



**HAL**  
open science

# Synthèse d'émission spatio-temporelle pour l'imagerie acoustique

Frédéric Mosca

► **To cite this version:**

Frédéric Mosca. Synthèse d'émission spatio-temporelle pour l'imagerie acoustique. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom ParisTech, 2010. Français. NNT: . pastel-00574356

**HAL Id: pastel-00574356**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00574356>**

Submitted on 7 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Thèse

présentée pour obtenir le grade de Docteur  
de Télécom ParisTech

Spécialité : **Signal et Image**

**Frédéric MOSCA**

Synthèse d'émission spatio-temporelle  
pour l'imagerie acoustique

Soutenue le 27 Octobre 2010 devant le jury composé de

Mathias Fink	Président
Pierre Comon	Rapporteurs
Philippe Forster	
Elsa Angelini	Examineurs
Xavier Lurton	
Claude Cohen-Bacrie	Membres invités
Hevré Arditty	
Laurent Kopp	Directeurs de thèse
Jean-Marie Nicolas	



# Remerciements

Je remercie :

- Laurent Kopp, pour la grande confiance qu'il m'a accordée, son soutien tout au long de ce travail de thèse et ses conseils éclairants qui ont fait de ces trois années un enrichissement quotidien.
- Jean-Marie Nicolas, pour sa très grande compétence scientifique, sa gentillesse et son enthousiasme dans les moments clés de la thèse.
- Claude Cohen-Bacrie, Aline Criton et l'ensemble de l'équipe Ultrasons de SuperSonic Imagine, pour leur accueil chaleureux, leur disponibilité et leur très grande compétence. Mention particulière à Mathieu Couade pour son aide efficace notamment lors de nos sessions expérimentales du samedi matin ainsi qu'à Christophe Fraschini pour ses lumières en traitement du signal.
- Hervé Arditty, Thierry Gaiffe et Robert Girault qui m'ont autorisé à réaliser ce travail de thèse en parallèle de mon activité professionnelle au sein d'IXSEA. Nombreuses sont les personnes de cette entreprise qui m'ont aidées, soutenues ou encouragées au cours de ces trois années, en particulier : Hervé Lefèvre, Fabien Napolitano, Gilles Grosso, Samuel Thomas, Guillaume Matte, l'ensemble de l'équipe Recherche & Technologie Acoustique ainsi que la IXWAVES team.
- Frédéric Jean, pour sa grande qualité scientifique, nos précieuses discussions et ses façons originales de poser les problèmes.
- Mathias Fink, M. le président du jury, Elsa Angelini et Xavier Lurton, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de participer à ce jury de thèse.
- Pierre Comon et Philippe Forster pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de rapporter ce travail de thèse.
- Francine Kopp, pour ses précieuses relectures et ses chaleureux encouragements.
- Ma famille et mes amis qui m'ont soutenus et encouragés pendant ces trois années.
- Emmanuelle, ma compagne, pour sa douceur, son soutien constant et sa patience lors des week-ends laborieux.
- Alexis, pour avoir laissé dormir son papa après les longues soirées de rédaction.

## Table des matières

Table des figures .....	8
1. Introduction et position du problème .....	14
1.1. Contexte de la thèse .....	14
1.1.1. Imagerie médicale ultrasonore à haute cadence .....	14
1.1.2. Caméra acoustique sous-marine .....	15
1.1.3. Objectifs de la thèse.....	16
1.1.4. Contexte scientifique et technique sur le thème des réseaux d'émetteurs .....	16
1.2. Structure de la thèse .....	22
1.2.1. Base de l'imagerie acoustique active (Chapitre 2) .....	22
1.2.2. Compromis cadence-contraste en imagerie active (Chapitre 3) .....	22
1.2.3. Imagerie par synthèse d'émission (Chapitre 4) .....	22
1.2.4. Speckle et mesure de déplacement (Chapitre 5).....	23
2. Les bases de l'imagerie acoustique active.....	25
2.1. Ondes acoustiques.....	25
2.1.1. Conservation de la masse.....	25
2.1.2. Equation d'Euler.....	26
2.1.3. Relation pression-densité.....	27
2.1.4. Equation de l'acoustique linéaire.....	27
2.1.5. Equation d'onde.....	28
2.1.6. Solutions de l'équation d'onde .....	29
2.1.7. Phénomène d'absorption des ondes acoustiques .....	30
2.2. Génération du champ acoustique .....	32
2.2.1. Principe de la transduction.....	32
2.2.2. Théorie du rayonnement et de la diffraction.....	33
2.2.3. Réponse impulsionnelle spatiale.....	38
2.3. Principe et fondements de l'imagerie active .....	42
2.3.1. Diffraction des objets petits devant la longueur d'onde .....	42
2.3.2. Diffraction des objets de l'ordre de la longueur d'onde (Théorie de Mie).....	43
2.3.3. Réflexions aux interfaces.....	43
2.3.4. Diffraction des volumes.....	47
2.3.5. Approximation de Born .....	48
2.3.6. Equation du sonar .....	49
2.3.7. Premiers systèmes d'imagerie active acoustique.....	53
2.4. Imagerie multi capteurs.....	55
2.4.1. Formation de voie et traitement d'antenne .....	55

2.4.2.	Imagerie par focalisation dynamique.....	57
2.4.3.	Le sondeur multifaisceaux.....	59
2.4.4.	Le mode B en imagerie médicale .....	60
2.4.5.	Quelques valeurs comparatives dans le cadre de la thèse.....	61
3.	Compromis cadence-contraste en imagerie active .....	63
3.1.	Critère de qualité d'une image.....	63
3.1.1.	Fonction de diffraction ponctuelle.....	63
3.1.2.	Résolution.....	66
3.1.3.	Contraste.....	69
3.1.4.	Portée et pénétration .....	73
3.1.5.	Cadence physique et cadence système .....	74
3.2.	Technique d'amélioration de la qualité de l'image.....	76
3.2.1.	Sondeur multi-faisceaux à croix de Mills (Acoustique Sous-Marine).....	76
3.2.2.	Méthode multi-focus (Echographie).....	77
3.2.3.	Sonar à antenne synthétique (Acoustique Sous-Marine).....	78
3.2.4.	Méthode de synthèse non-cohérente (Echographie).....	80
3.3.	Technique d'amélioration de la cadence.....	81
3.3.1.	Méthode Ultrafast.....	81
3.3.2.	Méthode multibeam.....	82
3.3.3.	Codage temporel.....	83
3.4.	Compromis cadence-contraste .....	85
3.5.	L'imagerie active comme filtrage linéaire.....	91
4.	Imagerie par synthèse d'émission .....	93
4.1.	Imagerie par synthèse canonique.....	93
4.1.1.	Acquisition du jeu complet de données .....	93
4.1.2.	Matrice d'émission et codage spatial.....	94
4.1.3.	Synthèse canonique .....	95
4.1.4.	Optimalité de la synthèse canonique .....	97
4.1.5.	Comparaison des niveaux de bruits respectifs.....	99
4.1.6.	Validation expérimentale.....	100
4.1.7.	Méthode des transducteurs virtuels .....	101
4.2.	Codage spatial et synthèse de Hadamard.....	103
4.2.1.	Codage spatial.....	103
4.2.2.	Matrice de Hadamard .....	105
4.2.3.	Synthèse de Hadamard à 2 éléments .....	105
4.2.4.	Validation expérimentale.....	107

4.2.5.	Propriétés des faisceaux de Hadamard .....	110
4.2.6.	Allègement de la base de Hadamard .....	116
4.2.7.	Conclusion .....	119
4.3.	Synthèse sphéroïdale.....	120
4.3.1.	Maximisation du critère énergétique .....	121
4.3.2.	Cas du champ lointain .....	122
4.3.3.	Introduction des séquences sphéroïdales .....	124
4.3.4.	Application des séquences sphéroïdales à l'imagerie acoustique.....	126
4.3.5.	Synthèse sphéroïdale en champ lointain.....	131
4.3.6.	Synthèse sphéroïdale en champ proche .....	135
4.3.7.	Propriété de sélectivité spatiale .....	140
4.4.	Validation expérimentale .....	141
4.4.1.	Implémentation pratique.....	141
4.4.2.	Résultats expérimentaux.....	144
4.4.3.	Comparaison synthèse de Hadamard et synthèse sphéroïdale.....	145
4.5.	Perspective pour l'imagerie ultrasonore tridimensionnelle.....	147
4.6.	Synthèse pondérée .....	150
4.6.1.	Synthèse par pondération directionnelle.....	150
4.6.2.	Synthèse par pondération de cohérence globale linéaire .....	151
4.6.3.	Synthèse par pondération de cohérence globale non linéaire .....	153
4.6.4.	Essai in vivo.....	156
4.7.	Conclusions.....	158
5.	Speckle et mesure de déplacement .....	160
5.1.	Origine et statistique du speckle (Goodman, 2007).....	161
5.1.1.	Somme aléatoire de phaseurs.....	161
5.1.2.	Hypothèse du speckle pleinement développé.....	162
5.1.3.	Statistique d'ordre 1 du speckle.....	162
5.1.4.	Relation entre speckle signal et speckle image.....	164
5.1.5.	Sommation cohérente de speckles pleinement développés .....	165
5.1.6.	Validation expérimentale.....	166
5.1.7.	Fonction d'autocorrélation du speckle.....	169
5.1.8.	Fonction d'autocorrélation dans la direction normale au plan d'imagerie .....	175
5.1.9.	Conclusion sur la cohérence spatiale du speckle .....	176
5.2.	Mesure de déplacement par décorrélation du speckle. Cas bidimensionnel.....	177
5.2.1.	Géométrie du problème .....	177
5.2.2.	Approximation du centre de phase .....	177

5.2.3.	Mesure des déplacements de l'antenne des centres de phases.....	179
5.2.4.	Principe des bornes de Cramer-Rao .....	181
5.2.5.	Application des bornes de Cramer-Rao à la micronavigation .....	182
5.2.6.	Validation expérimentale.....	184
5.2.7.	Principe du Correlation Velocity Log.....	188
5.2.8.	Proposition de Méthode de Micronavigation Codée .....	189
5.2.9.	Approche expérimentale.....	195
5.2.10.	Conclusion .....	198
6.	Conclusion et perspectives .....	200
6.1.	Le compromis cadence-contraste.....	200
6.2.	Méthode d'allègement et Synthèse Sphéroïdale .....	201
6.3.	Prise en compte du mouvement .....	202
6.4.	Perspectives .....	203
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>205</b>
	Annexe 1 : Atténuation des faisceaux acoustiques.....	210
	Annexe 2 : Sources de bruit .....	212
	Annexe 3 : Dispositifs expérimentaux .....	214
	Annexe 4 : Outils de modélisation .....	216
	Annexe 5 : La méthode d'allègement comme projection sur un sous-espace.....	218
	Annexe 6 : Fonction de diffraction ponctuelle (PSF) pour la configuration MIMO.....	220

## Table des figures

Figure 1 : Variation de la masse du volume $V$ par flux de matière au travers de $S$ .....	25
Figure 2 : Deux exemples de transducteur acoustique : à gauche, un « tonpilz », un résonateur piézoélectrique couramment utilisé en acoustique sous-marine, à droite une sonde échographique médicale .....	32
Figure 3 : Géométrie du problème du baffle plan .....	36
Figure 4 : Champ de pression générée par une antenne linéaire de $32\lambda$ , excitée à 1Mhz par un signal monochromatique. Dans ce cas $z_f$ est égal à 1.53m.....	38
Figure 5 : Géométrie du problème en champ lointain.....	40
Figure 6 : Fonction de directivité d'une antenne linéaire de longueur $32\lambda$ . Les premiers lobes secondaires sont à -13dB.....	41
Figure 7 : Diffraction d'une onde par un objet petit devant la longueur d'onde .....	42
Figure 8 : Diffraction des objets de l'ordre de la longueur d'onde .....	43
Figure 9 : Transmission et réflexion d'une onde plane à incidence oblique sur une interface liquide-liquide.....	44
Figure 10 : Transmission et réflexion d'une onde plane à incidence oblique sur une interface liquide-solide. ....	45
Figure 11 : Profil sismique réalisé à l'aide du sondeur de sédiments du navire océanographique, le Suroît de l'Ifremer, lors de la campagne MEDHR, au large de la Corse (Le Conte, 2004).....	47
Figure 12 : Phénomène de speckle : à gauche imagerie de volume, à droite imagerie de surface. ....	47
Figure 13 : Deux exemples d'images cohérentes : A gauche une image de sonar latéral, à droite une image d'échographe médical. L'aspect granulaire de ces deux images est qualifié de speckle.....	48
Figure 14 : Approximation de Born : de gauche à droite l'onde incidente sur l'obstacle, l'onde réfractée, et l'onde totale selon l'approximation de Born (Wright, 2005) .....	48
Figure 15 : Représentation de l'indice de réverbération de différents fonds en fonction de l'angle d'incidence d'après (Urick, 1983).....	51
Figure 16 : Coupe du dôme immergé d'un ASDIC .....	53
Figure 17 : L'hypersonographe du Dr. Dussik en 1946 .....	53
Figure 18 : Le système du Dr Ludwig pour la détection des calculs biliaires.....	54
Figure 19 : Le Dr. Donald et le système NE 4102. Un des tous premiers échographes industriels. ....	54
Figure 20 : Principe de la focalisation électronique .....	55
Figure 21 : Principe de l'imagerie par émission omnidirectionnelle.....	57
Figure 22 : Principe de l'imagerie par émission focalisée.....	58
Figure 23 : Principe du sondeur multifaisceaux .....	59
Figure 24 : Principe de fonctionnement du mode B en échographie médicale .....	60
Figure 25 : Image de fœtus réalisée par mode B .....	61
Figure 26 : Fonction de diffraction ponctuelle pour différentes profondeurs et différentes configurations. Simulation Field2. A : Réception focalisée à 60mm. B : Emission et réception focalisée à 60mm. C : Emission focalisée à 60mm et focalisation dynamique à la réception. D : Focalisation dynamique en émission et réception. ....	64
Figure 27 : Image ultrasonore, Fréquence=5MHz. On observe une cible ponctuelle en ( $X=6\text{mm}$ et $Z=32\text{mm}$ ). Phantom D70 (cf. Annexe 3).....	66
Figure 28 : Résolution 2D d'une cible située en $X=2.2\text{mm}$ et $Z=1.5\text{mm}$ . (Point Spread Function) ....	67
Figure 29 : Résolution axiale et latérale du système. Ici : $0.7 \times 1.4 \text{ mm}$ .....	67

Figure 30 : Exemple de diagrammes échographiques. En vert, le diagramme de directivité de l'antenne d'émission ( $L=16\lambda$ à 1MHz), en bleu, celui de l'antenne de réception ( $L=32\lambda$ à 1MHz). En rouge, le produit des deux, appelé, diagramme échographique.....	68
Figure 31 : Forme d'onde (durée 0.5ms) et fonction d'autocorrélation d'un chirp.....	69
Figure 32 : Définition du contraste sur ombre. Le signal provenant de la zone $\pm\psi_a$ est parfaitement nul dans un système d'imagerie actif idéal, c'est-à-dire en l'absence de bruit d'origine thermique. ....	70
Figure 33 : Exemple de calcul de contraste sur ombre. Le calcul du contraste dans la zone anéchoïque donne : CTR ~ 15dB .....	72
Figure 34 : Corrélacion du speckle sur l'image de référence.....	73
Figure 35 : Détermination de la portée d'un sonar latéral.....	74
Figure 36 : Effet croix de Mills .....	76
Figure 37 : Sondeur multi-faisceaux à croix de Mills (iXSea).....	76
Figure 38 : Principe de l'imagerie multifocus.....	77
Figure 39 : Principe du sonar à antenne synthétique.....	78
Figure 40 : Zone de cohérence d'un imageur synthétique .....	78
Figure 41 : Illustration de la constance de la résolution dans le cadre d'un sonar à antenne synthétique (les cibles de la scène sont toutes des plots de 1mx1mx1m).....	79
Figure 42 : Méthode onde plane.....	81
Figure 43 : Méthode multiligne.....	82
Figure 44 : Méthode multibeam .....	82
Figure 45 : Principe du sonar frontal à secteur fréquentiel (iXSea) .....	84
Figure 46 : Mode B .....	85
Figure 47 : Multifocus.....	85
Figure 48 : Sondeur multifaisceaux à croix de Mills.....	86
Figure 49 : Sonar à antenne synthétique.....	86
Figure 50 : Synthèse non cohérente.....	86
Figure 51 : Méthode Ultrafast .....	87
Figure 52 : Méthode multiligne.....	87
Figure 53 : Méthode multibeam .....	87
Figure 54 : Codage temporel à spectre commun .....	88
Figure 55 : Codage temporel à spectre dissocié .....	88
Figure 56 : Les deux extrêmes de l'imagerie active : en haut (cf. figure 30), le faisceau d'émission est focalisé, le diagramme échographique est donc optimal en termes de contraste et de résolution ; en bas, le faisceau d'émission est très ouvert. Une grande zone pourra être couverte mais avec une qualité moindre.....	89
Figure 57 : Hypothèse du système linéaire invariant pour l'imagerie active.....	91
Figure 58 : Principe de l'acquisition du jeu complet de données.....	93
Figure 59 : Principe du codage spatial et de la matrice d'émission .....	94
Figure 60 : Conventions géométriques de la synthèse d'émission.....	95
Figure 61 : Chronogrammes de réception pour la synthèse canonique.....	96
Figure 62 : Sous-images correspondant aux émissions n°1, 48, 96 et 128. Phantom D70.....	96
Figure 63 : Image d'un Fantôme obtenue par synthèse canonique à 3.5MHz. Phantom D70. ....	97
Figure 64 : Comparaison synthèse canonique (courbe rouge) et méthode focalisée (courbe bleue). Coupe d'une image réalisée avec les deux méthodes à profondeur constante. ....	100
Figure 65 : Schéma de principe de la méthode des transducteurs virtuels .....	101
Figure 66 : Schéma de principe de la méthode de codage spatial .....	104
Figure 67 : Comparaison entre synthèse canonique (gauche) et synthèse de Hadamard (droite) à faible portée. La sonde est excitée à 3.5MHz (Sonde linéaire 128 éléments). ....	107

Figure 68 : Comparaison entre synthèse canonique (gauche) et synthèse de Hadamard (droite) à plus grande portée .....	107
Figure 69 : Comparaison de la pénétration entre les synthèses canonique et de Hadamard. ....	108
Figure 70 : Géométrie d'une antenne linéaire.....	110
Figure 71 : Géométrie d'une séquence de Hadamard de degré 2.....	112
Figure 72 : Champ pour les degrés 2, 3, 4 et 5. La fréquence est 5MHz; 128 éléments; le pas est de 0.3mm. Les calculs des champs ont été réalisés par sommation de propagateurs monochromatiques. Simulations logiciel PROPA. ....	113
Figure 73 : Directivités en émission pour les séquences de degrés 2, 3, 4 et 5 à des profondeurs respectives de 125, 250, 500 et 1000mm .....	114
Figure 74: Evolution de la distance du dernier zéro de Fresnel en fonction du degré de la séquence. Pour une barrette de 128 éléments avec un pas inter-capteur de 0,3mm et une fréquence de 5 MHz.	115
Figure 75 : Principe de la méthode d'allègement.....	116
Figure 76: Images réalisées pour différents jeux de données de Hadamard. De haut en bas, de gauche à droite: Toutes les séquences, degré 1 à 6, 1 à 5, 1 à 4, 1 à 3 et onde plane Phantom D70. ....	117
Figure 77 : Evolution de la résolution avec les séquences utilisées .....	118
Figure 78 : Evolution du contraste avec les séquences utilisées .....	118
Figure 79 : Géométrie bidimensionnelle du problème .....	121
Figure 80 : Matrice de densité spectrale d'un secteur angulaire de $40^\circ$ , pour $\varphi=\pi/4$ , en champ lointain sur une barrette de 128 capteurs espacés d'une demi-longueur d'onde. ....	124
Figure 81 : Matrice sphéroïdale pour $N=128$ et un paramètre de base de 0.2.....	125
Figure 82 : Valeurs propres associées à la matrice sphéroïdale ( $N=128;B=0.2$ ).....	125
Figure 83 : Faisceaux sphéroïdaux n°1, 2, 40 et 100. Pour $N=128$ , $B=0.2$ et $F=5\text{MHz}$ .....	126
Figure 84 : Degré de la base sphéroïdale en fonction de l'ouverture imagée. Pour une antenne de 128 éléments échantillonnée en $\lambda/2$ .....	127
Figure 85 : Valeurs propres $\varphi = 20^\circ$ .....	127
Figure 86 : Evolution des valeurs propres en fonction de l'ouverture .....	128
Figure 87 : Secteur effectivement insonifié sur la bande .....	129
Figure 88 : Géométrie du problème dépointée .....	130
Figure 89 : Faisceau sphéroïdal n°1 dépointé de $5^\circ$ . $N=128$ , $B=0.2$ , $F=5\text{MHz}$ . L'antenne est échantillonnée en $\lambda/2$ . Simulation Logiciel PROPA .....	130
Figure 90 : Comparaison PSF pour différentes bases sphéroïdales de différentes ouvertures ( $5^\circ$ , $10^\circ$ , $20^\circ$ , $40^\circ$ et $60^\circ$ ) et de la base de Hadamard complète. L'antenne comporte 64 éléments espacés de $\lambda/2$ et excités à 4MHz. Simulation Field 2. ....	131
Figure 91 : Fonction de diffraction pour divers types d'émissions sphéroïdales. Simulation Field2..	132
Figure 92 : PSF pour différentes cibles avec émission sphéroïdales à $20^\circ$ . Simulation Field2.....	133
Figure 93 : Evolution de la résolution avec la position angulaire pour une base sphéroïdale à $20^\circ$ ...	133
Figure 94 : PSF pour différentes cibles et différentes portées.....	134
Figure 95 : Conventions géométriques du champ proche .....	135
Figure 96 : Partie réelle (en haut) et partie imaginaire (en bas) de la matrice de corrélation d'un secteur angulaire de $40^\circ$ , en champ proche sur une barrette de 128 capteurs espacés d'une demi-longueur d'onde à 5MHz, à 20 et 30 mm .....	137
Figure 97 : Configuration en "tronc de cône" en champ proche .....	138
Figure 98 : 2nd vecteur sphéroïdal .....	139
Figure 99 : 2nd faisceau sphéroïdal.....	139
Figure 100 : Spectre spatial des 4 premiers vecteurs sphéroïdaux ( $N=128$ , $B=0.45$ ) .....	140
Figure 101 : Maximum des vecteurs sphéroïdaux ( $N=128$ , $B=0.2$ ) .....	141
Figure 102 : Normalisation de la matrice sphéroïdale ( $N=128$ , $B=0.2$ ) .....	141

