

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire d'Analyse des Matériaux et Identification de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Je désire donc en tout premier lieu adresser toute ma reconnaissance à mes directeurs de thèse : M. Olivier Coussy et M. Guy Bonnet pour m'avoir fait confiance et m'avoir dirigé pendant ces années. Je tiens tout particulièrement à les remercier pour leurs vastes connaissances en mécanique, leur créativité et leur rigueur scientifique sans faille tout au long de ce travail. Je ne les remercierai jamais assez pour leurs qualités humaines. Je remercie également M. Gilles Lefebvre pour m'avoir encadré pendant mon stage de DEA et m'avoir initié au sujet pendant la première année de thèse.

Ma gratitude va également à Monsieur F. Skoczylas pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour son analyse du manuscrit.

Monsieur J. C. Bénét a accepté la lourde tâche d'être rapporteur de ce travail et de disséquer ce manuscrit malgré ses nombreuses occupations. Je lui en suis très reconnaissant.

Mes remerciements vont aussi à M. Robert Eymard pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse et pour son encouragement et le coup de pouce qu'il a su me donner concernant la partie numérique de cette thèse.

Je remercie également M. Fekri Meftah pour ses nombreux conseils qui ont été une source de réflexion et l'occasion d'explorer plus en profondeur nombre de points.

Merci aussi à M. André Dupas et M. Horacio Colina, pour les connaissances qu'ils ont pu me transmettre dans le domaine de l'expérimental.

Merci également à l'équipe du Centre d'Etudes des Tunnels à Lyon (le CETU) et surtout à Mme Celine Féron et à M Boumediene Nedjar pour avoir participé à des réunions et des rencontres très fructueuses qui ont donné un sens encore plus concret à ce travail.

Un grand merci à l'équipe du LAMI et particulièrement aux doctorants qui ont été des vrais amis et avec qui j'ai partagé des moments inoubliables. L'ambiance familiale qui règne dans ce Laboratoire est un atout majeur de réussite.

Enfin je voudrais adresser ma gratitude à ma femme pour son soutien quotidien, sa présence et sa confiance en moi. Une pensée particulière à mes chers parents, mon frère et ma soeur, auxquels je dédie ce mémoire, et à toute ma famille qui m'a toujours supporté et encouragé.

Résumé

Le béton est un matériau dont le comportement n'a pas été totalement compris surtout dans des situations accidentelles spectaculaires : les incendies de tunnels. De nombreuses recherches ont été donc entreprises pour comprendre son comportement à hautes températures (allant jusqu'à les 800°C) surtout qu'il y a eu trois incendies de tunnels en Europe durant les dix dernières années provoquant un écaillage de structures en béton. Ce travail vise à apporter une contribution à la compréhension des mécanismes de cet écaillage dans le béton chauffé.

Par une première approche, on s'intéresse à l'étude de l'écaillage hydraulique provoqué par les pressions des fluides dans le béton considéré comme un milieu poreux. L'étude, basée sur un modèle thermo-hydro-chimique indéformable, porte plus particulièrement sur la formation d'un "bouchon" (zone quasi-saturée d'eau liquide) qui est à l'origine de l'augmentation importante des pressions de gaz qui se trouve "bloqué". Une approche analytique simplifiée et justifiée par un calcul numérique complet a permis de mettre en évidence l'existence d'une température de "saturation" qui peut nous renseigner sur la profondeur du "bouchon" majorant ainsi la profondeur de l'écaillage hydraulique.

Par une deuxième approche basée sur un modèle de thermo-chimio-plasticité, on cherche à étudier l'écaillage mécanique. Le béton, considéré cette fois comme un milieu continu, est soumis à des contraintes de compression provoquées par la dilatation thermique empêchée. Sa rigidité et sa résistance sont aussi réduites sous l'effet de la déshydratation chimique des hydrates CSH à hautes températures. Le zone proche de la surface chauffée rentre en phase plastique. Un modèle analytique simplifié et justifié par un calcul numérique complet a permis de comprendre cet écaillage mécanique et de mettre en évidence l'existence d'une température de "plastification" qui peut nous renseigner sur la profondeur de la zone plastifiée majorant ainsi la profondeur de l'écaillage mécanique.

Finalement, un modèle thermo-poro-élastique qui tient compte des transferts de chaleur et de masse ainsi que de la déformabilité du béton a permis de définir deux contraintes effectives : une contrainte de traction exercée par les fluides sur le squelette et qui caractérise donc l'écaillage hydraulique et une contrainte de compression conséquence de la dilatation thermique empêchée et qui caractérise donc l'écaillage mécanique. Un critère de plasticité a été utilisé pour voir la contribution de chacune des contraintes dans l'atteinte de la phase plastique ce qui peut nous renseigner sur le "poids" de chacun des deux mécanismes (hydraulique ou mécanique) dans le processus d'écaillage.

Abstract

The concrete is a material which behavior was not well understood especially in spectacular accidental situations : tunnels fires. Many researches were thus undertaken to understand its behavior at high temperatures (up to 800°C) especially that there were three tunnels fires in Europe during the ten last years causing a spalling of concrete structures. This work aims to contribute in the comprehension of the mechanisms of this spalling in the heated concrete.

In a first approach, we are interested to study the hydraulic spalling caused by the fluids pressures in the concrete considered as a porous medium. This study, based on a non deformable thermo-hydro-chemical model, focuses more particularly on the formation of a “ plug ” (zone quasi-saturated with liquid water) which is at the origin of the significant increase of pressures of gas which is “blocked”. A simplified analytical approach, which is justified by numerical simulations of the complete model, made it possible to highlight the existence of a “ saturation ” temperature which can inform us about the “plug” depth raising then the depth of the hydraulic spalling localization.

In a second approach based on a thermo-chimio-plasticity model, we seek to study the mechanical spalling. The concrete, considered this time as a continuous medium, is subjected to compressive stresses caused by restrained thermal dilatation. Its rigidity and its strength are also reduced under the chemical effect of CSH dehydration at high temperatures. The zone close to heated surface reaches then the plastic phase. An analytical simplified model, justified by numerical simulations of the complete model was useful to understand this mechanical spalling and to highlight the existence of a “ plasticity ” temperature which can inform us about the depth of the plastic zone raising then the depth of the mechanical spalling localization.

Finally, a thermo-poro-elastic model which takes account of heat and mass transfers as well as concrete deformability made it possible to define two effective stresses : a tensile stress exerted by the fluids on the skeleton which characterizes then the hydraulic spalling and a compressive stress consequence of restrained thermal dilatation characterizing then the mechanical spalling. A plasticity criterion was used to see the contribution of each stress to reach the plastic phase. This can inform us about the “ weight ” of each one of these two mechanisms (hydraulic or mechanical) in the spalling process.

Table des matières

1	Généralités sur le béton et comportement à hautes températures	17
1.1	Composition chimique et micro-structure des bétons	20
1.1.1	Chimie de la pâte de ciment	21
1.1.2	Micro-structure de la pâte de ciment	23
1.1.3	Eau contenue dans le béton	23
1.2	Structure poreuse du béton	25
1.2.1	Détermination de la porosité	26
1.2.2	Distribution des pores	27
1.3	Principaux effets thermo-hydro-chimiques des hautes températures sur le béton	28
1.3.1	Départ de l'eau libre	28
1.3.2	Déshydratation de la pâte de ciment	28
1.3.3	Modifications physico-chimiques	28
1.3.4	Perte de masse	29
1.3.5	Évolution de la porosité	29
1.3.6	Évolution du réseau poreux avec la température	30
1.3.7	Effets des hautes températures sur l'interface pâte granulats	31
1.3.8	Variation de la micro-structure du ciment	31
1.3.9	Variation de la micro-structure du béton	32
1.3.10	Augmentation de la perméabilité	33
1.3.11	Diminution de la conductivité thermique	33
1.3.12	Augmentation des pressions	33

1.3.13	Évolution des propriétés de transfert	33
1.3.13.1	Transport de masse	33
1.3.13.2	Perméabilité du béton	34
1.4	Les effets thermo-chimio-mécaniques du chauffage	34
1.4.1	Diminution de la résistance en compression	34
1.4.2	Diminution quasi-linéaire de la résistance en traction	36
1.4.3	Diminution du module élastique en compression	36
1.4.4	La dilatation thermique	36
1.4.5	Le fluage thermique transitoire	37
1.5	Les mécanismes d'écaillage dans le béton chauffé	39
2	Modèle thermo-hydro-chimique de comportement au feu	43
2.1	Description des phases et conservation des masses	45
2.1.1	Choix du modèle	45
2.1.2	Modèle à trois fluides : air sec, eau liquide et vapeur d'eau	45
2.1.2.1	Pressions partielles et lois des gaz parfaits	46
2.1.2.2	Masses volumiques apparentes	46
2.1.2.3	Lois de conservation de la masse	48
2.2	Application de la thermodynamique et fermeture du système d'équations	49
2.2.1	Premier principe et équation de conservation de l'énergie	49
2.2.2	Second principe et dissipations thermodynamiques	51
2.2.3	Conséquences des deux principes de la thermodynamique sur les lois d'évolution solide-liquide-vapeur	54
2.2.3.1	Détermination de la pression de vapeur saturante	54
2.2.3.2	Équilibre liquide-vapeur : loi de Clapeyron	56
2.2.3.3	Existence d'une cinétique de déshydratation	57
2.2.3.4	Hystéresis et désorption	58
2.2.4	Conséquences des deux principes de la thermodynamique sur les lois de transfert de chaleur et de masse	61
2.2.4.1	Équation de transfert de chaleur	61

2.2.4.2	Expression des flux de transport de masse	63
2.2.5	Fermeture du système d'équations par l'équation de capillarité . .	67
2.3	Évolution des propriétés du matériau béton avec la température	68
2.3.1	Évolution du module capillaire dans la loi de désorption	68
2.3.2	Expressions des énergies élémentaires	70
2.3.3	Propriétés hydrauliques et thermiques	71
2.3.3.1	Évolution de la perméabilité intrinsèque	71
2.3.3.2	Perméabilités relatives au gaz et au liquide	72
2.3.3.3	Évolution des viscosités dynamiques de l'eau et du gaz .	75
2.3.3.4	Évolution de la masse volumique de l'eau avec la température	76
2.3.3.5	Évolution de la porosité avec la déshydratation	77
2.3.3.6	Loi de conductivité thermique	78
2.3.4	Expression de la déshydratation à l'équilibre	78
3	Effet bouchon et écaillage hydraulique :cas du chauffage rapide	83
3.1	Mise en évidence de l'effet bouchon	85
3.2	Modèle unidimensionnel	87
3.3	Temps caractéristiques	88
3.4	Comparaison entre la variation de la masse vapeur et celle de la masse liquide	89
3.5	Le phénomène "effet bouchon"	90
3.6	Les paramètres importants	97
3.7	Deux types de béton (BO) et (BHP)	98
3.8	Zone d'évaporation	99
3.9	Effet du "bouchon" sur les pressions de gaz	99
4	Le comportement thermo-chimio-plastique du béton	107
4.1	Thermodynamique des milieux chimiquement réactifs	107
4.2	L'équation de la chaleur	111
4.3	La réduction du domaine plastique par décohesion chimique	112

4.4	La cinétique chimique de déshydratation	113
4.5	Le temps caractéristique de transfert de chaleur	115
4.6	Le critère de William-Warnke à écrouissage chimio-plastique	116
5	Étude de l'écaillage mécanique	119
5.1	Modèle de comportement thermo-chimio-plastique du béton chauffé . . .	120
5.1.1	Les effets mécaniques de la réaction chimique de déshydratation .	120
5.1.1.1	Le radoucissement des caractéristiques élastiques	121
5.1.1.2	La décohésion de la surface de charge élasto-plastique . .	121
5.1.2	Comparaison entre les temps caractéristiques de déshydratation et de conduction de la chaleur et conséquences sur le modèle . . .	121
5.1.3	La déformation thermo-élasto-plastique	122
5.1.3.1	La déformation thermique	122
5.1.3.2	La déformation élastique	123
5.1.3.3	La déformation plastique et la règle d'écoulement	123
5.2	Modélisation uni-axiale de l'écaillage mécanique dans un tunnel soumis au feu	124
5.2.1	Présentation du cas modélisé	124
5.2.1.1	Géométrie axi-symétrique et conséquences	124
5.2.1.2	Propriétés du matériau	125
5.2.1.3	Conditions aux limites	126
5.2.2	Étude de la phase thermo-élastique	127
5.2.3	Étude de la phase thermo-plastique	129
5.3	Résultats du modèle numérique et comparaison avec le calcul analytique	132
5.3.1	Équations du modèle numérique	132
5.3.2	Origine de l'écaillage mécanique	137
5.3.2.1	Le cas général prenant en compte le radoucissement et la décohésion	137
5.3.2.2	Conséquence de la non prise en compte du radoucisse- ment	139
5.3.2.3	Conséquence de la non prise en compte de la décohésion	139

6	Comparaison des deux types d'écaillage : thermo-poro-élasticité	143
6.1	Thermodynamique en thermo-poro-élasticité	144
6.1.1	Conservation d'énergie : premier principe	144
6.1.2	Dissipations thermodynamiques : second principe	144
6.1.3	Équations d'état du squelette	146
6.2	Modèle de comportement thermo-poro-élastique isotrope	149
6.2.1	Pression interstitielle équivalente en non saturé	149
6.2.2	Thermo-poro-élasticité isotrope	150
6.2.3	Compatibilité micro-macro dans le cas saturé	151
6.2.3.1	Lien entre la déformation macroscopique et celle du squelette en H.P.P	151
6.2.3.2	Lien entre la contrainte macroscopique et celle du squelette	152
6.2.3.3	Conséquences de la compatibilité micro-macro	152
6.3	Comparaison entre les deux types d'écaillage par un modèle unidimensionnel	154
6.3.1	Équations du modèle de comportement thermo-poro-élastique	154
6.3.1.1	Équation de capillarité : loi de désorption	154
6.3.1.2	Pression interstitielle équivalente	154
6.3.1.3	Variation de la porosité	155
6.3.1.4	Relation de compatibilité dans le cadre du H.P.P	155
6.3.1.5	Équation d'équilibre mécanique	155
6.3.1.6	Loi d'état thermo-élastique isotrope	156
6.3.1.7	Relation entre les pressions des fluides	156
6.3.1.8	Équation de conservation d'énergie	156
6.3.1.9	Équations de conservation de masse	156
6.3.1.10	Flux de transport de masse et de transfert de chaleur	157
6.3.2	Modèle unidimensionnel : chauffage d'un mur	157
6.3.2.1	Géométrie du modèle	157
6.3.2.2	Conditions aux limites	157
6.3.2.3	Conditions Initiales	159

6.3.2.4	Relations liées à la géométrie uni-dimensionnelle	159
6.3.2.5	Propriétés du matériau	160
6.3.2.6	Méthode numérique de résolution	160
6.3.3	Comparaison entre les deux types d'écaillage : approche analytico-numérique	161
6.3.3.1	Comparaison entre la traction d'origine hydraulique et la compression d'origine thermique	162
6.3.3.2	Étude de l'origine de l'écaillage en utilisant un critère de plasticité	166
7	Annexe 1 : Outils numériques et méthode de résolution	175
8	Annexe 2 : Bases théoriques au niveau moléculaire	181

Table des figures

1.1	Incendie du tunnel de Tauern en 1999	19
1.2	Incendie du tunnel de S.Gottardo	20
1.3	Les différents niveaux microscopiques du béton [F. Ulm]	21
1.4	Niveau 1 ($< 10^{-6}\text{m}$) : matrice CSH formée par les Phases C-S-H à basse et haute densité et par la porosité du gel, images MEB [F. Ulm]	22
1.5	Niveau 2 ($< 10^{-4}\text{m}$) : pâte de Ciment formée par les Matrices CSH, les phases clinker, les cristaux CH et la macroporosité [F. Ulm]	22
1.6	Répartition des tailles des éléments d'une matrice cimentaire	23
1.7	Interaction de l'eau avec la matrice cimentaire[Sierra[82]]	24
1.8	Niveau 3 ($< 10^{-3}\text{m}$) : béton formé par pâte de ciment, sable, granulats et la zone interfaciale de transition, images MEB [F. Ulm]	25
1.9	Description du milieu poreux avec les trois phases	26
1.10	Perte de masse d'échantillons de béton chauffés à $1^\circ\text{C}/\text{min}$ [Noumowe[69]]	30
1.11	Évolution de la distribution des rayons des pores lors du chauffage [Diederichs[29]]	32
1.12	Evolution de la résistance en compression proposée par le DTU et l'EUROCODE 4	35
1.13	Evolution de la résistance en traction proposée par le DTU et l'EUROCODE 4	37
1.14	Evolution du module élastique proposée dans les normes DTU et EUROCODE 4	38
1.15	Dilatation thermique de trois BHP et d'un béton ordinaire. Les échantillons (diamètre 80 mm, longueur 300 mm) sont chauffés à la vitesse 2K/min. La pente correspondant au coefficient thermique de $1.10^{-5}/\text{K}$ est représentée en trait discontinu [Diederichs & al[28]]	39

1.16	Mécanisme conduisant à l'éclatement [Anderberg[2]] et [Bazant[7]]	40
2.1	Volume typique dv dans un milieu poreux	44
2.2	Moyenne de ζ en fonction de la taille du VER	44
2.3	Représentation macroscopique d'un milieu poreux	47
2.4	Pression de vapeur saturante en fonction de la température [Raznjevic[77]]	56
2.5	Effet d'hystéresis adsorption-désorption [Baroghel-Bouny[5]]	60
2.6	Illustration du séchage	62
2.7	Illustration de la réhumidification	63
2.8	Bilan des forces au niveau de l'interface liquide-gaz	69
2.9	Évolution de la perméabilité intrinsèque avec la température dans un Béton Ordinaire et un Béton Hautes Performances [Tsimbrovska[90]] . .	72
2.10	Évolution des perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Van Genuchten)	74
2.11	Masse volumique de l'eau en fonction de la température [Raznjevic[77]] .	76
2.12	La perte de masse dépend de la vitesse de chauffage : existence d'une cinétique de déshydratation [Noumowé[68]]	81
3.1	Les quatre zones d'un élément en béton chauffé d'après [Bazant, 1997] . .	84
3.2	Effet bouchon : mise en évidence	86
3.3	Comparaison du champ température : simulation numérique par le modèle complet-évaluation donnée par l'expression aux "premiers temps"	94
3.4	La profondeur de pénétration du front de saturation est de 6.6 centimètres après 20 minutes, 14 centimètres après 1 heure et 19.7 centimètres après 3 heures : on peut observer l'accord entre la simulation numérique et l'évaluation (en trait discontinu) de la position du pic donnée par l'approximation analytique	96
3.5	La pénétration du front de saturation dans un béton ordinaire donnée par le modèle complet	100
3.6	La pénétration du front de saturation dans un béton à hautes performances donnée par le modèle complet	101
3.7	Taux d'évaporation dans le béton ordinaire : l'évaporation se produit du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)	102

3.8	Terme de Fick pour le flux de masse d'air dans du béton ordinaire : l'air vient du côté chaud du front de saturation pour équilibrer la concentration en air	103
3.9	Flux de masse de gaz dans du béton ordinaire : l'écoulement se produit seulement du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)	104
3.10	Pression de gaz dans le béton ordinaire : le pic de pression de gaz est du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)	105
5.1	Le degré d'hydratation en fonction de la température [Fasseu[36]]	120
5.2	La géométrie du tunnel sous La Manche "The Chunnel"	125
5.3	Température de la surface chauffée (intrados)	134
5.4	Déformation radiale plastique au niveau de la surface chauffée : existence de deux phases	135
5.5	Contrainte de compression au niveau de la surface chauffée : changement de variation à partir de la température de plastification	136
5.6	Déformation radiale totale au niveau de la surface chauffée : Changement de pente quand $T = T_{pl}$	137
5.7	Contrainte axiale après 20 heures de chauffage : existence d'un pic de compression et un changement de pente au niveau de la surface de plastification ce qui pourrait expliquer la rupture au niveau de cette surface .	138
6.1	Distribution spatiale de la contrainte effective d'origine hydraulique et perpendiculaire à l'axe du chauffage à différents instants	164
6.2	Distribution spatiale de la contrainte effective d'origine thermique et perpendiculaire à l'axe du chauffage à différents instants	165
6.3	Rapport R caractérisant le mode d'écaillage calculé à différents instants du chauffage	168
7.1	Discretisation 1D du domaine Ω	176
8.1	Choc des molécules sur une surface fictive	183
8.2	Tube de collision d'une molécule	184
8.3	Mise en évidence de la viscosité	186
8.4	Bilan des forces pour un fluide en écoulement dans un capillaire	189

Chapitre 1

Généralités sur le béton et comportement à hautes températures

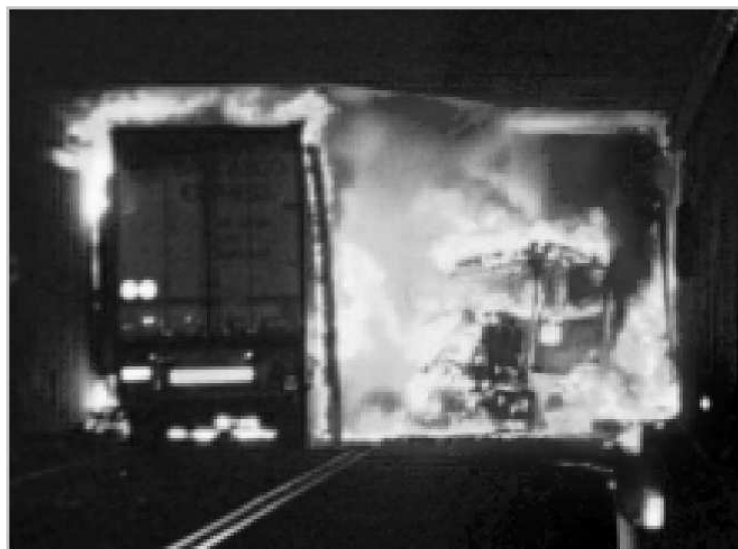
Problématique générale



FIG. 1.1. *Incendie du tunnel de Tauern en 1999*

La construction de structures spéciales pouvant être soumise à des conditions extrêmes a rendu nécessaire des travaux de recherche sur le comportement du béton à hautes températures. Dans le cas des incendies, il faut connaître le comportement instantané et résiduel d'un béton soumis à des températures allant jusqu'à 600°C [Ulm, Coussy et Bazant [91]]. L'actualité fournit aussi des exemples dramatiques qui mettent en évidence la nécessité de bien connaître les dommages causés par les hautes températures (tunnel sous la manche, tunnel du Mont blanc, immeubles de grande hauteur, ...). Dans le cadre des problèmes d'enfouissement de déchets radioactifs, c'est la pérennité des ouvrages soumis à des hautes températures allant jusqu'à 200°C qui est à étudier.

Le matériau sur lequel se pose ce travail est le béton, et en particulier son compor-

FIG. 1.2. *Incendie du tunnel de S.Gottardo*

tement à haute température. Le béton est un matériau composite, formé du ciment, des agrégats (gravillons et sable), de l'eau et éventuellement des ajouts. En raison de son hétérogénéité, le béton s'avère un matériau particulièrement complexe et évolutif : il subit de profondes transformations physico-chimiques pas seulement lorsqu'il est soumis à une élévation de température, mais même à partir des instants qui suivent sa préparation (notamment la réaction d'hydratation et le phénomène de prise). Il est donc indispensable de bien comprendre tous les paramètres qui jouent un rôle dans le béton, pour pouvoir comprendre son comportement.

Le but de ce chapitre est de donner des informations de base et une description qualitative du matériau objet de la thèse. Dans la première partie du chapitre, on présente le matériau béton et ses différents ingrédients. Ces aspects seront aussi approfondis dans les chapitres suivants. En suite, on donnera une description du comportement du béton à hautes températures ; ceci nous permettra d'introduire les différents phénomènes qui sont entraînés lorsque le béton est soumis à des températures non-usuelles et surtout le phénomène d'écaillage par pressions (écaillage hydraulique) ou par dilatation thermique empêchée (écaillage mécanique)

1.1 Composition chimique et micro-structure des bétons

Le béton peut être considéré comme un matériau mutiphasique contenant trois phases :

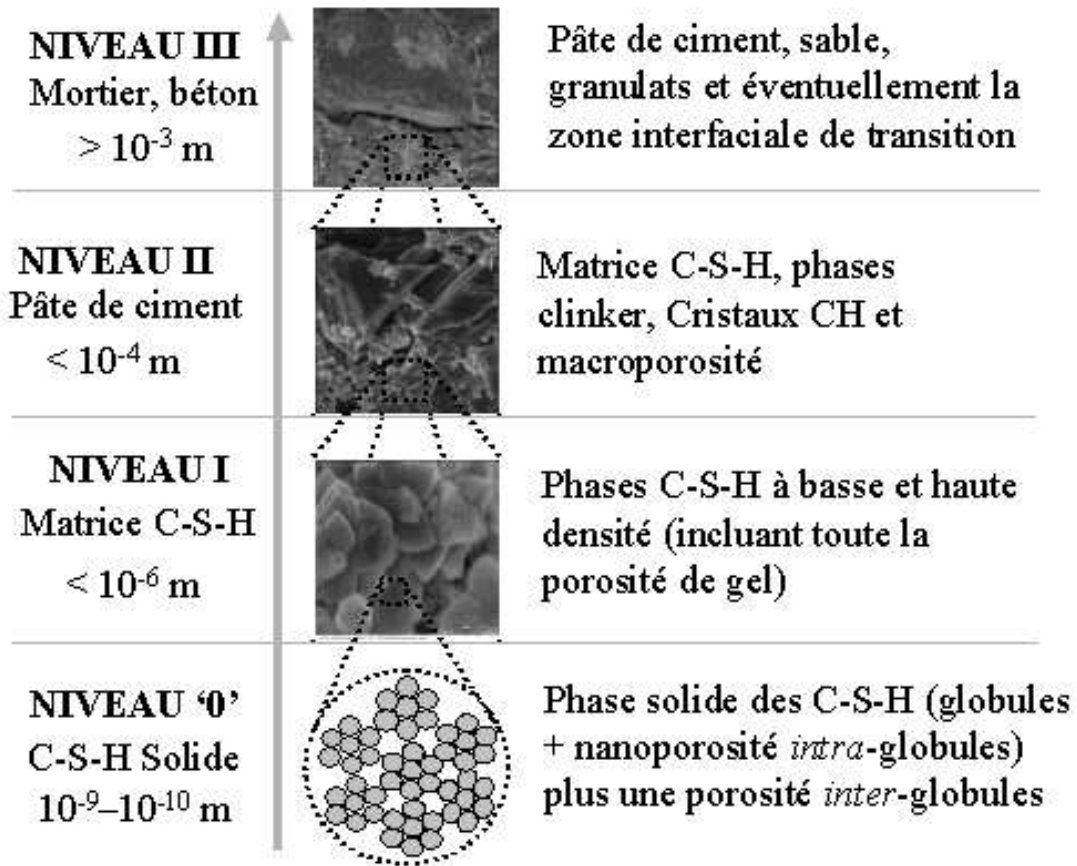


FIG. 1.3. Les différents niveaux microscopiques du béton [F. Ulm]

1. une phase solide formée par la pâte cimentaire (7% à 14% du volume total) liant les agrégats (60% à 80% du volume total).
2. une phase liquide qui est l'eau libre et adsorbée (15% à 22% du volume total).
3. une phase gazeuse formée par l'air et la vapeur d'eau (1% à 6% du volume total).

1.1.1 Chimie de la pâte de ciment

C'est la pâte qui assure le rôle de matrice au sein du béton en liant les granulats. La composition des ciments usuels (CPA ou CEM I et CPJ ou CEM II/A) est presque la même que celle du ciment portland contenant quatre constituants principaux [Kosmatha & al [51]] :

- le silicate tricalcique : $(\text{CaO})_3\text{SiO}_2$ noté C_3S à 60%.
- le silicate dicalcique : $(\text{CaO})_2\text{SiO}_2$ noté C_2S à 21%.
- l'aluminate tricalcique : $(\text{CaO})_3\text{Al}_2\text{O}_3$ noté C_3A à 9%.

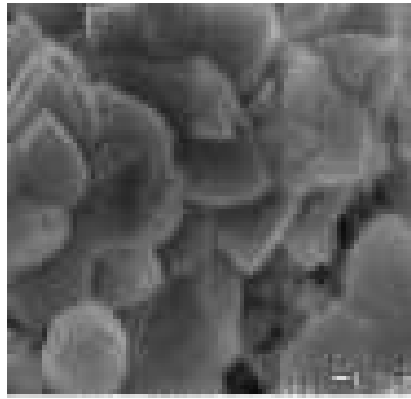


FIG. 1.4. Niveau 1 ($< 10^{-6}m$) : matrice CSH formée par les Phases C-S-H à basse et haute densité et par la porosité du gel, images MEB [F. Ulm]

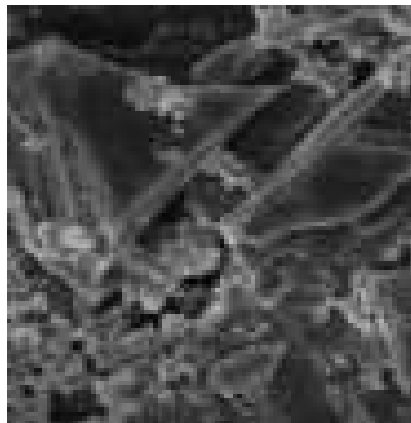


FIG. 1.5. Niveau 2 ($< 10^{-4}m$) : pâte de Ciment formée par les Matrices CSH, les phases clinker, les cristaux CH et la macroporosité [F. Ulm]

- l'aluminate tetracalcique : $(CaO)_4Al_2O_3Fe_2O_3$ noté C_4AF à 6%.
- d'autres constituants 4% à base d'alumine Al_2O_3 , de magnésie MgO , d'alcalins Na_2O et K_2O et du gypse $CaSO_4$ destiné à réguler la prise.

Lors de l'ajout de l'eau, des réactions d'hydratation se déclenchent engendrant la constitution d'un réseau poreux et la formation de produits hydratés.

- Le silicate CSH

C'est le principal constituant du ciment portland hydraté (50% à 70% de la masse du ciment). C'est le "gel de tobermorite" et c'est lui qui confère au ciment sa résistance. Sa forme est très variée et il ne forme pas de véritable réseau cristallin (modèle pseudo-cristallin de lamelles). La variabilité vient du ratio C/S du mélange anhydre et de la température de cure.

– La portlandite CH

C'est le second constituant du ciment portland hydraté (25% à 27% de la masse du ciment). Elle se présente sous la forme de plaquettes hexagonales à proximité des grains de ciment partiellement hydratés. Elle se forme avant les CSH et son apport en terme de résistance est très faible.

– D'autres hydrates

Il s'agit des aluminates hexagonaux ou cubiques, de l'ettringite primaire (sel de Cancelot) et secondaire et des allumino-ferrites.

1.1.2 Micro-structure de la pâte de ciment

La porosité créée au sein du béton suite aux phénomènes d'hydratation varie d'un béton à un autre de façon significative à la fois quantitative (de 5% pour les BHP à 10% pour les BO) et qualitative (dimension des pores et répartition des rayons de pores). La figure 1.6 montre une répartition schématique des dimensions des différentes phases solides et poreuses présentes au sein de la matrice cimentaire.

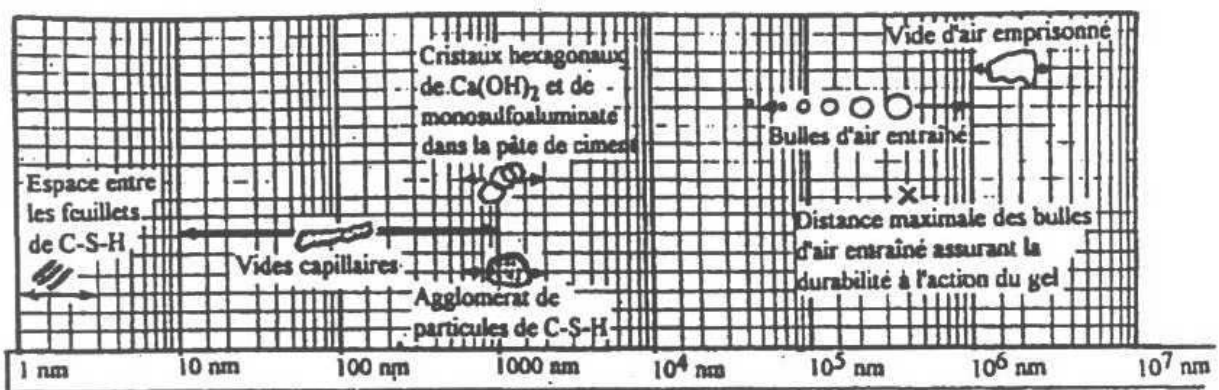


FIG. 1.6. Répartition des tailles des éléments d'une matrice cimentaire

1.1.3 Eau contenue dans le béton

Elle apparaît sous cinq formes (figure 1.7) :

1. l'eau capillaire ou libre : c'est l'élément dans lequel s'effectuent les écoulements et les cisaillements lors de la mise en oeuvre du béton. Elle est fortement ionisée par rapport aux autres constituants minéraux du ciment depuis le malaxage. Lors

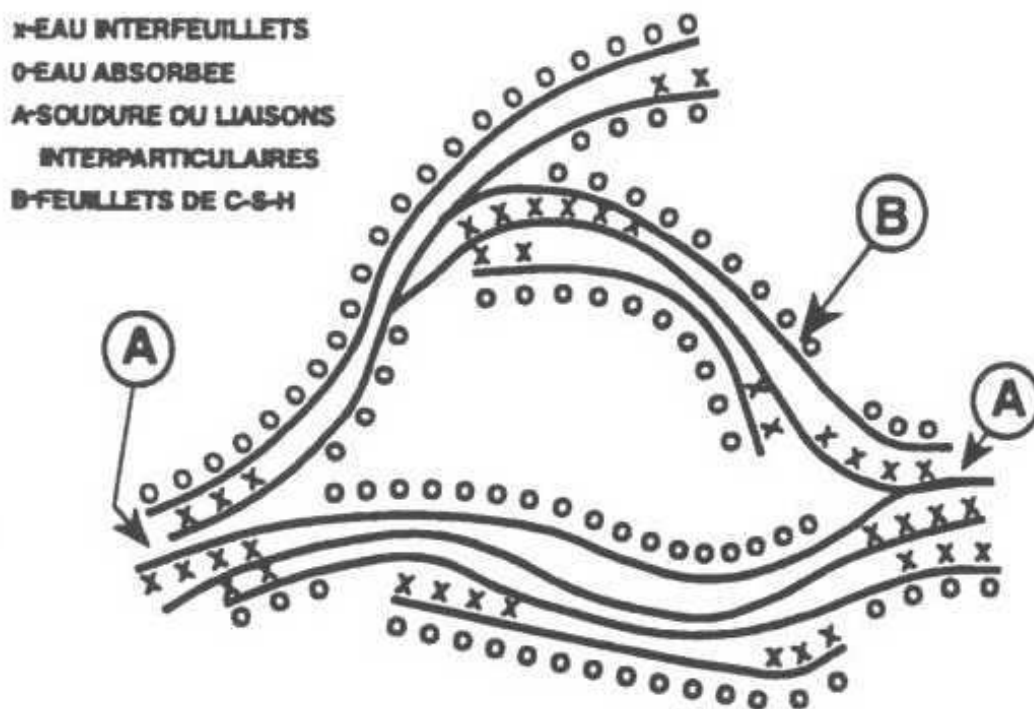


FIG. 1.7. *Interaction de l'eau avec la matrice cimentaire*[Sierra[82]]

de l'évaporation ou de la dessiccation, cette eau est la première à migrer et à s'éliminer.

2. l'eau adsorbée physiquement qui est en fait le résultat de la condensation de l'eau vapeur sur la surface du solide formé par les grains de ciment et les granulats. La liaison est assurée par des attractions de type Van der Waals (faibles, quelques $kcal.mol^{-1}$). Il s'agit donc d'interactions électrostatiques entre molécules qui se comportent alors comme dipôles permanents, induits ou fluctuants. L'eau s'empile en couches successives, de moins en moins ordonnées, sur la surface solide. Dès l'augmentation de la température, l'empilement se détruit et l'eau se libère.
3. l'eau adsorbée au niveau des défauts cristallins avec des liaisons faibles (quelques dizaines de $kcal.mol^{-1}$). Il s'agit de liaisons de type hydrogène.
4. l'eau absorbée qui est contenue au niveau des granulats ouverts. Il s'agit de l'eau qui remplit des pores qui ne forment pas un espace poreux connecté.
5. l'eau chimiquement liée qui peut être de l'eau de solvation ou de l'eau de cristallisation. La solvation correspond à la formation d'un ion complexe alors que la cristallisation correspond à l'emprisonnement de l'eau dans la structure solide.

Le départ de l'eau de solvatation détruit l'hydrate contrairement à l'eau de cristallisation qui peut partir sans engendrer la destruction de la structure.

1.2 Structure poreuse du béton

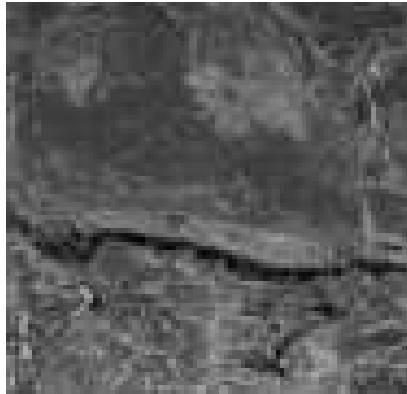


FIG. 1.8. Niveau 3 ($< 10^{-3}m$) : béton formé par pâte de ciment, sable, granulats et la zone interfaciale de transition, images MEB [F. Ulm]

Le béton est un matériau composite caractérisé par une microstructure poreuse avec des pores de différentes tailles et de distribution aléatoire (figure 1.8). La structure poreuse et la distribution des pores au sein du béton jouent un rôle très important non seulement sur la résistance mécanique, mais aussi sur les phénomènes de transport et d'interaction avec le milieu extérieur. Cette interaction a lieu à travers les pores interconnectés. Le réseau poreux est aussi le récipient de l'eau liquide, de l'eau en forme de vapeur et de l'air sec (fig.1.9). Pour ces raisons, la porosité (et sa distribution) devient un paramètre très important pour la caractérisation du béton. La forme et la taille des pores changent dans chaque type de béton. L'eau en excès, utilisée pour la confection du béton et la manipulation que l'on fait lors de sa confection, forme des bulles d'air dans le béton. Ces bulles constituent le premier squelette du réseau poreux. Ensuite, le contenu et le type du ciment ainsi que les agrégats, contribuent à la taille et à la distribution du réseaux poreux. Les conditions du béton pendant sa maturation ont une influence très forte sur le réseaux poreux. Dans la pâte de ciment, les parois d'un pore sont formées essentiellement par le C-S-H, mais dans les pores on trouve aussi de l'ettringite et de la portlandite.

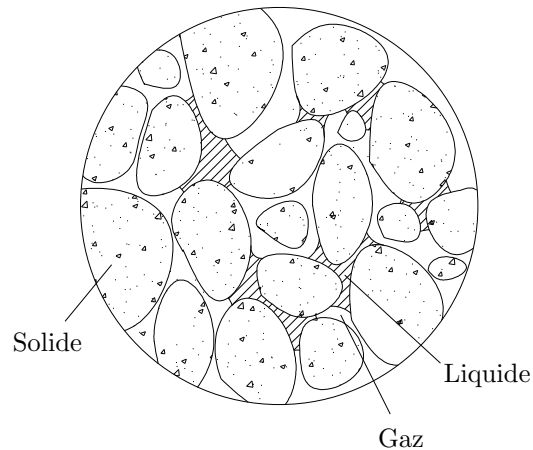


FIG. 1.9. Description du milieu poreux avec les trois phases

1.2.1 Détermination de la porosité

La porosité (ou le volume poreux) est définie comme le volume cumulé des pores par unité de volume de milieu poreux. Sa détermination est généralement une technique destructive. Les techniques les plus usuelles utilisées sont :

- *Porosité à l'eau* : la porosité totale est mesurée avec cette méthode. Elle permet de connaître la quantité d'eau totale contenu dans le béton après le séchage et la saturation de l'échantillon.
- *Porosité au mercure* : permet de connaître la porosité en poussant du mercure à travers les réseaux de pores ouverts du béton. La quantité de mercure qui entre dans le béton à différentes pressions permet de lier la pression aux différentes tailles des pores et d'obtenir donc la distribution de la taille des pores. Avec cette méthode on peut explorer des pores de tailles $50\text{\AA} - 100\mu\text{m}$ c'est à dire la région des pores capillaires.

La principale limite des méthodes de détermination de la porosité est liée au fait que, indépendamment du fluide utilisé pour la percolation, tous les pores ne vont pas être remplis par la phase mouillante. En plus, il faut aussi prendre en compte le fait que certains liquides (notamment l'eau) ne sont pas inertes vis-à-vis de la matrice cimentaire i.e. ils entraînent un changement de la microstructure. L'utilisation de la technique de pénétration au mercure est alors très répandue vu le fait que la plage des pores qui sont remplis par ce fluide correspond aux pores capillaires i.e. les pores qui sont les plus concernés par les phénomènes de transport et qui, donc, nous intéressent pour l'étude du matériau béton.

1.2.2 Distribution des pores

La porosité ϕ , définie comme le rapport du volume des pores sur le volume total, est le paramètre normalement utilisé pour la caractérisation du réseau poreux du béton. Mais ce paramètre n'est pas suffisant car c'est plutôt la distribution des pores qui influence les propriétés physiques du milieu, notamment la résistance mécanique et la perméabilité. On définit comme courbe porosimétrique $S(r)$ la courbe donnant la proportion de volume poreux dont la taille caractéristique de pore est inférieure à r . En particulier, on peut donner une classification des pores selon leur taille de la manière suivante :

- *Micropores* : avec un diamètre $< 26\text{\AA}$. Ces pores de très petite taille n'ont pas une influence négative sur la durabilité du béton, mais peuvent avoir une influence sur le fluage et le retrait.
- *Mésopores* : ou pores capillaires, avec une diamètre de $26\text{-}500\text{\AA}$. Le volume total du mélange ciment-eau ne change pas de manière significative pendant l'hydratation. Par contre, la place occupée au début par l'eau et le ciment est remplacée progressivement par les produits hydratés. L'espace qui n'est pas occupé par les hydrates et le ciment anhydre forme le réseaux poreux. La porosité capillaire dépend donc du rapport eau/ciment (e/c) et du degré d'hydratation du ciment. En ce qui concerne les capillaires, on peut faire une distinction supplémentaire entre les petits pores capillaires ($< 50\text{\AA}$) et les grands pores capillaires ($50\text{-}500\text{\AA}$). Les pores capillaires sont généralement considérés comme les plus importants dans la microstructure du béton : du point de vue de la durabilité, l'influence qu'ils ont sur les mécanismes de transport est très importante.
- *Macropores* : ou pores d'air, avec une diamètre $> 500\text{\AA}$. Typiquement, ces pores ont une forme sphérique, et leur présence dans le béton est due à deux causes :
 - Ils se produisent pendant le malaxage
 - Ils se forment à cause de l'utilisation d'additifs particuliers, qui gardent de l'air pour améliorer certaines caractéristiques (ex. la résistance au gel et au feu)

Les micro-pores sont souvent considérés comme faisant partie de la structure du C-S-H. Les meso- et macro-pores sont décrits comme la partie capillaire des pores. Une différenciation supplémentaire s'avère nécessaire pour la description du réseau poreux : il faut donc distinguer entre porosité ouverte et porosité fermée. La porosité ouverte désigne l'ensemble des pores qui sont connectés les uns aux autres et qui permettent le transport du liquide/gaz (ex. pores capillaires). Au contraire, les pores fermés ne sont pas connectés (ex. pores d'air) et clairement n'ont aucune influence sur les phénomènes de transport.

1.3 Principaux effets thermo-hydro-chimiques des hautes températures sur le béton

L'élévation de température entraîne des phénomènes très compliqués dans le béton, dont la prévision s'avère plutôt difficile à cause de son hétérogénéité. En particulier, la simple prise en compte des propriétés thermiques (conductivité thermique, chaleur spécifique) n'est pas suffisante pour décrire de manière satisfaisante le comportement du béton. Il est donc nécessaire de prendre en charge les écoulements des espèces fluides (air sec, eau liquide, eau vapeur), les transferts d'énergie ainsi que les phénomènes d'hydratation et de déshydratation. Un chauffage entraîne aussi dans le béton de forts changements au niveau de sa micro-structure, changements qui entraînent une modification des propriétés mécaniques et de transport.

1.3.1 Départ de l'eau libre

L'eau libre est rapidement évacuée même pour des températures inférieures à 105°C . D'après [Bazant et Kaplan [8]], le taux d'eau évaporable entre 40°C et 105°C est donné par une formule qui dépend de la maturité m et de la quantité de pâte de ciment c dans le béton :

$$W_e = 0.24mc + \frac{105 - T^{\frac{1}{2}}}{65} - c[0.18mX + Y(\frac{W_0}{c} - 0.36m)] \quad (1.1)$$

Où W_e est l'eau contenue dans le béton et (X, Y) deux coefficients dépendant de l'humidité relative de l'air ambiant.

1.3.2 Déshydratation de la pâte de ciment

La masse d'eau restante à l'équilibre pour des valeurs de températures comprises entre 105°C et 600°C est proportionnelle à la maturité m et à la quantité de pâte c . Des analyses thermo-gravimétriques au sein de l'équipe béton du LAMI ont permis de mettre en évidence l'existence d'une cinétique de déshydratation [Feraille[37]] .

1.3.3 Modifications physico-chimiques

- Les hydrates commencent à se décomposer à partir de 105°C : température à laquelle l'eau évaporable est déjà évacuée lorsque la vitesse de chauffage est lente. Dans le cas où la vitesse de chauffage est rapide, le processus d'évaporation peut se prolonger jusqu'à une température voisine de 200°C [Heinfling[43]]. La décomposition

se poursuit ensuite jusqu'à 1000°C . Cette déshydratation des CSH conduit à la formation d'hydrates moins riches en eau et donc sans qu'il y ait formation de composés anhydres. Il s'agit principalement de β -silicate dicalcique ($\beta\text{C}_2\text{S}$) et de β -wollastonite (βCS).

La déshydratation complète et la formation d'anhydres n'a lieu qu'à des températures voisines de 900°C .

- À 180°C , c'est la rupture du gel de ciment et le départ de l'eau chimiquement liée qui commence à s'échapper du béton.
- À partir de 450°C , la portlandite se décompose en oxyde de calcium (CaO, chaux vive, composé très réactif).
- Le quartz α se transforme en quartz β vers 570°C .
- La deuxième phase de déshydratation se déroule entre 600°C et 700°C et les CSH commencent à fissurer en formant des silicates bicalciques $\beta\text{C}_2\text{S}$.
- Entre 700°C et 900°C , c'est le tour des granulats qui se décomposent. Ils se décarbonatent et forment de la chaux vive.
 $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow$.
- Vers 1300°C , s'amorce la fusion totale des agrégats et de la pâte de ciment.

1.3.4 Perte de masse

- Cette perte est faible pour des températures inférieures à 105°C . Seule l'eau libre contenue dans les capillaires peut migrer ($< 1\%$).
- La migration d'eau est beaucoup plus importante à partir de 105°C car l'eau chimiquement liée aux silicates devient libre. Les liaisons chimiques dans les CSH se rompent et l'eau de constitution du gel se libère et peut être évacuées.
- Entre 450°C et 550°C , on assiste à une perte de masse assez faible liée à la décomposition de la portlandite.
- Vers 750°C , on assiste à une autre perte de masse liée à la décomposition du carbonate de calcium.

La perte de masse est plus importante dans un béton ordinaire (BO) que dans un béton haute performance (BHP) (figure 1.10). En effet, le ratio E/C est de l'ordre de 0.5 pour un BO contre 0.3 pour un BHP.

1.3.5 Évolution de la porosité

La porosité n'est sensiblement modifiée qu'à partir de 105°C lorsque les silicates commencent à se décomposer. Elle continue à augmenter lorsque la température atteint

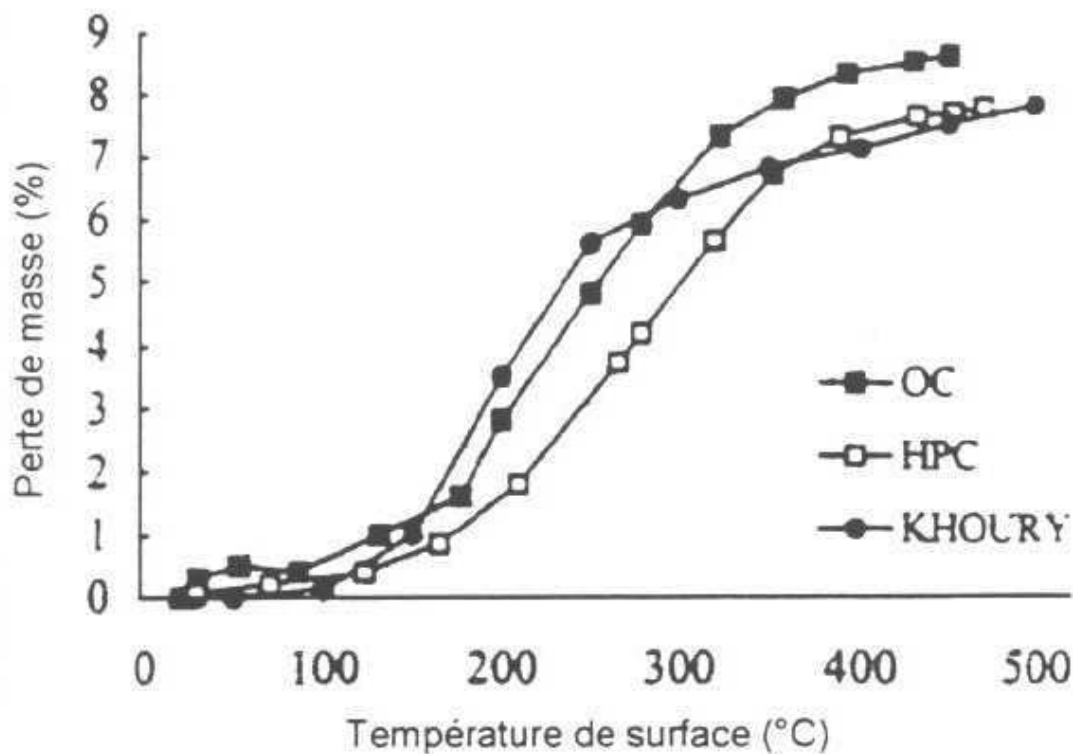


FIG. 1.10. Perte de masse d'échantillons de béton chauffés à $1^{\circ}\text{C}/\text{min}$ [Noumowe[69]]

les 600°C : température à laquelle la portlandite CH est décomposée.

L'augmentation de la porosité est accompagnée aussi d'une forte modification de la micro-structure du béton. En effet, la température engendre une augmentation du volume total des pores. La taille des petits pores augmente et des pores de plus grande taille apparaissent (figure 1.11) suite à la fissuration de la pâte. En fait, les cloisons capillaires se rompent sous l'effet de la vaporisation de l'eau durant le chauffage et les dilatations différentielles de la matrice cimentaire et des granulats engendrent une micro-fissuration. L'augmentation de la porosité est plus prononcée pour un BO. Dans le cas des BHP, les parois des capillaires résistent davantage aux pressions.

1.3.6 Évolution du réseau poreux avec la température

La perte de stabilité des phases solides du béton lorsque on atteint des hautes températures influence fortement la structure poreuse. Les changements physiques et chimiques dans la phase solide changent la porosité et la distribution des pores. La tech-

nologie actuelle ne permet pas la mesure de la porosité à chaud ; il faut donc attendre le refroidissement de l'échantillon pour pouvoir mesurer la porosité résiduelle. Le changement de structure peut être donc déterminé seulement dans le cas de phénomènes irréversibles.

Les différents phénomènes qu'on peut observer dans le réseau poreux, sont liés à la température maximale atteinte. A des températures pas trop élevées, jusqu'à environ la température de 300°C , la variation des pores est due à la décomposition de la pâte de ciment suite à la déshydratation. Au-delà de cette température, et en particulier lorsqu'on dépasse 500°C , le changement de porosité est lié aussi à la désintégration des agrégats calcaires. La porosité est aussi affectée par le changement de volume : en général, on peut observer une expansion de la pâte de ciment entre $20 - 200^{\circ}\text{C}$. Au delà de 200°C on observe une expansion des granulats limitée par le retrait de la pâte de ciment.

1.3.7 Effets des hautes températures sur l'interface pâte granulats

L'interface pâte de ciment/granulats, appelée aussi auréole de transition, est une zone plus poreuse que la matrice et ne possède pas une orientation préférentielle des cristaux. Elle est considérée comme le maillon faible du béton.

L'eau adsorbée entourant le granulats entraîne, suite à son départ, une modification fondamentale de la liaison. Les granulats et la pâte se dilatent jusqu'à des températures de 150°C . Au delà, on assiste à des dilatations thermiques opposées : dilatation des granulats et retrait de la pâte dû à la déshydratation. On peut alors conclure que la liaison pâte/granulats est fortement endommagée au cours du chauffage.

1.3.8 Variation de la micro-structure du ciment

Étant donné la grande importance de la variation de la porosité sur les propriétés thermiques, hydriques et mécaniques du béton, l'étude de son évolution avec la température est primordiale. Les travaux effectués par plusieurs auteurs concluent sur une augmentation de la porosité globale et de la taille des pores qui peut être due à la rupture des cloisons capillaires [Noumowe [68]]. Cette rupture (provoquée par la déshydratation) est nettement moins marquée pour un BHP.

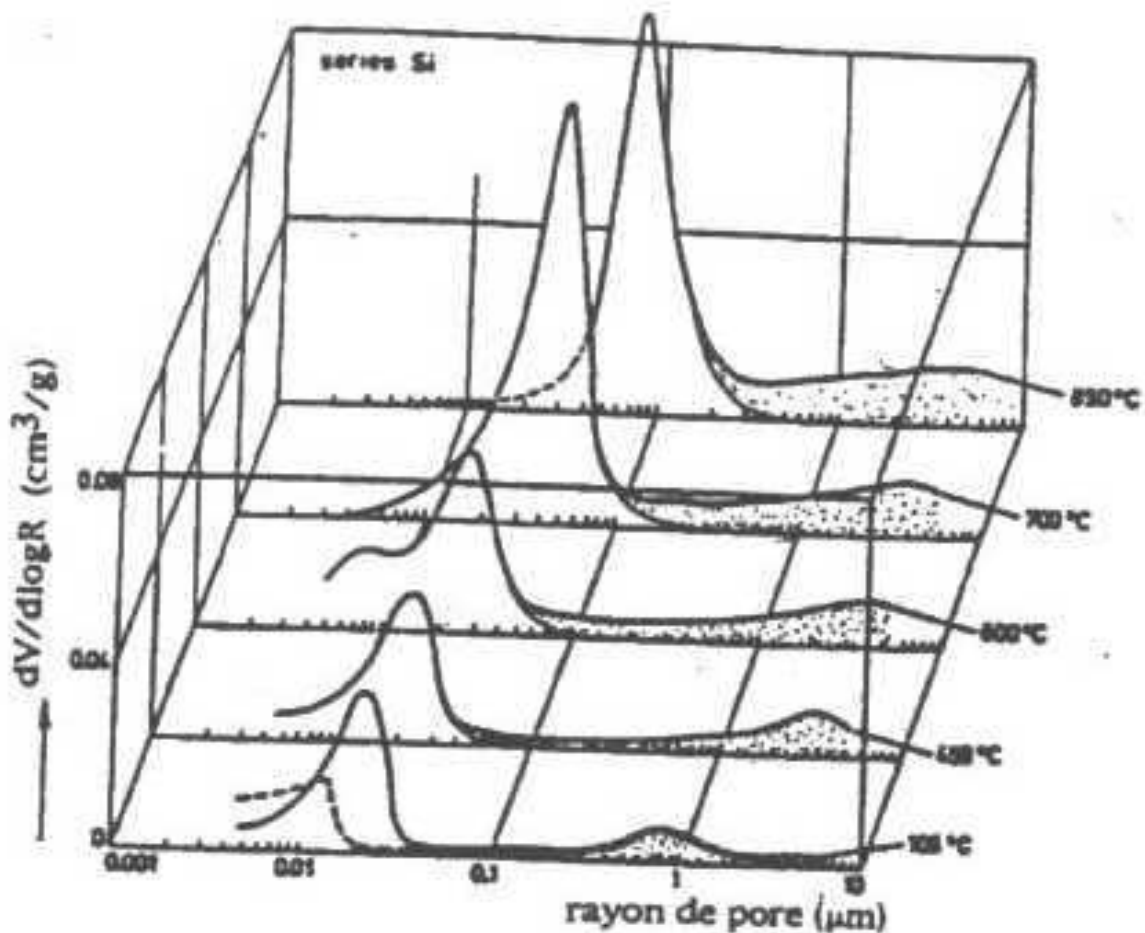


FIG. 1.11. *Évolution de la distribution des rayons des pores lors du chauffage* [Diederichs[29]]

1.3.9 Variation de la micro-structure du béton

Les phases formant le matériau composite béton ont des comportements thermiques différents et pas forcément compatibles.

- La phase matrice cimentaire qui se décompose par déshydratation créant ainsi un retrait de dessiccation. La contraction n'est donc visible qu'à partir de 105°C . En effet, avant d'atteindre cette température, les hydrates ainsi que les anhydres se dilatent.
- La phase formée par les granulats qui se dilatent avec la température et finit par se décomposer à très hautes températures (au delà de 500°C).

1.3.10 Augmentation de la perméabilité

Elle est considérable surtout pour les bétons à haute performance (BHP). Pour les bétons ordinaires (BO), la cure a été réalisée avec suffisamment d'eau. Des produits d'hydratation stables sont formés. Les flux d'eau qui se forment lors du chauffage n'affectent pas trop la perméabilité. Par contre dans le cas où la cure n'est pas suffisamment humide (BHP), l'hydratation du béton est gênée en cas de chauffage et sa perméabilité varie à cause de l'endommagement causé par le séchage. L'augmentation de la perméabilité est surtout importante entre 200°C et 400°C [Tsimbrovska[90]] car elle est due à l'augmentation des rayons des pores capillaires jusqu'à 300°C et à l'apparition des micro-fissures au delà.

1.3.11 Diminution de la conductivité thermique

La conductivité thermique est le paramètre prépondérant pour décrire l'évolution des distributions de température au sein de la structure chauffée. Il s'agit de l'aptitude d'un matériau à conduire la chaleur. Pour différents types de granulats, la diminution de la conductivité thermique est plus ou moins importante.

