



## **THÈSE**

**présentée pour l'obtention du grade de  
Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées  
Spécialité : Géotechnique**

**par :**

**Sophie Coquillay**

**Prise en compte de la non linéarité du comportement  
des sols soumis à de petites déformations  
pour le calcul des ouvrages géotechniques**

soutenue le 30 août 2005

devant la commission d'examen composée de :

<b>Isam Sharour</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Arezou Modaressi</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Pierre Schmitt</b>	<b>Examineur</b>
<b>Emmanuel Bourgeois</b>	<b>Examineur</b>
<b>Jean-Pierre Magnan</b>	<b>Directeur de thèse</b>



*A Marie-France et Michel*  
*A Julie et Adrien*  
*A Philippe*



*« Il y a des millions d'années que les fleurs fabriquent des épines. Il y a des millions d'années que les moutons mangent quand même les fleurs. Et ce n'est pas sérieux de chercher à comprendre pourquoi elles se donnent tant de mal pour se fabriquer des épines qui ne servent jamais à rien ? Ce n'est pas important la guerre des moutons et des fleurs ? Ce n'est pas plus sérieux et plus important que les additions d'un gros monsieur rouge ? Et si je connais, moi, une fleur unique au monde, qui n'existe nulle part, sauf dans ma planète, et qu'un petit mouton peut anéantir d'un seul coup, comme ça, un matin, sans se rendre compte de ce qu'il fait, ce n'est pas important ça ! »*

*Antoine de Saint-Exupéry  
(extrait de « Le Petit Prince »)*



## REMERCIEMENTS

Une thèse de doctorat est par définition le fruit d'un travail personnel, mais qui, pour ma part, n'aurait jamais abouti sans le concours d'un grand nombre de personnes que je souhaite remercier ici.

Je remercie en premier lieu Jean-Pierre MAGNAN pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse.

J'exprime ma profonde gratitude à mon conseiller d'études Emmanuel BOURGEOIS qui a suivi de près mon travail tout au long de ces trois années. Je le remercie particulièrement pour son soutien et son aide lors de la programmation dans le progiciel CESAR-LCPC. Je ne saurais oublier les orientations qu'il m'a indiquées pour faire avancer mon travail et ses nombreux conseils qui ponctuent ce mémoire. J'ai beaucoup apprécié sa disponibilité et été touchée par son honnêteté intellectuelle.

Cette belle aventure n'aurait sans doute jamais eu lieu si je n'avais pas assisté aux cours de DEA de Isam SHAHROUR. Je lui dois beaucoup pour m'avoir mise en relation avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et le remercie chaleureusement pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

Isam SHAHROUR et Arezou MODARESSI ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je leur adresse mes plus vifs remerciements pour avoir assumé cette tâche avec beaucoup de sérieux.

Je remercie sincèrement Pierre SCHMITT pour avoir accepté d'examiner mon travail. Je lui suis très reconnaissante pour l'intérêt qu'il y a porté.

Je remercie respectueusement Jean-Louis SALHI et Jean-Claude BERCHE pour le support informatique qu'ils m'ont apporté : leur disponibilité a été mise à rude épreuve.

Je remercie vivement mes collègues du LCPC et plus largement du réseau des LPC. Je remercie en particulier Philippe MESTAT pour ses remarques constructives en calcul numérique ; Philippe REIFFSTECK, Serge BOREL et Yves CANEPA pour leurs conseils dans le choix du modèle de comportement ; Jean-François SERRATRICE pour m'avoir fourni des résultats d'essais de laboratoire et Emmanuel MANIER pour son aide dans la présentation de mon travail. Je remercie vivement tous les membres de la division MSRGI pour le partage des connaissances, l'ambiance de travail et leur sympathie.

Je remercie amicalement tous les doctorants que j'ai rencontrés au cours de ma thèse pour leur ouverture d'esprit et l'invitation au voyage qu'ils suscitent du fait de leurs origines très diverses. Je pense notamment à tous ceux qui ont rythmé ma vie au LCPC : Roger, Christian, Hichem, Tarek, Catia, Keyvan, Phuong Duy, Khaldoun, Marc, Rita, Sonja, Nouredine, Krisztian, Mickaël, Nabila, Delphine, Leila, Mohamed, Xavier, Aouatif, Nicolas et Thao.

Je remercie enfin mes proches pour leur précieux soutien et leur patience avec mes humeurs. Merci à tous.



## RÉSUMÉ

L'utilisation intensive du sous-sol urbain et l'évolution des règlements rendent nécessaire de développer de nouveaux outils pour calculer les déplacements induits par un ouvrage au cours de sa construction et lors de sa mise en service. Les performances des méthodes de calcul actuelles restent largement insuffisantes, parce qu'elles ont été développées principalement pour l'analyse des ouvrages vis-à-vis de la rupture, de sorte que le comportement des sols aux faibles niveaux de déformation n'est pas représenté de manière réaliste. Le module de cisaillement des sols varie très fortement entre le domaine des très petites déformations et celui des déformations qui se produisent au voisinage des ouvrages géotechniques lors de leur construction. L'expérience montre qu'on ne parvient pas à estimer correctement les déplacements des ouvrages sans prendre en compte ces variations.

A partir d'une étude bibliographique sur les modèles de comportement élastoplastiques à élasticité non linéaire, on a choisi un modèle de comportement comportant peu de paramètres mais susceptible d'améliorer substantiellement les résultats des calculs en déplacement des ouvrages géotechniques. Il s'agit d'une version légèrement modifiée du modèle de comportement proposé par Fahey et Carter (1993) couplée à un critère de plasticité de Mohr-Coulomb. La principale caractéristique du modèle de Fahey et Carter réside dans le fait que le module de cisaillement augmente avec la contrainte moyenne et diminue avec la contrainte de cisaillement.

Le modèle retenu a été implanté dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC et l'identification de ses paramètres à partir des essais classiques de mécanique des sols constitue une préoccupation importante de ce travail. Le modèle a été testé en modélisant un certain nombre d'ouvrages réels pour lesquels on dispose à la fois de données de sol et de mesures de déplacements et d'efforts suffisantes.

Les premiers exemples de mise en œuvre du modèle confirment l'intérêt d'utiliser une loi de comportement plus complexe pour reproduire le comportement réel des ouvrages. Le travail réalisé constitue aussi une contribution à l'amélioration des fonctionnalités de CESAR-LCPC.

## MOTS CLÉS

Calculs en déplacements, dimensionnement et justification des ouvrages géotechniques, identification des paramètres, méthode des éléments finis, modèle élastoplastique à élasticité non linéaire, modèle hyperbolique de Fahey et Carter, module de cisaillement, petites déformations.

## **ABSTRACT**

Title: Accounting for small strain non-linear soil behaviour in the calculation of geotechnical structures.

The intensive use of urban subsoil and the evolution of the technical regulations require to develop new tools to calculate the displacements caused by the construction of new structures. The performance of usual calculation methods is often inadequate, because they have been developed mainly for the analysis of the pre-failure behaviour of structures; thus in these models, the soil behaviour for small strains is not well represented. The soil shear modulus exhibits significant variations between the field of very small strains and the field of usual deformations next to geotechnical structures during their construction. Experience shows that the displacements of a structure can not be correctly evaluated without taking into account these variations.

Based on a bibliographical study on elastic-plastic constitutive models with non-linear elasticity, a model with few parameters has been chosen, which is nevertheless able to improve substantially the results of displacement calculations of the geotechnical structures. The proposed model is a slightly modified version of the constitutive model established by Fahey and Carter (1993) which has been combined to a Mohr-Coulomb plastic criterion. The main characteristic of the Fahey-Carter-model is that the shear modulus increases with the mean stress and decreases with the shear stress.

The model has been implemented in the finite element code CESAR-LCPC. The identification of its parameters, based on classical soil mechanic tests, was an important part of this work. The model was tested by calculating various structures for which soil data as well as displacement and stress measurements were available.

These examples confirm the interest of using a complex constitutive law to produce calculation results similar to the strain and displacement patterns of real structures. The present work was also a contribution to CESAR-LCPC's functionalities improvement.

## **KEYWORDS**

Calculations in displacements, calculation and justification of geotechnical structures, parameters identification, finite element method, elastic-plastic model with non-linear elasticity, hyperbolic model of Fahey and Carter, shear modulus, small strains.

---

## SOMMAIRE

<b>RÉSUMÉ / MOTS CLÉS .....</b>	<b>9</b>
<b>ABSTRACT / KEYWORDS .....</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE .....</b>	<b>17</b>

---

### Chapitre 1. Limites du calcul en déplacement des ouvrages

---

<b>1 INTRODUCTION.....</b>	<b>22</b>
<b>2 MOTIVATIONS DU TRAVAIL .....</b>	<b>22</b>
<b>3 INFLUENCE DE L'ÉTENDUE VERTICALE DU MAILLAGE SUR LE CALCUL D'UN TUNNEL À FAIBLE PROFONDEUR .....</b>	<b>23</b>
3.1 Présentation de l'étude .....	24
3.2 Résultats .....	25
<b>4 VARIATION LINÉAIRE DU MODULE D'YOUNG AVEC LA PROFONDEUR 26</b>	
4.1 Validation du modèle $IMOD = 25$ .....	28
4.1.1 <i>Fondation superficielle en déformations planes</i> .....	28
4.1.2 <i>Fondation superficielle en conditions axisymétriques</i> .....	31
4.1.3 <i>Tunnel en section transversale</i> .....	32
4.1.4 <i>Conclusion</i> .....	38
4.2 Extension verticale du maillage .....	38
4.3 Conclusion.....	40
<b>5 CONCLUSION : NÉCESSITÉ D'UNE ÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE .....</b>	<b>40</b>

---

## Chapitre 2. Revue des principaux modèles élastoplastiques avec élasticité non linéaire

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>44</b>
<b>2</b>	<b>NOTATIONS.....</b>	<b>45</b>
<b>3</b>	<b>COMPORTEMENT ÉLASTIQUE LINÉAIRE-PARFAITEMENT PLASTIQUE</b>	<b>46</b>
3.1	Comportement élastique linéaire.....	46
3.1.1	<i>Élasticité linéaire isotrope de Hooke</i> .....	47
3.2	Comportement plastique .....	48
3.2.1	<i>Définition de la plasticité</i> .....	48
3.2.1.1	Surface de charge .....	49
3.2.1.2	Règle d'écoulement plastique .....	49
3.2.2	<i>Critères de plasticité usuels en mécanique des sols</i> .....	50
3.2.2.1	Critère de Tresca .....	50
3.2.2.2	Critère de Von Mises.....	51
3.2.2.3	Critère de Mohr-Coulomb.....	51
3.2.2.4	Critère de Drucker-Prager .....	52
3.3	Conclusion.....	53
<b>4</b>	<b>MODÈLES RHÉOLOGIQUES D'ÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE .....</b>	<b>53</b>
4.1	Modèles hyperélastiques .....	53
4.1.1	<i>Exemples de modèles hyperélastiques</i> .....	54
4.1.2	<i>Conclusion</i> .....	55
4.2	Modèles hypoélastiques .....	56
4.2.1	<i>Généralités</i> .....	56
4.2.2	<i>Exemples de modèles hypoélastiques</i> .....	56
4.2.2.1	Modèle hyperbolique de Duncan .....	57
4.2.2.2	Modèle hyperbolique de Hardin et Drnevich.....	60
4.3	Conclusion.....	62
<b>5</b>	<b>MODÈLES ÉLASTOPLASTIQUES AVEC ÉCROUISSAGE.....</b>	<b>62</b>
5.1	Définition de l'écroûissage.....	62
5.2	Modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié.....	63
5.2.1	<i>Concept d'état limite et d'état critique</i> .....	63
5.2.1.1	Etat limite en compression isotrope .....	63
5.2.1.2	Etat critique en compression triaxiale .....	64
5.2.2	<i>Modélisation des déformations élastiques</i> .....	65
5.2.3	<i>Modélisation des déformations élastoplastiques</i> .....	65
5.3	Modèle de Nova .....	68
5.3.1	<i>Comportement élastique non linéaire</i> .....	68
5.3.2	<i>Potentiels plastiques</i> .....	68
5.3.3	<i>Surface de charge</i> .....	69
<b>6</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>69</b>

---

## Chapitre 3. Présentation du modèle de Fahey et Carter

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>72</b>
<b>2</b>	<b>MODULE DE CISAILLEMENT « MAXIMUM » <math>G_0</math>.....</b>	<b>73</b>
2.1	$G_0$ proportionnel à $(p)^n$ .....	73
2.2	$G_0$ proportionnel à $(s)^n$ .....	75
2.3	Choix de l'expression de $G_0$ pour CESAR-LCPC.....	76
<b>3</b>	<b>FORMULATION DU MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE .....</b>	<b>77</b>
3.1	Modèle hyperbolique de base.....	77
3.2	Le modèle de Fahey et Carter .....	77
3.3	Influence des paramètres $f$ et $g$ .....	79
3.4	Variation du coefficient de Poisson .....	82
3.5	Description de la plasticité .....	82
3.6	Récapitulation.....	82
<b>4</b>	<b>MODÉLISATION D'UN ESSAI PRESSIOMÉTRIQUE DANS LE SABLE.....</b>	<b>83</b>
4.1	Description des calculs de Fahey et Carter .....	83
4.2	Simulations avec CESAR-LCPC .....	84
4.2.1	<i>Description du maillage</i> .....	84
4.2.2	<i>Calculs menés par CESAR-LCPC</i> .....	84
<b>5</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>87</b>

---

## Chapitre 4. Implantation du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>90</b>
<b>2</b>	<b>GÉNÉRALITÉS SUR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS EN MÉCANIQUE .....</b>	<b>91</b>
2.1	Cas d'un comportement élastique linéaire .....	91
2.2	Comportement élastique linéaire-parfaitement plastique.....	93
2.2.1	<i>Position du problème</i> .....	93
2.2.2	<i>Méthode des contraintes initiales</i> .....	94
2.2.3	<i>Méthode de Newton-Raphson</i> .....	95
2.2.4	<i>Méthodes d'actualisation</i> .....	97
2.3	Comportement élastique non linéaire.....	98
2.3.1	<i>Cas d'un matériau élastique ou hyperélastique</i> .....	98
2.3.2	<i>Cas d'un matériau hypoélastique</i> .....	99
2.4	Comportement élastique non linéaire-parfaitement plastique.....	99

<b>3</b>	<b>IMPLANTATION DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER.....</b>	<b>100</b>
3.1	Généralités sur le fonctionnement de CESAR-LCPC.....	100
3.2	Modifications nécessaires .....	101
3.3	Conclusions .....	102
<b>4</b>	<b>PROGRAMMATION EFFECTUÉE DANS CÉSAR-LCPC .....</b>	<b>102</b>
4.1	Lecture des données .....	103
4.2	Initialisation des contraintes.....	103
4.3	Actualisation des modules.....	104
4.4	Calcul des modules.....	104
4.5	Vérification de la programmation .....	104
<b>5</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>104</b>

---

## Chapitre 5. Application à la modélisation de quelques exemples simples

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>108</b>
<b>2</b>	<b>ESSAIS SUR LES FONDATIONS EXPÉRIMENTALES DE LABENNE .....</b>	<b>109</b>
2.1	Campagne de reconnaissance géotechnique .....	110
2.1.1	<i>Généralités .....</i>	<i>110</i>
2.1.2	<i>Caractérisation du comportement mécanique du sable de Labenne .....</i>	<i>110</i>
2.1.2.1	Description des essais réalisés.....	110
2.1.2.2	Analyse et interprétation des résultats expérimentaux.....	111
2.1.3	<i>Valeurs des paramètres pour les modèles de Mohr-Coulomb et de Nova.....</i>	<i>113</i>
2.2	Détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter.....	113
2.2.1	<i>Simulation des essais triaxiaux de compression drainés .....</i>	<i>114</i>
2.2.2	<i>Simulation de l'essai triaxial de compression isotrope .....</i>	<i>118</i>
2.2.3	<i>Conclusion.....</i>	<i>119</i>
2.3	Calcul des essais de chargement sur fondation superficielle .....	119
2.3.1	<i>Présentation des essais.....</i>	<i>119</i>
2.3.2	<i>Préparation des calculs.....</i>	<i>121</i>
2.3.3	<i>Présentation des résultats et analyse .....</i>	<i>122</i>
2.4	Conclusion.....	126
<b>3</b>	<b>MODÉLISATION DU BOULONNAGE DANS LES TUNNELS.....</b>	<b>127</b>
3.1	Introduction .....	127
3.2	Une revue rapide des modélisations du boulonnage .....	128
3.3	Détermination des paramètres pour les marnes de Las Planas.....	129
3.4	Modélisation numérique du rôle des boulons .....	132
3.5	Résultats .....	133
3.6	Discussion .....	135
<b>4</b>	<b>CHARGEMENT D'UNE FONDATION MIXTE SUR LE SITE DE MERVILLE</b>	<b>136</b>
4.1	Présentation du site de Merville .....	136
4.2	Reconnaitances géotechniques effectuées sur le site de Merville.....	137
4.2.1	<i>Campagne d'essais in situ.....</i>	<i>137</i>
4.2.1.1	<i>Pressiomètre Ménard.....</i>	<i>137</i>

4.2.1.2	Essais d'expansion avec le pressio-pénétrromètre Fugro.....	138
4.2.1.3	Essais au sismo-cône.....	140
4.2.1.4	Synthèse des différents résultats.....	140
4.2.2	<i>Campagne d'essais en laboratoire</i> .....	142
4.2.2.1	Résultats des essais d'identification.....	142
4.2.2.2	Résultats des essais mécaniques.....	143
4.3	Détermination des paramètres de l'argile des Flandres.....	143
4.3.1	<i>Évaluation du module de cisaillement tangent maximal <math>G_0</math></i> .....	144
4.3.1.1	À partir des résultats des essais au sismo-cône.....	144
4.3.1.2	À partir des résultats des essais triaxiaux avec « bender éléments ».....	144
4.3.1.3	Synthèse.....	145
4.3.2	<i>Évaluation des paramètres du modèle de Fahey et Carter</i> .....	146
4.3.2.1	À partir de l'évolution du module de cisaillement tangent en fonction de la déformation.....	147
4.3.3	<i>Évolution des paramètres à partir des essais pressiométriques</i> .....	149
4.3.4	<i>Discussion</i> .....	151
4.4	Essai de chargement sur la fondation mixte.....	151
4.4.1	<i>Historique de l'essai</i> .....	152
4.4.2	<i>Mise en place et instrumentation de la fondation</i> .....	152
4.4.3	<i>Essai de chargement</i> .....	153
4.4.4	<i>Modélisation de l'essai</i> .....	154
4.4.5	<i>Présentation des résultats et analyse</i> .....	155
4.5	Discussion.....	156
<b>5</b>	<b>CONCLUSION</b> .....	<b>158</b>

---

## Chapitre 6. Validation sur un ouvrage réel instrumenté : modélisation du rideau de palplanches expérimental de hochstetten

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>162</b>
<b>2</b>	<b>PRÉSENTATION DE L'OUVRAGE</b> .....	<b>164</b>
2.1	Géométrie.....	164
2.2	Phasage de construction.....	165
2.3	Instrumentation.....	166
<b>3</b>	<b>PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DU SABLE DE KARLSRUHE</b> .....	<b>169</b>
<b>4</b>	<b>DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER</b> .....	<b>170</b>
4.1	Essais de cohésion capillaire.....	170
4.2	Essais à la boîte de cisaillement.....	170
4.3	Essais triaxiaux.....	172
4.3.1	<i>Essai triaxial de compression isotrope</i> .....	172
4.3.2	<i>Essais triaxiaux de compression</i> .....	173
4.4	Essais de plaque.....	175
4.5	Récapitulation des paramètres obtenus.....	177

---

<b>5</b>	<b>MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....</b>	<b>178</b>
5.1	Maillage.....	178
5.2	Comportement des matériaux.....	179
5.2.1	<i>Comportement des rideaux.....</i>	<i>179</i>
5.2.2	<i>Comportement de l'interface.....</i>	<i>179</i>
5.2.3	<i>Comportement des butons .....</i>	<i>180</i>
5.3	Conditions aux limites.....	180
5.4	Initialisation des contraintes.....	180
5.5	Chargement .....	180
<b>6</b>	<b>PRÉSENTATION DES RÉSULTATS.....</b>	<b>180</b>
6.1	Influence de l'identification des paramètres .....	181
6.1.1	<i>Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches.....</i>	<i>181</i>
6.1.2	<i>Déplacement horizontal du rideau de palplanches.....</i>	<i>184</i>
6.1.3	<i>Moment fléchissant du rideau de palplanches .....</i>	<i>186</i>
6.1.4	<i>Déplacement vertical du sol en surface .....</i>	<i>188</i>
6.2	Comparaison avec un modèle élastique linéaire-parfaitement plastique .....	190
6.2.1	<i>Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches.....</i>	<i>192</i>
6.2.2	<i>Déplacement horizontal du rideau de palplanches.....</i>	<i>194</i>
6.2.3	<i>Moment fléchissant du rideau de palplanches .....</i>	<i>196</i>
6.2.4	<i>Déplacement vertical du sol en surface .....</i>	<i>198</i>
6.3	Influence du type d'éléments .....	200
6.3.1	<i>Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches.....</i>	<i>201</i>
6.3.2	<i>Déplacement horizontal du rideau de palplanches.....</i>	<i>201</i>
6.3.3	<i>Moment fléchissant du rideau de palplanches .....</i>	<i>201</i>
6.3.4	<i>Déplacement vertical du sol en surface .....</i>	<i>201</i>
6.4	Efforts dans les butons .....	206
6.5	Conclusion.....	206
	<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>209</b>
	<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>215</b>
	Annexe A1 :	
	Détails de la programmation du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC .....	223
	Annexe A2 :	
	Mode d'emploi succinct du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC .....	235
	Annexe A3 :	
	Résultats des essais triaxiaux de compression drainée sur le sable de Labenne .....	237
	Annexe A4 :	
	Résultats des essais triaxiaux de compression drainée sur les marnes de Las Planas.....	241
	Annexe A5 :	
	Résultats des essais triaxiaux de compression drainée sur le sable de Hochstetten.....	244
	Annexe A6 :	
	Paramètres du modèle de Fahey et Carter pour les différents sites étudiés et lien avec les résultats des essais pressiométriques.....	247

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Un des objectifs actuels de la recherche en géotechnique est d'améliorer la prévision des mouvements induits dans un massif de sol par les chargements qu'il subit, notamment lors de la construction d'un ouvrage. On cherche également à prévoir les effets potentiels des travaux sur les structures existantes. Cette problématique constitue un enjeu fort pour les projets souterrains : l'évaluation des tassements provoqués par le creusement d'un tunnel à faible profondeur (et des dommages qui peuvent en résulter), fait l'objet d'une abondante littérature. En dehors du contexte des ouvrages souterrains, certains projets imposent de vérifier que les travaux prévus à proximité d'un ouvrage existant ne vont pas provoquer des déplacements susceptibles d'interrompre ou de perturber son exploitation. De manière plus générale, les règlements de calcul des ouvrages tendent à imposer de vérifier que les déplacements induits par un projet restent dans des limites acceptables. Ces différents éléments imposent de faire progresser les méthodes de calcul des déplacements.

Les méthodes de calcul qui permettent d'évaluer les déplacements, non seulement de l'ouvrage étudié, mais aussi du terrain et des structures situées à proximité, ne sont pas nombreuses : c'est l'un des atouts de la méthode des éléments finis, qui permet, a priori, de traiter des configurations à peu près quelconques (sur le plan de la géométrie et du phasage de construction) et de calculer les déplacements de l'ensemble du domaine pris en compte dans la discrétisation.

Néanmoins, dans les conditions où elle est utilisée le plus fréquemment, la méthode reste insuffisante pour deux types de problèmes particuliers : le creusement des tunnels peu profonds et l'excavation d'une fouille soutenue par un écran. Dans les deux cas, l'opération réalisée se traduit par l'application au terrain d'une force verticale vers le haut, égale au poids du terrain excavé. Cette force se traduit généralement dans les calculs par éléments finis par un déplacement vertical vers le haut peu réaliste : on obtient souvent un soulèvement de la surface du terrain dans le cas d'un tunnel, et un mouvement de l'écran de soutènement vers le terrain et non pas vers la fouille dans le cas d'un soutènement. Ces mouvements calculés sont en contradiction avec les cinématiques observées généralement, qui correspondent à un mouvement de tassement de la surface du sol au-dessus d'un tunnel, et un mouvement de l'écran de soutènement vers la fouille.

L'origine physique du mouvement prévu par le calcul est claire : elle provient de l'application d'une force vers le haut. En revanche, la réponse du sol à ce déchargement est mal reproduite par le calcul par éléments finis. Une des principales causes de ce problème est probablement le fait que l'on ne tient pas compte, lorsque l'on utilise les lois de comportement habituelles, du fait que le module du sol en déchargement est différent, en général nettement plus fort, que son module en chargement. Il est donc naturel de chercher à décrire le comportement des sols plus fidèlement que ne le font les modèles classiques de la mécanique des sols pour améliorer les résultats fournis par les calculs.

Une option possible, que l'on ne développera pas dans ce travail, consiste à distinguer, lors de la constitution du maillage, les zones dont on prévoit qu'elles subissent une décharge et les zones en charge. Cette approche revient à introduire a priori une hétérogénéité du comportement du terrain, et demande donc de la part de celui qui effectue la simulation une expertise certaine : en tout état de cause, le résultat dépend fortement de celui qui fait le calcul, ce qui n'est pas souhaitable.

Une autre approche consiste à imputer les mauvais résultats du calcul aux déformations calculées loin de l'ouvrage (dans la zone élastique), en s'appuyant sur le fait que la plupart des simulations prennent en compte un module élastique constant au sein du massif de sol. Cette hypothèse entraîne un soulèvement en surface proportionnel à l'étendue verticale du maillage au-dessous de l'axe du tunnel. La solution analytique de Boussinesq montre de plus que ce déplacement vertical est infini pour une couche de sol homogène de profondeur infinie. Par ailleurs, des essais de laboratoire ont montré que les sols ont un comportement non linéaire et sont plus raides aux petites déformations. Ainsi, pour prévoir le comportement réel des ouvrages (notamment autour des excavations, tunnels et soutènements), il est nécessaire de pouvoir représenter la déformabilité des sols aux faibles déformations de manière plus fidèle qu'avec une élasticité linéaire homogène (même associée à une modélisation fine des déformations plastiques).

La façon la plus simple d'aborder la question des soulèvements excessifs ou intempestifs dans les problèmes d'excavation consiste à faire varier les modules avec la profondeur, de telle sorte que les couches plus profondes soit plus raides. On introduit donc une hétérogénéité de comportement, en espérant qu'elle permette de corriger la réponse calculée. Sur le plan mathématique le problème posé reste linéaire, au moins tant que le sol reste dans le domaine élastique : cette approche met donc en jeu des modules qui restent constants en un point donné au cours du calcul (mais dépendent du point considéré). Avec ce type de modèle, on peut obtenir une réponse globale à l'excavation plus raide qu'avec des modules identiques en tout point et constants. Il faut noter cependant que, tant que les déformations restent élastiques, il n'y a pas de distinction entre les modules en chargement et en déchargement.

L'autre approche consiste à tenir compte du fait, bien connu et mis en évidence expérimentalement, que les modules dépendent de l'histoire de chargement subie par un volume de sol. En particulier, on peut proposer d'adopter des modules élastiques qui dépendent de la valeur actuelle des contraintes : il est en général admis que le module de compression augmente avec la contrainte moyenne, tandis que le module de cisaillement a tendance à décroître au cours d'un essai de cisaillement. On se trouve alors confronté à un problème non linéaire, même si les déformations restent élastiques. De plus, ce type de modèle peut donner des réponses différentes en chargement et en déchargement.

Le travail présenté dans ce mémoire aborde la problématique des déplacements liés aux travaux et plus précisément les moyens de faire progresser la représentativité des calculs par éléments finis. En pratique, ce mémoire s'articule en six chapitres.

Le premier chapitre décrit en détail les limites des méthodes de modélisation actuelles ; bien souvent les modélisateurs ont recours à des artifices de calcul pour résoudre les difficultés

qu'ils rencontrent. Ce chapitre apporte ensuite un premier élément de réponse : il présente un modèle de comportement combinant une élasticité linéaire avec un critère de Mohr-Coulomb, mais avec des caractéristiques élastiques et plastiques variables avec la profondeur. Dans le cadre du travail présenté ici, ce modèle a été implanté dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, puis validé : il est illustré sur deux cas de fondations superficielles (en déformations planes et axisymétriques) et un cas de tunnel. Les résultats sont comparés à ceux obtenus avec un maillage découpé en tranches horizontales, ce qui permet de faire varier également les modules avec la profondeur. On étudie aussi l'influence de l'étendue verticale du maillage sur les résultats obtenus avec ce type de modèle.

Le deuxième chapitre propose une revue critique de modèles à élasticité non linéaire en vue de leur utilisation pour modéliser des ouvrages réels. On rappelle brièvement la construction des modèles élastiques linéaires-plastiques, puis on présente des modèles plus complexes, dont la partie élastique est non linéaire, en gardant cependant à l'esprit que la loi proposée doit rester adaptée au calcul des ouvrages : le modèle doit s'accommoder facilement à un code de calcul par éléments finis et être simple d'utilisation. Il doit par ailleurs présenter une formulation tridimensionnelle et nécessiter la détermination de peu de paramètres avec des moyens courants.

Le troisième chapitre présente de façon détaillée le modèle de comportement élastique non linéaire-parfaitement plastique sur lequel notre choix s'est arrêté. Il s'agit du modèle proposé par Fahey et Carter (1993) à partir des modèles hyperboliques tels que celui de Duncan et Chang (1970). Sa principale caractéristique réside dans le fait que le module de cisaillement augmente avec la contrainte moyenne et diminue avec la contrainte de cisaillement. Ce modèle a été choisi en raison du faible nombre de paramètres à identifier, et parce que leur détermination paraît relativement accessible au moyen d'essais de laboratoire courants. Dans ce chapitre, on cherche à reproduire les calculs effectués par Fahey et Carter (1993) relatifs à un essai pressiométrique dans le sable.

Le quatrième chapitre expose les étapes de la programmation du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC. Ce texte présente rapidement les difficultés liées au fait que les modules dépendent du point d'intégration et de l'état de contraintes actuel, dans le contexte du code de calcul que l'on a cherché à adapter, qui est le module MCNL de CESAR-LCPC. Il présente aussi les solutions que l'on a adoptées. On propose en annexe une présentation plus détaillée pour permettre à un développeur ultérieur d'ajouter de nouvelles lois sans avoir à explorer l'ensemble de l'organisation du code. Cette partie du travail a également été l'occasion de rétablir l'élasticité non linéaire pour le modèle Cam-Clay modifié (jusqu'à là disponible dans CESAR-LCPC avec une élasticité linéarisée).

Le cinquième chapitre présente des exemples de mise en œuvre du modèle de Fahey et Carter sur trois ouvrages relativement simples.

La première étude consiste à modéliser une série d'essais de chargement sur des fondations superficielles à Labenne. Sur ce site, le sol est un sable homogène dont le comportement a fait l'objet d'essais de caractérisation in situ et en laboratoire. Selon les essais de chargement, la géométrie et la profondeur d'encastrement de la fondation testée varient. La détermination des paramètres du modèle repose notamment sur des essais triaxiaux de compression drainée. On constate que le modèle de Fahey et Carter permet d'obtenir, pour l'ensemble des essais réalisés, un accord entre calculs et mesures sensiblement meilleur que celui obtenu lors d'une étude récente menée par Mestat et Berthelon (2001), pour différentes lois élastoplastiques avec élasticité linéaire.

La seconde étude, purement théorique, vise à mettre en évidence la diminution de la convergence d'un tunnel obtenue grâce au boulonnage de celui-ci. Les simulations numériques avec les modèles classiques de comportement ne parviennent pas à rendre compte de l'efficacité des boulons (au moins pour des tunnels profonds). Avec les paramètres du modèle de Fahey et Carter déterminés à partir d'essais triaxiaux de compression drainée dans les marnes du Plaisancien du tunnel de Tartaignille, on simule la convergence d'un tunnel fictif avec et sans boulon. On compare ces résultats à ceux obtenus avec un modèle élastique linéaire-parfaitement plastique dont les paramètres sont déterminés à partir des mêmes essais.

Dans la troisième étude, on discute de la détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter à partir d'essais pressiométriques, avant de présenter la modélisation d'un essai de chargement réalisé sur une fondation mixte à Merville. Cette fois-ci, la formation géologique étudiée est l'argile des Flandres.

Dans ces trois études, on porte une attention particulière à la détermination des paramètres du modèle.

Après ces ouvrages simples, le dernier chapitre s'intéresse au cas particulier des murs de soutènement, qui sont des ouvrages du génie civil fréquemment construits en site urbain et pour lesquels les prévisions des déplacements induits par leur construction dans le sol environnant manquent de précision. On présente l'expérimentation, menée dans le cadre d'un concours de prévision pour lequel de nombreux résultats sont disponibles, du rideau de palplanches expérimental construit et instrumenté en 1993 à Hochstetten (Allemagne), par l'université de Karlsruhe. Dans ce chapitre, on compare les déplacements calculés avec les mesures, en discutant l'influence de la méthode de détermination des paramètres (à partir d'essais en place ou en laboratoire), du modèle de comportement du sol ou de la modélisation adoptée pour le rideau de palplanches lui-même.

---

## **Chapitre 1**

# **LIMITES DU CALCUL EN DÉPLACEMENT DES OUVRAGES**

---

## 1 Introduction

Le calcul en déplacement des ouvrages nécessite de représenter de manière réaliste le comportement des sols, ce qui passe par la définition de modèles de comportement adaptés à ce type de matériaux et impose de préciser la façon dont on détermine les paramètres de ces modèles à partir d'essais classiques. Ce chapitre a pour objectif de mettre en lumière les limitations des calculs en éléments finis avec des lois de comportement élastoplastiques dont l'élasticité est linéaire.

## 2 Motivations du travail

La méthode des éléments finis permet de prendre en compte des géométries complexes et de simuler le phasage de construction des ouvrages. Cependant, elle peut conduire à des résultats surprenants et peu réalistes dans certaines situations.

Ainsi, lors du calcul d'une excavation en déformations planes, le calcul conduit à des soulèvements qui sont de plus en plus importants à mesure que la taille du domaine maillé augmente (ce point sera illustré ultérieurement dans le cas d'un tunnel). Il existe deux origines à ce problème :

- la première provient du fait qu'on modélise une tranchée de longueur infinie, soumise à une densité linéique de force uniforme, donc à une force infinie. On peut donc dire qu'une partie du problème vient du fait que l'ouvrage réel n'a pas une longueur infinie, mais est en général carré ou rectangulaire. Pour tenir compte de l'étendue finie de l'ouvrage, Frih et al. (2003) ont proposé de corriger les conditions aux limites du

maillage. Cependant, dans le cas d'une trémie par exemple, on a bien affaire à un ouvrage beaucoup plus long que large ;

- la seconde fait référence au fait que, en dehors de la simplification géométrique liée à l'hypothèse des déformations planes, on fait souvent l'hypothèse dans les calculs que les modules sont constants en profondeur, ce qui paraît contestable : il serait plus réaliste de prendre en compte une augmentation progressive des modules avec la profondeur, en raison de l'augmentation de la contrainte moyenne.

En pratique, les modélisateurs ont adopté diverses solutions. Ainsi, certains auteurs (comme Mestat et Arafati, 1998) ont proposé de limiter le frottement pour éviter que le soulèvement du sol n'entraîne la paroi (mouvement de rotation de la paroi vers le sol soutenu), mais on introduit de manière adéquate dans la modélisation un élément qui n'est pas directement lié à la physique du problème : il est alors difficile de savoir dans quelle mesure et dans quelles parties du maillage les résultats sont encore représentatifs des contraintes et des déplacements "réels". Par ailleurs, ce procédé ne s'adapte pas à la modélisation des tunnels. On peut également utiliser un modèle qui permet de rendre les déformations plastiques prédominantes pour des variations des contraintes très faibles, c'est le cas du modèle de Vermeer (Gaudin, 2002). Certains modélisateurs rigidifient de manière plus ou moins forfaitaire les couches inférieures du massif de sol (Delattre, 1999) ou bien adoptent un maillage dont l'étendue au-dessous de l'ouvrage est très faible (Nguyen, 2003).

Pour le cas particulier des fondations en déformations planes (semelles filantes), on est confronté au même problème à l'envers : il est déroutant de calculer des tassements arbitrairement grands. On notera que le problème ne se pose pas en conditions axisymétriques.

Il convient alors d'améliorer les modèles de comportement pris en compte dans les calculs par éléments finis afin d'obtenir des déplacements plus réalistes.

### **3 Influence de l'étendue verticale du maillage sur le calcul d'un tunnel à faible profondeur**

De la croissance rapide du développement urbain a résulté l'occupation du sous-sol par une grande densité d'ouvrages variés, notamment de tunnels urbains. L'expérience a montré qu'un affaissement plus ou moins important se produit inévitablement à l'aplomb de tunnels creusés en terrain meuble. Ces déformations sont susceptibles d'affecter les structures avoisinantes (bâtiments en surface, réseaux enterrés, chaussées, etc.) et méritent d'être prises en considération dans le dimensionnement de l'ouvrage. C'est pourquoi la tendance actuelle impose de plus en plus la justification des ouvrages géotechniques vis-à-vis des déplacements.

La détermination des déplacements liés à l'excavation d'un tunnel devient donc un enjeu fondamental lors d'un projet de tunnel urbain. En 1969, Peck (1966) a proposé une méthode empirique pour estimer les tassements engendrés par le creusement d'un tunnel. Elle est basée sur l'hypothèse que la cuvette de tassement en surface est représentée par une courbe de Gauss :

$$s(x) = s_{\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right) \quad [1.1]$$

où  $x$  désigne la distance au centre de la cuvette (supposé à l'aplomb du tunnel) et  $s$  le tassement en surface. Le principe de cette méthode revient à déterminer  $s_{\max}$  (tassement maximal en surface) et  $i$  (abscisse du point d'inflexion) en fonction des données géométriques du tunnel (diamètre, couverture, profondeur de l'axe, etc.), des caractéristiques géotechniques du sol (poids volumique, caractéristiques mécaniques et hydrauliques, etc.) et, dans la mesure du possible, de la technique de construction utilisée.

Pour évaluer les tassements qui surviennent lors du creusement d'un tunnel, la méthode des éléments finis présente l'avantage de pouvoir prendre en compte la complexité des problèmes rencontrés, à savoir l'hétérogénéité du sol, la méthode de creusement, une géométrie compliquée, etc. Rowe et al. (1983) ont fourni quelques éléments sur la diminution du tassement maximal avec l'étendue verticale du maillage lors de la simulation du creusement d'un tunnel. Notamment, l'excavation d'un tunnel donne lieu à une diminution locale de la contrainte radiale et une augmentation de la contrainte tangentielle autour du tunnel. Le déconfinement sur le contour de la zone excavée entraîne une diminution générale de la contrainte verticale, qui engendre une diminution de la réaction verticale au niveau de la base du maillage. Il en résulte que la masse de sol qui s'étend sous le tunnel va subir des déformations qui se manifestent en un mouvement ascendant du sol et se superposent aux tassements dus aux effets locaux de la relaxation des contraintes. Ce soulèvement dépend de la distance entre le tunnel et la base du maillage. La solution de Boussinesq permet de montrer que ce soulèvement sera infini pour une couche homogène de profondeur infinie. Il dépend également du module d'élasticité du sol. Ainsi, dans le cas d'horizons profonds, les analyses théoriques peuvent conduire à des déplacements erronés si le module du sol sous le tunnel est significativement sous-estimé.

Dans la suite, on illustre cette anomalie avec des simulations numériques du creusement d'un tunnel réalisées avec le logiciel de calcul par éléments finis CESAR-LCPC.

### 3.1 Présentation de l'étude

On simule le creusement d'un tunnel en faisant varier l'étendue du maillage au-dessous du tunnel. Le tunnel considéré possède un diamètre  $D$  de 10 m et est creusé dans un massif semi-infini limité par un plan horizontal. L'axe du tunnel est situé à une profondeur de 25 m. La symétrie du problème par rapport au plan vertical contenant l'axe de l'ouvrage permet de ne considérer qu'une moitié du massif. L'étendue latérale du maillage est prise égale à 5 fois le diamètre et l'étendue verticale varie de 5 à 20 fois le diamètre (on note  $L$  cette dimension). Le maillage utilisé est présenté sur la figure 1.1 pour  $L = 5D$ . Les conditions aux limites adoptées pour ce problème ont consisté à bloquer le déplacement horizontal sur l'axe de symétrie et bloquer les deux composantes du déplacement sur les limites inférieure et latérale externe du maillage. Les calculs sont effectués dans le domaine élastique avec le module MCNL de CESAR-LCPC. On a dans un premier temps considéré un module d'Young  $E$  de 100 MPa. On a ensuite traité un second cas en doublant la valeur du module d'Young. Le coefficient de Poisson  $\nu$  est homogène dans le massif et vaut 0,3. La distribution des contraintes initiales est

géostatique avec un poids volumique  $\gamma$  de  $20 \text{ kN/m}^3$  et un coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  de 0,5. Le calcul simule le creusement du tunnel en imposant des forces de déconfinement sur le contour de la zone excavée. Compte tenu de l'hypothèse d'élasticité linéaire du massif, les déplacements sont proportionnels au taux de déconfinement  $\lambda$ , que l'on prendra égal à l'unité.

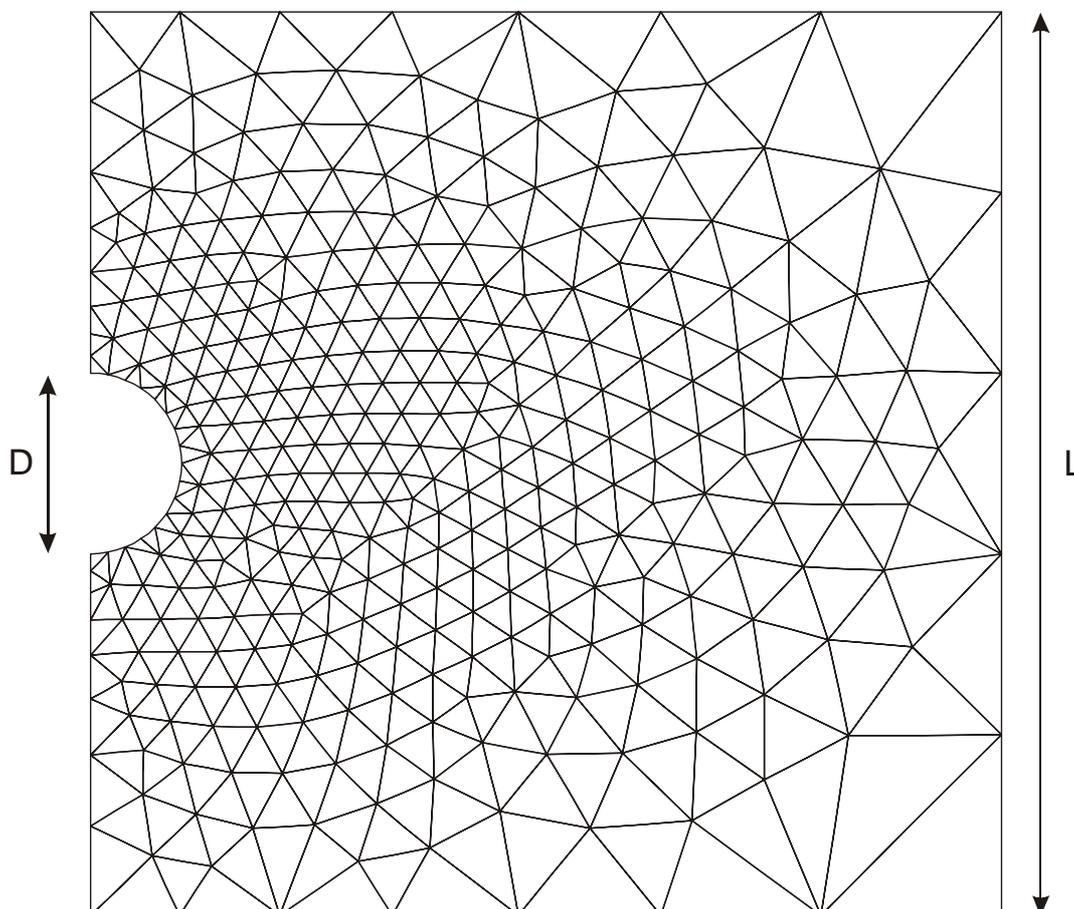


Figure 1.1 – Maillage pour  $L = 5D$

### 3.2 Résultats

Les cuvettes de tassements obtenues pour les deux cas ( $E = 100 \text{ MPa}$  et  $E = 200 \text{ MPa}$ ) à la surface du massif sont représentées sur la figure 1.2. Conformément aux réflexions de Rowe et al. (1983), le tassement maximal diminue lorsque la profondeur du maillage augmente. Ce résultat s'interprète de la façon suivante : pour un état de contraintes initial géostatique, la résultante des forces d'excavation appliquées au massif est verticale, égale au poids de la zone excavée, et dirigée vers le haut. Le déplacement en surface dépend alors de la hauteur de sol soumise à une traction vers le haut, donc de la taille du domaine maillé. On parle parfois d'« effet bulle d'air ».

Le fait de doubler le module d'Young diminue par deux l'amplitude des tassements (voir figure 1.2) puisque les calculs sont réalisés en élasticité linéaire.

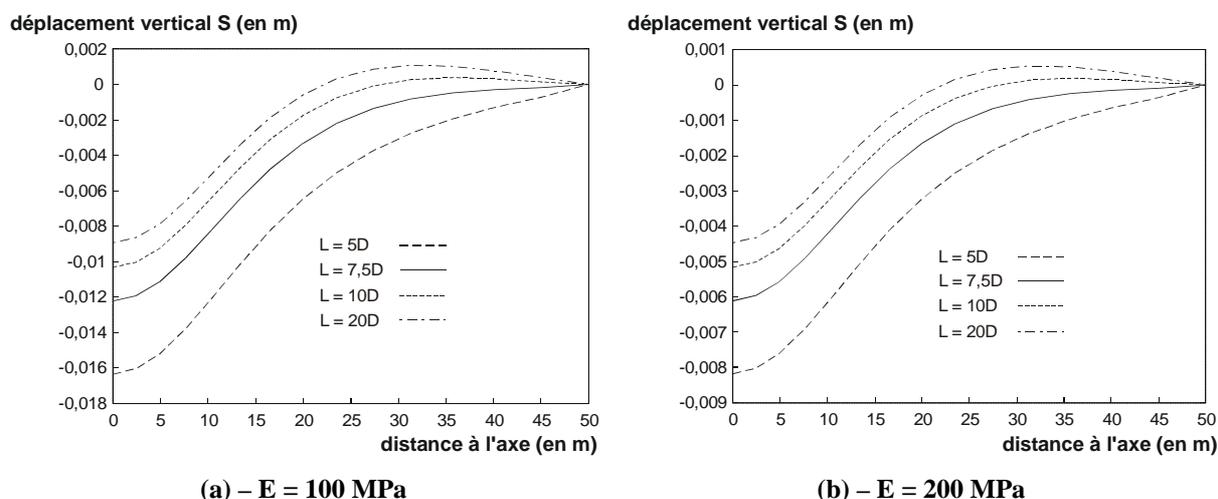


Figure 1.2 – Influence de la profondeur du maillage sur la cuvette de tassement transversal

On se rend bien compte que si l'on veut estimer correctement les tassements induits par le creusement d'un tunnel en utilisant un module constant dans l'ensemble du massif, il faut bien choisir les valeurs des paramètres mécaniques en fonction de l'étendue verticale du maillage.

On notera que le fait d'introduire un comportement élastoplastique ne permet pas de corriger l'anomalie observée, parce que la zone de terrain située en profondeur reste élastique dès qu'on se trouve assez loin du tunnel. D'après les réflexions de Rowe et al (1983), le phénomène mis en évidence ci-dessus pourrait être atténué si l'on augmentait la rigidité au-dessous du tunnel (hypothèse qui correspond également à ce qu'on observe dans la réalité). Partant de cette hypothèse, on a entrepris de faire varier le module d'élasticité avec la profondeur en vue de bloquer le soulèvement intempestif calculé et de rendre les tassements moins dépendants de la taille du maillage. Pour ce faire, on a introduit dans CESAR-LCPC une loi de comportement élastique linéaire, parfaitement plastique, de type Mohr-Coulomb, permettant de faire varier linéairement les paramètres ( $E$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ ) avec la profondeur.

## 4 Variation linéaire du module d'Young avec la profondeur

Il est généralement admis que les modules des sols, dans les formations homogènes, augmentent avec la profondeur : c'est ce que l'on peut observer sur les relevés de mesures pressiométriques. Cette augmentation de modules avec la profondeur peut être liée à l'augmentation de la contrainte moyenne au sein des terrains et à la densification qu'elle entraîne.

Le caractère hétérogène des modules élastiques et, de manière générale, des propriétés mécaniques (raideur et résistance) est difficile à introduire dans les méthodes de calcul

analytiques. En revanche, il est relativement simple de le prendre en compte dans un calcul par éléments finis, si l'on est capable de prendre en compte des modules et des caractéristiques de résistance qui dépendent du point d'intégration où l'on se place dans un élément et de l'élément lui-même (une autre possibilité consiste à programmer un modèle dans lequel les modules élastiques sont fonction de l'état de contraintes actuel, autrement dit un modèle à élasticité non linéaire).

Dans CESAR-LCPC (version expert), il existe un modèle de comportement associé à la valeur  $IMOD = 25$ , qui gère des modules et des caractéristiques de résistance dépendant de la profondeur (avec une élasticité isotrope et un modèle de plasticité de type Mohr-Coulomb, associé ou non) mais il est facile de se convaincre en faisant quelques calculs simples que, si les résultats sont corrects en élasticité, il semble y avoir un problème en plasticité.

Dans le cadre de ce travail, on s'est intéressé aux possibilités de ce type de modèle et on a donc cherché à corriger le code existant. Il semble qu'il présentait deux défauts :

- le code utilisait le sous-programme CRIT25 et non pas le sous-programme CRIT10 (consacrée au critère de Mohr-Coulomb), qui a bénéficié d'une réécriture récente ;
- le calcul des contraintes juste après l'inversion du système linéaire était fait par les sous-programmes CALD1/CALD2 alors qu'il aurait du être fait par CALDP1/CALDP2 (en raison du fait que la matrice élastique locale varie à l'intérieur d'un élément) : cette façon de faire induit une erreur sur le calcul du résidu qui n'était pas corrigée par la suite.

Moyennant ces deux modifications, on pense avoir rétabli un fonctionnement plus satisfaisant du modèle  $IMOD=25$ . Pour des compléments sur les détails de la programmation et de l'organisation du code de calcul CESAR-LCPC, on pourra se reporter au chapitre 4 et à l'annexe A1 du présent document.

Pour vérifier la programmation, la façon la plus simple consiste à traiter le même problème de deux façons différentes :

- avec le modèle  $IMOD = 25$
- avec le modèle  $IMOD = 10$  (élasticité linéaire couplée au modèle de Mohr-Coulomb habituel), en faisant varier les modules et les caractéristiques de résistance en fonction de la profondeur « à la main », ce qui suppose de découper le maillage en couches horizontales superposées.

L'objectif est de vérifier que, pour des problèmes comparables, les deux modèles donnent des résultats raisonnablement proches (on ne peut pas obtenir rigoureusement les mêmes résultats avec ce type d'approche mais, si le maillage est assez fin, la comparaison doit montrer que les résultats ne sont pas très différents). L'objet de la section suivante est de présenter les différents cas de validation qui ont été mis en œuvre pour vérifier les modifications apportées à la programmation. On propose successivement deux calculs de fondation superficielle (en déformations planes, puis en conditions axisymétriques) et un calcul de tunnel.

## 4.1 Validation du modèle IMOD = 25

On présente les résultats obtenus pour les trois cas de validation considérés. On donne les isovaleurs du déplacement vertical, du déplacement horizontal, des déformations plastiques et de la contrainte verticale pour chacun des cas de fondation superficielle. Pour le cas du tunnel, on fournit en plus les isovaleurs de la contrainte horizontale.

### 4.1.1 Fondation superficielle en déformations planes

On simule le cas d'une semelle filante. Pour cela, on considère un massif de sol carré de 10 m de côté. Le maillage est constitué de 400 éléments quadrilatères à 8 nœuds et est divisé en 20 tranches de 0,5 m d'épaisseur (figure 1.3). Les conditions aux limites de cette étude consistent à imposer un déplacement horizontal nul sur les parois latérales du maillage et un déplacement vertical nul à sa base. On applique une pression uniforme au sommet du massif de sol sur une largeur de 2,5 m à partir du coin supérieur gauche. Elle est appliquée par incréments de 20 kPa jusqu'à la valeur de 300 kPa. L'état de contrainte initial est de type géostatique en considérant un poids volumique du sol de  $19 \text{ kN/m}^3$  et un coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  de 0,667.

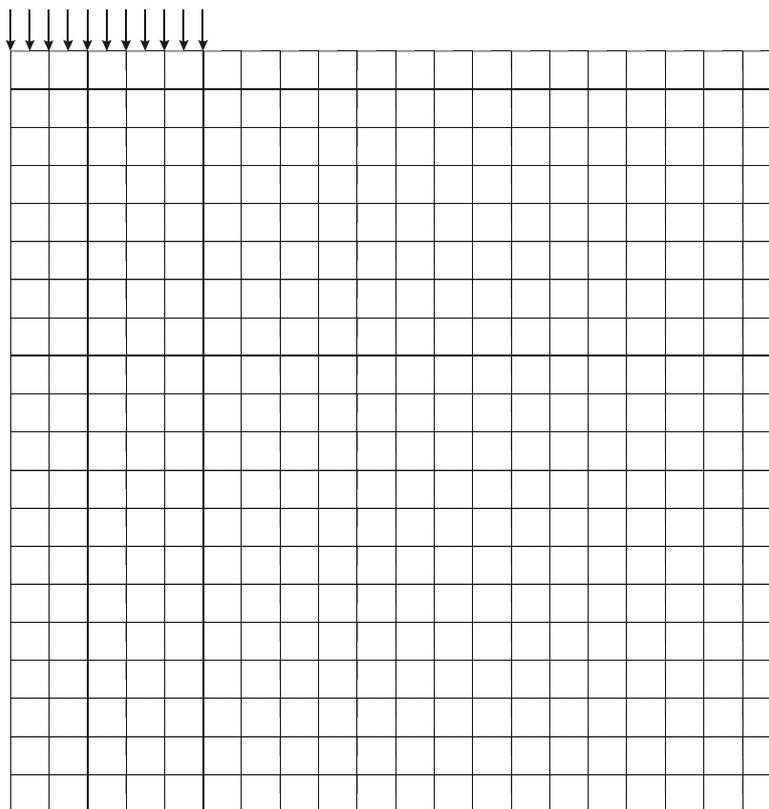


Figure 1.3 – Maillage pour le cas de fondation

On effectue un calcul avec le modèle IMOD = 10, puis un autre avec le module IMOD = 25. Les paramètres mis en jeu sont  $\nu = 0,48$ ,  $c = 20 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = \psi = 20$  degrés, où  $c$ ,  $\varphi$  et  $\psi$  sont les paramètres de résistance du critère de Mohr-Coulomb (cohésion et angle de frottement) et

l'angle de dilatance. Le module d'Young  $E$  varie linéairement avec la profondeur  $z$  (en m) suivant la relation  $E \text{ (MPa)} = 5 + 2z$ . Dans le modèle constitué de couches homogènes superposées ( $\text{IMOD} = 10$ ), le module d'Young vaut 5,5 MPa dans la couche de surface et 24,5 MPa dans la dernière. Les isovaleurs des différentes grandeurs sont présentées sur les figures 1.4 à 1.7.

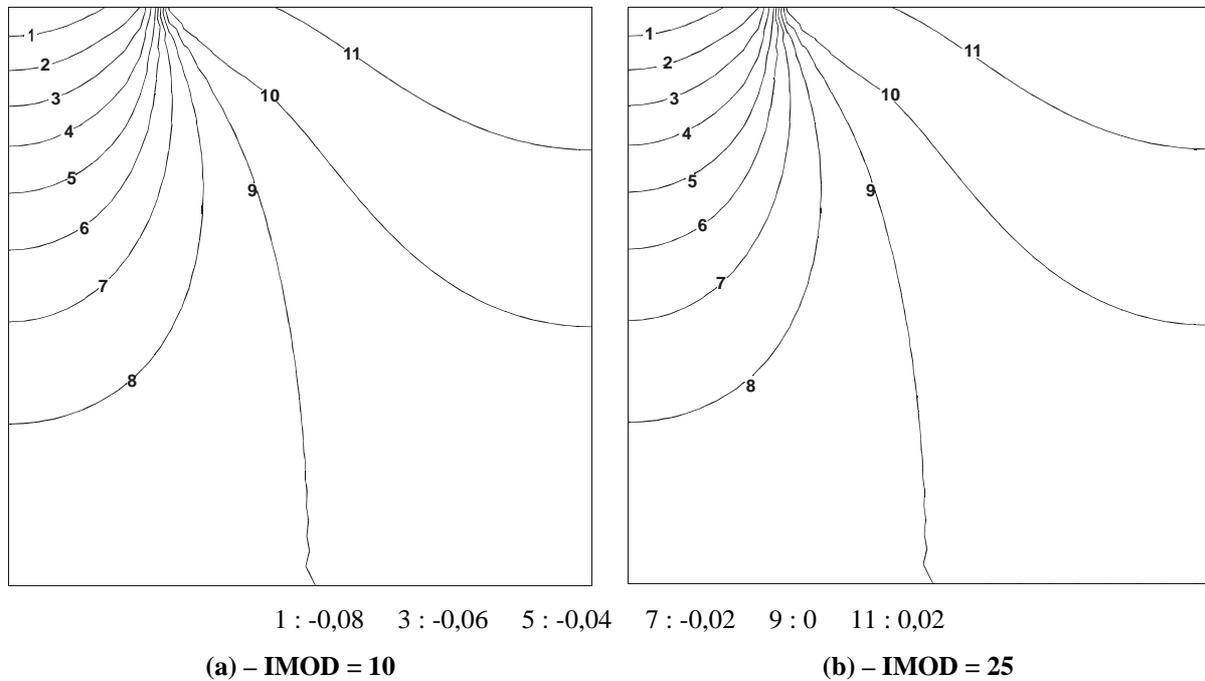


Figure 1.4 – Isovaleurs du déplacement vertical (en m)

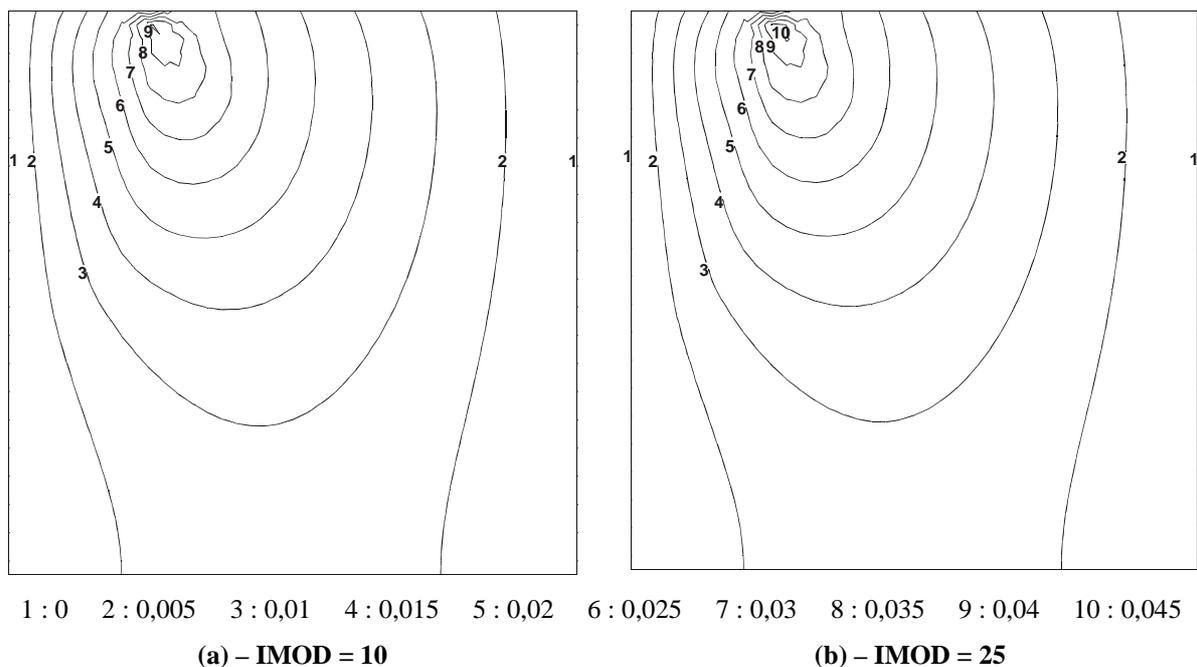


Figure 1.5 – Isovaleurs du déplacement horizontal (en m)



### 4.1.2 Fondation superficielle en conditions axisymétriques

On considère ici le cas d'une fondation circulaire. Le calcul est fait en conditions axisymétriques, avec le même maillage que précédemment. Les conditions aux limites et le chargement sont analogues. Les résultats sont présentés sur les figures 1.8 à 1.11.

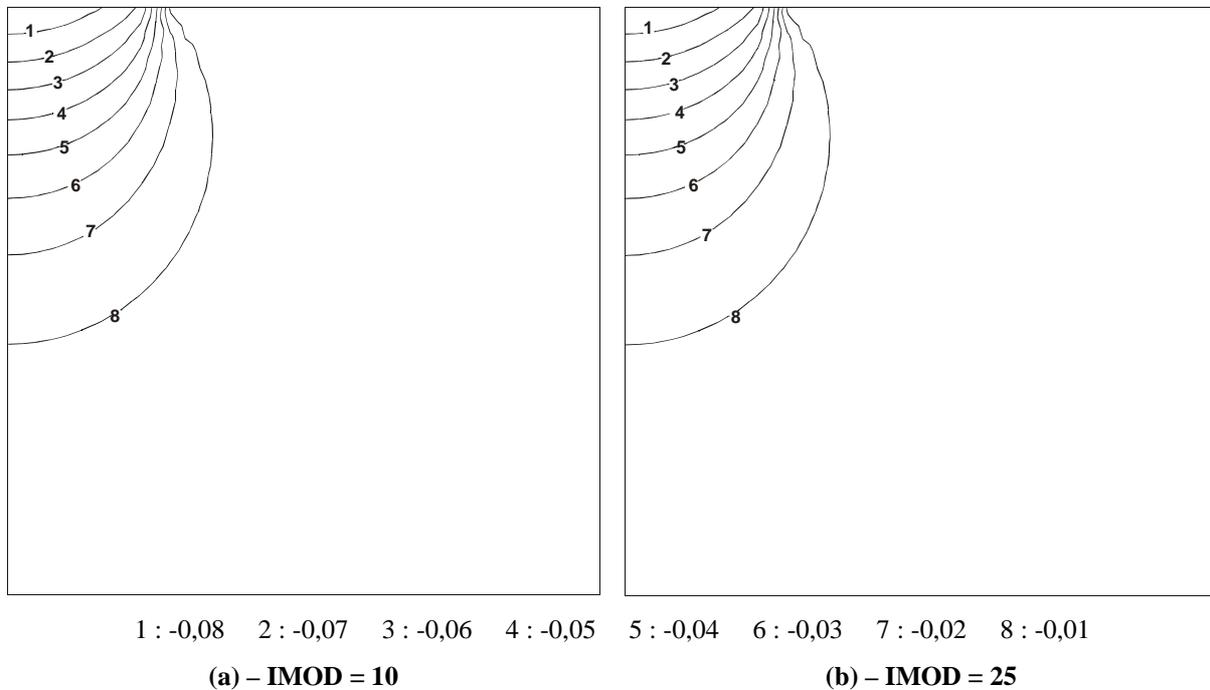


Figure 1.8 – Isovaleurs du déplacement vertical (en m)

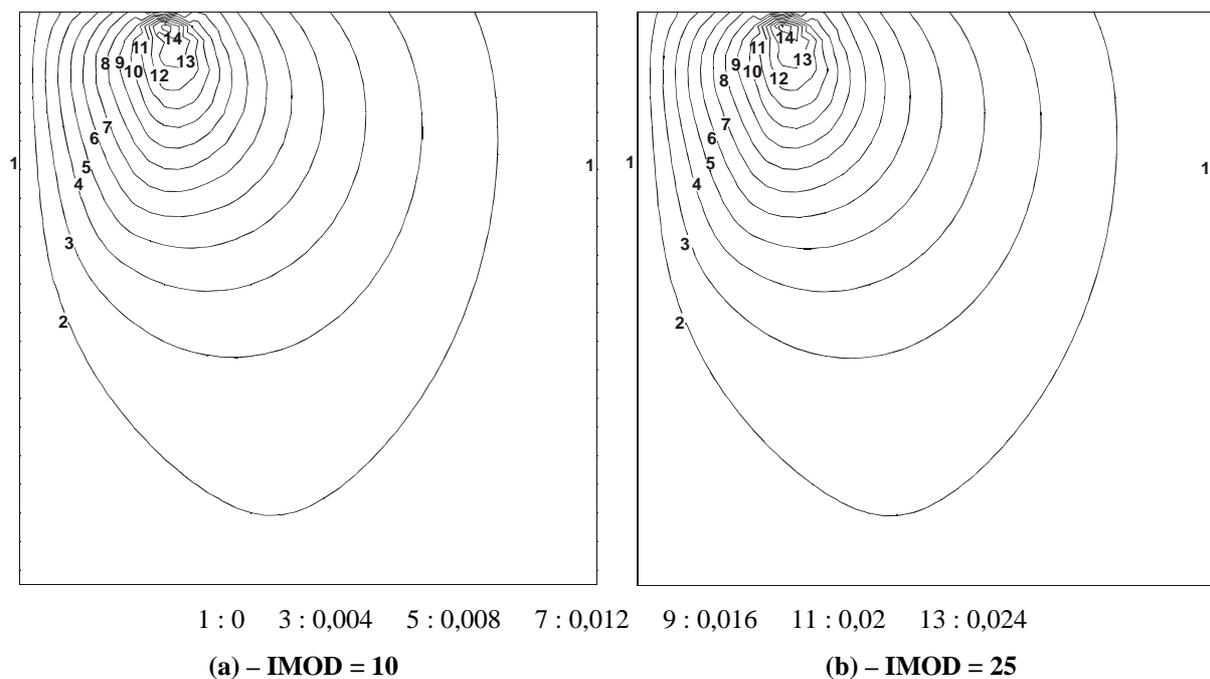


Figure 1.9 – Isovaleurs du déplacement horizontal (en m)



70 m. Il est divisé en huit tranches de 2,5 m d'épaisseur autour du tunnel et dix tranches de 5 m d'épaisseur dans les zones plus éloignées. Le maillage est présenté sur la figure 1.12. Les conditions aux limites consistent à imposer un déplacement horizontal nul sur les parois latérales du maillage et un déplacement vertical nul à sa base. Le déconfinement du sol simulat le creusement du tunnel se fait au moyen du module LAM de CESAR-LCPC (Arafati, 1996). Il est appliqué par petits incréments de 0,1 sur le taux de déconfinement  $\lambda$  du sol, jusqu'à un déconfinement de 0,9. L'état de contrainte initial est de type géostatique en considérant un poids volumique du sol de  $20 \text{ kN/m}^3$  et un coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  de 0,7.

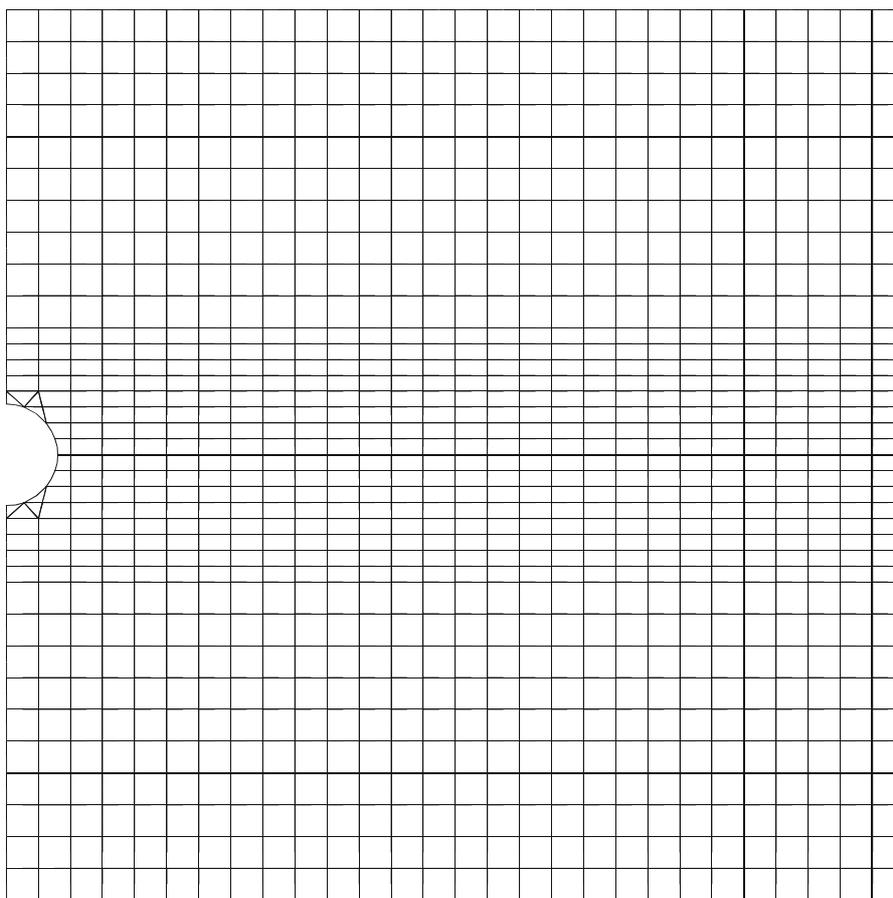


Figure 1.12 – Maillage en tranches pour le cas du tunnel

De même que pour les cas de fondation superficielle, on effectue un calcul avec le modèle  $\text{IMOD} = 10$ , puis un autre avec le module  $\text{IMOD} = 25$ . Les paramètres mis en jeu sont  $\nu = 0,3$ ,  $c = 50 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = \psi = 30$  degrés (le modèle est associé). Le module d'Young  $E$  varie de nouveau linéairement avec la profondeur  $z$  (en m) :  $E (\text{MPa}) = 200 + z$ . Dans le modèle  $\text{IMOD} = 10$ , le module d'Young vaut  $202,5 \text{ MPa}$  dans la couche de surface et  $267,5 \text{ MPa}$  dans la dernière. Les calculs sont faits en déformations planes et les isovaleurs des différentes grandeurs sont représentées sur les figures 1.13 à 1.16.

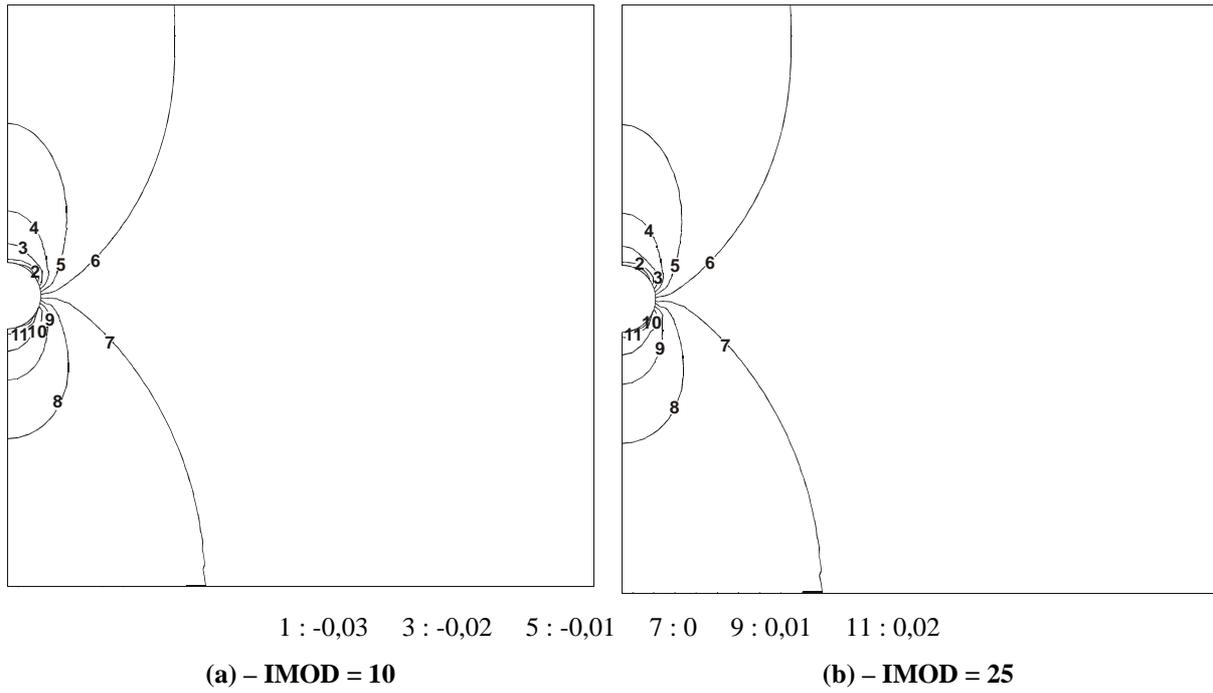


Figure 1.13 – Isovaleurs du déplacement vertical (en m)

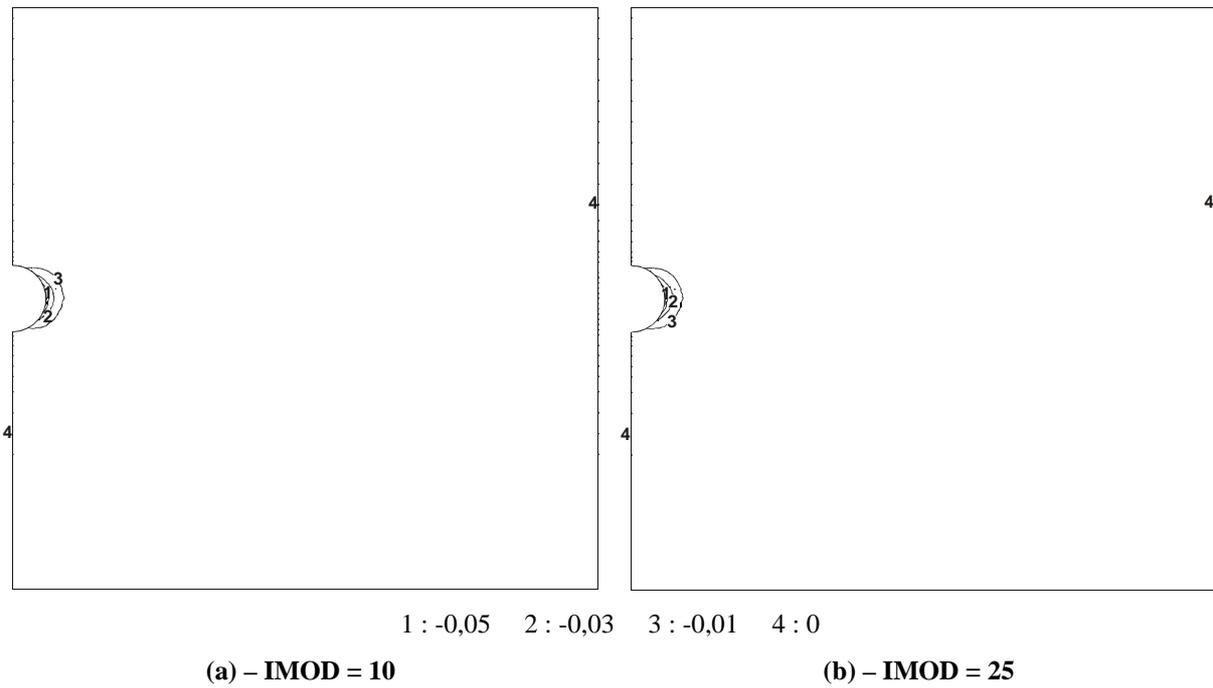


Figure 1.14 – Isovaleurs du déplacement horizontal (en m)

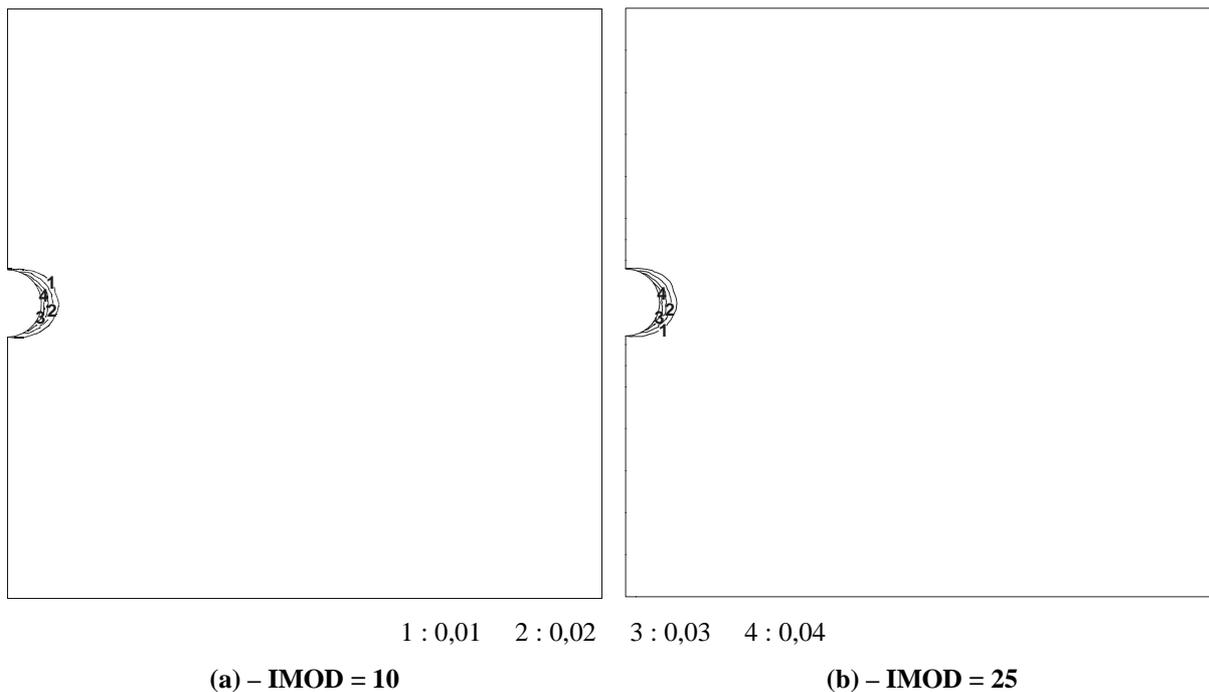


Figure 1.15 – Isovaleurs de la norme des déformations plastiques

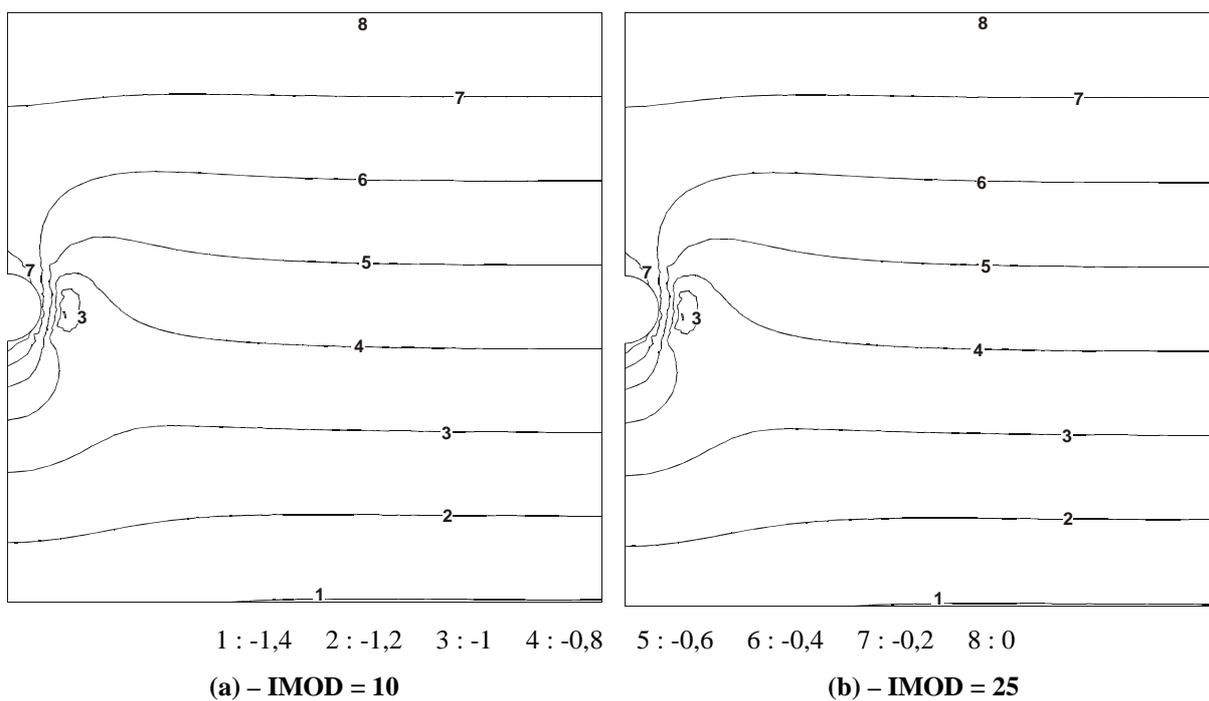


Figure 1.16 – Isovaleurs de la contrainte verticale (en MPa)



Les résultats obtenus sont pratiquement identiques pour les déplacements, les déformations plastiques et les contraintes. À titre d'exemple, on donne les isovaleurs du déplacement vertical et de la contrainte verticale pour le modèle IMOD = 25 avec les deux maillages.

