

Thèse de Doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

présentée par

Thierry YALAMAS

en vue de l'obtention du Titre de

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Spécialité :

Structures et matériaux

Sujet de la thèse :

**GÉOMÉCANIQUE DE LA PRODUCTION
FROIDE DES HUILES LOURDES**

Directeur de thèse: M. Luc Dormieux

JURY

M. Pierre-Yves HICHER
M. Pierre FORAY
M. Jian-Fu SHAO
M. Denis GARNIER
Mme. Elisabeth BEMER

, Président
, Rapporteur
, Rapporteur
, Examineur
, Examineur

Plan de thèse

Remerciements	5
Introduction	7
I. Production froide des huiles lourdes et venues de sable	9
1. Méthodes "conventionnelles" de production des huiles lourdes.....	9
2. Production froide des huiles lourdes.....	10
3. Le cas des huiles conventionnelles	14
II. Spécificités du couplage poromécanique pour les huiles lourdes	17
1. Interprétation de la loi de Darcy à l'échelle microscopique	17
2. Fluides en loi puissance	19
3. Fluide de Bingham.....	22
4. Caractérisation d'une huile canadienne.....	31
III. Etude du comportement d'un slurry	33
1. Caractérisation expérimentale d'un slurry	33
2. Lien entre la quantité de sable et la viscosité.....	36
IV. Etude expérimentale des mécanismes de production de sable	39
1. Etude expérimentale des mécanismes d'érosion. Etat de l'art.....	39
2. Description de l'essai "wormhole" (IFP).....	46
3. Essais préliminaires.....	52
4. Résultats	56
V. Modélisation des mécanismes de production de sable	67
1. Modélisation des mécanismes d'érosion. Etat de l'art.....	67
2. Algorithme prédictif de la progression de l'érosion d'un massif sableux...	75
3. Etude du cas 1D	77
4. Passage au 2D	95
Conclusions et perspectives	111
Bibliographie	113

Remerciements

Je tiens en tout premier lieu à remercier Luc Dormieux qui a dirigé cette thèse. Bien qu'étant à l'ENPC alors que j'étais à l'IFP, il a toujours su se rendre disponible lorsque c'était nécessaire. J'ai profité tout au long de mes 3 années de thèse de sa vivacité intellectuelle, de sa très grande rigueur scientifique mais aussi de ses grandes qualités humaines, que rêver de mieux ? Toujours à l'ENPC, je tiens également à remercier tout particulièrement Denis Garnier pour son soutien, sa bonne humeur et ses très bons conseils sans lesquels je ne pense pas que le code de calcul aurait vu le jour... Merci également à Patrick DeBuhan, Samir Maghous, Jean-François Barthélémy et toute l'équipe de l'ENPC...

De même, j'ai eu la chance d'être guidé au jour le jour à l'Institut Français du Pétrole, par Elisabeth Bemer, promoteur de thèse, et Jean-François Nauroy. Elisabeth a fortement contribué à la réussite de cette thèse par son dynamisme et sa grande rigueur. Quant à Jean-François, en plus d'avoir permis l'existence de cette thèse par la conception initiale de la cellule d'essais, il m'a fait profité tout au long de ces 3 années de sa grande expérience d'expérimentateur. Mais c'est avant tout pour leur bonne humeur de tous les instants, pour leurs encouragements et pour la confiance qu'ils m'ont accordée que je tiens à les remercier ! J'en profite pour remercier également Isabelle Hénaut, Mathieu Olivaud et tous les collègues des Noisetiers grâce auxquels l'ambiance de travail était très agréable.

Je tiens bien entendu à remercier Mr Pierre-Yves Hicher pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. De même, je tiens à remercier Mr Pierre Foray et Mr Jian-Fu Shao, pour avoir pris le temps d'étudier mon travail de thèse malgré les délais rendus brefs par mon départ en Australie, ainsi que pour la pertinence des remarques contenues dans leurs rapports respectifs qui ont permis d'améliorer sensiblement la qualité du document final.

La qualité et la quantité des résultats expérimentaux sont le fruit d'un travail d'équipe à l'IFP... J'ai profité, dans un premier temps du grand dévouement de Michel Szwarcbart, qui jusque dans les derniers jours avant sa retraite n'hésitait pas à déménager la cellule d'essai pour l'installer au scanner... Je lui souhaite une heureuse retraite près de Montargis. Puis, Jacques Daligot m'a apporté son sens de l'organisation, son efficacité et un grand sens pratique pour améliorer encore le dispositif d'essais et permettre de faire des essais avec de l'huile sans pour autant se tâcher !! Valérie Poitrineau, bien qu'arrivée récemment au laboratoire a eu le temps de réaliser une série d'essais de caractérisation des sables fortement instructive... Enfin, il me faut également remercier les techniciens du hall des Noisetiers qui ont toujours essayé de répondre rapidement et efficacement lorsque nous avons besoin de leurs connaissances en électronique, informatique, hydraulique...

Une partie importante de ces essais a été réalisé sous scanner, ce qui n'était pas simple compte tenu de la « lourdeur » du dispositif d'essais utilisé... Pourtant, les essais au scanner ont toujours été des moments agréables grâce à l'accueil qui nous était réservé par Corinne Fichen et Camille Schlitter, puis Elisabeth Rosenberg.

Toujours à l'IFP, et même si je ne peux citer tout le monde ici, je tiens à remercier l'ensemble du Département Géomécanique, ses chefs de département successifs, Pascal Longuemare et Frédérique Fournier, mes chefs de projets, Gérard Renard et Yannick Peysson, ainsi qu'Eric Heintze, directeur de la Direction Mécanique Appliquée et tous ceux avec lesquels j'ai travaillé au cours de ces trois années...

Les travaux expérimentaux effectués au cours de cette thèse relevaient d'un partenariat avec Total. Je remercie vivement Philippe Marchina pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de cette thèse, pour les échanges instructifs que nous avons pu avoir lors de ces visites à l'IFP, et pour son soutien amical lors de ma participation au congrès de Bakersfield.

Merci également à ma femme, Claire, pour les encouragements et le soutien qu'elle m'a apporté tout au long de ces 3 années de thèse et plus particulièrement au cours des derniers mois...

Introduction

Les huiles lourdes représentent des réserves considérables, 2,8 fois l'Arabie Saoudite, mais sont difficiles à exploiter du fait de leur très forte viscosité. Les producteurs sont souvent amenés à chauffer l'huile en place pour réduire sa viscosité et faciliter son extraction. Ces méthodes, dites thermiques, étant naturellement coûteuses, certains opérateurs canadiens ont essayé malgré les taux de productivité dérisoires prévus par la loi de Darcy de produire des huiles lourdes par simple dépressurisation du réservoir à l'aide de pompes à cavités progressives permettant les venues conjointes de sable. Ils ont alors eu la surprise d'observer des débits de production d'huile et des taux de récupération nettement supérieurs à ceux qui étaient escomptés.

Les phénomènes d'origine géomécanique associés aux venues de sable, qui permettent contre toute attente une exploitation rentable, étant mal maîtrisés, l'objectif de ce travail de thèse était de les identifier et de proposer les éléments d'une modélisation permettant d'estimer à l'échelle du puits les taux effectifs de production d'huile et de sable et leur évolution dans le temps en fonction des conditions d'exploitation.

Dans un premier temps, je m'attacherai à présenter le contexte économique et industriel qui a poussé les entreprises pétrolières et les laboratoires de recherche comme l'Institut Français du Pétrole à s'intéresser à la production des huiles lourdes bien que celles-ci ne soient pas a priori les plus intéressantes à produire du fait de leur très forte viscosité. Cette partie me permettra également de définir plus précisément ce qu'est la production froide des huiles lourdes. A la fin de ce premier chapitre, nous verrons que la problématique des venues de sable en cours de production n'est pas propre aux huiles lourdes et que les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse sont donc susceptibles d'être transposables à des cas de production d'huiles conventionnelles.

Au cours des deux chapitres suivants, je chercherai à construire les outils théoriques permettant de prendre en compte le cas échéant les spécificités des huiles lourdes.

Plus précisément, je m'interrogerai dans le chapitre II sur la spécificité du couplage poromécanique pour les huiles lourdes.

- Les résultats classiques sur les critères de rupture des milieux poreux saturés et le comportement poroélastique peuvent-ils être utilisés lorsque le fluide interstitiel n'a pas un comportement newtonien ?
- La viscosité du fluide a-t-elle une influence directe sur l'érosion du réservoir, et donc sur la production de sable, sous l'effet de l'écoulement de l'huile dans le réservoir ?

Le mélange d'huile et de sable, appelé slurry, ne s'écoule bien entendu pas de la même façon que l'huile pure. Le comportement du slurry devra donc être connu et correctement modélisé si l'on veut construire un modèle réaliste de l'ensemble du réservoir. En partant de la caractérisation expérimentale du comportement d'un slurry pour différentes concentrations de sable, je proposerai au chapitre III une loi permettant de connaître la viscosité du slurry en fonction de la viscosité de l'huile pure et de la concentration en sable dans le slurry.

Après une présentation des travaux expérimentaux réalisés par d'autres chercheurs sur le même sujet, je rendrai compte dans le chapitre IV des résultats obtenus au cours de cette

thèse à l'aide du dispositif expérimental spécialement conçu à l'I.F.P.. Ce dispositif nous a notamment permis de différencier deux schémas d'érosion bien distincts et d'identifier les conditions favorables à l'apparition de l'un ou l'autre de ces deux schémas.

Je présenterai au début du chapitre V les modèles proposés par différents auteurs pour tenter de répondre à la problématique de départ : prédire l'évolution dans le temps des quantités respectives d'huile et de sable produites, en fonction des conditions de production. Puis, en m'appuyant sur l'ensemble des résultats présentés dans les chapitres II, III et IV, je définirai un algorithme de calcul permettant de déterminer l'évolution de la zone érodée au cours du temps et par conséquent l'évolution dans le temps des quantités respectives d'huile et de sable produites.

I. Production froide des huiles lourdes et venues de sable

Les réservoirs d'huiles lourdes présentent un intérêt stratégique important du fait des fortes quantités potentiellement récupérables: on estime que l'exploitation des champs d'huiles lourdes canadiens et vénézuéliens permettrait de récupérer l'équivalent de 2,8 fois les réserves de l'Arabie Saoudite.

Cependant, les huiles lourdes ne représentent à l'heure actuelle que 5 % de la production mondiale. C'est la forte viscosité de ces huiles qui limite pour l'instant leur exploitation. Elles sont en effet très peu mobiles et les débits de production, ainsi que les taux de récupération, prédits par les méthodes usuelles (flux radial de type Darcy et perméabilité mesurée sur une carotte de réservoir) sont très faibles. Cette situation évolue toutefois rapidement car la plupart des majors investissent dans l'exploitation de ces ressources. Le Canada produit plus de 140 000 tonnes d'huile lourde par jour, dont plus de 35 000 tonnes par la compagnie Syncrude, et environ 18 000 tonnes par Exxon Mobil à Cold Lake. La production canadienne d'huile lourde doit passer au cours des prochaines années à plus de 275 000 tonnes par jour. De même le Venezuela produit déjà près de 140 000 tonnes d'huile lourde par jour, et Total y conduit depuis 2002 un projet d'envergure nommé Sincor.

1. Méthodes "conventionnelles" de production des huiles lourdes

Pour produire des huiles lourdes, l'idée générale est toujours de s'affranchir du problème posé par la faible mobilité de l'huile dans la matrice poreuse constituée par la couche réservoir. La première solution, utilisée historiquement dans la production des sables bitumineux canadiens, est l'exploitation en carrières à ciel ouvert. Une autre solution consiste à chauffer l'huile en place afin d'en abaisser la viscosité.

1.1. Carrières à ciel ouvert

Cette méthode présente l'avantage d'être simple et peu coûteuse dans le cas où les réservoirs sont peu profonds, ce qui est le cas au Canada où les réserves d'huiles lourdes sont situées entre la surface et 800 m de profondeur. Un mélange de pétrole et de sable est recueilli immédiatement sous la surface au moyen de camions et de pelles mécaniques. De l'eau tiède est alors ajoutée dans ce mélange afin de séparer le pétrole du sable. A titre d'exemple la mine de Mustag au nord de l'Alberta a produit 1,6 milliards de barils de bitume.

1.2. Méthodes thermiques

Par plus grande profondeur, et pour obtenir un produit de plus grande valeur marchande (i.e. avec moins d'impuretés), tout en s'affranchissant des problèmes liés à la viscosité de l'huile, une solution retenue est de chauffer l'huile en place. Deux techniques sont employées à l'heure actuelle:

- ✓ La méthode dite SAGD (Steam Assisted Gravity Drainage) repose sur deux puits horizontaux situés l'un sous l'autre. Le puits supérieur sert à injecter de la vapeur qui a pour effet de réduire la viscosité de l'huile en place. Celle-ci s'écoule alors sous le simple effet de la gravité vers le puits producteur inférieur.
- ✓ La technique du Huff&Puff consiste quant à elle à effectuer des cycles successifs d'injection de vapeur et de production d'huile dans le même puits.

Ces techniques conduisent à des débits de production satisfaisants, mais restent coûteuses à mettre en œuvre.

2. Production froide des huiles lourdes

Devant le coût élevé des méthodes de récupération thermique des huiles lourdes, certains opérateurs ont essayé de produire ces huiles par simple dépressurisation du réservoir comme dans le cas des huiles conventionnelles. Les débits de production et les taux de récupération se sont révélés nettement supérieurs à ceux qui étaient escomptés. Cet important gain de productivité peut être expliqué par l'effet conjoint de:

- ✓ la formation d'huile moussante (foamy oil, mélange dans une pseudo phase simple d'huiles lourdes contenant une grande fraction de bulles de gaz dispersées);
- ✓ de phénomènes géomécaniques (liquéfaction du sable, création de zones de forte perméabilité).

Dans le cas des champs vénézuéliens (viscosité de l'huile de 140 à 2100 cP), la formation d'huile moussante suffit à assurer des débits de production satisfaisants et la solution retenue est de prévenir les venues de sable (utilisation de crépines...) [Deruyter et *al.*, 1998].

Par contre, dans le cas des réservoirs canadiens où la viscosité des huiles est encore plus importante (de 1500 à 55000 cP), seule une coproduction volontaire d'huile et de sable conduit à des débits et des taux de récupération satisfaisants. Le tableau I.1 illustre les gains de débit de production permis par la coproduction de sable. Les taux de récupération atteignent quant à eux des valeurs de 10 à 12% contre seulement 3% sans production de sable.

	Sans production de sable	Avec production de sable	
	Débit d'huile (m ³ /j)	Débit d'huile (m ³ /j)	Sable (% en volumes)
Lloydminster	0,3 - 2,0	5 - 15	1 - 3
North Primrose	0	5 - 12	6 - 14

Tableau I.1.: Effet de la coproduction de sable sur le débit d'huile produit par des champs canadiens. [Dusseault., 1993]

Au Canada, la production froide des huiles lourdes avec production de sable représente aujourd'hui 70 000 m³/j, soit environ un tiers de la production canadienne d'huile lourde [Dusseault M., 2002].

Ce travail de recherche s'intéresse à l'étude des phénomènes géomécaniques associés à la production froide des huiles lourdes avec production conjointe de sable. Les données de champ recueillies concernent donc essentiellement les réservoirs canadiens.

2.1. Production froide des huiles lourdes avec production de sable

a) Technique de production

La coproduction du sable a été rendue possible par l'utilisation de pompes à cavités progressives (Progressive Cavity Pump - PCP). Ce type de pompes permet en effet de produire des effluents contenant une fraction importante de solides.

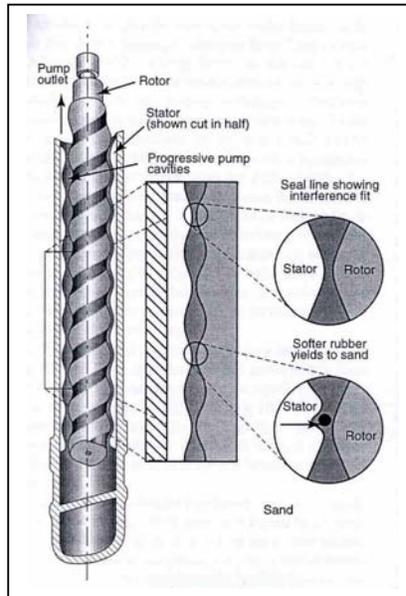


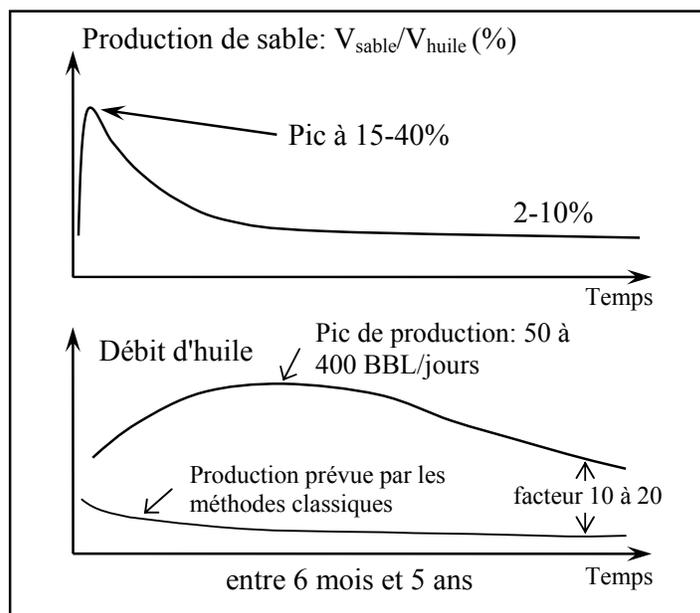
Figure 1.1: Pompe à cavité progressive - PCP

b) Phénomènes observés

La production d'huile avec production conjointe de sable est caractérisée par (fig. 1.2.) [Frionnet A., 2000], [Dusseault et al., 1993]:

- ✓ une production importante de sable au cours des premières semaines (de 15 à 40% en volume), suivie d'une décroissance rapide (quelques semaines) et une stabilisation à un niveau relativement faible (2 à 10% en volume) variant avec la viscosité de l'huile (plus l'huile est visqueuse, plus la stabilisation se fait à un pourcentage de sable élevé);
- ✓ une production d'huile croissante jusqu'à une valeur pic, suivie d'un déclin progressif de cette production vers des taux plus modestes;
- ✓ la production d'un mélange homogène d'huile, de gaz, de sable (et d'eau), dans lequel on ne peut distinguer les différentes phases.

Figure 1.2: Evolution de la production d'huile et de sable pour un puits exploité en production froide



2.2. Influence des venues de sable sur la mécanique du réservoir

Les réservoirs canadiens exploités en production froide possèdent les caractéristiques principales ci-dessous:

- ✓ Il s'agit de réservoirs peu profonds: 300 à 800m, ce qui conduit à des contraintes in situ peu élevées. Pour une profondeur moyenne de 700m la contrainte totale verticale s'exerçant sur la couche réservoir est de l'ordre de $\sigma_z=14,5$ MPa avec une pression de réservoir d'environ 7 MPa.
- ✓ La roche réservoir est un grès peu, voire pas du tout, cimenté dont la porosité va de 27 à 33%. Bien qu'élevées pour une roche, ces valeurs de porosité s'avèrent très faibles pour du sable. En laboratoire, on n'arrive à obtenir qu'une porosité minimum de 45% sans confinement du sable. Pour arriver à des valeurs de porosité in-situ aussi faibles, le sol a subi des phénomènes de dissolution-recristallisation du quartz.
- ✓ La relativement faible épaisseur de ces réservoirs (de 3 à 25 m) tient au fait qu'ils correspondent aux lits d'anciens fleuves.

Pour évaluer la perméabilité du réservoir, les producteurs pratiquent des essais de puits. Ces essais sont effectués immédiatement après le forage afin de choisir le type de complétion (équipement) du puits ou bien après production pour mesurer la dégradation du réservoir. Ils consistent à imposer une brusque variation de la pression de puits (augmentation ou diminution), puis à la laisser s'équilibrer avec la pression de réservoir. Le temps d'équilibrage donne une indication sur la perméabilité de la roche réservoir.

Dans le cas de la production froide avec production conjointe de sable, on effectue des essais d'injection (i.e. en imposant une augmentation de pression de puits), car les essais en production (en imposant une chute de pression de puits) sont impossibles à réaliser du fait de la trop grande viscosité de l'huile. Ces essais de puits montrent des altérations importantes de la compressibilité et de la perméabilité de la formation: après production de 5 à 10 m³ de sable, l'interprétation conventionnelle de l'essai de puits n'est déjà plus possible compte tenu du volume d'huile nécessaire [Dusseault M., 1993].

Les conséquences de la production de sable s'étendent en fait à l'ensemble du réservoir, et se traduisent par trois effets majeurs [Deruyter et al., 1998]:

- ✓ une augmentation de la perméabilité (multipliée par 2 à 20), qui peut venir soit de la formation de zones de forte perméabilité (chenaux, wormholes), soit de la dilatance du sable;
- ✓ une augmentation de la compressibilité de la roche (multipliée par 10 à 100) en relation avec l'augmentation de sa porosité et sa perte de cohésion;
- ✓ une redistribution des contraintes.

On peut alors se représenter le gisement comme un ensemble de zones très déchargées autour des puits, adjacentes à des zones intermédiaires dans lesquelles la contrainte verticale est augmentée au niveau du réservoir et, par continuité, dans les couches adjacentes (figure 1.3). Cette redistribution de contraintes peut d'ailleurs expliquer la faible subsidence constatée, qui pourrait surprendre compte tenu de la forte augmentation de compressibilité. Ainsi, sur le champ de Burnt Lake, des mesures ont montré une subsidence insignifiante: moins de deux millimètres après production de quelques centaines de mètres cubes d'huile avec une fraction de sable comprise entre 5 et 10% [Yeung K.C., 1995].

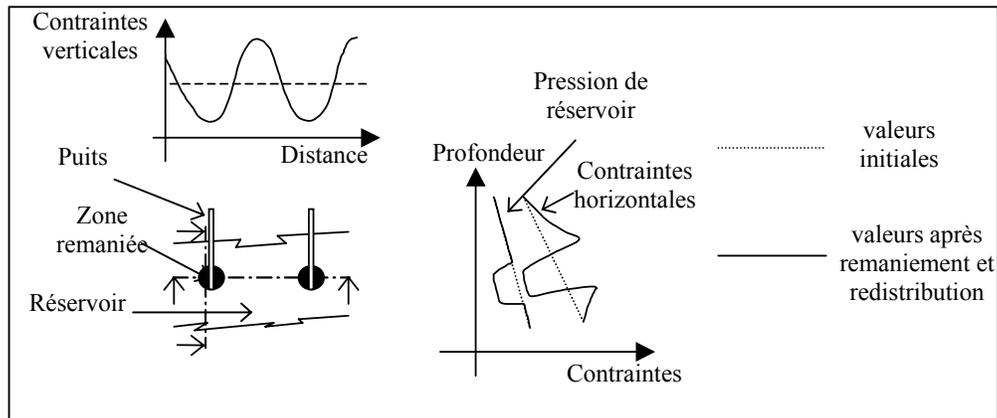


Figure 1.3: Répartition des contraintes à l'échelle du réservoir avant et après exploitation des puits avec coproduction de sable

2.3. Communication entre les puits

Devant l'importance des venues de sable constatées, on peut s'interroger sur la géométrie des zones de fortes perméabilités.

Un certain nombre d'observations laissent penser que la zone concernée est très étendue.

Lors du forage de nouveaux puits dans des champs déjà exploités en production froide avec coproduction de sable, des pertes de boue en cours de forage ont été constatées fréquemment suivies de production de boue quelques heures plus tard dans des puits voisins distants de 100 à 200 m du puits foré.

Des essais de traceurs ont montré l'existence de "communications" rapides entre les puits [Elkins et *al.*, 1972]. Ainsi, lors de tests de traceurs réalisés dans le champ de Lindbergh/Elk Point [Squires A., 1993], quelques heures seulement après son injection dans un puits, le traceur a été observé dans plusieurs puits dont un situé à 2 km du puits d'injection. La vitesse du traceur dans le milieu a été estimée à plusieurs mètres par minute.

Des opérations de cimentation réalisées sur certains puits de Burnt Lake [Yeung K.C., 95] et [Yeung K.C. & Adamson M.F., 92] pour fermer des venues d'eau au toit de la couche productrice laissent penser qu'il n'y avait pas de cavité autour des puits sur ce champ.

Face à ces constats, plusieurs explications sont envisageables:

- ✓ la création d'une zone décompactée cylindrique à proximité du puits [Dusseault et *al.*, 1994];
- ✓ la création de chenaux de forte perméabilité (wormhole) au sein du matériau sableux [Tremblay et *al.*, 1998];
- ✓ une combinaison des deux schémas (Fig. 1.4) [Dusseault et *al.*, 1998].

Les observations in situ ne permettent pas de trancher entre ces deux approches. L'existence de "communications rapides" entre les puits peut orienter vers la formation de wormholes,

mais on peut également associer ces communications à l'existence de fractures créées par la redistribution des contraintes.

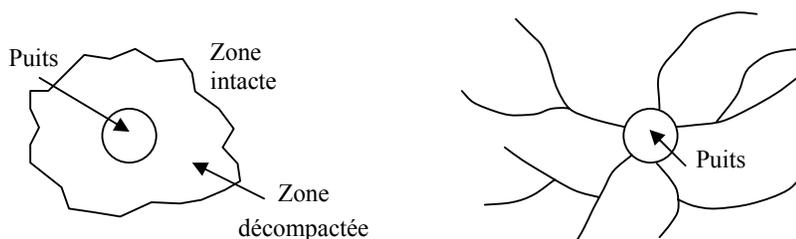


Figure 1.4 : géométrie possible des zones de forte perméabilité

3. Le cas des huiles conventionnelles

Dans les réservoirs de gaz et d'huile légère, des venues de sable ont également souvent été constatées. Elles sont le plus souvent considérées comme préjudiciables car elles entraînent de nombreux problèmes indésirables tels que l'endommagement des pompes de puits et l'érosion de la tête de puits, le remplissage des perforations. Pour cela plusieurs méthodes de prévention existent: une réduction des contraintes, le blocage du sable par des crépines ou la consolidation chimique du sable [Mécanique des roches appliquée à l'industrie pétrolière, IFP, à paraître].

3.1 Réduction des contraintes

Les venues de sable étant dues à la rupture de la formation du fait de contraintes supérieures à la résistance du matériau, la première solution est de réduire les contraintes jusqu'à une valeur inférieure à cette résistance.

Il est impossible d'agir sur les contraintes géostatiques. Par contre, on peut agir sur l'accroissement des contraintes effectives en diminuant la différence de pression entre le gisement et le fond du puits, ce qui a pour effet de réduire simultanément le débit d'huile et les contraintes hydrodynamiques induites.

La réduction du débit pour limiter les contraintes hydrodynamiques présente toutefois l'inconvénient de ne pouvoir utiliser tout le potentiel de production du puits.

3.2 Blocage du sable

Le blocage du sable, ou "sand control" consiste à interposer entre la formation et le puits un filtre empêchant le passage du matériau solide tout en permettant le passage des fluides. Le principe semble assez basique, mais sa mise en œuvre présente un certain nombre de difficultés :

- Un premier compromis doit être trouvé entre l'exigence de pertes de charges minimales, i.e. une porosité élevée et une épaisseur minimale du filtre, et l'exigence de résistance aux contraintes mécaniques subies nécessitant une quantité de matière non négligeable.
- Le choix de la taille des pores résulte lui aussi d'un compromis. Pour des questions de réalisation et de pertes de charge, il existe des dimensions de pores minimales pour que les filtres soient réalisables. Toutes les particules plus fines que le diamètre minimal des pores ne seront pas retenues et seront susceptibles de provoquer des dégâts dans les conduites.

Les filtres utilisés sont essentiellement des crépines mises en place dans le trou nu ou le casing, l'espace annulaire entre la crépine et la roche étant rempli (gravel pack) ou non (natural sand pack) par un matériau filtrant (Fig. 1.5).

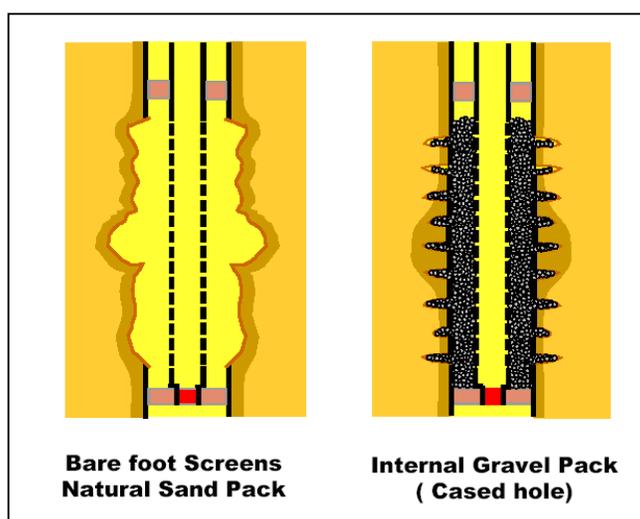


Fig. 1.5: Deux types de filtres utilisés pour limiter les venues de sable.

3.3 Consolidation du sable

Les contraintes géostatiques s'exerçant sur la couche réservoir étant fixées, on peut empêcher les venues de sable en augmentant la résistance du matériau afin de lui permettre de supporter les contraintes subies auprès du puits. Les deux paramètres de la résistance au cisaillement des matériaux granulaires sont la cohésion et le frottement.

Il semble difficile d'intervenir sur le terme de frottement qui est essentiellement relié à la nature et à la forme des grains. Par contre on peut intervenir sur le terme de cohésion en ajoutant un "liant" entre les grains, au moins sur une épaisseur suffisante autour du puits (de l'ordre de 0,5 à 1m). Diverses méthodes, qualifiées de méthodes chimiques, ont été testées faisant toutes intervenir une cimentation entre les grains au moyen de produits très variés : ciments, résines, dépôts métalliques, cristallisations provoquées...

La mise en place d'un ciment entre les grains réduit inévitablement l'espace poreux disponible pour l'écoulement des effluents produits et diminue donc la perméabilité de la formation aux abords du puits. Là encore, un compromis doit être trouvé...

3.4 Sand Management

Toutes les méthodes que l'on vient de citer, si elles permettent de limiter ou d'empêcher les venues de sable, sont coûteuses à la fois directement via les techniques mises en œuvre et indirectement via les baisses de productivité du puits.

Les producteurs pétroliers sont donc de plus en plus intéressés par des outils leur permettant de prévoir quantitativement l'évolution au cours du temps des débits d'huile et de sable qui seront produits par le puits en fonction de ses conditions d'exploitation. Cela doit leur permettre de décider s'ils empêchent les venues de sable ("sand control") ou s'ils les acceptent (dans le cas où elles sont suffisamment faibles). C'est ce que l'on appelle le "sand management".

Les outils développés au cours de cette thèse (numérique et expérimentaux) ont pour but de répondre au problème de la production froide des huiles lourdes, mais ils présentent

l'avantage d'être facilement transposables au cas des huiles conventionnelles pour aider à un management rationnel des venues de sable.

II. Spécificités du couplage poromécanique pour les huiles lourdes

D'importantes venues de sable ayant été constatées dans le cadre de l'exploitation des huiles lourdes, il paraît judicieux de s'interroger sur le lien éventuel entre la forte viscosité du fluide produit, et plus généralement sa loi de comportement, et l'augmentation des productions de sable. L'objectif de ce chapitre est donc d'étudier les conséquences du choix d'une loi de comportement donnée pour le fluide sur la force d'interaction fluide/solide à l'échelle microscopique d'une part, et sur l'écoulement du fluide dans le solide d'autre part.

En effet, les résultats classiques en calcul à la rupture et en poroélasticité sont valables pour le cas statique à 2 variables de chargement $(\underline{\sigma}, p)$. Cela suppose donc que la force d'interaction fluide/solide puisse être considérée comme une pression uniforme à l'échelle du pore.

Dans un premier temps j'étudierai le cas d'un fluide visqueux incompressible "en loi puissance", dont le fluide Newtonien est un cas particulier, puis, dans un deuxième temps, je m'intéresserai au cas d'un fluide à seuil.

Il est important de souligner que le but de ce chapitre est de se donner les outils qui nous permettront par la suite (chapitre V) de modéliser le réservoir.

En fin de chapitre, je présenterai à titre d'exemple la caractérisation expérimentale d'une huile lourde canadienne. Le comportement de l'ensemble des huiles lourdes rencontrées en production froide ne peut toutefois pas se résumer au comportement de l'huile étudiée ici.

1. Interprétation de la loi de Darcy à l'échelle microscopique

L'objet de cette partie est de rappeler, en restant pour l'instant dans le cadre d'un fluide Newtonien, l'interprétation du concept de perméabilité à l'échelle microscopique, c'est à dire à une échelle d'espace qui révèle la microstructure du matériau. On trouvera diverses présentations de l'approche micromécanique de la perméabilité par Ene et Sanchez-Palencia (1975), Auriault (1987), Dormieux L. (2002). Le volume élémentaire Ω apparaît à cette échelle comme un domaine géométrique comportant deux sous-domaines distincts, occupés respectivement par les phases fluide et solide. A cette échelle, le comportement du fluide est décrit par les équations de Stokes.

1.1. Volume élémentaire représentatif

La modélisation macroscopique d'un milieu poreux par un milieu continu repose sur la notion de volume élémentaire infiniment petit devant les dimensions caractéristiques de la structure étudiée. La matière occupant ce volume élémentaire est représentée par plusieurs particules élémentaires superposées, chacune d'entre elles correspondant à une phase. Nous nous placerons ici à une échelle plus fine qui révèle la géométrie de la microstructure et l'existence de phases disjointes. La notation \underline{z} sera désormais réservée pour le vecteur position à l'échelle microscopique et la notation \underline{x} pour le vecteur position à l'échelle macroscopique.

Plus précisément, si l'on désigne par L la taille caractéristique du système macroscopique étudié, la modélisation continue du milieu poreux à l'échelle macroscopique repose sur l'hypothèse que la "taille" R du volume élémentaire est très inférieure à L pour permettre l'utilisation des outils du calcul différentiel.

On suppose de plus qu'il est possible de définir un volume élémentaire "représentatif" du milieu poreux (V.E.R.), c'est à dire de choisir un ordre de grandeur de R tel que l'étude à l'échelle microscopique des phénomènes physiques sur un volume de dimension R fournisse des éléments pertinents pour construire une modélisation macroscopique des mêmes

phénomènes. Si d_p désigne la dimension caractéristique des pores, le caractère représentatif du volume élémentaire repose notamment sur la condition $R \gg d_p$.

Les deux conditions précédentes amènent à la condition de séparation des échelles: $d_p \ll R \ll L$.

1.2. Modèle d'écoulement dans un cylindre

Considérons un modèle où l'élément de volume est un cylindre infini ($r_e \ll L$) de section S traversé par un pore centré ayant la forme d'un tube cylindrique circulaire de rayon a (Fig. 2.1).

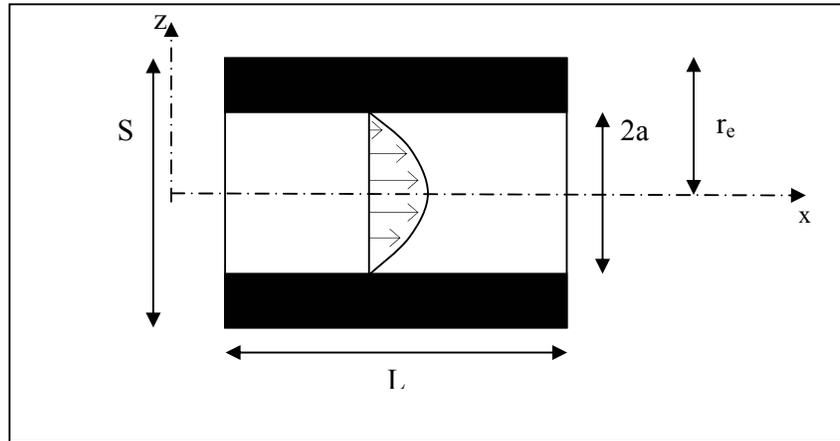


Figure 2.1: Ecoulement de Poiseuille dans un tube cylindrique

En présence d'un gradient de pression macroscopique égal à $\alpha = -\frac{dp}{dx}$, la forme du champ des vitesses dans le fluide à l'intérieur du tube est donnée par la solution de Poiseuille:

$$\underline{v}(r) = \frac{1}{4\mu_f} \alpha (a^2 - r^2) \underline{e}_x \quad (2.1)$$

où μ_f [Pa.s] désigne la viscosité dynamique du fluide.

On en déduit le débit élémentaire traversant le tube:

$$D = \frac{\pi a^4}{8\mu_f} \alpha \text{ ou encore: } \frac{D}{S} = \frac{1}{\mu_f} \frac{\pi a^4}{8S} \alpha \quad (2.2)$$

Le facteur $\frac{1}{\mu_f} \frac{\pi a^4}{8S}$ s'interprète comme la perméabilité [$m^2 \cdot Pa^{-1} \cdot s^{-1}$] du modèle de milieu poreux considéré.

Plus généralement, une justification rigoureuse de la loi de Darcy à partir d'une analyse microscopique de l'écoulement a été donnée par H. Ene et E. Sanchez-Palencia dans le cadre d'une hypothèse de périodicité du milieu (1975).

La loi de Darcy relie linéairement la vitesse de filtration et le gradient de pression interstitielle. Cette loi linéaire découle comme on vient de le voir de la linéarité des équations de Stokes. On peut donc s'attendre à des modifications de la loi de Darcy dans le cas d'un fluide non Newtonien.

2. Fluides en loi puissance

On s'intéresse ici à des fluides visqueux incompressibles dont la partie déviatorique du tenseur des contraintes dérive d'un potentiel $\pi(\underline{d})$.

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{1} + \frac{\partial \pi}{\partial \underline{d}} \quad \text{où } \underline{d} = \frac{1}{2}(\underline{grad} \underline{v} + \underline{grad} \underline{v}) \quad \text{avec } \text{div}(\underline{v}) = 0 \quad (2.3)$$

On remarque alors que les fluides Newtoniens sont un cas particulier de fluides en loi puissance pour lesquels le potentiel peut s'écrire: $\pi(\underline{d}) = \mu^f \underline{d} : \underline{d} = 2\mu^f d^2$, avec $d = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{d} : \underline{d}}$ le taux de déformation équivalent. En généralisant, on obtient des fluides en loi puissance définis par un potentiel de la forme $\pi(\underline{d}) = \beta d^n$ pour lesquels l'équation d'état devient:

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{1} + \frac{n\beta}{2} d^{n-2} \underline{d} \quad (2.4)$$

Pour $n = 2$ et $\beta = 2\mu^f$, on retrouve le cas du fluide Newtonien.

2.1. Force d'interaction

L'écoulement du fluide dans le milieu poreux provoque une force de contact sur le contour du solide $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{z}) \cdot \underline{n}(\underline{z})$, où $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{z})$ est le tenseur des contraintes de Cauchy dans le fluide à l'échelle microscopique et $\underline{n}(\underline{z})$ la normale sortante unitaire relative au solide. Cette force de contact se décompose en une composante de pression $-p(\underline{z}) \cdot \underline{n}(\underline{z})$ et une composante visqueuse associée à la partie déviatorique du tenseur des contraintes:

$$\underline{T}^v = \frac{n\beta}{2} d^{n-2} \underline{d}(\underline{z}) \cdot \underline{n}(\underline{z}) \quad (2.5)$$

Le but est ici de déterminer l'importance relative de la composante de cisaillement par rapport à la composante de pression.