1.3.12 Augmentation des pressions

[England & al [30]] ont étudié la variation de pression dans les pores avec la perte d'humidité pour un échantillon "fermé" soumis à une température de 350°C . Ils trouvent que la pression dans les pores est supérieure à la pression de vapeur saturante. Il semble donc qu'il y ait de l'eau sous forme liquide dans le béton. England met également en évidence l'existence d'un front de saturation. Il existe en fait peu de mesures de pressions à l'intérieur d'un béton soumis à des températures élevées. [Kalifa [45]] a mesuré ces pressions expérimentalement. Il trouve que les valeurs maximales de pressions, atteintes dans un bloc de BHP soumis à une température de 600°C , sont de l'ordre de 30 bars. Les sondes de mesure employées par Kalifa sont assez grosses, elles sous estiment donc sans doute un peu la pression.

1.3.13 Évolution des propriétés de transfert

1.3.13.1 Transport de masse

Lorsque la température augmente, il se produit un déplacement de l'eau présente dans le béton. Il est donc important d'étudier les propriétés de transfert des bétons.

Deux espèces pour le transport de masse sont à considérer : l'eau liquide et le gaz (vapeur d'eau et air). Il faut aussi distinguer deux types de transport : la diffusion et la perméation qui ont deux moteurs différents. En effet, la diffusion est générée par le gradient de concentration alors que la perméation est pilotée par un gradient de pression.

1.3.13.2 Perméabilité du béton

Elle augmente avec la température entre 200°C et 400°C surtout pour les BHP. En dessous de 300°C , cette augmentation est due au grossissement des pores capillaires ; au delà elle est engendrée par l'apparition de micro-fissures.

1.4 Les effets thermo-chimio-mécaniques du chauffage

Le comportement du béton soumis aux effets thermiques met en jeu des phénomènes physiques complexes et requiert, pour la modélisation, un nombre important de données spécifiques pour définir le comportement du béton.

Ces données sont suggérées aussi par les normes. En particulier, l'[Eurocode 2[31]] définit l'action du feu sur les éléments en béton à travers une modification de ses caractéristiques thermo-physiques. Ces lois d'évolution sont très générales ; par exemple, la loi de variation de certaines caractéristiques du béton en fonction de la température (comme par exemple la dilatation) est donnée seulement en fonction du type de granulat (et pas du type de béton) ou la loi d'évolution des résistances caractéristiques n'est donnée que pour un béton de granulat siliceux.

Il s'avère donc nécessaire de donner, pour chaque type de béton que l'on veut modéliser, l'évolution de ses paramètres mécaniques caractéristiques, obtenus à travers des essais spécifiques de laboratoire.

1.4.1 Diminution de la résistance en compression

Plusieurs auteurs ont étudié l'influence des hautes températures sur la résistance en compression du béton [Khoury[47]], [Diederichs & al[28]], [Noumowé[69]]. Ils ont remarqué que la raison principale de cette diminution de résistance est l'évolution de la micro-structure à cause de la déshydratation. En effet, la résistance à froid diminue sauf

lorsqu'on chauffe le béton à plus de 120°C . En dessous de cette température, le chauffage ne fait varier que la résistance à chaud et le béton, une fois refroidi, reprend son comportement en compression avant chauffage. En quelque sorte, la résistance en compression est proportionnelle au degré d'hydratation du béton. Le caractère irréversible de la réaction de déshydratation est à l'origine de cette baisse résiduelle de la résistance. On représente ici les courbes de l'EUROCODE 4 et le DTU (figure 1.12).

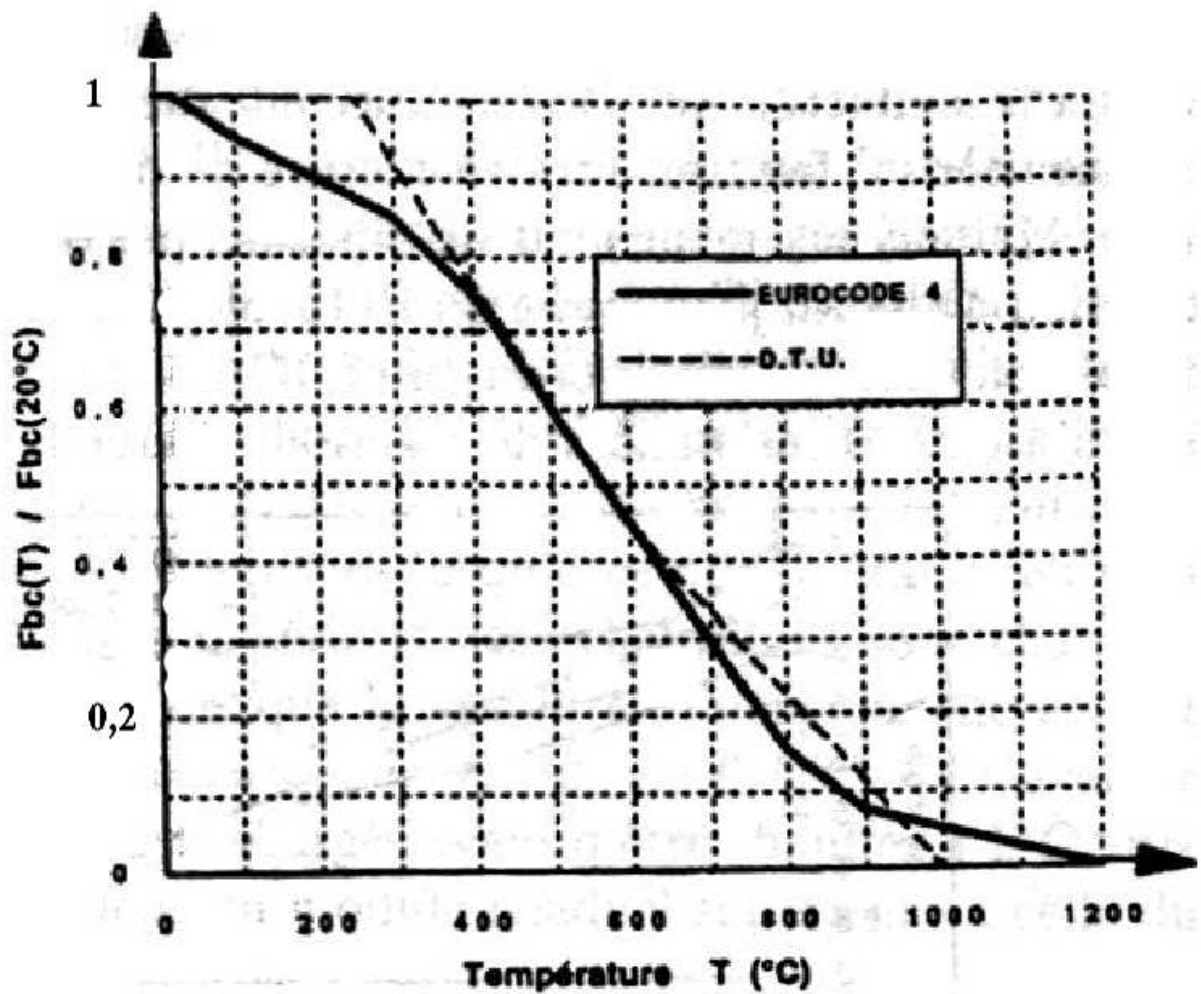


FIG. 1.12. Evolution de la résistance en compression proposée par le DTU et l'EUROCODE 4

1.4.2 Diminution quasi-linéaire de la résistance en traction

Malgré le fait que la résistance en traction joue un rôle important dans le mécanisme de fissuration, peu de chercheurs se sont intéressés à cette propriété du béton, notamment à haute température. [Noumowé[69]] a fait des essais de traction directe (dir.) et par fendage (spl.) sur du béton ordinaire (OC) et sur du béton à haute performance (HPC).

Contrairement à la résistance en compression, la résistance résiduelle (après refroidissement) en traction diminue pour des chauffages même à basses températures. La résistance en traction est simplement fonction de la température. Elle diminue quasi-linéairement avec une augmentation de température. Nous donnons les courbes utilisées par le DTU et l'EUROCODE 4 (figure 1.13) pour le dimensionnement de structures en béton soumis à de hautes températures.

1.4.3 Diminution du module élastique en compression

Le module d'élasticité est lui aussi proportionnel au nombre de liaisons chimiques et donc au degré d'hydratation. Une fois déshydraté, le béton commence à perdre en terme de rigidité. Nous présentons les courbes retenues pour le dimensionnement des structures en béton à haute température dans le DTU et l'EUROCODE 4 (figure 1.14).

1.4.4 La dilatation thermique

C'est une combinaison de l'expansion thermique des granulats, du retrait de la pâte de ciment et de la micro-fissuration engendrée par ces deux déformations thermiques opposées. Elle est amplifiée par les modifications physico-chimiques des composantes du béton. Elle est généralement considérée comme isotrope et proportionnelle à la variation de la température. [Diederichs & al[28]] ont déterminé les dilatations thermiques de trois bétons haute performance et d'un béton ordinaire (figure 1.15). Les bétons ordinaires sont fabriqués avec des granulats siliceux de coefficient de dilatation thermique $1,6 \cdot 10^{-5} / \text{K}$; les bétons à haute performance sont fabriqués avec des diabases concassés et des sables à base granitique, le coefficient de dilatation thermique des diabases est de $0,8 \cdot 10^{-5} / \text{K}$. On observe que le coefficient de dilatation thermique du béton ordinaire est très proche de $1,1 \cdot 10^{-5} / \text{K}$, celui des BHP est égal à $0,8 \cdot 10^{-5} / \text{K}$. Cette différence peut être expliquée par le fait que la dilatation thermique des bétons est essentiellement celle des granulats; or la teneur en granulats est plus faible dans le BHP et ces granulats ont un coefficient de dilatation thermique plus faible.

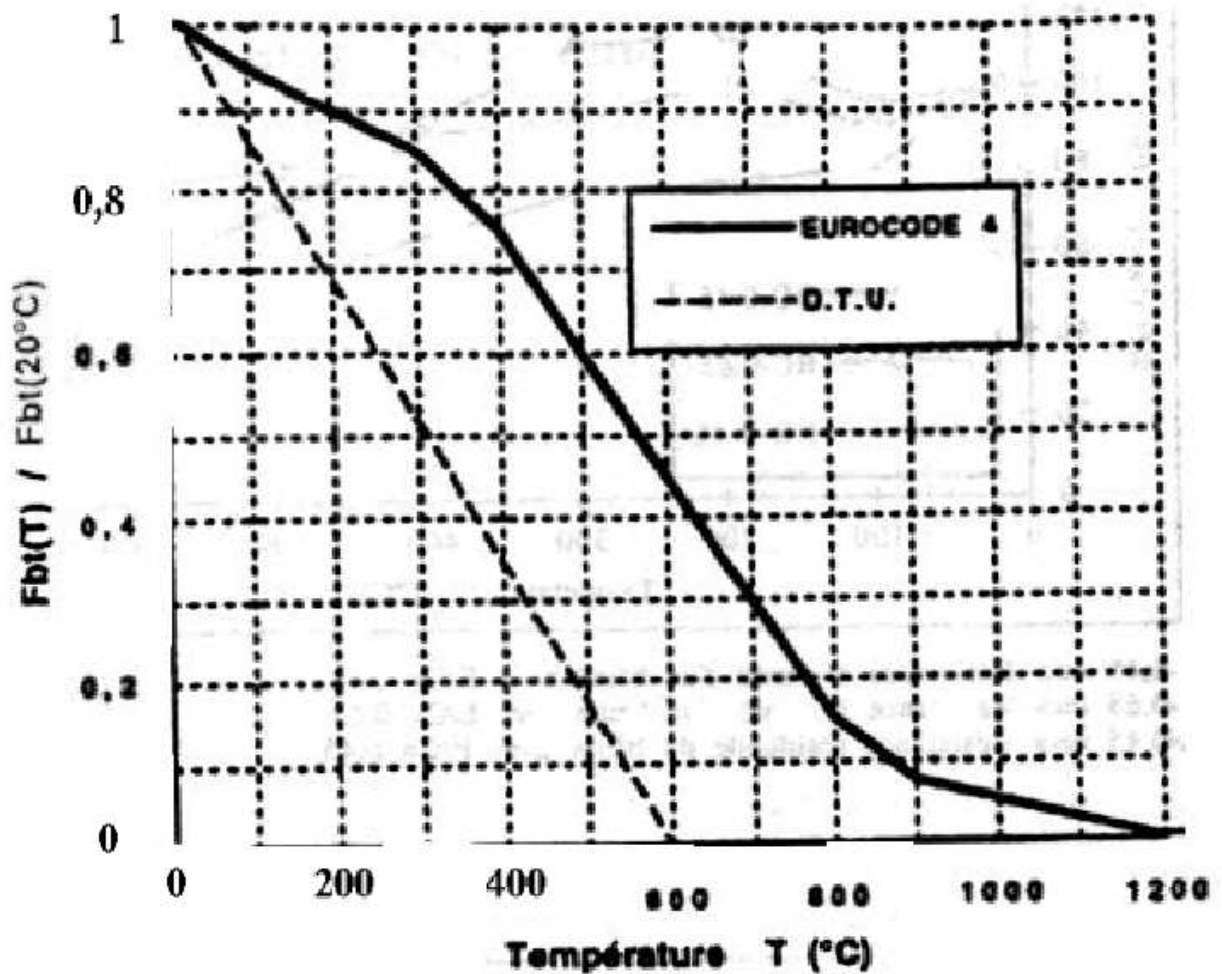


FIG. 1.13. Evolution de la résistance en traction proposée par le DTU et l'EUROCODE 4

1.4.5 Le fluage thermique transitoire

Le fluage thermique transitoire est la propriété des bétons de se déformer de façon très importante lorsqu'ils sont simultanément soumis à une sollicitation mécanique et à un régime thermique transitoire, essentiellement lors de la première montée en température. Les déformations ainsi engendrées sont largement supérieures à celles d'origine élastique et au fluage propre même si celui-ci est activé aux températures élevées. Selon [Khoury & al[47]], ce fluage adapte les incompatibilités thermiques entre la pâte de ciment et les granulats, spécialement au delà de 100°C quand la pâte de ciment rétrécit alors que les granulats se dilatent. Le fluage thermique transitoire provient de la pâte de ciment et est restreint par le granulat.

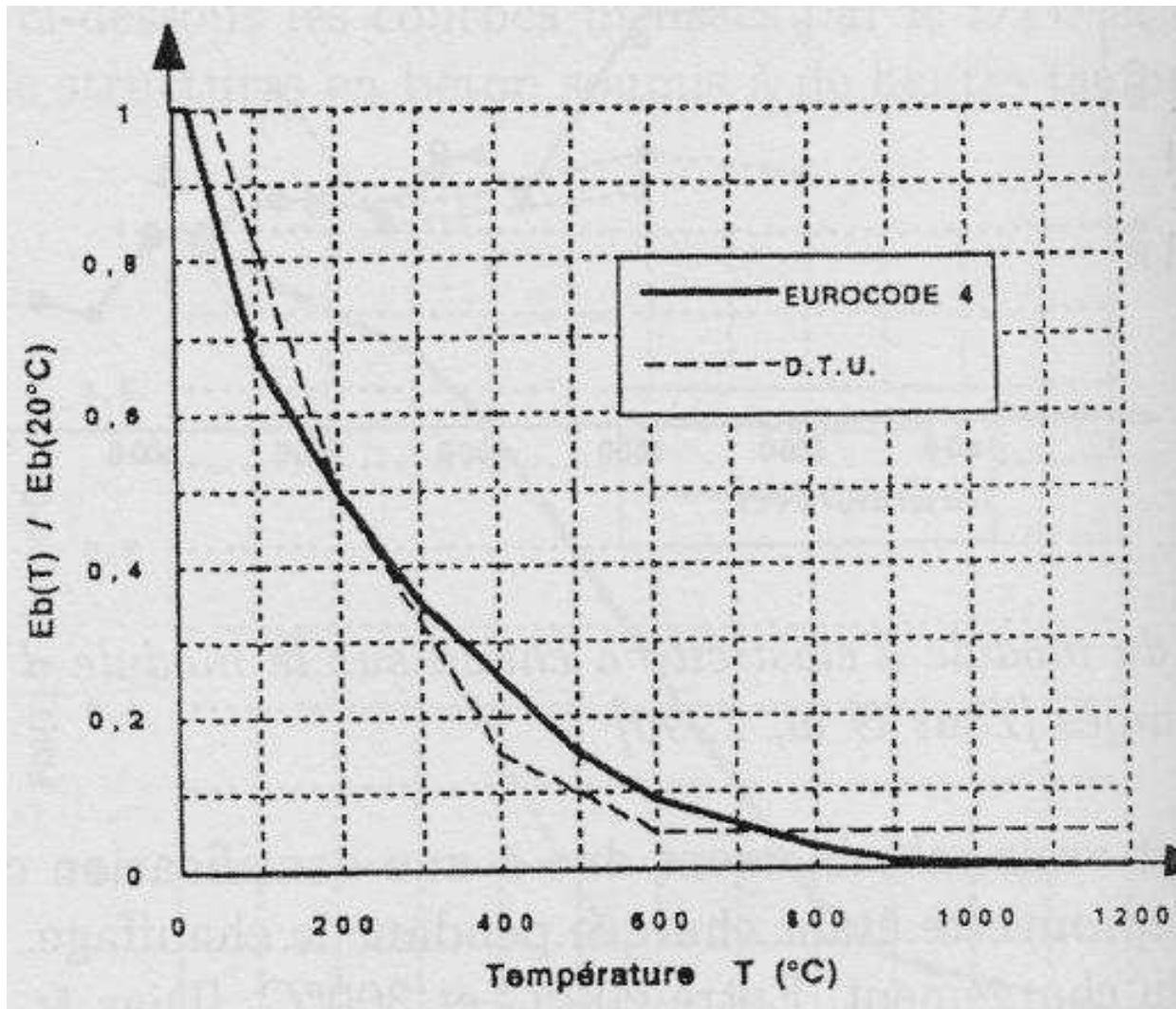


FIG. 1.14. Evolution du module élastique proposée dans les normes DTU et EUROCODE 4

Il est principalement dû aux changements de phase moléculaire et de microstructure qui ont lieu dans la pâte de ciment pendant la chauffe sous chargement. Cette déformation thermique transitoire n'évolue plus pendant la phase de refroidissement. C'est donc à ce moment-là que se développent les fissures et que l'on peut observer une séparation entre le ciment et le granulat.

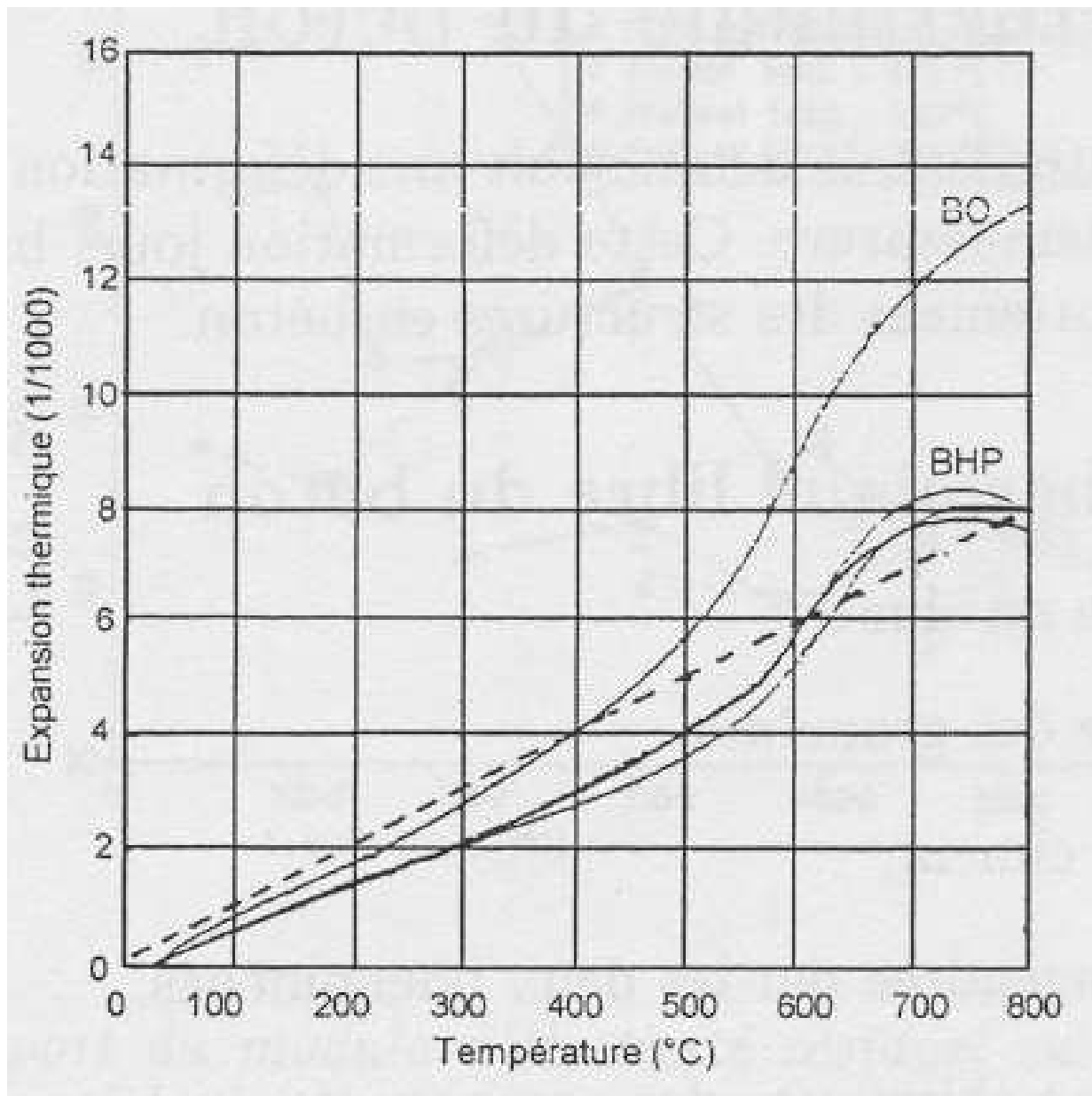


FIG. 1.15. Dilatation thermique de trois BHP et d'un béton ordinaire. Les échantillons (diamètre 80 mm, longueur 300 mm) sont chauffés à la vitesse 2K/min. La pente correspondant au coefficient thermique de $1.10^{-5}/K$ est représentée en trait discontinu [Diederichs & al[28]]

1.5 Les mécanismes d'écaillage dans le béton chauffé

Lors du chauffage, certains bétons sont soumis à des phénomènes d'éclatement surtout pour les BHP. En effet, la compacité de ces bétons gêne la migration de la vapeur

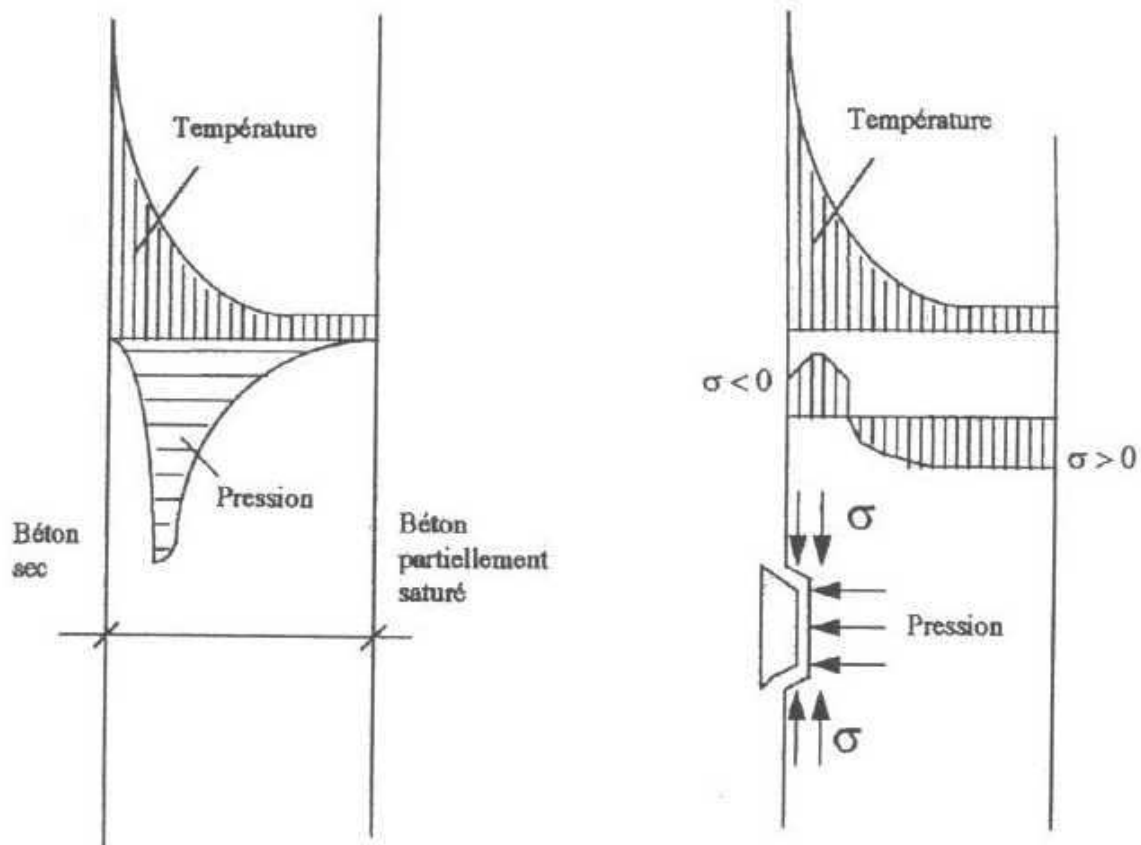


FIG. 1.16. Mécanisme conduisant à l'éclatement [Anderberg[2]] et [Bazant[7]]

d'eau et de l'humidité. Deux explications sont proposées pour expliquer le phénomène d'éclatement (figure 1.16) :

- Écaillage hydraulique par pression

L'étude de ce type d'écaillage va faire l'objet d'un chapitre de ce rapport de thèse en utilisant un modèle thermo-hydro-chimique indéformable qui permettra d'évaluer les champs de température, ainsi que les pressions et la saturation liquide. Cet écaillage peut être expliqué par la présence d'une zone de forte saturation liquide : un "bouchon" qui provoque l'augmentation des pressions de gaz du côté chaud de ce front de saturation.

Pour comprendre ce mode d'écaillage, la structure en béton en cours de chauffage peut être divisée en quatre zones (qu'on peut numéroté de 1 à 4 en allant de la surface chaude vers la surface froide) :

- zone 1 complètement sèche qui se situe près de la surface de chauffage et dont

- la température augmente rapidement.
- zone 4 près de la surface froide dont la saturation, la température et la pression n'ont pratiquement pas changé en gardant quasiment leurs valeurs initiales.
 - zone 3 quasi-saturée avec une saturation liquide plus grande que 90% formant ainsi ce qui est appelé un "bouchon".
 - zone 2 en phase de séchage où le gaz ne peut pas atteindre la zone 4 à cause de la zone 3. Ceci induit des valeurs élevées de pressions dans la zone 2 pouvant engendrer l'écaillage.
 - Écaillage par dilatation thermique empêchée

Ce deuxième type d'écaillage va aussi être bien développé dans un chapitre de ce rapport de thèse en utilisant un modèle de thermo-chimio-plasticité des milieux continus qui permettra d'évaluer les champs de température, de contraintes et de déformations.

D'un côté, la dilatation thermique causée par le chauffage entraîne (quand elle est empêchée) des contraintes de compression parallèles à la surface soumise au feu. D'un autre côté, la déshydratation du béton chauffé engendre la baisse du module d'Young (radoucissement) mais surtout une baisse de la résistance mécanique (décohésion) que ce soit en traction ou en compression. À cause de ces contraintes de compression et d'une baisse importante de la résistance en compression près de la surface chauffée, une certaine profondeur du béton chauffé rentre en phase plastique ce qui pourra provoquer, après, la rupture et donc un écaillage. Ce dernier est déclenché par les micro-fissurations initiés par les pressions à l'intérieur du béton.

Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de faire quelques rappels sur les généralités du béton et son comportement à hautes températures. Plus de détails sur chaque espèce (notamment les phases solides et liquides) qui forment le béton seront donnés dans les prochains chapitres. On a toutefois déjà remarqué que, suite à la grande complexité et hétérogénéité du béton, la description et la prévision de son comportement à haute température s'avèrent très compliquées.

Dans le prochain chapitre, on commence tout d'abord par introduire un modèle mathématique général pour la description du problème thermo-hydro-chimique qui sert à l'étude du premier type d'écaillage : hydraulique. On pourra aussi commencer à établir quels sont les besoins théoriques en terme de caractérisation des phases qui s'avèrent nécessaires pour la modélisation du milieu poreux.

Chapitre 2

Modèle thermo-hydro-chimique de comportement au feu

Introduction

Les milieux poreux sont analysés d'un point de vue macroscopique en faisant l'hypothèse de la continuité de la matière et en ignorant donc la nature hétérogène du matériau béton. En d'autres termes, quand on écrit une formulation locale d'une équation, le volume élémentaire représentatif (V.E.R) considéré est assez large pour que les propriétés thermodynamiques (moyennes de propriétés moléculaires) aient une signification. D'autant plus, pour modéliser un processus dans un milieu poreux, où il y a des gradients de quantités thermodynamiques (pression, température), un équilibre thermodynamique local doit être réalisé.

Le matériau étant hétérogène, la description au niveau microscopique s'avère trop complexe pour être prise en charge à travers un modèle. Dans notre analyse, on introduit donc un *Volume Élémentaire Représentatif* (VER) δV dont la surface est δA . Dans un système de coordonnées global, la position du centre du VER est définie par un vecteur position \mathbf{x} ; la position d'un point est définie par un vecteur \mathbf{r} (voir figure .2.1). Le VER permet la définition de la quantité macroscopique (pression, porosité, ...) comme la moyenne sur ce VER de la même quantité prise à l'échelle microscopique. La taille du VER s'avère un choix important, vu que le VER doit être suffisamment grand pour que les hétérogénéités présentes à l'échelle microscopique ne soient plus apparentes à l'échelle macroscopique [Bear[10]]. Si on note l le rayon de la boule servant de volume de référence pour la prise de moyenne, alors $l > l_{min}$. Ce rayon est limité par la dimension du milieu que l'on étudie ($l < L$). Selon [10] il existe aussi une autre limite supérieure caractérisée

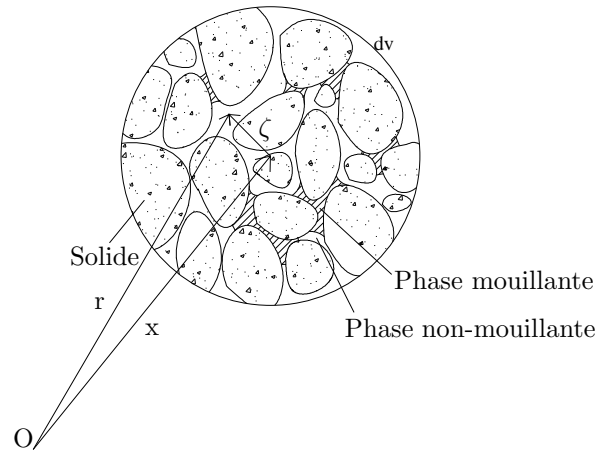


FIG. 2.1. *Volume typique dv dans un milieu poreux*

par la distance à partir de laquelle la distribution spatiale d'une quantité, caractéristique de l'espace vide du milieu poreux, dévie d'un comportement linéaire $l < l_{max} < L$. Les deux limites sont présentées en figure 2.2, où on regarde la variation de la variable ζ en fonction du volume dv de la boule de rayon l .

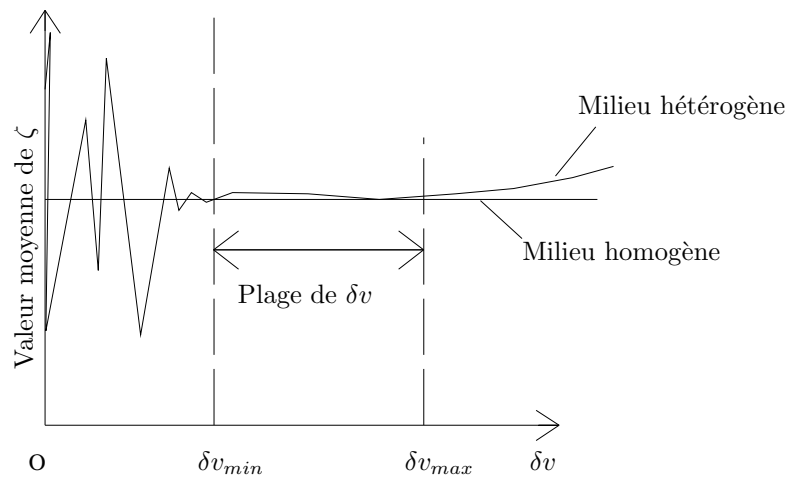


FIG. 2.2. *Moyenne de ζ en fonction de la taille du VER*

Ce chapitre présente une modélisation du comportement thermo-hydro-chimique d'un milieu poreux qui est le béton quand il est soumis à des hautes températures. Elle prend en compte les différents transferts diffusifs de chaleur, d'air et d'eau. Une approche théorique est détaillée. Cette approche utilise la théorie cinétique des gaz parfaits

présentée en annexe ainsi que les deux principes de la thermodynamique.

Ce modèle va servir ensuite à étudier l'écaillage d'origine hydraulique dû à la formation d'un bouchon : une zone quasi-saturée d'eau liquide. Ce bouchon, qui empêche le gaz de migrer des zones chaudes vers les zones froides, engendre une augmentation des pressions et donc des tractions s'exerçant sur le squelette ce qui pourra provoquer l'éclatement.

2.1 Description des phases et conservation des masses

2.1.1 Choix du modèle

Il existe deux grandes familles de modèles. La première famille considère seulement une seule particule fluide [Bazant & al. [7]]. Ce modèle présente une simplicité cinématique optimale grâce à l'absence de distinction entre les trois fluides dans le pore. Le second type de familles fait, par contre, la distinction entre l'eau liquide, la vapeur d'eau et l'air [Coussy. [18]]. Ce modèle à trois fluides, utilisant différents paramètres cinématiques, permet d'avoir une grande simplicité, clarté et signification physique lors de l'écriture des lois couplées de transferts. Pour cette raison, la plupart des travaux récents sur le séchage ou le chauffage du béton utilisent une approche basée sur ce modèle à trois fluides. On peut mentionner par exemple les travaux de Mainguy, Coussy et Eymard au "Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées" sur le séchage des matériaux à base de ciment (Bétons ordinaires et à hautes performances) à des conditions isothermes [Mainguy & al. [56]].

2.1.2 Modèle à trois fluides : air sec, eau liquide et vapeur d'eau

Le milieu poreux est une juxtaposition de deux fluides (liquide et gaz) et d'un squelette solide. Ce dernier comprend une matrice solide et un espace poreux connecté rempli par les fluides [Coussy [20]].

Quelques hypothèses servant à simplifier la modélisation ont été utilisées :

- Le squelette est supposé indéformable. En effet, on ne tient pas compte des effets mécaniques dans cette approche thermo-hydro-chimique.
- la phase liquide est considérée comme de l'eau pure. Ceci n'est pas le cas des matériaux à base de ciment, car la solution interstitielle contient différentes espèces ioniques issues en particulier de la réaction d'hydratation du ciment. L'hypothèse

est nécessaire pour ne pas devoir prendre en compte les perturbations induites par la présence de ces ions sur l'équilibre liquide-vapeur de l'eau, la masse volumique de l'eau ou encore sa viscosité.

- La phase liquide est supposée incompressible dans le cadre de la démonstration de certaines formules. Parfois, quand on utilisera des équations d'origine expérimentale, l'eau sera considérée comme un fluide compressible.
- A chaque instant la phase gazeuse est constituée d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Ces deux gaz sont supposés se comporter comme des gaz parfaits et le mélange est considéré comme un mélange idéal.
- A chaque instant on considère les différentes phases en équilibre thermodynamique.
- Nous choisissons de négliger les forces de gravité devant les forces capillaires. Cette hypothèse ne pose pas de problèmes pour la phase gazeuse et est d'autant plus réaliste pour la phase liquide que la saturation est faible. Cependant, la perméabilité à l'eau étant maximale à saturation proche de 1, les effets de gravité pourront être négligés devant les forces dues aux pressions de liquide à forte saturation.

2.1.2.1 Pressions partielles et lois des gaz parfaits

La phase gazeuse peut être décrite par l'intermédiaire des pressions partielles P_a et P_v de chacune des deux espèces qui la constituent (air et vapeur d'eau). Pour simplifier, on suppose que l'air et la vapeur d'eau sont des gaz parfaits. Les pressions partielles de l'air et de la vapeur d'eau sont alors données par les formules suivantes :

$$P_v = \frac{\rho_v RT}{M_e} \quad (2.1)$$

$$P_a = \frac{\rho_a RT}{M_a} \quad (2.2)$$

2.1.2.2 Masses volumiques apparentes

On a besoin de définir la notion de masse par unité de volume du milieu qui serviront à définir les flux de matière qu'on va définir dans la suite. Pour cela on a besoin de définir deux grandeurs (figure 2.3) :

- La porosité ϕ définie comme le rapport du volume des pores sur le volume total ($\phi = \frac{V_a + V_l}{V_t}$). Elle permet de décrire la matrice solide sans rentrer dans les détails de la distribution des tailles des pores (allant de $20A^0$ à quelques μm) et des connections complexes existant entre ces pores.

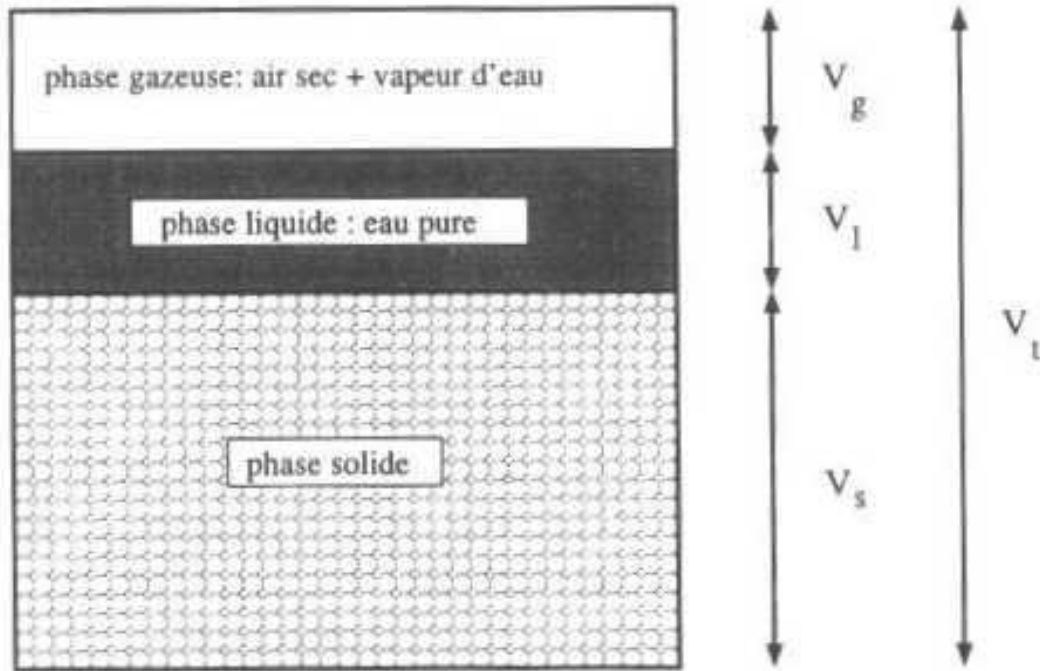


FIG. 2.3. Représentation macroscopique d'un milieu poreux

- La saturation en liquide S_l qui est définie comme la fraction de volume des pores occupée par la phase liquide : l'eau ($S_l = \frac{V_l}{V_g + V_l}$).

La fraction de volume occupée par la phase liquide dans le milieu poreux est égale donc à $\phi_l = \phi S_l$. La fraction restante $\phi_g = \phi(1 - S_l)$ est remplie de gaz. Ainsi, on peut déduire les différentes masses apparentes (par unité de volume du milieu poreux) :

- masse d'air

$$m_a = \rho_a \phi (1 - S_l) \quad (2.3)$$

- masse de l'eau liquide

$$m_l = \rho_l \phi S_l \quad (2.4)$$

- masse de la vapeur d'eau

$$m_v = \rho_v \phi (1 - S_l) \quad (2.5)$$

- masse d'eau totale

$$m_e = m_v + m_l \quad (2.6)$$

2.1.2.3 Lois de conservation de la masse

On choisit de décrire les flux de matière sous la forme de flux de masse. Si on note \underline{v}_f la vitesse du fluide f (pouvant être l'air, la vapeur d'eau ou de l'eau liquide). $\underline{F}_f = m_f \underline{v}_f$ sera le flux massique de ce fluide exprimé en unité de masse par unité de surface et de temps.

Du fait des phénomènes d'évaporation ou de condensation, il faut introduire un terme $\dot{m}_{\rightarrow l}$ qui est la masse de vapeur se transformant en phase liquide par unité de temps et de volume. S'il y a condensation, alors $\dot{m}_{\rightarrow l} > 0$ sinon, dans le cas contraire d'évaporation, $\dot{m}_{\rightarrow l} < 0$.

– Conservation de la masse d'air

Pour obtenir cette équation, il suffit d'écrire que la dérivée particulaire $\frac{d^a}{dt}$ de l'intégrale sur un volume Ω de la masse d'air en suivant son mouvement est nulle. En se plaçant dans le cadre de l'hypothèse du solide indéformable, on peut écrire la formulation intégrale suivante :

$$\frac{d^a}{dt} \int_{\Omega} m_a d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial m_a}{\partial t} + \int_{\partial\Omega} m_a \underline{v}_a \cdot \underline{n} = 0 \quad (2.7)$$

On se ramène après à la formulation locale suivante en utilisant le théorème de la divergence (sachant que $\underline{F}_a = m_a \underline{v}_a$)

$$\frac{\partial m_a}{\partial t} + \text{div}(\underline{F}_a) = 0 \quad (2.8)$$

– Conservation de la masse d'eau liquide

En revanche, la dérivée particulaire de l'intégrale $\frac{d^l}{dt}$ sur un volume Ω de la masse d'eau liquide en suivant son mouvement n'est pas nulle puisqu'on doit tenir compte des deux phénomènes suivants :

- La condensation par l'intermédiaire du taux de condensation $\dot{m}_{\rightarrow l}$.
- La déshydratation par l'intermédiaire d'un terme source d'eau $\frac{\partial d}{\partial t}$.

Ce qui donne la formulation intégrale suivante :

$$\frac{d^l}{dt} \int_{\Omega} m_l d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial m_l}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} m_l \underline{v}_l \cdot \underline{n} ds = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial d}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow l} \right) d\Omega \quad (2.9)$$

Toujours, par le théorème de la divergence, on se ramène à la formulation locale (avec $\underline{F}_l = m_l \underline{v}_l$) :

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} + \text{div}(\underline{F}_l) = \frac{\partial d}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow l} \quad (2.10)$$

– Conservation de la masse d'eau vapeur

Pareil que pour l'eau liquide, la dérivée particulaire $\frac{d^v}{dt}$ de l'intégrale sur un volume Ω de la masse d'eau vapeur en suivant son mouvement n'est pas nulle. En effet,

on doit tenir compte de l'évaporation par l'intermédiaire du taux d'évaporation $\dot{m}_{\rightarrow v} = -\dot{m}_{\rightarrow l}$.

Ce qui donne la formulation intégrale suivante :

$$\frac{d^v}{dt} \int_{\Omega} m_v d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial m_v}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} m_v \underline{v}_v \cdot \underline{n} ds = \int_{\Omega} \dot{m}_{\rightarrow v} d\Omega \quad (2.11)$$

Le théorème de la divergence nous permet d'aboutir à la formulation locale (avec $\underline{F}_v = m_v \underline{v}_v$)

$$\frac{\partial m_v}{\partial t} + \text{div}(\underline{F}_v) = \dot{m}_{\rightarrow v} \quad (2.12)$$

– Conservation de la masse d'eau totale

La masse d'eau liquide évaporée se retrouve sous forme de vapeur d'eau. On en déduit donc le fait que : $\dot{m}_{\rightarrow v} + \dot{m}_{\rightarrow l} = 0$.

En sommant les équations de conservation des masses d'eau liquide et de vapeur d'eau, on obtient l'équation de la conservation de la masse d'eau totale sous sa formulation locale (on note $\underline{F}_e = \underline{F}_l + \underline{F}_v$).

$$\frac{\partial m_e}{\partial t} + \text{div}(\underline{F}_e) = \frac{\partial d}{\partial t} \quad (2.13)$$

2.2 Application de la thermodynamique et fermeture du système d'équations

2.2.1 Premier principe et équation de conservation de l'énergie

D'après le premier principe de la thermodynamique, la variation de l'énergie interne d'un ensemble de particules quand on suit leur mouvement est égal à la somme de la puissance des efforts extérieures \mathcal{P} et du taux de chaleur \dot{Q} apportée par l'extérieur ([Coussy [20]], [Bénet [12]]).

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + \mathcal{P} \quad (2.14)$$

Comme le squelette est supposé indéformable, son énergie cinétique est nulle. On suppose aussi que les énergies cinétiques élémentaires des fluides sont négligeables devant leurs énergies internes.

L'énergie totale U s'écrit donc en fonction de l'énergie interne volumique u qui est donc la somme de l'énergie interne volumique du squelette u_s et des énergies internes spécifiques u_f des différents fluides pondérées par leurs masses m_f ($u = u_s + \sum_{f=a,v,l} m_f u_f$).

$$U = \int_{\Omega} u \, d\Omega = \int_{\Omega} (u_s + \sum_{f=a,l,v} m_f u_f) \, d\Omega \quad (2.15)$$

Ainsi :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d^s}{dt} \int_{\Omega} u_s \, d\Omega + \sum_{f=a,l,v} \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega} m_f u_f \, d\Omega \quad (2.16)$$

Où d^s et d^f représentent respectivement les dérivées particulières en suivant le squelette ou le fluide.

Comme le solide est supposé indéformable, la dérivée particulière d'une intégrale de volume en suivant le squelette est tout simplement donnée par l'intégrale sur le volume de la dérivée partielle :

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega} u_s \, d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial u_s}{\partial t} \, d\Omega \quad (2.17)$$

En revanche, la dérivée particulière d'une intégrale de volume en suivant un fluide $f = a, v, l$ doit tenir compte du mouvement relatif du fluide par rapport au squelette :

$$\begin{aligned} \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega} m_f u_f \, d\Omega &= \int_{\Omega} \frac{\partial(m_f u_f)}{\partial t} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} m_f u_f \underline{v}_f \cdot \underline{n} \, ds \\ &= \int_{\Omega} \left[\frac{\partial(m_f u_f)}{\partial t} + \text{div}(u_f m_f \underline{v}_f) \right] \, d\Omega \end{aligned} \quad (2.18)$$

Sachant que le flux massique s'écrit : $\underline{F}_f = m_f \underline{v}_f$, on établit l'équation globale de conservation de l'énergie :

$$\int_{\Omega} \left[\frac{du}{dt} + \text{div}(u_a \underline{F}_a + u_v \underline{F}_v + u_l \underline{F}_l) \right] \, d\Omega = \dot{Q} + \mathcal{P} \quad (2.19)$$

– Calcul de la puissance calorifique \dot{Q}

Si on tient compte de la contribution volumique de chaleur, la puissance calorifique due à la source volumique de chaleur de densité r est :

$$\dot{Q}_{\Omega} = \int_{\Omega} r \, d\Omega \quad (2.20)$$

D'autre part, la puissance calorifique apportée au volume Ω par l'intermédiaire du bord $\partial\Omega$ est :

$$\dot{Q}_{\partial\Omega} = - \int_{\partial\Omega} \underline{q} \cdot \underline{n} \, ds \quad (2.21)$$

Ainsi, la puissance calorifique totale apportée au volume Ω peut s'écrire :

$$\dot{Q} = - \int_{\partial\Omega} \underline{q} \cdot \underline{n} \, ds + \int_{\Omega} r \, d\Omega = \int_{\Omega} (r - \text{div}(\underline{q})) \, d\Omega \quad (2.22)$$

– Calcul de la puissance mécanique \mathcal{P}

On calcule \mathcal{P} en tenant compte uniquement de la puissance des forces d'interaction des particules fluides avec le bord $\partial\Omega$, ce qui suppose en particulier que l'on néglige les forces d'inertie et de gravité.

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_a + \mathcal{P}_v + \mathcal{P}_l \quad (2.23)$$

Sur le bord ayant comme vecteur normal \underline{n} , la contrainte exercée par un fluide f ($= v, a, l$) est $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n} = \phi_f \underline{\sigma}_f \cdot \underline{n} = -\phi_f P_f \underline{1} \cdot \underline{n} = -\phi_f P_f \underline{n}$.

Ainsi, la puissance surfacique des efforts de contact de f sur $\partial\Omega$ est $-P_f \phi_f \underline{n} \cdot \underline{v}_f ds$.

Maintenant, on utilise le fait que $\phi_f \underline{v}_f = \frac{\underline{F}_f}{\rho_f}$.

On obtient :

$$\mathcal{P}_f = \int_{\partial\Omega} -P_f \underline{n} \cdot \frac{\underline{F}_f}{\rho_f} ds \quad (2.24)$$

D'où :

$$\mathcal{P} = \int_{\Omega} -div \left(\frac{P_a}{\rho_a} \underline{F}_a + \frac{P_v}{\rho_v} \underline{F}_v + \frac{P_l}{\rho_l} \underline{F}_l \right) d\Omega \quad (2.25)$$

En remplaçant \dot{Q} et \mathcal{P} par leurs expressions et sachant que l'enthalpie spécifique du fluide f est $h_f = u_f + \frac{P_f}{\rho_f}$, on peut maintenant déduire l'équation de l'énergie sous sa forme locale

$$\frac{du}{dt} + div(h_a \underline{F}_a + h_v \underline{F}_v + h_l \underline{F}_l + \underline{q}) - r = 0 \quad (2.26)$$

2.2.2 Second principe et dissipations thermodynamiques

Le second principe de la thermodynamique nous permet d'écrire l'inégalité suivante sur l'entropie interne totale :

$$\frac{dS}{dt} \geq \int_{\partial\Omega} -\frac{\underline{q} \cdot \underline{n}}{T} ds + \int_{\Omega} \frac{r}{T} d\Omega \quad (2.27)$$

De même que pour l'énergie, on note par s l'entropie volumique interne totale qui peut être exprimée en fonction de l'entropie interne volumique du squelette s_s et des entropies internes spécifiques s_f des différents fluides ($s = s_s + \sum_{f=a,l,v} m_f s_f$).

L'entropie interne totale s'écrit donc :

$$S = \int_{\Omega} s d\Omega = \int_{\Omega} (s_s + \sum_{f=a,l,v} m_f s_f) d\Omega \quad (2.28)$$

Ainsi :

$$\dot{S} = \frac{d^s}{dt} \int_{\Omega} s_s d\Omega + \sum_{f=a,l,v} \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega} m_f s_f d\Omega \quad (2.29)$$

Par le même raisonnement que celui fait pour l'énergie (en supposant que le squelette est indéformable), on obtient :

$$\dot{S} = \int_{\Omega} \frac{\partial s_s}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \sum_{f=a,l,v} \left[\frac{\partial(m_f s_f)}{\partial t} + \text{div}(s_f \underline{F}_f) \right] d\Omega \quad (2.30)$$

On établit donc l'inégalité sous sa forme globale :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial s_s}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \sum_{f=a,l,v} \left[\frac{\partial(m_f s_f)}{\partial t} + \text{div}(s_f \underline{F}_f) \right] d\Omega \geq \int_{\partial\Omega} -\frac{q \cdot \underline{n}}{T} ds + \int_{\Omega} \frac{r}{T} d\Omega \quad (2.31)$$

Puis, on peut en déduire une inégalité sous forme locale :

$$\frac{ds}{dt} \geq -\text{div} \left(s_a \underline{F}_a + s_v \underline{F}_v + s_l \underline{F}_l + \frac{q}{T} \right) + \frac{r}{T} \quad (2.32)$$

On note maintenant $\psi = u - Ts$ l'énergie libre volumique totale de Helmholtz.

En utilisant le premier et le second principe, on peut déduire l'inégalité de Clausius-Duhem sur la dissipation totale Φ :

$$\Phi = \sum_{f=a,l,v} \left[-g_f \text{div}(\underline{F}_f) + \underline{F}_f \cdot (-\nabla g_f - s_f \nabla T) \right] - \frac{q}{T} \nabla T - s \frac{dT}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \geq 0 \quad (2.33)$$

Où, on a noté g_l, g_v et g_a les enthalpies libres spécifiques respectives de l'eau liquide, de la vapeur d'eau et de l'air :

$$g_f = u_f + \frac{P_f}{\rho_f} - Ts_f = h_f - Ts_f \quad \text{pour } f = a, v, l \quad (2.34)$$

– Pour développer la dissipation totale Φ , on utilise les équations de conservation des masses d'air, d'eau liquide et de vapeur d'eau :

$$\text{div}(\underline{F}_a) = -\frac{\partial m_a}{\partial t} \quad (2.35)$$

$$\text{div}(\underline{F}_v) = -\frac{\partial m_v}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow v} \quad (2.36)$$

$$\text{div}(\underline{F}_l) = -\frac{\partial m_l}{\partial t} + \frac{\partial d}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow l} \quad (2.37)$$

on peut déduire que Φ est la somme de cinq sources de dissipation :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 \quad (2.38)$$

- Φ_1 est la dissipation intrinsèque

$$\Phi_1 = \sum_{f=a,l,v} \left[g_f \frac{\partial m_f}{\partial t} + T \frac{\partial m_f s_f}{\partial t} - \frac{\partial m_f u_f}{\partial t} \right] - s_s \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{d\psi_s}{dt} \quad (2.39)$$

où on a noté : $\psi_s = u_s - T s_s$ l'énergie libre volumique de Helmholtz associée au squelette. L'opposé du terme $\frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t}$ se trouve quant à lui dans l'expression Φ_5 .

- Φ_2 est la dissipation thermique

$$\Phi_2 = -\frac{q}{T} \underline{\nabla} T \quad (2.40)$$

- Φ_3 est la dissipation due au transport de la matière fluide

$$\Phi_3 = \underline{F}_a \cdot (-\underline{\nabla} g_a - s_a \underline{\nabla} T) + \underline{F}_v \cdot (-\underline{\nabla} g_v - s_v \underline{\nabla} T) + \underline{F}_l \cdot (-\underline{\nabla} g_l - s_l \underline{\nabla} T) \quad (2.41)$$

D'un point de vue thermodynamique, l'état d'un fluide f dans un milieu continu peut être complètement décrit par deux variables indépendantes (ρ_f et s_f par exemple) et on peut écrire la variation de l'énergie spécifique comme suit :

$$du_f = -P_f d \left(\frac{1}{\rho_f} \right) + T ds_f \quad (2.42)$$

Ce qui conduit à :

$$\underline{\nabla} g_f + s_f \underline{\nabla} T = \frac{1}{\rho_f} \underline{\nabla} P_f \quad (2.43)$$

et on peut alors en déduire que :

$$\Phi_3 = \underline{q}_a \cdot (-\underline{\nabla} P_a) + \underline{q}_v \cdot (-\underline{\nabla} P_v) + \underline{q}_l \cdot (-\underline{\nabla} P_l) \quad (2.44)$$

où $\underline{q}_f = \frac{F_f}{\rho_f}$ est le flux volumique du fluide $f = a, v, l$.

On suppose que la formulation précédente de Φ_3 (dans le cas d'un milieu continu) reste valable pour le cas d'un milieu poreux.

- Φ_4 est la dissipation due au changement de phase.

$$\Phi_4 = -\dot{m}_{\rightarrow l} g_l - \dot{m}_{\rightarrow v} g_v \quad (2.45)$$

En utilisant le fait que $\dot{m}_{\rightarrow l} + \dot{m}_{\rightarrow v} = 0$, on aboutit à

$$\Phi_4 = (g_l - g_v) \dot{m}_{\rightarrow v} \quad (2.46)$$

- Φ_5 est la dissipation qui résulte du phénomène de déshydratation :

$$\Phi_5 = \frac{\partial d}{\partial t} \left(-g_l - \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \right) \quad (2.47)$$

Les cinq dissipations sont de natures différentes. En effet, Φ_1 décrit la transformation irréversible de l'énergie mécanique en chaleur qui a lieu dans le squelette. Φ_3 est le résultat du transport de matière et du mouvement des différents fluides, c'est donc l'analogue de la dissipation Φ_1 sauf que le phénomène dissipatif a lieu dans le fluide en mouvement et non dans le squelette. Φ_2 résulte de la conduction et du transfert de chaleur, il ne s'agit pas (contrairement à Φ_1 et Φ_3) d'une transformation irréversible d'énergie mécanique en chaleur mais plutôt d'une dégradation de la qualité de chaleur lorsqu'elle passe d'une température élevée à une température plus basse : cette chaleur ne pourrait être transformée en énergie mécanique avec un rendement égal à 1. D'ailleurs, on rappelle par exemple que la machine de Carnot a un rendement théorique égal à $1 - \frac{T_f}{T_c}$ où T_f et T_c sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude. Φ_4 caractérise le changement de phase liquide-gaz de l'eau. Finalement, Φ_5 exprime la dissipation d'énergie au cours de la réaction chimique endothermique de déshydratation. En d'autres termes, ces dissipations sont indépendantes. On peut alors adopter l'hypothèse de découplage des différentes dissipations et conclure quant à la positivité de chaque dissipation.

2.2.3 Conséquences des deux principes de la thermodynamique sur les lois d'évolution solide-liquide-vapeur

2.2.3.1 Détermination de la pression de vapeur saturante

Pour obtenir cette loi, on utilise le terme Φ_4 . Le changement de phase de l'eau est en réalité un phénomène réversible et conduit donc à une dissipation nulle $\Phi_4 = 0$.

On considère un mélange d'eau liquide et de vapeur d'eau. On part de la nullité de la dissipation Φ_4 qui peut être exprimée par $g_l = g_v$ que l'on différentie comme suit :

$$dg_l = dg_v \Leftrightarrow \frac{1}{\rho_l} dP_l - s_l dT = \frac{1}{\rho_v} dP_v - s_v dT \quad (2.48)$$

L'eau liquide étant en équilibre avec sa vapeur, la pression liquide P_l et la pression de vapeur P_v doivent alors être les mêmes au niveau de l'interface liquide-vapeur et égales à la pression de vapeur saturante du corps pur P_v^{sat} .

$$\frac{1}{\rho_l} dP_v^{sat} - s_l dT = \frac{1}{\rho_v} dP_v^{sat} - s_v dT \Leftrightarrow \frac{dP_v^{sat}}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l}} \quad (2.49)$$

On utilise encore l'égalité des enthalpies libres spécifiques de l'eau liquide et de la vapeur d'eau :

$$g_l = g_v \Rightarrow h_l - T s_l = h_v - T s_v \quad (2.50)$$

L'entropie d'évaporation à une température T est alors donnée par :

$$s_v - s_l = \frac{h_v - h_l}{T} = \frac{\Delta H}{T} \quad (2.51)$$

Où ΔH est l'énergie spécifique nécessaire pour passer de l'état liquide à l'état gazeux et est appelée l'enthalpie spécifique d'évaporation.

