

NS 15983 (5)

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

UNIVERSITE DE PARIS-CRETEIL

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES - RESERVOIRS

Eric PARENT

Mémoire de dissertation doctorale présenté pour l'obtention du diplôme de Docteur
de l'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES.

Domaine : Environnement

DECEMBRE 1991

79322

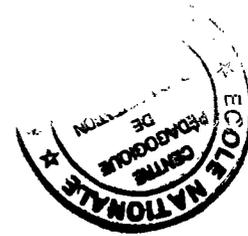
NS 15983(5)

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

UNIVERSITE DE PARIS-CRETEIL

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES - RESERVOIRS

Eric PARENT



Mémoire de dissertation doctorale présenté pour l'obtention du diplôme de Docteur
de l'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES.

Domaine : Environnement

Thèse soutenue le 13 décembre 1991 devant le jury composé de:

R. POCHAT, président

J. BERNIER, rapporteur

L. DUCKSTEIN, rapporteur

P.A. ROCHE, examinateur

P. HURAND, examinateur

P. CAZES, examinateur



S O M M A I R E

Avant-Propos	2
Résumé	3

PARTIE 1: LA GESTION DES BARRAGES-RESERVOIRS

1. La gestion des barrages réservoirs	15
1.1. Un enjeu économique important	15
1.1.1. Quelques exemples.....	15
1.1.2. Etudes, investissement et fonctionnement.....	16
1.1.3. La rigidité introduite par les grands aménagements	16
1.1.4. Valeur de l'eau et rentabilité économique des améliorations de gestion	17
1.1.5. Le contrôle-commande et la gestion.....	18
1.2. Un contexte aléatoire	21
1.3. Des systèmes de plus en plus complexes	23
1.4. Des objectifs multiples et parfois mal définis.....	23
1.5. Conclusions	25

PARTIE 2: DU GESTIONNAIRE A L' HOMME D'ETUDES

1. Présentation du système Neste	30
1.1. Introduction : Un déséquilibre hydrologique.....	30
1.2. L'hydrologie des apports	32
1.2.1. Le régime nival de la Neste	32
1.2.2. Les régimes de type pluvial des rivières de coteaux	33
1.3. La demande en eau pour l'irrigation.....	34
1.4. Fonctionnement actuel	37
1.4.1. Les acteurs	37
1.4.2. Le mode opératoire.....	37
1.4.3. Conclusions.....	38
1.5. Les problèmes du système Neste : quelques chiffres.....	39
1.5.1. Bilan en terme de débit de transit instantané	39
1.5.2. Bilan en terme de débits hebdomadaires.....	39
1.5.3. Bilan en termes de volumes.....	41
1.5.4. Conclusions.....	42
2. L' exemple du barrage Seine	43
2.1. Présentation	43
2.2. Objectifs.....	43
2.3. Les données disponibles.....	43
3. Les problèmes du gestionnaire et la problématique du chargé d'études	46
3.1. De l'utilité de la modélisation.....	46
3.1.1. La situation oblige reposer le problème de gestion.	46
3.1.2. Une justification de nature scientifique pour convaincre du bien fondé de sa politique.	47
3.1.3. L' interface entre le gestionnaire et l'homme d'études	47
3.2. Les embûches de la modélisation	47
3.2.1. Identifier le décideur	47
3.2.2. Reconnaître les enjeux.....	48
3.2.3. Le piège du langage : " système". Un concept pratique en trompe-l'œil.	50

3.3. Le point de vue du modélisateur.....	52
3.3.1. Décrire au mieux la réponse du système.....	52
3.3.2. Respecter le processus de décision.....	55
3.4. Conclusions.....	56

PARTIE 3: DEMARCHES DE MODELISATION

1. Cadre méthodologique pour l'analyse de systèmes.....	60
1.1. Modélisation d'état: le cas déterministe.....	60
1.1.1. Système dynamique déterministe de barrages.....	60
1.1.2. Les commandes u	61
1.1.3. Les états du système x	61
1.1.4. La fonction d'évolution f	61
1.2. Feedback et règle de gestion.....	64
1.3. Modélisation d'état : le cas stochastique.....	65
1.3.1. L'exemple de la gestion d'un réservoir avec apports indépendants : une chaîne de Markov.....	65
1.3.2. Matrice de transition.....	66
1.3.3. Les propriétés asymptotiques des chaînes de Markov stationnaires : indices statistiques de défaillances.....	68
1.3.4. Formalisme général du modèle d'état en avenir incertain.....	69
1.3.5. Modélisation de l'aléa.....	71
1.3.6. Commentaires.....	73
1.4. Commande optimale.....	75
1.4.1. La fonction d'évaluation J	75
1.4.2. Le cas déterministe : principe du minimum.....	77
1.4.3. Le cas aléatoire: recours au gradient stochastique.....	78
1.4.4. Le principe de Massé-Bellman.....	80
1.4.5. Applications directes de la programmation dynamique.....	87
2. Pratiques courantes de modélisation pour la gestion de barrages.....	94
2.1. Le fil tendu.....	94
2.2. Règles empiriques par courbe objectif de remplissage.....	96
2.2.1. Détail de la représentation d'un réservoir.....	96
2.2.2. Fonctionnement au cours de l'année.....	97
3. Démarches originales de modélisation pour la gestion de barrages.....	98
3.1. Restreindre la classe des règles de gestion.....	98
3.1.1. Règles linéaires.....	99
3.1.2. Règle paramétrée.....	99
3.2. Circonscrire l'aléa.....	100
3.2.1. La programmation dynamique par simulation de scénarios.....	101
3.2.2. Méthode de GAL.....	101
3.2.3. Programmation dynamique avec échantillonnage	102
3.2.4. Méthode de KITANIDIS.....	103
3.2.5. Méthode de SAAD et TURGEON.....	103
3.2.6. Méthode de FANG et al.....	104
3.3. Introduire des risques spécifiques.....	104
3.3.1. Règles S et SQ avec équivalents déterministes.....	104
3.3.2. Transformation du risque en coût : programmation non linéaire avec fiabilité.....	107
4. Avantages et limites du cadre modèles d'état pour l'aide à la décision	109
4.1. Critiques de l'utilité espérée.....	109

4.1.1 On peut objecter qu'elle traduit mal l'attitude face au risque.....	110
4.1.2 L'utilité espérée impose dans le cas multicritère une vision de complète transitivité sur les préférences.....	110
4.2. Tableau de bord et gestion du risque.....	110
4.3. Retour sur le principe de Massé-Bellman.....	111
4.4. Quelques points sur le multicritère.....	113
4.5. Formulation linéaire simple.....	114
4.6. Programmation dynamique et compromise programming.....	114
4.7. Retour sur le principe de Massé-Bellman : le cas multicritère.....	117

PARTIE 4: MODELES

LE CAS DE LA NESTE.....	127
1. Tentatives de modélisation mathématique du système.....	127
1.1. Modèle complet.....	127
1.1.1. Les équations de bilan.....	129
1.1.2. Les quantités $r_k(t)$ restantes après les prélèvements.....	130
1.1.3. Contraintes de capacité.....	130
1.2. Description globale à deux réservoirs.....	131
1.3. Le système aggloméré.....	134
1.3.1. Description du système aggloméré.....	134
1.3.2. Prise en compte de la contrainte de capacité du canal Neste.....	135
1.3.3. Que perd-on par rapport aux modèles précédents ?.....	135
1.4. Hypothèses complémentaires de modélisation.....	136
1.4.1. Période d'analyse du système.....	136
1.4.2. Conditions initiales et constantes.....	137
1.4.3. Etat d'information du gestionnaire.....	137
2. Prise en compte du risque.....	139
2.2. Un mode opératoire qui intègre déjà le risque.....	139
2.2.1. Le fonctionnement normal.....	139
2.2.2. Le fonctionnement de pré-crise.....	139
2.2.3. Le fonctionnement de crise.....	140
2.2.4. Transition possible d'un mode de fonctionnement à un autre.....	140
2.3. Petit lexique du risque.....	140
2.4. Simulations de vidanges.....	141
2.5. En quête d'objectifs de gestion.....	142
2.5.1. Hiérarchisation des objectifs et recherche d'un compromis.....	142
2.5.2. Le respect d'une contrainte du type débit réservé.....	143
2.5.3. Modélisation de l'objectif d'irrigation.....	143
2.5.4. Calcul de l'indice de pré-crise.....	143
2.5.5. Satisfaction de l'objectif d'augmentation de la qualité.....	144
3. Gestion de compromis.....	146
3.1. Objectifs de gestion.....	146
3.1.1. Les objectifs d'augmentation de la qualité.....	146
3.1.2. Les objectifs de satisfaction de l'irrigation.....	147
3.1.3. Le compromis global.....	147

3.1.4. Optimisation avec contraintes de fiabilité.....	148
3.1.5. Les gains suivant les modes de fonctionnement à une période donnée.....	149
3.1.6. Restriction sur α et β	149
3.2. Contraintes et indicateurs de gestion	150
3.2.1. Les contraintes fonctionnelles	150
3.2.2. Les indicateurs de gestion.....	150
3.3. Analyse du système	151
3.3.1. L'état du système.....	151
3.3.2. Les commandes du système	151
3.3.3. Les transitions.....	151
3.3.4. Les équations et inéquations du système.....	151
3.4. Résolution du problème par programmation dynamique stochastique.....	152
3.4.1. Le calcul numérique.....	153
3.4.2. Contraintes de fiabilité.....	154
3.5. Gestion de compromis	154
3.6. Un exemple de l'optimisation séquentielle de la fonction de Bellman.....	156
3.6.1. La fonction de Bellman.....	156
3.6.2. Les autres indicateurs:.....	157
4. Prise en compte des tours d'eau et modifications du modèle.....	160
4.1. Les modifications apportées.....	160
4.2. Le nouveau modèle.....	160
4.2.1. L'objectif général de compromis	160
4.2.1. Analyse du système.....	160
4.3. Exemple de tableaux de bord.....	161
4.4. Validation par rapport à un autre modèle.....	164
5. Gestion stratégique par synthèse d'une courbe de vidange type	165
5.1. Principes de la synthèse.....	165
5.2. Comment établir une gestion du compromis	165
5.2.1 La statistique des $V_A(T)$	165
5.2.2 Fréquence des défaillances par rapport au débit seuil	166
5.2.3 Fréquence de défaillance par rapport au débit objectif	166
5.3. Choix d'une loi pour les débits de salubrité	167
5.4. Courbes vidanges-type $V_L(F, t)$	167
5.5. Prévision et calcul d'une stratégie	168
5.6. Etude de la gestion sur les chroniques passées.....	170
5.6.1. Année humide du type 1977	170
5.6.2. Année normale du type 1980	170
5.6.3. Année exceptionnellement sèche du type 1985	170
5.7. Conclusions partielles.....	171
LE CAS DE LA SEINE.....	172
6. Comparaison de la programmation dynamique en avenir certain avec la méthode des scénarios.....	172
6.1. Modèles et méthodes.....	172
6.1.1. Le critère de gestion.....	172
6.1.2. La composante hydrologique.....	173
6.1.3. La composante décisionnelle:.....	174
6.2. Résultats numériques.....	178
6.3. Validation des politiques de gestion en crues et soutien d'étiage.....	178
6.4. Discussions et conclusions.....	179

PARTIE 5: DISCUSSIONS ET CONCLUSIONS

1. Remarques sur les hypothèses restrictives.....	185
1.1. Négliger les phénomènes de transfert.....	185
1.2. Les systèmes multi-ouvrages :	185
1.3. Les systèmes multi-acteurs:	186
2. Apports de l'étude : Dynamique et décision, deux aspects interconnectés.....	187
2.1. Vers une meilleure représentation physique: le dilemme.....	187
2.1.1. Importance des modèles hydrologiques.....	187
2.1.2. Réduire la dimension d'état	187
2.2. Mieux cerner les mécanismes de la décisions	187
2.2.1. L'importance du dialogue entre le gestionnaire et le chargé d'étude.....	187
2.2.2. L'état d'information du gestionnaire.....	188
2.2.3. L'importance du risque :	188
2.2.4. Positionnement de nos méthodes face au risque.....	189
2.3. Apports méthodologiques pour l'aide à la formalisation d'objectifs:	189
3. Développements possibles et pistes de recherches.....	190
3.1. Pistes de recherche: utilisation d'autres outils.....	190
3.1.1. Intelligence artificielle.....	190
3.1.2. Logique floue.....	192
3.2. Pistes de recherche : amélioration du modèle existant	193
3.2.1. Indice de déficit.....	193
3.2.2. Modèle et rationalité économique.....	194
3.2.3. Vers une approche plus économique.....	194
4. Conclusions Générales.....	195

BIBLIOGRAPHIE

RESUME LONG

LISTE DES ANNEXES

- Annexe 1 :** p 209
Etude Hydrologique des apports de la Neste, des rivières de Gascogne et de la demande pour l'irrigation.
- Annexe 2 :** p 236
Exemple de demande de répartition des débits.
- Annexe 3 :** p 238
Décret de 1909.
- Annexe 4 :** p 242
Etudes préliminaires des données brutes et reconstitution de la demande sur la Neste.
- Annexe 5 :** p 250
Essai de modélisation mathématique des divers usages de l'eau.
- Annexe 6 :** p 262
Gestion du risque et courbe de remplissage de la Seine.
- Annexe 7 :** p 272
Un exemple de gestion paramétrée de la Seine.
- Annexe 8 :** p 280
Méthode des scénarios sur un exemple simple.
- Annexe 9 :** p 285
Listing des programmes de gestion de la Neste.
- Annexe 10 :** p 314
Listing des programmes de gestion de la Seine.
- Annexe 11 :** p 329
Etude des fuites sur le canal.
- Annexe 12 :** p 334
Incertitudes sur l'objectif et sur le modèle dynamique
- Annexe 13 :** p 339
Modèle de gestion incluant la production agricole.

A Françoise,
Marianne et Viviane,
pour le temps que je ne leur ai pas donné.

Avant-Propos

Ce rapport de recherche a été réalisé au cours des années que j'ai passées depuis 1985 au Centre de Recherche et d'Enseignement pour la Gestion des Ressources Naturelles et de l'Environnement. Il constitue un travail de modélisation pour la gestion des ressources en eau qui fait appel à des techniques de la recherche opérationnelle, notamment la statistique, la théorie de l'optimisation et l'aide à la décision.

Les motivations qui m'ont porté à réaliser ce travail tiennent en deux idées simples :

- 1) L'eau constitue une véritable ressource, la ressource première de la vie, et à ce titre, elle doit être gérée avec efficacité malgré un contexte conflictuel et incertain.
- 2) Les techniques du "génie" peuvent contribuer grandement à l'amélioration de la gestion rationnelle des ressources en eau. A mes yeux, le génie de l'environnement propose à l'ingénieur de demain un défi à relever, aussi noble et essentiel que le furent à leur époque le génie aéronautique ou le génie génétique.

Je veux exprimer ma gratitude à Monsieur de Directeur de l'ENGREF qui partage ces deux préoccupations, pour m'avoir autorisé à poursuivre ce travail de recherche.

Je tiens à remercier Rémy POCHAT, directeur du CERGRENE, qui a dirigé cette thèse et qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du Jury.

Je remercie Pierre-Alain ROCHE qui m'a encadré tout au long de ce travail.

Je tiens à exprimer ma très profonde reconnaissance à Jacques BERNIER, André TURGEON, Lucien DUCKSTEIN, Claude MICHEL pour les précieux conseils d'orientation méthodologique qu'ils m'ont prodigués tout au long de ce travail, ainsi qu'à Patrick HURAND et Lucien SORMAIL qui m'ont offert leur concours pour le cas d'étude pratique sur le système NESTE.

Merci enfin à Jean VERDIER, Yves LABYE, Paul BOURGINE et Fethi LEBDI pour avoir relu ce texte et m'avoir suggéré modifications et améliorations au cours de l'avancement de mes recherches.

Que mes collègues et amis du CERGRENE, ainsi que mes parents qui ont encouragé tous mes efforts depuis le premier jour, trouvent dans ce rapport toute ma reconnaissance pour le soutien et la confiance qu'ils m'ont témoignés.

RESUME COURT

L'objet de ce mémoire de recherche est de proposer un modèle théorique permettant de modéliser le fonctionnement d'un système de gestion des ressources en eau, d'étudier les méthodes de calcul que l'on peut utiliser pour l'élaboration rationnelle des consignes de gestion des barrages-réservoirs. L'application opérationnelle a été réalisée pour deux situations particulières très différentes. Sur la cas du système Neste, l'étude proposée s'inscrit dans le cadre des problèmes d'optimisation hebdomadaire bidimensionnelle (irrigation et salubrité) des ressources en eau durant la période d'étiage. La résolution est effectuée selon deux approches:

- un modèle de programmation dynamique avec état de dimension deux (niveau des réserves, niveau dans la rivière) où dans la solution numérique les variables sont discrétisées;

- un modèle "synthétique" où l'on calcule une probabilité de non dépassement caractérisant l'état hydrique des ressources du système. Une règle empirique permet d'associer à cette grandeur une décision de consigne à effectuer.

L'étude de la gestion journalière du barrage Seine quant à elle, combine divers modèles de prévision des apports et d'optimisation des consignes. Elle permet de mettre en évidence que la performance globale de la gestion dépend fortement du couplage entre la réponse du système dynamique et le processus décisionnel. Nous développons la aussi deux techniques. La première est une extension au cas stochastique de la technique du fil tendu au moyen de simulations des apports à venir. Cette méthode très simple mais qui s'appuie sur un modèle conceptuel pluies-débit est comparée à une programmation dynamique stochastique associée à un modèle hydrologique de type "boite noire". La comparaison porte sur la réduction de variabilité interannuelle des débits de la rivière à l'aval du réservoir. Le calcul numérique sur ordinateur est facilité par une approche de la programmation dynamique fondée sur le contrôle stochastique d'un processus de diffusion. Sur ce cas aussi, les résultats numériques sont comparés sur une série de chroniques historiques.

A partir de ces deux exemples, nos conclusions portent sur les limites et les avantages des outils de modélisation et d'aide à la décision pour une meilleure gestion des systèmes de ressources en eau.

MOTS CLES

Régulation- Gestion de réservoir - Programmation dynamique stochastique- Modélisation - Prévision d'apports- Aide à la décision- Décision multicritère.

ABSTRACT

This Phd dissertation deals with models for building rational allocation of water in natural resources systems and numerical tools for reservoir operation. Applications have been developed for two distinct water resources systems.

The Neste case study shows bicriteria (irrigation & water quality) weekly operation of a water resource system during dry period. Two ways of handling the problem are assessed and compared on a real case study:

-a stochastic dynamic programming model with a two dimensionnal state (reservoirs level, river level) that is numerically solved by discretization;

-a more "synthetic" model where the state is expressed in term of a tail area probability related to the consumption of all the present water resources in the futur. A practical decision rule is based upon the associated critical value.

Numerical results are plotted on historical series for both methods.

On the Seine case study, we provide the elements for a trade-off between the quality of the optimization model and the efficiency of the hydrological model in the field of water resources system management.

In this paper, we develop two techniques. The first one is an extension of the Mass Curve technique to the stochastic case by means of simulation. This very simple management technique linked to a conceptual rainfall-runoff model, is confronted to a stochastic dynamic programming technique working with a black-box rainfall-runoff model. The comparison is made from the viewpoint of efficiency. One is specifically interested in reducing streamflow variability downstream a reservoir. To make this comparison easily implemented on a computer, a new approach to stochastic dynamic programming based on the stochastic control of a diffusion process is derived.

From these two examples, general conclusions on limits and advantages of modelization techniques and decision making tools are derived for water resources systems.

KEY-WORDS

Regulation- Reservoir operation - Stochastic dynamic programming
- Conceptual rainfall- runoff modelling - Streamflow forecasting -
Multicriteria Decision making.

INTRODUCTION

Une production de maïs en recul de plus de 2 millions de tonnes, plus de 300 000 agriculteurs touchés par le manque de pluie dans une quarantaine de départements, 580 millions de Francs d'aide aux exploitants sinistrés : triste bilan pour cet été 1989 exceptionnellement sec! Pourtant, en France, la ressource en eau avait pu paraître ni chère ni limitée, mais les conditions climatiques exceptionnellement sèches de 1989 et 1990 ont mis en évidence, si besoin était, que dans le Sud de la France (Est ou Ouest), la ressource en eau est le facteur limitant du développement d'activités agricoles, industrielles et même urbaines¹. L'évolution des besoins de toute nature et l'expression d'une nouvelle volonté de valorisation de cet élément essentiel du patrimoine naturel conduisent les gestionnaires d'ouvrages à porter un intérêt accru à l'efficacité de la gestion des aménagements.

Il est certain que la gestion des aménagements recouvre des domaines techniques variés. La qualité des eaux joue un rôle de plus en plus prépondérant dans la conception des ouvrages, et les impacts sur le milieu naturel sont à prendre en compte de façon complète.

Mais la mise au point des consignes de gestion, souples et adaptables en fonction des nouvelles informations susceptibles d'intervenir à tout instant, est déjà en soi un problème délicat auquel les praticiens sont toujours confrontés. Les nombreux modèles théoriques et les méthodes d'optimisation proposés par les laboratoires de recherche sont peu utilisés, bien souvent parce qu'ils correspondent à une représentation très générale et bien simpliste du problème posé. Les praticiens préfèrent alors des méthodes simples et robustes, plus directement liées à une représentation réaliste du cas d'étude. Ces méthodes ont d'ailleurs permis de gérer quotidiennement maints ouvrages mais ne répondent que trop partiellement aux problèmes quotidiens d'analyse du bien-fondé des investissements, de prise en compte du risque pour améliorer une conduite difficile en cas de crise, de recherche d'allocation optimale face à des objectifs multiples. Pour ne citer que quelques exemples, l'Agence Financière du Bassin Seine-Normandie travaille actuellement à l'aide d'un modèle de simulation journalier à l'amont de Paris sur la prospective des bilans ressources et demandes en eau à l'horizon 2000 et sur l'étude de l'impact des règles d'opération des barrages-réservoirs de ce bassin. Une grande opération de redéfinition des règles de fonctionnement et des objectifs du système Neste dans le Sud-Ouest a été mise en œuvre par la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne. En 1989, les agriculteurs de la vallée du Sor (Tarn) ont mis en demeure le Préfet de justifier les rationnements en matière d'irrigation dès le début de la campagne dont ils s'estimaient injustement victimes. L'objet de ce mémoire de recherche est de proposer un modèle théorique permettant de modéliser le fonctionnement d'un système de gestion des ressources en eau, d'étudier les méthodes de calcul que l'on peut utiliser pour l'élaboration rationnelle des consignes de gestion des barrages-réservoirs. L'application opérationnelle a été réalisée pour deux situations particulières très différentes.

Dans la première partie de cette dissertation, nous présentons tout d'abord l'intérêt et les limites des méthodes de gestion des barrages réservoirs.

La deuxième partie met en évidence, à partir des exemples illustratifs de la Seine et de la Neste, les difficultés rencontrées par le gestionnaire de système de ressources en eau, et la démarche nécessaire pour traduire les problèmes de terrain par une modélisation appropriée.

Dans la troisième partie, le problème général est d'abord présenté sous forme d'un modèle de base issu de l'analyse des systèmes et du contrôle optimal.

Les démarches classiques rencontrées dans la littérature sur la gestion des systèmes de ressources en eau sont étudiées et les techniques d'optimisation utilisables sont

¹ Circonstance aggravante, la région de Toulouse et le littoral méditerranéen ont une pluviométrie très inférieure à l'évapo-transpiration potentielle, ce qui, compte tenu de la très mauvaise répartition spatiale et temporelle des précipitations, pose un problème aigu de gestion hydraulique agricole et d'allocation des ressources en eau.

décrites. En effet, en raison de l'intérêt accru porté à l'efficacité des ouvrages, la demande de connaissances concernant les méthodes d'optimisation s'est développée. Ce document peut contribuer à familiariser les ingénieurs ayant à réaliser ces études avec un certain nombre de méthodes et d'outils encore mal connus, notamment du fait de l'absence d'une présentation en langue française de l'application de ces méthodes à la gestion des ouvrages hydrauliques, alors qu'elle est largement décrite dans la littérature anglo-saxonne. Nous y soulignons aussi les avantages de la démarche de modélisation que nous adoptons pour traiter de la gestion du risque et des usages multiples de la ressource, qui sont deux aspects spécifiques de la conduite des barrages réservoirs.

La quatrième partie est une application des démarches de modélisation à deux cas pratiques. On propose d'abord la mise en place opérationnelle de règles de gestion de compromis (irrigation-qualité) pour le système Neste, mobilisant de nombreuses réserves de capacités moyennes dont la source principale d'approvisionnement est une rivière de montagne. Ce cas d'étude met l'accent sur la prise en compte du risque et la recherche d'une allocation bi-critère acceptable des richesses en eau au cours de la saison d'irrigation tout en soutenant les étiages. D'autre part, on décrit les applications de ces méthodes au système du barrage Seine du lac de la forêt d'Orient, mono-ouvrage, mobilisant une grosse réserve sur une rivière de plaine et dont la gestion a déjà fait l'objet de nombreuses études. Ce dernier cas d'étude permet de mettre en évidence que la performance globale de la gestion dépend fortement du couplage entre la réponse du système dynamique et le processus décisionnel.

La dernière partie conclut sur les limites et les avantages des outils de modélisation et d'aide à la décision. On y retrace les passages d'obstacles successifs :

- de la phase de modélisation (comment traduire rationnellement les problèmes du gestionnaire d'un système de gestion de ressources en eau en une problématique scientifique?)

- de la phase d'aide à la décision (quelles sont les conditions nécessaires pour, qu'à partir d'une approche scientifique élaborée dans un bureau d'études ou un laboratoire de recherche, on puisse réussir un passage opérationnel sur le terrain?)

Les développements numériques, les algorithmes et programmes informatiques, ainsi que les études complémentaires sont reportés dans les annexes.

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
(ENPC-ENGREF) **CERGRENE**

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

<p>PARTIE 1</p> <p>LA GESTION DES BARRAGES</p>
--

DECEMBRE 91

E. PARENT

SOMMAIRE DE LA PARTIE 1

1. La gestion des barrages réservoirs.....	15
1.1. Un enjeu économique important	15
1.1.1. Quelques exemples.....	15
1.1.2. Etudes, investissement et fonctionnement.....	16
1.1.3. La rigidité introduite par les grands aménagements	16
1.1.4. Valeur de l'eau et rentabilité économique des améliorations de gestion	17
1.1.5. Le contrôle-commande et la gestion.....	18
1.2. Un contexte aléatoire	21
1.3. Des systèmes de plus en plus complexes	23
1.4. Des objectifs multiples et parfois mal définis.....	23
1.5 Conclusions	25

LA GESTION DES BARRAGES

1. LA GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

1.1. Un enjeu économique important

1.1.1. Quelques exemples

On peut juger de l'efficacité de la gestion d'un barrage-réservoir :

- . à moyens fixés (problème habituel de gestion);
- . à objectifs fixés (problème de dimensionnement et de programmation).

A moyens fixés

D. DUBAND (1975) a par exemple montré, pour le barrage de Serre-Ponçon - dont les objectifs sont l'irrigation et la production hydroélectrique - que l'introduction de prévisions d'apports à moyen terme dans la gestion de l'ouvrage permet de gagner une production d'énergie d'une valeur de 16 millions de Francs par an en moyenne.

Pour pallier la sécheresse de 1989, notamment en ce qui concerne les périmètres d'irrigation et le soutien d'étiage automnal, le gestionnaire des ressources en eau de la Neste avait dû faire appel aux réserves Pyrénéennes de haute montagne normalement utilisées par EDF pour la production hydroélectrique. Durant l'étiage sévère de 1990, l'utilisation des outils d'aide à la gestion stratégique, développés dans ce document, a permis à la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne de prendre le risque de ne pas solliciter EDF pour la fourniture de 10 millions de m³ supplémentaires. On peut estimer que cette décision a permis une économie de 10 millions de Francs.

A objectifs fixés

La gestion la plus efficace sera celle qui aura mobilisé la réserve la plus faible. Ainsi, en étudiant le barrage de Chambonchard sur le Cher, J. MIQUEL (1980) a calculé que pour obtenir le même soutien d'étiage à Montjean (point de contrôle), le volume nécessaire de la retenue pouvait être divisé par deux si on tenait compte de prévisions pour établir la gestion du barrage plutôt que d'effectuer des lâchers constants. Puisse notre connaissance des débits futurs être parfaite, on n'aurait plus besoin pour le même objectif que d'un quart de cette retenue !

C'est pourquoi les problèmes de dimensionnement, de gestion d'ouvrages et de prévisions hydrologiques sont étroitement liés. L'analyse de l'utilité d'une amélioration de gestion est cependant parfois complexe.

1.1.2. Etudes, investissement et fonctionnement

Les trois exemples précédents montrent qu'à l'évidence, pour de grands ouvrages, le coût des études (quelques centaines de milliers de Francs) nécessaires à une gestion fine des ouvrages, est inférieur d'un bon ordre de grandeur aux bénéfices qu'elles peuvent permettre.

En revanche, si la gestion nécessite :

- * la mise en œuvre d'un système de télétransmission,
- * l'équipement ou le rééquipement d'organes de commande,

une étude économique doit être engagée dès qu'une première analyse a permis de cerner le gain d'efficacité. Cette étude se justifie d'autant plus qu'elle souligne en général le manque de formation des gestionnaires et de sensibilisation des décideurs politiques aux techniques de gestion scientifique des barrages

On peut penser que des ouvrages déjà construits de faible capacité (inférieurs à quelques millions de m³), et dont l'amélioration de la gestion n'apporte donc que des moyens supplémentaires modestes, ne peuvent justifier un tel effort qu'en l'absence d'alternative d'aménagement (par exemple, pour des problèmes d'insertion dans l'environnement). Le choix initial est alors irréversible.

Par contre, si cette étude est mise en œuvre dès la programmation de l'ouvrage, l'économie d'investissement peut être suffisante pour équiper le barrage d'un système de commande dès sa création. Ce fut le cas du barrage de l'Astarac (10 Mm³) pour lequel l'étude d'équipement d'un système de commande a permis une économie d'investissement de l'ordre de 10 MF.

Dans ce bilan économique, les coûts de fonctionnement jouent aussi un rôle essentiel, en particulier parce que de tels aménagements s'amortissent sur de longues ou très longues durées (supérieures à 50 ans). Les théories économiques classiques sont impuissantes à analyser la rentabilité de tels investissements.

Il est ainsi difficile de dire si, de façon générale, la gestion permet des économies de fonctionnement, et chaque cas doit être étudié en particulier.

1.1.3. La rigidité introduite par les grands aménagements

Le dimensionnement des ouvrages répond à des contraintes de génie civil bien souvent prépondérantes au plan économique. Ainsi, sur un bassin tel que celui de la Seine, la capacité de régulation évolue-t-elle par paliers, alors que les besoins évoluent, eux, de façon régulière, sauf événements exceptionnels : mise en route d'une tranche de centrale nucléaire par exemple (Figure 1).

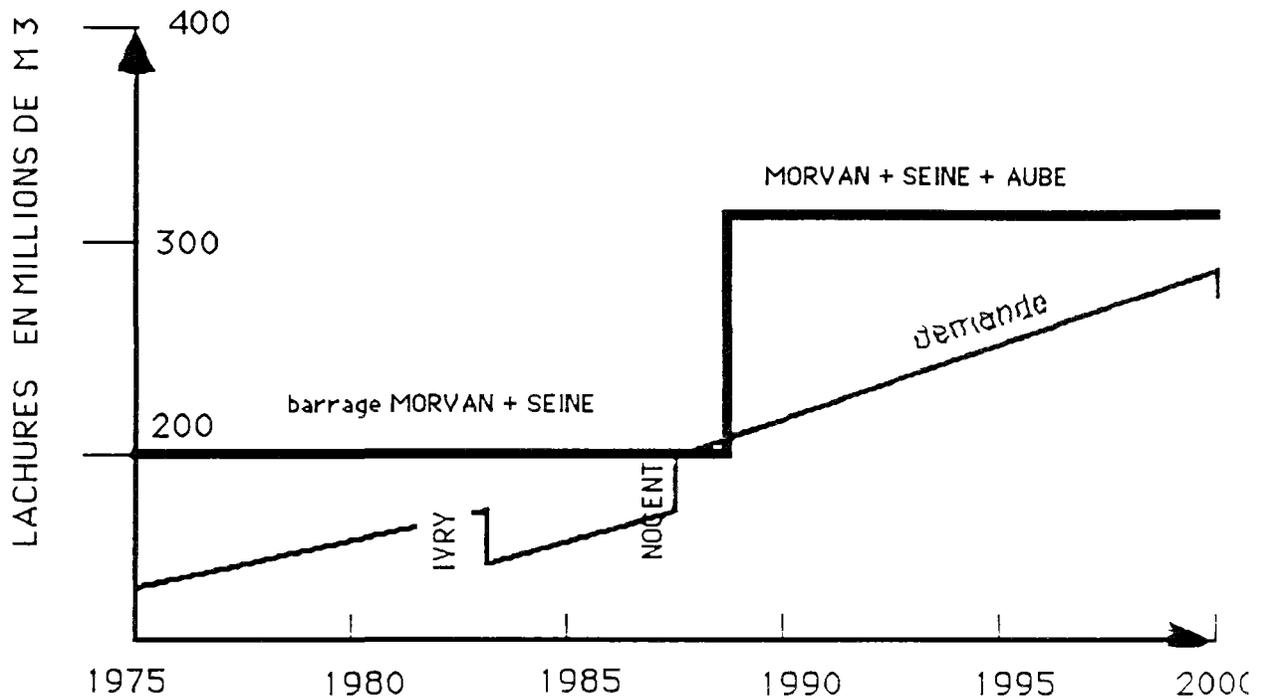


Figure 1. Programmation des barrages-réservoirs sur la Seine (Document Comité de Bassin, 1980). Ce programme a subi un certain décalage. Mais il montre les effets de seuils liés au caractère discontinu des aménagements

Dans un tel système de programmation, chaque nouvel ouvrage apporte un saut quantitatif majeur dans la satisfaction des objectifs. L'optimisation des consignes de gestion des ouvrages qui, elle, permettra de gagner de l'efficacité à la marge, paraît à l'aménageur une préoccupation de second ordre, sauf quand on atteint la saturation d'un ouvrage ou d'une ressource et que l'alternative est l'amélioration de la gestion actuelle ou la construction de nouveaux ouvrages (si c'est possible). Dans le contexte mondial actuel, la première alternative est presque toujours préférée à la seconde, notamment dans les pays en voie de développement. L'Institut International pour le Management de l'Irrigation mis en place par la Banque Mondiale traduit cette évolution des priorités d'un aménagement efficace des ressources naturelles en eau. En France aussi, il n'est pas rare d'envisager d'abord un accroissement des ressources avant une meilleure utilisation des ressources déjà utilisables. Ainsi, par exemple, en région Midi-Pyrénées, le programme de développement de la ressource en eau dans le Sud-Ouest de la France, mis en place par le comité de bassin Adour-Garonne, a subi une accélération manifeste en 1989 et 1990. Trois sites (Charlas, Laurelie, Vabre) permettant une augmentation de la ressource d'au moins 50 millions de m³ chacun sont à l'étude. On peut aisément imaginer les pressions des différentes instances locales encore sous le coup des sécheresses de 1989 et 1990 pour que le Préfet de Région Midi-Pyrénées s'oriente d'abord vers une décision à court terme !

1.1.4. Valeur de l'eau et rentabilité économique des améliorations de gestion

Pour mieux cerner les enjeux de cette gestion, il est intéressant de mesurer ce que coûte pour la collectivité cette production d'eau non potable qu'est le soutien aux étiages par des barrages-réservoirs.

Prenons pour exemple les chiffres du barrage Aube. D'un coût total de 1.6 Milliards de francs, ce stock coûte 8 F/m³. Supposons que cet ouvrage soit amorti sur 50 années en "vendant" l'eau, ou la protection obtenue contre les crues, aux usagers, chaque fois que celle-ci est utile pour eux. A quel prix estimerait-on ce service?

Un premier raisonnement est que chaque m³ est revendu environ deux fois chaque année (une fois lors du remplissage à titre de bénéfice de protection contre les crues, et une fois à la vidange en soutien d'étiage). En négligeant actualisation et incertitudes, cela conduit à un prix faible : 0,08 F/m³. Mais, bien entendu, la protection et le soutien n'intéressent les usagers que dans des conditions bien particulières.

En fait, ce n'est qu'une année sur dix environ que toute la capacité serait vendue. Le prix est donc plus près de 1 F/m³ que de 0,1 F/m³.

C'est le prix qu'implicitement les collectivités sont prêtes à payer, pour le compte des divers usagers concernés, en finançant un tel ouvrage. Il est évidemment intéressant de rapprocher, pour tout projet, une telle estimation de coût aux bénéficiaires, économiques et sociaux attendus, ou, plus exactement dans ce cas précis, de coût évité des dommages et dégâts dus aux inondations, à l'estimation délicate. On comprend que dans de tels cas, une amélioration, même marginale, de l'efficacité des ouvrages existants, puisse permettre de gagner plusieurs années sur l'échéancier de programmation, et, compte-tenu des sommes en jeu, que ces années gagnées représentent une très grande économie.

1.1.5. Le contrôle-commande et la gestion

Les performances de la plupart des systèmes sont conditionnées par :

- la qualité du contrôle-commande : il s'agit d'asservir les manœuvres des ouvrages pour répondre immédiatement aux besoins le plus efficacement possible, en respectant des règles de sécurité et de fiabilité dans la manipulation des organes de commande (vannes, seuils, etc...).

- l'adéquation de la gestion aux objectifs : il s'agit de définir une politique de choix, que l'on appellera stratégique, si cet arbitrage porte sur le moyen ou le long terme, ou tactique, pour les enjeux à court terme, entre maintenant et plus tard, entre ici et là et entre tel et tel usage, tout en se prémunissant du mieux possible contre les risques de défaillance.

Le présent rapport est orienté principalement vers les questions de gestion. Nous évoquons cependant ici rapidement les enjeux du domaine du contrôle-commande.

Il existe de nombreux exemples de progrès considérables apportés par des automatismes adéquats dans les systèmes d'ouvrages antérieurement réglés à la main par des opérateurs mobiles. Ces applications sont particulièrement spectaculaires dès qu'il existe une distance importante entre l'ouvrage commandable et l'objectif, ou que le système comporte de très nombreuses commandes à manipuler de façon cohérente.

La gestion d'ouvrages en cascade, pour des usages multiples, peut être illustrée par le système de régulation des débits du Rhône par la Compagnie Nationale du Rhône.

Dans le cadre des systèmes d'irrigation, les progrès obtenus grâce à la régulation dynamique entre les ouvrages de la Société du Canal de Provence ou de la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne (système Neste) sont tout à fait significatifs.

On trouvera dans VALIRON et al. (1988, tome 3) une description de ces deux exemples et de cas issus de l'alimentation en eau potable et de l'assainissement, ainsi qu'une description détaillée des moyens techniques nécessaires à la mise en œuvre d'un système de contrôle-commande.

Un exemple de taille plus modeste permet de cerner les enjeux d'une amélioration du contrôle-commande d'un système qui n'a pas été conçu initialement à cet effet. Les données suivantes sont extraites d'une note de la Direction Départementale de l'Agriculture et de la Forêt du Tarn de 1988 sur l'automatisation des lâchers du barrage des Cammazes pour l'irrigation sur le Sor. Les calculs d'efficacité économique y ont été ajoutés par les auteurs et sont estimés grossièrement. Ni les procédés d'actualisation, ni la prise en compte explicite de la distribution statistique des événements secs exceptionnels ne sont mis en œuvre dans ces calculs sommaires. Le système Sor-Cammazes fait partie de l'ensemble complexe d'aménagement hydraulique de la Montage Noire.

Le barrage de Cammazes, destiné à satisfaire les besoins en eau d'irrigation (pompages individuels et collectifs sur le Sor), fonctionne actuellement de façon manuelle, et on estime que seulement 42 % de l'eau stockée est valorisée.

Ainsi en 1986, durant l'étiage, sur 5.360 Mm³ lâchés pour cet usage, seulement 2.250 Mm³ ont été facturés aux irrigants. En 1987, ces chiffres sont respectivement de 4.060 Mm³ et 1.725 Mm³.

Un système de contrôle automatique a été étudié. Il comporte un poste central relié par un réseau de télétransmission (réseau téléphonique commuté) à des stations de mesures de terrain; au poste central, un logiciel temps réel définit les consignes des actionneurs et les transmet à des automates locaux qui assurent le calcul des commandes et la régulation des actionneurs. Ce dispositif est l'organisation typique d'un tel système dans un cas simple.

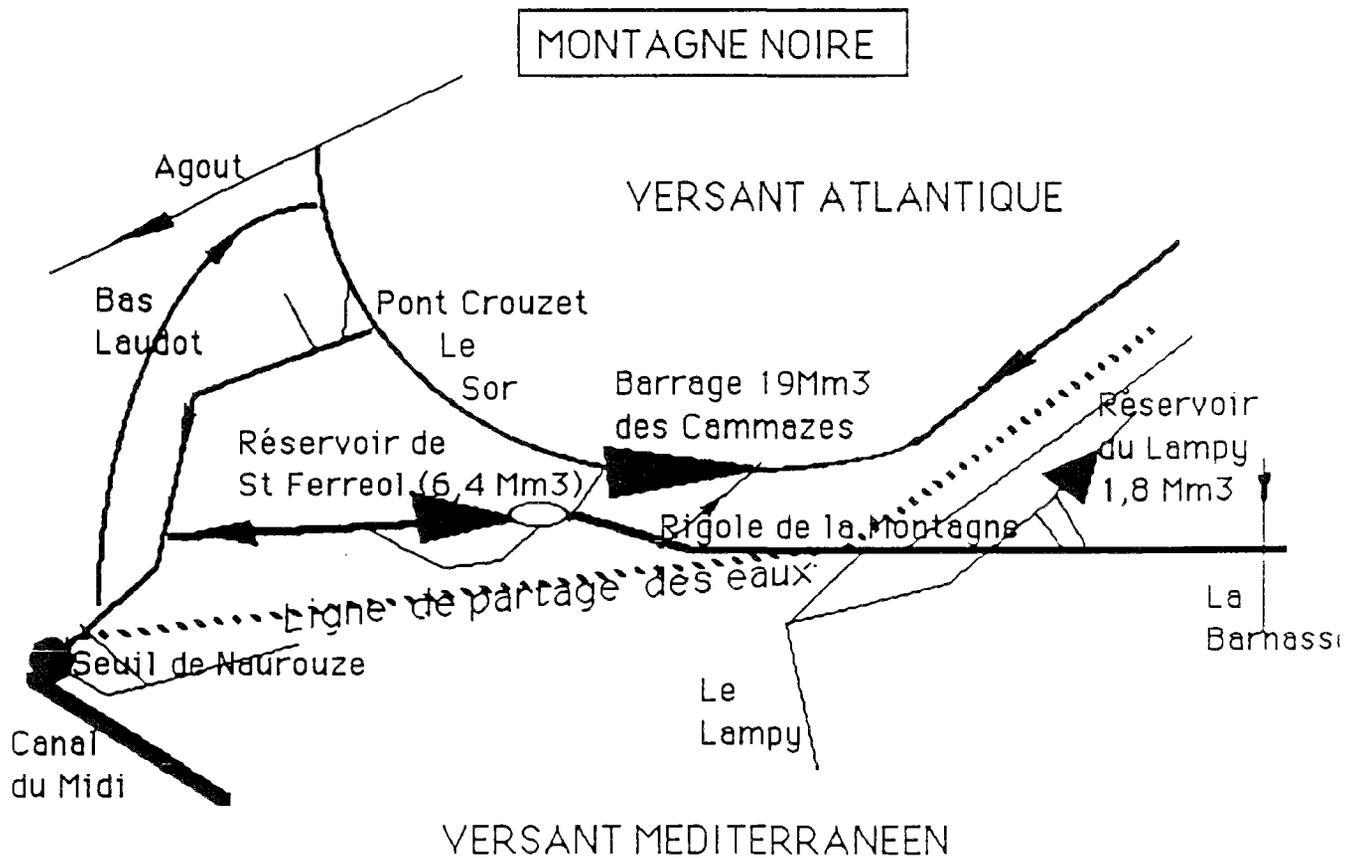


Figure 2 : Système SOR- CAMMAZES

Le coût de l'opération se décompose de la façon suivante :

- poste central (équipement)	220 000 F
- 5 stations de mesures (équipement)	250 000 F
- équipement des vannes et automates locaux de commande (4 systèmes)	550 000 F
- étude et réalisation de logiciels	250 000 F
- divers	30 000 F

Total	1 300 000 F

L'efficience espérée des lâchers est de 70 %. Il aurait donc été possible d'économiser 2.160 Mm³ en 1986 et 1.610 Mm³ en 1987. Une économie de 2 Mm³ en année sèche pourra donc être obtenue pour un coût de 0.65 F/m³. On peut supposer que ces 2 Mm³ supplémentaires seraient essentiellement utilisés une année sur cinq, et pour une durée d'environ cinquante ans, ce qui conduit à un coût d'amortissement de l'ordre de 0.06 F par m³ délivré.

Le coût annuel d'exploitation et d'entretien est généralement estimé de l'ordre de 10% de la valeur des équipements (ROCHE P.A. et al., 1984) soit 130 000 F/an. Par

ailleurs, dans ce cas, l'automatisation permet d'économiser des frais de gestion significatifs sur l'ensemble du système : on peut raisonnablement considérer que l'économie réalisée est équivalente au surcoût. L'eau supplémentaire ainsi obtenue devrait donc être vendue environ 0.06 F par m³ délivré pour équilibrer l'opération.

En comptant un volume de prélèvement à l'hectare de l'ordre de 1 500 m³/ha/an, l'eau ainsi délivrée entrerait pour 90 F/ha dans la composition du coût de production pour les années sèches. Il apparaît clairement qu'une telle opération est très immédiatement valorisable.

Dès lors qu'un système de contrôle-commande est mis en place, le coût d'une amélioration de la gestion du système est limité à celui des études : hydrologie (régime des apports et méthodes de prévision), analyse des demandes (caractéristiques statistiques et éventuelle prévision), simulation et éventuellement optimisation. Ces analyses sont évidemment facilitées si l'on a pris la précaution la plus tôt possible de recueillir et d'archiver dans de bonnes conditions les données nécessaires.

1.2. Un contexte aléatoire

L'aspect aléatoire des phénomènes hydrologiques domine à l'évidence les problèmes de gestion : il s'agit de trouver une règle de gestion la plus économique possible, c'est-à-dire qui réalise un compromis entre les coûts de protection contre des événements exceptionnels et les résultats moyens que l'on escompte à la suite du fonctionnement normal "de croisière" de l'ouvrage.

Le rôle essentiel d'un barrage est de réguler en absorbant la variabilité des apports : d'une façon ou d'une autre, il reporte de l'eau prélevée dans une période où elle est abondante, voire excessive, sur une période où elle présente une plus grande valeur d'usage.

Un modèle illustratif simple de ce concept est le suivant : l'application d'une règle de gestion se traduit par la transformation d'une distribution statistique des apports de la rivière en une distribution statistique de lâchers en sortie de barrage.

Supposons que nous comparions deux gestions, l'une idéale, totalement régulée, fournissant un lâcher u_0 = apport moyen et l'autre ayant encore un caractère aléatoire et une variabilité fournissant un lâcher noté u , sur la base d'une fonction de gain $V(u)$ (On suppose ici que V ne dépend que du lâcher u et non du stock et de la saison).

En admettant que V puisse se développer autour de u_0 sous la forme :

$$V(u) = V(u_0) + (u - u_0) \frac{\partial V(u_0)}{\partial u} + \frac{(u - u_0)^2}{2} \frac{\partial^2 V(u_0)}{(\partial u)^2} + \dots$$

puis en appliquant l'opérateur espérance, étant donné que $E(u) = u_0$ = apport moyen, on a en première approximation :

$$E(V(u)) = V(E(u)) + \frac{\text{Var } u}{2} \frac{\partial^2 V(u_0)}{(\partial u)^2} + \dots$$

Si la fonction V est un indice de performance classique obéissant à la loi des rendements décroissants (V concave), on voit que :

$$V(E(u)) \geq E(V(u))$$

et que l'écart entre une régulation idéale constante et une régulation soumise à une variabilité statistique est, en première approximation, proportionnel à la variabilité du lâcher.

En d'autres termes et sous ces hypothèses simplificatrices, la première raison d'être d'une règle de gestion est d'amortir la variabilité des apports pour produire une séquence de lâchers aussi réguliers que possible.

Les premières méthodes de dimensionnement (RIPPL (1883), VARLET (1923)) sont d'ailleurs fondées sur le principe que la régulation est avant tout la réduction de la variabilité des écoulements. Elles s'intéressent à un objectif de régulation totale (débit constants) et on en déduit la capacité nécessaire pour une chronique d'apports particulière.

Le dimensionnement ne peut bien entendu être réalisé pour une régulation totale. Il s'agit de mettre en balance les coûts de construction (certains) de l'ouvrage et les coûts des dégâts que pourraient entraîner des événements hydrologiques exceptionnels que le barrage n'est pas capable de réguler (stock limité). Ce problème de stock limité est au centre des études de dimensionnement et doivent être pris en compte pour les calculs de valeurs extrêmes. BUCHBERGER et MAIDMENT (1989) proposent une méthode d'approximation basée sur la théorie des processus de diffusions markoviens pour estimer la fréquence avec laquelle un réservoir se retrouve à l'état vide ou en situation de débordement. MICHEL (1989) propose une formule empirique pour estimer ces probabilités de défaillance.

Supposons maintenant que la réserve soit construite : comme sa capacité ne lui permet pas de mobiliser des ressources en eau en quantité illimitée (le pourrait-elle qu'il faudrait encore tenir compte d'une phase transitoire de remplissage), il faut bien trouver une règle de gestion qui réalisera à chaque instant un compromis entre les dommages éventuels provoqués par une défaillance et l'intérêt immédiat de satisfaction des objectifs pour lesquels le barrage a été construit.

Pour améliorer ce choix et le rendre plus efficace, il est utile de prévoir le mieux possible l'évolution des apports et des besoins à venir. Comme on conduit mal dans le brouillard, on gère de façon inefficace dans l'incertain. Gérer, c'est prévoir. C'est aussi savoir prendre des risques pour faire la juste part entre des coûts incertains de protection contre des défaillances exceptionnelles et des bénéfices incertains à plus ou moins long terme.

En matière de dimensionnement de réservoir, on peut essayer de suivre une approche analogue à celle de BERNIER et ULMO (1973): sur le cas d'une digue latérale, ces derniers effectuent un calcul simplifié de dimensionnement où le compromis réalisé entre les bénéfices de protection contre les crues (événement exceptionnel futur) et l'investissement de la construction (événement certain immédiat) est mis en évidence.

En ce qui concerne la gestion de barrages-réservoirs aussi, la gestion du risque est une préoccupation majeure. L'objectif du présent travail de recherche est d'apporter des méthodes d'aide à la décision et à la gestion du risque pour l'élaboration des consignes de gestion des barrages réservoirs.

Mais il y a des limites : une part de l'incertitude est incontournable, c'est l'aléa naturel. Il faut alors être prudent, et adapter la gestion à cette incertitude. C'est l'objet des méthodes d'optimisation en avenir aléatoire, qui ont été introduites par MASSE (1946) pour la gestion des barrages-réservoirs et que nous développerons dans la troisième partie de ce document.

* protection du milieu : durant les périodes critiques de la vie de la flore et de la faune liées à la rivière (frai, hivernage, etc...), on se doit de respecter les conditions naturelles nécessaires au bon fonctionnement des cycles (couche d'eau suffisante en hiver sur les trous à poissons, courant faible sur les gravières en période de frai, etc...). Ces objectifs de protection sont mal connus, mal définis, assez difficiles à quantifier *a priori* puisque l'aménagement crée une situation nouvelle donc "anormale", mais qui n'est pas pour autant "moins bonne".

Néanmoins, ils sont essentiels, notamment pour assurer la qualité de l'eau délivrée en aval.

* production hydroélectrique : elle demande à utiliser au mieux l'énergie potentielle du barrage sous les contraintes de fonctionnement de l'usine. Il faut noter que cet objectif de production d'électricité a un coût facilement modélisable et donc se prête commodément à des calculs d'optimisation s'il est seul pris en compte. Les autres aspects étant retenus comme des contraintes, souvent mal définies.

* navigation : il faut assurer, d'une part une profondeur suffisante pour les voies navigables, de l'eau en quantité suffisante pour le bon fonctionnement des écluses, et d'autre part, éviter les cotes et les vitesses trop élevées.

* sports et activités récréatives liés à un plan d'eau : descente en canoë au moment de lâchers importants, voile sur le lac de retenue, camping, plages, etc... Les impacts économiques pour la région sont rarement quantifiés en France, mais font partie des mesures compensatoires essentielles pour les collectivités amont qui subissent, sans en tirer de bénéfice direct, l'inconvénient de la détérioration des sites existants. Les variations de niveau en période estivale doivent être les plus faibles possibles pour satisfaire cet objectif.

Ces objectifs sont la plupart du temps en contradiction les uns avec les autres. Voici par exemple quelques conflits types qui peuvent se produire :

* En été, notamment lorsqu'il y a sécheresse, on peut imaginer de déstocker en masse pour les besoins d'irrigation, d'adduction d'eau potable, de qualité et de navigation : le lac de retenue verra donc son niveau baisser fortement, ce qui risque de mécontenter plaisanciers et estivants. On peut aussi prendre l'option radicalement inverse, ce qui conduit à une réserve insuffisamment vidée pour effectuer un laminage efficace en cas de fortes pluies et crues en début de saison hivernale.

* Pour les besoins de régulation (soutien aux étiages, laminage de crues, etc...) qui sont généralement prioritaires (ce sont eux qui, la plupart du temps, ont motivé l'aménagement), on effectue au jour le jour des lâchers en dents de scie qui vont à l'encontre des objectifs de qualité et de protection du milieu. Ne connaître que les objectifs quantitatifs se retournerait cependant contre le gestionnaire : sans respecter les objectifs de qualité, l'eau "produite" serait "invendable" (inapte aux usages). En matière de barrages, l'efficacité réside autant dans la qualité que dans la quantité de production.

Dans le cas d'un système de plusieurs réservoirs, des actions non concertées de vidange et de stockage diminuent l'efficacité du fonctionnement global du système.

Ces objectifs ne sont connus et quantifiables qu'à des degrés divers. Les effets réels des lâchers sont parfois difficiles à estimer : des mécanismes contradictoires peuvent jouer. Par exemple, dans les rivières canalisées, il est nécessaire d'assurer un débit minimal autant que possible afin de diluer et de transporter les effluents ou d'absorber le choc thermique en cas de refroidissement. Néanmoins, le courant ne doit pas être trop

1.3. Des systèmes de plus en plus complexes

Une troisième caractéristique de l'optimisation de la gestion des barrages est que, de plus en plus, il faudra raisonner à l'échelle d'un ensemble de barrages-réservoirs interconnectés, à cause des effets induits (modification en cascade ou compensation) qui peuvent exister entre eux. La régulation du bassin de la Seine à l'amont de Paris comprend, par exemple, quatre réservoirs principaux (Seine, Marne, Aube, Pannessière-Chaumard sur l'Yonne), dont on conçoit bien qu'il est utile d'en coordonner les actions puisqu'ils contrôlent chacun l'un des principaux bassins versants. Le système du bassin du Trent en Ontario, CANADA (SIGVALDASON, 1976) comprend 92 réservoirs et 14 usines hydroélectriques à faire fonctionner en harmonie ! Il est dans ce cas difficile d'imaginer l'élaboration de consignes de gestion performantes sans avoir recours à la modélisation du "système", avec l'appui de méthodes mathématiques d'optimisation et à l'utilisation de techniques informatiques. L'optimisation globale d'un système de réservoirs n'est pas en effet assurée par la réalisation des optimisations locales du fonctionnement de chacun des sous-systèmes qui le composent. En revanche il existe des méthodes itératives qui permettent de faire des essais successifs de répartition des objectifs entre les divers sous-systèmes, en optimisant le fonctionnement de chacun d'eux, et en corrigeant la répartition au vu de leurs résultats respectifs.

1.4. Des objectifs multiples et parfois mal définis

Une retombée indirecte de l'introduction des techniques d'optimisation pour la gestion des barrages est d'obliger les gestionnaires à afficher, voire à clarifier les objectifs qu'ils poursuivent. Aujourd'hui les gestions de réservoirs sont de type multi-usage. Des consignes de gestion figées *a priori* n'offrent pas la possibilité de modifier de façon explicite les règles de conduite du barrage lorsque les objectifs évoluent ou que surviennent de nouveaux éléments d'information (installation d'un réseau d'annonce des crues par exemple). Optimiser une règle de gestion oblige à remettre en cause périodiquement sa validité, à afficher clairement l'objectif ou les objectifs pour lesquels le barrage a été construit, à estimer le coût de défaillances ou de catastrophes, à assumer les priorités ou les pondérations entre les objectifs que l'on a définis .

Ces ouvrages constituent à la fois un réservoir (rôle de régulation permettant la protection contre les crues, la satisfaction des demandes en eau pour l'irrigation et l'adduction d'eau potable et d'objectifs de qualité en eau), un barrage créant une retenue (potentiel hydroélectrique), un plan d'eau (possibilité récréative) et un lac artificiel (développement d'un écosystème nouveau, adapté aux fluctuations saisonnières imposées par l'exploitation de l'ouvrage).

Les objectifs régissant la gestion des barrages réservoirs sont multiples :

* protection contre les crues : il s'agit d'utiliser les possibilités de stockage du réservoir en période de crues pour diminuer ou laminer celles-ci. On diminue ainsi l'ampleur et la fréquence des dégâts des eaux sur l'aval du système.

* satisfaction des diverses demandes d'utilisation de l'eau : le barrage doit déstocker des quantités d'eau, soit dans des systèmes d'adduction artificielle, soit dans la rivière qui joue alors le rôle d'adducteur. Ces besoins peuvent présenter une forte saisonnalité (l'irrigation en agriculture en est un exemple) ou bien exister de façon permanente (adduction d'eau potable, consommation industrielle) mais ils présentent toujours un caractère aléatoire plus ou moins marqué.

important, auquel cas le temps de transit de l'effluent dans la rivière serait trop court pour que les capacités d'auto-épuration de la rivière aient le temps de fonctionner correctement.

1.5 Conclusions

La gestion des barrages réservoirs est par nature un problème multicritère, en avenir risqué. Elle s'inscrit dans le cadre de l'analyse et de la commande de systèmes naturels et représente un défi pour l'ingénieur (PARENT, 1991). Les trois années sèches consécutives de 1989, 1990 et 1991 ont souligné, si besoin était, que l'amélioration des techniques de gestion était nécessaire et permettait, en temps de crise, des économies de fonctionnement importantes. En dehors de ces périodes de tension (étiages sévères, inondations, déséquilibre entre ressources mobilisées et croissance des usages) l'amélioration des règles de gestion est trop souvent délaissée au profit de l'accroissement de ressources nouvelles: cette dernière solution permet de ne pas remettre en cause la politique de gestion tout en apportant un soulagement majeur dans la satisfaction des objectifs de l'aménagement. L'amélioration des consignes de gestion, à travers la modélisation mathématique, n'est donc réalisable qu'avec la complète collaboration du gestionnaire d'ouvrages: elle signifie en effet d'abord un nouveau regard et une analyse critique du fonctionnement et des objectifs d'un système existant, déjà piloté, souvent complexe, de gestion de ressources en eau.

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

<p>PARTIE 2</p> <p>DU GESTIONNAIRE</p> <p>A</p> <p>L' HOMME D'ETUDES</p>
--

DECEMBRE 91

E. PARENT

SOMMAIRE DE LA PARTIE 2

1. Présentation du système Neste	30
1.1. Introduction : Un déséquilibre hydrologique.....	30
1.2. L'hydrologie des apports.....	32
1.2.1. Le régime nival de la Neste	32
1.2.2. Les régimes de type pluvial des rivières de coteaux	33
1.3. La demande en eau pour l'irrigation.....	34
1.4. Fonctionnement actuel	37
1.4.1. Les acteurs	37
1.4.2. Le mode opératoire.....	37
1.4.3. Conclusions.....	38
1.5. Les problèmes du système Neste : quelques chiffres.....	39
1.5.1. Bilan en terme de débit de transit instantané	39
1.5.2. Bilan en terme de débits hebdomadaires.....	39
1.5.3. Bilan en termes de volumes.....	41
1.5.4. Conclusions.....	42
2. L' exemple du barrage Seine	43
2.1.Présentation	43
2.2.Objectifs	43
2.3. Les données disponibles.....	43
3. Les problèmes du gestionnaire et la problématique du chargé d'études	46
3.1. De l'utilité de la modélisation.....	46
3 1 1 La situation oblige reposer le problème de gestion.	46
3 1 2 Une justification de nature scientifique pour convaincre du bien fondé de sa politique.	47
3 1 3 L' interface entre le gestionnaire et l'homme d'études	47
3.2. Les embûches de la modélisation	47
3.2.1. Identifier le décideur	47
3.2.2. Reconnaître les enjeux	48
3.2.3 Le piège du langage : " système". Un concept pratique en trompe-l'œil.	50
3.3. Le point de vue du modélisateur	52
3.3.1. Décrire au mieux la réponse du système.....	52
3.3.2. Respecter le processus de décision.....	55
3.4. Conclusions	56

INTRODUCTION

Pourquoi modéliser? Pourquoi un gestionnaire qui mène un système de ressources en eau de façon quasi-instinctive et fort de son expérience des années passées, trouverait-il intérêt à faire appel à un modélisateur?

Dans cette partie, nous présentons d'abord deux cas d'études. la Neste et la Seine pour illustrer la perspective du gestionnaire. Ceci nous permettra de raisonner à partir d'exemples concrets¹. A partir de ces cas pratiques de gestion, nous essaierons de dégager la finalité d'une modélisation, c'est à dire cette transformation souvent délicate des problèmes pratiques du gestionnaire en une problématique scientifique plus théorique. Les obstacles rencontrés au cours de cette difficile mutation, qu'ils soient liés aux difficultés propres à l'abstraction ou aux rugosités de l'interface entre le gestionnaire et l'homme d'étude, seront exposés.

¹ Avec la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne, le laboratoire de l'auteur a effectué une étude des nouvelles modalités de gesuon du système Neste. En ce qui concerne la Seine, nous avons participé à de nombreux appels d'offres de l'Agence de Bassin Seine Normandie.

LE CAS DE LA NESTE

1. PRESENTATION DU SYSTEME

1.1. Introduction : Un déséquilibre hydrologique

Le canal de la Neste a été créé en 1862 pour réparer une "erreur de la nature" (Cf figure 2-1). La Gascogne est en effet parcourue par un réseau hydrographique naturellement indépendant des ressources en eau de la montagne Pyrénéenne pourtant toute proche.

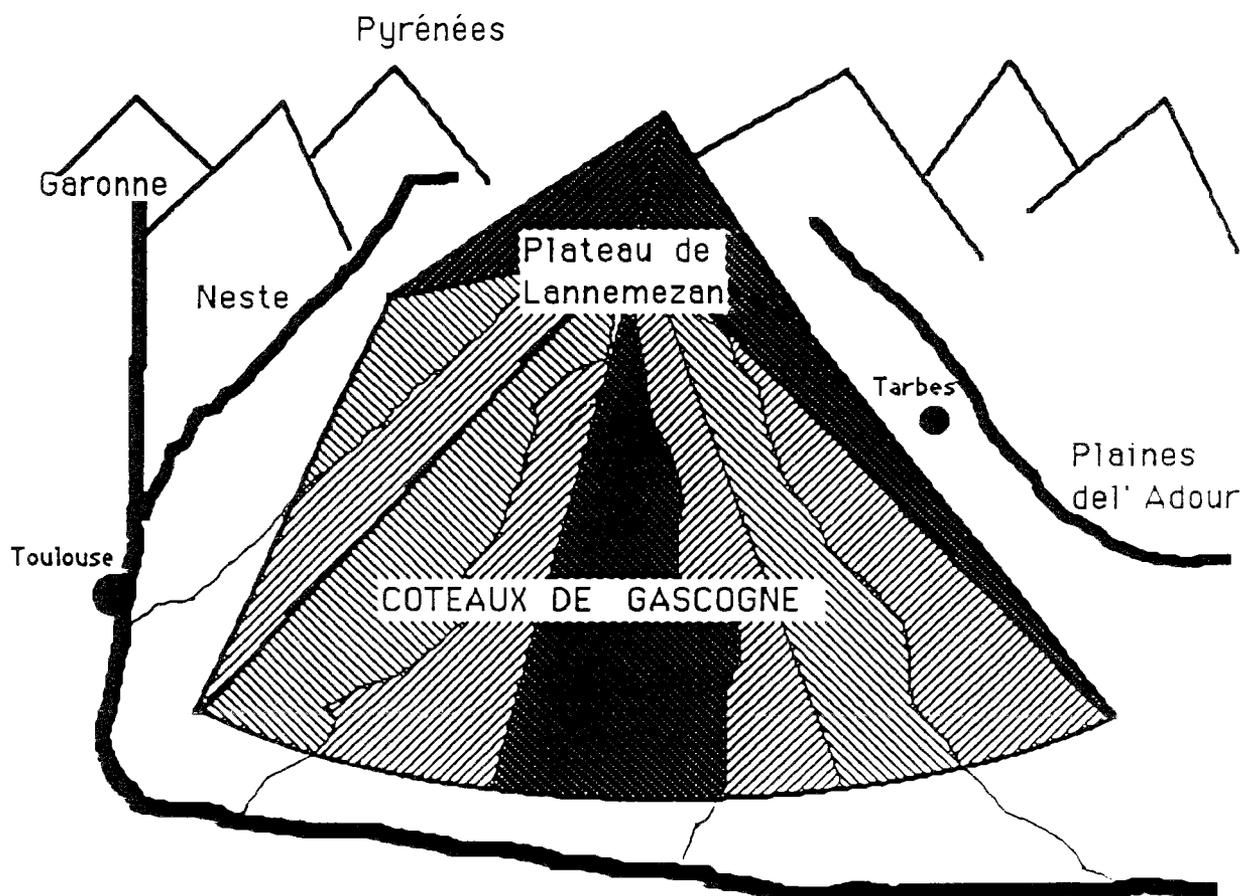


Figure 2-1 : les coteaux de Gascogne

Le plateau de Lannemezan et les coteaux de Gascogne sont les restes des cônes de déjection formés entre la fin du Miocène et le Quaternaire ancien par les débris arrachés aux Pyrénées par les ancêtres de la Neste d'Aure et d'autres rivières. Ces formations détritiques (molasses quasi-imperméables) sont surélevées et malheureusement isolées des deux principales richesses en eau voisines constituées par la Garonne et son cortège d'affluents à l'Est et l'Adour à l'Ouest.

Les rivières des coteaux de Gascogne ont un débit naturel très faible en été (elles totalisent un débit de $3,5 \text{ m}^3/\text{s}$ en moyenne en Juillet et ont un régime pluvial). Huit fois

sur dix, au mois d'Août, les apports par unité de surface descendent sous le seuil de 1 l/s/km^2 pour tous les bassins versants des rivières de Gascogne.

Les eaux des Pyrénées sont, par contre, transportées par la rivière Neste (débit moyen $25 \text{ m}^3/\text{s}$ en Juillet) qui se jette tout de suite dans la Garonne et n'alimente pas les coteaux de Gascogne. D'autre part, le régime de la Neste est plutôt nival (fonte des neiges : Mai, Juin, Juillet), avec un étiage plus tardif dans la saison.

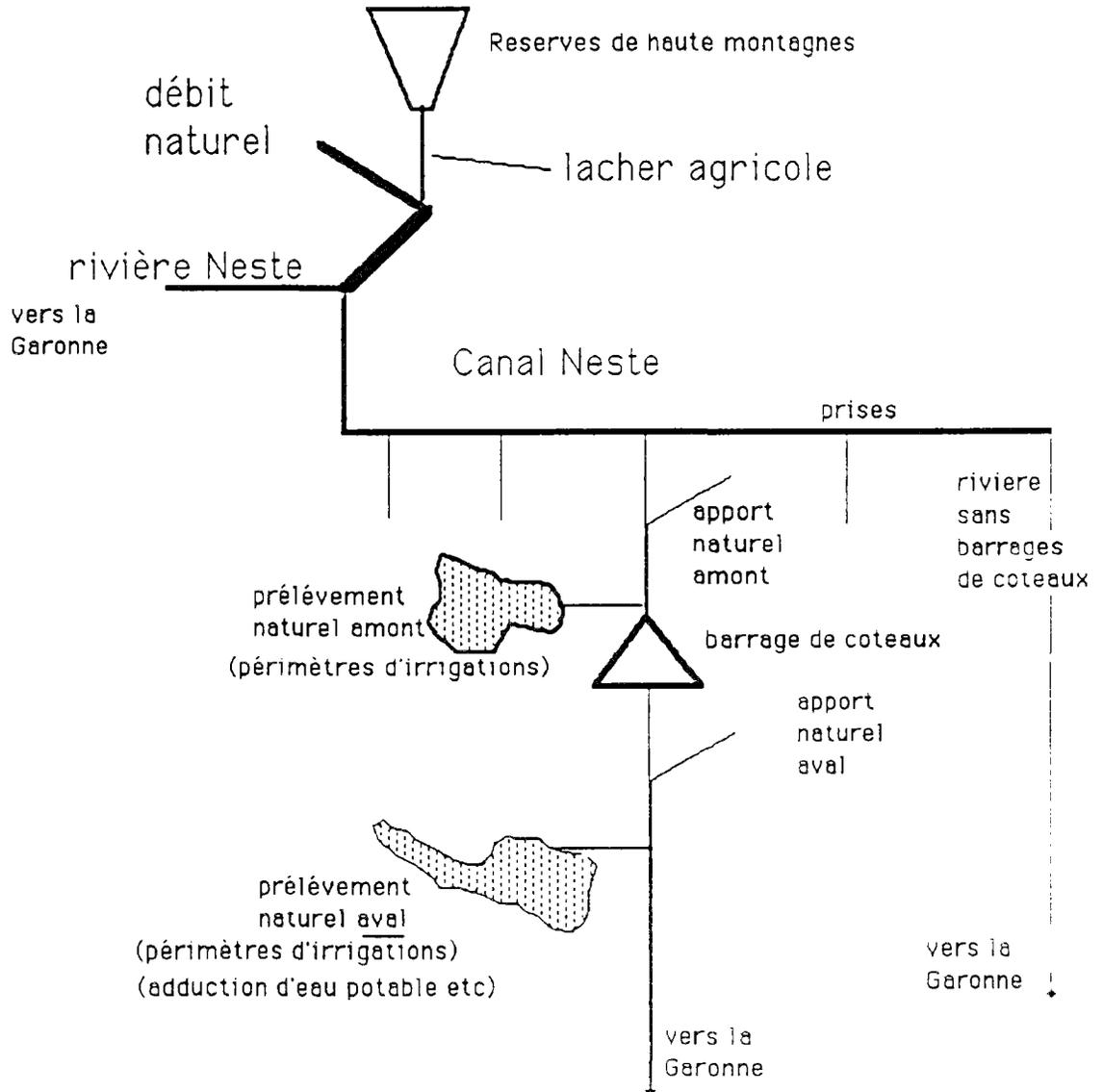


Figure 2-2 : Le Canal de la Neste

Le canal de la Neste (cf Figure 2-2) a donc pour rôle de dériver une partie des ressources des Pyrénées au profit des sources des rivières de coteaux de Gascogne, ce qui permet l'irrigation (60% des volumes en eau proviennent de la Neste) et donc l'agriculture en des endroits où les rivières asséchaient auparavant en été. La mémoire de ces véritables oueds asséchant au temps jadis a d'ailleurs été complètement perdue par les irrigants d'aujourd'hui.

