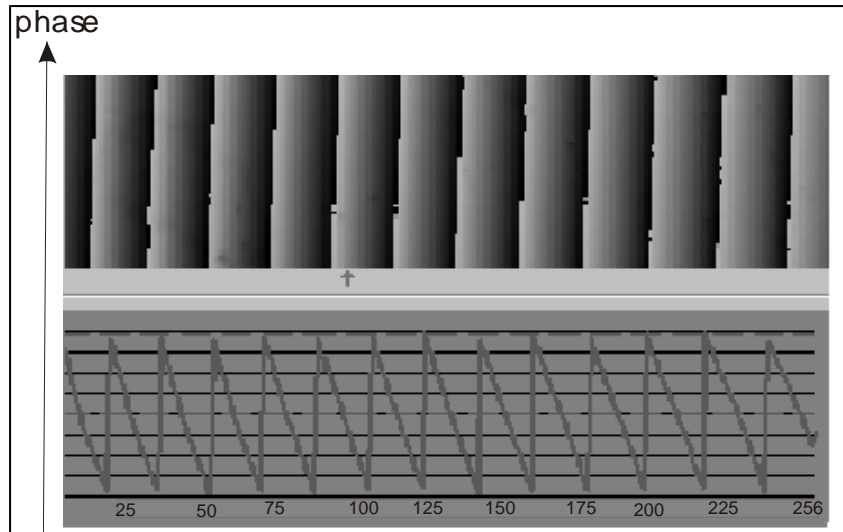
$$S_{\text{int}} = 32I_0I_R = (S_0 - S_4)^2 + (S_1 - S_5)^2 + (S_2 - S_6)^2 + (S_3 - S_7)^2 \quad (1.15)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{S_6 - S_2}{S_0 - S_4}\right) \text{ mod } \pi \quad (1.16)$$

Les résultats obtenus sont convertis pixel par pixel en échelle de gris pour former les images tomographiques d'intensité ou de phase. De telles images d'une lame inclinée sont représentées sur les Figures 1.11 et 1.12. Comme attendu, la phase varie linéairement le long de la lamelle entre 2 discontinuités de  $2\pi$ . De telles images peuvent donner des détails très fins sur la forme de la surface, mais avec l'ambiguïté de la détermination de la phase, quantité variant entre  $-\pi$  et  $\pi$ .



*Figure 1.11: Image tomographique en intensité de la lame inclinée : échelle de gris représentant  $S_{\text{int}}$ .*



**Figure 1.12** : Image de phase de la même lame inclinée en fonction du numéro du pixel et profil correspondant de  $\phi$ .

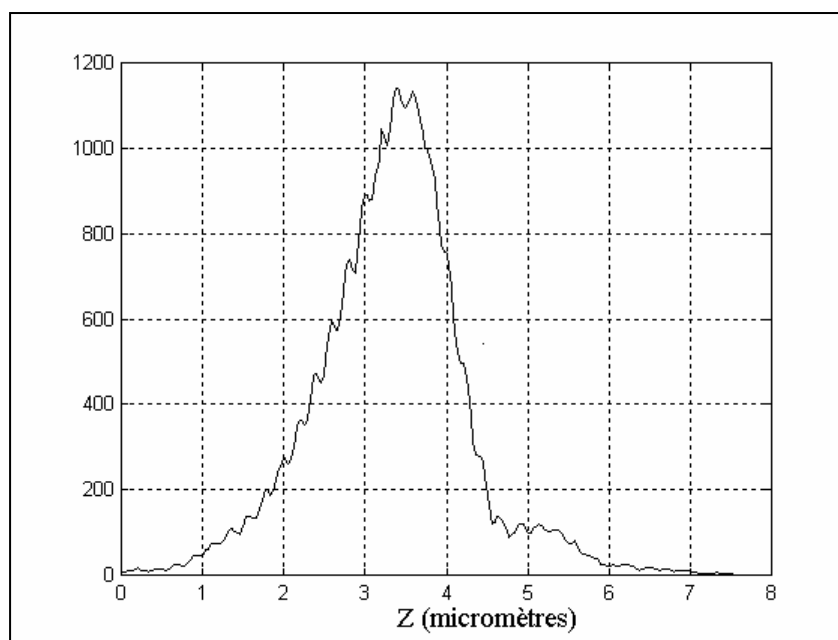
La Figure 1.13 représente le profil de l'enveloppe des franges d'interférences, défini ici par  $\sqrt{S_{\text{int}}}$ , en fonction de la profondeur  $Z$ . La largeur à mi-hauteur de la courbe est de  $1,4 \mu\text{m}$ . Il est important de rappeler qu'avec les objectifs de microscope  $5X$ ,  $0,1 \text{ N.A.}$  utilisés pour prendre ces images, la résolution axiale en géométrie confocale serait bien moins bonne ( $70 \mu\text{m}$ ).

Nous pouvons effectuer une comparaison entre la largeur à mi-hauteur obtenue précédemment, et la valeur attendue calculée à l'aide de la formule 1.3. En utilisant les résultats du paragraphe 6.3, cette dernière nous donne :

$$\Delta z = \frac{l_c}{2} = 2 \frac{\ln 2}{\pi} \frac{\bar{\lambda}^2}{\Delta \lambda} = 2 \frac{\ln 2}{\pi} \frac{(0,753)^2}{0,180} \approx 1,4 \mu\text{m}$$

Ces deux valeurs sont donc bien en accord.

Dans toute la suite, nous appellerons profil tomographique  $S_{\text{int}}$ .

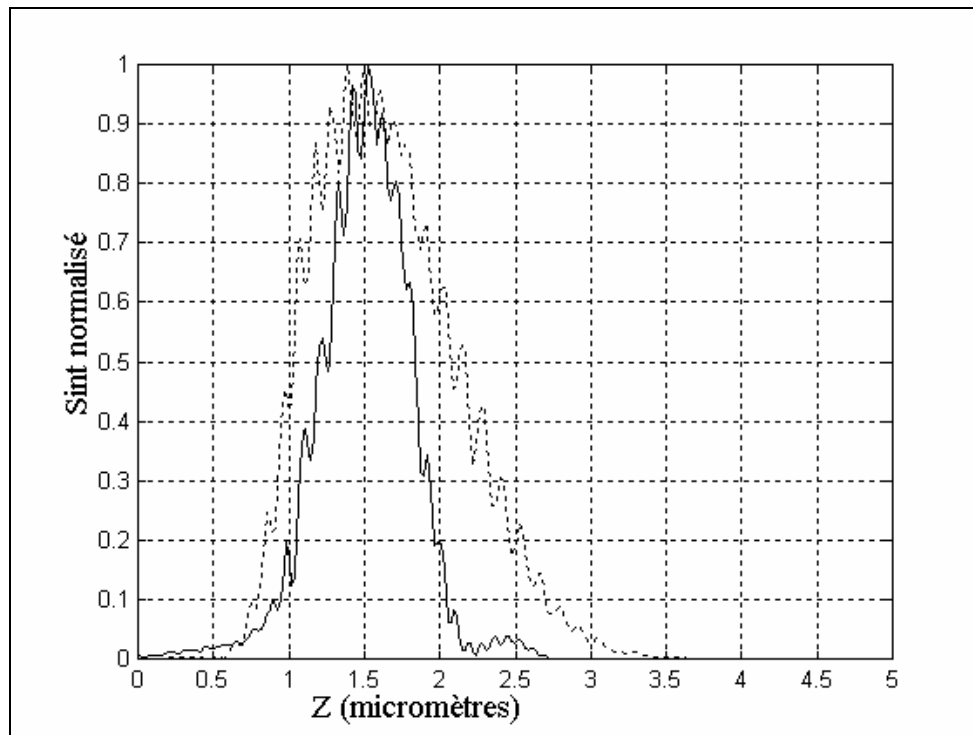


**Figure 1.13 :** Enveloppe des franges d'interférences ( $\sqrt{S_{\text{int}}}$ ) en fonction de la position axiale Z sur la lame en verre inclinée. La largeur à mi-hauteur vaut 1,4  $\mu\text{m}$ .

L'asymétrie du profil de l'enveloppe montre clairement que la dispersion entre les deux bras de l'interféromètre n'est pas parfaitement compensée. Cet effet peut se voir directement sur l'interférogramme (Figure 1.9), les franges d'interférences n'étant pas espacées d'une valeur constante. Nous avons montré que le fait que les objectifs de microscope ne soient pas identiques n'était pas la cause majeure de cet effet. En effet, nous obtenons des résultats similaires avec des paires d'objectifs de différents grossissements, et de plus, nous obtenons des résultats similaires même sans objectifs de microscope, en utilisant l'instrument en simple interféromètre de Michelson (les miroirs étant directement imagés sur la caméra CCD). Nous en avons conclu que la non-compensation de la dispersion était due principalement aux lames séparatrice et compensatrice elles-mêmes et plus particulièrement à leur traitement diélectrique, ces lames étant spécifiées avoir la même épaisseur à 1  $\mu\text{m}$  près.

Cette dispersion réduit la résolution pour imager des échantillons fins dans l'air, mais il se trouve qu'elle peut être compensée, au premier ordre, en insérant une lamelle de verre dans le bras de l'échantillon. La Figure 1.14 montre les profils tomographiques obtenus en

imageant les faces avant et arrière d'une lamelle de verre d'épaisseur  $170 \mu\text{m}$ . Le profil mesuré sur la face arrière est plus fin, avec une largeur à mi-hauteur de  $0,7 \mu\text{m}$ . Notre système est donc bien adapté pour obtenir des images de tissus pris entre lame et lamelle, couramment utilisés par les anatomo-pathologistes, si ces échantillons ne sont pas trop épais (environ moins de  $100 \mu\text{m}$ ). Bien sur, une compensation complète de la dispersion serait requise pour imager des échantillons plus épais ou pour utiliser l'instrument *in vivo*. Cette compensation pourrait être obtenue en utilisant des objectifs à immersion à eau dans les deux bras (en faisant l'hypothèse que l'échantillon à étudier ait un indice de réfraction voisin de celui de l'eau), ou en utilisant un système sophistiqué de prismes.



**Figure 1.14 :** Profils tomographiques obtenus sur une lamelle de verre inclinée de  $170 \mu\text{m}$  d'épaisseur. Traits pointillés : face avant, traits pleins : face arrière. Les largeurs à mi-hauteur sont respectivement de  $1,2$  et  $0,7 \mu\text{m}$ , indiquant que l'insertion de la lamelle de verre dans le bras de l'échantillon améliore la compensation de la dispersion entre les deux bras de l'interféromètre.



## 7. Mesure du rapport signal à bruit

Le point clé est de mesurer la dynamique expérimentale  $D_R^{\text{exp}}$  (liée, rappelons le, au rapport signal à bruit maximum réalisable expérimentalement  $SNR_{\text{max}}^{\text{exp}}$  par la formule  $D_R^{\text{exp}} = 10 \log SNR_{\text{max}}^{\text{exp}}$ ), et de la comparer à sa limite théorique  $D_R^{\text{SN}}$  due au bruit de photons (*shot noise*). Cette mesure peut être faite facilement à l'aide de la lamelle de verre inclinée : la caméra travaillant près de la saturation (pour avoir le plus grand signal possible),  $S_{\text{int}}$  est mesuré au maximum du profil puis le plus loin possible, sur les ailes ne comportant que du bruit. Lorsque la mesure est faite en moyennant sur  $N$  images prises pour chaque position du miroir de référence, alors, les mesures effectuées pour  $N = 1, 10, 100$  donnent :

$$D_R^{\text{exp}} \approx 10 \log(2.10^4 N) \quad (1.17)$$

Calculons à présent la valeur limite théorique. Appelons  $x = \frac{I_O}{I_R}$  le rapport entre l'intensité provenant de l'objet et l'intensité provenant de l'échantillon. Le signal tomographique  $S_{\text{int}}$  est donné, en utilisant la formule 1.15, pour  $N$  images accumulées par :

$$S_{\text{int}} = 32 I_R I_O N^2 \quad (1.18)$$

où  $I_R$  et  $I_O$  s'expriment en nombre de photoélectrons.

D'autre part, si le bruit est limité par la statistique des photoélectrons, le bruit de Poisson est alors égal au produit de  $I_R$  par le nombre d'images différentes (celui-ci s'additionnant de façon incohérente) :

$$S_{\text{int}}^{\text{bruit}} = 8 N I_R \quad (1.19)$$

Ainsi, le rapport signal à bruit  $SNR$  vaut :

$$SNR = \frac{S_{int}}{S_{bruit}} = 4I_O N \quad (1.20)$$

Celui-ci est indépendant de la valeur de l'intensité provenant du bras de référence et est proportionnel au nombre d'images accumulées dans une même position. Or, en pratique, le rapport signal à bruit est limité par la saturation de la caméra CCD, et la valeur intéressante est la dynamique  $D_R = 10 \log(SNR_{max})$ .

Le maximum ( $I_{max}$ ) et le minimum ( $I_{min}$ ) des intensités sur la frange la plus contrastée de l'interférogramme sont donnés par :

$$I_{max} = (1 + \sqrt{x})^2 I_R, \quad I_{min} = (1 - \sqrt{x})^2 I_R \quad (1.21)$$

Appellons  $I_{sat}$  le nombre maximum de photoélectrons emmagasiné dans chaque pixel. Si on choisit d'exprimer les intensités en terme de photoélectrons, alors, près de la saturation :

$$I_{max} = (1 + \sqrt{x})^2 I_R \approx I_{sat} \quad (1.22)$$

Ceci implique que le rapport signal à bruit maximal autorisé par la saturation de la caméra CCD est donné par :

$$SNR_{max} = 4NI_O = 4NxI_R \approx \frac{4x}{(1 + \sqrt{x})} NI_{sat} \quad (1.23)$$

Ce traitement simplifié ne tient pas compte des possibles contributions incohérentes comme la lumière diffusée dans le bras de l'échantillon. Cependant, de telles contributions ne changent pas vraiment l'ordre de grandeur de  $D_R^{SN}$  car dans le cas pratique  $x \ll 1$ , ce qui implique que l'intensité lumineuse contribuant au bruit de photons est toujours de l'ordre de  $I_R$ .

Il reste à estimer  $x$  : les réflectivités du miroir de référence et de la lamelle de verre sont respectivement de 0.2 et 0.04, on s'attend alors à une valeur de  $x \approx \frac{0,04}{0,2} \approx 0.2$ .

Ce coefficient peut être calculé expérimentalement, à partir du contraste  $C$  des franges d'interférences mesuré sur l'interférogramme.

De l'équation **1.21**, on déduit que :

$$x = \left( \frac{C-1}{C+1} \right)^2 \text{ avec } C = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}} \quad (1.24)$$

Sur l'interférogramme typique de la Figure **1.9**,  $x \approx 0,05 < 0,2$ .

En d'autres termes, le contraste observé expérimentalement est inférieur à celui attendu à partir des valeurs des réflectivités des miroirs. En effet, ce contraste peut être dégradé par différents facteurs tels que des distorsions du front d'onde dues aux aberrations des objectifs, ou par la différence de dispersion entre les deux bras.

Pour notre caméra CCD, il est spécifié que  $I_{\text{sat}} \approx 2.10^5$  électrons. En supposant que  $I_{\text{sat}}$  corresponde bien aux 4096 niveaux de la pleine échelle, et en prenant  $x \approx 0,05$ , on trouve qu'alors  $D_R^{SN} \approx 10 \log(3.10^4 N)$ , en accord avec l'expérience : le système travaille donc près de la limite du bruit de photons. D'autre part, pour un nombre donné d'acquisitions, le rapport signal à bruit sera amélioré en augmentant le contraste des franges d'interférences.

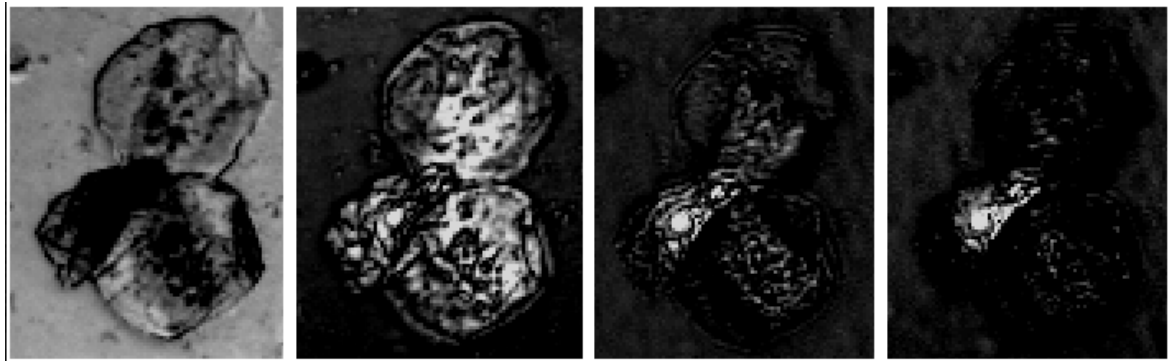
Les résultats ci-dessus indiquent que si la seule cause de diminution de  $x$  est la diffusion de la lumière, alors il sera possible d'imager dans un milieu diffusant jusqu'à 5-6 parcours libres moyens par plan tomographique. En pratique, cette profondeur de pénétration peut être réduite de façon drastique par la distorsion des fronts d'onde due à une interface irrégulière ou par une dispersion non compensée.

## 8. Images tomographiques d'échantillons biologiques

Toutes les images montrées ci-dessous ont été prises avec un temps d'intégration de la caméra CCD inférieur à 50 ms pour chaque image moyennée ( $N < 10$  typiquement).

### 8.1 Cellules épithéliales de l'intérieur de la joue

Pour illustrer la capacité tomographique de l'instrument, nous montrons sur la Figure 1.15 une série d'images de cellules épithéliales de l'intérieur de la bouche, (celles-ci se prélevant aisément par simple frottement), déposées sur une lame de verre, sans lamelle couvre-objet. Les objectifs de microscopes utilisés ont un grossissement 10X. Les quatre images ont été prises en augmentant de gauche à droite la distance entre l'échantillon et l'objectif de 1,5  $\mu\text{m}$ . Sur ces images, les parties les plus claires sont les plans tels que la longueur des deux bras est voisine. Sur la première image, ce sont les parties de la cellule proche de la lame de verre qui sont mises en évidence. La structure en 3 dimensions de ces cellules est clairement visualisée.



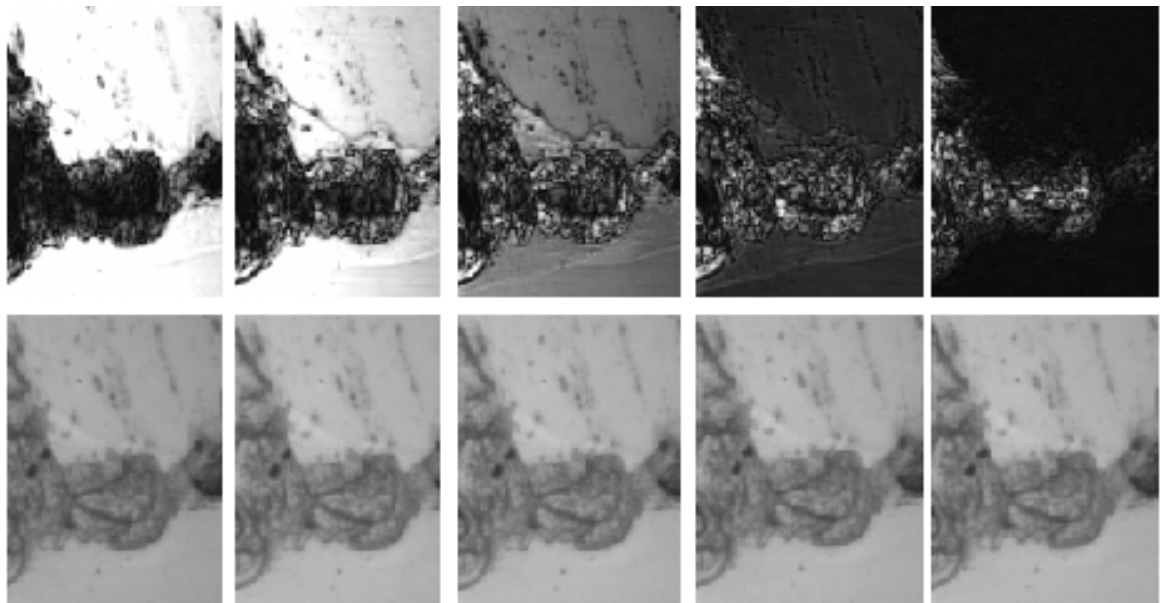
**Figure 1.15:** Cellules épithéliales de l'intérieur de la joue.

Champ de vue : 100  $\mu\text{m}$  x 125  $\mu\text{m}$ . Pas longitudinal de 1,5  $\mu\text{m}$ .

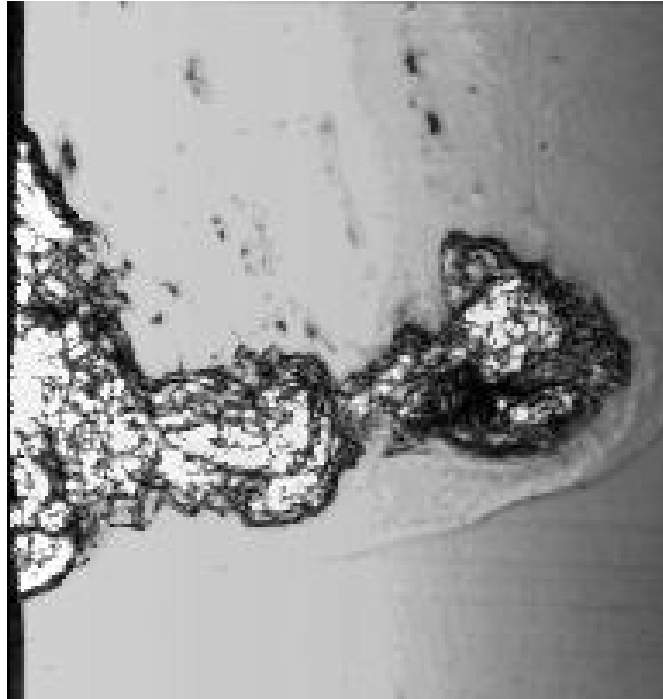
Dans une autre expérience, nous avons imagé les mêmes cellules épithéliales en s'intéressant cette fois à l'image que donnerait un microscope confocal et son image tomographique associée. La Figure 1.16 représente une série de 5 images prises avec les mêmes objectifs 10X. Une région d'intérêt de 180 x 220  $\mu\text{m}$  a été extraite du champ de vue total de 400 x 400  $\mu\text{m}$ . La distance entre l'échantillon et l'objectif augmente de gauche à droite de respectivement 1 ; 0,5 ; 0,5 et 1  $\mu\text{m}$ . Les images tomographiques en

haut permettent une nouvelle fois de visualiser la structure en 3 dimensions des cellules. Sur les deux premières images, la lame de verre apparaît beaucoup plus lumineuse que n'importe quel endroit de la cellule, ceci étant probablement dû à sa plus grande réflectivité. En bas de la figure, on a reporté les images en réflexion de l'échantillon dans les mêmes positions en occultant la lumière dans le bras de référence. Comme attendu de la valeur calculée de la résolution axiale idéale  $\Delta z = 17 \mu m$  pour ces objectifs, ces images sont identiques, en particulier au niveau de leur netteté. Un microscope confocal, avec les mêmes objectifs, ne pourrait donc pas fournir d'information sur la structure en 3 dimensions de ces cellules.

A l'aide d'un logiciel, on peut reconstruire l'image en 3 dimensions à partir de coupes tomographiques. Nous avons utilisé le freeware Image-J, développé pour les besoins de la microscopie confocale. La Figure 1.17 représente une des projections possibles après une reconstruction à partir de la série tomographiques d'images de la Figure 1.16.



**Figure 1.16 :** Images tomographiques (haut) et en réflexion (bas) de cellules épithéliales de l'intérieur de la joue prises avec des objectifs de microscope 10X, 0,24 N.A., sans lamelle couvre-objet. Champ de vue :  $180 \times 220 \mu m$ . La distance entre l'échantillon et l'objectif augmente de gauche à droite des pas suivants : 1 ; 0,5 ; 0,5 ; 1  $\mu m$ .

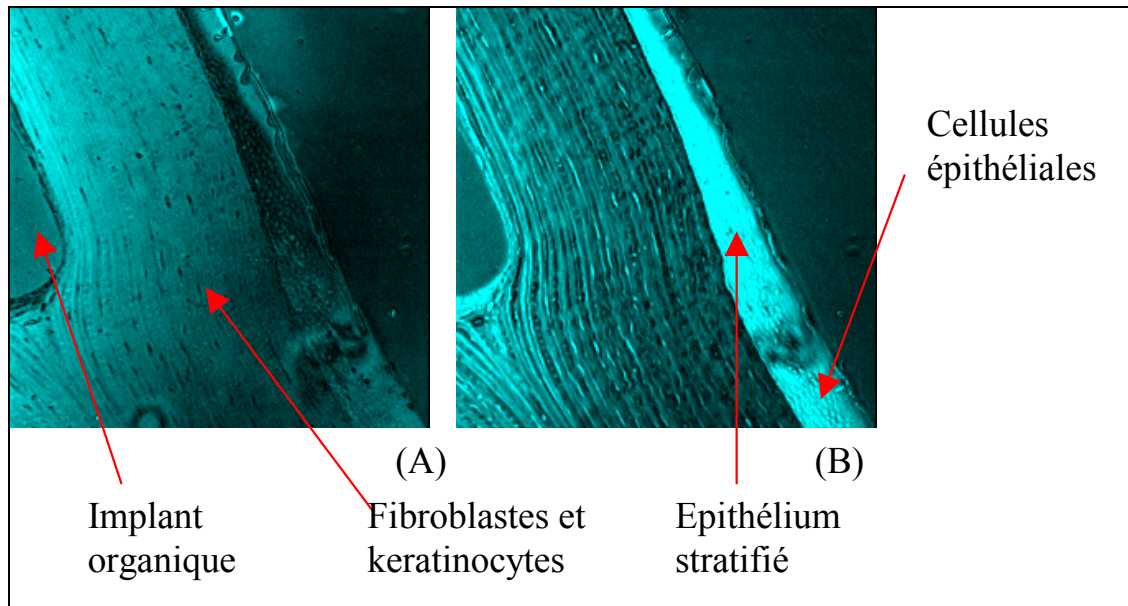


*Figure 1.17 : Projection de la reconstruction en trois dimensions de la série d'images tomographiques de la figure 1.16. Certaines images ont été volontairement contrastées avant projection. Champ de vue 240 x 275  $\mu\text{m}$ .*

## **8.2 Cornée de lapin prise dans de la résine**

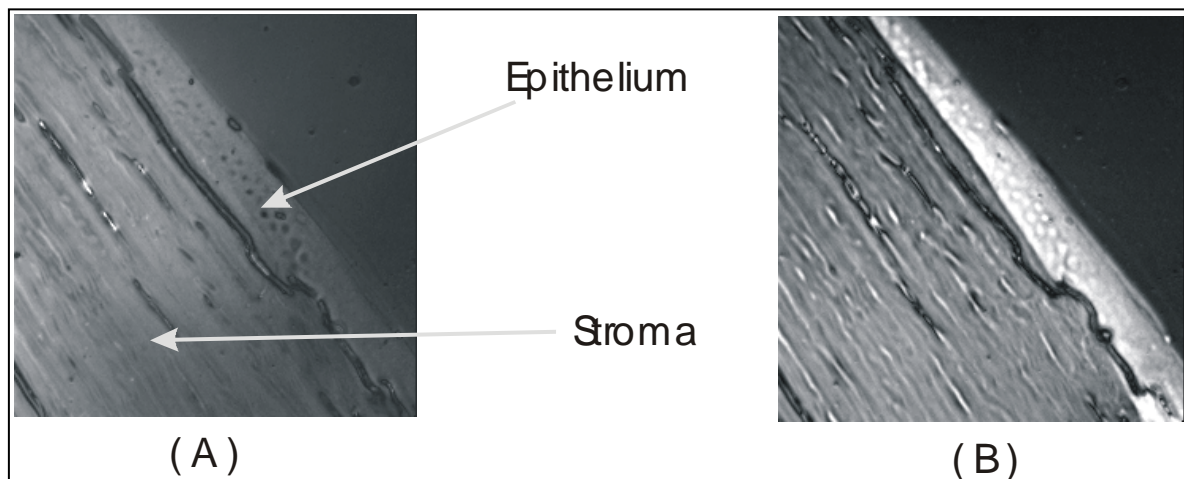
La Figure 1.18 montre une cornée de lapin prise dans de la résine, puis fixée entre lame et lamelle. Avant la mort de l'animal, un implant organique a été inséré dans le stroma sous l'épithélium de la cornée. Celle-ci est imagée avec les objectifs de microscope 10X.

Les 2 images tomographiques (A) et (B) sont espacées de 2  $\mu\text{m}$ . Dans la matrice extracellulaire du stroma, composé en majorité de fibres de collagène, on peut voir des cellules plus sombres (keratinocytes et fibroblastes, figure A). On peut voir sur l'image (B), la direction des fibres de collagène autour de l'implant.



**Figure 1.18 :** Images tomographiques d'une cornée de lapin. Champ de vue :  $125 \times 125 \mu\text{m}$ . Pas longitudinal :  $2 \mu\text{m}$ . Même valeur du contraste pour les deux images (échelle linéaire).

La même cornée de lapin a été imagée (Figure 1.19) avec un plus fort grossissement (objectifs de microscope 20X). Les cellules épithéliales ont un diamètre de l'ordre de  $2 \mu\text{m}$ . À ce grossissement, les organites intracellulaires ne sont pas visibles.



**Figure 1.19 :** Images tomographiques de la même cornée de lapin.

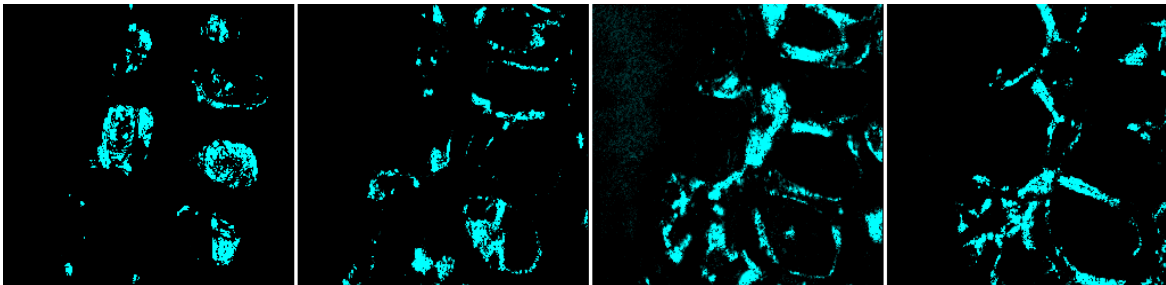
Champ de vue :  $65 \times 65 \mu\text{m}$ . Pas longitudinal :  $2 \mu\text{m}$ . Même valeur du contraste pour les deux images (échelle linéaire).

### 8.3 Echalote sans lamelle couvre-objet

Un échantillon étudié de nombreuses fois par les personnes utilisant l'OCT est la pelure d'échalote (ou d'oignon). Les cellules ont une forme hexagonale.

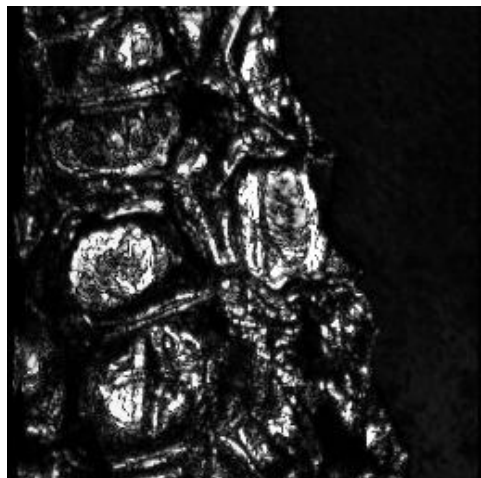
L'échantillon sans lamelle couvre objet a été imagé avec les objectifs de microscope 10X.

La Figure 1.20 représente une série d'images tomographiques de l'échantillon. Chaque image tomographique est espacée de  $2 \mu\text{m}$  de la précédente. Le champ de vue est de  $400 \times 400 \mu\text{m}$ . Sur la Figure 1.21 apparaît une des projections de la reconstruction en 3 dimensions de l'échantillon.



**Figure 1.20 :** Images tomographiques d'une pelure d'échalote. La distance entre l'objectif et l'échantillon augmente de  $4 \mu\text{m}$  entre deux images.

Champ de vue :  $400 \times 400 \mu\text{m}$ .



**Figure 1.21 :** Projection de la reconstruction en trois dimensions de la série d'images tomographiques de la figure 1.20. Champ de vue :  $400 \times 400 \mu\text{m}$ . Certaines images ont été volontairement contrastées avant la reconstruction.



## **9. Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre un système de tomographie cohérente optique fonctionnant en lumière blanche. Le montage est simple (pas de scanner), peu coûteux et de résolution axiale comparable au plus performant des systèmes à fibre optique ( $1,4 \mu\text{m}$  dans l'air). Cependant, nous avons vu que le rapport signal à bruit ainsi que la profondeur de pénétration dans les tissus sont inférieurs à un OCT à fibre. Au commencement de la thèse, nous souhaitions coupler cet instrument à un polarimètre imageur de Mueller. Ce dernier a été développé en parallèle, sans OCT, et sera présenté au chapitre **IV**.

## Bibliographie

1. Y. Pan, R. Birngruber, J. Rosperich et R. Engelhardt, "Low-coherence optical tomography in turbid tissue: theoretical analysis", *App. Opt.*, **34**, pp 6564-6574, 1995
2. A.F. Fercher, C.K. Hitzenberger, M. Sticker, E. Moreno-Barriuso, R. Leitgeb, W. Drexler, H. Sattmann, "A thermal light source technique for optical coherence tomography", *Opt. Comm.*, **185**, pp. 57-64 (2000)
3. W. Drexler, U. Morgner, F. X. Kartner, C. Pitris, S. A. Boppart, X. D. Li, E. P. Ippen, et J. G. Fujimoto, "In vivo ultrahigh-resolution optical coherence tomography", *Optics Letters* **24**, pp. 1221-1223, 1999.
4. C.R. Baumal, "Clinical applications of optical coherence tomography", *Curr. Opin. Ophth.*, **10**, pp. 182-188 (1999)
5. J. Welzel, "Optical coherence tomography in dermatology : a review", *Skin Res. Techn.*, **7**, pp. 1-9 (2001)
6. V. P. Linnik, "Ein apparat für mikroskopisch-interferometrische untersuchung reflektierender objekte (mikrointerferometer)", *Akad. Nauk.SSSR Dokl.* **1**, 18 (1933)
7. A. Harasaki, J. Schmit et J. C. Wyant, "Improved vertical-scanning interferometry", *App. Opt.*, **39**, pp 2107-2115 (2000)
8. A. Pfortner et J. Schwider, "Dispersion error in white-light Linnik interferometers and its implications for evaluation procedures", *App. Opt.*, **40**, pp 6223-6228 (2001)
9. E. Beaurepaire, A. C. Boccara, M. Lebec, L. Blanchot and H. Saint-Jalmes, "Full-field optical coherence microscopy", *Opt. Lett.*, **23**, 244 (1998)
10. A. Dubois, A.C. Boccara and M. Lebec, "Real-time reflectivity and topography imagery of depth-resolved microscopic surfaces", *Opt. Lett.* **25**, 309 (1999)
11. A. Dubois, L. Vabre, A.C. Boccara et E. Beaurepaire, « High-resolution full-field optical coherence tomography with a Linnik microscope », *Appl. Opt.* **41**, pp 805-811 (2002)
12. Timothy R. Corle, Gordon S. Kino, "Confocal scanning optical microscopes and related imaging systems", (academic press, 1996)
13. K.G. Larkin, "Efficient non linear algorithm for envelope detection in white light interferometry", *J. Opt. Soc. Am. A.*, **13**, pp 832-843 (1996)
14. P. Hariharan, B.F. Oreb et T. Eiju, "Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm", *App. Opt.*, **26**, pp 2504-2606 (1987)



## Chapitre II : Description de la lumière partiellement polarisée : formalisme de Stokes, matrices de Mueller

Dans le cas d'une lumière totalement polarisée, on utilise le plus souvent la description conventionnelle. L'état de polarisation d'une onde monochromatique (de pulsation  $\omega$ ) et de vecteur d'onde  $\vec{k}$  est décrit par les amplitudes  $E_p$  et  $E_s$  du champ électrique dans deux directions perpendiculaires au vecteur d'onde (Figure 2.1).

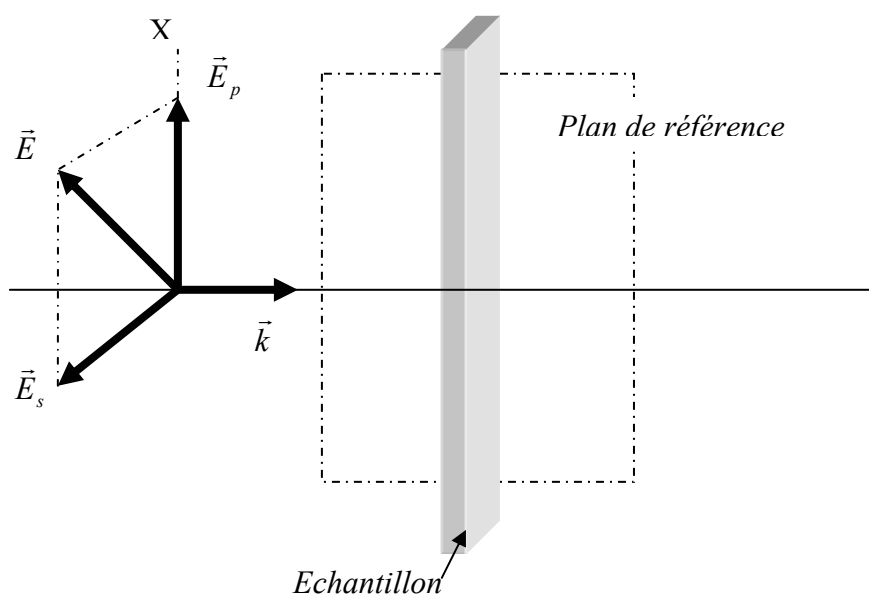
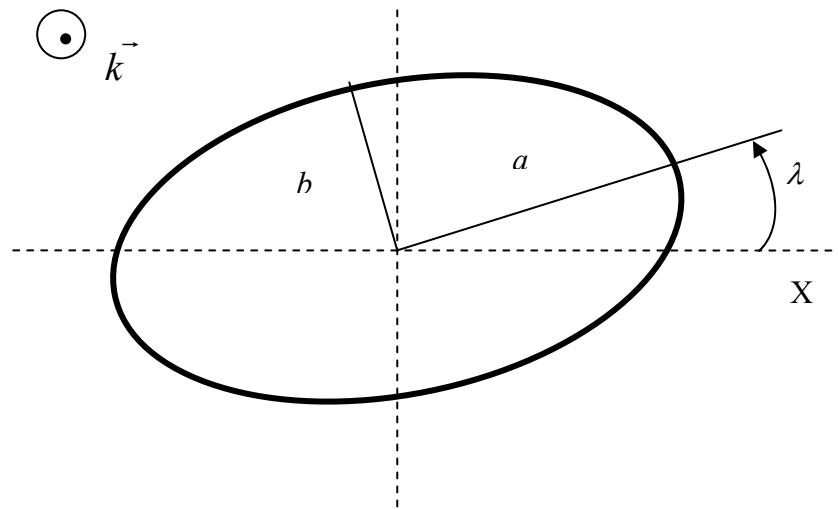


Figure 2.1 : Composantes vectorielles du champ électrique dans le plan « p » et normale au plan « s ».

Dans ce repère, le champ électrique peut alors s'exprimer par la relation suivante :

$$\vec{E} = \text{Re}\left[(E_p \vec{e}_p + E_s \vec{e}_s) \exp(i(-\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t + \varphi))\right] \quad (2.1)$$

L'état de polarisation totale le plus général est celui où le vecteur champ électrique décrit une ellipse au cours du temps (Figure 2.2). L'angle que fait l'axe X et le demi axe principal est appelé l'*azimut* (ou angle d'inclinaison)  $\lambda$  ( $-90^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ ). Le rapport  $\tan \varepsilon = b/a$  des longueurs des demi axes est appelé *ellipticité*.



**Figure 2.2** : Définition de l'azimut et de l'ellipticité.

Dans le cas d'une lumière partiellement polarisée, ce traitement n'est plus valable. L'objet de ce chapitre est d'introduire le formalisme de Stokes permettant de décrire alors n'importe quel état de polarisation. On retrouvera en annexe des rappels mathématiques sur les calculs matriciels.

## 1. Vecteur de Stokes

Bien que le formalisme de Stokes ait été conçu en 1852, il n'a suscité qu'un faible intérêt en optique jusque dans les années 1950. Pourtant, il permet de décrire un faisceau lumineux complètement, partiellement ou pas du tout polarisé, monochromatique ou polychromatique. Cette description moderne de la lumière polarisée est donc beaucoup plus puissante que la description conventionnelle (rappelée brièvement dans l'introduction de ce chapitre).

Dans le formalisme de Stokes<sup>1, 2, 3</sup>, on se base sur la quantité directement observable qu'est l'intensité. L'état de polarisation de la lumière est alors décrit par un vecteur de dimension 4 appelé vecteur de Stokes (le transposé du vecteur est noté <sup>T</sup>):

$$\mathbf{s}^T = (I, Q, U, V) \quad (2.2)$$

dont les quatre composantes  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  et  $V$  sont définies par la relation suivante :

$$\mathbf{s}^T = \left( \langle I_p + I_s \rangle, \langle I_p - I_s \rangle, \langle I_{+45} - I_{-45} \rangle, \langle I_R - I_L \rangle \right) \quad (2.3)$$

$I$  est l'intensité totale du faisceau :  $I = \langle I_p + I_s \rangle = \langle I_{+45} + I_{-45} \rangle = \langle I_R + I_L \rangle$

$I_p$  et  $I_s$  représentent l'intensité transmise par un polariseur linéaire placé à 0 et 90 degrés dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation.

$I_{\pm 45}$  représente l'intensité transmise par un polariseur linéaire placé à un angle azimutal

$\phi = \pm 45^\circ$ .

$I_R$  et  $I_L$  sont les intensités transmises par un polariseur circulaire droit ou gauche.

Les parenthèses indiquent que les intensités ont été temporellement et spatialement moyennées par le détecteur. Bien évidemment,  $Q$ ,  $U$  et  $V$  doivent être inférieurs à  $I$  en valeur absolue.

Ce vecteur peut être relié au champ électrique par:

$$\mathbf{s}^T = \left( \langle E_p \bar{E}_p + E_s \bar{E}_s \rangle, \langle E_p \bar{E}_p - E_s \bar{E}_s \rangle, \langle E_p \bar{E}_s + E_s \bar{E}_p \rangle, i \langle E_p \bar{E}_s - E_s \bar{E}_p \rangle \right) \quad (2.4)$$

Le tableau 2.1 précise les composantes du vecteur de Stokes pour quelques états de polarisation particuliers.

	Linéaire 0°	Linéaire 45°	Circulaire gauche	Non polarisée
Q/I	1	0	0	0
U/I	0	1	0	0
V/I	0	0	-1	0

**Tableau 2.1** : Exemples de valeurs du vecteur de Stokes

On définit le *degré de polarisation* du faisceau par la relation :

$$p(\mathbf{S}) = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \leq 1 \quad (2.5)$$

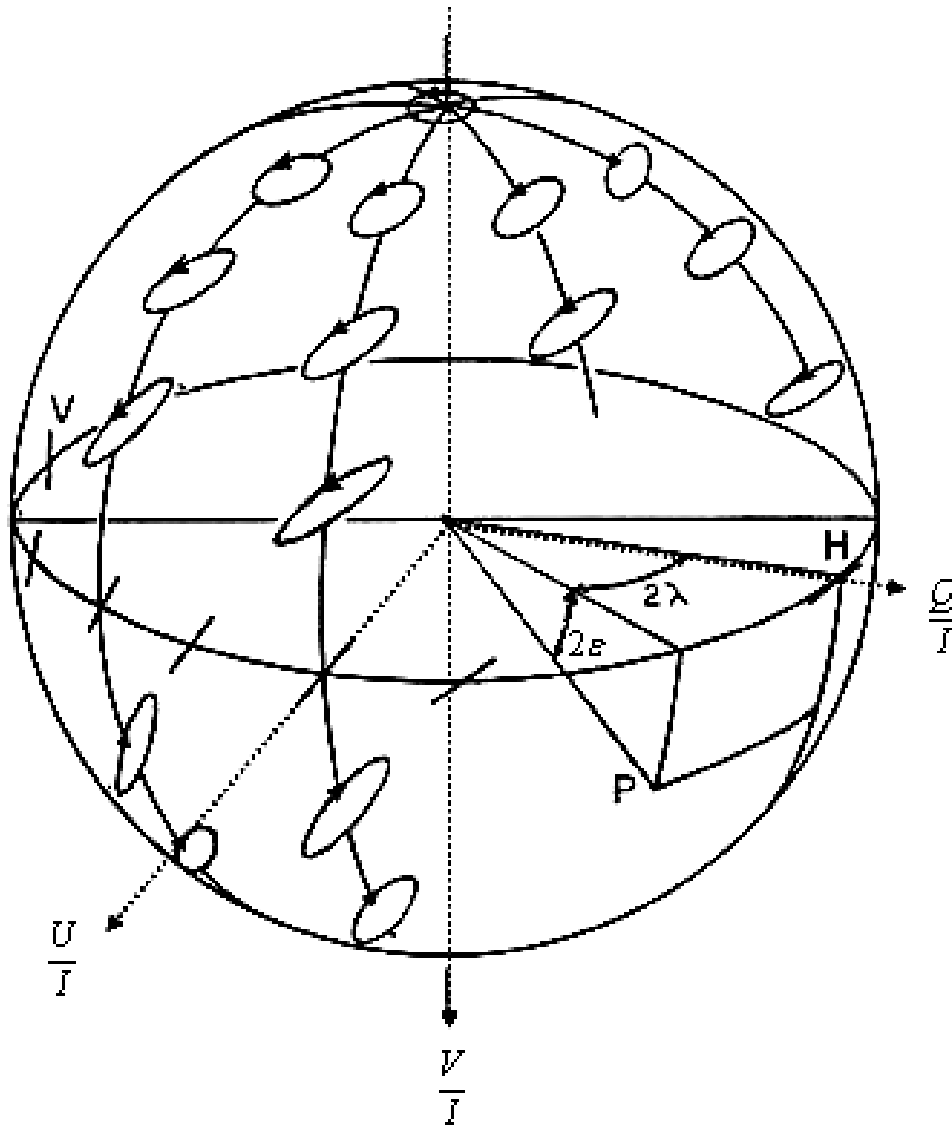
Le faisceau est dit totalement polarisé lorsque ce degré est égal à 1.