Reprenons le modèle étudié au § 1.2. du cylindre infini de section S traversé par un pore cylindrique circulaire de rayon a. Les gradients de pression microscopiques (à l'échelle du V.E.R.) et macroscopiques (à l'échelle de la structure) sont manifestement tous deux égaux à $\underline{\alpha} = \alpha \underline{e}_z$. Dans ce cas particulier, cette égalité est liée à l'uniformité de la pression dans chacune des sections droites. On admettra dans la suite que dans le cas général les gradients microscopique et macroscopique du fluide ont le même ordre de grandeur.

L'équation d'équilibre s'écrit:

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}} = 0 \Leftrightarrow \underline{grad} p = \text{div} \left(\frac{n\beta}{2} d^{n-2} \underline{d} \right) \quad (2.6)$$

$$\text{Or } \underline{d} = \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial r} (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_z + \underline{e}_z \otimes \underline{e}_r)$$

Par conséquent la déformation déviatorique équivalente est $d = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right|$ et :

$$\sigma_{rz} = -\frac{n\beta}{2^n} \left| \frac{\partial v}{\partial r} \right|^{n-1}$$

Notons que, compte tenu des conditions d'adhérence propre au fluide visqueux, l'ordre de grandeur de la longueur caractéristique des variations de $v(r)$ est d_p . On peut alors évaluer l'ordre de grandeur des deux termes de l'égalité de l'équation (2.6):

$$|\underline{grad}p| \approx \frac{p}{L} \text{ et } \left| \underline{div} \left(\frac{n\beta}{2} d^{n-2} \underline{d} \right) \right| \approx \frac{1}{d_p} \frac{n\beta}{2^n} \left| \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right|^{n-1}$$

Compte tenu de 2.6, il vient alors:

$$\frac{|\underline{T}^v|}{p} = \frac{\left| \frac{n\beta}{2} d^{n-2} \underline{d} \right|}{p} = \frac{\frac{n\beta}{2^n} \left| \frac{\partial v}{\partial r} \right|^{n-1}}{p} \approx \frac{d_p}{L} \quad (2.7)$$

D'après l'hypothèse de séparation des échelles on peut alors en déduire que $\left| \underline{T}^v \right| \ll p$.

Ce résultat est très important puisqu'il nous indique que, pour tout fluide en loi puissance la partie visqueuse de la force d'interaction entre le fluide et le solide à l'échelle microscopique est négligeable devant la pression. De plus les fluctuations de la pression à l'échelle du volume élémentaire représentatif sont de l'ordre de $\frac{p}{L} d_p \ll p$. On peut donc négliger celles-

ci et considérer que la pression de pore est uniforme dans le v.e.r. On notera que ce résultat, obtenu ici dans le cadre d'une géométrie de cylindre infini, pourrait tout aussi bien être démontrée avec une géométrie quelconque.

La partie visqueuse de la force d'interaction entre le fluide et le solide à l'échelle microscopique étant négligeable devant la pression, et l'hétérogénéité de la pression étant négligeable, nous pouvons nous contenter de décrire l'interaction fluide/solide par une pression uniforme. Cela a pour conséquence fondamentale de nous fonder à utiliser les résultats classiques en calcul à la rupture et en poroélasticité puisqu'on se ramène au cas statique à 2 variables de chargement ($\underline{\sigma}, p$).

En particulier le critère de rupture local peut être recherché sous la forme $f(\underline{\sigma}, p)$. Puisque l'on a affaire à un milieu granulaire, le critère macroscopique est une fonction de la contrainte effective $\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + p\underline{1}$ [De Buhan P., Dormieux L., 1996]. Le problème de stabilité du réservoir peut alors s'exprimer par l'existence d'un champ de contraintes $\underline{\sigma}$ (resp. $\underline{\sigma}'$) satisfaisant :

$$\begin{cases} \underline{div} \underline{\sigma}' + \underline{grad} p = 0 \\ f(\underline{\sigma}') \leq 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

2.2. Loi d'écoulement

Revenons au modèle du pore cylindrique pour étudier la loi de transport dans le cas d'un fluide non newtonien. A partir de l'équation (2.6), et compte tenu de la condition d'adhérence à l'interface fluide-solide ($v(r=a) = 0$) on déduit la distribution de la vitesse :

$$v(r) = 2 \frac{n-1}{n} \left(\frac{a^n}{n\beta} \right)^{\frac{1}{n-1}} (\alpha)^{\frac{1}{n-1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{n}{n-1}} \right) \quad (2.9)$$

En intégrant cette expression sur l'ensemble de la section du cylindre, on obtient alors la vitesse de filtration suivante:

$$Q = K(\alpha)\alpha \text{ avec } K(\alpha) = \frac{2\pi a^3}{S} \frac{n-1}{3n-2} \left(\frac{a}{n\beta}\right)^{\frac{1}{n-1}} (\alpha)^{\frac{2-n}{n-1}} \quad (2.10)$$

On remarque alors que la loi de Darcy "classique", c'est à dire linéaire, ne s'applique pas, au moins en théorie, pour un fluide en loi de puissance non Newtonien (i.e. pour $n \neq 2$). Il conviendrait de remplacer la perméabilité du milieu poreux habituellement considérée comme indépendante du chargement, par une perméabilité non linéaire dépendant du gradient de pression. Plus précisément, on peut étudier les variations de cette perméabilité en fonction du gradient de pression pour diverses valeurs de la puissance n .

Notons que des valeurs de $n < 1$ n'auraient pas de sens physique. On peut alors distinguer deux domaines:

n	1	2	$+\infty$
$(n-1)/(3n-2)$		+	+
$(n-2)/(n-1)$		-	+
K(α) pour $0 < \alpha < +\infty$	$+\infty$	$\rightarrow 0$	K_2 $\leftarrow 0 \rightarrow +\infty$

Pour $n = 2$ et $\beta = 2\mu^f$, on retrouve le cas du fluide Newtonien : $K(\alpha) = K_2 = \frac{1}{\mu^f} \frac{\pi a^4}{8S}$.

Les deux formes de courbes possibles sont représentées sur la figure 2.2 pour des valeurs arbitraires de a , S et β ($a=0,5$, $S=2$ et $\beta=1$).

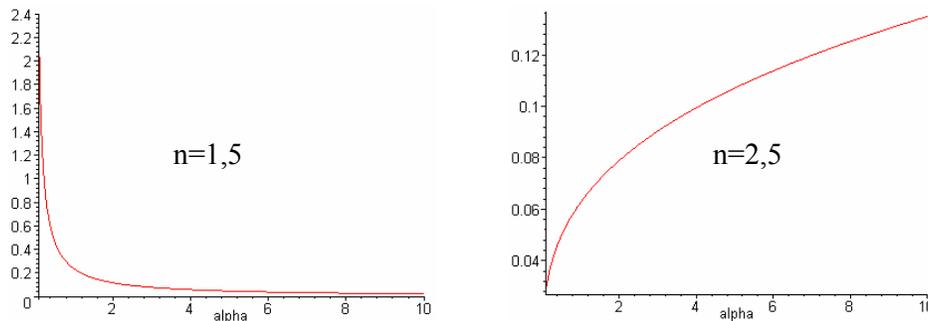


Figure 2.2: Evolution de la "perméabilité" en fonction du gradient de pression

En conclusion, on constate que:

- pour $1 < n < 2$ (fluide rhéo-épaississant), la perméabilité diminue avec le gradient de pression imposé au fluide,
- pour $n > 2$ (fluide rhéo-fluidifiant), la perméabilité augmente avec le gradient de pression imposé au fluide.

2.3. Influence du mode de production

Afin de mieux cerner l'influence de la loi de comportement du fluide sur la production de sable, il est alors intéressant de regarder de plus près les modes de production employés in situ et donc les conditions aux limites imposées au fluide lors de sa production. Loin du puits, on peut considérer que la pression de fluide est imposée et constante (pression de réservoir). Au niveau du puits, on peut distinguer deux cas:

- la solution la plus courante pour la production des huiles lourdes est l'utilisation de pompes à cavité progressive qui ont pour effet d'imposer un débit total de production, c'est à dire en première approche un débit d'huile produit au niveau du puits,
- dans certains cas, notamment pour les huiles conventionnelles, on impose par contre une pression de puits et donc un gradient de pression dans le réservoir.

Reprenons alors l'expression du problème de stabilité du réservoir (2.8). On observe que, si le mode de production impose *grad p* (ce qui est le cas si l'on impose la pression de puits) alors le risque d'instabilité est indépendant de la viscosité. En effet l'existence d'un champ $\underline{\underline{\sigma'}}$ solution de (2.8) est uniquement fonction du gradient de pression supposé prescrit.

En revanche, si l'on travaille en débit imposé, alors le gradient de pression dans le réservoir devient dépendant des caractéristiques de viscosité du fluide. Plus précisément, pour une typologie de fluide donnée (n fixé) l'expression (2.9) nous indique que l'augmentation de β diminue la perméabilité. Pour un même débit imposé Q, l'augmentation de β se traduit par une augmentation du gradient de pression α , et donc du chargement dans le problème de stabilité (2.8). En débit imposé, la viscosité du fluide est donc un facteur d'instabilité de nature à majorer la production de sable.

3. Fluide de Bingham

Contrairement à un fluide Newtonien, un fluide de Bingham ne s'écoule que lorsque la contrainte dépasse une contrainte seuil.

Notons $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{1}}$ le déviateur des contraintes, $\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}$ la contrainte déviatorique équivalente dans le fluide, τ_0 le seuil de contrainte et $d = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{d}} : \underline{\underline{d}}}$ le taux de déformation équivalent.

$$\text{Pour } \tau < \tau_0, d = 0 \text{ et pour } \tau > \tau_0, \tau = \tau_0 + 2\mu^f d \quad (2.11)$$

La forme tensorielle de l'équation d'état d'un fluide de Bingham s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{s}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{\underline{s}} = \frac{\tau_0}{d} \underline{\underline{d}} + 2\mu^f \underline{\underline{d}} & \text{pour } \tau > \tau_0 \\ \underline{\underline{d}} = \underline{\underline{0}} & \text{pour } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Le fluide Newtonien apparaît comme le cas particulier d'un fluide de Bingham pour lequel $\tau_0 = 0$.

Dans le cas d'un fluide à seuil, comme le fluide Bingham, il est important de quantifier la force d'interaction fluide-solide non seulement lorsque le fluide est en écoulement dans le milieu poreux comme pour un fluide classique, mais également lorsque l'état de contraintes dans le fluide est telle qu'il n'y a pas d'écoulement du fluide. Nous reprendrons donc dans un premier temps le modèle étudié au § II.1.2. du cylindre de section S traversé par un pore cylindrique circulaire de rayon a, afin d'étudier la force d'interaction fluide-solide lors de l'écoulement du fluide. Dans un deuxième temps nous regarderons l'influence de la loi de comportement du fluide sur sa loi de transport dans le milieu poreux ce qui nous permettra d'évaluer l'influence de la méthode de production du fluide. Enfin, nous nous intéresserons à la stabilité du milieu poreux dans la phase où le gradient de pression dans le fluide ne permet pas l'écoulement de celui-ci.

3.3. Force d'interaction lors de l'écoulement du fluide

De la même façon qu'au § II.2.1., nous allons chercher à quantifier l'importance relative de la composante de cisaillement par rapport à la composante de pression dans la force d'interaction fluide/solide. On se place dans le cas où le fluide est en écoulement, c'est à dire que la contrainte de cisaillement dans le fluide est supérieure à la contrainte seuil. L'équation d'équilibre dans le fluide s'écrit alors :

$$\underline{\underline{div}}\underline{\underline{\sigma}} = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{grad}}p = \underline{\underline{div}}\left(\frac{\tau_0}{d}\underline{\underline{d}} + 2\mu^f\underline{\underline{d}}\right) \quad (2.13)$$

Cette équation n'est pas sans rappeler l'équation (2.6) dans le cas particulier du fluide Newtonien ($n = 2$ et $\beta = 2\mu^f$) avec un terme supplémentaire dérivant du seuil d'écoulement. La composante visqueuse de la force d'interaction fluide/solide sera donc composée de deux parties: l'une dérivant de la viscosité dont on sait qu'elle est négligeable devant la pression (cf. § II.2.1.) et l'autre dérivant du seuil d'écoulement:

$$\underline{T}^v = \frac{\tau_0}{d}\underline{\underline{d}}\cdot\underline{\underline{n}}(\underline{z}) + 2\mu^f\underline{\underline{d}}\cdot\underline{\underline{n}}(\underline{z}) \quad (2.14)$$

La déformation déviatorique équivalente reste, comme au § II.2.1.,

$$d = -d_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v(r)}{\partial r}\right).$$

On peut alors évaluer les ordres de grandeur des deux termes de l'égalité (2.13):

$$\left|\underline{\underline{grad}}p\right| \approx \frac{p}{L} \text{ et } \left|\underline{\underline{div}}\left(\frac{\tau_0}{d}\underline{\underline{d}} + 2\mu^f\underline{\underline{d}}\right)\right| \approx \frac{1}{d_p}\left(\tau_0 + \mu^f\left(-\frac{\partial v(r)}{\partial r}\right)\right) \approx \frac{\left|\underline{T}^v\right|}{d_p} \quad (2.15)$$

Il vient alors:

$$\frac{\left|\underline{T}^v\right|}{p} \approx \frac{d_p}{L} \quad (2.16)$$

On retrouve donc, cette fois dans le cas du fluide de Bingham, le même résultat que pour un fluide en loi puissance: la partie visqueuse de la force d'interaction entre le fluide et le solide est négligeable devant la pression. Cela nous autorise donc à décrire l'interaction fluide/solide par une simple pression uniforme.

3.4. Loi de transport

Reprenons l'équation d'équilibre du fluide (2.13): $\underline{\underline{div}}\underline{\underline{\sigma}} = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{grad}}p = \underline{\underline{div}}(\underline{\underline{s}})$

Le gradient de pression microscopique étant le même que le gradient de pression macroscopique comme on l'a vu au § II.2.1. On a alors:

$$\underline{\underline{div}}(\underline{\underline{s}}) = -\alpha\underline{e}_z \Rightarrow \underline{\underline{s}} = s_{rz}(\underline{e}_r \otimes \underline{e}_z + \underline{e}_z \otimes \underline{e}_r) \text{ avec } s_{rz} = -\frac{\alpha}{2}r < 0$$

En dessous d'un gradient de pression critique $\alpha_{cr} = \frac{2\tau_0}{a}$, la contrainte de cisaillement dans le fluide est en tout point inférieure à la contrainte seuil et il n'y a donc pas d'écoulement. On peut noter que ce gradient de pression critique dépend bien entendu du fluide par l'intermédiaire de la contrainte seuil, mais également de la géométrie de l'espace poreux au travers du rayon a qui représente la taille caractéristique des pores dans le modèle unidimensionnel.

Examinons maintenant le cas où α est plus grand que α_{cr} , c'est à dire le cas du fluide en écoulement. La vitesse du fluide sera de la forme $\underline{v} = v(r)\underline{e}_z$ et le taux de déformation sera donc de la forme: $\underline{d} = \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial r} (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_z + \underline{e}_z \otimes \underline{e}_r)$.

On est alors amené à distinguer deux zones:

$$(a) \quad r > r_{cr} = a \frac{\alpha_{cr}}{\alpha} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{\mu^f} \left(\tau_0 - \frac{\alpha}{2} r \right) \quad (2.17)$$

$$(b) \quad r < r_{cr} = a \frac{\alpha_{cr}}{\alpha} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

Le noyau central $r < r_{cr}$ a un mouvement de translation uniforme. Dans le domaine $r > r_{cr}$, la vitesse est obtenue par intégration de l'équation (2.17 (a)) avec la condition d'adhérence à l'interface fluide/solide en $r = a$:

$$v(r) = \frac{1}{\mu^f} \left(\tau_0 (r - a) - \frac{\alpha}{4} (r^2 - a^2) \right) \quad (2.18)$$

Par continuité de la vitesse en $r = r_{cr}$ la vitesse uniforme v_0 du noyau central est:

$$v_0 = \frac{\alpha a^2}{4\mu^f} \left(1 - \frac{\alpha_{cr}}{\alpha} \right)^2 \quad (2.19)$$

Par intégration du champ de vitesse microscopique du fluide sur l'ensemble de la surface, on peut alors déterminer la vitesse de filtration :

$$Q = \frac{1}{S} \left(v_0 \pi r_{cr}^2 + \int_{r_{cr}}^a 2\pi v(r) r dr \right) \quad (2.20)$$

Après avoir effectué l'intégration on obtient :

$$Q = \frac{k'(\alpha/\alpha_{cr})}{\mu^f} \alpha \quad (2.21)$$

$$\text{avec } k'(\alpha/\alpha_{cr}) = \frac{\pi a^4}{8S} \left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha_{cr}}{\alpha} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha_{cr}}{\alpha} \right)^4 \right) \text{ pour } \alpha > \alpha_{cr} \quad (2.22)$$

Par comparaison avec l'équation 2.2, $k'(\alpha/\alpha_{cr})$ apparaît comme une perméabilité intrinsèque. On peut d'ailleurs remarquer que pour $\alpha \gg \alpha_{cr}$, $k'(\alpha/\alpha_{cr})$ tend vers la perméabilité intrinsèque $K' = \frac{\pi a^4}{8S}$ du modèle unidimensionnel dans le cas du fluide Newtonien. En fait dans le cas où $\alpha \gg \alpha_{cr}$, $r_{cr} \ll a$. D'une façon générale, dans le cas d'un fluide de Bingham la perméabilité intrinsèque est donc comprise entre les deux bornes $0 \leq k'(\alpha/\alpha_{cr}) \leq K'$. On peut observer sur la figure 2.3 l'évolution de $\frac{k'(\alpha/\alpha_{cr})}{K'}$ en fonction du gradient de pression α pour des valeurs arbitraires de a , S et α_{cr} ($a=0,5$, $S=2$ et $\alpha_{cr}=1$).

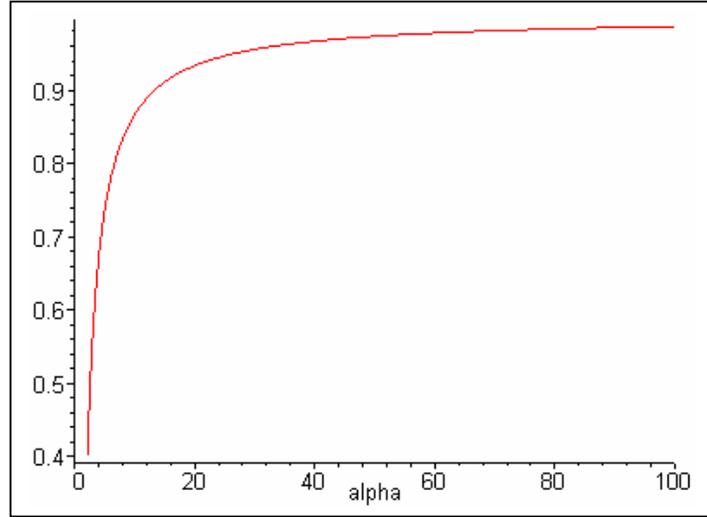


Figure 2.3: Evolution de $\frac{k'(\alpha/\alpha_{cr})}{K'}$ en fonction du gradient de pression α

En conclusion, comme dans le cas d'un fluide en loi puissance, il conviendrait de remplacer la perméabilité du milieu poreux habituellement considérée comme indépendante du chargement, par une perméabilité non linéaire dépendant du gradient de pression.

3.5. Influence de la méthode de production

Il est intéressant de noter que l'on retrouve dans le cas d'un fluide à seuil les résultats signalés au § II.2.3 pour un fluide en loi puissance:

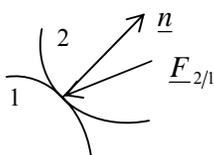
- Production en gradient de pression imposé: la viscosité n'a aucune influence sur la composante visqueuse de la force d'interaction.
- Production en débit imposé: plus la viscosité augmente et plus la composante visqueuse de la force d'interaction augmente. L'expression n'est toutefois plus linéaire.

3.6. Initiation de l'écoulement

Comme il a été vu au § II.3.2., dans le cas d'un fluide de Bingham, il n'y a réellement écoulement du fluide que pour des gradients de pression $\alpha > \alpha_{cr}$. Nous allons donc maintenant étudier ce qui se passe au sein du milieu poreux dans la phase où le gradient de pression n'a pas encore atteint le gradient critique de mise en écoulement.

Plus précisément l'objectif est de définir le domaine de résistance d'un milieu poreux saturé par un fluide de type Bingham. On considère:

- H1: que les grains solides ont une résistance infinie à la rupture,
- H2: un critère de résistance insensible à la contrainte moyenne (Tresca, Von Mises) pour le fluide (avant le seuil): $f(\underline{s}) \leq 0$,
- H3: une résistance en traction infinie à l'interface fluide/grains,
- H4: un critère de résistance de type Coulomb pour les contacts inter-grains:



$$\begin{aligned}
 N &= \underline{F}_{2/1} \cdot \underline{n} & T &= \sqrt{|\underline{F}_{2/1}|^2 - N^2} \\
 f(N, T) &= T - C + N \tan \varphi \leq 0
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

La démarche adoptée consiste alors à appliquer la théorie du calcul à la rupture au sein d'un élément représentatif puis d'en déduire des propriétés macroscopiques par homogénéisation. On étudiera deux géométries différentes du volume élémentaire représentatif.

a) Cas d'une configuration périodique monodisperse

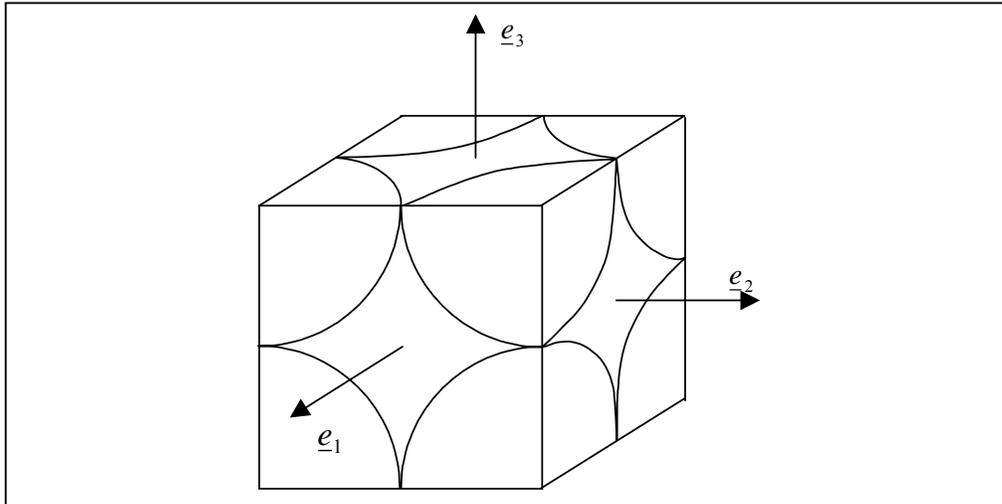


Figure 2.4: V. E. R. dans le cas d'une configuration périodique monodisperse.

On s'intéresse ici au cas d'un empilement périodique de grains sphériques de rayon a . Une cellule de base possible est alors un cube d'arête $2a$ dont les sommets se situent au centre des sphères (Fig. 2.4).

On se propose de montrer que la résistance de l'ensemble ainsi constitué est infinie. A cet effet on suppose qu'il est soumis à une contrainte macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ quelconque, et l'on procède de la façon suivante.

1) Supposons connue une solution particulière ($\underline{\underline{\sigma}}_1$) en équilibre avec la contrainte macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$. Cette solution ne respecte à priori pas le critère de Coulomb au niveau des contacts inter-grains.

2) On cherche alors une solution ($\underline{\underline{\sigma}}_2$) en équilibre avec $\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{0}}$ (champ d'autocontrainte) telle que les forces intergranulaires aient une composante tangentielle nulle et une composante normale négative. A un coefficient positif multiplicatif près, on réalise donc des forces intergranulaires de composantes normales arbitrairement grandes en valeur absolue.

3) En superposant la solution particulière en équilibre avec la contrainte macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ et la solution en équilibre avec $\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{0}}$, on obtient une solution en équilibre avec $\underline{\underline{\Sigma}}$ et qui respecte le critère de Coulomb au niveau des contacts inter-grains (Figure 2.5).

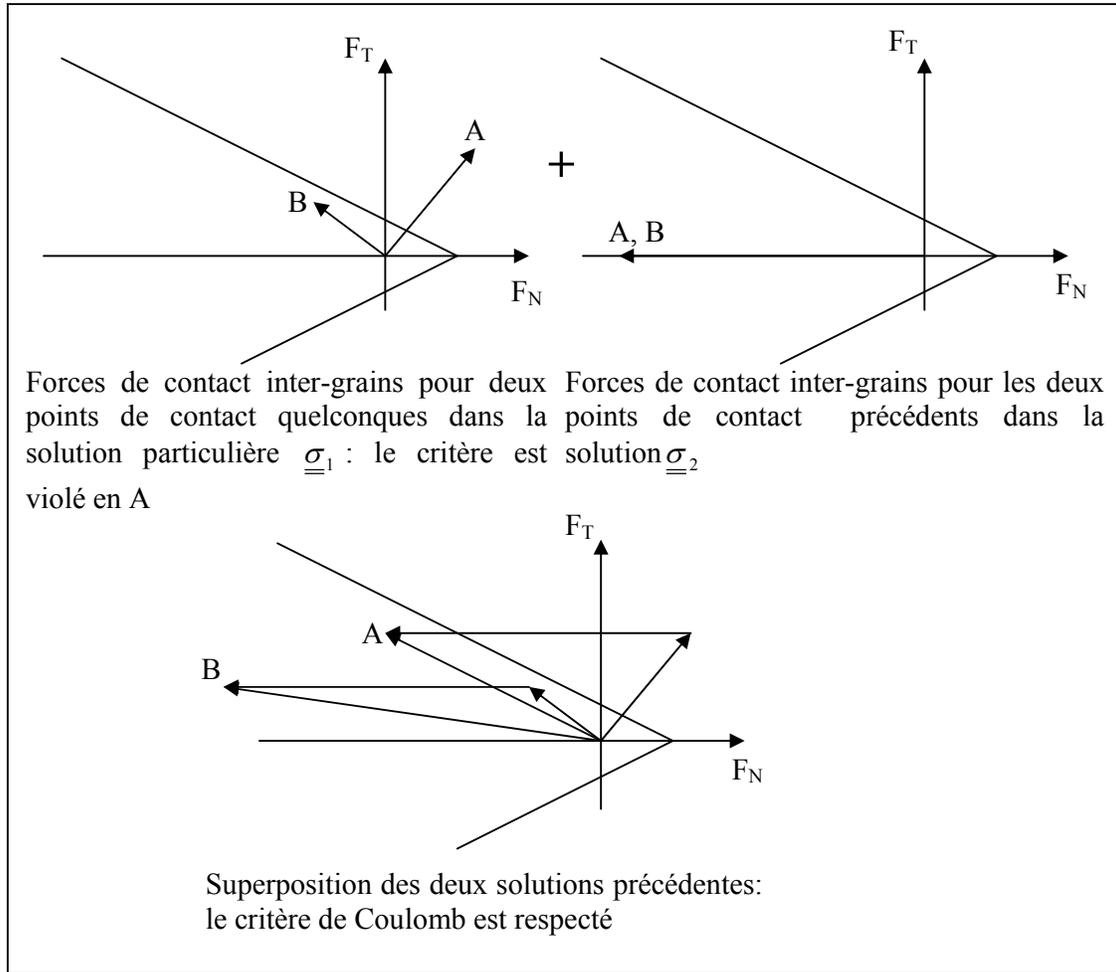


Figure 2.5: Construction d'une solution respectant le critère de Coulomb pour tous les points de contact.

Construction du champ d'autocontraintes:

On appelle $\partial\Omega$ le contour du V.E.R. (surface), Ω^s le volume occupé par les grains solides et Ω^f le volume occupé par les grains fluides

Considérons un état de contraintes dans la cellule de base composé d'une pression uniforme $p < 0$ dans le fluide (état de traction). L'état de contraintes dans les grains équilibre une contrainte normale uniforme q à la surface de ces derniers.

$$\underline{\underline{\sigma}}^f = -p\underline{\underline{1}}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^s / \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \underline{n} = q\underline{n} \quad \text{sur } \partial\Omega \cap \Omega^s \\ \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \underline{n} = -p\underline{n} \quad \text{sur } \Omega^s \cap \Omega^f \end{array} \right.$$

Pour que le champ défini ci-dessus soit un champ d'autocontraintes il suffit, compte tenu de la périodicité de la cellule, que la contrainte totale sur chacune des faces soit nulle :

$$-p\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + q\frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow q = p\left(\frac{4}{\pi} - 1\right) \quad (2.24)$$

Forces de contact intergrains:

Compte tenu de la symétrie du problème, on se contente d'étudier le huitième de cellule tel que $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ et $x_3 > 0$. Cette cellule est représentée sur la figure 2.5.

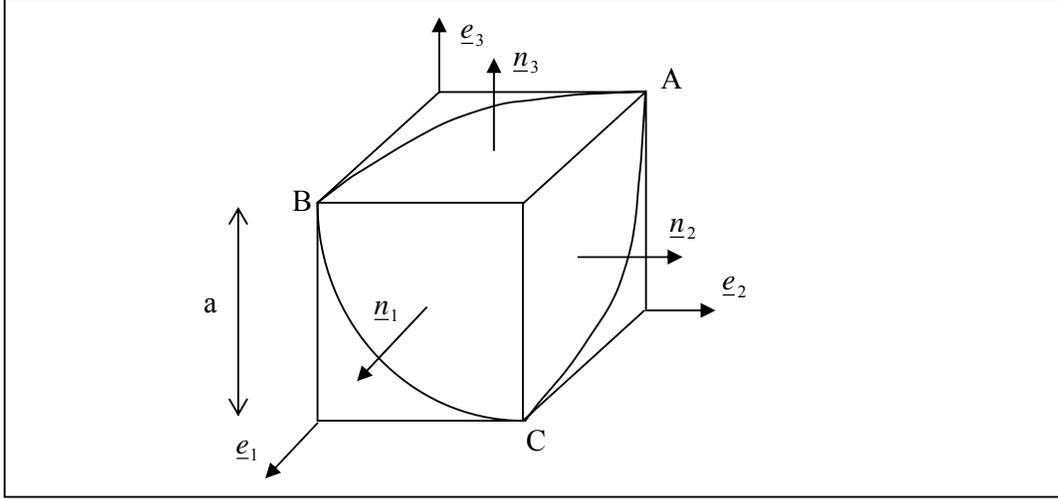


Figure 2.5: Huitième de cellule

On appelle $\underline{F}_A, \underline{F}_B$ et \underline{F}_C les forces de contact dues aux grains solides adjacents et s'exerçant aux sommets de la cellule représentés sur la figure 2.5.

$$\text{Equilibre du grain solide: } \underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{F}_C - p \int_{\Omega^s \cap \Omega^f} \underline{e}_r dS + \sum_{i=1}^3 \int_{x_i=a \cap \Omega^s} q \underline{e}_i dS = \underline{0}$$

De plus, compte tenu des symétries: $\underline{F}_A = -N \underline{e}_1$, $\underline{F}_B = -N \underline{e}_2$ et $\underline{F}_C = -N \underline{e}_3$, la composante tangentielle est systématiquement nulle.

$$\text{On en déduit alors } N(\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3) + p \int_{\Omega^s \cap \Omega^f} \underline{e}_r dS - \sum_{i=1}^3 \int_{x_i=a \cap \Omega^s} q \underline{e}_i dS = \underline{0}$$

D'autre part, sachant que le flux sur une surface fermée est nul, on peut écrire:

$$p \int_{\Omega^s \cap \Omega^f} \underline{e}_r dS = -S(\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3)p \quad \text{où } S \text{ est la surface intersection du plan } x_i=a \text{ avec le}$$

$$\text{grain: } S = \frac{\pi a^2}{4}$$

$$\text{Il vient alors: } N = (p + q)S = pa^2 \text{ avec } p < 0 \quad (2.25)$$

On a donc ainsi construit un champ d'autocontraintes tel que:

$$N < 0 \text{ et } f(N, T) < 0 \quad \forall p > 0 \quad (2.26)$$

Dans le cadre des hypothèses énoncées au début de ce paragraphe (H1 à H4), le milieu poreux saturé d'un fluide de Bingham en dessous de son seuil d'écoulement apparaît donc comme infiniment résistant. Pour obtenir ce résultat nous avons fait appel à l'hypothèse (H3) en faisant intervenir une pression négative p dans le fluide ayant vocation à être arbitrairement grande, ce qui correspond à une traction arbitrairement grande à l'interface. Cela n'est bien entendu pas physiquement réaliste, mais nous apporte une information importante: la

résistance du milieu poreux saturé d'un fluide de Bingham immobile est en réalité gouvernée par la résistance de l'interface fluide/solide (supposée ici infinie). Toutefois, la géométrie du modèle étudié dans cette partie est très simpliste et nous allons donc à présent étudier une géométrie plus "réaliste" correspondant à une configuration polydisperse.

b) Cas d'une configuration périodique polydisperse

Considérons maintenant l'empilement périodique de sphères de rayon a du cas précédent, en intercalant des sphères de rayon $a(\sqrt{3}-1)$ dans les vides du réseau précédent. Ces sphères de plus petite dimension sont en contact uniquement avec les sphères de grande dimension. Sur la figure 2.7 est représenté le huitième de la cellule de base correspondant à : $-a \leq x_1 \leq 0; 0 \leq x_2 \leq a; 0 \leq x_3 \leq a$.

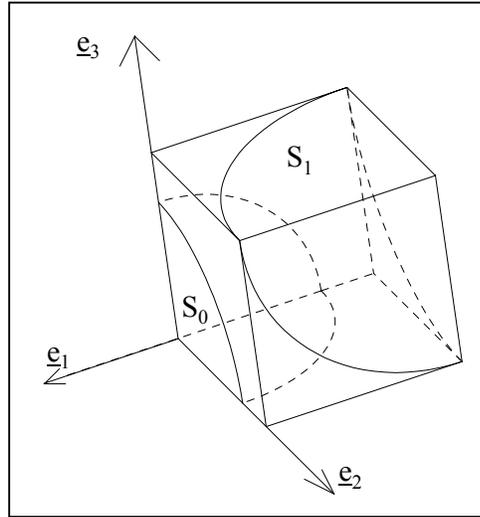


Figure 2.7: Huitième de cellule

Reprenons alors le raisonnement précédent pour montrer que la résistance de l'ensemble ainsi formé reste infinie. Plus précisément, on cherche de nouveau à construire un champ d'autocontraintes telle que les forces intergranulaires aient une composante tangentielle nulle et une composante normale négative. La superposition de ce champ à une solution particulière en équilibre avec la contrainte macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ permettra de construire une solution en équilibre avec le champ macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ et respectant le critère de Coulomb au niveau des interfaces intergrains.

Construction du champ d'autocontraintes:

$$\underline{\underline{\sigma}}^f = -p\underline{\underline{1}}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^s / \begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \underline{n} = q\underline{n} & \text{sur } \partial\Omega \cap \Omega^s \\ \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \underline{n} = -p\underline{n} & \text{sur } \Omega^s \cap \Omega^f \end{cases}$$

Pour que le champ défini ci-dessus soit un champ d'autocontraintes il suffit, compte tenu de la périodicité de la cellule, que la contrainte totale sur chacune des faces soit nulle :

$$-p\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + q\frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow q = p\left(\frac{4}{\pi} - 1\right) \quad (2.27)$$

La relation entre p et q est identique au cas monodisperse car seules les contraintes existant sur le contour de la cellule de base interviennent, or la sphère supplémentaire ajoutée au centre de la cellule n'est pas en contact avec la surface (Figure 2.6).

Forces de contact intergrains:

Les forces qui s'exercent sur le grain central S_0 sont:

$$\checkmark \text{ La résultante des efforts intérieurs } \underline{R} = \begin{cases} F \underline{e}_1 \text{ sur } x_1 = 0 \\ -F \underline{e}_2 \text{ sur } x_2 = 0 \\ -F \underline{e}_3 \text{ sur } x_3 = 0 \end{cases}$$

✓ L'action du grain S_1 sur S_0 au point de contact C_{01} : $\underline{F}_{1/0}$

✓ L'action du fluide sur le grain:

$$-p \int_{\partial S_0} \underline{e}_r dS_0 = S_0 (\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) p \quad \text{avec} \quad S_0 = \frac{\pi R_0^2}{4} \text{ et } R_0 = a(\sqrt{3} - 1)$$

Equilibre du grain central S_0 :

$$F(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) + S_0(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)p + \underline{F}_{1/0} = \underline{0}$$

$$\Rightarrow \underline{F}_{1/0} = (\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)(-pS_0 - F)$$

$$\underline{F}_{1/0} = \sqrt{3}(F + pS_0)\underline{n}_0 \quad (2.28)$$

où $\underline{n}_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)$ est la normale sortante à S_0

On en déduit alors que, si l'on a $F + pS_0 < 0$, on vérifie nécessairement $f(N, T) < 0$ à l'interface entre le grain central et le grain externe.

Les forces qui s'exercent sur le grain S_1 sont:

$$\checkmark \text{ Les forces de contact avec les grains adjacents } \underline{R} = \begin{cases} N \underline{e}_1 \text{ en A} \\ -N \underline{e}_2 \text{ en B} \\ -N \underline{e}_3 \text{ en C} \end{cases}$$

✓ L'action du grain S_0 sur S_1 au point de contact C_{01} : $-\underline{F}_{1/0}$

✓ L'action du fluide sur le grain:

$$-p \int_{\partial S_0} \underline{e}_r dS_0 = -S_1(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)p \quad \text{avec} \quad S_1 = \frac{\pi R_1^2}{4} \text{ et } R_1 = a$$

Equilibre du grain S_1 :

$$N(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) - S_1(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)p - \underline{F}_{1/0} + \sum_{i=1}^3 \int_{x_i=a \cap \Omega^s} q \underline{e}_i dS = \underline{0}$$

$$\Rightarrow N(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) = \underline{F}_{1/0} + pS_1(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) + qS_1(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)$$

$$\Rightarrow N(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3) = (-pS_0 - F + pS_1 + qS_1)(\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3)$$

$$\Rightarrow N = -F + p(S_1 - S_0) + qS_1$$

On en déduit alors que si $F \geq p(S_1 - S_0) + qS_1$ on a nécessairement $f(N, T) < 0$ (2.29)

Le critère de rupture est donc finalement vérifié en tout point de contact entre grains dès lors que F vérifie la condition suivante:

$$p(S_1 - S_0) + qS_1 \leq F \leq -pS_0$$

avec $p(S_1 - S_0) + qS_1 \leq 0$ et $-pS_0 \geq 0$ (2.30)

On reconnaît un système hyperstatique de degré 1 et d'inconnue hyperstatique F.

Il est alors possible pour toute valeur de p de trouver F vérifiant la condition (2.30). On a alors construit un champ d'autocontraintes telle que les forces intergranulaires aient une composante tangentielle nulle et une composante normale négative.

▪ En conclusion:

Ce résultat confirme le résultat obtenu dans le cas de la configuration périodique monodisperse: la résistance du milieu poreux saturé d'un fluide de Bingham immobile est en réalité gouvernée par la résistance à la traction de l'interface fluide/solide. Ce résultat pourrait probablement être généralisé à d'autres géométries du milieu poreux, mais ce n'est pas l'objet de cette thèse.

