

### Dimensionnement en fatigue des structures ferroviaires en composites épais

Pongsak Nimdum

### ▶ To cite this version:

Pongsak Nimdum. Dimensionnement en fatigue des structures ferroviaires en composites épais. Matériaux. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2009. Français. NNT: . pastel-00522605

### HAL Id: pastel-00522605 https://pastel.hal.science/pastel-00522605

Submitted on 1 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ED n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

N°attribué par la bibliothèque

### THESE

pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE PARIS

Spécialité "Sciences et Génie des Matériaux"

présentée et soutenue publiquement par **Pongsak NIMDUM** 

le 24 mars 2009

### DIMENSIONNEMENT EN FATIQUE DES STRUCTURES FERROVIAIRES EN COMPOSITES EPAIS

### Directeur de thèse : J. RENARD

### Jury

M.	Y. CHEVALIER	Rapporteur	LISMA - Supméca
M.	A. LAKSIMI	Rapporteur	Génie Mécanique-UTC
M.	R. ROIZOT	Examinateur	Alstom
M.	J.F. CARON	Examinateur	LAMI - ENPC
M.	J. RENARD	Directeur de thèse	CDM - ENSMP

A mes parents, ma famille et mes amis, A celle qui partage ma vie

### Remerciements

Je souhaiterais pour commencer remercier par ces quelques lignes toutes les personnes sans lesquelles ce travail n'aurait pas été possible. En premier lieu, je tiens à saluer Jacques RENARD qui a dirigé ce travail de thèse au Centre des Matériaux de L'École des Mines de Paris. Jacques a toujours été disponible et à l'écoute dans les moments de doute. Il a permis au projet de trouver son chemin avec sérénité.

En parallèle, je remercie l'ADEME en associant ALSTOM pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur un sujet aussi concret et motivant.

Merci aussi aux Directeurs successifs du Centre des Matériaux, en particulier à Esteban BUSSO pour m'avoir accueilli pendant ces trois années de thèse. Merci aussi à Liliane LOCICERO pour son efficacité et sa sympathie.

Je remercie vivement les membres du jury pour l'attention qu'ils ont portée à mon travail et pour les échanges scientifiques qui ont pu en découler avant ou pendant la soutenance. Merci aux rapporteurs, Y. CHEVALIER et A. LAKSIMI et aux examinateurs, R. ROIZOT et J.F. CARON.

Je tiens ensuite à remercier le Centre des Matériaux dans tout son ensemble. Un grand merci à Yves FAVRY, Jean-Christophe TEISSEDRE et Yann AURIAC, qui ont apporté toutes leurs compétences à cette étude, à de nombreuses occasions et dans de nombreux domaines (la liste serait trop longue...). Leur aide m'a été précieuse. Merci aussi à Alain THIONNET pour sa disponibilité et sa contribution dans ce projet.

Un grand merci aussi à toux ceux qui ont su égailler les journées au Centre des Matériaux, doctorants ou permanent, autour d'un café ou au détour d'un couloir. La liste est longue et je m'excuse auprès de touts ceux que je vais oublier : Olivier, Sébastien, Yann, Julien, Nicolas, Josserand, Michel, Vincent, Frank, Laurent, ...

Je tiens aussi à remercier l'Ambassade de France à Bangkok qui a soutenue financièrement les premières années de mon séjour en France. Sans cette aide je n'aurais jamais pu démarrer ce travail de thèse.

Je souhaite aussi remercier mes amis thaïlandais. Ils m'ont permis de traverser ces trois années dans les meilleures conditions possibles en m'évitant de toujours penser à ma thèse.

Finalement je remercie avec chaleur mes parents et toute ma famille. Ils ont toujours su m'apporter les mots de réconfort au cours de ces années.

Merci à toutes et à tous !

### Résumé

Ce travail de thèse est consacré au développement d'outils de conception utilisables par des bureaux d'études. Si on note une progression des matériaux composites dans différents domaines, cette progression reste limitée dans certains secteurs ou les charges reprises par les structures, la sécurité qui leurs sont attachées nécessitent une conception rigoureuse. Tout changement de matériaux a besoin d'être argumenté. Par ailleurs si on augmente les marges de sécurité, l'intérêt des composites s'annule rapidement pour des raisons de coûts attachées à ces matériaux. Eviter ces écueils impliquent une conception basée sur une bonne connaissance des composites pressentis, à la fois dans les domaines linéaires et non linéaires. Cela signifie bien comprendre les mécanismes de dégradation et évaluer la tolérance associée aux différents dommages.

C'est dans ce contexte et en partenariat avec la société ALSTOM, que nous avons étudié des composites tissés en carbone époxy pour réaliser certaines pièces de bogie. L'objectif de ce travail était de caractériser le comportement des matériaux, de répertorier leurs dégradations sous chargements quasi-statiques et cycliques puis de proposer des modèles de comportement prenant en compte l'influence des dégradations. Ces modèles implémentés dans un code de calcul par éléments finis doivent permettre de calculer des pièces à gradients de contraintes élevés. Un autre objectif était d'étudier le rôle joué par l'épaisseur des stratifications dans un contexte de pièces épaisses. La raison en est que les matériaux composites n'étant plus confinés à des parties dites secondaires ne reprenant que peu d'efforts, mais à des structures ou sous-structures primaires largement sollicitées, l'épaisseur des stratifications s'en trouve augmentée. Si on peut toujours parler de résistance exceptionnelle à la fatigue des composites, de rapport élevé entre la limite d'endurance et la résistance à la traction, il reste néanmoins à s'assurer que l'augmentation des épaisseurs ne vient pas contrairer ces affirmations. Les structures stratifiées développent en effet avec l'épaisseur des contraintes interlaminaires dont la principale conséquence est d'engendrer des décollements entre les plis appelés délaminages, très préjudiciables pour la tenue mécanique de ces structures.

Mot clés : délaminage, composites tissés, sergé 2/2, composite épais, endommagement

### Abstract

This PhD work is devoted to the development of design tools able to be used in an industrial context by design offices. Even if we notice an increase use of composites materials in many fields, applications are limited when the stresses supported by the structures and the request security need accurate design providing high safety. Further if we increase the safety factors, the gain weight due to the use of composite materials and the cost attached to these materials, rapidly reduce the interest inherent of these materials. Avoiding such over-design needs a good knowledge of these materials both in their linear domain but in their non-linear domain too. That means a good understanding of damage mechanisms and damage tolerant analysis for damages susceptible to occur.

In this context and through a partnership with ALSTOM industry, we studied carbon epoxy textile composites for bogic parts application. The objective was to characterize these materials and to analyze their damage modes when submitted to static and fatigue loadings and then to propose constitutive laws coupling stiffness and damage and accurate strength criteria. These models when introduced in finite element codes have to allow the design of structures with high gradients parts. The other objective was to study the influence of thickness in a context of increasing numbers of plies to support high stressed zones. The major reason is that composite materials are no more confined to secondary parts which only have to support low stresses but are now used for primary parts which contrary to secondary parts have to carry out high stresses with gradients. This is the reason why the thicknesses of laminate structures have notably increased. If we can always mention a good fatigue strength for composite materials, a high ratio between the fatigue limit and the tensile strength, it is necessary to verify such assessment when the thickness the main consequence of them is to initiate delamination through the thickness. This type of damage can be very critical for the lifetime of these structures and has then to be considered during design phase.

Key words : delamination, woven composite, twill 2/2, thick composite, damage

# Table des matières

Introduction	
Première partie – Contexte et matériaux de l'étude	7
Chapitre I – Contexte Industriel de la thèse	9
I.1 Les matériaux composites dans l'industrie ferroviaire I.2 Problèmes et objectifs de l'étude	10 10
Chapitre II – Présentation du matériau	13
II.1 Introduction sur les composites tissés	14
II.1.1 Les composites à plis unidirectionnels, fibres, matrice	15
II.1.1.1 Les fibres de carbone	
II.1.1.2 Les matrices époxy	15
II.1.1.3 Les torons	16
II.1.2 Les composites tissés, notion d'architecture	16
II.2 Le materiau de l'etude	1 / 17
II.2.1 Les proprietes physiques.	/ 11
II.2.2 Arcintecture du composite des plie tissé	/ 1
II.2.2.1 Le composite des pris disse	/ 11 10
II.3 Conclusion	
Références bibliographiques de première partie	21
Deuxième partie – Comportement sous chargements quasi-statiques	23
Chapitre III – Analyse expérimentale	25
III.1 Synthèse bibliographique	
III.1.1 Les différents repères liés aux stratifiés micro/méso/macro	
III.1.2 Les échelles usuelles de travail	27
III.1.3 Comportement mécanique des plis /stratifiés UD	
III.1.4 Comportement mécanique des plis tissés / stratifiés tissés	30
III.1.4.1 Effets de la géométrie du tissage / ondulation	
III.1.4.2 Effets d'epaisseur et des couches adjacentes	
III.1.5 Endommagement et mecanismes d'endommagement	

III.1.5.1 Pli unidirectionnel / stratifié à plis unidirectionnels	. 34
III. 1.5.2 Pli tisse / stratific tisses a plis tisses	
III.2 Methodes experimentales	
III.2.1 Essais realises et objecuis.	. 30
III.2.2 Moyens d'essais	. 30
III.2.3 Eprouvettes de caracterisation.	
III.2.4 Methode d observation de l'endommagement.	
III.3 Analyse experimentale du pli tisse	. 38
III.3.1 Chargement monotone jusqu'à rupture et effet d'epaisseur	. 38
III.3.2 Essais de charge-decharge.	
III.3.3 Endommagements et mecanismes d'endommagement.	42
111.3.3.1 Mecanismes d endommagements dans les plis a $0^{\circ}_{n}$ et $45^{\circ}_{n}$	42
III.3.3.2 Cinetique d'endommagement les plis a $0^{\circ}_{n}$ et $45^{\circ}_{n}$	. 45
III.3.4 Evolutions des rigiaites	. 40
111.4 Analyse experimentale des composites stratifies croises a plis tisses	. 4/
III.4.1 Mecanismes d'endommagements.	47
III.4.1.1 Delaminage en mode cisaillement	. 48
III.4.1.2 Delaminage en mode mixte	. 48
III.4.2 Influence sur le comportement mécanique	. 49
Chapitre IV – Modelisation	51
IV.1 Introduction	52
IV.1.1 Choix des modèles	. 52
IV.1.2 Conditions aux limites	52
IV.2 Simulation : Implémentation numérique	. 53
IV.2.1 Outils numériques	. 53
IV.2.2 Identification du comportement sur une cellule de base	
IV.2.3 Validation du comportement	57
IV.2.4 Analyse numérique des mécanismes d'endommagements	. 58
IV.2.4.1 Effet de tissage et de couches voisines	
IV.2.4.2 Mécanismes d'endommagements	60
IV.2.4.3 Effet d'épaisseur : Apparition des endommagements	. 61
IV.3 Passage Micro-Macro : Technique d'homogénéisation	. 61
IV.3.1 Introduction	. 61
IV.3.2 Homogénéisation sur le matériau vierge	62
IV.3.2.1 Représentation de la cellule représentative	62
IV.3.2.2 Détermination du comportement homogène équivalent	62
IV.3.3 Homogénéisation du matériau endommagé	. 63
IV.3.3.1 Homogénéisation du délaminage intra-laminaire	63
IV.3.3.2 Homogénéisation de la fissuration transversale	. 65
Chapitre V – Etude du délaminage entre plis	67
V.1 Introduction	68
V.2 Effet de bord libre	. 68
V.3 Critère de délaminage	. 71
V.4 Critère de délaminage hors axes	. 74
V.5 Méthodes non locales	76
V.5.1 Méthode non locale sur une grandeur sans ajout de gradients	. 76
V.5.2 Méthode non locale sur une grandeur et ses gradients	77
V.5.3 Application aux matériaux composites	. 78
V.5.4 Convergence : Domaine d'intégration	81
V.6 Identification des coefficients du critère	. 82
V.6.1 Introduction	. 82
V.6.2 Identification en mode compression et cisaillement	84
V.6.3 Identification en mode mixte : Traction et cisaillement	87

# Références bibliographiques de deuxième partie90

### Troisième partie – Comportement sous chargements cycliques97

Chapitre VI – Analyse expérimentale	99
VI.1 Synthèse bibliographique	100
VI.1.1 Définition	100
VI.1.2 Mécanismes d'endommagements en fatigue	100
VI.1.3 Dégradation des matériaux en fatigue	100
VI.2 Méthodes expérimentales	102
VI.2.1 Essais réalisés et objectifs	102
VI.2.2 Moyens d'essais	102
VI.2.3 Eprouvettes de caractérisation	103
VI.2.4 Méthodes d'observation de l'endommagement	103
VI.3 Analyse expérimentale des composites stratifiés à plis tissés	103
VI.3.1 Endommagements et mécanismes d'endommagements	103
VI.3.1.1 Mécanismes d'endommagements dans les plis à $(0^{\circ}_{n})$	103
VI.3.1.2 Cinétique d'endommagements dans les plis à $(0^{\circ})$	106
VI.3.2 Dégradation de propriétés mécaniques	106
VI 3 2 1 Effet du voisinage des couches	107
VI 3 2 2 Influence de l'épaisseur	108
VI 3 2 3 Influence du niveau de contrainte maximale	109
VI 3 2 4 Relation entre la fissuration transversale et le délaminage	111
VI 3 3 Conclusion sur l'endommagement des plis à 0°	111
VI 4 Analyse expérimentale des composite stratifiés croisés à plis tissés	111
VI 4 1 Endommagements et mécanismes d'endommagements	111
VI 4 2 Dégradations de propriétés mécanique	113
VI.4.3 Amorçage du délaminage	
Chapitre VII – Critère d'amorçage en délaminage sous des chargements cycliques	119
VII.1 Synthèse bibliographique	120
VII.1.1 L'approche globales de la rupture en fatigue	120
VII.1.2 L'approche locales de la rupture en fatigue	121
VII.2 Critère d'amorçage du délaminage en fatigue	121
Références bibliographiques de troisième partie	124
Quatrième partie – Validation du critère d'amorçage du délaminage	129
Chapitre VIII – Validation du critère d'amorçage du délaminage sous chargements quasi-	
statiques et cycliques	131
v III. I Syntnese bibliographique	132
VIII.1.1 Mecanismes d'endommagements sur plaques trouées	
VIII.1.2 L'effet aux bords libre du trou	132
VIII.2 Analyse experimentale	
VIII.2.1 Moyen d'essais et d'observation sur éprouvettes trouées	133

VIII.2.1 Moyen d'essais et d'observation sur eprouvettes trouees	133
VIII.2.2 Dimensionnement des éprouvettes trouées	135
VIII.2.3 Mécanismes d'endommagements : Statique & Fatigue	136
VIII.3 Simulation numérique.	139
VIII.3.1 Les maillages	139
VIII.3.2 Etat des contraintes aux bords du trou	.140
VIII.3.3 Prédiction d'amorçage du délaminage en statique & fatigue : sites, la contrainte et	
nombre des cycles	.141

Références bibliographiques de quatrième partie	145
Conclusions et perspectives	147
Annexe	153
Annexe A - Théorie d'homogénéisation	155

# Introduction

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans des structures hautes performances notamment dans les domaines aéronautique, aérospatial, offshore, automobile et ferroviaire. La raison en est que ces matériaux tels que ceux à matrice organique présentent trois avantages importants : (i) un rapport masse/rigidité/résistance souvent meilleur que celui des solutions métalliques, (ii) un dimensionnement pouvant être optimisé en fonction des sollicitations et enfin (iii) une faible sensibilité à la fatigue et à la corrosion.

Dans le domaine ferroviaire, les structures sont majoritairement fabriquées en matériaux métalliques. Néanmoins avec l'augmentation du coût des matériaux métalliques et de l'énergie, il devient nécessaire d'alléger le matériel roulant par un allègement des structures. Cela peut se faire par le remplacement de certaines pièces métalliques par des pièces en composites. Ces matériaux permettent de diminuer le poids des structures tout en conservant leur rigidité.

Cependant, l'utilisation des composites à fibres longues unidirectionnelles présente encore des inconvénients tels que la résistance à l'impact, la tolérance aux délaminages etc.... Pour y remédier, des composites à base de plis textiles, aussi appelés « composites tissés », ont été développés. Ces matériaux présentent les avantages suivants : (i) amélioration de la résistance à l'impact ; (ii) amélioration des propriétés mécaniques hors des plans de stratification ;(iii) augmentation de la tenue à l'endommagement, notamment au délaminage en raison de la possibilité de coutures perpendiculaires aux plis et enfin (iv) augmentation de la stabilité des structures en température.

A toutes ces exigences est venue s'ajouter depuis plusieurs années et de manière cruciale, un besoin de dimensionnement à la fatigue. La première raison tient au fait que les matériaux composites ne sont plus confinés à des parties dites secondaires, c'est-à-dire ne reprenant pas ou que très peu d'efforts, mais à des structures ou sous-structures primaires largement sollicitées pour lesquelles une confiance accrue est exigée. La deuxième raison tient au fait que l'épaisseur des stratifications composites a énormément augmentée lors du passage à des structures primaires. Si on peut toujours parler de résistance exceptionnelle à la fatigue, de rapport élevé entre la limite d'endurance et la résistance à la traction, il reste néanmoins à s'assurer que l'augmentation des épaisseurs ne vient pas contrarier ces affirmations. Les structures stratifiées développent avec l'épaisseur des contraintes interlaminaires dont la principale conséquence est d'engendrer des décollements entre les plis appelés délaminages, très préjudiciables pour la tenue mécanique. Là où certains phénomènes de fatigue pouvaient être évités, ils peuvent devenir incontournables.

C'est dans ce contexte que s'insère ce travail de thèse. Nous avons étudié des composites tissés en carbone époxy susceptibles d'applications dans un contexte ferroviaire ainsi que les effets d'épaisseurs engendrés par des stratifications à grands nombres de plis. Notre objectif était d'apporter une aide à la conception de pièces composites structurales en proposant des critères directement utilisables par les bureaux de calcul. Ces critères parce que intimement liés aux propriétés physiques des matériaux permettent une meilleure prédiction. Nous nous sommes en particulier attachés à la prédiction des décollements inter-plis appelés délaminages à la fois sous sollicitations statiques et de fatigue. Les formulations proposées, appliquées aux composites tissés, sont suffisamment générale pour s'appliquer à tous types d'interfaces tels que ceux des composites à plis unidirectionnels ou des assemblages collés. Les procédures d'identification ainsi que les essais de validation de ces critères sont détaillés.

Pour atteindre ces objectifs, différentes étapes sont nécessaires : caractériser le comportement mécanique des composites tissés, suivre l'évolution des endommagements au cours des chargements statiques ou cycliques, effectuer des simulations numériques sur ces matériaux afin de comprendre les mécanismes endommagement puis fournir aux bureaux d'étude des lois de comportement et des critères de dimensionnement.

L'ensemble de cette démarche est présentée dans ce mémoire de thèse et s'articule en quatre parties :

#### Première partie : Contexte et matériaux de l'étude

La première partie porte sur la présentation du contexte industriel et du matériau étudié. Le premier chapitre aborde brièvement les applications des matériaux composites dans le domaine ferroviaire. Seront également abordés les problèmes et les objectifs industriels de l'étude.

Le second chapitre commence par une introduction assez générale des matériaux composites, pour ensuite se focaliser sur les composites tissés de l'étude : des stratifiés de sergé 2/2. Sont alors présentées les propriétés physiques et l'architecture de ces matériaux regroupés en deux familles : les stratifiés à plis tissés et les stratifiés croisés à plis tissés.

#### Deuxième partie : Comportement sous chargements quasi-statiques

La deuxième partie aborde le comportement de ces matériaux sous chargements quasi-statiques. L'objectif est d'abord la compréhension des mécanismes d'endommagement à l'aide d'essais expérimentaux et des calculs numériques, puis l'évolution de ces dommages en fonction des épaisseurs, des couches voisines et des empilements. On propose un critère d'amorçage en délaminage.

Le premier chapitre porte sur l'analyse expérimentale menée en quasi-statique. Elle consiste en la réalisation d'essais de traction jusqu'à rupture et d'essais de charge-décharge pour des niveaux de plus en plus élevés. Ces essais s'accompagnent d'observations microscopiques afin d'examiner l'état d'endommagement des matériaux. Deux familles de stratifiés sont étudiés : des empilements de plis tissés dans une même direction et des empilements croisés.

Le second chapitre étudie le comportement mécanique et les mécanismes d'endommagement mais cette fois par simulations éléments finis sur les mêmes matériaux composites. On a d'abord identifié puis validé le comportement mécanique par comparaison avec les résultats expérimentaux du chapitre précédent puis toujours à l'aide de simulations numériques, étudié les mécanismes d'endommagements. Ces calculs ont permis d'apprécier les effets d'épaisseurs et l'influence des couches voisines. Enfin par des techniques d'homogénéisation basées sur des passages micro-macro, on détermine le comportement équivalent du stratifié tissé à l'état non endommagé. L'état endommagé fait l'objet du chapitre suivant. On en déduit des coefficients d'abattement directement utilisables en tant que marge de sécurité dans des calculs de dimensionnement.

Le troisième chapitre étudie les mécanismes de délaminage dans les stratifiés croisés à plis tissés à l'aide de calculs éléments finis en utilisant le comportement homogène équivalent déterminé au second chapitre. Ce chapitre propose également un critère d'amorçage en délaminage par des méthodes non locales. Enfin, on présente une méthode graphique afin d'identifier les coefficients du critère à l'aide des résultats expérimentaux du premier chapitre.

#### Troisième partie : Comportement sous chargements cycliques

Cette troisième partie est consacrée au comportement sous chargements cycliques des stratifiés à plis tissés et des stratifiés croisés à plis tissés. La démarche est calquée sur le cas statique.

Le premier chapitre porte sur l'analyse expérimentale en cyclique. On détermine les caractéristiques mécaniques et l'évolution des endommagements sous chargements de fatigue. Ces

essais expérimentaux ont également considéré les effets de l'épaisseurs des plis, celui des couches voisines et de la contrainte maximale.

Le deuxième chapitre étend le critère d'amorçage établi pour des chargements quasi-statiques au cas de la fatigue. On propose ainsi un critère non local pour les chargements cycliques sur les composites stratifiés croisés à plis tissés. Enfin, on présente également la méthode d'identification des coefficients du critère, appelé « *la fonction de dégradation* » à l'aide des résultats expérimentaux du premier chapitre.

#### • Quatrième partie : Validation du critère d'amorçage en délaminage

L'objectif de cette dernière partie est de présenter les essais qui ont servi de validation au critère d'amorçage du délaminage sous chargements quasi-statiques et cycliques. Pour cette validation des plaques trouées ont été choisies. La motivation d'un tel choix est la présence des gradients crées par la présence du trou.

Le premier chapitre présente la procédure expérimentale associée à la méthode d'observation. Viennent ensuite les comparaisons entre les prédictions numériques et l'ensemble des résultats expérimentaux.

Cette étude à été réalisée dans le cadre du projet LICOS financé par l'ADEME, associant ALSTOM transport, l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), la société AETECH et le Centre des Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

Première partie

# Contexte et matériaux de l'étude

# **Chapitre I**

# Contexte Industriel de la thèse

Dans ce chapitre, nous présentons les applications des matériaux composites dans le domaine ferroviaire. Seront également abordés les problèmes et les objectifs industriels de l'étude.

### Sommaire

I.1 Les matériaux composites dans l'industrie ferroviaire I.2 Problèmes et objectifs de l'étude

### I.1 Les matériaux composites dans l'industrie ferroviaire

Les premières tentatives d'introduction d'éléments en composite dans le matériel ferroviaire remontent à une quarantaine d'années. En Angleterre, des portes en matières plastiques renforcées de fibres de verre ont été utilisées dans les années 1960. En France, c'est en 1960 que les composites ont été employés pour la réalisation d'un capot de protection d'une locomotive diesel type 63000. Leur utilisation était pratiquement limitée à l'époque à des fonctions purement décoratives. Dans les domaines ferroviaires, nous pouvons distinguer deux grandes natures de pièces :

- les *pièces travaillantes* (dites structurales) supportant des sollicitations importantes pour lesquelles l'aspect sécurité est fondamental. Ce secteur concerne les composites hautes performances ou structuraux;
- les pièces non travaillantes ou semi-travaillantes ou encore appelées pièces de garnissage qui sont réalisées avec des composites dits « de grande diffusion ».

Les matériaux composites ont été progressivement utilisés pour des applications semistructurelles. Désormais, leur utilisation est généralisée, voire privilégiée dans le domaine des pièces non travaillantes.

Les composites hautes performances concernent le secteur des grandes pièces de structures (caisses, bogies). Ce secteur est actuellement en plein développement depuis pratiquement dix ans. Au niveau des matrices, il s'agit essentiellement de résines époxydes car ces matrices possèdent de bonnes propriétés mécaniques et répondent pour certaines d'entre elles, aux exigences de comportement au feu. Les renforts utilisés quant à eux sont pour la plupart des tissus de verre et/ou de carbone. Le ratio du volume de carbone au volume de verre est fonction des types d'applications et bien sûr des objectifs de réduction de coûts à respecter.

### I.2 Problèmes et objectifs de l'étude

D'une façon générale, dans le domaine ferroviaire, les structures sont fabriquées en matériaux métalliques. Néanmoins avec l'augmentation du coût des matériaux métalliques, avec également l'augmentation du coût de l'énergie, il devient nécessaire d'alléger le matériel roulant par un allègement des structures. Cela peut se faire par le remplacement de certaines pièces métalliques par des pièces composites plus légères. Ces matériaux permettent de diminuer le poids des structures tout en conservant leur rigidité.

Cependant on se heurte à des verrous psychologiques et technologiques. La culture ferroviaire est encore très métallique et les problèmes techniques associés à ce transfert sont loin d'être simples. On peut mentionner :

- Le niveau élevé des chargements appliqués sur les pièces. Il faudra que le composite tienne aussi bien que le métal ;
- Les règles ferroviaires liées à la culture métallique ;
- La maintenance des matériaux;
- Il n'existe pas de matériau composite standard et pour être économiquement compétitif, le concepteur doit, pour chaque structure étudiée, personnaliser son approche. Il ne peut donc plus y avoir de produits « catalogue » ;
- l'anisotropie, l'hétérogénéité, la sensibilité aux effets de bords, aux efforts tranchants, les ensimages aux interfaces compliquent sérieusement le dimensionnement des structures composites obligeant le concepteur à travailler avec des coefficients de sécurité élevés pour respecter le cahier des charges.

ALSTOM souhaite fabriquer les nouveaux bogies (Figure I.1) en incluant des parties composites afin d'alléger le poids de ces structures. Trois pièces sont principalement visées : les bras de boîte d'essieux, les lames de suspension et le châssis qui compose la potence et la traverse.



**Figure I.1** – Schéma des composants d'un bogie [Jean, 2002]

C'est dans ce contexte que les matériaux composites tissés en carbone résine époxy trouvent tout leur intérêt. L'objet de ce travail de thèse est d'abord de caractériser le comportement mécanique des matériaux composites pressentis et d'analyser leurs dégradations sous des chargements quasistatiques et cycliques. Enfin, nous allons proposer un modèle de comportement prenant en compte l'influence des dégradations. Le modèle proposé aura une vocation d'aide à la conception de pièces ferroviaires structurales en matériaux composites.

## **Chapitre II**

## Présentation du matériau

*Ce chapitre se compose d'abord d'une introduction assez générale des matériaux composites, pour se focaliser ensuite sur le matériau de l'étude.* 

#### Sommaire

#### II.1 Introduction sur les composites tissés

- II.1.1 Les composites à plis unidirectionnels, fibres, matrice
  - II.1.1.1 Les fibres de carbone
  - II.1.1.2 Les matrices époxy
  - II.1.1.3 Les torons
- II.1.2 Les composites tissés, notion d'architecture

### II.2 Le matériau de l'étude

- II.2.1 Les propriétés physiques
- II.2.2 Architecture du composite tissé étudié
  - II.2.2.1 Plis tissés, notion de couche
  - II.2.2.2 Les stratifiés à plis croisés

#### **II.3** Conclusion

### **II.1 Introduction sur les matériaux composites**

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans des structures hautes performances notamment dans les domaines aéronautique, aérospatial, offshore et automobile (voir Figure. II.1). La raison en est que ces matériaux associés à des matrices organiques présentent trois avantages importants : (i) un rapport masse/rigidité/résistance souvent meilleur que celui des solutions métalliques, (ii) un dimensionnement pouvant être optimisé en fonction de la sollicitation (en orientant les renforts dans la direction des efforts) et enfin (iii) une faible sensibilité à la fatigue et à la corrosion.

Cependant, l'utilisation des composites à fibres longues unidirectionnelles présente encore des inconvénients tels que la résistance à l'impact, la tolérance aux délaminages etc... Pour y remédier, des matériaux composites à base de plis en textiles, aussi appelés « composites tissés », sont développés. Ces matériaux présentent les avantages suivants [Nicoleto et Riva, 2004], [Kelkar et al., 2006], [Alif et al., 1998] :

- amélioration de la résistance à l'impact ;
- amélioration des propriétés mécaniques hors des plans de stratification ;
- augmentation de la tenue à l'endommagement, notamment au délaminage en raison de la possibilité de coutures perpendiculaires aux plis ;
- augmentation de la stabilité des structures en température.



Figure II.1 - Applications composites dans l'aéronautique, l'aérospatiale, l'offshore et l'automobile [Germain, 2006]

Néanmoins, la rigidité et la résistance de ces composites tissés sont dépendantes des paramètres suivants :

- les caractéristiques des fibres et de la matrice ;
- les paramètres de l'architecture des composites tissés : type de tissage, densité de torons, l'angle d'ondulation ...

### **II.1.1 Les constituants**

Comme nous l'avons indiqué, le comportement des composites qu'ils soient tissés ou non, dépend des constituants. De manière générale, un matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort fibreux. La matrice est elle-même composée d'une résine polymère (thermodurcissable ou thermoplastique) et éventuellement de charges dont le but est d'améliorer les caractéristiques de la résine tout en diminuant le coût de production. D'un point de vue mécanique l'ensemble résine-charge se comporte comme un matériau homogène, et le composite est considéré comme constitué d'une matrice et d'un renfort.

Le renfort apporte au matériau composite ses performances mécaniques élevées alors que la matrice a pour rôle de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures.

### II.1.1.1 Les fibres de carbone

Les fibres de carbone utilisées comme renfort présentent un comportement élastique linéaire comparable voir supérieur aux aciers, une très bonne tenue thermique et un très faible coefficient de dilatation. De plus, les fibres de carbone sont inertes à température ambiante et vis-à-vis de la plupart des agents chimiques. On classe les fibres de carbone en deux groupes, selon leurs caractéristiques mécaniques qui découlent directement de leur mode d'élaboration :

- les fibres « Haut Module » (fibres de carbone HM) ayant typiquement un module compris entre 300 à 600 GPa pour une résistance à la rupture comprise entre 3500 et 5000 MPa
- les fibres "Haute Résistance ou Ténacité" (fibre de carbone HR ou HT) ayant typiquement une résistance comprise entre 3000 et 7500 MPa pour un module compris entre 200 et 300 GPa.

La fibre de carbone présente cette particularité de ne pas posséder une valeur unique à rupture mais des valeurs dispersées. La résistance à rupture tend à diminuer avec des longueurs de fibres croissantes. Ceci s'explique par la présence de défauts le long de la fibre qui entraîne que plus la longueur de la fibre est importante, plus il y a de chance que la fibre contienne un défaut qui l'affaiblisse. La rupture de la fibre est par conséquence contrôlée par la distribution aléatoire de défauts et son analyse nécessite un traitement statistique. L'effet d'une distribution aléatoire d'un seul type de défaut sur la résistance d'un solide a été décrit par Weibull [Weibull, 1951] qui a comparé la rupture d'un solide à la rupture d'une chaîne dans lequel le maillon le plus faible est déterminant. L'expérimentation sur fibres unitaires est donc nécessaire pour connaître précisément la fonction de distribution des défauts [Baxevanakis et al., 1995].

### II.1.1.2 Les matrices époxy

Les résines utilisées dans les matériaux composites ont pour rôle de transférer les sollicitations mécaniques aux fibres et de les protéger de l'environnement extérieur. Les résines doivent par conséquent être assez déformables et présenter une bonne compatibilité avec les fibres. En outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à ce que les matériaux composites conservent un rapport spécifique masse/rigidité/résistance élevé.

De manière plus générale, les matrices époxy appartiennent à la classe des polymères thermodurcissables. Elles sont le fruit d'une réaction de polycondensation à chaud entre les monomères et un durcisseur pour former les ponts chimiques (réticulation) nécessaires à la formation d'un réseau tridimensionnel, non cristallin et infusible. A haute densité de réticulation, les matrices époxy ont un comportement viscoélastique fragile.

#### II. Présentation du matériau

Les résines les plus utilisées après les résines polyesters insaturées sont les résines époxydes. Elles ne représentent cependant que 5% du marché composite en raison de leur prix élevé (de l'ordre de cinq fois celui des résines polyesters).

Parmi les avantages des résines époxydes, nous retiendrons :

- de bonnes propriétés mécaniques (en traction, flexion, compression, fatigue, fluage, etc,... (voir le tableau II.1) supérieures à celles des polyesters ;
- une bonne tenue aux températures élevées : jusqu'à 150°C à 180°C en continu ;
- une excellente résistance chimique (une résistance importante à la corrosion chimique) ;
- une faible absorption d'eau ;
- un faible retrait au moulage (de 0,5 à 1%);
- une très bonne mouillabilité des renforts ;
- une excellente adhérence aux matériaux métalliques.

Parmi les inconvénients, citons :

- un temps de polymérisation long ;
- un coût élevé ;
- la nécessité de prendre des précautions lors de la mise en œuvre ;
- un point faible en ce qui concerne la résistance aux chocs ;
- une sensibilité à la fissuration.

Résistance en traction (MPa)	50 à 80
Module de traction (GPa)	3 à 4
Allongement à rupture (%)	1 à 1,5
Résistance en compression (MPa)	140 à 150
Résistance au choc (MPa)	7 à 10 KJ/m <sup>2</sup>

Tableau II.1 - Caractéristiques mécaniques des résines époxydes

### **II.1.1.3** Les torons

Le toron, appelé également fil, est un groupement d'environ 3000 fibres. Les performances mécaniques du matériau sont conditionnées par la grosseur des torons et par l'amplitude des ondulations. Aujourd'hui, la maîtrise du tissage permet l'emploi de torons non torsadés autorisant des épaisseurs moindres de tissu pour une même masse de carbone. Il en résulte un meilleur comportement mécanique et un meilleur taux de recouvrement [Aussedat-Yahia, 1997].

### II.1.2 Les composites tissés, notion d'architecture

Les fibres, liées entre elles sous forme de fils, sont généralement assemblées par tissage, afin de constituer une nappe continue résultant de l'entrecroisement à angle droit des fils. Les fils positionnés dans le sens des lisières (longueur du tissu) forment la *chaîne*, les fils dans le sens perpendiculaire (largeur du tissu) forment la *trame* (Figure II.2). Le mode d'entrecroisement des fils de chaîne et de trame constitue *l'armure*. Les armures sont différenciées par le nombre variable de fils de trame et de chaîne qui s'entrecroisent. On distingue selon le type d'armure, la toile, le satin, le sergé, etc. (Figure II.3). Le sergé est caractérisé par un effet oblique résultant du tissage décalé entre chaque rang conférant ainsi une très haute résistance aux déchirures.

II. Présentation du matériau



Figure II.2 - Chaîne et trame d'un tissu



**Figure II.3 -** Architecture pour différentes armures [Nicoleto et Riva, 2004]

### II.2 Le matériau de l'étude

Cette étude ne considère que des composites à plis tissés. De manière générale, les propriétés physiques et mécaniques de ces composites dépendent du mode de tissage et des constituants. Dans cette partie, on ne s'attachera qu'aux propriétés physiques et à l'architecture du composite étudié. Les propriétés mécaniques feront l'objet du prochain chapitre.

### II.2.1 Les propriétés physiques

Le matériau composite de cette étude est composé d'une matrice époxy renforcée de fibres de carbone T800S appartenant au groupe des fibres hautes résistances (HR). Les propriétés physiques (données fabricant) de ces fibres sont présentées dans le Tableau II.2.

Propriétés physiques		
Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	1,81	
Diamètre des filaments (µm)	7	
Masse linéique (g/1000m)	1030	

Tableau II.2 - Propriétés des fibres de carbone T800S

### II.2.2 Architecture du tissage

Si on se reporte à la présentation des composites tissés du (§II.1.2), notre étude porte sur un sergé 2/2. La présence du tissage induit des phénomènes physiques bien particuliers que nous allons étudier, d'abord sur le pli tissé seul ou des couches de plis tissés empilés selon une même orientation puis sur des stratifiés de plis tissés mais cette fois croisés.

### II.2.2.1 Plis tissés, notion de couche

L'élément de base, le pli tissé est composé par des torons de chaîne qui passent sous deux autres torons en se décalant d'un toron à chaque passage d'où l'effet oblique sur l'endroit (Figure

II.4(b)). On parlera de couches comme le résultat d'un empilement de plis selon une même orientation. Dans le cas du sergé, ce tissage est équilibré en nombre de mèches dans les sens chaîne et trame du tissu. Cette configuration crée deux directions perpendiculaires dans le plan du pli selon lesquelles les propriétés mécaniques sont identiques (deux directions de symétrie). Les figures II.4(c) et II.4(d) montrent schématiquement la texture du tissu. La cellule de base (le motif élémentaire répétitif) est un carré composé de 4 x 4 mèches correspondant à environ 9,2mm x 9,2mm.