**Principe d'équivalence optique** : Après avoir défini son vecteur, Stokes énonce son « principe d'équivalence optique » : deux faisceaux ayant le même vecteur de Stokes ne sont pas différenciables au regard de leur intensité, degré de polarisation et état de polarisation (mais peuvent l'être par leur géométrie, leur distribution spectrale en énergie, leur phase ou leurs fluctuations de phase).

## 2. Sphère de Poincaré

La sphère de Poincaré<sup>2</sup>, conçue par Henri Poincaré en 1892, fournit une méthode commode pour représenter la lumière totalement ou partiellement polarisée. La Figure 2.3 indique la signification des différentes parties de la sphère. Les pôles sud et nord représentent une lumière polarisée circulairement respectivement droite et gauche. Les points situés sur l'équateur sont des états de polarisation linéaires. Un point H choisi arbitrairement sur l'équateur désigne une polarisation horizontale, et le point diamétralement opposé V une polarisation verticale. Deux états de polarisation orthogonaux sont représentés par deux points diamétralement opposés. En général, le rayon de la sphère est choisi égal à l'unité.

Un point P quelconque sur la surface de la sphère de Poincaré est caractérisé par sa longitude ( $2\lambda$ ) et sa latitude ( $2\varepsilon$ ) avec  $-180^\circ \leq 2\lambda \leq 180^\circ$  et  $-90^\circ \leq 2\varepsilon \leq 90^\circ$ . La longitude est positive lorsqu'elle est mesurée dans le sens des aiguilles d'une montre depuis le point H ; la latitude est positive lorsqu'elle est orientée vers le pôle sud. Ainsi, les coordonnées du point P représenté sur la Figure 2.3 sont positives.



**Figure 2.3 :** *Sphère de Poincaré (figure issue du livre « Polarized light » de W. A. Shurcliff).*

Physiquement, le point P représente une lumière totalement polarisée elliptique d'azimut  $\lambda$  et d'ellipticité  $b/a = \tan|\varepsilon|$ . Elle est gauche si  $2\varepsilon$  est positif, droite sinon. Les points de même longitude sont des états de polarisation de même ellipticité.



Cette représentation est unique : chaque point de la sphère représente un état de polarisation différent et réciproquement.

Comme nous pouvons le constater sur la figure, les coordonnées du vecteur de Stokes  $\mathbf{S}$  s'écrivent en fonction de l'azimut et de l'ellipticité:

$$\begin{cases} \frac{Q}{I} = \cos 2\lambda \cos 2\varepsilon \\ \frac{U}{I} = \sin 2\lambda \cos 2\varepsilon \\ \frac{V}{I} = \sin 2\varepsilon \end{cases} \quad (2.6)$$

### 3. Matrice de Mueller

Au début des années 1940, le professeur Hans Mueller, alors à l'institut de technologie du Massachusetts, introduit phénoménologiquement son formalisme. Il démontre la puissance de la formulation matricielle en résolvant différents problèmes réputés alors insolubles.

#### 3.1 Définitions

La matrice de Mueller<sup>1,2,3</sup> d'un échantillon  $\mathbf{M} = (m_{ij})$  est une matrice réelle 4x4 (avec  $1 \leq i, j \leq 4$ ) définie par la relation suivante :

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M} \mathbf{S}_{in} \quad (2.7)$$

Où  $\mathbf{S}_{out}$  et  $\mathbf{S}_{in}$  sont les vecteurs de Stokes de la lumière sortante et incidente.

Cette dernière relation peut encore s'écrire :

$$\begin{pmatrix} I_{out} \\ Q_{out} \\ U_{out} \\ V_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}I_{in} + m_{12}Q_{in} + m_{13}U_{in} + m_{14}V_{in} \\ m_{21}I_{in} + m_{22}Q_{in} + m_{23}U_{in} + m_{24}V_{in} \\ m_{31}I_{in} + m_{32}Q_{in} + m_{33}U_{in} + m_{34}V_{in} \\ m_{41}I_{in} + m_{42}Q_{in} + m_{43}U_{in} + m_{44}V_{in} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

La matrice de Mueller permet de résoudre des problèmes même en présence de dépolarisation. Par contre, elle ne décrit qu'un faisceau : par exemple, si deux faisceaux émergent d'un prisme de Wollaston, alors deux matrices doivent être utilisées et des calculs séparés doivent être menés.

Enfin, la matrice de Mueller d'un système optique s'obtient par multiplication matricielle de ses constituants :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1 \quad (2.9)$$

### 3.2 Critère de physicalité

Lorsque l'on obtient une matrice de Mueller expérimentalement, il est intéressant de vérifier que les résultats obtenus sont bien cohérents. Ceci peut être vérifié à l'aide des critères suivants<sup>4</sup>. On définit une matrice hermitienne  $\mathbf{H}(\mathbf{M})$   $4 \times 4$  associée à la matrice de Mueller mesurée  $\mathbf{M}$  comme indiqué ci-dessous :

$$\mathbf{H}(\mathbf{M}) =$$

$m_{11} + m_{12} + m_{21} + m_{22}$	$m_{13} + m_{23} - i(m_{14} + m_{24})$	$m_{31} + m_{32} - i(m_{41} + m_{42})$	$m_{33} - m_{44} - i(m_{34} + m_{43})$
$m_{13} + m_{23} + i(m_{14} + m_{24})$	$m_{11} - m_{12} + m_{21} - m_{22}$	$m_{33} + m_{44} + i(m_{34} - m_{43})$	$m_{31} - m_{32} - i(m_{41} - m_{42})$
$m_{31} + m_{32} + i(m_{41} + m_{42})$	$m_{33} + m_{44} + i(-m_{34} + m_{43})$	$m_{11} + m_{12} - m_{21} - m_{22}$	$m_{13} - m_{23} - i(m_{14} - m_{24})$
$m_{33} - m_{44} + i(m_{34} + m_{43})$	$m_{31} - m_{32} - i(-m_{41} + m_{42})$	$m_{13} - m_{23} - i(-m_{14} + m_{24})$	$m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}$

Pour qu'une matrice  $\mathbf{M}$   $4 \times 4$  soit une matrice de Mueller physiquement acceptable, les valeurs propres de sa matrice de cohérence associée  $\mathbf{H}(\mathbf{M})$  doivent être positives ou nulles. En effet, dans ce cas la matrice de Mueller peut être considérée comme la superposition incohérente de matrices de Mueller d'éléments purs (non dépolarisants).

De plus, le rapport de l'intensité émergente sur l'intensité incidente doit être inférieur à 1, et ceci doit rester vrai si les faisceaux incidents et émergents sont interchangés.

Ainsi, une matrice de Mueller vérifie les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} m_{11} + \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \leq 1 \\ m_{11} + \sqrt{m_{21}^2 + m_{31}^2 + m_{41}^2} \leq 1 \end{cases} \quad (2.10)$$

### 3.3 Transformation par rotation

Les matrices de Mueller sont explicitées pour des orientations particulières des composants dans le plan. Pour une orientation  $\phi$ , la matrice  $\mathbf{M}(\phi)$  se déduit de  $\mathbf{M}(\phi = 0)$  par :

$$\mathbf{M}(\phi) = \mathbf{U}(\phi) \mathbf{M}(\phi = 0) \mathbf{U}(-\phi) \quad (2.11)$$

Où  $\mathbf{U}(\phi)$  est la matrice de rotation:

$$\mathbf{U}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\phi) & -\sin(2\phi) & 0 \\ 0 & \sin(2\phi) & \cos(2\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

### 3.4 Dichroïsme et polarisance

#### 3.4.1 Dichroïsme

Un *élément optique dichroïque* présente une anisotropie d'absorption, il modifie uniquement les amplitudes des composantes du champ électrique. Sa transmission en intensité dépend de l'état de polarisation incident. La première ligne de la matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  détermine complètement la transmission en intensité. On peut montrer<sup>5</sup> que les transmissions maximum et minimum  $T_{\max}$  et  $T_{\min}$  sont données par :

$$T_{\min}^{\max} = m_{11} \pm \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \quad (2.13)$$

Or, on définit habituellement le *dichroïsme scalaire*  $D$  par la relation ci-dessous :

$$D = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} \quad (2.14)$$

Ainsi, cette dernière équation s'écrit encore, en fonction des coefficients de la matrice de Mueller, en utilisant la relation 2.13 :

$$D = \frac{1}{m_{11}} \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \quad (2.15)$$

$D$  varie entre 0 (pour un élément dont la transmission en intensité ne dépend pas de la polarisation incidente, comme un déphaseur idéal, par exemple) et 1 pour un polariseur idéal (linéaire, circulaire ou elliptique).

Plusieurs éléments optiques pouvant avoir la même valeur de  $D$ , il est nécessaire, pour les distinguer, d'introduire aussi les axes du dichroïsme. Les états propres de polarisation, pour lesquels la transmission vaut respectivement  $T_{\max}$  et  $T_{\min}$ , décrivent ces axes principaux.

Les vecteurs de Stokes incidents associés à ces deux valeurs sont donnés<sup>6</sup> par :

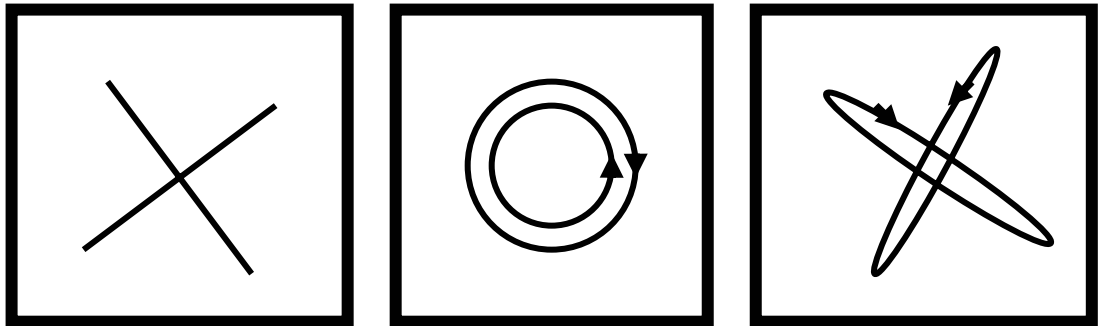
$$\mathbf{S}_{\max} = \begin{pmatrix} 1 \\ m_{12} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \\ m_{13} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \\ m_{14} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{S}_{\min} = \begin{pmatrix} 1 \\ -m_{12} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \\ -m_{13} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \\ -m_{14} / \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -d_1 \\ -d_2 \\ -d_3 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Les valeurs des coefficients  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  peuvent être simplement exprimés de la manière suivante :

$$\begin{cases} d_1 = \frac{m_{12}}{m_{11}D} \\ d_2 = \frac{m_{13}}{m_{11}D} \\ d_3 = \frac{m_{14}}{m_{11}D} \end{cases} \quad (2.18)$$

$(1, d_1, d_2, d_3)^T$  est le vecteur de Stokes décrivant l'état propre de polarisation associé à  $T_{\max}$ . Cet état est elliptique, de degré de polarisation 1 (d'où  $\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2} = 1$ ). Les deux états propres de polarisation correspondant à  $T_{\min}$  et  $T_{\max}$  ont été représentés sur la Figure 2.4. Le grand axe de l'ellipse définit l'axe de l'élément dichroïque.



*Figure 2.4 : Etats propres de polarisation linéaires, circulaires et elliptiques (de gauche à droite).*

On définit le vecteur dichroïsme  $\vec{D}$  par la relation ci-dessous :

$$\vec{D} = D\hat{D} = \begin{pmatrix} Dd_1 \\ Dd_2 \\ Dd_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{11}} \begin{pmatrix} m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

**Ainsi, la première ligne de la matrice M donne son vecteur dichroïsme.**

Le vecteur dichroïsme décrit à la fois l'amplitude ( $D$ ) et l'axe du dichroïsme. Il peut être représenté sur la sphère de Poincaré.

Les trois composantes de ce vecteur sont appelées respectivement dichroïsme horizontal, linéaire à  $45^\circ$  et circulaire. Le dichroïsme linéaire  $D_L$  est défini par :

$$D_L = \sqrt{D_H^2 + D_{45}^2} \quad (2.20)$$

On note par la suite  $T_H$  la transmission pour une lumière initialement polarisée horizontalement ( $T_V$ ,  $T_{45}$ ,  $T_{135}$ ,  $T_R$  et  $T_L$  se référant respectivement à une lumière polarisée verticalement, à  $45^\circ$ , à  $135^\circ$ , circulairement droite et gauche).

Alors, les composantes du vecteur s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{T_H - T_V}{T_H + T_V} &= \frac{m_{12}}{m_{11}} = D_H \\ \frac{T_{45} - T_{135}}{T_{45} + T_{135}} &= \frac{m_{13}}{m_{11}} = D_{45} \\ \frac{T_R - T_L}{T_R + T_L} &= \frac{m_{14}}{m_{11}} = D_C \end{aligned} \quad (2.21)$$

Cette dernière équation nous permet de donner un sens physique à la notion de vecteur dichroïsme.

Enfin, un élément dichroïque est dit linéaire si son dichroïsme circulaire  $D_C$  est nul. De la même façon, un élément dichroïque est dit circulaire s'il ne présente pas de dichroïsme linéaire).

### 3.4.2 Polarisation

Dans le cas d'une lumière incidente non polarisée, l'état de sortie est déterminé par la première colonne de  $\mathbf{M}$ . La *polarisation*  $P$  est définie<sup>2</sup> comme le degré de polarisation produit par un élément optique lorsque le faisceau incident est non polarisé (Rappelons que le degré de polarisation  $p$  est une propriété du faisceau, tandis que la polarisation  $P$  est une propriété de

l'élément considéré. En effet, si la lumière incidente est partiellement polarisée, le degré de polarisation du faisceau sortant ne sera pas égal à la polarisation).

La polarisation s'écrit donc en fonction des coefficients de la matrice de Mueller :

$$P = p(S_{out}) = p(\mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \frac{1}{m_{11}} \sqrt{m_{21}^2 + m_{31}^2 + m_{41}^2} \quad (2.22)$$

De manière similaire, le concept de polarisation peut être généralisé en définissant un vecteur polarisation<sup>6</sup>  $\vec{P}$  :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_H \\ P_{45} \\ P_R \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{11}} \begin{pmatrix} m_{21} \\ m_{31} \\ m_{41} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

**Ainsi, la première colonne de  $\mathbf{M}$  fournit son vecteur polarisation.**

Le vecteur de Stokes sortant pour une lumière initialement non polarisée sera donné par  $m_{11}(1, \vec{P}^T)^T$ . Physiquement, les composantes de  $\vec{P}$  sont égales au degré de polarisation horizontal, linéaire à 45° et circulaire produit quand la lumière incidente est non polarisée.

### 3.4.3 Propriété d'invariance par rotation

Il est facile de démontrer (en utilisant la matrice de rotation définie par l'équation 2.11) qu'une matrice  $\mathbf{M}(\phi)$  d'un échantillon orienté d'un angle  $\phi$  en fonction de la matrice  $\mathbf{M}(0) = m_{ij}$  du même échantillon orienté à 0° est de la forme suivante :

$$\mathbf{M}(\phi) = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \cos 2\phi - m_{13} \sin 2\phi & m_{12} \sin 2\phi + m_{13} \cos 2\phi & m_{14} \\ m_{21} \cos 2\phi - m_{31} \sin 2\phi & a & b & m_{24} \cos 2\phi - m_{34} \sin 2\phi \\ m_{21} \sin 2\phi + m_{31} \cos 2\phi & c & d & m_{24} \sin 2\phi + m_{34} \cos 2\phi \\ m_{41} & m_{42} \cos 2\phi - m_{43} \sin 2\phi & m_{42} \sin 2\phi + m_{43} \cos 2\phi & m_{44} \end{pmatrix}$$

En définissant les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  par les relations suivantes :

$$\begin{cases} a = \cos^2(2\phi)m_{22} - \sin(2\phi)\cos(2\phi)(m_{32} + m_{23}) + \sin^2(2\phi)m_{33} \\ b = \cos^2(2\phi)m_{23} + \sin(2\phi)\cos(2\phi)(m_{22} - m_{33}) - \sin^2(2\phi)m_{32} \\ c = \cos^2(2\phi)m_{32} + \sin(2\phi)\cos(2\phi)(m_{22} - m_{33}) - \sin^2(2\phi)m_{23} \\ d = \cos^2(2\phi)m_{33} + \sin(2\phi)\cos(2\phi)(m_{32} + m_{23}) + \sin^2(2\phi)m_{22} \end{cases} \quad (2.24)$$

On se rend compte alors que :

$$D(\phi) = D(\phi') = D(0) \quad (2.25)$$

$$P(\phi) = P(\phi') = P(0) \quad (2.26)$$

**$P$  et  $D$  sont donc indépendants de l'orientation de l'échantillon, fait particulièrement intéressant pour l'obtention d'images polarimétriques.**

## 4. Composants optiques « élémentaires » de polarisation

### 4.1 Dichroïques élémentaires

#### 4.1.1 Polariseurs « parfaits »

- Un *polariseur*<sup>2</sup> est un composant optique qui, lorsqu'il est éclairé avec une lumière non polarisée transmet un faisceau de lumière totalement polarisée. Selon que l'état de polarisation obtenu est linéaire, circulaire ou elliptique, le polariseur sera appelé *linéaire*, *circulaire* ou *elliptique*<sup>7</sup> (Figure 2.5). Les polariseurs circulaires sont usuellement composés d'un polariseur linéaire suivi d'une lame retard déphasant de 90°.



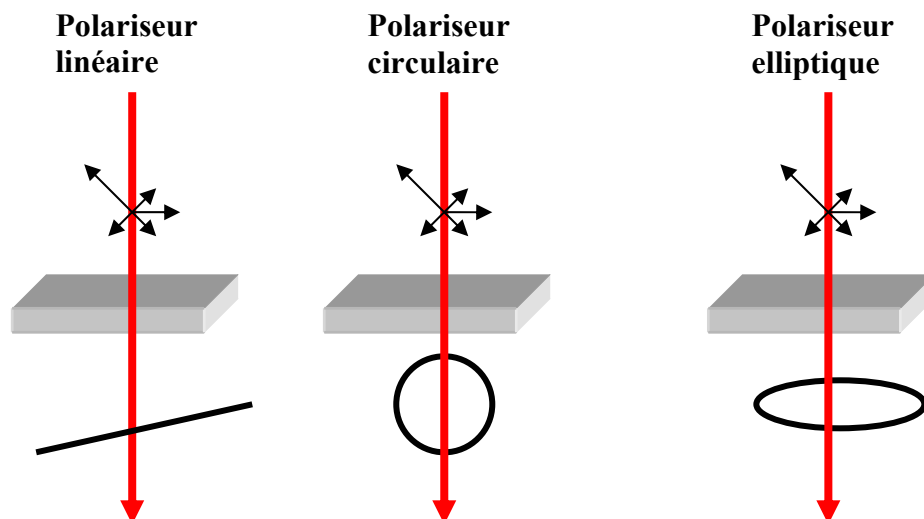


Figure 2.5 : Schéma de principe de polariseurs linéaire, circulaire et elliptique (de gauche à droite).

- Un *polariseur dépolarisant* est capable d'augmenter le degré de polarisation d'un faisceau initialement non polarisé mais il peut réduire celui d'un faisceau initialement totalement polarisé. La dépolarisation de la plupart des polariseurs est tellement faible qu'elle peut être considérée comme négligeable pour la plupart des applications.

On appelle  $\tau$  le coefficient de transmission du polariseur. Le tableau<sup>2</sup> 2.2 répertorie les matrices de Mueller de différents types de polariseur. Dans le cas du polariseur linéaire (le plus utilisé en pratique), celles-ci ont deux valeurs propres :  $\tau$  (ordre 1) et 0 (ordre 3).

Polariseur linéaire orienté à 0°	Polariseur linéaire orienté à 45°
$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Polariseur linéaire d'azimut $\phi$	Polariseur circulaire
$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & C & S & 0 \\ C & C^2 & CS & 0 \\ S & CS & S^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ <p style="text-align: center;"><math>C = \cos(2\phi) \quad S = \sin(2\phi)</math></p>	$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Polariseur elliptique d'ellipticité $\tan(\varepsilon)$
$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & CC_e & SC_e & \pm S_e \\ CC_e & C^2C_e^2 & CSC_e^2 & \pm CS_eC_e \\ SC_e & CSC_e^2 & S^2C_e^2 & \pm SS_eC_e \\ \pm S_e & \pm CS_eC_e & \pm SS_eC_e & S_e^2 \end{pmatrix}$ <p style="text-align: center;"><math>C_e = \cos(2\varepsilon) \quad S_e = \sin(2\varepsilon)</math></p>

Tableau 2.2 : Matrices de Mueller de différents types de polariseurs

Rappelons que dans le cas d'un polariseur d'azimut  $\phi$  et d'ellipticité  $\tan\varepsilon$  (tableau 2.2), on peut trouver aisément les valeurs des coefficients  $d_1$ ,  $d_2$ , et  $d_3$  et donc du vecteur dichroïsme  $\vec{D}$  définis au paragraphe 3.4.1:

Ceux-ci s'écrivent :

$$\begin{cases} d_1 = \cos(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ d_2 = \sin(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ d_3 = \pm \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D \cos(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ D \sin(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ \pm D \sin(2\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

L'orientation de l'élément dichroïque est alors donné par la valeur de l'azimut  $\phi$  en calculant le rapport :

$$d_2/d_1 = \tan(2\phi) \quad (2.29)$$

#### 4.1.2 Polariseurs partiels

- De la manière la plus générale, la matrice de Mueller d'un polariseur partiel est symétrique. Elle s'écrit (équation 2.30):

$$\mathbf{M}_D = T_u \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{1} & \vec{D}^t \\ \hline \vec{D} & \mathbf{m}_D \end{array} \right)$$

$$\text{Avec } \mathbf{m}_D = \sqrt{1-D^2} \mathbf{Id} + (1-\sqrt{1-D^2}) \hat{D} \hat{D}^T \quad (2.31)$$

Où  $\hat{D} = \frac{\vec{D}}{|\vec{D}|}$  est le vecteur directeur unité de  $\vec{D}$  et  $T_u$  est la transmission en intensité pour une lumière incidente non polarisée.

Les propriétés suivantes sont aussi importantes :

$$M_D \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \hat{D} \end{pmatrix} = T_u (1 \pm D) \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \hat{D} \end{pmatrix}, \quad m_D \vec{D} = \vec{D}, \quad m_D \vec{D}_\perp = \sqrt{1-D^2} \vec{D}_\perp \quad (2.32)$$

Où  $\vec{D}_\perp$  est un vecteur normal à  $\vec{D}$ .

- Un *polariseur partiel linéaire* est caractérisé par son coefficient d'atténuation  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \quad (2.33)$$

$T_{\min}$  (respectivement  $T_{\max}$ ) est le rapport de l'intensité transmise et de l'intensité incidente lorsque le faisceau incident est linéairement polarisé suivant la direction qui minimise (respectivement maximise) l'intensité transmise.

On définit encore le coefficient de polarisation partiel  $\Psi$  tel que :

$$\cos 2\Psi = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}; \quad \sin 2\Psi = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1 + \alpha} \quad (2.34)$$

Dans le cas du polariseur partiel, le coefficient de polarisation partiel varie entre 0 et  $90^\circ$ .  $\Psi = 0$  correspond à un polariseur parfait à  $90^\circ$  et  $\Psi = 90^\circ$  à un polariseur parfait orienté à  $0^\circ$ .

Sa matrice de Mueller est donnée par :

Polariseur linéaire partiel $P^\Psi$				
$\frac{\tau}{2}$	$\begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\Psi \end{pmatrix}$			

Tableau 2.3 : Matrice de Mueller du polariseur linéaire partiel

#### 4.2 Déphaseurs « élémentaires »

- Un *déphaseur*<sup>2</sup> (appelé aussi lame retard) est un convertisseur d'état de polarisation. Sans altérer de manière appréciable l'intensité ou le degré de polarisation d'un faisceau monochromatique polarisé, un déphaseur retarde la phase des *états propres de polarisation*<sup>7</sup> l'un par rapport à l'autre (on appelle états propres de polarisation les deux états de polarisation qui sont conservés lors de la traversée d'un déphaseur). Selon que ces états propres sont linéaires, circulaires (gauche et droit) ou elliptiques, le déphaseur est appelé déphaseur linéaire, circulaire ou elliptique. Les états propres sont perpendiculaires lorsque le déphaseur considéré est homogène. La plupart des déphaseurs sont de type biréfringent (par exemple une lame de quartz, de calcite ou de mica ; une feuille de cellophane ou d'alcool polyvinyle orienté) ou utilisant la réflexion totale (rhomboèdre de Fresnel ou de Mooney). Les personnes travaillant

dans le domaine radio, infrarouge ou micro-onde peuvent pour leur part employer des déphaseurs constitués de tableaux de fils, de barres ou de plaques métalliques.

**Remarque :** L'activité optique est un phénomène de biréfringence circulaire.

- On note  $\Delta$  la différence de phase introduite par le déphaseur entre ses deux états propres de polarisation. La transmission en intensité du déphaseur est indépendante de l'état de polarisation initial. Le tableau<sup>2</sup> 2.4 répertorie les différents cas possibles.

Déphaseur linéaire dans ses axes	Déphaseur linéaire orienté à 45°
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta & -\sin \Delta \\ 0 & 0 & \sin \Delta & \cos \Delta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta & 0 & \sin \Delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \Delta & 0 & \cos \Delta \end{pmatrix}$
Déphaseur linéaire d'azimut $\phi$	Déphaseur circulaire
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C^2 + S^2 \cos \Delta & CS(1 - \cos \Delta) & S \sin \Delta \\ 0 & CS(1 - \cos \Delta) & C^2 + S^2 \cos \Delta & -C \sin \Delta \\ 0 & -S \sin \Delta & C \sin \Delta & \cos \Delta \end{pmatrix}$ <p style="text-align: center;"><math>C = \cos(2\phi) \quad S = \sin(2\phi)</math></p>	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Delta/2) & \pm \sin(\Delta/2) & 0 \\ 0 & \pm \sin(\Delta/2) & \cos(\Delta/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Déphaseur elliptique d'azimut $\phi$ et d'ellipticité $\tan \varepsilon$	
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (D^2 - E^2 - F^2 + G^2) & 2(DE + FG) & -2(DF + EG) \\ 0 & 2(DE - FG) & (-D^2 + E^2 - F^2 + G^2) & -2(DG - EF) \\ 0 & -2(DF - EG) & -2(DG + EF) & (-D^2 - E^2 + F^2 + G^2) \end{pmatrix}$ <p style="text-align: center;"> <math>D = \cos(2\varepsilon) \cos(2\phi) \sin(\Delta/2) \quad F = \sin(2\varepsilon) \cos(2\phi) \sin(\Delta/2)</math>  <math>E = \cos(2\varepsilon) \sin(2\phi) \sin(\Delta/2) \quad G = \cos(\Delta/2)</math> </p>	

**Tableau 2.4 :** Matrices de Mueller de différents types de déphaseurs

- Comme nous l'avons vu précédemment, un *déphaseur* introduit des déphasages différents entre ses états propres de polarisation. Il a une transmission en intensité constante, indépendamment de l'état de polarisation initial.

Le retard est défini par :

$$R = |\delta_q - \delta_r|, \quad 0 \leq R \leq \pi \quad (2.35)$$

Où  $\delta_q$  et  $\delta_r$  sont les déphasages pour les états propres de polarisation.

L'axe rapide est défini par l'état de polarisation propre pour lequel le déphasage est le plus faible (il émerge donc le premier du déphaseur). Soit  $(1, a_1, a_2, a_3)^T$  le vecteur de Stokes correspondant. Comme pour un élément dichroïque, cet état est en général elliptique et totalement polarisé d'où  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$ . Le grand axe de l'ellipse définit l'axe (rapide) du déphaseur.

Le retard et l'axe rapide associé sont décrits par un vecteur retard  $\vec{R}$  (qui peut être représenté sur la sphère de Poincaré) défini par la relation suivante:

$$\vec{R} = R\hat{R} = \begin{pmatrix} Ra_1 \\ Ra_2 \\ Ra_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$R_H$ ,  $R_{45}$  et  $R_C$  sont les composantes horizontale, linéaire à  $45^\circ$  et circulaire du vecteur retard.

Le retard linéaire  $R_L$  est alors défini par la relation ci-dessous:

$$R_L = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2} \quad (2.37)$$

On notera que le retard total  $R$  s'écrit aussi:

$$R = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2 + R_C^2} \quad (2.38)$$

- L'effet d'un déphaseur est équivalent à une rotation sur la sphère de Poincaré. La forme générale de sa matrice de Mueller (à rapprocher de la dernière expression du tableau 2.4) peut s'écrire comme (équation 2.39):

$$\mathbf{M}_R = \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{1} & \vec{0}^T \\ \hline \vec{0} & \mathbf{m}_R \end{array} \right)$$

$$\text{Avec } (\mathbf{m}_R)_{ij} = \delta_{ij} \cos R + a_i a_j (1 - \cos R) + \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} a_k \sin R, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.40)$$

Où  $R$  est le retard,  $(1, a_1, a_2, a_3)^T$  le vecteur de Stokes normalisé pour l'axe rapide,  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker,  $\varepsilon_{ijk}$  est le symbole de permutation de Levi-Civita et  $\mathbf{m}_R$  est la matrice 3x3 obtenue en supprimant la première ligne et la première colonne de  $\mathbf{M}_R$ . La transmission du déphaseur a été fixée à l'unité.

Les états propres de polarisation se trouvent le long des axes rapide et lent soit :

$$M_R \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \hat{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \hat{R} \end{pmatrix}, \quad m_R \hat{R} = \hat{R} \quad (2.41)$$

Inversement, le retard et l'axe rapide d'une matrice de Mueller d'un déphaseur sont donnés par :

$$R = \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{M}_R) - 1 \right] \quad (2.42)$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2 \sin R} (\mathbf{m}_{R23} - \mathbf{m}_{R32}) \\ a_2 = \frac{1}{2 \sin R} (\mathbf{m}_{R31} - \mathbf{m}_{R13}) \\ a_3 = \frac{1}{2 \sin R} (\mathbf{m}_{R12} - \mathbf{m}_{R21}) \end{cases} \quad (2.43)$$

*Remarque :* Un déphaseur est dit linéaire si son retard circulaire  $R_C$  est nul. De la même façon, un déphaseur est dit circulaire s'il ne présente pas de retard linéaire. Pour des éléments homogènes, les vecteurs  $\vec{D}$  et  $\vec{R}$  d'une matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  sont parallèles.

- Rappelons que dans le cas d'un déphaseur elliptique d'azimut  $\phi$  et d'ellipticité  $\tan \varepsilon$  (tableau 2.4), on peut trouver aisément les valeurs des coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ , et  $a_3$  et donc du vecteur retard  $\vec{R}$  :

$$\begin{cases} a_1 = \cos(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ a_2 = \sin(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ a_3 = \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (2.44)$$

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} R \cos(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ R \sin(2\phi) \cos(2\varepsilon) \\ R \sin(2\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

L'orientation de l'axe rapide est alors donné par la valeur de l'azimut  $\phi$  en calculant le rapport :

$$a_2/a_1 = \tan(2\phi) \quad (2.46)$$

### 4.3 Matrice d'un déphaseur dichroïque linéaire

La matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  ou de transmission  $\mathbf{T}$  à travers un dioptre plan s'écrit comme le produit d'un polariseur partiel  $\mathbf{P}^\Psi$  et d'un déphaseur.

On note comme précédemment  $\Psi$  : coefficient de polarisation partielle  $\tau$  : coefficient de transmission et  $\Delta$  différence de phase relative. Alors :

$$\mathbf{R} = \mathbf{T} = \tau \begin{pmatrix} 1 & -\cos(2\Psi) & 0 & 0 \\ -\cos(2\Psi) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(2\Psi) \cos \Delta & \sin(2\Psi) \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin(2\Psi) \sin \Delta & \sin(2\Psi) \cos \Delta \end{pmatrix} \quad (2.47)$$



Cette matrice a 4 valeurs propres, deux réelles et deux complexes :

$$\begin{cases} 2\tau \sin^2 \Delta \\ 2\tau \cos^2 \Delta \\ \tau \sin(2\Psi) \exp(i\Delta) \\ \tau \sin(2\Psi) \exp(-i\Delta) \end{cases} \quad (2.48)$$

Remarquons que ces valeurs propres suffisent à déterminer la matrice  $\mathbf{R}$ , à l'azimut près.

#### 4.4 Dépolariseurs

On appelle dépolarisation le couplage de lumière polarisée en lumière non-polarisée. Physiquement, celle-ci est reliée entre autre au phénomène de diffusion, et trouve généralement son origine dans les variations rapides avec le temps, l'espace ou la longueur d'onde du retard et du dichroïsme.

Le tableau<sup>6,8</sup> 2.5 indique les expressions d'une matrice de Mueller d'un dépolariseur pur, sans polarisance  $P$ , dans ses axes, et de la forme générale d'un dépolariseur. La matrice  $\mathbf{m}_\rho$  étant réelle et symétrique, il est possible de trouver un système d'axes tels que cette matrice soit diagonale. Les axes correspondants sont appelés axes principaux d'inertie et sont notés  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ .

- Dans l'expression de gauche (dépolariseur partiel), les axes principaux du dépolariseur sont selon les axes  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ . Les facteurs de dépolarisation principaux sont  $1-|a|$ ,  $1-|b|$  et  $1-|c|$ , ils décrivent les capacités de dépolarisation selon les axes principaux.  $a = b = c = 0$  représente un dépolariseur idéal. Pour  $a = b = c$ , des états incidents totalement polarisés sortent avec leurs ellipses de polarisation initiales mais « brouillées ». Ceci correspond dans la sphère de Poincaré à une contraction vers le centre.

On peut définir le facteur principal de dépolarisation moyen  $\Delta$  :

$$\Delta = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \quad 0 \leq \Delta \leq 1 \quad (2.49)$$

Celui-ci indique la capacité moyenne de dépolarisation du dépolariseur, on peut encore l'appeler le *pouvoir de dépolarisation* du dépolariseur.

- L'expression de droite est l'expression la plus générale pour un dépolariseur. Le vecteur polarisance  $\vec{P}_\rho^T = \frac{1}{m_{11}}(m_{21} \ m_{31} \ m_{41})$  caractérise la capacité à polariser la lumière tandis que les valeurs propres et les vecteurs propres de  $\mathbf{m}_\rho^T = \mathbf{m}_\rho$  caractérisent les propriétés de dépolarisation et de rotation autour de ses axes.

Dépolariseur pur dans ses axes Sans polarisance	Dépolariseur pur (forme générale)
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ $ a ,  b ,  c  \leq 1$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ \vec{P}_\rho &   & \mathbf{m}_\rho & \\ &   & & \end{pmatrix}$ $\mathbf{m}_\rho^T = \mathbf{m}_\rho \text{ matrice } 3 \times 3 \text{ symétrique}$

Tableau 2.5 : matrice de Mueller d'un dépolariseur

Pour décrire les caractéristiques de dépolarisation d'une matrice de Mueller, deux facteurs de mérite sont utiles. La première est la distance euclidienne de la matrice de Mueller normalisée  $\mathbf{M}/m_{11}$  au dépolariseur idéal :

$$\left\| \frac{\mathbf{M}}{m_{11}} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\| = \frac{\sqrt{\left( \sum_{i,j} m_{i,j}^2 \right) - m_{11}^2}}{m_{11}} \quad (2.50)$$

Cette quantité varie de zéro pour un dépolariseur idéal à  $\sqrt{3}$  pour une matrice de Mueller non dépolarisante.

Une autre mesure utile est la dépolarisation de la matrice  $Dep(\mathbf{M})$  :

$$Dep(\mathbf{M}) = 1 - \frac{\sqrt{\left(\sum_{i,j} m_{i,j}^2 - m_{11}^2\right)}}{\sqrt{3}m_{11}} \quad (2.51)$$

Cet indice mesure de combien se rapproche une matrice de Mueller d'un jeu de matrices de Mueller non dépolarisantes, et est relié à la dépolarisation moyenne de la lumière sortante.

## 5. Décomposition polaire d'une matrice de Mueller

Lu et Chipman<sup>6</sup> ont montré qu'il est possible de décomposer toute matrice de Mueller afin de déterminer le dichroïsme, le déphasage et la dépolarisation introduits par l'échantillon. Ceci permet d'effectuer une réduction des données procurées par la mesure d'une matrice de Mueller.

### 5.1. Décomposition « classique »

On écrit pour cela la matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  à décomposer de la façon suivante (équation 2.52):

$$\mathbf{M} = m_{11} \left( \begin{array}{c|ccc} \mathbf{1} & & & \bar{D}^t \\ \hline \bar{P} & \mathbf{m} = & \begin{pmatrix} m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} & \end{array} \right)$$

Avec  $\bar{D}^t = \frac{1}{m_{11}}(m_{12} \ m_{13} \ m_{14})$  et  $\bar{P}^t = \frac{1}{m_{11}}(m_{21} \ m_{31} \ m_{41})$

La matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  peut s'écrire par décomposition polaire comme le produit de trois matrices: un élément dichroïque  $\mathbf{M}_D$  suivi par un déphaseur  $\mathbf{M}_R$  puis par un dépolariseur  $\mathbf{M}_\rho$ :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\rho \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D \quad (2.53)$$

### 5.1.1 Calcul de $\mathbf{M}_D$

Le calcul de  $\mathbf{M}_D$  s'effectue uniquement à partir du vecteur dichroïsme  $\vec{D}$ .

$$\mathbf{M}_D = m_{11} \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{1} & \vec{D}^t \\ \hline \vec{D} & \mathbf{m}_D \end{array} \right)$$

Où la matrice  $\mathbf{m}_D$  peut s'écrire en utilisant la relation 2.31 :

$$\mathbf{m}_D = \begin{pmatrix} \kappa + \delta m_{12}^2 & \delta m_{12} m_{13} & \delta m_{12} m_{14} \\ \delta m_{12} m_{13} & \kappa + \delta m_{13}^2 & \delta m_{14} m_{13} \\ \delta m_{12} m_{14} & \delta m_{14} m_{13} & \kappa + \delta m_{14}^2 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$\text{En posant } \sqrt{1-D^2} = \kappa \quad \text{et } \delta = \frac{(1-\sqrt{1-D^2})}{D^2 m_{11}^2} \quad (2.55)$$

### 5.1.2 Calcul de $\mathbf{M}_\rho$ et de $\mathbf{M}_R$

Ayant calculé la matrice du dichroïque  $\mathbf{M}_D$ , on peut déterminer la matrice de Mueller du dépolariseur  $\mathbf{M}_\rho$ .

Pour cela, on calcule la matrice  $\mathbf{M}'$  :

$$\mathbf{M}' = \mathbf{M} \mathbf{M}_D^{-1} = \mathbf{M}_\rho \mathbf{M}_R \quad (2.56)$$

Cette matrice  $\mathbf{M}'$  peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\mathbf{M}' = \left( \begin{array}{c|ccc} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ \hline \bar{P}_\rho & & & \mathbf{m}' \end{array} \right)$$

On recopie alors  $\bar{P}_\rho$  dans  $\mathbf{M}_\rho$  (voir tableau 2.5):

$$\mathbf{M}_\rho = \left( \begin{array}{c|ccc} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ \hline \bar{P}_\rho & & & \mathbf{m}_\rho \end{array} \right)$$

Puis, on complète la matrice précédente en calculant  $\mathbf{m}_\rho$  par la formule 2.57 suivante :

$$\mathbf{m}_\rho = \pm \left[ \mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T + (\sqrt{\lambda_1\lambda_2} + \sqrt{\lambda_2\lambda_3} + \sqrt{\lambda_3\lambda_1})\mathbf{Id} \right]^{-1} \times \left[ (\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_3})\mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T + \sqrt{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}\mathbf{Id} \right]$$

Où  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont les valeurs propres de  $\mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T$ . Le signe  $\pm$  est déterminé par la valeur du déterminant de la matrice  $\mathbf{m}'$ : on applique un signe négatif à l'expression si ce déterminant est négatif.

La décomposition polaire de la matrice de Mueller s'achève par le calcul de  $\mathbf{M}_R$ , matrice du déphaseur par la relation suivante:

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_\rho^{-1}\mathbf{M}' \quad (2.58)$$

Enfin, on définit un pouvoir de dépolarisation noté  $\rho$  (*depolarization power* en anglais) de l'échantillon:

$$\rho = 1 - \frac{|Tr(\mathbf{M}_\rho) - 1|}{3}, \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (2.59)$$

Plus le pouvoir de dépolarisation est grand et plus l'échantillon considéré est dépolarisant.

## 5.2 Discussion

1. La multiplication de matrices n'étant pas commutative, les matrices du dépolariseur, du déphaseur et de l'élément dichroïque données par l'équation (2.53) dépendent de l'ordre dans lequel on multiplie les matrices.

Les autres possibilités sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{\rho 2} \mathbf{M}_{D 2} \mathbf{M}_{R 2} \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{R 3} \mathbf{M}_{D 3} \mathbf{M}_{\rho 3} \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{D 4} \mathbf{M}_{R 4} \mathbf{M}_{\rho 4} \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{R 5} \mathbf{M}_{\rho 5} \mathbf{M}_{D 5} \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{D 6} \mathbf{M}_{\rho 6} \mathbf{M}_{R 6}
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Tout d'abord, il est intéressant de séparer l'élément dépolarisant donné par  $\mathbf{M}_\rho$  de l'élément non dépolarisant  $\mathbf{M}_R \mathbf{M}_D$ . Ceci réduit alors le choix aux trois premières possibilités de l'équation (2.60). De plus, il est utile, pour l'interprétation des données expérimentales que l'élément dépolarisant suive l'élément non dépolarisant. Seule la première expression de l'équation (2.60) satisfait à cette condition.

Par comparaison de l'équation (2.53) avec la première ligne de l'équation (2.60), on peut encore écrire :

$$\mathbf{M}_{\rho 2} = \mathbf{M}_\rho, \quad \mathbf{M}_{R 2} = \mathbf{M}_R, \quad \mathbf{M}_{D 2} = \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D \mathbf{M}_R^T \tag{2.61}$$

Ainsi, les matrices de Mueller du déphaseur et du dépolariseur sont les mêmes, et les éléments dichroïques sont reliés par une transformation de similarité. Cependant, le choix de l'équation (2.53) est retenu car il est plus facile de commencer par calculer  $\mathbf{M}_D$  à l'aide du vecteur dichroïsme uniquement.

2. A cause des inévitables erreurs de mesure, la décomposition de Lu et Chipman n'est valable que pour de faibles dépolarisations. La propagation des erreurs expérimentales a été étudiée par la mathématicienne Diana M. Hayes<sup>9</sup>. Dans son article, elle souligne le fait que l'équation (2.57) a été écrite en supposant que les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{m}_p$  ont le même signe. Il ne reste donc qu'une seule possibilité dépendant du signe du déterminant de  $\mathbf{m}'$ . Or, ce n'est que dans le cas où les effets de dépolarisation sont faibles que cette hypothèse est valide. Elle a en effet montré, par une simulation, que lorsque la dépolarisation était grande, les erreurs dans le calculs de la dépolarisation et du retard étaient souvent très grandes, du fait du changement de signe des valeurs propres de la matrice de dépolarisation.

## **6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous venons de décrire les principaux outils mathématiques dont nous aurons besoin par la suite dans l'étude du polarimètre de Mueller (formalisme de Stokes et propriétés des matrices de Mueller), ainsi que pour l'analyse des résultats obtenus (critère de physicalité et décomposition polaire). Par la suite, nous nous attacherons à présenter et à caractériser le polarimètre à cristaux liquides que nous avons développé au sein du laboratoire.

## **Bibliographie :**

1. R.M.A. Azzam and N.M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light* (North Holland, Amsterdam, Hollande, 1989)
2. W.A. Shurcliff, *Polarized light Production and use* (Harvard University Press, Cambridge, Massachussets, 1962)
3. V. Tuchin, *Tissue Optics, Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis* (SPIE Press, Washington, USA, 2000)
4. J.J. Gil, « Characteristic properties of Mueller matrices », *J. Opt. Soc. Am. A* **17** (2), 328-334, 2000
5. R. Barakat, “Conditions for the physical realizability of polarisation matrices characterizing passive systems”, *J. Mod. Opt.* **34**, 1535-1544, 1987
6. S. Lu and R. A. Chipman ,” Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition”, *J. Opt. Soc. Am. A.* **13** (5), 1106-1113, 1996
7. S. Huard, *Polarisation de la lumière* (Masson, Paris, France, 1994)
8. R.A. Chipman, *Handbook of optics* (Volume 2, Chapitre 22), Editeur M. Bass, Mc Graw-Hill, 1995
9. D.M. Hayes, “Error propagation in decomposition of Mueller matrices”, *Proc. SPIE* **3121**, 112-123, 1997





## **Chapitre III : Polarimètre à cristaux liquides**

### **1. Propriétés générales des polarimètres (ou ellipsomètres)**

#### **1.1 Définitions**

L'ellipsométrie<sup>1</sup> (ou polarimétrie) est une technique optique de caractérisation exploitant le changement d'état de polarisation de la lumière lorsqu'un faisceau de lumière polarisé est réfléchi ou transmis à travers une interface ou un film. Elle a été introduite pour la première fois en 1947 par Alexandre Rothen.