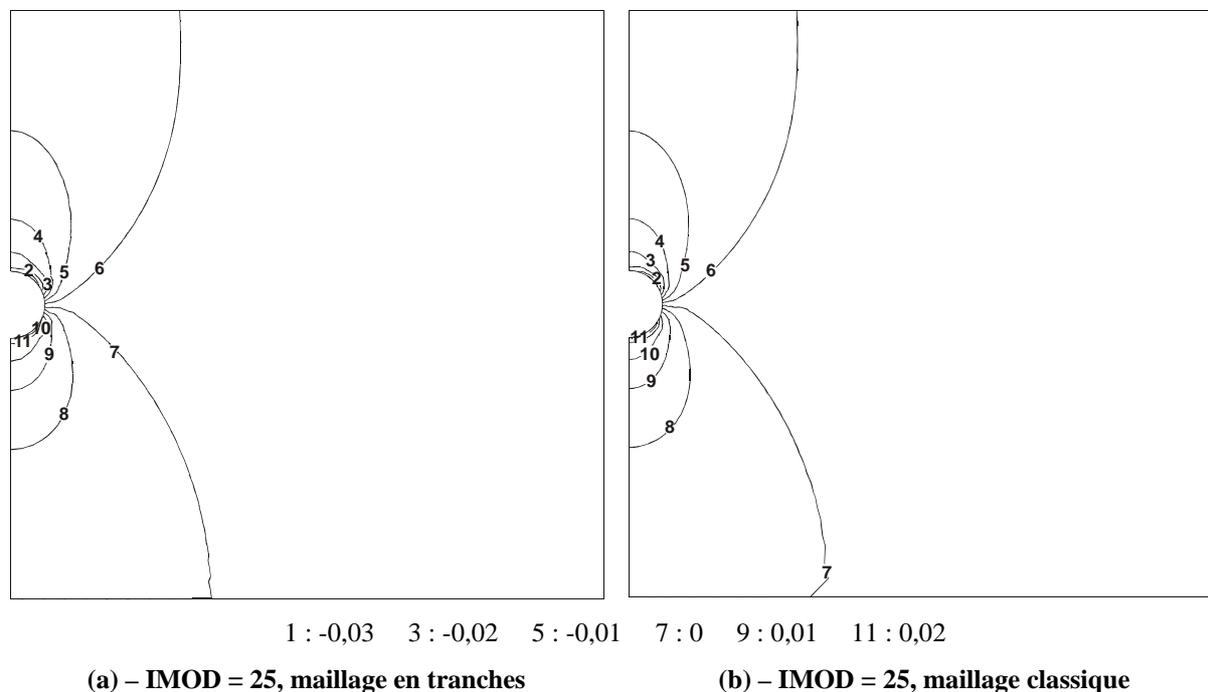


Figure 1.19 – Isovaleurs du déplacement vertical (en m)

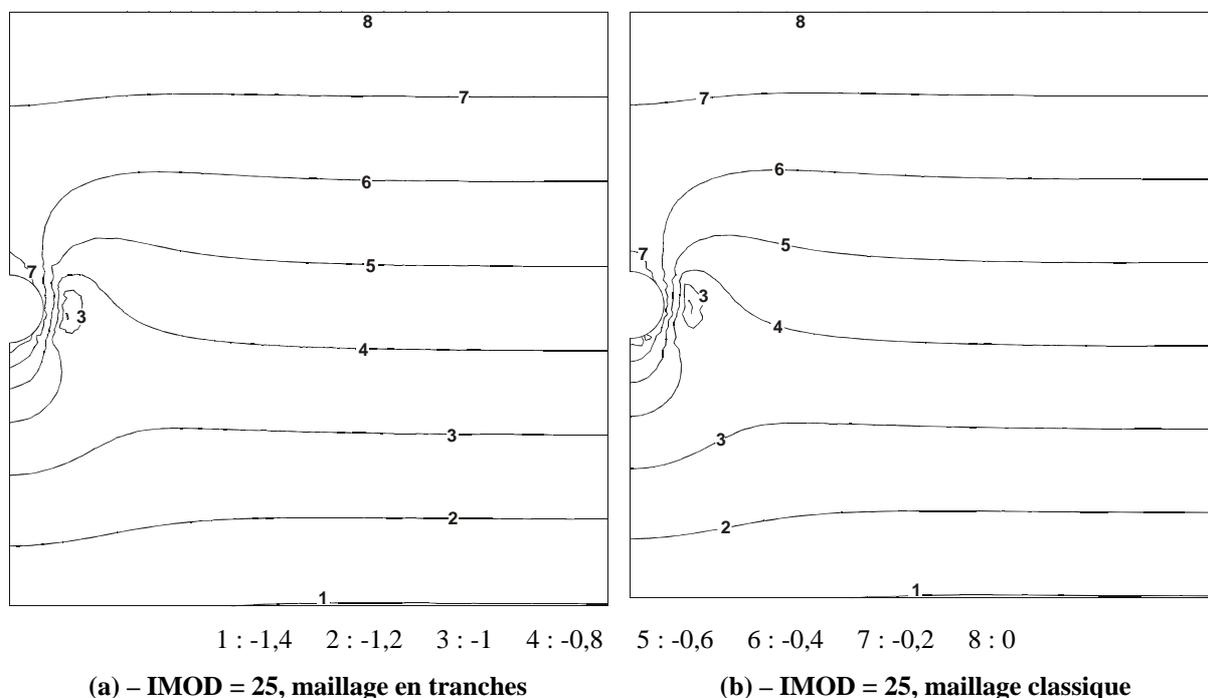


Figure 1.20 – Isovaleurs de la contrainte verticale (en MPa)

#### 4.1.4 Conclusion

Dans les trois cas étudiés, la comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle  $IMOD = 10$  (élasticité linéaire de Hooke avec critère de Mohr-Coulomb), d'une part, et le modèle  $IMOD = 25$  (élasticité linéaire de Hooke dont le module varie linéairement avec la profondeur, couplée à un critère de Mohr-Coulomb), d'autre part, est excellente tant pour les déplacements et les déformations que pour les contraintes. Ces résultats constituent une bonne vérification de la validité de la programmation du modèle  $IMOD = 25$ .

#### 4.2 Extension verticale du maillage

On examine de nouveau le problème du calcul du creusement d'un tunnel pour lequel on a fait varier l'extension verticale du maillage (voir section 3). Cette fois-ci, au lieu de considérer un module constant dans l'ensemble du massif, on utilise le modèle  $IMOD = 25$  qui permet de faire varier entre autres le module d'Young linéairement avec la profondeur. Partant des hypothèses formulées par Rowe et al. (1983), on espère que le fait de faire varier le module avec la profondeur permettra de corriger le soulèvement intempestif observé précédemment. Les calculs ont été réalisés pour deux valeurs de l'accroissement de module avec la profondeur :  $\Delta E = 1$  MPa/m et 2 MPa/m. Le module d'élasticité en surface du massif a été pris égal à 200 MPa. Les calculs sont effectués dans le domaine élastique. En l'occurrence, nous nous intéressons à l'influence de la profondeur du substratum rigide sur la cuvette de tassement en surface, ceci en fonction de la valeur des paramètres élastiques. Les courbes représentant le tassement obtenu en fonction de la distance à l'axe sont présentées sur la figure 1.21.

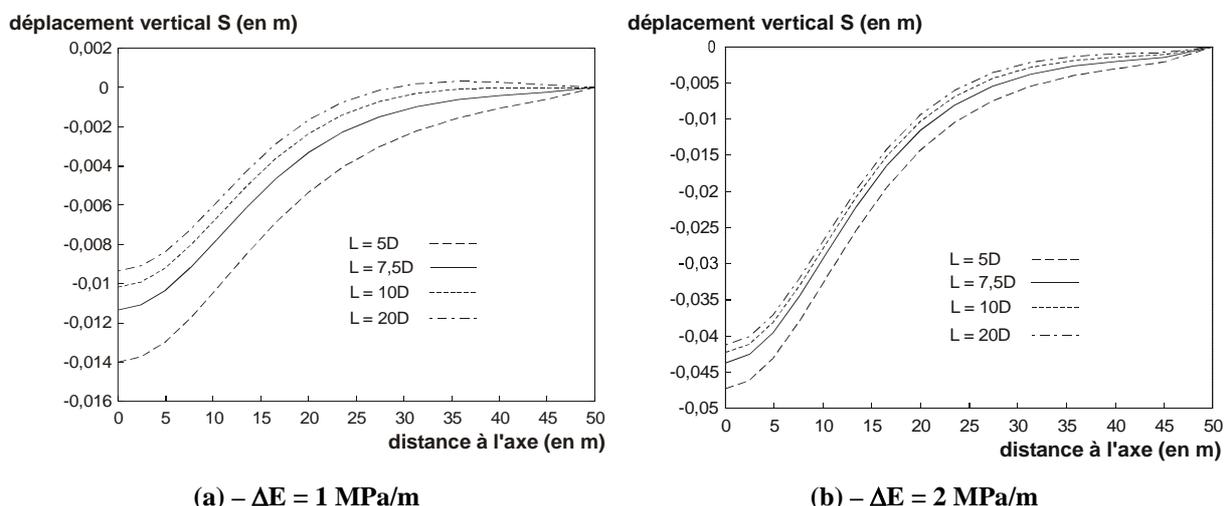


Figure 1.21 – Influence de la profondeur du maillage sur la cuvette de tassement transversal dans le cas où le module augmente linéairement avec la profondeur

Afin de mieux analyser ces résultats, on calcule le module équivalent constant dans l'ensemble du massif qui permet d'obtenir un tassement maximal identique à celui obtenu dans le cas où  $L = 5D$ . On obtient un module de 117 MPa dans le cas où  $\Delta E = 1$  MPa/m et de

35 MPa dans le cas où  $\Delta E = 2$  MPa/m. On remarque que ces valeurs sont très éloignées du module de 200 MPa en surface. On note la valeur du tassement maximal  $s_{max}$  obtenu pour l'ensemble des cas étudiés. Ces valeurs sont répertoriées dans le tableau 1.1. Il est alors possible de mesurer l'influence du module variant avec la profondeur sur l'« effet bulle d'air ». On remarque en effet que le soulèvement du sol est bien atténué lorsqu'on utilise un module qui augmente avec la profondeur, et cela est d'autant plus vrai que cette variation est plus importante (on réduit l'écart maximum de 21,18 mm à 6,04 mm dans le cas où  $\Delta E = 2$  MPa/m). À titre de comparaison, on a également rappelé les valeurs du tassement maximal obtenues dans le cas où le module est constant dans le massif de sol et vaut 200 MPa. L'amplitude des tassements augmente énormément lorsqu'on utilise un module variant linéairement avec la profondeur et cela d'autant plus que  $\Delta E$  est grand.

Tableau 1.1 – Valeurs des tassements maximaux

Module d'Young E	Tassement à l'aplomb du tunnel $s_{max}$ (en mm)				$\Delta s_{max}$ (en mm)
	L = 5D	L = 7,5D	L = 10D	L = 20D	
$E_0 = 200$ MPa, $\Delta E = 1$ MPa/m	14,01	11,35	10,19	9,36	4,65
$E = 117$ MPa	13,97	10,45	8,82	7,64	6,34
$E_0 = 200$ MPa, $\Delta E = 2$ MPa/m	47,31	43,74	42,30	41,27	6,04
$E = 35$ MPa	46,70	34,92	29,49	25,53	21,18
$E = 200$ MPa	8,17	6,11	5,16	4,47	3,71

Pour mieux apprécier l'amélioration de  $\Delta s_{max}$  avec le modèle IMOD = 25, on montre sur la figure 1.22 les résultats obtenus pour les modules d'Young constants ( $E = 117$  MPa et  $E = 35$  MPa) correspondant respectivement à  $\Delta E = 1$  MPa/m et  $\Delta E = 2$  MPa/m.

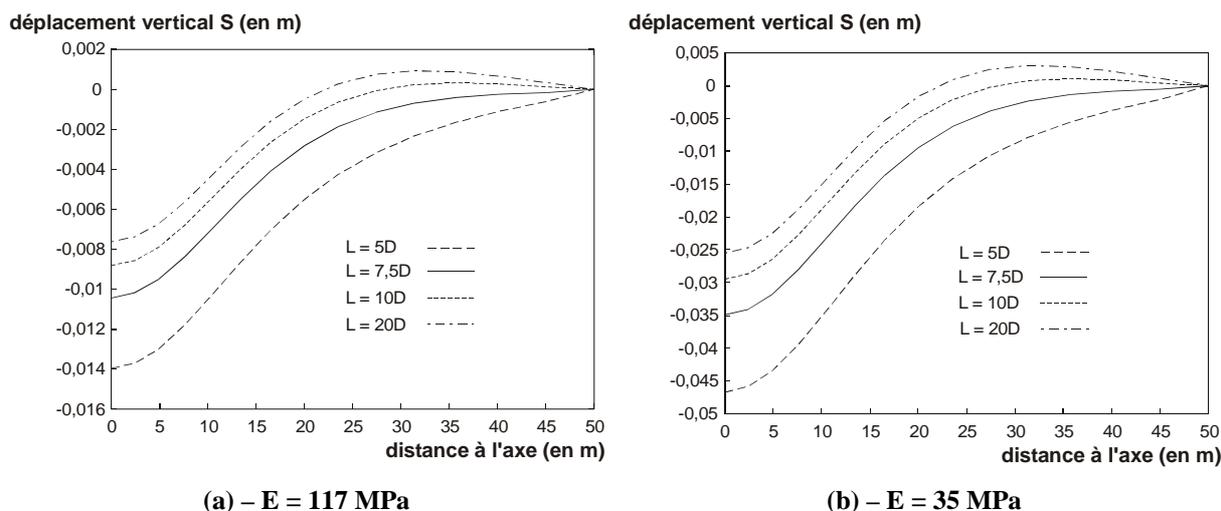


Figure 1.22 – Influence de la profondeur du maillage sur la cuvette de tassement transversal dans le cas où le module est constant dans le massif

### 4.3 Conclusion

Les résultats que nous avons obtenus sont conformes aux travaux de Rowe et al. (1983) : le choix d'un module trop faible sous le tunnel entraîne un large soulèvement et une sous-estimation des tassements. On vient ainsi de montrer les avantages que peut apporter la prise en compte d'une variation des modules avec la profondeur pour modéliser les tassements. En effet, le soulèvement est largement diminué dès lors que le module d'Young augmente linéairement avec la profondeur. On a simultanément montré que le choix d'un module constant dans l'ensemble du massif est aberrant : pour retrouver le tassement maximum obtenu avec un module de 200 MPa en surface augmentant de 2 MPa/m et une extension verticale du maillage de 5D, il convient de choisir un module constant de 35 MPa. De ce fait, conserver un module constant dans l'ensemble du massif revient à choisir convenablement la valeur du module et l'extension verticale du maillage (ce qui n'est a priori pas simple) pour avoir une chance d'obtenir des tassements réalistes. Cette démarche n'est clairement pas satisfaisante.

Par ailleurs, malgré les progrès obtenus avec le modèle  $IMOD = 25$ , il convient également de choisir correctement le module en surface et l'accroissement du module, puisque les valeurs des tassements dépendent énormément de ces deux paramètres. On peut pour cela s'appuyer sur des profils pressiométriques qui donnent une bonne idée de l'évolution du module dans le massif de sol. Cependant, sur ces mêmes profils pressiométriques, on se rend compte qu'un module dépendant linéairement de la profondeur est physiquement peu réaliste. Le module d'élasticité est en réalité plutôt lié à l'état de contraintes régnant dans le sol.

## 5 Conclusion : nécessité d'une élasticité non linéaire

L'étude de la question du soulèvement calculé lorsqu'on augmente l'extension du maillage au-dessous d'un tunnel a donc conduit à la conclusion qu'il est impossible d'obtenir une estimation fiable des tassements en utilisant un module unique indépendant de la profondeur. Il faut par conséquent tenir compte de l'hétérogénéité des modules avec la profondeur : on peut proposer de faire varier linéairement les paramètres élastiques, mais on pourrait également proposer des lois de variation plus complexes. On peut espérer représenter ainsi assez bien ce qui se passe loin de l'ouvrage.

Cela dit, il convient de ne pas perdre de vue le fait que l'on cherche à représenter avec un même modèle ce qui se passe près de la sollicitation (excavation, fondation, etc.) et la réponse du massif en champ lointain. On suppose que l'on sait représenter correctement ce qui se passe au voisinage du chargement, parce que les déformations plastiques sont alors prédominantes et que l'on est capable de les estimer correctement, mais que la réponse calculée loin est mauvaise. La difficulté est alors de traiter la transition entre la zone proche de l'ouvrage (où les déformations plastiques prédominent) et la zone lointaine. Une solution serait peut-être de distinguer dans le maillage une zone proche et une zone lointaine, mais la difficulté est bien sûr de définir la frontière entre les deux de telle manière que deux personnes faisant le même calcul aient des chances de trouver le même résultat. On choisit ici

de rester sur l'idée d'un seul modèle pour tout le massif (d'une certaine façon plus conforme à la réalité et plus acceptable sur le plan pratique).

Pour prendre en compte la zone de transition, il convient de considérer le fait que les sols ont un comportement non linéaire, même à des niveaux de contrainte bien inférieurs à leur résistance (Thépot, 2004). En effet, les essais de mécanique des sols montrent que le module de cisaillement diminue lorsque la déformation augmente, dès le début des essais (voir par exemple Reiffsteck, 2002). La rigidité des sols ne peut donc être modélisée par une valeur unique du module de cisaillement élastique (même si, dans de nombreux cas, un modèle raisonnable peut être obtenu en choisissant une valeur appropriée du module de cisaillement sécant).

Des auteurs tels que Jardine et al. (1986) ont utilisé une loi élastique non linéaire (loi de Hooke avec un module d'Young qui dépend du niveau de déformation) couplée à un critère élastoplastique de Tresca pour étudier différents ouvrages dans des argiles. Ils concluent que le comportement élastique non linéaire du sol produit une concentration des contraintes et des déformations autour des zones chargées supérieure à ce que donnerait un comportement élastique linéaire. De même, pour une fondation superficielle, les déplacements en surface et sous la fondation décroissent beaucoup plus rapidement que ceux donnés par la solution élastique linéaire.

De manière générale, l'étude des principaux ouvrages de géotechnique montre que les zones de déformations plastiques dans le sol ont une étendue limitée par rapport aux dimensions caractéristiques de l'ouvrage et que, par conséquent, le sol est le plus souvent dans un état de déformation que l'on qualifie de petite pour des valeurs inférieures à 0,1 %, à très petite pour des valeurs inférieures à 0,001 % (Thépot, 2004). Cette plage de 0,1 % à 0,001 % est précisément celle où la raideur du sol varie très rapidement, au moins d'un ordre de grandeur.

Canépa et al. (2002) observent également que le recours à des codes de calcul reposant sur l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire isotrope des sols nécessite un choix pertinent du module et doit être géré au cas par cas et ils proposent d'utiliser une loi de comportement élastique non linéaire plus générale, qui est l'option que nous avons choisie. Cependant, une loi de comportement élastoplastique dont la partie élastique est non linéaire existe déjà dans CESAR-LCPC ; il s'agit du modèle CJS implanté par Bernat (1996). Ce modèle nécessite la détermination d'un nombre élevé de paramètres : 16 paramètres dans sa version la plus simple et 19 paramètres dans une version plus complète. Le nombre de paramètres nécessaires au modèle CJS est trop important ; on souhaite utiliser un modèle de comportement élastoplastique avec élasticité non linéaire nécessitant la détermination d'un nombre restreint de paramètres.

Au vu des éléments ci-dessus, on se propose donc d'introduire dans CESAR-LCPC une loi de comportement élastoplastique dont la partie élastique est non linéaire et qui respecte deux conditions :

- elle donne une représentation satisfaisante du comportement réel du sol dans le type de problèmes qu'on étudie (excavations, fondations superficielles, etc.),
- la détermination des paramètres nécessaires pour utiliser le modèle doit être accessible au moyen d'essais en place ou en laboratoire courants.

De nombreuses approches permettent de modéliser la non linéarité de la réponse du sol dans la région élastique et sont développées dans le chapitre suivant.

---

## **Chapitre 2**

# **REVUE DES PRINCIPAUX MODÈLES ÉLASTOPLASTIQUES AVEC ÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE**

---

## 1 Introduction

Les logiciels de calcul par éléments finis utilisent encore couramment des lois de comportement dont l'élasticité est linéaire, alors que l'on sait que le comportement des sols est fortement non linéaire à l'intérieur de la surface de charge. Lorsque des modèles à élasticité non linéaire sont disponibles, ils sont rarement décrits de manière complète (en particulier les limites dans lesquelles on peut les appliquer sont difficiles à cerner et la procédure de détermination des paramètres n'est pas toujours explicite).

L'objet de ce chapitre est de dresser un éventail des différents types de modèles de comportement qui existent pour représenter les sols, dans l'optique de choisir un modèle à implanter dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, afin d'améliorer sensiblement l'estimation des déplacements autour des ouvrages. La revue des modèles représentés dans ce chapitre est loin d'être exhaustive, mais permet d'avoir une vision globale des différentes familles de modèles développés pour les sols.

On commence par présenter les modèles élastiques linéaires-parfaitement plastiques, qui restent largement utilisés dans le milieu professionnel, en passant en revue les critères de plasticité les plus couramment utilisés. On aborde ensuite les modèles d'élasticité non linéaires, en distinguant les modèles hyperélastiques et hypoélastiques. En dernier lieu, on donne un aperçu des principaux modèles élastiques non linéaires-plastiques avec écrouissage.

## 2 Notations

On définit ici les notations couramment utilisées dans la formulation des modèles rhéologiques. On applique la convention de la mécanique des sols : les contraintes en compression sont comptées positivement.

La recherche des contraintes principales du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  (symétrique, donc diagonalisable) conduit à poser l'équation suivante :

$$\det(\sigma_{ij} - X \delta_{ij}) = 0 \quad [2.1]$$

où  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker.

L'équation 2.1 revient à chercher les racines d'un polynôme du troisième degré en  $X$  que l'on met sous la forme :

$$X^3 - I_1 X^2 + I_2 X - I_3 = 0 \quad [2.2]$$

Les coefficients de ce polynôme sont indépendants du repère choisi et constituent les invariants du tenseur des contraintes. Les contraintes principales du tenseur des contraintes sont notées  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  ; elles sont telles que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Les trois invariants des contraintes se calculent alors de la façon suivante :

$$I_1 = \text{tr}(\sigma_{ij}) = \sigma_{kk} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad [2.3]$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[ (\text{tr}(\sigma_{ij}))^2 - \text{tr}(\sigma_{ij}^2) \right] = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \quad [2.4]$$

$$I_3 = \det(\sigma_{ij}) = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \quad [2.5]$$

Les fonctions  $\text{tr}(\sigma_{ij})$  et  $\det(\sigma_{ij})$  désignent respectivement la trace et le déterminant du tenseur  $\sigma_{ij}$ .

Il est courant en mécanique d'utiliser d'autres invariants, définis de la manière suivante : on décompose le tenseur symétrique des contraintes en un tenseur des contraintes sphériques ou hydrostatiques  $p\delta_{ij}$  et un tenseur des contraintes déviatoriques  $s_{ij}$  :

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij} \quad [2.6]$$

où  $p$  est la contrainte moyenne ou pression moyenne, ou encore contrainte sphérique.

$$p = \frac{\text{tr}(\sigma_{ij})}{3} = \frac{I_1}{3} \quad [2.7]$$

À l'image des invariants du tenseur des contraintes, on peut définir des invariants du tenseur des contraintes déviatoriques (par construction de  $s_{ij}$ ,  $\text{tr}(s_{ij}) = 0$ , le premier invariant du tenseur des contraintes déviatoriques est nul) :

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \frac{1}{2} \text{tr}(s_{ij}^2) = \frac{1}{3} I_1^2 - I_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad [2.8]$$

$$J_3 = \det(s_{ij}) \quad [2.9]$$

On peut décomposer de façon analogue le tenseur des déformations  $\varepsilon_{ij}$  en une partie isotrope  $\frac{1}{3}\varepsilon_v \delta_{ij}$  et une partie déviatorique  $e_{ij}$  :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} + e_{ij} \quad [2.10]$$

où  $\varepsilon_v$  est la déformation volumique et  $e_{ij}$  le tenseur des déformations déviatoriques.

Les invariants du tenseur des déformations, ainsi que les invariants du tenseur des déformations déviatoriques, se calculent de façon identique aux invariants des tenseurs des contraintes et des contraintes déviatoriques.

La déformation volumique  $\varepsilon_v$  correspond au premier invariant du tenseur des déformations :

$$\varepsilon_v = \text{tr}(\varepsilon_{ij}) = \varepsilon_{kk} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad [2.11]$$

Dans la description des lois de comportement, on utilise également les invariants suivants :

- la contrainte déviatorique :

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}} s_{ij} s_{ij} = \sqrt{3} J_2 = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad [2.12]$$

- la déformation déviatorique :

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3}} e_{ij} e_{ij} = \sqrt{\frac{2}{9} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad [2.13]$$

- la contrainte de cisaillement octaédrique :

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{1}{3}} s_{ij} s_{ij} = \sqrt{\frac{2}{9}} J_2 = \sqrt{\frac{1}{9} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad [2.14]$$

- la déformation de cisaillement octaédrique :

$$\gamma_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{1}{3}} e_{ij} e_{ij} = \sqrt{\frac{1}{9} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad [2.15]$$

### 3 Comportement élastique linéaire-parfaitement plastique

Cette partie présente les lois de comportement élastiques linéaires-parfaitement plastiques, qui, du fait de leur simplicité, restent encore couramment utilisées en géotechnique. Pour une description plus complète de ce type de comportement, on pourra se reporter à Mestat (1993), Lee (1994) et Arafati (1996).

Dans le formalisme de l'élastoplasticité, le tenseur des déformations totales  $\varepsilon$  se décompose en la somme de deux tenseurs :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad [2.16]$$

où  $\varepsilon^e$  est le tenseur des déformations élastiques (ou réversibles) et  $\varepsilon^p$  le tenseur des déformations plastiques (ou irréversibles). La formulation d'une loi de comportement consiste à décrire les variations des deux composantes de la déformation en fonction des variations du tenseur des contraintes.

#### 3.1 Comportement élastique linéaire

Le cas de l'élasticité linéaire correspond à la situation dans laquelle il existe une relation linéaire entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations élastiques. Ce n'est généralement pas le cas des sols qui, même pour de faibles déformations, ont un comportement élastique non linéaire.

Pour le matériau élastique, l'état de contrainte ne dépend que de l'état de déformation (et vice versa). Mathématiquement, le matériau élastique peut être défini à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl}) \quad [2.17]$$

où  $F_{ij}$  est la fonction de réponse élastique. Cette relation unique traduit l'indépendance du comportement du matériau vis-à-vis de l'histoire des chargements auxquels il a été soumis.

### 3.1.1 Élasticité linéaire isotrope de Hooke

La relation contrainte-déformation, pour un matériau élastique linéaire, se met sous la forme générale suivante :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0 \quad [2.18]$$

où  $\sigma_{ij}^0$  représente le tenseur des contraintes initiales correspondant à un état initial de déformation nulle ( $\varepsilon_{kl} = 0$ ) et  $C_{ijkl}$  le tenseur décrivant le comportement physique du matériau. Si l'on suppose que l'état de contrainte initial est nul ( $\sigma_{ij}^0 = 0$ ), l'équation 2.18 devient :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad [2.19]$$

L'équation ci-dessus correspond à l'équation générale de Hooke dans laquelle  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}$  sont des tenseurs du deuxième ordre et  $C_{ijkl}$  un tenseur du quatrième ordre. Pour le matériau élastique linéaire isotrope, le tenseur  $C_{ijkl}$  prend la forme générale :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad [2.20]$$

Les équations 2.19 et 2.20 conduisent à :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad [2.21]$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\lambda \delta_{ij}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{kk} + \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij} \quad [2.22]$$

Dans ce cas, le comportement est entièrement caractérisé à partir de deux constantes indépendantes,  $\lambda$  et  $\mu$ , appelées constantes de Lamé. Les équations 2.21 et 2.22 peuvent également se mettre sous les formes équivalentes suivantes :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad [2.23]$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad [2.24]$$

qui dépendent de deux autres constantes : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

La stabilité du matériau impose les conditions suivantes sur les paramètres  $E$  et  $\nu$  :

$$E > 0 \quad -1 \leq \nu \leq 0,5 \quad [2.25]$$

Dans la pratique, le coefficient de Poisson  $\nu$  est positif pour un sol.

Les équations 2.21 et 2.22 peuvent également s'exprimer en fonction du module de cisaillement  $G$  et du module de compression  $K$ . Ces paramètres correspondent à la décomposition du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  en une partie isotrope  $p\delta_{ij}$  et une partie déviatorique  $s_{ij}$  :

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij} = K \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G e_{ij} \quad [2.26]$$

De même, le tenseur des déformations peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} + e_{ij} = \frac{1}{9K} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1}{2G} s_{ij} \quad [2.27]$$

La valeur  $\nu = 0,5$  correspond à  $G = E/3$  et  $1/K = 0$ , c'est-à-dire à l'incompressibilité.

Les relations entre les différents paramètres utilisés pour représenter l'élasticité linéaire isotrope sont résumées dans le tableau 2.1.

**Tableau 2.1 – Relations entre constantes élastiques (d'après Leipholz, 1974)**

Paramètres Couples de paramètres	Module de cisaillement $G = \mu$	Module d'Young $E$	Module de compression $K$	Coefficient de Poisson $\nu$	Paramètre de Lamé $\lambda$
G, E	G	E	$\frac{GE}{9G-3E}$	$\frac{E-2G}{2G}$	$\frac{G(E-2G)}{3G-E}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K+G}$	K	$\frac{3K-2G}{2(3K+G)}$	$K - \frac{2G}{3}$
G, $\lambda$	G	$\frac{G(3\lambda+2G)}{\lambda+G}$	$\lambda + \frac{2G}{3}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+G)}$	$\lambda$
G, $\nu$	G	$2G(1+\nu)$	$\frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$	$\nu$	$\frac{2G\nu}{1-2\nu}$
E, K	$\frac{3KE}{9K-E}$	E	K	$\frac{3K-E}{6K}$	$\frac{K(9K-3E)}{9K-E}$
E, $\nu$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	E	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	$\nu$	$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$
K, $\lambda$	$\frac{3(K-\lambda)}{2}$	$\frac{9K(K-\lambda)}{3K-\lambda}$	K	$\frac{\lambda}{3K-\lambda}$	$\lambda$
K, $\nu$	$\frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$	$3K(1-2\nu)$	K	$\nu$	$\frac{3K\nu}{1+\nu}$

## 3.2 Comportement plastique

### 3.2.1 Définition de la plasticité

Le comportement plastique correspond à l'apparition de déformations irréversibles et s'appuie sur les deux concepts fondamentaux suivants :

- le critère de plasticité ou surface de charge, qui est la frontière entre le domaine élastique et le domaine plastique ;

- la règle d'écoulement plastique, qui définit la façon dont évoluent les déformations plastiques.

### 3.2.1.1 Surface de charge

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties : l'intérieur de la surface de charge correspond à des états de déformations réversibles (élastiques) et à l'extérieur de la surface de charge, les déformations se composent d'une partie réversible (élastique) et d'une partie irréversible (plastique). On écrit alors :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad [2.28]$$

Dans l'espace des contraintes, le domaine d'élasticité initial ou actuel est en général défini par une fonction scalaire  $f$  de la contrainte  $\sigma_{ij}$ , appelée surface de charge du matériau telle que :

- $f(\sigma_{ij}) < 0$  corresponde à l'intérieur du domaine,
- $f(\sigma_{ij}) = 0$  corresponde à la frontière du domaine,
- $f(\sigma_{ij}) > 0$  corresponde à l'extérieur du domaine.

Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , deux cas de comportement élastoplastique sont possibles : la surface  $f$  n'évolue pas (modèle élastoplastique parfait) et la surface  $f$  évolue au cours du chargement (modèle élastoplastique avec écrouissage). On ne s'intéresse, pour le moment, qu'au premier type de comportement.

### 3.2.1.2 Règle d'écoulement plastique

Soit  $\sigma_{ij}$  un état de contraintes correspondant à une étape de chargement donné. Si cet état est tel que  $f(\sigma_{ij}) < 0$ ,  $\sigma_{ij}$  est à l'intérieur du domaine d'élasticité actuel, donc la variation de déformation est purement élastique :  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e$ .

Si cet état est tel que  $f(\sigma_{ij}) = 0$ ,  $\sigma_{ij}$  se trouve sur la frontière du domaine. Pour décrire dans ce cas le comportement, il convient de distinguer selon que le point matériel est en chargement ou en déchargement. Si le sol est en déchargement, la variation de déformation est purement élastique :  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e$ , et si le sol est en chargement, la variation de déformation comprend en plus la composante plastique :  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$ .

La règle d'écoulement plastique a pour objet d'exprimer  $d\varepsilon_{ij}^p$  en fonction de  $\sigma_{ij}$  et  $d\sigma_{ij}$ .

Le principe du travail plastique maximal (Hill, 1950) permet de qualifier la règle d'écoulement. Ainsi, en un point régulier de la frontière d'élasticité, la déformation plastique est de la forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad [2.29]$$

où  $\dot{\lambda}$  est un scalaire appelé multiplicateur plastique ( $\dot{\lambda} \geq 0$ ). On ferme le modèle sur le plan mathématique en écrivant la condition de cohérence :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} = 0 \quad \text{si} \quad \dot{\lambda} > 0 \quad [2.30]$$

Toutes les vitesses de déformation possibles sont alors coaxiales à la normale extérieure à la frontière et ne dépendent que du scalaire  $\dot{\lambda}$ , non nul si et seulement si le point matériel est en état de chargement. L'expérience montre que, dans le cas des sols, les vitesses de déformation

ne sont pas bien décrites par le principe du travail maximal. On est alors amené à introduire et à écrire la règle d'écoulement sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad [2.31]$$

où  $g$  est une fonction du tenseur des contraintes appelée potentiel plastique. La règle d'écoulement est alors dite non associée.

Dans le cas du matériau élastique-parfaitement plastique, le domaine d'élasticité est fixe : le point de charge  $\sigma_{ij}$  ne peut pas sortir du domaine ; les déformations plastiques n'apparaissent que si  $\sigma_{ij}$  est sur la frontière d'élasticité et y demeure. En pratique, le critère, comme le potentiel plastique, doivent être déterminés sur une base expérimentale.

### 3.2.2 Critères de plasticité usuels en mécanique des sols

On présente ici les principaux critères utilisés en mécanique des sols.

#### 3.2.2.1 Critère de Tresca

Le critère de Tresca est utilisé pour l'étude des sols fins (argile, limon) saturés, non drainés, en contraintes totales à court terme, durant lesquelles la variation de volume est nulle. La surface de charge  $f$  est mathématiquement donnée par la relation :

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - 2k = 0 \quad [2.32]$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) et  $k$  une constante correspondant à la contrainte maximum de cisaillement à la rupture (pour les sols cohérents, ce paramètre correspond à la cohésion non drainée  $c_u$ ).

La figure 2.1 donne des représentations du critère de Tresca dans le plan déviatorique et dans celui des contraintes principales.

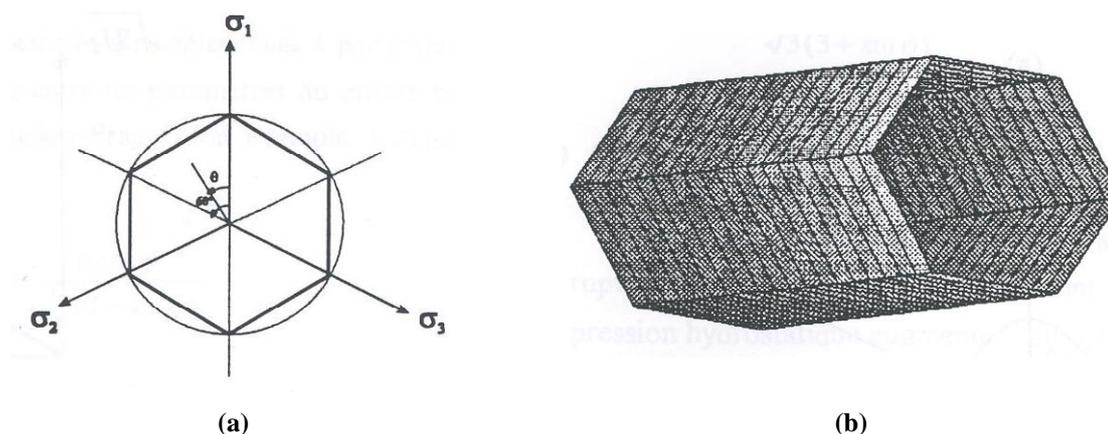


Figure 2.1 – Représentations du critère de Tresca : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee, 1994)

### 3.2.2.2 Critère de Von Mises

Afin de prendre en compte l'influence de la contrainte intermédiaire, Von Mises a proposé que la surface de charge dépende du deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques,  $J_2$  :

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - k = 0 \quad [2.33]$$

où  $k$  est un paramètre de la loi de comportement. Il représente la résistance maximale du matériau au cisaillement simple.

Ce critère a été formulé pour étudier le comportement des métaux et il n'est pas bien adapté à la représentation du comportement des sols dans la mesure où il ne fait pas intervenir la contrainte moyenne dans son expression.

La figure 2.2 donne des représentations du critère de Von Mises dans le plan déviatorique et dans celui des contraintes principales.

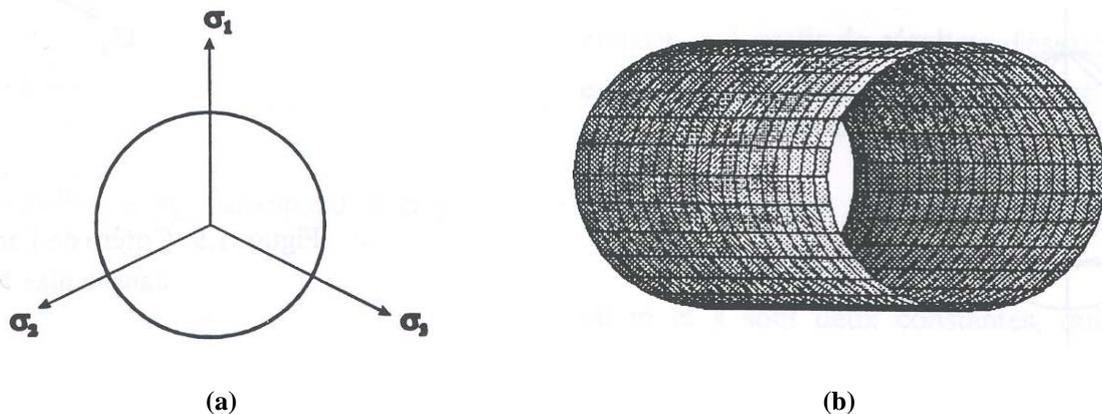


Figure 2.2 – Représentations du critère de Von Mises : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee, 1994)

### 3.2.2.3 Critère de Mohr-Coulomb

Le critère de Mohr-Coulomb est utilisé pour les sols pulvérulents (sables) et pour les sols cohérents à long terme (argiles et limons). Le critère de Tresca est un cas particulier du critère de Mohr-Coulomb.

La surface de charge  $f(\sigma_{ij})$  s'exprime de la façon suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin\varphi - 2c \cos\varphi = 0 \quad [2.34]$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ).

Le paramètre  $c$  est la cohésion du matériau et  $\varphi$  l'angle de frottement interne. Lorsque  $\varphi = 0$ , on retrouve le critère de Tresca.

La figure 2.3 donne des représentations du critère de Mohr-Coulomb dans le plan déviatorique et dans celui des contraintes principales.

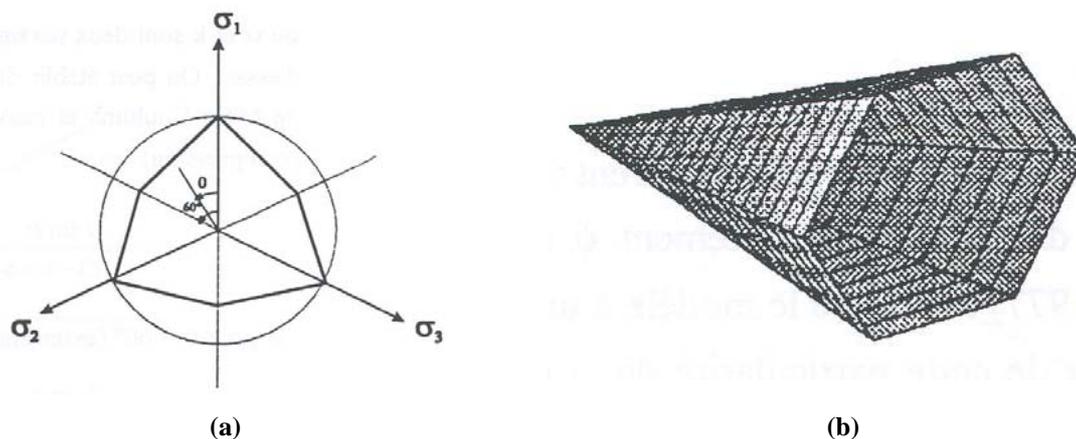


Figure 2.3 – Représentations du critère de Mohr-Coulomb : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales (Lee, 1994)

### 3.2.2.4 Critère de Drucker-Prager

Le critère de Drucker-Prager constitue une généralisation du critère de Von Mises aux matériaux pulvérulents, prenant en compte le premier invariant du tenseur de contraintes  $I_1$  et le deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques  $J_2$ . Son expression est la suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0 \quad [2.35]$$

où  $\alpha$  et  $k$  sont deux paramètres qui peuvent être déterminés à partir de résultats d’essais. Si le paramètre  $\alpha$  est nul, la loi se réduit à celle de Von Mises.

La figure 2.4 donne des représentations du critère de Drucker-Prager dans le plan déviatorique et dans celui des contraintes principales.

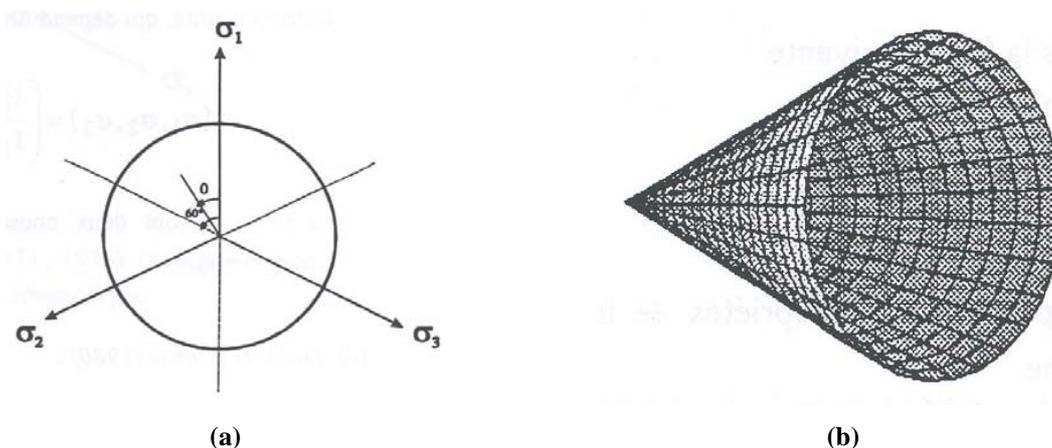


Figure 2.4 – Représentations du critère de Drucker-Prager : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales (Lee, 1994)

D'une manière générale, des analogies peuvent être établies entre les critères de Mohr-Coulomb et de Drucker-Prager, qui permettent de relier les paramètres  $\alpha$ , et  $k$  aux paramètres  $c$ , et  $\varphi$ .

En condition triaxiale axisymétrique ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), l'analogie entre les critères conduit aux relations suivantes :

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad [2.36]$$

En condition de déformations planes ( $\varepsilon_2 = 0$ , par exemple), l'hypothèse d'une loi d'écoulement associée et l'analogie entre les critères conduit alors aux relations suivantes :

$$\alpha = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}} \quad k = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}} \quad [2.37]$$

### 3.3 Conclusion

Les surfaces de charge que nous venons de présenter sont aussi utilisées comme potentiel plastique avec des paramètres différents. Tous les critères de plasticité que nous avons évoqués dans cette section peuvent être associés à la loi élastique linéaire de Hooke pour former des lois de comportement élastiques linéaires-parfaitement plastiques. On peut aussi envisager d'associer d'autres types de lois élastiques à ces critères de plasticité. Il existe deux familles de modèles élastiques non linéaires (les modèles hyperélastiques et les modèles hypoélastiques) qui peuvent être combinés à un critère de plasticité. Ces modèles font l'objet de la partie suivante.

## 4 Modèles rhéologiques d'élasticité non linéaire

Les informations délivrées dans cette partie proviennent de Mestat (1993), Lee (1994) et Thépot (2004).

### 4.1 Modèles hyperélastiques

Les modèles hyperélastiques constituent la première catégorie de lois élastiques non linéaires. Un modèle est dit hyperélastique si la dissipation intrinsèque est toujours identiquement nulle. On peut alors montrer que la relation de comportement se met sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W(\varepsilon_{kl})}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad [2.38]$$

où  $W$  est l'énergie libre du matériau.

De la même façon, on peut définir une énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$  qui est seulement fonction du tenseur de contrainte  $\sigma_{ij}$ , telle que :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Omega(\sigma_{kl})}{\partial \sigma_{ij}} \quad [2.39]$$

Dans ces conditions, il ne peut y avoir production d'énergie pendant un chargement cyclique fermé. Un modèle hyperélastique est donc caractérisé à partir de la donnée de l'énergie libre  $W(\varepsilon_{ij})$  ou de l'énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$ .

Il peut être utile de signaler que les équations 2.38 et 2.39 peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad [2.40]$$

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl} \sigma_{kl} \quad [2.41]$$

Les tenseurs du quatrième ordre  $C_{ijkl}$  et  $D_{ijkl}$  dépendent des états actuels de déformation et de contrainte. Les équations 2.38 et 2.39 donnent par différentiation :

$$d\sigma_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl} = H_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \quad [2.42]$$

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} = H'_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad [2.43]$$

où  $d\sigma_{ij}$  et  $d\varepsilon_{ij}$  sont respectivement les tenseurs incrémentaux des contraintes et des déformations. Les composantes des matrices symétriques  $C_{ijkl}$  et  $D_{ijkl}$  correspondent finalement aux hessiens  $[H]$  et  $[H']$  des fonctions  $W$  et  $\Omega$ , respectivement.

#### 4.1.1 Exemples de modèles hyperélastiques

On donne ici quelques exemples de modèles hyperélastiques pour illustrer les principes énoncés ci-dessus. Pour une revue plus complète de ce type de modèles, on pourra se reporter à Lee (1994).

Cambou et Jafari (1988) ont présenté un modèle donnant  $G$  et  $K$  en fonction de  $I_1$  et  $J_2$  :

$$G = G_0 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^n \quad [2.44]$$

$$K = K_0^e \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^n \frac{4G_0 I_1^2}{4G_0 I_1^2 + 18nK_0^e J_2} \quad [2.45]$$

Cette loi comporte quatre paramètres, qui sont  $G_0$ ,  $K_0^e$ ,  $p_a$  et  $n$ .

On peut imaginer le même type de loi exprimée, non pas à partir de  $G$  et  $K$ , mais à partir de  $E$  et  $\nu$ . Ainsi, la loi de Lade et Nelson (1987) s'écrit :

$$E = Mp_a \left[ \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^2 + 6 \left( \frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \frac{J_2}{p_a^2} \right]^\lambda \quad [2.46]$$

$$\nu = \text{cte} \quad [2.47]$$

C'est une loi à quatre paramètres :  $M$ ,  $p_a$ ,  $\lambda$  et  $\nu$ .

Loret et Luong (1982) ont construit leur loi de comportement en considérant le fait que l'énergie de déformation s'écrit sous la forme incrémentale suivante :

$$\delta W = p d\varepsilon_v + q d\varepsilon_d \quad [2.48]$$

Le principe de conservation de l'énergie est respecté si et seulement si la variation d'énergie est nulle sur n'importe quel chemin fermé :

$$\forall C \text{ on a : } \int_C \partial W = 0 \quad [2.49]$$

ce qui est équivalent à l'affirmation que  $\partial W$  est une différentielle totale :

$$dW(\varepsilon_v, \varepsilon_d) = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_v} d\varepsilon_v + \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_d} d\varepsilon_d \quad [2.50]$$

et que p et q sont des dérivées partielles de l'énergie :

$$p = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_v} \quad q = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_d} \quad [2.51]$$

On a alors d'après le théorème de Schwartz :

$$\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_d} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_v} \quad [2.52]$$

Si le matériau n'est pas incompressible ( $\nu < 0,5$ ), l'énergie de déformation s'écrit sous forme incrémentale :

$$\delta W = \frac{E_s}{3(1-2\nu)} \varepsilon_v d\varepsilon_v + \frac{3E_s}{2(1+\nu)} \varepsilon_d d\varepsilon_d \quad [2.53]$$

où  $E_s$  est le module sécant.

Pour que  $W$  soit une différentielle totale et si le coefficient de Poisson est constant et inférieur à 0,5, le module d'Young sécant doit dépendre à la fois de la déformation déviatorique et de la déformation volumique, et doit vérifier l'équation différentielle suivante :

$$\varepsilon_v \frac{\partial E_s}{\partial \varepsilon_d} - r \varepsilon_d \frac{\partial E_s}{\partial \varepsilon_v} = 0 \quad \text{avec} \quad r = \frac{2(1+\nu)}{9(1-2\nu)} \quad [2.54]$$

qui admet la solution générale :

$$E_s = E_0 f(\varepsilon_v^2 + r \varepsilon_d^2) \quad [2.55]$$

où  $f$  est une fonction de classe  $C^2$  quelconque.

La loi hyperélastique de Loret et Luong (1982) a été construite de la manière décrite ci-dessus et se présente sous la forme suivante :

$$E_s(p, q) = \frac{E_0}{p_a^{2n}} (p^2 + r q^2)^n \quad \text{avec} \quad r = \frac{K_0}{3G_0} = \frac{2(1+\nu)}{9(1-2\nu)} \quad [2.56]$$

Cette loi est caractérisée par trois paramètres :  $E_0$ ,  $\nu$  et  $n$ .

#### 4.1.2 Conclusion

Comme on vient de le voir, les modèles hyperélastiques sont des modèles qui reposent d'abord sur des considérations thermodynamiques (nullité de la dissipation intrinsèque). L'inconvénient majeur de ces modèles réside dans le fait qu'ils sont compliqués à mettre en œuvre dans un code de calcul par éléments finis. Cela est d'autant plus vrai si l'architecture du code est complexe, comme celle du progiciel CESAR-LCPC. Les modèles auxquels nous

nous intéressons dans la section suivante sont d'abord construits pour reproduire les résultats d'essais, mais ne sont pas aussi satisfaisant sur le plan thermodynamique.

## 4.2 Modèles hypoélastiques

### 4.2.1 Généralités

Les modèles de type hypoélastique constituent la seconde classe de modèles élastiques non linéaires. Ils ne dérivent pas, en général, d'un potentiel thermodynamique et sont plutôt issus de formulations empiriques basées sur l'expérience.

Les modèles hypoélastiques peuvent être utilisés pour décrire les relations incrémentales de comportement élastique non linéaire isotrope. La notion d'hypoélasticité consiste à faire l'hypothèse que l'incrément de contrainte dépend non seulement de l'incrément de déformation, mais également de la contrainte elle-même. L'équation de comportement s'exprime alors sous la forme incrémentale suivante :

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\sigma_{mn}) d\epsilon_{kl} \quad [2.57]$$

où  $C_{ijkl}$  représente le tenseur de comportement tangent.

Le comportement décrit par l'équation 2.57 est infinitésimalement réversible. Toutefois, le comportement d'un matériau hypoélastique dépend généralement du chemin de chargement.

Bon nombre de modèles basés sur des relations incrémentales ont été établis pour modéliser le comportement non linéaire des sols, des roches et des bétons. Ces modèles ont été développés en se basant sur deux approches hypoélastiques :

- la plus courante consiste à formuler les relations de comportement du modèle élastique linéaire en introduisant une dépendance des modules sécants vis-à-vis des invariants de contrainte ou de déformations,
- la deuxième approche est basée sur une linéarisation par morceau des courbes contraintes-déformations. Ces lois sont dites quasi linéaires (Desai et Siriwardane, 1984). La loi de Hooke est appliquée sur chaque plage de contraintes avec des coefficients tangents  $K_t$  et  $G_t$ , ou  $E_t$  et  $\nu_t$ , différents. D'une manière générale, les coefficients sont exprimés par des fonctions continues de l'état des contraintes. L'expression de ces lois est alors la suivante :

$$d\sigma_{ij} = \frac{E_t}{1 + \nu_t} d\epsilon_{ij} + \frac{\nu_t E_t}{(1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)} d\epsilon_{kk} \delta_{ij} \quad [2.58]$$

$$d\sigma_{ij} = 2G_t d\epsilon_{ij} + \left( K_t - \frac{2}{3}G_t \right) d\epsilon_{kk} \delta_{ij} \quad [2.59]$$

Lee (1974) a recensé une grande quantité des modèles hypoélastiques disponibles dans la littérature.

### 4.2.2 Exemples de modèles hypoélastiques

Pour l'analyse du comportement non linéaire des sols, certains modèles sont mathématiquement fondés sur une représentation de la relation contrainte-déformation à partir

d'une courbe hyperbolique ou parabolique. On examine deux modèles hyperboliques : le modèle de Duncan, construit sur une formulation utilisant le module d'Young tangent  $E_t$  et le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$ , et le modèle de Hardin et Drnevich, utilisant le module de cisaillement.

#### 4.2.2.1 Modèle hyperbolique de Duncan

L'origine des modèles hyperboliques se trouve dans les travaux de Kondner (1963). Il a proposé une loi de comportement fondée sur une approximation des courbes de comportement contraintes –déformations obtenues dans un essai triaxial de compression drainée. La relation hyperbolique proposée par Kondner (1963), représentée sur la figure 2.5, est la suivante :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad [2.60]$$

où  $\varepsilon_1$  est la déformation axiale et  $a$  et  $b$  deux constantes dépendant de l'essai triaxial. Elles se déterminent aisément :  $\frac{1}{a}$  est la pente initiale du graphique et  $\frac{1}{b}$  la valeur asymptotique de  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ .

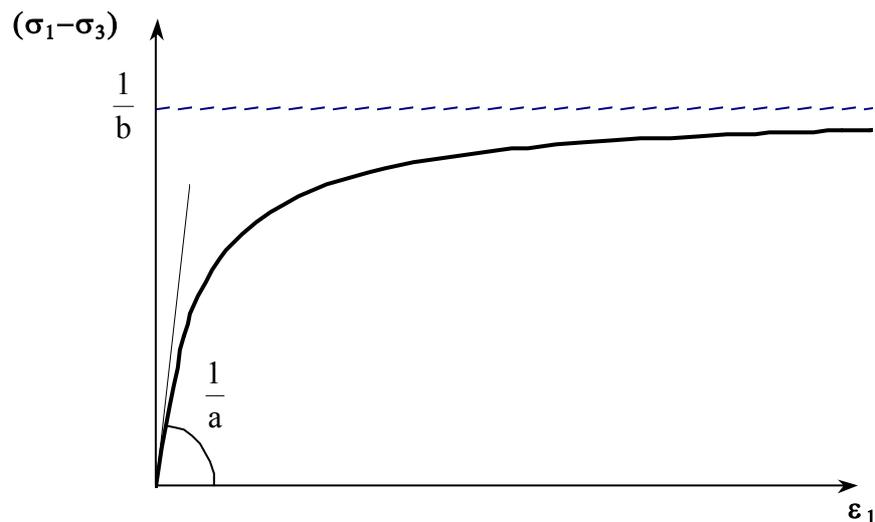


Figure 2.5 – Représentation de la loi hyperbolique de Kondner

Kondner (1963) a remarqué que les paramètres  $a$  et  $b$  peuvent être déterminés très facilement en opérant sur l'équation 2.60 la transformation suivante :

$$\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\varepsilon_1 \quad [2.61]$$

Le graphique résultant est alors linéaire (voir figure 2.6).

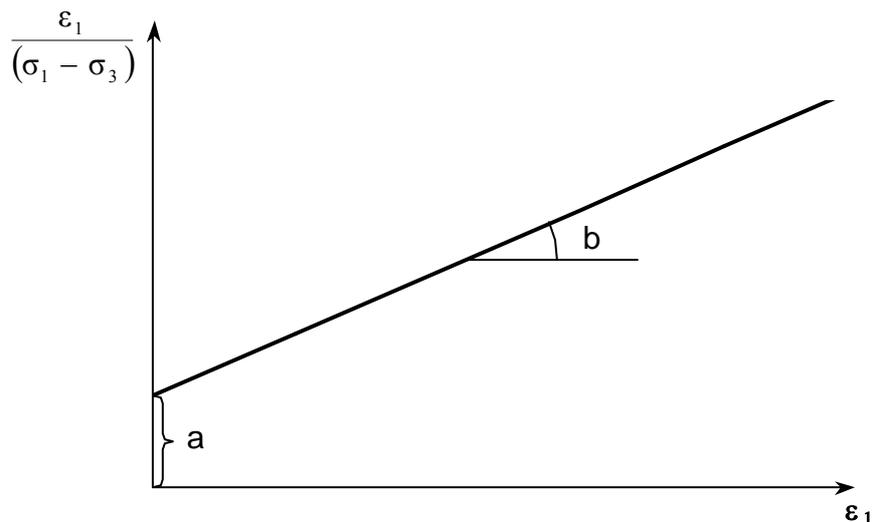


Figure 2.6 – Représentation transformée de la loi hyperbolique de Kondner

L'expression du module d'Young tangent se déduit par dérivation de la relation 2.60 :

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \frac{a}{(a + b\varepsilon_1)^2} \quad [2.62]$$

En particulier, le module initial est donné par :

$$E_i = \frac{1}{a} \quad [2.63]$$

Cependant, l'expérience montre que la rigidité du sol dépend de l'état de contraintes. Afin de prendre en compte ce phénomène, Duncan et Chang (1970) ont complété la loi hyperbolique de Kondner en y introduisant le module tangent initial proposé par Janbu (1963) :

$$E_i = K_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad [2.64]$$

où  $p_a$  est la pression atmosphérique et  $K_h$  et  $n$  sont des paramètres obtenus à partir de résultats d'essais de compression triaxiale drainée, réalisés à différentes pressions de confinement  $\sigma_3$ . Janbu (1963) a montré que les valeurs de l'exposant  $n$  se situent entre 0,35 et 0,55 pour des sables de porosité 35 à 50 % et que le coefficient  $K_h$  varie entre 50 et 500.

D'une façon similaire, Kulhawy et Duncan (1972) ont exprimé le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$  par une approximation hyperbolique dans le diagramme  $(\varepsilon_1, \varepsilon_3)$ . L'hyperbole est définie ainsi :

$$\varepsilon_1 = \frac{-\varepsilon_3}{c - d\varepsilon_3} \quad [2.65]$$

où  $\varepsilon_3$  est la déformation radiale et  $c$  et  $d$  sont des constantes dépendant de l'essai triaxial.

L'expression du coefficient de Poisson tangent se déduit par dérivation :

$$v_t = -\frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} = \frac{c}{(1 - d \varepsilon_1)^2} \quad [2.66]$$

Duncan et Chang (1970) ont fait évoluer ce modèle en faisant apparaître les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  par l'intermédiaire de l'équation 2.60 dans l'expression du module tangent  $E_t$ . Ils ont également remplacé le paramètre  $a$  par son expression (équation 2.63) et  $b$  par  $\frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}$ ,

l'équation 2.62 devient :

$$E_t = E_i \left( 1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right)^2 \quad [2.67]$$

Duncan et Chang (1970) ont introduit le paramètre  $R_f$  comme étant le rapport entre la contrainte de rupture  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  et la contrainte maximale asymptotique  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  :

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad [2.68]$$

Comme la rupture arrive avant que l'asymptote ne soit atteinte, ce paramètre est inférieur à 1 ( $R_f \leq 1$ ). L'état de contraintes à la rupture est également supposé vérifier le critère de Mohr-Coulomb :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2(c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi)}{1 - \sin \varphi} \quad [2.69]$$

où  $c$  et  $\varphi$  représentent la cohésion et l'angle de frottement du matériau. Par suite, l'expression finale du module d'Young vaut :

$$E_t = K_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi)} \right]^2 \quad [2.70]$$

De même que pour l'expression du module d'Young tangent, on peut faire apparaître les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  par l'intermédiaire de l'équation 2.60. En posant  $c = v_i$  (coefficient de Poisson tangent initial), l'équation 2.66 devient :

$$v_t = \frac{v_i}{\left[ 1 - \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{E_i \left( 1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right)} \right]^2} \quad [2.71]$$

Le coefficient de Poisson tangent initial peut être exprimé en fonction de la pression de confinement tel que :

$$v_i = A - B \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \quad [2.72]$$

où  $A$  et  $B$  sont des paramètres du modèle de Duncan déterminés à partir d'essais de compression triaxiale drainée, réalisés à différentes pressions de confinement  $\sigma_3$ . Toutefois, Mestat et Reiffsteck (2002) précisent que certains auteurs contestent ce type d'expression

pour le coefficient de Poisson. En effet, bien qu'elle soit d'origine expérimentale, cette relation est en contradiction avec les résultats théoriques de Mindlin (1953) sur les matériaux granulaires, qui prédisent un coefficient de Poisson indépendant de la contrainte moyenne, et les résultats de Lade (1977).

Par la suite, l'expression finale du coefficient de Poisson tangent vaut :

$$v_t = \frac{E_t^2 \left[ A - B \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \right]}{[E_t - d(\sigma_1 - \sigma_3)]^2} \quad [2.73]$$

Duncan et Chang (1970) ont ajouté un paramètre de déchargement  $E_{ur}$  afin de faire apparaître des déformations irréversibles. Le module au déchargement-rechargement est alors pris sous la forme suivante :

$$E_t = E_{ur} p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad [2.74]$$

où  $E_{ur}$  et  $m$  sont des paramètres de la loi de Duncan. Wong et Duncan (1974) ont montré que le coefficient  $E_{ur}$  est de un à trois fois plus élevé que le coefficient  $K_h$ , tandis que l'exposant  $m$  a une valeur très proche de celle de  $n$ .

Le modèle hyperbolique de Duncan dans sa totalité nécessite la détermination de onze paramètres :  $K_h$ ,  $p_a$ ,  $n$ ,  $R_f$ ,  $c$ ,  $\varphi$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $d$ ,  $E_{ur}$  et  $m$ . Ce modèle est principalement caractérisé par sa non linéarité et plus particulièrement la dépendance par rapport à la contrainte principale mineure.

La loi de Duncan présente certains inconvénients notables. En premier lieu, il est impossible de la justifier pour d'autres chemins de contraintes que ceux ayant servi à son élaboration. En second lieu, l'expression du coefficient de Poisson tangent peut conduire à des valeurs supérieures à 0,5, autrement dit, des valeurs qui violent le principe de stabilité du matériau. Enfin, les incréments de contraintes et de déformations ont les mêmes directions principales, ce qui est en contradiction avec les observations expérimentales.

#### 4.2.2.2 Modèle hyperbolique de Hardin et Drnevich

Hardin et Drnevich (1972) ont construit leur modèle en mettant l'expression hyperbolique proposée par Kondner (1963) sous la forme d'une relation entre la contrainte de cisaillement  $\tau$  et la déformation de cisaillement  $\gamma$  :

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}} \quad [2.75]$$

où  $G_{\max}$  représente le module de cisaillement initial ou maximum et  $\tau_{\max}$  la résistance au cisaillement maximum.

Les auteurs ont introduit la notion de déformation de cisaillement de référence  $\gamma_r$  :

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}} \quad [2.76]$$

La relation 2.75 montre que le module de cisaillement sécant  $G_s = \tau/\gamma$  est alors égal à :

$$G_s = \frac{G_{\max}}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad [2.77]$$

Hardin et Drnevich (1972) ont proposé une expression similaire, mais plus complexe, pour le module de cisaillement sécant  $G_s$  :

$$G_s = \frac{G_{\max}}{1 + \gamma_h} \quad [2.78]$$

avec

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left[ 1 + a \exp\left(-b \frac{\gamma}{\gamma_r}\right) \right] \quad [2.79]$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres déduits de résultats d'essais. Le modèle de Hardin et Drnevich est illustré sur la figure 2.7 et la figure 2.8 montre que l'expression 2.78 traduit une décroissance du module de cisaillement par rapport à la déformation de cisaillement.

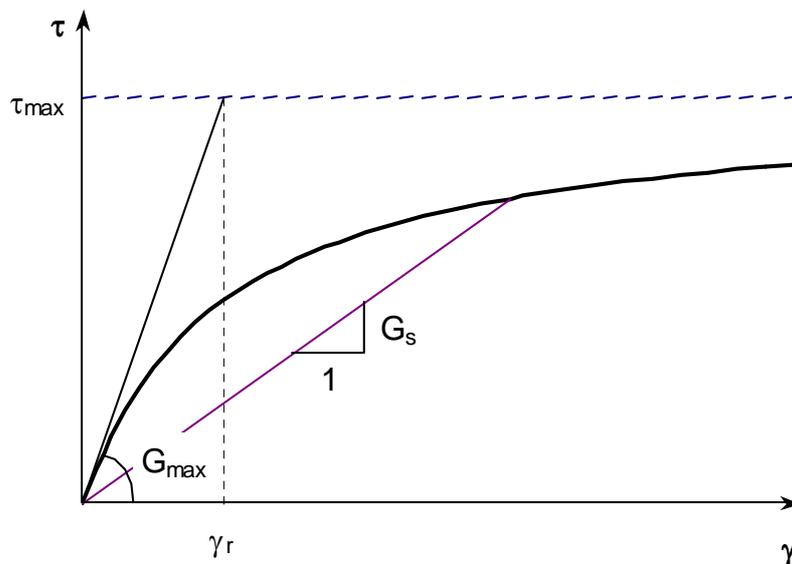


Figure 2.7 – Illustration des paramètres de la loi de Hardin et Drnevich (Hardin et Drnevich, 1972)

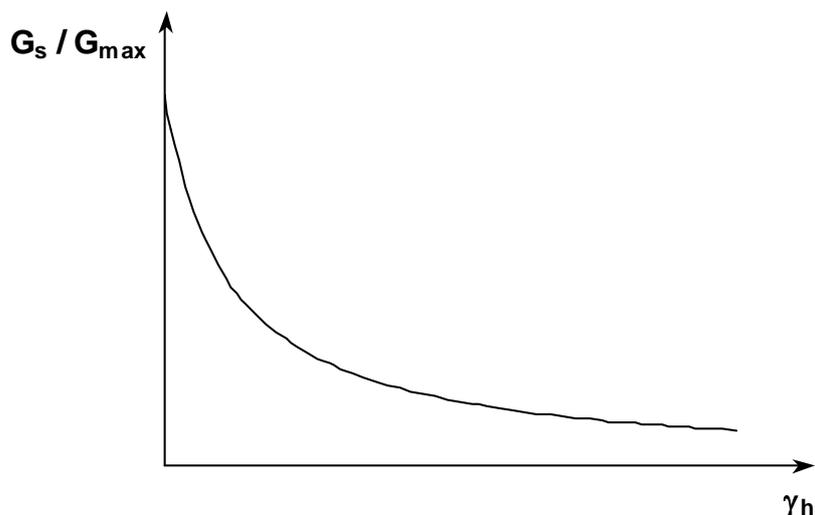


Figure 2.8 – Évolution du module de cisaillement sécant (d'après Hardin et Drnevich, 1972)

### 4.3 Conclusion

On a présenté différentes façons de construire des lois élastiques non linéaires. Hormis pour le modèle de Duncan qui comprend le module au déchargement-rechargement, le comportement plastique n'est pas traduit dans les modèles présentés ci-dessus ; on peut cependant les coupler aux critères de plasticité classiques vus dans la section 3.2.2.

## 5 Modèles élastoplastiques avec écouissage

Les modèles élastoplastiques avec écouissage sont largement utilisés depuis une trentaine d'années pour la modélisation des sols. Nous nous sommes intéressés au comportement élastoplastique avec écouissage positif, et plus particulièrement aux modèles Cam-Clay, Cam-Clay modifié et à celui de Nova. Dans ces trois modèles, l'élasticité est non linéaire.

Cette partie est construite d'après Mestat (1993), Lee (1994) et Arafati (1996).

### 5.1 Définition de l'écouissage

Pour un matériau écouissable, le domaine d'élasticité actuel n'est pas fixé une fois pour toutes, mais dépend de l'état d'écouissage, que l'on représente par une variable  $k$  introduite dans l'expression de la surface de charge, notée désormais  $f(\sigma_{ij}, k)$ . L'état d'écouissage  $k$  n'évolue que lorsqu'il y a évolution de la déformation plastique. Diverses théories ont été construites pour représenter l'écouissage. Les deux principales sont :

- la théorie de l'écouissage isotrope, qui fait dépendre l'écouissage d'un paramètre unique. Le domaine d'élasticité se transforme par homothétie de centre O (origine de l'espace) au fur et à mesure de l'écouissage,

- la théorie de l'écroûissage cinématique, pour laquelle les frontières d'élasticité successives se déduisent de la frontière initiale par translation dans l'espace des contraintes. L'écroûissage dépend alors d'un paramètre tensoriel.

On introduit également, lorsqu'il y a écroûissage, la variable  $H(\sigma_{ij}, k)$ , appelée module d'écroûissage et définie par la relation :

$$H \dot{\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \quad [2.80]$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique rencontré dans la section 3.2.1.2 ( $\dot{\lambda} \geq 0$ ).

Il est possible de construire des modèles écroûissables avec les critères de plasticité classiques (Mohr-Coulomb, etc.) à condition de se donner le module d'écroûissage  $H$ . Dans la suite, on s'intéresse à des modèles construits différemment.

## 5.2 Modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié

Le modèle Cam-Clay (Roscoe et al., 1963) et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) ont été développés pour décrire le comportement des argiles normalement consolidées ou faiblement surconsolidées. La formulation de ces modèles est décrite ci-dessous. On explique dans un premier temps le concept d'état limite et d'état critique, puis on donne les relations contraintes-déformations en élasticité et élastoplasticité. La formulation de ces modèles est basée sur les conditions de l'essai triaxial conventionnel.

### 5.2.1 Concept d'état limite et d'état critique

Les essais de consolidation isotrope et les essais triaxiaux sur des argiles reconstituées en laboratoire permettent d'introduire les concepts d'état limite et d'état critique.

#### 5.2.1.1 Etat limite en compression isotrope

On reporte les résultats d'un essai de compression isotrope dans le plan  $(\ln p, e)$ , où  $e$  est l'indice des vides : on obtient des courbes qui peuvent être assimilées à des droites (figure 2.9).

On appelle courbe vierge isotrope, la courbe de chargement obtenue au cours de l'essai de compression isotrope. Le long de cette courbe, le sol est normalement consolidé et se trouve à l'état plastique. Elle est généralement représentée par l'équation suivante :

$$e = e_{\lambda} - \lambda \ln p \quad [2.81]$$

La courbe de déchargement-rechargement schématise un cycle de déchargement-rechargement. Le sol est surconsolidé et se trouve dans un état élastique non linéaire. L'équation de cette courbe est la suivante :

$$e = e_{\kappa} - \kappa \ln p \quad [2.82]$$

Dans les relations 2.81 et 2.82,  $\lambda$  et  $\kappa$  représentent respectivement les pentes de la courbe vierge isotrope et de la courbe de déchargement-rechargement ( $\kappa$  est aussi appelé coefficient de gonflement),  $e_{\lambda}$  et  $e_{\kappa}$  correspondent à des indices des vides obtenus pour une pression de référence de 1 kPa.  $\lambda$  et  $\kappa$  peuvent être reliés respectivement à l'indice de compression  $C_c$

( $\lambda = C_v/\ln 10$ ) et à l'indice de décompression-recompression  $C_s$  ( $\kappa = C_s/\ln 10$ ) déduits d'un essai œdométrique classique.

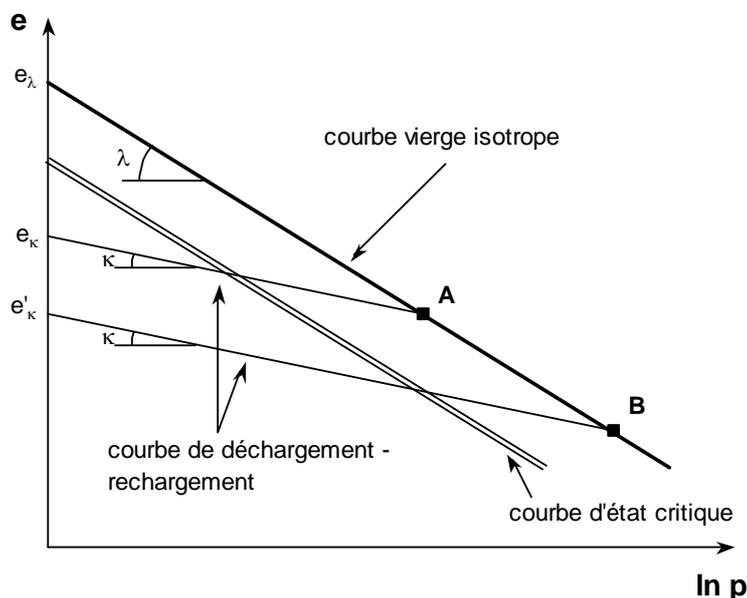


Figure 2.9 – Etat limite et état critique dans le plan ( $\ln p$ ,  $e$ )

Les points A et B sont des points de passage d'un état de comportement élastique à un état de comportement plastique. Ce sont des points d'état limite.

La figure 2.9 montre que la quantité  $e_\kappa$  évolue au cours du chargement et qu'elle est liée à la limite du domaine d'élasticité actuel. Cette quantité peut donc être utilisée comme paramètre d'écrouissage dans la description de l'essai de compression isotrope ( $e_\kappa$  est aussi noté  $e_p$ ).  $e_\kappa$  apparaît alors comme l'indice des vides après déchargement, on peut donc le qualifier d'indice des vides irréversible ou plastique.

### 5.2.1.2 Etat critique en compression triaxiale

Les résultats expérimentaux obtenus sur des argiles reconstituées au cours d'un essai triaxial montrent que, lorsque l'éprouvette atteint le palier d'écoulement plastique, le matériau se trouve dans un état caractérisé par une non variation de volume par rapport à un rapport de contraintes  $q/p$  constant, cependant la déformation déviatorique plastique peut augmenter indéfiniment. Cet état est appelé « état critique » et est déterminé par les équations suivantes :

$$q = M p \quad [2.83]$$

$$e = \Gamma - \lambda \ln p \quad [2.84]$$

où  $M$  et  $\Gamma$  sont des paramètres de la loi. Pour un essai triaxial de compression,  $M$  est défini par :

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad [2.85]$$

où  $\varphi$  est l'angle de frottement.

L'étude expérimentale montre également que, dans le plan  $(\ln p, e)$ , la courbe d'état critique est parallèle à la courbe vierge isotrope, obtenue au cours d'un essai de compression isotrope (voir figure 2.9).

### 5.2.2 Modélisation des déformations élastiques

Lorsque l'état actuel de contrainte se trouve à l'intérieur de la surface de charge, le comportement est purement élastique et la relation contrainte-déformation élastique peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad [2.86]$$

Le module de compression  $K$  est déterminé à partir d'un essai triaxial isotrope (cycle de déchargement-rechargement de la figure 2.9) ou œdométrique. Compte tenu de :

$$de = \kappa \frac{dp}{p} \quad [2.87]$$

et de la relation :

$$d\varepsilon_v^e = \frac{de}{1 + e_0} \quad [2.88]$$

il est facile de voir que :

$$K = \frac{1 + e_0}{\kappa} p \quad [2.89]$$

où  $e_0$  est l'indice des vides initial. Dans ces conditions, le module de compression élastique n'est pas constant.

Pour le choix du module de cisaillement, on trouve deux types de formulations :  $G$  peut être constant ou bien exprimé en fonction de  $K$  et  $\nu$  ; dans ce dernier cas,  $G$  dépend de la contrainte moyenne effective  $p$  :

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \left( \frac{1 + e_0}{\kappa} \right) p \quad [2.90]$$

Il faut noter que ces relations ont été établies sans tenir compte de la nullité de la dissipation intrinsèque au cours de l'évolution des déformations élastiques.

### 5.2.3 Modélisation des déformations élastoplastiques

Les modèles Cam-Clay reposent sur les hypothèses que le principe du travail maximal est vérifié et que la règle d'écoulement est associée. Sur la base des données expérimentales en compression isotrope et en compression triaxiale, deux formulations ont ainsi été proposées :

le modèle Cam-Clay original (Roscoe et al., 1963), dans lequel le critère est donné par :

$$f = q + Mp \ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = 0 \quad [2.91]$$

et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968), avec la surface de charge suivante :

$$f = q^2 + M^2(p^2 - pp_c) = 0 \quad [2.92]$$

Les surfaces de charge correspondantes sont schématisées sur les figures 2.10 et 2.11.

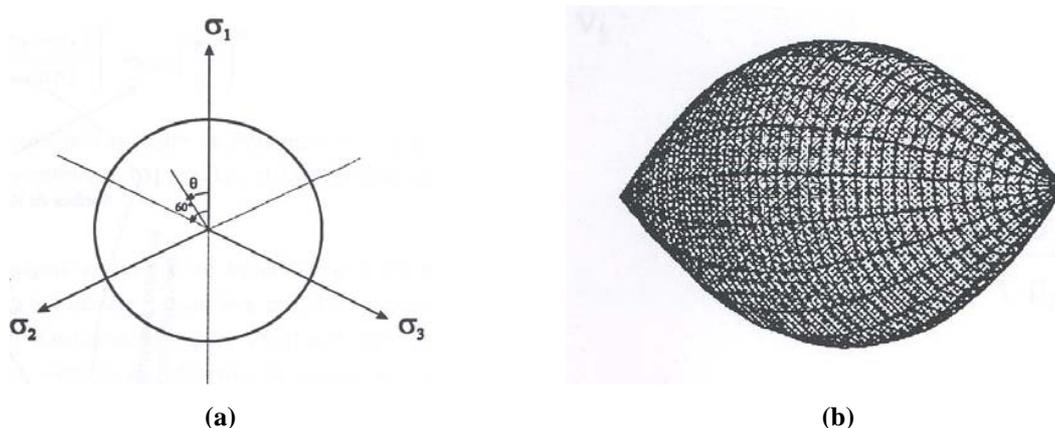


Figure 2.10 – Représentations du modèle Cam-Clay : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee, 1994)

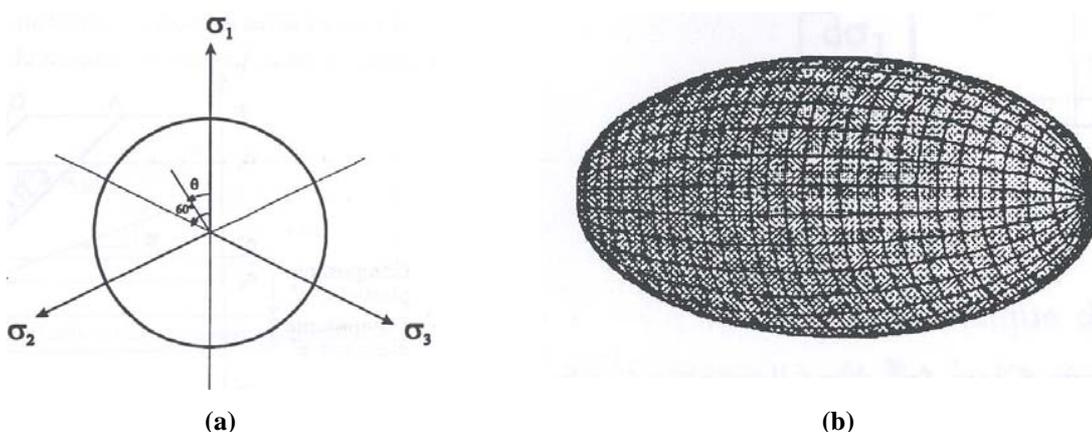


Figure 2.11 – Représentations du modèle Cam-Clay modifié : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee, 1994)

La règle d'écoulement associée ( $f = g$ ) s'écrit :

$$d\varepsilon_v^p = \lambda \frac{df}{dp} \quad [2.93]$$

$$d\varepsilon_d^p = \lambda \frac{df}{dq} \quad [2.94]$$

La condition de cohérence  $df = 0$  si  $\dot{\lambda} > 0$  permet de donner explicitement la forme de la loi d'érouissage. La loi d'érouissage pour une surface de charge initiale passant par le point  $(p_{c0}, 0)$  dans le plan  $(p, q)$  est donnée par la relation :

$$p_c = p_{c0} \exp(\alpha_p \varepsilon_v^p) \quad \text{avec} \quad \alpha_p = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \quad [2.95]$$

où  $p_c$  représente la pression de préconsolidation et  $e_0$  l'indice des vides initial ; il correspond à la pression de préconsolidation initiale  $p_{c0}$  (figure 2.12).

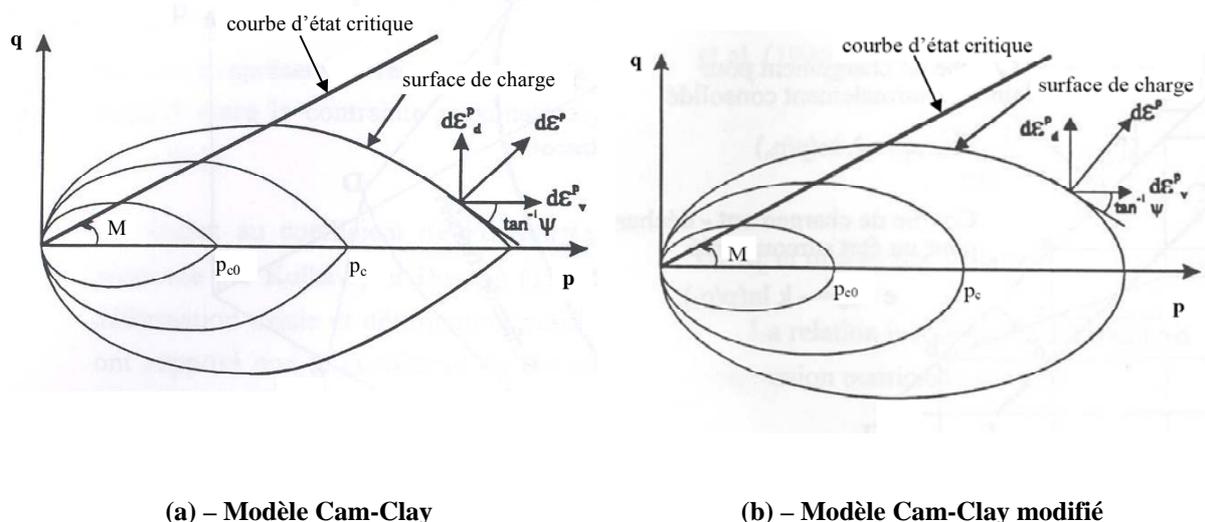


Figure 2.12 – Représentation des surfaces de charge dans le plan  $(p, q)$

Pour un essai à l'appareil triaxial, les expressions générales des incréments de déformations élastoplastiques peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} + \psi H_p & H_p \\ H_p & \frac{1}{3G} + \frac{H_p}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad [2.96]$$

avec, pour le modèle Cam-Clay :

$$H_p = \frac{1}{\alpha_p p M} \quad [2.97]$$

et pour le modèle Cam-Clay modifié :

$$H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)} \quad [2.98]$$

$H_p$  est le paramètre d'érouissage et  $\eta$  est le rapport de contrainte  $q/p$ .

Les lois de comportement Cam-Clay et Cam-Clay modifié comportent alors sept paramètres :  $e_\lambda, \lambda, \kappa, M, e_0, v$  et  $p_{c0}$ . Le paramètre  $\Gamma$  est donné par la relation  $\Gamma = e_\lambda - \lambda + \kappa$ .