Maintenant, on adopte les deux approximations suivantes :

1. L'eau liquide est beaucoup plus dense que la vapeur d'eau :

$$\rho_v \ll \rho_l \Rightarrow \frac{1}{\rho_v} \gg \frac{1}{\rho_l} \quad (2.52)$$

2. La loi des gaz parfaits est encore valable pour la vapeur : saturée

$$\rho_v = \frac{M_e P_v^{sat}}{RT} \quad (2.53)$$

On obtient maintenant l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dP_v^{sat}}{P_v^{sat}} = \frac{M_e \Delta H}{R} \frac{dT}{T^2} \Leftrightarrow d(\log(P_v^{sat})) = -\frac{M_e \Delta H}{R} d\left(\frac{1}{T}\right) \quad (2.54)$$

Ceci conduit après une intégration à :

$$P_v^{sat}(T) = P_v^{sat}(T^*) \exp\left(-\frac{M_e \Delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^*}\right)\right) \quad (2.55)$$

Sachant que l'ébullition de l'eau se produit à $373K$ aux conditions atmosphériques de pression, on peut prendre $T^* = 373K$ et $P_v^{sat}(T^*) = P_{atm}$

Finalement, on obtient :

$$P_v^{sat}(T) = P_{atm} \exp\left(\frac{M_e \Delta H}{R} \frac{(T - 373)}{373 T}\right) \quad (2.56)$$

La figure 2.4 montre bien la bonne correspondance entre les pressions mesurées et les pressions calculées par la formule précédente.

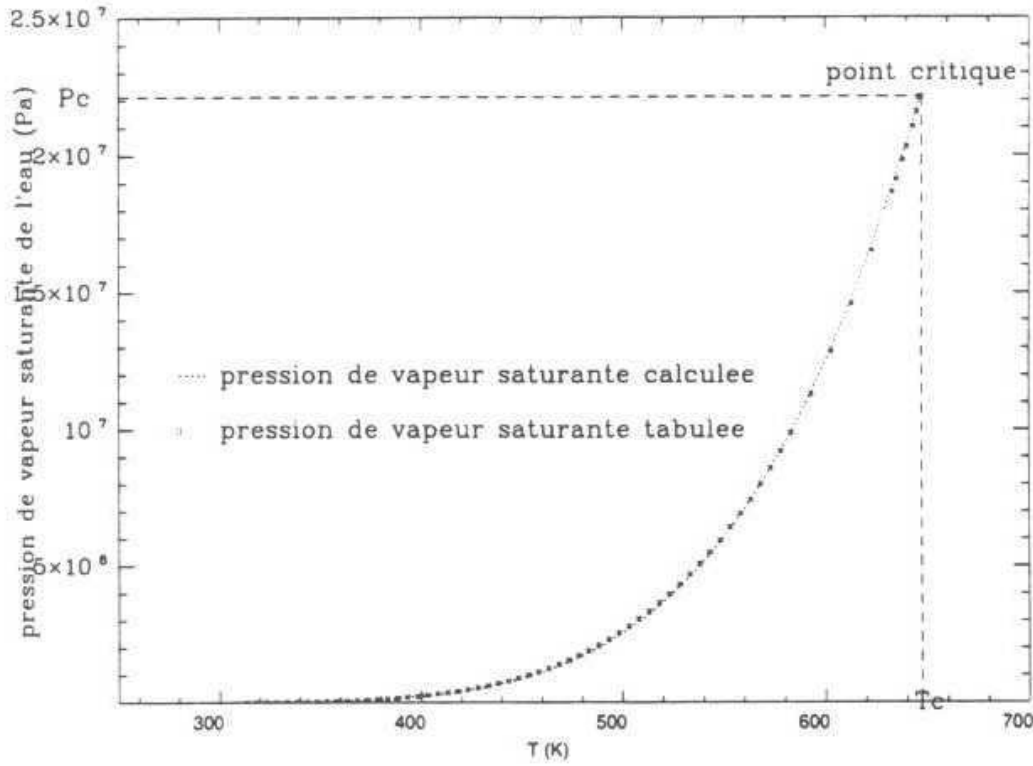


FIG. 2.4. *Pression de vapeur saturante en fonction de la température [Raznjevic[77]]*

2.2.3.2 Équilibre liquide-vapeur : loi de Clapeyron

La dérivée partielle de g_l par rapport à P_l (respectivement de g_v par rapport à P_v) est égale à l'inverse de la masse volumique de l'eau liquide (respectivement vapeur) :

$$\frac{\partial}{\partial P_l} g_l(P_l, T) = \frac{1}{\rho_l(T)} \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_v} g_l(P_v, T) = \frac{1}{\rho_v(P_v, T)} \quad (2.58)$$

On a fait l'hypothèse que l'eau liquide était incompressible (ρ_l indépendant de P_l) et que la vapeur était un gaz parfait ($\rho_v = \frac{M_e P_v}{RT}$). En intégrant les deux dernières formes différentielles, on a :

$$g_l(P_l, T) = \frac{P_l}{\rho_l(T)} + f_1(T) \quad (2.59)$$

$$g_v(P_v, T) = \frac{RT}{M_e} \text{Log}(P_v) + f_2(T) \quad (2.60)$$

où $f_1(T)$ et $f_2(T)$ sont deux termes d'intégration ne dépendant que de T .

La loi de l'équilibre liquide-gaz pour l'eau peut être obtenue en écrivant toujours la nullité de la dissipation $\Phi_4 : g_l = g_v$ ce qui implique :

$$\frac{P_l}{\rho_l(T)} - \frac{RT}{M_e} \text{Log}(P_v) + f_1(T) - f_2(T) \quad (2.61)$$

Cette relation doit être valable dans toute situation où il y a simultanément de l'eau liquide et de l'eau vapeur. Pour déterminer les termes d'intégration, on se place dans une situation simple et connue : un récipient rempli partiellement d'eau liquide, le volume complémentaire étant rempli de vapeur d'eau. La surface de séparation entre l'eau liquide et sa vapeur étant plane, il n'y a pas de phénomènes capillaires. Dans cette situation, l'eau liquide et sa vapeur sont à la même pression (en négligeant la pesanteur) qui est la pression de vapeur saturante du corps pur $P_s(T)$ établie dans le paragraphe précédent. On en déduit les termes d'intégration et la relation générale entre la pression de liquide et la pression de vapeur lorsque les deux phases coexistent est donc :

$$P_l = P_s(T) + \frac{\rho_l RT}{M_e} \text{Log} \left(\frac{P_v}{P_s(T)} \right) \quad (2.62)$$

2.2.3.3 Existence d'une cinétique de déshydratation

On part de la positivité de la dissipation Φ_5 due à la déshydratation :

$$\frac{\partial d}{\partial t} \left(-g_l - \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \right) = \frac{\partial d}{\partial t} \Delta g_d \geq 0 \quad (2.63)$$

Le terme $\Delta g_d = -g_l - \frac{\partial \psi_s}{\partial d}$ est en quelque sorte la force motrice de la micro-diffusion des molécules d'eau depuis les micropores vers les pores capillaires. On peut donc écrire :

$$\frac{\partial d}{\partial t} = A \Delta g_d \quad (2.64)$$

Cette écriture permet de vérifier la positivité de Φ_5 . Elle traduit que $\frac{\partial d}{\partial t}$ est un taux de diffusion qui dépend de la différence de potentiel entre l'eau chimiquement liée et l'eau de l'espace poreux capillaire. Δg_d est une quantité qui dépend de la déshydratation mais aussi de la température. Au premier ordre près, on peut linéariser Δg_d par rapport à T et d et écrire que :

$$\Delta g_d = B(T - T_0) - C(d - d_0) \quad (2.65)$$

B et C sont tous les deux positifs. En effet, la réaction s'accélère quand la température augmente (microdiffusion liée au facteur d'Arrhenius = $\exp(\frac{E_a}{RT})$) et ralentit quand la

déshydratation progresse. On peut finalement déduire qu'il existe une fonction $d_{eq}(T)$ telle que

$$\Delta g_d = -C(d - d_{eq}(T)) \quad (2.66)$$

D'où l'existence d'une cinétique de déshydratation :

$$\frac{\partial d}{\partial t} = -\frac{1}{\tau}(d - d_{eq}(T)) \quad (2.67)$$

Où τ est donc le temps caractéristique de déshydratation et $d_{eq}(T)$ est alors la déshydratation à l'équilibre chimique pour une température T si on attend suffisamment.

2.2.3.4 Hystéresis et désorption

On part de la positivité de la dissipation Φ_1

$$\Phi_1 = \sum_{f=a,v,l} \left[g_f \frac{\partial m_f}{\partial t} + T \frac{\partial m_f s_f}{\partial t} - \frac{\partial m_f u_f}{\partial t} \right] - s_s \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{d\psi_s}{dt} \quad (2.68)$$

On développe maintenant la contribution Φ_1^f du fluide f dans l'expression de Φ_1 .

$$\Phi_1^f = g_f \frac{\partial m_f}{\partial t} + T \frac{\partial m_f s_f}{\partial t} - \frac{\partial m_f u_f}{\partial t} = \frac{\partial m_f}{\partial t} (g_f + T s_f - u_f) + m_f \left(T \frac{\partial s_f}{\partial t} - \frac{\partial u_f}{\partial t} \right) \quad (2.69)$$

L'enthalpie libre spécifique d'un fluide f s'écrit :

$$g_f = u_f + \frac{P_f}{\rho_f} - T s_f \quad (2.70)$$

donc :

$$\Phi_1^f = \frac{\partial m_f}{\partial t} \frac{P_f}{\rho_f} + m_f \left(T \frac{\partial s_f}{\partial t} - \frac{\partial u_f}{\partial t} \right) \quad (2.71)$$

Comme on l'avait précisé avant, l'état thermodynamique d'un fluide f dans un milieu continu peut être complètement décrit par les deux variables ρ_f et s_f et on peut écrire la variation de l'énergie spécifique comme suit :

$$du_f = -P_f d \left(\frac{1}{\rho_f} \right) + T ds_f \quad (2.72)$$

On déduit donc que :

$$T \frac{\partial s_f}{\partial t} - \frac{\partial u_f}{\partial t} = P_f \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho_f} \right)}{\partial t} \quad (2.73)$$

Par suite, on obtient :

$$\begin{aligned}\Phi_1^f &= P_f \left(\frac{\partial m_f}{\partial t} \frac{1}{\rho_f} + m_f \frac{\partial \frac{1}{\rho_f}}{\partial t} \right) \\ &= P_f \frac{\partial \frac{m_f}{\rho_f}}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.74)$$

Comme $\frac{m_f}{\rho_f} = \phi_f$, on aboutit finalement à :

$$\Phi_1^f = P_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t}\quad (2.75)$$

avec $\phi_a = \phi_v = \phi_g = \phi(1 - S_l)$ et $\phi_l = \phi S_l$

Ainsi :

$$\Phi_1 = \sum_{f=a,v,l} P_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t} - s_s \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{d\psi_s}{dt}\quad (2.76)$$

La porosité de l'air étant égale à celle de la vapeur, on peut rassembler les termes dûs à l'air et la vapeur ($\phi_a = \phi_v = \phi_g$)

$$\Phi_1 = P_g \frac{\partial \phi_g}{\partial t} + P_l \frac{\partial \phi_l}{\partial t} - s_s \frac{dT}{dt} - \frac{d\psi_s}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t}\quad (2.77)$$

À porosité constante

On suppose que la porosité ϕ est constante (par exemple à température proche de la température ambiante). Dans ce cas, $d\phi_g = -d\phi_l = -\phi dS_l$. La dissipation Φ_1 prend donc une forme encore plus simple en introduisant la pression capillaire : $P_c = P_g - P_l$:

$$\Phi_1 = -\phi P_c \frac{\partial S_l}{\partial t} - s_s \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{d\psi_s}{dt}\quad (2.78)$$

La dernière écriture suggère de choisir comme variables d'état pour l'énergie de Helmholtz associée au squelette : la température T , la saturation S_l et la déshydratation d : $\psi_s(T, S_l, d)$.

On utilise le fait que $s_s = -\frac{\partial \psi_s}{\partial T}$ (transformation réversible) ce qui donne l'expression suivante pour la dissipation intrinsèque Φ_1 :

$$\Phi_1 = -P_c \phi \frac{\partial S_l}{\partial t} - \frac{\partial \psi_s}{\partial S_l} \frac{\partial S_l}{\partial t} \geq 0\quad (2.79)$$

ou encore

$$\left(\phi P_c + \frac{\partial \psi_s}{\partial S_l} \right) \frac{\partial S_l}{\partial t} \leq 0 \quad (2.80)$$

Ceci témoigne de l'existence d'un hystérisis (figure 2.5). En effet, en cas de :

– désorption :

Il s'agit d'un drainage de l'eau liquide. La saturation liquide tend à diminuer ($\frac{\partial S_l}{\partial t} < 0$) et donc $P_c > -\frac{1}{\phi} \frac{\partial \psi_s}{\partial S_l}$

– adsorption :

Il s'agit d'une imbibition de l'eau liquide. La saturation liquide tend à augmenter ($\frac{\partial S_l}{\partial t} > 0$) et donc $P_c < -\frac{1}{\phi} \frac{\partial \psi_s}{\partial S_l}$

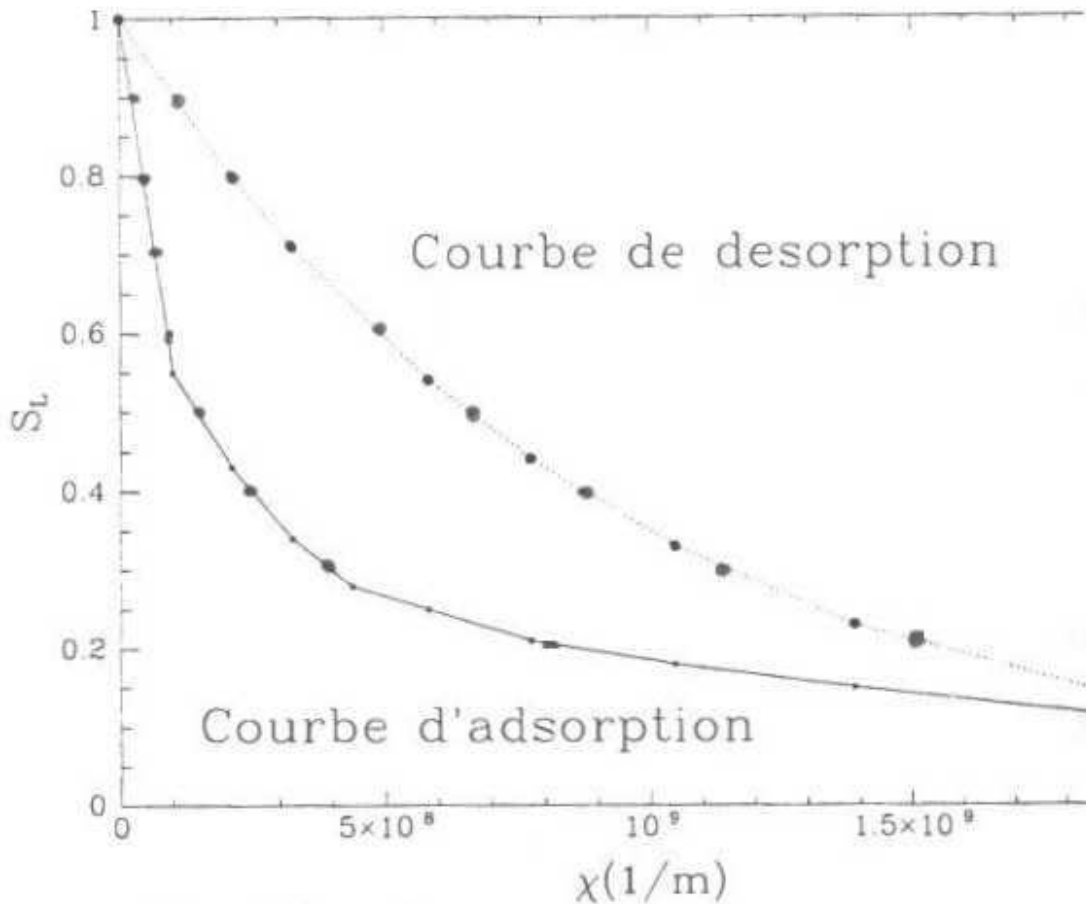


FIG. 2.5. Effet d'hystérisis adsorption-désorption [Baroghel-Bouny[5]]

– Explication à l'échelle microscopique du réseau poreux

Le réseau poreux est supposé formé par des pores quasi-sphériques de rayons r_p qui sont connectés entre eux par des canaux qu'on suppose de forme cylindrique avec un rayon d'accès au pore r_a .

On considère un pore de rayon r_p et les canaux qui y débouchent. Ces canaux ont des rayons $r_a^1, r_a^2, \dots, r_a^n$ qu'on classe de telle sorte que $r_a^1 > r_a^2 > \dots > r_a^n$. On suppose que l'eau liquide occupe aussi bien le pore qu'une partie des canaux d'accès au pore. La loi de Laplace donnant le rayon de courbure à l'interface liquide-gaz permet d'affirmer qu'il existe une portion de sphère dans chaque canal séparant l'eau liquide du gaz.

- Lorsque on augmente la pression capillaire (en diminuant la pression de vapeur), la courbure χ à l'interface liquide-gaz augmente et le rayon des portions de sphères (égal donc à $\frac{1}{\chi}$) séparant l'eau du gaz dans les canaux commence à diminuer. Ce rayon va finir par être inférieur au plus grand rayon d'accès r_a^1 et il n'est donc plus possible d'avoir une interface liquide-gaz dans le canal de plus grand rayon qui va commencer donc à se vider entraînant ainsi la migration de l'eau contenue dans le pore (figure 2.6).

On conclut que le pore se vide d'eau dès que $\chi > \frac{1}{r_a^1}$

- Si maintenant on baisse la pression capillaire (en diminuant la pression de vapeur), la courbure χ d'interface va diminuer. Le rayon d'accès r_a^1 devient plus petit que $\frac{1}{\chi}$ et du coup le canal d'accès va être rempli d'eau de nouveau avec un ménisque sous forme de portion de sphère de rayon $\frac{1}{\chi}$. Cependant, le pore reste vide tant que cette portion sphérique ne peut envahir le pore. L'eau ne peut donc rentrer dans le pore que si $\frac{1}{\chi}$ devient plus grand que le rayon r_p du pore (figure 2.7). On conclut que le pore se remplit d'eau dès que $\chi > \frac{1}{r_p}$

Il est clair d'après le dernier paragraphe qu'il existe un phénomène d'hystérisis caractérisant l'adsorption-désorption. C'est le plus grand rayon d'accès qui contrôle la vidange et c'est le rayon du pore qui contrôle le remplissage.

2.2.4 Conséquences des deux principes de la thermodynamique sur les lois de transfert de chaleur et de masse

2.2.4.1 Équation de transfert de chaleur

Cette équation doit satisfaire la positivité de la dissipation thermique Φ_2 :

$$-\frac{q}{T}\nabla T \geq 0 \quad (2.81)$$

La loi de Fourier qu'on avait citée précédemment est le meilleur moyen qui permet à la fois de vérifier la positivité de Φ_2 et de satisfaire les observations expérimentales.

Ainsi, on peut écrire pour un modèle isotropique que le flux de chaleur \underline{q} est contrôlé

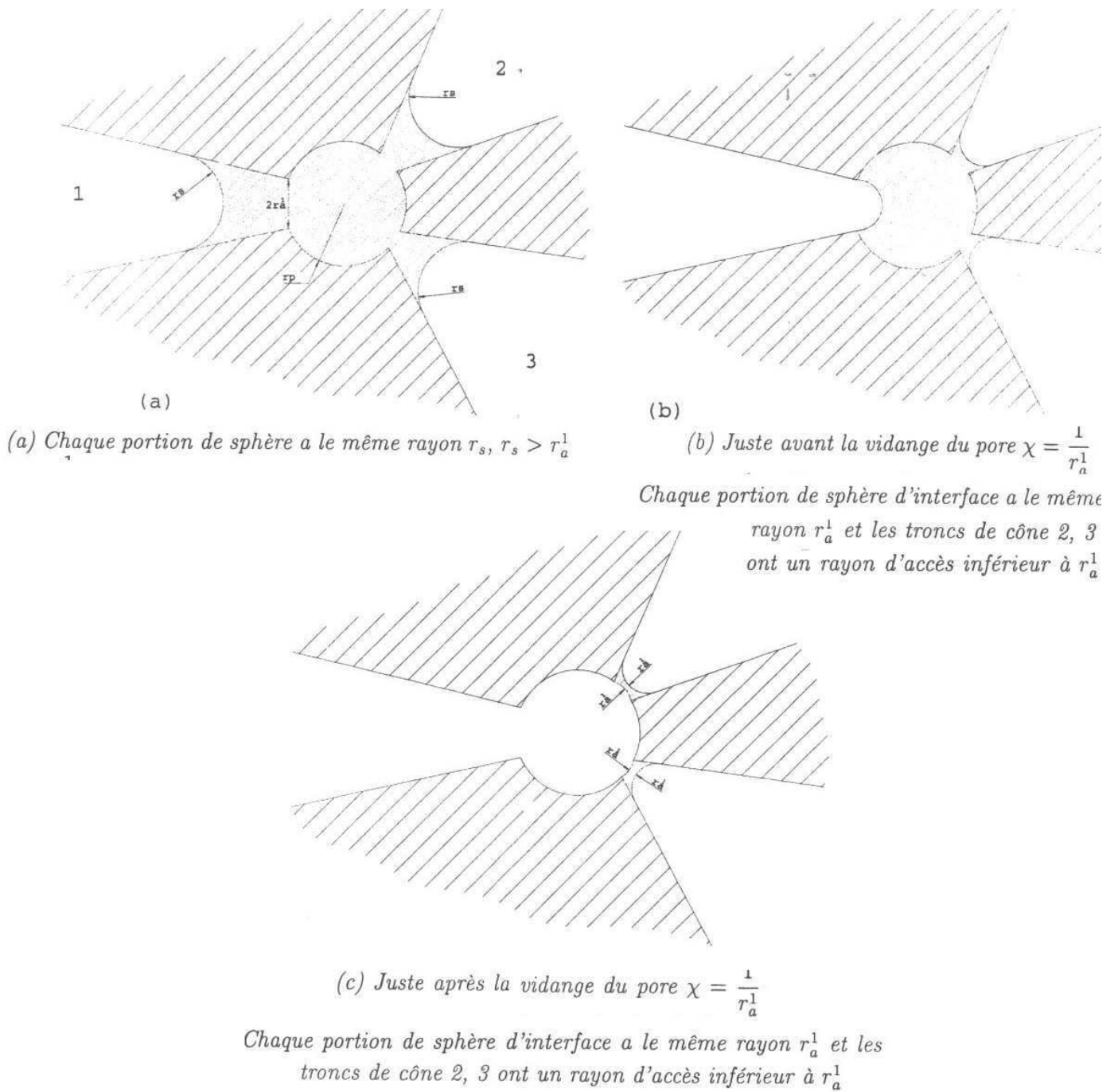


FIG. 2.6. Illustration du séchage

par le gradient de la température :

$$\underline{q} = -\kappa \underline{\nabla} T \quad (2.82)$$

où κ est la conductivité thermique.

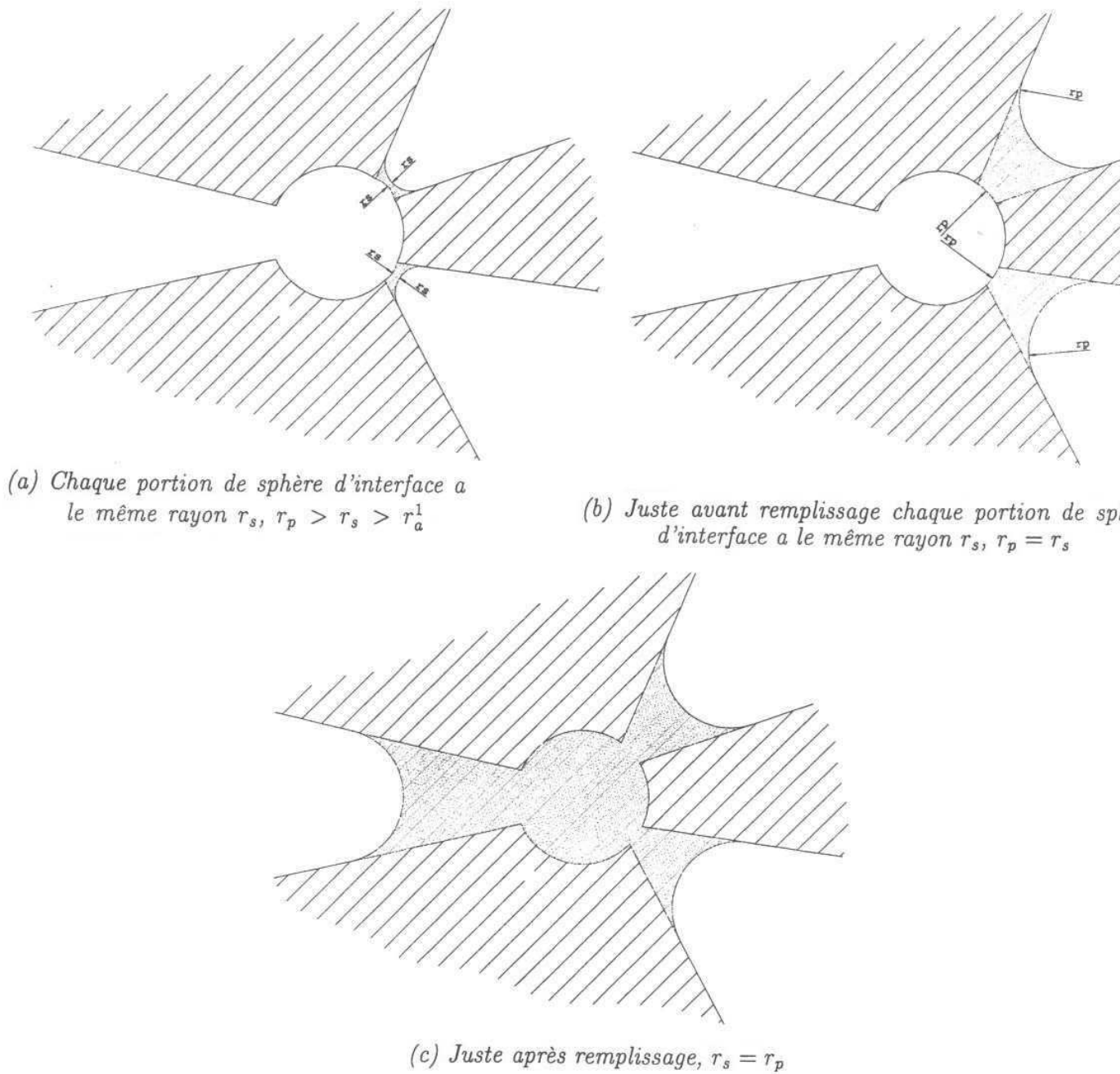


FIG. 2.7. Illustration de la réhumidification

2.2.4.2 Expression des flux de transport de masse

Il s'agit maintenant d'utiliser la positivité de la dissipation correspondant au transport de matière Φ_3 .

On s'attend à ce que le flux volumique du gaz soit une combinaison barycentrique des flux volumiques de ses constituants (vapeur d'eau et air). On cherche alors à trouver un certain poids barycentrique $\alpha \in [0, 1]$ de telle sorte que :

$$\underline{q}_g = \alpha \underline{q}_a + (1 - \alpha) \underline{q}_v \quad (2.83)$$

Dans ce cas, on peut écrire Φ_3 comme somme de deux termes Φ_3^D et Φ_3^F

$$\Phi_3 = \Phi_3^D + \Phi_3^F \quad (2.84)$$

où :

$$\Phi_3^D = \underline{q}_g \cdot (-\underline{\nabla} P_g) + \underline{q}_l \cdot (-\underline{\nabla} P_l) \quad (2.85)$$

$$\Phi_3^F = (\underline{q}_v - \underline{q}_a) \cdot (-\alpha \underline{\nabla} P_v + (1 - \alpha) \underline{\nabla} P_a) \quad (2.86)$$

La loi de Darcy pour les liquides et pour les gaz est le meilleur moyen permettant à la fois d'assurer la positivité du terme Φ_3^D et de satisfaire les observations expérimentales. Ceci explique l'indexation par D dans Φ_3^D .

Loi de Darcy

La loi de Darcy est une conséquence directe de la loi de Hagen-Poiseuille. Cette loi est valide pour les liquides ainsi que pour les gaz Newtoniens dans un milieu poreux à condition d'introduire deux facteurs correctifs K_{rl} et K_{rg} pour tenir compte de la présence de deux phases. Ces deux facteurs vont permettre de tenir compte de la variation des perméabilités au gaz et au liquide avec la saturation en liquide du milieu poreux ce qui paraît logique.

$$\underline{J}_l = -\frac{K}{\eta_l} K_{rl} \underline{\nabla} P_l \text{ et } \underline{J}_g = -\frac{K}{\eta_g} K_{rg} \underline{\nabla} P_g \quad (2.87)$$

K est la perméabilité intrinsèque du milieu poreux qui a un caractère typiquement géométrique. En effet, elle est liée à la géométrie et à la distribution des tailles des pores.

On a alors :

$$\underline{q}_g = -K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \underline{\nabla} P_g \quad (2.88)$$

$$\underline{q}_l = -K_{rl} \frac{K}{\eta_l} \underline{\nabla} P_l \quad (2.89)$$

On doit maintenant choisir le "bon" $\alpha \in [0, 1]$ afin d'être sûr que la dissipation Φ_3^F est positive.

On rappelle ici un résultat important de la théorie cinétique des gaz qui est la loi de Fick.

Loi de Fick pour un mélange idéal de gaz parfaits :

Dans un mélange idéal de deux gaz parfaits (air et vapeur d'eau par exemple), on assiste à une diffusion d'un gaz par rapport à l'autre. Cette diffusion est due à la variation des concentrations molaires des différents gaz et donc à leurs pressions partielles.

La différence de vitesse entre les deux composants du mélange gazeux est donnée par la loi de Fick qui a été évoquée précédemment :

$$\underline{q}_v - \underline{q}_a = D \left(-\frac{\nabla P_v}{P_v} + \frac{\nabla P_a}{P_a} \right) \quad (2.90)$$

où D est le coefficient de diffusion.

Pour un milieu poreux à trois phases (air, vapeur et liquide), cette expression doit être corrigée pour tenir compte du fait que le gaz occupe seulement une proportion du milieu poreux et D doit alors être multipliée par :

$$\phi_g = \phi(1 - S_l) \quad (2.91)$$

Pour tenir compte de la sinuosité du trajet que les molécules doivent suivre pour diffuser dans l'espace poreux, D doit être multiplié aussi par un facteur τ qui est la tortuosité. On adopte généralement une expression donnée par la théorie de [Millington [58]].

Cette théorie consiste à considérer le milieu poreux comme un assemblage de pores sphériques avec différents rayons de pores mais avec des classes correspondantes à volumes égaux. Les pores les plus petits sont remplis d'eau liquide alors que le reste de l'espace poreux est drainé.

Une étude probabiliste de l'aire "disponible" pour l'écoulement ainsi que la continuité des pores dans des plans adjacents en sommant sur toutes les classes des pores conduit à la formule suivante de [Millington [58]] pour la tortuosité :

$$\tau = \phi^{\frac{1}{3}}(1 - S_l)^{\frac{7}{3}} \quad (2.92)$$

En conclusion, la correction qu'on vient de proposer suppose donc que le coefficient de diffusion au sein du milieu poreux est proportionnel au coefficient de diffusion donné à l'échelle microscopique (hors milieu poreux).

$$D_{macro} = D_{micro}f = D_{micro}\tau\phi_g \quad (2.93)$$

Le facteur de proportionnalité s'exprimant alors à partir de la réduction ϕ_g de l'espace offert au gaz pour diffuser multipliée par une tortuosité τ qui traduit l'allongement du chemin à parcourir par le gaz pour traverser le milieu poreux.

On obtient finalement l'expression suivante pour la diffusion de la vapeur d'eau par rapport à l'air :

$$\underline{q}_v - \underline{q}_a = \phi_g\tau D_{v,a} \left(-\frac{\nabla P_v}{P_v} + \frac{\nabla P_a}{P_a} \right) \quad (2.94)$$

Le coefficient de diffusion de l'air ou de la vapeur dans le mélange gazeux est donné par :

$$D = \frac{0,217 \cdot 10^{-4} P_{atm}}{P_a + P_v} \left(\frac{T}{273} \right)^{1.88} \quad (2.95)$$

On revient maintenant au coefficient α qu'on souhaite déterminer pour assurer la positivité de la dissipation Φ_3^F . Ceci veut dire qu'on doit vérifier tout le temps l'inégalité suivante :

$$\phi_g\tau D_{v,a} \left(-\frac{\nabla P_v}{P_v} + \frac{\nabla P_a}{P_a} \right) (-\alpha \nabla P_v + (1 - \alpha) \nabla P_a) \geq 0 \quad (2.96)$$

Il est clair qu'il suffit d'avoir :

$$\frac{\alpha}{\frac{1}{P_v}} = \frac{1 - \alpha}{\frac{1}{P_a}} \Rightarrow \alpha = \frac{P_a}{P_a + P_v} = \frac{P_a}{P_g} \quad (2.97)$$

Par conséquent, un flux volumique de gaz \underline{q}_g convenable d'un point de vue thermodynamique est une combinaison des flux volumiques de l'air \underline{q}_a et de la vapeur d'eau \underline{q}_v avec des poids barycentriques égaux aux fractions molaires :

$$\underline{q}_g = \frac{P_a}{P_g} \underline{q}_a + \frac{P_v}{P_g} \underline{q}_v \quad (2.98)$$

Et on obtient alors :

$$\underline{q}_v = \underline{q}_g + \frac{P_a}{P_g} (\underline{q}_v - \underline{q}_a) \quad (2.99)$$

$$\underline{q}_a = \underline{q}_g - \frac{P_v}{P_g} (\underline{q}_v - \underline{q}_a) \quad (2.100)$$

On peut enfin conclure que les flux de masse d'air et de vapeur d'eau par unité de volume sont donnés par :

$$\underline{F}_a = -\rho_a \left(K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \underline{\nabla} P_g + \left(1 + \frac{P_v}{P_a} \right) \tau \phi (1 - S_l) D \underline{\nabla} \left(\frac{P_a}{P_g} \right) \right) \quad (2.101)$$

$$\underline{F}_v = \rho_v \left(-K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \underline{\nabla} P_g + \left(1 + \frac{P_a}{P_v} \right) \tau \phi (1 - S_l) D \underline{\nabla} \left(\frac{P_a}{P_g} \right) \right) \quad (2.102)$$

Par conséquent, les flux de masse d'air \underline{F}_a et de vapeur d'eau \underline{F}_v sont donnés par une combinaison d'une loi de Darcy pour le mélange air-vapeur et d'une loi de Fick pour la diffusion de chacun des deux composants dans le mélange gazeux. La loi de Darcy est pilotée par le gradient de pression totale du gaz ($P_g = P_a + P_v$). La loi de Fick est contrôlée quant à elle par le gradient de la concentration molaire (de l'air par exemple $\frac{P_a}{P_g}$).

Cependant, le flux de masse de l'eau liquide \underline{F}_l est tout simplement donné par une loi de Darcy pour la phase liquide pilotée par le gradient de la pression de l'eau liquide P_l

$$\underline{F}_l = -\rho_l K_{rl} \frac{K}{\eta_l} \underline{\nabla} P_l \quad (2.103)$$

2.2.5 Fermeture du système d'équations par l'équation de capillarité

On ne tient pas compte de l'effet d'hystérésis adsorption-désorption. En effet, on considère dans ce modèle une variation monotone de la température au cours du chauffage, ce qui revient à ne prendre en compte que la courbe de désorption.

À température ambiante, on peut donc supposer que S_l est tout simplement liée à la pression capillaire P_c .

En particulier, Baroghel-Bouny [5] propose une formulation expérimentale dépendant du type de béton que l'on considère. Dans cette formulation on établit la relation suivante entre la pression capillaire et la saturation pour un béton ordinaire et pour un béton hautes performances :

$$P_c = A(S_l^{-B} - 1)^{1-\frac{1}{B}} \quad (2.104)$$

Cette relation est la loi de désorption dans laquelle A et B sont deux coefficients dépendant de la composition et de la nature du matériau ciment ou béton et sont

déterminés par des essais expérimentaux.

Les coefficients A et B dans l'équation précédentes sont liés aux matériaux en table 2.1. (B) et (M) sont représentatifs du béton et du mortier, (O)rdinaire ou à (H)aute performance.

Coefficients	Matériau cimentaire			
	BO	BHP	MO	MH
A [MPa]	18.6237	46.9364	37.5479	96.2837
B [-]	2.2748	2.0601	2.1684	1.9540

TAB. 2.1. Paramètres pour l'eq.2.104 à température ambiante
[Baroghel-Bouny[5]]

2.3 Évolution des propriétés du matériau béton avec la température

2.3.1 Évolution du module capillaire dans la loi de désorption

La loi de désorption doit être adaptée pour tenir compte des effets des hautes températures [Pesavento [73]]. Tandis que le coefficient B demeure constant, A devient une fonction de la température. En effet, la saturation tend vers zéro quand on s'approche du point critique de l'eau. Au delà de ce point, elle peut être considérée comme nulle, compte tenu du fait qu'il n'existe plus qu'une seule phase.

$$A(T) = A(T_0) \left(\frac{T_{crit} - T}{T_{crit} - T_0} \right)^{1.3} \quad \forall T < T_{crit} \quad (2.105)$$

$$A(T) = 0 \quad \forall T > T_{crit} \quad (2.106)$$

On rappelle ici que la pression capillaire n'a aucun sens quand on dépasse la température critique T_c . En effet, quand on dépasse cette température, il n'y aura qu'une seule phase : la vapeur saturée. Au delà de T_c , la notion de pression capillaire P_c n'est qu'un traitement numérique spécifique sans aucun sens physique. C'est pour cette raison qu'on adopte un module capillaire $A(T > T_c) = 0$ nul au delà de T_c et donc par suite une pression capillaire nulle aussi ($P_c = A(T) (S_l^{-B} - 1)^{1-\frac{1}{B}}$).

Explication à l'échelle microscopique : Loi de Laplace et tension superficielle

La loi de Laplace décrit le phénomène de capillarité : la tension à l'interface liquide-gaz permet d'avoir une différence de pression de part et d'autre de l'interface. Cette tension dépend des dimensions de l'interface et de la nature chimique des phases en présence.

L'interface peut être modélisée par une membrane non plane s'appuyant sur le solide suivant un angle de mouillage θ . On note donc par χ_1 et χ_2 les deux courbures principales de la surface séparant les deux phases : g et l .

On suppose que le mouillage du béton est parfait ce qui conduit à un angle de mouillage θ nul entre le squelette et l'eau liquide. Pour une surface élémentaire $dS = ds_1 \cdot ds_2$ soumise

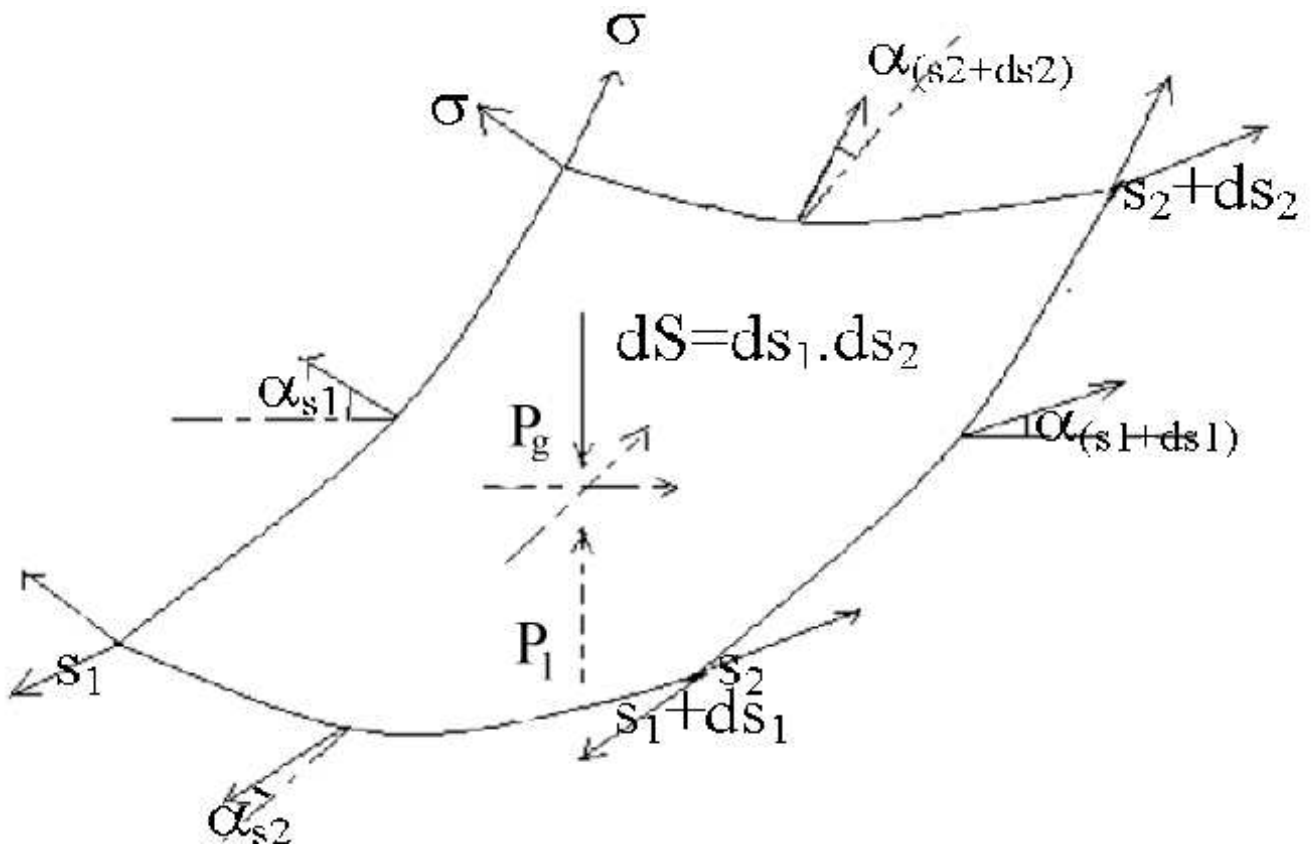


FIG. 2.8. Bilan des forces au niveau de l'interface liquide-gaz

à une tension σ , la projection de l'équation d'équilibre des forces sur une direction perpendiculaire à cette surface dS peut être écrite au premier ordre comme suit (figure 2.8) :

$$P_g dS - P_l dS = \sigma_{(T)} [(\sin(\alpha_{s_1+ds_1}) - \sin(\alpha_{s_1})) ds_2 + (\sin(\alpha_{s_2+ds_2}) - \sin(\alpha_{s_2})) ds_1] \quad (2.107)$$

L'hypothèse des petits angles étant supposée vérifiée ici, on peut alors écrire toujours au premier ordre : $\sin \alpha_{s_i} \approx \alpha_{s_i}$.

Ensuite, on a :

$$P_g - P_l = \sigma_{(T)} \left(\frac{\alpha_{s_1+ds_1} - \alpha_{s_1}}{ds_1} + \frac{\alpha_{s_2+ds_2} - \alpha_{s_2}}{ds_2} \right) = \sigma_{(T)} (\chi_1 + \chi_2) \quad (2.108)$$

On définit finalement la courbe moyenne $\chi = \frac{\chi_1 + \chi_2}{2}$ pour obtenir la loi de Laplace :

$$P_g - P_l = 2\sigma_{(T)} \chi \quad (2.109)$$

Dans le cas où l'angle de mouillage n'est pas nul, il faudra tenir compte dans la projection d'un terme multiplicatif $\cos(\theta)$ et la relation générale s'écrit plutôt $P_g - P_l = 2\sigma_{(T)} \cos(\theta) \chi$. Cette relation vérifiée pour les pores de plus grande taille est supposée valable également pour les pores très petits.

[Le Neindre[54]] propose pour la tension superficielle une expression dépendant de la température jusqu'à la température critique $T_c = 647,3K$.

$$\sigma(T) = 155.8 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{T}{647.3} \right)^{1.26} N.m^{-1} \quad (2.110)$$

Au delà de cette température, l'eau liquide disparaît et il ne reste que de la vapeur saturée. La notion de tension superficielle n'a donc plus de sens.

Dans la formule reliant la pression capillaire à la saturation liquide, on peut conclure que l'influence de la température par l'intermédiaire de la fonction introduite $a(T)$ est liée microscopiquement surtout à la variation de la tension superficielle avec la température.

2.3.2 Expressions des énergies élémentaires

On rappelle que l'énergie totale du milieu béton est somme des énergies élémentaires des constituants du matériau béton (air, vapeur, liquide, hydrates, anhydres, granulats) :

Les énergies spécifiques de l'air et de la vapeur sont supposés fonctions de la température :

– L'énergie massique de l'air U_a est donnée par :

$$U_a = C_a(T - T_0) + U_a^0 \quad (2.111)$$

- L'énergie massique de la vapeur U_v est donnée par :

$$U_v = C_v(T - T_0) + U_v^0 \quad (2.112)$$

[Harmathy, 1970 [40]] a donné des expressions approchées pour les chaleurs massiques des hydrates, anhydres et granulats. Par intégration, il est possible de remonter aux énergies massiques de ces composants.

- L'énergie massique des hydrates U_{hyd} est donnée par :

$$U_{hyd} = 946.6(T - T_0) + 0.226(T^2 - T_0^2) - 150.10^5 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + U_{hyd}^0 \quad (2.113)$$

- L'énergie massique des anhydres U_{anh} est donnée par :

$$U_{anh} = 838.9(T - T_0) + 0.126.10^{-4}(T^2 - T_0^2) - 141,3.10^5 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + U_{anh}^0 \quad (2.114)$$

- L'énergie massique des granulats U_{gra} est donnée par :

$$U_{gra} = 180(T - T_0) + 0.045(T^2 - T_0^2) + U_{gra}^0 \quad (2.115)$$

2.3.3 Propriétés hydrauliques et thermiques

2.3.3.1 Évolution de la perméabilité intrinsèque

Le chauffage du béton de la température ambiante à $120^\circ C$ augmente la perméabilité géométrique d'un facteur 2 [Skoczylas [85]]. L'augmentation des températures jusqu'à des valeurs de l'ordre de $600^\circ C$ provoque la déshydratation du ciment et un endommagement de la structure interne. Ceci engendre une augmentation de la perméabilité à cause des fissures provoquées par les pressions très élevées (figure 2.9). Schneider a réalisé des essais expérimentaux et a déterminé une formulation qui lie la perméabilité intrinsèque à la pression de gaz et à la température et qui fait intervenir deux paramètres qui dépendent de la nature du béton (BO ou *BHP*) et de sa maturité.

$$K = K_0 10^{A_T(T-T_0)} \left(\frac{P_g}{P_0} \right)^{A_P} \quad (2.116)$$

avec $A_T \approx 5.10^{-3} K^{-1}$ et $A_P \approx 3.10^{-1}$.

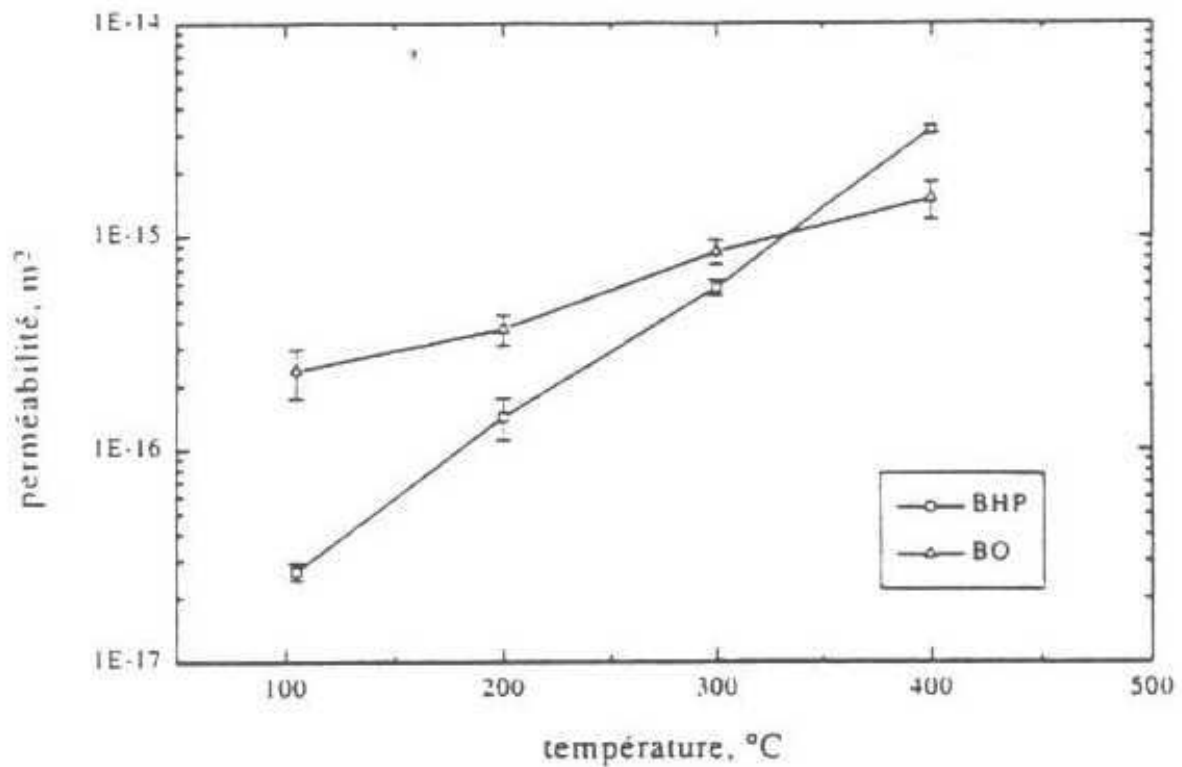


FIG. 2.9. Évolution de la perméabilité intrinsèque avec la température dans un Béton Ordinaire et un Béton Hautes Performances [Tsimbrovska[90]]

2.3.3.2 Perméabilités relatives au gaz et au liquide

Elles permettent de prendre en compte, pour les milieux non saturés, le fait que les pores sont partiellement remplis par une autre phase. Elles dépendent alors fortement de la saturation en liquide. Souvent, les auteurs considèrent même que c'est la seule dépendance.

– Perméabilité relative au liquide

Il a été montré expérimentalement que k_l^r est relativement indépendante de la nature du liquide utilisé si ce liquide ne s'adsorbe pas sur le solide poreux. [Van Genuchten [93]] propose une expression qui dépend seulement de la saturation S_l .

Pour établir cette formule, il est parti du modèle développé par [Mualem [66]] qui a montré expérimentalement qu'on peut relier la perméabilité relative k_l^r dans un sol partiellement saturé avec un degré de saturation S_l aux mesures expérimentales de la pression capillaire entre la phase liquide et la phase gazeuse. Mualem a abouti à la

relation suivante :

$$k_l^r(S_l) = \sqrt{S_l} \left[\frac{\int_0^{S_l} \frac{dS}{P_c(S)}}{\int_0^1 \frac{dS}{P_c(S)}} \right]^2 \quad (2.117)$$

Il a utilisé ensuite la relation liant la pression capillaire à la saturation liquide vérifiée expérimentalement par les essais de désorption isotherme de Baroghel-Bouny.

$$P_c(S_l) = A(S_l^{-B} - 1)^{1-\frac{1}{B}} \quad (2.118)$$

Souvent B est pris presque égal à 2. L'intégration donne ensuite la formule proposée par [Van Genuchten[93]] (figure 2.10)

$$k_l^r = \sqrt{S_l} (1 - (1 - S_l^B)^{\frac{1}{B}})^2 \quad (2.119)$$

D'après cette relation, la perméabilité relative à l'eau varie de façon fortement non linéaire. En particulier, on constate que les mouvements de l'eau deviennent difficiles voire impossibles en dessous d'une saturation en liquide de 40%. Cette dernière valeur peut être prise comme valeur critique au dessous de laquelle la phase liquide devient discontinue dans le milieu poreux.

– Perméabilité relative au gaz

Contrairement à k_l^r , la perméabilité relative au gaz dépend aussi bien de la saturation en liquide que de la pression et la nature du gaz.

$$k_g^r(S_l, P_g) = k_g^r(S_l) \cdot k_g^r(P_g) \quad (2.120)$$

Van Genuchten propose la formule suivante pour $k_g^r(S_l)$ qui (contrairement à la perméabilité relative au liquide) donne une variation quasi-linéaire de la perméabilité relative au gaz en fonction de la saturation en liquide.

$$k_g^r(S_l) = \sqrt{1 - S_l} (1 - S_l^B)^{\frac{2}{B}} \quad (2.121)$$

On peut constater sur la figure 2.10 que la perméabilité relative au gaz a une valeur qui reste importante pour des degrés de saturation proches de 1, où la phase gazeuse n'est plus connexe. Cet effet ne peut s'expliquer que par une diffusion du gaz à travers la phase poreuse par dissolution dans l'eau liquide.

Grâce à des expériences réalisées au sein du laboratoire [Le Bris [53]], une méthode originale a permis de déduire la relation $k_g^r(P_g)$. Son principe est le suivant :

– imposer une brusque variation de pression à l'extérieur d'une éprouvette de pâte de ciment cylindrique.

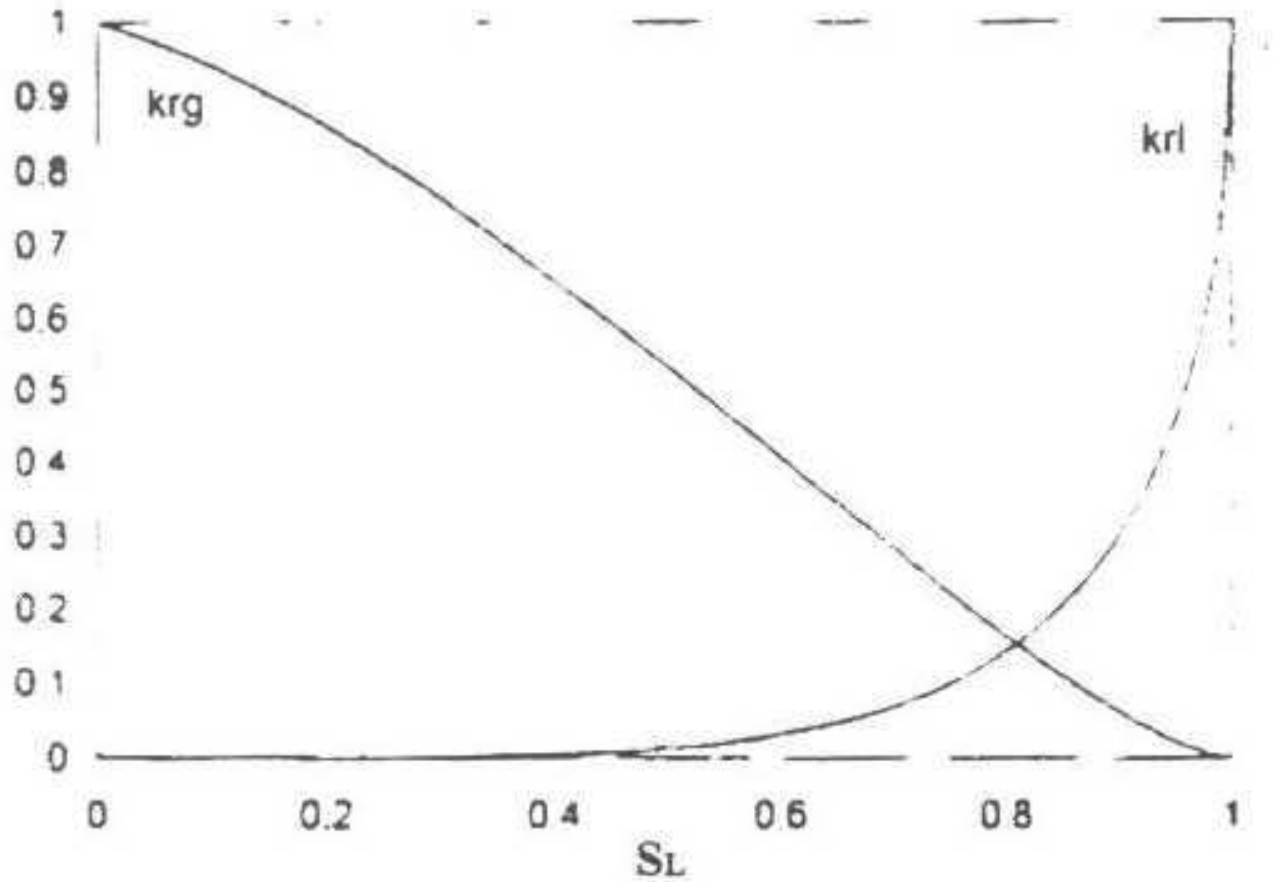


FIG. 2.10. Évolution des perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Van Genuchten)

- enregistrer par un capteur l'évolution de la pression gazeuse au centre de l'éprouvette au cours du temps.
- déterminer par le modèle *THC*, la valeur de la perméabilité au gaz qui permet de coller au mieux avec le résultat expérimental.
- Explication à l'échelle microscopique de la dépendance $k_g^r(P_g)$

En matrice poreuse, l'écoulement d'un gaz est gouverné non seulement par les effets visqueux mais par un transport lié à la valeur importante du libre parcours moyen des molécules de gaz. En d'autres termes, le transport d'un gaz au sein du pore n'est pas tout simplement un transport de type visqueux (Poiseuille). Il se fait aussi par l'intermédiaire de collisions entre les molécules et les parois du pore. Le gaz a donc une certaine vitesse

quand il est en contact avec la surface du pore alors qu'un liquide a une vitesse nulle au contact de la paroi du pore dans la relation de Poiseuille pour un écoulement laminaire. L'importance des collisions contre la paroi du pore par rapport aux collisions entre molécules est liée au rapport entre le libre parcours moyen λ décrit auparavant et la taille des pores. Or, on montre (dans l'annexe 2) que le libre parcours moyen est inversement proportionnel à la pression

$$\lambda = \frac{RT}{\sqrt{2}N_a\pi d_m^2 P} \quad (2.122)$$

Ceci montre que plus la pression est faible, plus le libre parcours moyen est grand devant la taille des pores et donc plus les effets du transfert décrit ci-dessus l'emportent sur les effets visqueux. Ainsi, pour des pressions faibles et pour un même gradient de pression, le flux de gaz sera inversement proportionnel à la pression alors que le flux liquide ne varie pas.