Le terme d'ellipsométrie est historique et provient du fait que l'on utilisait à l'époque uniquement des faisceaux totalement polarisés. La forme du champ électrique a donc

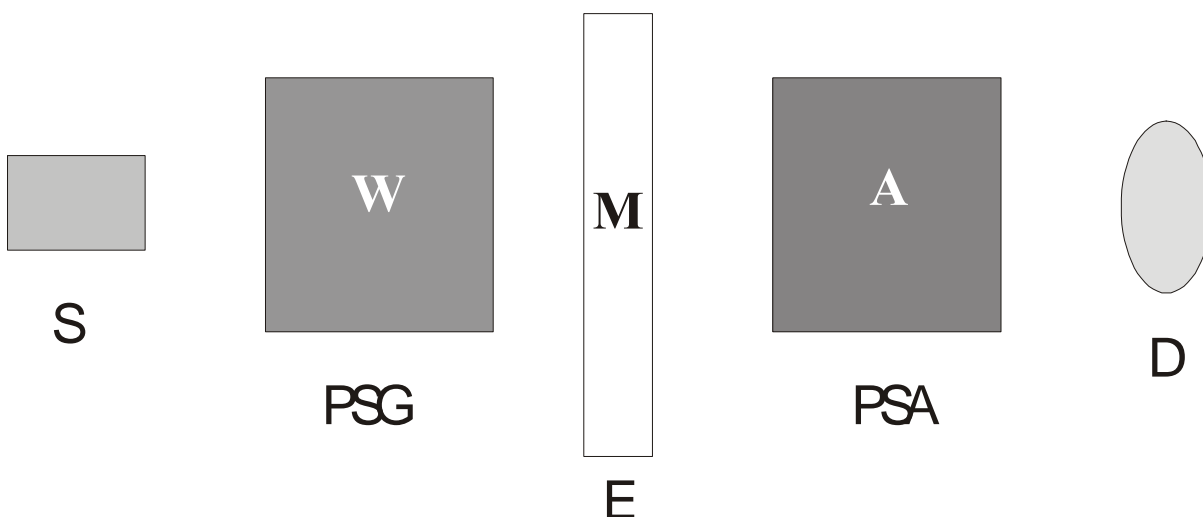
naturellement donné son nom à cette technique. Dans la suite, on utilisera préférentiellement le terme de polarimètre, décrivant mieux le cas général où la lumière est partiellement polarisée.

Il y a deux raisons principales qui rendent la polarimétrie particulièrement attractive :

- ✓ C'est une technique de caractérisation non-destructive, utilisable pour des mesures in situ.
- ✓ Elle est très sensible à des effets aux interfaces fins, comme par exemple la formation d'une monocouche d'atomes ou de molécules.

## 1.2 Dispositif de base

Un polarimètre est constitué d'une source lumineuse suivie d'un générateur d'états de polarisation PSG (de l'anglais *Polarization State Generator*). Le faisceau est ensuite soit réfléchi, soit transmis par l'échantillon à analyser suivant la configuration utilisée. La lumière passe alors par un analyseur d'états de polarisation PSA (de l'anglais *Polarization State Analyzer*) avant d'atteindre le détecteur (Figure 3.1).



**Figure 3.1** : Schéma de principe d'un polarimètre en transmission.

*S* : Source lumineuse ; *PSG* : Générateur d'états de polarisation ; *E* : échantillon

*PSA* : Analyseur d'états de polarisation ; *D* : détecteur.

**W** et **A** : matrices de modulation du PSG et du PSA.

**M** : matrice de Mueller de l'échantillon.

Le PSG module le vecteur de Stokes de la lumière incidente sur l'échantillon. On définit la matrice de modulation  $\mathbf{W}$  comme une matrice 4x4 dont les vecteurs colonnes sont les quatre vecteurs de Stokes décrivant les quatre états de polarisation indépendants générés.

Le PSA analyse la polarisation de la lumière provenant de l'échantillon en projetant la lumière incidente sur quatre états de polarisation indépendants avant d'atteindre le détecteur. Il est caractérisé, de la même manière que le PSG, par une matrice d'analyse 4x4  $\mathbf{A}$ .

Le détecteur D mesure une matrice  $\mathbf{B}$  4x4 qui est le produit de la matrice de modulation  $\mathbf{W}$ , de la matrice de Mueller de l'échantillon  $\mathbf{M}$  ainsi que de la matrice de modulation  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{W} \quad (3.1)$$

La matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  de l'échantillon que l'on souhaite mesurer est alors extraite de la mesure  $\mathbf{B}$  par un *étalonnage*, c'est à dire la détermination des matrices de modulation  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$ . Il existe différentes possibilités pour effectuer l'étalonnage d'un polarimètre. Nous présenterons au paragraphe 3 la méthode ECM (de l'anglais *Eigenvalues Calibration Method*), tout à fait générale, développée par Eric Compain.

### 1.3 Conditionnement des matrices de modulation et d'analyse

Dans de nombreux polarimètres de Mueller décrits dans la littérature,  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{A}$  sont choisis arbitrairement, en générant des états de polarisation les plus simples possibles, tels que des polarisations linéaires horizontale, verticale, inclinée à 45° et circulaire. Seule la condition de non singularité de ces matrices est vérifiée. Or, ces matrices de modulation ne sont pas forcément optimisées pour minimiser la transmission des erreurs expérimentales dues aux calculs matriciels, entre la mesure brute  $\mathbf{B}$  et la valeur  $\mathbf{M} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{W}^{-1}$  effectivement recherchée. Pour cela, il est nécessaire que les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$  soient *bien conditionnées* (voir annexe 1), c'est-à-dire que les effets d'amplification des erreurs de mesure soient les plus faibles possibles. Curieusement, bien que très utilisé dans de nombreux domaines (mathématiques, informatique...), le conditionnement des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$  a été, jusqu'ici, assez peu considéré pour le choix de la configuration des polarimètres. Il revient à Eric Compain<sup>2</sup> de s'être le premier intéressé à la propagation des erreurs relatives.

L'incertitude relative sur la mesure de la matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  de l'échantillon est majorée. Cette majoration dépend des conditionnements des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$  ainsi que, bien évidemment, de l'erreur relative commise sur la mesure (brute) de  $\mathbf{B}$  :

$$\frac{|\Delta \mathbf{M}|}{\mathbf{M}} \leq \frac{1}{C(\mathbf{A})C(\mathbf{W})} \left| \frac{\Delta \mathbf{B}}{\mathbf{B}} \right| \quad (3.2)$$

Les erreurs de propagation seront limitées en maximisant les facteurs de conditionnement  $C(\mathbf{A})$  et  $C(\mathbf{W})$ . Un mauvais conditionnement est le reflet d'un déséquilibre du générateur d'états de polarisation (les états de polarisation générés ne sont pas suffisamment bien répartis sur la sphère de Poincaré) ou de l'analyseur (celui-ci est plus sensible à certains états de polarisation que d'autres).

Depuis, J. Scott Tyo<sup>3</sup> a montré la relation existant entre le conditionnement de  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$  et la minimisation du bruit et des erreurs systématiques *absolues* et non plus seulement relatives dans  $\mathbf{M}$ . Sabatke<sup>4</sup> et ses collaborateurs se sont intéressés à l'optimisation du retard pour un polarimètre à lames retard tournantes.

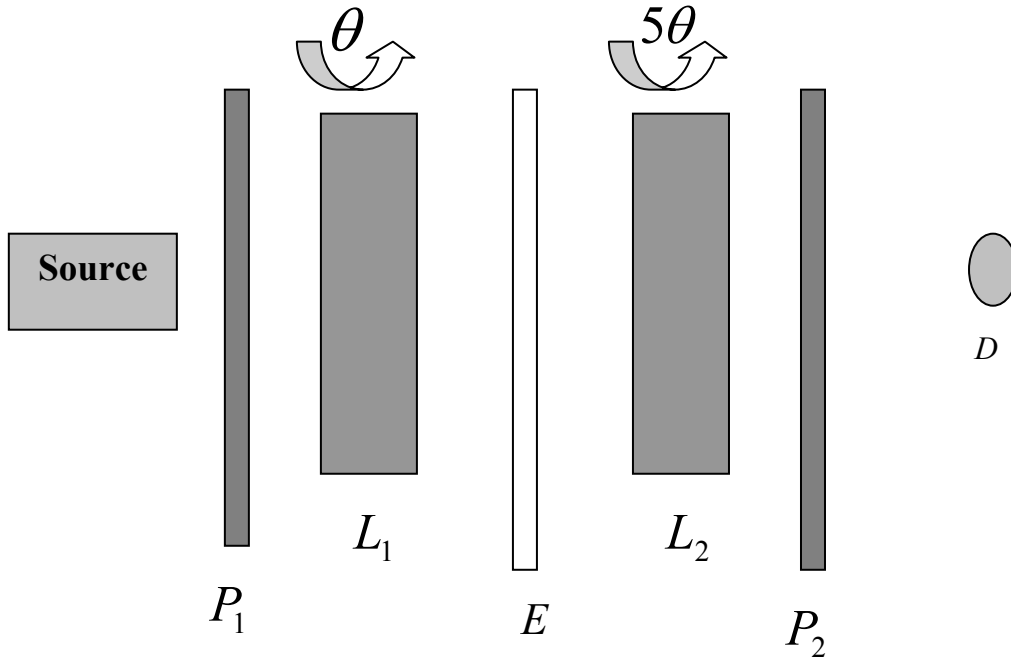
## **1.4 Dispositifs de modulation de la polarisation**

Il existe de nombreuses méthodes pour obtenir un générateur ou un analyseur d'états de polarisation. Il s'agira toujours de moduler la polarisation de la lumière en utilisant les propriétés de biréfringence des matériaux. La technique que nous avons choisi d'employer est celle de modulateurs à cristaux liquides. Avant de décrire le fonctionnement de ceux-ci, il est intéressant de décrire brièvement les autres dispositifs utilisés.

### **1.4.1 Polarimètre mécanique à lame quart d'onde tournante**

Le PSG (Figure 3.2) consiste en un polariseur linéaire fixe suivi d'une lame quart d'onde tournante et le PSA est constitué des mêmes éléments que le PSG mais dans l'ordre inverse<sup>5, 6, 7</sup>. Les deux lames quart d'onde subissent une rotation à des fréquences différentes mais harmoniques. Le rapport des fréquences est choisi égal à 5 car c'est le plus petit rapport qui permet de déterminer tous les éléments de la matrice de Mueller (un rapport supérieur

conduit à une surdétermination des 16 éléments, ce qui est aussi un mode de fonctionnement possible).



**Figure 3.2 :** Schéma de principe du polarimètre à quart d'onde tournante.

$P_1$  et  $P_2$  : polariseurs ;  $L_1$  et  $L_2$  : lames quart d'onde ;  $E$  : échantillon ;  $D$  : détecteur

La matrice de Mueller du système s'écrit alors pour un angle  $\theta$  donné:

$$\mathbf{M}_T(\theta) = \mathbf{P}_{PSA} \mathbf{R}_{PSA}(5\theta) \mathbf{M} \mathbf{R}_{PSG}(\theta) \mathbf{P}_{PSG} \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{P}$  est la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire,  $\mathbf{R}(\theta)$  est la matrice de Mueller d'une lame quart d'onde dont l'axe rapide est orienté à  $\theta$ , et  $\mathbf{M}$  est la matrice de Mueller de l'échantillon à déterminer. Les indices font référence au générateur (PSG) et à l'analyseur (PSA) d'états de polarisation.

L'intensité détectée est alors donnée par :

$$I(\theta) = c(\mathbf{M}(\theta)\mathbf{S})_{11} \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{S}$  est le vecteur de Stokes de la lumière provenant de la source lumineuse et  $c$  est une constante de proportionnalité. La matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  de l'échantillon est alors extraite des mesures obtenues pour différentes orientations  $\theta$  de l'axe rapide de la première lame retard, à l'aide des valeurs tabulées des éléments optiques du polarimètre (Tableaux 2.2 et 2.4). Ceci nécessite une modélisation de l'instrument, ainsi qu'une compensation des erreurs provenant de l'incertitude sur la valeur du retard introduite par les lames et des défauts d'alignement des différents éléments optiques. La fréquence de mesure est de l'ordre de quelques  $Hz$ .

**Remarque :** Collins et Koh<sup>8</sup> ont proposé un ellipsomètre fonctionnant sur le même principe, mais cette fois, le rapport des fréquences de rotation des moteurs n'est plus de 1:5 mais de 5:3, et les lames retard ne sont pas deux lames quart d'onde mais deux lames de retard différents  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ . Ceci présente l'avantage d'une fréquence d'acquisition des mesures plus élevée et permet d'utiliser n'importe quelle lame retard et non pas spécifiquement une quart d'onde.

#### 1.4.2 Modulateurs photo élastiques

Dans un modulateur photo élastique, une onde stationnaire de contrainte longitudinale est établie dans un barreau rectangulaire de silice fondue (pour l'ultraviolet et le visible) ou de  $ZnSe$  (pour l'infrarouge) au moyen de deux transducteurs piézo-électriques (commandés par une tension sinusoïdale) situés près d'une des extrémités<sup>9, 10, 11</sup> (Figure 3.3).

A cause de la biréfringence induite dans le matériau par l'onde de contrainte, le barreau se comporte, au premier ordre, comme un déphaseur linéaire dont le déphasage varie de façon sinusoïdale au cours du temps :

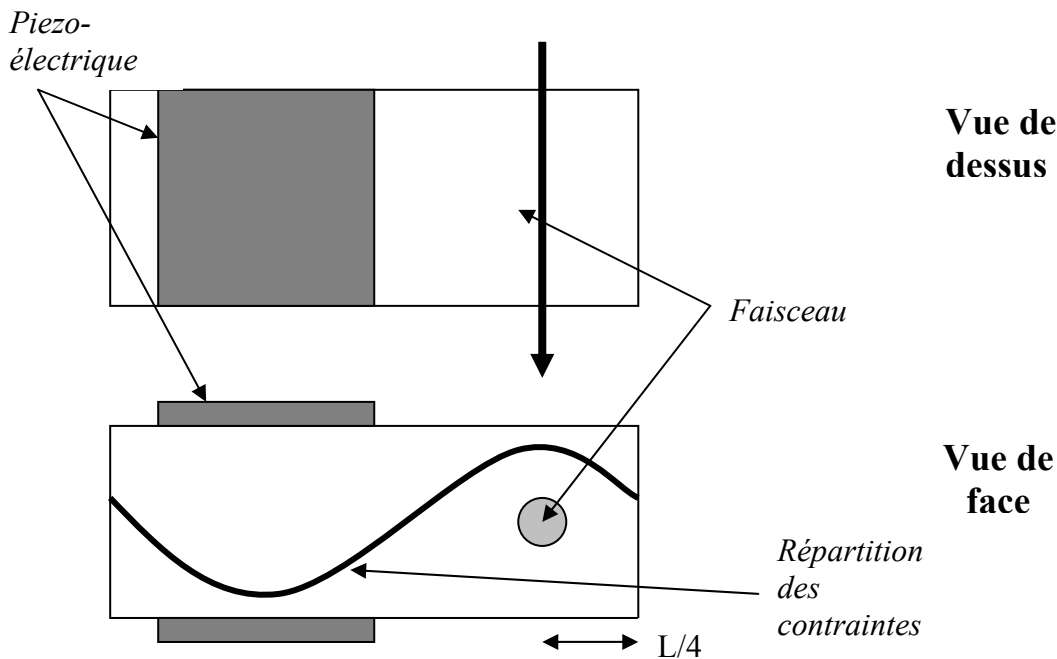
$$\delta(t) = A_o \sin(\omega t) \quad (3.5)$$

où  $A_o$  est proportionnelle à l'amplitude de l'onde de contrainte (et donc aussi à la tension appliquée au transducteur), à la longueur du barreau ainsi qu'à l'inverse de la longueur d'onde.

$\omega$  est une pulsation propre de résonance du barreau (liée à la longueur du barreau).

La direction de la contrainte détermine les axes lents et rapides du déphaseur. Le faisceau traverse en un ventre de contrainte où la biréfringence est maximale et à peu près constante sur la section.

Les avantages du modulateur photo élastique sont multiples : la fréquence de modulation est élevée (de l'ordre de 50 kHz), la fenêtre spectrale accessible est large (200 à 19 000 nm suivant la nature du barreau) et le coefficient de transmission ( $> 90\%$  dans l'ultraviolet et le visible) est bon. Il nécessite une régulation en température (à plus ou moins quelques dixièmes de degrés) à cause des résonances mécaniques très étroites. Le modulateur photo élastique possède de plus une grande acceptation angulaire ainsi qu'une large fenêtre optique (typiquement 2 cm). Les inconvénients sont que la fréquence est fixée par la longueur du barreau (elle ne peut donc pas être modifiée) et que la loi de modulation de la biréfringence (formule 3.5) n'est vraie qu'au premier ordre.



**Figure 3.3** : Schéma de principe d'un modulateur photo élastique composé d'un barreau de longueur  $L$  et de deux transducteurs piézo-électriques pilotés par une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ . Le faisceau traversant dans un ventre de contrainte subit un déphasage  $\delta(t) = A_0 \sin(\omega t)$ .



### **1.4.3 Modulateurs utilisant l'effet Pockels**

L'effet Pockels est le phénomène de biréfringence induite dans les cristaux anisotropes par un champ électrique pour lequel le déphasage introduit est proportionnel au champ électrique appliqué ainsi qu'à la longueur du cristal.

Les modulateurs utilisant cet effet électro-optique<sup>12</sup> nécessitent de fortes tensions (de 50 V à plusieurs kV suivant la configuration). L'avantage de ce type de modulateurs est que contrairement aux modulateurs photo élastiques, la modulation étant définie par le champ électrique, elle peut prendre n'importe quelle forme. Les inconvénients sont leur sensibilité importante avec la température ainsi que leur fenêtre spectrale assez limitée.

### **1.4.4 Modulateurs à cristaux liquides**

Les cristaux liquides<sup>13,14</sup> ont été découverts il y a plus d'un siècle mais sont restés jusqu'aux années 1960 une curiosité de laboratoire avant que l'on ne découvre leur intérêt pratique. Ils sont maintenant utilisés dans les montres, les calculatrices, les ordinateurs portables, les télévisions, etc. Le terme de cristaux liquides est employé pour qualifier des phases de la matière condensée intermédiaires entre la phase cristal solide présentant un ordre positionnel parfait et la phase liquide présentant un désordre total. On distingue deux grandes classes de structures pour décrire le polymorphisme des cristaux liquides: les nématiques et les smectiques (comprenant les ferroélectriques).

#### **1.4.4.1 Cristaux liquides nématiques**

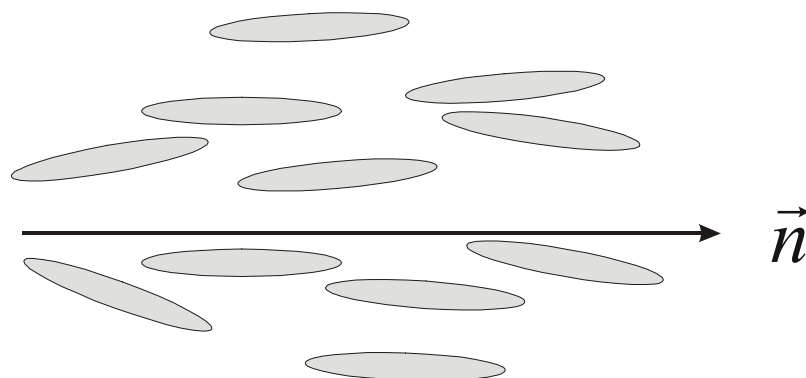
##### **1.4.4.1.a Description**

Certaines molécules allongées, typiquement constituées de plusieurs cycles benzéniques possèdent un axe d'orientation rigide et forment spontanément, dans une certaine plage de température, une phase dite nématique dans laquelle (Figure 3.4):

- Les centres de gravité des molécules sont distribués aléatoirement dans l'espace
- Les molécules peuvent « couler » librement les unes sur les autres.

- Leur axe d'élongation pointe localement approximativement dans une même direction repérée par un vecteur unitaire  $\vec{n}$ , *directeur* de la phase nématique.

En général, le champ de directeur  $\vec{n}$  tend à être uniforme, cependant, ceci est mis en défaut dans le cas où les molécules nématogènes sont chirales (ne présentant pas de symétrie miroir). La conséquence de cette asymétrie est alors que le directeur tend spontanément à tourner. La phase nématique devient alors une phase *nématique chirale* (structure la plus largement utilisée dans les applications). Le directeur décrit alors une hélice de pas  $p$  et d'orientation dépendant de l'énantiométrie des molécules (Figure 3.5). Le pas d'hélice varie selon le produit, et pour un même produit il dépend de la température. Sa valeur est typiquement située entre 0.1 et 1  $\mu m$ , de l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes optiques. Une façon simple d'obtenir une phase nématique chirale consiste à diluer en faible quantité dans une phase nématique non chirale des molécules chirales.



**Figure 3.4 :** Schéma d'une phase nématique.

*Les molécules nématogènes (pouvant donner une phase nématique) ont été représentées par des formes elliptiques allongées. Leurs axes d'orientation pointent approximativement dans la direction du directeur de phase  $\vec{n}$ .*

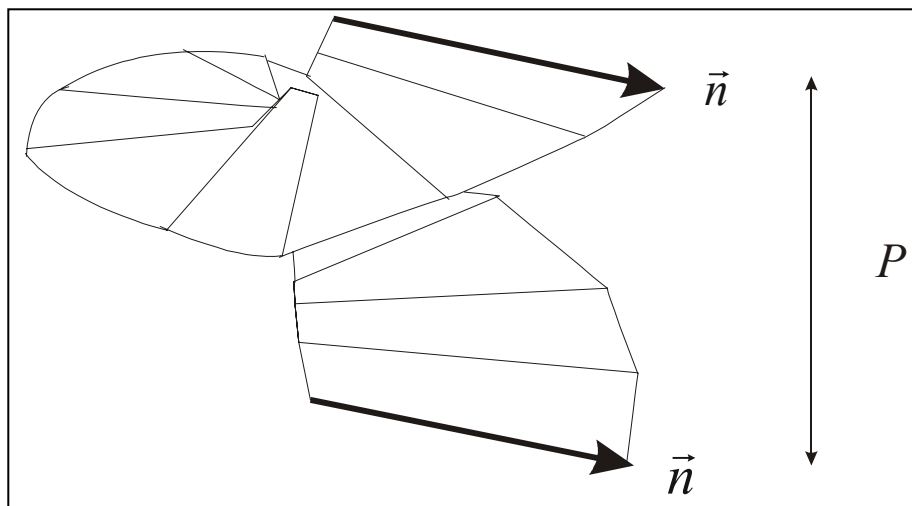


Figure 3.5 : Evolution du directeur dans une phase nématique chirale.

Le pas de l'hélice est noté  $p$ .

#### 1.4.4.1.b Utilisation

Du fait de leur symétrie, les cristaux liquides nématiques constituent des milieux anisotropes uniaxes, l'axe optique étant donné par le directeur  $\vec{n}$ . Ils possèdent donc la propriété de biréfringence (de valeur typique  $\Delta n = 0.2$ ). Ils peuvent être considérés comme des lames retard d'axe optique fixe dont la biréfringence peut être contrôlée électriquement en faisant varier la tension appliquée à la cellule. Lorsque aucune tension n'est appliquée, les molécules sont alignées parallèlement à la surface de la cellule de cristaux liquides (d'épaisseur typique quelques microns), et la biréfringence ainsi que le déphasage introduits sont alors maximum. Lorsque cette fois on applique un champ électrique perpendiculaire à la surface de la cellule (à l'aide d'électrodes fines et transparentes en ITO), les molécules tendent à se placer parallèlement au champ électrique appliqué provoquant une diminution de la biréfringence ainsi que du déphasage (Figures 3.6 et 3.7). Les molécules à la surface ne peuvent pas bouger librement car elles sont ancrées sur la couche d'alignement.

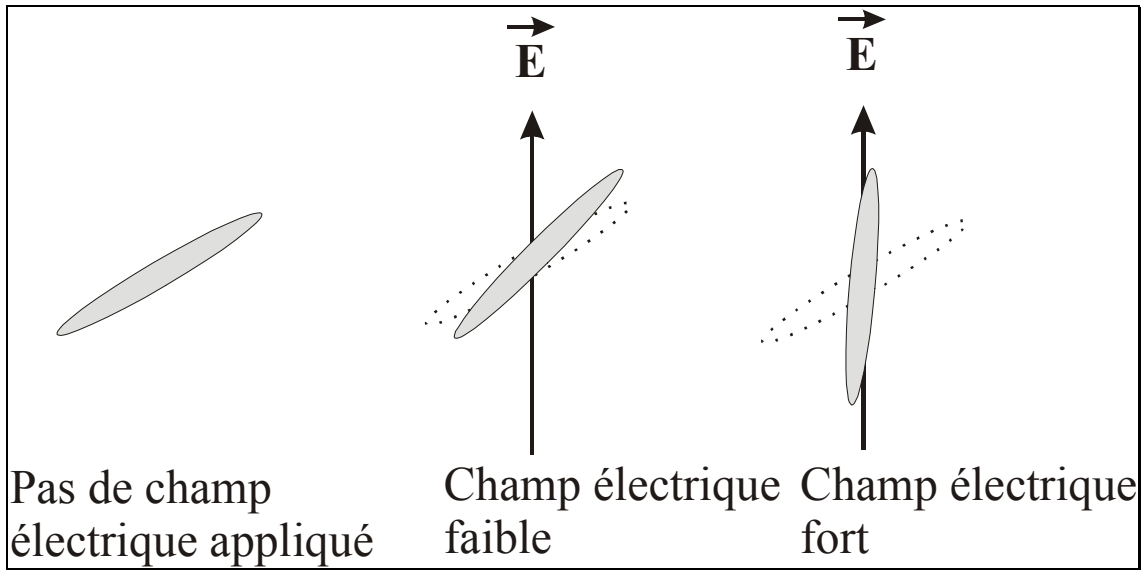


Figure 3.6 : Orientation d'une molécule de cristal liquide en fonction du champ électrique appliqué.

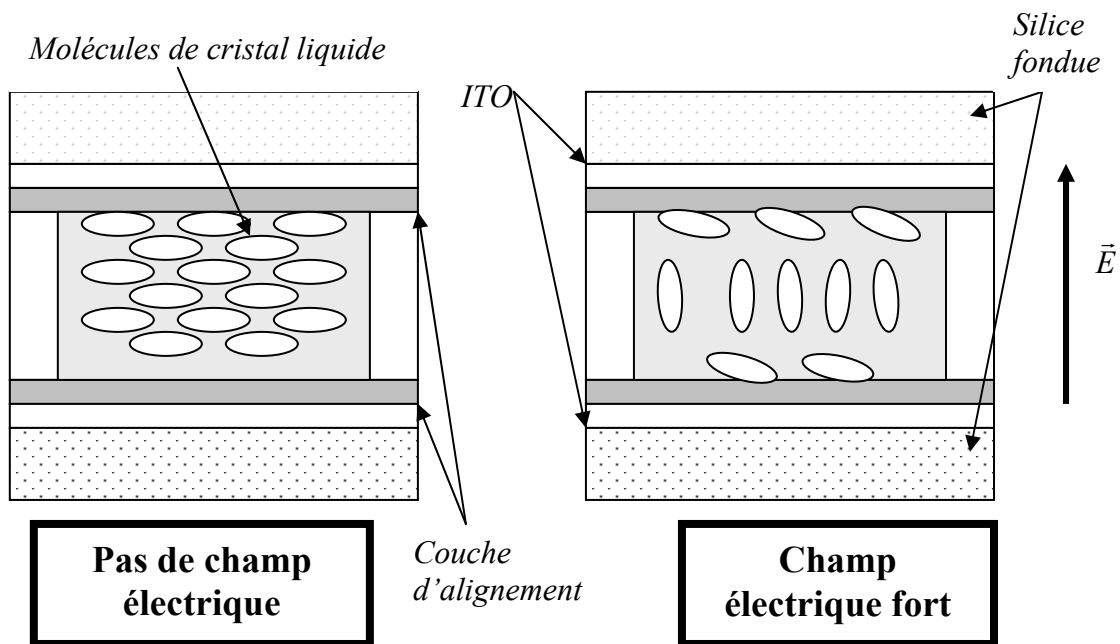


Figure 3.7 : Cellule de cristaux liquides. L'orientation des molécules a été représentée sans champ et avec champ électrique fort (respectivement figure de gauche et de droite).

Le déphasage en fonction de la tension appliquée aux contrôleurs de cristaux liquides a été tracé sur la Figure 3.8, pour les cristaux liquides nématiques *Jenoptik PLM 20 mm* que nous utilisons dans le polarimètre. Les cellules sont réglées à une température de  $(35.0 \pm 0.1)^\circ\text{C}$ .

Le déphasage a été mesuré à l'aide d'un compensateur de Babinet-Soleil à la longueur d'onde  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  (LASER Hélium-Néon).

Il est donc possible d'obtenir des états de polarisation différents et donc une modulation de la lumière incidente à l'aide de cristaux liquides. Plus tard (paragraphe 2), nous verrons comment construire un PSG et un PSA à partir de cristaux liquides.

Les modulateurs à cristaux liquides ont l'avantage de posséder une grande acceptance angulaire, ils peuvent être commandés par de faibles tensions (crêteaux d'amplitude inférieure à 15 V) et ne nécessitent pas d'éléments tournants.

Les nématiques ont un temps de commutation relativement long (toutefois adapté pour l'imagerie) de l'ordre de la dizaine de millisecondes. Il est aussi possible d'utiliser des cristaux liquides ferroélectriques, présentant l'avantage de posséder un temps de commutation plus faible, ce sera l'objet du paragraphe suivant.

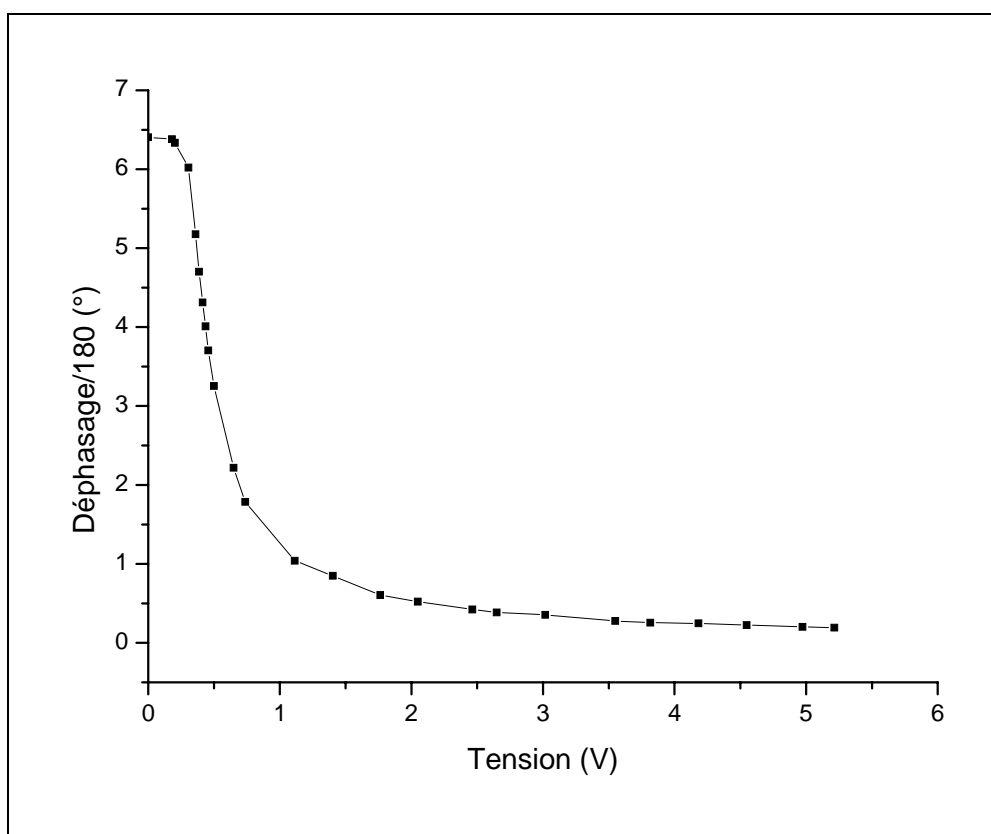


Figure 3.8 : Déphasage en fonction de la tension appliquée aux contrôleurs pour un cristal liquide nématique Jenoptik PLM 220 mm ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ).

### 1.4.4.3 Cristaux liquides ferroélectriques

Les cristaux liquides smectiques sont plus ordonnés que les nématiques, les centres de gravité des molécules sont dans des plans parallèles les uns aux autres.

Deux sous-classes peuvent être distinguées :

- les smectiques *A* (Figure 3.9.a) dans lesquels les molécules ont leur grand axe perpendiculaire aux plans.
- les smectiques *C* (Figure 3.9.b) dans lesquels le grand axe est incliné par rapport aux plans, de telle manière que les molécules peuvent tourner sur un cône d'axe perpendiculaire aux plans.

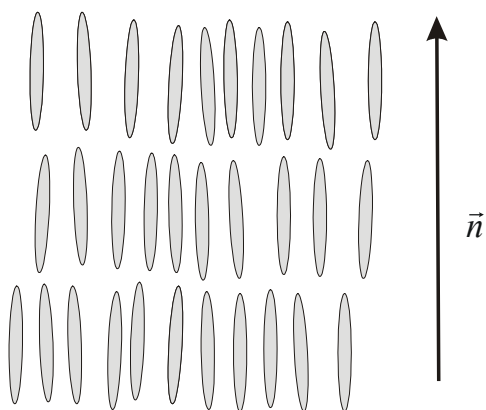


Figure 3.9.a : Smectique *A*

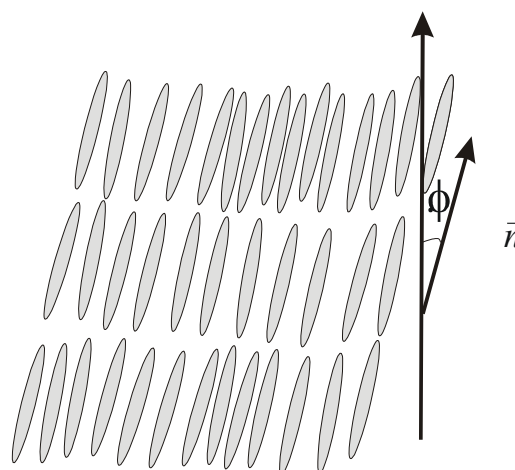


Figure 3.9.b : Smectique *C*

La structure smectique est plus proche de celle du cristal que celles des nématiques et conduit à des temps de réponse plus courts (de l'ordre de la centaine de  $\mu s$ ).

La ferroélectricité prévue et démontrée par Meyer et al en 1975 apparaît dans les cristaux liquides smectiques *C* chiraux dans lesquels une structure torsadée se superpose à la structure smectique, avec un axe hélicoïdal perpendiculaire aux plans smectiques. L'apparition d'un

moment dipolaire permanent permet alors un couplage entre ce moment dipolaire et le champ électrique appliqué, ce qui constitue la différence fondamentale avec les nématiques dans lesquels le couplage est dû au dipôle induit par le champ électrique lui-même.

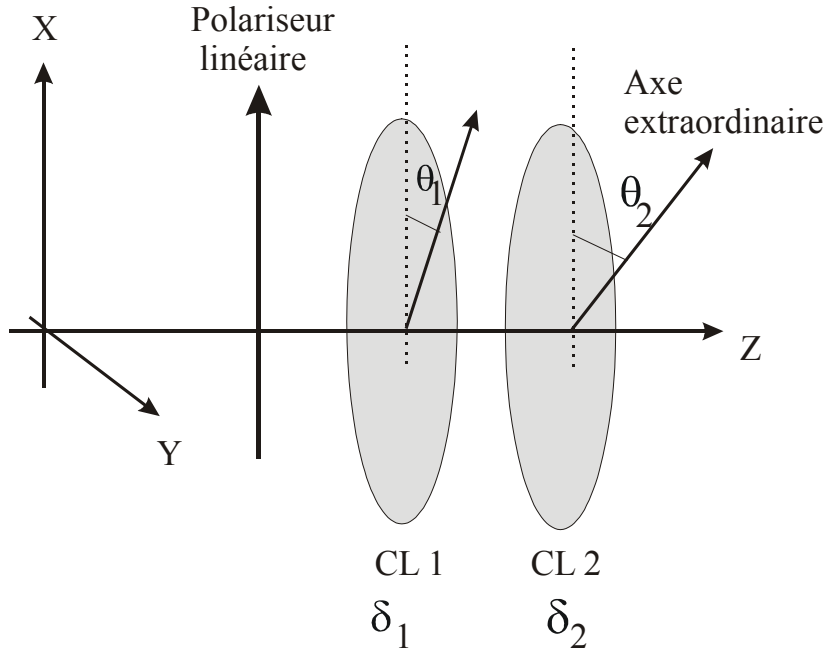
*Remarques :*

- Un polarimètre utilisant des cristaux liquides ferroélectriques a été monté au laboratoire, mais ce travail n'ayant pas fait l'objet de cette thèse, il ne sera pas présenté ici. Les ferroélectriques (Displaytech) utilisés peuvent être considérés comme des lames biréfringentes dont le retard est fixé, et dont les axes propres peuvent commuter entre deux positions à  $45^\circ$  l'un de l'autre.
- Des polarimètres utilisant des cristaux liquides à retard variable ont été présentés précédemment<sup>15, 16</sup>. Ces derniers diffèrent par la configuration employée et la méthode d'étalonnage.

## **2 Mise en œuvre du polarimètre à cristaux liquides**

### **2.1 Considérations générales sur le PSG**

Afin de générer quatre vecteurs de Stokes linéairement indépendants, le PSG est constitué d'un polariseur linéaire orienté suivant l'axe  $x$ , suivi de deux cristaux liquides nématiques que l'on considère comme des déphaseurs parfaits (Figure 3.10).



**Figure 3.10 :** Schéma du PSG. Celui-ci est constitué d'un polariseur linéaire suivi de deux cellules à cristaux liquides nématiques (CL1 et CL2) de déphasages  $\delta_1$  et  $\delta_2$  dont l'axe extraordinaire (axe d'indice variable) est orienté à  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par rapport à la direction du polariseur.

La lumière se propage suivant l'axe  $z$ . Dans cette configuration, le vecteur de Stokes de la lumière sortant du PSG peut s'écrire :

$$\mathbf{S} = \mathbf{D}^{\delta_2 \theta_2} \mathbf{D}^{\delta_1 \theta_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

où  $\delta_1$  ( $\delta_2$ ) est le déphasage introduit par la cellule de cristal liquide 1 (2) entre ses axes ordinaires et extraordinaires,  $\theta_1$  ( $\theta_2$ ) est l'angle entre l'axe  $x$  et l'axe extraordinaire de la cellule 1 (2) et  $\mathbf{D}$  représente la matrice de Mueller d'un cristal liquide.



En posant  $c_i = \cos(2\theta_i)$  et  $s_i = \sin(2\theta_i)$  (avec  $i = 1, 2$ ), le vecteur de Stokes  $\mathbf{S}$  sortant peut alors s'écrire d'après (3.6) et en utilisant le tableau 2.4:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ \left[ c_2^2 + s_2^2 \cos \delta_2 \right] \left[ c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1 \right] + c_1 c_2 s_1 s_2 \left[ 1 - \cos \delta_1 \right] \left[ 1 - \cos \delta_2 \right] - s_1 s_2 \sin \delta_1 \sin \delta_2 \\ c_2 s_2 \left[ 1 - \cos \delta_2 \right] \left[ c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1 \right] + c_1 s_1 \left[ 1 - \cos \delta_1 \right] \left[ s_2^2 + c_2^2 \cos \delta_2 \right] + s_1 c_2 \sin \delta_1 \sin \delta_2 \\ s_2 \sin \delta_2 \left[ c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1 \right] - c_2 \sin \delta_2 c_1 s_1 \left[ 1 - \cos \delta_1 \right] + s_1 \sin \delta_1 \cos \delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

La modulation de la polarisation par le PSG s'effectue en faisant varier (temporellement) les retards  $\delta$  introduits par les cellules de cristaux liquides et en gardant fixes les orientations  $\theta$  des axes d'indice variable des cellules de cristaux liquides. Les colonnes de la matrice de modulation  $\mathbf{W}$  attendue sont les quatre vecteurs de Stokes  $\mathbf{S}$  obtenus en faisant varier la valeur du couple de retards  $(\delta_1, \delta_2)$  :

$$\mathbf{W} = (\mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2 \quad \mathbf{S}_3 \quad \mathbf{S}_4) \quad (3.8)$$

En principe, pour que le PSG soit complet, il suffit de choisir des valeurs des orientations  $\theta$  des axes d'indice variable et les quatre valeurs du couple de retard de telle manière que la matrice  $\mathbf{W}$  ne soit pas singulière.

## 2.2 Considérations générales sur le polarimètre

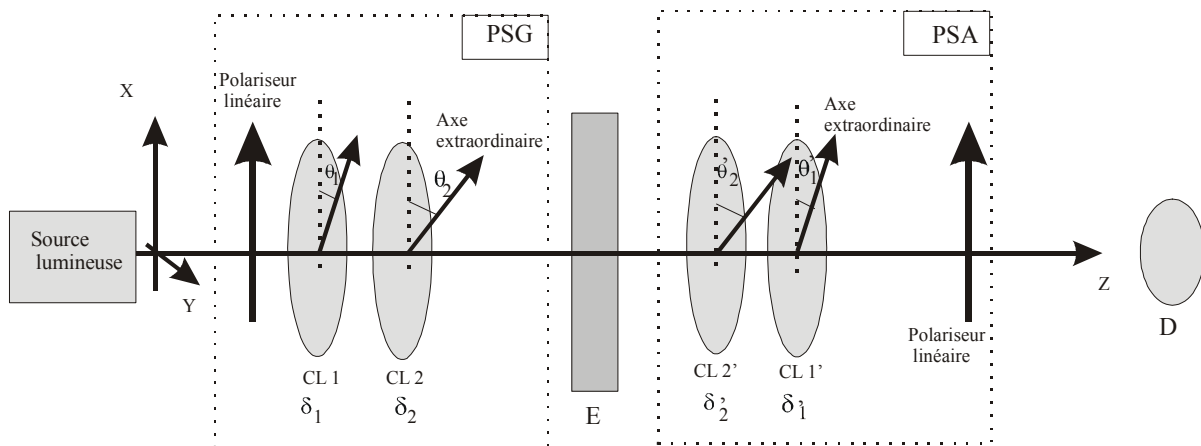


Figure 3.11 : Schéma du polarimètre de Mueller à cristaux liquides.

CL : cristaux liquides ; E : échantillon ; D : détecteur

Le schéma du polarimètre<sup>17</sup> est représenté sur la Figure 3.11. L'analyseur d'états de polarisation (PSA) est constitué des mêmes éléments optiques que le générateur d'états de polarisation (PSG) mais dans un ordre inverse. Ce choix n'est pas essentiel mais facilite la réalisation pratique de l'instrument. Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1, les quatre colonnes de la matrice de modulation du PSG  $\mathbf{W}$  sont obtenues en faisant varier les retards  $(\delta_1, \delta_2)$  appliqués aux cellules de cristaux liquides. De la même manière, la matrice d'analyse  $\mathbf{A}$  est obtenue en faisant varier les retards  $(\delta_1', \delta_2')$  et ne doit pas être singulière.

L'intensité lumineuse mesurée sur le détecteur s'écrit pour les deux couples de valeurs  $(\delta_1, \delta_2)$  et  $(\delta_1', \delta_2')$  de la manière suivante :

$$I^{(\delta_1, \delta_2); (\delta_1', \delta_2')} = \frac{1}{2} (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \mathbf{D}^{\delta_1' \theta_1'} \mathbf{D}^{\delta_2' \theta_2'} \mathbf{M} \mathbf{D}^{\delta_2 \theta_2} \mathbf{D}^{\delta_1 \theta_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Les 16 valeurs de l'intensité mesurée forment le produit de matrices  $\mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{M} \mathbf{W}$  si les quatre lignes de la matrice  $\mathbf{A}$  sont les quatre vecteurs lignes  $\frac{1}{2} (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \mathbf{D}^{\delta_1' \theta_1'} \mathbf{D}^{\delta_2' \theta_2'}$ .

## 2.3 Optimisation du PSG et du PSA

### 2.3.1 Optimisation de $\mathbf{W}$

L'optimisation du conditionnement de la matrice de modulation du PSG  $\mathbf{W}$  peut être obtenue en faisant varier 10 paramètres différents : les deux angles  $\theta$  que font les axes d'indice variable des cristaux liquides avec la polarisation initiale, ainsi que les quatre couples de valeurs des déphasages  $(\delta_1, \delta_2)$ . Afin de déterminer la meilleure configuration, nous avons effectué une simulation numérique de la variation du conditionnement en fonction de ces paramètres. Nous nous sommes rendus compte que la valeur théorique maximale pour le conditionnement était toujours égale à :

$$C_{\max} \approx 0.5773 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3.10)$$

Ce maximum est atteint, entre autres, pour une séquence temporelle de la forme suivante appliquée aux cellules de cristaux liquides CL1 et CL2 du PSG:

$$(\delta_1, \delta_2) = (\Delta_1, \Delta_1), (\Delta_2, \Delta_2), (\Delta_1, \Delta_2), (\Delta_2, \Delta_2) \quad (3.11)$$

Où les déphasages  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sont définis par :

$$\Delta_1 = 315^\circ + p90^\circ \text{ et } \Delta_2 = 135^\circ + p90^\circ \quad (3.12)$$

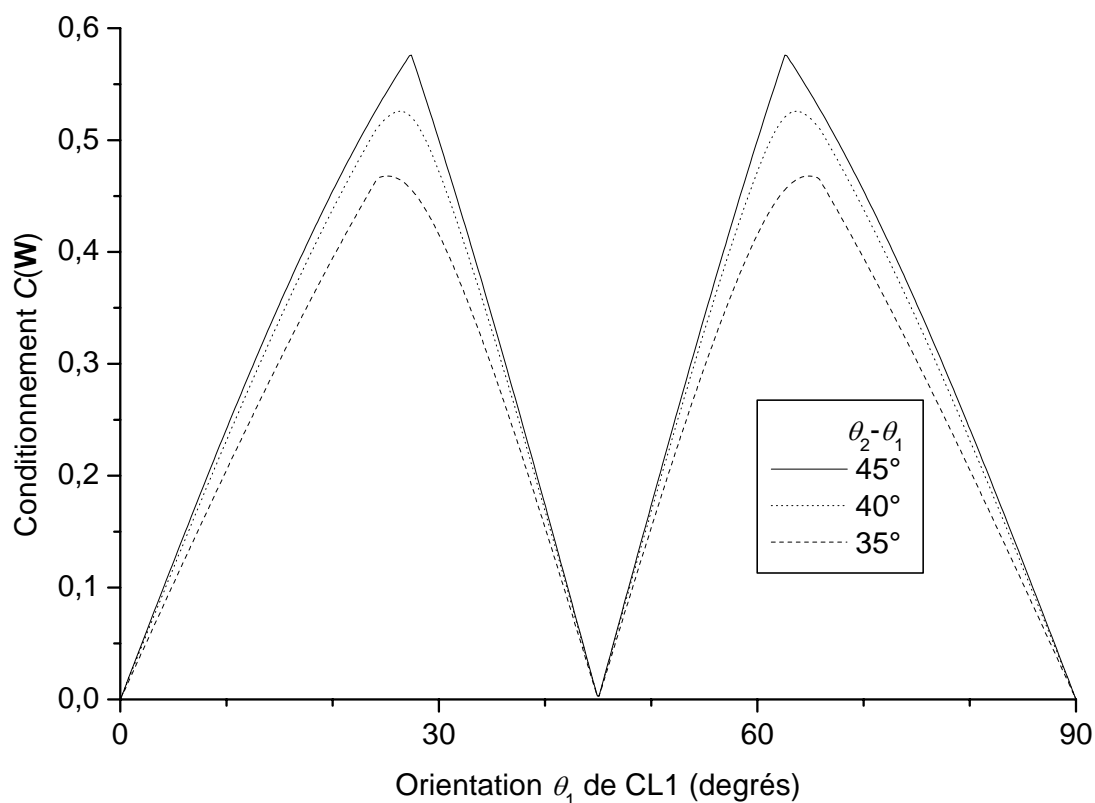
$p$  étant le même nombre entier dans les deux formules.