Figure 103 : Effet de la normalisation sur la synthèse sphéroïdale. A droite, matrice sphéroïdale brute. A gauche, matrice sphéroïdale normalisée.....	142
Figure 104 : Effet de la quantification sur la matrice sphéroïdale normalisée (N=128, B=0.2).....	143
Figure 105 : Effet de la quantification sur la synthèse sphéroïdale. A droite, matrice sphéroïdale normalisée. A gauche, matrice sphéroïdale normalisée et quantifiée.....	143
Figure 106 : en haut à gauche : 4 tirs (contraste = 30dB) ; en haut à droite : 10 tirs (contraste = 30dB) ; en bas : 20 tirs (contraste = 30dB). Phantom D70.....	144
Figure 107 : Contraste en fonction du nombre de tirs pour une antenne linéaire 128 éléments échantillonnée en lambda .....	145
Figure 108 : Taille de l'image en fonction du nombre de tirs pour une base sphéroïdale de paramètre d'angle de 10° et une antenne linéaire de 128 éléments échantillonnée en lambda.....	146
Figure 109 : Géométrie tridimensionnelle.....	147
Figure 110 : Coupes orthoscopiques de faisceaux sphéroïdaux tridimensionnels. Simulation PROPA. ....	149
Figure 111 : Image haute résolution (à gauche) ; carte des coefficients de corrélation (à droite).....	151
Figure 112 : Image par pondération de cohérence globale.....	152
Figure 113 : Fonction d'erreur pour $\mu=0.5$ et $\alpha = 10$ .....	154
Figure 114 : Image obtenue par pondération non-linéaire ( $\mu=0.5$ , $\alpha=5$ ).....	155
Figure 115 : Image BMode d'une carotide nécessitant 256 tirs.....	156
Figure 116 : Image obtenue par synthèse sphéroïdale sans pondération (40tirs).....	156
Figure 117: Image obtenue par synthèse sphéroïdale pondérée (Tshebyshev, 50dB) (40 tirs).....	157
Figure 118 : Effet du mouvement sur une image sonar à antenne synthétique .....	160
Figure 119 : Fonction de densité de Rayleigh.....	163
Figure 120 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°70.....	166
Figure 121 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°80.....	167
Figure 122 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°90.....	167
Figure 123 : Statistique en amplitude d'une image Haute Résolution.....	168
Figure 124 : Géométrie du problème d'autocorrélation du speckle.....	169
Figure 125 : Fonction d'autocorrélation en intensité. $L=4\lambda$ ; $z=70\lambda$ .....	171
Figure 126 : Fonction d'autocorrélation de l'intensité, cas de la synthèse canonique.....	173
Figure 127 : Comparaison modèle/expérience de la fonction d'autocorrélation en amplitude dans le cas de la synthèse canonique. ....	174
Figure 128 : Géométrie du problème bidimensionnel.....	177
Figure 129 : Approximation du centre de phase.....	178
Figure 130 : DPCA successives sans déplacement transverse .....	179
Figure 131 : DPCA successives avec déplacements transverses.....	180
Figure 132 : Système de sonar à antenne synthétique SHADOWS (à gauche) et la PHINS (à droite).....	184
Figure 133 : Borne de Cramer Rao pour l'estimateur du mouvement transverse en fonction de la portée pour le système SHADOWS .....	185
Figure 134 : Borne de Cramer Rao pour l'estimateur de la rotation en fonction de la portée pour le système SHADOWS et en différents points de l'antenne.....	186
Figure 135 : Exemple d'image du système SHADOWS. On observe sur le sonar frontal la route du sonar. ....	186
Figure 136 : Comparaison expérimentale : données INS et Micronavigation.....	187
Figure 137 : Géométrie du CVL.....	188
Figure 138 : Matrice sphéroïdale de 128 éléments pour B=0.2.....	191
Figure 139 : Micronavigation entre les codes 1 et 2.....	192
Figure 140 : Micronavigation entre les codes 2 et 3.....	192

Figure 141 : Micronavigation entre les codes 10 et 11.....	193
Figure 142 : Micronavigation entre les codes 20 et 21.....	193
Figure 143 : Matrice de corrélation intercapteur pour deux codes successifs.....	194
Figure 144 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 10).....	195
Figure 145 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 30).....	196
Figure 146 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 50).....	196
Figure 147 : Micronavigation 3D : Recalage intermédiaire des signaux .....	197
Figure 148 : Micronavigation 3D : Recalage final des signaux .....	197
Figure 149 : Coefficient d'atténuation de l'eau de mer en fonction de la fréquence (modèle de François et Garrison) pour $z=10\text{m}$ , $T=10^\circ\text{C}$ , $S=35\text{ppm}$ et $\text{pH}=7$ .....	211
Figure 150 : Table des propriétés acoustiques des différents tissus humains.....	211
Figure 151 : Niveau spectral des différentes contributions du bruit ambiant (Urick, 1983).....	212
Figure 152 : Prototype VDAS .....	214
Figure 153 : Sonde Vermon L7-4 (à gauche), Phantom Nuclear Associates Model 84-317 (à droite).....	214
Figure 154 : Le sonar à antenne synthétique SHADOWS (à gauche) ; Image d'épave réalisée par SHADOWS (à droite) .....	215
Figure 155 : Images SHADOWS de la baie de La Ciotat .....	215
Figure 156 : Logiciel Field2 ( <a href="http://server.electro.dtu.dk/personal/jaj/field/">http://server.electro.dtu.dk/personal/jaj/field/</a> ).....	216
Figure 157 : Géométrie du problème de la PSF MIMO .....	220

# Chapitre 1 – Introduction et Position du Problème

---

## **1. Introduction et position du problème**

### **1.1. Contexte de la thèse**

Avec l'accessibilité croissante de systèmes électroniques intégrés bon marché tels que les circuits logiques programmables (FPGA, CPLD,...), l'apparition de technologie de transduction à haute densité de capteurs (Céramiques sciées, Composite 1-3, transducteurs micro-usinés (CMUT)) et la constante augmentation des puissances de calcul, les mondes de l'imagerie médicale ultrasonore et de l'acoustique sous-marine voient leur quête commune de systèmes à haute résolution spatiale et temporelle devenir technologiquement envisageables.

#### **1.1.1. Imagerie médicale ultrasonore à haute cadence**

Dans le domaine de l'imagerie médicale ultrasonore, cette aspiration d'imagerie à haute cadence (plusieurs centaines de Hertz à quelques kiloHertz) répond à trois types de besoins :

- La visualisation de mouvements rapides des tissus *in vivo*, par exemple pour l'échocardiographie des valves cardiaques dont les mouvements sont aujourd'hui mal résolus par les systèmes d'imagerie classique.
- L'amélioration de la résolution des débits des flux sanguins par imagerie Doppler. Notamment par l'intégration des traitements dans des circuits programmables (Fukuoka, Schneider, Yoo, Agarwal, & Kim, 2006) ou par l'utilisation de système de calcul haute performance tels que les processeurs graphiques (Chang, Hsu, & Li, 2009).
- La caractérisation de la viscoélasticité des tissus par mesure de la vitesse de propagation des ondes de cisaillement soit générées physiologiquement par les pulsations cardiaques du patient, soit par la génération acoustique d'une poussée de radiation dans le tissu (cône de Mach). (Bercoff, Tanter, & Fink, 2004) (Couade, Pernot, Tanter, Prada, Messas, & Fink, 2008)

Des systèmes échographiques médicaux à hautes cadences sont disponibles commercialement depuis ces dernières années. Citons par exemple Hitachi EUB-7500 HV ou le système Philips iU22 atteignant des cadences de plusieurs centaines d'images par seconde. Mais c'est SuperSonic Imagine avec sa technologie Ultrafast qui présente aujourd'hui la cadence la plus élevée, atteignant plusieurs dizaines de kiloHertz, avec comme principale application l'élastographie des tissus. Ces méthodes hautes cadences permettent aujourd'hui la caractérisation des tissus plus que leur imagerie et sont restreintes à des utilisations bidimensionnelles.

### 1.1.2. Caméra acoustique sous-marine

En acoustique sous-marine les scènes d'intérêt se trouvent généralement à une distance importante de l'observateur (typiquement une dizaine de mètres) et l'imagerie active en acoustique sous-marine, plus encore que l'échographie médicale, souffre beaucoup de la vitesse limitée de propagation des ondes acoustiques dans l'eau. Le besoin en forte cadence y est encore plus critique.

En ce sens, un système d'imagerie à forte cadence, appelée également caméra acoustique, répond lui aussi à des besoins d'origines très variées :

- Tout d'abord dans le domaine de la sécurité des ports et des installations sensibles (offshore, militaire), la caméra acoustique peut pallier aux limites des systèmes de visualisation optique liées à la turbidité de l'eau.
- L'exploitation pétrolière moderne nécessite de travailler à des profondeurs toujours plus importantes, à l'aide de systèmes autonomes (Autonomous Unmanned Vehicle) ou téléopérés (Remote Operating Vehicle). Un réel besoin opérationnel existe dans l'équipement de systèmes de visualisation performants pour de tels engins, dans le cadre notamment, de l'inspection des pipe-lines.
- La guerre des mines modernes implique elle aussi l'utilisation de systèmes de plus en plus automatisés nécessitant l'emploi d'outils de visualisation fiables et performants.
- Enfin d'autres domaines plus marginaux pourraient bénéficier de tels systèmes, comme la biologie sous-marine, l'équipement de plongeur ou l'inspection de structure (BTP sous-marin, barrage,...).

Il est important de noter que les imageurs acoustiques classiques fabriquent leur image par déplacement mécanique et juxtapositions des fauchées réalisées. C'est le cas des sonars latéraux et des sondeurs multi-faisceaux. Les images peuvent être d'excellente qualité mais elles ne constituent pas ce qu'on attend intuitivement d'une « caméra », c'est-à-dire une vision en 3D obtenue sans mouvement spécifique de la plate-forme.

Une caméra acoustique est donc un dispositif dont on attend une image à grande résolution à travers une eau turbide et capable d'obtenir cette image à une cadence et un contraste satisfaisant. On s'attend aussi à ce que cette image n'exige pas un balayage mécanique ou un déplacement contrôlé de l'observateur. Enfin cette image doit pouvoir restituer les 3 dimensions.

Des systèmes de caméra acoustique sont aujourd'hui disponibles commercialement. Si les systèmes Blueview ou Didson sont en fait des sonars multifaisceaux haute fréquence, ne permettant qu'une imagerie bidimensionnelle, l'Echoscope de Coda Octopus, basée sur une émission omnidirectionnelle et l'utilisation d'un récepteur bidimensionnel constitue le premier système imageur tridimensionnel temps réel. Ce système permet en effet un pointage électronique dans n'importe quelle direction de l'espace contenue dans un cône de 50°x50° autour de l'axe de l'antenne. Cependant le mode de fonctionnement d'un tel système, adapté aux cadences élevées, ne constitue pas un optimum en termes de qualité de l'image.

### **1.1.3.Objectifs de la thèse**

Cette thèse, soutenue par deux acteurs industriels majeurs des mondes de l'acoustique sous-marine (iXSea) et de l'échographie médicale (SuperSonic Imagine), concerne principalement l'imagerie acoustique et les améliorations que peut lui apporter la possibilité d'utiliser librement un réseau d'émetteurs.

Si l'on compare la façon concrète d'utiliser aujourd'hui un réseau d'émetteurs à celle d'utiliser un réseau de récepteurs, on ne peut qu'être frappés par l'hiatus. Dans le cas des émetteurs, quelques méthodes existent, certes, mais elles sont relativement éparses, peu structurées, et les outils sont rares. Une revue synthétique en est donnée dans le chapitre 1.1.4. Dans la pratique, la grande majorité des réseaux d'émetteurs se limite au balayage électronique, généralisation du balayage mécanique historique.

Dans le cas des récepteurs, il existe une richesse extraordinaire de techniques, d'outils et de méthodes qui en font une discipline à part entière : le Traitement d'Antenne (Kopp L. , 2003).

En résumé, cette thèse se propose de répondre à une double demande :

- comment améliorer la caméra acoustique et l'imagerie en général,
- comment caractériser et exploiter au mieux les réseaux d'émetteurs ?

Si répondre à la première question comblerait les vœux des partenaires industriels, c'est par la recherche d'une réponse à la seconde que l'on devrait y trouver les clefs tout en satisfaisant aux exigences académiques.

Enfin ce travail de thèse se propose de tirer le meilleur profit de sa forte composante pluridisciplinaire entre l'acoustique sous-marine et l'échographie médicale en essayant de faire un pont entre ces deux univers, par la recherche des optima communs.

### **1.1.4.Contexte scientifique et technique sur le thème des réseaux d'émetteurs**

Plus que des « disciplines » les différents points présentés dans ce chapitre constituent des pistes de réflexion sur le domaine d'utilisation d'antenne multiéléments en émission. En effet, le thème des réseaux d'émetteurs dans l'imagerie active peut être abordé de façons très variées et ne constitue pas un sujet structuré. Il est donc nécessaire, dans un premier temps, de le considérer selon différents aspects le concernant. Nous allons donc aborder successivement : l'émission distribuée, l'antenne synthétique, le retournement temporel, l'échographie, l'imagerie sismique, le radar passif, l'imagerie de champ proche, et le traitement adaptatif.

### *Émission distribuée*

Le principe de l'émission « MIMO » (Multiple Input Multiple Output) consiste à émettre un signal différent sur chacun des transducteurs d'un réseau, et à séparer temporellement (ou spectralement) les échos à la réception. Idéalement, l'intérêt de cette approche, est de réaliser, en une seule émission, autant d'images que de signaux séparables, et de recombinaison ces images de façon cohérente. Cette approche est la plus générale du procédé d'imagerie active, dans le sens où elle prend en compte l'ensemble des degrés de liberté de l'imagerie active en émission. A savoir :

- Géométrie de l'antenne
- Pondération à l'émission
- Codage du signal émis

Supposons par exemple que l'on émette des signaux à des fréquences différentes  $\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$  sur chacun des  $K$  transducteurs ; on peut fabriquer en une seule émission  $K$  images au lieu d'une seule, ce qui augmente évidemment la cadence.

La combinaison « cohérente » de ces  $K$  images est envisageable, mais elle ne permet pas d'améliorer le gain en détection dans la réverbération. (Bienvenu, Pillon, & Tournois, 1981)

Une seconde approche consiste à utiliser le même contenu spectral sur les transducteurs mais avec une loi de pondération différente sur chacun d'eux. Cette méthode nommée codage spatial (spatial encoding) fait l'objet d'un traitement spécifique dans la suite de cette thèse et présente un grand intérêt dans la recherche de méthodes d'imageries optimales.

Notons enfin qu'une grande partie des procédés dit MIMO repose sur l'orthogonalité des différents signaux transmis. Il est important de préciser à ce stade, qu'en traitement du signal, l'orthogonalité ne peut être qu'asymptotique : l'orthogonalité « temporelle » parfaite supposant une bande spectrale infinie, l'orthogonalité « spectrale » parfaite supposant une durée infinie et, plus généralement, l'orthogonalité des codes suppose un produit Bande x Durée infini. L'orthogonalité temporelle est cependant la plus facile à atteindre et correspond à l'antenne synthétique.

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons à la combinaison de l'approche MIMO avec l'approche synthétique.

### *Antenne synthétique*

L'antenne synthétique est certainement l'un des dispositifs les plus connus de la synthèse d'ouverture (le Radar à antenne synthétique date des années 1950). Elle illustre le bénéfice que l'on peut attendre de l'exploitation de plusieurs récurrences pour améliorer les performances. Des illustrations semblables proviennent d'autres domaines – comme l'échographie en mode PW et CFM - mais la spécificité de la contribution de l'antenne synthétique est de montrer que l'aspect spatial peut autant contribuer aux améliorations que l'aspect temporel.

S. Banks montre dans sa thèse que l'on peut fabriquer une antenne synthétique exploitable quelle que soit sa géométrie (Banks, 2002). La question présente un grand intérêt en acoustique sous-marine pour le développement de sonar à géométrie variable.

C'est aussi dans le domaine de l'antenne synthétique que l'on introduit la notion de « centre de phase », une notion clef pour comprendre le fonctionnement du sonar à antenne synthétique (SAS) et réfléchir à d'autres configurations (par exemple une antenne synthétique frontale).

C'est également du SAS que ressort l'idée de micro-navigation, c'est-à-dire la reconstitution du déplacement à partir des signaux eux-mêmes (Belletini & Pinto, 2002).

Dans le cadre de la Caméra Acoustique, il est certain que la question du mouvement se posera dans la pratique et qu'il faudra réfléchir, non seulement à la question de la détermination du mouvement - si possible par des moyens de micro-navigation -, mais aussi à la question de la synthèse d'ouverture obtenue dans un déplacement probablement aléatoire.

### *Retournement temporel et la méthode DORT*

Le retournement temporel (RT), sous sa forme initiale, consiste à faire réémettre par un réseau de transducteurs les signaux que ce même réseau a enregistrés au cours de la récurrence précédente.

Cette technique est aujourd'hui utilisée pour focaliser de l'énergie acoustique dans un milieu hétérogène (thérapie acoustique du cerveau) (Tanter, Thomas, & Fink, 1998).

Si le RT ne fait pas d'hypothèse sur la propagation, il est néanmoins possible de l'utiliser en imagerie pour isoler les traits dominants de la scène insonifiée, comme par exemple la détection de diffuseurs prépondérants, selon un principe analogue à celui utilisé dans le filtrage spatial (Méthodes Haute Résolution). C'est l'opération réalisée par la méthode DORT (Diagonalisation de l'Opérateur de Retournement Temporel) (Prada, Manneville, Spoliensky, & Fink, 1995).

Le RT est un exemple presque unique jusqu'à présent de mécanisme d'adaptation de l'insonification à l'objet insonifié. Un tel mécanisme est fréquemment exploité en réception seule (dans le Traitement Adaptatif d'Antenne), mais très peu pour l'émission.

Dans le cadre de la synthèse d'émission, s'il ne semble pas nécessaire, ni réaliste, de fabriquer explicitement les signaux d'émission adaptés, la fabrication, a priori, de bases d'émission adaptées à l'application peut s'avérer primordiale.

### *Échographie*

La combinaison cohérente de tirs successifs de formes d'ondes différentes ou identiques permet la réalisation de traitement du signal sur chacun des éléments de l'image échographique : par exemple l'analyse Doppler des flux sanguins, l'augmentation de contraste par filtrage de parois (élimination des objets fixes), ou l'imagerie harmonique par inversion de phase, ou encore l'imagerie élastométrique par analyse du déphasage entre images.

L'Échographie est particulièrement motrice dans cette thèse en raison des moyens d'imagerie disponibles à SuperSonic Imagine. Ces moyens permettent de disposer d'une plate-forme d'enregistrement exceptionnelle et programmable pour de nombreux types d'émission.