4. Caractérisation d'une huile canadienne

Le comportement des huiles lourdes en place est fortement dépendant de leur composition précise et par conséquent du site de production. On associe toutefois souvent à ces fluides très visqueux des comportements non newtoniens. Les résultats obtenus aux paragraphes II.2 et II.3 sont de ce fait très importants puisqu'ils nous fondent à utiliser les concepts classiques de poromécanique pour modéliser le comportement du réservoir avec une huile ayant un comportement de Bingham ou en loi de puissance. Nous allons cependant voir dans ce paragraphe, à travers la caractérisation d'une huile lourde canadienne (Elk Point), que l'on peut rencontrer des huiles lourdes ayant un comportement parfaitement newtonien

La température des huiles lourdes étant comprise entre 10 et 20°C en production froide, nous avons mesuré la viscosité de cette huile à 10, 15 et 20°C.

Les résultats des essais au rhéomètre (Fig. 2.8) montrent très clairement que l'huile de Elk Point a un comportement purement Newtonien pour des températures comprises entre 10 et 20°C et ce, malgré sa forte viscosité: 406 Pa.s à 15°C.

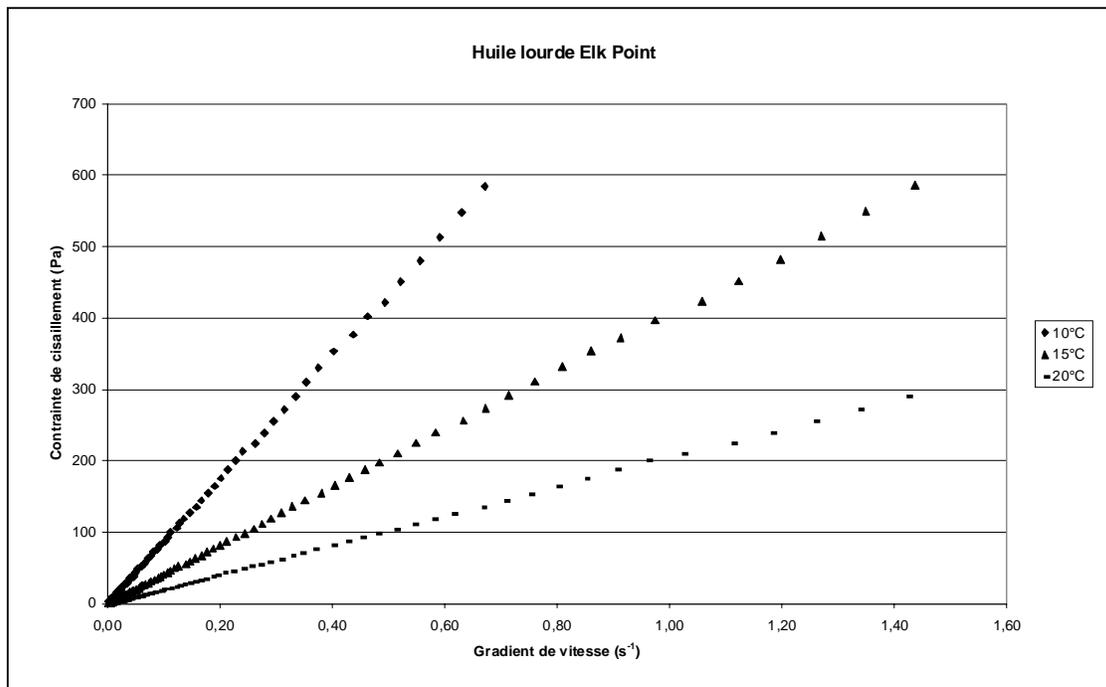


Figure 2.8: Rhéogramme de l'huile de Elk Point

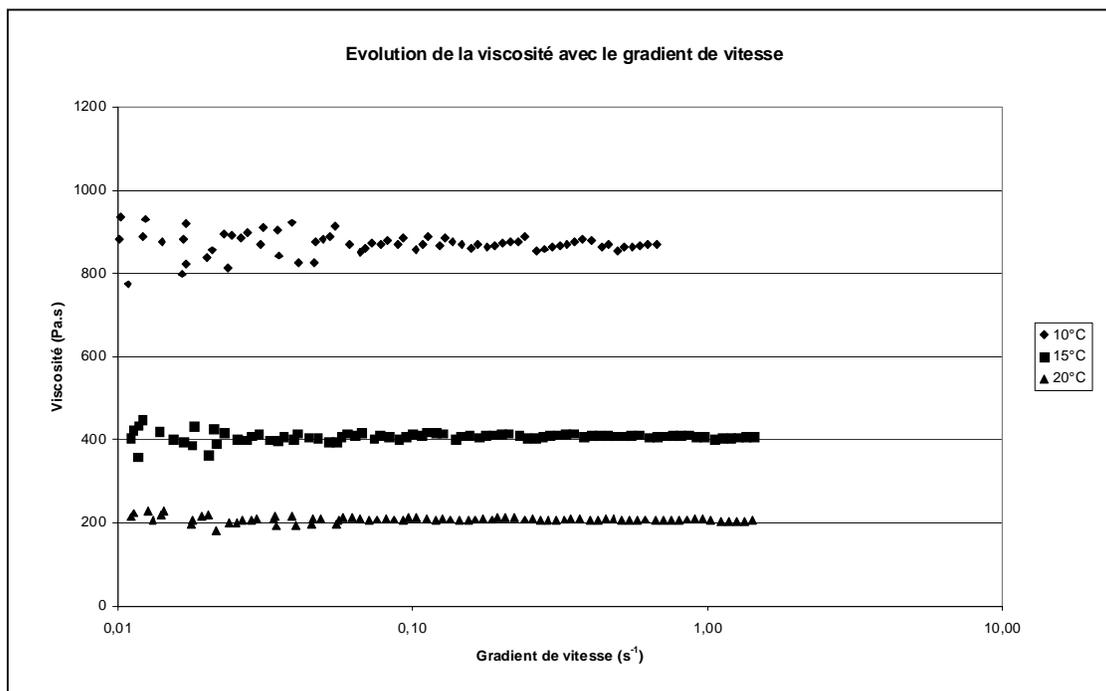


Figure 2.9: Evolution de la viscosité avec le gradient de pression

III. Etude du comportement d'un slurry

Après avoir étudié dans la partie précédente le réservoir, nous allons dans cette partie nous intéresser au comportement du slurry, c'est à dire le mélange d'huile et de sable, qui se trouve dans les zones où il y a rupture du réservoir. Pour ce faire, après avoir présenté la caractérisation expérimentale d'un mélange de sable et huile d'Elk Point pour différentes fractions de sable, nous essaierons d'établir un lien entre la quantité de sable présent dans le mélange et sa viscosité.

1. Caractérisation expérimentale d'un slurry

On dispose d'une série d'essais effectués sur des mélanges préparés à partir d'huile lourde d'Elk Point (cf. § II.4) et de sable de la même formation [Frionnet A., 2001]. La teneur massique en sable des échantillons testés varie de 5% à 75%. Chaque échantillon a été testé à 10, 15 et 20°C, pour tenir compte du fait qu'en production froide la température de l'huile est comprise entre 10 et 20°C. Les caractéristiques mécaniques et géométriques du sable d'Elk-Point sont données au § IV.3.

1.1. Caractéristiques des mélanges testés

a) Préparation des mélanges

- Passage de l'huile à l'étuve (à 60°C) pendant 10 à 30 minutes (selon la masse d'huile nécessaire à la préparation de l'échantillon) afin d'en abaisser la viscosité.
- Incorporation du sable à l'huile sur une plaque préalablement chauffée.
- Agitation manuelle à chaud pendant 5 minutes.
- Agitation manuelle dans un bain-marie d'eau froide pendant 5 minutes.
- Stockage des échantillons au réfrigérateur.

Remarque: Le refroidissement rapide a pour but d'éviter la sédimentation du sable en fond de récipient.

b) Echantillons testés

- "Sand-Cut"

Ce terme désigne le rapport entre le volume de sable "huileux" sédimenté par centrifugation (très faible quantité d'huile) et le volume total de mélange. C'est la quantité mesurée "in-situ" pour quantifier les venues de sable.

$$SC = \frac{V_{sablehuileux}}{V_{total}} \quad (3.1)$$

Cette quantité ressemble fortement à la fraction volumique du sable. La différence réside dans le fait qu'elle est calculée à partir du volume apparent de sable contenu dans l'huile et obtenu par sédimentation et centrifugation.

Afin de pouvoir comparer les mélanges testés aux mélanges produits sur champ, on calcule le "Sand-Cut" correspondant à la teneur en sable massique de chaque mélange préparé.

Le calcul est basé sur l'hypothèse suivante: le sable "huileux" centrifugé et sédimenté a une masse volumique apparente correspondant à la densité minimale du sable $\gamma_{d \min}$ (égale à

1,37g.cm⁻³ dans le cas du sable d'Elk Point). La masse volumique de l'huile lourde est elle égale à 1g.cm⁻³ et la masse volumique réelle des grains de sable est de 2,7g.cm⁻³.

$$SC = \frac{2,7\alpha_s}{1,37 \times 2,7 \times (1 - \alpha_s) + 1,37\alpha_s} \quad (3.2)$$

Où α_s est la fraction massique de sable présente dans le mélange : $\alpha_s = \frac{M_s}{M_T}$

- Mélanges préparés

Teneur en sable massique α_s (%)	Masse d'huile M_0 (g)	Masse de sable M_s (g)	Masse totale M_t (g)	SC (%)	Porosité (%)
5,0	28,69	1,50	30,19	3,7	98,1
9,9	27,17	3,00	30,17	7,6	96,2
20,0	24,01	6,00	30,01	16,2	91,8
29,9	21,07	9,00	30,07	26,3	86,7
40,0	18,00	12,00	30,00	38,1	80,7
49,9	15,05	15,00	30,05	52,1	73,6
59,9	12,04	18,00	30,04	69,0	65,0
70,0	9,01	21,00	30,01	89,9	54,4
74,8	7,57	22,50	30,07	102,2	48,1

1.2. Résultats et analyse

Le mélange huile/sable présente un caractère Newtonien, tout comme l'huile d'Elk Point pure, tout au moins pour des teneurs en sable inférieures ou égales à 70% (Fig. 3.1 à 3.3).

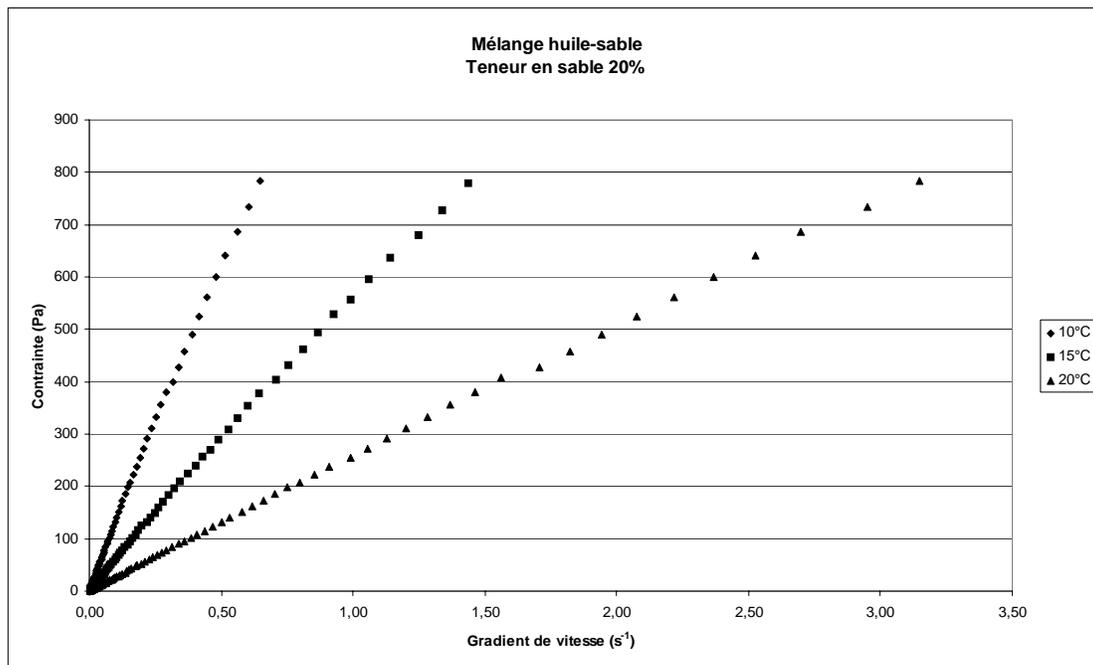


Figure 3.1: Rhéogramme d'un mélange huile sable de Elk Point.
Teneur en sable massique 20%

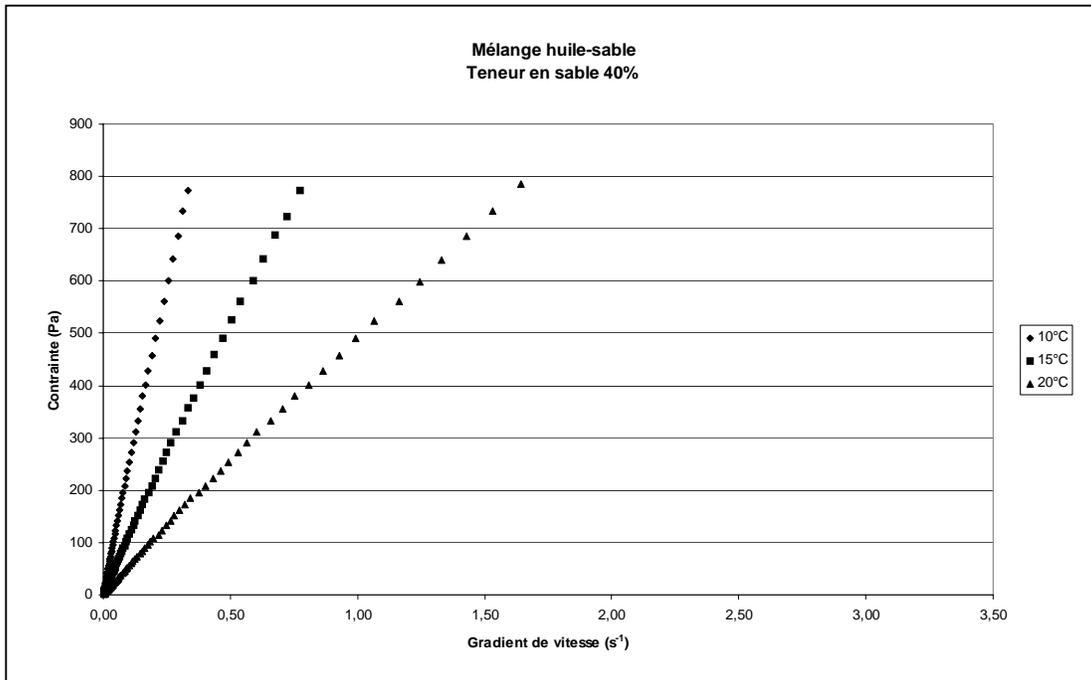


Figure 3.2: Rhéogramme d'un mélange huile sable de Elk Point.
Teneur en sable massique 40%

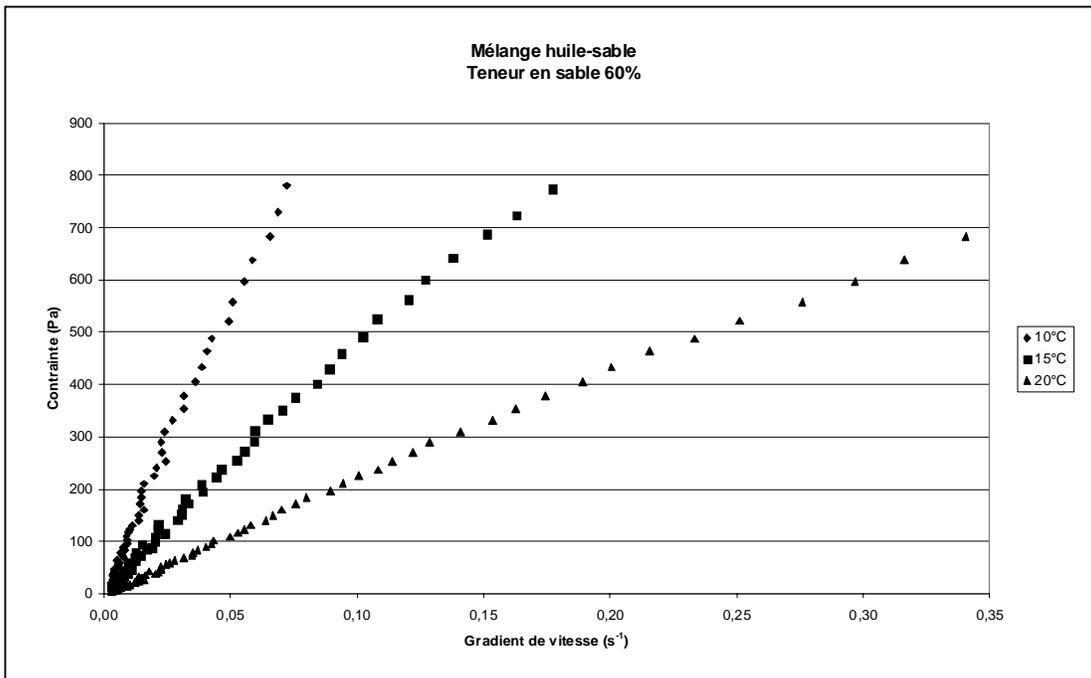


Figure 3.3: Rhéogramme d'un mélange huile sable de Elk Point.
Teneur en sable massique 60%

2. Lien entre la quantité de sable et la viscosité

La figure 3.4 nous montre l'évolution de la viscosité relative du mélange huile-sable (rapport entre la viscosité du mélange et la viscosité de l'huile pure) et la teneur massique en sable du mélange. On constate que la viscosité du mélange augmente avec la concentration en sable de façon quasi-linéaire jusqu'à 40% de teneur en sable massique, puis de manière très rapide.

On peut noter que la valeur de 40% de teneur en sable est voisine des proportions maximales de sable mesurées in-situ au cours du pic de production de sable dans les premières semaines d'exploitation des puits en production froide. Le mélange extrait en production froide se situerait donc dans le domaine linéaire de variation de la viscosité pendant toute la durée de vie du puits.

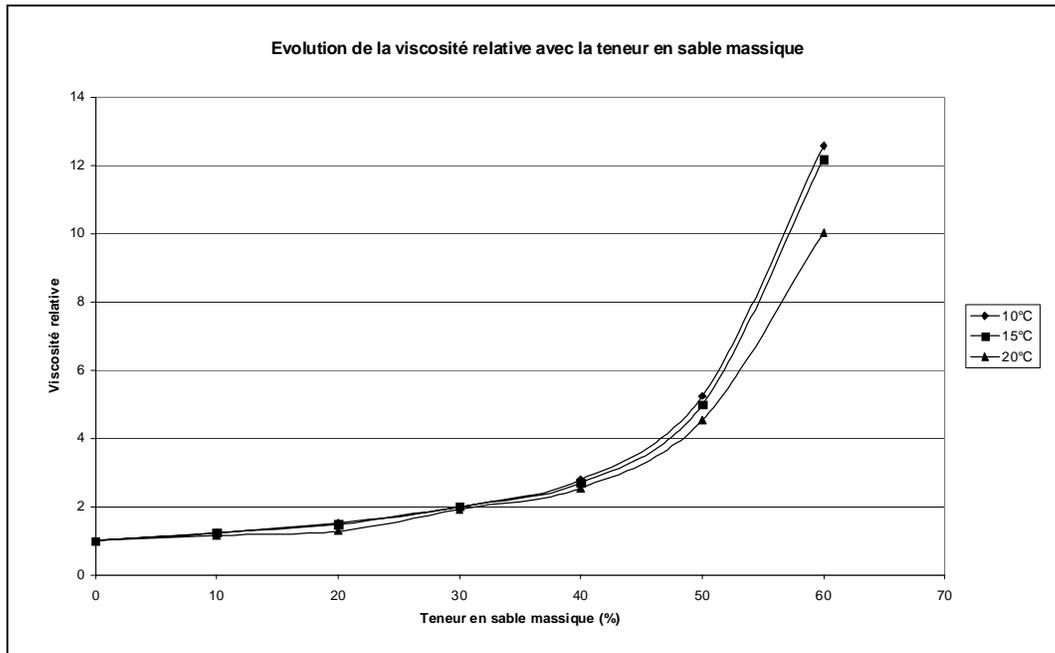


Figure 3.4: Evolution de la viscosité relative avec la concentration en sable

On peut trouver dans la littérature plusieurs modèles permettant de relier la viscosité d'un mélange de fluide et d'inclusions solides à la fraction volumique de ces inclusions. Ces modèles, basés sur les techniques d'homogénéisation diffèrent par les hypothèses faites sur les contacts entre grains.

La fraction volumique d'inclusions f utilisée dans la suite est reliée à la fraction massique de sable par la relation suivante :

$$f = \frac{\rho_0 \alpha_s}{\rho_0 \alpha_s + \rho_s (1 - \alpha_s)}$$

avec ρ_0 et ρ_s les masses volumiques de l'huile et du sable pour lesquelles on prendra les mêmes valeurs que précédemment.

On peut tout d'abord citer le modèle de Mori-Tanaka (3.3) qui est basé sur l'hypothèse que chaque inclusion rigide (grains de sable) est entièrement en contact avec la matrice fluide (l'huile): ce modèle ne prend pas du tout en compte les contacts entre grains solides.

$$\frac{\mu^{MT}}{\mu^h} = \frac{2+3f}{2(1-f)} \quad (3.3)$$

Où:

μ^{MT} : est la viscosité du mélange selon le modèle de Mori-Tanaka (pour des inclusions infiniment rigides)

μ^h : est la viscosité de l'huile pure

f : est la fraction volumique de sable dans le mélange

Le modèle différentiel (3.4) ne prend pas non plus en compte les contacts intergranulaires.

$$\frac{\mu^{Dif}}{\mu^h} = (1-f)^{-5/2} \quad (3.4)$$

Où:

μ^{Dif} : est la viscosité du mélange selon le modèle différentiel (pour des inclusions infiniment rigides)

μ^h : est la viscosité de l'huile pure

f : est la fraction volumique de sable dans le mélange

Dans le cas du modèle auto-cohérent (3.5), l'hypothèse retenue est que chaque grain solide est entièrement en contact avec un fluide fictif ayant les caractéristiques du mélange étudié. Cette hypothèse a pour effet une augmentation plus rapide de la viscosité avec la fraction volumique de grains rigides. Ce modèle ne peut plus être utilisé pour des fractions volumiques plus grandes que 0,4 (viscosité infinie). La fraction volumique $f = 0,4$ correspond intuitivement à la "coalescence" des inclusions rigides, au delà de laquelle le milieu formé perd toute déformabilité.

$$\frac{\mu^{AC}}{\mu^h} = \frac{2}{2-5f} \text{ pour } f \leq \frac{2}{5} \quad (3.4)$$

Où:

μ^{AC} : est la viscosité du mélange selon le modèle auto-cohérent (pour des inclusions infiniment rigides)

μ^h : est la viscosité de l'huile pure

f : est la fraction volumique de sable dans le mélange

Il est alors intéressant de comparer les prédictions de ces différents modèles avec les résultats obtenus expérimentalement (Fig. 3.5).

On constate tout d'abord que la température ne semble pas avoir beaucoup d'influence sur l'évolution de la viscosité relative (rapport entre la viscosité du mélange et la viscosité de l'huile pure).

Par ailleurs, on observe que le modèle de Mori-Tanaka, tout comme le modèle différentiel ne rendent visiblement pas compte de la physique du problème. En effet, avec ces modèles il est nécessaire d'avoir une fraction volumique d'inclusions proche de 1 pour que la déformabilité du milieu évolue sensiblement. Ce résultat est d'ailleurs en conformité avec le fait que ces modèles ne prennent pas du tout en compte les contacts entre grains.

Le modèle auto-cohérent, par contre, rend fort bien compte, au moins qualitativement, de la brusque variation de viscosité du mélange aux alentours de $f = 0,4$. Ceci est bien entendu très satisfaisant et confirme l'importance des contacts intergranulaires sur la viscosité du mélange.

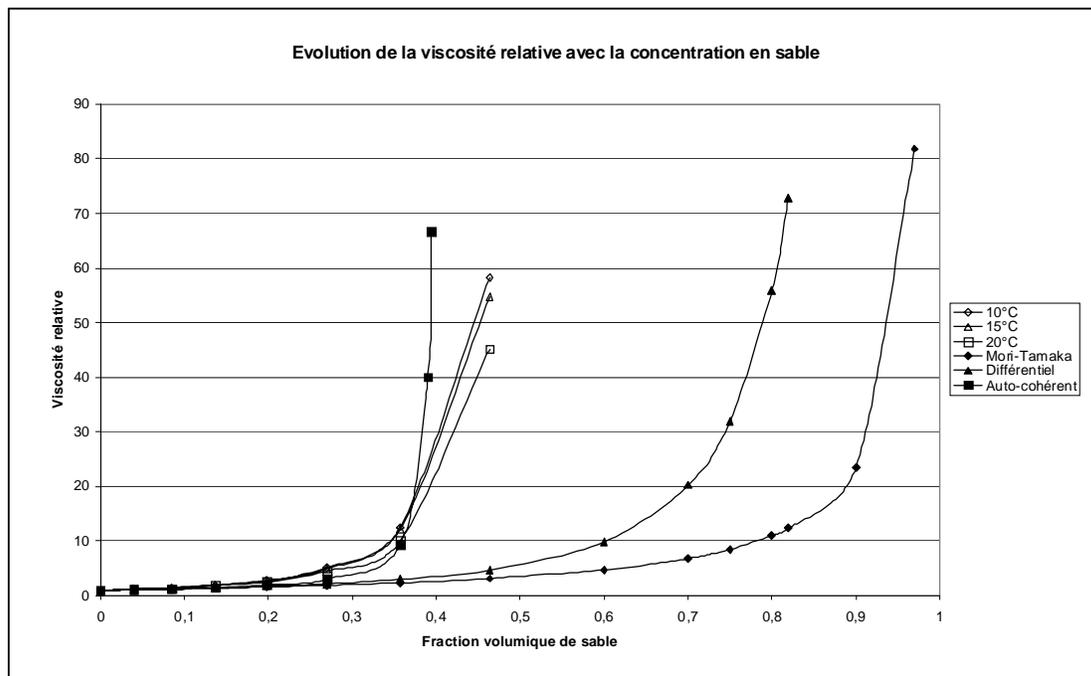


Figure 3.5: Evolution de la viscosité relative avec la fraction volumique de sable dans le mélange

IV. Etude expérimentale des mécanismes de production de sable

Le but de ce chapitre est, dans une première partie, de présenter les résultats expérimentaux obtenus dans d'autre laboratoire, puis de décrire l'approche expérimentale retenue dans le cadre de cette thèse et les résultats que nous avons obtenus.

1. Etude expérimentale des mécanismes d'érosion. Etat de l'art.

Dans le domaine pétrolier, plusieurs laboratoires de recherche se sont intéressés au développement d'instabilités d'érosion dans des milieux poreux peu consolidés. L'objectif de cette première partie est de présenter les résultats obtenus. Les approches mises en œuvre reposent sur l'utilisation de cellules de géométrie différentes, plus ou moins proches des conditions in situ. On distingue ainsi une cellule cylindrique à flux axial [Tremblay et *al.*, 1996], une cellule bidimensionnelle à flux radial dans un plan $[r,\theta]$ [Cerasi, 1996], une cellule bidimensionnelle à déformations planes dans un plan $[r,z]$ [Frionnet, 2001] et une cellule cylindrique à flux radial [Vaziri et *al.*, 2000].

1.1. Cellule cylindrique à flux axial

L'Alberta Research Council travaille depuis plusieurs années sur la modélisation expérimentale de la production de sable à travers une perforation d'un puits vertical foré dans un réservoir d'huile lourde. Ils ont mis au point trois dispositifs d'essai : dans le premier, on impose un débit de fluide à travers un échantillon de sable [Tremblay et *al.*, 1996] tandis que, dans le second, on impose un gradient de pression dans l'échantillon [Tremblay et *al.*, 1998]. Une nouvelle cellule a récemment été conçue (de plus grande dimension) pour étudier l'influence de la présence d'une deuxième perforation [Tremblay B. et *al.*, 2002].

a) Essais à débit de fluide imposé.

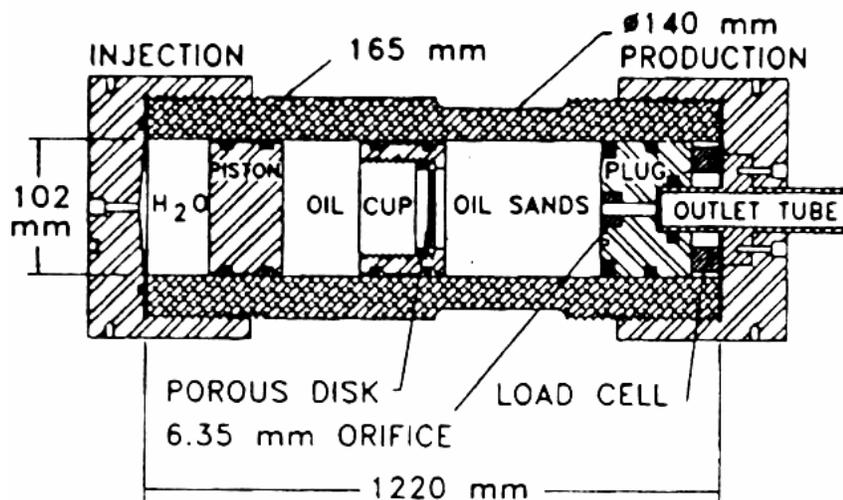


Figure IV.1 : Cellule d'essai de l'A.R.C. pour la mise en évidence de la formation de Wormholes (débit imposé).

Dans cette expérience, une huile très visqueuse (entre 21500 et 37000 cP) est injectée sous pression dans une cellule cylindrique horizontale (10 cm de diamètre, 36 cm de long), remplie de sable et munie d'un orifice de 6 mm simulant une perforation (Fig. IV.1). Le sable utilisé provient du site de Burnt Lake. Il est humidifié, puis disposé dans la cellule par couches successives de 9 cm et comprimé sous 13,8 MPa jusqu'à obtenir une porosité de 36%. La cellule est conçue pour que l'échantillon de sable puisse être observé au scanner. La résolution permise par le scanner est de 1,5 mm dans le plan avec une épaisseur de coupe de 8 mm.

L'échantillon est d'abord saturé en eau, puis balayé en huile avec un débit de 0,17 cm³/min. On obtient ainsi une saturation en huile avant essai de 90%. L'essai proprement dit comporte deux phases : une première phase où l'huile est injectée avec un débit de 0,6 cm³/min, puis une deuxième phase où le débit d'injection monte à 9,6 cm³/min.

Pendant la première phase, on observe une chute des pressions d'injection et de sortie 102 minutes après que le débit a été augmenté à 0,6 cm³/min et, 2 minutes plus tard, le début des venues de sable. Un wormhole commence alors à se former à partir de l'extrémité aval de l'échantillon (perforation) et progresse en direction de l'extrémité amont (injection) à une vitesse moyenne de 2,4 mm/min. La vitesse de formation du wormhole décroît en fait au fur et à mesure que sa longueur augmente. Le débit est maintenu à 0,6 cm³/min pendant 82 minutes après que le wormhole a atteint l'extrémité amont. Pendant ce temps, le wormhole se « lessive » peu à peu, i.e. la proportion de sable dans le wormhole diminue au cours du temps.

Le débit est finalement augmenté à 9,6 cm³/min. L'écoulement de l'huile semble alors se faire essentiellement dans la partie supérieure du wormhole, où la concentration en sable est moins importante que dans la partie inférieure du wormhole. B. Tremblay explique que ce phénomène est probablement dû à une chute des grains de sable en suspension dans le wormhole sous l'effet de la gravité.

L'intérêt majeur de cet essai est d'avoir permis pour la première fois de visualiser l'érosion progressive d'un massif de sable sous l'effet d'un écoulement de fluide. On peut toutefois s'interroger sur la représentativité de l'essai par rapport à la réalité de la production des huiles lourdes. Plus précisément on peut se demander si l'observation de wormholes n'est pas liée à la géométrie de la cellule utilisée. Par ailleurs, l'inconvénient d'utiliser une cellule cylindrique élancée est que le confinement du sable risque de provoquer la formation de voûtes de décharges dans le massif de sable. Enfin, le mode de production utilisé dans cet essai (débit d'injection imposé) ne correspond pas aux modes de production utilisés pour la production des huiles lourdes.

b) Essais à gradient de pression imposé.

B. Tremblay a réalisé une seconde cellule d'essai, dans laquelle ce n'est plus le débit d'huile qui est imposé, mais le gradient de pression dans l'échantillon [Tremblay et al., 1998]. La géométrie de cette cellule est similaire à celle de la figure IV.1, seules certaines dimensions changent. L'échantillon est toujours constitué de sable du site de Burnt Lake, comprimé à 27,6 MPa jusqu'à obtenir une porosité de 34%. Il est ensuite saturé en eau, puis en huile (108800 cP à 18,5°C) et en gaz avec un rapport huile/gaz (GOR) de 14,1. La pression interstitielle après saturation est de 5,17 MPa. L'extrémité aval de l'échantillon (sortie vers le puits) est ensuite reliée à une cellule tampon remplie d'huile et asservie en pression, tandis qu'à l'extrémité amont (côté réservoir). La pression de la cellule tampon avale est alors abaissée par paliers successifs (205 kPa par jour) pour créer un écoulement dans l'échantillon.

Les conditions aux limites en pression de l'écoulement ainsi créées correspondent à un des modes de production utilisé in-situ : pression de puits baissée progressivement et pression de réservoir diminuant « librement » sous l'effet de l'écoulement de l'huile.

L'échantillon est toujours observé au scanner, mais la longueur d'auscultation n'est que de 35,2 cm. L'échantillon mesurant 85 cm, seule sa partie aval est observée. La pression est cette fois-ci mesurée en six points répartis sur toute la longueur de l'échantillon.

La formation d'un wormhole a été observée 9 jours après le début de l'expérience avec une progression de 0,85 cm/jour (0,06 mm/min) pendant les 20 premiers jours. Pendant ce temps, le gradient de pression en tête du wormhole a augmenté presque linéairement de 1 jusqu'à 1,9 MPa/m. La vitesse de progression du wormhole a alors augmenté jusqu'à atteindre 6,6 cm/jour pour une longueur de 35 cm. Le wormhole n'a ensuite plus progressé, malgré un gradient de pression en tête de 2,9 MPa/m. B. Tremblay explique l'arrêt de la progression du wormhole par un gradient de pression trop faible pour contrer les forces de frottement entre les grains de sable et la surface du wormhole.

Ce deuxième essai présente l'avantage d'être plus proche des conditions de production réelles (baisse de la pression de puits). Dans le cas des huiles lourdes on utilise toutefois souvent des pompes à cavité progressive pour extraire l'huile, ce qui a pour effet d'imposer un débit de production. Par ailleurs la cellule utilisée restant une cellule cylindrique élançée avec un écoulement axial, les questions sur l'influence de la géométrie de la cellule restent de mise.

c) Essais avec deux perforations.

L'essai est réalisé à gradient de pression imposé. La principale différence par rapport à l'essai précédent est qu'il existe deux perforations, reliées chacune à une cellule tampon avale dont la pression est régulée de façon identique. La géométrie de la cellule a de plus changé. Elle est en effet parallélépipédique (30 cm de hauteur, 30 cm de largeur et 80 cm de longueur). Les deux perforations sont situées l'une au-dessus de l'autre, symétriquement par rapport à l'axe de la cellule. L'écoulement du fluide est quant à lui toujours axial [Tremblay B. et al., 2002].

Les procédures de mise en place du sable et de mise en production sont sensiblement les mêmes que dans l'essai précédent.

A la fin de l'essai, un "wormhole" de 36 cm de longueur et de 17 cm de diamètre s'est formé en face de la perforation supérieure, tandis que seul un début d'érosion de 7 cm de longueur s'est amorcé en face de la deuxième perforation (fig. IV.2).

La dimension du "wormhole" obtenu lors de cet essai laisse penser que la géométrie de la cellule a une forte influence sur les schémas d'érosion observés et notamment sur le diamètre des wormholes. On peut alors s'interroger sur les dimensions d'éventuels "wormholes" in-situ.

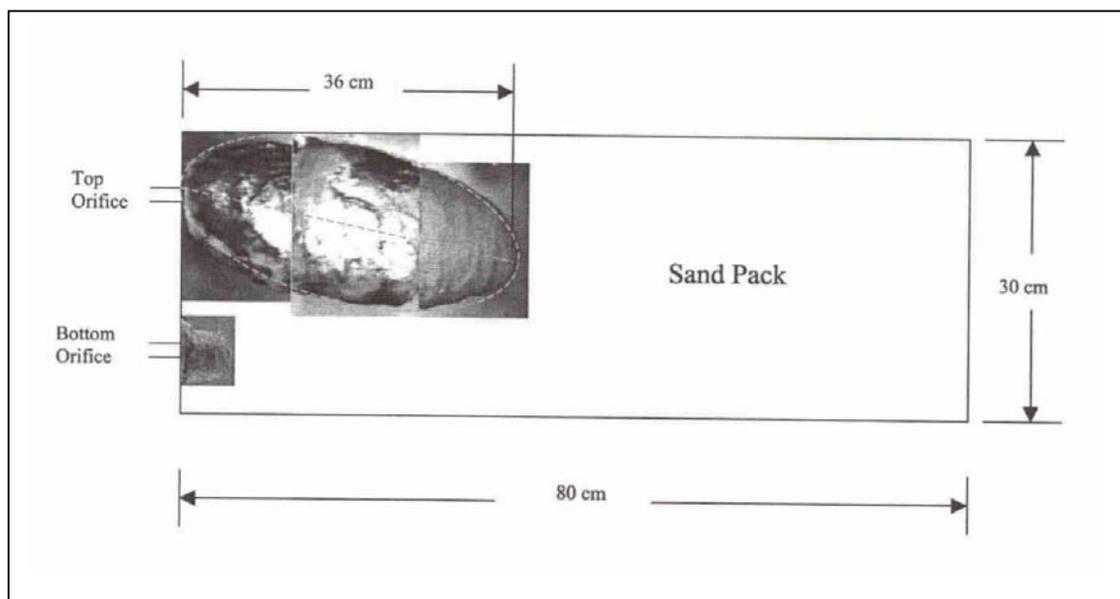


Figure IV.2: Localisation de l'érosion [Tremblay B. et al., 2002]

1.2. Cellule bidimensionnelle à flux radial

a) Principe de l'expérience.

Au cours de sa thèse, P. Cérasî a mené des expériences d'écoulement dans des milieux poreux non consolidés modèles (sable de Fontainebleau, billes de verre) imbibés d'eau distillée [Cerasi, 1996]. Ces expériences ont été réalisées dans une cellule de Hele-Shaw : cellule circulaire de faible épaisseur (1 cm), percée d'un trou en son centre permettant de soutirer le fluide. La pression de confinement n'est pas contrôlée, même si on peut la faire varier en jouant sur le dispositif de serrage des deux plaques.