Un chapelet de barrages intermédiaires en tête des rivières de coteaux a été installé : ils se remplissent en hiver et sont utilisés en été pour soutenir l'irrigation, facteur indispensable au développement et à l'intensification de l'agriculture. Ce sont essentiellement :

Mielan : 3,8 Mm³ en 1967
Astarac : 10 Mm³ en 1976
Puydarrieux : 14 Mm³ en 1987
Gimone : 25 Mm³ (en construction)
Charlas: 100 Mm³ (en projet)

Un décret de 1963 affecte une tranche de 48 Mm³ sur les réserves de haute montagne gérées par Electricité de France (Cailaouas, Oule, Orédon, Aumart), tranche mise à la disposition du gestionnaire de l'irrigation sur les coteaux de Gascogne (décret du 29 Avril 1963), qu'il répartit comme il le veut sur les différentes rivières, sous réserve de contraintes de capacité sur les canaux d'alimentation, dont la plus importante est sans doute la capacité de transfert du canal Neste, limitée en pratique à 14 m³/s. La gestion automatisée des barrages de l'Astarac et de Puydarrieux est assurée en temps réel (pas de temps : 3 heures) pour chaque barrage pris de façon isolée : le dispositif est asservi sur le débit minimum à respecter le long de la rivière. Il capte la demande à l'aval immédiat du barrage, calcule une consigne de lâcher prenant en compte les phénomènes de propagation et de variation journalière de la demande et transmet une commande au barrage qui l'exécute. Si l'on ajoute que la distribution de l'eau du canal vers les rivières de Gascogne totalisant près de 1 300 km de linéaire se fait par 90 km de rigoles, alimentées par une trentaine de prises, on a une idée de la complexité actuelle du système.

La Compagnie des Coteaux de Gascogne, avec ce système de commande automatique en temps réel, économise environ 10% des lâchers de chaque barrage pour satisfaire la même demande pour l'irrigation, tout en respectant un débit minimum fixé en chaque point de contrôle en aval des barrages et des périmètres d'irrigation. Cette économie est réalisée par rapport à la gestion manuelle hebdomadaire, auparavant généralisée sur le système.

1.2. L'hydrologie des apports

L'étude hydrologique complète a été reportée en Annexe 1.

Globalement on a deux types de régime :

1.2.1. Le régime nival de la Neste (fig 2-3)

On dispose des enregistrements journaliers du régime de la Neste de 1972 à 1987, mesurés à Beyrède, c'est-à-dire juste avant le prélèvement par le canal de la Neste.

Néanmoins, dans ces mesures, sont inclus les lâchers d'origine non destinés à l'agriculture en provenance d'EDF. Faute d'information, nous n'avons pas pu retrancher les turbinages qu'EDF effectue sur le complément des 48 Mm³ réserves pour l'agriculture dans les réserves de haute montagne.

Au pas de temps hebdomadaire, la modélisation proposée consiste à utiliser la variable transformée LOG des débits qui suit un processus autorégressif d'ordre 1. L'estimation de ces paramètres est détaillée dans l'Annexe 1.

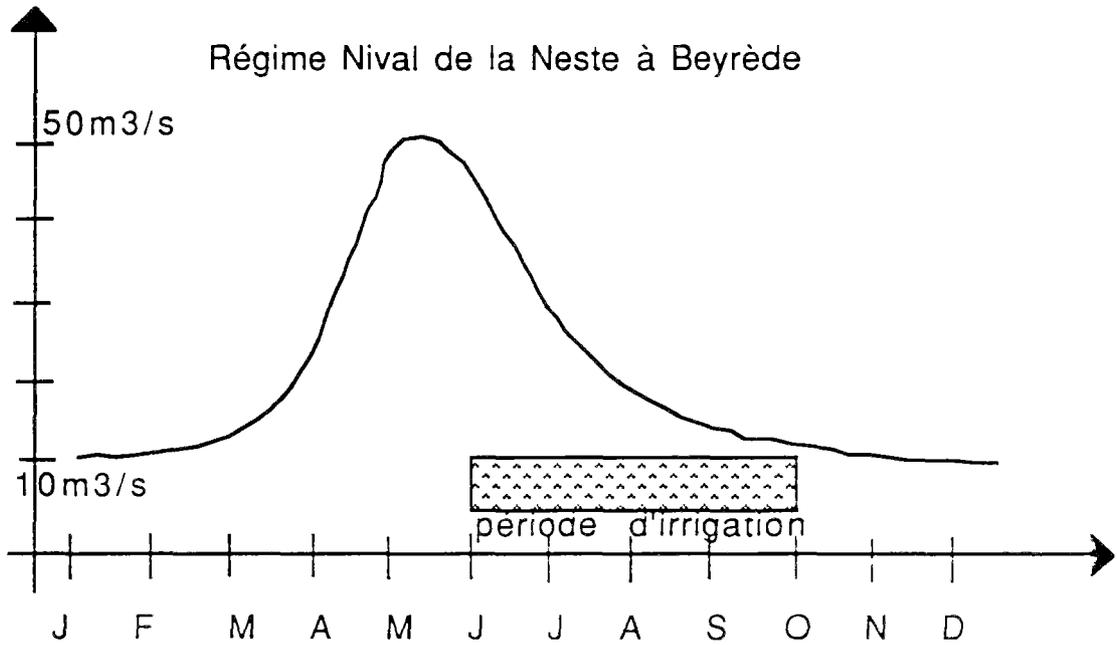


Figure 2-3: Débits moyens (1972-1987) de la Neste à Beyrède

1.2.2. Les régimes de type pluvial des rivières des coteaux (Fig 2-4)

Normalement, les rivières remplissent les barrages situés en tête de coteaux au plus tard le 1er Juin.

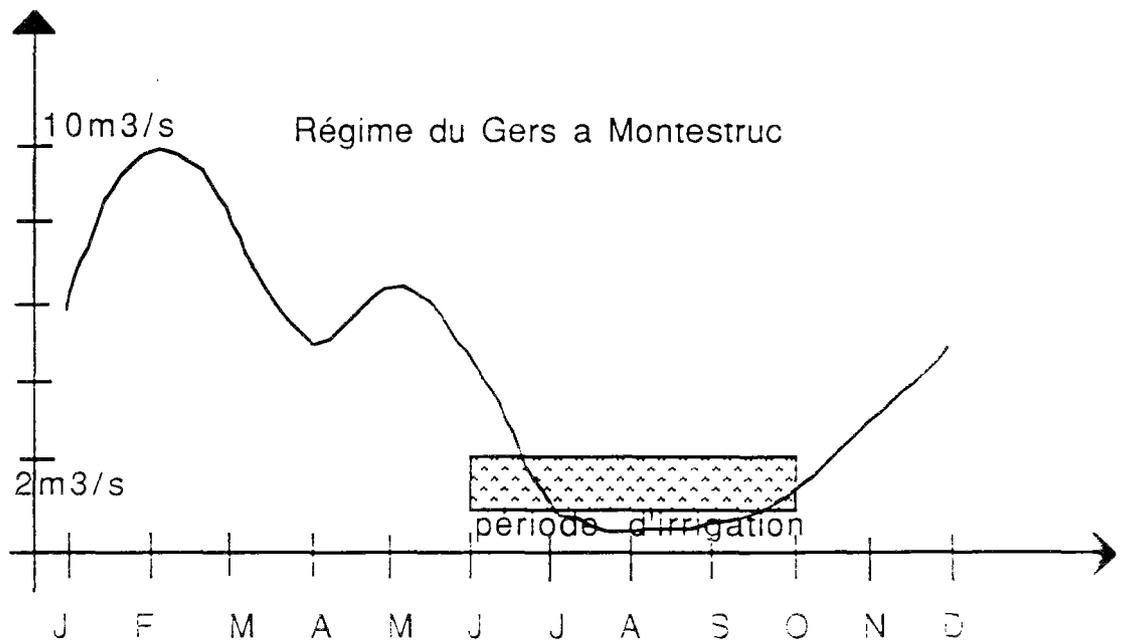


Figure 2-4 : Débits moyens (1972-1987) du Gers à Montestruc

Ces régimes sont très sensibles à la pluviométrie. Sur les coteaux, on dispose d'une vingtaine d'années de relevés de débits journaliers avec au moins une station par rivière, et de relevés de pluviométrie sur 18 stations réparties sur le bassin.

Ces enregistrements sont des débits mesurés, c'est-à-dire qu'ils englobent aussi :

- les lâchers de barrages (historiques connus),
- les apports artificiels dûs à l'approvisionnement par le canal Neste (mesures connues),
- les prélèvements pour l'adduction d'eau potable (connus en valeur moyenne),
- les prélèvements pour l'agriculture en période d'irrigation (historiques journaliers inconnus à l'échelle du bassin versant).

Pour reconstituer les apports naturels des rivières de Gascogne, il a tout d'abord fallu reconstruire, rivière par rivière, les demandes en eau pour l'irrigation afin de les rajouter aux débits mesurés et obtenir les débits naturels (voir aussi annexe 4).

Cette opération a d'abord été effectuée en agglomérant tous les cours d'eau pour le calcul de l'apport global des rivières de Gascogne.

1.3. La demande en eau pour l'irrigation

En Gascogne, compte tenu des modes d'irrigation en vigueur, le système dit "d'irrigation à la demande" est général, c'est à dire que chaque irrigant a la totale liberté de prélever l'eau quand il le désire, dans la seule limite du débit de pompage maximum auquel il a souscrit. Ces débits souscrits sont constitués par l'agglomération sur l'ensemble des rivières du système Neste des déclarations de débits souscrits par tous les utilisateurs. Nous avons ainsi totalisé les débits souscrits par les individuels, les associations syndicales autorisées (ASA), les concessions CACG, les autorisations de prélèvements type 1909, ainsi que la moitié des débits souscrits pour l'adduction d'eau potable (il a été considéré, qu'à cause des rejets dans la rivière, la moitié de l'AEP retournait dans le système). La figure 2-5 ci-dessous résume l'évolution de la consommation (en l/s) pour les dix-huit dernières années. On remarque un triplement de la consommation depuis 1970.

Le comportement de chaque irrigant est fortement aléatoire au cours de la saison, notamment à cause de l'occurrence d'orages estivaux très marqués en Gascogne. La plupart des installations étant collectives, il existe cependant un foisonnement réduisant la variabilité de la demande. La demande totale présente en moyenne la forme de la figure 2-6. Elle est très sensible à l'état hydrique du sol et au type de culture ensemencée, en général le maïs. Cette demande en eau pour l'agriculture dépend de nombreux paramètres, en particulier la pluviométrie et l'évapotranspiration potentielle.

Le schéma d'aménagement du bassin de la Garonne de 1980 avait proposé la formule de régression suivante pour le calcul de la consommation en eau décadaire :

$$\text{consommation en mm} = 35 + 0,4 (\text{ETP} - \text{Inf} (50 \text{ mm}, \text{Pluviométrie}))$$

Cette formule avait été estimée pour tout le bassin sur 10 années de données décennales en période d'irrigation avec un très bon coefficient de corrélation, en faisant l'hypothèse qu'au-delà de 50 mm la pluie ruisselle.

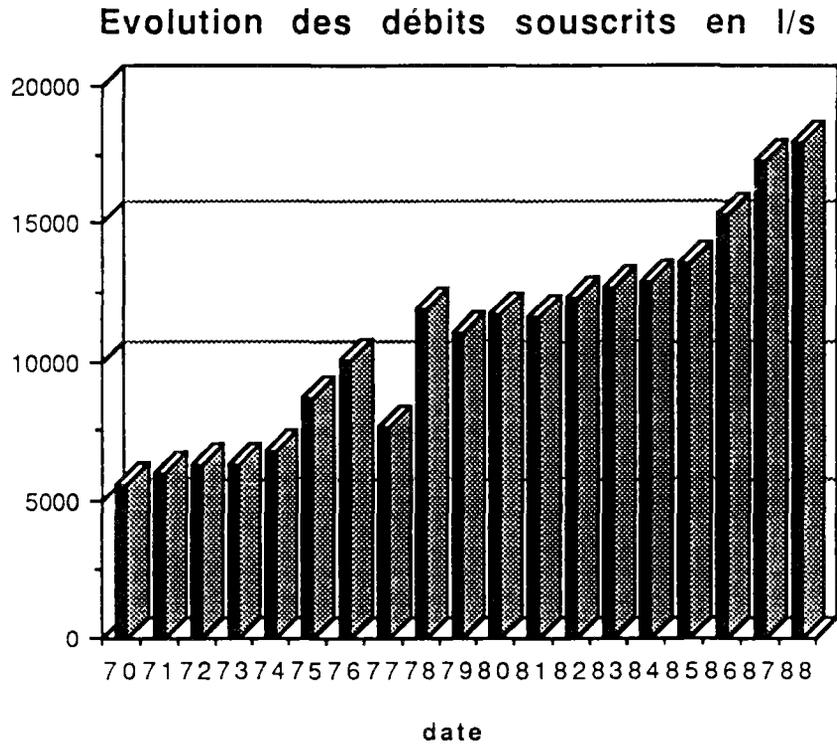


Figure 2-5 : Evolution de la demande pour l'irrigation

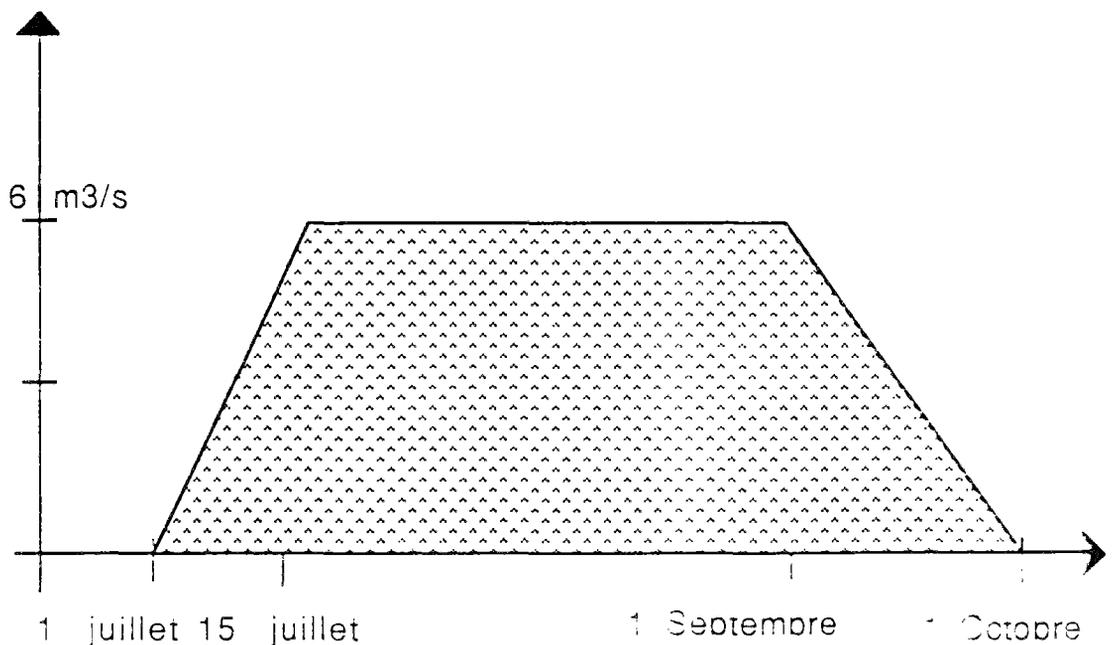


Figure 2-6 : Forme de la demande pour l'irrigation

Essentiellement répartie sur la période du 15 Juin au 15 septembre, l'irrigation délivre en moyenne pour le maïs $1600 \text{ m}^3/\text{ha}$. La courbe suivante (Figure 2-7) caractérise l'irrégularité de l'irrigation en représentant le débit moyen $q(n)$ sur des intervalles allant de quelques heures à la saison.

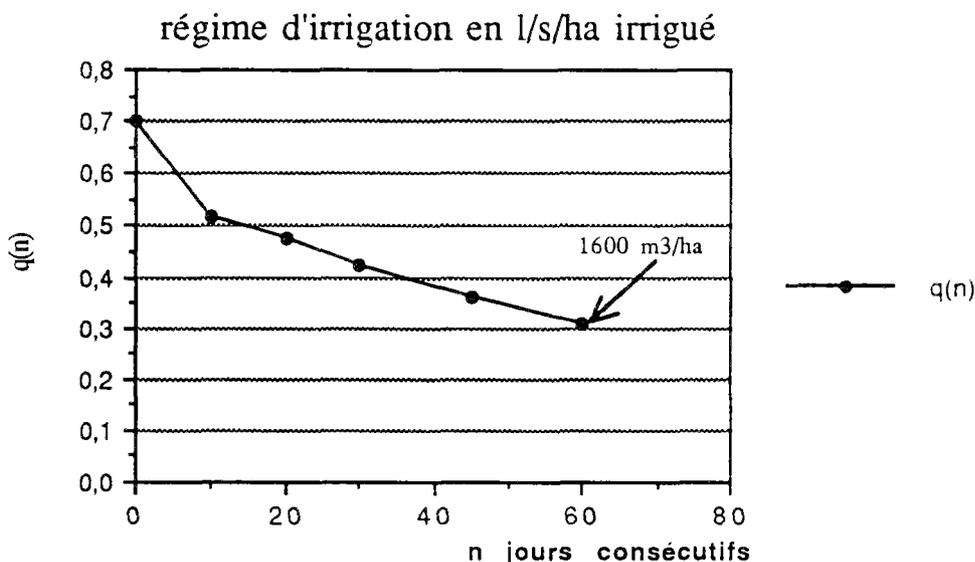


Figure 2-7 : Débits fictifs continus en fonction du temps (source CACG)

L'analyse a été conduite à partir de treize années de données, collectées sur trois ensembles homogènes de stations de pompage CACG. Il s'agit des stations de l'ensemble de la Haute Save, de celles du Gers moyen, et de celles de la Baïse amont. Les données ont été exprimées au pas de temps de la semaine, en millièmes du débit souscrit au cours de l'année pour chaque ensemble de stations de pompage.

Il est difficile de traduire par une loi statistique simple les probabilités liées à la quantité d'irrigation délivrée au cours de chacune des 20 semaines de la saison d'irrigation. Dans un premier temps, nous simplifierons la réalité en décrivant les pourcentages de débits souscrits prélevés pour l'irrigation, en les supposant indépendants et obéissant à la répartition des quantiles expérimentaux décrits par le schéma suivant.

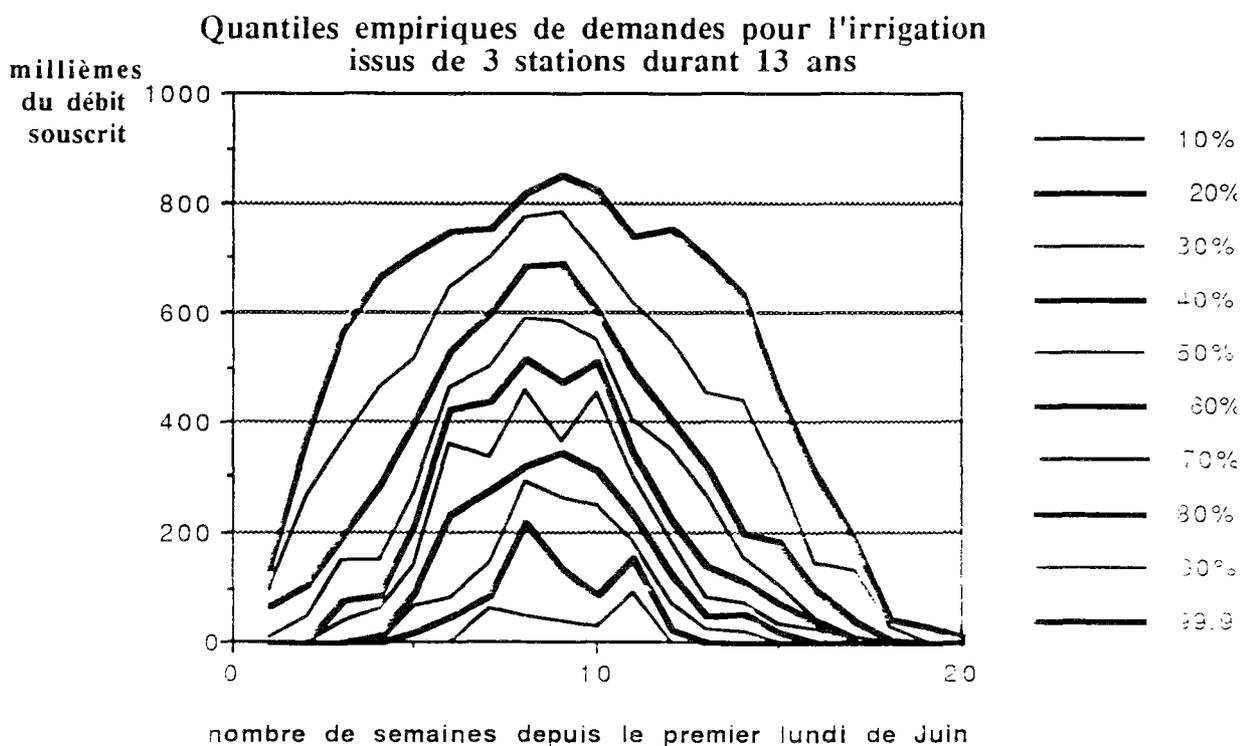


Figure 2-8 : Lois de la demande en fonction au temps

1.4. Fonctionnement actuel

Pour étudier la gestion du système, il est nécessaire de comprendre la situation historique qui sert de référence aux ingénieurs aujourd'hui chargés de l'opération de ce système.

1.4.1. Les acteurs

En 1987, date à laquelle a démarré le présent travail de recherche sur ce cas d'études, la gestion faisait intervenir trois acteurs, correspondant chacun à une partie physique du système et ayant chacun un objectif propre :

- **la C.A.C.G.** gère l'irrigation sur les coteaux de Gascogne du point de vue administratif (souscription d'un débit auprès de la Compagnie par chaque irrigant) et du point de vue fonctionnel (la CACG installe des réseaux collectifs d'irrigation, réseaux qu'elle contrôle directement en régie ou dont elle assure la maintenance technique),

- **le Service du Canal de la Neste**, dépendant du Ministère de l'Agriculture, est chargé de l'entretien et de la gestion de l'ouvrage de transfert (Canal de la Neste, 22 km), depuis la dérivation de la rivière de la montagne (la Neste à l'ouvrage de Sarrancolin) jusqu'aux prises de réalimentation artificielle des rivières, en tête des coteaux de Gascogne (gestion des prises incluse).

Le Service du Canal de la Neste est chargé d'un objectif de qualité. Un décret de 1909 fixe la répartition des dotations minimales de salubrité que doit assurer chacune des prises de réalimentation artificielle des rivières de Gascogne,

- **Electricité de France**, chargée de la gestion des réserves de haute montagne, et dont les préoccupations sont plutôt relatives à l'hydroélectricité. Elle est contrainte par décret de réserver une tranche annuelle de 48 Mm³ qu'elle doit mettre à la disposition du Service du Canal de la Neste en effectuant, à la demande de celui-ci, des lâchers qui s'ajoutent au débit de la Neste en amont de la dérivation de Sarrancolin.

1.4.2. Le mode opératoire

Jusqu'en 1988, le système fonctionnait de la façon suivante :

Durant l'hiver et le printemps, la CACG remplit ses propres barrages construits sur les coteaux de Gascogne (quatre barrages essentiels : Mielan, Astarac, Puydarrieux, Gimone-Save) avec les apports naturels des rivières de coteaux et en dérivant par le canal les débits de la Neste.

Durant la période estivale d'irrigation, qui correspond au quasi-assèchement des rivières de Gascogne et à l'étiage de la Neste, la CACG effectue deux opérations :

* Elle relâche de l'eau, à partir de ses barrages propres, pour satisfaire les demandes d'irrigation en aval de ceux-ci.

Le premier outil de régulation automatique a été mis au point en 1981, à l'aide du CEMAGREF et du CERT pour le barrage de l'Astarac sur l'Arrats (VILLOCEL et PIQUEREAU, 1982).

Toutes les trois heures, les vannes des barrages sont réajustées, de façon à respecter les niveaux de consigne en des points de contrôle à l'aval du barrage. Chaque barrage de coteau est ainsi géré de manière indépendante. La CACG dispose d'un important réseau de limnigraphes qui transmettent en continu les informations de débits relatives à chaque tronçon des rivières de Gascogne. Au central à Tarbes, on peut ainsi visualiser les variations de débit en chacun de ces points de contrôle.

* La deuxième opération effectuée par la CACG est d'estimer les consommations, pour la semaine à venir, des irrigations sur chacune des rivières (notamment sur les zones d'irrigation en amont des barrages de coteaux et sur les rivières non contrôlées par un barrage). Elle traduit cette demande en un débit pour l'irrigation en tête de chacune des rivières du système Neste, débit communiqué au Service du Canal de la Neste (Cf Annexe 2).

Le service du Canal de la Neste, à son tour, ajoute à cette demande les besoins définis par décret pour la salubrité des rivières (Cf Annexe 3), observe le régime de la Neste, et réquisitionne ou non auprès d'EDF un lâcher agricole (dont les cumuls sur une année sont limités à 48 Mm³). L'expérience et l'habitude guident les quantités à requérir.

Finalement, toutes ces actions se traduisent (après une transmission des demandes de l'ordre de la semaine) par une répartition des dotations en tête des rivières de Gascogne, au gré du Service du Canal de la Neste, en général intermédiaire entre le débit de salubrité et la somme du débit de salubrité et de la demande pour l'irrigation.

Pendant la période d'irrigation, l'agriculteur, utilisateur le plus en amont de la ressource, prélève alors la quantité d'eau nécessaire à l'irrigation. Le reliquat sert à maintenir la qualité de l'eau et à permettre les prélèvements pour les périmètres d'irrigation et l'eau potable les plus en aval.

Le droit de l'eau en Gascogne permet à chaque irrigant de prélever dans la rivière dans la limite du débit maximum souscrit, sans se soucier de l'aval ni de la hauteur d'eau dans la rivière.

Les restrictions de pompage (tours d'eau) sont impopulaires et nécessitent une procédure administrative exceptionnelle (décret préfectoral), de ce fait elles ne peuvent être appliquées qu'en cas de pénurie grave.

En conséquence, il arrive souvent, dans la situation actuelle, qu'au sortir des zones agricoles, les débits d'objectif de qualité soient transgressés sur les rivières de Gascogne, notamment en été en cours d'étiage.

Durant l'automne, après la période d'irrigation, les étiages peuvent se poursuivre. Le Service du Canal de la Neste utilise alors ce qui reste des 48 Mm³ pour assurer la salubrité des rivières de Gascogne en répartissant les dotations aux prises de réalimentation artificielle en tête de ces rivières.

1.4.3. Conclusions

Le fonctionnement du système Neste s'est caractérisé jusqu'en 1987 par la multiplicité des acteurs, ce qui entraînait à la fois un temps de réponse en général assez long (1 semaine et, surtout, la quasi-impossibilité de réactualiser au jour le jour les décisions), ainsi qu'une incohérence globale au niveau des compromis à assumer face aux divers usages de l'eau puisque chaque acteur défend son propre objectif et que leurs relations sont régies de façon réglementaire.

Le Service du Canal de la Neste a été transféré à l'occasion d'un décret de concession du Canal à la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne et l'entière gestion du système, depuis l'alimentation du canal à partir de la Neste jusqu'à l'utilisation des eaux, a été confiée à la CACG pour les campagnes 1989, 1990 et 1991. Cette Compagnie a donc en charge, à la fois des objectifs de satisfaction de la demande d'irrigation et des objectifs de salubrité des rivières et, à ce titre, assume la responsabilité de la satisfaction de tous les usagers. Elle a d'autre part à assurer un compromis au cours du temps pour gérer au mieux la réserve agricole de 48 Mm³ stockée dans les barrages de haute montagne. Nous avons donc la chance de travailler sur un système avec gestionnaire unique.

Néanmoins persiste le problème du déséquilibre, en termes de gestion approfondie, de chacun des usages de l'eau.

En effet, si la commande en temps réel mise en place par la CACG sur ses barrages de coteaux assure une gestion fine et performante des lâchers, améliorant ainsi l'adéquation entre l'offre et la demande en matière d'irrigation, les autres objectifs sont mal explicités et très grossièrement évoqués, d'autant plus qu'ils sont difficiles à exprimer sous une forme rationnelle et mesurable.

- Comment mesurer la qualité d'une rivière ? (voir aussi annexe 5)
- Faut-il par exemple remettre en cause le décret de 1909 et réviser, en accord avec les services de police des eaux et l'Agence de Bassin, les débits minimaux dits "de qualité" sur chacune des rivières ?
- Où mesure-t-on ces débits minimaux ?
- Tout en tête du système ou tout en aval des préleveurs ?
- Sur quelles bases établir un compromis entre un besoin immédiat d'irrigation facilement quantifiable et un souhait finalement assez flou de maintien de la qualité sur les rivières qui ne devient prioritaire qu'en période critique lorsque les utilisateurs d'AEP ou d'assainissement deviennent gravement lésés ?
- Où se situe une limite raisonnable au développement des surfaces irriguées non compensées par de nouveaux ouvrages afin de sauvegarder les objectifs de qualité?

1.5. Les problèmes du système Neste : quelques chiffres...

La situation s'aggrave : le volume des consommations a triplé depuis 1975 tandis que l'on construisait les barrages de Puydarrieux et de l'Astarac. Aujourd'hui, les ressources jadis excédentaires sont à l'équilibre avec les demandes, lorsqu'on confronte les quantités moyennes.

1.5.1. Bilan en terme de débit de transit instantané

Observons quelles sont les capacités de transit du système Neste en débits instantanés maxima :

- le canal apporte jusqu'à 14 m³/s;
- les exutoires de barrages anciens (hors Gimone-Save et Charlas) : 7.5 m³/s;
- les exutoires du barrage Gimone-Save (mise en service 1991) : 9 m³/s.

Les demandes instantanées maximales atteignaient 18 m³/s pour l'irrigation en 1989 et 20 m³/s en 1991.

On voit donc qu'avant la mise en service du barrage Gimone-Save, au plus fort de la saison d'étiage, en supposant que les débits souscrits pour l'irrigation soient tous ensemble appelés au même moment, le débit disponible pour la salubrité des rivières plafonnait à 3.5 m³/s (au lieu du dixième du module, 5.4 m³/s pour la Gascogne qui est en fait juste accessible, compte tenu du foisonnement de la demande) tandis qu'après sa construction, la marge de 10.5 m³/s permet de satisfaire globalement les niveaux de salubrité des rivières de Gascogne.

1.5.2. Bilan en terme de débits hebdomadaires

Le problème de la gestion du système Neste se conçoit fort bien lorsqu'on met côte à côte les potentialités de ressources et d'apports au cours des 20 premières semaines (étiage) qui suivent le premier lundi de Juin.

Le premier schéma qui suit, présente la demande; elle se décompose en :

- un débit de salubrité ou de qualité minimum pour l'ensemble des rivières de Gascogne. La CACG a proposé un contrat de qualité variable compris entre 5.46 et

12.16 m³/s. Nous avons arbitrairement choisi une valeur pessimiste de 7 m³/s pour le tracé suivant.

- un débit équivalent pour la sortie via la rivière Neste vers la Garonne fixé par décret à 4 m³/s, pouvant être ramené à 3 m³/s.

- une demande variable au cours de la saison de la part des irrigants. Celle-ci a été tracée en considérant un débit total souscrit pour tout le système de 18 m³/s (chiffre 1988) et une politique de prélèvement moyen calculée sur trois groupes de stations représentatives et treizes années de données hebdomadaires (voir aussi annexe 4).

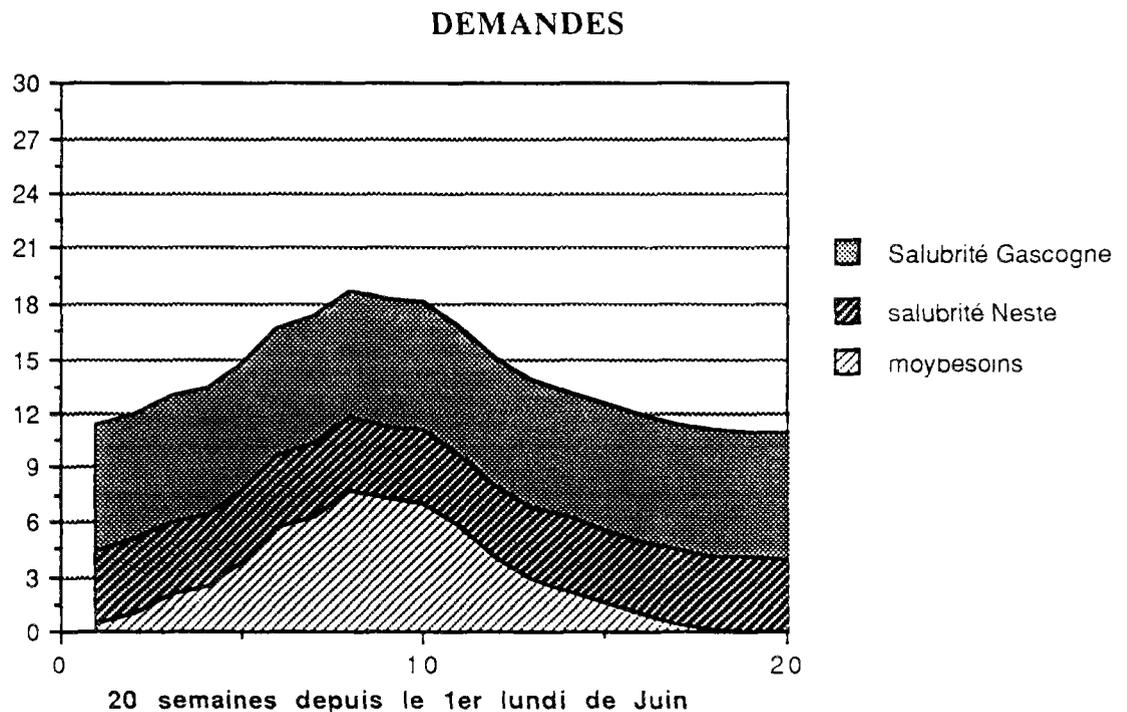


Figure 2-9 : Bilan hebdomadaire des besoins en équivalents m³/s

Le graphe suivant (Figure 2-10) représente, sur la même période et à la même échelle, les régimes moyens (calcul sur 15 ans) de la Neste et des apports des rivières de Gascogne. On y a fait intervenir le soutien apporté par les réserves de haute montagne (48 hm³) telles qu'elles ont été destockées en moyenne durant les 12 dernières années.

On s'aperçoit qu'il y a concomitance de la raréfaction de la ressource à cause de l'étiage et du maximum de la demande pour l'irrigation vers la 10^{ème} semaine qui suit le premier lundi de Juin.

Rappelons que ces schémas représentent des valeurs moyennes et sont donc tout à fait trompeurs, compte-tenu de la grande variabilité hydrologique de ces régimes non représentée ici, mais qui, au pas de la semaine, est du même ordre de grandeur que la moyenne.

C'est dire "qu'en moyenne" on est juste à l'équilibre aux périodes critiques. Le complément (30 millions de m³) stocké dans les barrages de coteaux représente un surplus équivalent à un débit de 2.5 m³/s étalé sur les 20 semaines, qu'il faut utiliser au mieux pour parer aux aléas hydrologiques.

Il faut noter le rôle prépondérant joué par le canal Neste (transfert durant l'été pour soutenir la demande mais aussi durant l'hiver pour remplir les ouvrages de coteaux), mais aussi sa capacité limitée qui ne permet pas d'utiliser la totalité des hautes eaux de la rivière Neste lorsqu'elles se produisent en même temps que les périodes de fortes demandes, et qui écrête donc le transfert des ressources de haute montagne vers l'aval.

RESSOURCES (avec barrages de haute montagne)

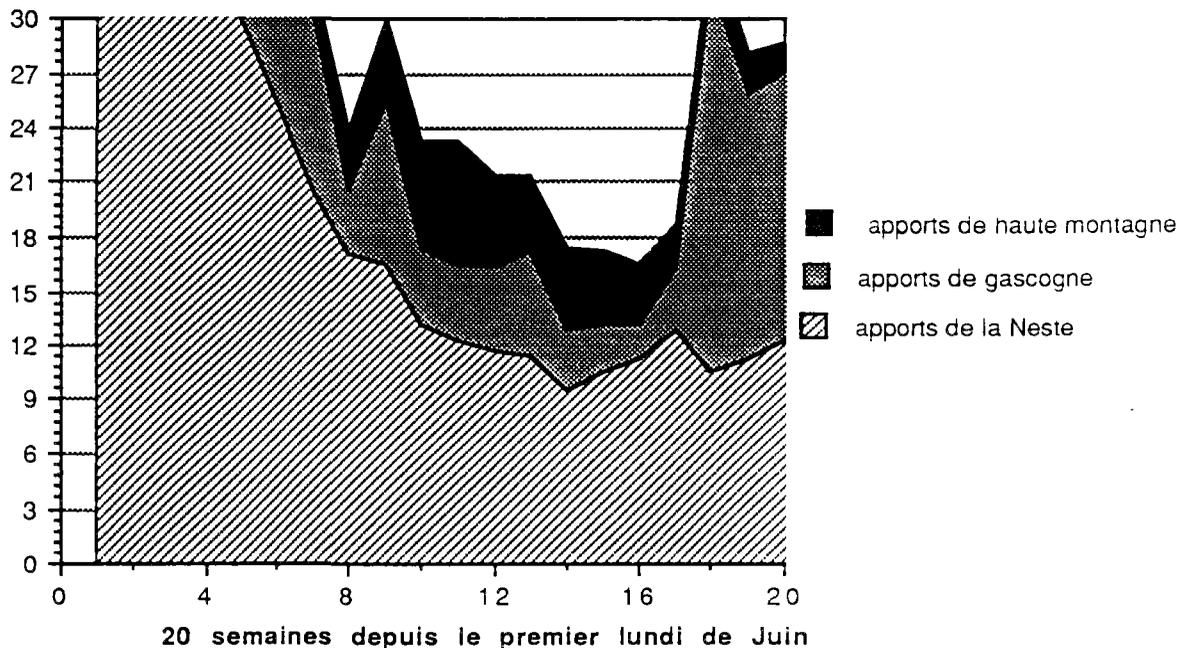


Figure 2-10 : Bilan hebdomadaire des apports en équivalents m^3/s

1.5.3. Bilan en termes de volumes

Si l'on reprend les calculs précédents, cette fois le bilan en masse cumulée sur 27 semaines s'établit par les chiffres suivants :

- en termes positifs, le canal de la Neste et la partie de la rivière Neste alimentant la basse vallée apportent en année moyenne de l'ordre de $172 Mm^3$ de ressources utilisables ($157 Mm^3$ en année décennale sèche); les réserves de coteaux mobilisent $26 Mm^3$ ($51 Mm^3$ en incluant le réservoir Gimone-Save en 1991);

- en termes négatifs, les besoins de salubrité de la Neste et de la Gascogne représentent une quantité de $163 Mm^3$ sur cette période de 27 semaines et l'irrigation nécessite entre $2400m^3$ et $4000 m^3$ par litre souscrit, soit une fourchette de 43 à $72 Mm^3$ pour $18m^3/s$ souscrits en 1989 (un débit fictif continu de 0.3 l pour 30 000 ha sur 115 jours nous amène à une estimation moyenne de $54 Mm^3$).

En résumant ces divers ordres de grandeurs, on s'aperçoit qu'il s'agit d'un équilibre précaire : le soutien d'étiage est réalisé par les apports de la Neste et les lachers de haute montagne (via le canal de la Neste), tandis que le volume des barrages de coteaux correspond à la demande pour l'irrigation.

1.5.4. Conclusions

En conclusion, le rôle des barrages-réservoirs devra changer, au moins jusqu' à l'éventuelle réalisation du barrage de 100 Mm³ de Charlas projetée en 1993 : ils ne servent plus simplement de ressources supplémentaires permettant un destockage de confort laxiste tout au long de l'année, mais ils assurent aussi, moyennant une bonne gestion stratégique, la fonction de "prime d'assurance" contre les aléas hydrologiques ou ceux de la demande.

LE CAS DE LA SEINE

2. L' EXEMPLE DU BARRAGE SEINE

Ce chapitre présente le cas du barrage SEINE sur lequel sera effectué la simulation de quelques règles de gestion développées par la suite. C'est un exemple mono-ouvrage, particulièrement riche au niveau des données et d'une importance vitale pour l'économie du bassin aval, spécialement pour l'alimentation en eau potable de la Région Parisienne et pour la lutte contre les crues.

2.1. Présentation

Mis en service en 1966, d'une capacité de 205 Millions de m³, le barrage Seine est situé dans le parc naturel régional de la forêt d'Orient près de Troyes, sur le bassin de la Seine en amont de Paris. Etabli en dérivation de la Seine, il est capable d'accepter un débit maximal entrant de 180 m³/s et contrôle un bassin versant d'environ 2400 km². Les figures 2-11 et 2-12 présentent cet aménagement.

2.2. Objectifs

Le barrage-réservoir Seine est destiné à réguler les débits :

* durant les crues, il stocke pour limiter (dans la mesure du possible) les débits à 120 m³/s du 1er Novembre au 31 Mars, puis à 90 m³/s du 1er Avril au 30 Juin.

* durant l'étiage, il doit pouvoir satisfaire (dans la mesure du possible encore une fois) un débit de 18 m³/s du 1er Juillet au 31 Octobre.

Il est par ailleurs soumis à d'autres contraintes :

- laisser en rivière un débit réservé de 3 m³/s du 1er Octobre au 31 Mars et de 5 m³/s du 1er Avril au 30 Septembre,
- ne pas augmenter par les lâchers le débit naturel au-delà de 40 m³/s en situation normale.

La gestion du barrage Seine permet aussi de satisfaire d'autres objectifs. Une usine hydroélectrique immédiatement à l'aval produit annuellement 15 Millions de kWh, les 2 300 ha du plan d'eau sont équipés pour le tourisme et les sports nautiques: nous ne prendrons pas en compte ces objectifs secondaires dans la suite.

2.3. Les données disponibles

Les mesures de débit journalier à Bar-sur-Seine sont fiables entre 1950 et 1980. Sur les périodes antérieures, la reconstitution des débits est en effet délicate : bien que l'on dispose d'une longue série de hauteurs d'eau, la courbe de tarage est peu sûre et très variable avant 1950.

On dispose également de 100 années d'enregistrements journaliers de la pluviométrie à partir de 1890.

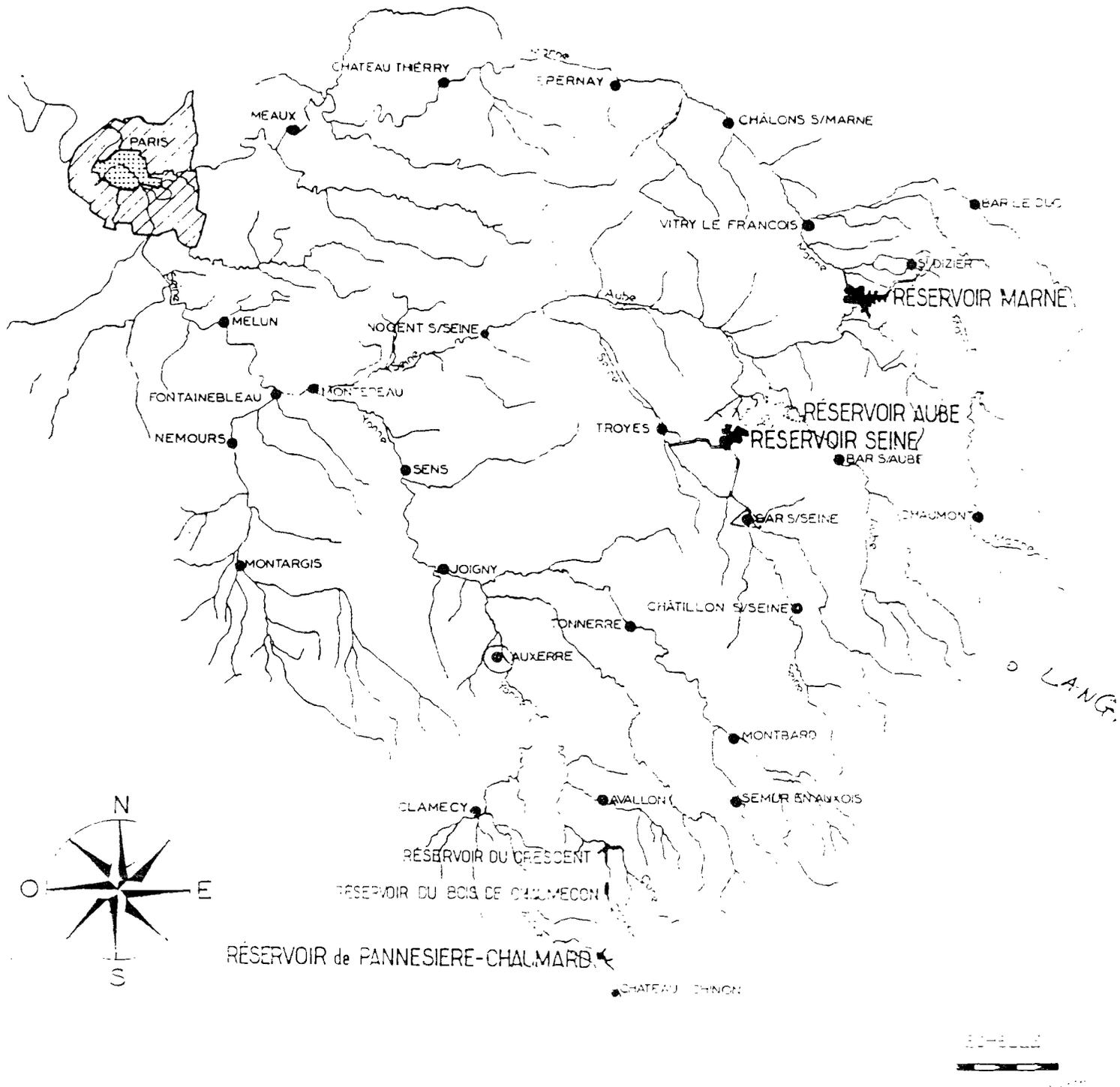


Figure 2-11 : Situation du réservoir SEINE (Ces documents sont extraits d'une brochure de présentation de l'Institution des Barrages-Réservoirs du Bassin de la Seine).



Figure 2-12 : Situation au reservoir SEINE (Ces documents sont extraits d'une brochure de présentation de l'Institution des Barrages-Réservoirs du Bassin de la Seine).

3. LES DIFFICULTES DU MODELISATEUR : LES PROBLEMES DU GESTIONNAIRE ET LA PROBLEMATIQUE DU CHARGE D'ETUDES

3.1. De l'utilité de la modélisation

Pourquoi un gestionnaire de système de ressources en eau tel que celui de la Neste ou celui de la Seine ferait-il appel à un modélisateur?

On pourrait penser que la réponse tient à l'efficacité des méthodes issues de la modélisation mathématique : à cause de la complexité du système Neste (5 réserves importantes, 30 000 ha irrigués pour 2000 clients, 17 prises sur l'ouvrage de transfert), ou à cause de l'importance des enjeux de la gestion du barrage Seine (dont la régulation procurée par ses 205 Millions de M³ se fait sentir jusqu'à Paris), un gestionnaire mettra sans doute plusieurs années pour se forger une expérience et finalement obtenir une règle de fonctionnement peu éloignée du point optimal idéal que les résultats d'une modélisation lui auraient donné directement dès la première étude.

Cette première réponse est sûrement trop idyllique à cause de la confiance qu'elle affiche pour les méthodes scientifiques d'une part et l'existence d'un optimum d'autre part. En fait à notre époque où les modèles mathématiques sont couramment utilisés pour expédier des navettes spatiales sur la Lune et faire atterrir ou décoller des avions par tout temps même sans visibilité, placer la gestion des ressources en eau dans le cadre général de théorie de l'analyse et de la commande des systèmes reste un défi. Force est de constater qu'en matière de génie des ressources en eau et de l'environnement, quoique nous soyons en mesure de traiter une masse toujours croissante de données et que nous disposons de techniques et d'outils les plus élaborés, l'ingénieur semble plus avoir fait preuve de déraison que d'ingénieuse rationalisation: transformer des équilibres naturels stables en équilibres instables, augmenter les risques de défaillances, dilapider les ressources en eau.

Sans doute le défi lancé par la gestion des ressources en eau est-il difficile à relever et l'homme d'études ressent parfois un lourd sentiment d'impuissance face aux aléas naturels, et ce pour deux raisons:

- les systèmes naturels n'obéissent pas à une "bonne" loi d'un déterminisme mécanique de type Newtonien; ils sont difficiles à conceptualiser et "entachés" d'influences stochastiques importantes. C'est pourquoi les études hydrologiques et hydrauliques doivent jouer un rôle primordial avant toute tentative de modélisation. Or, si on comprend bien aujourd'hui le détail des mécanismes physiques élémentaires du fonctionnement du cycle de l'eau, on commence à peine à savoir le modéliser de façon opérationnelle: on a en fait beaucoup de difficultés à dépasser un niveau de représentation très frustré et qui est certainement insuffisant pour bien représenter et comprendre la complexité du cycle de l'eau;

- les buts que le décideur souhaite atteindre ne sont pas toujours clairs, ils sont souvent multiples et conflictuels, ce qui les rend délicats à saisir et à formuler. En tout cas, on est rarement assuré de l'existence d'un point idéal de gestion au sens où on le définissait dans le paragraphe précédent.

De fait la modélisation se justifie bien souvent plus par la pratique que pour la recherche d'un idéal théorique.

3 1 1 Lorsque la situation oblige reposer le problème de gestion.

Par exemple, pour le cas de la Neste, la dissolution du Service du Canal de la Neste amène la CACG à prendre en charge le conflit permanent qui persiste entre l'objectif d'irrigation et l'objectif de salubrité, et l'allocation rationnelle des ressources en eau du système Neste basée sur une nouvelle donne apparaît indispensable. De plus, cette double responsabilité d'un nouveau gestionnaire unique s'inscrit dans un contexte de tension entre demandes et ressources : les nouvelles réserves de coteaux programmées n'étant

pas encore en service pour permettre de satisfaire sans problème l'irrigation de surfaces toujours croissantes de culture en maïs, la recherche de consignes de gestion optimisée devenait pour un temps le problème majeur.

A *contrario* le cas de la Seine restera un cas d'école, qui a été étudié à la seule initiative de l'auteur. Pourtant nous avons beaucoup de données, des modèles nombreux de prévisions de débits, un intérêt politique majeur pour l'agglomération Parisienne. La gestion du barrage de la forêt d'Orient est effectuée de façon satisfaisante, sans heurt, en routine et aucun problème nouveau ne pouvait susciter a *priori* une étude approfondie des méthodes de gestion, bien que l'on puisse objecter que la gestion actuelle n'est sans doute pas la "meilleure".

3 1 2 Lorsqu'il faut apporter une justification de nature scientifique pour convaincre du bien fondé de sa politique.

Dans le cas de la Neste, les sécheresses exceptionnelles de 1986 et celles consécutives de 1989 et 1990 ont permis de montrer l'importance de la notion de risque et de l'utilité de disposer de règles de conduite dans de tels cas. Cette notion était bien sûr perçue de façon tangible par le gestionnaire du système (enneigement moins important, tarissement plus précoce de la rivière principale, etc). Encore restait il à quantifier les risques encourus pour justifier les décisions d'urgence à prendre en cas de crise, telle celle d'imposer des tours d'eau à tous les irrigants des périmètres et informer les divers acteurs de l'évolution probable de la ressource future.pour les convaincre d'adopter cette politique de restriction.

3 1 3 Lorsqu'il existe une bonne interface entre le gestionnaire et l'homme d'études

Il faut modéliser pour améliorer le fonctionnement actuel des systèmes de ressources en eau. C'est beaucoup plus facile s'il se crée une émulation entre le modélisateur et le gestionnaire du système avec de fréquents contrôles en allers et retours (le gestionnaire est intéressé par les résultats potentiels de la modélisation.et vérifie le réalisme des résultats de la modélisation, le modélisateur démontre la plus grande efficacité de son modèle par rapport à la gestion existante). Ce dernier doit accepter de partager son expertise et de jouer le jeu avec le modélisateur.

3.2. Les embûches de la modélisation : Poser les bonnes questions

3.2.1. Identifier le décideur

Les caractéristiques du responsable de la gestion d'un système de ressources en eau n'échappent pas aux caractéristiques génériques de tout "décideur" :

- il n'a pas le temps car il est constamment sur la brèche, sollicité par de multiples dossiers tous plus urgents les uns que les autres, ainsi, le projet du nouveau barrage de Charlas était déjà sur la planche à dessin tandis que se déroulait l'étude des modalités de gestion du système Neste;

- il désire des résultats lui permettant d'agir sur une base scientifique, ce qui le rassure et le conforte dans ses choix;

- il a parfois une appartenance politique, ou du moins ses actes ont des implications sociales et politiques, ce qui fait que l'on ne peut oublier de prendre en compte la précarité de son existence et ses objectifs propres éventuellement à très court terme. Par exemple, la CACG est un organisme d'économie mixte ayant une influence déterminante sur l'économie agricole de la Gascogne;

- il n'existe pas forcément de hiérarchie claire des responsabilités au sein de la structure qui régie l'exploitation des ressources en eau, ce qui peut entraîner une confusion des rôles, entre le modélisateur et le décideur, entre le chargé d'études et le vérificateur des travaux ou entre le financier et le décideur...

- enfin, le décideur peut ne pas exister! En ce qui concerne la Seine, notre étude ira sans doute grossir la pile des rapports déjà publiés sur le sujet : le gestionnaire du système est une entente interdépartementale, regroupant des intérêts multiples dont celui de l'agglomération parisienne et où nous n'avons, ni su identifier réellement le processus de décision, ni même intéressé un correspondant qui parle le même langage... faute d'avoir pu l'identifier au préalable.

Souvent le décideur est un ensemble flou de décideurs en conflit d'intérêts qui, par son système de valeurs, influence directement ou indirectement la décision. Identifier celui qui prend la décision n'est donc pas chose aisée, même sur le cas de la Neste où, si nous avons, en fin de compte, eu la chance de travailler avec le chef du service des études générales qui établit les règles de gestion, les défend auprès des divers utilisateurs puis en vérifie la bonne application à la CACG, les étages de décisions étaient multiples depuis le micro-ordinateur de l'opérateur qui suit les niveaux des rivières et règle les lâchers aux vannes par télétransmission jusqu'au bureau du directeur, en passant par les assemblées représentatives des agriculteurs où l'on discute des quotas de la campagne d'irrigation. Si l'on n'arrive pas à dégager, après une période de rencontre et de discussions avec les agents responsables de la gestion des ressources qui détient de fait le pouvoir effectif de décision, le comportement multi-acteurs doit être envisagé. Il faut décrire alors les conflits entre divers décideurs plaidant chacun pour un emploi spécifique de l'eau, et imaginer comment les interactions entre les acteurs peuvent conduire à une décision générale. De telles méthodologies sont décrites par exemple dans FRASER et HIPEL(1984), mais dans la suite de ce document, nous excluons ce cas et nous adopterons la simplification majeure apportée par l'hypothèse d'un gestionnaire unique et bien identifié.

3.2.2. Reconnaître les enjeux

Qu'est ce qu'une "bonne gestion" ? La première fois que l'on visite le lac de la forêt d'Orient ou que l'on parcourt les rivières réalimentées de Gascogne, on ne saisit pas immédiatement le problème. On perçoit uniquement la décision statique et il faut un certain recul pour juger des dysfonctionnements : apparemment, l'eau coule, les usagers sont alimentés, le gestionnaire semble bien tenir les actions qu'il réalise. Examinons tout d'abord le cas de la Neste.

3.2.2.1 Le cas de la Neste : Gestion tactique/gestion stratégique

Le fleuron de la CACG, l'outil de gestion tactique, encore appelée régulation dynamique par les ingénieurs de la Société du Canal de Provence a été adapté aux besoins de la CACG. Il a été mis au point très tôt sur les barrages de Puydarrieux et d'Astarac. Ses performances sont remarquables : par les améliorations apportées lors de la mise en place de la commande automatique en temps réel, l'efficacité du système vis-à-vis de l'irrigation est passée de 0,6 à 0,8, c'est-à-dire qu'aujourd'hui, les irrigants n'exploitent pas, par suite de délais de propagation et de perturbations diverses, 20% du total des lâchers qui leur sont destinés.

Le système actuel de gestion tactique réagit automatiquement en ajustant du mieux possible l'offre à la demande, de façon à maintenir un débit de consigne en certains points de contrôle à l'aval des périmètres d'irrigation. Ces points de contrôle donnent, au site central régulateur, l'écart entre le niveau de consigne et le débit effectivement mesuré toutes les trois heures. En fonction de cet écart, une boucle de contrôle réagit en adaptant le lâcher pour respecter ces points de consigne aval, intègre les délais de propagation et filtre les paramètres du modèle de la demande pour estimer la consommation effective agricole. N'y aurait-il pas de vrai problème sur la Neste?

En fait, l'enjeu principal est de déterminer comment on fixe efficacement ce niveau de consigne si indispensable à la gestion tactique (voir Figure 2-12).

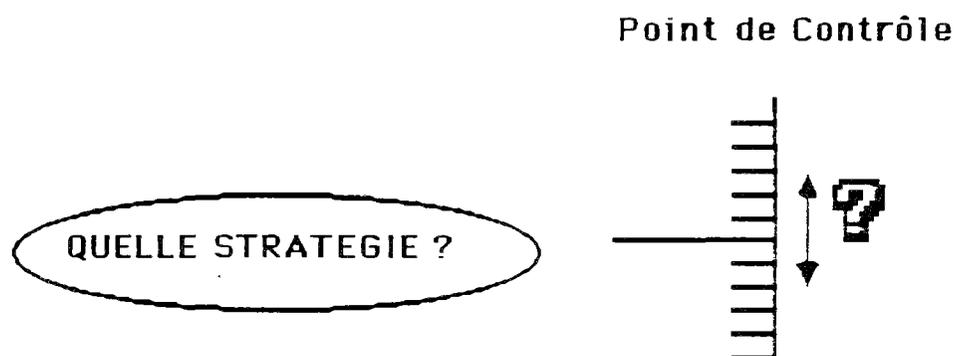
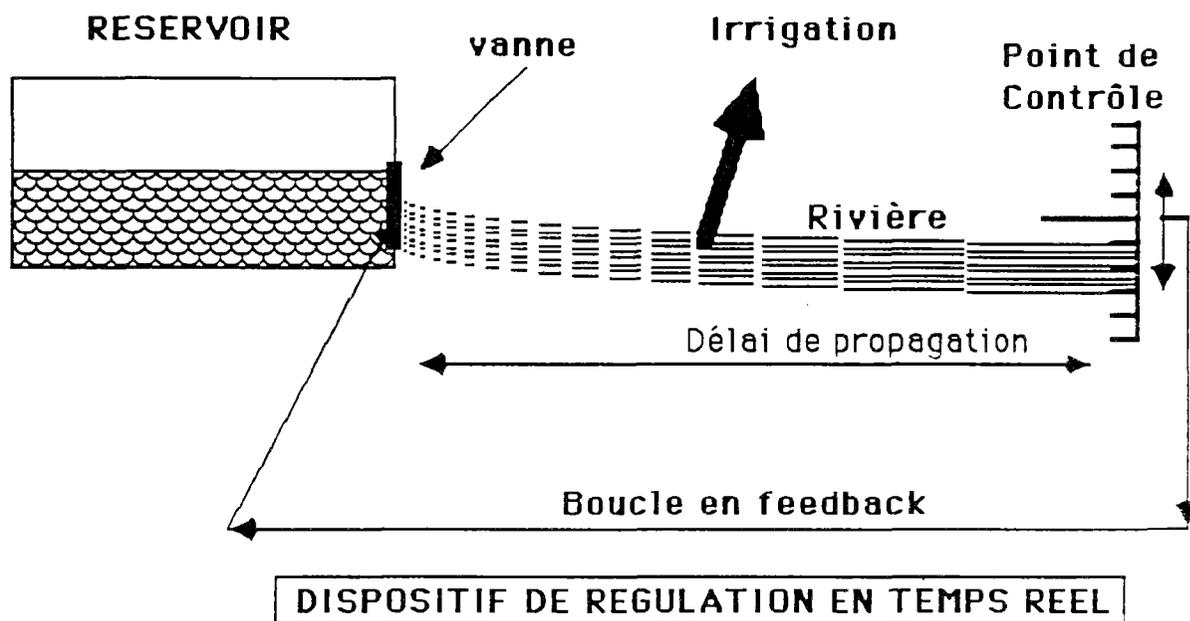


Figure 2-12 : Point de vue tactique et point de vue stratégique.

En analysant la cohérence de l'intégration de la gestion tactique au sein de la gestion stratégique, on conçoit bien l'interdépendance des deux objectifs du système, irrigation et qualité des rivières :

- si le niveau de consigne est fixé trop bas, la qualité diminue et l'on risque de terminer la saison réservoirs quasi pleins, sans avoir utilisé efficacement toutes les réserves que l'on aurait pu mobiliser,

- si le niveau est fixé trop haut, la qualité et la satisfaction des irrigations pour les semaines ultérieures ne sont plus suffisamment garantis.

La gestion stratégique consistera à fixer ce niveau de consigne pour établir, semaine après semaine, selon les circonstances (sécheresse, état des réserves, etc...) la meilleure utilisation des ressources satisfaisant tous les objectifs du système. Par rapport à la régulation tactique, la gestion stratégique est donc rattachée à un niveau décisionnel supérieur. Elle doit permettre de visualiser l'effet des consignes sur l'avenir du système : elle intègre aussi les notions de performance et de défaillance.

La modulation hebdomadaire de ce débit de consigne sera le problème essentiel des stratégies de gestion que nous développerons dans la suite de ce document pour le cas de la Neste.

3.2.2.2 Le cas de la Seine : Mieux exploiter les caractéristiques de la rivière.

La gestion de la Seine est réalisée aujourd'hui uniquement en suivant une courbe type de vidange du barrage. Malgré l'importance des enjeux, spécialement pour l'agglomération Parisienne, les objectifs ne sont pas quantifiés. Il est alors bien difficile en cours de saison de faire un état des performances de la politique suivie et de juger de la pertinence de la gestion. En second lieu, les caractéristiques de la Seine à cet endroit, rivière de plaine aux variations lentes avec déjà un bassin versant étendu, ne sont pas exploitées, ce qui permettrait d'intégrer de façon explicite des informations sur le régime de la rivière (débits ou pluies passés) pouvant améliorer la gestion actuelle. Il faut bien sûr prendre en compte une vision interannuelle puisque l'eau stockée en hiver et au printemps sert à lutter contre les crues, ce qui semble s'harmoniser avec la fonction estivale de déstockage pour soutenir les étiages.

Nous nous intéresserons donc à la gestion tactique à courte échéance de ce réservoir (opération journalière) et nous essaierons de préciser ce que l'on peut entendre par régulation des débits et quels sont les divers moyens d'y parvenir. Quels sont les informations disponibles et utiles? Comment les utiliser au mieux? De quelle valeur sont-ils pour la gestion? Y a-t-il un outil de gestion approprié pour les divers niveaux d'information accessibles?

3.2.3 Le piège du langage : " système". Un concept pratique en trompe-l'œil.

Comment aider le gestionnaire d'ouvrage à reconnaître puis à analyser un problème de gestion ? Tout d'abord, il faut démystifier un mot passe-partout, à coloration magique, le "système" ou plutôt le modèle de système, qui fait que le tout est plus que la somme de chacune des parties. ROY (1985) en donne la définition suivante: "*... entité complexe traitée (eu égard à certaines finalités) comme une totalité organisée, formée d'éléments et de relations entre ceux-ci, les uns et les autres étant différenciés et définis en fonction de la place qu'ils occupent dans cette totalité et cela de telle sorte que son identité soit maintenue face à certaines évolutions.*"

Sur le bassin Adour-Garonne, on rencontre, bien sûr à une échelle plus modeste que celle des immenses réseaux de grands lacs Nord-Américains interconnectés, de réels ensembles hydrauliques dont il est nécessaire d'étudier le fonctionnement global. Les barrages des coteaux de Gascogne, alimentés par le canal Neste ou les ouvrages de la Montagne Noire avec le transfert Hers-Lauragais, sont de bons exemples de telles unités fonctionnelles. La notion de "système" se présente donc tout naturellement à notre esprit pour désigner les limites de l'objet d'une étude d'amélioration de la gestion des ressources en eau. Mais ce vocable englobe aussi la façon subjective d'analyser le fonctionnement d'une unité fonctionnelle. Prenons par exemple un même ensemble physique (système), la Neste et les réserves des coteaux de Gascogne, pour illustrer les différentes définitions de "modèles de système" et les diverses problématiques de gestion couramment rencontrées sur ce "modèle de système Neste". Une description complète du cas NESTE étudiée en quatrième partie de ce rapport figure également dans l'étude du Ministère de l'Agriculture sur la Gestion des Eaux du système Neste réalisée par la CACG (1989).

3.2.3.1. Premier niveau de représentation au fonctionnement : la gestion tactique

La notion de gestion tactique intervient dès qu'il s'agit d'enjeux à court terme : en matière d'irrigation, les progrès obtenus grâce à la régulation dynamique pour les ouvrages de la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne sont tout à fait significatifs (Astarac en 83, Puydarrieux en 86). On a ainsi réalisé un système de commande automatique des vannes qui interroge les points de mesure aval toutes les trois heures, estime les prélèvements pour les trois heures à venir, réajuste en permanence les vannes du barrage de façon à maintenir un débit de consigne (débit réservé) à l'aval des périmètres d'irrigation, tout en ajustant l'offre et la demande. Pour ce type de gestion (tactique) le système a été schématisé sous la forme suivante :

- chaque réservoir est aveugle vis à vis de ses voisins, il fonctionne de façon isolée et constitue à lui seul un système;
- le pas de temps est de trois heures et il n'y a pas d'arbitrage entre l'eau utilisée aujourd'hui et celle que l'on aura à utiliser demain (le niveau du réservoir n'intervient pas dans la commande);
- on ne prend pas en compte l'hydrologie des apports (le pas de temps est tellement court que l'on intègre quasiment immédiatement le changement de régime en cas de pluie);
- par contre, il est impératif de modéliser les phénomènes de transport puisqu'il existe une distance importante entre l'ouvrage commandable et le point de consigne (24 heures), ce qui a nécessité la mise en œuvre d'un modèle de type Saint Venant pour rendre compte des déphasages induits par le transport.

3.2.3.2. La gestion stratégique, un autre regard

La notion de gestion stratégique concerne les arbitrages d'enjeux à plus long terme : il s'agit par exemple de déterminer à l'échelle de pas de temps hebdomadaire les arbitrages entre la quantité de l'eau à réserver pour l'irrigation et celle consacrée à l'amélioration de la qualité sur les rivières de Gascogne.

Pour ce type de gestion (stratégique) le système utilise le schéma suivant :

- le système inclut tous les réservoirs et les prises en tête de chaque rivière;
- le pas de temps est de sept jours et l'on doit arbitrer entre l'eau destinée à l'irrigation et le surplus affectée aujourd'hui au soutien d'étiage et que l'on ne retrouvera peut-être plus demain pour l'irrigation...;
- l'hydrologie des apports et la variabilité de la demande jouent un rôle très important (le pas de temps est suffisamment long pour que l'on risque un saut dû à un événement hydrologique entre deux pas de temps);
- il est inutile de modéliser les phénomènes de transport, puisqu'au pas de temps utilisé les déphasages induits par le transport n'influent pas. On travaille en fait en bilan de masse.

3.2.3.3. La gestion interannuelle : un autre regard

Imaginons maintenant que l'on étudie l'opportunité de la construction d'une nouvelle réserve (Charlas?) sur les coteaux de Gascogne. On utilisera cette fois un pas de temps de l'ordre du mois et l'on s'intéressera à la probabilité de remplissage de cette réserve par le canal de la Neste. On modélisera cette fois le système sous la forme suivante :

- le système agglomère tous les réservoirs et les prises en tête de chaque rivière en un seul réservoir de taille variable selon les diverses hypothèses de dimensionnement;
- l'hydrologie des apports joue un rôle très important (calage de distributions mensuelles); par contre, la variabilité de la demande est très atténuée du fait du pas de temps suffisamment long en regard de la saison d'irrigation;

- on travaille encore en bilan de masse et l'enchaînement des décisions de lâchers ne nous intéresse pas en tant que tel, mais uniquement pour décrire les probabilités limitées des niveaux moyens mensuels de la réserve, et répondre à la question : "Pourra-t-on utiliser entièrement toute la capacité de stockage du nouveau barrage ?"

3.2.3.4. Le système, support d'une vue étroite de la réalité

En résumé, on voit donc sur cet exemple qu'il n'existe pas un, mais des modèles de systèmes sur un même objet physique d'étude (ou système).

L'idéal est bien sûr d'assurer une intégration de ces divers niveaux de perception du "système réel". Dans le cas de la Neste, la cohérence du fonctionnement assure que la gestion stratégique détermine les points de consigne aval autour desquels fluctue l'asservissement conduit par la gestion tactique qui, elle, réajuste en temps réel l'équilibre entre l'offre et la demande. Sur le cas d'autres systèmes, par exemple la Loire, dont le soutien des étiages est aussi un enjeu d'importance, BOCQUILLON et MASSON (1983) ont proposé des règles de gestion respectant une approche analogue, intégrée, avec diverses échelles de temps qu'ils définissent comme long terme, moyen terme et temps réel. Chaque niveau fait l'objet de techniques particulières: pour l'objectif à long terme, on s'appuie sur une étude hydrologique complète des débits de la Loire pour générer 1000 années d'apports et d'étiages à partir de 31 années d'observations; pour le court terme, une série historique est utilisée en simulation.

3.3. Le point de vue du modélisateur

3.3.1. Décrire au mieux la réponse du système

3.3.1.1. La place du hasard

Pour reprendre une terminologie due à BERNIER (1977), on peut classer les grands types d'incertitudes rencontrées dans un problème de gestion de réservoir de la façon suivante :

* les incertitudes stratégiques : elles sont liées à notre incapacité à prédire les objectifs futurs de l'ouvrage et à formuler correctement une planification qui tienne compte des états à venir du système. Elles traduisent en quelque sorte la vision dynamique des problèmes de définition des objectifs. Elles interviennent essentiellement lorsqu'il s'agit de discuter l'opportunité d'un investissement.

Les incertitudes stratégiques sont souvent (hélas !) écartées de façon conventionnelle par diverses techniques. On postule que le décideur est cohérent dans ses choix compte tenu des informations dont il dispose, on cherche à maximiser un critère d'espérance mathématique difficile à définir, on pondère les éléments les plus rares entraînant des dommages extrêmes, on utilise des coefficients d'actualisation, bien que cette technique soit tout à fait inadaptée aux investissements à très long terme, etc... En tout état de cause, on doit privilégier les aménagements flexibles.