### *Imagerie sismique et Radar à Synthèse d'Ouverture*

La recherche pétrolière est actuellement l'un des grands moteurs de la recherche technique et a pris la place de la recherche militaire. L'activité technique régnant autour de l'imagerie sismique est donc extrêmement dynamique.

La synthèse d'ouverture est une technique dont l'usage est très répandu dans deux domaines : la sismique-réflexion et le radar à synthèse d'ouverture (RSO ou SAR : Synthetic Aperture Radar).

Historiquement, la formation d'image pour la sismique-réflexion se place dans le domaine temporel. On parle de « migration » des signaux acoustiques. La communauté du SAR, pour des raisons de temps de calcul, utilise des « formations de voie » dans le domaine fréquentiel.

Des travaux récents, (Nicolas, 2007), basés sur l'utilisation de puissances de calcul performantes, ont permis de fusionner les deux approches et d'extrapoler plusieurs décennies de développement dans ce domaine très actif.

### *Radar passif*

Ce type de radar (militaire) exploite les signaux rayonnés par les émetteurs civils (radio, télévision, téléphone...). Ces émetteurs d'opportunité constituent une antenne d'émission d'un radar particulier qui recouvre un territoire à protéger contre les intrusions.

L'antenne de réception est totalement indépendante et constitue un réseau récepteur, lequel peut d'ailleurs être réduit à un seul élément. Le caractère « passif » provient du fait qu'il n'existe aucune relation entre les émetteurs et les récepteurs (du moins sous la forme standard du radar : les émetteurs sont utilisés comme un « éclairage » naturel).

Un tel radar est intéressant pour lutter contre les intrusions par les cibles furtives, surtout en raison de la nature multi-statique du radar. En effet, les cibles dites « furtives », dans le contexte du radar, évitent les réflexions vers la source, mais favorisent les réflexions vers d'autres directions.

Il est à noter également que ce radar est fait pour détecter et localiser des cibles à l'intérieur d'un territoire, c'est-à-dire à l'intérieur même de l'antenne. On a donc une situation dans laquelle le réseau d'émission, le réseau de réception et les cibles sont imbriqués les uns dans les autres. Il s'agit en fait d'un système MIMO très particulier.

### *Les techniques d'accélération des cadences d'émission*

La volonté d'augmenter la cadence en imagerie acoustique n'est pas une exigence nouvelle. On trouve cette question abordée dans la thèse de Jeremy Bercoff, (Bercoff, 2004) par l'utilisation d'une superposition de tirs à l'émission et un traitement parallèle multi-voies en réception (il y a donc ambiguïté en émission et réception multi-voies). Une approche voisine est également utilisée en ASM dans la caméra acoustique DIDSON où l'émission est réalisée au foyer d'une lentille acoustique en simultané sur plusieurs foyers. Enfin une méthode similaire est utilisée dans le sonar frontal d'iXSea où l'émission est directive et la réception est ambiguë. La séparation des voies d'émission se fait spectralement ou temporellement (Mosca & Jean, 2006).

Améliorer la cadence, toutes choses étant égales par ailleurs, est une motivation centrale de la thèse. Cette question concerne d'ailleurs tous les systèmes d'imagerie active. Ceci est encore plus vrai en imagerie acoustique en raison de la faible valeur de la vitesse du son, et devient particulièrement critique en Acoustique Sous-Marine pour la Caméra Acoustique, où la portée exigée est au moins 20 fois plus grande qu'en échographie, pour une résolution angulaire du même ordre ( $10^{-2}$  rad.).

Multilignes et multibeam sont deux techniques normalement distinguées pour améliorer la cadence. Toutes deux traitent en parallèle plusieurs voies de réception. Dans le multi-lignes - classiquement utilisé en échographie - , on dispose de plusieurs voies de réception autour d'une unique voie d'émission. Dans le multi-beam, on superpose plusieurs tirs dans plusieurs directions simultanément. Le procédé consiste à sommer en une seule émission les signaux pointés dans différentes directions réparties dans l'espace.

À condition de limiter le nombre de voies transmises, la technique multi-beam conserve une résolution et une portée acceptables au prix d'une perte de contraste en proportion du nombre de voies d'émission.

Une autre technique utilisée en échographie pour augmenter la cadence consiste à réduire le champ (zoom intelligent). Par exemple, pour imager un cœur fœtal ou une valve mitrale, on peut se contenter d'une zone étroite.

Une dernière approche possible pour le problème de l'amélioration de la cadence consiste à considérer l'œil et ses propriétés de vision périphérique. L'œil est une des leçons de la nature en termes d'imagerie. Il s'agit d'un dispositif dans lequel la résolution peut s'adapter aux variations rapides de la scène observée. Dans les systèmes d'imagerie active, c'est la cadence qui est source de compromis. L'œil permet donc un déplacement de la variable d'ajustement depuis la cadence vers la résolution.

#### *L'imagerie en champ proche par la méthode de LU*

La recherche d'une base de fonction d'émission permettant de réaliser une imagerie rapide a été abordée en échographie d'un point de vue théorique par Lu (Lu, 1997). Cette approche est basée sur l'observation d'une base de fonctions d'ondes non diffractantes (X-Waves) qui sont « non physiques » (comme les ondes planes) mais qui peuvent être approximées de façon satisfaisante pour faire de l'imagerie rapide en champ proche. Les méthodes proposées par Lu sont assez proches de celles proposées par Stolt dans le domaine de la Sismique-Réflexion (Stolt, 1978). Il s'agit d'une méthode d'imagerie de champ proche dans le domaine de Fourier mais ne permet pas de résoudre le compromis entre cadence et qualité de l'image.

#### *Les techniques de mesure des micro-déplacements*

Les systèmes utilisés en Acoustique Sous-Marine et en Echographie qui utilisent plusieurs émissions pour améliorer la qualité des images ou en tirer des informations sont soumis aux incertitudes de déplacement de l'antenne d'émission au cours des tirs successifs. Les systèmes de navigation de l'antenne sont généralement insuffisants pour corriger l'image et c'est l'image elle-même qui peut servir pour mesurer le déplacement de l'antenne. Ceci est utilisé couramment en Acoustique Sous-Marine dans les systèmes SAS et CVL (Correlation Velocity Log) mais aussi dans le SAR satellitaire.

En échographie la méthode utilise la corrélation de speckle d'image pour mesurer des écarts de vitesse de propagation (liés à la température) et pour mesurer les micro-déplacements liés au passage de l'onde de cisaillement en élastométrie.

La possibilité de pouvoir mesurer les déplacements à l'aide des traitements acoustiques constitue un atout dont les méthodes d'imagerie synthétique peuvent difficilement se passer. Ce que l'on nomme la micro-navigation par étude de la corrélation des signaux ou de l'image reconstruite - plus généralement du speckle - dans le cadre de la caméra acoustique soulève des questions plus générales sur les propriétés du speckle acoustique en ASM. On peut se demander par exemple comment varie le speckle en fonction de la position du projecteur.

#### *L'antenne adaptative*

L'antenne adaptative fut initialement introduite dans le domaine de l'anti-brouillage. Il s'agit d'un filtrage spatial qui s'applique donc à la réception pour réduire l'effet des lobes secondaires « mal placés ». Ce traitement est réalisé automatiquement (sans supervision) à partir des données reçues, et sans autre connaissance que celles utilisées usuellement pour réaliser un pointage électronique (propagation et géométrie). (Li & Stoica, 2004)

Le traitement adaptatif améliore beaucoup le contraste d'image à la réception, par exemple : (Sasso & Cohen-Bacrie, 2005). Il semble cependant que, par rapport à l'approche traditionnelle de cette question, quelques améliorations soient possibles :

- Tout d'abord on constatera que l'antenne adaptative est difficile à appliquer à l'imagerie active en raison de la difficulté à estimer la matrice de covariance des données, et en raison de la corrélation entre brouilleur et signal utile. Ce problème de fond concerne en fait l'algorithme de mise en œuvre, mais pas le principe. Il s'agit donc de proposer une nouvelle méthode d'estimation de la matrice de covariance.
- Ensuite, dans le cadre de la synthèse d'émission, il serait possible de ne pas limiter les questions de traitement adaptatif à la seule réception, alors qu'il apparaît que l'émission peut également fortement contribuer à la réduction des artefacts de l'image. Cependant, dans ce cas, la boucle d'adaptation devrait être complètement différente de celle utilisée en réception.

## **1.2. Structure de la thèse**

Nous avons choisi de structurer cette thèse en quatre parties dans lesquelles nous tenterons de tisser des liens entre acoustique sous-marine et échographie médicale. Grâce aux moyens disponibles chez SuperSonic Imagine et chez iXSea, nous pouvons illustrer l'analyse théorique et en valider les résultats dans ces deux domaines. Ces systèmes expérimentaux sont décrits en annexe (Annexe 3).

Le système VDAS, prototype de l'échographe de SuperSonic Imagine, est un système très souple permettant un grand nombre d'expérimentations (images de mires, fantômes, foie de « volontaires »,...). Le sonar à antenne synthétique d'iXSea, SHADOWS, est, quant à lui, un équipement lourd nécessitant la mobilisation d'un bateau d'essai et de son équipage. Cependant, les principes physiques qui sous-tendent ces deux systèmes ne sont pas si différents, et nous verrons, tout au long de cette thèse, que des ponts fertiles existent entre ces deux disciplines.

Afin de valider certains concepts théoriques dont la mise en œuvre n'est pas accessible aux systèmes expérimentaux des outils de simulation de champ ont également été utilisés, voire développés. Les logiciels Field2 et PROPA sont décrits en annexe (Annexe 4).

### **1.2.1. Base de l'imagerie acoustique active (Chapitre 2)**

Ce chapitre propose une revue des principes généraux de l'imagerie acoustique active en mettant l'accent sur les parallèles qui peuvent être faits entre l'imagerie échographique ultrasonore et l'imagerie acoustique sous-marine. Notons que dans ce manuscrit nous donnerons au terme image une signification purement physique, comme étant le résultat de la première étape de la création de l'image, à savoir la formation de voie<sup>1</sup>. Le domaine du traitement de l'image à proprement parler ne sera pas abordé au cours de ce travail de thèse. (on parle d'image brute en échographie ou single look complex en imagerie radar).

### **1.2.2. Compromis cadence-contraste en imagerie active (Chapitre 3)**

La question de l'amélioration de la cadence amène inévitablement à la recherche d'un optimum au sein du compromis entre cadence et contraste, et ce, quelque soit la méthode d'imagerie envisagée. Nous verrons qu'il s'agit d'un compromis intrinsèque à l'imagerie active. Nous concluons cette partie sur l'hypothèse que le processus actif d'imagerie constitue un Système Linéaire Invariant (SLI).

### **1.2.3. Imagerie par synthèse d'émission (Chapitre 4)**

Dans le cadre de la théorie des SLI nous décrivons les méthodes de synthèse d'émission pour l'imagerie active. L'équivalence entre les méthodes focalisées et la synthèse d'émission classique, dite canonique, sera démontrée ainsi que son optimalité. Nous introduirons ensuite les techniques dites de

---

<sup>1</sup> On parle d'image brute en échographie ou Single Look Complex en imagerie radar

codage spatial et présenterons leurs gains en termes de rapport signal à bruit. Un cas particulier, utilisant les codes de Hadamard sera détaillé. L'étude des champs rayonnés par les séquences de Hadamard permettra la mise en évidence de la répartition spatiale de l'information en fonction du code transmis. Nous introduirons ensuite, dans ce cadre, une nouvelle approche : la méthode synthétique sphéroïdale permettant un déplacement du compromis cadence-contraste vers un compromis cadence-taille de l'image. Enfin nous aborderons l'utilisation de pondération sur les images reconstruites avant la sommation cohérente.

#### **1.2.4. Speckle et mesure de déplacement (Chapitre 5)**

Les méthodes introduites dans les parties précédentes, basées sur l'hypothèse SLI, sont très sensibles aux mouvements de la scène et/ou du porteur. La dernière partie de la thèse est donc consacrée à l'étude de méthodes permettant de déduire le mouvement d'antenne des acquisitions successives. Ces méthodes basées sur l'étude de la corrélation des signaux acquis sont généralement dénommées micronavigation en acoustique sous-marine et speckle tracking en échographie médicale. Nous proposerons dans ce cadre deux méthodes originales.

## Chapitre 2 – Les Bases de l'Imagerie Acoustique Active

---

## 2. Les bases de l'imagerie acoustique active

Ce chapitre traite de l'imagerie acoustique active et du compromis intrinsèque qu'elle présente entre la cadence et le contraste. Afin de mettre en évidence cette limitation fondamentale, nous partirons du phénomène physique en jeu dans la propagation des ondes acoustiques puis nous verrons en quoi celui-ci peut être exploité pour produire une image caractéristique d'un milieu.

### 2.1. Ondes acoustiques

Afin d'appréhender le principe de l'imagerie acoustique, il est nécessaire de comprendre les phénomènes physiques en jeu derrière les signaux acquis. Les milieux matériels présentent les deux propriétés nécessaires à l'apparition de phénomènes ondulatoires à savoir compressibilité (on parle d'élasticité pour les solides), qui tend à ramener toutes déviations vers son état d'équilibre, et inertie qui implique un dépassement de l'état d'équilibre vers une seconde déviation opposée.

Les milieux matériels sont caractérisés par trois paramètres thermodynamiques qui sont la pression  $p$ , la densité  $\rho$  et la vitesse  $v$ . Ces trois grandeurs sont reliées par les trois lois suivantes (Pierce, 1989):

- Conservation de la masse
- Equation de la dynamique des fluides
- Relation thermodynamique pression/densité

#### 2.1.1. Conservation de la masse

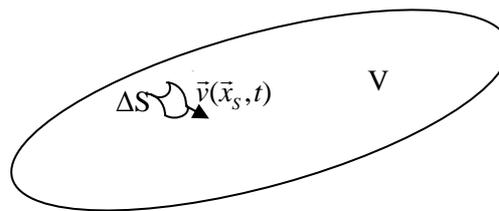


Figure 1 : Variation de la masse du volume  $V$  par flux de matière au travers de  $S$ .

La masse  $M$  d'un volume  $V$ , fixe, peut être considérée comme l'intégrale de la densité  $\rho(\vec{x}, t)$  sur le volume  $V$ , avec  $\vec{x}$  un point de l'espace.

La loi de conservation de la masse implique que la variation de la masse contenue dans le volume  $V$  soit égale à la masse entrant dans le volume moins la masse sortant du volume au travers la surface extérieure de ce volume,  $S$  :

$$\Delta m = \rho(\vec{x}_s, t) \vec{v}(\vec{x}_s, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_s) \Delta S$$

avec  $\vec{x}_S$ , un point de la surface  $S$  et  $\vec{n}(\vec{x}_S)$  le vecteur normal à la surface  $S$  en  $\vec{x}_S$ . Enfin,  $\vec{v}(\vec{x}_S, t)$  est la vitesse du point  $\vec{x}_S$ .

La loi de la conservation nous donne donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho d\vec{x} = - \iint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} d\vec{x}_S$$

Après application du théorème de Gauss, on obtient l'équation différentielle traduisant la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

### 2.1.2. Equation d'Euler

Le principe fondamental de la dynamique ou seconde loi de Newton établit :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\vec{f}}{m}$$

Cette loi appliquée dans le cas des fluides, considérant le point de vue eulérien d'un volume mobile devient :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \vec{v} d\vec{x} = \iint_S \vec{f}_S d\vec{x}_S + \iiint_V \vec{f}_V d\vec{x}$$

avec  $\vec{f}_S$ , l'effort surfacique et  $\vec{f}_V$ , l'effort volumique. Ce dernier, dû à la gravité est supposé négligeable devant le premier. Dans un fluide idéal non visqueux, l'effort surfacique est uniquement dû à la pression appliquée sur les parois extérieures du volume :

$$\vec{f}_S = -\vec{n}p \quad (2.2)$$

### 2.1.3. Relation pression-densité

Le principe de Laplace suppose que la propagation acoustique ne fait pas intervenir de flux de chaleur. On parle de processus adiabatique. Cette hypothèse se traduit par une relation directe entre la pression et la densité :

$$c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_0 \quad (2.3)$$

Nous démontrerons dans la suite que  $c$  est la vitesse de propagation des ondes acoustiques longitudinales dans le milieu.

### 2.1.4. Equation de l'acoustique linéaire

Les ondes acoustiques représentent une propagation des perturbations de l'état thermodynamique du milieu. Dans le cadre de l'acoustique linéaire les amplitudes de ces perturbations sont très faibles devant les paramètres d'équilibre du milieu  $\rho_0, p_0, \vec{v}_0$ .

En présence d'une perturbation, les paramètres thermodynamiques du milieu deviennent :

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' \\ \rho &= \rho_0 + \rho' \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{v}' \end{aligned} \quad (2.4)$$

Avec  $\rho', p', \vec{v}'$  les perturbations du milieu.

On considère alors plusieurs hypothèses :

- Le milieu est homogène.
- Le milieu est stationnaire
- La vitesse moyenne  $v_0$  est nulle. Il n'y a pas de flux de matière.
- Le processus est adiabatique. Il n'y a pas de flux de chaleur dans le milieu.

Les lois décrites précédemment peuvent alors être approximées linéairement :

- Conservation de la masse :  $\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}') = 0$
- Dynamique des fluides :  $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\vec{\nabla} p'$
- Processus adiabatique :  $c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_0$ , ou encore :  $p' = c^2 \rho'$

Dans la suite de la thèse on omettra le signe ' pour les perturbations.

### 2.1.5. Equation d'onde

L'équation de propagation des sons dans les milieux se déduit des trois équations précédentes. En prenant, par exemple, l'équation de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) = 0$$

On remplace alors  $\rho$  par  $\frac{p}{c^2}$ , on obtient alors :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) = 0$$

En dérivant par rapport au temps l'équation précédente, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) \right) = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = 0$$

En remplaçant l'équation de la dynamique des fluides dans l'équation précédente, on obtient finalement l'équation de D'Alembert pour la pression :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

Cette équation est aussi vérifiée pour la vitesse et la densité.

Pour simplifier la résolution, on introduit une nouvelle variable, reliée à la vitesse et à la pression à la fois. Il s'agit du potentiel vitesse  $\Phi(\vec{x}, t)$ . Il ne s'agit pas d'une variable physique et elle nécessite une hypothèse supplémentaire : celle que le champ acoustique est irrotationnel :

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$$

Cette condition implique que l'on considère ici uniquement les ondes dites longitudinales, c'est-à-dire dont la direction de propagation est parallèle à la perturbation qui la cause. Le potentiel vitesse est défini par :

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \Phi(\vec{x}, t)$$

Le potentiel vitesse est relié à la pression par :

$$p(\vec{x}, t) = -\rho_0 \frac{\partial \Phi(\vec{x}, t)}{\partial t}$$

Et l'équation d'onde devient donc :

$$\nabla\Phi(\vec{x},t)^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\Phi(\vec{x},t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

### 2.1.6. Solutions de l'équation d'onde

Traditionnellement, Il existe deux méthodes de résolutions de l'équation d'onde :

- La méthode de d'Alembert qui consiste à considérer la solution comme la somme de deux ondes, l'une convergente et l'autre divergente.
- La méthode de Bernoulli qui suppose que la solution peut s'écrire comme le produit de fonctions ne dépendant que d'une seule variable.

Par la suite on utilisera la méthode de Bernoulli.

#### Coordonnées cartésiennes

Dans ce cas, la solution peut s'écrire :

$$\Phi(x, y, z, t) = f(x)g(y)h(z)p(t)$$

On suppose que cette solution peut s'écrire sous forme complexe de la façon suivante :

$$\tilde{\Phi}(x, y, z, t) = \tilde{F} \exp(j(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z)))$$

avec  $\tilde{F}$ , une constante complexe et  $\omega$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$ , des constantes réelles.

En introduisant cette solution dans l'équation de propagation, il vient :

$$k_x^2 \tilde{\Phi}(x, y, z, t) + k_y^2 \tilde{\Phi}(x, y, z, t) + k_z^2 \tilde{\Phi}(x, y, z, t) = -\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\Phi}(x, y, z, t)$$

Et donc :  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = -\frac{\omega^2}{c^2}$ .

Si cette condition est respectée, la fonction  $\tilde{\Phi}(x, y, z, t)$  est solution de l'équation de propagation. Cette solution est nommée onde plane monochromatique et pour un point du champ de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  :

$$\tilde{\Phi}(x_0, y_0, z_0, t) = \tilde{F} \exp(j(\omega t - (k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0))) \quad (2.7)$$

Le signal mesuré en  $(x_0, y_0, z_0)$  est donc une exponentielle complexe de pulsation  $\omega$  ( $\omega=2\pi f$ ). L'onde est dite onde plane car les points isophases appartiennent au plan d'équation :  $k_x x + k_y y + k_z z = C$ , avec C une constante.