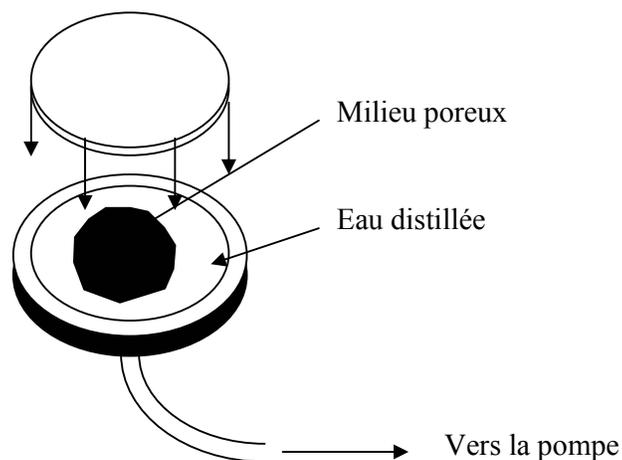


Fig. IV.3 : Cellule de Hele-Shaw

b) Résultats

P. Cerasi a mis en évidence l'existence de trois régimes d'écoulement successif sous l'effet d'une augmentation progressive du débit de fluide soutiré : filtration laminaire du milieu poreux, instabilité d'érosion (création de canaux vides de particules), fluidisation globale du milieu poreux. A ces trois régimes d'écoulement sont associés deux seuils marquant le passage d'un régime à un autre.

- A faible débit de soutirage, on observe une **filtration laminaire** du milieu poreux : le fluide circule à travers les pores sans que le squelette granulaire ne subisse aucun mouvement, on a alors un régime d'écoulement de type Darcy dans l'échantillon.
- Une fois le premier seuil de débit franchi, la transition vers l'**instabilité d'érosion** se fait en deux temps.
 - ✓ Dans un premier temps, avant tout mouvement de particules, il y a décompaction du squelette poreux : des fractures réparties de manière isotrope apparaissent créant une perturbation de l'interface fluide/poreux qui de ce fait devient irrégulier.
 - ✓ Une faible augmentation de débit va ensuite permettre le passage à l'instabilité d'érosion proprement dite : des canaux vides de particules se développent au sein du milieu poreux en se ramifiant vers l'amont. L'instabilité se développe sur les pointes de l'interface qui correspondent au rayon de courbure maximum.
- Le second seuil de débit marque le passage à un régime de **fluidisation globale**, le milieu poreux s'écoulant en bloc.

L'intérêt de cet essai est d'avoir mis en évidence différents régimes d'écoulement et d'érosion sous l'effet d'une variation de débit. La production massive et continue de sable peut être rapprochée du régime de fluidisation globale. L'hypothèse de wormholing peut quant à elle être reliée à la formation de chenaux vides de particules observée dans les expériences de P. Cerasi.

1.3. Cellule bidimensionnelle à déformations planes

Il s'agit d'un dispositif expérimental développé à l'IFP dans le but de simuler une couche de roche réservoir (sable plus ou moins confiné) saturée de fluide (de l'eau dans ces essais) dans laquelle on aurait foré un puits exploité en production froide. Le fluide est drainé par la création d'une différence de pression au sein de la couche réservoir comme le sont effectivement les hydrocarbures en production froide.

Le but de ce dispositif était d'étudier la faisabilité d'une mise en évidence expérimentale de wormholes.

a) Dispositif expérimental

Le sable est disposé par lits successifs dans une cellule parallélépipédique (« aquarium ») de faible épaisseur (dimensions intérieures : 900mm*600mm*20mm), puis très lentement saturé en eau. La charge hydraulique est maintenue constante dans l'échantillon.

Une barre métallique munie de tiges filetées assure un léger confinement du matériau fonction du serrage des écrous.

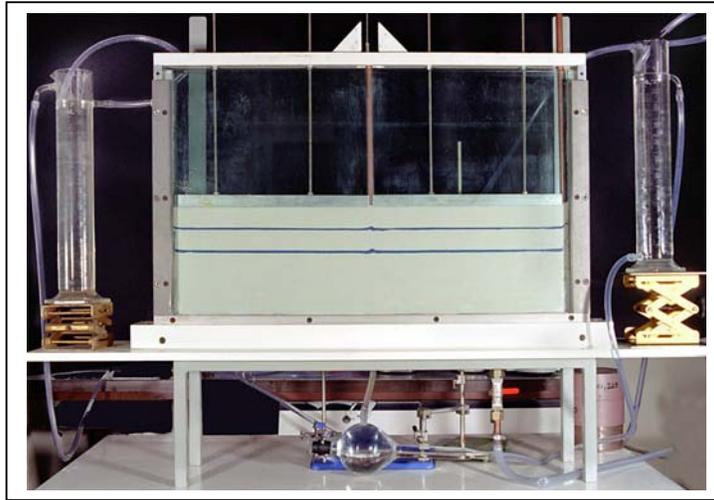


Figure IV.4 : Photo du dispositif expérimental « cellule aquarium ».

Un tube métallique vertical, percé de deux trous diamétralement opposés, et placé au milieu de l'aquarium, simule un casing et ses perforations. Ce tube traversant est relié à un récipient rempli d'eau, placé sur une balance et lui-même relié par un tuyau flexible à un autre récipient d'eau que l'on peut placer au niveau désiré pour imposer un gradient de pression dans l'échantillon.

b) Déroulement de l'expérience

Au cours de l'essai, le récipient mobile est descendu par paliers successifs de 10 mm, établissant ainsi une dépression croissante entre le sable saturé et le tube central et instaurant donc un écoulement en direction des orifices de production.

c) Résultats

Les caractéristiques de l'écoulement du sable (quantité, nature continue ou discontinue de l'écoulement notamment) fournissent des indications sur les phénomènes intervenant au sein du matériau sableux [Frionnet, 2001].

Ainsi, des venues de sables par bouffées, entrecoupées de phases de stabilisation sans aucun écoulement de sable, observées dans certaines expériences avec du Sable de Manche, font penser à une possible formation de wormholes, qui serait permise par la cohésion apparente des grains due à leur enchevêtrement.

Les essais avec du sable de Fontainebleau ont, quant à eux, tous donné lieu à des venues de sable continues dès la mise en dépression.

Outre le gradient de pression, la contrainte de confinement semble influencer le déclenchement du phénomène d'érosion. Une augmentation du confinement du milieu conduit à un seuil de dépression amorçant l'érosion plus élevé.

1.4. Cellule cylindrique à flux radial

Vaziri [Vaziri et al., 2000] a mené une série d'essais en centrifugeuse dans le but d'identifier les schémas d'érosion susceptibles de se produire lors de la production froide des huiles lourdes. Le principe est d'utiliser un échantillon de taille modeste pour simuler un système de grande taille en se servant de la force centrifuge appliquée à l'échantillon pour multiplier artificiellement certaines grandeurs physiques (dimensions, poids...) tout en gardant intact les lois de comportement des matériaux en place.

Les échantillons testés sont, ici, des cylindres de 90 cm de diamètre et 10 cm de hauteur. Au centre du modèle se trouve un cylindre métallique de 20 mm de diamètre représentant le puits avec une ou plusieurs perforations de 5 mm de diamètre. L'écoulement dans l'échantillon est radial. Le fluide utilisé est une huile de viscosité moyenne (100 cP). Afin d'observer après essais les déformations de la couche de sable, des cercles concentriques sont tracés avec du bleu de méthylène sur l'échantillon à l'état initial.

Vaziri observe le développement de cavités s'initiant à proximité des perforations et se développant dans un premier sur toute la hauteur de l'échantillon, puis radialement pour former un cône de diamètre plus important dans sa partie supérieure. Dans certains cas, après la formation du cône, des wormholes se sont développés à la surface supérieure de la couche à l'interface avec le matériau sus-jacent.

Cette cellule d'essai présente l'avantage d'avoir une géométrie très réaliste: couche cylindrique avec un flux radial. Par contre, il est regrettable que les essais soient effectués sans exercer un véritable confinement axial de la couche de sable: dans cet essai les contraintes de confinement ne sont pas du tout représentatives des contraintes en place, or ces contraintes jouent nécessairement un rôle significatif dans les phénomènes d'érosion susceptibles de se développer.

2. Description de l'essai "wormhole" (IFP)

Compte tenu des résultats encourageants obtenus avec la cellule d'étude de faisabilité, l'IFP a conçu un nouveau dispositif d'essai, toujours dans le but de simuler une couche de roche réservoir (constituée de sable plus ou moins confiné) saturée de fluide (de l'eau dans les premiers essais) dans laquelle on aurait foré un puits exploité en production froide.

D'importantes améliorations ont été apportées: l'écoulement du fluide dans l'échantillon est cette fois-ci radial, la pression de confinement de la couche de sable est parfaitement contrôlée et la cellule est conçue pour fonctionner sous scanner afin d'être en mesure d'observer la localisation des venues de sable. La pression de confinement appliquée par l'intermédiaire d'un piston peut atteindre 2 MPa. Cette valeur, en deçà de la contrainte verticale subie par la couche productrice résulte d'un compromis entre la possibilité d'exercer un confinement significatif et la nécessité d'une épaisseur de parois suffisamment faible pour ne pas créer trop de bruits sur les images scanner. Un atout majeur de cette cellule, notamment par rapport aux cellules cylindriques de l'A.R.C. (cf. § IV.1.1), est que sa géométrie ne favorise a priori aucune géométrie d'érosion. Ce dispositif a été conçu au cours de l'année 2001 et les premiers essais ont été réalisés à la fin de l'année. Diverses améliorations ont été apportées tout au long de la thèse.

2.1. Dispositif d'essai

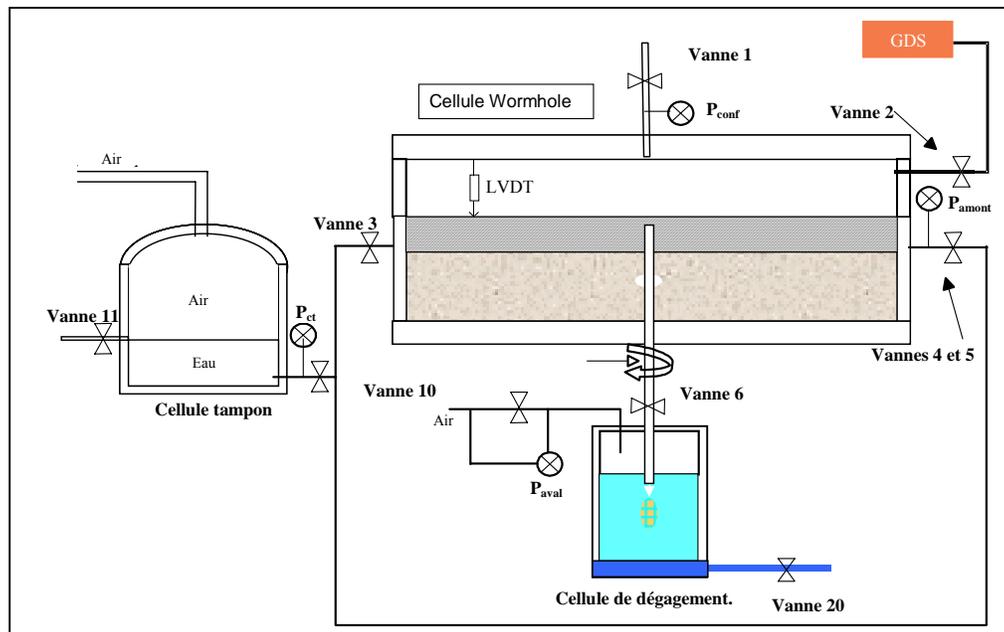


Figure IV.5 : Schéma de principe du dispositif d'essai

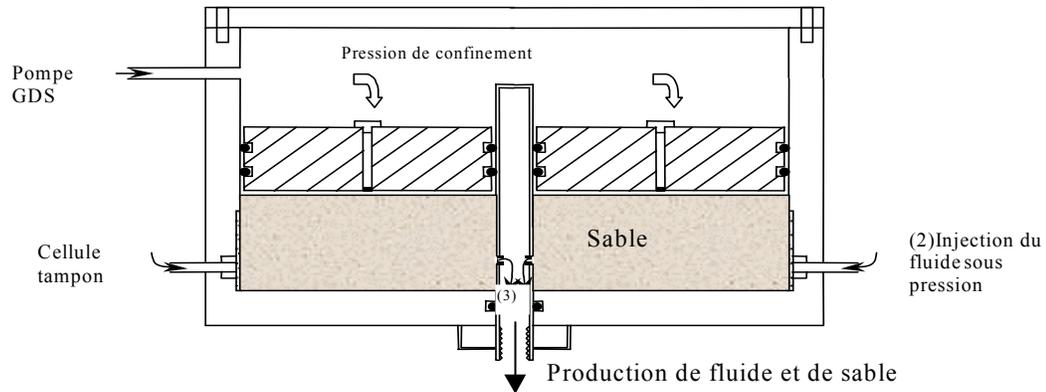


Figure IV.6: Schéma de principe de la cellule "wormhole"



Figure IV.7: Dispositif d'essai

Principaux éléments du dispositif expérimental.

- La cellule wormhole proprement dite possède une géométrie proche de celle d'une cellule oedométrique : c'est un cylindre de 30 cm de diamètre intérieur et de 20 cm de hauteur. La couche de sable a une épaisseur de 6,5 cm lors de sa mise en place. Au centre de la cellule, un tube de 2,1 cm de diamètre simule le puits. Il est percé d'un ou plusieurs orifices de 3 à 5 mm de diamètre qui simulent les perforations. Ces orifices peuvent être maintenus ouverts ou fermés. Trois secteurs indépendants en verre fritté, situés sur la périphérie de la cellule, permettent d'injecter le fluide interstitiel. Lors de l'ouverture des orifices centraux, un flux radial s'instaure au sein de la couche de sable. La cellule a été conçue pour permettre l'observation de la couche de sable au scanner.

- Une pompe GDS est utilisée pour contrôler la pression de confinement imposée sur la couche de sable.
- Les cellules tampon et de dégagement sont des cellules air-fluide qui permettent de réguler les pressions amont et aval du fluide interstitiel (eau ou huile).

2.2. Procédures d'essai

La procédure détaillée des essais est donnée en annexe, mais on rappelle ci-dessous les principales étapes de l'expérience.

- Le matériau sableux est disposé dans la cellule par lits successifs sur une hauteur de 6,5 cm. Il est ensuite confiné jusqu'à 100 kPa.
- Le sable est alors saturé sous vide avec le fluide désiré. Pour l'instant, l'eau est le seul fluide à avoir été utilisé. On peut à partir de là faire varier la pression de confinement et celle du fluide interstitiel, et donc la pression effective appliquée au squelette sableux.
- On réalise une image scanner de la couche de sable à l'état initial.

On démarre ensuite une phase de production:

- $t \leq t_0$ On impose dans un premier temps une pression identique à celle de la pression amont dans la cellule de dégagement donc dans le tube de production. On ouvre alors les perforations.
- $t_0 \leq t \leq t_1$ Pour provoquer l'écoulement du fluide à travers la couche de sable, on baisse progressivement la pression du gaz dans la cellule de dégagement, ce qui entraîne une baisse de la pression dans le tube de production et donc une différence de pression entre la pression amont imposée par la cellule tampon et la pression aval imposée par la cellule de dégagement.
- $t_1 \leq t \leq t_2$ La pression dans la cellule de dégagement est ensuite maintenue constante. Au bout d'un certain temps (t_2 varie généralement de 2 à 5 minutes), on ferme la vanne 6 entre la cellule wormhole et la cellule de dégagement, ce qui a pour effet d'arrêter l'écoulement.
- On peut alors purger la cellule de dégagement du surplus de fluide, imposer de nouveau une pression identique à la pression amont, ouvrir la vanne 6 et lancer une nouvelle phase de mise en production.

L'évolution des pressions amont et aval au cours d'une phase de production est schématisée sur la figure IV.8.

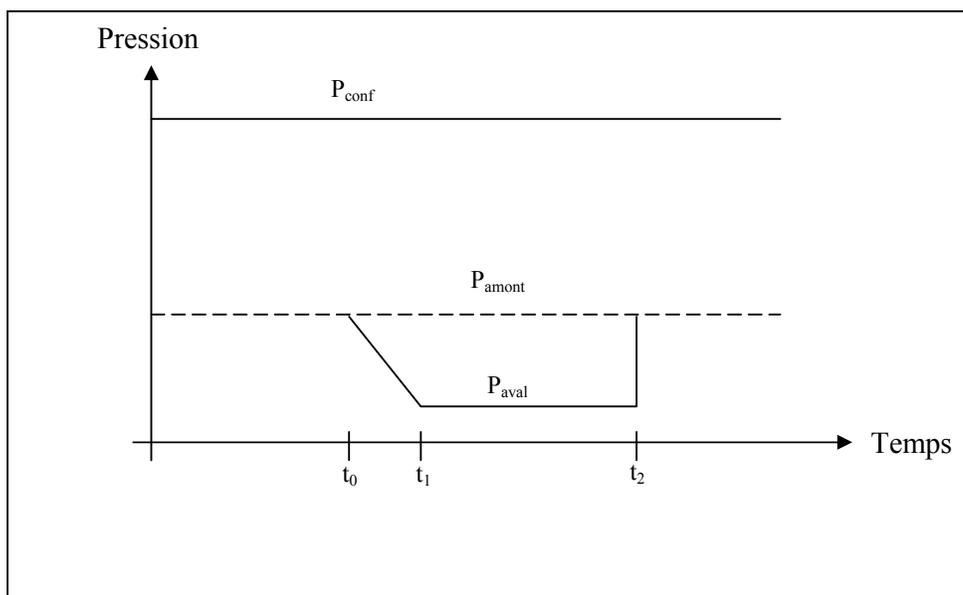


Figure IV.8 : Evolution des pressions lors d'une phase de production

Selon la valeur du gradient de pression et de la pression de confinement, on observe ou non des venues de sables.

Entre deux phases de production, on peut examiner l'ensemble de la couche de sable sous scanner, ce qui permet d'obtenir une cartographie de la densité au sein de la couche et donc de visualiser les éventuelles zones d'érosion.

Paramètres contrôlés et mesurés.

Tout au long de l'essai, on mesure la pression à la sortie de la cellule tampon (P_{ct}), la pression de confinement (P_{conf}), la pression amont du fluide interstitiel (P_{amont}) et la pression du fluide dans la cellule de dégagement (P_{aval}).

On impose la pression de confinement par le biais de la pompe GDS et on mesure le volume d'eau injecté par celle-ci pour établir et maintenir la pression souhaitée.

L'acquisition de ces données est réalisée par un logiciel développé sous LabVIEW, qui permet l'affichage et le stockage de toutes les données (pression de confinement, pression amont, pression aval, variation de volume de la pompe GDS et, depuis novembre 2002, déplacement du piston). C'est également ce logiciel qui pilote la pompe GDS servant à assurer le confinement.

On peut par ailleurs mesurer après essai la masse du sable recueilli dans la cellule de dégagement.

✓ Suivi du déplacement du piston.

Afin de connaître le plus précisément possible l'état de compaction exact de la couche de sable à tout instant au cours de l'essai, et plus particulièrement avant les phases de mise en production, un capteur de déplacement LVDT a été installé entre le piston et le toit de la cellule.

✓ Régulation de la pression de dégagement.

Le dispositif présenté sur la figure III.5 permet de réaliser des essais au cours desquels la différence entre la pression amont et la pression aval de la cellule "wormhole" ($P_{\text{amont}}-P_{\text{aval}}$) est imposée. Il a été utilisé à partir de l'essai 24 (la procédure d'essai décrite ci-dessus correspond à ce système de mise en production).

Pour les essais précédents, le dispositif initial ne permettait pas de réguler la pression aval. Le déclenchement d'une phase de production se faisait par ouverture de la vanne de sortie de la cellule de dégagement (vanne 20).

✓ Maintien de la pression de confinement pendant les essais.

L'enregistrement continu de la pression de confinement et de la variation de volume de la GDS a mis en évidence un enfoncement du piston lors de certaines phases de production. Ce déplacement du piston est lié à la déformation de la couche de sable sous l'effet d'une augmentation locale de contrainte effective.

Dans le cas d'une déformation très importante de la couche, le contrôle de la pression par la pompe GDS pourrait être pris en défaut du fait d'un débit insuffisant. La contrainte effective dans le massif baisserait alors, ce qui pourrait déstabiliser le massif et générer des venues de sable supplémentaires parasites. C'est en tout cas ce qui semble s'être produit lors de l'essai 19 : le débit de la GDS lors de la première ouverture était en effet d'environ 216 ml par seconde, ce qui correspond au débit limite de cette pompe.

Pour remédier à ce problème, un accumulateur hydraulique a été ajouté en parallèle de la pompe GDS. Son rôle est de compenser de façon quasi instantanée les éventuelles baisses de pression de confinement lors de la mise en production.

2.3. Protocole d'acquisition des images scanner

Les premiers essais réalisés sous scanner (essais 14, 17 et 19) ont permis de fixer le protocole d'acquisition des images sous scanner.

Les images obtenues sous scanner ont tendance à être très bruitées en raison de la taille importante de la cellule et de l'épaisseur des parois. Pour obtenir des images exploitables, il est nécessaire de réaliser des coupes d'une épaisseur de 10 mm. Ces coupes sont réalisées tous les 3 mm (i.e. avec un chevauchement de 7 mm) afin de permettre l'obtention d'une image 3D de la couche de sable de bonne qualité par reconstruction informatique.

Les paramètres d'acquisition sont tous fixés au maximum des possibilités du scanner (140 kV et 100 mA).



Figure IV.9 : Photo du dispositif installé au scanner

3. Essais préliminaires

3.1. Caractéristiques des sables étudiés

Deux types de sable ont été successivement utilisés, d'abord un sable siliceux, le sable de Fontainebleau, puis un sable coquillier carbonaté, le sable de Manche, qui a la particularité de présenter une cohésion apparente due à l'enchevêtrement des grains. Ce dernier a été tamisé à 630 μm .

Tableau IV.1 : Caractéristiques des deux sables étudiés et d'un sable canadien.

Nature du sable	Sable de Fontainebleau	Sable de Manche (tamisé à 630 μm)	Sable de Elk Point
Diamètre D_{50} (μm)	250	400	200
Densité min. (kN/m^3)	13.3	11.6	13.7
Densité max. (kN/m^3)	15.9	14.1	16.3
Angle de frottement ($^\circ$)	34.7	42.4	29.8

Remarque: Les angles de frottement ont été mesurés à la boîte de cisaillement pour une contrainte normale de 500 kPa et une densité $D_r \approx 65\%$.

Les courbes granulométriques des trois sables sont données en annexe 8.

3.2. Influence de la nature du sable

Dans les réservoirs canadiens (e.g. Elk Point), le sable en place est à la fois très fin ($d_{50} < 300 \mu\text{m}$) et très enchevêtré. Dusseault et Van Domselaar (1982) indiquent une porosité de 30 à 32 % pour le champ de Cold Lake et de 28 à 34 % pour le champ d'Athabasca. Ils soulignent l'existence d'un grand nombre de contacts concavo-convexes résultant de dissolutions et recristallisations du sable au cours de son histoire [Dusseault et *al.*, 1978]. D'un point de vue granulométrique, ces sables sont donc très proches du sable de Fontainebleau et l'on a donc naturellement pensé à utiliser ce sable pour les expériences de simulation de production.

Les réservoirs canadiens se situant à environ 700 m de profondeur, la contrainte totale verticale s'exerçant sur cette couche est de l'ordre de $\sigma_z = 14,5 \text{ MPa}$ et la contrainte effective associée $\sigma'_z = 7,5 \text{ MPa}$. Le problème qui se pose alors est le niveau de confinement que l'on est capable d'imposer en essai. En effet, même pour $P_{c,eff} = 1500 \text{ kPa}$ (essai 4), on a constaté une venue immédiate de sable. Cela semble signifier que l'on n'est pas parvenu à donner une cohésion apparente suffisante au squelette granulaire. Les expériences avec le sable de Fontainebleau n'ayant pas été réalisées sous scanner, on ne dispose d'aucune donnée sur la localisation des venues de sable observées.

Nous nous sommes alors orientés vers un sable plus grossier (tamisé à 630 μm), mais dont la structure des grains permet plus de contacts « concavo-convexes » et qui possède donc une cohésion apparente : le sable de Manche.

3.3. Configuration retenue

Trois diamètres de perforation ont successivement été testés: 3 mm, 4 mm, 5 mm. Il était matériellement impossible de reproduire dans le cadre de cette expérience le rapport entre la taille des grains et la taille des perforations qui existe in-situ (environ 1/100). Il a toutefois semblé judicieux de retenir la taille de perforation la plus grande possible afin de limiter au maximum les effets d'échelle. Une perforation de 5 mm de diamètre est environ 8 fois plus grande que les plus gros grains (630 μm). Tous les essais présentés dans le cadre de cette thèse ont été réalisés avec une seule perforation de 5 mm de diamètre.

3.4. Etude de l'influence de la gravité sur les essais

Pour des raisons d'encombrement, lors des essais réalisés au scanner la cellule "wormhole" est inclinée de 90° (figure IV.9), la perforation est dirigée vers le haut. On peut alors se demander si la gravité influe sur les résultats d'essais. Au vu des résultats, il semble toutefois que cela ne soit pas le cas car aucune différence n'a été observée entre les essais réalisés au scanner (cellule inclinée) et les essais réalisés au laboratoire (cellule non inclinée).

On peut distinguer deux phases distinctes:

- en dehors des phases de production: la couche de sable est uniquement soumise à l'effet de la gravité et du confinement;
- pendant les phases de production: en plus de la gravité et de l'état de contraintes dû au confinement, il y a un gradient hydraulique.

Déterminons tout d'abord l'ordre de grandeur de la contribution à l'état de contraintes global dans l'échantillon de la gravité d'une part et du confinement d'autre part.

L'ordre de grandeur de la contrainte radiale due au confinement axial est: $\sigma_{rc} = K_{repos} \sigma_{conf}$, où K_{repos} est le coefficient de poussée des terres au repos: $K_{repos} \approx 1 - \sin \phi$. Avec la valeur de l'angle de frottement pour le sable de manche indiquée dans le tableau III.1 et pour une contrainte de confinement effective de 500kPa, on obtient: $\sigma_{rc} \approx 0,13 \text{ MPa}$.

L'ordre de grandeur de la contrainte radiale due à la gravité lorsque la cellule est inclinée (scanner) est: $\sigma_{rg} = \gamma D \approx 13 * 0.30 \approx 3,9 \text{ kPa}$.

La contrainte liée à la gravité est donc nettement négligeable devant celle liée au confinement.

Lors des phases de production, la force du gradient hydraulique est de plus très largement supérieure à la force induite par la gravité : le poids volumique du sable est d'environ $13,5 \text{ kN/m}^3$ tandis que, dès que la différence de pression amont-aval est supérieure à 10 kPa, le gradient hydraulique moyen dans l'échantillon est de l'ordre de 67 kN/m^3 . Au cours d'une phase de production, la différence de pression amont-aval est de l'ordre de 100 kPa, ce qui conduit à un rapport de 50 entre les effets du gradient hydraulique et de la gravité.

Ainsi, la gravité engendre des effets négligeables dans les deux cas envisagés (en et hors production). Cette évaluation théorique permet d'analyser les données expérimentales.

Le tableau fourni en annexe 3 regroupe, pour la plupart des essais effectués à ce jour, les mesures de densité au scanner effectuées avant toute production de fluide et adoptées comme références pour définir l'état initial de la couche sableuse. Ces mesures sont réalisées sur 16

zones de dimensions identiques (Figure IV.10). On s'aperçoit que la densité dans l'échantillon mesurée au scanner n'est jamais homogène et, plus précisément, que la densité mesurée dans la partie supérieure (zones 2, 13 et 16) est moins importante que dans la partie inférieure (zones 15, 8 et 14). On peut s'interroger sur la représentativité des valeurs de densité mesurées aux abords du puits ou de la couronne extérieure qui sont susceptibles d'être faussées par la proximité d'éléments de la cellule (paroi ou tube).

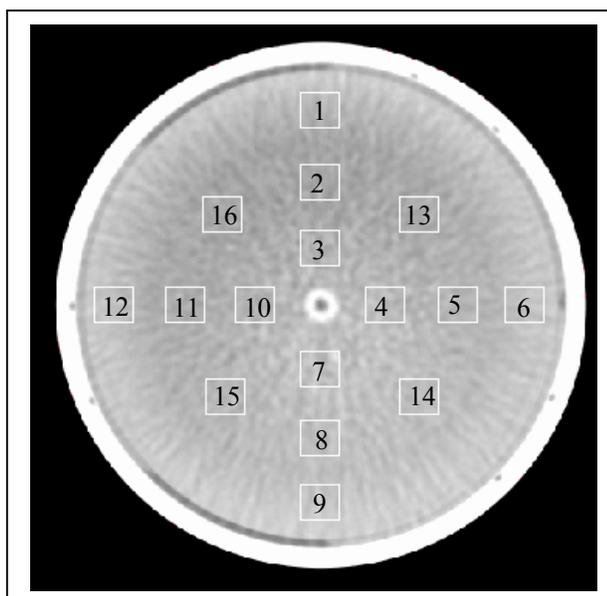


Figure IV.10: Zones de mesure de la densité

Compte tenu de la méthode de mise en place du sable au laboratoire (cellule horizontale), il n'y a pas de raison particulière pour qu'une moitié de l'échantillon soit systématiquement plus dense que l'autre: l'écart relatif sur la couronne centrale (zones 2, 5, 8, 11, 13, 14, 15, 16) est d'environ 20 %. Lors de l'essai 34, deux mesures de densité à l'état initial ont été prises pour deux orientations différentes de la cellule décalée de 135°. Pour ces deux mesures, les zones 8,14,15 ont des valeurs de densité plus fortes que les zones 2,13,16 (tableau IV.2). Cela confirme que les écarts de densité mesurés sont des artefacts sans lien avec une potentielle hétérogénéité réelle de la couche de sable.

Position 1		Position 2 (après rotation de 135°)	
Zone 13	760	Zone 13	738
Zone 2	732	Zone 2	728
Zone 16	753	Zone 16	771
Moyenne supérieure	748	Moyenne supérieure	746
Zone 15	882	Zone 15	916
Zone 8	935	Zone 8	934
Zone 14	900	Zone 14	875
Moyenne inférieure	906	Moyenne inférieure	909

Tableau IV.2: Mesure de la densité au scanner lors de l'essai 34

La gravité n'influence donc pas l'essai de façon sensible. Afin de s'affranchir des artefacts de mesures, les mesures de densité obtenues au scanner seront utilisées pour étudier l'évolution de densité de la couche de sable par rapport à l'état initial.

4. Résultats

4.1. Essais réalisés

Tous les essais présentés ici ont été réalisés avec du sable de Manche et une perforation de 5 mm.

Pour les essais 1 à 20, l'alimentation en fluide n'est réalisée que par un seul secteur fritté (face à la perforation). A partir de l'essai 21, l'alimentation en fluide est réalisée simultanément par les 3 secteurs frittés.

Les lignes en caractères gras correspondent à des essais réalisés sous scanner. La présence d'une étoile après le numéro d'essai indique que c'est un essai qui a été réalisé sans le capteur LVDT de suivi de déplacement du piston.

On appelle "P_{ceff max}" la différence entre la pression de confinement appliquée sur la couche de sable et la pression de pore pendant la phase de consolidation et " P_{ceff essai} " la pression de confinement en cours d'essai.

N° essai	Densité relative initiale du sable (%)	P _{ceff max} (kPa)	P _{ceff essai} (kPa)	P _{pore essai} (kPa)	Nombre de phases de production	Durée totale de production
8*	66.9	200	200	200	10	7 min 9 s
11*	67.5	300	300	200	3	23 s
12*	60.1	400	400	200	2	19 s
13*	63.9	600	600→50	200	29	3 min 1 s
14*	59.6	600	600	200	3	25 s
15*	64.7	600	600→50	200	14	3 min 55 s
17*	66.8	500	500 puis 400	200 puis 300	28	7 min 52 s
19*	67.9	500	500	200	2	30 s
20*	57.3	500	500	200	2	3 min 33 s
21*	65.6	600	600→20	200	47	31 min 34 s
22*	69.9	500	500	200	38	14 min 59 s
23*	72.6	600	600→50	200 puis 300	127	32 min 14 s
26	76.3	500	500→100	300	17	37 min 54 s
27	77.3	400	400	300	2	1 min 5 s
28	62.0	500	500	300	1	30 s
30	76.7	600	500→600	300	10	6 min 22s
31	84.5	500	500	300	2	23 s
32	76.0	600	600→300	300	13	21 min 1s

Tableau IV.3 : Synthèse des essais réalisés

4.2. Schémas d'érosion observés

On a pu observer trois schémas d'érosion:

- aucune venue de sable même après un abaissement significatif de la pression de confinement;
- venues de sable sous la forme d'une alternance de "bouffées" et de venues "grain à grain" conduisant à la formation d'une cavité;
- venues de sable massives provoquant une baisse de la densité dans un secteur de la couche de sable.

4.3. Conditions d'érosion

Les principaux critères contrôlant les possibilités de venue de sable sont la pression effective de consolidation et la densité relative de l'échantillon à sa mise en place (fig. IV.11).

On constate que la densité relative varie entre 55 et 85 %. Elle dépend essentiellement de la mise en place initiale du sable (effectuée manuellement avec ou sans vibration de la cellule).

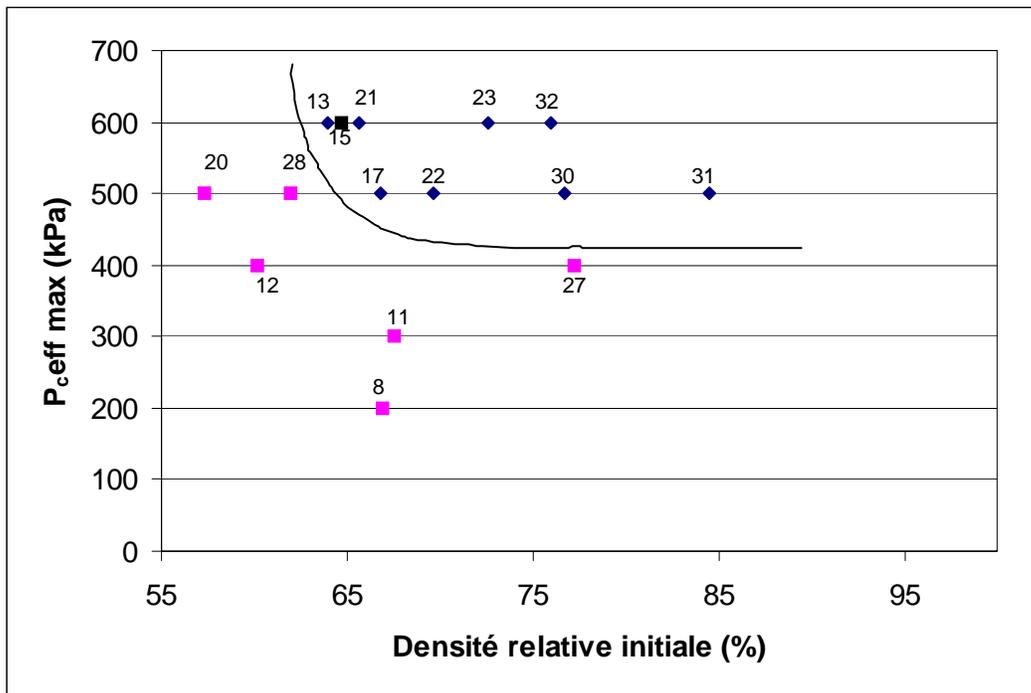


Figure IV.11: Schémas d'érosion en fonction de l'état de compaction du matériau

✓ Venues massives de sable avec baisse de la densité dans un secteur de la couche de sable.

C'est le cas des essais 8, 11, 12, 20, qui ont été réalisés au laboratoire (hors scanner), ainsi que des essais 27 et 28 qui ont été réalisés sous scanner. Les essais 14 et 19 (réalisés sous scanner) ont donné des résultats très similaires. Mais, une forte baisse de la pression de confinement ayant été constatée pour ces deux essais au moment de la première venue de sable, ils ne sont pas pris en compte dans les interprétations qui suivent (et n'apparaissent pas

sur la figure IV.11), l'essai 14 se situerait dans la zone des venues massives et l'essai 19 dans la zone de formation d'une cavité.

Lors de chacun des essais 8, 11, 12, 20, **27** et **28**, on a constaté des venues de sable en quantité importante dès la première phase de mise en production (ouverture de la vanne 20 ou diminution de la pression de dégagement). Lors du démontage, on s'aperçoit que la densité de la couche de sable a diminué dans un secteur orienté face à la perforation. Ce secteur de densité affaiblie est bien visible sur les essais réalisés sous scanner (Fig. IV.12).

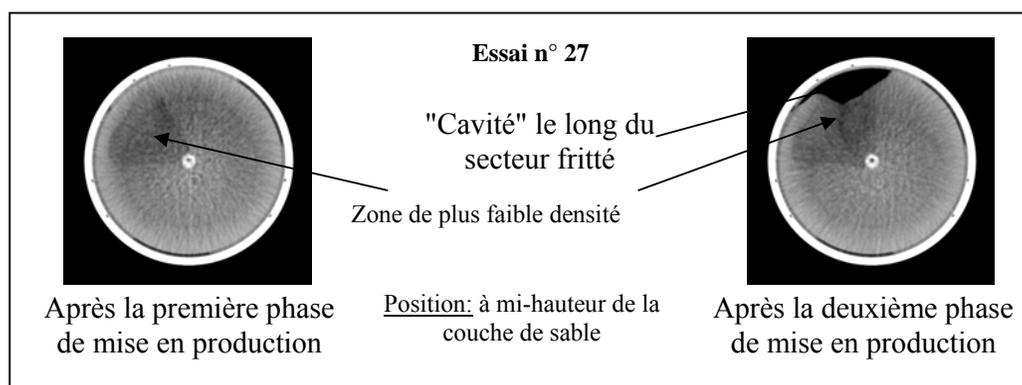
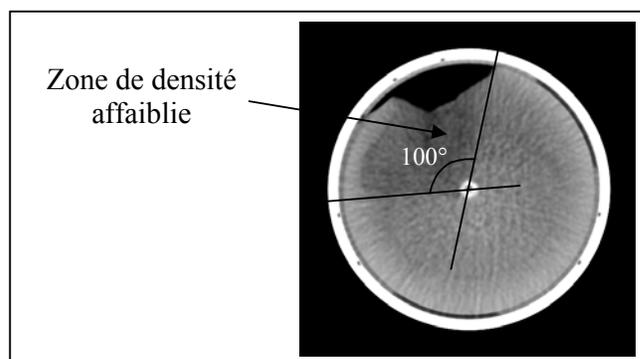


Figure IV.12: Essai 27 - Développement de l'érosion

La géométrie exacte du secteur concerné n'est pas facile à définir et n'est jamais exactement la même. Toutefois, on peut faire ressortir un certain nombre de constats communs aux différents essais. Tout d'abord, la zone concernée part toujours de la perforation pour s'étendre en direction de la périphérie. De plus, lorsque les essais ont lieu sous scanner, c'est à dire avec la cellule en position horizontale (Fig. IV.12), la perforation est toujours orientée vers le haut de la cellule et la zone de plus faible densité s'étend donc vers la partie supérieure de la cellule. On s'est donc interrogé quant à un effet de la gravité sur l'orientation de cette zone. Mais, dans le cas des essais réalisés au laboratoire (hors scanner), le constat reste le même alors que la gravité ne peut en aucun cas influencer le développement et l'orientation de la zone érodée, puisque la couche de sable est horizontale. Dans tous les cas, c'est toute la hauteur de la couche de sable qui est concernée.