Enfin, pour tenir compte à la fois des effets visqueux et des effets de transfert précités, Klinkenberg a proposé la formule suivante :

$$k_g^r(P_g) = 1 + \frac{1.6310^{-8}}{\frac{P_g}{P_{atm}}\sqrt{K_0}} \quad (2.123)$$

Où K_0 est la perméabilité intrinsèque ou géométrique du matériau qui a été déjà déterminée par la loi de Poiseuille et qu'on retrouve pour le cas du gaz à des fortes pressions ou pour des perméabilités géométriques (proportionnelles au carré du rayon de pore) assez importantes puisque le rayon des pores devient beaucoup plus grand que le libre parcours moyen. Il est même clair que cette dernière formule tient compte du rapport $\frac{\lambda}{R}$ par l'intermédiaire de $\frac{1}{P_g\sqrt{K_0}}$ puisque K_0 est proportionnelle à R^2 et P_g est inversement proportionnel à λ .

2.3.3.3 Évolution des viscosités dynamiques de l'eau et du gaz

Le système d'équations est complété par des équations décrivant la viscosité dynamique pour chaque espèce fluide.

En ce qui concerne la viscosité dynamique de l'eau liquide, elle est considérée comme fonction de la température [74], et est approchée grâce à l'équation de Watson :

$$\eta_l(\theta) = 2.414 \cdot 10^{-5} \exp\left(\frac{570.58058}{T - 133.15}\right) \quad (2.124)$$

En ce qui concerne le gaz (soit sous forme d'air sec, soit sous forme d'eau vapeur), on fait l'hypothèse d'une dépendance avec la température [37] :

$$\eta_g(\theta) = 3.85 \times 10^{-8} T \quad (2.125)$$

2.3.3.4 Évolution de la masse volumique de l'eau avec la température

[Raznjevic [77]] a déterminé les valeurs de la masse volumique de l'eau liquide qu'on a supposée incompressible à différentes températures (figure 2.11). Il a déduit une fonction de la température qui approche bien cette masse volumique sous la forme suivante :

$$\rho_l(T) = 314.4 + 685.6 \left(1 - \left(\frac{T - 273.15}{374.14} \right)^{\frac{1}{0.55}} \right)^{0.55} \quad (2.126)$$

La diminution de cette masse volumique s'explique par la dilatation volumique de l'eau sous l'effet du chauffage.

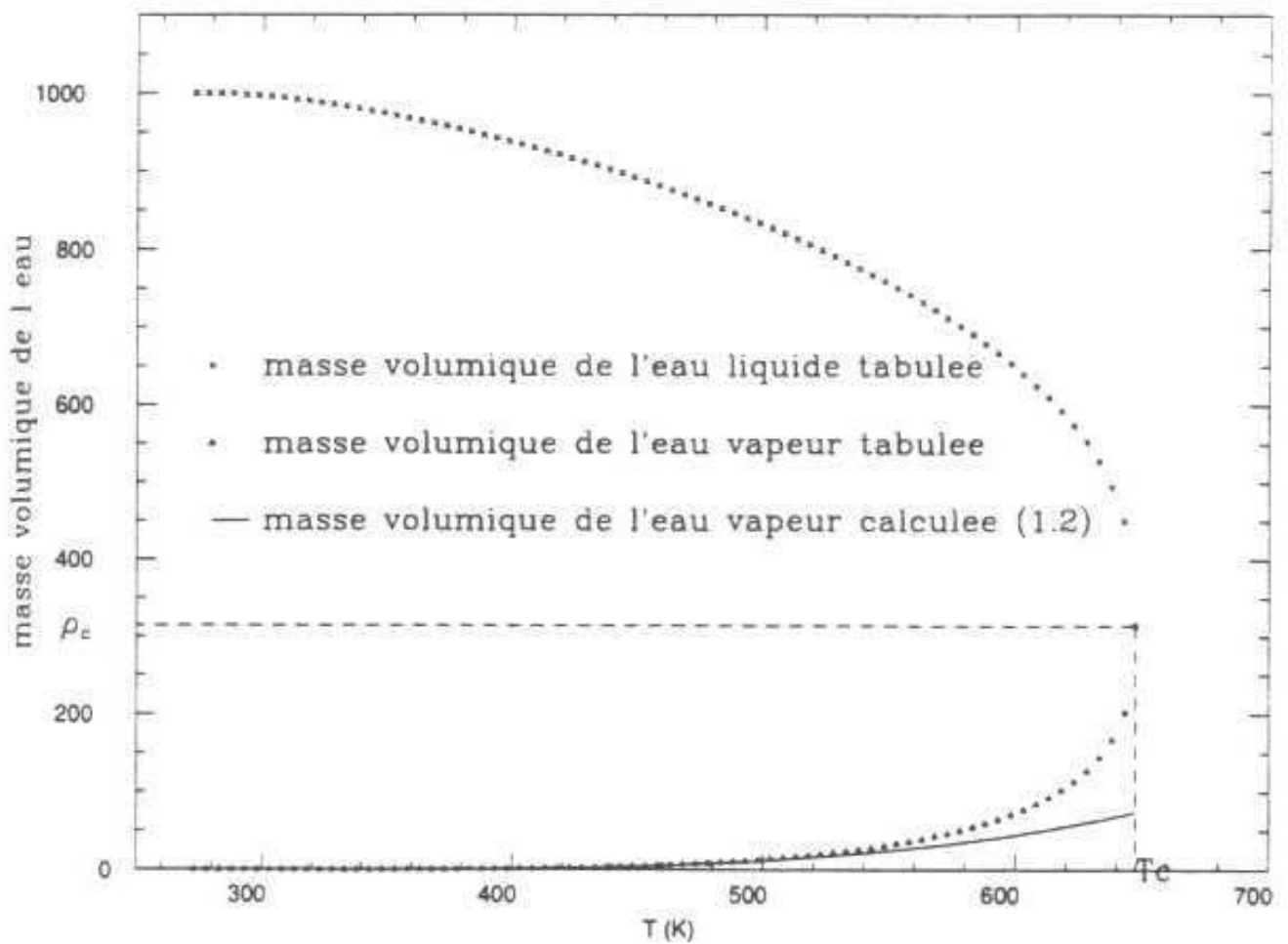


FIG. 2.11. Masse volumique de l'eau en fonction de la température [Raznjevic[77]]

2.3.3.5 Évolution de la porosité avec la déshydratation

On part de l'approche de [Waller [94]] consistant à dire qu' 1g d'eau réagit avec 5g de ciment anhydre pour produire 6g de ciment hydraté. Sachant que d est la masse d'eau créée par déshydratation, on peut déduire que $m_{anh} = m_{anh}^0 + 5d$ et $m_{hyd} = m_{hyd}^0 - 6d$. On a ensuite :

$$\phi - \phi_0 = (V_{hyd}^0 - V_{hyd}) + (V_{anh}^0 - V_{anh}) \quad (2.127)$$

donc

$$\phi - \phi_0 = - \left(\frac{5}{\rho_{anh}} - \frac{6}{\rho_{hyd}} \right) d \quad (2.128)$$

Pour avoir une expression encore plus simple, on utilise la relation de "la contraction LeChatelier" qui estime à 28% la contraction du volume de l'eau d'hydratation quand elle devient chimiquement liée. On en déduit alors, inversement, qu'au cours de la déshydratation [Feraille [37]] :

$$V_{anh}^0 + 0.72V_l^0 = V_{hyd}^0 \Rightarrow \frac{m_{anh}^0}{\rho_{anh}^0} + 0.72 \frac{m_l^0}{\rho_l^0} = \frac{m_{hyd}^0}{\rho_{hyd}^0} \quad (2.129)$$

On utilise encore une fois le fait qu'à la première hydratation du ciment, on a besoin d'1g d'eau pour hydrater 5g de ciment.

On a alors : $m_{anh}^0 = 5.m_l^0$ et $m_{hyd}^0 = 6.m_l^0$.

On simplifie la dernière équation en la divisant par m_l^0 pour obtenir :

$$\frac{5}{\rho_{anh}^0} - \frac{6}{\rho_{hyd}^0} = -\frac{0.72}{\rho_l^0} \quad (2.130)$$

avec $\rho_l^0 = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

Si l'on adopte maintenant l'hypothèse que ρ_{anh} et ρ_{hyd} ne changent pas beaucoup avec la température, on déduit que :

$$\frac{5}{\rho_{anh}} - \frac{6}{\rho_{hyd}} = -\frac{0.72}{\rho_l^0} \quad (2.131)$$

Par conséquent, on en déduit :

$$\phi = \phi_0 + \frac{0.72}{\rho_l^0} d \quad (2.132)$$

Comme on vient de voir au paragraphe précédent, ρ_l^0 varie avec la température. Par conséquent, la dernière relation établie reste approximative.

2.3.3.6 Loi de conductivité thermique

La conductivité thermique peut être prise en compte à travers la formule suivante [Baggio[4]] :

$$\kappa = \kappa_d(T) \left(1 + \frac{4\phi \rho_l S_l}{(1-\phi) \rho_s} \right) \quad (2.133)$$

avec $\kappa_d(T)$ la conductivité thermique du matériau sec, qui dépend de la température de manière linéaire [40] :

$$\kappa_d = \kappa_{do} [1 + A_\kappa (T - T_0)] \quad (2.134)$$

D'autres formules sont aussi couramment utilisées pour la description de la conductivité thermique, notamment celle proposée par l'[Eurocode 4[32]] (qui prend en compte aussi l'effet du à la chaleur latente de vaporisation) :

$$\chi(\theta) = 2 - 0.24 \left(\frac{\theta - 273}{120} \right) + 0.012 \left(\frac{\theta - 273}{120} \right)^2 \quad (2.135)$$

Bien que la conductivité thermique dépend de la saturation liquide S_l et de la porosité Φ . On peut, néanmoins, proposer une dépendance de κ en fonction de la température qui intègre l'ensemble des autres dépendances. On se restreint donc à la formulation de l'EUROCODE 4 [Noumowé [68]] :

$$\kappa(T) = 2 - 0.24 \frac{T - 273}{120} + 0.012 \left(\frac{T - 273}{120} \right)^2 \quad (2.136)$$

2.3.4 Expression de la déshydratation à l'équilibre

La déshydratation est l'un des phénomènes importants entraînés par l'élévation de température dans la pâte de ciment. On a vu au premier chapitre les réactions chimiques qui sont à la base de l'hydratation de la poudre de ciment. Il est donc évident que, si on fournit de l'énergie (chaleur), les liaisons qui forment les hydrates vont se détruire : le résultat est donc la transformation des hydrates en anhydres plus eau. Comme on a déjà plusieurs fois remarqué, le béton se présente toujours partiellement saturé en eau. Généralement on n'accepte la simplification qu'à partir de la température conventionnelle de $105^\circ C$. L'eau libre a quitté complètement le béton et que aucune réaction de déshydratation n'a encore eu lieu. A partir de cette température limite, par convention, on considère que l'eau quittant le béton était initialement chimiquement liée. La perte d'eau et la destruction des hydrates sont donc à la base d'un certain nombre de phénomènes dont l'importance n'est pas négligeable. On a déjà vu que la porosité est

influencé par une augmentation de la température. La déshydratation transforme les hydrates en anhydres ; le volume d'anhydres étant inférieur à celui des hydrates, on observe une augmentation de la porosité et donc une évolution de la microstructure et du réseau poreux dans le béton. Comme conséquences directes de l'augmentation de la porosité on a une baisse de la raideur et de la résistance à la compression du matériau et une augmentation de la perméabilité suite à l'augmentation de la dimension des pores. La déshydratation a aussi une influence sur la cinétique du chauffage : le fait d'être une réaction endothermique et de produire de l'eau liquide qui, suite à la haute température passe en phase vapeur, a comme conséquence de ralentir le chauffage du béton.

La destruction des liaisons chimiques qui forment le C-S-H n'est pas un phénomène instantané : lorsqu'on atteint une certaine température, il faut attendre un temps suffisamment long pour que les réactions aient lieu. Par conséquent, la déshydratation n'est pas un phénomène instantané et sa cinétique devient importante [Ferraille[37]] et [Dalpont [24]]. En particulier la masse d'eau limite produite par déshydratation à une certaine température est décrite par une valeur $d_{eq}(T)$, masse d'eau à l'équilibre par unité de volume dans la configuration de référence. La valeur de $d_{eq}(T)$ est trouvée expérimentalement (figure 2.12) et est donnée par la relation suivante [Ferraille,[37]] et [Pasquero,[70]] :

$$\begin{aligned} d_{eq}(T) = & c_{378}m_{eq} \left(1 - \exp \left(-\frac{T - 378}{200} \right) \right) H_{eaviside}(T - 378) \\ & + c_{673}m_{eq} \left(1 - \exp \left(-\frac{T - 673}{10} \right) \right) H_{eaviside}(T - 673) \\ & + c_{813}m_{eq} \left(1 - \exp \left(-\frac{T - 813}{5} \right) \right) H_{eaviside}(T - 813) \end{aligned} \quad (2.137)$$

avec H la fonction de Heaviside. Les températures $378K$, $673K$ et $813K$ sont les températures critiques à partir desquelles commencent respectivement la première déshydratation des CSH, la destruction de la portlandite et la seconde déshydratation des hydrates. Les coefficients c_{378} , c_{673} et c_{813} sont liés à la maturité du ciment et doivent être calculés pour chaque pâte de ciment.

La perte de masse totale peut alors être décrite par une relation du type :

$$\Delta d(T) = f_a m_{eq} c \quad (2.138)$$

avec f_a un facteur (entre 0 et 1) qui prend en compte l'âge de la pâte de ciment et c le contenu total de ciment dans le béton. [Ferraille [37]] a montré que la décroissance de la masse à chaque palier de température peut être approchée grâce à une fonction

exponentielle qui prend donc en charge la cinétique chimique non instantanée de la déshydratation. La loi de perte de masse devient alors de la forme suivante :

$$\dot{d}(T) = \frac{1}{\tau}[d - d_{eq}(T)] \quad (2.139)$$

avec τ un temps caractéristique de la décroissance de la masse. Il a été montré expérimentalement que τ n'est pas fonction de la température et que sa valeur est à peu près constante pour chaque palier de température [Feraille[37]] :

$$\tau = 10800s \quad (2.140)$$

Le travail a été repris en profondeur par [Pasquero[70]] qui montre qu'une description fine de la cinétique de la déshydratation nécessite de distinguer de nombreuses espèces chimiques caractérisées par leur température de décomposition et le temps caractéristique de cette décomposition. Cette démarche est très lourde et par la suite nous retiendrons la relation approchée 2.139 proposée par [Feraille[37]].

La loi décrite grâce à l'éq.2.139 est présentée sous une forme valable soit pour la déshydratation soit pour la réhydratation du ciment : dans ce dernier cas, la loi n'a pas été vérifiée expérimentalement mais on peut supposer que cette propriété est fautive. On peut bien supposer que les temps caractéristiques de réaction pour la déshydratation et la réhydratation ne soient pas les mêmes. La loi 2.139 reste donc valable pour le cas de déshydratation.

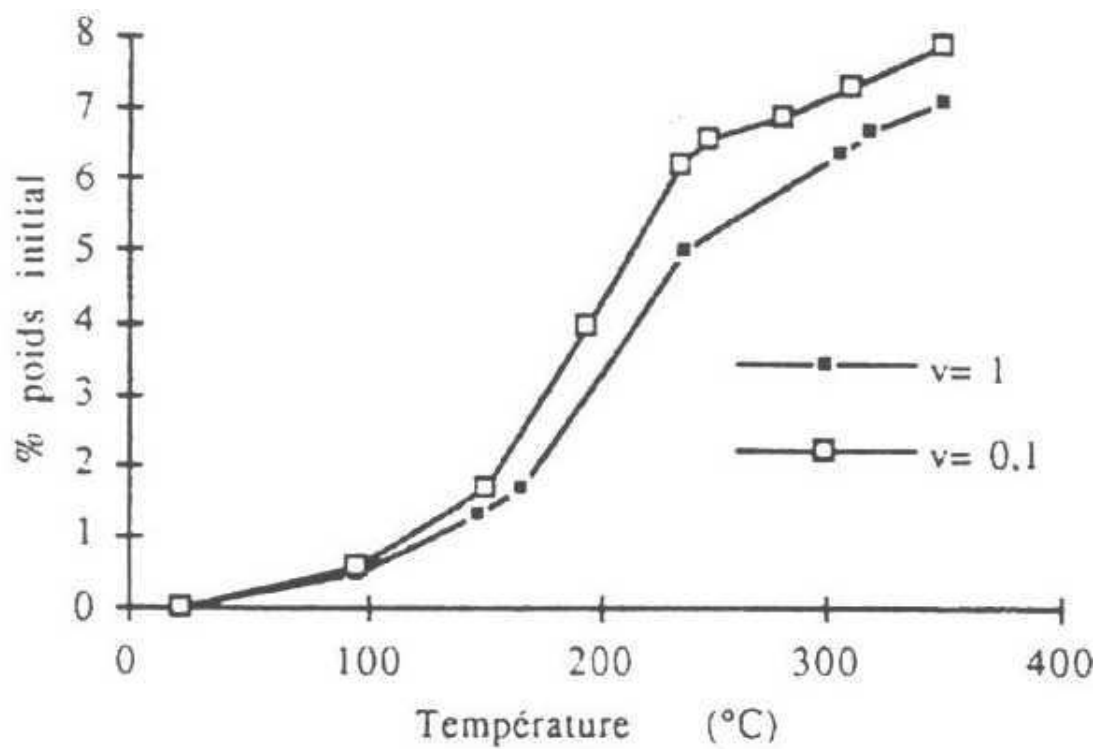


FIG. 2.12. La perte de masse dépend de la vitesse de chauffage : existence d'une cinétique de déshydratation [Noumowé[68]]

Chapitre 3

Effet bouchon et écaillage hydraulique : cas du chauffage rapide

L'écaillage du béton peut se produire dans les structures soumises au feu. Un tel écaillage peut être expliqué par l'augmentation des pressions interstitielles des fluides [Anderberg [2]]. Ce type d'écaillage est généralement appelé l'écaillage hydraulique. La basse perméabilité du béton produit des gradients de pressions très importants près de la surface de chauffage [Harmathy [42]]. Les observations expérimentales faites par [Bazant et Thongutai [9]] ; [Kontani [50]] ; [Ahmed et Hurst [1]] ; [Noumowe [68]] ; [Consolazio et autres [17]] ont prouvé que les pressions importantes obtenues pourraient justifier l'écaillage hydraulique. On a pu montrer également que les éprouvettes préséchées sont moins sensibles à l'écaillage hydraulique. Ceci montre que l'eau liquide présente dans les pores a un effet important en ce qui concerne la caractérisation du processus d'écaillage hydraulique. Il s'agit ici d'étudier le phénomène d'écaillage hydraulique et plus précisément l'apparition du pic de pression et de prouver qu'un modèle tout à fait simple de formation du pic peut être très efficace par comparaison au modèle complet des transferts de chaleur et de masse près de la surface de chauffage. Plus précisément, l'étude d'un mur soumis au chauffage brusque (feu d'incident) a montré l'existence de quatre zones bien définies dans le mur, comme représenté sur la figure 3.1 :

- zone 1 complètement sèche qui se situe près de la surface de chauffage et dont la température augmente rapidement.
- zone 4 dont la saturation, la température et la pression n'ont pratiquement pas changé en gardant quasiment leurs valeurs initiales.
- zone 3 quasi-saturée avec une saturation liquide plus grande que 90% : le "bouchon".
- zone 2 en phase de séchage où le gaz ne peut pas atteindre la zone 4 à cause de la

zone 3. Ceci induit des valeurs élevées pour la pression de gaz dans la zone 2.

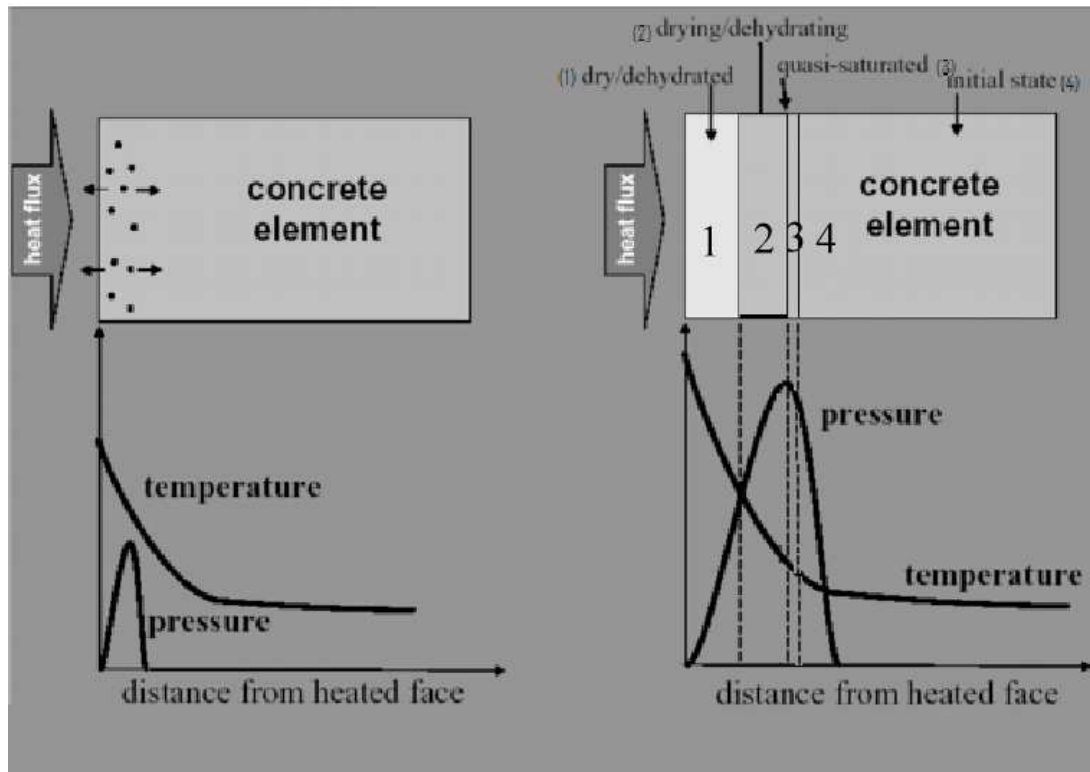


FIG. 3.1. Les quatre zones d'un élément en béton chauffé d'après [Bazant, 1997]

Dans la suite, la troisième zone ("bouchon" de saturation) est étudiée de façon plus spécifique afin de comprendre sa formation dans un cas simple de chauffage rapide.

Dans une première étape, on essaie de mettre en évidence l'effet bouchon par un simple calcul numérique en utilisant le modèle présenté dans le chapitre précédent.

Ensuite, on présente un modèle unidimensionnel simplifié qui permet d'établir les différents temps caractéristiques impliqués par les différents transferts. Le modèle aux "premiers temps" est défini par la condition $t \ll \tau_T$ où τ_T est le temps caractéristique de transfert de chaleur.

Dans l'étape suivante, on montre qu'à cause de la dilatation thermique du liquide présent dans les pores, un bouchon peut être formé. Ses propriétés sont essentiellement liées à la solution d'un problème purement thermique. Finalement, la capacité de la solution purement thermique aux "premiers temps" à prévoir la formation du bouchon est discutée en concluant sur les paramètres physiques importants à cette étude.

3.1 Mise en évidence de l'effet bouchon

On cherche dans cette section à mettre en évidence la présence d'un front de saturation : le "bouchon" de façon purement numérique. On résout donc les équations présentées au chapitre précédent par la méthode des volumes finis (présentée en Annexe 1). L'application est faite pour étudier le chauffage brusque d'un mur infini (très long et très large) et d'épaisseur L .

On se place dans une situation très extrême pour avoir le gradient de température le plus important : une température de 700°C (incident de feu) est soudainement imposée sur le côté $x = 0$ du mur alors que l'autre côté $x = L$ demeure à température ambiante 20°C .

On part d'une saturation liquide initiale de 83% et on suppose que la perméabilité initiale du béton est de 10^{-21}m^2 .

Cette simulation nous a permis de mettre en évidence la présence d'un front de saturation (dont la position est marquée par un trait rouge) qui se déplace vers le côté froid au cours du temps. Sur la figure 3.2 où on a tracé la courbe saturation liquide à différents instants du chauffage (après 20 minutes, après 1h30min et après 3heures), on voit bien la présence d'un pic de saturation liquide qui se déplace du côté chaud $x = 0$ vers le côté froid $x = L$. La valeur atteinte par ce pic de saturation liquide (93% dépasse bien la valeur initiale de saturation. Ce pic de saturation correspond à la zone du bouchon qui a été numérotée zone 1 dans la figure 3.2 et dans l'introduction de ce chapitre. On voit bien aussi que la saturation liquide a gardé sa valeur initiale dans la zone froide qui a été numérotée zone 4 dans la figure 3.2 et dans l'introduction. Cependant, la zone du côté chaud $x = 0$ est déjà sèche et sa valeur de saturation liquide est pratiquement nulle et elle correspond à la numérotation zone 1 sur la figure 3.2. La zone où la saturation liquide varie de façon très raide de 0% jusqu'à sa valeur maximale (ici 93%) correspond à la zone 2 sur la figure 3.2 et c'est dans cette zone que les pressions de gaz sont énormes parce que le gaz n'arrive pas à migrer vers la zone froide (zone4) à cause de la présence de ce 'pic de saturation "bouchon" en zone 3.

Ce qui peut être remarqué à part la fait que ce pic de saturation liquide se translate au cours du temps c'est que sa vitesse de translation diminue au fur et à mesure. La distance parcourue par ce pic après 3heures de chauffage est nettement inférieure au double de la distance parcourue après la moitié du temps 1h30min de chauffage.

On note par x_s la position de ce front de saturation et on détermine sa valeur à trois différents instants toujours d'après la figure 3.2 On cherche à voir s'il y a une relation du type $x_s \propto \sqrt{t}$:

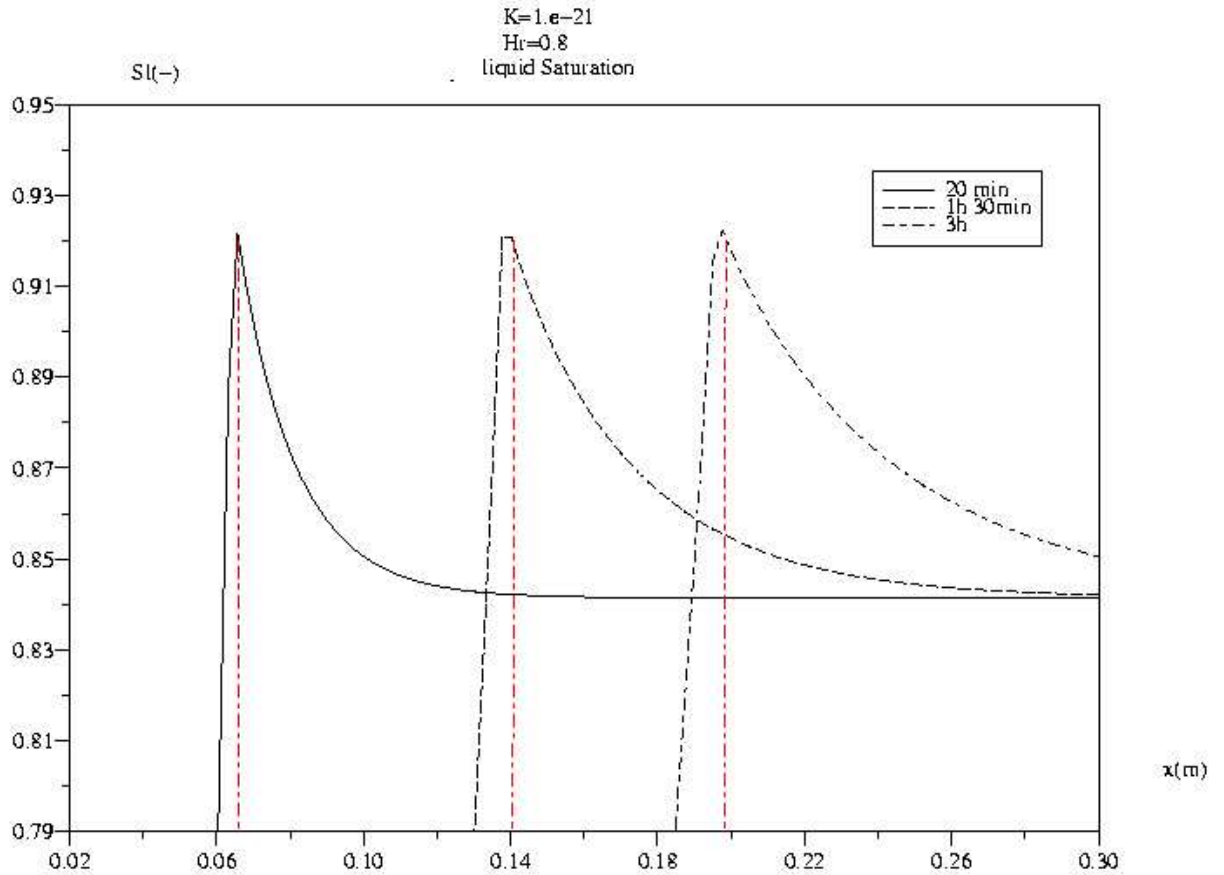


FIG. 3.2. Effet bouchon : mise en évidence

Pour $t = 20\text{min}$, $x_s = 0.066\text{m}$ et $\frac{x_s}{\sqrt{t}} = 0.0019053$

Pour $t = 1\text{h}30\text{min}$, $x_s = 0.14\text{m}$ et $\frac{x_s}{\sqrt{t}} = 0.0019052$

Pour $t = 3\text{h}$, $x_s = 0.197\text{m}$ et $\frac{x_s}{\sqrt{t}} = 0.0018956$

Cette vérification permet de dire qu'on pourrait espérer prouver qu'il existerait peut être une dépendance du type $x_s \propto \sqrt{t}$. Une étude des temps caractéristiques des différents processus de transport des masses et de transfert de chaleur doit alors être réalisée. Ceci fera l'objet de la section suivante en utilisant un modèle unidimensionnel et en cherchant à écrire les différents équations de conservation sous formes adimensionnelles.

3.2 Modèle unidimensionnel

Dans cette section, on va étudier, aux “premiers temps”, le chauffage brusque du mur infini (très long et très large) d'épaisseur L défini dans la section précédente.

La condition des “premiers temps” se traduit ici par une condition sur le temps t qui doit être suffisamment inférieur au temps caractéristique de transfert de chaleur τ_T qui sera établi dans la suite : $t \ll \tau_T$.

Dans la suite et par souci de simplicité, on néglige l'effet de la déshydratation.

On se place dans la même situation que la section précédente pour avoir le gradient de température le plus important : une température de $700^\circ C$ (incident de feu) est soudainement imposée sur le côté $x = 0$ du mur alors que l'autre côté $x = L$ demeure à température ambiante $20^\circ C$.

D'autre part, le fait d'imposer brusquement une température du côté chauffé permet d'éliminer le temps caractéristique de montée en température ce qui facilite l'étude des autres temps caractéristiques.

On écrit maintenant l'ensemble des équations de conservation dans un cas unidirectionnel en utilisant les équations de conservation de masse et de chaleur établies dans le chapitre précédent.

Conservation de la masse d'eau totale :

$$\frac{\partial m_v}{\partial t} + \frac{\partial m_l}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_l K_{rl} \frac{K}{\eta_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} + \rho_v \left(K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \frac{\partial P_g}{\partial x} + \tau \phi (1 - S_l) \frac{P_{atm}}{P_v} D_0 \frac{\partial \frac{P_v}{P_g}}{\partial x} \right) \right] = 0 \quad (3.1)$$

Conservation de la masse d'air :

$$\frac{\partial m_a}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_a \left(K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \frac{\partial P_g}{\partial x} + \tau \phi (1 - S_l) \frac{P_{atm}}{P_a} D_0 \frac{\partial \frac{P_a}{P_g}}{\partial x} \right) \right] = 0 \quad (3.2)$$

Une forme simplifiée de l'équation de la chaleur est utilisée pour établir aux “premiers temps” le temps caractéristique de conduction de chaleur.

$$C_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (3.3)$$

Cette simplification sera justifiée dans la suite de cette section. Cette simplification néglige, aux “premiers temps”, la chaleur latente du changement de phase et du transfert convectif par rapport au transfert conductif de chaleur. On va voir dans la suite que le transport conductif de chaleur est beaucoup plus rapide que le phénomène de transfert convectif de chaleur (par transport de masse). De plus, le processus d'évaporation

se déroule à de très hautes températures qui sont très proches de la température critique $T_c = 647.15K$ et l'enthalpie d'évaporation est pratiquement nulle pour des telles températures. L'évaporation se fait donc sans consommer la chaleur fournie par le chauffage. Une telle simplification est donc justifiée du moment où on s'intéresse au comportement aux "premiers temps" lors d'un chauffage rapide.

3.3 Temps caractéristiques

On note $\tau_T = \frac{C_{eff}L^2}{\kappa}$, $\bar{t} = \frac{t}{\tau_T}$ et $\bar{x} = \frac{x}{L}$

La dernière équation peut être écrite sous une forme adimensionnelle.

$$\frac{\partial \left(\frac{T}{T_0} \right)}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)}{\partial \bar{x}^2} = 0 \quad (3.4)$$

ce qui veut dire que τ_T est le temps caractéristique de transfert de chaleur.

On utilise maintenant une combinaison de l'équation de Clapeyron généralisée et de la loi de désorption qui ont été établies dans le chapitre précédent :

$$P_g = P_c + P_l = A(T)(S_l^{-B} - 1)^{1-\frac{1}{B}} + P_{vs}(T) + \frac{\rho_l RT}{M_e} \ln \left(\frac{P_v}{P_{vs}} \right) \quad (3.5)$$

pour obtenir les expressions de $\frac{\partial P_g}{\partial x}$ et de $\frac{\partial P_l}{\partial x}$ en fonction de $\frac{\partial P_v}{\partial x}$, $\frac{\partial S_l}{\partial x}$ et $\frac{\partial T}{\partial x}$ qui sont des gradients de grandeurs normalisées et indépendantes.

Si on développe l'équation de conservation de la masse d'eau totale, on obtient :

$$\frac{1}{m_e^0} \left(\frac{\partial m_l}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial m_v}{\partial \bar{t}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\left(\frac{\tau_T}{\tau_{dls}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvs}} \right) \frac{\partial S_l}{\partial \bar{x}} \right] \quad (3.6)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\left(\frac{\tau_T}{\tau_{dlc}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvc}} + \frac{\tau_T}{\tau_{fv}} \right) \frac{\partial P_g}{\partial \bar{x}} + \left(\frac{\tau_T}{\tau_{dlT}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvT}} \right) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right] = 0 \quad (3.7)$$

Où on a défini les grandeurs temporelles suivantes :

$$\tau_{dls} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_l}{\rho_l K K_{rl} \frac{\partial P_c}{\partial S_l} \left(\frac{1}{1 - \frac{\rho_l RT}{M_e P_g}} - 1 \right)} \quad (3.8)$$

$$\tau_{dlc} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_l}{\rho_l K K_{rl} \frac{\rho_l P_g}{\rho_v} \frac{1}{1 - \frac{\rho_l P_v}{\rho_v P_g}}} \quad (3.9)$$

$$\tau_{dT} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_l}{\rho_l K K_{rl} \left[\left(\frac{\partial P_c}{\partial T} + \frac{\partial P_{vs}}{\partial T} \left(1 - \frac{\rho_l R T}{M_e} \right) + \ln \left(\frac{P_v}{P_{vs}} \right) \left(\rho_l + \frac{\partial \rho_l}{\partial T} T \right) \frac{R}{M_e} \right) \frac{T_0}{1 - \frac{\rho_l P_v}{\rho_v P_g}} - \frac{\partial P_c}{\partial T} T_0 \right]} \quad (3.10)$$

$$\tau_{dvs} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_g}{\rho_v K K_{rg} \frac{\frac{\partial P_c}{\partial S_l}}{1 - \frac{\rho_l P_v}{\rho_v P_g}}} \quad (3.11)$$

$$\tau_{dvc} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_g}{\rho_v K K_{rg} \frac{\frac{\rho_l P_g}{\rho_v}}{1 - \frac{\rho_l P_v}{\rho_v P_g}}} \quad (3.12)$$

$$\tau_{dvT} = \frac{L^2 m_l^0 \eta_g}{\rho_v K K_{rg} \left[\frac{\partial P_c}{\partial T} + \left(1 - \frac{\rho_l R T}{M_e P_{vs}} \right) \frac{\partial P_{vs}}{\partial T} + \ln \left(\frac{P_v}{P_{vs}} \right) \left(\rho_l + \frac{\partial \rho_l}{\partial T} T \right) \frac{R}{M_e} \right] \frac{T_0}{1 - \frac{\rho_l P_v}{\rho_v P_g}}} \quad (3.13)$$

$$\tau_{fv} = \frac{L^2 m_l^0 P_v}{\rho_v \tau (1 - S_l) P_{atm} D_0} \quad (3.14)$$

Les temps caractéristiques τ_{dls} , τ_{dlc} et τ_{dT} sont ceux du transport Darcéen d'eau liquide. τ_{dvs} , τ_{dvc} et τ_{dvT} sont les temps caractéristiques du transport Darcéen de vapeur d'eau. Enfin, τ_{fv} correspond au transport Fickéen de vapeur d'eau.

Pour étudier l'importance des différents transports, on a juste besoin de comparer les différents temps caractéristiques respectifs τ_{dl} , τ_{dv} et τ_{fv} par rapport à celui du transfert de chaleur τ_T .

3.4 Comparaison entre la variation de la masse vapeur et celle de la masse liquide

Pour comparer la variation de la masse d'eau vapeur $\frac{\partial m_v}{\partial t}$ et celle de la masse d'eau liquide $\frac{\partial m_l}{\partial t}$, on a besoin d'introduire certains nombres adimensionnels.

Pour ceci, on écrit que

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} = \phi \rho_l \frac{\partial S_l}{\partial t} + \phi S_l \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.15)$$

et que

$$\frac{\partial m_v}{\partial t} = \phi (1 - S_l) \frac{M_e}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial t} - \frac{M_e P_v}{RT^2} \frac{\partial T}{\partial t} - \phi \rho_v \frac{\partial S_l}{\partial t} \quad (3.16)$$

Cinq nombres adimensionnels apparaissent alors :

$$M_1 = \left| (1 - S_l) \left(\frac{M_e}{RT\rho_l} \right)^2 P_v \frac{\partial P_c}{\partial S_l} \frac{\rho_l RT}{M_e P_g - \rho_l RT} \right| \quad (3.17)$$

$$M_2 = \left| \frac{(1 - S_l) M_e^2 P_v \rho_l}{\rho_l S_l \frac{\partial \rho_l}{\partial T} RT (M_e P_g - \rho_l RT)} \left[\frac{\partial P_c}{\partial T} + \left(1 - \frac{\rho_l RT}{M_e P_{vs}} \right) \frac{\partial P_{vs}}{\partial T} + \log\left(\frac{P_v}{P_{vs}}\right) \left(\rho_l + \frac{\partial \rho_l}{\partial T} T \right) \frac{R}{M_e} \right] \right| \quad (3.18)$$

$$M_3 = \left| \frac{\phi(1 - S_l) M_e}{\phi S_l P_v RT^2 \frac{\partial \rho_l}{\partial T}} \right| \quad (3.19)$$

$$M_4 = \left| \frac{M_e P_v}{\rho_l RT} \right| \quad (3.20)$$

$$M_5 = \left| (1 - S_l) \frac{M_e P_g}{\rho_l RT} \frac{M_e P_g}{M_e P_g - \rho_l RT} \right| \quad (3.21)$$

On peut négliger la variation de la masse vapeur devant celle de la masse liquide si et seulement si les cinq derniers nombres sont beaucoup plus petits que l'unité.

Le modèle simplifié est défini dans la suite par les deux équations adimensionnelles de transfert de chaleur et de transport de masse d'eau totale :

$$\frac{\partial \left(\frac{T}{T_0} \right)}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)}{\partial \bar{x}^2} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{m_e^0} \left(\frac{\partial m_l}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial m_v}{\partial \bar{t}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\left(\frac{\tau_T}{\tau_{dls}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvs}} \right) \frac{\partial S_l}{\partial \bar{x}} \right] \quad (3.23)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\left(\frac{\tau_T}{\tau_{dlc}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvc}} + \frac{\tau_T}{\tau_{fv}} \right) \frac{\partial P_g}{\partial \bar{x}} + \left(\frac{\tau_T}{\tau_{dlT}} + \frac{\tau_T}{\tau_{dvT}} \right) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right] = 0 \quad (3.24)$$

3.5 Le phénomène "effet bouchon"

Le modèle "premiers temps" est utilisé maintenant pour étudier l'effet bouchon : il s'agit d'étudier l'augmentation de la saturation liquide qui résulte du chauffage brusque du mur infini. Les perméabilité intrinsèques du béton sont prises égales à $3 \cdot 10^{-21} m^2$ pour le BO et $5 \cdot 10^{-22} m^2$ pour le BHP avec une épaisseur de mur égale à $L = 1 m$.

Les temps caractéristiques suivants ont été obtenus :

Temps caractéristiques	Béton Ordinaire	Béton Hautes Performances
Conduction de chaleur $ \tau_T $	$10^6 s$	$10^6 s$
Transport liquide par Darcy $\max(\tau_{dls} , \tau_{dlT} , \tau_{dlc})$	$3 \cdot 10^9 s$	$3 \cdot 10^9 s$
Transport vapeur par Darcy $\max(\tau_{dvs} , \tau_{dvT} , \tau_{dvc})$	$7.14 \cdot 10^{10} s$	$3.89 \cdot 10^{10} s$
Transport vapeur par Fick $ \tau_{fv} $	$9.42 \cdot 10^{10} s$	$1.45 \cdot 10^{10} s$

La simulation numérique a montré que

$$\tau_T \lll \min(\tau_{dls}, \tau_{dlc}, \tau_{dlT}, \tau_{dvs}, \tau_{dvc}, \tau_{dvT}, \tau_{fv}) \quad (3.25)$$

ce qui veut dire que le transfert de chaleur est beaucoup plus rapide que les transports d'eau vapeur et d'eau liquide.

Validation 1

D'après cette dernière estimation des temps caractéristiques, on peut conclure que le transfert de chaleur par convection (transport de masse) peut être négligé aux "premiers temps" par rapport au transfert conductif de chaleur.

Certes, ces temps caractéristiques ont été estimés à l'instant initial mais on vérifie numériquement que la conclusion est la même, même si la perméabilité intrinsèque augmente après le chauffage.

Les nombres adimensionnels (M_1, M_2, M_3, M_4, M_5) reliés à la variation de masse ont été aussi évalués dans le tableau suivant pour le Béton Ordinaire et pour le Béton à Hautes Performances :

Nombre	Béton Ordinaire	Béton Hautes Performances
M_1	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$4.1 \cdot 10^{-5}$
M_2	$4.2 \cdot 10^{-6}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
M_3	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$
M_4	$1.6 \cdot 10^{-7}$	$1.6 \cdot 10^{-7}$
M_5	$2.8 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-5}$

Ce tableau montre, qu'avant l'atteinte d'un état quasi-saturé,

$$\max(M_1, M_2, M_3, M_4, M_5) \lll 1 \quad (3.26)$$

On est donc dans une situation où l'on peut négliger le terme $\frac{\partial m_v}{\partial t}$ par rapport au terme $\frac{\partial m_l}{\partial t}$. Ceci veut dire que l'évaporation a lieu quand la température s'approche de

la température critique T_c . À une température proche de T_c , l'énergie nécessaire pour passer de l'état liquide à l'état gazeux est très faible. En effet, l'enthalpie d'évaporation est donnée par la formule de Watson : $\Delta H_{vap} = 2.672 \cdot 10^5 (T_{cr} - T)^{0.38}$

Par conséquent, le terme de chaleur latente d'évaporation peut être négligé, aux "premiers temps", par rapport au terme de conduction de chaleur dans l'équation de conservation d'énergie.

On peut donc écrire aux "premiers temps" (en négligeant toujours le phénomène de déshydratation)

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} = 0 \quad (3.27)$$

La porosité étant pratiquement constante, on peut en déduire que

$$\rho_l(T)S_l = cste = \rho_l^0 S_l^0 \quad (3.28)$$

Validation 2

Ceci justifie le fait que le processus d'évaporation est plus lent que le processus de conduction de chaleur. Autrement, il ne serait pas possible d'écrire $\frac{\partial m_l}{\partial t} = 0$ mais plutôt $\frac{\partial m_l}{\partial t} = -\dot{m}_{\rightarrow v}$. L'effet de la chaleur latente d'évaporation peut être négligé aux "premiers temps" par rapport au phénomène de conduction thermique.

L'expression $\rho_l(T)S_l = cste = \rho_l^0 S_l^0$ peut être utilisée pour expliquer la formation d'un bouchon comme résultat de l'expansion thermique de l'eau liquide à cause du chauffage. La masse volumique de l'eau liquide diminue, en effet, quand la température augmente. La saturation liquide est directement liée à la masse volumique liquide (fonction de la température) : $S_l = \frac{\rho_l^0 S_l^0}{\rho_l(T)}$.

Par suite, le "bouchon" apparaît quand :

$$S_l \simeq 1 \Leftrightarrow \rho_l(T) \simeq \rho_l^0 S_l^0 \quad (3.29)$$

Au moment de la formation du "bouchon", la température T est la solution de la dernière équation. On introduit donc la fonction inverse de ρ_l qui est notée ρ_l^{-1} .

Le "bouchon" apparaît quand :

$$T \simeq \rho_l^{-1}(\rho_l^0 S_l^0) \quad (3.30)$$

La dernière équivalence est très avantageuse. En effet, pour étudier l'effet "bouchon", on a juste besoin de s'intéresser à l'équation de la chaleur dont la variable est la température et qui est découplée des autres variables du problème. En effet, si on revient à la définition de la capacité calorifique volumique du béton et si on néglige les contributions relatives à l'air et la vapeur (car $m_v \lll m_l$ et $m_a \lll m_l$), on prouve que :

$$C_{eff} = \frac{\partial U_{sk}}{\partial T} + m_f \frac{\partial u_f}{\partial T} = C_{sk} + \rho_l S_l \phi C_l = C_{sk} + m_l C_l = cste \quad (3.31)$$

Par conséquent, on obtient une équation différentielle linéaire sur la température :

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2} = 0 \quad (3.32)$$

Les conditions aux limites portant sur la température sont :

$$T = T_{imp} = 973.15 \text{ K pour } \bar{x} = 0 \quad (3.33)$$

$$T = T_0 = 293.15 \text{ K pour } \bar{x} = 1 \quad (3.34)$$

Une telle équation différentielle possède une solution explicite aux "premiers temps" ($\bar{t} \lll 1$)

$$\frac{T(\bar{x}, \bar{t}) - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} = erf \left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}} \right) \quad (3.35)$$

où erf est la fonction d'erreur :

$$erf(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u exp(-\lambda^2) d\lambda \quad (3.36)$$

La détermination de la solution aux "premiers temps" est suffisante dans ce cas. En effet, la durée d'un feu dans un tunnel est de l'ordre de 3 heures ($\bar{t} = \frac{0.01}{T^2} \lll 1$ pour $C_{eff} = 2.10^6 \text{ JK}^{-1}\text{m}^{-3}$ et $\kappa = 2 \text{ JK}^{-1}\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$). La bonne correspondance (figure 3.3) entre la solution analytique (équation linéaire simplifiée) et la solution numérique (équation de conservation de l'énergie complète sans aucune simplification ou approximation) permet de valider l'approximation consistant à négliger, aux "premiers temps" le terme lié à la chaleur latente d'évaporation et aussi le transfert convectif d'énergie dans l'équation globale de conservation d'énergie.

Si on note $T_s = \rho_l^{-1}(\rho_l^0 S_l^0)$ la température d'apparition du "bouchon", on peut déterminer à chaque point du mur $x = a$ l'instant t_s à partir duquel le "bouchon" l'atteint. On écrit simplement que :

$$\frac{T_s - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} = erf \left(\frac{\bar{a}}{2\sqrt{\bar{t}_s}} \right) \quad (3.37)$$

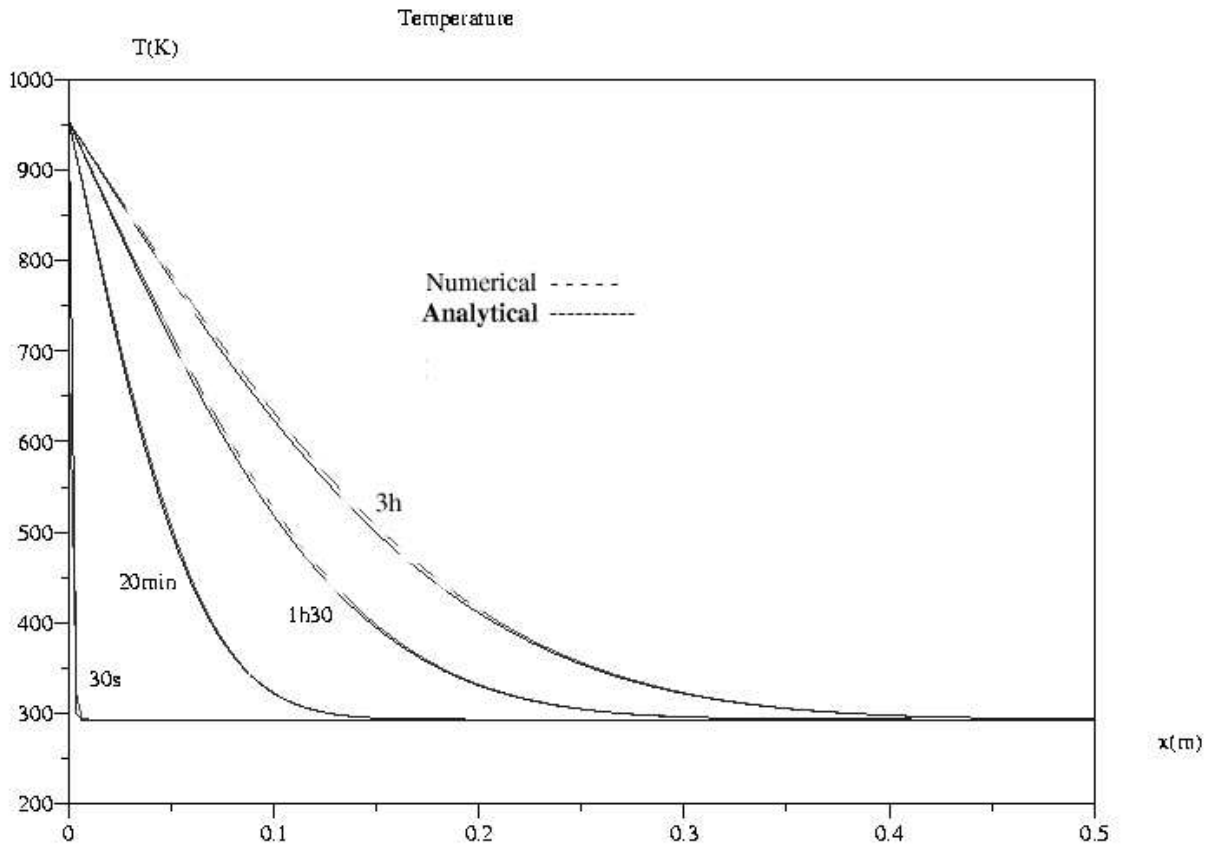


FIG. 3.3. Comparaison du champ température : simulation numérique par le modèle complet-évaluation donnée par l'expression aux "premiers temps"

ou encore :

$$t_s = \tau_T \left[\frac{a}{erf^{-1} \left(\frac{T_s - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} \right) 2L} \right]^2 = \left[\frac{a}{2 erf^{-1} \left(\frac{T_s - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} \right)} \right]^2 \frac{C_{eff}}{\kappa} \quad (3.38)$$

Il est aussi possible de déterminer la vitesse de progression du "bouchon" en chaque point $x = a$ du mur.

Le bouchon atteint deux profondeurs $x = a$ et $x = b$ respectivement aux instants $t = t_{sa}$ et $t = t_{sb}$.

On peut directement déduire que

$$\frac{\bar{a}}{2\sqrt{\bar{t}_{sa}}} = \frac{\bar{b}}{2\sqrt{\bar{t}_{sb}}} \quad (3.39)$$

et par suite on a :

$$t_{sb} = \frac{b^2}{a^2} t_{sa} \quad (3.40)$$

La vitesse moyenne entre $x = a$ et $x = b$ est :

$$V_{a \rightarrow b} = \frac{b - a}{t_{sb} - t_{sa}} = \frac{b - a}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right) t_{sa}} = \frac{(b - a) a^2}{(b^2 - a^2) t_{sa}} = \frac{a^2}{(b + a) t_{sa}} \quad (3.41)$$

La vitesse instantanée du "bouchon" peut être obtenue en faisant tendre $b \rightarrow a$ dans la dernière expression de la vitesse moyenne.

$$V_a = \frac{a}{2t_{sa}} = \frac{L\bar{a}}{2\tau_T \bar{t}_{sa}} = \frac{2L}{\tau_T \bar{a}} \left(\frac{\bar{a}}{2\sqrt{\bar{t}_{sa}}} \right)^2 = \frac{2L^2}{\tau_T a} \left[\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{T_s - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} \right) \right]^2 = \frac{2\kappa C_s^2}{C_{eff} a} \quad (3.42)$$

Où :

$$C_s = \left[\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{T_s - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} \right) \right] = \left[\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{\rho_l^{-1} (\rho_l^0 S_l^0) - T_{imp}}{T_0 - T_{imp}} \right) \right] \quad (3.43)$$

Il est maintenant possible d'estimer la distance parcourue par le "bouchon" après une certaine période $t_0 \lll \tau_T$.

$$\bar{a}_s = 2C_s \sqrt{\bar{t}_0} \Leftrightarrow a_s = 2C_s \sqrt{\frac{\kappa t_0}{C_{eff}}} \quad (3.44)$$

Par exemple, pour une saturation liquide $S_l^0 = 0.84$, on calcule la température correspondant à un degré de saturation de 92% : $T_{S_l=0.92} = 435K$. Ensuite, on calcule la profondeur atteinte par le "bouchon" (figure 3.4) :

- après 20min : $a_s = 0.066m$
- après 1h30min : $a_s = 0.14m$
- après 3h : $a_s = 0.197m$

On remarque la bonne correspondance entre les valeurs calculées et les courbes du modèle numérique complet (figure 3.4)

Une conclusion importante qu'on peut déduire : toutes les quantités t_s , a_s et V_a sont indépendants de l'épaisseur L du mur infini. Pour les établir, on avait juste besoin de se placer aux "premiers temps"

$$t \lll \frac{L^2 C_{eff}}{\kappa} \Rightarrow t \lll 140 * L^2 \text{ heures} \quad (3.45)$$

ce qui est toujours satisfait quand on étudie durant trois heures un mur d'épaisseur assez importante.

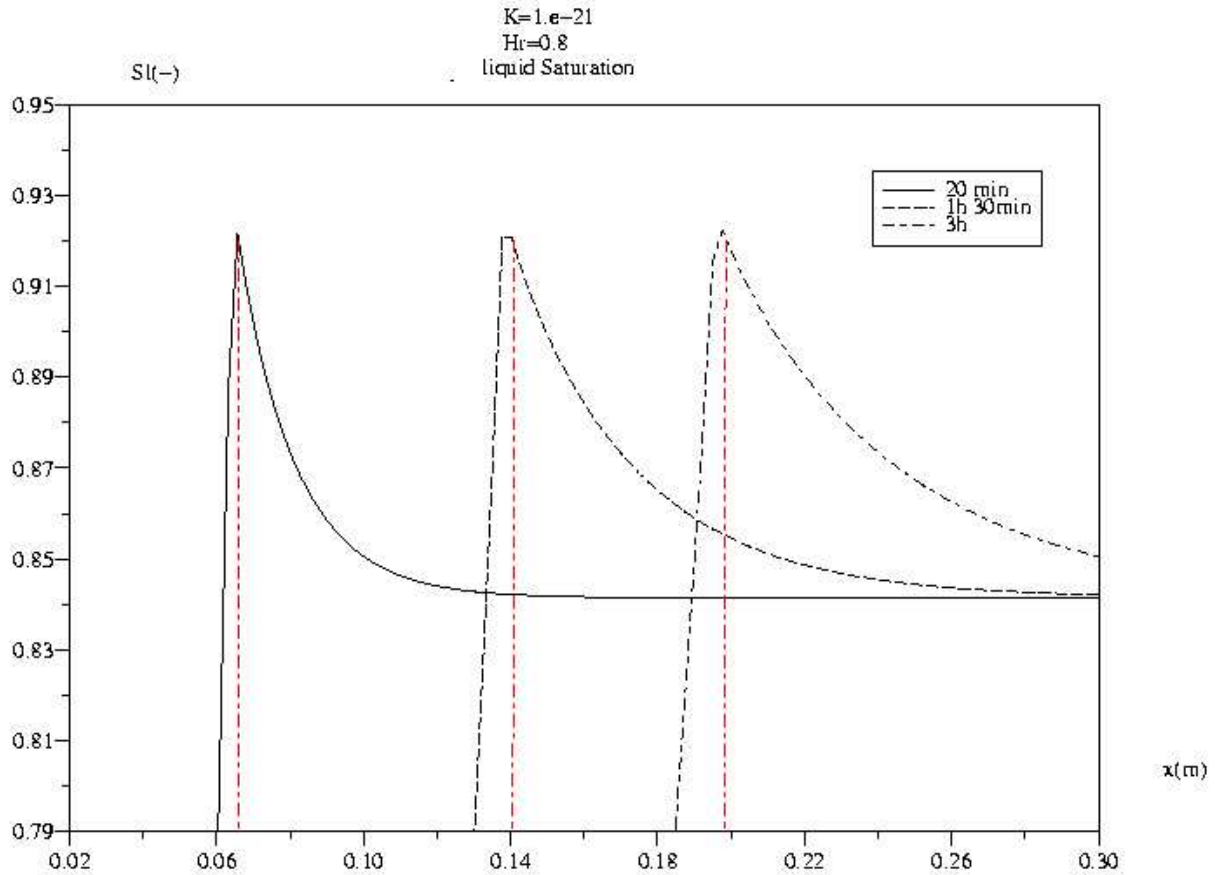


FIG. 3.4. La profondeur de pénétration du front de saturation est de 6.6 centimètres après 20 minutes, 14 centimètres après 1 heure et 19.7 centimètres après 3 heures : on peut observer l'accord entre la simulation numérique et l'évaluation (en trait discontinu) de la position du pic donnée par l'approximation analytique

On note aussi que les rapports entre les différents temps caractéristiques sont indépendants de l'épaisseur L . Par suite, l'épaisseur du mur peut être considérée comme un paramètre non important pour cette étude.

On cherche maintenant à identifier les paramètres qui semblent être déterminants pour étudier l'existence ou non d'un "bouchon" et ses différentes propriétés : vitesse de propagation, profondeur de pénétration, temps nécessaire pour atteindre une certaine profondeur donnée, ...