L'onde se propage selon un axe perpendiculaire aux plans isophases, à la vitesse  $c$ . La distance selon cet axe entre deux points isophases successifs est dite longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (2.8)$$

On définit le nombre d'onde par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.9)$$

### **Coordonnées sphériques**

L'équation d'onde en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \sin \phi \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

Dans ce cas :  $\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}(r, \theta, \phi, t)$

Une solution particulièrement intéressante est celle indépendante des positions angulaires :

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \phi} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \theta} = 0$$

Dans ce cas l'équation d'onde devient :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\tilde{\Phi}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (r\tilde{\Phi})$$

Les solutions de cette équation sont dites ondes sphériques, dont la forme complexe est :

$$\tilde{\Phi}(r, t) = \frac{\tilde{F}}{r} \exp\left(j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (2.11)$$

### **2.1.7. Phénomène d'absorption des ondes acoustiques**

En pratique les ondes acoustiques se propagent dans des milieux matériels dont les particules sont soumises à des efforts visqueux. Dans ce cas l'équation de la dynamique des fluides devient :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \eta \Delta \vec{v}$$

avec  $\eta$ , la viscosité et  $\Delta$ , l'opérateur de Laplace. Dans ces conditions, l'équation de d'Alembert pour les milieux visqueux s'écrit, pour la vitesse :

$$\nabla \vec{v}(\vec{x}, t)^2 - \frac{1}{c^2} \rho \frac{\partial^2 \vec{v}(\vec{x}, t)}{\partial t^2} + \frac{\eta}{E} \frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial t} = 0$$

Avec E, le module d'élasticité (pour un solide) ou de compressibilité (pour un fluide) du milieu, supposé ici isotrope.

La connaissance empirique précise de ce phénomène permet de le prendre en compte dans le traitement des données acquises et de compenser l'absorption des milieux. Dans la suite, celle-ci ne sera donc pas prise en compte.

Nous avons donc vu qu'un milieu matériel peut être le support d'une onde acoustique. La génération spatio-temporellement programmée de celle-ci peut être utilisée pour le sonder, le caractériser ou en faire une image.

## 2.2. Génération du champ acoustique

### 2.2.1. Principe de la transduction

Par l'utilisation de dispositif de transduction il est possible de générer des ondes acoustiques dans un milieu. Plusieurs principes de transduction existent : électromagnétique, piézoélectrique, magnétostrictif, électrostrictif,...

La transduction piézoélectrique est de loin la plus utilisée en acoustique sous-marine autant qu'en échographie médicale. Elle repose sur la propriété de certains matériaux ferroélectriques polarisés de se déformer selon leur axe de polarisation sous l'effet d'une tension électrique appliquée à leurs bornes. A l'inverse, ils se chargent électriquement sous l'effet d'une contrainte.

Ces matériaux intégrés dans une structure mécanique pouvant être résonante ou non peuvent se déformer de façon programmable par commande électrique. Par couplage fluide-structure ces déformations génèrent une onde acoustique dans le milieu.

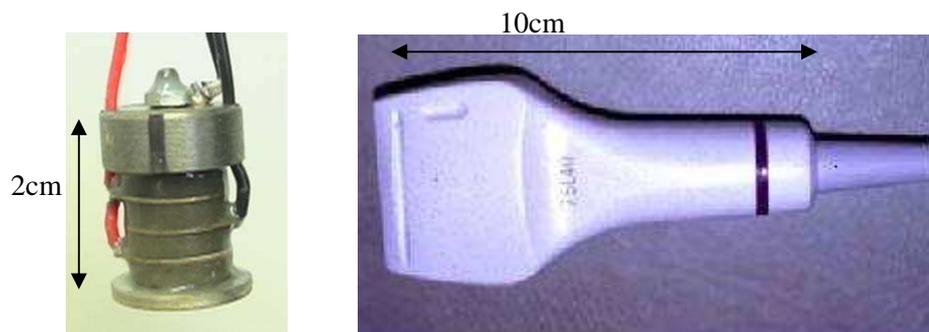


Figure 2 : Deux exemples de transducteur acoustique : à gauche, un « tonpiliz », un résonateur piézoélectrique couramment utilisé en acoustique sous-marine, à droite une sonde échographique médicale

A l'inverse, lorsqu'une onde acoustique se propage dans le milieu, un transducteur permet de sonder la pression en un point du champ. On dit qu'un transducteur fonctionne en émission/réception.

Plusieurs propriétés caractérisent les transducteurs : sensibilité, bande passante, directivité.

La sensibilité traduit la capacité de conversion de l'énergie électrique en énergie acoustique (ou inversement) du transducteur.

La bande passante traduit la bande de fréquence où cette sensibilité est maximale.

La directivité traduit la répartition spatiale de l'énergie rayonnée par le transducteur. A l'inverse, elle caractérise la sélectivité spatiale en réception.

C'est à cette dernière propriété que nous nous intéressons dans ce qui suit.

### 2.2.2. Théorie du rayonnement et de la diffraction

Dans ce qui suit nous supposons que le milieu entourant le transducteur est homogène, isotrope, non visqueux et suffisamment vaste pour qu'on ne puisse considérer ses limites. Quand la surface mobile d'un transducteur vibre dans le milieu cela produit une perturbation des conditions thermodynamiques de ce milieu appelée champ acoustique et qui varie dans l'espace et le temps.

La théorie du rayonnement acoustique consiste à déterminer le champ acoustique résultant d'une vibration spécifique d'une surface de transduction particulière.

#### Equation de Helmholtz

Comme on l'a vu précédemment le champ de pression est un champ scalaire dont l'équation de propagation est de la forme :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

Dans la grande majorité des cas pratiques, le problème du rayonnement des transducteurs peut être considéré d'un point de vue harmonique. Le symbole  $p$  représente alors la dépendance spatiale du champ de pression acoustique.

L'équation de propagation sous forme harmonique devient :

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0 \quad (2.12)$$

Elle est connue sous le nom d'équation de Helmholtz.

#### Théorème de Green

La distribution spatiale du champ de pression  $p$  peut être déterminée en n'importe quel point du champ à l'aide du théorème de Green.

Soit  $U$  et  $G$  deux fonctions complexes de la position et  $S$  une surface fermée entourant un volume  $V$ . Si  $U$  et  $G$  ainsi que leur première et seconde dérivées sont régulières et continues à l'intérieur et sur  $S$  alors :

$$\iiint_V (U \nabla^2 G - G \nabla^2 U) dv = \iint_S \left( U \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial U}{\partial n} \right) ds \quad (2.13)$$

Avec  $\frac{\partial}{\partial n}$ , une dérivée partielle dans la direction normale à  $S$ .

### *Théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff*

La formulation de Kirchhoff du problème de la diffraction est basée sur l'expression d'un théorème intégral qui détermine la solution d'une équation d'onde homogène en tout point de l'espace à partir des valeurs de la solution sur une surface fermée entourant ce point.

Soit  $P_0$ , le point d'observation et  $S$ , une surface fermée entourant ce point. Le problème du rayonnement et de la diffraction consiste à exprimer la valeur du champ acoustique en  $P_0$  en fonction de sa valeur sur  $S$ . Pour cela, Kirchhoff propose d'appliquer le théorème de Green sur une fonction auxiliaire unitaire décrivant l'expansion d'une onde sphérique depuis  $P_0$ . Cette fonction est appelée la fonction de Green de champ libre et s'exprime en un point  $P_1$  :

$$G(P_1) = \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \quad (2.14)$$

avec  $\vec{r}_{01}$  le vecteur pointant de  $P_0$  vers  $P_1$ .

Afin de pouvoir appliquer le théorème de Green, qui exige que  $G$  soit continue, on considère  $G$  sur  $S'$  :

$$S' = S + S_\varepsilon$$

avec  $S_\varepsilon$ , une petite surface autour de  $P_0$  de rayon  $\varepsilon$ . On note  $V'$ , le volume contenu dans  $S'$ . Alors dans  $V'$ , la fonction  $G$  vérifie l'équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k^2)G = 0 \quad (2.15)$$

Donc en considérant 2.13 et 2.15 et en remplaçant la fonction  $U$  par le champ acoustique  $p$ , qui nous intéresse ici, il vient :

$$\iiint_{V'} (p\nabla^2 G - G\nabla^2 p) dv = -\iiint_{V'} (pGk^2 - Gpk^2) dv = 0 \quad (2.16)$$

Le théorème se réduit donc à :

$$\iint_{S'} \left( p \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial p}{\partial n} \right) ds = 0$$

Ou encore :

$$-\iint_{S_\varepsilon} \left( p \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial p}{\partial n} \right) ds = \iint_S \left( p \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial p}{\partial n} \right) ds \quad (2.17)$$

La fonction  $G$  est définie par 2.14, donc :

$$\frac{\partial G(P_1)}{\partial n} = \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) \left( jk - \frac{1}{r_{01}} \right) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}}$$

En particulier, si  $P_1$  appartient à la surface  $S_\varepsilon$  :

$$G(P_1) = \frac{e^{jk\varepsilon}}{\varepsilon} \text{ et } \frac{\partial G(P_1)}{\partial n} = \frac{e^{jk\varepsilon}}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\varepsilon} - jk \right)$$

On peut alors écrire :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iint_{S_\varepsilon} \left( p \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial p}{\partial n} \right) ds = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} 4\pi\varepsilon^2 \left[ p(P_0) \frac{e^{jk\varepsilon}}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\varepsilon} - jk \right) - \frac{\partial p(P_0)}{\partial n} \frac{e^{jk\varepsilon}}{\varepsilon} \right] = 4\pi p(P_0) \quad (2.18)$$

En remplaçant 2.18 dans 2.17, il vient :

$$p(P_0, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( \frac{\partial p}{\partial n} \left[ \frac{e^{jkr_{01}}}{r_{01}} \right] - p \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{e^{jkr_{01}}}{r_{01}} \right] \right) ds \quad (2.19)$$

Ce résultat est connu sous le nom de théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff. Il joue un rôle très important dans la théorie de la diffraction car il permet de déterminer la valeur du champ en n'importe quel point de l'espace à partir de la connaissance de conditions aux limites sur n'importe quelle surface entourant ce point.

Le théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff peut se généraliser à n'importe quelle fonction de Green, donnant la relation plus générale :

$$p(P_0, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( \frac{\partial p}{\partial n} G - p \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds \quad (2.20)$$

### Intégrale de Rayleigh

En remplaçant l'équation (2.1) dans (2.19), il vient :

$$p(P_0, t) = \frac{\rho}{4\pi} \iint_S \left( \frac{\partial v_n(\vec{r}_1, t)}{\partial t} \left[ \frac{e^{jkr_{01}}}{r_{01}} \right] \right) ds - \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( -p(\vec{r}_1, t) \frac{e^{jkr_{01}}}{r_{01}} \left( \frac{1}{r_{01}} - jk \right) \right) ds$$

En considérant le fait que le facteur  $e^{jkr_{01}}$  revient à un décalage dans le temps de  $\frac{r_{01}}{c}$ , soit :

$$p(P_0, t) = \frac{\rho}{4\pi} \iint_S \left( \frac{1}{r_{01}} \frac{\partial v_n \left( \vec{r}_1, t - \frac{r_{01}}{c} \right)}{\partial t} \right) ds + \frac{1}{4\pi c} \iint_S \left( \frac{1}{r_{01}} \left( \frac{c}{r_{01}} + \frac{\partial}{\partial t} \right) p \left( \vec{r}_1, t - \frac{r_{01}}{c} \right) \right) ds \quad (2.21)$$

Cette équation, connue sous le nom d'intégrale de Rayleigh peut être vue comme une expression mathématique du principe de Huyghens-Fresnel.

### Application au cas d'une ouverture plane entourée d'un baffle plan

Un modèle couramment utilisé pour représenter la génération d'un champ acoustique par un transducteur est celui d'une ouverture plane entourée d'une surface rigide fixe, dite baffle plan. L'expression du champ ainsi généré peut être déterminée à l'aide du théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff précédemment démontré.

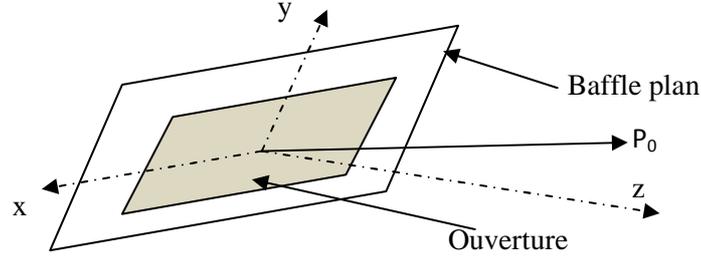


Figure 3 : Géométrie du problème du baffle plan

Dans ce cas la vitesse normale est non nulle uniquement sur une surface limitée. Dans un repère cartésien  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , on considère que la surface émettrice appartient au plan  $z = 0$ , c'est-à-dire :  $v_n(x, y, z \neq 0, t) = 0$ .

Cette configuration est équivalente à une surface qui changerait d'épaisseur de façon symétrique par rapport au plan  $z = 0$ . C'est-à-dire que le champ de pression est pair selon  $z$ . Par conséquent la seconde intégrale de (2.21) s'annule. La vitesse normale est quant à elle impaire. Finalement, dans ce cas, (2.21) devient :

$$p(P_0, t) = \frac{\rho}{2\pi} \iint_S \left( \frac{1}{r_{01}} \frac{\partial v_n \left( \vec{r}_1, t - \frac{r_{01}}{c} \right)}{\partial t} \right) ds \quad (2.22)$$

Dans le cas dit du baffle mou, un terme correctif est à apporter :

$$p(P_0, t) = \frac{\rho}{2\pi} \iint_S \left( \frac{1}{r_{01}} \frac{\partial v_n \left( \vec{r}_1, t - \frac{r_{01}}{c} \right)}{\partial t} \right) \cos \theta ds \quad (2.23)$$

avec  $\theta$ , l'angle entre  $\vec{r}_1$  et la normale à la surface d'émission.

En pratique, la réalité se situe entre les deux hypothèses : baffle rigide et baffle mou. Pour la suite on considère uniquement le cas du baffle rigide.

### Approximation de Fresnel et Fraunhofer

Soit  $P_0 (x_0, y_0, 0)$  et  $P_1 (x_1, y_1, z_1)$ . Alors, d'après ce qui précède :

$$r_{01} = \sqrt{z_1^2 + (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

Afin de simplifier l'équation de Rayleigh, diverses hypothèses sont réalisées. L'approximation de Fresnel consiste à considérer que les changements en amplitude n'ont pas la même influence sur le champ résultant que les changements en phase. On peut ainsi réaliser l'approximation en distance suivante pour le terme d'amplitude:

$$r_{01} \approx z_1$$

Et pour le terme de phase :

$$r_{01} = z_1 \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_0}{z_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y_1 - y_0}{z_1} \right)^2 \right)$$

Dans ce cas, (2.22) devient :

$$p(P_1, t) = \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{\exp(-jkz_1)}{z_1} \iint_S \left( \frac{\partial v_n(\vec{r}_0, t)}{\partial t} \exp\left(-\frac{jk}{2z_1} \left( (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \right)\right) \right) dx_0 dy_0 \quad (2.24)$$

Ce résultat est connu sous le nom d'intégrale de diffraction de Fresnel. Quand cette approximation est valide l'observation est dite en zone de Fresnel ou en champ proche. C'est la zone de travail classique pour les ultrasons médicaux.

L'approximation de Fraunhofer consiste, quant à elle, à considérer que la distance entre le plan de l'antenne et le plan d'observation est très grande devant les dimensions de l'antenne. Autrement dit :

$$z_1 \gg \frac{k \max(x_0^2 + y_0^2)}{2}$$

Soit, en développant le terme au sein de l'exponentielle de l'équation (2.24), il vient :

$$\exp\left(-\frac{jk}{2z_1} \left( (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \right)\right) \approx \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1}\right) \exp\left(-jk \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{2z_1}\right)$$

Et finalement (2.24) devient :

$$p(P_1, t) = \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{\exp(-jkz_1) \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1}\right)}{z_1} \iint_S \left( \frac{\partial v_n(\vec{r}_0, t)}{\partial t} \exp\left(-jk \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{2z_1}\right) \right) dx_0 dy_0 \quad (2.25)$$

En régime harmonique, cette équation devient (Goodman, 2005):

$$p(P_1, t) = \frac{jk \exp(-jkz_1) \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1}\right)}{2\pi z_1} \iint_s \left( a(x_0, y_0, t) \exp\left(-jk \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{2z_1}\right) \right) dx_0 dy_0 \quad (2.26)$$

La région de validité de l'approximation de Fraunhofer est dite zone de champ lointain. Cette zone est généralement la zone de travail en acoustique sous-marine.

On situe généralement la frontière entre les zones de Fresnel et de Fraunhofer en :

$$z_f = \frac{L^2}{\lambda}$$

Avec  $L$ , la plus grande dimension de l'antenne considérée et  $\lambda$ , la longueur d'onde.

Les minima locaux du champ de pression dans l'axe de l'antenne en champ proche sont appelés zéros de Fresnel.

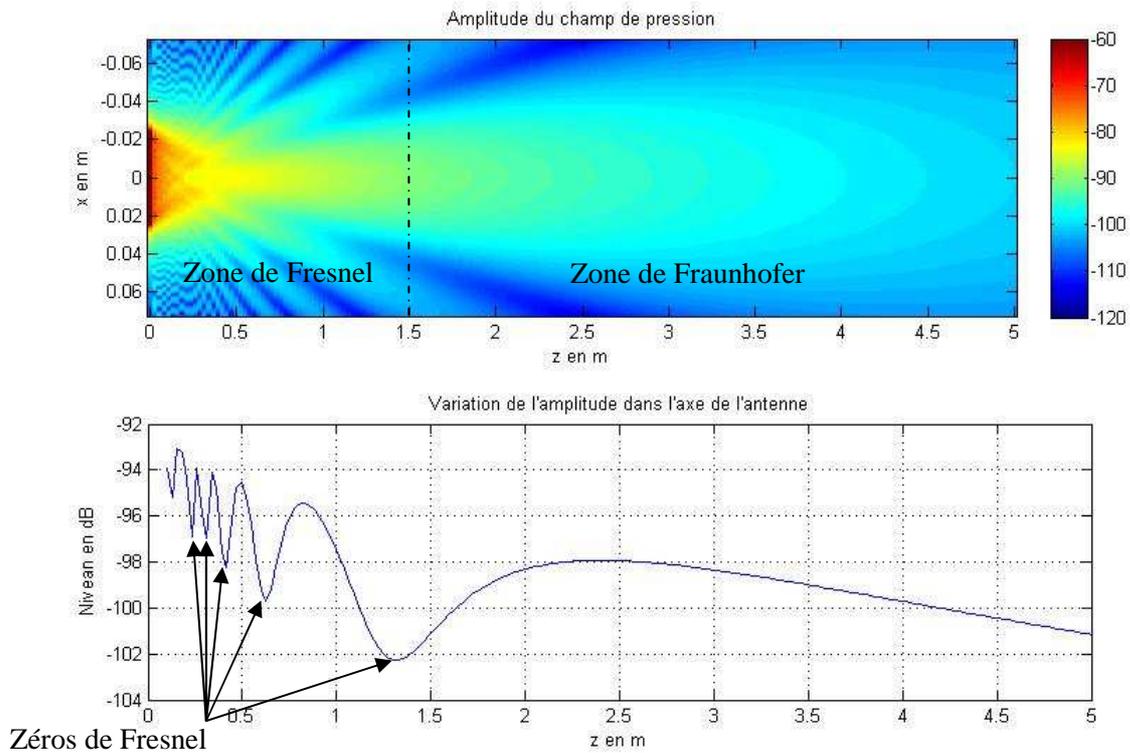


Figure 4 : Champ de pression générée par une antenne linéaire de  $32\lambda$ , excitée à 1Mhz par un signal monochromatique. Dans ce cas  $z_f$  est égal à 1.53m.

Cette théorie du rayonnement et de la diffraction permet de modéliser la distribution spatio-temporelle du champ acoustique en condition de champ libre dans un milieu homogène et isotrope. Ce sont les modifications de ce champ, liées à l'hétérogénéité du milieu et/ou son anisotropie qui permettent d'en faire une image.

### 2.2.3. Réponse impulsionnelle spatiale

La méthode de la réponse impulsionnelle spatiale consiste à appliquer la théorie des systèmes linéaires à l'équation d'onde. Elle sépare, de plus, les caractéristiques spatiales et temporelles du champ acoustique qui peut-être vu, de cette façon, comme un filtre spatial. (Stepanishen, 1971)

On considère toujours les hypothèses d'une vitesse homogène  $v_n$  sur la surface du transducteur ainsi qu'un milieu homogène et isotrope. On négligera également, pour l'instant, les phénomènes d'atténuation.