Le volume total de massif concerné par cette baisse de densité ne peut être estimé avec précision. Toutefois si l'on considère le cas de l'essai 27 présenté ci-dessus, on constate qu'en fin d'essai, le volume total de la zone concernée par cette baisse de densité représente environ le quart du volume total de la cellule (Fig. IV.13). La masse totale du sable produit lors de l'essai 27 est de 391g, ce qui représente environ 28% du sable initialement présent dans la zone de densité affaiblie. Compte tenu de la formation d'une cavité le long du secteur fritté d'un volume de l'ordre du quart du volume de la zone de densité affaiblie, on peut estimer la densité relative dans la zone de sable de faible densité à 56%, contre 96% à l'état initial après consolidation.

Figure IV.13: Zone de densité plus faible après production de sable (essai 27)



✓ Venues avec formation d'une cavité.

▪ Cavité proche de la perforation

Pour des densités plus élevées, ou des pressions de consolidation plus importantes, la figure d'érosion rencontrée n'est plus du tout la même. Tout d'abord, il est alors plus difficile de provoquer des venues de sable. Pour en observer, la pression de confinement a dû être abaissée au cours des essais concernés (excepté pour l'essai 22). La pression de confinement effective au moment des productions de sable est ainsi de l'ordre de 50 à 100 kPa, contre 500 ou 600 kPa pendant la phase de consolidation.

De plus, lorsque la venue se produit, elle n'est plus massive, mais se fait sous la forme d'une alternance de petites "bouffées" de sable (environ 300 mm³ de sable lâche) et de venues grain à grain (parfois difficiles à détecter à l'œil nu). On constate alors sur les images scanner la formation d'une cavité devant la perforation. Dans un premier temps très localisée face à la perforation, cette cavité se développe peu à peu, à la fois en hauteur (jusqu'à concerner toute la hauteur de la couche de sable) et en diamètre (Fig. IV.14). Pour tous ces essais, la masse de sable produite reste faible (Tab. IV.4). Tant que l'on produit de l'eau, on continue à produire du sable et donc à agrandir la cavité. Mais, si l'on arrête la production d'eau, la cavité reste parfaitement stable dans le temps.

Tableau IV.4 : Production de sable lors de la formation d'une cavité

Essai	Nombre de phases de production	Volume d'eau produit: V_{eau} (cm ³)	Masse de sable produit: M_{prod} (g)	Volume de sable produit: V_{prod} (cm ³)	$V_{\text{prod}}/V_{\text{total}}$ (%)
17	28	17480	40	30	0,65
21	22	18540	21,2	16	0,35
22	37	25900	3,2	2,4	0,05
23	60	32410	93,9	69	1,51
26	17	103220	35,7	26	0,57

Avec V_{total} = volume initial de la couche de sable

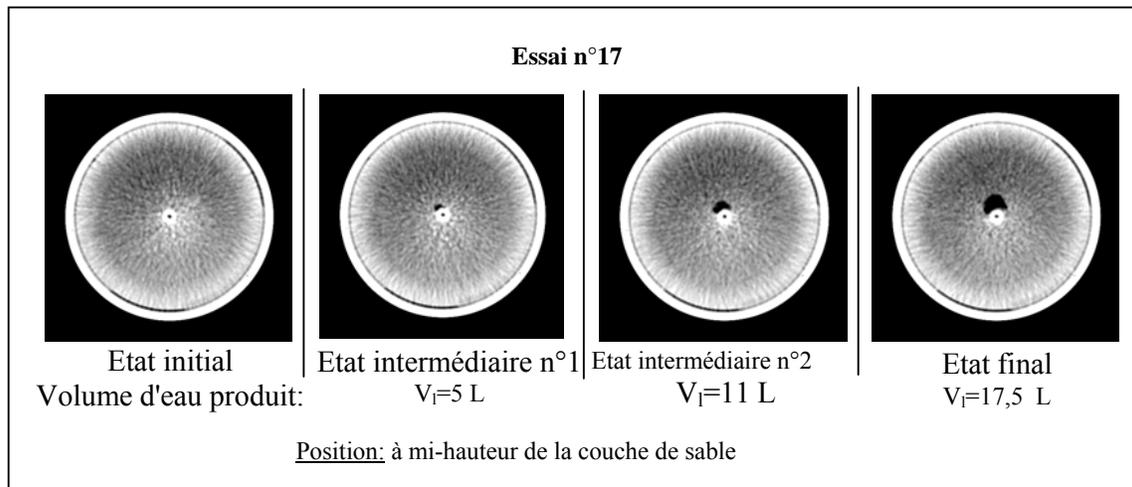


Figure IV.14: Essai 17 - Formation d'une cavité

- Cavité à une distance intermédiaire entre le puits et le bord de la cellule

Les essais 30 et 31 ont conduit à la formation de cavités à une distance intermédiaire entre le puits et le bord de la cellule. Les venues de sables, importantes dans un premier temps, deviennent très faibles (grain à grain) une fois la zone située entre la cavité et la perforation "nettoyée". Dans le cas de l'essai 31, la pression de confinement a chuté lors de la deuxième ouverture ce qui a eu pour effet de provoquer un effondrement complet du massif de sable. Par contre dans le cas de l'essai 30, on a pu procéder à plusieurs phases de production successives qui ont conduit à une augmentation progressive de la taille de la cavité (Fig. IV.15). Ces résultats confirment l'influence de la densité locale initiale de l'échantillon, tout en mettant en évidence l'influence de l'hétérogénéité de la densité sur la géométrie et la position de la cavité formée.

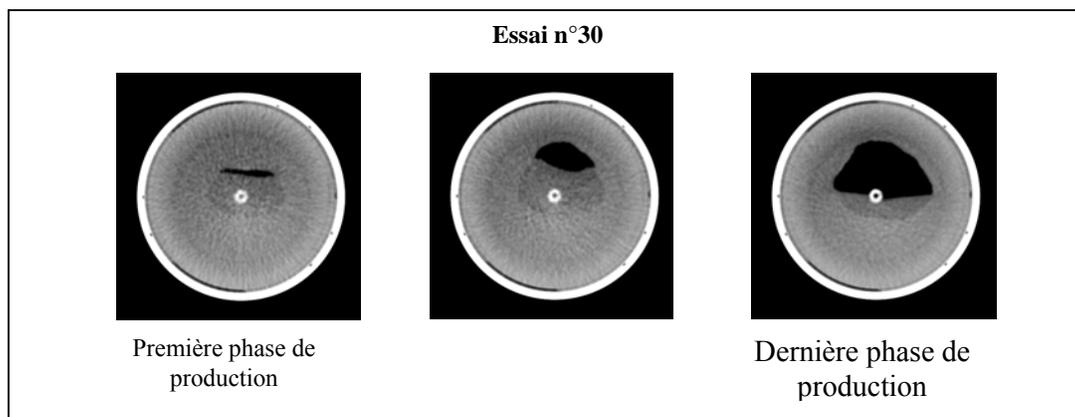


Figure IV.15: Essai 30 - Formation d'une cavité à une distance intermédiaire entre le puits et le bord de la cellule

✓ Pas de venue de sable.

Enfin, dans le cas de l'essai 15, aucune venue de sable n'a pu être provoquée même en diminuant significativement la pression de confinement effective en cours d'essai. On peut penser que, dans ce cas précis, l'enchevêtrement des grains a donné au sable une cohésion apparente suffisamment importante pour contrer l'effet déstabilisateur de l'écoulement de l'eau. Toutefois, le nombre de phases de production est relativement faible (14), un plus grand nombre de phases de production aurait peut-être donné lieu à des venues de sable.

4.4. Influence des venues de sable sur la loi d'écoulement

Les essais réalisés montrent que, dans les cas où il n'y a pas de venues massives de sable, le débit total de sortie (sable + eau) est directement proportionnel au gradient de pression qui règne dans la couche de sable. L'écoulement du fluide dans la couche de sable suit donc une loi de type Darcy. Ce résultat est illustré par la figure IV.16 qui reprend les résultats des essais 15 (pas de venue de sable) et 17 (venue de sable « grain à grain »).

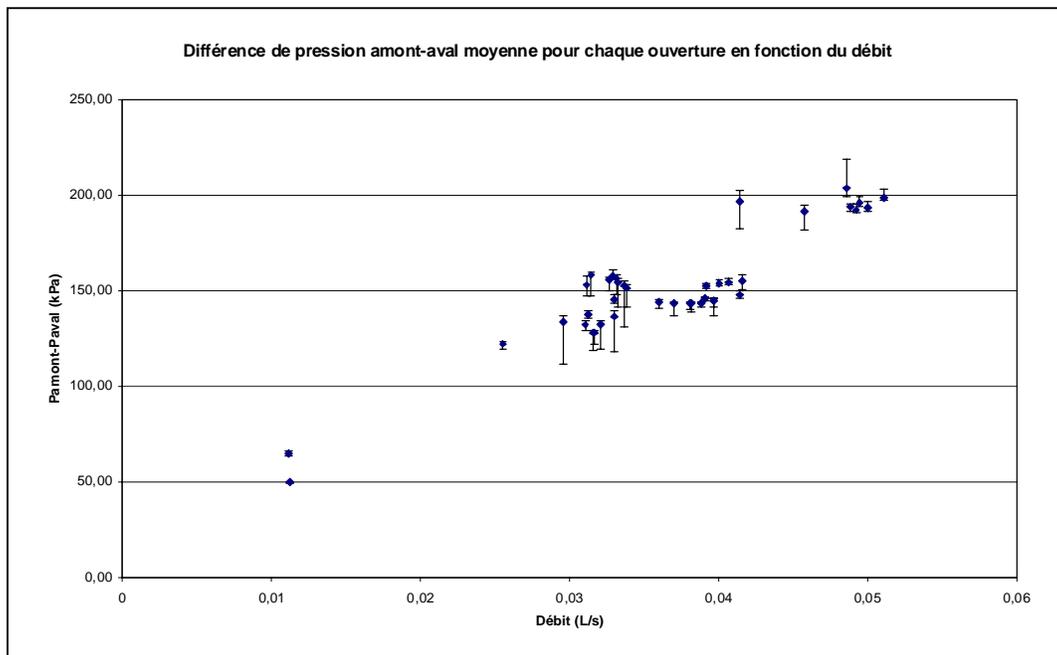


Figure IV.16: Evolution du débit avec le gradient de pression.

Ces données intègrent un certain degré d'imprécision dû au fait que le débit relevé est un débit moyen sur la durée d'ouverture de la vanne 20, alors que les valeurs de pression sont des valeurs instantanées enregistrées toutes les 0,5 secondes et non constantes sur toute la durée d'ouverture. Cette incertitude est illustrée par les barres d'erreur qui donnent les pressions maximale et minimale à chaque ouverture, tandis que les points représentent les valeurs moyennes de la différence entre P_{amont} et P_{aval} . La figure IV.16 est d'autant plus intéressante que la tendance qu'elle indique synthétise les résultats d'un essai sans venue de sable et d'un essai avec venue de sable grain à grain et indique donc que dans le cas d'une venue grain à grain la perméabilité apparente du massif de sable varie peu.

Dans le cas de fortes venues de sable, comme lors de l'essai 19, on n'observe aucun lien direct entre gradient de pression et débit (Fig. IV.17). Toutefois, un résultat différent pourrait être obtenu en plaçant le capteur de pression aval non plus au niveau de la cellule de

dégagement, mais directement à la sortie de la cellule wormhole, ce qui donnerait une mesure plus représentative de la pression dans le puits. Il est cependant raisonnable de penser que, lorsque l'on a des venues massives de sable, on ne vérifie plus la proportionnalité entre le gradient de pression et le débit vu que la perméabilité apparente du massif évolue en permanence avec les venues de sable.

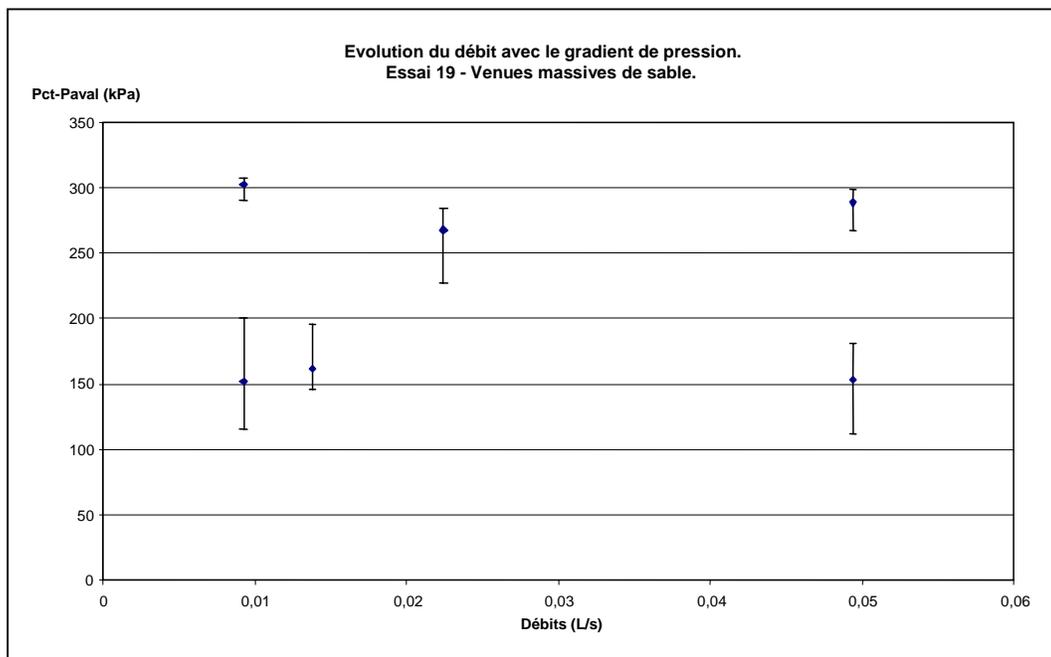


Figure IV.17 : Evolution du débit avec le gradient de pression : cas de venues massives de sable.

4.5. Etude des états de contraction/dilatance

La figure IV.11 met clairement en évidence l'influence de l'état de compaction initial de l'échantillon sur les schémas d'érosion observés. Ce diagramme ayant toutefois été obtenu dans le cadre bien spécifique du sable de manche saturé en eau, il serait intéressant de pouvoir le relier à un concept plus général qui rendrait les résultats obtenus avec le sable de Manche extrapolables à d'autres sables.

Compte tenu des paramètres de ce diagramme (Pression de confinement effective pendant la consolidation, Densité relative), il est assez naturel de penser aux diagrammes utilisés habituellement pour définir les états de contractance/dilatance d'un sable.

Les figures IV - 18, 19, et 20 montrent les variations de volume obtenues lors d'essais à la boîte de cisaillement direct pour les sable de Manche, Fontainebleau et Elk Point, pour des densités relatives de mise en place variant de 75 à 85% et des pressions de confinement de 150 à 700 kPa.

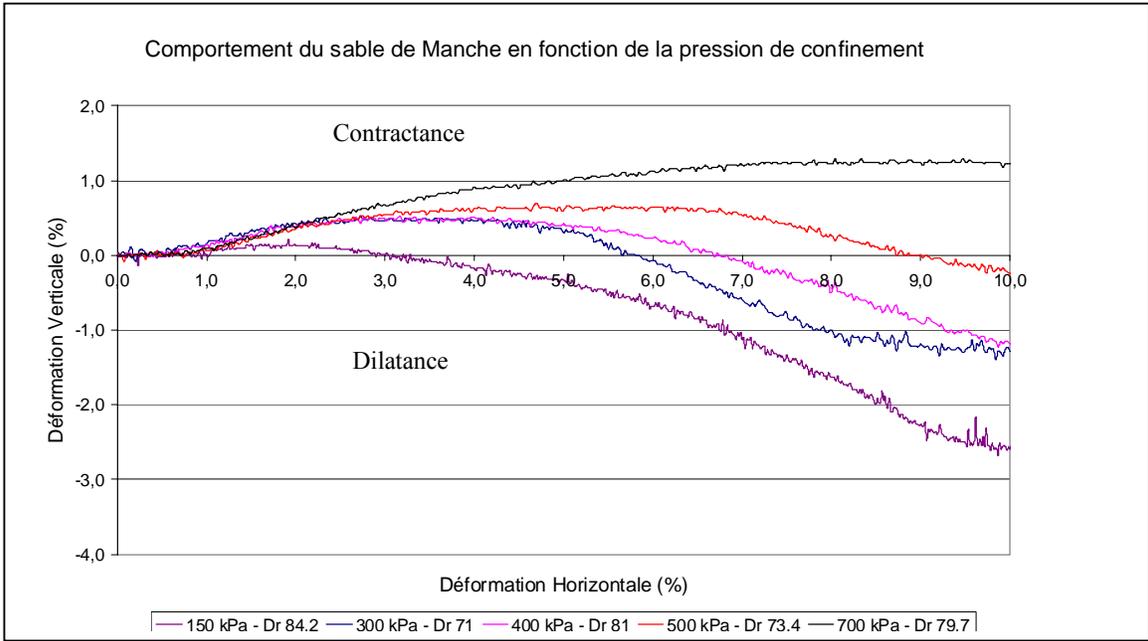


Figure IV.18: Comportement à la boîte de cisaillement du sable de Manche pour différents niveaux de confinements

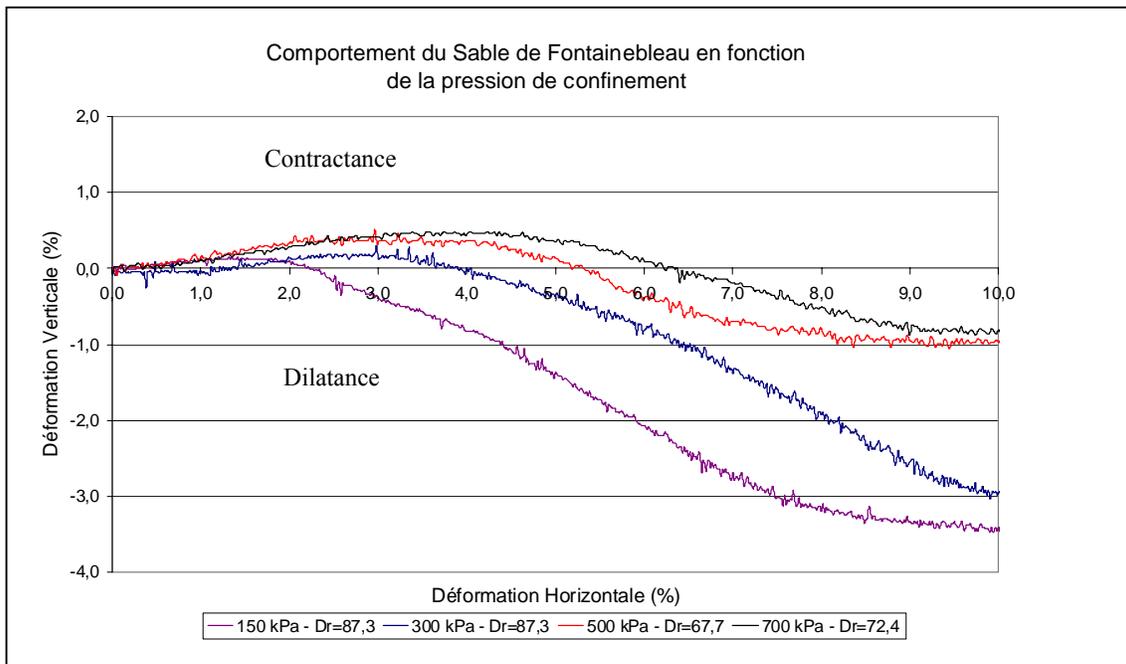


Figure IV.19: Comportement à la boîte de cisaillement du sable de Fontainebleau pour différents niveaux de confinements

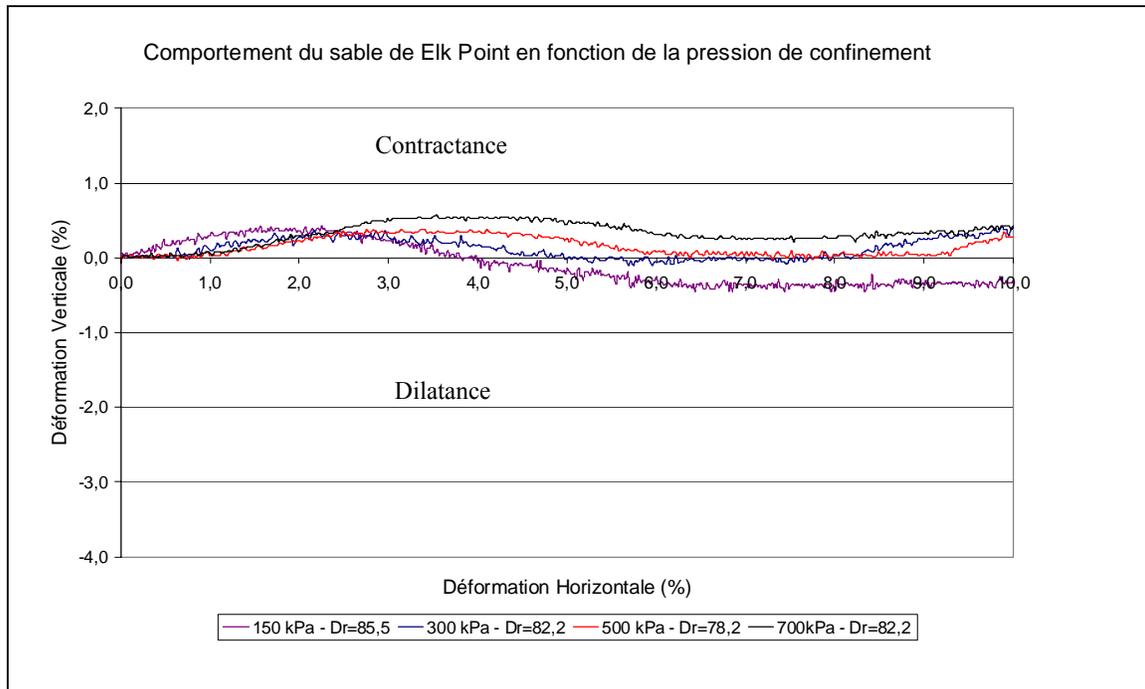


Figure IV.20: Comportement à la boîte de cisaillement du sable de Elk Point pour différents niveaux de confinements

Pour des déplacements inférieurs à 2 mm dans le plan de cisaillement, les variations de volume restent très faibles ou faiblement contractantes quelque soit le type de sable. Ensuite, pour des déformations supérieures, on a apparition d'une dilatance d'autant plus marquée que la densité est élevée et le confinement faible. Ce résultat est illustré dans un diagramme classique ($P_{\text{ceff}} - D_r$) par une courbe séparant les zones contractantes et dilatantes pour un sable donné (Fig. IV 21).

Visiblement la transition cavité-venue massive fait intervenir d'autres phénomènes que la contractance/dilatance en cisaillement. Le sable de Fontainebleau plus dilatant que le sable de Manche aux contraintes supérieures à 500 kPa n'a jamais formé de cavité stable dans la cellule wormhole.

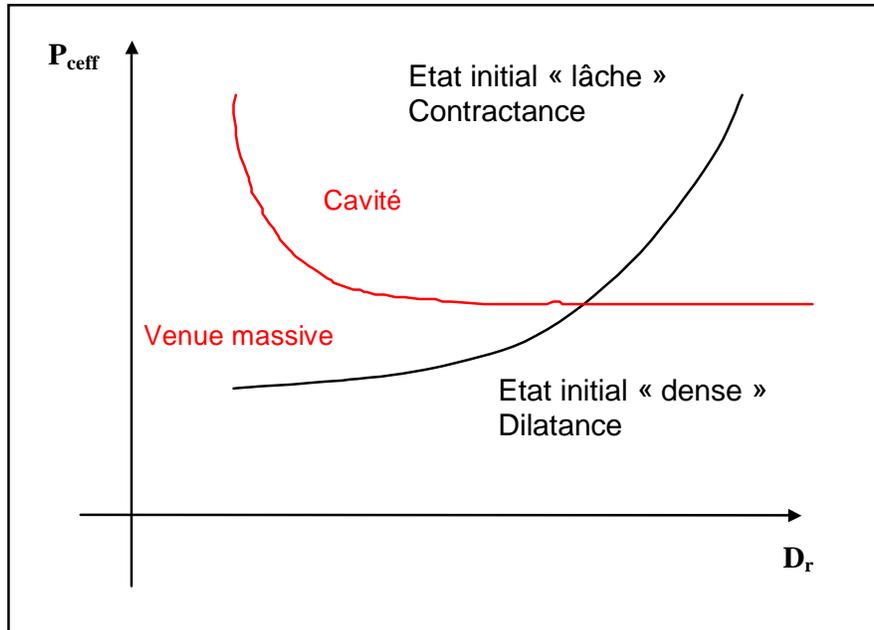


Fig. IV.21 : Comparaison du diagramme des schémas d'érosion pour le sable de manche avec une courbe d'état critique type

Quoiqu'il en soit, une étude expérimentale approfondie serait intéressante afin de mieux cerner les mécanismes physiques mis en jeu par les différents schémas d'érosion. En effet, si les essais à la boîte de cisaillement présentent l'avantage d'être rapide à effectuer, ils correspondent à une géométrie (cisaillement plan) et un chemin de sollicitation assez éloignés du problème réel. En particulier, l'étude des conditions d'existence d'une cohésion apparente du sable, en fonction de son état de densité initiale et du confinement appliqué, pourrait être une piste très intéressante.

V. Modélisation des mécanismes de production de sable

1. Modélisation des mécanismes d'érosion. Etat de l'art.

Les mécanismes à l'origine de l'érosion du sable dans les réservoirs sableux peu consolidés sont complexes. Ils font notamment intervenir les propriétés géomécaniques du sable, les propriétés rhéologiques des fluides (huile, eau, gaz) et la nature des interactions sable/fluide et fluide/fluide. L'objectif de la modélisation de la production de sable est de prédire l'évolution du débit de sable produit et l'impact de la production de sable sur le débit d'huile produit. La littérature propose principalement trois types d'approche: le développement d'une zone décompactée cylindrique autour du puits [Dusseault et *al.*, 1994], le développement de chenaux de forte perméabilité (wormholes) au sein du matériau sableux [Yuan et *al.*, 1999], [Dusseault et *al.*, 1997], [Shao J.F. et Marchina P., 2002] et une approche qui consiste à remplacer le matériau poreux initial par un matériau fluide, le "slurry", après rupture du milieu poreux [Yalamas et *al.*, 2004].

1.1. Développement d'une zone décompactée autour du puits

L'ensemble des modèles présentés dans cette partie considère l'existence d'un matériau unique autour du puits : le milieu poreux saturé de fluides, dont les propriétés (porosité, perméabilité) sont amenées à varier dans une zone cylindrique centrée sur le puits qui s'étend au fur et à mesure de la production de sable. Au sein de cette famille de modèles, deux approches principales coexistent : la première consiste à considérer un critère de plastification de la roche réservoir alors que la deuxième est dérivée des modèles de filtration.

a) Plastification progressive

Cette approche a notamment été proposée par Geilikman [Dusseault et *al.*, 1994]. Dans ce modèle, le fluide est supposé incompressible et le squelette viscoplastique. La viscosité du squelette varie avec la porosité. Le problème est supposé à symétrie cylindrique.

Les auteurs considèrent que si la pression de fluide est abaissée en dessous d'un seuil critique, la condition de rupture en cisaillement est alors remplie et une zone décompactée commence à croître autour du puits. C'est donc le drawdown (différence entre la pression de réservoir et la pression de puits) qui est le paramètre clef. La zone frontière entre la zone intacte et la zone décompactée se propage en sens inverse du flux de fluide.

Le front se propage tant que le drawdown est supérieur à un certain seuil. La pression de réservoir diminuant avec le temps, le drawdown décroît et passe finalement au-dessous du seuil critique. Le front cesse alors de se propager.

Sous ces hypothèses, les auteurs établissent la loi d'augmentation du débit de fluide suivante:

$$Q_f(t) = Q_0(t) + q(t) \frac{\ln\left(\frac{R(t)}{r_w}\right)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (5.1)$$

Avec :

$Q_f(t)$: débit volumique de fluide avec production conjointe de sable

$Q_0(t)$: débit volumique de fluide sans production conjointe de sable

$q(t)$: débit volumique de production de sable

$R(t)$: rayon de la zone décompactée

r_w : rayon du puits

r_e : rayon de réservoir

Cette formule, bien qu'intéressante, présente un inconvénient majeur: elle ne permet pas réellement de prédire l'évolution de la production d'huile puisqu'il est nécessaire de connaître la production de sable.

D'autres auteurs ont adopté le même type de modèle [Chin L.Y. & al, 2002], [Wu B. & al, 2002]. Les différences principales entre ces divers modèles résident dans le critère pris en compte pour initier la plastification ainsi que dans la loi d'écoulement retenue.

b) Modèle de filtration

Plusieurs auteurs se sont basés sur des modèles de filtration. En plus du modèle présenté dans la suite de cette partie, on peut notamment citer Papamichos E. (1999).

Wan R.G. et Wang J. (2000), considèrent qu'un volume élémentaire représentatif de sol est constitué de trois phases distinctes continues: la matrice solide (s), le fluide (f) et le sable en suspension dans le fluide appelé sable fluidisé (f_s) (fig. V.1). Chacune de ces phases est caractérisée par sa masse m_i , sa masse volumique ρ_i et son volume V_i .

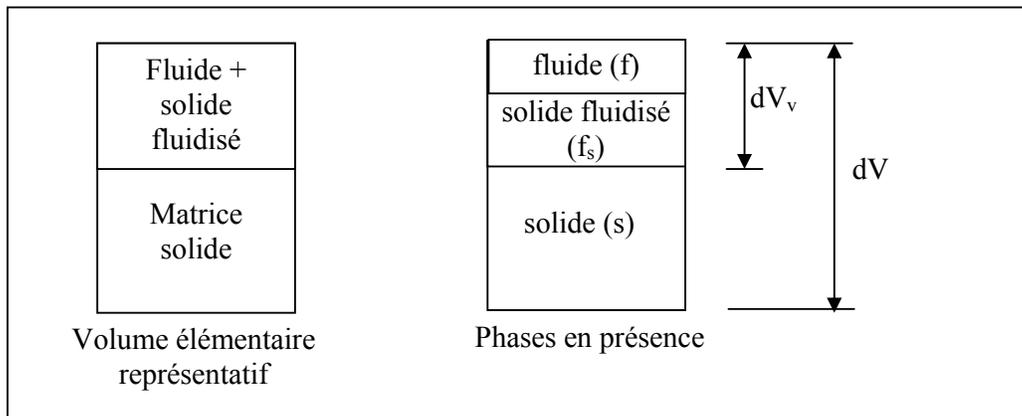


Figure V.1: Phases en présence dans un volume élémentaire représentatif de sol

Les paramètres de base permettant de définir le problème sont alors:

- la porosité $\phi = \frac{dV_v}{dV}$
- la concentration en solide fluidisé $c = \frac{dV_{f_s}}{dV_v}$
- le débit volumique du mélange contenu dans les pores $\bar{q}_i = \frac{d\bar{V}}{dS_i} dt$, où $d\bar{V}$ est le volume de fluide s'écoulant dans une section élémentaire d'aire dS_i pendant le temps dt (l'indice i signifie que la grandeur est considérée successivement en projection sur les axes x , y et z)
- la vitesse du mélange contenu dans les pores $\bar{v}_i = v_i^f = v_i^{f_s}$

✓ Equations de conservation

Pour la phase solide:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\dot{m}}{\rho_s} \quad (5.2)$$

Pour la phase fluide :

$$\frac{\partial [(1-c)\varphi]}{\partial t} + \frac{\partial [(1-c)\bar{q}_i]}{\partial x_i} = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_i}{\partial x_i} = 0$$

où m est la masse de sable fluidisée et l'indice i signifie que la grandeur est considérée successivement en projection sur les axes x , y et z

✓ Lois constitutives de l'écoulement

Wan utilise la loi de Darcy en l'appliquant au mélange constitué du sable fluidisé et du fluide. Pour calculer la perméabilité du mélange, il applique l'équation de Kozeny- Carman.

$$\bar{q}_i = -\frac{k_i}{\eta} \frac{\varphi^3}{\rho_{(c)}(1-\varphi)^2} \nabla p \quad (5.4)$$

$$\bar{\rho}_{(c)} = (1-c)\rho_f + c\rho_s \quad (5.5)$$

où η est la viscosité du fluide.

✓ Loi d'érosion

Pour décrire l'érosion du sable, Wan choisit d'utiliser une loi empirique exprimant la masse de sable fluidisée en fonction de la porosité et du débit de solide fluidisé.

$$\frac{\dot{m}}{\rho_s} = \lambda(1-\varphi)c\sqrt{q_i q_i} \quad (5.6)$$

Le paramètre λ qui apparaît dans cette formule est homogène à l'inverse d'une longueur et représente la résistance de la matrice solide. Ce paramètre doit être déterminé expérimentalement.

✓ Résolution

Dans le cas bidimensionnel, les équations précédentes conduisent à un système couplé de 5 équations différentielles du premier ordre. Il est alors nécessaire de procéder à une résolution numérique du problème.

✓ Conclusion

Ce modèle permet de retrouver certaines tendances constatées lors de l'exploitation des huiles lourdes avec production conjointe de sable, dont le pic de production de sable peu de temps après le début de la production. Toutefois, d'un point de vue mécanique, ce modèle repose essentiellement sur la loi d'érosion choisie qui présente deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, la signification physique du paramètre λ ne paraît pas évidente et la seule façon de déterminer sa valeur semble donc être de caler les résultats numériques sur des résultats expérimentaux. D'autre part, le modèle nécessite la préexistence d'une phase de sable fluidisé. En effet, si l'on prend $c=0$ dans l'équation d'érosion, on constate qu'il ne se produit alors pas d'érosion... Il reste donc à déterminer un critère d'initiation de l'érosion de façon indépendante.

1.2. Développement de "wormholes" au sein du matériau sableux

Des communications rapides entre les puits ayant été constatées après production de sable (cf. § I.2.3.), plusieurs auteurs ont supposé que l'érosion de la matrice sableuse donne lieu à la création de chenaux de forte perméabilité : les "wormholes". Plusieurs schémas de développement des wormholes sont alors possibles: un nombre de wormholes constant [Dusseault et *al.*, 1997] ou un nombre de wormholes évoluant avec la distance au puits [Yuan et *al.*, 1999] (Fig. V.2). [Shao J.F., 2002] considère quant à lui ces wormholes comme un processus d'endommagement et développe un modèle "homogénéisé" pour leur prise en compte.

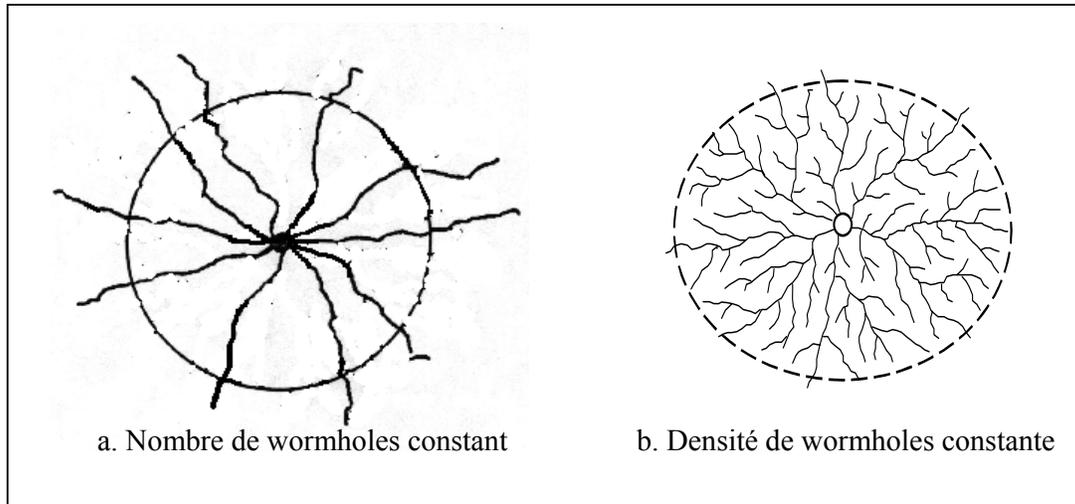


Figure V.2 : Deux schémas extrêmes de développement des wormholes

a) Hypothèse de la marche au hasard

✓ Critère d'érosion

Selon Tremblay, il y a érosion du sable dès que les forces de frottement visqueuses (forces de volume dues au flux de fluide à travers la matrice sableuse) dépassent la résistance de la matrice sableuse (force de surface due à la cohésion, à l'adhésion et aux forces de contact) [Tremblay et *al.*, 1998].

Analytiquement, en considérant une calotte d'épaisseur e autour d'une cavité (de forme sphérique ou cylindrique) de rayon R , le critère peut s'écrire:

$$\sigma \leq \int_R^{R+e} \left(-\frac{dP}{dr} \right) dr \quad \text{où } \sigma \text{ est la résistance de la matrice sableuse} \quad (5.7)$$

Dans le cas d'un flux radial à travers une surface hémisphérique, et en considérant que l'épaisseur de l'élément est très petite devant le rayon de la cavité, lui-même inférieur au rayon de la zone de drainage ($e \ll R_{\text{cavité}} < R_{\text{drainage}}$), le critère peut être écrit sur le rayon de la cavité formée:

$$R_{\text{sphérique}}^{\text{cavité}} \leq \frac{[P_{re} - P(R)]e}{\sigma} \quad (5.8)$$

où P_{re} est la pression du réservoir

L'érosion a lieu si l'inégalité (5.8) est satisfaite. La cavité grandira alors jusqu'à ce que le rayon atteigne sa valeur critique.

Dans le cas d'un flux radial à travers une surface cylindrique, le critère devient:

$$R_{cylindrique}^{cavité} \leq \frac{[P_{re} - P(R)]e}{\sigma \ln\left(\frac{R_d}{R}\right)} \quad (5.9)$$

où R_d est le rayon de la zone de drainage

En supposant un flux hémisphérique à l'extrémité du wormhole et un flux radial sur sa longueur, les auteurs en déduisent deux rayons critiques à partir d'ordres de grandeur connus ou estimés pour les caractéristiques des réservoirs canadiens:

- Gradient de pression entre le réservoir et le wormhole: 3 MPa (ordre de grandeur fréquemment rencontré)
- Epaisseur de l'élément considéré: 200 μm (diamètre moyen des grains)
- Résistance de la matrice sableuse: 10 kPa (estimation au laboratoire de la cohésion de la matrice sableuse)
- $R_{\text{drainage}}/R=10$ (estimation du rayon de drainage)

Ils obtiennent alors des valeurs de respectivement 6 cm et 2,6 cm pour les rayons critiques hémisphérique et cylindrique. D'autres part, les équations (5.8) et (5.9) indiquent que le rayon diminue au fur et à mesure que le wormhole s'allonge, ce qui provient du fait que la pression à l'extrémité du wormhole augmente en parallèle.

En supposant un rayon de wormhole de 2,6 cm, lorsque le puits aura produit 1000 m^3 de sable, la longueur totale de wormhole sera d'environ 470 km, ce qui paraît tout de même très élevé.

✓ Marche au hasard

Yuan et *al.* (1999) utilisent un modèle analogue à celui permettant de modéliser le développement des racines dans le sol et basé sur l'hypothèse d'un réseau de racines (resp. wormholes) de type fractal: c'est un modèle probabiliste, le PAW (Probabilistic Active Walker Model). L'orientation d'un wormhole étant d'après eux liée au rapport local entre la résistance du sable et le gradient de pression, il n'y aurait compte tenu de l'hétérogénéité aucune raison pour qu'un wormhole suive une direction privilégiée in-situ. D'autre part, on peut tout à fait imaginer qu'un wormhole se divise en deux sous l'effet d'hétérogénéités dans la matrice de sable ou bien suite à une succession d'arrêts, puis de reprises de production...