Quand ce "bouchon" apparaît, il est clair que l'état initial de saturation du béton

joue un rôle important dans sa caractérisation (par définition de la température de saturation T_s).

Cependant, la présence ou non de ce bouchon est caractérisée par le rapport entre le temps caractéristique de chauffage τ_T et ceux du transport de l'eau liquide par Darcy τ_{dl} et de la vapeur d'eau par Fick τ_{fv} et par Darcy τ_{dv} .

Quand ces rapports sont très petits, la dilatation volumique de l'eau liquide liée au chauffage augmente la saturation liquide alors que les différents processus de transport ne sont pas encore déclenchés ce qui provoque un effet "bouchon".

3.6 Les paramètres importants

Quand on considère les différentes expressions des temps caractéristiques, il est facile d'extraire les différents paramètres importants :

- La conductivité thermique κ et la capacité calorifique volumique C_{eff} du béton.
- La perméabilité intrinsèque K directement ou par l'intermédiaire de $K_{rg}(K)$.
- La porosité ϕ directement ou par l'intermédiaire de la tortuosité τ .
- La saturation liquide S_l par l'intermédiaire de $K_{rg}(S_l)$, $K_{rl}(S_l)$ et encore la tortuosité τ .
- La courbe de pression capillaire $P_c(S_l)$ caractérisée par le module capillaire M . Il est clair maintenant, que le module capillaire M peut remplacer P_c pour étudier cet effet "bouchon".

Le paramètre saturation liquide S_l peut être remplacé lui aussi par la masse initiale d'eau liquide libre m_l^0 qui est une fonction du rapport $\frac{E}{C}$ de l'eau dans la première hydratation du ciment. Connaissant la masse de ciment dans $1m^3$ de béton et sachant qu'1 g d'eau est nécessaire pour hydrater 5 g de ciment, on peut estimer la quantité d'eau liquide interstitielle initialement disponible dans la pâte de ciment. Ensuite, on pourra en déduire la saturation liquide initiale S_l^0 juste après la confection du béton (pour se placer dans une condition extrême).

On utilise l'approche de [Waller [94]] consistant à dire qu' 1g d'eau réagit avec 5g de ciment anhydre pour produire 6g de ciment hydraté.

Pour le béton ordinaire BO, la quantité de ciment est $C = 350 \text{ kgm}^{-3}$, le rapport $\frac{E}{C}$ est de l'ordre de 0.5 et la porosité est de l'ordre de 12%. L'eau liquide libre est donc $m_l^0 = (0.5 - \frac{1}{5}) * 350 = 105 \text{ kgm}^{-3}$. Par conséquent, $S_l^0 = \frac{m_l^0}{\rho_l \phi} = 87.5\%$

Pour le béton à hautes performances BHP, la quantité de ciment est $C = 375 \text{ kgm}^{-3}$, le rapport $\frac{E}{C}$ est de l'ordre de 0.33 et la porosité est de l'ordre de 6.5%. L'eau liquide libre est donc $m_l^0 = (0.33 - \frac{1}{5}) * 375 = 48.75 \text{ kgm}^{-3}$. Par conséquent, $S_l^0 = \frac{m_l^0}{\rho_l \phi} = 75.5\%$

On vient de déterminer pour l'instant sept paramètres déterminants K , M , C , $\frac{E}{C}$, ϕ , κ et C_{eff} .

La porosité ϕ du béton a une petite plage de variation. En effet, la porosité est de l'ordre de 8% dans le béton à hautes performances et de 12% dans le béton ordinaire. La capacité calorifique volumique C_{eff} ne change pas non plus de façon significative et possède une valeur de l'ordre de $2.10^6 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$. La quantité de ciment par unité de volume de béton est généralement de l'ordre $C = 350 \text{ kgm}^{-3}$. Finalement, la conductivité thermique κ ne varie pas beaucoup entre un BO et un BHP et vaut à peu près $2 \text{ JK}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Par conséquent, les paramètres significatifs sont trois :

- La perméabilité intrinsèque K qui est de l'ordre de 3.10^{-21} m^2 dans un BO et de l'ordre de 5.10^{-22} m^2 dans un BHP.
- Le module capillaire M qui passe de 18.6 MPa dans un BO à 47 MPa dans un BHP.
- Le rapport $\frac{E}{C}$ qui varie entre 50% dans un BO et 33% dans un BHP et qui peut nous renseigner sur la saturation liquide initiale S_l^0 juste après fabrication de la pâte (condition extrême).

La saturation liquide initiale a donc un double effet :

-elle change les rapports entre τ_T et les autres temps caractéristiques de transport (existence ou non d'un effet bouchon).

- elle influence la température de saturation $T_s = \rho_l^{-1}(\rho_l^0 S_l^0)$ (zone où le "bouchon" pourrait apparaître).

3.7 Deux types de béton (BO) et (BHP)

On va comparer maintenant les différents temps caractéristiques et la température de saturation pour deux types de matériaux BO et BHP. Vu que l'épaisseur du mur infini n'intervient plus dans ce problème unidimensionnel, on supposera toujours dans la suite que cette épaisseur garde la valeur $L = 1 \text{ m}$. Pour se placer dans le cas le plus risqué, on supposera aussi que le béton a gardé son humidité relative initiale égale à celle du moment de fabrication (pas de séchage encore).

- BO : avec un rapport $\frac{E}{C}$ de 0.5, on obtient une saturation liquide initiale $S_l^0 = 0.875$. Le module capillaire étant égal à 18.6 MPa , la pression liquide est alors $P_l \simeq -P_c =$

14 MPa ($H_r = 92.5\%$). Par conséquent, on a $\min(\frac{\tau_{dl}}{\tau_T}, \frac{\tau_{dv}}{\tau_T}, \frac{\tau_{fv}}{\tau_T}) = 8.9 \cdot 10^3 \gg 1$

- BHP : avec un rapport $\frac{E}{C}$ de 0.33, on obtient une saturation liquide initiale $S_l^0 = 0.755$. Le module capillaire étant égal à 47 MPa, la pression liquide $P_l \simeq -P_c = 58 \text{ MPa}$ ($H_r = 73.5\%$). Par conséquent, on a $\min(\frac{\tau_{dl}}{\tau_T}, \frac{\tau_{dv}}{\tau_T}, \frac{\tau_{fv}}{\tau_T}) = 3 \cdot 10^3 \gg 1$

On note que les temps caractéristiques de transport sont toujours beaucoup plus grands que les temps caractéristiques de chauffage τ_T et ce que ce soit pour un BO ou un BHP. La condition de formation d'un bouchon (dilatation volumique de l'eau chauffée sans transport) est la même pour le béton ordinaire et pour le béton à hautes performances. Le paramètre qui reste à étudier maintenant est la température correspondant à 90% de saturation $T_{S_l=0.9}$ qui est fonction de la saturation liquide initiale $T_{S_l=0.9} = \rho_l^{-1} \left(\frac{\rho_l^0 S_l^0}{0.9} \right)$ et donc du rapport $\frac{E}{C}$.

Pour le BHP, $T_{S_l=0.9} = 495K$ alors que pour le BO, $T_{S_l=0.9} = 365K$.

On suppose toujours que la température imposée d'un côté du mur est de l'ordre de 973.15K (probablement le cas d'un feu). On peut alors estimer la profondeur adimensionnelle \bar{a}_s du "bouchon" dans chaque cas après trois heures de feu. Pour le BHP, $\bar{a}_s = 0.16$ alors que dans un BO, $\bar{a}_s = 0.23$ (figures 3.5 et 3.6). On peut alors déduire que le BHP se comporte mieux d'un point de vue hydraulique qu'un BO dans le cas du chauffage suite à un incendie de feu puisque la profondeur pénétrée par le bouchon est plus faible.

3.8 Zone d'évaporation

La zone où le processus d'évaporation se déclenche est située entre le "bouchon" et la surface chaude. En effet, quand la saturation liquide augmente par dilatation volumique de l'eau liquide, la saturation liquide atteint une valeur critique S_{lc} au bout de laquelle l'eau liquide commence à s'évaporer.

Par conséquent, la saturation liquide ne peut pas dépasser cette valeur critique et l'évaporation commence (figure 3.7 à comparer avec la figure 3.5 dans le cas d'un BO).

3.9 Effet du "bouchon" sur les pressions de gaz

Dans la zone en évaporation, la pression de vapeur est égale à la pression de vapeur saturante qui augmente rapidement avec la température. Le transport par Fick est donc

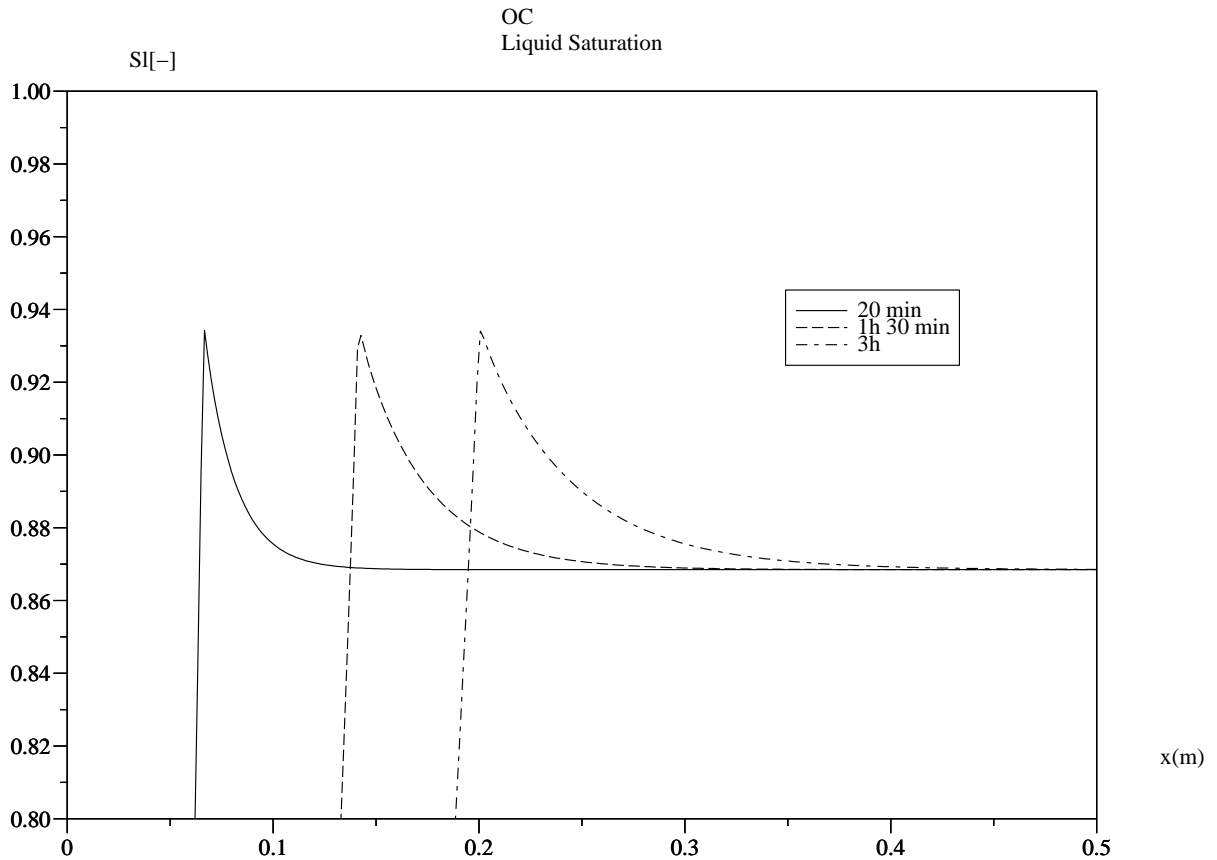


FIG. 3.5. *La pénétration du front de saturation dans un béton ordinaire donnée par le modèle complet*

activé et l'air commence à arriver de la zone chaude pour équilibrer la concentration de vapeur $C_v = \frac{P_v}{P_a + P_v}$ (figure 3.8).

La pression de gaz augmente alors dans la zone d'évaporation (zone 2 dans la figure 3.1) et atteint des valeurs importantes. Ce gaz est incapable de se déplacer vers les couches froides (zone 4) à cause de la présence d'un "bouchon" (zone 3) où la perméabilité relative $K_{rg}(S_l)$ est pratiquement égale à zéro et donc le flux Darcy de gaz aussi (figure 3.9). En effet, on peut noter pour le BO que la profondeur où le flux de gaz devient pratiquement nul (figure 3.9) correspond à la même profondeur du pic atteint par la saturation liquide (figure 3.5)

Le gaz est alors obligé de partir vers les couches chaudes (zone 1) et un pic de pression apparaît en zone 2 (figure 3.10).

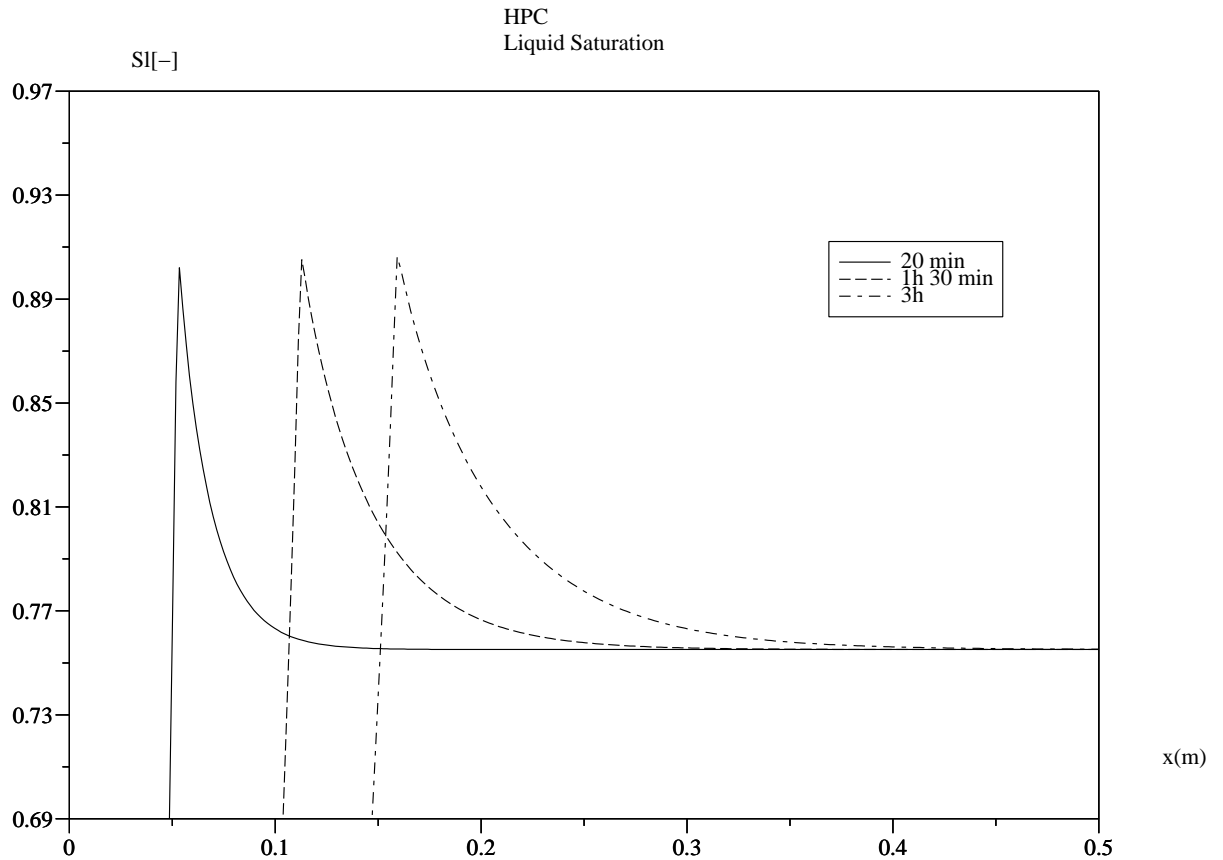


FIG. 3.6. La pénétration du front de saturation dans un béton à hautes performances donnée par le modèle complet

Ces valeurs élevées des pressions sont probablement à l'origine d'un éclatement explosif qui peut provoquer la rupture et l'endommagement du matériau béton.

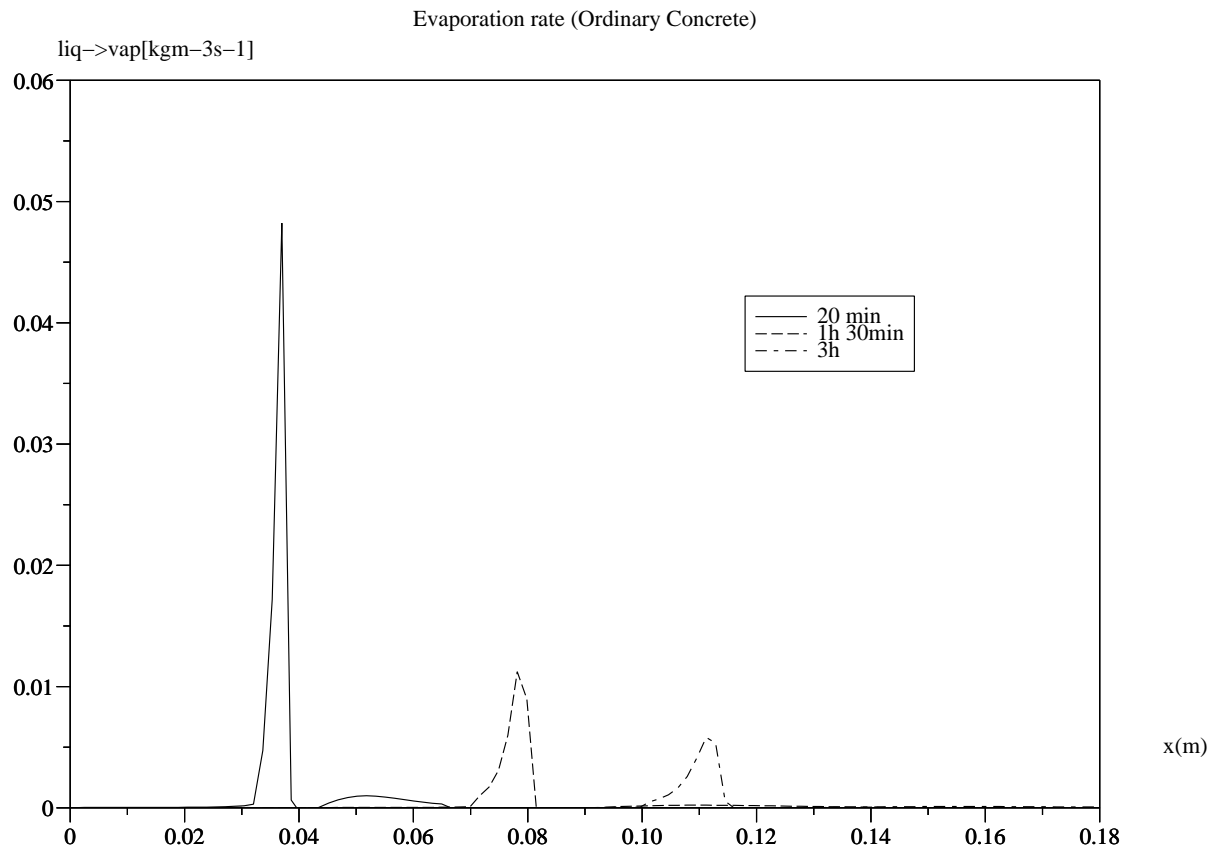


FIG. 3.7. Taux d'évaporation dans le béton ordinaire : l'évaporation se produit du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)

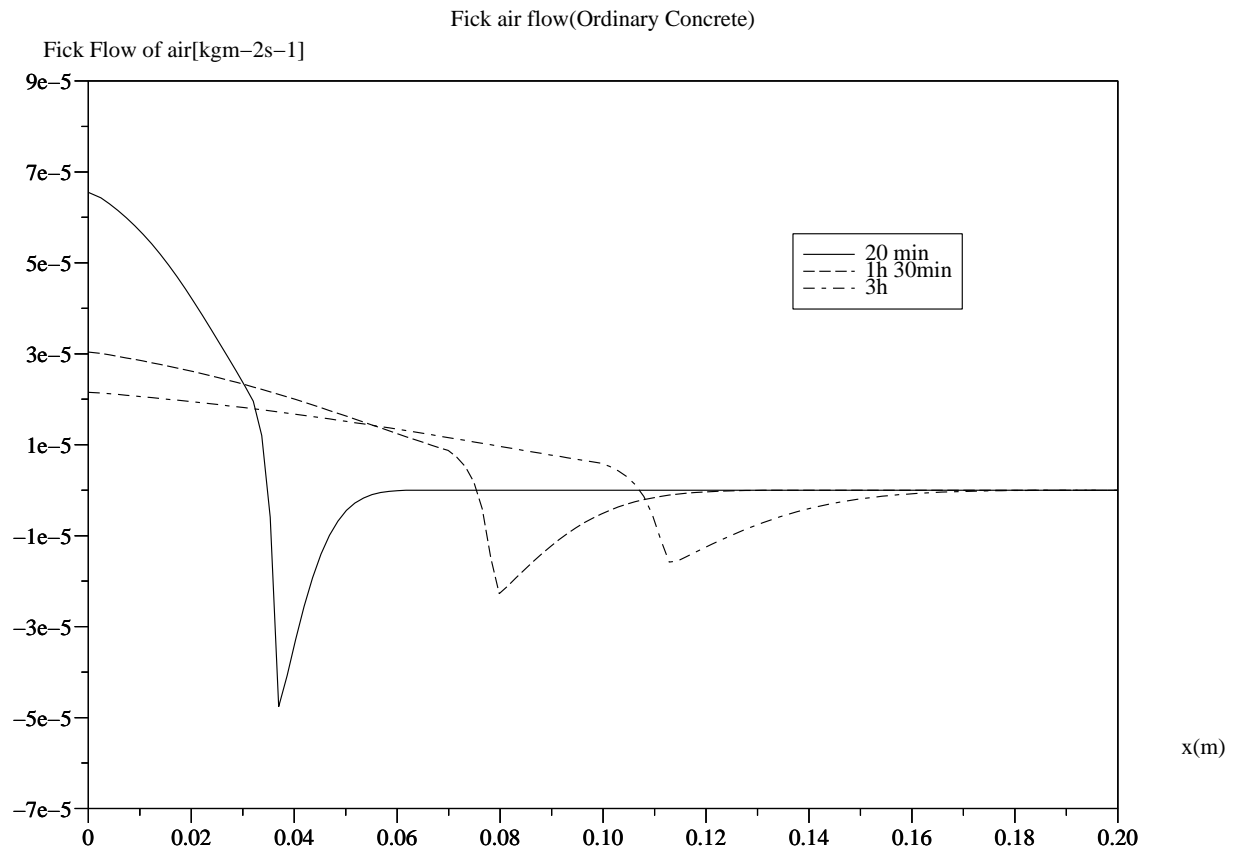


FIG. 3.8. Terme de Fick pour le flux de masse d'air dans du béton ordinaire : l'air vient du côté chaud du front de saturation pour équilibrer la concentration en air

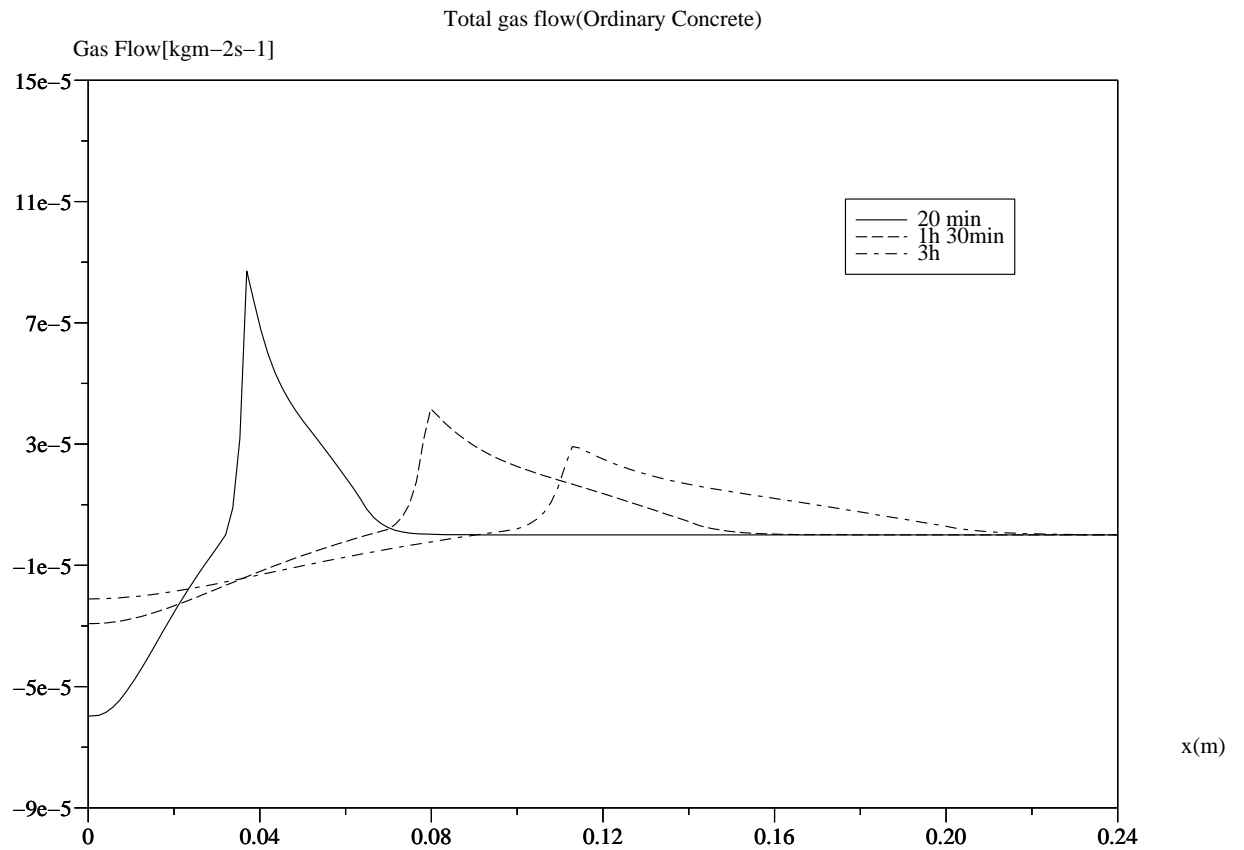


FIG. 3.9. Flux de masse de gaz dans du béton ordinaire : l'écoulement se produit seulement du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)

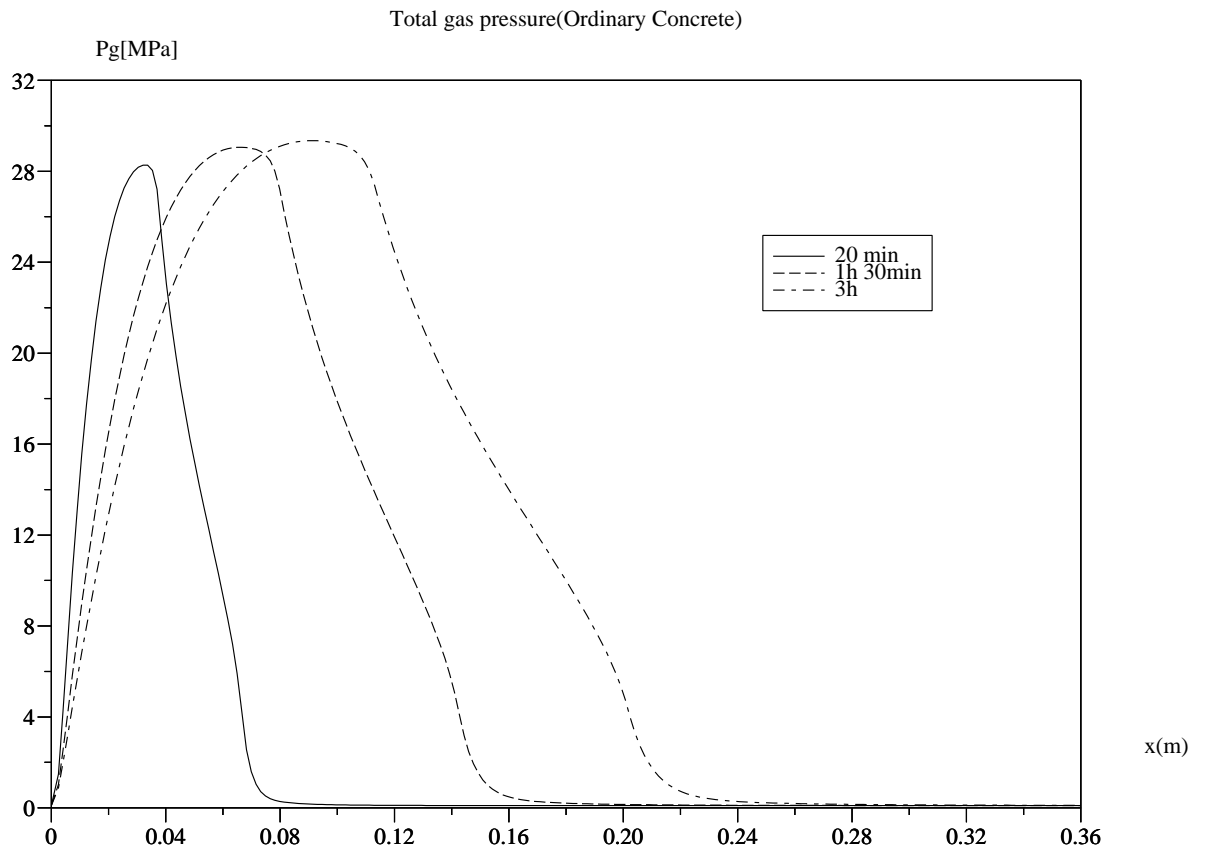


FIG. 3.10. Pression de gaz dans le béton ordinaire : le pic de pression de gaz est du côté chaud du front de saturation (figure 3.5)

Conclusion

Dans ce troisième chapitre, les transferts de chaleur et de masse ont été étudiés dans une structure en béton soumise à un chauffage très rapide. Un modèle unidimensionnel a été développé afin d'étudier le risque d'apparition d'un bouchon et, dans ce cas, déterminer les propriétés du front de saturation (vitesse, profondeur, ...). Le temps caractéristique de transport est suffisamment faible par rapport à celui du transfert de chaleur. Ceci permet de montrer que, dans le cas d'un chauffage très rapide, la formation d'un bouchon est simplement liée à la dilatation volumique, sous l'effet du chauffage, de l'eau liquide initialement présente dans le béton. Plus le matériau est sec, moins il y a risque de formation de bouchon. Ce bouchon empêche le gaz (formé par l'évaporation et par l'entrée de l'air depuis la surface chaude par effet Fick) de circuler librement vers les zones froides vu la perméabilité relative au gaz très faible pour un matériau saturé par l'eau liquide. Le gaz se trouve donc contraint à rester entre la surface chaude et le bouchon et sa pression continue à augmenter ce qui peut provoquer un éclatement.

Le problème de l'effet bouchon a été ramené à un problème thermique simple à résoudre. Le front de saturation est défini par une température de saturation et est donc facile à localiser par résolution de l'équation de chaleur instationnaire. De ce fait, la profondeur du pic de pression peut être majorée par la profondeur du bouchon et une estimation de la profondeur écaillée par l'effet hydraulique peut être déduite.

Chapitre 4

Le comportement thermo-chimio-plastique du béton

Introduction

Les mécanismes d'écaillage qui sont généralement cités dans la littérature sont au nombre de deux. Le premier est dû à l'augmentation des pressions exercées par les fluides sur le squelette du milieu poreux béton [Anderberg 1997 [2]] et a été étudié au troisième chapitre. Le deuxième, qu'on cherche à analyser dans le cinquième chapitre, est dû à l'apparition de contraintes mécaniques de compression sous l'effet de la dilatation thermique empêchée [Bazant 1997 [7]] et à l'effet de la déshydratation sur la rigidité du béton (ra-doucissement chimique) et sur sa résistance (décohésion chimique). Ce chapitre a pour but d'introduire, par une approche thermodynamique, les bases théoriques du modèle de comportement thermo-chimio-plastique du béton soumis à des hautes températures. Il s'agit donc de formuler les différents couplages entre la température, la réaction chimique de déshydratation et les différentes déformations et contraintes mécaniques.

4.1 Thermodynamique des milieux chimiquement réactifs

Modèle constitutif

On considère le béton comme un milieu poreux composé d'un squelette et de phases fluides (eau liquide, vapeur et air sec) remplissant l'espace poreux capillaire. La déformation qu'on caractérise est celle du solide squelette notée $\underline{\underline{\epsilon}}$. Par souci de simplicité, le système

élémentaire est considéré fermé par rapport aux phases fluides remplissant l'espace macro-poreux.

Pour formuler les différents couplages entre la réaction chimique de déshydratation, la température et la déformation, on applique la mécanique des milieux chimiquement réactifs [Coussy, 2004[20]] et on considère la dissipation énergétique du milieu poreux réactif fermé qui s'écrit :

$$\Phi = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - S\dot{T} - \dot{\Psi} \quad (4.1)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ est le tenseur macroscopique des contraintes, S est l'entropie et Ψ est l'énergie libre de Helmholtz par unité de volume. Cette énergie libre est fonction des variables d'état qui décrivent l'état énergétique du système élémentaire. Parmi ces variables, deux sont externes : la température T et la déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Les autres variables sont internes (non contrôlables de l'extérieur) : la masse des hydrates m_{hyd} , la déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}$ et l'écroutissement plastique χ . L'énergie libre d'Helmholtz est supposée s'écrire sous la forme suivante :

$$\Psi = \Psi(T, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}, \chi, m_{hyd}) = \psi(T, \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}, m_{hyd}) + U(\chi, m_{hyd}) \quad (4.2)$$

Où ψ est le potentiel réduit et U est l'énergie gelée reliée à l'écroutissement chimio-plastique.

On sait que :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = - \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}} \quad (4.3)$$

et que

$$S = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (4.4)$$

On peut déduire que la dissipation énergétique Φ peut s'écrire comme somme d'une dissipation Φ_1 liée à une déformation plastique et d'une autre dissipation Φ_c liée au processus de déshydratation :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_c \geq 0 \quad (4.5)$$

Avec

$$\Phi_1 = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{pl} + \zeta \dot{\chi} \quad (4.6)$$

$$\Phi_c = A_m \dot{m}_{hyd} \quad (4.7)$$

Et où :

$$\zeta = - \frac{\partial U}{\partial \chi} ; A_m = - \frac{\partial (\psi + U)}{\partial m_{hyd}} \quad (4.8)$$

Dans l'expression de Φ_1 , le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ peut être vu comme la force génératrice des déformations plastiques et ζ comme la force associée à l'écroutissement plastique. De la même façon, A_m peut être vu dans l'expression de Φ_c comme la force motrice du processus de déshydratation et est appelée l'affinité.

Cette approche énergétique nous permet d'obtenir les effets croisés chimio-thermiques et chimio-mécaniques en utilisant les symétries de Maxwell des potentiels Ψ et U :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \hat{C} : (d\underline{\underline{\varepsilon}} - d\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}) + \underline{\underline{A}} dT + \underline{\underline{B}} dm_{hyd} \quad (4.9)$$

$$T_0 dS = C_\varepsilon dT - T_0 \underline{\underline{A}} : (d\underline{\underline{\varepsilon}} - d\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}) - l dm_{hyd} \quad (4.10)$$

$$d\zeta = k dm_{hyd} - h d\chi \quad (4.11)$$

$$dA_m = -\underline{\underline{B}} : (d\underline{\underline{\varepsilon}} - d\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}) - l \frac{dT}{T_0} + k d\chi - \kappa dm_{hyd} \quad (4.12)$$

Où :

- \hat{C} est le tenseur tangentiel élastique de rigidité (tangent par rapport au tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$) :

$$\hat{C} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^2} \quad (4.13)$$

D'un point de vue purement phénoménologique, ce tenseur est généralement considéré être une fonction de la température, comme suggéré par les expériences. Cependant, l'endommagement thermique ne peut être expliqué, à l'échelle microscopique de la matière, comme une dépendance des propriétés mécaniques du matériau béton avec la température. En effet, les propriétés mécaniques sont liées à la concentration et à la structure des constituants de la pâte de ciment qui changent fortement avec le processus de déshydratation. A l'échelle macroscopique de l'ingénieur, ceci peut être traduit par une relation de dépendance entre les propriétés élastiques du matériau et la masse des hydrates :

$$\hat{C} = \hat{C}(m_{hyd}) \quad (4.14)$$

Dans le cas isotrope, le tenseur d'élasticité s'écrit :

$$\hat{C} = K(m_{hyd}) \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} + 2G(m_{hyd}) (\hat{I} - \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}}) \quad (4.15)$$

où K est le module de compressibilité :

$$K(m_{hyd}) = \frac{E(m_{hyd})}{3(1-2\nu)} \quad (4.16)$$

et G est le module de cisaillement :

$$G(m_{hyd}) = \frac{E(m_{hyd})}{2(1 + \nu)} \quad (4.17)$$

Ici, E et ν représentent respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson qui est supposé constant.

- $\underline{\underline{A}}$ est la contrainte de compression par unité de changement de température :

$$\underline{\underline{A}} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}} \partial T} \quad (4.18)$$

Ou encore $\underline{\underline{A}} = -\hat{C} \underline{\underline{\alpha}}$ où $\underline{\underline{\alpha}}$ est le tenseur des coefficients de dilatation thermique, qui dans le cas isotrope, se réduit simplement à $\underline{\underline{\alpha}} = \alpha \underline{\underline{1}}$. Le coefficient de dilatation α dépend essentiellement du type des granulats dans le béton.

- $\underline{\underline{B}}$ est un tenseur tangentiel du second ordre par rapport à la masse des hydrates m_{hyd} :

$$\underline{\underline{B}} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}} \partial m_{hyd}} \quad (4.19)$$

$\underline{\underline{B}}$ constitue la contre-partie du couplage chimio-mécanique cité précédemment entre la masse des hydrates et les propriétés élastiques. Le tenseur $\underline{\underline{B}}$ peut tenir compte en quelque sorte de la transformation chimique des agrégats au delà des $700^\circ C$. Par conséquent, la plage de températures que l'on étudie lors d'un feu de tunnel permet de négliger ce terme dans l'étude.

- C_ε est la capacité calorifique volumique du béton (chaleur nécessaire par unité de volume pour un changement unitaire de température) :

$$C_\varepsilon = -T_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} \quad (4.20)$$

- l qui présente, en signe opposé, la chaleur latente de déshydratation par unité de masse des hydrates :

$$l = T_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial m_{hyd}} \quad (4.21)$$

- κ est une constante d'équilibre du processus de déshydratation considéré :

$$\kappa = \frac{\partial^2 U}{\partial m_{hyd}^2} \quad (4.22)$$

- k est le coefficient de couplage chimio-plastique :

$$k = -\frac{\partial^2 U}{\partial \chi \partial m_{hyd}} \quad (4.23)$$

k représente le déséquilibre thermodynamique relié au phénomène d'écroûissage plastique qui peut être à l'origine d'une déshydratation. Cet effet semble, par contre, être négligeable dans le béton.

– h est le coefficient d'écroûissage plastique :

$$h = \frac{\partial^2 U}{\partial \chi^2} \quad (4.24)$$

4.2 L'équation de la chaleur

Si on néglige les sources volumiques internes de chaleur, l'équilibre calorifique s'écrit par les deux principes de la thermodynamique :

$$T_0 \dot{S} = -\text{div} \underline{q} + \Phi \quad (4.25)$$

où : \underline{q} est le vecteur flux de chaleur.

La dernière équation affirme que le taux de variation de l'entropie interne \dot{S} est dû à un apport externe de chaleur et un terme de production interne lié à la dissipation.

D'après 4.10, on peut encore écrire que :

$$C_\varepsilon \dot{T} + 3K\alpha T_0 (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) - l \dot{m}_{hyd} = -\text{div} \underline{q} + \phi \quad (4.26)$$

où

$$3K\alpha T_0 = -T_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial (\varepsilon - \varepsilon^p)} \quad (4.27)$$

$3K\alpha T_0$ représente ici la chaleur latente par unité de déformation volumique de type élastique ($\varepsilon = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$ et $\varepsilon^p = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^p)$) et constitue la contrepartie de la déformation thermique pour le couplage thermo-mécanique. Dans une expérience adiabatique, ce couplage peut mener dans le béton à une variation de température de $\frac{3K\alpha T_0}{C_\varepsilon} \approx 50 \rightarrow 80K$ par unité de déformation volumique élastique (augmentation de température en compression et baisse en traction). Par ailleurs, l'ordre de grandeur de la déformation volumique élastique est très faible dans les matériaux cimentaires $|\varepsilon - \varepsilon^p| < 0.001$. Par conséquent, ce couplage peut être négligé dans la suite au niveau de l'équation de chaleur.

Pour un $l \geq 0$ et $\dot{m}_{hyd} \leq 0$ (durant la déshydratation), le terme $l \dot{m}_{hyd}$ apparaît dans l'équation de chaleur comme une perte de chaleur et correspond à la nature endothermique de la réaction de déshydratation. Cette perte s'oppose à la production de chaleur liée à la dissipation d'énergie plastique Φ_1 et à la dissipation par déshydratation Φ_c . On peut noter par ailleurs que la production de chaleur liée à la dissipation d'énergie est très

faible dans les matériaux cimentaires. Par exemple, dans une expérience adiabatique, le gain de température lié à la déformation plastique ne dépasse pas les $20K$ par unité de déformation volumique plastique.

On peut finalement écrire l'équation de la chaleur sous une forme plus simplifiée pour les matériaux cimentaires :

$$C_\varepsilon \dot{T} - l \dot{m}_{hyd} = -div \underline{q} \quad (4.28)$$

4.3 La réduction du domaine plastique par décohésion chimique

Comme dans la plasticité standard, le domaine d'élasticité est l'ensemble des états de contraintes admissibles. Il est défini par la surface de charge :

$$\underline{\sigma} \in D_\varepsilon \iff f(\underline{\sigma}, \zeta) \leq 0 \quad (4.29)$$

ζ est la force d'écroûissage et décrit la réduction du domaine élastique lors d'une évolution chimio-plastique. Par opposition au modèle plastique standard, ce dernier ne dépend pas seulement de la variable plastique d'écroûissage χ mais aussi de la masse des hydrates m_{hyd} :

$$d\zeta = k dm_{hyd} - h d\chi \quad (4.30)$$

Il y a une différence par rapport aux modèles standards de thermo-plasticité des bétons à hautes températures qui utilisent des critères qui dépendent de la température. En effet, le fait d'utiliser la force d'écroûissage ζ comme paramètre veut dire que la déshydratation (et non la température) est, en partie, l'origine de la diminution de la résistance mécanique observée macroscopiquement. La décohésion considérée est donc d'origine chimique et non thermique et peut être expliquée de la façon suivante : à l'échelle microscopique, le processus de déshydratation peut être grossièrement attribué à une micro-diffusion des molécules d'eau chimiquement liées depuis les micropores jusqu'aux pores capillaires. La perte de l'eau liée ainsi que la décomposition chimique et la dissociation des produits hydratés font affaiblir la structure chimique du gel de ciment en détruisant les forces cohésives dans les micropores. A l'échelle macroscopique de modélisation par l'ingénieur, ces phénomènes mènent à une décohésion chimique affectant le domaine de résistance et son évolution.

Pour l'évolution des variables plastiques, des expressions standards peuvent être appliquées pour la loi d'écoulement ou la loi de décohésion. On se place dans le cas où cette loi est du type associée :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial f(\underline{\underline{\sigma}}, \zeta)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.31)$$

$$d\chi = d\lambda \frac{\partial f(\underline{\underline{\sigma}}, \zeta)}{\partial \zeta} \quad (4.32)$$

où $d\lambda \geq 0$ est le multiplicateur plastique. Il est obtenu par la condition de consistance : $df = 0$ [Coussy, 2004[20]].

$$d\lambda = \frac{1}{H} \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \zeta} k dm_{hyd} \right] \quad (4.33)$$

où H est le module plastique d'écroutissage :

$$H = -\frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda} = h \left(\frac{\partial f}{\partial \zeta} \right)^2 \quad (4.34)$$

Cette loi associée permet d'assurer la non-négativité du taux de dissipation intrinsèque d'énergie Φ_1 associée à la déformation irréversible du squelette :

$$\Phi_1 dt = d\lambda \left(\underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \zeta \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \geq 0 \text{ si } f = df = 0 \quad (4.35)$$

En effet, la fonction de charge $f = f(\underline{\underline{\sigma}}, \zeta)$ est convexe par rapport à ses arguments : la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ et la force d'écroutissage ζ .

4.4 La cinétique chimique de déshydratation

Comme pour le cas de la déformation plastique, une loi d'évolution complémentaire pour la déshydratation doit être formulée.

D'après la thermodynamique standard, cette relation doit relier la force motrice (l'affinité A_m) au taux de déshydratation \dot{m}_{hyd} . Plus précisément, si on considère que la microdiffusion des molécules d'eau depuis les micropores vers les pores capillaires est le processus qui détermine ce taux de déshydratation, \dot{m}_{hyd} dépendra alors de la différence de potentiel entre l'eau dans les micropores et celle qui est dans l'espace poreux capillaire.

A l'échelle macroscopique de modélisation des matériaux, cette différence de potentiel est exprimée par l'affinité A_m et une forme discrète de la loi de Fick pourra être adaptée :

$$A_m = \eta \frac{dm_{hyd}}{dt} \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad (4.36)$$

où η est un coefficient lié à la microdiffusion, E_a est l'énergie d'activation. Le terme d'Arrhenius $\exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)$ traduit la rapidité de la réaction chimique dans l'espace microporeux quand la température est plus élevée.

Si on considère une expérience dans laquelle on fait augmenter soudainement la température de T_0 à T et si on se place dans le cadre de la chimio-élasticité en retenant seulement les termes du premier ordre, on peut écrire que :

$$A_m = -\frac{l}{T_0}(T - T_0) + \kappa(m_0 - m_{hyd}) = \eta \frac{dm_{hyd}}{dt} \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad (4.37)$$

où m_0 est la masse initiale d'hydrates à la température $T = T_0$. La variation de température $T - T_0$ induit un déséquilibre thermodynamique ($A_m < 0$), qui provoque une déshydratation $\dot{m}_{hyd} < 0$ jusqu'à ce que l'équilibre thermodynamique soit atteint ($A_m = 0$). Par conséquent, on atteint une valeur asymptotique pour la déshydratation :

$$\xi(T) = \frac{m_{hyd}}{m_0} = 1 - \frac{lT_0}{\kappa m_0} (T - T_0) \quad (4.38)$$

où ξ est ici le degré d'hydratation comme défini dans la chimie cimentaire. D'après ce modèle linéarisé de façon approximative, le degré d'hydratation ξ diminue de façon linéaire avec l'augmentation de la température T . Le degré d'hydratation devient nul quand on atteint une certaine température :

$$T_{\xi=0} = T_0 \left(1 + \frac{\kappa m_0}{l}\right) \quad (4.39)$$

$T_{\xi=0}$ dépend donc de la masse initiale des hydrates qui est liée elle au rapport $\frac{E}{C}$ au moment de la fabrication. Au delà de cette dernière température, le degré de hydratation devient nul (ξ ne peut pas être négatif).

Si maintenant on suppose que η reste constant, l'évolution du degré d'hydratation ξ dans l'expérience considérée s'écrit de la façon suivante :

$$\xi(t) = \xi(T) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_\xi}\right)\right] \quad (4.40)$$

où $\xi(T)$ est la valeur asymptotique définie précédemment et τ_ξ est le temps caractéristique de déshydratation.

On vérifie bien que le degré de déshydratation ξ suit une loi du type :

$$\dot{\xi} = -\frac{1}{\tau_\xi}(\xi - \xi(T)) \quad (4.41)$$

Cette dernière loi est cohérente avec la loi suivie par la masse d'eau formée par déshydratation d . La loi a été présentée dans le deuxième chapitre correspondant au modèle thermo-hydro-chimique indéformable dans le paragraphe 2.2.3.3 ($\dot{d} = -\frac{1}{\tau_d}(d - d(T))$).

4.5 Le temps caractéristique de transfert de chaleur

On repart de l'équation de la chaleur :

$$C_\varepsilon \dot{T} - l \dot{m}_{hyd} = -\text{div} \underline{q} \quad (4.42)$$

On fait l'hypothèse qu'on justifiera en fin de ce paragraphe que le temps caractéristique τ_ξ de la réaction de déshydratation est faible par rapport à celui de la conduction de chaleur τ_T ce qui veut dire qu'on peut écrire $\xi(t) = \xi(T)$

En se basant sur cette hypothèse, on peut maintenant écrire \dot{m}_{hyd} en fonction de \dot{T} :

$$\dot{m}_{hyd} = \dot{\xi} m_0 = \frac{\partial \xi}{\partial T} \dot{T} m_0 = -\frac{l}{\kappa T_0} \dot{T} \quad (4.43)$$

L'équation de chaleur s'écrit donc :

$$C_\varepsilon \dot{T} + \frac{l^2}{\kappa T_0} \dot{T} = -\text{div} \underline{q} \quad (4.44)$$

Pour la conduction de chaleur, on adopte une loi linéaire (loi de Fourier) :

$$\underline{q} = -\lambda \underline{\text{grad}} T \quad (4.45)$$

Il est possible maintenant d'expliciter le temps caractéristique de la conduction de chaleur τ_T . En effet :

$$\left(C_\varepsilon + \frac{l^2}{\kappa T_0} \right) \dot{T} = C \dot{T} = \lambda \Delta^2 T \quad (4.46)$$

Où $C = C_\varepsilon + \frac{l^2}{\kappa T_0}$ est la capacité calorifique volumique apparente.

Pour un modèle unidimensionnel de longueur caractéristique L ,

$$\tau_T = \frac{L^2 C}{\lambda} \geq \frac{L^2 C_\varepsilon}{\lambda} \quad (4.47)$$

Pour vérifier l'hypothèse de départ ($\tau_\xi \ll \tau_T$), il suffit d'avoir :

$$\tau_\xi \ll \frac{L^2 C_\varepsilon}{\lambda} \quad (4.48)$$

ce qui permet d'obtenir une condition sur la longueur caractéristique

$$L \gg \sqrt{\frac{\tau_\xi \lambda}{C_\varepsilon}} \quad (4.49)$$

Pour un temps caractéristique de déshydratation de $1h$ [Feraille [37]], il suffit d'avoir une longueur caractéristique $L \gg 5$ cm ce qui est vérifié dans les grands ouvrages de génie civil.

L'hypothèse de départ est donc validée et $\tau_\xi \ll \tau_T$.

Il vient d'être prouvé l'existence d'une dépendance entre la température et la déshydratation. Elle a été obtenue après l'étude de l'équilibre thermodynamique du transport de chaleur dans le cadre d'une évolution chimio-élastique. Ceci reste valable dans le cadre des évolutions chimio-plastiques puisque l'effet du terme $kd\chi$ sur l'affinité A_m est négligeable par rapport à celui de la déshydratation induite par le couplage thermo-chimique.

4.6 Le critère de William-Warnke à écrouissage chimio-plastique

Comme application, le modèle à écrouissage chimio-plastique va être combiné maintenant avec le critère à trois paramètres de [William-Warnke [95]]. Par souci de simplicité, on suppose que les écrouissages chimique et plastique sont de nature isotrope. La fonction de charge de William-Warnke s'écrit en plasticité :

$$f = \tau + \delta(\theta)(\sigma - \rho(\chi, \xi)) \quad (4.50)$$

Où (τ, θ, σ) sont les invariants du tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{s}} + \sigma \underline{\underline{1}}$ dont les valeurs propres sont $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Où $\underline{\underline{s}}$ est le déviateur des contraintes et où :

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} ; \sigma = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma}}) \text{ et } \cos(\theta) = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{12}\tau} \quad (4.51)$$

$\delta(\theta)$ est le coefficient de frottement qui dépend de l'angle de Lode θ et varie entre l'angle du méridien de traction $\delta_t = \delta(\theta = 0^\circ)$ et l'angle du méridien de compression $\delta_c = \delta(\theta = 60^\circ)$. L'expression de l'angle du frottement est donnée par :

$$\delta(\theta) = \frac{u + v}{w} \quad (4.52)$$

où

$$u = 2\delta_c(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos(\theta) \quad (4.53)$$

$$v = \delta_c(2\delta_t - \delta_c) \sqrt{4(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos^2(\theta) + 5\delta_t - 4\delta_c\delta_t} \quad (4.54)$$

$$w = 4(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos^2(\theta) + (\delta_c - 2\delta_t)^2 \quad (4.55)$$

Finalement, $\rho = \rho(\chi, \xi)$ est la pression de cohésion qui, pour cet écouissage chimio-plastique isotrope, dépend de la variable d'écouissage χ et du degré d'hydratation ξ . Dans le cas plastique idéal, on a plutôt $\rho = \rho_0$. Les trois paramètres du matériau (la pression de cohésion ρ_0 et les coefficients de frottement δ_c et δ_t) sont reliées aux caractéristiques standard du matériau par :

$$f_c = \frac{3\delta_c}{\sqrt{3} - \delta_c} \rho_0; \quad f_t = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} + \delta_t} \rho_0; \quad f_{bc} = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} - 2\delta_t} \rho_0 \quad (4.56)$$

Où f_c , f_t et f_{bc} sont respectivement les limites d'élasticité en compression uniaxiale, en traction uniaxiale et en compression biaxiale. L'extension à la chimio-plasticité est immédiate du moment qu'il suffit de remplacer dans les expressions précédentes ρ_0 par $\rho = \rho(\chi, \xi)$.

Il s'ensuit que la dépendance $f_c = f_c(\xi)$ est bien une fonction matérielle intrinsèque et a bien un sens mécanique contrairement à la relation phénoménologique $f_c = f_c(T)$. Par ailleurs, l'équilibre thermodynamique, $A_m = 0$, s'établit rapidement comparé au processus de conduction de chaleur et permet d'affirmer que $\xi = \xi(T)$ à chaque instant. La combinaison de la relation mécanique précédente $f_c = f_c(\xi)$ et de la condition d'équilibre thermodynamique $\xi = \xi(T)$ permet de donner une interprétation mécanique et thermodynamique de la relation empirique $f_c = f_c(T)$ qui est accessible par les essais standard sur les matériaux. Ces expériences constituent un moyen pour déterminer la fonction $\xi(T)$ sachant que $f_c(T) = f_c(\xi) = \xi(T)f_{c0}$. En effet, il a été trouvé que la résistance en compression diminue de façon linéaire par rapport au degré d'hydratation. Une expression de la forme suivante peut être alors adaptée pour le cas de l'écouissage chimio-plastique isotrope dans le contexte du critère chimio-plastique de William-Warnke à trois paramètres :

$$\rho(\chi, \xi) = \xi z(\chi) \rho_0 \quad (4.57)$$

où $z(\chi) \in [0; 1]$ désigne une expression appropriée pour l'écouissage plastique dans le béton radouci.

Dans la suite, et supposant que la plasticité est associée, la loi d'écouement s'écrit :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\underline{\underline{e}}^p + \frac{1}{3} d\varepsilon^p \underline{\underline{1}} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.58)$$

Ici, ε^p désigne la partie volumique du tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$:

$$\varepsilon^p = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (4.59)$$

et $\underline{\underline{e}}^p$ désigne sa partie déviatorique.

$$d\underline{\underline{e}}^p = d\lambda \left(\frac{\underline{\underline{s}}}{\tau} + (\sigma - \xi z(\chi)\rho_0) \underline{\underline{P}} \right) \quad (4.60)$$

$$d\varepsilon^p = tr(d\underline{\underline{e}}^p) = d\lambda \delta(\theta) \quad (4.61)$$

Où

$$\underline{\underline{P}} = \frac{\partial \delta(\theta)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = - \frac{\partial \delta(\theta)}{\partial(\cos(\theta))} \frac{1}{2\sqrt{12}\tau^3} \underline{\underline{Q}} \quad (4.62)$$

Le tenseur $\underline{\underline{Q}}$ est un tenseur à trace nulle donné par :

$$\underline{\underline{Q}} = (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) \underline{\underline{s}} - 2\tau^2 (2\underline{\underline{e}}_1 \otimes \underline{\underline{e}}_1 - \underline{\underline{e}}_2 \otimes \underline{\underline{e}}_2 - \underline{\underline{e}}_3 \otimes \underline{\underline{e}}_3) \quad (4.63)$$

L'expression de $\frac{\partial \delta(\theta)}{\partial(\cos(\theta))}$ est donnée en fonction de δ_c , δ_t et θ :

$$\frac{\partial \delta(\theta)}{\partial(\cos(\theta))} = \frac{(u' + v')w - (u + v)w'}{w^2} \quad (4.64)$$

avec : $u' = 2\delta_c(\delta_c^2 - \delta_t^2)$; $v' = \frac{w'}{2v}\delta_c^2(2\delta_t - \delta_c)$ et $w' = 8(\delta_c^2 - \delta_t^2)\cos(\theta)$.

Concernant la loi d'érouissage, la dilatation volumique plastique est considérée comme la variable d'érouissage. On prend donc $\chi = \varepsilon^p$.

Ceci est cohérent avec la loi d'érouissage utilisée qui a été choisie comme associée. En effet, en définissant la force d'érouissage par :

$$\zeta(\chi = \varepsilon^p, \xi) = \rho_0 [1 - \xi z(\chi = \varepsilon^p)] \quad (4.65)$$

La fonction critère de plasticité s'écrit :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \zeta) = \tau + \delta(\theta)(\sigma - \rho_0 + \zeta) \quad (4.66)$$

D'après la règle d'écoulement associée, on retrouve bien :

$$d\chi = d\lambda \frac{\partial f(\underline{\underline{\sigma}}, \zeta)}{\partial \zeta} = d\lambda \delta(\theta) = d\varepsilon^p \quad (4.67)$$

Chapitre 5

Étude de l'écaillage mécanique

Introduction

Les comportements matériel et structural du béton sont bien décrits dans la littérature ([Schneider [78]] ; [Bazant et Kaplan [8]] ; [Phan [75]] ; [Phan et al. [76]])

Cependant, l'incendie de tunnel sous La Manche "The Chunnel" a révélé, à part les problèmes logistiques concernant la sécurité et les coûts de réparation, un manque de compréhension au niveau des mécanismes qui provoquent l'écaillage des éléments en béton.

On cherche donc ici à modéliser le feu du tunnel sous La Manche par un modèle thermo-chimio-plastique [Ulm, Coussy, Bazant 1999 [91]]. Le chauffage se fait suivant une courbe de référence (la norme ISO 834) dans laquelle la température augmente jusqu'à $700^{\circ}C$ de façon logarithmique en moins de 12 minutes. Une approche analytique simplifiée nous permet d'exprimer les variables mécaniques, déformations et contraintes près de la surface chauffée (la paroi en béton). On cherche à trouver une température critique de plastification qui nous permettra de déduire la profondeur de plastification : une grandeur qui pourra nous renseigner sur la localisation de l'écaillage. Une comparaison entre les différents cas (avec et sans les effets chimiques de la déshydratation : radoucissement et décohésion) nous montre que l'initiation de l'écaillage mécanique est due à la décohésion chimique (dégradation de la résistance élastique) et non au radoucissement chimique (réduction de la rigidité) et ce en distinguant quatre cas :

- Le cas général tenant compte du radoucissement et de la décohésion d'origines chimiques.
- Le cas sans radoucissement chimique $E = E_0$.
- Le cas sans décohésion chimique $f_c = f_{c0}$.