Pour cette étude qui traite des composites épais, plusieurs plis de sergé 2/2 sont superposés créant dans l'épaisseur du stratifié des ondulations dues au tissage. Ces ondulations, distribuées aléatoirement au gré du procédé de fabrication, provoquent des décalages entre plis voisins. En conséquence différentes géométries se créent (Figure II.5). Parmi elles, et de manière académiques, on peut schématiser ces ondulations par les cas extrêmes suivants :

- *en phase*, c'est le cas ou les plis adjacents ont leurs ondulations en phase (Figure II. 6 (a)) ;
- *hors phase*, c'est le cas ou les plis adjacents ont leurs ondulations en opposition de phase (Figure II.6 (b));
- cas intermédiaire aux précédents appelé « *T90* », ou les plis adjacents ont leurs ondulations décalée de 90° (Figure II.6 (c)).

L'occurrence de ces situations extrêmes diminue avec l'épaisseur. Le caractère aléatoire de la position des ondulations l'emporte avec l'épaisseur de la stratification. Ces cas extrêmes aident néanmoins à la compréhension du comportement mécanique des plis tissés.

En ce qui concerne la compréhension du matériau composite tissé étudié, on peut admettre que certaines zones peuvent être assimilée à un agencement de pavés stratifiés UD  $(90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  et  $(0^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  en phase et  $(90^\circ, 0^\circ, 90^\circ)$  et  $(0^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  hors phase. Ceci reste une première approche qui recoupe les modèles dits « mosaïques » largement développés dans la littérature concernant les tissus composites. Cependant, en raison des effets d'épaisseurs qui nécessitent davantage une description tridimensionnelle, il a fallu dépasser ces modèles analytiques par des calculs numériques qui seront présentés ultérieurement.



**Figure II.4** – Pli sergé 2/2 (0°): (a) schéma du tissage; (b) trois éléments du tissage; (c) le tissage – vue face supérieure et (d) le motif élémentaire répétitif



**Figure II.5** - Géométries d'une couche épaisse (ici 7 plis tissés) : (a) observation par microscope optique (b) schéma des différentes zones et géométries



Figure II.6 - Possibles orientations pour un composite tissé : (a) en phase ; (b) hors phase et (c) T90

### II.2.2.2 Les stratifiés à plis tissés croisés

Au delà des couches résultant de l'empilement de plis de même orientation, on va étudier des stratifiés à plis ou couches croisés. Ces stratifiés sont composés des mêmes plis tissés que précédemment mais maintenant désorientés les uns par rapport aux autres selon une séquence d'empilement (voir exemple figure II.7). La notion d'orientation des plis sera définie dans le prochain chapitre (§III.1.1). Selon les stratifications, des endommagements bien particuliers sont générés. Pour ces composites croisés, on s'intéressera principalement aux délaminages aux interfaces de deux couches d'orientations différentes.



**Figure II.7** – Exemple de stratifiés à plis tissés croisés : ici  $(0, \pm 20)_s$ 

### **II.3 Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre les matériaux sur lesquels porte notre étude. Une première famille consiste à étudier une monocouche résultant de l'empilement du même pli tissé sans

le désorienter. Sur ces séquences, nous allons étudier l'influence du tissage et ses répercutions sur l'endommagement. La deuxième famille consiste en des stratifiés à plis tissés mais croisés. Cette dernière famille servira à étudier des dégradations aux interfaces. Le comportement et les endommagements de ces deux familles de matériaux composites seront étudiés sous des chargements quasi-statiques et cycliques.

## **Références Bibliographiques**

- [Jean, 2002] Jean CAMPEDELLI. (2002). Modélisation globale statique des systèmes mécaniques hyperstatiques pré-charges application a un bogie moteur. PhD thèse, INSA de lyon, 2002.
- [Baxevanakis et al., 1995] Baxevanakis, C., Jeulin, D. et Renard, J. (1995). Fracture statistics of a unidirectional composite », *International Journal of Fracture*, Vol 73, n°2, pp 149-181, 1995.
- [Weibull, 1951] Weibull W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. Journal of Applied Mecanics, Vol. 9, pp. 293-296.
- [Germain, 2006] Germain, N. (2006). Modélisation non locale de l'endommagement dans les structures Composites. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [Nicoleto et Riva, 2004] Nicoletto, G. et Riva, E. (2004). Failure mechanisms in twill-weave laminates: FEM predictions vs. experiments Composites : Part A,Vol. 35, pp. 787-795.
- [Kelkar et al., 2006] Kelkar, A.D., Tate, J.S. et Bolick, R. (2006). Structural integrity of aerospace textile composites under fatigue loading. Material Science and Engineering B, Vol. 132, pp. 79-84.
- [Alif et al., 1998] Alif, N., Carlsson, L.A., et Boogh, L. (1998). The effect of weave pattern and crack propagation direction on mode I delamination resistance of woven glass and carbon composites. Composites:Part B, Vol. 29B, pp. 603-611.
- [Aussedat-Yahia, 1997] Aussedat-Yahia, E. (1997). Comportement et endommagement du composite tissé Carbone/PMR15 sousmis à des chargements mécaniques et thermiques. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.

Deuxième partie

# Comportement sous chargements quasi-statiques
# **Chapitre III**

# Analyse expérimentale

*Ce chapitre a pour objectif de présenter les résultats de l'étude expérimentale du comportement du matériau sous sollicitations quasi-statiques.* 

#### Sommaire

#### III.1 Synthèse bibliographique

- III.1.1 Les différents repères liés aux stratifiés micro/méso/macro
- III.1.2 Les échelles usuelles de travail
- III.1.3 Comportement mécanique des plis /stratifiés UD
- III.1.4 Comportement mécanique des plis tissés / stratifiés tissés
  - III.1.4.1 Effets de la géométrie du tissage / ondulation
  - III.1.4.2 Effets d'épaisseur et des couches adjacentes
- III.1.5 Endommagements et mécanismes d'endommagement
  - III.1.5.1 Pli unidirectionnel / stratifié à plis unidirectionnels
  - III.1.5.2 Pli tissé / stratifié tissés à plis tissés

#### **III.2 Méthodes expérimentales**

- III.2.1 Essais réalisés et objectifs
- III.2.2 Moyens d'essais
- III.2.3 Eprouvettes de caractérisation
- III.2.4 Méthode d'observation de l'endommagement

#### III.3 Analyse expérimentale du pli tissé

- III.3.1 Chargement monotone jusqu'à rupture et effet d'épaisseur
- III.3.2 Essais de charge-décharge
- III.3.3 Endommagements et mécanismes d'endommagement
  - III.3.3.1 Mécanismes d'endommagements dans les plis à  $0^{\circ}_{n}$  et  $45^{\circ}_{n}$
  - III.3.3.2 Cinétiques d'endommagements dans les plis à  $0^{\circ}_{n}$  et  $45^{\circ}_{n}$
- III.3.4 Evolutions des rigidités

#### III.4 Analyse expérimentale des composites stratifiés croisés à plis tissés

- III.4.1 Mécanismes d'endommagements
  - III.4.1.1 Délaminage en mode cisaillement
  - III.4.1.2 Délaminage en mode mixte
- III.4.2 Influence sur le comportement mécanique

#### III.1 Synthèse bibliographique

La présence de différentes architectures nécessite de définir des repères de travail pour mieux décrire les matériaux composites utilisés, leurs propriétés mécaniques et leurs dégradations. En ce sens les structures tissées sont assez différentes des composites unidirectionnels traditionnels (composite stratifiés à plis unidirectionnels). Une première partie présente les différents repères liés aux stratifiés et les échelles usuelles de travail. Une deuxième partie présente le comportement mécanique statique. On introduira les notions de pli de base unidirectionnel et de pli de base tissé. Enfin, on se focalisera dans une dernière partie sur les dégradations des composites unidirectionnels et tissés.

#### III.1.1 Les différents repères liés aux stratifiés micro/méso/macro

De manière générale, les stratifiés pour applications structurales, sont constitués de plis composites unidirectionnels (UD) ou de plis ayant pour base un tissage. Pour les stratifiés à base de plis UD, chacun des plis a l'habitude de se définir dans le repère orthonormé de référence associé au stratifié à partir de l'orientation des fibres. Ce repère est noté  $R = (O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ . Le vecteur  $\vec{x}_1$  définit la direction principale du stratifié à partir de la laquelle on mesure la désorientation des fibres. Le vecteur  $\vec{x}_3$  définit la direction perpendiculaire au plan du stratifié (Figure III.1). On définit ensuite un repère orthonormé local associé à chacun des plis du stratifié. On considère l'indice *i* pour désigner le *i-ème* pli en partant du bas de la stratification. On note ce repère  $R_{loc} = (O', \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  et on pose :  $\theta_i = (\vec{x}_1, \vec{e}_1)$ .

La direction définie par le vecteur  $\vec{e}_1$  est celle des fibres et celle définie par  $\vec{e}_3$  est orthogonale au plan moyen. Enfin, la description d'un stratifié constitué de l'empilement de *n* plis identiques mais désorientés d'angles  $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_i, ..., \theta_n$  en partant du bas, est usuellement réalisée au travers de l'écriture de la séquence d'empilement de la manière suivante :  $(\theta_1^\circ, \theta_2^\circ, ..., \theta_i^\circ, ..., \theta_n^\circ)$ .



Figure III.1 - Repère global d'un stratifié et repère local d'un pli unidirectionnel

Il en va de même des composites stratifiés à plis tissés. Généralement, les plis à base de tissus (§II.4) sont constitués de fils unidirectionnels assemblés en torons croisés à 90°, les uns dans le sens chaîne, les autres dans le sens trame. Ces plis possèdent dans un repère local noté  $R = (O, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ , trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux. Les directions principales  $\vec{e_1}$  et  $\vec{e_2}$  seront prises respectivement suivant la direction chaîne et la direction trame. La direction  $\vec{e_3}$  est orthogonale au plan du pli. Pour préciser l'orientation des torons, on définit un repère orthonormé de référence associé au stratifié noté  $R = (O, \vec{x_1}, \vec{x_2}, \vec{x_3})$ . Le vecteur  $\vec{x_1}$  définit la direction principale du stratifié à partir de la

laquelle on mesure la désorientation des torons  $(\theta_i = (\vec{x}_1, \vec{e}_1))$ . Le vecteur  $\vec{x}_3$  définit la direction perpendiculaire au plan du stratifié. La description du stratifié est également réalisée dans le repère global en décrivant la séquence d'empilement des plis de la manière suivante :  $(\theta_1^\circ, \theta_2^\circ, ..., \theta_i^\circ, ..., \theta_n^\circ)$  (Figure III.2).



Figure III.2 - Repère global d'un stratifié et repère local d'un pli tissé

#### III.1.2 Les échelles usuelles de travail

Généralement, on définit trois échelles de travail nécessaires à la description des matériaux composites (Figure III.3) :

- l'échelle microscopique qui distingue les fibres de la matrice et voit les hétérogénéités les plus fines au sein du matériau ; Dans le cas des composites tissés, on considère également à cette échelle la présence des torons de trame et de chaîne ;
- l'échelle mésoscopique qui ne distingue plus les fibres de la matrice ou les torons trame/chaîne (dans notre cas) mais voit chacun des plis comme étant constitué d'un matériau homogène ;
- l'échelle macroscopique qui ne distingue pas les couches de la séquence d'empilement et voit la stratification dans sa globalité comme une entité homogène.



Figure III.3 - Echelle de travail d'un composite stratifié

Enfin, pour étudier le comportement d'un matériau, il est nécessaire de définir son volume élémentaire représentatif (VER). Par volume élémentaire représentatif, entendons un volume dont les dimensions sont suffisamment importantes par rapport à celles des hétérogénéités, de manière à ce qu'il soit statistiquement représentatif de la matière à l'échelle de travail. Dans ce qui suit, on choisit de travailler à l'échelle mésoscopique pour réaliser les analyses et les modèles. Un essai de caractérisation à cette échelle doit dans la zone utile de l'éprouvette contenir au moins un VER. Pour les matériaux composites, en raison des tailles des différents constituants, déterminer le VER demande beaucoup de soin.

On peut constater que si la distribution des constituants est périodique, comme c'est pratiquement le cas pour notre matériau, le volume nécessaire se réduit à *une cellule de base*, appelée aussi *motif* élémentaire répété, permettant de reconstituer l'ensemble de la microstructure par simple translation (Figure III.4).



Figure III.4 – Cellule de base ou motif élémentaire répété

## III.1.3 Comportement mécanique des plis /stratifiés UD

Si on se place à l'échelle mésoscopique, les composites stratifiés à plis unidirectionnels voient chacun des plis comme étant constitué d'un matériau homogène. Si on suppose que le comportement du matériau composite unidirectionnel non endommagé est de type élastique, isotrope transverse d'axe  $\vec{e}_1$ , l'axe  $\vec{e}_1$  étant celui des fibres, les tenseurs de rigidité et de souplesse dépendent alors de trois modules d'élasticité  $(E_1, E_2, E_3)$ , trois coefficients de Poisson  $(v_{12}, v_{13}, v_{23})$  et de trois modules de cisaillement  $(G_{12}, G_{13}, G_{23})$ . Cependant, dans le cas d'un matériau isotrope transverse on a :

- $E_2$  et  $E_3$  égaux au module d'élasticité transverse  $E_i$  tandis que  $E_1$  représente le module d'élasticité dans la direction des fibres  $E_i$ ;
- $G_{12}$  et  $G_{13}$  égaux au module de cisaillement  $G_{ll}$  entre la direction principale et le plan transverse,  $G_{23}$  étant égal au module de cisaillement dans le plan transverse  $G_{ll}$ ;
- $v_{12}$  et  $v_{13}$  égaux au coefficient de Poisson  $v_h$  entre la direction principale et la direction transversale.

Ainsi, le tenseur des souplesses s'écrit, en notation de Voigt :

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \Leftrightarrow \{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\}$$
 III.1

Avec

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{v_{12}}{E_1} & -\frac{v_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{v_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{12}}{E_1} & -\frac{v_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
(II.2)

Propriétés	Expérience
$E_1$ (GPa)	159
$E_2$ (GPa)	8,4
$G_{12}$ (GPa)	4,1
$V_{12}$	0,33
X(MPa)	2400
Y(MPa)	50
S(MPa)	100

Tableau III.1 - Propriétés mécaniques du pli UD en carbone (T800)/époxy (914) [Lorriot et al., 2003]

Propriétés	Expérience
$E_1$ (GPa)	168
$E_2$ (GPa)	9,25
$G_{12}$ (GPa)	6,0
$V_{12}$	0,35
$\sigma_{IIC}(MPa)$	1615
$\sigma_{22C}(MPa)$	550
$ au_{12}(MPa)$	105

Tableau III.2 - Propriétés mécaniques d'un pli UD en carbone<br/>(T800)/époxy (924C) [Lee et Soutis, 2005]

Propriétés	Fils	Matrice de résine
$E_1$ (GPa)	220,69	3,10
$E_2$ (GPa)	13,79	3,10
$G_{12}$ (GPa)	8,97	1.12
$G_{23}$ (GPa)	4.83	1.12
$V_{12}$	0,20	0,39
$V_{23}$	0,25	0,39

**Tableau III.3 -** Propriétés mécaniques d'un pli UD en carbone (T300)/résine époxy<br/>(Masse volumique de fibres de 47% à 52% [Sun-Pui et al., 1998])

Ces valeurs caractéristiques du pli unidirectionnel en carbone époxy (Tableau III.1-3) seront celles adoptées pour décrire le comportement des torons dans les calculs d'homogénéisation que nous allons présenter afin de comprendre le comportement du tissu étudié.

### III.1.4 Comportement mécanique des plis tissés / stratifiés tissés

Le comportement des composites stratifiés à plis tissés dépend de l'échelle de travail. A l'échelle microscopique (voir §III.1.4), chacun des plis est vu comme étant constitué des torons de trame et de chaîne, enrobés dans une matrice époxy. On suppose que le comportement des torons non endommagé est de type élastique isotrope transverse suivant de sens longitudinal des torons.

A l'échelle mésoscopique chacun des plis est vu comme étant homogène. On suppose alors que le comportement du pli tissé non endommagé est de type élastique orthotrope. Le comportement est alors décrit par la matrice de souplesse suivante :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{v_{12}}{E_1} & -\frac{v_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{v_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{13}}{E_1} & -\frac{v_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
(III.3)

Au cours de l'étude, nous travaillerons aux échelles microscopiques et mésoscopiques. La première permet de passer à la deuxième par une méthode d'homogénéisation. L'échelle microscopique qui voit le tissage, permet de prendre en compte ce que nous appellerons « *les effets du tissage* ». Afin de bien comprendre ces effets sur le comportement mécanique du composite tissé, il est nécessaire de considérer plusieurs paramètres mentionnés ci-dessous.

# III.1.4.1 Effets de la géométrie du tissage / ondulation

Un pli tissé est composé de torons de trame et de chaîne qui s'entrecroisent. Les propriétés mécaniques de ce pli : rigidité, chutes dues à l'endommagement, résistance ... vont dépendre de la géométrie du tissage [Pandita et al., 2001] (voir Figure III.5) :

- mode d'entrecroisement des torons ;
- taille des torons ;
- espacement entre torons voisins ;
- angle d'inclinaison des torons.

Parmi ces paramètres, l'angle d'inclinaison des torons et le mode d'entrecroisement, appelés par la suite « *effet de l'ondulation* », sont les paramètres majeurs en terme d'influence sur les propriétés mécaniques. Byström et al. [Byström et al., 2000] ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet de l'angle d'inclinaison. Ils ont constaté que le module de traction longitudinal diminue si on augmente l'angle d'inclinaison des torons (Figure III.6). Il est important de noter que cet effet d'inclinaison dépend aussi du type de matériau considéré.



Figure III.5 – Paramètres de tissage



Figure. III.6 – Effet de l'angle d'inclinaison

Des études [Scida et al., 1997], [Sun-Pui et al., 1998] et [Byström et al., 2000] ont comparé le comportement en traction entre des composites stratifiés à plis unidirectionnels et tissés. Les effets de l'ondulation (effet de l'angle d'inclinaison) amènent des endommagements plus précoces pour une même proportion des constituants. Les résultats expérimentaux montrent une chute du module longitudinal pour un composite tissé pouvant atteindre 50% dans le cas d'un taffetas verre/vinlyester (Tableau III.4 et III.5) et 75% dans le cas d'un sergé 2/2 en carbone/époxy (Tableau III.3 et III.6). On remarque aussi que l'effet de l'ondulation est plus important pour des composites tissés en carbone que pour ceux en verre.

Propriété	Expérience
$E_{11} (GPa) \\ E_{22} (GPa) \\ G_{12} (GPa) \\ v_{12}$	57,5 18,8 7,44 0,25

Tableau III.4 - Propriétés mécaniquesd'un composite unidirectionnelverre/vinylester avec 80% de massevolumique en fibres

Propriétés	Expérience
$E_{11} (GPa) \\ E_{22} (GPa) \\ G_{12} (GPa) \\ V_{12}$	$24,8{\pm}1,1 \\ 24,8{\pm}1,1 \\ 6,5{\pm}0,8 \\ 0,12{\pm}0,01$

TableauIII.5-Propriétésmécaniquesd'uncompositetaffetasverre/vinylestercomprenant80% defibres en volume

Propriétés	Expérience
$E_{11}$ (GPa)	55,25
$E_{22}$ (GPa)	55,05
$G_{12}$ (GPa)	3,55
$V_{12}$	0,055
$V_{23}$	0,060

**Tableau III.6 -** Propriétés mécaniques d'un tissé sergé 2/2 en carbone (T300)/ époxy(47% à 52% de fibres en volume).

## III.1.4.2 Effets d'épaisseur et des couches adjacentes

Jēkabsons et al. [Jēkabsons et Byström, 2002] ont étudié l'influence de l'épaisseur des couches sur le comportement d'un taffetas. Ces auteurs montrent que pour les grandes épaisseurs (8 plis), le module d'Young  $E_{11}$  (Figure III.8) est supérieur à celui du même composite mais d'épaisseur faible (un seul pli) (Figure III.7). Ils expliquent ce phénomène par le jeu des ondulations du tissage. Pour les épaisseurs faibles, le motif du tissage, qu'il soit en phase, hors phase ..., va jouer un rôle déterminant sur le comportement. Pour les épaisseurs plus importantes, la superposition des motifs conduit à un schéma dans l'épaisseur qui tend à devenir aléatoire limitant ainsi l'influence des ondulations de chacun des plis (Figure III.9 (a, b, c)). Il en va de même de l'effet des couches voisines. Woo et Suh. [Woo et Suh, 2002] étudient cet effet sur un satin de 8. Cette étude explique que le jeu des ondulations, lors de sollicitation de traction, peut provoquer une flexion locale créant ainsi des efforts normaux dans l'épaisseur de la stratification (Figure III.10). Pour le cas en phase, ces efforts normaux se présentent selon une direction identique permettant à l'éprouvette de se déformer facilement (Figure III.10(a)), ainsi le comportement macroscopique est moins rigide. En revanche, quand les orientations sont aléatoires ou hors phase, les efforts normaux peuvent s'opposer bloquant la déformation d'ensemble de l'éprouvette qui se rigidifie (Figure III.10(b)). Ces résultats sont largement développés dans la littérature [Jēkabsons et Byström, 2002] et [Sun-Pui et al., 1998] (voir le tableau III.7).



Figure III.7 - Contrainte vs déformation pour un tissé carbone/polyester : un seul pli



Figure III.8 - Contrainte vs déformation pour un tissé carbone/polyester : 8 plis



Figure III.9 – Possibles orientations pour un composite tissé de taffetas : (a) En phase, (b) Hors phase et (c) 3 couches aléatoires



Figure III.10 – Flexions locales et efforts normaux : (a) en phase et (b) aléatoire

N <sup>b</sup> de plis	Mass volumique moyenne	Epaisseur moyenne (mm)	Orientation des fils	Module d'Young moyenne (GPa)	Module d'Young moyenne ensemble (GPa)	Module du cisaillement moyen ensemble (GPa)
6	52	1.31	Chaîne	55,28	55,28	3,74
			Trame	55,27		
9	48	2,04	Chaîne	54,08	54,42	3,49
			Trame	54,75		
12	47	2,67	Chaîne	55,78	55,76	3,43
			Trame	55,73		

Tableau III.7 - Propriétés mécaniques d'un sergé 2/2 en carbone (T300)/époxy [Sun-Pui et al., 1998]

# III.1.5 Endommagements et mécanismes d'endommagement

D'une manière générale, l'endommagement est défini comme un ensemble de changements microstructuraux au sein du matériau occasionnant des détériorations irréversibles plus ou moins importantes. Par exemple, quand une structure stratifiée est sollicitée, la dégradation de ses propriétés est effective bien avant sa rupture finale. En outre pour les matériaux composites, notamment ceux à forte anisotropie, la géométrie des défauts dépend, non pas du mode de chargement comme pour les matériaux métalliques, mais de l'arrangement géométrique des constituants du composite. Notons également que l'endommagement présente un caractère unilatéral en ce sens que les microfissures peuvent se refermer selon l'orientation du chargement.

#### III. Analyse expérimentale

La bibliographie qui suit, s'intéresse aux études menées sur les endommagements et leurs mécanismes. Le tissage de notre matériau favorise des endommagements plus où moins différents comparés à ceux des composites stratifiés à plis unidirectionnels. Afin de cerner ces différences, nous allons revenir sur les endommagements des composites stratifiés à plis unidirectionnels puis sur ceux des composites stratifiés à plis tissés.

# III.1.5.1 Pli unidirectionnel / stratifié à plis unidirectionnels

Il existe plusieurs types d'endommagement dans un composite stratifié à plis unidirectionnels qui se révèlent selon les échelles d'observation. Les plus significatifs sont les suivants [Thionnet, et al. 2003] :

- à l'échelle microscopique apparaissent les ruptures d'adhérence entre les fibres et la matrice : c'est le phénomène de décohésion fibre/matrice (Figure III.11);
- à l'échelle mésoscopique, on observe l'apparition de nombreuses fissures dans les plis dites intra-laminaires mais également des ruptures de fibres qui interviennent en stade ultime de vie du matériau. A cette même échelle, on observe des décollements interplis appelés délaminage (Figure III.1). Notons que ces délaminages apparaissent lors de la présence de plis croisés.



Figure III.11 - Représentation des différents endommagements dans un composite stratifié à plis unidirectionnels

# III.1.5.2 Pli tissé / stratifié à plis tissés

Dans les composites tissés on observe plusieurs types des endommagements que l'on peut classer selon deux familles : les endommagements dans les plis tissés eux-mêmes et les endommagements aux interfaces des composites stratifiés croisés à plis tissés.

Dans la première famille, les plis tissés sont empilés avec une même orientation et les endommagements sont dus à l'effet de l'ondulation et à la superposition des ondulations lors de la présence de couches voisines. D'un point de vue bibliographique notons les études de Aussedat [Aussedat-Yahia, 1997] et Bonnet [Bonnet, 2005] sur des satins de 4 en carbone/PMR15 et des satins de 3 en verre/polypropylène qui montrent l'apparition de fissures dans les plis à la fois perpendiculairement au chargement dites transverses mais aussi parallèlement aux ondulations dites

longitudinales (Figure III.12). Nakai et al. [Nakai et al. 2000] sur des taffetas relèvent l'apparition de ruptures de fibres dans la chaîne (Figure III.13(b)). Osada et al. [Osada et al., 2003] sur des taffetas et des satins en verre/résine (Figure III.13 a-b), Gianni et Enrica [Gianni et Enrica 2004] sur du sergé 2/2 (Figure III.14), expliquent que la flexion locale des torons de trame et de chaîne amène l'apparition de fissures transverses et de délaminages aux interfaces des torons. Ces auteurs soulignent l'importance de l'angle d'inclinaison des torons et de l'occurrence des ondulations dans l'apparition des endommagements et expliquent de cette manière l'apparition accrue de fissures dans les architectures de type taffetas comparées à celles des satins.



Figure III.12 – Nature des endommagements dans un pli tissé



Figure III.13 – Présentation schématique des endommagements dans un taffetas : (a) mécanismes d'endommagements, (b) fissurations transverses dans la trame, rupture des fibres chaîne et délaminage intra-laminaire à l'interface trame/chaîne

Pour résumer, si on empile des plis tissés avec une orientation identique, on observe :

- la fissuration transversale (points a et b figure III.14);
- le délaminage intra-laminaire en pointes de fissures et à l'interface trame/chaîne (points c et d figure III.14) et le délaminage intra-laminaire entre plis voisins (point e figure III.14);
- la rupture des fibres dans la chaîne.



Figure III.14 – Mécanismes d'endommagements dans un sergé 2/2

#### III. Analyse expérimentale

Si maintenant on empile des plis en les croisant, un nouvel endommagement vient s'ajouter aux précédents. Pour les composites stratifiés à plis croisés, c'est l'effet de désorientation des plis qui provoque des singularités de contraintes à l'interface des plis voisins et au voisinage des bords libres de l'éprouvette. Cet état de contraintes est susceptible de provoquer un décollement entre plis, appelé par la suite « délaminage » (figure III.15).



**Figure III.15** - Délaminage au bord libre d'une séquence croisée  $(0^{\circ}_{2},\pm 20^{\circ}_{2})_{s}$ , satin de 4 en verre/époxy [Duplessis, 2007]

Nous verrons que cette description des endommagements issue de la bibliographie correspond assez bien aux endommagements que nous aurons l'occasion d'observer sur le matériau étudié.

# **III.2 Méthodes expérimentales**

# III.2.1 Essais réalisés et objectifs

Pour déterminer les caractéristiques mécaniques et l'évolution des endommagements, différents essais ont été réalisés, la vitesse de sollicitation restant dans le domaine quasi-statique :

- des essais de traction, jusqu'à rupture, afin de déterminer les modules apparents, ainsi que les propriétés à rupture ;
- des essais de charge-décharge en traction avec des niveaux de plus en plus élevés, afin d'apprécier la viscosité et les phénomènes dissipatifs (phénomènes endommagement...) au sein du matériau. Un temps d'attente est observé après chaque décharge pour enregistrer les déformations irréversibles.

# **III.2.2** Moyens d'essais

Les essais de traction en quasi-statique, de charge-décharge ont été réalisés sur des machines Instron de capacité 10000 daN, 5000 daN ou 1000 daN (Figure III.16).

Le pilotage d'un essai peut se faire en contrôle de charge (option choisie pour l'essai de chargedécharge), en contrôle de déformation ou en contrôle du déplacement (option que nous avons choisie pour l'essai de traction). Pour chaque essai, on cherche à mesurer les déformations longitudinales (dans le sens de la sollicitation) et transversales suivant la largeur de l'éprouvette (perpendiculairement à l'axe de sollicitation). Ces déformations sont mesurées à l'aide de capteurs et/ou de jauges extensomètriques, la longueur de jauge étant de 2,5 ou 10 mm.



Figure III.16 – Dispositif expérimental de traction

## **III.2.3 Eprouvettes de caractérisation**

Les plaques de composites tissés carbone/époxy (300x320xn-plis) dans lesquelles des éprouvettes ont été découpées correspondent à un empilement de deux, quatre, sept, et dix plis de tissu.

En raison de l'orientation de la trame et de la chaîne qui s'entrecroisent de manière identique selon les directions longitudinales et transversales (sergé 2/2), on peut faire l'hypothèse d'un comportement mécanique identique selon ces deux directions. Les éprouvettes sont découpées selon différentes orientations :

- $\dot{a}$  (0°<sub>n</sub>) pour l'étude du comportement dans le sens chaîne (identique dans le sens trame) ;
- à  $(45^{\circ}_{n})$  pour l'étude du comportement en cisaillement









Les éprouvettes de géométrie rectangulaire reçues du fabricant (Figure III.17 et III.18) sont découpées dans des plaques, à l'aide d'une meule diamantée refroidie à l'eau. Leur longueur est de 270 mm pour la séquence  $(0^{\circ}_n)$  et de 210 mm pour la séquence  $(45^{\circ}_n)$ . Leur largeur identique est de 15 mm. Leur épaisseur dépend bien entendu du nombre de couches testées. En traction monotone et en charge-décharge, afin que ces éprouvettes ne soient pas abîmées dans les mors, des talons en verre/époxy ou en aluminium sablé sont collés avec une colle époxy (Araldite).



**Figure III.19** – Moyens d'observation des dommages : (a) Montage d'observation (b) schéma du montage

#### III.2.4 Méthode d'observation de l'endommagement

L'évolution des endommagements est suivie en cours d'essais à l'aide d'une caméra optique munie d'un système de grossissement optique. Au préalable de chaque essai, les bords libres à observer sont polis. L'ensemble système de grossissement et caméra est monté sur une colonne pouvant se déplacer dans les trois directions, permettant ainsi de visualiser l'ensemble du champ de l'éprouvette. Ce dernier peut donc être observé en continu lors de l'essai de traction. Toutefois, lors de ces essais, des paliers de chargement sont programmés tous les 15 ou 25 ou 50 MPa (dépendant du seuil des endommagements) afin de mieux observer et comptabiliser les endommagements. Ceux-ci sont aussi visualisés sur une longueur de 65 mm. Un schéma du dispositif est représenté figure III.19, ainsi qu'un exemple d'endommagements sur la séquence  $(0^{\circ}_2)$ . Afin d'éviter les fermetures de fissures après décharge, chaque palier d'observation doit être maintenu à une charge inférieure au seuil d'endommagement (voir la figure III.20). Cette méthode ne donne évidemment des informations que sur les endommagements en bordure d'échantillons.



Figure III.20 – Schéma de chargement imposé pour les essais de charge/décharge

# III.3 Analyse expérimentale du pli tissé

#### III.3.1 Chargement monotone jusqu'à rupture et effet d'épaisseur

Plusieurs essais de traction sont nécessaires afin de déterminer les différents modules d'élasticité du pli tissé de base. Le module d'élasticité longitudinal, noté  $E_{11}$  par la suite, et le coefficient de poisson  $v_{12}$  sont mesurés par un essai de traction monotone sur un composite tissé  $(0^{\circ}_{2})$ .

De plus notre matériau tissé de sergé 2/2 à un comportement longitudinal et transversal équivalent. Le comportement du  $(0^{\circ}_{n})$  est équivalent à celui du  $(90^{\circ}_{n})$ . Donc le module d'élasticité transversal, noté  $E_{22}$  est égal à  $E_{11}$ .

Trois essais ont été réalisés sur des couches  $(0^{\circ}_2)$  en imposant une vitesse de déplacement de 0,75 mm/s. La moyenne des résultats est présentée sur la figure III.21. Au début de la courbe, le comportement est élastique linaire puis, à partir d'une contrainte supérieure à 700 MPa, le comportement devient faiblement non linéaire suivi d'une rupture quasi-fragile.





**Figure III.21** – Contrainte vs déformation longitudinale et transversale, empilement  $(0^{\circ}_{2})$ 



Egalement pour le module de cisaillement  $G_{12}$ , trois essais de traction monotone ont été réalisés sur le composite tissé (45°,). On obtient  $G_{12}$  par la relation :

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{4}{E_{45^{\circ}}} - \frac{1}{E_{11}} - \frac{1}{E_{22}} + 2\frac{v_{12}}{E_{11}}$$
(III.4)

où  $E_{45^{\circ}}$  est le module d'élasticité longitudinal du pli à  $(45^{\circ}_{2})$ ;  $E_{11} = E_{22}$  est le module d'élasticité longitudinal du pli  $(0^{\circ}_{2})$ . Enfin  $v_{12}$  est le coefficient de poisson.

Les essais sur les couches  $(45^{\circ}_2)$  sont effectués jusqu'à rupture en imposant la vitesse de déplacement. Il en va de même des couches à  $(0^{\circ}_2)$ . Lors de la montée en charge, le comportement est linéaire puis fortement non-linéaire. La rupture est ductile (Figure III.22)



**Figure III.23** – Contrainte vs déformation longitudinale et transversale pour différentes épaisseurs d'empilement  $(0^{\circ}_{2})$ 



**Figure III.24** – Contrainte vs déformation longitudinale et transversale pour différentes épaisseurs d'empilement  $(45^{\circ}_{2})$ 

#### III. Analyse expérimentale

Par la suite, afin d'étudier l'influence de l'épaisseur sur le comportement, des essais identiques ont été effectués sur des composites de 2, 4, 7 et 10 couches d'empilement  $(0^\circ_n)$  et de 2 et 4 couches pour des empilements  $(45^\circ_n)$ . Les résultats sont présentés sur la figure III.23 et III.24. Les propriétés physiques et mécaniques sont récapitulées dans les tableaux III.8-10.

N <sup>b</sup> de plis	Masse volumique moyenne	Epaisseur moyenne (mm)
2	54,7(53,1)	1,22
4	51,7(54,3)	2,35
7	53,2	4,472
10	52,1	6,551

**Tableau III.8** – Bilan de propriétés physiques du composite tissé Sergé 2/2 carbone (T800s)/époxy

Nombre de plis	2	4	7	10
$E_{11} = E_{22}$	57,271±3,32	59,62±0,7415	58,663±0,764	58,756±1,81
$V_{12}$	$0,025\pm0,005$	0,043±0,01	0,0433±0,0225	$0,0425 \pm 0,0075$
$G_{12}$	3,2106	3,3452	-	-
$\boldsymbol{\sigma}_{11}^{R} = \boldsymbol{\sigma}_{22}^{R}$	1106,33±47,6	1190±48,8	1061,95±8,832	1014,33±25,098
$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{11}^{R} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_{22}^{R} (\%)$	2,333±0,25	2,145±0,29	2,047±0,0584	$2,0\pm0,1575$
$\sigma^{\scriptscriptstyle R}_{\scriptscriptstyle 45^\circ}$	128,53±10	131,97±14,95	-	-
$\mathcal{E}^{R}_{45^{\circ}}$ (%)	9,33±2.2	13,5±1,5	-	-

**Tableau III.9** – Bilan des propriétés mécaniques du composite tisséSergé 2/2 carbone (T800s)/époxy pour différentes épaisseurs

Propriétés	Expérience
$E_1(GPa)$	58,58
$E_2(GPa)$	58,58
$G_{12}(GPa)$	3,2779
<i>v</i> <sub>12</sub>	0,03845
<i>v</i> <sub>21</sub>	_

Tableau III.10 - Comportement macroscopique du composite tissé

Les figure III.23 et III.24 montrent la faible influence de l'épaisseur sur le module élastique pour les couches  $(0^{\circ}_{n})$  et  $(45^{\circ}_{n})$ . On retrouve ainsi dans le domaine linéaire, des conclusions analogues à celles de Sun-Pui et al [Sun-Pui et al., 1998] obtenues sur des sergés 2/2 en carbone T300 résine époxy. Par contre, le comportement non-linéaire est différent entre un composite ayant

seulement deux plis et les composites au delà de deux plis (limite d'élasticité, allure de courbes, déformations plastiques, contraintes à rupture). Une explication sera donnée ultérieurement (§III.3.3). On peut dire que les effets d'épaisseur s'estompent sur le comportement non-linéaire au delà de quatre couches.

#### III.3.2 Essais de charge-décharge

Des cycles de charge-décharge ont été menés sur le matériau sain, pour les deux orientations  $(0^{\circ}_{n})$  et  $(45^{\circ}_{n})$  d'épaisseurs différentes, afin de distinguer les composantes du comportement mécanique (élasticité, plasticité, viscosité...). Le détail des cycles en fonction de la vitesse est donné sur la figure III.20.

La figure III.25 présente l'ensemble des essais de charge-décharge et de traction monotone. On montre que le module du composite  $(0^{\circ}_{n})$ , au début du chargement, reste identique montrant ainsi l'absence d'endommagement et de viscosité. Avec l'augmentation du niveau de contrainte au delà de la limite d'élasticité, les dégradations du comportement apparaissent en raison des endommagements décrits en (§III.3.4).

On peut également remarquer que les effets d'épaisseur restent faibles sur les phénomènes visqueux quand l'épaisseur augmente (voir la figure III.25 et III.26). Cette remarque corrobore celles formulées précédemment sur le comportement non-linéaire (§III.3.1).



Figure III.25– Traction charge-décharge (2 couches à 0°)



Figure III.26– Traction charge-décharge (4 couches à 0°)



Figure III.27– Traction charge-décharge (2 couches à 45°)

20 20



Figure III.28– Traction charge-décharge (4 couches à 45°)

Le comportement du composite  $(45^{\circ}_{n})$  en début de chargement reste linéaire sans endommagement apparent. Le comportement viscoélastique témoigne d'une sensibilité à la vitesse. Les déformations résiduelles enregistrées en fin d'essais augmentent avec le niveau de contrainte dès que l'on dépasse le seuil d'endommagement (voir la fatigue III.27 et III.28). On peut remarquer que ces déformations résiduelles apparaissent plus rapidement que dans les  $(0^{\circ}_{n})$ .

Un autre objectif de l'essai de charge-décharge est aussi de déterminer les types d'endommagements et les mécanismes d'endommagements qui entrainent la chute des modules. Nous allons maintenant présenter ces endommagements.

#### III.3.3. Endommagements et mécanismes d'endommagement

Cette partie consiste à étudier puis identifier les différents types d'endommagements. Pour les observer, nous avons choisi deux moyens. L'observation par caméra en cours d'essais (§III.2.4) et la microscopie optique à l'aide d'un ZEISS après essais. Les observations portent sur des séquences  $(0^{\circ}_{n})$  et  $(45^{\circ}_{n})$  de différentes épaisseurs.

## III.3.3.1 Mécanismes d'endommagements dans les plis à (0°<sub>n</sub>) et (45°<sub>n</sub>)

## III.3.3.1.1 Mécanismes d'endommagements dans les plis à (0°<sub>n</sub>)

De manière générale, les endommagements apparaissent souvent dans une zone proche des talons de l'éprouvette pour progresser vers son centre. Ceci s'explique par les forts gradients dans la zone des talons. Evidemment cette apparition proche des talons est gênante et on va se focaliser sur une zone centrale de 65 mm de long (environ 30 mm des talons sur chaque côté). Une mesure des déformations est par ailleurs effectuée en cours d'essai.

## III.3.3.1.1.1 Effet du voisinage des couches

On a déjà noté que l'augmentation des plis rendait plus aléatoire la microstructure du matériau en répartissant de manière aléatoire les ondulations dans l'épaisseur. Ceci étant, les mécanismes d'endommagement se répètent souvent de manière identique. D'abord la proximité de l'ondulation du tissage génère des sur-contraintes qui vont provoquer dans leur voisinage des fissures intra-laminaires (symbole « a » sur la figure III.29 et III.30, pour aboutir plus ou moins rapidement à des décollements entre torons de chaîne (point b sur la figure III.29) ou torons de chaîne/trame (point b sur la figure III.30), appelé par la suite « le délaminage intra-laminaire ». Ce délaminage intra-laminaire est d'autant plus rapide que des torons adjacents se retrouvent hors phases (Figure III.29). La deuxième constatation est que ce type de fissuration intra-laminaire apparaît principalement dans les plis proches de la surface de l'éprouvette, par conséquent en périphérie des structures sollicitées.

Comme nous l'avons déjà mentionné, les mécanismes d'endommagement sont observés par caméra haute résolution en cours d'essais et microscopie optique (ZEISS) après déchargement de l'essai. On peut constater la cohérence des deux méthodes sur la figure III.31.



Figure. III.29 – Mécanisme d'endommagement de type HP



Figure III.30 – Mécanisme d'endommagement de type EP



Figure III.31 – Comparaisons des observations entre microscopique optique ZEISS et la caméra.

# III.3.3.1.1.2 Influence de l'épaisseur

Les mécanismes de dégradation décrits précédemment se répètent quelque soit les épaisseurs à ceci prés qu'avec l'augmentation d'épaisseur, les délaminages intra-laminaires entre torons deviennent plus nombreux et s'amorcent plus tôt (voir symbole « b » sur les figures III.32 / III.33). L'explication réside dans l'augmentation des contraintes transversales avec l'épaisseur. Par contre ces fissures transversales restent quelque soit l'épaisseur très concentrées dans les plis proches de la surface de

l'éprouvette (symbole « a » sur la figure III.32) et auront comme on le montrera plus tard peu d'influence sur le comportement mécanique du matériau.



Figure III.32 – Mécanismes d'endommagements dans un 4 plis



Figure III.33 – Autre forme du délaminage intra-laminaire EP en 4 Plis

En résumé, le mode de dégradation essentiel dans les composites à  $0^{\circ}$  reste le délaminage entre torons. On notera cependant la difficulté de son observation dès l'amorçage. La progression est ensuite rapide sous chargements quasi-statiques. Nous étendrons ces observations au contexte des chargements de fatigue. Ce travail fait l'objet du chapitre suivant.

# III.3.3.1.2 Mécanismes d'endommagements dans les plis à (45°<sub>n</sub>)

Dans cette partie, contrairement aux parties précédentes, les torons de trame et de chaîne ne sont plus soit parallèles soit perpendiculaires, mais désorientés de 45 ° par rapport à la sollicitation. La figure III.34 montre sous sollicitation, la multiplication d'une fissure transversale (symbole « a » figure III.34), aussi bien dans les torons de trame que de chaîne. Par coalescence, ces fissures se rejoignent formant un délaminage intra-laminaire initié en pointe de chaque fissure transversale (symbole « b » figure III.34). Pour différentes épaisseurs, les phénomènes sont identiques avec toutefois une fissuration plus rapide, plus dense et plus homogène pour les faibles épaisseurs (figure III.34 et III.35). Ces phénomènes évoluent jusqu'à rupture de l'éprouvette.







Figure III.35 – Endommagements des couches à  $(45^{\circ}_4)$ 

# III.3.3.2 Cinétique d'endommagement des plis à (0°n) et (45°n)

Après avoir présenté les mécanismes d'endommagement dans les parties III.3.3.1, nous allons nous intéresser à quantifier ces endommagements. Cette partie présente l'évolution de l'endommagement en tentant de comptabiliser au niveau de chaque couche, les fissures et les délaminages pour différents paliers de chargement.

# III.3.3.2.1 Cinétique d'endommagement des couches à (0°<sub>n</sub>)

Cette partie présente l'évolution de la fissuration transversale et du délaminage intra-laminaire. Afin de proposer une densité de délaminage prise dans chaque couche et sur une zone utile d'observation  $(d_d)$ , on a adopté la formule suivante :

$$d_a$$
 (sur la zone utile) =  $\frac{\text{Nb délaminages}}{\text{Nb interfaces}}$  (III.5)

On note deux tendances (voir la figure III.36). Les faibles épaisseurs (2 plis), de densités de délaminages à progression rapide et les grandes épaisseurs (à partir de 4 plis), dont la progression de densités de délaminage est plus lente et peut-être décomposée en deux étapes :

- Un seuil d'apparition des délaminages de 500 MPa pour les faibles épaisseurs, et de 750 MPa pour les grandes épaisseurs ;
- vient ensuite une augmentation rapide et continue de la densité de délaminage.



**Figure III.36** - Densités expérimentales de délaminages intralaminaires  $d_d$  (moyenne sur deux essais pour une séquence  $(0^\circ_n)$ ,)



**Figure III.37 -** Densités expérimentales de fissurations transversales  $d_f$  (moyenne sur deux essais pour une séquence  $(0^\circ_n)$ ,)

On peut noter les mêmes tendances pour l'évolution de la densité de la fissuration transversale  $(d_{t})$  (voir la figure III.37).

 $d_f$  (sur la zone utile) =  $\frac{\text{Nb fissures par pli}}{\text{distance entre fissures}}$  (III.6)

#### III.3.3.2.2 Cinétique d'endommagement des couches à (45°<sub>n</sub>)

Dans ce cas l'endommagement prépondérant est la fissuration transversale. La densité de fissuration est mesurée dans la zone utile. On peut constater que la forme générale de la courbe de cinétique d'endommagement reste identique quelque soit l'épaisseur (voir la figure III.38) :

- un seuil d'endommagement de fissuration transversale de 90 MPa pour deux plis, et de 100 MPa pour quatre plis ;
- vient ensuite une augmentation rapide et continue de la densité de fissures.



**Figure III.38 -** Courbes expérimentales des densités de fissures  $d_f$  en cours de chargement (séquences (45°<sub>n</sub>), moyenne sur deux essais)

#### **III3.4.** Evolutions des rigidités

Pour modéliser les phénomènes d'endommagement à l'échelle mésoscopique, il est important de mettre en relation les contraintes appliquées et les évolutions d'endommagements avec les rigidités des plis endommagés. Ainsi, parallèlement au suivi des densités de fissurations et de délaminages intra-laminaires dans chacun des plis, l'évolution des rigidités est déterminée en fonction du chargement mécanique imposé et des variables d'endommagement  $d_d$  et  $d_f$ . Si on note E le module d'élasticité du stratifié dans le sens longitudinal,  $E_0$  le module longitudinal du matériau sain, les figures III.39 et III.40 présentent pour les séquences  $(0^\circ_n)$ , l'évolution du rapport  $\frac{E}{E_0}$  en fonction de la densité de délaminages intra-laminaires et  $d_d$  la densité de fissurations transversales.

Enfin, sur la figure III.41, les chutes de rigidité tracées en fonction du chargement imposé sont comparées pour les quatre épaisseurs  $(0^{\circ}_{_2}), (0^{\circ}_{_4}), (0^{\circ}_{_7})$  et  $(0^{\circ}_{_{10}})$ . On peut remarquer que le début de chute de module correspond bien au seuil d'endommagement laissant penser que les endommagements en sont bien la cause.





**Figure III.39** – Evolution du rapport  $\frac{E}{E_0}$  dans les couches  $(0^{\circ}_{2}), (0^{\circ}_{4}), (0^{\circ}_{7})$  et  $(0^{\circ}_{10})$  en fonction de la densité de délaminages  $d_{4}$ 

**Figure III.40** – Evolution du rapport  $\frac{E}{E_0}$  dans les couches à  $(0^{\circ}_{2}), (0^{\circ}_{4}), (0^{\circ}_{7})$  et  $(0^{\circ}_{10})$ , en fonction de la densité de fissures transversales  $d_{f}$ 



**Figure III.41** – Comparaison des évolutions  $\frac{E}{E_0}$  en fonction de la contrainte appliquée (couches  $(0^{\circ}_{2}), (0^{\circ}_{4}), (0^{\circ}_{7})$  et  $(0^{\circ}_{10})$ )

### III.4 Analyse expérimentale des stratifiés croisés à plis tissés

De manière générale, les composites stratifiés à plis tissés mais croisés exhibent les mêmes endommagements que précédemment : fissurations et délaminages intra-laminaires (voir §III.3.3), auxquels s'ajoute un délaminage à l'interface des plis croisés. Pour décrire ce mode de ruine très critique pour les stratifications à plis croisés, on se propose d'effectuer dans ce chapitre des essais statiques puis des essais de fatigue (chapitre VI). Ces informations permettront d'établir un critère d'amorçage. On notera que ce critère établi pour des composites stratifiés croisés à plis tissés reste utilisable pour des composites unidirectionnels. La description de ce critère fera l'objet du chapitre V.

#### **III.4.1 Mécanismes d'endommagements**

Pour étudier ce nouveau mécanisme engendré par le croisement des plis, on va d'abord effectuer un essai de traction jusqu'à rupture puis un essai de charge-décharge accompagné d'observations des endommagements sur les bords libres de l'éprouvette. Les moyens mis en œuvre sont les mêmes que ceux décrits précédemment (§III.3).

#### III. Analyse expérimentale

Pour établir notre critère basé sur les trois modes (ouverture en mode I et mode II et III en cisaillement), on va sélectionner deux groupes d'empilements. Le premier présente une singularité de contraintes en cisaillement avec plus où moins de compression  $\sigma_{33}$ . Le deuxième présente un mode mixte entre mode de cisaillement et mode I d'ouverture. Cette démarche dictée par le calcul numérique sera présentée au chapitre V

#### III.4.1.1 Délaminage en mode cisaillement

Par observation des endommagements sur le premier groupe d'empilements :  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$  et  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$ , on détermine l'apparition du délaminage à l'interface  $\pm 20^\circ/-20^\circ$ ,  $\pm 20^\circ_2/-20^\circ_2$ ,  $\pm 30^\circ/-30^\circ$  et  $\pm 30^\circ_2/-30^\circ_2$  (voir figure III.42). Ce délaminage n'est pas plan mais courbé dans certaines zones, particulièrement proche de l'ondulation des torons. D'abord apparu à l'interface, il progresse vers l'ondulation de torons voisins pour éventuellement rejoindre un autre délaminage ou une fissure intra-laminaire.

Le mode d'ouverture de ces délaminages reste fermé pour les interfaces considérés (mode II et III en cisaillement). Ce mode sera retrouvé numériquement (voir plus de détail dans le chapitre V).





Remarquons que l'épaisseur des couches (nb de plis) n'intervient pas sur la géométrie du délaminage. Plus précisément, les épaisseurs n'influent pas sur ce mécanisme d'endommagement hormis sur son apparition qui est d'autant plus précoce que l'épaisseur des couches est importante. Ceci est en d'accord avec les calculs numériques qui montrent une augmentation de la singularité de contrainte en cisaillement plus rapide avec l'augmentation du nombre de plis (voir sur la chapitre V).

#### III.4.1.2 Délaminage en mode mixte

Pour le deuxième groupe d'empilements :  $(-30^{\circ}, -10^{\circ}, -50^{\circ})_{s}$  et  $(-30^{\circ}, -10^{\circ}_{2}, -50^{\circ}_{2})_{s}$ , le délaminage apparait à l'interface  $-10^{\circ}/-50^{\circ}$  et  $-10^{\circ}_{2}/-50^{\circ}_{2}$ , (figure III.43). Ce délaminage, tout comme le précédent, reste très courbé dans certaines zones. Le regroupement des délaminages s'effectue localement par une fissuration intra-laminaire.

Les délaminages observés à ces interfaces sont davantage visibles car issus d'un mélange mode I, mode III, donc une ouverture plus marquée. Ceci correspond aux analyses numériques (voir plus de détail dans le chapitre V).



**Figure III.43** - Délaminage en mode mixte : (a)  $(-30^{\circ}, -10^{\circ}, -50^{\circ})_{s}$ ; (b)  $(-30^{\circ}, -10^{\circ}_{2}, -50^{\circ}_{2})_{s}$ 

## III.4.2 Influence sur le comportement mécanique

Cette partie s'intéresse aux conséquences des délaminages aux interfaces sur le comportement mécanique. Les essais de traction monotone sur les séquences étudiées sont reportés sur la figure III.44 et dans le tableau III.11.



Figure III.44 - Comportement mécanique des empilements : (a)  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ})_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ})_{s}$ ; (b)  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$  et (c)  $(-30^{\circ},-10^{\circ},-50^{\circ})_{s}$  et  $(-30^{\circ},-10^{\circ}_{2},-50^{\circ}_{2})_{s}$ 

Parallèlement à l'observation du délaminage d'interface lors des essais de charge-décharge, on enregistre l'évolution du comportement macroscopique de matériau afin de mettre en relation la

dégradation du comportement avec l'évolution du dommage. Ces essais donnent une chute de module de l'ordre de 2 à 4 % dès l'apparition du délaminage. Cette appréciation reste évidemment tributaire de la méthode d'observation. Le délaminage progresse ensuite de manière continue avec d'autant plus de rapidité que les couches sont épaisses. C'est pourquoi la chute est plus marquée pour les séquences  $((0^\circ, \pm 20^\circ)_s)$  et  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s)$  que pour des séquences plus minces  $((0^\circ, \pm 20^\circ)_s)$  et  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s)$ . Pour les séquences  $(-30^\circ, -10^\circ, -50^\circ)_s)$  et  $(-30^\circ, -10^\circ)_s$  le phénomène est moins visible car la désorientation globale du stratifié masque l'amorçage puis l'évolution du délaminage au travers d'une non linéarité plus globale de l'éprouvette (figure III.45 et tableau III.11).

On note dans toutes ces séquences un amorçage puis une évolution du délaminage dépendants des séquences d'empilement et de l'épaisseur des plis. La rupture finale de ces éprouvettes est bien due au délaminage.

Ces constatations vont guider la définition du critère d'amorçage du délaminage que nous allons proposer.



Figure III.45 - Evolution des rigidités en cours d'essais : (a)  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ})_{s}$ ,  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ})_{s}$ ,  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$ , (b)  $(-30^{\circ},-10^{\circ},-50^{\circ})_{s}$  et  $(-30^{\circ},-10^{\circ},-50^{\circ})_{s}$ .

Séquence	$oldsymbol{E}_{_{11}}^{^{Macroscopique}}$	$\sigma_{R}$ (MPa)	$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{\scriptscriptstyle R}(\%)$	Interface d'amorçage	$oldsymbol{\sigma}_{\scriptscriptstyle amorçage}^{\scriptscriptstyle Macroscopique}$
(0°,±20°) <sub>s</sub>	47,3	561,52	1,422	$+20^{\circ}/-20^{\circ}$	425-450
$(0^{\circ},\pm 20^{\circ}_{2})_{s}$	46	399,20	1,25	$+20^{\circ}_{2}/-20^{\circ}_{2}$	312,5-337,5
$(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$	41,031	461,277	1,257	$+30^{\circ}/-30^{\circ}$	405-430
(0°,±30° <sub>2</sub> ) <sub>s</sub>	34,84	345,846	1,372	$+30^{\circ}_{2}/-30^{\circ}_{2}$	287,5-321,5
(-30°,-10°,-50°) <sub>s</sub>	35,0	322,09	1,65	$-10^{\circ}/-50^{\circ}$	270-295
$(-30^{\circ}, -10^{\circ}_{2}, -50^{\circ}_{2})_{s}$	35,87	300,21	2,0	$-10^{\circ}_{2}/-50^{\circ}_{2}$	265-290

Tableau III.11 - Bilan des résultats expérimentaux

# **Chapitre IV**

# Modélisation

Ce chapitre a pour objectif de caractériser le comportement et de comprendre les mécanismes d'endommagement des stratifies à plis tissés à l'aide de calculs numériques. Enfin, par des techniques d'homogénéisation basées sur des passages micro-macro, le comportement équivalent est évalué.

#### Sommaire

<b>IV.1 Introductio</b>	n
IV.1.1 Cł	ioix des modèles
IV.1.2 Co	onditions aux limites
<b>IV.2 Simulation</b>	: Implémentation numérique
IV.2.1 Ot	utils numériques
IV.2.2 Id	entification du comportement sur une cellule de base
IV.2.3 Va	alidation du comportement
IV.2.4 A1	alyse numérique des mécanismes d'endommagements
Г	V.2.4.1 Effet du tissage et des couches voisines
Г	V.2.4.2 Mécanismes d'endommagements
Г	V.2.4.3 Effet d'épaisseur : Apparition des endommagements
IV.3 Passage Mi	cro-Macro : Technique d'homogénéisation
IV.3.1 Introduction	on a second seco
IV.3.2 He	omogénéisation sur le matériau vierge
Г	V.3.2.1 Représentation de la cellule représentative
Г	V.3.2.2 Détermination du comportement homogène équivalent
IV.3.3 He	omogénéisation du matériau endommagé
Г	V.3.3.1 Homogénéisation du délaminage intra-laminaire
Г	V.3.3.2 Homogénéisation de la fissuration transversale

#### **IV.1 Introduction**

Comme indiqué précédemment, la présence d'ondulations provoque des endommagements caractéristiques des structures tissées. Afin de mieux cerner l'influence de ces endommagements sur le comportement mécanique, des calculs par éléments finis ont été réalisés.

## IV.1.1 Choix des modèles

Afin d'étudier les effets de l'orientation des couches, du tissage (l'effet des ondulations) à la fois sur le comportement et les cinétiques d'endommagement, les deux types de maillages suivants ont été réalisés :

- des maillages de torons discontinus, appelés par la suite « 3D-Mosaïque » [Ishikawa, 1981]
   [Ishikawa et Chou, 1982] (Figure IV.3 (b));
- des maillages de torons continus, appelés par la suite « 3D-ondulé » [Whitcomb et al., 1995] (Figure IV.3 (a)).

On peut résumer l'attrait de chacune de ces approches en disant que le maillage 3D-Mosaïque est très facile à mailler, contrairement les maillages 3D-ondulé. Cependant, la présence de discontinuité dans la cellule mosaïque amène des concentrations de contraintes/déformations au passage de la discontinuité.

# **IV.1.2 Conditions aux limites**

Les propriétés effectives du milieu homogène équivalent cherché peuvent être obtenues en résolvant un problème aux limites du Volume Elémentaire Représentatif (VER), à condition que celuici soit suffisamment grand pour être représentatif de la microstructure du matériau hétérogène. Ce volume doit pour cela contenir suffisamment d'hétérogénéités. Si la distribution des constituants est périodique, le volume représentatif se réduit à une cellule élémentaire. On soumet alors le volume retenu à des sollicitations élémentaires pour déterminer la réponse résultante. La difficulté réside en fait dans le choix des contions aux limites à appliquer au volume considéré, quelle déformation ou contrainte globale macroscopique ou moyenne appliquer ?

On mentionne ici trois types de conditions aux limites permettant d'appliquer au volume considéré une déformation ou une contrainte moyenne :

• Conditions de contraintes homogènes au contour :

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}.\vec{\boldsymbol{n}} = \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}.\vec{\boldsymbol{n}} \quad \forall \vec{\boldsymbol{x}} \in \partial \Omega \tag{IV.1}$$

• Conditions de déformations homogènes au contour :

$$\vec{u} = \vec{E}.\vec{x} \quad \forall \vec{x} \in \partial \Omega \tag{IV.2}$$

• Condition de périodicité : lorsque le milieu est périodique, la cellule  $\Omega$  est connue dans ses moindres détails géométriques et sa forme est telle que l'on peut paver l'espace par translation  $\Omega$ . On cherche alors un champ solution de la forme :

$$\vec{u} = \widetilde{E}.\vec{x} + \vec{v} \qquad \forall \vec{x} \in \partial \Omega \tag{IV.3}$$

où  $\vec{v}$  est périodique, i.e.  $\vec{v}$  prend des valeurs égales en des points homologues sur des faces opposées de  $\partial \Omega$ . On impose d'autre part que le vecteur contrainte  $\tilde{\sigma}.\vec{n}$  prenne des valeurs opposées sur des faces opposées. Il existe aussi une formulation duale du problème périodique.

#### **IV.2. Simulation : Implémentation numérique**

Cette partie étudie le comportement mécanique et les mécanismes d'endommagement par des simulations élément finis. On va d'abord identifier puis valider le comportement mécanique par comparaison avec les résultats expérimentaux du chapitre précédent puis toujours à l'aide des calculs numériques, étudier les mécanismes d'endommagement.

#### **IV.2.1 Outils numériques**

Afin d'étudier l'effet de l'ondulation et des couches voisines sur le comportement mécanique et l'état local des contraintes, deux maillages, 3D-ondulé et 3D-Mosaïque, ont été choisis.

Les maillages 3D-ondulé représentent les trois composants : la phase matrice, les torons de chaîne et de trame. Ces maillages prennent en compte les effets d'orientation des couches voisines, de l'ondulation de torons. Ces maillages sont directement issus des observations microscopiques. Les informations techniques des maillages sont présentées sur le tableau. IV.1 et la figure IV.1-2.





(c) les torons de chaîne (rouge) et de trame (bleu)

Dimension	Taille (mm)		
a = b	9,2		
с	0,65		
R	4,15		

Tableau IV.1 - Dimension des maillages pour le composite tissé sergé 2/2

On peut noter que ces maillages sont assez compliqués à réaliser et possèdent de nombreux degrés de libertés.

Le deuxième type de maillages (3D-Mosaïque) représente les torons de manière discontinue. Les torons de trame et de chaîne se présentent par morceaux. Les effets d'ondulation ne sont pas pris en compte. Néanmoins ces maillages prennent en compte les effets de l'orientation des couches voisines et de l'architecture du tissage (Figure IV.3 (b) et Tableau IV.1 pour les dimensions).



**Figure IV.2 -** Dimension des torons de trame et de chaîne : (a) taille d'une cellule de base ; (b) taille des torons de chaîne/trame



Figure IV.3 - Comparaison des deux maillages: torons de trame et de chaîne (a) maillage 3D-ondulé; (b) maillage 3D-Mosaïque

Afin de diminuer les temps du calcul et de simplifier les problèmes, des conditions aux limites périodiques ont été adoptées (l'expression IV.3). Globalement, compte tenue de l'épaisseur, le comportement mécanique selon  $\vec{x}_1$  (la longueur) est équivalent à celui selon  $\vec{x}_2$  (la largeur). On peut ainsi simplifier le calcul en faisant l'hypothèse de périodicité selon  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$  mais pas selon  $\vec{x}_3$ . Les conditions de périodicité sont imposées par l'intermédiaire de champs de déplacements identiques sur des paires de nœuds opposés (Figure IV.4). En terme de déplacement, cela se traduit sur les u, v et w fonctions de  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$  par les conditions suivantes :

- Sur 
$$\Omega_{+a}$$
 et  $\Omega_{-a}$ , on impose les champs des déplacements suivants :

$$u(+a, x_{2}, x_{3}) = u(-a, x_{2}, x_{3})$$
  

$$v(+a, \vec{x}_{2}, \vec{x}_{3}) = v(-a, \vec{x}_{2}, \vec{x}_{3})$$
  

$$w(+a, \vec{x}_{2}, \vec{x}_{3}) = w(-a, \vec{x}_{2}, \vec{x}_{3})$$
  
(IV.4)

- Sur  $\Omega_{+b}$  et  $\Omega_{-b}$ , on impose les champs des déplacements suivants :  $u(\vec{x}_1,+b,\vec{x}_3) = u(\vec{x}_1,-b,\vec{x}_3)$ 

$$v(\vec{x}_{1},+b,\vec{x}_{3}) = v(\vec{x}_{1},-b,\vec{x}_{3})$$
(IV.5)  
$$w(\vec{x}_{1},+b,\vec{x}_{2}) = w(\vec{x}_{1},-b,\vec{x}_{2})$$

où *u*, *v* et *w* sont les déplacements selon  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$ , respectivement.



**Figure IV.4** – Géométrie de la cellule de base (Domaine  $\Omega$ )

#### IV.2.2 Identification du comportement sur une cellule de basse

Le composite à plis UD ou tissés est généralement considéré comme homogène et orthotrope. Ses caractéristiques sont directement déterminées par des essais de traction traditionnels. Pour les composites tissés viennent s'ajouter des informations liées à la microstructure telles le pas du tissu et son ondulation. Ces caractéristiques ne peuvent se déterminer que par des observations microscopiques. Il faut par conséquent identifier les caractéristiques mécaniques (module macroscopique moyen) par des essais de traction à  $[0^{\circ}_{2}]$  et  $[45^{\circ}_{2}]$  puis observer la microstructure.

Numériquement, les résultats sont moyennés pour différents types de microstructures incluant des ondulations hors phase ou en phase. La figure IV.5(a) représente des maillages témoins quasi-réel de microstructures, composés de trois phases enrobées dans une matrice époxy supposée linéaire élastique. Ce comportement déjà défini dans le chapitre II, est celui du tableau IV.2. En ce qui concerne les torons, on peut constater que les géométries des torons de trame et de chaîne se présentent de manière identique mais croisés à 90°. On peut donc caractériser le comportement des torons de chaîne puis calculer celui des torons de trame par une rotation d'angle  $\theta = 90^\circ$ . Etant donné l'ondulation des torons, il est nécessaire de classer le comportement des zones : la zone d'alignement et la zone d'ondulation (Figure IV.6). Le comportement des zones d'ondulation dans chaque élément est caractérisé par une rotation d'angle  $\alpha$ . On suppose que le comportement des torons de chaîne est élastique, isotrope de révolution selon l'axe du toron dans le repère  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ . Les caractéristiques identifiées sont celles du tableau IV.3.



Figure IV.5 – Schéma de maillage pour le cas T90 :

(a) maillages 3D-ondulé : matrice époxy en jaune, torons de chaîne en rouge, de trame en bleu
 (b) maillage 3D-Mosaïque : motif de chaîne en rouge, de trame en bleu



Figure IV.6 – Ondulation d'un toron de trame ou de chaîne

Ε	υ
3,1 GPa	0,39

Tableau IV.2 – Propriétés de la matrice époxy [Sun-Pui et al., 1998]

<i>E</i> <sub>11</sub> (GPa)	$E_{22} = E_{33}$ (GPa)	<i>G</i> <sub>23</sub> (GPa)	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	<i>V</i> <sub>23</sub>	$v_{12} = v_{13}$
210,00	9,250	3,7	4,7	0,25	0,33

 
 Tableau IV.3 – Comportement mécanique des torons de chaîne en zone rectiligne pour des maillages 3D-ondulés

<i>E</i> <sub>11</sub> (GPa)	$E_{22} = E_{33}$ (GPa)	<i>G</i> <sub>23</sub> (GPa)	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	<i>V</i> <sub>23</sub>	$v_{12} = v_{13}$
151.5	8.4	3,0	3.21	0,35	0,33

**Tableau IV.4** – Comportement mécanique des torons de chaîneen zone rectiligne pour des maillages 3D-Mosaïque

Par la suite, ce sont les maillages dits « mosaïques » qui seront réalisés pour déterminer le comportement du tissu. Comme le montre la figure IV.5 (b), ces maillages ne représentent ni la matrice,

ni les ondulations des torons. De plus, les torons sont schématisés de manière discontinue par des motifs carrés. Le comportement du motif de chaîne est toujours considéré comme élastique isotrope de révolution. Celui de trame se déduit par une rotation de 90° par rapport au motif de chaîne. Ce comportement est celui décrit dans le tableau IV.4. On peut remarquer que le comportement donné par un maillage 3D-Mosaïque est moins rigide que celui donné par un maillage 3D-ondulé en raison de la prise en compte d'une zone matricielle de résine.

#### **IV.2.3 Validation du comportement**

Après avoir déterminé le comportement de la cellule de base (§IV.2.2), on va se consacrer à la validation du comportement pour différentes épaisseurs et à l'étude de l'influence des couches voisines.

Afin de valider le comportement, des calculs numériques ont été effectués à l'aide des deux maillages en phase et hors phase et avec différentes épaisseurs de couches  $(0^{\circ}_{n})$  avec n = 2, 4, 7 et 10 et  $(45^{\circ}_{n})$  avec n = 2 et 4. On peut constater que les résultats numériques donnés par les différents maillages, sont bien validés par les essais expérimentaux précédents (voir le tableau IV.5).

Nb de plis	<i>E</i> <sub>11</sub> expérimentale (GPa)	E <sub>11</sub> de 3D- ondulé (GPa)	<i>E</i> <sub>11</sub> de 3D- Mosaïque (GPa)	<i>G</i> <sub>12</sub> expérimental (GPa)	<i>G</i> <sub>12</sub> de 3D- ondulé (GPa)	G <sub>12</sub> de 3D- Mosaïque (GPa)
2	57,271	54,47-59,96	54,79-59,67	3,2106	3,231	3,21
4	60,83	56,75-60,17	54,85-64,48	3,3452	3,234	3,21
7	59,0	57,39-60,37	54,86-65,52	-	_	-
10	59,492	57,76-60,40	-	-	-	-

Tableau IV.5 - Comparaison entre calculs numériques et expériences

L'influence des couches voisines sur le comportement macroscopique est reportée sur la figure suivante (voir la figure IV.7) en fonction de l'ange de  $\varphi_x$  représenté par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\varphi}_{x} = \frac{\Delta x}{a} \times 360^{\circ}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{y} = \frac{\Delta y}{b} \times 360^{\circ}$$
(IV.6)

Comme on peut le voir sur la figure IV.8,  $\varphi_x = 0^\circ$  et  $\varphi_x = 180^\circ$  représente les situations en phase et hors phase. On peut constater l'augmentation du module macroscopique avec l'augmentation d'angle pour le cas 3D-ondulé, à l'inverse du cas 3D-Mosaïque. De plus, l'évolution 3D-Mosaïque se présente de manière linéaire, tandis que l'évolution du 3D-ondulé est légèrement non-linéaire. L'écart min-max des différents modules reste néanmoins faible (environ de 10 MPa). Cela traduit le faible effet des couches voisines sur le comportement du tissage. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'angle d'entrecroisement des torons du tissu sergé reste faible.



Figure IV.7 - Maillage 3D pour différentes orientations des couches voisines : (a) 3D-ondulé ; (b) 3D-Mosaïque



**Figure IV.8 -** Evolution de module de traction dans les couches à 0° en fonction de l'angle ( $\varphi_x$ ) des maillages 3D-ondulés

#### IV.2.4 Analyses numériques des mécanismes d'endommagements

#### IV.2.4.1 Effet du tissage et des couches voisines

Afin d'étudier l'effet de tissage et des couches voisines, on applique numériquement sur des maillages 3D-ondulé à deux plis, une sollicitation monotone selon le sens chaîne avec des conditions aux limites périodiques sur les trois orientations (EP, T90 et HP). Ces calculs montrent que l'effet du tissage provoque une flexion locale par étirement des torons de chaîne. De plus, la présence de couches voisines influe sur les mouvements de flexion selon l'axe  $\vec{x}_3$ . Soit des mouvements de flexion symétriques dans le cas hors phase, soit non-symétriques dans un contexte en phase et T90 (voir la figure IV.9). Ces calculs recoupent les observations du chapitre précédent (§III.1.4.2)



Figure IV.9 - Mouvement d'ensemble avant et après sollicitation sur les maillages 3D-ondulé : (a) en phase ; (b) hors phase et (c) T90

Par ailleurs ces flexions locales induisent des concentrations de contraintes/déformations qui dépendent de l'orientation des couches voisines. Notre étude s'intéresse au cas HP qui favorise l'apparition d'endommagements et par conséquent des chutes de modules sur l'ensemble de l'éprouvette (voir le chapitre III). Cette étude est menée sur les maillages 3D-ondulé et 3D-Mosaïque. Le calcul numérique sur les maillages 3D-ondulé (Figure IV.10), donne :

- Une forte valeur de la déformation ε<sub>11</sub> apparaît dans la phase matrice et dans les torons de trame au voisinage de l'ondulation des torons de chaîne ;
- les déformations de cisaillement  $\boldsymbol{\varepsilon}_{23}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}_{31}$  sont assez homogènes, en revanche une forte concentration de la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{33}$  se produit à l'interface des torons de chaînes proches de la zone ondulée.

Les calculs numériques sur des maillages 3D-Mosaïque donnent les mêmes zones de concentrations (Figure IV.11) que les maillages 3D-ondulé avec une moins bonne description due à des concentrations supplémentaires en raison du passage entre motifs discontinus.
## IV. Modélisation



Figure IV.10 - Champs des contraintes/déformations (maillages 3D-ondulé : hors phase)



Figure IV.11 - Champs des contraintes/déformations (maillages 3D-Mosaïque : hors phase)

# IV.2.4.2 Mécanismes d'endommagements

Les mécanismes d'endommagements des couches à 0° sont de deux types. Le premier est la fissuration transverse provoquée par la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}$ , le deuxième est le délaminage intra-laminaire provoqué par les déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}_{33}, \boldsymbol{\varepsilon}_{23}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}_{31}$ .

Si on considère la situation hors phase, les essais montrent que la fissuration transversale apparaît en surface proche des torons de trame en zone ondulée. Ce que confirment les calculs par la

présence d'une forte concentration de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}$ . Cependant cette fissuration n'apparait pas à l'intérieur comme les calculs tendraient à le montrer. A l'intérieur, il faut la présence du délaminage intra-laminaire pour provoquer des fissures transverses (chapitre III). L'apparition du délaminage intra-laminaire et la redistribution des états des contraintes/déformations qu'il occasionne sera analysé dans le §IV.3.3.1.2

Par ailleurs les essais montrent l'apparition d'un délaminage intra-laminaire dans les zones hors phase, à l'interface des torons de chaîne. Ceci correspond tout à fait au calcul par la présence d'une forte concentration de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{33}$ . Cette déformation provoque une ouverture locale.

## IV.2.4.3 Effet d'épaisseur : Apparition des endommagements

Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre III, l'effet d'épaisseur ne se constate que pour les épaisseurs faibles (2 plis). Au-delà de quatre plis l'effet s'estompe. Les calculs numériques qui font varier les nombres de plis dans un contexte hors phase avec des maillages 3D-ondulé montrent la faible influence de l'épaisseur sur le maximum de la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}$ . Le passage de deux couches à quatre couches est plus marqué pour la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{33}$  (figure IV.12). Le maximum est à l'interface de deux plis voisins.



Figure IV.12 – Déformations maximales en fonction du nombre de couches (Cas hors phase : maillage 3D-ondulé)

# IV.3 Passage Micro-Macro : Technique d'homogénéisation

# **IV.3.1 Introduction**

Les matériaux en deçà d'une certaine échelle peuvent difficilement être considérés comme homogènes. Les composites que nous étudions n'échappent pas à ce constat à l'échelle des constituants fibres ou matrice (échelle micro) voire celle des plis (échelle méso). Par contre pour le dimensionnement d'une structure, il n'est pas raisonnable ni même possible de prendre directement en compte lors d'un calcul global, de l'influence de l'ensemble des hétérogénéités sur la réponse macroscopique. On cherche donc à remplacer le matériau hétérogène par un milieu dit *homogène équivalent* caractérisé par des propriétés mécaniques effectives. Ces dernières résultent de l'interaction entre constituants (dits aussi phases) au sein d'un volume élémentaire  $\Omega$  du matériau considéré. L'objectif est donc de déterminer les modules d'élasticité effectifs du matériau composite à partir de la connaissance des propriétés élastiques des constituants, de leur fraction volumique et de leur arrangement. Ce problème posé de manière très général reste complexe. On le verra, *les propriétés effectives ne s'obtiennent pas par une simple moyenne* des propriétés des constituants pondérées par les fractions volumiques. La prise en compte de la distribution spatiale des différentes phases est la clef pour déterminer les propriétés souhaitées.

La théorie d'homogénéisation utilisée pour les calculs qui suivent est présentée en annexe A.

# IV.3.2 Homogénéisation sur le matériau vierge

# IV.3.2.1 Représentation de la cellule représentative

On s'intéresse au cas hors phase qui reste le plus susceptible d'occasionner des dommages, notamment le délaminage intra-laminaire. De manière générale, la cellule représentative n'est pas unique en ce sens que généralement plusieurs choix permettent de reconstruire la microstructure du matériau. Chaque choix donne numériquement le même résultat. La cellule ci-dessous a été choisie :



a = b = 9.2 mm, c = 1.3 mm

Figure IV.13 - Cellule de base sélectionnée

# IV.3.2.2 Détermination du comportement homogène équivalent

On calcule les coefficients effectifs, c'est-à-dire les propriétés du milieu homogène équivalent (MHE), de la cellule de base. Le matériau de base sera considéré comme :

- isotrope dans le partie de résine époxy (tableau IV.2)
- isotrope transverse dans le partie de torons de chaîne et de trame (tableau IV.3)

On applique des conditions aux limites mixtes : périodiques et homogénéisation aux contour. Le problème à résoudre peut se mettre sous la forme suivante [Cardona, 2000] et [Cartraud, 1994] :

 $\begin{cases} di v \tilde{\sigma} = 0 \\ \tilde{\sigma} = \tilde{c} : \tilde{\varepsilon} & \text{dans } \Omega \\ \vec{u} = \tilde{E} . \vec{x} + \tilde{v} & \text{avec } \vec{v} \quad \vec{x}_1 - \vec{x}_2 \text{ périodiques} \\ \vec{u} = \tilde{E} . \vec{x} \text{ ou } \vec{t} = \tilde{\Sigma} . \vec{n} & \text{sur côtés opposés de } \partial\Omega \text{ dans } \vec{x}_3 \text{ direction} \\ \tilde{\sigma} . \vec{n} & \vec{x}_1 - \vec{x}_2 & \text{anti - pérodique sur côtés opposés de } \partial\Omega \\ \langle \tilde{\sigma} \rangle = \langle \tilde{\Sigma} \rangle \text{ ou } \langle \tilde{\varepsilon} \rangle = \langle \tilde{E} \rangle \end{cases}$ (IV.7)

- On suppose que la cellule de base présente une périodicité suivant les vecteurs  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ .
- Par contre on impose des conditions homogènes au contour dans la troisième direction  $\vec{x}_3$  correspondant à l'épaisseur de la pièce.

Les coefficients d'élasticité effectifs  $\tilde{\tilde{C}}$  sont déterminés numériquement : d'abord par une extension suivant le vecteur  $\vec{x}_3$ , ensuite par une périodicité suivant les vecteurs  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ , et enfin par des cisaillements simples. Le comportement homogène équivalent obtenu est orthotrope. Le tenseur des rigidités effectives s'exprime suivant:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{11} \\ \boldsymbol{\sigma}_{22} \\ \boldsymbol{\sigma}_{33} \\ \boldsymbol{\sigma}_{23} \\ \boldsymbol{\sigma}_{31} \\ \boldsymbol{\sigma}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{1111} & \boldsymbol{C}_{1122} & \boldsymbol{C}_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{C}_{1122} & \boldsymbol{C}_{2222} & \boldsymbol{C}_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{C}_{1133} & \boldsymbol{C}_{2233} & \boldsymbol{C}_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{C}_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{C}_{3131} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{C}_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{11} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{22} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{33} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{23} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{23} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{23} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{23} \end{bmatrix}$$

(IV.8)

et le résultat obtenu est donné dans le tableau IV.6.

$C_{_{1111}}$	<i>C</i> <sub>2222</sub>	<i>C</i> <sub>3333</sub>	<i>C</i> <sub>1122</sub>	<i>C</i> <sub>2233</sub>	<i>C</i> <sub>3311</sub>	<i>C</i> <sub>1212</sub>	<i>C</i> <sub>2323</sub>	<i>C</i> <sub>3131</sub>
62733.047	62733.047	8326.29	4171.48	4215.76	4215.76	3230.65	2685.32	2685.32

(a)

$E_{11} = E_{22}$ (GPa)	<i>E</i> <sub>33</sub> (GPa)	$G_{23}=G_{13}(\mathrm{GPa})$	<i>G</i> <sub>12</sub> (GPa)	$v_{23} = v_{13}$	<i>v</i> <sub>12</sub>
60.53	7.795	2.685	3.231	0,489	0,0336

#### (b)

**Tableau IV.6** – Comportement équivalent :(a) coefficients de rigidité effectifs (b) modules de traction, de cisaillement et de poisson

On remarque que le comportement homogène équivalent est quasi-isotrope transverse selon les directions  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ . Ceci s'explique par l'équilibre du nombre de torons dans les sens chaîne et trame du tissu.

## IV.3.3 Homogénéisation du matériau endommagé

L'objectif de cette partie est de déterminer de l'influence de chaque type d'endommagement considéré à saturation sur le comportement mécanique du matériau. Cette valeur pourra être utilisée comme un coefficient d'abattement lors du dimensionnement de structure.

# IV.3.3.1 Homogénéisation du délaminage intra-laminaire

## IV.3.3.1.1 Représentation de la cellule de base

Rappelons que les essais montrent les mêmes endommagements, de géométries identiques en statique et en fatigue (chapitre III et VI). Pour mieux prendre en compte ces géométries, on a fait le choix de travailler avec des maillages 3D-ondulés. Afin d'éviter des problèmes de contact, on choisit de représenter le délaminage intra-laminaire par des maillages 3D-ondulés tels que ceux de la figure IV.14. Cela permet de faire propager ce délaminage dans la résine et à l'interface de torons voisins (chapitre VI).



Figure IV.14 – Schéma de la géométrie du délaminage intra-laminaire sur des maillages ondulés :

 (a) délaminage intra-laminaire autour des torons de chaîne et de trame ;
 (b) délaminage intra-laminaire seul

# IV.3.3.1.2 Détermination du comportement homogène équivalent

Des conditions aux limites périodiques dans le plan du tissage ont été appliquées aux contours. On suppose l'hypothèse des petites déformations vérifiée. En conséquence la variation de volume reste faible de sorte que la formule de la méthode des moyennes se réduit à la formule IV.7. On suppose également ne pas avoir de problèmes de contact et de friction lors du délaminage intra-laminaire. Pour simplification, on suppose également que le comportement macroscopique reste isotrope dans le sens longitudinal et transversal ( $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ , respectivement).

La détermination des coefficients élastiques effectifs s'effectuent numériquement. La figure IV.15 présente l'état de déformations sur la cellule de base en présence d'un délaminage intralaminaire. On peut remarquer la cohérence du calcul numérique avec l'observation expérimentale. Ceci valider la géométrie du délaminage intra-laminaire schématisé sur la figure IV.14. Concernant l'état de déformations, on peut noter que l'apparition du délaminage intra-laminaire redistribue les contraintes/déformations (figure IV.15). La concentration de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{33}$  disparait (figure IV.15(c)), de même la concentration de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}$ . Par contre cette déformation augmente sur les torons de trame surfacique (figure IV.16(b)). Ceci permet d'expliquer pourquoi les fissurations transversales apparaissent immédiatement sur la trame surfacique lors de l'apparition du délaminage intra-laminaire et pourquoi la fissure n'apparaît pas à l'intérieur de l'éprouvette.

Rappelons que le comportement est supposé isotrope selon  $\bar{x}_1$  et  $\bar{x}_2$ . Le comportement macroscopique effectif équivalent est celui du tableau IV.7. On montre clairement une chute des modules, en particulier le module de traction  $E_{33}$  et les modules de cisaillement  $G_{23}$  et  $G_{13}$  qui chutent radicalement par la présence du délaminage intra-laminaire. La liberté de mouvement selon  $\bar{x}_3$  des torons de chaîne provoque la chute des modules  $E_{11}$  et  $E_{22}$ . Cette chute de 19.3% est proche des résultats expérimentaux (§VI.3.2). De manière évidente, le délaminage intra-laminaire est le principal acteur de la chute des macroscopiques.



**Figure IV.15** – Etat des déformations avant et après l'apparition du délaminage intra-laminaire :

- (a)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{_{11}}$  avant l'apparition du délaminage intra-laminaire ;
- (b)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\!\scriptscriptstyle 11}$  après l'apparition du délaminage intra-laminaire ;

Comportement macroscopique sur ensemble de cellule Ondulée	Etat Vierge (GPa)	Etat Endommagé (GPa)	Pourcentage de chute (%)
$E_{11}$	60,53	48.854	19.3
$E_{22}$	60,53	48.854	19.3
$E_{33}$	7.795	1.487	80.93
$G_{23}$	2.685	1.068	60.3
$G_{13}$	2.685	1.068	60.3
$G_{12}$	3.231	3.14	2.08

(c)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\scriptscriptstyle 33}$  après l'apparition du délaminage intra-laminaire

**Tableau IV.7** – Comportement macroscopique à l'état viergeet état endommagé sur la cellule ondulé

# IV.3.3.2 Homogénéisation de la fissuration transversale

L'étude ci-dessus montre que le délaminage intra-laminaire joue un rôle dominant dans les chutes de rigidité, ce qui n'est pas le cas de la fissuration transverse. Afin de vérifier cette remarque tout en cherchant à simplifier le maillage, on choisit des maillages 3D-Mosaïque pour déterminer les caractéristiques homogénéisées (Figure IV.16(b)).



Figure IV.16 - Schéma de la répartition des fissures sur la trame surfacique : (a) maillages ondulés ; (b) maillages mosaïques

Des conditions aux limites mixtes ont été choisies, en supposant que les torons de chaîne et de trame à l'intérieur de l'éprouvette ne sont pas dégradés comme le montre l'expérience. On se place toujours sous l'hypothèse des petites déformations en négligeant comme précédemment les problèmes de contact et de friction quand la fissure est fermée.

Le comportement macroscopique du tableau IV.8 indique clairement la faible influence des fissures. Par ailleurs dans la mesure où ce comportement reste surfacique, cette influence est d'autant plus faible que l'épaisseur augmente. En conséquence cet effet sera négligé dans les calculs ultérieurs.

Comportement macroscopique (cellule mosaïque)	Etat Vierge (GPa)	Etat Endommagé (GPa)	Pourcentage de chute (%)
$E_{11}$	57.04	55,975	1.87
$E_{22}$	57.04	56.925	0.20
$E_{33}$	9.245	9.129	1.25
G <sub>23</sub>	3.1026	3.102	0.019
$G_{13}$	3.1026	3.02	2.66
$G_{12}$	3.21	3.04	5.29

**Tableau IV.8** – Comportement Macroscopique à l'état vierge et état endommagé (maillage 3D-Mosaïque)

# **Chapitre V**

# Etude du délaminage entre plis

Ce chapitre a pour objectif la compréhension des mécanismes de délaminage dans les stratifiés croisés à plis tissés et de proposer un critère d'amorçage en délaminage par des méthodes non locales.

### Sommaire

- V.1 Introduction
- V.2 Effet de bord libre
- V.3 Critère de délaminage
- V.4 Critère de délaminage hors axes

#### V.5 Méthodes non locales

- V.5.1 Méthode non locale sur une grandeur sans ajout de gradients
- V.5.2 Méthode non locale sur une grandeur et ses gradients
- V.5.3 Application aux matériaux composites
- V.5.4 Convergence : domaine d'intégration

#### V.6 Identification des coefficients du critère

- V.6.1 Introduction
- V.6.2 Identification en mode compression et cisaillement
- V.6.3 Identification en mode mixte : traction et cisaillement

# V.1 Introduction

Le chapitre IV avait étudié les endommagements des stratifiés à plis tissés. Si maintenant on empile les plis en les croisant, un nouvel endommagement apparait provoqué par cette désorientation appelé «délaminage». Cet endommagement est un des plus critiques entrainant après son apparition des dégradations importante jusqu'à la rupture finale de la structure.

Dans une première étape on va modéliser ce phénomène en statique en s'intéressant aux délaminages de bords libres. On va proposer un critère d'amorçage basé sur une écriture non locale des contraintes et de leurs gradients. Enfin, on identifiera les coefficients du critère proposé.

# V.2 Effet de bord libre

Dans les composites stratifiés, l'effet de bord libre (trop d'équations par rapport au nombre d'inconnues), à lieu aux interfaces entre couches proches des bords de l'éprouvette, entraînant des singularités de contraintes. Ces singularités, même si elles n'ont pas une réalité physique ou sont écrêtées localement par une plasticité ou des fissures microscopiques (Figure V.1), font que l'on observe au bord de l'éprouvette, l'initiation et la propagation du délaminage. Ce problème complexe est étudié depuis de nombreuses années par le biais de différentes approches, soit analytiques ([Puppo et Evensen, 1970], [Pagano et Pipes, 1973], [Pipes et Pagano, 1970], [Raju et Crews, 1981]), soit numériques :

- la méthode des différences finis [Ye et Yang, 1988];
- la méthode des éléments finis en 2D et 3D avec les maillages très raffinés [Engrand, 1981];
- des techniques dites de « couche limite » [Lorriot et al., 2003], [Carreira et al., 2002]. Ces méthodes permettent de diminuer les temps de calculs mais demandent une mise en œuvre spécifique du calcul. En outre, ces méthodes ne résolvent pas le problème des singularités de contraintes ;
- un modèle multiparticulaire [Wang et Choi, 1982(a,b)], [Carreira et al., 2002], [Caron et al., 2006], [Ortiz et Pandolfi, 1999]. Cette méthode résout la singularité de contraintes et permet d'écrire un critère utilisant la contrainte locale. Toutefois, là encore, cette méthode demande une mise en œuvre spécifique du calcul ;
- les modèles cohésifs utilisant des éléments d'interface [Goyal et al., 2004] [Chowdhury et Narasimhan, 2000], [Leguillon et Sanchez-Palencia, 1987]. Ces méthodes donnent un comportement à l'interface entre deux plis dont la forme est encore sujette à de nombreuses discussions.



**Figure V.1** – Plasticité locale au bord libre de  $[\pm 10]_s$  [Caron et al., 2006]



**Figure V.2** – Illustration des contraintes au bord libre : (a)  $\sigma_{33} > 0$  au bord libre avec  $\sigma_{33} < 0$  dans la zone intérieure du bord, et (b)  $\sigma_{33} < 0$  au bord libre  $\sigma_{33} > 0$  dans la zone intérieure du bord

Dans cette étude, nous utilisons la méthode des éléments finis. Pour diminuer le temps de calcul, nous utilisons des éléments finis particulier appelés 2D1/2. Leur formulation est basée sur l'hypothèse suivante : du fait que la structure présente un axe privilégiée pour lequel les sections droites sont toutes identiques, nous ramenons le calcul initialement tridimensionnel à un calcul sur une section droite à laquelle on associe des degrés de liberté qui indiquent, qu'après déformation, toutes les sections droites restent identiques, à un mouvement de corps solide près.

Différents paramètres sont très influents sur les singularités de contraintes antiplanes  $(\boldsymbol{\sigma}_{33}, \boldsymbol{\sigma}_{23} \text{ et } \boldsymbol{\sigma}_{13})$ . Herakovich [Herakovich, 1981] estime que ces paramètres sont :

- la différence entre les modules de contraction, les modules longitudinaux et de cisaillement pour des couches voisines, mesurés dans le repère du stratifié ;
- la différence entre les coefficients de couplage extension-cisaillement (η<sub>ij,i</sub>):

$$\eta_{ij,i} = \frac{\gamma_{ij}}{\varepsilon_i}$$

- la différence entre les modules de Poisson des couches voisines ;
- la séquence d'empilement des couches (épaisseur, orientation...).

Wu et al. [Wu et Dzenis, 2005] ont montré que le coefficient de couplage extensioncisaillement agit sur la contrainte  $\sigma_{13}$ . Hsuch et al. [Hsuch et al., 2006] soulignent les variations de signes des contraintes le long de l'interface notamment en ce qui concerne la contrainte  $\sigma_{33}$  (Figure V.2). Du fait des efforts extérieurs appliqués sur l'interface, les contraintes doivent s'équilibrer dans une section. Donc les aires de part et d'autre des courbes de distribution des contraintes (Figure V.2(a)) sont égales, et réciproquement (Figure V.2(b)).

Les stratifiés à plis croisés sont modélisés à l'échelle du pli, chaque pli tissé étant considéré comme homogène et orthotrope. Leurs caractéristiques sont déterminées par homogénéisation (chapitre IV, tableau IV.6). Pour expliquer le phénomène de singularité de contraintes, nous présentons des résultats de calcul sur une éprouvette lisse : les maillages très raffinés au voisinage des bords et de l'interface de deux plis voisins font clairement apparaître les singularités recherchées (Figure V.3).

Nous présentons (Figure V.4 (b,c)) les résultats de calcul pour un sollicitation sens chaîne: contraintes  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{23}$  et  $\sigma_{13}$  au voisinage des bords et des interfaces. La contrainte  $\sigma_{13}$  varie fortement en fonction la distance z et plus particulièrement à l'approche de l'interface entre les plis. Autrement dit, la contrainte  $\sigma_{33}$  est élevée sur l'interface mais cette variation reste plus faible que celle de  $\sigma_{13}$ .



Figure V.3 – Présentation des maillages de calcul



**Figure V.4** – Maillage et résultats : (a) maillage près du bord libre; (b) les trois contraintes anti-planes dans l'épaisseur du stratifié et (c) les trois contraintes anti-planes à l'interface +20/-20

Egalement, nous observons entre les plis de l'éprouvette une variation importante des trois contraintes en fonction la distance y. Prés du bord libre, les trois contraintes sont singulières. Bien souvent  $\sigma_{_{13}}$  est prépondérante. Sur éprouvette lisse, Lorriot et al. [Kashtalyan et Soutis, 2005] ont montré qu'il faut observer une distance équivalente à deux fois l'épaisseur du pli pour voir ces contraintes anti-planes s'annuler (Figure V.5).



Figure V.5 – Résultats numérique pour la séquence  $(0/\pm 20)_s$ : (a)  $\boldsymbol{\sigma}_{13}$ , (b)  $\boldsymbol{\sigma}_{23}$  et  $\boldsymbol{\sigma}_{33}$ 

Nos calculs montrent également que l'évaluation des singularités de contraintes à proximité du bord libre dépend considérablement du raffinement de maillage. Pour illustrer cela, nous utilisons plusieurs raffinements de maillage et on observe l'évolution de  $\sigma_{13}$  qui présente souvent de fort gradients (Figure V.6). Les résultats montrent que l'intensité de la contrainte augmente avec le nombre d'éléments. En conclusion, nous pouvons affirmer qu'il reste difficile de construire un critère d'amorçage du délaminage en utilisant des contraintes locales.



Figure V.6 - Evolution de la contrainte  $\sigma_{13}$  près au bord libre avec différents maillages

## V.3 Critère de délaminage

Le délaminage dans les matériaux composites est habituellement provoqué par des discontinuités de géométrie tels que les bords, les trous, la fissuration des plis ou des défauts. Il peut à lui seul entraîner la rupture finale du stratifié par une perte considérable de rigidité de la structure. La cinétique de cette dégradation est souvent complexe. Diaz Diaz et Caron [Diaz Diaz et Caron, 2006] ont observé qu'avant l'initiation d'un délaminage, les éprouvettes testées ont un comportement globalement linaire bien que des micro-délaminages se soient déjà développés pour finalement se combiner et donner naissance à un délaminage plus macroscopique dont la longueur est de l'ordre de l'épaisseur du pli. Pendant l'évolution de ces micro-délaminages, le comportement global reste linéaire au sens où l'impact de ces défauts n'est pas encore perceptible. C'est par coalescence de ces défauts que se produit le délaminage final [Herakovich et al., 2000] et la non linéarité du comportement global. Cette non linéarité peut être accentuée par d'autres dégradations telles que la fissuration des plis [Kim et Soni, 1984], [O'Brien, 1982].

Le délaminage qui est un phénomène d'arrachement entre deux plis, induit un état de contrainte critique à l'interface de ceux-ci. Les trois composantes du vecteur de contrainte,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{13}$  et  $\sigma_{23}$  sont les composantes antiplanes. Ces composantes  $\sigma_{23}$  et  $\sigma_{13}$  créent un délaminage par cisaillement, appelé respectivement « Mode II » et « Mode III », alors que la composante  $\sigma_{33}$  provoque un délaminage par arrachement appelé « Mode I » (Figure V.7). Nous pouvons distinguer trois étapes successives dans la cinétique d'évolution du délaminage : l'amorçage, l'évolution de la zone de la dégradation et enfin la croissance macroscopique du délaminage.



Figure V.7 - Trois Modes de délaminage (a) Mode I, (b) Mode II et (c) Mode III

En général, un critère basé sur une mécanique linéaire de la rupture utilisant un calcul du taux de restitution d'énergie, *G*, permet d'obtenir des prédictions correctes de la croissance du délaminage. La limitation de cette méthode est la prédiction de son amorçage [Rybicki et Kanninen, 1997], [Raju, 1987] et [Whitney et Nuimer, 1974]. Ainsi, cette approche ne permet pas de traiter de problème de l'initiation d'une fissure de délaminage

Pour dépasser cette limitation, des techniques numériques basées sur des éléments d'interface situés à l'interface de deux plis voisins sont utilisées. Le comportement de ces éléments en tout ou rien (cohésif/non cohésif), relie bien souvent les composantes normales du vecteur contrainte au saut de la discontinuité interfaciale. Cette approche permet de simuler l'amorçage puis la progression du délaminage. L'amorçage du délaminage apparaît quand la contrainte de traction interlaminaire atteint la valeur critique de résistance interfaciale. Puis le front avance par une rupture des éléments successifs correspondent à la consommation de leur énergie surfacique de décohésion. Toutefois cette méthode nécessite des essais spécifiques afin d'identifier le comportement de l'élément d'interface. En outre, la nature du comportement de cet élément est sujette à beaucoup d'incertitudes.

En raison de sa simplicité et de son caractère plus méthodique, une troisième approche est préférée pour le dimensionnement de structure industrielle. Cette approche est construite sur l'écriture d'un critère à l'aide des moyennes des contraintes sur une zone dite critique. C'est cette dernière approche qui sera privilégiée dans notre étude. Nous supposons que les différents plis sont homogènes et que leur comportement est élastique linéaire. De nombreuses d'études ont proposé de tels critères toutefois en négligeant bien souvent l'effet de la contrainte de compression  $\sigma_{33}$  [Diaz Diaz et Caron, 2006], [Brewer et Lagace, 1988]. La conséquence en est que pour certaines séquences  $(\pm \theta)_{2s}$  de composite carbone/époxy, les critères sous-estiment fortement l'amorçage du délaminage.

Parmi les études qui ont proposé un critère qui prend en compte les trois modes du délaminage et l'effet de compression en mode I, citons Kim et Soni (voir l'expression (V.1)) :

$$\left(\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{_{13}}}{\boldsymbol{\sigma}_{_{13}}^{\scriptscriptstyle D}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{_{23}}}{\boldsymbol{\sigma}_{_{23}}^{\scriptscriptstyle D}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{_{33}}^{\scriptscriptstyle 2}}{\boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{\scriptscriptstyle DT} \boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{\scriptscriptstyle DC}}\right) + \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{_{33}}\left(\frac{1}{\boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{\scriptscriptstyle DT}} - \frac{1}{\boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{\scriptscriptstyle DC}}\right) = 1$$
(V.1)

où  $\boldsymbol{\sigma}_{_{13}}^{^{D}}$  est le cisaillement de rupture en Mode III,  $\boldsymbol{\sigma}_{_{23}}^{^{D}}$  est le cisaillement de rupture en Mode II,  $\boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{^{DT}}$  est la traction de rupture en Mode I et  $\boldsymbol{\sigma}_{_{33}}^{^{DC}}$  est la compression de rupture en Mode I.

Cependant ce critère présente l'inconvénient de nécessiter des essais expérimentaux d'identification nombreux et parfois difficiles à réaliser, notamment dans le cas d'une rupture de compression en Mode I. Pour résoudre ce problème, Lorriot et al. [Lorriot et al., 2003] ont modifié l'expression (V.1) en supposant que la valeur d'amorçage du délaminage en compression tend vers l'infini permettant ainsi à la valeur d'amorçage en cisaillement d'être retardé par la contrainte de compression en mode I (expression (V.2)).

$$\left(\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{13}}{\boldsymbol{\sigma}_{13}^{p}}\right)^{2} + \left(\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{23}}{\boldsymbol{\sigma}_{23}^{p}}\right)^{2} + \frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{33}}{\boldsymbol{\sigma}_{33}^{pr}} = 1$$
(V.2)



**Figure V.8** – Représentation du plan d'interface entre deux couches voisines

Figure V.9 – Relation entre efforts normaux et efforts tangentiels par la loi de Coulomb

Nous modélisons l'interface entre deux couches adjacentes d'une éprouvette lisse plane par un plan dont les propriétés sont indépendantes de l'orientation des couches adjacentes (voir la figure V.8). Nous supposons, dans un premier temps, implicitement que ce plan et le bord libre de l'éprouvette sont des plans orthogonaux. Nous définissons alors la base du repère associé à ce plan de la manière suivante :

- le troisième vecteur de cette base est le vecteur unitaire qui coïncide avec celui qui indique la direction orthogonale au plan du stratifié ;
- le premier vecteur de cette base est le vecteur unitaire qui repère la droite intersection de ce plan et du plan tangent au bord libre de l'éprouvette ;
- le second vecteur du plan est obtenu par la règle du produit vectoriel.

Le critère que nous proposons est écrit en termes de force (plus précisément de densité d'effort). Son repère d'écriture est le repère associé au plan qui modélise l'interface : il est donc dépendant de la géométrie du bord libre. Si nous souhaitons appliquer ce critère dans le cas d'un bord libre qui n'est pas celui d'une éprouvette lisse plane, mais celui d'une éprouvette plane trouée par exemple, la définition du repère reste évidemment valable. Il suffit de préciser qu'en chaque point du bord du trou, le repère du critère change (son écriture restant identique). Enfin, il convient de noter que si l'expression du critère revêt un caractère isotrope transverse d'axe orthogonal au plan de l'interface, il n'est plus nécessaire de se préoccuper du repère associé au plan de l'interface.

L'écriture du critère est basée sur la remarque suivante : nous supposons que si la force normale est négative (compression), alors elle retarde l'amorçage du délaminage en cisaillement (mode II et mode III). Cette hypothèse est cohérente avec l'étude de Lagunegrand et al. [Lagunegrand et al., 2006]. En revanche elle le favorise si elle est positive (traction). Enfin, si cette force normale est négative (compression) et que les cisaillements sont absents, alors elle ne peut provoquer à elle seule l'amorçage du délaminage.

En fait, ces remarques sont conceptualisées dans la loi de Coulomb usuelle qui décrit le frottement entre deux corps. Elle décrit qu'il y a une relation entre les efforts normaux ( $F_3$ ) et les efforts tangentiels ( $F_1$  et  $F_2$ ) afin de prévoir le glissement entre deux corps en contact (voir la figure V.9). Selon ces considérations, nous proposons un nouveau critère :

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{r}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{1}\right| + \boldsymbol{k}_{1} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}_{1}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{2}\right| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}_{2}^{2}} = 1$$
(V.3)  
$$\vec{\boldsymbol{F}} = \begin{cases} \boldsymbol{F}_{1} \\ \boldsymbol{F}_{2} \\ \boldsymbol{F}_{3} \end{cases} = \widetilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{11} & \boldsymbol{\sigma}_{12} & \boldsymbol{\sigma}_{13} \\ \boldsymbol{\sigma}_{12} & \boldsymbol{\sigma}_{22} & \boldsymbol{\sigma}_{23} \\ \boldsymbol{\sigma}_{13} & \boldsymbol{\sigma}_{23} & \boldsymbol{\sigma}_{33} \end{bmatrix} \begin{cases} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{1} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{13} \\ \boldsymbol{\sigma}_{23} \\ \boldsymbol{\sigma}_{33} \end{cases}$$

avec

avec  $\langle \mathbf{x} \rangle^+ = \begin{cases} \mathbf{x} & avec \ \mathbf{x} > 0 \\ 0 & avec \ \mathbf{x} \le 0 \end{cases}$  et  $\langle \mathbf{x} \rangle^- = \begin{cases} 0 & avec \ \mathbf{x} > 0 \\ \mathbf{x} & avec \ \mathbf{x} \le 0 \end{cases}$ 

où  $Y_r$  est la résistance d'interface en traction (mode I),  $S_1$  et  $S_2$  sont les résistances d'interface en cisaillement et  $k_1, k_2$  les coefficients de frottement de Coulomb (traction-compression) du matériau considéré.

## V.4 Critère de délaminage hors axes

L'écriture de ce critère est réalisée en utilisant des analyses et des considérations faites sur des éprouvettes lisses. Il reste évidemment valable dans le cas d'un bord libre complexe (la notion de plan du stratifié devant être alors remplacée par la notion de plan tangent du stratifié). Ce critère est écrit dans un repère dépendant de la géométrie du lieu où il est appliqué : le troisième vecteur de ce repère indique la direction orthogonale au plan du stratifié, le premier vecteur indique la droite intersection de ce plan et du plan tangent au bord libre de l'éprouvette, le second vecteur est obtenu par la règle du produit vectoriel des deux vecteurs précédents.



Figure V.10 – Relation entre le repère local et le repère autour du trou

Afin d'appliquer le critère identifié sur éprouvette lisse au cas d'une éprouvette trouée, il est nécessaire de travailler dans un repère local associé au trou. Dans le cas d'une éprouvette trouée, il s'agit d'effectuer en chaque point du bord du trou, le calcul du critère après rotation des contraintes d'un angle  $\theta$  (qui définit l'angle des coordonnées cylindriques usuelles) (voir figure V.10).

On choisit donc comme critère, la forme polynomiale suivante :

$$\frac{\left(\langle F_{3} \rangle^{+}\right)^{2}}{Y_{r}^{2}} + \frac{(F_{1})^{2}}{S_{1}^{2}} + \frac{2k_{1}|F_{1}|\langle F_{3} \rangle^{-}}{S_{1}^{2}} + \frac{(k_{1}\langle F_{3} \rangle^{-})^{2}}{S_{1}^{2}} + \frac{(F_{2})^{2}}{S_{2}^{2}} + \frac{2k_{2}|F_{2}|\langle F_{3} \rangle^{-}}{S_{2}^{2}} + \frac{(k_{2}\langle F_{3} \rangle^{-})^{2}}{S_{2}^{2}} = 1$$

Ensuite, nous faisons l'hypothèse que l'influence des modes d'ouverture en cisaillement (Mode II et Mode III) est identique. Nous aboutissons ainsi à la formulation plus simple :

$$\frac{\left(\left\langle F_{3}\right\rangle^{+}\right)^{2}}{Y_{r}^{2}} + \frac{\left(\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}\right)^{2}}{S^{2}/(2k^{2})} + \frac{\left(F_{1}\right)^{2}}{S^{2}} + \frac{\left(F_{2}\right)^{2}}{S^{2}} + \frac{\left|F_{1}\right|\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}}{S^{2}/(2k)} + \frac{\left|F_{2}\right|\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}}{S^{2}/(2k)} = 1$$

Soit :

$$Y_c^2 = \frac{\boldsymbol{S}^2}{2\boldsymbol{k}^2} \text{ et } \boldsymbol{S'}^2 = \frac{\boldsymbol{S}^2}{2\boldsymbol{k}}$$

Donc

$$\frac{\left(\!\left\langle F_{3}\right\rangle^{+}\right)^{2}}{Y_{T}^{2}} + \frac{\left(\!\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}\right)^{2}}{Y_{C}^{2}} + \frac{\left(F_{1}\right)^{2}}{S^{2}} + \frac{\left(F_{2}\right)^{2}}{S^{2}} + \frac{\left|F_{1}\right|\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}}{S^{\prime^{2}}} + \frac{\left|F_{2}\right|\left\langle F_{3}\right\rangle^{-}}{S^{\prime^{2}}} = 1$$
(V.4)

En faisant apparaître la matrice associée à la forme quadratique du critère, on écrit :

$$\left\{ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \quad \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{-} \quad \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \quad \left| \boldsymbol{F}_{1} \right| \right\}^{\boldsymbol{\theta}} \left[ \boldsymbol{A} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{-} \\ \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \\ \left| \boldsymbol{F}_{1} \right| \end{array} \right\}^{\boldsymbol{\theta}} = 1$$
(V.5)

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{T}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Y_{C}^{2}} & \frac{1}{2S'^{2}} & \frac{1}{2S'^{2}} \\ 0 & \frac{1}{2S'^{2}} & \frac{1}{S^{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2S'^{2}} & 0 & \frac{1}{S^{2}} \end{bmatrix}$$

avec

Cette écriture est celle proposée dans le cas où le bord libre est un bord droit. Dans le cas d'une éprouvette trouée, il convient d'opérer en chaque point au bord du trou, le changement de base nécessaire.

$$\begin{cases} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \\ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \\ |\boldsymbol{F}_{2}| \\ |\boldsymbol{F}_{1}| \end{cases}^{\boldsymbol{\theta}} = [\boldsymbol{T}] \begin{cases} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \\ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \\ |\boldsymbol{F}_{2}| \\ |\boldsymbol{F}_{1}| \end{cases}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \quad \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \quad \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \quad \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \quad \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+} \quad \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{1}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{2}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \}^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \quad |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{\boldsymbol{\theta}} = \{ \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} |\boldsymbol{F}_{3}| \rangle^{-} \mid |$$

avec

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Les équations (V.5) et (V.6) donnent :

$$\left\{ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{-} \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \left| \boldsymbol{F}_{1} \right| \right\}^{L} [\boldsymbol{T}]^{T} [\boldsymbol{A}] [\boldsymbol{T}] \left\{ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \\ \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \\ |\boldsymbol{F}_{1} \right| \right\}^{L} = 1$$

$$\left\{ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{-} \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \left| \boldsymbol{F}_{1} \right| \right\}^{L} [\boldsymbol{A}'] \left\{ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{*} \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{3} \right\rangle^{-} \\ \left| \boldsymbol{F}_{2} \right| \\ |\boldsymbol{F}_{1} \right| \right\}^{L} = 1$$

$$[\boldsymbol{A}'] = [\boldsymbol{T}]^{T} [\boldsymbol{A}] [\boldsymbol{T}]$$

$$(V.7)$$

Avec

$$[A'] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_r^2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{Y_c^2} & \frac{1}{2S'^2}(\cos\theta + \sin\theta) & \frac{1}{2S'^2}(\cos\theta - \sin\theta)\\ 0 & \frac{1}{2S'^2}(\cos\theta + \sin\theta) & \frac{1}{S^2}(\cos^2\theta + \sin^2\theta) & 0\\ 0 & \frac{1}{2S'^2}(\cos\theta - \sin\theta) & 0 & \frac{1}{S^2}(\cos^2\theta + \sin^2\theta) \end{bmatrix}$$
(V.8)

Finalement, les équations (V.7) et (V.8) donnent l'expression du critère en fonction de l'angle  $\theta$  (équation (V.9)) :

$$\frac{\left|\left\langle \boldsymbol{F}_{3}\right\rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{r}^{2}} + \frac{\left|\left\langle \boldsymbol{F}_{3}\right\rangle^{-}\right\rangle^{2}}{\boldsymbol{Y}_{c}^{2}} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{2}\right|\left\langle \boldsymbol{F}_{3}\right\rangle^{-}\left(\cos\boldsymbol{\theta} + \sin\boldsymbol{\theta}\right)}{\boldsymbol{S}_{2}^{2}} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{1}\right|\left\langle \boldsymbol{F}_{3}\right\rangle^{-}\left(\cos\boldsymbol{\theta} - \sin\boldsymbol{\theta}\right)}{\boldsymbol{S}_{2}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{2}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}_{1}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{1}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}_{1}^{2}} = 1 \quad (V.9)$$

Par conséquent,

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{r}^{2}} + \frac{\left(\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k}^{2})} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{2}\right| \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} (\cos \boldsymbol{\theta} + \sin \boldsymbol{\theta})}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{1}\right| \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} (\cos \boldsymbol{\theta} - \sin \boldsymbol{\theta})}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{2}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{1}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} = 1 \qquad (V.10)$$

## V.5 Méthodes non locales

Comme nous l'avons souligné auparavant, les effets de bord amènent des singularités de contraintes qui rendent lors d'un calcul par éléments finis, toute évaluation d'un critère local dépendant de la taille du maillage. Cette dépendance entraîne soit l'apparition d'instabilités numériques (divergences prématurées des calculs), soient de résultats erronés. Ce problème se pose d'autant plus quand les matériaux sont fragiles (bétons, composites, certains matériaux métalliques [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1988] ...) car peu de non linéarités viennent atténuer les sur-contraintes locales. De plus pour ces matériaux, la probabilité de rupture liée à la présence de défauts augmente avec la taille du volume considéré. Il découle de ces constats à la fois numériques et physiques, que pour prévoir l'amorçage de fissures tout en évitant une dépendance du maillage, un critère ne doit pas seulement tenir compte d'une valeur locale mais aussi de sa répartition. D'où la terminologie de critère non local. Principalement deux familles de critères non locaux sont développées.

La première calcule un critère non local sur la base d'une moyenne des grandeurs locales sur une longueur, une surface ou un volume incluant la zone critique à évaluer. Ces grandeurs sont généralement des contraintes, des déformations ou des variables d'endommagement.

La deuxième famille se propose d'évaluer de manière non locale les mêmes grandeurs que précédemment, auxquelles s'ajoutent leurs gradients sur la zone critique à évaluer.

Le travail que nous présentons tire partie de ces critères, s'en inspire pour les adapter dans le contexte du délaminage dans les structures stratifiées en matériaux composites. Nous verrons comment le critère d'amorçage proposé en (V.10) a été modifié afin d'éviter toute dépendance du maillage lors des calculs. Après une rapide description bibliographique des deux familles de critères citées auparavant, nous focaliserons notre bibliographie aux matériaux composites avant de présenter l'approche que nous avons choisi de développer.

### V.5.1 Méthode non locale sur une grandeur sans ajout de gradients

Cette première famille de critères est de plus en plus utilisée dans les calculs numériques [Lorriot et al., 2003], [Kim et Soni, 1984], [Brewer et Lagace, 1988] et [Joo, 1992] car d'un usage assez simple dans un contexte industriel. Les critères proposés se résument à une moyenne (souvent

une intégrale) sur une zone incluant les grandeurs singulières que l'on souhaite délocaliser afin d'éviter toute dépendance du maillage. La formule suivante illustre un exemple pour une grandeur locale a,  $\overline{a}$  sa moyenne sur une zone critique  $\Omega_c$ :

$$\overline{a} = \frac{1}{\Omega_c} \int_{\Omega_c} a(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$
(V.11)

La zone critique  $\Omega_c$  est bien souvent, en tout cas quand c'est possible, rattachée à une caractéristique du matériau (taille de grains, hétérogénéités, épaisseur d'un pli...).

## V.5.2 Méthode non locale sur une grandeur et ses gradients

Ces méthodes peuvent se décomposer en deux : celles qui n'introduisent pas explicitement le gradient mais une forme intégrée des variables considérées, multipliées par différentes fonctions de pondération et celles qui prennent directement en compte le gradient par un développement en série de Taylor autour des variables considérées.

Les premières méthodes utilisent la forme intégrée des grandeurs à caractériser, lesquelles sont multipliées par différentes fonctions de pondération. Dans le contexte de la mécanique de l'endommagement, Bažant et Pijaudier-Cabot [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1988] et Germain et al. [Germain et al., 2005], introduisent une moyenne de la variable d'endommagement pondérée par différentes fonctions. De manière commune, ces auteurs introduisent le gradient par le biais de la fonction de pondération qui permet de donner un poids aux évolutions des grandeurs à évaluer. On a ainsi une mesure indirecte de la vitesse d'évolution de ces grandeurs. Les formules suivantes illustrent cette méthode pour une grandeur a et une fonction de pondération  $\alpha(\boldsymbol{\xi})$  bien souvent uniforme ou gaussienne :

$$\overline{a} = \frac{1}{\Omega_c} \int_{\Omega_c} \alpha(\boldsymbol{\xi}) a(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi}) dV(\boldsymbol{\xi})$$
(V.12)  
$$\Omega_c = \int_{V} \alpha(\boldsymbol{\xi}) dV(\boldsymbol{\xi})$$

Les deuxièmes méthodes introduisent explicitement le gradient dans la formulation précédente, par un développement en série de Taylor autour de la variable étudiée. Ces approches transforment la forme intégrée V.12 en introduisant le développement V.14. Peerling et al. [Peerling et al., 1996] utilisent une fonction uniforme pour pondérer un développement des déformations ou de leurs invariants, tandis que Peerlings et al. [Peerling et al., 2002], [Berdin et al., 2004], [Peerling et al., 2004] et [Lorentz et Benallal, 2005], utilisent une fonction gaussienne.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) + \nabla \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{\xi} + \frac{1}{2!} \nabla^2 \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{\xi}^2 + \frac{1}{3!} \nabla^3 \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{\xi}^3 + \dots$$
(V.13)

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) + c\nabla^2 \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) + \dots \tag{V.14}$$

où c peut être considérée comme la longueur critique.

On notera que ces approches ont été étendues à des grandeurs plus globales (potentiels d'état) tels que des potentiels thermodynamiques F ou des potentiels de dissipation D par des écritures non locales tels que :

$$F(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{a}) = \int_{\Omega_C} \Phi(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{a}(\boldsymbol{x}), \nabla \boldsymbol{a}(\boldsymbol{x})) d\boldsymbol{x}$$
(V.15)

$$\boldsymbol{D}(\dot{\boldsymbol{a}}) = \int_{\Omega_{C}} \Delta(\dot{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}), \nabla \dot{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x})) d\boldsymbol{x}$$
(V.16)

 $\Omega_c$ ,  $a \operatorname{et} \nabla a$  indiquent respectivement un domaine solide, une variable interne et son gradient. On considère ainsi des bilans énergétiques sur une zone de délocalisation suffisamment représentative des phénomènes locaux à étudier. Les phénomènes dissipatifs sont alors pris en compte de manière plus globale sous forme de moyennes sur les zones considérées. C'est le cas dans la littérature souvent pour des phénomènes d'endommagement et de plasticité. On passe ainsi d'une thermodynamique locale à une thermodynamique non locale au travers de l'inégalité de Clausius-Duhem en établissant des bilans par régions [Lorentz et Benallal, 2005].

## V.5.3 Application aux matériaux composites

Les premiers critères non locaux d'amorçage du délaminage généralement exprimés en contraintes ont été proposés par Whitney et Nuismer [Whitney et Nuimer, 1974]. On note deux façons d'apprécier l'état de sollicitation à l'interface entre deux plis.

La première consiste à calculer un critère des contraintes locales, en un point (*point stress*) situé à une certaine distance du bord libre, appelée distance critique  $(y_0)$ .

La seconde façon, proche des critères évoqués en V.5.1, consiste à calculer un critère à l'aide d'une moyenne des contraintes sur un domaine critique  $\Omega_c$  allant du bord libre jusqu'à la longueur critique  $(y_0)$ , cette longueur étant prise sur la droite orthogonale au plan tangent au bord libre et passant par le point critique. Dans ce contexte, de nombreuses études traitent la prédiction de l'amorçage du délaminage des composites stratifiés en mode III seul en négligeant les deux autres modes (Mode I et II), en raison des faibles valeurs des contraintes provoquant ces modes, pour les séquences étudiées. La conséquence en est une identification simplifiée. On peut donc caractériser une moyenne des contraintes en mode III par la formule suivante :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{13}(\boldsymbol{y}_{0,13}) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0,13}} \int_{0}^{\boldsymbol{y}_{0,13}} \boldsymbol{\sigma}_{13}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$
(V.17)

où  $\sigma_{13}$  et  $\overline{\sigma}_{13}$  sont la contrainte locale anti-plane en mode III et sa moyenne à l'interface,  $y_{0,13}$  est la longueur critique d'intégration en mode III, définie à partir du bord libre, dans le repère local de la singularité (au bord et à l'interface considéré). Cette longueur correspond généralement à une caractéristique du matériau.

Dans notre étude, compte tenue des séquences étudiées, cette hypothèse n'est pas valide car nous ne pouvons négliger aucune des composantes du vecteur contrainte, c'est-à-dire aucune des trois contraintes anti-planes. Il était donc à priori nécessaire de connaître trois longueurs critiques, chacune d'entre elles étant dédiées à l'une des trois contraintes. Pour simplifier l'identification, nous avons supposé une même distance pour les trois contraintes. Nous avons donc proposé une simplification de l'expression (V.17) selon la formule suivante :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}(\boldsymbol{y}_0) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_0} \int_{0}^{\boldsymbol{y}_0} \boldsymbol{\sigma}_{ij}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$
(V.18)

où  $\sigma_{ij}$  et  $\overline{\sigma}_{ij}$  sont respectivement les trois contraintes locales anti-planes et leurs moyennes à l'interface.  $y_0$  est la longueur critique, identique pour les trois contraintes.

Pour les matériaux composites stratifiés, des micro-délaminages apparaissent avant tout délaminage macroscopique tandis que le comportement global du stratifié demeure linéaire. Ces phénomènes entraînent une localisation semblable à celle des matériaux fragiles (céramiques, bétons...). Nous avons ainsi été amenés à transformer le critère local (V.10) en un critère non local qui résulte d'une moyenne des contraintes et de leurs gradients sur un voisinage du point singulier. L'effet

du gradient est pris en compte par une dérivée du premier ordre. Les contraintes anti-planes du critère (V.11) s'écrivent maintenant :

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{ij} & \text{si } y = 0\\ \boldsymbol{\sigma}_{ij} + \boldsymbol{h} \cdot (\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}}{\partial z}) & \text{si } y > 0 \end{cases}$$
(V.19)

h, appelée zone d'effet du gradient, prend en compte l'effet du gradient en un point et son voisinage. La taille de cette zone (illustrée figure V.10), dépend des constituants, de leurs géométries (mats, tissus, rubans), des composites étudiés...



Figure V.11 - Zone d'effet du gradient, illustration dans le cas d'une contrainte

L'effet dimensionnant de cette étude étant le délaminage entre couches adjacentes, les effets des gradients ont été évalués le long de l'interface. L'expression (V.19) se réduit par conséquent à :

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{ij} & \text{si } \boldsymbol{y} = 0\\ \boldsymbol{\sigma}_{ij} + \boldsymbol{h} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}}{\partial \boldsymbol{y}} & \text{si } \boldsymbol{y} > 0 \end{cases}$$
(V.20)

Pour calculer numériquement la valeur du gradient, on choisit la méthode de Landau et Páez :

$$f'_{mp}(y) = \frac{f(y+h/2) - f(y-h/2)}{h}$$
(V.21)

En introduisant (V.21) dans la formule (V.20), on obtient :

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{ij} & \text{si } y = 0 \\ \boldsymbol{\sigma}_{ij} + \boldsymbol{h} \cdot \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{ij} (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{h}/2) - \boldsymbol{\sigma}_{ij} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{h}/2)}{\boldsymbol{h}} \right) & \text{si } \boldsymbol{y} > 0 \\ \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{ij} & \text{si } \boldsymbol{y} = 0 \\ \boldsymbol{\sigma}_{ij} + \boldsymbol{\sigma}_{ij} (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{h}/2) - \boldsymbol{\sigma}_{ij} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{h}/2) & \text{si } \boldsymbol{y} > 0 \end{cases}$$
(V.22)

Le calcul (V.22) est illustré figure V.12. On obtient ainsi les nouvelles contraintes non locales qui seront utilisées dans le critère en contraintes moyennes en remplaçant  $\sigma_{ii}$  par  $\tilde{\sigma}_{ii}$ .



Figure V.12 - Calcul de la dérivée première des contraintes sur la zone d'effet du gradient

Nous obtenons la moyenne des contraintes non locales ( $\overline{\tilde{\sigma}}_{ij}$ ) sur la longueur critique  $y_0$ ,  $\overline{\tilde{\sigma}}_{ij} = f(y_0)$ . Cette moyenne prend ainsi en compte l'effet du gradient sur un voisinage. Cette méthode nécessite pour évaluer le gradient, de construire un maillage respectant cette zone d'effet du gradient (h) de manière constante afin d'obtenir lors des calculs pour chaque valeur de contrainte, ses voisines à une distance  $\frac{h}{2}$ . Cette exigence contraignante au niveau du maillage, nécessite des maillages à la fois réguliers et assez raffinés. Pour cette raison une extrapolation linéaire des contraintes entre un nœud et ses voisins a été privilégiée. A l'issue d'un calcul par éléments finis, nous extrapolons les trois contraintes anti-planes correspondants à la zone d'effet du gradient, puis nous calculons les contraintes non locales en ajoutant leurs gradients, enfin on calcule les trois contraintes non locales moyennes par intégration des trois contraintes non locales dans la formule (V.11). Cette procédure est illustrée figure V.13.





## V.5.4 Convergence : Domaine d'intégration

Nous allons vérifier dans cette partie, l'indépendance des deux méthodes non locales proposées vis-à-vis des maillages.

Renard et Anquez [Renard et Anquez, 1989] ont montré sur différents stratifiés en carbone (T300) époxy (Narmco 5208), que l'on pouvait estimer l'état des contraintes proche des bords libres par la formulation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{r}^{-\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \tag{V.23}$$

Ces auteurs ont également expliqué que ces contraintes deviennent infinies à l'approche du bord libre et de l'interface (r = 0) et que l'ordre de la singularité est liée à l'exposant  $\alpha$ . Sa valeur dépend des séquences étudiées comme le montre le tableau V.1. C'est cette singularité qui explique la dépendance du maillage.

$(\theta_1, \theta_2)_s$	α
$(+45,-45)_{s}$	0,047
$(50, -40)_s$	0,049
$(60, -30)_s$	0,0633
(70,-20) <sub>s</sub>	0,084
(80,-10) <sub>s</sub>	0,101
(90,0) <sub>s</sub>	0,108

Tableau V.1 – Ordre de singularité des contraintes [Renard et Anquez, 1989]

Dans les méthodes non locales proposées précédemment, le critère est calculé par intégration sur une distance critique. La première de ces méthodes utilise les moyennes des contraintes sans gradient :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \int_{0}^{\boldsymbol{y}_{0}} \boldsymbol{\sigma}_{ij}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$

$$= \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \int_{0}^{\boldsymbol{y}_{0}} (f_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{r}^{-\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta})) d\boldsymbol{r}$$

$$= \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \left( f_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \frac{\boldsymbol{r}^{1-\boldsymbol{\alpha}}}{1-\boldsymbol{\alpha}} \Big|_{r=0}^{r=\boldsymbol{y}_{0}} + (\boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r}\Big|_{r=0}^{r=\boldsymbol{y}_{0}} \right)$$

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \left( f_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \frac{\boldsymbol{r}^{1-\boldsymbol{\alpha}}}{1-\boldsymbol{\alpha}} \Big|_{r=\boldsymbol{y}_{0}} - f_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \frac{\boldsymbol{r}^{1-\boldsymbol{\alpha}}}{1-\boldsymbol{\alpha}} \Big|_{r=0} + (\boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r}\Big|_{r=0}^{r=\boldsymbol{y}_{0}} \right)$$
(V.24)

Par la formule V.24, on déduit que lorsque  $\alpha = 1$ , le premier terme est infini. De même si  $(1-\alpha) < 0, \alpha > 1$ , le second terme est infini. Ainsi l'intégrale est définit lorsque  $\alpha < 1$ . Ceci permet d'évaluer la contrainte moyenne et d'obtenir une valeur du critère indépendante du maillage.

La deuxième méthode non locale qui consiste à prendre en compte le premier gradient s'écrit :

$$\overline{\widetilde{\sigma}}_{ij}(y_0) = \frac{1}{y_0} \int_{0}^{y_0} \left( f_{ij}(\theta) \cdot r^{-\alpha} + g_{ij}(\theta) \right) dr + \frac{1}{y_0} \int_{r \to 0}^{y_0} \left( h \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( f_{ij}(\theta) \cdot r^{-\alpha} + g_{ij}(\theta) \right) \right) dr$$

$$\overline{\widetilde{\sigma}}_{ij}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \int_{0}^{\boldsymbol{y}_{0}} \left( \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r}^{-\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \right) d\boldsymbol{r} + \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \int_{\boldsymbol{r}\to0}^{\boldsymbol{y}_{0}} \left( -\boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r}^{-\boldsymbol{\alpha}-1} \right) d\boldsymbol{r}$$

$$\overline{\widetilde{\sigma}}_{ij}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{0}} \left( \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \frac{\boldsymbol{r}^{1-\boldsymbol{\alpha}}}{1-\boldsymbol{\alpha}} \Big|_{\boldsymbol{r}=0}^{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{y}_{0}} + \left( \boldsymbol{g}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r} \Big|_{\boldsymbol{r}=0}^{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{y}_{0}} + \boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \boldsymbol{r}^{-\boldsymbol{\alpha}} \Big|_{\boldsymbol{r}\to0}^{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{y}_{0}} \right)$$
(V.25)

Par la formule V.25 on déduit que lorsque  $\alpha < 1$ , l'intégrale est définie quand  $\alpha < 0$ .

On évalue l'ordre de la singularité des contraintes ( $\alpha$ ) pour notre matériau, par la pente de la courbe  $\log(\sigma)$  en fonction de  $\log(r)$  (Figure V.14). Les ordres de singularité des contraintes majoritaires aux interfaces sont reportés dans le tableau V.2. Ces résultats permettent d'asseoir la méthode proposée quand  $\alpha < 1$  et de valider l'indépendance par rapport aux maillages.



Figure V.14  $Log(\sigma_{13}), Log(\sigma_{23})$  et  $Log(\sigma_{13})$  en fonction de Log(r): (a) Interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}$  et (b)  $-10^{\circ}/-50^{\circ}$ 

Interface	$\alpha(\sigma_{_{13}})$	$\alpha(\sigma_{33})$
+20/-20	0,139	-
$+20_{2}/-20_{2}$	0,1562	-
+30/-30	0,1656	-
$+30_{2}/-30_{2}$	0,1667	-
-10/-50	0,1748	0,1758
$-10_{2}/-50_{2}$	0,211	0,2234

Tableau V.2 – Ordre de singularité des contraintes

## V.6 Identification des coefficients du critère

## V.6.1 Introduction

Cette partie présente la méthode d'identification des coefficients du critère (V.10). Comme nous l'avons souligné, ce critère est basé sur deux approches non locales : l'une sans ajout de gradients, l'autre avec gradients. De nombreuses études tentent d'identifier des critères similaires sur des éprouvettes lisses [Lorriot et al., 2003], [Diaz Diaz et Caron, 2006], [Kim et Soni, 1984], [Brewer et Lagace, 1988] en faisant varier les épaisseurs, soit sur des éprouvettes trouées [Whitney et Nuimer, 1974] en faisant varier le diamètre du trou. La validation est vérifiée pour différents empilements des

composites stratifiés étudiés. Notons tout de même que la plupart des études choisissent des éprouvettes lisses en raison de la facilité d'observation de l'amorçage du délaminage comparée aux éprouvettes trouées.

Les méthodes d'identification peuvent être classées en deux familles. Les premières [Kim et Soni, 1984], [Whitney et Nuimer, 1974], [Brewer et Lagace, 1988], [Joo, 1992] appelées « méthodes des moyennes », calculent sur une longueur critique comptée à partir du bord libre, les contraintes proches de l'interface entre l'amorçage du délaminage et la rupture de l'éprouvette. Dans notre cas nous nous sommes intéressés à l'amorçage. Dès lors ce dernier observé expérimentalement, un retour sur le calcul permet l'identification des paramètres recherchés. Néanmoins, cette méthode est très sensible aux dispersions expérimentales. Pour obtenir des valeurs fiables, beaucoup d'essais sont nécessaires.

La deuxième méthode proposée par Lecuyer et Engrand [Lecuyer et E,grand, 1992] est basée sur une méthode graphique. Les auteurs supposent que les résistances d'interfaces et les longueurs critiques sont des caractéristiques matériaux, indépendantes de la séquence et de l'épaisseur pour un mode de rupteur donné. Les coefficients sont déterminés sur des courbes d'évolution des contraintes qui selon eux doivent se couper en un même point (Figure V.15). Cette méthode trouve tout son sens lorsque les courbes se coupent. Dans le cas contraire l'identification reste évidemment impossible.



Figure V.15 - Méthode graphique d'identification

Néanmoins, cette deuxième méthode reste aussi très dépendante des dispersions expérimentales quant à la détection de l'amorçage du délaminage [Marion, 2000]. Pour résoudre ce problème, nous pensons :

- qu'il manque trop d'essais pour identifier de manière fiable les paramètres recherchés ;
- Leguillon et al. [Leguillon et al., 2001] ont proposé pour ce type de problème, un traitement analytique des résultats expérimentaux (V.26) permettant de résoudre des problèmes dispersés et d'obtenir des courbes qui se coupent en un point unique. Cette méthode présente l'avantage de nécessiter que de peu d'essais.

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}^{mes}(\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}_{1})}{\boldsymbol{\sigma}^{mes}(\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}_{i})} = \left(\frac{\boldsymbol{e}_{i}}{\boldsymbol{e}_{1}}\right)^{\lambda} \text{ avec } i=1,2,3...,n$$
(V.26)

Où  $\sigma^{mes}(e = e_1)$  est la contrainte globale mesurée au moment de l'amorçage du délaminage pour n = 1,  $\sigma^{mes}(e = e_i)$  est la contrainte globale mesurée au moment de l'amorçage du délaminage pour n = i,  $e_1$  est l'épaisseur du pli pour n = i,  $e_1$  est l'épaisseur du pli pour n = i,  $\lambda$  est un coefficient caractéristique du stratifié.

#### V. Etude du délaminage entre plis

Remarquons également que ces deux méthodes identifient les coefficients du critère en séparant chaque mode d'amorçage par un choix judicieux des séquences d'empilement. [Lorriot et al., 2003], [Diaz Diaz et Caron, 2005], [Brewer et Lagace, 1988], [Marion, 2000] choisissent une famille de séquence  $(\pm \theta_n)_x$  avec  $\theta \le 30^\circ$ , le délaminage s'amorçant préférentiellement aux interfaces  $+\theta/-\theta$ . La contrainte prépondérante calculée à ces interfaces est la contrainte en mode III,  $\sigma_{13}$ , les autres restent négligeables. Cela permet d'identifier facilement les deux coefficients de cisaillement du critère. En revanche, le mode I de pelage ne se retrouve que mêlé à d'autres modes. Il doit être déterminé en mode mixte (mélange cisaillement traction). Par conséquent, ce dernier mode ne pourra être identifié que dès lors le cisaillement identifié.

Pour vérifier l'hypothèse faite dans le critère du retard à l'amorçage provoqué par la présence des contraintes de compression sur l'évolution des modes I et III, nous avons choisi une famille de séquences  $(\theta_n, \pm \theta_n)_s$ . Ces séquences présentent en effet des contraintes de compression en proportions variables.

Comme nous avons supposé les coefficients du critère comme étant des caractéristiques matériaux liées aux interfaces, l'hypothèse d'indépendance vis-à-vis des séquences d'empilement, des épaisseurs et de la géométrie des plies a été faite. On décide alors d'identifier les coefficients sur éprouvettes lisses et pour différentes épaisseurs et séquences.

Pour simplifier l'identification, on procède selon deux groupes de séquences. Le premier identifie  $S \ k$  et  $y_0$  en compression-cisaillement. Le deuxième identifie seulement  $Y_r$  en mode de traction-cisaillement. Nous avons supposé une même valeur de la distance critique pour les trois modes. Logiquement, le deuxième groupe doit intervenir après le premier car la résistance en cisaillement (S) doit être déterminée au préalable de toute autre identification.

## V.6.2 Identification en mode compression et cisaillement

Le premier groupe sert à identifier S, k et  $y_0$ . Notre critère diffère des critères proposés dans la bibliographie [Lorriot et al., 2003] et [Lecuyer et Engrand, 1992] du fait de la prise en compte des contraintes de compression comme retardateur de l'amorçage du délaminage en cisaillement. Il a par conséquent été nécessaire de modifier les méthodes basées sur l'intersection de faisceaux de courbes en contraintes. Ces courbes obtenues pour différentes séquences d'empilement donnent la longueur critique  $y_0$ , en decà de laquelle l'amorçage du délaminage peut être calculé. Les coefficients des deux critères non locaux que nous avons proposés (sans et avec gradients) sont identifiés par une moyenne  $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}, \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{13}(\boldsymbol{y}_0), \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{23}(\boldsymbol{y}_0), \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_0))$ des contraintes sur cette longueur critique : et  $S = f(k, \overline{\widetilde{\sigma}}_{13}(y_0), \overline{\widetilde{\sigma}}_{23}(y_0), \overline{\widetilde{\sigma}}_{33}(y_0))$ , respectivement. En raison de la présence de compression (absence de la contrainte de traction), la formulation du critère est celle des formules V.3 et V.10 et se réduit par conséquent à l'expression suivante :

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \rangle^{-}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k}^{2})} + \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{13}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{23}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} + \frac{\left|\boldsymbol{\sigma}_{13}\right| \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \right\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} + \frac{\left|\boldsymbol{\sigma}_{23}\right| \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \right\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} = 1$$
$$\boldsymbol{S}^{2} = 2\boldsymbol{k} \left(\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \rangle^{-}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\sigma}_{13}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\sigma}_{23}\right)^{2} + 2\boldsymbol{k} \left|\boldsymbol{\sigma}_{13}\right| \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \right\rangle^{-} + 2\boldsymbol{k} \left|\boldsymbol{\sigma}_{23}\right| \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \right\rangle^{-}$$
$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{y}_{0}) = \sqrt{\left(\left|\boldsymbol{\overline{\sigma}}_{13}\left(\boldsymbol{y}_{0}\right)\right| + \boldsymbol{k}_{1} \left\langle \boldsymbol{\overline{\sigma}}_{33}\left(\boldsymbol{y}_{0}\right)\right\rangle^{-}\right)^{2}} + \left(\left|\boldsymbol{\overline{\sigma}}_{23}\left(\boldsymbol{y}_{0}\right)\right| + \boldsymbol{k}_{2} \left\langle \boldsymbol{\overline{\sigma}}_{33}\left(\boldsymbol{y}_{0}\right)\right\rangle^{-}\right)^{2}}$$

Donc, pour les contraintes moyennes :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{y}_{0}) \cong \boldsymbol{S}(\boldsymbol{y}_{0}) = \sqrt{\left(\left|\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{13}(\boldsymbol{y}_{0})\right| + \boldsymbol{k}_{1}\left\langle\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_{0})\right\rangle^{-}\right)^{2} + \left(\left|\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{23}(\boldsymbol{y}_{0})\right| + \boldsymbol{k}_{2}\left\langle\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_{0})\right\rangle^{-}\right)^{2}}$$
(V.27)

Et, pour les contraintes non locales moyennes :

$$\overline{\widetilde{\sigma}}(\boldsymbol{y}_{0}) \cong \boldsymbol{S}(\boldsymbol{y}_{0}) = \sqrt{\left\| \overline{\widetilde{\sigma}}_{13}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\| + \boldsymbol{k}_{1} \left\langle \overline{\widetilde{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\rangle^{-}}^{2} + \left\| \overline{\widetilde{\sigma}}_{23}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\| + \boldsymbol{k}_{2} \left\langle \overline{\widetilde{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\rangle^{-}^{2}}$$
(V.25)

Pour terminer l'identification du critère, il reste à déterminer trois coefficients. Il faut réaliser des essais en traction avec au moins 3 séquences différentes. Nous avons effectué des essais sur les séquences  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ}_{n})_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ}_{n})_{s}$  avec n=1 et 2 (tableau V.3). L'algorithme d'identification est expliqué figure V.16 Il s'agit d'itérations sur la distance critique. On part du diamètre de la fibre jusqu'à obtenir une intersection unique des courbes par la méthode graphique. Les valeurs finales des coefficients se calculent par minimisation des erreurs.

Séquences	Interface	$\sigma_{amorcage}^{Expérimentaux}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle amorcage}^{\scriptscriptstyle Simulation}$			
-			h = 0,0	<b>h</b> = 0,01	<b>h</b> = 0,02	<b>h</b> = 0,03
$(0^{\circ},\pm 20^{\circ})_{s}$	+ 20/- 20	425-450	430	429	430	430
$(0^{\circ},\pm 20^{\circ}_{2})_{s}$	$+20_{2}/-20_{2}$	312,5-337,5	323	324	325	325
$(0^{\circ},\pm 30^{\circ})_{s}$	+ 30/- 30	405-430	415	417	418	418
$(0^{\circ},\pm 30^{\circ}_{2})_{s}$	$+30_{2}/-30_{2}$	287,5-312,5	288	291	290	290

**Tableau V.3** – Amorçage du délaminage expérimental et identification par calculs sur éprouvettes lisses en chargements quasi-statiques

Les résultats d'identification pour le critère en contraintes moyennes sont reportés figure 3.3 et pour le critère établi avec ajout de gradients et variation de la zone (h) sur la figure V.17 et le tableau V.4.



Figure V.16 - Schéma d'identification



Figure V.17 - Résultats d'identification en mode de cisaillement (moyenne des contraintes non locale, h = 0,0)

h	У	k	S
0,0	0,16	0,01	141,5
0,01	0,21	0,01	147,5
0,02	0,30	0,01	141
0,03	0,30	0,01	147

Tableau V.4- Résultats d'identification sur éprouvettes lisses



**Figure V.18** - Résultats d'identification en mode de cisaillement (moyenne des contraintes non locales avec gradient, h=0,01)

## V.6.3 Identification en mode mixte : Traction et cisaillement

Le deuxième groupe, s'identifie en mode de traction de la même manière. Il faut d'abord déterminer la rupture en mode I,  $Y_r$ , en fonction de la longueur critique (voir la formule V.29). La contrainte de traction apparait en l'absence de celle de compression.

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{r}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{13}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{23}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} = 1$$

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{r}^{2}} = 1 - \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{13}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} - \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{23}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}}$$

$$\boldsymbol{Y}_{r}^{2} = \frac{\left(\langle \boldsymbol{\sigma}_{33} \rangle^{+}\right)^{2}}{1 - \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{13}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\sigma}_{23}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}}}$$

$$\boldsymbol{Y}_{r}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{\left\langle \boldsymbol{\sigma}_{33}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\rangle^{+}}{\sqrt{1 - \frac{\left(\boldsymbol{\sigma}_{13}(\boldsymbol{y}_{0})\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\sigma}_{23}(\boldsymbol{y}_{0})\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}}}$$
(V.29)

On obtient pour la moyenne des contraintes non locales :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{y}_{0}) \cong \boldsymbol{Y}_{r}(\boldsymbol{y}_{0}) = \frac{\left\langle \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{33}(\boldsymbol{y}_{0}) \right\rangle^{+}}{\sqrt{1 - \frac{\left(\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{13}(\boldsymbol{y}_{0})\right)^{2} + \left(\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{23}(\boldsymbol{y}_{0})\right)^{2}}}{\boldsymbol{S}^{2}}}$$
(V.30)

Pour la moyenne des contraintes non locales avec gradient :

$$\overline{\widetilde{\sigma}}(y_0) \cong Y_r(y_0) = \frac{\left\langle \overline{\widetilde{\sigma}}_{33}(y_0) \right\rangle^4}{\sqrt{1 - \frac{\left(\overline{\widetilde{\sigma}}_{13}(y_0)\right)^2 + \left(\overline{\widetilde{\sigma}}_{23}(y_0)\right)^2}{S^2}}}$$
(V.31)

Après avoir identifié les coefficients du premier groupe, reste à identifier le seul coefficient  $Y_{\tau}$ , grâce au deuxième groupe. Pour cela, il faut réaliser des essais de traction avec au moins une séquence. Selon les hypothèses définies auparavant, les trois modes d'amorçage du délaminage doivent s'établir sur la même longueur critique. Pour le vérifier, nous choisissons d'identifier sur les deux séquences suivantes  $(-30^\circ, -10^\circ, -50^\circ)_s$  et  $(-30^\circ, -10^\circ_{,2}, -50^\circ_{,2})_s$  (voir le tableau V.5).

Séquences	Interface	$\sigma^{Expérimentaux}_{amorçage}$ $\sigma^{Simula}_{amorça}$			Simulation morçage	ation age	
-			h = 0,0	<b>h</b> = 0,01	<b>h</b> = 0,02	<i>h</i> = 0,03	
(-30°,-10°,-50°) <sub>s</sub>	-10/-50	270-295	276	270	283	278	
$(-30^{\circ}, -10^{\circ}_{2}, -50^{\circ}_{2})_{s}$	$-10_{2}/-50_{2}$	265-290	282	280	286	284	



Les résultats d'identification obtenus sont reportés sur la figure suivante :



Figure V.19 - Résultat d'identification en mode de traction (moyenne des contraintes non locales)



**Figure V.20** - Résultat d'identification en mode de traction (moyenne des contraintes non locales avec gradient, h=0,02)

Ce parcours d'identification, permet de proposer les coefficients du critère (tableau ci-dessous).

h	${\cal Y}_{0}$	k	S	Y <sub>T</sub>
0,0	0,16	0,01	141,5	30
0,01	0,21	0,01	147,5	28
0,02	0,3	0,01	141	30
0,03	0,3	0,01	147	30

Tableau V.6 - Résultats d'identification sur éprouvettes lisses

D'après ces résultats, peu de dispersions sont constatées sur les résistances obtenues pour chaque mode (S et  $Y_T$ ) quelque soit la méthode non locale utilisée. Par contre les différences sont plus

notables en ce qui concerne l'évaluation de la longueur critique. Nous pouvons toutefois admettre une valeur de l'ordre de la moitié de l'épaisseur du pli.

Remarquons que la valeur d'amorçage en traction  $Y_r$  reste assez faible (quatre fois plus faible que la valeur en cisaillement). Néanmoins la valeur trouvée est assez fiable car elle a été validée sur des essais très différents à savoir les stratifications prévues pour identifier ce mode et à partir d'un essai Arcan-Mines développé par notre centre de recherche. On trouve une valeur de 30 MPa.

# **Références Bibliographiques**

- [Aussedat-Yahia, 1997] Aussedat-Yahia, E. (1997). Comportement et endommagement du composite tissé Carbone/PMR15 sousmis à des chargements mécaniques et thermiques. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1988] Bažant, Z.P. et Pijaudier-Cabot, G. (1998). Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. Journal of applied mechanics, 55, pp. 287-293.
- [Berdin et al., 2004] Berdin, C., Besson, J., Bugat, S., Desmorat, R., Feyel, F., Forest, S., Lorentz, E., Maire, E., Pardoen, T., Pineau, A. et Tanguy, B. (2004). Local approach to fracture », Les Presses de L'Ecole des mines de paris, pp. 311-371.
- [Bonnet, 2005] Bonnet B. (2005). Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [Brewer et Lagace, 1988] Brewer, J.C. et Lagace, P.A. (1988). Quadratic Stress Criterion for Initiation of delamination. Journal of composite materials, 22, pp. 1141-1155.
- [Byström et al., 2000] Byström, J., Jekabsons, N., et Varna, J. (2000). An evaluation of different models for prediction of elastic properties of woven composites. Composites : Part B Vol. 31 pp. 7-20.
- [Cardona, 2000] Cardona, J-M. (2000). Comportement et durée de vie des pièces multiperforées : application aux aubes de turbine. Thèse de doctorat, ENSMP.
- [Caron et al., 2006] Caron, J.F., Diaz Diaz, A., Carreira, R.P., Chabot, A., et Ehrlacher, A. (2006). Muliti-particle modelling for the prediction of delamaination in multi-layered materials. Composites science and technology, 66, pp. 755-765.
- [Carreira et al., 2002] Carreira, R.P., Caron J.F., et Diaz Diaz, A. (2005). Model of multilayered materials for interface stresses estimation and validation by finite element calculations. Mechanics of materials, 34, pp. 217-230.
- [Cartraud, 1994] Cartraud, P. (1994). Contribution à la modélisation numérique et à l'homogénéisation du comportement élastoplastique d'un joint de culasse. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Chowdhury et Narasimhan, 2000] Chowdhury, S.R., et Narasimhan, R. (2000). A cohesive finite elements formulation for modelling fracture and delamination in solid. Sādhanā, 25, Part 6, pp. 561–587, Printed in India, December.
- [Diaz Diaz et Caron, 2006] Diaz Diaz, A., et Caron, J.F. (2006). Prediction of the onset of mode III delamination in carbon-epoxy laminates. Composite structures, 72, pp. 438-445.

- [Duplessis, 2007] Duplessis Y. K. (2007). Etude expérimentale et numérique de la fissuration intralaminaire et de l'initiation du délaminage de bord libre dans les structures stratifiées pseudo-tissées. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [Engrand, 1981] Engrand, E. (1981). A boundary layer approach to the calculation of transverse stresses along free edges of a symmetric laminated plate of arbitrary width under in-plane loading. In: Marshall IH, editor, Composite structures, 198, Barking: Applied science publishers, pp. 247-261.
- [Germain et al., 2005] Germain, N., Besson, J., Feyel, F. et Maire, J.F. (2005). Méthodes de calcul non local appliquées au calcul de structures composites. Compiègne JNC14, 2, pp. 633-640.
- [Gianni et Enrica 2004] Gianni, N., et Enrica, R. (2004). Failure mechanisms in twill-weave laminates : FEM predictions vs. Experiments Composites Part A: Applied science and manufacturing, Vol. 35 pp. 787-95.
- [Goyal et al., 2004] Goyal, V.K., Johnson, E.R., et Dávila, C.G. (2004). Irreversible constitutive law for modeling the delamination process using interfacial surface discontinuties. Composite structures, 65, pp. 289-305.
- [Herakovich, 1981] Herakovich, CT. (1981). On the relationship between engineering properties and delamination of composites materials. Journal of composites materials, 15, pp. 336-348.
- [Herakovich et al., 2000] Herakovich, C.T., Schroedter III, R.D., Gasser, A. et Guitar, L. (2000). Damage evolution in [±45]s laminates with fiber rotations. Composites sciences and technology, 60, pp. 2781-2789.
- [Hsueh et al., 2006] Hsueh, C.-H., Lee, S., et Lin, H.-Y. (2006). Analyses of mode I edge delamination by thermal stresses in multilayer systems. Coposites:Part B, 37, pp. 1-9.
- [Ishikawa, 1981] Ishikawa, T. (1981). Anti-symmetric elastic properties of composite plates of satin weave cloth. Fibre science ant technology, 15, pp. 127-145.
- [Ishikawa et Chou, 1982] Ishikawa, T. et Chou, T.W. (1982). One-dimensional micromechanical analysis of woven fabric composites. AIAA Journal, 21, pp. 1714-1720.
- [Jēkabsons et Byström, 2002] Jēkabsons, N., et Byström, J. (2002). On the effect of stacked fabric layers on the stiffness of a woven Composite. Composites: Part B, Vol. 33, pp. 619-629.
- [Joo, 1992] Joo, J.W. (1992). A failure Criterion for laminates governed by free edge interlaminar shear stress. Journal of composite materials, 26(10), pp. 1510-1522.
- [Kashtalyan et Soutis, 2005] Kashtalyan, M., et Soutis, C. (2005). Analysis of composite laminates with intra and interlaminar damage. Progress in aerospace sciences, 41, pp. 152-173.
- [Kim et Soni, 1984] Kim, R.Y., and Soni, S.R. (1984). Experimental and Analytical Studies on the onset of delamination in laminated composites. Journal of composites materials, 18, pp. 71-80.
- [Lagunegrand et al., 2006] Legunegrand, L., Lorriot, Th., Harry, R., et Wargnier, H. (2006). Design of an improved four point bending test on a sandwich beam for free edge delamination studies. Composites: Part B 37, pp. 127-136.
- [Lecuyer et Engrand, 1992] Lecuyer, F. et Engrand, D. (1992). A methodology for the identification of a criterion for delamination inititition. JNC, 8 (November).

- [Lee et Soutis, 2005] Lee, J. et Soutis, C. (2005). Thickness effect on the compressive strength of T800/924C carbon fibre-epoxy laminates. Composites: Part A vol. (36): 213-227
- [Leguillon et Sanchez-Palencia, 1987] Leguillon, D., Sanchez-Palencia, E. (1987). Computation of singular solutions in elliptic problems and elasticity. New York: Wiley.
- [Leguillon et al., 2001] Leguillon, D., Marion, G., Harry, R. et Lécuyer, F. (2001). The onset of delamination at stress-free edges in angle-ply laminates analysis of two criteria. Composites Science and Technology, 61, pp. 377-382.
- [Lorentz et Benallal, 2005] Lorentz, E. et Benallal, A. (2005). Gradient constitutive relations: numerical aspects and application to gradient damage. Computer methods in applied mechanics and engineering, 194, pp. 5191-5220.
- [Lorriot et al., 2003] Lorriot, Th., Marion, G., Harry, H., et Wargnier, H. (2003). Onset of free-edge delamination in composite laminates under tensile loading. Composites:Part B vol. 34: 459-471
- [Marion, 2000] Marion, G. (2000). Etude expérimentale et théorique de l'amorçage du délaminage au bord libre de matériaux composites stratifiées. PhD Thesis, Université Bordeaux I.
- [Miche et al., 1998] Michel, J.-C., Moulinec, H., et P. Suquet (1998). Propriétés linéaires et non linéaires des composites à microstructure périodique. Méthodes d'homogénéisation en Mécanique de Matériaux, Ecole Thémique su CNRS, La Londe les Maures.
- [Nakai et al. 2000] Nakai, A., Hamada, H., et Takeda, N. (2000). Proceedings of the Ninth United States-Japan Conference on Composite Materials, pp. 753-60.
- [O'Brien, 1982] O'Brien, T.K. (1982). Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate.
- [Ortiz et Pandolfi, 1999] Ortiz, M., et Pandolfi, A. (1999). Fintite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. Internationals journals for numerical methods in engineering, 44, pp. 1267-1282.
- [Osada et al., 2003] Osada, T., Nakai, A., et Hamada, H. (2003). Initial fracture behaviour of satin woven fabric composites. Composite Structures, Vol. 61, pp. 333-339.
- [Pandita et al., 2001] Pandita, S. D., Huvsmans, G., Wevers, M., et Verpoest, I. (2001). Tensile fatigue behaviour of glass plain-weave fabric composites in on- and off-axis directions. Composites : Part A, Vol. 32, pp. 1533-1539.
- [Pipes et Pagano, 1970] Pipes, R.J., et Pagano, N.J. (1970). Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial entension. Journal of composite materials, 4, pp. 538-48.
- [Pagano et Pipes, 1973] Pagano, N.J., et Pipes, R.J. (1973). Some observations on the interlaminar strength of composite laminate. International journal of mechanics sciences, 15, pp. 679-88.
- [Peerling et al., 1996] Peerlings, R.H.J., De Borst, R., Brekelmans, W.A.M., et De Vree, J.H.P. (1996). Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. Inter national journal for numerical methods in engineering, 39, pp. 3391-3403.
- [Peerling et al., 2002] Peerlings, R.H.J., De Borst, R., Brekelmans, W.A.M., et Geers, M.G.D. (2000). Localisation issues in local and nonlocal continuum approaches to fracture. European journal of mechanics A/Solids, 21, pp. 175-189.

- [Peerling et al., 2004] Peerlings, R.H.J., Massart, T.J. et Geers, M.G.D. (2004). A Thermodynamically motivated implicit gradient damage framework and its application to brick masonry craking. Computer methods in applied mechanics and engineering, 193, pp. 3403-3417.
- [Puppo et Evensen, 1970] Puppo, A.H., et Evensen, H.A. (1970). Interlaminar shear in laminated composites under generalised plane stress. Journal of composite materials, 4, pp. 204-20.
- [Raju, 1987] Raju, I.S. (1987). Calculation of strain-energy release rates with higher order and singular finite elements. Engineering Fracture Mechanics, 28, pp. 251-274.
- [Raju et Crews, 1981] Raju, I.S., et Crews, J.H. (1981). Interlaminar stress singularities at a straight free edge in composite laminates », Composite structures, 14, pp. 21-28.
- [Renard et Anquez, 1989] Renard, J. et Anquez, L. (1989). Relative influence of edge effects in composite materials. 7<sup>th</sup> International of conference on composite materials (ICCM-VII), Beijing (Chine), August 1-4.
- [Rybicki et Kanninen, 1997] Rybicki, EF. et Kanninen, MF. (1997). A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure technique. Engineering Fracture Mechanics, 9,pp. 931-938.
- [Scida et al., 1997] Scida, D., Aboura, Z., Benzeggagh, M. L., et Bocherens, E. (1997). Prediction of the elastic behaviour of hybrid and non-hybrid woven composites. Composites Science and Technology, Vol. 57, pp. 1727-1740.
- [Sun-Pui et al., 1998] Sun-Pui, N., Ping-Cheung, T., et Kwok-Jing, L. (1998). Numerical and experimental determination of in-plane elastic properties of 2/2 twill weave fabric composites. Composites Part B, Vol. 29B, pp. 735-744.
- [Thionnet, 1991] Thionnet, A. (1991). Prevision d'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- [Thionnet, et al. 2003] Thionnet, A., Martin, C. et Barradas, S. (2003). Mécanique et comportement des milieux continus. Tome 2 : Applications et théorie des invariants, Ellipses.
- [Wang et Choi, 1982(a)] Wang, S.S., et Choi, L. (1982). Boundary-layer effects in composite laminates. Part 1 Free-edge stress singularities », Journal of apply mechanics, 49, pp. 541-548.
- [Wang et Choi, 1982(b)] Wang, S.S., et Choi, I. (1982). Boundary-layer effects in composite laminates. Part 2 Free-edge stress solutions and basic characteristics », Journal of apply mechanics, 49, pp. 549-60.
- [Whitcomb et al., 1994] Withcomb, J., Kondagunta, G. et Woo, K. (1995). Boundary Effects in woven composite, Journal of composite materials, 29(4), pp.507-524.
- [Whitney et Nuimer, 1974] Whitney, J.M. et Nuismer, R.J. (1974). Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations », Journal of composite materials, 8, pp. 253-265.
- [Woo et Suh, 2002] Woo, K., et Suh, Y. W. (2002). Phase shift effect on the stress distribution for satin weave composite. Journal of Composite Materials, Vol. 36 NO. 03, pp. 271-286.
- [Wu et Dzenis, 2005] Wu, X.-F., et Dzenis, Y.A. (2005). Experimental determination of probabilistic edge-delamination strength of a graphite-fiber/epoxy composite. Composite Structures, 70, pp. 100-108.

[Ye et Yang, 1988] Ye, L., et Yang, B.X. (1988). A boundary layer approach to interlaminar stresses in composite with curved edges. Journal of reinforced plastics and composites, 7, pp. 179-198.
Troisième partie

# **Comportement sous chargements** cycliques

# **Chapitre VI**

# Analyse expérimentale sous chargements cycliques

Ce chapitre présente le dispositif expérimental utilisé au cours de l'étude de fatigue. Nous présentons les mécanismes d'endommagement et leurs évolutions en lien avec les dégradations du comportement qu'ils occasionnent. Ces observations serviront de base à la modélisation.

#### Sommaire

#### VI.1 Synthèse bibliographique

- VI.1.1 Définition
- VI.1.2 Mécanismes d'endommagements en fatigue
- VI.1.3 Dégradation des matériaux en fatigue

#### VI.2 Méthodes expérimentales

- VI.2.1 Essais réalisés et objectifs
- VI.2.2 Moyens d'essais
- VI.2.3 Eprouvettes de caractérisation
- VI.2.4 Méthodes d'observation de l'endommagement

#### VI.3 Analyse expérimentale des composites stratifiés à plis tissés

#### VI.3.1 Endommagements et mécanismes d'endommagements

- VI.3.1.1 Mécanismes d'endommagements dans les plis à  $(0^{\circ}_{n})$
- VI.3.1.2 Cinétique d'endommagements dans les plis à  $(0^{\circ})$
- VI.3.2 Dégradation de propriétés mécaniques
  - VI.3.2.1 Effet du voisinage des couches
    - VI.3.2.2 Influence de l'épaisseur
    - VI.3.2.3 Influence du niveau de contrainte maximale
  - VI.3.2.4 Relation entre la fissuration transversale et le délaminage
- VI.3.3 Conclusion sur l'endommagement des plis à 0°

#### VI.4 Analyse expérimentale des composite stratifiés croisés à plis tissés

- VI.4.1 Endommagements et mécanismes d'endommagements
- VI.4.2 Dégradations de propriétés mécanique
- VI.4.3 Amorçage du délaminage

# VI.1 Synthèse bibliographique

# VI.1.1 Définitions

La fatigue d'un matériau correspond à l'usure de ce dernier sous sollicitations répétées. Ce sont en effet les répétitions qui conduisent la structure à sa ruine sous des chargements plus faibles que la limite de rupture sous chargement monotone. La durée de vie en fatigue pour un même matériau dépend du niveau de contraintes, de l'histoire du chargement, de l'environnement. Usuellement, les essais de fatigue sont réalisés au moyen de cycles sinusoïdaux, ce qui limite la description du chargement aux trois paramètres décrits sur la figure VI.1 : le rapport des extrémums, leur amplitude et leur moyenne.



Figure VI.1 – Fatigue cyclique sinusoïdale

## VI.1.2 Mécanismes d'endommagement en fatigue

L'endommagement de fatigue correspond à la naissance et à la croissance de microfissures qui se propagent plus ou moins rapidement sous l'effet de sollicitations cycliques. Leur coalescence provoque généralement des fissures macroscopiques, puis la ruine de la structure. Ce phénomène existe à tous niveaux de sollicitation, l'apparition des fissures macroscopiques étant plus ou moins rapide.

Les études précédentes sur les composites stratifiés croisés à plis unidirectionnels tels que les  $(0^{\circ}_{n},90^{\circ}_{n})_{s}$  ou  $(0^{\circ}_{n},90^{\circ},0_{n})_{s}$  [Lafarie-Frenot et al., 2001], [Huang et al., 2000], [Revest, 2009], montrent que la fissuration intralaminaire apparaît d'abord, viennent ensuite les délaminages en têtes de fissures. On retrouve de la sorte les mêmes endommagements qu'en statique.

Pour les stratifiés à plis tissés, il est souvent admis que certaines zone peuvent être assimilées à un agencement de pavés UD  $(0^{\circ},90^{\circ},0^{\circ},90^{\circ},...)$ ,  $(0^{\circ},90^{\circ},90^{\circ},0^{\circ},0^{\circ},0^{\circ},0^{\circ},90^{\circ},...)$  et  $(90^{\circ},0^{\circ},0^{\circ},90^{\circ},...)$ . Les études de [Pandita et al., 2001], [Fujii et al., 1993], [Yoshioka et Seferis, 2002] montrent que la fissuration intralaminaire est souvent majoritaire dans les torons de trame, provoquant avec le nombre de cycles des délaminages en pointe de fissures et aux interfaces trame/chaîne. On retrouve ces mécanismes sur toutes les architectures tissées que ce soit des taffetas ou des satins [Tsai, et al., 2000].

# VI.1.3 Dégradations des matériaux en fatigue

Bathias et Baïlon [Bathias et Baïlon, 1997] ont résumé les principaux aspects du comportement en fatigue des matériaux composites :

- l'hétérogénéité des matériaux composites leur confère une meilleure endurance en fatigue entaillée, grâce à la relaxation des contraintes autour des défauts ;
- les sollicitations de compression cyclique conduisent à un endommagement important des composites, contrairement aux métaux, qui ne se rompent pas en compression cyclique ;

 les mécanismes d'endommagement des composites ne se développent pas seulement en surface comme dans les métaux, mais également à l'intérieur du matériau.

Généralement les stratifiés à plis unidirectionnels voient l'évolution de leurs propriétés élastiques en fatigue divisée en trois stades. Par exemple pour une éprouvette carbone/époxy  $(0^{\circ},90^{\circ},0^{\circ},90^{\circ})_{2s}$  en traction-traction ( $\mathbf{R} = 0.1$ ), Schulte et al. [Schulte et al., 1987] distinguent trois étapes (voir la figure VI.2) :

- une phase d'initiation (stade I) caractérisée par une décroissance rapide de la rigidité, de 2 à 5 %, causée principalement par la fissuration transverse des plis ;
- une phase intermédiaire (stade II), au cours de laquelle la réduction de rigidité s'accentue de 1 à 5% de façon quasi-linéaire par rapport au nombre de cycles. Les endommagements prédominants sont alors le délaminage aux bords et la fissuration longitudinale parallèle aux fibres à 0;
- une phase finale (stade III) où la perte de rigidité diminue de façon brutale et conduit à la rupture finale. A ce stade commence la rupture des fibres puis celle des torons pour finir par celle de l'éprouvette.



**Figure VI.2** – Evolution des rigidités sous chargements cycliques (traction-traction)

Concernant les composites stratifiés à plis tissés à  $(0^{\circ}_{n})$ , plusieurs études mentionnent également ces trois phases : essai de fatigue en traction-traction ( $\mathbf{R} = 0.1$ ), Pandita et al. [Pandita et al., 2001] sur des taffetas verres/époxy, Yoshioka et Seferis [Yoshioka et Seferis, 2002] sur des taffetas carbone/époxy et carbone/phénolique. Les évolutions et chutes de rigidités associées sont similaires à celles mentionnées précédemment. On note les mêmes évolutions pour l'essai de flexion en fatigue sur des taffetas en verre/époxy [Paepegem et Degrieck, 2002].

On peut également noter que la progression et l'évolution des endommagements dépend des paramètres suivants :

- de la nature des composites : types de fibres, de matrice, de l'architecture des renforcements (unidirectionnel, mat, tissée, stratifiés, ...);
- des conditions environnementales ;
- le type de sollicitations appliqué : fréquence,  $\sigma_{\max}$ , R.

Dans ce travail, nous nous intéressons à l'effet des conditions de chargement. D'abord l'effet de la fréquence d'où la viscosité [Dillard, 1990]. Ce phénomène conduit à augmenter la durée de la vie si la

température reste inchangée pendant l'augmentation de fréquence. Contrairement à l'augmentation de température qui aura tendance à diminuer la durée de la vie [Staff, 1983], [Sun et Chan, 1979]. Ceci étant la viscosité reste faible dans les composites traditionnels.

Le niveau de  $\sigma_{\text{max}}$  a évidemment une grande influence. Les études de Lafarie-Frenot et al. [Lafarie-Frenot et al., 2001] montrent sur des stratifiés croisés carbone époxy (T300/914) à plis unidirectionnels  $(0_n^\circ, 90^\circ, 0_n)_s$  que l'augmentation du niveau  $\sigma_{\text{max}}$  accélère la fissuration et sa densité. De cette densité va dépendre la chute des rigidités des matériaux.

Pour l'effet de  $\mathbf{R}$ , on peut mentionner l'étude de [Revest, 2009] sur les composites stratifiés  $(0^{\circ}_{3},90^{\circ}_{n})_{s}$  en carbone/époxy. L'auteur montre que lorsqu'on fait varier  $\mathbf{R}$  en changeant  $\boldsymbol{\sigma}_{\min}$  à  $\boldsymbol{\sigma}_{\max}$  fixé, les effets sont peu marqués. Le contraire est plus flagrant si on change  $\boldsymbol{\sigma}_{\max}$  pour un  $\boldsymbol{\sigma}_{\min}$  constant [Kawai et Kato, 2006].

## VI.2 Méthodes expérimentales

## VI.2.1 Essais réalisés et objectifs

Faisant suite à la description des essais statiques au chapitre III, cette partie en est la continuation en fatigue. On va s'intéresser à la détermination des caractéristiques mécaniques et à l'évolution des endommagements sous chargements de fatigue.

## VI.2.2 Moyens d'essais

Les essais de fatigue en traction-traction sont réalisés sur machine hydraulique (Figure VI.3). Le pilotage des essais s'effectue en force ou en déplacement. Pour plus de stabilité, on choisit de contrôler ces essais en contrainte. Un extensomètre est utilisé pour mesurer l'allongement longitudinal. Toutes les évolutions de charge et du déplacement longitudinal sont enregistrées et suivies au cours du temps.



Figure VI.3 – Dispositif de l'essai de fatigue

On suppose que le comportement des matériaux reste linéaire, éliminant toute influence de la vitesse de sollicitation (ou de la fréquence). Les conditions dans lesquelles se déroulent les essais sont les suivantes :

- les niveaux de contraintes maximum appliqués sont  $0.3\sigma_R$ ,  $0.5\sigma_R$ ,  $0.7\sigma_R$  pour les stratifiés à plis tissés et  $0.4\sigma_R$ ,  $0.5\sigma_R$ ,  $0.6\sigma_R$  pour les stratifiés à plis tissés croisés ;
- le rapport entre la contrainte minimale et maximale, noté **R** par la suite, reste égal à 0,1 ;
- la fréquence est de 1 Hz ;
- tous les essais sont réalisés à température ambiante.

#### VI.2.3 Eprouvettes de caractérisation

Les dimensions des éprouvettes testées en fatigue sont les mêmes qu'en statique. Il en va de même des stratifications :

- des composites stratifiés à plis tissé 0° en différentes épaisseurs : 2, 4 et 7 couches ;
- des composites tissés à plis croisés :  $(0,\pm 20^\circ)_s$ ,  $(0,\pm 20^\circ)_s$ ,  $(0,\pm 30^\circ)_s$  et  $(0,\pm 30^\circ)_s$ .

#### VI.2.4 Méthodes d'observation de l'endommagement

Les moyens d'observation restent les mêmes qu'en statique : analyse optique in-situ à l'aide d'une caméra munie d'un système de grossissement optique. Toutefois lors des essais de fatigue des observations et des enregistrements du comportement sont programmés pour différents nombres de cycles 10N, 50N, 100N, 500N, 1000N, 2000N, 3000N, 4000N, 5000N, 10000N, 15000N. Lors de ces cycles, l'éprouvette est visualisée sur une longueur de 65 mm en se maintenant à une charge inférieure à la contrainte maximale ( $< \sigma_{max}$ ) (voir la figure VI.4).



Figure VI.4 – schéma du plan d'essais

## VI.3 Analyse expérimentale des composites stratifiés à plis tissés

#### VI.3.1 Endommagements et mécanismes d'endommagement

## VI.3.1.1 Mécanismes d'endommagement dans les plis à (0°<sub>n</sub>)

Les études bibliographies (§VI.1) témoignent d'endommagements identiques en statique et en fatigue. Les essais de fatigue apportent cependant l'avantage d'observer de manière plus continue la progression des dommages et par conséquent une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement. Par soucis de comparaison, la démarche va rester la même qu'en statique.

# VI.3.1.1.1 L'effet du voisinage des couches

Les figures VI.5 montrent les principaux mécanismes d'endommagement en fatigue: la fissuration intralaminaire (voir le symbole «a» sur les figure VI.5) et le délaminage intralaminaire (voir le symbole «b» sur les figure VI.5). On retrouve les trois formes du délaminage intralaminaire observées en statique (les cas hors phase et en phase).



Figure VI.5 – Types d'endommagement en fatigue :

(a) HP à  $\sigma_{\text{max}} = 0.5\sigma_R$ , (b) EP à  $\sigma_{\text{max}} = 0.5\sigma_R$  et (c) forme deux EP à  $\sigma_{\text{max}} = 0.7\sigma_R$ 



Figure VI.6- Progression des endommagements en fatigue



**Figure VI.7** – Délaminage intra-laminaire au sein de l'éprouvette. Trajectoire progressé (les symboles « *a* ») Pour comprendre la progression d'endommagement, intéressons nous au cas hors phase (figure VI.6). Cette figure montre l'apparition du délaminage intra-laminaire ( $N = 5000, \ll a$ ») aux bords de l'éprouvette. Ensuite par une analyse interne, des coupes transversales de l'éprouvette a été faites perpendiculairement au chargement appliqué. Les tranches coupées ont été polies puis observées par microscopie optique avec un ZEISS. Ces observations montrent que le délaminage intra-laminaire n'apparaît pas qu'aux bords libres de l'éprouvette mais aussi à l'intérieur de l'éprouvette quand des torons de chaîne s'entrecroisent (symbole «c», figure VI.7) puis ces délaminages progressent à l'extérieur du matériau (N = 10000, symbole «b», figure VI.6-7). On peut également remarquer la courbure de cette trajectoire qui suit l'interface des torons (trame/trame, trame/chaîne et chaîne/chaîne). Ceci est cohérent avec le faciès de rupture qui témoigne que la plupart des plis se séparent. Pour ces raisons, on suppose par la suite que le délaminage intra-laminaire apparaît dans les plis à l'interface de deux torons puis progresse en restant localisé à l'interface des torons sans traverser les torons. On maintiendra cette hypothèse au cas en phase.

# VI.3.1.1.2 Influence de l'épaisseur

Les mécanismes de dégradation décrits précédemment se répètent quelque soit les épaisseurs à ceci prés qu'avec l'augmentation des plis, les délaminages intra-laminaires deviennent plus nombreux et s'amorcent plut tôt (Figure VI.8-9, symbole « *a* », cas HP, symbole « *b* », cas EP). Par contre les fissures transversales restent toujours concentrées dans les plis proches de la surface de l'éprouvette. Ces résultats confirment l'analogie entre les mécanismes d'endommagements en fatigue et en statique.



Figure VI.8 – Mécanismes d'endommagements dans un quatre plis. (essai de fatigue pour  $\sigma_{max} = 0.7 \sigma_{R}$ )



Figure VI.9 – Délaminage intra-laminaire EP en 4 plis (essai de fatigue  $\sigma_{max} = 0.5 \sigma_{R}$ )

# VI.3.1.1.3 Influence de la contrainte maximale

Les observations pour différents niveaux de contraintes  $\sigma_{max}$  montrent des mécanismes et des géométries d'endommagements identiques. Cependant, avec l'augmentation du niveau de contrainte maximal, les cinétiques d'endommagements sont plus rapides. Ces observations font l'objet de la suite.

# VI.3.1.2 Cinétiques d'endommagements dans les plis à (0°,)

Nous nous intéresserons à ce stade à quantifier les endommagements et leurs évolutions au niveau de chaque couche, la fissuration des plis et le délaminage pour différents nombres de cycles (N). Ces résultats seront comparés avec ceux des essais statiques.

Par soucis de comparaison, le comptage des densités de fissures transversales  $(d_f)$  et de délaminage intra-laminaire  $(d_d)$  pour différents nombres de cycles seront mesurés sur une zone utile équivalente à celle des essais statiques. On constate que l'allure générale des courbes de cinétique d'endommagement peut se décomposer selon trois zones :

- un seuil d'amorçage avec le nombre de cycles qui dépend de l'orientation du pli, de ses voisins, du niveau de contrainte maximale (σ<sub>max</sub>) et du nombre de plis (effet d'épaisseur);
- vient ensuite une augmentation rapide et continue de la densité de fissures ;
- enfin, une stabilisation de l'état d'endommagement (qui dépend des mêmes paramètres que l'amorçage).

Il en va ainsi jusqu'à rupture du composite. La seule différence avec le cas statique est liée à la stabilisation de l'état d'endommagement qui n'a guère le temps d'apparaître en statique. Nous pouvons faire les remarques qui suivent concernons les paramètres qui influent l'amorçage.

# VI.3.2 Dégradation des propriétés mécaniques

D'une façon analogue à ce que nous avons fait en statique, il est important de mettre en relation le nombre de cycles, les évolutions des endommagements avec l'évolution des rigidités des plis endommagés. On peut alors constater que l'évolution des rigidités se décompose en deux phases (Figure VI.10) :

- une phase I à partir de laquelle commence une décroissance rapide du comportement macroscopique. Cette phase est cohérente en terme de densité avec l'amorçage, la multiplication des délaminages jusqu'à leur saturation;
- vient ensuite une chute lente jusqu'à une quasi-stabilisation. Quelques délaminages isolés continuent à apparaître après saturation perpendiculairement au chargement appliqué.

On arrive ainsi à une stabilisation du comportement mécanique comparable à celle obtenue en statique. La différence est la rapidité des phénomènes qui en statique les rend plus difficilement observables qu'en fatigue. Concernant le seuil et l'évolution jusqu'à stabilisation des chutes de rigidité, plusieurs paramètres rentrent en jeu dans la cinétique d'endommagement : l'effet du voisinage des couches, des épaisseurs et de la contrainte maximale.



Figure VI.10 – Allure générale des chutes de rigidité. Evolution des endommagements des stratifiés à plis tissés en fonction du nombre de cycles

#### VI.3.2.1 Effet du voisinage des couches

On retrouve que les sites préférentiels de délaminages intra-laminaires restent liés aux zones hors phases. Ce résultat est confirmé par des mesures de densités d'endommagements sur des stratifiés 2 plis composées de torons hors phase et en phase (figure VI.11). Les densités à saturation des endommagements hors phase sont d'ailleurs supérieures aux cas en phase. Cet effet amène d'ailleurs une certaine dispersion des caractérisations mécaniques. Cependant, cet effet s'estompe avec l'augmentation des épaisseurs laissant place à des ondulations positionnées aléatoirement. Vue l'épaisseur des composites étudiés cet effet sera négligé par la suite.



**Figure VI.11** – Courbes expérimentales de densités de délaminage intralaminaire  $d_d$ et de fissurations transversales  $d_f$  (essais de fatigue,  $\sigma_{max} = 0.5\sigma_R$ , plis à  $(0^\circ_2)$ )

Si on reporte sur une même figure (figure VI.12) les chutes de rigidité et les progressions d'endommagement, on voit que les deux sont liés. Les endommagements sont cause de ces chutes. Les occurrences hors phase vont accélérer le processus pour stabiliser cette chute à 30%, tandis que le cas en phase est plus lent pour occasionner une chute de 20% environ et vraisemblablement 30% sur des temps longs.



**Figure VI.12** – Evolution des chutes de rigidité, composites 2 Plis. ( $\sigma_{max} = 0.5\sigma_{R}$ : Cas hors phase HP et en phase EP)

# VI.3.2.2 Influence de l'épaisseur

Les essais de fatigue sur des composites à 0° ayant 2, 4, 7 plis pour différents niveaux de contraintes maximums montrent que les faibles épaisseurs se différencient à nouveau des épaisseurs au delà de quatre plis (figures VI.13-14). Les endommagements s'amorcent et progressent plus vite pour les épaisseurs faibles. Cependant, les états à saturation de densités d'endommagement restent proches.



Figure VI.13 – Évolution de la densité de la fissuration transversale pour différentes épaisseurs moyennes sur deux essais : (a)  $\sigma_{max} = 0.5\sigma_{R}$  et (b)  $\sigma_{max} = 0.7\sigma_{R}$ 



Figure VI.14 – – Évolution de la densité de délaminage intralaminaire pour différentes épaisseurs – moyennes sur deux essais : (a)  $\sigma_{max} = 0.5\sigma_R$  et (b)  $\sigma_{max} = 0.7\sigma_R$ 

Les chutes de rigidités restent liées à l'évolution des endommagements (figures VI.15). Au stade II (la quasi-stabilisation des chutes de rigidités), on peut remarquer une décroissance d'environ 20% à 25% quelque soit les épaisseurs et le niveau de contrainte maximale. On remarque à nouveau l'analogie des phénomènes au delà de deux plis.



Figure VI.15 – Evolution des chutes de rigidités pour différentes épaisseurs (2, 4 et 7 plis à  $\sigma_{max} = 0.5\sigma_R$  et  $\sigma_{max} = 0.7\sigma_R$ )

#### VI.3.2.3 Influence du niveau de contrainte maximale

On trouve d'une manière assez logique que l'amorçage des endommagements et leurs progressions sont plus rapides avec un niveau de contrainte croissant. L'état saturé est atteint plus rapidement (figures VI.16-17). Par contre on peut remarquer que quelque soit le niveau de contrainte maximale, l'état saturé reste identique. On peut également remarquer que les deux tendances plis d'épaisseurs faibles et épaisseurs supérieures à 4 plis se retrouvent.

Les chutes de rigidité augmentent avec le niveau de contrainte maximale pour atteindre quelque soit les niveaux une quasi-stabilisation du stade II à environ 20% - 25% (Figure VI.18).

VI. Analyse expérimentale



Figure VI.16 – Densités d'endommagements pour différents niveaux de contraintes max ( $\sigma_{max}$ ) pour (a) densité des fissurations transversales et (b) densité de délaminages intralaminaires



**Figure VI.17** – Évolution des densités d'endommagements pour différents ( $\sigma_{max}$ ) pour ( $0^{\circ}_{4}$ ) et ( $0^{\circ}_{7}$ ) (a) densité de fissurations transversales et (b) densité de délaminages intralaminaires



Figure VI.18 – Evolution des rigidités pour différents  $\sigma_{max} = 0,3,0,5$  et  $0.7\sigma_{R}$ 

#### VI.3.2.4 Relation entre la fissuration transversale et le délaminage

L'état de contraintes au sein des plis favorise une apparition conjointe des délaminages intralaminaires et des fissures transversales. C'est ce que l'on note si on trace les densités de ces deux modes d'endommagement pour des faibles (Figure VI.19(a)) et des fortes (Figure VI.19(b)) épaisseurs : l'apparition des délaminages provoque celle de la fissuration transversale. Ce phénomène a été clairement expliqué dans le chapitre IV par une redistribution des champs de contraintes après l'apparition des délaminages qui augmente les concentrations, provoquant ainsi des fissurations transversales dans les plis les plus proches de la surface de l'éprouvette.



Figure VI.19 – Relation entre densité de fissurations des plis  $(d_f)$  et délaminage intralaminaire  $(d_d)$ (plis à 0° avec  $\sigma_{max} = 0.5\sigma_R$  : (a) 2 plis et (b) 4 plis)

#### VI.3.3 Conclusions sur l'endommagement des plis à 0°

Cette analyse à la fois expérimentale et numérique a bien montré le lien entre l'évolution des endommagements (fissures et délaminages intralaminaires) et les chutes de rigidités. L'effet de voisinage des plis s'estompe dans les pièces ou structures épaisses au-delà de quatre plis pour stabiliser les chutes de rigidités aux environs de 25%, quelque soit les contraintes maximales appliquées. A quelques différences minimes entre les cinétiques de dégradations, les mécanismes de dégradation en statique et en fatigue sont assez proches.

## VI.4 Analyse expérimentale des composites stratifiés croisés à plis tissés

Nous allons maintenant étudier le comportement en fatigue des composites stratifiés à plis tissés croisés et par la même étendre le critère d'amorçage du délaminage proposé en statique au cas des chargements cycliques. En raison de la durée des essais, nous avons choisi de nous focaliser sur le mode cisaillement pour un rapport  $\mathbf{R} = 0.1$ . Nous allons à nouveau considérer les effets d'épaisseurs et de contrainte maximale mais aussi dans le contexte des stratifiés croisés, de l'orientation des plis.  $\boldsymbol{\sigma}_{max}$  sera défini de deux manières : soit par rapport à la contrainte à rupture en statique  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = const. \cdot \boldsymbol{\sigma}_{R}$ , soit par rapport à la contrainte d'amorçage du délaminage en statique,  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = const. \cdot \boldsymbol{\sigma}_{amorçage}$ .

## VI.4.1 Endommagements et Mécanismes d'endommagements

Cette partie étudie les mécanismes d'endommagements des stratifies à plis croisés :  $(0^{\circ},\pm 20)_{s}$ ,

 $(0^{\circ},\pm 20_{2})_{s}$ ,  $(0^{\circ},\pm 30)_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm 30_{2})_{s}$ . Comme on l'a vu précédemment ces séquences favorisent une singularité de contraintes et un délaminage en mode de cisaillement.



**Figure VI.20 -** Mécanisme d'endommagements à  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = 0.6\boldsymbol{\sigma}_{R}$  en fonction du nombre de cycles : (a)  $(0^{\circ},\pm 20)_{s}$  et (b)  $(0^{\circ},\pm 30)_{s}$ 



**Figure VI.21 -** Mécanisme d'endommagements en fonction de N  $(\boldsymbol{\sigma}_{max} = 0.6\boldsymbol{\sigma}_{R} : (a) (0^{\circ},\pm 20_{2})_{s} \text{ et } (b) (0^{\circ},\pm 30_{2})_{s})$ 

L'observation des endommagements a permit de déterminer l'apparition du délaminage aux interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}, +20^{\circ}_{2}/-20^{\circ}_{2}, +30^{\circ}/-30^{\circ}$  et  $+30^{\circ}_{2}/-30^{\circ}_{2}$  (figure VI.20-21). Ces délaminages ne sont pas plans mais courbés dans les zones proches des ondulations des torons. D'abord initié à l'interface, il progresse vers l'ondulation des torons voisins pour éventuellement rejoindre un autre délaminage ou une fissure intralaminaire. Le mode d'ouverture de ces délaminages reste fermé pour les interfaces considérés (mode II et III en cisaillement). On note que lorsque le nombre de cycles augmente, d'autres délaminages apparaissent aux interfaces,  $0^{\circ}/20^{\circ}_{n}$  et  $0^{\circ}/30^{\circ}_{n}$  avec cette fois un mode I combiné. Tout comme en statique, nous limiterons notre étude à l'amorçage du délaminage.

## VI.4.2 Dégradations des propriétés mécaniques

Cette partie s'intéresse aux conséquences des délaminages d'interfaces sur le comportement mécanique des composites étudiés. De façon similaire aux essais statiques, parallèlement à l'observation du délaminage d'interface sous sollicitations cycliques, on enregistre l'évolution du comportement macroscopique du matériau afin de mettre en regard dégradation du comportement et évolution du dommage. De ces mesures, on constate que l'allure des chutes de rigidité peut se décomposer en trois phases (figure VI.22) :

- l'étape I d'amorçage qui entraine une légère baisse du comportement (~2.5%). On note toutefois que la précision de l'observation dépend de la méthode utilisée ;
- vient ensuite l'étape II de multiplication et de progression des délaminages occasionnant une chute lente (~10%). Cette étape, compte tenu du mode de cisaillement étudié s'effectue en mode fermé ;
- enfin, une étape III, à partir de laquelle va commencer à chuter radicalement le comportement macroscopique (~40%). On note que cette chute devient instable à la rupture finale. A ce stade on observe des regroupements d'endommagements qui peuvent dépasser le bord de l'éprouvette et conduire la structure à sa ruine.



**Figure VI.22** - allure générale des chutes de rigidités. Evolution des dommages en fonction du nombre de cycles

Intéressons nous maintenant à l'influence du niveau de contrainte maximale, des épaisseurs et des orientations afin d'établir le critère d'amorçage en délaminage. En statique, (chapitre III), on avait établit que l'augmentation d'épaisseur provoquait un amorçage du délaminage plus précoce en comparant les séquences:  $(0^\circ, \pm 20)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 20_2)_s$  et  $(0^\circ, \pm 30)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 30_2)_s$ . Ces résultats corroborent les calculs numériques qui montrent que les épaisseurs (nb de plis) et les empilements influent sur les singularités de contraintes aux bords libres des éprouvettes (chapitre V).

Les essais de fatigue ont été effectués pour  $\mathbf{R} = 0.1$  et différents niveaux de  $\boldsymbol{\sigma}_{\max}$  inférieurs au seuil d'amorçage statique du délaminage ( $\boldsymbol{\sigma}_{amorçage}$ ). C'est par conséquent la répétition du chargement qui provoque l'amorçage, cette répétition étant d'autant plus faible qu'on se rapproche du seuil d'amorçage statique. On se propose maintenant d'analyser l'influence de plusieurs paramètres.

Dans un premier temps, on ne considère que le niveau  $\sigma_{max}$ . La figure VI.23 montre clairement que l'augmentation du niveau  $\sigma_{max}$  pour une séquence donnée, provoque une chute rapide des rigidités avant de devenir instable comme résumé ci-dessus.



**Figure VI.23** - Evolution des rigidités pour  $\boldsymbol{\sigma}_{max}$  (par rapport à  $\boldsymbol{\sigma}_{R}$ ) variable : (a)  $(0^{\circ},\pm 20)_{s}$ , (b)  $(0^{\circ},\pm 20_{2})_{s}$ , (c)  $(0^{\circ},\pm 30)_{s}$  et (d)  $(0^{\circ},\pm 30_{2})_{s}$ 

Analysons maintenant l'effet des épaisseurs et des empilements. La figure VI.24 retrace pour une séquence donnée, l'évolution des rigidités pour différentes épaisseurs (en augmentant le nombre de plis médians). On trouve que quelque soit  $\sigma_{max}$ , l'empilement  $(0^\circ, \pm 20)_s$  amorce plus rapidement que celui  $(0^\circ, \pm 20_2)_s$ . C'est moins évident sur les séquences  $(0^\circ, \pm 30)_s$  et  $(0^\circ, \pm 30_2)_s$ . Si ensuite on considère un niveau  $\sigma_{max}$  donné (par rapport à  $\sigma_R$ ) et que l'on fait varier les empilements, on trouve que pour des épaisseurs faibles, la séquence  $(0^\circ, \pm 20)_s$  amorce avant la séquence  $(0^\circ, \pm 30)_s$ . La différence est moins flagrante avec l'augmentation d'épaisseurs (figure VI.25).



**Figure VI.24 -** Comparaison des dégradations du comportement pour différentes épaisseurs : (a)  $(0^\circ, \pm 20_n)_s$  et (b)  $(0^\circ, \pm 30_n)_s$ 



**Figure VI.25** - Comparaison des dégradations du comportement à épaisseurs égales : (a)  $(0^{\circ},\pm 20)_{s}$  vs  $(0^{\circ},\pm 30)_{s}$  et (b)  $(0^{\circ},\pm 20_{2})_{s}$  vs  $(0^{\circ},\pm 30_{2})_{s}$ 

Ces résultats confirment l'importance majeure du niveau  $\sigma_{\max}$  comparé à celle ses épaisseurs ou des séquences. Ne connaissant pas les valeurs d'amorçage, nous avons travaillé avec une valeur de  $\sigma_{\max}$  rapportée à  $\sigma_R$ . Par la suite l'objectif de l'étude étant de proposer un critère d'amorçage, nous avons privilégié de rapporter le niveau maximum de contrainte avec la contrainte d'amorçage en statique  $\sigma_{\max}$  (tableau VI.1).

Séquences	$rac{\sigma_{ ext{max}}}{\sigma_{ ext{\tiny R}}}$	$rac{\sigma_{\scriptscriptstyle max}}{\sigma_{\scriptscriptstyle amorçage}}$	Nombre de cycles amorçage (N) $\dot{a} + 20^{\circ}_{n} / - 20^{\circ}_{n}$ ou $+ 30^{\circ}_{n} / - 30^{\circ}_{n}$	Nombre de cycles amorçage (N) $\dot{a} 0_n^{\circ} / + 20_n^{\circ}$ ou $0_n^{\circ} / + 30_n^{\circ}$
(0°,±20) <sub>s</sub>	0,4	0,513	7500-15000	133333
	0,5	0,642	1000-2000	32167
	0,6	0,770	300-750	7667
$(0^{\circ},\pm 20_{2})_{s}$	0,4	0,491	9170-18300	>180000
	0,5	0,614	3000-4833	>100000
	0,6	0,737	430-915	20000
(0°,±30) <sub>s</sub>	0,4	0,442	15000-23300	>110000
	0,5	0,552	5800-10500	82000
	0,6	0,663	1920-3000	21667
$(0^{\circ},\pm 30_{2})_{s}$	0,4	0,461	12500-21666	>110000
	0,5	0,576	3700-6200	>75000
	0,6	0,692	830-1670	>20000

**Tableau VI.1-** Niveau  $\sigma_{max}$  rapporté à  $\sigma_{R}$  et  $\sigma_{amorçage}$  vs nombre de cycles à l'amorçage du délaminage

A nouveau on note que le délaminage s'amorce d'abord aux interfaces majoritairement en cisaillement. Les autres en mode mixte I et III apparaissent dans l'étape III quand les chutes de rigidités deviennent instables, proche du stade ultime de la durée de vie de l'éprouvette.

## VI.4.3 Amorçage du délaminage

Afin d'établir notre critère d'amorçage du délaminage sous sollicitations cycliques, il faut déterminer la relation, au sens mathématique entre  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{amorcage}$  et le nombre de cycles à l'amorçage.

On trace pour quatre séquences (deux séquences, deux épaisseurs différentes), la courbe  $\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{amorçage}}}$ fonction du nombre de cycles à l'amorçage (figure VI.26). Cette courbe montre clairement que plus  $\sigma_{\text{max}}$  est proche de  $\sigma_{\text{amorçage}}$ , plus le délaminage apparaît tôt. Cette fonction non-linéaire est compatible  $\sigma_{\text{max}}$ 

avec les essais statiques quand on ajoute le point  $\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{amorçage}}} = 1$ , amorçage en statique pour N = 1. Par

lissage, on peut mettre cette fonction sous la forme  $\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\max}}{\boldsymbol{\sigma}_R} = (K_1)^{-(N-1)^{K_2}}$  avec  $K_1$  et  $K_2$  constants. On

peut remarquer que les coefficients de cette fonction sont indépendants des empilements et des épaisseurs (nb des plis), mais dépendent naturellement du composite étudié.

Cette formule va nous permettre d'étendre le critère d'amorçage établi en statique au cas de la fatigue. Cette étude fait l'objet du chapitre suivant.



Figure VI.26 - Amorçage du délaminage vs nombre de cycles (N)

# **Chapitre VII**

# Critère d'amorçage en délaminage sous des chargements cycliques

*Ce chapitre a pour objectif de proposer un critère d'amorçage du délaminage sous des chargements cycliques en étendant le critère d'amorçage établi pour des chargements quasi-statiques.* 

#### Sommaire

VII.1 Synthèse bibliographique
VII.1.1 Approches globales de la rupture en fatigue
VII.1.2 Approches locales de la rupture en fatigue
VII. Critère d'amorçage du délaminage en fatigue

#### VII.1 Synthèse bibliographique

Cette partie bibliographique traite des études qui se s'intéressent à la modélisation des chargements cycliques. Pour prédire la durée de la vie et les dégradations au sein des matériaux, deux grandes familles d'approches sont proposées : les approches globales basées sur des critères ou des concepts proches de ceux de la Mécanique de la Rupture et des approches plus locales faisant appel à des concepts plus proches d'une Mécanique de l'endommagement. Dans ce dernier cas les modèles prennent en compte la dégradation des rigidités et des résistances par des notions de dommage continu.

#### VII.1.1 Approches globales de la rupture en fatigue

Parmi ces approches on peut mentionner quelques études [Fawaz et Ellyin, 1994], [Demers, 1998], [Bond, 1999] qui formulent de manière analytique les diagrammes S/N (S est la contrainte appliquée et N le nombre de cycles à rupture). Ces approches ne prennent généralement pas en compte les déformations plastiques induites par le chargement cyclique. On aboutit généralement à des relations de la forme :

$$S = m \log(N) + b$$
 VII.1

où *m* et *b* est des paramètres constants. Cependant certaines de ces études définissent différemment *S* en l'associant comme Demers [Demers, 1998] au rapport  $S = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{p}}$  ou comme Bond [Bond, 1999] à

 $S = \sigma_{\max}$ .

Toujours parmi les approches globales, notons celles basées sur l'extension d'un critère de rupture établi en statique. Parmi les premiers critères de prédiction de durée de vie en fatigue, notons celui proposé par Hashin et Rotem [Hashin et Rotem, 1973], lui-même basé sur le critère de Tsai-Hill :

$$\boldsymbol{\sigma}_{1} = \boldsymbol{\sigma}_{1}^{N}$$

$$\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{2}}{\boldsymbol{\sigma}_{2}^{N}}\right)^{2} + \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{12}}{\boldsymbol{\tau}_{12}^{N}}\right)^{2} = 1$$
VII.2

où  $\boldsymbol{\sigma}_1$  et  $\boldsymbol{\sigma}_2$  sont respectivement les contraintes longitudinale et transversale,  $\boldsymbol{\tau}$  la contrainte de cisaillement.  $\boldsymbol{\sigma}_1^N$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_2^N$  et  $\boldsymbol{\tau}_{12}^N$  sont les contraintes à rupture en fatigue en traction longitudinale, transversale et en cisaillement avec :

$$\sigma_{1}^{N} = \sigma_{1}^{R} f_{1}(\sigma_{\max}, R, N)$$
  

$$\sigma_{2}^{N} = \sigma_{2}^{R} f_{2}(\sigma_{\max}, R, N)$$
  

$$\tau_{12}^{N} = \tau_{12}^{R} f_{12}(\sigma_{\max}, R, N)$$
  
VII.3

 $\sigma_1^R$ ,  $\sigma_2^R$  et  $\tau_{12}^R$  représentent les contraintes à rupture statique en traction longitudinale, transversale et en cisaillement.

Dans la même famille, plusieurs études [Jen and Lee, 1998a], [Jen and Lee, 1998b], [Philippidis et Vassilopoulos, 1999a] ont été également proposé d'autres formes de critères en contraintes avec au dénominateur des contraintes à rupture en fatigue qui dépendent des niveaux  $\sigma_{max}$ , R, N et des effets de fréquence (f).

#### VII.1.2 Les approches locales de la rupture en fatigue

Ces approches décrivent les chutes de rigidités du matériau quand il est soumis à des sollicitations de fatigue. Les formulations analytiques qui en résultent expriment soit l'évolution de la résistance à rupture en fonction du nombre de cycles [Philippidis et Vassilopoulos, 1999b], soit l'influence de l'accumulation de dommage [Vieillevigne et al., 1997] par l'intermédiaire d'une

variable d'endommagement **D**, définie dans le cas unidimensionnel par la relation  $D = 1 - \frac{E}{E_0}$ .

Les études qui s'intéressent à l'influence des dégradations sur les résistances du matériau, expriment la résistance résiduelle comme une fonction du niveau de contrainte maximale ( $\sigma_{max}$ ), du

rapport  $(\mathbf{R} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\min}}{\boldsymbol{\sigma}_{\max}})$ , du nombre de cycles (N) et de la fréquence (f). La rupture en fatigue intervient

quand la résistance de matériau  $(X_N)$  diminue jusqu'à atteindre la contrainte maximale  $(\sigma_{max})$ .

$$X_N = \boldsymbol{\sigma}_{\text{max}}$$
 quand  $N = N_f$ 

 $N_{f}$  est le nombre de cycles à rupture.

Parmi les études utilisant l'évolution de la résistance du matériau en fonction du dommage, citons l'étude de Broutman et Sahu [Broutman et Sahu, 1972] qui propose une évolution linéaire de la résistance résiduelle en fonction des dégradations :

$$X_{N_{r}} = X_{R} - (X_{R} - \boldsymbol{\sigma}_{\max}) \left(\frac{N}{N_{f}}\right)$$
VII.5

où  $X_{R}$  est la résistance en statique ou la contrainte de la rupture en statique. Cette formule est déterminée par la courbe d'endurance (S-N courbe). Nous pouvons aussi citer avec cette fois une expression non linéaire, les travaux de Shaff et Davidson [Shaff et Davidson, 1997] :

$$X_{N_{e}} = X_{R} - (X_{R} - \boldsymbol{\sigma}_{\max}) \left(\frac{N}{N_{f}}\right)^{\nu}$$
 VII.6

avec v valeur constante. Pour v = 1, la dégradation est linéaire, quand v > 1, la résistance du matériau chute d'abord légèrement puis radicalement. Cette variation est inversée quand v < 1.

Si ces études s'intéressent uniquement à la rupture par le biais de la résistance résiduelle, d'autres études s'intéressent à l'évolution du comportement du matériau tout au long de sa durée de vie par une description progressive du dommage. Plusieurs études [Talreja, 2003], [Thionnet et Renard, 1994 et 1997], [Caron, 1993] ont utilisé des approches continues dans le cas de composites stratifiés afin de décrire la fissuration des plis. Ces approches basées sur la Mécanique de l'Endommagement permettent de modéliser à la fois les chargements quasi-statiques et de fatigue en proposant une loi d'évolution issue d'une formulation énergétique. Ces approches écrites à partir du principe de l'état local, sont issues de la Thermodynamique des Milieux Continus. L'état d'endommagement est décrit par un ensemble de variables internes. L'observation de la progression des endommagement à l'aide d'une loi seuil en statique et en fatigue.

#### VII.2 Critère d'amorçage du délaminage en fatigue

Le critère que nous allons proposer pour décrire l'amorçage du délaminage en fatigue est basé sur une extension de celui que nous avons proposé en statique. Par des essais de fatigue sur les stratifications indiquées au chapitre VI, l'apparition du délaminage a été enregistrée. On suppose le comportement du matériau élastique linéaire jusqu'à l'amorçage. On suppose également que soumis à un chargement de fatigue, la résistance d'interface se dégrade selon les modes I, II et III par l'intermédiaire des dénominateurs du critère statique. Cette dégradation est liée aux conditions des essais de fatigue :  $\sigma_{max}$ , R, N et f. En se basant sur le critère statique et les hypothèses citées auparavant, on peut décrire l'amorçage du délaminage en fatigue en fonction de la dégradation des résistances d'interfaces de la manière suivante :

$$\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{T}^{\text{Fatigue}}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{1}^{\text{Fatigue}}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{2}^{\text{Fatigue}}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} = 1 \qquad \text{VII.7}$$

$$\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{T} \cdot \boldsymbol{f}_{1}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{1} \cdot \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{1} \cdot \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{1} \cdot \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{N}, \mathbf{f}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} = 1 \qquad \text{VII.8}$$

où  $Y_T^{\text{Fatigue}}$ ,  $S_1^{\text{Fatigue}}$  et  $S_2^{\text{Fatigue}}$  sont respectivement les résistances d'interface en traction (mode I) et en cisaillement (mode II et III) sous chargements cycliques, tandis que  $Y_T$   $S_1$  et  $S_2$  représentaient les mêmes résistances d'interface en statique.

Pour cette étude R est fixé à 0.1 et f à 1 Hz. Ceci permet de simplifier l'expression VII.2 selon :

$$\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{T} \cdot \boldsymbol{f}_{1}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{1} \cdot \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}_{2} \cdot \boldsymbol{f}_{3}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2} = 1 \quad \text{VII.9}$$

Afin de simplifier le critère, on suppose que les fonctions de dégradation ont la même allure pour les trois modes. On les prendra donc identiques :

$$f_1(N, \boldsymbol{\sigma}_{\max}) = f_2(N, \boldsymbol{\sigma}_{\max}) = f_3(N, \boldsymbol{\sigma}_{\max})$$
 VII.10

De plus si on considère à nouveau que les résistances d'amorçage en mode de cisaillement sont identiques  $(S_1 = S_2)$ . On peut redéfinir la formule VII.3 selon :

$$\left(\frac{1}{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{N},\boldsymbol{\sigma}_{\max})}\right)^{2}\left[\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{T}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1}\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2}\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2}\right] = 1$$

$$\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{T}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1}\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2}\langle \boldsymbol{F}_{3}\rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2} = (\boldsymbol{f}(\boldsymbol{N},\boldsymbol{\sigma}_{\max}))^{2}$$
VII.11

Afin de déterminer la fonction de dégradation, on choisit des empilements présentant un mode III majoritaire, laissant soit négligeables les deux autres modes ou ayant la contrainte de mode I en compression. On se réduit à :

$$\left(\frac{|F_1|}{S}\right) = f(N, \sigma_{\max})$$

VII. Critère d'amorçage en délaminage sous des chargements cycliques

$$\left(\frac{|\sigma_{13}|}{S}\right)_{\text{Non local}} = f(N, \sigma_{\text{max}})$$
 VII.12

où  $\sigma_{33}$  représente la contrainte non locale  $(\overline{\sigma}_{33} \text{ et } \overline{\widetilde{\sigma}}_{33})$  tandis que S est la résistance d'interface en statique identifiée par la méthode non locale. L'hypothèse de linéarité du comportement jusqu'à l'amorçage, permet d'établir un lien direct entre le calcul non local et les observations expérimentales (contrainte macroscopique). On montre :

$$\left(\frac{|\boldsymbol{\sigma}|}{\boldsymbol{S}}\right)_{\text{Non local}} = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\max}}{\boldsymbol{\sigma}_{\text{amorçage}}}\right)_{\text{Macroscopique}} \text{VII.13}$$

Cette dernière remarque permet d'utiliser la figure VI.26 du chapitre VI qui représente la relation entre  $\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{amorçage}}}$  et le nombre de cycles pour l'amorçage du délaminage(N<sub>a</sub>). La fonction sur

cette figure décrit l'évolution de la résistance interfaciale sous chargements cycliques selon :

$$\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\max}}{\boldsymbol{\sigma}_{\operatorname{amorçage}}}\right)_{\operatorname{Macroscopique}} = f(N) = 1,032^{-(N-1)^{\frac{1}{3}}}$$
VII.14

Les formules VII11 et VII.14, permettent de réécrire le critère selon :

$$\left(\frac{\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}}{\boldsymbol{Y}_{r}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{1}| + \boldsymbol{k}_{1} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2} + \left(\frac{|\boldsymbol{F}_{2}| + \boldsymbol{k}_{2} \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}}{\boldsymbol{S}}\right)^{2} = \left(1,032^{-(N-1)^{\frac{1}{3}}}\right)^{2}$$
VII.15

Pour étendre le critère de fatigue établi sur éprouvette lisse au cas hors axes, on rajoute la fonction de dégradation de la résistance d'interface dans le critère hors axes établi en statique (chapitre V). Cette extension trouvera son application lors des validations sur éprouvettes trouées. On obtient :

$$\frac{\left(\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{+}\right)^{2}}{\boldsymbol{Y}_{T}^{2}} + \frac{\left(\langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k}^{2})} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{2}\right| \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} (\cos \boldsymbol{\theta} + \sin \boldsymbol{\theta})}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} + \frac{\left|\boldsymbol{F}_{1}\right| \langle \boldsymbol{F}_{3} \rangle^{-} (\cos \boldsymbol{\theta} - \sin \boldsymbol{\theta})}{\boldsymbol{S}^{2} / (2\boldsymbol{k})} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{2}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} + \frac{\left(\boldsymbol{F}_{1}\right)^{2}}{\boldsymbol{S}^{2}} = \left(1,032^{-(N-1)^{\frac{1}{3}}}\right)^{2}$$
VII.16

# **Références Bibliographiques**

- [Bathias et Baïlon, 1997] Bathias, C., et Baïlon J-P. (1997). La fatigue des matériaux et des structures. 2<sup>e</sup> édition. Paris, Montréal : Maloine presses de L'Université de Montréal, 545 p. Collection Université de Compiègne.
- [Bond, 1999] Bond, I.P. 1999. Fatigue life prediction for GRP subjected to variable amplitude loading. Composites: Part A 30, pp. 961-970.
- [Broutman et Sahu, 1972] Broutman, L.J. et Sahu, S. 1972. A new theory to predict cumulative fatigue damage in fiber glass reinforced plastics. Composite materials: testing and design (2<sup>nd</sup> conference). ASTM STP, 497, pp. 170-188.
- [Caron, 1993] Caron, J.-F. (1993). Modélisation de la cinétique de fissuration transverse en fatigue dans les stratifiés. PhD thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Demers, 1998] Demers, C.E. 1998. Tension-tension axial fatigue of E-glasse fibre-reinforced polymeric composites : fatigue life diagram. Construction and Building Materials 12, pp. 303-310.
- [Dillard, 1990] Dillard, D.A. 1990. Viscoelastic behaviour of laminates composite materials. In: Reifsnider, K.L., editor. Fatigue of composite materials. Amsterdam: Elsevier.
- [Fawaz et Ellyin, 1994] Fawaz, Z et Ellyin, F. 1994. Fatigue failure model for fibre-reinforced materials under general loading conditions. Journal of Composite Materials 28(15), pp. 1432-1451.
- [Fujii et al., 1993] Fujii, T., Amijima, S. et Okubo, K. 1993. Microscopic fatigue processes in a plainweave glass-fibre composite. Composites Science and Technology 49, pp. 327-333.
- [Hashin et Rotem, 1973] Hashin, Z. et Rotem, A. 1973. A fatigue criterion for fibre reinforced composite materials. Journal of Composite Material 7, pp.448-464.
- [Huang et al., 2000] Huang, X., Gillespie Jr., J.W., Eduljee, R.F. et Shen, Z. 2000. Matrix cracking behavior of K3B/IM7 composite laminates suject to static and fatigue loading. Composite Structures 49, pp. 435-441.
- [Jen et Lee, 1998a] Jen, M.H.R. et Lee, C.H. 1998. Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part I: Experimental. International Journal of Fatigue 20(9), pp. 605-615.
- [Jen et Lee, 1998b] Jen, M.H.R. et Lee, C.H. 1998. Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part II: Formulation. International Journal of Fatigue 20(9), pp. 617-629.
- [Kawai et Kato, 2006] Kawai, M. et Kato, K. Effects of *R*-ratio on the off-axis fatigue behaviour of unidirectional hybrid GFRP/Al laminates at room temperature. International journal of Fatigue 28, pp. 1226-1238.

- [Lafarie-Frenot et al., 2001] Lafarie-Frenot, M.C., Hénaff-Gardin, C. et Gamby, 2001. Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates. Composites Science and Technology 61, pp. 2327-2336.
- [Pandita et al., 2001] Pandita, S.D., Huysmans, G., Wevers, M., et Verpoest, I. (2001). Tensile fatigue behaviour of glass plain-weave fabric composites in on-and off-axis directions. Composites: Part A 32, pp. 1533-1539.
- [Paepergem et Degrieck, 2002] Paepergem, W.V. et Degrieck, J. A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites. International Journal of Fatigue 24, pp. 747-762.
- [Philippidis et Vassilopoulos, 1999a] Philippidis, T.P. et Vassilopoulos, A.P. 1999. Fatigue strength prediction under multiaxial stress. Journal of Composite material. 33(17), pp. 1578-1599.
- [Philippidis et Vassilopoulos, 1999b] Philippidis, T.P. et Vassilopoulos, A.P. 1999. Fatigue of composite laminates under off-axis loading. International Journal of Fatigue 21, pp. 253-262.
- [Revest, 2009] Revest, N. (2009). Titre provisoire : Comportement en fatigue de structures épaisses en matériaux composites. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, ParisTech, France. Thèse en cours.
- [Schulte et al., 1987] Schulte, K., Reese, E., et Choo T-W. (1987). Fatigue behaviour and damage development in woven fabric and hybrid fabric composites. In : MattewsFL, Buskell NCR, Hodgkinson JM, Morton J, editors. 6 International Conference on Composite Materials (ECCM-II): vol. 4. Proceedings, 20-24 July 1987. London: Elsevier Science, 1987:4.89-99.
- [Sendeckyj, 1991] Sendeckyj, G.P. 1991. Life prediction for resin-matrix composite materials. Composite material series, 4. Elsevier, pp. 431-483.
- [Shaff et Davidson, 1997] Shaff, J.R. et Davidson, B.D. 1997. Life prediction methodology for composite structures. Part I : Constant amplitude and two-stress level fatigue. Journal of composite material, 31(2), pp. 128-157.
- [Staff, 1983] Staff, C.R. 1983. Effect of load frequency and lay-up on fatigue life of composite. In: O'Brien, editor. Long-term behaviour of composites. ASTM STP 813; pp. 78-91.
- [Sun et Chan, 1979] Sun, C.T. et Chan, W.S. 1979. Frequency effect on the fatigue life of a laminated composites. ASTM STP 674; pp. 418-430.
- [Talreja, 2003] Talreja, R. 2003. Fatigue of polymer matrix composites. Comprehensive Composite Materials. Chapter 2.14, pp. 529-552.
- [Thionnet et Renard, 1994] Thionnet, A. et Renard, J. 1994. Laminated composites under fatigue loading : a dammage development law for transverse cracking. Composite Science Technology, 52, pp. 173-181.
- [Thionnet et Renard, 1997] Thionnet, A. et Renard, J. 1997. Modelling of the fatigue behaviour of laminated composite structures. In : Degallaix, S., Bathias, C. et Fougères, R. (eds.). International Conference on fatigue of composites. Proceedings, 3-5 June, Paris, Frace. La Société Français de Métallurgie et de Matériaux, pp. 363-369.
- [Tsai, et al., 2000] Tsai, K.-H., Chiu, C.-H. et Wu, T.-H. 2000. Fatigue behavior of 3D multi-layer angle interlock woven composite plates. Composites Science and Technology 60, pp. 241-248.

- [Vieillevigne et al., 1997] Vieillevigne, S., Jeulin, D., Renard, J. et Sicot, N., 1997. Modelling of the fatigue bahaviour of a unidirectional glass epoxy composite submitted to fatigue loadings. In: Dagallaix, S., Bathias, C. et Fougères, R. (EDS.), International Conference on fatigue of composites. Proceedings, Paris, La société Français de Métallurgie et de Matériaux, pp. 424-430.
- [Yoshioka et Seferis, 2002] Yoshioka, K., et Seferis, J.C., Modeling of tensile fatigue damage in resin transfer moldes woven carbon fabric composites. Composites: Part A 33, pp. 1593-1601.

Quatrième partie

# Validation du critère d'amorçage du délaminage

# **Chapitre VIII**

# Validation du critère d'amorçage du délaminage sous chargements quasi-statiques et cycliques

Ce chapitre présente les essais expérimentaux et les simulations numériques servant à valider le critère d'amorçage du délaminage sous des chargements quasi-statiques et cycliques.

#### Sommaire

#### VIII.1 Synthèse bibliographique

VIII.1.1 Mécanismes d'endommagements sur plaques trouées VIII.1.2 Effets aux bords libres du trou

#### VIII.2 Analyse expérimentale

VIII.2.1 Moyens d'essais et d'observations sur plaques trouées

VIII.2.2 Dimensionnement des éprouvettes trouées

VIII.2.3 Mécanismes d'endommagements : Statique & Fatigue

#### VIII.3 Simulation numérique

VIII.3.1 Les maillages

- VIII.3.2 Etat des contraintes aux bords du trou
- VIII.3.3 Prédiction d'amorçage du délaminage en statique & fatigue : sites, contraintes et nombre des cycles
## VIII.1 Synthèse bibliographique

## VIII.1.1 Mécanismes d'endommagements sur plaques trouées

Citons l'étude de Sihn et al., [Sihn et al., 2007] sur des stratifiés croisés  $(45^{\circ}/0^{\circ}/-45^{\circ}/90^{\circ})_{2s}$  à plis unidirectionnels épais en carbone(T800) résine époxy  $(t_{pli} = 0.02 \text{ mm})$ . Des essais de fatigue sont effectués en traction-traction pour une fréquence de 10 Hz,  $\sigma_{max} = 0.7 \cdot \sigma_{R}$  et R = 0.1. Les rayons-X sont utilisés pour observer le bord du trou, les fissures et les délaminages. Ces deux modes restent prépondérants (figure VIII.1(a) couleur blanche autour du trou).

On retrouve ces mécanismes dans l'étude de O'Higgins [O'Higgins, 2008] sur des composites en fibres de carbone renforcés d'une résine thermoplastique. La séquence est identique à celle de l'étude précédente. Dans le même matériau mais pour une séquence  $(90^\circ, 0^\circ)_{2s}$ , ces auteurs observent un autre type d'endommagement appelé « *splitting longitudinal* ». Il s'agit de fissures dans les plis à 0°, parallèles aux fibres aux abords du trou (figure VIII.1(b)).



**Figure VIII.1** – Endommagements proches des bords libres du trou : (a) délaminages et fissurations, séquence  $(45^{\circ}/0^{\circ}/-45^{\circ}/90^{\circ})_{2s}$ (b) splitting longitudinal, séquence  $(90^{\circ},0^{\circ})_{2s}$ 

Sur des composites stratifiés croisés en carbone/phénolique à plis UD ou tissés de type taffetas, Yoshioka et Seferis [Yoshioka et Seferis, 2002] montrent que le délaminage intralaminaire entre torons de trame/chaîne, est l'endommagement qui majoritairement fait chuter les rigidités du matériau. La fissuration des plis reste d'un impact négligeable. Mêmes constat dans l'étude de Duplessis [Duplessis, 2007] sur des tissus verre/époxy en satin de 4 croisés. Il est montré que pour la séquence  $(0^{\circ}_{2},\pm 20^{\circ}_{2})_{s}$ le délaminage, premier endommagement à apparaître aux interfaces  $20^{\circ}/-20^{\circ}$  est localisé sur le bord du trou au voisinage d'un angle  $\alpha$  égal à 90° (l'angle est définit figure VIII.3). Viennent ensuite en augmentant la charge de l'éprouvette, d'autres endommagements dans les plis à 0° de part et d'autre de la direction d'observation à 90°, puis pour terminer des délaminages aux interfaces  $0^{\circ}/20^{\circ}$  en pointes de fissures.

### VIII.1.2 Effets aux bords libres du trou

Soit une éprouvette trouée de diamètre  $\phi$ , à laquelle on impose une contrainte homogène  $\sigma^{\circ}$  selon de l'axe  $\vec{x}_2$ . La contrainte normale  $\sigma_{22}$  dans le sens  $\vec{x}_2$  en fonction de  $\vec{x}_1$ , aux abords du trou

peut être estimer suivant [Lekhnistskii's et al., 1968] :

$$\boldsymbol{\sigma}_{22}(\boldsymbol{x}_{1},0) = \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\infty}}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{x}_{1}}\right)^{2} + 3\left(\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{x}_{1}}\right)^{4} - \left(1 + \boldsymbol{n} - 3\right) \left[5\left(\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{x}_{1}}\right)^{6} - 7\left(\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{x}_{1}}\right)^{8}\right] \right\} \text{ avec } \boldsymbol{x}_{1} > \boldsymbol{r}$$
$$\boldsymbol{n} = \sqrt{2\left(\frac{\boldsymbol{E}_{1}}{\boldsymbol{E}_{2}} - 2\boldsymbol{v}_{12}\right) + \frac{\boldsymbol{E}_{1}}{\boldsymbol{G}_{12}}}$$

et

De cette formule on déduit que la concentration de  $\sigma_{22}$  proche des bords du trou dépend de la taille du rayon r. Lorsque r est grand, la zone de concentration est plus importante. C'est la raison pour laquelle, il faut bien choisir les dimensions de l'éprouvette. Car, une fois le diamètre du trou fixé ( $\phi$ ), la longueur et la largeur des éprouvettes doivent être choisies de manière à ce que le champ de contraintes au voisinage du trou ne soit perturbé ni par la présence des autres bords libres, induisant leurs propres effets de bords, ni par les zones sur lesquelles les mors appliquent leur effort. Afin d'étudier les endommagements aux bords libres du trou, il est important d'observer ces remarques [Duplessis, 2007]. Sur des stratifiés croisés à plis tissés en satin verre/époxy, on montre que les dimensions utiles sont : la longueur est égale  $\phi \times 18$  et la largeur  $\phi \times 3$ .

### VIII.2 Analyse expérimentale

### VIII.2.1 Moyens d'essais et d'observations sur éprouvettes trouées

Les essais statiques et de fatigue ont été effectués sur les mêmes machines (chapitre III et VI). L'observation des endommagements s'effectue de la même manière qu'en statique, par paliers du chargement imposé, en charge et en décharge, jusqu'à rupture de l'éprouvette. Pour un essai de fatigue, on fixe le paramètre  $\boldsymbol{\sigma}_{max}$  tel que pour une séquence donnée :  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = 0.6\boldsymbol{\sigma}_{R}$  pour  $(0^\circ, \pm 20)_s$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = 0.6\boldsymbol{\sigma}_{R}$  pour  $(0^\circ, \pm 30)_s$  et  $\boldsymbol{\sigma}_{max} = 0.65\boldsymbol{\sigma}_{R}$  pour  $(0^\circ, \pm 30_2)_s$ .

Les moyens d'observation sont par contre différents. Après avoir mis en traction les éprouvettes trouées (en statique ou en fatigue), on observe les endommagements sur le bord libre des trous à l'aide d'un miroir, d'un rayon de 8 *mm*, orienté à 45° par rapport à son axe (figure VIII.2). Ce miroir est monté à l'extrémité d'un axe et positionné dans le trou, afin de refléter la surface concernée par les endommagements. Afin d'incrémenter la position du miroir par rotations successives et régulières (ici 20°), un moteur est programmé à l'aide d'un logiciel PYTHON. Un appareil de prise de vue est positionné en vis à vis du miroir, de l'autre côté de l'éprouvette. Des lampes fixes éclairent le miroir. On rappelle que la direction selon laquelle les observations sont faites est définie par un angle  $\alpha$ . La direction 0° est parallèle à la direction de traction.

Ici encore, le polissage du bord libre est nécessaire, sans quoi il est difficile d'observer les endommagements. Le polissage est obtenu à l'aide d'un cylindre sur lequel est collé le papier de polissage (de graines 600, 1200, puis 2400), monté sur une machine tournante (par exemple une machine de perçage dont la vitesse de rotation est réglée quasiment au minimum). Le diamètre du cylindre est inférieur à celui du trou, mais pas trop pour éviter de déformer le trou. Ainsi, pour un trou dont le diamètre est de 20 *mm*, on a utilisé un cylindre dont le diamètre est 18 *mm*. Tout en tournant sur lui-même, le cylindre effectue un mouvement circulaire sur le pourtour du trou pour un polissage le plus uniforme possible. Pour éviter que la surface du trou ne soit brûlée lors de l'opération, l'éprouvette est immergée dans l'eau. La durée du processus étant assez courte (au maximum 1 *mn* par grade de papier), il n'y a pas de risque de vieillissement humide.

Enfin, ce polissage présente un autre avantage pour les éprouvettes trouées. Lors du perçage des trous, des endommagements en général superficiels sont créés autour du trou. En éliminant un peu de matière, le polissage permet donc de supprimer en grande partie ces endommagements.



Figure VIII.2 – Moyen d'observation des dommages d'une éprouvette trouée : (a) montage d'observation dans le trou et (b) schéma du montage



Figure VIII.3 – Zone utile d'observation sur éprouvette trouée

Les paliers et le nombre de cycles d'observation sont définis selon une procédure identique à celle des chapitres précédents (chapitre III et VI). On observe les endommagements sur tout le pourtour du trou (la zone observée à droite et à gauche) (figure VIII.3). Une fois toutes les images acquises, on les traite une à une pour les redresser et y prélever la zone utile. Ces zones sont ensuite accolées les unes aux autres pour constituer un panorama complet de la surface endommagée pour chacun des paliers de chargement et de nombre de cycles sélectionnés. On trouve ainsi que les endommagements dans la zone observée à droite ( $\alpha$ ) se présentent de manière identique à ceux observés à gauche ( $\alpha + 180^{\circ}$ ). Ce constat sera validé numériquement (§VIII.3). Afin de traduire cette observation, on dira que les sites d'endommagement observés à gauche se présentent comme ceux de droite selon la formule :

 $\alpha = \alpha + 180^{\circ}$ 

On pourra ainsi affirmer et présenter une totale observation des dommages sur tout le pourtour entre  $0^{\circ} \le \alpha \le 180^{\circ}$ .

### VIII.2.2 Dimensionnement des éprouvettes trouées

Le trou réalisé dans l'éprouvette est un concentrateur de contraintes. A priori, les endommagements devraient s'initier dans son voisinage. Toutefois, il y a des chances pour que plus le diamètre du trou soit petit, plus les endommagements se concentrent dans une même région. Or, plus les sites d'apparition des dommages sont proches les uns des autres, plus il y a de chance pour que ces endommagements interagissent entre eux. On désire limiter cet effet qui complique l'analyse. On dimensionne l'éprouvette et la géométrie du trou compte tenue de cette dernière remarque et de celle formulée auparavant visant à éviter toutes interactions entre le trou et les bords libres de l'éprouvette. En raison des limitations de largeur d'éprouvette dictées par nos moyens d'essais (ici 30 *mm*), on fixe d'abord cette largeur pour déduire le diamètre du trou.



**Figure VIII.4** – Déformation  $\mathcal{E}_{11}$  dans le plan de l'éprouvette (couche 0°)



**Figure VIII.5** – Comparaisons des singularités des contraintes anti-planes aux bords libres du trou  $(x_2 = \pm 5)$  et sur le bord libre latérale de l'éprouvette  $(x_2 = \pm 10)$ séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ : (a) l'interface  $+ 20^\circ / - 20^\circ$  et (b) l'interface  $0^\circ / + 20^\circ$ 

A l'aide d'études précédentes et du calcul numérique, on fixe les dimensions de l'éprouvette : diamètre de trou  $\phi$  de 10 mm, longueur L de 270 mm et largeur l de 30 mm. Ces dimensions sont calculées pour la séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$  en imposant un déplacement homogène selon l'axe  $\vec{x}_1$  (parallèle au pli à 0°) (figure VIII.4) et en maillant avec des éléments de même taille dans la zone du bord libre du trou et sur le bord libre latérale afin d'éviter toute dépendance du maillage en raison des problèmes de singularités. Pour la séquence choisie, les singularités se situent aux interfaces  $0^\circ/+ 20^\circ$  et  $+ 20^\circ/- 20^\circ$ ) à la fois sur le bord libre du trou ( $x_2 = \pm 5$ ) et sur le bord latérale ( $x_2 = \pm 15$ ) (figure VIII.5). Pour la géométrie choisie, ces singularités sont largement plus élevées sur le bord du trou garantissant l'apparition des dommages à l'endroit souhaité. On trouve également que les singularités de contraintes entre les bords libres du trou et de l'éprouvette, s'annulent évitant ainsi toute interaction entre ces zones.

## VIII.2.3 Mécanismes d'endommagement : Statique & Fatigue

L'observation des essais statiques et de fatigue montrent quelque soient les épaisseurs et les séquences trois principaux endommagements (figure VIII.6-9) : la fissuration intra-pli (voir « a »), le délaminage intra-pli (voir « b ») et enfin le délaminage inter-pli (voir « c/d »). Le jeu des séquences et des épaisseurs n'a que peu d'influence (tableau VIII.1). La fissuration intralaminaire apparaît d'abord pour une faible densité dans les plis surfaciques (figure VIII.6(a)) puis le délaminage interlaminaire, appelé aussi « *le délaminage inter-plis* », aux deux interfaces de la séquence étudiée (figure VIII.6(b, c)) et enfin ou conjointement des délaminages intralaminaires le long des torons.



**Figure VIII.6** – Mécanismes d'endommagements en fatigue séquence  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$ : (a) 500 cycles, (b) 1000 cycles et (c) 3000 cycles



**Figure VIII.7** – Endommagements de fatigue pour différents empilements : (a)  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$  à 3000 cycles, (b)  $(0^\circ, \pm 20^\circ_2)_s$  à 5000 cycles (c)  $(0^\circ, \pm 30^\circ_2)_s$  à 2000 cycles

Pour les interfaces considérées, les délaminages interlaminaires résultent d'un couplage de modes (figures VIII.6-8). Les interfaces  $0^{\circ}/+20^{\circ}$  et  $0^{\circ}/+30^{\circ}$  présentent un mode I (ouverture) ou mixte (avec cisaillement). L'ouverture facilite les observations. Néanmoins leur progression après amorçage est très rapide d'où la difficulté de visualiser les sites d'amorçage (tableau VIII.1). Ils sont généralement proches des zones de fissurations intralaminaires.

VIII. Validation du critère d'amorçage de délaminage sous le chargement quasi-statique et cyclique



**Figure VIII.8** - Endommagements en statique pour de faibles épaisseurs : (a)  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$  à  $\boldsymbol{\sigma} = 350$  MPa et (b)  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$  à  $\boldsymbol{\sigma} = 300$  MPa





**Figure VIII.9** - Endommagements en statique pour de grandes épaisseurs : (a)  $(0^{\circ},\pm 20^{\circ}_{2})_{s}$  à  $\boldsymbol{\sigma} = 275$  MPa et (b)  $(0^{\circ},\pm 30^{\circ}_{2})_{s}$  à  $\boldsymbol{\sigma} = 245$  MPa

Le cas des interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}$  et  $+30^{\circ}/-30^{\circ}$  est plus complexe d'observation. L'unique mode se résume au cisaillement, par conséquent sans ouverture. La détection de l'amorçage reste plus incertaine.

Les effets d'épaisseurs pour un empilement provoquent de légères différences résumées dans le tableau VIII.1. Par contre le niveau de contrainte influe très nettement le nombre de cycles à l'amorçage. La stratification dicte le niveau de singularité d'où l'amorçage. Ces singularités de contraintes seront détaillées dans le paragraphe suivant (§VIII.3).

Séquences	Interfaces	Site d'amorçage du délaminage $(\alpha^{\circ})$ essais quasi -statiques	Site d'amorçage du délaminage ( $\alpha^{\circ}$ ) essais de fatigue	$\sigma_{\scriptscriptstyle amorçage} \ (MPa)$	Nb de cycles d'amorçage (N)
(0,±20) <sub>s</sub>	0/+ 20	90° - 120°	92 à 125	300 - 350	2000 - 3000
	±20	85° - 95°	83 à 97	300 - 350	260 - 700
(0,±20 <sub>2</sub> ) <sub>s</sub>	0/+202	90° - 120°	98 - 120	250 - 290	1660 - 3050
	$\pm 20_{2}$	70° - 90°	84 - 100	250 - 290	125 - 450
(0,±30) <sub>s</sub>	0/+30	90° - 125°	94 - 121	250 - 290	340 - 800
	±30	85 à 95	82 - 100	250 - 290	215 - 600
$(0,\pm 30_2)_s$	$0_2 / + 30_2$	90 à 130	85 - 127	215 - 245	587 - 1250
	$\pm 30_{2}$	80 à 95	85 -95	215 - 245	50 - 220

**Tableau VIII.1** – Résultats expérimentaux en statique et en fatigue : sites, contraintes macroscopiques et nombres de cycles d'amorçage pour différents empilements

### VIII.3 Simulation numérique

Ces calculs servent de validation du critère en statique et en fatigue. Les paramètres de ce critère ont été identifiés au chapitre V pour la partie statique et au chapitre VII pour l'aspect fatigue. Les simulations numériques sont confrontées aux essais réalisés et présentés ci-dessus sur éprouvettes trouées avec deux séquences et deux épaisseurs différentes :  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ ,  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$  et  $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$ .

### VIII.3.1 Les maillages

La géométrie de l'éprouvette trouée ne permet plus d'utiliser les éléments 2D ½. Le calcul demande un maillage 3D. Le nombre d'éléments augmente ainsi considérablement par rapport au calcul d'une éprouvette lisse. De plus l'éprouvette trouée peut conduire à un amorçage du délaminage à n'importe quel endroit autour du trou. Il est donc nécessaire de raffiner le maillage autour du trou. Cela augmente le nombre d'éléments et les temps du calcul.

Réduire les temps de calcul signifie diminuer le nombre d'éléments dans les zones homogènes sans gradient. Numériquement, on trouve que  $\sigma_{11}$  est homogène loin des bords du trou. On décide alors de ne pas mailler sur toute la longueur de l'éprouvette mais seulement sur une distance égale à 3 fois la largeur de l'éprouvette (ici 90*mm*). Le maillage entre le trou et le bord libre de l'éprouvette est celui de la figure VIII.10. On remarque également aux abords du trou, le raffinement du maillage dans l'épaisseur de la séquence et aux interfaces des plis.

Ces maillages sont évidemment plus sophistiqués que ceux qui ont servis au dimensionnement de l'éprouvette (§VIII.2.2).

VIII. Validation du critère d'amorçage de délaminage sous le chargement quasi-statique et cyclique



Figure VIII.10 – Illustration des maillages sur éprouvette trouée

### VIII.3.2 Etat des contraintes aux bords du trou

On applique d'abord une contrainte homogène de traction, appelé *contrainte macroscopique* simulée afin de mieux comprendre les mécanismes d'endommagement au bord du trou. Sur la séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ , le calcul par éléments finis donne dans chacun des plis à proximité du trou, une forte concentration  $\sigma_{11}$  et  $\varepsilon_{11}$  dans la zone proche d'un angle de  $\alpha = \pm 90^\circ$  (ici en déformation : figure VIII.11(a)). Par passage micro-macro et homogénéisation locale, on voit que cet état caractérise en premier lieu du délaminage intralaminaire.

Ensuite, nous apercevons une forte singularité d'interface liée aux trois contraintes locales antiplanes,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{23}$  et  $\sigma_{13}$ , (Figure VIII.11, b, c, d respectivement). Ces contraintes intéressent directement l'amorçage du délaminage. Elles seront évaluées pour tout angle  $\alpha$  à chaque interface. Afin de faciliter leur étude, on visualise les trois contraintes à tous les interfaces (ici, 0°/+20° et +20°/-20°, figure VIII.12).



**Figure VIII.11** – Visualisation des contraintes, séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$  autour du trou pour  $(-90^\circ \le \alpha \ge 90^\circ) (0^\circ, \pm 20)_s$ : (a)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}$ ; (b)  $\boldsymbol{\sigma}_{33}$ , (c)  $\boldsymbol{\sigma}_{23}$  et (d)  $\boldsymbol{\sigma}_{13}$ 

La figure VIII.12(a) montre des contraintes locales  $\sigma_{33}$  et  $\sigma_{13}$  maximales à l'interface 0°/+20°, pour un angle  $\alpha$  tel que  $-80 \le \alpha \le -70$  (ou  $110 \le \alpha \le 120$ ). Ceci correspondant bien aux observations de ce délaminage sous mode mixte. Concernant l'interface + 20°/-20°, la figure VIII.12(b) montre de forte contraintes locales  $\sigma_{33}$  et  $\sigma_{13}$  au voisinage de  $\alpha \pm 90$ . A nouveau ce résultat correspondant bien au site d'amorçage observé. On peut même noter que notre analyse non locale des contraintes permet de mieux expliquer les phénomènes physiques que l'analyse des valeurs locales très liées uniquement aux bords.



**Figure VIII.12** – Contraintes pour différents interfaces au bord du trou (fonction de l'angle  $\alpha$ ) (a) Interface 0°/20° et (b) Interface +20°/-20°

### VIII.3.3 Prédiction d'amorçage du délaminage en statique & fatigue : sites, contraintes et nombre de cycles

Cette partie présente les calculs pour des chargements quasi-statiques ou de fatigue. Afin de prédire autour du trou à la fois les sites, les contraintes d'amorçage et le nombre de cycles, nous avons utilisé le critère non local que nous avons identifié au chapitre V (§V.6), sans gradient puis avec gradient. Pour les essais statiques on augmente la contrainte jusqu'à ce que le critère indique un site d'amorçage au bord du trou. Pour les essais de fatigue, on impose la contrainte  $\sigma_{max}$  puis on augmente le nombre de cycles jusqu'à ce que le critère déterminé dans le chapitre VII (§VII.2) atteigne la valeur critique. Les figures VIII.13 et VIII.14 montrent que pour des calculs sur les séquences  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$  et  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ , les deux méthodes non locales prédisent les mêmes sites d'amorçage. Il en va de même de l'interface  $0^\circ/20^\circ$ , pour deux épaisseurs (Figure VIII.13(a) et Figure VIII.14(a)). Les zones de pics pour les fortes contraintes non locales en mode I ( $\overline{\sigma}_{33}$  ou  $\overline{\widetilde{\sigma}}_{33}$ ) et en mode de cisaillement ( $\overline{\sigma}_{13}$  ou  $\overline{\widetilde{\sigma}}_{13}$ ), traduisent bien les sites d'amorçage observés expérimentalement.



**Figure VIII.13** – Evolution du critère non local à deux interfaces autour du trou séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ)_s$ : (a) interface  $0^\circ/20^\circ$  et (b) interface  $+ 20^\circ/-20^\circ$ 

VIII. Validation du critère d'amorçage de délaminage sous le chargement quasi-statique et cyclique



**Figure VIII.14** – Evolution du critère non local à deux interfaces autour du trou séquence  $(0^\circ, \pm 20^\circ_{2})_s$ : (a) interface  $0^\circ/20^\circ$  et (b) interface  $\pm 20^\circ/-20^\circ$ 

		~					
Séquences	Interfaces	Sites d'amorçage du délaminage ( $\alpha$ )					
		(Expérience)	Calcul numérique				
			h = 0,0	h = 0,01	h = 0,02	h = 0,03	
$(0,\pm 20)_s$	0/+ 20	90° - 120°	110°	110°	110°	110°	
	+20/-20	85° - 95°	90°	90°	90°	90°	
$(0,\pm 20_2)_s$	0/+ 202	90° - 120°	110°	110°	110°	110°	
	$+20_{2}/-20_{2}$	70° - 90°	90°	90°	90°	90°	
(0,±30) <sub>s</sub>	0/+ 30	90° - 125°	115°	115°	120°	120°	
	+30/-30	85 à 95	90°	90°	90°	90°	
$(0,\pm 30_2)_s$	02/+302	90 à 130	115°	115°	120°	120°	
	$+30_{2}/-30_{2}$	80 à 95	90°	90°	90°	90°	

 

 Tableau VIII.2 – Comparaisons entre la prédiction des sites d'amorçage par différentes méthodes non locales et les essais sur éprouvettes trouées (chargement quasi-statique)

Les mêmes conclusions peuvent être reprises concernant l'interface  $\pm 20^{\circ}/-20^{\circ}$  : les deux méthodes non locales donnent les mêmes sites d'amorçage pour deux empilements d'épaisseurs différentes (figure VIII.13(b) et figure VIII.14(b)). La contrainte non locale majoritaire est le cisaillement tandis que  $\overline{\sigma}_{33}$  ou  $\overline{\widetilde{\sigma}}_{33}$  sont quasi-nulles (à l'amorçage,  $\overline{\sigma}_{33}$  ou  $\overline{\widetilde{\sigma}}_{33}$  valent de -3 à 3 MPa). Ce résultat est en parfait accord avec l'essai. La prédiction est tout aussi bonne pour les autres interfaces,  $0^{\circ}/0^{\circ}$  et  $+30^{\circ}/-30^{\circ}$  des séquences  $(0^{\circ},\pm30^{\circ})_{s}$  et  $(0^{\circ},\pm30^{\circ})_{2}$ . Les résultats sont regroupés (avec ou sans gradient) dans le tableau VIII.2.

Concernant les simulations des chargements cycliques, les calculs sont identiques à ceux menés en statique pour différents nombres de cycles. La prédiction d'amorçage s'opère avec notre critère. A nouveau les calculs permettent une bonne prédiction des amorçages sous sollicitations cycliques (tableau VIII.3).

Après avoir prévu les sites d'amorçage, intéressons nous à la prédiction du moment d'amorçage : niveau de contrainte pour un essai statique, nombre de cycles en fatigue.

En statique, on trouve une bonne prédiction par la méthode non locale sans gradient (h = 0,0). Les résultats numériques traduisent bien l'expérience pour les interfaces  $0^{\circ}/20^{\circ}$  et  $0^{\circ}/30^{\circ}$  et sont moins bons pour les interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}$  et  $+30^{\circ}/-30^{\circ}$  ou les calculs numériques prévoient un amorçage avant les essais (tableau VIII.4). Si on introduit un gradient supplémentaire avec h = 0,1 puis h > 0,1, la prédiction s'améliore tout en restant toutefois inférieure à la valeur expérimentale.

		Sites d'amorçage du délaminage ( $\alpha$ )					
Séquences	Interfaces	(Essai expérimental)	Calcul numérique				
			h = 0,0	h = 0,01	h = 0,02	h = 0,03	
$(0,\pm 20)_s$	0/+ 20	92° - 125°	110°	110°	110°	110°	
	+20/-20	83° - 97°	90°	90°	90°	90°	
$(0,\pm 20_2)_s$	0/+ 202	98° - 120 °	110°	110°	110°	110°	
	$+20_{2}/-20_{2}$	84° - 100°	90°	90°	90°	90°	
$(0,\pm 30)_s$	0/+ 30	94° - 121°	115°	115°	120°	120°	
	+30/-30	82° - 100°	90°	90°	90°	90°	
$(0,\pm 30_2)_s$	$0_2 / + 30_2$	85° - 127°	115°	115°	120°	120°	
	$+30_{2}/-30_{2}$	85° - 95°	90°	90°	90°	90°	

VIII. Validation du critère d'amorçage de délaminage sous le chargement quasi-statique et cyclique

 Tableau VIII.3 – Comparaisons entre la prédiction des sites d'amorçage (méthodes non locales) et les essais sur éprouvettes trouées sous chargement de fatigue

Séquences	Interfaces	Contrainte d'amorçage ( $\sigma_{amorçage}$ ) (MPa)					
		Essais expérimentaux	Calcul numérique (la contrainte simulée)				
		( contrainte mesurée)	h = 0,0	h = 0,01	h = 0,02	h = 0,03	
(0,±20) <sub>s</sub>	$0^{\circ}/+20^{\circ}$	300 - 350	346	355	434	442	
	$+20^{\circ}/-20^{\circ}$	300 - 350	255	282	325	340	
$(0,\pm 20_2)_s$	$0^{\circ}/+20^{\circ}$	250 - 290	331	338	400	407	
	$+20^{\circ}/-20^{\circ}$	250 - 290	208	226	261	270	
(0,±30) <sub>s</sub>	0°/+30°	250 - 290	240	250	292	299	
	$+30^{\circ}/-30^{\circ}$	250 - 290	213	230	247	258	
$(0,\pm 30_2)_s$	0°/+30°	215 - 245	204	212	241	247	
	$+30^{\circ}/-30^{\circ}$	215 - 245	153	162	169	176	

 

 Tableau VIII.4 – Comparaison contraintes d'amorçage entre calculs numériques (contrainte simulée) et essais expérimentaux ( contrainte mesurée). (éprouvettes trouées sous chargement quasi-statique)

En fatigue, la prédiction numérique du nombre de cycles à l'amorçage (nombre de cycles simulés), est proche des valeurs expérimentales pour les interfaces  $0^{\circ}/20^{\circ}$  et  $0^{\circ}/30^{\circ}$ , moins bonne pour les interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}$  et  $+30^{\circ}/-30^{\circ}$  pour lesquels les calculs numériques anticipent toujours l'apparition du délaminage (tableau VIII.6). Globalement, on peut parler d'une bonne prédiction des deux méthodes non locales avec h = 0,0 et h = 0,1. Une explication pour les prédictions plus précoces aux interfaces déjà cités, réside dans le fait que le délaminage en cisaillement (mode III) est prépondérant à ces interfaces. Le décollement reste par conséquent fermé et son amorçage plus difficilement observable. Cette remarque est d'autant plus vraie à l'intérieur d'un trou donnant ainsi des valeurs d'amorçage du délaminage avec retard. Pour ce faire on s'achemine vers des méthodes de détection plus fines qu'une observation visuelle telles que l'émission acoustique.

Séquences	Interfaces	Nombres de cycles d'amorçage du délaminage $(N_{amorçage})$ (MPa)					
		Essais expérimentaux (Nombres de cycles mesurés)	Calcul numérique (Nombres de cycles simulés)				
			h = 0,0	h = 0,01	h = 0,02	h = 0,03	
(0,±20) <sub>s</sub>	0/+ 20	2000 - 3000	3280	3800	10800	11500	
	+20/-20	260 - 700	150	600	2100	2900	
$(0,\pm 20_2)_s$	0/+ 202	1660 - 3050	3200	3700	9010	9600	
	$+20_{2}/-20_{2}$	125 - 450	0	18	350	560	
(0,±30) <sub>s</sub>	0/+30	340 - 800	250	450	2000	2400	
	+30/-30	215 - 600	17	135	375	650	
$(0,\pm 30_2)_s$	$0_2 / + 30_2$	587 - 1250	370	600	1950	2350	
	$+30_{2}/-30_{2}$	50 - 220	0	0	2	15	

VIII. Validation du critère d'amorçage de délaminage sous le chargement quasi-statique et cyclique

 Tableau VIII.6 – Comparaison des niveaux d'amorçage en contraintes entre essais numériques (contrainte simulée) et essais expérimentaux (contrainte mesurée).

 (éprouvettes trouées sous chargement de fatigue)

# **Références Bibliographiques**

- [Duplessis, 2007] Duplessis Kergomard, Y., 2007. Etude expériementale et numérique de la fissuration intralaminiare et de l'initiation du délaminage de bord libre dans les structures stratifiées pseudo-tissées. PhD thèse, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [Lekhnistskii's et al., 1968] Lekhnistskii's, G., Tsai, S.W. et Cheron, T., 1968. Anisotropic plates. New York : Gordon and Breach Science Publishers.
- [O'Higgins et al., 2008] O'Higgins, R.M., McCarthy, M.A. et McCarthy, C.T., 2008. Comparion of open hole tension characteristics of high strength glass and carbon fibre-reinforced composite materials. Composite Science and Technology, 68, pp. 2770-2778.
- [Sihn et al., 2007] Sihn, S., Kim, R.Y., Kawabe, K. et Tsai, S.W., 2007. Experimental studies of thinply laminated composite. Composites Science and Technology, 67, pp. 996-1008.
- [Yoshioka et Seferis, 2002] Yoshioka, K. et Seferis, J.C., 2002. Modeling of tensile fatigue in resin transfer molded woven carbon fabric composites. Composites: Part A 33, pp. 1593-1601.

# **Conclusion et perspectives**

Ce travail de thèse a permis de développer des outils de conception directement utilisables par des bureaux de calcul. Si on note une progression des matériaux composites dans différents domaines, cette progression reste timide dans certains secteurs du ferroviaire tel que le bogie. Il faut dire que les charges reprises par cette structure, que la sécurité qui lui est attachée est telle, qu'une conception rigoureuse s'impose. Tout changement de matériaux a besoin d'être argumenté. Par ailleurs si on augmente les marges de sécurité l'intérêt des composites s'annule rapidement pour des raisons de coûts attachées à ces matériaux. Eviter ces écueils implique une conception basée sur bonne connaissance des matériaux composites pressentis, à la fois dans les domaines linéaires et non linéaires. Cela signifie aussi, bien comprendre les mécanismes de dégradation et savoir évaluer la tolérance associée aux différents dommages.

C'est dans ce contexte que nous avons étudié les composites tissés en carbone époxy envisagés par la société ALSTOM pour réaliser certaines parties du bogie. L'objet de ce travail de thèse a d'abord été de caractériser le comportement mécanique des matériaux composites pressentis, de répertorier leurs dégradations sous des chargements quasi-statiques et cycliques puis de proposer un modèle de comportement prenant en compte l'influence des dégradations. Ce modèle implémenté dans un code de calcul par éléments finis permet de calculer des pièces comprenant des trous. L'intérêt qui nous a poussés à travailler sur des pièces trouées, est que la présence du trou favorise la présence de gradients de contraintes semblables à ceux que l'on peut rencontrer dans les structures industrielles ferroviaires à l'aplomb d'assemblages entre sous structures ou dans des parties rivetées ou boulonnées.

Pour atteindre cet objectif d'aide à la conception de pièces ferroviaires structurales en matériaux composites, différentes étapes ont été suivies au cours de ce travail de thèse. Nous allons les résumer en faisant ressortir les apports de notre travail.

Tout d'abord afin de comprendre le rôle joué par chacun des plis dans la stratification, nous avons choisi de travailler sur des stratifiés dont les plis étaient tous orientés dans la même direction, le sens trame. Dans notre cas compte tenue de l'architecture du tissu étudié, sens trame et sens chaîne avaient les mêmes caractéristiques mécaniques. Sur ces stratifiés nous avons étudiés un certain nombre de paramètres importants pour les bureaux d'études qui commencent à concevoir des pièces épaisses en composites : l'influence de l'architecture du tissu considéré, le rôle joué par l'épaisseur des plis et la présence des plis voisins dans la stratification.

Pour cette famille d'empilements, nous avons étudié le comportement mécanique sous chargements quasi-statiques et de fatigue. On trouve ainsi que les propriétés élastiques du pli tissé vérifient l'isotropie dans le plan pour une faible contraction. On montre au travers des composites étudiés que l'augmentation d'épaisseur au-delà de quatre plis ne présente guère de variations sur les rigidités, les seuils d'amorçage d'endommagement et la rupture. Les mécanismes d'endommagement quant à eux restent identiques en statique comme en fatigue. On note que ce dernier constat dépasse largement les seuls composites étudiés en ce sens que cette remarque reste valable pour la plupart des composites stratifiés. La fissuration et le délaminage intralaminaires sont les principaux modes de dégradation. Les différents essais effectués font ressortir le moteur essentiel de création et d'évolution du dommage qu'est le niveau de contrainte maximale ( $\sigma_{max}$ ).

Les analyses à la fois expérimentales et numériques montrent assez nettement le lien entre l'évolution des endommagements (fissures et délaminages intralaminaires) et les chutes de rigidités. Tout comme nous l'avions constaté sur le comportement, l'effet du voisinage des plis s'estompe dans les pièces ou structures épaisses au-delà de quatre plis. Les chutes de rigidités se stabilisent aux environs de 25%, quelque soient les contraintes maximales appliquées.

La simulation numérique est une aide précieuse à la compréhension des phénomènes locaux tels que les effets du tissage amenant des flexions locales, des concentrations de contraintes et par conséquent des endommagements. La technique d'homogénéisation appliquée au matériau endommagé montre que le délaminage dans le cas du tissu étudié peut provoquer des chutes de rigidité de l'ordre de 20%. Ce résultat corrobore tout à fait les résultats expérimentaux. On montre aussi que la présence des fissures intra-laminaires n'amène que de légères chutes de rigidité. On propose par conséquent de négliger cet endommagement dans des calculs de structures. L'homogénéisation a par ailleurs montré que la redistribution des champs de contraintes après l'apparition de délaminages augmentait les concentrations en provoquant des fissurations dans les plis les plus proches de la surface de l'éprouvette.

Dès lors le comportement du pli seul ou de l'empilement de plis d'une même orientation investigué, nous avons étudié l'effet du croisement des plis. Cette deuxième famille d'empilements a été étudiée à l'aide des mêmes moyens et techniques que la première : étude du comportement et observation des endommagements sous chargements quasi-statiques et cycliques. Le croisement des plis fait apparaître un nouveau type de dégradation sur lequel nous nous sommes largement penchés: le délaminage inter-laminaire. Ce mode de dégradation s'amorce à l'interface de deux plis d'orientations différentes tout en suivant la courbure des torons de trame et de chaîne. Cette constatation est appuyée par les nombreuses observations et photographies présentées dans ce manuscrit.

L'origine de ce dommage tient des singularités de contraintes qui apparaissent aux bords des éprouvettes ou structures. Cela se traduit dans les calculs par éléments finis par des contraintes élevées non supportables pour le matériau et qui vont entrainer une décohésion d'interface. Le problème est l'absence de tout critère pouvant prédire ce type de décollement entre plis dans les codes de calcul. Si on considère qu'il est évidemment préférable de dimensionner les pièces pour que ce type de défaut n'apparaisse pas plutôt que de constater son existence lors de sa propagation, un critère d'amorçage s'impose. C'est un apport important de ce travail de thèse que d'avoir proposé un critère pour pallier à ce manque. Nous avons montré combien il était nécessaire dans le contexte des structures stratifiées, de privilégier des critères non locaux en contraintes avec ou sans ajout du gradient de ces contraintes. Ces critères ont été établis sur éprouvettes lisses pour des chargements quasi-statiques et cycliques.

La dernière étape est une étape de validation. Après avoir prouvé la pertinence des critères non locaux proposés par une bonne prédiction du délaminage pour différentes séquences sous chargements quasi-statiques et de fatigue, nous avons souhaité valider ces critères sur des pièces comportant des gradients. Notre choix s'est porté sur des plaques dans lesquelles nous avons usiné des trous. Ces plaques soumises à des sollicitations statiques et cycliques ont été observé en cours d'essais. Nous avons proposé un montage original basé sur des renvois de l'image par des miroirs pour observer l'évolution du dommage sur le pourtour du trou pendant l'essai. A nouveau ces essais ont été simulés numériquement. On note grâce aux critères introduits une bonne prédiction du niveau d'amorçage en contrainte et du site d'amorçage sur le pourtour du trou. Tandis que la prédiction du niveau de contrainte d'amorçage est proche de la valeur expérimentale pour des interfaces qui s'ouvrent en mode mixte I et III (traction plus cisaillement) tels que  $0^{\circ}/20^{\circ}$  et  $0^{\circ}/30^{\circ}$ , cette prédiction est un peu moins bonne pour une ouverture en mode III pur (cisaillement seul) tels que les interfaces  $+20^{\circ}/-20^{\circ}$  et  $+30^{\circ}/-30^{\circ}$ . Nous l'avons expliqué par la difficulté d'observer des délaminages qui restent fermés.

C'est pourquoi nous proposons à titre de perspective d'utiliser une technique plus sensible aux premières décohésions ou glissements au sein du matériau telle que l'émission acoustique. Cette technique présente de nombreux avantages tels que le suivi in situ sans enlever l'éprouvette et une finesse de détection des dommages. Cependant la difficulté est liée au discernement et à l'étalonnage des signaux liés aux différents défauts. Il s'agit de caractériser les signaux pour chaque type d'endommagement et ce pour différents matériaux composites. Des études sont en cours sur ce sujet afin de poursuivre ce travail de thèse et appliquer la méthode acoustique à la détection de défauts dans des pièces composites structurelles.

# Annexe

## Annexe A

# Théorie d'homogénéisation

### Sommaire

- A.1 Présentation du procédé d'homogénéisation
- A.2 Moyenne volumique, moyenne surfacique
- A.3 Bornes de Voigt et Reuss

### A.1 Présentation du procédé d'homogénéisation

Le procède d'homogénéisation recherche à remplacer le matériau hétérogène par le matériau homogène équivalent caractérisé par des propriétés mécaniques effectives. L'objectif d'homogénéisation est de construire le comportement élastique (aussi élastique endommagée) reliant la contrainte homogénéisée  $\tilde{\Sigma}$  à la déformation homogénéisée  $\tilde{E}$ . Dans ce type de technique, trois échelles sont présentes :

- l'échelle de la structure : longueur caractéristique L ;
- l'échelle du V.E.R : longueur caractéristique l ;
- l'échelle des hétérogénéités : longueur caractéristique d.

On fait alors l'hypothèse que les échelles sont séparées :  $d \ll l \ll L$ . Le comportement homogénéisé est identifié grâce à un ensemble de calculs élémentaires permettant de décrire la réponse du VER sous sollicitations. Si la distribution des constituants est périodique, le volume nécessaire se réduit à une cellule élémentaire. On soumet alors le volume retenu à des sollicitations élémentaires pour déterminer la réponse résultante. La difficulté réside en fait dans le choix des contions aux limites, aussi le choix des méthodes d'homogénéisation à appliquer au volume considéré. Pour imposer une déformation ou contrainte globale moyenne donnée (dit macroscopique).

Si on définit d'abord les notations qui seront utilisées :

- $\tilde{\sigma}$  et  $\tilde{\varepsilon}$  représentent respectivement le tenseur du deuxième ordre symétrique des contraintes et le tenseur du deuxième ordre symétrique des déformations locales du matériau hétérogène ;
- $\widetilde{\Sigma}$  et  $\widetilde{E}$  les tenseurs symétriques (du deuxième ordre) des contraintes et des déformations macroscopiques du matériau homogène ;
- $\langle f \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f(x) dx$  la moyenne de f(x) sur le domaine  $\Omega$ .

Par la suite les conditions aux limites sont choisies de sorte à solliciter le VER. Le problème est maintenant de voir comment déterminer le module d'élasticité effectif  $\tilde{\tilde{C}}$  ou le module de souplesse  $\tilde{\tilde{S}}$  ce qui dépend du type de conditions aux limites considérées.

### A.2 Moyenne volumique, moyenne surfacique

Dans le cadre de la technique de la moyenne, on appelle loi de comportement homogénéisée la relation qui existe entre la moyenne sur  $\Omega$ . Dans tous les cas de conditions aux limites, il résulte des calculs de moyennes que :

dans le cas des conditions de déformations homogènes au contour et le cas périodique :

$$\left\langle \widetilde{\boldsymbol{\sigma}} \right\rangle = \left\langle \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}} \right\rangle$$
 (A.1)

dans les conditions duales en contraintes :

$$\left\langle \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \right\rangle = \left\langle \widetilde{\boldsymbol{E}} \right\rangle$$
 (A.2)

On peut aussi calculer la moyenne du travail des forces interne au sein du volume élémentaire sollicité et montrer, à nouveau grâce au *«lemme de Hill»* pour les trois conditions aux limites précédentes :

$$\langle \widetilde{\boldsymbol{\sigma}} : \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \langle \widetilde{\boldsymbol{\sigma}} \rangle \langle \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{E}}$$
 (A.3)

Ce résultat assure, en conditions homogènes (mais aussi en homogénéisation périodique), que le travail des forces internes macroscopique est alors égal à la moyenne du travail des forces internes microscopique.

Rappelons que la moyenne sur un volume  $\Omega$  peut se ramener à une moyenne surfacique à l'aide du théorème de Stokes. Le travail des forces internes associé aux champs admissibles  $\tilde{\varepsilon}$  et  $\tilde{\sigma}$  se calcule alors de la façon suivante :

$$<\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}:\widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}}>=\frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\boldsymbol{\sigma}_{ij}\boldsymbol{u}_{i,j}dV=\frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}(\boldsymbol{\sigma}_{ij}\boldsymbol{u}_{i})_{j}dV=\frac{1}{\Omega}\int_{\partial\Omega}(\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}.\vec{\boldsymbol{n}}).\vec{\boldsymbol{u}}dS$$
(A.4)

Plusieurs études ont utilisé cette technique [Sun-Pui et al., 1998] et [Thionnet, 1991].

### A.3 Bornes de Voigt et Reuss

Les approximations de Voigt (respectivement Reuss) consistent à supposer que les déformations sont uniformes  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{E}$  champ de déformations compatibles (respectivement que les contraintes sont uniformes  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\Sigma}$  champ de contraintes admissibles) [Miche et al., 1998].

Puis, en utilisant les propriétés variationnelles, nous obtenons les relations (inégalité au sens des formes quadratiques) :

$$\widetilde{C} \le \langle \widetilde{\widetilde{c}} \rangle$$
 (Voigt) (A.5)

$$\widetilde{\widetilde{S}} \le \langle \widetilde{\widetilde{s}} \rangle$$
 (Reuss) (A.6)

Ces relations fournissent une borne supérieur pour les propriétés effectives  $\tilde{\tilde{C}}$  et  $\tilde{\tilde{S}}$ . Elles sont appelée borne supérieure de Voigt et borne inférieur de Reuss, respectivement. Elles indiquent que quel que soit l'arrangement des phases au sein du matériau hétérogène, les modules effectifs et les souplesses effectives ne peuvent excéder la moyenne volumique des modules et des souplesses de constituants, respectivement.

Le calcul de l'encadrement de Voigt et Reuss ne nécessite que la connaissance des caractéristiques élastiques  $\tilde{\tilde{c}}$  et  $\tilde{\tilde{s}}$  de chaque phase et de leur fraction volumique. Les tenseurs des modules de Voigt  $\tilde{\tilde{C}}$  (respectivement des souplesses de Reuss  $\tilde{\tilde{S}}$ ) sont une estimation par excès du tenseur des modules effectifs (respectivement des souplesses effectives).

Par le concept d'homogénéisation précédente, on va présenter par la suite de déterminer du comportement homogène équivalent d'un matériau vierge et endommagé.

### DIMENSIONNEMENT EN FATIQUE DES STRUCTURES FERROVIAIRES EN COMPOSITES EPAIS

### **RESUME :**

Ce travail de thèse est consacré au développement d'outils de conception utilisables par des bureaux d'études. Si on note une progression des matériaux composites dans différents domaines, cette progression reste limitée dans certains secteurs ou les charges reprises par les structures, la sécurité qui leurs sont attachées nécessitent une conception rigoureuse. Tout changement de matériaux a besoin d'être argumenté. Par ailleurs si on augmente les marges de sécurité, l'intérêt des composites s'annule rapidement pour des raisons de coûts attachées à ces matériaux. Eviter ces écueils impliquent une conception basée sur une bonne connaissance des composites pressentis, à la fois dans les domaines linéaires et non linéaires. Cela signifie bien comprendre les mécanismes de dégradation et évaluer la tolérance associée aux différents dommages.

C'est dans ce contexte et en partenariat avec la société ALSTOM, que nous avons étudié des composites tissés en carbone époxy pour réaliser certaines pièces de bogie. L'objectif de ce travail était de caractériser le comportement des matériaux, de répertorier leurs dégradations sous chargements quasi-statiques et cycliques puis de proposer des modèles de comportement prenant en compte l'influence des dégradations. Ces modèles implémentés dans un code de calcul par éléments finis doivent permettre de calculer des pièces à gradients de contraintes élevés. Un autre objectif était d'étudier le rôle joué par l'épaisseur des stratifications dans un contexte de pièces épaisses. La raison en est que les matériaux composites n'étant plus confinés à des parties dites secondaires ne reprenant que peu d'efforts, mais à des structures ou sous-structures primaires largement sollicitées, l'épaisseur des stratifications s'en trouve augmentée. Si on peut toujours parler de résistance exceptionnelle à la fatique des composites, de rapport élevé entre la limite d'endurance et la résistance à la traction, il reste néanmoins à s'assurer que l'augmentation des épaisseurs ne vient pas contrarier ces affirmations. Les structures stratifiées développent en effet avec l'épaisseur des contraintes inter-laminaires dont la principale conséquence est d'engendrer des décollements entre les plis appelés délaminages, très préjudiciables pour la tenue mécanique de ces structures. Mots clés : délaminage, composites tissés, sergé 2/2, composite épais, endommagement

#### **S**TRUCTURAL DESIGN OF THICK RAILWAY COMPOSITE STRUCTURES

#### **ABSTRACT :**

This PhD work is devoted to the development of design tools able to be used in an industrial context by design offices. Even if we notice an increase use of composites materials in many fields, applications are limited when the stresses supported by the structures and the request security need accurate design providing high safety. Further if we increase the safety factors, the gain weight due to the use of composite materials and the cost attached to these materials, rapidly reduce the interest inherent of these materials. Avoiding such over-design needs a good knowledge of these materials both in their linear domain but in their non-linear domain too. That means a good understanding of damage mechanisms and damage tolerant analysis for damages susceptible to occur.

In this context and through a partnership with ALSTOM industry, we studied carbon epoxy textile composites for bogie parts application. The objective was to characterize these materials and to analyze their damage modes when submitted to static and fatigue loadings and then to propose constitutive laws coupling stiffness and damage and accurate strength criteria. These models when introduced in finite element codes have to allow the design of structures with high gradients parts. The other objective was to study the influence of thickness in a context of increasing numbers of plies to support high stressed zones. The major reason is that composite materials are no more confined to secondary parts which only have to support low stresses but are now used for primary parts which contrary to secondary parts have to carry out high stresses with gradients. This is the reason why the thicknesses of laminate structures have notably increased. If we can always mention a good fatigue strength for composite materials, a high ratio between the fatigue limit and the tensile structures develop out of plane stresses with the increase of the thickness the main consequence of them is to initiate delamination through the thickness. This type of damage can be very critical for the lifetime of these structures and has then to be considered during design phase.

Keywords : delamination, woven composite, twill 2/2, thick composite, damage