Les angles que font les axes d'indice variable des cristaux liquides avec la polarisation initiale sont eux donnés par les relations suivantes :

$$\theta_1 = \varepsilon 27.4^\circ + q 90^\circ \text{ et } \theta_2 = \varepsilon 72.4^\circ + r 90^\circ \quad (3.13)$$

Où  $\varepsilon \pm 1$  a la même valeur dans les deux formules (3.13) ;  $q$  et  $r$  sont des nombres entiers (pas nécessairement égaux).

La variation du conditionnement de la matrice de modulation du PSG  $C(\mathbf{W})$  en fonction de l'orientation de l'angle  $\theta_1$  de l'axe d'indice variable du cristal liquide CL1 est représentée sur la Figure 3.12. Nous avons choisi de tracer cette courbe pour différentes valeurs de la différence  $(\theta_2 - \theta_1)$ , les valeurs des déphasages  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  étant fixées à leur valeur optimale. Nous constatons que le conditionnement est bien maximum pour  $\theta_1 = 27.4^\circ$  et  $62.6^\circ$  avec  $(\theta_2 - \theta_1) = 45^\circ$  comme indiqué par la formule 3.13. Il est facile de comprendre que le conditionnement soit strictement nul, quelle que soit la valeur de  $(\theta_2 - \theta_1)$ , pour  $\theta_1 = 0^\circ$  et  $90^\circ$ , configuration dans laquelle la polarisation initiale est parallèle aux axes propres, car dans ce cas, aucune modulation de la polarisation par la cellule de cristal liquide CL1 n'a lieu. Par contre, le même résultat est contraire à l'intuition pour  $\theta_1 = 45^\circ$ . En effet, dans les montages optiques, on place souvent les axes propres des lames retard à  $45^\circ$  de la polarisation initiale, afin de maximiser les effets de biréfringence.



**Figure 3.12 :** Variation du conditionnement en fonction de l'orientation  $\theta_1$  du cristal liquide *CL1*.

La dépendance du conditionnement, en fonction de  $(\Delta_1 + \Delta_2)/2$ , est représenté sur la Figure 3.13. Nous avons choisi de tracer cette courbe pour différentes valeurs de  $|\Delta_1 - \Delta_2 - 180^\circ|$  en fixant les valeurs des angles  $\theta_2$  et  $\theta_1$  à leurs valeurs optimales. La courbe atteint un maximum pour  $(\Delta_1 + \Delta_2)/2 = 45^\circ$  et  $(\Delta_1 - \Delta_2) = 180^\circ$  comme indiqué par la formule 3.12. Le conditionnement est strictement nul lorsque les valeurs du déphasage sont égales à  $\Delta = 0^\circ$  [ $180^\circ$ ], la modulation de polarisation étant alors inopérante.

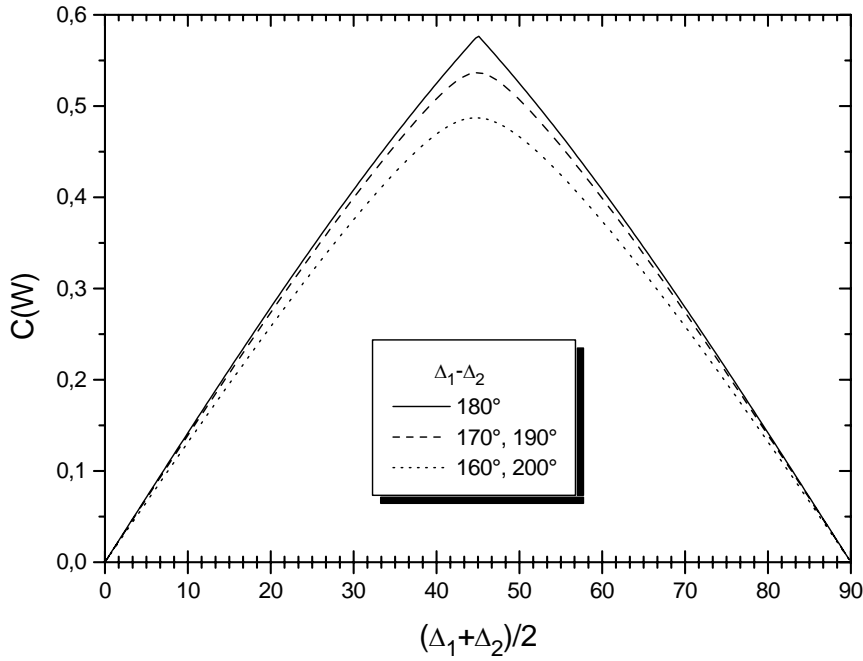


Figure 3.13 : Dépendance du conditionnement  $C(W)$  en fonction des valeurs des déphasages  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  pour des valeurs optimales des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

### 2.3.2 Optimisation de A

Un choix possible pour la matrice de modulation du PSA  $\mathbf{A}$  est :

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}^T \quad (3.14)$$

Dans ce cas, les conditionnements de  $\mathbf{W}$  et de  $\mathbf{A}$  seront égaux, et le PSG et le PSA seront simultanément optimisés. En se rappelant qu'il existe la relation suivante entre la matrice d'un cristal liquide et sa transposée :

$$(\mathbf{D}^{\delta, \theta})^T = \mathbf{D}^{-\delta, \theta} \quad (3.15)$$

Cette condition sera donc remplie en choisissant les orientations et les déphasages appliqués à CL1' et CL2' de telle façon que :

$$\theta'_i = \theta_i \text{ et } \Delta'_i = -\Delta_i \pmod{2\pi} \quad (i = 1, 2) \quad (3.16)$$

## 2.4 Réalisation expérimentale

Le polarimètre à cristaux liquides nématiques non imageur (le polarimètre imageur fonctionnant avec une source de lumière blanche sera présenté au chapitre IV) est composé :

- ✓ d'une source LASER He-Ne polarisée 05 LHP 151 (Melles Griot), de puissance 5 *mW* et dont le bruit en intensité est spécifié inférieur à 2 %.
- ✓ Les polariseurs linéaires sont soit des polariseurs dichroïques 03 FPG 007 (Melles Griot) soit des Glan-Laser en calcite PGL 5015 de Casix (ces derniers présentant l'avantage de pouvoir fournir une référence en intensité).
- ✓ Les cristaux liquides nématiques PLM 20 proviennent de Jenoptik (Jena, Allemagne). Le diamètre de la fenêtre optique est de 20 *mm*, la bande de longueurs d'ondes accessibles est 420-700 *nm*. Le déphasage en fonction de la tension appliquée a été mesuré (à l'aide d'un compensateur Babinet-Soleil) et reproduit sur la Figure 7.3. On voit sur ce graphique que le couple de retards ( $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ) peut être fixé à (45°, 225°) ou (135°, 315°) en appliquant des valeurs de tension raisonnables. Des valeurs supérieures du déphasage seraient *a priori* moins pratiques car elles réduiraient les acceptances angulaire et spectrale de l'instrument. Le temps de commutation des cristaux liquides est typiquement de 60 *ms*, impliquant une durée de mesure d'une matrice de Mueller complète de l'ordre de 1 *s*.
- ✓ Les cristaux liquides sont pilotés par ordinateur (programmation sous Delphi) via quatre contrôleurs de cristaux liquides 932-CX (Newport).
- ✓ L'intensité est détectée par une photodiode conventionnelle.

En principe, si les positions angulaires des quatre cristaux liquides sont connues avec une grande précision et que les tensions appliquées sont ajustées individuellement sur chaque cellule pour obtenir la séquence en déphasage souhaitée (formule 3.11), les matrices de modulation **A** et **W** peuvent être calculées théoriquement. En pratique, une connaissance complète du polarimètre est rarement accessible (méconnaissance de l'ensemble des défauts des éléments optiques, erreurs d'alignement) et une procédure d'étalonnage, pour déterminer les valeurs *réelles* de **A** et **W** est nécessaire. L'objet du paragraphe suivant est d'introduire la méthode d'étalonnage développée par Eric Compain et son application dans le cas du polarimètre à cristaux liquides. On en trouvera une description plus détaillée dans son manuscrit de thèse ainsi que dans la publication correspondante<sup>2,18</sup>.

### 3. Étalonnage

#### 3.1 Procédure générale

La méthode d'étalonnage ECM (*Eigenvalues Calibration Method*) proposée par Eric Compain est générale. Celle-ci doit être effectuée avec des échantillons de référence dont les matrices de Mueller  $\mathbf{M}$  doivent être suffisamment proches de celle d'une lame retard dichroïque (équation 2.47) et assez différentes les unes des autres pour pouvoir extraire sans ambiguïté les matrices de modulation  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$ .

La procédure est la suivante :

1. Une première mesure  $\mathbf{B}_0$ , sans aucun échantillon, est effectuée avec :

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{A} \mathbf{W} \quad (3.17)$$

2. Puis, on introduit un jeu d'échantillons de référence. La mesure  $\mathbf{B}_i$  s'écrit en fonction de la matrice de Mueller  $\mathbf{M}_i$  de l'échantillon de référence  $i$  :

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{A} \mathbf{M}_i \mathbf{W} \quad (3.18)$$

Il est alors possible d'extraire  $\mathbf{W}$  en calculant le produit :

$$\mathbf{C}_i = (\mathbf{B}_0)^{-1} \mathbf{B}_i = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{M}_i \mathbf{W} \quad (3.19)$$

La matrice  $\mathbf{C}_i$  possède la propriété importante d'avoir *les mêmes valeurs propres* que la matrice de Mueller  $\mathbf{M}_i$ . Nous en déduisons donc les caractéristiques  $(\tau, \Psi, \Delta)$  des échantillons de référence.

La matrice  $\mathbf{C}_i$  obtenue par la mesure vérifie l'équation suivante :

$$\mathbf{M}_i \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{C}_i = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Si la matrice  $\mathbf{M}_i$  de Mueller de l'échantillon de référence est connue, il est alors possible de calculer  $\mathbf{W}$ , seule solution qui vérifie pour l'ensemble des échantillons de référence  $\{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_n\}$ , l'équation :

$$\mathbf{H}_M(\mathbf{X}) = \mathbf{M} \mathbf{X} - \mathbf{X} \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad ; \quad \mathbf{M} \in \{\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_n\} \quad (3.21)$$

3. On calcule alors  $\mathbf{A}$  en écrivant :

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}_0 \mathbf{W}^{-1} \quad (3.22)$$

### 3.2 Détermination de la matrice $\mathbf{W}$ à partir d'un jeu de mesures de références

Pour résoudre l'équation 3.21, nous pouvons la reformuler sous forme vectorielle. Une matrice 4x4  $\mathbf{X} = (x_{ij})$  peut s'écrire comme un vecteur colonne à 16 composantes  $\mathbf{X}^{(16)} = (x_i)$ . L'équation 3.21, dont la solution est le vecteur  $\mathbf{W}^{(16)}$ , peut alors être réécrite comme ci-dessous:

$$\mathbf{H}_M^{(16)} \cdot \mathbf{X}^{(16)} = 0, \quad \mathbf{M} \in \{\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_n\} \quad (3.23)$$

La solution de ce système par la méthode des moindres carrés s'écrit :

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{X}^{(16)} = 0 \quad (3.24)$$

Avec

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{M1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{H}_{Mn} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{M1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{H}_{Mn} \end{pmatrix} = \mathbf{H}_{M1}^T \mathbf{H}_{M1} + \dots + \mathbf{H}_{Mn}^T \mathbf{H}_{Mn} \quad (3.25)$$

La matrice  $\mathbf{K}$  est une matrice réelle positive et symétrique, ses valeurs propres sont donc positives ou nulles. Si l'ensemble des échantillons de référence est bien choisi, la matrice  $\mathbf{K}$  a 15 valeurs propres non nulles et une nulle. La solution  $\mathbf{W}^{(16)}$  est donc le vecteur propre associé à l'unique valeur propre égale à zéro.



Enfin,  $\mathbf{W}^{(16)}$  est de nouveau écrit comme une matrice 4x4 et  $\mathbf{A}$  est déterminée par l'équation 3.22.

Remarque :  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{A}$  ont été déterminées à un coefficient multiplicateur près sans importance qui s'élimine par la suite.

### 3.3 Choix des éléments de référence

Nous rappelons quelques propriétés importantes pour le choix des éléments de référence :

- ❖ Le choix des échantillons de référence ne dépend pas des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$ .
- ❖  $\mathbf{K}$  (formule 3.25) doit avoir seulement une valeur propre ( $\lambda_{16}$ ) nulle.
- ❖ Il est nécessaire que les valeurs propres non nulles de  $\mathbf{K}$  soient équilibrées c'est-à-dire les plus différentes de zéro possible. En d'autres mots, si on classe les valeurs propres de  $\mathbf{K}$  par ordre décroissant  $\lambda_1 \succ \dots \succ \lambda_{15} \succ \lambda_{16} = 0$ , le rapport  $\frac{\lambda_{15}}{\lambda_1}$  doit être le plus grand possible.

Nous nous sommes limités aux éléments optiques de type « lame retard dichroïque linéaire » les plus faciles à se procurer, c'est-à-dire un polariseur et une lame retard. Afin d'obtenir une première optimisation de la procédure d'étalonnage, nous avons supposé que le polariseur était parfait, et que la lame retard était un déphaseur pur, dont le déphasage  $\Delta$  et l'orientation  $\theta$  pouvait être choisis *a priori* quelconques. Enfin, pour effectuer les calculs numériques de cette partie, nous avons supposé que  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}$  étaient proches de leurs valeurs optimales.

La condition sur  $\mathbf{K}$ , d'avoir une seule valeur propre nulle, est vérifiée en prenant trois mesures avec des échantillons de référence (en plus de la mesure de  $\mathbf{B}_0$  sans échantillon) qui sont :

- Un polariseur orienté à deux angles différents  $\theta_{P1}$  et  $\theta_{P2}$ . Nous fixerons pour la suite  $\theta_{P1}$  à zéro sans aucune perte de généralité.
- Une lame retard orientée à  $\theta_D$  et déphasant d'un angle  $\Delta$ .

Nous avons optimisé le rapport  $R = \frac{\lambda_{15}}{\lambda_1}$  en faisant varier les trois paramètres  $\theta_{P2}$ ,  $\theta_D$  et  $\Delta$ . Un maximum de ce rapport égal à 0.1015 a été obtenu pour les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \theta_{P1} = 0^\circ \\ \theta_{P2} = 90^\circ \\ \Delta = 109^\circ \\ \theta_D = 30.5^\circ \end{cases} \quad (3.26)$$

Il reste encore à évaluer la finesse de ce maximum. Sur les Figures 3.14, 3.15 et 3.16, nous avons tracé respectivement  $R$  en fonction de l'orientation du déphaseur  $\theta_D$ , du déphasage  $\Delta$  introduit par la lame retard et de l'orientation du polariseur  $\theta_{P2}$ .

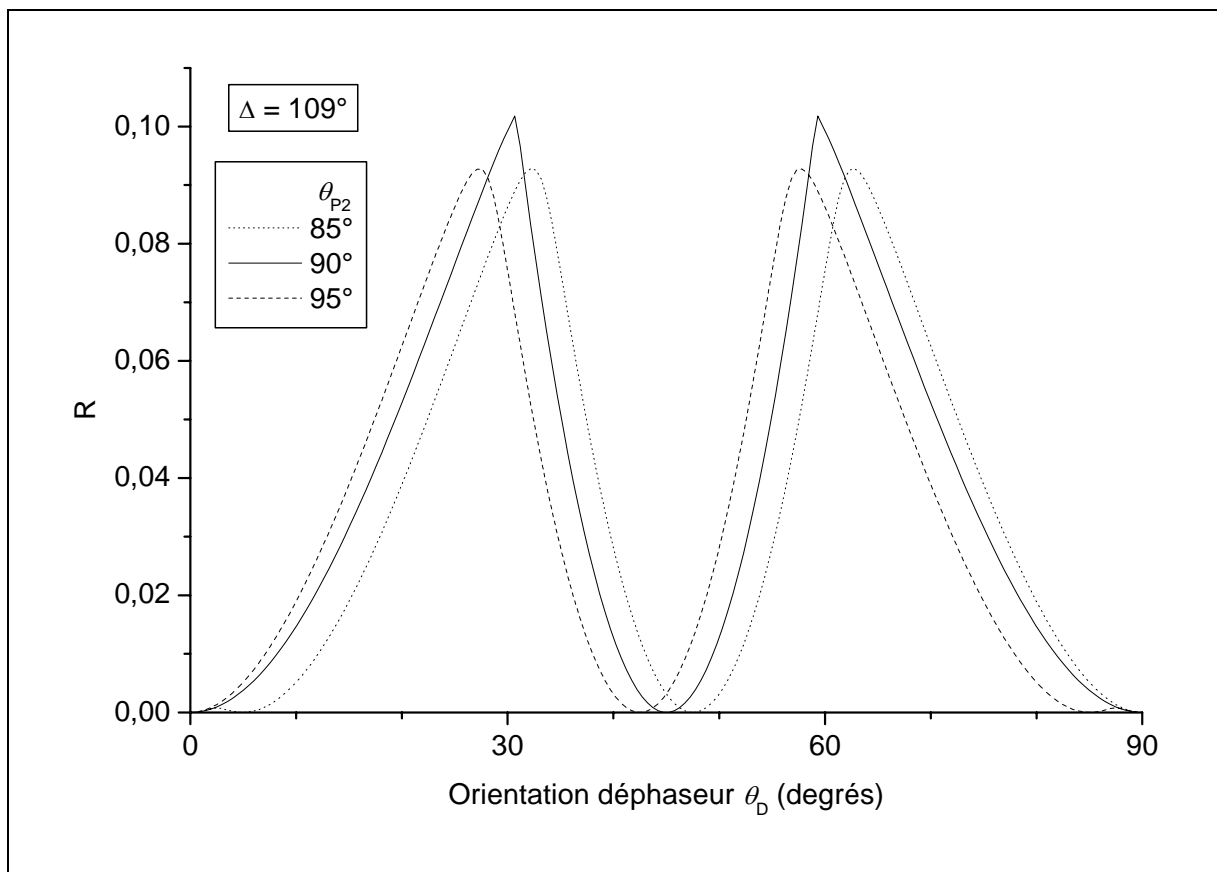


Figure 3.14 : Variation de  $R$  en fonction de  $\theta_D$ .

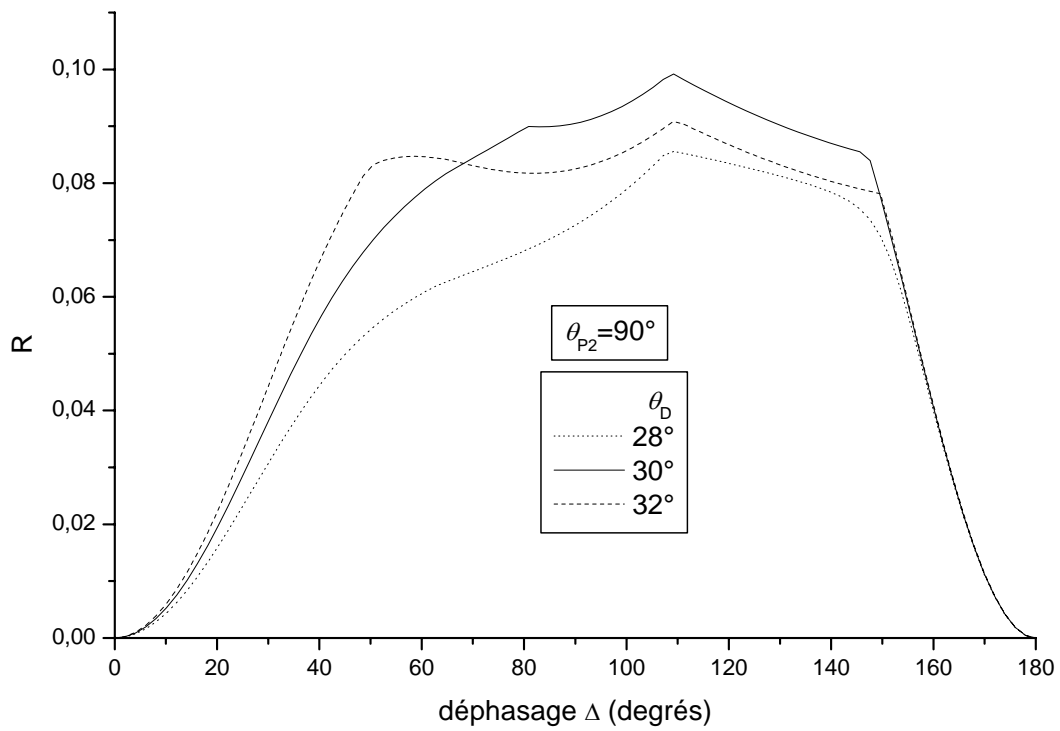


Figure 3.15 : Variation de  $R$  en fonction du déphasage  $\Delta$  introduit par le déphaseur.

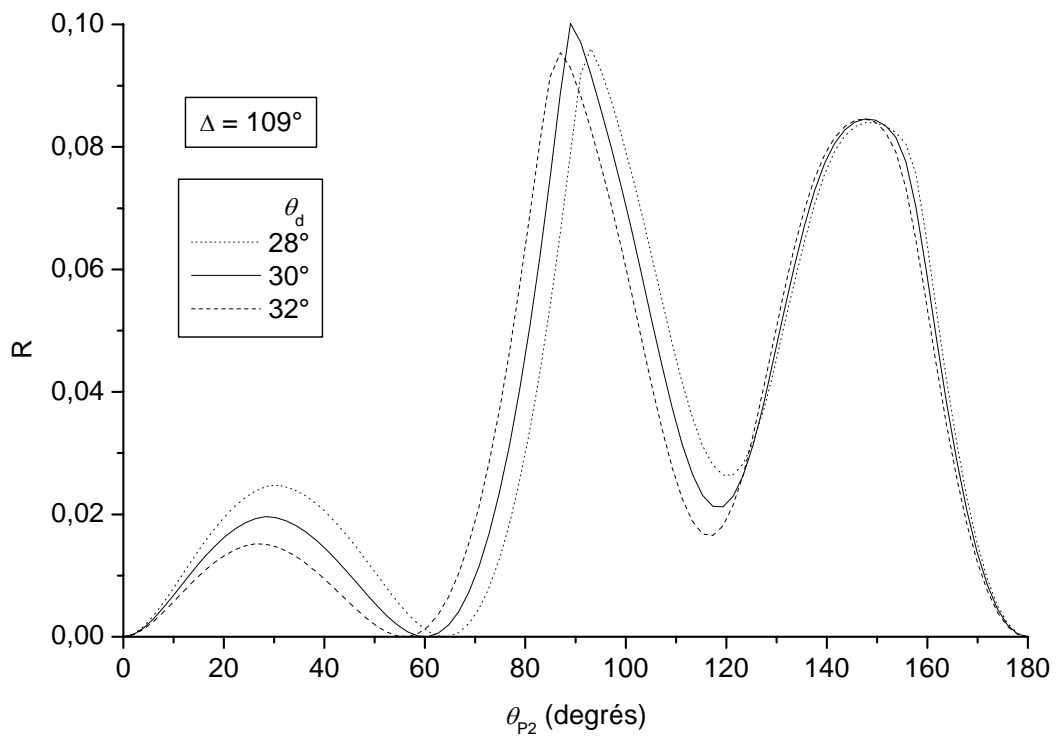


Figure 3.16 : Variation de  $R$  en fonction de l'orientation  $\theta_{P2}$  du polariseur.

Au vu de ces graphiques, on se rend compte que la valeur du déphasage  $\Delta$  introduit par la lame retard n'est pas critique. En effet, le maximum atteint pour  $R$  à  $\Delta = 109^\circ$  est large. Par contre, les orientations de la lame retard ainsi que celle du second polariseur doivent rester proches de leurs valeurs optimales.

### 3.4 Réalisation expérimentale

Pour le polarimètre non imageur, l'étalonnage est effectuée à l'aide d'un polariseur linéaire dichroïque (Melles Griot) et d'un compensateur Babinet-Soleil-Bravais (Optique Fichou). Le compensateur comporte l'avantage, par rapport aux lames retard conventionnelles, de pouvoir fixer la valeur du retard introduit. Cependant, comme nous venons de le voir dans le paragraphe précédent, la valeur du déphasage n'est pas critique.

La procédure d'étalonnage est la suivante :

- ❖ Aucun échantillon n'étant introduit dans le faisceau, la matrice  $\mathbf{B}_0$  est mesurée.
- ❖ Le polariseur, de matrice de Mueller  $\mathbf{M}_1$ , est alors inséré, son axe passant étant vertical ( $\theta = 0^\circ$  est en fait défini par la première position du polariseur). La matrice  $\mathbf{B}_1$  est mesurée, puis on effectue le calcul de la matrice  $\mathbf{C}_1 = (\mathbf{B}_0)^{-1} \mathbf{B}_1 = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{M}_1 \mathbf{W}$ .

De la seule valeur propre non nulle de  $\mathbf{C}_1$ , nous pouvons déduire la transmission  $\tau$  du polariseur.

Les valeurs ci-dessous sont les valeurs propres typiquement obtenues pour  $\mathbf{C}_1$ . Le contraste entre l'unique valeur propre non nulle et les autres donne une bonne indication de la qualité de la mesure :

$$\begin{cases} 0,6364 \\ 0,0007 \\ 0,0009 \\ 0,0010 \end{cases} \quad (3.27)$$

- ❖ Le même polariseur est ensuite placé à  $\theta_{p2} = 90^\circ$  et les matrices correspondantes  $\mathbf{B}_2$  et  $\mathbf{C}_2$  sont déterminées.

- ❖ On ôte le polariseur puis on insère le compensateur placé approximativement à  $\theta_D \approx 30^\circ$  et  $\Delta \approx 109^\circ$ . Les matrices  $\mathbf{B}_3$  et  $\mathbf{C}_3$  sont déterminées, procurant les *valeurs expérimentales* de la transmission  $\tau$ , de l'angle de polarisation partiel  $\Psi$  et du retard  $\Delta$  du compensateur.

Les valeurs ci-dessous sont les valeurs propres de  $\mathbf{C}_3$  typiquement obtenues avec le compensateur Babinet-Soleil-Bravais ainsi que les valeurs déduites de  $\Psi$  et  $\Delta$  (à l'aide de la Formule 2.48):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,859 \\ 0,821 \\ -0,292 + 0,789i \\ -0,292 - 0,789i \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \Psi = 45,6^\circ \\ \Delta = 110,2^\circ \end{array} \right. \quad (3.28)$$

Nous pouvons définir un critère de précision de la mesure. Si on appelle  $V1$ ,  $V2$  et  $V3$  (=  $V4$ ) les valeurs propres mesurées pour le compensateur, alors le rapport

$\frac{V1 \times V2}{\text{Re}(V3)^2 + \text{Im}(V3)^2}$  devrait valoir idéalement 1. En utilisant les valeurs données par

l'équation 3.28, nous pouvons estimer ce rapport à  $\frac{0,859 \times 0,821}{0,292^2 + 0,789^2} \approx 0,996$ , ce qui est assez proche de la valeur attendue.

- ❖ Il reste encore à déterminer les valeurs exactes des orientations  $\theta_{p2}$  et  $\theta_D$ . Leurs valeurs, qui sont connues approximativement, sont laissées comme des paramètres ajustables. La matrice  $\mathbf{K}$  (formule 3.25) est une fonction de ces deux paramètres et peut s'écrire :

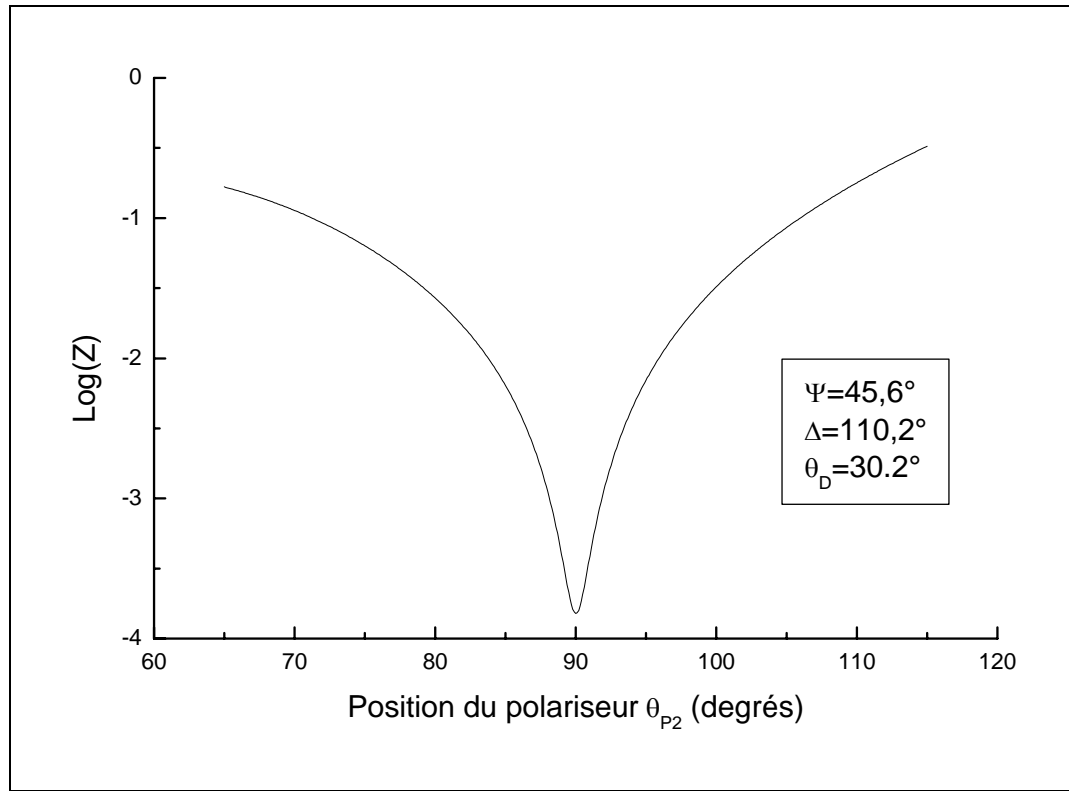
$$\mathbf{K} = \mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p(\theta_{p1} = 0) + \mathbf{H}_p^T(\theta_{p2}) \mathbf{H}_p(\theta_{p2}) + \mathbf{H}_D^T(\theta_D) \mathbf{H}_D(\theta_D) \quad (3.29)$$

La plus petite valeur propre ( $\lambda_{16}$ ) de  $\mathbf{K}$  est en principe égale à zéro si  $\theta_{p2}$  et  $\theta_D$  sont égales à leurs valeurs exactes. La valeur de ces angles est donc trouvée en minimisant

$Z = \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{15}}$ , rapport des deux plus petites valeurs propres de  $\mathbf{K}$ . En pratique, à cause des

erreurs expérimentales, le rapport  $Z$  ne s'annulera jamais, mais sa valeur minimale

donnera une bonne indication de la précision de la mesure. La Figure 3.17 représente  $\text{Log}(Z)$  en fonction de la position du polariseur pour les valeurs de  $\Psi$  et  $\Delta$  déterminés lors de l'étalonnage. La valeur de  $\text{Log}(Z)$  est minimale pour les valeurs  $\theta_D = 30,2^\circ$  (orientation du compensateur) et  $\theta_{P2} = 90^\circ$  (orientation du polariseur). Le minimum trouvé est pointu et profond (contraste d'un facteur  $10^3$ ).



**Figure 3.17 :** Variation du rapport  $Z$  en fonction de  $\theta_{P2}$ . Le minimum de la fonction est atteint pour les valeurs  $\theta_D = 30,2^\circ$  et  $\theta_{P2} = 90^\circ$ .

La matrice de modulation  $\mathbf{W}$  est le vecteur propre de la matrice  $\mathbf{K}$  (calculée à partir des valeurs exactes de  $\theta_{P2}$  et  $\theta_D$  associé à la valeur propre  $\lambda_{16}$ ).

Nous pouvons à présent comparer la valeur attendue de la matrice de modulation  $\mathbf{W}$  à sa valeur expérimentale. Avec les valeurs optimales  $\Delta_1 = 315^\circ$ ,  $\Delta_2 = 135^\circ$ ,  $\theta_1 = 27,4^\circ$  et  $\theta_2 = \theta_1 - 45^\circ$ , celle-ci devrait être égale à :

$$\mathbf{W}_{attendue} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,471 & 0 & 0,471 & -0,941 \\ -0,334 & 1 & -0,334 & -0,334 \\ -0,816 & 0 & 0,816 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Expérimentalement, nous obtenons une matrice de modulation, de conditionnement voisin de 0,5 (la limite théorique étant de 0,577), égale typiquement à :

$$\mathbf{W}_{\text{expérimentale}} = \begin{pmatrix} 1,000 & 1,005 & 1,008 & 1,004 \\ -0,131 & -0,712 & 0,821 & -0,0769 \\ 0,646 & -0,642 & -0,550 & 0,697 \\ -0,748 & 0,257 & -0,186 & 0,477 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Il existe une grande différence entre la valeur attendue et la valeur mesurée expérimentalement surtout compte tenu des permutations de colonnes possibles. Ceci prouve tout l'intérêt de la méthode d'étalonnage ECM qui permet de calculer la valeur réelle de  $\mathbf{W}$ , sans modélisation des défauts des modulateurs à cristaux liquides.

- ❖ Enfin, il reste à déterminer  $\mathbf{A}$  par la relation  $\mathbf{A} = \mathbf{B}_0 \mathbf{W}^{-1}$ . Expérimentalement, nous trouvons de la même manière que le conditionnement de  $\mathbf{A}$  est voisin de 0,5.

### 3.5 Avantages et inconvénients de l'étalonnage ECM

Nous pouvons à présent récapituler les différentes caractéristiques de l'étalonnage ECM :

- ✓ Comme les valeurs des positions angulaires des éléments de référence ainsi que leurs caractéristiques optiques (transmission, déphasage...) sont déterminées précisément lors de l'étalonnage, il n'est pas nécessaire d'utiliser des systèmes de positionnement précis ni des éléments optiques spécifiques (tels que des lames exactement quart d'onde ou demi onde).
- ✓ Aucune modélisation des défauts de l'instrument (orientations des cristaux liquides et valeurs des déphasages non précises, effets d'interférence, divergence du faisceau) n'est nécessaire tant que ces effets sont statiques et qu'ils n'altèrent pas la linéarité des mesures en intensité.
- ✓ Lorsque l'on insère une ou plusieurs lentilles dans le faisceau, on observe une modification importante des résultats mais la précision de la mesure est retrouvée en effectuant un nouvel étalonnage de l'instrument. Ceci est particulièrement intéressant pour l'obtention d'un système imageur car il pourra être inséré un objectif de microscope entre le PSG et le PSA (ce sera l'objet du chapitre IV). La méthode d'étalonnage ECM est donc très robuste.

- ✓ L'inconvénient de cette méthode est la nécessité d'insérer successivement les différents échantillons de référence, au lieu d'utiliser seulement le vide (échantillon idéal). De plus, les échantillons de référence doivent être le plus proche possible de lames retard dichroïques idéales. Ceci n'est généralement pas un problème pour des polariseurs linéaires mais peut être le cas pour des déphaseurs. Cependant, il est tout de même plus facile de modéliser les échantillons de référence que l'instrument complet !

## 4. Caractérisation de l'instrument

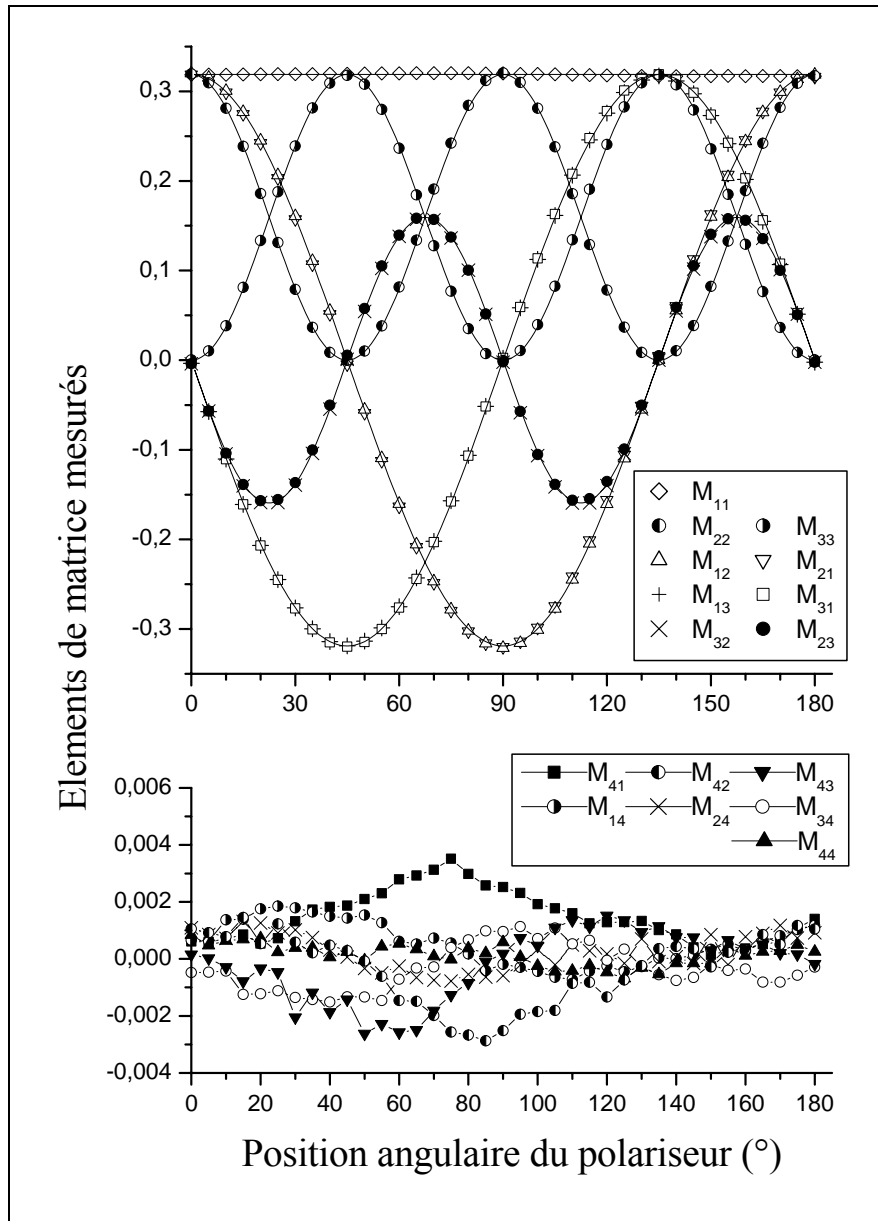
### 4.1 Mesure sur un polariseur dichroïque

Pour évaluer la performance de l'instrument, nous avons fait une série de mesures de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire dichroïque (Melles Griot) à différents angles azimutaux. La dépendance attendue des coefficients non nuls en fonction de l'angle (chapitre II, Tableau 2.2) est la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{11} = \tau/2 \\ m_{12} = m_{21} = \cos(2\theta) \\ m_{22} = \cos^2(2\theta) \\ m_{33} = \sin^2(2\theta) \\ m_{13} = m_{31} = \sin(2\theta) \\ m_{23} = m_{32} = \cos(2\theta)\sin(2\theta) \end{array} \right. \quad (3.32)$$

Sur la Figure 3.18, le graphique du dessus montre les résultats obtenus pour les éléments du bloc 3x3 supérieur de la matrice de Mueller. Tous les points expérimentaux ont été ajustés à l'aide d'un seul paramètre, la transmission  $\tau$  du polariseur, avec une valeur optimale de 0,6378. Cette valeur est bien en accord avec la transmission ( $0,636 \pm 0,002$ ) déduite des valeurs propres de la matrice  $C_1$  du polariseur (Formule 3.27). Le graphique du dessous montre les autres éléments devant en théorie s'annuler. Les valeurs mesurées restent très faibles (inférieures à 0,004 en valeur absolue). La déviation standard entre les valeurs mesurées et les valeurs ajustées (incluant tous les coefficients de la matrice de Mueller) est de 0,0016, correspondant à 0,005 pour des matrices de Mueller normalisées par  $m_{11}$ .



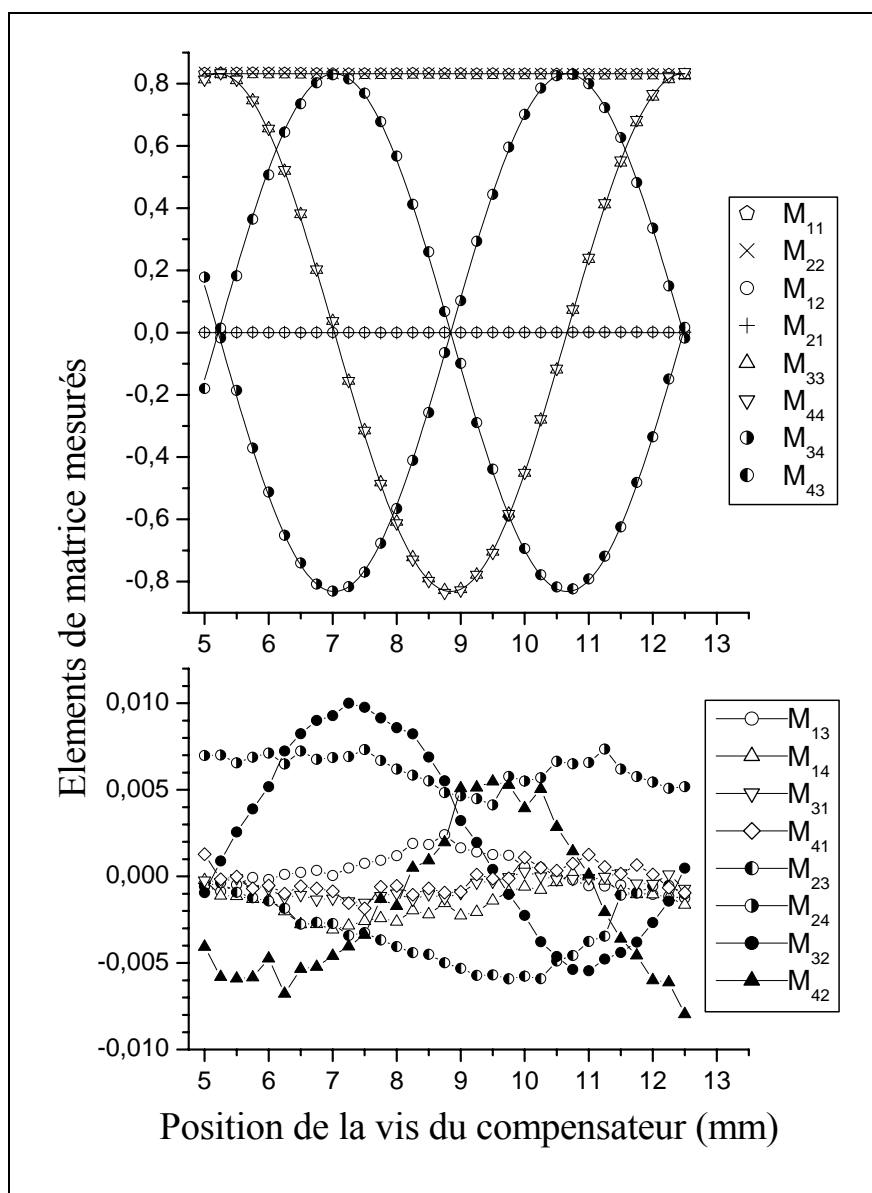


**Figure 3.18 :** Coefficients de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire placé à différents angles azimutaux. Figure du dessus : mesure des éléments non nuls (symboles) et leur ajustement à paramètre unique (traits pleins). Figure du bas : éléments devant en théorie s'annuler.

#### 4.2 Mesure sur un compensateur

Ces mesures ont été réalisées avec le compensateur Babinet-Bravais-Soleil en faisant varier le déphasage. Pour faciliter la comparaison avec la théorie, nous avons placé le compensateur verticalement (parallèlement à l'axe des  $x$ , Figure 3.11), en minimisant les éléments des blocs

hors diagonaux de la matrice de Mueller  $\mathbf{M}$  mesurée (ceux-ci étant théoriquement nuls dans cette configuration).



**Figure 3.19** : Matrices de Mueller mesurées avec le compensateur Babinet-Bravais-Soleil aligné suivant l'axe  $x$ , pour différentes positions de la vis du compensateur contrôlant le déphasage introduit par le compensateur. Figure du dessus : éléments non nuls (symboles) et leurs ajustements (traits pleins). Figure du bas : éléments théoriquement nuls.

Sur la Figure 3.19, nous avons représenté les matrices de Mueller effectivement mesurées en fonction de la position de la vis du compensateur. Les éléments des blocs diagonaux (formule 2.47), qui sont représentés sur la figure du dessus, ont été ajustés à l'aide de trois paramètres : la transmission du compensateur ainsi que deux constantes décrivant la relation linéaire entre

le déphasage  $\Delta$  et la position de la vis du compensateur. La déviation standard entre les données mesurées et leurs valeurs ajustées est de 0,009, correspondant à 0,011 pour des matrices normalisées. Cette déviation, supérieure à celle trouvée avec le polariseur linéaire (paragraphe 4.1), peut sans doute être expliquée par le fait qu'il est plus difficile, comme pour les lames retards achromatiques, d'obtenir un compensateur parfait qu'un polariseur parfait.