### 5.3 Modèle de Nova

La loi de comportement de Nova est une loi élastoplastique avec écrouissage isotrope, inspirée des lois Cam-Clay, mais adaptée à la description du comportement des sables. Elle a été développée à partir de résultats d'essais sur éprouvettes cylindriques et formulée en fonction des invariants des contraintes  $p$  et  $q$  et des invariants de déformations plastiques  $\varepsilon_v^p$  et  $\varepsilon_d^p$ .

Un des fondements de cette loi est la relation contrainte-dilatance adoptée par Nova (1982) selon le niveau de contraintes actuel du matériau, caractérisé par le rapport de contraintes  $q/p$ . L'expression de la relation contrainte-dilatance permet de construire le potentiel plastique. La règle de normalité est appliquée pour de faibles rapports de contraintes  $q/p$ , autrement dit, dans ce cas, la surface de charge est confondue avec le potentiel plastique. Le paramètre  $M$  permet de distinguer ces faibles rapports de contraintes. Pour des rapports élevés, le potentiel plastique diffère de la surface de charge, qui est alors construite à partir de l'expression proposée par Tatsuoka et Ishihara (1974).

L'évolution de l'écrouissage est gouvernée par une combinaison linéaire des deux invariants de déformations plastiques  $\varepsilon_v^p$  et  $\varepsilon_d^p$ , contrairement aux lois Cam-Clay dont l'écrouissage est uniquement volumique. Le comportement élastique est isotrope non linéaire, du même type que l'élasticité des lois Cam-Clay.

On pourra se reporter à Nova (1982), Mestat (1993) et Arafati (1996) pour la description de la loi de Nova et à Mestat et Arafati (2000) pour la détermination des paramètres de la loi à partir d'essais triaxiaux de compression drainés.

#### 5.3.1 Comportement élastique non linéaire

La partie élastique des déformations est liée à l'état de contrainte par la relation incrémentale :

$$d\varepsilon_{ij} = L_0 d\eta_{ij} + B_0 \frac{dp}{3p} \delta_{ij} \quad \eta_{ij} = \frac{s_{ij}}{p} \quad [2.99]$$

où  $B_0$  et  $L_0$  sont deux paramètres de la loi ( $B_0$  est lié à la déformation volumique élastique et  $L_0$  est lié à la déformation déviatorique élastique).

#### 5.3.2 Potentiels plastiques

Le potentiel plastique établi par Nova (1982) est différent selon que le rapport de contrainte  $q/p$  est supérieur ou inférieur à  $M/2$ , ( $M$  est un paramètre de la loi lié à l'état caractéristique du sable et au cisaillement maximal) :

- si  $q/p < M/2$ , le potentiel plastique est donné par :

$$g = \frac{4\mu q^2}{M^2 p^2} + 1 - \frac{p_c^2}{p^2} = 0 \quad [2.100]$$

Le paramètre  $\mu$  est lié au cisaillement maximal (rupture) et  $p_c$  est le paramètre d'écrouissage de la surface de charge.

- si  $q/p > M/2$ , le potentiel plastique est exprimé par l'équation :

$$g = \eta - \frac{M}{1-\mu} \left( 1 - \mu \left( \frac{p}{p_{cg}} \right)^{\frac{1-\mu}{\mu}} \right) = 0 \quad [2.101]$$

où  $p_{cg}$  correspond à l'intersection du potentiel plastique avec l'axe des compressions isotropes et dépend de l'état de contraintes ( $p, q$ ).

### 5.3.3 Surface de charge

Dans le cas où  $q/p < M/2$ , la loi de comportement est associée et l'expression de la surface de charge est identique à celle du potentiel plastique.

Dans le cas où  $q/p > M/2$ , la règle d'écoulement n'est plus supposée associée. La surface de charge est alors exprimée à partir de l'expression de Tatsuoka et Ishihara (1974) :

$$f = \frac{q}{p} - \frac{M}{2} + m \ln \left( \sqrt{1+\mu} \frac{p}{p_c} \right) = 0 \quad [2.102]$$

le paramètre d'écroûissage  $p_c$  suit une loi d'évolution très proche de celle de l'écroûissage dans les lois Cam-Clay ; la différence provient de la prise en compte du terme déviatorique  $\varepsilon_d^p$  dans la loi de Nova :

$$p_c = p_{c0} \exp \left[ \frac{\varepsilon_v^p + D \varepsilon_d^p}{l - B_0} \right] \quad [2.103]$$

où  $p_{c0}$  désigne une pression isotrope de référence et  $m, D, l$ , sont des paramètres de la loi de comportement ( $m$  est un paramètre caché lié à l'état caractéristique et à la courbure générale des courbes  $(\varepsilon_1, q)$  et  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$  pour un essai de compression triaxiale,  $D$  est lié au cisaillement maximal et à la dilatance à la rupture, et  $l$  est lié à la déformation volumique totale).

Le modèle de Nova comprend huit paramètres mécaniques au total ( $B_0, L_0, M, \mu, m, D, l, p_{c0}$ ), dont sept sont adimensionnels. Le huitième paramètre  $p_{c0}$  dépend de l'état initial : il est égal à la pression de confinement pour un essai triaxial de compression, ou bien calculé en fonction de l'état des contraintes en place, de façon à ce que l'on soit sur la frontière du domaine élastique initial en tout point du massif étudié.

## 6 Conclusion

Ce chapitre avait pour vocation de donner un aperçu historique des principaux modèles de comportement des sols. On a présenté un certain nombre de lois de comportement en décrivant à chaque fois les mécanismes mis en jeu : élasticité linéaire, élasticité non linéaire, élastoplasticité, écroûissage, etc. Nous n'avons pas abordé la notion d'anisotropie qui, pour une analyse non linéaire, est délicate à prendre en compte tant sur le plan théorique qu'expérimental (voir par exemple Mestat, 1993).

Le modèle que nous cherchons à implanter dans CESAR-LCPC doit répondre en priorité aux deux critères suivants :

- aptitude à calculer de vraies structures,
- facilité à déterminer les paramètres avec des essais classiques de mécanique des sols.

Par ailleurs, l'implantation d'un modèle dans un code de calcul par éléments finis nécessite de le formuler sans ambiguïté en conditions tridimensionnelles. A ce titre, la présence de la contrainte principale mineure  $\sigma_3$  dans la formulation du modèle hyperbolique de Duncan, en valeur absolue, n'est valable que pour des conditions triaxiales et ne saurait être généralisée sans justification pour une sollicitation quelconque. Il est donc préférable de faire intervenir, à la place de  $\sigma_3$ , la contrainte moyenne  $p$ . Il est également préférable d'éviter que les modules élastiques puissent s'annuler, ce qui conduirait à une matrice de rigidité singulière ou le coefficient de Poisson à dépasser la valeur 0,5. Cette difficulté est souvent sous-estimée, car dans le contexte des essais triaxiaux on maîtrise l'orientation et souvent la valeur des contraintes, alors que dans un calcul de structure les contraintes se redistribuent et se réorientent de manière complexe.

Enfin, notons que les modèles Cam-Clay et de Nova existent déjà dans le code de calcul CESAR-LCPC. Le modèle de Nova en particulier a déjà été largement utilisé. Cependant, pour des raisons de temps de calcul, l'élasticité de ces modèles a été linéarisée.

Le chapitre suivant présente le choix d'un modèle particulier pour la suite de ce travail. Ce modèle n'est pas compatible avec la thermodynamique, mais il nous semblait capable de bien représenter des ouvrages réels dans des configurations variées. Il s'agit d'un modèle de type hyperbolique inspiré de celui de Hardin et Drnevich.

---

## **Chapitre 3**

### **PRÉSENTATION DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER**

---

## 1 Introduction

On présente dans ce chapitre le modèle de comportement élastoplastique avec élasticité non linéaire qui a été implanté dans CESAR-LCPC au cours de ce travail de thèse.

De nombreuses approches permettent de modéliser la non linéarité de la réponse du sol dans le domaine élastique. Hardin et Drnevich (1972) ont montré que le comportement du sable avant rupture est convenablement représenté par un modèle hyperbolique. Dans sa version la plus simple, le modèle ne contient que deux paramètres, qui sont la rigidité aux petites déformations  $G_0$  et la résistance au cisaillement  $\tau_{max}$ . Une fois ces paramètres connus, il est possible de déterminer le module de cisaillement sécant pour n'importe quel niveau de contrainte de cisaillement. On distingue généralement deux étapes permettant de définir la plupart des modèles non linéaires de type hyperbolique :

- la première consiste à établir la valeur du module de cisaillement aux petites déformations  $G_0$ ,
- la seconde consiste à déterminer la forme de la relation entre  $G_0$  et la rigidité sécante (ou tangente) pour des déformations plus élevées.

Le modèle que l'on a choisi d'implanter dans CESAR-LCPC est un modèle de type hyperbolique qui s'inscrit dans cette logique. Il s'agit d'un modèle développé en Australie par Fahey et Carter (1993). Ce modèle a retenu notre attention pour les deux raisons suivantes :

- le modèle traduit correctement le comportement réel des sols et compte un nombre relativement faible de paramètres,
- les paramètres nécessaires à ce modèle sont en principe faciles à identifier avec des essais classiques de laboratoire et en place.

Par la suite, on donne une description de l'ensemble du modèle tel qu'il a été implanté dans CESAR-LCPC. Une description détaillée du modèle est fournie par Fahey et Carter (1993). La surface de charge et la loi d'écoulement sont décrites à l'aide du critère de Mohr-Coulomb, dont la simplicité et l'efficacité ont déjà été largement reconnues.

On définit les notations qui interviennent dans la formulation du modèle hyperbolique de Fahey et Carter :

- le module de cisaillement sécant :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad [3.1]$$

- le module de cisaillement tangent :

$$G_t = \frac{d\tau}{d\gamma} \quad [3.2]$$

- le module de compression sécant :

$$K = \frac{p}{\varepsilon_v} \quad [3.3]$$

- le module de compression tangent :

$$K_t = \frac{dp}{d\varepsilon_v} \quad [3.4]$$

Dans ces expressions,  $\tau$  et  $\gamma$  désignent respectivement la contrainte de cisaillement et la déformation de cisaillement, que l'on a déjà rencontrées dans la formulation du modèle de Hardin et Drnevich.  $d\tau$  et  $d\gamma$  sont respectivement des incréments de  $\tau$  et  $\gamma$ .

## 2 Module de cisaillement « maximum » $G_0$

Le module de cisaillement aux petites déformations  $G_0$  du sable est généralement défini comme le module du sol pour une déformation de cisaillement de  $10^{-6}$ , supposé constant en-dessous de cette valeur (indépendante de la nature du sol). Il est intéressant de noter que la plupart des auteurs omettent de préciser la configuration par rapport à laquelle cette déformation est menée. En particulier, la déformation nulle  $\gamma = 0$  ne correspond pas nécessairement à un état de contraintes isotrope. Il en résulte que la terminologie du module de cisaillement maximum peut prêter à confusion. Ce point sera précisé ultérieurement. À partir de résultats expérimentaux, il a été établi que  $G_0$  dépend de la pression de confinement (à la place de la contrainte principale mineure dans l'expression de Janbu, 1963). Les différentes corrélations proposées entre  $G_0$  et la contrainte moyenne  $p$  sont présentées ci-dessous.

### 2.1 $G_0$ proportionnel à $(p)^n$

Il existe une quasi unanimité pour dire que la contrainte moyenne et l'indice des vides sont les paramètres les plus déterminants (Thépot, 2004). Le module de cisaillement maximum augmente avec la contrainte moyenne, selon une loi de puissance dont l'exposant est proche

de 0,5 pour les matériaux granulaires, lorsque l'indice des vides est maintenu constant. Les mêmes résultats ont été observés avec les argiles, testées avec le même indice des vides et le même rapport de surconsolidation (Atkinson et Sallfors, 1991).

L'origine de cette idée remonte à Hardin et Richart (1963) qui ont établi, à partir d'essais de propagation d'ondes dans des sols pulvérulents, l'expression suivante du module dynamique en fonction de l'indice des vides  $e$  et de la contrainte moyenne  $p$  :

$$\frac{G_0}{p_a} = A \frac{(b-e)^2}{1+e} \left( \frac{p}{p_a} \right)^n \quad [3.5]$$

avec  $n$  proche de 0,5,  $p_a$  représente la pression atmosphérique et  $A$  et  $b$  sont des constantes adimensionnelles.

Plusieurs auteurs ont quantifié les valeurs des constantes  $A$ ,  $b$  et  $n$ .

Ainsi, Iwasaki et al. (1978) ont évalué ces constantes en fonction du niveau de déformation :

- pour  $\gamma = 10^{-6}$  :  $A = 900$ ,  $b = 2,17$  et  $n = 0,4$  ;
- pour  $\gamma = 10^{-5}$  :  $A = 850$ ,  $b = 2,17$  et  $n = 0,44$  ;
- pour  $\gamma = 10^{-4}$  :  $A = 700$ ,  $b = 2,17$  et  $n = 0,5$ .

Hardin (1978) a évalué ces constantes, non pas en fonction du niveau de déformation, mais en fonction de la forme des grains du sable :

- pour les sables ronds :  $A = 700$ ,  $b = 2,17$  et  $n = 0,5$  ;
- pour les sables anguleux :  $A = 326$ ,  $b = 2,97$  et  $n = 0,5$ .

Hicher (1985) a simplifié la relation de Hardin et Richart (1963) pour des sables, des agrégats et des argiles avec une faible limite de liquidité ( $w_L < 50\%$ ) :

$$G_{\max} = \frac{170}{e} (p)^{0,5} \quad [3.6]$$

Pour des argiles avec une limite de liquidité  $w_L$  plus élevée, l'expression précédente est légèrement modifiée :

$$G_{\max} = \frac{280}{e} (p)^{0,5} \quad [3.7]$$

En fait, Hicher (1985) a exprimé ces relations pour le module d'Young ; les modules de cisaillement donnés dans les équation 3.6 et 3.7 ont été obtenus en supposant un coefficient de Poisson égal à 0,33.

Lo Presti (1987) a remplacé le rôle joué par l'indice des vides par l'indice de densité  $I_D$  :

$$\frac{G_0}{p_a} = 591 \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0,426} \exp(0,693 I_D) \quad [3.8]$$

On peut comparer ces différentes expressions en considérant par exemple un massif de sable de poids volumique  $18 \text{ kN/m}^3$  et d'indice des vides 0,7. On fait le calcul du module de cisaillement maximum à 5 m de profondeur, en considérant un état de contraintes géostatique. Le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  prend successivement la valeur de 0,5 puis de 1. Les valeurs des modules obtenues sont recensées dans le tableau 3.1.

**Tableau 3.1 – Valeurs indicatives du module de cisaillement maximum**

Type de formules	Iwasaki et al. (1978)			Hardin (1978)		Hicher (1985)	
	$\gamma = 10^{-6}$	$\gamma = 10^{-5}$	$\gamma = 10^{-4}$	ronds	anguleux	$w_L < 50\%$	$w_L > 50\%$
$G_0$ (MPa) pour $K_0 = 0,5$	374	316	219	219	244	59	98
$G_0$ (MPa) pour $K_0 = 1$	440	377	269	269	298	73	120

On remarque que, même si la forme de ces équations est globalement similaire, les résultats obtenus sont très différents. Cependant, il est à noter que les valeurs des constantes des différents auteurs ont été obtenues sur des matériaux différents. Par ailleurs, la formule de Iwasaki et al. (1978) pour  $\gamma = 10^{-4}$  est identique à celle de Hardin (1978) pour les sables ronds.

## 2.2 $G_0$ proportionnel à $(s)^n$

À partir de mesures de vitesse d'onde de cisaillement dans des échantillons cubiques, Roesler (1979) a montré que  $G_0$  ne dépend pas de la même façon des trois contraintes principales :

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( \frac{s}{p_a} \right)^{0,5} \quad [3.9]$$

où  $s$  est la moyenne entre  $\sigma_a$  (contrainte dans la direction de propagation d'onde) et  $\sigma_p$  (contrainte dans la direction du mouvement de la particule).  $C$  est une constante dont la forme rappelle l'équation 3.5 de Hardin et Richart (1963) :

$$C = A \frac{(b-e)^2}{1+e} \quad [3.10]$$

On constate que la troisième contrainte principale n'a aucune influence dans la relation 3.9. En fait,  $s$  représente la contrainte moyenne dans le plan des déformations. Par conséquent, on retrouve la forme des expressions de la section précédente à condition de remplacer  $s$  par  $p$ .

Yu et Richart (1984) ont complété l'expression précédente en montrant que  $G_0$  dépend aussi du rapport des contraintes :

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( \frac{s}{p_a} \right)^n (1 - 0,3 K_n^{1,5}) \quad [3.11]$$

où  $K_n$  est défini par :

$$K_n = \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_3} - 1}{\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_{\max} - 1} \quad [3.12]$$

Dans cette expression,  $(\sigma_1/\sigma_3)$  représente le rapport de contrainte et  $(\sigma_1/\sigma_3)_{\max}$  le rapport de contrainte maximum (rapport de contrainte à la rupture). Pour une valeur donnée de  $C$ ,  $G_0$  est

réduit de 30% dans les zones où  $K_n$  est maximum ( $K_n = 1$ ), c'est-à-dire où la résistance du sable est complètement mobilisée.

### 2.3 Choix de l'expression de $G_0$ pour CESAR-LCPC

L'expression de  $G_0$  donnée par l'équation 3.11 comporte la difficulté de devoir déterminer le rapport des contraintes  $K_n$ , et donc le rapport des contraintes à la rupture qui ne paraît pas simple à évaluer. Par ailleurs, dans les équations 3.9 et 3.11, on est amené à évaluer numériquement les contraintes  $\sigma_a$  et  $\sigma_p$ , qui a priori ne sont pas égales aux contraintes principales mineure et majeure. Nous avons donc préféré une formulation dans laquelle  $G_0$  est proportionnel à  $(p)^n$ . Notons également que Fahey (1992) a fait le choix suivant pour traduire l'évolution de  $G_0$  :

$$\frac{G_0}{p_a} = 900 \frac{(2,17 - e)^2}{(1 + e)} \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0,4} \quad [3.13]$$

Cette équation a été établie à partir des travaux de Iwasaki et al. (1978). Elle présente l'avantage de ne dépendre ni du niveau de déformation, ni de la forme des grains de sable.

Par ailleurs, l'indice de densité et l'indice des vides expriment la même notion (à savoir que le sol est plus ou moins compact). Cependant, leur détermination n'est pas systématique et pas évidente (surtout si l'on s'intéresse aux valeurs en place). Par ailleurs, comme le montre le tableau 3.1, les constantes A et b varient énormément d'un matériau à l'autre et nous avons alors opté pour une formulation plus générale qui englobe l'ensemble. L'expression de  $G_0$  finalement adoptée est :

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0,5} \quad [3.14]$$

On remarque qu'avec cette relation le module de cisaillement maximum peut être nul dans les zones où la contrainte moyenne est nulle. C'est par exemple le cas à la surface d'un massif de sol où l'état de contraintes initial est de type géostatique. Sur le plan numérique, un module nul est une source de difficultés (il conduit à une matrice singulière). Pour résoudre ce problème, nous avons remplacé l'expression 3.14 par celle-ci :

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( 1 + \frac{\langle p \rangle}{p_a} \right)^{0,5} \quad [3.15]$$

où  $\langle p \rangle$  est la partie positive de  $p$ . Cette relation décrit l'évolution du module de cisaillement maximum en fonction de la contrainte moyenne introduite dans CESAR-LCPC. Elle possède l'avantage d'être robuste d'un point de vue numérique.

### 3 Formulation du modèle élastoplastique

#### 3.1 Modèle hyperbolique de base

On a vu dans le chapitre précédent que la première formulation de type hyperbolique permettant de décrire la réponse contrainte-déformation des sols sans cohésion a été présentée par Kondner (1963). Ce modèle ne comprend que deux paramètres,  $G_0$  et  $\tau_{\max}$ . La contrainte de cisaillement maximum  $\tau_{\max}$  des sols pulvérulents est directement proportionnelle à la contrainte moyenne. Dans des conditions de compression triaxiale ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), Fahey (1992) exprime cette dépendance par :

$$\tau_{\max} = \left( \frac{3 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \right) p \quad [3.16]$$

Fahey (1991) a transformé la relation de Kondner pour faire apparaître le module de cisaillement :

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{\tau}{\tau_{\max}} \quad [3.17]$$

Il existe donc une relation linéaire entre le rapport  $G/G_0$  et le niveau de contrainte de cisaillement. On a également vu que Hardin et Drnevich (1972) avaient une façon différente de présenter les résultats :

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad [3.18]$$

Compte tenu de la définition de la déformation de cisaillement de référence  $\gamma_r$ , les équations 3.17 et 3.18 sont équivalentes. Cependant, beaucoup de travaux publiés après ceux de Hardin et Drnevich (1972) privilégient la relation unique 3.17 entre  $G/G_0$  et  $\tau/\tau_{\max}$ . On remarque qu'avec ce type d'expression, le module de cisaillement sécant  $G$  vaut  $G_0$  si la contrainte de cisaillement  $\tau$  est nulle. Le module de cisaillement sécant du sol dans l'état de contrainte initial ne sera donc égal à  $G_0$  que si cet état de contrainte initial est isotrope (état géostatique avec un coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  de 1).

#### 3.2 Le modèle de Fahey et Carter

En pratique, il est utile pour effectuer des calculs par éléments finis de connaître le module de cisaillement tangent  $G_t$  plutôt que le module de cisaillement sécant  $G$ . De l'équation 3.17, on déduit une relation simple qui lie directement  $G_t$  à  $G$  (Fahey et Carter, 1993) :

$$\frac{G_t}{G_0} = \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^2 = \left( \frac{G}{G_0} \right)^2 \quad [3.19]$$

La démonstration de cette relation est relativement simple :

- par dérivation de la définition du module de cisaillement sécant (équation 3.1), on obtient :

$$d\tau = G d\gamma + \gamma dG \quad [3.20]$$

- de même, en dérivant l'équation 3.17, on obtient :

$$dG = - \frac{G_0}{\tau_{\max}} d\tau \quad [3.21]$$

- par combinaison des équations 3.20 et 3.21 :

$$d\tau = G d\gamma - \frac{G_0}{\tau_{\max}} \gamma d\tau \quad [3.22]$$

- on divise ensuite l'équation 3.22 par  $d\tau$  et on obtient :

$$\frac{G}{G_t} - \frac{G_0}{G} \frac{\tau}{\tau_{\max}} = 1 \quad [3.23]$$

- l'équation 3.17 nous permet d'exprimer le rapport  $\tau/\tau_{\max}$  en fonction de  $G/G_0$ , ainsi l'équation 3.23 devient :

$$\frac{G}{G_t} = 1 + \left(1 - \frac{G}{G_0}\right) \frac{G_0}{G} = \frac{G_0}{G} \quad [3.24]$$

- d'où finalement :

$$\frac{G_t}{G_0} = \left(\frac{G}{G_0}\right)^2 \quad [3.25]$$

L'inconvénient d'utiliser un modèle hyperbolique est que la rupture se produit pour une déformation infinie, ce qui n'est pas réaliste (voir par exemple le modèle de Kondner). La surface de rupture n'est par conséquent jamais atteinte, ce qui ne permet pas d'introduire la dilatance plastique. Pour résoudre ce problème, Duncan et Chang (1970) ont proposé de caractériser la résistance au cisaillement par le quotient  $1/R_f$  supérieur à la résistance réelle du sol ( $R_f$  est compris entre 0,75 et 1,0 pour la majorité des sables), de sorte que la rupture est atteinte pour une déformation finie pour toute valeur de  $R_f$  strictement inférieure à 1. Un autre moyen de forcer la rupture à une déformation finie consiste à fixer une valeur minimale de  $G_t$  égale à un pourcentage prédéterminé de  $G_0$  (par exemple 5 ou 10 %) pour toute valeur de  $G_t$  calculée avec l'équation 3.19 inférieure à ce minimum.

Dans le modèle de Fahey et Carter (1993), la formulation 3.17 est remplacée par :

$$\frac{G}{G_0} = 1 - f \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g \quad [3.26]$$

Fahey et Carter (1993) ont ensuite transformé l'équation 3.26 pour faire apparaître le module de cisaillement tangent  $G_t$  :

$$\frac{G_t}{G_0} = \frac{\left(1 - f \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g\right)^2}{\left[1 - f(1-g) \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g\right]} \quad [3.27]$$

Cette nouvelle formulation est celle qui a été programmée dans CESAR-LCPC pour traduire la décroissance du module de cisaillement tangent avec le niveau de contrainte. Elle ne coïncide avec l'équation 3.19 que pour  $g = 1$ .

Par ailleurs, nous avons généralisé l'expression de  $\tau_{\max}$  proposée par Fahey (1992) en remplaçant l'équation 3.16 par :

$$\tau_{\max} = \frac{3(p \sin \varphi + c \cos \varphi)}{3 - \sin \varphi} \quad [3.28]$$

Enfin, nous avons défini  $\tau$  comme le demi-déviateur des contraintes  $t$  (demi-différence entre les contraintes principales extrêmes, calculées dans le code) qui est également la formulation adoptée dans le critère de Mohr-Coulomb :

$$\tau = t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad [3.29]$$

On aurait également pu définir  $\tau$  à partir de la contrainte déviatorique ou de la contrainte de cisaillement octaédrique.

### 3.3 Influence des paramètres $f$ et $g$

Les figures 3.1 à 3.5 montrent l'évolution des modules de cisaillement sécant et tangent en fonction de la contrainte de cisaillement et de la déformation de cisaillement pour différentes valeurs de  $f$  et  $g$ .

Les figures 3.1 et 3.2 représentent les expressions 3.26 et 3.27, respectivement. Lorsque  $f = g = 1$ , on retrouve la loi hyperbolique de Hardin et Drnevich (1972). Plus précisément, le paramètre  $f$  est compris entre 0 et 1 :

- $f = 0$ , comportement linéaire élastique avec  $G = G_0 = \text{constante}$ .
- $f = 1$ , comportement hyperbolique qui n'atteint jamais la rupture.

En effet, en remplaçant  $G$  par  $\tau/\gamma$  et  $G_0$  par  $\tau_{\max}/\gamma_r$  dans l'équation 3.26, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\gamma}{\gamma_r} = \frac{\frac{\tau}{\tau_{\max}}}{1 - f \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g} \quad [3.30]$$

La rupture apparaît lorsque  $\tau = \tau_{\max}$ , soit pour :

$$\frac{\gamma}{\gamma_r} = \frac{1}{1 - f} \quad [3.31]$$

Les valeurs de  $f$  inférieures à 1 permettent d'obtenir un module non nul lorsque la contrainte de cisaillement atteint la valeur maximale.

Le paramètre  $g$  agit sur la courbure de la courbe contrainte-déformation :

- $g = 0$ , comportement linéaire élastique avec  $G = (1 - f) G_0 = \text{constante}$ ,
- $g = 1$ , comportement hyperbolique,
- $g > 1$ , comportement hyperbolique avec une portion linéaire initiale accrue,

- $g < 1$ , comportement hyperbolique avec une portion linéaire initiale plus réduite.

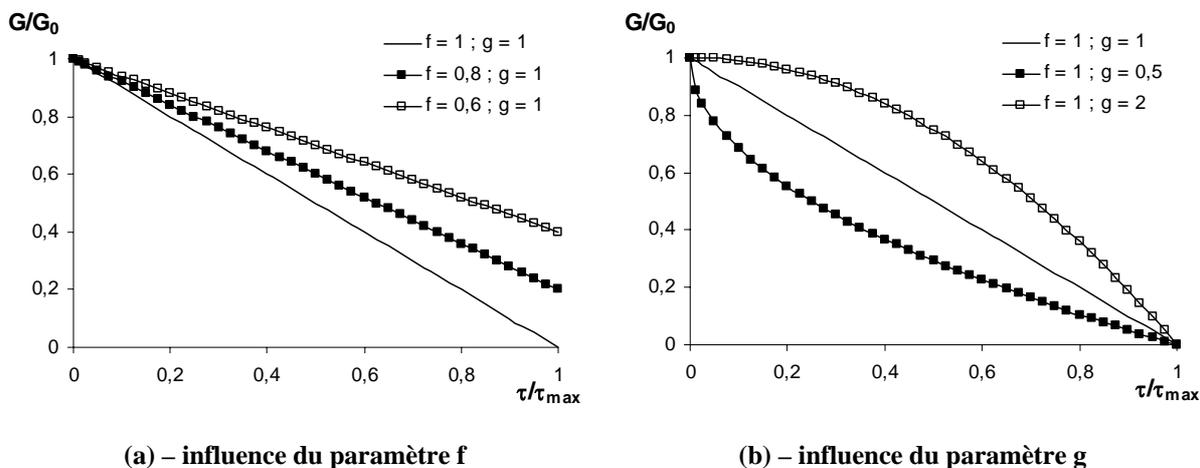


Figure 3.1 – Variation du module de cisailment sécant en fonction du taux de contrainte de cisailment

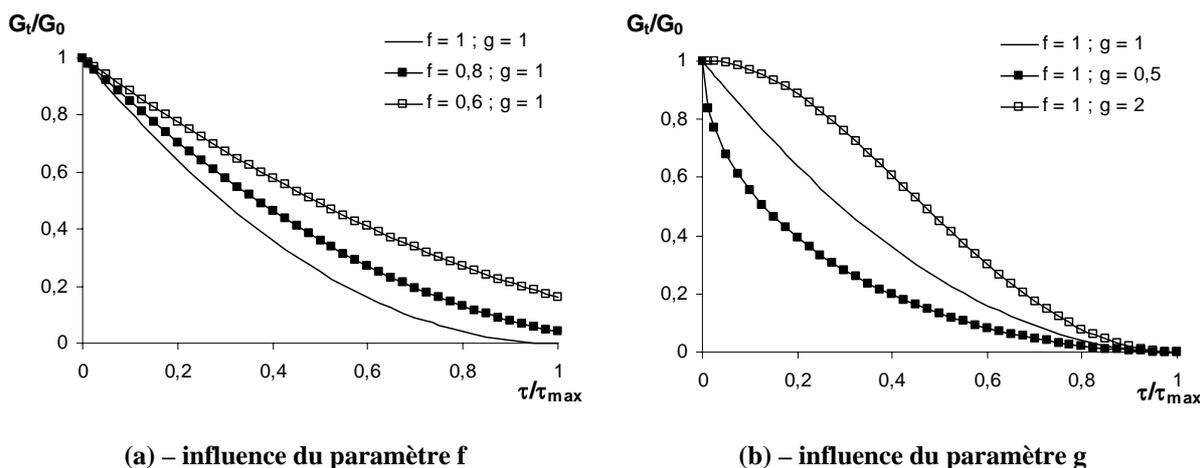


Figure 3.2 – Variation du module de cisailment tangent en fonction du taux de contrainte de cisailment

Les figures 3.3 et 3.4 représentent l'évolution des modules de cisailment sécant et tangent en fonction de la déformation de cisailment  $\gamma$ . Cette courbe est généralement appelée courbe en « S » (Thépot, 2004). La figure 3.5 montre les mêmes courbes pour quelques couples de paramètres  $f$  et  $g$ . Ici, une déformation de cisailment nulle ( $\gamma = 0$ ) correspond à une contrainte de cisailment nulle ( $\tau = 0$ ).

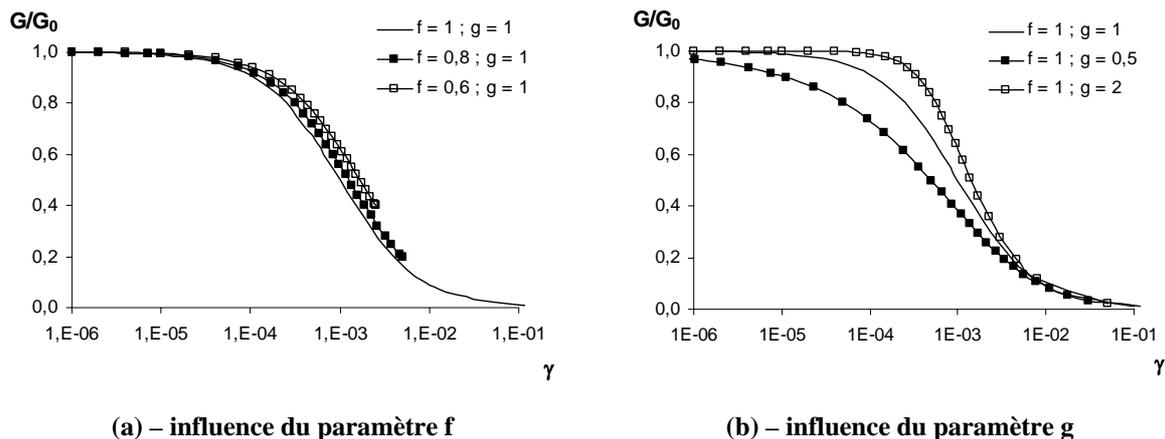


Figure 3.3 – Variation du module de cisailment sécant en fonction de la déformation de cisailment

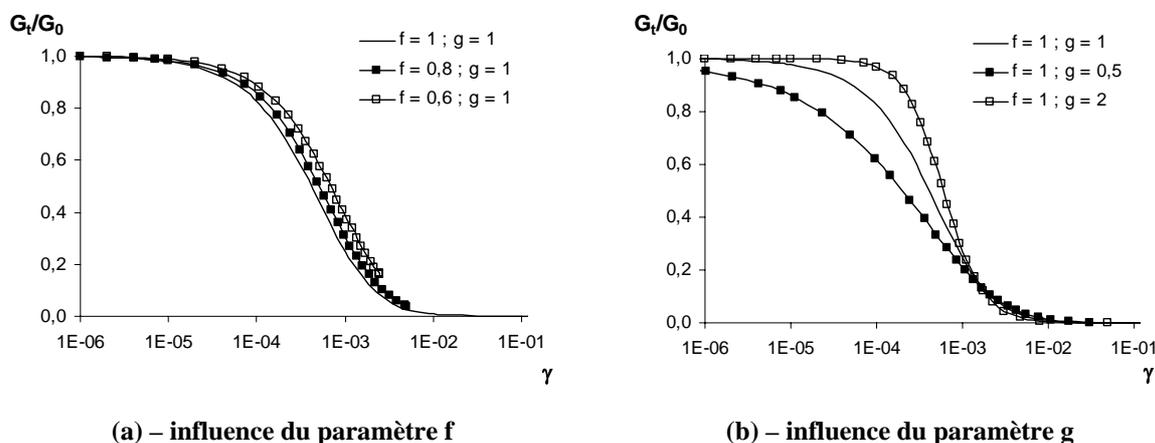


Figure 3.4 – Variation du module de cisailment tangent en fonction de la déformation de cisailment

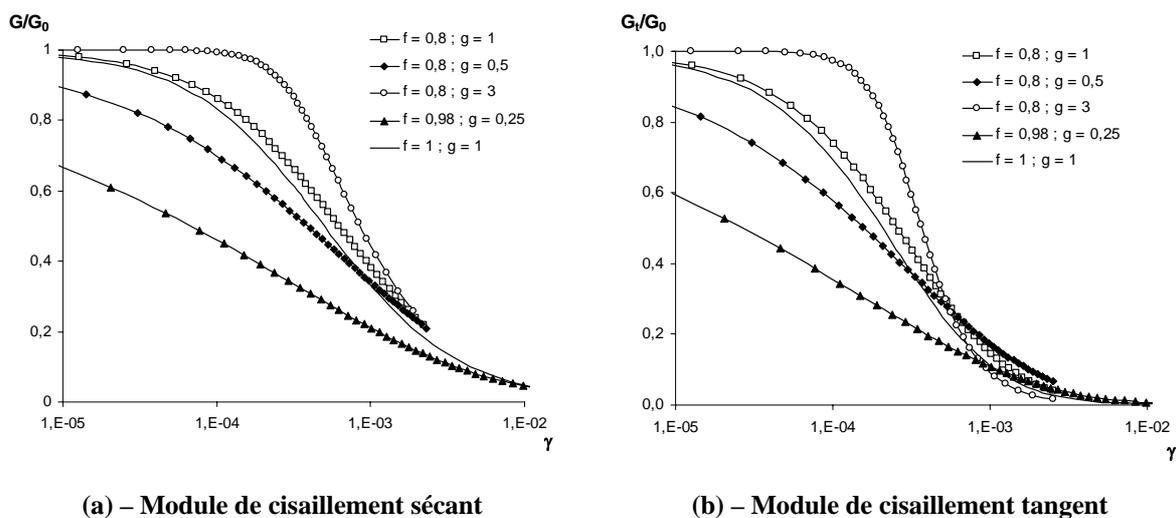


Figure 3.5 – Influence de  $f$  et  $g$ , d'après Fahey et Carter (1993)

### 3.4 Variation du coefficient de Poisson

Une fois définie l'expression du module de cisaillement tangent, il reste à préciser le module de compression tangent  $K_t$  ou le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$ , avec :

$$K_t = \frac{2(1 + \nu_t)}{3(1 - 2\nu_t)} G_t \quad [3.32]$$

Puisque  $G_t$  décroît vers zéro à mesure que la rupture approche dans le modèle non linéaire,  $K_t$  va aussi décroître vers zéro si  $\nu_t$  est constant. En conséquence, les déformations élastiques de compression calculées dans le domaine plastique seront excessives. Fahey et Carter (1993) proposent de faire varier le coefficient de Poisson tangent de sorte que le module de compression tangent reste constant, ce qui requiert :

$$\frac{2(1 + \nu_0)G_0}{3(1 - 2\nu_0)} = K_0 = K_t = \frac{2(1 + \nu_t)G_t}{3(1 - 2\nu_t)} \quad [3.33]$$

où  $\nu_0$  désigne le coefficient de Poisson initial et  $K_0$  le module de compression initial. En manipulant ces équations, on obtient :

$$\nu_t = \frac{(1 + \nu_0) - \frac{G_t}{G_0}(1 - 2\nu_0)}{2(1 + \nu_0) + \frac{G_t}{G_0}(1 - 2\nu_0)} \quad [3.34]$$

D'après les résultats d'essais dynamiques, la valeur de  $\nu_0$  est fixée à 0,1. On obtient alors un module de compression de  $0,92 G_0$ . Comme  $G_t$  décroît et tend vers zéro lorsque  $\tau$  augmente,  $\nu_t$  tend vers 0,5.

### 3.5 Description de la plasticité

Le modèle de Fahey et Carter qui vient d'être décrit a été couplé à un critère de plasticité et un potentiel plastique de Mohr-Coulomb pour la gestion des déformations plastiques (avec une loi d'écoulement non associée).

### 3.6 Récapitulation

En définitive, le modèle de Fahey et Carter est entièrement défini par l'ensemble des équations suivantes, pour ce qui est de l'élasticité : 3.15, 3.27, 3.28, 3.29 et 3.34.

Le modèle élastoplastique de Fahey et Carter fait intervenir huit paramètres : le coefficient de Poisson initial  $\nu_0$ , le coefficient  $C$ , les paramètres  $f$  et  $g$ , la pression de référence  $p_a$  (égale par défaut à la pression atmosphérique, soit  $1,01325 \cdot 10^5$  Pa) et les paramètres de résistance habituels, à savoir la cohésion  $c$ , l'angle de frottement interne  $\varphi$  et la dilatance  $\psi$ . Si l'on adopte les valeurs par défaut de  $\nu_0$  et  $p_a$ , le modèle élastoplastique de Fahey et Carter ne comporte alors que six paramètres, soit un de plus que le modèle de Mohr-Coulomb avec une élasticité linéaire isotrope.

Il est intéressant de noter que la forme des relations caractérisant le modèle élastoplastique de Fahey et Carter ne permet pas de résoudre analytiquement les équations gouvernant la déformation du sol au cours d'un essai de cisaillement à l'appareil triaxial, et à plus forte

raison au cours d'un essai de caractérisation plus complexe tel que l'essai pressiométrique. La détermination des paramètres à partir de résultats d'essais n'est donc pas simple a priori.

## 4 Modélisation d'un essai pressiométrique dans le sable

Fahey et Carter (1993) ont modélisé un essai pressiométrique dans le sable en faisant varier le paramètre  $f$  et les formes de  $G_t/G_0$  et  $v_t$ . On se propose de comparer leurs résultats à ceux obtenus avec CESAR-LCPC (l'implantation du modèle de Fahey et Carter dans le code de calcul est expliquée dans le chapitre suivant).

### 4.1 Description des calculs de Fahey et Carter

Fahey et Carter (1993) ont modélisé l'expansion d'une cavité cylindrique en conditions axisymétriques, ce qui revient à supposer que la sonde pressiométrique possède une longueur infinie, alors qu'en réalité son rapport longueur sur diamètre ( $L/D$ ) est à peine supérieur à six. Des résultats récents issus de modélisations par éléments finis en conditions axisymétriques suggèrent que le rapport  $L/D$  a un effet significatif sur l'allure de la courbe globale pression-expansion, tant dans les argiles (Yeung et Carter, 1990) que dans les sables (Yeung, 1988). Ces mêmes travaux montrent que la phase élastique de l'essai est relativement insensible aux effets de bords. Un calcul par éléments finis en conditions axisymétriques, en supposant les déformations verticales nulles, n'est par conséquent pas très bien adapté à la modélisation de l'essai dans sa totalité. Cependant, dans la mesure où l'on désire comparer nos résultats avec ceux de Fahey et Carter (1993), on adopte ici la même hypothèse.

Le maillage utilisé par Fahey et Carter (1993) est constitué de 99 éléments axisymétriques unidimensionnels à 3 nœuds (soit 199 nœuds). Les nœuds sont espacés de telle sorte que le nœud  $i+1$  soit à une distance de l'axe de symétrie de  $R_{i+1} = w R_i$ , où  $R_i$  est la position du nœud  $i$  et  $w$  une constante. La valeur de  $w$  a été fixée à 1,025, ce qui fournit un rayon total pour le maillage de  $R_0 w^{198}$ , soit  $133 R_0$ , où  $R_0$  représente le rayon de la cavité. Chaque élément du maillage comporte trois points de Gauss pour l'intégration sur un élément.

Le module aux petites déformations  $G_0$  est calculé en chaque point de Gauss pour chaque élément en utilisant la formule de Yu et Richart (1984) (équation 3.11). Pour chaque variation de pression, le module de cisaillement tangent  $G_t$  est calculé en chaque point de Gauss en utilisant l'équation 3.27. Le programme utilise un critère de rupture de Mohr-Coulomb avec une loi d'écoulement non associée.

Fahey et Carter (1993) ont généré six courbes pression-expansion d'un essai pressiométrique avec le programme CAMFE. Les paramètres choisis pour faire ces calculs sont répertoriés dans le tableau 3.2. Le coefficient de Poisson initial  $v_0$  a été pris égal à 0,1 dans tous les cas. L'état de contrainte initial est un état isotrope de 100 kPa. On obtient ainsi un  $G_0$  de 100 MPa pour un  $C$  de 1000 en utilisant l'équation 3.11, avec  $p_a = 100$  kPa et quelle que soit la valeur de  $n$ . Par ailleurs, l'état de contrainte initial étant isotrope, la valeur de  $K_n$  dans l'équation 3.11 est nulle.

Tableau 3.2 – Paramètres utilisés dans les calculs effectuées avec CAMFE

Courbes	n	f	g	C	$\varphi$ (degrés)	$\psi$ (degrés)	$v_t$	$G_t/G_0$
A	0,5	0	1	1000	45	13	éq. 3.34	Constant (linéaire élastique)
B	0,5	1	1	1000	45	13	éq. 3.34	Hyperbolique (éq. 3.19)
C	0,5	1	1	1000	45	13	constant	Hyperbolique (éq. 3.19)
D	0,5	0,85	1	1000	45	13	éq. 3.34	éq. 3.27
E	0,5	0,85	1	1000	45	13	éq. 3.34	éq. 3.27 et $\tau/\tau_{\max} = 0,5$ dans 3.26
F	0,5	0,85	1	1000	45	13	constant	éq. 3.27

## 4.2 Simulations avec CESAR-LCPC

### 4.2.1 Description du maillage

Afin de tester la programmation réalisée dans CESAR-LCPC, on a entrepris de reproduire les calculs de Fahey et Carter (1993) avec les mêmes hypothèses géométriques. Le maillage est composé de 99 éléments de massif MBQ8 et est représenté sur la figure 3.6. Chaque élément comporte quatre points d'intégration de Gauss, ce qui revient à deux points d'intégration pour le maillage unidimensionnel considéré. Le calcul est effectué en condition axisymétrique.

Fahey et Carter (1993) ne fournissent aucune indication quand au rayon initial de la cavité. Par ailleurs, ils se sont inspirés des calculs réalisés par Byrne et al. (1990), qui considèrent un rayon initial de la cavité de 0,038 m. Nous avons donc fixé  $R_0$  à cette valeur.

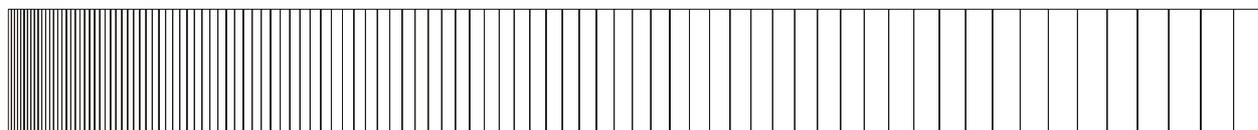


Figure 3.6 – Maillage unidimensionnel pour l'essai pressiométrique

### 4.2.2 Calculs menés par CESAR-LCPC

Nous avons effectué les calculs de Fahey et Carter (1993) correspondant aux équations que nous avons implantées dans CESAR-LCPC : nous n'avons repris que les calculs correspondant aux courbes A, B et D. L'objectif est de mettre en évidence la cohérence entre les deux codes de calculs et non l'étude de l'influence des paramètres sur l'allure de la courbe.

#### 4.2.2.1 Choix des paramètres

Les paramètres ont été choisis de façon à se rapprocher le mieux possible des simulations effectuées avec CAMFE et sont répertoriés dans le tableau 3.3. Les paramètres  $v_0$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $p_a$ ,  $\varphi$  et  $\psi$  sont identiques à ceux choisis par Fahey et Carter (1993). Notre expression de  $G_0$  (équation 3.15) diffère de celle de Fahey et Carter (1993). Par conséquent, nous avons choisi

C de telle sorte que  $G_0$  soit égal à 100 MPa, soit un C de 707. Les auteurs n'ont donné aucune indication sur la valeur de la cohésion. Considérant que le matériau étudié a un caractère pulvérulent, nous avons choisi une cohésion nulle.

**Tableau 3.3 – Paramètres utilisés dans les calculs effectués avec CESAR-LCPC**

Courbe	$v_0$	f	g	C	$p_a$ (kPa)	c (kPa)	$\phi$ (degrés)	$\psi$ (degrés)	$v_t$	$G_t/G_0$
A	0,1	0	1	707	100	0	45	13	éq. 3.34	Constant
B	0,1	1	1	707	100	0	45	13	éq. 3.34	éq. 3.27
D	0,1	0,85	1	707	100	0	45	13	éq. 3.34	éq. 3.27

#### 4.2.2.2 Tracé des courbes

Pour tracer les courbes pression-expansion résultant des simulations numériques, nous avons dans un premier temps calculé la déformation volumique de la cavité de la façon suivante :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{2 \Delta R}{R_0} \quad [3.35]$$

où  $V_0$  désigne le volume initial de la cavité,  $\Delta V$  la variation de volume de la cavité,  $R$  le rayon de la cavité et  $\Delta R$  la variation du rayon de la cavité.

Les courbes pression-expansion obtenues avec le code de calcul CESAR-LCPC sont représentées sur la figure 3.7 avec les symboles noirs. Afin de comparer les résultats avec ceux de Fahey et Carter, leurs résultats sont également présentés avec des symboles blancs.

Cette figure appelle plusieurs commentaires :

- l'ordre de grandeur des déformations obtenues avec CESAR-LCPC est respecté,
- l'allure des différentes courbes est également respectée,
- les erreurs relatives sont assez importantes (87,8 % pour la courbe A, 5,6 % pour la courbe B et 30,2 % pour la courbe D).

Dans l'ensemble, les simulations effectuées avec CESAR-LCPC sont assez éloignées de celles de Fahey et Carter (1993), notamment pour les plus petites valeurs de f. Notons que le modèle programmé dans CESAR-LCPC diffère légèrement de celui implanté dans CAMFE.

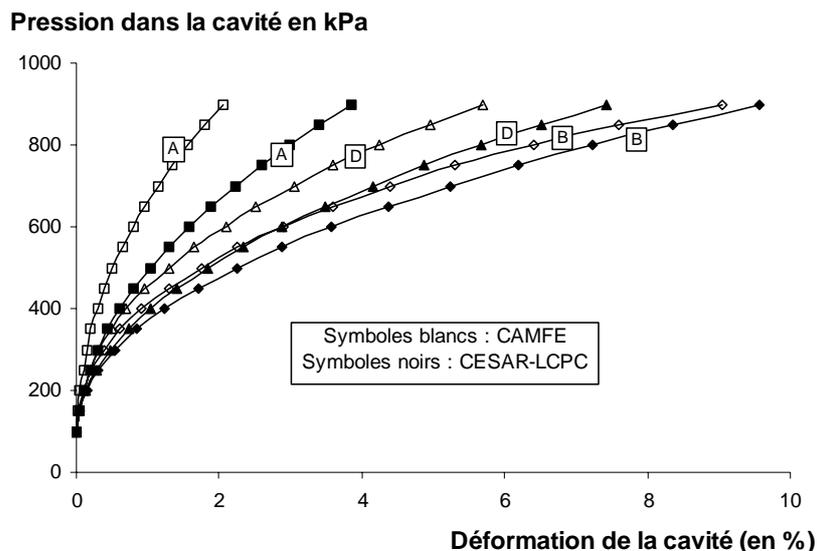


Figure 3.7 – Courbes pression-expansion générées avec les programmes CAMFE et CESAR-LCPC

Nous avons également souhaité effectuer une seconde vérification portant sur les cycles déchargement-rechargement. Pour cela, nous avons renouvelé le calcul de la courbe D ( $f = 0,85$ ) en prenant cette fois-ci une cohésion de 30 kPa afin que les courbes résultantes des simulation avec CAMFE et CESAR-LCPC soient approximativement confondues. Le résultat est présenté sur la figure 3.8 avec la même convention sur les symboles que pour la figure 3.7.

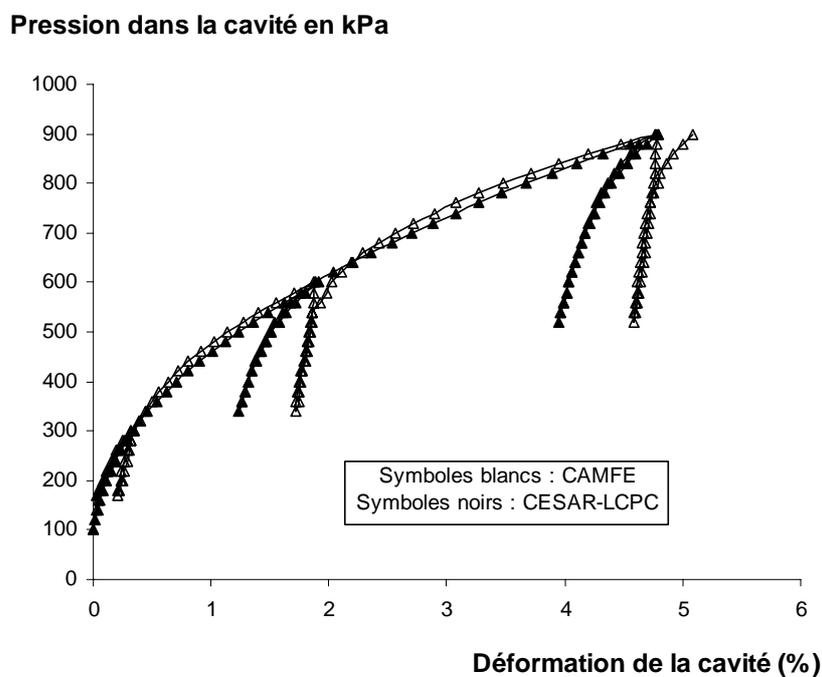


Figure 3.8 – Courbe pression-expansion avec cycles de déchargement-rechargement

On remarque que les courbes dans les cycles de déchargement-rechargement sont moins raides avec CESAR-LCPC. Cela signifie que le module en déchargement équivalent est plus faible que celui du modèle implanté dans CAMFE.

## 5 Conclusion

Nous avons décrit le modèle, que nous avons choisi d'implanter dans CESAR-LCPC pour réaliser des calculs de structures complexes, qui constitue une version simplifiée de celui proposé par Fahey et Carter en 1993. Le modèle appartient à la famille des modèles hyperboliques, qui sont de façon générale bien adaptés aux matériaux pulvérulents. Cependant, nous pensons que le modèle de Fahey et Carter est suffisamment flexible pour pouvoir être utilisé également dans des massifs cohérents.

L'évolution du modèle de Fahey et Carter par rapport aux modèles hyperboliques plus classiques réside essentiellement dans l'apparition des deux paramètres  $f$  et  $g$  et de l'utilisation du module de cisaillement tangent. Le paramètre  $f$  joue un rôle identique au paramètre  $R_f$  du modèle de Duncan. Le paramètre  $g$  est nouveau (lorsqu'il vaut 1 on retrouve la forme du modèle de Duncan). Dans le modèle de Hardin et Drnevich, le paramètre  $f$  n'est pas encore introduit. Par ailleurs, la forme du coefficient de Poisson tangent est également nouvelle. Le fait de l'exprimer à partir du rapport  $G_t/G_0$  et du coefficient de Poisson initial  $\nu_0$  permet de limiter sensiblement le nombre de paramètres. Pour la description du comportement élastique en chargement, le modèle de Duncan nécessite la détermination de deux paramètres supplémentaires si l'on suppose que  $\nu_0$  est égal à 0,1 dans le modèle de Fahey et Carter. Un autre avantage du modèle de Fahey et Carter par rapport au modèle de Duncan est que la contrainte de cisaillement maximum s'exprime en fonction de la contrainte moyenne plutôt que de la contrainte principale mineure. Cette réflexion s'applique également à l'expression du module de cisaillement maximum.

Par ailleurs, la formulation que nous avons choisie pour le module de cisaillement maximum permet d'éviter d'avoir des modules nuls, et de ce fait d'éviter des soucis d'ordre numériques. Dans le même ordre d'idées, le rôle du paramètre  $f$  (dès qu'il est inférieur à 1) est d'obtenir un module non nul lorsque la contrainte de cisaillement maximum est atteinte.

Enfin, ce modèle a déjà fait ses preuves au sein du réseau technique du Ministère de l'Équipement (voir par exemple Canépa et al., 2002), il comporte relativement peu de paramètres qui semblent pouvoir être déterminés à l'aide d'essais classiques de mécanique des sols (Canépa et al., 2002). Tel qu'il a été formulé, il se prête assez bien à l'utilisation dans un code de calcul par éléments finis : il est établi dans un cadre tridimensionnel et devrait éviter certaines difficultés numériques.

Le chapitre suivant présente les étapes de la programmation du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC.



---

## **Chapitre 4**

# **IMPLANTATION DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER DANS CESAR-LCPC**

---

## 1 Introduction

Après avoir expliqué pourquoi la prise en compte de la non linéarité des déformations élastiques est nécessaire pour obtenir une prévision réaliste des déplacements induits par la construction d'un ouvrage géotechnique, nous avons proposé une revue succincte des grandes familles de modèles de comportement disponibles dans la littérature. Le chapitre précédent présente en détail le modèle que nous avons retenu.

L'étape suivante consiste à implanter ce modèle dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, développé depuis plusieurs décennies par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Le point de vue adopté dans ce travail est celui du géotechnicien : la présentation des aspects numériques est limitée au strict minimum nécessaire à la compréhension du travail réalisé et la méthode de résolution adoptée est la plus simple possible.

La première partie du chapitre présente un aperçu rapide des méthodes les plus répandues pour la résolution des problèmes de mécanique non linéaire, et plus particulièrement des algorithmes utilisés dans le module MCNL de CESAR-LCPC, qui est destiné à la résolution des problèmes élastiques et élastoplastiques. On présente ensuite la méthode retenue pour résoudre les problèmes faisant intervenir le modèle de Fahey et Carter.

Enfin, on présente les modifications qui ont été apportées au code de CESAR-LCPC et les vérifications qui ont été effectuées pour s'assurer de son bon fonctionnement.

## 2 Généralités sur la méthode des éléments finis en mécanique

On rappelle très rapidement les principes de la méthode des éléments finis, appliquée à la résolution des problèmes de mécanique, pour des lois de comportement élastiques ou élastoplastiques dans lesquelles le temps ne joue pas de rôle explicite. Cette présentation est volontairement limitée aux grandes lignes de la méthode et masque les détails de la technique mise en œuvre en pratique dans les codes de calcul, que l'on pourra trouver dans l'ouvrage classique de Dhatt et Touzot (1984) par exemple. On s'attache principalement à présenter les algorithmes de résolution, en s'inspirant des travaux de Mestat (1988, 1993) et en faisant également de nombreux emprunts à la synthèse due à Sudret (1999), sur la base de Crisfield (1991), Hinton et Owen (1980), Simo et Taylor (1985), Simo et Hugues (1998).

### 2.1 Cas d'un comportement élastique linéaire

On considère un solide occupant un domaine  $\Omega$ , de frontière  $\partial\Omega$ , et dont le comportement est élastique linéaire :

$$\sigma - \sigma_0 = C : \varepsilon \quad [4.1]$$

où  $\sigma^0$  désigne le champ de contraintes dans la configuration choisie comme référence pour le calcul des déplacements,  $\sigma$  l'état de contraintes actuel,  $C$  le tenseur des modules d'élasticité et  $\varepsilon$  le tenseur de déformation linéarisé associé au champ de déplacement  $\xi$  :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\text{grad}\xi + {}^t\text{grad}\xi) \quad [4.2]$$

Notant  $\rho$  la masse volumique du solide et  $F$  la densité massique de force appliquée entre les configurations initiale et actuelle, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$\text{div}(\sigma - \sigma_0) + \rho F = 0 \quad [4.3]$$

Pour chaque direction  $i = 1, 2, 3$  de l'espace, les conditions aux limites prescrivent, sur une partie de la frontière notée  $S_{T_i}$ , la composante correspondante du vecteur contrainte, et sur la partie complémentaire de la frontière, notée  $S_{\xi_i}$ , la composante correspondante du déplacement :

$$\text{sur } S_{T_i} \quad T_i = (\sigma \cdot n) \cdot e_i = T_i^d \quad [4.4]$$

$$\text{sur } S_{\xi_i} \quad \xi_i = \xi_i^d \quad [4.5]$$

avec  $S_{T_i} \cup S_{\xi_i} = \partial\Omega$  et  $S_{T_i} \cap S_{\xi_i} = \emptyset$ .

On dualise le problème en écrivant que, pour tout champ de déplacement virtuel  $\hat{u}$  vérifiant  $\hat{u}_i = 0$  sur  $S_{\xi_i}$ , on a :

$$\int_{\Omega} (\text{div}(\sigma - \sigma_0) + \rho F) \hat{u} \, d\Omega = 0 \quad [4.6]$$

qui conduit, moyennant une intégration par parties et en tenant compte des conditions aux limites sur  $\hat{u}$  et  $\sigma \cdot n$ , au théorème des travaux virtuels :

$$\int_{\Omega} (\sigma - \sigma_0) : \hat{\varepsilon} \, d\Omega = \int_{\Omega} \rho F \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{S_{T_i}} T_i^d \hat{u}_i \, dS \quad [4.7]$$

En utilisant la loi de comportement, on obtient :

$$\forall \hat{u} \quad \int_{\Omega} \varepsilon : C : \hat{\varepsilon} \, d\Omega = \int_{\Omega} \rho F \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{S_{T_i}} T_i^d \hat{u}_i \, dS \quad [4.8]$$

On pose :

$$A(\xi, \hat{u}) = \int_{\Omega} \varepsilon : C : \hat{\varepsilon} \, d\Omega \quad [4.9]$$

$$L(\hat{u}) = \int_{\Omega} \rho F \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{S_{T_i}} T_i^d \hat{u}_i \, dS \quad [4.10]$$

Il est facile de voir que  $A$  est une forme bilinéaire symétrique définie positive si  $C$  possède les propriétés habituelles des tenseurs d'élasticité et que le membre de droite est linéaire vis-à-vis de  $\hat{u}$ .

L'étape suivante consiste à passer de la recherche d'un champ de déplacement inconnu  $\xi$  à celle d'un nombre fini de nombres réels, qui sont les valeurs du déplacement en un certain nombre de points particuliers du domaine  $\Omega$  appelés "nœuds" : ces valeurs nodales du déplacement constituent les inconnues principales du problème. La démarche consiste à discrétiser le domaine étudié en le divisant en sous-domaines appelés éléments, chaque élément étant associé à un certain nombre de nœuds. Sur chaque élément, on définit un procédé d'interpolation permettant de calculer le déplacement en tout point de l'élément comme une combinaison linéaire des déplacements des nœuds de l'élément :

$$\xi = \sum_{\alpha=1}^{n_e} N_{\alpha}(\underline{x}) \xi_{\alpha} \quad [4.11]$$

où  $n_e$  désigne le nombre de nœuds de l'élément considéré,  $N_{\alpha}(\underline{x})$  les fonctions d'interpolation qui décrivent les variations du déplacement à l'intérieur de l'élément et  $\xi_{\alpha}$  les déplacements des nœuds de l'élément (les valeurs des fonctions  $N_{\alpha}(\underline{x})$  sont donc les poids des différents nœuds dans la combinaison linéaire qui permet de calculer le déplacement en un point quelconque  $\underline{x}$  de l'élément). Il est intéressant de noter que le caractère linéaire de l'interpolation vis-à-vis des valeurs nodales est fondamental pour la suite du raisonnement et que les fonctions d'interpolation doivent être choisies de telle sorte que l'interpolation du déplacement soit continue sur la frontière commune à deux éléments voisins.

On notera aussi que les variations spatiales du déplacement sont liées à celles des fonctions d'interpolation, les valeurs nodales étant indépendantes du point de l'élément où l'on se place. Il en résulte en particulier que, pour un champ de déplacement défini par le procédé d'interpolation (équation 4.11), les composantes du tenseur de déformation sont elles-mêmes des combinaisons linéaires des valeurs nodales du déplacement.

On peut alors calculer les intégrales  $A(\xi, \hat{u})$  et  $L(\hat{u})$  en faisant la somme des contributions de tous les éléments. On note  $U$  le vecteur constitué par les valeurs nodales de  $\xi$  et  $\hat{U}$  le vecteur des valeurs nodales de  $\hat{u}$ . En raison de la bilinéarité de  $A$ , de la linéarité de  $L$ , on se ramène au problème qui consiste à trouver le vecteur  $U$  tel que :

$$\forall \hat{U} \quad {}^tU K \hat{U} = F \hat{U} \quad [4.12]$$

où  $K$  est la matrice de rigidité et  $F$  le vecteur des forces nodales. Les composantes de  $K$  dépendent des propriétés élastiques du matériau et des produits des dérivées des fonctions d'interpolation. L'opération consistant à calculer  $K$  par addition des contributions des différents éléments est appelée "assemblage" de la matrice de rigidité.

Le problème posé se ramène donc finalement au problème algébrique suivant :

$$K U = F \quad [4.13]$$

Après la prise en compte des conditions aux limites en déplacement, on obtient un problème matriciel de même forme, mais d'une dimension différente, pour lequel la matrice de rigidité est régulière. La résolution du problème se ramène donc à une seule inversion d'une matrice carrée et donne une approximation de la solution, dont la précision dépend du problème posé et de la discrétisation employée.

La section suivante donne un aperçu des méthodes mises en œuvre pour traiter des problèmes dans lesquels interviennent des non linéarités liées au comportement des matériaux étudiés.

## 2.2 Comportement élastique linéaire-parfaitement plastique

### 2.2.1 Position du problème

Pour un matériau dont le comportement est représenté par une loi élastique linéaire-parfaitement plastique, la déformation totale se décompose en la somme de deux contributions :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad [4.14]$$

où  $\varepsilon^e$  est la partie élastique de la déformation (réversible si l'on décharge le matériau) et  $\varepsilon^p$  la partie irréversible. La déformation élastique est liée aux variations de contraintes par la relation linéaire :

$$\sigma - \sigma^0 = C : \varepsilon^e \quad [4.15]$$

où le tenseur des modules d'élasticité  $C$  est supposé constant. L'évolution des déformations plastiques dépend de la valeur d'une fonction scalaire du tenseur des contraintes, appelée fonction de charge ou critère de plasticité et notée  $f(\sigma)$ . Si  $f(\sigma) < 0$ , les déformations plastiques n'évoluent pas et si  $f(\sigma) = 0$ , leur évolution est décrite par la loi d'écoulement :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad [4.16]$$

où  $\dot{\lambda}$  est un scalaire appelé multiplicateur plastique. Dans le cas d'une loi non associée, la loi d'écoulement s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad [4.17]$$

où  $g(\sigma)$  est une fonction scalaire du tenseur des contraintes distincte du critère de plasticité et appelée potentiel de plasticité. Elle est introduite pour décrire les évolutions du tenseur des déformations plastiques.

On complète la formulation du problème par la condition de cohérence, qui s'écrit :

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad f(\sigma) \leq 0, \quad \dot{\lambda} f(\sigma) = 0 \quad [4.18]$$

Pour simplifier, on se limite ici aux lois de comportement élastiques-parfaitement plastiques, mais on pourrait sans difficulté étendre la présentation aux lois de comportement avec écrouissage.

Reprenons rapidement la dualisation du problème : en portant les relations 4.14 et 4.15 dans l'équation d'équilibre dualisée 4.6, on obtient à la place de la relation 4.7 :

$$\forall \hat{u} \quad \int_{\Omega} (\varepsilon - \varepsilon^p) : C : \hat{\varepsilon} \, d\Omega = \int_{\Omega} \rho F \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{S_{T_i}} T_i^d \hat{u}_i \, dS \quad [4.19]$$

qui peut s'écrire :

$$\forall \hat{u} \quad A(\xi, \hat{u}) = L(\hat{u}) + L_p(\varepsilon^p, \hat{u}) \quad [4.20]$$

où l'on a posé :

$$L_p(\varepsilon^p, \hat{u}) = \int_{\Omega} \varepsilon^p : C : \hat{\varepsilon} \, d\Omega \quad [4.21]$$

On se ramène donc à un problème voisin du précédent, avec la même forme bilinéaire symétrique dans le membre de gauche, et dans le membre de droite un terme supplémentaire, linéaire vis-à-vis de  $\hat{u}$  mais dépendant des déformations plastiques, qui font partie des inconnues du problème. Le terme de droite dépend donc, par l'intermédiaire de la condition de cohérence, des variations de contraintes, elles-mêmes fonction des déformations élastiques, ce qui rend le problème non linéaire. En appelant  $F_p$  le vecteur des "forces plastiques" tel que  $L_p(\varepsilon^p, \hat{u}) = F_p \hat{U}$ , on se ramène à la résolution du problème suivant :

$$K U = F + F_p \quad [4.22]$$

où  $K$  et  $F$  se calculent en fonction des données du problème, mais où  $F_p$  dépend des déformations plastiques, qui sont des inconnues.

On choisit en général, pour éviter de multiplier le nombre d'inconnues principales du problème et la taille de la matrice à inverser, de considérer les déformations plastiques comme des inconnues secondaires que l'on estime de manière itérative. On note donc  $(U)_n$  et  $(\varepsilon^p)_n$  la suite des estimations des champs de déplacement et de déformations plastiques respectivement. La discussion qui suit présente les différentes méthodes permettant de calculer les estimations successives de  $U$  et  $\varepsilon^p$ .

### 2.2.2 Méthode des contraintes initiales

L'idée la plus simple que l'on peut avoir consiste à utiliser l'algorithme suivant :

- 1- Initialisation à zéro des déformations plastiques  $(\varepsilon^p)_0 = 0$

début de la n-ème itération

- 2- Résolution du système :  $K U_n = F + F_p[(\varepsilon^p)_{n-1}]$

- 3- Calcul des contraintes  $\sigma_n^*$  associées à  $(U)_n, (\varepsilon^p)_{n-1}$

- 4- Calcul du critère de plasticité  $f(\sigma_n^*)$

- 5- Si  $f(\sigma_n^*) > 0$ , on calcule un état de contraintes  $\sigma_n$  corrigé vérifiant  $f(\sigma_n) = 0$  et une nouvelle estimation des déformations plastiques  $(\varepsilon^p)_n$  telle que (localement)

$$C : (\varepsilon^p)_n = \sigma_n^* - \sigma_n$$

- 6- Test de la convergence : si l'on obtient pour deux itérations successives des valeurs de  $(U, \varepsilon^p)$  suffisamment proches et si la norme du "résidu"  $\Psi = K U_n - F - F_p[(\varepsilon^p)_n]$  est suffisamment faible, on s'arrête ; sinon, on revient à l'étape 2.

Cette présentation très succincte de la résolution appelle différents commentaires :

- en pratique, on programme souvent un algorithme légèrement différent, l'où on ne calcule pas une nouvelle estimation des déformations plastiques à chaque itération, mais un incrément de déplacement et un incrément de déformation plastique  $\delta\varepsilon^p$ , qui sont cumulés d'une itération à l'autre. Cet algorithme est généralement plus efficace du point de vue du nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la convergence, mais d'un point de vue théorique, il peut conduire à des déformations plastiques exagérées pour certains problèmes ;
- le problème du calcul de l'état de contraintes  $\sigma_n$  compatible avec le critère de plasticité à partir de la donnée de  $\sigma_n^*$  est complexe, dans la mesure où la loi d'écoulement stipule que le taux de déformation plastique doit être proportionnel au gradient du potentiel plastique  $\partial g/\partial\sigma$ , calculé pour le tenseur de contraintes résultant du chargement, qui est inconnu. Pour certains critères particuliers, comme le critère de Drucker Prager, on peut calculer analytiquement  $\sigma_n$ . Pour des critères plus complexes, on fait en général l'hypothèse que  $\partial g/\partial\sigma$  peut être calculé en  $\sigma_n^*$  sans nuire à la qualité du résultat ;
- de manière générale, il est intéressant de noter que la détermination de la solution du problème non linéaire repose sur un processus itératif dans lequel on résout plusieurs problèmes linéaires successivement.

### 2.2.3 Méthode de Newton-Raphson

La méthode de résolution exposée ci-dessus porte le nom de méthode des contraintes initiales : elle correspond à un processus où la matrice  $K$  que l'on inverse est la même à toutes les itérations. La méthode de Newton-Raphson vise à diminuer le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la solution, en utilisant une matrice différente d'une itération à l'autre.

On note à nouveau  $\Psi = K U - F - F_p(\varepsilon^p)$  le résidu, c'est-à-dire le vecteur que l'on cherche à annuler et que l'on considère comme une fonction de  $U$ , bien que son calcul explicite en fonction de  $U$  ne soit pas possible en général, en raison du fait qu'il dépend de  $\varepsilon^p$  (on verra plus loin que l'on peut dans certains cas éliminer les déformations plastiques). En notant  $\Psi_n = K U_n - F - F_p[(\varepsilon^p)_n]$  le résidu obtenu à l'itération  $n$ , il est facile de voir que l'on a :

$$K (U_{n+1} - U_n) = - \Psi_n \quad [4.23]$$

et l'on peut représenter schématiquement les approximations successives du déplacement au cours processus itératif de la manière suivante (figure 4.1) :

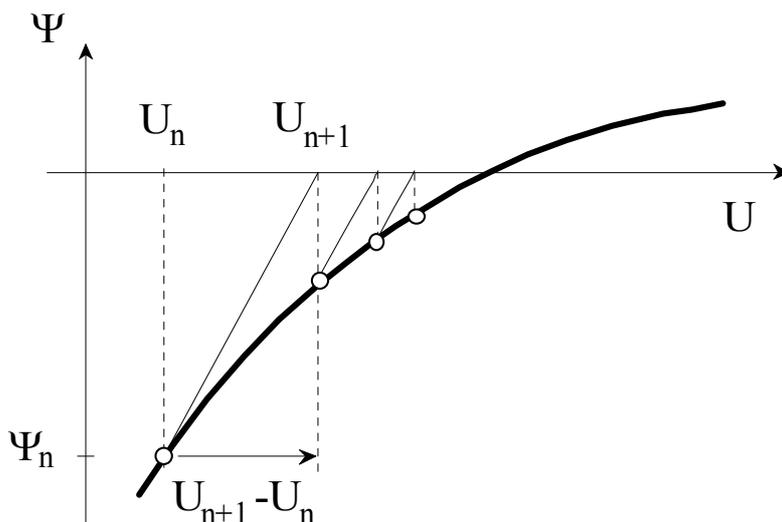


Figure 4.1 – Schéma de la méthode des contraintes initiales

Il est alors naturel de chercher à obtenir une convergence pour un nombre d'itérations plus faible en inversant une matrice différente d'une itération à l'autre, suivant la méthode de résolution de Newton-Raphson. L'idée de la méthode consiste à effectuer, à chaque itération, un développement limité du résidu autour de  $U_n$  sous la forme :

$$\Psi(U) \approx \Psi_n + \frac{\partial \Psi}{\partial U} (U - U_n) \quad [4.24]$$

L'estimation suivante du déplacement est alors obtenue en résolvant, à la place de l'équation 4.23, l'équation suivante :

$$K_t (U_{n+1} - U_n) = -\Psi_n \quad [4.25]$$

où la matrice "tangente"  $K_t$  coïncide avec  $\partial \Psi / \partial U$ . Le processus de résolution est alors illustré par la figure 4.2 :

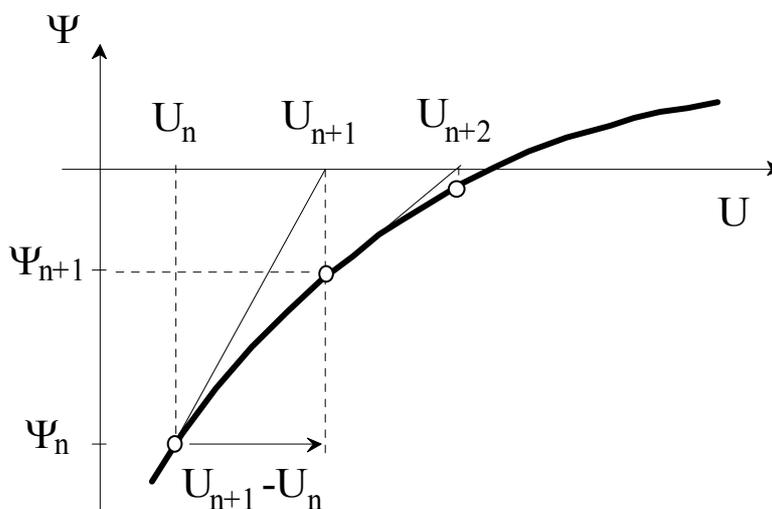


Figure 4.2 – Schéma de la méthode de Newton-Raphson

Il est facile de voir à partir de la définition de  $\Psi$  que, lorsqu'on reste dans le domaine élastique, la matrice tangente  $K_t$  coïncide avec la matrice de rigidité initiale, mais dans le cas élastique, on obtient la solution en une seule inversion de la matrice de rigidité. En revanche, on ne connaît pas a priori l'expression de  $\Psi(U)$  dans le cas général.

Certains auteurs, notamment Hinton et Owen (1980), proposent de calculer la matrice  $K_t$  à partir du tenseur des modules élastoplastiques tangents, tiré des équations de comportement écrites en taux de variation (pour une loi d'écoulement associée) :

$$\dot{\sigma} = C : \left( \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p \right) \quad [4.26]$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad [4.27]$$

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} = 0 \quad [4.28]$$

En reportant les équations 4.26 et 4.27 dans l'équation 4.28, on obtient la valeur du multiplicateur plastique et on montre aisément que :

$$\dot{\sigma} = C_{ep} : \dot{\varepsilon} \quad [4.29]$$

où le tenseur des modules tangent est donné par :

$$C_{ep} = C - \frac{\left( C : \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \otimes \left( C : \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} : C : \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)} \quad [4.30]$$

Simo et Taylor (1985) ont montré que, dans la mesure où la résolution des problèmes élastoplastiques se fait en utilisant un incrément de taille finie, on peut proposer une matrice tangente consistante (avec l'algorithme), dont l'expression est un peu plus complexe et fait intervenir les dérivées secondes de la fonction de charge. Ils estiment que l'utilisation de la rigidité tangente consistante au lieu du tenseur  $C_{ep}$  peut procurer un gain significatif en termes de rapidité de convergence.

Cette remarque appelle deux commentaires : d'une part, on peut diminuer le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir la convergence en inversant une matrice actualisée différente à chaque itération, dans l'esprit de la méthode de Newton-Raphson ; mais d'autre part, il y a plusieurs choix possibles pour cette matrice et il peut être légitime de ne pas employer la matrice  $\partial\Psi/\partial U$  s'il est plus efficace du point de vue numérique d'utiliser une matrice actualisée plus simple à calculer. Il faut en effet rappeler que la méthode consistant à recalculer une matrice tangente  $K_t$  implique, dans le cadre d'une résolution par éléments finis, de réassembler une matrice de rigidité, ce qui a une influence significative sur le temps de calcul total.

## 2.2.4 Méthodes d'actualisation

La méthode de Newton-Raphson nécessite de recalculer une matrice de rigidité tangente à chaque itération. L'idée des méthodes d'actualisation consiste à remplacer le calcul de  $\partial\Psi/\partial U$

par une approximation simple et rapide à calculer. Selon Mestat (1993), l'une des trois méthodes d'actualisation les plus couramment employées est la méthode de Davidon-Fletcher-Powell. Sans entrer dans le détail de la démonstration mathématique sur laquelle elle repose, il est intéressant de noter qu'elle peut être mise en œuvre sans calculer effectivement la matrice actualisée, moyennant le stockage de trois vecteurs supplémentaires et l'inversion à chaque itération de la matrice de rigidité initiale  $K$  (Cette simplification est due à Crisfield, 1983). La méthode D-F-P modifiée fait preuve d'une grande efficacité numérique, puisqu'elle évite de réassembler une matrice de rigidité à chaque itération. Elle est cependant, en principe, limitée aux lois d'écoulement associées.

On termine ici cette présentation succincte des méthodes de résolution des problèmes non linéaires par des procédés itératifs : elle se limite aux méthodes des contraintes initiales, de la rigidité tangente et D-F-P modifiée, qui sont les trois méthodes principales de résolution disponibles dans le module MCNL de CESAR-LCPC, pour les lois de comportement combinant une élasticité linéaire et une loi d'écoulement associée ou non. On discute dans la section suivante l'application de ces méthodes aux problèmes d'élasticité non linéaire.

## 2.3 Comportement élastique non linéaire

### 2.3.1 Cas d'un matériau élastique ou hyperélastique

Pour un matériau dont le comportement est représenté par une loi élastique non linéaire-parfaitement plastique, il y a encore une décomposition additive de la déformation ; en revanche, la relation entre le tenseur de déformation et les variations de contraintes n'est plus linéaire.

Sans chercher à être exhaustif, on discute d'abord le cas où l'on dispose d'une relation explicite et inversible entre les contraintes et les déformations, de la forme :

$$\sigma - \sigma_0 = \Sigma(\varepsilon) \quad [4.31]$$

La dualisation de l'équation d'équilibre conduit à :

$$\forall \hat{u} \quad \int_{\Omega} [\sigma_0 + \Sigma(\varepsilon)] : \hat{\varepsilon} \, d\Omega = \int_{\Omega} \rho F \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{S_T} T_i^d \hat{u} \, dS \quad [4.32]$$

qui peut s'écrire :

$$\forall \hat{u} \quad B(\xi, \hat{u}) = L(\hat{u}) + L_0(\hat{u}) \quad [4.33]$$

où l'on a posé :

$$B(\xi, \hat{u}) = \int_{\Omega} \Sigma(\varepsilon) : \hat{\varepsilon} \, d\Omega \quad [4.34]$$

$$L_0(\hat{u}) = \int_{\Omega} \sigma^0 : \hat{\varepsilon} \, d\Omega \quad [4.35]$$

La différence avec les cas précédents réside dans le fait que  $B(\xi, \hat{u})$  est linéaire vis-à-vis de  $\hat{u}$  mais ne l'est plus vis-à-vis de  $\xi$ . Après discrétisation, on se ramène donc à un problème du type :

$$R(U) = F \quad [4.36]$$

qui ne fait pas intervenir d'inconnue autre que le déplacement (il n'y a pas de déformation plastique), mais pour lequel le membre de gauche ne dépend pas linéairement de  $U$ . Pour ce type de problème, il est manifestement possible de déployer les trois méthodes de résolution présentées dans la section précédente, d'autant plus facilement que l'on peut calculer explicitement le résidu  $\Psi = R(U) - U$  dans le cas d'un matériau élastique ou hyperélastique.

### **2.3.2 Cas d'un matériau hypoélastique**

Si l'on a une expression explicite donnant les contraintes en fonction des déformations, le résidu peut être calculé sans difficulté, ce qui permet de mettre en œuvre simplement une large gamme de méthodes de résolution. La difficulté avec les modèles hypoélastiques, comme par exemple celui proposé par Fahey et Carter (1993), est que l'on ne dispose pas d'une telle expression, mais seulement de l'expression des modules tangents. Il faut donc intégrer localement la relation non linéaire qui les lie pour calculer le résidu. Ce calcul est nécessairement plus ou moins imprécis, selon la taille de l'incrément de déplacement et le caractère plus ou moins marqué de la non linéarité. Il conduit à des temps de calcul plus longs qu'un calcul direct. Par ailleurs, il n'existe aucun moyen de s'assurer de la précision du calcul, en dehors de la méthode consistant à faire plusieurs calculs en appliquant le chargement en incréments plus ou moins grands et à comparer les résultats.

## **2.4 Comportement élastique non linéaire-parfaitement plastique**

Cette section présente rapidement le choix de la méthode de résolution mise en œuvre pour l'implantation du modèle de Fahey et Carter dans le module MCNL de CESAR-LCPC. Sur le plan théorique, la résolution itérative d'un problème combinant les deux types de non linéarité liés à une élasticité non linéaire et à l'apparition de déformations plastiques relève du même type d'approche que celle des problèmes étudiés précédemment. On pourrait donc proposer une approche de type "rigidité tangente", en utilisant la matrice donnée par la formule 4.30, où le tenseur des modules d'élasticité est maintenant variable d'une itération à l'autre. En pratique, on n'est pas parvenu à faire fonctionner de manière satisfaisante cette méthode pour le modèle de Fahey et Carter. Pour des raisons de temps, on n'a pas cherché à approfondir les raisons pour lesquelles cette méthode ne fonctionne pas : il est probable que la programmation du calcul du résidu ne soit pas correcte. Ce point pourra être repris dans une étape ultérieure.

On a choisi une solution plus simple, qui consiste à négliger la variation des modules élastiques pour un incrément de chargement donné et à utiliser la méthode des contraintes initiales. Autrement dit, pour un incrément donné, on néglige la contribution au résidu des variations de modules. La variation des modules avec l'état de contraintes est prise en compte en actualisant les modules entre deux incréments. Cette solution présente l'avantage d'être simple et rapide à mettre en œuvre, mais la précision du résultat ne peut donc être satisfaisante que si l'on utilise des incréments de charge suffisamment petits pour que l'approximation faite reste raisonnable. Enfin, on peut signaler que la méthode D-F-P modifiée fonctionne également sans modification particulière du code.