L'excitation générée par le transducteur explicitée en (2.22) peut se mettre sous la forme d'une convolution :

$$p(P_0, t) = \rho \iiint_S \left( \frac{\frac{\partial v_n(\vec{r}_1, t)}{\partial t} \delta\left(\vec{r}_1, t - \frac{r_{01}}{c}\right)}{2\pi r_{01}} \right) ds$$

Avec  $\delta$ , une fonction de Dirac. Puisqu'on considère la vitesse uniforme sur l'ouverture, il vient :

$$p(P_0, t) = \rho \frac{\partial v_n(\vec{r}_1, t)}{\partial t} *_t \iiint_S \left( \frac{\delta\left(t - \frac{r_{01}}{c}\right)}{2\pi r_{01}} \right) ds$$

où  $*_t$ , signifie une convolution temporelle.

L'intégrale dans l'équation précédente :

$$h(P_0, t) = \iiint_S \left( \frac{\delta\left(t - \frac{r_{01}}{c}\right)}{2\pi r_{01}} \right) ds \quad (2.27)$$

est appelée réponse impulsionnelle spatiale du fait qu'elle varie avec la position relative du transducteur et d'un point du milieu. La pression, fonction du temps en un point donné de l'espace, est alors déterminée par :

$$p(P_0, t) = \rho \frac{\partial v_n(\vec{r}_1, t)}{\partial t} *_t h(P_0, t)$$

Dans le domaine fréquentiel, la convolution devient un produit et l'expression précédente s'écrit :

$$P(P_0, \omega) = -\rho j \omega V_n(\vec{r}_1, \omega) H(P_0, \omega)$$

avec  $H(P_0, \omega)$ , la fonction de transfert du système :

$$H(P_0, \omega) = TF(h(P_0, t)) = \iint_S \frac{\exp(-j \frac{\omega r_{01}}{c})}{r_{01}} dS \quad (2.28)$$

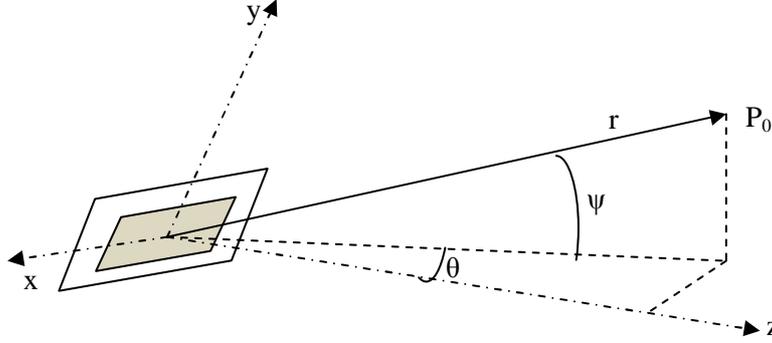


Figure 5 : Géométrie du problème en champ lointain

Il est important de noter qu'en champ lointain, cette fonction peut se décomposer en deux fonctions dépendant respectivement de la distance et de la direction angulaire :

$$H(P_0, \omega) \approx \frac{\exp(-jkr)}{r} \iint_S \exp\left(-\frac{1}{2} j \frac{\omega}{c} (x_1 \sin \theta + y_1 \sin \psi)\right) dS$$

$$H(P_0, \omega) = H_r(r, \omega) H_{\theta, \psi}(\theta, \psi, \omega)$$

Le deuxième terme de l'expression précédente est appelé fonction de directivité et traduit la distribution angulaire du champ en zone de Fraunhofer.

En 2D, pour une antenne linéaire de longueur L, cette expression devient :

$$H_{\theta}(\theta, \omega) = \int_L \exp\left(-\frac{1}{2} j \frac{\omega}{c} (x_1 \sin \theta)\right) dx$$

Ce qui donne après intégration :

$$H_{\theta}(\theta, \lambda) = \text{sinc}\left(\frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta\right)$$

La Figure 6 représente la fonction de la directivité de l'antenne considérée précédemment en échelle logarithmique.

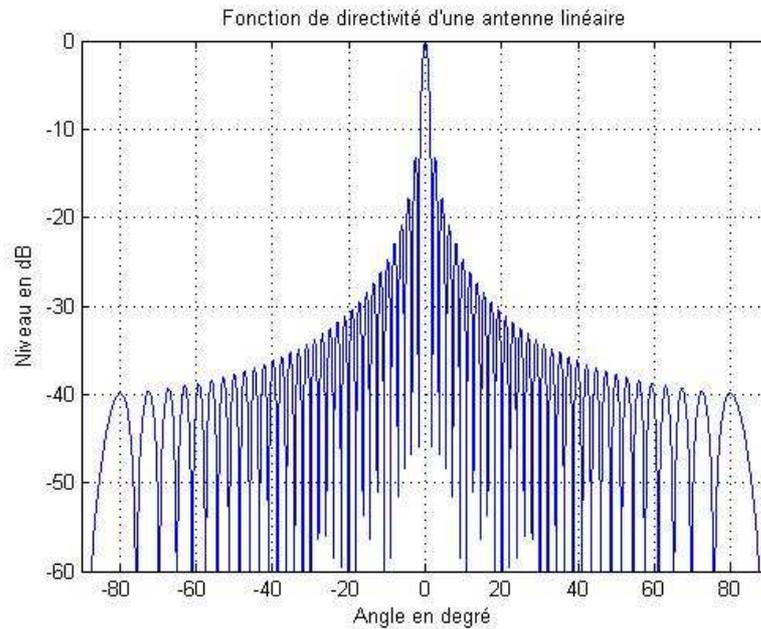


Figure 6 : Fonction de directivité d'une antenne linéaire de longueur  $32\lambda$ . Les premiers lobes secondaires sont à -13dB.

On voit donc qu'il y a un lien direct en champ lointain entre la réponse impulsionnelle spatiale d'une antenne et sa fonction de directivité.

L'utilisation de la réponse impulsionnelle, dans le domaine temporel, ou de la fonction de transfert du système, dans le domaine fréquentiel, est une technique puissante qui permet de déterminer des solutions analytiques pour un grand nombre de géométries. Le logiciel Field II, utilisé pour les simulations de champ dans cette thèse, repose sur le calcul des réponses impulsionnelles. (Jensen, 1996).

## 2.3. Principe et fondements de l'imagerie active

Nous avons vu dans les parties précédentes qu'il est possible de générer un champ acoustique dans un milieu et d'en prédire la distribution spatio-temporelle. Dans ce qui suit nous nous intéressons aux méthodes d'acquisition d'informations sur les milieux sièges de cette propagation et plus particulièrement de leur imagerie. On entend par imagerie, la représentation spatiale d'un ou de plusieurs paramètres physiques à partir de signaux acquis par des capteurs.

Jusqu'à présent nous nous sommes uniquement intéressés au milieu homogène isotrope. En pratique les milieux d'intérêts sont des milieux complexes comportant différents types de diffuseurs dont les dimensions varient fortement devant la longueur d'onde. Ce qui suit s'attache à décrire l'interaction du champ avec ces différents objets.

### 2.3.1. Diffraction des objets petits devant la longueur d'onde

Dans un premier temps nous nous intéressons aux objets petits devant la longueur d'onde. Dans ce cas, on considère que la différence de marche de l'onde entre l'antenne émettrice et le point de la cible le plus proche et le plus éloigné peut être négligée. Lord Rayleigh, qui étudia le premier ce type de diffraction, découvrit que l'amplitude de l'onde diffusée par une sphère variait avec le carré de la fréquence (Szabo, 2004):

$$\frac{p_r}{p_i} = -\frac{k^2 a^3}{3r} \left( \frac{3 \left( 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \cos \theta}{1 + 2 \frac{\rho_2}{\rho_1}} + \left( 1 - \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \right) \right)$$

avec  $k$ , le nombre d'onde,  $a$  le rayon de la cible,  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les densités du milieu de propagation et de la cible.  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$ , leurs compressibilités. La Figure 7 ci-dessous schématise la géométrie du phénomène.

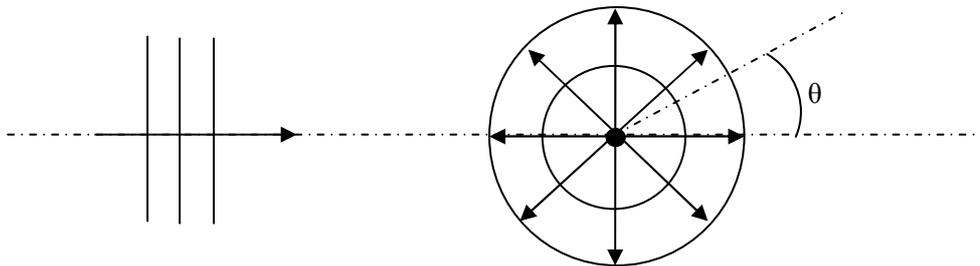


Figure 7 : Diffraction d'une onde par un objet petit devant la longueur d'onde

Ce type de cible est responsable de la réverbération dite de volume, dans la colonne d'eau en acoustique sous-marine. Les globules rouges sont des cibles très petites devant la longueur d'onde. L'utilisation de l'effet Doppler sur ces nombreuses cellules, non résolues acoustiquement, permet la mesure des courants sanguins.

Nous verrons par la suite comment la théorie des systèmes linéaires permet d'évaluer la performance d'un imageur actif à partir de l'analyse de la diffraction d'une cible ponctuelle.

### 2.3.2. Diffraction des objets de l'ordre de la longueur d'onde (Théorie de Mie)

Pour des cibles de taille comparable à la longueur d'onde, on considère que la cible se comporte comme une source secondaire présentant un diagramme de rayonnement complexe et qui varie avec la fréquence, la nature et la forme de la cible.

Ce type de rayonnement, connu sous le nom de diffusion de Mie, peut être décrit par l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff démontrée dans le chapitre précédent.

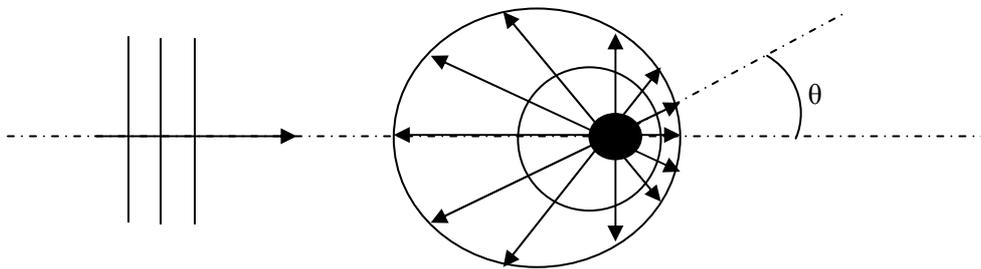


Figure 8 : Diffraction des objets de l'ordre de la longueur d'onde

### 2.3.3. Réflexions aux interfaces

On s'intéresse ici aux objets grands devant la longueur d'onde. Il est alors possible, dans une bonne approximation, de traiter le problème de la diffraction d'objets grands devant la longueur d'onde par l'étude de la réflexion à l'interface entre deux milieux homogènes. Deux cas sont alors à considérer : une interface liquide-liquide, ce qui est généralement le cas en échographie médicale, les tissus pouvant être vus comme des liquides ; et une interface liquide-solide, qui est la configuration pratique du sonar ou du sondage de sédiment.

#### *Interface liquide-liquide*

On considère ici onde longitudinale monochromatique se propageant dans un milieu 1, incidente avec un angle  $\theta_i$  sur une frontière avec un milieu 2 (cf. Figure 9). A l'interface, pression et vitesse particulière sont continues. La composante tangentielle du nombre d'onde doit également respecter cette condition de continuité, il vient alors, le long de l'interface :

$$k_1 \sin \theta_i = k_2 \sin \theta_t = k_1 \sin \theta_r$$

Avec  $k_1$  et  $k_2$ , les nombres d'ondes pour les milieux 1 et 2, respectivement. L'angle réfléchi ( $\theta_r$ ) est égal à l'angle incident ( $\theta_i$ ) et on en déduit une loi de Snell-Descartes acoustique :

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

qui peut être utilisée pour déterminer  $\theta_t$ . Le changement de direction de l'onde après l'interface est qualifié de réfraction.

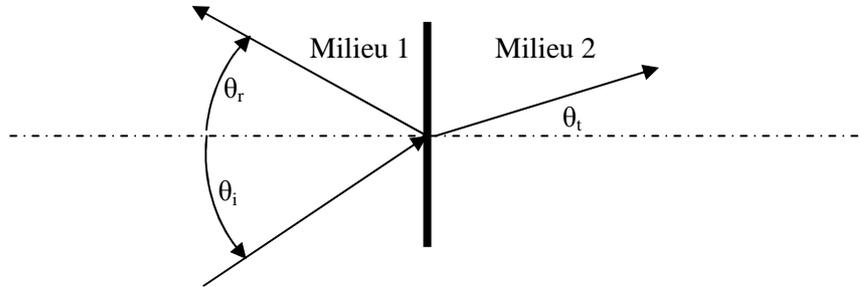


Figure 9 : Transmission et réflexion d'une onde plane à incidence oblique sur une interface liquide-liquide

D'une manière générale, une onde acoustique est réfléchié/réfractée à une interface entre deux liquides si ces deux milieux présentent des impédances acoustiques différentes. Ce terme, caractéristique des propriétés acoustiques d'un milieu, est ainsi nommé par analogie avec l'impédance électrique. En effet, ce terme relie la vitesse particulière à la pression de la façon suivante :

$$v_n = \frac{p}{Z}$$

Pour une onde plane progressive, l'impédance acoustique s'exprime par :

$$Z = \rho c$$

Les amplitudes de l'onde transmise et de l'onde incidente sont reliées par :

$$\frac{p_t}{p_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t}$$

Les amplitudes de l'onde réfléchié et de l'onde incidente sont reliées par :

$$\frac{p_r}{p_i} = \frac{Z_2 \cos \theta_t - Z_1 \cos \theta_r}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_r}$$

*Interface liquide-solide*

Une onde longitudinale incidente sur la surface d'un solide crée généralement une onde longitudinale et une onde de cisaillement (cf. Figure 10).

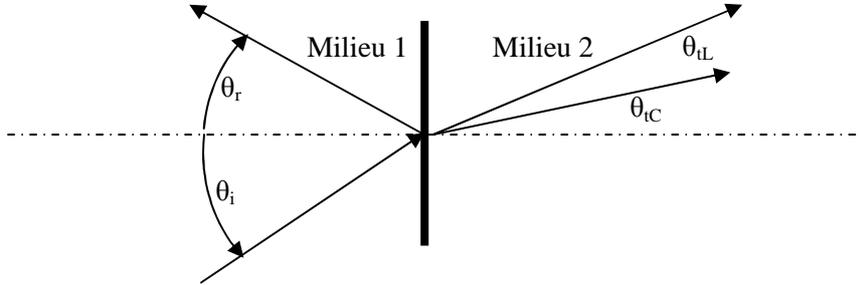


Figure 10 : Transmission et réflexion d'une onde plane à incidence oblique sur une interface liquide-solide.

Aucune onde de cisaillement n'est réfléchi du fait qu'un milieu liquide ne peut en être le siège. Cependant, il en existe une à l'interface entre deux solides. De même la pression dans le fluide ainsi que la vitesse particulière sont continues à l'interface ce qui permet d'en déduire la loi de Snell-Descartes pour ces milieux :

$$k_1 \sin \theta_i = k_{2L} \sin \theta_{tL} = k_{2C} \sin \theta_{tC} = k_1 \sin \theta_r$$

En introduisant  $n_L$  et  $n_C$  les ratios entre pression dans le fluide et contrainte longitudinale et transverse, respectivement, dans le solide, il vient :

$$\frac{\sigma_{tL}}{p_i} = \frac{2n_L^2 Z_{2L} \cos \theta_i}{n_L^2 Z_{2L} \cos \theta_i + n_C^2 Z_{2C} \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_{tL}}$$

avec :  $Z_{2L}$ , l'impédance acoustique de l'onde longitudinale dans le milieu 2 et  $Z_{2C}$ , l'impédance acoustique de l'onde de cisaillement dans le milieu 2.  $\sigma_{tL}$ , la contrainte longitudinale dans le solide, à l'interface.

De même, pour la contrainte de cisaillement :

$$\frac{\sigma_{tC}}{p_i} = \frac{2n_C^2 Z_{2C} \cos \theta_i}{n_L^2 Z_{2L} \cos \theta_i + n_C^2 Z_{2C} \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_{tC}}$$

Enfin, pour l'onde réfléchi :

$$\frac{p_r}{p_i} = \frac{n_L^2 Z_{2L} \cos \theta_i + n_C^2 Z_{2C} \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_r}{n_L^2 Z_{2L} \cos \theta_i + n_C^2 Z_{2C} \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_r}$$

### *Applications de la réflexion aux interfaces des ondes acoustiques*

Cette propriété de réflexion aux interfaces entre deux milieux d'impédances acoustiques différentes est utilisée par certains mammifères tels que les cétacés ou les chauves-souris pour se localiser dans leur environnement.

Basé sur le même principe et après le naufrage du RMS Titanic en 1912, le physicien allemand Alexander Behm posa le premier brevet de détection par moyens acoustiques. Sa méthode, inefficace pour la détection d'icebergs permit cependant les premiers sondages acoustiques du fond de l'océan. Le principe de cette méthode dite d'émission-réception ou pulse-echo consiste à émettre une onde acoustique dans le milieu à sonder et de traiter les différents échos reçus. Les instants d'arrivée des différents échos permettent une mesure de la distance entre les interfaces et la sonde.

C'est durant la première guerre mondiale que Paul Langevin et Constantin Chilowski, grâce à l'utilisation de transducteurs piézoélectriques résonants, mirent au point le premier système actif de détection de sous-marin opérationnel.

Cette méthode fut ensuite utilisée à partir des années 40, pour la détection de fissure dans les matériaux, par des techniques dites de contrôle non destructif.

Enfin, elle est particulièrement adaptée à l'imagerie des milieux stratifiés tels que les sous-sols sédimentaires. On parle de sondeur de sédiments. Ces systèmes d'imagerie, basés sur l'exploitation des échos provenant de la succession de transmission/réflexion aux différentes interfaces du sous-sol, permettent de reconstruire des profils stratigraphiques et de distinguer les structures géologiques. La Figure 11 représente un de ces profils réalisés par le sondeur de sédiments du navire océanographique le « Suroît » de l'Ifremer.

La quantification des paramètres caractéristiques du milieu à partir de tels relevés est dite impédographie. Il a été démontré (Lefebvre, 1981), que la seule grandeur accessible par une telle méthode était l'impédance acoustique locale.

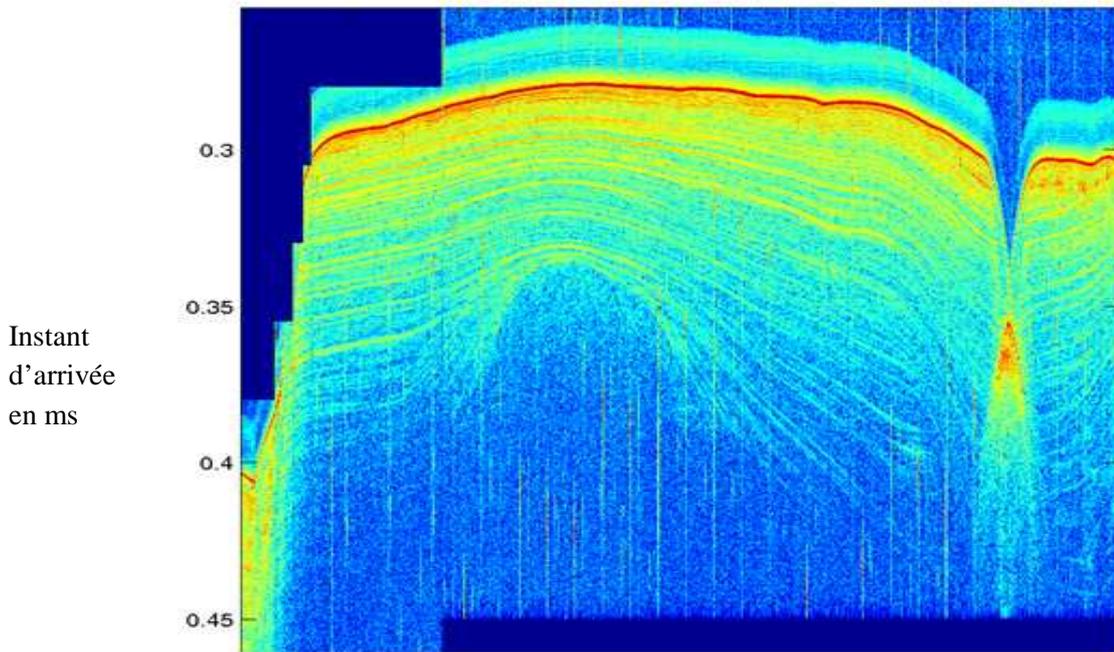


Figure 11 : Profil sismique réalisé à l'aide du sondeur de sédiments du navire océanographique, le Suroît de l'Ifremer, lors de la campagne MEDHR, au large de la Corse (Le Conte, 2004)

#### 2.3.4. Diffraction des volumes

Les milieux complexes à imager sont des milieux à diffuseurs multiples. C'est-à-dire que l'onde rétrodiffusée est la somme cohérente (amplitude et phase) de plusieurs rétrodiffusions élémentaires. Cette sommation de contributions de diffuseurs aléatoires génère des phénomènes d'interférences affectant l'onde rétrodiffusée. Ce phénomène, propre à l'imagerie cohérente (« éclairage » de la scène sur une bande fréquentielle étroite) produit un chatoiement de l'image. On parle de tavelure ou speckle.