Le critère d'érosion adopté conduisant à un diamètre de wormhole qui diminue au fur et à mesure que le wormhole s'allonge, les auteurs supposent que le diamètre des wormholes est une fonction puissance décroissante de la distance au puits. Par souci de simplification, ils postulent par ailleurs que le développement du réseau de wormholes se fait en 2D.

Ces hypothèses leur permettent dans un premier temps de donner une expression du nombre de wormholes et de leur diamètre en fonction de la distance au puits:

$$N(r) = N(r_0) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{d-1}$$

$$D(r) = D(r_0) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\varepsilon}$$

r: distance au puits
 $N(r_0)$: nombre de wormholes à une distance r_0 du puits
d: dimension fractale du réseau de wormholes
 $D(r_0)$: diamètre des wormholes à une distance r_0 du puits
 ε : nombre positif petit

Ces expressions sont ensuite utilisées pour calculer la mobilité (paramètre que l'on peut assimiler à une perméabilité) d'un wormhole à travers lequel transite un mélange d'huile et de sable (slurry). L'expression de la mobilité ainsi obtenue permet d'évaluer les taux de production d'huile et de sable.

Les auteurs obtiennent ainsi la formule suivante pour le débit volumique total dans le cas où le flux dominant est celui qui transite dans les wormholes (somme des débits de fluide et de sable):

$$Q_T = \frac{\pi N(r) D^4(r) dP}{64 \mu_{slurry} dr} \quad (5.10)$$

Si l'on note Φ_w la porosité à l'intérieur d'un wormhole (supposée constante par les auteurs), le débit d'huile transitant dans le réseau de wormholes est donné par l'expression suivante:

$$Q_{oil} = \frac{\pi \Phi_w N(r) D^4(r) dP}{64 \mu_{slurry} dr} \quad (5.11)$$

Cette approche présente l'intérêt de permettre une modélisation du développement des wormholes à une échelle macroscopique. Toutefois, le nombre de paramètres à déterminer (porosité du wormhole, dimension fractale du réseau, ε , $N(r_0)$, $D(r_0)$) est relativement important, rendant difficile l'utilisation d'un tel modèle de façon prédictive.

b) Nombre de wormhole fixe

Geilikman et Dusseault ont proposé un modèle basé sur la croissance d'un nombre constant de wormholes [Dusseault *et al.*, 1997]. Ils distinguent pour cela deux régimes en fonction de la géométrie des wormholes déjà formés et du contraste de perméabilité entre un wormhole et la couche réservoir. Dans le cas où le wormhole a une capacité de transport suffisante, l'essentiel de l'écoulement se fait à l'intérieur du wormhole: c'est le régime de "strong piping", ou de "confinement". Par contre, si le contraste de perméabilité entre le wormhole et la couche réservoir n'est pas trop élevé, une partie significative du flux de fluide se fait dans la matrice sableuse à l'extérieur du wormhole: c'est le régime de "thin lenses" (Fig. V.3)

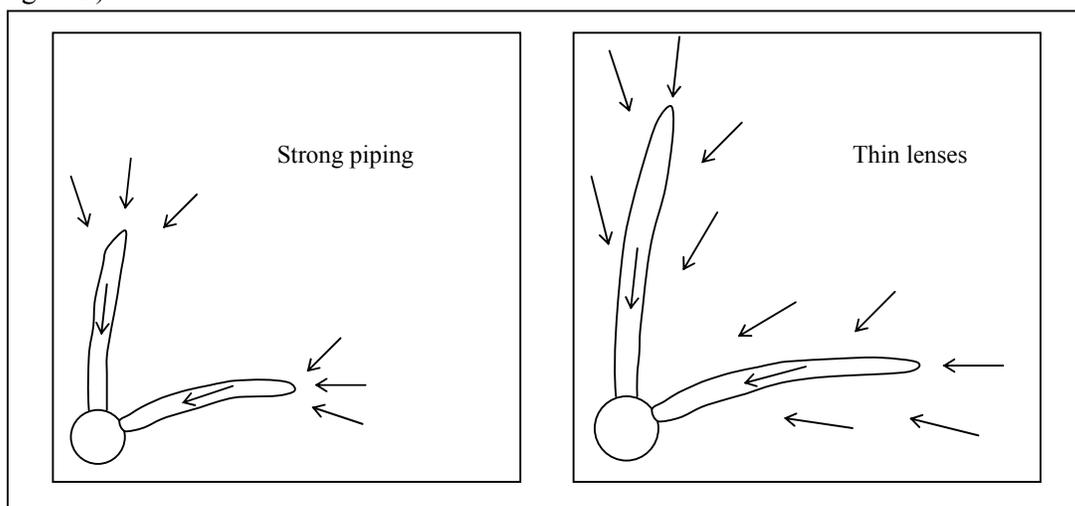


Figure V.3: Deux régimes d'écoulement en présence de wormholes

Les auteurs expliquent que le régime de "strong piping" existe au début de la production de sable lorsque les wormholes sont courts et que, lorsque les wormholes deviennent plus long, il y a une évolution vers le régime de "thin lenses". Ils considèrent donc qu'il existe une zone proche du puits dans laquelle l'écoulement est dans le régime de "strong piping" et qu'à partir d'une distance critique, on bascule vers le régime de "thin lenses". Ils écrivent alors les lois d'écoulement dans chacune de ces zones et déterminent la distance critique entre les 2 régimes d'écoulement en écrivant la continuité de la pression.

Les auteurs arrivent alors à la formule suivante pour le débit de production d'huile:

$$Q_f = \frac{Q_0 \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{q(t)}{1 - \Phi_p} \ln \left\{ \frac{R + (g-1)R_p}{r_w + (g-1)R_p} \right\}}{\ln \frac{r_e}{R} + \ln \left\{ \frac{R + (g-1)R_p}{r_w + (g-1)R_p} \right\}} \quad (5.12)$$

où $Q_0 = \frac{2\pi H k_i \Phi_i (p_e - p_w)}{\mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$ est la production d'huile sans production de sable,

et :

r_e : le rayon du réservoir

r_w : le rayon du puits

R : le rayon de la zone concernée par les wormholes

R_p : le rayon critique pour lequel il y a passage du régime strong piping au régime thin lenses ($R_p < R$)

$g = k_p \Phi_p / k_i \Phi_i$

k_i, k_p : les perméabilités respectives du réservoir intact et des wormholes

Φ_i, Φ_p : les porosités respectives du réservoir intact et des wormholes (supposées constantes)

$q(t)$: le débit volumique de sable

H : la hauteur de perforation du puits

μ : la viscosité du fluide

Le problème est alors d'obtenir une expression du débit de sable produit. Pour ce faire, les auteurs ont recours à une condition d'équilibre mécanique à l'extrémité du wormhole, modélisée par une cavité semi-sphérique, combinée à une loi de comportement simplifiée du slurry. La résolution littérale de ce système n'étant pas possible, les auteurs présentent une solution approchée :

$$q(t) \approx (1 - \Phi_p) \left\{ Q_f(t) - \frac{2\pi k_p \Phi_p n d K c}{\mu(\beta + b_p)} \right\} \quad (5.13)$$

où:

n : le nombre de wormholes

d : le diamètre des wormholes

K : le coefficient de Rankine

c : la cohésion

β : le coefficient de Biot

b_p : le coefficient de force volumique hydraulique

Par combinaison des équations (5.12) et (5.13), on peut alors déterminer l'évolution des débits de production de sable et d'huile au cours du temps. Il est toutefois pour cela nécessaire

de se donner un nombre de wormholes, un diamètre de wormholes et la porosité des wormholes.

c) Modèle d'endommagement

Dans le modèle proposé par Shao J.F. et Marchina P. [Shao J.F, Marchina P., 2002], l'érosion est considérée comme un mécanisme d'endommagement de la couche réservoir autour du puits. Le modèle est basé sur une formulation élasto-plastique avec endommagement dans le cadre de la mécanique des milieux poreux saturés avec une seule phase fluide. Le critère d'endommagement est ici directement relié à l'augmentation de la porosité.

Ce modèle, qui ne prend pour l'instant pas en compte les phénomènes hydromécaniques, semble donner des résultats qualitativement assez proches de ceux constatés in-situ: on retrouve notamment une stabilisation de la production de sable à long terme. Cependant l'amélioration du débit de production d'huile sous l'effet de la production conjointe de sable est beaucoup plus faible que dans la réalité (facteur 1,5 au lieu de 10).

1.3. Modèles avec changement de matériau

Willson [Willson S.M. & al, 2002] propose un modèle basé sur un critère de rupture combiné avec une approche hydraulique dans la zone rompue : le slurry. Le critère de rupture est établi pour un matériau donné à partir d'essais de type TWC (Thick Wall Cylinder), i.e. des essais de rupture sur cylindre creux. L'aspect écoulement dans le slurry est, quant à lui pris en compte à travers une approche simplifiée via un "nombre de Reynolds" modifié.

Cette approche est très intéressante car elle fait la distinction entre deux comportements bien distincts : celui du réservoir qui est un matériau poreux et celui du slurry qui est un fluide. L'inconvénient de ce modèle est qu'il ne tient pas compte de l'effet du développement du slurry sur le comportement de la partie de réservoir restant.

La méthode que nous avons développée et que nous présentons dans la partie suivante repose également sur la distinction entre le problème poro-mécanique dans le réservoir et le problème hydraulique dans le slurry, mais avec une résolution complète de ces deux problèmes dans le cadre d'hypothèses très précises, qui relève nécessairement d'une méthode itérative puisqu'une partie des conditions aux limites de chacun des problèmes est également un résultat de l'autre problème.

2. Algorithme prédictif de la progression de l'érosion d'un massif sableux

L'objet de cette partie est de mettre en place un outil de modélisation et de prédiction des venues de sable dans le cadre des essais réalisés avec le dispositif "wormhole". Cet outil devra ensuite pouvoir être transposé aux problèmes rencontrés lors de la production froide des huiles visqueuses avec venues de sable. In-situ, les conditions de densité et de contraintes dans la couche de sable conduisent d'après les résultats expérimentaux présentés dans la partie précédente à la formation de cavités. C'est donc la formation et l'évolution d'une cavité de géométrie non définie a priori que nous avons cherché à modéliser.

Plaçons-nous au cours d'une phase de production, dans le cas où l'érosion est déjà amorcée. On peut alors représenter l'échantillon de la façon suivante :

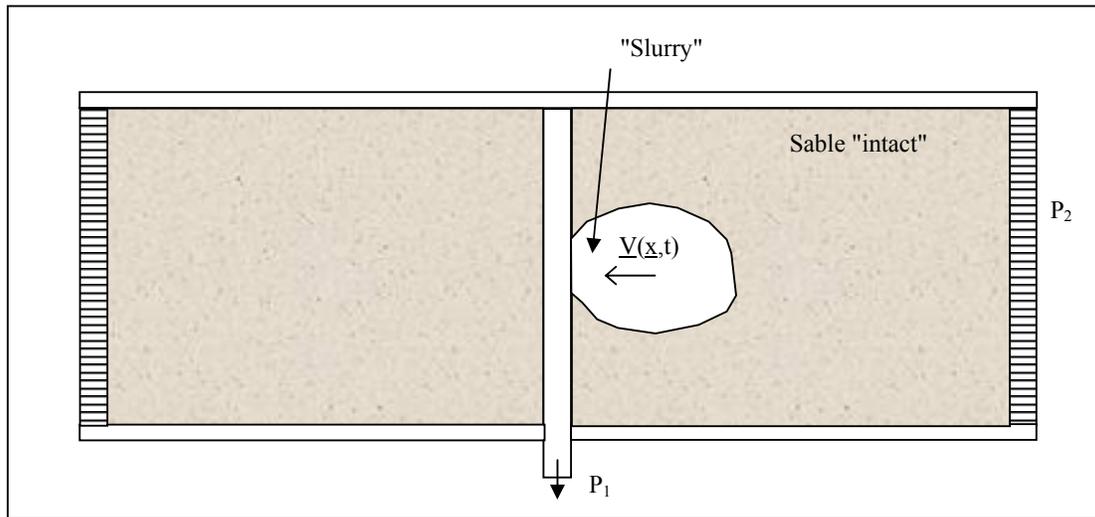


Figure V.4: Représentation de la couche de sable dans la cellule d'essai après initiation de l'érosion

L'objectif final est d'être en mesure de prédire les débits d'huile et de sable au cours du temps en fonction des conditions d'exploitation, c'est à dire dans notre cas en fonction de la différence entre la pression de réservoir et la pression de puits. Cela passe bien entendu par la prédiction de l'érosion progressive du milieu poreux, ou encore sa rupture progressive.

On distingue deux zones : l'une est occupée par la partie de la couche de sable qui n'est pas encore érodée tandis que la deuxième est constituée de slurry (mélange d'huile et de sable érodé). Nous avons choisi de considérer le slurry comme un fluide de Stokes et de modéliser la partie de sable intact comme un milieu poro-élastique fragile.

Le chapitre III nous a montré qu'il conviendrait de prendre en compte une viscosité dans le slurry dépendante de sa concentration en sable. Cela nécessiterait donc de considérer la viscosité du slurry comme une variable du temps et de l'espace. Notre objectif principal étant de démontrer la faisabilité d'un code d'érosion, nous avons supposé dans le cadre de cette thèse la viscosité du slurry constante dans le temps et homogène dans l'ensemble du slurry.

Nous disposons de données aux limites sur les contours de la cellule d'une part et au niveau du réservoir d'autre part :

- ✓ la pression de puits (pression de dégagement) : P_1 qui est abaissée brusquement pour provoquer l'écoulement de l'huile ;
- ✓ la pression de réservoir (pression amont) : P_2 , considérée uniforme sur la périphérie de la cellule et constante tout au long de l'essai ;
- ✓ on se fixe de plus des conditions en déplacement sur les contours de la cellule qui seront détaillées par la suite.

On cherche alors à résoudre de façon couplée les deux sous-problèmes suivants :

- ✓ un problème hydromécanique "classique" dans le milieu poreux (zone intacte du réservoir) ;
- ✓ un problème hydraulique non moins classique dans le slurry (mélange d'huile et de sable érodé).

Les deux originalités principales des modèles numériques présentés dans la suite sont:

- ✓ la gestion du déplacement de l'interface slurry/poreux, qui conduit à une évolution de la géométrie des problèmes résolus au cours du temps ;
- ✓ la détermination des conditions d'interface communes aux deux problèmes (pression et flux du fluide à l'interface). En fait, alors que P_1 et P_2 sont des données du problème, ce n'est pas le cas de l'interaction fluide-solide au niveau de la frontière de la cavité.

Nous allons maintenant détailler l'algorithme de résolution proposé dans un cas 1D dans un premier temps puis dans un cas 2D en déformations planes.

3. Etude du cas 1D

La réalisation du code de calcul 1D nous a été très utile pour tester un algorithme permettant de déterminer les conditions d'interface et le mouvement de celle-ci. Bien qu'imparfait par nature, il permet de bien saisir l'esprit de l'algorithme de résolution et a donné des résultats instructifs sur le plan de la compréhension de la physique de l'érosion.

3.1. Modélisation adoptée

On considère dans un premier temps un modèle 1D en définissant deux zones (Fig V.5): une zone de sable intacte se comportant comme un milieu poreux classique et une zone slurry se comportant comme un fluide Newtonien incompressible, ce qui est cohérent avec les résultats présentés dans le chapitre III.

Dans la zone de sable intact :

- ✓ le déplacement de la section droite est alors une translation $\xi(x)$,
- ✓ la contrainte dans chaque section droite est uniforme et égale à $\sigma_{xx}(x)$,
- ✓ la pression dans chaque section droite est uniforme et égale à $P(x)$,
- ✓ le déplacement est bloqué en $x=H$ (extrémité du réservoir),
- ✓ la pression est imposée en $x=H$: $P=P_2$ (pression de réservoir),
- ✓ à l'interface slurry/sable, la pression P_0 dans le slurry joue à la fois le rôle de contrainte imposée sur le réservoir et de pression de fluide dans le réservoir : la condition aux limites hydraulique à l'interface porte sur le débit ; P_0 est donc bien la pression interstitielle à l'interface mais ce n'est pas une condition imposée en ce point.

Dans le cas 1D, la couche de sable ayant pour seule condition limite en déplacement le blocage en $x=H$, il ne peut y avoir de rupture partielle du massif. En d'autres termes, les bords supérieurs et inférieurs n'exercent pas, dans un contexte 1D, de frottements sur la couche de sable. Pour rendre compte de ces frottements, nous avons choisi d'ajouter dans le problème hydromécanique une force volumique "de rappel". Cette force volumique est de la forme: $f_x = -k_f \xi(x)$ ($[k_f]=[\text{Pa}\cdot\text{m}^{-2}]$). Le coefficient k_f n'est pas un paramètre physique mesurable, mais cet artifice nous permet de développer l'algorithme de résolution du problème couplé dans le cadre simple du 1D.

En résumé, les équations du problème dans le réservoir sont les suivantes :

Equation d'équilibre :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xx}) + f_x = 0$$

Equation de diffusion :

$\dot{\Phi} = k_p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$ où Φ est la porosité lagrangienne ($\Phi = \frac{V_p}{V_0}$ avec V_p le volume de l'espace poreux et V_0 le volume total en configuration initiale) et k_p la conductivité hydraulique ou perméabilité du milieu poreux ($[\text{m}^2\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$).

Loi de comportement :

$\sigma_{xx} = (\lambda_0 + 2\mu)\varepsilon_{xx} - bP$, où λ_0 et μ sont les coefficients de Lamé et b est le coefficient de Biot.

Critère de rupture :

$\sigma_{effxx} \leq C'$ où σ_{effxx} est la contrainte effective de Terzaghi $\sigma_{xx} + P$ et C' le seuil de résistance du matériau en traction.

Il est important de souligner que, si la pression dans le slurry à l'interface slurry/sable P_0 était connue, on serait en présence d'un problème classique de consolidation sous contrainte d'un milieu poreux.

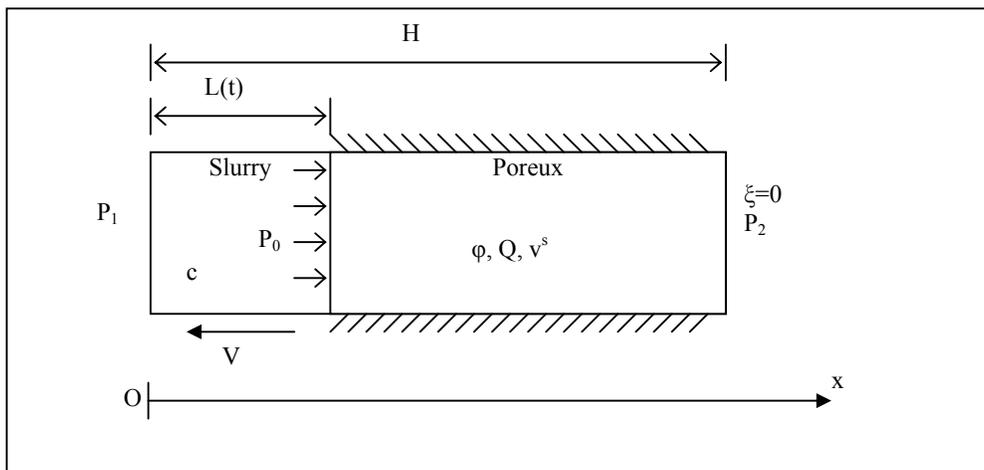


Figure V.5: Modélisation 1D

Dans le slurry, en raison du caractère unidimensionnel de l'écoulement on adopte la solution de Poiseuille et la vitesse de déplacement du slurry est alors : $V = k_s \frac{P_1 - P_0}{L(t)}$, où k_s est la conductivité hydraulique apparente du slurry (en $[m^2 Pa^{-1} s^{-1}]$). Le problème dans le slurry est donc entièrement résolu dès lors que l'on connaît la pression P_0 .

Dans le cas d'une cavité cylindrique de rayon R , la solution de Poiseuille du problème d'écoulement, nous permet de plus de relier la conductivité hydraulique et la viscosité du slurry de la façon suivante : $k_s = \frac{R^2}{8\mu}$. Le chapitre III ayant permis d'établir une loi d'évolution de la viscosité du slurry avec sa concentration en sable, on est alors en mesure de prendre en compte les variations de la conductivité hydraulique avec la concentration en sable. La conductivité hydraulique sera, malgré tout, considérée indépendante de la concentration en sable dans la suite afin de ne pas alourdir les calculs.

a) Condition d'interface

On adopte pour la suite du texte les notations suivantes (Fig V.5) :

c : concentration en huile dans le slurry	
φ : porosité du milieu poreux supposée homogène	
Q : vecteur filtration dans le poreux ($Q = \varphi(v^f - v^s)$)	[m/s]
v^f : vitesse du fluide dans le poreux	[m/s]
v^s : vitesse du squelette dans le poreux	[m/s]

Pendant un intervalle de temps dt , l'interface slurry/poreux se déplace de $\dot{L}dt$. Le bilan des volumes d'huile et de sable sur le domaine géométrique $[L(t), L(t+dt)]$ donne alors :

Pour l'huile:

Volume d'huile présent à t : $\varphi \dot{L}dt$

Volume d'huile présent à $t+dt$: $c \dot{L}dt$

Volume d'huile passant dans le slurry pendant dt : $-cVdt$ (V est négatif)

Volume d'huile venant du réservoir pendant dt : $-\varphi v^f dt$ (v^f est négatif)

Pour le sable:

Volume de sable présent à t : $(1-\varphi)\dot{L}dt$

Volume de sable présent à $t+dt$: $(1-c)\dot{L}dt$

Volume de sable passant dans le slurry pendant dt : $-(1-c)Vdt$ (V est négatif)

Volume de sable venant du réservoir pendant dt : $-(1-\varphi)v^s dt$ (v^s est négatif)

La conservation de la masse à l'interface slurry/poreux impose :

$$\begin{cases} c\dot{L}dt = \varphi\dot{L}dt - \varphi v^f dt + cVdt & \text{pour l'huile} \\ (1-c)\dot{L}dt = (1-\varphi)\dot{L}dt - (1-\varphi)v^s dt + (1-c)Vdt & \text{pour le sable} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi(v_{(L)}^f - v_{(L)}^s) + v_{(L)}^s = V$$

$$\Leftrightarrow Q_{(L)} + v_{(L)}^s = V \quad (5.14)$$

b) Etude hydromécanique du poreux

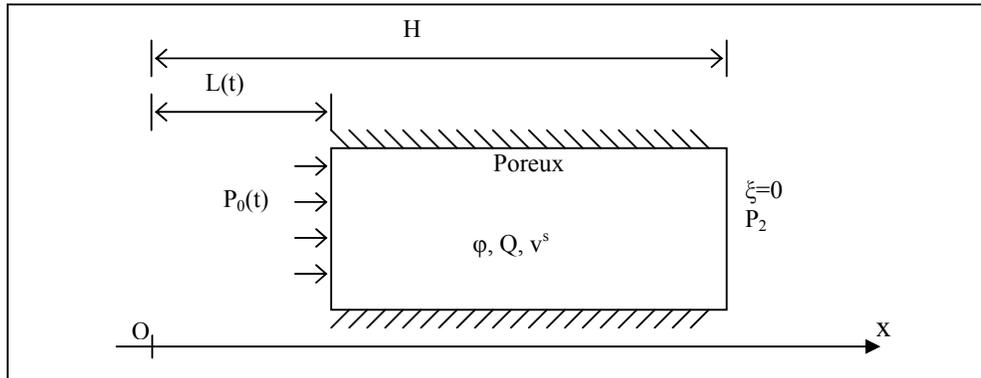


Figure V.6: Conditions aux limites sur le poreux

Conditions aux limites

A l'extrémité "droite" du réservoir (en $x=H$) le problème est parfaitement déterminé puisque les données du problème global imposent à la fois la pression et le déplacement :

$$\xi(H) = 0 \text{ et } p(H) = P_2$$

A l'interface slurry/poreux par contre, on ne connaît ni le déplacement, ni la pression. On sait simplement que: d'un point de vue hydraulique, la condition d'interface (5.14) doit être vérifiée et d'un point de vue mécanique la pression dans le slurry a pour effet de fixer la valeur de la contrainte imposée sur le réservoir. Toutes ces conditions sont résumées dans le tableau suivant :

	$x=L(t)$	$x=H$
Hydraulique	$Q_{(L)} + v_{(L)}^s = V$	$p=P_2$
Mécanique	$\sigma_{xx} = -P_0$	$\xi = 0$

On peut noter que les conditions aux limites à l'interface ne sont pas fixées par les données du problème global mais, par les résultats du calcul hydraulique dans le slurry : P_0 et V . On suppose pour l'instant que ces deux valeurs sont connues, le problème hydromécanique est alors parfaitement posé et on peut utiliser les techniques habituelles de discrétisation et de dualisation pour arriver à l'écriture numérique du problème.

Discrétisation

On discrétise le segment [OH] en n segments $[x_i, x_{i+1}]$ avec : $0=x_1 < \dots < x_i < x_{i+1} < \dots < x_{n+1}=H$.
On a donc $Q=n+1$ nœuds x_i .

On introduit également $X=2n+1$ nœuds y_j tels que :

$$\begin{cases} 1 \leq i \leq n+1 : y_{2i-1} = x_i \\ 1 \leq i \leq n : y_{2i} = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1}) \end{cases}$$

A chaque instant t, un certain nombre de nœuds appartiennent au domaine fluide. Cela est bien entendu pris en compte dans l'algorithme par une actualisation du maillage qui consiste à annuler la contribution de ces nœuds aux différentes matrices globales décrivant le comportement du milieu poreux.

On associe à l'élément $[x_i, x_{i+1}]$ les 3 nœuds y_{2i-1} , y_{2i} , y_{2i+1} , et on recherche une approximation des inconnues principales dans l'espace engendré par :

- ✓ une interpolation linéaire de la pression (à partir des valeurs en x_i et en x_{i+1}),
- ✓ une interpolation quadratique du déplacement (à partir des valeurs en y_{2i-1} , y_{2i} et en y_{2i+1}).

On note p_i et p_{i+1} les valeurs prises par la pression en $x_i = y_{2i-1}$ et $x_{i+1} = y_{2i+1}$. On note de même ξ_{2i-1} , ξ_{2i+1} et ξ_{2i} , les valeurs prises par ξ en y_{2i-1} , y_{2i+1} et y_{2i} . Les interpolations utilisées pour la pression et le déplacement sont données par :

$$P(x,t) = p_i(t)N_i^p(x) + p_{i+1}(t)N_{i+1}^p(x)$$

$$\xi(x,t) = \xi_{2i-1}(t)N_{2i-1}^\xi(x) + \xi_{2i+1}(t)N_{2i+1}^\xi(x) + \xi_{2i}(t)N_{2i}^\xi(x)$$

avec

$$N_i^p(x) = \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}$$

$$N_{i+1}^p(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$$

et

$$N_{2i-1}^\xi(x) = \frac{(x - y_{2i+1})(x - y_{2i})}{(y_{2i-1} - y_{2i+1})(y_{2i-1} - y_{2i})}$$

$$N_{2i+1}^\xi(x) = \frac{(x - y_{2i-1})(x - y_{2i})}{(y_{2i+1} - y_{2i-1})(y_{2i+1} - y_{2i})}$$

$$N_{2i}^\xi(x) = \frac{(x - y_{2i-1})(x - y_{2i+1})}{(y_{2i} - y_{2i-1})(y_{2i} - y_{2i+1})}$$

Les $2n+1$ degrés de liberté en déplacement sont les $\xi_j = \xi(y_j, t)$ et sont rassemblés dans une matrice colonne $[\xi]$.

Les $n+1$ degrés de liberté en pression sont les $P_i = P(x_i, t)$ et sont rassemblés dans une matrice colonne $[P]$.

Sur un élément donné :

$$\xi = \begin{bmatrix} N_{2i-1}^\xi(x) & N_{2i}^\xi(x) & N_{2i+1}^\xi(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{2i-1} \\ \xi_{2i+1} \\ \xi_{2i} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} N_i^p(x) & N_{i+1}^p(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \end{bmatrix}$$

On adopte une notation générique pour chaque élément $e=(x_i, x_{i+1})$:

$${}^T [N_e^\xi] \equiv [N_{2i-1}^\xi \quad N_{2i}^\xi \quad N_{2i+1}^\xi]; [\xi_e] \equiv \begin{bmatrix} \xi_{2i-1} \\ \xi_{2i+1} \\ \xi_{2i} \end{bmatrix}$$

$${}^T [N_e^p] \equiv [N_i^p \quad N_{i+1}^p]; [P_e] \equiv \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \end{bmatrix}$$

L'indice « e » indique qu'il s'agit de matrices élémentaires (i.e. dédiées à un élément).

La présence du temps dans l'équation de diffusion impose une résolution incrémentale. On procède donc par pas de temps successifs. On suppose connus le déplacement, la pression et la longueur de la cavité à l'instant t et on recherche ces grandeurs à l'instant $t' = t + dt$.

On note $'a$ la valeur prise par la grandeur a à l'instant t et on désigne par δa la différence $'a - a$.

Dualisation

- ✓ On introduit l'espace des déplacements virtuels continus $\hat{\xi}$, dont la restriction à chaque élément est quadratique. Chaque champ de déplacement virtuel est caractérisé par le vecteur $[\hat{\xi}]$ des $X=2n+1$ degrés de liberté virtuels.
- ✓ On introduit de même l'espace des pressions virtuelles continues \hat{P} , dont la restriction à chaque élément est linéaire. Chaque champ de pression virtuel est caractérisé par le vecteur $[\hat{P}]$ des $Q=n+1$ degrés de liberté virtuels.

Equation d'équilibre

$$\text{Projection sur l'axe X à } t' : \frac{\partial}{\partial x} ({}' \sigma_{xx}) + {}' f_x = 0$$

On dualise alors cette équation d'équilibre sur la configuration à t' , c'est à dire sur le segment $[L(t'), H]$. On remarquera que $L(t')$ est une des inconnues du problème.

$$\int_{L(t')}^H \left[\frac{\partial}{\partial x} ({}' \sigma_{xx}) \hat{\xi} + f_x \hat{\xi} \right] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{L(t')}^H {}' \sigma_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx = \left[{}' \sigma_{xx} \hat{\xi} \right]_{L(t')}^H - k_f \int_{L(t')}^H {}' \xi(x) \hat{\xi}(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{L(t')}^H {}' \sigma_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx = -k_f \int_{L(t')}^H {}' \xi(x) \hat{\xi}(x) dx + {}' \sigma_{xx}(H) \hat{\xi}(H) - {}' \sigma_{xx}(L(t')) \hat{\xi}(L(t'))$$

La relation homologue à t, mais calculée sur le segment $[L(t'),H]$, s'écrit :

$$\int_{L(t')}^H {}^t\sigma_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx = -k_f \int_{L(t')}^H {}^t\xi(x) \hat{\xi}(x) dx + {}^t\sigma_{xx}(H) \hat{\xi}(H) - {}^t\sigma_{xx}(L(t')) \hat{\xi}(L(t'))$$

Par différence, on obtient :

$$\int_{L(t')}^H \delta\sigma_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx + k_f \int_{L(t')}^H \delta\xi(x) \hat{\xi}(x) dx = \delta\sigma_{xx}(H) \hat{\xi}(H) - \delta\sigma_{xx}(L(t')) \hat{\xi}(L(t'))$$

On remarque que, dans le membre $\delta\sigma_{xx}(L(t')) = {}^t\sigma_{xx}(L(t')) - {}^t\sigma_{xx}(L(t))$, les deux termes de la soustraction n'ont pas le même statut : ${}^t\sigma_{xx}(L(t'))$ représente (au signe près) l'action du fluide sur le solide alors que ${}^t\sigma_{xx}(L(t))$ est dans le cas où $L(t') \neq L(t)$ une contrainte intérieure à la phase solide. Toutefois, dans le cas où le massif est stable ($L(t') = L(t)$), $\delta\sigma_{xx}(L(t'))$ représente la variation de la contrainte exercée par le fluide sur le solide à l'interface.

On pose d'autre part $\lambda_1 = \delta\sigma_{xx}(H)$, qui apparaît comme le multiplicateur de Lagrange de la liaison $\xi(H) = 0$.

L'expression de $\delta\sigma_{xx}$ est déterminée à partir de l'équation d'état :

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{xx} &= (\lambda_0 + 2\mu)\delta\varepsilon_{xx} - b\delta P \\ \Rightarrow (\lambda_0 + 2\mu) \int_{L(t')}^H \delta\varepsilon_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx + k_f \int_{L(t')}^H \delta\xi(x) \hat{\xi}(x) dx - b \int_{L(t')}^H \delta P \hat{\varepsilon}_{xx} dx &= -\delta\sigma_{xx}(L(t')) \hat{\xi}(L(t')) + \lambda_1 \hat{\xi}(H) \end{aligned}$$

On exploite alors cette relation, valable pour un champ de déplacement virtuel quelconque $\hat{\xi}$, avec l'ensemble des champs virtuels obtenus par interpolation sur chaque élément e.

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_{xx}(x) &= {}^T [B_e^\xi] [\delta\xi_e] \\ {}^T [B_e^\xi] &= \frac{d}{dx} {}^T [N_e^\xi] \end{aligned}$$

La contribution d'un élément donné, par exemple le segment $[x_i, x_{i+1}]$, aux deux premières intégrales se calcule par :

$$\begin{aligned} & (\lambda_0 + 2\mu) \int_{x_i}^{x_{i+1}} \delta \varepsilon_{xx} \hat{\varepsilon}_{xx} dx + k_f \int_{x_i}^{x_{i+1}} \delta \xi(x) \hat{\xi}(x) dx \\ &= (\lambda_0 + 2\mu) \int ({}^T [B_e^\xi] \delta \xi_e) ({}^T [B_e^\xi] \hat{\xi}_e) dx + k_f \int ({}^T [N_e^\xi] \delta \xi_e) ({}^T [N_e^\xi] \hat{\xi}_e) dx \\ &= {}^T [\hat{\xi}_e] [K_e^1] \delta \xi_e + {}^T [\hat{\xi}_e] [K_e^2] \delta \xi_e \end{aligned}$$

$$\text{avec } [K_e^1] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} ({}^T [B_e^\xi] (\lambda_0 + 2\mu) {}^T [B_e^\xi]) dx$$

$$\text{et } [K_e^2] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} ({}^T [N_e^\xi] k_f {}^T [N_e^\xi]) dx$$

$$\text{Ici } [K_e^1] = \frac{\lambda_0 + 2\mu}{3(x_{i+1} - x_i)} \begin{pmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{pmatrix} \text{ et } [K_e^2] = \frac{k_f (x_{i+1} - x_i)}{15} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1/2 \\ 1 & 8 & 1 \\ -1/2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On note } [K_e] = [K_e^1] + [K_e^2]$$

La contribution du même élément à la deuxième intégrale se calcule par :

$$\begin{aligned} -b \int_{x_i}^{x_{i+1}} \delta P \hat{\varepsilon}_{xx} dx &= -b \int_{x_i}^{x_{i+1}} ({}^T [B_e^\xi] \hat{\xi}_e) ({}^T [N_e^p] \delta P_e) dx \\ &= -{}^T [\hat{\xi}_e] [C_e] \delta P_e \end{aligned}$$

$$\text{avec } [C_e] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} b ({}^T [B_e^\xi] {}^T [N_e^p]) dx$$

C_e est la matrice de couplage fluide - squelette, ici :

$$[C_e] = b \begin{pmatrix} -5/6 & -1/6 \\ 2/3 & -2/3 \\ 1/6 & 5/6 \end{pmatrix}$$

La dernière étape consiste à assembler les contributions des matrices élémentaires pour former les matrices globales.

$${}^T [\hat{\xi}] [K] \delta \xi - {}^T [\hat{\xi}] [C] \delta P + \lambda_1 \hat{\xi}(H) = {}^T [\hat{\xi}] \delta F_i$$

Dans cette équation, δF_i est le vecteur des forces extérieures imposées. C'est un vecteur à $X=2n+1$ lignes dont toutes les composantes sont nulles sauf celle qui correspond à $x=L$, où l'incrément de force imposée correspond à l'incrément de pression du slurry.

Cette équation étant vraie quelque soit le champ de déplacement virtuel, on obtient l'équation vectorielle suivante :

$$[K][\delta\xi] - [C][\delta P] + [L_1][\Lambda_1] = [\delta F_i]$$

$[L_1]$ est une matrice colonne à X lignes, dont le seul coefficient non nul est $L_{2n+1}=1$
 $[\Lambda_1]$ est une matrice à un seul terme, le multiplicateur de Lagrange λ_1 .

Equation de diffusion

$\dot{\Phi} = k_p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$ où Φ est la porosité lagrangienne et k_p la conductivité hydraulique du milieu poreux ($[m^2 Pa^{-1} s^{-1}]$).

On implícite le schéma de discrétisation en temps en calculant le taux d'accroissement $\frac{\delta\Phi}{dt}$ à partir de la valeur de la dérivée spatiale seconde de la pression à t' :

$$\delta\Phi = k_p dt \frac{\partial^2 ({}^t P)}{\partial x^2}$$

La dualisation de l'équation ainsi obtenue dans l'espace des pressions virtuelles \hat{P} donne :

$$\int_{L(t')}^H \delta\Phi \hat{P} dx = \left[k_p dt \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} \hat{P} \right]_{L(t')}^H - \int_{L(t')}^H k_p dt \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx$$

$$\int_{L(t')}^H \delta\Phi \hat{P} dx = k_p dt \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} (H) \hat{P}(H) - k_p dt \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} (L(t')) \hat{P}(L(t')) - k_p dt \int_{L(t')}^H \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx \quad (5.15)$$

Etudions séparément les quatre termes de l'équation (5.15).

✓ Tout d'abord, l'équation d'état nous donne: $\delta\Phi = \frac{\delta P}{M} + b \varepsilon_{xx} = \frac{\delta P}{M} + b \frac{\partial(\delta\xi)}{\partial x}$. Le premier terme de l'équation (4.15) peut alors s'écrire:

$$\int_{L(t')}^H \delta\Phi \hat{P} dx = \int_{L(t')}^H \left[b \frac{\partial(\delta\xi)}{\partial x} \hat{P} + \frac{1}{M} \delta P \hat{P} \right] dx \quad (5.16)$$

✓ Dans le deuxième terme de l'équation (5.15), on pose $\lambda_2 = k_p dt \frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} (H)$.