### 3 Implantation du modèle de Fahey et Carter

D'autres considérations que celles qui précèdent entrent en ligne de compte pour l'implantation d'un modèle dans CESAR-LCPC. En premier lieu, les modifications apportées au code ne doivent pas modifier les résultats obtenus pour tous les calculs qui ne font pas intervenir ce modèle ; d'autre part, il doit, autant que possible, utiliser les structures de données existantes et entrer dans le cadre du ou des algorithmes prévus par le module de calcul utilisé (MCNL pour les calculs élastoplastiques). Le travail à réaliser est donc un compromis à trouver entre la volonté de respecter, autant que possible, la structure existante du code et la nécessité d'introduire les modifications nécessaires pour prendre en compte les spécificités du modèle étudié.

Plusieurs tentatives ont été réalisées dans le passé pour mettre en œuvre des modèles combinant une élasticité linéaire avec une loi d'écoulement plastique associée ou non, mais elles n'ont pas été conservées dans le référentiel de CESAR-LCPC : le travail à réaliser est donc plus qu'une simple adaptation de l'existant.

Il reste donc à préciser les dispositions qui doivent être prises pour effectuer le calcul, c'est-à-dire pour gérer de manière satisfaisante le fait que les modules varient d'un point d'intégration à l'autre à l'intérieur du même élément, et d'un incrément à l'autre. On présente ici les principales difficultés qui ont été rencontrées et les solutions adoptées pour les surmonter.

#### 3.1 Généralités sur le fonctionnement de CESAR-LCPC

Le déroulement d'un algorithme de résolution dans CESAR-LCPC repose sur des modifications successives d'une variable entière appelée ICOD. La valeur de cette variable indique aux différents sous-programmes l'opération en cours de réalisation : assemblage de la matrice de rigidité, calcul des contraintes, des déformations plastiques, du résidu etc. Cet indicateur permet de prendre en compte les différences entre les opérations à effectuer selon la méthode de résolution choisie.

Par ailleurs, comme la plupart des codes de calcul par éléments finis, les modules de mécanique de CESAR-LCPC ont d'abord été conçus pour résoudre des problèmes d'élasticité linéaire, puis des problèmes d'élastoplasticité avec des lois de comportement dont la partie élastique est linéaire. L'organisation du calcul peut alors être résumée par le schéma suivant, où les mots en majuscules sont les noms des sous-programmes mis en œuvre, en gras pour les sous-programmes qui réalisent des opérations au niveau global pour le pilotage de l'algorithme et en italique pour les sous-programmes qui effectuent les calculs au niveau d'un élément ou d'un point d'intégration à l'intérieur d'un élément (voir par exemple Mestat, 1997) :

préparation du calcul

- **INTEGR** calcul des fonctions d'interpolation
- **CALVCH** calcul des cas de chargement
- **INIPLA** initialisation des paramètres d'écrouissage
- **RPMCNL** lecture éventuelle sur un fichier de reprise

boucle sur les incréments de chargement

boucle sur les itérations

- **ASSEM** calcul et assemblage de la matrice de rigidité  
calcul de la rigidité élémentaire :  
*CALDI* (méthodes des contraintes initiales et méthode D-F-P)  
*CALDPI* (méthode de rigidité tangente)
- **RESOUD** inversion du système linéaire
- **CONTR** calcul de l'incrément de contraintes dû à l'incrément de déplacement calculé  
cumul avec les contraintes à l'itération précédente
- **CALRES** calcul des corrections de contraintes et du résidu  
au niveau élémentaire *CTMCNL*  
au niveau local, selon le comportement *CPLASn*, *CNOLIn*, etc.
- **CONVER** test de convergence  
fin de la boucle sur les itérations ou retour au début de cette boucle

fin de la boucle sur les incréments

### 3.2 Modifications nécessaires

Les trois modifications principales nécessaires à l'exécution d'un calcul avec le modèle de Fahey et Carter sont les suivantes :

- dans le déroulement du calcul tel qu'il est décrit ci-dessus, on n'affecte les contraintes initiales aux variables destinées à leur stockage qu'après la première inversion de la matrice de rigidité. Dans le cas du modèle de Fahey et Carter, les modules élastiques locaux dépendent de la valeur du tenseur des contraintes : il faut donc initialiser les contraintes avant l'opération d'assemblage de la matrice de rigidité.
- la principale difficulté consiste à calculer une matrice de rigidité élémentaire avec des modules élastiques qui dépendent du point d'intégration. Dans le cas d'une élasticité linéaire, les modules élastiques sont les mêmes en tout point de l'élément et le calcul est réalisé dans *CALD1* (pour les calculs en condition bidimensionnelle). Pour la mise en œuvre de la méthode de la rigidité tangente, le calcul de la matrice de rigidité élémentaire à partir du tenseur des modules tangents  $C_{ep}$  (voir formule 4.30) est fait dans le sous-programme *CALDP1*, qui permet de prendre en compte des modules différents à l'intérieur d'un même élément. Il a donc semblé logique de faire appel au sous-programme *CALDP1*, moyennant un test supplémentaire pour éviter de calculer la contribution des déformations plastiques. En pratique ce choix fonctionne, mais n'est pas complètement satisfaisant, dans la mesure où le code est relativement complexe. Cette complexité est la conséquence du choix fait au départ de ne pas modifier de manière importante l'organisation du calcul. Elle explique aussi le fait que la méthode de rigidité tangente ne fonctionne pas de manière satisfaisante pour le modèle de Fahey et Carter dans l'état actuel de la programmation.

- les sous-programmes homologues de CALD1/CALDP1 pour les calculs en conditions tridimensionnelles sont CALD2/CALDP2. La structure de CALDP2 est légèrement différente de celle de CALDP1 et se prête moins bien à la modification souhaitée (voir le code donné en annexe A1).
- les contraintes en un point donné sont modifiées d'une itération à l'autre, à l'issue des sous-programmes CONTR et CALRES. Pour la cohérence de la résolution avec la méthode des contraintes initiales, il est nécessaire de stocker les valeurs des modules au début de l'incrément de calcul dans des variables indépendantes et maintenues constantes au cours d'un incrément.

### 3.3 Conclusions

Du point de vue algorithmique, on a choisi la solution la plus simple pour implanter le modèle, peut-être au prix d'une certaine imprécision pour les grands incréments de chargement. On peut proposer une méthode de résolution plus complexe, mais le travail de programmation serait d'une part largement plus important, et d'autre part, cela demanderait probablement de modifier de nombreuses parties du code (ce que l'on a cherché à éviter dans le cadre de ce travail). En dernier lieu, il n'est pas certain qu'une telle méthode soit nettement plus efficace sur le plan numérique.

La principale difficulté est d'assembler une matrice de rigidité pour un matériau dont les modules élastiques dépendent du point d'intégration, le code n'étant pas prévu pour ça. On s'est contenté d'une solution limitée pour les besoins du travail en cours : il sera utile de procéder à une refonte des procédures d'assemblage si l'on veut introduire de nouvelles lois de comportement du même type que celui de Fahey et Carter.

On n'a pas détaillé le processus itératif lié au calcul des déformations plastiques, dans la mesure où il s'appuie largement sur des sous-programmes existants, notamment le sous-programme CRIT10 qui assure le calcul du critère de Mohr-Coulomb et de ses dérivées. On pourrait cependant suggérer certaines modifications pour simplifier l'utilisation de ce critère de plasticité par différents modèles (comme le modèle de gonflement proposé par Bultel, 2001).

Enfin, on peut signaler que la programmation mise en place pour le modèle de Fahey et Carter peut être utilisée sans difficulté pour toute nouvelle loi élastique non linéaire-parfaitement plastique. On a, par exemple, étendu la programmation aux lois élastiques non linéaires-plastiques avec écrouissage (notamment pour le modèle Cam-Clay modifié, Roscoe et Burland, 1969), mais elle reste encore à valider.

La section suivante entre de manière plus précise dans le détail des opérations de programmation.

## 4 Programmation effectuée dans CESAR-LCPC

On récapitule ici rapidement l'ensemble des opérations qui ont été nécessaires à l'implantation du modèle de Fahey dans CESAR-LCPC.

Les modifications apportées au code sont reproduites avec des commentaires dans l'annexe A1, afin de permettre d'éventuelles modifications ou améliorations ultérieures (ou l'introduction de modèles comparables). Un mode d'emploi du modèle de Fahey et Carter destiné aux utilisateurs de CESAR-LCPC est également donné dans l'annexe A2.

## 4.1 Lecture des données

Pour l'utilisateur, le modèle de Fahey et Carter apparaît comme un modèle de comportement supplémentaire dans la liste des modèles proposés par CESAR-LCPC. Comme tous les autres modèles, il est associé à un code, représenté par une variable entière appelée IMOD, qui vaut 84 pour le modèle de Fahey et Carter. Le modèle étant pour le moment disponible uniquement dans une version prototype du code, les préprocesseurs de CESAR (MAX2D/3D pour les versions 3.x et CLEO pour la version 4) ne proposent pas le modèle en question : il faut donc entrer les paramètres dans le jeu de données à l'aide d'un éditeur de texte.

Pour les groupes d'éléments auxquels on souhaite attribuer le comportement décrit par ce modèle, il suffit de donner dans le jeu de données deux lignes de la forme suivante :

```
nom_groupe_n  
IMOD  INAT  RHO  nu_0  f  g  C  p_ref  c  phi  psi
```

où `nom_groupe_n` est une chaîne de caractères représentant le nom que l'utilisateur associe au groupe d'éléments correspondant, `IMOD` un entier représentant le modèle de comportement qu'on leur attribue (84 dans le cas présent), `INAT` un entier valant 1, 2 ou 3 selon que le calcul est fait en déformations planes, en déformations axisymétriques ou en contraintes planes (cet indicateur est absent si l'on fait un calcul en conditions tridimensionnelles), `RHO` la masse volumique du sol. Les caractères suivants symbolisent les paramètres du modèle tel qu'il est présenté dans le chapitre 3.

La programmation de la lecture de ces données et leur impression dans la liste de sortie du programme ne posent aucune difficulté particulière.

## 4.2 Initialisation des contraintes

Compte tenu du fait que les modules élastiques dépendent de l'état de contraintes, il est nécessaire, avant d'assembler la matrice de rigidité, de calculer les contraintes initiales et d'initialiser les variables correspondantes. Cette initialisation n'est pas nécessaire pour un calcul élastique linéaire, et dans la programmation initiale de MCNL, cette initialisation est réalisée après la première inversion de la matrice de rigidité.

On a introduit un indicateur ad hoc INICNT dont la valeur permet de savoir s'il est nécessaire d'initialiser les contraintes avant d'appeler le sous-programme ASSEM. Cet indicateur est lui-même initialisé dans le sous-programme CALGOR, destiné à l'initialisation de divers autres indicateurs et à la vérification de la cohérence des données fournies par l'utilisateur. Dans le déroulement du processus de résolution général, si INICNT prend la valeur 1, on ajoute avant le début de la boucle sur les incréments un appel au sous-programme ad hoc (INIPLA, qui fait faire l'initialisation voulue par le sous-programme CRITER).

### 4.3 Actualisation des modules

L'actualisation des modules élastiques en chaque point au début de chaque incrément est aussi pilotée par l'indicateur INICNT. Ce choix devrait limiter les interférences possibles avec le reste du code. Néanmoins, il faudrait vérifier que l'appel au sous-programme global INIPLA provoqué par cet indicateur n'a pas d'influence sur le calcul pour les éléments associés à une autre loi de comportement. On peut, en cas de besoin, ajouter un test assez simple au début de INIPLA.

### 4.4 Calcul des modules

Pour ce qui concerne le choix entre les sous-programmes CALD1 et CALDP1, on introduit un indicateur supplémentaire IRGINI qui permet de distinguer les modèles pour lesquels les modules dépendent du point d'intégration à l'intérieur d'un élément. C'est le cas des modèles à élasticité non linéaire, mais aussi du modèle dans lequel les modules dépendent de la profondeur et d'un autre modèle de comportement pour les sols renforcés par des inclusions disposées de manière complexe (destiné à modéliser le boulonnage radial des tunnels, par exemple).

Dans l'état actuel de la programmation, la plupart des modèles de comportement élastoplastiques reposent sur une élasticité linéaire et isotrope, représentée par deux paramètres stockés dans le tableau VPM, associé à un groupe d'éléments. Ce type de stockage ne permet donc pas de faire varier les caractéristiques élastiques d'un élément à l'autre à l'intérieur d'un groupe, ni d'un point d'intégration à l'autre à l'intérieur d'un élément. La solution retenue consiste à utiliser les variables prévues pour le stockage de variables d'écroutissage (tableau VNOLI).

Le calcul proprement dit des modules en fonction des contraintes est effectué par le sous-programme ELASNL.

### 4.5 Vérification de la programmation

Le modèle de Fahey et Carter ne se prête pas à la résolution analytique de problèmes simples qui permettraient de valider la programmation effectuée. On a donc programmé en Fortran un logiciel réalisant une intégration explicite du comportement décrit par le modèle au cours d'un essai triaxial de compression. On peut estimer que, pourvu que les incréments de contrainte déviatorique appliqués restent faibles, le schéma d'intégration explicite adopté donne de bons résultats et permet donc de confirmer la validité de l'intégration de la loi de comportement réalisée par la version de CESAR-LCPC modifiée pour les besoins de ce travail. La concordance entre les résultats numériques donnés par les deux codes est excellente.

## 5 Conclusion

On a présenté rapidement le principe de la méthode des éléments finis, puis on a également vu les principales méthodes de résolution en insistant sur celles mises en œuvre dans CESAR-LCPC.

On a ensuite mis en lumière les difficultés survenues lors de l'implantation du modèle de Fahey et Carter dans CESAR-LCPC. Les difficultés majeures sont nées du fait que l'on a voulu conserver l'architecture du code existant sans modifier la structure globale du processus de résolution. Ces difficultés sont de trois natures :

- initialiser les contraintes (nécessaires pour le calcul des modules) avant la première inversion de la matrice de rigidité ;
- permettre aux modules de varier d'un point d'intégration à l'autre à l'intérieur d'un même élément ;
- stocker les valeurs actualisées du module de cisaillement tangent et du coefficient de poisson tangent à chaque incrément.

L'ensemble des développements ont été effectués en suivant le processus de résolution des contraintes initiales. En effet, nous ne sommes pas parvenus à programmer convenablement la résolution du modèle de Fahey et Carter avec la méthode de Newton-Raphson. Cela conduit notamment à réaliser de petits incréments de chargement pour tenir compte de l'actualisation des modules à chaque incrément.

On tient à préciser par ailleurs que la méthode D-F-P modifiée fonctionne correctement, sans qu'aucun développement spécifique n'ait été nécessaire.

Les développements numériques présentés dans ce chapitre permettent également de rajouter plus aisément des lois élastiques non linéaires-parfaitement plastiques en suivant un schéma analogue à celui mis en œuvre pour le modèle de Fahey et Carter. Il est également possible d'étendre ces développements aux modèles élastiques non linéaires-plastiques avec écrouissage, ce qui a déjà été réalisé et est actuellement en attente de validation. Pour bien faire, il faudrait rétablir la méthode de résolution avec la rigidité tangente, ce qui pourra être fait lors de développements ultérieurs.

A ce stade, les vérifications concernant la validité de la programmation ont été effectuées. L'objet du chapitre suivant est de tester le modèle de Fahey et Carter sur quelques cas simples.



---

## **Chapitre 5**

### **APPLICATION À LA MODÉLISATION DE QUELQUES EXEMPLES SIMPLES**

---

## 1 Introduction

On a défini dans les chapitres précédents les atouts d'un modèle tel que celui de Fahey et Carter pour le calcul en déplacements d'ouvrages géotechniques. On a vu en effet que ce modèle tient compte de la valeur actuelle des contraintes : il est en général admis que le module de compression augmente avec la contrainte moyenne, tandis que le module de cisaillement a tendance à décroître au cours d'un essai de cisaillement. On se trouve alors confronté à un problème non linéaire, même si les déformations restent élastiques. De plus, ce type de modèle peut donner des réponses différentes en chargement et en déchargement.

Une fois ce modèle implanté dans CESAR-LCPC, nous avons cherché des exemples simples permettant de juger de l'amélioration qu'il peut apporter par comparaison aux modèles classiques. On souhaite particulièrement visualiser les effets d'un tel modèle pour des problèmes en déchargement. Dans ce chapitre on étudie trois sites différents. Afin d'avoir un aperçu rapide des caractéristiques de chacun des sites, on les a répertoriées sous la forme d'un tableau (voir tableau 5.1).

**Tableau 5.1 – Caractéristiques des sites et ouvrages géotechniques étudiés**

Site géographique	Formation géologique	Reconnaissance géotechnique	Ouvrage modélisé
Labenne (Landes, 40)	Sable de dune homogène	Essais triaxiaux de compression drainés	Essais de chargement sur fondation superficielle
Las Planas (Alpes Maritimes, 06)	Marnes du Plaisancien	Essais triaxiaux de compression drainés	Tunnel fictif profond boulonné
Merville (Nord, 59)	Argile des Flandres	Essais pressiométriques Essais au sismocône	Essai de chargement sur fondation mixte

L'étude de ces trois cas relativement simples permet de se faire une idée de la validité du modèle de Fahey et Carter : ce chapitre présente des modélisations concernant trois matériaux différents, utilisant plusieurs méthodes pour déterminer les paramètres du modèle et qui portent sur des ouvrages géotechniques variés. Pour une première approche, cela permet de constituer une première base de données pour le modèle de Fahey et Carter.

## **2 Essais sur les fondations expérimentales de Labenne**

Dans le cadre des recherches du réseau des Laboratoires des Ponts et Chaussées sur le comportement des fondations, une station d'essais a été installée sur le site de Labenne, près de Bayonne. Des essais de chargement y ont été réalisés sur des fondations superficielles entre 1982 et 1989. Les fondations testées ont une section carrée et sont posées au fond d'une fouille dont les parois sont soutenues par un coffrage métallique. Plusieurs séries d'essais ont été mises en œuvre dans le but d'analyser l'influence de l'encastrement des fondations (variant de 0,2 m à 1,6 m), de l'excentrement (allant de 0,1 m à 0,3 m) ou de l'inclinaison (de 0 à 30 degrés) de la charge, de la proximité d'un talus plus ou moins incliné et plus ou moins éloigné, de la nature du matériau de fondation (acier ou béton) et des conditions d'exécution des fondations (préfabriquées ou coulées en place) sur les valeurs de portance et de tassement. Les informations concernant la réalisation et l'instrumentation de ces essais de fondations ont été rassemblées par Canépa et Despresles (1990a et 1990b). Ces documents contiennent également les courbes charge-tassement enregistrées pour chaque essai.

Le sol du site est constitué d'une couche de sable de dune homogène d'une dizaine de mètres d'épaisseur reposant sur un substratum marneux. Une campagne de reconnaissance très complète a été menée sur ce site. On a aussi procédé au prélèvement d'échantillons qui ont par la suite été envoyés au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Rouen afin de caractériser le comportement de ce sable au moyen d'essais de laboratoire. Une série d'essais triaxiaux drainés sur des éprouvettes cylindriques a été réalisée en sollicitations monotones (Gestin, 1989).

Nous désirons tester l'aptitude du modèle de Fahey et Carter à reproduire les déplacements mesurés pendant les essais de chargement sur fondation superficielle. Après avoir exposé la méthode suivie pour déterminer les paramètres du modèle à partir des reconnaissances de sol, nous présentons la simulation de ces essais de chargement. Dans la suite, on utilise également les résultats de Youssef et Mestat (1991) et de Mestat et Berthelon (2001) concernant la détermination des paramètres des modèles de Mohr-Coulomb et de Nova pour le sable de Labenne. Face à ce panel de résultats significatifs, nous pouvons effectuer des comparaisons entre les modèles et conclure quant à la validité du modèle de Fahey et Carter. Des résultats partiels de cette étude ont d'ores et déjà fait l'objet d'une communication (Coquillay et al., 2003).

## 2.1 Campagne de reconnaissance géotechnique

### 2.1.1 Généralités

Le site de Labenne a bénéficié d'une reconnaissance géologique et géotechnique très complète. Du point de vue hydrologique, le sol est baigné par une nappe dont le toit se situe entre 3 m de profondeur en période de hautes eaux et 4,3 m en période de basses eaux. La densité du sol en place a été évaluée au moyen d'un pénétrogammadensimètre (Ledoux, 1984), dont le profil fait apparaître un poids volumique compris entre 16 et 19 kN/m<sup>3</sup> au-dessus de la nappe et compris entre 20 et 21 kN/m<sup>3</sup> au-dessous. Amar et al. (1987) ont rassemblé les caractéristiques moyennes in-situ du sable de Labenne. Elles sont regroupées dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 – Caractéristiques moyennes in-situ du sable de Labenne (Amar et al., 1987)

Profondeur (m)	Teneur en eau w (%)	Degré de saturation S <sub>r</sub> (%)	Pressiomètre			Pénétromètre		
			E <sub>M</sub> (MPa)	p <sub>l</sub> (MPa)	p <sub>f</sub> (MPa)	statique q <sub>c</sub> (MPa)	dynamique q <sub>d</sub> (MPa)	SPT N
0-4	4-5	15	1,35	1,02	0,42	5,9	3,6	15
> 4	25	100	0,78	0,58	0,26	2,4	1,2	5

### 2.1.2 Caractérisation du comportement mécanique du sable de Labenne

#### 2.1.2.1 Description des essais réalisés

Un programme d'essais de Laboratoire sur le sable de Labenne a été défini et réalisé entre fin 1988 et mars 1989 par le Laboratoire Régional de Rouen. Onze essais triaxiaux axisymétriques de compression, dont un essai isotrope, ont été réalisés pour trois densités de sable différentes : 15,80 kN/m<sup>3</sup> (sable moyennement lâche), 16,60 kN/m<sup>3</sup> (sable moyennement dense) et 17,30 kN/m<sup>3</sup> (sable dense). Les échantillons ont été prélevés entre la surface et 3 m de profondeur correspondant à la tranche de sol essentiellement concernée par les essais de chargement sur fondation superficielle.

Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes d'éclatement deux (200 mm de hauteur sur 100 mm de diamètre), confectionnées par pluviation dans un moule métallique, en acier inoxydable, spécialement conçu pour ces essais (Gestin, 1989). L'éprouvette est ensuite montée dans une cellule de type Bishop et Wesley dont l'originalité est constituée par un système hydraulique appliquant la sollicitation axiale sur l'éprouvette. Les pressions nécessaires au fonctionnement de la cellule sont assurées par des contrôleurs de pression-volume.

### 2.1.2.2 Analyse et interprétation des résultats expérimentaux

Le dépouillement de l'ensemble des essais triaxiaux a consisté à les représenter dans les diagrammes  $(\epsilon_1, q/p)$  et  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$  (Mestat, 1991) où  $p$  est la pression moyenne et  $q$  le déviateur des contraintes :

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad [5.1]$$

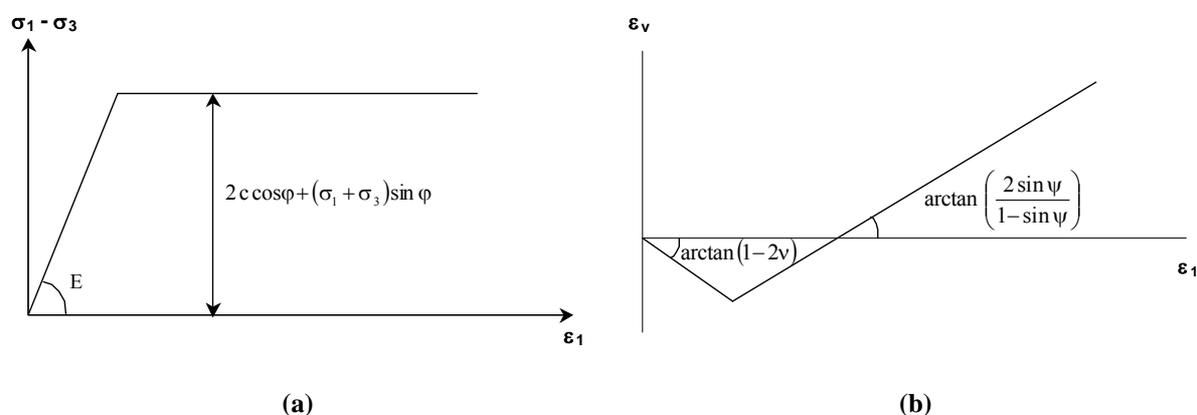
$$q = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \quad [5.2]$$

Dans les conditions de l'essai triaxial où  $\sigma_2 = \sigma_3$  le déviateur des contraintes se réduit à :

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) \quad [5.3]$$

La figure 5.1 schématise la méthode pour obtenir les paramètres de la loi élastique linéaire de Hooke et ceux du critère de Mohr-Coulomb en se basant sur les tangentes des diagrammes  $(\epsilon_1, q)$  et  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$ . On préfère utiliser le diagramme  $(\epsilon_1, q)$  pour lequel ces paramètres sont directement reliés à la tangente initiale de la courbe et à la valeur finale pendant le palier de plasticité. En effet, dans ces axes, le critère de Mohr-Coulomb s'exprime par l'équation suivante :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = 2c \cos \varphi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi \quad [5.4]$$

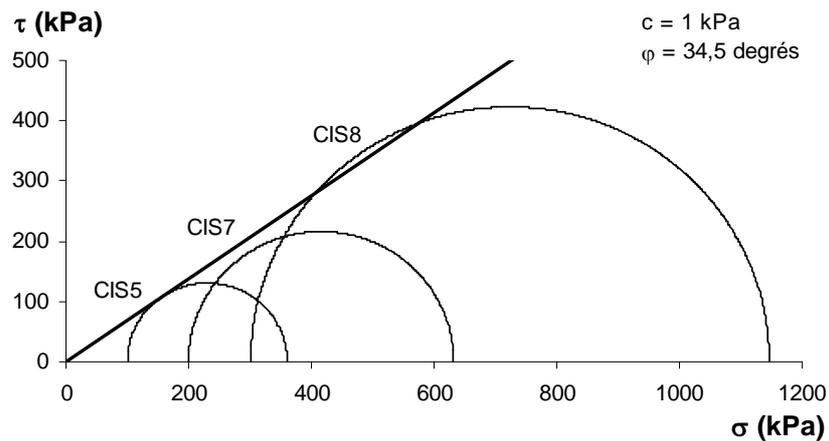


**Figure 5.1 – Caractéristiques de la loi élastique linéaire parfaitement plastique**  
Critère de rupture de Mohr-Coulomb : (a) –  $(\epsilon_1, \sigma_1 - \sigma_3)$ , (b) –  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$

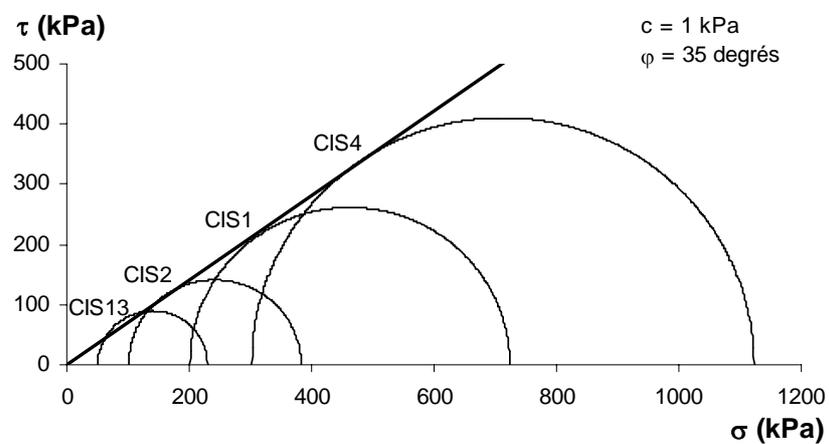
Faire varier la pression de confinement au cours des essais triaxiaux permet d'obtenir rapidement la cohésion et l'angle de frottement par la construction des cercles de Mohr. Le critère de plasticité de Coulomb dans les axes de Mohr s'exprime par la formule générale :

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad [5.5]$$

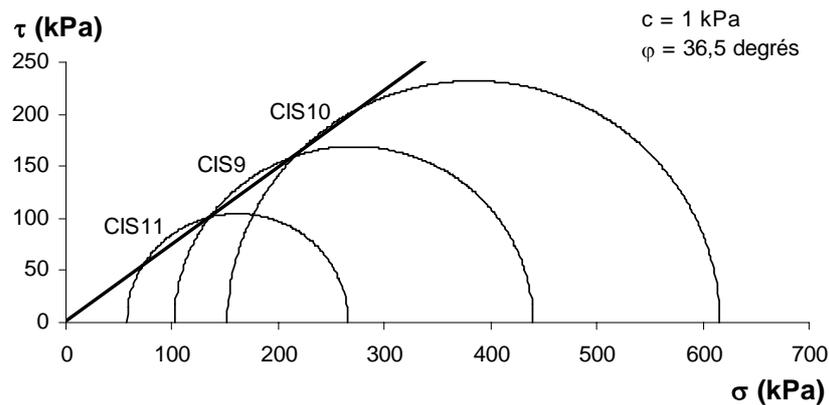
La figure 5.2 présente les cercles de Mohr à la rupture pour les trois densités de sable étudiées et les droites de rupture correspondantes.



(a) – sable moyennement lâche



(b) – sable moyennement dense



(c) – sable dense

Figure 5.2 – Droites de rupture de Mohr-Coulomb à partir des essais triaxiaux sur le sable de Labenne

### 2.1.3 Valeurs des paramètres pour les modèles de Mohr-Coulomb et de Nova

Youssef et Mestat (1991) ont déterminé les paramètres du sable de Labenne pour le modèle élastique linéaire couplé au critère de Mohr-Coulomb à partir des graphiques  $(\varepsilon_1, q)$  et  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$  des essais triaxiaux, en suivant la démarche expliquée dans la section précédente. Ils n'ont exploité que les essais triaxiaux de compression drainée pour les échantillons moyennement denses ou denses (soit sept essais au total). Ils ont également établi une méthodologie pour la détermination des paramètres du modèle de Nova (avec une élasticité linéarisée) que l'on ne détaillera pas ici. Mestat et Berthelon (2001) se sont par la suite servi de ces paramètres pour réaliser des modélisations numériques des essais de chargement des fondations de Labenne. Les tableaux 5.3 et 5.4 regroupent les valeurs de ces paramètres (Mestat et Berthelon, 2001).

**Tableau 5.3 – Caractéristiques mécaniques du sable de Labenne : modèle de Mohr-Coulomb**

Profondeur (m)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	E (MPa)	$\nu$	c (kPa)	$\varphi$ (degré)	$\psi$ (degré)
0-4	16	96	0,28	1	36,5	11,4
> 4	11	96	0,28	1	36,5	11,4

**Tableau 5.4 – Caractéristiques mécaniques du sable de Labenne : modèle de Nova (1982)**

Profondeur (m)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	M	$l$	$B_0$	$L_0$	$\mu$	D	m
0-4	16	1,063	0,0018	0,0014	0,0022	1,313	0,320	0,204
> 4	11	1,063	0,0018	0,0014	0,0022	1,313	0,320	0,204

Avec  $E = 96$  MPa et  $\nu = 0,28$

Mestat et Berthelon (2001) ont également réalisé des calculs avec un module d'Young plus faible, égal à 33,6 MPa, afin d'obtenir un meilleur accord entre les calculs et les mesures des essais de chargement sur fondation superficielle (pour les modèles de Mohr-Coulomb et de Nova). Cette deuxième valeur provient de l'exploitation d'essais pressiométriques et de l'utilisation de corrélations adaptées pour un sable.

## 2.2 Détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter

On décrit ici la méthodologie employée pour déterminer les paramètres du modèle de Fahey et Carter. Nous nous sommes basés sur les tangentes et points caractéristiques des deux diagrammes  $(\varepsilon_1, q/p)$  et  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$ . Mais, contrairement à Youssef et Mestat (1991) qui ont déterminé les paramètres de plusieurs modèles manuellement avec une très bonne précision, nous avons procédé pas à pas pour déterminer les paramètres, au moyen de simulations numériques des essais triaxiaux. Dans le cas du modèle de Fahey et Carter, il n'est pas possible en effet de relier directement chacun des paramètres à une tangente ou un point caractéristique des courbes.

On a par voie de conséquence réalisé des calculs de l'essai triaxial en utilisant le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Les calculs sont réalisés en symétrie de révolution.

Les déplacements imposés sur l'éprouvette sont les suivants : déplacements horizontaux nuls sur l'axe de symétrie, déplacements verticaux nuls sur la base de l'éprouvette. L'échantillon est soumis à l'état de contrainte initial enregistré au début de l'essai ; dans la plupart des essais, la contrainte axiale est supérieure à la contrainte de confinement. Enfin, on applique un déplacement, qui augmente progressivement au cours de la simulation, sur la base supérieure qui traduit la compression de l'échantillon. La loi de comportement choisie pour les échantillons de sol est le modèle de Fahey et Carter. Les paramètres sont ajustés au fil des simulations. Le tableau 5.5 récapitule les caractéristiques des différents essais exploités.

**Tableau 5.5 – Caractéristiques des essais triaxiaux réalisés sur le sable de Labenne**

Nature du sable	Essai	Type de l'essai	Pression de confinement	Densité
Moyennement lâche	CIS5	essai de compression	$\sigma_3 = 100$ kPa	$\gamma = 15,80$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS7	essai de compression	$\sigma_3 = 200$ kPa	$\gamma = 15,76$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS8	essai de compression	$\sigma_3 = 300$ kPa	$\gamma = 15,70$ kN/m <sup>3</sup>
Moyennement dense	CIS13	essai de compression	$\sigma_3 = 50$ kPa	$\gamma = 16,56$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS2	essai de compression	$\sigma_3 = 100$ kPa	$\gamma = 16,61$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS1	essai de compression	$\sigma_3 = 200$ kPa	$\gamma = 16,63$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS4	essai de compression	$\sigma_3 = 300$ kPa	$\gamma = 16,69$ kN/m <sup>3</sup>
	CH13	Essai de compression isotrope		$\gamma = 16,76$ kN/m <sup>3</sup>
Dense	CIS11	essai de compression	$\sigma_3 = 50$ kPa	$\gamma = 17,40$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS9	essai de compression	$\sigma_3 = 100$ kPa	$\gamma = 17,32$ kN/m <sup>3</sup>
	CIS10	essai de compression	$\sigma_3 = 150$ kPa	$\gamma = 17,28$ kN/m <sup>3</sup>

### 2.2.1 Simulation des essais triaxiaux de compression drainés

Dans un premier temps, nous avons essayé d'évaluer l'impact de chacun des paramètres sur les résultats de la simulation des essais de compression triaxiale. Ainsi, pour les deux types de graphiques considérés, nous avons repéré les points qui les caractérisent, qui sont regroupés dans le tableau 5.6 :

- diagramme ( $\varepsilon_1$ ,  $q/p$ ) : valeur du rapport  $q/p$  lorsqu'on atteint le palier de plasticité, pente à l'origine, valeur de  $\varepsilon_1$  lorsqu'on atteint le palier de plasticité (à mettre en relation avec l'état caractéristique), courbure de la courbe ;
- diagramme ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_v$ ) : pente de dilatance, pente à l'origine, valeurs de  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_v$  à l'état caractéristique.

**Tableau 5.6 – Influence des paramètres du modèle de Fahey et Carter sur les courbes ( $\varepsilon_1, q/p$ ) et ( $\varepsilon_1, \varepsilon_v$ )**

Diagramme ( $\varepsilon_1, q/p$ )		Diagramme ( $\varepsilon_1, \varepsilon_v$ )	
Points caractéristiques	Influence des paramètres	Points caractéristiques	Influence des paramètres
$q/p$ plasticité	$c, \varphi$	Pente de dilatance	$\psi$
Pente initiale	$C$	Pente initiale	$v_0$
$\varepsilon_1$ plasticité	$f, C$	Etat caractéristique	$\varepsilon_1$ plasticité
courbure	$g$		$\varepsilon_v$ plasticité
			$f, C$
			$v_0, C$

À partir de là, on a pu établir une stratégie pour déterminer les paramètres. La détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter a été réalisée par approximations successives, en modélisant numériquement les essais de cisaillement. On a cherché les valeurs des paramètres du modèle qui offrent la meilleure concordance avec les courbes expérimentales. De manière plus précise, on rappelle que les modules élastiques dépendent des caractéristiques de résistance du fait de la forme de  $\tau_{\max}$  :

$$\tau_{\max} = \frac{3(p \sin \varphi + c \cos \varphi)}{3 - \sin \varphi} . \quad [5.6]$$

Il est donc nécessaire de déterminer de manière préalable les paramètres de résistance  $c$  et  $\varphi$ . Qui plus est, il est aisé de déterminer l'angle de frottement  $\varphi$  à partir de la valeur limite du rapport  $q/p$ , puis l'angle de dilatance  $\psi$  à l'aide de la pente limite de la courbe donnant la déformation volumique en fonction de la déformation axiale. Compte tenu du caractère pulvérulent du matériau étudié, la cohésion a été fixée par défaut à 1 kPa (valeur également adoptée par Youssef et Mestat, 1991 puis par Mestat et Berthelon, 2001). Ensuite, on a déterminé simultanément les valeurs de  $C$  et  $f$  qui permettent d'offrir le meilleur compromis entre la pente initiale du diagramme ( $\varepsilon_1, q/p$ ) et la position de l'état caractéristique. La difficulté ici provient du fait que le modèle prévoit une déformation axiale identique pour l'état caractéristique et pour le palier de plasticité (figures 5.3 et 5.4). Or, les résultats expérimentaux montrent que l'état caractéristique est atteint dans les essais pour une valeur nettement inférieure à celle qui correspond à la rupture. Il en résulte qu'il est quasiment impossible de déterminer un jeu de paramètres unique qui puisse représenter correctement le comportement du sable avec le modèle de Fahey et Carter. On identifie en dernier lieu  $g$  et  $v_0$ , dont les effets sur l'allure des courbes sont plus restreints en comparaison des autres paramètres. Ces paramètres sont utiles pour ajuster au mieux le jeu de paramètres. Les paramètres déterminés pour chacun des essais figurent dans le tableau 5.7. Ensuite, pour chaque densité, une moyenne a été calculée. Nous avons aussi calculé une moyenne arithmétique entre les paramètres du sable moyennement dense et dense (ces paramètres sont relativement proches, alors que les paramètres déterminés pour le sable moyennement lâche sont plus éloignés).

**Tableau 5.7 – Paramètres du modèles de Fahey et Carter issus des essais triaxiaux**

Nature du sable	Essai	$\nu_0$	f	g	C	c (kPa)	$\phi$ (degré)	$\psi$ (degré)
Moyennement lâche	CIS5	0,02	0,84	2	200	1	34	3
	CIS7	0,015	0,86	1	190	1	31	1,9
	CIS8	0,01	0,82	3	200	1	35,5	2
	<b>Moyenne</b>	0,015	0,84	2	200	1	34,5	2
Moyennement dense	CIS13	0,2	0,75	3	225	1	38	8,5
	CIS2	0,2	0,77	3	200	1	34,5	8,5
	CIS1	0,2	0,79	3	300	1	34	8,5
	CIS4	0,25	0,73	3	350	1	34,5	8,5
	<b>Moyenne</b>	0,2	0,76	3	275	1	35	8,5
	CH13	0,22	-	-	350	-	-	-
Dense	CIS11	0,1	0,79	3	350	1	37	13
	CIS9	0,3	0,75	3	450	1	37	12,5
	CIS10	0,3	0,65	3	250	1	36	11
	<b>Moyenne</b>	0,3	0,73	3	350	1	36,5	12
<b>Moyenne sable moyennement dense et sable dense</b>		0,22	0,75	3	300	1	36	10

Pour les essais de chargement sur fondation superficielle, nous avons choisi le jeu de paramètres résultant de la moyenne des essais réalisés sur des échantillons moyennement denses et denses. Cela tient à deux raisons : d'une part il s'agit des sept essais triaxiaux exploités par Youssef et Mestat (1991) pour déterminer les paramètres du sable de Labenne (utilisés ensuite par Mestat et Berthelon, 2001), et, d'autre part, la densité des échantillons correspond aux valeurs de densité du sable hors nappe déterminées au pénétrogammadensimètre par Ledoux (1984). Dans la suite, notamment sur les graphiques, ce jeu de paramètres est repéré par la mention « Fahey et Carter (moyenne) ».

Les résultats des simulations donnant l'évolution du rapport de contraintes  $q/p$  et de la déformation volumique  $\varepsilon_v$  en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$  de l'essai CIS4 sont présentés sur les figures 5.3 et 5.4 à titre d'exemple. Les résultats des autres essais sont donnés dans l'annexe A3. On a reporté la courbe expérimentale et le résultat des quatre simulations réalisées :

- avec le modèle de Mohr-Coulomb pour  $E = 96$  MPa ;
- avec le modèle de Mohr-Coulomb pour  $E = 33,6$  MPa ;
- avec le modèle de Fahey et Carter pour le jeu de paramètres donnant le meilleur accord avec la courbe expérimentale issue de chacun des essais triaxiaux ;
- avec le modèle de Fahey et Carter pour les paramètres résultants de la moyenne des sept essais (sable moyennement dense et sable dense).

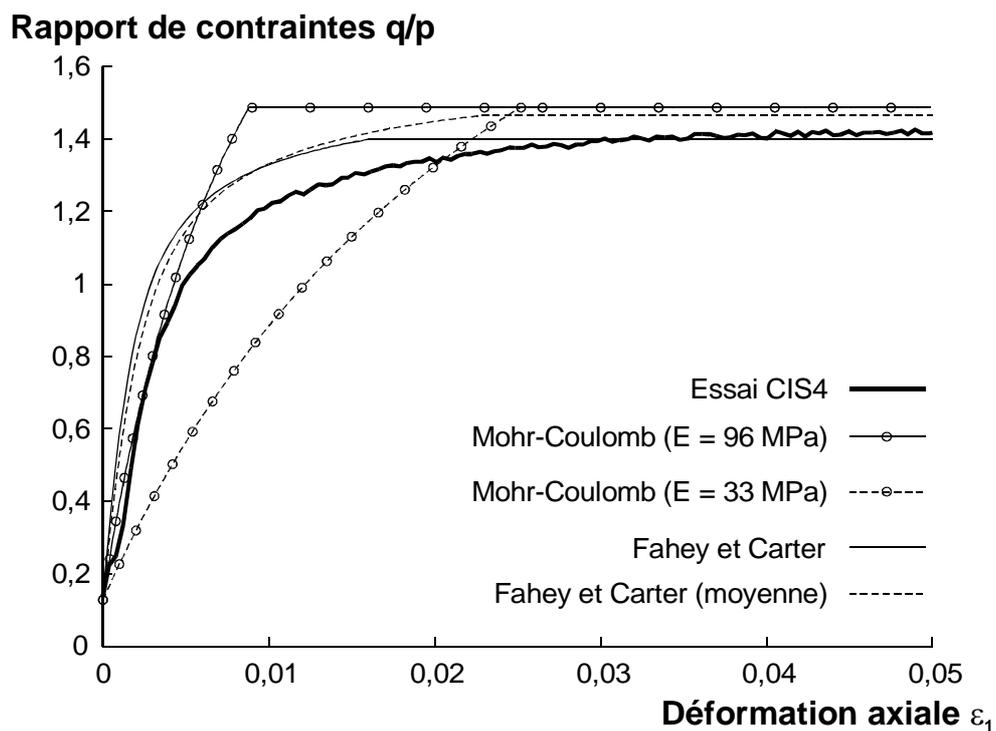


Figure 5.3 – Résultats de l’essai triaxial CIS4 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 300$  kPa) : ( $\epsilon_1$ ,  $q/p$ )

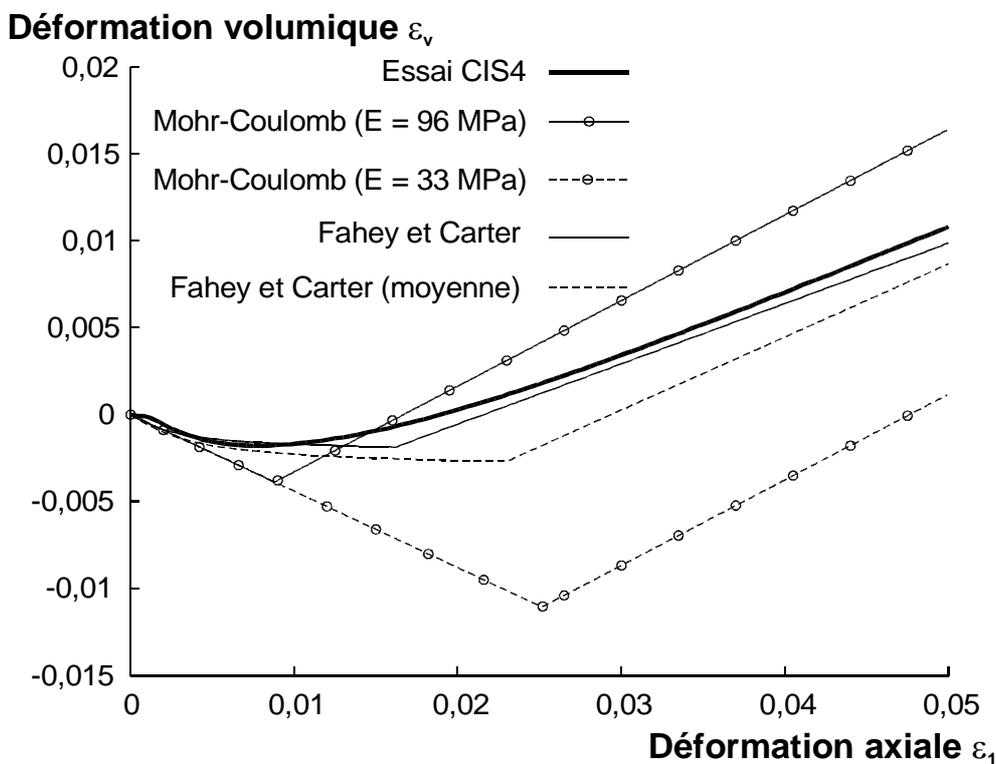


Figure 5.4 – Résultats de l’essai triaxial CIS4 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 300$  kPa) : ( $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_v$ )

Les résultats des essais triaxiaux dépendent fortement de la densité à laquelle ils sont réalisés : pour une densité plus faible, on a des caractéristiques de résistance mécanique plus faibles. La simulation d'un essai triaxial ne prend pas en compte la densité de l'échantillon : on a donc trois jeux de paramètres différents. À juste titre, on peut penser qu'en réalisant des essais à la densité du sol en place, on obtiendrait des paramètres significatifs, d'où l'importance de déterminer la densité du sol in situ avec une bonne précision. Sur le plan qualitatif, on reproduit mieux le comportement observé avec le modèle de Fahey et Carter qu'avec le modèle de Mohr-Coulomb, en particulier l'allure des courbes donnant le rapport  $q/p$  et la déformation volumique  $\varepsilon_v$  en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$ . On note cependant un point anguleux lors du passage à la plasticité, particulièrement visible sur le diagramme  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$ . Cette anomalie est principalement due au fait qu'on utilise une plasticité parfaite. Par ailleurs, il est à noter que ce sont les paramètres  $f$  et  $C$  qui contrôlent la position de l'état caractéristique.

### 2.2.2 Simulation de l'essai triaxial de compression isotrope

Les essais triaxiaux de compression isotrope fournissent peu d'informations sur les paramètres du modèle de Fahey et Carter. En effet, la formulation du modèle montre que (voir les équations 5.7 à 5.9 d'après Fahey et Carter, 1993), pour une sollicitation isotrope, on a  $G_t = G_0$  et  $v_t = v_0$  (le demi-déviateur des contraintes  $t$  est nul). Aussi, un tel essai nous permet seulement d'estimer le paramètre  $C$  et le coefficient de Poisson initial  $v_0$ .

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( 1 + \frac{\langle p \rangle}{p_a} \right)^n \quad [5.7]$$

$$\frac{G_t}{G_0} = 1 - f \left( \frac{t}{t_{\max}} \right)^g \quad [5.8]$$

$$v_t = \frac{(1 + v_0) - \frac{G_t}{G_0} (1 - 2v_0)}{2(1 + v_0) + \frac{G_t}{G_0} (1 - 2v_0)} \quad [5.9]$$

D'après le tableau 5.7, les paramètres obtenus sont relativement proches de ceux résultant de la moyenne des paramètres pour le sable dense et moyennement dense. La figure 5.5 montre les résultats de la modélisation de l'essai triaxial de compression isotrope. On remarque que l'on n'arrive pas à reproduire les cycles de chargement-déchargement avec le modèle de Fahey et Carter : le modèle prévoit un comportement réversible contraire aux résultats expérimentaux. Ne disposant que d'un seul essai de ce type (pas de variation de densité par exemple), il est difficile de faire des commentaires.

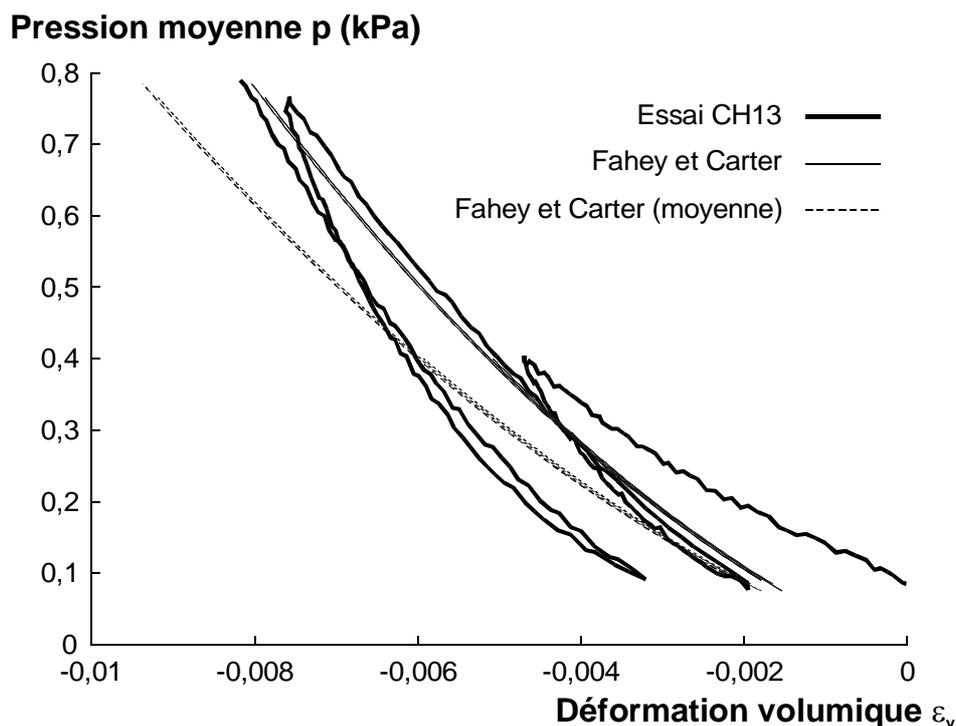


Figure 5.5 – Résultats de l'essai triaxial de compression isotrope CH13 (sable moyennement dense)

### 2.2.3 Conclusion

La détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter n'est pas encore tout à fait satisfaisante. Pour choisir les paramètres, on s'appuie sur la concordance entre les courbes obtenues numériquement et les résultats d'essais : cette concordance est appréciée visuellement, la démarche manque donc de précision et de reproductibilité. On peut donc reprocher aux paramètres obtenus de manquer de précision. Cependant, la détermination des paramètres se fait dans un ordre précis, ce qui simplifie grandement la tâche. Par ailleurs, les plages de variation des paramètres pour des échantillons de même densité sont relativement faibles. Ces observations semblent encourageantes pour l'utilisation future du modèle pour le calcul d'ouvrages géotechniques.

## 2.3 Calcul des essais de chargement sur fondation superficielle

Les paramètres déterminés précédemment avec les essais triaxiaux drainés ont été utilisés pour le calcul des essais de chargement des fondations de Labenne.

### 2.3.1 Présentation des essais

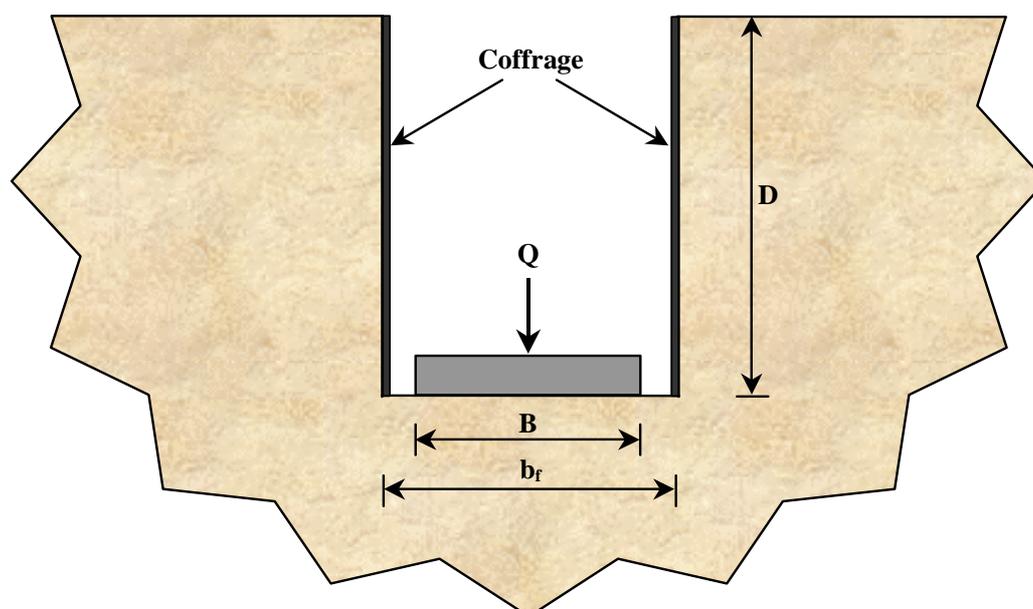
On a modélisé neuf essais sous chargement vertical et centré (essais n°1 à 8 et essai n°13). Il s'agit d'essais menés jusqu'à la rupture (enfouissement de la semelle de 5 à 10 cm) et le chargement a été appliqué par paliers de 100 ou 200 kPa pendant 30 minutes. Les essais considérés diffèrent entre eux par la nature du matériau constituant la fondation (acier ou

béton), la profondeur de la fouille (0,1 à 1,6 m) et la surface de la semelle (0,5 ou 1 m<sup>2</sup>). Leurs caractéristiques sont récapitulées dans le tableau 5.8.

**Tableau 5.8 – Configurations des différentes fondations expérimentales étudiées**

	Essai n°1	Essais n°2 et 3	Essai n°4	Essai n°5	Essai n°6	Essai n°7	Essais n°8 et 13
<b>Matériau de la semelle</b>	béton	béton	acier	acier	acier	acier	acier
<b>Largeur de la fondation B (m)</b>	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	1
<b>Rayon équivalent de la fondation R<sub>eq</sub> (m)</b>	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,56
<b>Profondeur de la fouille D (m)</b>	0,2	0,1	0,2	0,8	1,1	1,6	0,2
<b>Largeur de la fouille b<sub>f</sub> (m)</b>	1	1	0,9	0,9	0,9	0,9	1,2
<b>Charge maximale appliquée pendant l'essai Q (kPa)</b>	400	1000 1300	900	1100	1400	1500	900

Les parois des fouilles sont maintenues au moyen d'un coffrage métallique descendu au fur et à mesure de l'avancement des terrassements. La figure 5.6 schématise la géométrie des fondations encastrées et la figure 5.7 représente l'aire d'implantation des essais de chargement. Les essais n°1 à 3 ont été faits à même le terrain naturel, alors que les essais suivants ont été réalisés à partir d'une plate-forme terrassée à un mètre sous le terrain naturel, permettant de s'affranchir d'une couche de sable « pas propre » (présence de racines, notamment).



**Figure 5.6 – Fondation en fond de fouille**

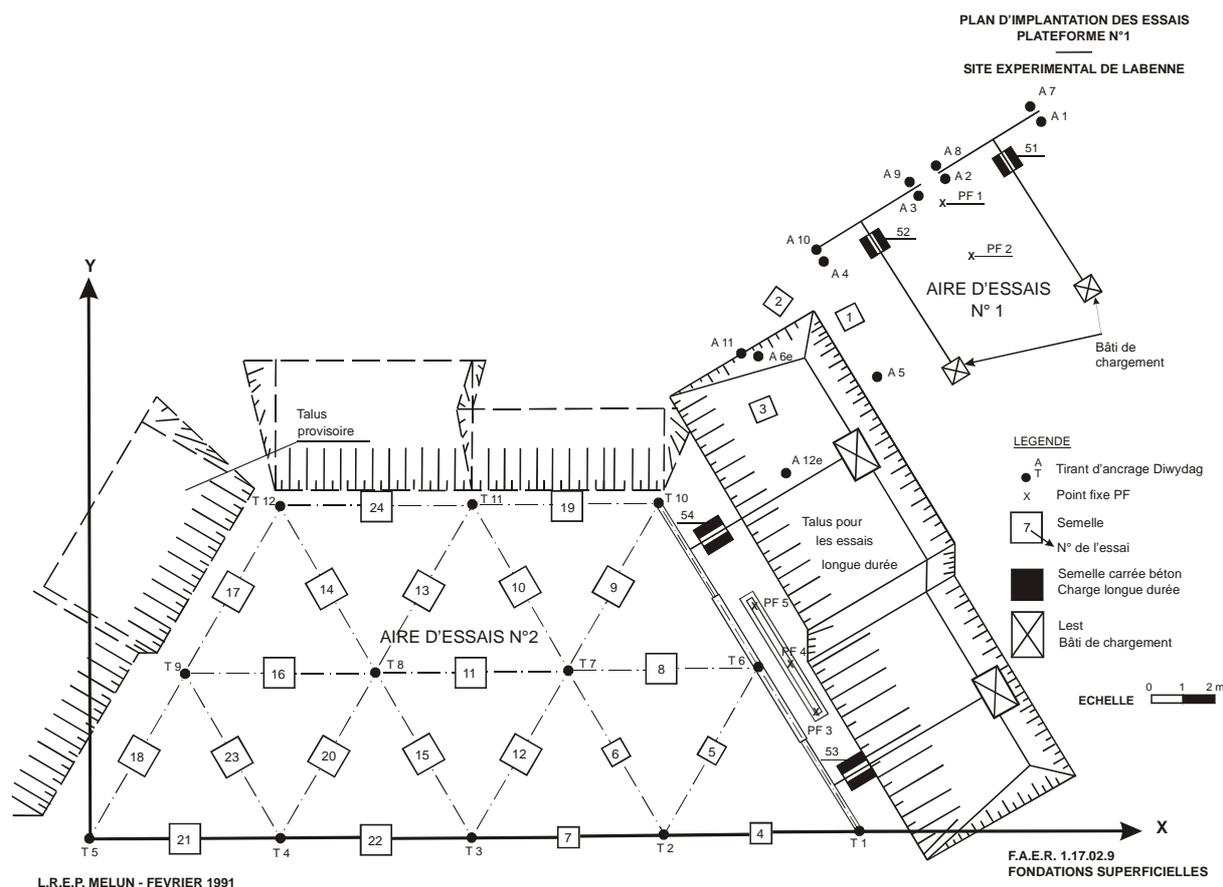
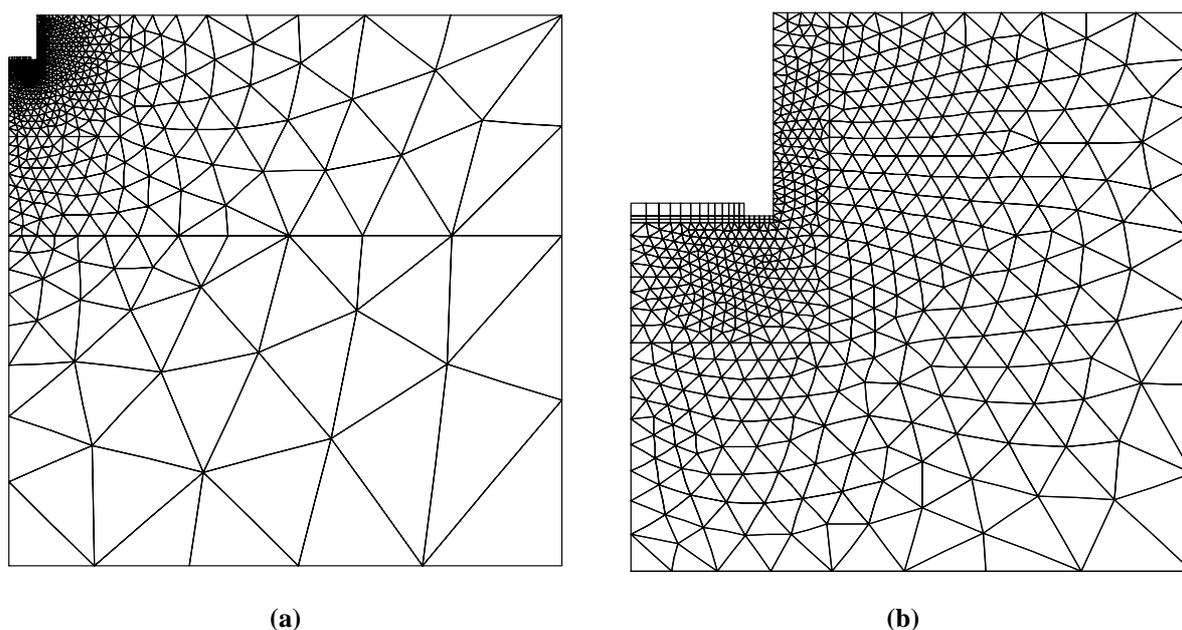


Figure 5.7 – Plan d’implantation des essais de chargement sur fondation superficielle (Canépa et Despresles, 1990a)

### 2.3.2 Préparation des calculs

Les calculs ont été réalisés de façon identique à ceux de l’étude de Mestat et Berthelon (2001) pour pouvoir comparer l’ensemble des résultats. On en rappelle les grandes lignes dans ce paragraphe.

Mestat et Berthelon (2001) ont modélisé les essais en utilisant pour le sable le modèle de Mohr-Coulomb et le modèle élastoplastique avec écrouissage proposé par Nova, avec toutefois une élasticité linéarisée. Ils ont en particulier vérifié que les essais de chargement peuvent être représentés de manière satisfaisante en conditions axisymétriques, en assimilant les fondations carrées à des fondations circulaires, de diamètre  $R_{eq} = B/\sqrt{\pi}$  (la surface de la semelle est conservée). L’extension du maillage dans les directions horizontale et verticale est de 10 m. Les conditions aux limites imposent un déplacement vertical nul à la base du massif (à 10 m de profondeur) et un déplacement horizontal nul sur les frontières verticales du maillage (frontière latérale et axe de symétrie). Le coffrage métallique soutenant la fouille est pris en compte par une condition de déplacement horizontal nul sur le côté vertical correspondant. La figure 5.8 montre le type de maillage utilisé pour les calculs. Il est constitué d’éléments quadratiques et bien affiné autour de la fondation.



**Figure 5.8 – Maillage pour les calculs de fondation en fond de fouille :**  
**(a) – vue d’ensemble, (b) – zoom sur le pourtour de la fondation**

Le comportement des fondations est supposé élastique linéaire isotrope : le module d’Young est égal à 30 000 MPa lorsque la fondation est en béton et à 210 000 MPa lorsqu’elle est en acier ; le coefficient de Poisson vaut 0,2 pour les deux matériaux. La nappe phréatique est supposée située à 4 m de profondeur. On suppose que le champ de contraintes initial est peu perturbé par l’excavation de la fouille et la mise en place du coffrage et de la fondation. On a ainsi adopté un champ de contraintes initial géostatique caractérisé par un poids volumique du sol de 16 kN/m<sup>3</sup> (cette valeur est plutôt faible comparée aux mesures effectuées au pénétrogammadensimètre, mais c’est celle qui a été adoptée par Mestat et Berthelon, 2001) et un coefficient de pression des terres au repos de  $K_0 = 0,5$  (cette valeur est discutée dans la suite). Au-dessous du niveau de la nappe, on a adopté un poids volumique déjaugé de 11 kN/m<sup>3</sup>. Le chargement est une pression uniforme s’exerçant sur la face supérieure de la fondation, appliquée par incréments de 10 kPa.

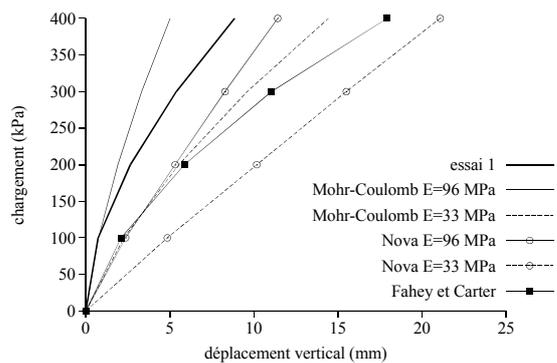
### 2.3.3 Présentation des résultats et analyse

Comme l’ont signalé Mestat et Berthelon (2001), les calculs avec le modèle de Mohr-Coulomb conduisent dès les premiers incréments de chargement à effectuer un grand nombre d’itérations pour obtenir la convergence du processus de détermination des déplacements et des déformations plastiques, et donc à des temps de calcul importants. Le type de chargement imposé induit des états de contraintes complexes au coin de la fondation et du blindage de la fouille, peu favorables numériquement. Les temps de calculs sont très longs, notamment lorsque le chargement s’approche de la charge maximum obtenue lors de l’essai.

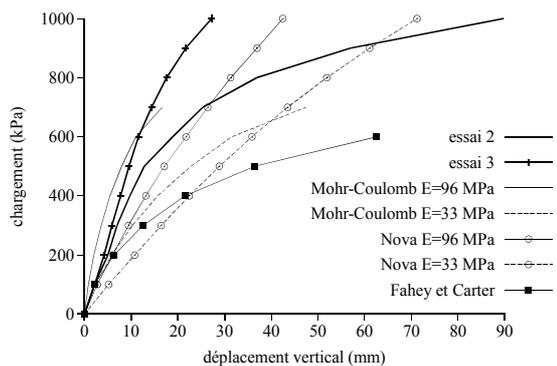
Lorsqu’on effectue des calculs avec le modèle de Fahey et Carter, la variation des modules avec les contraintes conduit à assembler une nouvelle matrice de rigidité à chaque incrément

de chargement, ce qui tend à augmenter les temps de calcul. Les calculs réalisés avec le modèle de Fahey et Carter prennent un peu plus de temps que ceux réalisés avec le modèle de Mohr-Coulomb, mais cette conclusion ne peut pas être généralisée : elle dépend des incréments de chargement appliqués. Par ailleurs, les calculs se déroulent mieux lorsque la profondeur de fouille est plus grande.

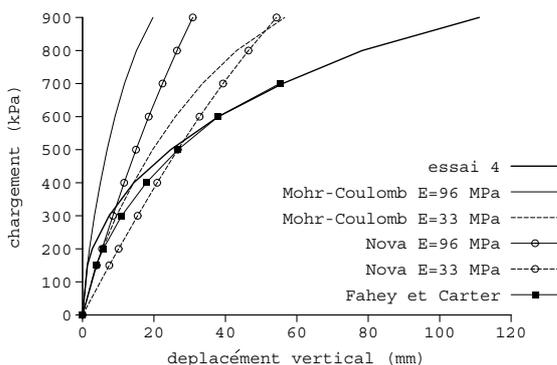
On présente ci-dessous les résultats de la modélisation pour les essais de chargement réalisés sur le site de Labenne, que l'on compare aux mesures. La figure 5.9 représente le déplacement vertical en fonction de la charge appliquée. La courbe en trait épais correspond aux mesures ; les autres courbes aux valeurs calculées avec les modèles de Mohr-Coulomb et de Nova (pour  $E = 33,6$  MPa et  $E = 96$  MPa) et le modèle de Fahey et Carter. Les déplacements calculés par Mestat et Berthelon (2001) sont en assez bon accord avec les mesures mais la réponse calculée du massif de sol est globalement trop raide. Par ailleurs, Mestat et Berthelon (2001) observent que les calculs conduits avec un module d'Young égal à 96 MPa, déterminé à partir des essais triaxiaux, sous-estiment largement les déplacements. Les calculs effectués avec un module d'Young égal à 33,6 MPa (déterminé à partir d'essais pressiométriques) donnent des résultats plus conformes aux déplacements mesurés, mais le modèle ne rend plus compte des résultats des essais triaxiaux, comme on a pu le constater sur les figures 5.3 et 5.4. On peut donc d'autant mieux apprécier l'efficacité du modèle à élasticité non linéaire pour le calcul des tassements sous une fondation superficielle, qui rend assez bien compte de la variation de la pente de la courbe charge-déplacement, et cela pour quasiment l'ensemble des essais modélisés. Pour les faibles valeurs de la charge, les déplacements semblent toutefois légèrement surestimés. On note également que pour les premiers essais (essais n°1 à 3), réalisés sur le terrain brut pouvant présenter des irrégularités en surface, les résultats avec le modèle de Fahey et Carter sont plus éloignés que ceux obtenus avec le modèle de Mohr-Coulomb mais, dans tous les autres cas, les simulations avec le modèle de Fahey et Carter donnent des déplacements très proches des mesures. Dans les essais n°1 à 3, les déplacements sont surestimés, alors que pour les autres essais on observe l'évolution inverse. On remarque aussi que les fondations de ces essais sont en béton tandis que les autres sont en acier.



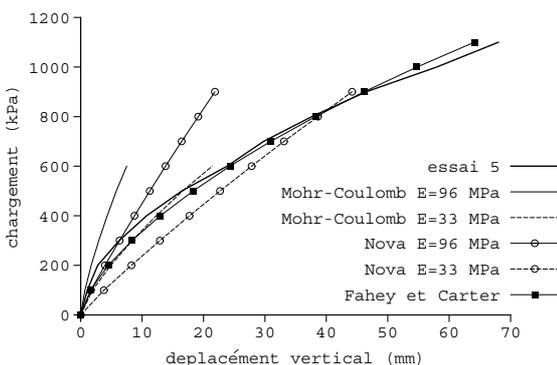
(a) – Essai n°1



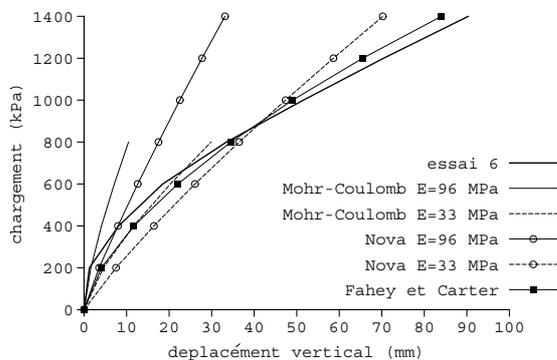
(b) – Essai n°2 et 3



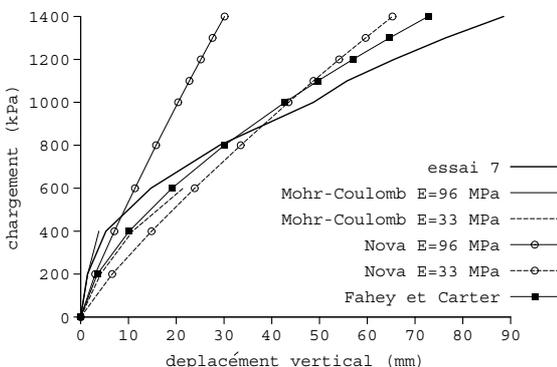
(c) – Essai n°4



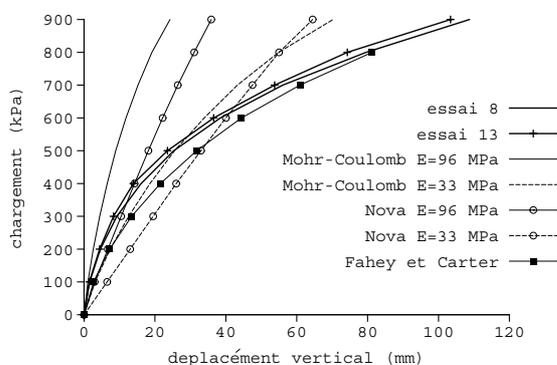
(d) – Essai n°5



(e) – Essai n°6



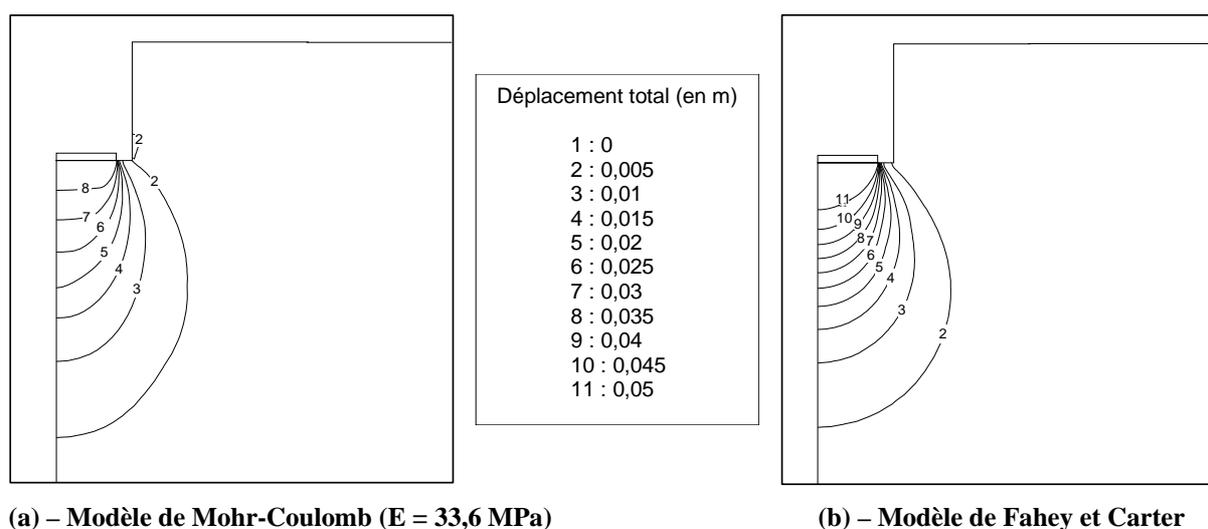
(f) – Essai n°7



(g) – Essai n°8 et 13

Figure 5.9 – Résultats de la modélisation des essais de chargement sur fondation superficielle

La figure 5.10 représente, sous forme de lignes d'isovaleurs, les déplacements totaux calculés autour de la fondation pour l'essai n°5 et pour une pression appliquée de 1000 kPa. Les tassements calculés avec le modèle de Fahey et Carter sont plus élevés (jusqu'à 15 mm d'écart) que ceux fournis par le modèle de Mohr-Coulomb. Par ailleurs, les lignes d'isovaleurs sont plus resserrées avec le modèle de Fahey et Carter, ce qui traduit une concentration des déformations autour de la fondation. Cette concentration des déformations est conforme à l'expérience courante, qui indique que les zones très déformées au voisinage des ouvrages sont généralement moins étendues que ne le prévoit la théorie élastique linéaire : elle manifeste l'influence de la non linéarité du module de cisaillement au sein du massif de sol.



**Figure 5.10 – Isovaleurs des déplacements autour de la fondation de l'essai de chargement n°5 pour une pression de 1000 kPa**

Nous avons tenu à regarder l'influence de la valeur du coefficient de pression des terres au repos, compte tenu du fait que nous ne disposons pas d'information à son sujet. Nous avons choisi une valeur intermédiaire et classique pour les sables de 0,5. Nous avons refait le calcul de l'essai de chargement n°5, en choisissant successivement un  $K_0$  de 0,3 et de 0,7. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure 5.11.

Le choix de  $K_0 = 0,5$  paraît a posteriori judicieux lorsqu'on regarde les valeurs de tassement obtenues avec un coefficient de pression des terres au repos inférieur et supérieur. On aurait aussi pu adopter un coefficient de pression des terres au repos obtenu à partir de la formule de Jaky (1944) :  $K_0 = 1 - \sin\phi = 0,41$ . Les résultats des simulations des essais de chargement sur fondation superficielle que l'on aurait alors obtenus auraient donné des tassements plus importants que ceux donnés par les mesures.

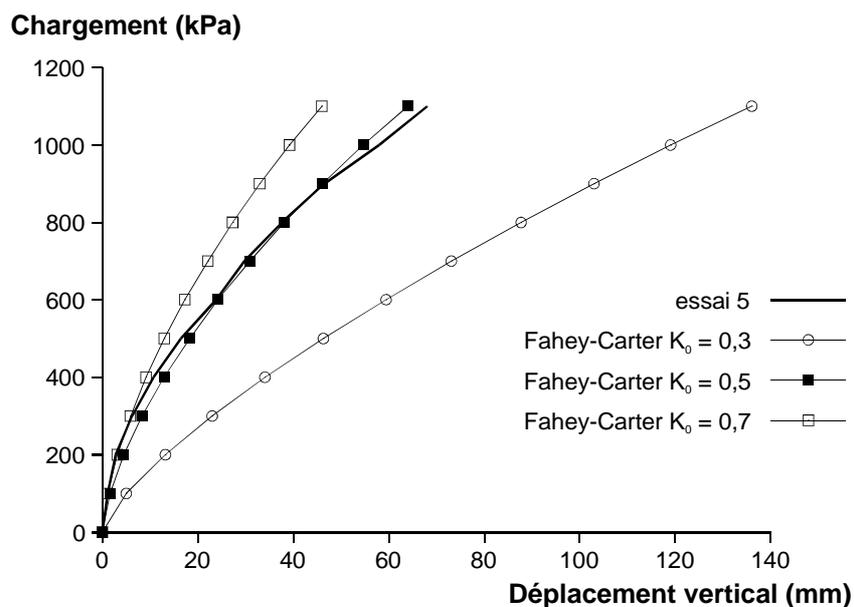


Figure 5.11 – Influence de  $K_0$  sur la modélisation des essais de chargement sur fondation superficielle

## 2.4 Conclusion

La modélisation des essais de chargement sur les fondations superficielles expérimentales de Labenne, pour des configurations variées, donne des résultats nettement plus satisfaisants avec le modèle élastique non linéaire-parfaitement plastique de Fahey et Carter qu'avec les autres modèles étudiés dans l'étude de Mestat et Berthelon (2001). Par ailleurs, il faut souligner que l'on a utilisé les paramètres identifiés à partir des essais triaxiaux, sans calage ultérieur.

Néanmoins, la procédure adoptée pour déterminer les paramètres du modèle élastique non linéaire à l'aide de courbes issues d'essais triaxiaux n'est pas systématique, et donc peu satisfaisante : elle reste à améliorer. On peut noter que les plages de variation des paramètres obtenus pour des échantillons de même densité sont relativement faibles, ce qui est plutôt encourageant. Cependant, il est nécessaire de proposer une démarche de détermination des paramètres à partir des résultats d'essais courants (comme l'essai pressiométrique, par exemple). Ce point est évidemment délicat : l'utilité d'un modèle de comportement est limitée si la détermination des paramètres requiert des moyens inaccessibles dans la pratique courante. Toutefois, il n'est pas cohérent de chercher à utiliser des modèles de comportement ayant une plus grande capacité prédictive que les modèles usuels si l'on refuse de consacrer les moyens nécessaires à la détermination des paramètres, et à des reconnaissances de qualité de manière plus générale : il y a donc un compromis à trouver.

Du point de vue numérique, la durée des calculs avec le modèle élastique non linéaire-plastique est du même ordre que celle des calculs conduits avec le modèle de Mohr-Coulomb (et plus faibles que pour le modèle de Nova), bien qu'il impose d'assembler de nouveau la matrice de rigidité pour chaque incrément de chargement. Cette conclusion n'a cependant pas une portée générale.

Le résultat de la modélisation des essais de chargement sur les fondations superficielles de Labenne est donc globalement très satisfaisant. Ces résultats encourageants demandent à être confirmés pour d'autres types de sol (on pense à des matériaux cohérents) et aussi d'autres types de structures.

### **3 Modélisation du boulonnage dans les tunnels**

On s'intéresse maintenant à la mise en œuvre du modèle élastique non linéaire-parfaitement plastique pour la modélisation du boulonnage des tunnels. Le dimensionnement du renforcement par boulonnage des parois d'un tunnel, et la prévision de la réduction des convergences que cette technique permet d'obtenir, sont des questions d'une grande importance pratique dans le domaine des travaux souterrains. Elles ont fait l'objet de très nombreux travaux de recherche au cours des dernières années et différentes méthodes ont été proposées pour modéliser ce procédé de construction. Toutefois, dans certains cas, elles ne parviennent pas à rendre compte de l'efficacité indiscutable de cette technique : l'influence des boulons sur le comportement global de l'ouvrage est le plus souvent presque négligeable dans les calculs pour les tunnels profonds ou les tunnels creusés dans des terrains relativement raides. Parmi les hypothèses qui peuvent expliquer ces mauvaises performances, on peut suggérer que le comportement du terrain entourant l'excavation est mal représenté par une loi de comportement élastoplastique dont la partie élastique est linéaire. Nous proposons ici de comparer les convergences calculées pour un tunnel (fictif) boulonné, creusé dans les marnes de Las Planas, pour lesquelles on dispose de résultats d'essais triaxiaux drainés. Les résultats de cette étude ont été présentés dans Coquillay et al. (2004).

#### **3.1 Introduction**

Le renforcement par boulonnage du terrain dans lequel est creusé un tunnel s'est développé de manière considérable au cours des dernières décennies. Le terme de boulonnage désigne une assez grande variété de techniques, qui peuvent avoir des objectifs différents selon le type de terrain rencontré. Dans un massif rocheux, l'utilisation d'inclusions a pour but d'empêcher la chute de blocs de la voûte du tunnel, par clouage des blocs potentiellement instables. En revanche, dans des roches tendres ou des sols, l'utilisation de boulons a plutôt pour objectif de limiter les déformations du terrain autour du tunnel. Il y a également une grande différence entre le fonctionnement mécanique d'un boulon passif scellé au terrain sur toute sa longueur et celui d'un ancrage uniquement fixé au terrain à ses deux extrémités. Par ailleurs, selon les situations, les inclusions peuvent être soumises à des efforts de traction seulement ou à des tractions combinées à des efforts de flexion.

Il est donc nécessaire de préciser le type de dispositif de boulonnage qu'une méthode de calcul cherche à prendre en compte. Dans ce qui suit, nous nous intéressons au boulonnage radial par inclusions passives scellées au terrain sur toute leur longueur et destinées à renforcer un terrain qui peut être considéré comme un milieu continu : autrement dit, l'analyse qui suit n'est pas adaptée au cas d'un massif rocheux, dans lequel la distribution spatiale des fractures est directement responsable des mouvements induits par le creusement du tunnel. De plus, nous nous intéressons plus particulièrement aux tunnels profonds, pour lesquels le but du

boulonnage est d'empêcher une trop grande convergence des parois du tunnel et d'améliorer la stabilité d'ensemble de l'ouvrage (et non de limiter les tassements de surface). Dans le cadre ainsi défini et malgré de nombreux travaux de recherche, différents auteurs (par exemple Charmetton, 2001) ont constaté qu'il reste difficile de donner une prévision quantitative de la réduction des convergences que le boulonnage permet d'obtenir et que, par conséquent, le dimensionnement du dispositif de boulonnage reste largement empirique.