La variation du déphasage  $\Delta$  est déduite de la mesure par la formule ci-dessous :

$$\Delta = \arctan\left(\frac{m_{43} - m_{34}}{m_{33} + m_{44}}\right) \quad (3.33)$$

Sur la Figure 3.20, nous avons tracé le retard en fonction de la position de la vis du compensateur (figure du dessus) et montré que la dépendance est linéaire, avec une déviation standard de  $0,13^\circ$  équivalent à  $\lambda/2700$ , ce qui est même meilleur que les spécifications fournies par le constructeur du compensateur. La dépendance des résidus (différence entre les valeurs mesurées et ajustées) en fonction de la position de la vis du compensateur (figure du dessous) ressemble à un bruit blanc.

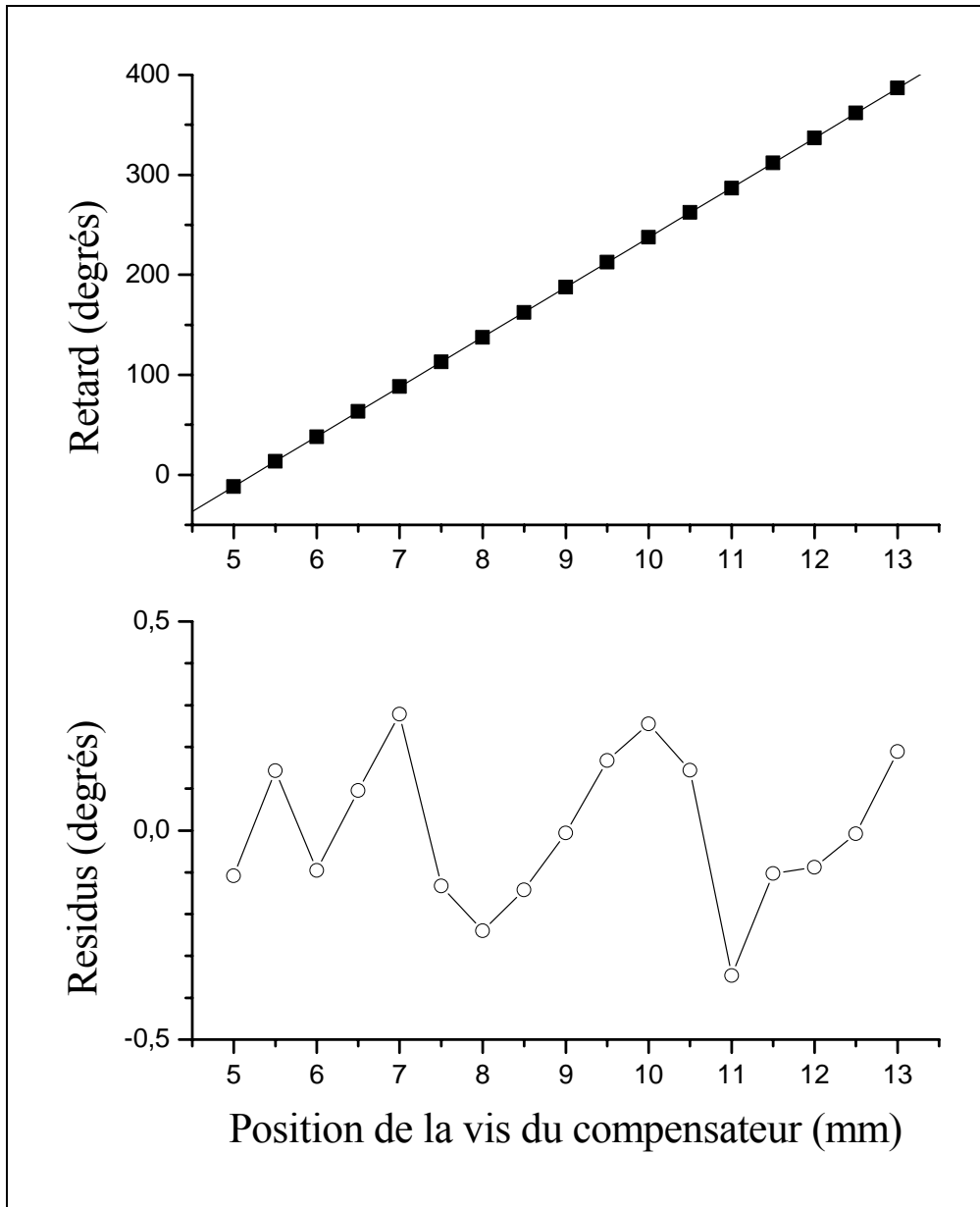
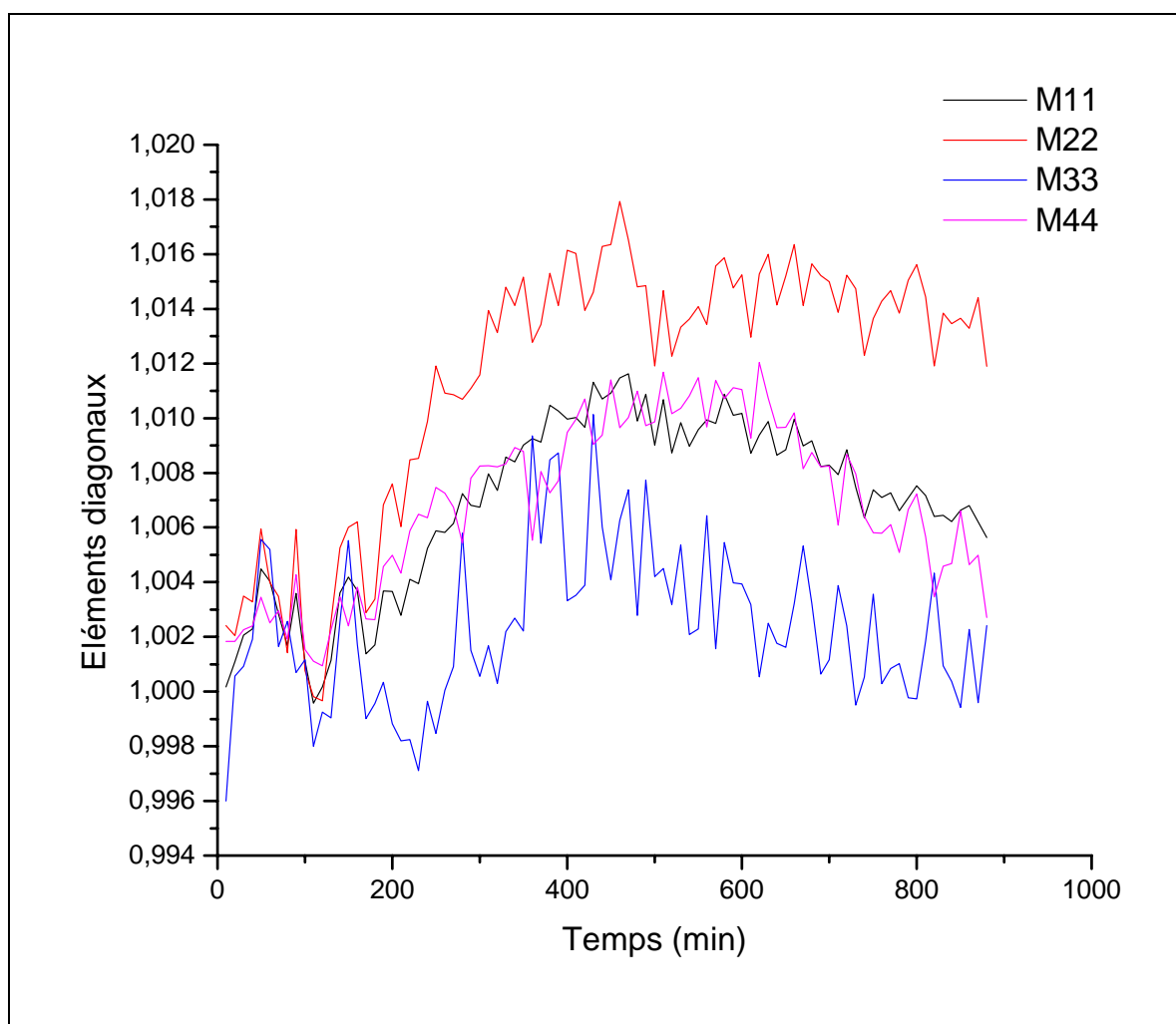


Figure 3.20 : Dépendance du retard et des résidus en fonction de la position de la vis du compensateur.

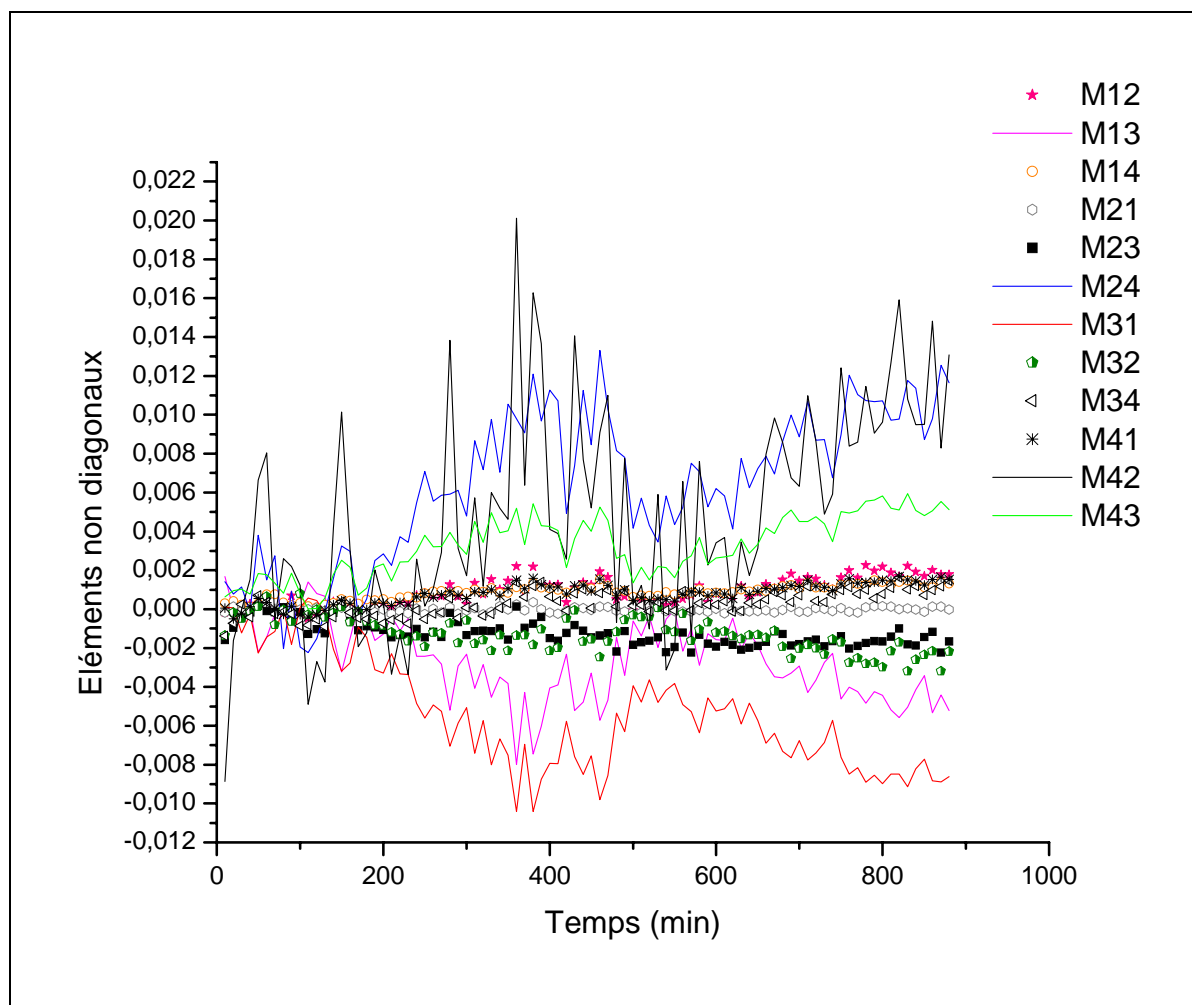
#### 4.3 Stabilité temporelle de la mesure : test sur la mesure de la matrice unité

Nous avons effectué un test de fluctuation de la mesure de la matrice unité (sans échantillon) au cours du temps. Pour cela, nous avons relevé les valeurs des 16 coefficients de la matrice de Mueller durant 1000 minutes (soit un peu plus de 16 heures) *sans refaire aucun étalonnage durant ce laps de temps*. Le résultat est présenté sur les Figures 3.21 (éléments diagonaux valant théoriquement 1) et 3.22 (éléments non diagonaux valant théoriquement 0). Nous

pouvons voir sur ces graphiques que certains éléments fluctuent moins que d'autres, c'est le cas de  $m_{12}$ ,  $m_{14}$ ,  $m_{21}$ ,  $m_{23}$ ,  $m_{32}$ ,  $m_{34}$  et  $m_{41}$  dont les valeurs absolues restent inférieures à  $4 \times 10^{-4}$ . Les variations des autres coefficients de la matrice de Mueller restent limitées à 0,02. Nous assistons pour toutes les valeurs à une dérive lente au cours du temps à moyenne non nulle (pour les éléments hors diagonaux) ou non égale à l'unité (pour les éléments diagonaux). Pour cette raison, le polarimètre à cristaux liquides nématiques sera étalonné quotidiennement.



**Figure 3.21:** Test de fluctuation de la mesure de la matrice unité durant 1000 min.  
Termes diagonaux.



*Figure 3.22: Test de fluctuation de la mesure de la matrice unité durant 1000 min.  
Termes non diagonaux.*

## 5. Conclusion

Nous avons développé un polarimètre à cristaux liquides nématiques permettant d'obtenir la mesure de la matrice de Mueller d'un échantillon en transmission en environ 1 s. Celui-ci possède une large acceptation angulaire, ne nécessite pas d'éléments tournants et peut être commandé avec de faibles tensions. Grâce à l'utilisation de l'étalonnage ECM, il n'est pas nécessaire d'utiliser des systèmes de positionnement précis, ni d'éléments optiques spécifiques, aucune modélisation des défauts de l'instrument n'est nécessaire tant que la linéarité des mesures en intensité n'est pas altérée et, enfin, il est possible d'insérer des lentilles dans le bras de mesure sans nuire à la qualité de la mesure. Le polarimètre à cristaux liquides est donc un bon candidat pour un système imageur dont la réalisation sera présentée au Chapitre IV.

## Bibliographie :

1. R.M.A. Azzam and N.M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light* (North Holland, Amsterdam, Hollande, 1989)
2. Eric Compain, « Conception et réalisation d'un ellipsomètre de Mueller achromatique fonctionnant en temps réel », Thèse de doctorat, Ecole polytechnique, 1999
3. J.S. Tyo, "Design of optimal polarimeters: maximization of SNR and minimization of systematic errors", *Appl. Opt.* **41**, 619, 2002
4. D.S. Sabatke, M.R. Descour, E.L. Dereniak, W.C. Sweatt, S.A. Kemme and G.S. Phipps, "Optimisation of retardance for a complete Stokes polarimeter", *Opt. Lett.* **25**, 802, 2000
5. D. H. Goldstein, "Mueller matrix dual-rotating retarder polarimeter", *App. Opt.* **31**, 6676-6683, 1992
6. J.L. Pezzaniti and R.A. Chipman, "High-resolution Mueller matrix imaging polarimetry for understanding high-resolution optoelectronic modulators", *Proc. SPIE* **2297**, 468-480, 1994
7. R. M. A. Azzam, "Photopolarimeter using two modulated optical rotators", *Opt. Lett.* **2**, 181-183, 1977
8. R. W. Collins and J. J. Koh, "Dual rotating-compensator multichannel ellipsometer: instrument design for real-time Mueller matrix spectroscopy of surfaces and films", *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 1997-2006, 1999
9. S. N. Jaspersen and S.E. Schatterly, "An improved method for high reflectivity ellipsometry based on a new polarisation technique", *Rev. Sci. Instrum.* **40**, 761-767, 1969
10. E. Compain and B. Drévilion, "High-frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator", *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 1574-1580, 1998
11. G. E. Jellison, Jr. And F.A. Modine, « Two-modulator generalized ellipsometry : experiment and calibration », *App. Opt.* **36**, 8184-8189, 1997
12. F. Delplancke, "Automated high-speed Mueller matrix scatterometer", *Appl. Opt.* **36**, 5388-5395, 1997

13. J.P. Le Pesant, “Les cristaux liquides ferroélectriques et leur utilisation en optoélectronique”, Ecole d’été d’optoélectronique, 1990
14. E. Plaut, « Cristaux liquides : applications thermographiques », 2003
15. J.M. Bueno, « Polarimetry using liquid-crystal variable retarders : theory and calibration », J. Opt. A : Pure Appl.Opt. **2**, 216-222, 2000
16. J. S. Tyo and T.S. Turner, “Imaging spectropolarimeters for use in infrared and visible remote sensing”, Proc. SPIE **3753**, 214-225, 1999
17. A. De Martino, Y. Kim, E. Garcia caurel, B. Laude and B. Dré villon, « Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals », Optics Letters **28** (8) , 616-618, 2003
18. E. Compain, S. Poirier and B. Dré villon, “General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters and Mueller matrix ellipsometers”, Appl. Opt. OT **38**, 1999





## **Chapitre IV : Imagerie polarimétrique**

Beaucoup d'insectes, tels que les abeilles ou les fourmis sont capables de s'orienter en utilisant la polarisation de la lumière du ciel, leurs yeux possédant des propriétés de biréfringence. Par contre, l'œil humain est presque complètement insensible à la polarisation (sa faible sensibilité est mise en évidence par le phénomène des pinceaux de Haidinger<sup>1</sup>). Il n'utilise donc pas toute l'information contenue dans la lumière réfléchie ou transmise par un échantillon. Il en va de même avec les capteurs d'intensité lumineuse utilisés en imagerie (généralement une caméra CCD). Le but de l'imagerie polarimétrique est d'utiliser les *propriétés polarimétriques* (biréfringence, dichroïsme, dépolarisation, etc.) d'un objet dans le but d'obtenir des *contrastes supplémentaires* dans les images formées. La mise en œuvre de systèmes imageurs est assez récente puisque les premiers dispositifs du type « caméra polarimétrique » date des années 1990. Pourtant, l'utilisation de tels instruments permet de rendre beaucoup plus efficaces certaines tâches visuelles comme la segmentation (partition de l'image en région telle que chaque région soit composée d'un seul matériau) ou la classification de matériaux.

Ce chapitre sera tout d'abord l'occasion de présenter une synthèse des différents dispositifs rencontrés dans la littérature. Ils sont habituellement classifiés en deux catégories : les

imageurs passifs et actifs. La distinction est faite suivant que la source lumineuse est contrôlée (imagerie active) ou ne l'est pas (imagerie passive en éclairage naturel).

Ceux-ci ont été séparés en cinq groupes différents :

- Les systèmes utilisant une source de lumière polarisée et un analyseur placé devant le détecteur (actifs).
- Les instruments mesurant le degré de polarisation linéaire de la lumière ou DOP (de l'anglais *degree of polarization*) (actifs).
- Les systèmes procurant une cartographie de la biréfringence (actifs).
- Les imageurs de Stokes (actifs ou passifs).
- Les imageurs de Mueller (actifs).

D'autre part, nous présenterons les principaux résultats de ce travail de thèse sur les développements de l'imagerie polarimétrique, et son application à la détection de pathologies. Nous nous sommes pour cela intéressés à la mesure du degré de polarisation linéaire sur des cols de l'utérus extraits pour la détection de lésions. La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude détaillée du polarimètre imageur en transmission développé au sein du laboratoire, ainsi qu'à l'étude d'échantillons d'intérêt médical.

## **1. Etat de l'art des différentes techniques d'imagerie polarimétrique**

### **1.1 Imagerie simple en lumière polarisée**

L'imageur polarimétrique le plus simple est constitué, en plus des optiques et de la caméra, d'un polariseur placé après la source lumineuse ainsi que d'un analyseur placé devant le détecteur. Son utilisation (très ancienne) est le plus souvent qualitative, pour améliorer le contraste des images (on se place alors entre polariseurs croisés). On peut aussi obtenir un ordre de grandeur de la biréfringence en utilisant une échelle des couleurs d'interférences dite de Michel-Levy.

Dans les dispositifs commerciaux, les polariseurs employés sont linéaires et les contrastes observés dépendent de l'orientation de l'objet. Pour cette raison, une platine de rotation sur laquelle est posé l'échantillon est nécessaire. Cet inconvénient peut être supprimé en utilisant des polariseurs circulaires.

Les utilisations sont très nombreuses. Son utilité en dermatologie<sup>2</sup> a été démontrée afin de mieux évaluer l'étendue de l'acné vulgaire : une photographie prise entre polariseur et analyseur croisés améliore la visualisation de l'érythème (rougeur anormale et localisée de la peau associée à une congestion des vaisseaux capillaires).

En pratique, les microscopes polarisés sont employés par les anatomopathologistes pour visualiser le collagène présent dans le cas d'une fibrose (coloration au rouge picrosirius), l'amyloïde (coloration au rouge congo) infiltrant les organes, ainsi que pour diagnostiquer une silicose (maladie pulmonaire due à l'inhalation chronique de particules de silice) dans une biopsie de poumon. Ils sont aussi utilisés pour vérifier la présence d'amiante (terme désignant les formes fibreuses de différents silicates minéraux naturels), et pour identifier les différentes variétés présentes dans un échantillon.

## 1.2 Mesure du degré de polarisation linéaire

### 1.2.1 Principe de la mesure

La lumière rétrodiffusée par un échantillon est composée d'une contribution de diffusion de surface et de diffusion de volume (Figure 4.1).

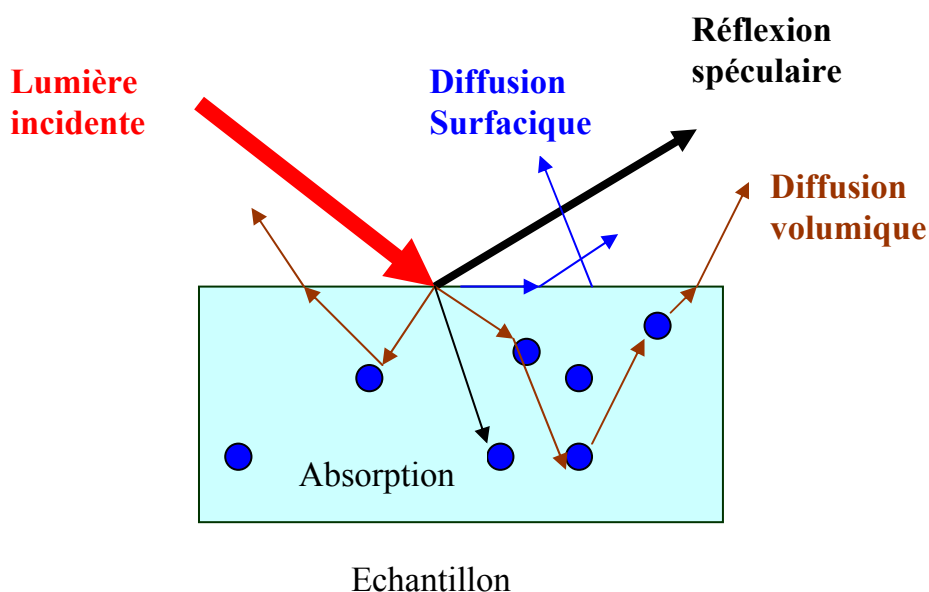
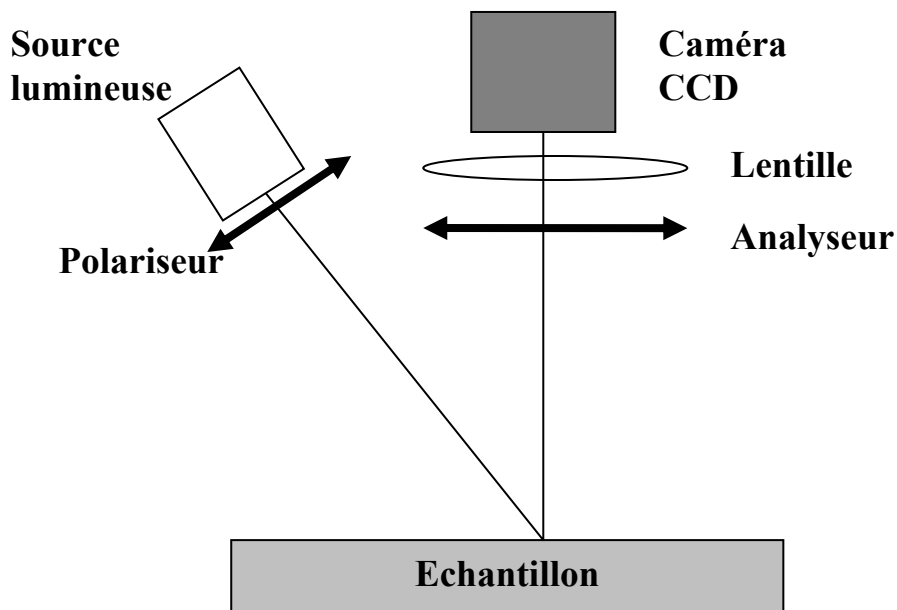


Figure 4.1 : Diffusion, réflexion spéculaire et absorption de la lumière par un échantillon.

Dans le cas où la lumière incidente est linéairement polarisée, on peut définir un degré de polarisation linéaire (DOP), donné par la formule ci-dessous :

$$DOP = \frac{I_{//} - I_{\perp}}{I_{//} + I_{\perp}} \quad (4.1)$$

Dans cette formule,  $I_{//}$  désigne l'intensité lumineuse rétrodiffusée mesurée lorsque la direction de l'analyseur linéaire placé devant la caméra est parallèle au polariseur placé après la source, et  $I_{\perp}$  est l'intensité lumineuse détectée lorsque l'analyseur est perpendiculaire au polariseur (Figure 4.2).  $I_{//} + I_{\perp}$  représente l'intensité lumineuse totale.



**Figure 4.2 :** Schéma de principe d'un polarimètre imageur mesurant le degré de polarisation linéaire. L'analyseur est placé successivement parallèlement puis perpendiculairement à la direction de la polarisation initiale donnée par le polariseur.

Le degré de polarisation linéaire quantifie la quantité de lumière diffusée qui a gardé sa polarisation initiale. Dans le cas d'un polarimètre imageur, ce rapport est calculé pixel par pixel puis représenté -par exemple- en niveaux de gris pour former l'image. On notera que la configuration employée permet de sélectionner uniquement la lumière rétrodiffusée par

l'échantillon, porteuse d'information sur la structure interne de l'échantillon, et non son mélange avec la réflexion spéculaire. La différence fondamentale avec le dispositif précédent (paragraphe 1.1), est que cette fois, on a accès à une mesure quantitative des propriétés polarimétriques de l'échantillon même si ce traitement reste sommaire.

La source lumineuse habituellement utilisée est une source de lumière blanche mais on peut aussi utiliser un LASER. L'avantage d'une source de lumière blanche est que l'on peut facilement sélectionner la longueur d'onde suivant le type d'échantillon étudié. L'analyseur peut être tourné manuellement ou à l'aide de cristaux liquides.

*Remarque : Dans le cas d'une mesure très bruitée, il est aussi possible de présenter les mesures obtenues- en « représentation naturelle »- en calculant le rapport<sup>3</sup>:*

$$\beta = \text{Log}(I_{//} / I_{\perp}) \quad (4.2)$$

*En effet, dans ce cas, la statistique de bruit devient gaussienne, alors qu'elle est plus complexe dans le cas du DOP.*

### **1.2.2 Etat de l'art**

Dans le domaine du radar, les images en degré de polarisation sont utilisées pour différencier des objets fabriqués par l'homme (véhicule, terrain de sport...) du fond naturel (arbres, herbe...), les premiers dépolarisant moins la lumière incidente que le second<sup>4</sup>.

Dans le domaine médical, son utilité a été démontrée par Steven L. Jacques et ses collègues pour la dermatologie<sup>5</sup> (2000). En effet, lorsque le cancer croît dans le derme, le collagène biréfringent est remplacé par une masse cellulaire moins biréfringente. La visualisation de cette perturbation peut être améliorée en effectuant une image en degré de polarisation. L'étude qui a été effectuée a démontré l'intérêt des images polarisées pour voir des changements texturaux sous-cutanés, ainsi que pour « effacer » la mélanine (pigment responsable de la coloration des taches de rousseur) de l'image.

Il est aussi à noter que la société Bossa Nova Technologies<sup>6</sup> (USA) commercialise depuis peu une caméra polarimétrique SAMBA permettant d'obtenir le DOP à une fréquence

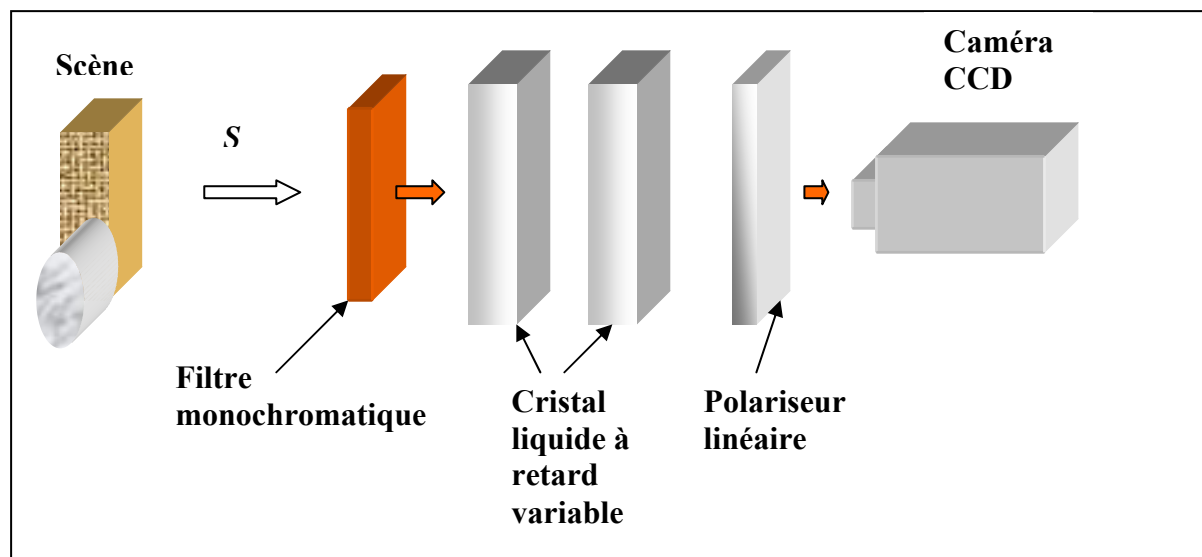
d'acquisition de 25 Hz en niveaux de gris, pour une gamme de longueurs d'onde allant de 400 à 700 nm.

### **1.3 Cartographie de biréfringence**

Dans ce type de polarimètre, il s'agit de représenter la biréfringence (valeur et orientation de l'axe rapide ou lent) d'un échantillon. Un dispositif commercial existe : le LC-Polscope<sup>7</sup> (CRI, inc). Il comporte une seule cellule de cristaux liquides. Cet instrument mesure le retard linéaire ainsi que l'orientation de l'axe lent pour un échantillon de dimensions 40 x 30 mm, en transmission ou en réflexion. L'algorithme utilisé présuppose que l'échantillon ne présente pas de dichroïsme. La mesure est assez rapide (environ 3 s) mais l'appareil ne fonctionne qu'à la longueur d'onde fixée de 546 nm. La caméra CCD utilisée a pour résolution 1030 x 1036 pixels.

### **1.4 Imagerie de Stokes**

Contrairement à tous les dispositifs décrits précédemment, un imageur de Stokes peut être utilisé en mode actif ou passif. Dans ce dernier cas, on visualise les propriétés polarimétriques d'une scène en lumière naturelle (non polarisée). Les effets visualisés, assez faibles, sont alors dus à la capacité des matériaux de polariser la lumière incidente. On choisit de calculer et de représenter I, Q, U et V pixel par pixel (voir Chapitre II). Un polarimètre de Stokes à cristaux liquides a été présenté par P. Terrier et V. Devlaminck<sup>8</sup> (Figure 4.3). L'instrument est composé, en plus du filtre et de la caméra CCD, d'un analyseur d'états de polarisation. La configuration de ce dernier reprend celle du PSA de notre polarimètre. Les orientations des axes d'indice variable ainsi que les déphasages appliqués aux cellules de cristaux liquides sont donc donnés par les formules 3.12 et 3.13. La durée d'une mesure complète est au minimum de 320 ms (en moyennant sur  $N = 8$  images).



**Figure 4.3 :** Schéma de principe d'un polarimètre de Stokes imageur à cristaux liquides. Le vecteur de Stokes  $S$  provenant de la scène est analysé par un PSA constitué de deux cellules de cristaux liquides à retard variable et d'un polariseur linéaire placé devant la caméra CCD.

### 1.5 Imagerie de Mueller

L'imageur de Mueller représente le dispositif le plus complet pour l'étude des propriétés polarimétriques d'un échantillon. Il est intéressant, avant de décrire l'instrument développé au laboratoire, de présenter l'historique des imageurs de Mueller.

En 1995, Pezzaniti et Chipman présentent un premier polarimètre imageur de Mueller<sup>9</sup> ayant nécessité plusieurs années de développement. Celui-ci fonctionne en transmission, avec des lames retard tournantes, et à deux longueurs d'onde différentes (633 nm avec un LASER He-Ne ou 850 nm avec une diode LASER). Pour éviter le phénomène de granularité LASER<sup>1</sup> dans les images, il est nécessaire d'utiliser un disque diffuseur tournant suivi d'un filtre spatial. La matrice de la caméra CCD employée est de 512 x 512 pixels et la numérisation s'opère sur 14 bits. La durée d'une mesure complète est de l'ordre de 3 min. Les premiers échantillons étudiés sont alors des matrices de cristaux liquides pour téléviseurs et un cube séparateur pour lumière polarisée.

<sup>1</sup> Ou speckle. Taches sombres et claires, d'aspect granulaire, dues à la cohérence spatiale du LASER. Celles-ci sont le résultat du phénomène d'interférences entre les différentes ondes émises par les diffuseurs de la surface éclairée.



En 1996, Lu et Chipman publient<sup>10</sup> un article sur la décomposition de la matrice de Mueller dans le cas où l'échantillon considéré dépolarise partiellement la lumière (méthode décrite dans le chapitre II). Cette méthode procure un outil pour imager les grandeurs physiques pertinentes (dépolarisation, retard, dichroïsme...) de l'échantillon considéré.

En 1999, Gerligand, Smith et Chipman<sup>11</sup> utilisent le système décrit précédemment, travaillant cette fois en réflexion, afin d'étudier un cône en cuivre. En 2000, ce même instrument est utilisé en dermatologie (suite aux travaux de Steven L. Jacques et Ken Lee, sur des images de la peau humaine en degré de polarisation) afin de discriminer entre grains de beauté bénins et malins<sup>12</sup>.

En 1999 toujours, Bueno et Artal<sup>13</sup> développent un polarimètre imageur de Mueller utilisant des cristaux liquides à retard variable et une caméra CCD de résolution 256 x 256 pixels. La source utilisée est un LASER He-Ne. Il est utilisé pour mesurer les propriétés polarimétriques de l'œil humain in-vivo.

En 2002, Baba, Chung, De Laughter, Cameron et Coté<sup>14</sup> présentent eux aussi un système imageur de Mueller. Celui-ci travaille soit en transmission, soit en réflexion spéculaire. La source lumineuse est composée d'une source de lumière blanche suivie d'un filtre à 635 nm. Le générateur et l'analyseur d'états de polarisation sont constitués d'un rotateur électrooptique suivi d'un retardeur variable. La caméra CCD, de précision 14 bits et de résolution 509 x 511 pixels, est refroidie. Les mesures réalisées sont assez précises. Par exemple, les éléments de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire sont obtenus avec une erreur maximale de 1,8 %, en transmission, mais en prenant 36 images. L'inconvénient principal de ce système reste sa lenteur : il faut 70 s pour acquérir une matrice de Mueller complète. Des images de peau humaine sont présentées, toujours dans la suite des travaux de Jacques et Lee.

## **2. Résultats en degré de polarisation obtenus sur des cols de l'utérus extraits (ex-vivo)**

Nous avons choisi pour notre part de nous intéresser au col de l'utérus, cette zone étant facilement accessible pour l'imagerie. Quelques dispositifs existent, utilisant la différence d'émission de fluorescence des tissus sains et anormaux<sup>15</sup>. Cependant, rien à notre connaissance n'a été fait dans le domaine polarimétrique. L'objectif de ce travail était

d'évaluer les possibilités de l'imagerie polarimétrique pour la détection des cancers du col de l'utérus, avant de s'intéresser au traitement plus complexe de l'imagerie de Mueller.

## **2.1 Pathologies du col de l'utérus**

Le cancer du col de l'utérus est responsable en France de 1500 décès par an. Contrairement aux autres cancers, il touche particulièrement les femmes jeunes. La technique de dépistage débute par la réalisation d'un frottis qui sera analysé par un anatomopathologiste. Si celui-ci est anormal, le col de l'utérus de la patiente est observé à l'aide d'un colposcope. Cet instrument consiste en une loupe binoculaire de grossissement moyen 10 X, et est commercialisé en particulier par les sociétés Zeiss et Olympus. L'utilisation de la colposcopie pour le diagnostic des lésions cervicales a été proposée pour la première fois par Hinselman et ses collaborateurs en 1925<sup>16</sup>. Pourtant, cette méthode a été très peu utilisée jusque dans les années 1970. Lors d'une séance de colposcopie, les zones dysplasiques (on appelle dysplasie un développement anormal, précancéreux d'un tissu, d'un organe, ou de parties anatomiques) et cancéreuses sont repérées en badigeonnant de l'acide acétique à 5 % puis du lugol (test dit de Schiller). Les zones suspectes blanchissent en présence d'acide acétique, et se colorent en jaune en présence de lugol, tandis que les zones normales sont colorées en brun. Le mécanisme de blanchissement en présence d'acide acétique est mal connu, et serait dû au fait que l'acide acétique pénètre entre les cellules cervicales épithéliales dans le cas d'une dysplasie ou d'une tumeur cancéreuse. Le problème de cette méthode est que le blanchissement de l'acide acétique intervient aussi bien pour des lésions inflammatoires bénignes (*faux positifs*) que pour une dysplasie sévère. Un examen colposcopique est donc difficile à réaliser car seul un œil exercé peut distinguer les petites différences visuelles entre un tissu normal et dysplasique : celui-ci se révèle particulièrement opérateur dépendant. Ainsi, l'enjeu que représente l'amélioration du contraste des images est de grande importance. Pendant la séance, le médecin prélève une biopsie qui sera analysée ultérieurement par un anatomopathologiste. C'est l'objet du paragraphe suivant.

## **2.2 Histologie du col de l'utérus**

Le col utérin comporte deux parties : l'*exocol* et l'*endocol* (Figures 4.4 et 4.5). La zone de transition entre ces deux parties se nomme la *zone de jonction*.

L'exocol est la portion du col visible à la partie haute du vagin. Il est revêtu d'un épithélium *malpighien*. Celui-ci est identique et en continuité avec l'épithélium de revêtement du vagin.

L'endocol (ou canal endocervical) est revêtu d'un épithélium glandulaire.

La zone de jonction est la zone de transition entre l'épithélium malpighien exocervical et l'épithélium glandulaire endocervical. Cette transition se fait de manière abrupte.

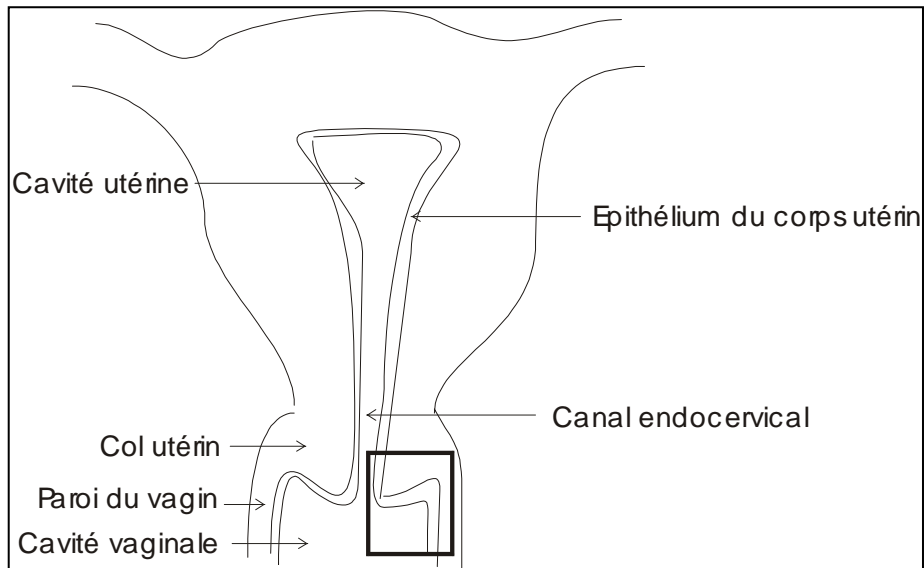


Figure 4.4 : Schéma de l'utérus. La sélection rectangulaire est agrandie sur la Figure 4.5

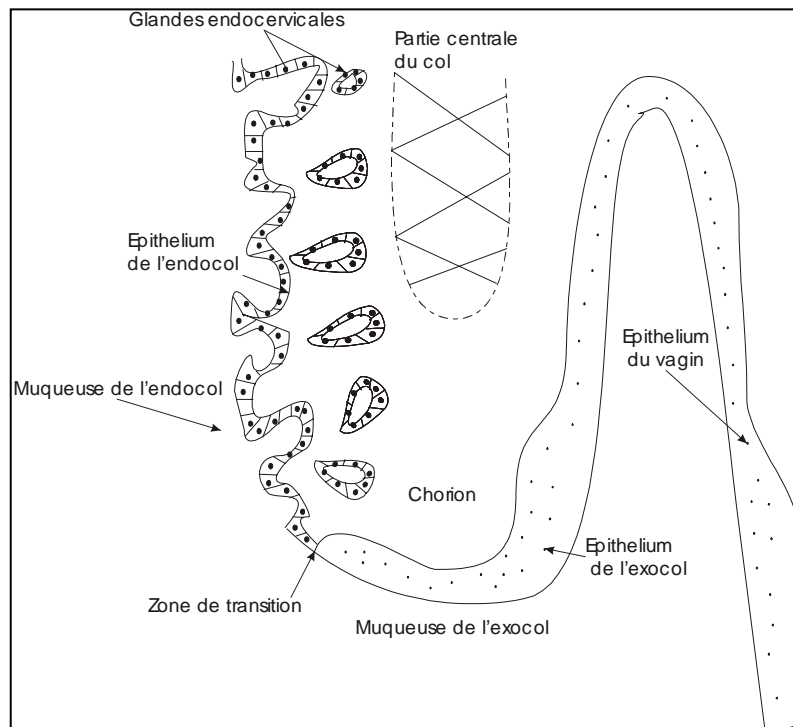
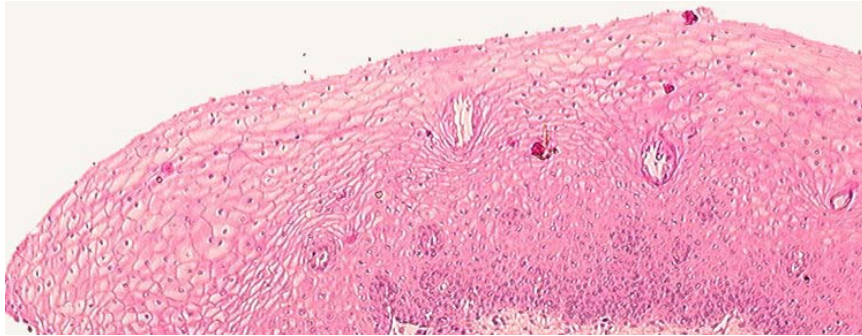
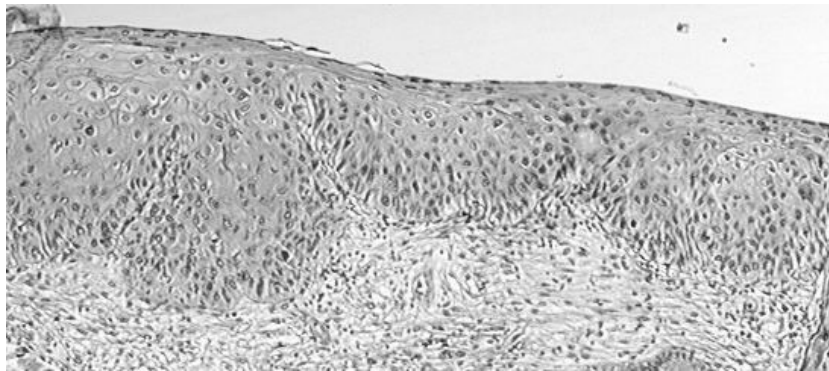


Figure 4.5 : Agrandissement de la zone du col de l'utérus sélectionnée sur la Figure 4.4.

La Figure 4.6 présente une coupe histologique colorée de l'exocol visualisée au microscope. Le tissu visualisé est normal : l'architecture du tissu est régulière. La Figure 4.7 présente une coupe histologique d'une patiente souffrant de dysplasie modérée : les noyaux sont plus colorés, beaucoup plus nombreux et beaucoup plus gros que sur un col sain (Figure 4.6). L'architecture de l'épithélium devient anarchique. Ce sont ces modifications de la structure du tissu que l'on espère visualiser à l'aide de l'imagerie polarimétrique.



**Figure 4.6 :** Coupe histologique de l'exocol (normal) visualisée au microscope standard. Avec l'aimable autorisation de C. Genestie et G. Le Naour, Service d'anatomopathologie de l'hôpital de la Pitié-Salpêtrière.

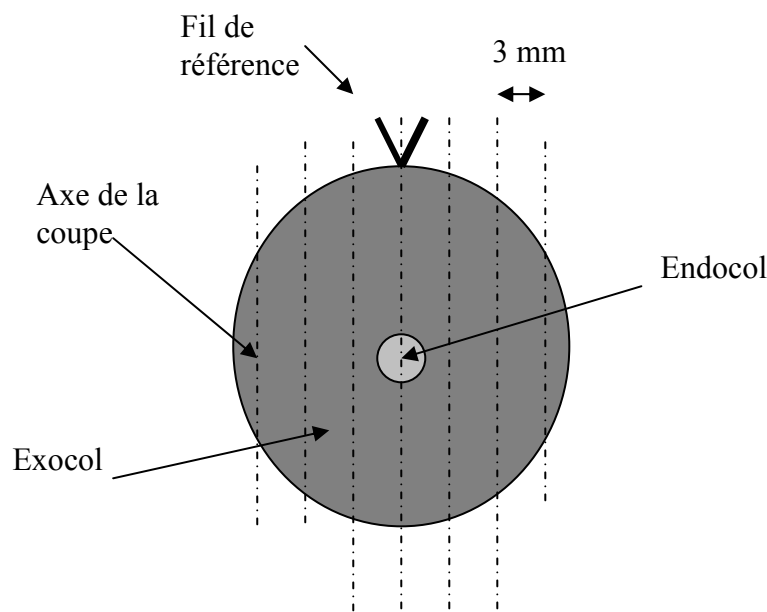


**Figure 4.7 :** Coupe histologique (dysplasie modérée) visualisée au microscope standard. Les noyaux sont beaucoup plus gros et plus nombreux que sur un col sain (Figure 4.6). On note aussi que l'architecture de l'épithélium n'est plus régulière. Avec l'aimable autorisation de C. Genestie et G. Le Naour, Service d'anatomopathologie de l'hôpital de la Pitié-Salpêtrière.