✓ D'autre part :

$$Q(L) + v^s(L) = V \Rightarrow -k_p \frac{\partial {}^t P}{\partial x} (L(t')) + {}^t v_L^s = {}^t V$$

$$\Rightarrow -k_p dt \frac{\partial {}^t P}{\partial x} (L(t')) + \delta\xi(L) = dt {}^t V$$

$$\Rightarrow -k_p dt \frac{\partial {}^t P}{\partial x} (L(t')) \hat{P}(L(t')) = -\delta\xi(L(t')) \hat{P}(L(t')) + dt {}^t V \hat{P}(L(t')) \quad (5.17)$$

✓ Enfin, on décompose le quatrième terme de l'équation (5.15) :

$$-k_p dt \int_{L(t')}^H \frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx = -k_p dt \int_{L(t')}^H \frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx - k_p dt \int_{L(t')}^H \frac{\partial(\delta P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx \quad (5.18)$$

On peut alors réécrire l'équation (5.15) de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \int_{L(t')}^H \left[b \frac{\partial(\delta \xi)}{\partial x} \hat{P} + \frac{1}{M} \delta P \hat{P} + k_p dt \left(\frac{\partial(\delta P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} \right) \right] dx - \lambda_2 \hat{P}(H) + \delta \xi(L(t')) \hat{P}(L(t')) \\ = -k_p dt \int_{L(t')}^H \frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx + {}^t V dt \hat{P}(L(t')) \end{aligned} \quad (5.19)$$

La contribution d'un élément donné à chacun des termes de l'équation (5.19) est la suivante:

$$\checkmark \quad b \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\partial(\delta \xi)}{\partial x} \hat{P} dx = b \int_{x_i}^{x_{i+1}} ({}^T [B_e^\xi] [\delta \xi_e]) ({}^T [N_e^P] [\hat{P}_e]) dx = {}^T [\hat{\xi}_e] [C_e] [\hat{P}_e] \text{ où } [C_e] \text{ est la matrice qui a}$$

déjà été définie ci-dessus

$$\begin{aligned} \checkmark \quad \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[\frac{1}{M} \delta P \hat{P} + k_p dt \left(\frac{\partial(\delta P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} \right) \right] dx \\ = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{1}{M} ({}^T [N_e^P] [\delta P_e]) ({}^T [N_e^P] [\hat{P}_e]) dx + \int_{x_i}^{x_{i+1}} k_p dt ({}^T [B_e^P] [\delta P_e]) ({}^T [B_e^P] [\hat{P}_e]) dx \\ = {}^T [\hat{P}_e] [R_e] [\delta P_e] \end{aligned}$$

Avec $[R_e] = [R_e^1] + [R_e^2]$ où :

$$[R_e^1] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} k_p dt [B_e^P] {}^T [B_e^P] \text{ et } [R_e^2] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{1}{M} [N_e^P] {}^T [N_e^P]$$

$$[R_e^1] = \frac{k_p dt}{x_{i+1} - x_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } [R_e^2] = \frac{x_{i+1} - x_i}{6M} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

✓ On pose de plus $[M_e] = [R_e] {}^T [P_e]$ ce qui nous permet d'écrire:

$$-k_p dt \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} dx = -k_p dt \int_{x_i}^{x_{i+1}} ({}^T [B_e^P] [{}^t P_e]) ({}^T [B_e^P] [\hat{P}_e]) dx = -{}^T [\hat{P}_e] [M_e]$$

En additionnant les contributions des matrices élémentaires, on arrive à l'équation matricielle suivante:

$$-{}^T [\hat{P}] {}^T [C] [\delta \xi] - \delta \xi(L(t')) \hat{P}(L(t')) - {}^T [\hat{P}] [R] [\delta P] + \lambda_2 \hat{P}(H) = -{}^T [\hat{P}] [V] + {}^T [\hat{P}] [M]$$

où [V] est le vecteur des flux imposés, à Q=n+1 lignes, avec $V_{x=L(t')} = -{}^t V dt$ et tous les autres coefficients nuls.

La validité de l'équation précédente étant assurée pour tout choix de $[\hat{P}]$, on obtient :
 $-[C_1][\delta\xi] - [R][\delta P] + [L_2][\Lambda_2] = -[V] + [M]$

avec :

$[L_2]$, matrice colonne à Q lignes et 1 coefficient non nul : $L_{n+1} = 1$

$[\Lambda_2]$ est une matrice à un seul terme, le multiplicateur de Lagrange λ_2 .

$[C_1]$ est identique à ${}^T[C]$ pour tous les termes sauf 1: $C_{1L(t),L(t)} = C_{L(t),L(t)} + 1$, ce qui permet de prendre en compte le terme $\delta\xi(L(t'))\hat{P}(L(t'))$

c) Résumé

$$(I) \quad [K][\delta\xi] - [C][\delta P] + [L_1][\Lambda_1] = [\delta F_i]$$

$$(II) \quad -[C_1][\delta\xi] - [R][\delta P] + [L_2][\Lambda_2] = -[V] + [M]$$

$$(III) \quad {}^tV = k_s \frac{P(L(t')) - P(0)}{L(t')}$$

Le système à résoudre alors comporte $X+Q=3n+2$ équations pour $X+Q+2=3n+4$ inconnues. Il convient de compléter ce système avec les équations de liaison et on obtient alors:

$$\left(\begin{array}{cc} [K] & -[C] \\ -[C_1] & -[R] \end{array} \right) \begin{array}{c} [L] \\ [0] \end{array} \begin{array}{c} [\delta\xi] \\ [\delta P] \\ [\Lambda] \end{array} = \begin{array}{c} [\delta F_i] \\ -[V] + [M] \\ [D] \end{array}$$

✓ $[\Lambda]$ est une matrice colonne contenant les multiplicateurs de Lagrange λ_1 et λ_2 .

✓ $[D]$ est la matrice des données aux limites: $\xi(H)$ et $P(H)$.

✓ $[L]$ est la matrice $(X+Q, 2)$ des liaisons, composée de $[L_1]$ et $[L_2]$: $[L] = \begin{bmatrix} [L_1] & [0] \\ [0] & [L_2] \end{bmatrix}$.

3.2. Algorithme de résolution

A l'instant initial (début d'une phase de production), on considère: $L(t_0)=L$ la longueur de la cavité déjà formée, $P_1(t_0)=P_2(t_0)=P_0(t_0)=1$, $V(t_0)=0$.

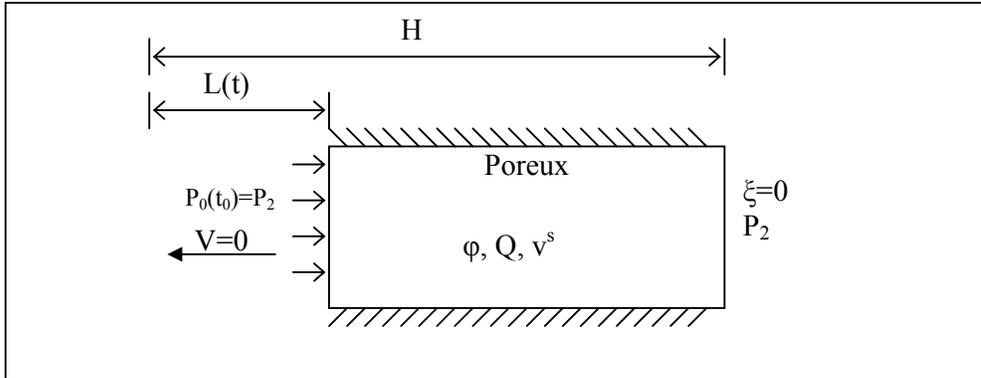
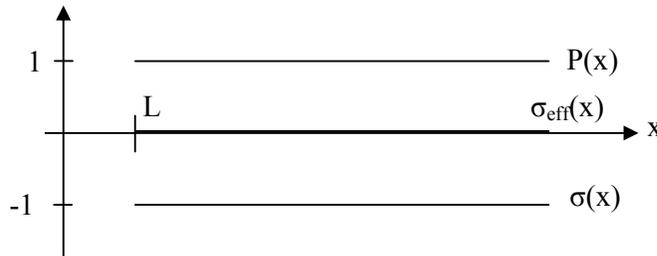


Figure V.7: Conditions initiales sur le milieu poreux

L'état de pression et de contraintes dans le matériau poreux est alors le suivant:



On baisse alors la pression P_1 jusqu'à $P_1(t)=0$ (par exemple). L'objectif est de déterminer à la fois $L(t')$ et $P_0(t')$. On suppose pour cela dans un premier temps que $L(t') = L(t)$, c'est à dire que l'on suppose dans un premier temps le massif stable et on cherche à déterminer $P_0(t')$. La difficulté principale vient alors du fait que $P_0(t')$ intervient à travers plusieurs variables:

- ✓ pour le slurry: la valeur de $P_0(t')$ fixe la valeur de la vitesse d'écoulement du slurry

$$V(t') = k_s \frac{P_1 - P_0(t')}{L(t')}$$

- ✓ pour le réservoir: $P_0(t')$ est à la fois la valeur de la pression interstitielle d'équilibre dans le réservoir à l'interface slurry/réservoir notée $P_L(t')$ et la valeur de la contrainte appliquée par le slurry sur le réservoir. Par ailleurs, à l'interface slurry/réservoir on doit également respecter la condition d'interface qui porte sur le flux de fluide et on ne peut évidemment pas imposer en un point du réservoir à la fois la pression et le flux de fluide.

Il est ainsi nécessaire de procéder par itérations pour déterminer $P_0(t')$. Pour cela, on se donne une première valeur $P_0(t')$ (par exemple $P_0(t') = P_1$) et on impose sur le réservoir à l'interface slurry/poreux la contrainte et le flux de fluide. La pression du fluide dans le poreux à l'interface slurry/poreux $P_L(t')$ résultant du calcul poroélastique dans le réservoir ne sera pas a priori égale à $P_0(t')$.

On utilise la pression $P_L(t')$ pour déterminer une nouvelle valeur de la vitesse $V(t')$ du slurry. On fait alors un nouveau calcul dans le milieu poreux avec la nouvelle vitesse $V(t')$ comme condition limite à l'interface et $P_L(t')$ comme nouvelle valeur de la contrainte appliquée à l'interface slurry/poreux.

Pratiquement, au bout de 5 itérations au maximum (Fig. V.8), on observe une convergence de $P_L(t')$: c'est la valeur de $P_0(t')$ cherchée.

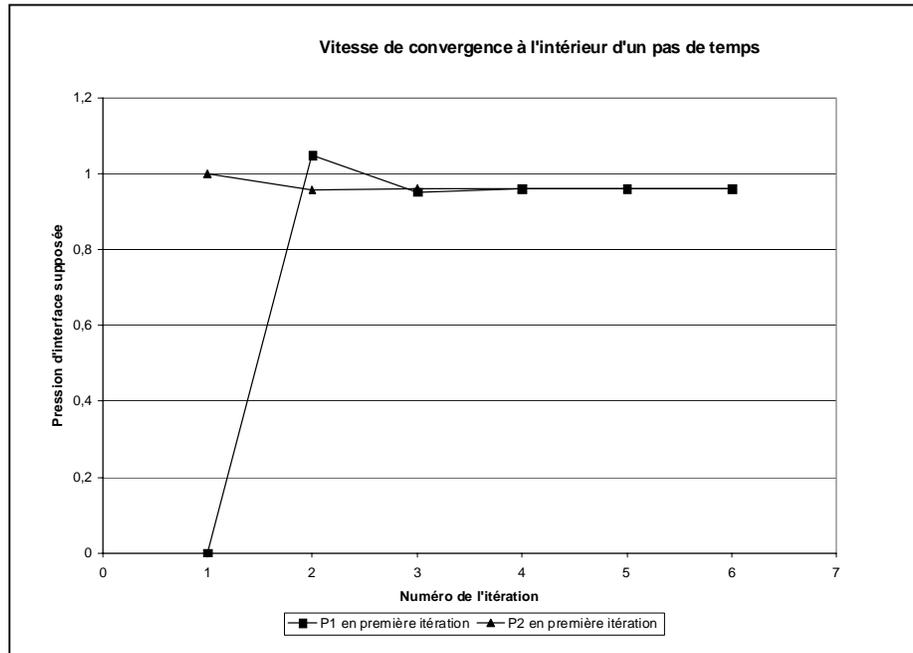


Figure V.8: Illustration de la convergence de la pression à l'interface

Deux cas se présentent alors:

1) La contrainte effective est en tout point inférieure à la contrainte seuil. Le massif est effectivement stable. On passe au pas de temps suivant.

2) Il existe un point du milieu poreux pour lequel la contrainte effective dépasse la contrainte seuil. Dans ce cas, contrairement à l'hypothèse de départ, il y a érosion du milieu poreux. On appelle alors x_{rup} , l'abscisse du point pour lequel la contrainte effective est au-dessus de la contrainte seuil et $\sigma(x_{rup})$ la valeur de la contrainte totale en ce point.

On reste alors dans le même pas de temps et on fait un nouveau calcul avec les conditions aux limites suivantes:

- position de l'interface : $L_1(t')=L(t)+x_{rup}$
- pression du slurry à l'interface: $P_0(t')=-\sigma(x_{rup})$
- vitesse du slurry : $V(t')=(P_1-P_0(t'))/L_1(t')$

Si, après itération, le massif est stable (pas d'érosion du milieu poreux) avec la nouvelle position de l'interface $L_1(t')$, on peut passer au pas de temps suivant, sinon, on procède à une nouvelle itération avec une nouvelle position de l'interface. En pratique le massif est le plus souvent stable dès la première itération.

3.3. Etude du régime stationnaire

Il est possible de déterminer une solution analytique du régime stationnaire. En effet, si l'on reprend les équations du paragraphe V.3.1 pour $t \rightarrow \infty$, on obtient:

✓ Equation d'équilibre

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^\infty}{\partial x} - k_f \xi^\infty(x) = 0$$

Or d'après l'équation d'état:

$$\sigma_{xx}^\infty = (\lambda_0 + 2\mu)\varepsilon_{xx} - bp^\infty(x) \text{ où le coefficient de Biot } b \text{ est pris égal à } 1.$$

D'où:

$$(\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial^2 \xi^\infty(x)}{\partial x^2} - \frac{\partial p^\infty(x)}{\partial x} - k_f \xi^\infty(x) = 0 \quad (5.20)$$

✓ Equation de diffusion

$$\dot{\Phi}^\infty(x) = 0 = k_p \frac{\partial^2 p^\infty(x)}{\partial x^2} \quad (5.21)$$

$$\Rightarrow p^\infty(x) = \alpha x + \beta$$

On peut exprimer α et β en fonction des conditions aux limites en pression:

$$\alpha = \frac{P_0^\infty - P_2}{L - H} \text{ et } \beta = P_2 - \alpha H$$

En remplaçant (5.21) dans (5.20), on obtient:

$$(\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial^2 \xi^\infty(x)}{\partial x^2} - \alpha - k_f \xi^\infty(x) = 0 \quad (5.22)$$

✓ Détermination de P_0^∞

A l'interface slurry/poreux on a (5.14) :

$$Q(L) + v^s(L) = V$$

Dans le cas stationnaire $v^s(L) = 0 \Rightarrow Q^\infty(L) = V^\infty$

Avec:

$$Q^\infty(L) = -k_p \frac{\partial p^\infty}{\partial x}(L) = -k_p \alpha = -k_p \frac{P_0^\infty - P_2}{L - H}$$

et

$$V^\infty = k_s \frac{P_1 - P_0^\infty}{L} < 0$$

Finalement:

$$P_0^\infty = \frac{k_p L P_2 + k_s (H - L) P_1}{k_s (H - L) + k_p L}$$

✓ Résolution

Dans l'équation (5.20), on pose $a = \sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}}$ et $b = \frac{\alpha}{\lambda_0 + 2\mu}$

L'équation (5.20) devient alors:

$$\frac{\partial^2 \xi^\infty(x)}{\partial x^2} - a^2 \xi^\infty(x) - b = 0$$

Les conditions aux limites sont:

✓ En $x=H$: $\xi^\infty(H) = 0$

✓ En $x=L(t)$: $\sigma_{xx}^\infty(L(t)) = (\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial \xi^\infty}{\partial x}(L(t)) - bP^\infty(L(t))$

Or à l'équilibre $\sigma_{xx}^\infty(L(t)) = -P_0^\infty = -P^\infty(L(t))$

La deuxième condition limite peut donc s'écrire : $\frac{\partial \xi^\infty}{\partial x}(L(t)) = 0$

La solution du problème est alors de la forme:

$$\xi^\infty(x) = \frac{be^{ax}e^{aH}}{a^2(e^{2aH} + e^{2aL})} + \frac{be^{-ax}e^{aH+2aL}}{a^2(e^{2aH} + e^{2aL})} - \frac{b}{a^2} \quad (5.23)$$

On en déduit:

$$\sigma_{eff}^\infty(x) = (\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial \xi^\infty(x)}{\partial x} = \frac{(\lambda_0 + 2\mu)be^{ax}e^{aH}}{a(e^{2aH} + e^{2aL})} - \frac{(\lambda_0 + 2\mu)be^{-ax}e^{aH+2aL}}{a(e^{2aH} + e^{2aL})}$$

Or $\frac{\partial \sigma_{eff}^\infty(x)}{\partial x} = (\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial^2 \xi^\infty(x)}{\partial x^2} = a^2 \xi^\infty(x) + b \geq 0 \quad \forall x$ (d'après l'équation 5.23)

$\sigma_{eff}^\infty(x)$ est donc une fonction croissante et la contrainte effective est, par conséquent, maximale pour $x=H$.

On peut alors calculer la contrainte effective maximale dans le massif:

$$\sigma_{eff \max}^\infty = \sigma_{eff}^\infty(x=H) = (\lambda_0 + 2\mu) \frac{b e^{2aH} - e^{2aL}}{a e^{2aH} + e^{2aL}} \quad (5.24)$$

✓ Critère d'existence d'un état stationnaire

Pour que l'état stationnaire déterminé précédemment puisse réellement exister, il faut que la contrainte effective maximale dans le poreux soit inférieure à la contrainte seuil C' :

$$\sigma_{eff\ max}^{\infty} = (\lambda_0 + 2\mu) \frac{b e^{2aH} - e^{2aL}}{a e^{2aH} + e^{2aL}} \leq C'$$

En remplaçant a et b par leurs expressions, on obtient comme critère pour l'existence d'un état stationnaire:

$$\sigma_{eff\ max}^{\infty} = \frac{k_s (P_2 - P_1)}{[k_s (H - L) + k_p L] \sqrt{\frac{k_f}{(\lambda_0 + 2\mu)}}} \frac{e^{2\sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}} H} - e^{2\sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}} L}}{e^{2\sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}} H} + e^{2\sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}} L}} \leq C' \quad (5.25)$$

On pose alors:

$$A_k = \frac{k_p}{k_s}; \Delta P = P_2 - P_1; A_H = H \sqrt{\frac{k_f}{\lambda_0 + 2\mu}}; A_L = \frac{L}{H} \text{ et } A_c = \frac{C'}{\Delta P}$$

Le critère d'existence d'un état stationnaire devient:

$$\frac{1}{A_c A_H [1 + (A_k - 1) A_L]} \frac{e^{2A_H} - e^{2A_H A_L}}{e^{2A_H} + e^{2A_H A_L}} \leq 1 \quad (5.26)$$

On peut utiliser l'inégalité précédente de différentes façons selon les paramètres connus et les paramètres recherchés. Par exemple, si l'on se donne toutes les caractéristiques du matériau, on peut chercher pour quelle valeur de ΔP , i.e. A_c , le massif sera érodé de la moitié de sa longueur initiale ($L=H/2$).

Ainsi, si l'on prend $A_k=1$, $A_H=(50)^{1/2}$, $A_L=1/2$, on trouve alors $A_c > 0,14$. En prenant alors $C'=0,1$ et $(\lambda_0+2\mu)=1$, on trouve $\Delta P < 0,71$. On constate que le programme SCILAB aboutit effectivement à un état stationnaire avec ces conditions. La figure IV.9 présente le résultat après 1000 pas de temps. Si l'on poursuit le calcul les courbes deviennent confondues.

3.4. Résultats numériques

Les résultats numériques présentés ici ont pour unique objectif de présenter un comportement qualitatif et ne se veulent en aucun cas quantitatif.

- Etat stationnaire

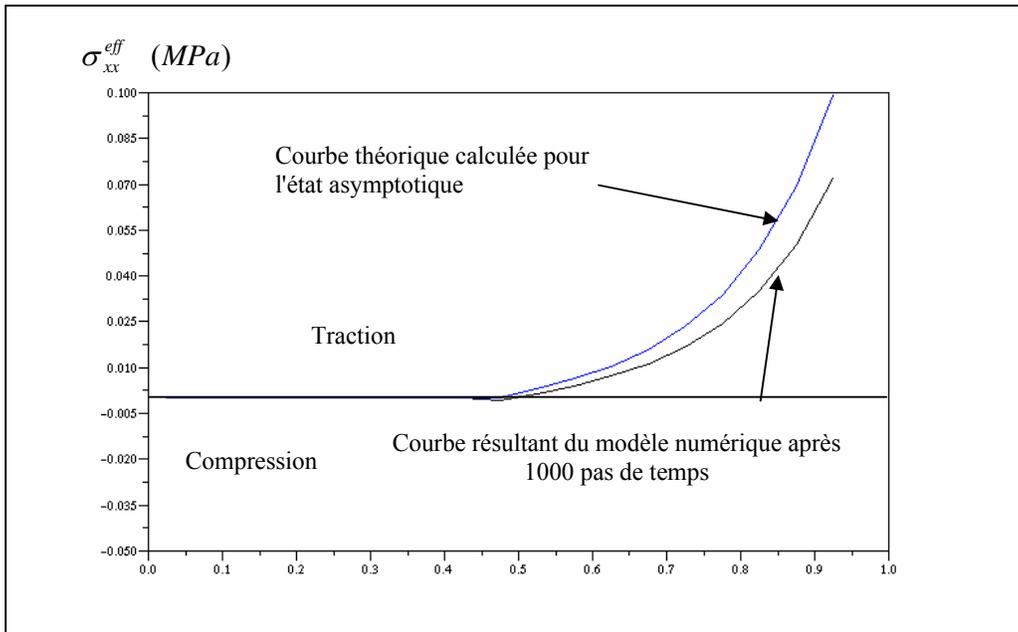


Fig. V.9: Contraintes effectives dans le massif

- Courbes de production

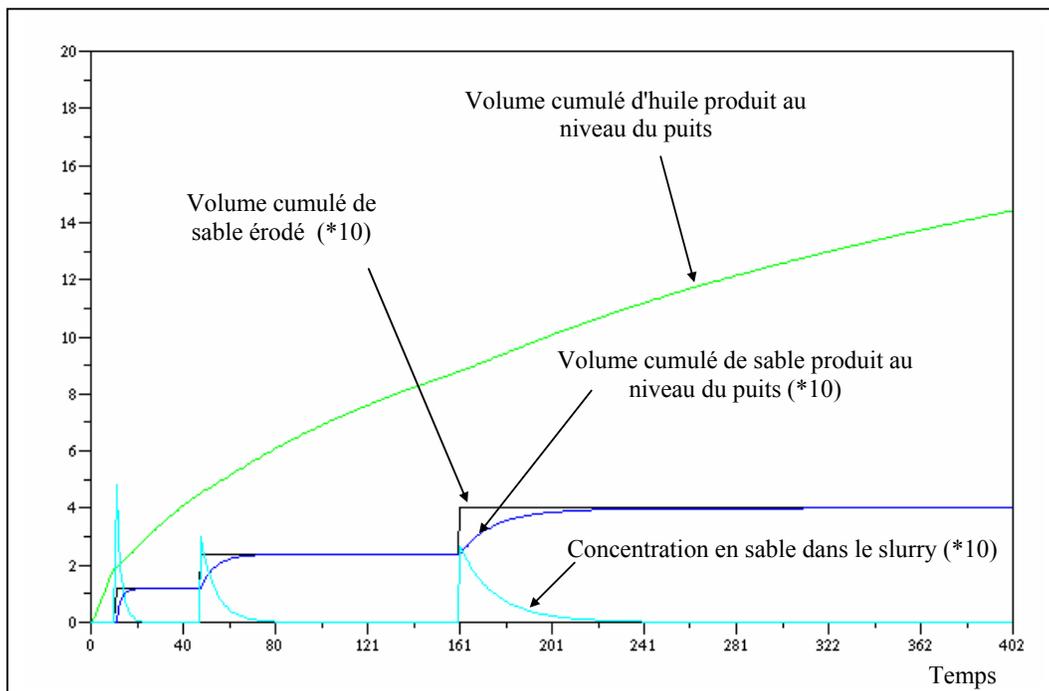


Figure V.10: Evolution des volumes produits

Le modèle donne à chaque pas de temps la longueur de la cavité et la vitesse du slurry. Cela nous permet de déterminer: la production cumulée d'huile au niveau du puits, le volume cumulé de sable érodé à l'interface slurry/poreux et la concentration en sable (resp. huile) dans le slurry. A partir de la vitesse du slurry et de sa concentration en sable, on peut alors déterminer le volume de sable effectivement produit au niveau du puits.

On peut constater que, déjà en 1D, le modèle reproduit très bien des venues de sables "par bouffées" telles qu'on peut en observer expérimentalement dans le cas de la formation d'une cavité. Ce résultat très encourageant doit bien entendu être confirmé par le modèle 2D. Le modèle 2D permettra d'autre part d'obtenir des résultats quantitatifs car il ne fera appel qu'à des paramètres physiques mesurables ce qui n'est pas le cas du paramètre k_f utilisé dans le modèle 1D.

4. Passage au 2D

4.1. Modélisation 2D adoptée

On considère à nouveau deux zones: une zone de sable intacte se comportant comme un milieu poreux classique et une zone slurry se comportant comme un fluide de Stokes. A l'extrémité "droite" du réservoir (en $x=H$), les conditions aux limites ne changent pas: déplacement imposé nul et pression imposée constante. Au niveau du puits, on suppose l'existence d'une unique perforation au milieu de la couche réservoir. On considère de plus que les effets de la gravité sont négligeables devant ceux du gradient de pression. Pour des raisons de symétrie, on peut alors se contenter de représenter la moitié supérieure de la couche de sable.

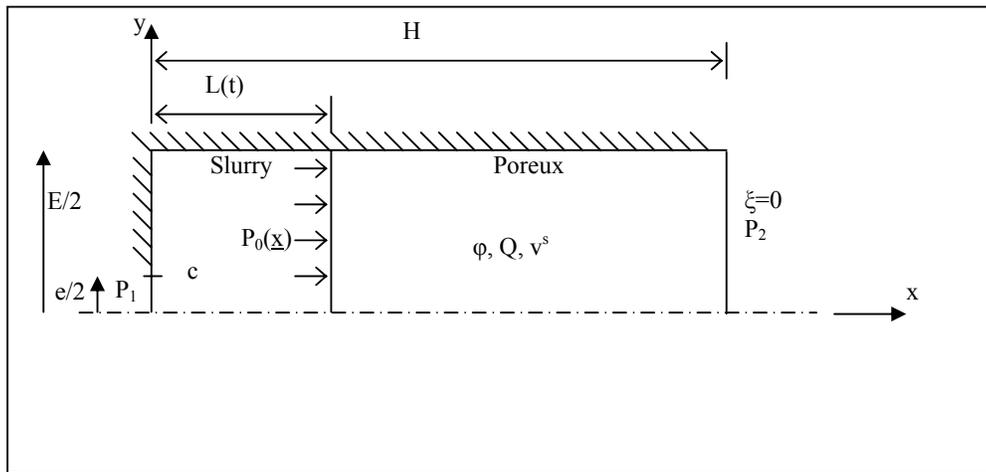


Figure V.11: Modélisation 2D

Pour des raisons de simplification du code informatique, on considère uniquement le cas d'un front droit entre le slurry et le poreux. Cette simplification ne nous permettra bien sûr pas d'étudier l'évolution précise de la géométrie de la cavité formée au cours du temps, mais cela permet tout de même de suivre une éventuelle érosion du massif ce qui, dans un premier temps, est tout à fait satisfaisant.

Une fois la faisabilité de la méthode proposée dans le cas du 2D prouvée, on pourra intégrer cette méthode dans un code d'éléments finis 3D existant capable de gérer les problèmes de géométrie complexe de la zone érodée.

a) Conservation de la masse à l'interface slurry/poreux

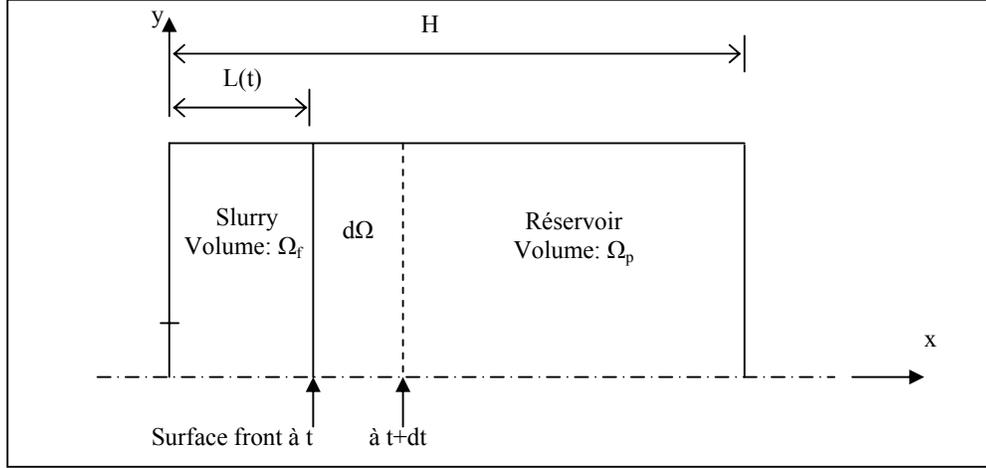


Figure V.12: Conservation de la masse à l'interface slurry/front

On note:

$$d\Omega = {}^{t'}\Omega_f - {}^t\Omega_f = {}^t\Omega_p - {}^{t'}\Omega_p$$

La conservation de la masse à l'interface slurry/poreux (Fig. IV.12) impose:

$$\left\{ \begin{array}{l} cd\Omega = \int_{S_{front}} \varphi \underline{v}_f(\underline{x}) dt dS_{front} - \int_{S_{front}} c \underline{V}(\underline{x}) dt dS_{front} \quad \text{pour l'huile} \\ (1-c)d\Omega = \int_{S_{front}} (1-\varphi) \underline{v}_s(\underline{x}) dt dS_{front} - \int_{S_{front}} (1-c) \underline{V}(\underline{x}) dt dS_{front} \quad \text{pour le sable} \end{array} \right.$$

En sommant ces deux équations, on obtient:

$$\int_{S_{front}} (\varphi \underline{v}_f(\underline{x}) + (1-\varphi) \underline{v}_s(\underline{x})) dt dS_{front} = \int_{S_{front}} (c \underline{V}(\underline{x}) + (1-c) \underline{V}(\underline{x})) dt dS_{front}$$

$$\Leftrightarrow \int_{S_{front}} (\varphi (\underline{v}_f(\underline{x}) - \underline{v}_s(\underline{x})) + \underline{v}_s(\underline{x})) dt dS_{front} = \int_{S_{front}} \underline{V}(\underline{x}) dt dS_{front} \quad (5.27)$$

L'équation (5.27) étant vérifiée sans hypothèse particulière sur la surface S_{front} , on peut également écrire l'égalité au niveau local:

$$\varphi (\underline{v}_f(\underline{x}) - \underline{v}_s(\underline{x})) + \underline{v}_s(\underline{x}) = \underline{V}(\underline{x})$$

$$\Leftrightarrow \underline{Q}(\underline{x}) + \underline{v}_s(\underline{x}) = \underline{V}(\underline{x}) \quad (5.28)$$

On retrouve donc finalement une équation similaire à l'équation de conservation à l'interface slurry/poreux établie dans le cas 1D (5.14).

b) Etude hydromécanique du milieu poreux

- ✓ Equations constitutives

Equilibre du massif: $\underline{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$

On notera qu'il n'est plus utile de faire intervenir la force volumique qui avait été introduite dans le cas 1D.

Equation de diffusion: $\dot{\Phi} = \text{div}(k_p \underline{\text{grad}}P)$ où Φ est la porosité lagrangienne et k_p la conductivité hydraulique du milieu poreux ($[m^2Pa^{-1}s^{-1}]$).

Loi de comportement poro-élastique fragile:

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} = 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda_0 \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{1}} - bP\underline{\underline{1}} \\ \Phi = \frac{1}{M}P + b\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \end{cases}$$

où:

λ_0 et μ sont les coefficients de Lamé

b est le coefficient de Biot (on prendra dans la suite $b=1$)

M est le module de Biot

Critère de rupture de Mohr-Coulomb:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma'_1 - \sigma'_3 + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \varphi - 2C \cos \varphi \leq 0$$

où:

$\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ sont les contraintes principales effectives ($\sigma'_3 < \sigma'_2 < \sigma'_1$)

C est la cohésion du matériau

φ est l'angle de frottement interne du matériau

- ✓ Conditions aux limites

	$x=L(t)$	$x=H$	$y=E/2$
Hydraulique	$p(\underline{x}) = P_{slur}(\underline{x})$	$p=P_2$	$V=0$ (flux nul)
Mécanique	$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}(\underline{x}) = \underline{\underline{\sigma}}_{slur} \cdot \underline{n}(\underline{x})$	$\underline{\underline{\xi}} = 0$	$\underline{\underline{\xi}}_x = 0$

Remarque: $\underline{\underline{\sigma}}_{slur}$ est le tenseur des contraintes totales dans le slurry.

- ✓ Maillage et discrétisation

Les éléments de maillage utilisés dans le milieu poreux sont des triangles à 3 nœuds pour la pression et à 6 nœuds pour les déplacements, qui permettent d'avoir une interpolation linéaire de la pression et une interpolation quadratique des déplacements.

Le maillage est défini sur l'intégralité de la couche réservoir initiale (avant érosion) et actualisé en annulant la contribution des nœuds de la zone érodée dans les matrices globales au fur et à mesure du développement de la zone érodée. Le maillage utilisé est représenté sur la figure V.13.

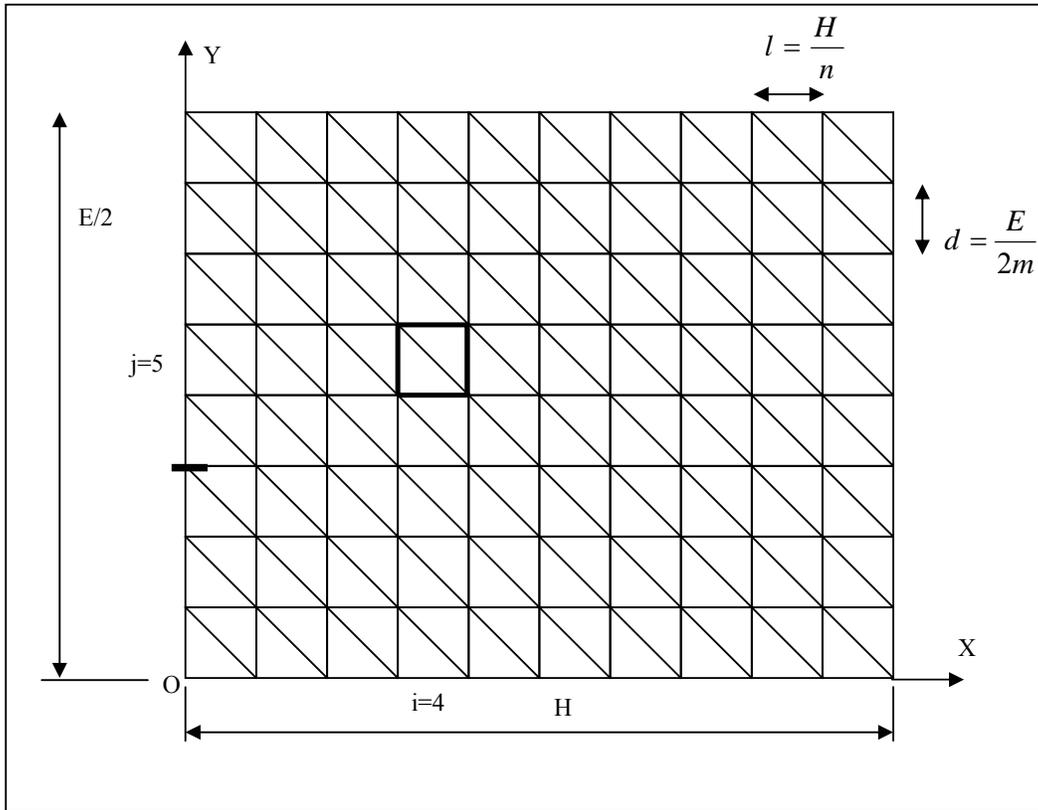


Figure V.13: Maillage utilisé dans le code de calcul

Le nombre total d'éléments dans le maillage est donc: $ntri = 2mn$, et le nombre total de nœuds: $nbno = (2m + 1)(2n + 1)$.

On numérote les nœuds et les éléments à partir de l'origine du maillage (O). On choisit d'utiliser l'indice i pour les colonnes et j pour les lignes. Comme l'illustre la figure IV.13, 2 triangles sont associés à chaque couple d'indices (i,j) :

- le triangle inférieur appelé triangle de type 1 qui portera le numéro de triangle $2n(j-1) + 2i - 1$
- le triangle supérieur appelé triangle de type 2 qui portera le numéro de triangle $2n(j-1) + 2i$

La figure V.14 et le tableau V.1 indiquent pour chacun de ces types de triangle, les numéros des nœuds dans le maillage global.

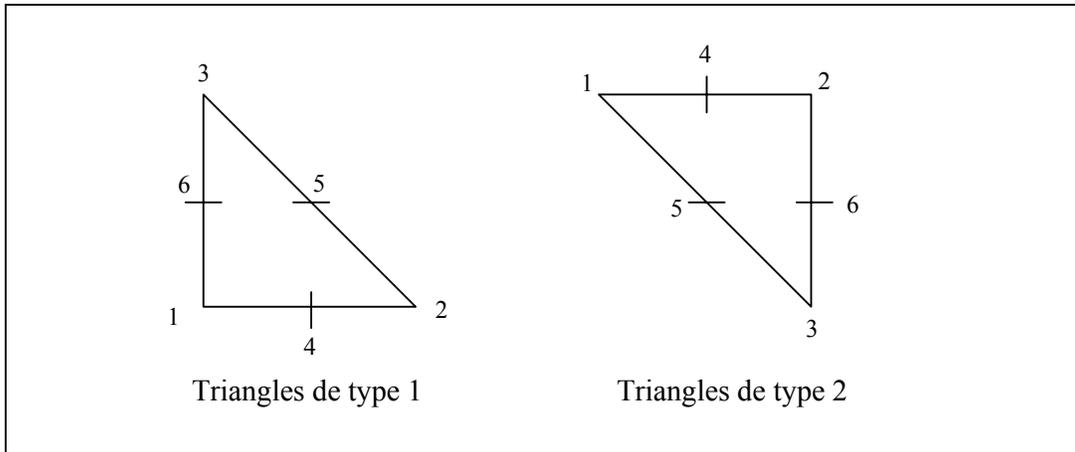


Figure V.14: Numérotation locale des nœuds du maillage

Numéro local du nœud	Numérotation globale au sein du maillage	
	Triangle de type 1	Triangle de type 2
1	$(2n+1)(2j-2)+2i-1$	$(2n+1)(2j)+2i-1$
2	$(2n+1)(2j-2)+2i+1$	$(2n+1)(2j)+2i+1$
3	$(2n+1)(2j)+2i-1$	$(2n+1)(2j-2)+2i+1$
4	$(2n+1)(2j-2)+2i$	$(2n+1)(2j)+2i$
5	$(2n+1)(2j-1)+2i$	$(2n+1)(2j-1)+2i$
6	$(2n+1)(2j-1)+2i-1$	$(2n+1)(2j-1)+2i+1$

Tableau V.1: Equivalence entre les numérotations locale et globale des nœuds

Les interpolations utilisées pour la pression et le déplacement sont données en annexe 9.

✓ Dualisation

- On introduit l'espace des déplacements virtuels $\hat{\xi}$ continus dont la restriction à chaque élément est quadratique. Chaque champ de déplacement virtuel est caractérisé par le vecteur $\begin{bmatrix} \hat{\xi} \end{bmatrix}$ des $X=2(2n+1)(2m+1)$ degrés de liberté virtuels.
- On introduit de même l'espace des pressions virtuelles continues dont la restriction à chaque élément est linéaire. Chaque champ de pression virtuel est caractérisé par le vecteur $\begin{bmatrix} \hat{P} \end{bmatrix}$ des $Q=(n+1)(m+1)$ degrés de liberté virtuels.