### **3.2 Une revue rapide des modélisations du boulonnage**

Les boulons sont censés diminuer la convergence de la paroi du tunnel. Différentes modélisations ont été proposées pour simuler le rôle joué par les boulons. On en propose ici une revue sommaire, qui repose en partie sur la synthèse due à Charmetton (2001).

Certains auteurs (par exemple Stille et al., 1989 et Peila, 1994) proposent de prendre en compte les boulons en appliquant sur la paroi du tunnel une pression fictive, de manière à reproduire le rôle de confinement du boulon : du fait de la mise en traction des boulons, le terrain subit un déconfinement moins important que s'il n'y avait pas de boulons. La pression fictive à appliquer dépend dans ce type d'approche de la fraction volumique des boulons et de leur résistance à la traction.

Un autre point de vue consiste à remplacer, pour la modélisation, la zone de terrain boulonnée par un milieu équivalent présentant des caractéristiques mécaniques améliorées, en termes de résistance (Indraratna et Kaiser, 1990, Grasso et al., 1991, Oreste et Peila, 1996) ou en termes à la fois de raideur et de résistance, avec une analyse plus ou moins détaillée de l'interaction entre le terrain et le boulon. Le premier à avoir formalisé cette approche est Greuell (1993) ; elle a été également suivie par Wong et Larue (1998), Sudret et de Buhan (1999), et d'autres. Dans tous les cas, l'amélioration des propriétés du terrain dépend, à nouveau, de la fraction volumique des boulons et de leurs caractéristiques mécaniques.

En dernier lieu, la plupart des codes de calcul par éléments finis ou par différences finies permettent d'introduire dans la zone de terrain renforcée des éléments particuliers (de type barre ou poutre) pour représenter les boulons. Dans cette approche, la préparation du maillage peut être un peu délicate, en particulier pour des analyses tridimensionnelles (comme celle effectuée par Laigle (2001) par exemple). Comme pour les approches précédentes, la prise en compte du rôle des boulons fait intervenir les paramètres de géométrie des boulons et les caractéristiques mécaniques des matériaux qui les constituent : on peut donc s'attendre à ce que les résultats soient comparables à ceux des approches précédentes.

L'efficacité réelle des boulons est difficile à mesurer, surtout pour des tunnels profonds, parce qu'il n'est pas envisageable, dans un projet réel, de creuser un tronçon de tunnel sans boulon et un tronçon avec boulons dans le même terrain. Néanmoins, toutes les méthodes de calcul tendent à indiquer que la réduction de convergence procurée par les boulons est pratiquement négligeable, sauf pour des tunnels peu profonds en terrain meuble ; or l'efficacité réelle du procédé est incontestable.

Malgré les propriétés mécaniques très élevées des boulons, leur faible fraction volumique fait que l'augmentation du module apparent du terrain prise en compte par les méthodes de calcul représente quelques pour-cent du module d'une roche située à une centaine de mètres de

profondeur ou plus. L'amélioration relative des caractéristiques de résistance, quelle que soit la méthode adoptée pour la calculer, est aussi assez faible.

Cela dit, il convient de rappeler que les boulons sont mis en place dans le terrain alors que l'état de contraintes est nettement différent de l'état initial et que la raideur apparente du terrain est alors sensiblement plus faible à proximité de l'excavation qu'à une distance de quelques diamètres. On peut donc espérer améliorer les résultats du calcul en utilisant, pour le terrain encaissant, un modèle de comportement qui prenne en compte le fait que la raideur diminue lorsque l'état de contraintes est perturbé par une excavation. Deux possibilités se présentent : on peut recourir à un modèle élastique-parfaitement plastique avec une élasticité non linéaire ou à un modèle élastoplastique avec un écrouissage adéquat (négatif). Dans ce qui suit, nous présentons le résultat de la mise en œuvre de la première approche, avec le modèle présenté précédemment, pour le calcul des convergences d'un tunnel (fictif) creusé dans les marnes de Las Planas.

### **3.3 Détermination des paramètres pour les marnes de Las Planas**

Le tunnel de Las Planas est situé près de Nice. On ne dispose pas pour cet ouvrage de mesures de convergence qui permettraient de valider les simulations numériques présentées ci-dessous. Cependant, la description des marnes de Las Planas due à Lee et al. (1993) et notamment les essais triaxiaux réalisés à l'occasion de sa construction, permettent d'identifier les paramètres des modèles de Fahey et Carter et de Mohr-Coulomb. On se propose de comparer l'efficacité des boulons dans des simulations numériques réalisées pour les deux lois de comportement, avec les paramètres identifiés à l'aide de ces essais triaxiaux.

De manière plus précise, on dispose des résultats de six essais triaxiaux réalisés avec un état de contrainte initial correspondant à une compression isotrope  $\sigma_0$  variant entre 3,6 MPa et 12 MPa. Ces essais sont réalisés à haute pression de sorte que le sol soit dans un état normalement consolidé (Lee et al., 1993).

Pour le modèle de Fahey et Carter, nous avons suivi la même procédure que dans l'exemple précédent : les paramètres de résistance  $c$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  sont déterminés avant les paramètres élastiques  $\nu_0$ ,  $f$ ,  $g$  et  $C$ . On s'appuie à nouveau sur les courbes donnant le rapport des contraintes  $q/p$  en fonction de la déformation axiale et la déformation volumique en fonction de la déformation axiale. Cette identification a été plus difficile que dans le cas du sable de Labenne, car les courbes expérimentales ne présentaient pas d'asymptotes aussi claires. En particulier, la déformation volumique diminue de manière monotone, ce qui a conduit à choisir un angle de dilatance nul, ce qui paraît acceptable pour des marnes.

Dans un deuxième temps, on détermine les paramètres  $C$  et  $f$  à l'aide de la pente initiale de la courbe  $(\varepsilon_1, q/p)$  et de la valeur pour laquelle la courbe expérimentale devient non linéaire. En dernier lieu, on ajuste les paramètres les moins sensibles,  $\nu_0$  à l'aide de la pente initiale de la courbe  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$  et enfin  $g$ , en cherchant à reproduire l'allure des courbes. Après avoir effectué cette détermination pour chaque essai, nous avons pris la moyenne arithmétique sur les six essais triaxiaux des différents paramètres. Les valeurs obtenues pour les essais sont indiquées dans le tableau 5.9.

Pour le modèle de Mohr-Coulomb, nous avons adopté les mêmes valeurs des paramètres de résistance que pour le modèle de Fahey et Carter, et nous avons ajusté la valeur du module d'Young et du coefficient de Poisson pour reproduire la pente initiale des deux courbes ( $\varepsilon_1, q/p$ ) et ( $\varepsilon_1, \varepsilon_v$ ). Le module d'Young que l'on détermine par cette procédure dépend fortement de la contrainte initiale de l'essai triaxial étudié (voir tableau 5.9) et il est donc difficile de choisir une valeur qui convienne pour l'ensemble des essais : selon les essais, la meilleure valeur varie de 430 à 800 MPa. Les simulations présentées dans la suite sont réalisées avec les valeurs moyennes du coefficient de Poisson et du module d'Young soit 585 MPa pour le module d'Young et 0,25 pour le coefficient de Poisson.

**Tableau 5.9 – Paramètres des modèles de Mohr-Coulomb et Fahey et Carter pour la marne de Las Planas**

Nom de l'essai	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Pression de confinement (MPa)	$\nu$	E (MPa)	$\nu_0$	f	g	C	c (kPa)	$\phi$ (degré)	$\psi$ (degré)
LP041	21,60	$\sigma_3 = 3,6$	0,3	430	0,05	0,8	0,5	400	600	26	0
LP023	21,20	$\sigma_3 = 5$	0,3	600	0,05	0,83	0,5	350	550	26	0
LP033		$\sigma_3 = 7,6$	0,3	420	0,01	0,86	0,5	400	750	26	0
LP042	20,64	$\sigma_3 = 7,6$	0,3	570	0,01	0,85	0,5	400	600	26	0
LP031	21,90	$\sigma_3 = 10,1$	0,2	800	0,01	0,8	2	180	670	27	0
LP105		$\sigma_3 = 12$	0,1	700	0,01	0,6	2	180	1000	27	0
Moyenne			0,25	585	0,023	0,79	1	320	695	26,3	0

Les figures 5.12 et 5.13 représentent, à titre d'exemple, les résultats des simulations numériques de l'essai triaxial LP041 (annexe A4). La courbe expérimentale est en trait fort. Les courbes sans symbole représentent les résultats des simulations réalisées avec le modèle de Fahey et Carter pour le meilleur jeu de paramètres de l'essai (trait plein) et pour le jeu de paramètres obtenu en faisant la moyenne arithmétique des six essais disponibles (trait pointillé). Elles montrent que le modèle reproduit relativement bien le comportement de la marne de Las Planas : les résultats paraissent visuellement très bons. Cela provient du fait que le matériau ne présente pas de dilatance dans ces essais, l'état caractéristique n'est donc pas visible. On a choisi le paramètre f de sorte que le sol entre en plasticité vers la fin de l'essai. Malgré le caractère approximatif de la détermination des paramètres, on peut noter que le modèle de Fahey et Carter est capable de bien représenter le comportement des marnes de Las Planas dans le domaine des faibles déformations.

Les deux autres courbes (avec symboles ronds) représentent les résultats des simulations réalisées avec le modèle de Mohr-Coulomb pour le meilleur jeu de paramètres de l'essai (trait plein) et pour le jeu de paramètres obtenu en faisant la moyenne arithmétique des six essais disponibles (trait pointillé).

On remarque que le modèle de Mohr-Coulomb ne permet pas de reproduire l'allure de la courbe donnant le rapport de contraintes en fonction de la déformation axiale.

### Rapport de contraintes q/p

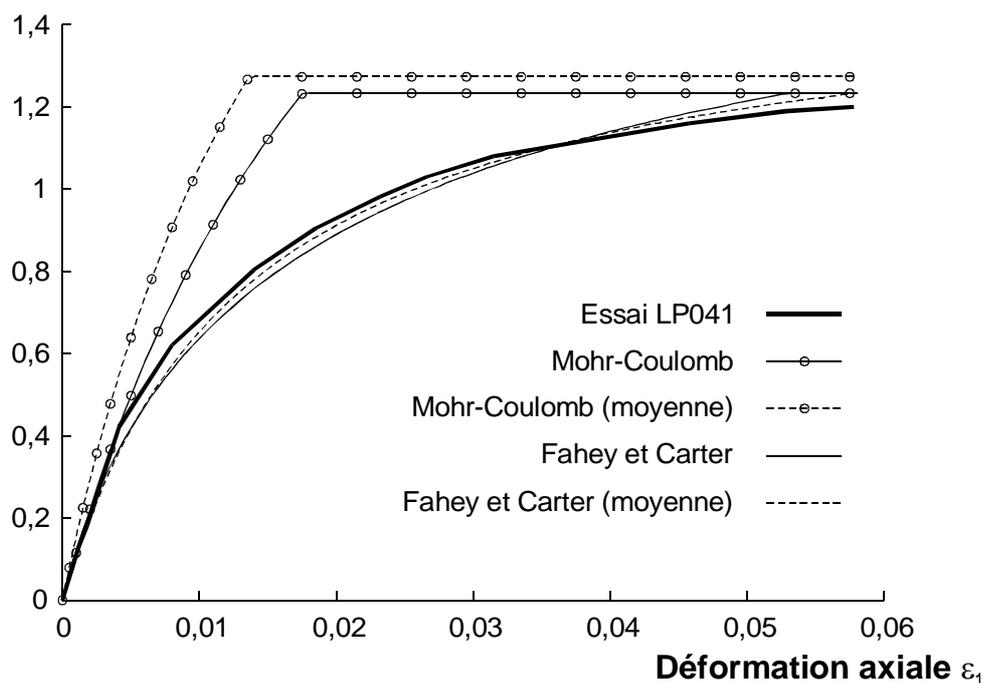


Figure 5.12 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP041 ( $\sigma_0 = 3,6$  MPa) : ( $\epsilon_1, q/p$ )

### Déformation volumique $\epsilon_v$

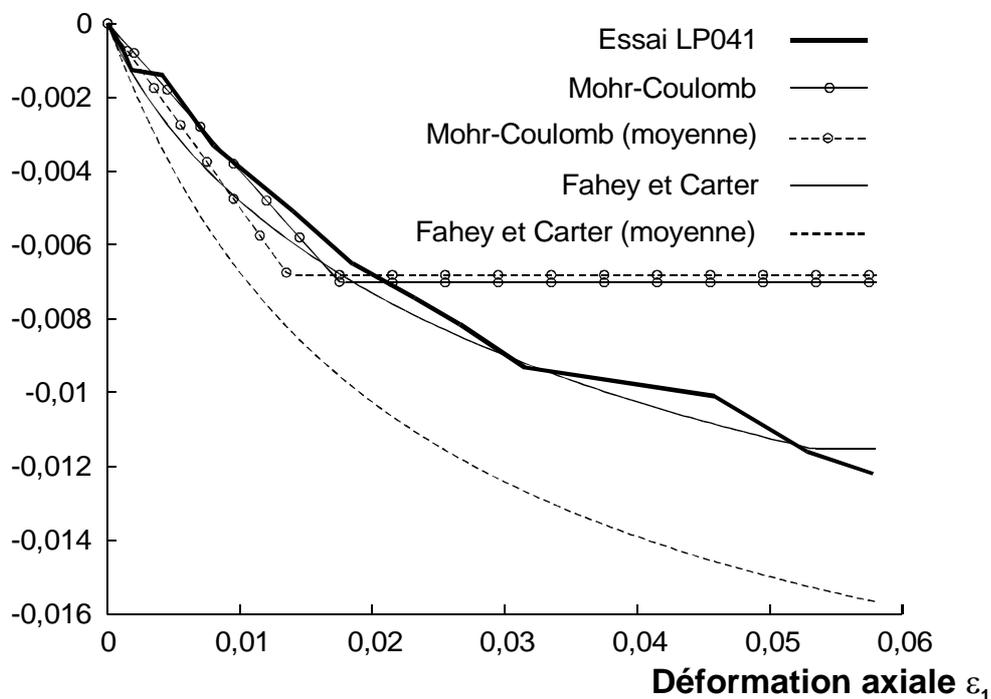


Figure 5.13 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP041 ( $\sigma_0 = 3,6$  MPa) : ( $\epsilon_1, \epsilon_v$ )

### 3.4 Modélisation numérique du rôle des boulons

On a ensuite simulé la construction d'un tunnel fictif dans les marnes de Las Planas, avec les paramètres obtenus par la procédure décrite ci-dessus. Le maillage utilisé compte 4800 nœuds et 2300 éléments. Les dimensions du maillage complet sont égales à 50 m dans la direction horizontale et 100 m dans la direction verticale. Une vue agrandie de la partie centrale du maillage est représentée sur la figure 5.14. Le diamètre du tunnel est de 10 m et l'axe se trouve à une profondeur fixée à 200 m, ce qui correspond aux conditions d'un tunnel profond.

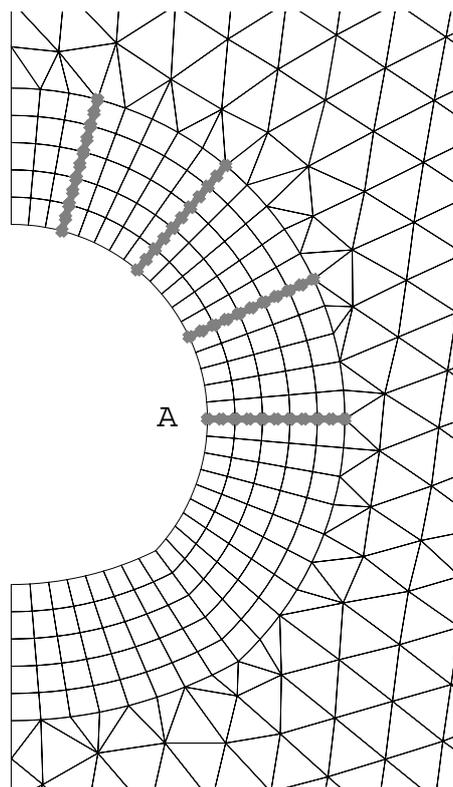


Figure 5.14 – Vue du maillage utilisé pour comparer les convergences calculées avec et sans boulons

Des éléments de type "barre" sont introduits pour représenter les boulons : ils apportent simplement une raideur supplémentaire dans la direction des inclusions. Leur longueur est de 3,5 m. Leur module d'Young est pris égal à celui de l'acier (210 000 MPa). La section des boulons ( $4,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ) est corrigée dans le calcul pour tenir compte de l'intervalle entre deux auréoles de boulons dans la direction de l'axe du tunnel (pris égal à 3 m).

L'état de contraintes initial est défini par la profondeur de l'axe du tunnel, le poids volumique du terrain ( $21,2 \text{ kN/m}^3$  dans les simulations) et le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  est pris égal à 0,7. La simulation de l'excavation est effectuée en deux étapes :

- application de forces de déconfinement sur le contour de l'excavation, avec un taux de déconfinement  $\lambda = 0,3$  ;
- activation des boulons et application du reste des forces de déconfinement. Pour que la simulation reste aussi simple que possible et pour limiter le nombre de paramètres, on ne prend pas en compte dans les simulations l'effet du béton projeté

qui, dans la pratique, accompagne de manière quasi-systématique la mise en place de boulons.

### 3.5 Résultats

Pour mettre en évidence le rôle des boulons, nous nous sommes intéressés au déplacement horizontal de la paroi du tunnel. La figure 5.15 montre le déplacement horizontal calculé sur le contour de la zone excavée, l'abscisse étant l'abscisse curviligne le long du contour, de la clé au radier. Les traits pleins correspondent aux calculs sans boulon, les pointillés aux calculs avec boulons. Les traits fins sont associés aux calculs réalisés avec le modèle combinant une élasticité linéaire et le modèle de Mohr-Coulomb et les traits gras sont associés aux calculs réalisés avec le modèle de Fahey et Carter.

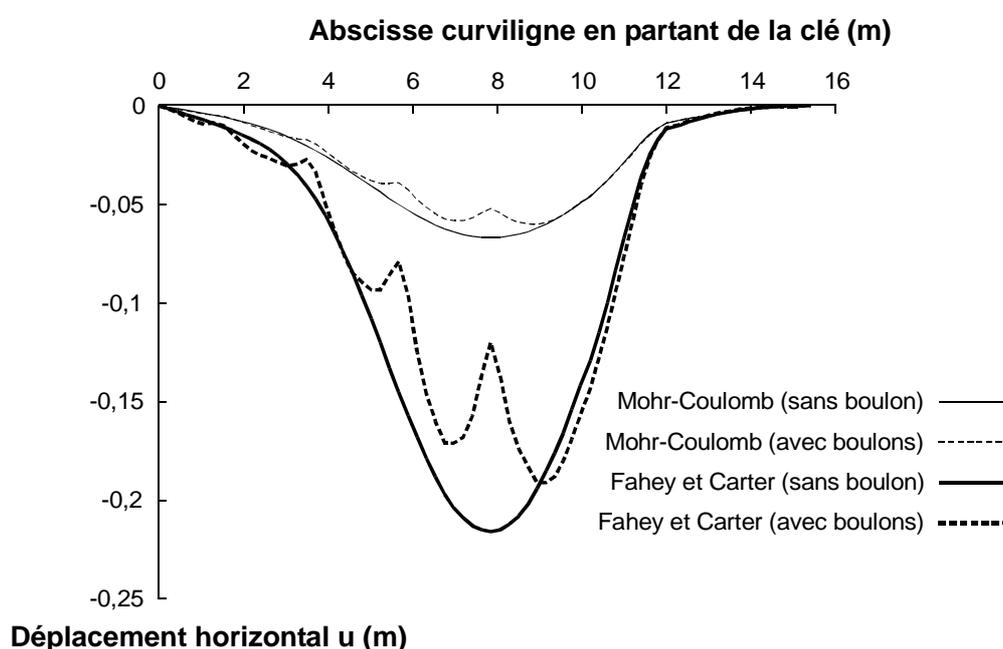


Figure 5.15 – Déplacement horizontal de la paroi du tunnel

En dépit du fait que les paramètres ont été déterminés à l'aide des mêmes essais triaxiaux, les déplacements sont nettement plus grands pour les calculs effectués avec une élasticité non linéaire. La réponse obtenue avec une élasticité linéaire est plus raide, ce qui n'est pas surprenant, compte tenu du fait que les modules choisis pour ce modèle rendent compte de la partie initiale des courbes expérimentales.

On constate que la réduction des déplacements n'est significative qu'à proximité immédiate des boulons : la position des inclusions serait sans doute moins visible si l'on incluait dans la modélisation une couche de béton projeté. Pour mieux apprécier la réduction de convergence apportée par les boulons, nous avons normalisé le déplacement horizontal calculé par la valeur maximale obtenue dans le calcul sans boulon (figure 5.16).

Déplacement horizontal normalisé

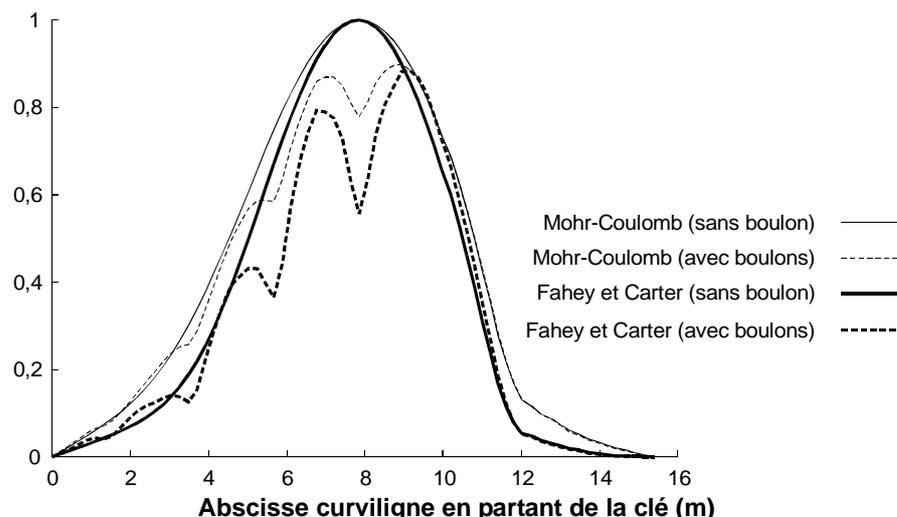


Figure 5.16 – Déplacement horizontal normalisé

La différence relative entre les déplacements calculés avec et sans boulons est de l'ordre de 20% pour le modèle de Mohr-Coulomb et de 45% pour le modèle de Fahey et Carter. Le rôle joué par l'élasticité non linéaire est donc relativement clair, mais le choix du module pour les calculs avec le modèle de Mohr-Coulomb a probablement une forte influence sur le résultat.

En dernier lieu, nous présentons l'influence des boulons sur la courbe de convergence du massif (figure 5.17). Il est habituel de porter sur l'axe vertical la contrainte appliquée sur la paroi du tunnel divisée par la contrainte initiale, et sur l'axe horizontal le déplacement de la paroi. On représente ici le déplacement calculé au point appelé A sur la figure 5.14. Comme les boulons ne sont activés que dans la deuxième phase du calcul, les courbes avec et sans boulons sont superposées pour les valeurs de  $1 - \lambda$  supérieures à 0,7.

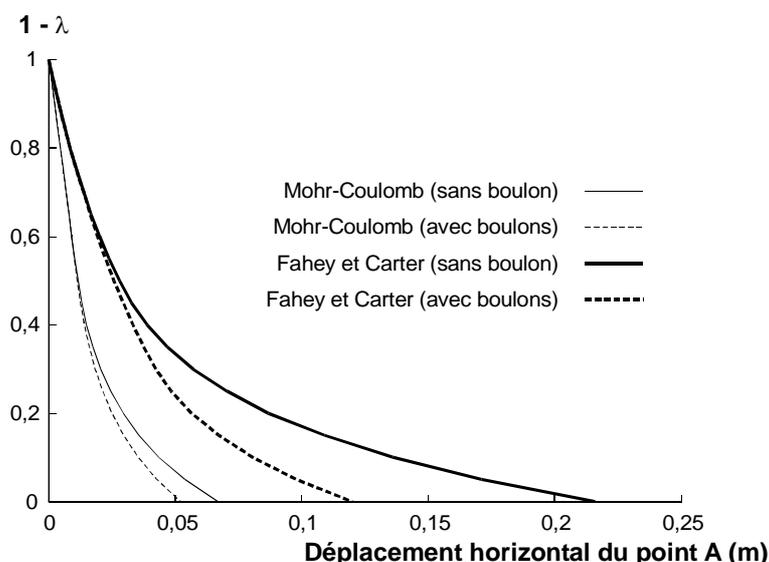


Figure 5.17 – Déplacement horizontal du point A en fonction du taux de déconfinement  $\lambda$

On note, d'une part, que le déplacement calculé avec le modèle de Fahey et Carter est plus grand et, d'autre part, que la réduction du déplacement due aux boulons est plus importante.

### 3.6 Discussion

De manière générale, l'utilisation de lois de comportement simples, comme la combinaison d'une élasticité linéaire avec un critère de Mohr-Coulomb, conduit souvent à des estimations peu réalistes des déplacements provoqués par le creusement d'un tunnel, aussi bien à proximité du tunnel qu'à une plus grande distance. Cette remarque justifie que l'on cherche à proposer des lois plus complexes. Pour le problème de la modélisation du boulonnage, les résultats des simulations numériques montrent que les convergences calculées avec le modèle de Mohr-Coulomb dépendent directement du module d'Young adopté. Pour un tunnel (fictif) creusé dans les marnes de Las Planas et avec les paramètres retenus ici, la diminution de convergence due aux boulons est de l'ordre de 20% pour le modèle de Mohr-Coulomb et de 45% pour le modèle de Fahey et Carter.

La détermination des paramètres a cependant une influence prépondérante sur le résultat. En particulier, si le modèle de Fahey et Carter permet de rendre compte de l'ensemble des essais triaxiaux réalisés avec un jeu de paramètres moyen, il n'en va pas de même pour le modèle de Mohr-Coulomb : le module d'Young donnant le meilleur accord varie sensiblement d'un essai triaxial à l'autre. On a donc réalisé une nouvelle simulation en retenant le module qui donne le meilleur calage pour l'essai triaxial réalisé avec une contrainte initiale de 3,6 MPa, soit 430 MPa. Parmi les différents essais dont on dispose, il correspond à la contrainte initiale la plus proche de la contrainte en place à 200 m de profondeur. Les déplacements horizontaux calculés pour le point A, avec et sans boulons sont donnés dans le tableau 5.10.

**Tableau 5.10 – Déplacement horizontal du point A suivant le modèle de comportement utilisé, avec et sans boulons**

<b>modèle et paramètres utilisés pour le massif</b>	<b>déplacement horizontal en A sans boulon</b>	<b>déplacement horizontal en A avec boulons</b>	<b>diminution relative due aux boulons</b>
Mohr-Coulomb / paramètres moyens sur les six essais triaxiaux	6,7 cm	5,2 cm	20 %
Mohr-Coulomb / paramètres donnant le meilleur calage pour l'essai LP041	9,1 cm	6,7 cm	26 %
Fahey et Carter / paramètres moyens sur les six essais triaxiaux	21,6 cm	12,0 cm	45 %

La différence entre les modèles de Mohr-Coulomb et de Fahey et Carter est moins importante, mais persiste, ce qui confirme la validité de l'approche proposée : la dégradation progressive des modules à mesure que l'on cisaille le sol se traduit par une influence plus marquée des boulons sur les convergences de la paroi du tunnel. Cette conclusion reste cependant qualitative : il reste à effectuer de nouvelles simulations concernant des ouvrages pour lesquels on disposerait à la fois d'une bonne caractérisation des terrains encaissants et de mesures de convergence.

## **4 Chargement d'une fondation mixte sur le site de Merville**

Le troisième exemple simple traité dans ce chapitre concerne le chargement d'une fondation mixte sur le site de Merville. Il s'agit d'un site expérimental des Laboratoires des Ponts et Chaussées exploité depuis 1985. La formation géologique rencontrée sur ce site est l'argile des Flandres, présente sur plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur.

Dans les deux études précédentes, on a mis en évidence le fait qu'on pouvait déterminer les paramètres du modèle de Fahey et Carter à l'aide d'essais courants de laboratoire, tels que les essais triaxiaux drainés. Par ailleurs, les modèles hyperboliques, catégorie à laquelle appartient le modèle de Fahey et Carter, s'adaptent particulièrement bien aux matériaux pulvérulents, ce que l'on a pu constater lors de l'étude sur le site de Labenne. Dans la seconde étude, on a tenté de mettre en œuvre le modèle de Fahey et Carter sur un site où le sol est cohérent (marnes de Las Planas), mais sans disposer de mesure sur un ouvrage réel. Le site de Merville paraît remplir des conditions favorables pour appliquer le modèle de Fahey et Carter à un ouvrage réel dans un sol cohérent.

Canépa (2001) et Canépa et al. (2002) ont réalisé une campagne complète d'essais sur le sol en place pour étudier la « déformabilité » de l'argile des Flandres. Ils souhaitent utiliser une loi de comportement élastique non linéaire générale pour calculer les déformations. Pour ce faire, le programme de reconnaissance a consisté à réaliser divers types d'essais sismiques et mécaniques sur le sol en place pour déterminer le module de cisaillement du sol relatif à différentes plages de déformation de l'argile et à reconstituer à partir de ces mesures la courbe d'évolution de ce module.

On souhaite suivre une démarche analogue à celle de Canépa (2001) et Canépa et al. (2002) pour caractériser l'argile des Flandres avec les paramètres du modèle de Fahey et Carter, au moyen d'essais en place. Cela est d'autant plus intéressant que les auteurs se sont également appuyés sur une formulation de type proposée par Fahey et Carter (1993), sans toutefois avoir recours à la méthode des éléments finis. On utilise ensuite le jeu de paramètre obtenu pour simuler un essai de chargement sur une fondation mixte (semelle-pieu) dans l'argile des Flandres.

Le travail décrit par la suite a déjà été présenté partiellement par Coquillay et Bourgeois (2003).

### **4.1 Présentation du site de Merville**

Reiffsteck et Tacita (2004) ont fourni une synthèse géologique des formations rencontrées sur le site de Merville :

- jusqu'à 1,5 m de profondeur environ, on trouve une couverture de limon peu plastique, affectée par le battement de la nappe ;
- de 1,5 à 42 m de profondeur, il s'agit de l'argile des Flandres de l'Yprésien (Eocène) ;
- de 42 à 84 m, on trouve les sables et argiles du Landénien ;
- au-delà, on atteint le socle de craie du Senonien et du Turonien.

L'argile des Flandres reconnue dans les sondages carottés arrêtés à 10,5 m et 18,5 m se présente sous la forme d'une argile gris bleu feuilletée horizontalement. Les principales caractéristiques de l'argile des Flandres de l'Yprésien collectées dans les campagnes de reconnaissance antérieures à 2000 sont rappelées dans le tableau 5.11 (Borel, 2000).

**Tableau 5.11 – Paramètres d'identification et de résistance au cisaillement de l'argile testée (Borel, 2000)**

w (%)	w <sub>L</sub> (%)	I <sub>p</sub> (%)	γ (kN/m <sup>3</sup> )	γ <sub>d</sub> (kN/m <sup>3</sup> )	γ <sub>s</sub> (kN/m <sup>3</sup> )	CaCO <sub>3</sub> (%)
27-33	86-98	58-69	18,5-19,4	13,9-15,3	26,9-27	6,8-8,8

φ (degré)	c (kPa)	λ <sub>cu</sub> (degré)	c <sub>cu</sub> (kPa)	φ <sub>uu</sub> (degré)	c <sub>uu</sub> (kPa)
15-28	35-37	10-22	35-48	3,7-14	110-190

Le site est baigné par une nappe fluctuant entre la surface (nappe haute) et 2 m de profondeur (nappe basse).

## 4.2 Reconnaissances géotechniques effectuées sur le site de Merville

### 4.2.1 Campagne d'essais in situ

On donne les principaux résultats obtenus lors de la campagne d'essais sur le sol en place effectuée en octobre 2000. On ne s'intéresse qu'aux résultats concernant les caractéristiques de déformation (modules pressiométriques et modules sismiques) sur lesquelles on s'est appuyé pour déterminer les paramètres du modèle de Fahey et Carter. Cette partie a pour support le rapport établi par Canépa (2001). On rappelle également les résultats obtenus au pressiomètre Ménard provenant d'une campagne de reconnaissance géotechnique antérieure.

#### 4.2.1.1 Pressiomètre Ménard

Trois sondages pressiométriques ont été réalisés en 1986 sur le site de Merville par le LCPC. Ils ont permis de déterminer les profils de pressions limites pressiométriques  $p_l$  et les profils de modules de cisaillement pressiométriques Ménard  $G_M$  en fonction de la profondeur  $z$  (m) :

- de 4 à 18 m :

$$p_l \text{ (MPa)} = 0,08205 z + 0,49314 ; \quad [5.10]$$

- de 4 à 14 m :

$$G_M \text{ (MPa)} = 0,63 z + 2,26 . \quad [5.11]$$

À partir du profil des modules de cisaillement pressiométrique Ménard  $G_M$ , on peut déduire le module pressiométrique Ménard  $E_M$  grâce à la formule reliant ces deux grandeurs :

$$E_M = 2 G_M (1 + \nu) \quad [5.12]$$

- de 4 à 14 m, avec  $\nu = 0,33$  :

$$E_M \text{ (MPa)} = 1,664 z + 6,002 \quad [5.13]$$

Les modules de cisaillement mesurés au pressiomètre sont calculés sur la plage ( $\Delta p$ ,  $\Delta V$ ) de la courbe pression-volume réputée correspondre à un comportement pseudo-élastique du sol. Il s'agit donc d'un module de cisaillement moyen établi à l'aide de l'expression suivante :

$$G_M = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V_m}} \quad [5.14]$$

où  $\Delta p$  est la variation de pression appliquée au bord de la cavité,  $\Delta V$  est la variation du volume de la cavité correspondant à  $\Delta p$  et  $V_m$  est le volume moyen de la cavité correspondant à  $\Delta p$ .

Dans ce type d'essais, la déformation radiale au bord de la cavité est donnée par l'expression suivante :

$$\varepsilon_\theta = \frac{\Delta R}{R_0} \quad [5.15]$$

où  $\Delta R$  est la variation de rayon de la cavité et  $R_0$  est le rayon initial de la cavité.

#### 4.2.1.2 Essais d'expansion avec le pressio-pénétrromètre Fugro

Deux sondages pressio-pénétrrométriques ont été réalisés sur le site de Merville, appelés PP1 et PP2. Les essais d'expansion pressiométrique ont été faits avec une sonde montée à l'arrière de la pointe pénétrrométrique. La cellule de mesure a un élancement  $L/D$  de 10 (44 cm / 4,4 cm) et un volume initial ( $V_s$ ) de 660 ml.

L'essai d'expansion de cavité est réalisé à vitesse de déformation constante jusqu'à introduction d'un volume de 750 cm<sup>3</sup>. Trois boucles intermédiaires de dégonflement-regonflement à différents taux de déformation ont par ailleurs été réalisées. Les volumes d'injection retenus pour le début des cycles sont de 350 cm<sup>3</sup>, 500 cm<sup>3</sup> et 650 cm<sup>3</sup> (correspondant respectivement à des déformations de la cavité  $\varepsilon_\theta$  de l'ordre de 20 %, 30 % et 40 %). L'amplitude des boucles a été fixée à 5 cm<sup>3</sup> pour le profil PP1 et à 30 cm<sup>3</sup> pour le profil PP2 (correspondant respectivement à des déformations  $\varepsilon_\theta$  de l'ordre de 0,2 % et 1,3 %).

Le dépouillement des essais a consisté à déterminer :

- la pression limite  $p_l$  (pression correspondant, par convention, au doublement de la cavité initiale  $V_0$  dans le terrain) ;
- les modules de cisaillement  $G$  calculés d'après la formule 5.14 pour une pression de  $p_l/3$  et  $p_l/2$ , ainsi que les modules cycliques  $G_c$  également établi à l'aide de la formule 5.14, où  $\Delta p$  et  $\Delta V$  sont mesurés pendant le cycle de dégonflement-regonflement.

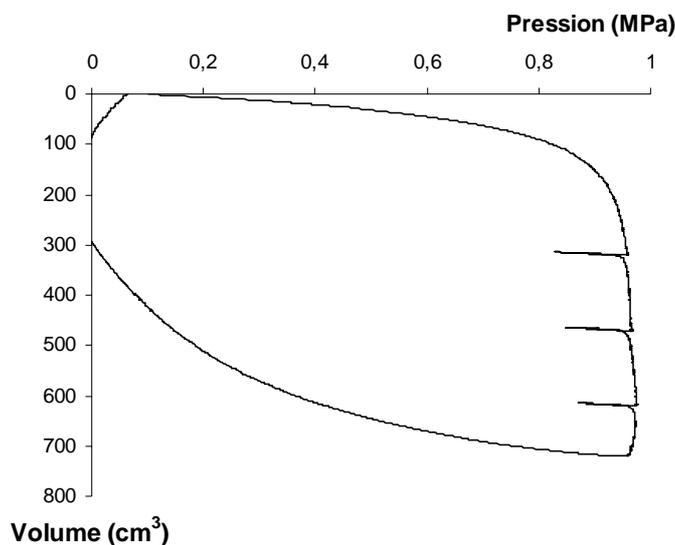
Les valeurs de ces caractéristiques sont répertoriées dans le tableau 5.12.

**Tableau 5.12 – Caractéristiques pressiométriques mesurées lors des sondages PP1 et PP2 (Canépa, 2001)**

Sondage	Profondeur z (m)	Pression limite $p_l$ (MPa)	Modules pressiométriques		Modules pressiométriques cycliques		
			$\Delta p = p_l/3$	$\Delta p = p_l/2$	$V_i = 350 \text{ cm}^3$	$V_i = 500 \text{ cm}^3$	$V_i = 650 \text{ cm}^3$
			$G_1$ (MPa)	$G_2$ (MPa)	$G_{c1}$ (MPa)	$G_{c2}$ (MPa)	$G_{c3}$ (Mpa)
PP1	1,89	0,3981	2,98	2,50	6,68	6,72	6,90
	3,89	0,9316	8,36	7,68	15,67	15,39	17,05
	5,89	0,9725	6,74	7,12	19,62	20,91	21,65
	7,89	1,2052	8,37	9,38	22,27	22,78	23,50
	9,89	1,6812	15,77	14,59	32,32	33,26	35,38
PP2	1,95	0,4031	2,75	2,65	4,51	4,64	5,00
	5,95	1,0140	8,09	7,20	11,95	12,75	13,35
	7,96	1,1474	12,74	12,35	13,71	14,50	15,14
	9,95	1,3445	15,16	13,36	14,24	14,32	-

Les résultats confirment la présence d'une couche plus médiocre en surface de plus de 2 m d'épaisseur surmontant l'argile des Flandres. Ils mettent également en évidence une augmentation régulière des caractéristiques mécaniques avec la profondeur.

Pour ces essais d'expansion pressiométrique, on dispose des courbes complètes pression-volume, ce qui est assez rare dans la pratique. Dans la suite, on se servira de ces courbes (dont un exemple est donné sur la figure 5.18) pour déterminer les paramètres du modèle de Fahey et Carter.


**Figure 5.18 – Courbe pression-volume de l'essai d'expansion pressiométrique PP1 à 6 m (Canépa, 2001)**

### 4.2.1.3 Essais au sismo-cône

Les essais au sismo-cône ont été faits avec un capteur sismique (récepteur) monté à l'arrière du manchon de frottement pénétrométrique et constitué de deux géophones horizontaux faisant un angle de 90 degrés l'un par rapport à l'autre.

L'essai consiste à générer une onde sismique de type S (onde de cisaillement) et à enregistrer au moyen d'un sismographe les signaux des géophones. Le générateur d'ondes est constitué d'une enclume (poutre) métallique placée en surface sous l'un des vérins servant de support au sismo-pénétromètre, enclume sur laquelle un opérateur frappe avec un marteau. Ce dernier est équipé d'un système permettant le déclenchement de l'enregistrement par le sismographe dès que la source est activée. La distance entre l'axe du train de tiges pénétrométriques et le centre de l'enclume est de 2,4 m.

On mesure la vitesse  $V$  de propagation des ondes sismiques dans le sol. Le module de cisaillement  $G_s$  de ce dernier est alors calculé par l'expression suivante :

$$G_s = \rho V^2 \quad [5.16]$$

où  $\rho$  est la masse volumique du terrain.

Cette relation suppose un comportement élastique linéaire isotrope et homogène du sol dans lequel se propage l'onde, ce qui est bien sûr discutable. Cette relation est néanmoins toujours appliquée pour l'exploitation courante de ce type d'essais.

La courbe de tendance des modules de cisaillement mesurés au sismo-cône  $G_s$  dans l'argile des Flandres a été établie sur la zone de 4 à 10 m (avec  $z > 0$ ) :

$$G_s \text{ (MPa)} = 5,585 z + 14,296 \quad [5.17]$$

Dans les essais au sismo-cône, les déformations du sol ne sont pas mesurées. Les recherches dans ce domaine montrent toutefois que la propagation des ondes génère des déformations très petites, inférieures à  $1.10^{-6}$ . On identifie par conséquent le module de cisaillement mesuré au sismo-cône à la valeur du module des très petites déformations (module maximal  $G_0$ ).

### 4.2.1.4 Synthèse des différents résultats

Canépa (2001) et Canépa et al. (2002) ont par la suite déterminé la courbe d'évolution du module de cisaillement  $G$  en fonction de la déformation, en s'appuyant sur une relation de même type que celle proposée par Fahey et Carter (1993) :

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + m \left( \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_f} \right)^n} \quad [5.18]$$

où  $G_{\max}$  est le module de cisaillement maximum,  $\varepsilon_\theta$  est la déformation radiale au bord de la cavité (dans un essai d'expansion de cavité, équation 5.15),  $\varepsilon_f$  est une déformation de référence valant 0,025 (correspondant par convention à la pression de fluage  $p_f$ ),  $m$  et  $n$  sont des coefficients empiriques.

Pour tracer la courbe d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation, Canépa (2001) et Canépa et al. (2002) ont remarqué que les modules de déformation sont spécifiques de la procédure d'essais utilisée, c'est à dire de la plage de déformation testée. Les déplacements qui découlent des très petites déformations (inférieures à  $1.10^{-5}$ ) relèvent plutôt

des modules mesurés lors d'essais de propagation d'ondes sismiques (Magnan et al., 1998). Le module de cisaillement maximal  $G_{\max}$  retenu pour caractériser cette plage a été associé au module de cisaillement  $G_s$  déduit des essais au cône sismique. Les modules pressiométriques et les modules cycliques ont été reliés à la déformation du sol au bord de la cavité pressiométrique (équation 5.15), qui est la déformation maximale qui se développe dans le massif.

Les valeurs de modules de cisaillement augmentant avec la profondeur, cette procédure conduit à définir une relation  $G(\varepsilon_\theta)$  par niveau. Elle peut toutefois être caractérisée par une fonction adimensionnelle unique  $G/G_{\max} = f(\varepsilon_\theta)$ , puisque les rapports  $G_s/G_M$  (environ égal à 8) et  $G_s/G_c$  (approximativement égal à 3,5) sont pratiquement constants dans l'argile des Flandres. Le tableau 5.13 récapitule les valeurs des paramètres de calages retenus pour déterminer l'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation de l'argile présente à Merville et la relation qui découle de ces valeurs.

**Tableau 5.13 – Modules de cisaillement et déformation associée (Canépa, 2001)**

Points de calage	Module de cisaillement	Déformation $\varepsilon_\theta$	$G/G_{\max}$
$M_0$	Sismo-cône : $G_s$	$1.10^{-6}$	1
$M_1$	Pressio-pénétrromètre (cycle de 5 cm <sup>3</sup> d'amplitude) : $G_{c1}$	$2,5.10^{-3}$	0,4
$M_2$	Pressio-pénétrromètre (cycle de 30 cm <sup>3</sup> d'amplitude) : $G_{c2}$	$1,5.10^{-2}$	0,125
$M_2$	Pressio-pénétrromètre ( $p/3$ ) : $G_{0,3pl}$	$1,5.10^{-2}$	0,125
$M_3$	Pressio-pénétrromètre ( $p/2$ ) : $G_{0,5pl}$	$2,5.10^{-2}$	0,115
$M_4$	Pressio-pénétrromètre ( $4p/5$ ) : $G_{0,8pl}$	$5.10^{-2}$	0,0625
$M_5$	Pressio-pénétrromètre ( $p$ ) : $G_{pl}$	$4.10^{-1}$	0,025

On ajuste la courbe d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation (d'après la formule 5.18) sur les points de calage  $M_0$ ,  $M_1$  et  $M_5$  d'une part et sur les points  $M_0$ ,  $M_1$  et  $M_2$  d'autre part (Canépa, 2001). On obtient 6,36 pour le paramètre  $m$  et 0,69 pour  $n$  pour le premier ensemble de points de calage, et pour le second ensemble on obtient  $m = 11,35$  et  $n = 0,95$ . Les courbes d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation ainsi obtenues pour l'argile des Flandres sont présentées sur la figure 5.19.

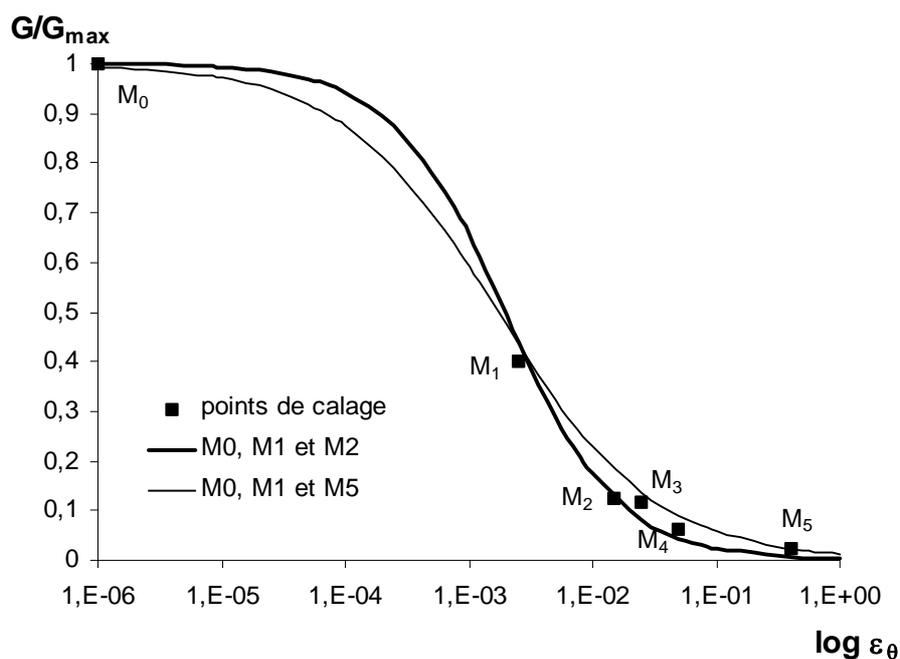


Figure 5.19 – Courbe d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation dans l'argile des Flandres, d'après Canépa (2001)

On considère les courbes d'évolution du module de cisaillement de la figure 5.19 comme une référence du comportement de l'argile des Flandres et on se propose de les utiliser pour déterminer certains paramètres du modèle de Fahey et Carter.

#### 4.2.2 Campagne d'essais en laboratoire

En plus de la campagne d'essais en place de 2000, il a été décidé de réaliser des prélèvements pour effectuer des essais de laboratoire. On présente les résultats de ces essais en s'appuyant sur les informations fournies par Reiffsteck et Tacita (2004).

##### 4.2.2.1 Résultats des essais d'identification

Les essais d'identification réalisés sur l'argile des Flandres de Merville la classent dans la catégorie des argiles très plastiques. Les caractéristiques d'identification de l'argile des Flandres à 4 m de profondeur figurent dans le tableau 5.14.

Tableau 5.14 – Paramètres d'identification de l'argile des Flandres (Reiffsteck et Tacita, 2004)

Poids volumique $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	18,5
Teneur en eau naturelle $w$ (%)	32,3
Limite de liquidité $w_L$ (%)	69,2
Indice de plasticité $I_p$ (%)	40,5
Valeur au bleu VBS (g/100g)	10,1

#### 4.2.2.2 Résultats des essais mécaniques

Une série de quatre essais œdométriques sur le niveau 4,15-4,25 m a été réalisée au LCPC pour obtenir la contrainte de préconsolidation  $\sigma_p$ . Elle a été évaluée à 125 kPa.

Plusieurs séries d'essais triaxiaux ont été réalisés sur des échantillons d'argile des Flandres de Merville prélevés sur le niveau 6-7 m. Les essais triaxiaux non consolidés non drainés (UU) ont permis d'évaluer la cohésion non drainée  $c_{uu}$  à 170 kPa (cette valeur est comprise dans la fourchette 110-190 kPa donnée par Borel, 2000). Les éprouvettes des essais triaxiaux consolidés non drainés (CU) ont été consolidées à 215, 360 ou 555 kPa (contraintes supérieures à la contrainte verticale en place estimée à 117 kPa) et la contrepression a été fixée à 400 ou 800 kPa. Pour ces essais, on obtient une cohésion  $c_{cu}$  de 60 kPa.

Par ailleurs, des essais triaxiaux comportant des « bender éléments » ont également été effectués afin d'avoir des éléments de comparaison avec les essais géophysiques. Les capteurs ou éléments piézo-électriques sont placés dans le chapeau supérieur et dans l'embase inférieure de l'éprouvette. Ils pénètrent dans l'échantillon de sol lors de la phase de consolidation. Le principe de la mesure repose sur l'effet piézo-électrique des cristaux utilisés. L'application d'une tension alternative génère un fléchissement de l'élément, propageant une onde de cisaillement dans l'éprouvette. Inversement, le fléchissement de l'élément piézo-électrique par l'onde arrivante provoque un courant. On mesure le temps de parcours de l'onde au travers de l'éprouvette et on en déduit la valeur du module de cisaillement. Les résultats de ces essais sont récapitulés dans le tableau 5.15.

Tableau 5.15 – Résultats des essais triaxiaux avec « bender éléments » (Reiffsteck et Tacita, 2004)

Essai	Type	$\sigma_3$ (kPa)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$G = \gamma V^2$ (MPa)	Essai	Type	$\sigma_3$ (kPa)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$G = \gamma V^2$ (MPa)
T2B	UU	221	19,34	57,15	T5	CU	550	19,38	128,90
T4B2	UU	345	19,32	59,44	T6	CU	550	19,61	130,43
T6B	UU	428	19,22	59,13	T7	CU	580	19,41	131,21
T2C	UU	221	18,73	57,62	T1B	CU	215	19,33	71,04
T4C	UU	385	19,01	62,83	T3B	CU	365	19,16	86,19
T6C	UU	487	19,01	65,20	-	-	-	-	-

### 4.3 Détermination des paramètres de l'argile des Flandres

À ce stade, on ne sait pas relier les paramètres du modèle de Fahey et Carter aux caractéristiques pressiométriques telles que le module pressiométrique Ménard, la pression limite ou la pression de fluage. On a donc profité du fait que les courbes complètes effort-déformation ont été enregistrées lors de la réalisation des essais au pressio-pénétrromètre Fugro pour tenter de déterminer les paramètres du modèle.

### 4.3.1 Évaluation du module de cisaillement tangent maximal $G_0$

Compte tenu des informations délivrées dans la section précédente, nous avons décidé de déterminer le module de cisaillement maximum  $G_0$  à partir des essais sismiques représentatifs des très petites déformations. Ici, le module de cisaillement initial du sol correspond vraiment au module  $G_0$  puisque le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  est égal à 1 (Canépa, 2001).

#### 4.3.1.1 À partir des résultats des essais au sismo-cône

On se propose d'effectuer les calculs en contraintes totales, car les matériaux argileux ont un comportement non drainé à court terme. On suppose donc un état de contrainte géostatique avec un poids volumique total de  $19 \text{ kN/m}^3$  et un coefficient de pression des terres au repos  $K_0 = 1$  d'après Canépa (2001). Par ailleurs, le sol est constitué d'une couche plus faible en surface (limon dont on ne connaît pas le poids volumique) : on adopte le même poids volumique et on cherchera à diminuer ses caractéristiques mécaniques dans le calcul de l'essai de chargement sur la fondation mixte.

On obtient le paramètre  $C$  en remplaçant le module de cisaillement maximum  $G_0$  dans la formule 5.7 par le module de cisaillement  $G_s$  déterminé au sismo-cône (formule 5.17). On considère le paramètre  $C$  moyen ainsi obtenu sur la profondeur de 4 à 10 m ( $C = 344$ ). La variation de  $G_0$  est montrée sur la figure 5.20 en comparaison avec la variation de  $G_s$ .

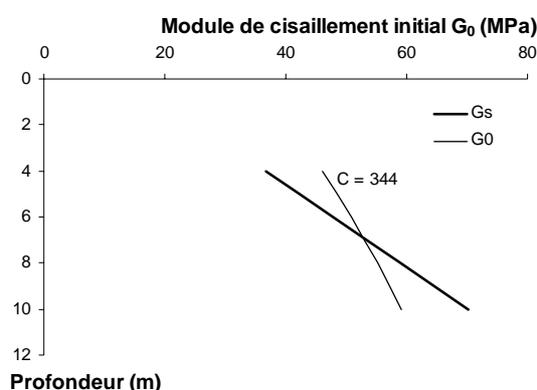


Figure 5.20 – Variation du module de cisaillement initial de 4 à 10 m à partir des essais au sismo-cône

#### 4.3.1.2 À partir des résultats des essais triaxiaux avec « bender éléments »

On procède de façon identique avec les résultats des essais triaxiaux avec bender éléments. En effet, les modules déduits par cette procédure sont calculés à partir de mesures de propagation d'onde et sont également représentatifs des modules aux petites déformations. Par conséquent, on suppose que la contrainte de confinement des essais triaxiaux est représentative de la contrainte en place et on en déduit une profondeur équivalente de façon à tracer le même type de courbe que celle représentée sur la figure 5.20. En suivant cette méthode, on a trouvé un  $C$  à partir des essais UU de 287 et à partir des essais CU de 460 (en

moyennant les résultats comme précédemment sur la hauteur considérée). Les résultats correspondants sont présentés sur la figure 5.21.

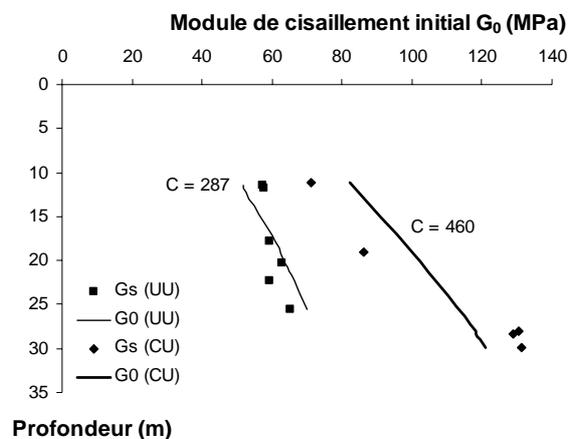


Figure 5.21 – Variation du module de cisaillement initial de 10 à 30 m à partir des essais triaxiaux avec « bender éléments »

#### 4.3.1.3 Synthèse

Du fait de la phase de consolidation préliminaire, les essais triaxiaux CU sont amenés à mieux représenter le comportement du sol dans les conditions réelles que les essais UU ; on ne tient donc pas compte des essais UU. Par ailleurs, on observe que les valeurs du module de cisaillement initial  $G_0$  déterminées à partir des essais CU sont approximativement dans la continuité des valeurs de  $G_0$  déterminées au sismo-cône (figures 5.20 et 5.21). On effectue la moyenne des deux valeurs de C obtenues, soit  $C = 402$ . La figure 5.22 montre l'évolution de  $G_0$  sur une profondeur de 4 à 30 m en reportant à la fois les valeurs des modules de cisaillement déterminés au sismo-cône et à partir des essais triaxiaux CU.

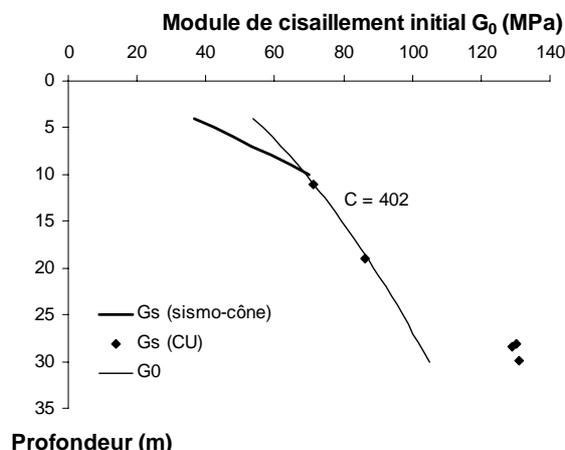


Figure 5.22 – Variation du module de cisaillement initial de 4 à 30 m à partir des essais au sismo-cône et des essais triaxiaux CU avec bender éléments

Il est intéressant de préciser que si l'on avait conservé la formulation initiale de  $G_0$  (équation 5.19) proposée par Fahey et Carter (1993) (sans appliquer la correction permettant d'éviter des problèmes d'ordre numérique liés à la possibilité de calculer un module très faible, voire nul), on aurait pu mieux reproduire l'allure des modules sismiques.

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0,5} \quad [5.19]$$

On a effectué la moyenne des valeurs de  $C$  obtenues à partir des essais au sismo-cône et des essais triaxiaux CU avec bender éléments en procédant de la même façon que précédemment. On obtient un  $C$  de 487 et on constate surtout, sur la figure 5.23, que la variation de  $G_0$  en appliquant la formule originelle est plus proche des mesures. Ce résultat conforte l'idée que la formule 5.19 retranscrit mieux le comportement réel de l'argile du site de Merville. Les résultats de la figure 5.22 demeurent néanmoins tout à fait convenables.

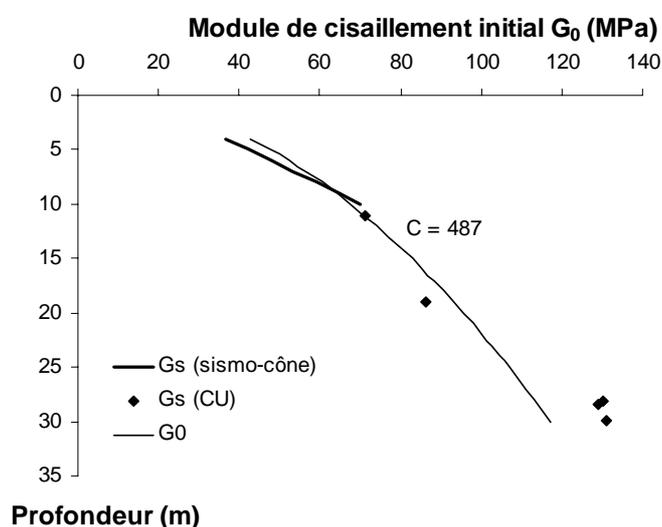


Figure 5.23 – Variation du module de cisaillement initial de 4 à 30 m d'après la formule originale du modèle de Fahey et Carter

La correction que l'on a apportée dans la formule de  $G_0$  mériterait d'être raffinée. On pourrait introduire un paramètre supplémentaire dans la formulation de  $G_0$  tel que :

$$\frac{G_0}{p_a} = C \left( \alpha + \frac{p}{p_a} \right)^{0,5} \quad [5.20]$$

où le paramètre  $\alpha$ , strictement positif, permettrait d'ajuster la dépendance de  $G_0$  avec les données expérimentales.

#### 4.3.2 Évaluation des paramètres du modèle de Fahey et Carter

Pour identifier l'ensemble des paramètres du modèle de Fahey et Carter, nous nous sommes dans un premier temps appuyés sur la bibliographie et sur les campagnes de reconnaissance in

situ et en laboratoire. On a ainsi évalué les paramètres de résistance de Mohr-Coulomb, en s'appuyant sur certaines hypothèses. On a par exemple admis un comportement non drainé de l'argile, pour les sollicitations qui nous concernent, ce qui a conduit à utiliser un critère de plasticité de Tresca à la place du critère de Mohr-Coulomb. Cela revient à fixer l'angle de frottement et l'angle de dilatance à zéro ( $\varphi = \psi = 0$ ). Pour le dernier paramètre de résistance, on s'est basé sur les résultats des essais triaxiaux CU, que l'on préfère aux essais UU. On a donc choisi une cohésion  $c_{cu}$  de 60 kPa, obtenue à 6-7 m de profondeur (Reiffsteck et Tacita, 2004). La démarche employée pour évaluer les paramètres élastiques est expliquée ci-après.

#### 4.3.2.1 À partir de l'évolution du module de cisaillement tangent en fonction de la déformation.

On a vu dans l'analyse des différents essais qu'on pouvait tracer la courbe d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation (figure 5.19). On va se servir de cette courbe pour déterminer à nouveau le paramètre  $C$  ainsi que les autres paramètres élastiques ( $v_0$ ,  $f$  et  $g$ ) du modèle de Fahey et Carter.

Pour cela, on procède par modélisations numériques des essais pressiométriques. On utilise un maillage unidimensionnel axisymétrique du même type que celui du chapitre 3 (avec un rayon initial de la cavité  $R_0 = 22$  cm), ce qui revient à supposer que la sonde pressiométrique possède une longueur infinie. On estime que les effets de bords n'auront pas d'influence sensible sur la détermination de la courbe d'évolution du module de cisaillement en fonction de la déformation. On suppose en outre que le calcul transcrita le comportement du sol dans la gamme complète des déformations étudiées (de  $10^{-6}$  à 1) de façon à obtenir la courbe complète (en réalité, un essai pressiométrique n'est pas destiné à décrire précisément la phase pseudo-élastique de l'essai).

Le module de cisaillement est obtenu à l'aide de la formule 5.14. Il a ensuite été normalisé par le module de cisaillement déterminé au sismo-cône  $G_s$  du niveau correspondant pour obtenir une courbe analogue à la figure 5.19. En agissant ainsi, on se rend compte que la valeur du paramètre  $C$  permettant d'obtenir un rapport  $G/G_0$  égal à l'unité aux très petites déformations est comparable à celle obtenue dans la section 4.3.1.1 à partir des résultats des essais au sismo-cône. En effet, on a modélisé l'essai pressiométrique à quatre niveaux différents : 4, 6, 8 et 10 mètres, et on a obtenu respectivement les valeurs de  $C$  suivantes : 274, 324, 369 et 408, soit un  $C$  moyen de 344.

L'influence du paramètre  $v_0$  est imperceptible. Nous avons donc retenu la valeur par défaut de 0,1 conseillée par les auteurs du modèle (Fahey et Carter, 1993).

On a également pu évaluer grossièrement les valeurs des paramètres  $f$  et  $g$  qui donnent le meilleur ajustement entre la courbe calculée et les courbes théoriques issues des résultats expérimentaux. Le paramètre  $f$  permet de déplacer la courbe plus ou moins horizontalement (augmenter le paramètre  $f$  décale la courbe vers les petites déformations), tandis que le paramètre  $g$  intervient plutôt sur les zones de courbures maximales (augmenter le paramètre  $g$  augmente la courbure des zones considérées). Compte tenu de ces informations, les paramètres  $f$  et  $g$  ont tous deux été évalués à 0,9.

Le résultat des quatre simulations de l'essai pressiométrique avec les paramètres choisis ci-dessus est présenté sur la figure 5.24.

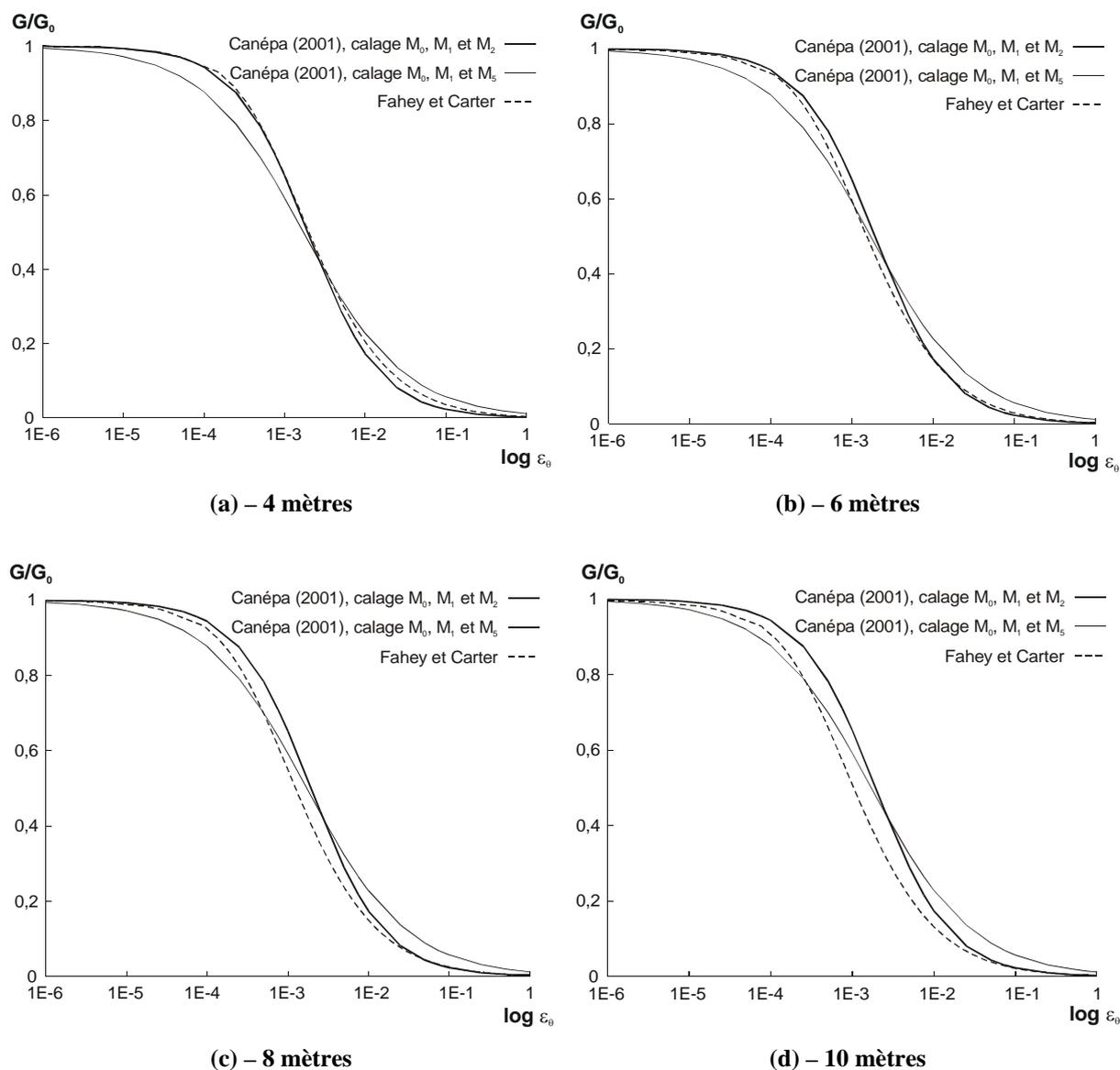


Figure 5.24 – Courbes d'évolution du module de cisaillement lors de la simulation d'un essai d'expansion pressiométrique

On peut noter que, globalement, la courbe calculée avec le modèle de Fahey et Carter se cale bien sur la courbe expérimentale établie avec les points de calage  $M_0$ ,  $M_1$  et  $M_2$ . Cette remarque est surtout vraie pour les faibles profondeurs (4 et 6 mètres). Une augmentation régulière de la cohésion avec la profondeur (qui correspond à ce qu'on observe dans la réalité) permettrait d'obtenir de meilleures simulations à 8 et 10 mètres. Cependant, devant le peu d'informations concernant ce paramètre, nous n'avons pas cherché à approfondir cette voie.

### 4.3.3 Évolution des paramètres à partir des essais pressiométriques

On modélise maintenant l'essai pressiométrique aux différents niveaux des sondages PP1 et PP2 avec les paramètres déterminés ci-dessus pour tracer les courbes complètes pression-volume. La figure 5.25 montre le résultat de la simulation pour l'essai PP1 à 6 mètres. On remarque qu'avec le jeu de paramètres adopté, on n'atteint pas la pression limite mesurée pendant l'essai.

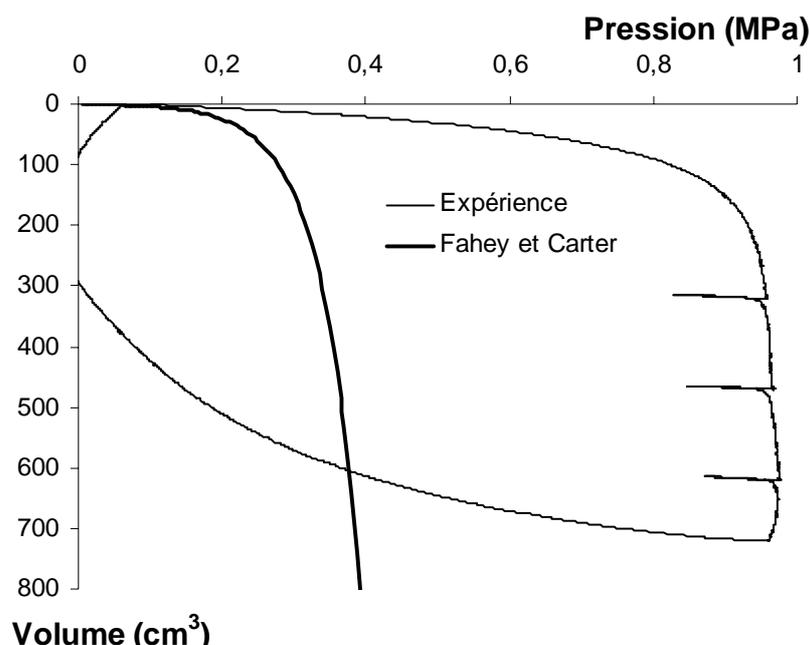


Figure 5.25 – Courbe pression-volume de l'essai pressiométrique PP1 à 6 mètres

Compte tenu de ce résultat, on a décidé de modifier le paramètre de cohésion (égal à 60 kPa dans la modélisation de la figure 5.25) afin d'approcher le mieux possible la pression limite : dans chacune des simulations, on a adapté la cohésion de sorte que la pression limite soit atteinte à la fin de l'essai (correspondant environ à un volume de 750 cm<sup>3</sup> de la cavité). Ainsi, les valeurs de la cohésion adoptées sont, pour le sondage PP1 : 184 kPa à 4 m, 183 kPa à 6 m, 223 kPa à 8 m et 329 kPa à 10 m ; et pour le sondage PP2 : 198 kPa à 6 m et 215 kPa à 8 m. Les valeurs obtenues sont plutôt de l'ordre de grandeur de la cohésion non drainée  $c_{uu}$  (Borel, 2000 a donné une fourchette de 110-190 kPa). Dans la suite, on a utilisé la valeur moyenne des cohésions ainsi déterminées, soit 222 kPa.

Comme on peut le constater sur la figure 5.26, on n'arrive pas à reproduire correctement le comportement réel du sol dans un essai d'expansion pressiométrique (tant dans la phase de chargement que dans la phase de déchargement). On rencontre en effet des difficultés pour mettre en évidence la pression limite.

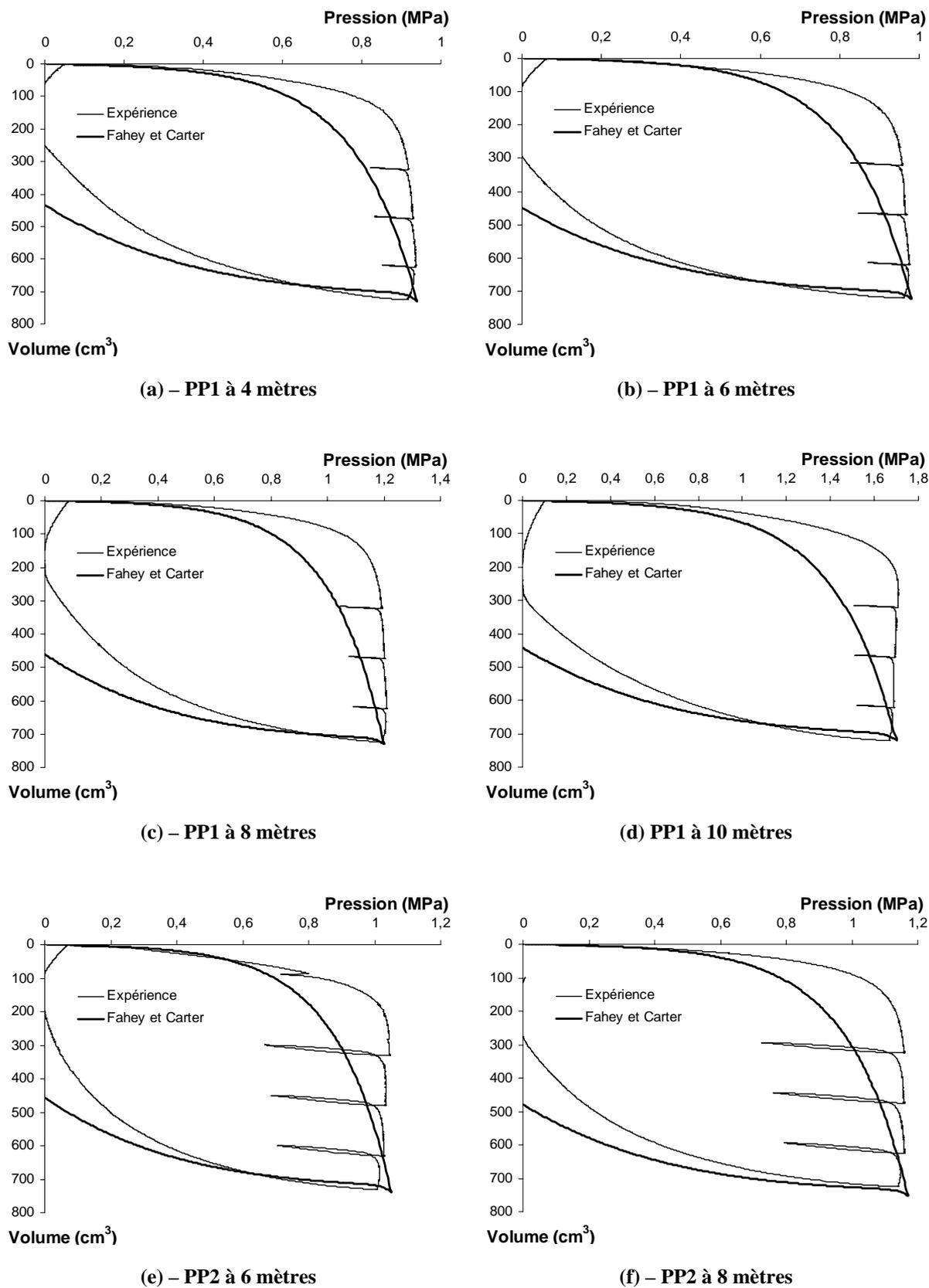


Figure 5.26 – Simulation des courbes pressiométriques

#### 4.3.4 Discussion

La détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter à partir des essais in situ n'est pas aisée. Nous avons essayé de déterminer un jeu de paramètres caractérisant l'argile des Flandres sur le site de Merville cohérent avec les différents résultats d'essais disponibles. Le jeu de paramètres retenu est donné dans le tableau 5.16. Pour la couche de limon surmontant l'argile des Flandres, nous avons adopté les mêmes paramètres, en diminuant le paramètre C compte tenu des valeurs plus faibles des modules pressiométriques (tableau 5.12).

**Tableau 5.16 – Paramètres du modèle de Fahey et Carter pour le site de Merville**

Type de sol	Profondeur (m)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\nu_0$	f	g	C	c (kPa)	$\varphi$ (degré)	$\psi$ (degré)
limon	0-1,5	19	0,1	0,9	0,9	172	220	0	0
argile	1,5-30	19	0,1	0,9	0,9	344	220	0	0

#### 4.4 Essai de chargement sur la fondation mixte

On entreprend maintenant de modéliser l'essai de chargement sur une fondation mixte avec le modèle de Fahey et Carter. Toutes les informations concernant cet essai sont tirées de Borel (2001).

Une fondation mixte est l'association rigide d'une fondation superficielle et d'une fondation profonde, conçue et réalisée pour mobiliser simultanément les efforts de ces deux modes de fondations. L'essai réalisé sur le site de Merville porte plus particulièrement sur une fondation constituée d'une semelle et d'un pieu instrumenté battu dans l'argile des Flandres.

Le dispositif complet de l'essai est représenté sur la figure 5.27.

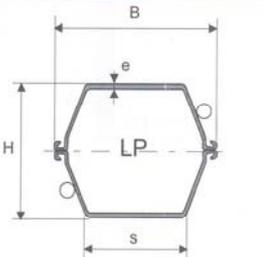


**Figure 5.27 – Vue d'ensemble de l'essai de chargement sur la fondation mixte à Merville**

#### 4.4.1 Historique de l'essai

L'essai de chargement sur la fondation mixte semelle-pieu a été réalisé en octobre 2000. Une semelle circulaire en béton armé de 2 m de diamètre a été coulée autour d'un des pieux du site déjà en place, constitué par un caisson fermé battu à 12 m de profondeur. L'axe de la semelle de la fondation mixte coïncide avec celui du caisson fermé dont les caractéristiques géométriques sont indiquées dans le tableau 5.17. Le caisson fermé est équipé de deux tubes logements destinés à recevoir les extensomètres amovibles LPC.

Tableau 5.17 – Caractéristiques géométriques du caisson fermé LPIIs (Borel, 2001)

B (mm)	H (mm)	e (mm)	s (mm)	
533	385	12,3	342	
Périmètre (cm)	Poids (kg/cm <sup>2</sup> )	Section acier (cm <sup>2</sup> )	Surface caisson (cm <sup>2</sup> )	
164	139	177	1657	

Les essais réalisés précédemment sur le caisson fermé sont les suivants (Borel, 2001) :

- janvier 1985 : battage jusqu'à une profondeur de 7,70 m,
- juillet 1985 : premier essai de chargement statique,
- janvier 1986 : battage jusqu'à une profondeur de 12 m,
- octobre 1986 : deuxième essai de chargement statique,
- avril 1987 : surbattage de 95 cm lors d'un essai de chargement dynamique réalisé par le Centre d'Étude du Bâtiment et des Travaux Publics (CEBTP),
- octobre 1998 : troisième essai de chargement statique (12 ans après le surbattage), lors d'une campagne d'essai destinée cette fois à apprécier l'effet du temps sur le comportement des pieux installés dans l'argile des Flandres.

Les différents essais de chargement réalisés sur le site de Merville et en particulier sur le caisson fermé fournissent une bonne connaissance du comportement des pieux dans ces sols.

#### 4.4.2 Mise en place et instrumentation de la fondation

La base de la semelle est située à 80 cm sous le niveau du terrain naturel. La cote finale a été arasée à la main, de façon à limiter au mieux le remaniement du fond de fouille. La semelle a été coulée en place avec un diamètre de 2 m et une hauteur de 50 cm. Le ferrailage a été dimensionné pour une force de 2000 kN appliquée sur la semelle, soit une pression de 680 kPa.

Les contraintes totales sous la semelle ont été mesurées au moyen de cinq capteurs Kyowa de type BE-5KM avec une plage de mesure de 0 à 500 kPa. Les enfoncements de la tête des pieux ont été mesurés au moyen de deux comparateurs LCPC de type potentiométrique au 1/100<sup>e</sup> mm (classe 0,5) de 150 mm de course, montés sur des bases de référence fixes. Les déplacements de la semelle ont été mesurés par trois comparateurs du même type.

Le dispositif de réaction est constitué par un chevêtre métallique fixé par des barres Dywidag à deux rideaux de palplanches fichés à 16 m dans le sol, le tout permettant de développer une charge de 4 MN.

Les charges ont été appliquées au moyen d'un vérin hydraulique LCPC de 3 MN et de 30 cm de course, alimenté en parallèle par une pompe électrique et une pompe à main.

Pour plus de détails concernant la mise en place de la semelle et l'instrumentation de la fondation mixte, on pourra se reporter à Borel (2001).

#### 4.4.3 Essai de chargement

Le programme de chargement est conforme aux principes de la norme française d'essai statique de pieu isolé sous compression axiale (NF P94-150). Le chargement a été appliqué par paliers de 250 kN comportant deux cycles, les paliers étant maintenus pendant 30 minutes pour le premier cycle et 15 minutes pour le second cycle.

Le résultat de l'essai de chargement représentant l'enfoncement de la semelle en fonction de l'effort sur la semelle est montré sur la figure 5.28.

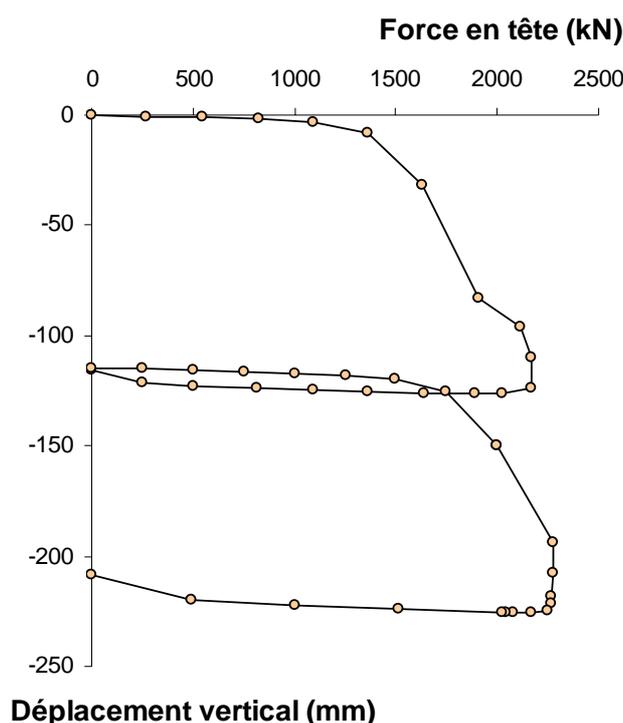


Figure 5.28 – Enfoncement de la tête de la fondation en fonction de l'effort en tête (Borel, 2001)

Chacun des cycles a été mené jusqu'à la rupture vis-à-vis du sol. La charge limite a été atteinte pour une valeur  $Q_u = 2170$  kN lors du premier cycle et une valeur  $Q_u = 2250$  kN lors du second cycle, pour un enfoncement supérieur à 200 mm.

On peut noter enfin que l'allure des courbes de chargement est linéaire jusqu'à une force de 800 kN environ.

#### 4.4.4 Modélisation de l'essai

On dispose de l'ensemble des données nécessaires pour modéliser l'essai de chargement sur la fondation mixte. Le calcul a été fait en conditions bidimensionnelles axisymétriques. Le maillage est constitué de 1192 éléments rectangulaires et comporte 3731 nœuds (figure 5.29), avec une extension horizontale de 30 m et une étendue verticale de 30 m.