On distingue deux configurations différentes pour la génération du speckle : le speckle dit de volume, pour lequel les diffuseurs sont disposés à l'intérieur d'un volume (on parle d'imagerie de volume), et le speckle de surface pour lequel les diffuseurs sont situés sur la surface réalisée par l'intersection du front d'onde incident avec la surface à imager (on parle d'imagerie de surface).

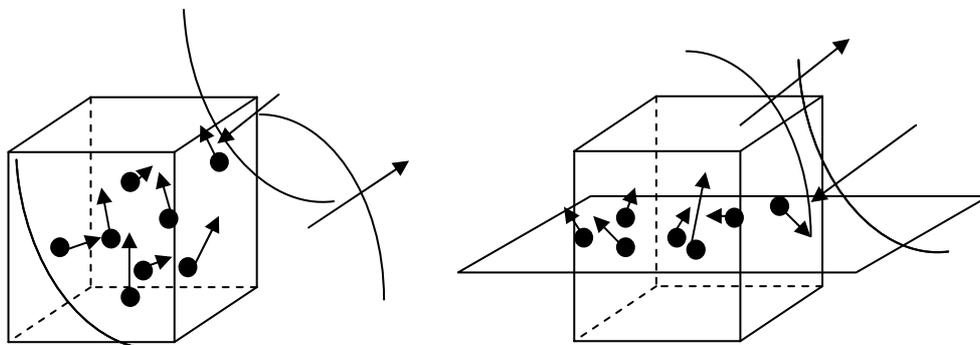


Figure 12 : Phénomène de speckle : à gauche imagerie de volume, à droite imagerie de surface.

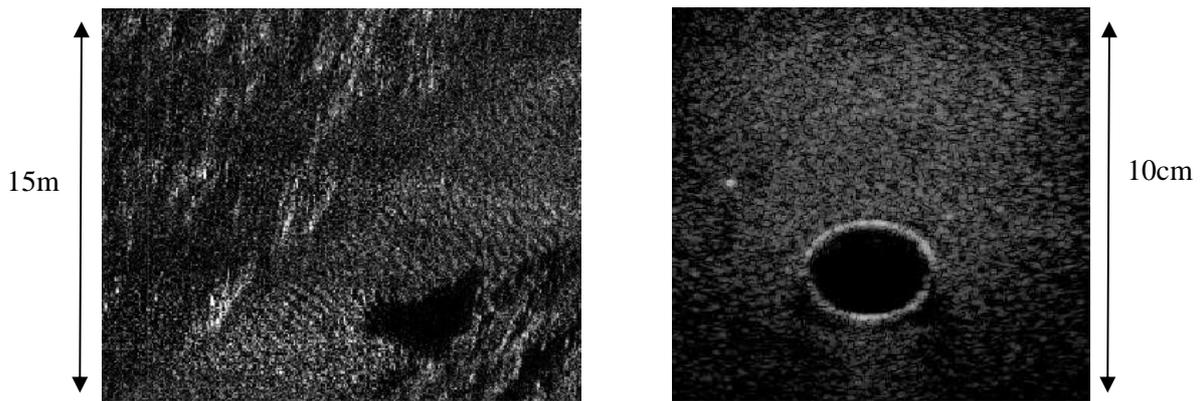


Figure 13 : Deux exemples d'images cohérentes : A gauche une image de sonar latéral, à droite une image d'échographe médical. L'aspect granulaire de ces deux images est qualifié de speckle

La physique du speckle ainsi que sa statistique seront détaillés dans la partie 5 de la thèse.

### 2.3.5. Approximation de Born

Une approximation très importante et couramment utilisée dans les domaines de l'imagerie acoustique est l'approximation de Born. Elle permet de connaître la distribution spatio-temporelle du champ acoustique par la connaissance de l'onde incidente et malgré la complexité du milieu à imager. Cette approximation, appliquée à la dynamique des milieux élastiques par (Gubernatis & Domany, 1977) est un moyen efficace de modéliser la faible diffraction de cibles petites devant la longueur d'onde. Ce modèle consiste à approximer le champ dans le milieu diffusant au champ incident. Cela revient à supposer de faibles variations des paramètres structurels (densité, élasticité) entre le milieu hôte et les inclusions. Ce faisant on néglige également les conversions de modes élastiques, les diffractions multiples ainsi que des phénomènes de résonance. Dans l'approximation de Born le champ de pression total peut s'écrire comme la somme du champ incident et du champ rétrodiffusé :

$$p(r,t) = p_i(r,t) + p_r(r,t)$$

La validité de cette approximation permet d'envisager l'imagerie dans des milieux complexes tels que les tissus biologiques.

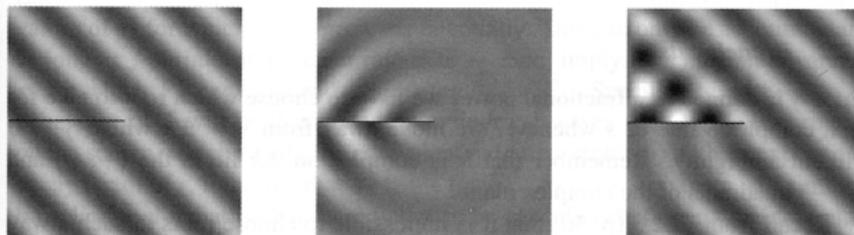


Figure 14 : Approximation de Born : de gauche à droite l'onde incidente sur l'obstacle, l'onde réfractée, et l'onde totale selon l'approximation de Born (Wright, 2005)

### 2.3.6. Equation du sonar

L'équation du sonar est le bilan énergétique réalisé sur la chaîne d'imagerie active permettant de déterminer la portée (pour l'imagerie surfacique) ou la pénétration (pour l'imagerie de volume) à partir du calcul du rapport signal à bruit :

$$SNR = SL - 2TL + TS - NL + DI_r + 10 \log_{10} T > DT$$

Avec :

- **SNR : Le rapport signal à bruit (Signal to Noise Ratio)**

$$SNR = 20 \log_{10} \left( \frac{\langle S_{reçu} \rangle}{\sigma_{noise}} \right)$$

le rapport entre la valeur moyenne du signal reçu et la moyenne quadratique du bruit résultant du système.

- **SL : Le niveau d'émission (Signal Level)**

Le niveau d'émission acoustique traduit l'intensité sonore rayonnée par la source dans l'axe de l'antenne à un mètre par rapport à une intensité de référence :

$$SL = 10 \log_{10} \left( \frac{I_{(1m)}}{I_0} \right)$$

En acoustique sous-marine, on prend :

$$I_0 = \frac{p_0^2}{\rho c}$$

Avec  $\rho$  la densité de l'eau,  $c$  la célérité du son dans l'eau et  $p_0 = 1 \mu\text{Pa}$ . Finalement :

$$I_0 = 6.5 \cdot 10^{-19} \text{ W} / \text{m}^2$$

On définit le facteur de directivité  $k$ , comme étant le rapport entre l'intensité rayonnée dans l'axe de l'antenne et la moyenne des intensités sonores sur une sphère centrée sur la source de rayon un mètre, tel que :

$$k = \frac{I_{(1m)}}{I_{omni}}$$

Le facteur de directivité peut être relié aux réponses impulsionnelles par la relation suivante :

$$k = \frac{4\pi H_{\theta,\psi}(0,0)}{\iint_{\theta,\psi} H_{\theta,\psi}(\theta,\psi) \sin \theta d\theta d\psi}$$

avec les notations de la Figure 5.

On définit alors l'indice de directivité ou gain de directivité d'antenne :

$$DI_e = 10 \log_{10} k$$

Finalement il vient :

$$SL = 10 \log_{10} \left( \frac{P_a}{4\pi d_0^2} \right) + DI_e$$

où  $P_a$  désigne la puissance acoustique rayonnée dans le milieu par le transducteur, en watts.

$$\text{Or : } -10 \log_{10} 4\pi d_0^2 = 171 \text{ dB}$$

D'où, l'expression du niveau d'émission :

$$SL = 10 \log_{10} P_a + 171 + DI_e$$

Cette expression permet de dimensionner l'alimentation électrique du système imageur. Une autre façon de la formuler est la suivante :

$$SL = S_v + 20 \log_{10} V + 20 \log_{10} K$$

Dans cette formule  $S_v$  désigne la sensibilité du transducteur à l'émission. C'est-à-dire la pression générée à un mètre par application d'une tension d'un Volt.

Une modélisation complète devrait prendre en compte l'excitation électrique du transducteur : amplificateur et adaptation d'impédance.

$K$  désigne le nombre d'émetteurs utilisés en parallèle.

- **TL : les pertes par transmission (Transmission Loss)**

$$TL = 20 \log_{10} R + \alpha R$$

avec  $R$ , la distance à l'émetteur et  $\alpha$ , le coefficient d'absorption, exprimé en dB/m. L'annexe 1 détaille les phénomènes mis en jeu dans l'absorption.

- **TS : Le coefficient de rétrodiffusion de la cible (Target Strength)<sup>2</sup> :**

Pour les cibles surfaciques :

$$TS = RL_s + 10 \log_{10} A$$

avec  $RL_s$ , l'indice de rétrodiffusion surfacique de la cible et  $A$  la surface de la cellule de résolution.

---

<sup>2</sup> Radar Cross Section (RCS) en Radar.

Cet indice de rétrodiffusion est très variable selon la nature de la cible. Il est lié à la variation d'impédance dans le milieu mais aussi à la rugosité de l'interface, à l'angle d'incidence (cf. 2.3.3) et la fréquence. La figure 15 représente un modèle théorique de l'indice de rétrodiffusion du fond océanique à 30kHz.

La surface A est donnée par le produit des résolutions latérales et radiales. Typiquement pour une émission pulsée:

$$A = R \frac{\lambda^2}{L}$$

avec L, la taille de l'antenne.

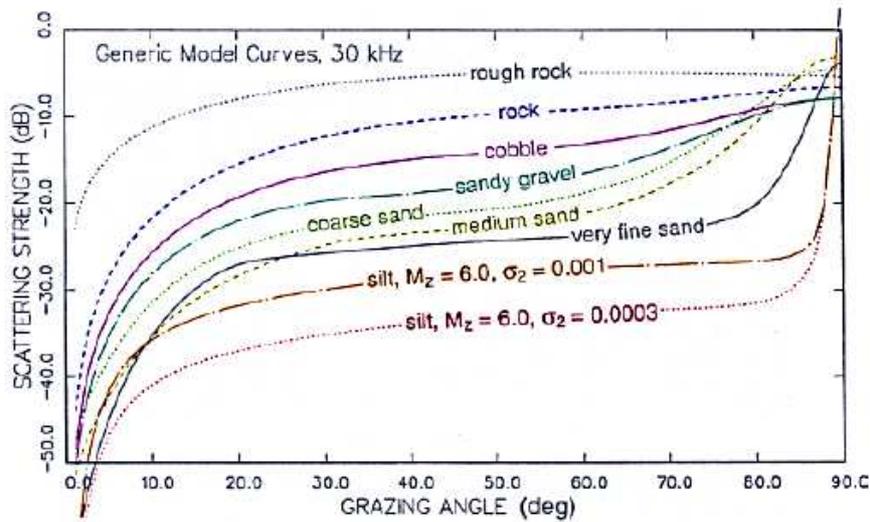


Figure 15 : Représentation de l'indice de réverbération de différents fonds en fonction de l'angle d'incidence d'après (Urlick, 1983).

Pour les cibles volumiques :

$$TS = RL_v + 10 \log_{10} (R^2 \Omega c T)$$

avec  $RL_v$  l'indice de rétrodiffusion volumique de la cible,  $\Omega$  l'angle solide d'insonification, T la durée d'émission et c, la célérité du son dans le milieu de propagation.

- **NL : Le niveau de bruit (Noise Level)**

Il existe diverses sources de bruit dans la chaîne d'imagerie provenant aussi bien du milieu que du bruit propre du système. L'annexe 2 détaille ces phénomènes. Dans le cadre de l'équation du sonar, c'est la densité spectrale du bruit qui est considérée.

- **DI<sub>r</sub> : L'indice de Directivité en réception**

Ce terme est formellement identique à celui en émission pour l'antenne de réception. En pratique, il traduit la sélectivité spatiale de l'antenne de réception sur un bruit isotrope. Il ne s'applique que si le bruit prépondérant présente une telle propriété.

- **Gain de traitement** :  $10\log_{10} T$

Ce terme n'apparaît que pour le cas d'une émission codée. Il traduit le gain du filtre adapté. T est la durée du signal émis.

- **DT : Le seuil de détection (Detection Threshold)**

Il s'agit du rapport signal-à-bruit minimal avec lequel on estime pouvoir réaliser une image satisfaisante. Il est généralement situé entre 6 et 13dB. Pour la suite de la thèse nous le prendrons à 10dB.

Le bruit n'est pas le seul phénomène limitant d'un système imageur acoustique. Le niveau de réverbération est également critique. On le définit comme suit :

$$SRR = SL - 2TL + RL_v + 10\log_{10}(R^2\Omega cT)$$

avec  $\Omega$ , l'angle solide insonifié par l'antenne,  $RL_v$ , l'indice de réverbération de volume, dépendant du milieu et T la durée d'émission. Dans le cas d'un filtrage adapté, cette expression devient :

$$SRR = SL - 2TL + RL_v + 10\log_{10}\left(\frac{R^2\Omega c}{2B}\right)$$

En fait, la réverbération concerne le retour d'énergie acoustique sur le système en dehors du lobe principal d'imagerie, en ce sens elle joue un rôle prépondérant dans la définition du contraste, comme nous le verrons au chapitre 3.

L'équation du sonar est l'outil de base de conception d'un système de caractérisation de milieux par émission acoustique.

### 2.3.7. Premiers systèmes d'imagerie active acoustique

Historiquement, l'imagerie active aussi bien radar que sonar traita des diffuseurs ponctuels. Il s'agissait de placer une cible ponctuelle sur un diagramme radar (coordonnées polaires centrées sur le porteur). Ce type d'imagerie s'apparente à de la détection. Les premiers systèmes d'imageur actif basés sur la rétrodiffusion d'ondes acoustiques provenant de cibles ponctuelles furent développés durant la seconde guerre mondiale. Il s'agit des ASDIC (Anti-Submarine Detection Investigation Committee)

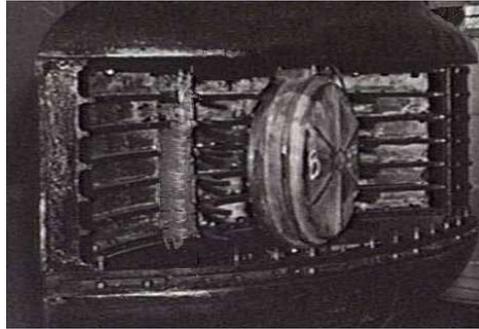


Figure 16 : Coupe du dôme immergé d'un ASDIC

Le mode A en échographie médicale fut la première méthode utilisée en ultrasons médicaux. Il permet de déterminer la profondeur d'un organe ainsi que sa dimension. Il est parfois appelé mode amplitude. Le système mesure les différents pics du signal rétrodiffusé. La hauteur de ces pics et leurs instants d'arrivée traduisent la position ainsi que la nature des différentes interfaces anatomiques. Cette technique, en grande partie obsolète, est encore utilisée pour la densimétrie osseuse.

Le premier diagnostic utilisant le principe du mode A ultrasonore fut réalisé dans le cerveau par le Dr. Karl Dussik durant la fin des années 30. Il nomma les images ainsi réalisées des « hyperphonographies ». Il essayait alors de détecter des tumeurs du cerveau et fut le premier à découvrir des anomalies du crâne, des tissus et des fluides corporels par l'utilisation des ultrasons.

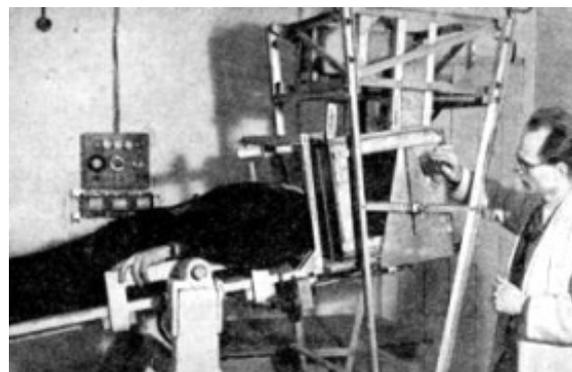


Figure 17 : L'hyperphonographe du Dr. Dussik en 1946

Sa méthode utilisait deux transducteurs immergés dans l'eau placés de part et d'autre du patient. L'un était utilisé en transmission, le second en réception. La tête du patient était également partiellement immergée. Il transmettait des ondes sonores avec une récurrence connue et enregistrait les échos sur

du papier thermo inscriptible. Bien que ces expériences ne fussent pas concluantes, Dussik posa les bases des travaux futurs en ultrasons médicaux.

La technique de Dussik fut reprise et perfectionnée au cours des années 40 par le Dr. George Ludwig pour des applications abdominales. Il fut le premier à découvrir des calculs biliaires grâce au mode A. Il expérimenta systématiquement les différents organes à diverses fréquences mettant l'échographie médicale sur la voie de ses applications futures.

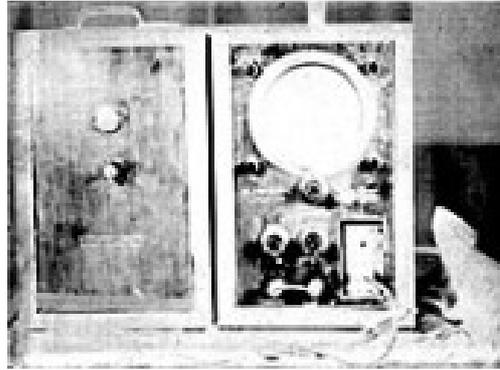


Figure 18 : Le système du Dr Ludwig pour la détection des calculs biliaires

Le premier diagnostic significatif obtenu grâce aux techniques ultrasonores fut réalisée par le Dr. Ian Donald, de l'université de Glasgow. Utilisant un système de détection de fissure dans les métaux, il réalisa les premières échographies vaginales. Il diagnostiqua chez une patiente supposée atteinte de cancer de l'estomac jugé inopérable, un kyste ovarien. Une fois celui-ci retiré, la patiente retrouva la santé. Ce résultat heureux donna ses premières lettres de noblesse aux ultrasons médicaux. Le Dr. Donald, véritable pionnier de l'échographie obstétrique inventa par la suite le mode B, ou « mode de brillance » qui rendirent le mode A obsolète. Nous décrivons ce mode d'imagerie, le plus répandu à l'heure actuelle, dans les parties suivantes.



Figure 19 : Le Dr. Donald et le système NE 4102. Un des tous premiers échographes industriels.

## 2.4. Imagerie multi capteurs

Vers la fin des années 60, les progrès continus de l'électronique aussi bien en performance qu'en intégration, l'amélioration des techniques d'usinage des transducteurs, ont permis d'envisager l'utilisation d'antenne multi éléments. Il devient alors possible de contrôler indépendamment chacun de ces éléments, en leur appliquant des lois de retards spécifiques, par exemple, ou des pondérations, ouvrant la voie vers l'imagerie acoustique bidimensionnelle. Ces méthodes appliquées industriellement aboutirent aux développements du mode B en échographie médicale et du sondeur multifaisceaux en acoustique sous-marine.

### 2.4.1. Formation de voie et traitement d'antenne

Avec les méthodes mono voie, présentées précédemment il était obligatoire, pour imager plusieurs lignes du milieu, de déplacer la sonde. Il était alors impossible d'obtenir une coupe bidimensionnelle de la zone à imager de façon instantanée. L'apparition des systèmes multi voies à permis l'utilisation de la focalisation électronique pour pallier à ce manque.

Cette méthode, appelée aussi formation de voies, permet de favoriser l'insonification (émission) ou l'observation (réception) d'une zone privilégiée de l'espace. En champ lointain, cette zone est en fait une direction du plan d'imagerie.