* les incertitudes physiques : elles sont issues de la variabilité des phénomènes hydrologiques. Ce sont en général ces incertitudes que l'on prend en compte dans les modèles grâce aux outils de la statistique. Elles englobent les aléas naturels.

* les incertitudes technologiques : elles proviennent de notre méconnaissance des processus physiques, hydrologiques et économiques. La nature limitée de l'information dont nous disposons nous amène à ne pouvoir écarter des erreurs de modélisation. Ainsi, la brièveté des séries chronologiques des apports entraîne-t-elle une incertitude rarement prise en compte sur les paramètres de la distribution de probabilité utilisée pour représenter la loi des apports. Pourtant, cette méconnaissance de la réalité doit être prise en compte dans les décisions. KLEMES (1977) a notamment étudié l'influence du

nombre d'années de données dont on dispose sur la qualité du dimensionnement des ouvrages.

Les incertitudes technologiques sont les plus difficiles à appréhender. Il faut d'abord les reconnaître, c'est à dire rechercher dans le modèle les endroits où les concepts mis en œuvre (et qui ne sont que la schématisation d'un phénomène) peuvent produire un "décalage" par rapport à la réalité. Il faut ensuite modéliser ces incertitudes, c'est à dire les faire entrer dans le rang de simples phénomènes aléatoires.

Pour notre part, nous ferons la différence entre *incertitude* et *aléa*.

L'aléa désignera la variabilité "naturelle" d'un phénomène. L'amplitude d'une pluie ou le niveau d'une rivière sont de bonnes illustrations de ces grandeurs aléatoires.

L'incertitude, notion plus subjective, sera par contre liée à notre degré de connaissance des mécanismes naturels ou des erreurs (de modèles, de mesures ou d'estimations) que nous commettons.

L'incertitude traduit notre faible degré de connaissance d'un phénomène. Lorsqu'on parle d'aléa, nous avons déjà cette incertitude et modélisé notre état de connaissance sur le phénomène.

L'univers aléatoire est donc en quelque sorte un terrain beaucoup plus "sûr" et structuré que l'incertain. Il existe ainsi une sorte de graduation de notre état de connaissance, depuis l'incertain total jusqu'à l'incertain totalement modélisé, c'est à dire l'aléatoire. Des trois types d'incertitudes, les incertitudes physiques sont les plus facilement prises en considération. En effet, si les phénomènes en hydrologie sont par nature aléatoires, l'aménageur accepte d'en prendre son parti : par exemple, il connaît ou croit connaître la loi de répartition des apports d'eau, il a ainsi modélisé l'état de la connaissance qu'il perçoit du phénomène à l'aide d'informations, ce qui restreint le champ des investigations à mener. Ces erreurs sur les paramètres sont en fait typiquement une incertitude technologique.

L'incertitude quant à elle, n'offre pas ce degré de connaissance : des procédures de décision dites "Bayésiennes" permettent de les prendre en compte sans les distinguer des aléas (BERGER, 1985) en introduisant la notion de probabilité subjective.

Cette approche intégrée qui probabilise les incertitudes permet de ne pas distinguer deux types de problèmes longtemps séparés :

- d'un côté, les problèmes d'estimation des aléas d'un système hydro-agricole : établissement des fréquences d'étiage ou des niveaux de dépassement d'un seuil donné de consommation d'eau d'irrigation par exemple;

- de l'autre côté, choix économique de projets d'aménagement s'appuyant sur les données précédentes "scientifiquement" établies (périodes de retour d'étiage, débit maximum souscrit pour l'irrigation) en négligeant le fait que ces grandeurs sont entachées d'incertitude.

On arrive ainsi à une démarche décisionnelle globale clarifiant le pari que tout décideur est amené à prendre face aux conséquences incertaines de ses décisions.

Les avantages d'une telle démarche, possibilité de recalage permanent du modèle et calcul de la valeur de l'information, sont illustrés par la théorie du filtrage (KALMAN, 1960) qui permet de réaliser des systèmes autocorrectifs pour tout type d'erreur ayant une certaine permanence. BEDIOT, ROCHE, CRES et MASSON (1984) ont ainsi proposé sur le bassin Seine un modèle d'aide à la décision en étiage réalisant un contrôle et une correction des prévisions à partir des débits observés à l'aval (Vives-Eaux). Ce type de procédé relève aussi des techniques de contrôle-commande qui ont été mises en service pour la gestion tactique du système NESTE. Par contre, lorsque l'on s'intéressera à la gestion stratégique, il conviendra de ne pas omettre un ou plusieurs coefficients d'efficacité représentant les performances réelles de ces boucles de contrôle locales.

3.3.1.2. Le problème des contraintes

Le problème est d'effectuer la distinction entre les aspects propres au modèle physique, les contraintes, naturelles ou artificielles ressenties comme "non

transgressables" et faisant partie de la représentation formelle du système, et, les actions que l'on impose au système, mais qu'une politique différente peut changer. Prenons l'exemple de deux notions bien connues des gestionnaires de ressources en eau: le débit réservé et le débit de soutien.

3.3.1.2.1. Les contraintes institutionnelles: la notion de débit réservé

C'est une contrainte de base valable pour toutes les rivières. La loi "pêche" impose aux utilisateurs de l'eau de laisser un débit supérieur à un seuil fixé réglementairement, sauf lorsque le débit naturel est inférieur à ce seuil. Ce seuil ne peut pas lui-même être fixé à moins du 10^{ème} de module annuel dans la rivière sauf cas particulier où la limite inférieure est abaissée au 1/40^{ème} du module à titre transitoire.

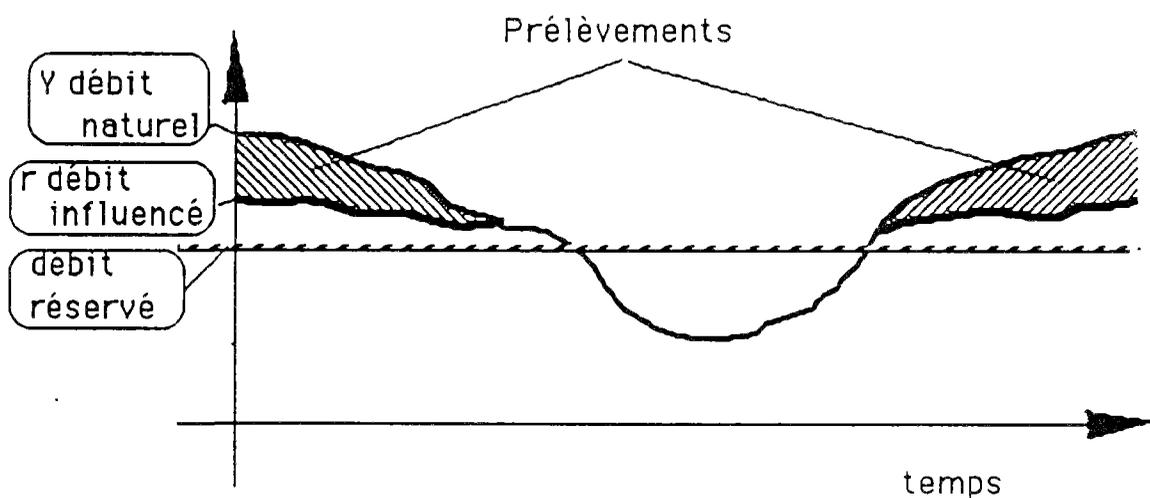


Figure 2-13 : La notion de débit réservé

En notant Y le débit naturel de la rivière, y le débit réservé et r le débit qui y circule, on doit donc avoir une contrainte du type :

$$\text{Si } Y \geq y \text{ alors } r \geq y$$

$$\text{Si } Y \leq y \text{ alors } r \geq Y$$

On notera $\epsilon_{\text{hydro}}(t)$ la probabilité que durant la semaine t le débit naturel passe sous le débit réservé.

$$\epsilon_{\text{hydro}}(t) = \text{Prob}(Y(t) \leq y)$$

En-deçà du débit réservé, on interdit d'intervenir sur le régime du cours d'eau.

3.3.1.2.2. La notion de débit soutenu

Le soutien d'étiage est une notion différente de la précédente où, d'ailleurs (cf. Figure 2 14), on peut envisager un débit soutenu à un niveau supérieur au débit réservé .

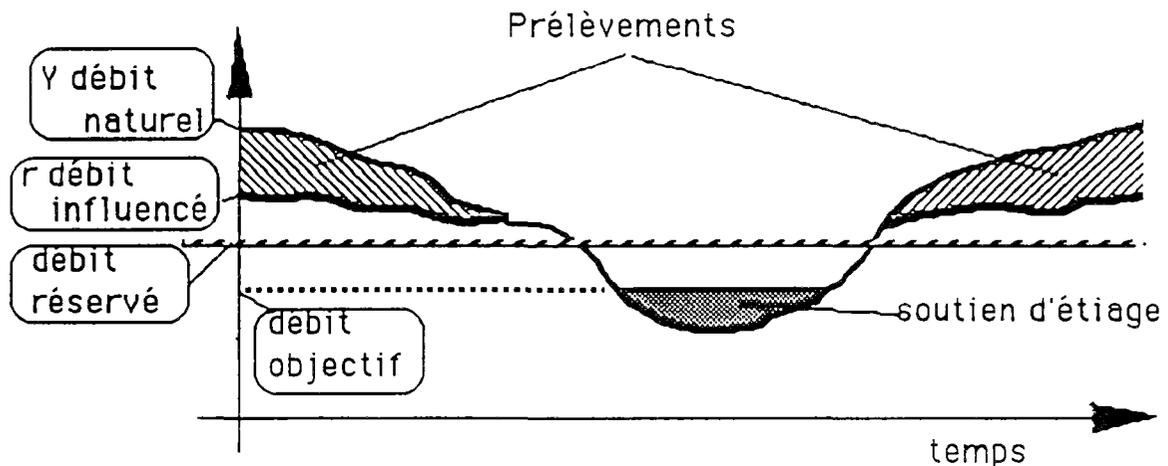


Figure 2-14 : La notion de débit soutenu.

Comme l'illustre cette figure, dans ce cas, il y a un effort consenti par le gestionnaire (déstockage des réserves) pour lutter contre le passage sous le débit objectif.

De fait, cette opération n'est ni une contrainte, ni une réglementation quoiqu'elle puisse figurer dans le règlement d'eau d'un barrage (ex/barrage Seine). Elle ne fait que traduire la réaction du gestionnaire pour aider le système à surmonter une vulnérabilité temporaire.

3.3.1.3. Les données et la validation

En ce qui concerne la Seine nous disposons, au pas de temps de la journée, de 100 années de pluviométrie depuis 1890 et de 31 années de débit (1950-1990). Pour les rivières du système Neste, nous possédons 15 années de débit journaliers sur une vingtaine de stations de mesure et de 13 années de demandes pour l'irrigation sur une dizaine de sites en Adour-Garonne, dont 3 sur les coteaux de Gascogne.

Toutes ces données doivent être critiquées et étudiées avec soin, aussi bien pour pouvoir décrire et caractériser chacun des régimes hydrologiques que pour valider les politiques de gestion que l'on proposera sur des scénarios issus de cet ensemble d'informations brutes. Cette partie hydrologique est un des points essentiels du travail de modélisation. Les études réalisées ont été reportées en Annexe 4. Les difficultés principales ont été rencontrées sur la Neste : elles ont consisté à corriger la non-stationnarité de la demande pour l'irrigation dans les séries enregistrées et à synthétiser la répartition spatiale des apports localisés sur les périmètres et les vallées de Gascogne.

3.3.2. Respecter le processus de décision

Un modèle de gestion est vain s'il n'est pas compris du décideur: ce ne sera qu'un dossier technique qui ira grossir une pile dans une armoire, s'il ne présente pas un intérêt opérationnel important. Plusieurs conditions sont nécessaires pour surmonter cet obstacle.

3.3.2.1. Processus décisionnel et processus dynamique

Il faut tout d'abord que l'homme d'étude sépare le décideur du système physique. Cette séparation entre processus décisionnel et processus d'évolution naturel peut être douloureuse car le décideur s'identifie bien souvent au système sur lequel il exerce ses actions. "Le système lui colle à la peau", entend-on dire bien souvent. Au cours de ce sevrage, l'exposition des objectifs de gestion est aussi, par la même, une remise en cause du fonctionnement actuel du système et l'occasion de retrouver comment fonctionne le

système naturel en boucle ouverte sans intervention humaine. Dans le cas de la Neste, les rivières de Gascogne seraient à sec durant l'étiage : ce comportement naturel de type "oued" doit être reconnu avant même de pouvoir vraiment comprendre la portée de l'action des gestionnaires du système et en modéliser le comportement.

3.3.2.2. Modéliser l'objectif : une "bonne" gestion

Comme on l'a vu au chapitre précédent, la gestion des barrages-réservoir est multi-usage, et le terme "bonne gestion" dans la bouche du gestionnaire ne recouvre en général pas un critère unique, mais bel et bien plusieurs critères d'efficacité, de coût, de risque, etc, souvent conflictuels, pour lesquels la politique de gestion choisie représente un arbitrage satisfaisant. La première tâche du chargé d'étude est d'identifier ces objectifs multiples. L'Annexe 5 présente divers types de modélisations de fonctions bénéfiques pour les usages de l'eau. On verra dans le chapitre suivant que le strict cadre de modélisation d'état avec une fonction objectif unique ne permet pas de proposer directement une procédure d'aide à la décision respectant les choix du gestionnaire.

3.3.2.3. Le concept de risque : connaissance et probabilité

Le gestionnaire d'ouvrage gère le risque. Dans la pratique courante, ce concept lui apparaît comme une notion à la fois très subjective et en même temps extrêmement tangible. Cela veut dire que si les années sèches de 1976 et de 1985 ont marqué un temps les mémoires mais n'ont pas incité à une gestion plus prudente des ressources, les sécheresses exceptionnelles consécutives de 1989 et 1990, réalisations marquantes d'un possible improbable, ont frappé les esprits et ont des conséquences de restrictions qui dépassent sans doute les mesures à prendre dans de tels cas. Le modélisateur, quant à lui, détermine le plus objectivement possible des probabilités de défaillance car "*Toute connaissance dégénère en probabilité*" annonçait déjà D. HUME. Ces deux notions, l'une vécue par le gestionnaire, l'autre calculée par le chargé d'étude, font bien sûr référence aux mêmes événements indésirables mais ne peuvent jamais se recouvrir totalement.

3.4. Conclusions

L'homme d'études a de fait une vision analytique, quelque peu manichéenne : pour atteindre son but, c'est à dire allouer au mieux les ressources en eau, il lui faut tout d'abord augmenter sa connaissance du système, et cette connaissance progressivement acquise guidera son action en retour. Le problème du gestionnaire, analysé par un homme d'études, se présente donc comme une problématique double :

* connaître, c'est d'abord proposer un modèle, une représentation formelle du système qui décrive au mieux le fonctionnement de celui-ci. On attend notamment que ce modèle simule de façon réaliste la trajectoire et rende compte de la réponse dynamique du système;

* agir, c'est ensuite étudier le processus de prise de décision : qui prend la décision, quelles en sont les règles, quels sont les objectifs?

Le chargé d'études cherchera donc :

* à poser les bonnes questions pour construire la représentation formelle la plus appropriée du système : le modèle;

* à être compris du décideur et à conduire une action qui respecte ses préférences et explicite les raisons des politiques choisies. En effet, la séparation "modèle dynamique" et "processus décisionnel" propre au modélisateur n'existe en général pas dans l'esprit du gestionnaire d'un système de ressources en eau qui, lui, tient un raisonnement de type "expert".

La partie 3 de ce travail respecte cette approche et passe d'abord en revue le cadre mathématique des différentes démarches de modélisation, en supposant que la problématique a été *a priori* complètement définie. En fait, ces approches doivent être extraites de leur contexte mathématique et leur pertinence doit aussi être appréciée au vu de leur "possibilité d'application opérationnelle", ce que nous nous efforcerons de faire dans la partie 4 sur les exemples de la Neste et de la Seine.

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
(ENPC-ENGREF) **CERGRENE**

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

PARTIE 3

**DEMARCHES
DE
MODELISATION**

DECEMBRE 91

E. PARENT

SOMMAIRE DE LA PARTIE 3

1. Cadre méthodologique pour l'analyse de systèmes.....	60
1.1. Modélisation d'état: Le cas déterministe	60
1.1.1. Système dynamique déterministe de barrages	60
1.1.2. Les commandes u	61
1.1.3. Les états du système x	61
1.1.4. La fonction d'évolution f	61
1.1.4.1. Exemple d'un barrage	62
1.1.4.2. Exemple d'un réseau de barrages	62
1.2. Feedback et règle de gestion.....	64
1.3. Modélisation d'état : le cas stochastique.....	65
1.3.1. L'exemple de la gestion d'un réservoir avec apports indépendants : une chaîne de Markov	65
1.3.2. Matrice de transition	66
1.3.3. Les propriétés asymptotiques des chaînes de Markov stationnaires : indices statistiques de défaillances	68
1.3.4. Formalisme général du modèle d'état en avenir incertain.....	69
1.3.5. Modélisation de l'aléa.....	71
1.3.6. Commentaires	73
1.3.6.1. Commandabilité.....	73
1.3.6.2. Observabilité.....	73
1.3.6.3. Stabilité.....	73
1.3.6.4. Modèle d'état et fonction de transfert.....	73
1.3.6.5. Modélisation et caractère Markovien.....	74
1.3.6.6. Modélisation du rôle de l'expert.....	75
1.4. Commande optimale.....	75
1.4.1. La fonction d'évaluation J	75
1.4.2. Le cas déterministe : principe du minimum	77
1.4.3. Le cas aléatoire: recours au gradient stochastique	78
1.4.3.1. Conditions d'application du gradient stochastique	78
1.4.3.2. Utilisation du gradient stochastique pour le principe du minimum.....	79
1.4.4. Le principe de Bellman.....	80
1.4.4.1. La programmation dynamique en temps discret.....	81
1.4.4.2. La programmation dynamique en temps continu	84
1.4.4.3. Limites de cette approche	86
1.4.5. Applications directes de la programmation dynamique.....	87
1.4.5.1. Cas linéaire quadratique Gaussien non contraint.....	87
1.4.5.2. Gestion de stocks	92
1.4.5.3. Recherche d'une politique stationnaire	92
2. Pratiques courantes de modélisation pour la gestion de barrages	94
2.1. Le fil tendu	94
2.2. Règles empiriques par courbe objectif de remplissage	96
2.2.1. Détail de la représentation d'un réservoir.....	96
2.2.2. Fonctionnement au cours de l'année.....	97

3. Démarches originales de modélisation pour la gestion de barrages	98
3.1. Restreindre la classe des règles de gestion.....	98
3.1.1. Règles linéaires.....	99
3.1.2. Règle paramétrée	99
3.2. Circonscrire l'aléa	100
3.2.1. La programmation dynamique par simulation de scénarios.....	101
3.2.2. Méthode de GAL.....	101
3.2.3. Programmation dynamique avec échantillonnage	102
3.2.4. Méthode de KITANIDIS.....	103
3.2.5. Méthode de SAAD et TURGEON	103
3.2.6. Méthode de FANG et al.....	104
3.3. Introduire des risques spécifiques.....	104
3.3.1. Règles S et SQ avec équivalents déterministes	104
3.3.2. Transformation du risque en coût : programmation non linéaire avec fiabilité.....	107
4. Avantages et limites du cadre modèles d'état pour l'aide à la décision	109
4.1. Critiques de l'utilité espérée	109
4.1.1 On peut objecter qu'elle traduit mal l'attitude face au risque.....	110
4.1.2 L'utilité espérée impose dans le cas multicritère une vision de complète transitivité sur les préférences.....	110
4.2. Tableau de bord et gestion du risque	110
4.3. Retour sur le principe de Massé-Bellman.....	111
4.4. Quelques points sur le multicritère.....	113
4.5. Formulation linéaire simple.....	114
4.6. Programmation dynamique et compromise programming	114
4.7. Retour sur le principe de Massé-Bellman : le cas multicritère	117

1. CADRE METHODOLOGIQUE POUR L'ANALYSE DE SYSTEMES

Dans cette partie, nous essaierons de donner un cadre général à toute démarche de modélisation. L'accent a été mis sur l'intérêt scientifique et opérationnel des méthodes. Ce mémoire n'étant pas un mémoire de mathématique, beaucoup de techniques ont été omises et celles présentées l'ont souvent été sans une totale rigueur mathématique en "montrant" au lieu de "démontrer". On trouvera dans YEH (1985) et dans BURAS (1972) un panorama complet des techniques de mathématiques appliquées pour la gestion des barrages réservoirs. Une théorie plus formalisée des modèles d'état et du contrôle optimal figure dans le support de cours d'automatique générale de l'ENPC (COHEN et PARENT, 1990).

1.1. Modélisation d'état: Le cas déterministe

Avant même de déterminer comment juger de la qualité d'une gestion et quels risques de défaillance on est prêt à assumer, la réponse points par points aux questions de la liste suivante permet généralement d'élaborer une représentation fonctionnelle de la gestion du barrage (Figure 3-1) pour construire un modèle.

- 1) Quels sont les moyens de commande du système ? Où sont les points d'action ?
- 2) Quelles sont les informations dont on dispose pour prendre les décisions? Que mesure-t-on ? Où et à quel pas de temps? Peut-on réaliser des prévisions? Avec quelle précision? Jusqu'à quel horizon?
- 3) Quelles sont les contraintes que l'on ne peut transgresser?

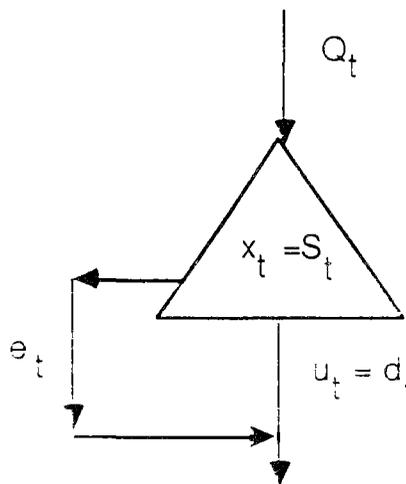


Figure 3-1: représentation d'un barrage

1.1.1. Système dynamique déterministe de barrages

On définit ainsi pour ce modèle dynamique trois ensembles : les commandes, les états du système, les sorties, et deux fonctions : la fonction d'évolution des états et la fonction d'évaluation. Les notations qui suivent ont le plus souvent été écrites en supposant le temps discret et appelant T le terme de l'horizon de gestion, mais elles se généralisent sans difficulté majeure au temps continu.

1.1.2. Les commandes u

On appelle ainsi les décisions de gestion. On emploie aussi le terme actions¹, plus concret, par référence aux divers éléments du système sur lesquels on peut agir (lâchers durant la période T de chacun des réservoirs, transferts entre réservoirs, taille d'un éventuel réservoir à construire, mise en route de pompes). On les représente par les coordonnées d'un vecteur de commande indicé par le temps : $u(t)$ ².

Il importe de bien définir les possibilités d'action dont on dispose pour infléchir la trajectoire d'un système de gestion de ressources en eaux en agissant, soit sur la disponibilité de la ressource (contrôle du barrage), soit sur l'importance de la demande (par mesures réglementaires et tours d'eau). Si l'on prend la régulation dynamique des barrages des coteaux de Gascogne, la gestion tactique télécommande directement le réglage et la manœuvre des vannes. La gestion stratégique, quant à elle, porte son action sur une autre grandeur : elle détermine le meilleur contrat de salubrité acceptable jusqu'à l'horizon de gestion, c'est à dire qu'elle propose le débit de soutien d'étiage à laisser en moyenne dans les rivières réalimentées de Gascogne.

1.1.3. Les états du système x

On suppose que le système physique est suffisamment bien connu pour qu'il existe une représentation interne du système. On manipule donc un vecteur d'état $x(t)$ dont les composantes caractérisent l'état du système de réservoirs³ : il comprend, en général, le stock disponible à l'instant t, les rendements de récoltes éventuelles, des caractéristiques de l'hydrologie telles le débit des rivières, etc..., la taille du réservoir. De ce point de vue, il n'y a pas lieu de distinguer le problème de dimensionnement (où la capacité fait partie de l'ensemble des variables de commande) du problème de la gestion de la réserve (où le stock fait partie des variables d'état). L'espace des états est limité par des contraintes de nature technique (débit total restant dans la rivière supérieur au débit réservé, etc...).

1.1.4. La fonction d'évolution f

Elle décrit l'évolution du système sous la forme de l'équation dynamique vectorielle suivante :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t) \text{ en temps discret,}$$

et

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t) \text{ en temps continu.}$$

C'est une équation de bilan qui traduit essentiellement :

- la variation de stocks dans les réservoirs,
- la propagation des lâchers jusqu'aux points de contrôle,
- l'évolution hydrologique (par exemple le tarissement) des rivières.

¹Dans la littérature anglo-saxonne, on rencontre les équivalents suivants des termes Français.
Attention aux faux-amis!

FRANCAIS	ANGLAIS
Commande	Control
Contrôle	Checking
Gestion	Command, operation

² On appellera parfois ce vecteur $d(t)$, d étant l'initiale de décision.

³ La variable d'état sera aussi notée $S(t)$ de l'initiale de stock qui est une variable d'état classique importante pour les réservoirs.

1.1.4.1. Exemple d'un barrage

Considérons le réservoir de la Figure 3-1 et notons pour tous les temps t :

- . $s(t)$ le volume d'eau contenu dans le réservoir à la date t , $0 \leq s(t) \leq s_{\max}$
- . $q(t)$ le volume des apports en tête du réservoir entre t et $t+1$, supposé connu parfaitement,
- . $d(t)$ la quantité d'eau lâchée du réservoir entre t et $t+1$, $0 \leq d(t) \leq d_{\max}$
- . $e(t)$ la quantité déversée entre t et $t+1$,

Quel système dynamique utiliser pour représenter le fonctionnement de ce réservoir?

- . le vecteur d'état est $x(t) = s(t) \in [0, s_{\max}]$,
- . la commande est $u(t) = d(t)$.

Si on suppose qu'il n'y a pas de phénomène d'évaporation, on voit que les $d(t)$ admissibles sont forcément plus petits que :

$$\text{Inf}(d_{\max}, s(t) + q(t))$$

car on ne peut pas lâcher plus que la quantité d'eau que l'on a déjà, plus celle qui arrive. En résumé, on a :

$$x(t) = s(t), \quad s(t) \in [0, s_{\max}]$$

$$u(t) = d(t), \quad d(t) \in [0, \text{Inf}(d_{\max}, s(t) + q(t))]$$

l'équation d'évolution $x(t+1) = f(x(t), u(t), t)$ s'écrit :

$$x(t+1) = \text{Inf}(s_{\max}, s(t) + q(t) - d(t))$$

Notons qu'on déverse : $e(t) = \text{Sup}(0, s(t) + q(t) - d(t) - s_{\max})$

1.1.4.2. Exemple d'un réseau de barrages

Cette fois-ci, (voir Figure 3-2) on note :

- . $s_i(t)$ le volume stocké dans le réservoir i à la date t , $s_i(t) \in [0, s_{\max}^i]$,
- . $q_i(t)$ les apports intermédiaires supposés connus dans le réservoir i entre t et $t+1$,
- . $d_i(t)$ le volume lâché du réservoir i entre t et $t+1$. $0 \leq d_i(t) \leq d_{\max}^i$,
- . $e_i(t)$ le volume déversé du réservoir i entre t et $t+1$.

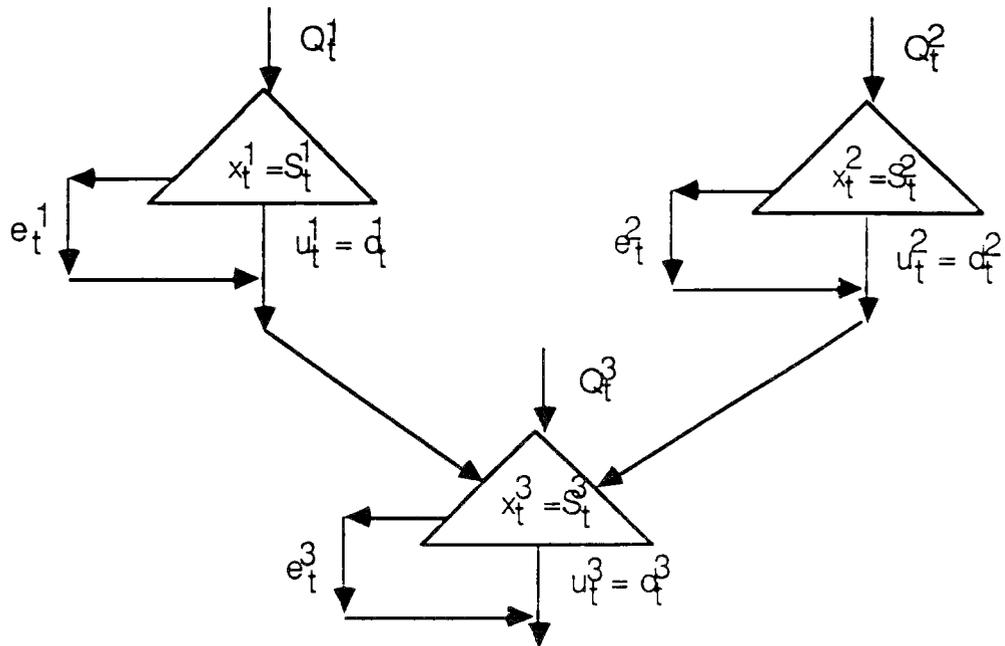


Figure 3-2: Représentation d'un réseau de 3 barrages

Les vecteurs d'état et de commande sont alors :

$$x(t) = \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{pmatrix} \quad u(t) = \begin{pmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{pmatrix}$$

si on suppose qu'il n'y a pas de perte ni phénomène de propagation pour les écoulements.

Posons :
$$e(t) = \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad q(t) = \begin{pmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \end{pmatrix}$$

La dynamique du système est régie par l'équation :

$$x(t + 1) = x(t) + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} (u(t) + e(t)) + q(t)$$

sous réserve que les commandes appartiennent au domaine admissible :

$$d_1(t) \in [0, \text{Inf}(s_1(t) + q_1(t), d_{\text{max}}^1)]$$

$$d_2(t) \in [0, \text{Inf}(s_2(t) + q_2(t), d_{\text{max}}^2)]$$

$$d_3(t) \in [0, \text{Inf}(s_3(t) + q_3(t) + d_2(t) + d_1(t) + e_2(t) - e_1(t), d_{\text{max}}^3)]$$

où $e_1(t)$ et $e_2(t)$ vérifient :

$$e_1(t) = \sup(0, s_1(t) + q_1(t) - d_1(t) - s_{\max}^1)$$

$$e_2(t) = \sup(0, s_2(t) + q_2(t) - d_2(t) - s_{\max}^2)$$

tandis que, connaissant d_3 , on peut alors calculer :

$$e_3(t) = \sup(0, s_3(t) + q_3(t) + d_1(t) + e_1(t) + d_2(t) + e_2(t) - d_3(t) - s_{\max}^3)$$

Si on appelle $U(x(t), t)$ l'ensemble des commandes admissibles défini par ces inégalités, on remarque qu'à t et $x(t)$ fixés, $U(x(t), t)$ est un ensemble convexe.

1.2. Feedback et règle de gestion

Maintenant que le problème de gestion de réservoir se pose sous la forme (dans le cas déterministe) :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t) \text{ en temps discret}$$

ou

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \text{ en temps continu,}$$

on voit que la commande $u(t)$ infléchit la trajectoire de l'état du réservoir en chaque instant.

La commande effectivement effectuée $u^*(t)$, peut être donnée sous deux formes :

- soit elle se présente sous la forme d'un planning de manœuvre des vannes fixé une fois pour toute dès le début de la campagne : on donne ainsi $u(t)$ pour tous les temps t compris entre 0 et T et on s'y tient quoi qu'il arrive: c'est le principe de la *boucle ouverte* ;

- soit la commande est donnée en *boucle fermée* ou *feedback* sous la forme d'une fonction de l'état du système à l'instant t . C'est cette correspondance $u^*(x(t), t)$ entre l'état du système (décrivant les informations disponibles et pertinentes pour la gestion) à un instant donné et les valeurs admissibles de la commande que nous appellerons règle de gestion.

Bien que dans le cas déterministe, les deux approches, boucle ouverte ou boucle fermée, soient théoriquement équivalentes, on conçoit bien qu'une commande par retour d'état soit plus intéressante car elle permet de s'adapter aux circonstances, notamment en stabilisant le système en cas de perturbations des mesures.

Ainsi, une règle de gestion digne de ce nom se doit, lorsque le niveau d'un barrage devient dangereusement bas, de réagir en rationnant la fourniture de la ressource afin de limiter le risque de vider le réservoir avant terme. Dans le cas stochastique que nous présentons dans le paragraphe suivant, la boucle fermée est la seule démarche raisonnable. Bien sûr, compte tenu des contraintes opérationnelles, bien des systèmes même équipés de télécommandes, ne sont manœuvrés qu'à date fixe.

1.3. Modélisation d'état : le cas stochastique

Ce travail de recherche est centré sur la présentation des méthodes rationnelles des consignes de gestion des barrages-réservoirs et de leurs critiques par des applications sur cas réels. Nous voulons appréhender les notions de décision en avenir risqué, de valorisation des informations disponibles reçues par le gestionnaire du système et de ce qu'il peut mettre en œuvre pour améliorer la gestion.

Dans la suite de ce paragraphe, nous montrerons que l'application d'une règle de gestion pour un système de réservoirs définit un fonctionnement markovien, et dans le cas d'une gestion intersaisonnière, permet de calculer des propriétés limites intéressantes, telles que la probabilité d'être en défaillance par excès ou par insuffisance de stock, la durée moyenne entre deux assèchements de la réserve, etc...

La théorie des réservoirs date de SAVARENSKY (1940) qui avait déjà formulé le problème sous la forme de théorie des files d'attente et de processus markoviens pour calculer les probabilités stationnaires limites d'états de la réserve. La paternité de la théorie des réservoirs est néanmoins souvent attribuée à MORAN (1954) pour les nombreux travaux qu'il a effectué dans ce domaine. Il y a beaucoup de problèmes de théorie des files d'attente appliqués aux réservoirs. En effet, l'opération d'un système de réservoirs est analogue au fonctionnement d'une file d'attente : le réservoir est un guichet où la distribution des apports peut être rapprochée du taux d'arrivée, tandis que la répartition des lâchers peut être assimilée au taux de sortie des clients. KOTTEGODA (1980) a effectué une synthèse de ces techniques illustrée de cas pédagogiques à l'usage des ingénieurs. Ici nous insisterons plus sur l'unité de ces problèmes d'analyse de systèmes que permet la représentation sous forme de modèle dynamique d'état.

1.3.1. L'exemple de la gestion d'un réservoir avec apports indépendants : une chaîne de Markov

Prenons le cas d'un réservoir unique en série sur une rivière :

$$S_{t+1} = S_t - u_t + Q_t$$

S_t est le stock au début de la période t ,

u_t est le lâcher durant la période t ,

Q_t est l'apport (aléatoire) durant la période t que l'on supposera indépendant d'une période à l'autre.

Supposons que l'on prenne une décision de lâcher avant de connaître l'apport Q_t à venir durant la période t (processus décision-hasard).

Une règle de gestion au sens défini dans les paragraphes précédents établit en général une liaison par retour d'état :

$$u_t = u_t(S_t)$$

qui fait dépendre le lâcher uniquement des variables dont on dispose à l'instant t . Il vient, en supposant la décision de lâcher u_t toujours réalisable :

$$S_{t+1} = S_t - u_t(S_t) + Q_t$$

Si la connaissance de l'apport est antérieure à la décision (processus hasard-décision) le vecteur d'état du système est alors $x_t = (S_t, Q_t)$ et la règle de gestion devient "plus riche" :

$$u_t = u_t(x_t) = u_t(S_t, Q_t)$$

$$S_{t+1} = S_t - u_t(S_t, Q_t) + Q_t$$

Dans ces équations, Q_t est la variable aléatoire du système dont on connaît les probabilités de réalisation. Lorsqu'on applique en chaîne la règle de gestion, S_t devient aussi une variable aléatoire, de même que u_t .

Intéressons-nous à la répartition des valeurs de S_t . On voit que:

$\text{Prob}(S_{t+1} / S_t, S_{t-1}) = \text{Prob}(S_{t+1} / S_t)$ autrement dit, seule la dernière valeur de stock (le passé proche) conditionne les possibilités d'évolution future du stock. Le processus des niveaux dans la réserve est sans mémoire, connaître l'historique n'apporte rien, toute l'information est concentrée dans la dernière valeur prise par le stock. Ce conditionnement probabiliste est la relation d'évolution dynamique du système en avenir incertain analogue à la fonction de transition f du cas déterministe.

Ces propriétés définissent (pour le pas de temps discret) une chaîne de MARKOV d'ordre 1 pour un système constitué d'un barrage et d'apports indépendants au cours du temps.

1.3.2. Matrice de transition

Discretisons l'état du réservoir à l'instant t en n classes égales notées $Z_1, Z_2, \dots, Z_{i-1}, \dots, Z_n$ selon le schéma de la Figure 3-3.

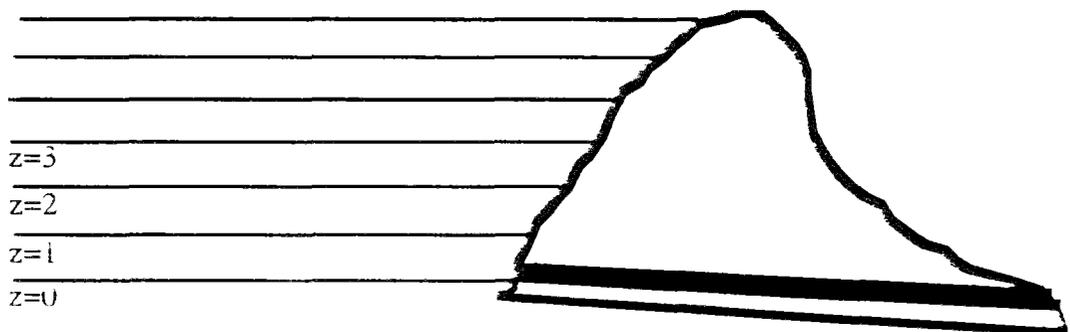


Figure 3-3 : Discretisation des états de Stocks

Le calcul de la probabilité de transition de l'état Z_i à l'état Z_j , π_{ji} contient toutes les informations nécessaires à la recherche des propriétés statistiques de la règle de gestion.

Notons :

$$\pi_{ji}^t = \text{Prob} (S_{t+1} \in Z_i / S_t \in Z_j)$$

$$p_t = \text{Prob} (S_t \in Z_i)$$

Si on appelle $\Pi(t)$ la matrice d'élément π_{ij}^t et $P(t)$ le vecteur des P_i^t , on a :

$$P_i^{t+1} = \sum_{j=1}^n \text{Prob} (S_{t+1} \in Z_i / S_t \in Z_j) P_j^t$$

soit finalement, en notations matricielles :

$$P(t+1) = \Pi(t) P(t)$$

Supposons t fixé et prenons par exemple le cas d'un barrage géré au pas de temps annuel, où arrivent des apports indépendants Q répartis selon la densité de probabilité $f(q)$. Considérons une règle de gestion définie par les trois paramètres (a,b,c) d'un feedback linéaire exprimant le lacher u en fonction des variables d'état $(S$ et $Q)$:

$$u = aS + bQ + c.$$

Si on divise le réservoir en n zones d'égale valeur $\Delta = \frac{S_{\max}}{n}$, selon le schéma de discrétisation de SAVARENSKY (1940) représenté à la Figure 3-4, il y a $n+2$ états possibles¹ :

$$Z_1 = 0 \quad Z_{n+2} = S_{\max} \quad \text{et} \quad Z_i = \frac{S_{\max}}{2n} \times (2i - 3)$$

pour $1 < i < n+2$

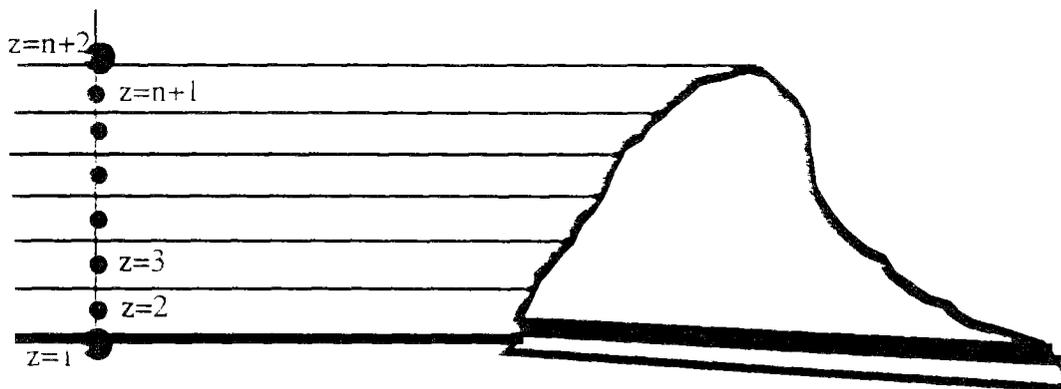


Figure 3-4 : Schéma de discrétisation de SAVARENSKY (1940)

P_{ij} se calcule donc de la façon suivante, pour $i, j \in \{2, n+1\}$

¹le schéma de discrétisation adopté par MORAN est légèrement différent.

$$P_{ij} = \text{Prob} \left(Z_j - (aZ_j + bQ + c) + Q \right) \in \left[Z_i - \frac{\Delta}{2}, Z_i + \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$P_{ij} = \text{Prob} \left((1 - b)Q - c \right) \in \left(2(i - j)\Delta + a(2j - 3) \frac{\Delta}{2} \pm \frac{\Delta}{2} \right)$$

$$P_{ij} = \int_{\text{Sup}(A;0)}^B f(q) dq$$

avec :

$$A = \frac{2(i - j) \Delta + a(2j - 3) \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{2} + c}{1 - b}$$

$$B = \frac{2(i - j) \Delta + a(2j - 3) \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{2} + c}{1 - b}$$

Notons que les éléments P_{ij} de la matrice de transition sont des fonctions des paramètres (a,b,c) de la règle de gestion, eux mêmes éventuellement dépendant du temps.

1.3.3. Les propriétés asymptotiques des chaînes de Markov stationnaires : indices statistiques de défaillances

L'équation $P(t + 1) = \Pi(t)P(t)$ est fondamentale, car elle traduit la répartition des stocks au temps $t + 1$ connaissant celle du temps t . On a ainsi :

$$P(t + p) = \Pi(t + p - 1) \Pi(t + p - 2) \dots \Pi(t)P(t)$$

Dans le cas de gestions périodiques⁴ de période τ , on a :

$$\Pi(t + \tau) = \Pi(t)$$

En posant :

$$M = \prod_{t=1}^{\tau} \Pi(t) \text{ et } L(k) = P(k\tau)$$

la relation devient :

$$L(k) = P(k\tau) = M^k L(0)$$

L'étude des chaînes de Markov consiste essentiellement en l'étude de la forme limite de M^k quand k tend vers l'infini. En effet, si dans un premier temps, les probabilités des performances dépendent des conditions initiales, il s'établit rapidement

⁴ pour la gestion annuelle en conditions climatiques stationnaires $\tau = 1$

un régime permanent pour lequel les lois de probabilité des stocks restent stationnaires⁵ d'une année à l'autre. Vis à vis de cette forme limite, les états se partionnent en trois classes :

- les états transitoires, d'où le processus finit par s'échapper pour ne plus y retourner,
- les états récurrents absorbants, formant des culs de sac qui, une fois atteints, captent l'évolution ultérieure du processus,
- les états récurrents non absorbants, formant des composantes connexes, cycles d'états visités un nombre infini de fois.

On trouve par exemple dans GIRAULT (1965) les détails et démonstrations de ces propriétés. En ce qui concerne les barrages, la forme limite dépend des caractéristiques de M^k et donc aussi, comme on le voit clairement dans l'exemple précédent de la règle de gestion adoptée. On peut calculer la probabilité limite (en régime permanent) d'observer le réservoir dans l'état Z_i : existe-t-il alors des états privilégiés où sont absorbés les niveaux possibles du stock? Deux probabilités limites sont particulièrement intéressantes : celle correspondant à Z_1 (défaillance due au réservoir vide) et celle correspondant à Z_{n+2} (défaillance due au réservoir trop plein).

KLEMES (1977) a étudié quelles étaient les conséquences du schéma de discrétisation sur ces propriétés en étudiant l'influence du nombre d'états pris en compte pour la représentation.

Ces techniques ont été mises en œuvre pour étudier les modalités de gestion concertée des retenues de la Montagne Noire (COYNE et BELLIER, 1976) avec deux périodes ($\tau = 2$) : saison sèche (Juin-Sept) et saison humide (Oct-Mai), à partir de lois d'apports calées sur la période 1931-1974. Plusieurs scénarios sont été testés (capacités diverses de stockage et hypothèses variées de besoins en irrigation) afin de fournir les indications suivantes :

- * probabilité que le stock s'annule avant la fin de la saison sèche,
- * probabilité qu'il reste moins de 4 Mm^3 en fin de saison sèche,
- * probabilité que le réservoir soit plein en début de la saison sèche,
- * quantité moyenne déversée (ni utilisée directement, ni stockée), stock moyen en fin et en début de saison sèche.

On peut aussi les utiliser pour tester diverses règles de gestion sur des critères statistiques. Ainsi BALTI et al. (1984) ont-ils utilisé ce procédé pour déterminer quelle règle de gestion adopter afin de garantir un revenu régulier aux exploitants des périmètres irrigués en zone aride et semi-aride. Il s'agissait d'étudier les propriétés stationnaires de la répartition de la ressource en eau entre l'irrigation (nécessaire à l'obtention de la récolte de l'année) et le report d'une fraction du stock pour l'année suivante (indispensable à la levée des futures semis).

1.3.4. Formalisme général du modèle d'état en avenir incertain

Que se passe-t-il dans le cas stochastique lorsqu'on ne considère plus un seul barrage mais un ensemble d'ouvrages interconnectés ? Et que les apports ne sont plus

⁵ En supposant bien sûr que toutes les conditions sont stationnaires, c'est à dire : notamment qu'il n'y a pas de changement climatique ni de changement structurel de la règle de gestion.

indépendants ? Que faire quand d'autres variables aléatoires, telle un demande inconnue pour l'irrigation, doivent être introduites dans l'analyse du système ?

Une première conséquence est que la dimension d'état grandit puisqu'il faut incorporer dans la définition de l'état toutes les grandeurs que le gestionnaire du système utilise pour établir sa règle de gestion.

En second lieu, il faut décrire la dynamique d'évolution du système. Dans le cadre déterministe à temps discret on écrivait une équation récurrente $x_{t+1} = f(x_t, u_t, t)$ de telle sorte que le système bouclé par feed-back $u_t^* = u_t(x_t)$ suivait une trajectoire entièrement déterminée par les conditions initiales x_0 (pour $t = 0$). En supposant que l'on ait perdu la trace de la trajectoire de $t = 0$ à $t = t_1$, munis de l'unique valeur de l'état à l'instant t_1 , nous étions capables de reprendre la trajectoire depuis t_1 jusqu'à l'horizon de gestion T . En d'autres termes, toute la mémoire de l'évolution jusqu'à un instant donné t est contenue par la variable d'état $x(t)$. Si f est suffisamment régulière, on peut également reconstruire le passé de 0 à t_1 .

Dans le cas stochastique, l'analogie de ces propriétés d'équations récurrentes en temps discret (ou différentielles en temps continu) se trouve dans le caractère Markovien du processus des états. L'équation d'évolution exprime en fait que la probabilité de x_{t+1} connaissant tout le passé, vaut $\text{Prob} \{x_{t+1}/x_t\}$ et relie l'état à l'instant futur x_{t+1} en fonction du passé proche x_t (rappelons que dans le cadre stochastique, l'état x_t est aussi une variable aléatoire).

En avenir aléatoire et à temps discret, le modèle dynamique d'évolution de l'état du système peut être décrit par l'équation d'évolution :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t, \epsilon_t) \quad t \in N \text{ avec } u(t) \in U((x(t), t))$$

On se donne généralement l'état initial $x_0 = x(0)$ pour $t = 0$. mais maintenant, la trajectoire du système est aléatoire, car les ϵ_t désignent ici une série temporelle de variables aléatoires indépendantes dont on connaît les lois de probabilité. A état présent $x(t)$ fixé et règle de décision $u(t)$ donnée, ϵ_t contient "l'innovation stochastique" affectant $x(t+1)$.

En temps continu, on poursuit la généralisation du modèle d'état représenté par un équation différentielle ordinaire en introduisant une équation différentielle stochastique. En fait on se limite généralement aux processus de diffusion qui sont des cas particuliers de processus markoviens dont toutes les réalisations possibles sont continues et qui servent de modèles probabilistes pour modéliser les phénomènes physiques de transport et de diffusion de particules. Historiquement, le plus connu est le mouvement Brownien qui sert de modèle à l'agitation de petites particules dans un fluide. Ces processus de diffusion sont régis une équation différentielle stochastique⁶ :

$$dx = f(x(t), u(t), t) dt + \sigma(x(t), u(t), t) dW_t$$

où x est l'état et dW_t est un choc Brownien. On trouvera dans ARNOLD(1974), les fondements de cette théorie. Ces processus de diffusion, outre leur caractère Markovien, sont caractérisés par trois propriétés majeures :

⁶ Ce type de modèle sera utilisé dans la partie 4 du mémoire, sur le cas de la Seine

- en une durée donnée, de grandes déviations en $x(t)$ sont improbables (leur probabilité est un infiniment petit, d'ordre inférieur à l'accroissement de temps),
- en moyenne, l'accroissement entre $x(t)$ et $x(t + \Delta t)$ vaut $f(x(t), u(t), t)\Delta t$: $f(x(t), u(t), t)$ est donc la vitesse de dérive du processus,
- la covariance entre $x(t)$ et $x(t + \Delta t)$ vaut $\sigma(x(t), u(t), t)\Delta t$ c'est à dire que la matrice de diffusion $\sigma(x(t), u(t), t)$ représente l'amplitude des fluctuations locales de $(x(t) - x(t + \Delta t))$ autour de sa moyenne. On voit bien alors qu'en négligeant des termes d'ordre inférieur à Δt on retrouve une écriture discrète équivalente de la forme :

$$x(t+\Delta t) - x(t) = f(x(t), u(t), t) \Delta t + \sigma(x(t), u(t), t) (W_{t+\Delta t} - W_t) + o(\Delta t)$$

avec les accroissements $(W_{t+\Delta t} - W_t)$ qui suivent une loi normale multidimensionnelle $N(0, \Delta t I)$. On peut étendre cette classe de processus en y introduisant des discontinuités figurant des ruptures ou des impulsions aléatoires. On prend en général un processus Poissonnien dont l'influence sur un court intervalle de temps Δt sera formellement décrit par :

$$\int_0^\infty y M(dt, dy)$$



où $M(dt, dy)$ est une mesure composée de Poisson à taux d'arrivée fixé; y est l'aléa (variable d'intensité) se produisant avec une loi de distribution définie dans le domaine $[0, \infty[$ indépendamment de la loi des arrivées. De telles extensions sont décrites dans TAPIERO(1988) avec des applications dans tous les domaines de la recherche opérationnelle pour la gestion de systèmes les plus divers. On trouvera dans KREE et SOIZE (1983) des formulations détaillées pour l'utilisation de ce type de modèles continus stochastiques dans les sciences physiques.

Quoique ces processus soient très commodes d'emploi puisque, sous des conditions très générales de régularité, il suffit des deux paramètres formés par la vitesse de dérive et la matrice de diffusion pour les caractériser entièrement, des difficultés essentielles apparaissent lorsqu'on utilise l'intégrale stochastique, la plus connue étant liée à la formule d'Ito qui fait apparaître des termes de second ordre dans les calculs d'intégration.

1.3.5. Modélisation de l'aléa

Malgré leur commodité d'emploi, ces formulations supposent néanmoins une forme générale markovienne du modèle et restreignent donc la classe des modélisations possibles pour les divers aléas rencontrés sur les systèmes de gestion des ressources en eau :

- apports d'eau,
- demande en eau à l'aval des ouvrages,
- erreurs de calage ou d'estimation du modèle.

C'est une hypothèse technique délicate comme le note YAKOWITZ (1982) : "*...an important controversy in the literature of reservoir operation as well as that river flow modelling, concerns the appropriate statistical assumptions for this inflow sequence*". Si nous prenons les apports d'eau, ils sont en général saisonniers corrélés, spatialement et temporellement, les phénomènes de rétention d'eau dans les nappes entraînant une dépendance vis à vis des apports antérieurs. Quel ordre doit-on alors utiliser pour décrire correctement le conditionnement par le passé ?

Prenons le cas le plus courant d'une modélisation hydrologique relative à la chronologie des apports naturels $\{Q_t\}$ au barrage. On recherchera souvent un modèle du type autorégressif :

$$Y_t = \rho_1 Y_{t-1} + \rho_2 Y_{t-2} + \dots + \rho_k Y_{t-k} + \varepsilon_t$$

où Y_t désigne une transformation déterministe de Q_t , par exemple le logarithme ou la racine carrée, l'innovation ε_t est un bruit (les ε_t sont indépendants, en général gaussiens) tandis que la liaison temporelle est exprimée par les k coefficients réels $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k)$

En incluant ainsi la mémoire du processus hydrologique dans la variable d'état, on réintègre alors le formalisme du paragraphe précédent. Pour un barrage unique comme dans le cas de la Figure 3-1, la variable d'état est alors $x_t = (S_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k})$. Par exemple, dans le cas $k=2$ où $Y_t = Q_t$,

$$x(t) = \begin{pmatrix} S_t \\ Y_{t-1} \\ Y_{t-2} \end{pmatrix} \text{ et la fonction d'évolution } x(t+1) = f(x(t), u(t), t, \varepsilon_t) \quad t \in \mathbb{N}$$

s'écrit :

$$x(t+1) = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ 0 & \rho_1 & \rho_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} \varepsilon(t) \\ \varepsilon(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

sous réserve que la commande appartienne au domaine admissible.

Dans le cas d'une modélisation en temps continu, BODO et UNNY (1990) ont utilisé la théorie des équations différentielles linéaires stochastiques pour améliorer la description des transferts pluies-débits.

Ils introduisent un modèle conceptuel stochastique grossier d'un double régime de réponse d'un bassin versant avec réservoir-sol linéaire, sous la forme dynamique vectorielle suivante :

$$dx = (a_0 + a_1 x)dt + \sigma dW_t + \int_0^\infty (b_0 + b_1 x) y M(dt, dy)$$

où le vecteur d'état x de dimension 3 comprend les deux composantes de réponse en débits du réservoir-sol, une rapide et une lente, ainsi que l'évapotranspiration.

a_0 et b_0 sont des vecteurs constants de dimension 3; a_1 , b_1 et σ sont des matrices de dimension 3×3 . Ce modèle est "excité" par des impulsions de pluie, ces averses sont modélisées ici par un processus de Poisson où l'intensité y de l'événement pluvieux est une variable exogène à ajuster sur des séquences de précipitations empiriques. Quant à l'évapotranspiration, composante x_3 de l'état, elle est représentée ici par une équation différentielle stochastique sans sauts de la forme:

$$dx_3 = \rho x_3 dt + \sigma dW_t$$

qui rentre dans le cadre du formalisme précédent. Ce type de modèle est intéressant car il offre une modélisation conceptuelle, comporte relativement peu de paramètres et pourrait être envisagé comme une extension possible de la partie modélisation à temps continu développée sur le cas de la Seine dans la partie 4.

1.3.6. Commentaires

1.3.6.1. Commandabilité

N'ont pas encore été évoquées dans ce paragraphe les questions de commandabilité, c'est à dire la possibilité d'amener en un temps fini le système d'un état à un autre en utilisant de façon judicieuse le vecteur des commandes. Pour le cas déterministe, on peut construire des critères où interviennent les dérivées partielles en u et x de f , permettant de répondre à cette question, du moins au voisinage d'un état donné. Les démonstrations en sont détaillées dans NOVELL et COHEN de LARA (1990). Dans le cas de barrages, notons que les stocks atteignables sont limités par les contraintes de capacité des réserves.

1.3.6.2. Observabilité

Par suite d'impossibilité de mesures ou d'économie dans les moyens de mesures, on ne dispose pas dans la réalité à tout instant de la totalité des composantes du vecteur d'état. Détaillons un peu plus la liaison conceptuelle pluie-débit par le modèle à deux réservoirs décrit précédemment. Le vecteur d'état comprend les deux composantes de réponse en débits du réservoir sol, une rapide (x_1) et une lente (x_2) ainsi que l'évapotranspiration (x_3), la mesure de l'évapotranspiration est en général impossible, et la distinction entre chaque composante du débit ne peut être faite. En fait à tout instant, on n'observe que les débits naturels de la rivière drainant ce bassin versant, c'est à dire une fonction de l'état (x_1, x_2, x_3) :

$$y = x_1 + x_2$$

Pour un système plus général décrit par la dynamique :

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), t, \varepsilon_t) \text{ pour tout } t \in \mathbb{N} \text{ avec la commande } u(t)$$

appartenant au domaine $U((x(t), t))$ et ε_t la série des perturbations d'évolution; on observe en fait :

$$y(t+1) = h(x(t), t, v_t) \text{ où } v_t \text{ sont des bruits de mesure.}$$

Dans ce cas on cherchera une commande en feedback sous la forme $u(t) = u(t, y(t))$.

L'observabilité, c'est à dire la possibilité de complète reconstruction asymptotique dynamique de la moyenne instantanée de la grandeur d'état à partir de la série des données mesurées $y(t)$ jusqu'à cet instant, dépend des fonctions f et h . Pour ce faire, on utilise des techniques de filtrage (KALMAN, 1960).

1.3.6.3. Stabilité

On peut aussi chercher à qualifier le comportement d'un système donné en termes de stabilité. Cette notion s'introduit dans le cas de systèmes dont l'équation d'évolution ne dépend pas du temps, ce qui n'est ni le cas de la Seine, ni le cas de la Neste développés dans le chapitre 4. Schématiquement, en situation déterministe stationnaire, un état donné est un point d'équilibre stable si la dérivée temporelle de l'état s'annule en ce point et si le système, écarté légèrement de cette position, y retourne en un temps fini. Cette propriété dépend cette fois de la fonction d'évolution f mais aussi de la règle de gestion $u = u(t, x(t))$ que l'on a adoptée dans le voisinage du point d'équilibre. Dans le cas stochastique, les définitions sont plus complexes dans la mesure où l'on doit considérer cette fois une distribution probabiliste des états (voir ARNOLD, chapitre 11, 1974). On peut qualifier la stabilité en recherchant l'existence d'une répartition probabiliste stationnaire des états ne dépendant pas des conditions initiales.

1.3.6.4. Modèle d'état et fonction de transfert

Les modèles que nous utiliserons ont été bâtis en supposant qu'il existe une relation clairement exprimable, une justification conceptuelle ou une description physique qui régit le fonctionnement du système. On fait l'hypothèse que l'on peut manier une certaine grandeur, le vecteur d'état caractérisant les variables pertinentes du système et que l'on

peut écrire une relation dynamique fonctionnelle décrivant suffisamment le système au cours de son évolution. Lorsque l'on ne sait pas réaliser une telle modélisation pour des raisons diverses (en général connaissance imprécise du système), il existe une voie d'approche classique qui considère un système comme une boîte noire transformant une entrée fonction du temps $u(t)$ en une fonction de sortie du temps $y(t)$. On fait alors les hypothèses suivantes :

- linéarité, c'est à dire qu'à une fonction linéaire des entrées correspond la même fonction linéaire des sorties;
- homogénéité, c'est à dire que si on décale la fonction d'entrée dans le temps on observe le même décalage dans le temps pour la fonction de sortie ;
- non anticipation, c'est à dire que l'on suppose que la sortie $y(t)$ ne dépend que des valeurs de l'entrée $u(s)$ pour les instants s antérieurs à t .

Sous ces hypothèses, du point de vue mathématique on montre qu'un tel système est représenté par une fonction f , noyau de la transformation de convolution reliant l'entrée à la sortie :

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(t-\tau) u(\tau) d\tau$$

L'idée essentielle de la technique du maniement de cette relation "entrée-sortie" est alors que l'application de transformation de FOURIER ramène cette relation à un produit. La transformée de FOURIER de f , caractérisant complètement le système, s'appelle la fonction de transfert. La théorie de ces systèmes linéaires homogène fait l'objet du traitement du signal et des fonctions de transfert, pour lequel de nombreuses techniques ont été développées (FAURRE et ROBIN, 1984).

Les représentations que nous proposons, dites par modèles d'état, permettent de *modéliser* un problème en faisant apparaître les grandeurs (d'état) pertinentes et ce, sans restreindre le champ de l'étude à des cas linéaires sans contraintes. Néanmoins, on conçoit intuitivement que même dans ce dernier cas, les deux représentations ne se recouvrent pas, les modèles d'état n'engendrant qu'une classe restreinte mais dense (fractions rationnelles) des fonctions de transfert possibles.

1.3.6.5. Modélisation et caractère Markovien

Le modèle Markovien se prête bien à la recherche de consignes de gestion optimales comme on le verra par la suite. Plus spécifiquement, c'est un modèle généré par des équations linéaires de type Gauss-Markov sous la forme :

$$x(t+1) = F x(t) + G u(t) + W(t)$$

qui se prête aux calculs de façon la plus commode. Dans cette écriture, F et G sont des matrices constantes et la série des $W(t)$ est une suite de variables aléatoires Gaussiennes indépendantes et de même loi. Dans ce cas, sous réserve que le système déterministe associé soit commandable, il existe des règles en feedback linéaire $u = -K x$ permettant de conserver ce caractère de Gauss-Markov et d'obtenir un comportement stationnaire asymptotique.

Lorsqu'on modélise une série de données mesurées comme différence épreuves d'un même processus décrit par l'équation ci-dessus, on en a de toute façon trop peu pour pouvoir traiter les hypothèses de loi gaussienne et de stationnarité de la structure du modèle. On est alors confronté au problème inverse : comment peut on être sûr qu'un système qui nous fournit des données admet une représentation sous la forme précédente ? Le problème a été étudié et résolu de façon théorique pour un échantillonnage infini par FAURRE, CLERGET et GERMAIN (1978).

Du point de vue de la pratique, le problème se pose sous un autre angle car un système ne nous fournit pas que des données, l'homme d'étude a aussi des informations sur la structure même du système, ce qui lui permet de procéder directement à la modélisation qui lui semble adéquate et vérifier si les propriétés de commandabilité, d'observabilité et de stabilité correspondent à des caractéristiques du comportement "physique" du système. Il faut rechercher les variables pertinentes à introduire dans l'état du système de façon à ne pas alourdir la modélisation ou rendre la classe des fonctions de

commandes en feed-back trop grande. A cet effet, hydrologues, gestionnaires du système et hommes d'études doivent travailler ensemble.

La description d'une variable hydrologique qui évolue suivant un processus markovien d'ordre 1 s'effectue par discrétisations et calages d'une matrice de transition. En supposant que l'on discrétise en 3 niveaux, cela fait 9 coefficients à estimer à partir d'un échantillon assez réduit (généralement un petit nombre de dizaines d'années), ce qui rend un modèle, même rustique, délicat à caler. Des hypothèses hydrologiques complémentaires de modélisation sont donc souvent nécessaires et ceci souligne l'importance de la phase d'établissement du modèle stochastique hydrologique.

1.3.6.6. Modélisation du rôle de l'expert

Notons qu'on peut aussi introduire une prévision hydrologique dans l'état du système de telle sorte que les règles de gestion soient fonction d'une expertise du système. On entend par expert tout fournisseur de prévisions, c'est-à-dire aussi bien un expert humain (un météorologue ou un gestionnaire expérimenté se chargeant des prévisions sur le barrage), que le résultat d'un modèle des entrées fournissant une prévision à chaque pas de temps, par exemple sous forme d'une équation auto-régressive sur l'historique du processus des entrées. On fait l'hypothèse que l'on peut calculer pour chaque date t les distributions conjointes entre les entrées futures et la prévision que l'on en fait à la date t. On peut estimer la qualité des prévisions en calculant, à l'aide de la formule de Bayes (BERNIER et ULMO, 1973), une fonction de vraisemblance qui donne la loi de probabilité *a posteriori* des entrées sachant que l'expert vient de fournir une prévision des entrées futures (Figure 3-5).

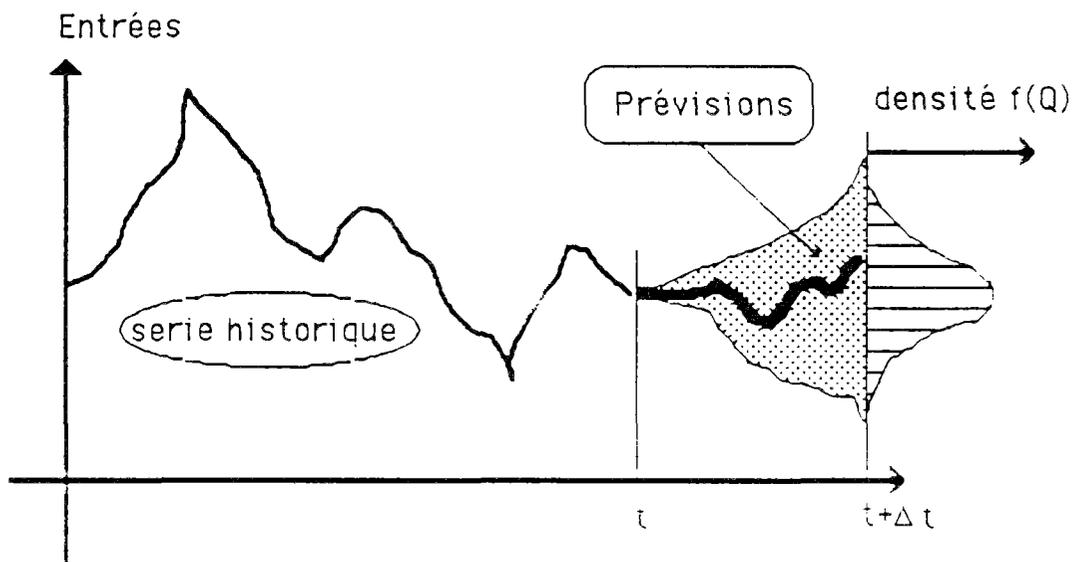


Figure 3-5 : Loi conditionnelle

1.4. Commande optimale

1.4.1. La fonction d'évaluation J

Reprenons notre modèle dynamique :

$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t) \quad t \in \mathbb{N}$ avec $u(t) \in U((x(t), t))$ en déterministe. De plus, on se donne généralement l'état initial $x_0 = x(0)$ pour $t = 0$. Nous recherchons une loi de commande de manière à :

- atteindre à un instant final T un état final $x(T)$ appartenant à une cible fixée (par exemple, gérer un système de barrage jusqu'à la vidange complète !). L'instant final T peut ne pas être fixé *a priori* ou être rejeté à l'infini;

- minimiser un critère J dépendant de la commande $u(.)$ et donc de la trajectoire $x(.)$ suivie et de l'état final atteint. Ce critère J est additif par rapport à la trajectoire et se met sous la forme :

$$J(u(.)) = \sum_{t=0}^{T-1} L(x(t), u(t), t) + V_{\text{Final}}(x(T), T)$$

Dans la suite de l'exposé on appellera $V(x_0)$ le minimum de $J(u(.))$ lorsqu'il existe, c'est le coût optimal à venir sachant que l'on démarre de l'état x_0 à $t = 0$. Dans ces équations, V_{Final} le coût final, L le coût instantané.

En avenir aléatoire, l'équation d'évolution se met sous la forme:

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t, \epsilon_t) \quad t \in N \text{ avec } u(t) \in U((x(t), t))$$

et le critère

$$\left(\sum_{t=0}^{T-1} L(x(t), u(t), t) + V_{\text{Final}}(x(T), T) \right) \text{ devient aussi une variable}$$

aléatoire. Nous recherchons une loi de commande u^* de manière à minimiser la valeur moyenne de la quantité précédente sous la forme d'un critère J dépendant de la commande $u(.)$ et donc de la trajectoire $x(.)$ suivie et de l'état final atteint. On adopte aussi dans ce cas un critère J, additif par rapport à la trajectoire, en choisissant d'optimiser la valeur moyenne des performances possibles :

$$J(u(.)) = E \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} L(x(t), u(t), t) + V_{\text{Final}}(x(T), T) \right\}$$

où le symbole d'espérance mathématique porte sur les ϵ_t de 0 à T.

Notons qu'établir une telle fonction de coût J additive et séparable en coûts instantanés uniquement fonction de l'état et de la commande, n'est pas chose aisée. On trouvera dans l'Annexe 5 un essai de définition de fonctions $L(x, u, t)$ pour les usages les plus courants des systèmes hydrauliques.

Signalons le cas particulier où l'instant final n'est pas fixé et où L vaut 1, cas relatif au problème de commande en temps minimum ou maximum. On peut ainsi, sur un système délivrant de l'eau pour l'irrigation, chercher à maximiser la durée (ou la durée moyenne) pendant laquelle les fermiers pourront irriguer.

On fera une place particulière au critère quadratique :

$$L(x(t), u(t), t) = (u(t) - u_c(t))^T R(t) (u(t) - u_c(t)) + (x(t) - x_c(t))^T Q(t) (x(t) - x_c(t))$$

où R et Q sont des matrices de pondération définies positives. De plus, $x_c(t)$ et $u_c(t)$,

fonctions du temps prédéfinies peuvent s'interpréter comme des valeurs de "consigne" de la trajectoire et de la commande dont on désire s'écarter le moins possible. Le critère quadratique avec évolution linéaire est un cas où l'on sait mener les calculs explicites.

1.4.2. Le cas déterministe : principe du minimum

Dans le cas particulier du modèle général déterministe :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t) \quad t \in \mathbb{N} \quad u(t) \in U(t)$$

$$x(0) = x_0$$

$$\text{Min } J(u) = \sum_{t=0}^{T-1} L(x(t), u(t), t) + V_{\text{Final}}(x(T), T)$$

On définit le co-état p , $p \in \mathbb{R}^n$, et l'Hamiltonien H du système par :

$$H(x, u, p, t) = L(x, u, t) + p \cdot \{f(x, u, t) - x\}$$

$$p(t + 1) = - \frac{\partial H}{\partial x}(t)$$

$$p(T) = \left(\frac{\partial V_{\text{Final}}}{\partial x} \right) (T) \text{ si le temps } T \text{ final est fixé, seul cas que nous}$$

considérons par la suite.

Enoncé par PONTRYAGINE et exposé dans FAURE et ROBIN (1984) ou ALEXEEV, TIKHONUROV et FOMINE (1987), le principe du minimum sous des hypothèses de régularités des fonction L et f exprime que pour que la commande u^* soit optimale, il faut:

1) qu'il existe un état adjoint $p(t)$ tel que :

$$p(t + 1) = - \frac{\partial H}{\partial x}(t)$$

$$p(T) = \frac{\partial V_{\text{Final}}}{\partial x}(T)$$

2) que la fonction H atteigne en tout instant sur $U(t)$ son minimum en $u^*(t)$.

L'idée essentielle contenue dans ce principe du minimum est que l'on remplace un problème dynamique d'optimisation par une suite de minimisation d'une fonction H sur un espace déterminé pour un temps t fixé (le domaine des commandes admissibles a t. $u \in U(t)$). Ces conditions ne sont pas suffisantes. la solution obtenue, il faut vérifier qu'elle fournit bien un minimum.