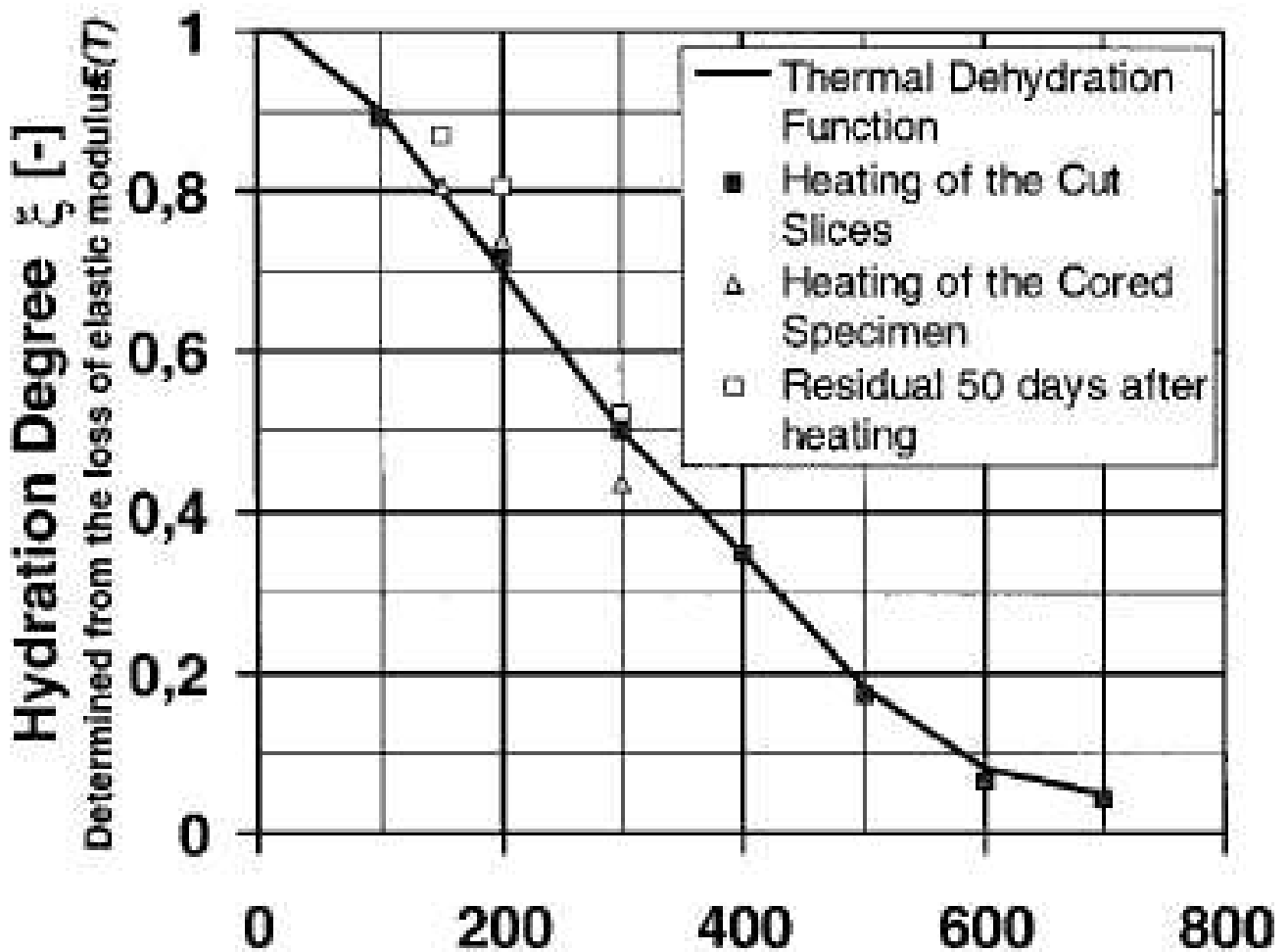


FIG. 5.1. Le degré d'hydratation en fonction de la température [Fasseu[36]]

- Le cas sans décohésion ni radoucissement chimique $E = E_0$ et $f_c = f_{c0}$.

5.1 Modèle de comportement thermo-chimio-plastique du béton chauffé

5.1.1 Les effets mécaniques de la réaction chimique de déshydratation

Dans ce modèle, deux effets de la réaction chimique de déshydratation sont considérés :

5.1.1.1 Le radoucissement des caractéristiques élastiques

La dégradation du module d'Young est due à la décomposition des liaisons de la pâte de ciment. Une propriété intrinsèque du matériau béton est la proportionnalité de la rigidité avec le nombre de liaisons et donc aussi avec la masse restante des hydrates.

Par conséquent, le degré d'hydratation $\xi = \frac{m_h}{m_{h0}}$ représente le rapport entre la rigidité après chauffage et la rigidité initiale :

$$E = \xi E_0 \quad (5.1)$$

Ce degré d'hydratation caractérise la décomposition des produits hydratés dans le ciment. Cette réaction chimique a une cinétique chimique avec un temps caractéristique τ_ξ et une limite asymptotique $\xi_{eq}(T)$ qui est la valeur à l'équilibre de la réaction chimique se déroulant à une température T (figure 5.1 [Fasseu 1997 [36]] :

$$\dot{\xi} = -\frac{1}{\tau_\xi}(\xi - \xi_{eq}(T)) \quad (5.2)$$

5.1.1.2 La décohésion de la surface de charge élasto-plastique

La déshydratation a aussi une influence sur la résistance élastique limite qu'on peut supposer proportionnelle aussi au degré d'hydratation. On adopte dans cette étude un critère isotrope de limite élastique [William-Warnke [95]] et on tient compte de cette décohésion chimique :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \xi) = \tau + \delta(\Theta)(\sigma - \rho_0 \xi) \quad (5.3)$$

où les trois invariants sont :

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} ; \sigma = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma}}) \text{ et } \cos(\Theta) = \frac{2\sigma_1^{pr} - \sigma_2^{pr} - \sigma_3^{pr}}{\sqrt{12}\tau} \quad (5.4)$$

et où $\underline{\underline{s}}$ est la contrainte déviatorique, ρ_0 est la pression de cohésion initiale. $\delta(\Theta)$ est le coefficient de frottement qui dépend de l'angle de Lode Θ .

5.1.2 Comparaison entre les temps caractéristiques de déshydratation et de conduction de la chaleur et conséquences sur le modèle

En négligeant à la fois la chaleur latente de la déformation élastique et l'énergie de dissipation, l'équation de la conservation de l'énergie s'écrit (dans un cas unidimensionnel

en utilisant une loi de Fourier) :

$$CT - \kappa \nabla_x^2 T = 0 \quad (5.5)$$

Où C et κ sont respectivement la capacité calorifique volumique apparente et la conductivité du béton. Le temps caractéristique de la conduction de chaleur (décrite par (5.5)) est donc lié à la longueur caractéristique L par la relation :

$$\tau_T = \frac{\kappa L^2}{C} \quad (5.6)$$

Le temps caractéristique de la déshydratation (décrite par (5.2)) τ_ξ paraît faible devant celui de la conduction τ_T . On peut même dire qu'il est négligeable lorsque la longueur caractéristique $L \gg \sqrt{\frac{\tau_\xi(T_0)\kappa}{C}} \approx 5$ cm ce qui est vérifié dans les grandes structures en génie civil.

Le degré d'hydratation ξ donné par (5.2) est donc supposé égal au degré d'équilibre à chaque instant ($\xi = \xi_{eq}(T)$). Par conséquent, d'après (5.1), le module d'Young $E(\xi)$ s'écrit $E(T)$.

5.1.3 La déformation thermo-élasto-plastique

La déformation totale s'écrit comme la somme des différentes déformations : élastique, plastique et thermique :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{el} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} \quad (5.7)$$

5.1.3.1 La déformation thermique

La dilatation thermique est caractérisée par le tenseur des déformations thermiques $\underline{\underline{\alpha}}$. On suppose dans la suite que le milieu est isotrope de telle façon que le tenseur $\underline{\underline{\alpha}}$ se réduit à la forme suivante : $\underline{\underline{\alpha}} = \alpha \underline{\underline{1}}$ et donc

$$\underline{\underline{d\varepsilon}}^{th} = \alpha dT \underline{\underline{1}} \quad (5.8)$$

5.1.3.2 La déformation élastique

Le tenseur des déformations élastiques est relié au tenseur des contraintes par l'intermédiaire du tenseur de rigidité élastique :

$$\underline{\underline{d\sigma}} = \hat{C} \underline{\underline{d\varepsilon^{el}}} \quad (5.9)$$

Le tenseur de rigidité élastique dépend du degré d'hydratation et est donné par :

$$\hat{C} = \xi \hat{C}_0 \quad (5.10)$$

Cette hypothèse est une formulation généralisée du résultat (5.1). Dans le cas isotrope, le tenseur de rigidité s'écrit :

$$\hat{C} = K(T) \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} + 2G(T) \left(\hat{I} - \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) \quad (5.11)$$

et donc

$$\underline{\underline{d\sigma}} = \left(K(T) - \frac{2}{3} G(T) \right) tr(\underline{\underline{d\varepsilon^{el}}}) + 2G(T) \underline{\underline{d\varepsilon^{el}}} \quad (5.12)$$

où $K(T) = \frac{E(T)}{3(1-2\nu)}$ est le module de compressibilité,

et où $G(T) = \frac{E(T)}{2(1+\nu)}$ est le module de cisaillement. Ce qui suppose donc que le coefficient de Poisson reste constant.

5.1.3.3 La déformation plastique et la règle d'écoulement

La règle d'écoulement est construite en supposant que la plasticité est associée : l'écoulement plastique respecte la règle de normalité par rapport à la surface de charge et est donc donné par l'expression suivante :

$$\underline{\underline{d\varepsilon^{pl}}} = d\lambda \frac{df}{\underline{\underline{d\sigma}}} \quad (5.13)$$

où $d\lambda$ est le multiplicateur plastique qui est positif quand il y a un écoulement plastique ($f = \dot{f} = 0$) et nul quand l'évolution est purement élastique ($f < 0$ ou $\dot{f} < 0$).

5.2 Modélisation uni-axiale de l'écaillage mécanique dans un tunnel soumis au feu

On cherche à étudier le comportement thermo-chimio-mécanique du tunnel cylindrique sous La Manche "The Chunnel" durant le chauffage provoqué par un incendie [Ulm, Acker and Levy 1999 [92]].

Cette étude cherche à évaluer l'effet du radoucissement chimique $E \searrow$ et de la décohesion chimique $f_c \searrow$ (à cause de la déshydratation) sur les contraintes de compression (à cause de la dilatation thermique empêchée). Elle est basée sur une approche analytique utilisant quelques simplifications. Ces simplifications sont justifiées et validées en comparant les résultats analytiques approchés aux résultats du modèle complet traité numériquement (sans aucune approximation). Il s'agit de voir si c'est la dilatation thermique empêchée qui est à l'origine de l'écaillage mécanique.

5.2.1 Présentation du cas modélisé

5.2.1.1 Géométrie axi-symétrique et conséquences

La figure 5.2 représente la géométrie du tunnel "The Chunnel"

La géométrie est axi-symétrique. La variable du problème se réduit donc au rayon r à partir de l'axe du tunnel. Le rayon externe du sol enveloppant est suffisamment grand pour que les conditions aux limites à l'extrados n'influencent pas les champs thermiques et mécaniques à l'intrados (paroi en béton). Il est à noter ici qu'un calcul au préalable a été réalisé avec deux rayons externes différents. Le premier a été réalisé avec $r_{ext} = 10$ m et le deuxième avec $r_{ext} = 15$ m. On a vérifié ensuite les courbes de températures, de déformations et de contraintes qui se sont coïncidés pour les deux valeurs de rayons externes choisies ce qui permet de conclure que le rayon externe retenu $r_{ext} = 10$ est "suffisamment" grand.

Cette géométrie axi-symétrique nous permet d'écrire des relations utiles :

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{zz} = 0 \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (5.15)$$

et donc :

$$\varepsilon_{rr} = r \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial r} + \varepsilon_{\theta\theta} \quad (5.16)$$

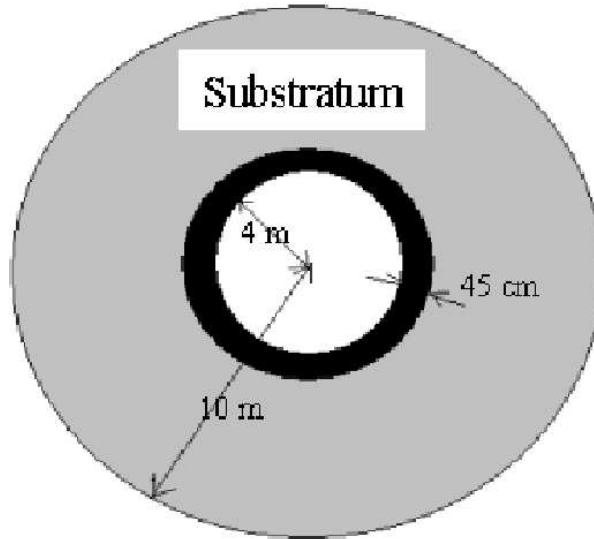


FIG. 5.2. La géométrie du tunnel sous La Manche "The Chunnel"

L'équation d'équilibre s'écrit quand on néglige les effets de gravité et d'inertie :

$$\underline{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{0} \tag{5.17}$$

Dans ce cas axi-symétrique, la dernière équation s'écrit de façon plus simple :

$$\sigma_{\theta\theta} = r \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \sigma_{rr} \tag{5.18}$$

L'équation de la conduction de la chaleur s'écrit de façon générale sous la forme :

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(-\lambda \underline{\text{grad}}(T)) = 0 \tag{5.19}$$

Dans ce cas axi-symétrique, elle se met simplement sous la forme :

$$C \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \kappa \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \tag{5.20}$$

5.2.1.2 Propriétés du matériau

On suppose que le comportement de la paroi en béton du tunnel est thermo-chimio-plastique et que celui du sol enveloppant en craie est thermo-élastique.

Les propriétés matérielles des différents constituants du tunnel sont données dans le tableau 1.

Propriété	Béton	Craie
Module d'élasticité d'Young E_0	42 GP_a	4 GP_a
Coefficient de Poisson ν	0.2	0.25
Résistance limite en compression f_c	80 MP_a	—
Résistance limite en traction f_t	6.4 MP_a (= 0.08 * f_c)	—
Résistance limite en compression bi-axiale f_{bc}	88 MP_a (= 1.1 * f_c)	—
Coefficient de dilatation thermique α	$10^{-5} K^{-1}$	$10^{-5} K^{-1}$
Capacité calorifique volumique C	$2.5 \cdot 10^6 Jm^{-3}K^{-1}$	$2 \cdot 10^6 Jm^{-3}K^{-1}$
Conductivité thermique κ	$2.22 Jm^{-1}K^{-1}s^{-1}$	$1.94 Jm^{-1}K^{-1}s^{-1}$
Coefficient d'échange convectif de chaleur h	$4.16 Jm^{-2}K^{-1}s^{-1}$	

Table 1. Propriétés thermiques et mécaniques utilisées dans les calculs numériques

Le critère de plasticité est complètement défini par la donnée de f_t , f_c et f_{bc} .

5.2.1.3 Conditions aux limites

Pour ce modèle unidimensionnel, on a besoin seulement de fixer deux conditions aux limites en $r = r_{int}$ et $r = r_{ext}$.

-Convection à l' intrados :

$$\underline{q} = h (T - T_{imp}(t)) \text{ en } r = r_{int} \quad (5.21)$$

où $T_{imp}(t)$ est la température de chauffage donnée par la norme ISO 834 :

$$T_{imp}(t) = T_0 + 345 \log \left(\frac{8t}{60} + 1 \right) \leq T_{imp}^{max} = 973K \quad (5.22)$$

-Échange adiabatique à l'extrados :

$$\underline{q} = 0 \text{ en } r = r_{ext} \quad (5.23)$$

-Intrados libre sans contraintes :

$$\sigma_{rr} = 0 \text{ en } r = r_{int} \quad (5.24)$$

-Déplacement radial empêché à l'extrados :

$$u_r = 0 \Leftrightarrow \varepsilon_{\theta\theta} = 0 \text{ en } r = r_{ext} \text{ d'après l'équation (5.15)} \quad (5.25)$$

Le rayon externe a été pris "suffisamment" grand pour que les conditions limites à l'extrados soient sans influence sur les champs thermiques et mécaniques dans la paroi en béton du tunnel.

5.2.2 Étude de la phase thermo-élastique

Cette phase est caractérisée par $\underline{\underline{d\varepsilon}}^{pl} = \underline{\underline{0}}$ donc l'équation (5.12) s'écrit dans ce cas en utilisant (5.7) :

$$\underline{\underline{d\sigma}} = \hat{C} \underline{\underline{d\varepsilon}}^{el} = \hat{C} (\underline{\underline{d\varepsilon}} - \underline{\underline{d\varepsilon}}^{th}) \quad (5.26)$$

Dans ce cas cylindrique, elle s'écrit, en utilisant (5.8) et (5.14) :

$$d\sigma_{rr} = \left(\frac{4G}{3} + K \right) d\varepsilon_{rr} + \left(K - \frac{2G}{3} \right) d\varepsilon_{\theta\theta} - 3K\alpha dT \quad (5.27)$$

$$d\sigma_{\theta\theta} = \left(\frac{4G}{3} + K \right) d\varepsilon_{\theta\theta} + \left(K - \frac{2G}{3} \right) d\varepsilon_{rr} - 3K\alpha dT \quad (5.28)$$

$$d\sigma_{zz} = \left(K - \frac{2G}{3} \right) (d\varepsilon_{rr} + d\varepsilon_{\theta\theta}) - 3K\alpha dT \quad (5.29)$$

On s'intéresse à étudier le comportement du béton. Pour cela, on introduit un paramètre adimensionnel : le rapport rayon-épaisseur :

$$\rho = \frac{r - R_0}{e} \quad (5.30)$$

où R_0 et e sont respectivement le rayon interne et l'épaisseur de la paroi du tunnel. Ce rapport adimensionnel nous permet de négliger $\varepsilon_{\theta\theta}$ et σ_{rr} . En effet, d'après (5.16) :

$$\left| \frac{\varepsilon_{\theta\theta}}{\varepsilon_{rr}} \right| = \left| \frac{\varepsilon_{\theta\theta}}{\varepsilon_{\theta\theta} + \left(\frac{R_0}{e} + \rho \right) \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial \rho}} \right| \lll 1 \text{ car } \frac{R_0}{e} \ggg 1 \text{ et } \varepsilon_{\theta\theta}, \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial \rho} \text{ sont du même ordre} \quad (5.31)$$

De la même façon et en utilisant (5.18) :

$$\left| \frac{\sigma_{rr}}{\sigma_{\theta\theta}} \right| = \left| \frac{\sigma_{rr}}{\sigma_{rr} + \left(\frac{R_0}{e} + \rho \right) \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial \rho}} \right| \lll 1 \quad (5.32)$$

Donc, dans la suite, on pourra supposer que :

$$\sigma_{rr} \approx 0 \text{ et } \varepsilon_{\theta\theta} \approx 0 \quad (5.33)$$

Cette approximation est prévisible. En effet, quand le rapport $\frac{R_0}{e} \ggg 1$, le problème tend localement vers une géométrie cartésienne (dans laquelle $\sigma_{xx} = 0$ et $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$).

Comme conséquence de la dernière approximation (5.33), on peut expliciter analytiquement la variation de la déformation radiale et donc aussi les variations des contraintes axiale et orthoradiale :

$$d\varepsilon_{rr} = \frac{3K}{\frac{4G}{3} + K} \alpha dT = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha dT \quad (5.34)$$

et donc :

$$d\sigma_{zz} \approx d\sigma_{\theta\theta} \approx -\frac{18GK}{4G + 3K} \alpha dT = -\frac{E_0}{1 - \nu} \alpha \xi_{eq}(T) dT \quad (5.35)$$

Les deux dernières équations différentielles peuvent être intégrées par rapport à la température et on obtient :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha (T - T_0) \quad (5.36)$$

$$\sigma_{zz} \approx \sigma_{\theta\theta} \approx -\frac{E_0}{1 - \nu} \alpha \int_{T_0}^T \xi_{eq}(T) dT \quad (5.37)$$

Cependant, les deux dernières égalités (5.36) et (5.37) sont valables seulement s'il n'y a pas d'écoulement plastique ($f(\underline{\sigma}, \xi) < 0$: domaine élastique ou $f = 0$ et $df < 0$: décharge élastique).

Dans la suite, les conditions pour l'atteinte du critère plastique sont étudiées.

Dans ce cas, le tenseur des contraintes peut être remplacé par un vecteur :

$$(\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}) = (0, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\theta\theta}) \quad (5.38)$$

Par conséquent, les invariants du critère de William-warnke (5.3) sont :

$$\tau = -\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sqrt{3}}, \quad \sigma = \frac{2\sigma_{\theta\theta}}{3} \quad \text{et} \quad \cos(\Theta) = 1 \Rightarrow \delta(\Theta) = \delta(0) = \delta_t \quad (5.39)$$

Et donc :

$$df = -\frac{1}{3}(\sqrt{3} - 2\delta_t) d\sigma_{\theta\theta} - \delta_t \rho_0 d\xi = \left[(\sqrt{3} - 2\delta_t) \frac{E_0}{3(1 - \nu)} \alpha \xi_{eq}(T) - \delta_t \rho_0 \frac{\partial \xi_{eq}}{\partial T} \right] dT \geq 0 \quad (5.40)$$

ce qui veut dire qu'on ne peut pas avoir une décharge élastique quand la température augmente. Par conséquent, la seule situation, dans ce cas, pour être en phase élastique est quand on a $f < 0$.

On a donc besoin de vérifier que :

$$|\sigma_{\theta\theta}| = -\sigma_{\theta\theta} \leq \frac{3\rho_0\delta_t}{-2\delta_t + \sqrt{3}}\xi_{eq}(T) \quad (5.41)$$

Le dernier résultat peut être prévu puisque $\frac{3\rho_0\delta_t}{-2\delta_t + \sqrt{3}}\xi_{eq}(T) = f_{bc}\xi_{eq}(T)$ (sachant que le dernier terme est la limite élastique après déshydratation en bi-compression plane et que les contraintes sont, en effet, concentrées dans le plan (θ, z)).

La combinaison des deux dernières égalité (5.37) et inégalité (5.41) sur la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ nous permettent de déduire une température critique de "plastification" T_{pl} à partir de laquelle un écoulement plastique a lieu.

T_{pl} vérifie :

$$\frac{E_0}{1-\nu}\alpha \int_{T_0}^{T_{pl}} \xi_{eq}(T)dT \approx f_{bc}\xi_{eq}(T_{pl}) \quad (5.42)$$

D'après la figure 5.1, ξ_{eq} varie linéairement en fonction de la température (pour $T < 773K$) en suivant la fonction :

$$\xi_{eq}(T) = 1 - \frac{0.83}{500}(T - T_0) \quad (5.43)$$

Pour cette courbe de déshydratation, la résolution de l'équation intégrale (5.42) nous donne une température de plastification $T_{pl} \approx 440K$ et donc un degré d'hydratation correspondant de $\xi_{pl} = \xi_{eq}(T_{pl}) \approx 0.75$

5.2.3 Étude de la phase thermo-plastique

Maintenant, on suppose qu'on dépasse la température de plastification T_{pl} .

Il y a un écoulement plastique et d'après (5.13) :

$$d\varepsilon_{rr}^{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{rr}} ; d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\theta\theta}} \text{ et } d\varepsilon_{zz}^{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{zz}} \quad (5.44)$$

où d'après la règle d'écoulement (5.3), pour $(i = r, \theta, z)$:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}} = \frac{s_{ii}}{2\tau} + (\sigma - \rho_0\xi)P_i + \frac{1}{3}\delta(\Theta) \quad (5.45)$$

avec

$$P_i = -\frac{d\delta}{d\Theta} \frac{1}{2\sqrt{12}\tau^3} [(2\sigma_1^{pr} - \sigma_2^{pr} - \sigma_3^{pr})s_{ii} + a_i\tau^2] \quad (5.46)$$

Où σ_1^{pr} , σ_2^{pr} et σ_3^{pr} sont les contraintes principales.

et où

$$a_i = -4 \text{ si } \sigma_{ii} = \sigma_1^{pr} \text{ et } a_i = 2 \text{ sinon} \quad (5.47)$$

On utilise à nouveau l'approximation (5.33) :

$$\varepsilon_{\theta\theta} \approx 0 ; \sigma_{rr} \approx 0 \text{ et } \sigma_{\theta\theta} \approx \sigma_{zz} \quad (5.48)$$

Du fait que $\sigma_{\theta\theta} \approx \sigma_{zz} < 0 \approx \sigma_{rr}$, on peut conclure que

$$\sigma_{rr} = \sigma_1^{pr} \text{ et donc } a_r = -4 \text{ et } a_\theta = a_z = 2 \quad (5.49)$$

Finalement :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rr}} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3} = 0.835 \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{zz}} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\theta\theta}} = -\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3} = -0.0304 \quad (5.51)$$

Une première conclusion est que :

$$d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = d\varepsilon_{zz}^{pl} \quad (5.52)$$

et que

$$d\varepsilon_{rr}^{pl} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = -27.47 d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} \quad (5.53)$$

Il est clair donc que la déformation plastique la plus importante se passe dans la direction radiale.

Dans ce cas cylindrique, l'équation d'état thermo-élastique (5.12) s'écrit en tenant compte du taux de déformation plastique :

$$d\sigma_{rr} = \left(\frac{4G}{3} + K\right) (d\varepsilon_{rr} - d\varepsilon_{rr}^{pl}) + \left(K - \frac{2G}{3}\right) (d\varepsilon_{\theta\theta} - d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl}) - \left(K - \frac{2G}{3}\right) d\varepsilon_{zz}^{pl} - 3K\alpha dT \quad (5.54)$$

$$d\sigma_{\theta\theta} = \left(\frac{4G}{3} + K\right) (d\varepsilon_{\theta\theta} - d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl}) + \left(K - \frac{2G}{3}\right) (d\varepsilon_{rr} - d\varepsilon_{rr}^{pl}) - \left(K - \frac{2G}{3}\right) d\varepsilon_{zz}^{pl} - 3K\alpha dT \quad (5.55)$$

$$d\sigma_{zz} = -\left(\frac{4G}{3} + K\right) d\varepsilon_{zz}^{pl} + \left(K - \frac{2G}{3}\right) (d\varepsilon_{rr} - d\varepsilon_{rr}^{pl} + d\varepsilon_{\theta\theta} - d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl}) - 3K\alpha dT \quad (5.56)$$

En utilisant encore les approximations (5.33), $\varepsilon_{\theta\theta} \approx 0$, $\sigma_{rr} \approx 0$ qui nous ramènent à $\sigma_{\theta\theta} \approx \sigma_{zz}$ et $\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} \approx \varepsilon_{zz}^{pl}$, on peut établir la relation suivante :

$$d\sigma_{\theta\theta} = -\frac{18GK}{4G + 3K} (d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} + \alpha dT) \quad (5.57)$$

Parce qu'on dépasse la température de plastification T_{pl} , on peut affirmer d'après (5.41) qu'à chaque instant (dans la zone plastifiée)

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{3\rho_0\delta_t}{2\delta_t - \sqrt{3}} \xi_{eq}(T) = -f_{bc}\xi_{eq}(T) \quad (5.58)$$

On peut maintenant déduire d'après (5.52), (5.57) et (5.58) que :

$$d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = d\varepsilon_{zz}^{pl} = \frac{4G + 3K}{18GK} f_{bc} d\xi_{eq} - \alpha dT = \frac{(1 - \nu)f_{bc}}{E_0} \frac{d\xi_{eq}}{\xi_{eq}} - \alpha dT \quad (5.59)$$

et donc :

$$d\varepsilon_{rr}^{el} = d\varepsilon_{rr} - d\varepsilon_{rr}^{pl} = \frac{1}{4G + 3K} [(6K - 4G)d\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} + 9K\alpha dT] = \frac{2\nu f_{bc}}{E_0} \frac{d\xi_{eq}}{\xi_{eq}} + \alpha dT \quad (5.60)$$

La première équation différentielle (5.59) peut être facilement intégrée entre la température de plastification T_{pl} ($\varepsilon_{\theta\theta}^{pl}(T_{pl}) = \varepsilon_{zz}^{pl}(T_{pl}) = 0$) et la température actuelle T .

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = \varepsilon_{zz}^{pl} = \frac{(1 - \nu)f_{bc}}{E_0} \text{Log} \left(\frac{\xi_{eq}(T)}{\xi_{pl}} \right) - \alpha(T - T_{pl}) \quad (5.61)$$

On peut donc expliciter par (5.52) la déformation plastique radiale qui est plus importante :

$$\varepsilon_{rr}^{pl} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} \varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} \left[\frac{(1 - \nu)f_{bc}}{E_0} \text{Log} \left(\frac{\xi_{eq}(T)}{\xi_{pl}} \right) - \alpha(T - T_{pl}) \right] \quad (5.62)$$

L'intégration de la deuxième équation différentielle (5.60) nécessite la connaissance de la déformation radiale élastique accumulée quand on atteint la température de "plastification" T_{pl} qui est la valeur limite de la phase élastique (la phase plastique vient juste

de commencer) et donc est donnée par (5.36) :

$$\varepsilon_{rr}^{el}(T_{pl}) = \varepsilon_{rr}(T_{pl}) = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha(T_{pl} - T_0) \quad (5.63)$$

et donc :

$$\varepsilon_{rr}^{el} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha(T_{pl} - T_0) + \frac{2\nu f_{bc}}{E_0} \text{Log} \left(\frac{\xi_{eq}(T)}{\xi_{eq}(T_{pl})} \right) + \alpha(T - T_{pl}) \quad (5.64)$$

Finalement, on peut déduire la déformation radiale totale par (5.62) et (5.64)

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{rr}^{el} + \varepsilon_{rr}^{pl} \quad (5.65)$$

et les déformations élastiques orthoradiale et axiale par (5.61)

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{el} = \varepsilon_{zz}^{el} = -\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = -\varepsilon_{zz}^{pl} \quad (5.66)$$

5.3 Résultats du modèle numérique et comparaison avec le calcul analytique

Les équations du modèle numérique complet ont été présentées dans le paragraphe 5.3.1. La géométrie et les différents paramètres de calcul ainsi que les conditions aux limites ont été définies dans le paragraphe 5.2.1. La discrétisation numérique du système d'équations a été réalisée par la méthode des différences finies pour la partie mécanique et par la méthode des volumes finis pour la partie transfert de chaleur en utilisant comme seule variable spatiale le rayon r à partir de l'axe du tunnel (géométrie axi-symétrique). La méthode numérique de résolution est la même que celle utilisée dans le chapitre 3 pour le modèle thermo-hydro-chimique indéformable. Il s'agit de la méthode de Newton qui est présentée dans l'Annexe 1. Le comportement est thermo-élastique dans le substratum en craie et il est thermo-élasto-plastique dans la paroi en béton. À chaque pas de temps, un calcul par défaut est fait en thermo-élasticité. Si le critère d'évolution élastique ($f < 0$ ou $\dot{f} < 0$) n'a pas été respecté dans le matériau béton, un calcul en thermo-plasticité ($f = \dot{f} = 0$ et $\lambda > 0$) s'impose.

5.3.1 Équations du modèle numérique

- Décomposition de la déformation totale

La déformation totale s'écrit comme la somme des différentes déformations : élastique, plastique et thermique :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{el} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} \quad (5.67)$$

- Relation de compatibilité dans le cadre des H.P.P

On note par $\underline{\underline{\xi}}$ le déplacement du squelette et on se place dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations pour le squelette :

- Petites transformations du squelette , $\left| \underline{\underline{\nabla \xi}} \right| \ll 1$
- Petits déplacements du squelette, $\frac{|\underline{\underline{\xi}}|}{L} \ll 1$ où L est une longueur caractéristique du milieu poreux.

Dans ce cas, le tenseur des déformations linéarisées est donné par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\nabla \xi}} + {}^t \underline{\underline{\xi}}) \quad (5.68)$$

- Expression de la déformation thermique

La dilatation thermique est caractérisée par le coefficient $\underline{\underline{\alpha}}$

$$\underline{\underline{d\varepsilon}}^{th} = \alpha dT \underline{\underline{1}} \quad (5.69)$$

- Loi d'état élastique

Le tenseur des contraintes est relié au tenseur des déformations élastiques par l'intermédiaire des coefficients G (module de cisaillement) et K (module de compressibilité) :

$$\underline{\underline{d\sigma}} = \left(K(T) - \frac{2}{3}G(T) \right) tr(\underline{\underline{d\varepsilon}}^{el}) + 2G(T)\underline{\underline{d\varepsilon}}^{el} \quad (5.70)$$

- Règle d'écoulement en plasticité

La plasticité est supposée associée

$$\underline{\underline{d\varepsilon}}^{pl} = d\lambda \frac{df}{d\sigma} \quad (5.71)$$

où $d\lambda$ est le multiplicateur plastique qui est positif quand il y a un écoulement plastique ($f = \dot{f} = 0$) et nul quand l'évolution est purement élastique ($f < 0$ ou $\dot{f} < 0$).

- Fonction de charge du domaine élastique

Un critère isotrope de limite élastique [William-Warnke [95]] est adopté

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \xi) = \tau + \delta(\Theta)(\sigma - \rho(\xi)) \quad (5.72)$$

- Équation d'équilibre

On néglige les effets de gravité et d'inertie.

$$\underline{\underline{\text{div}}}(\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{\underline{0}} \quad (5.73)$$

– Équation de conservation de l'énergie

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} (-\lambda \underline{\text{grad}}(T)) = 0 \quad (5.74)$$

– Décohésion et radoucissement chimique

Les coefficients d'élasticité G et K ainsi que la pression de cohésion ρ sont proportionnels au degré d'hydratation ξ :

$$\rho = \rho_0 \xi ; G = G_0 \xi \text{ et } K = K_0 \xi.$$

On peut supposer aussi à chaque instant que ξ est égal à $\xi_{eq}(T)$ qui, d'après la figure 5.1, varie linéairement en fonction de la température (pour $T < 773K$) en suivant la fonction :

$$\xi_{eq}(T) = 1 - \frac{0.83}{500}(T - T_0) \quad (5.75)$$

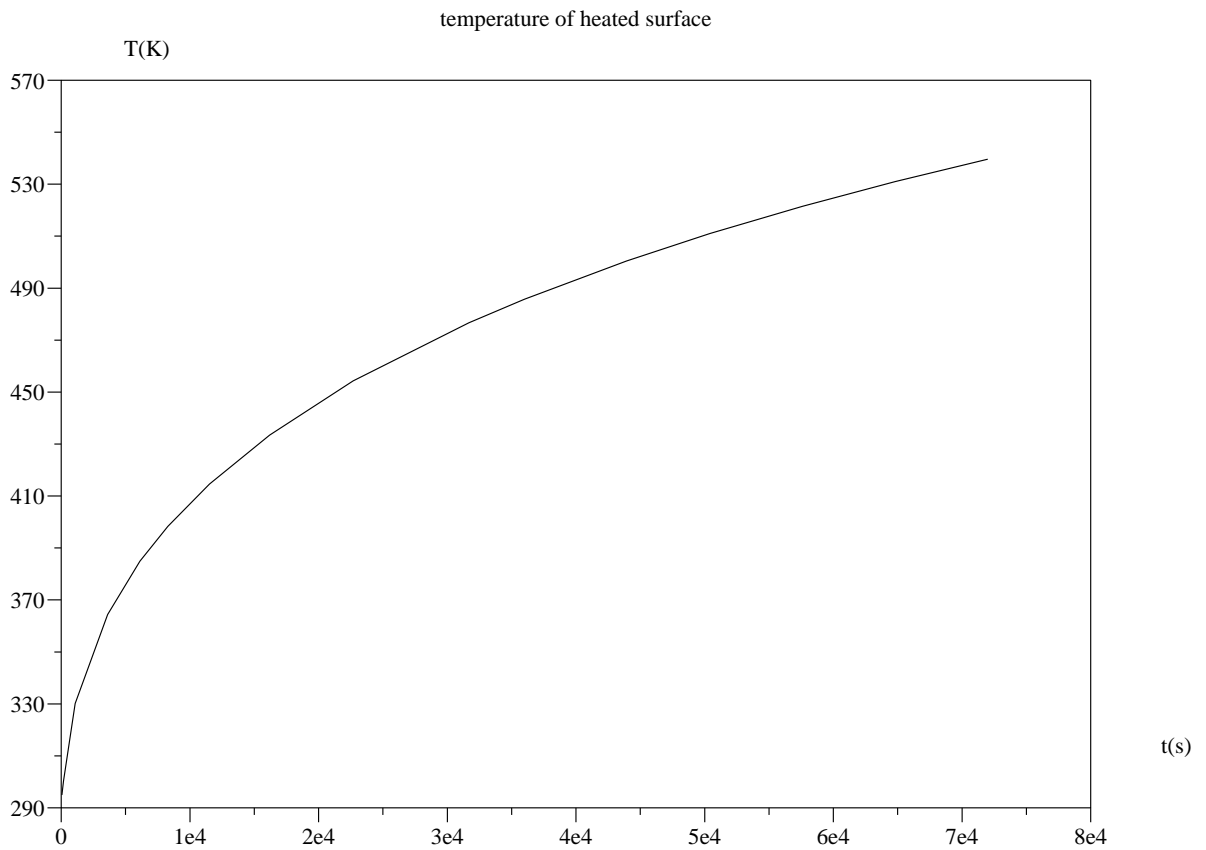


FIG. 5.3. *Température de la surface chauffée (intrados)*

- Dans la figure 5.3, est présentée la température de la surface chauffée. On peut remarquer que la température de plastification est atteinte après $1.6 \cdot 10^4 s \approx 4h30min$. Au même moment, on remarque qu'un écoulement plastique radial commence (figure 5.4) et la contrainte axiale de compression change de variation (figure 5.5). La figure 5.6 montre aussi que la déformation radiale totale change de pente à cause de l'écoulement plastique.
- On note aussi dans les figures 5.4, 5.5 et 5.6 le bon accord entre les courbes analytiques (approche utilisant l'approximation (5.33)) et les sorties numériques (modèle complet sans aucune approximation). Les approximations introduites au départ sont alors bien validées.

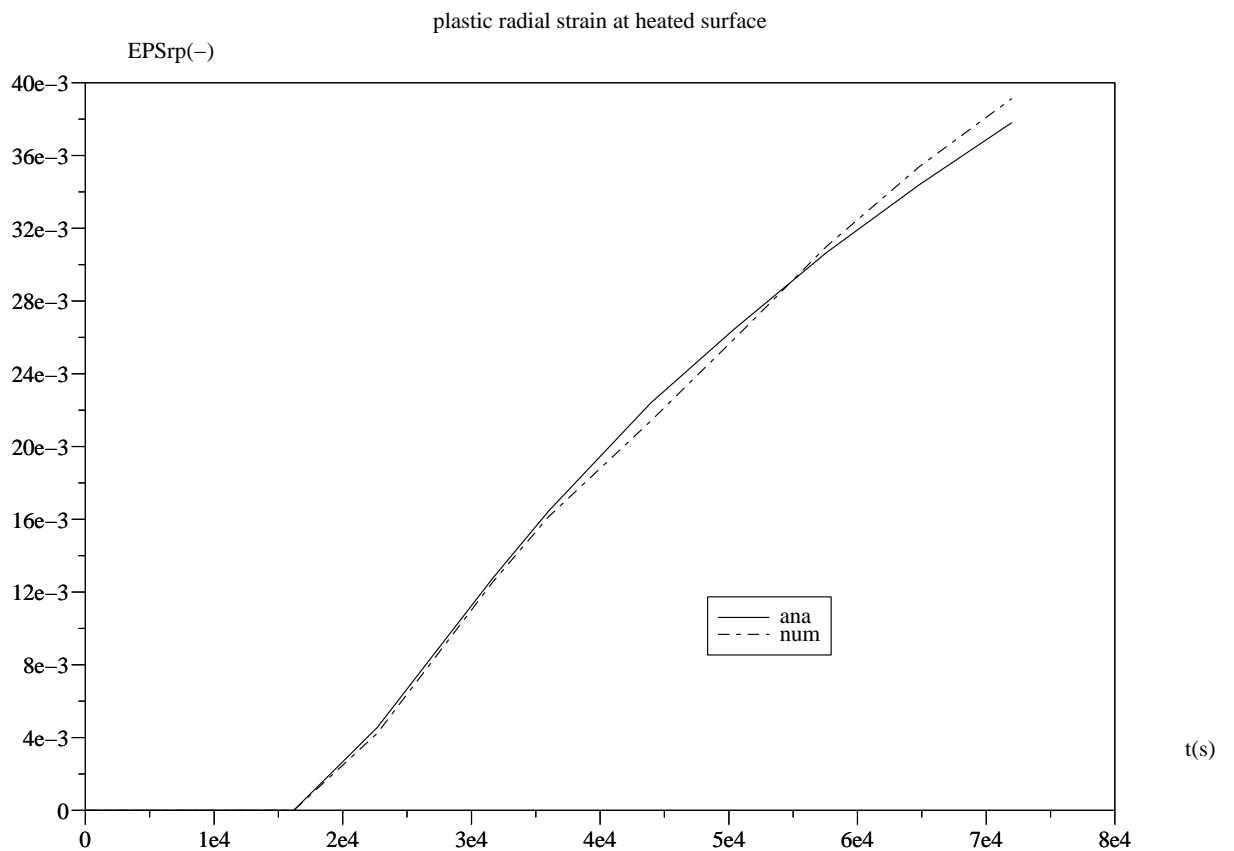


FIG. 5.4. Déformation radiale plastique au niveau de la surface chauffée : existence de deux phases

Sur la figure 5.4, on remarque l'existence de deux phases :

- Une phase élastique avant que la température n'atteigne la température de plastification. La déformation radiale plastique est encore nulle.
- Une phase plastique après l'atteinte de la température de plastification. La déformation radiale plastique commence alors à augmenter.

La présence de ces deux phases peut être également remarquée sur les figures 5.5 et 5.6. En effet, on remarque bien que :

- La contrainte de compression atteint son pic au moment où la température est égale à la température de plastification. Une partie de la déformation devient plastique ce qui explique le fait que la compression ne continue pas à augmenter (en valeur absolue).

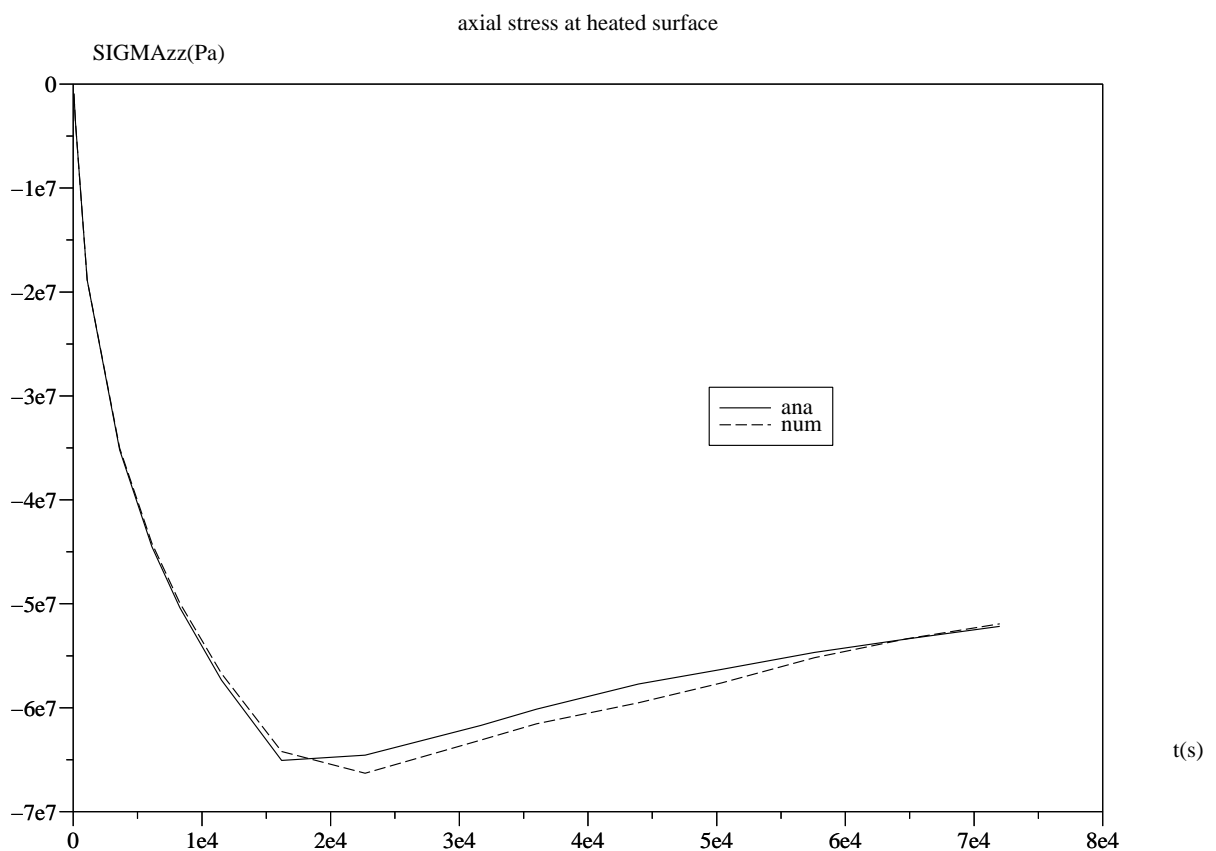


FIG. 5.5. *Contrainte de compression au niveau de la surface chauffée : changement de variation à partir de la température de plastification*

- La déformation totale change elle aussi de pente quand on atteint la température T_{pl} et elle augmente plus rapidement au cours du processus de plastification.

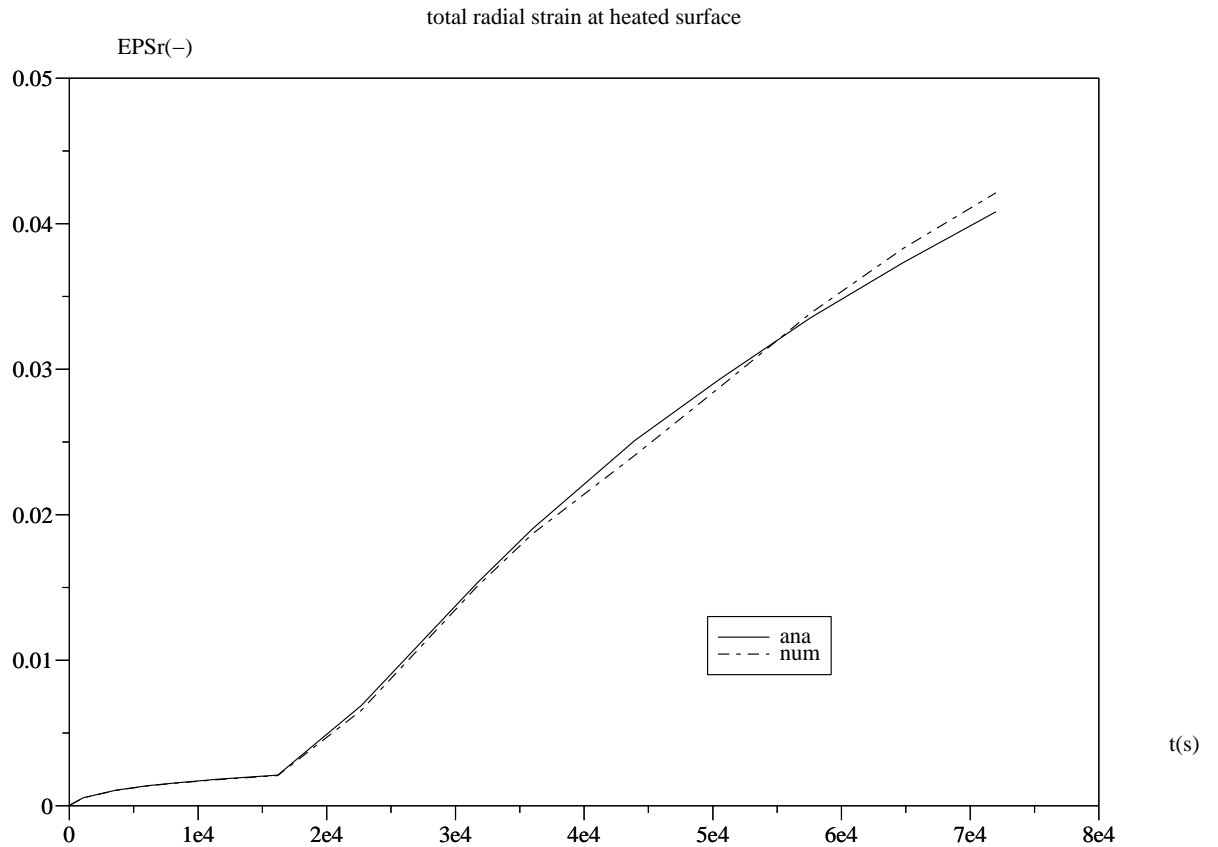


FIG. 5.6. Déformation radiale totale au niveau de la surface chauffée : Changement de pente quand $T = T_{pl}$

5.3.2 Origine de l'écaillage mécanique

Dans la suite, les résultats de la section précédente sont utilisés afin d'expliquer sous quelles conditions l'écaillage mécanique peut avoir lieu.

5.3.2.1 Le cas général prenant en compte le radoucissement et la décohésion

Après une certaine période de chauffage, les couches internes de béton ayant dépassé la température T_p subissent un régime de plastification. Les autres couches plus froides sont encore dans une phase élastique. Notons par r_{pl} le rayon où $T = T_{pl}$.

- Pour $r > r_{pl}$, zone en phase élastique : $\sigma_{zz} = -\frac{E_0}{1-\nu}\alpha \int_{T_0}^T \xi_{eq}(T)dT$ et donc d'après (5.37)

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{E_0}{1-\nu} \alpha \xi_{eq}(T) \frac{\partial T}{\partial r} > 0 \quad (5.76)$$

– Pour $r < r_{pl}$, zone en phase plastique : $\sigma_{zz} = -\xi_{eq}(T) f_{bc}$ et donc par (5.58)

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} = -f_{bc} \frac{\partial \xi_{eq}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} < 0 \quad (5.77)$$

On vient juste de prouver que σ_{zz} (et $\sigma_{\theta\theta}$ aussi) changent de variation en $r = r_{pl}$. Il y a donc une forme en cloche des courbes des contraintes axiale et orthoradiale en $r = r_{pl}$ (figure 6.3) ce qui pourra expliquer un écaillage par rupture plane en (θ, z) .

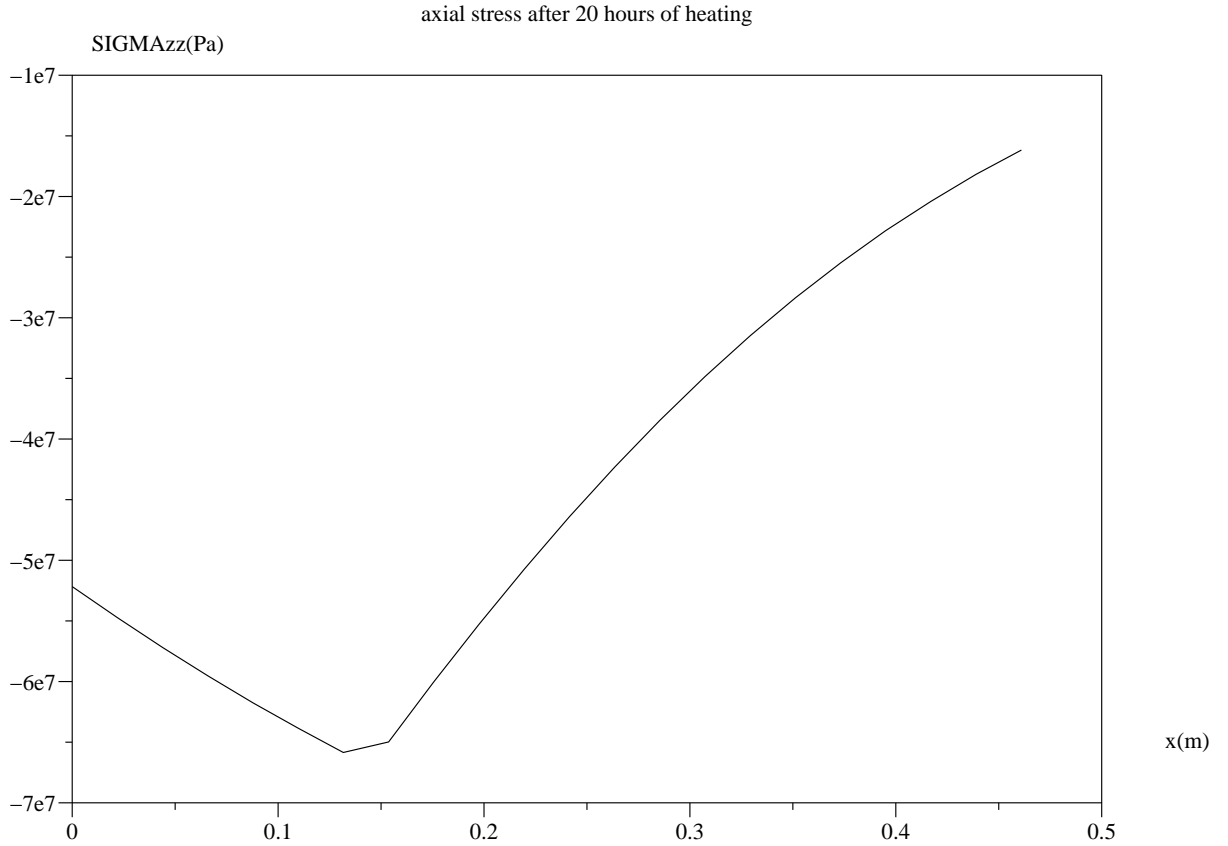


FIG. 5.7. *Contrainte axiale après 20 heures de chauffage : existence d'un pic de compression et un changement de pente au niveau de la surface de plastification ce qui pourrait expliquer la rupture au niveau de cette surface*

Par conséquent, le problème de l'écaillage mécanique se ramène à étudier la propagation de la zone plastique par l'intermédiaire de r_{pl} où la température atteint T_{pl} . Prévoir

l'écaillage est réduit par conséquent à un problème purement thermique.

Dans ce qui suit, une étude des différentes parties du modèle constitutif cherche à examiner quel terme est nécessaire pour prévoir l'écaillage.

5.3.2.2 Conséquence de la non prise en compte du radoucissement

Dans cette section, on suppose que $E(T) = E_0$ au lieu de (5.1).

– Durant la phase élastique, l'expression de la déformation radiale ne change pas :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha (T - T_0) \quad (5.78)$$

Cependant l'expression de la contrainte axiale ou orthoradiale (5.37) devient :

$$\sigma_{zz} \approx \sigma_{\theta\theta} \approx -\frac{E_0}{1 - \nu} \alpha (T - T_0) \quad (5.79)$$

et l'équation permettant de déterminer la température de plastification (5.42) devient plutôt :

$$\frac{E_0}{1 - \nu} \alpha (T_{pl} - T_0) \approx f_{bc} \xi_{eq}(T_{pl}) \quad (5.80)$$

– Durant la phase plastique, $\sigma_{zz} = -f_{bc} \xi_{eq}(T)$ et les différentes expressions des déformations changent :

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = \varepsilon_{zz}^{pl} = \frac{(1 - \nu) f_{bc}}{E_0} (\xi_{eq}(T) - \xi_{pl}) - \alpha (T - T_{pl}) \quad (5.81)$$

$$\varepsilon_{rr}^{pl} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} \varepsilon_{\theta\theta}^{pl} \quad (5.82)$$

$$\varepsilon_{rr}^{el} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha (T_{pl} - T_0) + \frac{2\nu f_{bc}}{E_0} (\xi_{eq}(T) - \xi_{pl}) + \alpha (T - T_{pl}) \quad (5.83)$$

Dans ce cas, l'explication précédente de l'écaillage est toujours valable, en effet, $\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r}$ est positif pour $r < r_{pl}$ d'après (5.58) et devient négatif quand $r > r_{pl}$ d'après (5.79).

On peut aussi remarquer que la température de plastification est plus basse dans ce cas. En effet, on obtient une valeur de $(T_{pl} \approx 425K$ au lieu de $440K$). Ceci veut dire que le rayon de plastification est plus élevé. L'écaillage sera donc plus profond.

5.3.2.3 Conséquence de la non prise en compte de la décohésion

Dans cette section, le critère de plasticité (5.3) est indépendant du degré d'hydratation ξ (il devient $f(\underline{\sigma})$). Cela veut dire qu'on néglige la diminution de la résistance provoquée par la déshydratation.

- Pour la phase élastique, les expressions des déformations et contraintes sont inchangées. Cependant, la température de plastification change :

$$\frac{E_0}{1-\nu} \alpha \int_{T_0}^{T_{pl}} \xi_{eq}(T) dT \approx f_{bc} \quad (5.84)$$

- Durant la phase plastique, la contrainte axiale est constante

$$\sigma_{zz} = -f_{bc} \quad (5.85)$$

et donc les différentes déformations changent d'expressions :

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = \varepsilon_{zz}^{pl} = -\alpha(T - T_{pl}) \quad (5.86)$$

$$\varepsilon_{rr}^{pl} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} \varepsilon_{\theta\theta}^{pl} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}}{-\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_t}{3}} \alpha(T - T_{pl}) \quad (5.87)$$

$$\varepsilon_{rr}^{el} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha(T_{pl} - T_0) + \alpha(T - T_{pl}) \quad (5.88)$$

L'explication de l'écaillage n'est pas valable dans ce cas car $\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r}$ est nul pour $r < r_{pl}$ d'après (5.85). Il n'y a pas donc une forme en cloche des courbes des contraintes axiale et orthoradiale en $r = r_{pl}$ ce qui ne pourrait pas expliquer un écaillage par rupture plane en (θ, z) .

Cela veut dire qu'on ne pourra pas mettre en évidence l'écaillage mécanique sans prendre en compte la décohésion chimique du béton.

Conséquence de la non prise en compte de la décohésion et du radoucissement

Cela veut dire qu'on néglige le couplage de type chimio-mécanique ($f(\underline{\sigma})$, $E(T) = E_0$). Les expressions des contraintes sont obtenues directement à partir de la dernière étude (en remplaçant simplement $\xi_{eq}(T)$ par 1). La température de plastification change et vérifie :

$$\frac{E_0}{1-\nu} \alpha(T_{pl} - T) \approx f_{bc} \quad (5.89)$$

Comme le dernier cas, on a une compression constante près de la surface chauffée, l'écaillage ne peut être expliqué dans ce cas. Il y aurait plutôt une rupture par explosion au niveau de la surface chauffée.