Equation d'équilibre

$$\text{A } t'=t+dt: \underline{\text{div}}({}^{t'}\underline{\sigma}) = 0$$

Après dualisation:

$$\int_{\Omega'_p} \text{tr}({}^{t'}\underline{\sigma}\hat{\xi}) d\Omega_p - \int_{\partial\Omega'_p} {}^{t'}F\hat{\xi} d\partial\Omega_p = 0 \quad (5.29)$$

Où:

Ω'_p représente le volume du milieu poreux dans la géométrie de l'instant t' .

$\partial\Omega'_p$ représente le contour du milieu poreux dans la géométrie de l'instant t' .

\underline{F} est le vecteur force sur le contour du milieu poreux. C'est à dire que, en notant \underline{n} la normale sortante, on a: $\underline{F} = \underline{\sigma}\underline{n}$

On décompose le contour du milieu poreux en deux parties :

- ✓ L'interface slurry/poreux appelée S'_{front} sur laquelle la contrainte est imposée
- ✓ Le reste du contour appelée $S'_{\overline{front}}$ sur lequel les conditions sont de type déplacements imposés.

$$\int_{\partial\Omega'_p} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} d\Omega_p = \int_{S'_{front}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{front} + \int_{S'_{\overline{front}}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{\overline{front}} \quad (5.30)$$

En reportant (5.30) dans (5.29) on obtient:

$$\int_{\Omega'_p} tr(\underline{\sigma} \underline{\hat{\varepsilon}}) d\Omega_p = \int_{S'_{front}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{front} + \int_{S'_{\overline{front}}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{\overline{front}} \quad (5.31)$$

La relation homologue à t , mais calculée sur la géométrie à t' , s'écrit

$$\int_{\Omega'_p} tr(\underline{\sigma} \underline{\hat{\varepsilon}}) d\Omega_p = \int_{S'_{front}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{front} + \int_{S'_{\overline{front}}} \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{\overline{front}} \quad (5.32)$$

Par différence on obtient:

$$\int_{\Omega'_p} tr(\delta \underline{\sigma} \underline{\hat{\varepsilon}}) d\Omega_p = \int_{S'_{front}} \delta \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{front} + \int_{S'_{\overline{front}}} \delta \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{\overline{front}} \quad (5.33)$$

En utilisant la loi de comportement on obtient alors:

$$(\lambda_0 + 2\mu) \int_{\Omega'_p} tr(\delta \underline{\varepsilon} \underline{\hat{\varepsilon}}) d\Omega_p - b \int_{\Omega'_p} tr(\delta P_e \underline{\hat{\varepsilon}}) d\Omega_p = \int_{S'_{front}} \delta \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{front} + \int_{S'_{\overline{front}}} \delta \underline{F} \underline{\hat{\xi}} dS_{\overline{front}} \quad (5.34)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{ntri} \left((\lambda_0 + 2\mu) \int_{\Omega'_e} tr(\delta \underline{\varepsilon}_e \underline{\hat{\varepsilon}}_e) d\Omega_e \right) - \sum_{ntri} \left(b \int_{\Omega'_e} tr(\delta P_e \underline{\hat{\varepsilon}}_e) d\Omega_e \right) \quad (5.35)$$

$$= \sum_{ntrif} \int_{S_{tri} \cap S'_{front}} \delta \underline{F}_e \underline{\hat{\xi}}_e dS_{tri} + \sum_{ntrid} \int_{S_{tri} \cap S'_{\overline{front}}} \delta \underline{F}_e \underline{\hat{\xi}}_e dS_{tri}$$

L'équation (5.35) peut également se mettre sous la forme:

$$\sum_{ntri} \left({}^T [\underline{\hat{\xi}}_e] [K_e] [\delta \underline{\xi}_e] \right) - \sum_{ntri} \left({}^T [\underline{\hat{\xi}}_e] [C_e] [\delta P_e] \right) + \sum_{ntrid} \left({}^T [\underline{\hat{\xi}}_e] [\delta F] \right) = \sum_{ntrif} \left({}^T [\underline{\hat{\xi}}_e] [\delta F] \right)$$

- $[K_e]$ est la matrice de rigidité élémentaire que l'on calcule séparément pour les deux types de triangles. Les valeurs de $[K_e]$ sont données en annexe 10.
- $[C_e]$ est la matrice de couplage fluide - squelette élémentaire que l'on calcule séparément pour les deux types de triangles. Les valeurs de $[C_e]$ sont données en annexe 10.

Après assemblage des matrices élémentaires, on obtient l'équation suivante:
 $[K][\delta\xi] - [C][\delta P] + [L_1][\Lambda_1] = [\delta F_i]$, dans laquelle :

- $[\delta F]$ est un vecteur à $X=2(2n+1)(2m+1)$ lignes dont toutes les composantes sont nulles sauf celles qui correspondent au front ($x=L$), où l'incrément de force imposée correspond à la variation de contraintes dans le slurry
- $[L_1]$ est une matrice à X lignes et autant de colonnes que de degrés de liberté en déplacement imposés. Les seuls coefficients non nuls sont ceux correspondant aux degrés de liberté en déplacement imposés et ils valent 1.
- $[\Lambda_1]$ est un vecteur à autant de lignes que de degrés de libertés en déplacement imposés. Cette matrice contient les multiplicateurs de Lagrange des déplacements imposés.

Equation de diffusion

$\dot{\Phi} = k_p \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right)$ où Φ est la porosité lagrangienne et k_p la conductivité hydraulique du milieu poreux ($[m^2 Pa^{-1} s^{-1}]$).

On implícite le schéma de discrétisation en temps en calculant le taux d'accroissement $\frac{\delta\Phi}{dt}$ à partir de la valeur de la dérivée spatiale seconde de la pression à t' :

$$\delta\Phi = k_p dt \left(\frac{\partial^2 ({}^t P)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 ({}^t P)}{\partial y^2} \right)$$

La dualisation de l'équation ainsi obtenue donne:

$$\int_{\Omega'_p} \delta\Phi \hat{P} d\Omega_p = \int_{\partial\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} d\partial\Omega_p - \int_{\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p \quad (5.36)$$

On pose:

$$I_0 = \int_{\Omega'_p} \delta\Phi \hat{P} d\Omega_p ; I_1 = \int_{\partial\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} d\partial\Omega_p ; I_2 = - \int_{\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p$$

Calculons ces 3 intégrales séparément:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{\partial\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} d\partial\Omega_p \\ &= \int_{S'_{front}} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} dS_{front} + \int_{S'_{later}} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} dS_{later} \\ &\quad + \int_{S'_{amont}} k_p dt \left(\frac{\partial ({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial ({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} dS_{amont} \end{aligned} \quad (5.37)$$

On peut remarquer que les conditions aux limites sur ces 3 surfaces ne sont pas toutes du même type :

- Sur la surface front et la surface amont les conditions sont de type pression imposée et on utilisera alors la technique des multiplicateurs de Lagrange,
- Sur la surface latérale, on a par contre une condition de flux imposé.

Par ailleurs, compte tenu de la loi de comportement:

$$I_0 = \int_{\Omega'_p} \delta \Phi \hat{P} d\Omega_p = \int_{\Omega'_p} \left(\frac{\delta P}{M} + btr(\underline{\varepsilon}) \right) \hat{P} d\Omega_p \quad (5.38)$$

Enfin:

$$\begin{aligned} I_2 &= - \int_{\Omega'_p} k_p dt \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p \\ &= -k_p dt \int_{\Omega'_p} \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p - k_p dt \int_{\Omega'_p} \left(\frac{\partial(\delta P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial(\delta P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p \end{aligned} \quad (5.39)$$

En combinant (5.36) avec (5.37), (5.38) et (5.39) on arrive finalement à l'expression suivante:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega'_p} \left[btr(\underline{\varepsilon}) \hat{P} + \frac{\delta P}{M} \hat{P} + k_p dt \int_{\Omega'_p} \left(\frac{\partial(\delta P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial(\delta P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) \right] d\Omega_p - \int_{S'_{front}} k_p dt \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} dS_{front} \\ & - \hat{P}_{(S_{amont})} \int_{S'_{amont}} k_p dt \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \right) dS_{amont} \\ & = -k_p dt \int_{\Omega'_p} \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} \right) d\Omega_p + \int_{S'_{later}} k_p dt \left(\frac{\partial({}^t P)}{\partial x} + \frac{\partial({}^t P)}{\partial y} \right) \hat{P} dS_{later} \end{aligned}$$

Cette équation peut aussi s'écrire:

$$-{}^T [\hat{P}]^T [C][\delta \underline{\varepsilon}] -{}^T [\hat{P}] [R][\delta P] +{}^T [\hat{P}] [L_2][\Lambda_2] ={}^T [\hat{P}] [M] +{}^T [\hat{P}] [V] \quad (5.40)$$

où:

- $[C]$ est la matrice de couplage fluide - squelette définie précédemment.
- $[R]$ est la partie hydraulique de la matrice de rigidité. Cette matrice se décompose en deux parties:

$$[R_{1e}] = k_p dt \int_{\Omega_e} {}^T [B_e^p] [B_e^p] d\Omega_e \quad (\text{avec } {}^T [B_e^p] = \underline{grad}[N_e^p])$$

$$[R_{2e}] = \frac{1}{M} \int_{\Omega_e} {}^T [N_e^p] [N_e^p] d\Omega_e$$

- $[L_2]$ est une matrice à $Q=(n+1)(m+1)$ lignes et autant de colonnes que de degrés de liberté en pression imposés, dont toutes les composantes sont nulles exceptées celles correspondant au front ($x=L$) et à l'extrémité du réservoir ($x=H$) qui valent 1.

- $[\Lambda_2]$ est un vecteur à autant de lignes que de degrés de liberté en pression imposés. Ce vecteur contient les multiplicateurs de Lagrange des degrés de liberté en pression.
- $[M] = [R][P]$
- $[V]$ est un vecteur à $Q=(n+1)(m+1)$ lignes contenant les valeurs de flux imposées.

La validité de l'équation (IV.40) étant assurée pour tout choix de $[\hat{P}]$, on obtient:

$$-[C][\delta\xi] - [R][\delta P] + [L_2][\Lambda_2] = [M] + [V] \quad (5.41)$$

Résumé

$$(I) \quad [K][\delta\xi] - [C][\delta P] + [L_1][\Lambda_1] = [\delta F_i]$$

$$(II) \quad -[C][\delta\xi] - [R][\delta P] + [L_2][\Lambda_2] = [M] + [V]$$

Le système à résoudre alors comporte $X+Q=2(2n+1)(2m+1)+(m+1)(n+1)$ équations. Il convient de compléter ce système avec les équations de liaison et on obtient alors:

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} [K] & -[C] \\ -^t[C] & -[R] \end{pmatrix} & [L] \\ & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\delta\xi] \\ [\delta P] \\ [\Lambda] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\delta F_i] \\ [M] + [V] \\ [D] \end{pmatrix}$$

- ✓ $[\Lambda]$ est une matrice colonne contenant les multiplicateurs de Lagrange λ .
- ✓ $[D]$ est le vecteur des données aux limites en déplacement.
- ✓ $[L]$ est la matrice des liaisons constituée de $[L_1]$ et $[L_2]$ de la même façon que dans le cas 1D.

c) Etude hydraulique du slurry

On choisit de considérer le slurry comme un fluide incompressible respectant les équations de Navier Stokes.

- ✓ Equations constitutives

Equilibre du slurry: $\underline{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$

Loi de comportement du slurry:

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu_s \underline{\underline{d}} - P\underline{\underline{1}}$$

où:

μ_s est la viscosité du slurry

$$\underline{\underline{d}} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{grad}} \underline{\underline{v}} + \underline{\underline{grad}} \underline{\underline{v}} \right)$$

Il est important de souligner que, dans le cadre de l'hypothèse du fluide incompressible on a:

$$\text{tr}(\underline{\underline{d}}) = 0 = \text{div}(\underline{\underline{v}}).$$

P est la pression du fluide: $P = -\frac{1}{3}tr(\underline{\underline{\sigma}})$

✓ Analogie mathématique élasticité/fluide de Stokes

On peut noter que mathématiquement le problème du fluide de Stokes est analogue à celui de l'élasticité. Cela nous a permis de fabriquer le code numérique utilisé pour le slurry à partir du code de poro-élasticité utilisé pour le réservoir. La matrice de rigidité se résume à la matrice $[K]$ déterminée au paragraphe précédent.

L'analogie mathématique entre le problème de l'élasticité et le problème du fluide de Stokes est résumée par le tableau ci-dessous.

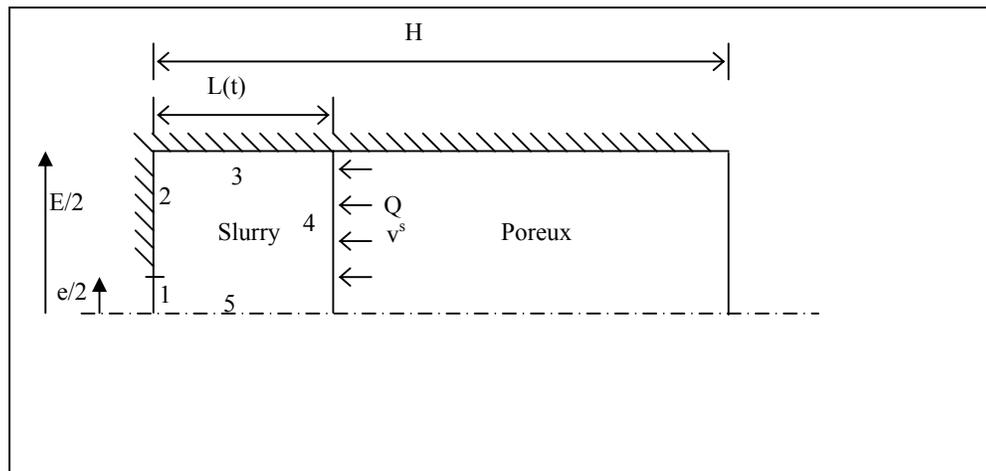


Figure V.15: Conditions aux limites sur le slurry

Elasticité	$\underline{\underline{\xi}}$	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$\underline{\underline{\sigma}}$
Navier-Stokes	$\underline{\underline{v}}$	$\underline{\underline{d}}$	$\underline{\underline{\sigma}}$

✓ Conditions aux limites

Deux types de conditions aux limites peuvent exister sur le slurry :

- vitesse de déformation imposée ($\underline{\underline{\xi}}$)
- vecteur contrainte imposée ($\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}$)

Le tableau V.2 résume les conditions aux limites sur les 5 surfaces représentés sur la figure V.15.

Surface	Conditions aux limites
1	Vecteur contrainte imposé : $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} = P_1 \underline{\underline{e}}_y$
2	Vitesse de déformation imposée : $\underline{\underline{\dot{\xi}}} = \underline{\underline{0}}$
3	Vitesse de déformation imposée : $\underline{\underline{\dot{\xi}}} = \underline{\underline{0}}$
4	Vitesse de déformation imposée : $\underline{\underline{\dot{\xi}}} = f(\underline{\underline{Q}}, \underline{\underline{v}}^s)$
5	Vitesse de déformation imposée : $\underline{\underline{\dot{\xi}}} = \underline{\underline{\dot{\xi}}} \underline{\underline{e}}_x$

Tableau V.2 : Conditions aux limites sur le slurry

Sur la surface 4 (front d'interface slurry/réservoir), la vitesse de déformation du slurry est imposée par la relation de conservation de la masse (4.29) : $\underline{\underline{\dot{\xi}}}(\underline{\underline{x}}) = \underline{\underline{Q}}(\underline{\underline{x}}) + \underline{\underline{v}}^s(\underline{\underline{x}})$

✓ Maillage et discrétisation

Le maillage et la discrétisation utilisés pour le slurry sont les mêmes que ceux de la partie mécanique du problème hydromécanique : maillage avec des triangles à 6 nœuds et interpolation quadratique en déplacement.

4.2. Algorithme de résolution

De même que dans le cas 1D présenté précédemment, on se place au début d'une phase de production. On vient donc de baisser brusquement la pression de puits. L'objectif est alors de déterminer la nouvelle longueur de la cavité $L(t')$ ainsi que le champ de pression dans le slurry et plus précisément le champ de pression à l'interface $P_0(t', \underline{\underline{x}})$.

De nouveau, on suppose dans un premier temps que le massif est stable, c'est à dire que $L(t') = L(t)$ et on cherche à déterminer $P_0(t', \underline{\underline{x}})$, le champ de pression dans le slurry à l'interface slurry/poreux.

La problématique reste la même que dans le cas 1D, le champ de pression dans le slurry à l'interface slurry/poreux intervient dans les calculs hydrauliques et poromécaniques, mais il n'est pas une donnée du problème. Nous allons là encore procéder par itérations.

La différence par rapport au cas 1D tient au fait que la modélisation 2D du slurry ne nous permet d'imposer une pression de fluide dans le slurry à l'interface slurry/poreux et d'en déduire le flux de fluide dans le slurry. Pour le slurry, nous devons donc imposer le flux de fluide à l'interface et le résultat du calcul sera la pression du slurry à l'interface.

Pour le réservoir, nous imposerons donc la contrainte appliquée par le slurry à l'interface slurry/poreux et la pression dans le milieu poreux à l'interface et nous en déduirons le flux de fluide à l'interface.

Le schéma retenu est finalement le suivant:

1) Calcul dans le réservoir avec comme conditions aux limites à l'interface:

- pression du fluide dans le réservoir imposée égale à la pression supposée du slurry,
- vecteur contrainte imposé résultant de la pression supposée dans le slurry.

On déduit de ce calcul la répartition de pression et de contraintes dans le réservoir, ainsi que le flux de fluide à l'interface.

2) Calcul dans le slurry avec comme conditions aux limites à l'interface:

- vitesse de déformation imposée par l'équation de conservation de la masse à l'interface

On déduit de ce calcul la répartition de contraintes et donc de pression dans le slurry.

Il faut bien entendu se donner pour démarrer les itérations une répartition supposée de la contrainte dans le slurry, on prend par exemple un champ de contraintes uniforme $\underline{\underline{\sigma}} = -P_1 \underline{\underline{1}}$. Après quelques itérations (10 environs), on constate la convergence du schéma de calcul, et on peut alors étudier la stabilité du réservoir. Si, dans une partie du réservoir le critère de rupture est dépassé, on effectue une nouvelle série de calculs en restant dans le même pas de temps mais en tenant compte de la nouvelle géométrie du réservoir. Par contre si le critère est respecté en tout point du réservoir, on peut passer au pas de temps suivant en gardant la même géométrie.

4.3. Résultats numériques

Afin de visualiser les résultats du code de calcul, on configure les fichiers résultats de façon à permettre l'utilisation de CASTEM2000 en interface graphique. On peut ainsi visualiser des isovaleurs par éléments dans les parties slurry et réservoir.

Les calculs étant relativement longs, le choix a été fait de vérifier la convergence du code de calcul et donc sa pertinence sur une géométrie comportant un nombre de degrés de libertés limités. L'objectif des figures résultats, données ici à titre d'exemple, n'est nullement de décrire de façon qualitative les phénomènes observés dans la cellule d'essai ou in-situ lors de la production froide des huiles lourdes, mais bien d'illustrer les possibilités de l'algorithme de calcul défini dans cette partie de la thèse .

Le maillage retenu pour les tests est un carré représentant la moitié supérieure du réservoir avec un maillage du type de celui présenté sur la figure V.13 avec $n=m=10$. On se place à un instant intermédiaire où les 3 premières colonnes du maillage sont occupées et les 7 restantes par le réservoir. Par ailleurs, on fixe la hauteur de la perforation à 3 mailles.

A titre d'exemple, la figure V.16 donne une cartographie des valeurs de la pression dans le slurry et de la pression interstitielle dans le réservoir après le premier pas de temps, il n'y a pas encore eu d'érosion et 8 itérations successives ont été nécessaires pour converger et obtenir le champ de pression à l'interface slurry/réservoir. La figure V.17 représente au même pas de temps l'écart entre l'état de contraintes dans le slurry et le critère de rupture: tant que cet écart est positif il n'y a pas de rupture. Les figures V.18 et V.19 représentent ce même écart pour les pas de temps 6 (précédant la première érosion) et 7 (après érosion). Dans le cas

présenté ici, le critère est atteint dans une seule colonne au moment de la rupture donc seule une colonne passe dans le slurry.

Le code de calcul "maison" aux éléments finis en 2D a permis de prouver la convergence de l'algorithme élaboré dans cette thèse et donc sa pertinence pour modéliser le développement de cavités. La prochaine étape, qui dépasse le cadre de cette thèse, est maintenant d'implanter cet algorithme dans un code aux éléments finis existant afin d'utiliser ses capacités de maillage, gestion de la géométrie et calcul. Cela permettra à terme de modéliser le comportement du réservoir autour d'un puits complet avec éventuellement plusieurs perforations.

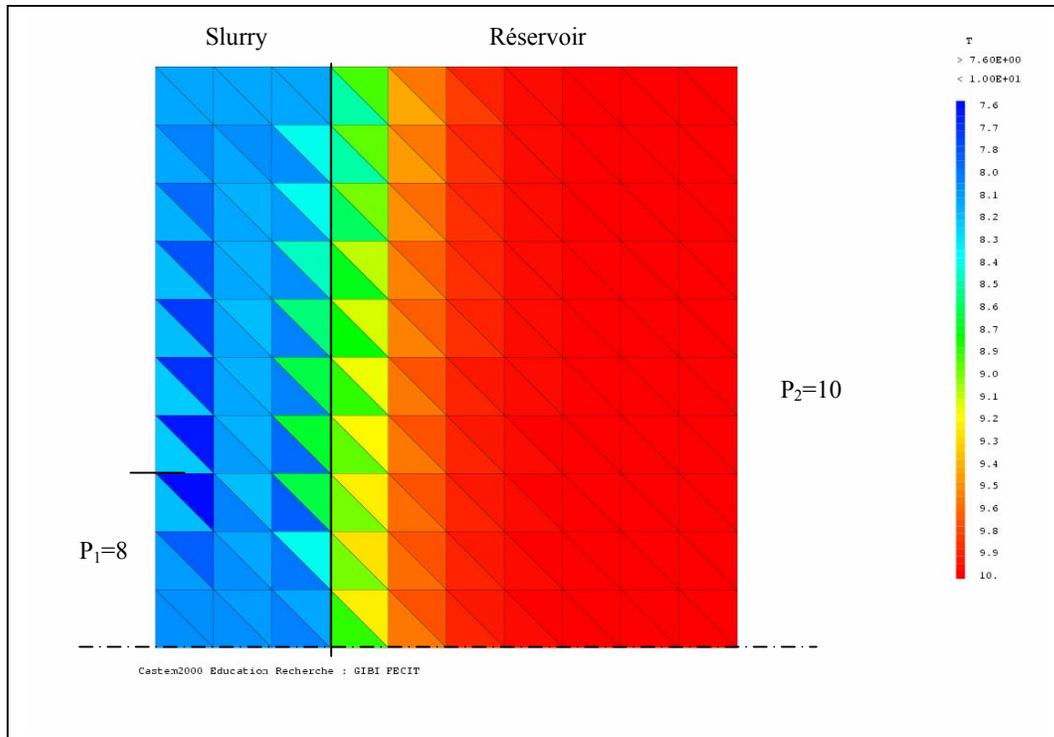


Figure V.16: Etat pression après 1 pas de temps

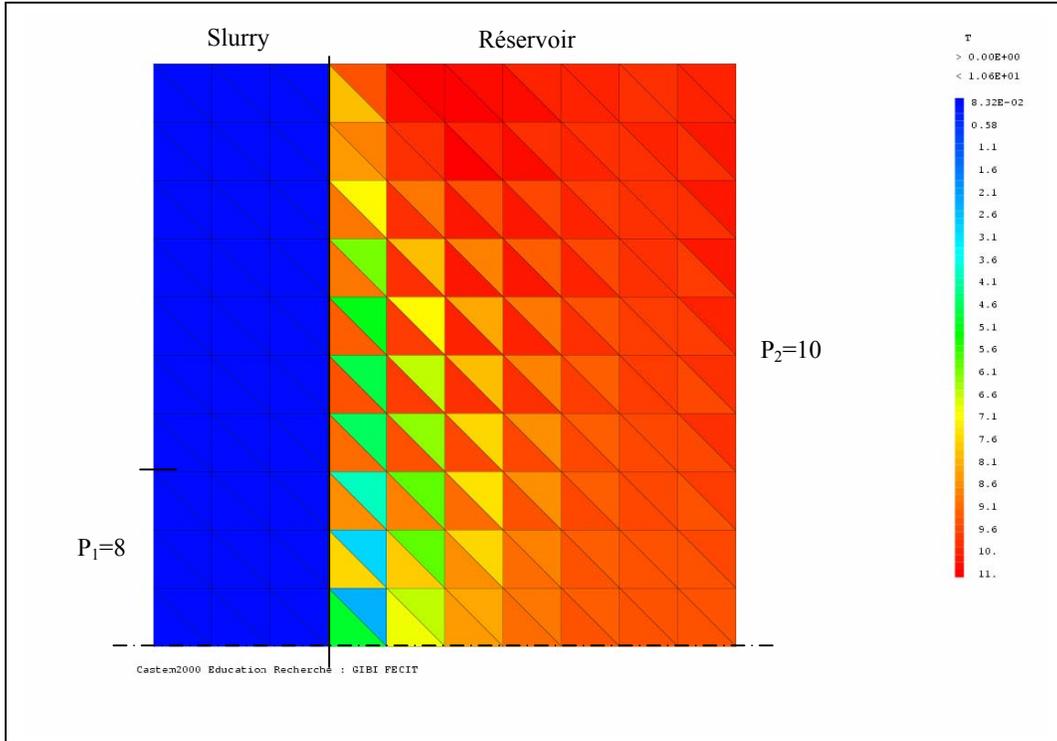


Figure 5.17: Ecart entre l'état de contraintes et le critère de rupture dans le réservoir après 1 pas de temps.

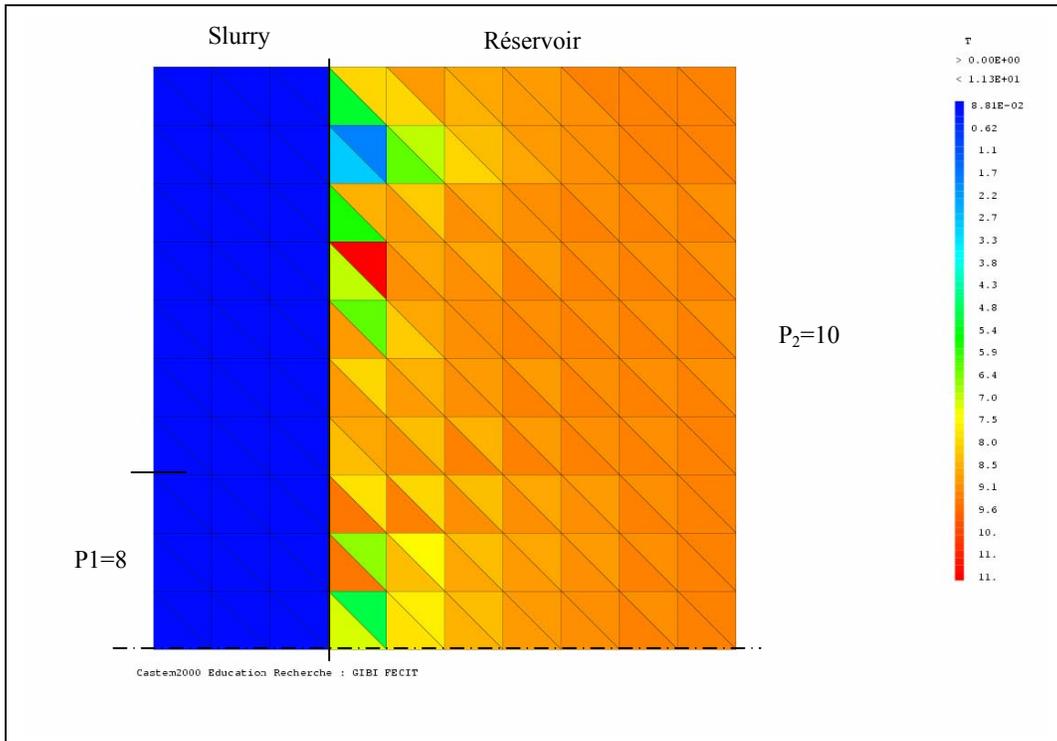


Figure V.18: Ecart entre l'état de contraintes et le critère de rupture dans le réservoir après 6 pas de temps.

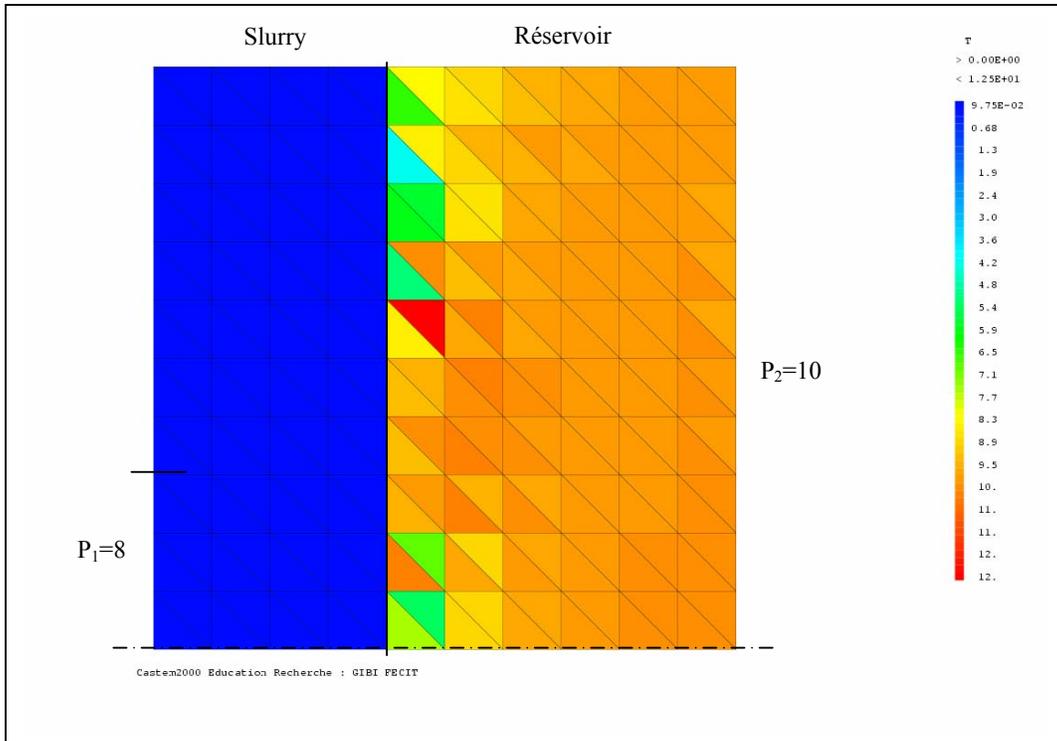


Figure V.19: Ecart entre l'état de contraintes et le critère de rupture dans le réservoir après 7 pas de temps.

Conclusions et perspectives

La production froide des huiles lourdes (CHOPS - Cold Heavy Oil Production with Sand) initiée dans les réservoirs de sables peu consolidés du Canada conduit à des débits de production et des taux de récupération nettement supérieurs à ceux qui étaient escomptés. La co-production de sable a été identifiée comme l'une des sources de ce significatif gain de productivité.

Les différentes théories présentées dans les volets bibliographiques de cette thèse illustrent les importantes incertitudes relatives aux phénomènes se produisant au voisinage immédiat du puits : il est difficile de savoir s'il se forme une zone liquéfiée comme le propose M. Dusseault, une cavité ou encore un réseau de wormhole au départ des perforations comme le suggère B. Tremblay.

La compréhension des mécanismes d'érosion dans les réservoirs sableux peu consolidés passe incontestablement par l'expérimentation. La cellule expérimentale conçue à l'IFP permet de visualiser, dans des conditions de contraintes et de géométrie aussi proches possible de la réalité, les phénomènes d'érosion jusqu'à présent supposés.

Les résultats expérimentaux originaux obtenus avec cette cellule "wormhole" ont permis de différencier deux schémas d'érosion bien distincts selon les conditions d'essais (densité relative du sable et pression de confinement): venue massive de sable avec baisse de la densité dans un secteur de la couche de sable ou formation d'une cavité. D'après cette étude expérimentale, les conditions in-situ, forte densité relative et forte pression de confinement, orientent vers l'hypothèse du développement de cavités.

Les essais avec la "cellule wormhole" présentés dans cette thèse ont tous été réalisés avec de l'eau. Le dispositif permet toutefois d'utiliser d'autres fluides et les premiers essais réalisés avec une huile minérale de viscosité élevée (400 cP à 20°C) semblent montrer l'existence des mêmes types de schéma d'érosion. Il paraît intéressant de chercher à confirmer expérimentalement les résultats obtenus par l'approche micromécanique présentée au chapitre II en ce qui concerne l'influence du mode de production retenue (débit imposé ou gradient de pression imposé) sur le lien entre la viscosité du fluide et la production de sable. Pour ce faire il faudra toutefois réaliser un certain nombre de modifications sur le dispositif car il n'est pas actuellement possible d'imposer un débit de fluide de façon rigoureuse.

Un travail de modélisation théorique a été mené de pair avec les expérimentations.

Une des principales originalités de la modélisation développée réside dans le choix qui a été fait de considérer deux modèles mécaniques distincts en interaction pour représenter le réservoir d'une part et le slurry d'autre part. Aucun des deux sous problèmes (poromécanique pour le réservoir, hydraulique pour le slurry) n'est totalement défini par les données du problème complet et il est donc indispensable de les résoudre de façon couplée. L'algorithme défini dans le chapitre V prend alors toute son importance. Les résultats obtenus aussi bien dans le cas unidimensionnel que dans le cas d'une configuration plane laissent présager que l'implantation de cet algorithme dans un code aux éléments finis tridimensionnels permettra très probablement d'obtenir de bons résultats. Il sera toutefois probablement nécessaire de faire évoluer les modèles retenus pour caractériser tant le slurry que la roche réservoir. En ce

qui concerne le slurry par exemple, si le modèle de Stokes paraît tout à fait satisfaisant, il serait intéressant de ne plus se contenter de considérer une viscosité uniforme dans le slurry et constante dans le temps mais de prendre en compte les variations spatiales et temporelles de la viscosité en fonction de la concentration en sable.

Il est clair que cette thèse ne prétend pas répondre à l'ensemble des questions posées par la production froide des huiles lourdes avec production de sable. Néanmoins, les perspectives, tant expérimentales que numériques, dégagées ci-dessus permettront de préciser une modélisation prédictive des taux de productivité et de récupération associés à ce mode de production particulier. Par ailleurs, la modélisation de l'érosion définie est tout à fait transposable à la production d'huiles conventionnelles et pourra être utilisée pour définir des politiques de "sand management".

Bibliographie

Auriault J.L., « Comportement des milieux poreux saturés », Manuel de rhéologie des géomatériaux, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1987.

Cerasi P., « Etude de la croissance d'une instabilité d'érosion dans un milieu poreux non consolidé. Application à l'angiogénèse », Thèse de l'université Paris 7-Denis Diderot, 1996.

Chin L.Y and Ramos G.G., « Predicting Volumetric Sand Production in Weak Reservoirs », 2002.

De Buhan P. et Dormieux L., « On the validity of the effective stress concept for assessing the strength of saturated porous materials: a homogenization approach », J. Mech. Phys. Solids, Vol. 44, n°10, pp 1649-1667, 1996.

Deruyter C., Moulu J.-C., Nauroy J.-F., Renard G., Sarda J.-P., « Bibliographie sur la "Production froide des huiles visqueuses" », ARTEP, 1998

Dormieux L. et Bourgeois E., « Introduction à la micromécanique des milieux poreux », Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.

Dusseault M. and Morgerstern N., « Shear strength of Athabasca oil sands », Canadian Geotechnical Journal 15, 2, 1978.

Dusseault M. and Van Domselaar H. « Unconsolidated sand sampling in canadian and venezuelan oil sands », Heavy Crude and Tar Sands, 1982.

Dusseault M., « Cold production and enhanced oil recovery », JCPT, Nov. 1993.

Dusseault M., Geilikman M. and Spanos T., « Mechanisms of massive sand production in heavy oils », Proc. 7th UNITAR Int. Conf. Heavy Oils and Tar Sands, Beijing, 1998.

Dusseault M., « CHOPS: Cold Heavy Oil Production with Sand in the Canadian Heavy Oil Industry », Report for Alberta Energy, 2002.

Elkins L. F., Morton D. and Blackwell W. A., « Expérimental Fireflood in a Very Viscous Oil-Uncosolidated Sand reservoir », SPE 4086, 1972.

Ene H. et Sanchez-Palencia E., « Equations et phénomènes de surface pour l'écoulement dans un modèle de milieu poreux, Journal de Mécanique, vol. 14, n°1, pp 73-108, 1975.

Friounet A., « Etude des mécanismes d'érosion dans les réservoirs sableux peu consolidés », rapport IFP n° 55 710, 2001.

Geilikman M., Dusseault M. and Dulien F., « Sand production as a viscoplastic granular flow », SPE 27343, 1994.

Geilikman M. and Dusseault M., « Dynamics of wormholes and enhancement of fluid production », 48th An. Tech. Meeting of the Petroleum Society, 1997.

IFP, Collectif, « Mécanique des roches appliquée à l'industrie pétrolière », à paraître.

Papamichos E. and Malmanger E.M., « A Sand Erosion Model for Volumetric Sand Predictions in a North Sea Reservoir », SPE 54007, 1999.

Renard G., Nauroy J. F., Deruyter Ch. et al., « Production froide des huiles visqueuses », Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP, Vol. 55 (2000).

Shao J.F. and Marchina P., « A damage mechanics approach for the modelling of sand production in heavy oil reservoirs », SPE/ISRM 78167, 2002.

Squires A., « Inter-well tracer results and gel blocking program », 10th Annual heavy oil & oil sands Symposium, 1993.

Tremblay B., Sedgwick G. and Forshner K., « Simulation of Cold Production in Heavy Oil Reservoirs : Wormhole Dynamics », SPE 35387, 1996.

Tremblay B., Sedgwick G. and Don Vu, « CT Imaging of Wormhole Growth under Solution-gas Drive », SPE 39638, 1998.

Tremblay B., Oldakowski K., « Wormhole Growth and interaction in a large sand pack », SPE 39638, 2002.

Vaziri H. H., Lemoine E., Palmer I.D. and al., « How Can Sand Production Yield a Several-Fold Increase in Productivity: Experimental and Field Data », SPE 63235, 2000.

Wan R.G. and Wang J., « Modelling sand production within a continuum mechanics framework », CIPC 2000, Calgary, Alberta.

Willson S.M., Moshovidis Z.A., Cameron J.R. and Palmer I.D., « New Model for Predicting the Rate of Sand Production », SPE/ISRM 78168, 2002

Wu B. and Tan C.P., « Sand Production Prediction of Gas Field - Methodology and Field Application », 2002.

Yalamas T., Nauroy J.F., Bemer E. et al., « Sand Erosion in Cold Heavy Oil Production », SPE 86949, 2004.

Yeung K. C. and Adamson M.F., « Burnt Lake Project - Bitumen Production from the Cold Lake Oil Sands Deposit Without Steam », C.I.M., 1992.

Yeung K. C., « Cold flow production of crude bitumen at the Burnt Lake project. Northeastern Alberta », 6th UNITAR conference, 1995.

Yuan J. Y., Tremblay B. and Babchin A., « A wormhole network model of cold production in heavy oil », SPE 54097, 1999.