Les techniques de formation de voies sont une branche d'une discipline beaucoup plus large nommée traitement d'antenne (Kopp L. , 2003). Le pointage électronique d'antenne grande devant la longueur d'onde confère au système une plus grande sensibilité ainsi qu'une sélectivité spatiale et fréquentielle.

La nécessité des réseaux de capteurs est apparue lorsque la solution de pointage mécanique de l'antenne s'est révélée impraticable, soit en raison de la taille de l'antenne, soit en raison de l'application. En émission, cela consiste à concentrer, par la formation de voie, la puissance disponible vers un point particulier de l'espace. En réception, la puissance issue d'un point particulier donnera le maximum de puissance en sortie de la formation de voie.

Cette méthode consiste à appliquer un retard équivalent à la différence de marche entre les différents éléments de l'antenne et la zone où l'on souhaite focaliser la puissance émise.

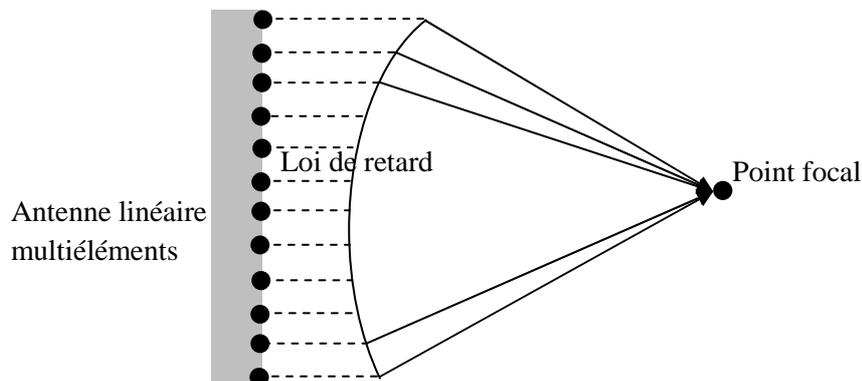


Figure 20 : Principe de la focalisation électronique

La manipulation linéaire (somme, pondération) des signaux acquis ou à émettre dans le milieu, s'apparente à une opération de filtrage équivalent au filtrage numérique de signaux électriques. On parle, dans le cas de signaux reçus ou à émettre par une antenne, de filtrage spatial. La formation de voies est un filtrage spatial particulier.

On s'intéresse dans un premier temps à la formation de voie en réception. Soit  $s_k(t)$ , le signal reçu par le capteur k de l'antenne, alors le signal de sortie du filtre spatial s'écrit :

$$s^f(t) = \sum_{k=1}^N s_k(t - \tau_k)$$

avec N, le nombre de capteurs de l'antenne et  $\tau_k$  le retard appliqué au kème capteur.

Supposons que l'on souhaite imager un point particulier de l'espace P(x,y,z) et soit  $(x_k, y_k, 0)$ , les coordonnées du capteur k et que l'origine O soit le centre de l'antenne. La formation de voie consiste à mettre en phase l'ensemble des échos provenant du point P sur les différents capteurs. Le retard à appliquer est donc :

$$\tau_k(P) = \frac{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + z^2}}{c}$$

Selon que le point P se situe en zone de Fresnel ou de Fraunhofer de l'antenne, ce retard peut s'écrire :

$$\tau_k^{Fresnel}(P) = \frac{z}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x-x_k}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y-y_k}{z} \right)^2 \right)$$

$$\tau_k^{Fraunhofer}(P) = \frac{z}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2 + y^2}{z^2} + \frac{1}{2} \frac{xx_k + yy_k}{z^2} \right)$$

Dans le cas d'un système d'imagerie bidimensionnel :  $y=0$  et  $y_k=0$ , ces relations deviennent :

$$\tau_k^{Fresnel}(P) = \frac{z}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x-x_k}{z} \right)^2 \right) = A_{CP} + B_{CP}x_k + C_{CP}x_k^2$$

$$\tau_k^{Fraunhofer}(P) = \frac{z}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{z^2} + \frac{1}{2} \frac{x}{z^2} x_k \right) = A_{CL} + B_{CL}x_k$$

On voit que pour une imagerie de champ proche, la loi de retard sera une loi parabolique tandis qu'il s'agit d'une simple rampe pour l'imagerie de champ lointain.

De plus, considérons un point P' de coordonnées  $(\alpha x, 0, \alpha z)$ , c'est-à-dire sur la même direction, par rapport à la normale à l'antenne que le point P. Alors :

$$\tau_k^{Fraunhofer}(P') = \frac{\alpha z}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{z^2} + \frac{1}{2} \frac{x}{\alpha z^2} x_k \right) = A_{CL}' + B_{CL}x_k$$

On voit que le coefficient directeur de la loi de retard à appliquer en champ lointain ne varie pas avec la profondeur sur une même direction du plan d'imagerie. Cette constatation est très importante dans le contexte de l'optimisation de la qualité de l'image et de la cadence d'imagerie. Puisqu'une loi focale est valable pour toute une direction de l'espace en champ lointain et pour un point uniquement en champ proche, le nombre de filtres nécessaires à la reconstruction d'une image bidimensionnelle, par exemple de  $N \times M$  pixels ( $N$  directions,  $M$  échantillons) sera de  $N \times M$  en champ proche et de  $N$  seulement en champ lointain.

Par réciprocité, pour des techniques d'imagerie focalisées à l'émission et à la réception, le nombre de tirs nécessaires pour une qualité d'image optimale sera de  $N \times M$  en champ proche contre  $N$  seulement en champ lointain. Nous reviendrons par la suite sur ces considérations.

L'utilisation de ces techniques de traitement d'antenne a permis l'utilisation de l'imagerie acoustique pour des applications nouvelles, telles que :

- La réalisation de profil sismique grâce aux méthodes de migration.
- la cartographie sonar du fond océanique en océanographie.
- L'imagerie diagnostic des tissus humains.

#### 2.4.2. Imagerie par focalisation dynamique

L'application de la formation de voie sur un système multi capteurs permet de sélectionner l'énergie reçue provenant d'une direction de l'espace. On parle de sélectivité spatiale. C'est cette propriété du traitement d'antenne qui est utilisée en imagerie active.

Il existe plusieurs façons de réaliser une image multi capteurs du milieu selon le type d'émission utilisée. Pour une insonification omnidirectionnelle, la focalisation dynamique à la réception permettra en un seul tir d'imager toute la zone éclairée. Pour une insonification focalisée, seule la zone autour du foyer du faisceau émis pourra être imagée.

Les schémas ci-dessous décrivent ces deux méthodes extrêmes d'imagerie :

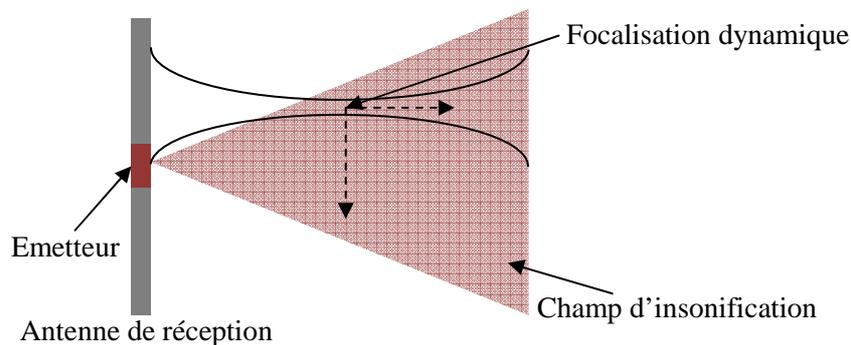


Figure 21 : Principe de l'imagerie par émission omnidirectionnelle

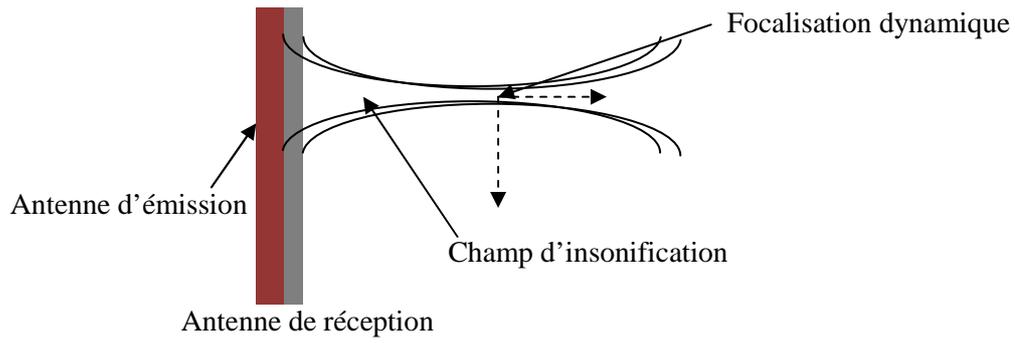


Figure 22 : Principe de l'imagerie par émission focalisée

Nous discuterons dans les paragraphes suivants des avantages et inconvénients respectifs des différentes méthodes.

### 2.4.3. Le sondeur multifaisceaux

Le sondeur multifaisceaux est un système de sonde acoustique dépointable. C'est-à-dire que la direction du faisceau émis peut-être modifiée par application de lois de retard appropriées. Ce faisant, il est possible d'établir des sondes sur le fond océanique avec une « fauchée » beaucoup plus importante qu'un sondeur mono-élément.

Les premiers sondeurs multifaisceaux furent développés originellement pour des applications militaires au cours de la fin des années 50. Leur utilisation par l'US Navy pour la cartographie de vastes étendues de fonds océaniques remonte aux années 70. Des compagnies civiles telles que SeaBeam, Atlas, Simrad ou Reson développèrent alors des systèmes pouvant être montés sur des coques de bateaux de plus en plus petits.

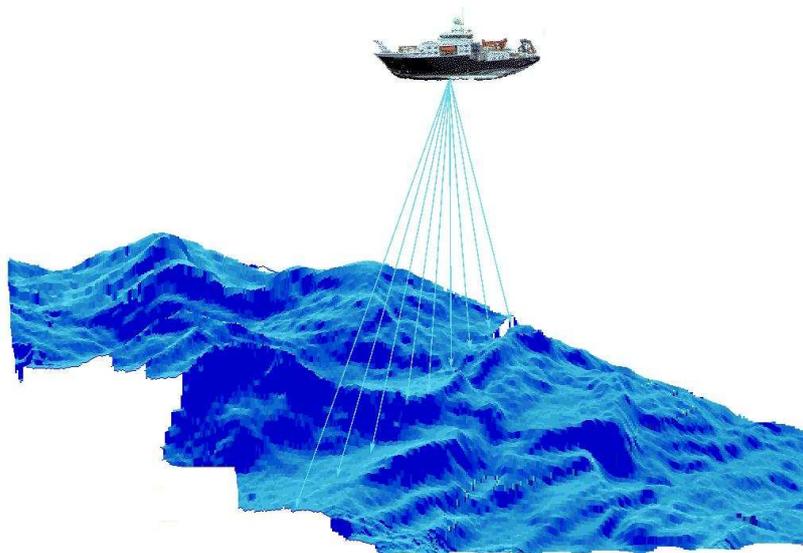


Figure 23 : Principe du sondeur multifaisceaux

Avec l'amélioration des technologies dans les années 1980 et 1990, des systèmes plus hauts en fréquences dédiés à des cartographies hautes résolutions virent le jour et sont aujourd'hui couramment utilisés par les services hydrographiques du monde entier. Aujourd'hui, la cartographie n'est plus la seule application des sondeurs multifaisceaux, ils sont couramment utilisés pour l'exploration pétrolière, l'inspection de câbles sous-marins ou l'aide à la pêche industrielle.

L'amélioration de ces systèmes concerne essentiellement l'angle de recouvrement, la portée, le nombre de faisceaux et la résolution du système.

#### 2.4.4. Le mode B en imagerie médicale

L'imagerie de mode B (pour « brightness ») ou imagerie 2D, fut mise au point dans les années 60 par l'équipe du Pr. Donald (Donald, 1958). Elle consiste à réaliser une carte 2D des tissus biologiques. Ces premières méthodes consistaient à déplacer physiquement le transducteur autour du patient et les premières améliorations des systèmes concernèrent les bras articulés qui déplaçaient le transducteur.

Il fallut attendre la fin des années 60 pour voir apparaître les premières antennes piézoélectriques multiéléments, dites phased-array ainsi que leurs électroniques de pointage associées (Somer, 1968). Les premiers systèmes multiéléments permirent une révolution analogue entre, le mode A et le mode B, à celle réalisée entre le sondeur mono-faisceau et le sondeur multi-faisceaux en acoustique sous-marine. Du fait que cette méthode d'imagerie soit basée sur la brillance, elle-même liée au caractère échogène du milieu, dans un plan de coupe, il devient enfin possible de distinguer des structures biologiques telles qu'un fœtus, un organe ou encore une tumeur.

La position de chaque pixel est déterminée par le temps de vol de l'onde acoustique entre le centre de phase de la sous-antenne d'émission et la position du capteur considéré.

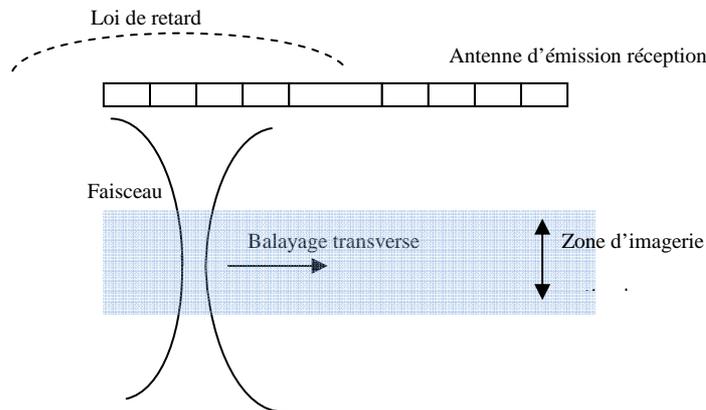


Figure 24 : Principe de fonctionnement du mode B en échographie médicale

L'émission du mode B est réalisée de façon focalisée. L'opérateur détermine une distance focale et le système reconstruit une ligne de l'image par focalisation dynamique à partir des signaux acquis. Le tir suivant concerne une ligne adjacente et ainsi de suite. On parle également d'imagerie par balayage électronique.



Figure 25 : Image de fœtus réalisée par mode B

Les images sont rendues en niveau de gris, le blanc concernant les zones fortement échogènes (os, calculs,...), le noir représentant les zones faiblement échogènes (sang, kyste,...).

Le mode B est encore couramment utilisé sur les systèmes échographiques actuels. Il est généralement complété par les modes Doppler couleur et Power Doppler. Ce mode est, pour certaines applications, remplacé par les modes d'imagerie 3D.

#### 2.4.5. Quelques valeurs comparatives dans le cadre de la thèse

	Acoustique sous-marine (sonar)	Echographie médicale
<b>Fréquence</b>	~100kHz	~3MHz
<b>Champ proche/ Champ lointain</b>	~30m	~20cm
<b>Atténuation</b>	A 100kHz : 30 dB/km	A 3MHz : 1.5dB/cm
<b>Résolutions visées</b>	~10cm	~1mm
<b>Zones imagées</b>	5°x300m	10cmx10cm
<b>Cadence</b>	~1Hz	~100Hz

On voit donc ici que l'échographie médicale est essentiellement une imagerie de champ proche contrairement au sonar en acoustique sous-marine.

## Chapitre 3 – Compromis Cadence - Contraste en Imagerie Active

---

### 3. Compromis cadence-contraste en imagerie active

Dans ce chapitre, nous décrivons les paramètres permettant d'évaluer la qualité d'une image avant de décrire le problème du compromis cadence/contraste et de le situer dans la cadre de la théorie des systèmes linéaires.

#### 3.1. Critère de qualité d'une image

Les différentes techniques d'imagerie s'inscrivent dans une optimisation de leur performance et du choix d'un compromis entre celles-ci. Cette partie traite plus particulièrement de l'imagerie bidimensionnelle et des critères de qualification de la qualité d'un système d'imagerie.

##### 3.1.1. Fonction de diffraction ponctuelle

La réponse spatiale en émission-réception d'un système imageur pour une cible ponctuelle unique est déterminée par la fonction de diffraction ponctuelle. Celle-ci correspond à la convolution spatiale des réponses impulsionnelles spatiales des sous-antennes d'émission et de réception. Ceci se justifie par le fait qu'une telle cible ponctuelle puisse être considérée comme une fonction de Dirac,  $\delta(x_p, y_p, z_p)$ , et que le système soit linéaire.

La réponse spatiale en émission-réception d'une cible ponctuelle est également nommée fonction de diffraction ponctuelle (ou PSF, « Point Spread Function ») ; celle-ci peut être vue comme l'image que le système réaliserait si le milieu ne contenait qu'une unique cible ponctuelle.

Dans ce qui suit nous allons calculer la fonction de diffraction ponctuelle de ce que nous considèrerons plus tard comme les deux extrêmes de l'imagerie active, à savoir :

- Un système à émission omnidirectionnelle et à réception focalisée
- Un système focalisé en émission et en réception

Considérons une antenne linéaire de  $N$  éléments espacés de  $d_i$ , la distance inter capteurs et dont la dimension de chaque élément est petite devant la longueur d'onde. On pose  $O$ , l'origine du repère  $(x,y,z)$  comme étant le centre de l'antenne. Alors, la réponse impulsionnelle de l'antenne, de longueur  $L=N*d_i$ , pour une focalisation dans l'axe et après discrétisation de l'équation (2.27), s'écrit :

$$h(P_0, t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \frac{1}{2\pi\sqrt{(x_0 - nd_i)^2 + z_0^2}} \left( \delta \left( t - \frac{\sqrt{(x_0 - nd_i)^2 + z_0^2}}{c} \right) \right)$$

Soit :

$$h(P_0, t) \approx \frac{1}{2\pi z_0} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \left( \delta \left( t - \frac{\sqrt{(x_0 - nd_i)^2 + z_0^2}}{c} \right) \right)$$

Cette série ne comprend pas de développement simple. Elle peut cependant être déterminée numériquement à l'aide du logiciel Field (Jensen, 1996) :

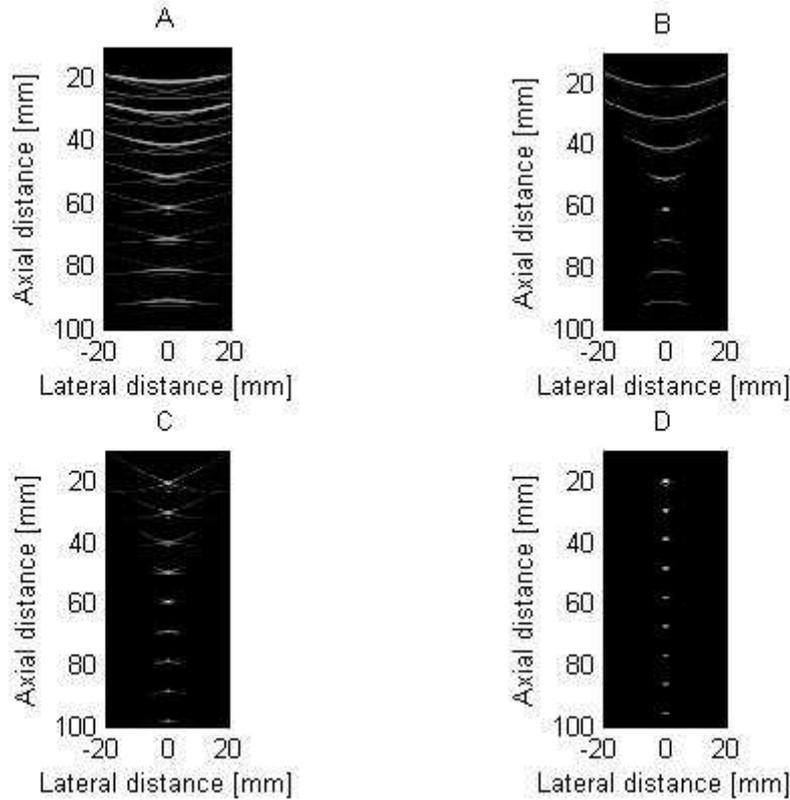


Figure 26 : Fonction de diffraction ponctuelle pour différentes profondeurs et différentes configurations. Simulation Field2. A : Réception focalisée à 60mm. B : Emission et réception focalisée à 60mm. C : Emission focalisée à 60mm et focalisation dynamique à la réception. D : Focalisation dynamique en émission et réception.

Dans la Figure 26 plusieurs configurations sont modélisées. L'antenne est une antenne linéaire de 128 échantillons fonctionnant à 5MHz et de pas inter capteur d'une demi-longueur d'onde. Le signal émis est un train d'onde de deux oscillations.

Dans la configuration A, aucune loi de retard n'est appliquée à l'émission, c'est-à-dire que tous les émetteurs émettent en phase. La réception est focalisée sur le point (0, 0, 60mm).