Conclusion

On a établi les expressions qui permettent d'avoir de façon approximative les contraintes de compression ainsi que les déformations (élastique, plastique et totale) dans chacune des phases : élastique et plastique. On a obtenu aussi l'existence d'une température de "plastification". Ensuite, le phénomène d'écaillage a été relié à une apparition d'un "pic" au niveau des contraintes à une certaine profondeur r_{pl} où la température de plastification est atteinte. L'existence de ce pic a été ensuite étudiée dans différents cas (avec ou sans radoucissement ou décohésion chimique) pour conclure que c'est la décohésion qui est nécessaire à la prédiction de l'écaillage mécanique. La température de plastification, obtenue par traitement d'un simple problème de conduction thermique, est donc utile pour localiser la profondeur d'écaillage.

Chapitre 6

Comparaison des deux types d'écaillage : thermo-poro-élasticité

Introduction

Deux explications, de l'écaillage du béton dans les structures soumises au feu, sont généralement données dans la littérature.

D'un côté, les observations expérimentales faites par [Bazant et Thongutai, 1978, 1979]; [Kontani, 1994]; [Ahmed et Hurst, 1995]; [Noumowe, 1995]; [Consolazio et Al, 1997] ont prouvé que la basse perméabilité du béton produit des gradients de pression très importants près de la surface de chauffage sous forme de ce qu'est appelé "moisture clog" [Harmathy, 1965]. Les fluides, ayant des pressions importantes exercent sur le squelette, des efforts de traction qui pourraient justifier l'écaillage hydraulique.

D' un autre côté, [Ulm, Coussy et Bazant, 1999]; [Bazant et Kaplan, 1996]; [Phan, 1997]; [Phan et Al, 1997] et [Schneider, 1982] ont étudié le comportement matériel et structural du béton à températures élevées. Ils ont constaté que la dilatation thermique due au chauffage peut produire, quand elle est empêchée, des contraintes de compression très importantes qui pourraient justifier l'écaillage mécanique.

Cette étude cherche à comparer l'effet des contraintes de traction d'origine hydraulique et celui des contraintes de compression d'origine thermique.

Dans ce chapitre, les équations du modèle thermo-poro-élastique sont présentées. Puis, une application du modèle à un mur "infini" est abordée tout en précisant la géométrie, les conditions initiales, les conditions aux limites ainsi que les paramètres thermo-hydro-mécaniques utilisés. Enfin, les différentes contraintes effectives sont évaluées

en utilisant une approche analytique pour identifier les termes liés à l'effet thermique et ceux liés à l'effet hydraulique. Les simulations numériques du modèles permettent de comparer ces différents termes qui sont nécessaires dans la discussion du mécanisme d'écaillage en employant un critère de plasticité approprié.

6.1 Thermodynamique en thermo-poro-élasticité

Les résultats sont donnés ici sans rentrer dans les détails de calculs. Pour plus de détails, on peut se référer au chapitre 2 sur la thermo-hydro-chimie en milieu indéformable et plus précisément à la section 2.2.

6.1.1 Conservation d'énergie : premier principe

Contrairement au modèle thermo-hydro-chimique utilisé au deuxième chapitre au paragraphe 2.2.1, la puissance des efforts extérieurs \mathcal{P} doit tenir compte, en plus des puissances mises en jeu par le mouvement des particules fluides [Coussy, [22]], de la puissance des efforts extérieurs de contact avec les particules solides du squelette.

$$\mathcal{P} = \int_{d\Omega} \left((\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \underline{\underline{v}}_s - \sum_{f=a,v,l} \frac{P_f}{\rho_f} \underline{\underline{F}}_f \cdot \underline{\underline{n}} \right) ds \quad (6.1)$$

L'expression du taux de chaleur fourni au milieu poreux reste quant à elle inchangée.

$$\dot{Q} = \int_{\Omega} r d\Omega + \int_{d\Omega} -\underline{\underline{q}} \cdot \underline{\underline{n}} ds \quad (6.2)$$

En remplaçant \dot{Q} et \mathcal{P} par leurs expressions et sachant que l'enthalpie spécifique du fluide f est $h_f = u_f + \frac{P_f}{\rho_f}$, on peut maintenant déduire l'équation de l'énergie sous sa forme locale

$$\frac{du}{dt} = \underline{\underline{\sigma}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} - \text{div}(h_a \underline{\underline{F}}_a + h_v \underline{\underline{F}}_v + h_l \underline{\underline{F}}_l + \underline{\underline{q}}) + r \quad (6.3)$$

6.1.2 Dissipations thermodynamiques : second principe

Le second principe de la thermodynamique nous permet d'écrire l'inégalité suivante sur l'entropie interne volumique :

$$\frac{ds}{dt} \geq -\text{div} \left(s_a \underline{E}_a + s_v \underline{E}_v + s_l \underline{E}_l + \frac{q}{T} \right) + \frac{r}{T} \quad (6.4)$$

Comme dans le deuxième chapitre concernant le problème thermo-hydro-chimique, on utilise $\psi = u - Ts$ l'énergie libre volumique totale de Helmholtz.

- Par le premier et le second principe, on peut déduire l'inégalité de Clausius-Duhem sur la dissipation totale Φ :

$$\Phi = \underline{\underline{\sigma}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} + \sum_{f=a,l,v} \left[-g_f \text{div}(\underline{E}_f) + \underline{E}_f \cdot (-\nabla g_f - s_f \nabla T) \right] - \frac{q}{T} \nabla T - s \frac{dT}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \geq 0 \quad (6.5)$$

- On utilise maintenant les équations de conservation des masses d'air, d'eau liquide et de vapeur d'eau qui ont été établies au deuxième chapitre :

$$\text{div}(\underline{E}_a) = -\frac{\partial m_a}{\partial t} \quad (6.6)$$

$$\text{div}(\underline{E}_v) = -\frac{\partial m_v}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow v} \quad (6.7)$$

$$\text{div}(\underline{E}_l) = -\frac{\partial m_l}{\partial t} + \frac{\partial d}{\partial t} + \dot{m}_{\rightarrow l} \quad (6.8)$$

La dissipation totale peut s'écrire (comme dans le deuxième chapitre) comme somme de quatre termes sources :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 \geq 0 \quad (6.9)$$

- Φ_1 est la dissipation intrinsèque

$$\Phi_1 = \underline{\underline{\sigma}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}}{dt} + P_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t} - s_s \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{d\psi_s}{dt} \geq 0 \quad (6.10)$$

- Φ_2 est la dissipation thermique

$$\Phi_2 = -\frac{q}{T} \nabla T \quad (6.11)$$

- Φ_3 est la dissipation due au transport de la matière fluide

$$\Phi_3 = \underline{q}_a \cdot (-\nabla P_a) + \underline{q}_v \cdot (-\nabla P_v) + \underline{q}_l \cdot (-\nabla P_l) \quad (6.12)$$

où $\underline{q}_f = \frac{\underline{E}_f}{\rho_f}$ est le flux volumique du fluide $f = a, v, l$.

– Φ_4 est la dissipation dûe au changement de phase.

$$\Phi_4 = (g_l - g_v)\dot{m}_{\rightarrow v} \quad (6.13)$$

– Φ_5 est la dissipation qui résulte du phénomène de déshydratation.

$$\Phi_5 = \frac{\partial d}{\partial t} \left(-g_l - \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} \right) \quad (6.14)$$

Seule l'expression de Φ_1 change par rapport au modèle thermo-hydro-chimique du deuxième chapitre. Par conséquent, les équations d'état du fluide ainsi que les lois de transport de matière et les lois de transfert de chaleur restent valables dans le cadre de la thermo-poro-élasticité. Par contre, les équations d'état du squelette doivent être adaptées afin de satisfaire la positivité de la dissipation intrinsèque Φ_1 liée au squelette.

Il est à noter que toutes les dissipations doivent être positives puisque elles résultent de phénomènes dissipatifs différents.

6.1.3 Équations d'état du squelette

La forme de la dissipation Φ_1 suggère de choisir comme variables d'état les variables externes $\underline{\underline{\varepsilon}}$, ϕ_f , T et d . On représente les autres variables (internes) par un vecteur $\underline{\underline{\chi}}$.

L'énergie volumique de Helmholtz associée au squelette est alors fonction de ces variables et s'écrit :

$$\psi_s = \psi_s(\underline{\underline{\varepsilon}}, \phi_f, T, d, \underline{\underline{\chi}}) \quad (6.15)$$

La positivité de la dissipation Φ_1 s'écrit donc :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} + \sum_{f=a,v,l} \left(P_f - \frac{\partial \psi_s}{\partial \phi_f} \right) \frac{\partial \phi_f}{\partial t} + \left(-s_s - \frac{\partial \psi_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\chi}}} \frac{\partial \underline{\underline{\chi}}}{\partial t} \geq 0 \quad (6.16)$$

On considère maintenant les transformations réversibles. Elles sont caractérisées par une dissipation intrinsèque nulle et l'invariabilité de $\underline{\underline{\chi}}$. Dans ce cas, on peut écrire l'égalité suivante :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} + \sum_{f=a,v,l} \left(P_f - \frac{\partial \psi_s}{\partial \phi_f} \right) \frac{\partial \phi_f}{\partial t} + \left(-s_s - \frac{\partial \psi_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (6.17)$$

Pour que cette dernière égalité reste vraie quelques soient les transformations, il faut que :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (6.18)$$

$$P_f = \frac{\partial \psi_s}{\partial \phi_f} \quad (6.19)$$

$$s_s = -\frac{\partial \psi_s}{\partial T} \quad (6.20)$$

Maintenant, on utilise le fait que $\phi_a = \phi_v = \phi_g$.

Ce qui permet d'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} + P_g \frac{\partial \phi_g}{\partial t} + P_l \frac{\partial \phi_l}{\partial t} - s_s \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{\partial \psi_s}{\partial t} = 0 \quad (6.21)$$

On remplace maintenant les deux variables ϕ_g et ϕ_l par la porosité totale ϕ et la saturation liquide S_l . En effet, on sait que :

$$\phi_l = S_l \phi \text{ et } \phi_g = S_g \phi = (1 - S_l) \phi \quad (6.22)$$

Ce qui permet d'écrire la dissipation intrinsèque sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} + (S_g P_g + S_l P_l) \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi P_c \frac{\partial S_l}{\partial t} - s_s \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi_s}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{\partial \psi_s}{\partial t} = 0 \quad (6.23)$$

Par suite, le potentiel ψ_s peut être exprimé en fonction des variables $(\underline{\underline{\varepsilon}}, \phi, S_l, T, d)$. On déduit donc les relations suivantes (transformation réversible) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (6.24)$$

$$S_g P_g + S_l P_l = \frac{\partial \psi_s}{\partial \phi} \quad (6.25)$$

$$\phi P_c = -\frac{\partial \psi_s}{\partial S_l} \quad (6.26)$$

$$s_s = -\frac{\partial \psi_s}{\partial T} \quad (6.27)$$

Ceci nous permet d'écrire les deux équations différentielles suivantes :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \hat{A}_1 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{A}}_2 d\phi + \underline{\underline{A}}_3 dS_l + \underline{\underline{A}}_4 dT \quad (6.28)$$

$$d(S_g P_g + S_l P_l) = \underline{\underline{A}}_5 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + A_6 d\phi + A_7 dS_l + A_8 dT \quad (6.29)$$

Les propriétés du potentiel ψ_s au niveau des dérivées croisées permettent d'écrire que :

$$\underline{\underline{A}}_2 = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \phi} \right) = \frac{\partial (S_g P_g + S_l P_l)}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{A}}_5 \quad (6.30)$$

$$A_7 = \frac{\partial (S_g P_g + S_l P_l)}{\partial S_l} = \frac{\partial}{\partial S_l} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \phi} \right) = \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial S_l} \right) = -\frac{\partial (\phi P_c)}{\partial \phi} = -P_c \quad (6.31)$$

En effet, la pression capillaire P_c est une fonction de la saturation liquide S_l et de la température T . Ceci a été expérimentalement vérifié par Baroghel-Bouny [5].

$$\underline{\underline{A}}_3 = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial S_l} = \frac{\partial}{\partial S_l} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial S_l} \right) = -\frac{\partial (\phi P_c)}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{0}} \quad (6.32)$$

En remplaçant A_7 par $-P_c = P_l - P_g$ et $\underline{\underline{A}}_5$ par $\underline{\underline{A}}_2$, on obtient :

$$S_g dP_g + S_l dP_l = \underline{\underline{A}}_2 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + A_6 d\phi + A_8 dT \quad (6.33)$$

D'où l'expression de $d\phi$:

$$d\phi = \frac{1}{A_6} \left(S_g dP_g + S_l dP_l - \underline{\underline{A}}_2 : d\underline{\underline{\varepsilon}} - A_8 dT \right) \quad (6.34)$$

Ceci peut être injecté dans l'expression de $d\underline{\underline{\sigma}}$ sachant que $\underline{\underline{A}}_3 = \underline{\underline{0}}$.

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \hat{A}_1 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{1}{A_6} \left(S_g dP_g + S_l dP_l - \underline{\underline{A}}_2 : d\underline{\underline{\varepsilon}} - A_8 dT \right) \underline{\underline{A}}_2 + \underline{\underline{A}}_4 dT \quad (6.35)$$

Ce qui ramène à des expressions de la forme :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \hat{B}_1 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{B}}_2 (S_g dP_g + S_l dP_l) + \underline{\underline{B}}_3 dT \quad (6.36)$$

$$d\phi = -\underline{\underline{B}}_2 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + B_4(S_g dP_g + S_l dP_l) + B_5 dT \quad (6.37)$$

Où l'on a :

$$\hat{B}_1 = \hat{A}_1 - \frac{1}{A_6} \underline{\underline{A}}_2 \otimes \underline{\underline{A}}_2 \quad (6.38)$$

$$\underline{\underline{B}}_2 = \frac{1}{A_6} \underline{\underline{A}}_2 \quad (6.39)$$

$$\underline{\underline{B}}_3 = -\frac{A_8}{A_6} \underline{\underline{A}}_2 + \underline{\underline{A}}_4 \quad (6.40)$$

$$B_4 = \frac{1}{A_6} \quad (6.41)$$

$$B_5 = -\frac{A_8}{A_6} \quad (6.42)$$

6.2 Modèle de comportement thermo-poro-élastique isotrope

6.2.1 Pression interstitielle équivalente en non saturé

On définit la pression interstitielle équivalente π par

$$\pi = S_g P_g + S_l P_l + \int P_c dS_l \quad (6.43)$$

π vérifie donc l'équation différentielle suivante :

$$d\pi = S_g dP_g + S_l dP_l \quad (6.44)$$

qui permet d'avoir la forme classique des équations de thermo-poro-élasticité (d'après le dernier paragraphe de la section précédente) :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \hat{B}_1 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{B}}_2 d\pi + \underline{\underline{B}}_3 dT \quad (6.45)$$

$$d\phi = -\underline{\underline{B}}_2 : d\underline{\underline{\varepsilon}} + B_4 d\pi + B_5 dT \quad (6.46)$$

On retrouve bien la forme des équations de la thermo-poro-élasticité des milieux saturés. Pour cela, il suffit de remplacer S_l par 1 et S_g par 0. Dans ce cas $d\pi$ est remplacé par dP_l ce qui justifie la définition de π comme une pression interstitielle équivalente.

Souvent, on utilise pour π l'expression de Bishop :

$$\pi^{Bishop} = S_g P_g + S_l P_l \quad (6.47)$$

Mais cette définition est fautive. En effet :

$$\pi - \pi^{Bishop} = \int P_c dS_l \quad (6.48)$$

Confondre π avec π^{Bishop} revient à négliger les effets des tensions superficielles qui doivent pourtant être pris en compte :

$$\pi = \pi^{Bishop} + \int P_c ds \quad (6.49)$$

La constante d'intégration vient de la définition de π . En effet, π est une pression interstitielle équivalente qui doit coïncider avec la pression liquide dans le cas saturé. Ce qui conduit à la relation $\pi(S_l = 1) = P_l$. D'où :

$$\pi = S_g P_g + S_l P_l + \int_{S_l}^1 P_c ds \quad (6.50)$$

6.2.2 Thermo-poro-élasticité isotrope

Le comportement thermoporoélastique est caractérisé par l'absence de directions privilégiées. Dans ce cas, tous les tenseurs ($\hat{A}_1, \hat{B}_1, \underline{\underline{A}}_i, \underline{\underline{B}}_i$) n'ont que des composantes diagonales qui sont égales.

On aboutit finalement aux équations de thermo-poro-élasticité isotropique :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \lambda_0 tr(d\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{1}} + 2\mu d\underline{\underline{\varepsilon}} - b d\pi\underline{\underline{1}} - 3\alpha_0 k_0 dT\underline{\underline{1}} \quad (6.51)$$

$$d\phi = b tr(d\underline{\underline{\varepsilon}}) + Nd\pi - 3\alpha_\phi dT \quad (6.52)$$

Les coefficients $\lambda_0, \mu, k_0, b, N, \alpha_0$ et α_ϕ sont des paramètres caractéristiques du squelette.

- λ_0 et μ sont les coefficients de Lamé drainés.
- $k_0 = \lambda_0 + \frac{2}{3}\mu$ est le coefficient de compression drainé.

- b est le coefficient de Biot qui caractérise l'augmentation de la contrainte moyenne lors de la mise en pression du fluide dans un échantillon à déformation volumique nulle et à température constante.
- N est le coefficient qui caractérise l'augmentation de la porosité dans cette même expérience.
- α_0 est le coefficient de dilatation thermique.
- α_ϕ est le coefficient de dilatation isochore drainé.

6.2.3 Compatibilité micro-macro dans le cas saturé

Le but de cette section consiste à trouver des relations de compatibilité entre le comportement macroscopique du squelette et le comportement microscopique du solide le constituant dans le cas où le milieu est saturé. On adoptera les mêmes relations dans le cas non saturé.

6.2.3.1 Lien entre la déformation macroscopique et celle du squelette en H.P.P

Dans le cadre des H.P.P, la variation relative d'un volume matériel élémentaire $d\Omega$ est donnée par :

$$\frac{d\Omega_t - d\Omega_0}{d\Omega_0} = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (6.53)$$

Le volume élémentaire $d\Omega_t$ est la somme d'un volume élémentaire solide $d\Omega_t^s$ et d'un volume élémentaire poreux $d\Omega_t^p = \phi d\Omega_0$:

$$d\Omega_t = d\Omega_t^s + \phi d\Omega_0 \quad (6.54)$$

Ce qui permet d'établir à l'instant $t = 0$ la relation suivante pour le volume élémentaire solide :

$$d\Omega_0^s = (1 - \phi_0) d\Omega_0 \quad (6.55)$$

Sachant qu'on a de même dans le cadre des H.P.P que $\frac{d\Omega_t^s - d\Omega_0^s}{d\Omega_0^s} = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_s)$, on peut établir la relation suivante :

$$tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) = (1 - \phi_0) tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_s) + \phi - \phi_0 \quad (6.56)$$

6.2.3.2 Lien entre la contrainte macroscopique et celle du squelette

Un résultat essentiel de la théorie d'homogénéisation (P. Suquet [88]) est que le tenseur des contraintes à l'échelle macroscopique est la moyenne sur le volume élémentaire représentatif $d\Omega$ du tenseur des contraintes microscopiques :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{d\Omega} \int_{d\Omega} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} d\tilde{\Omega} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \underline{\underline{\sigma}}_f \quad (6.57)$$

Où :

$$\underline{\underline{\sigma}}_s = \frac{1}{d\Omega} \int_{d\Omega_s} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} d\tilde{\Omega} = (1 - \phi_0) \langle \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} \rangle_{d\Omega_s} \quad (6.58)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_f = \frac{1}{d\Omega} \int_{d\Omega_f} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} d\tilde{\Omega} = \phi_0 \langle \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} \rangle_{d\Omega_f} \quad (6.59)$$

Notons par σ la contrainte moyenne associée à chaque tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et par ε la déformation volumique associée à chaque tenseur de déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$:

$$\sigma = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad \text{et} \quad \varepsilon = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (6.60)$$

On a en particulier : $\sigma = \sigma_s + \sigma_f$.

6.2.3.3 Conséquences de la compatibilité micro-macro

Supposons que le solide constituant le squelette possède un comportement thermo-élastique linéaire isotrope homogène à l'échelle du volume élémentaire $d\Omega$. on note par k_s le module de compressibilité du solide et par α_s son coefficient de dilatation thermique. En tout point du solide, on a :

$$d\tilde{\sigma} = k_s d\tilde{\varepsilon} - 3\alpha_s k_s d\tilde{T} \quad (6.61)$$

La contribution du solide à la variation de la contrainte macroscopique moyenne σ est alors donnée par :

$$d\sigma_s = (1 - \phi_0) k_s d\varepsilon_s - 3(1 - \phi_0) \alpha_s k_s dT \quad (6.62)$$

A l'échelle du volume élémentaire $d\Omega$, la variation de la contrainte microscopique en tout point de l'eau liquide dans le cas saturé prend la forme :

$$d\tilde{\sigma}_f = -d\tilde{P}_l \quad (6.63)$$

D'où, sachant que l'eau liquide occupe une fraction ϕ_0 , on obtient la contribution du fluide à la variation de la contrainte macroscopique moyenne :

$$d\sigma_f = -\phi_0 dP_l \quad (6.64)$$

Ainsi, la variation de la contrainte macroscopique moyenne est donnée par :

$$d\sigma = (1 - \phi_0)k_s d\varepsilon_s - 3(1 - \phi_0)\alpha_s k_s dT - \phi_0 dP_l \quad (6.65)$$

On utilise maintenant l'équation établie dans le paragraphe précédent qui s'écrit sous la forme différentielle suivante :

$$d\varepsilon = (1 - \phi_0)d\varepsilon_s + d\phi \quad (6.66)$$

Ceci aboutit à :

$$d\phi = d\varepsilon - \frac{1}{k_s}d\sigma - 3(1 - \phi_0)\alpha_s dT - \frac{\phi_0}{k_s}dP_l \quad (6.67)$$

Cette dernière équation a été établie en étudiant uniquement le comportement à l'échelle microscopique du solide. Elle doit être compatible avec les équations d'état macroscopiques thermoporoélastiques. La première équation macroscopique dans le cas saturé ($\pi = P_l$) donne la formulation de la variation de la contrainte moyenne macroscopique :

$$d\sigma = k_0 d\varepsilon - b dP_l - 3\alpha_0 k_0 dT \quad (6.68)$$

En injectant cette équation macroscopique dans l'équation microscopique, on obtient :

$$d\phi = \left(1 - \frac{k_0}{k_s}\right) d\varepsilon + \frac{b - \phi_0}{k_s} dP_l - 3 \left(1 - \frac{k_0}{k_s} - \phi_0\right) \alpha_s dT \quad (6.69)$$

Cette relation doit être compatible avec la deuxième équation macroscopique du paragraphe précédent ce qui implique :

$$b = 1 - \frac{k_0}{k_s} \quad (6.70)$$

$$N = \frac{b - \phi_0}{k_s} \quad (6.71)$$

$$\alpha_s = \alpha_0 \quad (6.72)$$

$$\alpha_\phi = (b - \phi_0)\alpha_0 \quad (6.73)$$

6.3 Comparaison entre les deux types d'écaillage par un modèle unidimensionnel

On commence par présenter le récapitulatif des équations du modèle thermo-poro-élastique qui vont servir à comparer l'effet des contraintes de traction d'origine hydraulique et celui des contraintes de compression d'origine thermique. Une application du modèle à un mur "infini" est abordée tout en précisant la géométrie, les conditions initiales, les conditions aux limites ainsi que les paramètres thermo-hydro-mécaniques utilisés.

Ces équations sont celles qui vont servir à développer le modèle numérique complet en thermo-poro-élasticité. Elles servent également à établir une approche analytique dans le cas unidimensionnel du mur "infini".

6.3.1 Équations du modèle de comportement thermo-poro-élastique

6.3.1.1 Équation de capillarité : loi de désorption

En négligeant le phénomène d'hystérésis (simple montée en température), la pression capillaire est fonction de la saturation liquide et de la température. Il s'agit de la loi de désorption :

$$P_c(S_l, T) = A(T)(1 - S_l^{-B})^{1 - \frac{1}{B}} \quad (6.74)$$

avec $A(T)$ est un module capillaire dépendant de la température et $B \approx 2$ d'après le tableau 2.1.

6.3.1.2 Pression interstitielle équivalente

La pression interstitielle notée π n'est pas la pression équivalente π^{Bishop} souvent utilisée en littérature. Elle tient compte des effets des tensions superficielles au niveau de l'interface liquide/gaz :

$$\pi = S_g P_g + S_l P_l + \int_{S_l}^1 P_c ds \quad (6.75)$$

D'après l'expression de la pression capillaire P_c donnée dans le paragraphe précédent, il est possible d'expliciter le terme lié aux effets d'interface : $\int_{S_l}^1 P_c(s, T) ds$

En effet comme B peut être supposé égal à 2, l'intégration de la pression capillaire suivant la saturation liquide nous donne la formule explicite suivante :

$$\int_{S_l}^1 P_c(s, T) ds = A_{(T)} \left[\operatorname{argch} \left(\frac{1}{S_l} \right) - \operatorname{th} \left(\operatorname{argch} \left(\frac{1}{S_l} \right) \right) \right] \quad (6.76)$$

Où th est la fonction tangente hyperbolique et où argch est la fonction cosinus hyperbolique inverse.

6.3.1.3 Variation de la porosité

Contrairement au modèle indéformable, la porosité varie ici avec la déformation ainsi qu'avec la température et la pression. Une augmentation de la pression interstitielle équivalente provoque un élargissement de l'espace poreux. Cependant, une augmentation de la température provoque une dilatation volumique du squelette et donc une diminution du volume poreux.

$$\Delta\phi = b \Delta\varepsilon + N \Delta\pi - 3\alpha \Delta T \quad (6.77)$$

6.3.1.4 Relation de compatibilité dans le cadre du H.P.P

On note par \underline{u} le déplacement du squelette et on se place dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations pour le squelette :

- Petites transformations du squelette, $|\underline{\nabla u}| \ll 1$
- Petits déplacements du squelette, $\frac{|u|}{L} \ll 1$ où L est une longueur caractéristique du milieu poreux.

Dans ce cas, le tenseur des déformations linéarisées est donné par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\nabla u}} + {}^t \underline{\underline{\nabla u}}) \quad (6.78)$$

6.3.1.5 Équation d'équilibre mécanique

On suppose que les effets d'inertie et de gravité sont négligeables. L'équation de la dynamique des milieux continus peut être généralisée aux milieux poreux :

$$\underline{\underline{div}} (\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{\underline{0}} \quad (6.79)$$

6.3.1.6 Loi d'état thermo-élastique isotrope

Dans le cadre d'un comportement thermo-élastique isotrope, la loi d'état s'écrit de la façon différentielle suivante :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \lambda_0 \operatorname{tr}(d\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{1}} + 2\mu d\underline{\underline{\varepsilon}} - b d\pi\underline{\underline{1}} - 3\alpha_0 k_0 dT\underline{\underline{1}} \quad (6.80)$$

6.3.1.7 Relation entre les pressions des fluides

Une combinaison de la loi de Kelvin et de la loi de capillarité est utilisée :

$$P_c(S_l, T) = P_g - P_l = P_a + P_v - P_{vs}(T) - \frac{\rho_l RT}{M_e} \log\left(\frac{P_v}{P_{vs}}\right) \quad (6.81)$$

6.3.1.8 Équation de conservation d'énergie

L'équation de conservation de l'énergie qui est une conséquence du premier principe s'écrit sous sa forme locale :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} - \operatorname{div}(h_a \underline{\underline{F}}_a + h_v \underline{\underline{F}}_v + h_l \underline{\underline{F}}_l + \underline{\underline{q}}) + r \quad (6.82)$$

6.3.1.9 Équations de conservation de masse

– Équation de conservation de la masse d'air

La dérivée particulaire de la masse d'air $m_a = \rho_a \phi(1 - S_l)$ en suivant son mouvement est nulle :

$$\frac{\partial m_a}{\partial t} + \operatorname{div}(\underline{\underline{F}}_a) = 0 \quad (6.83)$$

– Équation de conservation de la masse d'eau totale

La masse d'eau totale est $m_e = m_v + m_l = \rho_v \phi(1 - S_l) + \rho_l \phi S_l$

La dérivée particulaire de la masse d'eau totale m_e en suivant son mouvement n'est pas nulle car il y a le terme de production lié à la déshydratation :

$$\frac{\partial m_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\underline{\underline{F}}_e) = \frac{\partial d}{\partial t} \quad (6.84)$$

6.3.1.10 Flux de transport de masse et de transfert de chaleur

Les flux de masse d'air \underline{F}_a et de vapeur d'eau \underline{F}_v sont donnés par une combinaison d'une loi de Darcy pour le mélange air-vapeur et d'une loi de Fick pour la diffusion de chacun des deux composants dans le mélange gazeux. La loi de Darcy est pilotée par le gradient de pression totale du gaz ($P_g = P_a + P_v$). La loi de Fick est contrôlée quant à elle par le gradient de la concentration molaire (de l'air par exemple $\frac{P_a}{P_g}$).

$$\underline{F}_a = -\rho_a \left(K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \underline{\nabla} P_g + \left(1 + \frac{P_v}{P_a} \right) \tau \phi (1 - S_l) D \underline{\nabla} \left(\frac{P_a}{P_g} \right) \right) \quad (6.85)$$

$$\underline{F}_v = \rho_v \left(-K_{rg} \frac{K}{\eta_g} \underline{\nabla} P_g + \left(1 + \frac{P_a}{P_v} \right) \tau \phi (1 - S_l) D \underline{\nabla} \left(\frac{P_a}{P_g} \right) \right) \quad (6.86)$$

Cependant, le flux de masse de l'eau liquide \underline{F}_l est tout simplement donné par une loi de Darcy pour la phase liquide pilotée par le gradient de la pression de l'eau liquide P_l

$$\underline{F}_l = -\rho_l K_{rl} \frac{K}{\eta_l} \underline{\nabla} P_l \quad (6.87)$$

Le flux de transfert de chaleur \underline{q} est donné par une simple loi de Fourier isotrope :

$$\underline{q} = -\lambda \underline{\nabla} T \quad (6.88)$$

6.3.2 Modèle unidimensionnel : chauffage d'un mur

6.3.2.1 Géométrie du modèle

On considère le chauffage d'un mur d'épaisseur $L = 1m$. La longueur et la largeur du mur sont très grands devant son épaisseur. On peut donc se ramener à une seule variable spatiale x suivant l'épaisseur du mur. Ce modèle unidimensionnel intègre toutes les équations de la thermo-poro-élasticité précédemment citées. Le modèle obtenu est un modèle unidimensionnel mais il permet d'estimer les contraintes et les déformations dans les autres directions ($\sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \dots$).

6.3.2.2 Conditions aux limites

Les équations de conservation et d'équilibre sont au nombre de quatre. Il faut donc définir quatre conditions aux limites en $x = 0$ et $x = L$.

- Sur l'extrémité chauffée $x = 0$

1. Condition sur la température : On impose une condition de convection (Fourier) :

$$\underline{q} = -\lambda \underline{\nabla} T = h(T - T_{imp}(t)) \text{ en } x = 0 \quad (6.89)$$

où h est le coefficient d'échange convectif et où $T_{imp}(t)$ est la température de chauffage donnée par la norme ISO 834 :

$$T_{imp}(t) = T_0 + 345 \log\left(\frac{8t}{60} + 1\right) \leq T_{imp}^{max} = 973K \quad (6.90)$$

2. Condition sur la contrainte suivant x Pas de chargement sur la surface chauffée :

$$\sigma_{xx} = 0 \text{ en } x = 0 \quad (6.91)$$

3. Condition sur la pression de vapeur On suppose que la pression de vapeur demeure égale à la pression de vapeur de l'atmosphère ambiante ayant une humidité relative h_r^{atm} :

$$P_v = P_v^{atm} = h_r^{atm} \cdot P_v^{sat}(T_0) \quad (6.92)$$

4. Condition sur la pression totale de gaz La pression totale est supposée égale à la pression atmosphérique ambiante :

$$P_g = P_{atm} \quad (6.93)$$

– Sur l'extrémité non chauffée $x = L$

1. Condition sur la température : On impose une condition d'échange adiabatique (pour se placer dans un cas défavorable)

$$\underline{q} = -\lambda \underline{\nabla} T = 0 \text{ en } x = L \quad (6.94)$$

2. Condition sur la contrainte suivant x Pas de chargement aussi sur la surface non chauffée :

$$\sigma_{xx} = 0 \text{ en } x = L \quad (6.95)$$

3. Condition sur la pression de vapeur La pression de vapeur est égale à la pression de vapeur de l'atmosphère ambiante ayant une humidité relative h_r^{atm} :

$$P_v = P_v^{atm} = h_r^{atm} \cdot P_v^{sat}(T_0) \quad (6.96)$$

4. Condition sur la pression totale de gaz La pression totale est supposée égale à la pression atmosphérique ambiante :

$$P_g = P_{atm} \quad (6.97)$$

6.3.2.3 Conditions Initiales

De même, quatre conditions initiales doivent être définies sur tout le domaine $x \in [0, L]$.

1. La température initiale sur toute l'épaisseur du mur est égale à la température ambiante $T = T_0$.
2. La pression totale de gaz qui règne dans le mur est celle de l'atmosphère $P_g = P_{atm}$
3. La pression de vapeur est égale à la pression de vapeur de l'atmosphère ambiant ayant une humidité relative h_r^{atm} : $P_v = P_v^{atm} = h_r^{atm} \cdot P_v^{sat}(T_0)$
4. La contrainte initiale dans la structure est nulle : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{0}}$

6.3.2.4 Relations liées à la géométrie uni-dimensionnelle

Le fait que le mur est considéré comme "infini" suivant les deux directions (y, z) permet d'établir des relations utiles sur les composantes du vecteur déplacement $\underline{u} = (u_x, u_y, u_z)$:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0 \quad (6.98)$$

$$u_y = u_z = 0 \quad (6.99)$$

La relation de compatibilité dans le cadre de l'H.P.P permet de déduire que :

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (6.100)$$

Les composantes non diagonales du tenseur des déformations linéarisées $\underline{\underline{\varepsilon}}$ sont alors nulles.

En utilisant la loi de comportement thermo-élastique isotrope, il est évident que toutes les composantes non diagonales du tenseur des contraintes apparentes $\underline{\underline{\sigma}}$ sont aussi nulles ($\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}$ pour $i \neq j$). On en déduit que :

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (6.101)$$

On utilise maintenant l'équation d'équilibre $\underline{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{\underline{0}}$.

Cette équation donne une seule relation (vu que la seule variable du problème est la profondeur x dans le mur) :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \sigma_{xx} = cste = 0 \text{ d'après les conditions aux limites} \quad (6.102)$$

Enfin, il est aisé de prouver que $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ puisque le mur "infini" est invariant par rotation autour de son axe de profondeur x .

6.3.2.5 Propriétés du matériau

Les propriétés les plus significatives du matériau sont données dans le tableau suivant :

Propriété	Notation	Valeur
Module d'élasticité d'Young	E_0	42 GPa
Coefficient de Poisson	ν	0.2
Coefficient de dilatation thermique	α	10^{-5} K^{-1}
Conductivité thermique	λ	$1.94 \text{ Jm}^{-1}\text{K}^{-1}\text{s}^{-1}$
Coefficient d'échange convectif de chaleur	h	$4.16 \text{ Jm}^{-2}\text{K}^{-1}\text{s}^{-1}$
Coefficient de Biot	b	0.2
Perméabilité intrinsèque initiale	K	3.10^{-21} m^2
Module capillaire initial	$M_{(T_0)}$	18.64 MPa

Propriétés thermo-hydro-mécaniques utilisées dans les calculs numériques

6.3.2.6 Méthode numérique de résolution

La discrétisation numérique du système d'équations a été réalisée en différences finies pour la partie mécanique et en volumes finis pour la partie transport de masse et transfert de chaleur en utilisant comme seule variable spatiale la profondeur x dans le mur à partir de la surface chauffée. La méthode numérique de résolution est la même que celle utilisée dans le chapitre 3 pour le modèle thermo-hydro-chimique indéformable et dans le chapitre 5 pour le modèle thermo-chimio-plasticité. Il s'agit de la méthode de Newton qui est présentée dans l'Annexe 1.

6.3.3 Comparaison entre les deux types d'écaillage : approche analytico-numérique

Pour pouvoir comparer l'écaillage mécanique et l'écaillage hydraulique, il faut revenir à l'origine de chaque phénomène.

- L'écaillage mécanique est lié à une dilatation thermique empêchée qui engendre des contraintes de compression.
- L'écaillage hydraulique est lié à une augmentation de la pression effective qui engendre des contraintes de traction.

Ainsi, pour comparer ces deux types d'écaillage, il faut déterminer les différentes contraintes effectives s'exerçant sur le squelette et étudier leurs origines (hydraulique ou thermique).

Pour cela, on revient à un résultat établi précédemment qui est lié à la géométrie du problème. On avait montré que toutes les composantes du tenseur des contraintes sont nulles sauf σ_{yy} et σ_{zz} (qui sont d'ailleurs égales) et que toutes les composantes du tenseur des déformations sont nulles sauf ε_{xx} .

Notons par $\sigma_{\perp} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ la contrainte apparente dans le plan (y, z) perpendiculaire à l'axe de chauffage.

Le fait que $d\sigma_{xx} = 0$ nous permet d'obtenir l'incrément de la déformation suivant l'axe des x

$$d\varepsilon_{xx} = \frac{1}{\lambda_0 + 2\mu} (bd\pi + 3\alpha_0 K_0 dT) \quad (6.103)$$

On en déduit l'incrément de la contrainte σ_{\perp} :

$$d\sigma_{\perp} = -\frac{2\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (bd\pi + 3\alpha_0 K_0 dT) \quad (6.104)$$

Ce qui permet d'écrire l'incrément du tenseur des contraintes apparentes :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = d\sigma_{\perp} (\underline{e}_y \otimes \underline{e}_y + \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z) \quad (6.105)$$

L'incrément du tenseur des contraintes effectives s'en déduit :

$$d\underline{\underline{\sigma'}} = d\underline{\underline{\sigma}} + bd\pi \underline{\underline{1}} = bd\pi \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x + (bd\pi + d\sigma_{\perp}) (\underline{e}_y \otimes \underline{e}_y + \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z) \quad (6.106)$$

Ce qui donne les incréments suivants pour les contraintes effectives diagonales :

$$d\sigma'_{\parallel} = d\sigma'_{xx} = bd\pi \quad (6.107)$$

$$d\sigma'_{\perp} = d\sigma'_{yy} = d\sigma'_{zz} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b d\pi - \frac{2\mu}{\lambda_0 + 2\mu} 3\alpha_0 k_0 dT \quad (6.108)$$

L'intégration de la contrainte effective σ'_{\parallel} parallèle à l'axe du chauffage donne une contrainte de traction d'origine purement hydraulique :

$$\sigma'_{\parallel} = b(\pi - \pi_0) \quad (6.109)$$

σ'_{\parallel} est liée à l'augmentation de la pression équivalente π exercée sur le squelette par les fluides ainsi que les interfaces.

La contrainte effective perpendiculaire à l'axe du chauffage σ'_{\perp} s'exprime par une combinaison d'une traction d'origine hydraulique et d'une compression d'origine thermique :

$$\sigma'_{\perp} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b(\pi - \pi_0) - \frac{2\mu}{\lambda_0 + 2\mu} 3\alpha k_0(T_0) \int_{T_0}^T \xi(t) dt = \sigma'_{\perp}{}^h + \sigma'_{\perp}{}^t \quad (6.110)$$

Où :

$$\sigma'_{\perp}{}^h = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b(\pi - \pi_0) \quad (6.111)$$

$$\sigma'_{\perp}{}^t = -\frac{2\mu}{\lambda_0 + 2\mu} 3\alpha k_0(T_0) \int_{T_0}^T \xi(t) dt \quad (6.112)$$

Pour cette dernière contrainte, on avait tenu compte de la variation de k_0 avec la température : $k_0 = k_0(T_0)\xi(T)$.

6.3.3.1 Comparaison entre la traction d'origine hydraulique et la compression d'origine thermique

On cherche à montrer dans cette section que la traction d'origine hydraulique (due à l'augmentation de la pression interstitielle équivalente π) est négligeable devant la compression d'origine thermique (due à la dilatation thermique empêchée).

– Majoration de la traction d'origine hydraulique

On commence tout d'abord par majorer la contrainte de traction d'origine hydraulique :

$$\sigma'_{\perp}{}^h = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b(\pi - \pi_0) \quad (6.113)$$

Ceci revient à majorer simplement la pression interstitielle équivalente

$$\pi = S_g P_g + S_l P_l - \int_{S_l}^1 P_c ds = P_g - S_l P_c - \int_{S_l}^1 P_c ds \quad (6.114)$$

Comme la pression capillaire est toujours positive, la pression interstitielle équivalente est inférieure à la pression totale de gaz : $\pi \leq P_g$

ce qui permet de conclure à la majoration suivante :

$$\sigma_{\perp}^{\prime h} \leq \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b P_g \quad (6.115)$$

– Estimation de la compression d'origine thermique

On cherche ici à avoir un ordre de grandeur, en valeur absolue, de la contrainte de compression d'origine thermique :

$$\sigma_{\perp}^{\prime t} = -\frac{2\mu}{\lambda_0 + 2\mu} 3\alpha k_0(T_0) \int_{T_0}^T \xi(t) dt \quad (6.116)$$

Pour cela, on prend une température supérieure à 100°C qui est rapidement atteinte lors d'un incendie.

On trouve (pour $E = 42$ GPa et $\nu = 0.2$) :

$$\lambda_0 = 11.66 \text{ GPa} ; \mu = 17.5 \text{ GPa} \text{ et } k_0 = 23.33 \text{ GPa} \quad (6.117)$$

Pour la fonction de degré d'hydratation, on utilise :

$$\xi(T) = 1 - 0.83 \frac{(T - T_0)}{500} \quad (6.118)$$

Ce qui nous donne l'estimation suivante de la compression d'origine thermique :

$$\left| \sigma_{\perp}^{\prime t} \right| \geq 40 \text{ MPa pour } T \geq 100^\circ\text{C} \quad (6.119)$$

On utilise les résultats des deux paragraphes précédents. Pour pouvoir négliger $\sigma_{\perp}^{\prime h}$ devant $\sigma_{\perp}^{\prime t}$, il faut vérifier la condition suivante sur la pression de gaz :

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu} b P_g \ll \sigma_{\perp}^{\prime t} \quad (6.120)$$

Pour une température supérieure à 100°C , il est suffisant de vérifier la condition suivante :

$$P_g \ll 800 \text{ MPa} \quad (6.121)$$

Cette condition est bien évidemment vérifiée même pour des températures élevées de 700°C .

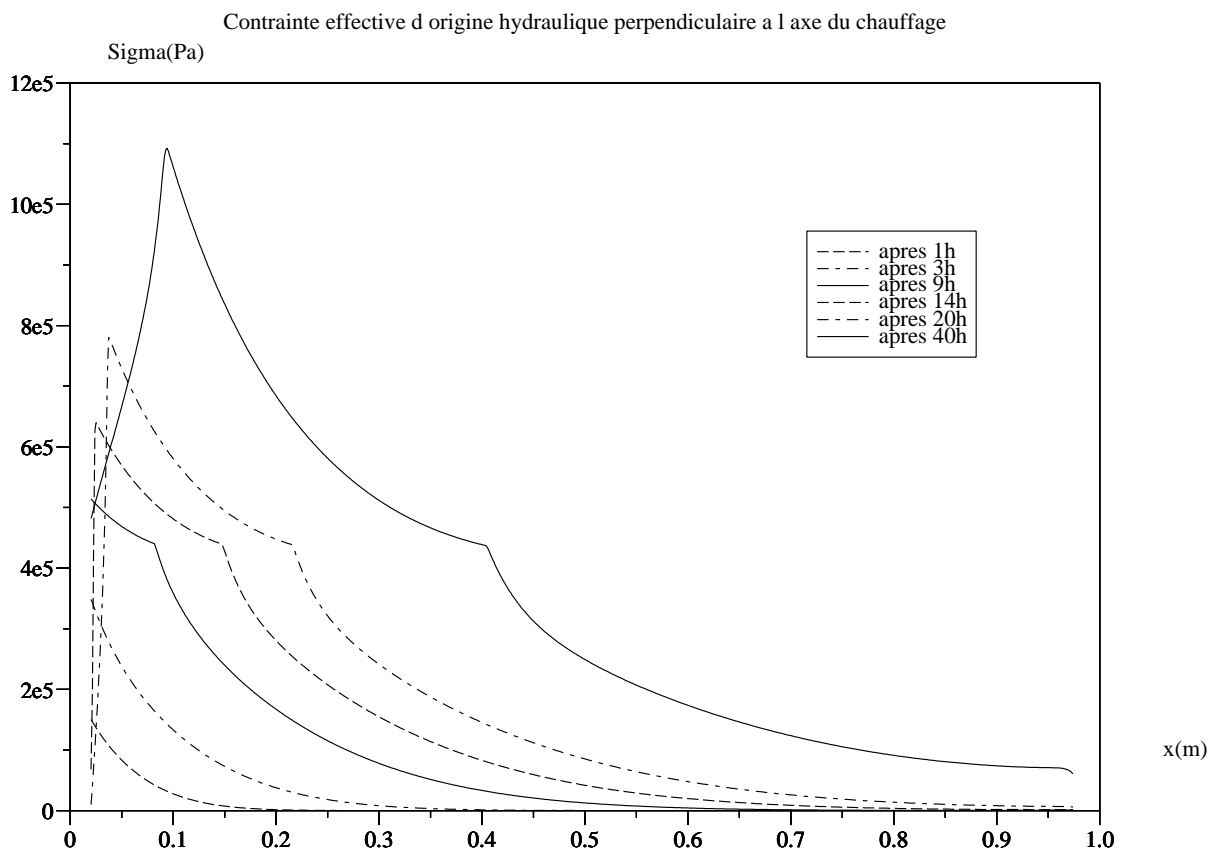


FIG. 6.1. *Distribution spatiale de la contrainte effective d'origine hydraulique et perpendiculaire à l'axe du chauffage à différents instants*

Les courbes des calculs numériques confirment ce résultat. En effet, on trace dans les figures 6.1 et 6.2 les contraintes de traction d'origine hydraulique et de compression d'origine thermique et on voit bien que la compression d'origine thermique (figure 6.2) est au moins 100 fois plus importante (en valeur absolue) que la traction d'origine hydraulique (figure 6.1).

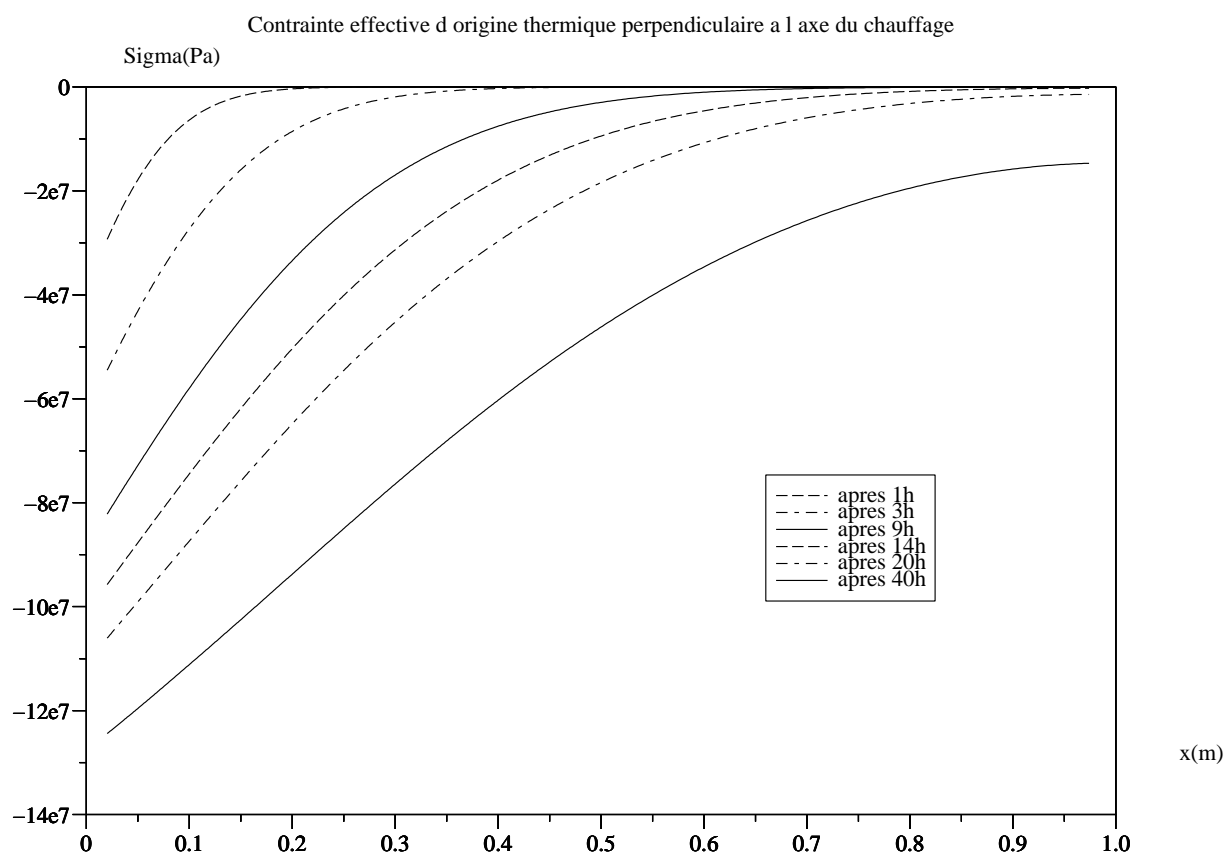


FIG. 6.2. Distribution spatiale de la contrainte effective d'origine thermique et perpendiculaire à l'axe du chauffage à différents instants

6.3.3.2 Étude de l'origine de l'écaillage en utilisant un critère de plasticité

On vient de montrer que le terme σ'_{\perp} peut être négligé devant σ'_{\perp} dans l'expression de la contrainte apparente perpendiculaire à la direction de chauffage σ'_{\perp} et qu'on peut donc écrire que $\sigma'_{\perp} \approx \sigma'_{\perp}$ ce qui veut dire que la contrainte perpendiculaire à la direction de chauffage est une contrainte de compression et qu'elle est d'origine thermique : c'est elle qui caractérise l'écaillage mécanique.

La contrainte σ'_{\parallel} parallèle à la direction du chauffage est une contrainte de traction qui est purement d'origine hydraulique : elle caractérise l'écaillage hydraulique.

L'écaillage mécanique est donc lié à une compression contrairement à l'écaillage hydraulique lié, plutôt, à une traction.

Pour pouvoir comparer les deux modes d'écaillage, on introduit le critère de plasticité qui a été présenté dans le quatrième chapitre puis a été appliqué dans le cinquième chapitre : William Warnke. Cette fois, il est appliqué au tenseur des contraintes effectives $\underline{\underline{\sigma'}}$:

$$f = \tau' + \delta(\theta')(\sigma' - \rho(\xi)) \quad (6.122)$$

Où $(\tau', \theta', \sigma')$ sont les invariants du tenseur de contraintes effectives :

$$\underline{\underline{\sigma'}} = \underline{\underline{s'}} + \sigma' \underline{\underline{1}} \text{ dont les valeurs propres sont } \sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3.$$

Où $\underline{\underline{s'}}$ est le déviateur des contraintes effectives et où :

$$\tau' = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s'}} : \underline{\underline{s'}}}; \quad \sigma' = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma'}}) \text{ et } \cos(\theta') = \frac{2\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3}{\sqrt{12}\tau'} \quad (6.123)$$

$\delta(\theta')$ est le coefficient de frottement qui dépend de l'angle de Lode θ' et varie entre l'angle du méridien de traction $\delta_t = \delta(\theta' = 0^\circ)$ et l'angle du méridien de compression $\delta_c = \delta(\theta' = 60^\circ)$.

Enfin $\rho(\xi) = \rho_0 \xi$ est la pression de cohésion qui varie linéairement avec le degré d'hydratation.

En utilisant ce critère, on va ensuite étudier la contribution de chacune des contraintes σ'_{\parallel} et σ'_{\perp} dans l'expression de f afin de déduire la part de chacune des contraintes dans le processus de plastification qui précède la rupture.

Dans ce cas unidimensionnel qu'on étudie, le tenseur des contraintes effectives est diagonal et peut être simplement écrit sous la forme d'un vecteur : $(\sigma'_{\parallel}, \sigma'_{\perp}, \sigma'_{\perp})$ Comme

σ'_{\parallel} est une traction et σ'_{\perp} est une compression, alors on peut déduire que $\sigma'_1 = \sigma'_{\parallel}$ et que $\sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_{\perp}$

Dans ce cas, $\cos(\theta') = \frac{(\sigma'_{\parallel} - \sigma'_{\perp})}{\sqrt{3}\tau'}$ et $\tau' = \frac{\sigma'_{\parallel} - \sigma'_{\perp}}{\sqrt{3}}$ ce qui donne un angle $\theta' = 0$ et donc un coefficient de frottement $\delta(0) = \delta_t$. Le critère f s'écrit donc :

$$f = \frac{\sigma'_{\parallel} - \sigma'_{\perp}}{\sqrt{3}} + \delta_t \left(\frac{\sigma'_{\parallel} + 2\sigma'_{\perp}}{3} - \rho_0 \xi \right) \quad (6.124)$$

Sachant que $f_t = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} + \delta_t} \rho_0$ et $f_{bc} = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} - 2\delta_t} \rho_0$, le critère f peut être écrit sous la forme suivante :

$$f = \delta_t \rho_0 \xi \left(\frac{\sigma'_{\parallel}}{f_t \xi} + \frac{-\sigma'_{\perp}}{f_{bc} \xi} - 1 \right) \quad (6.125)$$

Pour rester dans le domaine élastique, il faut que le critère $f < 0$, ce qui peut être écrit en simplifiant par $\delta_t \rho_0 \xi > 0$:

$$\frac{\sigma'_{\parallel}}{f_t \xi} + \frac{-\sigma'_{\perp}}{f_{bc} \xi} < 1 \quad (6.126)$$

On voit bien que le critère de plasticité fait intervenir les deux rapports $\frac{\sigma'_{\parallel}}{f_t \xi}$ et $\frac{-\sigma'_{\perp}}{f_{bc} \xi}$ ce qui est un résultat prévu puisqu'il s'agit ici d'une traction suivant l'axe du chauffage et d'une bicompression plane dans le plan perpendiculaire à l'axe du chauffage. Ce résultat fait apparaître aussi l'effet de la déshydratation sur les limites en traction $f_t \xi$ et en bicompression plane $f_{bc} \xi$ qui sont réduites par l'effet du degré d'hydratation ξ .

Afin d'étudier la nature de l'écaillage, il faut comparer la contribution $\frac{\sigma'_{\parallel}}{f_t \xi}$ décrivant l'écaillage hydraulique par rapport à la contribution $\frac{-\sigma'_{\perp}}{f_{bc} \xi}$ décrivant plutôt l'écaillage mécanique.

On introduit alors un rapport des rapports ce qui permet d'éliminer le degré d'hydratation $\xi(T)$. Sachant que $f_t = 0.08 f_c$, ce rapport noté R s'écrit :

$$R = \frac{\frac{\sigma'_{\parallel}}{f_t \xi}}{\frac{-\sigma'_{\perp}}{f_{bc} \xi}} = -\frac{f_{bc}}{f_t} \frac{\sigma'_{\parallel}}{\sigma'_{\perp}} = -12.5 \frac{\sigma'_{\parallel}}{\sigma'_{\perp}} \quad (6.127)$$

Ce rapport R est tracé en distribution spatiale à différents instants du chauffage et surtout près de la surface de chauffée là le risque d'écaillage est le plus élevé.

On remarque que ce rapport R ne peut pas être considéré comme négligeable (figure 6.3). L'écaillage n'est donc pas simplement mécanique mais aussi hydraulique. L'écaillage

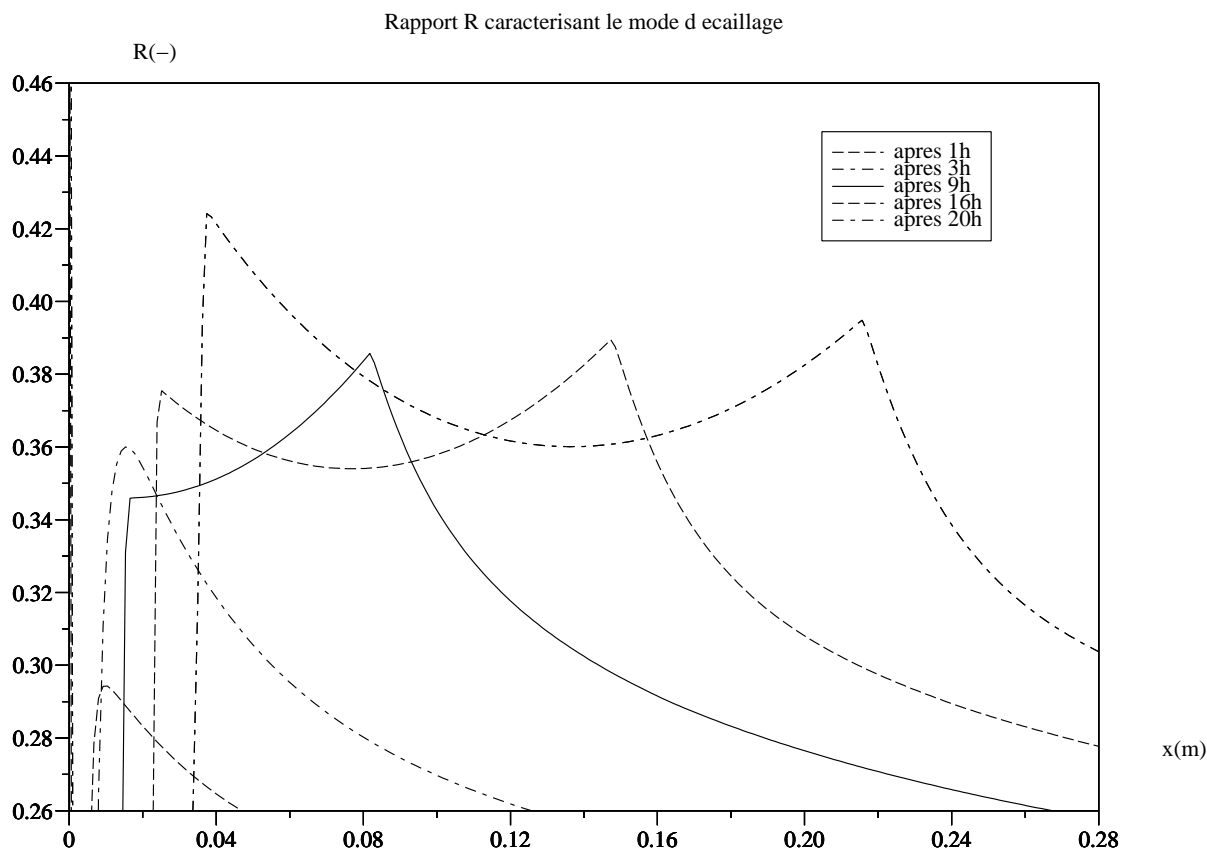


FIG. 6.3. Rapport R caractérisant le mode d'écaillage calculé à différents instants du chauffage

serait alors une combinaison de deux phénomènes : l'empêchement de la dilatation thermique et l'élévation de la pression effective équivalente. Il est à noter aussi, du fait que R reste assez petit par rapport à 1, que la contribution mécanique dans le processus d'écaillage est plus importante que la contribution hydraulique.