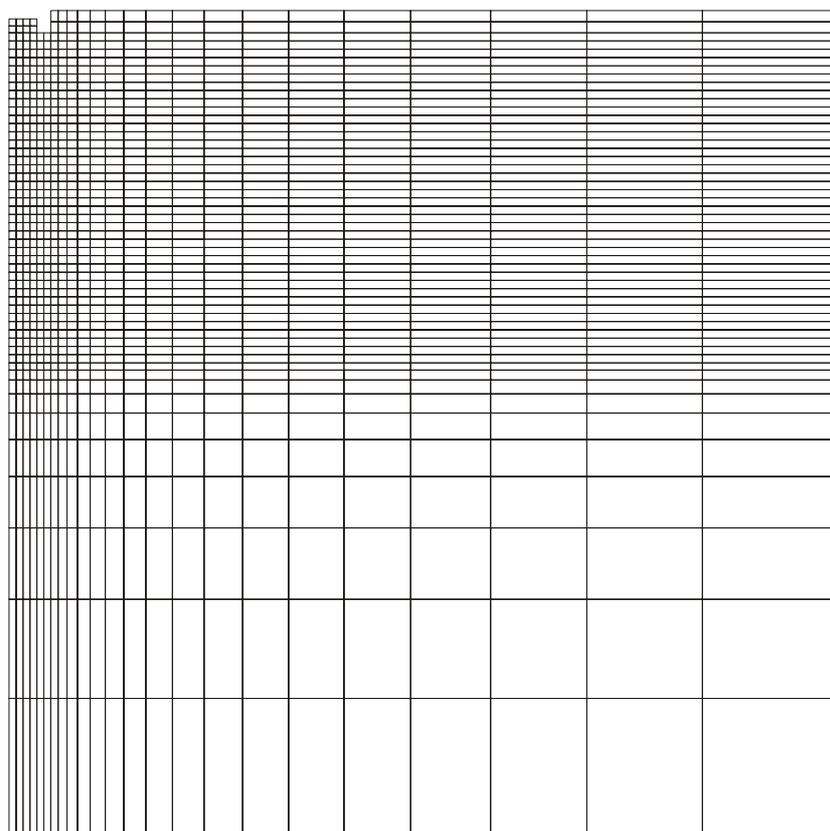


Figure 5.29 – Maillage de la fondation mixte de Merville

Bien que le caisson ne présente pas de symétrie de révolution vraie, il a été tout de même été assimilé à un tube de 50 cm de diamètre, intermédiaire entre un diamètre équivalent défini à section constante ou à périmètre constant qui conduisent respectivement à un diamètre de 46 cm ou 52 cm (Borel, 2001). La rigidité axiale  $EA$  du caisson vaut 3700 MN (Borel, 2001). On a modélisé le caisson rempli de sol avec des éléments de massif, dans lesquels le module d'Young vaut 18 844 MPa de façon à conserver la rigidité axiale du caisson de 3700 MN. Les caractéristiques suivantes ont été adoptées pour la semelle en béton armé : le module d'Young vaut 20 000 MPa et le coefficient de Poisson 0,25. Ce sont également celles choisies par Borel (2001) pour son calcul en éléments finis.

Les conditions aux limites ont simplement consisté à imposer un déplacement horizontal nul sur les parois verticales du maillage et un déplacement vertical nul à la base du maillage.

Quant au chargement, il a été appliqué au moyen d'une force ponctuelle centrée sur la semelle en béton armé, avec des accroissements réguliers de 10 kN.

L'état de contrainte initial est supposé de type géostatique ( $K_0 = 1$ , Canépa, 2001) ce qui est bien sûr simpliste compte tenu de l'histoire du chargement de ce caisson (il existe des contraintes dans le pieu dues au poids du profilé, aux effets de la mise en place, puis des essais de chargement statique précédents).

#### 4.4.5 Présentation des résultats et analyse

La totalité du calcul se déroule dans le domaine élastique. Il en découle que le calcul est très rapide. Les résultats de la modélisation sont montrés sur la figure 5.30, en comparaison avec les mesures.

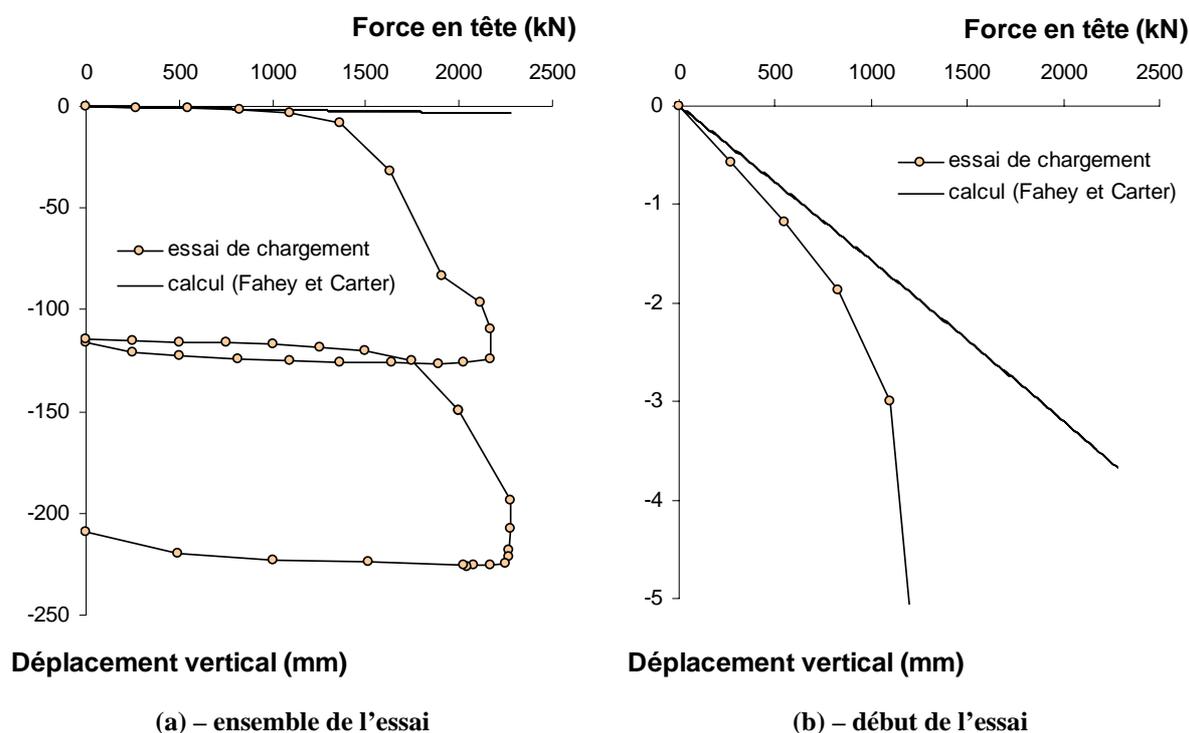


Figure 5.30 – Résultat de la modélisation de l'essai de chargement sur la fondation mixte

Comme on peut le constater, la simulation de l'essai de chargement ne reproduit pas les résultats expérimentaux. Même le comportement du sol dans le domaine élastique, c'est à dire jusqu'à une charge de 1000 kN environ, est mal reproduit (le modèle donne une réponse trop raide). Au-delà de ce domaine, les déplacements sont très largement sous-estimés. Cela provient principalement du fait que le sol n'est jamais entré en plasticité. Le comportement du sol en déchargement n'est pas non plus correctement reproduit. On n'arrive pas à mettre en évidence le comportement limite de l'argile, ce que l'on avait déjà soupçonné lors de la simulation des essais pressiométriques. Il est probable qu'un modèle de type Cam-Clay (Roscoe et al., 1963, Roscoe et Burland, 1968), avec une surface de charge fermée suivant l'axe des compressions isotropes, serait plus apte à représenter ce type de comportement qu'un modèle de type hyperbolique.

Le tableau 5.18 compare les valeurs de tassement calculées aux valeurs de tassement mesurées pendant la phase élastique.

**Tableau 5.18 – Confrontation entre les mesures et les tassements calculés dans la partie élastique**

Charge (kN)		271	546	825	1097
Tassement (mm)	mesures	0,57	1,18	1,87	3,00
	calcul	0,42	0,85	1,29	1,72
Erreur relative (%)		35	39	45	74

Borel (2001) a effectué le même calcul par éléments finis en modélisant le sol à l'aide d'une élasticité linéaire avec un module variant avec la profondeur ( $E \text{ (MPa)} = 21,5 z + 8,6$ ) ; nous ne disposons d'aucune information sur la valeur des autres paramètres. Le seul élément de comparaison que nous avons concernant le résultat de ce calcul est le tassement obtenu sous la charge de 750 kN qui vaut 1,30 mm, valeur à comparer à l'enfoncement observé durant l'essai qui valait 1,75 mm. L'erreur relative sur l'estimation du tassement est alors de 25,7 %. La modélisation de Borel (2001) avec une élasticité linéaire est donc meilleure que celle obtenue avec le modèle de Fahey et Carter.

## 4.5 Discussion

La procédure d'estimation des paramètres du modèle de Fahey et Carter à partir d'essais in situ est lourde et fastidieuse. Les courbes pression-volume des essais pressiométriques ne sont pratiquement d'aucune utilité puisque que le modèle n'arrive pas à rendre compte de la pression limite. Par ailleurs, il est nécessaire de disposer, en complément des essais in situ, d'essais de reconnaissance de sols plus classiques pour évaluer notamment les caractéristiques de résistance. On ne parvient pas à dissocier l'effet de chacun des paramètres lors de la modélisation des essais in situ, hormis pour le paramètre C pour lequel la procédure de détermination semble bien au point.

On a souhaité mesurer l'influence du paramètre f sur l'allure des tassements de la fondation mixte. En effet, le paramètre f a une influence sur l'apparition des déformations plastiques. Dans le calcul initial, le paramètre f vaut 0,9, ce qui signifie que la plasticité apparaît pour un niveau de déformations élevé. En diminuant ce paramètre, la plasticité devrait apparaître plus tôt. On a donc repris le calcul précédent en modifiant la valeur du paramètre f que l'on a prise égale à 0,1. Les résultats de ce calcul sont montrés sur la figure 5.31.

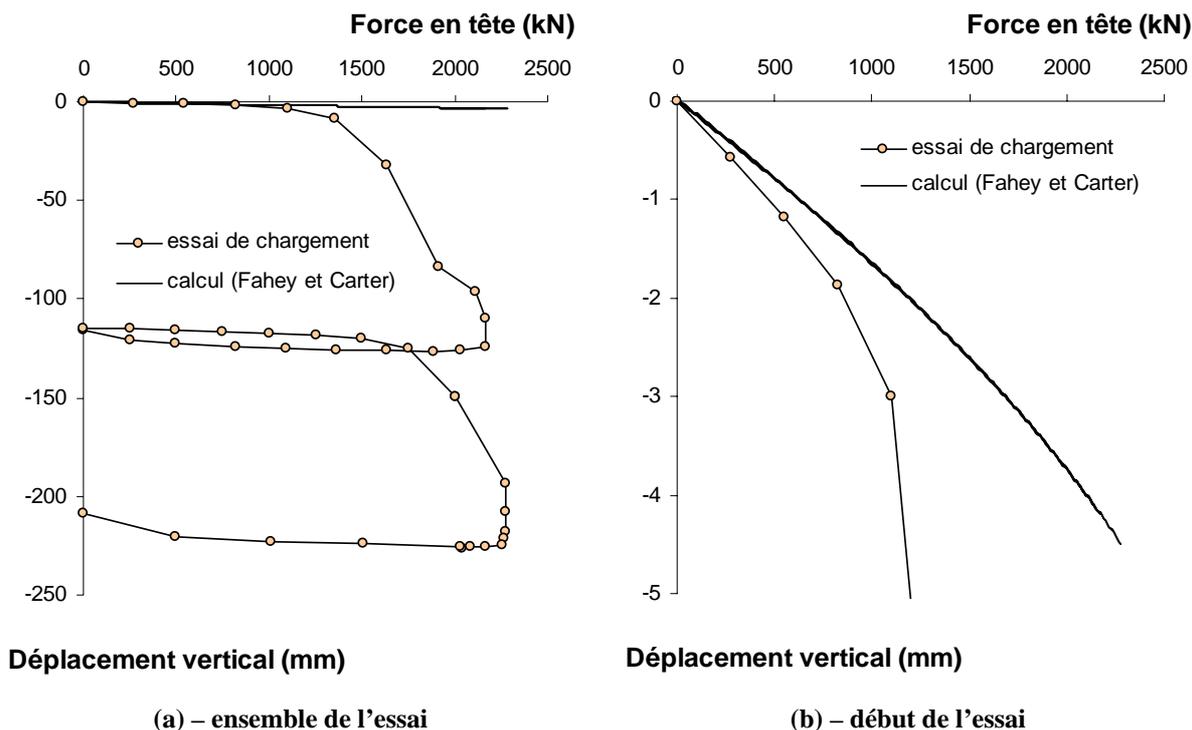


Figure 5.31 – Résultat de la modélisation de l'essai de chargement sur la fondation mixte ( $f = 0,1$ )

On remarque que le problème principal subsiste : on n'arrive toujours pas à visualiser le comportement limite du sol. Par ailleurs, contrairement à nos attentes, le calcul est également resté dans le domaine élastique. On a également comparé les valeurs de tassement dans la phase élastique qui sont recensées dans le tableau 5.19. Les valeurs de tassement sont équivalentes dans le domaine élastique.

Tableau 5.19 – Confrontation entre les mesures de tassement et le calcul dans la partie élastique ( $f = 0,1$ )

Charge (kN)		271	546	825	1097
Tassement (mm)	mesures	0,57	1,18	1,87	3,00
	calcul	0,42	0,84	1,27	1,69
Erreur relative (%)		36	40	47	77

Face à ces résultats peu encourageants, nous avons voulu regarder l'influence d'un dernier paramètre : la cohésion. Nous avons effectué un nouveau calcul, en prenant cette fois pour valeur de cohésion celle obtenue dans les essais de laboratoire :  $c = 60$  kPa, qui est celle que nous avons retenue dans un premier temps. Les résultats sont présentés sur la figure 5.32.

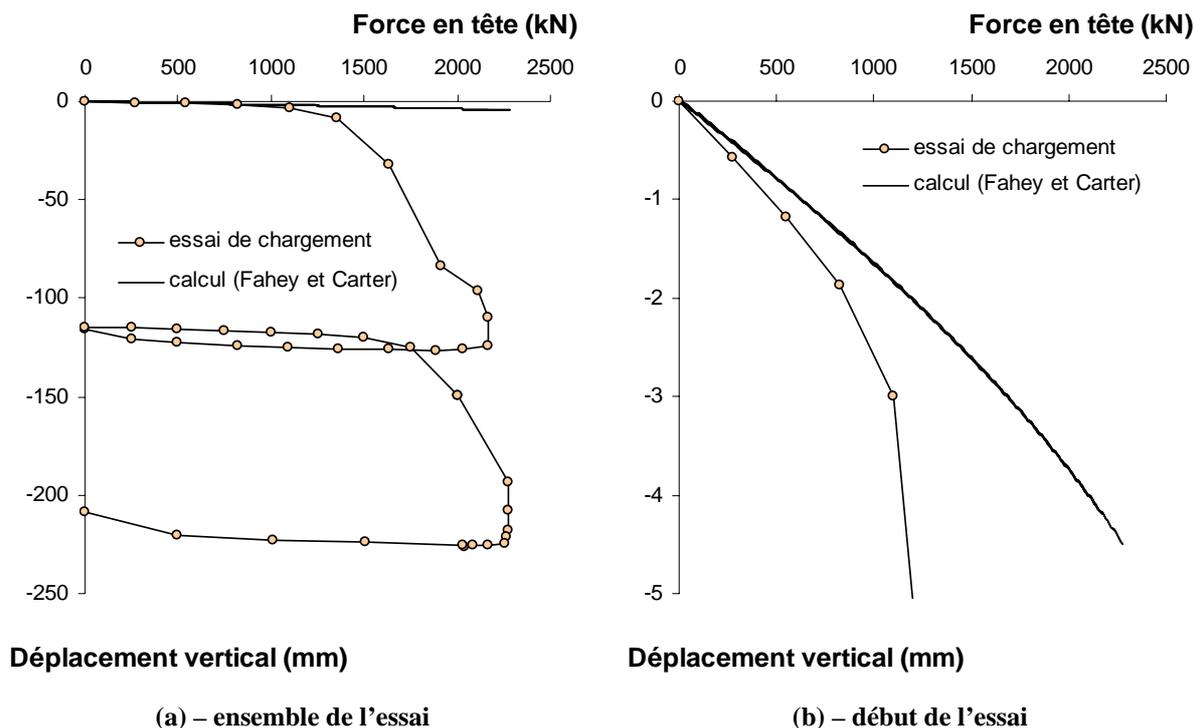


Figure 5.32 – Résultat de la modélisation de l'essai de chargement sur la fondation mixte ( $c = 60$  kPa)

On obtient des résultats équivalents aux deux simulations précédentes, même si les résultats sont légèrement meilleurs comme le montrent les valeurs de tassement présentées dans le tableau 5.20.

Tableau 5.20 – Confrontation entre les mesures de tassement et le calcul dans la partie élastique ( $c = 60$  kPa)

Charge (kN)		271	546	825	1097
Tassement (mm)	mesures	0,57	1,18	1,87	3,00
	calcul	0,43	0,87	1,35	1,84
Erreur relative (%)		33	35	39	63

## 5 Conclusion

On a vu dans les études de Labenne et de Las Planas que l'identification des paramètres du modèle de Fahey et Carter à partir des essais triaxiaux se déroule bien dans l'ensemble. Cependant, il serait nettement plus utile en pratique de pouvoir déterminer les paramètres du modèle sur des essais plus courants, comme l'essai pressiométrique ou l'essai de plaque, qui ressemblent à des essais de structure. Pour l'étude de Merville, on a essayé de déterminer les paramètres du modèle hyperbolique sur des essais in situ. Même si ces essais délivrent de multiples renseignements, on a du mal à faire le lien avec les paramètres du modèle, hormis

pour  $C$  que l'on arrive à déterminer avec précision. Nous n'avons pas eu l'occasion de mesurer l'intérêt des essais de plaque dans les études présentées dans ce chapitre. C'est un point qu'il serait intéressant de développer.

Les résultats des premiers exemples de mise en œuvre du modèle, en conditions axisymétriques pour le calcul des fondations superficielles de Labenne et en déformations planes pour discuter l'efficacité du boulonnage radial pour limiter les convergences en tunnel, montrent l'intérêt pratique de l'enrichissement des modèles utilisés, et aussi la difficulté de déterminer les paramètres supplémentaires. Les résultats obtenus sur le site de Merville sont plus mitigés, et laissent penser que les modèles hyperboliques, conçus au départ pour représenter le comportement des sables, sont inadaptés pour les matériaux cohérents.

Les ouvrages étudiés dans ce chapitre sont relativement simples, on aimerait tester de nouveau le modèle de Fahey et Carter sur un ouvrage plus complexe : c'est l'objet du chapitre suivant.



---

## **Chapitre 6**

**VALIDATION SUR UN OUVRAGE RÉEL INSTRUMENTÉ :  
MODÉLISATION DU RIDEAU DE PALPLANCHES  
EXPÉRIMENTAL DE HOCHSTETTEN**

---

## 1 Introduction

De nombreux écrans de soutènement sont réalisés en milieu urbain, dans un contexte où l'impact sur le bâti environnant (tant en surface que dans le sous-sol) doit être pris en compte avec beaucoup de circonspection. Devant la complexité des infrastructures urbaines, les donneurs d'ordre préconisent de plus en plus fréquemment leur dimensionnement vis-à-vis de conditions en déplacements. Cela s'accompagne souvent d'un facteur de sécurité élevé, qui accroît sensiblement le coût final de l'ouvrage. Face à cette problématique, il est souhaitable de disposer de moyens de calcul permettant d'estimer correctement les déplacements des ouvrages géotechniques. Concernant le comportement des écrans de soutènement, on pourra notamment se reporter aux travaux de Delattre (1999) qui dressent un éventail très complet des connaissances actuelles, tant sur le comportement réel des ouvrages que sur la modélisation de ce comportement.

Pour discuter l'apport potentiel d'un modèle comme celui de Fahey et Carter pour le calcul en déplacement des soutènements, nous nous sommes appuyés sur l'expérience en vraie grandeur réalisée en 1993 par l'université de Karlsruhe. Elle a comporté le chargement d'un rideau de palplanches installé par vibrofonçage dans un massif de sol limité par deux murs latéraux (voir figure 6.1). L'expérimentation a comporté diverses phases de chargement : excavation, butonnage, reprise de l'excavation, chargement en surface et réduction de la longueur des butons jusqu'à l'état limite. L'essai a été bien instrumenté avec des mesures de la déformée du rideau, des forces dans les butons, des tassements en surface et de la pression appliquée sur le rideau. Une campagne d'essais in situ et en laboratoire a été menée pour la caractérisation du sol.



Figure 6.1 – Vue d'ensemble de l'expérience en vraie grandeur (von Wolffersdorff, 1997)

Cette expérimentation en vraie grandeur a fait l'objet d'un concours de prévisions en 1994, pour lequel 18 prévisions ont été réalisées avec la méthode des éléments finis et 23 avec la méthode de calcul aux coefficients de réaction. Un dossier géotechnique très complet a été envoyé aux personnes désireuses de réaliser des prévisions (von Wolffersdorff, 1994a). Il comprenait une description détaillée du site, les conditions d'exécution de l'ouvrage, les caractéristiques de l'ouvrage, les caractéristiques des palplanches, les résultats des essais de sol in situ et en laboratoire, une description précise de l'instrumentation et de l'interprétation des mesures, etc. Parmi les nombreux participants, on pourra notamment se référer à Shahrour et al. (1995), Arafati (1996) et Mestat et Arafati (1998) pour des modélisations par éléments finis et à Josseaume et al. (1997) pour une prévision par la méthode des coefficients de réaction.

Cet ouvrage instrumenté permet d'examiner les effets d'une élasticité non linéaire sur la modélisation des excavations. Dans la suite, nous présentons les résultats de simulations réalisées avec le modèle de Fahey et Carter. La démarche est semblable à celle des conditions du concours : détermination des paramètres à partir des données géotechniques, modélisation des différentes phases de l'expérience et confrontation avec les mesures.

## 2 Présentation de l'ouvrage

### 2.1 Géométrie

L'expérimentation concerne un rideau de palplanches de type « KRUPP KD VI » de 7 m de longueur, installé par vibrofonçage jusqu'à 6 m de profondeur dans un massif de sol sableux non saturé et soutenu par un niveau de butons (von Wolffersdorff, 1994a). Ce rideau expérimental assure le soutènement d'une des parois longitudinales d'une fouille rectangulaire (de longueur 7 m et de largeur 4 m), dont la profondeur atteint 5 m à la fin de la construction. Trois butons espacés de 2,4 m sont répartis sur la longueur de l'ouvrage. Un second rideau de palplanches de type « ARBED PU 8 » de 8 m de profondeur constitue le soutènement de la paroi opposée et l'écran de réaction pour les butons. La fiche et l'inertie de ce second rideau ont été choisies de manière à ce qu'il ne subisse aucun déplacement appréciable au cours de l'expérimentation. La nappe phréatique est située à la profondeur de 5,5 m. Les figures 6.2 et 6.3 présentent un profil transversal et une vue en plan de l'expérience.

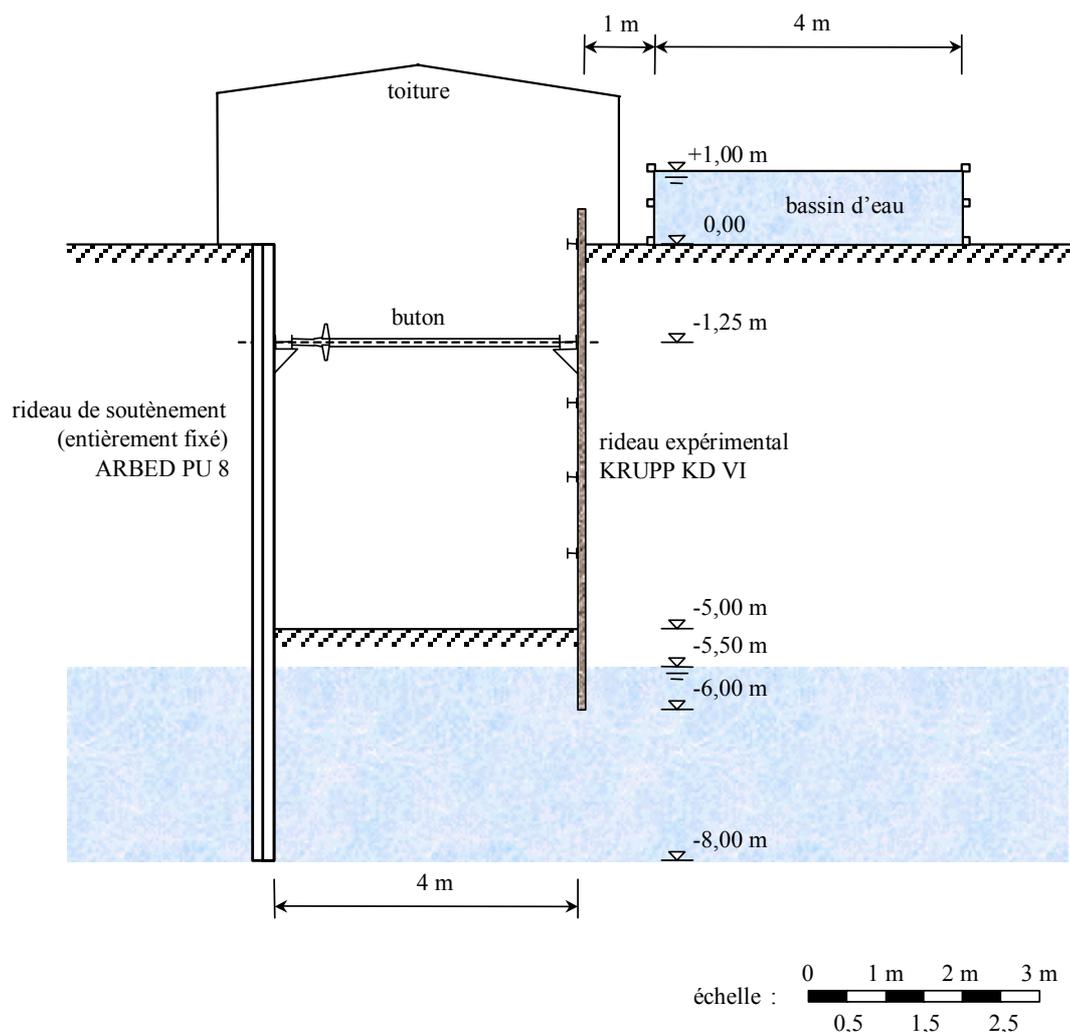


Figure 6.2 – Plan de l'expérimentation : profil transversal (von Wolffersdorff, 1994a)

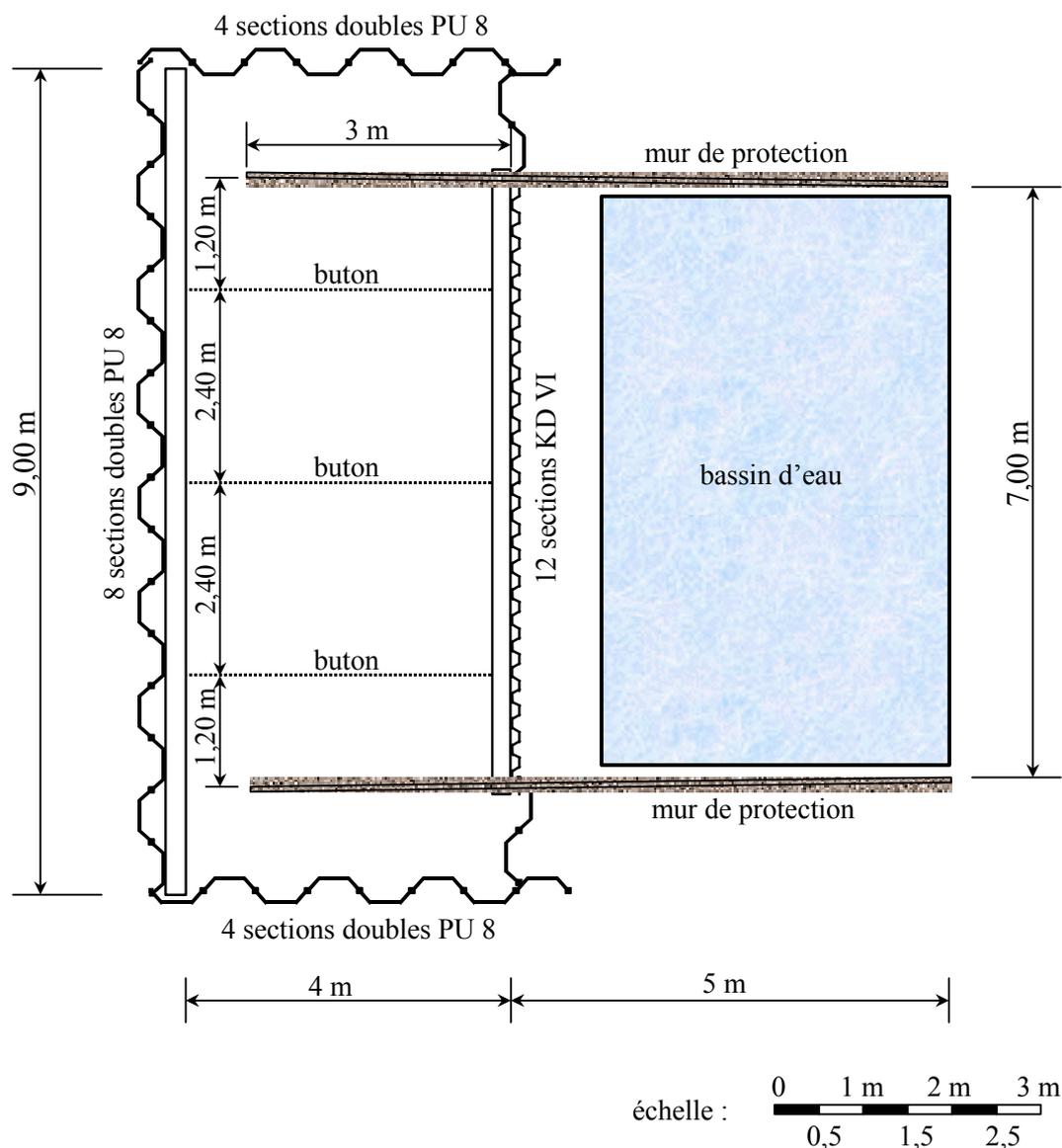


Figure 6.3 – Plan de l'expérimentation : vue en plan (von Wolffersdorff, 1994a)

## 2.2 Phasage de construction

L'exécution de l'expérience a comporté les étapes suivantes :

- étape 0 : installation des rideaux de palplanches par vibrofonçage ;
- étape 1 : excavation du sol situé devant le rideau jusqu'à une profondeur de 1 m ;
- étape 2 : reprise de l'excavation jusqu'à 1,75 m de profondeur ;
- étape 3 : installation de trois butons espacés horizontalement de 2,4 m et situés à une profondeur de 1,25 m. Les butons sont préchargés par une force de 10 kN par buton, soit approximativement 4,5 kN par mètre linéaire de longueur de rideau ;
- étape 4 : reprise de l'excavation jusqu'à une profondeur de 3 m ;

étape 5 : reprise de l'excavation jusqu'à une profondeur de 4 m ;

étape 6 : reprise de l'excavation jusqu'à une profondeur de 5 m ;

étape 7 : application d'une surcharge de 10 kPa en surface, sur une zone située entre 1 et 5 m derrière la tête du rideau expérimental. La surcharge est exercée par l'intermédiaire d'un bassin rempli d'eau ;

étape 8 : diminution de l'effort de précontrainte dans les butons jusqu'à l'état limite du massif de sol. L'état limite est considéré comme atteint quand la force dans les butons devient approximativement constante.

## 2.3 Instrumentation

Les figures 6.4 et 6.5 montrent l'instrumentation du rideau et du massif de sol. Deux sections ont été instrumentées par des cellules pneumatiques « Glötzl » pour la mesure de la pression exercée par le sol et par des jauges DMS pour la mesure des flexions induites dans le rideau. Des inclinomètres ont été installés dans trois sections pour le suivi de la déformée du rideau et pour la mesure du déplacement latéral du sol à 80 cm derrière le rideau. La déformée du rideau a également été suivie par des mesures géodésiques. Des niveaux ont été utilisés pour la mesure du tassement derrière le mur. Les forces dans les butons ont été mesurées à l'aide des jauges de déformation DMS ; des courbes d'étalonnage ont été établies pour la mesure de ces forces avant l'expérimentation.

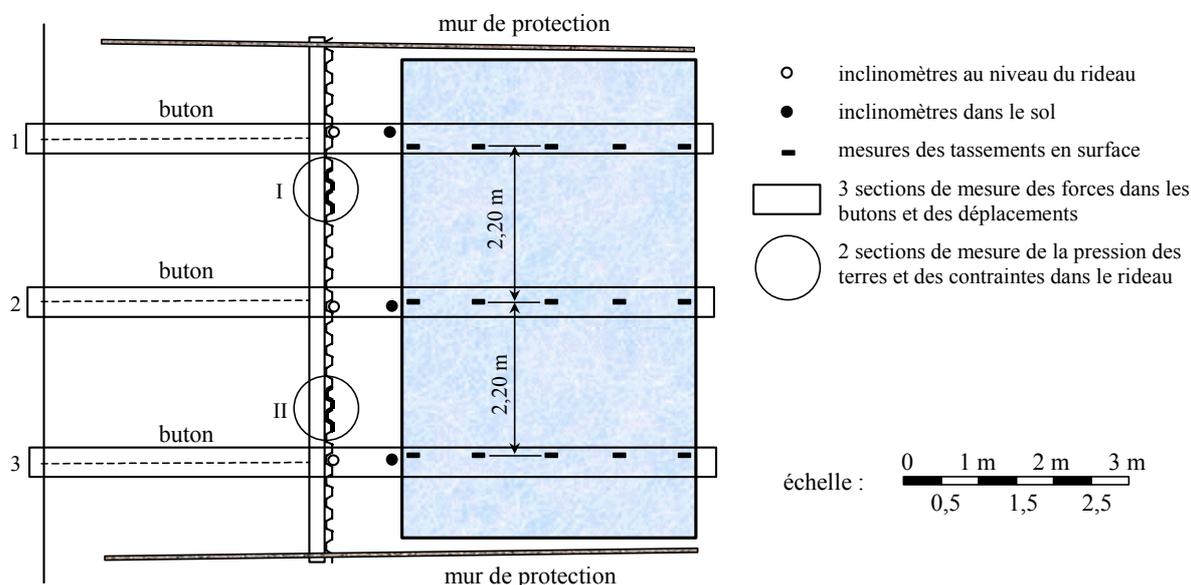
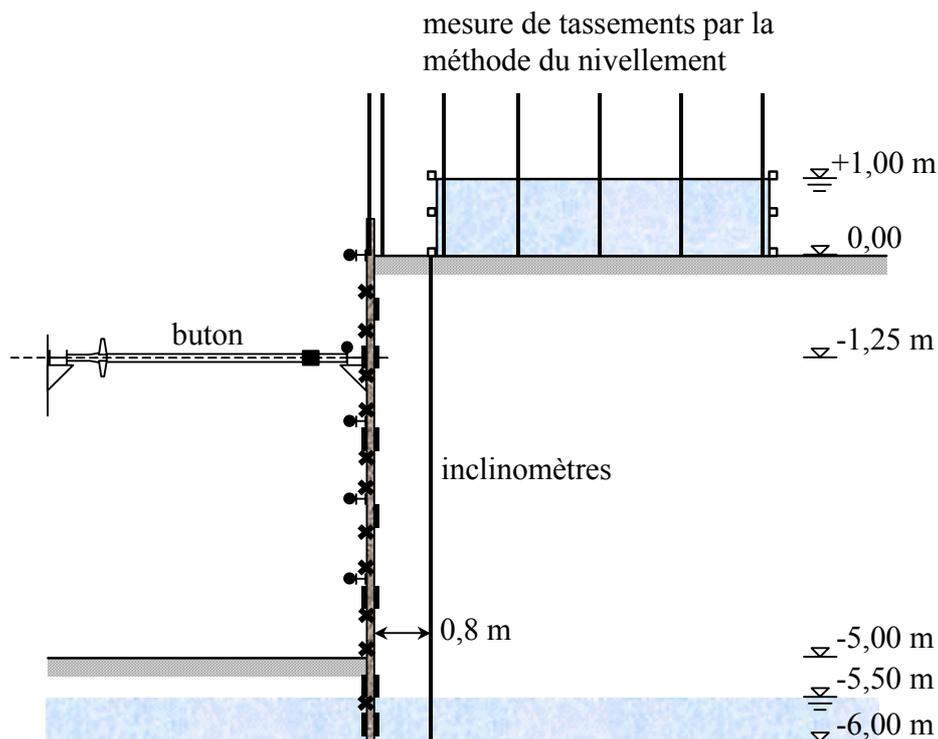
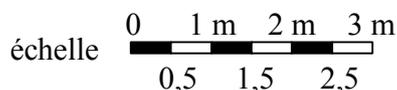


Figure 6.4 – Plan de l'instrumentation : vue en plan (von Wolffersdorff, 1994a)



- ▮ mesure de pression des terres avec les cellules GLÖTZL
- ✕ jauges de déformation (DMS) pour la mesure des contraintes
- témoins pour la mesure du déplacement horizontal (mesures géodésiques)
- jauges de déformation (DMS) pour la mesure des forces dans les butons



**Figure 6.5 – Plan de l'instrumentation : profil transversal (von Wolfersdorff, 1994a)**

Compte tenu de la grande quantité des mesures enregistrées et de leurs dispersions, seules les valeurs moyennes des mesures acceptables ont été utilisées pour analyser le comportement du rideau et pour tester les modèles numériques. Le tableau 6.1 donne les mesures des pressions appliquées sur les deux faces du rideau, du moment fléchissant, de la déformée, de la force dans les butons et du tassement derrière le rideau pour toutes les phases de chargement (von Wolfersdorff, 1994b).

À partir de l'étape 5 une correction a été appliquée sur les valeurs brutes des déplacements horizontaux de la paroi (voir tableau 6.2) : les déplacements corrigés sont comptés à partir de la déformée du rideau après mise en précontrainte des butons, prise comme origine. Ce choix est motivé par le fait que des fissures d'environ 5 mm de large se sont ouvertes entre le sol et le rideau au cours des premières phases de l'expérience avant la mise en place des butons (von Wolfersdorff, 1994a). Après la mise en place du lit de butons, le contact entre le sol et le rideau est rétabli.

**Tableau 6.1 – Résultats de l'expérimentation (von Wolffersdorf, 1994b)**

	Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5	Etape 6	Etape 7	Etape 8
<b>Profondeur [m]</b>	<b>Pression des terres [kPa] (partie gauche, excavation)</b>							
2,25	-31,74	-52,27	-48,37	-	-	-	-	-
4,25	3,23	3,01	2,34	1,78	-9,78	-	-	-
5,25	-2,65	-2,58	-2,27	-2,49	-2,82	-5,36	-8,50	-9,09
5,75	-15,43	-15,35	-15,66	-15,82	-16,33	-18,98	-20,63	-18,85
<b>Profondeur [m]</b>	<b>Pression des terres [kPa] (partie droite)</b>							
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,75	2,15	2,98	4,08	16,46	25,39	35,99	43,02	1,26
1,25	1,05	1,62	2,98	7,57	9,48	15,15	20,39	2,09
2,25	32,65	29,34	26,32	6,55	3,05	3,02	6,54	10,10
3,25	5,53	10,08	10,66	7,33	2,27	0,61	1,68	3,79
4,25	0,00	0,00	0,00	0,00	5,42	4,63	9,40	5,28
5,25	3,21	3,20	3,06	3,05	3,62	3,76	5,60	4,09
5,75	17,86	17,95	17,98	18,03	18,72	21,81	25,48	34,78
<b>Profondeur [m]</b>	<b>Moment fléchissant [kNm/m]</b>							
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,00	-0,89	-1,25	-2,66	-2,55	-3,58	-4,41	-5,06	-0,09
2,00	-0,55	-2,26	-2,12	0,26	1,37	1,53	1,70	4,67
3,00	-0,08	-0,75	-0,93	-1,14	1,14	2,20	2,76	3,41
4,00	-0,05	-0,03	0,02	-0,56	-1,56	0,37	0,78	-2,83
5,00	-0,02	-0,02	0,06	0,11	-0,09	-1,18	-1,70	-7,33
6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Profondeur [m]</b>	<b>Déplacement latéral [mm]</b>							
0,00	2,45	7,75	8,25	7,55	7,05	5,55	5,15	29,65
0,10	2,30	7,46	7,90	7,26	6,83	5,35	5,01	29,14
0,60	1,57	5,95	6,18	5,65	5,61	4,33	4,23	26,67
1,10	0,95	4,33	4,37	4,18	4,35	3,37	3,55	24,25
1,60	0,34	2,61	2,65	2,85	3,39	2,78	3,06	21,58
2,10	0,05	1,25	1,21	1,90	2,63	2,72	3,11	19,01
2,60	-0,17	0,31	0,32	1,14	2,17	2,88	3,36	16,28
3,10	-0,17	0,05	0,04	0,62	1,72	2,99	3,40	13,36
3,60	-0,17	-0,05	-0,04	0,19	1,11	2,67	3,11	9,98
4,10	-0,17	-0,10	0,00	0,00	0,45	2,14	2,43	6,50
4,60	0,11	0,05	0,09	0,14	0,20	1,49	1,65	3,68
5,10	0,11	0,05	0,09	0,09	0,10	0,64	0,78	1,31
5,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Profondeur [m]</b>	<b>Force dans les butons [kN/m]</b>							
1,25	-	-	4,29	13,88	21,31	28,64	33,72	4,22
<b>Distance [m]</b>	<b>Déplacement vertical [mm]</b>							
wall	2,00	-0,10	-0,37	-0,57	-0,50	0,13	-0,37	-0,17
0,00	-8,00	-3,40	-0,63	-3,83	-3,60	-3,00	-3,57	-16,33
1,00	-1,00	-0,67	-0,80	-1,07	-1,60	-2,17	-2,80	-7,23
2,00	-1,67	-0,43	-0,43	-0,67	-1,33	-1,70	-2,83	-5,77
3,00	-0,33	-0,27	-0,43	-0,77	-1,03	-1,13	-2,47	-7,23
4,00	-1,00	-0,17	-0,30	-0,60	-0,70	-0,90	-0,90	-2,83
5,00	-2,67	-0,30	-0,70	-1,07	-1,17	-1,30	-1,30	-2,47

**Tableau 6.2 – Mesures corrigées du déplacement latéral (von Wolffersdorf, 1994b)**

	Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5	Etape 6	Etape 7	Etape 8
Profondeur [m]	Déplacement latéral [mm]							
0,00	2,45	7,75	8,25	7,55	-1,64	-1,28	-2,14	22,35
0,10	2,30	7,46	7,90	7,26	-1,50	-1,20	-1,97	22,15
0,60	1,57	5,95	6,18	5,65	-0,90	-0,79	-1,23	21,20
1,10	0,95	4,33	4,37	4,18	-0,25	-0,25	-0,31	20,39
1,60	0,34	2,61	2,65	2,85	0,60	0,58	0,72	19,24
2,10	0,05	1,25	1,21	1,90	1,35	1,72	2,04	17,94
2,60	-0,17	0,31	0,32	1,14	1,83	2,62	3,07	15,99
3,10	-0,17	0,05	0,04	0,62	1,67	2,95	3,36	13,32
3,60	-0,17	-0,05	-0,04	0,19	1,16	2,71	3,15	10,02
4,10	-0,17	-0,10	0,00	0,00	0,45	2,14	2,43	6,50
4,60	0,11	0,05	0,09	0,14	0,10	1,42	1,57	3,59
5,10	0,11	0,05	0,09	0,09	0,00	0,56	0,69	1,22
5,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

### 3 Propriétés physiques du sable de Karlsruhe

Le site de Hochstetten a fait l'objet d'une campagne de reconnaissance de sol très complète (von Wolffersdorff, 1994a). Trois sondages de 10 m de profondeur ont permis de caractériser le sol comme un sable fin à moyen avec des passages de sable graveleux. Par ailleurs, l'analyse d'échantillons prélevés entre 1 et 4 m indique un indice de densité de 58,4 %, ce qui le classe parmi les sables moyennement denses. Les principales caractéristiques du sol identifiées sur ces échantillons sont :

- poids volumique du sol non saturé (au-dessus de la nappe) = 16,5 kN/m<sup>3</sup> ;
- poids volumique du sol sec = 15,7 kN/m<sup>3</sup> ;
- teneur en eau naturelle = 5,1 % ;
- poids volumique du sol saturé = 19,8 kN/m<sup>3</sup>.

Quatre essais pressiométriques ont révélé la présence de trois couches différentes dont les caractéristiques pressiométriques sont présentées dans le tableau 6.3.

**Tableau 6.3 – Caractéristiques pressiométriques du sol de Hochstetten**

Cote (m)	Type de sol	E <sub>M</sub> (MPa)	p <sub>l</sub> (MPa)
0-2,3	Sable fin très légèrement limoneux	4,4-11,4	0,4-0,6
2,3-4	Sable fin très légèrement limoneux avec quelques graviers	6,3-14	0,9-1,1
4-6	Grave très sableuse	13,6-18,9	1,7-2,3
> 6		4,5-11,1	1-1,4

Les valeurs de la pression limite confirment les résultats des analyses effectuées sur les échantillons prélevés : la pression limite de la première couche (0,4-0,6 MPa) indique un sable argileux ou limoneux, les pressions limites des couches inférieures (0,9-2,3 MPa) indiquent la présence d'un sable moyennement compact.

Une série d'essais en laboratoire, comprenant trois essais œdométriques, trois essais à la boîte de cisaillement, un essai de compression triaxiale isotrope et six essais de compression triaxiale drainée, a été réalisée sur des échantillons remaniés. Les éprouvettes ont été préparées à la densité et à la teneur en eau du sol naturel. Les résultats de ces essais ainsi que leur interprétation sont décrits dans la section suivante.

Compte tenu de la non saturation du sol au-dessus de la nappe, deux essais de cohésion capillaire ont été réalisés et figurent également dans la section suivante.

Deux essais de plaque avec un cycle de chargement-déchargement-rechargement ont été effectués. Ils ont donné des modules de 32,5 et 22,9 MPa en chargement et 50,87 et 35,36 MPa en déchargement, avec un rapport de 1,6 entre les modules en chargement et en déchargement. Les essais de plaque sont exploités intégralement dans la section suivante.

## **4 Détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter**

Disposant d'une reconnaissance de sol riche et diversifiée sur le site de Hochstetten, nous avons pu comparer les paramètres obtenus pour le modèle de Fahey et Carter à partir de différents essais. On présente ici la démarche suivie pour obtenir un jeu de paramètres représentatif du sol d'Hochstetten qui puisse être utilisé ultérieurement dans les simulations numériques.

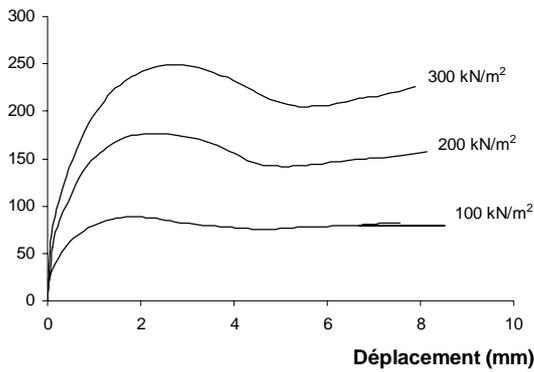
### **4.1 Essais de cohésion capillaire**

Compte tenu de la présence d'éléments fins dans le sol et du niveau de la nappe (à 5,5 m de la surface du sol), deux séries de trois essais chacune ont été réalisées pour déterminer la valeur de la cohésion capillaire (von Wolffersdorff, 1994a). La première a consisté à charger un bloc de sable de 20 cm de côté et de 30 cm de hauteur. Les résultats ont été analysés par la méthode d'Hettler (Hettler, 1985) et ont donné une cohésion moyenne de 2,7 kPa. La seconde série a été effectuée par le chargement d'un bloc excavé sur trois côtés (les dimensions du bloc sont identiques à celle du bloc de la série précédente). L'analyse des résultats obtenus a donné une cohésion moyenne de 4 kPa. Nous avons retenu une cohésion moyenne de 3,5 kPa.

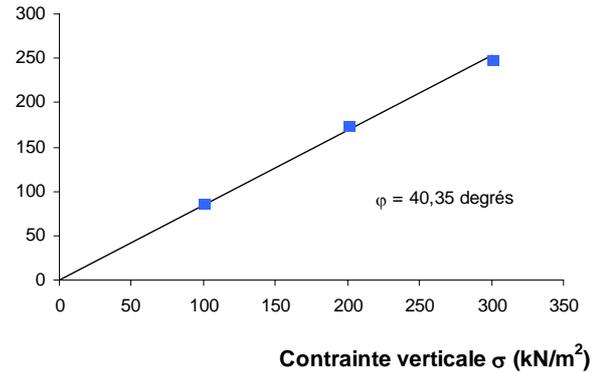
### **4.2 Essais à la boîte de cisaillement**

Trois séries de trois essais de cisaillement direct ont été réalisés à la boîte de cisaillement de Casagrande (pour des valeurs de la charge axiale de 100, 200 et 300 kPa). Les résultats de ces trois séries d'essais sont présentées sur la figure 6.6. Les valeurs de l'angle de frottement interne ainsi obtenues varient d'un essai à l'autre de 40,15 degrés à 41,16 degrés. Nous avons adopté la valeur moyenne de 40,6 degrés : dans la suite, l'angle de frottement interne est considéré comme fixé à cette valeur.

Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)

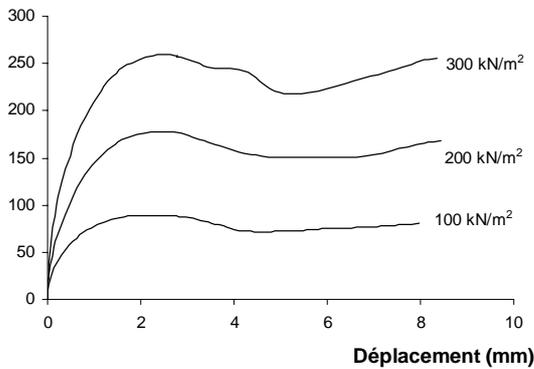


Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)

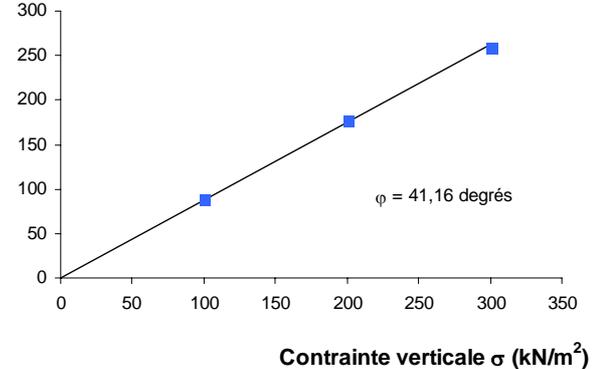


(a)

Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)

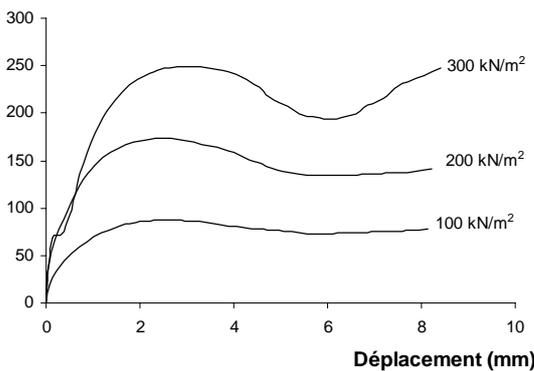


Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)

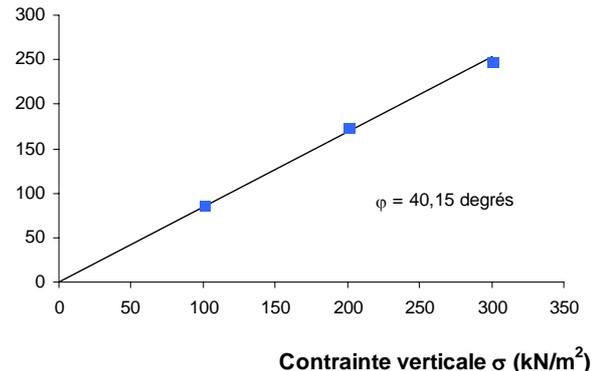


(b)

Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)



Contraite de cisaillement  $\tau$  (kN/m<sup>2</sup>)



(c)

Figure 6.6 – Résultats des essais de cisaillement : (a) – 621 M, (b) – 621 M 1, (c) – 621 M 2.

### 4.3 Essais triaxiaux

À l'aide des échantillons de sol prélevés entre un et quatre mètres de profondeur, des éprouvettes de sol ( $\Phi = 100$  mm et  $h = 100$  mm) ont été reconstituées à la densité et à la teneur en eau naturelles pour la réalisation d'essais de compression à l'appareil triaxial. Six essais de compression axisymétrique drainés avec des valeurs de pressions de confinement  $\sigma_3$  de 100, 200 et 300 kPa ont été effectués, ainsi qu'un essai triaxial en compression isotrope comprenant un cycle de chargement-déchargement-rechargement.

#### 4.3.1 Essai triaxial de compression isotrope

Comme on l'a vu dans le cas du sable de Labenne, l'essai triaxial de compression isotrope fournit des informations uniquement sur les paramètres  $\nu_0$  et  $C$ . Les résultats des simulations numériques sont donnés dans le diagramme  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  sur la figure 6.7 et dans le diagramme  $(\varepsilon_3, \sigma_1)$  sur la figure 6.8. Deux simulations ont été effectuées avec des couples  $(\nu_0, C)$  différents. Le premier jeu de paramètres issu du calage sur la courbe  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  a donné  $\nu_0 = 0,1$  et  $C = 225$  et pour le second couple de paramètres, issu du calage sur le diagramme  $(\varepsilon_3, \sigma_1)$ , on obtient  $\nu_0 = 0,1$  et  $C = 170$ .

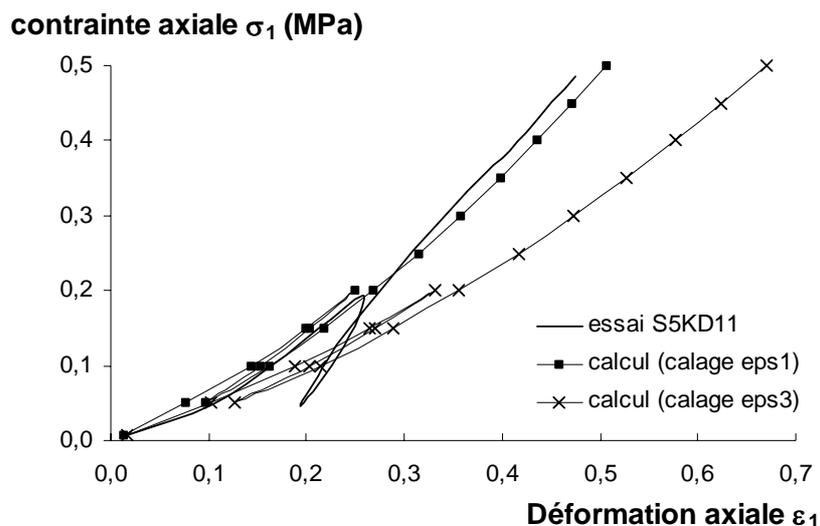


Figure 6.7 – Résultats de la simulation de l'essai triaxial de compression isotrope :  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$

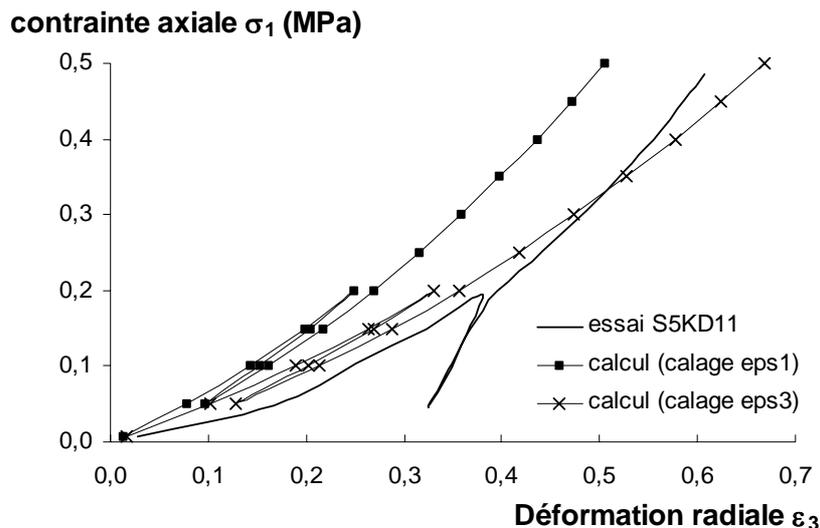


Figure 6.8 – Résultats de la simulation de l'essai triaxial de compression isotrope : ( $\epsilon_3$ ,  $\sigma_1$ )

On remarque que la simulation de l'essai isotrope reproduit correctement le comportement contrainte-déformation en chargement, mais pas du tout en déchargement : le sol reste dans le domaine élastique et a un comportement quasiment réversible. La simulation de l'essai ne met pas en évidence l'accroissement de rigidité du sol pendant le cycle de déchargement-rechargement. Par ailleurs, on n'arrive pas à simuler le comportement du sable dans les deux diagrammes avec un jeu de paramètres unique. Cela peut provenir du fait que l'on ne compare pas exactement la même grandeur entre les déformations calculées et les déformations mesurées. En effet, les mesures de contrainte axiale et déformation axiale sont mesurées de manière globale par l'intermédiaire d'un plateau. En revanche, les déformations radiales sont mesurées avec des capteurs locaux placés à mi-hauteur de l'échantillon. Il en résulte que la déformation radiale mesurée est maximum puisque l'échantillon ne se déforme pas uniformément. Par ailleurs, le calcul fournit des résultats homogènes dans l'ensemble de l'échantillon, tant pour la contrainte axiale et la déformation axiale, que pour la déformation radiale. Une fois encore, se pose le problème de la détermination des paramètres et de leur représentativité.

#### 4.3.2 Essais triaxiaux de compression

On a vu dans le chapitre précédent, pour le cas du sable de Labenne, que l'on peut déterminer les paramètres du modèle de Fahey et Carter sans trop de difficultés à partir d'essais triaxiaux drainés, à l'aide de simulations numériques successives de l'essai triaxial. On suit ici la même méthodologie. On identifie dans un premier temps l'angle de dilatance et la cohésion qui a été choisie pour coller exactement au palier de plasticité (l'angle de frottement interne est issu des essais de cisaillement). Puis, dans un second temps, nous avons pu déterminer les paramètres élastiques dans l'ordre établi pour le sable de Labenne (pour le coefficient de Poisson initial, nous avons choisi la valeur fixée par défaut par Fahey et Carter, à savoir 0,1). Les valeurs des paramètres obtenus pour les six essais sont répertoriées dans le tableau 6.4. Ce tableau fournit

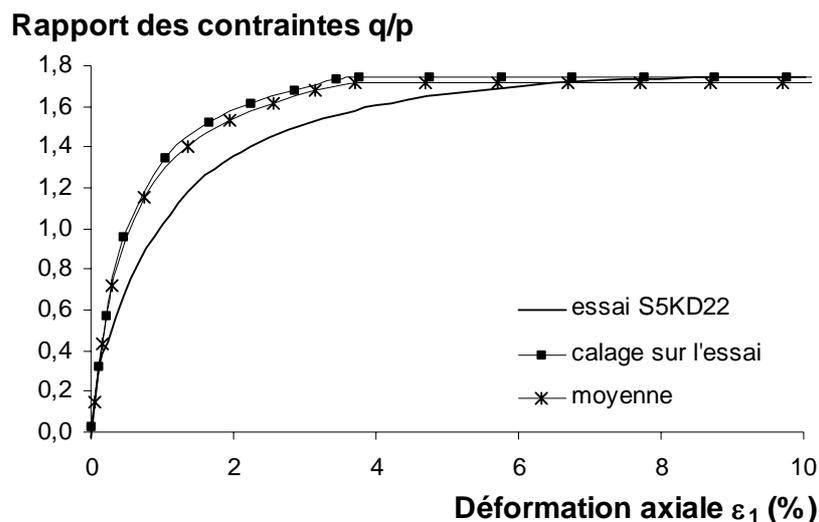
également les valeurs moyennes retenues pour chacun des paramètres, ce qui constitue un premier jeu de paramètres du sable de Hochstetten. On a retenu la valeur de la cohésion issue des essais de cohésion capillaire.

**Tableau 6.4 – Paramètres du modèle de Fahey et Carter issus des essais triaxiaux drainés**

Nom de l'essai	Pression de confinement	Densité	$v_0$	f	g	C	c (kPa)	$\phi$ (degré)	$\psi$ (degré)
S5KD13	$\sigma_3 = 95,9$ kPa	$\gamma = 15,6$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,74	1,5	130	10	40,6	10,9
S5KD15	$\sigma_3 = 99,7$ kPa	$\gamma = 16,2$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,79	1	200	1	40,6	14,1
S5KD21	$\sigma_3 = 196,9$ kPa	$\gamma = 15,8$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,73	2	190	20	40,6	11,3
S5KD22	$\sigma_3 = 196,1$ kPa	$\gamma = 15,9$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,74	1,5	200	20	40,6	11,3
S5KD31	$\sigma_3 = 299,4$ kPa	$\gamma = 15,9$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,72	1	190	19	40,6	10,4
S5KD32	$\sigma_3 = 299,2$ kPa	$\gamma = 16,0$ kN/m <sup>3</sup>	0,1	0,72	1	215	10	40,6	11
<b>Moyenne</b>			<b>0,1</b>	<b>0,74</b>	<b>1,3</b>	<b>190</b>	<b>3,5</b>	<b>40,6</b>	<b>11,5</b>

Les plages de variation des paramètres obtenus sont relativement faibles, ce qui peut indiquer qu'on a déterminé des paramètres représentatifs du sol.

Les figures 6.9 et 6.10 illustrent les résultats d'un des essais triaxiaux et sa simulation avec les jeux de paramètres déterminés ci-dessus (on montre la simulation correspondante de l'essai en question et la simulation avec le jeu de paramètres moyen). On peut noter que l'on reproduit correctement la résistance du sol et l'évolution de la déformation volumique. Les résultats de la simulation des autres essais sont présentés dans l'annexe A5.



**Figure 6.9 – Résultats de l'essai triaxial S5KD22 : ( $\epsilon_1$ , q/p)**

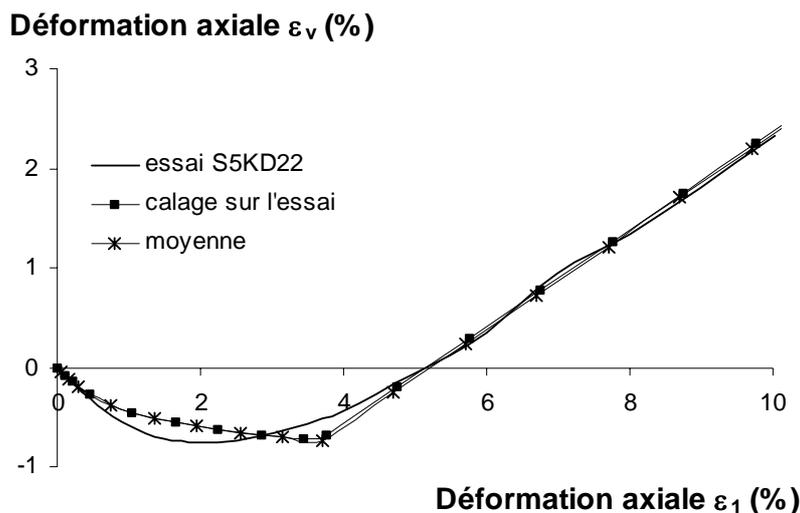
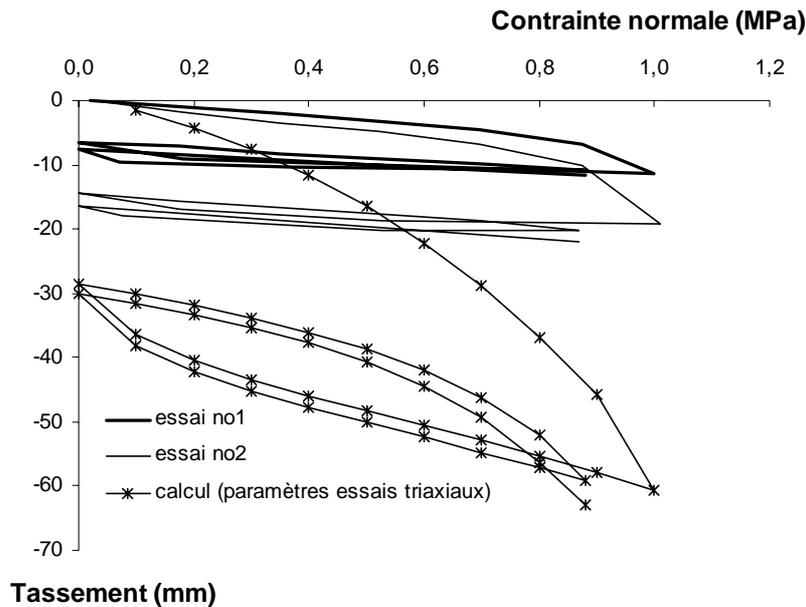


Figure 6.10 – Résultats de l'essai triaxial S5KD22 : ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$ )

#### 4.4 Essais de plaque

Deux essais de plaque ont été réalisés avec à chaque fois deux cycles de déchargement-rechargement. Ils ont été réalisés suivant la norme allemande DIN 18 134 avec une plaque de 30 cm de diamètre et 2,5 cm d'épaisseur. L'interprétation des essais de plaque a donné des modules de déformation en chargement de 32,5 et 22 MPa, et des modules en déchargement de 51 et 35,5 MPa (von Wolffersdorf, 1994a).

Nous avons modélisé le comportement du sol pendant les essais de plaque, afin de vérifier que le jeu de paramètres tiré de l'exploitation des essais triaxiaux permet de reproduire les résultats de ces essais. Par ailleurs, les essais de plaque comportent des cycles de déchargement-rechargement, qu'il est intéressant d'étudier du point de vue numérique. L'essai de plaque étant un essai in situ, il donne des informations sur le comportement global du massif de sol. Cet essai qui s'apparente à un essai de structure nous paraît intéressant à exploiter en vue de l'exécution d'un calcul d'ouvrage géotechnique. Le résultat de la simulation numérique est présenté sur la figure 6.11.



**Figure 6.11 – Résultats de la simulation des essais de plaque avec les paramètres issus des essais triaxiaux**

Les paramètres choisis sous-estiment nettement la rigidité du massif au cours des essais de plaque, tant en chargement, qu'en déchargement. On a donc cherché un jeu de paramètres permettant de mieux représenter le comportement du sol pendant un essai de plaque. On a joué sur les paramètres  $f$  et  $C$ . Le paramètre  $f$  a énormément d'influence sur l'étendue de la plage des déformations en déchargement. Plus la valeur de  $f$  diminue, plus cette plage est faible. Cependant, ce phénomène s'accompagne d'une diminution de la déformation maximum, que l'on peut réguler en diminuant le paramètre  $C$ . Les résultats des essais de plaque étant largement dispersés, on a donc modélisé chacun des deux essais de plaque, en modifiant à chaque fois les paramètres  $f$  et  $C$ . Ainsi, pour l'essai de plaque n°1, on obtient  $f = 0,35$  et  $C = 430$  et pour l'essai n°2,  $f = 0,35$  et  $C = 250$ . Le résultat de la simulation de l'essai de plaque n°1 est présenté sur la figure 6.12 et celui de l'essai n°2 sur la figure 6.13.

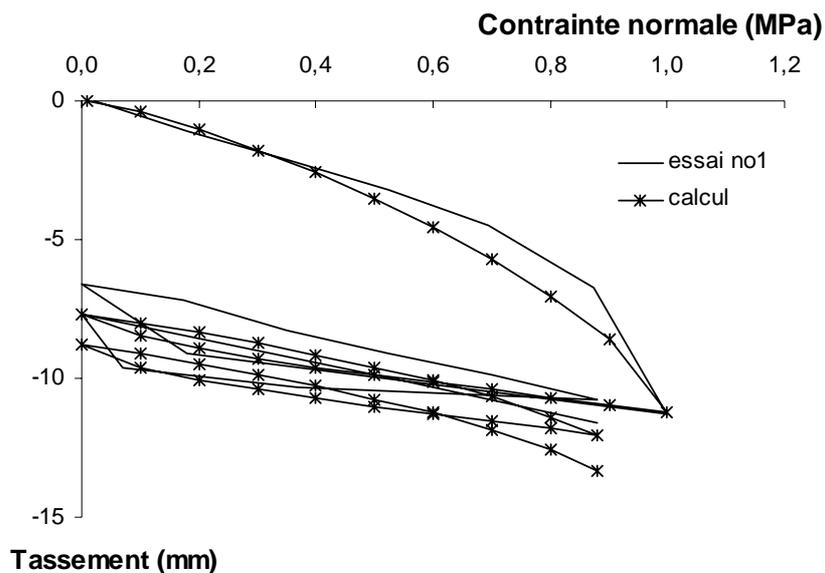


Figure 6.12 – Modélisation de l'essai de plaque n°1 avec le modèle de Fahey et Carter

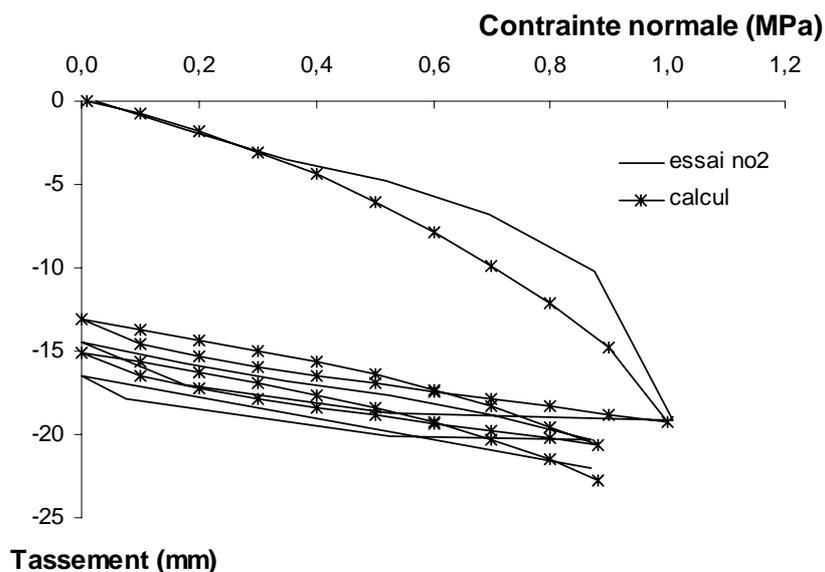


Figure 6.13 – Modélisation de l'essai de plaque n°2 avec le modèle de Fahey et Carter

#### 4.5 Récapitulation des paramètres obtenus

Les paramètres issus des essais de laboratoire sont valables pour la couche de sol comprise entre 1 et 4 m (les informations dont on dispose pour les couches inférieures proviennent des carottages et des essais in situ). Cependant, étant la seule couche de sol pour laquelle nous disposons d'autant d'informations, nous avons adopté ces paramètres sur l'ensemble du massif. Une exception a toutefois été faite pour la cohésion, qui a été choisie nulle dans la

couche de sol saturée (sous la nappe). Par la suite, nous modélisons l'ouvrage. Nous avons pris en compte deux jeux de paramètres, l'un basé essentiellement sur les essais triaxiaux et l'autre tenant compte des informations fournies par les essais de plaque. Le tableau 6.5 récapitule ces données. Concernant le second jeu de paramètres, on a fait la moyenne des valeurs de  $f$  et  $C$  obtenues par calage sur les deux essais de plaque et on a conservé les valeurs des paramètres  $\nu_0$ ,  $g$ ,  $c$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ .

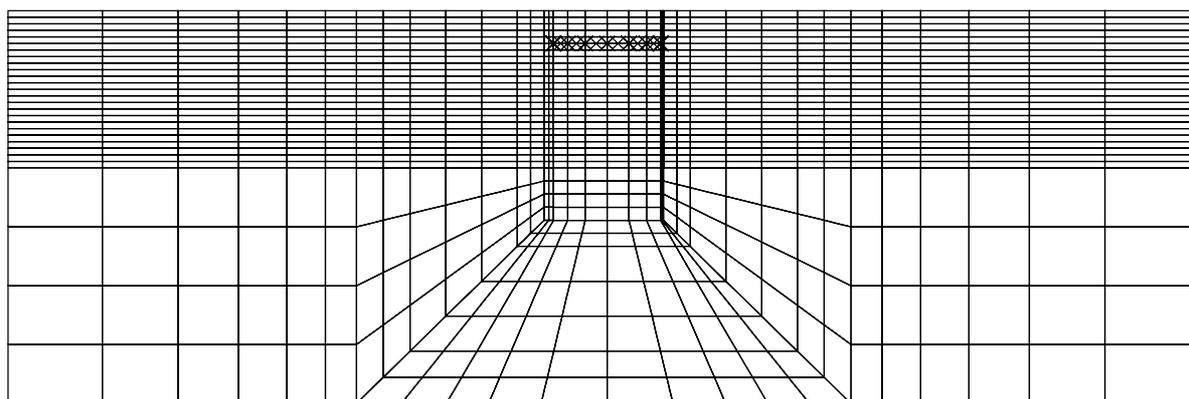
**Tableau 6.5 – Jeux de paramètres du modèle de Fahey et Carter pour la modélisation du rideau de palplanches**

Jeu de paramètres	$\nu_0$	$f$	$g$	$C$	$c$ (kPa)	$\varphi$ (degré)	$\psi$ (degré)
Essais triaxiaux	0,1	0,74	1,3	190	3,5	40,6	11,5
Essais triaxiaux + essais de plaque	0,1	0,35	1,3	340	3,5	40,6	11,5

## 5 Modélisation par éléments finis

### 5.1 Maillage

Etant donné l'étendue de l'excavation, nous avons choisi de modéliser l'ouvrage en déformations planes. Nous avons représenté les deux rideaux (le rideau expérimental et le rideau de réaction) de la même façon que l'ont fait Mestat et Arafati (1998). Le maillage a une extension horizontale de 45 m et verticale de 15 m. Il comprend 1200 éléments et 3700 nœuds. Le massif de sol est modélisé avec des éléments quadrilatères à huit nœuds. Les rideaux de palplanches sont modélisés avec des éléments de massif. Le maillage utilisé est représenté sur la figure 6.14. Pour le buton on a utilisé des éléments de barre bidimensionnels.



**Figure 6.14 – Maillage**

## 5.2 Comportement des matériaux

### 5.2.1 Comportement des rideaux

Pour le comportement des rideaux de palplanches, on utilise une loi élastique linéaire isotrope, avec un module d'élasticité de 210 000 MPa et un coefficient de Poisson de 0,3.

Les paramètres des éléments de massif représentant les rideaux dans la modélisation bidimensionnelle sont choisis de manière à conserver la rigidité en flexion (EI) et la rigidité axiale (EA) du rideau. Cette conservation se traduit par les deux équations suivantes :

$$E_r I_r = E_{eq} \frac{t_{eq}}{12} \quad [6.1]$$

$$E_r A_r = E_{eq} t_{eq} \quad [6.2]$$

où E est le module d'élasticité, I le moment d'inertie, A la section et t l'épaisseur. L'indice « r » se réfère aux propriétés réelles du matériau tandis que l'indice « eq » aux propriétés équivalentes des éléments quadrilatères utilisés pour représenter les rideaux de palplanches. Les caractéristiques concernant les deux rideaux sont données dans le tableau 6.6.

Tableau 6.6 – Paramètres des rideaux de palplanches

Type de rideau	E <sub>r</sub> (MPa)	I <sub>r</sub> (cm <sup>4</sup> )	A <sub>r</sub> (cm <sup>2</sup> )	E <sub>eq</sub> (MPa)	t <sub>eq</sub> (cm)
KRUPP KD VI	210 000	968	106	24 400	10
ARBED PU 8	210 000	11 610	116	6 800	35

### 5.2.2 Comportement de l'interface

L'interface entre les rideaux de palplanches et le sol est modélisée par des éléments de massif de 0,5 cm d'épaisseur comme dans les simulations de Mestat et Arafati (1998). Leur comportement est représenté par un critère de plasticité de Mohr-Coulomb « orienté » (Mestat, 1993), de caractéristiques  $c = 0$  kPa,  $\varphi = 20$  degrés et  $\psi = 0$  degré. Ce critère permet de donner au massif continu une direction de déformation plastique simulant le cisaillement des discontinuités. La contrainte normale  $\sigma_n$  et la contrainte tangentielle  $\tau$  agissant sur une facette parallèle à une discontinuité inclinée d'un angle  $\alpha$ , s'expriment en fonction des composantes du tenseur des contraintes ( $\sigma_{ij}$ ) par les relations suivantes :

$$\sigma_n = \frac{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{2} - \frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \cos 2\alpha}{2} - \sigma_{xy} \sin 2\alpha \quad [6.3]$$

$$\tau = -\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin 2\alpha}{2} + \sigma_{xy} \cos 2\alpha \quad [6.4]$$

La loi du critère orienté pour un milieu bidimensionnel comprend donc les six paramètres suivants : E,  $\nu$ , c,  $\varphi$ ,  $\psi$  et  $\alpha$ .

### 5.2.3 Comportement des butons

Les butons sont des KRUPP Gi-SV-380. Dans la modélisation bidimensionnelle, le buton est caractérisé par un module d'Young égal à 210 000 MPa et une section de  $0,02 \text{ m}^2$  (tenant compte de l'espacement entre les butons).

### 5.3 Conditions aux limites

Le déplacement horizontal est bloqué sur les limites verticales du maillage. La base du maillage est maintenue fixe tant horizontalement que verticalement.

### 5.4 Initialisation des contraintes

La distinction entre la zone saturée et la zone non saturée se fait au moment de l'initialisation des contraintes : on tient compte de la nappe en utilisant le poids volumique déjaugé du sol. Le poids volumique du sol utilisé pour initialiser les contraintes est donc de  $16,5 \text{ kN/m}^3$  pour la couche de sol hors nappe ( $0 < z < 5,50 \text{ m}$ ) et de  $9,8 \text{ kN/m}^3$  pour la zone saturée ( $z > 5,50 \text{ m}$ ).

L'état de contrainte initial est de type géostatique. Les contraintes verticales sont dues au poids des terrains et les contraintes horizontales effectives sont proportionnelles aux contraintes verticales effectives. Le coefficient de proportionnalité, ou coefficient de pression des terres au repos, est calculé à l'aide de la formule de Jaky (1944) :  $K_0 = 1 - \sin\phi = 0,35$ .

### 5.5 Chargement

Le calcul simule les différentes étapes d'exécution décrites dans la section 2.2. Pour les étapes 1, 2, 4, 5 et 6, l'excavation est simulée en appliquant des forces de déconfinement sur le contour. Le préchargement du buton est modélisé pendant la troisième phase, par une force nodale de 4,5 kN appliquée aux deux extrémités de l'élément barre représentant le buton à la profondeur de 1,25 m (le buton n'est activé qu'à la phase suivante). Le chargement appliqué en surface à l'étape 7 est modélisé par une pression uniformément répartie de 10 kPa, sur une zone située entre 1 et 5 m derrière la tête du rideau expérimental. Enfin, le déchargement du buton est modélisé par la désactivation de l'élément de barre et l'application d'une force nodale équivalente à la force calculée à la phase précédente dans le buton mais dans la direction opposée. À ce stade, nous avons ramené l'effort dans les butons à la valeur mesurée lors de l'expérimentation, à savoir 4,22 kN. Pour cette phase, on ne s'est donc pas placé dans les conditions du concours, ce qui ne nous a pas permis d'estimer par le calcul l'effort dans les butons à l'état limite.

## 6 Présentation des résultats

Dans cette partie, on confronte les résultats des modélisations aux grandeurs mesurées au cours de l'expérimentation pour chaque phase de chargement.

L'ensemble des modélisations a été réalisé dans les conditions du concours de prévision, hormis l'étape 8 pour laquelle nous avons pris en compte l'effort normal mesuré à la fin de

l'expérimentation comme on l'a expliqué ci-dessus. Au début de cette étape de calcul, les déplacements cumulés des phases antérieures sont mis à zéro.

À titre d'exemple, on pourra se reporter à Shahrour et al. (1995) qui ont participé au concours de prévision en faisant des calculs à l'aide de la méthode des éléments finis, ainsi qu'à Arafati (1996) et Mestat et Arafati (1998) qui ont réalisé une simulation numérique a posteriori. von Wolffersdorf (1994b) a publié l'ensemble des résultats des simulations des participants au concours de prévisions.

## 6.1 Influence de l'identification des paramètres

On compare dans cette section les résultats obtenus pour les deux jeux de paramètres du modèle de Fahey et Carter issus de l'identification des paramètres. On rappelle que le premier est essentiellement tiré des essais de laboratoire tandis que le second tient compte en plus des essais de plaque.

### 6.1.1 Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches

La figure 6.16 montre les pressions des terres appliquées calculées et mesurées sur le rideau, déduites des simulations numériques et des mesures.

Jusqu'à l'installation des butons, les simulations numériques conservent un état de pression des terres de type géostatique, déduit du poids des terrains et du coefficient de pression des terres au repos  $K_0$ . En revanche, les mesures présentent une distribution toute différente : la mise en place du rideau de palplanches par vibrofonçage a perturbé l'état de contrainte au voisinage direct du rideau (ce type de sollicitation est impossible à reproduire numériquement).

Pour les étapes 4 à 7, les simulations numériques et les mesures expérimentales indiquent une augmentation progressive de la pression des terres dans la partie supérieure du rideau au niveau du lit de butons. On note cependant que le modèle sous-estime systématiquement la pression des terres au voisinage des butons. Les calculs montrent ensuite une diminution de la pression des terres le long de la zone excavée, observation qui concorde avec les courbes expérimentales. On observe une mobilisation de la poussée (à droite du rideau) et de la poussée (à gauche du rideau) et les distributions de la pression des terres s'apparentent aux coefficients  $K_a$  et  $K_p$ , où  $K_a$  est le coefficient de poussée :

$$K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0,21 \quad [6.5]$$

et  $K_p$  est le coefficient de butée :

$$K_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{K_a} = 4,73 \quad [6.6]$$

La figure 6.15 illustre ce phénomène pour l'étape 6 (sur la figure 6.15 (a) sont représentés les états  $K_0$ ,  $K_a$  et  $K_p$  de la pression des terres et sur la figure 6.15 (b) les états  $K_0$  et  $K_a$  ont été initialisés sous le lit de butons). On remarque que la poussée est bien mobilisée.

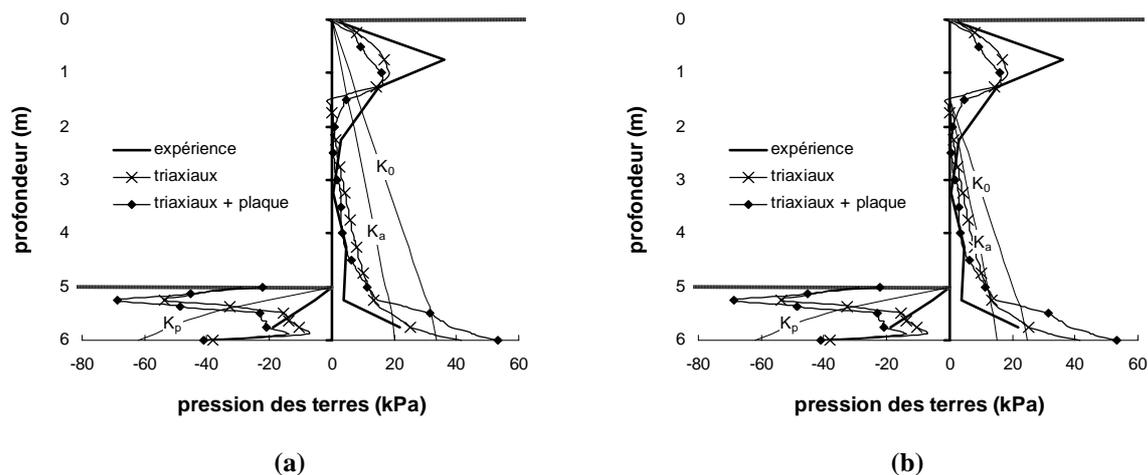
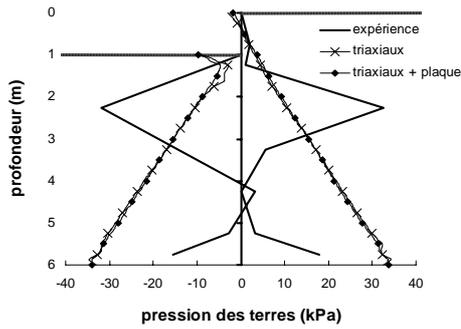


Figure 6.15 – États  $K_0$ ,  $K_a$  et  $K_p$  pour l'étape 6

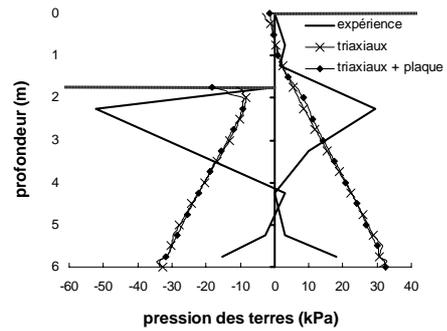
Les simulations numériques présentent ensuite un accroissement brutal de la pression des terres au niveau de la limite de l'excavation, qui augmente au fil des calculs. Cet accroissement est légèrement plus marqué pour la simulation réalisée avec le second jeu de paramètres. Dans la partie inférieure, on note que le modèle surestime les pressions appliquées sur les deux côtés du rideau, en particulier dans la partie aval, où l'on note une mobilisation importante de la butée alors que l'expérimentation indique une plus faible mobilisation. Cette évolution correspond à une mobilisation partielle de la butée des terres.

Pour la dernière phase de chargement, on constate une bonne concordance entre les calculs et l'expérimentation sur la pression appliquée sur la face amont du rideau, mais une surestimation par la modélisation de la pression de butée appliquée sur la face aval.

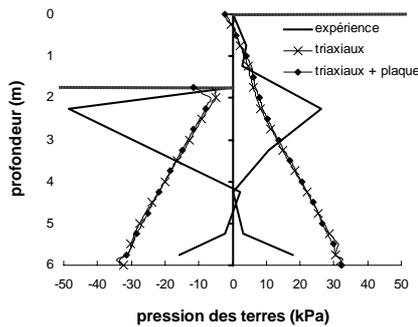
Hormis l'état initial qui est difficile à reproduire, le modèle de Fahey et Carter rend compte correctement de l'évolution de la pression des terres au cours de l'expérimentation pour les deux jeux de paramètres étudiés.



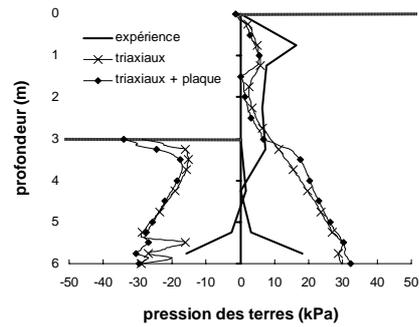
(a) – étape 1



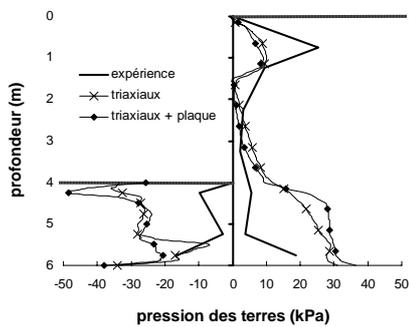
(b) – étape 2



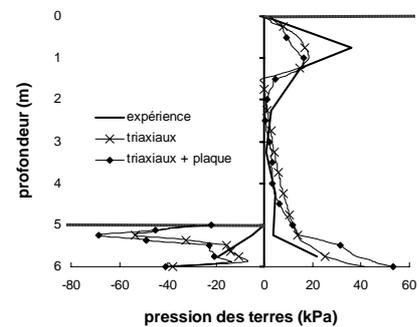
(c) – étape 3



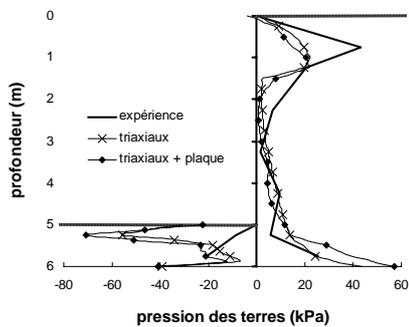
(d) – étape 4



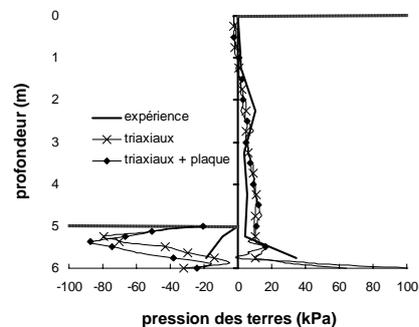
(e) – étape 5



(f) – étape 6



(g) – étape 7



(h) – étape 8

Figure 6.16 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : pression des terres de part et d'autre du rideau pour chaque étape de calcul

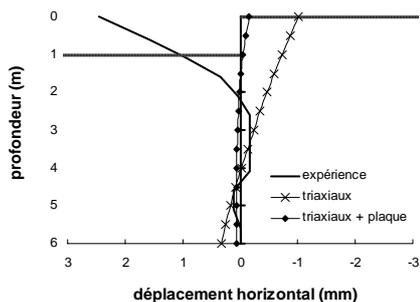
### 6.1.2 Déplacement horizontal du rideau de palplanches

Lors de la simulation des excavations avec un modèle élastoplastique dont la partie élastique est linéaire, la paroi a tendance à se déplacer vers le terrain, au lieu de basculer vers la fouille, à cause de la réponse élastique du massif de sol. On peut espérer qu'un modèle tel que celui de Fahey et Carter permette de s'affranchir de cet inconvénient du fait de l'augmentation des modules avec la profondeur et de la diminution du module lorsque le sol est sollicité en cisaillement.

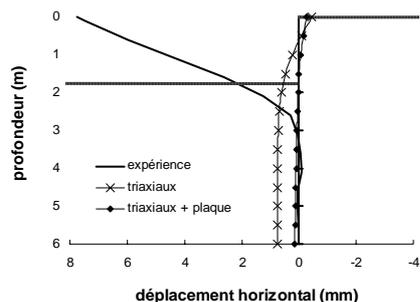
Cependant, les résultats continuent à afficher ce défaut, malgré la formulation du modèle, comme on peut le constater sur la figure 6.17. En effet, pour les phases d'excavation avant la mise en place du lit de butons (étapes 1 et 2), on voit bien que la palplanche part du mauvais côté. On peut toutefois noter que ce défaut est moins marqué pour les modélisations réalisées avec le jeu de paramètres prenant en compte les essais de plaque. Ceci est valable dans la partie supérieure de la palplanche. Cette divergence conséquente entre les déplacements mesurés et les déplacements calculés peut être due au fait que, comme indiqué précédemment, le contact entre le sol et le rideau n'était que partiel jusqu'à la mise en précontrainte des butons. Dans la partie inférieure ( $z < 3$  m), les modélisations avec le second jeu de paramètres (avec prise en compte des essais de plaque) sont correctes et indiquent qu'aucun déplacement notable n'a lieu : il y a bien encastrement de la palplanche dans le sol, ce qui est conforme aux mesures. En revanche, les modélisations basées essentiellement sur les essais triaxiaux fournissent un déplacement exagéré : l'encastrement du rideau n'est pas vérifié (ce résultat erroné s'accroît fortement pour les étapes de calculs suivantes).

Pour les étapes 5 à 7, la comparaison entre les valeurs calculées et expérimentales corrigées (voir la section 2.3 du présent chapitre) du déplacement horizontal du rideau de palplanches fait apparaître une très bonne concordance entre elles pour ce qui concerne l'allure et l'ordre de grandeur de la déformée pour les simulations réalisées avec le jeu de paramètres prenant en compte les essais de plaque : les écarts entre les résultats calculés et les mesures sont relativement faibles. Dans l'ensemble, la simulation fournit de bons résultats, en sous-estimant légèrement les déplacements dans la zone de courbure maximale (soit entre  $-2$  m et  $-3$  m suivant les phases) et en sous-estimant les déplacements en tête (côté terrain) : la paroi a du mal à pénétrer dans le sol. La rotation de la palplanche autour de la position du buton est bien reproduite. Ces bons résultats s'affirment au fur et à mesure de l'avancement des calculs, en d'autres termes, on obtient une réponse en déplacement meilleure pour les grandes déformations. Cela tient probablement du fait que l'état de contrainte initial n'est pas correctement pris en compte. Pour les simulations effectuées avec l'autre jeu de paramètres (essais triaxiaux), le défaut de non encastrement s'accroît.

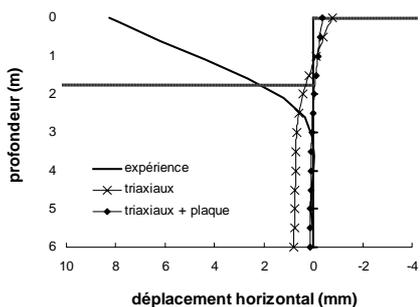
Concernant la dernière étape de chargement (état limite), l'allure de la courbe est relativement bien respectée, excepté en pied où l'encastrement du rideau n'est pas visible sur les simulations. L'ordre de grandeur des déplacements est également bien respecté, d'autant plus que les forces de butonnage sont identiques dans les calculs et l'expérience.



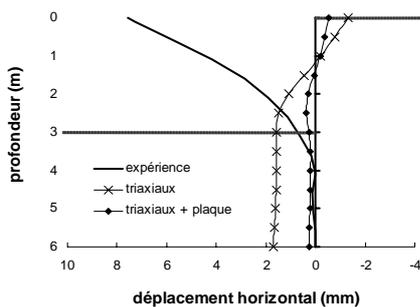
(a) – étape 1



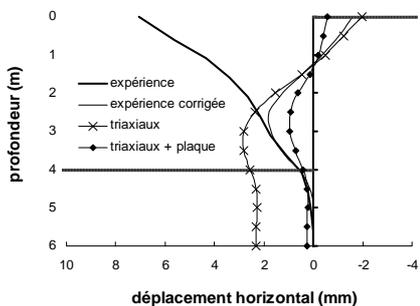
(b) – étape 2



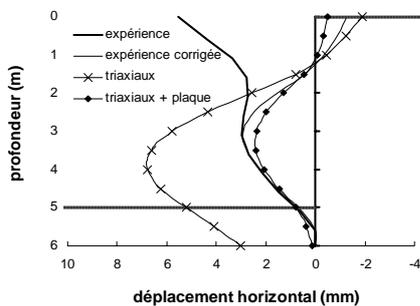
(c) – étape 3



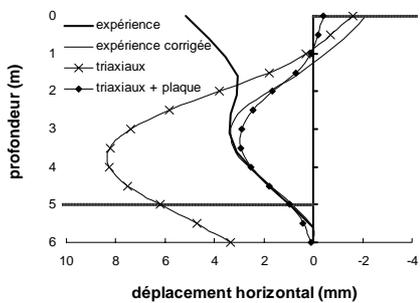
(d) – étape 4



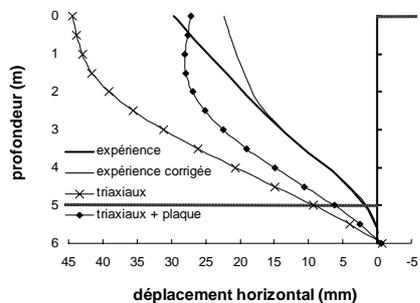
(e) – étape 5



(f) – étape 6



(g) – étape 7



(h) – étape 8

Figure 6.17 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déformée du rideau pour chaque étape de calcul

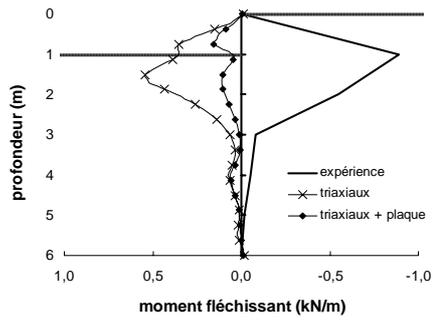
### 6.1.3 Moment fléchissant du rideau de palplanches

La figure 6.18 montre les courbes de moments fléchissants calculées et obtenues expérimentalement. À cause de la présence des fissures entre le sol et le rideau avant la mise en précontrainte des butons, les moments fléchissants théoriques et mesurés sont très différents pour les premières phases.

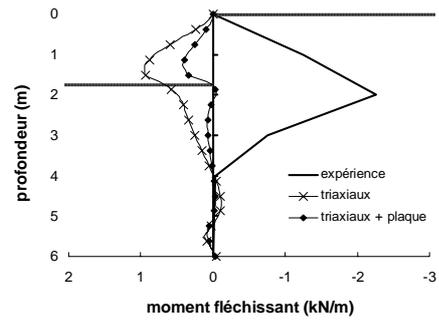
En revanche, pour les étapes ultérieures 4, 5, 6 et 7, on note un accord satisfaisant entre les valeurs calculées et expérimentales (l'ordre de grandeur est bien respecté). Le moment de flexion est négatif aux extrémités du rideau de palplanches et positif en travée. Du point de vue quantitatif, les prédictions numériques surestiment ce moment dans la partie centrale et dans la partie inférieure du rideau. Les modélisations avec le jeu de paramètres issu des essais triaxiaux seuls ont tendance à surestimer d'autant plus les moments en travée et un peu moins dans la partie inférieure en comparaison avec les autres simulations.

Pour la dernière étape, le modèle de Fahey et Carter surestime fortement les moments expérimentaux : les défauts relevés dans les phases précédentes sont ici accentués. Par ailleurs, on remarque que le moment en tête est devenu positif pour la simulation avec le jeu de paramètres issu des essais de plaque, alors que pour l'autre simulation il reste négatif. Quant aux mesures, elles indiquent un moment quasiment nul en tête.

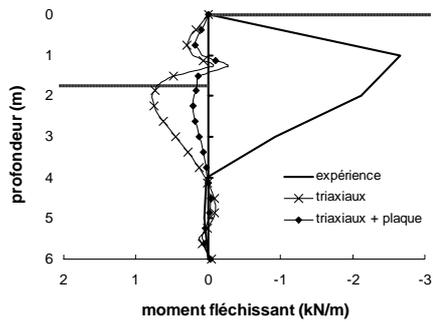
On note que de manière générale, l'allure des moments donnée par les simulations numériques avec le jeu de paramètres tenant compte des essais de plaque est plus voisine des valeurs expérimentales (par exemple, pour la simulation avec le jeu de paramètres issu des essais de laboratoire, la position du moment maximum est plus basse que ne le montre les mesures), sauf dans la partie inférieure pour les dernières phases d'expérimentation où c'est le contraire. Par ailleurs, le nombre de mesures effectué sur la hauteur du rideau de palplanches pour les moments de flexion est relativement faible et on peut se demander si l'enveloppe des moments est bien représentée (il pourrait y avoir un maximum entre deux points de mesure).



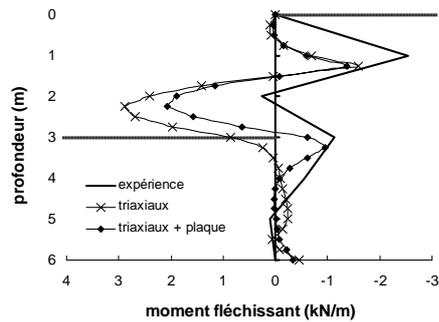
(a) – étape 1



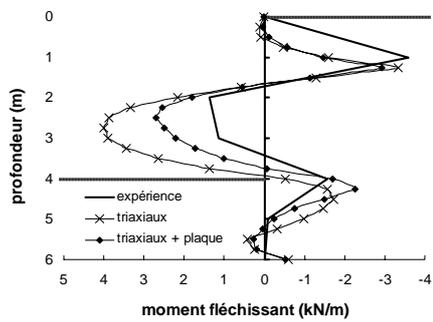
(b) – étape 2



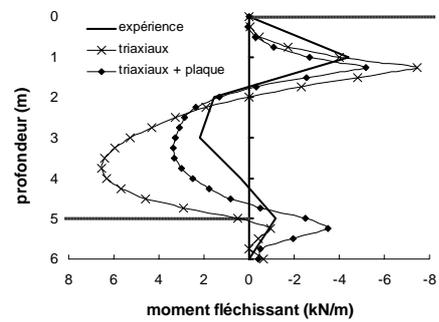
(c) – étape 3



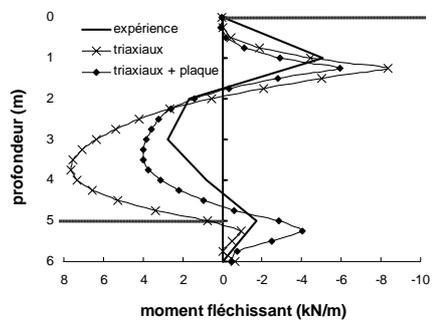
(d) – étape 4



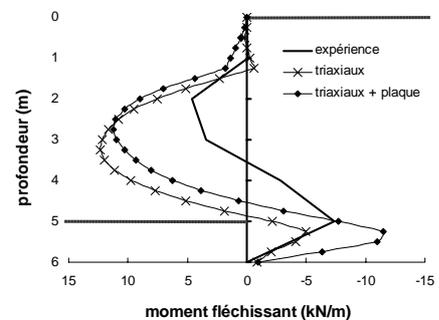
(e) – étape 5



(f) – étape 6



(g) – étape 7



(h) – étape 8

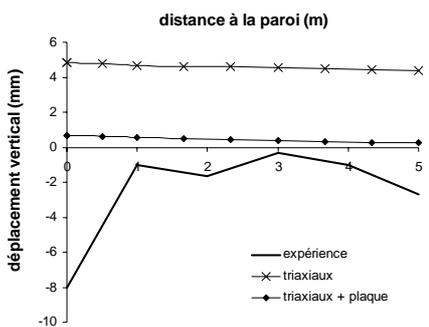
Figure 6.18 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : moments fléchissants du rideau pour chaque étape de calcul

#### **6.1.4 Déplacement vertical du sol en surface**

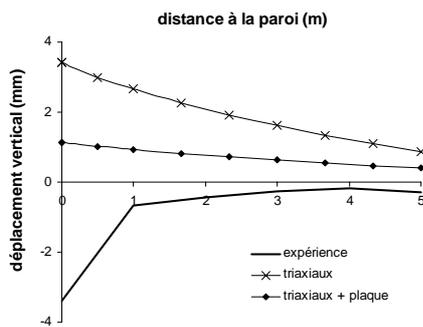
Les tassements calculés en surface, derrière le rideau expérimental, sont confrontés aux mesures sur la figure 6.19.

Jusqu'à l'étape de chargement en surface derrière le rideau (étape 7), le modèle de Fahey et Carter prédit un soulèvement du sol derrière le rideau, alors que les mesures et le bon sens indiquent un tassement. Ce soulèvement est classique dans les simulations numériques avec une élasticité linéaire et on souhaitait s'affranchir de cet inconvénient en introduisant une élasticité non linéaire puisque le déplacement horizontal de la paroi est raisonnablement représenté. Il faut que le coefficient de pression des terres au repos soit suffisamment élevé pour que les forces de déconfinement horizontales soient en mesure de contrer le soulèvement derrière la paroi. Pour le cas de Hochstetten, ce point a été discuté lors du colloque de Delft en 1994, mettant en lumière la surconsolidation du massif de sable sur les premiers mètres due à la technique de vibrofonçage et au passage d'engins. Toutefois, faute d'analyse complémentaires, on ne peut véritablement clore cette discussion. Par ailleurs, il faut garder à l'esprit le fait que le modèle utilisé est isotrope alors que le massif de sol est vraisemblablement anisotrope (du fait de la surconsolidation). On remarque une fois encore, que le défaut est tout de même moins visible lors des simulations utilisant le jeu de paramètres déterminés en partie avec les essais de plaque (l'amplitude des déplacements verticaux est bien plus faible, tant en soulèvement qu'en tassement).

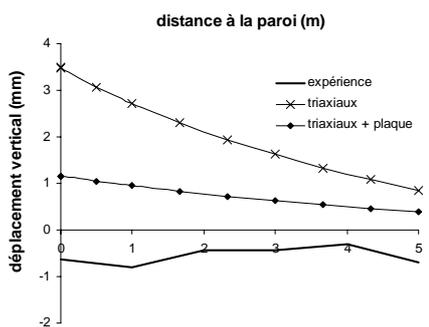
Pour les étapes 7 et 8, sous l'effet de la surcharge en surface, on obtient des tassements derrière le rideau expérimental. Les tassements calculés sont largement plus grands que les valeurs mesurées pour la dernière étape.



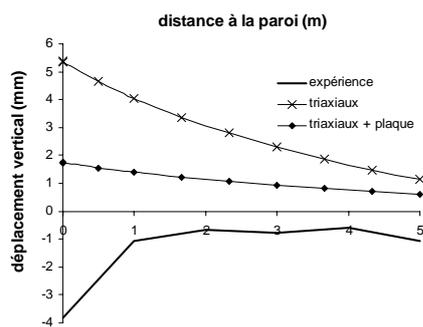
(a) – étape 1



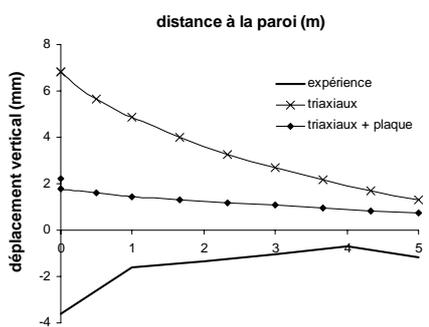
(b) – étape 2



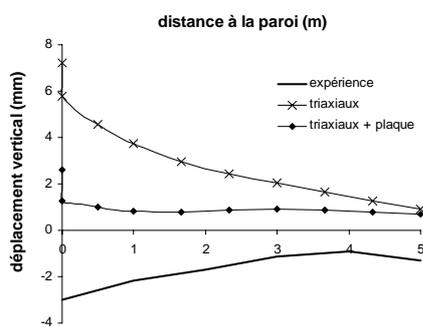
(c) – étape 3



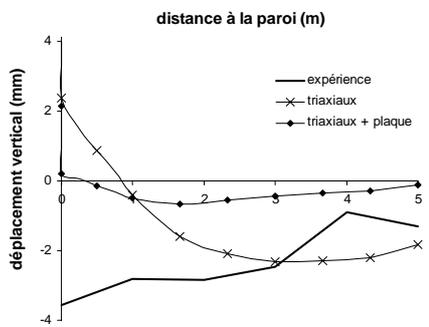
(d) – étape 4



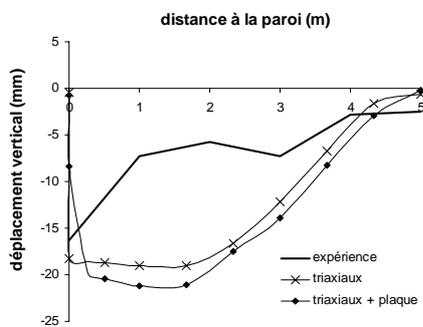
(e) – étape 5



(f) – étape 6



(g) – étape 7



(h) – étape 8

Figure 6.19 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déplacement vertical derrière le rideau pour chaque étape de calcul

## 6.2 Comparaison avec un modèle élastique linéaire-parfaitement plastique

Arafati (1996) et Mestat et Arafati (1998) ont effectué une simulation numérique de l'expérience de Hochstetten à l'aide de lois de comportement élastoplastiques avec une élasticité linéaire. Ils ont utilisé une élasticité linéaire de Hooke couplée à un critère de Mohr-Coulomb ainsi qu'une version simplifiée du modèle de Nova (où l'élasticité est linéarisée). Nous reprenons ici leurs résultats pour l'élasticité linéaire de Hooke couplée au critère de Mohr-Coulomb (les résultats correspondants sont désignés par « Mohr-Coulomb » dans la légende des figures 6.22 à 6.26). Nous comparons ces résultats avec la meilleure des deux simulations numériques effectuées avec le modèle de Fahey et Carter (c'est-à-dire avec le jeu de paramètres déduit en partie des essais de plaque). Les résultats sont donnés pour les étapes 2, 3, 5, 6, 7 et 8 qui correspondent également aux phases de chargement suivies par Arafati (1996) et Mestat et Arafati (1998) dans leurs simulations. L'identification des paramètres de la loi élastique linéaire-parfaitement plastique de Mohr-Coulomb a été réalisée de façon sensiblement identique à celle des paramètres du modèle de Fahey et Carter. Les paramètres de résistance ont été déterminés à partir des mêmes essais et les valeurs obtenues sont équivalentes (voir tableau 6.7). Le coefficient de Poisson égal à 0,25 a été déduit d'une moyenne faite sur les six essais triaxiaux drainés. Pour leur part, les modules de déformation ont été déterminés à partir des essais de plaque : le module de la couche de sable non saturé est fourni par la moyenne des modules en chargement, soit  $E = 30$  MPa, tandis que, pour la couche de sable saturé proche du fond de fouille, la moyenne des modules en déchargement a été retenue, soit  $E = 45$  MPa. Les paramètres retenus sont indiqués dans le tableau 6.7.

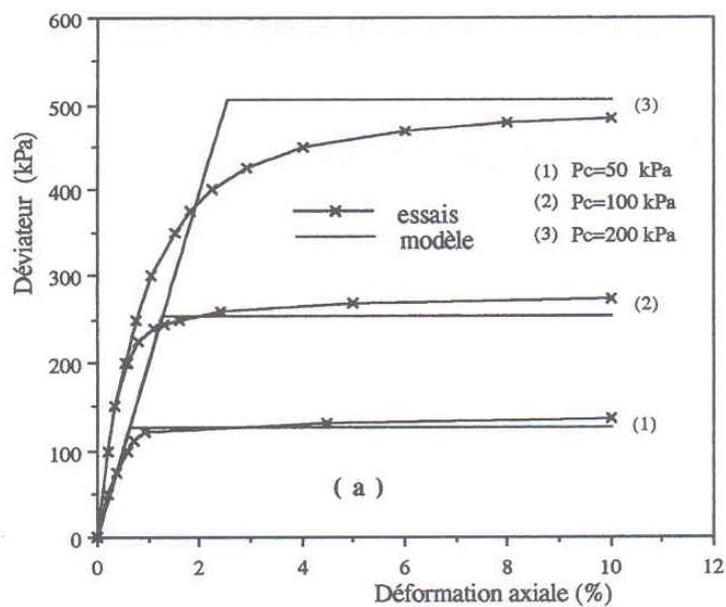
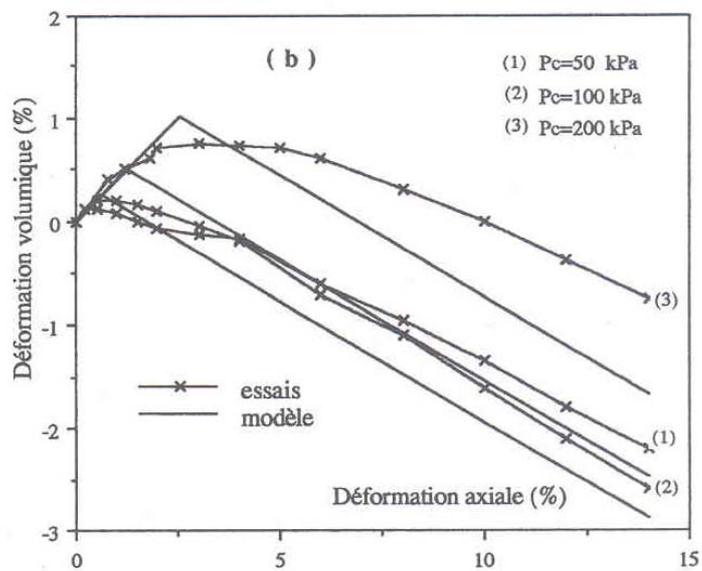
**Tableau 6.7 – Jeu de paramètres de la loi élastique linéaire-parfaitement plastique de Mohr-Coulomb (Mestat et Arafati, 1998)**

Profondeur $z$	$E$ (en MPa)	$\nu$	$c$ (kPa)	$\phi$ (degré)	$\psi$ (degré)
$0 < z < 5,5$ m	30	0,25	3	41,6	11,6
$5,5$ m $< z$	45	0,25	0	41,6	11,6

Shahrour et al. (1995) ont aussi étudié le problème avec la loi élastique linéaire de Hooke couplée au critère de Mohr-Coulomb. Ils ont obtenus des résultats proches de ceux de Mestat et Arafati (1998). Pour la détermination des paramètres, ils ont considéré deux couches distinctes. La première couche (de 0 à 2 m) est composée d'un sable silteux et la seconde d'un sable propre. Les paramètres ont été obtenus à partir des essais triaxiaux. Les modules d'Young ainsi déterminés ont été vérifiés sur les résultats des essais de plaque. Une cohésion capillaire moyenne a été prise en compte issue des essais de cohésion capillaire. Le jeu de paramètres obtenu par Shahrour et al. (1995) est présenté dans le tableau 6.8. Les figures 6.20 et 6.21 illustre les résultats des essais triaxiaux et leur simulation avec ce jeu de paramètres.

Tableau 6.8 – Jeu de paramètres de la loi élastique linéaire-parfaitement plastique de Mohr-Coulomb (Shahrour et al., 1995)

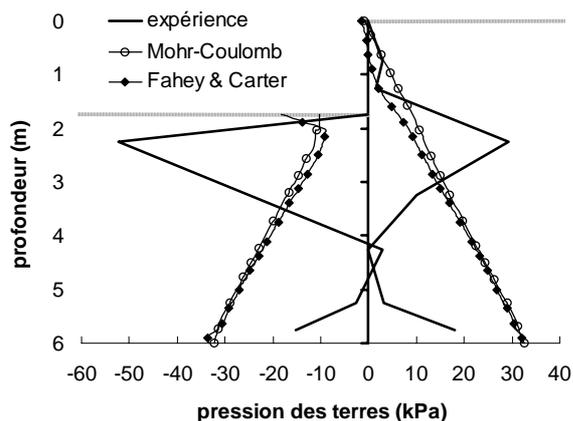
Profondeur $z$	$E$ (en MPa)	$\nu$	$c$ (kPa)	$\phi$ (degré)	$\psi$ (degré)
$0 < z < 2 \text{ m}$	20	0,3	3	34	6
$2 \text{ m} < z$	30	0,3	3	40	12


 Figure 6.20 – Résultats des essais triaxiaux :  $(\epsilon_1, q/p)$ , (Shahrour et al., 1995)

 Figure 6.21 – Résultats des essais triaxiaux :  $(\epsilon_1, \epsilon_3)$ , (Shahrour et al., 1995)

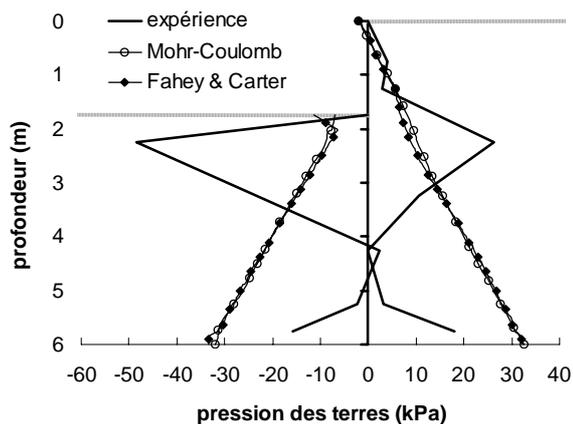
### **6.2.1 Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches**

Concernant l'évolution générale de la pression des terres au cours des différentes phases de l'expérimentation (voir figure 6.22), on pourra se reporter au chapitre 6.1.1, car des réflexions similaires peuvent être formulées.

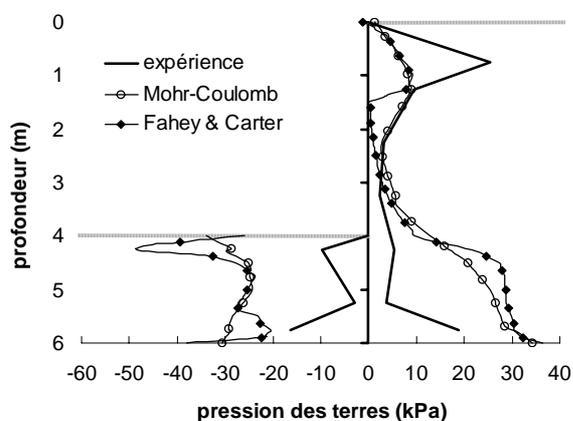
Pour ce qui concerne les valeurs des pressions effectives, les résultats sont très proches de ceux issus du modèle de Fahey et Carter. On peut cependant noter que les prévisions avec l'élasticité de Hooke surestiment légèrement moins les pressions des terres du côté aval et les sous-estiment légèrement plus du côté amont au niveau du lit de butons. Par ailleurs, l'allure des courbes obtenues avec le modèle à élasticité linéaire est meilleure sous le lit de butons : la décroissance est plus atténuée que pour le modèle de Fahey et Carter et plus proche des valeurs expérimentales.



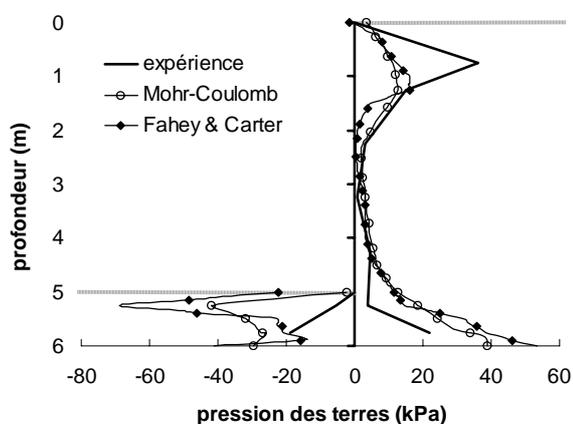
(a) – étape 2



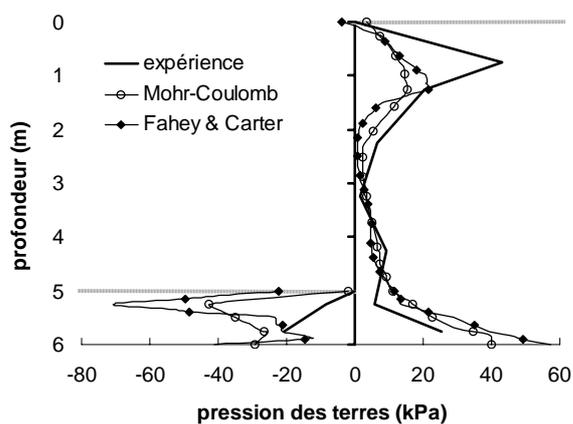
(b) – étape 3



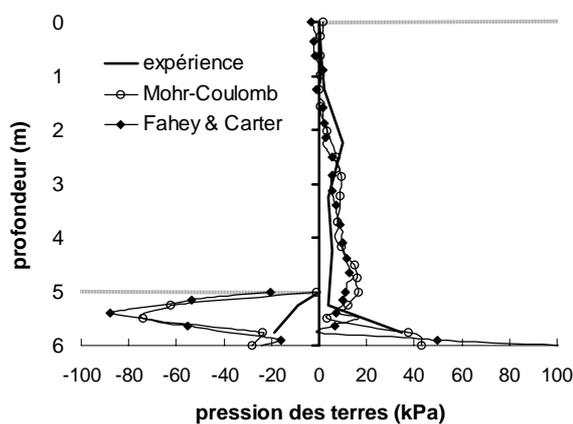
(c) – étape 5



(d) – étape 6



(e) – étape 7



(f) – étape 8

Figure 6.22 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : pression des terres de part et d'autre du rideau pour chaque étape de calcul

### 6.2.2 Déplacement horizontal du rideau de palplanches

Conformément à l'état des connaissances, la paroi penche du mauvais côté avec une élasticité linéaire lors des premières phases d'excavation (étapes 2 et 3 sur la figure 6.24). Comme on l'a observé précédemment dans le chapitre 6.1.2, elle penche également du mauvais côté avec l'élasticité non linéaire, mais ce défaut est légèrement moins accentué. Dans la partie inférieure, les deux simulations présentent des déplacements corrects, quasiment nuls (encastrement de la fiche du rideau de palplanches).

Pour les étapes suivantes (5 et 6), les modélisations avec le modèle de Mohr-Coulomb fournissent aussi des résultats satisfaisants (bonne estimation des déplacements et bonne allure générale de la déformée, mais décalée vers le bas). Cependant, les déplacements maximaux sont fortement surestimés et la zone de plus grande courbure se trouve décalée vers le bas. En revanche, les déplacements en tête de paroi sont mieux estimés avec le modèle à élasticité linéaire. La représentation du sol avec une élasticité linéaire paraît globalement moins raide. Par ailleurs, bien que le module d'Young ait été déterminé à partir des essais de plaque, on voit bien en modélisant les essais de plaque avec ce jeu de paramètres que la réponse calculée du sol est trop « molle » (voir figure 6.23). Globalement, le modèle avec l'élasticité non linéaire offre une meilleure estimation de la déformée de la paroi avec le jeu de paramètres choisi. Le modèle de Fahey et Carter semble être plus polyvalent, puisqu'il est capable de fournir à la fois une représentation correcte des essais de plaque et des résultats de l'expérimentation sur le rideau de palplanche.

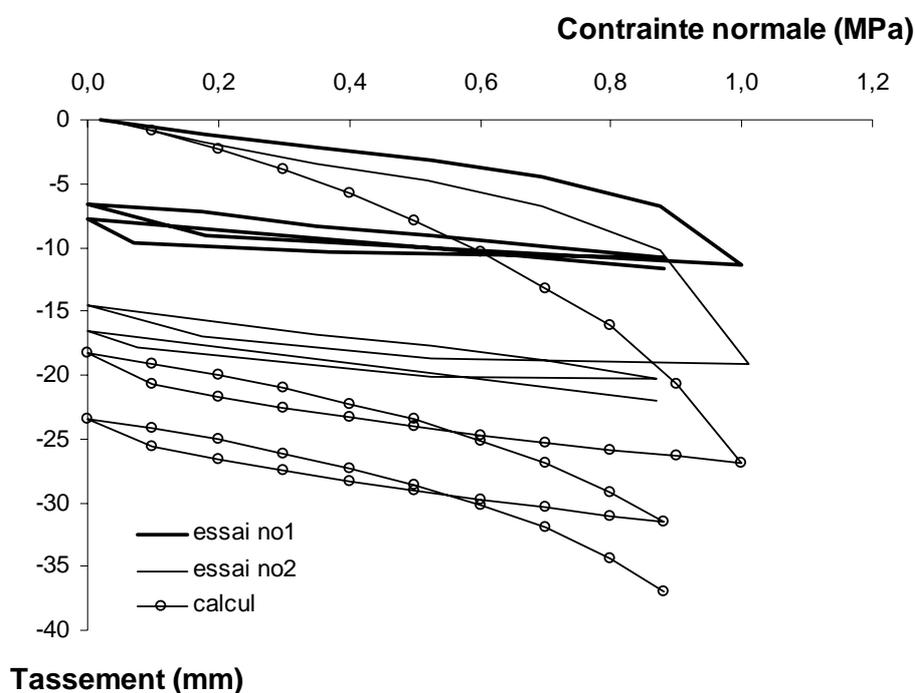


Figure 6.23 – Modélisation des essais de plaque avec le jeu de paramètres du modèle de Mohr-Coulomb

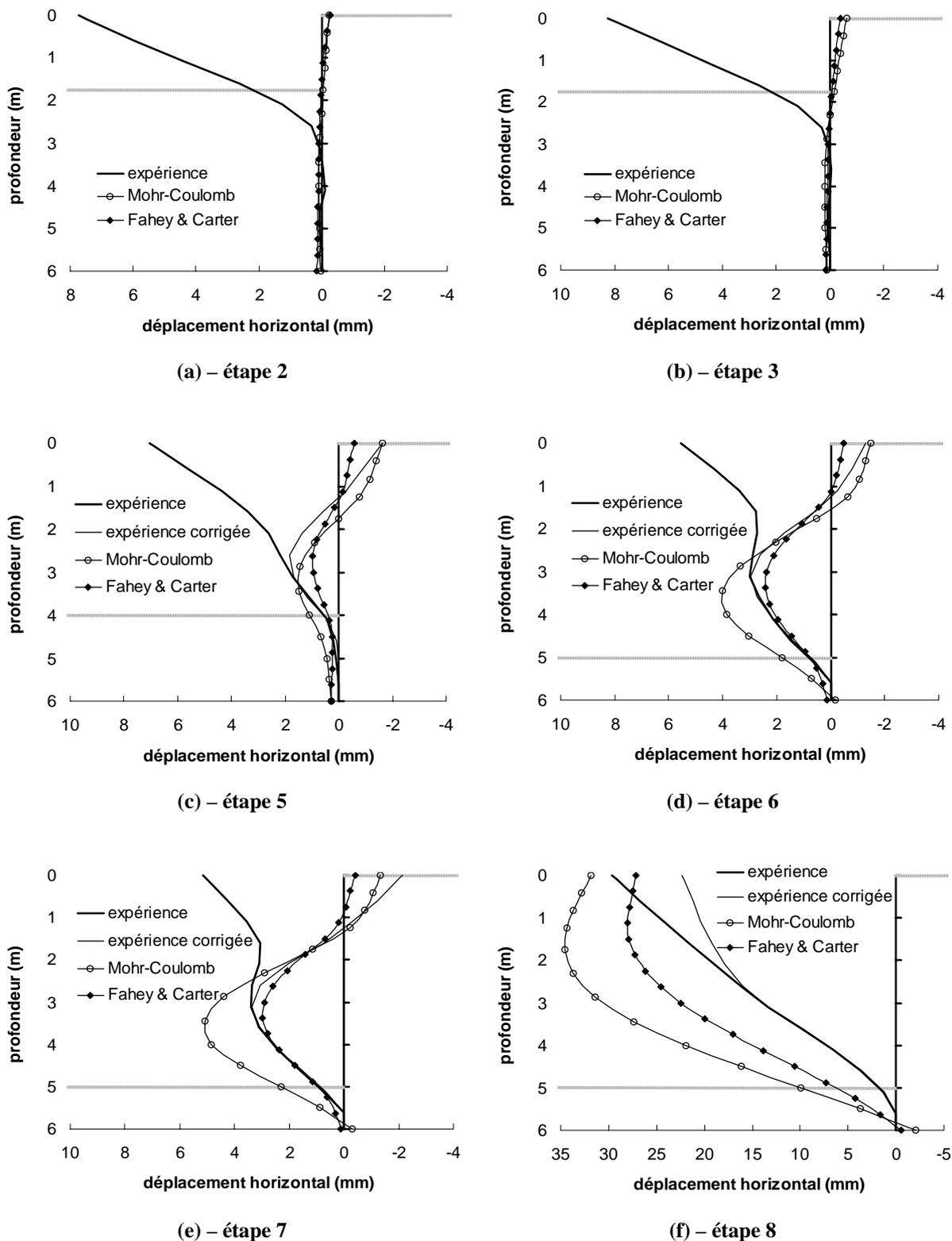


Figure 6.24 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déformée du rideau pour chaque étape de calcul

À l'étape 7, les deux simulations présentent le même défaut en tête de paroi (accentué pour le modèle de Fahey et Carter) : il y a une rotation autour du buton, qui est nettement moins marquée (voire absente) dans les mesures. Le modèle à élasticité linéaire continue à surestimer le déplacement maximum de la paroi.

Concernant la dernière étape de chargement (état limite), les deux modèles présentent la même allure pour la déformée de la paroi. Les calculs réalisés avec le modèle de Mohr-Coulomb ont mal convergé et se sont arrêtés pour une valeur de 25 kN/m dans les butons, ce qui est excessif comparé à la valeur expérimentale de 4,22 kN/m. On peut donc supposer qu'en déchargeant davantage on aurait un déplacement encore plus important qu'il n'est, alors qu'il est déjà largement surestimé.

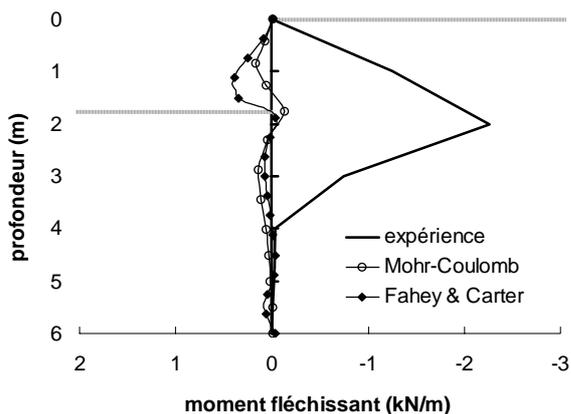
### **6.2.3 Moment fléchissant du rideau de palplanches**

On peut formuler des réflexions identiques à celles présentées dans le chapitre 6.1.3 concernant l'allure des courbes des moments de flexion, ainsi que sur leurs valeurs (voir figure 6.25).

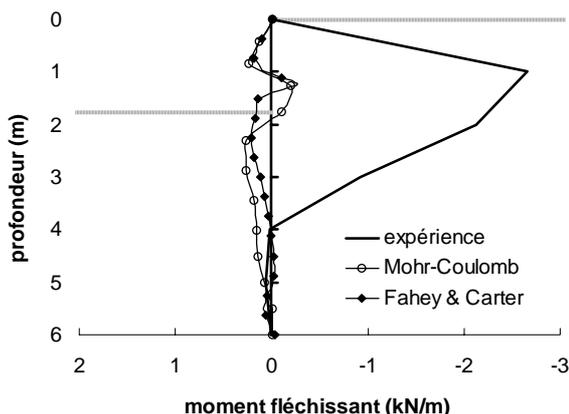
On peut cependant noter les différences suivantes entre le modèle de Mohr-Coulomb et le modèle de Fahey et Carter :

- En travée : le modèle de Mohr-Coulomb surestime plus les valeurs du moment de flexion et la valeur du maximum se situe plus bas ;
- En pied : le modèle de Fahey et Carter surestime plus la valeur du moment de flexion ;
- En tête, pour l'étape 8 : le modèle de Mohr-Coulomb présente un moment quasiment nul, ce qui correspond aux mesures, alors que le modèle de Fahey et Carter offre un moment positif (pour information, il était négatif dans les phases précédentes).

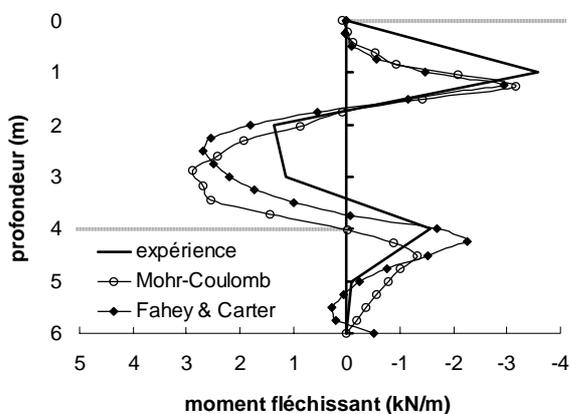
Globalement, le modèle de Fahey et Carter fournit une meilleure simulation, tant sur le plan de la répartition le long du rideau que sur le plan quantitatif.



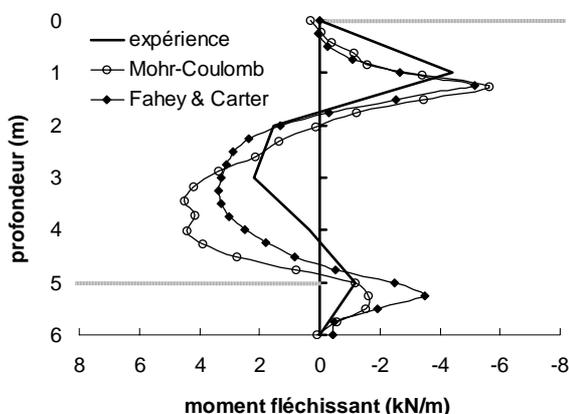
(a) – étape 2



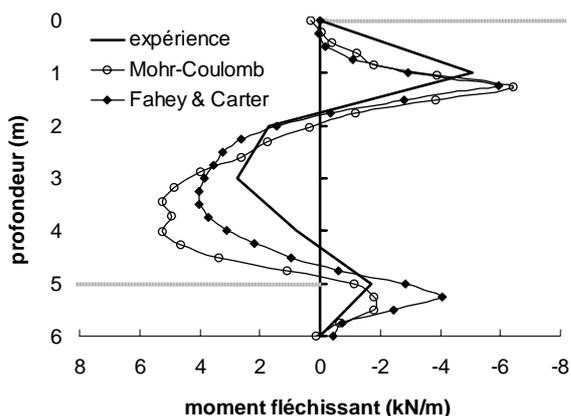
(b) – étape 3



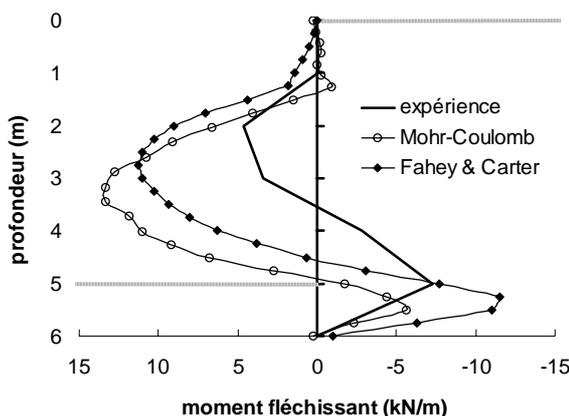
(c) – étape 5



(d) – étape 6



(e) – étape 7



(f) – étape 8

Figure 6.25 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : moments fléchissants du rideau pour chaque étape de calcul

#### **6.2.4 Déplacement vertical du sol en surface**

Les déplacements verticaux derrière le rideau de palplanches sont représentés sur la figure 6.26. Comme dans la section 6.1.4, on a bien un soulèvement derrière le rideau qui est accru avec l'élasticité linéaire. La comparaison confirme le fait qu'un modèle à élasticité non linéaire améliore la prévision des déplacements verticaux. On note cependant que cette amélioration reste limitée.

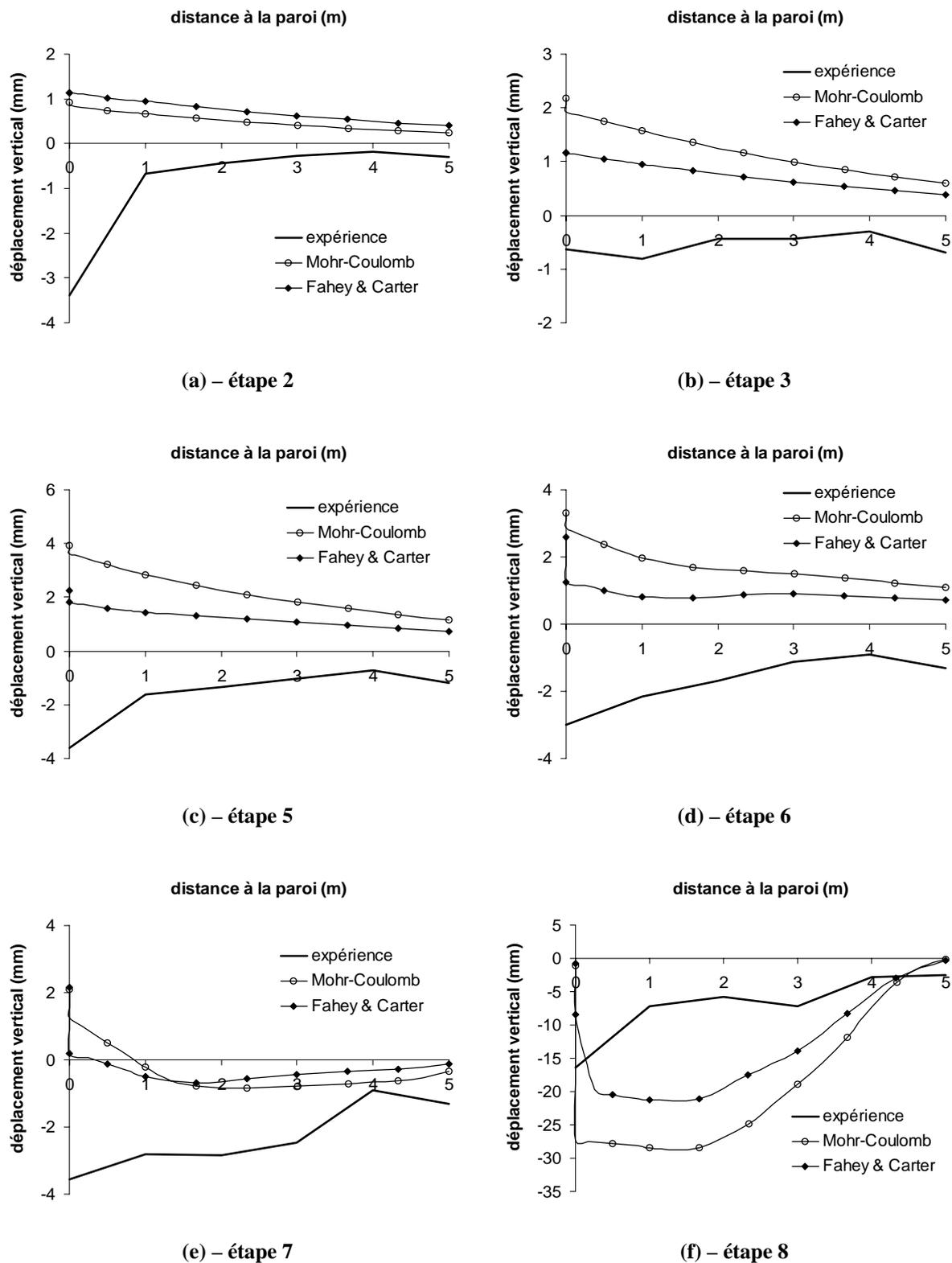
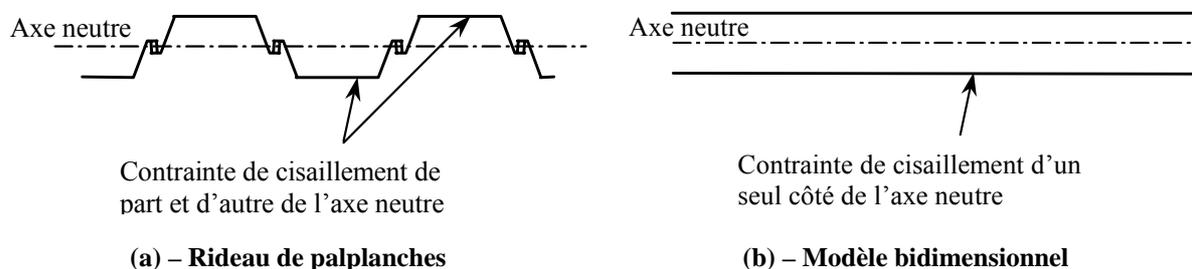


Figure 6.26 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déplacement vertical derrière le rideau pour chaque étape de calcul

### 6.3 Influence du type d'éléments

Lorsqu'on réalise un calcul de soutènement d'excavation par éléments finis, on modélise souvent le mur de soutènement avec des éléments bidimensionnels. Aussi, pour des ouvrages de faible section, tels que les rideaux de palplanches, on procède en égalisant les rigidités de flexion et axiale (comme on l'a fait dans la section 5.2.1). L'épaisseur choisie arbitrairement peut influencer les résultats ; c'est pourquoi il peut sembler plus judicieux d'utiliser des éléments unidimensionnels pour traiter ce type de problèmes (Day et Potts, 1993).

Day et Potts (1993) soulignent par exemple que les contraintes de cisaillement agissent de façon similaire sur les deux faces des palplanches, de part et d'autre de l'axe neutre ; elles n'apportent ainsi aucune contribution au moment de flexion. En revanche, les contraintes de cisaillement n'agissent que sur une seule des faces du mur de soutènement modélisé lorsqu'on utilise des éléments bidimensionnels. Ce phénomène est illustré sur la figure 6.27.



**Figure 6.27 – Contrainte de cisaillement sur un rideau de palplanches et le modèle bidimensionnel associé (d'après Day et Potts, 1993)**

L'utilisation d'éléments bidimensionnels permet en outre le développement d'une contrainte au pied du mur. Il en résulte un moment de flexion non nul en pied qui peut affecter la stabilité de l'ouvrage (Day et Potts, 1993).

En nous basant sur les remarques de Day et Potts (1993), nous avons renouvelé le calcul de l'expérimentation de Hochstetten en modélisant les rideaux avec des éléments de poutre. La loi de comportement est toujours élastique linéaire isotrope avec un module d'élasticité de 210 000 MPa et un coefficient de Poisson de 0,3. Les caractéristiques des deux rideaux sont répertoriées dans le tableau 6.9.

**Tableau 6.9 – Paramètres des rideaux de palplanches, éléments de poutre**

Type de rideau	$A_r$ (cm <sup>2</sup> )	$S_R$ (cm <sup>2</sup> )	$I_r$ (cm <sup>4</sup> )	$y_G$ (m)
KRUPP KD VI	106	106	968	0
ARBED PU 8	116	116	11 610	0

où  $S_R$  est la section réduite au cisaillement de la poutre et  $y_G$  l'ordonnée de l'axe des centres de gravité de la section dans les axes locaux de l'élément.

Nous avons ainsi vérifié que les éléments de poutre ont une influence très réduite, sauf à la dernière étape (lorsqu'on atteint un écoulement plastique libre qui traduit la ruine de la structure, les déplacements sont mal évalués). Les résultats sont présentés sur les figures 6.28 à 6.31.

### **6.3.1 Pression des terres de part et d'autre du rideau de palplanches**

On ne note aucune différence conséquente entre les simulations effectuées avec les éléments de massif et les éléments de poutre (voir figure 6.28). Ceci est conforme aux remarques de Day et Potts (1993).

### **6.3.2 Déplacement horizontal du rideau de palplanches**

Les résultats de la déformée du rideau sont présentés sur la figure 6.29. Les déformées sont quasiment équivalentes jusqu'à l'étape 7. À l'état limite, on remarque que le déplacement horizontal de la paroi est plus faible lorsqu'on utilise des éléments de poutre (les mesures sont encadrées par les deux simulations).

Day et Potts (1993) ont observé le contraire de nos résultats : lorsque des éléments bidimensionnels sont utilisés, la stabilité du rideau augmente (la déformée du mur est plus petite et cela est d'autant plus vrai lorsque l'épaisseur du mur augmente).

### **6.3.3 Moment fléchissant du rideau de palplanches**

Les moments de flexion obtenus avec les deux simulations et comparés aux mesures expérimentales sont présentés sur la figure 6.30. Le moment maximum est réduit lorsqu'on utilise les éléments unidimensionnels, alors que Day et Potts (1993) ont remarqué le contraire. Ils ont également souligné l'apparition d'un moment non nul en pied de paroi lorsqu'ils utilisent des éléments bidimensionnels. Nous avons également remarqué ce phénomène, mais dans une moindre mesure.

### **6.3.4 Déplacement vertical du sol en surface**

Le déplacement vertical du sol derrière le rideau pour les mesures expérimentales et les deux simulations numériques sont présentés sur la figure 6.31. On remarque que l'utilisation d'éléments unidimensionnels a tendance à réduire ce déplacement, ce qui permet de fournir une meilleure estimation pour la dernière étape (état limite), mais pas pour les autres.

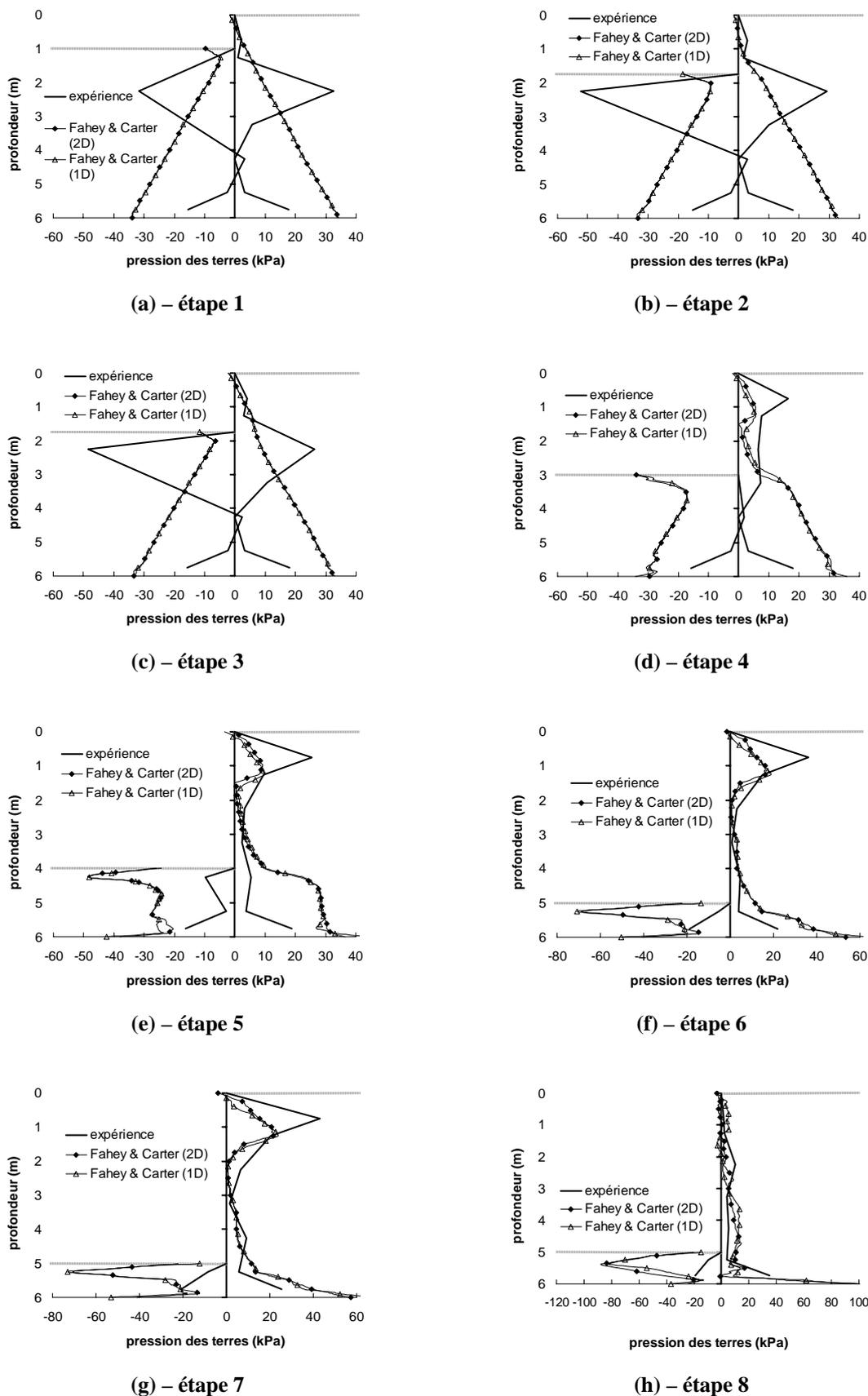


Figure 6.28 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : pression des terres de part et d’autre du rideau pour chaque étape de calcul

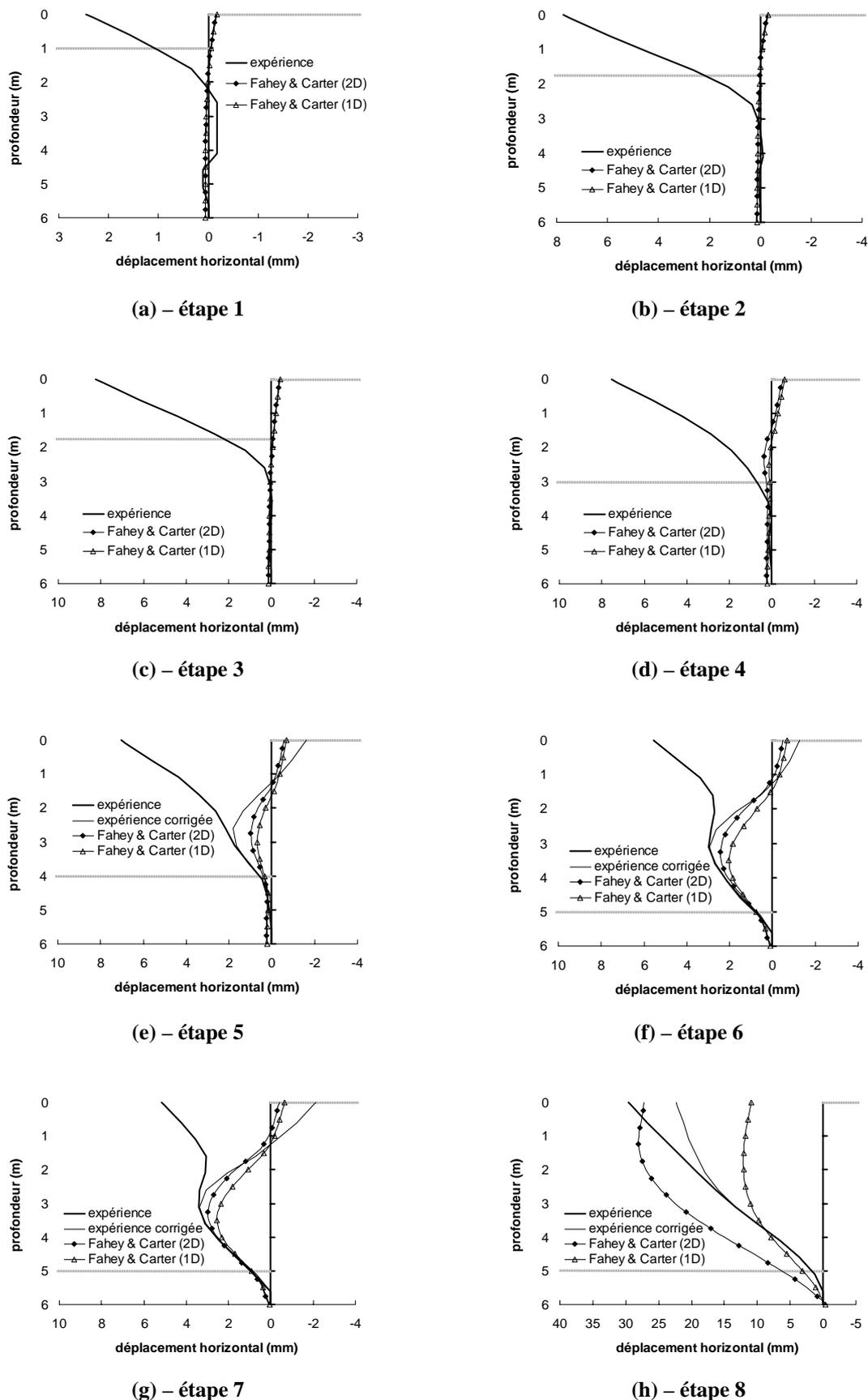


Figure 6.29 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déformée du rideau pour chaque étape de calcul

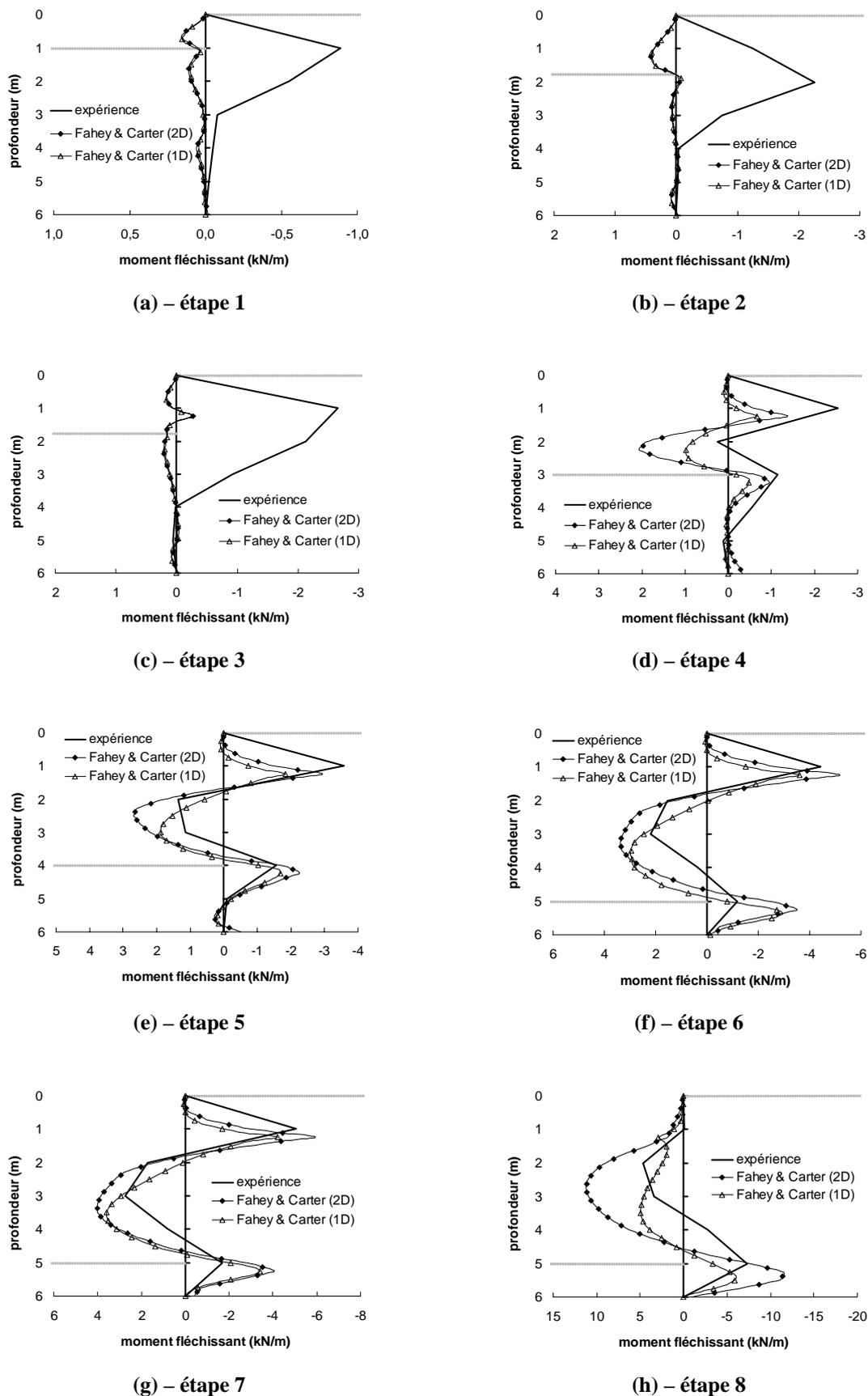


Figure 6.30 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : moments fléchissants du rideau pour chaque étape de calcul

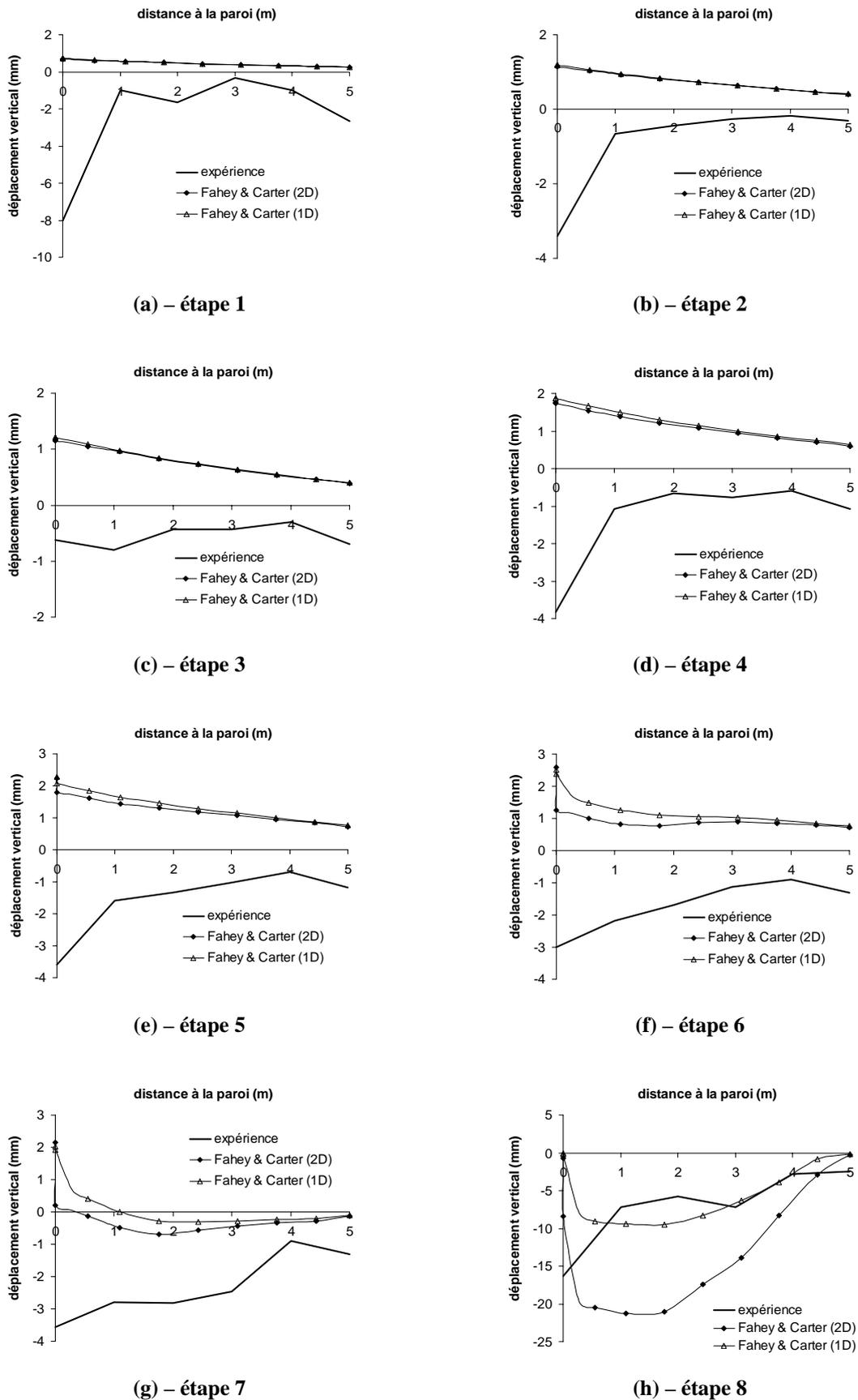


Figure 6.31 – Résultats des calculs et comparaison avec les mesures : déplacement vertical derrière la paroi pour chaque étape de calcul

## 6.4 Efforts dans les butons

On compare les forces dans les butons données par les calculs aux valeurs mesurées. Le modèle de Fahey et Carter sous-estime dans tous les cas et à toutes les phases les efforts dans les butons. En revanche, pour le modèle élastique linéaire couplé à un critère de Mohr-Coulomb, c'est l'inverse, les efforts sont dans l'ensemble sur-estimés (sauf pour l'étape 5). L'écart entre les mesures et les modélisations avec le modèle de Fahey et Carter est sensiblement constant au cours de l'expérimentation. Plus précisément, la modélisation effectuée à partir des essais triaxiaux offre de meilleurs résultats que celle prenant aussi en compte les essais de plaque. De même, l'estimation de l'effort dans les butons est meilleure avec les éléments bidimensionnels qu'avec les éléments unidimensionnels. Nous n'avons pas d'hypothèses à formuler pour expliquer ces différences.

Tableau 6.10 – Effort dans les butons en kN/m

			étape 3	étape 4	étape 5	étape 6	étape 7	étape 8
<b>Mesures</b>			4,29	13,88	21,31	28,64	33,72	4,22
<b>Modèle de Fahey et Carter</b>	<i>Éléments 2D</i>	<i>triaxiaux</i>	activé	7,03	12,87	23,36	29,37	4,22
		<i>triaxiaux + plaque</i>	activé	4,99	10,46	20,04	25,37	4,22
	<i>Éléments 1D</i>		activé	1,66	6,27	14,94	19,64	4,22
<b>Modèle de Mohr-Coulomb</b>			activé	-	15,22	37,27	41,56	24,94

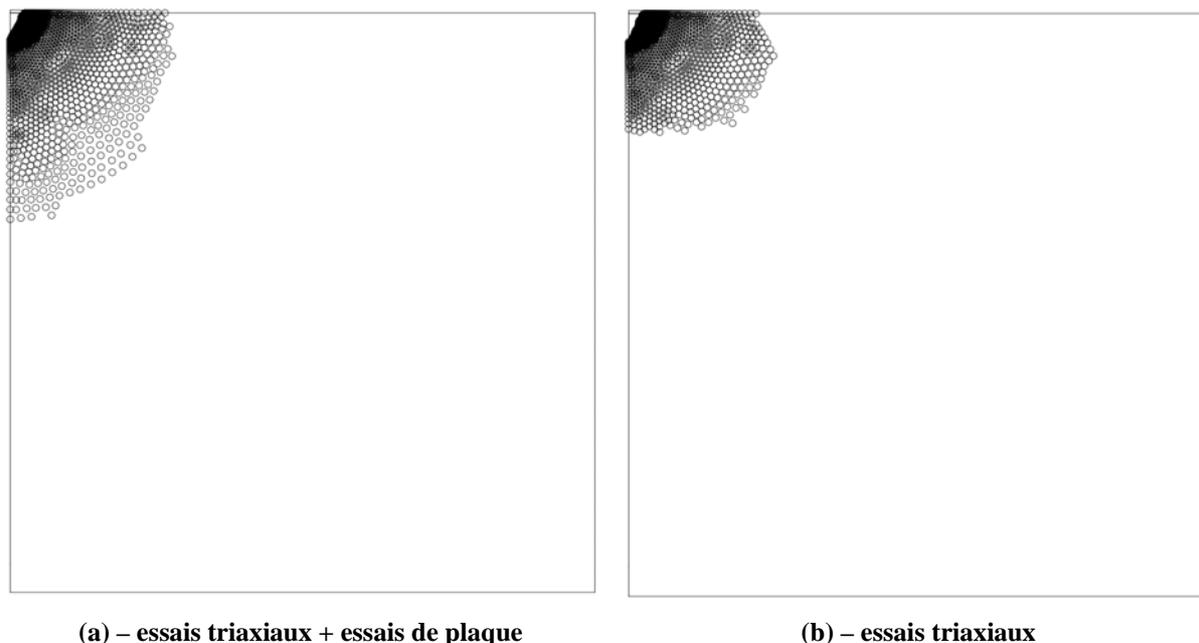
## 6.5 Conclusion

L'étude du rideau de palplanches de Hochstetten permet de tirer un certain nombre de conclusions sur l'utilisation du modèle de Fahey et Carter, sa validité et aussi ses limites.

Tout d'abord, on confirme les conclusions qui ont été apportées dans le chapitre précédent sur la détermination des paramètres à partir d'essais triaxiaux de compression drainés. Cela se fait relativement aisément et la procédure proposée permet de déterminer des valeurs avec une précision correcte, même si l'on a du mal à reproduire exactement les courbes triaxiales.

Concernant la détermination des paramètres, on a exploité ici des essais de plaque avec cycles de chargement-déchargement. Les résultats des simulations de l'ouvrage obtenus lorsqu'on tient compte de ces essais sont nettement meilleurs que lorsqu'on ne s'attache qu'aux essais de laboratoire. On note donc ici l'importance des essais in situ. On arrive à une conclusion identique à celle de Shahrour et al. (1995) qui, par une étude paramétrique, ont montré que les prévisions numériques sont particulièrement sensibles au module d'Young et à la cohésion capillaire. Du fait que ces paramètres sont très sensibles au remaniement, il est recommandé de les déterminer à partir d'essais in situ. Pour le modèle de Fahey et Carter, les paramètres modifiés lorsque l'on prend en compte les essais de plaque sont C et f. L'effet du paramètre C est à rapprocher de la rigidité du sol. Les essais de plaque fournissent un C plus élevé que les essais triaxiaux, ce qui se traduit concrètement par une réponse plus raide, tout au moins au début de l'expérimentation (cela permet entre autres de limiter le déplacement de la paroi du

côté du terrain, de diminuer légèrement les valeurs de moments fléchissants et de limiter également le soulèvement du sol derrière la paroi). Le rôle exact du paramètre  $f$  est moins clair. L'analyse des essais de plaque conduit à diminuer la valeur de  $f$ , ce qui selon Fahey et Carter signifie que le sol entre en plasticité pour un niveau de déformations plus faible. Lors de la modélisation des essais de plaque, l'étendue de la zone plastique a pratiquement doublé entre le jeu de paramètres issu des essais de laboratoire et celui tenant compte des essais de plaque (figure 6.32).



**Figure 6.32 – Comparaison de l'étendue de la zone plastique lors de la modélisation des essais de plaque dans la phase de chargement à 1000 kPa**

La détermination du paramètre  $f$  repose principalement sur les cycles de déchargement – rechargement. Or le sol autour de la plaque est entièrement plastifié à ce moment de l'essai. Pour les modélisations de l'ouvrage, le paramètre  $f$  a eu une grande importance sur l'allure de toutes les courbes (annulation du déplacement en pied de paroi, diminution conséquente du soulèvement du sol en surface derrière la paroi, modification de la répartition des moments le long de la paroi en début d'expérimentation et modification de l'allure des pressions des terres après mise en place des butons). Globalement, le paramètre  $f$  a une influence prépondérante sur le comportement calculé du sol. Il convient de bien évaluer ce paramètre ainsi que le paramètre  $C$ . Comparativement, les autres paramètres  $g$  et  $\nu_0$  ont une influence limitée sur les résultats des calculs.

Enfin, on a réussi à donner une modélisation correcte du comportement du rideau de palplanches de Hochstetten avec le modèle de Fahey et Carter (particulièrement en termes de déplacement horizontal et en termes de moment de flexion). On a pu notamment noter certaines améliorations par rapport aux calculs conduits avec une élasticité linéaire, même si on n'arrive pas à corriger complètement certains défauts comme le soulèvement du sol

derrière la paroi ou l'entraînement de la paroi par le sol, qui la fait pencher du mauvais côté. Pour améliorer le déplacement vertical derrière la paroi, on suppose qu'il est nécessaire de tenir compte de l'anisotropie dans la formulation de la loi de comportement. On note par ailleurs que le problème de l'état de contraintes initial n'est pas résolu (on ne sait pas simuler l'installation d'un ouvrage par vibrofonçage ou par battage). Cela a une conséquence directe sur les résultats puisque les paramètres élastiques dépendent de l'état de contraintes initial. Cette particularité du modèle explique pourquoi les résultats sont médiocres dans les premières étapes de l'expérimentation.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Les modèles de comportement qui ont fait leurs preuves en géotechnique, pour calculer les charges limites que les ouvrages peuvent supporter, s'avèrent insuffisants pour prévoir les déplacements qu'ils subissent au cours de leur construction et en service. Pour améliorer les résultats, on a entrepris d'introduire dans le code de calcul aux éléments finis CESAR-LCPC de nouveaux modèles de comportement. Ces modèles ont été introduits dans une version « recherche » du code, mais ont vocation à être mis à la disposition des utilisateurs. Le prototype existant permet d'utiliser d'une part un modèle de type élasticité linéaire combinée au modèle de Mohr-Coulomb, avec des modules et des résistances variant avec la profondeur et, d'autre part, un modèle de comportement élastique parfaitement plastique avec une élasticité non linéaire, qui constitue la principale innovation de ce travail. Le modèle que nous avons implanté ne comporte que deux paramètres de plus que le modèle de Mohr-Coulomb avec une élasticité linéaire isotrope. Il s'agit du modèle de Fahey et Carter, qui appartient à la famille des modèles hyperboliques du type du modèle de Duncan.

Le modèle de Duncan a été élaboré dans le contexte de l'essai triaxial de révolution, et décrit le comportement en termes de contraintes principales. Le modèle de Fahey et Carter présente l'avantage de formuler l'expression du module de cisaillement maximum en fonction de la contrainte moyenne  $p$  plutôt que de la contrainte principale mineure  $\sigma_3$ . Cette formulation tridimensionnelle est plus adaptée au calcul des ouvrages, pour lesquels les sollicitations sont quelconques. Une autre évolution du modèle de Fahey et Carter, vis-à-vis des autres modèles hyperboliques, réside dans l'apparition de deux paramètres « d'ajustement »  $f$  et  $g$ . Le rôle du paramètre  $f$  (dès qu'il est inférieur à 1) est, entre autres, d'obtenir un module non nul lorsque la contrainte de cisaillement maximum est atteinte. Grâce à ces nouveautés, le modèle de Fahey et Carter est plus robuste d'un point de vue rhéologique tout en conservant un nombre limité de paramètres (deux paramètres de moins que celui de Duncan, pour la description du comportement élastique en chargement, si l'on suppose que  $v_0$  est égal à 0,1). Toutefois, le modèle conserve un défaut important qui est que l'identification des paramètres n'est pas simple, notamment sur la base d'essais en place comme l'essai pressiométrique.

D'un point de vue plus général, un des apports de l'élasticité non linéaire est de produire une concentration des contraintes et donc des déformations plastiques au voisinage des zones en chargement. Dans le reste du massif de sol, les déformations sont très petites, d'où l'importance de bien caractériser le comportement du sol dans ce domaine de déformation. Autrement dit, la prise en compte d'un modèle de comportement élastique parfaitement plastique avec élasticité non linéaire permet de mieux rendre compte à la fois de ce qui se passe loin de l'ouvrage (pour les calculs au-dessus d'un tunnel, par exemple) et aussi ce qui se passe à proximité (pour le cas du tunnel boulonné, par exemple).

On a ensuite vu que l'implantation du modèle de Fahey et Carter dans un code de calcul aux éléments finis complexe (CESAR-LCPC en l'occurrence), sans en modifier profondément la structure, n'est pas aisée et mérite d'être traitée avec attention. Cela pose un certain nombre de difficultés dont les principales sont identifiées ci-dessous : l'initialisation des contraintes (nécessaires pour le calcul des modules) doit être réalisée avant la première inversion de la matrice de rigidité ; le code doit être modifié pour prendre en compte la variation des modules d'un point d'intégration à l'autre à l'intérieur d'un même élément ; il faut mettre en place le calcul et le stockage des valeurs actualisées du module de cisaillement tangent et du coefficient de Poisson tangent à chaque incrément.

Actuellement, le traitement des non linéarités élastiques est sommaire, mais robuste, et pourra faire l'objet d'améliorations. Il est à présent possible d'intégrer facilement d'autres modèles élastiques non linéaires-parfaitement plastiques du même genre que celui de Fahey et Carter (c'est-à-dire dans lesquels les modules élastiques dépendent de l'état de contraintes actuel) en suivant le même cheminement dans l'architecture du code. On a également vu qu'on pouvait étendre facilement ce schéma de programmation aux modèles élastiques non linéaires-parfaitement plastiques avec écrouissage : cela a été appliqué au modèle Cam Clay, mais faute de temps les résultats donnés par ce modèle n'ont pas pu être testés. Il reste à valider le prototype, à refondre l'architecture du code pour la simplifier et faciliter l'ajout de fonctionnalités nouvelles. Ce travail prend place dans une nouvelle opération de recherche du LCPC, consacrée à l'amélioration des performances du solveur de CESAR-LCPC, et qui doit se dérouler sur la période 2005-2008. Cette opération comprend également de nombreux autres aspects : l'introduction de nouvelles méthodes de factorisation qui devraient améliorer sensiblement les temps de calcul, la mise en service de nouvelles fonctionnalités, etc.

Une fois le modèle de Fahey et Carter implanté dans CESAR-LCPC, nous l'avons testé sur différents ouvrages afin de cerner ses capacités et ses limites. La démarche suivie a consisté à déterminer les paramètres à partir de reconnaissances de sols, pour ensuite réaliser les calculs des ouvrages. On souhaite montrer qu'il est possible, avec ce modèle, de prévoir les déplacements induits par les ouvrages dans leur voisinage, ce qui constitue une première approche pour étudier le comportement réel des ouvrages en service et les interactions entre ouvrages, par exemple en zones urbaines.

On a pu constater à plusieurs reprises que la détermination des paramètres à partir d'essais triaxiaux de compression drainés est relativement aisée et fournit un jeu de paramètres bien représentatif du sol étudié, dès lors qu'on le fait dans un ordre précis. Pour aller plus loin, on a essayé de déterminer les paramètres du modèle à partir d'essais in situ, tel que l'essai pressiométrique ou l'essai de plaque, comparables à des essais de structure. Ces tentatives conduisent aux conclusions suivantes :

- les résultats classiques des essais pressiométriques ne suffisent pas à déterminer l'ensemble des valeurs nécessaires. Il faut disposer d'au moins une courbe complète de variation du volume de la sonde pressiométrique en fonction de la pression appliquée

(en réalité il est préférable de disposer de plusieurs résultats à des profondeurs différentes), et même dans ces conditions, la détermination des paramètres reste difficile. On doit impérativement disposer d'essais complémentaires (notamment de laboratoire) ;

- les essais de plaque complètent utilement une campagne de reconnaissance de sol au laboratoire, et les informations que l'on a pu en tirer se sont révélées fructueuses.

Pour résumer ce qui précède, on est incapable de déterminer les paramètres à partir des seuls essais pressiométriques ; en revanche les essais de plaque constituent une aide précieuse pour caler les paramètres  $f$  et  $C$ . Ce sont les deux paramètres qui régissent de façon prépondérante le comportement du sol dans le domaine élastique (devant les deux autres,  $g$  et  $v_0$ , dont l'influence est limitée).

Il reste donc à approfondir cette question, car il est nécessaire de proposer une démarche de détermination des paramètres à partir des résultats d'essais courants (notamment l'essai pressiométrique qui constitue une référence dans les reconnaissances de sols en France) : l'utilité d'un modèle de comportement est limitée si la détermination des paramètres requiert des moyens inaccessibles dans la pratique courante. Toutefois, il faut garder à l'esprit l'idée qu'il n'est pas cohérent de chercher à utiliser des modèles de comportement ayant une plus grande capacité prédictive que les modèles usuels si l'on refuse de consacrer les moyens nécessaires à la détermination des paramètres, et à des reconnaissances de qualité de manière plus générale : il y a donc un compromis à trouver.

Concernant les résultats sur les différents ouvrages, on peut signaler les points suivants :

- pour l'étude des fondations de Labenne, on obtient de très bons résultats pour la modélisation des essais de chargement sur fondations superficielles, en conditions axisymétriques. La modélisation des essais de chargement, pour des configurations variées, donne des résultats nettement plus satisfaisants avec le modèle élastique non linéaire-parfaitement plastique de Fahey et Carter qu'avec les autres modèles étudiés dans l'étude de Mestat et Berthelon (2001). Par ailleurs, il faut souligner que l'on a utilisé les paramètres identifiés à partir des essais triaxiaux, sans calage ultérieur ;
- pour l'étude d'un tunnel (fictif) creusé dans les marnes de Las Planas, et avec les paramètres retenus, la diminution de convergence due aux boulons est de l'ordre de 20% pour le modèle de Mohr-Coulomb et de 45% pour le modèle de Fahey et Carter. Cette étude a permis de montrer que les convergences calculées avec le modèle de Mohr-Coulomb dépendent directement du module d'Young adopté. Il aurait sûrement été plus judicieux d'utiliser un module sécant prenant en compte l'état initial et le chemin de contraintes correspondant à la configuration étudiée. De la sorte, on aurait pu comparer les deux modèles à raideur équivalente et mieux mettre en évidence les effets réels de l'un et l'autre sur l'amélioration de convergence du tunnel grâce au boulonnage. Par ailleurs, le chemin de contraintes suivi étant en déchargement (déconfinement du terrain), il aurait également été préférable de déterminer les paramètres à partir d'essais en extension ;

- pour l'étude de la fondation mixte de Merville, on a obtenu des résultats médiocres. On n'a pas réussi à bien représenter le comportement des sols argileux du site et on suppose qu'un modèle Cam-Clay le ferait beaucoup mieux. Les simulations numériques nécessaires n'ont pas pu être conduites dans le cadre, nécessairement limité, de ce travail de thèse, mais pourront être effectuées dans un proche avenir ;
- dans le cas du rideau de palplanches expérimental de Hochstetten, on a montré qu'il est possible, à partir d'une reconnaissance de sol suffisamment complète, d'obtenir une simulation de l'ouvrage très proche de la réalité en phase définitive. Cette étude sur ouvrage instrumenté confirme que le modèle de Fahey et Carter convient pour dimensionner des ouvrages réels. En effet, il donne une réponse très correcte à la fois en termes d'efforts et en termes de déplacements, même si certains défauts subsistent (soulèvement du sol derrière la paroi ou entraînement de la paroi avec le sol qui la fait pencher du mauvais côté).

Durant ce travail, nous avons étudié quatre sites expérimentaux correspondant à des formations géologiques différentes, pour lesquelles nous avons déterminé les paramètres du modèle de Fahey et Carter. Cela constitue un point de départ pour construire une banque de données des paramètres du modèle de Fahey et Carter. Les meilleurs jeux de paramètres déterminés pour ces formations sont rappelés dans l'annexe A6, qui présente également une tentative pour corrélérer les paramètres du modèle avec les résultats des essais pressiométriques pour les différents sites étudiés.

Ce travail avait pour objectif de contribuer à améliorer la fiabilité et la représentativité des calculs en déplacements, qui sont actuellement demandés par les règlements, pour des ouvrages en interaction (par exemple dans le domaine du génie civil urbain). Par ailleurs, certains maîtres d'ouvrage demandent que l'on vérifie que la construction à proximité d'un ouvrage qu'ils exploitent ne va pas perturber son utilisation. Enfin, les tassements en zone urbaine au-dessus des tunnels peuvent conduire à des problèmes de contentieux, fissurations des bâtiments, etc.

La première direction dans laquelle il est naturel de chercher à prolonger ce travail est celle du développement de nouveaux modèles de comportement dans CESAR-LCPC, en s'appuyant sur les structures de programmation mises en place pour tester d'autres élasticités non linéaire que celle du modèle de Fahey et Carter.

Une autre extension naturelle des développements de CESAR-LCPC réalisés ici consisterait à sortir du cadre de l'élastoplasticité pour aborder le domaine des calculs de consolidation (c'est-à-dire le domaine des calculs dans lequel le couplage hydromécanique est pris en compte de manière explicite). Il faudrait pour cela adapter la programmation effectuée pour qu'elle puisse être utilisée par d'autres modules de calcul (notamment le module CSNL).

La problématique abordée dans ce travail présente également une certaine proximité avec celle de la gestion de « l'après-mines », c'est-à-dire la gestion du risque d'effondrement en zones sous-minées. Pour aborder ce type de problème, il manque un critère d'évolution dans le temps et des éléments sur les effets différés (une analyse de ces effets est en cours dans le cadre d'une thèse menée au LCPC). On rejoint également la problématique de l'évolution des

grands versants, qui relève soit de la modélisation viscoélastique ou viscoplastique (si l'on s'intéresse à l'évolution progressive quasistatique), soit de la définition de critères de déclenchement (si l'on s'intéresse à l'évolution catastrophique du glissement en rupture en grande masse).

En dernier lieu, pour progresser dans l'analyse des interactions entre ouvrages souterrains et les structures existant en surface, il est certainement nécessaire d'améliorer la modélisation des structures proprement dites.



## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**AMAR S, BAGUELIN F., CANEPA Y.** (1987), *Influence de la nappe sur les paramètres mesurés des sols*. 9<sup>e</sup> Congrès Européen de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations, Les Actions de l'Eau Souterraine en Géotechnique, Dublin, Irlande, éditions Balkema, Rotterdam, vol. 1, pp. 3-5.

**ARAFATI N.** (1996), *Contribution à l'étude des problèmes de déchargement dans les massifs de sol : Application à la modélisation des ouvrages de soutènement*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 231 pages.

**ATKINSON J.H., SALLFORS G.** (1991), *Experimental determination of stress-strain-time characteristics in laboratory and in situ tests*. Proc. 10<sup>th</sup> European Conf. on Soil Mech. Found. Eng. (ECSMFE), Deformation of Soils and Displacements of Structures, Florence, Italie, Balkema, Rotterdam, vol. 3, pp. 915-956.

**BERNAT S.** (1996). *Modélisation du creusement d'un tunnel en terrain meuble : qualification sur chantier expérimental*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, Lyon, 236 pages.

**BOREL S.** (2000), *Thème 21 : Caractérisation de la déformabilité des sols au moyen d'essais en place. Caractéristiques géotechniques du site de Merville (Nord)*. Rapport interne LCPC, 1.21.04.09, LCPC, Paris, 7 pages.

**BOREL S.** (2001), *Comportement et dimensionnement des fondations mixtes*. Etudes et Recherche des Laboratoires des Ponts et Chaussées, GT 73, 351 pages.

**BULTEL F.** (2001), *Prise en compte du gonflement des terrains pour le dimensionnement des revêtements des tunnels*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 245 pages.

**BYRNE P.M., SALGADO F.M., HOWIE J.A.** (1990), *Relationship between the unload shear modulus from pressuremeter tests and the maximum shear modulus for sand*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on Pressuremeters (ISP3), Oxford, Thomas Telford (eds.), London, pp. 231-241.

**CAMBOU B., JAFARI K.** (1988), *Modèle de comportement des sols non cohérents*. Revue Française de Géotechnique, vol. 44, pp. 43-55.

**CANEPA Y., DESPRESLES D.** (1990a), *Catalogue des essais de chargement de fondations superficielles réalisés sur sites par les LPC 1978-1990*. Rapport interne LCPC, FAER 1.17.02.0, dossier 8622, LRPC de l'Est Parisien, Melun.

**CANEPA Y., DESPRESLES D.** (1990b), *Fondations superficielles. Essais de chargement de semelles établies sur une couche de sable en place, station expérimentale de Labenne. Influence des conditions d'exécution. Compte-rendu d'essais*. Rapport interne LCPC, FAER 1.17.02.09, LRPC de l'Est Parisien, Melun, 61 pages.

**CANEPA Y.** (2001), *Caractérisation de la déformabilité des sols au moyen d'essais en place – Technique d'essais en place – Site de Merville (Nord)*. Rapport interne LCPC, thème 99.3 (21), dossiers 1.2.0.11857 et 1.2.0.12280, LRPC de l'Est Parisien, Melun, 74 pages.

**CANEPA Y., BOREL S., DECONINCK J.** (2002), *Détermination de la courbe d'évolution du module de cisaillement d'un sol en fonction de sa déformation à partir d'essais en place*. Symp. Int. PARAM 2002, Paris, Magnan (ed.), Presses de l'ENPC/LCPC, pp. 25-32.

**CHARMETTON S.** (2001), *Renforcement des parois d'un tunnel par des boulons expansifs : retour d'expérience et étude numérique*. Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon, 249 pages.

**COQUILLAY S., BOURGEOIS E.** (2003), *Prise en compte de l'évolution du module de cisaillement des sols pour le calcul des ouvrages*. Journées des Sciences de l'Ingénieur 2003, Dourdan, France, pp. 373-378.

**COQUILLAY S., BOURGEOIS E., MESTAT Ph.** (2003), *Couplage élasticité non linéaire - plasticité pour le calcul des fondations superficielles expérimentales de Labenne*. Symp. Int. sur les fondations superficielles FONDSUP 2003, Paris, Magnan et Droniuc (eds.), Presses de l'ENPC/LCPC, pp. 163-170.

**COQUILLAY S., BOURGEOIS E., SERRATRICE J.F.** (2004), *Influence of elastic non-linearities on the computed efficiency of bolt-reinforcement of tunnel walls*. Symp. Int. Numerical Models in Geomechanics NUMOG IX, Ottawa, Canada, Pande et Pietruszczak (eds.), pp. 439-444.

**CRISFIELD M.A.** (1983), An arc-length method including line searches and accelerations. Int. J. for Num. Meth. Eng., vol. 19, pp. 1269-1289.

**CRISFIELD M.A.** (1991), *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. vol .1 : Essentials, John Wiley & Sons, New York.

**DAY R.A., POTTS D.M.** (1993), *Modelling sheet pile retaining wall*. Computers and Geotechnics, vol. 15, n° 3, pp. 125-143.

**DELATTRE L.** (1999), *Comportement des écrans de soutènements – Expérimentations et calculs*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 492 pages.

**DESAI C.S., SIRIWARDANE H.J.** (1984), *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. Prentice Hall.

**DHATT G., TOUZOT G.** (1984), *Une présentation de la méthode des éléments finis*. 2<sup>ème</sup> édition, Maloine Editeur, Paris, 543 pages.

**DUNCAN J.M., CHANG C.Y.** (1970), *Nonlinear analysis of stress and strain in soils*. ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 96, n° SM 5, pp. 1629-1653.

**FAHEY M.** (1991), *Measuring shear modulus in sand with the self-boring pressuremeter*. Proc. 10<sup>th</sup> European Conf. on Soil Mech. Found. Eng. (ECSMFE), Deformation of Soils and Displacements of Structures, Florence, Italie, Balkema, Rotterdam, vol. 1, pp. 73-76.

**FAHEY M.** (1992), *Shear modulus of cohesionless soil : variation with stress and strain level*. Canadian Geotechnical Journal, vol. 29, pp. 157-161.

**FAHEY M., CARTER J.P.** (1993), *A finite element study of the pressuremeter in sand using a nonlinear elastic plastic model*. Canadian Geotechnical Journal, vol. 30, pp. 348-362.

**FRIH N., CORFDIR A., BOURGEOIS E.** (2003), *Choix des conditions aux limites pour le calcul d'une excavation*. 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Nice, actes sur CD-ROM.

**GAUDIN C.** (2002), *Modélisation physique et numérique d'un écran de soutènement autostable. Application à l'étude de l'interaction écran-fondation*. Thèse de Doctorat de L'Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, Nantes, 410 pages.

**GESTIN F.** (1989), *Fondations superficielles – Etudes expérimentales. Essais de laboratoire sur le sable de Labenne*. Rapport interne LCPC, FAER 1.05.11.8, LRPC, Rouen, 114 pages.

**GRASSO P., MAHTAB A., FERRERO A.M., PELIZZA S.** (1991), *The role of cable bolting in ground reinforcement*. Soil and Rock Improvement in Underground Works, Milan, march, vol. 1, pp. 127-128.

**GREUILL E.** (1993), *Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres, par une méthode d'homogénéisation*. Thèse de l'Ecole Polytechnique.

**HARDIN B.O.** (1978), *The nature of stress-strain behaviour of soils*. Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering division Speciality Conference, vol. 1, pp. 3-90.

**HARDIN B.O., DRNEVICH V.P.** (1972), *Shear modulus and damping in soils : design equations and curves*. ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM 7, pp. 667-692.

**HARDIN B.O., RICHART F.E.** (1963), *Elastic wave velocities in granular soils*. ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 89, n° SM 1, pp. 33-65.

**HETTLER A.** (1985), *Setzungen von Einzelfundamenten auf Sand*. Bautechnik, 6, pp. 189-197.

**HICHER P.Y.** (1985), *Comportement des argiles saturées sur divers chemins de sollicitations monotones et cycliques. Application à une modélisation élastoplastique et viscoplastique*. Thèse d'Etat. Université Paris VI.

**HILL R.** (1950), *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon Press, Oxford, Grande Bretagne.

**HINTON E., OWEN D.R.J.** (1980), *Finite element in plasticity : theory and practice*. Pineridge Press, Swansea, Wales.

**HUMBERT P., MESTAT Ph.** (1991), *Résolution des problèmes de mécanique non linéaire par la méthode des éléments finis*. Documentation de CESAR-LCPC, LCPC, Paris, 23 pages.

**INDRARATNA B., KAISER P.K.** (1990), *Analytical model for the design of grouted rock bolts*. Int. J. for Num. and Analytical Meth. in Goemechanics, vol. 14, pp. 227-251.

**IWASAKI T., TATSUOKA F., TAKAGI Y.** (1978), *Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading*. Soils and Foundations, vol. 18, n° 1, Mars, pp. 39-56.

**JAKY J.** (1944), *The coefficient of earth pressure at rest*. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 78 (22), pp. 355-358.

**JANBU N.** (1963), *Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests*. Proc. European Conf. on Soil Mech. Found. Eng. (ECSMFE), Wiesbaden, vol. 1, pp. 19-25.

**JOSSEAUME H., DELATRE L., MESPOULHE L.** (1997), *Interprétation par le calcul aux coefficients de réaction du comportement du rideau de palplanches expérimental de Hochstetten*. Revue Française de Géotechnique, 79, pp. 59-72.

**KASDI A.** (1994), *Détermination des paramètres des modèles élasto-plastiques à partir de l'essai pressiométrique*. Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille, 134 pages.

**KONDNER R.L.** (1963), *Hyperbolic stress-strain response : cohesive soils*. ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 89, n° SM 1, pp. 115-143.

**KULHAWY F.H., DUNCAN J.M.** (1970), *Stresses and movements in Oroville Dam*. ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM 7, pp. 653-665.

**LADE P.V.** (1977), *Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surface*. International Journal for Solids and Structures, vol. 13, n 7, pp. 1019-1035.

**LADE P.V., NELSON R.B.** (1987), *Modelling the elastic behaviour of granular materials*. Int. J. for Num. and Analytical Meth. in Geomechanics, vol. 11, pp. 521-542.

**LAIGLE F.** (2001), *Conception des grandes cavernes souterraines : apport des modélisations numériques pour le projet CERN-LHCI*. 1<sup>ère</sup> conférence internationale Albert Caquot "Modélisation et simulation en génie civil : de la pratique à la théorie", Presses de l'ENPC, cédérom, 8 pages.

**LEDOUX J.L.** (1984), *Fondations superficielles – Site expérimental de Labenne. Reconnaissance au pénétrogrammadiensimètre et prélèvement au CPS*. Rapport interne LCPC, FAER 1.05.26.4, LRPC, Bordeaux, 8 pages.

**LEE Y.L.** (1994), *Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 310 pages.

**LEE Y.L., ARAFATI N., LECA E., MAGNAN J.P., MESTAT P., SERRATRICE J.F.** (1993), *Comportement et modélisation des marnes de Las Planas*. Geotechnical Engineering of hard Soils – Soft Rocks, Anagnostopoulos et al. (eds.), Rotterdam, éditions Balkema, pp. 1479-1486.

**LEIPHOLZ H.** (1974), *Theory of elasticity*. Noordhoff International Publishing, Netherlands.

**LO PRESTI D.** (1987), *Mechanical behaviour of Ticino sand from resonant column tests*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique de Turin, Italie.

**LORET B., LUONG M.P.** (1982), *A double deformation mechanism model for sand*. Proc. of the 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Num. Methods in Geomech., Edmonton, pp. 197-205.

**MAGNAN J.P., BESCOND B., SERRATRICE J.F.** (1998), *Déformabilité d'une marne chargée par des remblais*. Proceedings, 2<sup>nd</sup> Int. Symp. On Hard Soils and Soft Rocks, Naples, Italie, Tome 2, pp. 659-667.

**MESTAT Ph.** (1988), *Les méthodes de résolution en comportement non linéaire, théorie et application*. Rapport interne LCPC, FAER 1.05.10.7, LCPC, Paris, 36 pages.

**MESTAT Ph.** (1991), *Sable de Labenne. Dépouillement des essais triaxiaux de compression drainés. Exemple d'application du logiciel DOCSOL*. Rapport interne LCPC, thème GE0 07, LCPC, Paris, 76 pages.

**MESTAT Ph.** (1993), *Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis*. Etudes et Recherche des Laboratoires des Ponts et Chaussées, GT 52, 193 pages.

**MESTAT Ph.** (1997), *Description de CESAR : les lois de comportement mécanique, 6<sup>ème</sup> édition*, manuel de programmation de CESAR-LCPC, 57 pages.

**MESTAT Ph., ARAFATI N.** (1998), *Modélisation par éléments finis du comportement du rideau de palplanches expérimental de Hochstetten*. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 216, pp. 19-39.

**MESTAT Ph., ARAFATI N.** (2000), *Modélisation des sables avec la loi de Nova : détermination des paramètres et influence sur les simulations*. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 225, pp. 21-40.

**MESTAT Ph., BERTHELON J.P.** (2001), *Modélisation par éléments finis des essais sur fondations superficielles à Labenne*. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 234, pp. 57-78.

**MESTAT Ph., REIFFSTECK Ph.** (2002), *Modules de déformation en mécanique des sols : définitions, détermination à partir des essais triaxiaux et incertitude*. Symp. Int. PARAM 2002, Paris, Magnan (ed.), Presses de l'ENPC/LCPC, pp. 393-400.

**MINDLIN R.D., DERESIEWICZ H.** (1953), *Elastic spheres in contact under varying oblique forces*. Journal of Applied Mechanics, vol. 20, pp. 327-344.

**NGUYEN P.D.** (2003), *Modélisation numérique des soutènements d'excavation*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 288 pages.

**NOVA R.** (1982), *A model of soil behaviour in plastic and hysteretic ranges*. Int. Workshop on Constitutive Behaviour of soils, Grenoble, éditions Balkema, pp. 289-309.

**ORESTE P.P., PEILA D.** (1996), *Radial passive rockbolting in tunnelling design with a new convergence-confinement model*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 33, n°5, pp. 443-454.

**PECK R.B.** (1969), *Deep excavations and tunneling in soft ground*. Proc. 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mech. Found. Eng. (ICSMFE), Mexico, pp. 225-290.

**PEILA D.** (1994), *A theoretical study of reinforcement influence on the stability of a tunnel face*. Geotechnical and Geological Engineering, 12, pp. 145-168.

**REIFFSTECK Ph.** (2002), *Nouvelles technologies d'essai en mécanique des sols. Etat de l'art*. Symp. Int. PARAM 2002, Paris, Magnan (ed.), Presses de l'ENPC/LCPC, pp. 201-242.

**REIFFSTECK Ph., TACITA J.L.** (2004), *Caractérisation des sols de Merville*. Rapport interne LCPC, opération de recherche 11JO992, LCPC, Paris, 39 pages.

**ROESLER S.K.** (1979), *Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy*. ASCE Journal of Geotechnical Engineering Division, vol. 105, n° GT 7, pp. 871-878.

**ROSCOE K.H., BURLAND J.B.** (1968), *On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay*. Engineering plasticity, Heyman J., Leckie F.A. (eds.), Cambridge University Press, Cambridge, Grande Bretagne, pp. 535-609.

**ROSCOE K.H., SCHOFIELD A.N., THURAIRAJAH A.** (1963), *Yielding of clays in states wetter than critical*. Géotechnique, vol. 13, n° 3, pp. 221-240.

**ROWE R.K., LO K.Y., KACK G.J.** (1983), *A method of estimating surface settlement above tunnels constructed in soft ground*. Canadian Geotechnical Journal, vol. 20, pp. 11-22.

**SHAHROUR I., GHORBANBEIGI S., VON WOLFFERSDORFF P.A.** (1995), *Comportement des rideaux de palplanche : expérimentation en vraie grandeur et prédictions numériques*. Revue Française de Géotechnique, 71, pp. 39-47.

**SIMO J.C., HUGUES T.J.R.** (1998), *Computational inelasticity*. Springer Verlag.

**SIMO J.C., TAYLOR R.L.** (1985), *Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity*. Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., vol. 48, pp. 101-118.

**STILLE H., HOLMBERG M., NORD G.** (1989), *Support of weak rock with grouted bolts and shotcrete*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech., vol. 26, n°1, pp. 99-113.

**SUDRET B.** (1999), *Modélisation multiphasique des ouvrages renforcés par inclusions*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 300 pages.

**SUDRET B., DE BUHAN P.** (1999), *Modélisation multiphasique de matériaux renforcés par inclusions linéaires*. CR Acad. Sci. Paris, t.327, série IIb, pp. 7-12.

**TATSUOKA F., ISHIHARA K.** (1974), *Yielding of sand in triaxial compression*. Soils and Foundations, vol. 14, n° 2, pp. 63-76.

**THEPOT O.** (2004), *Prise en compte des caractéristiques en petites déformations des sols dans l'étude du comportement des collecteurs enterrés*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 267 pages.

**VON WOLFFERSDORFF P.A.** (1994a), *Sheetpile wall verification test – Document for the prediction*. Rapport de l'Université de Karlsruhe, 85 pages.

**VON WOLFFERSDORFF P.A.** (1994b), *Results of the field test and evaluation of the predictions and subsequent calculations*. Workshop Sheet Pile Test Karlsruhe, Delft University, Holland, 91 pages.

**VON WOLFFERSDORFF P.A.** (1997), *Verformungsprognosen für Stützkonstruktionen*. Habilitation à Diriger des Recherches, Universität Fridericiana Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 141, 176 pages.

**WONG K.S., DUNCAN J.M.** (1974), *Hyperbolic stress-strain parameters for non linear finite element analyses of stresses and movements in soil masses*. Report n° TE-74-3, N.S.F., Dept. Civ. Eng. Transport and Traffic Eng., University of California, Berkeley, 90 pages.

**WONG H., LARUE E.** (1998), *Modeling of bolting support in tunnels taking account of non-simultaneous yielding of bolts and ground*. Proc. Int. Conf. on the Geotechnics of Hard Soils – Soft Rocks, Napoli, Italy, pp. 1027-1038.

**YEUNG S.K.** (1988), *Application of cavity expansion model in geotechnical engineering*. Ph.D. Thesis, University of Sydney, Sydney, Australie.

**YEUNG S.K., CARTER J.P.** (1990), *Interpretation of the pressuremeter test in clay allowing for membrane effects and material non-homogeneity*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Symp. On Pressuremeters (ISP3), Oxford, Thomas Telford (eds.), London, pp. 199-208.

**YOUSSEF E.** (1991), *Etude du comportement des sables sous sollicitations homogènes. Validation d'une méthodologie de détermination des paramètres de comportement de Nova et Vermeer*. Mémoire de DEA, FAER 2.24.01, LCPC, Paris, 169 pages.

**YU P., RICHART F.E.** (1984), *Stress ratio effects on shear modulus of dry sands*. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, vol. 110, n° 3, pp. 331-345.



























## ANNEXE A2 : MODE D'EMPLOI SUCCINCT DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER DANS CESAR-LCPC

### 1 Paramètres

Le modèle de Fahey et Carter se présente comme une loi de comportement supplémentaire utilisable avec le module MCNL. Les données à fournir pour un groupe d'éléments auxquels on attribue ce comportement sont les suivantes :

- en 2D :

IMOD, INAT, RHO, nu\_0, f, g, C, p\_ref, c, phi, psi

- en 3D :

IMOD, RHO, nu\_0, f, g, C, p\_ref, c, phi, psi

avec :

IMOD = 84

INAT = 1 en déformation plane  
2 en déformation axisymétrique  
3 en contrainte plane.

RHO : Masse volumique (ou poids volumique).

nu\_0 : Valeur de référence du coefficient de Poisson.

f, g, C : Coefficients empiriques (sans dimension).

p\_ref : Valeur de référence de la pression (par exemple, prendre la pression atmosphérique).

c, phi, psi : Cohésion, angle de frottement interne, angle de dilatance.

Les pré-processeurs MAX2D et MAX3D ne proposent pas le modèle de Fahey et Carter : il faut introduire les données correspondantes à l'aide d'un éditeur de textes, directement dans le jeu de données (fichier .data), au niveau du module ELEM.

### 2 Méthodes de résolution

L'algorithme de résolution repose sur la méthode des contraintes initiales (IMET = 1 dans les données du module MCNL).

Bien qu'il n'y ait pas de justification précise de ce résultat, il semble que la méthode DFP (IMET = 13) fonctionne correctement, y compris pour  $\varphi \neq \psi$  (loi de comportement non associée). En revanche, le modèle ne fonctionne pas correctement avec la méthode dite de la rigidité tangente (IMET = 2).

Il n'y a pas encore de vérification de la valeur de l'indicateur IMET, qui serait très facile à introduire dans le sous-programme CALGOR.

### **3 Stockage des résultats**

L'algorithme de résolution actualise les modules pour prendre en compte leur variation avec le niveau de contraintes à chaque incrément (et non pas à chaque itération). Ceci conduit à recommander d'appliquer le chargement en « petits » incréments, et donc à faire un grand nombre d'incrément (éventuellement plus de 100). Dans ce cas, il n'est pas utile de stocker dans le fichier de résultats tous les déplacements et toutes les contraintes à tous les incréments : on fabriquerait inutilement des fichiers de résultats très volumineux (donc encombrants et dont le dépouillement est lent).

L'exécutable permet de ne stocker les résultats que pour certains incréments en ajoutant dans les options du module MCNL le mot-clé SRE, suivi d'autant d'indicateurs entiers qu'il y a d'incrément dans le calcul :

- si l'indicateur vaut 0, on ne stocke rien ;
- s'il vaut 1, on stocke les déplacements et les contraintes pour l'incrément considéré.

### **4 Niveau de la version Recherche**

Le programme exécutable de la version Recherche décrite dans le présent document correspond à une version 3.4.x du solveur CESAR (ce n'est pas une version de niveau CESAR 4.0.x) : outre quelques différences mineures sur le format du jeu de données, cela a pour conséquence qu'il ne fournit pas de résultats exploitables avec les nouveaux logiciels CLEO2D et CLEO3D. Il faut donc utiliser les post-processeurs PEG2D et PEG3D.

## ANNEXE A3 : RÉSULTATS DES ESSAIS TRIAXIAUX DE COMPRESSION DRAINÉE SUR LE SABLE DE LABENNE

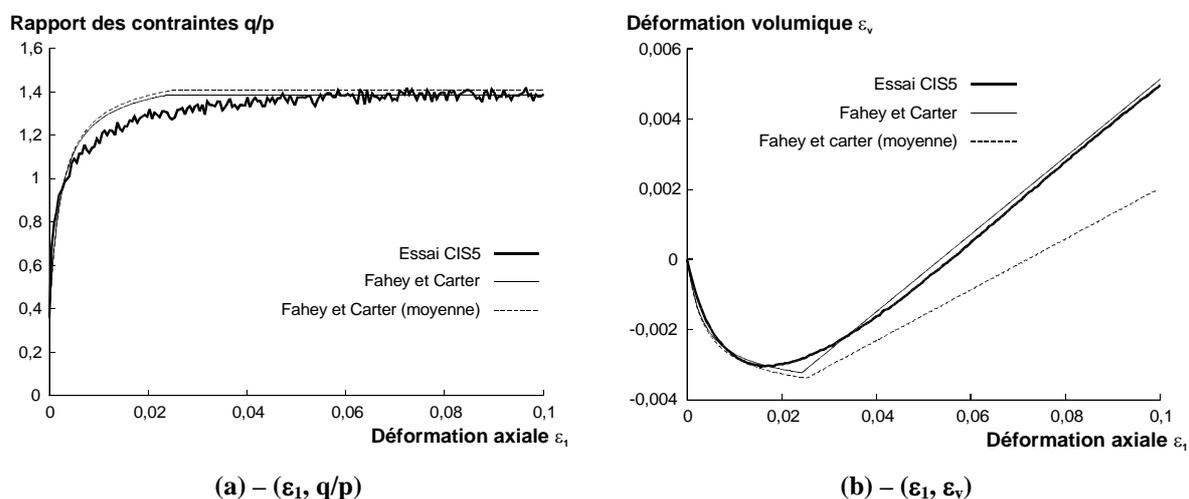


Figure A3.1 – Résultats de l'essai triaxial CIS5 (sable moyennement lâche,  $\sigma_3 = 100$  kPa)

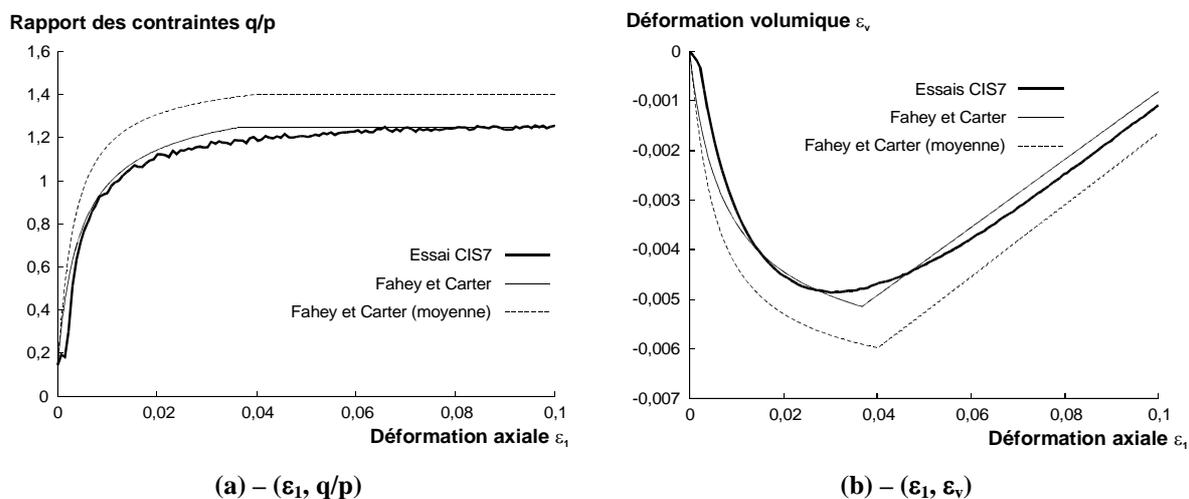


Figure A3.2 – Résultats de l'essai triaxial CIS7 (sable moyennement lâche,  $\sigma_3 = 200$  kPa)

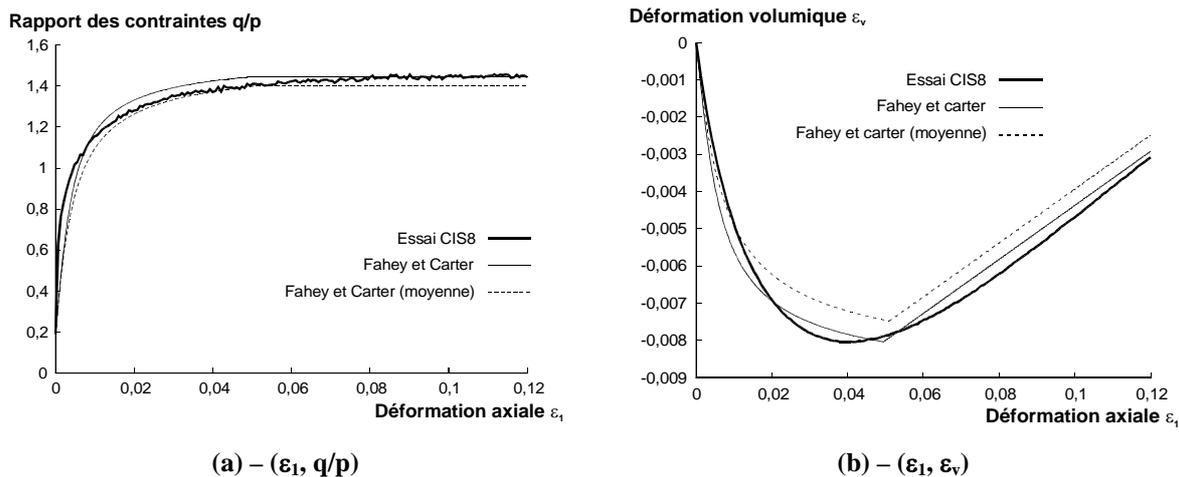


Figure A3.3 – Résultats de l’essai triaxial CIS8 (sable moyennement lâche,  $\sigma_3 = 300$  kPa)

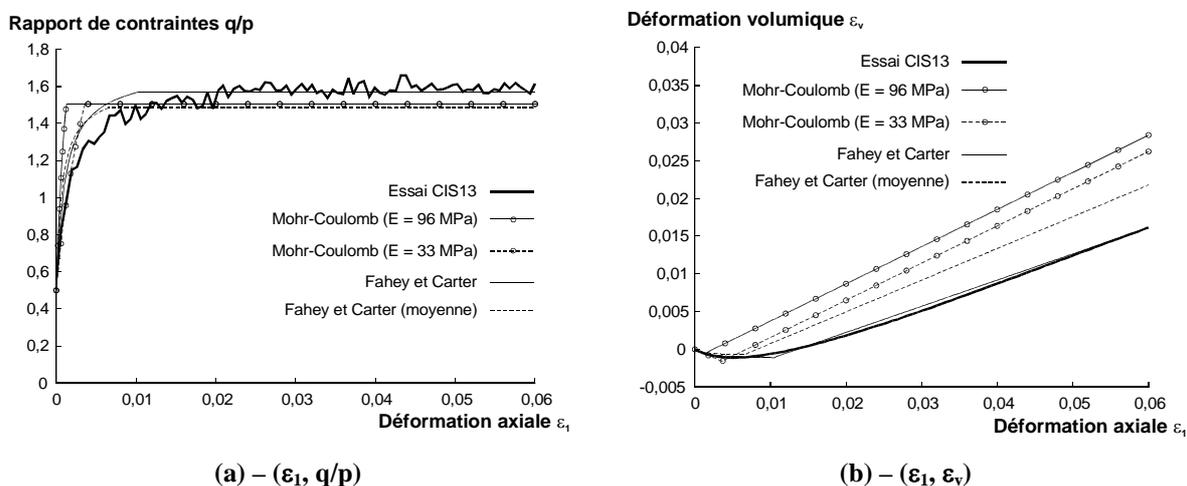


Figure A3.4 – Résultats de l’essai triaxial CIS13 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 50$  kPa)

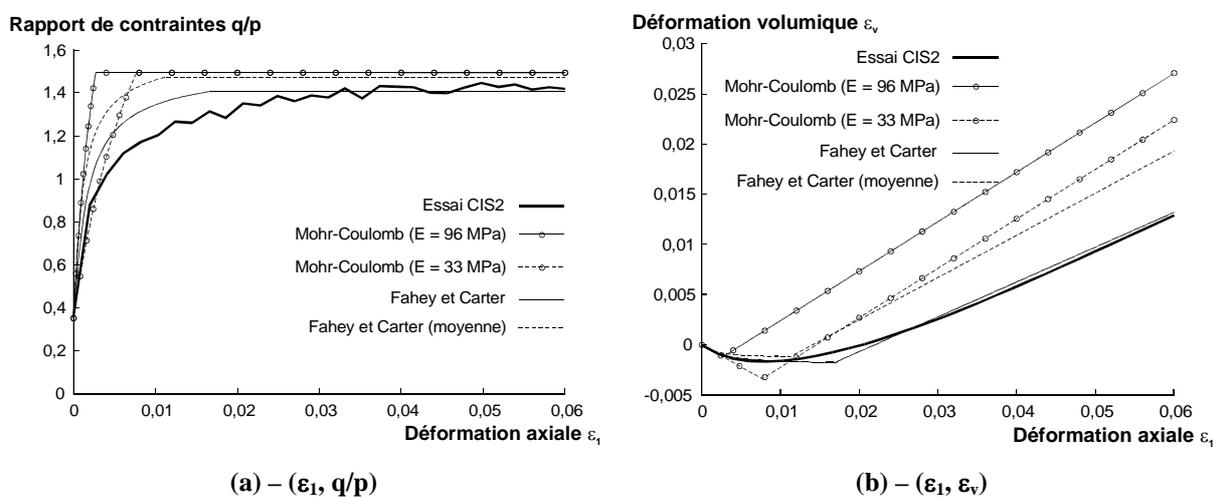
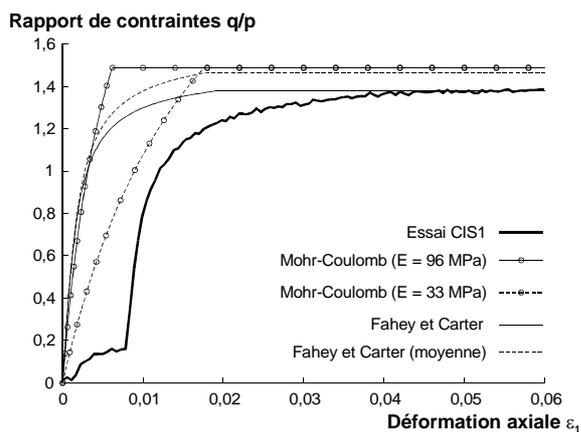
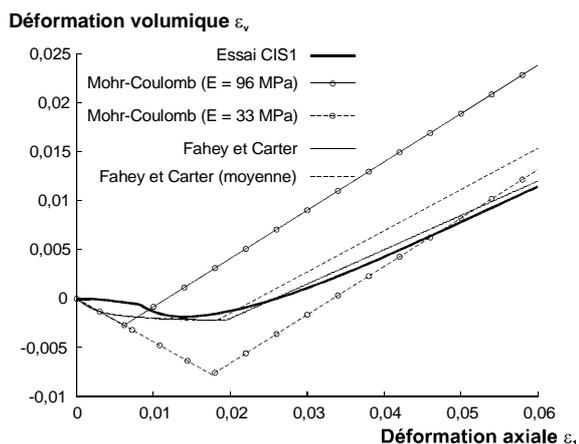


Figure A3.5 – Résultats de l’essai triaxial CIS2 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 100$  kPa)

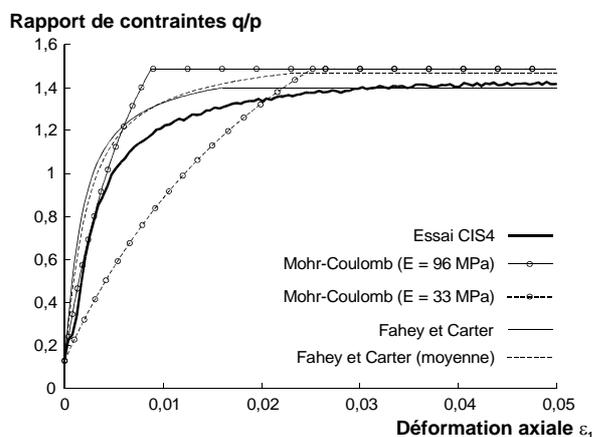


(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )

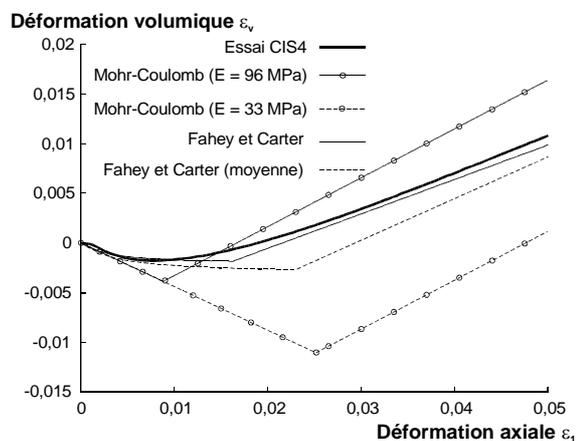


(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_v$ )

Figure A3.6 – Résultats de l'essai triaxial CIS1 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 200$  kPa)

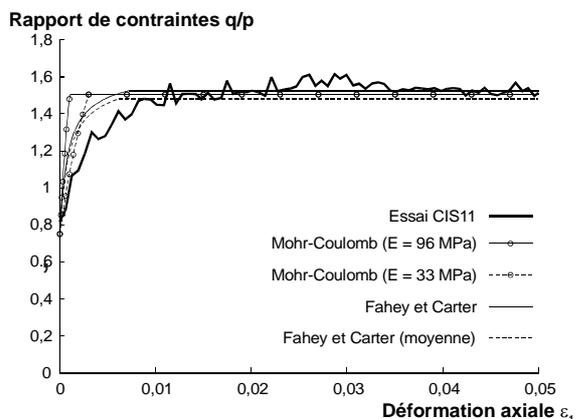


(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )

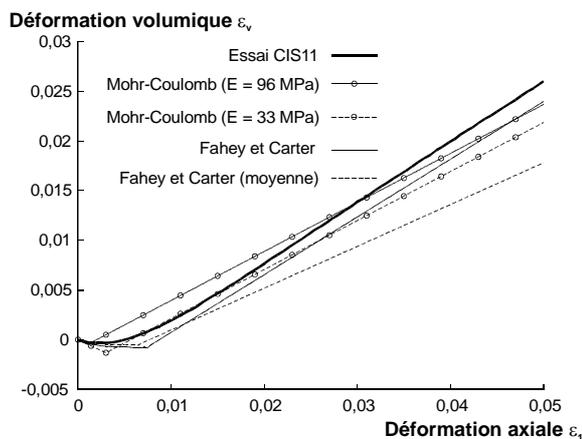


(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_v$ )

Figure A3.7 – Résultats de l'essai triaxial CIS4 (sable moyennement dense,  $\sigma_3 = 300$  kPa)



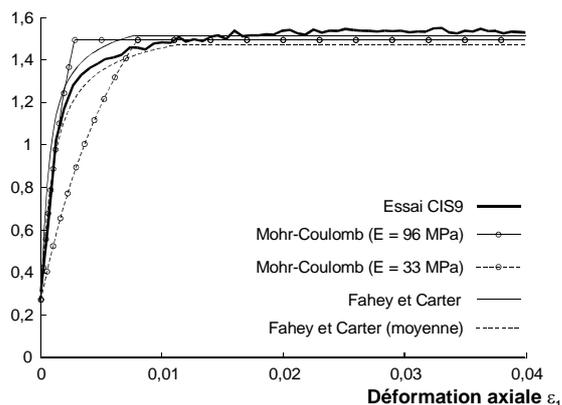
(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )



(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_v$ )

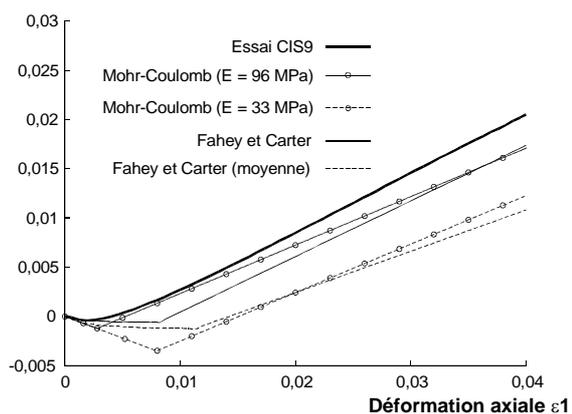
Figure A3.8 – Résultats de l'essai triaxial CIS11 (sable dense,  $\sigma_3 = 50$  kPa)

Rapport de contraintes  $q/p$



(a) –  $(\epsilon_1, q/p)$

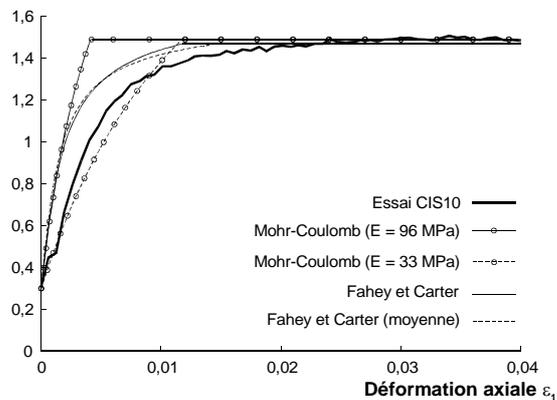
Déformation volumique  $\epsilon_v$



(b) –  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$

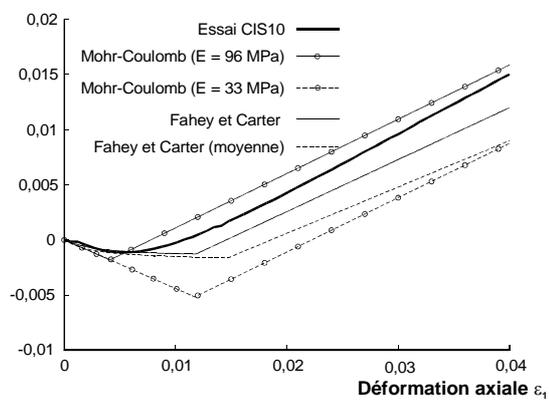
Figure A3.9 – Résultats de l'essai triaxial CIS9 (sable dense,  $\sigma_3 = 100$  kPa)

Rapport de contraintes  $q/p$



(a) –  $(\epsilon_1, q/p)$

Déformation volumique  $\epsilon_v$



(b) –  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$

Figure A3.10 – Résultats de l'essai triaxial CIS10 (sable dense,  $\sigma_3 = 150$  kPa)

## ANNEXE A4 : RÉSULTATS DES ESSAIS TRIAXIAUX DE COMPRESSION DRAINÉE SUR LES MARNES DE LAS PLANAS

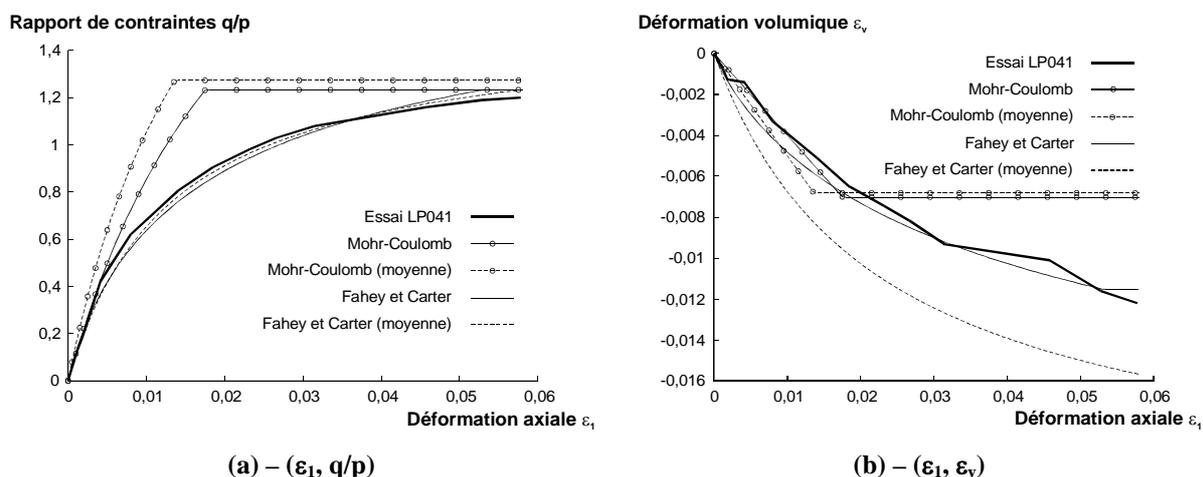


Figure A4.1 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP041 ( $\sigma_0 = 3,6$  MPa)

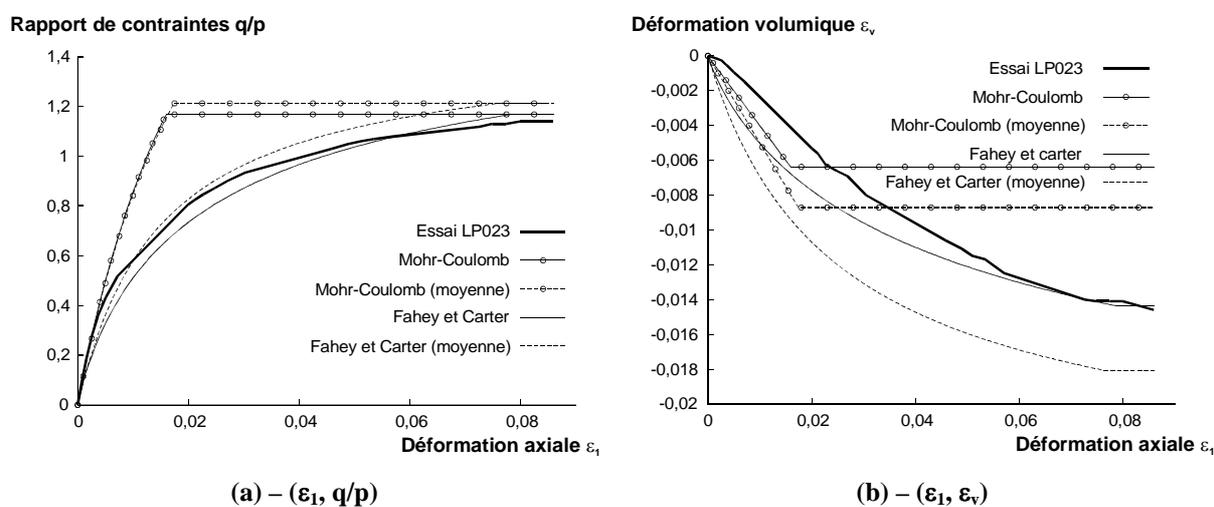


Figure A4.2 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP023 ( $\sigma_0 = 5$  MPa)

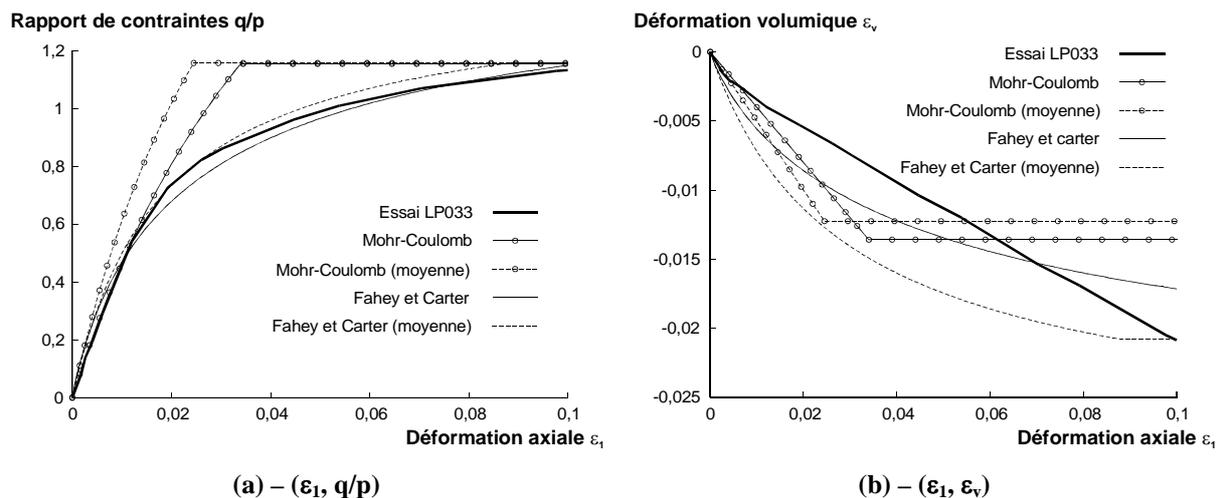


Figure A4.3 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP033 ( $\sigma_o = 7,6$  MPa)

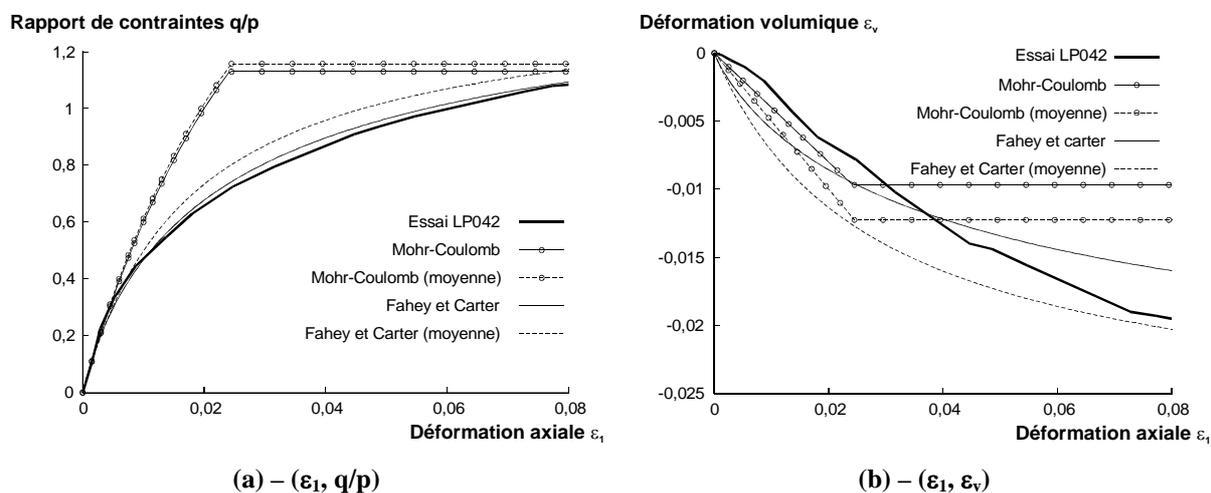


Figure A4.4 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP042 ( $\sigma_o = 7,6$  MPa)

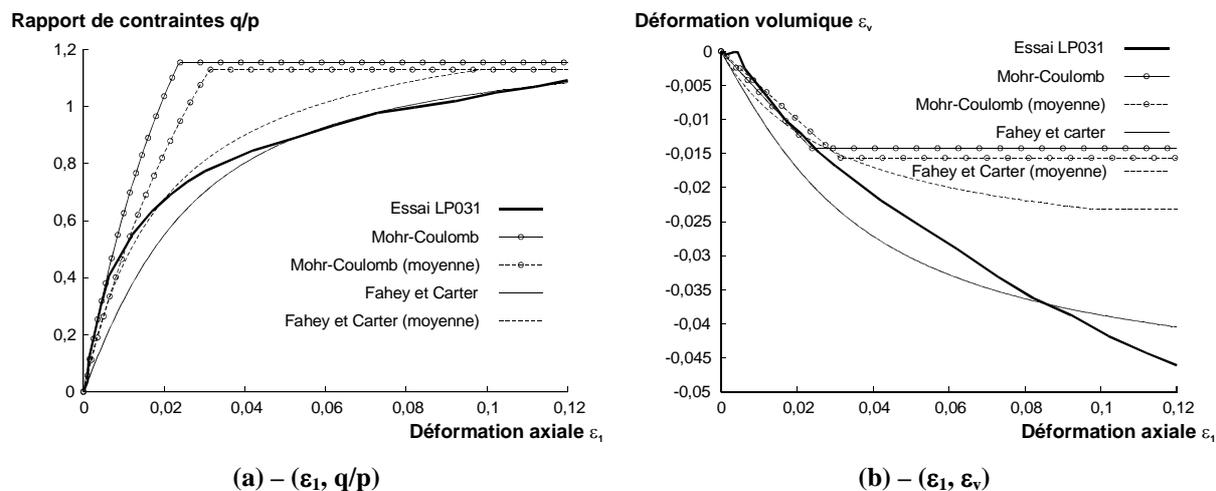


Figure A4.5 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP031 ( $\sigma_o = 10,1$  MPa)

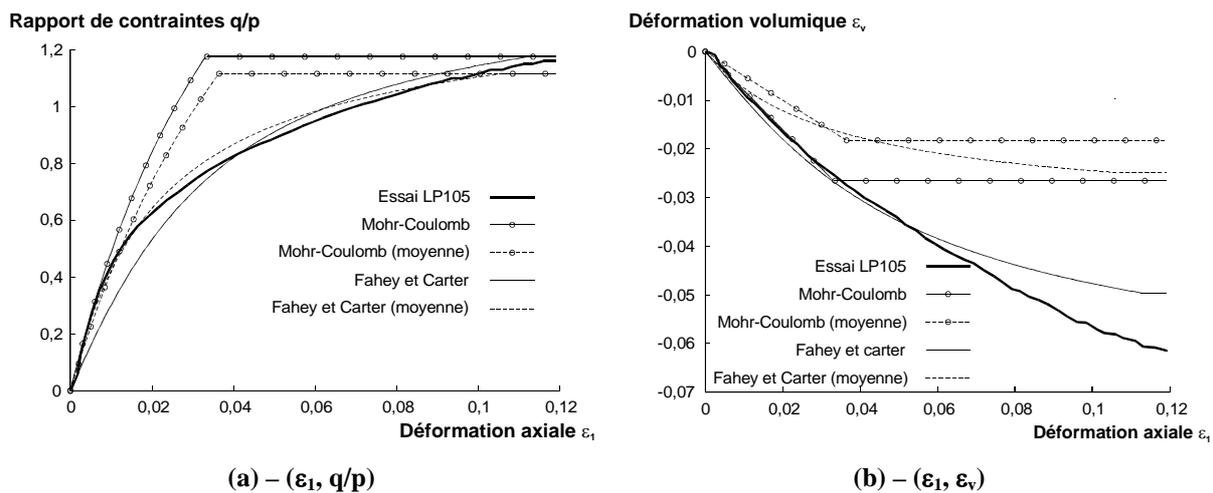
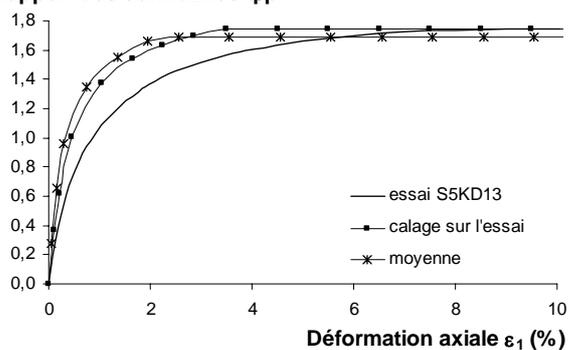


Figure A4.6 – Simulation numérique de l'essai triaxial LP105 ( $\sigma_o = 12$  MPa)

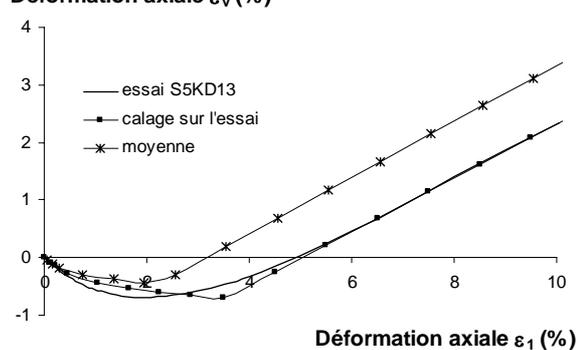
# ANNEXE A5 : RÉSULTATS DES ESSAIS TRIAXIAUX DE COMPRESSION DRAINÉE SUR LE SABLE DE HOCHSTETTEN

Rapport des contraintes  $q/p$



(a) – ( $\epsilon_1$ ,  $q/p$ )

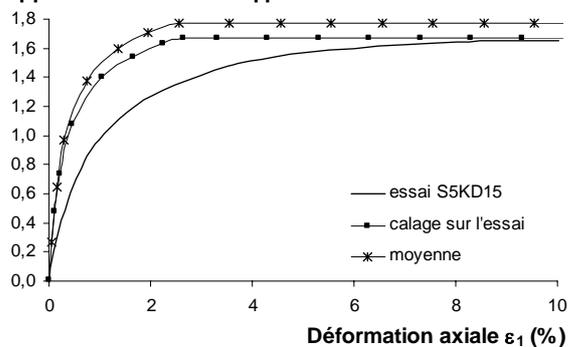
Déformation axiale  $\epsilon_v$  (%)



(b) – ( $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_3$ )

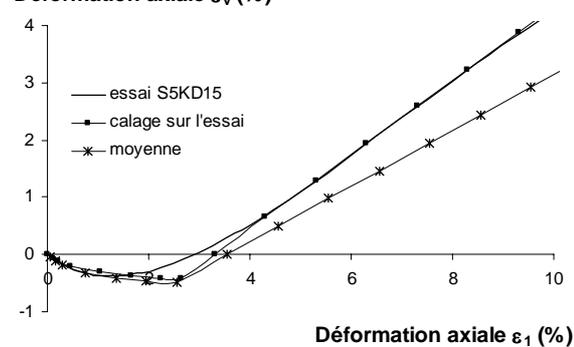
Figure A5.1 – Résultats de l'essai triaxial S5KD13

Rapport des contraintes  $q/p$



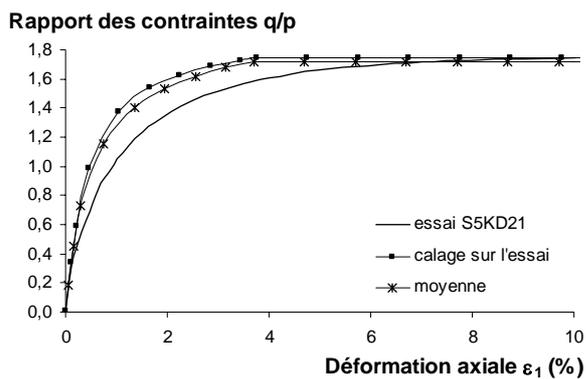
(a) – ( $\epsilon_1$ ,  $q/p$ )

Déformation axiale  $\epsilon_v$  (%)

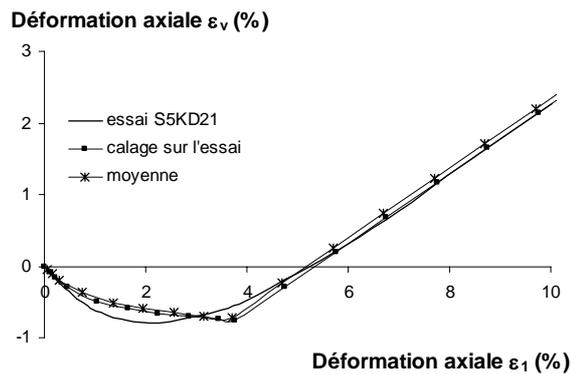


(b) – ( $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_3$ )

Figure A5.2 – Résultats de l'essai triaxial S5KD15

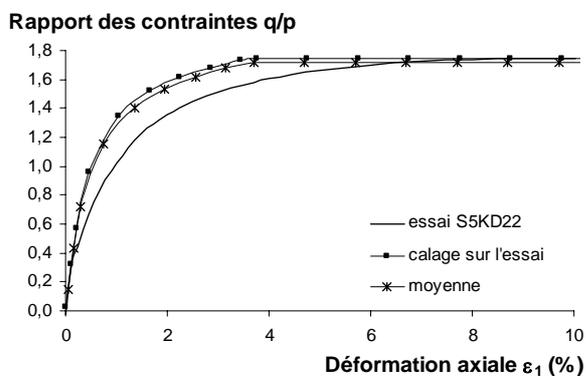


(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )

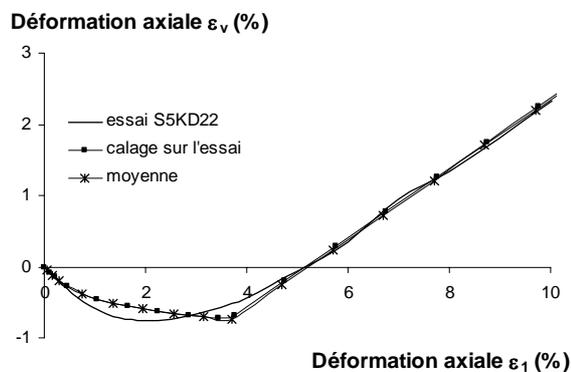


(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ )

Figure A5.3 – Résultats de l'essai triaxial S5KD21

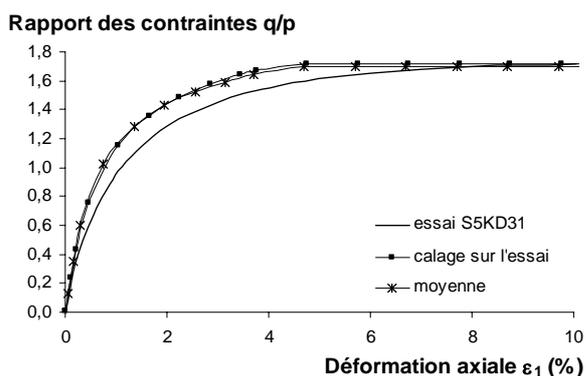


(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )

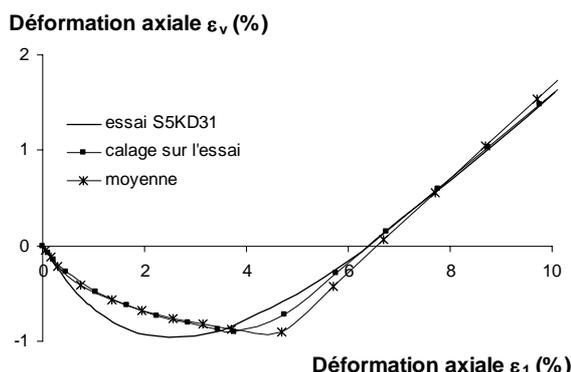


(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ )

Figure A5.4 – Résultats de l'essai triaxial S5KD22



(a) – ( $\epsilon_1, q/p$ )



(b) – ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ )

Figure 6.5 – Résultats de l'essai triaxial S5KD31

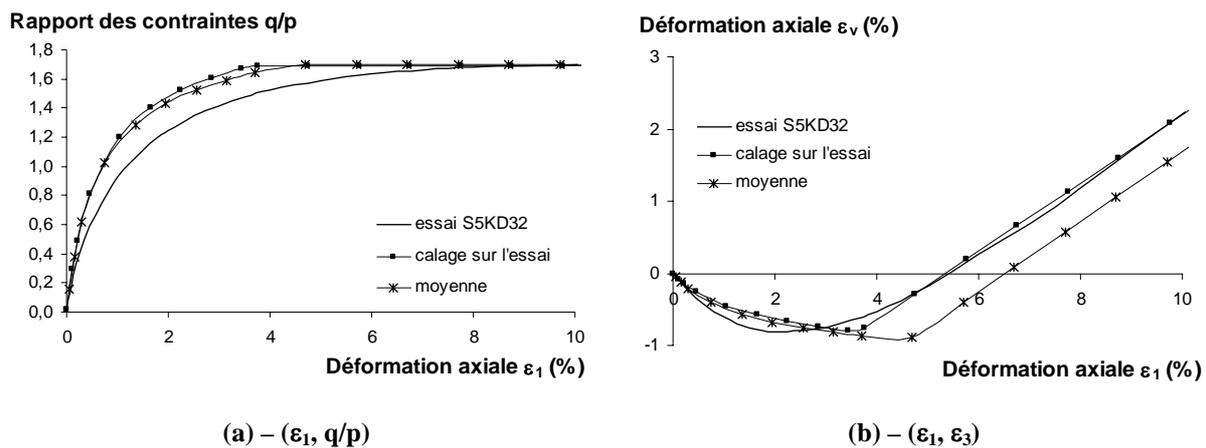


Figure A5.6 – Résultats de l'essai triaxial S5KD32

## ANNEXE A6 : PARAMÈTRES DU MODÈLE DE FAHEY ET CARTER POUR LES DIFFÉRENTS SITES ÉTUDIÉS ET LIEN AVEC LES RÉSULTATS DES ESSAIS PRESSIOMÉTRIQUES

On rassemble dans cette annexe les meilleurs jeux de paramètres obtenus pour le modèle de Fahey et Carter, pour les différents exemples étudiés.

Tableau c.1 – Paramètres du modèle de Fahey et Carter

Sites expérimentaux	$v_0$	f	g	C	c (kPa)	$\varphi$ (degré)	$\psi$ (degré)
LABENNE (0 - 3 m)	0,22	0,75	3	300	1	36	10
LAS PLANAS	0,023	0,79	1	320	695	26,3	0
MERVILLE (4 - 10 m)	0,1	0,9	0,9	344	220	0	0
HOCHSTETTEN (0 - 4 m)	0,1	0,35	1,3	340	3,5	40,6	11,5

Sur trois des sites étudiés, nous disposons de caractéristiques pressiométriques recensées dans le tableau c.2.

Tableau c.2 – Caractéristiques pressiométriques sur les sites de Labenne, Merville et Hochstetten

Sites expérimentaux	Module pressiométrique $E_M$ (MPa)	Pression limite $p_l$ (MPa)	Pression de fluage $p_f$ (MPa)	
LABENNE	<i>d'après Amar et al. (1987)</i>			
	< 4,00 m	1,35	1,02	0,42
	> 4,00 m	0,78	0,58	0,26
	<i>d'après Ledoux (1984)</i>			
	< 11,50 m	8,13	0,80	0,39
MERVILLE	<i>d'après Canépa (2001)</i>			
	2,00 m	NC	0,40 à 0,66	NC
	4,00 m	12,66 à 14,29	0,82 à 0,93	NC
	6,00 m	15,99 à 18,97	0,97 à 1,01	NC
	8,00 m	19,31 à 23,66	1,15 à 1,21	NC
	9,00 m	22,64 à 28,35	1,31 à 1,68	NC
HOCHSTETTEN	<i>d'après von Wolffersdorff (1994a)</i>			
	< 2,30 m	4,4 à 11,4	0,38 à 0,64	NC
	2,30 m à 3,80 m	6,3 à 14,0	0,86 à 1,11	NC
	3,80 m à 6,00 m	13,6 à 18,9	1,65 à 2,26	NC
	> 6,00 m	4,5 à 11,1	1,00 à 1,38	NC

NC = Non Communiqué

Les essais pressiométriques sont très largement utilisés pour déterminer les caractéristiques des sols pour dimensionner des ouvrages, car ils sollicitent le sol dans ses conditions naturelles et le comportement du sol est décrit dans son contexte réel. Cependant, les sollicitations subies par le sol ne sont pas homogènes, ce qui complique l'interprétation des

essais et entraîne des difficultés pour l'identification des paramètres de comportement. Cela nécessite d'avoir recours à des méthodes d'optimisation (voir Kasdi, 1994, par exemple). On essaie ici de tirer des corrélations très grossières, pour mesurer la variation des paramètres du modèle de Fahey et Carter en fonction des caractéristiques pressiométriques.

Remarque : dans le tableau c.2, les modules pressiométriques donnés par Amar et al. (1987) sont très différents de ceux donnés par Ledoux (1984). Au regard des sondages pressiométriques donnés par Ledoux (1984), on suppose qu'une erreur d'un facteur 10 s'est glissée dans les données de Amar et al. (1987). Il faut donc lire 13,5 MPa pour la couche de sol supérieure à 4 m de profondeur et 7,8 MPa pour la couche inférieure.

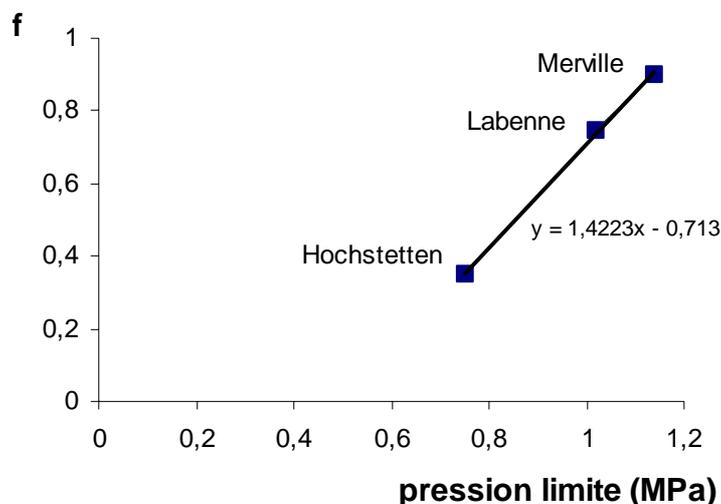
Pour exploiter les caractéristiques pressiométriques, on réalise une moyenne sur les couches de sols (pour chacun des sites) ayant servi à déterminer les paramètres du modèles de Fahey et Carter. Ces valeurs sont données dans le tableau c.3.

**Tableau c.3 – Caractéristiques pressiométriques sur les sites de Labenne, Merville et Hochstetten**

Sites expérimentaux	Module pressiométrique $E_M$ (MPa)	Pression limite $p_l$ (MPa)	Pression de fluage $p_f$ (MPa)
<b>LABENNE</b> (< 4,00 m)	13,5	1,02	0,42
<b>MERVILLE</b> (4.00 m à 9,00 m)	19,48	1,14	NC
<b>HOCHSTETTEN</b> (< 3,80 m)	9,03	0.75	NC

NC = Non Communiqué

Les modules pressiométriques et pressions limites évoluent à peu près dans le même sens. Lorsqu'on étudie l'évolution des paramètres du modèle de Fahey et Carter en fonction des caractéristiques pressiométriques, une tendance se détache clairement : on note une certaine corrélation entre le paramètre  $f$  et la pression limite. La figure c.1 montre que le paramètre  $f$  évolue linéairement en fonction de la pression limite, ce qui est cohérent avec le fait que le paramètre  $f$  règle le moment où le sol entre en plasticité. L'équation qui lie ces deux paramètres est :  $f = 1,4 \times p_l - 0,7$ . En revanche, à partir des trois études présentées ci-dessus, on ne voit pas de lien entre le paramètre  $C$  et le module pressiométrique, alors que ces deux paramètres traduisent la raideur du sol.



**Figure c.1 – Evolution du paramètre  $f$  en fonction de la pression limite**

Concernant les autres paramètres du modèle de Fahey et Carter, aucune tendance ne s'est dessinée, car ils n'évoluent pas de façon monotone avec les caractéristiques pressiométriques. On ne dispose pas de suffisamment d'éléments pour pousser plus loin la réflexion.