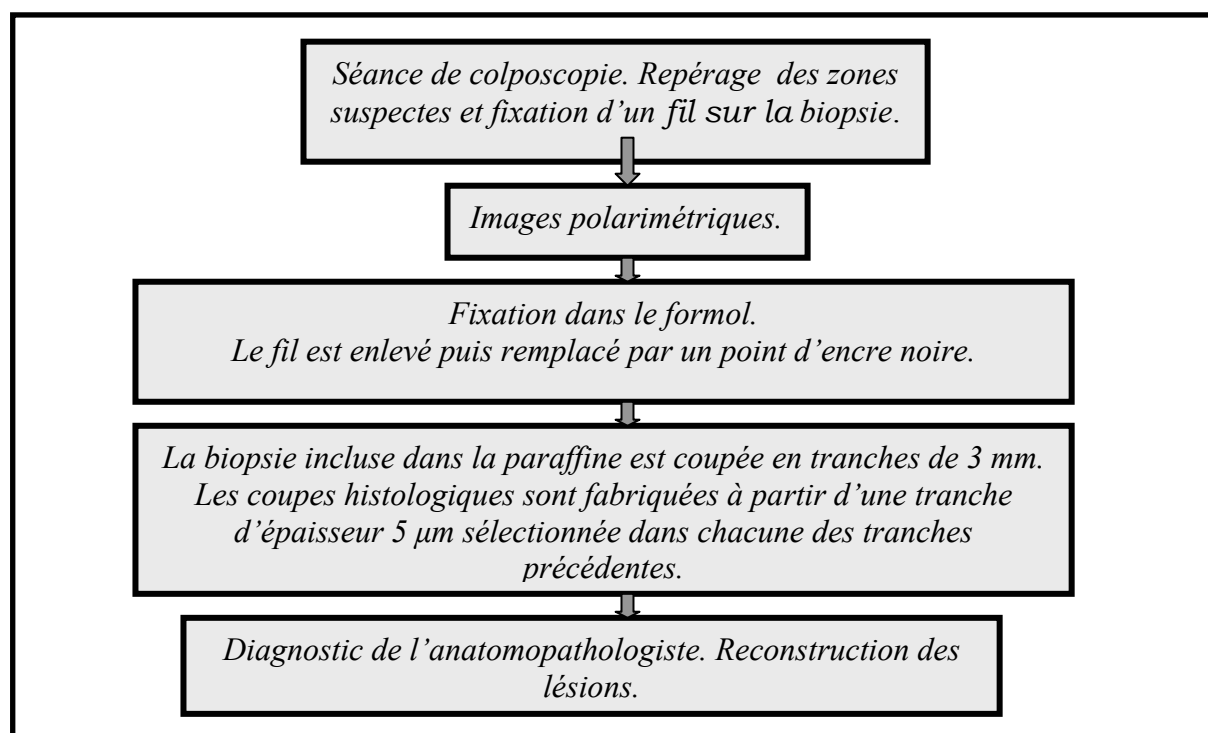
### 2.3 Matériel et protocole

**Matériel :** Le schéma de l'expérience est celui de la figure 4.2. La source lumineuse est une ampoule halogène (150 W) alimentée par une source de tension continue stabilisée suivie d'une fibre optique. A la sortie de cette dernière est placée une roue de filtres interférentiels de bande passante 40 nm, la longueur d'onde centrale se situant entre 450 et 700 nm. Le faisceau lumineux passe par un polariseur linéaire dichroïque (Melles Griot 03 FPG 007) avant d'éclairer l'échantillon. La lumière rétrodiffusée passe ensuite par un analyseur (identique au polariseur) avant que l'échantillon ne soit finalement imagé sur une caméra CCD rapide (Dalsa CA-D1, dont on trouvera les caractéristiques au paragraphe 2 du chapitre I). Deux images sont prises successivement (entre polariseur et analyseur parallèles puis croisés) pour calculer le DOP pixel par pixel puis le représenter en niveaux de gris. Le contraste des images peut être ajusté en multipliant l'ensemble des mesures par un même scalaire.

**Protocole :** Nous avons effectué une analyse ex-vivo, sur des *conisations* (prélèvement d'une partie du col, la dénomination provient de sa forme conique) de patientes dont une précédente biopsie avait révélé la présence de dysplasie modérée à sévère. Malheureusement, celle-ci est presque toujours localisée dans l'endocol, zone difficilement accessible à l'imagerie. Ce protocole ex-vivo nous permet tout de même de visualiser des dysplasies présentes sur l'exocol. Les dimensions typiques des échantillons sont de 2 cm de diamètre et de hauteur. La pièce est nettoyée avec une solution d'acide acétique à 5 % (la même que celle utilisée par le médecin pratiquant la colposcopie) avant de prendre les images. Une fois l'enregistrement terminé, l'échantillon est fixé dans le formol puis envoyé pour analyse en anatomopathologie. Pour pouvoir confronter les résultats de la colposcopie, de l'histologie et de nos images (l'histologie étant la référence), nous devons résoudre l'épineux problème de localisation des zones suspectes. Pour cela, un fil est cousu par le colposcopiste en haut de la conisation. Ce fil sera par la suite retiré par l'anatomopathologiste et remplacé par un point d'encre noire. La pièce opératoire est découpée en tranches d'épaisseur d'environ 3 mm (Figure 4.8). Dans chacune de ces tranches, une tranche d'épaisseur 5  $\mu$ m sera sélectionnée pour constituer une coupe histologique. Malgré ces précautions, la comparaison de l'histologie avec nos images se révèle difficile. En effet, les coupes histologiques ne sont pas régulièrement espacées, de plus, la découpe se fait perpendiculairement à l'image polarimétrique et nécessite donc une reconstruction des lésions. Le protocole est résumé sur la Figure 4.9.



**Figure 4.8 :** Schématisation de la découpe de la pièce opératoire par l'anatomopathologiste. La pièce est coupée suivant les traits pointillés en tranches d'épaisseur d'environ 3 mm.



**Figure 4.9 :** Protocole

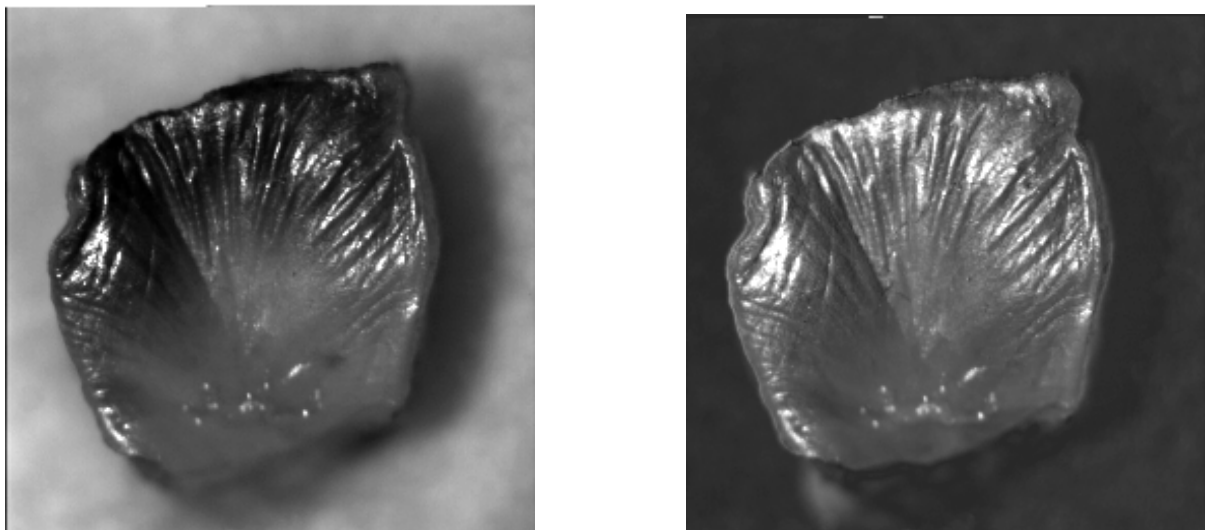
A cause de la forme conique de la biopsie, les angles d'incidence de la lumière sur l'échantillon peuvent être relativement élevés. Ceci peut donc modifier la valeur du DOP de façon significative. Pour évaluer les changements visuels de tels effets, nous avons choisi de prendre plusieurs mesures en modifiant à chaque fois l'angle que fait le polariseur avec le

plan d'incidence (en laissant l'analyseur et le polariseur croisés). Le paragraphe suivant présente quelques résultats préliminaires.

## 2.4 Images

Au total, 40 échantillons différents ont été imagés mais seuls les 15 derniers sont exploitables, le grossissement utilisé précédemment n'étant pas suffisant. Nous présentons deux cas différents : celui d'un cas normal et d'une dysplasie sévère.

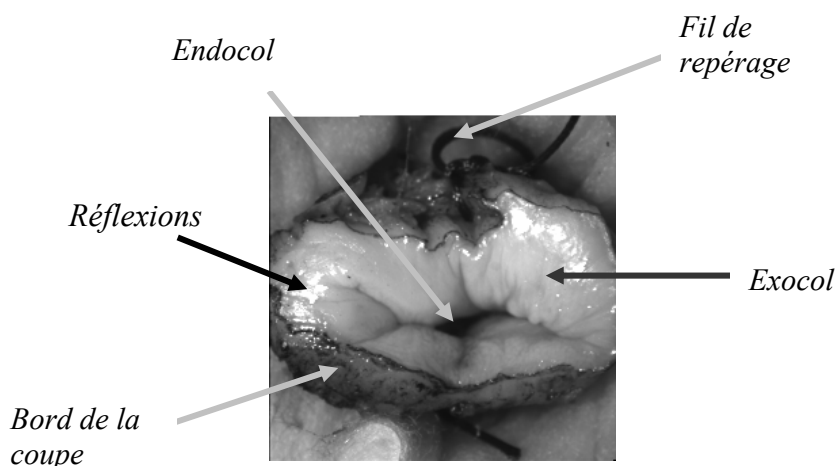
La Figure 4.10 de gauche présente l'image entre polariseur et analyseur parallèles de la conisation #1. Cette image est analogue à celle que l'on obtient avec un colposcope. L'échantillon ayant été préalablement nettoyé à l'acide acétique, certaines zones se comportent comme un miroir et apparaissent saturées sur l'image. Nous constatons que le bord supérieur de la pièce opératoire est plus foncé que le reste de l'échantillon. Ceci est dû au lugol qui a été badigeonné par le médecin pendant la séance de colposcopie. Sur la figure de droite, en degré de polarisation, la teinte semble beaucoup plus uniforme. L'examen effectué par l'anatomopathologiste indique que le col considéré est normal.



**Figure 4.10 :** Image entre polariseur et analyseur parallèles (gauche) et DOP (droite) à 700 nm. L'échantillon mesure 0,7 x 0,5 cm<sup>2</sup>. Cas #1 (sain).

La Figure 4.11 présente une image prise, entre polariseur et analyseur parallèles, à 650 nm, d'une conisation (cas #2) sur laquelle nous avons fait apparaître l'endocol, l'exocol, le fil de

repérage et le bord de la coupe. Pour un œil non exercé, il est impossible de repérer sur cette image les zones saines et dysplasiques. Le rapport de l'anatomopathologiste fait état d'une dysplasie sévère au niveau de l'une des commissures du col.



**Figure 4.11** : Image entre polariseur et analyseur parallèles d'une conisation (cas #2).

*L'échantillon mesure 1,5 cm de large x 1,7 cm de haut.*

Pour étudier la dépendance des résultats avec la longueur d'onde, nous avons représenté sur les Figures 4.12 (450 nm), 4.13 (550 nm) et 4.14 (650 nm) les images prises entre polariseur et analyseur parallèles (gauche) et les images polarimétriques en degré de polarisation (droite) pour le cas #2. Toutes ces images ont été acquises avec la même orientation du polariseur par rapport au plan d'incidence et le même contraste. Nous constatons sur toutes les images en DOP une zone plus claire, au niveau de la commissure du col alors que ce n'est pas le cas sur les images de gauche. Or, d'après le rapport de l'anatomopathologiste, cette zone correspond à une dysplasie sévère. Ainsi, il semble qu'une dysplasie sévère dépolarisé moins la lumière incidente que les parties saines.

D'autre part, nous constatons que c'est à 450 nm que les vaisseaux sanguins sont les plus visibles. Les images en degré de polarisation sont moins contrastées à 450 nm et 550 nm qu'à 650 nm. En effet, la lumière pénétrant moins dans les tissus pour les longueurs d'onde plus faibles, la dépolarisation est moins importante.

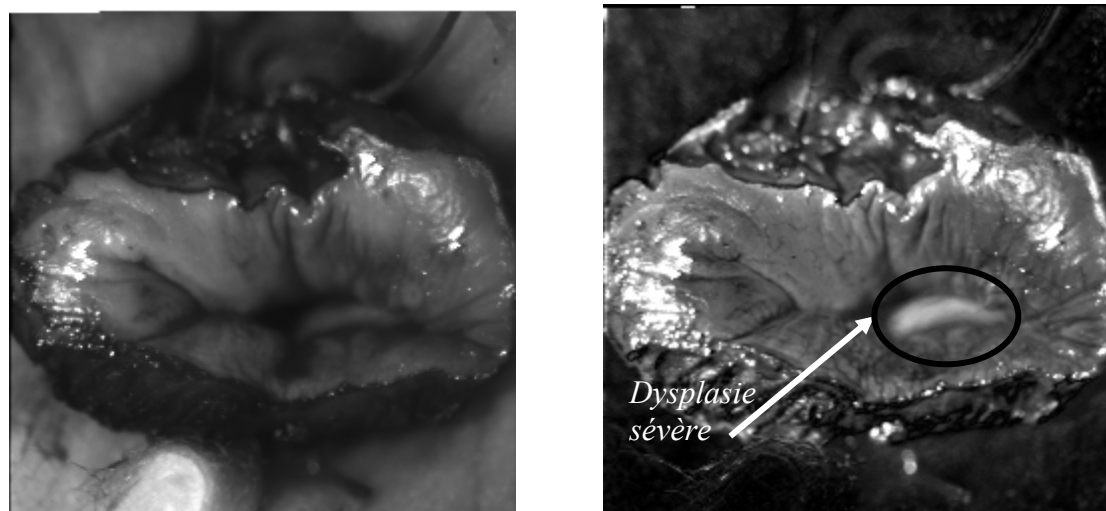
Nous nous sommes aussi intéressés à la dépendance des résultats en fonction de l'orientation du polariseur par rapport au plan d'incidence, à longueur d'onde fixée. La Figure 4.15 représente le même échantillon (cas #2) pour différents angles à 550 nm. Comme nous



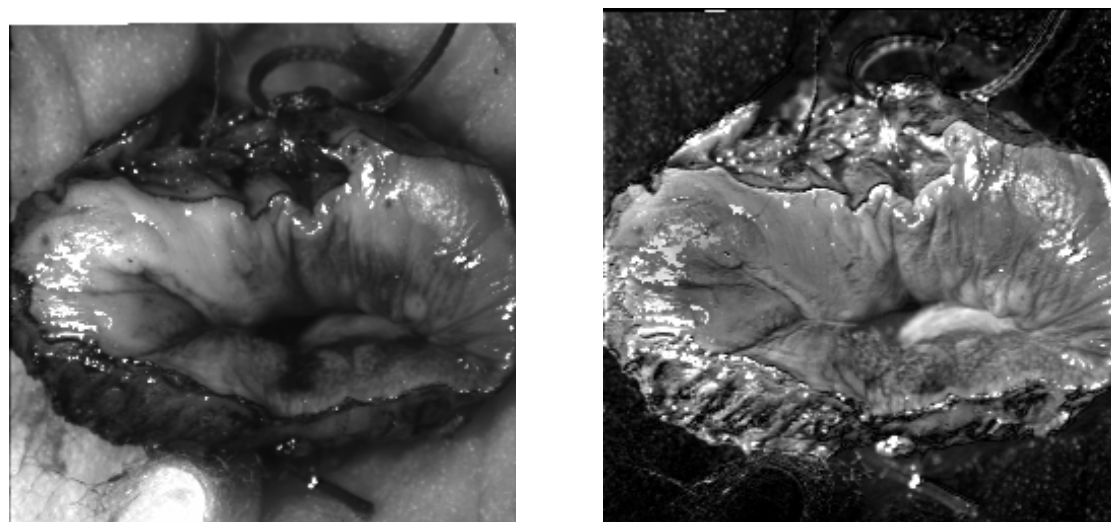
pouvons le constater sur la figure, la dépendance en fonction de la géométrie de l'éclairement est importante (certaines zones sont plus ou moins sombres suivant l'angle).

Il faudrait mesurer beaucoup plus d'échantillons différents pour effectuer une statistique satisfaisante. Ce pendant, ces résultats préliminaires montrent que:

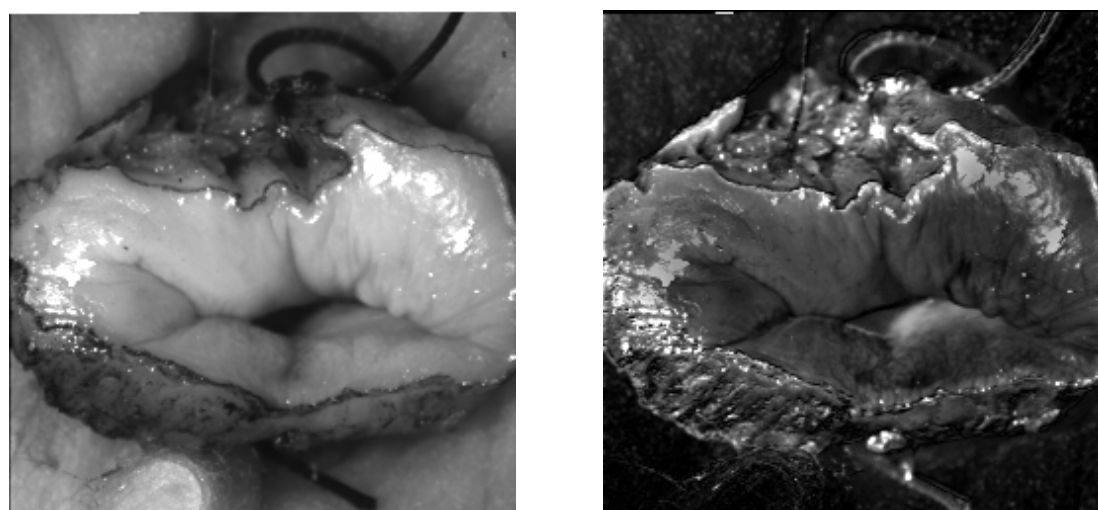
- ✓ Les faux positifs au test de Schiller (Iugol) et à l'acide acétique, classiquement observés pendant une séance de colposcopie, sont diminués en utilisant une image en DOP.
- ✓ Les zones saines apparaissent plus sombres que les zones de dysplasie sévère sur les images en DOP. Le contraste entre les zones saines et dysplasiques est plus important à 650 nm qu'à 550 nm.
- ✓ La dépendance avec la géométrie d'éclairement étant importante, il serait préférable d'utiliser un polarimètre imageur de Mueller en réflexion pour cette étude, avec un traitement d'images qui reste à définir pour extraire l'information liée à la nature du tissu lui-même, indépendamment de l'incidence.



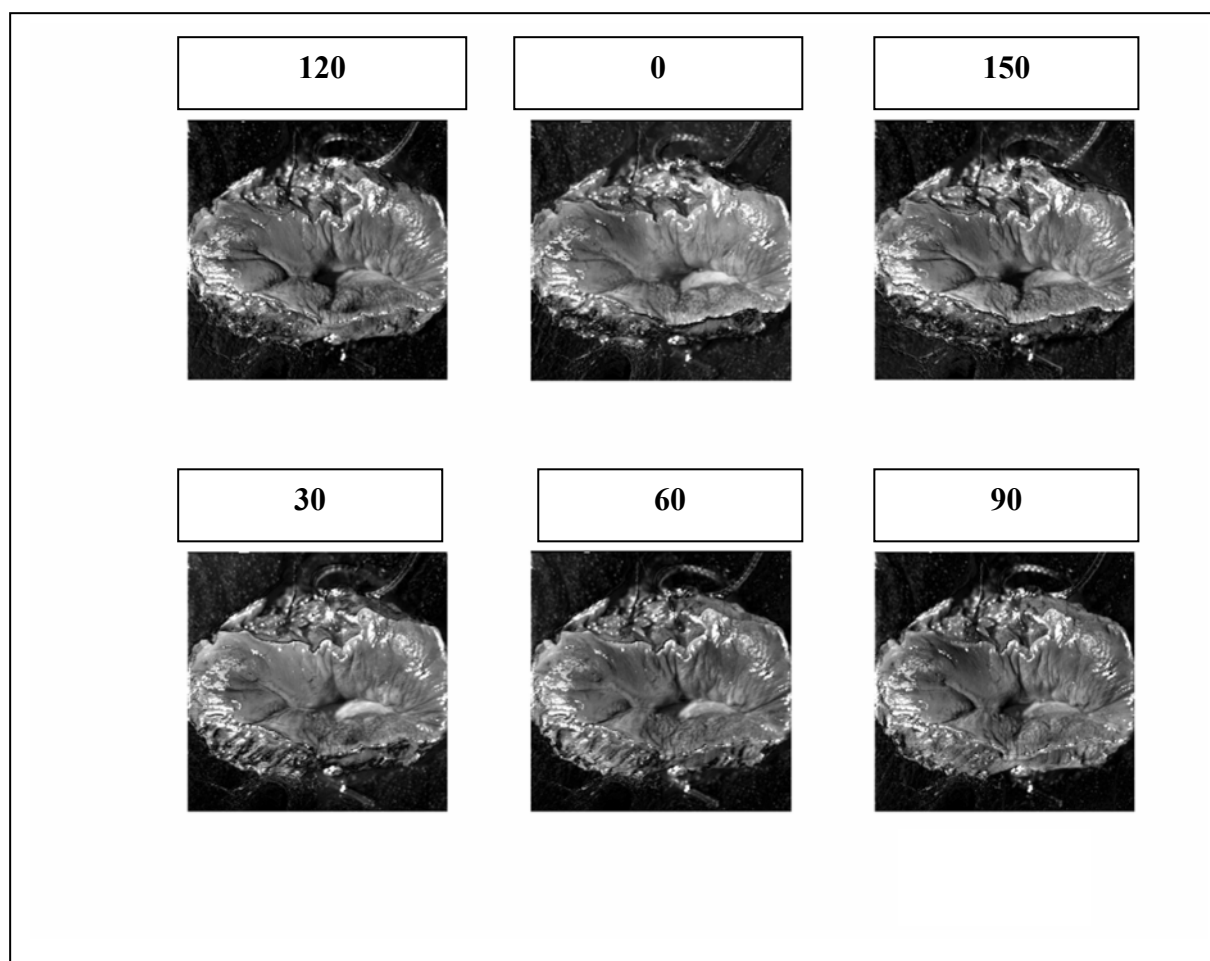
**Figure 4.12 :** Images entre polariseur et analyseur parallèles (gauche) et DOP (droite) à 450 nm (cas #2). La conisation mesure 2,4 cm de large x 1,5 cm de haut.



**Figure 4.13 :** Idem à 550 nm



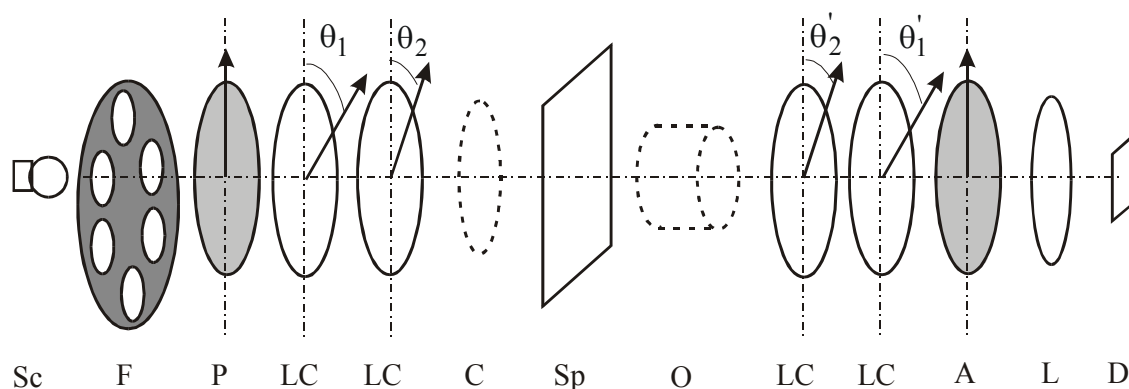
**Figure 4.14 :** Idem à 650 nm



**Figure 4.15** : Images en DOP pour le cas #2 à 550 nm. L'angle que fait le polariseur par rapport au plan d'incidence est indiqué au dessus de la figure correspondante en degrés.

### 3. Polarimètre imageur de Mueller à cristaux liquides en transmission

#### 3.1 Instrument



**Figure 4.16 :** Schéma du polarimètre imageur de Mueller. *Sc* : source de lumière blanche  
*F* : roue de filtres interférentiels ; *P* : polariseur ; *LC* : cellules de cristaux liquides  
*C* : condenseur ; *Sp* : échantillon ; *O* : objectif ; *A* : analyseur ; *L* : Achromat ; *D* : caméra CCD.

L'imageur de Mueller (Figure 4.16) que nous avons développé au laboratoire fonctionne exactement sur le même principe que le polarimètre présenté au chapitre III en effectuant les modifications suivantes :

- ❖ La source LASER est remplacée par une source de lumière blanche (50 W) suivie d'une roue de filtres interférentiels (Lambda Research Optics) de bande passante 10 nm et centrés sur les longueurs d'onde suivantes : 500, 550, 600, 650 et 700 nm. Le polarimètre est donc éclairé par une source de spectre relativement large. Cependant, les précisions des mesures resteront satisfaisantes grâce à l'étalonnage ECM, celle-ci prenant automatiquement en compte le fait que le degré de polarisation des états de base est dégradé. La bande spectrale accessible est limitée par la réponse de la caméra CCD pour les faibles longueurs d'onde et par les polariseurs linéaires pour les grandes longueurs d'onde.
- ❖ Un achromat de focale  $f = 60 \text{ mm}$  qui image l'échantillon sur la caméra CCD (Dalsa CA-D1, 256 x 256 pixels, 12 bits, taille d'un pixel  $16 \times 16 \mu\text{m}$ ). On se reportera à la Figure 1.5 pour le spectre de la caméra employée. Le temps d'exposition est typiquement de 10 ms. Pour obtenir un bon rapport signal sur bruit, nous accumulons environ 15 images dans chaque état de polarisation. La durée entre l'instant où les

nouvelles tensions sont appliquées aux cristaux liquides et celui où nous reprenons une nouvelle mesure est fixée à 80 ms. Ainsi, pour calculer un coefficient de la matrice de Mueller, il faut  $(80 \text{ ms} + 15 \times 10 \text{ ms}) = 230 \text{ ms}$  et pour l'acquisition d'une image matricielle de Mueller complète il faut  $230 \times 16 \text{ ms}$  soit environ 4 s.

- ❖ L'utilisation d'une caméra CCD à la place d'une photodiode implique de prêter une attention toute particulière à la lumière parasite. Le montage est donc isolé de la lumière ambiante, et on mesure le niveau de bruit  $S_{\text{offset}}$  sur la caméra lorsque l'on coupe le faisceau lumineux. La caméra est utilisée le plus proche possible de la saturation.

Lorsque nous avons effectué les premières mesures, nous nous sommes rendus compte que la précision sur la mesure était inférieure à celle du polarimètre non imageur (présenté au Chapitre III), utilisant une photodiode. Rapidement, nos soupçons se sont portés sur la non linéarité de la caméra CCD, valeur qui n'était pas fournie par DALSA.

Si la mesure sur un détecteur est linéaire, alors celle-ci doit vérifier la loi de Malus :

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2 \alpha \quad (4.3)$$

Où  $I$  est l'intensité lumineuse détectée,  $I_0$  est l'intensité lumineuse maximale détectée et  $\alpha$  est l'angle entre le polariseur et l'analyseur.

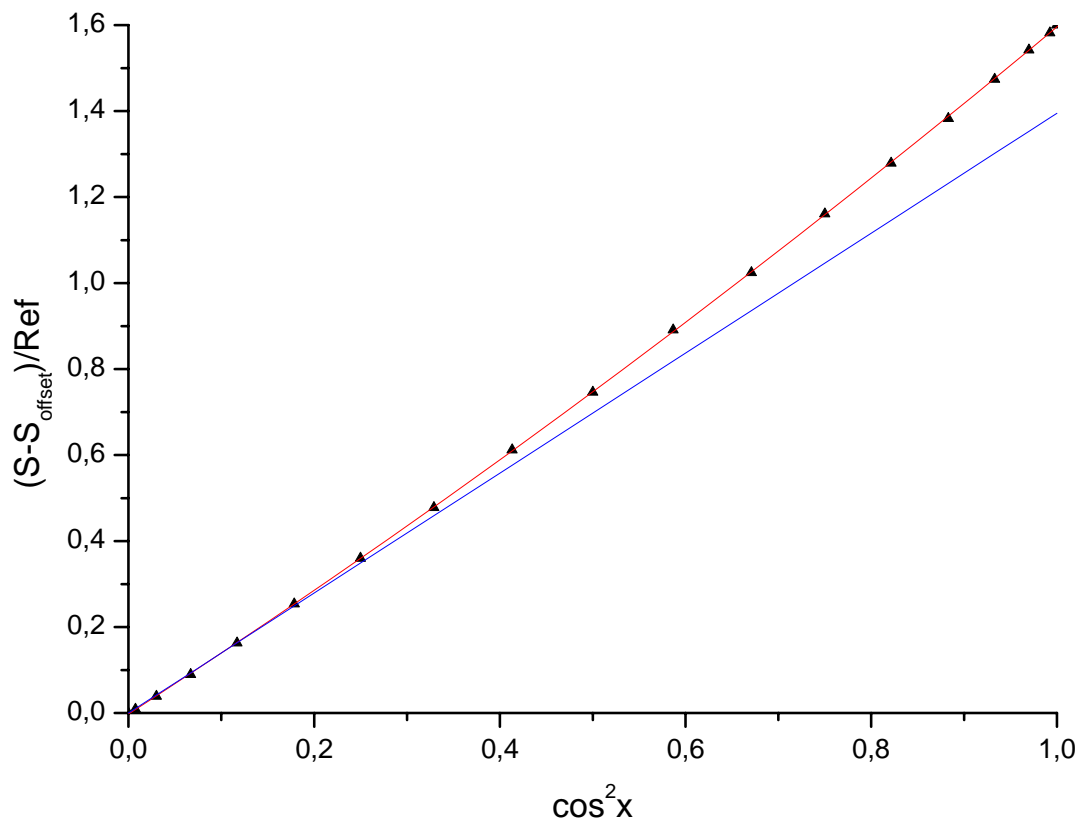
Nous avons donc choisi de mesurer l'écart à la loi de Malus, pour la caméra CCD, aux différentes longueurs d'onde utilisées. Nous avons pour cela placé un polariseur et un analyseur entre la source lumineuse et la caméra, et mesuré le signal  $S$  soustrait de l'offset  $S_{\text{offset}}$  en fonction de l'angle  $\alpha$ . Le résultat est présenté sur la Figure 4.17 pour la longueur d'onde 650 nm. Nous avons effectué un ajustement linéaire pour les faibles valeurs du signal  $S$  (courbe bleue) et polynomial du second degré sur tous les points expérimentaux (courbe rouge). Nous constatons que ces deux courbes s'écartent rapidement pour atteindre une différence de près de 10% près de la saturation. Comme nous pouvons le constater sur la figure, l'ajustement polynomial du second degré décrit de façon satisfaisante les mesures expérimentales. Nous n'avons par contre trouvé aucune différence de comportement en fonction de la longueur d'onde.

Finalement, le résultat de l'ajustement du second degré nous permet d'écrire :

$$S_{final} = a(S - S_{offset}) + b(S - S_{offset})^2 \quad (4.4)$$

Avec :  $\begin{cases} a = 1,124 \\ b = -2,496 \times 10^{-5} \end{cases}$

Cette formule ne corrige évidemment les défauts de linéarité qu'au premier ordre.



**Figure 4.17 :**  $(S - S_{offset})/Ref$  en fonction de  $\cos^2 \alpha$ . ( $Ref = 2500$ )

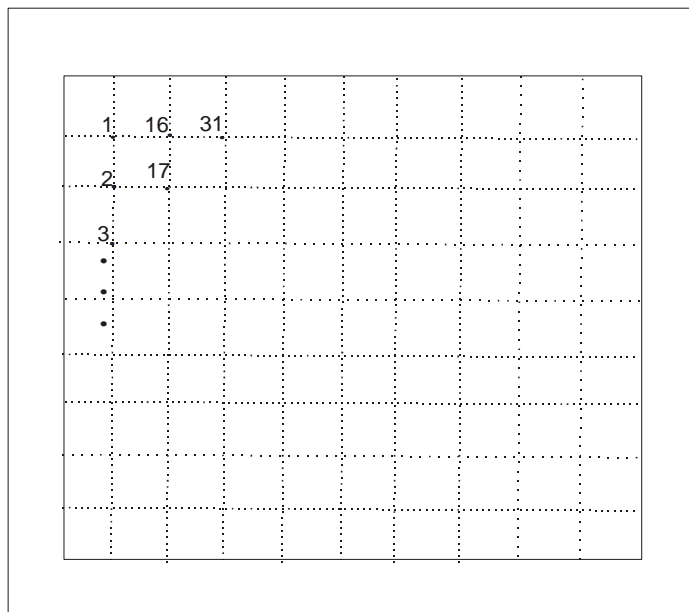
Points expérimentaux (points noirs), ajustements polynomial du second degré (courbe rouge) et linéaire (droite bleue).

### 3.2 Etalonnage

- Afin que l'étalonnage ne dure pas trop longtemps (typiquement quelques minutes), nous avons choisi de déterminer la matrice de modulation  $\mathbf{W}(X_i, Y_i)$  sur 225 pixels de coordonnées  $(X_i, Y_i)$ , régulièrement espacés sur la surface du détecteur avec :

$$\begin{cases} X_i = 16i \\ Y_i = 16j \end{cases} \text{ avec } i, j \text{ variant de } 1 \text{ à } 15 \quad (4.5)$$

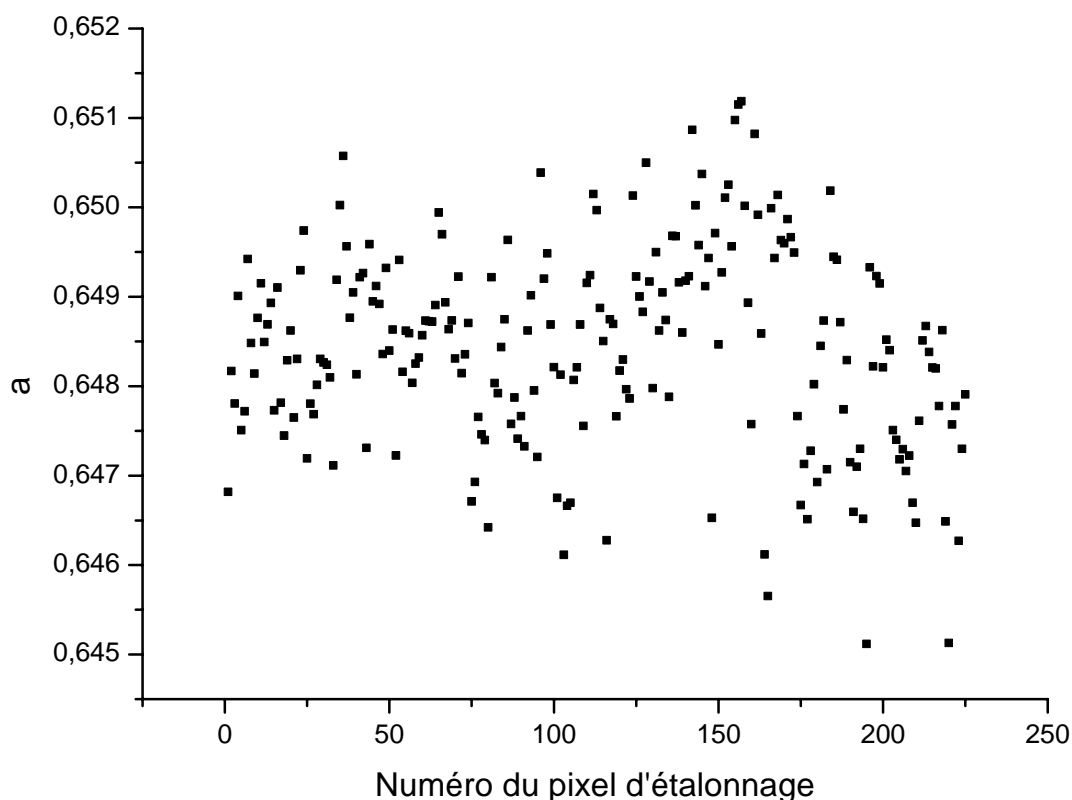
Pour des raisons de commodité, les pixels d'étalonnage sont numérotés de 1 à 225, la correspondance entre cette numérotation et les coordonnées est illustrée sur la Figure 4.18.



**Figure 4.18:** Répartition des points d'étalonnage numérotés de 1 à 225. Ceux-ci se trouvent à l'intersection des traits pointillés. La numérotation augmente par pas de 1 au sein d'une même colonne puis reprend au début de la ligne suivante. Pour des raisons évidentes de clarté, les 225 points d'étalonnage n'ont pas tous été représentés.

- L'étalonnage débute par la mesure des quatre valeurs propres de la matrice de Mueller du polariseur (Melles Griot) à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (voir Chapitre III). Celles-ci sont réelles; on les note  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ . Nous rappelons que la seule valeur propre non nulle  $a$  est théoriquement égale à  $\tau$  ( $\tau$  étant la transmission du polariseur). Pour estimer la dispersion des mesures, nous avons représenté sur les Figures 4.19, 4.20, 4.21 et

4.22 le résultat de la mesure des valeurs propres en fonction du pixel d'étalonnage considéré. Pour la valeur propre non nulle  $a$ , la valeur moyenne est de 0,648 avec une déviation standard de 0,001. Les trois autres valeurs propres (théoriquement nulles) restent toujours inférieures à 0,004 en valeur absolue. Pour la valeur propre  $b$ , les valeurs mesurées sont réparties autour de la valeur moyenne nulle, tandis que pour  $c$  et  $d$ , les fluctuations sont en valeur moyenne égale à 0,002. Le contraste observé entre la seule valeur propre non nulle et les autres est une première indication de la bonne précision de la mesure. De manière générale, sur ces quatre figures, nous ne trouvons pas de dépendance systématique en fonction du numéro du pixel malgré les inhomogénéités d'éclairage.



**Figure 4.19 :** Mesure de la seule valeur propre non nulle  $a$  de la matrice de Mueller du polariseur utilisé pour l'étalonnage en fonction du numéro du pixel d'étalonnage.



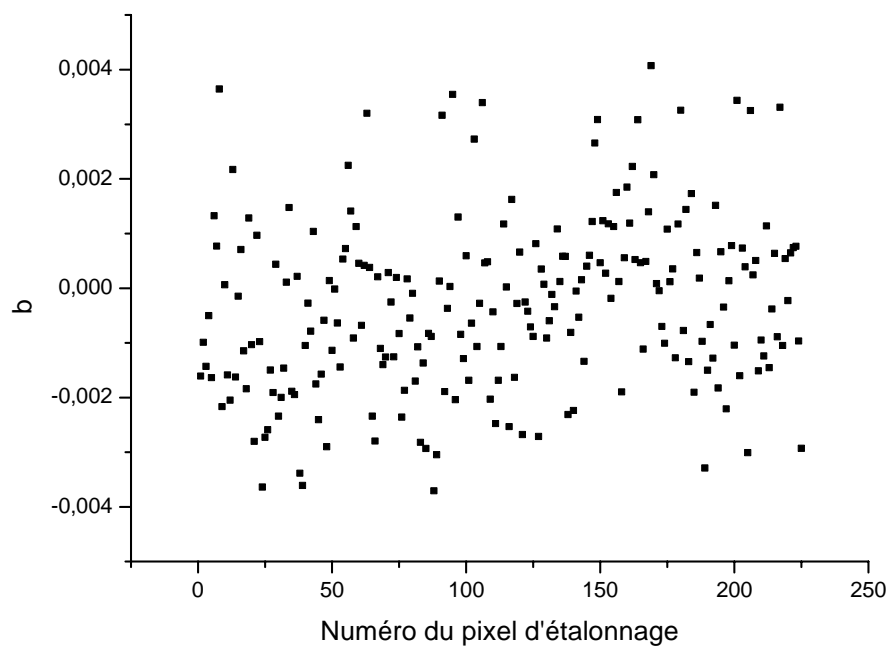


Figure 4.20 : Mesure de  $b$  en fonction du pixel d'étalonnage.

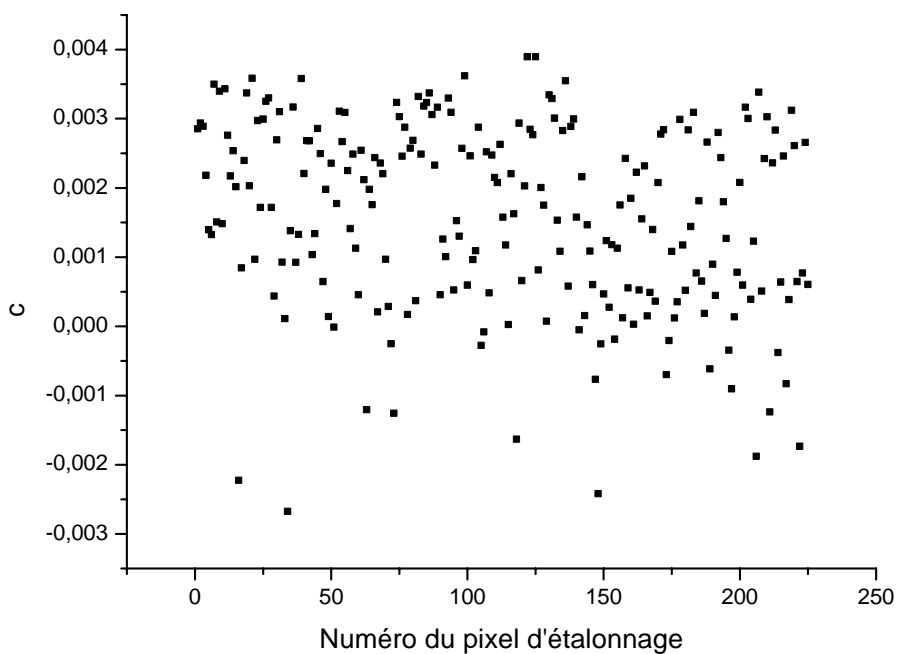
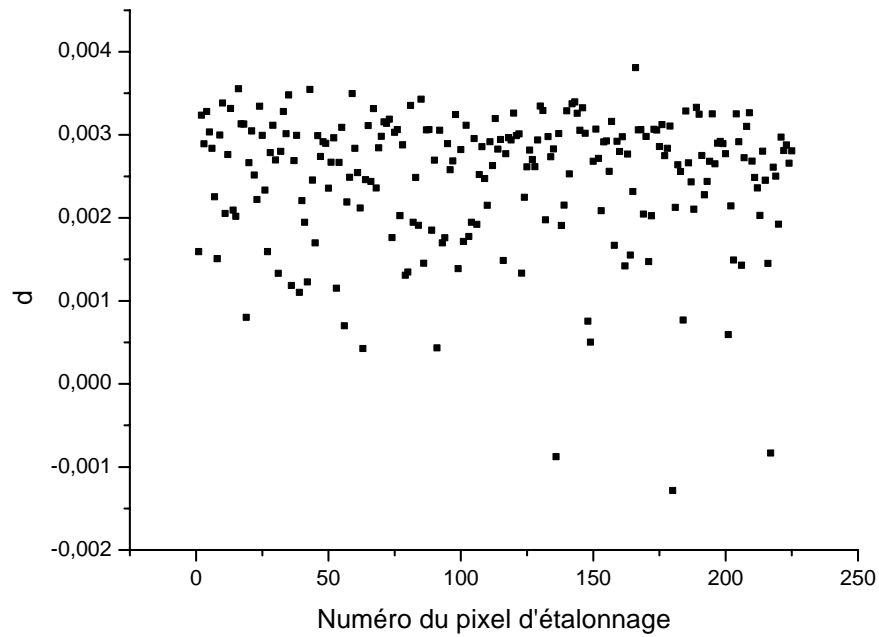


Figure 4.21 : Mesure de  $c$  en fonction du pixel d'étalonnage



**Figure 4.22 :** Mesure de  $d$  en fonction du pixel d'étalonnage.

- Après avoir mesuré les valeurs propres de la matrice de Mueller du polariseur, nous mesurons celles d'une lame retard placée à environ  $30^\circ$ . Nous utilisons pour cela une lame d'ordre zéro. Il est intéressant de vérifier l'invariance de la mesure des valeurs propres avec la rotation. Nous noterons par la suite ces quatre valeurs propres :

$$\begin{cases} V_1 + iV_{1i} \\ V_2 + iV_{2i} \\ V_3 + iV_{3i} \\ V_4 + iV_{4i} \end{cases} \quad (4.6)$$

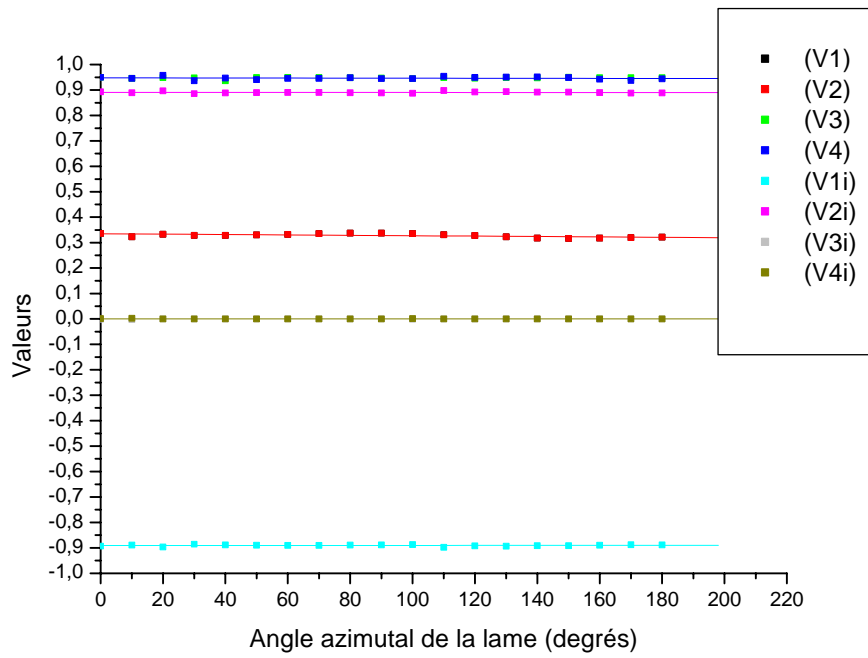
Ces valeurs propres valent idéalement (Formule 2.48) :

$$\begin{cases} V_1 = V_2 = \tau \sin(2\Psi) \cos \Delta \\ V_{1i} = -V_{2i} = -\tau \sin(2\Psi) \sin \Delta \\ V_3 = 2\tau \cos^2 \Delta \\ V_4 = 2\tau \sin^2 \Delta \\ V_{4i} = \text{Valeur}_{3i} = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

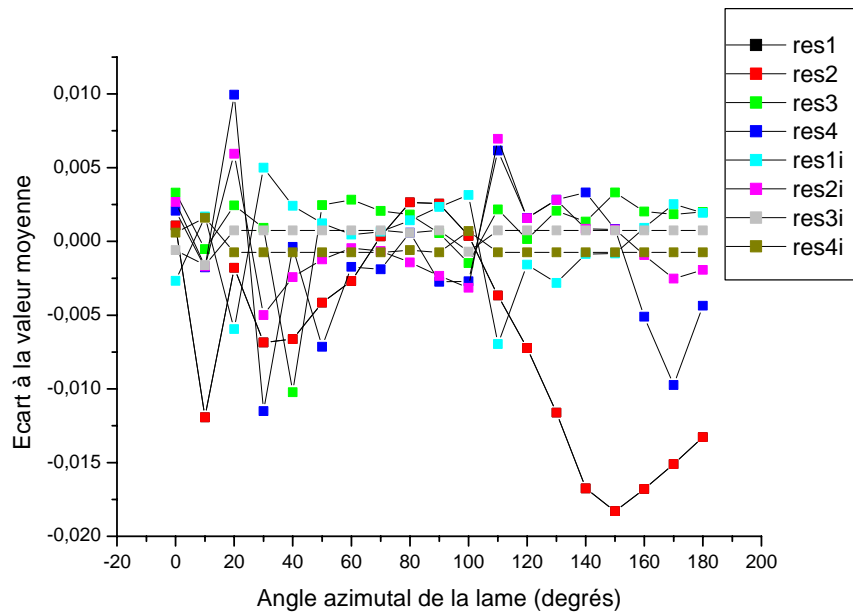
Sur la Figure 4.23, nous avons représenté pour un même pixel d'étalonnage, les valeurs définies ci-dessus en fonction de l'angle azimutal ainsi que leur ajustement linéaire. Les symétries sont bien respectées et nous n'observons pas de croissance (ou de décroissance) des valeurs en fonction de l'angle. Afin de mieux visualiser les variations, nous avons reporté sur la Figure 4.24 l'écart relatif de ces mêmes valeurs à leur valeur moyenne. Celui-ci est défini par :  $res = V - V_{moyenne}$ , l'indice faisant référence à la valeur considérée. Une dépendance avec la rotation est à noter pour  $res_1 = res_2$ , ces variations restant toutefois limitées (inférieures à 0,02 en valeur absolue).

Le résultat des ajustements linéaires est indiqué ci-dessous :

Valeur considérée	Ordonnée à l'origine	Pente
$V_1$	$0,335 \pm 0,003$	$-7,6 \times 10^{-5} \pm 2,4 \times 10^{-5}$
$V_2$	$0,335 \pm 0,003$	$-7,6 \times 10^{-5} \pm 2,4 \times 10^{-5}$
$V_3$	$0,947 \pm 0,003$	$-1,3 \times 10^{-5} \pm 2,2 \times 10^{-5}$
$V_4$	$0,948 \pm 0,003$	$-1,3 \times 10^{-5} \pm 2,2 \times 10^{-5}$
$V_{1i}$	$-0,891 \pm 0,002$	$1,6 \times 10^{-6} \pm 1,3 \times 10^{-5}$
$V_{2i}$	$0,891 \pm 0,002$	$-1,6 \times 10^{-6} \pm 1,3 \times 10^{-5}$
$V_{3i}$	$-7,5 \times 10^{-4} \pm 2,7 \times 10^{-4}$	$5,2 \times 10^{-6} \pm 2,6 \times 10^{-6}$
$V_{4i}$	$7,5 \times 10^{-4} \pm 2,7 \times 10^{-4}$	$-5,2 \times 10^{-6} \pm 2,6 \times 10^{-6}$



**Figure 4.23 :** Variation des parties réelles et imaginaires des valeurs propres de la matrice de Mueller d'une lame retard, en fonction de l'angle azimutal de la lame, pour un pixel donné. Points : mesures ; traits pleins : ajustements linéaires.



**Figure 4.24 :** Ecart relatif par rapport à leur valeur moyenne des parties réelles et imaginaires des valeurs propres de la matrice de Mueller d'une lame retard, en fonction de l'angle azimutal de la lame, et pour un pixel donné.

- Enfin, après avoir déterminé la matrice de modulation  $\mathbf{W}(X_i, Y_i)$  en chaque pixel d'étalonnage, nous calculons une valeur moyenne de la matrice de modulation  $\langle \mathbf{W}(X, Y) \rangle$  pour un pixel de coordonnées  $(X, Y)$  par la formule (4.8) :

$$\langle \mathbf{W}(X, Y) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{225} f_i(X, Y) \mathbf{W}(X_i, Y_i)}{\sum_{i=1}^{225} f_i(X, Y)} \quad \text{avec } f_i(X, Y) = \exp\left(-a \left[ (X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 \right]\right)$$

Cette moyenne dépend de la distance entre le pixel  $(X, Y)$  considéré et les pixels  $(X_i, Y_i)$ , pour lesquels ont été calculés la matrice de modulation  $\mathbf{W}$ . Le facteur  $a$  est choisi de telle façon que les fonctions  $f_i$  puissent se recouvrir de manière significative. Ce type de moyenne permet d'éviter les problèmes de bords nets dans les images polarimétriques.

La valeur moyenne de la matrice  $\mathbf{A}$  est alors calculée pour chaque pixel par la formule suivante :

$$\langle \mathbf{A}(X, Y) \rangle = B_0^{-1}(X, Y) \langle \mathbf{W}(X, Y) \rangle \quad (4.9)$$

Ci-dessous, on a reporté la valeur de la matrice de modulation  $\mathbf{W}$  déterminée à 650 nm lors d'un étalonnage pour deux pixels différents (on rappelle que la valeur théoriquement attendue est donnée par la formule 3.30):

$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1.005 & 1.007 & 1.013 \\ 0.864 & -0.0802 & 0.0194 & -0.8757 \\ -0.412 & 0.621 & 0.641 & -0.438 \\ 0.0716 & 0.768 & -0.760 & -0.0466 \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1.006 & 1.008 & 1.013 \\ 0.859 & -0.061 & 0.0185 & -0.8719 \\ -0.403 & 0.623 & 0.641 & -0.448 \\ 0.0335 & 0.774 & -0.762 & -0.0259 \end{pmatrix}$$

Nous avons volontairement choisi deux pixels de matrice de modulation **W** les plus éloignées possibles. Les faibles différences constatées entre celles-ci montre que le traitement précédent est bien assez précis et que l'on pourrait sans doute réduire le nombre de points d'étalonnage pour diminuer le temps de calcul des valeurs moyennes de **W** et **A** (quelques minutes actuellement).

Enfin, le dispositif fonctionnant avec des longueurs d'onde différentes, nous avons été amenés à optimiser semi empiriquement les valeurs des tensions appliquées aux cristaux liquides pour maximiser le conditionnement des matrices **A** et **W**. Le tableau ci-dessous résume cette étude :

Longueur d'onde (nm)	Tension minimale (V)	Tension maximale (V)	Conditionnement C(W)	Conditionnement C(A)
500	1.2	4.5	0.5	0.46
550	1.0	4.0	0.51	0.54
600	0.90	3.9	0.50	0.54
650	0.85	3.6	0.52	0.54
700	0.80	3.5	0.49	0.45

**Tableau 1.4 :** Valeurs expérimentales du conditionnement des matrices **A** et **W** en fonction de la longueur d'onde. Les valeurs appliquées aux contrôleurs des cellules à cristaux liquides ont aussi été rapportées.

### 3.3 Caractérisation

#### 3.3.1 Polariseur linéaire

Afin d'évaluer la performance du polarimètre, nous avons effectué (comme au paragraphe 4.1 du Chapitre III) une série de mesures de la matrice de Mueller d'un polariseur dichroïque

(Melles Griot FPG 007) à différents angles azimutaux à  $650 \text{ nm}$ . Les matrices de Mueller mesurées sont uniformes sur toute l'image (déviations standard typiques  $5 \times 10^{-4}$ ). Un résultat typique est représenté sur les Figures 4.25 (éléments non nuls) et 4.26 (éléments idéalement nuls) pour un pixel. Toutes les données ont été extrapolées avec un seul paramètre, la transmission du polariseur, avec une valeur optimale de 0,662. Les éléments idéalement nuls restent assez petits (valeur absolue inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ).

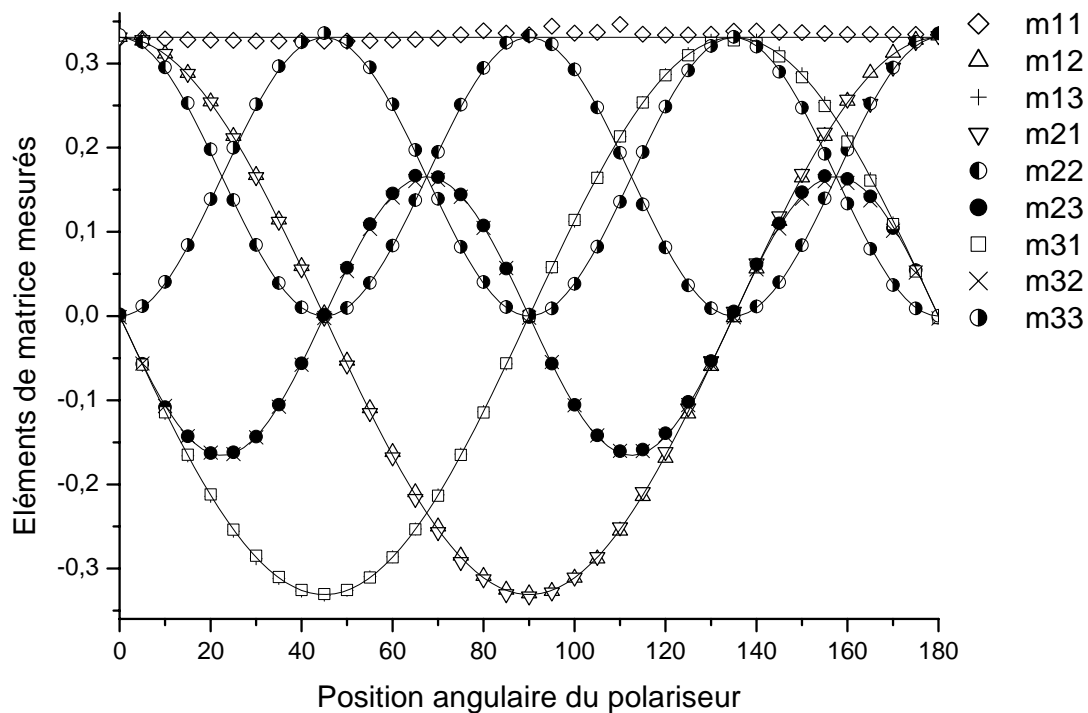


Figure 4.25 : Eléments non nuls en fonction de la position angulaire du polariseur (degrés).

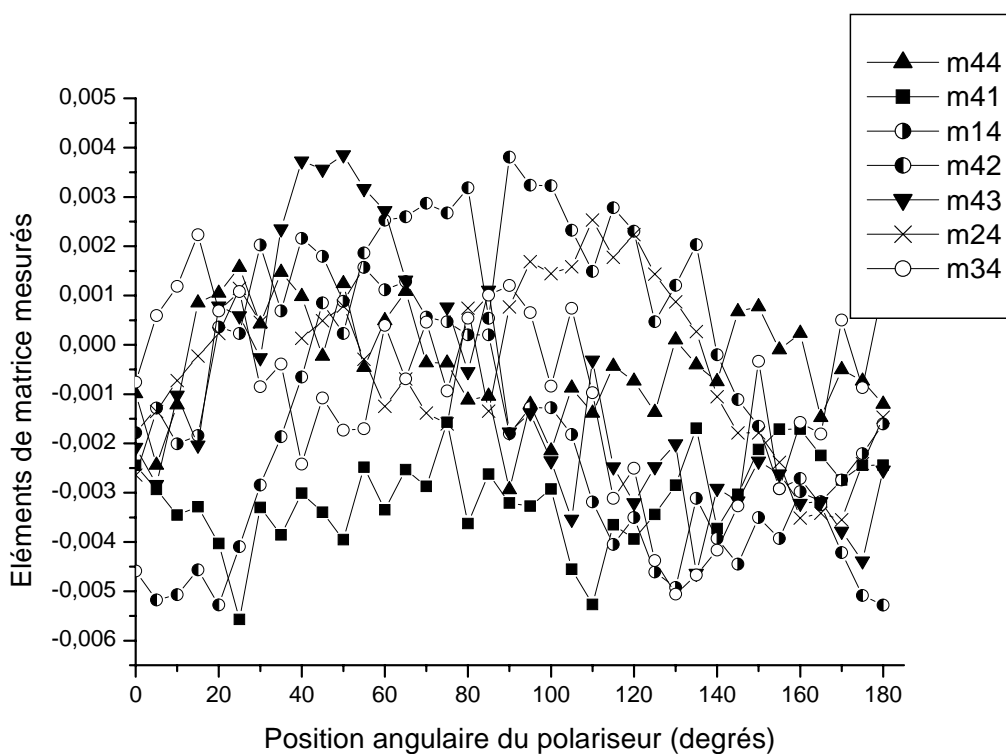


Figure 4.26 : Eléments idéalement nuls en fonction de la position angulaire.

### 3.3.2 Eléments présentant de la dépolarisation

#### 3.3.2.1 lame épaisse de quartz

Nous avons mesuré la matrice de Mueller d'une lame de quartz épaisse (quelques  $mm$ ), placée parallèlement à ses axes propres à  $650\text{ nm}$ . Celle-ci agissant comme un pseudo-dépolariseur sur la lumière incidente, la description en terme de dioptre plan (formule 2.47) n'est plus valable : l'ellipsométrie classique ne peut donc pas être utilisée.

La principale cause de cette dépolarisation est la largeur spectrale de la source (filtre interférentiel de bande passante  $10\text{ nm}$ ).



Si l'on fait l'hypothèse que la matrice mesurée  $\mathbf{M}$  est l'intégrale entre deux retards  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  de matrices de Mueller de dioptries plans, alors, en prenant  $\Psi = 45^\circ$  (Formule 4.10):

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\Delta_2 - \Delta_1} \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta & \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin \Delta & \cos \Delta \end{bmatrix} d\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a = (\sin \Delta_2 - \sin \Delta_1)/(\Delta_2 - \Delta_1) & -b \\ 0 & 0 & b = (\cos \Delta_2 - \cos \Delta_1)/(\Delta_2 - \Delta_1) & a \end{bmatrix}$$

avec  $\Delta_i = \frac{2\pi\delta}{\lambda_i} e$  ( $i = 1,2$ ) où  $\delta = 9.04 \times 10^{-3}$  est la biréfringence du quartz,  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $e = 2.05 \text{ mm}$  est l'épaisseur de la lame.

La matrice de Mueller ci-dessous présente un résultat expérimental typique sur un pixel. Le résultat est identique que la lame soit ou non imagée :

$$\mathbf{M} = 0,8834 \begin{pmatrix} 1 & 0,002 & 0,0024 & 0,0036 \\ -0,0007 & 0,9974 & 0,0445 & 0,0288 \\ 0,0126 & -0,0032 & -0,5337 & -0,2082 \\ 0,011 & 0,0222 & 0,2335 & -0,555 \end{pmatrix}$$

Cette matrice est assez proche de celle attendue théoriquement. On constate cependant une dissymétrie des coefficients  $m_{33}$  et  $m_{44}$ , ainsi que des coefficients  $m_{43}$  et  $m_{34}$ . On peut estimer à partir de ces résultats les valeurs des retards  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ . En tenant compte de tous les pixels de la caméra, nous avons obtenu que ceux-ci valaient :

$$\begin{cases} \Delta_1 = 181,0 \pm 0,2 \text{ rad} \\ \Delta_2 = 178,3 \pm 0,3 \text{ rad} \end{cases} \quad (4.11)$$

Les longueurs d'onde extrémales déduites de la mesure valent :

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2\pi\delta e / \Delta_1 = (643,3 \pm 0,7) \text{ nm} \\ \lambda_2 = 2\pi\delta e / \Delta_2 = (653,0 \pm 1,1) \text{ nm} \end{cases} \quad (4.12)$$

Ce résultat est bien satisfaisant en regard de la largeur du filtre interférentiel (10 nm).

### 3.3.2.2 : lame de quartz avec coin

Cette fois, nous avons imagé et mesuré une lame de quartz, placée approximativement parallèlement à ses axes propres, dont l'épaisseur varie linéairement en fonction de l'abscisse  $x$  (Figure 4.27). Le filtre interférentiel utilisé est centré à  $650 \text{ nm}$ , de bande passante  $10 \text{ nm}$ .

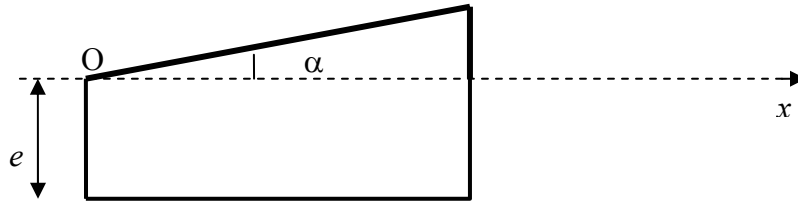


Figure 4.27 : Schéma de la lame de quartz avec coin.

Dans ce cas, le retard peut s'écrire pour une longueur d'onde donnée  $\lambda$  :

$$\Delta(x) = \frac{2\pi\delta}{\lambda} x \tan(\alpha) + \frac{2\pi\delta}{\lambda} e \quad (4.13)$$

Avec  $\alpha = 3^\circ 00'$

Ainsi, d'après la formule 4.10, les valeurs attendues pour les éléments  $m_{33}$ ,  $m_{44}$ ,  $m_{34}$  et  $m_{43}$  sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{33n} = \frac{m_{33}}{m_{11}} = m_{44n} = \frac{m_{44}}{m_{11}} = (\sin \Delta_2(x) - \sin \Delta_1(x)) / (\Delta_2(x) - \Delta_1(x)) \\ m_{43n} = \frac{m_{43}}{m_{11}} = -m_{34n} = -\frac{m_{34}}{m_{11}} = (\cos \Delta_2(x) - \cos \Delta_1(x)) / (\Delta_2(x) - \Delta_1(x)) \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Où les retards varient linéairement avec l'abscisse :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1(x) = P_1 x + P_2 \\ \Delta_2(x) = P_3 x + P_4 \end{array} \right. \quad (4.15)$$

La Figure 4.28 présente les résultats expérimentaux ainsi que leur ajustement. Nous constatons que les coefficients de la matrice de Mueller normalisés ne varient pas entre -1 et 1 : ceci est du à la dépolarisation de la lame.

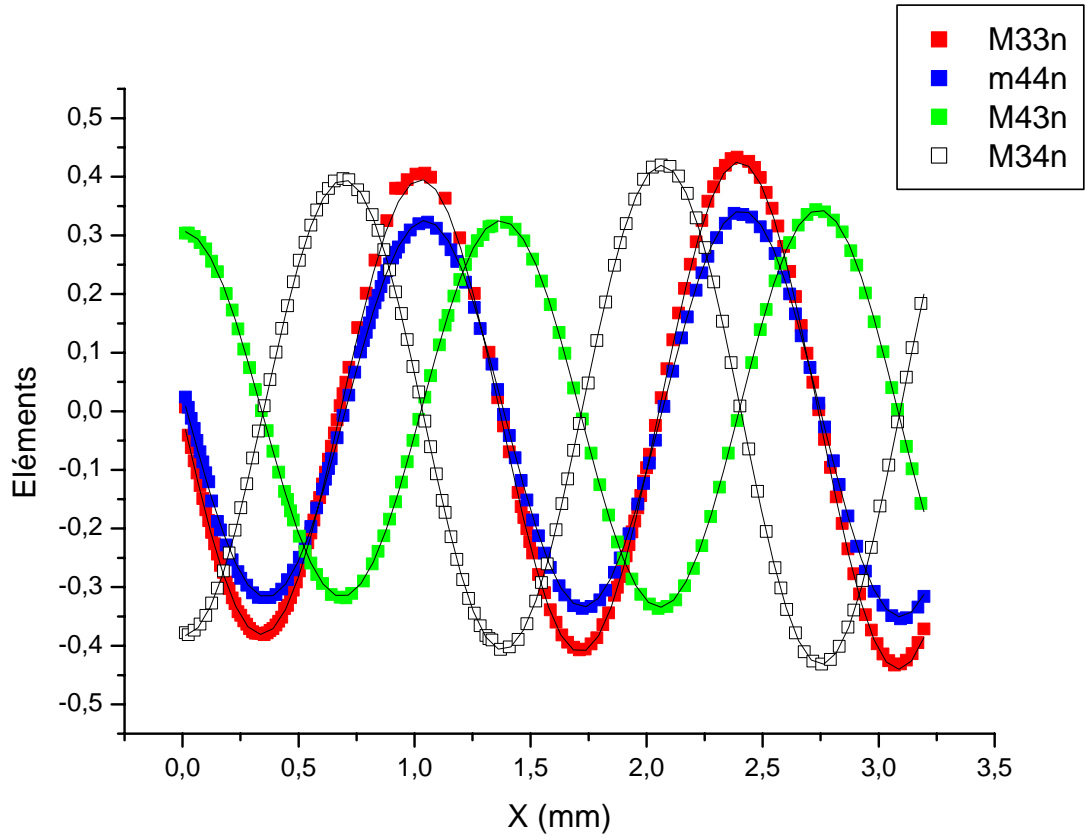


Figure 4.28 : Eléments  $m_{33}$ ,  $m_{44}$ ,  $m_{43}$ ,  $m_{34}$  normalisés en fonction de l'abscisse  $x$  et leurs ajustements (traits pleins noirs).

Comme précédemment (paragraphe 3.3.2.1), nous constatons une dissymétrie des coefficients ( $m_{33}$ ,  $m_{44}$ ) et ( $m_{43}$ ,  $m_{34}$ ).

Les valeurs optimales de l'ajustement sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = (4,62 \pm 0,01) \text{ mm}^{-1} \\ P_2 = (87,2 \pm 0,2) \text{ rad} \\ P_3 = (4,55 \pm 0,03) \text{ mm}^{-1} \\ P_4 = (91,8 \pm 0,2) \text{ rad} \end{array} \right. \quad (4.16)$$

Nous en déduisons alors que les longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  extrémales valent:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2\pi\delta \tan \alpha / P_1 = (644,3 \pm 1,4) \text{ nm} \\ \lambda_2 = 2\pi\delta \tan \alpha / P_2 = (654,2 \pm 4,3) \text{ nm} \end{cases} \quad (4.17)$$

Ce résultat est satisfaisant compte tenu de la largeur spectrale de 10 nm du filtre interférentiel. Cependant, la valeur de l'épaisseur  $e$  déduite des ajustements (à l'aide de  $P_2$  puis  $P_4$ ) est légèrement différente dans les deux cas (respectivement 0,989 mm et 1,057 mm). En effet, en première approximation, nous avons supposé que la dépolarisation provenait uniquement de la largeur spectrale de la source. Or, le résultat de la mesure de la matrice de Mueller est différent selon que la lame soit ou non imagée. Il faudrait donc, pour un traitement plus complet, tenir compte aussi du fait que l'on somme sur un même pixel des matrices provenant de différents endroits de la lame.

## 4. Images de Mueller d'échantillons d'intérêt médical

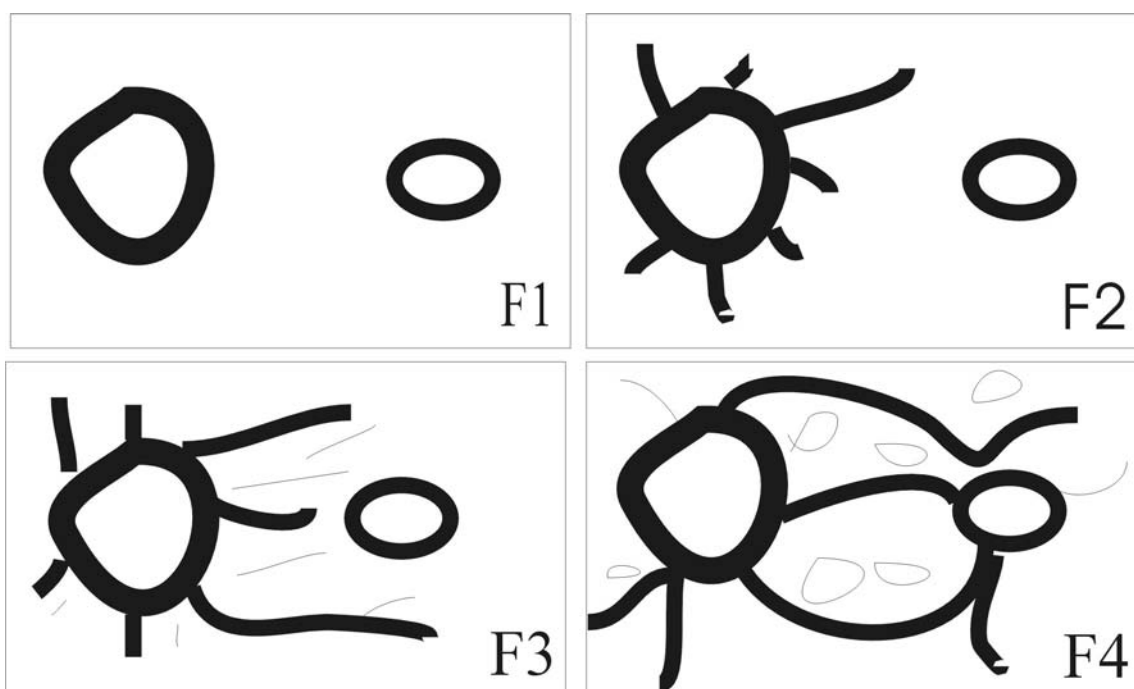
Nous avons choisi d'étudier des coupes histologiques d'échantillons présentant des propriétés polarimétriques, en particulier dues à la présence de collagène.

### 4.1 Biopsies hépatiques

#### 4.1.1 Généralités sur la fibrose du foie

Nous avons choisi d'étudier des biopsies hépatiques prélevées sur des patients souffrant de fibrose du foie, maladie impliquant une modification du tissu hépatique avec apparition de collagène. A l'exception des zones très limitées autour des vaisseaux, il n'y a normalement pas de collagène dans un foie. Un système empirique classant la gravité de la maladie (F1 à F4) a été développé, celui-ci est basé sur l'étendue de la fibrose, c'est-à-dire sur la fraction de foie normal remplacé par du collagène. Le stade F1 est le moins grave tandis que F4 est le plus agressif. (Figure 4.29). Au début de la maladie, la fibrose est confinée aux zones près des vaisseaux puis s'étend à tout le foie. Dans le dernier stade de la maladie, appelé cirrhose, l'architecture du tissu normal a disparu et le foie est isolé en nodules.

Du fait de l'anisotropie des fibres de collagène, l'imagerie polarimétrique paraît particulièrement bien adaptée pour une caractérisation des modifications de ce type de tissu. Tous les échantillons utilisés ont été colorés au rouge picosirius, qui est connu depuis très longtemps pour améliorer le contraste des images d'échantillons contenant des fibres de collagène en microscopie polarisée. Ceci est certainement dû au fait que les molécules de colorant s'orientent parallèlement aux fibres de collagène : une telle anisotropie microscopique peut induire une biréfringence locale, ou du dichroïsme, ou les deux.

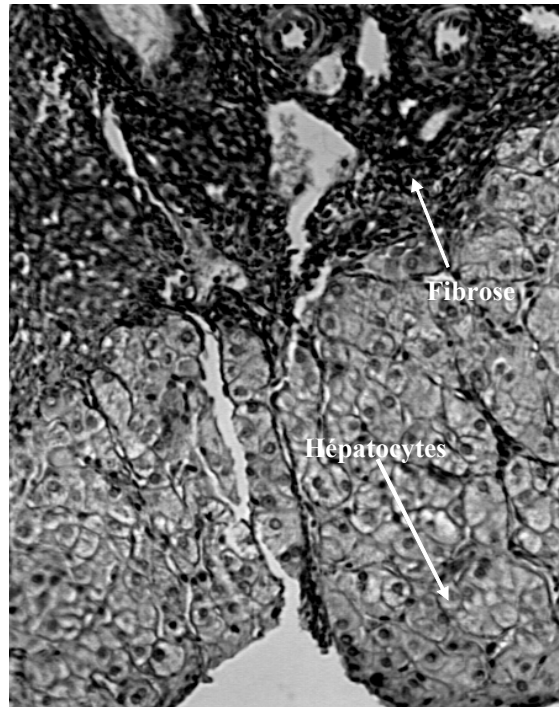


*Figure 4.29 : Différents stades de la fibrose du foie.*

*F1 : fibrose portale ; F2 : quelques septas ; F3 : nombreux septas ; F4 : cirrhose.*

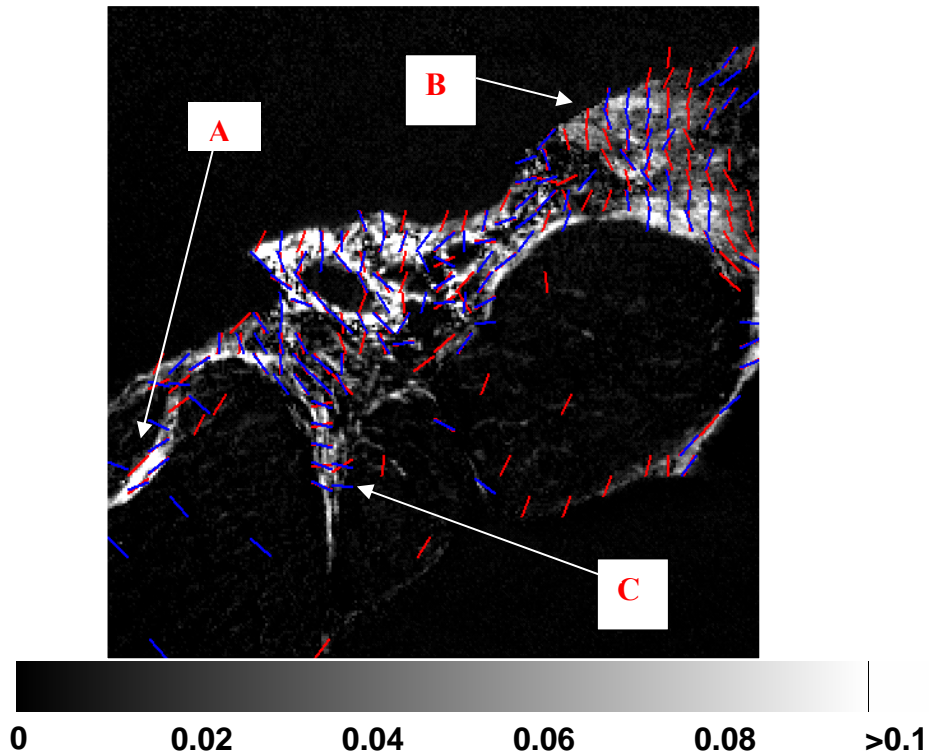
#### 4.1.2 Images polarimétriques d'un échantillon de foie au stade de la cirrhose

L'objet de ce paragraphe est de présenter les différents résultats obtenus sur une coupe histologique (prise entre lame et lamelle) du patient numéro 1 souffrant de cirrhose du foie (F4). Celle-ci a pour épaisseur  $10 \mu\text{m}$  et pour dimensions  $0.5 \times 10 \text{ mm}^2$ . La figure 4.30 présente une image au microscope ordinaire (non polarisé) d'une zone de la coupe (colorée) étudiée. La différence entre l'architecture normale du tissu (hépatocytes) et les tissus fibrotiques (apparaissant plus sombres) est clairement visualisée.



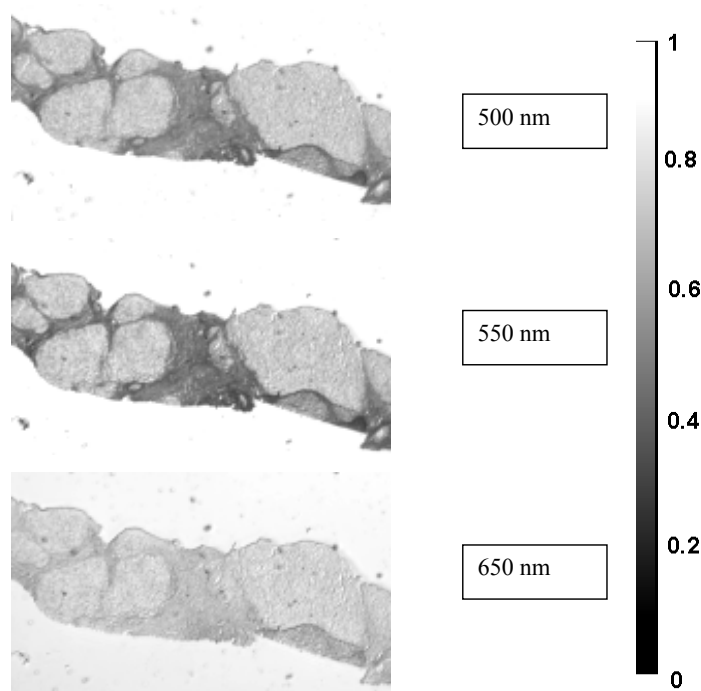
**Figure 4.30 :** Coupe histologique (colorée au rouge picrosirius) du foie d'un patient souffrant de cirrhose, visualisée au microscope ordinaire (non polarisé). Les zones fibrotiques apparaissent en sombre tandis que le tissu normal est composé d'hépatocytes. Champ de vue :  $0.5 \times 0.4 \text{ mm}^2$ . Avec l'aimable autorisation de A. Alexandrou, M.C. Schanne-Klein, E. Beaurepaire et T. Boulesteix, Laboratoire d'Optique et Biosciences, CNRS-Ecole polytechnique

Par la suite, nous avons accumulé des images polarimétriques de cet échantillon, à différents grossissements et à différentes longueurs d'onde. La Figure 4.31 présente une image en retard (voir chapitre II) à  $650 \text{ nm}$  de cet échantillon, sur laquelle on a superposé les orientations locales de l'axe rapide (en traits rouges) et du dichroïsme (en traits bleus). La valeur du retard a été calculée pixel par pixel par une décomposition polaire de la matrice de Mueller obtenue lors de la mesure, puis représentée en niveaux de gris. Les orientations des axes ont été représentées seulement si les valeurs scalaires correspondantes étaient supérieures au bruit. Les zones fibrotiques apparaissent en blanc sur fond noir. De manière évidente, plus le retard est grand et plus la concentration locale de collagène est grande ; cette image fournit donc une information sur la concentration locale en collagène. On notera que les hépatocytes ainsi que le système lame + lamelle couvre-objet n'ont aucune réponse polarimétrique : le collagène est donc discriminable de l'ensemble de la coupe. L'orientation des axes ne semble pas se corrélérer avec les lignes d'égale intensité (zones A, B et C).



**Figure 4.31** : Retard (échelle en rad) à 650 nm et axes rapide (rouge) et du dichroïsme (bleu). Champ de vue : 1 x 1 mm<sup>2</sup>.

Nous avons par la suite étudié le comportement des quantités calculées lors de la décomposition polaire (dichroïsme, polarisation, retard et pouvoir de dépolarisation) en fonction de la longueur d'onde. Pour cela, nous avons mesuré la matrice de Mueller de la coupe histologique à 500, 550, 600, 650 et 700 nm. Les images suivantes présentent les résultats obtenus pour trois de ces longueurs d'onde. La Figure 4.32 représente le coefficient  $m_{11}$  (transmission de l'échantillon en lumière non polarisée). Comme attendu, l'image est moins contrastée à 650 nm, la lumière étant moins absorbée par le colorant (rouge) picrosirius.



**Figure 4.32** : Coefficient  $m_{11}$  représenté pixel par pixel pour trois longueurs d'onde différentes. Champ de vue :  $3 \times 2 \text{ mm}^2$ .

La Figure 4.33 représente le dichroïsme scalaire calculé pixel par pixel puis représenté en niveaux de gris. Rappelons que cette quantité est indépendante de l'orientation de l'échantillon. Les images aux trois longueurs d'onde différentes sont similaires, cependant, le dichroïsme scalaire est beaucoup plus important à  $550 \text{ nm}$ .

Sur la Figure 4.34, nous avons représenté le retard scalaire. Cette fois, l'image est plus contrastée à  $650 \text{ nm}$ . Les images sont un peu différentes de celles obtenues en dichroïsme, ceci suggérant que les informations contenues dans le dichroïsme et le retard ne sont pas identiques. Le retard maximal est de l'ordre de  $0.1 \text{ rad}$  à  $650 \text{ nm}$ . Si nous supposons (très grossièrement) que l'épaisseur de fibrose est de  $10 \mu\text{m}$  (épaisseur de la lame) en cet endroit, alors la valeur de la biréfringence peut être estimée à  $\Delta n \approx 10^{-3}$  à  $650 \text{ nm}$ , ce qui est en accord avec celle rapportée précédemment<sup>17</sup>. Cependant, il est important de souligner que cette biréfringence est due au système formé par le colorant et le collagène et non au collagène seul.



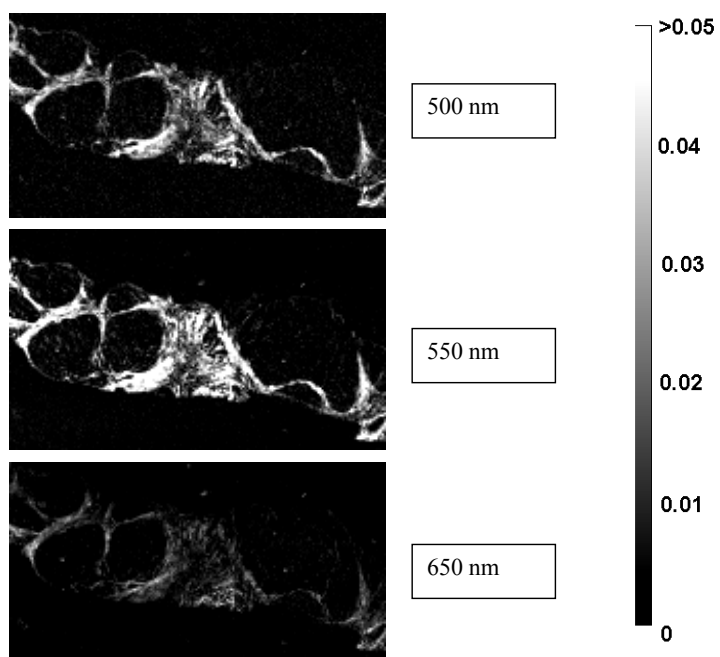


Figure 4.33 : Dichroïsme scalaire. Champ de vue :  $3 \times 2 \text{ mm}^2$ .

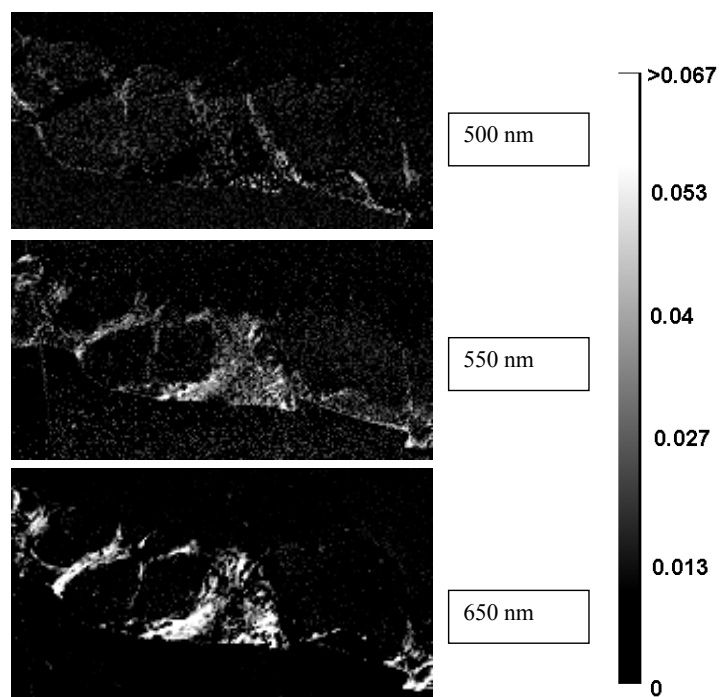


Figure 4.34 : Retard scalaire (Echelle en rad). Champ de vue :  $3 \times 2 \text{ mm}^2$ .

Le pouvoir de dépolariation est représenté sur la Figure 4.35. Celui-ci est maximal (mais reste faible) à 550 nm. Bien que le pouvoir de dépolariation soit maximal à 550 nm, c'est-à-dire au pic du contraste en absorption, la corrélation avec l'absorption n'est cependant pas évidente compte tenu de l'absence de dépolariation à 550 nm.

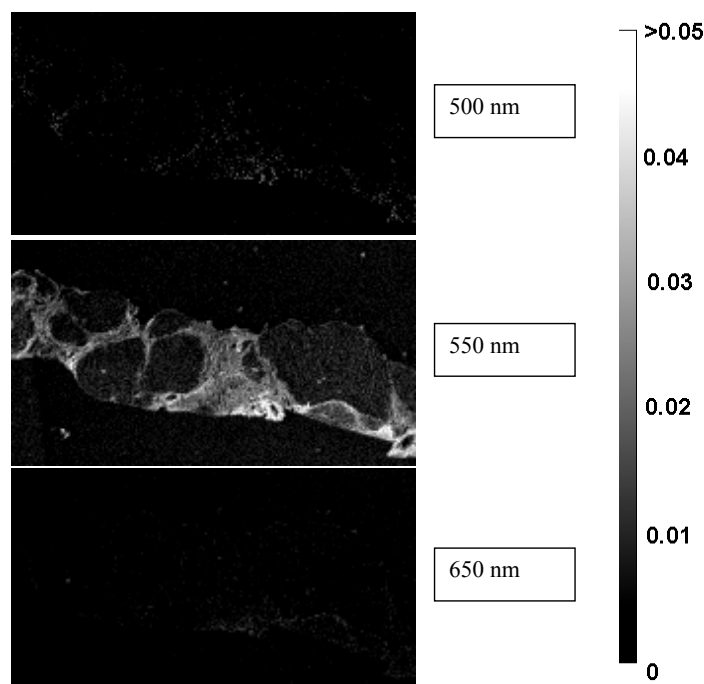


Figure 4.35 : Pouvoir de dépolariation.

Champ de vue : 3 x 2 mm<sup>2</sup>.

Afin de visualiser le comportement du dichroïsme, de la polarisance et du retard scalaires, nous avons choisi de reporter ces valeurs en fonction de la longueur d'onde pour quatre pixels, trois situés sur des zones fibrotiques, et un situé en dehors de l'échantillon (on traverse alors localement la lame, la lamelle couvre-objet ainsi que des résidus de colle et de colorant). La Figure 4.36 localise ces quatre endroits. Sur les Figures 4.37 et 4.38, nous constatons que les valeurs scalaires en dehors de l'échantillon, idéalement nulles, restent petites (inférieures à  $5 \times 10^{-3}$ ), malgré la faible sensibilité de la caméra en dessous de 600 nm. Le dichroïsme et la polarisance sont tous deux maximaux à 550 nm. La valeur de ce maximum dépend de la concentration locale en collagène, mais le comportement en fonction de la longueur d'onde semble être le même pour un point situé sur une zone fibrotique. A cette longueur d'onde, les quantités considérées sont environ 5 fois supérieures qu'à 700 nm.

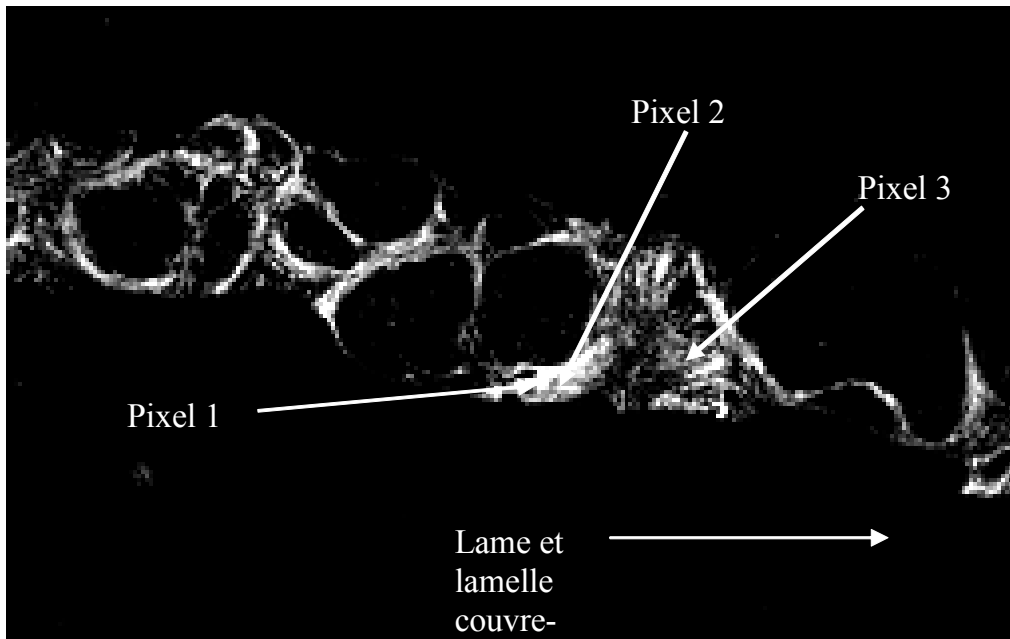


Figure 4.36: Localisation des quatre pixels choisis sur les Figures 4.37, 4.38 et 4.39.

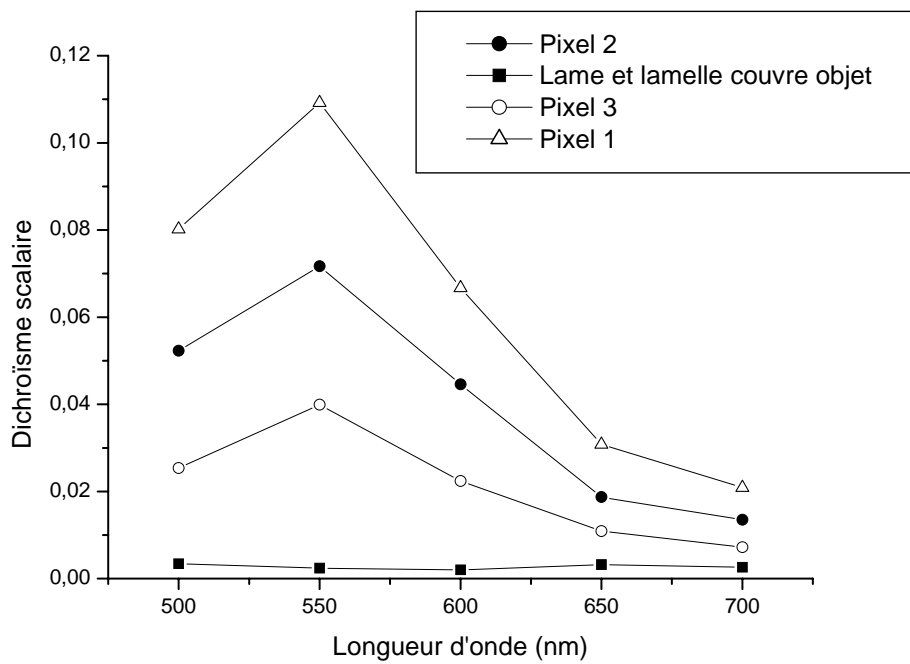
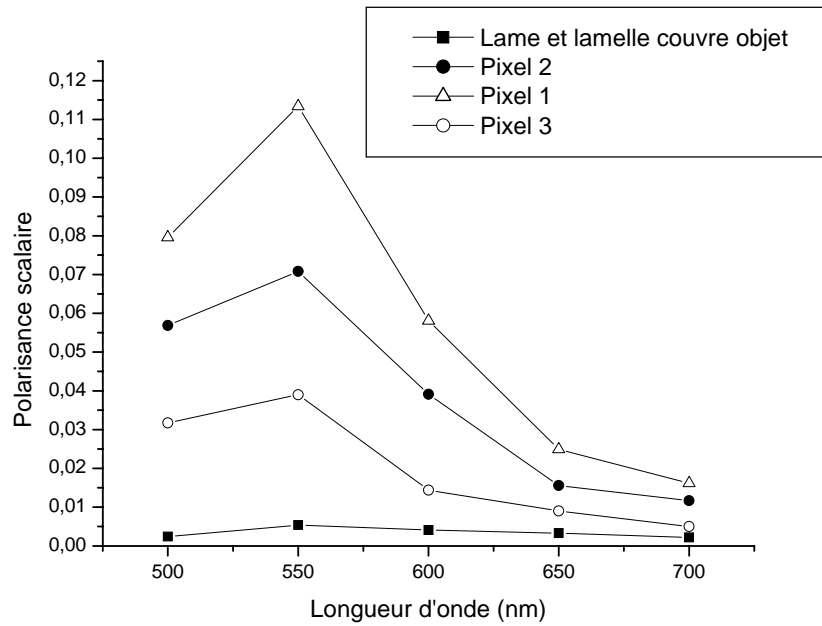
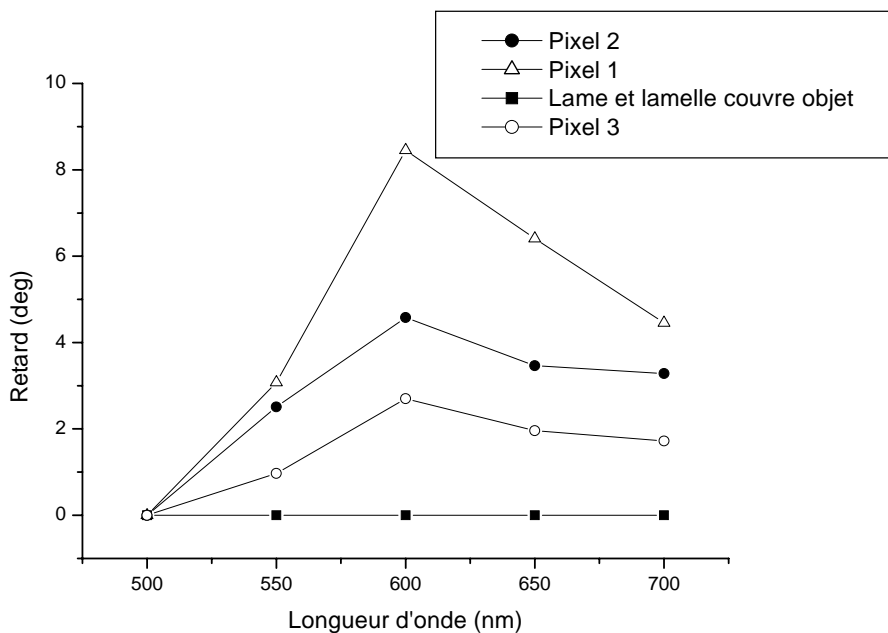


Figure 4.37 : Dichroïsme scalaire en fonction de la longueur d'onde pour les quatre pixels désignés sur la Figure 4.36.



**Figure 4.38 :** Polarisation scalaire en fonction de la longueur d'onde pour les quatre pixels désignés sur la Figure 4.36.

Le retard scalaire (Figure 4.39) atteint un maximum à 600 nm et est très faible à 500 nm. Ainsi, à 500 nm, le contraste observé en microscopie polarisée est dû au dichroïsme et non pas à la biréfringence de l'échantillon. Par contre, pour les autres longueurs d'onde considérées, nous observons simultanément ces deux effets.

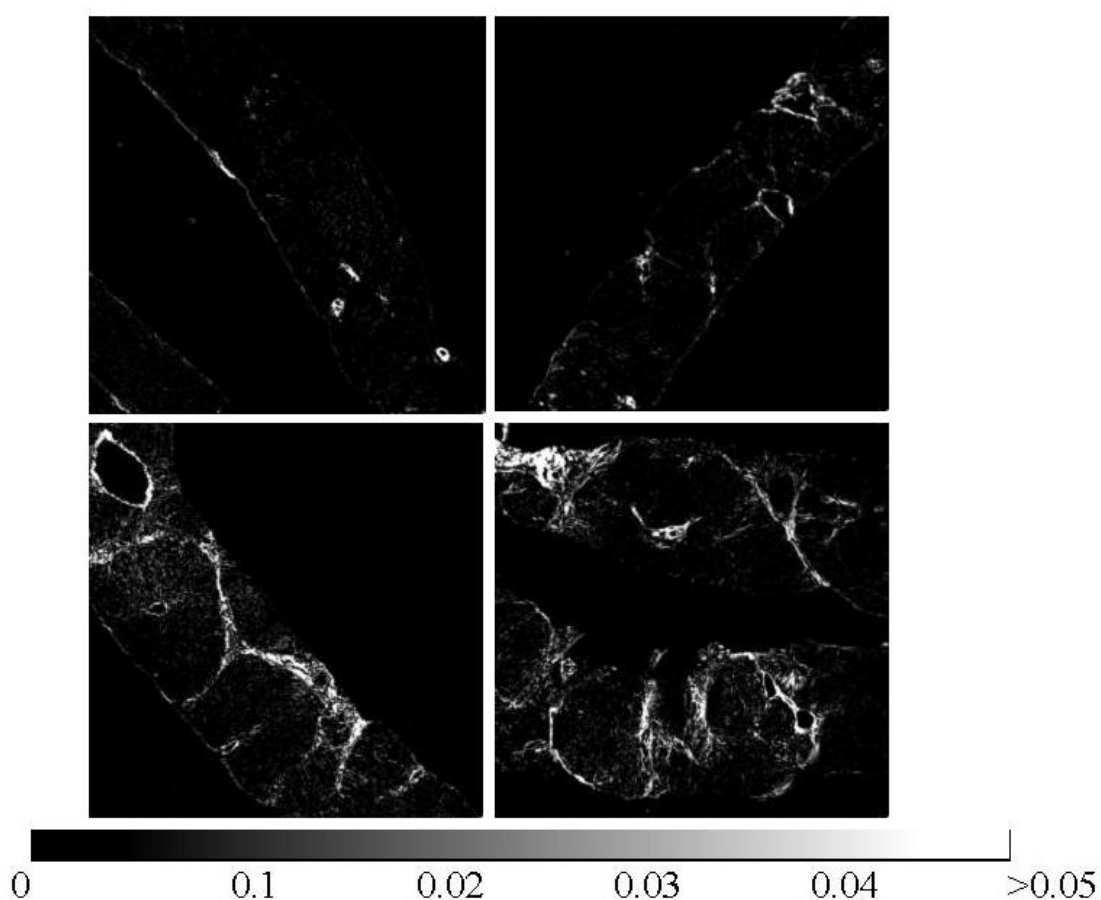


**Figure 4.39 :** Retard scalaire en fonction de la longueur d'onde.

### 4.1.3 Comparaisons des différents stades de la maladie

Nous avons aussi étudié des coupes histologiques de quatre autres patients souffrant de fibrose de type F1, F2, F3 et F4. Sur la Figure 4.40, on a représenté le dichroïsme scalaire mesuré à 550 nm (l'étude précédente ayant démontré qu'à cette longueur d'onde celui-ci est maximal). Les différents stades de la maladie y sont facilement identifiables.

*Remarque : sur l'image en bas à droite, il y a deux coupes histologiques sur la lame.*



**Figure 4.40 :** Images en dichroïsme scalaire de différents stades de la maladie.

*En haut, à gauche : F1. En haut, à droite : F2 ; En bas, à gauche : F3 ; En bas, à droite : F4.*

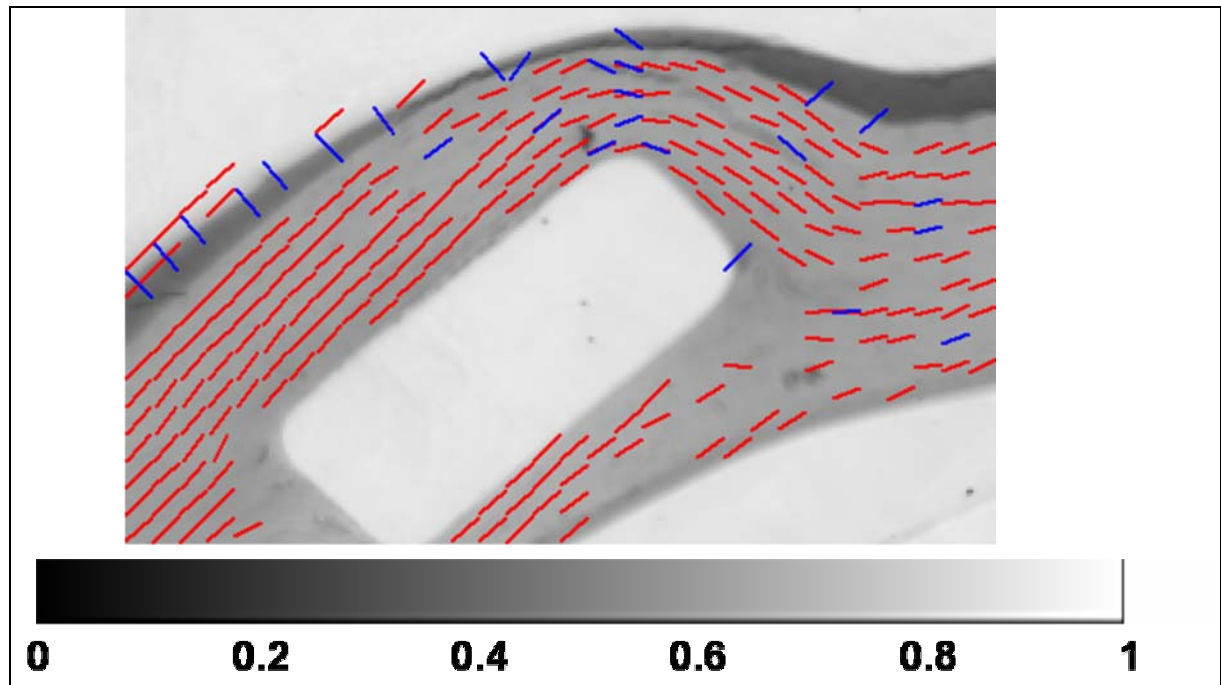
*Longueur d'onde : 550 nm ; Champ de vue : 4 x 4 mm<sup>2</sup>.*

Nous venons d'étudier des coupes histologiques colorées au rouge picosirius de patients souffrant de fibrose du foie. Nous avons vu que l'imagerie polarimétrique pouvait être un outil intéressant pour l'étude de cette pathologie, puisqu'elle peut fournir des mesures

quantitatives du dichroïsme et du retard mais aussi leurs orientations. Nous nous sommes aussi intéressés à d'autres types d'échantillons dont les résultats vont être à présent présentés.

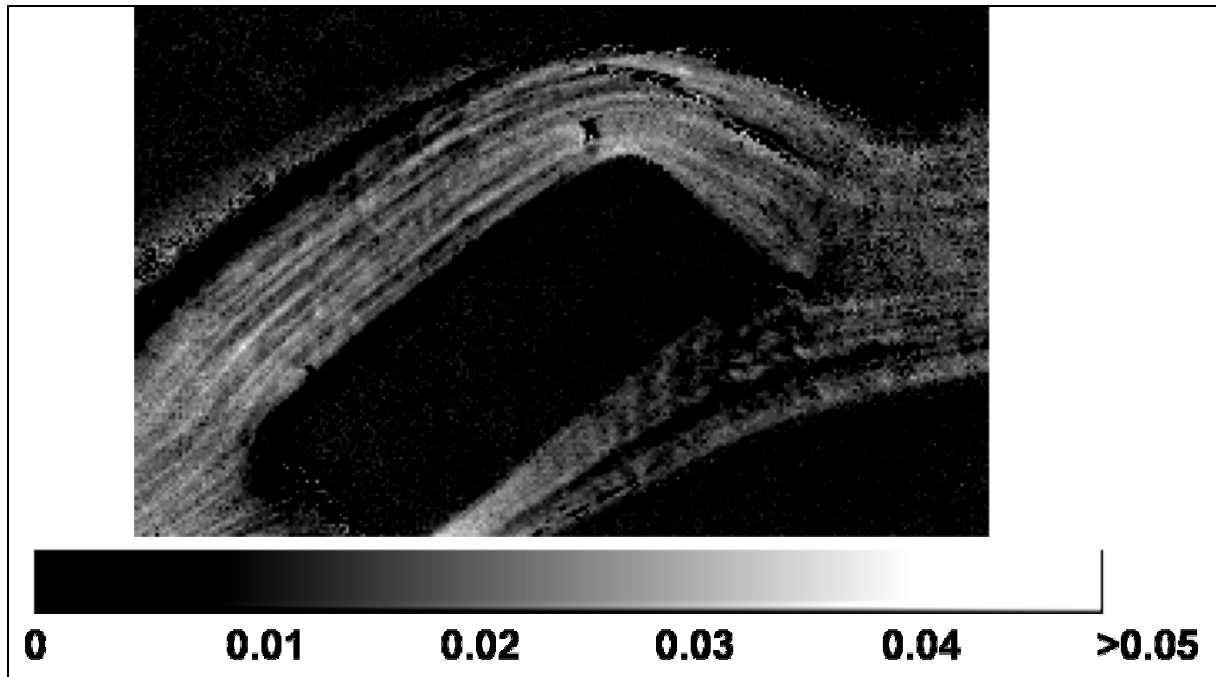
## 4.2 Cornée de lapin

La cornée de lapin considérée est la même que celle utilisée avec l'OCT (Chapitre I, Paragraphe 9.2). La Figure 4.41 représente le coefficient  $m_{11}$  mesuré à 650 nm auquel on a superposé les axes rapide (traits rouges) et du dichroïsme (traits bleus). Ces derniers n'ayant été représentés que lorsque les valeurs scalaires correspondantes étaient supérieures au bruit. Le centre de l'image est constitué de l'implant organique ; la zone supérieure, plus sombre est l'épithélium stratifié. Enfin, la zone gris clair est le stroma. Nous soulignons le fait que cet échantillon n'a pas été coloré au rouge picrosirius, qu'il est pris dans une résine transparente puis collé entre lame et lamelle. Alors que l'on ne distingue sur cette image aucune structure apparente au sein du stroma, l'orientation de l'axe rapide semble suivre joliment l'orientation des fibres de collagène. Il est difficile de conclure quant à l'orientation du dichroïsme tant sa valeur scalaire est faible (peu de points ont été représentés), cet échantillon présentant surtout de la biréfringence.



**Figure 4.41 :** Coefficient  $m_{11}$  et orientation de l'axe rapide (traits rouges) et du dichroïsme (traits bleus) pour une cornée de lapin prise dans la résine et collée entre lame et lamelle. Les orientations n'ont été représentées que lorsque les valeurs scalaires du dichroïsme et du déphasage sont supérieures au bruit. Longueur d'onde : 650 nm. Champ de vue 1 x 0.6 mm<sup>2</sup>.

La Figure 4.42 représente le retard linéaire pour ce même échantillon. L'implant organique et la résine n'ont pas de réponse polarimétrique. Même si les valeurs mesurées restent faibles, nous constatons sur cette image que la structure des fibres de collagène apparaît (à comparer avec l'image 1.18 obtenue avec l'OCT), ce qui est impossible de voir sur l'image en transmission.



*Figure 4.42 : Image en retard linéaire (échelle en rad) de la même cornée de lapin.*

*Champ de vue : 1 x 0.6 mm<sup>2</sup>*

### 4.3 Artère de rat

Les parois des artères sont constituées de trois tuniques qui, de l'intérieur vers l'extérieur sont : l'*intima*, la *media* et l'*adventice* (Figure 4.43).

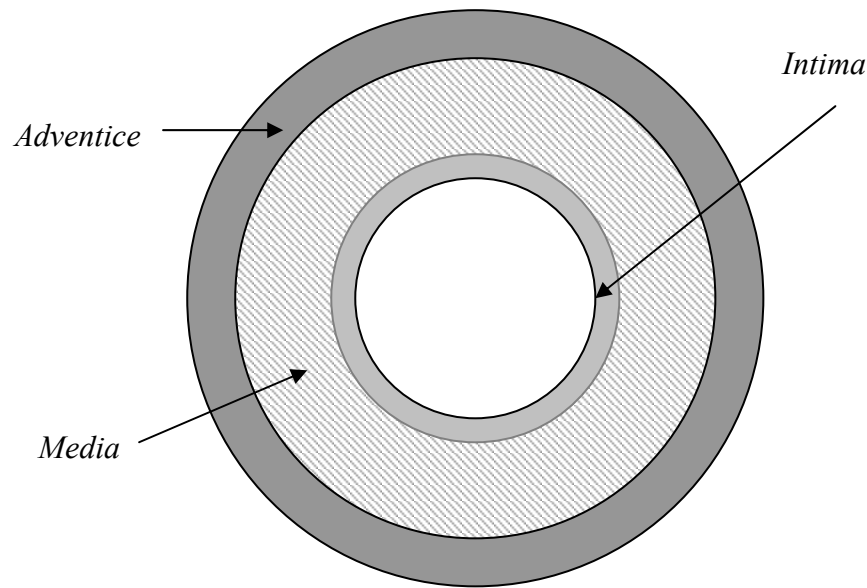


Figure 4.43 : Coupe transversale d'une artère

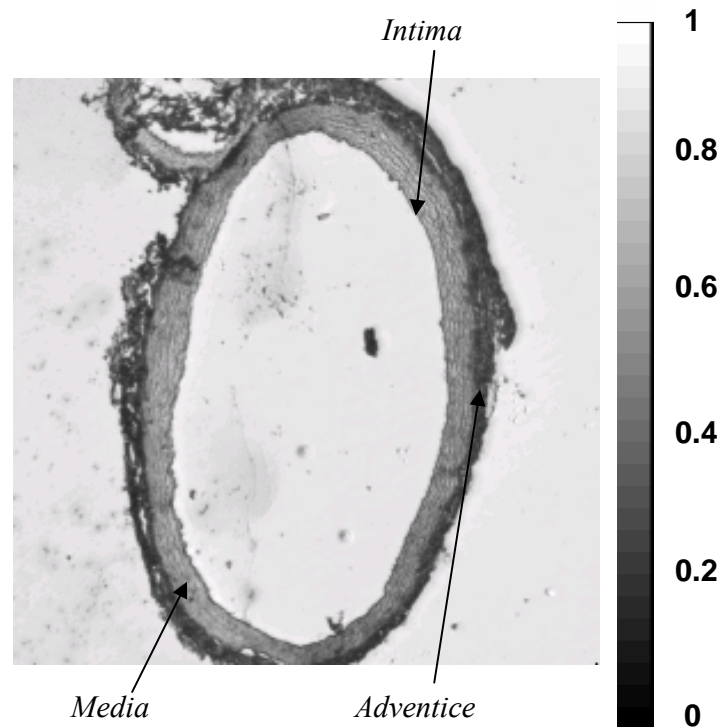
- L'*intima* est la tunique la plus interne et la plus fine. Elle est constituée d'un endothélium, d'une couche de tissu conjonctif fibro-élastique et d'une lame de fibre élastique constituée d'élastine (limitante élastique interne). La couche de tissu conjonctif contient des fibres de collagène, quelques fibres élastiques, des fibres musculaires lisses et des fibroblastes.
- La *media* est le constituant principal de l'artère. Elle est constituée de cellules musculaires lisses, entourées d'une matrice extracellulaire constituée de protéines fibreuses et élastiques (collagène et élastine) et de muco-polysaccharides. Dans les vaisseaux de fort calibre, une lame d'élastine, appelée limitante élastique externe, sépare la media de l'adventice.
- L'*adventice* est constituée d'un tissu conjonctif peu organisé, riche en collagène et en fibres élastiques, et contenant des fibroblastes et des adipocytes, ainsi que d'une enveloppe qui assure l'ancrage des artères aux structures avoisinantes.

Nous nous sommes intéressés à une coupe histologique d'artère de rat qui a été colorée spécifiquement pour le collagène III. Les mesures ont été effectuées à 650 nm.

Sur la Figure 4.44, nous avons représenté le coefficient  $m_{11}$  en faisant apparaître les trois tuniques intima, media et adventice définies précédemment. Nous remarquons que l'intima



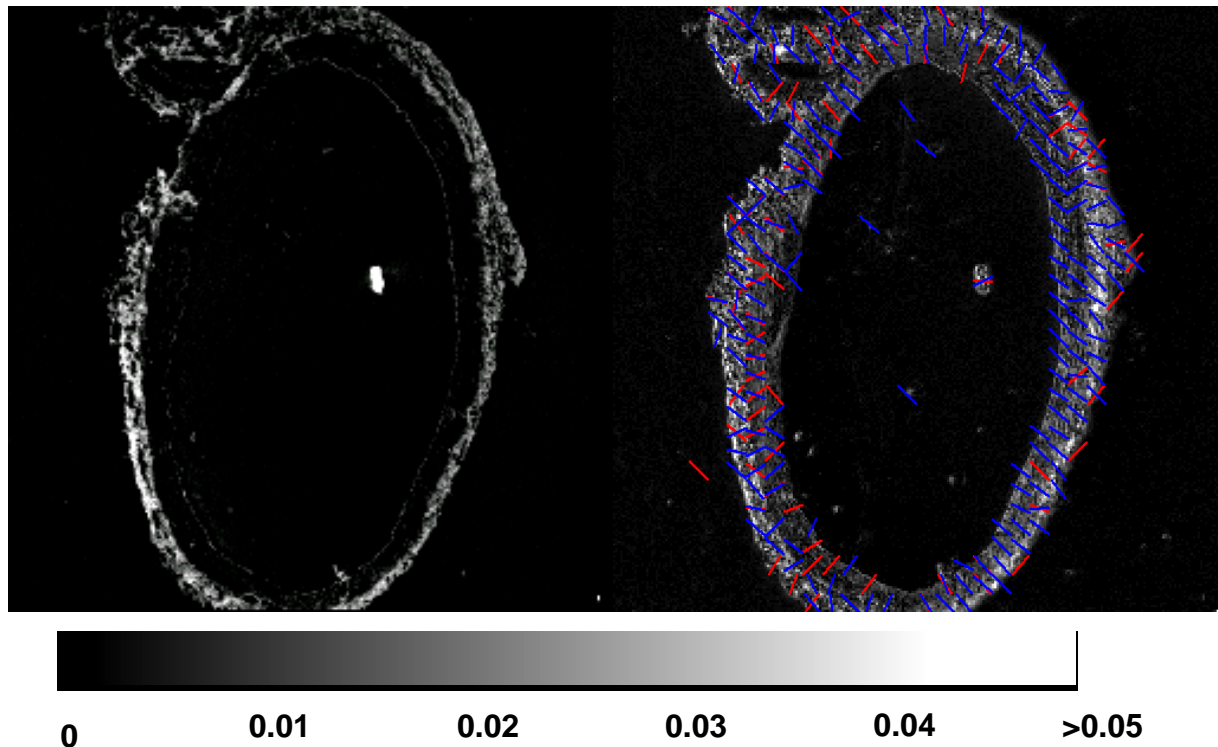
est très fine. La transmission est typiquement de l'ordre de 50 % pour la media et de 15 % pour l'adventice.



**Figure 4.44 :** Coefficient  $m_{11}$  pour une coupe histologique d'artère de rat. Les zones correspondantes à l'intima, la media et l'adventice sont repérées. Longueur d'onde : 650 nm.  
Champ de vue : 1x1 mm<sup>2</sup>

Malgré une absorption assez importante, le pouvoir de dépolarisation est quasiment nul dans la media et reste assez faible dans l'adventice et l'intima (Figure 4.45 de gauche). Nous avons représenté sur la Figure 4.45 de droite le dichroïsme scalaire auquel nous avons superposé les axes rapide (rouge) et du dichroïsme (bleu). L'axe du dichroïsme est essentiellement radial dans la partie basse de l'image et devient pratiquement tangentiel dans la partie supérieure droite, lorsque la media apparaît plus épaisse.

Même si nous ne connaissons pas complètement l'origine de ces contrastes, ces images prouvent l'intérêt de l'imagerie polarimétrique, avec un colorant spécifique, autre que le rouge picrosirius.



*Figure 4.45 : Pouvoir de dépolarisation (gauche) et dichroïsme scalaire (droite) pour le même échantillon que sur la figure 4.44. Sur la figure de droite, les axes rapide (rouge) et du dichroïsme (bleu) ont été représentés.*

## 5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les différentes configurations rencontrées en imagerie polarimétrique ainsi que l'état de l'art dans chaque domaine.

Nous avons présenté des images en degré de polarisation linéaire sur des cols de l'utérus *ex vivo*. Les résultats préliminaires obtenus confirment l'intérêt de ce type d'imagerie pour la détection de dysplasie sur l'exocol de l'utérus. Il reste cependant à effectuer une statistique sur un plus grand nombre d'échantillons pour valider définitivement ces premiers résultats ainsi qu'un important développement instrumental avant d'obtenir un appareil utile au médecin pratiquant la colposcopie.

D'autre part, le polarimètre de Mueller imageur à cristaux liquides, développé au sein du laboratoire, a été caractérisé, et des exemples d'utilisation sur des coupes histologiques ont fait la démonstration de l'intérêt dans le domaine biomédical de ce type d'instrument.

## Bibliographie

1. W.A. Shurcliff, *Polarized light Production and use* (Harvard University Press, Cambridge, Massachussets, 1962)
2. S.B. Philips, N. Kollias, R. Gillies, J.A. Muccini et L.A. Drake, « Polarized light photography enhances visualization of inflammatory lesions of acne vulgaris », *J Am Acad Dermatol* **37** (6), 948-952, 1997
3. F. Goudail, P. Réfrégier, “Statistical algorithms for target detection in coherent active polarimetric images”, *J. Opt. Soc. Am. A* **18** (12), 2001
4. C. Titin-Schnaider, “Radar polarimetry for vegetation observation”, CEOS, 1999
5. S.L. Jacques, K. Lee et J. Roman, « Scattering of polarized light by biological tissues », *Proc. SPIE* **4001**, 14-28, 2000
6. P. Clémenceau et P. Breugnot, “Modeling of a polarization active imager at  $\lambda = 806$  nm”, *Optical engineering* **39** (10), 2681-2688, 2000
7. H. Clifford, “Birefringence imaging reveals cell components”, *Biophotonics international* 21-22, Sept/Oct 1996
8. P. Terrier et V. Devlaminck, “Système polarimétrique pour l’analyse d’images”, *Traitement du signal* **17** (n° 5/6), 479-490, 2000
9. J.L. Pezzaniti, R.A. Chipman, « Mueller matrix imaging polarimetry », *Optical engineering* **34** (6), 1558-1568, 1995
10. S. Lu and R. A. Chipman ,” Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition”, *J. Opt. Soc. Am. A.* **13** (5), 1106-1113, 1996
11. P-Y. Gerligand, M.H. Smith et R.A. Chipman, “Polarimetric images of a cone”, *Optics express* **4** (10), 1999
12. M. H. Smith, P. Burke, A. Lompado, E. Tanner et L. W. Hillman, “Mueller matrix imaging polarimetry in dermatology”, *Proc. SPIE* **3911**, 210-216, 2000
13. J.M. Bueno and P. Artal, “Double pass imaging polarimetry in the human eye”, *Opt.Lett.* **24**, 64-66,1999
14. J.S. Baba, J. Chung, A.H. DeLaughter, B.D. Cameron and G.L. Coté, “Development and calibration of an automated Mueller matrix polarization imaging system”, *J. Biomed. Opt.* **7**(3), 341-349, 2002

15. A. Agrawal, U. Utzinger, C. Brookner, C. Pitrus, M.F. Mitchell et R. Richards-Kortum, “Fluorescence spectroscopy of the cervix: influence of acetic acid, cervical mucus and vaginal medications”, *Lasers in surgery and medicine* **25**, 237-249, 1999
16. H. Hinselman, W.E. Crisp, B.L. Craine “Colposcopy in diagnosis of cervical lesions”, *Am. J. Obstet. Gynaecol.* **162**, 1491-1495, 1925
17. J.F. de Boer, T. E. Milner, M.J.C. Van Gemert, J. S. Nelson, “Two-dimensional birefringence imaging in biological tissue by polarization-sensitive optical coherence tomography”, *Opt. Lett.* **22**, 934-936, 1997



## Conclusion et perspectives

Nous avons présenté un système de tomographie optique fonctionnant en lumière blanche, avec un interféromètre de Linnik. Ce système est simple et peu onéreux. Le fonctionnement de l'instrument (réglage, formation des franges d'interférences, extraction de l'enveloppe et de la phase de l'intensité) a été largement développé. La résolution tomographique, de l'ordre de  $1,2 \mu\text{m}$  dans l'air (et  $0,7 \mu\text{m}$  après la traversée d'une lamelle de verre) est comparable aux meilleures valeurs publiées par ailleurs. Les capacités de l'instrument ont été illustrées par la présentation d'images tomographiques telles que des cellules épithéliales de l'intérieur de la joue, une cornée de lapin prise dans la résine et une lamelle d'échalote.

D'autre part, nous avons présenté le fonctionnement et la caractérisation du polarimètre de Mueller à cristaux liquides nématiques, en transmission, développé au sein du laboratoire. La méthode d'optimisation des conditionnements des matrices de modulation **A** et **W** nous a permis d'obtenir la configuration instrumentale minimisant la propagation des erreurs de mesure. Les conditionnements obtenus expérimentalement (voisins de 0,5) sont proches de leur limite théorique (0,577).

Nous avons détaillé la méthode d'étalonnage ECM proposée par Eric Compain. Celle-ci présente de nombreux avantages, en particulier l'absence de modélisation de l'instrument. De plus, il est inutile de disposer de systèmes de positionnement précis ni d'éléments optiques spécifiques.

Les mesures sont rapides (environ 1 s avec une photodiode et 4 s pour acquérir une image) et précises (erreurs inférieures à 0,5 % (non imageur) et 1,5 % (imageur) sur la mesure des éléments de la matrice de Mueller d'un polariseur dichroïque). La stabilité temporelle de la mesure permet d'étalonner le polarimètre quotidiennement.

Dans le domaine de l'imagerie polarimétrique de Mueller, nous nous sommes intéressés à des échantillons d'intérêt médical, tels que des coupes histologiques de foie, de cornée de lapin ou d'artère de rat, pour différentes longueurs d'onde et différents grossissements. Nous avons représenté les valeurs scalaires (dichroïsme, retard...) ainsi que leurs axes.

Nous avons aussi présenté des résultats préliminaires d'images en degré de polarisation sur le col de l'utérus *ex vivo*. Ces premiers résultats confirment l'intérêt de l'imagerie polarimétrique pour la détection de la dysplasie sur l'exocol (zones de DOP plus élevé que les zones saines).

A l'issue de cette thèse, les perspectives sont nombreuses. Nous souhaitons adapter notre système polarimétrique de Mueller en transmission sur un microscope commercial, et adapter un polarimètre imageur de Mueller en réflexion sur un colposcope (pour analyser *in vivo* le col de l'utérus).

Une analyse statistique de lames histologiques de patients souffrant de fibrose du foie, à l'aide du polarimètre imageur en transmission, est en cours. Nous aimerions savoir si une distinction est possible entre les personnes développant plus ou moins rapidement la fibrose.

A plus long terme, nous aimerions modéliser le comportement des zones saines et des zones dysplasiques pour comprendre d'où proviennent les contrastes observés sur les images polarimétriques. De plus, nous souhaitons diversifier le domaine d'utilisation du polarimètre imageur de Mueller pour l'analyse de réseaux de diffraction, de surfaces rugueuses, etc.

## ANNEXE 1 : Notations

### 1. Matrice identité $\mathbf{Id}$

On appelle *matrice identité*  $\mathbf{Id}$  d'ordre  $n$  la matrice carrée d'ordre  $n$  ayant des 1 sur la diagonale et des 0 partout ailleurs.

### 2. Produit matriciel

Le *produit* des matrices  $\mathbf{A}(n \times p)$  et  $\mathbf{B}(p \times m)$  est défini seulement si  $p = q$  par :

$$(\mathbf{AB})_{ij} = \sum_{k \in \{1, 2, \dots, p=q\}} a_{ik} b_{kj}$$

Il est *associatif*  $(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC}) = \mathbf{ABC}$  mais non *commutatif*  $\mathbf{BA} \neq \mathbf{AB}$ .

### 3. Transposée d'une matrice

La *transposée* d'une matrice  $\mathbf{A}$  notée  $\mathbf{A}^T$  est définie par :

$$(\mathbf{A}^T)_{ij} = a_{ji}$$

Propriété :  $(\mathbf{A B})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$

### 4. Matrice adjointe

La *matrice adjointe* de  $\mathbf{A}$  notée  $\mathbf{adjA}$  est la complexe conjuguée de la transposée :

$$(\mathbf{adjA})_{ij} = \overline{a_{ji}}$$



## 5. Matrice inverse

Si le déterminant de la matrice  $\mathbf{A}$  est non nul, il existe une *matrice inverse* notée  $\mathbf{A}^{-1}$  égale à :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T / \text{Det}(\mathbf{A})$$

Dans le cas contraire la matrice  $\mathbf{A}$  est dite *singulière*.

## 6. Matrice unitaire

Une matrice est dite *unitaire* si sa matrice adjointe est égale à sa matrice inverse :

$$\text{adj}\mathbf{A} = \mathbf{A}^{-1}$$

Son déterminant vaut 1.

Les matrices unitaires représentent des applications linéaires qui préservent la norme des vecteurs (isométrie).

## 7. Matrices orthogonale et symétrique

Une matrice  $\mathbf{A}$  est dite *orthogonale* si sa matrice inverse est égale à sa transposée :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$$

Une matrice  $\mathbf{A}$  est dite *symétrique* si elle est égale à sa transposée :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$$

## 8. Valeurs singulières et conditionnement

Les *valeurs singulières* d'une matrice  $\mathbf{H}$  sont les racines carrées des valeurs propres de  $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ .

Les valeurs propres de cette matrice sont liées aux directions invariantes par la transformation  $\mathbf{H}$  tandis que les valeurs singulières contiennent l'information « métrique » sur cette transformation.

Le *conditionnement* d'une matrice  $\mathbf{H}$ ,  $C(\mathbf{H})$ , est défini comme la valeur absolue du rapport de la plus petite et de la plus grande de ses valeurs singulières. Il mesure la sensibilité de la matrice  $\mathbf{H}^{-1}$  aux changements de la matrice  $\mathbf{H}$ .

**Remarques :** la valeur du conditionnement  $C$  est compris entre 0 et 1. Le conditionnement s'annule pour une matrice singulière. Un conditionnement idéal, égal à 1, permet une transmission de l'information sans augmenter le niveau d'erreur. Cela sera réalisé pour une matrice unitaire.

### 9. Symboles de Kronecker et de Levi-Civita :

*Symbole de Kronecker* :  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et 0 sinon.

*Symbole de permutation de Levi-Civita* :  $\varepsilon_{ijk} = 1$  pour  $(ijk) = (123, 231, 312)$   
= -1 pour  $(ijk) = (132, 213, 321)$   
= 0 pour  $i = j$  ou  $j = k$  ou  $k = i$



## **ANNEXE 2 : Liste des publications liées à cette thèse**

### **Avec comité de lecture :**

- Blandine Laude, Antonello De Martino, Bernard Drévillon, Laurence Benattar, Laurent Schwartz, “*Full-Field Optical Coherence Tomography with Thermal Light*”, Applied Optics-OT, Volume **41**, Issue 31, 6637-6645 (2002)
- Antonello De Martino, Yong-Ki Kim, Enric Garcia-Caurel, Blandine Laude, Bernard Drévillon, “*Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals*”, Optics Letters, Volume **28**, Issue 8, 616-618 (2003)
- Antonello De Martino, Enric Garcia-Caurel, Blandine Laude, Bernard Drévillon  
« *General methods for optimized design and calibration of Mueller polarimeters* », Proceedings ICSE-3, Vienne, 6-11 juillet 2003, à paraître dans *Thin Solid Films*
- Blandine Laude-Boulesteix, Antonello De Martino, Bernard Drévillon, Laurent Schwartz  
« *A Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals* », Applied Optics, Volume **43**, Issue 14 (2004)

### **Conférence invitée:**

- Antonello De Martino, Enric Garcia-Caurel, Blandine Laude, Bernard Drévillon  
« *General methods for optimized design and calibration of Mueller polarimeters* », Proceedings ICSE-3, Vienne, 6-11 juillet 2003

### **Conférence sans comité de lecture:**

- Blandine Laude, Antonello De Martino, Bernard Drévillon, Laurence Benattar, Laurent Schwartz, « *Three-dimensional microscopy through white light interferometry* » “International Conference on Biomedical Optics”, San Jose (Etats-Unis), 19-25 janvier 2002, Proc. SPIE, **4621-1**

- Blandine Laude, Antonello De Martino, Gilles Le Naour, Catherine Genestie, André Nazac, Steve Guyot, Bernard Clairac, Enric Garcia-Caurel, Bernard Dré villon, Laurent Schwartz

« *A Mueller polarimetric imaging system for biomedical applications* »

Conférence SPIE “European Conference on Biomedical Optics”, Munich (Allemagne)  
22-25 juin 2003, Proc SPIE, **5413-18**

- Blandine Laude, Antonello De Martino, Gilles Le Naour, Catherine Genestie, Bernard Dré villon, Laurent Schwartz

« *Système polarimétrique imageur de Mueller en vue d’applications biomédicales* »

Horizons de l’Optique 2003, 3-5 septembre 2003

- Blandine Laude-Boulesteix, Antonello De Martino, Gilles Le Naour, Catherine Genestie, Enric Garcia Caurel, Bernard Dré villon, Laurent Schwartz

« *A Mueller polarimetric imaging system based on liquid crystals modulators* »

Conférence EOS “Advanced Imaging techniques”, Delft (Hollande), Octobre 2003.

- Blandine Laude-Boulesteix, André Nazac, Gilles Le Naour, Catherine Genestie, Laurent Schwartz, Bernard Dré villon, Antonello De Martino

« *Polarized images of the cervix* »

Conférence SPIE “International Conference on Biomedical Optics”, San Jose (Etats-Unis),  
Janvier 2004.

- Blandine Laude-Boulesteix, Antonello De Martino, Gilles Le Naour, Catherine Genestie, Laurent Schwartz, Enric Garcia Caurel, Bernard Dré villon

« *Mueller polarimetric microscopy* »

Conférence SPIE “International Conference on Biomedical Optics”, San Jose (Etats-Unis),  
Janvier 2004.

## Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au laboratoire de physique des interfaces et des couches minces de l'École polytechnique, de septembre 2001 à Juin 2004, sous la direction d'*Antonello De Martino*. Son suivi au quotidien des difficultés expérimentales et théoriques rencontrées, ainsi que la confiance inébranlable qu'il m'a portée, m'ont permis de rester sereine durant ces trois années. *Laurent Schwartz*, dont j'ai vivement apprécié l'humour et la gentillesse, a été mon guide à travers le milieu hospitalier et l'univers de la médecine. *Yong-Ki Kim*, venu de Corée pour une année, a mis au point une première version du programme d'acquisition du polarimètre non imageur dont j'ai pu me servir pour la suite. *David Carrara*, présent au laboratoire lors de ma première année de thèse, m'a accordé une aide précieuse en informatique.

Je remercie aussi le directeur du laboratoire, *Bernard Drévilion*, sans qui je n'aurais pas eu les moyens d'effectuer cette thèse, ainsi que toutes les autres personnes de l'équipe polarimétrie du laboratoire avec qui les échanges ont été fructueux: *Enric Garcia-Caurel*, *Razvigor Ossikovski*, *Sami Ben Hatit*, *Tatiana Novikova*, *Quang Nguyen*, *Soo Jung Choi* et *Jérémie Dreyfuss*.

J'ai eu la chance durant ce travail de thèse de rencontrer un grand nombre de personnes du milieu hospitalier. Cela a été pour moi un réel enrichissement personnel. Je remercie tout particulièrement *André Nazac* dont la motivation et la disponibilité ont été les moteurs de la collaboration sur le col de l'utérus. Je remercie aussi *Catherine Genestie*, *Gilles Le Naour* ainsi que tout le personnel du service d'anatomopathologie de l'Hôpital de la Pitié-Salpêtrière.

Ce travail n'aurait pas pu se faire sans le docteur *Buu Hoi* du service de gynécologie de l'hôpital de la Pitié-Salpêtrière, le docteur *Bernard Huynh* ainsi que tous les membres de la clinique Hartmann à Neuilly. Je remercie aussi tout le service d'anatomopathologie de l'Hôpital de l'Hôtel-Dieu et particulièrement *Thierry Molina* avec qui nous avons collaboré pour l'OCT. *Michèle Savoldelli* et *Francois Dhermis* du service d'ophtalmologie de l'Hôtel-Dieu nous ont été d'une aide précieuse pour l'étude de la cornée de lapin.

Je n'oublie pas tous les membres de l'équipe d'instrumentation mécanique du PICM: *Dominique Clément, Cyril Jadaud, Eléonore Caristan et Jean-Luc Moncel*, ainsi que tous les membres de l'équipe d'électronique : *Frédéric Liège, Gary Rose et Jean-Yves Parey*, dont j'ai pu apprécié tant les qualités humaines que professionnelles.

Je remercie encore :

- Les membres du secrétariat pour leur gentillesse et leur disponibilité : *Marie-Jo Surmont, Liliane Prisca-Morano, Laurence Corbel, Chantal Geneste et Josiane Mabred*.
- Toutes les personnes que j'ai rencontrées au PICM avec lesquelles j'ai passé de très bons moments (en espérant n'avoir oublié personne) :  
*George Adamopoulos, Eid Al Qahtani, Bandar Al Shehri, François Anceau, Céline Bernon, Régis Bisson, Yvan Bonnassieux, Jean-Eric Bourée, Quentin Brulin, Van Diep Bui, Pavel Bulkin, Nihed Chaâbane, Marc Châtelet, Costel-Sorin Cococar, Mandoli Corrado, Dominique Conne, Dmitri Daineka, Jérôme Damon-Lacoste, Thien Hai Dao, Yassine Djeridane, Bernard Equer, Nicolas Forget, Anna Fontcuberta, Grégory Girard, Christian Godet, Bicher Haj Ibrahim, Alfred Hofrichter, Fatiha Kail (merci pour le thé à la menthe !), Bilel Kalache, Bernard Kaplan, Samir Kasouit, Takashi Katsuno, Dohyung Kim, Razvan Negru, Jean-Marie Padovani, Laurent Philippe, Didier Privat, Riu Rao, Pere Roca, Ouafa Saadane, Veinardi Suendo, Svetoslav Tchakarov, Holger Vach, Régis Vanderhagen, Shenghong Yang.*
- Les nombreux stagiaires de DEA, Licence, Maîtrise, IUT, Lycée, Ecole d'ingénieur venus rejoindre le PICM pour quelques jours, quelques semaines ou quelques mois.
- Tous mes amis et les membres de ma famille...
- Les membres du jury : *Philippe Réfrégier, Jack Cariou, Alain Brun, Bernard Clairac, Jihad Zallat et Ramdane Benferhat*.
- Edward Sanders et Hendrik Schlesing pour leur soutien financier à ce travail de thèse.