On peut exploiter directement le principe du minimum pour construire une commande optimale par une méthode de "tir". On démarre avec une commande $u^{(1)}(t)$ qui nous donne une première trajectoire $x^1(t)$ par l'équation récurrente en sens avant :

$$x(0) = x_0$$

$$x(t + 1) = f(x(t), u^{(1)}(t), t)$$

et connaissant alors $x^1(t)$, le co-état $p^1(t)$ peut alors être calculé d'abord en T par l'équation :

$$p(T) = \frac{\partial V_{\text{Final}}}{\partial x}(T)$$

puis, de proche en proche, par l'équation récurrente en sens arrière :

$$p(t + 1) = - \frac{\partial H}{\partial x}(x^{(1)}(t), u^{(1)}(t), p^{(1)}(t), t)$$

On peut alors à chaque instant t former la fonction $H(x^{(1)}(t), u(t), p^{(1)}(t), t)$ et calculer la commande $u^{(2)}(t)$ qui minimise H pour recommencer le cycle des itérations jusqu'à convergence.

PAPAGEORGIU (1985) a ainsi mis en œuvre ce genre de méthode pour estimer la commande optimale d'un système de barrages-réservoirs. Le calcul du co-état, qui dans le cas général représente le gradient de la fonction critère d'évaluation cumulée sur le futur, permet d'explicitier, à chaque instant t, les dérivées du critère selon la commande

par $\frac{\partial H}{\partial u}(x(t), u(t), p(t), t)$ et, donc, de mettre en œuvre des méthodes itératives de descente vers le minimum du critère selon la direction du gradient.

Le principe du minimum a deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, il nous fournit une commande en boucle ouverte $t \rightarrow u(t)$, alors que pour une règle de gestion, nous souhaitons une commande en boucle fermée $(x, t) \rightarrow u(x,t)$.

Ensuite, pour le cas où interviennent des variables aléatoires et où la variable d'état est alors aussi aléatoire, le principe du minimum nous laisse démuni: et même si, comme nous le verrons par la suite, on peut l'utiliser pour calculer un gradient dans le cadre d'un algorithme de gradient stochastique, nous ne récupérons pas une commande en boucle fermée.

1.4.3. Le cas aléatoire: recours au gradient stochastique

1.4.3.1. Conditions d'application du gradient stochastique

Cet algorithme a été formulé à l'origine par MONRO et ROBBINS(1951).

On considère une fonction réelle dépendant d'une variable réelle u et d'une variable aléatoire ω :

$$(u, \omega) \rightarrow J(u, \omega)$$

$$\mathfrak{R}^n \times \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$$

et on cherche à minimiser :

$$J(u) = E\{I(u, \omega)\} = \int_{\Omega} I(u, \omega) \mu(d\omega) \text{ où } \mu \text{ est la mesure de la loi de}$$

probabilité de la variable ω .

L'algorithme du gradient stochastique consiste à effectuer une suite de tirages indépendants (ω_n) de la variable w et à faire évoluer la variable à optimiser u selon la formule de récurrence :

$$u^{k+1} = u^k - \rho_k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} J(u^k, \omega_k)$$

où le gradient du critère est calculé selon la variable u à tirage ω_k fixé.

On prend ρ_k vérifiant :

$$\sum_{k=1}^{\infty} \rho_k = \infty \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k^2 < \infty$$

DODU et al. (1981) ont montré que sous les hypothèses :

- u est dans un convexe de \mathfrak{R}^n ,
- le gradient est borné pour tout u et tout ω ,
- J est convexe continue en u pour tout ω ,
- il existe une constante c telle que si u^* désigne l'argument du $\min J^*$:

$$J(u) - J^* \geq c \|u - u^*\|^2$$

L'algorithme donne des valeurs de u qui convergent en moyenne quadratique vers u^* et l'on obtient une vitesse de convergence en $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

1.4.3.2. Utilisation du gradient stochastique pour le principe du minimum

L'application à un problème dynamique stochastique ou :

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), \omega_t, t)$$

s'effectue en définissant la grandeur aléatoire ω comme la série des perturbations locales $\omega = (\omega_t)_{t \in [1, T]}$ et la fonction $f(\cdot)$ par :

$$I(u(), \omega) = \sum_{t=0}^T L(x(t), u(t), t) + V_{\text{Final}}(x(T), T)$$

de telle sorte que:

$$J(u()) = E_{\omega} (I(u(), \omega))$$

L'application directe de l'algorithme ne pose pas de problème particulier. Après tirage de la variable aléatoire décrivant en général l'hydrologie du système, la dynamique est déterministe, et en définissant l'état adjoint à ω fixé par :

$$p(t+1) = - \frac{\partial f}{\partial x}(x(t), u(t), \omega, t) \cdot p(t) - \frac{\partial L}{\partial x}(x(t), u(t), t)$$

$$p(T) = - \frac{\partial V_{\text{Final}}}{\partial x}(T)$$

Le gradient du critère est facilement calculable, d'après le principe de Pontriaguine et a pour composante en t :

$$\left\{ \frac{\partial L}{\partial u}(x(t), u(t), t) + p(t) \cdot \frac{\partial f}{\partial u}(x(t), u(t), \omega, t) \right\}$$

L'algorithme du gradient stochastique peut alors être appliqué pour converger vers une commande $u(t)$ optimale en avenir incertain.

Hélas, cette méthode fournit une commande en boucle ouverte! Il faut donc d'abord définir une classe restreinte de commandes en feed-back sur l'état ne dépendant que d'un petit nombre de paramètres, et rechercher dans cette classe réduite l'optimum par la méthode du gradient stochastique.

DODU et al. (1981) ont appliqué cette méthode pour optimiser la gestion des investissements dans un réseau électrique, FAUCHET (1988) l'a utilisée pour la recherche d'une règle de gestion linéaire optimale stationnaire d'un barrage destiné à l'irrigation et l'adduction d'eau potable.

1.4.4. Le principe de Massé-Bellman

La programmation dynamique offre l'avantage par rapport aux techniques précédentes de calculer, pour tout état possible du système, quelle peut être la meilleure séquence de décisions : autrement dit, elle procure une commande en feed-back, véritable règle de gestion, qui permet de donner un tableau de consignes. Elle permet, en outre, de prendre en compte des fonctions objectifs non linéaires ou non linéarisables. Néanmoins, elle pose de gros problèmes numériques : accroissement exponentiel de mémoire en fonction du nombre de pas explorés, perte de précisions par propagation récurrente des erreurs, nécessaire discrétisation des valeurs des états et des décisions pour le calcul sur ordinateur. YAKOWITZ (1982) a proposé un état de l'art sur la programmation dynamique appliquée à la gestion des ressources en eau.

1.4.4.1. La programmation dynamique en temps discret

Il s'agit de trouver une séquence de lâchers $u(t, x(t))$ tels que :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t) \quad t \in \mathbb{N}$$

équation de transition des états décrivant la dynamique du système, et où n'intervient pas l'aspect aléatoire. Si les apports et les demandes ne sont pas supposés connus, on se place dans le cas stochastique, en introduisant d'une façon générale les perturbations $\omega(t)$ qui influent sur l'équation d'état. On écrit cette fois l'équation dynamique :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), t, \omega(t))$$

L'état comprend la mémoire des processus aléatoires de telle sorte que les $\omega(t)$ peuvent être choisis indépendants.

On veut minimiser le critère :

$$J(u()) = \inf_{\{u(t)\}} E_{\{\omega(t)\}} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} L(x, u, t) + V_{\text{Final}}(x(T), T) \right\}$$

l'état initial x_0 étant donné (au moins en probabilité). L'espérance mathématique porte sur les $\{\omega_t\}$. Par la suite, on considèrera le cas déterministe comme un cas particulier du cas stochastique en posant pour tout t , $\text{var } \omega_t = 0$ et en ne tenant pas compte de l'opérateur espérance.

Le critère :

$$J(u()) = \inf_{\{u(t)\}} E_{\{\omega(t)\}} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} L(x, u, t) + V_{\text{Final}}(x(T), T) \right\}$$

est un critère de coûts de transition additif à minimiser entre l'instant t et l'horizon T où l'état est $x(T)$, avec des conditions éventuelles aux limites et sur les domaines de variation des $x(t)$ et $u(t)$, en général :

$$x_{\min} < x(t) < x_{\max}$$

$$u_{\min} < u(t) < u_{\max}$$

La technique de programmation dynamique utilise (voir FAURE, 1979) le principe d'optimalité de BELLMAN (1957) :

" Une suite de commandes optimales dans un processus d'optimisation dynamique est telle que quels que soient l'état et l'instant considérés sur une trajectoire optimale, les commandes ultérieures constituent pour le problème ayant cet état et cet instant comme éléments initiaux, une suite de commandes optimales... "

Supposons que l'on puisse résoudre le problème de $t+1$ à T , avec un coût optimal pour cette séquence $[t+1, T]$ dépendant de l'état de départ x_{t+1} :

$$V(x(t+1), t + 1) = \inf_u E_{\{\omega(t)\}} \left\{ \sum_{\tau=t+1}^{T-1} L(x(\tau), u(\tau), \tau) + V_{Final}(x(T), T) \right\}$$

c'est à dire :

$$V(x(t+1), t+1) = \inf_u \int_{\Omega} \left\{ \sum_{\tau=t+1}^{T-1} L(x(\tau), u(\tau), \tau) + V_{Final}(x(T), T) \right\} d\mu_{\omega_{\tau}}$$

où Ω désigne l'espace de probabilité et μ la mesure de probabilité de $\omega(t)$. La fonction V est dite fonction de Massé-Bellman pour le problème.

Notons qu'ont été laissées de côté les questions de commandabilité, c'est à dire qu'avec ces conditions initiales, on suppose que l'on puisse atteindre le point $(T, x(T))$ par au moins une commande $u(t)$, $0 \leq t \leq T$.

On peut écrire cette formule en supposant le problème résolu de t à T avec un coût $V(x(t), t)$ sous la forme récursive suivante :

$$V(x(t), t) = \min_{u(t)} \min_{u(t+1)} E_{\{\omega(\tau), \tau \geq t\}} L(x(t), u(t), t) + \sum_{\tau=t+1}^{T-1} L(x(\tau), u(\tau), \tau) + V_{Final}(x(T), T)$$

Comme $L(x(t), u(t), t)$ ne dépend pas des commandes ultérieures, il vient :

$$V(x(t), t) = \min_{u(t)} E_{\{\omega(t)\}} L(x(t), u(t), t) + V(x(t+1), t+1)$$

et, avec ces notations, en faisant apparaître explicitement la dépendance de $x(t+1)$ avec $x(t)$, $u(t)$ par l'équation d'état récurrente de premier ordre, il vient alors :

$$V(x(t), t) = \min_{u(t)} E(L(x(t), u(t), t) + V(f(x(t), u(t), t, \omega(t)), t+1))$$

Comme on sait qu'au temps T on a $V_{Final}(x(T), T)$ pour coût aux limites, la résolution séquentielle proposée par la programmation dynamique consiste à :

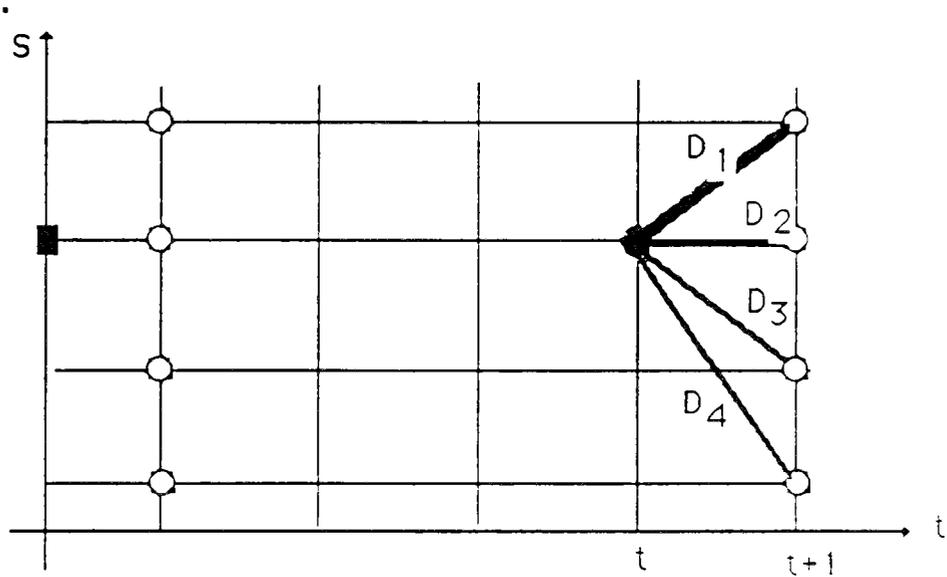
- intégrer l'équation de Massé-Bellman à partir de ses conditions aux limites;

- trouver la commande en boucle fermée et l'utiliser pour calculer la fonction de Massé-Bellman au pas de temps où l'on se trouve;

- ce dernier calcul donne une nouvelle condition aux limites, ce qui permet d'itérer le calcul. A chaque étape on effectue une espérance mathématique en déconditionnant la perturbation sur son passé, c'est pourquoi ces calculs se font en sens rétrograde⁷ par rapport au temps (on progresse du futur vers le passé).

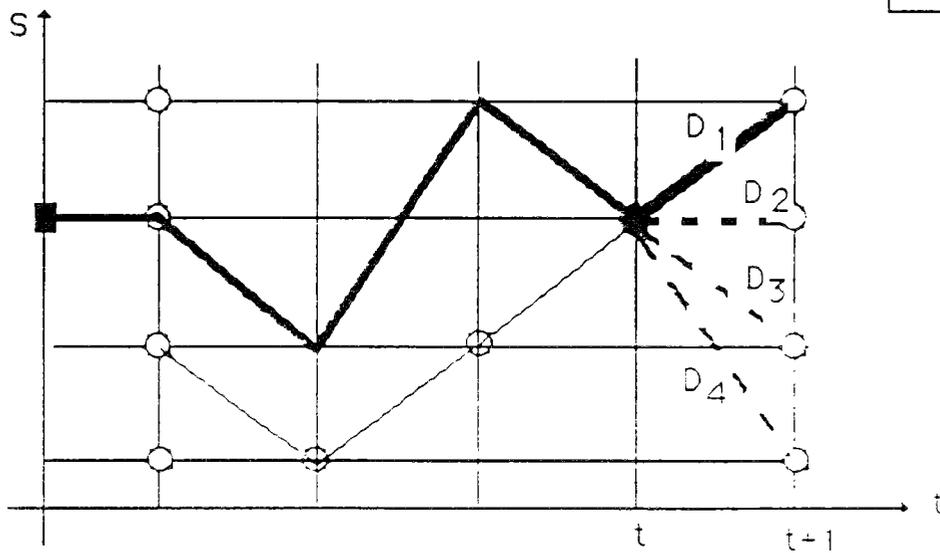
⁷ Ne pas procéder en sens rétrograde pour résoudre l'équation de Masse-Bellman n'est légitime qu'en situation déterministe. Cela peut avoir comme avantage de ne conserver que les états accessibles depuis x_0 pour calculer la règle de gestion. De fait, on peut établir des formules de Massé-Bellman analogues en inversant le sens du temps sous la seule réserve que l'équation d'évolution puisse s'inverser aussi sous la forme :

$$x(t) = h(x(t+1), u(t), t)$$



Calcul du Cout : $S(t+1) = S(t) - D(t)$

$$C_{\text{optimum}}(S(t)) = \text{Opt}_{D_t} \{ \text{cout instantané}(S(t), D(t)) + C_{\text{optimum}}(s(t+1)) \}$$



Exemple de Trajectoire $\{D_{\text{optimum}}\}$

Figure 3-6 Principes de la programmation dynamique

Cette technique calcule donc, pour chaque état du système et chaque instant, la politique optimale à suivre (ce qui permet donc de se recalculer sur la trajectoire si on s'en est accidentellement écarté).

On peut proposer une traduction de l'équation de Massé-Bellman en termes d'équilibre économique pour le système à un barrage unique. Exploitions la structure particulière de l'équation de transition entre les états dans ce cas :

$$x(t + 1) = x(t) - u(t) + q(t)$$

soit :
$$\frac{\partial x(t + 1)}{\partial u} = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial u}(t) = \frac{\partial V}{\partial x}(t+1) \text{ en résolvant l'équation de Massé-Bellman quand } u \text{ est}$$

non contraint avec
$$\frac{\partial L}{\partial u} = -1.$$

Ceci traduit le fait que l'optimum se produit à l'égalité des deux quantités :

- utilité marginale immédiate d'un consommateur d'eau qui demande un lâcher u ;

- utilité marginale potentielle qu'un fournisseur d'eau attend du stock x qu'il possède et des stocks d'eau à venir.

On obtient, à partir des fonctions de coût marginal, un calcul récursif des décisions optimales dans le cas de fonctions de coût convexes différentiables. MESLIER et SANDRIN (1981) exposent les principes et avantages de cette méthode (programmation dynamique marginaliste) dans leur article, notamment quant aux problèmes de précision : en travaillant sur les dérivées, on manipule des quantités qui restent du même ordre de grandeur, tandis qu'en programmation dynamique classique, les valeurs de la fonction de coûts cumulés ne restent pas commensurables avec les gains instantanés à chacune des périodes.

1.4.4.2. La programmation dynamique en temps continu

Considérons la modélisation en temps continu d'un problème du type réservoir unique comme sur la Figure 3-1. Supposons que la série des apports Q_t soit représentée par un processus de diffusion.

$$dQ_t = \rho(Q_t, t) dt + \sqrt{\sigma_t^2} dW_t$$

où W_t est un processus de WIENER.

Le fonctionnement du barrage est régi en continu par l'équation :

$$\text{variation de stock} = \text{apport} - \text{sortie}$$

avec u_t , commande de lâcher, ce bilan se traduit par :

$$\frac{dS}{dt} = Q_t - u_t$$

On a d'autre part les conditions de contraintes supplémentaires :

$$S^* \geq S_t \geq S_*$$

$$d^* \geq u_t \geq d_*$$

où $[S^*, S_*]$ et $[d^*, d_*]$ sont les intervalles de variation du stock S_t et du débit d_t , éventuellement indexés par le temps. Finalement, on voit que l'état $x_t = (S_t, Q_t)$ vérifie une équation différentielle linéaire stochastique à deux dimensions du type :

$$dx_t = f(x_t, u_t, t)dt + \sigma_t dW_t$$

On cherche la séquence de lâchers $\{u_t\}$ en feedback sur l'état qui minimise le critère :

$$J(u()) = E \left\{ \int_{\tau=t}^T L(t, Q_\tau, S_\tau, u_\tau) / Q_t; t, S_t \right\} dt + V_{Final}(x(T), T)$$

En posant :

$$V(t, S_t; Q_t) = \text{INF}_{\{u_\tau\}} \left(E \left\{ \int_{\tau=t}^T L(t, Q_\tau, S_\tau, d_\tau) / Q_t; t, S_t \right\} + V_{Final}(x(T), T) \right)$$

La théorie de la commande optimale prouve que u_t est, à tout instant, tel que :

$$0 = V_t + \rho_t \cdot V_Q + \frac{1}{2} V_{QQ} \cdot \sigma_t^2 + \inf_{d_* \leq u \leq d^*} \left\{ L(t, Q_t, S_t, u_t) + (Q_t - u_t) \cdot V_S \right\}$$

V_S, V_t, V_Q, V_{QQ} désignent les dérivées partielles par rapport à chacune des variables concernées.

Des considérations heuristiques peuvent être facilement développées pour valider cette affirmation. En effet, considérons un petit accroissement Δt à partir du temps t . On a alors :

$$V(t, S_t; Q_t) = \text{INF}_{\{u_\tau\}} \left(E \left\{ \int_{\tau=t}^{t+\Delta t} L(t, Q_\tau, S_\tau, d_\tau) / Q_t; t, S_t \right\} \right)$$

$$+ \int_{\tau=t+\Delta t}^T L(t, Q_\tau, S_\tau, d_\tau) / Q_\tau, t, S_t + V_{Final}(x(T), T)$$

soit, en effectuant un développement limité jusqu'au deuxième ordre, l'équation de Bellman :

$$V(t, S_t; Q_t) = \inf_{\{u_t\}} (E \{L(t, Q_\tau, S_\tau, d_\tau)\} \Delta t) + V(t, S_{t+\Delta t}, Q_{t+\Delta t})$$

devient :

$$V(t, S_t; Q_t) = \inf_{\{u_t\}} (E \{L(t, Q_\tau, S_\tau, d_\tau)\} \Delta t) + V(t, S_t; Q_t) V_t \Delta t + \text{grad}_x(V) \cdot \Delta x +$$

$$\frac{1}{2} \Delta x' \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right) \cdot \Delta x$$

En utilisant l'équation d'évolution: $\Delta x = f \Delta t + \sigma \Delta W + o(\Delta t)$ avec ΔW suivant une

$N(0, I \Delta t)$, on remarque que la quantité $\Delta x' \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right) \cdot \Delta x$ donne naissance à un terme

en var $\{dW_t\}$ qui est de la dimension de Δt (règle d'Ito) ; il apparaît donc un terme du deuxième ordre dû à la variance du processus de diffusion. Après "élimination" des termes $V(t, S_t; Q_t)$ et "simplification" par Δt , il reste finalement :

$$0 = V_t + \rho_t \cdot V_Q + \frac{1}{2} V_{QQ} \cdot \sigma_t^2 + \inf_{d_* \leq u \leq d} \{L(t, Q_t, S_t, u_t) + (Q_t - u_t) \cdot V_S\}$$

avec la condition aux limites: $V(x(T), T) = V_{Final}(x(T), T)$

Les solutions de cette équation aux dérivées partielles permettent de trouver une solution en feedback qui est la règle de décision à adopter. Utilisant ces modèles en temps continu, un système expert de formulation et de résolution a été mis au point par GOMEZ, QUADRAT et SULEM (1982). L'utilisateur fournit un sous-programme décrivant les paramètres de son problème. Le système-expert génère des programmes Fortran, résout l'équation de Massé-Bellman et recherche le contrôle optimal en sélectionnant les méthodes appropriées. Un rapport final est délivré à l'utilisateur.

Dans la partie 4 de ce rapport, nous avons utilisé une méthode semblable pour dégager des règles de gestion journalières optimales sur le cas de la Seine, qui ont calculées numériquement en utilisant un schéma de discrétisation explicite.

1.4.4.3. Limites de cette approche

Le problème du calcul pratique de la gestion optimale de réservoir par programmation dynamique en avenir certain est un problème de discrétisation des états et des décisions pour le calcul sur ordinateur. Il faut une discrétisation suffisante pour obtenir une précision acceptable, mais pas trop importante à cause des temps de calcul et d'encombrement mémoire qui en résultent. On voit en effet sur la grille de la Figure 3-6, qu'en l'absence de techniques de limitation d'exploration du domaine des états admissibles, à chaque pas de temps, s'il y a N états possibles et T pas de temps, le nombre d'opérations de comparaisons élémentaires pour rechercher la politique optimale pour un état donné est N^{T-1} . Diverses techniques possibles d'optimisation dynamique

avec application au réservoir Seine ont été testées par MIQUEL et ROCHE (1984), GOUSSEBAILLE et ROCHE (1986).

Citons notamment :

- la programmation dynamique avec interpolation : on évite ainsi une trop grande discrétisation en interpolant pour calculer les fonctions de coût; malheureusement on génère des erreurs qu'on ne peut contrôler;

- les méthodes fondées sur une procédure itérative de discrétisation :

- * programmation dynamique discrète à laquelle on ajoute un ou plusieurs derniers passage avec une maille de discrétisation plus fine autour de la trajectoire finale obtenue;

- * programmation dynamique incrémentale. On part d'une trajectoire acceptable compte tenu des contraintes. On crée un tunnel autour de cette trajectoire (+ ou - un pas de discrétisation). On recherche dans ce tunnel une trajectoire meilleure que celle de départ, que l'on utilisera pour boucler le processus jusqu'à stationnarité. Cette méthode a été critiquée par TURGEON (1982) qui montre que la trajectoire finale obtenue dans le cas d'un pas d'incrémentation constant n'est pas nécessairement optimale;

- les techniques restreignant le domaine à explorer : c'est par exemple le cas de la méthode des limites convergentes, qui à chaque pas d'itération resserre un tunnel limitant de plus en plus les valeurs admissibles des lâchers (en effet, on table sur une certaine "continuité" des décisions), sous réserve que le lâcher optimal ne vienne pas buter sur la frontière de ce tunnel, auquel cas on relâche un peu cette contrainte artificiellement ajoutée d'un pas de calcul sur l'autre);

- la programmation dynamique différentielle. JACOBSON et MAYNE(1970) lui ont consacré un ouvrage entier. La technique consiste à quadratiser les fonctions de coût instantané autour d'une trajectoire de référence, et à utiliser les propriétés particulières de la commande optimale du système linéaire quadratique que nous étudierons prochainement;

- le principe du minimum. C'est l'outil de calcul variationnel général qui fournit une solution en boucle ouverte présentée précédemment.

1.4.5. Applications directes de la programmation dynamique

1.4.5.1. Cas linéaire quadratique Gaussien non contraint

Ce cas très particulier se résume comme suit : dans le cas où la commande est non contrainte (ainsi que l'état), lorsque la fonction de coût instantané est une forme quadratique et que l'équation de transaction est une forme linéaire de l'état de la commande et de la variable aléatoire extérieure gaussienne, alors le contrôle optimal est un feed-back linéaire sur l'état, calculé sur la valeur moyenne de la variable aléatoire. Nous l'illustrerons d'abord sur un système à temps discret puis sur un système à temps continu.

1.4.5.1.1. Système LQG en temps discret

Plaçons-nous en temps discret et prenons pour exemple le cas du fonctionnement d'un système de réservoirs qui se traduit par l'équation d'évolution linéaire :

$$x_{t+1} = F x_t + G u_t + W_t$$

Dans le cas d'un seul barrage, $F = 1$ et $M = -1$, dans le cas de deux barrages en série analogue au schéma de la Figure 3-7 ci-après, on a:

$$S_t = \begin{pmatrix} S_1^1(t) \\ S_2^1(t) \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D_t = \begin{pmatrix} d_1^1(t) \\ d_2^1(t) \end{pmatrix}; W_t = \begin{pmatrix} a_1^1(t) \\ a_2^1(t) \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

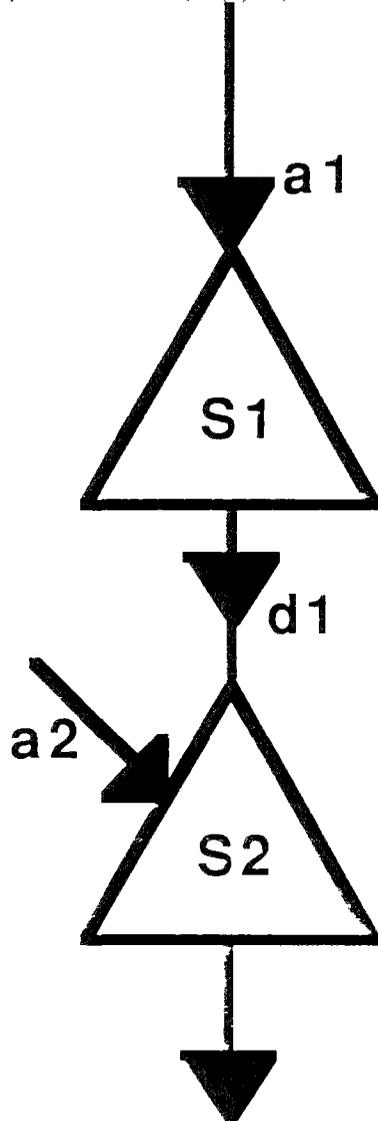


Figure 3-7: Exemple de 2 barrages

i^o) Supposons tout d'abord que les $W_1, W_2, \dots, W_t, \dots$ soient indépendants, W_t est une variable aléatoire que l'on mettra sous la forme :

$$W_t = \mu_t + \varepsilon_t \text{ ou } E(W_t) = \mu_t$$

Pour optimiser la fonctionnelle :

$$J(u()) = E \left\{ \sum_{\tau=t}^T L_{\tau}(x_{\tau}, u_{\tau}) \right\}$$

on appelle $V_t(x_t)$ l'optimum et on cherche à résoudre l'équation de Massé-Bellman :

$$V_t(x_t) = \min_{u=u_t} E \{ L_t(x_t, u) + V_{t+1}(x_{t+1} + Gu + \mu_t + \varepsilon_t) \}$$

ce qui se traduit, lorsqu'il n'y a pas de contraintes actives :

$$E \left\{ \frac{\partial V_{t+1}}{\partial x_{t+1}} \right\} G + \frac{\partial L_t}{\partial u} = 0$$

Trouver u à partir de cette équation n'a en général rien de facile. L'exception la plus notable est lorsque la fonction de coût L est une fonction quadratique, par exemple :

$$L(x, u, t) = (x - \bar{x})' Q (x - \bar{x}) + (u - \bar{u})' R (u - \bar{u})$$

où Q, R sont des matrices définies positives dépendant essentiellement du temps, et \bar{x} et \bar{u} sont la trajectoire et la commande de référence.

On peut alors montrer par récurrence que V est une forme quadratique en x et que la commande optimale est linéaire en l'état $u(t) = A x(t) + B$. En effet $\frac{\partial V}{\partial x}$ est une fonction

linéaire de x , si bien que $E \left(\frac{\partial V_{t+1}}{\partial x_{t+1}} \right)$ ne fait pas intervenir le terme $\varepsilon(t)$ de façon explicite.

mais uniquement par sa moyenne qui est nulle. Donc, la commande n'est pas affectée par l'incertitude et est une fonction linéaire de l'état x_t , identique à celle obtenue sur la trajectoire moyenne en posant $\varepsilon_t = 0$. Ceci est encore appelé le principe de l'équivalent certain. L'équation fonctionnelle de Massé-Bellman permet de calculer de proche en proche ces coefficients.

Si $V(x(t), t) = x(t)' V_t(x(t))$, on a, avec $\bar{x} = \bar{u} = 0$

$$A_t = - R_t^{-1} G_t' V_{t+1}$$

$$V_t = V_{t+1} + Q_t + V_{t+1} G_t R_t^{-1} G_t' V_{t+1} + V_{t+1} \text{var}(\varepsilon_t) V_{t+1}$$

2°) Supposons maintenant que les W_t ne soient plus indépendants, mais qu'ils soient Gaussiens et à mémoire finie (phénomène physique de causalité), ils suivent alors une équation d'état :

$$W_t = \Phi_t (W_{t-1}, W_{t-2}, \dots, W_{t-k}) + \mu_t + \varepsilon_t$$

où Φ_t représente la partie de l'espérance conditionnelle de W_t connaissant son passé. Elle est uniquement à ce passé jusqu'à un certain retard k qui représente la mémoire de la physique du phénomène. Dans le cas gaussien, on sait que cette relation est linéaire (forme autorégressive avec k coefficients due à la projection du futur sur le passé) de telle sorte qu'en considérant le nouveau vecteur d'état :

$$x_t = (S_t, W_{t-1}, W_{t-2}, \dots, W_{t-k})$$

on peut écrire l'évolution du système sous la forme :

$$x_{t+1} = \phi_t x_t + G u_t + \mu_t + \varepsilon_t$$

où ϕ_t et G sont des opérateurs linéaires. On retrouve formellement le cas précédent et ses conclusions.

1.4.5.1.2. Système LQG en temps continu

Reprenons la modélisation en temps continu d'un problème du type réservoir unique comme sur la Figure 3-1 avec un état de dimension 2, $x_t = (S_t, Q_t)$ dont l'équation dynamique d'évolution est définie par les relations :

$$\begin{aligned} dQ_t &= \rho(Q_t, t) dt + \sqrt{\sigma_t^2} dW_t \\ \frac{dS}{dt} &= Q_t - u_t \end{aligned}$$

où W_t est un processus de Wiener, avec un critère :

$$J(u(\cdot)) = E \left\{ \int_{\tau=t}^T L(t, Q_\tau, S_\tau, u_\tau) / Q_t; t; S_t \right\} dt + V_{Final}(x(T), T)$$

ce qui, pour trouver la règle de gestion, nous mène à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 0 &= V_t + \rho_t \cdot V_Q + \frac{1}{2} V_{QQ} \cdot \sigma_t^2 + \inf_u \left\{ L(t, Q_t, S_t, u_t) + (Q_t - u_t) \cdot V_S \right\} \\ V(x(T), T) &= V_{Final}(x(T), T) \end{aligned}$$

V_S, V_t, V_Q, V_{QQ} désignent les dérivées partielles par rapport à chacune des variables concernées. On peut pousser plus loin les calculs de façon explicite si on suppose que la fonction de coût est quadratique et qu'aucune contrainte ne limite le domaine des états ou celui des commandes. A titre d'illustration et pour simplifier les calculs, imaginons que la fonction ρ soit une constante (apports indépendants), si bien que l'état devient de dimension 1 (on n'a plus à garder en mémoire l'apport Q_t qui conditionnait auparavant le devenir du système)

On pose donc $x_t = S_t$ et l'équation d'évolution devient :

$$dx = (-u + \rho) dt + \sigma dW_t$$

Supposons d'autre part que le critère à optimiser soit :

$$\text{Min } J(u(\cdot)) = \text{Min} \left\{ E \int_{t=0}^T \left[(u - u_0)^2 + (x - x_0)^2 \right] dt \right\} + me^{-\rho T} x_T$$

Le minimum $V(x_0)$ est à calculer pour $u(t)_{t \in [0, T]}$

Par la technique précédente on obtient donc l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{Min}_u \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} (Q-u) + (u-u_0)^2 \right\} + (x-x_0)^2 - rV + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \sigma^2 = 0$$

Une solution en feedback u^* est donnée par :

$$u^* = u_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x}$$

si bien que ceci nous amène pour l'espérance de la fonction coût à venir V :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} (Q-u_0) - \frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} \right]^2 + (x-x_0)^2 - rV + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \sigma^2 = 0$$

Ceci est une équation dite de Riccati dont la solution peut être calculée en posant :

$$V(x(t),t) = a(t) x(t)^2 + b(t) x(t) + c(t)$$

Pour le cas : $r=0 = u_0 = x_0$, les fonctions $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$ doivent vérifier les équations :

$$\dot{a} + 1 - a^2 = 0 ; a(T) = 0$$

$$\dot{b} - ab + 2aQ = 0 ; b(T) = m$$

$$\dot{c} - \frac{1}{4} b^2 + \sigma^2 a + Qb = 0 ; c(T) = 0$$

On peut exprimer les solutions sous la forme :

$$a(t) = \tanh(t-T)$$

$$b(t) = \frac{2Q+(m-2Q) \cosh(t-T)}{T}$$

$$c(t) = - \int_t^T \left\{ \frac{1}{4} b^2(\tau) - \sigma^2 a(\tau) - Qb(\tau) \right\} d\tau$$

La décision de lâcher peut être interprétée en termes de compromis entre les apports et le stock si on l'écrit sous la forme: $u^* = \tanh(t-T) x(t) + Q (1 - \cosh(t-T)) + m \cosh(t-T)$.

On remarque que la nature stochastique des apports n'apparaît pas dans cette équation qui serait identique si σ valait zéro (principe de l'"équivalent certain").

Ceci est un résultat tout à fait général pour des systèmes de dimensions plus grandes sous réserves que :

- aucune contrainte ne limite les variables d'état ou de commandes,
- la fonction de coût est une forme quadratique en l'état et la commande,
- la dynamique du système est représentée par une équation linéaire des états, des commandes et des variables aléatoires,
- la stochasticité est la conséquence de chocs Browniens, ce qui fait qu'avec l'hypothèse de linéarité les variables aléatoires sont des processus de type Gauss-Markov.

On obtient alors dans ce cas des règles de gestions en feedback en procédant à la résolution d'équation matricielle de Riccati.

1.4.5.2. Gestion de stocks

Le problème simple et standard d'un réservoir soumis à des apports $Q(t)$ et une demande $B(t)$ aléatoire obéit à la dynamique suivante :

$$x(t + 1) = \text{Max}(x(t), -u(t) - B(t) + Q(t), 0)$$

Si le coût instantané se décompose de la façon suivante :

- un coût fixé de "commande" valant c_1 si $u > 0$, 0 sinon;
- un coût proportionnel $c_2 u$;
- un coût de stockage $c_3 x(t + 1)$;
- un coût de défaillance $c_4 \text{Max}(0, B(t) - Q(t) + u(t) - x(t))$.

On peut alors montrer que la stratégie optimale stationnaire est de la forme :

$$u(t) = Q(t) - B(t) - x(t) \quad \text{si } x(t) < k$$

$$u(t) = 0 \quad \text{sinon}$$

pour une constante k fixée (politique de gestion de type S-s d'après DENARDO, 1982).

Ces propriétés ont été exploitées pour rechercher *a priori* l'allure des règles de gestion optimales dans le cas de ces objectifs particuliers (GESFORD et KARLIN (1958), RUSSEL (1972)).

1.4.5.3. Recherche d'une politique stationnaire

Jusqu'à présent les objectifs poursuivis avaient été écrit pour un horizon de gestion T fini. Les outils de la programmation dynamique permettent des extensions à des problèmes du type:

Trouver une séquence de lâchers $u(t, x(t))$ tels que :

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), \omega(t))$$

équation de transition des états décrivant la dynamique du système que l'on suppose cette fois de structure indépendante du temps.

On veut minimiser le critère avec un coût instantané L ne dépendant plus explicitement du temps :

$$J(u()) = \text{Inf}_{\{u(t)\}} \lim_{T \rightarrow \infty} E_{\{\omega(t)\}} \left\{ \sum_{t=0}^T \frac{1}{T} L(x_t, u_t) \right\}$$

avec $x(0) = x_0$

Ce genre de critère se rencontre lorsque l'on gère un périmètre irrigué à partir d'un réservoir et que le gestionnaire du périmètre souhaite trouver une stratégie de gestion lui fournissant le revenu agricole interannuel le plus élevé possible. Plaçons nous dans le cas d'un système de gestion de ressources en eau à temps et à états discrets. Désignons pour ce cas les états par les indices i allant de 1 à N et les décisions possibles par les indices k allant de 1 à K . En toute généralité on peut noter :

- f_{ij}^k : la probabilité de transition de l'état i à l'état j sous l'influence de la prise de décision k,

- L_{ij}^k : le coût immédiat de cette transition $i \rightarrow j$ lorsque la décision k est choisie,

$$- q_i^k = \sum_{j=1}^N f_{ij}^k L_{ij}^k \text{ l'espérance mathématique du coût d'une phase de transition sous la commande k lorsque le système est dans l'état i,}$$

- $V(t)$: l'espérance mathématique des coûts jusqu'à la phase t.

La formulation classique du problème de minimisation des coûts sous forme de programmation dynamique dans l'incertain serait :

$$V_i(t+1) = \min_k \sum_{j=1}^N f_{ij}^k (L_{ij}^k + V_j(t))$$

$$V_i(t+1) = \min_k (q_i^k + \sum_{j=1}^N f_{ij}^k V_j(t))$$

et permettrait ainsi de déterminer à chaque transition de période la décision k à adopter:

HOWARD(1969) a montré que la trajectoire optimale devenait stationnaire à long terme, quel que soit l'état de départ, c'est à dire qu'il existe une correspondance indépendante du temps entre l'état du système et la décision à prendre pour minimiser l'accroissement des coûts à long terme. De plus, il fournit un algorithme de recherche de cette politique optimale stationnaire de la façon suivante :

1) recherche d'une valeur de l'accroissement Δ des coûts. On démarre avec une première règle de gestion, c'est à dire que l'on suppose la liaison $i \rightarrow k(i)$ fixée. HOWARD montre que l'on a alors :

$$V_i^k(n) = V_i^0 + \Delta n$$

où V_i^0 est une valeur transitoire du démarrage de la procédure.

L'équation :

$$V_i^k(n) = V_i^0 + \Delta n = \sum_{j=1}^N f_{ij}^k (V_j^0 + (n-1)\Delta + L_{ij}^k)$$

donne :

$$V_i^0 + n \Delta = q_i^k + \sum f_{ij}^k (V_i^0) + (n - 1) \Delta$$

d'où :

$$\Delta = q_i^k - \sum f_{ij}^k (V_j^0 - V_i^0)$$

Cet ensemble d'équations permet le calcul de Δ et des valeurs relatives des V_i^0 ;

2) amélioration de la politique : avec les valeurs relatives V_i^0 trouvées précédemment, on recherche une nouvelle liaison : $i \rightarrow k(i)$, fonction de décision qui minimise :

$$\Delta(k) = q_i^k - \sum f_{ij}^k (V_j^0 - V_i^0)$$

et on réitère la procédure à partir de la recherche de Δ jusqu'à convergence. On trouvera dans CHEVALIER (1972) des exemples illustratifs.

Cette technique d'HOWARD est intéressante à plusieurs titres :

- elle montre que dans le cas d'un système markovien de décision à temps discret et à états discrets, il existe une politique stationnaire optimale;
- elle offre une technique facile à mettre en œuvre du point de vue numérique car l'algorithme est itératif sans "malédiction dimensionnelle", et ceci permet donc, sous réserve de se placer dans un cadre markovien, de traiter des vecteurs d'états plus importants en augmentant la dimension d'espace (cas de plusieurs réservoirs interconnectés) ou en augmentant la dimension de temps (conditionnement remontant plus loin dans le passé). Le fait de considérer des régimes d'apport saisonnier et corrélés augmente le rang du modèle et introduit de nouvelles variables d'état;
- les propriétés asymptotiques des chaînes de Markov (régime asymptotique, état absorbant, fréquence de passage dans un état et durée de séjour moyen) s'interprètent facilement pour un barrage réservoir.

2. PRATIQUES COURANTES DE MODELISATION POUR LA GESTION DE BARRAGES

2.1. Le fil tendu

Si la paternité de ce calcul variationnel revient à RIPPL(1883), c'est VARLET(1966) qui a vraiment donné l'essor à cette technique, longtemps utilisée pour dimensionner des réservoirs à partir de chroniques historiques. Dans ce mémoire, nous avons transformé cette technique pour l'utiliser en gestion en la couplant avec un générateur de séries d'apports simulés (voir partie 4, le cas de la Seine). En fait, ses conditions d'application sont les suivantes :

* On est en avenir certain. La taille du réservoir est fixée. Aucune contrainte ne porte sur les lâchers. On considère le système à barrage unique de type:

$$\frac{dx}{dt} = -u(t) + Q(t) \quad u \text{ tel que } x_{\min} \leq x(t) \leq x_{\max}$$

* La fonction de coût immédiat ne dépend ni du temps t , ni du stock $x(t)$ mais uniquement de la décision de lâcher $u(t)$. Elle est supposée convexe différentiable.

Les résultats sont les suivants :

- le lâcher optimal est constant par morceaux;
- les ruptures de pentes se situent à la saturation des contraintes :

$$x(t) = x_{\max}, \quad x(t) = x_{\min}$$

On peut retrouver rapidement ce résultat à partir du principe du minimum.

Ici, par hypothèse, on a $L(x, u, t) = L(u)$.

L'Hamiltonien s'écrit: $H(x, p, u, t) = L(u) + p(-u + Q(t))$

En régime non contraint les équations fondamentales sont :

$$u(t) \text{ tel que } \min H \text{ c'est à dire } p(t) = \frac{\partial L}{\partial u}(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -u + Q(t) = \frac{dx}{dt}$$

Hors saturation des contraintes $x(t) = x_{\max}$ ou $x(t) = x_{\min}$ la trajectoire optimale est donc à coût optimal marginal $p = \frac{\partial V}{\partial x}$ constant, on en tire que u , la vitesse de lâcher,

est sur ces plages une constante donnée par $u^* = \left(\frac{\partial L}{\partial u} \right)^{-1}(p)$ ($L(t)$ est monotone croissante).

Lorsqu'il y a contraintes, les contraintes sur les tailles de stocks extrêmes changent ce coût marginal, mais ne modifient pas le principe de raisonnement.

On en déduit donc la classique règle du fil tendu. Elle montre en particulier qu'en avenir parfaitement connu, le lâcher optimal est à la fois "conditionné" par son passé et par son futur, aussi loin qu'aucune contrainte de stock n'est saturée.

Cette technique a été farouchement défendue par Klemes (1979). Celui-ci a souligné trois avantages principaux pour cette technique:

- "solution of a simple policy-optimization problem requires about an hour or two by linear programming, a few minutes by dynamic programming, and a few hundreds of a second by the stretched-thread..."

- while the linear programming and the dynamic programming solutions have a limited accuracy depending on the coarseness of discrete representation of the storage and draft ranges, the stretched-thread method yields the solution with a maximum accuracy possible since no discretization is employed.

-while the time requirement for the dynamic programming solution grows with an increase in reservoir storage capacity, it decreases in the case of the stretched-thread method thus defying the curse of dimensionalities".

Et il ajoute en conclusion :

"both the dynamic and linear programming of optimum reservoir operation policies... still have a long way to match a 55-year old mass curve technique in terms of exactness, accuracy, as well as computationnal efficiency."

2.2. Règles empiriques par courbe objectif de remplissage

Comment gère-t-on en pratique les réservoirs ? Le gestionnaire suit en général quelques règles pratiques de bon sens. D'abord, on effectue une observation continue des niveaux dans les réserves et les rivières pour juger de la situation actuelle.

2.2.1. Détail de la représentation d'un réservoir

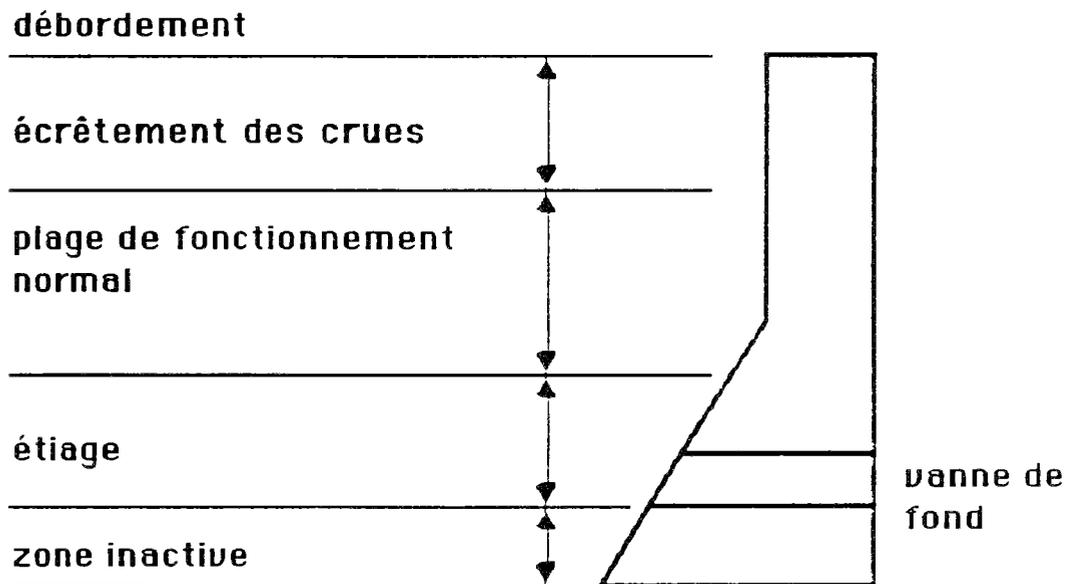


Figure 3-8 : Zones dans le réservoir

On distingue dans le réservoir (voir aussi Figure 3-8) :

- * une zone de fonctionnement normal (que l'on suppose satisfaire le meilleur compromis de régulation) où se situe l'état idéal du réservoir et qui permet une certaine marge due aux aléas hydrologiques autour de cet état idéal.

- * une zone d'écrêtement des crues qui permet de faire face à des crues. Il faut alors augmenter le volume des prélèvements. Au-dessus de cette zone, il y a débordement.

- * une zone de restriction : si l'on entre dans cette zone, c'est un signal d'alarme pour réduire les lâchers au minimum vital. Des restrictions dans les usages doivent alors être envisagées.

* une zone inactive sous le niveau de la prise d'eau accessible ou non par pompage, à utiliser en ultime recours et conservée également pour des raisons écologiques.

On définit de la même façon une répartition de zones de la rivière au point de contrôle (zone de réserve, débordement, hautes eaux, fonctionnement normal, basses eaux, zone de risque d'assèchement) (Figure 3-9).

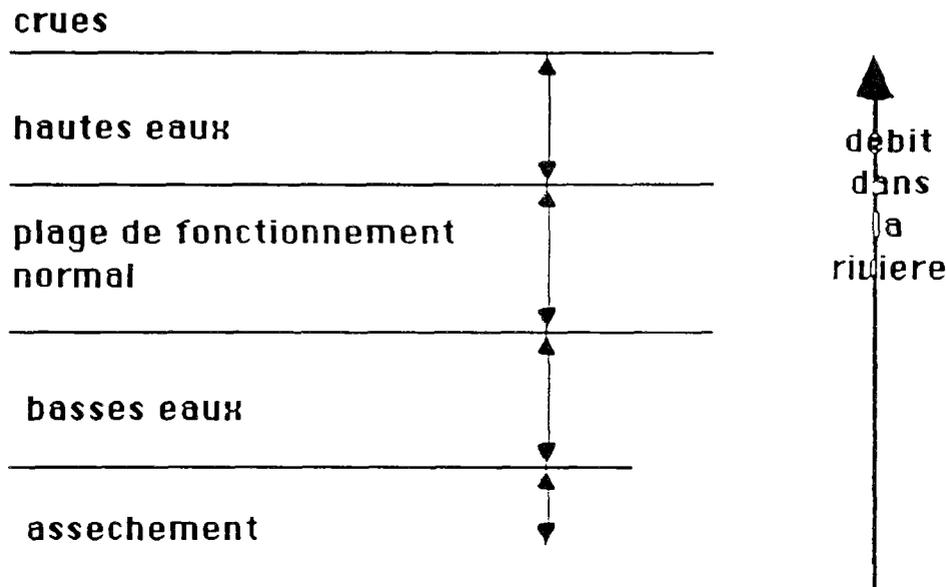


Figure 3-9 : Zones dans la rivière

2.2.2. Fonctionnement au cours de l'année

La courbe d'objectif de niveau (ou de stock) dans le réservoir évolue au cours de l'année ainsi que le montre la Figure 3-10. L'épaisseur des zones de fonctionnement du réservoir et des points de contrôle fluctuent de même, ce qui permet de modéliser des "effets tampons" plus faibles en périodes critiques.

L'objectif du gestionnaire est alors de "coller" le plus près possible à cette courbe objectif idéale... Le feed-back porte donc sur le niveau du réservoir, qui est ici la seule variable d'état. Tant que l'on se situe dans la zone de fonctionnement normal, l'ouvrage fonctionne en routine et l'on se fie à l'expérience du barragiste: dès que l'on sort de cette zone, des mesures extraordinaires doivent être mises en œuvre. Ce mode de fonctionnement ne permet pas d'intégrer facilement les prévisions hydrologiques, mais cette méthode est souple et robuste en rythme de croisière, du moins dans le cas d'un barrage-réservoir unique. Dans le cas d'un système complexe de barrages réservoirs, se posent rapidement des problèmes de coordination entre les manœuvres de chacune des vannes de commande.

La courbe objectif est en général calée par simulations. L'Annexe 6 montre sur le cas du barrage Seine que de telles techniques traduisent une première approche intéressante de la gestion du risque pour un barrage réservoir.

Le bureau d'ingénieurs conseils COYNE et BELLIER (1984) a ainsi étudié les règles de gestion du barrage Charpal, à l'occasion de l'analyse des possibilités d'augmentation de la capacité du barrage. Les principaux objectifs étaient, d'une part de subvenir aux besoins en eau potable de la ville de Mende à l'horizon 2010, et d'autre part, d'assurer un soutien d'étiage de la Colagne.

Deux règles de gestion, l'une très simple, l'autre introduisant des zones d'alerte dans le fonctionnement du barrage, ont été testées par simulation mensuelle sur 41 ans de données (1945-1975) afin d'estimer le nombre de défaillances pour le soutien d'étiage et la satisfaction de l'A.E.P. La première règle relâche en hiver uniquement le débit moyen

interannuel du mois considéré et assure l'été, en cas de sécheresse, un soutien d'étiage préfixé autant que faire se peut.

Ces techniques n'imposent pas de moyen de gestion sophistiqué. Un réglage hebdomadaire de l'ouverture des vannes peut suffire à suivre ces règles tout en procurant des résultats très satisfaisants.

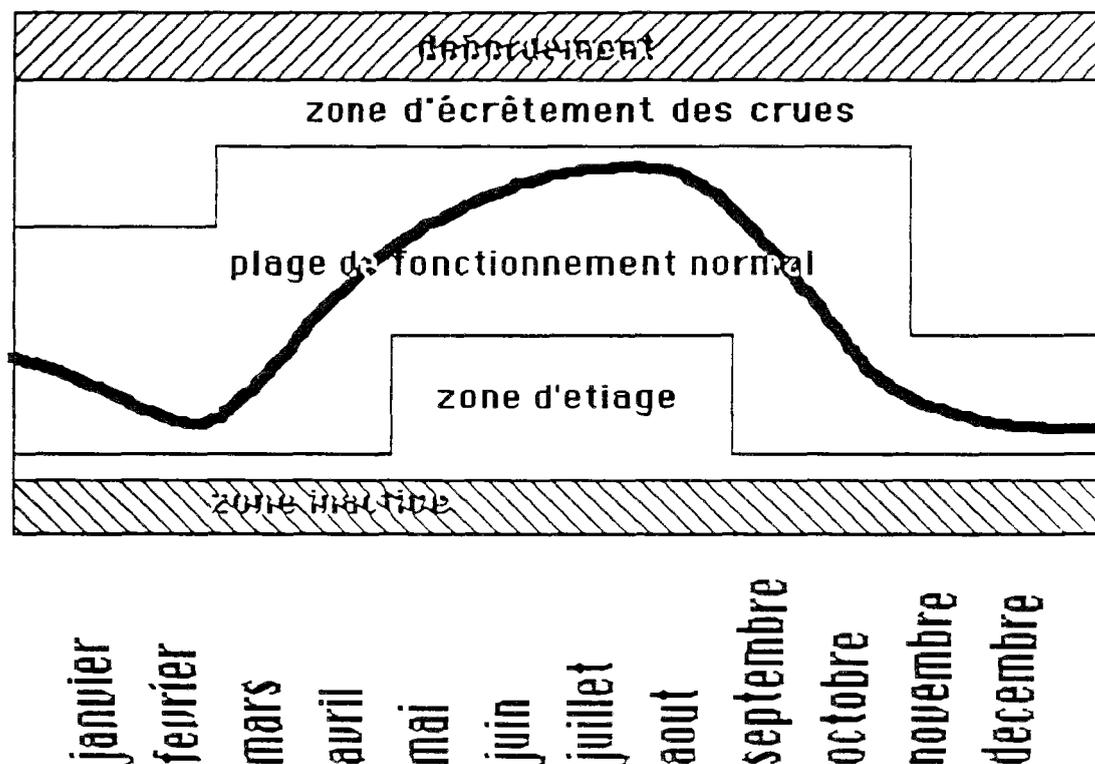


Figure 3-10 : Variation des zones au cours de l'année

3. DEMARCHES ORIGINALES DE MODELISATION POUR LA GESTION DE BARRAGES

3.1. Restreindre la classe des règles de gestion

Nous présentons ci-après quelques règles de gestion simples et classiques. Rappelons qu'une règle de gestion est (cf les définitions du modèle général dans la partie précédente) une application de l'ensemble des états dans l'ensemble des commandes; c'est-à-dire qu'à tout état du système de réservoirs (niveaux de stocks, conditions hydro-climatiques), on fait correspondre une décision (manœuvre des vannes de lâchers, etc.). Les parties qui suivent précisent des formes assez couramment utilisées pour décrire cette liaison en restreignant la classe des fonctions possibles :

- règles linéaires;
- règles paramétrées.

3.1.1. Règles linéaires

La stratégie de gestion la plus simple est sans doute de choisir un lâcher fonction linéaire du stock S et des apports Q sous la forme :

$$U_t = c_0 + c_1 Q_t + c_2 S_t$$

où c_0, c_1, c_2 représentent des constantes périodiques dans le cas d'un réservoir unique ou des matrices périodiques dans le cas d'un système d'état multivarié.

Ces règles de gestion ont été abondamment étudiées dans la littérature anglo-saxonne, notamment par REVELLE et al. (1969). Elles s'appuient sur des techniques de programmation linéaires abondamment étudiées (voir DANTZIG, 1963) que nous n'aborderons pas dans ce mémoire pour les raisons suivantes :

- elles ne s'appliquent pas aux modèles en temps continu;
- elles s'appliquent mal au traitement du cas stochastique, car elles ne mettent pas du tout en relief le rôle dissymétrique du passé et du futur vis à vis du conditionnement des aléas;

- elles donnent des résultats non satisfaisants en ce qui concerne la gestion du risque (voir paragraphe suivant);

- du point de vue de la modélisation, elles introduisent, à cause des fonctions de coût linéaires, des comportements parfois artificiels : effets "bang-bang" dûs à un différentiel de gain marginal constant entre deux solutions possibles, ce qui amène souvent la commande optimale à aller jusqu'en butée sur la frontière des contraintes.

On trouvera dans BURAS(1972) et dans YEH(1985) des applications et une bibliographie sur ce sujet. Une tentative très intéressante a été menée par KUCZERA(1989) en résolvant le type de programme linéaire associé à la recherche des lâchers pour le cas multi-ouvrage dans le cadre déterministe, en employant les méthodes de théorie des graphes. Cette technique permet de gagner un ordre de grandeur en temps calcul en ce qui concerne les algorithmes de résolution numérique (simplexe contre recherche de flot maximum à coût minimum).

3.1.2. Règle paramétrée

Dans la pratique quotidienne, le gestionnaire est naturellement conduit à adopter des règles qui ne dépendent que de l'état actuel du système, c'est à dire en général du couple (q,s) . Par rapport aux règles exposées précédemment, on peut enrichir leur classe fonctionnelle par un raisonnement issu d'une étude intuitive de ce que devrait être le comportement régulateur du barrage. Prenons par exemple un ouvrage en dérivation.

Notons $p(t)$ et $r(t)$ le prélèvement et la restitution au pas de temps t ; q_{\min} une valeur seuil d'étiage pour le débit q et q_{\max} une valeur seuil liée à une situation de crue.

$$a) \text{ si } q_{\min} \leq q \leq q_{\max}$$

on garde $s(t+1) = s(t)$ avec $p(t) = 0, r(t) = 0$

$$b) \text{ si } q(t) > q_{\max}$$

on décide d'intervenir d'autant plus efficacement que la situation est grave, c'est à dire que $q(t)$ est grand, et que notre réserve nous le permet (en appelant S_{\max} sa taille), c'est à dire que $(S_{\max} - s)$ est grand. Très simplement, cela peut s'exprimer par :

$$p(t) = a_1 (q(t) - q_{\max})^{a_2} (S_{\max} - s(t))^{a_3}$$

que l'on peut compléter par les contraintes : $S(t+1) < S_{\max}$ et $p(t)$ plus petit que la capacité maximale du canal d'amenée, et bien évidemment : $r(t) = 0$

$$c) \text{ si } q(t) < q_{\min}$$

l'intervention devra être d'autant plus efficace que l'étiage est sévère et que la réserve en eau est élevée. D'où naturellement, une règle de la forme :

$$r(t) = b_1 (q_{\min} - q(t))^{b_2} s(t)^{b_3}$$

avec les contraintes supplémentaires : $V(t+1) > 0$, la restitution limitée par la capacité du canal de restitution, et enfin $p(t) = 0$.

On obtient ainsi une règle de gestion paramétrée dont il est nécessaire de caler les six paramètres en fonction des données disponibles.

Remarque

On peut simplifier ce schéma en fixant *a priori* les valeurs des exposants.

Il est probablement judicieux de prendre a_2 assez fort pour accentuer l'intérêt de n'agir que pour les crues très élevées. Par contre, on pourra prendre b_3 petit d'une part, pour ne pas renoncer trop vite à soutenir un étiage (baisse sensible du lâcher, uniquement lorsque v est proche de 0) et d'autre part, pour assurer autant que possible un creux suffisant en fin d'étiage au moment d'aborder la saison des crues.

Dans l'Annexe 7, ce type de règle a été mis en œuvre sur le cas du réservoir Seine. D'autres auteurs ont eu recours à ces méthodes, ne serait ce que par souci de simplification des calculs de la programmation dynamique. Le nombre de paramètres et la forme de la fonction de commande doivent être adaptés au cas par cas suivant les caractéristiques du système et des données physiques de l'ouvrage. FAUCHET(1988) a fait ainsi le choix d'une classe de commande à 2 paramètres seulement pour la gestion mensuelle du barrage de Youssef Ben Tachfine au Maroc en vue des objectifs d'adduction d'eau potable et d'irrigation.

3.2. Circonscrire l'aléa

La programmation dynamique stochastique peut sembler l'outil idéal pour traiter de l'aléatoire car elle incorpore explicitement la distribution de ces aléas dans le calcul récursif des espérances de coût, conditionnellement à l'état du système. Pourtant, plusieurs auteurs ont cherché à aménager cette technique pour plusieurs raisons :

- se dégager du cadre markovien trop rigide et trop simpliste afin d'utiliser des modèles hydrologiques mieux appropriés et plus réalistes;

- simplifier le procédé de calcul.

Les techniques présentées ici sont donc des méthodes approchées, aménagements ingénieux des calculs récursifs de la formulation de Massé-Bellman mais dont la validité n'a été justifiée que par les applications qui en sont faites.

3.2.1. La programmation dynamique par simulation de scénarios

GOUSSEBAILLE, MIQUEL et ROCHE (1986) ont proposé une autre technique pour calculer une séquence de lâchers pour la gestion d'un réservoir. Son principe est le suivant : pour calculer le cumul des coûts lors du passage de l'état S_t à S_{t+1} , on génère une série de scénarios à partir du débit mesuré aujourd'hui $Q(t)$ pour les $Q(s)$, s allant de $t+1$ à T par un modèle hydrologique complet. Pour chacun de ces scénarios, la programmation dynamique en avenir certain permet de connaître le coût cumulé, obtenu en suivant la trajectoire optimale de S_{t+1} à T lorsque les apports et perturbations diverses prennent les valeurs engendrées par le scénario. L'ensemble de ces scénarios permet donc d'estimer facilement la répartition des coûts cumulés de passage de S_{t+1} à T en suivant des trajectoires "optimales pseudo-certaines", c'est à dire sans prise en compte des informations nouvelles postérieures à $Q(t)$ pour réajuster au fur et à mesure la trajectoire entre $t+1$ et T . On peut donc calculer un coût cumulé moyen $V_{S_c}(S(t+1), Q(t), t)$ de passage de l'état $t+1$ à T . On calcule la décision $u_t(S(t), Q(t))$ par une équation formellement analogue à celle de la programmation dynamique classique en avenir incertain :

$$\text{MIN}_u \left[L(S(t), t, u(t)) + V_{S_c}(f(S(t), Q(t), u(t), t)) \right]$$

Cette procédure de calcul ne donne ni les coûts optimaux, ni les trajectoires optimales dans l'incertain. Néanmoins, les premières comparaisons de résultats des politiques calculées par la technique des scénarios avec une programmation dynamique complète en avenir incertain ne mettent pas en évidence de différences significatives. L'Annexe 8 illustre que dans le cas non contraint avec un coût quadratique en fonction du lâcher, les deux méthodes fournissent le même résultat que la programmation dynamique en avenir certain sur le scénario moyen. Les gains en temps de calcul par la méthode avec simulation sont par contre significatifs. De plus, cette méthode permet d'utiliser des modèles complexes de prévision inutilisables dans un calcul explicite ou approché d'espérance, nécessaire à la programmation dynamique classique en avenir incertain. Enfin cette technique de scénarios fournit une estimation de la loi de répartition des coûts et donc des indicateurs statistiques de risque. Par contre, on ne sait quel contrôle "optimal" adopter : faut-il prendre en considération la moyenne, la médiane ? Dans la partie 4 de ce mémoire nous comparerons les performances de cette technique avec celles issues d'une programmation dynamique classique sur le cas d'étude de la Seine.

C'est une idée analogue qu'ont exploré BHASKAR et WITLACH(1980) ainsi que KARAMOUZ et HOUCK(1987) : d'abord générer des scénarios pour calculer des trajectoires en avenir certain par programmation dynamique, ensuite effectuer une régression de la variable de commande sur toutes les variables éventuelles d'états. Ils retrouvent ainsi, à partir de l'échantillon de trajectoire, une forme fonctionnelle de la règle de gestion.

3.2.2. Méthode de GAL

La méthode de GAL(1979) est une heuristique qui vise à approximer les fonction de Massé-Bellman $V(x(t), t)$ en avenir incertain par une famille de fonction $W(\lambda(t), x(t), t)$ dépendant d'un ensemble de paramètres $\lambda(t)$ (par exemple, des fonctions quadratiques). Le principe itératif utilise deux phases : progression vers l'avant par une simulation, retour en sens rétrograde par une optimisation récurrente.

- phase de simulation

On génère M trajectoires d'aléas $\{\omega_{k+1}(t)\}$. Pour chaque tirage, on utilise la règle de gestion $u_k^*(x(t), t)$ pour générer M trajectoires $\{x(t)\}$. $u_k^*(x, t)$ est obtenu par :

$$\arg \min \left\{ L(x, u, t) + W(\lambda_k(t+1), x(t+1), t+1) \right\}$$

- phase d'optimisation

Pour chaque pas de temps t, à partir des M points $x_{k+1}(t)$, on calcule $\lambda_{k+1}(t)$ tel que :

$$W(\lambda_{k+1}(t), x_{k+1}(t), t)$$

soit la meilleure approximation aux M points $x_{k+1}(t)$ de :

$$\text{Min}_{u(t)} \{L(x_{k+1}(t), u(t), t) + W(\lambda_{k+1}(t+1), f(x_{k+1}(t), u(t), \omega_{k+1}(t)), t+1)\}$$

$\lambda_{k+1}(t)$ est donc calculé en fonction de $\lambda_{k+1}(t+1)$ et l'on ne résout que pour M valeurs de l'état à chaque pas de temps l'équation fonctionnelle de Massé-Bellman.

Cette méthode donne de bons résultats quand la famille $W(\lambda)$ est bien adaptée, ce qui nécessite donc une connaissance pratique du problème et de sa structure.

Cette heuristique a été appliquée pour des problèmes discrets de gestion de pièces détachées et aussi pour la gestion de barrages-réservoirs en Israël conjointement avec le lac Kinneret, ce qui donnait un état de dimension 5, dépassant les capacités de calcul d'une méthode classique de programmation dynamique.

3.2.3. Programmation dynamique avec échantillonnage

L'idée de KELMAN et al. (1990) est d'utiliser M séquences historiques ou générées d'apports $\{\omega(t)\}$ pour capturer toute la dimension aléatoire avec notamment les possibilités de corrélations spatiales et temporelles délicates à modéliser.

Le critère employé pour la programmation dynamique avec échantillonnage s'écrit :

$$\text{Min}_{u(t)} \sum_{i=1}^M \text{Prob} \{\omega_i(t)/x(t)\} \left\{ L(x, u, t) + \mathbf{E} \{V(x(t+1), t+1)\} \right\}$$

E désignant dans cette expression l'espérance conditionnelle de la loi de $x(t+1)$ connaissant $\omega(t)$ et $x(t)$.

Dans ce cas, les ω_i ne sont plus indépendants des $x(t)$ comme dans le modèle général : si la variable d'état inclut une grandeur hydrologique (prévision ou indicateur), tous les scénarios ne sont pas équiprobables.

On obtient :

$$\text{Prob} \left\{ \omega_i(t)/x(t) \right\} = \frac{\text{Prob} \{ x(t)/\omega_i(t) \} \text{Prob} \{ \omega_i \}}{\sum_{j=1}^M \text{Prob} \{ x(t)/\omega_j(t) \} \text{Prob} \{ \omega_j \}}$$

Si $x(t)$ contient des prévisions, chacun de ces termes peut être estimé par analyse de l'échantillon historique.

De la même façon et par la même technique, on obtient :

$$\text{Prob} \{ x(t+1)/x(t), \omega_i(t) \}$$

à partir des densités conjointes de $(x(t+1), x(t), \omega(t))$.

Cette technique a été appliquée à un cas d'étude avec un réservoir, une prévision (état de dimension 2) et onze variables hydrauliques corrélées spatialement et temporellement, pour proposer une gestion mensuelle à partir d'un historique de 57 ans.

3.2.4. Méthode de KITANIDIS

Une autre possibilité d'aménagement de la progression dynamique est de considérer le stochastique comme une perturbation du cas déterministe, du moins lorsque la variabilité des phénomènes aléatoires est faible.

Dans cet esprit, KITANIDIS(1987) a explicité les commandes optimales sous la forme :

$$u(x, t) = u_0(x, t) + \sigma u_1(x, t) + \sigma^2 u_2(x, t) + \dots$$

où u représente la commande optimale stochastique, u_0 la commande optimale en avenir certain, calculée en utilisant les espérances des variables aléatoires. En fait, u_1, u_2 , etc. sont des "perturbations" du premier ordre, du second ordre, etc, tandis que σ^2 est un coefficient associé à l'ordre de grandeur de la variabilité de l'aléa.

Il obtient ainsi des équations analytiques lui permettant de calculer les corrections u_1, u_2 , etc, par des équations fonctionnelles récurrentes. Des expériences numériques semblent montrer une bonne adéquation de la méthode, même pour des plages de variations non négligeables.

3.2.5. Méthode de SAAD et TURGEON

SAAD et TURGEON (1988) proposent d'employer la technique d'analyse en composantes principales sur les variables d'états pour réduire la dimension et pouvoir réaliser un calcul explicite par la programmation dynamique stochastique avec une représentation du système réduite. Pour cela, au cours d'une première phase, on génère des scénarios d'aléas hydrologiques (ou on utilise des séries historiques) pour calculer les trajectoires optimales en avenir connu des niveaux des barrages et des autres variables d'état du système. Ensuite, en considérant ces résultats comme un échantillon de mesures de coordonnées des variables caractéristiques du système, une analyse en composantes principales permet d'extraire les premiers facteurs, c'est-à-dire, par changement de repère, de garder un nombre réduit de combinaisons linéaires des variables

précédentes qui explique au mieux la variabilité de ces trajectoires. Les derniers vecteurs de cette nouvelle base, facteurs insuffisamment explicatifs, sont assimilés à du bruit. On effectue donc une transformation linéaire des variables d'états qui en réduit la dimension. C'est sur ces nouvelles valeurs qu'est effectuée une programmation dynamique stochastique complète. Les transformations inverses, d'ailleurs linéaires, permettent de repasser aux variables d'origine. Cette technique a été illustrée sur le cas d'un système complexe hydro-électrique Canadien, la Grande River, comprenant 5 réservoirs et 5 apports de rivières intermédiaires aux barrages, impossible à traiter tel quel par la programmation dynamique stochastique.

3.2.6. Méthode de FANG et al.

FANG et al.(1989) ont introduit une technique de programmation dynamique "tronquée", en remplaçant le calcul complet par programmation dynamique stochastique par deux phases : ils effectuent une programmation dynamique stochastique uniquement sur un horizon prévisionnel raccourci, dont les conditions à la limite s'appuient sur les résultats de programmation dynamique déterministe avec scénario moyen. L'idée pratique à la base de cette technique est, pour le calcul récursif, que les conditions finales à la limite de l'horizon de gestion ont peu d'influence sur les premières décisions lorsque l'horizon est assez long : ceci vient du fait que la plupart des processus aléatoires de demandes ou d'apports rencontrés en gestion de barrage ont une "mémoire hydrologique" qui s'estompe rapidement. Après quelques pas de temps, les aléas futurs se retrouvent quasiment déconditionnés des conditions engendrées par l'état initial. Les performances de cette méthode ont été testées sur un cas d'études par comparaison avec une programmation dynamique complète et offrent des résultats encourageants, notamment parce que l'on peut accroître quelque peu la dimension d'état pouvant être admise dans la première (...et courte) phase de la méthode.

3.3. Introduire des risques spécifiques

Le fonctionnement des réservoirs doit typiquement tenir compte des contraintes sur les stocks ou les lâchers. Or, dans un système réel stochastique, ces deux quantités sont de nature aléatoire car dépendant et de la règle de gestion et des aléas extérieurs au système. Il faut donc introduire des niveaux de fiabilité pour ces grandeurs (risque d'assèchement, garantie de satisfaction de la demande, etc...).

La distribution de probabilité des apports peut être estimée à partir des données historiques. Par contre, les lois des niveaux de la réserve restent inconnues, à moins de les exprimer en fonction de celles des aléas du système. Dans cette partie, nous verrons d'abord comment des règles de décision linéaire, avec des équivalents déterministes des contraintes, permettent de proposer une solution. Une autre technique propose une interprétation duale des contraintes de fiabilité en terme de coût. Nous esquisserons les avantages et les inconvénients de ces approches.

Dans le cadre de la programmation dynamique, ASKEW (1974) et ROSSMAN (1977) ont été les précurseurs pour imposer des limites sur les probabilités de violation des contraintes associées à la satisfaction de besoins contractuels. RICHARD et TURGEON(1988) ont utilisé cette méthode dans le cadre de la production hydroélectrique optimale dans un contexte où des seuils sur de multiples critères devaient être garantis.

SNIEDOVITCH(1980) a montré que certaines de ces contraintes pouvaient être assurées en introduisant une nouvelle variable d'état, au lieu de pénaliser la fonction objectif en cas de défaillance comme le préconisait ASKEW(1974). Il a aussi proposé une méthode pour prendre en compte des limitations sur la variance de certaines variables.

3.3.1. Règles S et SQ avec équivalents déterministes

Cette méthode vise à proposer une règle de gestion dans le cas où l'on dispose explicitement de la loi de distribution des variables aléatoires du modèle. Evidemment, on

appauvrit quelque peu la problématique puisque l'on recherche les règles de gestion dans une classe restreinte.

Prenons les contraintes qui pèsent sur la gestion d'un barrage unique. Appelons :

- S_t le niveau du stock dans le réservoir à l'instant t ;
- d_t le lâcher durant la période t ;
- Q_t l'apport aléatoire au réservoir durant la période t et dont on connaît les distributions de probabilités. On notera F_t , la fonction de répartition de Q_t et l'on supposera les Q_t indépendants.

L'équation de continuité du stock impose :

$$S_{t+1} = S_t + Q_t - d_t$$

d'où :

$$S_{t+p} = S_t + \sum_{k=1}^p (Q_{t+k} - D_{t+k})$$

On impose en général les contraintes :

1) $d_t \geq d_{\min}(t)$ au moins $100\alpha_t$ fois sur 100 pour des questions de débit réservé,

2) $S_t \geq S_{\min}(t)$ au moins $100\beta_t$ fois sur 100 pour l'utilisation à des fins de loisirs et de sport du lac de retenue,

3) $S_t \leq S_{\max}$ au moins $100\delta_t$ fois sur 100 pour être efficace quant à l'utilisation du stock d'eau dans la réserve.

REVELLE et al. (1969) ont proposé deux modèles pour simplifier ces équations. dits de règle de décision linéaire (Linear Decision Rule).

Règle de type S :

On suppose que la décision de lâcher d_t est de la forme :

$$d_t = S_t - b_t$$

où S_t prend en compte la partie aléatoire et où b_t est une valeur déterministe périodique pour chacune des saisons du problème. Par exemple avec, au pas de temps mensuel :

$$b_t = b_{t+12}$$

on en déduit immédiatement :

$$d_t = Q_{t-1} + (b_{t-1} - b_t)$$

$$S_{t+1} = Q_t + b_t$$

ce qui permet de transformer en équivalent certain les contraintes 1), 2), 3) facilement : en

effet, au pas de temps t , le seul terme aléatoire est Q_{t-1} . Une contrainte du type : $S_{t+1} \geq S_{\text{MIN}}$ au moins 100β fois sur 100 se traduira par :

$$\Pr \{ Q_t > S_{\text{min}} - b_t \} > \beta \text{ soit } S_{\text{min}} - b_t < F_t^{-1} (1 - \beta)$$

Règle de type SQ

On pose :

$$d_t = S_t + Q_t - b_t$$

il vient immédiatement :

$$S_{t+1} = S_t - d_t + Q_t = b_t$$

$$d_t = S_{t-1} - S_t + Q_t = (b_{t-1} - b_t) + Q_t$$

avec b_t fixe pour chacune des saisons du problème, et périodique sur la chronologie dont on dispose.

Une contrainte du type : au moins 100β fois sur 100 $y_t \geq y_{\text{min}}$ s'écrira donc :

$$Y_{\text{min}} - (b_t - b_{t+1}) < F_t^{-1} (1 - \beta)$$

Ceci revient à dire que l'on se fixe de commander les stocks successifs de réservoirs et que l'on répercute totalement la variabilité des apports sur les lâchers.

REVELLE et al.(1969) ont utilisé ces règles de décisions sur des chronologies réelles, mensuelles entre autres. La fonction (linéaire) objectif que l'on adopte généralement dans ce genre de problème est de calculer un S_{max} le plus petit possible en tolérant certaines défaillances sur les contraintes (par programmation linéaire). C'est à dire que l'on cherche la gestion la plus efficace vis à vis de la taille du réservoir. L'expérience a prouvé que ces calculs menaient à des surdimensionnements importants. On peut proposer l'explication suivante : le modèle de type S implique :

$$S_{t+1} = Q_t + b_t$$

c'est à dire que toute la variabilité des apports se retrouve au niveau de la taille de la réserve. Avec le modèle de type SQ on a :

$$S_{t+1} = b_t$$

qui est déterministe, et donc ne peut pas absorber une partie de la variabilité du système, puisqu'il encaisse coup par coup les variations.

STEDINGER (1984) a étudié les performances de règles de décision linéaire par le dimensionnement des ouvrages pour l'établissement des consignes de gestion, en proposant de conditionner chaque paramètre périodique b_t par rapport au niveau des apports dans les deux périodes précédentes (ce qui enrichit le nombre de variables de commande du système et sa souplesse d'adaptation). Ses conclusions sont les suivantes : le type S, même à multiples conditionnements, surestime la taille des réservoirs et n'offre pas de consignes de gestion performantes.

Le type SQ estime mieux la taille du réservoir optimal sous contraintes aléatoires (d'autant mieux que le nombre des saisons et le nombre de tranches d'apports sur lesquelles on peut conditionner les lâchers futurs sont importants). Au niveau de l'établissement des consignes de gestion, le modèle SQ ne se révèle pas plus efficace sur les cas testés par STEDINGER (1984) qu'une politique élémentaire de lâchers qui donnerait juste $y_{\min(t)}$ tant que possible et ne préviendrait pas les débordements. On peut penser que c'est à cause de la répercussion de la variabilité des apports sur les lâchers ($y_t = b_{t-1} - b_t + Q_t$).

3.3.2. Transformation du risque en coût : programmation non linéaire avec fiabilité

Alors que pour les équivalents déterministes utilisés dans la partie précédente les niveaux de risque étaient fixés *a priori*, ici, les valeurs des contraintes de fiabilité sont considérées comme des variables décisionnelles : en conséquence, la gestion proposée va résulter d'un compromis entre le profit et le risque.

Considérons à titre illustratif le cas de la gestion mensuelle d'un seul barrage présentée dans COLORNI et FRONZA (1976).

Soient $u(t)$ les décisions de lâcher au mois t , $Q(t)$ l'apport aléatoire (de fonction de répartition F_Q) du mois t au barrage, $x(t)$ le stock en début du mois t et $(L(x(t), u(t), t))$ le coût de gestion obtenu au cours du mois t .

Le programme d'optimisation correspondant est :

$$\text{Min } J(u) = \sum_{t=1}^{12} L(x(t), u(t), t)$$

sous : $x(t + 1) = x(t) - u(t) + Q(t)$

et : $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$

Compte tenu de la nature aléatoire de $Q(t)$, il ne peut être résolu sous cette forme. Introduisons alors les contraintes probabilistes de non-débordement et de non-assèchement de la réserve sous la forme :

$$\text{Prob } \{ x(t) \leq S_{\max} \} \geq \alpha$$

$$\text{Prob } \{ x(t) \geq S_{\min} \} \geq \beta \quad (\alpha \text{ et } \beta \text{ sont deux niveaux de fiabilité})$$

SIMONOVIC et MARINO (1981) ont présenté une méthodologie pour associer des fonctions de coût au dépassement de telles contraintes, c'est à dire comment, d'un point de vue économiste, établir le coût du risque d'assèchement centennal d'une réserve, ou comment estimer les dommages liés à un risque décennal d'inondation.

Appelons $M(\alpha)$ et $N(\beta)$ les fonctions de coût associées. Le problème général de fiabilité se présente alors sous la forme :

$$\text{Min}_{(\alpha, \beta, u)} \{ J(u) + M(\alpha) + N(\beta) \}$$

avec : $S_{\max} - x(t) + u(t) \geq F_t^{-1}(\alpha)$

$$S_{\min} - x(t) + u(t) \leq F_t^{-1}(1 - \beta)$$

La résolution peut s'effectuer par étapes en séparant la phase optimisation sur les niveaux de fiabilité et recherche d'une commande optimale. Cette méthode est originale car elle fournit aussi au gestionnaire les niveaux de fiabilité économiquement intéressants.

SIMONOVIC et MARINO (1982) ont généralisé la méthode à un ensemble de réservoirs. SIMONOVIC et ORLOB (1984) l'ont aussi appliquée pour gérer les risques associés à la détérioration de la qualité. STRYCHARZYK et STEDINGER (1987) ont mis en évidence les inconvénients de la méthode :

- difficulté d'établissement des fonctions de coûts associés aux risques;
- nécessité d'apports indépendants;
- estimation des quantités d'eau nécessaire pour satisfaire ces contraintes probabilistes;
- commande en boucle ouverte.

4. AVANTAGES ET LIMITES DU CADRE MODELES D'ETAT POUR L'AIDE A LA DECISION

Notre démarche de modélisation est fondée sur l'écriture d'un modèle d'état, puis l'identification éventuelle des paramètres intervenant dans ce modèle d'évolution dynamique et enfin une procédure d'optimisation séquentielle d'un critère par programmation dynamique. On a vu que ce cadre formel engendrait de nombreux désagréments, notamment :

- des problèmes d'estimation des paramètres du modèle, voire même de remise en cause de la validité du caractère Markovien pour la représentation des aléas naturels,
- des difficultés à quantifier un objectif dans les cas pratiques de gestion de systèmes de ressources en eau,
- des problèmes numériques liés à la nature exponentielle envahissante des calculs nécessaires à la programmation dynamique dont la solution ne s'exprime facilement que dans le cas linéaire quadratique Gaussien.

Néanmoins, cette démarche offre un cadre intéressant pour la modélisation de la gestion des systèmes de ressources en eau. Nous donnons ci- après un aperçu des frontières encore très peu exploitées et pouvant donner lieu à des extensions de cette démarche.

4.1. Critiques de l'utilité espérée

On peut envisager la démarche décisionnelle présentée dans les paragraphes précédents pour le cas de l'avenir incertain à temps discret de la façon suivante:

travaillons sur le pas de temps allant de t_0 à t_0+1 et supposons fixée au temps t_0 l'état initial x_0 ; en prenant la décision $u(t_0)$ le système transite vers un nouvel état $x(t_0+1)$. Ce nouvel état est une grandeur aléatoire, dont la répartition de probabilité est fixée par la physique du phénomène modélisé (rappelons que la loi de transition de t à $t+1$ est supposée se présenter sous la forme $x(t+1) = f(x(t), u(t), \varepsilon(t))$). A ce nouvel état est également associé un "gain" sous la forme d'une variable réelle $V(x(t+1), t+1)$. En somme, nous avons mis en place une procédure qui permet de choisir entre diverses répartitions de probabilité de conséquences possibles $x(t_0+1)$ car en fait une décision $u(t_0)$ correspond à une orientation de l'état $x(t_0)$ initial vers une telle répartition de conséquences (nouvel état du système) $x(t_0+1)$ et leur probabilités de réalisation associées. En omettant les indices de temps, appelons *prospect* le couple $\{ x, p(x) \}$ formé par cet ensemble de valeurs de conséquences possibles x et la loi de probabilité associée $p(x)$. La démarche proposée a donc consisté à créer une fonction à valeur réelle $U(x)$ (c'est en fait la fonction de Massé-Bellman notée précédemment V) telle que la valeur associée au prospect $\{ x, p(x) \}$ s'écrive

$$E_p(U(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(x)p(x)dx .$$

En d'autres termes, cette fonction d'utilité U permet de

définir une relation d'ordre sur les prospects. Le prospect $P_1 = \{ x, p_1(x) \}$ est préféré au prospect $P_2 = \{ x, p_2(x) \}$ (on notera encore $P_2 < P_1$) si $E_{p_1}(U(x)) \leq E_{p_2}(U(x))$. On peut généraliser aisément cette notion au cas multipériode, il suffit alors de désigner par x la trajectoire $(x(t_0+1), \dots, x(T))$ suivie par le système et d'appeler p la densité de la loi de probabilité associée.

A l'inverse, la construction formalisée d'une telle fonction U à partir d'hypothèses sur notre jugement comparé pour l'ensemble \mathcal{P} des prospects possibles est réalisable à partir de quatre axiomes:

- Si $P_1, P_2 \in \mathcal{P} \Rightarrow (P_1 < P_2) \text{ ou } (P_2 < P_1) \text{ ou } (P_2 \approx P_1)$. Deux prospects quelconques sont toujours comparables: soit ils sont équivalents soit l'un est préféré à l'autre.

- Si $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P}$, $(P_1 \prec P_2)$ et $((P_2 \prec P_3) \Rightarrow (P_1 \prec P_3))$. Cette propriété traduit la transitivité des préférences.

- Si $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$,

$(P_1 \prec P_2), \forall P_3 \in \mathcal{P}, \forall \alpha \in [0,1] \Rightarrow (\alpha P_1 + (1-\alpha)P_3 \prec \alpha P_2 + (1-\alpha)P_3)$, cette propriété traduit une certaine "continuité" dans l'établissement des préférences.

- Si $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P}$,

$(P_1 \prec P_2 \prec P_3), \exists \beta \in [0,1], \exists \alpha \in [0,1] \Rightarrow (\alpha P_1 + (1-\alpha)P_3 \prec P_2 \text{ et } P_2 \prec \beta P_1 + (1-\beta)P_3)$, cet axiome technique postule un continuum des préférences et refuse l'idée de récompense infinie ou de perte incommensurable.

Cette construction axiomatique, établie par exemple dans FISHBURN (1982), est sujette à de nombreuses controverses:

4.1.1 On peut objecter qu'elle traduit mal l'attitude face au risque.

Un nombre important d'études expérimentales sur le comportement ont souligné des déviations par rapports à la théorie de l'utilité espérée. Citons le paradoxe d'ALLAIS (1953) qui souligne que la préférence pour la sécurité dans le voisinage des situations peu incertaines augmente plus intensément que ne le prévoit la théorie, le paradoxe de KARMARKAR (1974) qui montre que les valeurs obtenues pour les fonctions d'utilité ne sont absolument pas indépendantes de la façon de les estimer... D'une façon générale, ces critiques refusent la pondération implicite dans l'opérateur espérance mathématique d'évènements gravissimes par des probabilités très faibles pour rendre compte de la notion de coût optimal : en effet, dans la pratique, les décideurs ne sont pas promus ou honorés à cause du nombre important de décisions optimales de routine qu'ils ont entreprises durant leur période de responsabilité, mais on leur reconnaît en général la qualité d'avoir su éviter d'engager leur pas sur des décisions menant à des catastrophes. Les techniques de modélisation d'état qui réactualisent à chaque période l'information dont dispose le gestionnaire pour effectuer ses décisions compense dans une large mesure cet inconvénient.

4.1.2) L'utilité espérée impose dans le cas multicritère une vision de complète transitivité sur les préférences.

Les axiomes 1 et 2 imposent en effet un ordre complet sur l'ensemble des décisions admissibles. C'est un cadre fort rigide, imposant une démarche d'agrégation par combinaisons des divers critères de jugement d'une règle de gestion. C'est, au demeurant, fort commode de n'optimiser qu'un objectif unique et de travailler dans un ensemble d'actions toujours comparables. Dans la partie d'applications pratiques nous nous placerons toujours dans ces conditions. La prise en compte de l'attitude décisionnelle éventuellement complexe se fera en introduisant des paramètres dans notre fonction d'utilité. Pourtant une démarche d'aide à la décision multicritère acceptant des situations d'incomparabilité, de préférences faibles et de préférences fortes a été entreprise par ROY (1985). Dans cet esprit, nous proposerons en fin de cette partie des idées de pistes à explorer pour réaliser une programmation dynamique multicritère dans le cas de l'avenir certain.

4.2. Tableau de bord et gestion du risque

Beaucoup d'auteurs utilisent les techniques de programmation dynamique stochastique pour établir des consignes de gestion, puis simulent ensuite le fonctionnement du système muni de ces règles de décision sur des séries de données historiques ou synthétiques, afin de déterminer divers indices de performance de la gestion, notamment pour calculer des risques de défaillance.

En fait, beaucoup de ces indices peuvent être calculés directement pendant que la stratégie optimale du système est déterminée, car la programmation dynamique explore

toutes les trajectoire possibles du système. Prenons à titre d'illustration, un système à temps discret et supposons qu'un événement indésirable soit défini par l'occurrence : ' $x(t) < 0$ '. Dans ce qui suit, nous noterons classiquement u la séquence des décisions, x_k^u l'état à l'étape k si on applique la consigne u. On peut ainsi définir la quantité:

$W(x_k, k)$, probabilité qu'il apparaisse au moins un événement défavorable après la date k. Cette quantité vérifie l'équation:

$$W(x_k, k) = \text{Prob} \left\{ x_k^u \leq 0 \right\} + \text{Prob} \left\{ x_k^u \geq 0 \right\} W(x_{k+1}, k+1)$$

On a donc encore une équation analogue à l'équation réursive de Massé-Bellman et qui, de la même façon, peut être calculée à chaque étape sans simulation.

De nombreux indices de risque peuvent ainsi être calculés de la sorte (car si l'état a été judicieusement choisi, les événement indésirables s'expriment en fonction de sa valeur) et permettent d'offrir au gestionnaire un véritable tableau de bord pour mieux comprendre les effets de l'application d'une règle préconisée par une procédure d'optimisation.

Notons que nous utilisons ici le terme "tableau de bord" comme un ensemble d'indices permettant de juger de l'effet d'une règle, ce qui diffère de la définition de MIQUEL et ROCHE (1986) où le but du tableau de bord était d'apprécier l'intérêt ou l'inconvénient de s'écarter d'une décision fixée pour un pas de temps considéré.

4.3. Retour sur le principe de Massé-Bellman

Essayons d'étendre sur le cas simple d'une programmation dynamique en situation déterministe et à temps discret, la classe des critères compatibles avec l'optimisation séquentielle. Pour mieux comprendre ce mécanisme, considérons deux pas de temps d'un système dont on notera à l'étape n l'état x_n et la commande u_n pour une équation

dynamique $x_n = f(x_{n-1}, u_{n-1})$. $L_1 \bullet L_2$ décrit la combinaison du bénéfice instantané L_1 au pas de temps 1 et du pas de temps suivant L_2 . V_k désignera le coût à venir depuis l'étape k jusqu'à l'horizon de gestion. Le signe " \bullet ", opérateur binaire d'association entre gains instantanés peut être traduit par une fonction Φ telle que $\Phi(a, b) = a \bullet b$.

Quelles sont les propriétés de cet opérateur " \bullet " pour pouvoir engendrer une formulation valide sous forme de programmation dynamique ?

De l'écriture standart :

$$V_1(x_1) = \text{Sup}_{u_1 u_2} \left\{ L_1(x_1, u_1) \bullet L_2(x_2, u_2) \right\}$$

$$V_1(x_1) = \text{Sup}_{u_1} \left\{ \text{Sup}_{u_2} \left[L_1(x_1, u_1) \bullet L_2(x_2, u_2) \right] \right\}$$

on voudrait passer à une forme :

$$V_1(x_1) = \text{Sup}_{u_1} \left\{ L_1(x_1, u_1) \bullet \text{Sup}_{u_2} \left\{ L_2(x_2, u_2) \right\} \right\}$$

$$V_1(x_1) = \text{Sup}_{u_1} \left\{ L_1(x_1, u_1) \bullet V(x_2) \right\}$$

Posons :

$$\Phi(a, b) = a \bullet b$$

$$a = L_1(x_1, u_1)$$

$$b = L_2(x_2, u_2)$$

$$b^* = \sup_{u_2} L_2(x_2, u_2) = V_2(x_2) \text{ de telle sorte } b^* = \sup b$$

Avec ces notations, l'opérateur \bullet doit vérifier:

$$\sup_b \Phi(a, b) = \Phi(a, b^*)$$

Une condition suffisante pour opérer un tel passage est que

$$b < b^* \Rightarrow a \bullet b < a \bullet b^*, \forall a \quad (P)$$

Cette propriété (P) de monotonie temporelle est vérifiée si Φ est continue et différentiable avec

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b}(a, b) > 0, \forall a$$

Plus spécifiquement, examinons différents types possibles d'opérateurs d'agrégation " \bullet " :

- si $a \bullet b = a + b$, " \bullet " vérifie la propriété P et nous conduit au critère

$$\text{additif classique : } J = \sum L_i$$

- avec $a \bullet b = a \cdot b$, $a > 0$, (P) est vérifiée et on obtient le critère :

$$J = \prod L_i. \text{ Ce critère sous forme multiplicative est très utile en fiabilité car la}$$

fiabilité globale d'un système en série se met sous une forme analogue, il est également important en agronomie où certains modèles de production expriment le rendement global d'une culture par une multiplication des divers résultats obtenus au cours de chacune des phases culturales.

- $a \bullet b = b$ est l'absorption à droite qui mène à un critère du type : $J = L(x_{\text{final}})$.

- pour $a \bullet b = \min(a, b)$, le critère s'écrit: $J = \min_{u_i} \{ L_i \}$: on peut voir que

la condition suffisante pour \bullet est remplie. En considérant les trois cas possibles pour les positions respectives de a , b et b^* il vient en effet:

$$\begin{array}{l} \Phi(a, b) < \Phi(a, b^*) \\ a < b < b^* \rightarrow a < a \\ b < a < b^* \rightarrow b < a \\ b < b^* < a \rightarrow b < b^* \end{array}$$

Une programmation dynamique de ce type peut conduire à une gestion garantissant une valeur minimale pour une allocation des ressources. Le cas d'un usage hydroélectrique avec les objectifs de puissance minimale garantie est une application possible si l'on considère une vision de cette gestion avec un maillage de pas de temps mensuel (au niveau de l'étude de l'opportunité de la construction éventuelle d'un ouvrage hydroélectrique supplémentaire).

Des raisonnements de même type en avenir incertain nous autorisent à utiliser la programmation dynamique stochastique avec la formulation dynamique récursive de Massé- Bellman pour traiter les critères suivants :

Espérance de fonction de la somme des coûts :

$$V(x(0), 0) = \text{Min}_{u(1)\dots u(T)} E \left\{ g \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} L(x, u, t) + V_{\text{final}}(x(T), T) \right\} \right\}$$

Espérance du coût moyen :

$$V(x(0), 0) = \text{Min}_{u(1)\dots u(T)} \frac{1}{T+1} E \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} L(x, u, t) + V_{\text{final}}(x(T), T) \right\}$$

Probabilité d'un niveau de coût final :

$$\text{Min}_{u(1)\dots u(T)} \text{Prob} \left\{ V_{\text{final}}(x(T), T) \leq \mu \right\}$$

4.4. Quelques points sur le multicritère

Une gestion réaliste est une gestion multicritère, car la plupart des ouvrages sont à buts multiples, et ces différents objectifs ne peuvent pas, en général, être exprimés dans une unité de mesure commune.

La programmation dynamique réalise un compromis dans le temps, il y a lieu également de réaliser un compromis entre les usages et les risques admissibles pour chacun d'eux.

Dans les cas réels, l'optimalité disparaît au profit de la notion de non-infériorité.

Le rôle de l'homme d'étude est d'exhiber l'ensemble des solutions non dominées, c'est à dire celles pour lesquelles il n'est pas possible d'augmenter la valeur d'un critère sans dégrader au moins un des autres. La courbe des combinaisons admissibles est aussi appelée courbe de Pareto.

A partir de cet ensemble d'actions de compromis, le choix d'une solution est une décision politique qui se fait en fonction de priorités ou de préférences extérieures à l'étude, ou d'informations non fournies à l'analyste du système.

L'étude du lac de Côme met bien en évidence la forme de ces solutions non dominées (GUARISO et al., 1986).

COHON et MARKS (1975) ont fait une revue des diverses techniques d'analyse multiobjectif en vue de leur application aux systèmes de gestion des ressources en eau. GOICOECHEA, HANSEN et DUCKSTEIN (1982) présentent à la fois les fondements théoriques et un recueil de cas pratiques sur ces méthodes dans deux ouvrages; HAIMES et al. (1975) ont aussi largement promu ces méthodes.

4.5. Formulation linéaire simple

Lorsque tout est linéaire, contraintes et objectifs, chacun des sous- problèmes classiques, mono-objectif ne présente pas de difficultés. Chaque critère voit son maximum atteint sur un des sommets du polyèdre convexe constituant le domaine admissible par les contraintes (DANTZIG, 1963). A partir de là, diverses solutions sont envisageables :

- agglomérer les objectifs en les combinant linéairement par pondération : le problème revient alors à trouver l'optimum d'un sur-programme linéaire. Les méthodes fondées sur les pénalisations linéaires par morceaux relativement à une courbe objectif se prêtent aisément à ce genre de formulation. On peut citer au rang des promoteurs de cette technique en Amérique du Nord, SIGVALDASON(1976) qui l'applique à la coordination du système multi-réservoirs multiobjectifs en Ontario, RASSAM(1980) qui l'utilise pour réguler la rivière Outaouais selon des objectifs différents selon l'échelle de temps, YAZICIGIL, HOUCK et TOEBES (1983) qui développent cette technique pour le temps réel;

- viser le point cible inaccessible qui optimise tous les critères à la fois. Ceci nécessite de définir une notion de distance. On choisit alors le point du domaine admissible le plus proche du point cible (méthode de ZIONTS et WALLENUMS);

- établir un dialogue avec le gestionnaire. On lui demande de préciser les pourcentages relatifs qu'il accepte de céder sur chacun des critères. On "mollit" ainsi de façon itérative jusqu'à aboutir à une solution de compromis acceptable (méthode des taux de substitution).

4.6. Programmation dynamique et compromise programming

Supposons que le problème multicritère se formule initialement comme les problèmes de programmation dynamique, où k est le nombre de critères, c'est à dire trouver la séquence de lâchers $\{u_t\}$ telle que :

$$\text{Min}_{\{u_t\}} \sum_{t=1}^T (L_k^t(S_t, u_t)) = V_K(\{u_t\})$$

$$x_{t+1} = f_t(x_t, u_t) = x_t - u_t + Q_t$$

dans le cas d'un seul réservoir en supposant l'apport Q_t connu à chaque instant.

Critère par critère, chacun des problèmes fournit une trajectoire optimale $\{u_t\}_k$ qui donne une valeur optimale V_k^* au $k^{\text{ième}}$ critère.

Lorsqu'on veut considérer le problème dans sa dimension multicritère, on peut chercher une trajectoire $\{u_t\}$ qui réalise un compromis entre les k critères en produisant un vecteur de performance :

$$V(\{d_t\}) = (V_1(\{u_t\}), V_2(\{u_t\}), \dots, V_k(\{u_t\}))$$

à comparer au vecteur :

$$V^* = (V_1^*, \dots, V_k^*)$$

qui est en quelque sorte l'ensemble des valeurs optimales absolues (et donc inaccessibles par un compromis).

Pour cela, il est nécessaire d'introduire une mesure de distance ρ entre $V(\{u_t\})$ et V^* ; et on cherchera la séquence de décision $\{u_t\}$ qui minimise $\rho(V, V^*)$.

Présenté sous cette forme, le problème ne semble pas pouvoir être résolu par programmation dynamique car même pour une forme simple de ρ comme celle que nous fournit une norme dans L_p , telle :

$$\rho(V; V^*) = \left| \sum_{k=1}^K |V_k - V_k^*|^p \right|^{\frac{1}{p}}$$

la fonction $\rho(V, V^*)$ n'est en général pas séparable : les pas de temps interviennent à l'intérieur de la fonction objectif générale ρ par l'intermédiaire des coordonnées :

$$V_k(\{u_t\}) = \sum_{t=1}^T (L_k^t(x_t, u_t, Q_t))$$

qui sont elles-mêmes combinées pour calculer ρ . Notons que le cas de la norme L_1 :

$$\rho(V, V^*) = \left| \sum_{k=1}^K \alpha_k \left| \sum_{t=1}^T (L_k^t(x_t, u_t, Q_t)) - V_k^* \right| \right|$$

(où les α_k sont des pondérations) fait exception et se traite de façon immédiate.

Nous allons montrer que l'on peut trouver une solution à ce problème général, calculable par programmation dynamique.

Posons :

$$V_k^* = \sum_{t=1}^T L_t^{*k}$$

où pour chacun des critères, les L_t^{*k} sont quelconques mais astreints à vérifier cette condition sur l'ensemble de la période.

Définissons les variables d'état supplémentaires $y_t^1, y_t^2, \dots, y_t^k$ par :

$$y_t^k = \sum_{\tau=t}^T \{L_t^k(x_\tau, u_\tau, Q_\tau) - L_\tau^{*k}\}$$

$$y_0^k = 0$$

On peut réécrire le programme général sous la forme :

$$\min \rho(V(\{u_t\}), V^*)$$

En définissant cette fois V par :

$$V(\{u_t\}) = \left(y_T^1 + C_1^*, \dots, y_T^k + V_k^*, \dots, y_T^K + V_K^* \right)$$

et

$$V^* = \left(V_1^*, \dots, V_k^*, \dots, V_K^* \right)$$

Les équations d'état sont :

$$x_{t+1} = f_t(x_t, Q_t, u_t)$$

$$y_{t+1}^k = y_t^k + L_{t+1}^k(f_t(x_t, Q_t, u_t), u_t, Q_{t+1}) - L_{t+1}^{*k}$$

pour k allant de 1 à K avec les contraintes habituelles sur x_t, u_t et les contraintes nouvelles sur les variables supplémentaires $y_0^k = 0$:

$$\text{Sup}(V_k(\{u_t\}) - V_k^*) \geq y_t^k \geq 0 \text{ pour } k \text{ allant de } 1 \text{ à } K.$$

En conclusion, on se trouve en présence d'un problème de programmation dynamique, mais en ayant ajouté autant de variables d'état que d'objectifs à prendre en considération. La résolution est donc théoriquement possible mais pratiquement impossible dès que l'on dépasse 2 ou 3 critères à cause de l'explosion combinatoire des calculs, incontournable même par de gros systèmes informatiques.

GOICOCHEA, HANSEN et DUCKSTEIN(1982) montrent qu'en fait, pour les distances de forme classique, le nombre de variables supplémentaires à prendre en

considération est $K - 1$..OPRICOVIC(1979) a trouvé par calcul algébrique des solutions pratiques pour des normes de L^2 , L^3 et L^∞ ..SZIDAROVSKY et DUCKSTEIN(1986) ont développé et appliqué ce type de méthode sur des problèmes séquentiels multicritères d'aménagement des ressources naturelles.

4.7. Retour sur le principe de Massé-Bellman : le cas multicritère

Les techniques présentées auparavant possèdent le gros désavantage de réaliser une agglomération des critères en une sorte de "fonction d'utilité" qui combine l'ensemble des valeurs de performances sur chacun des usages du système. Une telle démarche se justifie si le décideur sait juger de ses choix avec une "parfaite comparabilité transitive" selon la terminologie de ROY(1985), c'est-à-dire qu'il peut classer avec un ordre complet les séquences de décisions que le modélisateur lui propose, au vu des conséquences de ces actions. Nous illustrons ci-après une démarche gardant au maximum les critères séparés et ayant recours à la programmation dynamique en développant des arguments de SNIEDOVITCH(1986) qui s'est lui même appuyé sur des théories exposées par MITTEN(1974). Considérons à titre d'exemple un réservoir à deux usages, irrigation et soutien d'étiage, comme celui de la Figure 3-11.

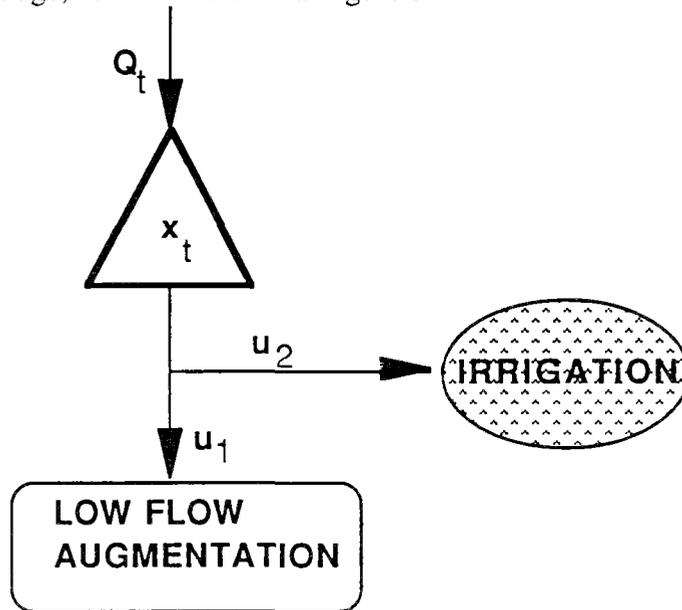


Figure 3-11: Réservoir à deux usages de l'eau

A un instant donné, une allocation $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ ne permet de définir qu'une relation d'ordre partielle,

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \text{ est préféré à } \begin{pmatrix} u_1' \\ u_2' \end{pmatrix} \text{ si :}$$

$$u_1 > u_1' \text{ (il y a plus d'eau pour le soutien)}$$

et

$$u_2 > u_2' \text{ (meilleure irrigation)}$$

mais il existe des situations d'incomparabilité :

$$\left(u_1 > u_1' \text{ et } u_2 < u_2' \right)$$

Dans ce cas, il est important de faire apparaître tant que possible l'ensemble de Pareto (solutions efficaces, c'est-à-dire telles qu'on ne peut plus améliorer un critère sans compenser en relaxant au moins un des autres).

Lorsque l'aspect séquentiel est pris en compte, la situation se corse: chacun des points d'équilibre va donner naissance, au pas de temps suivant, à une nouvelle courbe de compromis. Supposons que l'on note V_2 le rendement dû à l'irrigation à venir sur le périmètre après la première période et $L_2(u_2, x, t)$ la performance instantanée associée à la première période i , tandis que V_1 représente le critère futur du soutien d'étiage et $L_1(u_1, x, t)$ en mesure le gain instantané.

A des fins d'exemple, on peut considérer la relation de combinaison⁸ multi-usage dynamique :

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 + V_1 \\ l_2 \cdot V_2 \end{pmatrix}$$

L'opérateur \bullet respecte la condition de monotonocité temporelle. On remarque en effet que pour tout couple de valeurs ($a, b > 0$) il est facile de montrer :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \gg \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \gg \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

car :

$$\begin{aligned} V_1 > W_1 &\Rightarrow V_1 + a > W_1 + a \\ V_2 > W_2 &\Rightarrow V_2 \cdot b > W_2 \cdot b \quad (b > 0) \end{aligned}$$

On va montrer sur un exemple bicritère très simplifié que cette condition permet d'employer la formulation récursive de Massé-Bellman pour donner un sens au problème :

$$\begin{bmatrix} V_1(x(k), k) \\ V_2(x(k), k) \end{bmatrix} = \underset{\vec{u}(k)}{\text{Opt}} \left\{ \begin{bmatrix} L_1(x(k), u(k)) \\ L_2(x(k), u(k)) \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} V_1(x(k+1), k+1) \\ V_2(x(k+1), k+1) \end{bmatrix} \right\}$$

Sur ce cas hypothétique de la Figure 3-12, chaque arc représente une décision possible et chaque nœud un état. Chaque arc est valué par deux nombres, gains instantanés sur chaque critère, qui se combinent selon la relation précédente.

⁸ On note que cette relation est acceptable : l'objectif soutien d'étiage peut être envisagé comme le résultat de cumuls consécutifs, certains modèles agronomiques expriment le rendement global sous la forme une combinaison multiplicative des rendements instantanés.

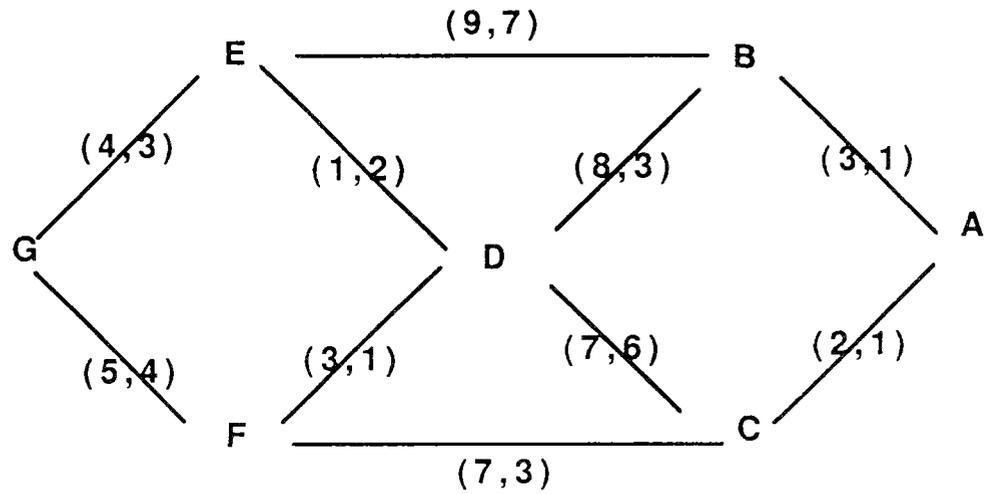


Figure 3-12 : Problème dynamique bicritère

En appliquant récursivement le principe de Massé-Bellman on garde de proche en proche les solution non dominées. Cette démarche est schématisée sur les Figures 3-13, 3-14, 3-15 et 3-16.

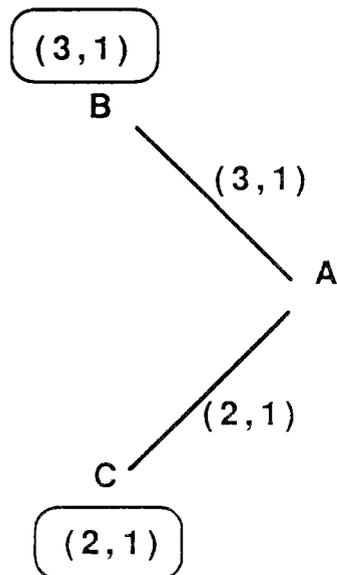


Figure 3-13 : Première étape de l'application du principe de Massé-Bellman bicritère

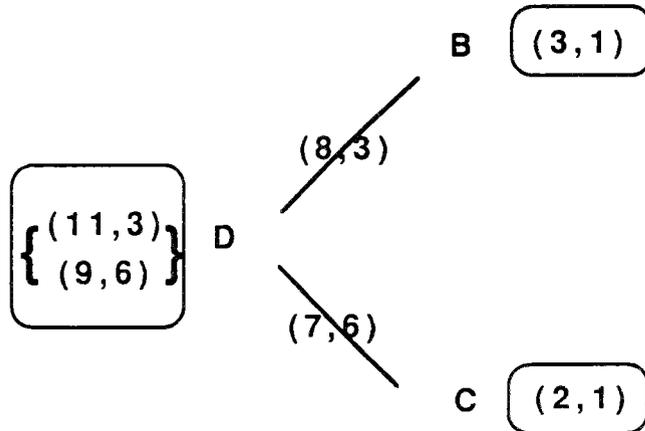


Figure 3-14 : Seconde étape de l'application du principe de Massé-Bellman bicritère

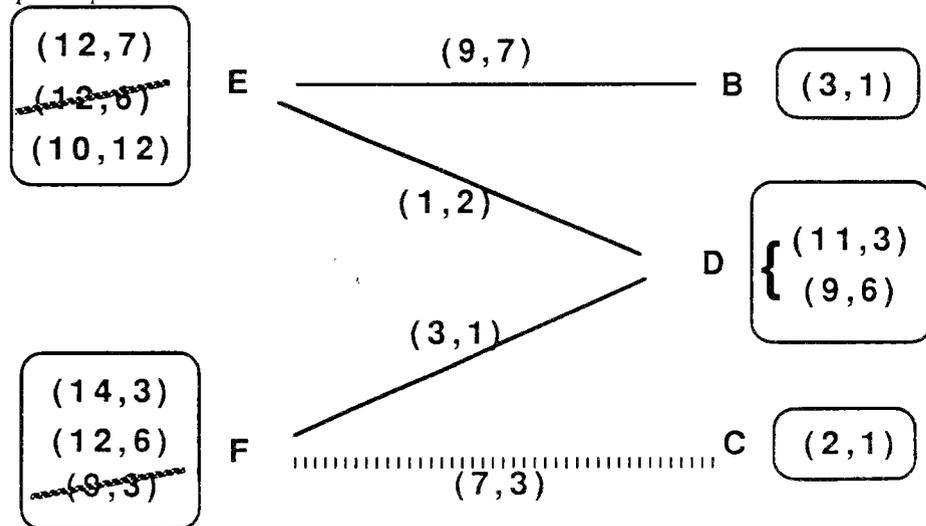


Figure 3-15 : Troisième étape de l'application du principe de Massé-Bellman bicritère

On voit ainsi sur la Figure 3-15, que la décision permettant de commencer une trajectoire de l'état F à l'état C n'est pas conservée car elle est dominée par une des solutions partant de F en D.

La Figure 3-17 montre les trois trajectoires de Pareto obtenues. La propriété de monotonie temporelle garantit que sont les seules séquences de décisions possibles.

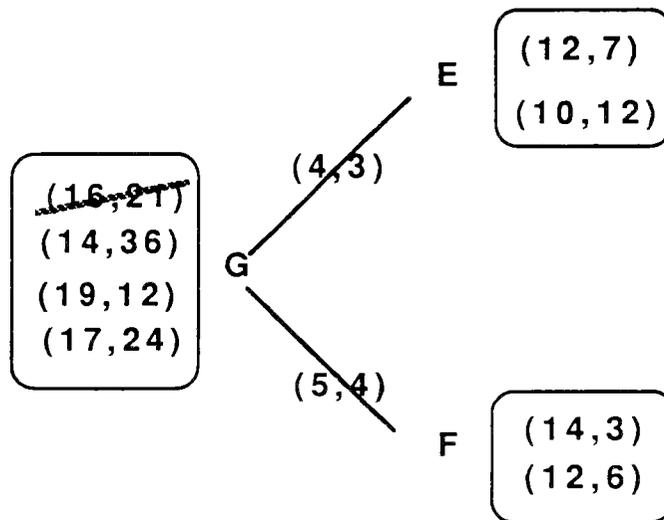


Figure 3-16 Quatrième étape de l'application du principe de Massé-Bellman bicritère

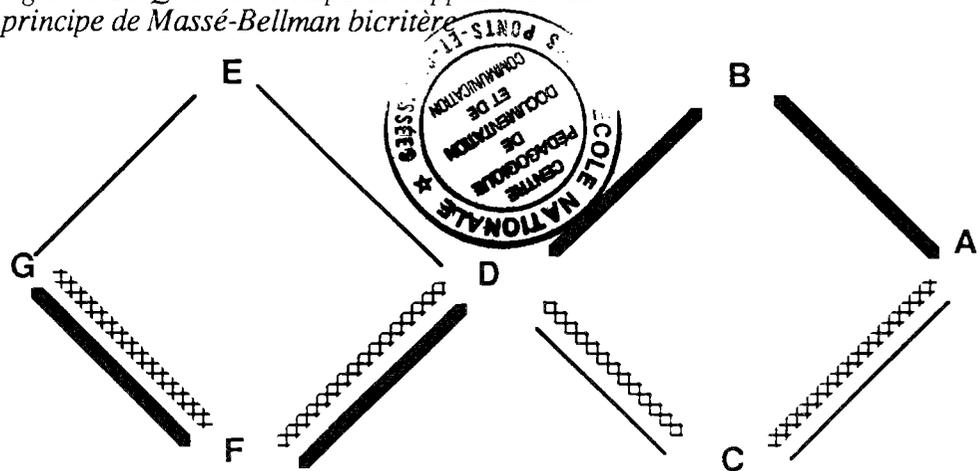


Figure 3-17: Solutions non dominées obtenues par l'application du principe de Massé-Bellman bicritère

On trouvera dans HENIG(1985) des extensions de ces idées et des algorithmes de calcul permettant des raccourcis. En effet, la programmation dynamique multicritère souffre aussi de malédiction dimensionnelle aiguë, puisque chaque décision trouvée à une étape génère un ensemble de solutions non dominées à l'étape suivante, qu'il faut garder en mémoire. La figure 3-18 illustre une technique possible d'après LI et HAIMES (1987) de troncature de la surface de Pareto à chaque pas de temps en choisissant à $t+1$ l'enveloppe convexe des surfaces de Pareto engendrées par chacun des points de la surface de Pareto obtenue à l'étape t . D'autre part, dans le cadre purement stochastique, le problème dynamique multicritère ne semble pas avoir de traitement spécifique dans les prolongements naturels que pourraient par exemple exploiter et généraliser cette démarche.

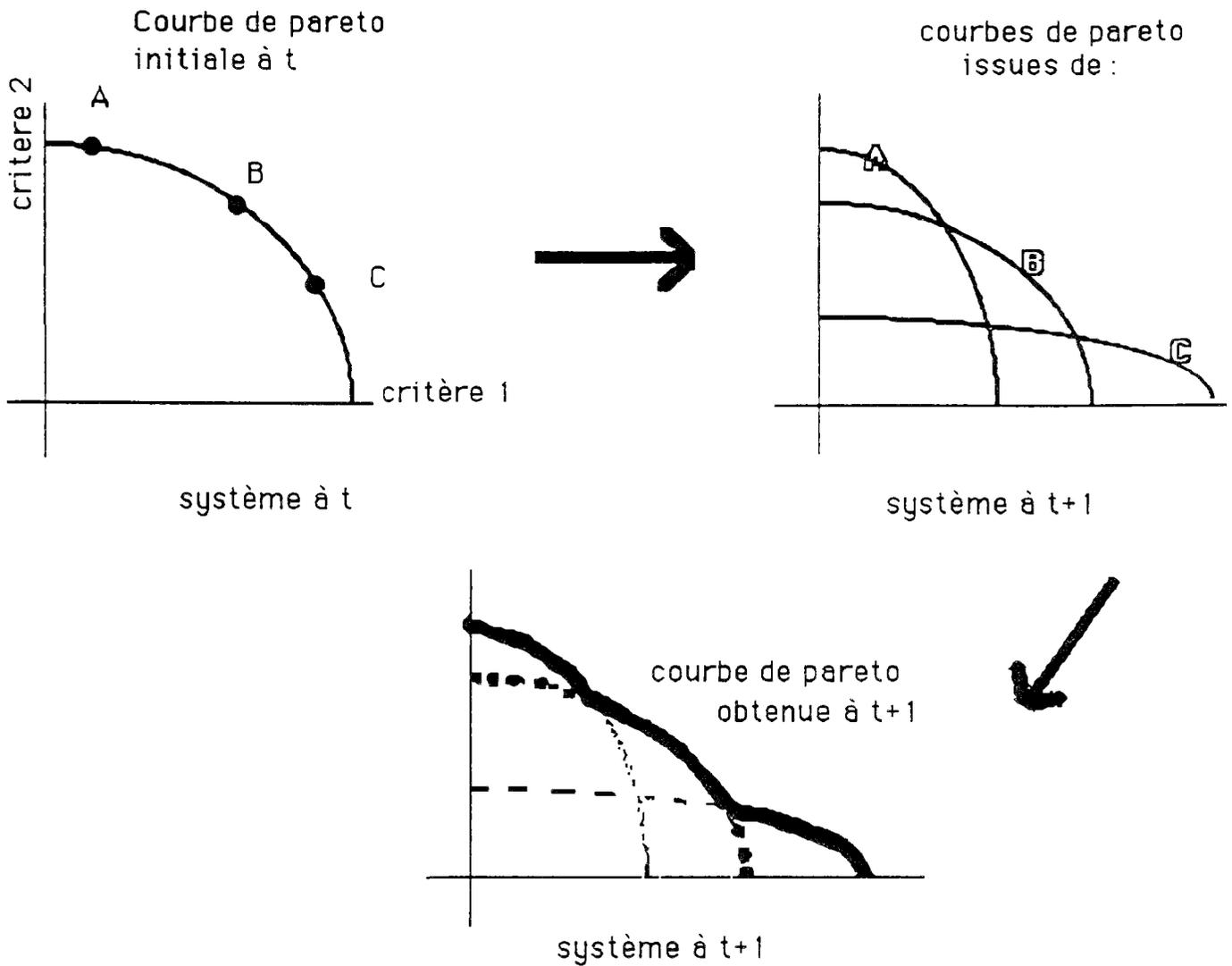


Figure 3-18: Exploration vers l'avant de la programmation dynamique multicritère par courbes enveloppes

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
(ENPC-ENGREF) **CERGRENE**

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

PARTIE 4

MODELES

Le Système NESTE
Le cas du Barrage SEINE

DECEMBRE 91

E. PARENT

SOMMAIRE DE LA PARTIE 4

LE CAS DE LA NESTE.....	127
1. Tentatives de modélisation mathématique du système.....	127
1.1. Modèle complet.....	127
1.1.1. Les équations de bilan.....	129
1.1.1.1. Le transfert Neste.....	129
1.1.1.2. Les stocks.....	129
1.1.2. Les quantités restantes après prélèvements.....	130
1.1.3. Contraintes de capacité.....	130
1.2. Description globale à deux réservoirs.....	131
1.3. Le système aggloméré.....	134
1.3.1. Description du système aggloméré.....	134
1.3.2. Prise en compte de la contrainte de capacité du canal.....	135
1.3.3. Que perd-on par rapport aux modèles précédents ?.....	135
1.4. Hypothèses complémentaires de modélisation.....	136
1.4.1. Période d'analyse du système.....	136
1.4.2. Conditions initiales et constantes.....	137
1.4.3. Etat d'information du gestionnaire.....	137
2. Prise en compte du risque.....	139
2.2. Un mode opératoire qui intègre déjà le risque.....	139
2.2.1. Le fonctionnement normal.....	139
2.2.2. Le fonctionnement de pré-crise.....	139
2.2.3. Le fonctionnement de crise.....	140
2.2.4. Transition possible d'un mode de fonctionnement à un autre.....	140
2.3. Petit lexique du risque.....	140
2.4. Simulations de vidanges.....	141
2.5. En quête d'objectifs de gestion.....	142
2.5.1. Hiérarchisation des objectifs et recherche d'un compromis.....	142
2.5.2. Le respect d'une contrainte du type débit réservé.....	143
2.5.3. Modélisation de l'objectif d'irrigation.....	143
2.5.4. Calcul de l'indice de pré-crise.....	143
2.5.5. Satisfaction de l'objectif d'augmentation de la qualité.....	144
3. Gestion de compromis.....	146
3.1. Objectifs de gestion.....	146
3.1.1. Les objectifs d'augmentation de la qualité.....	146
3.1.1.1. Sur la Neste, l'objectif instantané $f_n(rn)$	146
3.1.1.2. Sur la Gascogne, l'objectif instantané $f_g(rg)$	146
3.1.2. Les objectifs de satisfaction de l'irrigation.....	147
3.1.3. Le compromis global.....	147
3.1.4. Optimisation avec contraintes de fiabilité.....	148
3.1.5. Les gains suivant les modes de fonctionnement à une période donnée.....	149

3.1.6. Restriction sur α et β	149
3.2. Contraintes et indicateurs de gestion	150
3.2.1. Les contraintes fonctionnelles	150
3.2.2. Les indicateurs de gestion.....	150
3.3. Analyse du système	151
3.3.1. L'état du système.....	151
3.3.2. Les commandes du système	151
3.3.3. Les transitions	151
3.3.4. Les équations et inéquations du système	151
3.4. Résolution du problème par programmation dynamique stochastique	152
3.4.1. Le calcul numérique.....	153
3.4.1.1. Discrétisation du vecteur d'état.....	153
3.4.1.2. Recherche de la commande optimale et calculs d'espérance	153
3.4.2. Contraintes de fiabilité.....	154
3.5. Gestion de compromis	154
3.6. Un exemple de l'optimisation séquentielle de la fonction de Bellman.....	156
3.6.1. La fonction de Bellman.....	156
3.6.2. Les autres indicateurs:.....	157
3.6.2.1. Le volume moyen final.....	157
3.6.2.2. La probabilité d'apparition d'au moins une défaillance future.....	158
3.6.2.3. La durée totale moyenne attendue pour le fonctionnement en précrise	159
 4. Prise en compte des tours d'eau et modifications du modèle	160
4.1. Les modifications apportées.....	160
4.2. Le nouveau modèle.....	160
4.2.1. L'objectif général de compromis	160
4.2.1. Analyse du système.....	160
4.2.1.1. Les équations d'évolution du système.....	160
4.2.1.2. L'état du système, commande et transitions.....	161
4.3. Exemple de tableaux de bord.....	161
4.4. Validation par rapport à un autre modèle.....	164
 5. Gestion stratégique par synthèse d'une courbe de vidange type	165
5.1. Principes de la synthèse.....	165
5.2. Comment établir une gestion du compromis	165
5.2.1 La statistique des $V_A(T)$	165
5.2.2 Fréquence des défaillances par rapport au débit seuil	166
5.2.3 Fréquence de défaillance par rapport au débit objectif	166
5.3. Choix d'une loi pour les débits de salubrité	167
5.4. Courbes vidanges-type : $t \in VL(F, t)$	167
5.5. Prévision et calcul d'une stratégie	168
5.6. Etude de la gestion sur les chroniques passées.....	170
5.6.1. Année humide du type 1977	170
5.6.2. Année normale du type 1980	170
5.6.3. Année exceptionnellement sèche du type 1985	170
5.7. Conclusions partielles.....	171

LE CAS DE LA SEINE.....	172
6. Comparaison de la programmation dynamique en avenir certain avec la méthode des scénarios.....	172
6.1. Modèles et méthodes.....	172
6.1.1. Le critère de gestion.....	172
6.1.2. La composante hydrologique.....	173
6.1.2.1. Le modèle autorégressif.....	73
6.1.2.2. Le modèle GR3.....	4
6.1.3. La composante décisionnelle:.....	4
6.1.3.1. Le fil tendu.....	74
6.1.3.2. La programmation dynamique.....	175
6.2. Résultats numériques.....	178
6.3. Validation des politiques de gestion en crues et soutien d'étiage.....	178
6.4. Discussions et conclusions.....	179

LE CAS DE LA NESTE

Ce premier cas d'application de la dissertation doctorale a été réalisé à l'occasion d'un travail d'études confié par la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne (CACG, 1989) au CERGRENE. Nous y développons, à partir d'un cas réel, des considérations théoriques de modélisation et nous présentons des consignes aujourd'hui appliquées de façon opérationnelle à la gestion stratégique du système Neste. Les principaux résultats avec la succession des divers modèles employés ont été publiés dans PARENT et al. (1989, 1990, 1991).

- Le premier paragraphe s'attache à présenter le Système Neste (son histoire, ses acteurs, son mode opératoire) et à représenter son hydrologie et son fonctionnement hydraulique par des modèles mathématiques. Elle est le fruit de nombreuses manipulations informatiques et statistiques sur l'historique des données collectées par la CACG et transmises au CERGRENE. L'aide d'André TURGEON a été précieuse pour établir un modèle cohérent de fonctionnement du système Neste.

- Ensuite sont développés les concepts de gestion stratégique en précisant ce qu'on entend par "risque de défaillance" et "objectif de gestion". Cette définition précise des termes d'un vocabulaire pourtant couramment employé par le gestionnaire. Elle résulte de fructueuses discussions avec Patrick HURAND du service des études générales de la CACG qui a accepté de partager son expertise et de jouer le jeu avec le modélisateur... ce qui a donné lieu à une coopération de quatre années entrecoupée de discussions acharnées mais profitables. Cette partie doit aussi beaucoup à Claude MICHEL, hydrologue au CERGRENE.

- Les derniers paragraphes proposent un type d'approche du calcul de gestion stratégique. Ces méthodes sont basées sur les techniques de programmation dynamique stochastique dont la théorie a été exposée dans le chapitre précédent. Un listing des programmes informatiques utilisés est fourni en Annexe 9. Fethi LEBDI, maître-assistant à l'Institut National Agronomique de Tunis a beaucoup contribué à la mise au point de ces techniques.

Cette approche calcule une gestion classique par optimisation séquentielle avec contraintes de fiabilité, qui peut être encore définie comme un compromis multi-objectif où le gestionnaire doit fixer les poids relatifs accordés à l'irrigation et à la qualité.

1. TENTATIVES DE MODELISATION MATHEMATIQUE DU SYSTEME

Cette partie détaille comment on passe d'un niveau physique complexe (17 rivières, 5 barrages...) à un modèle mathématique simple à deux puis un seul barrage. C'est dans ce dernier cas seulement que sera possible la recherche de solution pour la gestion stratégique, dont la méthodologie est décrite dans les parties suivantes.

À chaque étape de schématisation, nous avons essayé de souligner quelles étaient les simplifications et les hypothèses adoptées.

1.1. Modèle complet

On découpe le système Neste en neuf unités :

k = 1 NESTE
k = 2 BOUES

unité avec un barrage de haute montagne
sans barrage

- | | | |
|-------|----------------------------|---|
| canal | k = 3 OSSE | avec le barrage de Miellan mais sans prise sur le |
| | k = 4 BAISE | avec le barrage de Puydarrieux |
| | k = 5 GERS | sans barrage |
| | k = 6 ARRATS | avec le barrage d'Astarac |
| | k = 7 GIMONE | avec le barrage Gimone - Save |
| | k = 8 SAVE | sans barrage |
| | k = 9 LOUGE - NERE - LAVET | sans barrage |

v_k désigne donc la variable v relative à l'unité k .
On réserve la notation majuscule pour une variable aléatoire naturelle (hydrologie, etc...) tandis que l'on utilise une notation minuscule pour les autres variables.
 v_{kj} désigne une variable v relative à un transfert entre l'unité k et l'unité j ($k \neq j$).

C'est le cas des transferts
Baise - Osse $k = 4, j = 3$
Gimone - Save $k = 7, j = 8$

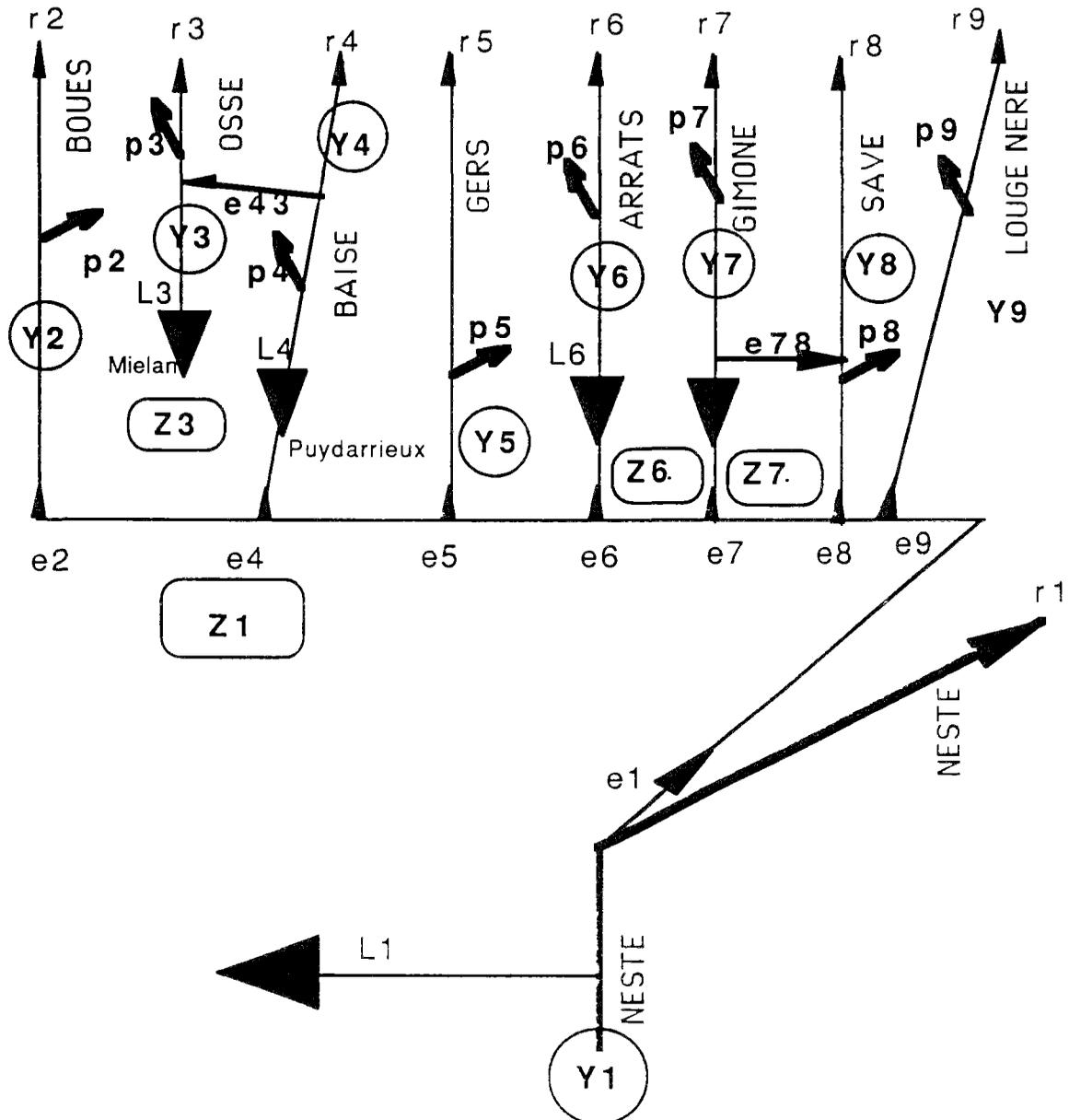


Figure 4-1: Modèle NESTE à 9 unités

Pour la Figure 4-1, on note :

- e_k (comme entrée) les valeurs des transferts par les canaux; on appelle e_1 la dérivation en tête du canal Neste auprès de la prise de Sarrancolin et e_k pour $k = 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ les prises de chacune des unités sur le canal Neste.

$e_k(t)$ est donc le volume dérivé par le canal de la Neste à destination de l'unité k durant la semaine t ,

- l_k (comme lâchers) les lâchers à partir du réservoir de la vallée k , $k=1$ caractérise la Neste et la réserve de haute montagne,

- s_k (comme stock) est le volume stocké dans le réservoir de la vallée k au début de la période t ($k = 1, 3, 4, 6, 7$),

- p_k représente le prélèvement effectué par l'agriculteur pour le système k .

- r_k (comme reliquat) représente la quantité d'eau à l'exutoire de la vallée k .

- Z_k est l'apport naturel du bassin versant du barrage de coteaux de la vallée k quand il existe, les barrages de coteaux ont été construits pour récupérer les apports naturels de leur bassin versant. On appelle Z_1 l'apport naturel au canal de la Neste.

- Y_k est l'apport naturel à la rivière globalisé par unité k au delà du barrage s'il en existe un sur de la vallée k .

- D_k représente la demande théorique agricole pour l'irrigation globalisée pour l'unité k ($D_k = p_k$ sauf en période de crise pour l'irrigation).

Le schéma de la Figure 4-1 et les paragraphes qui suivent précisent ces notations.

1.1.1. Les équations de bilan

1.1.1.1. Le transfert Neste

On a pour tout pas de temps :

$$e_1 = \frac{1}{1-f} \sum_{k=2}^9 e_k + Z_1$$

où f désigne un pourcentage de pertes du canal que l'on a estimé à 6% (Cf Annexe 11), et Z_1 l'apport naturel au canal constitué par toutes les eaux de ruissellement et de drainage qu'il récupère sur son parcours (23 km) depuis la prise de Sarrancolin jusqu'au plateau de Lannemezan.

1.1.1.2. Les stocks

Pour le barrage de haute montagne alimentant la Neste on a :

$$s_1(t+1) = s_1(t) - l_1(t)$$

Pour les autres barrages :

$$\begin{aligned}
 s_3(t+1) &= s_3(t) - l_3(t) + Z_3(t) && \text{(MIELAN)} \\
 s_4(t+1) &= s_4(t) - l_4(t) + e_4(t) + Z_4(t) && \text{(PUYDARRIEUX)} \\
 s_6(t+1) &= s_6(t) - l_6(t) + e_6(t) + Z_5(t) && \text{(ASTARAC)} \\
 s_7(t+1) &= s_7(t) - l_7(t) + e_7(t) + Z_6(t) && \text{(GIMONE-SAVE)}
 \end{aligned}$$

1.1.2. Les quantités $r_k(t)$ restantes après les prélèvements

On appelle $r_k(t)$ la quantité d'eau aboutissant en exutoire de l'unité k durant la période t .

Pour la Neste, on obtient l'équation suivante :

$$r_1 = Y_1 - e_1 + l_1$$

Pour les autres unités on a les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 r_3 &= e_2 + Y_2 - P_2 && \text{(Boues)} \\
 r_3 &= Y_3 + l_3 - P_3 + e_{43} && \text{(Osse)} \\
 r_4 &= Y_4 + l_4 - P_4 - e_{43} && \text{(Baise)} \\
 r_5 &= Y_5 + e_5 - P_5 && \text{(Gers)} \\
 r_6 &= Y_6 + l_6 - P_6 && \text{(Arrats)} \\
 r_7 &= Y_7 + l_7 - P_7 - e_{78} && \text{(Gimone)} \\
 r_8 &= Y_8 + l_8 - P_8 + e_{78} && \text{(Save)} \\
 r_9 &= Y_9 + e_9 - P_9 && \text{(Louge Touch)}
 \end{aligned}$$

1.1.3. Contraintes de capacité

Il s'agit de possibilité maximum de transfert ou de capacité. On a ainsi pour les stocks $s_{\min} \leq s \leq s_{\max}$ avec :

$$\begin{aligned}
 \text{Neste} & & 0 \leq s_1(t) \leq 48 \text{ Mm}^3 \\
 \text{Mielan} & & 0 \leq s_3(t) \leq 2,8 \text{ Mm}^3 \text{ utiles} \\
 \text{Puy darrieux} & & 0 \leq s_4(t) \leq 14 \text{ Mm}^3 \\
 \text{Astarac} & & 0 \leq s_6(t) \leq 10 \text{ Mm}^3 \\
 \text{Gimone Save} & & 0 \leq s_7(t) \leq 15 \text{ Mm}^3
 \end{aligned}$$

On a de même pour les canaux :

$$\begin{array}{l}
 l_{\min} \leq l(t) \leq l_{\max} \\
 e_{\min} \leq (t) \leq e_{\max}
 \end{array}
 \quad \text{et} \quad
 \begin{array}{l}
 \text{avec} \\
 l_1(t) \leq 12.5 \text{ m}^3/\text{s} \\
 l_3(t) \leq 1 \text{ m}^3/\text{s} \\
 l_4(t) \leq 3.5 \text{ m}^3/\text{s} \\
 l_6(t) \leq 2.5 \text{ m}^3/\text{s} \\
 l_7(t) \leq 1.6 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Neste} & & 0 \leq e_1(t) \leq 14 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Boues} & & 0 \leq e_2(t) \leq 0.67 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Osse} & & 0 \leq e_4(t) \leq 6.8 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Baise} & & 0 \leq e_{43}(t) \leq 0.6 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Gers} & & 0 \leq e_5(t) \leq 4.04 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Arrats} & & 0 \leq e_6(t) \leq 0.65 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Gimone} & & 0 \leq e_7(t) \leq e_{7\max} \text{ m}^3/\text{s} \\
 \text{Save} & & 0 \leq e_8(t) \leq e_{8\max} \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 0 \leq e_{78}(t) \leq 3.5 \text{ m}^3/\text{s} \\ \text{Louge} \quad 0 \leq e_9(t) \leq 1,51 \text{ m}^3/\text{s} \end{array}$$

1.2. Description globale à deux réservoirs

On voit que le modèle précédent, très proche de la réalité physique, comporte un grand nombre de variables à déterminer (tous les l_k et tous les e_k) avec d'importants degrés de liberté. Il est trop compliqué pour être abordé directement.

D'un point de vue fonctionnel, il semble que l'on soit tenu de représenter au moins deux type de réserves d'égale importance :

- celles de montagne
- une deuxième réserve regroupant les diverses réserves des coteaux;

et deux types de régimes hydrauliques :

- celui de la Neste de type pluvionival,
- et ceux des coteaux de type intermittent pluvial ("oueds").

On a vu que pour les prélèvements il existait une demande globale due à l'homogénéité des comportements sur toute la zone. On répartira cette demande proportionnellement au ratio des débits souscrits en aval des réserves de coteaux et sur les rivières alimentées directement par le canal (Boues, Gers, Louge, Touch, Nere).

On met ainsi en évidence le rôle majeur joué par le transfert du canal Neste entre les deux ensembles et on distingue alors d'amont en aval :

- la restitution de la réserve dans la Neste,
- la Neste,
- le canal de la Neste,
- l'ensemble des dérivations à partir de la Neste,
- la réserve collective de coteaux,
- les rivières à l'aval des réserves de coteaux.

On passe ainsi du schéma de la Figure 4-2 à un schéma à deux réservoirs du type de la Figure 4-3.

En notant :

s_1 = la réserve Neste
 s_2 = le volume global disponible sur les coteaux

l_1 = le lâcher de la réserve de montagne
 l_2 = le lâcher globalisé sur les coteaux

u_1 = le transit par le Canal Neste
 u_2 = l'alimentation des barrages de coteaux
 u_3 = l'alimentation des rivières sans barrage

X = le régime de la Neste
 Y = les apports naturels des coteaux agglomérés

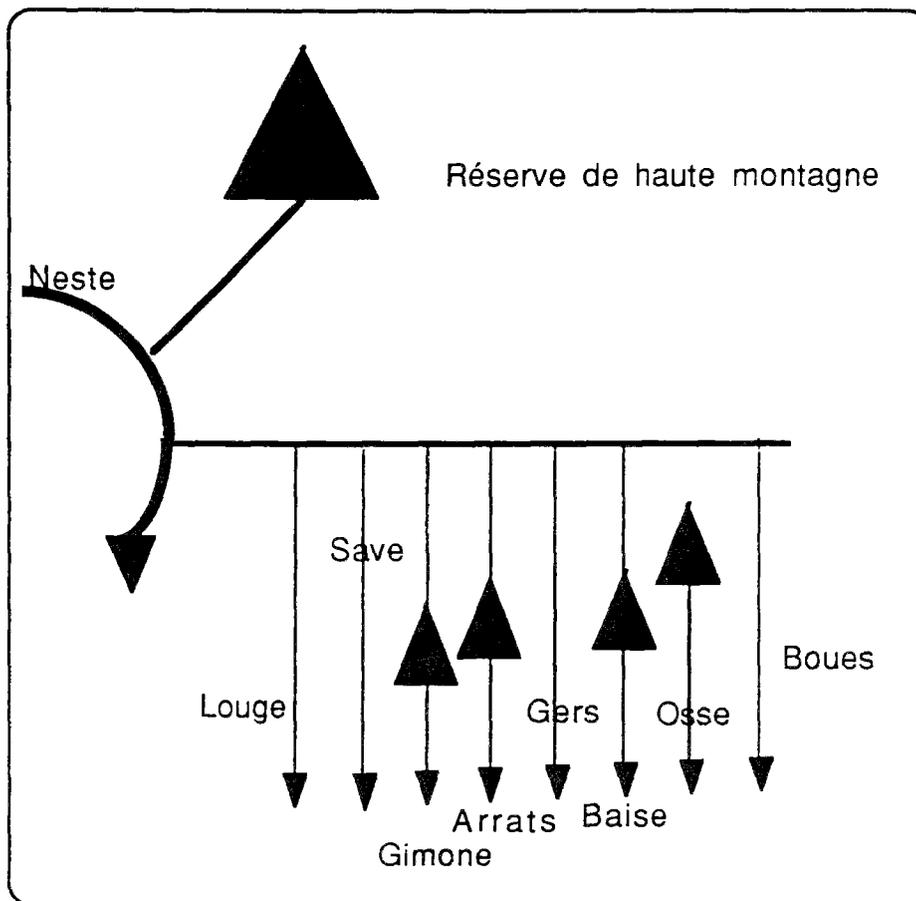


Figure 4-2: Modèle complet

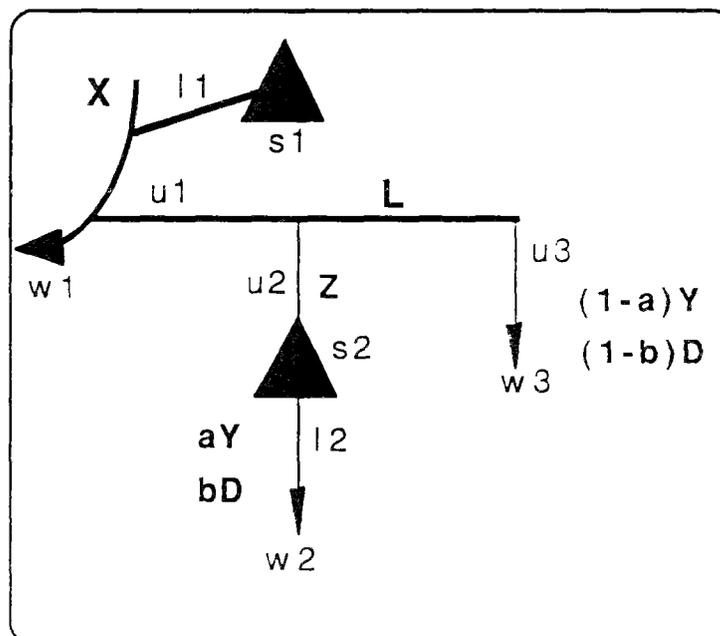


Figure 4-3: Modèle à deux réservoirs

aY = les apports naturels sur les rivières sans barrage

$(1-a)Y$ = (apports naturels sur les rivières avec barrages)

a : coefficient de répartition des apports entre 0 et 1

Z = les apports aux barrages de coteaux agglomérés

$$D = \sum_{k=1}^9 D_k \text{ (demande agricole de tous les périmètres d'irrigation)}$$

bD = (demande de prélèvements sur les rivières sans barrage)

$(1-b)D$ = (demande de prélèvements sur les rivières avec barrages)

b : coefficient de répartition des demandes entre 0 et 1

\underline{x} = le seuil minimum global de salubrité de la Neste

\underline{y} = le seuil minimum global de salubrité des rivières de Gascogne

$\underline{a}y$ = le seuil minimum global de salubrité sur les rivières sans barrage

$(1-a)\underline{y}$ = le seuil minimum global de salubrité sur les rivières avec barrage

On note les reliquats agglomérés r :

r_1 (Neste)

r_2 (Rivières avec barrages de coteaux)

r_3 (Rivières sans barrage)

Les équations du système deviennent donc :

réserves et canal Neste :

$$s_1(t+1) = s_1(t) - l_1(t)$$

$$s_2(t+1) = s_2(t) - l_2(t) + Z + u_2$$

$$(1-f)u_1 = u_2 + u_3 \text{ en notant } f \text{ le coefficient de fuite sur le canal}$$

reliquats en sortie du système :

$$r_1 = l_1 + X - u_1$$

$$r_2 = l_2 + aY - bD$$

$$r_3 = u_3 + (1-a)Y - (1-b)D$$

Les inéquations du système se présentent sous la forme :

réserves et canal Neste :

$$0 \leq s_1(t) \leq s_{1\max}$$

$$s_{1\max} = 48 \text{ Mm}^3$$

$$0 \leq s_2(t) \leq s_{2\max}$$

$$s_{2\max} = 41.8 \text{ Mm}^3 \text{ lorsque Gimone sera}$$

opérationnel et 36 Mm³ d'ici là

$$0 \leq l_1 \leq 12.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$0 \leq u_1 \leq 14 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$0 \leq u_2(t) \leq u_{2\max}$$

et les contraintes agglomérées de capacité sur u_2, u_3, l_2

reliquats en sortie du système :

$$\text{Prob}(r_1 \geq x) \geq 1 - \varepsilon_1$$

$$\text{Prob}(r_2 \geq a y) \geq 1 - \varepsilon_2$$

$$\text{Prob}(r_3 \geq (1-a) y) \geq 1 - \varepsilon_3$$

avec éventuellement $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$ valant 0 pour imposer des contraintes fermes sur les niveaux minima de sortie du système.

On cherche une stratégie de gestion, c'est à dire à tout instant t une règle de décision (indiquée par t que l'on ne fera pas figurer) telle que :

$$r_1 = r_1(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

$$r_2 = r_2(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

$$r_3 = r_3(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

et

$$u_1 = u_1(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

$$u_2 = u_2(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

$$u_3 = u_3(s_1, s_2, X, Y, Z, D)$$

1.3. Le système aggloméré

Dans le système à deux réservoirs, on s'aperçoit que pour définir une règle de gestion il faut 5 valeurs de manœuvres de vannes calculées à partir de 6 indications décrivant le système à un instant t donné. Nous allons encore simplifier cette description en n'utilisant qu'un seul réservoir.

1.3.1. Description du système aggloméré

Dans une première phase, nous représentons le fonctionnement global de la gestion stratégique du système Neste sous la forme suivante :

- un réservoir équivalent à la somme des réserves de tout le système Neste (haute montagne et coteaux indistinctement) dont le stock sera noté $S(t)$ au début de la semaine t ,
- un lâcher globalisé : $L(t)$ durant la semaine t ,
- les apports naturels de la rivière Neste dont on a étudié l'hydrologie dans la partie statistique précédente (le Log standardisé de ces apports suit un processus AR1) : $N(t)$,
- une répartition des flux sur deux vallées :
 - * la rivière Neste où l'on ne considère pas la demande agricole,
 - * les coteaux de Gascogne par le transfert via le canal Neste.
- sur les coteaux de Gascogne, on considère la demande agricole ($D(t)$) de tous les périmètres d'irrigation. Sa répartition statistique a été étudiée en Annexes 1 et 4 avec celle des apports naturels agglomérés des rivières de Gascogne ($G(t)$) qui figurent aussi dans ce modèle.

Le schéma de la Figure 4-4 précise cette modélisation.

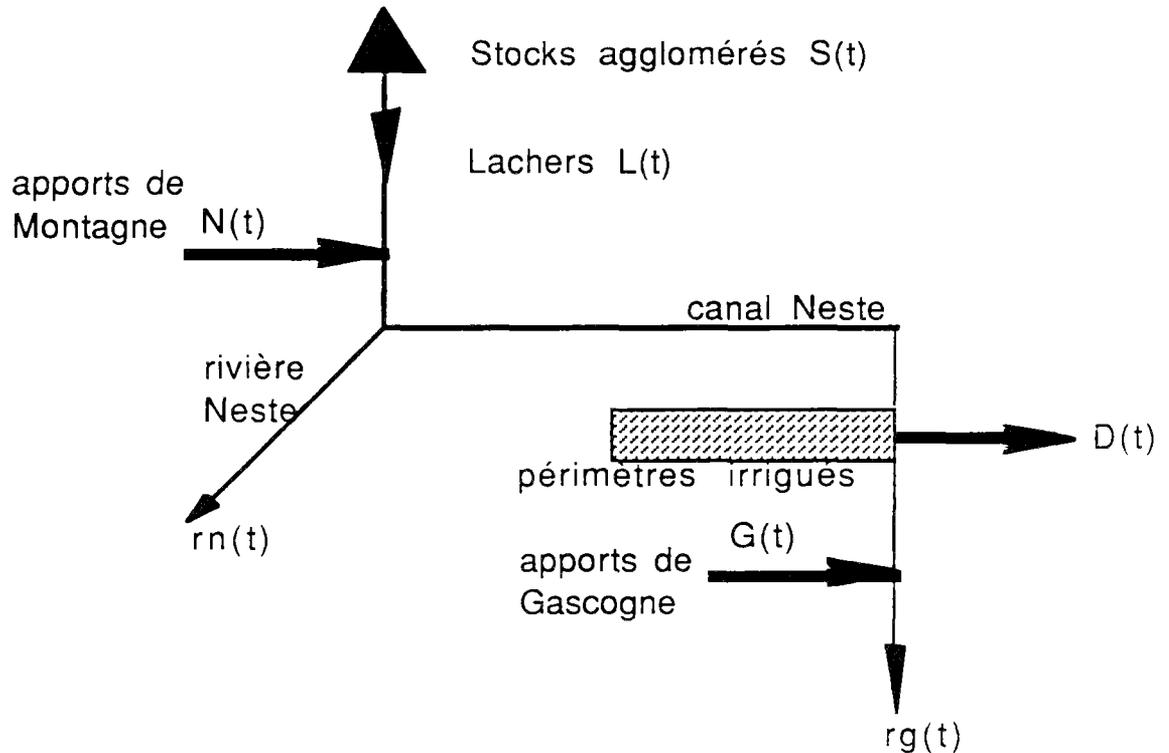


Figure 4-4 Modèle aggloméré

On appelle $r_n(t)$ et $r_g(t)$ les reliquats à l'exutoire de la rivière NESTE et à l'exutoire des coteaux de Gascogne.

1.3.2. Prise en compte de la contrainte de capacité du canal NESTE

L'agglomération de tous les lâchers sous une seule variable $L(t)$ ne permet pas de distinguer ceux qui proviennent du réservoir de montagne de ceux qui proviennent des réservoirs de coteaux.

Néanmoins, une règle de gestion de bon sens veut que l'on utilise au maximum les apports naturels de la NESTE qui ne coûtent rien. La capacité limitée (à $14 \text{ m}^3/\text{s}$) du canal de la NESTE joue donc un rôle essentiel et doit être introduite dans le modèle, faute de quoi, en période d'abondance hydraulique sur la NESTE, d'apports nuls en Gascogne et de forte demande sur les périmètres irrigués, il serait jugé inutile de déstocker les barrages de coteaux.

Pour ce faire, on tronque les apports de la NESTE à la somme de $14 \text{ m}^3/\text{s}$ et de la valeur des débits réservés sur la rivière NESTE.

1.3.3. Que perd-on par rapport aux modèles précédents ?

Il faut d'abord supposer que le coefficient f de fuites sur le canal est nul, ce qui est acceptable puisque son ordre de grandeur est 6% (voir Annexe 11).

Les réservoirs de coteaux ne sont plus réalimentés ni par le canal, ni par une partie des apports de Gascogne. Les contraintes sur les lâchers des barrages de coteaux disparaissent, puisque ceux-ci ne sont plus individualisés.

On ne distingue plus les lâchers du réservoir de montagne de celui des réservoirs de coteaux. Comment pourrait-on retrouver ceux-ci ?

Une première approche de résolution du problème pourrait être obtenue en résolvant d'abord le problème global en cherchant à déterminer les variables locales de chaque vallée en observant les priorités de "bon sens" suivantes :

1) Il faut profiter du débit naturel de la Neste N_t autant que possible, c'est-à-dire dès qu'est satisfaite la relation : $r_n \geq$ débit de salubrité de la Neste, on fait transiter le surplus sur le canal de la Neste, jusqu'à saturer éventuellement sa capacité de transfert.

2) Il faut utiliser en priorité les réservoirs de coteaux avant la réserve de montagne qui permet une plus grande liberté de répartition. Une fois l'eau descendue, elle ne permet plus que l'alimentation de la vallée sur laquelle se situe le barrage de coteaux.

3) Le réservoir de montagne est utilisé pour compléter le régime de la Neste, faire transiter via le canal de la Neste les quantités d'eau nécessaires aux vallées sans barrage et pour la partie amont des vallées avec barrages de coteaux, compléter si nécessaire les stocks de ces barrages afin de satisfaire le cours de la rivière en aval de ceux-ci.

On peut alors proposer la procédure de décision suivante :

- calculer L par le programme agrégé à partir des valeurs des commandes r_n et r_g ,
- calculer $s_3, s_1, s_4, s_6, s, l_3, l_1, l_4, l_6, l_7$ au pas de temps suivant par application des règles de bon sens ci-dessus, de sorte que :
$$s_3 + s_1 + s_4 + s_6 + s_7 = S \text{ et } l_3 + l_1 + l_4 + l_6 + l_7 = L,$$
- vérifier qu'ils satisfont les contraintes de capacité et de continuité,
- les modifier le cas échéant jusqu'à obtenir une solution réalisable.

1.4. Hypothèses complémentaires de modélisation

L'étude de gestion se fera sur le modèle simplifié à un réservoir de tête. Nous avons rappelé ci-après toutes les autres hypothèses de modélisation adoptées de concert avec les services techniques du gestionnaire.

1.4.1. Période d'analyse du système

La période à étudier chaque année commence le 1er lundi de Juin et se termine à la vingtième semaine (fin Octobre). On adopte le pas de temps hebdomadaire et on note $v(t)$ la valeur de la variable v au pas de temps t , en fait la valeur au début de la semaine t pour le stock tandis que pour les variables aléatoires apports et demandes il s'agira de la valeur moyenne durant la semaine t .

On distingue les phases suivantes :

$t = 1$	1er lundi de juin
$T_1 = 15$	$1 < t < T_1$ périodes d'irrigation les plus fortes $t = T_1$ correspond à la 2 ^{ème} semaine de Septembre
$T = 20$	fin de la période d'étude (dernière semaine d'Octobre) $T_1 < t < T$ correspond aux périodes d'étiage.

Il s'agit donc de proposer une gestion hebdomadaire sur vingt pas de temps sans report interannuel.

A cette échelle de gestion, on s'intéresse aux bilans hebdomadaires de transfert de ressources en eau et l'on suppose :

- pour les répartitions temporelles, que le système de commande automatique de la CACG ajuste en permanence (moyennant un coefficient d'efficience) l'offre et la demande journalière pour l'irrigation,
- pour la répartition spatiale, que les phénomènes de propagation sont négligés à l'échelle du système Neste entier puisqu'il ne faut environ que 96 heures pour que l'eau parcoure la plus grande des rivières de l'amont du système jusqu'à la confluence avec la Garonne.

1.4.2. Conditions initiales et constantes

On démarre toujours par hypothèse la saison le 1er lundi de Juin réservoirs pleins. On a donc pour le réservoir aggloméré :

$$s(t = 1) = s_{\max} = 75 \text{ Millions de m}^3.$$

Le débit souscrit sur toutes les rivières de Gascogne a été choisi à $18 \text{ m}^3/\text{s}$ ce qui correspond à la demande de 1989.

La capacité du canal Neste a été fixée à $14 \text{ m}^3/\text{s}$. On y a négligé les pertes de transport.

1.4.3. Etat d'information du gestionnaire

Le gestionnaire ne connaît aucune information sur la demande D_t à venir durant la semaine t , si ce n'est sa répartition statistique.

Il ne connaît pas non plus le régime de la Neste qui aura lieu durant la semaine t (N_t), mais il a en sa possession le régime de la Neste durant la semaine précédente N_{t-1} qui lui permet de faire des prévisions (voir Annexe 1 hydrologique).

La commande en gestion stratégique est la fixation d'un niveau de consigne r_g (dit contrat de salubrité) pour la Gascogne, ainsi que pour la Neste (r_n). C'est ensuite le rôle de la gestion tactique de calculer le lâcher L , de manière à asservir les valeurs du débit en sortie du système autour des contrats de salubrité, autant que faire se peut.

La définition des contrats de salubrité est prise antérieurement à l'observation des valeurs de D_t et de N_t (fonctionnement en décision-hasard).

On a choisi, compte tenu de la grande variabilité des apports de Gascogne et de leur très faible moyenne durant les 20 semaines qui nous intéressent, de ne pas les prendre explicitement en compte et de les considérer comme nuls, ce qui nous permettra de considérer les solutions proposées comme des bornes inférieures pessimistes; le bonus supplémentaire sur la qualité des rivières de Gascogne par des apports éventuels, événements rares ne changera pas grand chose à l'optimum calculé en terme de règle de gestion.

Une consigne de gestion consiste à donner pour chaque pas de temps un contrat de salubrité (r_g, r_n) en fonction des informations dont on dispose, c'est à dire :

$$r_g(t) = r_g(S_t, N_{t-1})$$

$$r_n = r_n(S_t, N_{t-1})$$

On souhaite d'autre part pouvoir estimer les performances des règles de gestion. Pour cela, on a adopté la démarche suivante pour la suite du rapport :

- en premier lieu, on définira des critères ou des indices de gestion (partie 2),
- dans la troisième partie, on proposera des règles de gestion optimales en un certain sens par rapport à ces critères. Des simulations permettront d'estimer ces indices. On visualisera aussi les performances des règles proposées en utilisant pour le calcul les onze dernières années d'apports et les demandes réelles (en ramenant celles-ci à la hauteur des débits souscrits actuels).

2. PRISE EN COMPTE DU RISQUE

Dans la suite, on utilisera désormais les notations du système aggloméré¹ (toutes les réserves regroupées en une seule) pour formaliser la prise en compte du risque lors de la gestion du Système Neste et définir précisément la signification des termes reliés à la notion de risque.

L'importance et la façon d'évaluer ces indices de gestion seront ensuite discutées pour donner un sens sans équivoque au concept de gestion stratégique optimale qui rencontre les soucis réels du gestionnaire.

2.2. Un mode opératoire qui intègre déjà le risque

On peut définir trois modes de fonctionnement reflétant la situation réelle et les réactions des gestionnaires face aux événements exceptionnels.

2.2.1. Le fonctionnement normal

La réserve fonctionne de telle façon que, sur la rivière Neste après la dérivation de Sarrancolin, on laisse passer au moins $q_{objN} = 4 \text{ m}^3/\text{s}$ ($r_n(t) > q_{objN}$) : les demandes pour l'irrigation sont pleinement satisfaites, le niveau de salubrité dans les rivières de Gascogne est supérieur à un seuil minimum q_{minG} , et aussi proche que possible d'un débit objectif q_{objG} , variable selon la valeur du lâcher effectué ($q_{minG} < r_g < q_{objG}$).

Dans le cas présent, la CACG a proposé pour valeurs $q_{minG} = 5,4 \text{ m}^3/\text{s}$ et $q_{objG} = 12,4 \text{ m}^3/\text{s}$, valeurs qui seront discutées dans la suite de cette partie.

Les fonctions objectifs associées aux profits de salubrité réalisés sur la Neste et sur la Gascogne, ainsi que celles liées à la satisfaction de l'irrigation en mode de fonctionnement normal seront détaillées par la suite.

2.2.2. Le fonctionnement de pré-crise

Il peut se produire, lorsque la demande pour l'irrigation a des difficultés à être satisfaite, que l'on abaisse le débit à laisser sur la Neste à une valeur q_{minN} ($= 3 \text{ m}^3/\text{s}$), de façon à augmenter le transit vers les coteaux de Gascogne via le canal Neste, soulageant ainsi la difficulté à satisfaire l'irrigation (r_n passant à q_{minN} permet de relever r_g).

Ce mode de fonctionnement sera appelé par la suite régime de pré-crise. Il faut noter que les débits laissés sur la Neste passent sans transition de q_{objN} à q_{minN} car cette mesure a une origine réglementaire (décision préfectorale). Ce mode de fonctionnement s'est produit assez souvent de par le passé sous la pression des irrigants inquiets pour leur récolte.

¹ Compte tenu de la souplesse et de l'interconnexion de ce système, la notion de défaillance sur une rivière donnée n'a pas de signification, une défaillance ne peut être que générale, ce qui permet de donner des résultats globaux en utilisant le modèle à un seul réservoir.

2.2.3. Le fonctionnement de crise

La mesure suivante consiste à décréter l'impossibilité radicale de satisfaire l'irrigation en période de sécheresse.

L'arrêt des irrigations est définitif depuis la prise de la décision jusqu'à la fin de la saison d'irrigation (20ème semaine après le 1er Lundi de Juin). On ne poursuit plus alors que les objectifs de soutien de la salubrité : sur la Neste, au niveau q_{minN} et sur la Gascogne, si possible, au-delà de q_{minG} .

Cette mesure très impopulaire a été rarement effective dans l'histoire de la Neste. Elle traduit le souci de ménager des objectifs liés aux usages de l'eau prioritaires sur l'irrigation en situations de pénurie grave.

2.2.4. Transition possible d'un mode de fonctionnement à un autre

Du mode normal, on peut rester en mode normal ou passer à un état de crise ou pré-crise.

En mode pré-crise, on peut revenir au mode normal, rester en pré-crise ou décréter la situation de crise. La situation de pré-crise constitue un avertissement pour le gestionnaire.

En mode crise, la seule transition possible est en pratique de rester dans ce même mode crise. Ce fonctionnement décrit l'inertie des décisions des autorités administratives et l'inutilité, cette fois pour des raisons agronomiques, de reprendre l'irrigation lorsqu'on l'a suspendue depuis déjà une semaine ou plus.

2.3. Petit lexique du risque

Comme c'est bien souvent le cas lors de l'étude des systèmes de transfert d'eau dont l'objectif n'est pas la production hydro-electrique, il n'existe pas de bénéfice monétaire lié au m^3 relâché et donc aucune formulation immédiate de ce que le gestionnaire entend par objectif de gestion. Plutôt que de nous orienter vers l'utilisation de fonction d'utilité multiattribut comme il en déjà été fait usage à l'occasion de problèmes semblables d'hydraulique agricole (voir par exemple KRYSTOFOVITZ, 1982), nous avons préféré aider le gestionnaire à mieux formuler la perception de ses objectifs en cernant quels étaient les incidents de parcours qu'une bonne gestion devait éviter, suivant en cela une démarche proche de celle d'HASHIMOTO et al. (1982). Curieusement, il est souvent plus facile de raisonner en termes de contreperformances et d'incidents.

L'objet de ce paragraphe est de donner une définition précise du vocabulaire relatif aux incidents et aux défaillances des réservoirs du Système Neste, afin de parler le même langage que leur gestionnaire, ou du moins de juger une gestion sur les mêmes indices de performance. On ne s'intéressera ici qu'aux incidents liés au déficit. Par incident, on entend tout évènement, tel le fait pour un réservoir d'atteindre un niveau bas alarmant, qui se produit hors d'une gamme de limites préspecifiées. A un instant donné, le système Neste est sujet à plusieurs types d'incidents :

- a) gestion en mode **précrise**, c'est-à-dire passage du débit réservé de la Neste de 4 à 3 m^3/s (q_{minN}).
- b) gestion en mode **crise**, c'est-à-dire arrêt des irrigations.
- c) gestion en mode **normal**, l'irrigation fonctionne, la Neste est réalimentée à 4 m^3/s (q_{objN}). Ceci n'est pas à proprement parler un "incident", mais nous sera utile par la suite, et c'est le complément logique des deux premiers modes de fonctionnement.

d) **défaillance du stock** : avant la fin de la période de gestion (20^{ème} semaine après le 1^{er} lundi de Juin) on a complètement vidé les réserves du Système Neste. Cette situation dépend à la fois des aléas hydrologique et de la politique de gestion suivie jusqu'à cette date.

Les trois premiers évènements à un pas de temps futur donné s'excluent mutuellement (on sera alors ou en fonctionnement normal ou en précrise ou en crise).

A chacun de ces incidents, on associe, **pour une stratégie de gestion donnée**, divers indices de performance :

- le **risque**, c'est-à-dire la probabilité de voir à un instant donné l'évènement en question se réaliser,
- la **résilience**, c'est-à-dire une estimation du temps moyen au bout duquel le système retourne à un état satisfaisant lorsque s'est produit un incident,
- la **vulnérabilité**, qui mesure l'importance moyenne d'un incident pour les usagers de la ressource. Elle peut prendre toutes sortes de formes : maximum de l'écart à la normale, moyenne de l'écart à la normale, fonction continue ou en saut de l'écart à la normale.

L'objet de notre étude est de mettre au point une recherche de stratégies de gestion qui procurent un bon compromis sur chacun de ces indices. En fait, chaque stratégie de gestion sera appliquée sur des simulations des aléas hydrologiques de la Neste et de la demande respectant les lois étudiées et décrites précédemment. On définit notamment les indices suivants :

Vnormal : pourcentage du temps où la gestion est effectuée en fonctionnement normal,

Vprécrise : pourcentage du temps où la gestion passe en mode précrise,

Vcrise : fréquence de fonctionnement en mode crise,

Vfinal : volume moyen final en Millions de m³ restant dans le réservoir à l'horizon de gestion (T= 20),

Virrigation : pourcentage des périodes durant lesquelles a été effectivement satisfaite l'irrigation, c'est à dire lorsque le fonctionnement de crise n'a pas été décrété et qu'il n'y a pas eu défaillance sur la satisfaction de la demande.

VqualitéG : un indice de vulnérabilité mesurant la salubrité sur la Gascogne. qui sera précisé par la suite dans le paragraphe 6,

2.4. Simulations de vidanges

Le gestionnaire du système. la CACG, a proposé comme valeurs minimales de salubrité sur l'ensemble des rivières de Gascogne la valeur $Q_{minG} = 5.4 \text{ m}^3/\text{s}$, et comme valeur objectif $Q_{objG} = 12.4 \text{ m}^3/\text{s}$.

Nous avons testé par simulations en mode hasard-décision les probabilités de défaillance sur le stock qu'un tel choix implique lorsque l'on effectuait un lâcher respectant exactement Q_{minG} ou Q_{objG} sur la Gascogne pour divers modes de fonctionnement, sans accorder aucune modulation de surplus. Le tableau suivant résume nos essais de simulations. La défaillance est mesurée par deux nombres :

- le rapport du nombre de périodes où le stock est vidé avant l'horizon de gestion sur le nombre total de périodes, ce qui donne une indication de l'importance de la défaillance,

- la probabilité de terminer la saison avec un réservoir vide, ce qui mesure plutôt la fréquence de la défaillance.

Le réservoir a été supposé plein à 75 Millions de m³ à t = 1 pour le fonctionnement normal et précrise et la simulation a porté sur 20 semaines.

La simulation a porté sur 10 semaines en démarrant à t =10 avec 37.5 Millions de m³ en situation de crise.

fonctionnement	% de défaillances avec QminG = 5.4	% de défaillances avec QobjG = 12.4
normal	< 1%	40% 3.92
précrise	< 1%	32% 3.85
crise		35% 2.7

2.5. En quête d'objectifs de gestion

2.5.1. Hiérarchisation des objectifs et recherche d'un compromis

L'objectif de la CACG, gestionnaire du système est double. Sous réserve que les contraintes physiques et institutionnelles de gestion (débit réservé) soient réalisées, elle souhaite :

- Satisfaire en premier lieu et autant que possible les demandes d'irrigation.

Les relations entre CACG et agriculteurs sont traduites par les modalités de l'adéquation de l'offre à la demande que répercute le système tactique de régulation dynamique déjà installé. Etant donné le droit de l'eau et les habitudes de consommation, il est très difficile de réduire de façon progressive l'eau destinée aux irrigations. En cas de pénurie, il est nécessaire de passer par une disposition réglementaire pour dégrader la gestion en mode précrise en abaissant le niveau dérivé vers la Neste de 3 à 4 m³/s. Lorsqu'on atteint la pénurie grave, il faut arrêter toutes les irrigations (arrêté préfectoral) avec surveillance par les agents chargés de la police de l'eau. La saison d'irrigation s'arrête alors et ne reprend plus par la suite. Dans ces circonstances, l'Etat se substitue au gestionnaire (CACG) pour gérer une situation de crise.

- Soutenir les étiages à un niveau aussi élevé que possible en améliorant la qualité globale de chacune des rivières et en répartissant les surplus d'eau (lorsque les seuils de salubrité et l'irrigation sont garantis) en tête de système.

Il est évident que ces deux objectifs sont en opposition : distribuer aujourd'hui des surplus d'eau sur les rivières du système risque d'entraîner demain des conséquences désastreuses quant à la possibilité de satisfaire les demandes d'irrigation.

Si ces objectifs sont clairs, il est par contre difficile pour un gestionnaire d'exprimer clairement comment il choisit de réaliser un compromis lorsqu'il est pris en tenaille entre deux catégories d'usagers aux objectifs contradictoires. C'est pourtant la seule façon "honnête" de procéder est de mettre à plat ses priorités et ses choix, car le meilleur des modèles n'est qu'un outil d'aide à la décision et ne produira jamais d'eau additionnelle.

Les parties du rapport qui suivent ont pour seule ambition de proposer quelques façons de traduire clairement, en termes non subjectifs, un compromis de gestion. On s'appuiera sur un langage sans équivoque en utilisant les indices de gestion liés au risque tels qu'ils ont été définis dans les parties précédentes.

2.5.2. Le respect d'une contrainte du type débit réservé

L'amélioration des objectifs d'irrigation ou de soutien des étiages ne doit pas se faire aux dépens des contraintes réglementaires.

Nous nous imposerons, pour toutes les stratégies de gestions proposées par la suite et quelle que soit la semaine t de la gestion, la contrainte :

$$\text{Prob}(q_{\min G} \leq (r_g(t) + D(t)) \geq 1 - \varepsilon(t))$$

avec $q_{\min G}$ fixé à 5.4 et ε fixé à 0.06 ; c'est à dire qu'avant le périmètre d'irrigation, on impose de respecter des contraintes réglementaires strictes.

2.5.3. Modélisation de l'objectif d'irrigation (hypothèse 0/1)

Considérons la variable binaire $g(\text{mode}(t))$. Elle traduit l'attitude des irrigants par la règle suivante: "Si à t , le mode est le fonctionnement de crise, alors cette variable vaut 1; si on se trouve à t en mode précrise ou normal alors elle vaut 0". Autrement dit, cette variable prendra la valeur 1 ou 0 selon que l'incident "l'irrigation est suspendue" est vrai ou non à la période t .

On sait par hypothèse, que dès que l'on arrête l'irrigation à la date t , alors pour tous les instants ultérieurs, on reste nécessairement en mode crise.

Avec ces notations l'indice de gestion sous risque V_{crise} s'écrit :

$$V_{\text{crise}} = \left(\frac{E \left\{ \sum_{t=1}^T g(\text{mode}(t)) \right\}}{T} \right)$$

ce qui revient à chercher l , la durée moyenne d'arrêt des irrigations (on divise par T pour avoir un critère adimensionnel).

Cet objectif se présente sous forme d'espérance mathématique, afin de prendre en compte les aléas liés à l'hydrologie des apports et à l'irrigation lors de la recherche d'une stratégie calculée en fonctionnement décision-hasard.

2.5.4. Calcul de l'indice de précrise

De la même façon, définissons la fonction $f_n(\text{mode}(t))$ telle que celle-ci vale 0 en mode précrise et 1 sinon. Avec ces notations, on peut calculer $V_{\text{précrise}}$ par la formule :

$$V_{\text{précrise}} = \left(\frac{T - E \left\{ \sum_{t=1}^T f_n(\text{mode}(t)) \right\}}{T} \right)$$

2.5.5. Satisfaction de l'objectif d'augmentation de la qualité

Il s'agit cette fois de définir un indice de vulnérabilité qui traduise la volonté d'un soutien d'étiage des rivières de Gascogne.

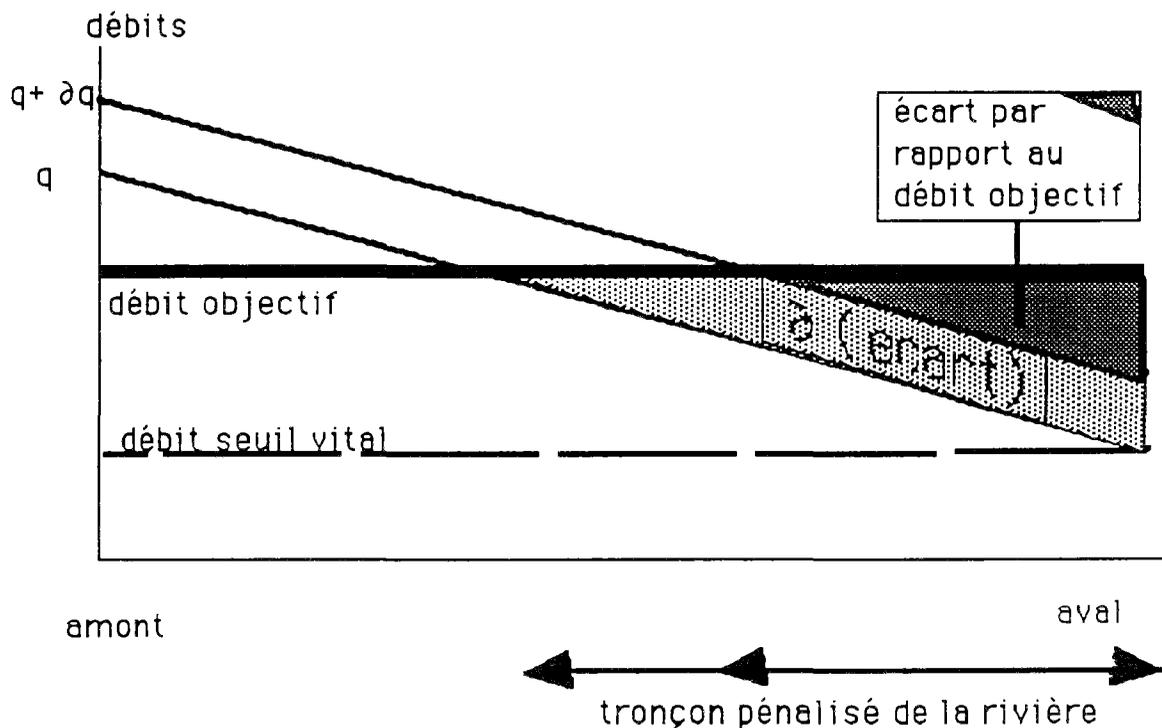


Figure 4-5: Objectif de soutien d'étiage débit-pK

Une idée proposée pour définir la forme de l'objectif de qualité est de se servir du profil des rivières alimentées par le canal Neste qui sont du type ci-dessus, puisque les apports naturels sont très faibles; les hauteurs décroissent d'amont en aval compte tenu des prélèvements et des pertes. On définit ensuite un q^{obj} débit objectif sur tout le profil pour chaque rivière. Comme le montre la figure ci-dessus, une variation du débit transitant sur la rivière provoque une variation quadratique en terme d'intégrale de l'écart par rapport au débit objectif optimum q^{obj} .

En résumé la situation se présente ainsi, si l'on considère le point le plus en aval de la rivière :

- $r_g = Q_{minG} = 5.4 \text{ m}^3/\text{s}$ (seule la salubrité vitale est assurée, il n'y a pas d'effort de gestion de la qualité),
- $r_k = Q_{objG} = 12.4 \text{ m}^3/\text{s}$ (qualité maximale sur la totalité du tracé de la rivière et cela ne sert à rien d'aller au-delà),

- entre ces deux cas, variation quadratique de notre critère de salubrité, liée au pourcentage de longueur de rivière où l'on est en-deçà du débit objectif Q_{objG} , de telle sorte que l'on arrive avec une tangente horizontale à la valeur Q_{objG} (loi des rendements marginaux décroissants).

On choisit donc un objectif de la forme :

$$f_g(r_g) = (ar_g^2 + br_g + c) \text{ pour } Q_{minG} \leq r_g \leq Q_{objG}$$

$$f_g(r_g) = 0 \text{ pour } Q_{minG} > r_g \text{ ou } r_g < Q_{objG}$$

avec a, b, c tels que :

$$ar_g^2 + br_g + c_g = 0 \text{ pour } r_g = Q_{minG}$$

$$ar_g^2 + br_g + c_g = 1 \text{ pour } Q_{objG} = r_g$$

$$a^2r_g + b = 0 \text{ pour } Q_{objG} = r_g$$

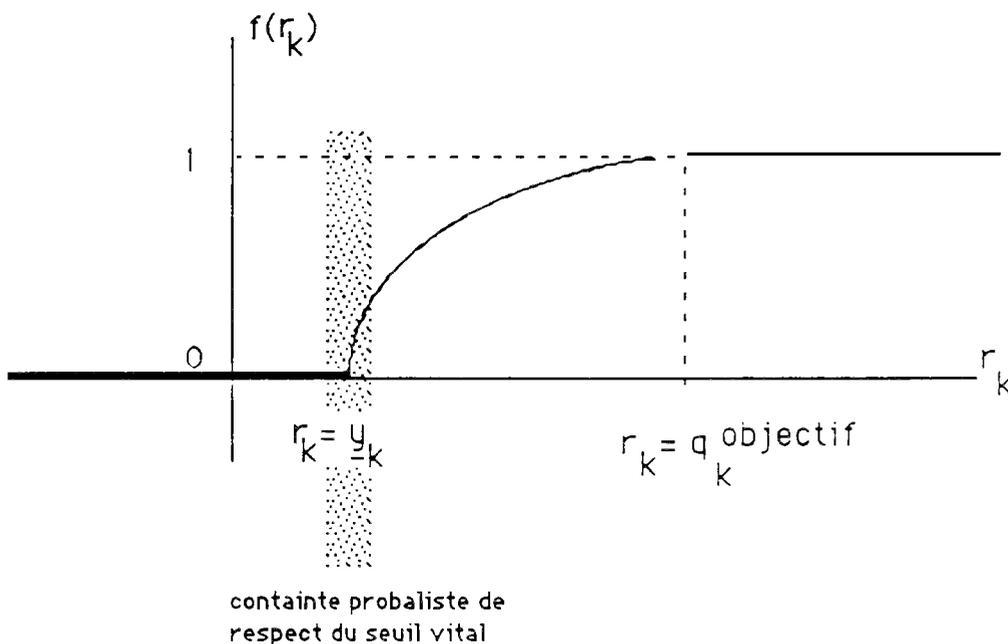


Figure 4-6: Objectif de soutien d'étiage

soit en résolvant ces équations :

$$f_g(r_g) = \left(-\left(\frac{r_g - q_{minG}}{q_{objG} - q_{minG}} \right)^2 + 2 \left(\frac{r_g - q_{minG}}{q_{objG} - q_{minG}} \right) \right)$$

lorsque r_g est entre q_{minG} et q_{objG} :

$$f_g(r_g) = 0 \text{ si } r_g < q_{minG} \text{ et } f_g(r_g) = 1 \text{ si } r_g > q_{objG}$$

Notre critère de vulnérabilité sur la Gascogne s'écrit donc :

$$V_{\text{qualitéG}} = \frac{E \left\{ \sum_{t=1}^T (f_g(r_g(t))) \right\}}{T}$$

Ici encore, cet objectif se présente sous la forme d'une espérance mathématique pour prendre en compte les aléas liés aux apports naturels et à l'irrigation. r_g est directement lié aux variables de lâcher L par l'intermédiaire des équations de bilan. Cette fonction d'amélioration de la qualité reste adimensionnelle puisque f_g est compris entre 0 et 1.

3. GESTION DE COMPROMIS

3.1. Objectifs de gestion

Les objectifs de gestion seront une fonctionnelle additive par pas de temps des composantes que nous détaillons ci-après. On appellera α et β deux coefficients compris entre 0 et 1, associés respectivement à la salubrité et à l'irrigation.

3.1.1. Les objectifs d'augmentation de la qualité

3.1.1.1. Sur la Neste, l'objectif instantané $f_n(r_n)$

En mode de fonctionnement normal ($r_n \geq q_{objN}$), on suppose que l'on bénéficie d'un bonus $f_n(\text{mode normal}) = 1$; en modes dégradés on prendra $f_n(\text{crise}) = f_n(\text{précrise}) = 0$ et l'on aura $r_n \leq q_{minN}$.

3.1.1.2. Sur la Gascogne, l'objectif instantané $f_g(r_g)$

Quel que soit le mode de fonctionnement, on admet que l'on obtient un bénéfice mesuré par $(1 - \alpha)f_g(r_g)$ où $f_g(r_g)$ vérifie les propriétés suivantes :

$$f_g(r_g) = \left(- \left(\frac{r_g - q_{minG}}{q_{objG} - q_{minG}} \right)^2 + 2 \left(\frac{r_g - q_{minG}}{q_{objG} - q_{minG}} \right) \right)$$

lorsque r_g est entre q_{minG} et q_{objG} :

$$f_g(r_g) = 0 \text{ si } r_g < q_{minG} \text{ et } f_g(r_g) = 1 \text{ si } r_g > q_{objG}$$

L'objectif général relatif à l'augmentation de qualité sur la période $t()$ à T s'écrit donc: Trouver la suite des $r_g(t)$ et des $r_n(t)$, $t \geq t_0$ tels que :

$$\text{Max } E \left\{ \sum_{t=t_0}^T ((1 - \alpha)f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(\text{mode}(t))) \right\}$$

où E désigne l'opérateur espérance portant sur les apports à venir de la Neste et des rivières de Gascogne ainsi que sur la demande en irrigation.

3.1.2. Les objectifs de satisfaction de l'irrigation

En régime de crise, on abandonne toute prétention à poursuivre l'irrigation tandis qu'en modes de pré-crise et de fonctionnement normal, on espère que la saison d'irrigation durera le plus longtemps possible. On traduit cet objectif par une fonction $g(\text{mode}(t))$ telle que :

$$g(\text{mode}(t)) = 0 \text{ si } \text{mode}(t) = \text{crise}$$

tandis que :

$$g(\text{mode}(t)) = 1 \text{ si } \text{mode}(t) = \text{pré-crise ou fonctionnement normal.}$$

3.1.3. Le compromis global

On le prendra sous la forme, en supposant que t_0 désigne la période de départ :

$$\beta \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T ((1 - \alpha) f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(\text{mode}(t))) \right\} + (1 - \beta) \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T g(\text{mode}(t)) \right\}$$

c'est à dire :

$$\beta \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T ((1 - \alpha) f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(\text{mode}(t))) \right\} + (1 - \beta) \left\{ \text{Durée moyenne des} \right. \\ \left. \text{irrigations de } t_0 \text{ jusqu'à } T \right\}$$

Comme on le voit, il ne s'agit en aucun cas de conduire une optimisation sur un bénéfice économique pour se substituer de façon automatique à la volonté du gestionnaire des réserves de montagne et des coteaux de Gascogne. Le compromis à réaliser s'appuie simplement sur la répartition des poids relatifs de chacun des deux objectifs irrigation et qualité. On simulera cette gestion sur des chroniques historiques, de façon à ajuster les coefficients (α et β définis ci-avant) et traduire les habitudes du gestionnaire du système Neste. Ceci permettra de réaliser une aide à la décision en calculant tous les risques associés à une décision. On notera que les deux critères s'expriment en une grandeur analogue à une durée en semaines depuis l'instant présent jusqu'à l'horizon de gestion T.

En fait les coefficients α et β tendent à empêcher le modèle de déclencher une des actions suivantes (sachant qu' à la semaine t on était en situation normale) :

- d' avoir un débit de salubrité inférieur au minimum et de rester en situation normale,
- d'avoir un débit de salubrité supérieur au minimum requis et de passer en mode crise.

3.1.4. Optimisation avec contraintes de fiabilité

Si on remarque, au vu des définitions de gestion stratégique de risque, que les indicateurs suivants se mettent sous la forme :

$$(T-t_0)V_{\text{qualitéG}} = \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T f_g(r_g(t)) \right\};$$

$$(T-t_0)(1 - V_{\text{crise}}) = \left\{ \text{(Durée moyenne des irrigations de } t_0 \text{ jusqu'à } T) \right\} \text{ c'est}$$

à dire $\mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T g(\text{mode}(t)) \right\};$

$$(T-t_0)(1 - V_{\text{précise}} - V_{\text{crise}}) = \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T f_n(\text{mode}(t)) \right\}$$

On voit que le programme ci-dessus est équivalent au programme :

$$\text{Maximiser } \{ V_{\text{qualitéG}} \}$$

sous les contraintes :

$$V_{\text{crise}} \leq V_{\lambda}$$

$$V_{\text{précise}} \leq V_{\mu}$$

avec V_{λ} et V_{μ} , deux niveaux de fiabilité préfixés.

En utilisant la théorie des multiplicateurs de Lagrange, une condition nécessaire est de chercher le point selle du Lagrangien :

$$V_{\text{qualitéG}} - \lambda V_{\text{crise}} - \mu V_{\text{précise}}$$

Les valeurs positives ou nulles de λ et μ sont les valeurs des multiplicateurs associés aux niveaux de fiabilité préfixés V_{λ} et V_{μ} .

Il faut rapprocher cette expression de :

$$\mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T \left(f_g(r_g(t)) + \frac{\alpha}{(1-\alpha)} f_n(\text{mode}(t)) \right) \right\} + \frac{(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)} \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T g(\text{mode}(t)) \right\}$$

où l'on voit que, dans le compromis global, on recherche le même maximum en ayant posé :

$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)} = \frac{\mu}{(T-t_0)} \text{ et } \frac{(1-\beta+\alpha\beta)}{\beta(1-\alpha)} = \frac{\lambda}{(T-t_0)}$$

3.1.5. Les gains suivant les modes de fonctionnement à une période donnée

Supposons que durant la semaine t, le fonctionnement soit décrit par la variable mode(t) qui prend ses valeurs dans le triplet (normal, pré-crise, crise). Le tableau suivant résume les gains qui sont alors marqués selon le mode de fonctionnement. On rappelle que $f_n(r_n)$ est une quantité comprise entre 0 et 1, qui dépend à la fois du mode de fonctionnement et du lâcher de salubrité L des barrages.

mode(t)	Caractéristiques	Gain sur la rivière Neste durant t	Gain de salubrité sur la Gascogne	Gain pour l'irrigation
normal	La Neste doit être fournie à $q_{objN} = 4m^3/s$. L'irrigation fonctionne	$\beta \alpha$	$\beta (1-\alpha) f_g(r_g)$	$(1-\beta)$
pré-crise	Le débit requis sur la Neste est abaissé à $q_{minN}=3m^3/s$. L'irrigation continue	0	$\beta (1-\alpha) f_g(r_g)$	$(1-\beta)$
crise	Suspension des irrigations	0	$\beta (1-\alpha) f_g(r_g)$	0

3.1.6. Restriction sur α et β

A l'évidence, les coefficients α et β doivent respecter un certain équilibre traduisant la réalité physique :

- en période de relative rareté, on doit avoir intérêt à concentrer tous ses efforts sur la Gascogne (situation de pré-crise), plutôt que d'alimenter la Neste et la Gascogne (situation normale), d'où, pour le critère d'augmentation de la qualité :

$$(1 - \alpha) \times 1 > (1 - \alpha) \times 0 + \alpha$$

maximum obtainable en répartition minimale
pré-crise pour la qualité en période normale

d'où : $\alpha < 1/2$

- en période de forte sécheresse, il vaut mieux décider de suspendre les irrigations et gagner sur la salubrité de la Gascogne, plutôt que de continuer à irriguer tout en perdant des points sur la Gascogne. D'où :

maximum obtainable en crise > soutien de l'irrigation au dépend de la qualité

$$(1 - \beta) \times 0 + \beta (1 - \alpha) \times 1 \geq (1 - \beta) + 0$$

d'où :

$$\frac{\beta}{1-\beta} > \frac{1}{(1-\alpha)} \text{ c'est à dire } \alpha < 2 - \frac{1}{\beta}$$

d'où, en particulier :

$$\beta > 1/2 \text{ car } \alpha > 0$$

3.2. Contraintes et indicateurs de gestion

3.2.1. Les contraintes fonctionnelles

Le droit de l'eau est tel, qu'en France, sauf sécheresse grave, on ne peut empêcher l'agriculteur de prélever l'eau qui passe devant son champ, dans les limites du débit souscrit.

Les inaptitudes du modèle à anticiper la demande se retrouveront donc à l'exutoire de la Gascogne sur les valeurs de $r_g(t)$.

On imposera donc la contrainte de fiabilité :

$$\text{Prob} (L(t) + N(t) - r_n(t) - D(t) > 0) > \epsilon_1$$

c'est à dire de ne pas trop compter sur les apports de Gascogne pour soulager la gestion.

3.2.2. Les indicateurs de gestion

- Le volume moyen final : à un instant donné, dans un état du système connu, on désirera avoir une estimation du stock moyen final à T ($= 20$ semaines); un niveau final trop haut sera l'indication d'une gestion trop prudente, tandis qu'une valeur proche de zéro est symptomatique d'une gestion trop hasardeuse; cette variable a été appelée V_{final} dans le chapitre précédent.
- La durée moyenne des irrigations pour les semaines qui restent à venir, c'est donc la valeur de $(1 - V_{\text{crise}})$,
- Les probabilités de se trouver pour le reste de la période en modes de fonctionnement normal, de pré-crise ou de crise (notées V_{crise} , $V_{\text{précrise}}$, V_{normal}),
- Le gain futur moyen en ce qui concerne l'irrigation : c'est l'espérance du cumul, depuis la semaine courante jusqu'à l'horizon de gestion ($T = 20$ semaines) des objectifs d'augmentation de qualité f_x et f_g (la partie liée à la salubrité de la Gascogne a été précédemment appelée $V_{\text{qualitéG}}$).

3.3. Analyse du système

3.3.1. L'état du système

Appelons $X(t) : \{ S(t), N(t-1), situation(t) \}$ l'état du volume à la date t .

Situation(t) est une variable qui peut prendre une des trois valeurs (**normale, pré-crise, crise**).

L'état $X(t)$ caractérise l'ensemble des informations dont on dispose au début de la semaine t :

- on connaît le niveau des réserves $S(t)$,
- durant la semaine précédente, on a enregistré des apports de la Neste à la valeur $Y(t-1)$,
- la semaine précédente s'est achevée en mode de fonctionnement normal, de pré-crise ou de crise suivant les valeurs de situation.

3.3.2. Les commandes du système

Posons $U(t) = \{ r_g(t), mode(t) \}$, où $mode(t)$ est une variable qui peut prendre une des valeurs (**normale, pré-crise, crise**). Ce "vecteur" de commande $U(t)$ traduit l'action à entreprendre durant la semaine t :

- fixation du niveau de salubrité par la gestion stratégique de telle sorte que la gestion tactique opère l'ouverture des vannes et lâcher moyen d'une valeur $L(t)$ pour réaliser la consigne contractuelle $r_g(t)$
- passage à un mode de fonctionnement donné par la valeur de $mode(t)$.

3.3.3. Les transitions

Supposons qu'à partir d'un état connu $X(t)$, on adopte une commande $U(t)$. On distingue alors les transitions suivantes :

$$* S(t+1) = S(t) - L(t) = S(t) + N(t) - D(t) + G(t) - r_g(t) - r_n(t)$$

$$* situation(t+1) = mode(t)$$

* $N(t)$, la troisième composante de $X(t+1)$ comme la première ne sera connue qu'en probabilité, conditionnellement à $N(t-1)$ d'après l'étude hydrologique.

Si on appelle règle de gestion une application telle qu'à chaque instant on fasse correspondre à un état $X(t)$ une commande $U(t) = U(X(t))$, le processus des états est donc bien une chaîne markovienne d'ordre 1.

3.3.4. Les équations et inéquations du système

$$S(t+1) = S(t) - L(t)$$

$$L(t) \geq 0$$

mode(t) ∈ {crise, pré-crise, normal} si situation(t) ≠ crise

mode(t) = crise si situation(t) = crise

situation(t+1) = mode(t)

$r_n(t) = q_{\min}N + \text{Sup}(0, N(t) - 14 - q_{\min}N)$ si mode(t) ∈ {crise, pré-crise}

$r_n(t) = q_{\text{obj}}N + \text{Sup}(0, N(t) - 14 - q_{\text{obj}}N)$ si mode(t) = normal

$r_g(t) = L(t) + N(t) - r_n(t) - D(t) + G(t)$

Prob($r_g(t) > q_{\min}G$) > ϵ_2 si mode(t) ≠ crise

Prob($L(t) + N(t) - r_n(t) - D(t) > 0$) > ϵ_2 si mode(t) ≠ crise

3.4. Résolution du problème par programmation dynamique stochastique

Posons :

$$V(X(t_0)) = \text{Max } \beta \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T ((1-\alpha)f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(\text{mode}(t))) \right\} \\ + (1-\beta)\mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t_0}^T g(\text{mode}(t)) \right\}$$

Le maximum étant calculé sur $U(t_0), U(t_0 + 1) \dots$

En remarquant que les fonctions f_g, f_n et g sont en fait des fonctions de $U(t)$, le principe de Bellman permet de mettre cette équation sous la forme :

$$V(X(t_0)) = \text{Max} \left\{ \mathbf{E} \left\{ \beta((1-\alpha)f_g(U(t_0)) + \alpha f_n(U(t_0))) + (1-\beta) g(U(t_0)) \right\} + V(X(t_0+1); X(t_0); U(t_0)) \right\}$$

Le maximum porte cette fois-ci sur $U(t_0)$ que l'on exprime comme une fonction de $X(t_0)$, l'optimum étant atteint pour $U^*(X(t_0))$.

Par la suite, le calcul a été mené effectivement par la programmation dynamique stochastique complète avec discrétisation.

3.4.1. Le calcul numérique

3.4.1.1. Discrétisation du vecteur d'état

KLEMES (1977) a attiré l'attention sur les conséquences fâcheuses d'une discrétisation inappropriée du vecteur d'état pour les problèmes de gestion interannuelle (création parasite d'états absorbants sur la chaîne markovienne des stocks).

Pour chaque pas de temps, les stocks ont ici été discrétisés en 21 niveaux depuis 0 jusqu'à 75 Millions de m³. Les apports de la Neste ont été discrétisés en 7 niveaux correspondants aux valeurs -2, -0.98, -0.54, 0.00, 0.54, 0.98, 2, de la variable standardisée associée à la loi lognormale des apports de la Neste au pas de temps considéré, c'est-à-dire correspondant aux probabilités 0.025, 0.16, 0.29, 0.5, 0.71, 0.84, 0.975. Le calcul des fonctions de Bellman a été mené par interpolations linéaires à partir de cette grille de 147 points.

N'ont pas été mises en œuvre des méthodes plus raffinées et plus rapides de calcul qui utilisent des propriétés de dérivabilité de la fonction de Bellman (WASIMI et KİTANİDİS, 1984, KİTANİDİS, 1987, FOUFOULA-GEORGIU et KİTANİDİS, 1988).

La situation **crise** ou **normale**, au vu de sa nature booléenne, se prête très facilement au calcul et au stockage sur ordinateur.

3.4.1.2. Recherche de la commande optimale et calculs

d'espérance

Pour le calcul de l'espérance mathématique, on a utilisé 5 niveaux de discrétisations pour la demande ainsi que pour la partie inconditionnelle des apports de la Neste.

Pour la demande on a choisi cinq valeurs équiprobables correspondant aux quartiles 18%, 36%, 50%, 68% et 86%.

Pour la gaussienne servant à calculer l'innovation des apports de la Neste, on a pris les valeurs -1.83, -0.89, 0.00, 0.89, 1.83, avec les probabilités respectives 0.0668, 0.2477, 0.3710, 0.2477, 0.0668.

La recherche de la commande optimale s'effectue pour chaque pas de temps en deux étapes :

- on recherche d'abord un mode de fonctionnement (**crise**, **précrise** ou **normal**),

- pour ce mode, une recherche itérative par essais et erreurs permet de trouver le contrat de salubrité optimal. On choisit le couple (mode de fonctionnement, contrat de salubrité) qui donne l'optimum de la fonction de BELLMAN.

Ces calculs ont été menés pour les 19 pas de temps avec, comme paramètres, les valeurs de α et β données par la grille de la Figure 4-7 :

Exploration des valeurs de alpha et beta

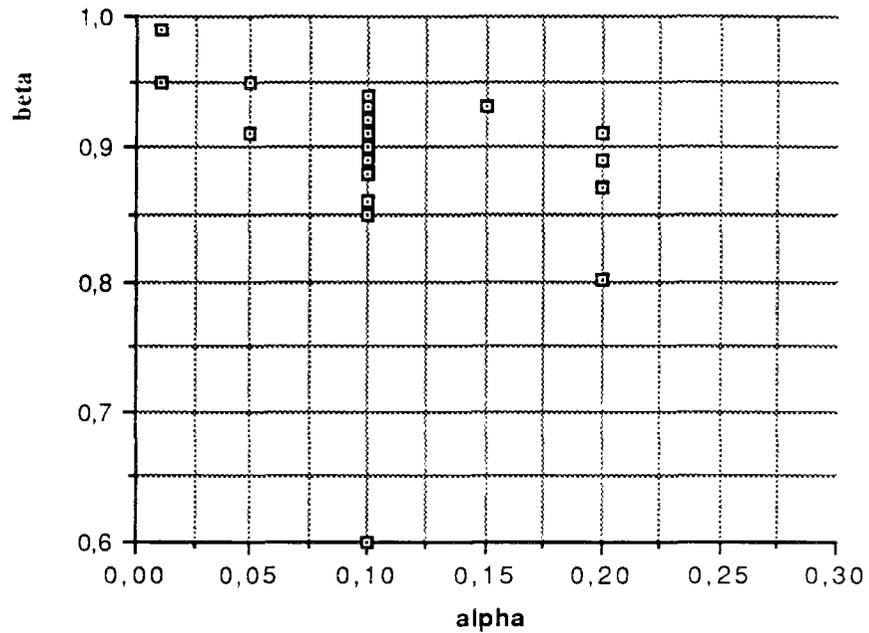


Figure 4-7 : Valeurs étudiées dans le plan alpha beta

3.4.2. Contraintes de fiabilité

On retrouve que les optimisations de compromis (α , β) effectuées sont en fait des minimisations de la vulnérabilité $V_{\text{qualitéG}}$ sous des contraintes portant sur les indices de résilience V_{crise} et $V_{\text{précrise}}$, comme l'illustre la figure 4-8. On y a tracé les divers niveaux de la contrainte portant sur V_{crise} en fonction du multiplicateur de Lagrange

associé $\frac{1-\beta+\alpha\beta}{\beta(1-\alpha)}$. Chaque valeur moyenne a été obtenue par simulation sur 40

trajectoires de gestions optimales pour un couple (α , β) donné.

3.5. Gestion de compromis

On peut illustrer les résultats des compromis entre les divers indices de gestion pour les valeurs de α et β qui ont été choisies dans la grille précédente.

Les indices ont été estimés par simulation sur les apports et la demande (calcul moyen sur 100 simulations).

La figure 4-9 traduit la tentation de la facilité consistant à passer très (ou trop) souvent en mode crise pour "soulager" l'amélioration de la qualité sur la Gascogne.

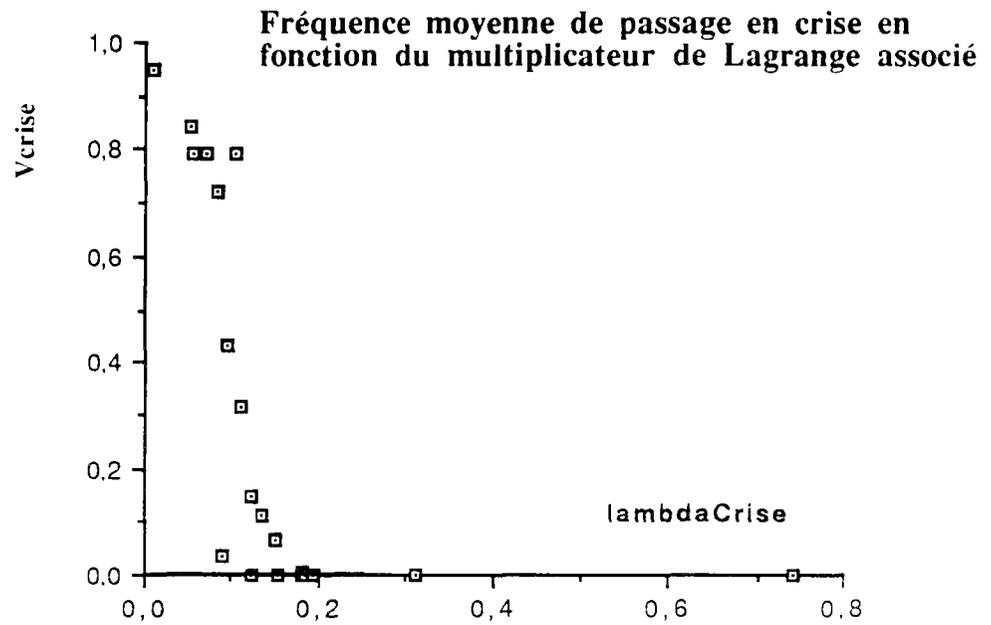


Figure 4-8 : Valeurs du coefficient de Lagrange associé au passage en crise

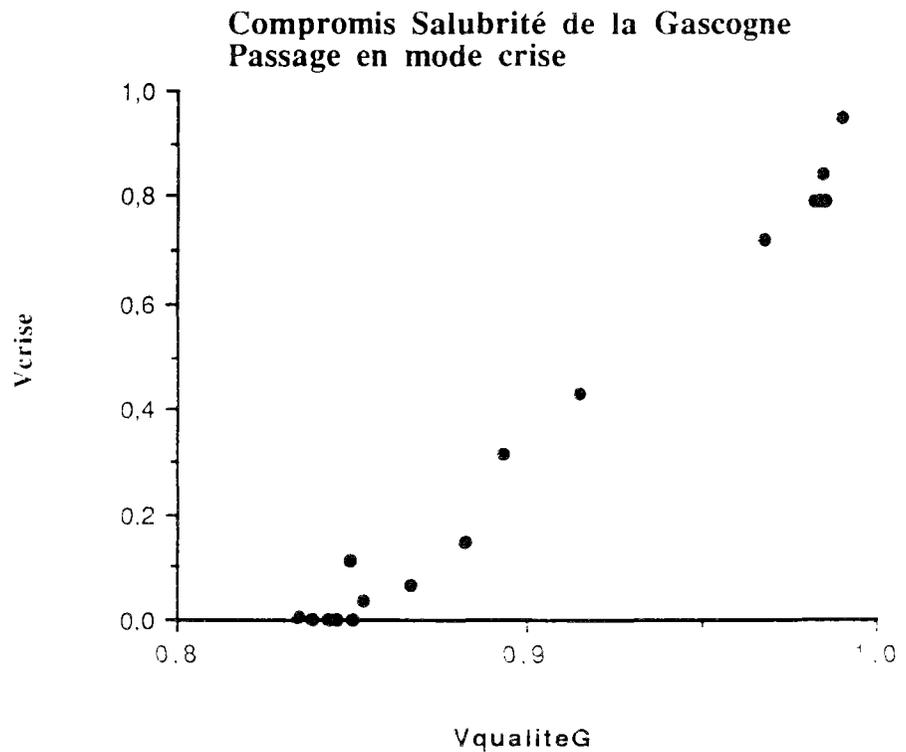


Figure 4-9 : Compromis entre fréquence de crise et soutien d'étiage

3.6. Un exemple de l'optimisation séquentielle de la fonction de Bellman

L'illustration de ce calcul a été représenté pour la grille correspondant au pas de temps 9 avec les valeurs $\alpha = 0.1$ et $\beta = 0.85$.

Tous les résultats représentés ci après sont relatifs à un état avec une situation de départ normale.(situation(t)= normale)

Pour chaque point de la grille est lié à un niveau de discrétisation du stock (S_t : 21 niveaux) et de la Neste (N_{t-1} : 7 niveaux) . Les lignes représentées sur les surfaces qui suivent sont les projections de la grille d'états sur la surface calculées. On peut visualiser les résultats suivants:

3.6.1. La fonction de Bellman

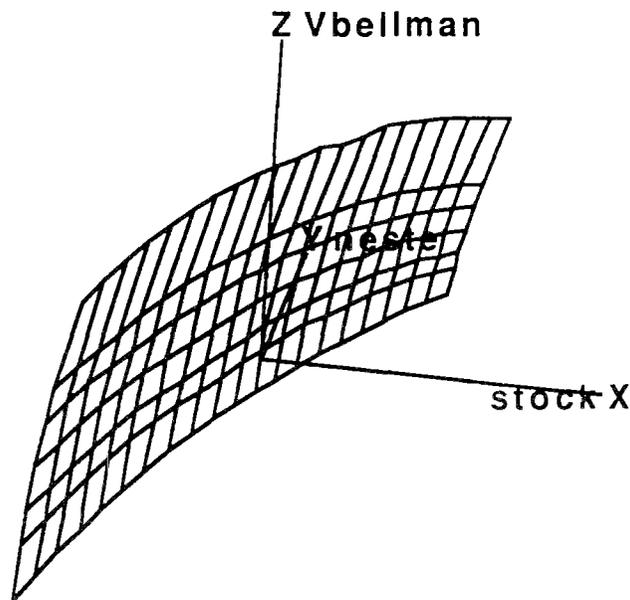


Figure 4-10: Exemple de fonction de Massé-Bellmann

La procédure de calcul par programmation dynamique fournit la fonction critère:

$$\beta \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t}^T \left((1-\alpha) f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(r_n(t)) \right) \right\} + (1-\beta) \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=t}^T g(\text{mode}(t)) \right\}$$

qui est représentée ci-dessus pour les valeurs $t=9$:sur la grille (stock à t :neste à $t-1$) en mode normal.

C'est l'espérance mathématique du critère d'optimisation anticipé à l'instant $t = 9$ dans un état de stock S_t donné et pour la valeur des apports de la Neste N_{t-1} (dont on a connaissance à cet instant t).

Elle varie entre 0 pour les très faibles valeurs de stock et de la Neste jusqu'à une valeur proche de $T-t = 11$ pour les fortes valeurs de stocks et de débits de la Neste.

En fait cette forme lisse de la Figure 4-10 cache la somme de deux fonctions :

- la partie irrigation:

$$E \left\{ \sum_{t=0}^T g(\text{mode}(t)) \right\}$$

qui montre une ligne de rupture dans le plan (stock , Neste) que l'on retrouve aussi dans :

- la partie de l'objectif lié à la qualité:

$$E \left\{ \sum_{t=0}^T ((1-\alpha)f_g(r_g(t)) + \alpha f_n(r_n(t))) \right\}$$

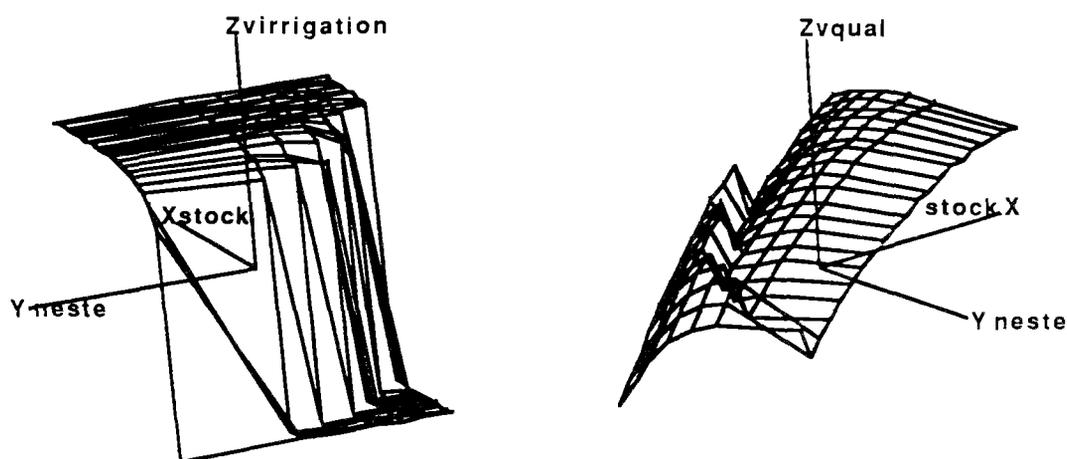


Figure 4-11: Irrigation et salubrité

Le phénomène de la Figure 4-11 est le suivant:

Lorsque l'on va vers les faibles valeurs de stocks et les très minces apports de la Neste, la stratégie optimale est de passer en mode crise, ce qui se traduit par une "falaise" tombant jusqu'à zero sur le schéma qui représente l'espérance de la durée moyenne restante de l'irrigation (suspension des irrigations). Il en résulte une augmentation compensatrice liée a l'augmentation de la salubrité des rivières de la Gascogne qu'autorise ce basculement de mode ainsi qu'on peut le voir sur la deuxième surface ci dessus représentant la partie de l'objectif liée à la qualité.

3.6.2. Les autres indicateurs:

La programmation dynamique permet de calculer d'autres indicateurs en supposant que l'on adopte la politique optimale $L^*(t) = L(S_t, N_{t-1}, \text{situation}(t))$ depuis t jusqu'à T l'horizon de gestion.

On peut ainsi anticiper:

3.6.2.1. Le volume moyen final

En suivant les trajectoires optimales et en effectuant le calcul récursif d'espérance on peut garder la trace à chaque pas de temps du volume moyen final (Figure 4-12)

auquel on s'attend en adoptant la politique $u^*(t) = u(S_t, N_{t-1})$. On voit qu'il croît, comme on s'y attend, avec les valeurs de S_t et de N_{t-1} et que celui-ci est plus sensible au niveau de stock d'où l'on part à t qu'au régime de la Neste.

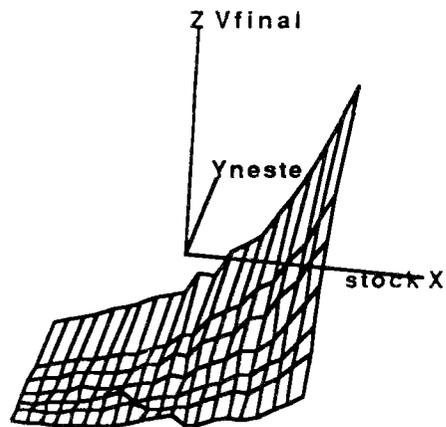


Figure 4-12: Volume final

3.6.2.2. La probabilité d'apparition d'au moins une défaillance

future

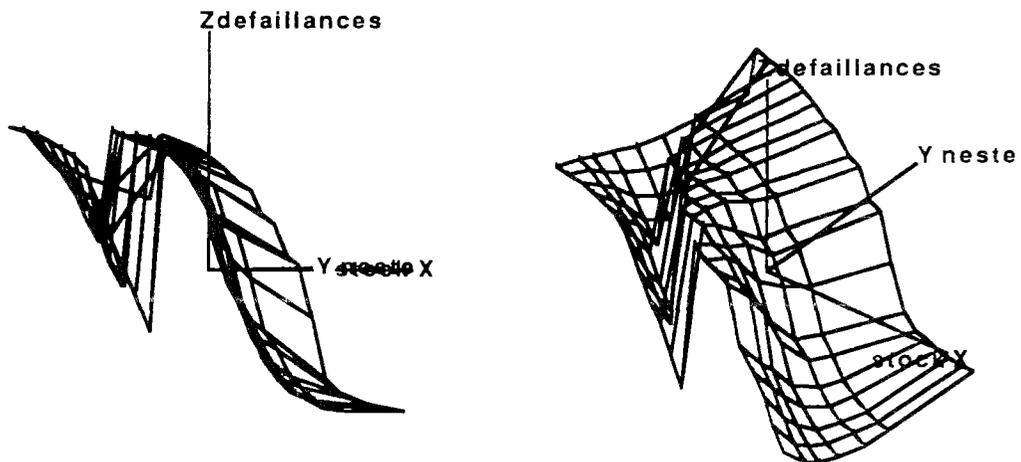


Figure 4-13: Risque de défaillance

On peut calculer de même la probabilité d'au moins une défaillance future à partir de l'instant t le long d'une trajectoire optimale $u^*(t) = u(S_t, N_{t-1})$ par la formule réursive suivante:

Proba(au moins une défaillance pour l'avenir à t) = Proba(défaillance immédiate sur la Gascogne à t) + (1 - Proba(défaillance immédiate sur la Gascogne à t)) * Proba(au moins une défaillance pour l'avenir à $t+1$)

Elle varie en S entre 0 pour les faibles valeurs de Stock et 1 pour les fortes valeurs comme le montre le premier schéma qui présente une vue de profil. Il se produit un décrochement brusque lorsque l'on passe du mode crise au mode fonctionnement normal pour des faibles valeurs de stocks qui correspond au raisonnement suivant:

- à stock nul on se met en fonctionnement de crise et il existe une haute probabilité de défaillance (d'autant plus haute que les apports Neste sont faibles)
- lorsque le stock augmente, dans un premier temps on reste en mode crise et la probabilité d'au moins une défaillance de salubrité sur le futur décroît.
- il existe une valeur du stock pour laquelle il devient plus intéressant de fonctionner en mode normal, sous lequel la probabilité de défaillance future de salubrité redevient alors importante.
- cette probabilité de défaillance diminue alors régulièrement à mesure que le stock croît. Le second schéma représente les liaisons avec l'autre dimension d'état qu'est l'apport N_{t-1} de la Neste.

3.6.2.3. La durée totale moyenne attendue pour le fonctionnement en précrise

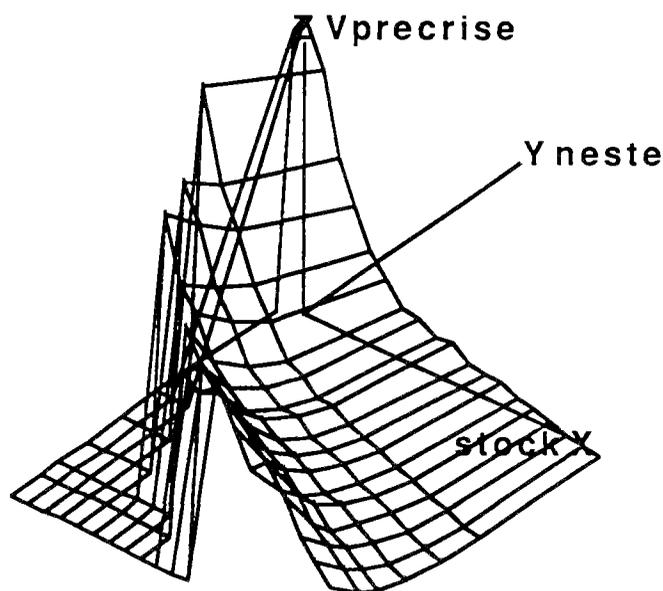


Figure 4-14: : Résilience de précrise

De la même façon on peut calculer récursivement l'indice de résilience liée au fonctionnement en précrise pour les périodes à venir (Figure 4-14). On note qu'il assure la transition régulière entre le régime de crise (faibles valeurs de S_t et N_{t-1}) et le régime normal (valeurs de S_t et N_{t-1} élevées)

4. PRISE EN COMPTE DES TOURS D'EAU ET MODIFICATIONS DU MODELE

4.1. Les modifications apportées

Jusqu'à la sécheresse grave de l'année 1989, la règle des tours d'eau, consistant. faute de ne pouvoir augmenter la ressource, à diminuer la demande en organisant des restrictions de la durée des prélèvements : d'abord 6 jours sur 7, puis 5, puis 4 etc., n'avait jamais été instaurée. Nous l'avons mis en œuvre dans le modèle ci après. Au prix d'une légère modification du modèle précédent, en attribuant des valeurs, non plus en 0/1, mais sous la forme $7/7, 6/7, 5/7 \dots 0/7$ à la variable mode décrivant la crise, nous pouvons prendre en compte une politique de tours d'eau.

Une seconde modification a été réclamée par la Compagnie d'aménagement des coteaux de Gascogne. En pratique, il est impossible d'obliger les agriculteurs à suspendre les irrigations sans effectuer d'abord le passage du débit laissé sur la Neste de 4 à 3 m³/s et en tolérant que celui des rivières de Gascogne excède la valeur $q_{\min G}$, égale au dixième du module. De fait, disparaît alors la symétrie du problème qui considérait l'objectif de salubrité de la rivière Neste au même titre que celui des rivières de Gascogne. On se trouve alors en présence d'une commande monodimensionnelle:

- en situation d'abondance, $r_g > q_{\min G}$; $\gamma = 1$ (irrigation); $r_n = q_{\text{obj}N}$ + le reliquat d'apport de montagne ne pouvant être transféré via le canal vers la Gascogne.
- en situation de précrise, $r_g > q_{\min G}$; $\gamma = 1$ (irrigation); $r_n = q_{\min N} + 0$.
- en situation de restriction, $r_g = q_{\min G}$; $\gamma < 1$ (tours d'eau); $r_n = q_{\min N}$.

4.2. Le nouveau modèle

4.2.1. L'objectif général de compromis

L'objectif global est pris sous la forme, en supposant que t_0 désigne la période de départ :

$$E \left\{ \sum_{t=t_0}^T f_g(r_g(t)) \right\} - \text{PEN} E \left\{ \sum_{t=t_0}^T \gamma(t) \right\}$$

Comme on le voit, la salubrité côté Neste n'intervient plus. Le compromis à réaliser s'appuie simplement sur la répartition des poids relatifs (PEN° de chacun des deux objectifs irrigation et qualité sur la Gascogne

4.2.1. Analyse du système

4.2.1.1. Les équations d'évolution du système

$$S(t+1) = S(t) - L(t), L_{\max} \geq L(t) \geq 0$$

$$\text{LOG } N(t) = a(t) + b(t) \text{ LOG } N(t-1) + \sigma(t) \varepsilon(t)$$

$$r_n(t) = r_n^*(t) + \text{Sup} \left(0, N(t) - 14 - r_n^*(t) \right)$$

$$r_n^*(t) = q_{\min N} \text{ ou } r_n^*(t) = q_{\text{obj}N}$$

$$L^*(t) = -r_g^*(t) + N(t) - r_n(t) - \gamma(t) D(t) + G(t)$$

si $L_{\max} \geq L^*(t) \geq 0$ alors $L(t) = L^*(t)$ et $r_g(t) = r_g^*(t)$

si $L_{\max} < L^*(t)$ alors $L(t) = L_{\max}$ et $r_g(t) = r_g^*(t) - L^*(t) + L_{\max}$

si $L^*(t) < 0$ alors $L(t) = \text{INF}(0, (L^*(t) + q_{\text{obj}}G - r_g^*(t)))$ et $r_g(t) = \text{INF}(r_g^*(t) - L^*(t), q_{\text{obj}}G)$

Commentons ces équations :

4.2.1.2. L'état du système, commande et transitions

Appelons $X(t) : \{S(t), N(t-1)\}$ l'état du système à la date t .

L'état $X(t)$ caractérise l'ensemble des informations dont on dispose au début de la semaine t :

- on connaît le niveau des réserves $S(t)$, et la première équation en donne l'évolution;
- durant la semaine précédente, on a enregistré des apports de la Neste à la valeur $N(t-1)$. Une étude hydrologique portant sur 15 années de données hebdomadaires a montré que le Log standardisé de ces apports suit un processus autorégressif d'ordre 1, ce que décrit l'équation avec $\varepsilon(t)$, un bruit blanc à temps discret .

On a ensuite une équation de bilan à travers le canal de la Neste dont la capacité de transfert est limitée à 14m³/s.

Le débit réservé de la Neste est de 3 ou 4 m³/s.

La dernière série d'équations écrit le bilan sur les rivières de Gascogne prenant en compte l'arrêt éventuel des irrigations si $\gamma(t) = 0$; la répartition statistique de la demande $D(t)$ a été étudiée sur treize années de mesures hebdomadaires obtenues à partir des mesures sur les périmètres d'irrigation que la CACG conduit en régie, ainsi que celles des apports naturels agglomérés des rivières de Gascogne ($G(t)$). On fait l'hypothèse que ces variables aléatoires sont indépendantes entre elles, et d'un pas de temps au suivant.

Lorsque le lâcher possible $L^*(t)$ est nul ou négatif on utilise les excès pour produire un r_g supérieur à la consigne jusqu'à $q_{\text{obj}}G$ puis pour remplir les réservoirs, s'il exède la valeur L_{\max} capacité maximale des vannes des barrages alors r_g est diminué de l'écart correspondant .

La commande $(r_g^*(t), \gamma^*(t))$ traduit l'action à entreprendre durant la semaine t .

La règle de gestion stratégique définit donc une application telle qu'à chaque instant on fasse correspondre à un état $X(t)$ une commande $u(t) =$

$(r_g^*(t), \gamma^*(t)) = (r_g^*(X(t)), \gamma^*(X(t)))$ qui fournissent une solution optimale pour le critère de gestion. Le processus des états forme alors une chaîne markovienne d'ordre 1 lorsque la commande par ce retour d'état est appliquée . Celle ci est obtenue par programmation dynamique classique avec un tableau de bord d'indice de gestion dont nous donnons un exemple ci après.

4.3. Exemple de tableaux de bord.

Imaginons que nous soyons au pas de temps 4 c'est à dire en début de semaine 5. En pratique, les tours d'eau n'ont pas été déclenchés . Que proposer au gestionnaire du système? Pour chaque niveau possible de tours d'eau, nous lui fournissons, à partir de logiciels installés sur site , les tableaux qui suivent. Sur la première ligne, on trouve les niveaux possibles de la réserve agglomérée en millions de m³. Sur la première colonne les débit de la Neste en m³/s au cours de la semaine précédente. Le décideur peut faire varier

les paramètres du calcul (coefficient de pondération entre objectifs, volume maximal des réserves, débits souscrits, etc) et recommencer les calcul, puis simuler ce que cette gestion aurait eu comme performance sur les séries d'apports et de demandes historiques déjà stockées. On peut obtenir notamment les tableaux suivants:

Consignes pour salubrite gascogne

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75
16.0	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.7	6.7	7.3	7.8	8.3	8.7	9.1	9.4	9.8	10.2	11.0
24.1	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.1	6.7	7.3	7.3	7.8	8.3	8.7	9.2	9.6	10.0	10.3	10.7	11.6
28.8	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.7	6.7	7.3	7.8	8.3	8.7	9.1	9.6	9.8	10.2	10.5	10.8	11.7
35.7	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.7	7.3	7.8	7.8	8.7	8.7	9.4	9.6	10.1	10.4	10.7	11.0	11.8
44.3	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.1	6.7	7.3	7.8	8.3	8.7	9.1	9.4	9.8	10.3	10.4	10.9	11.3	11.9
52.8	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.7	6.7	7.3	7.8	8.3	8.7	9.1	9.7	10.1	10.3	10.6	10.9	11.3	11.9
79.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	6.1	6.7	7.3	7.8	8.3	8.7	9.1	9.6	10.0	10.3	10.5	10.9	11.1	11.3	12.0

Si, la Neste est basse pour la saison, par exemple 16 m³/s et qu'il reste 60 Millions de m³ dans les réservoirs alors il faut adopter une consigne de gestion stratégique de 9.1 m³/s.

Consignes pour tours d'eau dans la semaine

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75
16.0	2/4	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
24.1	2/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
28.8	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
35.7	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
44.3	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
52.8	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4
79.4	1/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4	0/4

Dans l'exemple précédent (S= 60 Mm³; N = 16 m³/s; r_g= 9.1 m³/s), on voit qu'il faut rester, à l'évidence, sans enclencher de tours d'eau.

Probabilité d'épuisement des ressources d'ici la semaine: 20

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75
16.0	25	23	25	25	25	25	24	23	22	21	20	18	16	15	13	12	11	9	8	7	6
24.1	19	24	25	25	25	24	23	21	20	19	17	16	14	13	11	10	9	7	6	5	4
28.8	22	24	25	25	25	23	22	21	19	18	16	15	13	12	10	9	8	7	5	4	3
35.7	21	24	25	25	24	23	21	20	18	17	15	14	12	11	10	8	7	6	5	4	3
44.3	20	24	25	25	23	22	20	19	18	16	15	13	12	10	9	8	6	5	4	3	3
52.8	19	24	25	24	23	21	20	18	17	15	14	13	11	10	8	7	6	5	4	3	2
79.4	16	24	24	23	22	20	19	17	16	14	13	12	10	9	8	6	5	4	3	2	2

On donne aussi la probabilité de défaillance en stock jusqu'à la fin de la saison. Ce risque permet de juger du caractère critique ou non de la situation selon l'importance de la réserve et l'hydrologie de la Neste, ainsi que l'espérance du volume final (à la mi-octobre).

Valeur moyenne escomptée des réserves d'ici la semaine: 20

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75	
16.0	22	20	18	16	14	12	11	10	9	9	8	8	8	8	9	9	10	11	12	13	13	
24.1	22	18	15	13	12	10	9	9	8	8	8	8	9	9	10	10	11	12	13	14	15	
28.8	20	17	14	12	11	10	9	9	8	8	8	8	9	9	10	11	11	12	14	15	16	
35.7	21	16	13	11	10	9	9	8	8	8	8	9	9	10	10	11	12	13	14	16	17	
44.3	21	15	13	11	10	9	8	8	8	8	8	9	9	10	11	11	12	14	15	17	18	
52.8	22	15	12	10	9	9	8	8	8	8	8	9	9	10	11	12	13	14	16	17	19	
79.4	23	14	11	10	9	8	8	8	8	8	8	9	9	10	10	11	12	14	15	17	18	20

On fournit de plus chacun des deux indices de performances composant le critère à optimiser séquentiellement:

Performance moyenne escomptée de la salubrite en % horizon pour la semaine: 20

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75
16.0	*	*	*	*	2	6	11	17	23	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	82	84
24.1	*	*	*	3	8	13	19	26	32	39	46	52	57	63	68	72	76	80	83	86	88
28.8	*	*	0	5	10	16	23	29	36	43	49	55	61	66	71	75	79	82	85	87	89
35.7	*	*	2	7	13	20	26	33	40	47	53	59	64	69	73	77	81	84	87	89	91
44.3	*	*	4	10	16	23	30	36	43	50	56	62	67	71	76	79	83	86	88	90	92
52.8	*	0	5	12	18	25	32	39	46	52	58	64	69	73	77	81	84	87	89	91	92
79.4	*	3	9	15	22	29	36	44	50	56	62	67	72	76	80	83	86	89	91	92	93

Performance moyenne escomptée de l'irrigation en % horizon pour la semaine: 20

	0	4	8	11	15	19	23	26	30	34	38	41	45	49	53	56	60	64	68	71	75
16.0	13	28	37	46	55	62	69	74	79	83	86	89	91	93	95	96	97	97	98	98	99
24.1	27	40	50	58	65	72	77	81	85	88	90	92	94	95	96	97	98	98	99	99	99
28.8	36	45	54	62	69	75	80	83	86	89	91	93	94	96	97	97	98	98	99	99	99
35.7	41	50	59	66	73	78	83	86	88	91	92	94	95	96	97	98	98	99	99	99	99
44.3	45	54	62	70	76	81	84	88	90	92	93	95	96	97	97	98	98	99	99	99	100
52.8	48	57	65	72	78	83	86	88	91	93	94	95	96	97	98	98	99	99	99	99	100
79.4	52	61	70	76	82	85	88	90	92	94	95	96	97	98	98	99	99	99	99	100	100

4.4. Validation par rapport à un autre modèle.

Nous avons validé ce modèle par rapport à un modèle fondée sur une idée proche des techniques de "courbe objectif de vidange" que nous présentons par la suite. Nous avons aussi comparé ce que donnerait chacune de ces gestion par rapport à une gestion en avenir certain obtenue en calculant a posteriori qu'elle aurait été le plus haut niveau de salubrité constant à maintenir sur les rivières de Gascogne en supposant tous les aléas connus sur une série de 11 années de 1975 à 1985. Sur les 11 années, le rapport

$$\sum_{t=1}^{T=20} \left(\frac{r_G(t) - q_{\text{idéal}}}{q_{\text{idéal}}} \right)^2 \text{ est de l'ordre de } 10\% \text{ pour la méthode par programmation}$$

dynamique, tandis qu'il vaut environ 20% pour l'autre méthode que nous présentons ci-après. On voit que la méthode par programmation dynamique offre une performante un peu meilleure en ce sens qu'elle propose un débit de consigne plus lisse et proche du débit $q_{\text{idéal}}$ que l'on aurait pu calculer en avenir certain.

5. GESTION STRATEGIQUE PAR SYNTHÈSE D'UNE COURBE DE VIDANGE TYPE

5.1. Principes de la synthèse

Les deux idées fondamentales consistent à faire une analyse a posteriori et à travailler sur les grandeurs cumulées :

1°) Une fois la campagne terminée, le gestionnaire, qui dispose alors de "toutes" les données d'apports naturels et de prélèvements, sait alors, a posteriori, définir le débit de salubrité ($r_g + r_n$), constant sur la période de lâcher, qu'il aurait pu (ou dû) s'engager à maintenir. Si un premier calcul lui donne ($r_g < q_{\min}G$), il cherche alors la date au plus tard où il aurait dû arrêter les irrigations pour maintenir $r_g = q_{\min}G$ sur toute la période. Il sait donc également établir les courbes de vidanges "optimales" de ses réservoirs.

2°) Les barrages étant supposés pleins en début de campagne, le débit de salubrité a posteriori ($r_g + r_n$) dépend de la seule variable (notée $V_A(T)$) "différence entre le volume des apports naturels et volume des prélèvements cumulés sur la totalité des périodes de gestion".

5.2. Comment établir une gestion du compromis

Il s'agit de traduire l'augmentation immédiate de la salubrité en fonction du risque de défaillance future, et de la diminution du stock disponible en fin de campagne.

5.2.1 La statistique des $V_A(T)$

Soit $[1, T]$ la période de gestion considérée et on notera $q_A(t)$ différence entre les apports naturels utilisables (à cause de la capacité limitée à $14 \text{ m}^3/\text{s}$ du canal de la Neste) par le système et les prélèvements qui s'y réalisent.

$$V_A(t) = \sum_{\tau=1}^t q_A(\tau) d\tau$$

est le bilan cumulé jusqu'à la période t . $V_A(T)$ est le bilan global sur la saison.

L'étude statistique sur 15 années de ces différentes quantités $V_A(t)$ montre qu'à t fixé, elles obéissent à des lois de Gauss $N(m, s)$. On peut adopter à un instant donné t fixé, la forme suivante où U est une variable aléatoire gaussienne $N(0, 1)$:

$$V_A(t) = m(t) + s(t)U$$

La figure 4-15 en donne l'allure au cours du temps ainsi que celle de deux quantiles dont nous expliciterons l'intérêt ci-après.

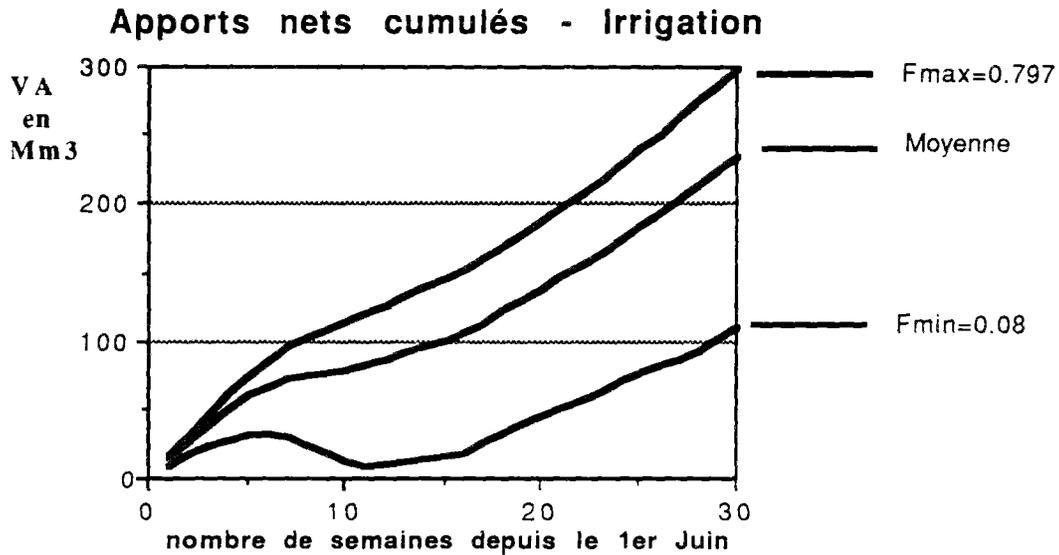


Figure 4-15: Loi des ressources utilisables pour la salubrité en fonction du temps

5.2.2 Fréquence des défaillances par rapport au débit seuil

Plaçons nous en T fin de la période de gestion. En appelant :

$(q_{\min} G + q_{\min} N)$: le débit de salubrité seuil,

VL_0 : la capacité des réservoirs,

on voit que dans le cas extrême où on utilise toutes les capacités des réservoirs pour garantir le débit seuil de salubrité $(q_{\min} G + q_{\min} N)$, on ne peut à la fois satisfaire les prélèvements et la salubrité minimale si l'état hydraulique est tel que :

$$V_A(t) \leq ((q_{\min} G + q_{\min} N) \times T) - VL_0$$

La fréquence de défaillance F_{\min} est donc la probabilité de non dépassement associé à la valeur U_{\min} de la gaussienne associée avec :

$$U_{\min} = \frac{((q_{\min} G + q_{\min} N) \times T - VL_0 - m(T))}{s(T)}$$

En deçà de cette fréquence, on ne peut assurer un débit minimum de salubrité à moins de suspendre les irrigations.

5.2.3 Fréquence de défaillance par rapport au débit objectif

De la même façon qui définit une probabilité de défaillance par rapport au débit seuil, on peut définir une probabilité de défaillance par rapport au débit objectif. Toutefois, s'il est évident que l'on accepte de vider entièrement les réservoirs pour maintenir le débit seuil, il n'en va pas de même pour le débit objectif. Notons VL_1 la valeur que l'on accepte de déstocker pour maintenir ce débit de salubrité objectif.

Dans ces conditions la probabilité de défaillance par rapport au débit objectif F_{\max} est la probabilité de non dépassement associé à la valeur U_{\max} de la gaussienne estimée pour $V_A(T)$:

$$U_{\max} = \frac{((q_{\max} G + q_{\max} N) \times T - VL_1 - m(T))}{s(T)}$$

Le compromis entre augmentation de la salubrité, qui nous inciterait à prendre $VL_1 = VL_0$, et la prudence extrême qui voudrait que la retenue $VL_1 = 0$, s'effectue bien par le choix de VL_1 , qui est donc la variable de compromis de notre modèle. Dans le cadre de l'étude Neste, nous avons retenu pour VL_1 la valeur $\frac{VL_0}{2}$.

5.3. Choix d'une loi pour les débits de salubrité

Plaçons nous en fin de période de gestion à T. On cherche à trouver une loi : $F \rightarrow Q_S(F)$, F étant la probabilité de non dépassement associé à la variable V_A et $Q_S(F)$ le niveau à fixer pour la salubrité.

Dans ce modèle, F caractérise l'état hydrique du système.

Nous avons vu que nous pouvons associer :

- à F_{\min} , un débit de salubrité Q_{\min} et une valeur du lâcher VL_0
- à F_{\max} , un débit de salubrité Q_{\max} et une valeur du lâcher $VL_1 = \frac{VL_0}{2}$

Nous avons donc rechercher une loi $F \rightarrow Q_S(F) = (r_g + r_n)(F)$ telle que quand F croit de F_{\min} à F_{\max} ,

$(r_g + r_n)$ croit de $(q_{\min} G + q_{\min} N)$ à $(q_{\text{obj}} G + q_{\text{obj}} N)$

VL décroît de VL_0 à $\frac{VL_0}{2}$.

Notons $u(F)$ la valeur critique de la gaussienne $N(0,1)$ reliée à F.

La loi $F \rightarrow a + bu(F)$ avec (a, b) tels que :

$$a + b U_{\min} = (q_{\min} G + q_{\min} N)$$

$$a + b U_{\max} = (q_{\text{obj}} G + q_{\text{obj}} N)$$

répond aux conditions ci-dessus. C'est cette loi que nous avons retenue.

5.4. Courbes vidanges-type : $t \rightarrow VL(F, t)$

Pour un instant t futur fixé dans $[1, T]$, supposons que l'on connaisse l'état hydrologique par la fréquence F. On peut alors déterminer $Q_S(t, F)$. Pour trouver $V_A(t)$ correspondant à F on utilise la formule (2) :

Le cumul des quantités lâchées des barrages jusqu'à l'instant t $V_L(t)$ sera obtenu par l'équation de bilan :

$$V_L(t) = -V_A(t) + \sum_{\tau=1}^t Q_S(\tau, F)$$

On peut ainsi tracer des courbes de vidange type pour une fréquence donnée de $V_A(t)$

5.5. Prévision et calcul d'une stratégie

On a vu comment déterminer le débit de salubrité $r_g + r_n$, connaissant $V_A(T)$ à l'horizon de gestion, dernière période de la saison T ou plus exactement la probabilité de non dépassement associée. Comment estimer $V_A(T)$ et plus généralement l'état hydrique F du système ?

Soient t l'instant présent et $t' = t + 3$ semaines. On peut écrire :

$$V_A(T) = \sum_{\tau=1}^t q_A(\tau) + \sum_{\tau=t}^{t'} (q_{\text{nat}}(\tau) - D(\tau)) + \sum_{\tau=t'}^T (q_{\text{nat}}(\tau) - D(\tau))$$

$$V_A(T) = \sum_{\tau=1}^t q_A(\tau) + \sum_{\tau=t}^{t'} q_{\text{nat}}(\tau) + \sum_{\tau=t'}^T q_{\text{nat}}(\tau) - \sum_{\tau=1}^T D(\tau)$$

Dans ces équations, $q_{\text{nat}}(t)$ représente les apports naturels durant la semaine t exploitables pour l'irrigation et la salubrité, c'est à dire éventuellement tronqués à la capacité de transfert du canal Neste. Le premier terme représente le passé. Ce terme peut donc être calculé. Cependant le poids du passé n'intervient que par l'état du stock d'eau dans les barrages, on préférera estimer ce terme par la valeur théorique $V_A(t)$

correspondant au volume $V_L(t)$ effectivement lâché, permettant ainsi de tenir compte de toutes les perturbations qui ont pu se produire et en particulier de l'efficacité du système.

Le second terme représente le futur prévisible : lié à l'hydrologie des cours d'eau connaissant la chronique des débits aux cours des semaines passées, on peut, par calage de modèles de tarissement, prévoir les débits sur une période de 3 semaines environ.

Les deux derniers termes représentent le futur imprévisible, car lié à la pluviométrie : il concerne le débit naturel au delà des trois semaines à venir et les prélèvements.

Imprévisible au sens strict, ce terme ne peut être estimé que statistiquement, ce qui, de plus, pose le problème du choix d'une fréquence à utiliser pour cette extrapolation. Dans la pratique, cette fréquence est obtenue en cherchant à minimiser sur la quinzaine d'années d'observations dont on dispose la somme des carrés des écarts entre les débit idéaux " $(r_g + r_n)$ " calculés a posteriori et les $(r_g + r_n)$ hebdomadaires donnés par le modèle.

1977: COMPARAISON de SALUBRITE

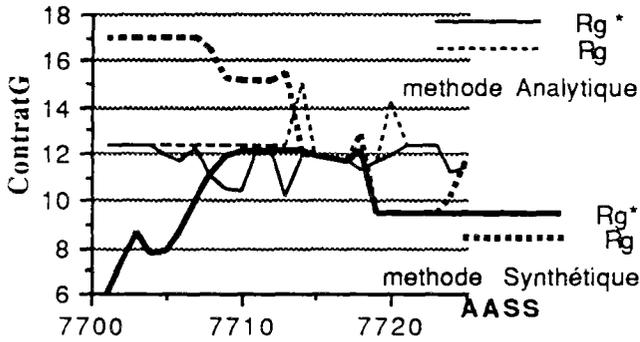


Figure 4-16: $R_g(t)$ en année humide

1977 : COMPARAISONS de GESTIONS

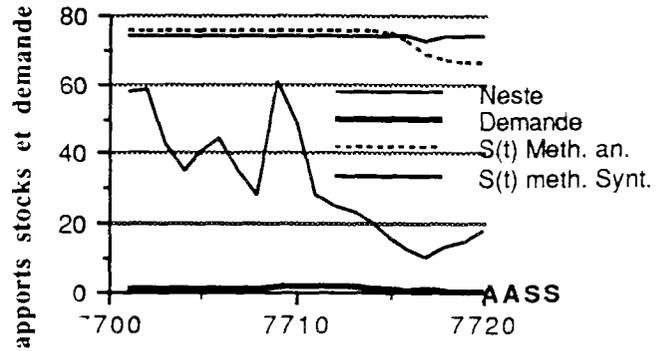


Figure 4-17: $S(t)$ en année humide

1980 : COMPARAISONS de SALUBRITE

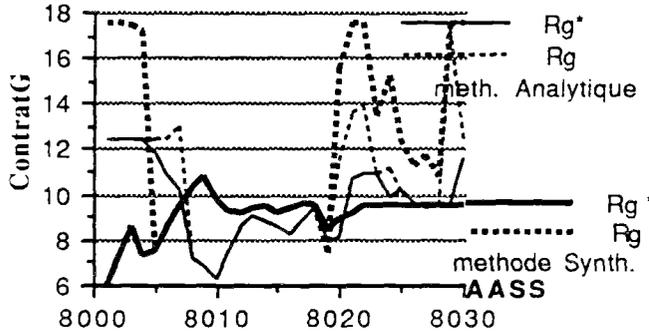


Figure 4-18: $R_g(t)$ en année normale

1980 : COMPARAISONS de GESTIONS

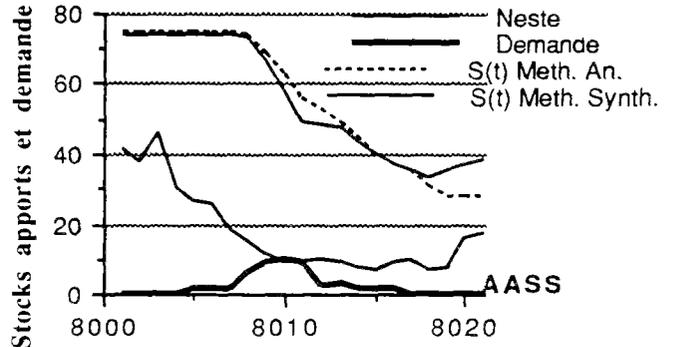


Figure 4-19: $S(t)$ en année normale

1985 : COMPARAISONS de SALUBRITE

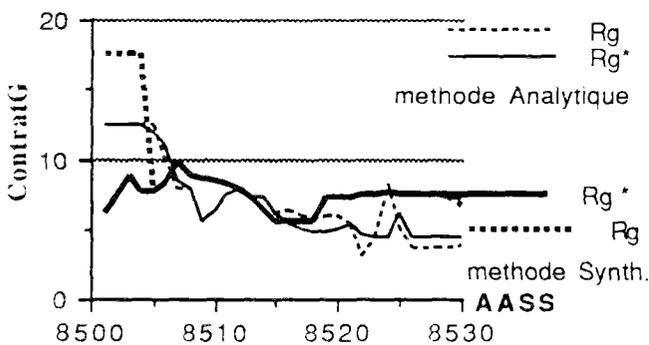


Figure 4-20: $R_g(t)$ en année sèche

1985 : COMPARAISONS de GESTIONS

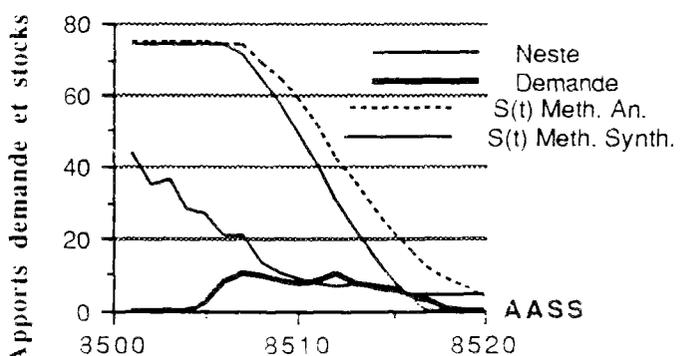


Figure 4-21 $S(t)$ en année sèche

5.6. Etude de la gestion sur les chroniques passées

L'étude de la gestion sur les données réelles des années de 75 à 85 peut être entreprise pour les diverses gestions proposées.

5.6.1. Année humide du type 1977

L'étiage de la Neste se produit tard dans la saison et la demande en irrigation est extrêmement faible. Le débit r_g à l'exutoire (en pointillé sur le graphe des figures 4-16 et 4-17) des coteaux de Gascogne suit une évolution généralement très supérieure à la consigne pour les deux méthodes à qui cette année d'abondance hydraulique ne pose aucun problème.

5.6.2. Année normale du type 1980

L'étiage de la Neste se produit plus tôt dans la saison et, pour le modèle CERGRENE le débit r_g à l'exutoire de Gascogne en subit le contre-coup, quittant alors sa trajectoire jusque-là parallèle au lâcher pour tendre vers son minimum tandis que se produit le maximum de demande pour l'irrigation et que le lâcher fournit le maximum de ressources. Il restera néanmoins suffisamment d'eau dans les réserves pour permettre de relever les valeurs de r_g en fin d'étiage lorsque s'atténue la demande en irrigation. Le modèle CACG n'accuse pas ce type de comportement à la période 10. (cf Figures 4-18 et 4-19)

5.6.3. Année exceptionnellement sèche du type 1985

En 1985, alors que les précipitations sont normales jusqu'en Juin, elles sont de plus en plus déficitaires à partir de Juillet et exceptionnellement faibles en Septembre. En conséquence, on observe, sur les figures 4-20 et 4-21, une chute brutale des débits en fin d'été tandis que les records de consommation pour l'irrigation dans les vallées du Lannemezan sont battus. Les modèles de gestion que nous proposons auraient donc, comme le montre la figure suivante, en premier lieu abaissé le débit QG de salubrité sur la sortie des rivières de Gascogne à sa valeur plancher, puis, en fin d'été, transgressé cette valeur et finalement déclenché le mode crise sur la fin de l'étiage pour améliorer la satisfaction des demandes de salubrité et d'irrigation sur les coteaux de Gascogne. Historiquement, c'est effectivement un comportement similaire qui a été adopté.

5.6.4. Année sèche du type 1976

Alors qu'en 1985 l'étiage de la Neste et la sécheresse se sont produits relativement tardivement, en 1976 la sécheresse est beaucoup plus précoce. Le modèle du CERGRENE réagit plus violemment à ces conditions que le modèle CACG. Il abaisse donc la consigne de salubrité très rapidement puis reprend une évolution parallèle au modèle CACG ensuite.

5.7. Conclusions partielles

Le problème de la stratégie de gestion d'un système de transfert d'eau en vue de l'irrigation et du maintien de la salubrité en avenir incertain peut être résolu par un modèle classique de décision séquentielle par programmation dynamique dont un certain nombre de paramètres sont à caler. Il peut faire l'objet d'une gestion par courbe objectif de vidange.

Ayant appliqué ces modèles au cas concret de la gestion du système Neste, on constate les faits suivants.

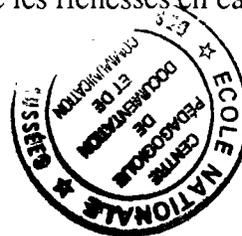
1) L'apport quantitatif majeur est de permettre au gestionnaire d'exposer ses objectifs et de définir les défaillances de façon rationnelle, puis de rechercher une règle d'opération optimale réalisant l'adéquation de la gestion aux objectifs ainsi définis. Il faut bien nuancer cette conclusion car les hypothèses de modélisation adoptées et les incertitudes portant sur le modèle hydrologique lui-même influent directement sur les résultats obtenus. KLEMES (1978) a d'ailleurs parfaitement illustré que l'importance des distorsions engendrées pouvait atteindre l'ordre de grandeur des résultats calculés. En plus de l'étude détaillée des simulations sur données historiques, le gestionnaire du système Neste a donc démarré une phase de validation sur le terrain des consignes d'opérations obtenues par le modèle d'optimisation.

2) Les deux modèles fournissent des résultats analogues sur le cas de la Neste.

3) Les techniques de programmation dynamique en avenir incertain, outre leur intérêt opérationnel classique de procurer une règle en boucle fermée fonction des informations du gestionnaire sur l'état du système, peuvent aussi être utilisées pour calculer un faisceau d'indices de gestion, véritable tableau de bord conditionnel à la trajectoire optimale future.

4) Ces techniques peuvent traiter dans le même cadre mathématique l'adjonction d'une variable de commande discontinue indiquant le passage en modes de gestion dégradés, notamment le mode de fonctionnement en crise.

5) De tels modèles procurent certes un outil d'aide à la décision mais ne réalisent pas le miracle de surmonter les difficultés rencontrées à l'occasion d'une sécheresse exceptionnelle telle celle de 1976 ou 1985. En d'autres termes, le meilleur modèle de gestion stratégique ne peut pas créer de ressources additionnelles en eau...mais permettent d'allouer de façon plus rationnelle les richesses en eau au cours de la saison.



LE CAS DE LA SEINE

Cette étude de la gestion journalière du barrage réservoir SEINE a été entreprise en commun avec X. YANG, C. MICHEL, P.A. ROCHE. Les principaux résultats ont été publiés dans YANG et al.(1991). On aborde ici la vision stratégique de la gestion d'un système de ressources en eau pour envisager les relations "module de prévision- module de gestion" au cours d'une gestion tactique (ici au pas de temps journalier).

6. COMPARAISON DE LA PROGRAMMATION DYNAMIQUE EN AVENIR CERTAIN AVEC LA METHODE DES SCENARIOS

ALEXANDRIDIS et KRZYSZTOFOWICZ (1982), KLEMES (1977) ont mis en évidence des phénomènes de sous-optimalité des performances de gestion d'une centrale thermique pour les premiers, d'un barrage-réservoir pour le dernier lorsqu'on découplait les systèmes de prévision et d'optimisation, c'est-à-dire lorsqu'on manipulait des données en vue d'une optimisation, sans tenir compte de leur nature aléatoire, comme si on les supposait non entachées d'erreurs. En pratique, notamment pour des raisons de temps de calcul sur ordinateur, il arrive que l'on soit contraint d'agir ainsi. Ne pas se limiter à examiner les seules performances mathématiques des différentes techniques de calcul que nous présenterons par la suite, mais aussi examiner leur adéquation à la prise en compte de la nature stochastique des problèmes sont deux principes qui doivent guider l'ingénieur en gestion de ressources hydriques. Les performances de calcul (rapidité, précision, facilité de mise en œuvre, etc...) qui ont été naturellement mises en avant grâce à l'avènement de la mini et micro-informatique ne rendent pas forcément compte de la qualité du système d'élaboration des consignes de gestion et peuvent même parfois n'être qu'un leurre.

La façon de prendre en compte l'incertain que permettent ces techniques joue un rôle très important dans la pertinence de ces méthodes. Certes dans bien des cas, il se trouve qu'une décision dans le domaine incertain soit optimale justement quand on prend pour "équivalent certain" (problème en avenir certain) l'espérance du phénomène incertain. C'est notamment le cas si l'objectif est une fonction quadratique et les lois de distribution gaussienne sans contraintes comme nous l'avons démontré dans la troisième partie de ce mémoire.

En fait, à l'autre extrême, ALEXANDRIDIS et KRZYSZTOFOWICZ (1982) montrent parallèlement que la mauvaise utilisation de l'information disponible peut entraîner des risques plus importants qu'une stratégie qui n'exploiterait pas cette information. On trouvera dans DAVIS et al. (1972) un calcul de la valeur de l'information dans le cas de la construction d'une digue de protection contre les crues. L'extension d'un formalisme analogue au cas de décisions séquentielles telles celle mises en œuvre pour l'élaboration des consignes de gestion est délicate car de nouvelles informations sont de fait disponibles à chaque pas de temps. Dans l'exemple de la Seine ci-après, nous nous sommes limités à étudier comment deux méthodes de gestion exploitaient l'information fournie deux types possibles de modèles hydrologiques. Peut-on "compenser" un modèle hydrologique simple par un modèle d'optimisation complexe? Réciproquement, un modèle d'optimisation simple tel le fil tendu a-t-il besoin d'une description fine des apports futurs que l'on peut obtenir par simulations?

6.1. Modèles et méthodes

6.1.1. Le critère de gestion

L'objectif est de réduire autant que faire se peut la variabilité des apports à l'aval immédiat du barrage. Nous n'avons pas envisagé une approche multicritère soutien

d'étiage et lutte contre les crues², nous ne considérons ici qu'un seul critère C qui mesure la réduction relative de variabilité par rapport au maximum atteignable que l'on ne peut calculer qu' a posteriori.

$$C = \frac{\sum_{i=1}^T (Q(i)-M)^2 - \sum_{i=1}^T (R(i)-M)^2}{\sum_{i=1}^T (Q(i)-M)^2 - \sum_{i=1}^T (R^*(i)-M)^2}$$

avec :

- i : indice du pas de temps(jour);
- T : horizon de gestion;
- Q(i) : apports naturels ;
- M : moyenne interannuelle des apports, qui aussi celle des débits régulés;
- R(i) : débits régulés par les commandes de gestion du barrage ;
- R*(i) : débits régulés idéaux qui auraient pu être calculées si l'avenir avait été connu parfaitement ;
- C : critère d'efficacité entre 0 et 100 %.

Dans ce critère, seul le terme de variance des débits régulés est inconnu, il s'agit donc en fait de réaliser la minimisation sur l'ensemble des lâchers de la quantité :

$$J = \sum_{i=1}^T (R(i)-M)^2$$

6.1.2. La composante hydrologique

Nous avons mis en œuvre deux modélisations, une fondée sur le modèle GR3(EDIJATNO et MICHEL, 1989), l'autre sur un simple modèle autorégressif après transformation des débits par la fonction logarithme.

6.1.2.1. Le modèle autorégressif

YANG (1989) a calé au pas de temps journalier, le modèle débit-débit suivant :

$$Y(t) = \text{Log } Q(t)$$

$$Y(t+1) = a(t) + b(t)Y(t) + \sigma(t) N(t)$$

où les N(t) sont des variables aléatoires indépendantes, normales centrées réduites.

Si l'on admet que cette modélisation peut aussi être valable en temps continu, on obtient le processus de diffusion particulier :

$$dY(t) = \{a(t) + (b(t)-1) Y(t)\} dt + \sigma(t)dB(t)$$

où B(t) est un processus de WIENER.

KATAI(1982) a appliqué avec succès cette modélisation au contrôle du réservoir Seine en seule période d'étiage au pas de temps de 5 jours. Pour notre part, même si les

² En fait, la lutte contre les crues requièrerait d'ailleurs certainement un pas de temps plus fin que la journée dans le cas de la gestion du barrage Seine...

seuls phénomènes de tarissement sont bien représentés par ce genre d'équation, nous étendrons cette modélisation au 365 jours de l'année en utilisant les fonctions $a(t)$, $b(t)$ et $\sigma(t)$ données dans YANG (1989) qui ont été obtenues par calage sur une quarantaine d'années d'enregistrements de débits journaliers de la Seine puis lissage de ces coefficients. Ce modèle, très pauvre en termes de prévisions, ne tient compte que des liaisons entre débits successifs, et même si le coefficient b est de l'ordre de 9, la dépendance temporelle s'éteint très rapidement (deux semaines).

6.1.2.2. Le modèle GR3

Le modèle GR3(EDIJATNO et MICHEL, 1989) est un modèle conceptuel (réservoir) à trois paramètres effectuant une transformation pluies débits. Ce type de modèle est intéressant car il utilise peu de paramètres : le premier caractérise la capacité du réservoir sol, le second est la capacité de rétention à un jour du second réservoir-eau-gravitaire tandis que le dernier paramètre correspond à la durée d'un hydrogramme unitaire parabolique introduisant. Après calage de ce modèle sur les apports et les pluies journalières des années 1972 à 1975, pour obtenir les valeurs de ces trois paramètres, nous avons couplé un modèle de génération très simple de pluies journalières.

La pluie journalière, P , est générée selon une loi de Weibull (ou Gumbel type III) de fonction de répartition.

$$F(P) = F_0 + (1 - F_0) \{1 - \exp[-(P/\beta)^\alpha]\}$$

avec :

$$\begin{aligned} F_0 &= \text{premier paramètre correspondant à un seuil,} \\ \alpha, \beta &= \text{deux paramètres de forme de la loi de probabilité.} \end{aligned}$$

Les valeurs de F_0 , α , β ont été estimées mensuellement sur le bassin de la Seine par l'étude de YANG (1988)

Pour générer des pluies, on utilise la transformation inverse en tirant dans une loi uniforme sur $[0,1]$ un nombre au hasard F par des tirages indépendants.

Si $F \leq F_0$, $P = 0$ (jour sans pluie)

$$\text{Si } F > F_0, P = \beta \left\{ \ln \left[\frac{1 - F_0}{1 - F} \right] \right\}^{\frac{1}{\alpha}}$$

(4)

En ce qui concerne les séries d'évapotranspiration EP nécessaire au fonctionnement de GR3 on peut utiliser des valeurs moyennes? Les séries E et EP sont alors utilisés comme intrants dans le modèle GR3, ce qui permet à partir d'un état du système au jour t de proposer des scénarios d'évolution possible pour les périodes suivantes.

6.1.3. La composante décisionnelle:

6.1.3.1. Le fil tendu

Les fondements théoriques de cette méthode ont été exposés dans la partie précédente. Elle s'applique lorsque les apports sont connus, dans ce cas d'étude nous pouvons donc la mettre en œuvre sur chacun des scénarios générés avec le modèle hydrologique GR3 ou le modèle autorégressif. (En fait tout autre modèle hydrologique pourrait être utilisé par exemple la plupart des modèles conceptuels exposés dans (FRANCHINI et PACCIANI, 1991) tel le modèle TANK (SUGAWARA, 1973) ou le modèle de Stanford (GAREN et BURGESS, 1981)

Nous avons utilisé une modification de l'algorithme rapide proposé par KLEMES(1979) pour effectuer les calculs numériques du fil tendu. Cette technique peut en effet être appliquée ici dans ce cadre pseudo-déterministe:

- la fonction critère ne dépend pas du temps, ni du stock de la réserve,
- les seules contraintes prise en compte ont été celles de stock maximum et stock minimum.

En pratique, pour chacun des jours, nous générons des scénarios d'apports possibles ultérieurs conditionnels à la situation hydrologique de ce jour et nous obtenons ainsi une décision possible par scénario. Une règle de décision possible est de choisir un certain quantile de la collection des lâchers optimaux calculés. Sur ce cas d'étude nous avons opté pour la moyenne des lâchers ainsi obtenus chaque jour. Le nombre et la durée des scénarios et les conditions finales d'état de la réserve ont été ajustés par essais et erreurs. La gestion fournie par cette méthode a été calculée du 1 janvier au 31 décembre sur la période de 1959-1960 en association avec le modèle pluies-débit GR3 et le modèle débit-débit autorégressif. Les résultats "fil tendu + GR3" sont présentés sur la figure 4-22.

6.1.3.2. La programmation dynamique

Nous reprenons la modélisation autorégressive:

$$Y(t) = \text{Log } Q(t)$$

$$dY(t) = \{a(t) + (b(t)-1) Y(t)\} dt + \sigma(t)dB(t)$$

où B(t) est un processus de WIENER.

Le stock évolue, quant à lui, avec la loi :

$$ds(t)/d(t) = -u(t);$$

$$- 20 \text{ m}^3/\text{s} \leq u(t) \leq 40 \text{ m}^3/\text{s} \quad u(t) \geq -Q(t)$$

$$0 \leq s(t) \leq 200 \text{ Mm}^3$$

$$R(t) = Q(t) + u(t)$$

On connaît Q(t) quand on décide du lâcher u(t). Mis sous cette forme, le problème est une recherche de contrôle optimal d'un processus de diffusion particulier, de vecteur d'état (s(t), Y(t)), dont la commande est u(t). Le critère à optimiser est de la forme :

$$V(s, Y, t) = \text{Min } E \int_t^T (R(\tau) - M)^2 d\tau$$

Sous des conditions de régularité très générales, l'équation ci-dessus est équivalente à l'équation différentielle de Hamilton Jacobi BELLMAN (déjà traité dans la partie 3).

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial Y} \{a(t) + b(t)Y\} + \sigma(t)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = \text{Max} \left\{ \frac{\partial V}{\partial S} \cdot u - (M - e^Y - u)^2 \right\}$$

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$$

Le minimum porte sur u .

La résolution fournit à la fois la solution du lâcher en feedback $u = u(s, y, t)$ et la valeur de l'optimum du critère $V(s, y, t)$.

Pour réduire ce problème en temps continu à un problème discret journalier de commande d'une chaîne de Markov, on utilise une méthode de résolution explicite de KUSHNER (1977) en posant :

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(s, Y, t+\Delta t) - V(s, Y, t)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial V}{\partial s} \approx \frac{V(s - \text{signe}(u) \Delta s, Y, t+\Delta t) - V(s, Y, t+\Delta t)}{-\text{signe}(u) \Delta s}$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} \approx \frac{V(s, Y + \text{signe}\{a(t) + B(t) Y\} \Delta Y, t+\Delta t) - V(s, Y, t+\Delta t)}{\text{signe}(a(t) + b(t)Y) \cdot \Delta Y}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = \frac{V(s, Y+\Delta Y, t+\Delta t) - 2V(s, Y, t+\Delta t) + V(s, Y-\Delta Y, t+\Delta t)}{\Delta Y \Delta Y}$$

où Δt , Δs et ΔY sont les pas de discrétisation de t , s et Y .

Ceci mène à une résolution explicite par programmation dynamique, car on écrit alors la chaîne de Markov à contrôler sous la forme :

$$\begin{aligned} V(s, Y, t) = & \text{Min} \{ P_0(u) V(s, Y, t+\Delta t) + P_{+\Delta s}(u) V(s+\Delta s, Y, t+\Delta t) \\ & + P_{-\Delta s}(u) V(s-\Delta s, Y, t+\Delta t) + P_{+\Delta Y}(u) V(s, Y+\Delta Y, t+\Delta t) \\ & + P_{-\Delta Y}(u) V(s, Y-\Delta Y, t+\Delta t) + \{u - M + e^Y\}^2 \} \end{aligned}$$

Notons que cette chaîne commandée est très particulière car les transitions ne se font qu'entre états (s, Y) immédiatement voisins.

Les probabilités de transition s'écrivent :

$$P_{+\Delta s}(u) = \frac{-u}{\Delta s} \cdot \Delta t \text{ si } u \leq 0 \text{ et } 0 \text{ si } u \geq 0$$

$$P_{-\Delta s}(u) = \frac{u}{\Delta s} \cdot \Delta t \text{ si } u \geq 0 \text{ et } 0 \text{ si } u \leq 0$$

$$P_{+\Delta Y}(u) = \frac{(a(t) + b(t) - 1) Y(t)}{\Delta Y} + \frac{\sigma(t)^2}{2\Delta Y^2}$$

si $a(t) + (b(t) - 1) Y(t) \geq 0$ et 0 sinon :

$$P_{-\Delta Y}(u) = \frac{-(a(t) + b(t) - 1) Y(t)}{\Delta Y} + \frac{\sigma(t)^2}{2\Delta Y^2}$$

si $a(t) + (b(t)-1) Y(t) \leq 0$ et 0 sinon :

$$P_0(u) = 1 - P_{+\Delta S}(u) - P_{-\Delta S}(u) - P_{+\Delta Y}(u) - P_{-\Delta Y}(u)$$

Les conditions de stabilité numérique sont vérifiées pour $0 \leq P_0(u) \leq 1$ soit :

$$\left\{ \frac{|a(t) + (b(t)-1) Y(t)|}{\Delta Y} + \frac{|\sigma(t)|^2}{\Delta Y^2} + \frac{U_{\max}}{\Delta s} \right\} \leq \frac{1}{\Delta t}$$

Dans les calculs nous avons choisi $t = 1$ jour :

$$\Delta S/S_{\max} = \Delta Y/Y_{\max} = 1/21 \text{ avec } S_{\max} = 200 \text{ Mm}^3$$

et : $Y_{\max} = \text{LOG}(Q_{\max}) = \text{LOG}(100 \text{ m}^3/\text{s})$

En fait, l'objet de la gestion est de trouver des règles de gestion stationnaires de période 365 jours $\{ u(s, q, t) = u(s, Q, t + 365) \}$ pour lesquelles le critère à optimiser aurait plutôt été :

$$\text{Lim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T-t} E \int_t^T (R(\tau) - M)^2 d\tau \quad \text{lorsque } T \text{ tend vers } \infty$$

La formulation précédente permet une solution approchée à ce problème.

On fixe d'abord comme solution terminale $V(s, Q, 365)$ les valeurs obtenues par programmation dynamique déterministe sur les apports moyens, puis on itère sur un nombre d'années suffisant pour que, dans les calculs de $V(s, Q, t)$ et $u(s, Q, t)$, les solutions obtenues soient stationnaires.

Dans l'exemple ci-dessus, trois années sont suffisantes pour obtenir une stationnarisation des résultats. Pour calculer les performances, on a appliqué la solution obtenue en feedback $u(s, Q, t)$, $t = 1$ janvier au 31 décembre sur la même période de validation 1959-1960. La gestion obtenue par " programmation dynamique + modèle autorégressif " est représentée figure 4-23

Nous n'avons pas mis en œuvre une association " programmation dynamique + modèle GR3 " car il nous faudrait une version continue simple du modèle GR3. Il faut souligner ici que dans le cas très particulier de ce critère quadratique et évolution linéaire en la commande, même si les problèmes dimensionnels deviennent rapidement importants en terme de stockage, l'algorithme de calcul est particulièrement simple: les transitions ne se font qu'entre états voisins, on dispose d'une formule explicite de minimisation par dérivation d'une forme quadratique qu'il s'agit de tronquer compte tenu des contraintes sur l'état et la commande. Celles-ci se propagent par l'intermédiaire des fonctions de BELLMAN et modifient le lâcher optimal à réservoir et lâcher non bornés (c'est évidemment celui qui fournirait toujours le module comme valeur de débit régulé optimal).

6.2. Résultats numériques

Méthode utilisée	Modèle hydrologique	Critère en utilisation
fil-tendu sur scénario moyen (30 scénarios de 1 an)	GR3	89,5%
fil-tendu sur scénario moyen (30 scénarios de 1 an)	autorégressif	62,2%
programmation dynamique stationnaire	autorégressif	87,4%
programmation dynamique stationnaire	GR3	Non Calculable

Les performances des règles de gestion obtenues avec diverses combinaisons de modèle hydrologique et méthode d'optimisation sont résumées dans le tableau ci dessus pour la période test comprenant les années 1959, 1960 et 1961. Il faut rappeler que le critère C d'efficacité de réduction de la variabilité est entre 0% (débits naturels, pas de régulation) et 100% (ce qui correspond la réduction maximale de variabilité en avenir certain).

Pour mettre en œuvre un calcul par programmation dynamique, on a dû utiliser un modèle hydrologique plus pauvre, mettant en évidence une chaîne markovienne d'états hydrologiques, ce qui était nécessaire à la formulation du problème sous une forme séquentielle.

Les performances de la technique 3 (autorégressif débits-débits+ programmation dynamique) sont donc comparables avec la technique 1 utilisant un bon modèle hydrologique. avec le fil tendu. La politique calculée de cette façon présente néanmoins un aspect beaucoup moins heurté, mais avec des effets persistants de décalage dû au comportement du modèle ARIMA, comme on peut le constater au moment des fortes crues d'été inattendues d' Août 1960.

6.3. Validation des politiques de gestion en crues et soutien d'étiage.

Le seul critère C peut paraître bien insuffisant pour juger de la gestion, il donne une vue trop agrégée. Afin de mettre en évidence les effets des aléas notamment des valeurs extrêmes nous avons estimé les fonctions de répartitions des maxima et minima annuels des débits régulés par les diverses politiques de gestion. Pour ce faire, une série de 100 années de débits journaliers a été générée par une variante du modèle GR3. Seules les combinaisons 1 et 3 ont été utilisées pour mener cette comparaison. Afin de diminuer l'avantage relatif de la technique 1 qui emploie aussi le modèle GR3 comme composante hydrologique, deux modifications ont été introduites. Tout d'abord on a réalisé une dépendance des événements sec et pluvieux en conditionnant leur occurrence sur le caractère du jour précédent. Les loi des quantité de pluie dépendront donc ici des probabilités de transition de la chaîne Markovienne des occurrences de pluies. La seconde différence est la période de calibrage des coefficients du modèle GR3 qui a été réalisées sur 28 années de données.

Les figures 4-24 et 4-25 représentent la répartition empirique de la crue maximale annuelle et de l'étiage le plus marqué au cours de l'année pour les techniques 1 et 3. Sur ce cas d'étude la technique 1 (fil tendu + scénarios issu de GR3) quoique que plus efficace pour le critère C (88% contre 75%) semble dominée en ce qui concerne l'amortissement des crues (sauf les crues exceptionnelles) et le soutien des étiages modérés (pour des valeurs supérieures à 10 m³/s.)

6.4. Discussions et conclusions.

Sur ce cas d'étude de la Seine, nous avons essayé de mettre en évidence les qualités de chacun des sous compartiment qu'utilise une procédure de gestion en avenir incertain: un module de prévision et un module décisionnel. Pour chaque module deux alternatives ont été proposées l'une étant théoriquement meilleure que l'autre: les modèles conceptuels pluies-débits sont plus efficaces que les simples modèles autorégressifs, la programmation dynamique stochastique est théoriquement mieux adaptée que le fil tendu en avenir déterministe sur scénarios.

Par rapport à cette programmation dynamique en avenir incertain, l'immense avantage de la méthode des scénarios est de pouvoir utiliser un modèle hydrologique plus raffiné sans aucun problème de mise en œuvre. A titre de comparaison, si l'on avait voulu prendre le même modèle GR3 pour ce calcul par programmation dynamique, il aurait fallu introduire un vecteur d'état de taille 6 (réservoir Seine, deux types de réservoir-sol, les pluies des trois jours précédents), ce qui rendait le calcul numérique impossible sur les ordinateurs existants aujourd'hui, même avec l'amélioration décrite dans le paragraphe précédent qui utilise la discrétisation explicite d'un modèle à temps continu.

De fait ont donc essentiellement été comparées les techniques 1 et 3. Le compromis mis en évidence sur ce cas d'études souligne l'importance de la composante hydrologique pour tout le comportement décisionnel.

La méthode de discrétisation de la commande d'un processus de diffusion est une piste intéressante pour les calculs de programmation dynamique, ne serait ce que par sa facilité de mise en œuvre numérique.

En ce qui concerne le fil tendu, malgré l'élégance de l'algorithme de calcul, on se doit d'en rappeler les hypothèses restrictives:

- l'objectif doit être une fonction du seul lâcher dont la forme ne dépend pas du temps,
- les contraintes doivent porter sur le stock pas sur la commande de lâchures,
- cette technique ne s'applique qu'au cas mono-ouvrage.

On peut tenter d'interpréter les résultats numériques proches donnés par les techniques 1 et 3 par des considérations physiques. La Seine, rivière "tranquille" de plaine possède une mémoire hydrologique courte en amont de son bassin versant où nous nous sommes placés, ce qui contribue à expliquer sa faible inertie. En tout cas, la prévision au delà d'un certain horizon ne doit avoir que peu d'influence sur l'efficacité globale et c'est pourquoi les deux techniques se retrouvent sans doute sur un pied d'égalité lorsque l'on utilise un critère de moyenne interannuelle. Pour de tel cas, les techniques de FANG et al.(1989) par limitation de l'horizon prévisionnel peuvent apporter une alternative intéressante.

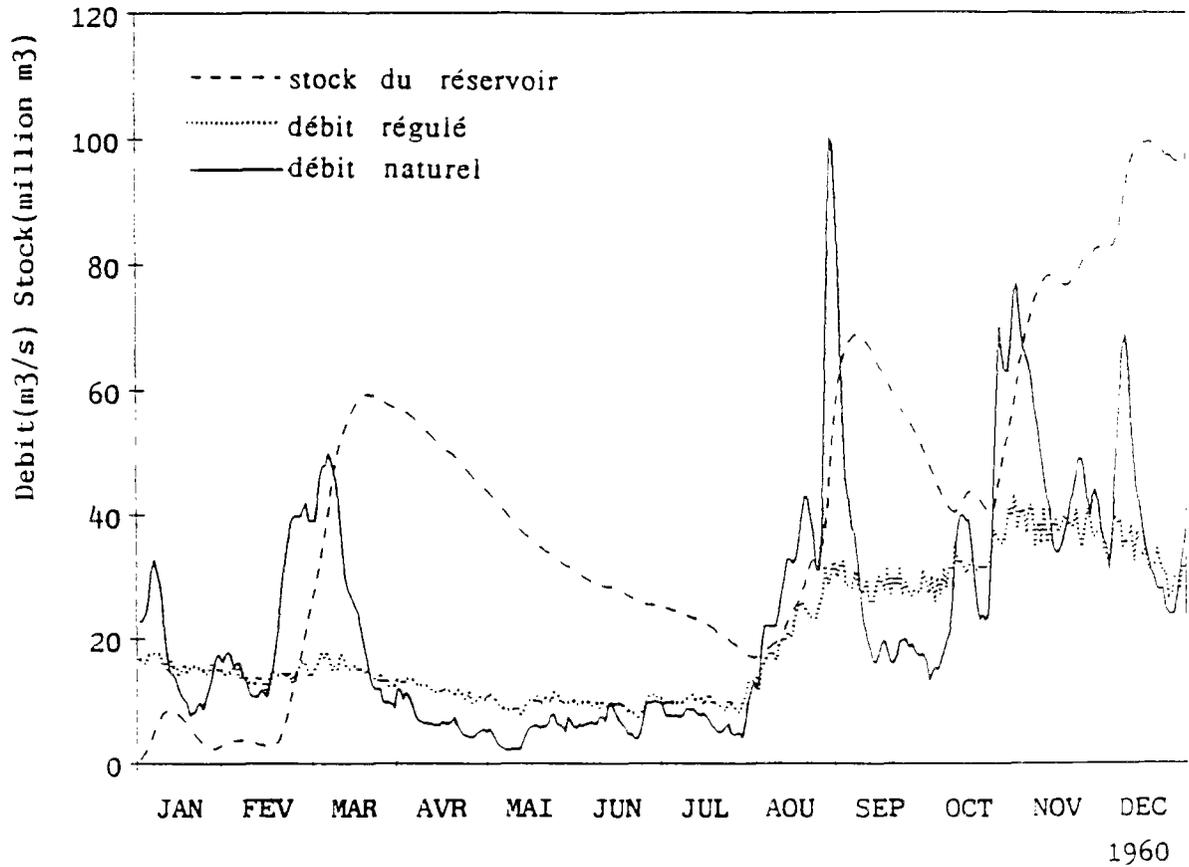


Figure 4-23: Aperçu de la méthode des scénarios sur l'année 1960

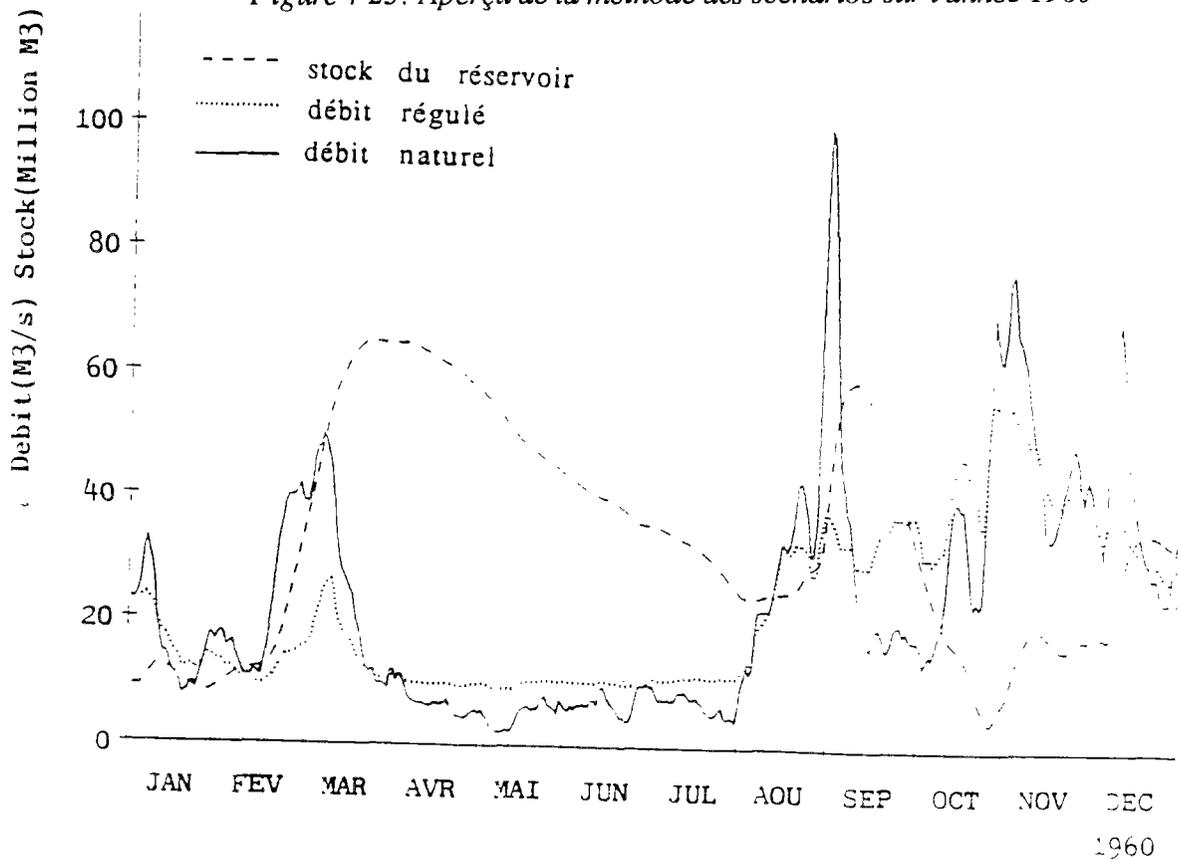


Figure 4-24: Aperçu de la méthode de programmation
dynamique sur l'année 1960

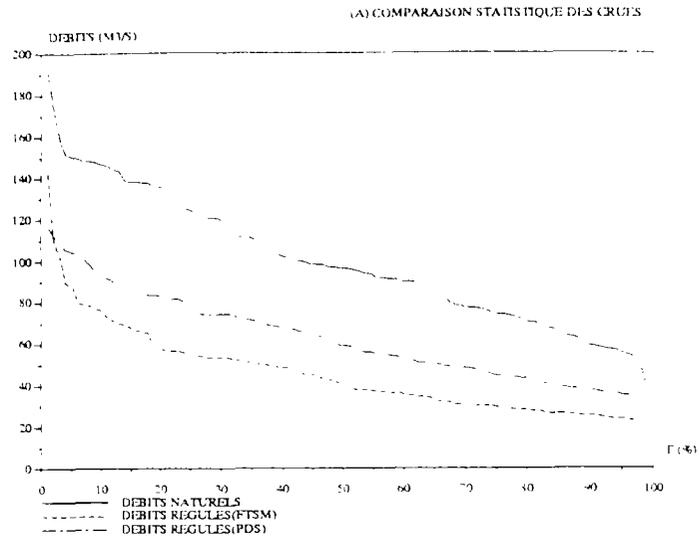


Figure 4-25: Répartition empirique des crues maximales
annuelles pour les deux méthodes

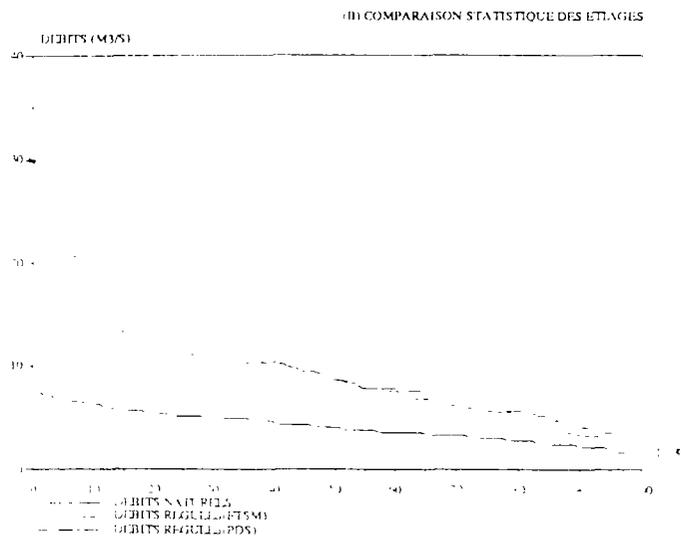


Figure 4-25: Répartition empirique des étiages maximaux
annuels pour les deux méthodes

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
(ENPC-ENGREF) **CERGRENE**

ELABORATION DES CONSIGNES DE GESTION DES BARRAGES RESERVOIRS

PARTIE 5
DISCUSSIONS
et
CONCLUSIONS

DECEMBRE 91

E. PARENT

SOMMAIRE DE LA PARTIE 5

1. Remarques sur les hypothèses restrictives.....	185
1.1. Négliger les phénomènes de transfert.....	185
1.2. Les systèmes multi-ouvrages :	185
1.3. Les systèmes multi-acteurs:	186
2. Apports de l'étude : Dynamique et décision, deux aspects interconnectés.....	187
2.1. Vers une meilleure représentation physique: le dilemme.....	187
2.1.1. Importance des modèles hydrologiques	187
2.1.2. Réduire la dimension d'état	187
2.2. Mieux cerner les mécanismes de la décisions	187
2.2.1. L'importance du dialogue entre le gestionnaire et le chargé d'étude.....	187
2.2.2. L'état d'information du gestionnaire.....	188
2.2.3. L'importance du risque :	188
2.2.4. Positionnement de nos méthodes face au risque.....	189
2.3. Apports méthodologiques pour l'aide à la formalisation d'objectifs:	189
3. Développements possibles et pistes de recherches.....	190
3.1. Pistes de recherche: utilisation d'autres outils.....	190
3.1.1. Intelligence artificielle.....	190
3.1.2. Logique floue.....	192
3.2. Pistes de recherche : amélioration du modèle existant	193
3.2.1. Indice de déficit.....	193
3.2.2. Modèle et rationalité économique.....	194
3.2.3. Vers une approche plus économique.....	194
4. Conclusions Générales.....	195

DISCUSSIONS ET CONCLUSIONS

1. REMARQUES SUR LES HYPOTHESES RESTRICTIVES

Même si les démarches de modélisation présentées s'appliquent à toute échelle de pas de temps, les travaux effectués dans ce mémoire n'ont pas abordés les problèmes spécifiques de la régulation automatique en temps réel. De plus, ils ont toujours admis l'existence d'un décideur unique. De ce fait, nous avons implicitement fait des hypothèses restrictives que nous nous devons de souligner dans cette partie.

1.1. Négliger les phénomènes de transfert

Quand on ne s'intéresse pas à la gestion tactique ni au pilotage en temps réel, les phénomènes hydrauliques de propagation ne sont pas pris en compte. Ceci est légitime sur le cas de la Neste où les temps de transfert sont très inférieurs au pas de gestion stratégique, et sur la Seine pour lequel le point de contrôle était situé au voisinage immédiat du canal de rejet. Il faut souligner les problèmes que l'on rencontre lorsque l'on ne fait plus cette hypothèse :

- non linéarité des équations dynamiques introduites par les équations de Saint - Venant auxquelles on substitue d'ailleurs, en première approche, des modèles discrets et linéaires. Dans ce cas, une démarche de modélisation par fonction de transfert, telle celle effectuée pour la gestion en temps réel des eaux de la rivière Arrats en Gascogne (PIQUEREAU et VILLOCEL, 1982), peut fournir de bon résultats.

- accroissement de la dimension d'état : compte tenu du délai de propagation, la grandeur d'état doit être complétée pour garder en mémoire les valeurs clés durant cet intervalle de temps caractéristique du système.

CAMBOULIVES (1980) a ainsi analysé de façon très approfondie le rôle que jouent sur les performances de gestion les incertitudes existantes sur les paramètres d'un modèle de propagation hydraulique d'Hayami qu'il utilise pour suivre l'effet des lâchers d'un barrage amont (Seine) jusqu'au point de contrôle très en aval. Il a montré qu'il est inutile de faire une gestion fine dans le cas d'incertitudes fortes sur la pertinence du modèle de propagation : la gestion optimale est alors une gestion adoptant un "profil moyen" et qui ne répond quasiment plus aux fluctuations hydrologiques.

1.2. Les systèmes multi-ouvrages :

Sur le cas de la Neste, une défaillance ne peut être que globale. Pour en effectuer la gestion stratégique, qui est une gestion centrée sur le risque, l'utilisation d'un seul réservoir fictif agglomérant toutes les ressources disponibles du système était tout à fait représentative de l'échelle du problème. Le cas de la Seine a été considéré comme mono-ouvrage. Pourtant on rencontre souvent dans le domaine de la gestion des ressources en eau des systèmes complexes multi-ouvrages. Comment faire dans ce cas? On s'appuie sur le concept de décomposition d'un problème d'optimisation, c'est à dire la décomposition d'un grand système complexe en sous-systèmes plus simples et de taille plus réduite. L'optimisation du grand système est alors réalisée par une alternance de phases d'optimisation de chacun des sous-systèmes séparément, et de phases de coordination de ces optimisations locales. Afin de construire correctement les unités fonctionnelles, il est nécessaire de repérer les relations entre variables objectifs et variables de contrôle sur une large gamme d'événements pluvieux historiques ou même fictifs. En effet, les influences aval par exemple, peuvent n'exister que pour certaines événements rares et pendant une courte durée de ces événements rares. On retrouve ici la nécessité d'étudier finement et sur une longue période le fonctionnement du système. La décomposition d'un problème d'optimisation possède différents avantages par rapport aux méthodes d'optimisation qui traitent le problème "d'un seul tenant" :

- simplification dans la description du fonctionnement du système global. On y substitue en effet la description de sous-systèmes plus simples, pour lesquels on peut utiliser des modèles de simulation déjà existant, ou représentant mieux le fonctionnement

de chaque sous-système. Ceci est particulièrement important pour des systèmes globaux fortement couplés où les sorties d'un sous-système sont les entrées d'un autre.

- réduction de la dimension des problèmes d'optimisation. On échange en effet un problème d'optimisation à un grand nombre de variables de contrôle contre une juxtaposition de problèmes d'optimisation de moindre importance. De plus, on peut adopter différentes techniques d'optimisation pour chacun des sous-problèmes.

- décentralisation de la décision. Les progrès des microprocesseurs, du calcul parallèle et de l'architecture des réseaux informatiques permettront progressivement de substituer aux systèmes de décision centralisés des systèmes à intelligence répartie. Dans cette perspective, les méthodes de décomposition, utilisées dans cette étude sous leur aspect "algorithmes d'optimisation", pourront sans grandes modifications être utilisées pour la décentralisation physique des décisions (COHEN, 1984). Le système de gestion sera alors hiérarchisé. FREROT (1986) a ainsi étudié la mise en œuvre opérationnelle d'un système automatisé et décentralisé de réseaux d'assainissement.

Il existe trois façons de décentraliser un système puis de coordonner les sous-systèmes:

- coordination par les quantités ou allocation: c'est la recherche de l'adéquation entre l'offre et la demande par itération sur les quantités échangées par les sous systèmes.

- coordination par les prix: c'est une méthode duale de la précédente; les prix augmentent lorsque les ressources théoriques sollicitées par les sous-systèmes dépassent le plafond global disponible.

- coordination par prédiction: c'est une méthode intermédiaire entre les deux autres. Dans le cas général d'un système dynamique, il existe des variables de commande couplant les sous-systèmes entre eux : on détermine leur valeur en coordonnant par les quantités tandis que les variables de commandes locales à chaque sous-système sont ajustées par une coordination sur le prix.

Toutes ces techniques se généralisent directement pour des systèmes dynamiques complexes. MESAROVIC et al. (1970) ont proposé un formalisme général pour la décomposition en sous-systèmes. Chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients : COHEN (1983), BERNHARD (1976), BENSOUSSAN et LIONS (1970) ont étudié les conditions sous lesquelles ces méthodes convergent. La méthode de coordination par les quantités présente l'avantage de toujours proposer une solution réalisable, les itérations peuvent être suspendues en cours de travail. Cet avantage opérationnel n'existe pas pour les deux autres méthodes. Les problèmes de convergence se posent aussi lorsqu'on ne peut pas faire d'hypothèses fortes sur les fonctions critères à optimiser. La convergence de la méthode de décomposition-coordination par prédiction n'a pu être établie rigoureusement que dans le cas très restrictif d'objectifs quadratiques avec contraintes affines. On ne dispose pas de résultats généraux dans le cas de l'avenir incertain.

Une autre difficulté essentielle inhérente à toutes ces techniques est qu'il n'existe aucun algorithme pour définir les sous-systèmes, mais seulement des principes généraux de décomposition.

1.3. Les systèmes multi-acteurs:

De même qu'un système de gestion des ressources en eau est rarement mono-usage, il est aussi très rare qu'il ne mette en jeu qu'un seul acteur. Dans ce cas il faut décrire les conflits entre les divers intervenants plaçant en général pour un ou deux usages spécifiques de l'eau et imaginer comment les interactions entre acteurs peuvent conduire à une décision générale. De telles méthodologies sont par exemples décrites dans FRASER et HIPEL(1984) et font appel à la théorie des jeux (voir par exemple HIPEL, RAGADE et UNNY,1974, pour un exposé sur la résolution de conflits entre cités voisines à propos de qualité d'eau).

Pour la Seine, en ne se référant pas directement à un gestionnaire mais en affichant un objectif explicite de régulation, nous avons en quelque sorte évité de considérer cet aspect des problèmes de gestion pour ce système de ressources en eau.

En ce qui concerne le cas du système Neste, il n'est pas contestable qu'une grande simplification opérationnelle est liée au fait que le comportement multiacteur n'avait pas a

être intégré pour ce cas pratique : la CACG est en effet le gestionnaire officiel unique de tout le système Neste pour tous les objectifs. Un contact direct entre les chargés d'étude et l'ingénieur responsable du fonctionnement opérationnel a pu s'établir et a conduit à l'élaboration en commun d'un outil d'aide à la décision monoacteur pour la conduite de la gestion stratégique du système Neste .

2. APPORTS DE L'ETUDE : DYNAMIQUE ET DECISION, DEUX ASPECTS INTERCONNECTES

Ce mémoire souligne la commodité d'utilisation des modèles d'états, mais également que le rôle du chargé d'études ne se limite pas à l'établissement d'un modèle représentatif du fonctionnement d'un système : le modélisateur doit aussi s'atteler à une tâche bien plus ardue de formalisation des préférences du décideur. Ces deux phases doivent être menées conjointement et en concertation étroite avec le gestionnaire du système.

2.1. Vers une meilleure représentation physique: le dilemme Comment améliorer notre démarche de modélisation?

2.1.1. Importance des modèles hydrologiques

Le modélisateur doit augmenter la représentativité de son système en améliorant la description physique du fonctionnement de celui-ci. Faut-il développer des modèles conceptuels qui utilisent beaucoup de paramètres mais qui prétendent représenter un fonctionnement mécanique des transferts pluie-débits, ou faut-il se contenter de modèles plus simples de type auto-régressifs linéaires, dont la seule finalité est d'obtenir une boîte noire la plus simple possible, calée au mieux sur des données historiques? La question reste ouverte, mais nous avons illustré, sur le cas de la Seine, le vieil adage: "Seule la fin justifie les moyens." C'est à dire que, pour un gestionnaire de système, on ne peut juger un modèle de prévision des débits du seul point de vue de sa représentativité hydrologique. C'est l'efficacité en termes d'amélioration de la gestion qui doit être prise en compte.

2.1.2. Réduire la dimension d'état

Il doit aussi rendre son action plus efficace en diminuant la dimension d'état pour mener explicitement les calculs par programmation dynamique, seule méthode respectant l'aspect séquentiel de la gestion et proposant une règle de gestion, fonction des informations actualisées à chaque pas de temps dont dispose le gestionnaire. Nous avons passé en revue dans la partie 3 les divers avantages et inconvénients de cette technique ainsi que les méthodes approchées auxquelles elle a donné naissance. Pour notre part sur le cas Neste, nous avons utilisé cette technique sans modification, sur le cas de la Seine nous avons montré que la discrétisation à partir du modèle en temps continu permettait d'obtenir une simplification notable de la complexité des calculs.

Pour le modélisateur, cette exigence de réduire la dimension d'état s'oppose au point précédent : il ne peut, hélas, souvent améliorer la description de son système qu'au prix d'introduction de nouvelles variables d'états rendant impossible, dès que leur nombre dépasse 3, la résolution explicite par optimisation séquentielle.

2.2. Mieux cerner les mécanismes de la décisions

2.2.1. L'importance du dialogue entre le gestionnaire et le chargé d'étude

Le dialogue entre le gestionnaire d'un système de gestion de ressources en eau et le modélisateur est un point essentiel pour l'élaboration de consignes de gestion. Dans une première phase, ce dernier doit utiliser la connaissance du système que possède le

gestionnaire pour proposer un modèle représentatif du fonctionnement de celui-ci. Par essais et erreurs, en s'appuyant sur des simulations, ou directement sur le traitement des données historiques, le modélisateur doit vérifier que le gestionnaire accepte la validité du modèle proposé et en reconnaît le caractère représentatif pour ce qui concerne le fonctionnement du système. Durant cette phase, il est important de s'assurer de la disponibilité des données, notamment des séries hydrologiques. Pour les données qui ont évoluées dans le temps, il faut reconstruire un modèle, "toutes choses étant égales par ailleurs". Ainsi sur le système Neste, où la consommation d'eau a triplé en quinze années, même si on disposait de séries de mesures de débits, il a fallu estimer les débits souscrits années par années, estimer les prélèvements journaliers pour l'irrigation à partir de consommation de périmètres représentatifs, dresser le bilan des entrées et sorties des réserves pour finalement reconstruire les débits naturels.

Dans une seconde phase, l'homme d'études doit analyser les préférences du décideur et essayer de hiérarchiser les objectifs de gestion que ce dernier s'est fixé. En effet, dans sa pratique quotidienne, il est souvent difficile de faire la part des choses entre le système physique et les règles de fonctionnement qu'il a imposées, entre les contraintes vraies et celles qui correspondent aux plages de fonctionnement que sa politique ou ses habitudes ont fixées. Voir le modélisateur formaliser les objectifs oblige le gestionnaire à se remettre en cause, car c'est aussi l'adéquation entre les règles de gestion et ces objectifs que l'on va analyser.

Enfin, après modélisation et optimisation, la phase de validation opérationnelle ne peut avoir lieu que si le dialogue se maintient entre gestionnaire et chargé de recherche. Sinon, l'application des consignes de gestion proposées par le modèle de l'homme d'études a bien peu de chance d'être effective. Au vu de l'expérience rencontrée sur le système Neste, les techniques de gestion en avenir incertain développées dans ce mémoire présentent un atout important : recommander une consigne de gestion, justifiée par des indices prévisionnels de performances sous la forme de tableau de bord que l'on peut suivre au cours du temps et réactualiser, passe mieux auprès du gestionnaire qui prend l'habitude de consulter cette consigne, en général la fait sienne et l'intègre facilement dans la vie de son service.

2.2.2. L'état d'information du gestionnaire

Les démarches de modélisation doivent mimer au mieux le fonctionnement séquentiel opérationnel du gestionnaire qui réactualise ses décisions au fur et à mesure qu'il acquiert de nouvelles informations : à ce titre le raisonnement d'optimisation séquentielle mis en œuvre par programmation dynamique semble naturellement le mieux adapté à cette exigence. Néanmoins, dans la pratique, aussi bien sur la Neste que sur la Seine, l'explosion combinatoire des calculs nous a limité à des modèles frustrés à faibles dimensions d'états. D'autre part, la cohérence dynamique des préférences du décideur vis à vis de cette technique d'optimisation séquentielle, a été assurée par la prise en compte de critères les plus élémentaires (fonctions quadratiques avec peu de paramètres) qui ont été validés auprès du le gestionnaire, car, sur les séquences historiques dont nous disposions, ils redonnaient des comportements voisins de ceux qu'ils avaient adoptés. Nous avons mis en relief dans la partie 3 des conditions suffisantes pour garantir cette cohérence. Reste à développer des méthodes permettant de séparer ces comportements pas de temps par pas de temps, à identifier ces fonctions instantanées de préférences et à reconnaître comment elles se combinent séquentiellement au cours du temps.

2.2.3. L'importance du risque :

La gestion du risque est une composante essentielle des systèmes de gestion des ressources en eau. Dans ce mémoire, nous nous sommes beaucoup attaché aux risques entraînés par la nature aléatoire des événements climatiques conditionnant l'approvisionnement et la gestion des barrages réservoirs, qui sont en quelque sorte une assurance contre la variabilité de ces aléas.

En ce qui concerne les incertitudes liées aux paramètres des modèles que nous avons développés, elles ont été ignorées après analyse de sensibilité et vérification directe auprès du gestionnaire de la conformité des résultats aux comportements connus du

système. Le risque lié à l'incertitude sur les paramètres des modèles peut être intégré dans le même cadre en faisant des hypothèses supplémentaires sur la loi de ces paramètres inconnus. Les deux exemples de l'annexe 12, l'un sur les incertitudes de l'objectif, l'autre sur les incertitudes dans la représentation dynamique d'un système, en illustrent les aspects.

Si on considère l'incertitude sur l'objectif de la gestion, le risque encouru par la méconnaissance de l'objectif exact à viser peut donc être extrêmement important. Ceci souligne la nécessité pour l'homme d'étude de travailler en liaison étroite avec le responsable de l'ouvrage et d'arriver ensemble à formuler valablement les objectifs de fonctionnement de l'ouvrage. On peut formaliser ce type de situation dans le cadre général décrit dans la partie 3 de ce mémoire, en étendant la notion d'espérance du critère à optimiser aux paramètres de la fonction objectifs sans problèmes majeurs : il est en effet raisonnable de supposer que les aléas naturels et les incertitudes sont des variables indépendantes.

La situation est tout à fait différente si les incertitudes portent sur la dynamique d'évolution d'un système. A chaque pas de temps, on se trouve face à un compromis entre coût de la décision et bénéfice futur associé aux retombées de l'apprentissage réalisé au cours de ce pas de temps. De plus, on rentre dans un cas où, en général, l'aléa naturel interagit avec les incertitudes portant sur les paramètres du modèle d'état, ce qui, en cascade, rend la situation de plus en plus complexe.

En théorie, ce genre de situation n'est résolue que dans le cas limité des systèmes linéaires quadratiques Gaussiens pour lesquels on montre que l'on peut séparer la phase d'estimation séquentielle de la variable d'état inconnue (effectuée par filtrage) et la phase d'optimisation séquentielle pour commander le système.

2.2.4. Positionnement de nos méthodes face au risque

Même si les deux types d'incertitudes décrits précédemment n'ont pas été traités dans le cadre de ce travail, la stochasticité intervient par les aléas naturels que l'on a modélisés sous forme probabiliste.

Notre démarche sort du cadre linéaire quadratique Gaussien non contraint, où la nature stochastique des variables n'apparaissait pas dans la commande, identique à celle obtenue par calcul en avenir déterministe sur la moyenne des aléas. En utilisant la terminologie de LI et HAIMES(1987) classant les systèmes selon leur réaction vis à vis d'un accroissement de la variabilité des aléas, notre système ne présente sûrement pas un comportement "neutre au risque". Les lois employées ici sont lognormales, d'importantes contraintes limitent l'amplitude des commandes et des états. D'autre part, la programmation dynamique en avenir incertain a été employée pour les deux cas d'études : on a donc pris en compte de façon intrinsèque la variabilité du futur, et les consignes de gestion calculées ne font pas référence à un avenir moyen sans sécheresse ni crue. C'est sur le critère d'optimisation que porte l'opérateur d'espérance : les politiques de gestion donneront des valeurs au critère dont la moyenne sera optimale.

2.3. Apports méthodologiques pour l'aide à la formalisation d'objectifs:

Nous pensons que la méthodologie développée dans ce mémoire pour la gestion stratégique du système Neste est tout à fait généralisable à d'autres systèmes de gestion de ressources en eau. Cette démarche, fondée sur une coopération entre gestionnaire et chargé de recherche, mène à une gestion multidimensionnelle du risque. Elle peut être récapitulée de la façon suivante :

- étant donné la difficulté généralement rencontrée pour spécifier directement les objectifs de gestion à atteindre, commencer d'abord par faire établir la liste des incidents et dysfonctionnements à éviter.
- pour chacun de ces événements non désirables, on peut essayer d'établir trois indices statistiques de performances :

* le risque, c'est à dire la probabilité qu'un tel événement se produise d'ici à l'horizon de gestion,

* la vulnérabilité, c'est à dire la conséquence en tant que mesure des dommages induits par les effets de cet événements,

* la résilience, qui traduit la mesure en terme de durée pour que le système retrouve un fonctionnement "normal" après qu'un tel événement se soit produit.

- à ce stade de la réflexion on a défini un faisceau multiple de critères. On présente alors tous ces critères au gestionnaire, en les illustrant si possible par les mesures calculées sur la gestion des années précédentes. Ce dernier doit confirmer leur pertinence et en sélectionner le nombre réduit de ceux qu'il considère les plus importants.

- nous avons alors créé un critère agrégé par pondération des indices précédents. En testant divers jeux de paramètres nous avons optimisé la règle de gestion et obtenu par simulation un ensemble de points du faisceau multiple de critères correspondant aux compromis possibles pour ceux retenus en priorité par le gestionnaire. Au vu de ces résultats que le chargé d'étude commente, le décideur retient le jeu de paramètres qui donne la politique la plus proche de son propre comportement. Ceci permet de déterminer un point d'équilibre, bien sûr spécifique au gestionnaire, jugé en termes de risques entre les divers performances et usages du système.

- ce jeu de paramètre choisi, on développe un outil d'aide à la décision qui, à chaque pas de temps, fournit un tableau de consignes de gestion en fonction de l'état du système et optimise la fonction critère agrégée. On fournit aussi un tableau de bord de gestion qui rassemble la totalité des indices de performances précédemment définis, calculés pour la consigne de gestion préconisée.

3. DEVELOPPEMENTS POSSIBLES ET PISTES DE RECHERCHES

3.1. Pistes de recherche: utilisation d'autres outils

Nous avons essayé, à partir de cas pratiques, de valoriser au mieux les outils que sont la modélisation d'état et la commande optimale pour l'analyse et la gestion de système de ressources en eau. Bien sûr, d'autres techniques existent et peuvent présenter des attraits importants, en étant mieux adaptées à traduire les préférences du gestionnaire.

3.1.1. Intelligence artificielle

Au cours de ce travail, nous avons défini une règle de gestion de gestion comme une séquence d'applications de l'ensemble de l'état du système dans l'ensemble des décisions possibles à chaque pas de temps. Pour le gestionnaire d'un système, la règle de gestion évoque plutôt la traduction de son expertise sous forme de règle de logique. Prenons l'exemple du barrage Seine et essayons de suivre ce raisonnement par type de situations, tel qu'un gestionnaire de barrage pourrait le faire : on peut déterminer sa stratégie en fonction de la position à l'instant t dans le plan (S_t, Q_t) comme l'indique la figure 5-1.

A chaque zone correspond une stratégie particulière :

- stratégie normale, $Q_0 \leq Q \leq Q_1$ et $S_t \leq S_1$, on cherche à rejoindre le stock objectif en un faible nombre de pas de temps:

- stratégie d'écrêtement. $Q \geq Q_1$ et $S_t \leq S_1$, l'apport est très élevé, l'objectif est alors d'écrêter la crue. On peut alors décider que :

$$U_t = Q_1$$

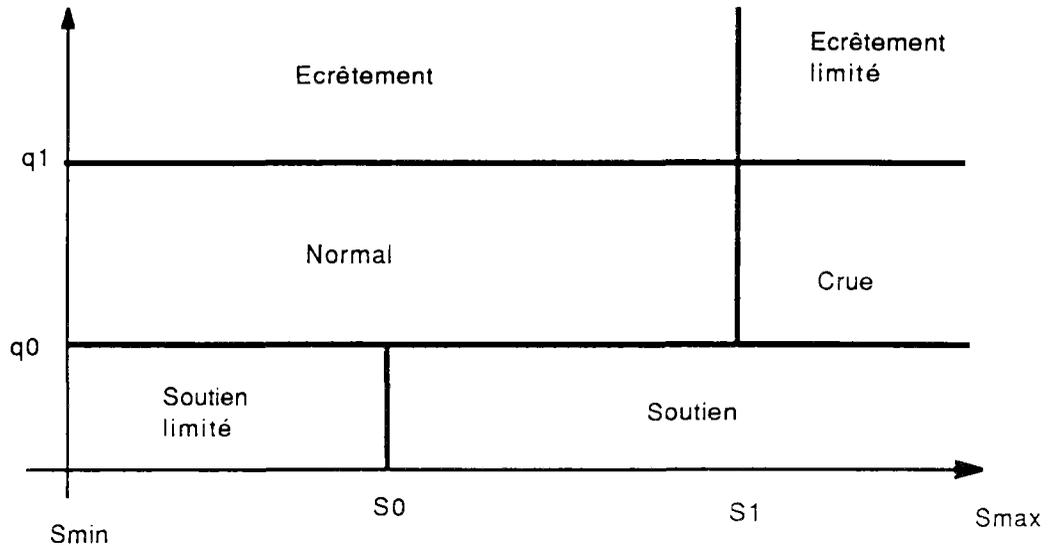


Figure 5-1 : Position dans le plan (S, Q)

- stratégie d'écrêtement limité, $Q \geq Q_1$ et $S_t \geq S_1$, l'apport est très élevé mais le stock est déjà assez important, la stratégie est de trouver un compromis entre l'écrêtement et le lâcher maximum. Faisons l'hypothèse que l'on décide :

$$U_t = \alpha Q_1 + (1 - \alpha) Q_{\max}$$

- stratégie de crue, $Q_0 \leq Q \leq Q_1$ et $S_t \geq S_1$, on recherche un compromis entre rejoindre le stock objectif en un faible nombre de pas de temps et une stratégie d'écrêtement;

- stratégie de soutien, $Q \leq Q_0$ et $S_0 \leq S_t$, l'apport est faible, le stock est considéré suffisant, l'objectif est de soutenir les étiages. On décide par exemple que :

$$U_t = Q_0$$

- stratégie de soutien limité, $Q \leq Q_0$ et $S_t \leq S_0$, l'apport est faible, le stock est faible, on établit alors pour U_t un compromis entre une politique de soutien et une politique de restriction de façon à retarder le moment où l'on atteindra S_{\min} .

En appliquant ces quelques règles et si l'on utilise des pondérations entre divers objectifs pour proposer les compromis, on obtient, pour une période donnée, une fonction de lâcher linéaire par morceaux, c'est-à-dire ayant l'allure de la figure 5-2:

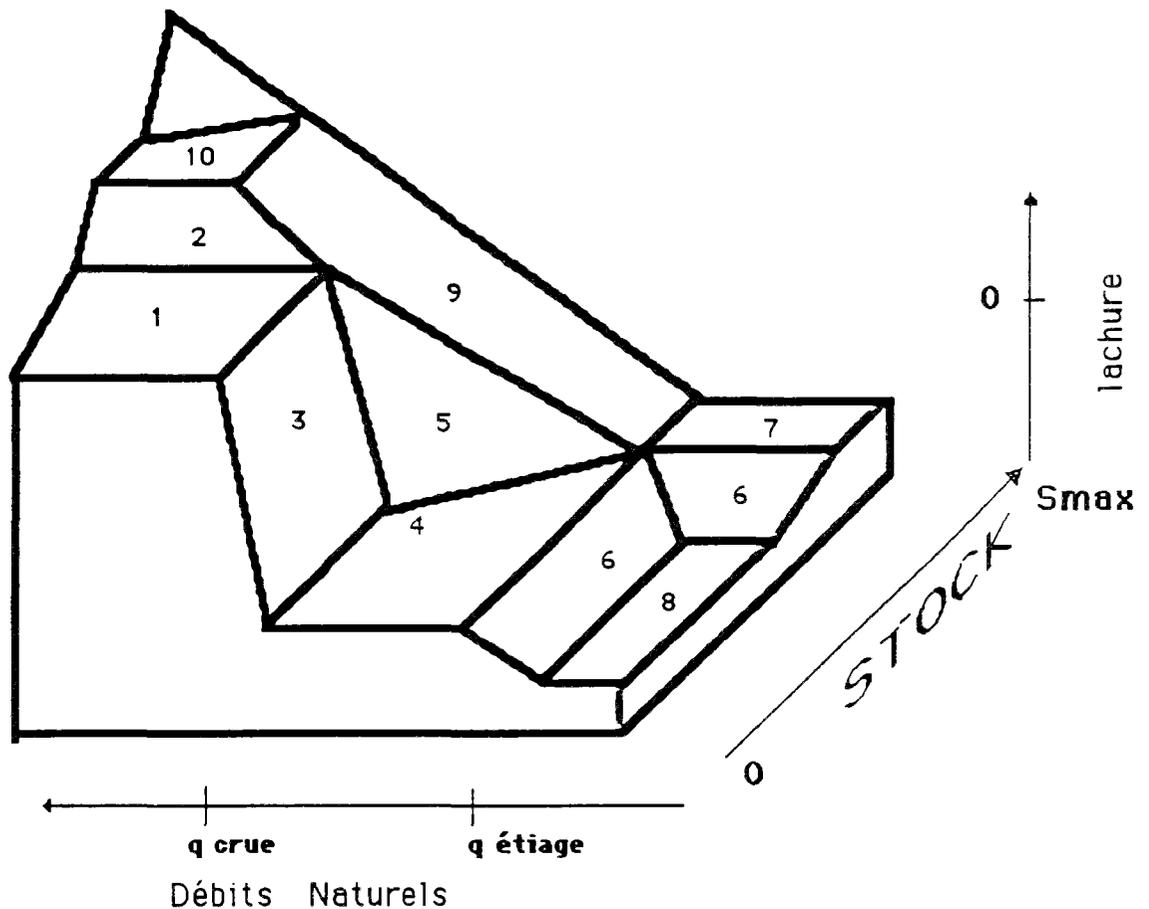


Figure 5-2 : Représentation des décisions linéaires par morceaux (prélèvement ou lâcher) selon les valeurs du débit entrant et du stock

Les numéros représentent des zones où la décision est homogène.

De telles règles, pourtant les plus simples, nécessitent le calage d'un grand nombre de paramètres. Dans l'exemple précédent, il y avait 11 paramètres à caler par période étudiée soit, si on travaille au pas de temps hebdomadaire, 572 coefficients à estimer pour le cas mono-ouvrage. On comprend donc que la simple simulation, même guidée, du système ne permet pas d'ajuster tous ces paramètres.

Les techniques de l'intelligence artificielle sont alors intéressantes à divers degrés.

- elles peuvent introduire la notion d'apprentissage: on pourrait comparer, par exemple sur un cas simple mais non linéaire gaussiens quadratique, les gestions fournies par un réseau de neurones à qui l'on apprenait la gestion et une gestion plus classique fondée sur l'automatique comme celle que nous avons développée: de telles méthodes sont en cours d'expérimentation au CEMAGREF.

- elles peuvent fournir directement une démarche cognitive en tentant de formaliser le comportement et la stratégie du gestionnaire sous la forme d'une base de connaissances;

- elles donnent aussi au second degré des techniques pour guider l'ajustement de paramètres des règles de gestion telles que celles présentées précédemment, ainsi que l'a illustré DESLANDES (1987) sur le cas du barrage Seine.

3.1.2. Logique floue

Au cours de ce travail, nous avons supposé que le gestionnaire avait la possibilité d'exprimer ses jugements de préférences de façon nette et sans imprécision. Dans la

pratique quotidienne, c'est beaucoup moins net et d'une certaine façon le rôle du modélisateur est de pousser le décideur à caractériser à l'extrême ses choix de gestion. D'ailleurs, nous ne prétendons créer qu'un outil d'aide à la décision et en aucun cas une procédure automatique qui se substitue au décideur. La théorie des nombres flous (voir par exemple KAUFMANN, 1973 pour un exposé élémentaire à l'usage des ingénieurs) permet sûrement de s'affranchir de l'algèbre classique trop limitée que nous avons utilisée pour modéliser les préférences du décideur. Des applications industrielles de la commande floue de systèmes se sont développées, notamment dans l'industrie Japonaise. Ce mouvement de modélisation (KAUFMANN et GUPTA, 1988) par les techniques fondées sur la théorie des nombres flous est aujourd'hui sujet à controverse dans la communauté scientifique des mathématiciens appliqués et automaticiens.

3.2. Pistes de recherche : amélioration du modèle existant

Sur le cas du système Neste, on pourrait envisager d'autres approches, notamment en ce qui concerne le comportement décisionnel des acteurs impliqués dans sa gestion. Par exemple, une approche de type plus micro-économique ou une extension du modèle de comportement du gestionnaire permettrait peut-être d'améliorer la gestion existante. Plusieurs directions de recherches sont possibles.

3.2.1. Indice de déficit

Une première amélioration concerne la contrainte portant sur l'irréversibilité de l'engagement des tours d'eau. Une fois que ceux-ci ont démarré au cours de la saison, on impose la contrainte extrêmement forte ($0 \leq \gamma(t+1) \leq \gamma(t) \leq 1$), ce qui modélise une attitude de pesanteur administrative à mettre en œuvre des restrictions puis éventuellement à les supprimer lorsqu'elle ne sont plus nécessaires. P.A ROCHE (communication personnelle, 1991) suggère d'introduire une variable d'état qui garde en mémoire la plus ou moins grande importance des déficits antérieurs pour l'irrigation.

On pourrait ainsi créer l'index de déficit pour l'irrigation $\delta(t)$ évoluant avec une dynamique de type "lissage exponentiel" et traduisant un effet d'actualisation des préoccupations de l'agriculteur et d'atténuation des déficits passés sous la forme :

$$\delta(t+1) = \delta(t) (1-p(t)) + \gamma(t) p(t)$$

avec

$0 \leq \gamma(t) \leq 1$ désignant la restriction de la quantité d'eau délivrée pour l'irrigation par rapport au besoins, $\gamma(t)=1$ si satisfaction totale des besoins; $p(t)$ une fonction déterministe entre 0 et 1 marquant la plus grande importance des déficits selon la saison, le modèle actuellement mis en service fonctionne avec $p(t) = 1$ pour tout t , c'est à dire que c'est le passé à très court terme qui représente l'information sur le déficit agricole pour l'irrigation.

Dans cette extension, le modèle aurait comme variable d'état $x(t) = (S(t), N(t-1), \delta(t-1))$ et comme commande $u(t) = (r_g(t), \gamma(t))$, l'objectif étant cette fois:

$$\text{Max}_{u(.)} E \left\{ \sum_t^T Q(r_g(t)) + \text{PEN } \delta(t) \right\}$$

Cette démarche est intéressante car elle supprime une contrainte d'irréversibilité sur une décision qui n'est pas forcément réaliste. Elle n'a pas été mise en œuvre dans le présent mémoire car elle nécessite le choix d'une fonction $p(t)$ et le recalage du paramètre de compromis entre les deux objectifs principaux de gestion.

3.2.2. Modèle et rationalité économique

On pourrait imaginer utiliser les modèles proposés précédemment pour analyser la rationalité du comportement d'une compagnie telle que la CACG. Un tel modèle est du type :

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), \varepsilon(t))$$

$$\text{Max E} \sum_{\tau=t}^T \{ L_1(x(\tau), u(\tau)) + P L_2(x(\tau), u(\tau)) \}$$

où L_1 représente un bénéfice agricole et L_2 traduit une consommation d'eau prélevée à un autre usage (par exemple hydro-électrique).

Le problème est de savoir si la pondération P peut vraiment s'interpréter comme un prix d'échange. Si l'on dispose de données de gestion historique, une procédure analogue au filtrage peut apporter des éléments de réponse.

Appelons $\underline{u}(t)$ et $\underline{x}(t)$ la commande et la trajectoire réellement suivies au cours de l'histoire et enregistrées. Pour bâtir une estimation de P , en séparant la phase estimation de la phase commande, on peut choisir une construction de la forme :

$$P(t+1) = P(t) + \theta(u^*(t) - \underline{u}(t))$$

où $u^*(t)$ désigne la première décision du programme :

$$\text{Max E} \sum_{\tau=t}^T \{ L_1(x(\tau), u(\tau)) + P(t) L_2(x(\tau), u(\tau)) \}$$

avec les conditions initiales :

$$x(t) = \underline{x}(t)$$

et en adjoignant les équations de transitions :

$$x(t) = f(x(t), u(t), \varepsilon(t))$$

$$P(t+1) = P(t)$$

tandis que θ est une matrice positive de lissage. Il faut alors préciser sous quelles hypothèses et de quelle façon on peut calculer θ pour minimiser la variance de $P(t)$ et faire converger $P(t)$ vers P si une telle valeur de prix P existe. Au vu de la stabilité de la moyenne et de la variance de $P(t)$, on pourrait ainsi mieux cerner le comportement économique du décideur.

3.2.3. Vers une approche plus économique

Le compromis développé ici sur le cas de la Neste traduisait un équilibre entre la possibilité de passage en crise (arrêt des irrigations) et la nécessité de maintenir un contrat de salubrité aussi élevé que possible. Au cours de la sécheresse de 1989 dans le Sud-Ouest, EDF a déstocké de l'eau de ses réserves de montagne pour maintenir les possibilités d'irrigation. On a pu ainsi déterminer un prix de l'eau marginale en cas de crise. On peut alors envisager une gestion optimale entre :

- un bénéfice économique de la production agricole,
- un coût lié au risque de devoir faire appel aux déstockages d'EDF pour maintenir irrigation et salubrité.

L'annexe 13 présente un modèle d'état prenant en compte une gestion eau-sol-plante en s'appuyant sur les courbes de production décrites dans HALL et BUTCHER (1968) et le bulletin 33 de la FAO (BOUZEDI, 1985).

Cette modélisation suppose que l'on puisse commander les quantités prélevées par l'agriculture et imposer un rationnement aux irrigants, ce qui est loin d'être le cas actuellement, même si les événements récents ont adouci les positions des agriculteurs.

En ce qui concerne la Neste, les premiers essais de modèles de type réservoir sol menés par PIQUEREAU et VILLOCEL (1982) lors de l'implantation de la gestion tactique, n'ont pas donné de résultats opérationnels acceptables. Par exemple, le modèle proposé par le CEMAGREF pour évaluer la demande en eau des plantes pour la gestion de l'Astarac a été vite supplanté par un réseau de conseillers agricoles qui produit quotidiennement, bien qu'empiriquement, des prévisions de consommation.

De même, FANG et al. (1989) traitant d'un barrage utilisé pour l'irrigation et la production hydroélectrique, ont supposé que la demande en eau des plantes était une variable déterministe. EZERZER (1991) a aussi traité le cas d'une réserve bi-usage (irrigation et hydroélectricité) en suivant une démarche semblable.

De telles démarches sont prometteuses, car plus complètes par la prise en compte des interactions eau-sol-plante, mais de nombreuses difficultés restent à résoudre, notamment liées :

- à la difficile modélisation des phénomènes agronomiques,
- à la définition complète d'un cadre micro-économique pour les rendements obtenus à partir de ces cultures,
- à la complexité envahissante des calculs par programmation dynamique dès que l'on veut considérer un nombre plus important de variables d'état.

4. CONCLUSIONS GENERALES

L'étude du système Neste a permis la conception d'une méthode d'élaboration des consignes de gestion stratégique d'un système de ressources en eau. L'expérience montre que bien souvent le premier rôle de l'homme d'étude est de formaliser ce que le gestionnaire perçoit sous les termes de "bonne" gestion. Une démarche fondée sur la gestion du risque a été entreprise à cet effet. Cette méthodologie a pris place au sein du système complexe de la gestion du système Neste et s'est intégrée au système tactique de télégestion en temps réel. Les résultats de cette étude ont été comparés à une méthode plus rustique de gestion par courbe de vidange et ont aujourd'hui prouvé leur validité opérationnelle en apportant un outil d'aide à la décision précieux dans les situations de sécheresse rencontrées au cours des campagnes de 1989 et 1990. D'une façon générale, dans les applications opérationnelles, pour les cas extrêmes (événements rares) il est important d'avoir plus d'une approche et d'en comparer les résultats, ce que nous avons fait pour la Neste et pour la Seine.

Pour élaborer des consignes de gestion, le gestionnaire doit être capable de prévoir les événements à gérer. Il doit aussi pouvoir les simuler afin d'estimer la palette des résultats possibles de sa politique. Ceci souligne l'importance du module de simulation décrivant le fonctionnement du système. Celui-ci ne peut être établi qu'avec une bonne connaissance du terrain, l'appui des hydrologues et hydrauliciens des services généraux chargés de la gestion d'un tel système. L'utilisation de modèles d'états pour représenter le caractère dynamique d'un système permet de rendre compte de la physique des phénomènes et donc de garder une représentation conceptuelle du fonctionnement du système. Cette démarche est, en général, perçue de façon positive par les parties en présence, et favorise le dialogue indispensable entre le modélisateur et le gestionnaire de système. Ces techniques de modélisation et d'aide à la décision sont transférables ailleurs pour d'autres systèmes de gestion de ressources en avenir risqué.

Bien que ce travail ait aussi insisté au chapitre 3 sur les méthodes d'optimisation en tant que telles, un des points essentiels de ce mémoire est de souligner l'interdépendance du module d'optimisation et du module de fonctionnement-simulation. L'étude effectuée sur le barrage Seine montre qu'ils sont fortement liés et qu'ils doivent être développés en fonction l'un de l'autre.

BIBLIOGRAPHIE

- Adigüzel, R.I., Coskunoglu, O. (1984). A descriptive decision process model for hierarchical management of interconnected reservoir systems. *Water Resources Research* 20(7) : 803-811.
- Alexandridis, M.G., Krzysztofowicz, R. (1982). Value of categorical and probabilistic temperature forecasts for scheduling of power generation. *MIT department of civil engineering*, report N°282.
- Alexeev, V., Galéev, E., Tikhomirov, V. (1987). Recueil de problèmes d'optimisation. *Editions MIR*.
- Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econométrica*, 12(4) : 503-546.
- Arnold, L. (1974). Stochastic differential equations : theory and applications. *Wiley*.
- Askew, J. A. (1974). Optimum reservoir operating policies and the imposition of a reliability constraint. *Water Resources Research*, 10(1) : 51-56.
- Balti, N., Ennabli, N., Labye, Y., Lebdi, F., Parent, E.(1984). Contribution à l'étude des aménagement hydro-agricoles en zones arides et semi-arides. *Communication à la 5ème Conférence Internationale sur la Gestion des Eaux et la Planification*, Athènes.
- Bédot, Roche, P.A, Cres, Masson, J.P(1984). Amélioration de la gestion du barrage réservoir SEINE en période d' étiage ; 2ème partie : le modèle d'aide à la décision. *Communication aux journées de l'Association Internationale de Recherches Hydrauliques*.
- Bellman, R. E., Dreyfus, S.E. (1962). Applied dynamic programming. *Princeton University Press, Princeton, N.J., USA*.
- Bellman, R.E. (1957). Dynamic programming. *Princeton University Press, Princeton, N.J., USA*.
- Bellostas, A. (1981). Modèles de recherche opérationnelle appliqués a la planification et à la gestion des ressources en eau : le modèle LOIRE du laboratoire d' Hydrologie Mathématique de Montpellier. *Thèse USTL, Montpellier*.
- Beltrami, E. (1987). Mathematics for dynamic modeling. *Academic Press*.
- Bensoussan,A, Lions, J.P., Temam, R. (1974). Sur les méthodes de décomposition. de décentralisation et de coordination et applications
- Berger, J. (1985). Statistical decision theory and Bayesian analysis. *Springer Verlag, USA*.
- Bernier, J. (1977). Quelques réflexions sur la modélisation des systèmes de réservoirs. *Communication présentée aux journées de Montpellier sur l'Eau, la Recherche et l'Environnement*.
- Bernier, J., Ulmo, J. (1973). Eléments de statistique décisionnelle. *Dunod*.
- Bhaskar, N., Whitlatch E. (1987). Comparaison of reservoir linear operation rules using linear and dynamic programming. *Water Resources Research*, 23(6) : 1027-1036.

- Bhaskar, N., Witslatch, E. (1980). Derivation of monthly release policies. *Water Resources Research*, 16(6) : 987-993.
- Bocquillon, C., Masson, J.M. (1983). Recherche d'une politique de gestion des stocks d'eau de barrages-réservoirs en vue de soutenir les étiages. *Journal of Hydrology*, 60 : 59-104.
- Bodo, B.A., Unny, T.E., (1990). Modèles linéaires stochastiques théoriques pour la réponse des petits bassins. *Revue des Sciences de l'Eau*, 3 : 151-182.
- Bouzeidi, A. (1985). Réponse des rendements à l'eau. *Résumé du bulletin FAO (33). Cahier du CRGR. Paris.*
- Buchberger, S. G., Maidment, D. R. (1989). Diffusion approximation for equilibrium distribution of reservoir storage. *Water Resources Research*, 25(7) : 1643-1652.
- Buras, N. (1972). Scientific allocation of Water Resources. *American Elsevier Publishing Company. New-York.*
- CACG, (1989). Gestion des eaux du système NESTE, *Rapport technique pour le Ministère de l'Agriculture, le Secrétariat d'Etat à l'Environnement et l'Agence Adour-Garonne, Tarbes.*
- Camboulives, J.M. (1980). Etude de l'influence de la prise en compte des incertitudes technologiques dans la gestion d'un réservoir de soutien d'étiages. *Thèse DDI Paris VI.*
- Chevalier, A. (1972). La programmation dynamique. *DUNOD décision.*
- Cohen, G. (1980). Auxilliary problem principle and decomposition of optimization problems. *Journal of optimization theory and applications* 32(3) : 277-305.
- Cohen, G. (1982) : Optimal control of water supply networks in optimization and control of dynamic operationnal research models, *SG TZAFESTAS, North Holland Amsterdam, Hollande.*
- Cohen, G. (1983). Decomposition-Coordination methods in large scale optimization problems. The non differentiable case and the use of augmented lagrangians. In advances in large scale systems. Theory and applications. 1. *JB CRUZ JR Editor JAI Press, Greenwich, Connecticut, USA.*
- Cohen de Lara, M., Parent, E. (1990). Notes de cours d'automatique générale. partie 2. Commande optimale. *document ENPC- CERGRENE..*
- Cohon, J.L., Marks, D.H.(1975). A review and evaluation of multiobjective programming techniques. *Water Resources Research*, 11(2) : 208-220.
- Colleter, P., Delebecque, F., Falgarone, F., Quadrat J.P. (1978). Application du contrôle stochastique à la gestion des moyens de production d'énergie en Nouvelle-Calédonie. *E.D.F. Bulletin de la Direction des Etudes et Recherche. serie C. mathématiques-informatique* : 1-28.
- Coyne et Bellier. (1983). Le Langage SIM. Notices d'utilisation des logiciels SIM et NAIADÉ. *Documents Coyne & Bellier.*
- Coyne et Bellier. (1976). Etude des modalités de gestion concertée des retenues de la Montagne Noire. *Rapport technique Coyne & Bellier.*

Coyne et Bellier. (1984). Règles de gestion du barrage de CHARPAL et analyse des possibilités d'augmentation de la capacité du barrage. Rapport technique commandé par la ville de MENDE. *Documents Coyne & Bellier*.

Dantzig, G.B. (1963). Linear programming and extensions. *Princeton University Press, New Jersey*, chap 14.

Datta, B., Burges, S.J. (1984). Short term, single, multiple-purpose reservoir operation : importance of loss functions and forecast errors. *Water Resources Research* : 20(9) : 1167-1176.

Datta, B., Houck, M.H., (1984). A stochastic optimization model for real time operation of reservoir using uncertain forecasts. *Water resources research*. 20(8) : 1039-1046.

Davis, D. R., Kisiel, C.C., Duckstein, L.(1972). Bayesian decision theory applied to design in hydrology. *Water resources research*. 8(1) : 33-40.

Denardo, E.V. (1982). Dynamic programming, *Prentice Hall*..

Deslandes, H. (1987). Projet de système expert d'apprentissage pour la mise au point de consignes de gestion d'un barrage réservoir. Projet de fin d'études ENPC, *document CERGRENE*, 33 pages et annexes.

Dodu, J.C, Goursat, M., Hertz, A., Quadrat, J.P., Viot, M. (1981). Méthodes de gradient stochastique pour l'optimisation des investissements dans un réseau électrique. *Bulletin EDF*. (2) : 133-164.

Duckstein, L., Plate, E.J., Benedini, M. (1988). Engineering reliability and risk in Water Resources ", *Ed L.Duckstein & Plate, M.Nijhoff Publishers*, NATO-ASI series.

Duckstein et Bernier (1985). Critères associés aux risques en ressources hydriques : un modèle mathématique de système avec application. *Proceedings de l'atelier sur l'analyse du risque de la gestion des systèmes hydriques*. Ecole Polytechnique de Montréal, QUEBEC, CANADA. DUNOD PARIS.

Ezerzer, B. (1991). Multipurpose reservoir management model : meeting irrigation and hydropower objectives in France. *MSc report of Imperial College of Science, Technologie and Medecine*. Londres.

Fang, Z.X., Voron, B., Bocquillon, C. (1989). Limitation de l'horizon prévisionnel de la programmation dynamique stochastique en matière de gestion de barrages. *Hydrolo. Sci. J.* 34(4) : 405-415.

Fang, Z.X., Voron, B., Bocquillon, C. (1989). Programmation dynamique : Application à la gestion d'une retenue pour l'irrigation. *Hydrolo. Sci. J.* 34(4) : 415-424.

Fauchet, B. (1988). Optimisation de la gestion d'un système de réservoirs en avenir incertain. *Rapport d'option scientifique de l'Ecole Polytechnique*.

Faure, R. (1979). Précis de recherche opérationnelle. *Dunod*.

Faure, P., Clerget, M., Germain, F.(1978). Opérateurs rationnels positifs. *Dunod*.

Faure, P., Robin M. (1984). Eléments d'automatique. *Dunod*.

- Foufoula-Georgiou, E., Kitanidis, P.K. (1988). Gradient dynamic programming for stochastic optimal control of multidimensional water resources systems. *Water Resources Research*, 24(8) : 1345-1359.
- Fishburn, P. (1982). The foundations of expected utility. *Dordrecht/ Boston, Reidel*.
- Fraser, N.M., Hipel, K.W. (1984). Conflict analysis : models and resolutions. *Elsevier, N.Y.*
- Frerot, A. (1987). Procédures d'optimisation des consignes de gestion d'un réseau automatisé d'assainissement. *Thèse du Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts & Chaussées*.
- Friedland B. (1986). Control system design. *Mac Graw-Hill, NY*.
- Gal, S. (1979). Optimal Management Of A Multireservoir Water System. *Water Resources Research* (15) : 737-749.
- Girault, A. (1965). Processus Aléatoires. *Dunod, Paris*.
- Goicoechea, A., Duckstein, L. (1985). Non-normal deterministic equivalents and a transformation in stochastic mathematical programming. Submitted to " *Applied Mathematics and Computation* " for review and publication.
- Goicoechea, A., Hansen, D.R., Duckstein, L. (1982). Multiobjective decision analysis with engineering and business applications. *Wiley*.
- Gomez, C., Quadrat, J.P., Sulem, A.(1982). Towards an expert system in stochastic control : the Hamilton-Jacobi Part. *Rapport INRIA*.
- Gould. (1961). Statistical Methods for estimating the design capacity of dams. *J. Inst. Eng. Aust.* : 405-416.
- Goussebaille, J., Miquel, J., Roche, P.A. (1986). Gestion des barrages réservoirs en avenir incertain. Utilisation des méthodes en avenir certain sur scenarios. *Rapport VII 19èmes Journées de l'Hydraulique* : 9-11. Société Hydrotechnique de France, Paris.
- Goussebaille, J., Roche, P. A. (1988). Monte-carlo simulation for stochastic dynamic programming. A case study : the Seine reservoir daily operation. *Document interne CERGRENE*, 1(8).
- Goussebaille, J., Roche, P.A. (1986). Gestion d'un réservoir de soutien d'étiage et d'écrêtement de crues. Applications des techniques de programmation dynamique. *Rapport EDF E43/ 86-41*.
- Guariso, G., Rinaldi, S., Sconcini-Sessa, R.(1986). The management of lake Como : amultiobjective analysis. *Water Resources Research*, 22(2) : 109-120.
- Haimes. (1977). Hierarchical analysis of Water Ressources systems. *MC Graw Hill Int. Book Cie, USA*.
- Hashimoto, T., Stedinger, J.R. and Loucks, D.P. (1982). Reliability, resiliency, and vulnerability criteria for water resources system performance evaluation. *Water Resources Research*, 18(1) : 14-20.

Henig, M. (1985) The shortest path problem with two objective functions, *European J. of Operation Research*, 25 : 281-291.

Henry-Labordere, A. (1982). Recherche operationnelle. Cours de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Hipel, K.W., Ragade, R. K., Unny, T. C.(1974). Metagame analysis of water resources conflicts. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ Eng.*, 100(HY10) : 1437-1455.

Houghtalen, R.J., Loftis, J.C. (1988). Irrigation water delivery system operation via aggregate state dynamic programming. *Water Resources Bulletin*, 24(2) : 427-434.

Howard, R.A. (1969). Dynamic programming and Markov processes. *MIT Press*.

Hubert, P. (1985). Techniques d'optimisation et leur emploi en aménagement et gestion des ressources en eau. *CEFIGRE Cours International sur l'évaluation, l'aménagement et la gestion des ressources en eau*. Sophia Antipolis.

Hurst, H.E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. america soc. civil engineers* : 116.

Jacobson, D. and Mayne, D. (1970). Differential dynamic programming. *American Elsevier Cie*.

Kalman, R.E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic engineering* : 35-45.

Kaufman, A.(1973). Introduction à la théorie des sous-ensembles flous. 3 tomes. *Masson*

Kaufman, A., Gupta, M. M.(1988). Fuzzy mathematical models in engineering and management science. *North Holland*.

Karlsson, P., Haimes, Y. (1988). Probability and their partitioning. *Water Resources Research*. 24(1) : 21-29.

Karmarkar, U. (1974). The effect of probabilities on the subjective evaluation of lotteries. M.I.T. *Sloan school of management* WP n°7698-74.

Kitanidis, P.K. (1987). A first order approximation to stochastic optimal control of reservoir. *Stochastic hydraulics & hydrology*, 1 : 169-194.

Klemes. (1977). Value of information in reservoir optimization. *Water Resources Research*, 13(5) : 837-850.

Klemes, V. (1978). The unreliability of reliability estimates of storage reservoir performance based on short streamflow records. In "*Water Resource Management*", Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado" : 193-205.

Klemes, V. (1979). Storage mass curve analysis in a system analysis perspective. *Water Resources Research*, 15(2) : 359-370.

Klemes, V. (1977). Discrete representation of storage for stochastic reservoir optimization. *Water Resources Research*. 13(1) : 149-158.

Klemes, V. (1977). Value of information in reservoir optimization. *Water Resources Research*, 13(5) : 837-850.

Kottegoda, N.T. (1980). Stochastic water resources technology. *The MacMillan Press LTD.*

Kree, P. and Soize, C. (1983). Mécanique aléatoire. *Bordas.*

Krzysztofowicz, R. (1982). Utility criterion for water supply : Quantifying value of water an risk attitude. "In *Decision making for hydrosystems : Forecasting and operation*". Ed T. Unny and E. Mc. Bean, Water Resources Publications : 43-62.

Kushner. (1977). Probabilistic methods for approximation in stochastic control. *Academic Press.*

Kuczera, G.(1989). Fast multireservoir multiperiod linear programming models. *Water Resources Research*, 25(2) : 169-176.

Li, D. and Haimes, Y. (1987). Risk management in a hierarchical multiobjective framework. In "*Towards interactive and intelligent decision support system*", Eds Y Sawaragi, K Inoue and H Nakayama, Springer Verlag.

Loucks, D.P. et Sigvaldason, O.P. Multiple reservoir operation in North America.

Mandelbrot, B., Taqqu. (1979). Robust R/S analysis of long run correlation. *42nd session of International Statistical Institute, Manille.*

Massé, P. (1946). Les réserves et la régulation de l'avenir. *Herrman.*

Massé, P. (1959). Le choix des investissements. *Dunod.*

Masson, J.M., Roche, P.A., Vermersch, J.P. (1985). Outils d'aide à la programmation des barrages réservoirs du bassin de la Seine. Etude Préliminaire. *Rapport CERGRENE*, 62 pages et annexes.

Mergos, G.J. (1987). Evaluation of irrigation project under uncertainty : a symmetric quadratic programming approach. *Water Resources Management*. 1 : 45-56.

Mesarovic, Macko Takahara, (1970). Theory of hierarchical multilevel systems. *Academic Press, Ny, USA.*

Meslier, F., Sandrin, P.(1981). Résolution des problèmes d'optimisation dynamique par programmation dynamique marginaliste. *R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operation Research*.15(4) : 363-381.

Michel, C. Thomas, A.M. (1984). Gestion des petites retenues pour l'irrigation et l'atténuation des crues. *Comptes rendus de la Société Hydrotechnique de France* : +- 5.

Michel, C. (1987). Hydrologie appliquée aux petits bassins ruraux. *Document CEMAGREF.*

Miquel, J. (1980). Gestion d'un barrage de soutien d'étiage. Application à Chambonchard sur le Cher. *Rapport EDF E43/80-04.*

Miquel, J. et Roche, P.A. (Janvier 1984). Gestion d'un réservoir de soutien d'étiage. Etude de quelques méthodes d'optimisation. *Rapport EDF E43/84-02.*

- Miquel, J., Roche, P.A. (1986). La gestion des barrages réservoirs. *La Houille Blanche* 6 : 409-425.
- Mitten, L. (1974). Preference order dynamic programming, *Management Science*, 21 : 43-46.
- Moran, P.A.P.(1959). The theory of storage. *J.Wiley, Ny, USA*.
- Novell, B., Cohen de Lara, M. (1990). Notes de cours d'automatique générale. partie1, Modèles d'état. *document ENPC- CERGRENE..*
- Opricovic. (1979). An extension of Compromise Programming to the solution of dynamic multicriteria problems. *9th Conference IFIP sur les techniques d'optimisation*. Varsovie, Pologne.
- Page, N. (1968). Utility theory a book of readings. *J. Wiley, New-York*.
- Parent, E., Lebdi, F.(1990). Weekly operation of a water resource system with reliability criteria. *Proceedings 9thInternation Conference on Multiple Criteria Decision Making*. Août 1990. Fairfax, Virginie USA.
- Parent, E., Lebdi, F., Hurand P. (1991). Gestion stratégique du système de ressources en eau : l'exemple du système NESTE. *Revue des Sciences de l' Eau*, 4 : 103-127.
- Parent, E, Lebdi, F., Hurand P. (1991). Stochastic modeling of a water resource system : analytical techniques versus synthetic approaches. *Proceedings NATO-ASI on Risk & Reliability in Water Resources& Environmental Engineering*, 18-28 Mai 1991. Ed GANOULIS à paraître.
- Parent, E.(1991). Stochastic dynamic system theory : a challenge for natural resources management. *Proceedings NATO-ASI on Risk & Reliability in Water Resources& Environmental Engineering*, 18-28 Mai 1991. Ed GANOULIS à paraître.
- Piquereau, A., Villocel, A.(1982). Gestion automatique des eaux d'étiages. Le cas de la rivière Arrats. *Document ONERA CERT N°2/7269 DERA*.
- Plate, E., Duckstein, L. (1988). "Reliability-based design concepts in hydraulic engineering. *In Engineering reliability and risk in water resources*". Ed L. Duckstein and E. J. Plate, M. Nijhoff Publishers, NATO-ASI series : 27-60.
- Rassam, J.C. (1980). Flood management of the Ottawa river system under uncertainty. *Hydro - QUEBEC report*.
- Revelle, C.S., Joeres, E., Kirby, W. (1969). The linear decision rule in reservoir management and design; 1 : Development of the stochastic model. *Water Resources Research*, 4(4) : 767-777.
- Richard, D., Turgeon, A. (1988). Analyse de contraintes probabilistes dans la gestion d'un système hydroélectrique. *Revue des sciences de l'eau*, 3 : 171-178.
- Rippl. (1883). The capacity of storage reservoirs for water supply. *Minutes Proc. Inst. Civ. Eng. LXXXI* : 270-278.
- Robbins, H.,Monro, S. (1951) A statistical approximation method. *Ann. Stat.*, 22 : 400-407.

- Roche, M. (1973). Hydrologie et aménagement des eaux (Méthodes structurales). *Cahiers de l'ORSTOM*, série hydrologie, X(1).
- Roche, P.A. (1986). Optimalité de la méthode du fil tendu. *Document Cergrène*.
- Roche, P.A., Miquel, J. (1984). Optimization and decision for water resources management and planning. *Rapport technique Cergrène*.
- Roche, P.A., Coll. (1984). Guide de conception des réseaux d'annonce des crues. *Document Ministère de l'Environnement*, 2 tomes.
- Roy, B. (1985). Méthodologie multicritère d'aide à la décision. *Economica*.
- Saad, M. and Turgeon, A. (1988). Application of principal component analysis to long term reservoir management, *Water Resources Research*, 24(7) : 907-912.
- Savarenskiy, A.D. (1940). Metod rascheta regulirovaniya stoka. *Gidrotekh. Stroit.* 2 : 24-28.
- Sigvaldason, O.T. (1976). Multireservoir management of the Trent, Severn, Rideau and Cataract systems : a case study.
- Sigvaldason, O. T. (1976). A simulation model for operating a multipurpose multireservoir system. *Water Resources Research*, 12(2) : 263-278.
- Simonovic, S.P., Orlob, T.G. (1984). Risk-reliability Programming For Optimal Water Quality Control. *Water Resources Research*, 20(6) : 639-646.
- Sniedovitch, M. (1979). Reliability constrained reservoir control problems : 1. Methodological issues. *Water Resources Research*, 15(6) : 1574-1582.
- Sniedovitch, M. (1980). A variance constrained problems. *Water Resources Research*, 16(2) : 271-274.
- Sniedovitch, M. (1986). A new look at Bellman principle of optimality, *Journal Of Optimization Theory And Applications*.
- Stedinger, J.R. (1984). The performance of LDR models for preliminary design and reservoir operation. *Water Resources Research*, 20(2) : 215-224.
- Stein, Garnier. (1987). Etudes d'amélioration de la protection contre les crues dans le bassin de la Seine. *Rapport AFBSN*.
- Suri. (1981). Existence of optimal Lagrange multipliers for certain non convex allocation problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 31 : 169-169.
- Szidarovski, F., Duckstein, L. (1986). Dynamic multiobjective optimization : A framework with application to regional water and mining management. *E. J. O. R.*, 24 : 305-317.
- Takacs : Order statistics. *J. Wiley, New-York*.
- Tapiero, C.S. (1988). Applied stochastic models & control in management. In "Advanced Series In Management", 12. North-Holland.
- Thomas, A., Revelle, R. (1966). On the efficient use of high Aswan dam for hydropower and irrigation. *Management Science*, 8(4).

- Turgeon, A. (1981). Optimal short term hydro scheduling from the principle of progressive optimality. *Water Resources Research*, 17(3) : 481-486.
- Turgeon, A., (1982). Incremental dynamic programming may yield to nonoptimal solutions. *Water Resources Research*, 18(16) : 1599-1604.
- Turgeon, A.(1980). Optimal operation of multireservoir power systems with stochastic inflows. *Water Resources Research*, 16(2) : 275-283.
- Valiron, F.(1988). Gestion des eaux (automatisation, informatisation, télégestion). *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 3 tomes.
- Varlet, H. (1923). Etude graphique des conditions d'exploitation d'un réservoir de régulation. *Annales Ponts & Chaussées. Mem. Doc. Partie tech.*, 93 : 61-79.
- Wasimi, S. A., Kitanidis, P. K. (1983). Real time forecasting and daily operation of a system of reservoir under flood conditions using linear quadratic gaussian stochastic control. *Water Resources Research*, 19(6) : 1511-1522.
- Yacizil, H., Houcks, M., Toebes, G. H. (1983). Daily operation of a multipurpose reservoir system. *Water Resources Research*, 19(1) : 1-13.
- Yakowitz, S. (1982). Dynamic programming applications in water resources. *Water Resources Research*, 18(4) : 673-696.
- Yang,X.,Parent, E.,Michel,C.,Roche,P.A.(1991). Gestion d'un réservoir pour la régulation des débits. *La Houille Blanche*, 6 : 433-440.
- Yeh, W.W.G. (1985). Reservoir management and operations models : a state of art review. *Water Resources Research*, 21(12) : 1797-1818.
- Young, (1966). Techniques for finding reservoir operating rules. *Ph D. Dissertation,Harvard University, Cambridge, MASS.*



RESUME LONG

L'objet de ce mémoire de recherche est de proposer un modèle théorique permettant de modéliser le fonctionnement d'un système de gestion des ressources en eau, d'étudier les méthodes de calcul que l'on peut utiliser pour l'élaboration rationnelle des consignes de gestion des barrages-réservoirs .

Dans la première partie de cette dissertation, nous présentons tout d'abord l'intérêt et les limites des méthodes de gestion des barrages réservoirs.

La deuxième partie met en évidence, à partir des exemples illustratifs de la Seine et de la Neste, les difficultés rencontrées par le gestionnaire de système de ressources en eau, c'est à dire comment le scientifique peut traduire les problèmes de terrain en une problématique rationnelle.

Dans la troisième partie, le problème général est d'abord présenté sous forme d'un modèle de base issu de l'analyse des systèmes et du contrôle optimal. Les démarches classiques rencontrées dans la littérature sur la gestion des systèmes de ressources en eau sont étudiées et les techniques d'optimisation utilisables sont décrites. Les avantages de la démarche de modélisation que nous adoptons concernent essentiellement les deux aspects spécifiques de la conduite des barrages réservoirs:

- pouvoir facilement traiter de la gestion du risque,
- permettre la prise en compte des usages multiples de la ressource.

Pour élaborer des consignes de gestion, le gestionnaire doit être capable de prévoir les événements à gérer. Il doit aussi pouvoir les simuler afin d'estimer la palette des résultats possibles de sa politique. Ceci souligne l'importance du module de simulation décrivant le fonctionnement du système. Celui-ci ne peut être établi qu'avec une bonne connaissance du terrain, l'appui des hydrologues et hydrauliciens des services généraux chargés de la gestion d'un tel système. L'utilisation de modèles d'états pour représenter le caractère dynamique d'un système permet de rendre compte de la physique des phénomènes et donc de garder une représentation conceptuelle du fonctionnement du système. Cette démarche est, en général, perçue de façon positive par les parties en présence, et favorise le dialogue indispensable entre le modélisateur et le gestionnaire de système.

La quatrième partie est une application des démarches de modélisation à deux cas pratiques. On propose d'abord la mise en place opérationnelle de règles de gestion de compromis (irrigation-qualité) pour le système Neste, mobilisant de nombreuses réserves de capacités moyennes dont la source principale d'approvisionnement est une rivière de montagne. Ce cas d'étude met l'accent sur la prise en compte du risque et la rationalité de

l'allocation bi-critère des richesses en eau au cours de la saison d'irrigation tout en soutenant les étiages. La résolution est effectuée selon deux approches:

-un modèle de programmation dynamique avec état de dimension deux (niveau des réserves, niveau dans la rivière) où dans la solution numérique les variables sont discrétisées;

-un modèle "synthétique" où l'on calcule une probabilité de non dépassement caractérisant l'état hydrique des ressources du système. Une règle empirique permet d'associer à cette grandeur une décision de consigne à effectuer.

On constate alors que le problème de la stratégie de gestion d'un système de transfert d'eau en vue de l'irrigation et du maintien de la salubrité en avenir incertain peut être résolu par un modèle classique de décision séquentielle par programmation dynamique dont un certain nombre de paramètres sont à caler.

1) L'apport quantitatif majeur est de permettre au gestionnaire d'exposer ses objectifs et de définir les défaillances de façon rationnelle, puis de rechercher une règle d'opération optimale réalisant l'adéquation de la gestion aux objectifs ainsi définis. Il faut bien sûr nuancer cette conclusion car les hypothèses de modélisation adoptées et les incertitudes portant sur le modèle hydrologique lui-même influent directement sur les résultats obtenus.

2) Les deux modèles précédents fournissent des résultats analogues sur le cas de la Neste.

3) Les techniques de programmation dynamique en avenir incertain, outre leur intérêt opérationnel classique de procurer une règle en boucle fermée fonction des informations du gestionnaire sur l'état du système, peuvent aussi être utilisées pour calculer un faisceau d'indices de gestion, véritable tableau de bord conditionnel à la trajectoire optimale future.

4) Ces techniques peuvent traiter dans le même cadre mathématique l'adjonction d'une variable de commande discontinue indiquant le passage en modes de gestion dégradés, notamment le mode de fonctionnement en crise.

5) De tels modèles procurent certes un outil d'aide à la décision mais ne réalisent pas le miracle de surmonter les difficultés rencontrées à l'occasion d'une sécheresse exceptionnelle telle celle de 1976 ou 1985. En d'autres termes, le meilleur modèle de gestion stratégique ne peut pas créer de ressources additionnelles en eau...mais permettent d'allouer de façon plus rationnelle les richesses en eau au cours de la saison.

D'autre part, on a effectué les applications de ces méthodes à un autre système de caractéristiques très différentes: le barrage Seine du lac de la forêt d'Orient, mono-ouvrage, mobilisant une grosse réserve sur une rivière de plaine et dont la gestion a déjà fait l'objet de nombreuses études. L'étude de la gestion journalière

du barrage Seine a été faite en combinant divers modèles de prévision des apports et d'optimisation des consignes. Sur ce cas d'étude de la Seine, nous avons essayé de mettre en évidence les qualités de chacun des sous compartiment qu'utilise une procédure de gestion en avenir incertain: un module de prévision et un module décisionnel. Pour chaque module deux alternatives ont été proposées l'une étant théoriquement meilleure que l'autre: les modèles conceptuels pluies-débits sont plus efficaces que les simples modèles autorégressifs, la programmation dynamique stochastique est théoriquement mieux adaptée que le fil tendu en avenir déterministe sur scénarios.

Par rapport à cette programmation dynamique en avenir incertain, l'immense avantage de la méthode des scénarios est de pouvoir utiliser un modèle hydrologique plus raffiné sans aucun problème de mise en œuvre. Il est impossible d'utiliser le même modèle conceptuel pluie débit GR3 avec la programmation dynamique car il aurait fallu introduire un vecteur d'état de taille 6 (réservoir Seine, deux types de réservoir-sol, les pluies des trois jours précédents), ce qui rendait le calcul numérique impossible sur les ordinateurs existants aujourd'hui, même avec l'amélioration apportée dans cette étude par un modèle en temps continu: la méthode de discrétisation de la commande d'un processus de diffusion est une piste intéressante pour les calculs de programmation dynamique, ne serait ce que par sa facilité de mise en œuvre numérique.

Le compromis mis en évidence sur ce cas d'études souligne l'importance de la composante hydrologique pour tout le comportement décisionnel.

En ce qui concerne le fil tendu, malgré l'élégance de l'algorithme de calcul, on se doit d'en rappeler les hypothèses restrictives de cette méthode mono-ouvrage déterministe en ce qui concerne l'objectif et les contraintes. On peut tenter d'interpréter les résultats numériques proches donnés par ces techniques en s'appuyant sur des considérations physiques. La Seine, rivière "tranquille" de plaine possède une mémoire hydrologique courte. En tout cas, la prévision au delà d'un certain horizon ne doit avoir que peu d'influence sur l'efficacité globale et c'est pourquoi les deux techniques se retrouvent sans doute sur un pied d'égalité lorsque l'on utilise un critère de moyenne interannuelle.

En dernière partie, à partir de ces deux exemples, nos conclusions portent sur les limites et les avantages des outils de modélisation et d'aide à la décision pour une meilleure gestion des systèmes de ressources en eau.

On y retrace les passages d'obstacles successifs :

- de la phase de modélisation: comment traduire rationnellement les problèmes du gestionnaire d'un système de gestion de ressources en eau en une problématique scientifique?

L'étude du système Neste a permis la conception d'une méthode d'élaboration des consignes de gestion stratégique d'un système de ressources en eau. L'expérience montre que bien souvent le premier rôle de l'homme d'étude est de formaliser ce que le gestionnaire perçoit sous les termes de "bonne" gestion. Une démarche généralisable fondée sur la gestion du risque a été entreprise à cet effet.

- de la phase d'aide à la décision: quelles sont les conditions nécessaires pour, qu'à partir d'une approche scientifique élaborée dans un bureau d'études ou un laboratoire de recherche, on puisse réussir un passage opérationnel sur le terrain? En ce qui concerne la Neste, notre méthodologie a pris place au sein du système complexe de la gestion du système du canal de la Neste et s'est intégrée au système tactique de télégestion en temps réel des 30 000 hectares de périmètres irrigués. Les résultats de cette étude, validés par comparaison à une méthode plus rustique de gestion par courbe de vidange, ont aujourd'hui prouvé leur application opérationnelle en apportant un outil d'aide à la décision efficace dans les situations de sécheresse rencontrées au cours des campagnes de 1989 et 1990.