Conclusion

Dans ce dernier chapitre, un modèle thermo-poro-élastique a été introduit afin de pouvoir comparer l'effet mécanique et l'effet hydraulique dans le phénomène d'écaillage. L'effet mécanique se manifeste par l'apparition de contraintes de compression liées à la dilatation thermique empêchée. L'effet hydraulique se caractérise plutôt par le

développement de contraintes de traction exercées par les fluides en pression sur le squelette. Les contraintes de compression sont dans le plan perpendiculaire au chauffage alors que les contraintes de traction sont parallèles à la direction du chauffage. Il ne suffit donc pas de comparer directement ces contraintes pour déduire le mécanisme d'écaillage. Il faut, plutôt, introduire un critère approprié de plasticité afin d'étudier la contribution thermique et celle d'origine hydraulique dans le processus de plastification qui précède juste l'éclatement. Ce critère a prouvé que les deux effets sont du même ordre et qu'on ne peut pas négliger une contribution par rapport à l'autre bien que l'effet thermique a une contribution un peu plus importante.

Conclusions et perspectives

Ce travail avait pour but de comprendre et d'analyser les mécanismes d'écaillage du béton quand il est soumis à des hautes températures (cas des incendies des tunnels) : l'écaillage hydraulique par formation de "bouchon" et augmentation des pressions et l'écaillage mécanique par dilatation thermique empêchée et dégradation des propriétés mécaniques du béton par déshydratation chimique.

Dans le premier chapitre, on avait présenté quelques rappels et généralités sur le matériau béton et son comportement à hautes températures. On avait déjà remarqué que, suite à la grande complexité et hétérogénéité du béton, la description et la prévision de son comportement à haute température s'avèrent très compliquées. Ceci nous a aidé à conclure à la nature thermo-hydro-chimique du modèle qui sert à l'étude du premier type d'écaillage : hydraulique et établir quels sont les besoins théoriques en terme de caractérisation des phases qui s'avèrent nécessaires pour la modélisation de ce milieu poreux : le béton. Il nous a aidé aussi à identifier une approche par la mécanique des milieux continus en thermo-chimio-plasticité pour étudier le second type d'écaillage : mécanique.

Après avoir développé, en chapitre 2, le modèle de comportement thermo-hydro-chimique indéformable par une approche se basant sur les deux principes de la thermodynamique, le troisième chapitre a été consacré à l'étude des transferts de chaleur et de masse dans une structure en béton soumise à un chauffage très rapide. Un modèle unidimensionnel a été développé afin d'étudier le risque d'apparition d'un bouchon et, dans ce cas, déterminer les propriétés du front de saturation (vitesse, profondeur, ...). Il a été remarqué que les temps caractéristiques de transport sont très faibles par rapport à celui du transfert de chaleur. Ceci a permis de montrer que, dans le cas d'un chauffage très rapide, la formation d'un bouchon est simplement liée à la dilatation volumique, sous l'effet du chauffage, de l'eau liquide initialement présente dans le béton. Plus le matériau est sec, moins il y a risque de formation de bouchon. Ce bouchon empêche le gaz (formé par l'évaporation et par l'entrée de l'air depuis la surface chaude par effet Fick) de circuler librement vers les zones froides vu la perméabilité relative au gaz très faible pour

un matériau saturé par l'eau liquide. Le gaz se trouve donc contraint à rester entre la surface chaude et le bouchon et sa pression continue à augmenter ce qui peut provoquer un éclatement. Le problème de l'effet bouchon a été ramené à un problème thermique simple à résoudre. Le front de saturation est défini par une température de "saturation" et est donc facile à localiser par résolution de l'équation de chaleur instationnaire. De ce fait, la profondeur du pic de pression peut être majorée par la profondeur du bouchon et une estimation de la profondeur écaillée par l'effet hydraulique peut être déduite.

Dans le chapitre 4, un modèle de comportement en thermo-chimio-plasticité en milieu continu a été développé et a été appliqué dans le chapitre 5 à l'étude de l'écaillage mécanique dans le cas du tunnel sous la manche "The Channel". On a établi les expressions qui permettent d'avoir de façon approximative les contraintes de compression ainsi que les déformations (élastique, plastique et totale) dans chacune des phases : élastique et plastique. Ce modèle tient compte de la dégradation des propriétés mécaniques du béton : le radoucissement (réduction du module d'élasticité) et la décohésion (réduction de la résistance). On a mis en évidence aussi l'existence d'une température de "plastification". Ensuite, le phénomène d'écaillage a été relié à une présence d'un "pic" en ce qui concerne les contraintes de compression à une certaine profondeur r_{pl} où la température de plastification est atteinte. L'existence de ce pic a été ensuite étudiée dans différents cas (avec ou sans radoucissement ou décohésion chimique) pour conclure que c'est la décohésion qui est nécessaire à la prédiction de l'écaillage mécanique. La température de plastification, obtenue par traitement d'un simple problème de conduction thermique, est donc utile pour localiser la profondeur d'écaillage.

Dans le dernier chapitre, un modèle thermo-poro-élastique a été introduit afin de pouvoir comparer la contribution de l'effet mécanique et de l'effet hydraulique dans le phénomène d'écaillage. Ce modèle qui tient compte des transferts de chaleur et de masse ainsi que de la déformabilité du béton a permis de définir deux contraintes effectives : une contrainte de traction exercée par les fluides sur le squelette et qui caractérise donc l'écaillage hydraulique et une contrainte de compression conséquence de la dilatation thermique empêchée et qui caractérise donc l'écaillage mécanique. Les contraintes de compression sont dans le plan perpendiculaire au chauffage alors que les contraintes de traction sont parallèles à la direction du chauffage. Il ne suffisait donc pas de comparer directement ces contraintes pour déduire le mécanisme d'écaillage. Un critère de plasticité a été donc introduit afin de pouvoir mesurer la contribution de chacune des contraintes dans l'atteinte de la phase plastique ce qui a pu nous renseigner sur le "poids" de chacun des deux mécanismes (hydraulique ou mécanique) dans le processus d'écaillage. Ce critère a prouvé que les deux effets sont du même ordre et qu'on ne peut pas négliger une contribution par rapport à l'autre bien que l'effet thermique a une contribution un

peu plus importante.

Il reste maintenant deux grands travaux à aborder.

Le premier travail concerne la mise au point, la réalisation et le suivi d'un programme expérimental pour tenter de valider les différentes hypothèses physiques et simplifications qui ont permis de réduire les besoins d'identification et de simplifier le modèle.

Le second travail consiste à implanter ce modèle dans un grand code de calcul en 3D comme CASTEM 2000 en se basant sur les résultats expérimentaux pour permettre de simuler le comportement de structures réelles.

Ces deux travaux, que je vais entreprendre, vont être réalisés dans le cadre d'un post-doctorat au Laboratoire de Mécanique à l'université de Marne-La-Vallée puis au cours d'un autre post-doctorat au sein du Laboratoire d'Etude du Comportement des Bétons et Argiles (LECBA) au CEA (Saclay) et en collaboration avec EDF R&D ainsi que le DTEC, le CECER et Le DTCD à Marcoule.

Chapitre 7

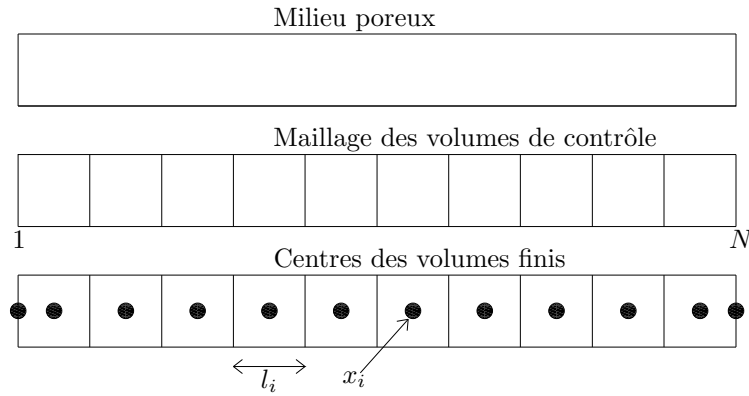
Annexe 1 : Outils numériques et méthode de résolution

Différentes méthodes de résolution numérique sont envisageables pour résoudre le système algebrico-différentiel d'équations que l'on a présenté : éléments finis, différences finies et volumes finis. Dans le cadre de notre modèle 1D une modélisation aux volumes finis a été choisie. Cette méthode présente l'avantage de respecter parfaitement les équations de conservation et en plus s'adapte assez facilement à des problèmes en deux ou en trois dimensions. La résolution du problème est inspirée de [56].

Méthode des volumes finis On note Ω le domaine de calcul 1D représentant l'éprouvette que nous souhaitons étudier. La figure 7.1 illustre la discrétisation de Ω : le domaine est recouvert par un nombre fini de segment p_i que nous appelons par la suite des volumes de contrôle. Les centres x_i des volumes de contrôle sont les points où sont localisées les inconnues discrètes de notre problème. La demi-longueur des volumes de contrôle aux extrémités de Ω permet de garder un pas constant entre les centres x_i .

La méthode de discrétisation par volumes finis est bien adaptée à la résolution numérique des modèles avec des transferts hydro-thermiques et des équations de conservation de grandeurs extensives telles que la masse, la quantité de mouvement, l'énergie. Cette méthode est très employée dans différents domaines comme la mécanique des fluides, le transfert de chaleur et de masse, la simulation de réservoirs dans le génie pétrolier. En effet, cette méthode conduit à des schémas numériques robustes puisqu'elle respecte la condition de conservation locale des flux ainsi que le principe du maximum. Elle peut aussi être appliquée à des maillages structurés ou non structurés.

La méthode des volumes finis repose sur une formulation intégrale du problème

FIG. 7.1. *Discrétisation 1D du domaine Ω*

continu à traiter. Supposons que le problème est défini par une équation de conservation :

$$\frac{\partial a(x, t)}{\partial t} + \nabla \underline{F}(x, t) = f(x, t) \quad (7.1)$$

$$a(x, 0) = a_0(x) \quad (7.2)$$

Où a est une grandeur réelle définie sur un domaine $x \in \Omega$ et où $\underline{F}(x, t)$ est le flux de la grandeur a et $f(x, t)$ est un terme source. a_0 est la valeur initiale de la grandeur a . Supposons que Ω_d est le maillage composé d'un ensemble de points qui représentent les noeuds du maillage autour desquels sont définis les volumes élémentaires de contrôle K contigus, non juxtaposés et sans discontinuité d'interface. Notons par Ω_K le sous ensemble de Ω_d comprenant les noeuds voisins du volume K . Les variables sont localisées au niveau des points définis par les noeuds du maillage.

La méthode consiste tout d'abord à intégrer l'équation différentielle sur un volume de contrôle K .

$$\int_K \frac{\partial a(x, t)}{\partial t} dx + \int_{\partial K} \underline{F}(s, t) \cdot \underline{n}_K ds = \int_K f(x, t) dx \quad (7.3)$$

Où \underline{n}_K est le vecteur normal à ∂K dirigé vers l'extérieur et ds est la mesure surfacique en dimension 3, linéique en dimension 2 et ponctuelle en dimension 1. Il s'agit ensuite de discrétiser sur chaque maille du domaine au temps t^n sachant que $t^{n+1} = t^n + \delta t$:

$$\frac{1}{\delta t} \int_K (a^{n+1}(x) - a^n(x)) dx + \int_{\partial K} \underline{F}^{n+1}(s, t^{n+1}) \cdot \underline{n}_K ds = \int_K f(x, t^{n+1}) dx \quad (7.4)$$

La dérivée partielle en temps a été approchée par un schéma d'Euler implicite afin d'obtenir une approximation de $a^{n+1}(x)$ solution de l'équation à $t = t^{n+1}$. D'autres schémas de discrétisation temporelle (schémas d'ordre supérieur ou schéma explicite) peuvent aussi être utilisés. Sur chaque frontière $K|L$ séparant le volume de contrôle K du volume de contrôle voisin L , la deuxième intégrale de l'équation précédente peut s'écrire :

$$\int_{\partial K} \underline{F}^{n+1}(s, t^{n+1}) \cdot \underline{n}_K ds = \sum_{L \in \Omega_K} \int_{K|L} \underline{F}^{n+1}(s, t^{n+1}) \cdot \underline{n}_{K|L} ds \quad (7.5)$$

où $\underline{n}_{K|L}$ est le vecteur normal à l'interface $K|L$.

En désignant par a_K^n et f_K^n les valeurs discrètes de $a(x, t)$ et de $f(x, t)$ dans le volume de contrôle K à $t = t_n$ et par $F_{K,L}^n \approx \int_{K|L} \underline{F}^n(s, t^n) \cdot \underline{n}_{K|L} ds$, la discrétisation par la méthode des volumes finis conduit à :

$$\frac{m(K)}{\delta t} (a_K^{n+1} - a_K^n) + \sum_{L \in \Omega_K} F_{K|L}^{n+1} = m(K) f_K^{n+1} \quad (7.6)$$

$$a_K^0 = \int_K a_0(x) dx \quad (7.7)$$

où $m(K)$ est une mesure du volume de contrôle K .

Les deux aspects importants de cette méthode sont :

1. la conservation des flux, c'est à dire $F_{K|L}^n = -F_{L|K}^n$ pour tous les volumes de contrôle K et $L \in \Omega_K$ et pour tous les instants t^n .
2. La consistance de l'approximation du terme d'échange $\int_{K|L} \underline{F}^n(s, t^n) \cdot \underline{n}_{K,L} ds$ à travers la frontière ∂K pour chaque volume de contrôle.

– Exemple : équation de diffusion de la chaleur

Considérons une équation de diffusion de la chaleur sous forme instationnaire

$$C_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - \text{div}(\lambda \underline{\nabla} T) = 0 \text{ dans } \Omega \otimes [0, T] \quad (7.8)$$

$$T = T_0 \text{ sur } \partial\Omega \otimes [0, T] \quad (7.9)$$

Où C_p est la capacité calorifique et λ est la conductivité thermique.

Dans le cadre de maillages réguliers constitués de carrés ou de rectangles, l'intégration de la première équation sur un volume de contrôle K conduit, en gardant les mêmes notations, à :

$$\int_K C_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - \sum_{L \in \Omega_K} \int_{k|L} \lambda \nabla(T(x, t)) \cdot \underline{n}_{K,L} ds = 0 \quad (7.10)$$

On appelle x_K le centre du volume pour chaque volume de contrôle K . En utilisant un schéma d'Euler implicite, la discrétisation par la méthode des volumes finis conduit à :

$$\frac{m(K)}{\delta t} (T_K^{n+1} - T_K^n) + \sum_{L \in \Omega_K} F_{K,L}^{n+1} = 0 \quad (7.11)$$

où le flux $F_{K,L}^n = \int_{K|L} -\lambda \nabla T(x, t^n) \cdot \underline{n}_{K,L} ds$ est évalué par une méthode de différences finies :

$$F_{K,L}^n = -\lambda \frac{m(K|L)}{d(x_K, x_L)} (T_L^n - T_K^n) \quad (7.12)$$

dans laquelle T_K est la valeur discrète de la température, $m(K|L)$ est une mesure de la frontière entre le volume K et le volume voisin L et $d(x_K, x_L)$ est la distance entre x_K et x_L .

– La méthode de Newton

A la fin du paragraphe précédent, nous avons vu que la discrétisation en temps et en espace des équations couplées aux dérivées partielles par un schéma de volumes finis conduit à la résolution d'un ensemble d'équations non linéaires de la forme :

$$E_{K,j}[(U_{L,i})_{i=1 \dots N, L \in \Omega_d}] = 0 \text{ pour } K \in \Omega_d, j = 1 \dots N \quad (7.13)$$

Pour résoudre ce système, nous avons recours à la méthode itérative de Newton qui consiste à initialiser la valeur U^0 et à définir une suite de systèmes linéaires tangents :

$$J^m \cdot (U^{m+1} - U^m) = -E^m(U^m) \quad (7.14)$$

dans lesquels U^m est le vecteur de l'ensemble des inconnues à l'itération m et où J_m désigne la matrice jacobienne définie par :

$$J_{K,i,L,j}^m = \frac{\partial E_{K,i}^{m+1}}{\partial U_{L,j}}(U^m) \quad (7.15)$$

On est donc amené à résoudre un système linéaire dont la solution est donnée par $\Delta U^m = U^{m+1} - U^m$ à chaque itération de Newton. Pour chaque itération m , on calcule U^{m+1} en fonction de U^m grâce à la relation $U^{m+1} = U^m + \Delta U^m$. On passe ensuite à l'itération suivante jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait (le taux de convergence de cette méthode est quadratique). Dans cette étude, le problème à résoudre

est instationnaire. Le schéma de Newton-Raphson doit être imbriqué dans la boucle de calcul d'intégration temporelle. A chaque pas de temps, on démarre les itérations de Newton avec les valeurs convergées au pas précédent. Comme les itérations du schéma de Newton sont bien imbriquées dans la boucle du calcul d'intégration temporelle, il est essentiel d'obtenir la convergence de la méthode de Newton pour que le schéma global fonctionne. Une telle exigence impose parfois des limites très strictes sur le pas de temps afin que le candidat initial de la méthode de Newton soit suffisamment proche de la solution. On peut montrer qu'il est inutile d'exiger une précision plus grande pour la convergence du schéma de Newton-Raphson, que celle du schéma d'intégration temporelle.

On peut aussi renforcer les propriétés de convergence en utilisant un paramètre de sous-relaxation : ω_m ($0 < \omega_m \leq 1$).

On calcule $\Delta\tilde{U}^m$ telle que :

$$J^m \cdot \Delta\tilde{U}^m = -E^m(U^m) \quad (7.16)$$

Si $\|\Delta\tilde{U}^m\|$ est trop grand alors on pose :

$$\Delta U^m = \min\left(1, \frac{\omega_m}{\|\Delta\tilde{U}^m\|}\right) \Delta\tilde{U}^m \quad (7.17)$$

Chapitre 8

Annexe 2 : Bases théoriques au niveau moléculaire

La théorie cinétique des gaz d'Atkins

Il s'agit de l'étude microscopique du comportement des molécules composant un gaz afin de déboucher sur son comportement macroscopique [ATKINS [3]]. Cette approche microscopique est basée sur l'étude du déplacement désordonné des molécules appelé aussi mouvement brownien d'agitation thermique et repose sur les hypothèses suivantes :

- Les interactions moléculaires entre molécules autres que les chocs sont négligeables.
- Le nombre N de molécules par unité de volume est grand et constant de telle façon qu'on puisse supposer le gaz homogène à l'échelle macroscopique.
- Le mouvement de chaque molécule est rectiligne et uniforme entre deux chocs.
- Les chocs entre molécules sont supposés élastiques.
- Le milieu est isotrope : les directions des vecteurs vitesses des molécules obéissent à une répartition spatiale uniforme.
- Les modules des vecteurs vitesses obéissent à une loi de distribution. Cette loi ne change pas dans le temps une fois les variables d'état macroscopiques sont fixes.

Cette théorie ne cherche donc pas à étudier le comportement d'une particule séparée mais à faire une approche statistique pour étudier un ensemble important de molécules afin d'estimer plutôt des moyennes de grandeurs.

Loi de Maxwell-Boltzmann pour un gaz parfait

La mécanique statistique permet de déterminer la loi de distribution des vitesses (mouvement brownien) $f(v)$ des molécules pour un gaz parfait monoatomique qui est exprimée par la loi de Maxwell-Boltzmann. Elle donne la proportion des molécules de gaz ayant à un instant t donné une vitesse v .

$$f(v) = \frac{M}{2\pi RT}^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2RT}\right) \quad (8.1)$$

Il s'agit donc d'une distribution qui correspond à une répartition gaussienne.

On présente dans la suite quelques résultats de la théorie cinétique des gaz parfaits. On va même détailler la formulation de la loi des gaz parfaits qui est un résultat très important. En effet, cela va nous aider à mieux comprendre les autres résultats présentés après.

Loi des gaz parfaits

La théorie des chocs permet de calculer la pression sur une surface S d'un mur fictif perpendiculaire à la direction de l'axe des x (figure 8.1). Cette pression est due à l'impact des molécules qui heurtent cette surface S par unité de temps et qui changent de quantité de mouvement lors de leur impact. Durant une courte période dt , le nombre des molécules circulant à une vitesse V_x et qui peuvent atteindre le mur fictif est

$$N_{V_x} = \frac{V_x dt S n N_a}{2} \quad (8.2)$$

On a divisé par 2 pour tenir compte des molécules circulant dans un sens et dans l'autre.

La variation de la quantité de mouvement diffère d'une molécule à une autre puisque la vitesse d'impact est variable. La pression P correspond ainsi à la moyenne des variations des quantités de mouvement moléculaires.

En utilisant l'équation de la variation de la quantité du mouvement, on a :

$$P = \frac{1}{S dt} \int_{V_x} N_{V_x} F_{V_x} f(V_x) dV_x = \frac{1}{S dt} \int_{V_x} N_{V_x} m (V_x^{avant} - V_x^{apres}) f(V_x) dV_x \quad (8.3)$$

On adopte l'hypothèse d'un choc élastique. On prend alors deux vitesses opposées pour la molécule avant et après le choc sur le mur fictif. Les vitesses sont alors égales à

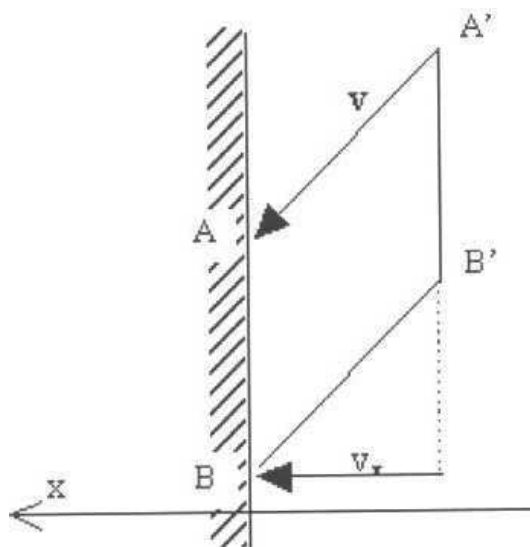


FIG. 8.1. *Choc des molécules sur une surface fictive*

V_x et $-V_x$.

On a alors :

$$P = nN_a m \int_{V_x} V_x^2 f(V_x) dV_x = nN_a m \overline{V_x^2} \quad (8.4)$$

En considérant la distribution de Boltzmann des vitesses pour un gaz parfait monoatomique, on peut calculer la moyenne du carré de la vitesse

$$\overline{V^2} = \frac{3RT}{M} \quad (8.5)$$

Le problème étant isotropique, on peut écrire

$$\overline{V^2} = 3\overline{V_x^2} \quad (8.6)$$

pour déduire

$$\overline{V_x^2} = \frac{RT}{M} \quad (8.7)$$

Finalement

$$P = \frac{nN_a m RT}{M} = \frac{\rho RT}{M} \quad (8.8)$$

On établit dans ce qui suit d'autres résultats de la théorie cinétique des gaz qui vont être utilisés ultérieurement.

La fréquence de collision entre particules

On fait l'hypothèse que les molécules sont sphériques, rigides et élastiques. On suit pendant une période dt une molécule mobile de diamètre d_m qui fait son parcours dans le gaz avec une vitesse relative V_{rel} . Cette molécule trace un tube de collision avec une section diamétrale $S = \pi d_m^2$ et une longueur axiale $V_{rel}dt$ (figure 8.2).

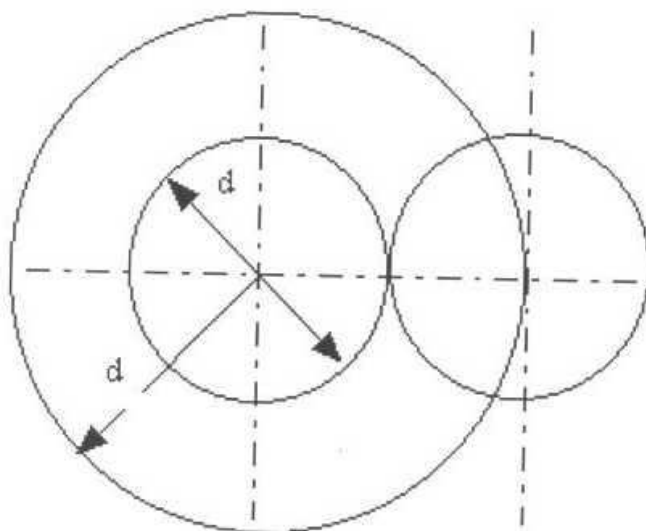


FIG. 8.2. *Tube de collision d'une molécule*

Une collision a lieu chaque fois que le centre d'une autre molécule pénètre la "sphère d'influence" de cette molécule. Le nombre des chocs avec les autres molécules durant cette courte période est alors le nombre des molécules stationnaires dont les centres sont dans le tube de collision égal donc à $nN_a S V_{rel} dt$.

Ainsi, la fréquence de collision est en moyenne égale à :

$$f = nN_a \pi d_m^2 \overline{V_{rel}} = nN_a d_m^2 4 \sqrt{\frac{\pi RT}{M}} \quad (8.9)$$

Le libre parcours moyen

En moyenne, la distance parcourue par une molécule entre deux collisions est égale la vitesse moyenne de la molécule multipliée par le temps moyen entre deux collisions (l'inverse de la fréquence de collision)

$$\lambda = \frac{\overline{V}}{f} = \frac{RT}{\sqrt{2} N_a \pi d_m^2 P} \quad (8.10)$$

La fréquence de collision avec un mur fictif

En moyenne, le nombre de collisions des molécules avec un mur imaginaire de surface S pendant une courte période dt est égal à

$$N_S = \int_{V_x} N_{V_x} f(V_x) dV_x \text{ où } N_{V_x} = \frac{V_x dt S n N_a}{2} \quad (8.11)$$

Pour déduire la fréquence de collision, on divise le dernier terme par S et par dt , on obtient alors :

$$f_w = n N_a \frac{\bar{V}}{4} = N \frac{\bar{V}}{4} \quad (8.12)$$

Phénomène de transport diffusif dans les gaz

On assimile maintenant le gaz à un milieu continu. Cela veut dire que le libre parcours moyen est très petit devant les dimensions caractéristiques du système qu'on étudie (conduite de diamètre $D \gg \lambda$).

On cherche dans la suite à établir par la théorie cinétique des gaz les lois de viscosité, de diffusion et de conduction de chaleur tout en exprimant les propriétés thermophysiques des gaz telles que la conductivité thermique, la viscosité et le coefficient de diffusion en fonction des paramètres intrinsèques du gaz (masse molaire, diamètre moléculaire, ...).

Viscosité

- Mise en évidence pour un fluide Newtonien quelconque

On considère un fluide Newtonien quelconque contenu entre deux plans A et B parallèles et séparés par une distance L . Un des plans est supposé se déplacer par rapport à l'autre à une vitesse v_B . En régime permanent, un point à une distance l du plan A se déplace à une vitesse $v = \frac{l}{L} v_B$. Il existe donc un gradient de vitesse constant qui est la conséquence du cisaillement entre les plans A et B et les couches de fluide très voisines de ces plans (figure 8.3).

On considère maintenant une couche élémentaire de fluide d'épaisseur dl située entre deux plans P_1 et P_2 . D'après ce qui précède, le plan P_2 se déplace à une vitesse V alors que l'autre possède la vitesse $V + dV$. La différence entre les vitesses témoigne de l'existence d'une force de cisaillement entre les couches de fluide ce qui

permet l'accélération d'un plan et la décélération de l'autre. L'expérience montre que cette force de cisaillement est proportionnelle au gradient de la vitesse.

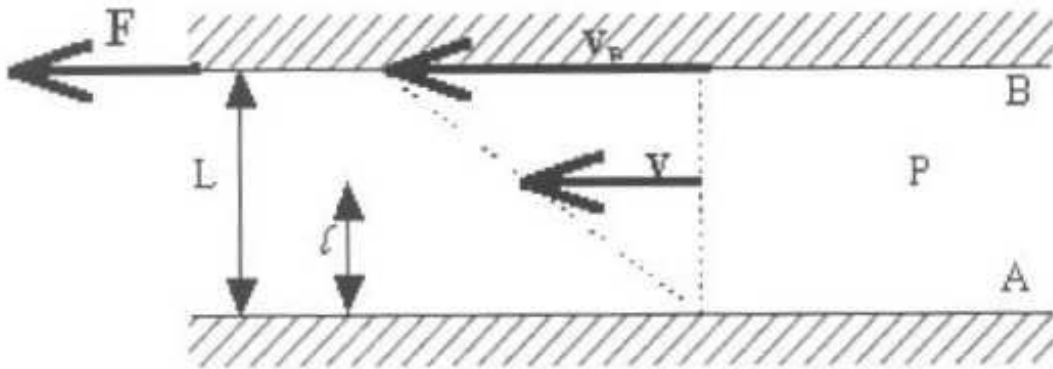


FIG. 8.3. Mise en évidence de la viscosité

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial \lambda} \quad (8.13)$$

Il s'agit de la loi de Newton dans laquelle le coefficient de proportionnalité est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Ce phénomène trouve son origine dans l'agitation thermique des molécules. En effet, au mouvement d'ensemble qui produit l'écoulement macroscopique caractérisé par la vitesse V , se superpose le mouvement désordonné de chaque molécule caractérisé par une vitesse v . Il apparaît donc le phénomène suivant :

Les molécules provenant de P_1 , à une vitesse d'ensemble $V + dV$, doivent céder une partie de leurs quantités de mouvement afin d'acquérir la vitesse d'ensemble V caractérisant le plan P_2 . Ceci n'est possible que si ces molécules rentrent en collision avec les molécules provenant du plan P_2 qui doivent augmenter leurs quantités de mouvement pour arriver à atteindre le plan P_1 . Cela veut dire en quelque sorte qu'il existe une interaction globale entre les plans moléculaires P_1 et P_2 . Le plan P_2 exerce donc sur le plan P_1 , par unité de surface, une contrainte décélétratrice $\tau_{2 \rightarrow 1} = -\Sigma m \cdot dV$. La dernière sommation se fait sur toutes les molécules quittant le plan P_2 et pouvant atteindre l'unité de surface de P_1 . Inversement, P_1 exerce sur le plan P_2 une contrainte accélératrice : $\tau_{1 \rightarrow 2} = \Sigma m \cdot dV$.

On vient de montrer que la force de cisaillement dans un écoulement d'un fluide Newtonien quelconque est proportionnelle au gradient de la vitesse avec un coefficient de proportionnalité négatif. Ce qu'on vient de montrer est valable aussi bien pour un liquide que pour un gaz à condition qu'il soit un fluide Newtonien. Dans la suite, on va étudier de près le cas du gaz parfait afin de pouvoir exploiter

les résultats précédemment établis par la théorie cinétique des gaz parfaits et de pouvoir déterminer une valeur approchée du coefficient de proportionnalité de la loi de Newton : le coefficient de viscosité dynamique.

- Expression du coefficient de viscosité pour un gaz parfait

Les plans P_1 et P_2 ne sont plus distants d'une distance élémentaire dl mais plutôt d'une distance égale au libre parcours moyen λ . La différence de vitesse entre ces deux plans est alors $\Delta V = \frac{\partial V}{\partial l} \lambda$. La variation de la quantité de mouvement d'une molécule de masse m quand elle passe de P_1 à P_2 est :

$$\Delta p = m \Delta V = m \frac{\partial V}{\partial l} \lambda \quad (8.14)$$

On a vu dans un paragraphe précédent que le nombre des molécules heurtant l'unité de surface pendant une unité de temps est $f = N \frac{\bar{v}}{4}$. Ces particules qui ont atteint P_2 sont partis de P_1 et ne sont pas entrés en collision avec d'autres particules (distance entre plans égale au libre parcours moyen). Le nombre de particules se déplaçant de P_1 vers P_2 est donc égal à f .

Par suite :

$$\tau_{1 \rightarrow 2} = \Sigma m \cdot \Delta v = \Sigma \Delta p = f \cdot (m \lambda \frac{\partial V}{\partial l}) \quad (8.15)$$

On obtient ainsi le coefficient de viscosité dynamique pour un gaz parfait :

$$\mu = \frac{N \bar{v}}{4} m \lambda = \sqrt{\frac{4km}{\pi}} \frac{\sqrt{T}}{4d_m^2} \quad (8.16)$$

On vient de prouver que la viscosité d'un gaz parfait est proportionnelle à la racine carrée de la température. La dépendance en \sqrt{T} est d'ailleurs vérifiée expérimentalement et ceci est un moyen pour remonter au libre parcours moyen ($\lambda = \frac{4\mu}{N \bar{v} m}$).

Coefficient de diffusion des gaz et loi de Fick

Le mécanisme qui caractérise la diffusion est le même que celui qui règle les phénomènes de viscosité (agitation thermique des molécules). Le calcul du coefficient de diffusion est identique au calcul du coefficient de viscosité sauf qu'il s'agit ici de la diffusion de matière et non de la quantité de mouvement (phénomène de viscosité). On cherche à déterminer le nombre d'impacts sur un plan $A(x = 0)$ par unité de temps. Une molécule qui passe à travers le plan ($x = 0$) a parcouru en moyenne une distance de l'ordre du libre parcours moyen depuis sa dernière collision. Elle vient donc en moyenne depuis les plans ($x = -\lambda$) ou ($x = \lambda$).

Le flux des particules migrant depuis $(x = \lambda)$ vers $(x = 0)$ est $-f_w(\lambda)$. Il est égal à $f_w(-\lambda)$ pour les particules partant depuis le plan $(x = -\lambda)$. Le flux total est alors

$$J_N = \frac{\bar{V}}{6}(N(-\lambda) - N(\lambda)) = -\frac{\bar{V}}{3}\lambda \left(\frac{\delta N}{\delta x} \right)_{x=0} \text{ au premier ordre près} \quad (8.17)$$

On a donc abouti à la formulation de la loi de Fick et on peut donc en déduire la valeur du coefficient de diffusion :

$$D = \lambda \frac{\bar{V}}{3} = \frac{2}{3} \frac{(RT)^{\frac{3}{2}}}{\pi} \frac{1}{N_a d_m^2 \sqrt{MP}} \quad (8.18)$$

Coefficient de conductivité de la chaleur et loi de Fourier

Un flux de chaleur correspond à un flux d'énergie. Or, l'énergie interne d'un gaz parfait est proportionnelle à la température. On rappelle ici que chaque molécule possède une énergie cinétique égale à :

$$\epsilon_k = \frac{1}{2} m \bar{V}^2 = \nu k T \text{ (par exemple } \nu = \frac{3}{2} \text{ pour un gaz parfait mono-atomique)} \quad (8.19)$$

Du fait de l'agitation thermique, il y a transfert de chaleur entre deux plans qui ne sont pas à la même température. Le calcul est semblable à celui du coefficient de diffusion sauf que l'échange étudié ici est celui de l'énergie et non plus de la matière.

On est intéressé donc cette fois à calculer le flux d'énergie qui est transportée en moyenne par les molécules vers le plan $A(x = 0)$.

Le flux énergétique total est :

$$J_Q = \frac{\bar{V}}{6} N \nu k (T(-\lambda) - T(\lambda)) = -\frac{\bar{V}}{2} \lambda \nu k N \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right)_{x=0} \text{ au premier ordre près} \quad (8.20)$$

On a donc obtenu la formulation de la loi de Fourier avec un coefficient de conductivité égal à :

$$\kappa = \lambda \nu k N \frac{\bar{V}}{3} = \frac{2}{3} \frac{(RT)^{\frac{3}{2}}}{\pi} \frac{\nu k n}{d_m^2 \sqrt{MP}} \quad (8.21)$$

Le transport convectif : loi de Hagen-Poiseuille

On considère l'eau (ou le gaz) s'écoulant dans un capillaire (figure 8.4) : conduite cylindrique de rayon R remplie avec de l'eau (ou du gaz) et on analyse les différentes forces s'exerçant sur une section d'épaisseur dx au centre de la conduite.

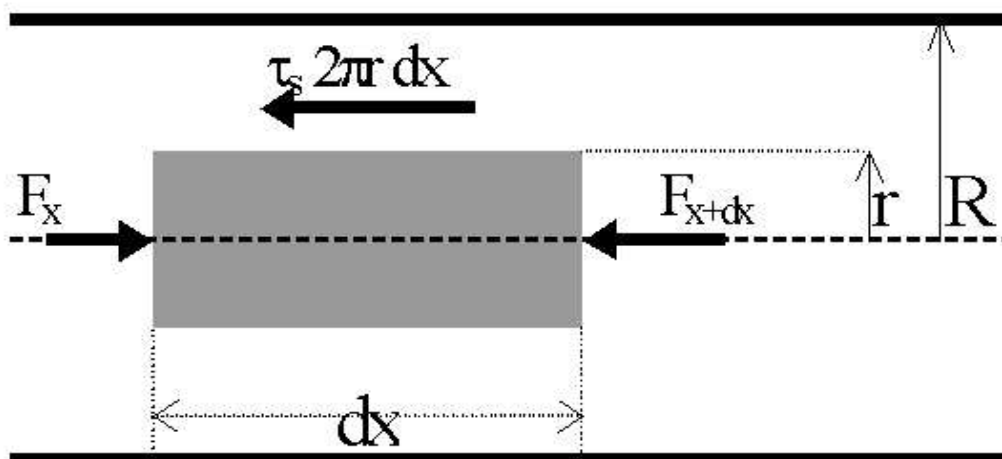


FIG. 8.4. *Bilan des forces pour un fluide en écoulement dans un capillaire*

$$F_x = p_x \pi r^2 \quad \text{et} \quad F_{x+dx} = p_{x+dx} \pi r^2 = F_x + \frac{\partial F(x)}{\partial x} dx \quad (8.22)$$

où p est la pression d'eau (ou de gaz).

Au niveau de la surface latérale, se développe une force de cisaillement :

$$F_\tau = \tau_s \cdot ds_{lat} \quad \text{où } \tau_s \text{ est la contrainte de cisaillement.}$$

On suppose que le rayon R de la conduite est beaucoup plus important que le libre parcours moyen λ de telle sorte qu'on peut négliger les chocs des molécules du fluide avec la paroi de la conduite devant les chocs entre molécules. En d'autres termes, la loi de viscosité établie précédemment reste valable dans ce cas.

En supposant que le flux est permanent (débit constant) et laminaire (non-turbulent), on peut écrire pour l'eau (ou le gaz), qui est un fluide Newtonien, la loi de viscosité sous la forme suivante :

$$\tau_s = -\mu \frac{dV}{dr} \quad (8.23)$$

où V est la vitesse d'écoulement ($V = f(r)$) et où μ est la viscosité dynamique.

Parce qu'on considère un écoulement permanent, l'équation d'équilibre des forces dans le cylindre aboutit à :

$$\Sigma Force = 0 \quad (8.24)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial F(x)}{\partial x} dx = \tau_s 2\pi r dx \quad (8.25)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{2\tau_s}{r} \quad (8.26)$$

La combinaison avec la loi de viscosité conduit à avoir :

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} r \quad (8.27)$$

Après intégration et en utilisant la condition aux limites ($V(r = R) = 0$), on obtient :

$$V(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (R^2 - r^2) \quad (8.28)$$

Donc, le profil des vitesses de l'eau dans un pore suit une distribution parabolique avec une vitesse nulle au niveau de la paroi et une vitesse maximale au centre du cylindre. Le débit total qui s'écoule dans le pore est obtenu en intégrant le profil de la vitesse sur la section radiale du capillaire.

$$Q = \int_0^R \int_0^{2\pi} V(r) r d\phi dr \Rightarrow Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (8.29)$$

Le signe négatif indique que le flux se développe dans le sens opposé au gradient de la pression. Ceci est normal puisque les flux ont toujours tendance à faire atteindre un état d'équilibre pour un système initialement perturbé. On se ramène finalement à une formulation du flux de masse qui est en fait la loi de Hagen-Poiseuille :

$$J = \frac{Q}{A} = \frac{-R^2}{a\mu} \frac{dp}{dx} \quad (8.30)$$

Il est à noter que la valeur de a dépend de la forme du capillaire ($a = 8$ pour un tube cylindrique).

La loi d'Hagen-Poiseuille est donc une relation non-linéaire entre la densité de flux/débit de l'eau dans une pore microscopique et sa géométrie. Les relations précédentes montrent que la densité de flux augmente avec le carré du rayon et que le débit augmente avec sa quatrième puissance. Doubler le rayon d'un pore permet dès lors d'augmenter la densité

de flux de quatre fois et le débit de seize fois.

On remarque aussi que la densité de flux dans un capillaire est égale au produit d'un facteur géométrique (R^2), d'un facteur lié aux propriétés physiques du fluide (μ) et d'un gradient de pression.

Bibliographie

- [1] Ahmed, G. N., and Hurst, J. P., 1995
Modelling the thermal behavior of concrete slabs subjected to the ASTM E119 standard fire conditions, J. Fire Protection Engrg., 7(4), 125-132.
- [2] Anderberg Y. , 1997
Spalling phenomena of HPC and OC , Proc., Int. Workshop on fire Performance of High-Strength-Concrete, NIST Spec. Publ.919, L.T. Phan, N.J. Carino, D. Duthinh, and E. Garboczi, eds., National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Md., 69-73.
- [3] Atkins P.W., 1998
Physical Chemistry, Sixth edition, Oxford, New York, pp.13-30, pp. 725-731.
- [4] Baggio P., Bonacina C. and Strada M., 1993
Trasporto di calore e di massa nel calcestruzzo cellulare La termotecnica, (12) : 53-60, 1993
- [5] Baroghel-Bouny V., 1994
Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances, Ph.D., École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [6] Bary B., 1996
Etude du couplage hydraulique-mécanique dans le béton endommagé Thèse de Doctorat, ENS Cachan, 1996.
- [7] Bazant Z.P., Fev. 1997
Analysis of pore pressure, thermal stresses and fracture in rapidly heated concrete, Int Workshop on Fire Performance of High-Strength Concrete, NIST, Proc.,éd. par L.T. Phan, N.J. Carino, D. Duthin et E. Garboczi, NIST Special publication 919, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland.

- [8] Bazant Z.P., Kaplan M.F, 1996
Concrete at high temperature, Material properties and mathematical models, Concrete Design and Construction Series, Ed. Longman, London.
- [9] Bazant Z.P., Thonguthai W., Oct. 1978
Pore pressure and drying of concrete at high temperature, Journal of the Engineering Mechanics Division, pp 1059-1079.
- [10] Bear J. and Buchlin J.M.
Modelling and application of transport phenomena in porous media, Kluwer, Academic Publisher, 1991
- [11] J.C. Benet, P. Jouanna
Phenomenological relation of phase change of water in a porous medium : Experimental verification and measurement of the phenomenological coefficient, Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 25, Issue 11, November 1982, Pages 1747-1754.
- [12] J.C. Bénét
Contribution à l'étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase, Thèse de Doctorat d'Etat de l'Université de Sciences et techniques du Landoc. Académie de Montpellier, 1981.
- [13] T. Ruiz, J.C. Bénét, 2001
Phase change in heterogeneous medium : a theoretical and experimental approach to the volatilisation of a liquid in a unsaturated soil, Transport in Porous Media, vol. 44, p. 337-353.
- [14] J.C. Bénét, F. Cherblanc, I. Mrani, V. Richefeu, M.S. El Youssoufi, G. Fras, 2002
Couplages déformations/transport dans un milieu bi-constituant élastique, Bulletin des Milieux Poreux et Transferts Hydriques (48), p. 99-105
- [15] J.C. Bénét, I. Mrani, 2002
Utilisation des potentiels chimiques en mécanique des milieux complexes. Cas du transport de matière sous contrainte en milieu biphasique, élastique, hygroscopique, Bulletin du Groupe Français de Mécanique des Matériaux, vol. I (28), p. 33-43.
- [16] G.Bonnet, R. Ami-Saâda, D.Bouvard, 1995
Thermomechanical behaviour of casting sands : Experiments and elastoplastic modeling , Int. J. of plasticity, 10(9) (1995)
- [17] Consolazio G.R., McVay M. and Rich J.W. 1997

- Measurement and prediction of pore pressure in cement mortar subjected to elevated temperature*, Proc. Int. Workshop on fire performance of high Strength Concrete, NIST, Spec. Publ. 919, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Md., 125-148.
- [18] Coussy O., 1991
Mécanique des milieux poreux, Editions Technip.
- [19] Coussy O., 1995
Mechanics of porous continua Wiley, 1995.
- [20] Coussy O., 2004
Poromechanics, LCPC, Insitut Navier, Marne-La-Vallée, France , pp.161-224.
- [21] Coussy O. et Ulm F.J., 1996
Creep and plasticity due to chemo-mechanical couplings Archive of Appl. Mech., 66, Springer, Berlin, 523-535.
- [22] Coussy O., 2005
Poromechanics of freezing materials Journal of the Mechanics and Physics of Solids. volume 53, 2005, pp : 1689-1718
- [23] Daian J.F., 1988
Condensation and isothermal water transfer in cement mortar, Part I - Pore size distribution equilibrium water condensation and imbibition, Transport in porous media, 4, pp 1-16
- [24] Dalpont S., 2004
Lien entre la perméabilité et l'endommagement dans les bétons à haute température, Thèse de Doctorat, ENPC, Septembre 2004.
- [25] Dangla P., 2002
Introduction à la mécanique des milieux poreux, course of master of science "Solides, Structures et Systèmes Mécaniques", fifth option, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 15-60.
- [26] Deseur B. 1998
Déshydratation d'une pâte de ciment sous hautes températures (105-600° C), Rapport demagistère génie civil, ENPC.
- [27] De Vries D.A., KRUGER A.J., 1966
On the value of the diffusion coefficient of water vapour in air, Proceedings Colloque Int. du CNRS N° 160 : Phénomènes de transport avec changement de phase dans les milieux poreux ou colloïdaux, pp 61-72, France

- [28] Diederichs U., Jumppanen U., Penttala V., 1989
Material properties of high strength concrete at elevated temperatures 13th IABSE Congress Challenges to Structural Engineering, Helsinki, Zurich, IABSE-AIPC-IVBH, pp 489-494
- [29] Diederichs U., Jumppanen U., Penttala V., 1992
Behavior of High strength concrete at elevated temperatures, Espoo : Helsinki University of Technology, Departement of structural engineering, Report 92, 72p.
- [30] England G.L., Greathed R.J., Khan S.A., 1991,
Influence of High Temperature on Water Content, Permeability and Pore Pressure, Paper H02/1, Trans. SMIRT 11, vol H, Japan, pp 31-36.
- [31] Eurocodes, editor.
Eurocode2 : Design of Concrete Structures. comité Européenne de normalisation - Bruxelles, 2004.
- [32] Eurocodes, editor.
Eurocode4 : Design of Composite Steel and Concrete Structures Eurocodes, 1994.
- [33] Eymard R., Gallouet T. and Herbin R, 2000
The finite volume method, In handbook of numerical analysis, volume 7, pages 715-1022
- [34] Eymard R., Gallouet T., Hilhorst D. and Naît Slimane Y., 1998
Finite volumes and non linear diffusion equations, Mathematical modelling and numerical analysis, 34(6) : 747-761
- [35] Eymard R., Herbin R. and Michel A. , 2003
Mathematical study of a petroleum-engineering scheme Mathematical modelling and numerical analysis, 37(6) : 937-972.
- [36] Fasseu P. 1997
Eurotunnel-Fire. Analysis of the effect of the fire on the concrete quality , Res. Rep. No. 96.6002532 (April 1997), Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Lille, Lille, France.
- [37] Feraille-Fresnet A., 2002
Le rôle de l'eau dans le comportement à haute température des bétons, Ph.D., École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [38] Feron C. 2002

- Étude des mécanismes de génération de contraintes et de fissuration par retrait généré dans les structures à base de matériaux cimentaires* Thèse : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2002 [23/04/2003], 344 p.
- [39] Gawin D., Majorana C.E., Schrefler B.A., 1999
Numerical analysis of hygro-thermal behaviour and damage of concrete at high temperature, Mechanics of cohesive-frictional materials, 4, pp 37-74.
- [40] Harmathy T.Z., 1970
Thermal properties of concrete at elevated temperatures, ASTM Journal of Materials, vol 5, pp 74-94
- [41] Harmathy T.Z., Allen L.W., 1973
Thermal properties of selected masonry unit concretes, Journal of American Concrete Institute, Vol.70, No.2, pp.132-142.
- [42] Harmathy T.Z., 1965
Effect of moisture on the fire endurance of building materials, ASTM, Philadelphia, No.385 , pp 74-95
- [43] Heinfling G., 1998
Contribution à la modélisation numérique du comportement du béton et des structures en béton armé sous sollicitation thermo-mécaniques à hautes températures, Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, N 98 ISAL 0002.
- [44] Heukamp F.H., 1999
Modélisation du séchage non isotherme des matériaux peu perméables à base de ciment, Rapport de DEA.
- [45] Kalifa P., avr. 1997
Qualification sur éprouvettes du modèle informatique de comportement des BHP au feu-Etude de faisabilité
- [46] Kalifa P., Menneteau F.D., Jan. 1999
Mesures de pression, température et perte en masse dans les bétons à hautes températures, Projet BHP2000, rapport final de la tâche 2.2.3.2.
- [47] Khoury G.A., Dec. 1992
Compressive strength of concrete at high temperatures : a reassessment, Magazine of Concrete Research, Vol 44, N° 161, pp 291-309.
- [48] Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E., 1985
Transient thermal strain of concrete : literature review, conditions within specimen and behaviour of individual constituents, Magazine of Concrete Research, September 1985, Vol.37, No.132, pp 131-144

- [49] Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E., 1985
Strain of concrete during first heating to 600°C under load, Magazine of Concrete Research, December 1985, Vol.37, No.133, pp 131-144
- [50] Kontani O., 1994
Experimental determination and theoretical prediction of pore pressure in sealed concrete at sustained high temperatures, PhD thesis, Northwestern University, Evanston, III.
- [51] Kosmatha S.H., Panarese W.C., Allen G.E., Cumming S., 1991,
Dosage et contrôle des mélanges en béton, CPCA Bulletin d'ingénierie.
- [52] Lassabatère T., 1994
Couplages hydromécaniques en milieu poreux non saturé avec changement de phase. Application au retrait de dessiccation, Thèse Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [53] LE BRIS E., 2003
Modélisation de la pénétration d'une colle solvant dans un milieu poreux, Ph.D., École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [54] Le Neindre B., 1993
Tensions superficielles des composés inorganiques et des mélanges, Techniques de l'ingénieur, Constantes Mécaniques, Vol K3.
- [55] Lewis R.W., Schrefler B.A., 1998
The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media, Ed. Wiley.
- [56] Mainguy M., Coussy O. and Eymard R, 1999
Modélisation des transferts hydriques isothermes en milieu poreux : séchage des matériaux à base de ciment, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- [57] Mainguy M., Coussy O., Baroghel-Bouny V., 1999
The role of air pressure in the drying of weakly permeable materials, A paraître.
- [58] Millington R.J., 1959
Gas diffusion in porous media, Science (Washington, DC), 130 :100-102.
- [59] Moyne C. 1987
Transferts couplés chaleur-masse lors du séchage : prise en compte du mouvement de la phase gazeuse Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1987

- [60] Moyne C., Batsale J. C. et Degiovanni A., 1988
Approche expérimentale et théorique de la conductivité thermique des milieux poreux humides Int. J. of Heat and Mass Transfer, 31(11) : 2319-2330, 1988
- [61] Y.MSAAD
A numerical methodology for coupled diffusive transfer modelling : application to concrete subjected to heating Journal of Numerical Heat Transfer, Part B, Volume 48, issue1, 2005
- [62] Y. Msaad, G. Bonnet et O. Coussy
The spalling of heated concrete : Comparison between thermal and hydraulic spalling Concreep 7 , Ecole Centrale de Nantes, 12-14 Septembre 2005.
- [63] MSAAD Y., LEFEBVRE G., 2002
Validation numérique d'un modèle de transferts couplés chaleur, air et eau dans un milieu poreux soumis à un processus de déshydratation, master of science, ENPC, Paris, 2002.
- [64] MSAAD Y., G. Lefebvre
Transferts couplés de chaleur, air et eau dans un milieu poreux soumis à un processus de déshydratation.16ème Congrès Français de Mécanique CFM2003 Cdrom Nice, (FRANCE) 1-5 septembre
- [65] Y. MSAAD, O. Coussy
Modélisation unidimensionnelle des transferts couplés de chaleur, air et eau dans un milieu poreux soumis à un processus de déshydratation Journées sciences de l'ingénieur du LCPC, pp 109-114 (JSI2003) Dourdan, 9-11 décembre 2003
- [66] Mualem Y., 1976
- [67] Y. MSAAD, G. Lefebvre
Le comportement du béton à hautes températures : approche thermo-hydro-chimique La première rencontre Francophone "Matériaux de construction pour le développement durable", EHTP Casablanca, (MAROC)5-6 mai
A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resour. res., 12, pp. 513-522
- [68] Noumowé A.N., 1995
Effets des hautes températures (20-600° C) sur le béton. Cas particulier du béton à hautes performances, Thèse de Doctorat de l'INSA de Lyon, No. 95 ISAL 0092, 232p.

- [69] Noumowé A.N., Clasters P., Debicki G., Costaz J.L., 29-31 May 1996
Thermal stresses and water vapour pressure of high performance concrete at high temperature, Fourth International Symposium on the utilization of high strength / high performance concrete, paris, pp 561-570.
- [70] Pasquero D., 2004
Contribution à l'étude de la déshydratation dans les pâtes de ciment soumise à haute température Phd Thesis, ENPC, 2004.
- [71] Perrin B., Baroghel-bouny V. et Chemloul L., 1998
Méthodes de détermination de la diffusivité hydrique de pâtes de ciment durcies Material and structures, 31 : 235-241.
- [72] Perrin B. et Bonnet S., 1995
Experimental results concerning combined transport of humidity and chloride in non steady state Proc. de Chloride Penetration into concrete, RILEM International Workshop, L.O. Nilsson and J.P. Olivier editeurs, pages 302-314, October 15-18 1995.
- [73] Pesavento F., 2000
Non linear modelling of concrete as multiphase porous material in high temperature conditions, Ph.D., Università degli Studi di Padova, Padova.
- [74] Pezzani P., 1988
Propriétés thermodynamiques de l'eau (K585), Techniques de l'ingénieur, traité constantes phisico-chimiques.
- [75] Phan L.T., 1997
Fire performance of high-strength concrete : A report of the state-of-the art Res. Rep. Nistir 5934, National Institute of standards and Technology, Gaithersburg, Md.
- [76] Phan L.T., Carino N.J., Duthinh D. and Garboczi E., 1997
Proc. Int. Workshop on fire performance of high Strength Concrete, NIST, Spec. Publ. 919, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Md., 125-148.
- [77] Raznjevic K., 1970
Tables et diagrammes thermodynamiques, Ed. Eyrolles
- [78] Schneider U., 1982
Concrete at high temperature. A general review, Fire safety journal, Vol 13, pp 55-68

- [79] Schrefler B.A, Gawin D. and Pesavento F. *Modelling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 192, Issues 13-14, 28 March 2003, Pages 1731-1771
- [80] Schrefler B.A., 1995
F.E in environmental engineering : coupled thermo-hydro-mechanical processes in porous media including pollutant transport, Archives of Computational Methods in Engineering, State of the art reviews, Vol 2,pp 1-54
- [81] Scilab, 2003
<http://www.scilab.org>
- [82] Sierra R., 1982
Répartition des différentes formes d'eau dans la structure des pâtes pures de C₃S et de ciment Portland, bull. Liaison LPC, N 117, pp 77-81, 1982
- [83] Skoczylas F., Mezziani H.,1999
Variation de la perméabilité d'un mortier sous charge déviatorique, AUGC, Durabilité des géomatériaux GEO, pp. 101-110, Poitiers 1999.
- [84] Skoczylas F., I. Yurtdas, N. Burlion, 2005 *Microcracking of mortars during drying : effects on delayed Behaviours*, Concreep 7, Nantes, September 2005.
- [85] Skoczylas F., M. Lion, Z. Lafhaj, M. Sersar 2005
Experimental study on a mortar. Temperature effects on porosity and permeability. Residual properties or direct measurements under temperature, M. Lion, F. Skoczylas, Z. Lafhaj and M. Sersar, Cement and Concrete Research, Volume 35, Issue 10, October 2005, Pages 1937-1942.
- [86] Skoczylas F., Ismail Yurtdas, Nicolas Burlion, 2004
Triaxial mechanical behaviour of mortar : Effects of drying, Cement and Concrete Research, Volume 34, Issue 7, July 2004, Pages 1131-1143.
- [87] Skoczylas Frédéric., Nicolas Burlion, Thierry Dubois, 2003
Induced anisotropic permeability due to drying of concrete, Cement and Concrete Research, Volume 33, Issue 5, May 2003, Pages 679-687.
- [88] Suquet P., 1982
Plasticité et homogénéisation, Master's thesis, Université Pierre et Marie Curie, Thèse de Doctorat d'état, Paris.
- [89] Tamagny P., Feraille A., Sercombe J., Rang G., 2001

Modélisation du comportement du béton à haute température : application à une structure axisymétrique, internal report, Laboratoire d'Analyse des Matériaux et Identifocation, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

- [90] Tsimbrovska M., 1998
Dégradation des bétons à hautes performances soumis à des températures élevées. Évolution de la perméabilité en liaison avec la microstructure, Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble 1.
- [91] Ulm F.-J., Coussy O. and Bazant Z.P., 1999
The 'Chunnel' fire I : Chemoplastic softening in rapidly heated concrete, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(3), 272-282.
- [92] Ulm F.-J., Acker P., Lévy M., 1999
The 'Chunnel' fire II : Analysis of Concrete Damage, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(3), 283-289.
- [93] Van Genuchten M. Th., 1980
A closed-form equation predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Science Society of American Journal, 44 (5), pp 892-898
- [94] Waller V., 2000
Relation entre composition des bétons, exothermie en cours de prise et résistance en compression, LCPC, France, pp.49-53.
- [95] William K. J. and Warnke E. P., 1975
Constitutive model for the triaxial behavior of concrete, IABSE Proc., 19, Seminar on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses, Paper III-1, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich.