



**HAL**  
open science

# Battement de flagelles artificiels : Dynamique individuelle et collective

Naïs Coq

► **To cite this version:**

Naïs Coq. Battement de flagelles artificiels : Dynamique individuelle et collective. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . pastel-00543252

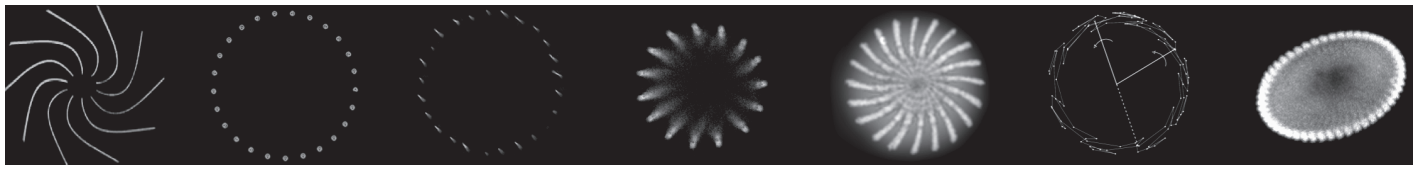
**HAL Id: pastel-00543252**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00543252>**

Submitted on 6 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité Physique des Liquides

Ecole Doctorale de Physique de la Région Parisienne (ED107)

BATTEMENT DE FLAGELLES ARTIFICIELS :  
DYNAMIQUE INDIVIDUELLE ET COLLECTIVE

Présentée par **M<sup>elle</sup> Naïs COQ**

pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Soutenue le 19 novembre 2010, devant le jury composé de :

M. Denis BARTOLO, Directeur de thèse  
M<sup>me</sup> Annie COLIN, Rapporteur  
M. Jean-Marc Di MEGLIO, Examineur  
M. Marc FERMIGIER, Directeur de thèse  
M. Jean-François JOANNY, Président  
M. Philippe MARMOTTANT, Rapporteur



# Remerciements

Malgré de fermes résolutions préalables et une conception des remerciements voisine de celle d'une bonne charte graphique (pas plus de quatre couleurs, pas plus de quatre personnes), les propriétés émoulinantes de la soutenance aidant, je me lance.

En premier lieu, je remercie José Eduardo Wesfreid de m'avoir accueillie dans son laboratoire, qui est presque littéralement devenu ma deuxième maison au cours de ces derniers mois.

J'ai eu la chance d'être encadrée par deux personnes avec qui les échanges ont pu être riches, scientifiquement et -ce qui n'est pas du tout négligeable-humainement :

Merci Denis. Scientifiquement, bien sûr, cette thèse n'aurait pas été la même sans ton implication permanente et tes efforts pour ramener sur un chemin efficace une thésarde fatiguée par un an de manips peu coopératives. Ton enthousiasme m'a portée pendant ces trois ans. Je te dois aussi en grande partie la bonne gestion de cette fin de thèse et du retournement de situation qui l'accompagne, pour m'avoir mise au pied du mur au moment pertinent (fin janvier), poussée vers un choix construit, et relue avec une efficacité rare (et fatale à ton dernier i-phone).

Merci Marc. Tes nouvelles fonctions de VIP de l'ESPCI t'ont éloigné des cils artificiels sur la fin de ma thèse, mais tu as toujours su rester disponible et intéressé. Souvent, nos discussions ont été source de commentaires de ta part qui ont porté des fruits plus tard, quand j'ai eu plus de recul sur la question : j'ai appris à écouter avec attention ce qui traverse la moustache.

Un grand merci aussi à Olivia du Roure, maîtresse es-fleximags, qui a suivi de près ce travail. Elle n'a jamais hésité à remettre à l'occasion les mains dans le cambouis expérimental, avec beaucoup d'enthousiasme : travailler ensemble a été un plaisir.



Le moment vient de remercier les membres du PMMH, où la bonne ambiance est légendaire, et saluée en conseil de laboratoire. Même si citer des noms implique malheureusement d'en oublier, je dois en nommer certains, comme Avin (femme!) ou Catherine l'écureuil. Merci pour tout les Kiwi. Catherine, je te souhaite de magistralement winner ta thèse et la suite. Avin, trois mots n'y suffiraient pas, mais je suis bien contente de partager ton canoë. Merci aux B-Boys : Nicolas, qui a vaillamment supporté tout seul mes élucubrations hong-kongocinéphiles pendant sa première année, et les nouveaux Bertrand et Raphaël (malgré certaines divergences d'opinion en matière de choix de restaurants). Merci à Romain, mon "go to" théoricien, l'homme le plus au courant de mes problèmes de calcul, et à Julien, référence sur de nombreux sujets, et l'homme le plus au courant de mes problèmes de matlab. Merci à Amina et Fred, et merci au hasard d'avoir implanté une autre gambiste au laboratoire (quel coup de chance improbable!). Merci à mes co-bureau successifs, qui se sont suivis au gré des déménagements (les miens et les leurs). Merci aux sympathiques stagiaires qui sont passés par là : Clémentine Javaux, Jean Castex, et surtout Sandrine Ngo. Un merci qui vient droit de l'estomac va aux membres du Club Cuisine pour les lundis gastronomiques, et en particulier à son Président (une mention spéciale revient à José Bico, dont j'ai profité des tajines et autres gateaux à la cannelle par transitivité au cours de ces dernières semaines). Merci enfin à tous les autres, parmi qui travailler (ou boire du café) a été un plaisir.

Je remercie chaleureusement Laurent Malaquin et François-Damien Delapierre, à l'Institut Curie, qui ont contribué à faire sauter les difficultés d'organisation spatiale des filaments magnétiques. Merci pour le temps passé à m'apprendre la technique de dépôt des colloïdes, et pour m'avoir ensuite régulièrement laissée utiliser votre montage expérimental. Merci aussi à Olivier Sandre, au PECSA, avec qui nous avons commencé à explorer les possibilités de formulation d'hydrogels photoréticulables, flexibles et magnétiques.

Enfin, je remercie les membres de mon jury de thèse : Jean-François Joanny, pour avoir accepté de le présider ; Annie Colin et Philippe Marmottant, qui ont assumé la tâche de rapporteur, et Jean-Marc Di Meglio.

Last but not least, je remercie ma famille, qui a fait l'effort de hocher régulièrement et vigoureusement la tête lors de la soutenance, et ceux de mes "vrais amis" (d'après l'expression consacrée) qui sont susceptibles de lire un jour ces lignes : Quentin et Zena qui m'ont hébergée, nourrie, réconfortée, déménagée, emmenée faire des courses quand mes chaussures prenaient l'eau (ils mériteraient une chanson de Brassens à eux tout seuls), et Julien, l'homme le plus classe du monde, pour la boîte de Pim's qui, pour être métaphorique, n'en est pas moins appréciée pour sa finesse par les connaisseurs les plus exigeants.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>1 Propulsion à petit nombre de Reynolds</b> .....	5
1.1 Introduction .....	7
1.2 Hydrodynamique à petit nombre de Reynolds .....	8
1.3 Contexte de cette thèse .....	15
1.4 Conclusion .....	23
<b>2 Battement d'un filament élastique</b> .....	25
2.1 Introduction .....	27
2.2 Rappels d'élastohydrodynamique .....	28
2.3 Article : Helical beating of an actuated elastic filament .....	37
2.4 Une touche d'excentricité .....	49
<b>Rotational dynamics of a soft filament : wrapping transition and propulsive forces</b> .....	54
<b>3 Microfilaments magnétiques : dispositif expérimental</b> .....	59
3.1 Introduction .....	61
3.2 Filaments autoassemblés : état de l'art .....	64
3.3 Puce microfluidique : apports de la microfabrication .....	71
3.4 Protocole de fabrication des réseaux .....	78
3.5 Traitement d'image .....	82
3.6 Conclusion et pistes d'améliorations futures .....	85
<b>4 Battement d'un microfilament magnétique isolé</b> .....	87
4.1 Introduction .....	89
4.2 Article : Three-dimensional beating of magnetic microrods .....	92
4.3 Quelques effets supplémentaires .....	112
4.4 Conclusion .....	120

<b>5</b>	<b>Microfilaments magnétiques : battement collectif</b> .....	121
5.1	Introduction .....	123
5.2	Remarques préliminaires .....	124
5.3	Deformation des trajectoires : cas des réseaux .....	126
5.4	Problème à deux corps .....	129
5.5	Perspectives .....	134
5.6	Conclusion .....	135
<b>A</b>	<b>Battement planaire d'un filament flexible : calcul de la force élastique</b> .....	137
<b>B</b>	<b>Protocole de fabrication des vannes microfluidiques</b> .....	141
	<b>Bibliographie</b> .....	143

# Introduction générale

Ce travail porte sur trois problèmes d'hydrodynamique à petite échelle, dans lesquels une ou plusieurs structures déformables interagissent avec un fluide visqueux. Les systèmes étudiés sont des filaments flexibles, inspirés des flagelles biologiques utilisés par les microorganismes pour se propulser. Dans chaque cas, nous combinons une étude expérimentale quantitative et un modèle théorique minimal, mais qui saisit l'essentiel de la physique mise en jeu.

Le battement de cils ou de flagelles est la stratégie de locomotion la plus fréquente, et la plus connue, chez les microorganismes. L'image de ces structures filiformes battant à la surface de cellules nous est familière, qu'il s'agisse du flagelle unique du spermatozoïde ou du tapis de cils de la paramécie. Les mécanismes de propulsion associés sont l'objet d'un regain d'intérêt récent, qu'il s'agisse d'apporter de la compréhension fondamentale sur les mécanismes physiques impliqués, ou de fabriquer des actuateurs biomimétiques pour transporter du fluide à petite échelle.

Ce travail de thèse se situe dans ce double contexte. Nous avons mis à profit les avancées récentes en microfluidique et le savoir-faire du laboratoire sur l'autoassemblage de microfilaments magnétiques pour fabriquer des réseaux de cils artificiels, actionnables par un champ magnétique. Ces filaments sont des structures flexibles, mesurant typiquement  $1\ \mu\text{m}$  de large pour  $100\ \mu\text{m}$  de haut. Avant d'étudier la dynamique de battement collective de ces objets, nous avons commencé par caractériser quantitativement la dynamique individuelle de deux systèmes simplifiés : un filament élastique macroscopique en rotation dans un fluide visqueux, puis un microfilament magnétique "rigide" unique.

Le premier chapitre est une introduction aux problématiques de la propulsion à petite échelle. Il rassemble les rappels d'hydrodynamique nécessaires, ainsi qu'un tableau rapide du contexte scientifique dans lequel se situe cette thèse.

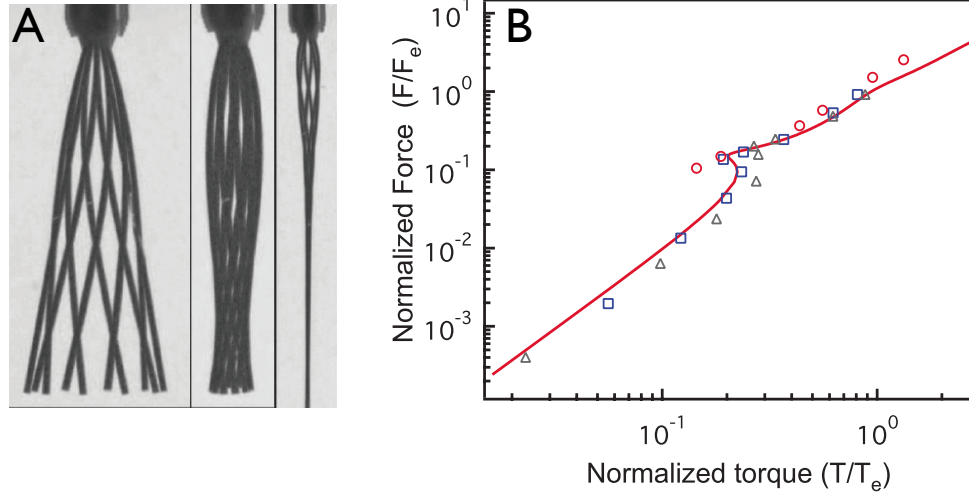


Fig. 0.1: **A** : Filament élastique en rotation dans un fluide visqueux, chapitre 2. Les trois images sont des superpositions de clichés pris à des instants successifs. Chacune des trois superpositions correspond à une fréquence de rotation donnée. De gauche à droite :  $\omega \ll \omega_c$ ;  $\omega \sim \omega_c$ ;  $\omega \gg \omega_c$ , où  $\omega_c$  est la fréquence à laquelle se produit la transition. **B** : Caractéristique force/couple : noter l'existence d'une branche instable. Ligne : modèle linéaire. Symboles : données expérimentales.

Le deuxième chapitre est consacré au battement en rotation d'un filament flexible, macroscopique, immergé dans un fluide visqueux. Nous mettons en évidence expérimentalement une transition dynamique dans la forme du filament. Celui-ci est initialement droit, et légèrement incliné par rapport à son axe de rotation. Sous rotation, il adopte une forme tridimensionnelle, déterminée par l'équilibre entre la friction visqueuse qui le déforme et la force élastique qui s'oppose à cette courbure, figure 0.1A. Lorsque la fréquence de rotation augmente, le filament subit une transition continue mais rapide d'un état peu déformé à un profil hélicoïdal enroulé autour de l'axe de rotation. L'hélicité induite génère une force de propulsion dans la direction de l'axe de rotation. De façon surprenante, selon les conditions d'ancrage, cette transition de forme peut ou non être associée à une branche instable dans la relation force/couple, figure 0.1B. Nous montrons que l'inclinaison du filament par rapport à l'axe de rotation favorise l'apparition de la branche instable, tandis que l'excentricité du point d'ancrage la fait disparaître.

Le troisième chapitre introduit les outils expérimentaux au centre des études présentées dans la suite de ce manuscrit. Plus précisément, il détaille la fabrication de réseaux de microcils artificiels, ancrés sur une surface. Ces cils sont des filaments magnétiques flexibles, constitués d'une chaîne unique de colloïdes auto-assemblés. Nous avons réalisé une puce microfluidique dans laquelle nous

pouvons contrôler l'organisation spatiale des filaments, et commander finement l'écoulement du fluide environnant. Ces puces sont constituées d'une surface présentant des motifs magnétiques, intégrée à un circuit microfluidique comprenant des vannes pneumatiques déportées. Les filaments sont actionnés dans l'espace au moyen d'un champ magnétique homogène, généré par un assemblage de bobines.

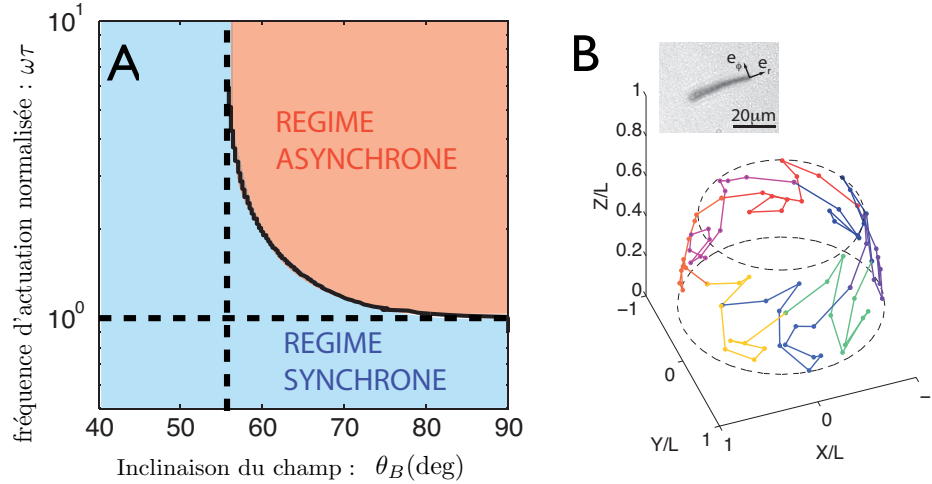


Fig. 0.2: Microfilament magnétique rigide en précession, chapitre 4. **A** : Diagramme de phase dans l'espace des paramètres défini par l'inclinaison du champ magnétique par rapport à l'axe de rotation et la fréquence d'actuation. On identifie deux domaines de dynamique distincts. A basse fréquence ou faible inclinaison du champ, le filament tourne à la même fréquence que le champ. A haute fréquence et forte inclinaison, la réponse du filament est asynchrone. **B** : Trajectoire de l'extrémité du filament dans le régime asynchrone (données expérimentales). Cliché : microfilament magnétique.

Nous aborderons ensuite, dans le quatrième chapitre, la dynamique individuelle d'un de ces microfilaments magnétiques, et caractériserons une seconde transition dynamique. Nous nous concentrons ici principalement sur le cas de filaments courts et rigides. Le filament est entraîné par un champ magnétique en précession autour de l'axe vertical. Nous identifions deux domaines de dynamique distincts, figure 0.2A. Aux faibles fréquences ou inclinaisons de champ, la réponse du filament est toujours synchrone, et il tourne à la fréquence du champ. Par contre, au-dessus d'une fréquence caractéristique et d'un angle critique  $\theta_{B_c} = \arctan \sqrt{2}$ , qui ne dépend d'aucun paramètre physique, la réponse du filament devient asynchrone. Son extrémité libre suit alors une trajectoire tridimensionnelle complexe, ponctuée de retours en arrière périodiques, figure 0.2B.

Nous montrons que la complexité de la trajectoire du filament dans le régime asynchrone est due à la non-linéarité du couplage magnétique dipolaire. L'angle critique est fixé par un critère géométrique, et correspond à l'"angle magique" des interactions dipolaires. Pour finir, nous discutons l'extension de ces résultats au cas de filaments magnétiques flexibles.

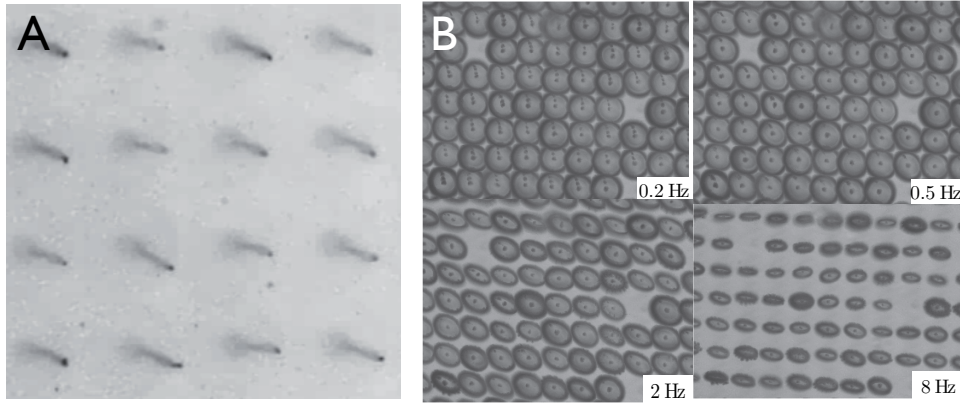


Fig. 0.3: Dynamique collective de réseaux de microfilaments magnétiques, chapitre 5. **A** : Réseau de pas  $40\mu\text{m}$ . **B** : Trajectoires de la pointe des filaments en fonction de la fréquence d'actuation. Chaque image est une superposition des positions des filaments au cours du temps. Les trajectoires, circulaires à basse fréquence, prennent une forme d'ellipse qui se rabat sur une direction privilégiée.

Enfin, le dernier chapitre présente nos premiers résultats sur la dynamique collective de réseaux de ces microfilaments magnétiques, toujours actionnés en précession autour de l'axe vertical, figure 0.3. Contrairement aux cils du vivant, nos structures artificielles ne sont pas actionnées au moyen de moteurs individuels, mais d'un champ extérieur homogène. La position de chaque filament est imposée de façon cohérente par le potentiel magnétique, et nous n'observons donc pas de phénomènes de synchronisation de phase, comme chez la paramécie. Par contre, les trajectoires des filaments subissent une évolution morphologique inattendue : sous l'effet du couplage hydrodynamique longue portée, ces trajectoires sont étirées et prennent la forme d'ellipses (en vue de dessus), qui se rabattent le long d'une direction privilégiée lorsque la fréquence augmente (figure 0.3B). Ce comportement, quoique plus faible, se retrouve dans le cas minimal d'une paire isolée de filaments. Si les interactions de paire sont un bon candidat pour expliquer la phénoménologie observée, il reste à démontrer de façon quantitative qu'elles peuvent produire l'effet important observé sur les réseaux.

# Chapitre 1

## Propulsion à petit nombre de Reynolds

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>Hydrodynamique à petit nombre de Reynolds</b>	<b>8</b>
1.2.1	Equation de Stokes	8
1.2.2	Première contrainte sur le design d'un micronageur	9
1.2.3	Seconde contrainte sur le design d'un micronageur	10
1.2.4	Et s'ils sont plusieurs?	12
1.2.5	Pomper, toujours pomper	14
<b>1.3</b>	<b>Contexte de cette thèse</b>	<b>15</b>
1.3.1	Le point de vue des physiciens	16
1.3.2	Le point de vue des microfluidiciens	21
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>23</b>

---





## 1.1 Introduction

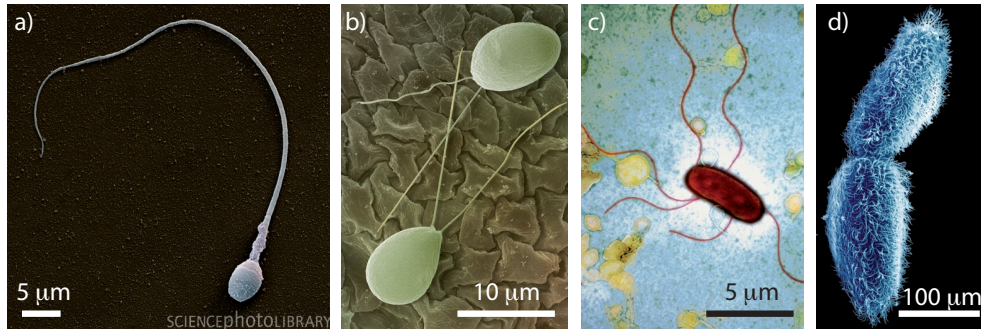


Fig. 1.1: Les microorganismes se déplacent au moyen de cils ou flagelles. **a)** spermatozoïde. **b)** deux algues de l'espèce *chlamydomonas* à deux flagelles. **c)** une bactérie de l'espèce *E. Coli* aux flagelles hélicoïdaux. **d)** deux paramécies couvertes d'un réseau dense de cils. Photos prises au microscope électronique, tirées de la *Science Photo Library* ([www.sciencephoto.com](http://www.sciencephoto.com)).

L'image de microorganismes se propulsant à l'aide de flagelles ou de cils nous est familière, du spermatozoïde à la paramécie (figure 1.1). Par contre, les mécanismes de nage à ces petites échelles échappent à notre intuition de nageurs de grande taille. Ces microorganismes vivent dans le monde dit des "petits nombres de Reynolds", dans lequel l'inertie est négligeable devant la dissipation visqueuse. La première partie de ce chapitre a pour but de mettre en place les bases d'hydrodynamique en milieu visqueux qui seront utiles dans la suite. Nous verrons notamment à quelles contraintes doit obéir le design d'un micronageur, selon son type d'actuation. Ces bases nous permettront, dans la deuxième partie, de comprendre comment ce travail de thèse s'inscrit dans son contexte scientifique et technologique.

Dans ce qui suit, un nageur ou une pompe est un objet qui impose un déplacement net au fluide en changeant de forme de façon périodique. Cette définition ne prend donc en compte que les mécanismes de propulsion reposant sur une interaction fluide/structure : je passe notamment sous silence tous les mécanismes chimiques, comme les nageurs auto-phorétiques [1, 2, 3].

## 1.2 Hydrodynamique à petit nombre de Reynolds

Cette section contient des rappels et peut être sautée par le lecteur familier de l'hydrodynamique à petit nombre de Reynolds. Afin de ne pas la surcharger de citations, je renvoie dès à présent le lecteur en quête de détails vers les ouvrages de référence [4, 5] et quelques revues claires [6, 7].

### 1.2.1 Equation de Stokes

La vitesse  $\mathbf{v}$  d'un fluide newtonien est donnée en tout point par la solution de l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1.1)$$

$$\text{avec } \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{incompressibilité du fluide}), \quad (1.2)$$

et les conditions aux limites adaptées à l'écoulement considéré.  $p$  est la pression,  $\eta$  est la viscosité du fluide et  $\rho$  sa masse volumique. L'équation de Navier-Stokes est un bilan de quantité de mouvement : chacun de ses termes est homogène à une force en volume. Le rapport du terme inertiel de l'équation 1.1,  $\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ , et du terme de forces visqueuses,  $\eta \nabla^2 \mathbf{v}$ , définit le nombre de Reynolds. Pour un écoulement de vitesse  $U$  et de taille caractéristique  $L$ , le rapport de ces deux termes est d'ordre :

$$Re = \frac{\rho L U}{\eta} \quad (1.3)$$

Cette quantité sans dimension permet de caractériser le régime de l'écoulement considéré. Deux écoulements de même géométrie mais à deux échelles différentes sont dits semblables si leurs nombres de Reynolds sont égaux. Les propriétés d'un écoulement sont conservées lors d'un changement d'échelle si la viscosité est modifiée en sens inverse : le monde des échelles micrométriques est équivalent à celui des fluides très visqueux. Les microorganismes se déplaçant dans l'eau ( $\eta \sim 10^{-3}$  Pa.s et  $\rho = 10^3$  kg/L) ont des tailles typiques de  $10 \mu\text{m}$  à  $1\text{mm}$ , pour des vitesses variant entre  $10 \mu\text{m/s}$  et  $1\text{mm/s}$  et des nombres de Reynolds compris entre  $10^{-5}$  et  $0.1$  (voir [6] et les références incluses). Dans ce régime des petits nombres de Reynolds, les forces visqueuses dominent les effets inertiels. L'équation 1.1 se simplifie alors pour donner l'équation de Stokes :

$$-\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (1.4)$$

avec toujours  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

Cette équation est linéaire et indépendante du temps. Ces deux propriétés sont à l'origine de contraintes particulières qu'un micronageur ou une micropompe doivent contourner pour entraîner le fluide.

### 1.2.2 Première contrainte sur le design d'un micronageur

Les champs de vitesse et de pression du fluide sont obtenus par la résolution de l'équation 1.4 avec les conditions aux limites de non-glissement sur les parois du nageur, et de vitesse nulle à l'infini. La vitesse du fluide est reliée à la force et au couple hydrodynamique exercés sur le nageur de surface  $S$  par les relations :

$$\mathbf{F} = \iint_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad \text{et} \quad \mathbf{N} = \iint_S \mathbf{r}_\wedge (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \, dS \quad (1.5)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes, calculé par la relation  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + \eta [\nabla \cdot \mathbf{v} + (\nabla \cdot \mathbf{v})^t]$  (valable pour un fluide newtonien incompressible), et le couple est exercé à l'origine  $\mathbf{r} = 0$ .

La résolution des équations 1.5 est souvent difficile. Cependant, l'équation de Stokes, donc  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{N}$  sont linéaires en  $\mathbf{v}$ . Puisque la condition de non glissement à la paroi impose que  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_s(\mathbf{r} \in S)$ , il existe une relation linéaire entre la force et le couple hydrodynamiques et la vitesse locale du nageur,  $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ . Celle-ci peut se décomposer à chaque instant en une translation à vitesse  $\mathbf{V}$  et une rotation à vitesse angulaire  $\boldsymbol{\Omega}$ , telles que  $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega}_\wedge \mathbf{r}$ . On peut donc écrire :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_t & \boldsymbol{\mu}_{tr} \\ \boldsymbol{\mu}_{rt} & \boldsymbol{\mu}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{N} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

où  $\boldsymbol{\mu}_r$  et  $\boldsymbol{\mu}_t$  sont les tenseurs de mobilité en rotation et translation. Les tenseurs antidiagonaux permettent le couplage rotation/translation : une force peut entraîner la rotation du solide, ou un couple sa translation.

Les tenseurs de mobilité dépendent de la géométrie du solide considéré. Dans la plupart des cas, leur expression est trop complexe pour être calculée analytiquement. Cependant, elle se simplifie si le solide considéré présente des symétries particulières. Dans le cas d'un solide ayant trois plans de symétrie orthogonaux (par exemple une sphère, un cylindre ou un cube),  $\boldsymbol{\mu}_{tr} = \boldsymbol{\mu}_{rt} = 0$ . Un tel solide ne peut pas exercer de force sur le fluide au moyen d'un mouvement de rotation [5]. Pour que les tenseurs de mobilité hors diagonale soient non nuls, il faut que le solide soit chiral, c'est à dire qu'aucun plan perpendiculaire à l'axe de rotation

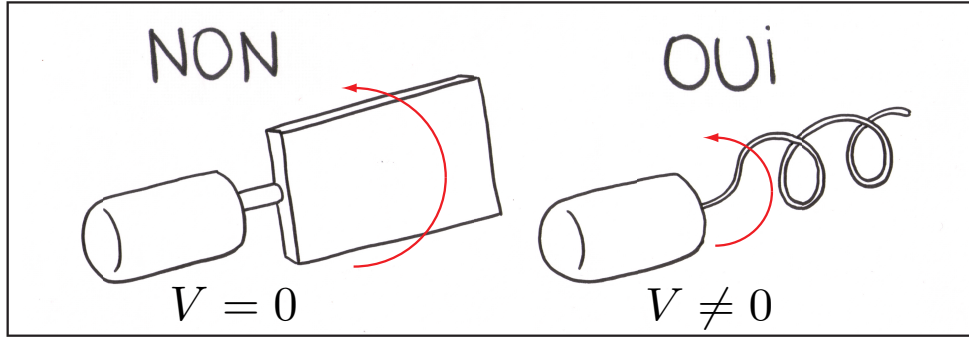


Fig. 1.2: Première contrainte sur le design d'un micronageur : cas d'une actuation en rotation. A gauche, le propulseur n'est pas chiral : pas de nage. A droite, le propulseur est chiral : nage.

ne soit un plan de symétrie. Dans ce cas, la rotation induit une force  $\mathbf{F} = \boldsymbol{\mu}_{rt}\boldsymbol{\Omega}$ , dirigée selon l'axe de rotation [4]. Nous retrouvons là une des stratégies rencontrées parmi les microorganismes : la rotation de flagelles hélicoïdaux, utilisée par exemple par les bactéries *E. Coli* et *salmonella*.

Nous pouvons donc formuler une première contrainte sur le design d'un propulseur microscopique : **Si l'actuation choisie est l'entraînement en rotation, alors l'objet propulseur doit être chiral.** Cette première idée est schématisée figure 1.2.

### 1.2.3 Seconde contrainte sur le design d'un micronageur

La seconde propriété remarquable de l'équation de Stokes est d'être réversible dans le temps. C'est une conséquence de sa linéarité : si les champs de vitesse et de pression  $\mathbf{v}$  et  $p$  sont solution de l'équation pour des conditions aux limites données, alors  $-\mathbf{v}$  est aussi solution à condition de changer le signe des gradients de pression et des conditions aux limites. Les conséquences contre-intuitives de cette propriété ont été illustrées par un film pédagogique de G. I. Taylor [8]. Une goutte de colorant, injectée dans de la glycérine, est soumise successivement à un cisaillement puis au cisaillement inverse. Le premier cisaillement étale la goutte de colorant, tandis que le cisaillement inverse lui redonne sa forme initiale, à la diffusion près des molécules de colorant. En régime inertiel, la dispersion du colorant serait irréversible.

De plus, le temps n'apparaît pas explicitement dans l'équation de Stokes, dans laquelle il n'y a pas de termes instationnaires. Cette absence

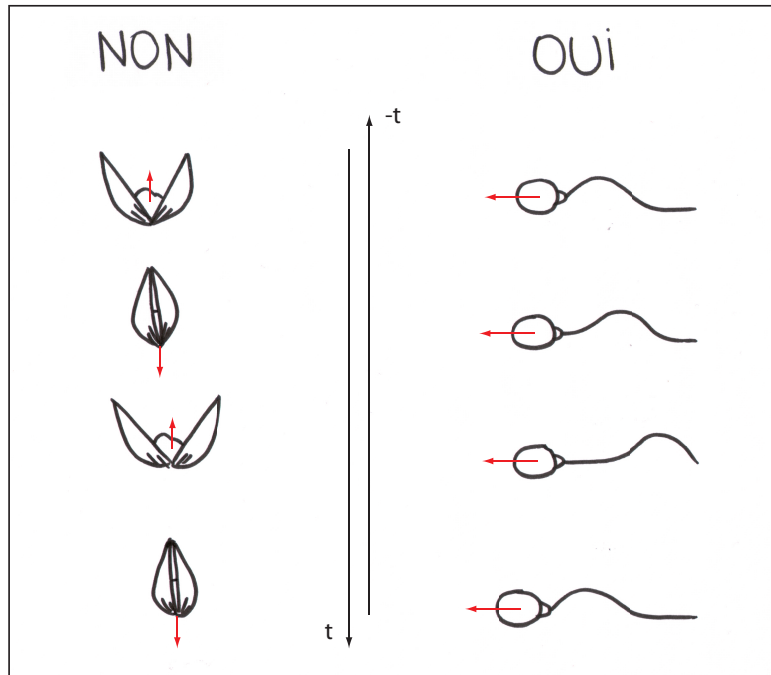


Fig. 1.3: Seconde contrainte sur le design d'un micronageur : cas d'une actuation par cycle de déformations périodique. Si la séquence de déformations est identique par renversement du temps, le mouvement est dit réciproque. A gauche : non-nageur réciproque. A droite : nageur non-réciproque. Les flèches rouges représentent la vitesse.

d'échelle de temps signifie que l'information donnée par les conditions aux limites est transmise instantanément dans tout le fluide par diffusion visqueuse. Autrement dit, la vitesse à laquelle ces conditions aux limites varient n'a pas d'influence sur la vitesse du fluide. Considérons un nageur qui se propulse en déformant sa surface : la distance qu'il parcourt ne dépend pas de la vitesse à laquelle il se déforme, mais seulement de la géométrie de cette déformation.

La conséquence de ces deux propriétés a été formulée par Purcell sous le nom de *scallop theorem* : une séquence de déformations *géométriquement* identique après renversement du temps, appelée "mouvement réciproque", conduit à un déplacement net nul [9]. Peu importe la vitesse à laquelle chaque déformation est effectuée. Ce théorème porte le nom de la coquille Saint Jacques, qui se propulse en ouvrant et fermant périodiquement sa coquille, figure 1.3. Même si les vitesses d'ouverture et de fermeture sont différentes, la géométrie du cycle de déformations

est réversible dans le temps : cette stratégie de nage, valable en régime inertiel, est absolument inefficace à petit  $Re$ . Nous pouvons donc écrire la seconde contrainte : **Si l'actuation choisie est la déformation du nageur suivant un cycle périodique, alors ce cycle ne doit pas être réciproque.**

Une solution courante à cette contrainte, chez les microorganismes, est de faire battre un flagelle souple. L'onde qui se propage le long du flagelle n'est pas réciproque : la flexibilité du flagelle permet d'introduire les degrés de liberté géométriques nécessaires pour contourner le *scallop theorem*. Une autre façon de voir les choses est de considérer que l'équilibre entre l'élasticité du filament et la friction visqueuse introduit une échelle de temps dans le problème, donnée par le temps de relaxation élasto-visqueux. La variation d'amplitude est alors transmise avec un retard de l'ordre de ce temps caractéristique le long du flagelle, ce qui brise la réversibilité cinématique. Nous reviendrons plus précisément sur ce mode de propulsion au début du chapitre 2.

#### 1.2.4 Et s'ils sont plusieurs ?

Puisque l'équation de Stokes est linéaire, on peut définir sa fonction de Green, la solution élémentaire à un forçage de la forme  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\mathbf{f}$  :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\cdot\mathbf{f}, \text{ où } \mathbf{G}(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi\eta} \left( \frac{\mathbf{1}}{r} + \frac{\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^3} \right) \quad (1.7)$$

$$p(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\cdot\mathbf{f}, \text{ où } \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (1.8)$$

où  $r = (\mathbf{r}\cdot\mathbf{r})^{1/2}$ , et  $\mathbf{r}\mathbf{r}$  est un tenseur d'ordre 2. Le tenseur  $\mathbf{G}$  est appelé tenseur d'Oseen, ou stokeslet. Physiquement, ces relations signifient qu'une force ponctuelle  $\mathbf{f}$  appliquée en  $\mathbf{r}'$  génère au point  $\mathbf{r}$  un écoulement de vitesse  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  et une pression  $p(\mathbf{r})$  données par les équations 1.7 et 1.8. La décroissance de cette perturbation, en  $1/r$ , est lente : les interactions hydrodynamiques à petit nombre de Reynolds sont longue portée. Il faut donc tenir compte de ces couplages dès qu'on considère plus d'un objet en mouvement.

Une propriété essentielle du tenseur d'Oseen est son anisotropie : la perturbation est maximale dans la direction de  $\mathbf{f}$ . En effet, lorsque  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$  sont parallèles,  $\mathbf{R}\mathbf{R}\cdot\mathbf{f} = \mathbf{R}\cdot(\mathbf{R}\cdot\mathbf{f}) = \mathbf{f}$ , et  $\mathbf{G}(\mathbf{R})\cdot\mathbf{f} = 2\mathbf{f}/(8\pi\eta r)$ . Par contre, lorsque  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{R}$  sont perpendiculaires, le second terme du tenseur d'Oseen s'annule et le terme de couplage est deux fois plus faible. Cette anisotropie est représentée sur le schéma de la figure 1.4.

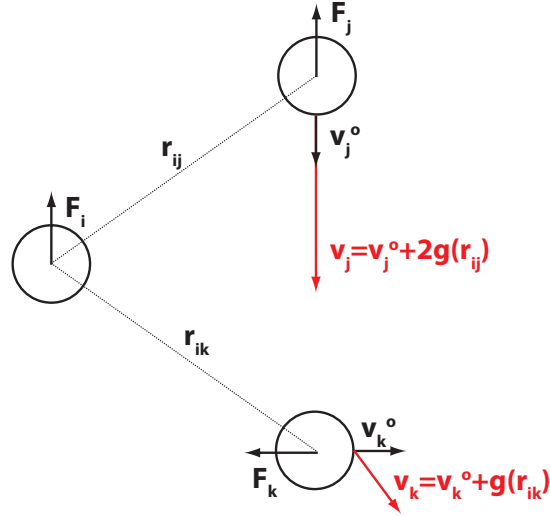


Fig. 1.4: Anisotropie du couplage hydrodynamique. Interactions deux à deux entre les sphères  $(i, j)$  et  $(i, k)$ . La vitesse de la sphère  $i$  n'est pas représentée. Les vitesses  $\mathbf{v}^o$  sont les vitesses des particules isolées ; la vitesse de chaque sphère en interaction avec la sphère  $i$  apparaît en rouge.  $\mathbf{g}$  est le terme de couplage :  $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -1/8\pi\eta r\mathbf{F}_i$ . Le couplage hydrodynamique est maximal parallèlement à  $\mathbf{F}_i$ . La trajectoire de la sphère  $k$  est modifiée par le stokeslet.

La linéarité de l'équation de Stokes permet ensuite de sommer toutes les contributions pour calculer le champ de vitesse complet. Prenons l'exemple simple de deux sphères de rayon  $a$  situées en  $\mathbf{r}_i$  et  $\mathbf{r}_j$ . On suppose que la distance entre les sphères,  $r_{ij}$ , est suffisamment grande devant leur rayon  $a$  pour pouvoir les considérer comme des forces ponctuelles. La vitesse  $\mathbf{v}_i$  d'une sphère seule soumise à la friction  $\mathbf{F}_i$  est donnée par la relation [4] :

$$\mathbf{v}_i = -\frac{\mathbf{F}_i}{6\pi\eta a} \quad (1.9)$$

D'après l'équation 1.7, la force  $\mathbf{F}_i$  exercée sur la sphère  $i$  a aussi un effet sur la vitesse de la sphère  $j$  :

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_j^o + \sum \text{contributions dues au couplage} \quad (1.10)$$

$$= -\frac{\mathbf{F}_j}{6\pi\eta a} - \mathbf{G}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\mathbf{F}_i \quad (1.11)$$



La vitesse de la sphère  $j$  modifiée par le couplage hydrodynamique influence à son tour la vitesse de la sphère  $i$ , et ainsi de suite. Cependant, ces termes de couplage sont multipliés à chaque fois par un facteur d'ordre  $a/r_{ij} \ll 1$ . La vitesse de chaque sphère est donc bien approximée par l'expression 1.11.

L'influence du couplage hydrodynamique sur l'efficacité de pompage de cils en interaction est une question qui motive actuellement théoriciens et expérimentateurs. Certains microorganismes, comme la paramécie, se déplacent grâce au battement d'un tapis de cils couvrant leur membrane. Des ondes de synchronisation de phase entre cils, dites métachronales, se propagent à la surface du protozoaire, et génèrent un écoulement quasi-stationnaire. Des études théoriques récentes ont montré que les interactions hydrodynamiques pouvaient être responsables de l'apparition de ce type de structures propagatives [10, 11, 12].

### 1.2.5 Pomper, toujours pomper

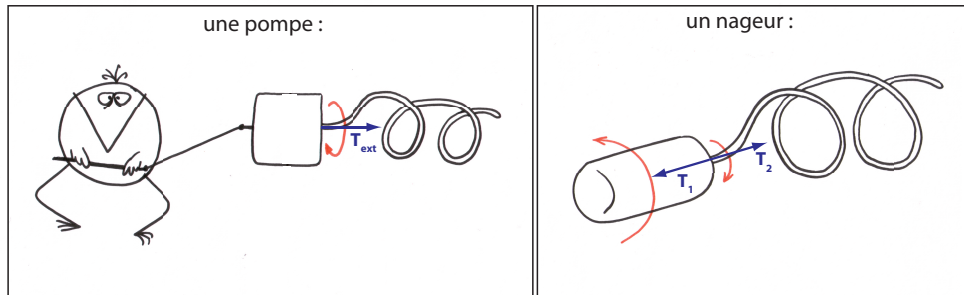


Fig. 1.5: Pompe ou nageur ? Un nageur subit un couple et une force nets nuls, alors qu'une pompe est actionnée par un opérateur - par souci de clarté, la figure ne représente que des couples.

Jusqu'ici, nous avons utilisé de façon presque équivalente les termes de propulseur, nageur et pompe. Intuitivement, une pompe correspond à un nageur attaché, qui propulse alors le fluide environnant. La nuance est cependant plus subtile. Les sommes des forces et des couples exercés sur un nageur doivent être nulles (un nageur n'est pas traîné dans le fluide par une actuation extérieure), mais ce n'est pas le cas pour une pompe : une fois détachée, elle ne devient pas un nageur. Prenons l'exemple de l'hélice évoquée section 1.2.2 : entraînée de l'extérieur, une telle hélice pompe le

fluide mais, même libre, ne *nage* pas. Pour en faire un nageur, il faut lui ajouter une tête qui subisse un couple opposé, de telle sorte que le couple total soit nul, figure 1.5. Tous les modèles physiques expérimentaux de "nageurs" à petit Reynolds réalisés à ce jour - y compris dans ce travail de thèse -, sont soumis à une force ou un couple extérieur non nul. Certains ne sont pas attachés et se déplacent dans le fluide : ils sont souvent qualifiés de nageurs par abus de langage [13]. A ce stade, deux remarques méritent d'être faites :

1. Si un objet attaché est une pompe, le même objet libre dans le fluide n'est pas forcément un nageur, et réciproquement. Nous avons vu que la séquence de déformations d'un objet propulseur ne doit pas être réciproque. Or, un point d'attache peut introduire une brisure de la symétrie du cycle de déformations, faisant une pompe d'un objet non nageur. Inversement, certains nageurs peuvent être attachés de façon à symétriser leur mouvement, et ne pas pomper [14].
2. L'optimisation de la géométrie d'un objet propulseur n'est pas la même selon qu'il s'agit d'un nageur libre ou d'un nageur attaché. Cela a notamment été discuté dans le cas d'hélices [14]. Dans cette thèse, je ne parlerai pas du tout d'optimisation de la propulsion. Le lecteur curieux pourra, par exemple, se référer à l'étude de l'optimisation de nageurs/pompes similaires à ceux du chapitre 2 [15].

Malgré ces différences, la vitesse d'un nageur libre peut être déduite de la force exercée sur le même objet attaché [14]. L'étude expérimentale de pompes est plus confortable à mener : elles sont plus simples à fabriquer et à actionner, et restent dans le champ d'observation. Les mécanismes de propulsion étudiés dans la suite seront donc des mécanismes de pompage.

### 1.3 Contexte de cette thèse

Ce travail de thèse s'inscrit dans un double contexte. D'une part, l'étude de mécanismes de propulsion à petite échelle, qu'il s'agisse de microorganismes vivants ou de modèles purement physiques, intéresse les hydrodynamiciens depuis un demi-siècle - ce qui est récent dans l'histoire de l'hydrodynamique. Ce domaine d'investigations connaît une croissance notable depuis une douzaine d'années, dûe essentiellement au progrès des techniques expérimentales et des capacités de calcul numérique. D'autre part, le développement récent de la microfluidique et de ses applications s'est accompagné d'un besoin en actuateurs fluidiques miniaturisés, robustes et relativement faciles à fabriquer. Pomper et mélanger des fluides

dans ces écoulements miniaturisés sont des défis techniques. Ces dernières années ont vu le développement d'actuateurs biomimétiques, inspirés de la propulsion ciliée. Depuis le début de cette thèse, en 2007, le paysage bibliographique sur le sujet a donc beaucoup évolué. Cette section brosse un tableau historique rapide, et détache les nouveaux axes actifs de recherche dans le domaine. Pour aller plus loin, une bibliographie très détaillée pourra être trouvée dans la revue [6].

### 1.3.1 Le point de vue des physiciens

#### Des origines au milieu des années 2000

La locomotion des microorganismes est étudiée depuis les années 1950. Les études fondatrices sont surtout théoriques, et ont contribué à développer un cadre formel encore utilisé aujourd'hui. En 1951, G. I. Taylor cherche à comprendre comment un microorganisme peut se propulser grâce aux seules forces visqueuses. Pour cela, il calcule le champ de vitesse généré par une surface infinie sur laquelle se propage une onde de déformation de faible amplitude [16]. Quelques années plus tard, les bases de la théorie des corps élancés sont posées pour étudier le battement de flagelles, dont la longueur est grande devant le rayon. Cette théorie sera développée à plusieurs reprises dans le même contexte [17, 18, 19, 20]. K. E. Machin utilise ensuite ce formalisme pour montrer que le battement d'un flagelle doit être généré par des éléments contractiles internes répartis sur toute sa longueur [21]. Enfin, dans une conférence de 1977, E. M. Purcell pose les bases d'hydrodynamique impliquées dans la nage à petit nombre de Reynolds, et introduit le concept du *scallop theorem*. Il présente aussi le premier modèle de nageur, minimal, qui ne soit pas biomimétique : le fameux nageur à trois bras. Constitué, comme son nom l'indique, de trois segments dans un plan pouvant pivoter les uns par rapport aux autres, il échappe au *scallop theorem* grâce à ses deux degrés de liberté angulaires, figure 1.6A. D'autres nageurs théoriques à degrés de liberté discrets seront étudiés par la suite, comme le "*three-linked spheres*" [22] ou le "*pushmepullyou*" [23], voir la figure 1.6.

Du côté des expérimentateurs, deux approches se distinguent. De nombreuses expériences sont menées sur des microorganismes vivants, surtout depuis les années 1990, grâce au progrès des techniques de microscopie et de micromanipulation. Depuis une petite dizaine d'années, une démarche différente est de s'intéresser à des objets modèles purement physiques, bien qu'inspirés du vivant, comme des filaments flexibles ou des hélices [24, 13, 25, 26, 27, 28]. Quelques exemples en sont représentés

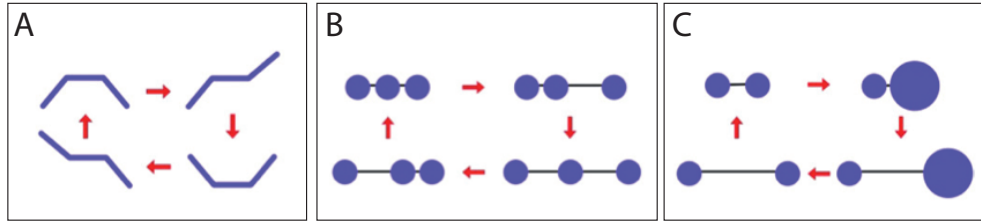


Fig. 1.6: Nageurs à degrés de liberté discrets. **A** : Nageur à trois bras de Purcell [9]. **B** : "three-linked spheres" [22]. **C** : "pushmepullyou" [23]. Les flèches rouges signalent des changements de conformation du nageur. Figure tirée de [6].

figure 1.7. Ces études expérimentales sont en général accompagnées de leur pendant théorique ou numérique [29, 15, 30, 31, 32]. Comme nous l'avons dit plus haut, ces systèmes artificiels ne sont jamais des nageurs au sens strict. Par ailleurs, à quelques exceptions près [13, 25, 33], il s'agit d'expériences macroscopiques : pour des raisons matérielles, elles n'ont permis d'étudier qu'un, parfois deux, propulseurs.

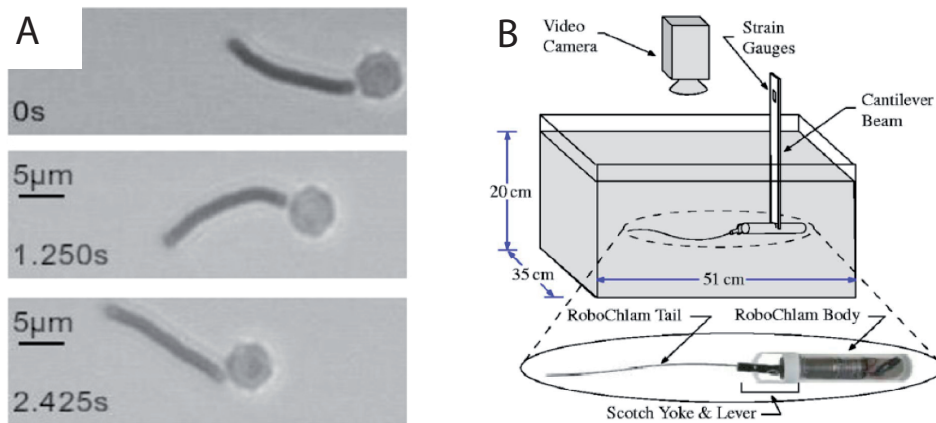


Fig. 1.7: Exemples de propulseurs artificiels. **A** : Micronageur de Dreyfus *et al.* [13]. **B** : Exemple de système modèle macroscopique [24].

### Interactions hydrodynamiques

L'étude des interactions hydrodynamiques est pourtant un domaine de recherche active. On peut distinguer deux grandes catégories de problèmes : d'une part, les interactions entre plusieurs *nageurs*, éventuelle-

ment avec des parois ; d'autre part, les interactions entre plusieurs *cils* (donc pompes).

La première situation concerne les suspensions de microorganismes, dans lesquelles chaque nageur influence le champ de vitesse dans tout le fluide, ce qui modifie la vitesse et l'orientation des autres nageurs [6]. Les suspensions denses de nageurs présentent donc des dynamiques collectives complexes. A l'échelle macroscopique, leur comportement rhéologique est aussi affecté par les interactions hydrodynamiques [34, 35, 36]. Les travaux expérimentaux ont tous porté sur des suspensions de microorganismes vivants, aucun véritable nageur artificiel n'ayant été fabriqué à ce jour. Citons par exemple une expérience de référence, qui a mis au jour des phénomènes d'auto-concentration dans des gouttes de *B. subtilis* [37]. Ils ont pu montrer que les interactions hydrodynamiques sont responsables de la cohérence dynamique à des échelles très grandes devant la taille des nageurs. On peut aussi mentionner l'étude très quantitative de l'autoorganisation de spermatozoïdes en réseaux de vortex sous l'effet du couplage hydrodynamique [38]. D'autre part, l'étude des instabilités dans les suspensions de particules actives est un domaine de recherche actif parmi les théoriciens ; voir par exemple [39, 40].

L'étude de l'interaction entre flagelles est, elle, motivée par deux exemples de comportement collectif observé chez les microorganismes. Le premier est le regroupement en faisceau (*bundling*) des flagelles hélicoïdaux de la bactérie *E. Coli*. Le déplacement de cette bactérie est constitué d'une suite de courses quasi-rectilignes (*runs*) et d'épisodes de réorientation sur place (*tumbles*). Pendant les runs, les flagelles hélicoïdaux sont rassemblés en un faisceau serré à l'arrière de la bactérie, et tournent de façon synchrone [41]. Lorsqu'un des moteurs moléculaires entraînant les flagelles inverse son sens de rotation, le flagelle en question se sépare du faisceau. Lors des tumbles, les flagelles sont ainsi désynchronisés et la bactérie se réoriente aléatoirement. La formation du faisceau, au cours de laquelle les filaments s'attirent et se synchronisent, peut être en partie expliquée grâce aux interactions hydrodynamiques [26]. Le deuxième exemple de mouvement collectif est la synchronisation de flagelles ou cils en battement. Comme nous le verrons plus en détails au chapitre 2, la forme d'un filament flexible est le résultat de l'équilibre entre la friction hydrodynamique, une force élastique qui tend à maintenir le filament droit, et, dans le cas des cils et flagelles biologiques, une force d'actuation due à des éléments actifs répartis sur la longueur de la structure. Puisque le couplage hydrodynamique modifie la vitesse du fluide et donc

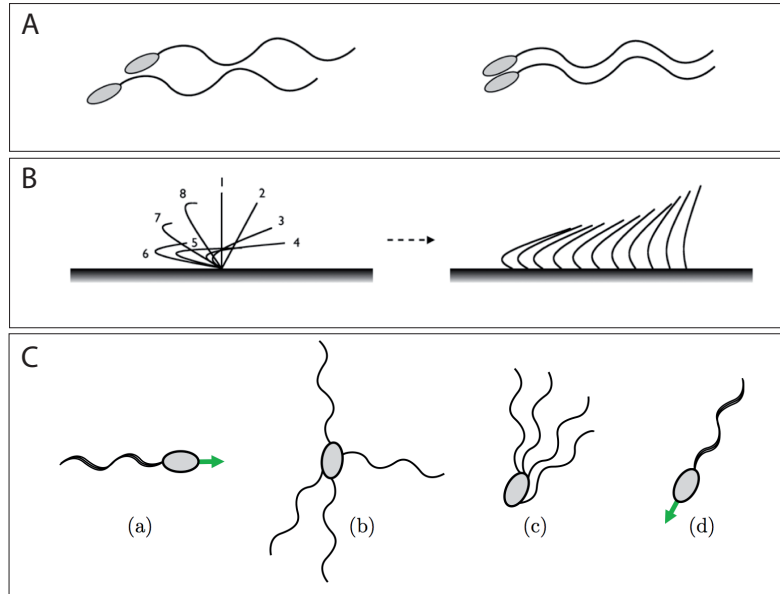


Fig. 1.8: Interactions entre flagelles ou cils. **A** : Deux spermatozoïdes nageant à proximité avec un déphasage arbitraire se synchronisent. **B** : Schéma du battement asymétrique d'un cil isolé, et représentation d'une onde métachronale se propageant dans un tapis de cils. **C** : Nage de la bactérie *E. Coli*. a) Run : les flagelles sont regroupés en faisceau serré à l'arrière de la bactérie. b) Tumble : les flagelles se séparent et la bactérie se réoriente aléatoirement. c) Reformation du faisceau. d) Nouveau run. Figures tirées de [6].

la force de friction, la forme des cils est directement affectée par la présence des voisins. Les cils battent donc en synchronisation, avec un petit déphasage constant de cil à cil. Ces interactions sont schématisées sur la figure 1.8.

Nombre d'études théoriques se sont penchées sur ces effets de synchronisation. Une première approche consiste à modéliser les cils de la façon la plus exacte possible, pour ensuite calculer numériquement leur battement collectif (voir par exemple [42]). Une autre approche utilise des modèles de cils simplifiés et cherche à mettre en évidence les mécanismes physiques à la base de la synchronisation [12, 10, 43]. Par contre, les résultats expérimentaux sont pour l'instant plus rares. Le cas le plus simple,  $N=2$ , a donné lieu très récemment à quelques réalisations expérimentales, à partir de nageurs vivants comme l'algue *Chlamydomonas* [44, 45] ou de systèmes modèles macroscopiques [26, 46]. Parmi ces derniers, Powers *et al.* ont pu retrouver un entremêlement similaire à celui des flagelles

de bactérie en faisant tourner deux hélices macroscopiques [26]. Plus récemment, Powers et (d'autres) autres ont étudié l'interaction entre deux pales en rotation dans un fluide visqueux. Ils ont pu montrer que leur synchronisation n'est possible que si elles ont un degré de liberté au point d'attache (en bon accord avec les prédictions de [12]). Par contre, aucune assemblée artificielle de plus de deux pompes n'a été étudiée, exception faite des réseaux de cils artificiels qui seront évoqués au point 1.3.1 et qui, pour l'instant, représentent une contribution essentiellement technique.

Citons pour finir quelques études théoriques récentes plus éloignées de ces inspirations biologiques, qui montrent qu'il n'y a pas de "many-scallop theorem". Un ensemble de non-nageurs réciproques, obéissant individuellement au *scallop theorem*, peut se propulser de manière collective grâce au couplage hydrodynamique [47, 48].

### Fluides complexes

Une autre voie de recherche en développement récent est celle de la nage à petite échelle dans des fluides complexes. En effet, de nombreux microorganismes évoluent dans des environnements non newtoniens : citons par exemple le mucus cervical dans lequel se déplacent les spermatozoïdes. Les propriétés viscoélastiques de ces fluides ont des conséquences fortes sur les concepts hydrodynamiques développés précédemment. Leur équation du mouvement n'est pas linéaire, contrairement à l'équation de Stokes, et les propriétés détaillées en section 1.2 ne sont plus vérifiées. Ainsi, l'introduction d'une échelle de temps caractéristique - par exemple le temps de relaxation des macromolécules dans un écoulement de polymère - permet de briser la réversibilité cinématique, et donc le *scallop theorem*. L'additivité des solutions n'est plus valable, ce qui remet en question les bases de la théorie des corps élancés, si utilisée en milieu newtonien. De la même façon, le couplage hydrodynamique prend une forme plus complexe. Ces questions, abordées dans une poignée d'études classiques (par exemple [49]), suscitent depuis peu un regain d'intérêt [50, 51].

### Nageurs artificiels

Enfin, la dernière piste de travail est la fabrication de micronageurs artificiels, ainsi que l'optimisation de leur design. Assez étonnamment, deux communautés s'y consacrent de façon relativement hermétique. D'un côté, les hydrodynamiciens évoqués plus haut cherchent à créer des

systèmes simples, permettant de vérifier la validité de modèles théoriques. De l'autre côté, une communauté de roboticiens se penche sur la question pour des motivations plus appliquées, typiquement de traitement médical localisé. Une revue récente reprend ces réalisations expérimentales peu connues des physiciens [52].

A l'heure actuelle, peu d'études physiques sur les mécanismes de propulsion à bas Reynolds ont été réalisées sur des systèmes artificiels microscopiques. Citons quelques objets inspirés de microorganismes à un seul flagelle, comme le "nageur" de Dreyfus *et al.*, représenté figure 1.7. Le battement d'un microfilament magnétique ancré sur une surface a aussi été étudié [25]. Très récemment, un groupe a construit des pompes microfluidiques fonctionnant sur le principe de nageurs à degrés de liberté discrets évoqués plus haut [33, 53]. Le nageur à trois sphères de la figure 1.6B a ainsi été reproduit au moyen de colloïdes manipulés par des pinces optiques. Par ailleurs, si des pompes microfluidiques inspirées des réseaux de cils biologiques commencent à se développer, leur contribution en termes de compréhension physique est pour l'instant faible : voyons-en le détail.

### 1.3.2 Le point de vue des microfluidiciens

La fabrication de micropompes biomimétiques pour manipuler des écoulements microfluidiques est actuellement très à la mode. Neuf exemples de réseaux de cils artificiels ont été publiés au moment de la rédaction de cette thèse, dont un seul est antérieur à 2007 [54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62]; ils sont présentés figure 1.9. Les techniques d'actuation sont variables, quoique la plus récurrente soit l'actuation magnétique [57, 56, 61, 60]; citons aussi un exemple d'actuation électrostatique [58], et d'actuation optique [59]. La fabrication de ces cils, quant à elle, repose souvent sur des techniques de lithographie classique issues de la microélectronique, et ce n'est sans doute pas un hasard si presque tous les exemples concernés sont issus de collaborations avec l'entreprise Philips [58, 59, 57].

La grande majorité de ces travaux sont des preuves de concept, validant une réalisation technique. La propulsion induite par ces systèmes n'a pas été étudiée quantitativement. Parmi les exceptions, Den Toonder *et al.* étudient les propriétés de mélange de leurs cils artificiels, mais travaillent à nombre de Reynolds modéré ( $Re > 0.1$ ) et se concentrent sur des effets inertiels [63]. Vilfan *et al.*, quant à eux, mesurent l'écoule-



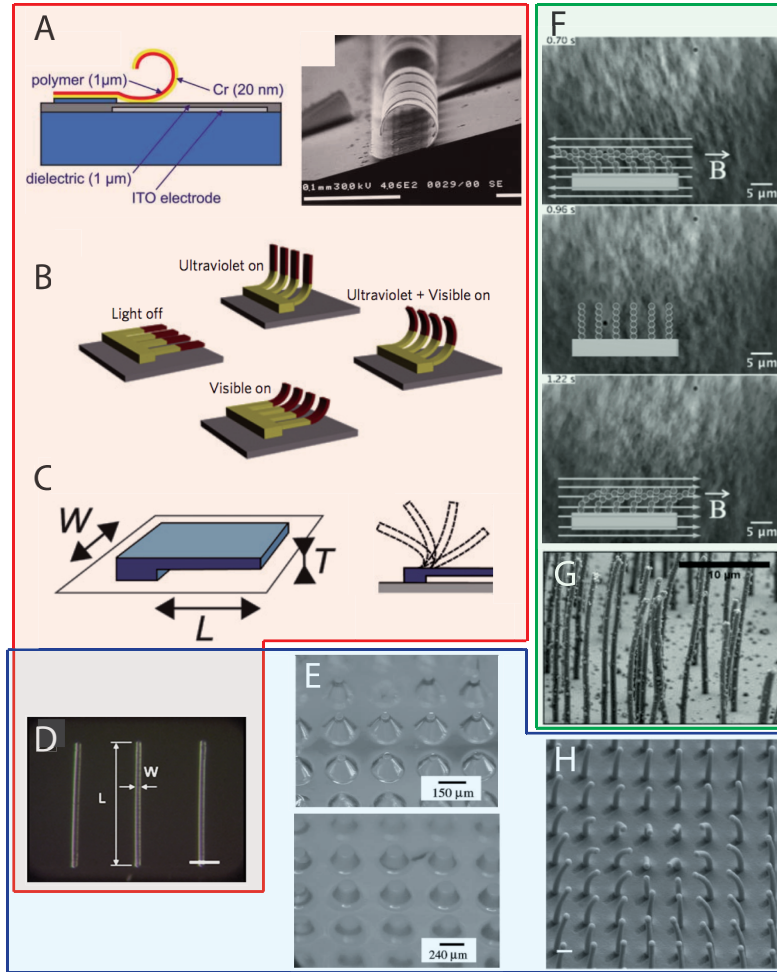


Fig. 1.9: Réseaux de cils artificiels en microfluidique. **A** : Cils électrostatiques [58]. **B** : Cils de polymère contenant des cristaux liquides, actionnés optiquement [59]. **C** : Cils magnétiques [57] :  $W=100\ \mu\text{m}$ ,  $L=300\ \mu\text{m}$ ,  $T=15\ \mu\text{m}$ . **D,E** : Cils de PDMS [62, 54]. Pour D, les dimensions sont  $L=400\ \mu\text{m}$ ,  $W=10\ \mu\text{m}$ , et  $H=75\ \mu\text{m}$  dans le plan perpendiculaire. La barre d'échelle indique  $100\ \mu\text{m}$ . **F** : Cils ferromagnétiques [61]. **G** : Cils composites PDMS/ferrofluide, magnétiques [56]. **H** : Cils d'époxy [55]. La barre d'échelle indique  $2\ \mu\text{m}$ . **Le cadre rouge** indique les cils obtenus par des techniques de lithographie lourde. Ces exemples sont plutôt des murs, avec une dimension transverse de l'ordre de leur longueur. **Le cadre bleu** isole les cils difficilement actionnables (actuation mécanique pour E et D, faisceau d'électrons pour F). **Le cadre vert** indique les assemblées de géométrie non contrôlée. Les cils artificiels de Vilfan *et al.* [60] ne sont pas représentés, ils seront commentés plus en détail au chapitre 3.

ment induit dans un microcanal par un réseau de filaments magnétiques en battement asymétrique [60]. Ils montrent qu'un écoulement homogène

est généré sur une grande hauteur de canal au-dessus du réseau. Leurs mesures expérimentales sont en excellent accord avec une prédiction numérique sans paramètre ajustable.

Mis à part celui de Vilfan *et al.*, aucun de ces réseaux de cils artificiels ne répond simultanément à trois critères utiles pour l'expérimentation en laboratoire d'hydrodynamique : une relative facilité de fabrication, un bon contrôle de la géométrie et une possibilité d'actuation uniforme.

Pour illustrer la vitalité du domaine, citons encore une publication qui paraît alors que j'écris ces lignes [64].

## 1.4 Conclusion

Ce travail de thèse se positionne entre ces deux approches. La motivation initiale était à la fois technique et physique : fabriquer des microneurs ou des micropompes de façon simple et reproductible, à fort taux de production, de façon à étudier les interactions hydrodynamiques entre un grand nombre d'objets. Tirant partie de techniques de microfluidique et du savoir-faire du laboratoire en matière de microfilaments magnétiques, nous avons réalisé des réseaux de microcils artificiels, actionnables au moyen d'un champ magnétique. Ce type d'actuation permet d'entraîner de façon homogène un grand nombre de pompes. Nous avons privilégié un mode d'actuation simple, symétrique : imposer aux filaments un mouvement de précession autour de l'axe vertical. L'idée était d'observer d'éventuels effets collectifs, et de voir s'ils permettaient de briser spontanément la symétrie de l'actuation pour générer un écoulement dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

Avant de s'intéresser à l'étude de plusieurs filaments, nous avons commencé par caractériser la dynamique de filaments isolés. Comme les cils dont ils sont inspirés, ces microfilaments magnétiques sont flexibles : leur dynamique est le résultat de la compétition entre une raideur qui les maintient droits et une friction visqueuse qui les courbe. Dans ce cas, nous verrons que la raideur est principalement d'origine magnétique. Nous avons initialement réalisé une expérience macroscopique, techniquement plus simple, sur un système similaire : un filament élastomérique en précession dans un fluide visqueux. Le filament est toujours soumis à une raideur et une friction, mais la raideur est ici d'origine élastique. Ces résultats sont présentés au chapitre 2. Ils montrent que sous l'effet de la

friction visqueuse, le filament adopte une forme hélicoïdale, qui lui permet de générer une force propulsive dans la direction de son axe de rotation. Le chapitre 3 détaille ensuite le protocole expérimental de fabrication des microfilaments magnétiques. L'étude de la dynamique d'un filament magnétique isolé est abordée au chapitre 4. Enfin, ce travail se termine par un dernier chapitre consacré à l'influence du couplage hydrodynamique sur la trajectoire des filaments.

# Chapitre 2

## Battement d'un filament élastique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>27</b>
<b>2.2</b>	<b>Rappels d'élastohydrodynamique</b> .....	<b>28</b>
2.2.1	Force élastique : approximation des petites déformations	28
2.2.2	Force visqueuse : théorie de la friction locale .....	30
2.2.3	Equation d'hyperdiffusion et longueur caractéristique ...	34
2.2.4	Généralisation au battement en rotation .....	34
<b>2.3</b>	<b>Article : Helical beating of an actuated elastic filament</b>	<b>37</b>
2.3.1	Introduction .....	37
2.3.2	Force-torque constitutive relations for a rotating flexible filament .....	38
2.3.3	Experiments : Shape and force transitions .....	44
2.3.4	Conclusion .....	49
<b>2.4</b>	<b>Une touche d'excentricité</b> .....	<b>49</b>
2.4.1	Cas limites : un seul paramètre est non nul .....	49
2.4.2	Situations intermédiaires .....	51
2.4.3	Conclusion .....	52

---



## 2.1 Introduction

Nous avons évoqué les deux modes de propulsion les plus standards à petit nombre de Reynolds au cours du chapitre 1. D'une part, la rotation d'un objet chiral permet de contourner la linéarité de l'équation de Stokes. D'autre part, l'actuation périodique d'un flagelle flexible, qui génère une onde de déformation non réciproque, échappe au *scallop theorem*. La rotation d'hélices rigides comme le battement planaire de filaments élastiques ont donc été très étudiés [26, 29, 24, 15]. Le mécanisme de pompage considéré dans ce chapitre est hybride : un filament flexible est entraîné en *rotation* dans un fluide visqueux avec un léger angle par rapport à son axe de rotation, mais cette actuation peut aussi être vue comme la superposition de deux *battements planaires* perpendiculaires et déphasés de  $\pi/2$ , figure 2.6. Le filament adopte une forme hélicoïdale, résultat de l'équilibre entre la force élastique, qui tend à maintenir le filament droit, et la friction visqueuse, qui le courbe. Cette chiralité induite génère une force propulsive parallèle à l'axe de rotation. La forme du filament en fonction de la fréquence est présentée figure 2.1. La transition de forme du filament, d'un état droit à un état hélicoïdal, est liée à une branche instable dans la caractéristique force/couple. Cette branche instable constitue le trait le plus surprenant de la dynamique du filament élastique, et dépend fortement des conditions d'ancrage.

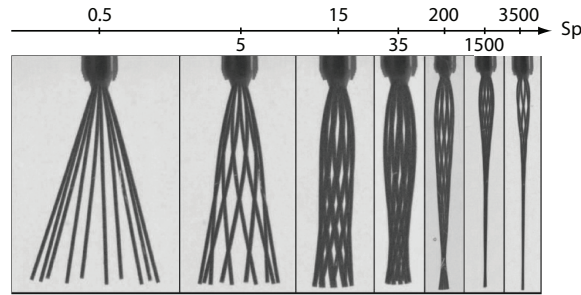


Fig. 2.1: Forme du filament en fonction de la fréquence normalisée. Chaque image est une superposition de clichés pris pendant une période de rotation, avec un intervalle de temps constant. Lorsque la fréquence augmente, le filament s'enroule autour de l'axe de rotation.

L'interaction entre un filament déformable et un fluide visqueux appartient au champ de l'élastohydrodynamique, dont je commencerai par rappeler quelques bases (la section 2.2 peut être sautée par le lecteur

initié). L'étude du filament élastique en rotation constitue le texte d'un article, publié dans *Journal of Physics : Condensed Matter* en 2009, et reproduit en section 2.3. Je la compléterai par quelques remarques supplémentaires. Un article antérieur, que nous avons écrit sur le même sujet, est fourni en fin de chapitre.

## 2.2 Rappels d'élastohydrodynamique

Cette section est consacrée au battement planaire d'un filament flexible, actionné par une extrémité (les résultats seront ensuite généralisés au cas 3D). Pour plus de détails, le lecteur pourra utilement se référer aux études théoriques de Machin [21], Camalet et Jülicher [65], Wiggins *et al.* [29] ou à différentes publications de E. Lauga, T. Powers et collaborateurs [6, 24, 15, 30].

### 2.2.1 Force élastique : approximation des petites déformations

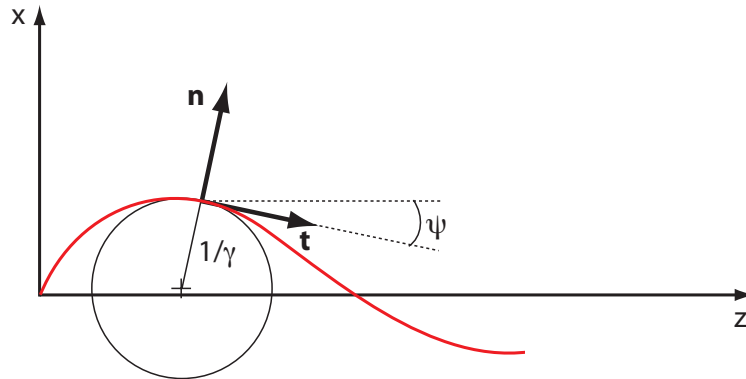


Fig. 2.2: Repère local. Définition des vecteurs tangent ( $\mathbf{t}$ ), normal ( $\mathbf{n}$ ), et de l'angle local  $\psi(s)$ .  $\gamma$  est la courbure locale du filament.

Dans tout ce qui suit, les indices correspondent aux dérivées partielles. Le détail des étapes de calcul peut être consulté dans l'annexe A. La forme locale du filament dans le plan est donnée en tout point par les relations entre les vecteurs du repère de Frenet  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{n}$  :

$$\begin{aligned}
\partial_s \mathbf{r} &= \mathbf{t} \quad (\text{définition du vecteur tangent}) \\
\partial_s \mathbf{t} &= \gamma \mathbf{n} \\
\partial_s \mathbf{n} &= -\gamma \mathbf{t}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

où  $s$  est l'abscisse curviligne, et  $\gamma$  est la courbure locale du filament :  $\gamma = \mathbf{r}_{ss} \cdot \mathbf{n}$ . Ces relations sont vraies lorsque la torsion du filament est nulle, ce qui est le cas à deux dimensions. Dans le repère défini figure 2.2, la courbure locale peut s'exprimer en fonction de l'angle  $\psi(s)$  par rapport à l'axe de référence :  $\gamma = \psi_s$ .

La force élastique qui s'oppose à la déformation du filament dérive de l'énergie de courbure :

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_e &= -\delta \mathcal{E} / \delta \mathbf{r}, \quad \text{avec} \\
\mathcal{E} &= \frac{1}{2} \kappa \int_0^L \gamma^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^L \Lambda t^2 ds
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où  $\kappa = EI$  est le module de courbure, produit du module d'Young,  $E$ , et du moment d'inertie. La deuxième intégrale est un terme assurant l'inextensibilité du filament :  $\Lambda$  est un multiplicateur de Lagrange qui impose la contrainte  $\mathbf{t}^2 = 1$  le long du filament. Une double intégration par parties du terme de courbure seul donne :

$$\mathbf{F}_c = - \left[ \partial_s^3 \mathbf{r} \frac{\delta \mathbf{t}}{\delta \mathbf{r}} \right]_0^L + \left[ \partial_s^2 \mathbf{r} \right]_0^L + \int_0^L \mathbf{f}_c ds \tag{2.3}$$

où  $\mathbf{f}_c = -\mathbf{r}_{ssss}$  est la force locale s'opposant à la courbure du filament. Les deux premiers termes de l'équation 2.3 correspondent aux couples et forces extérieurs exercés aux extrémités du filament. On en déduit l'expression de la condition aux limites de force et couple nuls à l'extrémité libre du filament :  $\partial_s^2 \mathbf{r}(L) = \partial_s^3 \mathbf{r}(L) = 0$ <sup>1</sup>. La condition aux limites en  $z=0$  dépend quant à elle de la méthode d'actuation. Dans le cas d'une actuation angulaire périodique, la tangente à l'origine est imposée par  $\partial_s \mathbf{r}(0) = \theta_0 \cos \omega t$  et la position d'ancrage par  $\mathbf{r}(0) = 0$ .

En incluant dans  $\mathbf{f}_c$  les termes en  $\Lambda$  provenant de la différentiation du terme d'inextensibilité, et développé  $\mathbf{r}_{ssss} = \partial_s^2(\gamma \mathbf{n})$  en utilisant les relations 2.1, on obtient l'expression exacte de la force élastique [65, 24] :

$$\mathbf{f}_e = (-\kappa \gamma_{ss} + \tau \gamma) \mathbf{n} + (\kappa \gamma_s \gamma + \tau_s) \mathbf{t} \tag{2.4}$$

---

1. Je ne considère pas les termes en  $\Lambda$ , que nous négligerons par la suite.



où  $\tau = \kappa\gamma^2 + \Lambda$  joue le rôle d'une tension de ligne. Pour satisfaire la contrainte d'incompressibilité,  $\tau$  obéit à une équation différentielle non linéaire donnée en annexe A ; les termes en  $\tau$  sont d'ordre élevé en  $\gamma$ . Le terme dominant de la force élastique se trouve finalement dans sa composante normale. Au premier ordre et dans l'hypothèse des petites déformations par rapport à l'axe  $z$ , la force élastique locale se linéarise en :

$$\mathbf{f}_e \sim -\kappa\gamma_{ss}\mathbf{n} \sim -\kappa\partial_z^4 x \mathbf{e}_x \quad (2.5)$$

Cette approximation, qui ignore les non-linéarités géométriques, est légitime pour de faibles amplitudes de battement. Nous verrons dans la suite que même lorsque le filament est le plus déformé, il s'écarte peu de l'axe  $z$ , car l'amplitude de son mouvement est amortie par le frottement visqueux. Il a été montré dans le cas du battement planaire que l'erreur commise en utilisant la forme linéarisée de la force élastique plutôt que son expression donnée par l'équation 2.4 est très faible [24].

### 2.2.2 Force visqueuse : théorie de la friction locale

La dynamique du filament résulte de l'équilibre entre la force élastique et la friction exercée par le fluide visqueux : détaillons à présent cette dernière. Le formalisme le plus simple pour décrire l'hydrodynamique de flagelles à petit nombre de Reynolds est celui de la théorie de la friction locale (*resistive force theory*, notée ici RST) [18, 20]. La force hydrodynamique est supposée proportionnelle à la vitesse locale du filament, via un coefficient de friction. Pour des objets de grand rapport d'aspect ( $L \gg a$ ), ce coefficient de friction est anisotrope. La force visqueuse locale s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_v &= -\eta_{\perp}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{t})\mathbf{t} - \eta_{\parallel}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n} \\ &= -(\eta_{\parallel} - \eta_{\perp})(\mathbf{v}\cdot\mathbf{t})\mathbf{t} - \eta_{\perp}\mathbf{v} \end{aligned} \quad (2.6)$$

où  $\eta_{\perp} \sim 2\eta_{\parallel}$ . Les coefficients de friction normal et tangentiel,  $\eta_{\perp}$  et  $\eta_{\parallel}$ , sont proportionnels à la viscosité du fluide  $\eta$ , avec une correction logarithmique en  $(L/a)$ . Les valeurs que nous utilisons ici sont  $\eta_{\perp} = 4\pi\eta / [\ln(L/a) + \frac{1}{2}]$  et  $\eta_{\parallel} = 2\pi\eta / [\ln(L/a) - \frac{1}{2}]$  (voir [19] et ses références). L'origine de l'anisotropie peut être retrouvée intuitivement en modélisant un bâtonnet rigide infiniment long par une succession de sphères équidistantes, figure 2.3A [6]. On suppose que la force extérieure appliquée au bâtonnet est répartie uniformément sur sa longueur, et que

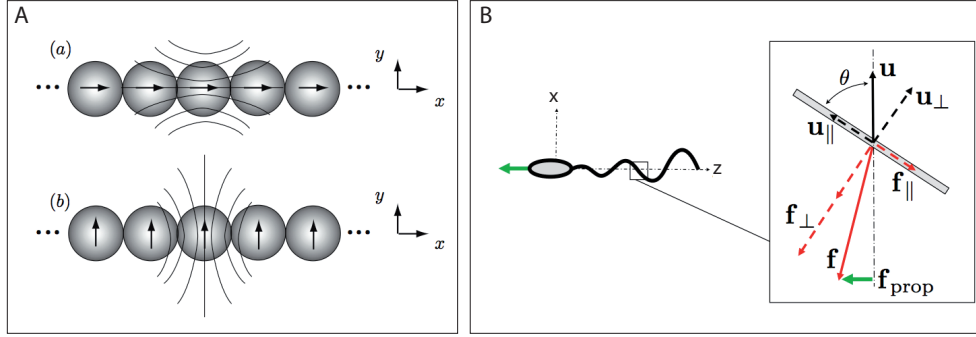


Fig. 2.3: Anisotropie du coefficient de friction. **A** : Origine de l'anisotropie : Modélisation d'un bâtonnet rigide soumis à une force extérieure parallèle (a) ou perpendiculaire (b) à sa direction principale. Les flèches au centre des sphères représentent des forces extérieures. Seul l'écoulement généré par la sphère centrale figure sur le schéma. Chaque sphère génère un écoulement similaire. **B** : Effet sur la propulsion : l'anisotropie du coefficient de friction permet de générer des forces perpendiculaires au mouvement. Figures tirées de [6].

les sphères sont couplées hydrodynamiquement, via le tenseur d'Oseen<sup>2</sup>. L'anisotropie de ce tenseur, que nous avons déjà évoquée au chapitre 1, conduit à une mobilité tangentielle du bâtonnet deux fois plus élevée que sa mobilité transverse, c'est à dire un coefficient de friction transverse deux fois plus élevé que le coefficient de friction tangentiel. L'expression exacte de ces coefficients dépend ensuite du degré de raffinement de la modélisation du filament.

Cette anisotropie du coefficient de friction est à l'origine de la propulsion [6]. Elle signifie qu'il existe une composante de force hydrodynamique perpendiculaire à la vitesse locale ; c'est cette composante qui permet la propulsion. En effet, comme représenté sur la figure 2.3B, si un petit segment de filament se déplace à la vitesse  $\mathbf{u} = u \cos \theta \mathbf{t} + u \sin \theta \mathbf{n}$ , il subit une force de friction dont les composantes sont  $f_{v\perp} = -\eta_{\perp} u \sin \theta$  et  $f_{v\parallel} = -\eta_{\parallel} u \cos \theta$ . Si  $\eta_{\perp} = \eta_{\parallel}$ , alors  $\mathbf{f}_v$  est toujours orientée dans la direction du mouvement, et s'annule en moyenne. Par contre, si  $\eta_{\perp} \neq \eta_{\parallel}$ , il existe une composante  $f_{prop} = (\eta_{\parallel} - \eta_{\perp}) u \sin \theta \cos \theta$  perpendiculaire à  $\mathbf{u}$ . Cette force propulsive peut avoir une moyenne temporelle non nulle au cours d'un cycle de déformations périodique du filament, si  $u$  et  $\theta$  varient

2. Le tenseur d'Oseen est l'expression la plus simple du couplage hydrodynamique. L'utiliser ici est une approximation : on néglige notamment la condition de non glissement à la surface du cylindre. Le raisonnement proposé n'est pas rigoureux, mais donne une image physique pertinente.

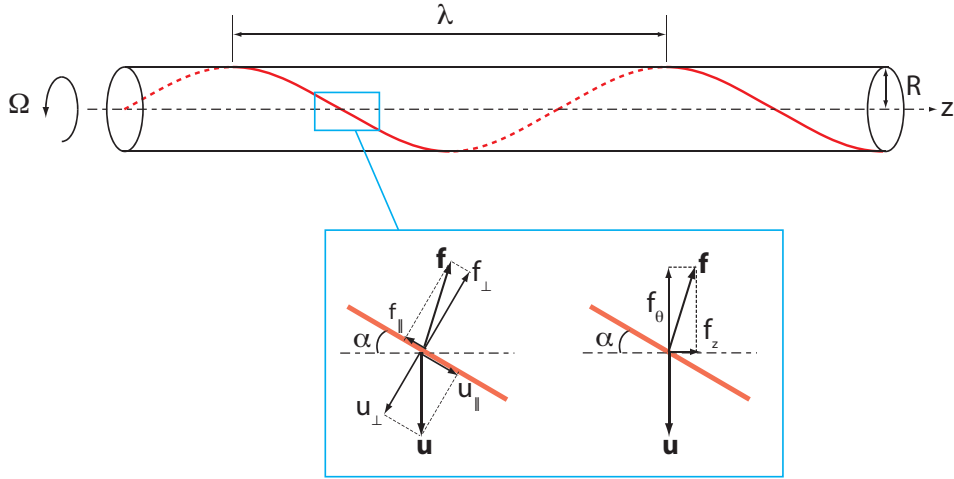


Fig. 2.4: Force de friction exercée sur une hélice en rotation dans un fluide visqueux. Projections de la force visqueuse : composantes parallèle et perpendiculaire sur le schéma de gauche ( $f_{\parallel}$  et  $f_{\perp}$ ), axiale et azimutale sur le schéma de droite ( $f_z$  et  $f_{\theta}$ ).

en phase : la transformation  $u \mapsto -u$  et  $\theta \mapsto -\theta$  ne modifie pas le signe de  $f_{prop}$ . Dans le cas du battement d'un filament en petites déformations, la vitesse locale est partout dirigée selon  $\mathbf{e}_x$ , donc la force propulsive est dirigée selon  $\mathbf{e}_z$ . Plus l'amplitude du déplacement est grande, et plus la force propulsive locale est importante.

### Exemple d'une hélice

Utilisons le même raisonnement pour calculer la force visqueuse exercée sur une hélice [4]. Ce résultat nous sera utile dans la suite. Imaginons une hélice de rayon  $R$  et de pas  $\lambda$ , alignée selon l'axe  $Oz$ . Chaque élément de longueur de l'hélice est modélisé par un bâtonnet rectiligne, se déplaçant avec une vitesse tangentielle  $\mathbf{u} = R\boldsymbol{\Omega}$  autour de l'axe  $Oz$ , figure 2.4. Si le pas de l'hélice est grand devant son rayon, l'angle entre le bâtonnet et l'axe de rotation est faible, d'ordre  $\alpha \sim 2\pi R/\lambda$ . La vitesse locale se décompose en sa composante parallèle  $u_{\parallel} \sim \Omega\alpha R \sim 2\pi\Omega R^2/\lambda$ , et sa composante perpendiculaire  $u_{\perp} \sim \Omega R$ . Les composantes de la force de friction locale correspondantes s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} f_{\parallel} &= -\pi\eta_{\perp}\Omega\frac{R^2}{\lambda} \\ f_{\perp} &= -\eta_{\perp}\Omega R \end{aligned}$$

où implicitement  $\eta_{\perp} \sim 2\eta_{\parallel}$ . Comme nous l'avons vu plus haut, et comme schématisé sur la figure 2.4, la force de friction a une composante non nulle dirigée selon  $Oz$  :

$$f_z = |\alpha f_{\perp} - f_{\parallel}| = \pi\eta_{\perp}\Omega\frac{R^2}{\lambda} \quad (2.7)$$

par unité de longueur de l'hélice. La force totale dirigée selon  $Oz$  est donc d'ordre  $F_z \sim \pi\eta_{\perp}\Omega R^2 L/\lambda$ . Remarquons que la direction de la force change avec le sens de rotation de l'hélice.

La friction azimutale  $f_{\theta}$  varie continuellement le long de l'hélice et sa résultante est nulle, mais elle génère un couple dirigé selon l'axe  $Oz$  :

$$N_z = (\cos \alpha f_{\perp} + \sin \alpha f_{\parallel})R \quad (2.8)$$

$$\sim -\pi\eta_{\perp}\Omega R^2 \quad (2.9)$$

par unité de longueur. Le couple total est donc d'ordre  $N_z \sim \eta_{\perp}\Omega R^2 L$ .

### Pertinence de l'approximation

La théorie de la friction locale est une approximation, dans laquelle seul le terme dominant du développement du champ de vitesse du fluide est conservé (voir [6] et les références incluses). Elle néglige notamment les interactions hydrodynamiques longue portée entre segments du filament éloignés le long de l'abscisse curviligne, ainsi qu'entre le flagelle et une éventuelle tête. La théorie des corps élancés (*slender body theory*, ou SBT) est plus exacte mais lourdement calculatoire. La comparaison des résultats obtenus par les deux théories montre que les conclusions principales sont du même ordre, bien que la RST sous-estime la friction visqueuse [66]. L'erreur commise par la RST est notamment importante lorsque le flagelle interagit hydrodynamiquement avec une tête. Dans le cas d'un flagelle seul, le léger gain en précision apporté par la SBT est contrebalancé par la complexité du calcul. Ici, comme dans les autres études expérimentales consacrées au battement de filaments flexibles, le modèle simple de l'équation 2.6 s'avère en très bon accord avec l'expérience [24, 27, 28].

### 2.2.3 Equation d'hyperdiffusion et longueur caractéristique

L'équilibre des forces,  $\mathbf{f}_e = -\mathbf{f}_v$ , conduit à l'équation d'évolution de la forme du filament :

$$\partial_t x = -\frac{\kappa}{\eta_\perp} \partial_z^4 x \quad (2.10)$$

Cette équation est dite d'"hyperdiffusion" du déplacement  $x$ . Dans le cas d'une actuation périodique de pulsation  $\omega$ , on peut définir la longueur caractéristique du problème élasto-visqueux :

$$l_\omega = [\kappa/(\eta_\perp \omega)]^{1/4} \quad (2.11)$$

$l_\omega$  correspond à la longueur de pénétration des ondes de courbure, amorties par la viscosité du fluide. A basse fréquence,  $l_\omega \gg L$  : le filament est à peine déformé et se comporte comme un bâtonnet rigide. En vertu de la réversibilité cinématique, il n'y a pas de propulsion. A l'inverse, à grande fréquence,  $l_\omega \ll L$  : les ondes de déformation sont vite amorties et une grande partie du filament est rabattue le long de l'axe  $z$ , comme on peut le voir sur la figure 2.1. Cette partie de filament dont le mouvement transverse est faible ne contribue plus à la composante de force propulsive dirigée selon  $z$ . Un optimum de propulsion doit donc se trouver aux alentours de  $l_\omega \sim L$  [29, 24, 13].

Le nombre élasto-visqueux, souvent appelé *sperm number*, est finalement défini comme :

$$Sp = (L/l_\omega)^4 = \omega\tau$$

où  $\tau$  est le temps de relaxation caractéristique du mode de courbure d'amplitude  $L$ .

### 2.2.4 Généralisation au battement en rotation

Pour le cas d'un filament en rotation, l'équation 2.10 est directement généralisable à trois dimensions :

$$\partial_t \mathbf{r} = -\frac{\kappa}{\eta_\perp} \partial_s^4 \mathbf{r} \quad (2.12)$$

Le filament adopte alors une forme d'hélice amortie autour de l'axe de rotation, qui peut être vue comme la superposition de deux profils de battement planaire perpendiculaires et en quadrature de phase. Cette superposition est possible si la torsion, dûe à l'autorotation du filament autour de sa ligne directrice, est négligeable. C'est le cas lorsque le filament est suffisamment excentré ou incliné par rapport à son axe de rotation (voir

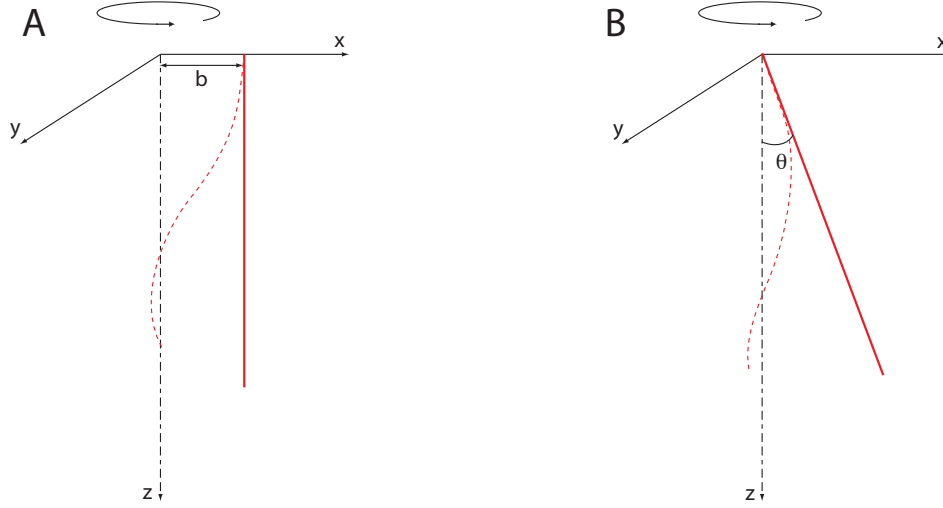


Fig. 2.5: **A** : Filament excentré d'une distance  $b$  par rapport à l'axe de rotation (schéma dans le référentiel tournant). **B** : Filament incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'axe de rotation. La position initiale du filament est représentée en rouge (trait droit). Les pointillés rouges donnent l'allure du filament à haute fréquence.

les schémas de la figure 2.5). Prenons l'exemple d'un filament de rayon  $a$  excentré d'une distance  $b$ . Le couple de friction dû à l'autorotation du filament, qui contribue à la torsion, est d'ordre  $\omega\zeta_r L$ , où  $\zeta_r = 4\pi\eta a^2$  est le coefficient de friction en rotation (voir [30] et les références incluses). Le couple de friction en translation, lui, correspond au couple exercé sur une hélice de longueur  $l_\omega$  et de rayon  $b$ , qui est d'ordre  $b(\omega\eta_\perp b l_\omega)$ . Le ratio de ces deux couples est d'ordre  $[(a/b)^2(L/l_\omega)] / [\log(L/a) + 1/2]$ . Le terme en  $(a/b)^2$  doit être suffisamment petit pour que le couple de friction en rotation soit négligeable. Mettons quelques ordres de grandeur sur ce critère : dans notre expérience, le rapport  $L/l_\omega$  est maximal à haute fréquence, où  $l_\omega$  est de l'ordre de quelques mm. Pour un filament similaire au nôtre, de dimensions  $L \sim 50$  mm et  $a = 0.4$  mm, la torsion est négligeable si  $b > 1$  mm. Un même raisonnement peut être tenu dans le cas d'un filament incliné par rapport à l'axe de rotation, la longueur transverse étant cette fois d'ordre  $L \sin \theta$  à basse fréquence, et  $l_\omega$  à haute fréquence. L'angle d'inclinaison doit alors être supérieur à  $\theta \sim 3^\circ$ , et la fréquence d'actuation doit rester suffisamment basse pour que  $l_\omega > 1$  mm. Cette valeur correspond à une fréquence normalisée d'ordre  $Sp \sim 5.10^6$ , bien supérieure à nos fréquences de mesure. Nos expériences ont été effectuées avec une inclinaison de  $15^\circ$  : il est donc pertinent de négliger la torsion.

Ces deux situations,  $b \neq 0$  ou  $\theta \neq 0$ , correspondent donc à une même équation avec des conditions aux limites différentes en  $z=0$ . Elles ont été étudiées théoriquement ou numériquement par le passé [30, 32]. Ce chapitre porte sur la rotation d'un filament incliné par rapport à son axe de rotation ( $\theta \neq 0, b = 0$ ), mais nous avons été amenés à prendre en compte une légère excentricité expérimentale. La dernière section du chapitre revient plus en détails sur l'influence de ces paramètres d'ancrage.

Ce mécanisme de propulsion est particulièrement intéressant car il peut *a priori* être relativement simplement miniaturisé, dans une perspective d'étude de mouvements collectifs d'un grand nombre de nageurs. La microfabrication d'objets chiraux est en effet complexe, mais celle d'objets déformables symétriques l'est moins. Dans l'étude qui suit, nous avons calculé la force et le couple subis par le filament à partir de son profil tridimensionnel, obtenu expérimentalement et numériquement. Les profils expérimentaux sont ceux d'un filament macroscopique immergé dans du glycérol. Les profils numériques proviennent de la résolution de l'équation 2.12 en petites déformations.

## 2.3 Article : Helical beating of an actuated elastic filament

Cette section reprend le texte de l'article : *Helical beating of an actuated elastic filament*, N. Coq, O. du Roure, M. Fermigier et D. Bartolo, J.Phys. Cond. Mat, **21**, 204109, 2009.

### Abstract

We investigate the propulsive force resulting from the rotation of a flexible filament in the low Reynolds number regime. Using a simple linear model, we establish the non linear torque-force relations for two torque-driven actuation modes. When the rotation of the filament is induced by two perpendicular transverse oscillating torques, the propulsive force increases monotonically with the torque amplitude. Conversely, when a constant axial torque is applied, the torque-force characteristics displays an unstable branch, related to a discontinuous transition in the shape of the filament. We characterize this shape transition using two geometrical parameters, quantifying the wrapping around and the collapse on the axis of the filament. The proposed theoretical description correctly accounts for our experimental observations and reveals a strong dependence of the filament dynamics on the anchoring conditions.

### 2.3.1 Introduction

The oscillations of flexible flagella and the rotation of "rigid" chiral arms are the two most standard propulsion strategies used by microorganisms [67]. The hydrodynamics of these two modes of locomotion have been extensively studied in the past, both theoretically and experimentally, see *e.g.* [15, 20] and references therein. Recently, Dreyfus *et al.* have even succeeded in fabricating the first man-made microswimmer, relying on the magnetic actuation of an artificial flagellum, made of self-assembled paramagnetic colloids [13]. Conversely, the design of chiral propelling microstructures remains a technical challenge. A possible solution to this problem could be the use of soft rotating filaments, which spontaneously adopt chiral shapes.

In this paper, we focus on this intermediate propulsion mechanism, which has raised much interest in the last two years and motivated a set of theoretical, numerical and experimental works [32, 43, 27, 28]. We here combine a theoretical and an experimental study to extend the elasto-hydrodynamics description we proposed in [28]. Firstly, on the basis



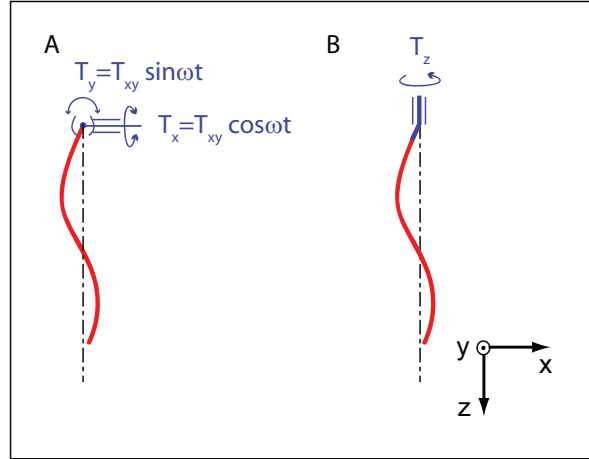


Fig. 2.6: **A** : Sketch of a flexible filament actuated by two A.C. transverse perpendicular torques oriented along the  $x$  and  $y$  axis. **B** : Sketch of the same filament actuated by a D.C. axial torque oriented along the  $z$  axis.

of a simple linear model, we establish the non linear constitutive relations between the propulsive force and the actuation torques. We expose important qualitative differences between two beating modes in torque-driven systems. The propulsive force increases monotonically with the torque amplitude in the case of two transverse torques applied perpendicularly on the filament, figure 2.6a. Oppositely, elastic filaments actuated by a constant longitudinal torque, figure 2.6b, exhibit an unstable branch in the force-torque relation, which can lead to a strong discontinuity in the propulsion force when the rotation period becomes of the order of the largest relaxation time of the bending modes. Secondly, we present an extended analysis of our experiment performed with a macroscopic flexible filament immersed in a viscous fluid. Force and torque measurements are in excellent agreement with our simple model. Furthermore, our observations allow us to relate the strong non linearities in the force response to a wrapping transition in the shape of the filament.

### 2.3.2 Force-torque constitutive relations for a rotating flexible filament

#### Beating of flexible rods : a minimal model

The beating of flexible rods in viscous flows has proven to be accurately described by simple models ignoring geometrical non linearities and non local hydrodynamic effects [29, 24]. We here restrain our analy-

sis to this framework. More precisely, we consider a flexible rod initially straight and oriented with an angle  $\psi$  with respect to the rotation axis  $z$ . The rotation of the filament is imposed at one of its extremities ( $z = 0$ ), while the other end remains free ( $z = L$ ), figure 2.7. The external torques applied at the anchoring point impose the rotation of the tangent vector :  $\mathbf{t}(0, t) = [\psi \cos(\omega t), \psi \sin(\omega t), 1]$ . As a result of the competition between viscous and elastic forces, the filament adopts a curved shape :  $\mathbf{r} = [x(z), y(z), z]$  parametrized by the  $z$  coordinate. Within the small deformations approximation the bending energy of the rod is a quadratic functional of its local curvature  $|\partial_z^2 \mathbf{r}|$  :  $E_{\text{el}} = \frac{1}{2} \int dz \kappa (\partial_z^2 \mathbf{r})^2$ , the resulting local elastic force being :  $\mathbf{f}_{\text{el}} = -\kappa \partial_z^4 \mathbf{r}$ . The coupling with the surrounding viscous fluid is modelled by a local anisotropic friction coefficient (resistive force theory). The local viscous drag is defined by :

$$\mathbf{f}_v = (\eta_{\parallel} - \eta_{\perp})(\mathbf{t} \cdot \mathbf{v})\mathbf{t} + \eta_{\perp} \mathbf{v}, \quad (2.13)$$

where  $\mathbf{v}$  is the material velocity,  $\eta_{\parallel}$  and  $\eta_{\perp}$  are the longitudinal and transverse drag coefficients respectively. These coefficients are approximated by their values for a straight slender rod with a circular cross section :  $\eta_{\perp} = 4\pi\eta / [\log(L/a) + \frac{1}{2}]$  and  $\eta_{\parallel} = 2\pi\eta / [\log(L/a) - \frac{1}{2}]$ , where  $a$  is the radius of the rod and  $\eta$  is the viscosity of the fluid [68]. In the small deformations approximation, the force balance equation  $\mathbf{f}_e + \mathbf{f}_v = 0$  reduces to the so-called Machin equation [21] :

$$\eta_{\perp} \partial_t \mathbf{r} = -\kappa \partial_z^4 \mathbf{r}. \quad (2.14)$$

After a spatial Fourier transform, this equation is readily solved. The rod undergoes a rigid body rotation at angular frequency  $\omega$  as a result of the superposition of four propagating bending waves damped over a distance  $l_{\omega} \equiv (\kappa/\eta_{\perp}\omega)^{1/4}$ . Defining the four complex wave numbers :  $q_n(\omega) = l_{\omega}^{-1} \exp[i(n\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8})]$ , the rod profile is given by :

$$x(z, t) = (\psi L) \Re \left( \sum_{n=1}^4 \alpha_n e^{[i\omega t - q_n(\omega)z]} \right), \quad (2.15)$$

$$y(z, t) = (\psi L) \Im \left( \sum_{n=1}^4 \alpha_n e^{[i\omega t - q_n(\omega)z]} \right). \quad (2.16)$$

The  $\alpha_n$  coefficients are set by the boundary conditions :  $\mathbf{r}(0) = 0$  (fixed end),  $\partial_z \mathbf{r}(0) = \mathbf{t}(0, t)$  (angular actuation),  $\partial_z^3 \mathbf{r}(L) = 0$  (force free end) and  $\partial_z^2 \mathbf{r}(L) = 0$  (torque free end). A typical representation of these stationary chiral shapes is displayed in figure 2.7.

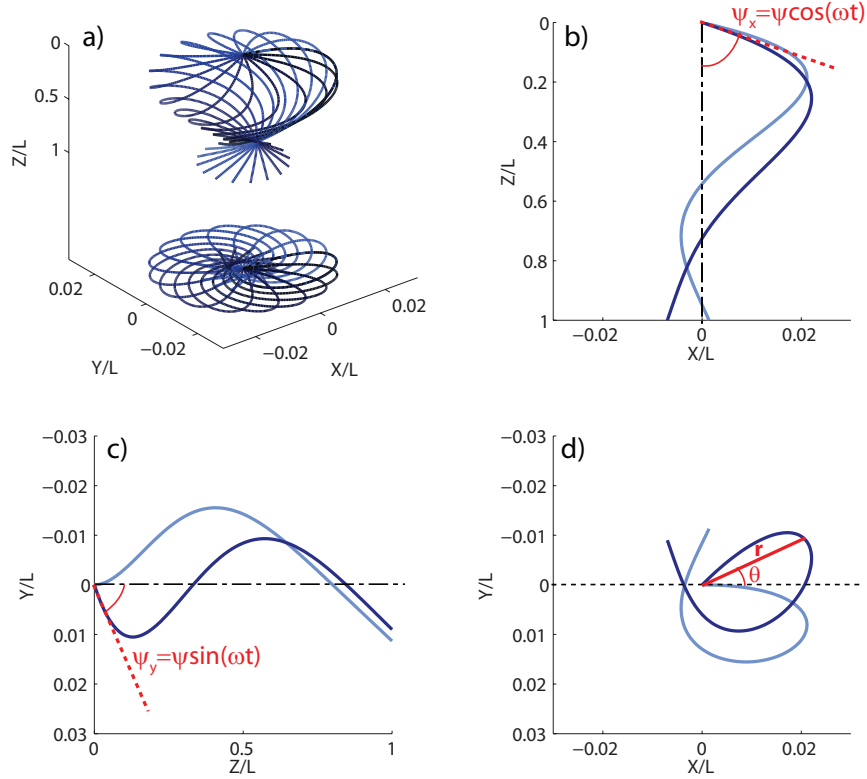


Fig. 2.7: Shape of an elastic filament driven at  $z = 0$  for  $l_\omega/L = 0.18$  and  $\psi = 15^\circ$ , computed from Eq. 2.14. (a) Thirty snapshots of the filament profile over one rotation period. Below are their projections in the  $(x, y)$  plane. The time interval between each snapshot is constant. (b), (c) and (d) : Projection of the same two profiles in the  $(x, z)$ ,  $(y, z)$  and  $(x, y)$  planes respectively, taken at two different times. Note that the filament undergoes a rigid body rotation although the projected shapes in the  $(x, z)$  and  $(y, z)$  planes are time-dependant.

### Propulsive force :

We now focus on the propulsive properties of the filament. As the viscous flow bends the filament into a chiral shape, a non zero thrust is generated along the  $z$  axis. The anchoring point experiences an axial force  $F_z = \mathbf{e}_z \cdot \int \mathbf{f}_v(z) dz$ , with  $\mathbf{f}_v$  as defined in Eq. 2.13. In all that follows, the forces are normalized by the elastic force necessary to bend the filament with a curvature of order  $1/L$  :  $F_e \equiv \kappa/L^2$ . We define a normalized rotation speed using the viscous relaxation time of the bending mode of wavelength  $L$ ,  $\tau = \eta_\perp L^4/\kappa$ . The resulting dimensionless num-

ber  $Sp \equiv \omega \eta_{\perp} L^4 / \kappa$  is commonly referred to as the Sperm number in the context of low Reynolds number locomotion; it may also be convenient to express  $Sp$  in terms of penetration length:  $Sp = (L/l_{\omega})^4$ . The variations of the normalized axial force with the Sperm number are shown in figure 2.8a. The axial force increases monotonically with the Sperm number; this increase is rather fast in the low  $Sp$  regime whereas it weakens for large  $Sp$ . To account for these variations, we stress that both the three-dimensional shape of the rotating filament and the axial force  $F_z$  are identical to those obtained by the superposition of two filaments beating periodically in perpendicular planes. Indeed, using Eqs. 2.14 and the boundary conditions at the filament ends, one can easily provide a local expression for  $F_z = \kappa (1 - \eta_{\perp} / \eta_{\parallel}) \sum_{u=x,y} [\partial_z u(0) \partial_z^3 u(0) - \frac{1}{2} \partial_z^2 u^2(z)]$ , which is a well-known result in the context of planar oscillations [29]. It yields a thrust increasing quadratically with the beating pulsation  $\omega$  in the low frequency limit.

It is worth mentioning that this scaling law can also be predicted from a symmetry argument. At low Reynolds number, a rotating chiral object experiences a viscous force  $F_z = M\omega$ , where  $M$  is a coefficient of the so-called mobility matrix [4].  $M$  is zero for a non chiral object; since at  $\omega = 0$  the filament is straight,  $M(\omega = 0)$  must vanish. Moreover, changing the sign of the rotation changes the chirality of the filament, which implies that  $M$  is an odd function of  $\omega$ . Hence, in the low speed limit, we expect  $M$  to increase linearly with the angular velocity leading to an overall force proportional to  $\omega^2$ . It follows that  $F_z \sim F_e Sp^2$  from dimensional analysis. Note that this implies that the sign of the force is independent of the direction of rotation as noticed in [32].

In the high  $Sp$  limit, the filament is strongly deformed. The chiral deformations are localized in a region of extent  $l_{\omega} \ll L$  in the vicinity of the anchoring point. For  $z > l_{\omega}$  the bending waves in both the  $(x, z)$  and  $(y, z)$  planes are damped and the filament has collapsed on the rotation axis. The force produced by the wrapped filament is comparable to the one induced by the rotation of a rigid helix of length, pitch and radius  $l_{\omega}$ , which increases like  $\omega l_{\omega}^2$ . It then follows from dimensional analysis that  $F_z \sim F_e Sp^{1/2}$  in this high  $Sp$  limit. Note that this last scaling argument holds beyond the small deformations approximation.

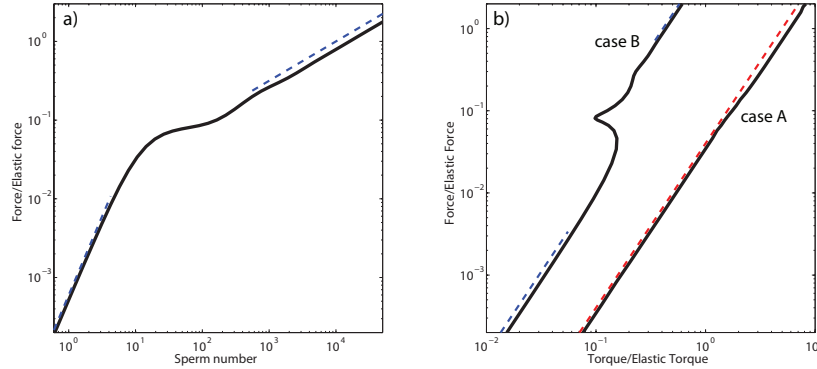


Fig. 2.8: (a) Propulsive force normalized by the elastic force as a function of  $Sp$ . The force is computed as described in the text. Solid line : theoretical prediction from the linear model. Dashed lines : asymptotic scaling behaviors :  $Sp^2$  and  $Sp^{1/2}$  in the low and high  $Sp$  limits respectively. (b) Normalized propulsive force  $F_z/F_e$  versus normalized transverse torque  $T_{xy}/T_e$  (case A) and versus normalized axial torque  $T_z/T_e$  (case B), where the torques are computed from Eq. 2.17. Solid lines : theoretical predictions from the linear model. Dashed line for case A : quadratic power law. Dashed lines for case B : asymptotic scaling behaviors :  $T_z^2$  in both the low and high  $T_z$  limits.

### Torque controlled actuation : discontinuous dynamic transition

We have here characterized the propulsive force corresponding to a given beating pulsation, independently of the actuation mechanism at the rod end. We now investigate two specific forcings where imposed external torques drive the filament. We show that major differences arise in the force-torque constitutive relation as well as in the filament kinematics.

The two actuations modes we consider (referred to here as A and B) are sketched in figure 2.6. Case A : The rotation of the tangent vector at the anchoring point around the  $z$  axis results from the simultaneous periodic oscillations of two transverse torques ( $T_x$  and  $T_y$ ) aligned along the  $x$  and  $y$  axis, see figure 2.6a. For sake of simplicity we only consider the case where the two torques have the same amplitude and a  $\pi/2$  phase shift :  $T_x = T_{xy} \cos(\omega t)$  and  $T_y = T_{xy} \sin(\omega t)$ .  $T_x$  and  $T_y$  alone would induce the propagation of planar deformations along the filament. Case B : The rotation is induced by a constant torque  $T_z$  in the  $z$  direction applied to a crankshaft which sets the angle between the tangent vector and the rotation axis, see figure 2.6b.

Whatever the actuation mode, the external torque applied on the filament balances the local viscous torque integrated along the filament :

$$\mathbf{T} = - \int \mathbf{r} \times \mathbf{f}_v dz, \quad (2.17)$$

where the viscous force is defined in Eq. 2.13. We now establish the constitutive relations between the propulsive force  $F_z$  and the external torque amplitudes parametrized by the angular velocity  $\omega$ . More precisely, we computed the torques  $T_{xy}(\omega)$  or  $T_z(\omega)$  required to rotate the filament at a given  $\omega$ , knowing the filament shape from Eqs. 2.15 and 2.16 and using Eqs. 2.13 and 2.17.

Before entering into a more detailed description, we can anticipate the asymptotic behaviors common to the two actuation modes. In the low  $Sp$  (low speed) limit the filament is barely deformed. The torque  $\mathbf{T}$  is then simply the one needed to rotate a tilted rigid rod in a viscous fluid and both  $T_{xy}$  and  $T_z$  scale as  $\eta_{\perp} \omega L^3 \sim Sp$ . In the other limit, large  $Sp$ , only a portion of length  $l_{\omega}$  deviates from the  $z$  axis, on a distance of order  $l_{\omega}$  as well, and contributes to the viscous torque. As a consequence the rigid body rotation of such filaments collapsed on the  $z$ -axis induces torques of typical amplitude  $\eta_{\perp} \omega l_{\omega}^3 \sim Sp^{1/4}$  in the three directions. Combining these predictions with the asymptotic scalings for  $F_z$ , we infer that the axial force increases quadratically with the imposed torque amplitude whatever the actuation mode (A or B) both in the small and large torques limits :  $F_z \sim T_{xy}^2$  for case A, and  $F_z \sim T_z^2$  for case B. However, plotting the full constitutive relations, we uncover a major difference between the apparently similar actuation mechanisms, figure 2.8b. Again, torques are systematically normalized by the elastic torque  $T_e = \kappa/L$ . Case A : As expected the axial force is a monotonically increasing function of  $T_{xy}$  as in the case of a 2D beating. More surprisingly the constitutive relation is very well approximated by a single quadratic function for all  $Sp$ . Case B : Oppositely, this second actuation mode reveals a counter intuitive response to the axial torque. Indeed for intermediate torques (corresponding to intermediate sperm numbers)  $F_z$  decreases with  $T_z$ . This decreasing branch is unstable and would lead in practice to hysteretic jumps in the axial force upon torque cycling. This result is in good agreement with the Brownian dynamics simulations of Manghi *et al.* [32]. We wish to underline that this phenomenon is intrinsically related to the *non-linear* interplay between the *linear* elasticity and the *linear* viscous flow. In the case of rotating rigid chiral structures the linearity of the Stokes equa-

tion implies that the axial force should increase linearly with the applied torque whatever the detailed shape of the objects.

From a design perspective, two specificities of such a flexible propeller are worth mentioning at this point. Firstly, the overall quadratic increase of the force with the actuation torque means that the range of available forces is wider when the chirality of the rotating body is induced by the fluid-structure interaction. Secondly, it follows from the constitutive relations that these two actuation modes obviously offer very different propulsion strategies. Case A mode, which requires two independent rotational actuators, provides very robust forces with respect to the torque fluctuations. Conversely, to vary its propulsive force over a wide dynamical range, a swimmer using a case B actuation only needs slight modulations of its control torque.

### 2.3.3 Experiments : Shape and force transitions

To better understand the counter intuitive response of the elastic filament to an external axial torque (case B), we performed a rotation speed-controlled experiment on macroscopic flexible filaments. Firstly, our measurements allowed us to assess the validity of the predictions in the presence of long-range hydrodynamic coupling and geometrical non linearities. Secondly, the quantitative characterization of the filament profiles shed some light on the discontinuity in the torque-force relation.

#### Experimental setup

As already described in [28], we used an elastomeric filament attached to an electric motor, immersed in pure glycerin. The filament was made by filling a glass capillary tube with a 1 :1 mixture of polyvinylsiloxane polymer and curing agent. Iron carbonyl particles were added to the polymer solution in order to match the density of the glycerin. The curing is thermally activated and occurs within minutes at room temperature. The glass capillary was then broken in order to retrieve an elastomeric rod of radius  $a = 435 \mu\text{m}$ . Young's modulus of the charged filament was measured by dynamical mechanical analysis :  $E = 0.7 \text{ Mpa}$ . The filament was then immersed in the glycerin tank (measuring  $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$ ). The shear viscosity  $\eta = 1 \text{ Pa.s}$  was measured with a controlled stress rheometer in a cone-plane geometry prior to each experiment, and exhibited no change due to pressure or hygroscopic variations. The motor,

placed on top of the tank, could deliver discrete rotation speeds ranging from 0.01 to 10 rpm, through a gearbox, yielding Sperm numbers varying over five decades (from  $10^{-1}$  to  $10^4$ ). The elastic filament was attached to the motor axis, so as to be fully immersed in the glycerin, with an angle  $\psi = 15^\circ$  between the filament at rest and the vertical rotation axis. Importantly, in order to keep the anchoring condition unchanged for all experiments, the length of the filament,  $L$ , was varied from 10 to 2 cm by successively cutting the filament attached to the motor axis. The high viscosity of the fluid allowed us to remain in low Reynolds number conditions ( $Re < 10^{-2}$ ) throughout the range of lengths and speeds available.

The filament first goes through a transient regime, which lasts up to about 1h for the longest filament. It then reaches, as expected, a stationary shape which undergoes rigid-body rotation. We here focus our attention only on the steady-state regime. Typical pictures are displayed in figure 2.9. To obtain the experimental shapes, a mirror was positioned with a  $45^\circ$  angle from the side of the tank, allowing us to take pictures of the filament projected simultaneously in two perpendicular planes with a single 6 MPixels digital camera (Nikon D70). We used a correlation algorithm to extract the coordinates from these pictures, thus determining the experimental profile with submillimeter precision.

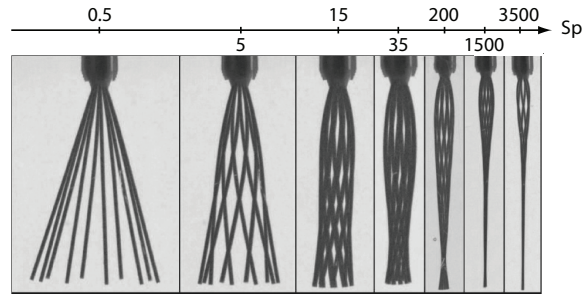


Fig. 2.9: Evolution of the filament shape as a function of  $Sp$ . Each picture is a superposition of snapshots taken over one rotation period, with a constant time interval. As  $Sp$  increases, the filament wraps itself around and collapses on the rotation axis.

### Force and shape transitions

For all accessible Sperm numbers, we have computed the axial forces and torques  $F_z$  and  $T_z$  from quantitative image analysis, using Eqs. 2.13, 2.17



and  $\mathbf{v}(z) = \omega r(z)\mathbf{e}_\theta$  for the local filament velocity. We compare in figure 2.10 our measurements to the theoretical prediction for the variations of  $F_z$  with  $T_z$ . This prediction is in qualitative agreement with the experimental data. However, we further conformed our model to the experimental data by taking into account the slight eccentricity of the anchoring point with respect to the rotation axis,  $r(0) \equiv \delta_o = 2$  mm, see the pictures in figure 2.9. The agreement between the new prediction and the experimental data is then quantitative up to  $Sp \sim 300$  and still very good for larger values of  $Sp$  (thick line in figure 2.10). This excellent agreement demonstrates that both the long range hydrodynamic interactions and the geometrical non linearities only weakly affect the propulsive force-torque characteristics. Note that for non zero eccentricities the asymptotic behaviors for the axial force and torque are changed in the large  $Sp$  limit, as another length scale,  $\delta_o$ , is introduced. When  $l_\omega$  becomes lower than  $\delta_o$ , the transverse characteristic length of the helix becomes of order  $\delta_o$ . As a consequence, the force and torque scale as  $F_z \sim \eta\omega l_\omega \delta_o \sim Sp^{3/4}$  and  $T_z \sim \eta\omega l_\omega \delta_o^2 \sim Sp^{3/4}$ . Remarkably, we also found that high eccentricities kill the unstable branch in the force-torque relation [69], see force-torque characteristics plotted for different values of  $\delta_o$  in figure 2.10. This strong dependence on the boundary conditions was quite unexpected, and prevents us from providing a simple qualitative explanation for the existence of a first order transition in the force response.

We now come to a more detailed description of the shape transition underlying this force-torque constitutive relation. As depicted in figure 2.9, for  $Sp < 10$ , the filament remains almost straight. For intermediate Sperm numbers,  $Sp \sim 10$ , the filament is increasingly bent by the viscous flow, and it continuously wraps itself around the axis of rotation as  $Sp$  increases. Finally, above  $Sp \sim 500$  the rod has completely collapsed on the axis but for a small fraction of the filament, below the anchoring point, which keeps its helical shape. To better characterize the collapse and the wrapping of the filament on the  $z$ -axis, we display in figure 2.11 the evolution of the distance to the axis of the rod free end normalized by the rod length,  $\delta = r(L)/L$ , and of the wrapping angle,  $\delta\theta = \theta(L) - \theta(0)$  (see figure 2.7 for the definition of  $\theta$ ).

$\delta$  decreases monotonically as  $Sp$  increases. At low Sperm numbers, the bending of the filament mostly occurs in the flow direction and  $\delta$  weakly deviates from  $\sin \psi$ . Indeed only chiral rods can experience forces pointing towards the rotation axis when undergoing a rigid body rotation, due to the symmetries of the Stokes equation upon time and parity

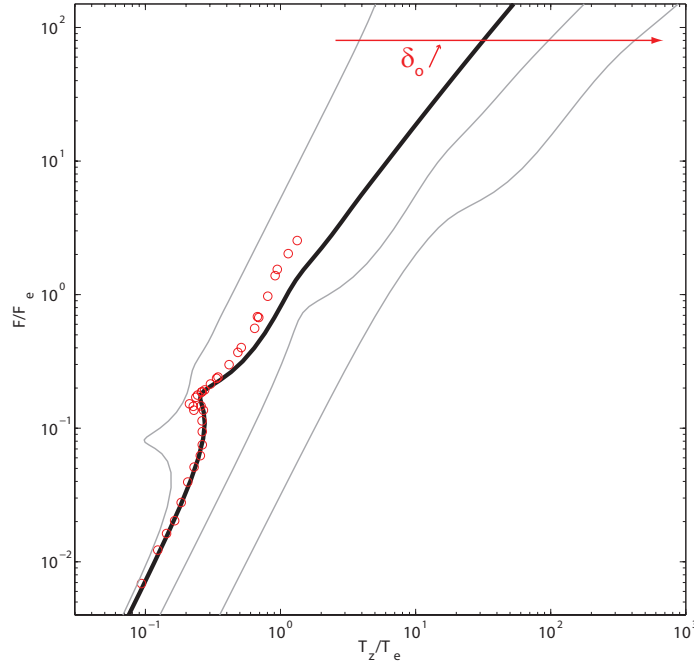


Fig. 2.10: Normalized propulsive force  $F_z/F_e$  versus normalized axial torque  $T_z/T_e$  (case B). Thick solid line : theoretical prediction from the linear model with boundary condition  $\delta_o = 2$  mm. Thin solid lines : theoretical predictions from the linear model with boundary conditions :  $\delta_o = 0$ ,  $\delta_o = 10$  mm and  $\delta_o = 40$  mm, from left to right. Circles : experimental data. Note that, for small eccentricities,  $F_z$  can experience an amplification by a factor of two when  $T_z$  jumps from the low-speed to the high-speed stable branch. More surprisingly, the propulsive force is lowered by almost a decade when the torque jumps from the high-speed to the low-speed stable branch.

transformations. As a consequence, whereas the orthoradial deformations scale as  $Sp$ , the bending amplitude in the radial direction must scale as  $Sp^2$ , which yields  $\delta = \sin \psi - O(Sp^2)$  in the low  $Sp$  limit. For large Sperm numbers, the bending waves propagating along the filament are damped exponentially. Thus  $\delta$  also decays exponentially to zero. It is important to notice that the inflexion between these two asymptotic behaviors occurs at  $Sp \sim 20$ , which corresponds to the onset of the unstable branch in the  $(T_z, F_z)$  constitutive relation.

The wrapping around the rotation axis increases monotonically with  $Sp$ . In the low  $Sp$  limit, the linear variations of the orthoradial bending deformations yield a linear increase of  $\Delta\theta$  with  $Sp$ . Again, at  $Sp \sim 20$ ,

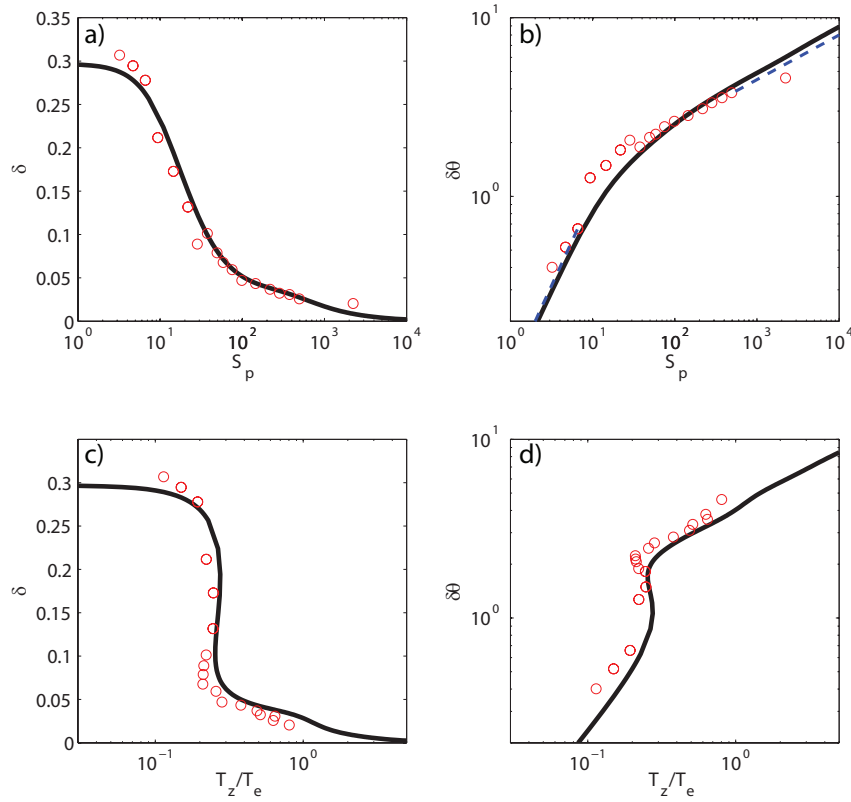


Fig. 2.11: (a) Distance to the axis at the rod end,  $\delta = r(L)/L$ , as a function of  $Sp$ . (b) Wrapping angle  $\delta\theta$  as a function of  $Sp$ . (c)  $\delta$  as a function of the normalized actuation torque  $T_z/T_e$ . (d)  $\delta\theta$  as a function of  $T_z/T_e$ . Solid lines : theoretical predictions from the linear model with boundary condition  $\delta_o = 2$  mm. Circles : experimental data. Dashed lines in (b) : asymptotic scaling behaviors :  $\delta\theta \sim Sp$  and  $\delta\theta \sim Sp^{1/4}$  in the low and high  $Sp$  limits respectively.

this linear variation crosses over to another power law regime. In this high  $Sp$  limit, we observe that  $\delta\theta$  is well approximated by  $Sp^{1/4}$ .

The variations of  $\delta$  and of  $\delta\theta$  as a function of the axial torque are presented in figures 2.11c and 2.11d. These two characteristics display an unstable branch, which would imply a discontinuous shape transition in a torque-driven experiment. When  $T_z$  exceeds the first "critical" torque above which the rod dynamics becomes unstable the distance to the axis is lowered by more than 75 percent. The variations of the wrapping angle

are even more spectacular : the discontinuous winding of the filament corresponds to a jump of about  $70^\circ$  around the rotation axis.

### 2.3.4 Conclusion

In this paper, we have studied theoretically and experimentally the periodic motion of a flexible filament immersed in a viscous fluid. We paid special attention to the non linear force-torque relation resulting from the interplay between the linear elasticity of the rod and the linear Stokes flow. We have shown that the characteristics of the propulsive force strongly depends on the actuation mode for a torque-driven beating. In particular, in the case of an axial crankshafting actuation, we have identified and characterized a discontinuous transition in the filament shape resulting in a significant amplification/reduction of the propulsive force for minute variations of the imposed torque. This jump in the force would allow a microswimmer or a micropump to achieve strong accelerations without having to provide significant changes in the actuation mechanism.

### Acknowledgements

This work has been partly supported by a BQR ESPCI and a DGA-CNRS fellowship.

## 2.4 Une touche d'excentricité

Nous avons déjà vu que l'allure de la caractéristique force/couple est très affectée par les paramètres d'ancrage, figure 2.10 : à  $\theta$  donné, l'augmentation de  $\delta_o$  tue progressivement la branche instable. Cette section revient plus en détails sur l'influence des conditions d'ancrage du filament. Les expériences ayant toutes été réalisées à inclinaison et excentricité constantes ( $\theta = 15^\circ$ ,  $\delta_o = 2$  mm), les résultats présentés ici sont essentiellement numériques.

### 2.4.1 Cas limites : un seul paramètre est non nul

Rappelons d'abord que le cas ( $\delta_o = 0, \theta = 0$ ) n'est pas correctement décrit par notre modèle simple, car la torsion n'est alors pas négligeable. La dynamique d'un filament flexible initialement aligné avec son axe de rotation est complexe et en cours d'étude [70, 71, 72]. Les deux limites considérées ici correspondent au schéma de la figure 2.5.

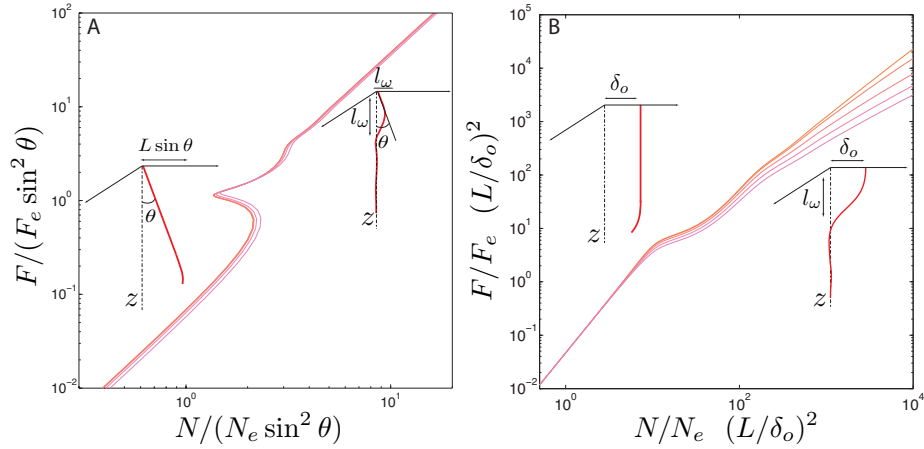


Fig. 2.12: Caractéristique force/couple dans le cas où l'un des deux paramètres d'ancrage est nul. **A** :  $\delta_o = 0$ .  $\theta = 1, 2, 5, 10, 15^\circ$ . **B** :  $\theta = 0$ .  $\delta_o = 1, 5, 10, 15$  mm.

Si  $\delta_o = 0$  et  $\theta \neq 0$ , les deux seules longueurs caractéristiques du problème sont  $L$  et  $l_\omega$ . On considère ici le filament comme une hélice de rayon  $R$ , où  $R$  correspond à la "longueur caractéristique transverse" du profil du filament, perpendiculairement à l'axe  $z$ . Cette longueur est d'ordre  $R \sim L \sin \theta$  à basse fréquence, et  $R \sim l_\omega$  à haute fréquence. Par ailleurs, le pas de l'hélice,  $\lambda$ , et sa longueur  $L_h$  contribuant à la force propulsive sont tous deux d'ordre  $L$  à basse fréquence et  $l_\omega$  à haute fréquence. L'expression de la force propulsive,  $F \sim \omega \eta_\perp R^2 L_h / \lambda$  (introduite Eq. 2.7), se simplifie donc en :

$$\begin{aligned} F &\sim \omega \eta_\perp L^2 \sin^2 \theta && \text{à basse fréquence} \\ F &\sim \omega \eta_\perp l_\omega^2 \sin^2 \theta && \text{à haute fréquence.} \end{aligned}$$

En fonction des nombres sans dimension du problème, la force s'écrit :

$$F = F_e f(Sp, \sin \theta, (\delta_o/L)) \quad (2.18)$$

soit ici  $F \sim F_e \sin^2 \theta f'(Sp)$ , où  $f$  et  $f'$  sont des fonctions indéterminées. Il en va de même pour le couple,  $N \sim \omega \eta_\perp R^2 L_h \propto \sin^2 \theta$  dans les deux limites. Il est donc pertinent de normaliser la force et le couple par, respectivement,  $F_e \sin^2 \theta$  et  $N_e \sin^2 \theta$ , figure 2.12A. On peut constater sur cette figure que les caractéristiques force/couple pour différentes valeurs de  $\theta$  ont toutes la même allure (en particulier, l'aire du cycle d'hystérésis est constante), et se superposent bien avec cette normalisation. Remarquons que ce raisonnement n'est valable que pour les valeurs

de  $\theta$  inférieures à  $\sim 25^\circ$ ; la dépendance en  $\theta$  n'est pas aussi simple sur toute la gamme d'inclinaisons (de  $0$  à  $90^\circ$ ).

Si par contre  $\delta_o \neq 0$  et  $\theta = 0$ , la longueur caractéristique transverse est  $\delta_o$  à basse comme à haute fréquence. Le même raisonnement indique que la force propulsive et le couple suivant  $z$  doivent varier comme  $\delta_o^2$ , figure 2.12B. Il faut remarquer que la caractéristique force/couple n'a pas de branche instable dans ce cas.

### 2.4.2 Situations intermédiaires

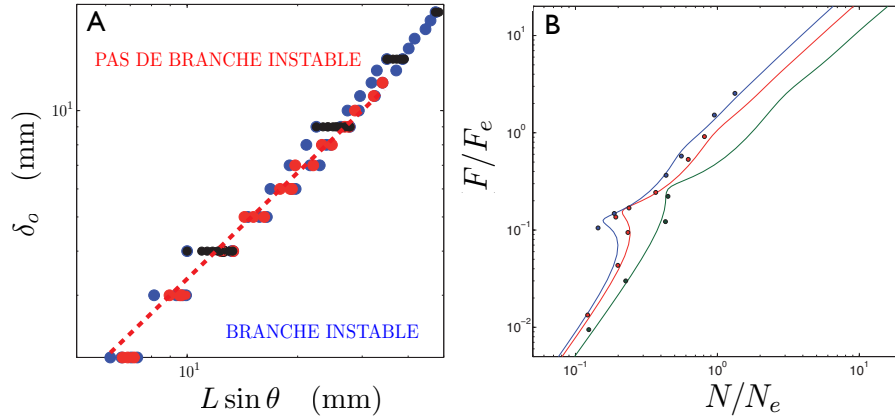


Fig. 2.13: **A** Valeurs de  $\delta_o$  en fonction de  $L \sin \theta$  à la limite d'existence de la branche instable. Bleu : frontière du domaine  $(\delta_o, \theta)$  pour différentes valeurs de  $L$ . Rouge : frontière du domaine  $(\delta_o, L)$  pour différentes valeurs de  $\theta$ . Noir : frontière du domaine  $(L, \theta)$  pour différentes valeurs de  $\delta_o$ . La dispersion des données est due à la discrétisation des paramètres lors du calcul. La ligne pointillée rouge a une pente de 1. **B** : Evolution de la caractéristique force-couple avec la longueur du filament.  $\theta = 15^\circ$ ,  $\delta_o = 2\text{mm}$ . Symboles : données expérimentales. Lignes : prédiction numérique. Bleu :  $L = 96$  mm, rouge :  $L = 52$  mm, vert :  $L = 21$  mm..

Lorsque  $\delta_o \neq 0$  et  $\theta \neq 0$ , l'allure de la caractéristique force/couple est intermédiaire entre les deux limites représentées figure 2.12, voir la figure 2.10. Les observations précédentes laissent penser que la longueur caractéristique transverse du filament est un paramètre déterminant pour l'allure de ces courbes. A haute fréquence, cette longueur est toujours d'ordre  $\delta_o$ , et le régime asymptotique est atteint d'autant plus vite que  $\delta_o$  est grand. Par contre, à basse fréquence, la longueur caractéristique

transverse doit être choisie entre  $L \sin \theta$  et  $\delta_o$ , qui sont du même ordre pour des excentricités et des inclinaisons faibles : ici  $L \sin \theta \sim 10$  mm pour  $\theta = 15^\circ$  et  $L = 40$   $\mu\text{m}$ , à comparer à  $\delta_o = 2$  mm. Nos expériences (et les calculs effectués autour de ce point de fonctionnement) se situent donc dans le cross-over entre les deux cas limites  $\delta_o \ll L \sin \theta$  et  $\delta_o \gg L \sin \theta$ . En faisant varier numériquement les valeurs de  $L$ ,  $\theta$  et  $\delta_o$ , nous avons pu vérifier que le critère d'existence d'une branche instable est bien  $\delta_o < L \sin \theta$ , figure 2.13A. Lorsque la longueur transverse est imposée par l'excentricité, la caractéristique force/couple ne présente pas de branche instable.

La première implication de cette remarque est que la dynamique du filament dépend de  $L$ , à  $\theta$  et  $\delta_o$  donnés. Effectivement, les courbes correspondant à des séries d'expériences effectuées avec des longueurs différentes sont légèrement décalées (figure 2.13B). Dans l'étude précédente, nous avons attribué cette variation à de l'erreur expérimentale, et moyenné ces données. De même, la courbe numérique avait été calculée pour une valeur de  $L$  constante. En effet, rien dans l'étude théorique, conduite pour  $\delta_o = 0$ , ne laissait présager cette dépendance en  $L$ . Nous pouvons maintenant être plus précis : la figure 2.13B présente ces mêmes données expérimentales, et le résultat des calculs effectués pour des longueurs correspondant aux valeurs expérimentales : on peut constater l'excellent accord entre la théorie et l'expérience.

### 2.4.3 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale et théorique de la dynamique d'un filament flexible en rotation dans un fluide visqueux. Le filament élastique est initialement droit et incliné par rapport à son axe de rotation. Lorsque la fréquence de rotation augmente, il adopte une forme hélicoïdale, résultat de l'équilibre entre les forces élastique et hydrodynamique qu'il subit. Cette hélicité induite par l'interaction fluide/structure génère une force propulsive dans la direction de l'axe de rotation.

Selon les conditions d'ancrage, cette transition morphologique peut être associée à une branche instable dans la relation force/couple. L'inclinaison du filament,  $\theta$ , favorise l'apparition de la branche instable, tandis que l'excentricité du point d'ancrage par rapport à l'axe de rotation,  $\delta_o$ , la tue. Le critère d'existence de cette branche instable semble être que

le rayon de l'hélice formée par le filament soit fixé par son inclinaison plutôt que son excentricité : elle existe si  $L \sin \theta > \delta_o$ .

Alors que nous terminions ce travail, fin 2008, nous avons appris qu'un autre groupe conduisait une étude très similaire au même moment [27].



## Rotational dynamics of a soft filament: Wrapping transition and propulsive forces

N. Coq, O. du Roure, J. Marthelot, D. Bartolo, and M. Fermigier

Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes, ESPCI Paristech, CNRS UMR 7636, Université Pierre et Marie Curie-Université Denis Diderot, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris, France

(Received 6 February 2008; accepted 20 March 2008; published online 8 May 2008)

We experimentally analyze the shape of a long elastic filament rotating in a viscous liquid. We identify a continuous but sharp transition from a straight to an helical shape, resulting from the competition between viscous stresses and elastic forces. This induced helicity generates a propulsive force along the axis of rotation. In addition, we show that the shape transition is associated with an unstable branch in the force-torque relation, confirming the numerical predictions of Manghi *et al.* [Phys. Rev. Lett. **96**, 068101 (2006)]. A linearized model of the fluid-structure interaction is proposed to account for all the features of the nonlinear filament dynamics. © 2008 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.2909603]

Many cells use the beating of elastic filaments to swim or to pump fluids.<sup>1</sup> Prominent examples are the swimming of sperm cells which propel themselves by exciting propagative deformations along a single flagellum,<sup>2</sup> and the pumping of liquid by the helical motion of cilia on embryo nodal cells.<sup>3</sup> Since the pioneering work of Taylor in the early 1950s, the observation of these fascinating biological machines has inspired numerous studies on the fluid-structure interaction of flexible filaments with viscous flows. Moreover, recent advances in the construction of complex colloidal assembly<sup>4,5</sup> and in the coupling of biological machines to artificial microstructures<sup>6</sup> should allow man-made swimmers to catch up with microorganisms. A promising example has already been proposed by Dreyfus *et al.*, who have quantitatively studied the propulsion of the first artificial flexible microswimmer.<sup>7</sup> So far, special attention has been paid to the thrust produced by the periodic and planar oscillations of an isolated flagellum.<sup>7–12</sup> However, in the last two years, a set of numerical and theoretical works<sup>13,14</sup> has been devoted to another propulsion mechanism: The rotation of a single tilted flexible rod.

In this letter, we present an experimental realization of this system. We show that increasing the angular velocity  $\omega$ , the filament undergoes a sharp but continuous shape transition from a linear to an helical shape tightly wrapped around the rotation axis. We show that this collapse of the flexible rod is solely ruled by the interplay between the elastic forces and the viscous drag acting on it. The relation between the filament shape, the axial force, and the rotation torque acting on the filament is investigated using a high resolution imaging method and is described quantitatively, thanks to a simple model of the fluid-structure interaction. We also give an experimental evidence that a torque-controlled rotation should lead to strongly nonlinear and unstable filament dynamics.<sup>13</sup> We rotate a flexible filament immersed in a transparent Plexiglas tank (dimensions of  $20 \times 20 \times 20$  cm<sup>3</sup>) filled with pure glycerin. The shear viscosity  $\eta$  of the glycerin has been systematically measured prior to each experiment. We did not measure any change due to possible tem-

perature or hygroscopic variations:  $\eta = 1$  Pa s. The filaments are made of a low modulus polyvinylsiloxane elastomer. Glass capillary tubes are filled with a mixture of polymer and curing agent containing dispersed iron carbonyl particles intended to match the density of glycerin. Once the polymer is cured, we obtain a cylindrical elastic rod with radius of  $a = 435$   $\mu$ m and length  $L$  from 2 to 10 cm. Young's modulus  $E = 0.7$  MPa of each rod was measured by dynamical mechanical analysis. The filaments are then attached to the axis of an electric motor, delivering a discrete set of rotation speeds ranging from 0.01 to 10 rpm through a gear box. In all our experiments, the motor axis and the filament at rest make an angle  $\theta$  of  $15^\circ$ . We simultaneously take pictures of the rotating filaments in two perpendicular directions with a 6 Mpixel digital camera (Nikon D70). Eventually, we use a

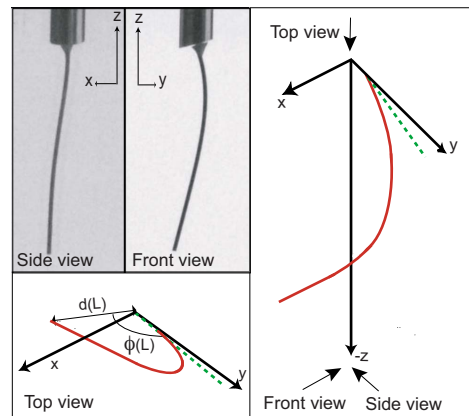


FIG. 1. (Color online) (Top left) Front and side views of a rotating filament. (Right) Reconstructed 3D shape of the filament (solid line) and slope at the anchoring point (dashed line). (Bottom left) Projection of the filament shape in the  $(x, y)$  plane (solid line) and slope at the anchoring point (dashed line).

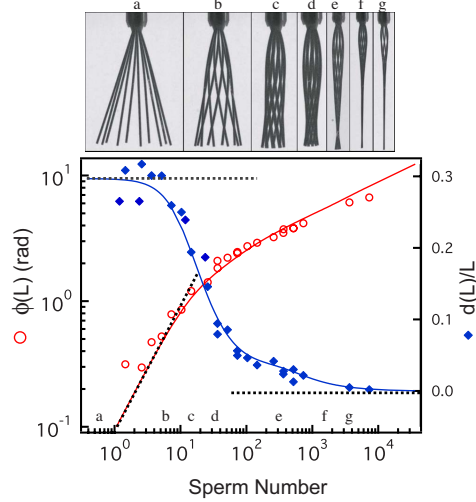


FIG. 2. (Color online) Polar angle in the  $(x, y)$  plane (circles) and distance to the axis (diamonds) of the free end of the filament as a function of the dimensionless angular velocity  $Sp$ . Solid lines are solutions of the linearized deformation equation. Dashed lines are analytical solution in the low and high  $Sp$  limits (see main text). On top are the corresponding shapes of the rotating filament (superimposed pictures at different times).

correlation algorithm to detect the coordinates of the two corresponding projected profiles, which allows for the determination of the full three dimensional (3D) shape of the distorted rods with a submillimeter accuracy (see Fig. 1). After a transient regime, the rotating filament reaches a stationary shape and undergoes a rigid body rotation. The shortest rods are hardly deformed by the viscous flow even when the rotation speed is increased by three orders of magnitude. They rapidly adopt a slightly chiral shape close to the initial straight and tilted conformation. The rods with intermediate lengths display a continuous but sharp transition from an almost straight to an helical shape when increasing the angular velocity (see Fig. 2). The longest rods are significantly bent by the viscous drag; after a long transient regime ( $\sim 1$  h), they are tightly wrapped around the rotation axis even at the slowest rotation speed. In all that follows, we restrain our attention only to the final stationary shapes.

To go beyond the above qualitative observations, the dimensionless distance to the rotation axis,  $d(L)/L$  and the polar angle  $\phi(L)$  of the rod end are plotted in Fig. 2 as a function of the nondimensional rotation speed  $Sp \equiv \omega \eta_{\perp} L^4 / \kappa$ .  $Sp$  is commonly referred to as the sperm number; it compares the period of angular rotation to the elasto-viscous relaxation time  $\tau = \eta_{\perp} L^4 / \kappa$ , of the bending mode of wavelength  $L$ ,<sup>9,15</sup> where  $\kappa = \pi E a^4 / 4$  is the bending modulus of the filament and  $\eta_{\perp}$  is the drag coefficient for normal motion. First of all, it is worth noticing that all of the experimental data collapse on the same master curve, which implies that the deformation of the rods results from the competition between viscous and elastic forces. This is consistent

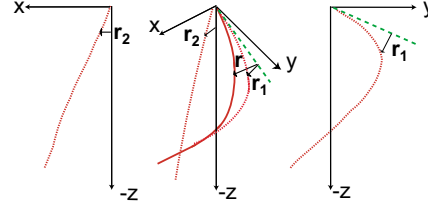


FIG. 3. (Color online) Sketch of the filament deformations in the  $(x, z)$  and  $(y, z)$  planes illustrating the definition of the displacement field  $\mathbf{r}(s) = [r_1(s), r_2(s)]$ . (Solid lines) Filament shape in 3D. (Dashed lines) Undeformed filament. (Dotted lines) Projections of the filament on the  $(x, z)$  and  $(y, z)$  planes.

with the highest Reynolds numbers that we have measured:  $Re \sim 10^{-2}$ . Below this value, inertial effects are negligible.

At low  $Sp$ , the polar angle  $\phi(L)$  increases linearly with  $\omega$ , whereas  $d(L)/L$  remains constant over more than two decades. Above  $Sp \approx 10$ , the variation of the polar angle becomes much weaker. Conversely, the distance to the rotation axis drops down to a very small value. Surprisingly, a quantitative description of this wrapping transition can be performed, ignoring both geometrical nonlinearities and long-range hydrodynamic coupling. To determine the filament shape, we compute the elastic and the viscous forces acting on the flexible rod. Using a local drag description, the viscous force is

$$\mathbf{f}_v = (\eta_{\parallel} - \eta_{\perp})(\mathbf{t} \cdot \mathbf{v})\mathbf{t} + \eta_{\perp}\mathbf{v},$$

with  $\mathbf{t}$  as the tangent vector and  $\eta_{\perp} = 4\pi\eta/[\log(L/a) + \frac{1}{2}]$  and  $\eta_{\parallel} = 2\pi\eta/[\log(L/a) - \frac{1}{2}]$  as the drag coefficients in the slender body approximation.<sup>16</sup> The elastic force  $\mathbf{f}_e$  is derived from the bending energy functional that is written within the small deformation approximation  $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int \kappa (\partial_s^2 \mathbf{r})^2 ds$ , with  $s$  as the curvilinear coordinate.  $\mathbf{r}(s) = [r_1(s), r_2(s)]$  is the displacement field normal to the undeformed filament (see Fig. 3). Ignoring the incompressibility constraint, which would only add extra nonlinear contributions to the linearized elastic force,  $\mathbf{f}_e = -\kappa \partial_s^4 \mathbf{r}$ , the filament shape can then be exactly computed by solving the force balance equation  $\mathbf{f}_e = -\mathbf{f}_v$  in the frame rotating at  $\omega$  around the  $z$  axis. By introducing the penetration length of the bending modes  $l(\omega) \equiv [\kappa / (\eta_{\perp} \omega \cos \theta)]^{1/4}$ , this equation can be written in the compact form

$$l^4(\omega) \partial_s^4 r_1 = -r_2 - s \tan \theta, \quad (1)$$

$$l^4(\omega) \partial_s^4 r_2 = r_1, \quad (2)$$

with the torque and force free conditions at  $s=L$ :  $\partial_s^2 \mathbf{r}(L) = \partial_s^3 \mathbf{r}(L) = 0$  and the geometrical constraints on the rotation axis:  $\mathbf{r}(0) = \partial_s \mathbf{r}(0) = 0$ . The excellent agreement between the theoretical and the measured geometrical parameters plotted in Fig. 2 demonstrates that this simplified approach correctly captures the main features of the filament dynamics. Although this linear equation can be analytically solved, the form of the exact solution is so complex that it is not really insightful. We rather detail here the two asymptotic regimes

$Sp \sim [L/l(\omega)]^4 \ll 1$  and  $Sp \sim [L/l(\omega)]^4 \gg 1$  corresponding to almost straight and tightly wrapped rods, respectively. In the limit of large  $l(\omega)$  (low speeds), the solution of the two above equations is

$$r_1 = -\frac{L \tan \theta}{120} Sp [20(s/L)^2 - (10s/L)^3 + (s/L)^5], \quad (3)$$

$$r_2 = \mathcal{O}(Sp^2). \quad (4)$$

It then follows that the rotation mostly bends the filament in the flow direction; the distance  $d(L)$  is thus expected to remain constant at low speed. Conversely, since the filament responds linearly to the viscous flow, the wrapping angle  $\phi \sim r_1(L)/(L \sin \theta)$  increases linearly with  $Sp$ :  $\phi = (11/120)Sp$ . These two predictions thus correctly capture the main features of two experimental observations reported in Fig. 2. In the limit of small  $l(\omega)$  (high speeds), Eqs. (1) and (2) reduce to  $r_2(s) = -s \tan \theta$  and  $r_1 = 0$ . This immediately tells us that the filament is now completely aligned along the rotation axis in this high speed regime. More precisely, the flow induces a strong bending of the filament but the curvature is only localized in a region of length  $l(\omega)$  near the anchoring point on the  $z$  axis. This explains the surprising collapse seen in our experimental pictures (see Fig. 2). Our second main objective is now to assess the impact of this rotation-induced wrapping on the (propulsive) axial force  $F$  created by the flow and on the torque required to enforce the stationary rotation.

We first focus our attention on the variation of the axial force in an angular velocity-controlled experiment. Our accurate filament detection algorithm enables us to measure axial force  $F = \int \mathbf{f}_v(s) \cdot \mathbf{e}_z ds$  values as low as 3 nN. Contrary to what would be observed with a rigid filament, we systematically measure a nonzero axial force. Moreover, the direction of the force is independent of the sign of the angular velocity. This can be understood by looking at the symmetry of the deformed filaments. A positive (negative)  $\omega$  induces left-(right-) handed helical stationary deformations to the initially straight flexible rods. Besides, it is well known that a left-(right-) handed chiral object rotating in the clockwise (anti-clockwise) direction experiences an upward (downward) viscous force. We can thus anticipate that the axial force  $F$  should increase quadratically with  $\omega$  at least in the low  $Sp$  limit. Dimensional analysis then implies that  $F$  should scale as  $F_e Sp^2$ , where we define the elastic force  $F_e \equiv \kappa/L^2$ . To go beyond this scaling prediction, we can compute the total force knowing the filament shape in the low  $Sp$  limit, thanks to our simplified linear model [Eq. (3)],

$$F = \left(1 - \frac{\eta_{\parallel}}{\eta_{\perp}}\right) \frac{\sin^2 \theta \cos \theta F_e}{18} Sp^2 + \mathcal{O}(Sp^3). \quad (5)$$

This expression is in excellent agreement with our experimental findings for sperm numbers smaller than 10 (see Fig. 4). This figure shows that  $F$  continuously increases with the dimensionless angular speed and reveals a second power-law regime in the other asymptotic limit. For  $Sp > 10$ , the force scales as  $F \sim F_e Sp^{1/2}$ . We notice that the crossover between the two power-law behaviors occurs in the narrow range of

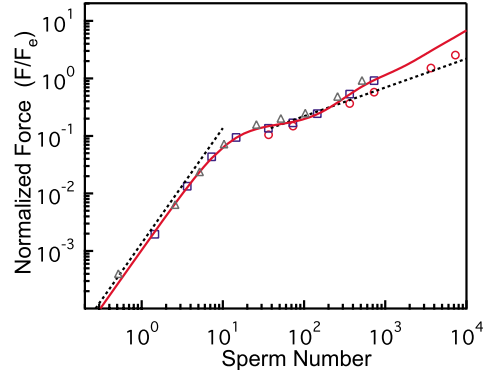


FIG. 4. (Color online) Propulsive force normalized by the elastic force as a function of  $Sp$  for three different filament lengths ( $\Delta$ :  $L=48$  mm,  $\square$ :  $L=52.5$  mm,  $\circ$ :  $L=96$  mm). (Dotted lines) Theoretical predictions in the low and high  $Sp$  limits given by Eq. (5) and  $(F/F_e \sim Sp^{1/2})$ , respectively. (Solid line) Force computed from the solutions of Eqs. (1) and (2).

$Sp$ , where the filament starts bending toward the  $z$  axis.

Besides, we have shown that the elastic deformations of the filament are localized over a length  $l(\omega)$  in the tightly wrapped conformations. Hence, a simple scaling analysis predicts that the axial force experienced by the filament should scale as  $F \sim \eta \omega l^2(\omega)$ , or equivalently,  $F/F_e \sim Sp^{1/2}$ , which is observed in Fig. 4.

We now come to our last and important results. We have also systematically computed the viscous torque,  $T$ , acting on the flexible rods, from the 3D shape reconstruction:  $T = \int [\mathbf{f}_v \cdot \mathbf{e}_z] d(s) ds$ , with  $d(s)$  as the distance from the  $z$  axis. In the stationary state, the measured viscous torque is equal to the torque delivered by the motor. Hence, we can deduce the evolution of the axial force in a torque-driven experiment from this measured torque. The axial force normalized by the elastic force is plotted versus  $T/T_e$  in Fig. 5, with the elastic torque  $T_e \equiv \kappa/L$ . Contrary to what is observed for the force-velocity relation, the axial force is a nonmonotonic function of the applied torque. We stress on the surprising decrease in the force with  $T$  for  $T \sim 0.2T_e$ . This counterintuitive behavior is actually observed for sperm numbers for which the filament collapses on the  $z$  axis. A decreasing branch in the torque-force diagram implies that a torque-driven filament would undergo a discontinuous structural transition. This confirms the results of Manghi *et al.*, who predicted a similar transition at  $(T/T_e) \sim \sin \theta \sim 0.25$  in Stokesian numerical simulations.<sup>13</sup> Eventually, we also emphasize the remarkable robustness of our simple modeling in accounting for the fluid-structure interaction. This *linear* model yields again an excellent prediction of these strongly *nonlinear* variations of the force with the driving torque (Fig. 5).

From a design perspective, the self-induced helicity of an elastic flagellum could be an efficient strategy to drive artificial swimmers. On the one hand, operating at a constant rotational speed ensures a very stable swimming speed. On the other hand, choosing a working point close to the discon-

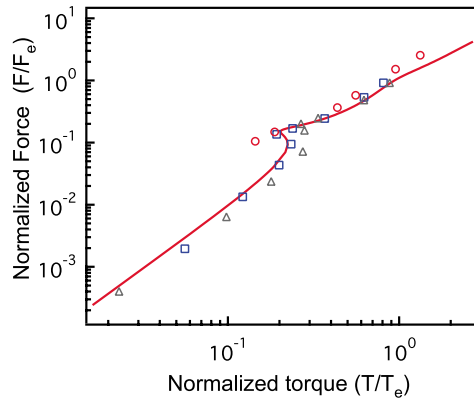


FIG. 5. (Color online) Normalized propulsive force vs normalized torque for three different filament lengths ( $\Delta$ :  $L=48$  mm,  $\square$ :  $L=52.5$  mm,  $\circ$ :  $L=96$  mm). (Solid line) Force-torque relation obtained according to our linearized model.

tinuous shape transition would allow for strong accelerations triggered by a slight variation of the torque command. An interesting issue that goes beyond the scope of this letter deals with the efficiency of such a propulsive mechanism, both in the pumping and the swimming regimes.<sup>17</sup>

While we were completing this work, we became aware of a very similar study from Qian *et al.*<sup>18</sup>

H. Stone and R. Netz are gratefully acknowledged for stimulating discussions. We thank N. Champagne, E. Laïk, and L. Gani for help with the experiments. N. Coq is supported by a DGA-CNRS grant.

- <sup>1</sup>D. Bray, *Cell Movements: From Molecules to Motility* (Garland, New York, 2001).
- <sup>2</sup>S. Camalet, F. Jülicher, and J. Prost, "Self-organized beating and swimming of internally driven filaments," *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1590 (1999).
- <sup>3</sup>N. Hirokawa, Y. Tanaka, Y. Okada, and S. Takeda, "Nodal flow and the generation of left-right asymmetry," *Cell* **125**, 33 (2006).
- <sup>4</sup>V. N. Manoharan, M. T. Elsesser, and D. J. Pine, "Dense packing and symmetry in small clusters of microspheres," *Science* **301**, 483 (2003).
- <sup>5</sup>C. Goubault, P. Jop, M. Fermigier, J. Baudry, E. Bertrand, and J. Bibette, "Flexible magnetic filaments as micromechanical sensors," *Phys. Rev. Lett.* **91**, 260802 (2003).
- <sup>6</sup>A. W. Feinberg, A. Feigel, S. S. Shevkoplyas, S. Sheehy, G. M. Whitesides, and K. K. Parker, "Muscular thin films for building actuators and powering devices," *Science* **317**, 1366 (2007).
- <sup>7</sup>R. Dreyfus, J. Baudry, M. L. Roper, M. Fermigier, H. A. Stone, and J. Bibette, "Microscopic artificial swimmers," *Nature (London)* **437**, 862 (2005).
- <sup>8</sup>G. I. Taylor, "Analysis of the swimming of microscopic organisms," *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **209**, 447 (1951).
- <sup>9</sup>E. Lauga, "Floppy swimming: Viscous locomotion of actuated elastica," *Phys. Rev. E* **75**, 041916 (2007).
- <sup>10</sup>M. Kim, J. C. Bird, A. J. Van Parys, K. S. Breuer, and T. R. Powers, "A macroscopic scale model of bacterial flagellar bundling," *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **100**, 15481 (2003).
- <sup>11</sup>C. H. Wiggins, D. Riveline, A. Ott, and R. E. Goldstein, "Trapping and wiggling: Elastohydrodynamics of driven microfilaments," *Biophys. J.* **74**, 1043 (1998).
- <sup>12</sup>T. S. Yu, E. Lauga, and A. E. Hosoi, "Experimental investigations of elastic tail propulsion at low Reynolds number," *Phys. Fluids* **18**, 091701 (2006).
- <sup>13</sup>M. Manghi, X. Schlagbergerand, and R. Netz, "Propulsion with a rotating elastic nanorod," *Phys. Rev. Lett.* **96**, 068101 (2006).
- <sup>14</sup>A. Vilfan and F. Jülicher, "Hydrodynamic flow patterns and synchronization of beating cilia," *Phys. Rev. Lett.* **96**, 058102 (2006).
- <sup>15</sup>C. H. Wiggins and R. E. Goldstein, "Flexive and propulsive dynamics of elastica at low Reynolds number," *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3879 (1998).
- <sup>16</sup>G. K. Batchelor, "Slender-body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow," *J. Fluid Mech.* **44**, 419 (1970).
- <sup>17</sup>O. Raz and J. E. Avron, "Swimming, pumping, and gliding at low Reynolds numbers," *New J. Phys.* **9**, 437 (2007).
- <sup>18</sup>B. Qian, T. Powers, and K. Breuer, "Shape transition and propulsive force of an elastic rod rotating in a viscous fluid," *Phys. Rev. Lett.* **100**, 078101 (2008).



# Chapitre 3

## Microfilaments magnétiques : dispositif expérimental

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>61</b>
<b>3.2</b>	<b>Filaments autoassemblés : état de l'art</b> .....	<b>64</b>
3.2.1	Fabrication des microfilaments magnétiques .....	64
3.2.2	Actuation des filaments magnétiques.....	67
3.2.3	Quelques remarques techniques avant d'aller plus loin ...	69
<b>3.3</b>	<b>Puce microfluidique : apports de la microfabrication</b> ..	<b>71</b>
3.3.1	Organisation des filaments magnétiques .....	71
3.3.2	Contrôle des écoulements.....	74
<b>3.4</b>	<b>Protocole de fabrication des réseaux</b> .....	<b>78</b>
<b>3.5</b>	<b>Traitement d'image</b> .....	<b>82</b>
<b>3.6</b>	<b>Conclusion et pistes d'améliorations futures</b> .....	<b>85</b>

---



### 3.1 Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, la motivation initiale de ce travail était d'étudier à terme les interactions entre plusieurs nageurs. Il faut pour cela miniaturiser l'expérience, et choisir un système d'actuation qui permette de manipuler un grand nombre d'objets. Nous avons opté pour l'actuation magnétique. Elle se prête en effet bien au contrôle d'objets micrométriques : il n'est pas difficile de générer un champ magnétique homogène sur une surface de quelques millimètres carrés, taille de la cellule d'étude. Comme il est plus facile d'observer des pompes attachées que des nageurs mobiles, nous avons choisi de fabriquer un réseau de cils artificiels, dans la continuité de la thèse d'Avin Babataheri au laboratoire [73]. Ces cils artificiels doivent réunir quatre propriétés :

1. Un grand rapport d'aspect : pour les cils naturels, ce rapport est d'ordre 100
2. Une flexibilité ajustable
3. Une organisation spatiale contrôlée, pour contrôler les interactions hydrodynamiques
4. Une possibilité d'actuation.

Deux approches opposées sont possibles pour fabriquer des réseaux de microcils artificiels, déformables et actionnables. La première, utilisée dans la grande majorité des réalisations expérimentales actuelles, est la microfabrication directe (*top-down*) de structures polymériques, fonctionnalisées ou non. Je ne m'attarderai pas ici sur les procédés impliquant plusieurs étapes de lithographie classique (notamment de lift-off et dissolution de couches sacrificielles, ou de gravure sur silicium [58, 59, 57, 62]), déjà évoqués au chapitre 1. Ces étapes sont complexes, coûteuses, et conduisent dans la plupart des exemples cités à la fabrication d'un petit nombre de structures bidimensionnelles (la largeur des "cils" est de l'ordre de leur longueur, voir figure 3.1A). Souvent plus simples à mettre en oeuvre, des techniques dites de "lithographie douce" permettent la création d'un plus grand nombre de structures, typiquement des réseaux de micropiliers [54, 56, 55]. Le principe général est de couler dans un réseau de puits ou de pores servant de moule le polymère qui formera les cils artificiels. Après réticulation, ce polymère est démoulé ou le moule dissout, et les structures obtenues peuvent être intégrées à une chambre microfluidique. Parmi les trois exemples cités, deux réussissent à obtenir de grands rapports d'aspect. Pokroy *et al.* se concentrent sur la fabrication de moules de géométrie très bien contrôlée, et réalisent des réseaux



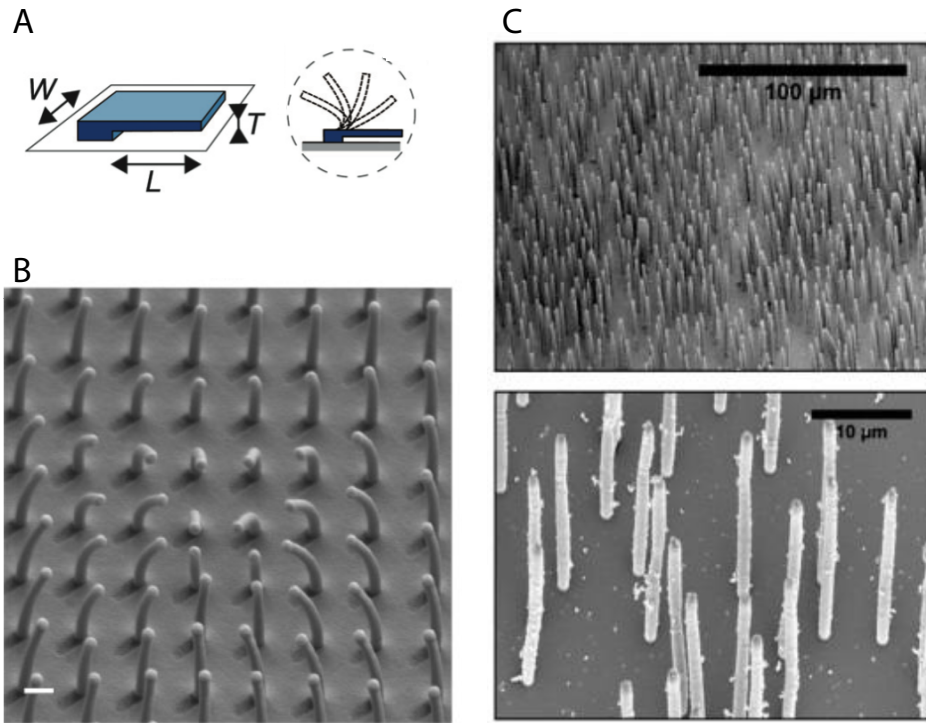


Fig. 3.1: Exemples récents de cils artificiels microfabriqués. **A** : Flaps magnétiques de Fahrni *et al.* [57].  $W \sim 100 \mu\text{m}$ ,  $L \sim 300 \mu\text{m}$  et  $T \sim 15 \mu\text{m}$ . **B** : Micropiliers de Pokroy *et al.* [55]. Les piliers sont déformés sous l'effet d'un faisceau d'électrons. Le trait d'échelle indique  $2 \mu\text{m}$ . **C** : Images SEM des filaments magnétiques de Evans *et al.* [56].

de cils d'époxy de flexibilité variable, non fonctionnalisés [55], figure 3.1B. À l'inverse, Evans *et al.* moulent un matériau composite magnétique, mélange de PDMS et de ferrofluide, dans des membranes de polycarbonate qui sont ensuite dissoutes [56]. Ils obtiennent ainsi des réseaux de géométrie très irrégulière, mais de filaments actionnables (voir figure 3.1C), qu'ils manipulent au moyen d'un gradient de champ magnétique. Une combinaison de ces deux procédés pourrait être envisagée pour fabriquer des filaments à la fois actionnables et bien organisés. Cependant, le pourcentage de ferrofluide dans les filaments élastomériques d'Evans *et al.* est très faible ( $\sim 4\%$  en volume), et un champ magnétique fort est nécessaire pour les actionner (de l'ordre de quelques centaines de mT). De plus, l'obtention de structures très souples et à grand rapport d'aspect

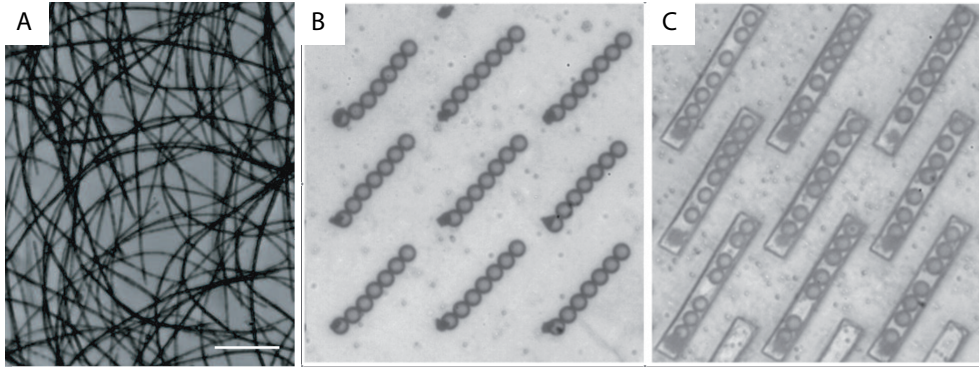


Fig. 3.2: Filaments magnétiques autoassemblés. **A** : Filaments superparamagnétiques flexibles ("fleximags"), Babataheri *et al.* [25]. La barre d'échelle indique  $50\mu\text{m}$ , les filaments ont un diamètre de  $750\text{ nm}$ . **B** et **C** : Cils artificiels non permanents, Vilfan *et al.* [60]. Les colloïdes ont un diamètre de  $4,4\ \mu\text{m}$ . Sur B), ils sont assemblés individuellement par pinces optiques. Sur C), les chaînes sont formées dans des tranchées microfabriquées. Les filaments sont organisés au moyen de plots de nickel.

par lithographie douce est un réel défi technique, et ces deux derniers exemples en atteignent les limites actuelles.

La seconde approche, l'autoassemblage de constituants élémentaires (*bottom-up*), est celle qui sera privilégiée ici. La formation de chaînes de colloïdes superparamagnétiques, rendues permanentes par un agent pontant, est en effet bien maîtrisée à l'ESPCI depuis les thèses de Cécile Goubault, Rémi Dreyfus et Avin Babataheri [74, 75, 73]. Cette méthode de fabrication est relativement plus simple, puisque la construction et l'actuation des filaments sont effectuées dans le même dispositif expérimental. Ces structures autoassemblées possèdent en outre un rapport d'aspect extrêmement grand, jusqu'à  $\sim 10^3$  (figure 3.2A), et leur flexibilité est ajustable par le choix de l'agent pontant les colloïdes. De tels filaments ont pu être utilisés par le passé comme détecteurs biologiques [74], ou encore comme capteurs de forces [75]. Ils ont surtout permis la réalisation d'un des premiers, et sans doute toujours le plus cité, micronageur artificiel [13]. Au PMMH, Avin Babataheri a ensuite consacré sa thèse à l'étude du battement de tels microfilaments magnétiques ancrés à la surface d'un capillaire [73]. Babataheri *et al.* se sont essentiellement penchés sur la dynamique de filaments isolés. En effet, à l'inverse des techniques de microfabrication directe, la difficulté principale de l'autoassemblage est l'organisation des filaments en réseau de géométrie contrôlée. Le travail technique réalisé au cours de cette thèse a donc eu pour but de

combiner les avantages de l'autoassemblage et de la microfabrication directe, afin d'arriver à construire des réseaux de filaments qui soient à la fois actionnables, flexibles, de grand rapport d'aspect, et d'organisation maîtrisée.

Il faut ici remarquer que, contemporanément à ce travail de thèse, Vilfan *et al.* ont aussi réalisé des réseaux de cils artificiels assemblés à partir de colloïdes superparamagnétiques [60], figure 3.2B,C. Il s'agit dans leur cas de filaments non permanents et courts, dont la longueur est contrôlée au moyen de pinces optiques ou de tranchées microfabriquées dans le canal d'étude. Leur organisation spatiale est guidée par des plots de nickel magnétiques. Signalons par ailleurs un travail récent portant sur la fabrication de filaments *ferromagnétiques* permanents, assemblés en groupes très irréguliers, et qui n'a pour l'instant pas donné lieu à des études hydrodynamiques [61]. Enfin, une dernière publication vient de paraître, utilisant aussi l'autoassemblage de particules ferromagnétiques, manipulées à l'air libre [64].

Dans ce chapitre, je présente les techniques expérimentales utilisées pour la fabrication, l'organisation en réseau et l'actuation des microfilaments magnétiques.

## 3.2 Filaments autoassemblés : état de l'art

### 3.2.1 Fabrication des microfilaments magnétiques

Les microfilaments utilisés dans ces expériences sont constitués de colloïdes magnétiques autoassemblés en chaînes, et reliés entre eux par un polymère. La fabrication de ces chaînes suit un protocole expérimental établi par Goubault *et al.* [74]. Les colloïdes superparamagnétiques ont été fournis par la société Ademtech. Ce sont des colloïdes V2G, de rayon  $a = 375$  nm et de susceptibilité  $\chi = 1,3$ . Ils sont dispersés dans une solution aqueuse de NP10 (un surfactant non ionique, le Nonyl Phénol Ethoxylate) à 0,1% en masse. Cette solution mère de colloïdes a pour fraction volumique  $\Phi = 2,5\%$ .

Lorsqu'un champ magnétique homogène est appliqué à la solution de colloïdes, ceux-ci s'alignent en chaînes sous l'effet des interactions dipolaires. En effet, chaque particule acquiert un moment magnétique  $\mathbf{m} = V\chi\mathbf{B}$ , où  $V$  est le volume d'une particule et  $\mathbf{B}$  le champ magnétique

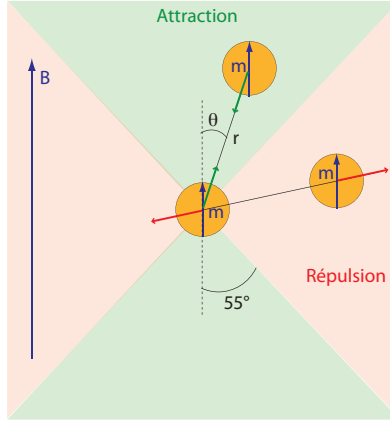


Fig. 3.3: Représentation schématique de l'interaction dipolaire entre deux particules d'aimantation  $\mathbf{m}$ , séparées d'une distance  $r$  et inclinées d'un angle  $\theta$  par rapport au champ. Si  $\theta < \arccos(1/\sqrt{3}) \sim 55^\circ$ , l'interaction est attractive.

externe. L'énergie magnétique d'interaction dipolaire entre deux colloïdes séparés d'une distance  $r$  s'écrit :

$$E_m = \frac{\mu_o m^2}{4\pi} \left[ \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{r^3} \right] \quad (3.1)$$

où  $\mu_o$  est la perméabilité magnétique du vide, et  $\theta$  est l'angle entre la direction du champ et l'axe de la paire de particules (voir la figure 3.3). Cette énergie est minimale lorsque la paire de particules est alignée parallèlement au champ. De plus, si  $\theta < \arccos(1/\sqrt{3})$ , l'interaction magnétique est attractive : les paires de particules faiblement inclinées par rapport au champ s'agrègent. A l'inverse, si  $\theta > \arccos(1/\sqrt{3})$ , les interactions deviennent répulsives. En milieu confiné, les colloïdes s'organisent donc en chaînes parallèles au champ, qui s'allongent jusqu'à atteindre la hauteur du canal, et se repoussent latéralement. Ce mode de fabrication permet d'obtenir des mono chaînes comportant peu de défauts, lorsque la fraction volumique en colloïdes est suffisamment basse [73].

Cependant, les chaînes ainsi formées ne sont pas permanentes : en l'absence de champ magnétique, les particules paramagnétiques perdent leur aimantation et sont redispersées par l'agitation thermique. Plusieurs méthodes ont été étudiées pour ponter irréversiblement les colloïdes entre eux. La plupart utilisent les systèmes clé-serrure biologiques classiques (biotine/streptavidine, brins d'ADN complémentaires, antigène/anticorps [76, 77, 13, 74]). Nous choisissons ici de lier les colloïdes

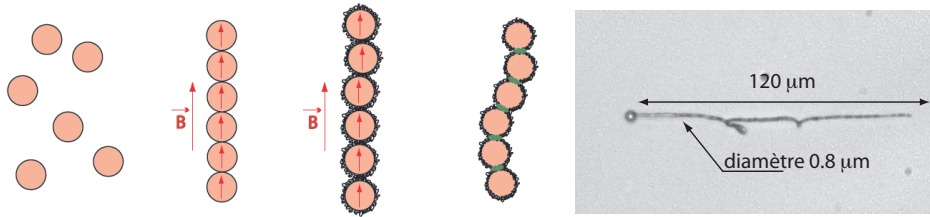


Fig. 3.4: Fabrication des filaments magnétiques permanents. Les colloïdes s'agrègent en mono chaînes sous l'effet des interactions dipolaires. Des ponts de polymère (en vert) les relient irréversiblement. Ces structures sont très flexibles : à droite, photographie d'un filament magnétique ayant formé des plectonèmes en cours de manipulation.

par des molécules de polymère adsorbées à leur surface [74, 78]. Ce type de pontage ne se forme qu'à partir d'une valeur seuil de champ magnétique. En effet, la distance entre colloïdes voisins au sein d'une chaîne dépend de l'intensité du champ. Lorsque cette intensité est suffisamment élevée (en pratique, au dessus de 15mT), les particules sont si proches que les chaînes de polymère adsorbées à la surface des colloïdes sont chassées de l'espace inter-colloïdes sous l'effet de la pression osmotique. Les molécules de PAA se désorbent et se réorganisent, pontant les particules entre elles [79].

Le polymère utilisé est de l'acide polyacrylique, ou PAA, de masse molaire 250 000. Les colloïdes magnétiques sont suspendus dans une solution aqueuse de PAA à 0,1% et de NP10 à 0,1%. La concentration de PAA a été choisie de façon à ne pas déstabiliser les colloïdes aux fractions volumiques utilisées [74]. La fraction volumique en colloïdes magnétiques dans la solution de polymère dépend de la densité du réseau à construire : moins la géométrie désirée est dense, plus la fraction volumique peut être basse. La fabrication des filaments magnétiques permanents est représentée figure 3.4.

Les filaments obtenus par cette méthode peuvent atteindre de très grands rapports d'aspect. En effet, leur longueur n'est limitée que par la hauteur disponible dans la chambre où ils sont formés, et par la fraction volumique en colloïdes. Elle peut varier sans effort technique de quelques dizaines à plusieurs centaines de microns. Leur largeur, quant à elle, correspond au diamètre des colloïdes, soit 750 nm. Les filaments étudiés par Avin Babataheri atteignaient ainsi typiquement des rapports d'aspect supérieurs à 200. Au cours de cette thèse, nous avons utilisé des filaments

de longueur variant de 20 à 120  $\mu\text{m}$ , soit des rapports d'aspect de 25 à 160. Ces filaments sont aussi très flexibles : leur module de courbure, mesuré expérimentalement, vaut  $\kappa \sim 10^{-23} \text{J.m}$  [74]. Cette valeur est à comparer avec celles des cils microfabriqués cités dans l'introduction de ce chapitre. Les piliers d'époxy bien ordonnés de Pokroy *et al.* plafonnent à un rapport d'aspect de 64, pour un module de courbure variant de  $10^{-20}$  à  $10^{-17} \text{J.m}$ . Les filaments d' Evans *et al.*, quant à eux, atteignent un rapport d'aspect de 125 pour un module de courbure supérieur à  $10^{-20} \text{J.m}$ , soit mille fois plus élevé que pour les filaments autoassemblés.

### 3.2.2 Actuation des filaments magnétiques

L'actuation des microfilaments se fait au moyen d'un champ magnétique homogène, et repose sur les interactions dipolaires le long de la chaîne de colloïdes. L'orientation des moments magnétiques  $\mathbf{m}$  n'est pas solidaire de la structure physique des colloïdes, aussi  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{B}$  sont toujours alignés. Pour minimiser son énergie dipolaire (Eq. 3.1), la chaîne de colloïdes doit s'aligner avec le champ magnétique, comme schématisé figure 3.5A. Le filament subit un couple magnétique réparti sur toute sa longueur.

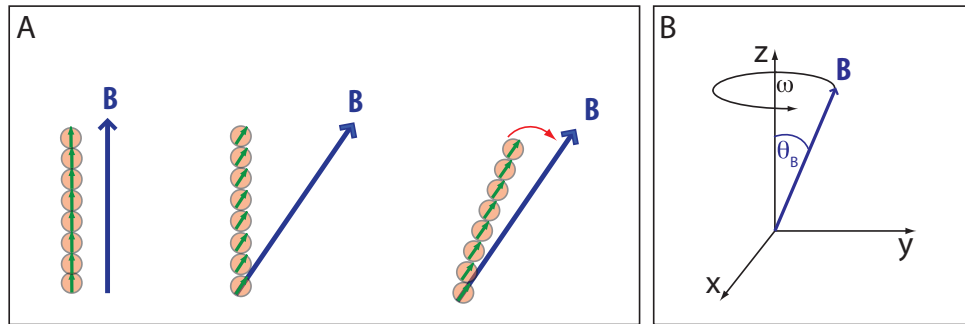


Fig. 3.5: Actuation magnétique. **A** : Principe de l'actuation : les interactions dipolaires entre colloïdes le long de la chaîne induisent un couple magnétique réparti sur la longueur du filament. Celui-ci s'aligne avec le champ. **B** : Principal type d'actuation utilisé : champ magnétique en précession autour de l'axe vertical, incliné d'un angle  $\theta_B$ .

Le champ magnétique homogène nécessaire à la fabrication et à l'actuation des filaments est obtenu au moyen d'un ensemble de bobines, montées sur la platine d'un microscope inversé (Nikon TU2000). Deux

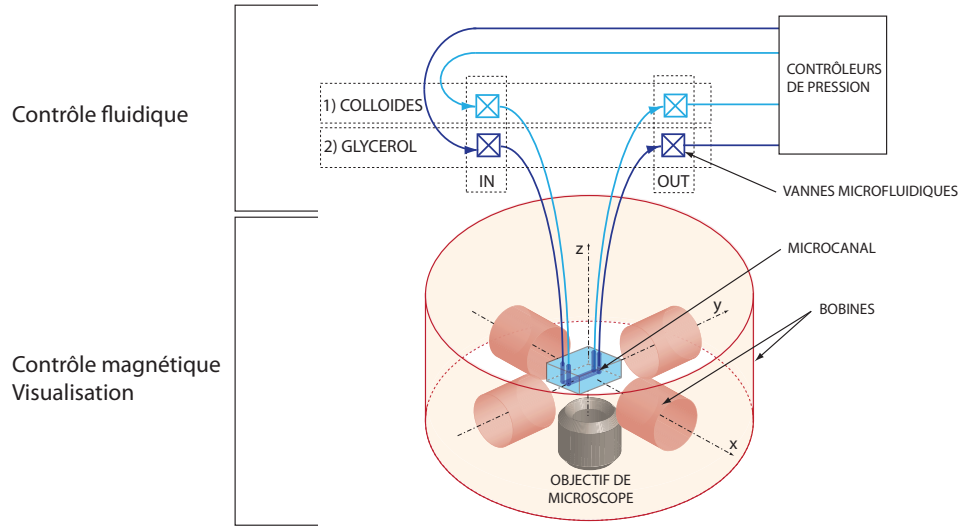


Fig. 3.6: Dispositif expérimental. Le canal microfluidique d'étude est placé au centre de bobines perpendiculaires, qui génèrent un champ magnétique tridimensionnel homogène. L'ensemble est monté sur la platine d'un microscope inversé. Le contrôle des écoulements sera détaillé section 3.3.2.

paires de bobines symétriques sont placées perpendiculairement dans le plan horizontal, au centre d'une grande bobine verticale dont l'axe est aligné avec l'axe optique (voir la figure 3.6). La platine du microscope a été modifiée pour permettre au porte-échantillon de se placer précisément au centre des bobines, où le champ magnétique est le plus homogène. Les bobines sont alimentées par des amplificateurs de puissance utilisés comme générateurs de courant (BOP Kepco), délivrant jusqu'à 2A aux bobines horizontales et 6A à la bobine verticale. Ces valeurs correspondent à des intensités maximales de champ transverse de 10 mT, et verticale de 25 mT. Les générateurs de courant sont pilotés par des signaux de tension de forme arbitraire au moyen d'une carte de conversion analogique/numérique (National Instruments) commandée par Labview. Nous avons utilisé essentiellement des champs magnétiques en précession autour de l'axe vertical, superposition de deux composantes sinusoïdales en quadrature dans le plan horizontal, et d'une composante verticale continue. L'inclinaison  $\theta_B$ , définie figure 3.5B, varie de  $10^\circ$  à  $85^\circ$ , indépendamment de l'intensité du champ.

Le mouvement des filaments est enregistré par une caméra CCD Sony (XCD-SX910), travaillant à des fréquences d'acquisition de 15 ou 30



images/s, selon la résolution spatiale. La phase du champ au cours du temps est calculée à partir de la tension aux bornes des générateurs de courant, après étalonnage. Cette valeur de tension instantanée est codée sur six pixels dans le coin de chaque image. L'évolution du champ est ensuite reconstituée à partir du film grâce à une routine écrite en java (ImageJ). La fréquence de coupure des bobines ( $f_c = R/2\pi L$ , où  $R$  est la résistance du circuit, et  $L$  l'inductance des bobines) se situe au-delà de 20 Hz, c'est à dire bien au-dessus de notre plage de fréquences d'actuation, comprise entre 0,05 Hz et 10 Hz. Il n'y a donc pas de déphasage entre le champ magnétique et la tension mesurée à l'entrée des bobines.

Ce dispositif expérimental et les programmes informatiques associés ont été mis en place au cours de la thèse d'Avin Babataheri au laboratoire [73].

### 3.2.3 Quelques remarques techniques avant d'aller plus loin

Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.1, les filaments formés par autoassemblage permettent d'atteindre des rapports d'aspects supérieurs à ceux des cils artificiels microfabriqués. Leur flexibilité est aussi plus grande de plusieurs ordres de grandeur. Par contre, leur organisation spatiale est plus difficile à contrôler.

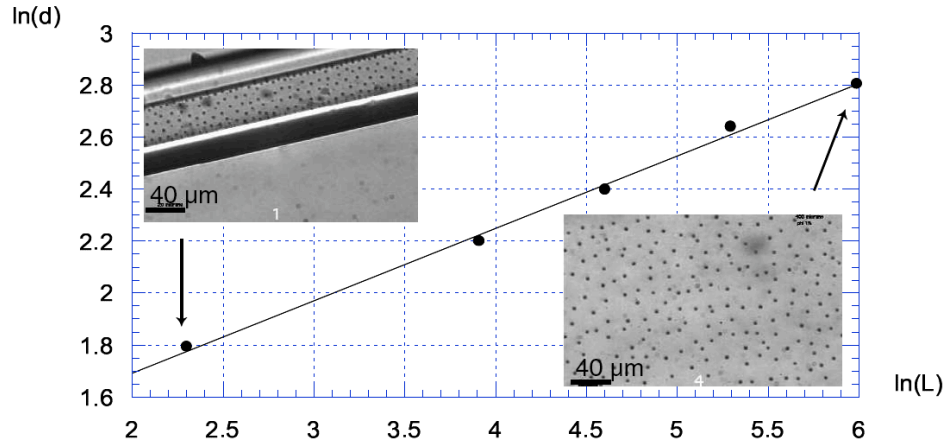


Fig. 3.7: Organisation spontanée en réseau hexagonal. Dépendance du pas de réseau  $d$  avec la hauteur du capillaire  $L$ . Ces points s'ajustent par une droite d'équation  $\ln d = 1.13 + 0.29 \ln L$ . Les clichés correspondent à  $L = 10$  et  $400 \mu\text{m}$ . Cette figure est tirée de la thèse de Cécile Goubault [74].



Lors de leur formation en milieu confiné (typiquement un capillaire scellé), les filaments magnétiques s'organisent spontanément en réseaux hexagonaux, sous l'effet des interactions répulsives entre chaînes voisines. Le pas du réseau,  $d$  varie avec la longueur des filaments,  $L$  (donc la hauteur du capillaire), selon une loi  $d \sim L^{1/3}$ . Cette dépendance est présentée figure 3.7. On peut remarquer sur cette figure que les réseaux ainsi formés sont d'autant moins réguliers que les filaments sont moins confinés. Bien que simple à obtenir, ce type d'organisation ne convient pas à l'étude d'interactions hydrodynamiques entre filaments, pour laquelle il faut pouvoir découpler la distance entre les filaments de leur longueur. Par ailleurs, l'organisation spontanée ne donne accès qu'à des géométries hexagonales, qui plus est assez irrégulières.

Il faut ajouter à ces problèmes d'organisation spatiale la difficulté à ancrer les filaments à la surface du canal d'étude. Les expériences de Babataheri *et al.* ont été effectuées dans des capillaires de verre, et l'ancrage des filaments y était réalisé au moyen de couches successives de polyélectrolytes déposées sur les parois. Les filaments s'ancraient sous l'effet de leur poids sur la dernière couche, constituée par adsorption du PAA en solution [73]. Les couches de polyélectrolytes n'étant pas homogènes, l'ancrage était très irrégulier et ne permettait pas de conserver le réseau hexagonal spontané. Enfin, le mauvais contrôle des flux résiduels et du rinçage en capillaire s'est avéré particulièrement critique, rendant la mise en place de l'expérience fastidieuse.

Les enjeux techniques de cette thèse étaient donc, premièrement, de mettre au point un système d'ancrage robuste, qui puisse guider l'organisation des filaments selon une géométrie choisie. Ensuite, il s'agissait d'obtenir un contrôle fin des écoulements, pour simplifier la fabrication et la manipulation de ces filaments. Pour cela, nous avons recouru à des techniques de lithographie douce. La combinaison de l'autoassemblage des filaments et de la microfabrication d'une puce microfluidique adaptée nous a permis d'allier les avantages des deux approches.

## 3.3 Puce microfluidique : apports de la microfabrication

### 3.3.1 Organisation des filaments magnétiques

#### Principe général

Les microfilaments magnétiques sont fabriqués puis manipulés dans un canal microfluidique : leur organisation spatiale peut être guidée par des motifs magnétiques situés sur la surface inférieure de ce canal. Lors de l'application du champ magnétique, des chaînes colloïdales se forment dans tout le canal, et notamment au-dessus des sites magnétiques. Une étape de rinçage sous champ permet ensuite d'éliminer les filaments excédentaires, non ancrés. Plusieurs solutions ont été testées au laboratoire pour créer de tels guides magnétiques, comme le *microcontact printing* de gouttelettes de ferrofluide, ou la réticulation UV de blocs de polymère emprisonnant des chaînes magnétiques [73]. Ces méthodes, trop peu performantes, ont été abandonnées au profit d'une technique développée par Malaquin *et al.* [80]. Les surfaces magnétiques utilisées au cours de cette thèse ont été réalisées à l'Institut Curie, avec l'aide de François-Damien Delapierre et Laurent Malaquin (laboratoire PCC). L'idée générale est de fabriquer une surface comportant des petits puits organisés selon la géométrie souhaitée, dans lesquels sont déposées des particules magnétiques de taille légèrement inférieure à celle des puits. Ces particules constituent ensuite les sites d'ancrage magnétique (figure 3.8).

#### Fabrication d'une surface à motifs magnétiques

La surface de départ est obtenue par une technique de lithographie douce standard en microfluidique. Un moule comportant le négatif des puits (donc des plots) est réalisé par illumination à travers un masque, puis développement, d'une couche de résine photosensible déposée sur un wafer de silicium. Cette étape est la seule coûteuse de toute la fabrication de la puce : la très petite taille des motifs, quelques  $\mu\text{m}$ , impose l'utilisation d'un masque en chrome. Un moulage en PDMS (Polydiméthylsiloxane, Sylgard 184) de cette lithographie initiale présente des puits de taille et d'organisation imposée par le masque. Cette surface est schématisée en haut de la figure 3.8A. Dans nos expériences, les puits sont de section carrée et mesurent  $6 \mu\text{m}$  de côté et  $3 \mu\text{m}$  de haut, pour des colloïdes magnétiques de  $3,5 \mu\text{m}$  de diamètre (Dynabeads, fonctionnalisées aux anticorps IgG de souris). Une goutte contenant les colloïdes en solution dans un mélange de surfactants est entraînée sur la surface de

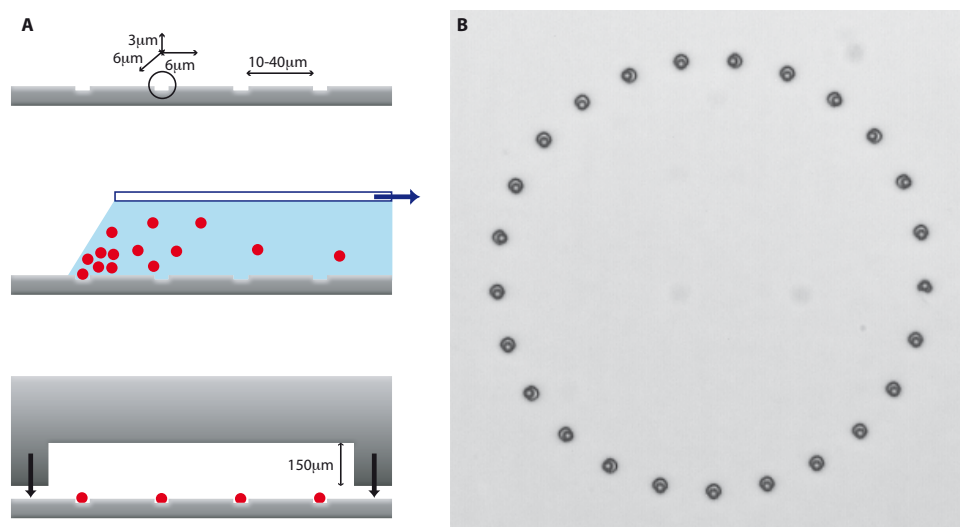


Fig. 3.8: Fabrication d'une surface à motifs magnétiques. **A** : Préparation d'une surface de PDMS comportant des puits carrés, organisés selon le réseau souhaité. Dépôt capillaire de colloïdes magnétiques dans les puits de la surface : une goutte de colloïdes en suspension est entraînée sur la surface de PDMS au moyen d'une lame de verre. Constitution de la puce microfluidique en refermant un demi canal de section rectangulaire par la surface magnétique. **B** : Exemple de surface réalisée : on distingue les colloïdes dans les puits.

PDMS au moyen d'une lame de verre. Les colloïdes sont piégés dans les puits au passage de la ligne de contact, mais ne se déposent pas sur le reste de la surface. La température est maintenue constante pour éviter tout phénomène parasite d'assemblage convectif hors des puits (le fameux "effet tache de café"). L'efficacité du remplissage des puits dépend alors essentiellement de l'angle de contact, via la concentration en surfactant, et de la vitesse de translation de la goutte, commandée par un piezoélectrique dans le dispositif expérimental monté à l'Institut Curie. Pour nos surfaces et nos géométries de motifs, un taux de remplissage de 100% est atteint pour des vitesses très lentes : de 2 à 8  $\mu\text{m/s}$  selon les motifs souhaités. La solution commerciale de colloïdes magnétiques est lavée dans l'eau distillée et diluée six fois avant d'être suspendue dans 75% d'un mélange de Triton X-45 (Fluka, 0.1% en masse) et SDS (Sodium Dodecyl Sulfate, Fluka, 10mM) [81]. Pour une nature de surface donnée, la concentration optimale en surfactant varie avec la densité de puits à remplir, qui affecte le mouillage effectif. La concentration choisie ici est efficace pour des réseaux carrés de pas 20, 30 et 40  $\mu\text{m}$ . Je souligne

au passage l'importance de filtrer la solution de surfactant avant d'y suspendre les colloïdes magnétiques : les bactéries mesurent quelques  $\mu\text{m}$  de long et se laissent volontiers piéger dans les puits à la place des colloïdes.

Les particules déposées sont fonctionnalisées biologiquement. Elles ont été choisies pour leur diamètre, mais les antigènes à leur surface contribuent sans doute à leur très bonne adhésion au PDMS une fois dans les puits. Ces surfaces magnétiques résistent en particulier à un rinçage doux à l'éthanol et à l'oxydation par plasma d'oxygène.

Dans le but d'étudier les interactions hydrodynamiques entre un nombre croissant de filaments magnétiques, nous avons fabriqué des surfaces à densité de motifs variable, allant du point d'ancrage isolé au réseau carré couvrant plusieurs  $\text{mm}^2$ . Parmi les structures peu denses, citons les paires et les cercles (réseaux unidimensionnels bouclés). Un exemple en est donné figure 3.8B. L'espacement imposé entre filaments varie de 20  $\mu\text{m}$  à 40  $\mu\text{m}$ , et est donc supérieur à celui du réseau hexagonal spontané, d'environ 15  $\mu\text{m}$  pour nos hauteurs de canaux. Ceci permet de minimiser les interactions magnétiques entre filaments.

#### **Fermeture du canal**

La surface magnétique ainsi obtenue vient ensuite fermer un canal microfluidique en PDMS, de section rectangulaire. La hauteur du canal est essentiellement imposée par la longueur de filaments souhaitée ; nous avons utilisé des canaux mesurant 100 à 150  $\mu\text{m}$  de haut pour ces expériences. Comme les motifs magnétiques sont trop petits pour être vus à l'oeil nu, des repères d'alignement figurent sur les deux moitiés du canal. L'alignement s'effectue à la main sous une loupe binoculaire, avec une précision de quelques dizaines de  $\mu\text{m}$ . Un collage classique par traitement au plasma des deux moitiés de canal est mal adapté, car l'oxydation des surfaces se dégrade pendant la durée nécessaire à l'alignement d'une série de canaux. Le collage est donc réalisé par sous-réticulation de la partie supérieure du canal, laissée seulement 30 minutes à 73°. Les deux moitiés une fois en contact sont mises au four à 73° pendant une nuit. Un tel collage résiste aux pressions utilisées ici, inférieures à 1 bar.

### 3.3.2 Contrôle des écoulements

#### Cahier des charges

Le design de la puce microfluidique doit permettre de réaliser confortablement les étapes suivantes :

1. Introduction des colloïdes magnétiques dans la puce microfluidique
2. Arrêt du flux pendant la formation des chaînes, sous champ
3. Rinçage des chaînes non ancrées et des colloïdes encore en suspension
4. Arrêt du flux pendant la manipulation des filaments.

L'arrêt du flux en microfluidique n'est pas une trivialité. La moindre différence de pression entre les extrémités du canal génère des flux résiduels significatifs, qu'il est difficile d'abaisser sous le  $\mu\text{m/s}$  sans solutions techniques dédiées. D'autre part, il est absolument critique d'éviter la présence de toute bulle d'air dans le canal, qui risquerait d'arracher les filaments magnétiques sur son passage. Les différents réservoirs fluidiques doivent donc tous être reliés au canal dès le début de l'expérience, et toutes les connexions soigneusement purgées de bulles. Enfin, en raison de la grande fragilité des filaments, le rinçage doit être doux et bien contrôlé.

#### Vannes microfluidiques et contrôleurs de pression

Afin de réduire au maximum les flux résiduels dans le canal pendant la fabrication et la manipulation des filaments, nous avons utilisé des vannes microfluidiques, variation récente sur les vannes pneumatiques du groupe de S. Quake [83, 82]. Elles sont constituées de deux canaux perpendiculaires séparés d'une fine membrane de PDMS, représentés figure 3.9. Le canal inférieur, ou canal fluidique, est connecté d'un côté au réservoir source, et de l'autre au canal d'étude. Le canal supérieur, ou canal de contrôle, n'a qu'une seule entrée et peut ainsi être mis sous pression. La membrane de PDMS est alors suffisamment déformée pour sceller le canal inférieur de façon réversible. Le fluide se remet à circuler lorsque la pression est relâchée, comme le montrent les photos de la figure 3.9. En position fermée, ces vannes laissent passer un flux résiduel d'une fraction de  $\mu\text{m/s}$ , ce qui est bien en-dessous de la limite de précision des contrôleurs de pression ou des pousse-seringues utilisés classiquement pour générer les écoulements.

Par ailleurs, ces vannes sont indépendantes du canal d'étude, auquel elles sont reliées par de la connectique microfluidique classique. Leur fa-

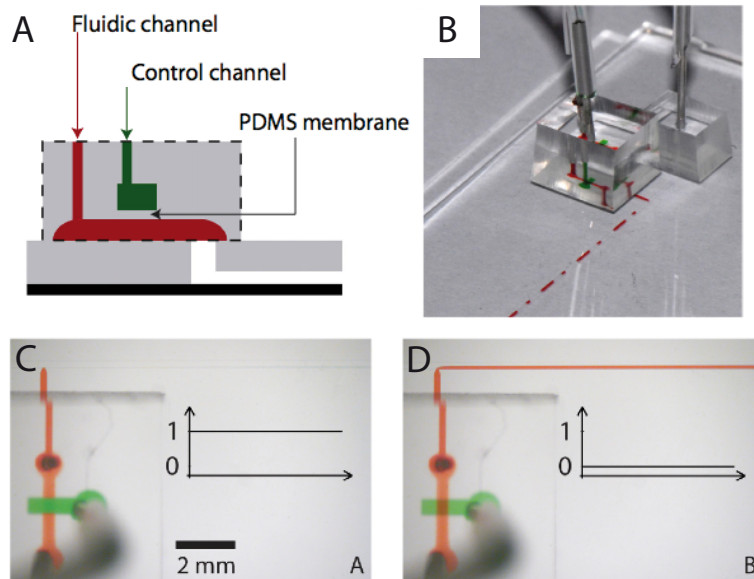


Fig. 3.9: Vannes microfluidiques. **A** : Schéma de la vanne : le canal de contrôle apparaît en vert, le canal fluidique en rouge. **B** : Cliché d'une vanne collée directement à l'entrée d'une puce microfluidique. Dans nos expériences, elles sont complètement déportées. Noter le faible encombrement. **C** : Vanne fermée. Le canal de contrôle est mis sous pression et déforme la membrane de PDMS, empêchant l'écoulement du fluide (coloré en orange). **D** : Vanne ouverte : la pression est relâchée, le fluide peut s'écouler. Figure tirée de Galas *et al.* [82].

brication, nécessitant une lithographie multicouche, est donc dissociée de celle de ce canal, de section rectangulaire standard et obtenu par lithographie simple. D'un point de vue pratique, cela représente un gain de temps certain en microfabrication, les canaux d'étude étant renouvelés plus fréquemment que les vannes (qui peuvent d'ailleurs être fabriquées par groupes de plusieurs dizaines). Cette séparation présente aussi l'avantage de ne pas imposer de contraintes sur les dimensions ni la forme de la section du canal d'étude. En effet, pour permettre une bonne occlusion, le canal fluidique d'une vanne doit être de section arrondie, et de rapport d'aspect compris dans une gamme restreinte ( $w/h \sim 10$ ). Le protocole de fabrication des vannes est donné en annexe B.

L'écoulement dans le canal d'étude est imposé par la différence de pression entre l'entrée et la sortie. Celle-ci est commandée au moyen de contrôleurs de pression pilotés par ordinateur (Parker Pneutronics, Sen-

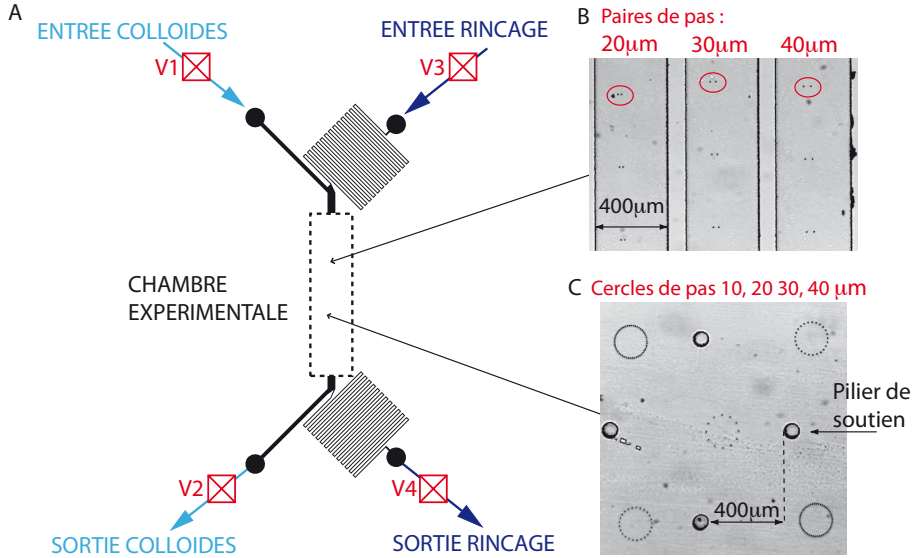


Fig. 3.10: Géométrie du canal d'étude. **A** : Schéma du canal ; la chambre expérimentale n'est pas représentée. Le circuit de rinçage est indépendant du circuit d'injection des colloïdes magnétiques, via des vannes notées  $V_i$ , en rouge. Les canaux en zigzag sur le circuit de rinçage sont des résistances hydrodynamiques. **B** : Exemple de chambre expérimentale : canaux parallèles utilisés pour les paires. **C** : Exemple de chambre expérimentale : grande cellule utilisée pour les cercles. Le plafond de la cellule est soutenu par des piliers de PDMS.

sor Technics). Le choix d'un contrôle en pression plutôt qu'en débit, par exemple avec un pousse-seringue, est motivé par la nécessité de minimiser tous les temps de relaxation et inévitables à-coups, destructeurs pour les filaments.

### Géométrie adoptée

Grâce aux vannes microfluidiques, il est aussi possible de faire circuler successivement dans le canal d'étude plusieurs écoulements indépendants, tous les réservoirs étant connectés au canal dès le début de l'expérience. L'introduction des colloïdes magnétiques est ainsi découplée du circuit de rinçage, comme on peut le voir figure 3.10A. Distinguer la solution de rinçage de la solution de colloïdes a plusieurs avantages. Cela offre d'abord une plus grande liberté sur le choix des propriétés physiques du fluide dans lequel les filaments seront manipulés (notamment la viscosité). On utilise ici du glycérol à 50%, de viscosité  $\eta = 5$  mPa.s. Cela évite ensuite

de rincer les filaments, fragiles, avec une solution contenant des agrégats de colloïdes formés dans les tuyaux et les connectiques pendant l'application du champ magnétique. Enfin, des résistances hydrodynamiques peuvent être ajoutées à la boucle de rinçage pour ralentir l'écoulement, sans pour autant gêner l'introduction des colloïdes.

Deux types de chambres expérimentales ont été utilisées, selon la géométrie des réseaux de filaments. Les filaments isolés, assemblés en paires ou en réseaux carrés ont été étudiés dans des séries de canaux parallèles de section  $h \times w = 150 \times 400 \mu\text{m}$ , figure 3.10B. Ces canaux permettaient le multiplexage et l'étude de réseaux de pas variable dans des conditions hydrodynamiques quasi-identiques. Des assemblées de filaments organisés en cercles ont été étudiées dans des chambres plus étendues ( $h \times w = 150 \times 1900 \mu\text{m}$ ), dont le plafond était soutenu par des piliers régulièrement espacés, figure 3.10C. Ces vastes cellules étaient conçues pour minimiser l'interaction des filaments avec les parois latérales.



### 3.4 Protocole de fabrication des réseaux

#### Protocole

Toutes les conditions sont donc rassemblées pour pouvoir fabriquer confortablement un réseau contrôlé de filaments magnétiques : en voici le protocole général.

1. Préparer la suspension de colloïdes dans le mélange PAA-NP10.
2. Connecter les contrôleurs de pression aux vannes et les vannes au canal en veillant à ne pas laisser de bulles d'air dans les connectiques.
3. Remplir le canal d'un mélange eau/NP10 (1%). Fermer toutes les vannes sauf une, et mettre le canal sous pression pendant 10 minutes. Cette étape permet le dégazage d'éventuelles bulles d'air à travers le PDMS.
4. Placer le canal dans le porte-échantillons, au centre des bobines. Fermer toutes les vannes.
5. Ouvrir  $V_1$  et  $V_2$  et introduire les colloïdes. Fermer ensuite ces deux vannes (elles ne seront pas réutilisées).
6. Laisser sédimenter les colloïdes. Cette étape permet d'obtenir des filaments de longueur inférieure à la hauteur du canal, et donc d'éviter les frottements avec le plafond lors de leur manipulation. Ces frottements sont la principale source de destruction des filaments, en l'absence de flux. La durée de sédimentation pour une longueur de filament donnée dépend de la fraction volumique en colloïdes.
7. Appliquer un champ magnétique vertical de 24mT, pendant 5 à 15 minutes. Les chaînes s'agrègent en quelques secondes, mais les liaisons de PAA sont plus longues à se former.
8. Vérifier qu'une différence de pression raisonnable est imposée entre l'entrée et la sortie du rinçage. Une vitesse de quelques  $\mu\text{m/s}$  permet un rinçage doux, ce qui correspond pour ces dimensions de canal à une différence de pression de l'ordre de 100 mbars. Ouvrir  $V_3$  et  $V_4$  et laisser rincer jusqu'à évacuation totale des chaînes excédentaires. Le rinçage s'effectue sous champ magnétique.
9. Fermer toutes les vannes, et baisser le champ.
10. C'est parti! Commencer par mesurer la longueur des filaments en les inclinant d'un angle connu par rapport à la verticale.

Les étapes de fabrication d'un réseau de filaments sont représentées figure 3.11, avec deux exemples de résultats.

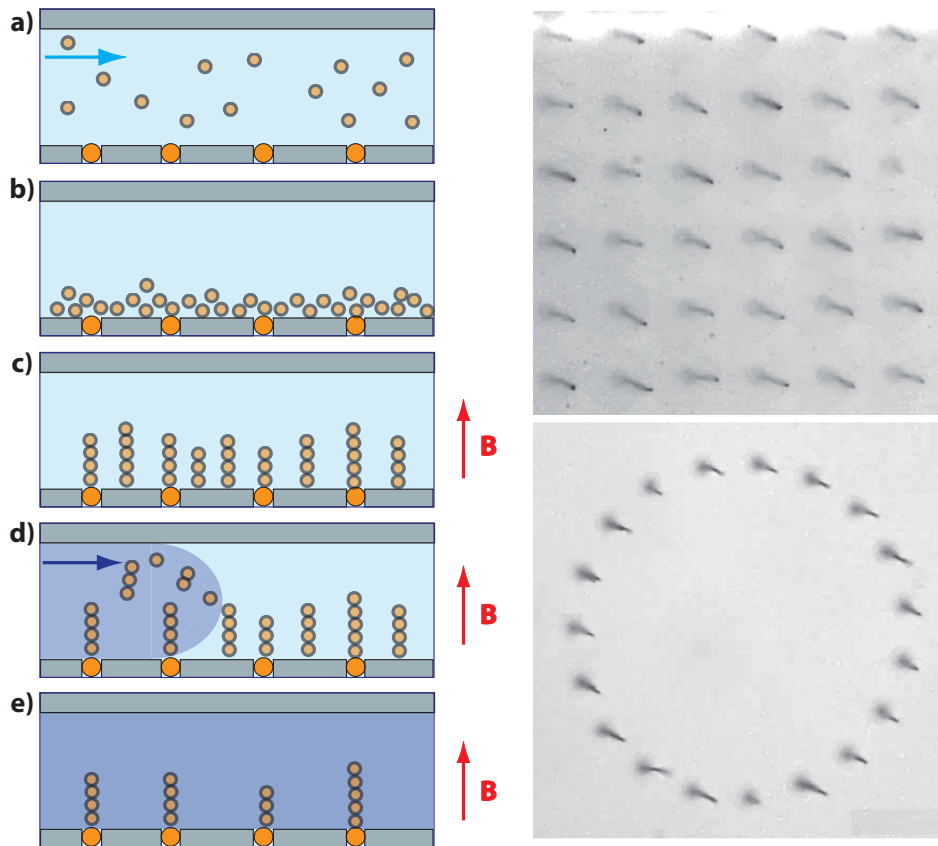


Fig. 3.11: Protocole de fabrication des réseaux. a) Injection des colloïdes magnétiques. b) Sédimentation. c) Application d'un champ magnétique et formation des chaînes. d) rinçage des chaînes excédentaires. e) Résultat. Les clichés montrent un cercle de pas  $30\ \mu\text{m}$  et un réseau carré de pas  $40\ \mu\text{m}$ . Les filaments sont légèrement inclinés par rapport à la verticale. Ils mesurent  $50\ \mu\text{m}$  de long pour le cercle, et  $110\ \mu\text{m}$  de long pour le réseau carré.

#### Variations selon la densité des motifs

La fraction volumique en colloïdes et certaines étapes du protocole doivent être adaptées à la densité du réseau. Si celui-ci est peu dense (paires, cercles), la fraction volumique nécessaire pour obtenir un filament au-dessus de chaque point d'ancrage peut être abaissée à  $\Phi \sim 0,125\%$ . A cette fraction volumique, un temps de sédimentation de 20 minutes permet d'obtenir des chaînes de  $50\ \mu\text{m}$  de long dans un canal de  $120\ \mu\text{m}$  de haut. Un grand nombre de chaînes libres doit être éliminé, et l'étape

de rinçage est particulièrement longue, figure 3.12. De plus, le temps de formation des chaînes doit être très court, de l'ordre de cinq minutes, pour minimiser l'ancrage non spécifique de chaînes excédentaires sur le PDMS du canal. Après le rinçage, un champ magnétique de 24mT est réappliqué pendant dix minutes pour consolider les liens de PAA. Notons que l'étude de filaments uniques détaillée au chapitre 4 a été réalisée sur des filaments ancrés de façon non spécifique au PDMS du canal, en marge des motifs imposés. Ils ont été choisis pour leur homogénéité, leur longueur et leur isolation.

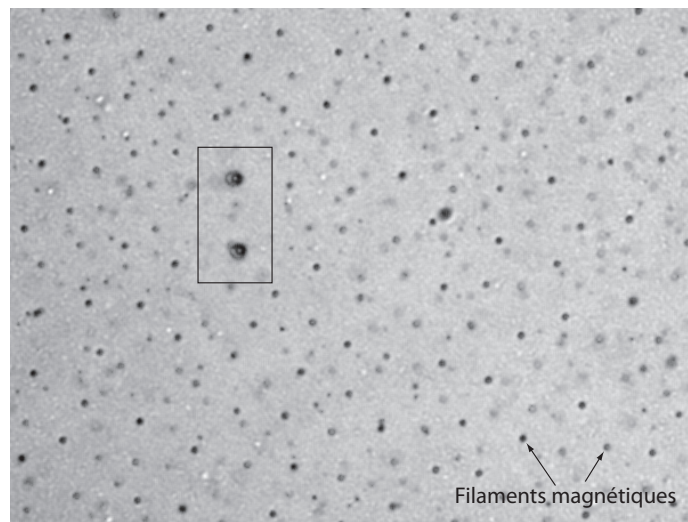


Fig. 3.12: Photographie du canal avant le rinçage. L'organisation imposée par le motif magnétique est une paire, de pas  $20 \mu\text{m}$  (encadrée). Les filaments excédentaires doivent être éliminés.

Au contraire, les réseaux denses (réseaux carrés étendus) nécessitent une forte fraction volumique en colloïdes, de l'ordre de quelques %, pour ne pas comporter de lacunes. La solution mère de colloïdes est d'abord concentrée dans du NP10 à 0,1% avant d'être diluée deux fois dans le mélange de PAA et NP10. Les chaînes s'alignent avec les sites magnétiques au cours de leur formation, et il reste peu ou pas de chaînes libres dans le canal. La durée de formation des chaînes peut donc être allongée à quinze minutes sans problème d'ancrage non spécifique en dehors du réseau imposé, ce qui laisse aux liens de PAA le temps de se constituer. Par contre, le temps de sédimentation nécessaire pour concentrer les col-

loïdes dans les 50  $\mu\text{m}$  inférieurs du canal est beaucoup plus long qu'aux faibles fractions volumiques précédentes.

### Rinçage

La mise en place de l'expérience, depuis les premiers branchements du canal jusqu'à l'obtention d'un réseau de filaments, prend environ deux heures. L'étape la plus limitante est celle du rinçage, qui doit être lent pour ne pas abîmer les filaments. Quelques remarques techniques méritent d'y être consacrées.

Premièrement, la différence de pression à imposer pour obtenir une vitesse de rinçage suffisamment faible dépend de la résistance hydrodynamique propre à chaque canal. Placer quelques traceurs fluorescents dans la solution de rinçage en simplifie grandement l'estimation initiale. Cela permet aussi de juger de l'état d'avancement du rinçage.

Plus critique, l'application d'un champ magnétique vertical au cours du rinçage présente des avantages et des inconvénients. Un champ fort maintient les filaments verticaux et les empêche ainsi de se coller à la paroi inférieure sous l'effet du cisaillement. Il apporte aussi une contribution magnétique qui renforce l'ancrage des filaments sur les motifs de la surface. Par contre, la friction visqueuse importante subie par les filaments verticaux conduit à leur arrachement dès que la vitesse de rinçage dépasse quelques dizaines de  $\mu\text{m/s}$ , ce qui peut vouloir faire baisser l'intensité du champ. Plus subtilement, l'intensité du champ lors du rinçage a une incidence sur la forme des filaments. En effet, les fragments de chaînes libres entraînés par le flux passent à proximité des filaments ancrés, et peuvent s'y accrocher. L'agrégation verticale modifie la longueur de la monochaîne ancrée, tandis que l'agrégation latérale est responsable de la formation de filaments épais et peu homogènes. A champ fort, les interactions dipolaires sont importantes, ce qui limite l'agrégation latérale mais favorise d'autant l'allongement des filaments par agrégation verticale. De plus, celle-ci est irréversible car l'intensité du champ dépasse le seuil de formation des liens de polymère. Ce phénomène est la source principale de polydispersité des filaments. Au contraire, un rinçage à champ faible conduit à la formation de filaments plus épais. Les liaisons PAA ne se forment pas, mais comme un champ magnétique vertical est appliqué tout au long de l'expérience pour compenser la gravité des filaments, l'agrégation est en pratique difficilement réversible. Nous avons donc choisi de rincer sous champ fort (de 20 à 24 mT).

Enfin, les chaînes libres ont tendance à s'accumuler près des parois latérales, où leur vitesse devient très faible. Pour accélérer leur élimination en les faisant rouler le long des murs, on peut vouloir appliquer un petit champ magnétique tournant au cours du ringage. Malheureusement, les filaments adoptent alors tous une forme d'épingle multiple, qui résulte d'une instabilité dynamique connue, figure 3.13 [74], nous y reviendrons au chapitre 4. A nos intensités de champ, cette déformation des filaments est plastique, et les défauts induits résistent à un redressement de l'épingle par conjugaison d'un petit flux et de manipulations par champ magnétique. La rotation sous écoulement peut éventuellement être retenue comme méthode de formation d'épingles multiples.

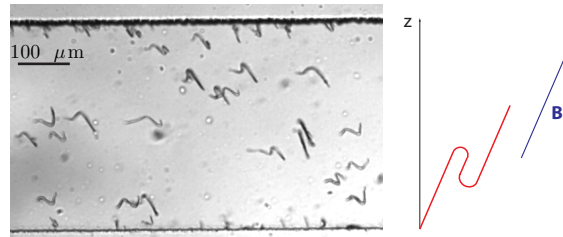


Fig. 3.13: Instabilité en épingle. Lors de variations trop brutales du champ magnétique, les filaments peuvent acquérir une forme d'épingle. Cette configuration métastable minimise l'énergie d'interaction dipolaire de tous les segments de filament parallèles au champ. La photographie à gauche montre le résultat d'une tentative de ringage sous champ en précession : tous les filaments forment des épingles.

### 3.5 Traitement d'image

Une fois assemblés en réseaux, les filaments magnétiques sont actionnés par un champ magnétique homogène, en précession autour de l'axe vertical. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, un filament flexible en précession acquiert un profil tridimensionnel sous l'effet du frottement visqueux. Nous négligeons ici la forme des filaments, pour nous concentrer sur la position de leur extrémité libre au cours du temps. En effet, nous cherchons essentiellement à mesurer des déphasages entre filaments, et leur dépendance avec les interactions hydrodynamiques. La profondeur de champ de l'objectif est réduite au minimum, et l'image est focalisée sur la pointe des filaments. Les films montrent donc un réseau de particules en rotation. De façon surprenante, au vu des géométries si simples des

réseaux utilisés, le tracking de ces particules a demandé l'écriture de routines spécifiques. Plusieurs problèmes se posent en effet. Premièrement, la distance parcourue par une particule entre deux images successives est toujours bien supérieure à son rayon, et devient même de l'ordre du pas du réseau lorsque la fréquence augmente. Ceci rend inefficaces la plupart des programmes de tracking que j'aie pu tester. D'autre part, les filaments n'ayant pas tout à fait la même longueur, l'intensité des particules couvre une assez large bande. Le seuil de détection doit donc être placé assez bas, ce qui génère un bon nombre de faux positifs. A l'inverse, le tracking doit être robuste à la non-détection occasionnelle d'un filament plus court, c'est à dire d'une particule de faible intensité. Je présente ici les grandes lignes de la stratégie adoptée pour les réseaux carrés étudiés au chapitre 5 ; les routines utilisées sont écrites sous Matlab.

Après soustraction du fond, les images sont filtrées spatialement par la combinaison d'un passe-bas, qui moyenne l'image sur  $3 \times 3$  pixels, et d'un passe-haut qui conserve les structures de taille inférieure ou égale à celle des particules (ici  $\sim 10$  pixels<sup>2</sup>). Toutes les particules d'une image sont ensuite détectées avant d'être triées et organisées en lignes et en colonnes. La détection est effectuée au moyen d'un algorithme écrit par Maria Killfooy d'après David Grier [84], avec une précision sub-pixellaire : les objets circulaires de taille donnée et d'intensité intégrée supérieure à un seuil imposé sont repérés, puis la position de leur centre est ajustée par corrélation. La figure 3.14B montre le résultat de la détection sur une image typique (cercles bleu foncé). De nombreux faux-positifs sont à éliminer : les doublons dûs à la détection de morceaux de filaments situés plus bas que le plan de l'image, et le débordement périodique des rangées de filaments se trouvant juste à l'extérieur de l'image. Connaissant le pas du réseau, le nombre de lignes et de colonnes dans l'image, les particules sont d'abord organisées en colonnes séparées d'au moins un demi pas de réseau. Les doublons sont éliminés à l'intérieur de chaque colonne par un critère de distance : on conserve la particule d'intensité maximale de chaque groupe de particules trop proches. Un éventuel débordement, traduit par une colonne supplémentaire, est discriminé à partir du déplacement moyen de la première colonne par rapport à l'image précédente. Un "petit" déplacement vers la gauche signale un débordement par la droite, toutes les particules se déplaçant vers la gauche. Au contraire, un "grand" saut de la première colonne vers la gauche est caractéristique d'un débordement par la gauche : toutes les particules se déplacent vers la droite mais l'indice  $j = 1$  est affecté à la colonne excédentaire. Le critère de taille du saut est choisi en fonction de la fréquence. Les particules

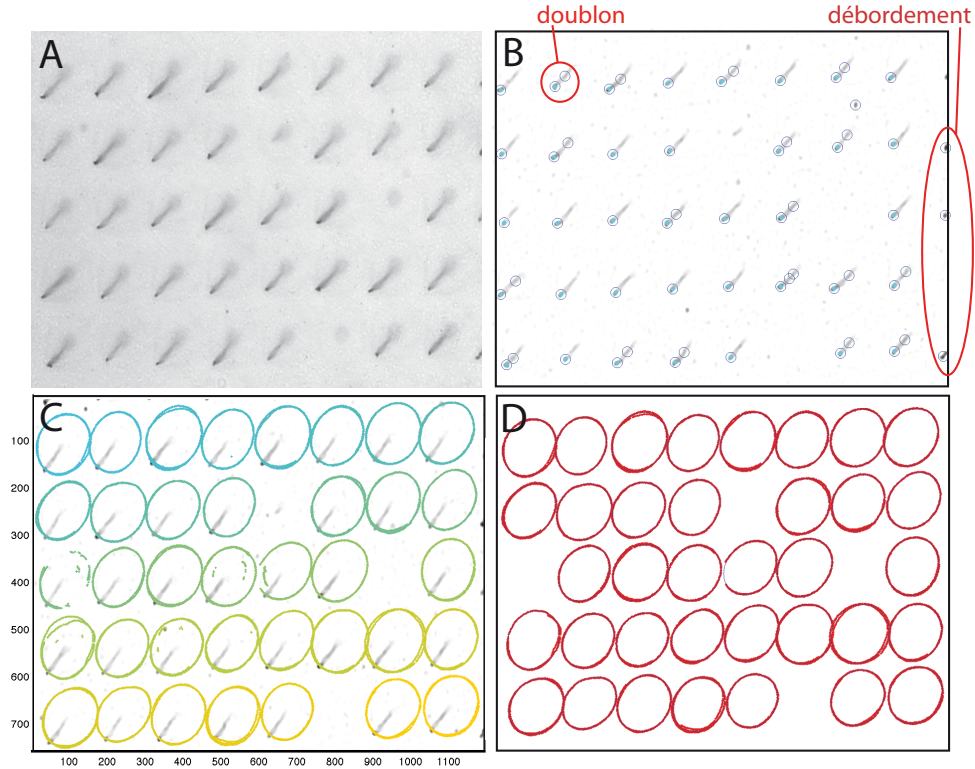


Fig. 3.14: Exemple de suivi de trajectoire, pour un réseau carré. **A** : Image brute. **B** : Visualisation des étapes de détection et de tri. Cercles bleu foncé : ensemble des particules détectées. Deux exemples de faux-positifs sont indiqués : les doublons (détection de la queue du filament) et le débordement d'une colonne. Points bleu clair : particules conservées. **C** : Reconstitution des trajectoires des particules. La couleur correspond à l'indice de la particule. **D** : Trajectoires nettoyées des erreurs de détection, ajustées par des ellipses.

sont ensuite triées par lignes de façon similaire. Chaque paire de coordonnées  $(i, j)$  correspond finalement à un filament donné. La figure 3.14C montre le résultat du tracking, la trajectoire de chaque particule étant représentée dans une couleur différente. Ces trajectoires, une fois nettoyées des quelques erreurs de détection, peuvent ensuite être ajustées par des ellipses, figure 3.14D. Ceci donne accès à la position de leur centre, et permet de calculer la phase de chaque filament au cours du temps.

Dans le cas des filaments isolés étudiés au chapitre 4, une partie du tracking a dû être effectuée manuellement. En effet, certaines expériences ont été réalisées avec une grande inclinaison du filament par rapport à la



verticale. Un filament quasiment horizontal apparaît presque entièrement net à l'image, et la détection d'une particule circulaire n'est plus adaptée (voir les figures 4.2 et 4.4).

### 3.6 Conclusion et pistes d'améliorations futures

Nous avons vu au cours de ce chapitre comment construire un réseau de microfilaments actionnables, de géométrie contrôlée, intégré à une chambre microfluidique. Ces filaments peuvent atteindre de très grands rapports d'aspect, tout en étant particulièrement flexibles. Leur élasticité pourra d'ailleurs être variée en modifiant le mécanisme de pontage entre colloïdes. Le protocole expérimental présenté ici nous a permis d'étudier la dynamique collective de filaments, depuis une simple paire jusqu'à un réseau carré dense. Malgré la fragilité des filaments et leur propension à se déformer irréversiblement en cas de manipulation trop brutale, les expériences se sont avérées robustes et reproductibles une fois le réseau constitué.

Cependant, la mise en place de ces réseaux, particulièrement des réseaux denses, est encore délicate. L'aspect le plus mal maîtrisé en est le contrôle de la longueur des filaments. Lorsque les colloïdes ne sont pas laissés sédimenter avant l'application du champ, tous les filaments mesurent la même longueur à moins de 10% près, soit la hauteur du canal. On obtient dans ce cas des réseaux très homogènes, mais qui se dégradent au fur et à mesure de l'actuation. En effet, la pointe des filaments subit une forte friction visqueuse due au voisinage de la paroi supérieure, qui conduit à terme à la formation d'épingles. Imposer un temps de sédimentation permet de former des filaments plus courts, mais de longueurs plus hétérogènes. Dans le beau travail récemment publié par Vilfan *et al.*, la longueur des filaments est imposée de deux façons différentes. La première, qui consiste à construire les chaînes colloïde par colloïde au moyen de pinces optiques, quoique absolument précise, est trop peu pratique et perd l'intérêt de l'autoassemblage. L'alternative proposée est d'aligner les colloïdes dans des tranchées de taille donnée creusées au fond du canal, avant de les redresser. Cette méthode paraît bien adaptée à leurs chaînes courtes et non permanentes, mais serait sans doute compliquée dans notre cas par l'adhésion du PAA au PDMS. Elle semble surtout peu compatible avec notre technique de fabrication de surfaces magnétiques (qui a l'avantage d'être moins coûteuse que leurs plots de nickel) : les tranchées se rempliraient de colloïdes magnétiques lors du dépôt capil-



laire. Dans notre cas, comme nous l'avons vu section 3.11, les fluctuations de longueur proviennent surtout de l'agrégation de morceaux de chaînes libres lors du rinçage. Le problème serait peut-être résolu par une solution de "faux-plafond", par exemple une couche de gel soluble dans certaines conditions de pH ou de température, à dissoudre après le rinçage. L'épaisseur du faux-plafond contrôlerait la hauteur libre au-dessus des filaments.

Par ailleurs, maintenant que la preuve du concept est faite, il serait intéressant de passer à une nouvelle génération de surfaces. D'abord pour une raison technique : réduire la taille des motifs magnétiques de la surface à des dimensions plus proches de celle des chaînes serait utile pour éviter l'ancrage de plusieurs filaments sur un seul site, qui se produit occasionnellement. Ensuite, pour une raison physique : les réseaux carrés, choisis pour leur simplicité, se sont avérés ne pas constituer l'organisation la plus pertinente pour l'étude des interactions hydrodynamiques. Ce point sera discuté plus en détails au chapitre 5. Il serait souhaitable, par exemple, de poursuivre ces expériences sur des réseaux triangulaires.

Avant de poursuivre vers l'étude de réseaux de filaments en interaction, le chapitre suivant est consacré à la dynamique en précession d'un filament unique.

Chapitre **4**

# Battement d'un microfilament magnétique isolé

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>89</b>
<b>4.2</b>	<b>Article : Three-dimensional beating of magnetic microrods</b> .....	<b>92</b>
4.2.1	Introduction .....	93
4.2.2	Experimental set-up .....	94
4.2.3	Dimensionless numbers and characteristic timescale.....	96
4.2.4	Overview of the dynamic response .....	97
4.2.5	Quantitative study of the asymptotic regimes .....	100
4.2.6	Detail of the nonlinear dynamics .....	105
4.2.7	Perspective : Flexible filaments .....	108
4.2.8	Conclusion .....	111
<b>4.3</b>	<b>Quelques effets supplémentaires</b> .....	<b>112</b>
4.3.1	Influence de la surface dans le régime asynchrone.....	112
4.3.2	Influence de la flexibilité du filament.....	113
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>120</b>

---



## 4.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment fabriquer des filaments à la fois magnétiques et flexibles. La raideur de ces objets a deux origines : l'interaction magnétique dipolaire entre les colloïdes, qui tend à maintenir le filament droit et aligné avec le champ, et l'élasticité des liens de polymère. La dynamique en précession d'un filament élastique mais non magnétique a été abordée au chapitre 2. Ce chapitre est, à l'inverse, consacré à des filaments suffisamment rigides pour considérer que leur dynamique résulte uniquement de la compétition entre la force magnétique et la friction visqueuse. En pratique, il s'agit de filaments très courts, par rapport à une longueur caractéristique élasto-magnétique qui sera définie plus bas. Le cas de filaments à la fois magnétiques et d'élasticité finie, et leur dynamique en fonction de la compétition entre ces deux mécanismes de flexibilité, sera discuté brièvement en fin de chapitre.

Ici encore, le mode d'actuation choisi correspond au battement 3D le plus simple : la précession autour de l'axe normal à la surface sur laquelle le filament est ancré. Les paramètres variables sont l'amplitude du champ  $B$ , sa pulsation  $\omega$  et son inclinaison  $\theta_B$  (figure 4.1A), ainsi que, d'une expérience à l'autre, la longueur des filaments  $L$ . Au cours de sa thèse au laboratoire, A. Babataheri a apporté les premiers résultats quantitatifs sur le battement de tels filaments magnétiques, ancrés et isolés [73]. Elle s'est concentrée sur le cas de filaments de grand rapport d'aspect, de l'ordre de 400, pour lesquels la flexibilité joue un rôle important. Pour des raisons techniques liées à la grande longueur de ces filaments (de l'ordre de la taille des capillaires où ils étaient manipulés), l'inclinaison du champ n'excédait jamais  $40^\circ$  par rapport à la verticale. Ces filaments flexibles présentaient un comportement synchrone avec le champ magnétique, proche de celui décrit au chapitre 2. Étonnamment, lors de nos expériences, effectuées sur des filaments plus courts, nous avons observé un changement de comportement brutal des filaments en augmentant cet angle d'inclinaison. Pour une valeur de  $\theta_B$  d'environ  $55^\circ$ , indépendante de la longueur des filaments, ceux-ci se replient brusquement sur eux-mêmes de façon irréversible, s'arrachant même parfois de leur point d'ancrage.

Cet angle critique, noté ici  $\theta_{B_c}$ , ne peut être franchi qu'à des fréquences inférieures à une valeur caractéristique,  $\omega_c$ . En parcourant l'espace des paramètres  $(\omega, \theta_B)$ , nous avons pu mettre en évidence l'existence de deux domaines de dynamique distincts (figure 4.1B). Si  $\theta_B < \theta_{B_c}$  ou  $\omega < \omega_c$ , la réponse du filament est synchrone : celui-ci effectue un mouvement

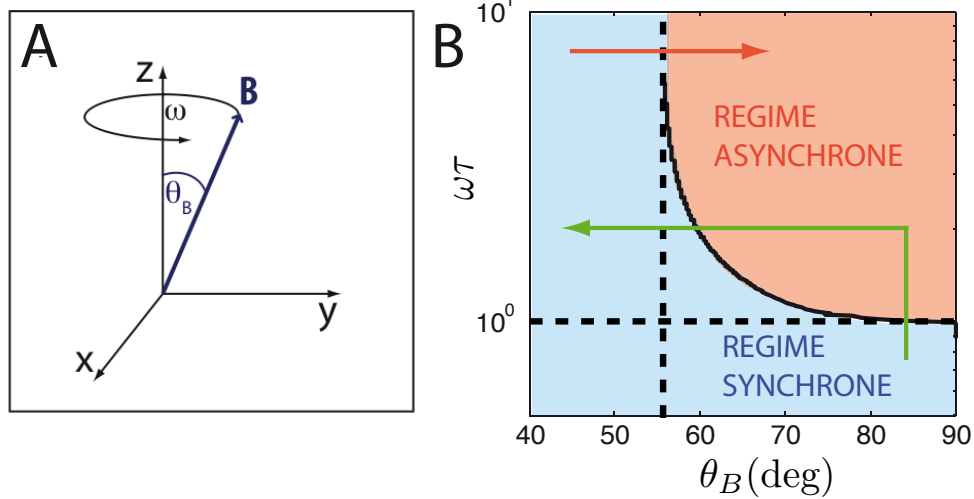


Fig. 4.1: **A** : Actuation du filament magnétique. L'amplitude  $B$ , la pulsation  $\omega$  et l'amplitude  $\theta_B$  du champ varient indépendamment. La longueur des filaments varie d'une expérience à l'autre. **B** : Représentation schématique du diagramme de phase dans le plan  $(\omega, \theta_B)$ . Le diagramme complet est représenté figure 4.7. On distingue deux régimes dynamiques distincts. La flèche verte indique le type de chemin suivi expérimentalement pour établir le diagramme. Suivre la flèche rouge conduit à l'entortillement des filaments.

de précession autour de l'axe  $z$  à la même vitesse que le champ,  $\omega$  (figure 4.2B). Par contre, si  $\theta_B > \theta_{B_c}$  et  $\omega > \omega_c$ , la réponse est asynchrone : la trajectoire de la pointe du filament est complexe, avec des retours en arrière périodiques, et la vitesse de rotation est inférieure à celle du champ magnétique, figure 4.2A. Ce régime asynchrone est connu dans le cas planaire,  $\theta_B = 90^\circ$ , mais son extension dans le cas de trajectoires tridimensionnelles n'avait pas été caractérisé [85, 77, 86]. Au-delà du décrochage de phase aussi observé à deux dimensions, la trajectoire 3D du filament est fortement modifiée par rapport au régime de réponse synchrone.

Un modèle théorique minimal de bâtonnet paramagnétique rigide suffit pour prévoir quantitativement la frontière entre les deux domaines. Ce modèle ne tient compte ni de la flexibilité du filament, ni de l'interaction hydrodynamique avec la surface sur laquelle le filament est ancré. Les résultats obtenus sont néanmoins en très bon accord avec les expériences, effectuées sur des filaments très courts (de l'ordre de  $20 \mu\text{m}$ ). En particulier, on retrouve bien un basculement à l'horizontale lorsque

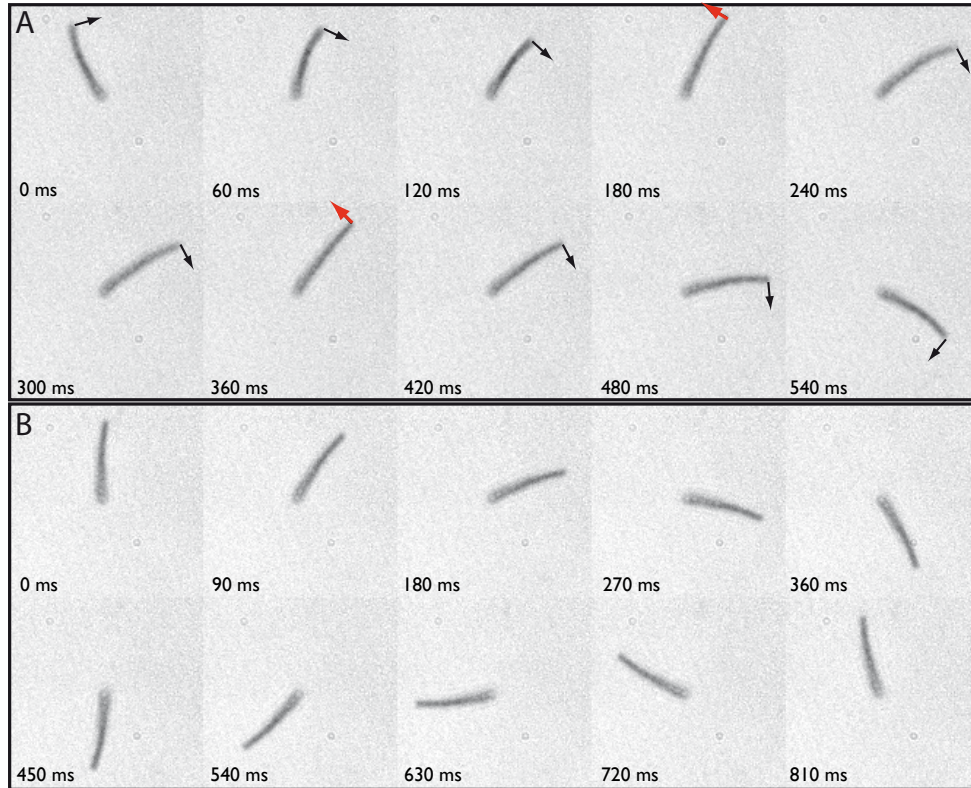


Fig. 4.2: Trajectoire d'un filament dans les deux régimes, vue de dessus.  $L = 18 \mu\text{m}$ ,  $\theta_B = 68^\circ$ ,  $B=4$  mT. **A** : Régime asynchrone,  $f=1.7$  Hz. La rotation du filament est ponctuée de retours en arrière qui la ralentissent. L'intervalle temporel entre deux images est de 60 ms. Les flèches indiquent le sens de déplacement de l'extrémité mobile. Remarquer la variation de longueur de la projection du filament : les retours en arrière s'accompagnent d'oscillations verticales. **B** : Régime synchrone,  $f=1$  Hz. Le filament tourne à la même vitesse que le champ. L'intervalle temporel entre deux images est de 90 ms.

l'inclinaison excède  $\theta_{B_c} = \arctan(\sqrt{2}) \sim 55^\circ$ . Cette valeur de  $\theta_B$  correspond précisément à "l'angle magique", au-delà duquel les interactions dipolaires deviennent répulsives :  $\theta_{B_c} = \cos^{-1}(1/\sqrt{3})$  (voir le chapitre 3). Nous montrerons que ce critère sur l'angle est purement géométrique, et vient du découplage entre l'aimantation des colloïdes et leur structure physique. D'autre part, la frontière en fréquence du domaine asynchrone est imposée par un temps de relaxation magnéto-visqueux,  $\tau$ , tel que  $\omega\tau \equiv 1$  à la frontière pour  $\theta_B = 90^\circ$  (figure 4.1B). Comme pour le filament élastique du chapitre 2, l'apparition de cette échelle de temps est

dûe à l'équilibre entre la friction visqueuse et la raideur du filament, ici d'origine magnétique.

Ce travail a donné lieu à l'écriture d'un article, qui constitue le coeur de ce chapitre. Je reviendrai ensuite brièvement sur certains des effets que nous avons négligés : l'influence de la surface sur la trajectoire du filament dans le régime asynchrone ; l'influence de la flexibilité des filaments, dans chaque régime.

## 4.2 Article : Three-dimensional beating of magnetic microrods

Cette section reprend le texte de l'article : *Three-dimensional beating of magnetic microrods*, N. Coq, S. Ngo, O. du Roure, M. Fermigier et D. Bartolo, accepté par Phys. Rev. E (2010).

### Abstract

We investigate experimentally and theoretically the dynamics of paramagnetic microrods anchored to a surface and driven by a precessing magnetic field. We identify two distinct regimes, corresponding to extended domains in the  $(\omega, \theta_B)$  plane, where  $\omega$  and  $\theta_B$  are respectively the frequency and inclination of the driving field. At low frequencies, the response of the rod is linear whatever the inclination of the field, and the rod precesses at  $\omega$ . However, above a characteristic frequency, two qualitatively different behaviors are distinguished, depending on the inclination  $\theta_B$ . For small inclinations of the magnetic field, the response of the filament remains linear at all frequencies. Conversely, when  $\theta_B$  exceeds a critical value  $\theta_{B_c} \sim 55^\circ$ , the response becomes nonlinear, and the tip of the rod follows a complex trajectory exhibiting three-dimensional back-and-forth patterns. A minimal model, which neglects both the flexibility of the rod and the hydrodynamic interaction with the surface, correctly captures the main features of both regimes. We thus show that the complex trajectory patterns are chiefly due to the geometrical nonlinearities in the magnetic dipolar coupling. The critical angle is itself set by a purely geometrical criterium, arising from the magnetic nature of the rod. The paper is closed by a generalization of our results to the case of soft filaments.

### 4.2.1 Introduction

The growing need for simple and effective micro-scale actuators has motivated numerous experimental solutions, such as mixers or pumps consisting of anisotropic objects rotating in electric or magnetic fields [87, 88, 89, 90, 91, 92]. The dynamics of micro- or nanorods driven by rotating fields has thus been extensively studied over the past decade. Prominent examples include ferromagnetic nanorods [93, 94], paramagnetic colloidal chains [77] or anisotropic glass particles submitted to an optical torque [95]. All these studies focused solely on *planar* actuations. However, two different cases are distinguished, depending on the stiffness of the rotating objects. At low angular velocities, rigid objects were shown to respond linearly, rotating synchronously with the driving field. Above a characteristic frequency, the response becomes nonlinear. In this regime, the rods exhibit a rocking behavior with back-and-forth motions reducing significantly the average rotation speed. The critical frequency corresponds to the inverse of the relaxation time, defined by the ratio of the viscous drag coefficient to the stiffness of the driving potential [77, 95, 94]. However, in the case of soft rods, the high-frequency dynamics is more complex as the fluid-structure coupling results in significant shape changes. Ultimately, the rods are observed to either collapse or break into smaller fragments [77, 96, 97].

So far, the investigations of three-dimensional driving of microrods have been scarce. In [86], the authors focus on the rotation of paramagnetic ellipsoidal nanoparticles in a quasi-planar precessing magnetic field, for inclination angles close to  $90^\circ$ . In this quantitative study, no qualitative difference with the planar rotation was evidenced, as the size of the particles was too small to accurately track their out-of-plane dynamics. In the opposite limit of smaller inclination angles, Babataheri et al. [25] report on the precession of soft magnetic self-assembled filaments. In the latter set-up, no asynchronous regime was observed. As the frequency increases, the magnetic filaments wrap around the rotation axis, but stay synchronized with the driving field. We note that macroscopic elastic filaments mechanically driven in viscous fluids display a very similar phenomenology [27, 28]. Finally, recent work relied on the asymmetric beating of paramagnetic microfilaments along tilted cones to generate flows in microchannels, but overlooked the dynamics of the filaments to focus on the induced flows [60].



In this paper, we aim at fully understanding the three-dimensional beating of magnetic microrods. We study the dynamic response of paramagnetic microfilaments tethered to a rigid substrate and driven by a precessing magnetic field. We vary independently the amplitude  $B$ , the frequency  $\omega$ , and the inclination  $\theta_B$  of the driving field. By doing so, we establish a phase-diagram dividing the  $(\theta_B, \omega)$  plane into two extended domains. In the first domain, the rod responds linearly to the magnetic field, precessing around the rotation axis at  $\omega$ . Conversely, for high values of  $\omega$  and  $\theta_B$ , the dynamic response of the rod is nonlinear. The tip of the filament follows complex 3D beating patterns, yielding a sharp decrease in its average precession speed. This regime is a generalization of the asynchronous state observed in planar experiments [77, 95, 94]. The boundary separating the two domains is associated with a dynamic transition, and defines two critical values for  $\theta_B$  and  $\omega$ . Remarkably, the critical angle  $\theta_{B_c} \sim 55^\circ$  is independent of all the physical parameters. To uncover the origin of this geometrical criterium, we investigate in detail the 3D dynamics in the nonlinear regime. We show that the geometrical nonlinearities of the magnetic coupling set this critical angle independently of the interaction with the surrounding fluid. Our experimental findings are quantitatively explained by a minimal two-particle model in which all the drag is exerted at the free end, and flexibility is neglected. Despite its simplicity, it achieves very good agreement with the experiments in describing strongly nonlinear characteristics, such as the transition to the asynchronous regime and the main features of the complex trajectory pattern.

#### 4.2.2 Experimental set-up

A microfilament is made of a single self-assembled superparamagnetic chain of colloids. It is both formed and actuated in a microfluidic chamber placed at the center of two perpendicular pairs of Helmholtz coils with their main axis in the XY plane and a larger vertical coil [25], see Fig. 4.3. These coils generate a homogeneous magnetic field of arbitrary orientation.

The observation chamber is a soft-lithography microfluidic channel of rectangular section  $w \times h = 400 \times 150 \mu\text{m}^2$ , made of polydimethylsiloxane (PDMS, Sylgard 184). As described previously in [98], colloidal particles of radius  $a = 375 \text{ nm}$  and magnetic susceptibility  $\chi \sim 1$  (Ademtech) are diluted to a volume fraction  $\Phi \sim 0,125\%$  in an aqueous solution containing 0.1 wt% polyacrylic acid (PAA, Mw=250 000, Sigma) and

0.1 wt% nonyl phenol ethoxylate (surfactant NP10, 0.1 wt%, Sigma). This solution is flowed into the microfluidic channel. The flow inside the channel can be accurately controlled via a set of pressure controllers (Parker Pneutronics, Sensor Technics) and microfluidic pneumatic valves connected to each inlet [83, 82]. These valves are particularly useful since they enable us to stop the flow inside the channel at will, without having to permanently seal the inlets, thus allowing subsequent rinsing. Once the particle solution is introduced into the channel, the flow is stopped and the particles are left to sediment for 20 minutes before applying a 24 mT vertical magnetic field. Magnetic dipolar interactions between the paramagnetic particles cause them to organize into chains, aligned with the direction of the field. The particles are then permanently linked by the PAA molecules adsorbed on their surface [78]. The long sedimentation time allows us to form short chains, typically 20  $\mu\text{m}$  long (the length of the filaments can be increased up to the height of the channel by reducing the sedimentation time). These chains are distant from the top and side walls of the channel by more than twice the length of the rods. The influence of the walls is therefore weak enough to be ignored in all that follows. While maintaining the magnetic field, the rods are rinsed with a 50 wt% glycerol solution, of viscosity  $\eta = 5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . This procedure leaves only a few isolated short chains attached to the PDMS at the bottom of the channel.

To obtain a precessing magnetic field, the coils are powered by current generators (Bipolar Operational Power supplies, Kepco), controlled from a custom-made Labview interface. Sinusoidal a.c. currents through the coils aligned along the  $(x, y)$  directions generate a rotating magnetic field in the horizontal plane, while a dc current through the third coil creates the constant component along  $z$ . The magnetic field amplitudes range from 0.2 to 9 mT, and the precessing angle  $\theta_B$  is varied from  $10^\circ$  to  $85^\circ$ , independently of the strength of the magnetic field. We apply rotation frequencies  $\omega$  between 0.12 and 12  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ . The filaments are filmed with a Sony CCD camera at 30 frames per second on an inverted Nikon microscope (TE2000) with a  $40\times$  objective. The instantaneous direction of the magnetic field is deduced from the input voltage applied to the current generators, after calibration. The free end of the rods is then manually tracked from the films. This method provides better accuracy than automated tracking, due to the complex three-dimensional motion of the filaments.

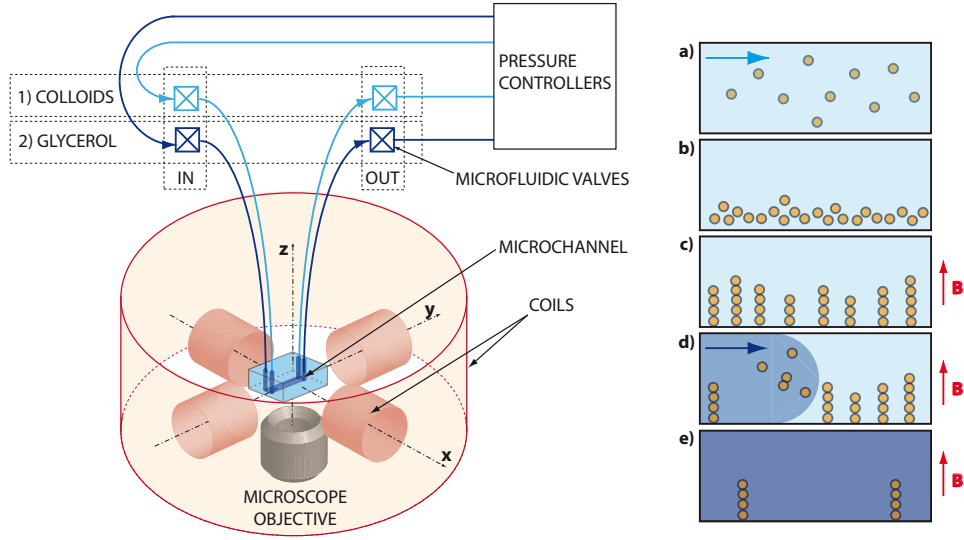


Fig. 4.3: (Color online) Left : schematics of the experimental set-up. Right : fabrication of the microfilaments. a) Introduction of the solution in the microfluidic chamber. b) Sedimentation. c) Organisation into chains under a vertical magnetic field. d) Rinsing. e) Result : sparse short chains in the rinsing solution (glycerol in water).

### 4.2.3 Dimensionless numbers and characteristic timescale

The microscale of the experiments and the range of actuation frequencies yield typical Reynolds numbers below  $10^{-3}$ , so that the hydrodynamic forces exerted on the rods are dominated by viscous friction. The balance between this friction and the stiffness of the rod determines the shape of the rotating filament. The stiffness results from two contributions : the bending elasticity of the colloidal chain linked by adsorbed polymer molecules, and the magnetic stiffness due to the dipolar coupling between the colloids. We chose the length of the experimental filaments so that they are little deformed by the viscous friction. We thus overlook the shape changes, and focus on the orientational dynamics, dictated by the so-called Mason number  $Ma$  [99, 100, 13, 25] :

$$Ma \sim \frac{\mu_0 \zeta_{\perp} \omega L^2}{a^2 \chi^2 B^2} \quad (4.1)$$

where  $\zeta_{\perp}$  is the friction coefficient per unit length, in the slender-body approximation :  $\zeta_{\perp} = 4\pi\eta/[\ln(L/a) + 1/2]$  [101]. In our experiments,  $Ma \sim 10 - 1000$ . In the following, we discuss our results using a charac-

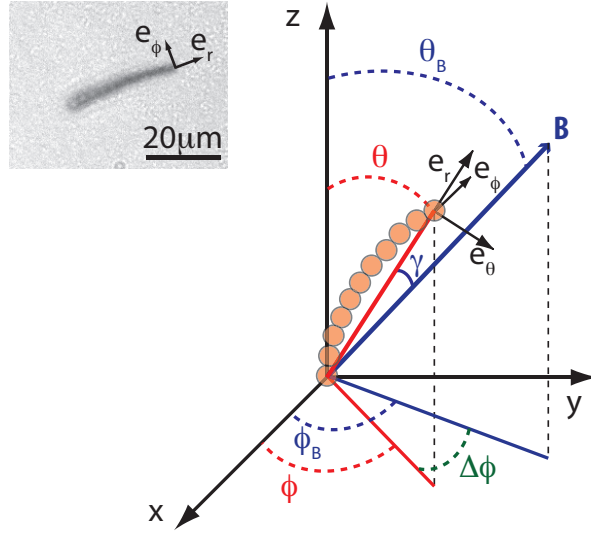


Fig. 4.4: (Color online) Left : Picture of a typical filament (top view, the focus is on the tip of the filament),  $\theta \sim 70^\circ$ . Right : Schematics of the paramagnetic rod subjected to a magnetic field  $B\mathbf{e}_B$ . Only the tip of the rod is monitored. Definition of the angles  $\theta$  (amplitude),  $\phi$  (phase),  $\theta_B$  (inclination of the magnetic field),  $\phi_B$  (phase of the magnetic field), and the phase-lag  $\Delta\phi = \phi_B - \phi$ .  $\gamma$  is the angle between the rod and the magnetic field.

teristic time-scale  $\tau$ , which is linked to the more classically used Mason number by the relation :

$$\omega\tau \equiv A\text{Ma} \quad (4.2)$$

where  $A$  is a numerical prefactor set to  $A \equiv 2,7 \cdot 10^{-2}$ .  $\tau$  is the step-response relaxation time to a small inclination of the magnetic field, defining the time-scale over which the rod aligns with the magnetic field. The choice of the specific numerical prefactor will be justified in section V.A.

#### 4.2.4 Overview of the dynamic response

In this section, we describe the dynamic response of a rod submitted to a magnetic field precessing around the vertical axis at the frequency  $\omega = \dot{\phi}_B$ . We define the orientation of the magnetic field :  $\mathbf{e}_B = \sin\theta_B (\cos\phi_B \mathbf{e}_x + \sin\phi_B \mathbf{e}_y) + \cos\theta_B \mathbf{e}_z$ , see Fig. 4.4. In each experimental run, the inclination  $\theta_B$  and the field amplitude  $B$  are fixed, while the rotation frequency  $\omega$  is increased. Such frequency runs are then

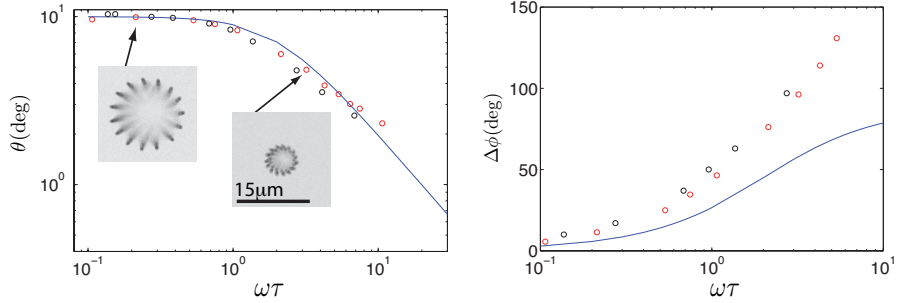


Fig. 4.5: (Color online) Bode diagrams for the rotating rod,  $\theta_B = 10^\circ$ . Top : amplitude of the motion  $\theta$  as a function of the normalized frequency. Bottom : phase lag  $\Delta\phi$  as a function of the normalized frequency. The normalization of the frequency by the characteristic time  $\tau$ , defined in Eq. 4.2, is detailed in section V.A. Straight lines : prediction from the theoretical model. Circles : experimental data. The pictures show successive snapshots of the experimental filament over time, in top view (the time interval is constant). Exceptionally, the experimental data presented on these two plots was obtained with longer rods :  $L \sim 100\mu\text{m}$  (red) and  $L \sim 70\mu\text{m}$  (black).

conducted for increasing values of  $\theta_B$ . After a short transient (typically a few seconds), the rod acquires a stationary shape and undergoes solid-body rotation around the vertical axis at  $\omega$ . The shape of the rod is slightly bent, as a result of the competition between the magnetic tension and the viscous drag [25]. However, here, we choose to overlook this three-dimensional profile, and focus only on the steady-state trajectory of the tip of the rod. Our study will show that neglecting the flexibility of the filament is relevant in our frequency range. In all that follows, we refer to the angle  $\theta$  between the vertical axis and the tip of the filament as the amplitude of the trajectory, and to the angle  $\phi$  in the  $(x, y)$  plane as the phase of the rod, Fig. 4.4.

The evolution of the amplitude and phase of the rod as a function of the frequency is plotted in Fig. 4.5, for a small inclination of the magnetic field ( $\theta_B = 10^\circ$ ). In the stationary state, the phase-lag  $\Delta\phi(\omega) = \omega t - \phi(t)$  is constant over time. At low frequencies, the rod is almost aligned with the magnetic field :  $\theta \sim \theta_B$ , and the phase-lag  $\Delta\phi$  is small. Beyond a characteristic frequency, the amplitude decreases while the phase-lag increases at a steeper slope : the rod aligns with the rotation axis. This crossing-over in the rod dynamics is in qualitative agreement with previous work on rotating filaments at low Reynolds number [27, 28, 25].

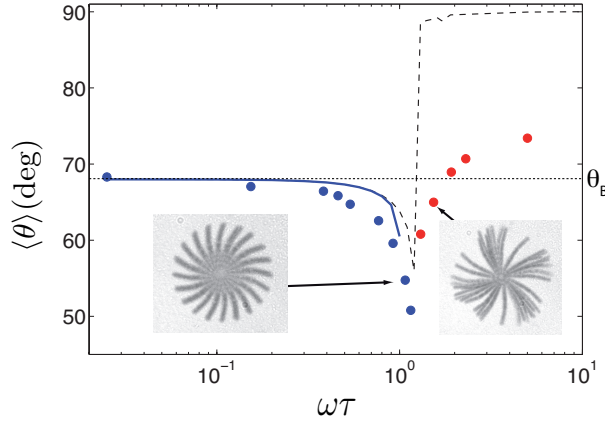


Fig. 4.6: (Color online)  $\langle \theta \rangle = f(\omega\tau)$  for  $\theta_B = 68^\circ$ . Circles : experimental data. Blue (or dark gray) : linear regime. Red (or lighter gray) : asynchronous regime. Straight line : stationary solution from Eq. 4.14. Dotted line indicates  $\theta_B$ . Dashed line : numerical solution of Eq. 4.8. The pictures show successive snapshots of the experimental filament over one period, seen from above (the time interval is 30 ms). The dense parts of the asynchronous trajectory correspond to the back-and-forth patterns.

Interestingly, we find a critical field inclination  $\theta_B \sim 55^\circ$  above which the rod undergoes a qualitative change of behavior. At low frequencies, the rod reaches steady-state rotation and its amplitude and phase vary as described above (blue circles in Fig. 4.6). However, the dynamics of the rod becomes unsteady above a critical frequency of order  $\tau^{-1}$ . The tip of the rod goes back and forth, following complex patterns during which both  $\theta$  and  $\phi$  oscillate. Because of these interruptions, the average rotation speed of the rod decreases sharply to values much smaller than  $\omega$ . This nonlinear behavior is reminiscent of the asynchronous regime observed in a planar case, *eg* a compass in a rotating magnetic field [77, 86]. This change in the dynamics is illustrated in a supplementary movie, see EPAPS document. The movie shows the transition from the synchronous to asynchronous regime of a  $20 \mu\text{m}$ -long filament. The transition results from a sudden increase in the frequency from 1.5 Hz to 1.7 Hz. As  $\theta$  and  $\Delta\phi$  are no longer constant over time, we plot the mean amplitude  $\langle \theta \rangle$ , averaged over several rotation periods (Fig. 4.6, red circles). There is a discontinuity in the slope of  $\langle \theta \rangle(\omega)$  as the rod suddenly topples towards the solid surface : at high frequencies, the rod rotates at an average  $\langle \theta \rangle$  closer to  $90^\circ$  than the imposed field angle  $\theta_B$ .

When the inclination of the rod is close to  $90^\circ$ , the critical frequency increases as  $\theta_B$  decreases from  $90^\circ$ . More precisely, the variations of the critical frequency  $\omega_c$  with the field inclination  $\theta_B$  are seen in Fig. 4.7 : the boundary of the nonlinear domain in the phase diagram  $(\theta_B, \omega)$  defines the curve  $\omega_c(\theta_B)$ . As mentioned earlier, the dynamic response of the rod is always linear for values of  $\theta_B$  smaller than  $55^\circ$ , and  $\omega_c$  is not defined. Above  $\theta_B = 55^\circ$ , the critical frequency first decreases sharply along a vertical asymptote, then saturates above  $\theta_B = 75^\circ$ . An important technical point has to be made here : we stress that the frontier in the range  $55^\circ < \theta_B < 60^\circ$  had to be investigated with *decreasing* runs of  $\theta_B$  at given frequencies. The amplitude jump between the linear, high-frequency regime ( $\theta \ll \theta_B \sim 55^\circ$ ) and the nonlinear regime ( $\langle \theta \rangle \gg \theta_B$ ) is so sharp that the rods collapse into an irreversibly folded shape if  $\theta_B$  is increased. This folding is reminiscent of the hairpin instability, which is observed for deformable magnetic filaments experiencing sudden variations of their orientation relative to the magnetic field. We thus warn that potential microactuator applications involving such flexible magnetic structures should be operated far from this transition.

#### 4.2.5 Quantitative study of the asymptotic regimes

##### Model

In the limit  $\theta_B \sim 90^\circ$ , the critical frequency  $\omega_c$  is known to arise from the competition between the magnetic actuation and the viscous friction [77, 86]. Moreover, in the other limit,  $\theta_B \sim 0$ , the amplitude and phase of the rod appear to vary in a low-pass filter-like fashion, typical of the response of an overdamped harmonic system to a sinusoidal forcing. In this light, we simplify the modelling of the rod dynamics to the balance between a magnetic forcing and a viscous dissipation and neglect the flexibility of the rod as well as the hydrodynamic interactions with the surface. We model the filament as two interacting paramagnetic pointwise particles, separated by a constant distance  $r$ . One of the particles is fixed at the center of the reference frame, while the other one is left free to rotate around the vertical axis. We show that this minimal model gives a very good account of the rod dynamics over the whole  $\theta_B$  range.

The magnetic force exerted on the moving particle is derived from the dipolar interaction energy :

$$\mathbf{F}_m = -\nabla_{\mathbf{r}} E_m \quad (4.3)$$

with

$$E_m = -\frac{\mu_o m^2}{4\pi} \left[ \frac{3(\mathbf{e}_B \cdot \mathbf{e}_r)^2 - 1}{r^3} \right], \quad (4.4)$$

where  $\mathbf{m} = V\chi B/\mu_0 \mathbf{e}_B$  is the magnetic moment for a particle of volume  $V$  and magnetic susceptibility  $\chi$ . The rotating dipole experiences a viscous drag proportional to its speed,

$$\mathbf{F}_v = -\zeta \mathbf{v} \quad (4.5)$$

where  $\zeta \propto \eta$  is the friction coefficient and  $\eta$  is the viscosity of the fluid. The balance of the hydrodynamic and magnetic forces along  $\mathbf{e}_\theta$  and  $\mathbf{e}_\phi$  yields :

$$r\dot{\theta} = \frac{3\mu_o m^2}{4\pi\zeta} \left[ \frac{2(\mathbf{e}_B \cdot \mathbf{e}_r)(\mathbf{e}_B \cdot \mathbf{e}_\theta)}{r^4} \right] \quad (4.6)$$

$$r \sin \theta \dot{\phi} = \frac{3\mu_o m^2}{4\pi\zeta} \left[ \frac{2(\mathbf{e}_B \cdot \mathbf{e}_r)(\mathbf{e}_B \cdot \mathbf{e}_\phi)}{r^4} \right] \quad (4.7)$$

Note that the angular variations of the magnetic coupling induce geometrical nonlinearities in the equations of motion. We define the magneto-viscous characteristic time, relative to this model :  $\tau^* \equiv 4\pi\zeta r^5/3\mu_o m^2$ .  $\tau^*$  is the time-scale over which the filament aligns with a weakly deviating magnetic field, and is analogous to the relaxation time defined in Eq. 4.2. In all that follows, we use the same notation  $\tau$ . We can now write the equations of motion in terms of  $\theta_B, \theta$  and  $\Delta\phi$ <sup>1</sup> :

$$\tau\dot{\theta} = \sin 2\theta(\sin^2 \theta_B \cos^2 \Delta\phi - \cos^2 \theta_B) + \cos 2\theta \sin 2\theta_B \cos \Delta\phi \quad (4.8)$$

$$\tau(\dot{\Delta\phi}) = \frac{\omega\tau}{2} - 2 \sin \theta_B \sin \Delta\phi \left( \frac{\cos \theta_B}{\tan \theta} + \sin \theta_B \cos \Delta\phi \right) \quad (4.9)$$

We look for the analytical expression of the stationary solutions for Eqs. 4.8 and 4.9. After some tedious but elementary trigonometric calculations, Eq. 4.8 simplifies into :

$$\tan \theta_s = \tan \theta_B \cos \Delta\phi_s \quad (4.10)$$

Finally, we combine Eq. 4.9 and Eq. 4.10 to find :

---

1. These equations are similar to those given in [86], but the second term of Eq. 4.9 is modified by a factor  $1/\sin^2 \theta \sim 1$  near  $\pi/2$



$$\frac{\omega\tau}{2} = \sin \theta_B \sin \Delta\phi_s \left( \frac{\cos \theta_B}{\tan \theta_B \cos \Delta\phi_s} + \sin \theta_B \cos \Delta\phi_s \right) \quad (4.11)$$

These two last expressions are too complex to provide meaningful insight, or even be solved analytically. In what follows, we discuss the development of Eqs. 4.10 and 4.11 in the limits  $\theta_B \rightarrow 0$  and  $\theta_B \rightarrow 90^\circ$ , and numerically solve Eqs. 4.8 and 4.9.

### Quasi-vertical motion

For values of  $\theta_B$  close to 0, the development at the first order in  $\theta_B$  of Eqs. 4.10 and 4.11 yields :

$$\theta_s \sim \frac{\theta_B}{\sqrt{1 + (\omega\tau/2)^2}} \quad (4.12)$$

$$\Delta\phi_s \sim \arctan(\omega\tau/2) \quad (4.13)$$

These correspond to the amplitude and phase of a first-order linear low-pass filter of cutoff frequency  $2\tau^{-1}$ . At low frequencies, the filament precesses around the  $z$  axis at the angle  $\theta \sim \theta_B$ . As the frequency increases, the rod aligns with the rotation axis due to the viscous friction, and the amplitude of the trajectory,  $\theta$ , decreases. Fig. 4.5 shows a good agreement between the theoretical and experimental values of the amplitude. Note that  $\tau$  has not been adjusted to fit the data. We used the value of the relaxation time measured on the  $(\omega, \theta_B)$  phase-diagram, which demonstrates the consistency of our simple model. However, the experimental phase-shift,  $\Delta\phi_s$ , deviates from Eq. 4.13. The greater phase-lag of the experimental filament is likely to be a signature of its flexibility. Indeed, for frequencies below or of order  $\tau^{-1}$  the filament starts bending in the flow direction  $\mathbf{e}_\phi$  [27, 28], which increases the lag but leaves the amplitude of motion  $\theta$  unaffected. Importantly, we note that at higher frequencies, the base of the rod would then bend towards the vertical axis due to stronger viscous stresses. This slows down the decrease of the amplitude with  $\omega\tau$  predicted by Eq. 4.12. More precisely, a previous study showed that  $\theta$  asymptotically decreases with a scaling  $\theta \sim \omega^{-1/2}$  [25], instead of  $\theta \sim \omega^{-1}$ . We can see from the amplitude plot that this asymptotic regime is not reached below  $\omega\tau \sim 10$ , where the theory starts deviating from the experimental data. Indeed, in these experiments the curvature induced by the flow remains smaller or comparable to  $1/L$ . We can conclude that the normalized frequency range here is low enough for us to accurately describe the filament as a rigid rod.

### Quasi-horizontal motion

We now move on to the other asymptotic regime,  $\theta_B = \pi/2 - \epsilon$ . At the lowest order in  $\epsilon$ , Eqs. 4.10 and 4.11 simplify into :

$$\theta_s = \arctan \left[ \frac{\cos(\frac{1}{2} \arcsin \omega\tau)}{\epsilon} \right] + O(\epsilon^2) \quad (4.14)$$

$$\Delta\phi_s = \frac{1}{2} \arcsin \omega\tau + O(\epsilon^2) \quad (4.15)$$

Before going further, we remark that the leading-order contribution to the phase is of order  $\epsilon^2$ , whereas it is of order  $\epsilon$  for the amplitude. This explains that little qualitative difference was found by Tierno *et al.* between the planar case and the 3D case for values of  $\theta_B$  close to  $90^\circ$ . The very small size of their paramagnetic nanoparticles did not allow them to finely track their vertical motion.

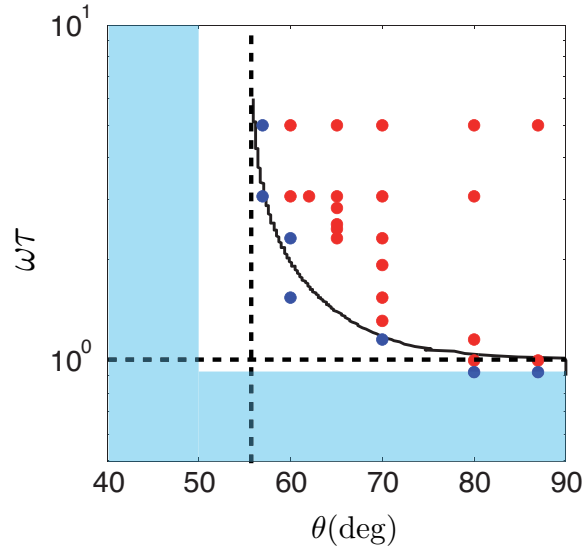


Fig. 4.7: (Color online) Phase diagram in the  $\theta_B, \omega\tau$  plane. Symbols : experimental data. Blue (or dark gray) circles : linear regime. Red (or lighter gray) circles : asynchronous regime. Blue rectangles : many experiments showed only linear behavior. Dashed lines : asymptotes,  $\omega\tau = 1$  and  $\theta_B \sim 55^\circ$ . Line : theoretical boundary from the numerical computations.

The stationary solutions given by Eqs. 4.14 and 4.15 are not defined above  $\omega\tau = 1$ . Indeed, when  $\theta_B = 90^\circ$ , Eq. 4.9 simplifies into the usual expression for an elongated paramagnetic object in a planar rotating field :  $\langle \dot{\Delta\phi} \rangle = \omega\tau - \sin(2\Delta\phi)$  [102]. According to this equation, the phase of the rod can be pictured as an overdamped particle in a washboard potential, where the tilt increases with the frequency. While  $\omega\tau < 1$ , the particle can sit in one of the local energy minima :  $\Delta\phi = \Delta\phi_s$  is constant over time, and the filament is synchronized with the rotating field. Above  $\omega\tau = 1$ , however, the tilt is high enough that the energy barriers disappear and there are no longer local minima in the energy landscape. The particle falls down the energy slope, and the motion of the filament is no longer stationary. This provides a precise means to measure the relaxation time  $\tau$  : in the phase diagram, the horizontal asymptote is set at  $\omega\tau = 1$ , so that  $\omega_c = \tau^{-1}$  when  $\theta_B = 90^\circ$  (see Fig. 4.7). We can thus fit the numerical prefactor in Eq. 4.2. The frequency  $\omega$  is normalized by this adjusted  $\tau$  in all our plots, including the Bode diagrams in Fig. 4.5. We stress that the predictions from the simple model are in very good agreement with the experimental findings without adjusting any other parameter.

The stationary solution  $\theta_s$  from Eq. 4.14 is plotted in Fig. 4.6 as a function of the frequency for  $\theta_B = 68^\circ$  (straight lines). Although in this example  $\epsilon = 22^\circ$  is large, so that  $\omega_c > \tau^{-1}$ , the stationary solution is in reasonable agreement with the experimental data before the transition. The numerical solution of Eq. 4.8, averaged over time in the asynchronous regime, is also plotted in Fig. 4.6 (dashed line). This prediction captures remarkably well the important features of  $\langle \theta \rangle$ , such as the value of  $\omega_c$  and the discontinuity of the slope at the transition.

The horizontal asymptote in the phase-diagram is set by the magneto-hydrodynamic coupling, and so depends on all the physical parameters via  $\tau$ . However, surprisingly, the vertical asymptote defines a critical angle  $\theta_B \sim 55^\circ$  independent of all the experimental parameters. We can find a theoretical prediction for this critical angle by investigating the high-frequency limit ( $\omega\tau \gg 1$ ). In this regime, the amplitude oscillations can be neglected since  $\theta$  varies over a time-scale of order  $\tau \ll \omega^{-1}$ , and we can approximate  $\theta$  by its average over a period. Averaging Eq. 4.8 allows us to simplify the  $\Delta\phi$  dependant terms,  $\langle \cos \Delta\phi \rangle \sim 0$  and  $\langle \cos^2 \Delta\phi \rangle \sim 1/2$ , yielding :

$$\langle \dot{\theta} \rangle = g(\theta_B) \sin 2\langle \theta \rangle \quad (4.16)$$

where  $g(\theta_B) = \sin^2 \theta_B/2 - \cos^2 \theta_B$  is a geometrical function of  $\theta_B$ . The analytic solution for this equation is :

$$\langle \theta \rangle (t) = \arctan \left[ \tan \theta(0) e^{g(\theta_B)t} \right] \quad (4.17)$$

Depending on the sign of  $g(\theta_B)$ , two qualitatively different behaviors are predicted. If  $g(\theta_B) < 0$ ,  $\theta \rightarrow 0$ , and the rod aligns with the vertical axis, whereas if  $g(\theta_B) > 0$ ,  $\theta \rightarrow 90^\circ$ . This is clearly consistent with our findings. The change of sign occurs when  $\theta_B$  reaches the so-called magic angle :  $\theta_{B_c} = \arctan(\sqrt{2}) \sim 55^\circ$ . This critical angle is in perfect agreement with the experimental phase-diagram and, indeed, is purely geometrical. In the next section, we investigate the detail of the asynchronous trajectory in order to gain better qualitative insight into this geometrical criterium.

#### 4.2.6 Detail of the nonlinear dynamics

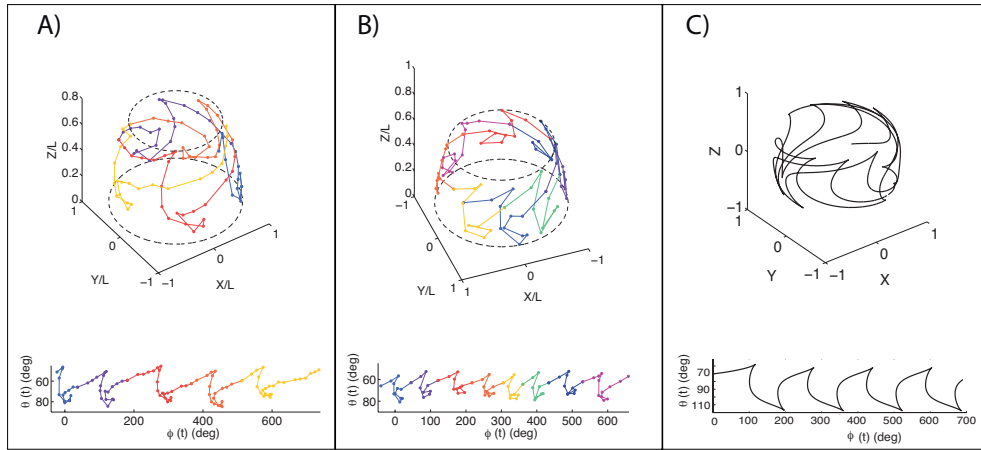


Fig. 4.8: (Color online) A,B : Two examples of experimental trajectories, for  $\omega\tau = 1, 30$  (A) and  $\omega\tau = 1, 53$  (B).  $\theta_B = 68^\circ$ . Both  $\theta$  and  $\phi$  are measured from the pictures taken in top-view, with  $\theta = \arcsin(R/L)$ , where  $L$  is the length of the filament and  $R$  is the radius to the rotation axis. Below are the projections in the  $(\theta, \phi)$  plane. The different colors help visualize the successive patterns. C : Numerical trajectory and its projection in the  $\theta, \phi$  plane,  $\omega\tau = 1, 53$  and  $\theta_B = 68^\circ$

We now give a more detailed description of the non-stationary 3D trajectory. Two examples of experimental asynchronous trajectories are

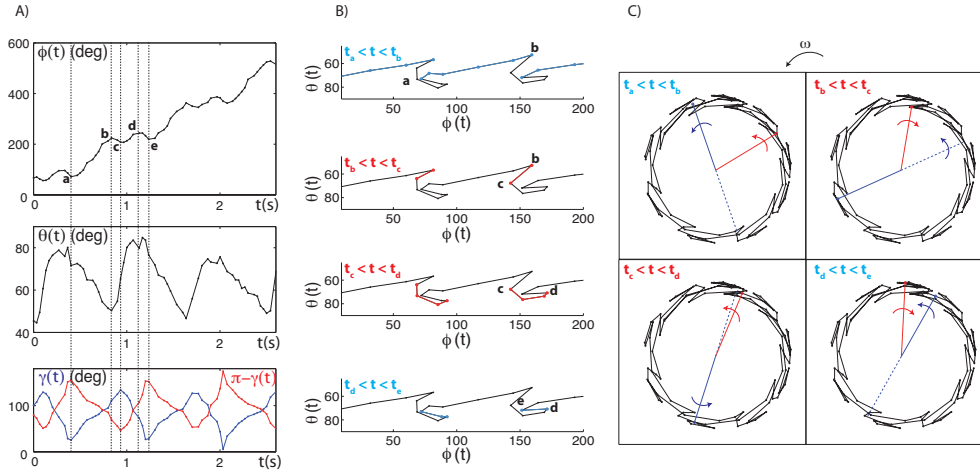


Fig. 4.9: (Color online) A : Time plot of angles  $\phi, \theta, \gamma$  (blue), and  $\pi - \gamma$  (red), and decomposition of a typical pattern into four parts. B : Projection in the  $\theta, \phi$  plane of the corresponding four parts. Blue (or light gray) : the filament follows  $\mathbf{e}_B$ . Red (or dark gray) : the filament follows  $-\mathbf{e}_B$ . C : Position of the magnetic field (blue, straight lines), symmetric of the magnetic field (blue, dashed lines), and filament (red), at typical instants from the four parts of the trajectory, in top view. The trajectory appears in black.

displayed in Figs. 4.8A and 4.8B , along with their projections in the  $(\theta, \phi)$  plane. The tip of the rod was tracked from pictures taken in top view. The phase  $\phi$  was measured directly, while the amplitude  $\theta$  was calculated assuming the rod to be rigid :  $\theta = \arcsin(R/L)$ , where R is the distance to the rotation axis measured on the pictures. These trajectories appear to be a periodic succession of patterns constituted of two back-and-forth rocking motions. For the sake of clarity, each pattern is represented in a different color in Figs. 4.8A and 4.8B.

To better understand the physical origin of these patterns, we define the angle  $\gamma = \widehat{(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_B)}$  between the rod and the magnetic field, see Fig. 4.4. The time variations of  $\phi(t)$ ,  $\theta(t)$  and  $\gamma(t)$  are plotted in Fig. 4.9A for  $\omega\tau = 1, 53$  and  $\theta_B = 68^\circ$  (corresponding to the trajectory in Fig. 4.8B). Notice that  $\gamma(t)$  oscillates around  $90^\circ$ . This has an important consequence : as the magnetic energy, Eq. 4.4, scales as  $E_m \sim (\cos^2 \gamma - 1)$ , the rod will periodically try to align with  $-\mathbf{e}_B$ , whenever  $\gamma > 90^\circ$ , as sketched in Fig. 4.10. Each pattern can therefore be decomposed into four parts, shown in Fig. 4.9. Between positions (a) and (b),  $\gamma < 90^\circ$  while  $\dot{\phi} > 0$  and  $\dot{\theta} < 0$ . The rod follows  $\mathbf{e}_B$  with an increasing phase-lag, while rising towards the vertical axis. From (b) to (c),  $\gamma > 90^\circ$ , so the paramagnetic

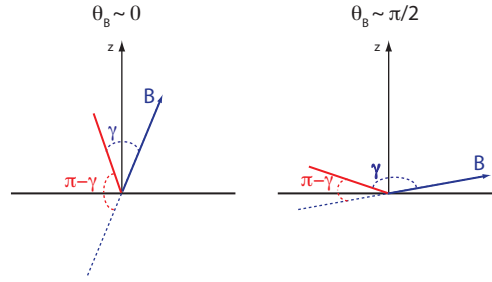


Fig. 4.10: (Color online) Schematics showing the relative positions of the magnetic field (in blue) and rod (in red), in side-view. The phase-lag  $\phi$  is high. Left :  $\theta_B < \theta_{B_c}$  so that  $\gamma < 90^\circ$  for all  $\phi$ . Right :  $\theta_B > \theta_{B_c}$ . When  $\phi$  is large,  $\gamma > 90^\circ$  and the rod periodically aligns with  $-\mathbf{e}_B$ .

rod reverses its motion to go backwards and down towards  $-\mathbf{e}_B$  :  $\dot{\phi} < 0$  and  $\dot{\theta} > 0$ . At (c),  $\gamma$  is maximum :  $\mathbf{e}_r$  and  $-\mathbf{e}_B$  are aligned, and  $-\mathbf{e}_B$  rotates past the rod. From (c) to (d) the rod lags behind  $-\mathbf{e}_B$  :  $\dot{\phi} > 0$ ,  $\dot{\theta} > 0$  and  $\dot{\gamma} < 0$ , until the phase-lag is such that  $\gamma = 90^\circ$ , at (d). Between (d) and (e), the rod again reverses its rotation, going backwards and up to align with  $\mathbf{e}_B$ . Finally, at (e)=(a),  $\mathbf{e}_r$  and  $\mathbf{e}_B$  are aligned and the next pattern begins.

We now see that the vertical asymptote  $\theta = \theta_{B_c}$  on the phase diagram corresponds to the minimum field inclination allowing  $\gamma$  to exceed  $90^\circ$ , see the schematics in Fig. 4.10. It is worth noticing that if the magnetization were rigidly coupled to the structure of the rod, *eg* if the colloids were ferromagnetic, the rod would not align with  $-\mathbf{e}_B$ , and its trajectory would be qualitatively different. The transition between the linear regime ( $\theta_B < \theta_{B_c}$ ) and the asynchronous regime ( $\theta_B > \theta_{B_c}$ ) is a direct consequence of the decoupling between the orientation of the magnetization and the structure of the paramagnetic colloids composing the filament. The complex trajectories themselves are chiefly due to the geometrical nonlinearities in the magnetic force. This is visible in the numerical trajectory shown in Fig. 4.8C. This trajectory is symmetric with respect to the  $z = 0$  plane, since the interaction with the surface was not taken into account in the model. Still, it features double-rocking patterns qualitatively similar to the experimental observations. The addition of hydrodynamic interactions with the wall (including a  $\theta$ -dependant friction coefficient) allowed us to reproduce up-down disymmetric trajectories, yet it requires an extra fitting parameter (results not shown).

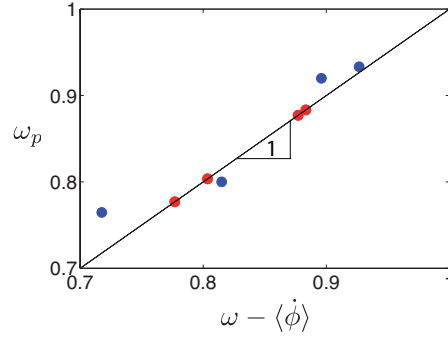


Fig. 4.11: (Color online) Pattern frequency  $\omega_p$  as a function of  $\omega - \langle \dot{\phi} \rangle$ . Symbols : experimental data,  $\omega_p$  and  $\langle \dot{\phi} \rangle$  are measured from the movies. Red (or light gray) :  $\theta_B = 63^\circ$ , blue (or dark gray) :  $\theta_B = 68^\circ$ .

Finally, the number of patterns per turn of the filament can be predicted at all frequencies. Since each pattern corresponds to a complete turn of the magnetic field relative to the rotating rod, we expect the pattern frequency to be given by the relative speed  $\omega_p = \omega - \langle \dot{\phi} \rangle$ .  $\omega_p$  was measured and this relation is verified in Fig. 4.11, which shows an excellent match between the experimental data for  $\omega_p$  and  $\omega - \langle \dot{\phi} \rangle$  as a function of the frequency. The number of patterns per turn of the rod is then simply  $N_p = \omega_p / \langle \dot{\phi} \rangle = \omega / \langle \dot{\phi} \rangle - 1$ .  $N_p$  increases with  $\omega$  while the amplitude of the patterns decreases, as the speed of the rod relative to the magnetic field collapses. Eventually, in the high-frequency limit, the rod is inclined close to the surface and stops moving, as its rotation speed  $\langle \dot{\phi} \rangle$  falls to zero and the number of patterns per turn diverges.

#### 4.2.7 Perspective : Flexible filaments

Before concluding, we wish to briefly address the influence of the flexibility on the morphology and trajectories of the filaments. A detailed investigation would represent a challenge beyond the scope of this paper. However, we can make some predictions that we hope will bring physical insight for further studies. We base our reasoning on experimental observations, and we generalize early work by Biswal et al., who studied the planar rotation of similar magnetic microfilaments [77].

Surprisingly, experiments showed that our first distinction between a low-frequency synchronous regime and a high-frequency asynchronous regime is complicated by a third behavior. "Longer" filaments were never observed to enter the asynchronous regime, as they would first fold

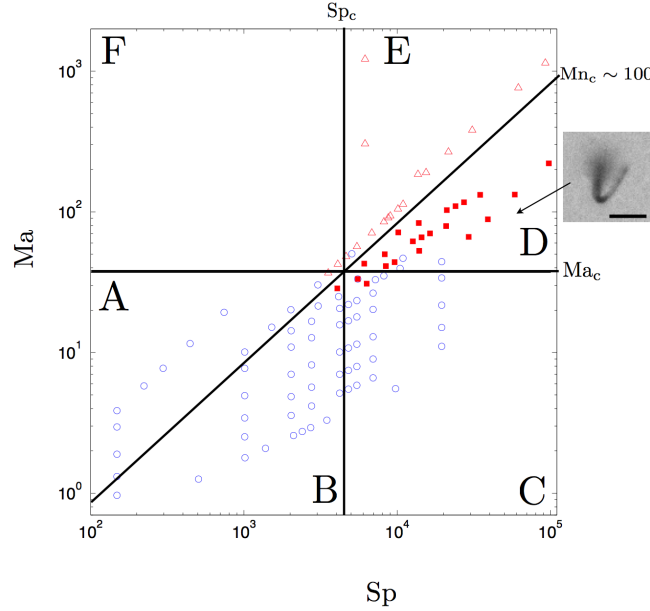


Fig. 4.12: (Color online) Phase diagram in the  $(Sp, Ma)$  plane. Five domains can be distinguished. A : The filament behaves like a rigid rod. B and E : elasticity dominates over magnetic coupling. C and D : Magnetic coupling dominates over elasticity. The symbols are experimental data in the situation  $\theta_B > \theta_{B_c}$ . Blue circles : synchronous rotation. Red squares : hairpin shapes. Red triangles : asynchronous regime. The picture shows a filament folded in a so-called hairpin shape, from domain D ( $Mn=427$ ,  $Ma=221$ ) ; scale-bar is  $15 \mu\text{m}$ .

into so-called hairpin shapes, see the picture in Fig. 4.12. To rationalize this observation, let us first recall that the stiffness of the filament opposing the friction has two physical origins : the magnetic coupling between the colloids, and the elasticity of the polymer linkers. The dynamics of the filament are then governed by three independent dimensionless numbers : the field inclination  $\theta_B$ , the magnetoviscous number  $Ma$ , defined in Eq. 4.1, and the elastoviscous or so-called Sperm number,  $Sp \equiv \zeta_{\perp} \omega L^4 / \kappa$ , where  $\kappa$  is the bending modulus of the filament, measured to be  $\kappa \sim 10^{-23} \text{ N.m}^2$  [98].  $Sp$  is defined from the relaxation time of an elastic but non-magnetic filament :  $\tau_{ev} \equiv \omega^{-1} Sp$ . A third useful quantity is the magneto-elastic number  $Mn \equiv Sp/Ma$ , which compares the magnetic to the elastic energies of a deformed filament [13].

Having defined these quantities, we plot a phase diagram in the  $(Sp, Ma)$  plane, represented in Fig 4.12. Note that a third axis taking into



account the variations of  $\theta_B$  would be necessary. Here, we restrain ourselves to discussing two situations :  $\theta_B > \theta_{B_c}$  and  $\theta_B < \theta_{B_c}$ . The diagram in Fig. 4.12 is actually a projection of all our experimental data with  $\theta_B > \theta_{B_c}$  ranging from  $68^\circ$  to  $85^\circ$ . This plane is divided into six regions, separated by lines of equation :  $Ma = Ma_c$ ,  $Sp = Sp_c$  and  $Mn = Mn_c$  (where  $Ma_c$ ,  $Sp_c$  and  $Mn_c$  are three constant values, see Fig. 4.12).

–A to C– This region of the plane corresponds to synchronous rotation. In domains A and B, the rods are hardly deformed or delayed by the viscous stresses. The filaments simply follow the magnetic field and  $\theta(t) \sim \theta_B(t)$ , see the discussion in the sections above. However, in domain C, the elasticity of the linkers is too weak to prevent the filament from bending in response to the viscous friction, thereby increasing the phase difference,  $\Delta\phi$ , with the driving field<sup>2</sup>.

–D– The filaments bend until acquiring U shapes, see the picture in Fig.4.12. This shape transition corresponds to the so-called "hairpin instability" [98, 103, 77]. To qualitatively explain the origin of this behaviour, we define the elasto-magnetic persistence length  $l_{em} \equiv LMn^{-1/2}$ , which measures the distance over which a magnetic deformation is suppressed by the elasticity. In this high-frequency regime ( $\omega\tau > 1$  ie  $Ma > A^{-1}$ , Eq. 4.2), the angle between the mean orientation of the filament and the magnetic field (ie  $\gamma$ ) can reach  $90^\circ$ . At this angle, sufficiently soft filaments, for which  $l_{em} \ll L$ , buckle to minimize their total energy [98]. In other words, there exists a critical  $Mn$  above which a straight configuration is unstable. The shape of the folded structure makes the characterization of its 3D beating pattern complex : we leave it for further studies.

–E and F– Domains E and F correspond to the asynchronous regime we explore in this paper. There,  $Mn < Mn_c$ , and elasticity maintains the filament almost straight. Note that  $Mn_c$  and, equivalently,  $Sp_c$ , are rather large :  $Mn_c \sim 100$  and  $Sp_c \sim 3000$ . This may come from an underestimation of the bending modulus  $\kappa$ , which was measured indirectly [98].

We close this section by a brief comment on the small- $\theta_B$  phase diagram. The filament always precesses around the vertical axis at  $\omega$ . No asynchronous regime is observed whatever the stiffness of the filament. However, in the high  $Sp$  and/or high  $Ma$  limits, it collapses on the rota-

---

2. The same phenomenology is observed for  $\theta_B < \theta_{B_c}$ , see Fig. 4.5. The main features of the dynamics in the synchronous regime are unaffected by the field inclination.

tion axis but for a small mobile fraction at the free end, due to viscous friction. This mobile length scales like the relevant characteristic length,  $l_{mv} \equiv L(\text{Ma})^{-1/2}$  if  $\text{Mn} > \text{Mn}_c$  (domains C and D) or  $l_{ev} \equiv L(\text{Sp})^{-1/4}$  if  $\text{Mn} < \text{Mn}_c$  (domains E and F).  $l_{mv}$  and  $l_{ev}$  correspond to the penetration lengths of the bending modes of length  $L$  in the limits of zero elasticity and zero magnetic stiffness respectively. The former limit case has been thoroughly studied in [25].

Again, we do not aim to provide here a comprehensive study of the beating of flexible filaments. However, we believe that the above discussion provides a useful guideline to tackle this more involved problem.

#### 4.2.8 Conclusion

In summary, combining microscale experiments and a minimal model, we have successfully characterized the dynamics of a self-assembled magnetic filament driven by a precessing field. We mostly restrain ourselves to angular velocities small enough that the coupling with the surrounding fluid does not significantly alter the shape of the filament. Nonetheless, we establish a non-trivial phase diagram for the dynamics of the tip of the rod. When the driving frequency is smaller than the inverse of the magneto-viscous relaxation time, the response to the field is linear : the rod undergoes rigid-body rotation at  $\omega$  and starts aligning with the rotation axis. When  $\omega$  exceeds  $\tau^{-1}$ , two very different behaviors are distinguished. For small field inclinations, no qualitative change is observed and the rod keeps on aligning with the rotation axis. Oppositely, above a critical inclination  $\theta_{B_c} \sim 55^\circ$ , a dynamic transition occurs and the filament response becomes nonlinear. No stationary state is reached, and the tip of the filament follows complex back-and-forth patterns. We demonstrate that this transition results only from : (i) the geometrical nonlinearities in the magnetic coupling and (ii) the decoupling between the orientation of the magnetization and the rotational degrees of freedom of the colloids. As a consequence, the filament can lock either along  $\mathbf{e}_B$  or  $-\mathbf{e}_B$ , which results in a periodic "catch and release" dynamics that shapes the tip trajectory. Eventually, we have qualitatively investigated the influence of the finite stiffness of the filaments on their beating dynamics. We showed that the addition of deformation degrees of freedom results in another dynamic instability in the large inclination limit, where the filaments bend into hairpins instead of entering the asynchronous regime.

Obviously, in view of inducing and controlling significant microfluidic flows, hundreds of filaments should be put at work. This comprehensive study opens the way towards a new set of challenging questions dealing with the collective dynamics of hydrodynamically coupled artificial cilia. Work along this line is currently in progress.

This work has been partly supported by a DGA-CNRS fellowship and a Paris Emergence research grant. We thank Avin Babataheri for help with the experiments.

### 4.3 Quelques effets supplémentaires

#### 4.3.1 Influence de la surface dans le régime asynchrone

Revenons maintenant brièvement sur la trajectoire tridimensionnelle de la pointe du filament, dans le régime asynchrone. La prédiction numérique du modèle simple est en accord qualitatif avec l'expérience : on retrouve bien des motifs 3D périodiques, constitués de doubles retours en arrière. Nous en concluons que le moteur principal de la dynamique complexe du filament est l'interaction magnétique. Cependant, les trajectoires numérique et expérimentale ne sont pas en accord quantitatif. Avoir négligé l'interaction hydrodynamique avec la surface introduit une différence flagrante : le filament théorique étant libre de traverser le plan  $z = 0$ , la trajectoire numérique est symétrique par rapport à ce plan. De plus, la fréquence des motifs est prédite avec une erreur d'un facteur d'ordre 2.

Le modèle théorique peut être affiné pour tenir compte de l'interaction avec la surface. A grande distance, le champ de vitesse du fluide est identique à celui généré par une force ponctuelle, donné par un stokeslet (voir chapitre 1). Il faut en plus vérifier la condition de non-glissement à la paroi solide : celle-ci est donc représentée par la combinaison de singularités qui annule la vitesse due au stokeslet dans le plan  $z=0$ . Ce raisonnement est analogue à celui utilisé en électrostatique pour calculer le potentiel d'une charge ponctuelle au voisinage d'un plan conducteur infini : le plan est remplacé par une charge image pour d'assurer la condition aux limites sur le champ électrique. Le tenseur de mobilité correspondant au système {stokeslet + surface} dépend de la distance à la paroi,  $r \cos \theta$ , et s'écrit [104, 105] :

$$\zeta^B = \zeta \left[ \mathbf{1} + \frac{9a}{16r \cos \theta} (1 + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z) \right] + o\left(\frac{a}{r}\right) \quad (4.18)$$

pour  $a/(r \cos \theta) \ll 1$ . L'utilisation de ce tenseur introduit un paramètre ajustable supplémentaire, le rapport  $a/r$ . Pour chaque valeur de fréquence, on peut *a priori* trouver une valeur de  $a/r$  qui permette d'ajuster à la fois l'amplitude et la fréquence des motifs. Un exemple en est donné figure 4.13, on peut voir le très bon accord avec la trajectoire expérimentale. Ceci confirme essentiellement les conclusions précédentes (la flexibilité est négligeable, l'interaction magnétique est l'ingrédient principal dans le régime asynchrone) au prix d'un paramètre ajustable supplémentaire, c'est pourquoi nous n'avons pas poussé cette étude plus loin.

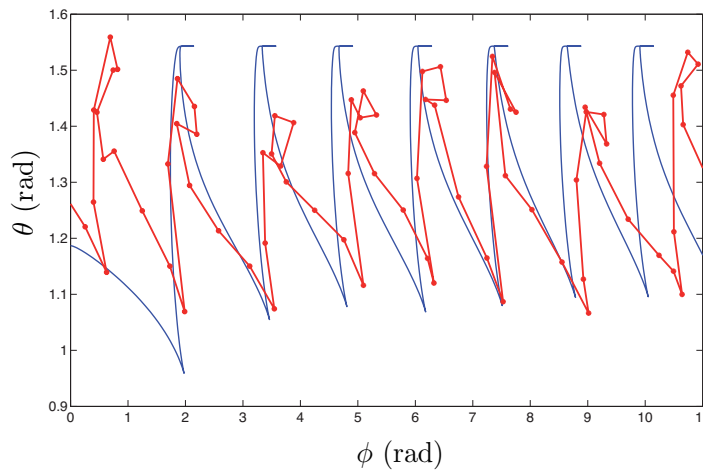


Fig. 4.13: Trajectoire de la pointe du filament, projetée dans le plan  $(\theta, \phi)$ , pour  $\omega\tau = 1.54$ . Rouge : données expérimentales. Bleu : résultat du calcul numérique pour  $a/r = 0.14$ .

### 4.3.2 Influence de la flexibilité du filament

Si l'interaction avec la surface ne modifie que qualitativement l'allure de la trajectoire du filament dans le régime asynchrone, la flexibilité a des conséquences plus dramatiques dans les deux régimes. Les résultats expérimentaux qui figurent dans l'article ont été obtenus avec des filaments suffisamment courts pour que la flexibilité intervienne peu. Le cas de filaments longs a été étudié dans le régime synchrone par Babataheri *et al.* [73], je cite ici ces résultats. Dans le régime asynchrone, les filaments flexibles adoptent des formes complexes, que j'évoquerai ensuite.

### Régime synchrone

Revenons sur la décroissance de l'amplitude de battement avec la fréquence dans le régime synchrone, présentée figure 4.5A. Nous avons vu qu'il existe une fréquence caractéristique, d'ordre  $2\tau^{-1}$ , au-delà de laquelle l'amplitude de battement du filament diminue. Bien que l'expression théorique de  $\tau$  dépende du modèle utilisé (voir les équations 4.2 et ??), il s'agit du seul temps caractéristique du problème : le temps de relaxation magnéto-visqueux. Le passage d'un régime basse fréquence, où le filament suit le champ et  $\theta = \theta_B$ , à un régime haute fréquence, où l'amplitude du battement décroît, est donc indépendant du modèle utilisé. Par contre, la loi de décroissance de l'amplitude avec la fréquence dépend du modèle choisi, et notamment de la prise en compte ou non de la flexibilité du filament. Le modèle minimal utilisé dans cet article, valable pour un filament rigide, prédit une décroissance en  $(\omega\tau)^{-1}$  à haute fréquence. La courbe théorique n'est en bon accord avec les valeurs expérimentales que parce que notre plage expérimentale de fréquences adimensionnées est suffisamment basse pour n'explorer que le début du régime asymptotique, au-dessus de  $\omega\tau \sim 5 - 10$  (figure 4.5).

Au contraire, les expériences réalisées par Babataheri *et al.* sur des filaments plus longs, de  $100 \mu\text{m}$  à  $380 \mu\text{m}$ , se situent dans une gamme de fréquences adimensionnées plus élevée [73]. Ces expériences montrent une décroissance de l'amplitude en  $(\omega\tau)^{-1/2}$ . Cette loi de puissance s'explique par un raisonnement similaire à celui tenu au chapitre 2. Le profil du filament résulte de l'équilibre entre une élasticité qui tend à le maintenir droit et une friction visqueuse qui le courbe. La déformation du filament est alors concentrée sur une longueur  $l_\omega$ , qui correspond à la longueur d'amortissement visqueux. Ici, la contribution principale à l'élasticité du filament est d'origine magnétique (section ??).  $l_\omega$  est donc définie à partir du nombre magnéto-visqueux :

$$\text{Ma} \propto \omega\tau \propto (L/l_\omega)^2 \quad (4.19)$$

où  $\text{Ma}$  est défini Eq. 4.1. Les profils de filaments à différentes fréquences sont présentés figure 4.14. A basse fréquence,  $l_\omega \gg L$ , le filament n'est presque pas déformé, et l'amplitude du mouvement ne dépend pas de  $\omega$ . A haute fréquence,  $l_\omega \ll L$  et seule une partie du filament de taille  $l_\omega$ , localisée à l'extrémité libre, est mobile et suit le champ. L'amplitude du battement varie donc comme  $l_\omega \propto L(\omega\tau)^{-1/2}$ . La figure 4.14B rassemble nos mesures expérimentales et celles de Babataheri *et al.*, pour lesquelles cette décroissance est claire.

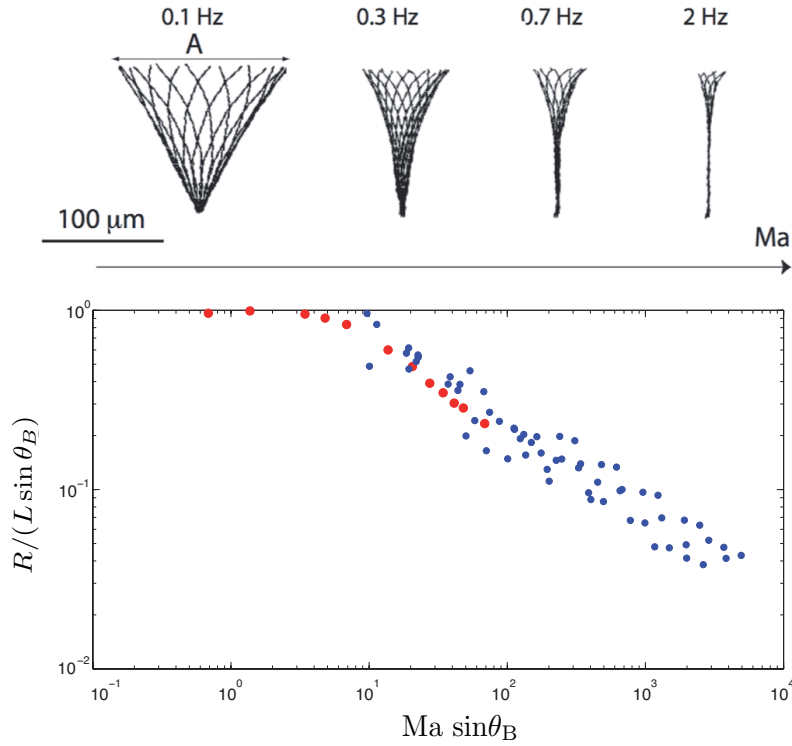


Fig. 4.14: Profil d'un filament magnétique flexible en fonction de la fréquence de battement, reconstitué depuis des prises de vue à différentes altitudes. Cette figure est extraite de la thèse d'A. Babataheri [73]. En bas : Variation de l'amplitude de battement avec la fréquence adimensionnée. Superposition de nos données (en rouge) avec celles d'A. Babataheri (en bleu).

Pour finir, ce comportement, analogue à celui du filament élastique du chapitre 2, laisse attendre qu'un filament flexible dans le régime synchrone génère une force propulsive parallèle à son axe de rotation. Le lecteur intéressé pourra se rapporter à la thèse d'A. Babataheri, dans laquelle figurent des calculs de force à partir des profils expérimentaux, qui confirment cette prédiction.

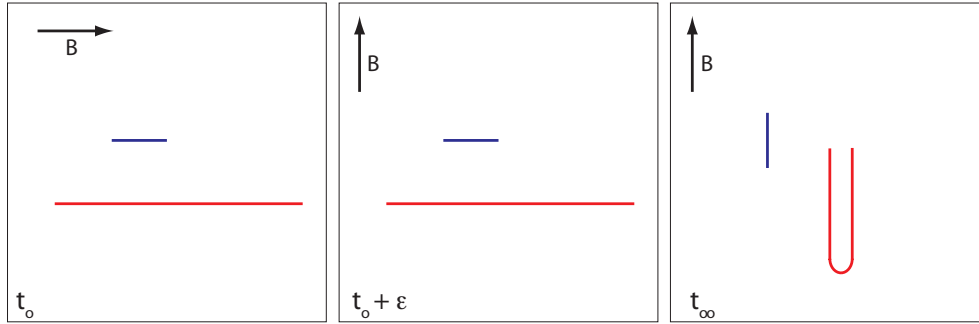


Fig. 4.15: Réponse à un basculement du champ magnétique à  $90^\circ$ . Le filament court (en bleu) s'oriente avec le champ, tandis que le filament long (en rouge) adopte une configuration en épingle.

### Régime asynchrone

*Après sa rédaction, ce paragraphe a été développé pour devenir la section 4.2.7 de l'article précédent. Je le laisse ici pour mémoire, l'approche en étant légèrement différente.*

Le comportement de filaments flexibles dans le régime asynchrone est plus difficile à étudier quantitativement. En effet, nous avons observé qu'au-delà d'une certaine longueur, les filaments se replient dans des configurations mal reproductibles, qui dépendent des conditions initiales et d'éventuels défauts locaux dans la structure des filaments. Typiquement, les filaments adoptent une forme d'épingle, au battement complexe. La longueur effective étant ainsi réduite, ces objets doivent entrer dans le régime asynchrone pour des fréquences plus élevées, que l'on n'atteint pas expérimentalement.

#### (i) Cas statique

Nous pouvons expliquer qualitativement ce phénomène, sur la base de travaux précédents réalisés dans le cas planaire [74, 103, 77]. Les premières de ces références étudient le repliement en épingle de filaments permanents soumis au basculement à  $90^\circ$  du champ magnétique (réponse impulsionnelle). C. Goubault observe dans sa thèse que les filaments "courts" s'orientent avec le champ, alors que les filaments "longs" se plient en deux, selon une forme de U ou d'épingle dont les deux bras sont alignés avec la nouvelle direction du champ, figure 4.15. La longueur critique au-delà de laquelle l'instabilité se produit dépend de l'intensité du champ magnétique. Elle est déterminée par un calcul de stabilité li-

néaire à partir de l'expression de l'énergie du filament lorsqu'un champ perpendiculaire au filament est imposé [74] :

$$\begin{aligned} U &= U_{\text{élastique}} + U_{\text{magnétique}} \\ &= \int_0^L \kappa \gamma^2 ds + \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_0^L \frac{m^2}{8a^3} (1 - 3 \cos^2 \alpha) \frac{ds}{2a} \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$L_c = \sqrt{12\pi} \left[ \frac{\kappa\mu_0}{\chi^2 B^2 a^2} \right]^{1/2} \quad (4.21)$$

où  $\gamma$  est la courbure du filament, et  $L_c$  est la longueur critique au-delà de laquelle le filament se replie. L'expression de l'énergie magnétique est obtenue en ne considérant que des interactions de paire entre colloïdes voisins, dans la limite continue  $N \gg 1$  ( $N$  étant le nombre de colloïdes dans la chaîne).  $\alpha$  est l'angle local entre le filament et le champ magnétique. Sans entrer dans les détails, on peut voir qu'un filament droit ( $\gamma = 0$ ) perpendiculaire au champ ( $\alpha = \pi/2$ ) est instable ; la configuration en épingle correspond à un minimum local d'énergie. Dans ce cas, le terme magnétique peut être vu comme un terme de tension négative, et le filament subit l'analogie d'une instabilité de flambage. Le filament se courbe pour former une épingle, de rayon de courbure  $L_c$ .

L'expression précise de  $L_c$ , notamment le préfacteur numérique, dépend du niveau d'approximation utilisé par Goubault *et al.* pour exprimer l'énergie magnétique du filament. Physiquement,  $L_c$  est la longueur de persistance élasto-magnétique, on peut retrouver simplement sa forme à partir de l'expression du nombre magnéto-élastique Mn. Lorsque  $L_c \gg L$ , le couple élastique de rappel, dû aux liens de polymère entre les colloïdes, est suffisamment important par rapport au couple magnétique pour que le filament pivote en bloc en réponse à une variation du champ magnétique. Par contre, si  $L_c \ll L$ , le coût en énergie élastique de courbure est suffisamment faible par rapport au gain en énergie magnétique pour permettre la configuration en épingle, dans laquelle presque tout le filament est aligné avec le champ, à l'exception de la petite zone où la courbure est maximale (figure 4.15).



*(ii) Cas dynamique*

Cette instabilité a aussi été observée pour des filaments en rotation, par Biswal *et al.* [77]. Leur explication repose sur la comparaison des deux longueurs d'amortissement visqueux, que je renote ici  $l_{mv}$  et  $l_{ev}$  par souci de clarté :

$$l_{mv} \equiv \left( \frac{a^2 B^2 \chi^2}{\mu_o \eta_{\perp}} \right)^{1/2} \omega^{-1/2}$$

$$l_{ev} \equiv \left( \frac{\kappa}{\eta_{\perp}} \right)^{1/4} \omega^{-1/4}$$

où les indices  $m, e, v$  signifient respectivement magnétique, élastique, visqueux.

Le comportement du filament en fonction de sa longueur est prédit dans la figure 4.16. Cette figure représente le diagramme de phase dans l'espace  $(\omega, L)$  ; les frontières des différents domaines de comportement correspondent aux variations de  $l_{mv}$  et  $l_{ev}$  avec  $\omega$ . Les préfacteurs sont calculés en négligeant la variation logarithmique de  $\eta_{\perp}$  avec  $L$ , et en prenant une valeur de  $B$  typique de nos expériences ( $B=4$  mT) : cette figure est qualitative et sert essentiellement à illustrer le propos. La courbe  $l_{mv} = f(\omega)$  définit la frontière entre le régime synchrone et le régime asynchrone. Dans le cas où  $\theta_B \gg \theta_{B_c}$ , la courbe  $l_{ev} = f(\omega)$  sépare quant à elle un régime où les filaments sont courts et peu déformés, d'un régime où les filaments longs sont très courbés par la friction visqueuse. Ces courbes se croisent pour une valeur de  $\omega$  indépendante de  $L$ , et une longueur  $L_c$ . En ce point,  $l_{mv} = l_{ev}$ , soit  $l_{me} \sim L$  : on retrouve le critère précédent pour la définition de la longueur critique. Si  $L > L_c \sim l_{me}$ , le filament se replie au lieu d'entrer dans le régime asynchrone lorsque la fréquence augmente. A l'inverse, si  $L < L_c$ , le filament atteint le régime asynchrone sans être significativement déformé. Ce diagramme donne une valeur de  $L_c$  d'ordre  $2 \mu\text{m}$ , ce qui est trop faible d'un facteur 10 par rapport à nos observations expérimentales<sup>3</sup>. Par ailleurs, on peut aussi comprendre ce diagramme en termes de temps de relaxation : pour une longueur donnée, c'est le temps de relaxation le plus lent qui gouverne la dynamique du filament. Pour qu'une épingle puisse se former, il faut donc que la fréquence d'actuation et les temps de relaxation magnéto- et élasto-visqueux (respectivement  $\tau$  et  $\tau_{ev}$ ) vérifient  $\omega^{-1} < \tau < \tau_{ev}$ .

3. Le diagramme de la figure 4.12 est une généralisation de celui-ci, et s'avère en bon accord avec nos mesures expérimentales.

Ce raisonnement qualitatif n'est pas spécifiquement bidimensionnel et reste valide à trois dimensions, tant que  $\theta_B > \theta_{B_c}$ . En effet, aux grandes inclinaisons par rapport à la verticale, l'angle  $\gamma$  entre le filament et le champ (qui correspond à l'angle  $\alpha$  de l'équation 4.20) peut atteindre  $\pi/2$ , et déclencher l'instabilité. Ceci ne se produit jamais à inclinaison plus faible que l'angle critique.

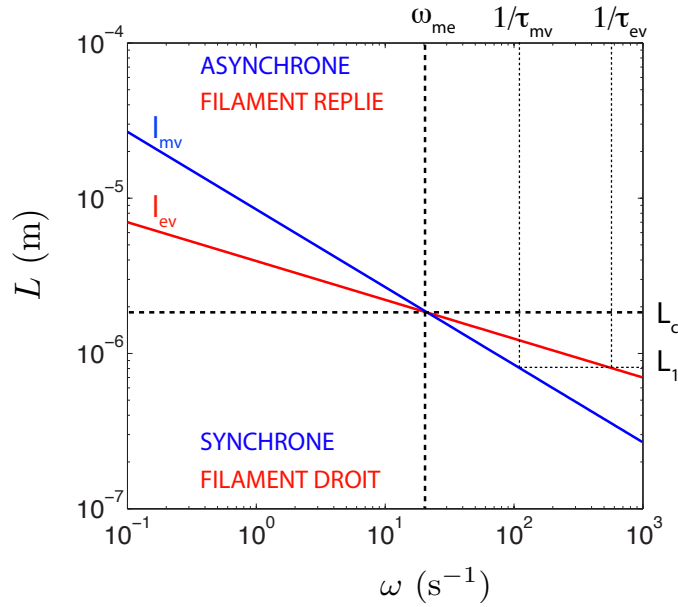


Fig. 4.16: Diagramme de phase pour une intensité de champ donnée ( $B = 4$  mT), dans le plan  $(\omega, L)$ . Les séries de mesures expérimentales correspondent à une lecture de ce diagramme à  $L$  constante et  $\omega$  croissante. Si  $L < L_c$ , augmenter la fréquence fait traverser la frontière bleue ( $L = l_{mv}$ ) et passer dans le régime asynchrone. À l'inverse, si  $L > L_c$ , le filament se replie en épingle au passage de la frontière rouge ( $L = l_{ev}$ ).

Le battement de chaînes flexibles dans la limite  $\kappa \rightarrow 0$  et  $\theta_B \gg \theta_{B_c}$  a été simulé numériquement par Sandrine Ngo, au cours de son stage de M2. Les filaments sont, dans ce cas, modélisés par une succession de moments dipolaires magnétiques interagissant deux à deux. Les résultats numériques prédisent le repliement du filament sur lui-même, en accord avec le raisonnement précédent. En effet,  $l_{ev} \rightarrow 0$  implique que  $l_{mv} \rightarrow 0$  : quelle que soit sa longueur, le filament s'écroule au lieu d'effectuer un mouvement de précession.

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la dynamique de filaments magnétiques soumis à un champ en précession autour de l'axe vertical. Dans le cas de filament courts, considérés comme rigides, nous avons montré l'existence de deux domaines de dynamique distincts, selon la valeur des deux paramètres  $\theta_B$  et  $\omega$ . Lorsque le champ magnétique est faiblement incliné par rapport à l'axe de rotation, la réponse du filament est toujours synchrone. La dynamique pour des inclinaisons de champ supérieures à l'angle magique  $\theta_{B_c} = \arctan \sqrt{2}$  est plus riche. Au-dessus d'une fréquence caractéristique magnéto-visqueuse, la réponse des filaments devient asynchrone : l'extrémité libre du filament suit une trajectoire tridimensionnelle complexe, ponctuée de retours en arrière. L'origine de ce comportement asynchrone est purement magnétique : un modèle minimal, dans lequel la flexibilité du filament n'est pas prise en compte, donne des prédictions en très bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur ces filaments courts.

La distinction entre les battements à faible et forte inclinaison du champ est aussi pertinente dans le cas de filaments flexibles. Comme précédemment, si  $\theta_B \ll \theta_{B_c}$  la réponse des filaments est synchrone. La flexibilité a une influence sur le profil 3D du filament, qui prend une forme hélicoïdale rappelant l'étude du chapitre 2 (figure 4.14). Par contre, à grande inclinaison, les filaments se replient en épingle au lieu d'entrer dans le régime asynchrone. La dynamique de ces filaments repliés est complexe et pourrait être étudiée plus avant.

Le prochain chapitre porte sur le battement collectif d'un réseau de ces filaments. Nous nous limiterons à une étude dans le régime synchrone.

# Chapitre 5

## Microfilaments magnétiques : battement collectif

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>123</b>
<b>5.2</b>	<b>Remarques préliminaires</b> .....	<b>124</b>
5.2.1	Remarques techniques .....	125
5.2.2	Nombres sans dimension .....	125
<b>5.3</b>	<b>Deformation des trajectoires : cas des réseaux</b> .....	<b>126</b>
<b>5.4</b>	<b>Problème à deux corps</b> .....	<b>129</b>
5.4.1	Explication qualitative .....	129
5.4.2	Modèle théorique .....	132
<b>5.5</b>	<b>Perspectives</b> .....	<b>134</b>
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>135</b>

---



## 5.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, certains microorganismes se propulsent au moyen de tapis de cils qui battent en coordination. Des ondes de synchronisation de phase, dites métachronales, se propagent à leur surface, entraînant le fluide environnant. La réalité biologique est complexe et ces mouvements collectifs ne sont pas encore parfaitement élucidés. Cependant, ces phénomènes suscitent un regain d'intérêt récent, aussi bien physique que technologique. Du point de vue des physiciens, l'influence du couplage hydrodynamique sur l'émergence de ces structures propagatives est une question ouverte qui motive les théoriciens (voir par exemple [10, 12, 11, 106]). Si les études expérimentales à  $N$  corps manquent, un travail récent a pu montrer que le couplage hydrodynamique permet l'accrochage en phase de deux rotateurs entraînés à couple imposé [46]. Du point de vue technologique, ces stratégies biologiques de transport de fluide ou de microparticules sont détournées afin de proposer des solutions biomimétiques pour la manipulation fluide à petite échelle. Les réalisations expérimentales sur le sujet fleurissent plus vite que n'avance la rédaction de cette thèse, et sont citées dans les chapitres 1 et 3. Ces travaux sont essentiellement technologiques, et quand ils sont accompagnés d'une étude physique, celle-ci porte sur les écoulements induits, qu'il s'agisse de mélange ou de pompage [60, 63] (et, encore plus récemment, [107, 108]).

Il faut cependant souligner une différence fondamentale entre les systèmes vivants et les systèmes artificiels qui s'en inspirent, dont le nôtre. *In vivo*, chaque cil possède son propre moteur, mécaniquement découplé de celui des autres. Par contre, pour des raisons de complexité technique, le forçage des systèmes artificiels est exercé au moyen de champs extérieurs, typiquement électriques ou magnétiques. Par conséquent, si la phase des cils biologiques est libre (en supposant qu'elle ne soit pas régulée biochimiquement), celle de nos structures est contrainte par le champ externe. On ne s'attend donc pas à observer de phénomènes d'accrochage de phase, ni de propagation d'ondes métachronales. L'objectif ici est plus généralement d'apporter de la compréhension fondamentale sur la dynamique de particules forcées, en interaction hydrodynamique.

Nous avons choisi le mode d'actuation le plus simple, qui ne permet d'ailleurs pas de créer de la propulsion pour un filament isolé : le battement en précession autour de l'axe vertical. Pourtant, les premières observations expérimentales ont révélé une évolution structurale inatten-

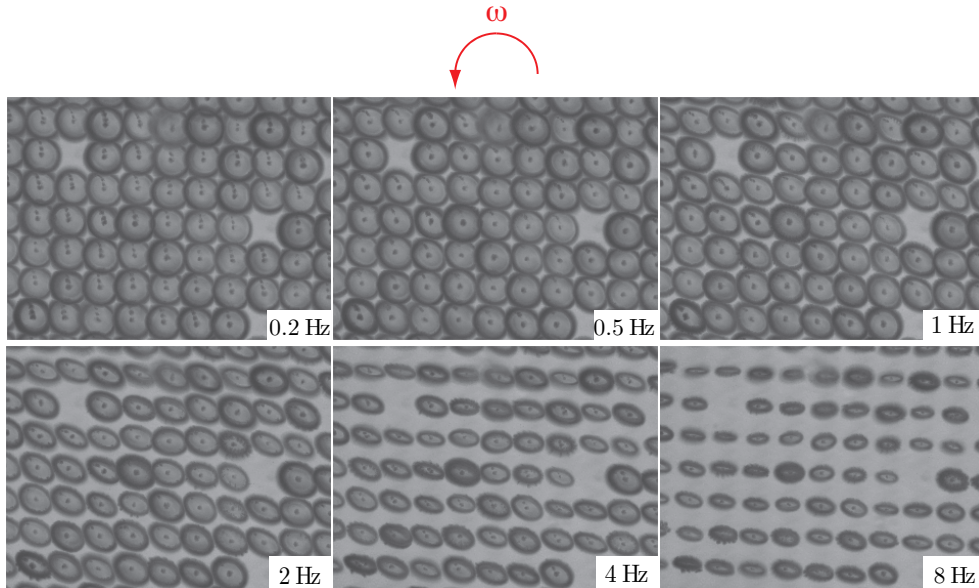


Fig. 5.1: Superposition des positions d'un réseau de filaments au cours du temps, pour des valeurs de fréquence croissantes (vue de dessus). Les trajectoires, circulaires à basse fréquence, prennent la forme d'ellipses qui se rabattent le long de l'axe horizontal. Pas du réseau :  $40 \mu\text{m}$ .

due des trajectoires parcourues par la pointe des filaments, figure 5.1. De façon surprenante, lorsque la fréquence augmente, la trajectoire des filaments dans le régime stationnaire s'étire pour prendre une forme d'ellipse (en vue de dessus), dont le grand axe s'aligne avec la direction principale du réseau (ici la longueur du canal).

La dépendance en fréquence de cet effet collectif est la signature d'un couplage de nature hydrodynamique, par opposition à un couplage magnétique qui ne dépendrait que de l'intensité du champ. A la différence des études théoriques précédentes, qui se sont en général consacrées au champ de phase, nous nous intéressons donc ici plutôt à la morphologie (ou champ de "forme") des trajectoires. Un modèle simple, à deux corps, permet de retrouver qualitativement cette phénoménologie.

## 5.2 Remarques préliminaires

Les notations sont celles du chapitre 4.

### 5.2.1 Remarques techniques

Dans ces expériences, les filaments sont disposés en réseaux carrés de pas  $p = 30$  ou  $40 \mu\text{m}$ . Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, ce type de réseaux est constitué de filaments à peine moins longs que la hauteur du canal. Le frottement avec la surface supérieure détériore ou bloque les filaments les plus longs. Ces problèmes sont très locaux, mais perturbent le tracking. De plus, la taille du champ de la caméra est un compromis pour visualiser le plus grand nombre possible de filaments, qui soient suffisamment résolus. En conséquence, les mesures sont effectuées sur des zones de réseau limitées spatialement. Ces zones comprennent typiquement de 30 à 40 filaments, de longueur  $L \sim 130 \mu\text{m}$  (dans un canal de hauteur  $h \sim 150 \mu\text{m}$ ). Cependant, les réseaux s'étendent sur des surfaces beaucoup plus étendues, comprenant plusieurs centaines de filaments.

Comme précédemment, on s'intéresse exclusivement à la trajectoire de l'extrémité libre des filaments, dans le régime stationnaire. De plus, l'inclinaison par rapport à la verticale restant faible, nous ne considérons que la projection de cette trajectoire dans le plan horizontal. Puisque les filaments sont inextensibles, les trajectoires qui apparaissent comme elliptiques vues de dessus sont en réalité tridimensionnelles, mais cette approximation n'a pas d'incidence sur le raisonnement proposé dans ce chapitre.

### 5.2.2 Nombres sans dimension

La position de ces expériences dans le plan  $(\text{Sp}, \text{Ma})$  est représentée sur la figure 5.2. Elles se situent toutes dans le demi-plan situé sous la diagonale, où  $\text{Mn} \gg \text{Mn}_c$ . La rigidité des filaments est donc principalement d'origine magnétique. Leur dynamique est gouvernée par l'équilibre entre la force magnétique dipolaire et la force hydrodynamique, dans laquelle il faut désormais ajouter un terme de couplage. Les nombres sans dimension correspondants sont le nombre de Mason (ou, de façon équivalente,  $\omega\tau$ ), et un deuxième nombre qui compare la force magnétique au terme de couplage hydrodynamique. En supposant que tous les filaments soient identiques, ce nombre doit faire intervenir le facteur géométrique  $L/d$ , où  $d$  est la distance entre filaments voisins. Ceci revient à définir un deuxième temps caractéristique,  $\tau_c$ , tel que  $\omega\tau_c \sim \omega\tau(L/d)^\alpha$ , où  $\alpha$  est un



exposant à déterminer.  $\tau_c$  est le temps de relaxation magnéto-visqueux dû au terme de couplage hydrodynamique.

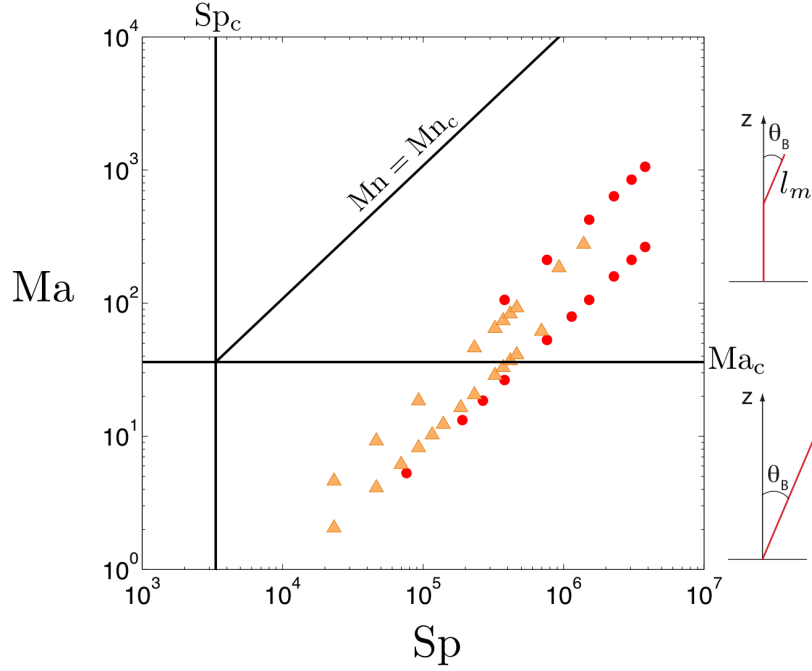


Fig. 5.2: Diagramme dans le plan (Sp, Ma). Rouge : réseaux. Jaune : paire.

Remarquons que les filaments sont peu déformés tant que  $Ma \ll Ma_c$ . Au-dessus de cette fréquence caractéristique, seule une fraction de filament suit le champ, depuis l'extrémité libre. Comme discuté précédemment, cette longueur mobile dépend de la fréquence et est, dans cette partie du plan (Sp, Ma), de l'ordre de la longueur d'amortissement magnéto-visqueux :  $l_{mv} \sim (\omega\tau)^{-1/2}$ . Cet effet de flexibilité modifie le rapport  $l_m/d$ , où  $d$  est la distance entre filaments et  $l_m$  la longueur mobile, contribuant au couplage hydrodynamique (voir les schémas sur la figure 5.2).

### 5.3 Déformation des trajectoires : cas des réseaux

Les expériences ont été réalisées pour des inclinaisons de champ magnétique faibles, telles que  $\theta_B \ll \theta_{B_c}$ . En accord avec l'étude menée

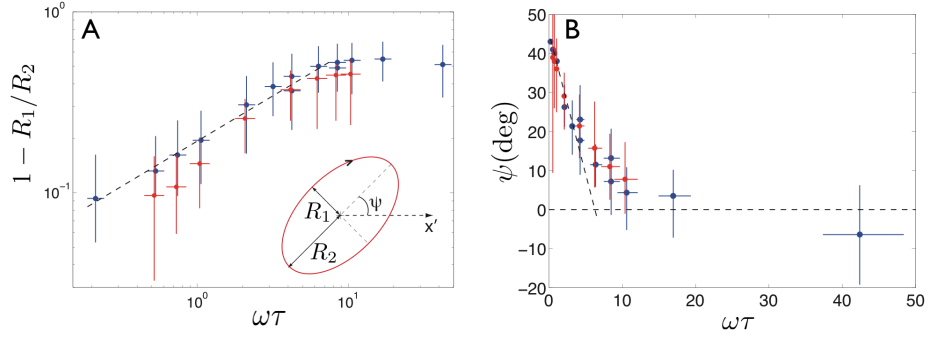


Fig. 5.3: **A** : Evolution de l'anisotropie de la trajectoire avec la fréquence. En inset, définition des paramètres de l'ellipse.  $R_1$  et  $R_2$  désignent respectivement les petits et grand axes.  $\psi$  est l'angle entre la direction principale de l'ellipse et l'axe principal du réseau,  $x'$ . Bleu :  $L/p = 3.3$ . Rouge :  $L/p = 4.3$ . Ces courbes sont obtenues par moyennage sur l'ensemble des filaments de chaque réseau. Les barres d'erreur représentent la dispersion des données. En pointillés : loi de puissance en  $(\omega\tau)^{1/2}$ . **B** : Evolution de l'angle  $\psi$  avec la fréquence. Bleu :  $L/p = 3.3$ . Rouge :  $L/p = 4.3$ . Les pointillés indiquent l'échelle de temps de décroissance de  $\psi$ .

dans le chapitre 4, la réponse des filaments à l'actuation magnétique est synchrone : les filaments tournent autour de l'axe vertical à la vitesse moyenne  $\omega$ . Des filaments isolés soumis aux mêmes conditions d'actuation suivraient une trajectoire d'amplitude  $\theta$  constante en régime stationnaire. Dans le cas des réseaux, on peut constater sur la figure 5.1 que si les trajectoires vues de dessus sont bien circulaires à basse fréquence, elles prennent une forme elliptique lorsque la fréquence augmente :  $\theta$  oscille à la fréquence  $2\omega$ . De plus, le grand axe de ces ellipses se rabat sur la direction principale du réseau (c'est à dire la longueur du canal, dans le cas du réseau carré utilisé ici).

Afin de caractériser plus quantitativement cette évolution des trajectoires, les paramètres géométriques de l'ellipse,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\psi$  définis dans l'inset de la figure 5.3A, sont mesurés en fonction de la fréquence. L'évolution de l'anisotropie de la trajectoire, définie comme  $1 - R_1/R_2$ , et de l'orientation de l'ellipse,  $\psi$ , en fonction de la fréquence normalisée  $\omega\tau$  sont représentées figure 5.3. On voit sur cette figure que l'anisotropie commence par croître avec la fréquence, suivant une loi d'échelle proche de  $(1 - R_1/R_2) \sim \omega\tau^{1/2}$ . Puis, au-dessus de  $\omega\tau \sim 7$ , elle se stabilise autour de  $(1 - R_1/R_2) \sim 0.5$ . Simultanément, et sur la même échelle de temps caractéristique,  $\psi$  décroît de  $45^\circ$  à une valeur proche de  $0^\circ$ . Ce deuxième temps caractéristique doit correspondre au temps de relaxation dû au

couplage, introduit dans la section 5.2.2 :

$$\tau_c \equiv \tau \left( \frac{L}{d} \right)^\alpha \sim 7\tau \quad (5.1)$$

Afin de comparer la réponse en fréquence des réseaux à celle des filaments seuls, la figure 5.4 présente les diagrammes de Bode en amplitude et en phase. Comme précédemment, l'amplitude de battement diminue lorsque la fréquence augmente, sous l'effet de la friction visqueuse (figure 5.4A). On peut voir sur cette figure que le petit axe décroît comme le rayon du cercle parcouru par un filament seul. Comme discuté au chapitre précédent, le petit rayon décroît après  $\omega\tau \sim 2$ , puis ces points s'écartent de la prédiction du modèle rigide (en pointillés rouges) vers  $\omega\tau \sim 5 - 10$ . La décroissance suit alors une loi en  $(\omega\tau)^{-1/2}$ , conséquence de la flexibilité du filament. Par contre, le grand axe de l'ellipse décroît plus tard, et atteint le régime asymptotique en  $(\omega\tau)^{-1/2}$  au delà de  $\omega\tau \sim 7$  (l'anisotropie de la trajectoire sature alors à une valeur constante). La conclusion importante à tirer de l'écart entre ces courbes est que la trajectoire est *étirée* mais pas comprimée, par rapport au cercle parcouru par un filament seul (voir inset sur la figure 5.4A).

Le diagramme de Bode pour la phase, figure 5.4B, montre que le déphasage moyen avec le champ est, à fréquence donnée, beaucoup plus faible que dans le cas des filaments seuls. Si les filaments ne sont pas accélérés (ils tournent à  $\omega$  en moyenne sur une période), le couplage permet cependant de compenser en partie leur retard de phase. De plus, cet effet dépend de l'intensité du champ : plus le champ est faible (symboles carrés), plus le déphasage est faible. Cet effet, qui peut sembler contre-intuitif, est sans doute dû à la force relative du couplage hydrodynamique par rapport au forçage magnétique.

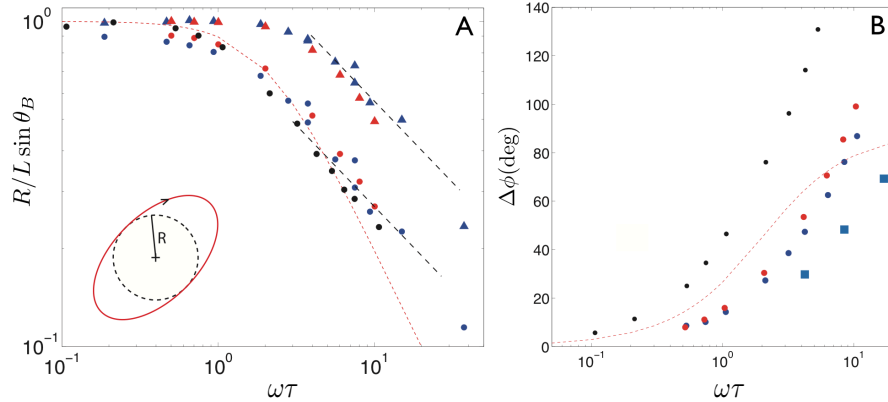


Fig. 5.4: **A** : Evolution de l'amplitude de la trajectoire avec la fréquence : comparaison avec un filament isolé. Courbe pointillée rouge : théorie pour un filament rigide, filtre passe-bas du premier ordre (voir le chapitre 4). Pointillés noirs : loi de puissance en  $(\omega\tau)^{-1/2}$ . Symboles : données expérimentales. Noir : filament isolé. Rouge et bleu : réseaux (respectivement de rapport  $L/p$  4.3 et 3.3) ; données moyennées sur l'ensemble des filaments de chaque réseau. Cercles : petit axe. Triangles : grand axe. La trajectoire est étirée par rapport au cercle de rayon  $R$  parcouru par un filament seul à la même fréquence, voir le schéma en inset.  $\theta_B = 10^\circ$ . **B** : Evolution du déphasage par rapport au champ (moyenné sur une période) en fonction de la fréquence normalisée. Courbe pointillée : théorie pour un filament rigide. Symboles : données expérimentales. Cercles noirs : filament seul. Bleu, rouge : réseaux de rapports  $L/p$  respectivement 3.3 et 4.3. Cercles :  $B = 8$  mT. Carrés :  $B = 4$  mT.

## 5.4 Problème à deux corps

### 5.4.1 Explication qualitative

Afin de mieux comprendre cet effet collectif, considérons d'abord le système le plus simple, à deux corps. La question ici est de savoir si les interactions de paire seules peuvent induire cette évolution structurale des trajectoires.

Dans ce but, des expériences ont été réalisées sur des paires de filaments, voir la figure 5.5. Ces expériences se sont avérées plus difficiles : le rapport signal sur bruit est plus mauvais que dans le cas des réseaux, car l'effet observé est beaucoup plus faible, figure 5.5. Les fluctuations de longueur et d'épaisseur d'un filament à l'autre (c'est à dire de temps de réponse  $\tau$ ) ne sont plus négligeables, contrairement au cas des réseaux. Cependant, la même phénoménologie est bien retrouvée : lorsque

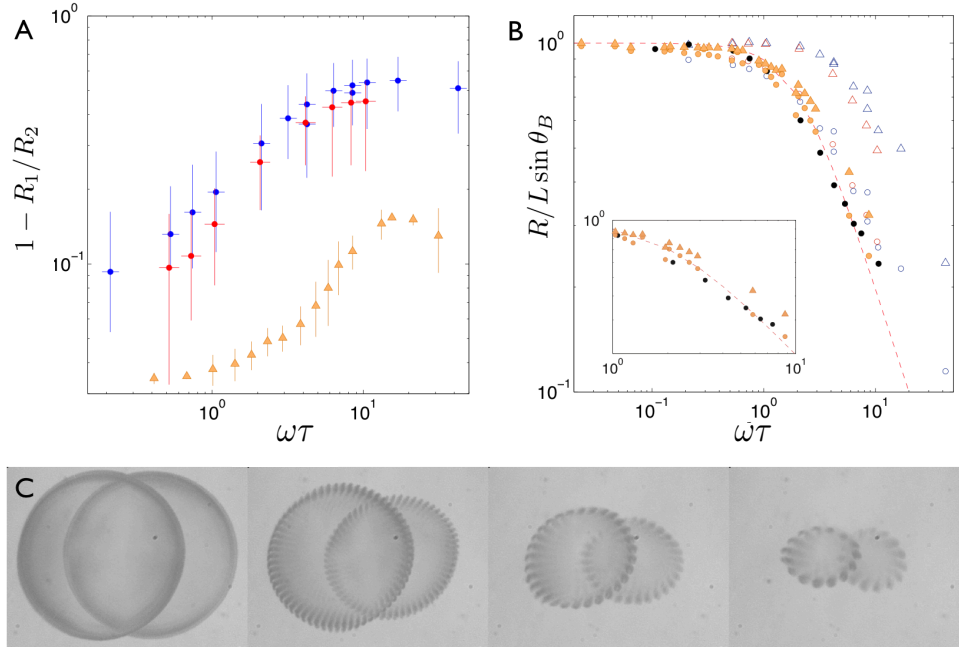


Fig. 5.5: **A** : Evolution de l'anisotropie avec la fréquence. Bleu et Rouge : réseaux (bleu :  $L/p = 3.3$ ; rouge :  $L/p = 4.3$ ). Orange : paire de rapport  $L/p=2.7$ . Les barres d'erreur n'ont pas la même signification : pour les réseaux, elles traduisent la dispersion des données sur plusieurs dizaines de filaments. Pour la paire, les données ont été filtrées (moyenne glissante sur 4 points successifs), et les barres d'erreur indiquent le bruit. **B** : Evolution de l'amplitude de la trajectoire en fonction de la fréquence. Pointillés rouges : filtre passe-bas, théorie pour un filament rigide. Symboles : données expérimentales. Triangles : grand axe. Cercles : petit axe. Bleu et Rouge : réseaux (bleu :  $L/p = 3.3$ ; rouge :  $L/p = 4.3$ ). Noir : filament seul. Orange : paire de rapport  $L/p=2.7$ . Les données pour la paire ne sont pas moyennées. Inset : zoom sur les données de la paire.

la fréquence augmente, la pointe des filaments parcourt une ellipse, qui s'aligne avec l'axe de la paire.

Puisque l'effet collectif observé dépend de la fréquence d'actuation, il doit être dominé par le couplage hydrodynamique. Une compréhension qualitative du phénomène peut être obtenue en considérant les filaments comme des stokeslets. Cette représentation suppose que la distance entre filaments soit suffisamment grande devant leur longueur pour pouvoir considérer chacun comme une force ponctuelle. Ce n'est pas le cas expérimentalement, mais cette approche simple permet tout de même de retrouver les tendances observées. Même si, à faible distance, le stokeslet

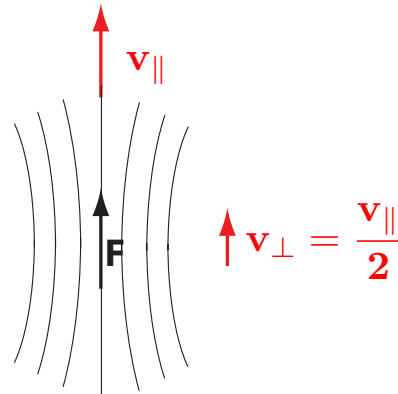


Fig. 5.6: Anisotropie du couplage hydrodynamique. La vitesse induite parallèlement à la force ponctuelle est deux fois plus importante que dans la direction perpendiculaire. Voir aussi les figures 1.4 et 2.3A.

est une mauvaise approximation qui ne permet pas d'estimations quantitatives, la symétrie du champ de vitesse sur laquelle repose notre raisonnement n'est pas modifiée.

Ce raisonnement repose sur l'anisotropie du tenseur d'Oseen, que nous avons déjà évoquée aux chapitres 1 et 2. L'écoulement induit par une force ponctuelle est deux fois plus important dans l'axe de cette force que dans la direction perpendiculaire, figure 5.6. Les conséquences de cette anisotropie sur les trajectoires sont schématisées figure 5.7. Le mouvement du filament  $i$  induit un écoulement en  $j$ , parallèle à la vitesse des filaments. La vitesse relative du filament  $j$  par rapport au fluide, et donc la force de friction visqueuse auquel il est soumis, est abaissée. Cet effet est maximal lorsque les deux filaments se suivent (positions (a) et (c)), et minimal lorsque leur vitesse est perpendiculaire à l'axe de la paire (positions (b) et (d)). La trajectoire circulaire est "cisailée", ce qui équivaut à un étirement à  $45^\circ$  de la direction de cisaillement et une rotation. Ceci explique que les ellipses apparaissent inclinées à  $45^\circ$  de l'axe de la paire, puis s'y alignent.

Remarquons enfin qu'en tous points, la force induite s'oppose à la friction visqueuse, ce qui explique que le déphasage avec le champ magnétique soit plus faible qu'en l'absence de couplage.

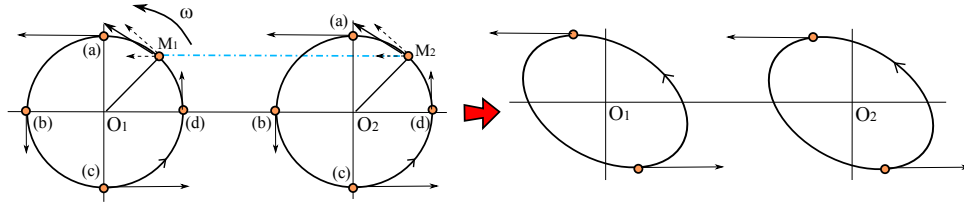


Fig. 5.7: Influence du couplage hydrodynamique sur la trajectoire. Aux points (a) et (c), le couplage est maximal, alors qu'il est minimal aux points (b) et (d), pour lesquels la vitesse n'est pas colinéaire au vecteur  $\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2$ . La trajectoire prend une forme d'ellipse sous l'effet du cisaillement.

### 5.4.2 Modèle théorique

Puisque cette approche semble pertinente, on peut formaliser la description du problème à deux corps, dans la limite où les interactions sont purement hydrodynamiques. Pour modéliser le plus simplement possible les deux filaments, dans la limite  $L \ll d$ , on reprend la représentation simplifiée du chapitre 4, figure 5.8. Pour tenir compte du couplage hydrodynamique,  $M_{i,j}$  sont des stokeslets. On suppose que les filaments sont suffisamment distants pour ne pas sentir d'effet dû à leur profil 3D. Enfin, on suppose qu'ils ont tous deux le même temps de relaxation  $\tau$ .

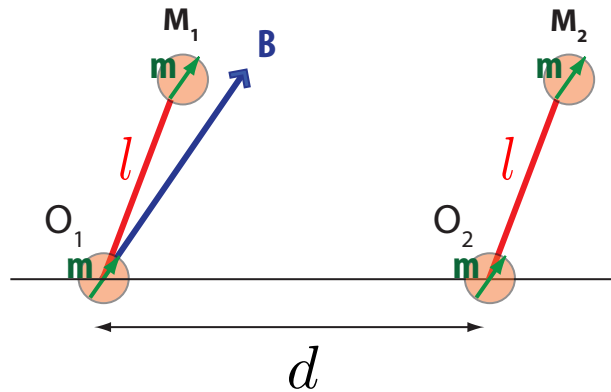


Fig. 5.8: Modélisation d'une paire de filaments. Chaque filament est représenté par deux moments magnétiques en interaction dipolaire,  $M_{i,j}$  et  $O_{i,j}$ , séparés d'une distance  $l$ .  $M_{i,j}$  sont des stokeslets, séparés d'une distance  $d$ .

La vitesse du filament  $i$  s'écrit :

$$\mathbf{v}_i = G(0)\mathbf{F}_i^{\mathbf{m}} + G(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\mathbf{F}_j^{\mathbf{m}} \quad (5.2)$$

avec  $\mathbf{F}_i^{\mathbf{m}} = [\mathbf{F}_{\mathbf{O}_i \rightarrow \mathbf{M}_i}^{\mathbf{m}} + \mathbf{F}_{\mathbf{M}_j \rightarrow \mathbf{M}_i}^{\mathbf{m}} + \mathbf{F}_{\mathbf{O}_j \rightarrow \mathbf{M}_i}^{\mathbf{m}}]$

où le couplage hydrodynamique s'exprime via le tenseur d'Oseen :

$$G(0) = \zeta^{-1} \quad \text{et} \quad G(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi\eta r} \left( \mathbf{1} + \frac{\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^2} \right)$$

Pour tenir compte de la condition de non glissement à la paroi solide, il est intéressant d'utiliser plutôt le tenseur de Blake, dont l'expression est particulièrement simple dans cette géométrie :

$$G^B = \frac{9al^2}{d^3} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x + O\left(\frac{l}{d}\right)^3 \quad (5.3)$$

où  $\mathbf{e}_x$  est le vecteur unitaire orienté selon l'axe de la paire. Il faut aussi remplacer  $\zeta$  par  $\zeta_B$ , défini au chapitre 4 (équation 4.18).

La force d'interaction dipolaire variant en  $1/r^4$ , la force magnétique  $\mathbf{F}_i^{\mathbf{m}}$  est dominée par le terme propre (pour un filament isolé),  $\mathbf{F}_{\mathbf{O}_i \rightarrow \mathbf{M}_i}^{\mathbf{m}}$ . Les termes de couplage magnétique sont en effet plus faibles d'un facteur  $(l/d)^4$ . En prenant en compte le tenseur de Blake, le terme de couplage hydrodynamique est, lui, plus faible que le terme propre d'un facteur  $\zeta^B G^B \sim a(l/d)^2/d$ . Dans la limite  $l \ll d$ , il est donc cohérent de négliger les termes de couplage magnétique devant le couplage hydrodynamique. Après ces simplifications, l'équation 5.2 se réécrit :

$$\mathbf{v} = \mathbf{G}^B \mathbf{F}^{\mathbf{m}} \quad (5.4)$$

où

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}^{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathbf{O}_1 \rightarrow \mathbf{M}_1}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{F}_{\mathbf{O}_2 \rightarrow \mathbf{M}_2}^{\mathbf{m}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}^B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} + \frac{9a}{16l \cos \theta_1} (\mathbf{1} + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z) & \frac{9al^2}{d^3} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x \\ \frac{9al^2}{d^3} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x & \mathbf{1} + \frac{9a}{16l \cos \theta_2} (\mathbf{1} + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z) \end{pmatrix}$$

Cette équation peut être résolue numériquement. Les résultats obtenus par Sandrine Ngo durant son stage de M2 sont en accord qualitatif avec les données expérimentales, figure 5.9.



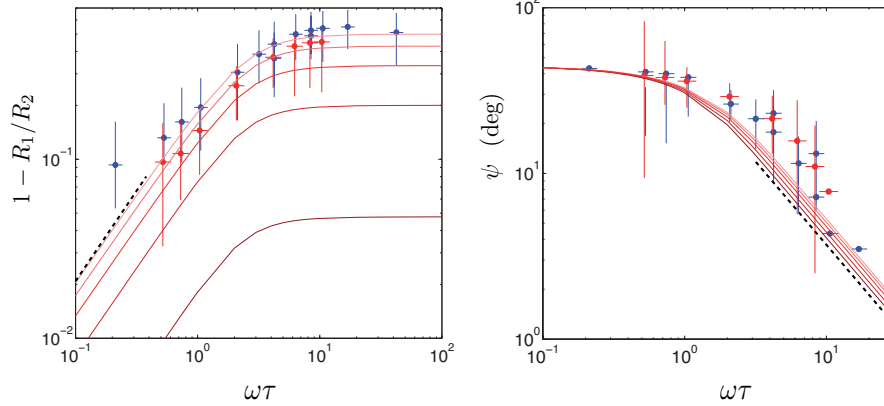


Fig. 5.9: Variations de l'anisotropie et de l'orientation des ellipses avec la fréquence. Symboles : données expérimentales; bleu et rouge : réseaux (bleu :  $L/p = 3.3$ ; rouge :  $L/p = 4.3$ ). Lignes : résultats du calcul numérique pour différentes valeurs du paramètre  $k \equiv 9al^2/d^3$  apparaissant dans l'expression du tenseur de Blake :  $k = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7$  du rouge foncé au rouge clair. Pointillés : lois de puissance en  $(\omega\tau)$  et  $(\omega\tau)^{-1}$ , respectivement pour l'anisotropie et l'orientation. La valeur de l'anisotropie au plateau croît linéairement avec  $k$  (non représenté).

## 5.5 Perspectives

L'interaction de paire seule conduit bien à un comportement qualitativement similaire, ce qui semble indiquer que nous avons correctement capturé le mécanisme à l'origine de la déformation des trajectoires. Cependant, la généralisation à  $N$  filaments pose un problème dans le cas des réseaux carrés, figure 5.10. Les interactions de paire devraient en effet s'annuler deux à deux sur un tel réseau infiniment étendu.

Il nous reste donc à répondre à plusieurs questions :

1. A quoi est dû cet effet ?
2. Pourquoi est-il si fort ?
3. Quelle direction impose l'orientation des ellipses ?

La réponse empirique à la troisième question est que l'orientation des ellipses est imposée par les bords du réseau, un exemple en est montré figure 5.11. Cette observation n'est pas incompatible avec un couplage entre proches voisins, à courte portée, qui se propagerait de proche en proche depuis les parois. Cependant, le fait que l'effet soit renforcé par le grand nombre de filaments suggère plutôt que les interactions se pro-

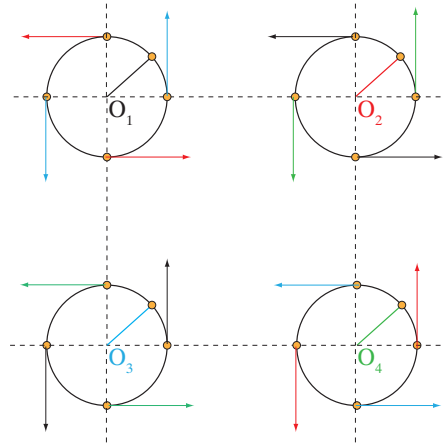


Fig. 5.10: Cas d'un réseau carré. Chaque filament est représenté dans une couleur différente, ainsi que les forces qu'il induit sur ses voisins. La somme des couplages hydrodynamiques entre chaque paire de filaments voisins ne devrait conduire qu'à une diminution du déphasage par rapport au champ magnétique, mais pas à un cisaillement.

duisent entre  $n > 1$  voisins. Nous comptons pousser à court terme notre étude numérique, et l'étendre au cas d'un réseau carré.

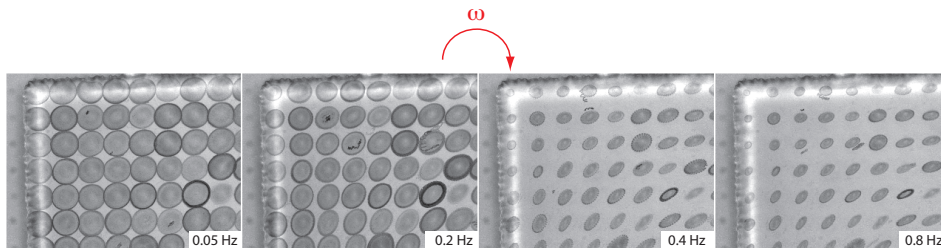


Fig. 5.11: Trajectoires dans un coin de canal. L'orientation des ellipses est imposée par les bords du réseau. Réseau de pas  $40 \mu\text{m}$ .

## 5.6 Conclusion

Un réseau de filaments magnétiques soumis à un champ en précession montre une intéressante brisure de la symétrie des trajectoires lorsque la fréquence augmente. Celles-ci prennent la forme d'ellipses, qui s'orientent

selon une direction privilégiée. Nous avons montré que cette transition structurale se retrouve dans le cas minimal d'une paire de filaments. Un modèle simplifié des interactions hydrodynamiques de paire, ne tenant pas compte du profil 3D des filaments, fournit des prédictions en accord qualitatif avec les expériences. Cette étude de l'évolution des trajectoires avec la fréquence est en cours de finalisation.

D'autre part, si nous n'avons jusque là considéré que des quantités moyennes (les paramètres géométriques des trajectoires), nous avons néanmoins accès à la position de chaque filament à tout instant. Le potentiel magnétique qui impose la position de leur extrémité libre est trop raide pour permettre l'apparition d'ondes de synchronisation de phase. Cependant, les données temporelles obtenues au cours de ces expériences, comme le déphasage entre filaments voisins, mériterait d'être examinées. De même, les données en notre possession doivent permettre de remonter aux modes de vibration de ces réseaux. Souhaitons que ce travail fasse la joie d'un étudiant futur...

# Appendice **A**

## Battement planaire d'un filament flexible : calcul de la force élastique

Cet appendice reprend le détail du calcul de la force élastique exercée sur un filament flexible en battement planaire. La technique de calcul variationnel utilisée ici est similaire à celle de la référence [65]. Une autre méthode possible consiste à ne pas inclure de terme d'inextensibilité dans l'énergie élastique. Il faut alors différencier le terme  $ds$ , puisque la métrique  $g = (\partial_s x)^2 + (\partial_s z)^2$  n'est pas conservée.

Reprenons les expressions du chapitre 2 pour les relations entre vecteurs et l'énergie élastique :

$$\begin{aligned} \partial_s \mathbf{r} &= \mathbf{t} \quad (\text{définition du vecteur tangentiel}) \\ \partial_s \mathbf{t} &= \gamma \mathbf{n} \\ \partial_s \mathbf{n} &= -\gamma \mathbf{t} \end{aligned} \tag{A.1}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e &= -\delta \mathcal{E} / \delta \mathbf{r}, \\ \mathcal{E} &= \frac{1}{2} \kappa \int_0^L \gamma^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^L \Lambda t^2 ds \end{aligned} \tag{A.2}$$

La variation de l'énergie élastique s'écrit :

$$\delta \mathcal{E} = \int_0^L ds [\kappa \gamma \delta \gamma + \Lambda t \delta t] \tag{A.3}$$

Avec  $\delta \gamma = \delta(\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{t}}) = \dot{\mathbf{t}} \delta \mathbf{n} + \mathbf{n} \delta \dot{\mathbf{t}}$ , où le premier terme vaut  $\gamma \mathbf{n} \delta \mathbf{n} = 0$  d'après les relations A.1. Donc :

$$\delta\mathcal{E} = \int_0^L ds [\kappa\gamma\mathbf{n}\delta\dot{\mathbf{t}} + \Lambda\mathbf{t}\delta\dot{\mathbf{t}}] \quad (\text{A.4})$$

Une première intégration par parties donne :

$$\delta\mathcal{E} = [\kappa\gamma\mathbf{n}\delta\mathbf{t}]_0^L + [\Lambda\mathbf{t}\delta\mathbf{r}]_0^L - \int_0^L ds [\partial_s(\kappa\gamma\mathbf{n})\delta\mathbf{t} + \partial_s(\Lambda\mathbf{t})\delta\mathbf{r}] \quad (\text{A.5})$$

Le terme de gauche correspond au couple aux extrémités. Je le note  $C$  dans la suite. Il donne la condition aux limites de couple nul à l'extrémité libre. Après une deuxième IPP en utilisant les relations A.1, on écrit :

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E} &= C + [\Lambda\mathbf{t}\delta\mathbf{r}]_0^L - \int_0^L ds [\kappa(\dot{\gamma}\mathbf{n} + \dot{\mathbf{n}}\gamma)\delta\mathbf{t} + (\Lambda\dot{\mathbf{t}})\delta\mathbf{r}] \\ &= C + [\Lambda\mathbf{t}\delta\mathbf{r}]_0^L - \left( [-\kappa(\dot{\gamma}\mathbf{n} + \dot{\mathbf{n}}\gamma)\delta\mathbf{r}]_0^L - \int_0^L ds \kappa \partial_s [\dot{\gamma}\mathbf{n} + \gamma\dot{\mathbf{n}}] \delta\mathbf{r} \right) \\ &\quad - \int_0^L ds (\Lambda\dot{\mathbf{t}}) \delta\mathbf{r} \\ &= C + [-\kappa\dot{\gamma}\mathbf{n}\delta\mathbf{r} + (\Lambda + \kappa\gamma^2)\mathbf{t}\delta\mathbf{r}]_0^L + \int_0^L ds \partial_s (\kappa\dot{\gamma}\mathbf{n} - \kappa\gamma^2\mathbf{t} - \Lambda\mathbf{t}) \delta\mathbf{r} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Le deuxième terme correspond aux forces extérieures appliquées aux extrémités. On peut déduire de la condition de force tangentielle nulle à l'extrémité libre que  $\Lambda$  est d'ordre  $\gamma^2$ . En petites déformations, on pourra simplifier les termes d'ordre supérieur et retrouver l'expression donnée au chapitre 2.

L'intégrande du troisième terme de l'équation A.6 donne la force élastique locale :

$$\mathbf{f}_e = -\partial_s (\kappa\dot{\gamma}\mathbf{n} - \kappa\gamma^2\mathbf{t} - \Lambda\mathbf{t}) \quad (\text{A.7})$$

En définissant la tension  $\tau = \kappa\gamma^2 + \Lambda$ , on écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_e &= \partial_s (-\kappa\dot{\gamma}\mathbf{n} + \tau\mathbf{t}) \\ &= (-\kappa\ddot{\gamma} + \tau\dot{\gamma})\mathbf{n} + (\kappa\dot{\gamma}\dot{\gamma} + \dot{\tau})\mathbf{t} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

La courbure est donnée par  $\gamma = \partial_s\psi$  donc la force élastique se réécrit en fonction de  $\psi$  :

$$\mathbf{f}_e = (-\kappa\ddot{\psi} + \tau\dot{\psi})\mathbf{n} + (\kappa\dot{\psi}\dot{\psi} + \dot{\tau})\mathbf{t}$$

Afin de faire clairement apparaître les termes d'ordre supérieur, l'équation A.8 peut se développer en :

$$\mathbf{f}_e = (-\kappa\ddot{\gamma} + \kappa\dot{\gamma}^3 + \Lambda\dot{\gamma})\mathbf{n} + 3\kappa\dot{\gamma}\gamma\mathbf{t}$$

Le terme prépondérant se trouve bien dans la composante normale de la force.

Enfin,  $\tau$  est solution d'une équation différentielle non linéaire, qui traduit la contrainte d'incompressibilité du filament :  $\partial_t \mathbf{t}^2 = 2\mathbf{t}\partial_t \mathbf{t} = 0$ . La combinaison de cette contrainte et de l'équation d'évolution du profil,  $\partial_t \mathbf{r} = -(\eta_\perp^{-1}\mathbf{n}\mathbf{n} + \eta_\parallel^{-1}\mathbf{t}\mathbf{t})\mathbf{f}_e$  (voir le chapitre 2), donne, en fonction de  $\psi_s$  :

$$\tau_{ss} - \frac{\eta_\parallel}{\eta_\perp}\tau\psi_s^2 = -\kappa\frac{\eta_\parallel + \eta_\perp}{\eta_\perp}\psi_s\psi_{sss} - \kappa\psi_{ss}^2 \quad (\text{A.9})$$

Une autre façon plus compacte d'obtenir l'équation A.6 est de substituer dans l'équation A.4  $\delta\dot{\mathbf{t}} = \delta\mathbf{r}_{ss}$ , et dans l'équation A.5,  $\partial_s(\kappa\gamma\mathbf{n}) = \kappa\mathbf{r}_{sss}$ . Je ne réécris pas les termes en  $\Lambda$  qui ne changent pas. On trouve alors :

$$\mathbf{F}_e = -\left[\partial_s^3 \mathbf{r} \frac{\delta\mathbf{t}}{\delta\mathbf{r}}\right]_0^L + \left[\partial_s^2 \mathbf{r}\right]_0^L + \int_0^L \mathbf{f}_e ds \quad (\text{A.10})$$

Pour laquelle  $\mathbf{f}_e = -\mathbf{r}_{sss}$ . Le développement des dérivées partielles par rapport à  $s$  de  $\mathbf{r}_{ss} = \gamma\mathbf{n}$  redonne le même résultat que précédemment.



# Appendice **B**

## Protocole de fabrication des vannes microfluidiques

Deux lithographies sont nécessaires pour fabriquer les deux canaux perpendiculaires d'un bloc vanne. Le canal fluide doit être de section arrondie se fermer complètement. Le moule correspondant est donc réalisé en résine positive MAP 1275, qui donne le bon profil après cuisson. Rappelons qu'une résine est dite positive si les zones exposées aux UV sont dissoutes lors du développement. Le protocole de lithographie du canal fluide est schématisé figure B.1A. Le canal fluide doit avoir une section de rapport  $\sim 10$ , ici  $20\ \mu\text{m}$  de haut pour  $200\ \mu\text{m}$  de large. Le canal de contrôle, de section rectangulaire classique, est réalisé à partir d'un moule de résine négative (SU 8). Sa hauteur n'est pas critique. Nos canaux de contrôle mesurent  $50$  à  $70\ \mu\text{m}$  de haut pour  $200\ \mu\text{m}$  de large.

Les deux canaux sont fabriqués séparément. Le PDMS du canal fluide est sous-réticulé, puis les deux canaux sont collés par gradient de réticulation. Ces étapes sont détaillées sur la figure B.1B.

Une fois démoulé et percé, le bloc vanne est refermé par une épaisseur de PDMS. Une couche de PDMS est spin-coatée sur une lame de verre, et laissée 30 minutes à  $73^\circ\text{C}$  (sous-réticulation). Le bloc vanne est déposé sur la surface, et l'ensemble est mis au four une nuit. Ce type de collage permet d'éviter quelques problèmes liés au collage plasma, dans le cas duquel la fermeture du canal fluide est parfois irréversible.



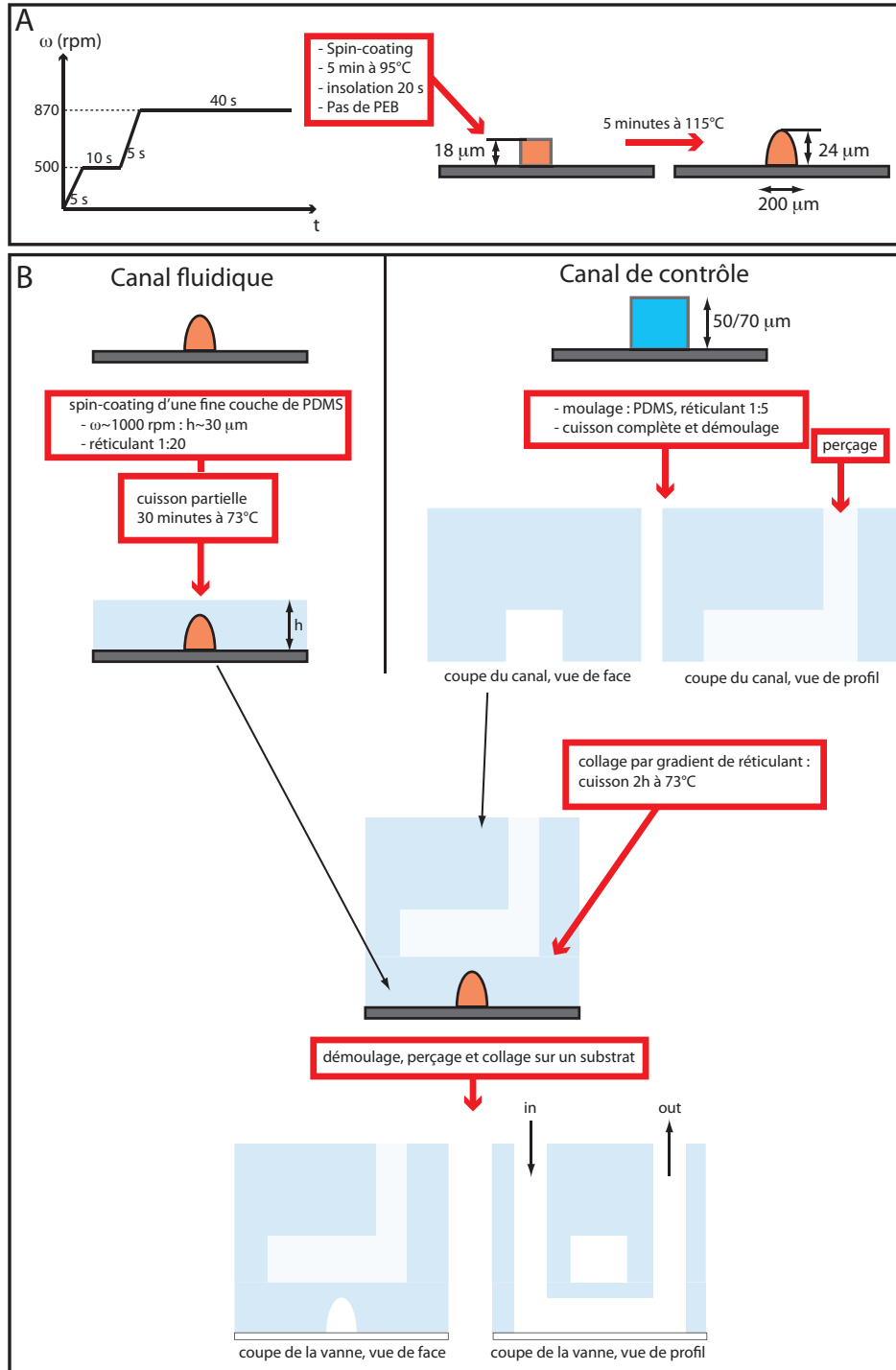


Fig. B.1: Fabrication des vannes. Les schémas ne sont pas à l'échelle. **A** : Protocole de lithographie pour la résine positive. Une dernière étape de cuisson modifie la forme des canaux. **B** : Lithographie multicouche, avec collage par gradient de réticulation. L'entrée du canal fluide (in) est ensuite connectée au réservoir de fluide, et la sortie (out) au canal d'étude.

# Bibliographie

1. R. Golestanian, T. Liverpool, and A. Ajdari, *Designing phoretic micro-and nano-swimmers*, New Journal of Physics **9**, 126 (2007). 7
2. J. R. Howse *et al.*, *Self-Motile Colloidal Particles : From Directed Propulsion to Random Walk*, Phys. Rev. Lett. **99**, 048102 (2007). 7
3. W. Paxton *et al.*, *Catalytic nanomotors : autonomous movement of striped nanorods*, J. Am. Chem. Soc **126**, 13424 (2004). 7
4. J.-P. Hulin, E. Guyon, L. Petit, and C. D. Matescu, *Physical hydrodynamics* (Oxford University Press, 2001). 8, 10, 13, 32, 41
5. J. Happel and H. Brenner, *Low Reynolds Number Hydrodynamics* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1965). 8, 9
6. E. Lauga and T. Powers, *The hydrodynamics of swimming microorganisms*, Rep. Prog. Phys. **72**, 096601 (2009). 8, 16, 17, 18, 19, 28, 30, 31, 33
7. M. Manghi, X. Schlagberger, Y. W. Kim, and R. R. Netz, *Hydrodynamic effects in driven soft matter*, Soft Mat. **2**, 653 (2006). 8
8. [http://www.physics.nyu.edu/pine/research/hydro/kinematic\\_reverse\\_2small.mov](http://www.physics.nyu.edu/pine/research/hydro/kinematic_reverse_2small.mov). 10
9. E. M. Purcell, *Life at low Reynolds number*, Am. J. Phys. **45**, 3 (1977). 11, 17
10. B. Guirao and J. F. Joanny, *Spontaneous creation of macroscopic flow and metachronal waves in an array of cilia*, Biophysical Journal **92**, 1900 (2007). 14, 19, 123
11. E. Gauger, M. Downton, and H. Stark, *Fluid transport at low Reynolds number with magnetically actuated artificial cilia*, The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics **28**, 231 (2009). 14, 123
12. T. Niedermayer, B. Eckhardt, and P. Lenz, *Synchronization, phase locking, and metachronal wave formation in ciliary chains*, Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **18**, 037128 (2008). 14, 19, 20, 123
13. R. Dreyfus *et al.*, *Microscopic artificial swimmers*, Nature **437**, 862 (2005). 15, 16, 17, 34, 37, 63, 65, 96, 109
14. O. Raz and J. E. Avron, *Swimming, pumping and gliding at low Reynolds numbers*, New. J. Phys. **9**, 437 (2007). 15
15. E. Lauga, *Floppy swimming : Viscous locomotion of actuated elastica*, Phys. Rev. E **75**, 041916 (2007). 15, 17, 27, 28, 37

16. G. I. Taylor, *Analysis of the Swimming of Microscopic Organisms*, Proc. Roy. Soc. A **209**, 447 (1951). 16
17. G. Hancock, *The self-propulsion of microscopic organisms through liquids*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences **217**, 96 (1953). 16
18. J. Gray and G. J. Hancock, *The propulsion of sea-urchin spermatozoa*, J. Exp. Biol. **32**, 802 (1955). 16, 30
19. J. Lighthill, *Mathematical Biofluidynamics*, SIAM Rev. **18**, 161 (1975). 16, 30
20. J. Lighthill, *Flagellar hydrodynamics - The John von Neumann Lecture, 1975*, SIAM Rev. **18**, 161 (1976). 16, 30, 37
21. K. E. Machin, *Wave propagation along flagella*, J. Exp. Biol. **35**, 796 (1958). 16, 28, 39
22. A. Najafi and R. Golestanian, *Propulsion at low Reynolds number*, J. Physics - Condensed Matter **17**, S1203 (2005). 16, 17
23. J. Avron, O. Kenneth, and D. Oaknin, *Pushmepullyou : an efficient micro-swimmer*, New Journal of Physics **7**, 234 (2005). 16, 17
24. T. S. Yu, E. Lauga, and A. E. Hosoi, *Experimental investigation of elastic tail propulsion at low Reynolds number*, Physics of Fluids **18**, 091701 (2006). 16, 17, 27, 28, 29, 30, 33, 34, 38
25. A. Babataheri, M. Roper, M. Fermigier, and O. du Roure, *Tethered fleximags as artificial cilia*, submitted to Phys. Rev. Lett. (2010). 16, 17, 21, 63, 93, 94, 96, 98, 102, 111
26. M. Kim, J. Bird, A. Van Parys, K. Breuer, and T. Powers, *A macroscopic scale model of bacterial flagellar bundling*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America **100**, 15481 (2003). 16, 18, 19, 20, 27
27. B. Qian, T. Powers, and K. Breuer, *Shape Transition and Propulsive Force of an Elastic Rod Rotating in a Viscous Fluid*, Phys. Rev. Lett. **100**, 078101 (2008). 16, 33, 37, 53, 93, 98, 102
28. N. Coq, O. du Roure, J. Marthelot, D. Bartolo, and M. Fermigier, *Rotational dynamics of a soft filament : Wrapping transition and propulsive forces*, Physics of Fluids **20**, 051703 (2008). 16, 33, 37, 44, 93, 98, 102
29. C. H. Wiggins and R. E. Goldstein, *Flexible and propulsive dynamics of elastica at low Reynolds number*, Phys. Rev. Lett. **80**, 3879 (1998). 17, 27, 28, 34, 38, 41
30. T. Powers, *Role of body rotation in bacterial flagellar bundling*, Phys. Rev. E **65**, 040903 (2002). 17, 28, 35, 36
31. M. Kim and T. Powers, *Hydrodynamic interactions between rotating helices*, Physical Review E **69**, 61910 (2004). 17
32. M. Manghi, X. Schlagbergerand, and R. Netz, *Propulsion with a Rotating Elastic Nanorod*, Phys. Rev. Lett **96**, 068101 (2006). 17, 36, 37, 41, 43
33. M. Leoni, J. Kotar, B. Bassetti, P. Cicuta, and M. Lagomarsino, *A basic swimmer at low Reynolds number*, Soft Matter **5**, 472 (2009). 17, 21
34. Y. Hatwalne, S. Ramaswamy, M. Rao, and R. Simha, *Rheology of active-particle suspensions*, Physical review letters **92**, 118101 (2004). 18
35. T. Ishikawa and T. Pedley, *The rheology of a semi-dilute suspension of swimming model micro-organisms*, Journal of Fluid Mechanics **588**, 399 (2007). 18
36. S. Rafai, P. Peyla, and J. Levan, *Effective viscosity of microswimmer suspensions*, Physical Review Letters Phys Rev Lett **104**, 098102 (2010). 18

37. C. Dombrowski, L. Cisneros, S. Chatkaew, R. E. Goldstein, and J. O. Kessler, *Self-concentration and large-scale coherence in bacterial dynamics*, Phys. Rev. Lett. **93**, 098103 (2004). 18
38. I. Riedel, K. Kruse, and J. Howard, *A self-organized vortex array of hydrodynamically entrained sperm cells*, Science **309**, 300 (2005). 18
39. R. Aditi Simha and S. Ramaswamy, *Hydrodynamic fluctuations and instabilities in ordered suspensions of self-propelled particles*, Physical review letters **89**, 58101 (2002). 18
40. D. Saintillan and M. Shelley, *Orientational order and instabilities in suspensions of self-locomoting rods*, Physical review letters **99**, 58102 (2007). 18
41. R. Macnab, *Bacterial flagella rotating in bundles : a study in helical geometry*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America **74**, 221 (1977). 18
42. S. Gueron, K. Levit-Gurevich, N. Liron, and J. Blum, *Cilia internal mechanism and metachronal coordination as the result of hydrodynamical coupling*, Proceedings of the National Academy of Sciences **94**, 6001 (1997). 19
43. A. Vilfan and F. Julicher, *Hydrodynamic Flow Patterns and Synchronization of Beating Cilia*, Phys. Rev. Lett. **96**, 058102 (2006). 19, 37
44. R. Goldstein, M. Polin, and I. Tuval, *Noise and Synchronization in Pairs of Beating Eukaryotic Flagella*, Physical review letters **103**, 168103 (2009). 19
45. 19
46. B. Qian, H. Jiang, D. Gagnon, K. Breuer, and T. Powers, *Minimal model for synchronization induced by hydrodynamic interactions*, Physical Review E **80**, 61919 (2009). 19, 123
47. E. Lauga and D. Bartolo, *No many-scallop theorem : Collective locomotion of reciprocal swimmers*, Physical Review E **78**, 30901 (2008). 20
48. G. Alexander and J. Yeomans, *Dumb-bell swimmers*, EPL (Europhysics Letters) **83**, 34006 (2008). 20
49. T. Chaudhury, *On swimming in a visco-elastic liquid*, Journal of Fluid Mechanics **95**, 189 (1979). 20
50. E. Lauga, *Life at high Deborah number*, EPL (Europhysics Letters) **86**, 64001 (2009). 20
51. H. Fu, C. Wolgemuth, and T. Powers, *Swimming speeds of filaments in nonlinearly viscoelastic fluids*, Physics of Fluids **21**, 033102 (2009). 20
52. J. Abbott *et al.*, *How should microrobots swim ?*, The International Journal of Robotics Research **28**, 1434 (2009). 21
53. M. Leoni, B. Bassetti, J. Kotar, P. Cicuta, and M. Lagomarsino, *Minimal two-sphere model of the generation of fluid flow at low Reynolds numbers*, PHYSICAL REVIEW E Phys Rev E **81**, 036304 (2010). 21
54. O. Tabata, H. Hirasawa, S. Aoki, R. Yoshida, and E. Kokufuta, *Ciliary motion actuator using self-oscillating gel*, Sensors and actuators A **95**, 234 (2002). 21, 22, 61
55. B. Pokroy, A. K. Epstein, M. C. Persson-Gulda, and J. Aizenberg, *Fabrication of bioinspired actuated nanostructures with arbitrary geometry and stiffness*, Adv. Mat. **21**, 463 (2009). 21, 22, 61, 62
56. B. A. Evans *et al.*, *Magnetically actuated nanorod arrays as biomimetic cilia*, Nano Lett. **7**, 1428 (2007). 21, 22, 61, 62

57. F. Fahrni, M. W. J. Prins, and L. J. van Ijzendoorn, *Micro-fluidic actuation using magnetic artificial cilia*, Lab. Chip **9**, 3413 (2009). 21, 22, 61, 62
58. J. den Toonder *et al.*, *Artificial cilia for active micro-fluidic mixing*, Lab. Chip **8**, 533 (2008). 21, 22, 61
59. C. L. van Oosten, C. W. Bastiaansen, and D. J. Broer, *Printed artificial cilia from liquid-crystal network actuators modularly driven by light*, Nat. Mat. **8**, 677 (2009). 21, 22, 61
60. M. Vilfan *et al.*, *Self-assembled artificial cilia*, PNAS **107**, 1844 (2010). 21, 22, 63, 64, 93, 123
61. J. J. Benkoski *et al.*, *Dipolar assembly of ferromagnetic nanoparticles into magnetically driven artificial cilia*, Soft Mat. **6**, 602 (2009). 21, 22, 64
62. K. Oh, J. H. Chung, S. Devasia, and J. J. Riley, *Bio-mimetic silicone cilia for micro-fluidic manipulation*, Lab. Chip **9**, 1561 (2009). 21, 22, 61
63. M. Baltussen, P. Anderson, F. Bos, and J. Toonder, *Inertial flow effects in a micro-mixer based on artificial cilia*, Lab on a Chip **9**, 2326 (2009). 21, 123
64. J. Timonen *et al.*, *A Facile Template-Free Approach to Magnetodiven, Multifunctional Artificial Cilia*, ACS Applied Materials & Interfaces , 911. 23, 64
65. S. Camalet and F. Jülicher, *Generic aspects of axonemal beating*, New Journal of Physics **2**, 24 (2000). 28, 29, 137
66. R. E. Johnson and C. J. Brokaw, *Flagellar hydrodynamics : a comparison between Resistive-force theory and Slender-body theory*, Biophys. J. **25**, 113 (1979). 33
67. D. Bray, *Cell Movements* (Garland Publishing, New York, NY, 2000). 37
68. G. K. Batchelor, *Slender-body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow*, J. Fluid Mech. **44**, 419 (1970). 39
69. N. Coq, *unpublished result*. 46
70. R. Goldstein, T. Powers, and C. Wiggins, *Viscous nonlinear dynamics of twist and writhe*, Physical Review Letters **80**, 5232 (1998). 49
71. C. Wolgemuth, T. Powers, and R. Goldstein, *Twirling and whirling : Viscous dynamics of rotating elastic filaments*, Physical Review Letters **84**, 1623 (2000). 49
72. H. Wada and R. Netz, *Non-equilibrium hydrodynamics of a rotating filament*, EPL (Europhysics Letters) **75**, 645 (2006). 49
73. A. Babataheri, *Modèle physique pour la propulsion ciliée : cils artificiels*, PhD thesis, Université Paris 6, 2009. 61, 63, 65, 69, 70, 71, 89, 113, 114, 115
74. C. Goubault, *Colloïdes magnétiques : autoorganisation et applications biologiques*, PhD thesis, Université Paris 6, 2004. 63, 64, 65, 66, 67, 69, 82, 116, 117
75. R. Dreyfus, *Filaments magnétiques : application à la conception de capteurs de forces et de nageurs microscopiques artificiels*, PhD thesis, Université Paris 6, 2005. 63
76. E. Furst, C. Suzuki, M. Fermigier, and A. Gast, *Permanently linked monodisperse paramagnetic chains*, Langmuir **14**, 7334 (1998). 65
77. S. Biswal and A. Gast, *Rotational dynamics of semiflexible paramagnetic particle chains*, Phys. Rev. E **69**, 041406 (2004). 65, 90, 93, 94, 99, 100, 108, 110, 116, 118
78. J. Philip, O. Monval, F. Calderon, and J. Bibette, *Effect of polymer-surfactant association on colloidal force*, J. Phys. D **30**, 2798 (1997). 66, 95
79. L. Cohen-Tannoudji *et al.*, *Polymer bridging probed by magnetic colloids*, Physical review letters **94**, 38301 (2005). 66

80. L. Malaquin, T. Kraus, H. Schmid, E. Delamarche, and H. Wolf, *Controlled Particle Placement through Convective and Capillary Assembly*, *Langmuir* **23**, 11513 (2007). 71
81. T. Kraus *et al.*, *Nanoparticle printing with single-particle resolution*, *Nature Nanotechnology* **2**, 570 (2007). 72
82. J. Galas, D. Bartolo, and V. Studer, *Active connectors for microfluidic drops on demand*, *New J. Phys.* **11**, 075027 (2009). 74, 75, 95
83. M. Unger, H. P. Chou, T. Thorsen, A. Scherer, and S. Quake, *Monolithic fabricated valves and pumps by multilayer soft lithography*, *Science* **288**, 5463 (2000). 74, 95
84. E. Weeks and D. Grier, <http://www.physics.emory.edu/~weeks/id1/>. 83
85. G. Helgesen, P. Pieranski, and A. Skjeltorp, *Dynamic behavior of simple magnetic hole systems*, *Physical Review A* **42**, 7271 (1990). 90
86. P. Tierno, J. Claret, F. Sagues, and A. Cebers, *Overdamped dynamics of paramagnetic ellipsoids in a precessing magnetic field*, *Phys. Rev. E* **79**, 021501 (2009). 90, 93, 99, 100, 101
87. B. Edwards, T. S. Mayer, and R. B. Bhiladvala, *Synchronous electrorotation of nanowires in fluid*, *Nano Lett.* **6**, 626 (2006). 93
88. D. L. Fan, F. Q. Zhu, R. C. Cammarata, and C. L. Chien, *Controllable high-speed rotation of metallic nanowires*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 247208 (2005). 93
89. S. L. Biswal and A. P. Gast, *Micromixing with linked chains of paramagnetic particles*, *Anal. Chem.* **76**, 6448 (2004). 93
90. A. Terray, J. Oakey, and D. W. M. Marr, *Microfluidic control using colloidal devices*, *Science* **296**, 1841 (2002). 93
91. S. Bleil, D. W. M. Marr, and C. Bechinger, *Field Mediated Self Assembly and Actuation of Highly Parallel Microfluidic Devices*, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 263515 (2006). 93
92. R. Calhoun *et al.*, *Paramagnetic particles and mixing in micro-scale flows*, *Lab Chip* **6**, 247 (2006). 93
93. K. Keshoju, H. Xing, and L. Sun, *Magnetic field driven nanowire rotation in suspension*, *App. Phys. Lett.* **91**, 123114 (2007). 93
94. B. H. McNaughton, K. A. Kehbein, J. Anker, and R. Kopelman, *Sudden breakdown in linear response of a rotationally driven magnetic microparticle and application to physical and chemical microsensing*, *J. Phys. Chem. B* **110**, 18958 (2006). 93, 94
95. W. Shelton, K. Bonin, and T. Walker, *Nonlinear motion of optically torqued nanorods*, *Phys. Rev. E* **71**, 036204 (2005). 93, 94
96. S. Melle, O. Calderon, M. A. Rubio, and G. G. Fuller, *Chain rotational dynamics in MR suspensions*, *Int. J. Mod. Phys. B* **16**, 2293 (2002). 93
97. I. Petousis, E. Homburg, R. Derks, and A. Dietzel, *Transient behaviour of magnetic micro-bead chains rotating in a fluid by external fields*, *Lab Chip* **7**, 1746 (2007). 93
98. C. Goubault *et al.*, *Flexible Magnetic Filaments as Micromechanical Sensors*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 260802 (2003). 94, 109, 110
99. S. Melle, O. Calderon, M. A. Rubio, and G. G. Fuller, *Polarizable particle aggregation under rotating magnetic fields using scattering dichroism*, *J. Colloid Interface Sci.* **247**, 200 (2002). 96
100. A. Cebers, *Dynamics of a chain of magnetic particles connected with elastic linkers*, *J. Phys. Cond. Mat.* **15**, S1335 (2003). 96
101. G. Batchelor, *Slender body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow*, *J. Fluid Mech.* **44**, 419 (1970). 96

102. G. Helgesen, P. Pieranski, and A. Skjeltorp, *Nonlinear phenomena in system of magnetic holes*, Phys. Rev. Lett. **64**, 1425 (1990). 104
103. M. Roper *et al.*, *On the dynamics of magnetically driven elastic filaments*, Journal of Fluid Mechanics **554**, 167 (2006). 110, 116
104. J. Blake, A note on the image system for a Stokeslet in a no-slip boundary, in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* Vol. 70, pp. 303–310, 1971. 112
105. R. Jones and R. Kutteh, *Sedimentation of colloidal particles near a wall : Stokesian dynamics simulations*, Physical Chemistry Chemical Physics **1**, 2131 (1999). 112
106. A. Vilfan and F. Jülicher, *Hydrodynamic flow patterns and synchronization of beating cilia*, Physical review letters **96**, 58102 (2006). 123
107. S. N. Khaderi, M. G. H. M. Baltussen, P. D. Anderson, J. M. J. den Toonder, and P. R. Onck, *Breaking of symmetry in microfluidic propulsion driven by artificial cilia*, Phys. Rev. E **82**, 027302 (2010). 123
108. A. Shields *et al.*, *Biomimetic cilia arrays generate simultaneous pumping and mixing regimes*, Proceedings of the National Academy of Sciences **107**, 15670 (2010). 123

**Résumé en français :** Ce travail porte sur trois problèmes d'hydrodynamique à petite échelle, dans lesquels des structures déformables interagissent avec un fluide visqueux. Ces structures sont des filaments flexibles, inspirés des flagelles biologiques. Dans chaque cas, une étude expérimentale quantitative est associée à un modèle théorique minimal afin de saisir l'essentiel de la physique mise en jeu.

Le premier système est un filament élastique macroscopique, entraîné en rotation. Lorsque la fréquence augmente, le filament subit une transition d'un état peu déformé à un profil hélicoïdal. Selon les conditions d'ancrage, cette transition de forme peut être associée à une branche instable dans la relation force/couple.

Le second système est constitué de microcils artificiels, obtenus par auto-assemblage de colloïdes superparamagnétiques. Nous avons étudié la dynamique individuelle et collective de ces microcils actionnables. Nous présentons leur fabrication et leur organisation en réseaux de géométrie contrôlée, dans des canaux microfluidiques. Les filaments sont actionnés en précession autour de l'axe vertical. Il existe une inclinaison critique de champ magnétique par rapport à l'axe de précession, au-delà de laquelle la réponse d'un filament à haute fréquence n'est plus synchrone. Cette transition dynamique repose sur un critère géométrique, lié à la nature de l'interaction magnétique dipolaire. Enfin, sous l'effet des interactions hydrodynamiques à longue portée, les trajectoires des extrémités libres d'un réseau de filaments subissent une évolution morphologique inattendue. Un modèle minimal à deux corps apporte une compréhension semi-quantitative de nos résultats expérimentaux.

**Mots clés :** Micro-hydrodynamique, Microfluidique, Auto-assemblage, Interactions fluide-structure, Cils artificiels

**English summary :**

This work focuses on three microhydrodynamics problems, in which one or several soft structures interact with a viscous fluid. These structures are flexible filaments, inspired from biological flagella. In each case, a quantitative experimental study is combined with a minimal theoretical model, in order to capture the main features of the physics involved.

The first system is a macroscopic elastic filament, rotating in a viscous fluid. As the rotation frequency increases, the filament undergoes a continuous but sharp transition, from an almost straight state to a helical shape, tightly wrapped around the rotation axis. Depending on the anchoring conditions, this shape transition may be associated with an unstable branch in the force/torque characteristic.

The second system consists in magnetic artificial microcilia, made of self-assembled superparamagnetic colloids. We present the fabrication of these microfilaments, and their spatial organization into arrays of tunable geometry in microfluidic channels. The filaments precess around the vertical axis. We find a critical inclination between the magnetic field and the precession axis, above which the high-frequency response of a filament becomes asynchronous. This dynamic transition is due to a purely geometrical criterium, arising from the nature of the magnetic dipolar interaction. Last, due to long-range hydrodynamical coupling, the trajectories of the free ends of an array of precessing microfilaments show an unexpected shape transition. A minimal, two-body model brings physical insight, in semi-quantitative agreement with the experimental data.

**Keywords :** Microhydrodynamics, Microfluidics, Self-assembly, Fluid-structure interactions, Artificial cilia