Dans la configuration B, la même loi de retard est appliquée à l'émission et à la réception.

Dans la configuration C, L'émission conserve la même loi de retard mais on applique une focalisation dynamique. C'est-à-dire que chaque pixel est reconstruit en considérant la loi de retard adaptée à ce pixel. C'est le mode B de l'échographie médicale.

La configuration D représente la méthode optimale en termes de qualité de l'image du procédé d'imagerie. Chaque pixel est imagé par émission et réception focalisée sur celui-ci. Cette méthode est évidemment la plus coûteuse en nombre de tirs (un par pixel) mais présente une qualité d'image optimale.

On voit sur la Figure 26 que ces fonctions de diffractions ponctuelles sont caractéristiques des performances d'un système d'imagerie. Elles permettent, en pratique, de quantifier les différents paramètres de qualité de l'image a priori. Nous allons décrire dans la partie suivante ces différents critères ainsi que leurs expressions théoriques. Ils nous serviront par la suite de moyens de comparaison entre les différentes méthodes d'imagerie proposées.

Expérimentalement, la fonction de diffraction ponctuelle se mesure en formant l'image par le système d'une cible ponctuelle en champ libre. Cette notion de cible ponctuelle dépend de la longueur d'onde considérée. Pour les systèmes sonars HF, généralement autour de la centaine de kilohertz, la cible est une bouée lestée ou un « corner reflector » acoustique<sup>3</sup>. Dans le cas des systèmes échographiques, fonctionnant généralement à quelques MHz, il s'agit d'un fil de nylon ou métallique.

Afin de simuler des scènes plus complexes et représentatives des tissus biologiques on caractérise généralement les systèmes échographiques en utilisant des fantômes de calibrations échographiques. Ce sont des blocs de matériaux gélatineux au sein desquels sont inclus des fils échogènes censés représenter des lésions et des tubes remplis de fluides anéchoïques, censés représenter des kystes ou les vaisseaux. Selon leur taille, on observera des cibles ponctuelles ou « étendues ». L'image ci-dessous représente une image typique d'un tel système (obtenue sur le fantôme D70). Une description complète du dispositif expérimental est fournie dans l'Annexe 3.

---

<sup>3</sup> *Idem que le « coin-cube » radar.*

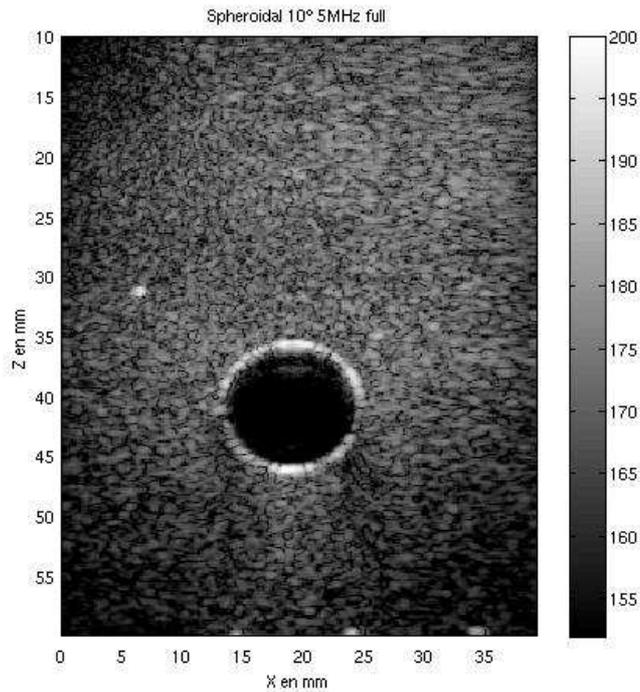


Figure 27 : Image ultrasonore, Fréquence=5MHz. On observe une cible ponctuelle en (X=6mm et Z=32mm). Phantom D70 (cf. Annexe 3)

Afin d'illustrer les différents paramètres de qualification d'une image échographique, nous les quantifierons sur l'image de la Figure 27.

### 3.1.2. Résolution

Elle caractérise l'aptitude d'un système à discerner deux cibles de même échogénéicité. Elle est déterminée par la mesure de l'espacement minimum entre deux points cibles isolables.

Une de ces mesures est l'ouverture du lobe principal de la fonction de diffraction ponctuelle à  $10 \text{ dB}^4$  dans les deux directions de l'espace (largeur du lobe et du pulse). Il existe donc deux résolutions de détail caractéristiques, la résolution latérale et la résolution axiale. Sa mesure est généralement effectuée sur des cibles ponctuelles : fil de nylon en échographie médicale, corner reflector en acoustique sous-marine.

Dans notre cas, l'étude de la résolution sur la cible à trente millimètres nous donne les courbes suivantes :

<sup>4</sup> Le critère utilisé en imagerie radar est l'ouverture à 3dB, valeur pour laquelle l'intensité reçue est diminuée de moitié.

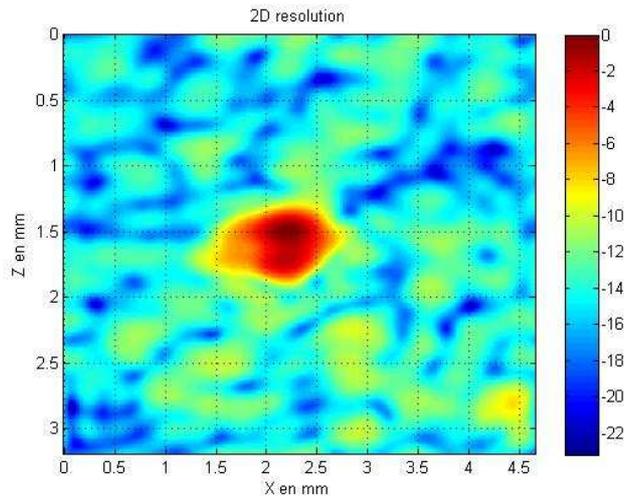


Figure 28 : Résolution 2D d'une cible située en X=2.2mm et Z=1.5mm. (Point Spread Function)

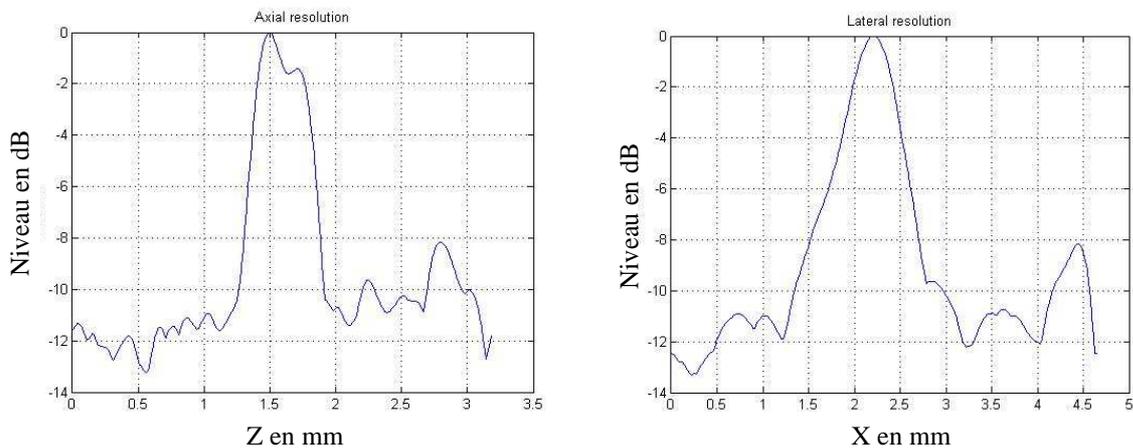


Figure 29 : Résolution axiale et latérale du système. Ici : 0.7x1.4 mm

Le fait que la résolution d'un système soit déterminée par la taille du lobe de la fonction de diffraction ponctuelle montre que celle-ci n'est pas constante avec la portée du système imageur (ou pénétration), puisque la réponse de l'antenne varie avec la profondeur.

De plus, celle-ci dépend de l'émission autant que de la réception. La résolution d'une imagerie de mode B (choix d'une distance focale puis balayage électronique) sera optimale autour de la distance focale puis rapidement dégradée en s'éloignant de celle-ci (cf. Figure 26b).

### Expression analytique en champ lointain

Pour un système fonctionnant en champ lointain, il est possible de déterminer une expression analytique de la résolution, en considérant l'ouverture à mi-hauteur du diagramme échographique (produit du diagramme de directivité de l'antenne d'émission et de réception). Dans ce cas :

$$\delta_{latérale}^{CL} = R \frac{\lambda}{L}$$

avec  $R$  la distance entre la zone imagée et l'antenne.  $L$ , la longueur de l'antenne et  $\lambda$ , la longueur d'onde.

On voit que cette résolution se dégrade avec la distance. Certaines méthodes synthétiques telles que le sonar à antenne synthétique visent à rendre cette résolution invariante avec la distance à l'antenne.

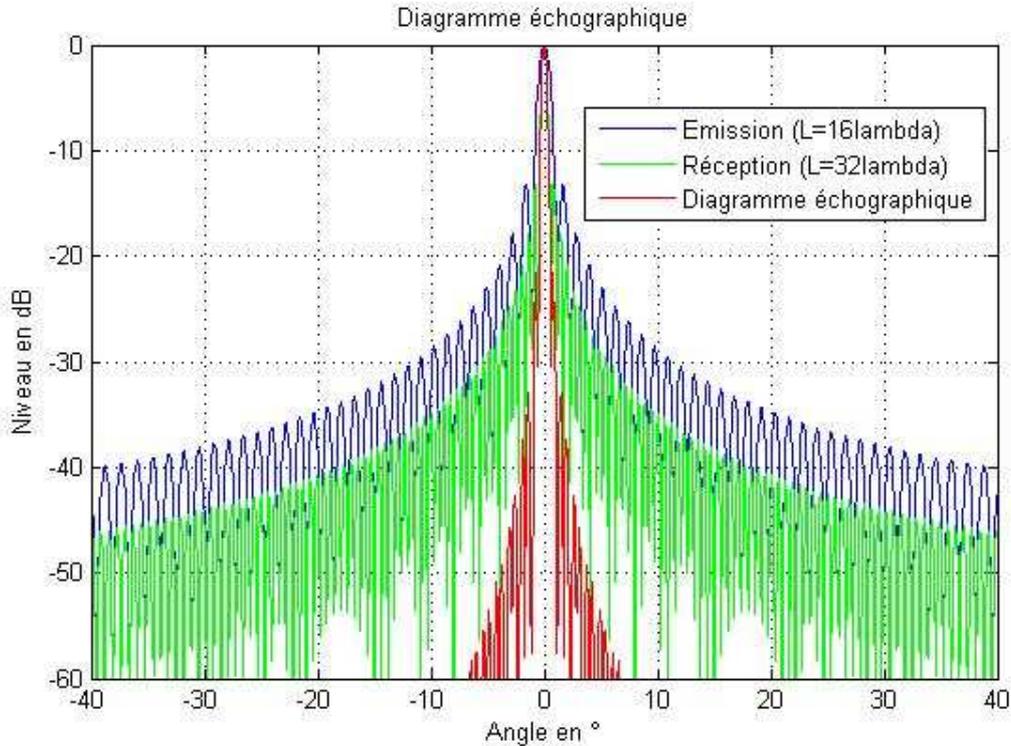


Figure 30 : Exemple de diagrammes échographiques. En vert, le diagramme de directivité de l'antenne d'émission ( $L=16\lambda$  à 1MHz), en bleu, celui de l'antenne de réception ( $L=32\lambda$  à 1MHz). En rouge, le produit des deux, appelé, diagramme échographique.

### Cas d'une émission codée temporellement

On parle d'une émission codée temporellement lorsque les signaux émis ne sont plus de simples pulses ou trains d'onde (bursts). Dans ce cas particulier où les signaux transmis sont codés (par exemple en fréquence) puis décodés par filtrage adapté (convolution des signaux reçus par le signal émis idéal), la résolution axiale n'est plus donnée par la largeur du pulse mais par la largeur du pic de corrélation. Dans le cas d'un chirp, modulation linéaire en fréquence (d'amplitude constante et de durée  $T$ ), très couramment utilisée en acoustique sous-marine et en radar :

$$e(t) = A \sin \left\{ 2\pi \left[ f_0 + m \frac{t-T}{2} \right] t \right\} \quad \text{si } 0 < t < T$$

La fréquence varie donc de  $f_0 - m \frac{T}{2}$  à  $f_0 + m \frac{T}{2}$ , soit une largeur de bande de  $B = mT$ .

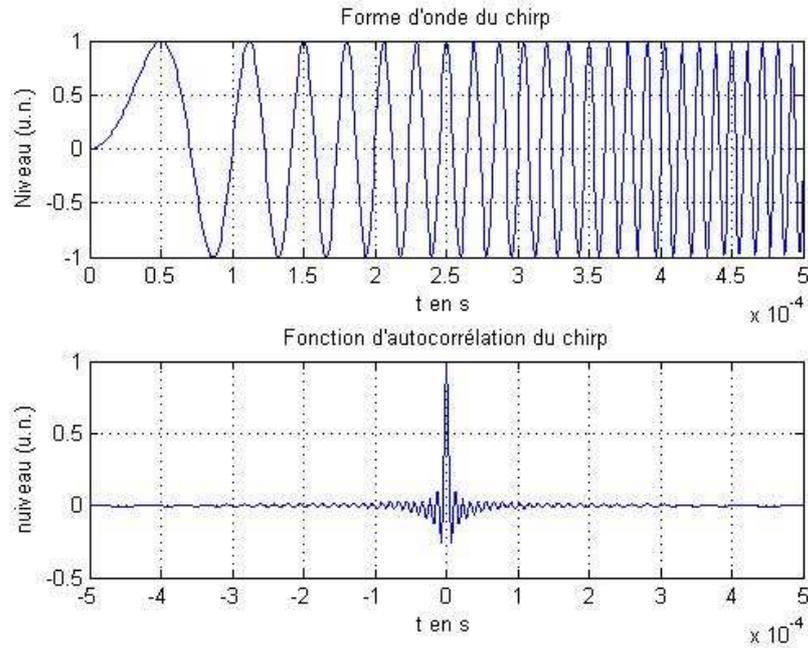


Figure 31 : Forme d’onde (durée 0.5ms) et fonction d’autocorrélation d’un chirp

Dans ce cas la résolution axiale, ou largeur du pic de convolution à mi-hauteur vaut :

$$\delta_{axial}^{chirp} = \frac{c}{2B}$$

et ne dépend donc que de la largeur de la bande. Pour le système SHADOWS (cf. Annexe 4), la bande est de 30kHz, soit une résolution axiale de 2.5cm.

### 3.1.3. Contraste

La notion de contraste comporte deux acceptations différentes selon que l’on parle d’acoustique sous-marine ou d’échographie médicale.

#### *Contraste au sens acoustique sous-marine*

Une caractéristique essentielle des sonars pour application chasse aux mine est d’être des systèmes à visée latérale. Aussi un objet posé sur le fond aura une ombre. Le contraste en acoustique sous-marine traduit la « qualité » de cette ombre. C’est-à-dire le niveau de signal perçu comme rétrodiffusé depuis la zone que l’on souhaite imager mais qui ne provient pas effectivement de cette zone. On parle de signal hors-axe. Cet artefact aura pour effet extrême, dans le cas où la zone à imager est en fait une ombre située derrière une cible, de dégrader le contraste entre cette zone et la cible. Or, c’est précisément ce contraste qui est à la base de la détection et de la classification des objets par les sonaristes. Ce contraste, dit de « réverbération sur ombre » est donc critique en acoustique sous-marine.

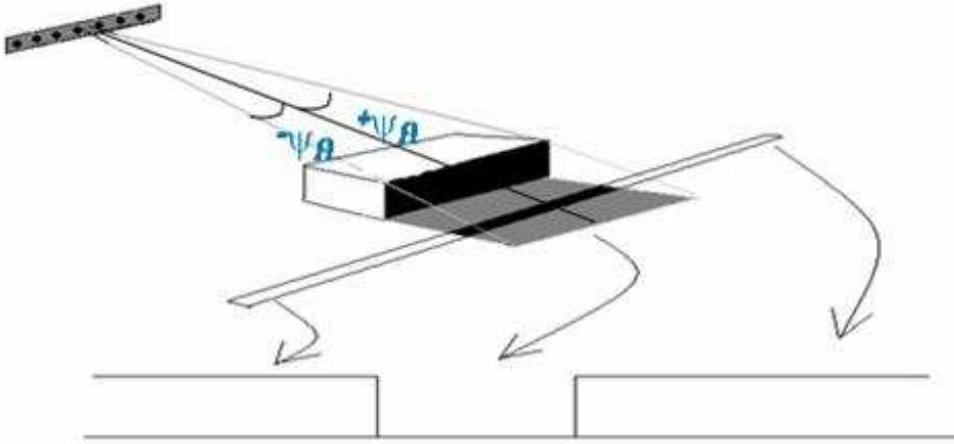


Figure 32 : Définition du contraste sur ombre. Le signal provenant de la zone  $\pm\psi_a$  est parfaitement nul dans un système d'imagerie actif idéal, c'est-à-dire en l'absence de bruit d'origine thermique.

Cette notion est également importante en échographie médicale pour l'imagerie de tissus contenant des zones faiblement échogènes telles que le sang. Par exemple, pour l'imagerie du cœur ou des artères. On parle dans ce cas de rapport signal à « clutter », le terme clutter traduisant ici le signal hors-axe<sup>5</sup>.

Dans le cas d'un système imageur bidimensionnel en champ lointain, le calcul analytique de ce contraste consiste à déterminer le niveau reçu provenant d'une distance  $r$  (ou à un instant  $t=r/c$ ) :

$$s(r) = \int_{\theta} l(\theta)h(\theta, r)p(\theta)d\theta$$

Avec  $h(\theta, r)$ , l'échogénéicité du milieu (fonction image), qui peut être vu comme la réponse impulsionnelle du milieu à une émission acoustique provenant de l'antenne.  $l(\theta)$  directivité de l'antenne de réception et  $p(\theta)$  la valeur du champ émis dans la direction considérée (en tenant compte du niveau d'émission, des pertes par propagation ainsi que de la directivité en site et de l'angle d'incidence dans le cas d'un imageur sonar).

En supposant un fond sous-marin, ou un tissu biologique, incohérent, nous pouvons faire une sommation en énergie pour connaître le niveau moyen rétrodiffusé :

$$\langle s^2(r) \rangle = E \left( \int_{\theta_1} l(\theta_1)h(\theta_1, r)p(\theta_1)d\theta_1 \int_{\theta_2} l(\theta_2)h(\theta_2, r)p(\theta_2)d\theta_2 \right)$$

D'où le niveau de réverbération :

$$\langle s^2(r) \rangle = \int_{\theta} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r)p^2(\theta)d\theta$$

<sup>5</sup> En imagerie radar, notons que le terme de « clutter » a une définition différente. Il est souvent synonyme de chatoiement (speckle) et correspond à des zones imagées homogènes.

Dans le cas d'une ombre (sonar) ou d'une zone d'échogénéicité nulle (ou rétrodiffusant des signaux de niveaux faibles devant la source de bruit prépondérante), nous obtenons la même intégrale mais avec suppression du niveau de rétrodiffusion dans le secteur de pointage.

On suppose une zone d'ombre de deux fois l'angle  $\theta_{\text{ombre}}$ , on obtient alors,

$$\langle n^2(r) \rangle = \langle s^2(r) \rangle - \int_{-\theta_{\text{ombre}}}^{\theta_{\text{ombre}}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta$$

D'où nous déduisons le contraste :

$$C = 20 \log_{10} \left( 1 - \frac{1}{\langle s^2(r) \rangle} \int_{-\theta_{\text{ombre}}}^{\theta_{\text{ombre}}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta \right)$$

C'est-à-dire :

$$C = 20 \log_{10} \left( 1 - \frac{\int_{-\theta_{\text{ombre}}}^{\theta_{\text{ombre}}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta}{\int_{\theta} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta} \right)$$

On voit donc que le contraste dépend à la fois du champ rayonné (p), de la scène considérée (l) et du filtrage spatial choisi en réception (h).

Une façon expérimentale de le mesurer, en échographie médicale, consiste à considérer une scène contenant une zone anéchoïque, par exemple un tube rempli d'eau noyé dans un gel (pour le cas de notre image référence) et de déterminer le ratio entre le niveau moyen des pixels (ou brillance) dans la zone considérée comme anéchoïque au niveau moyen du speckle entourant cette zone. Cette mesure est réalisée à des profondeurs d'images suffisamment faibles pour pouvoir négliger le bruit.

$$CTR = 20 \log_{10} \left( \frac{\langle L_{\text{anecho}} \rangle}{\langle L_{\text{fond}} \rangle} \right)$$

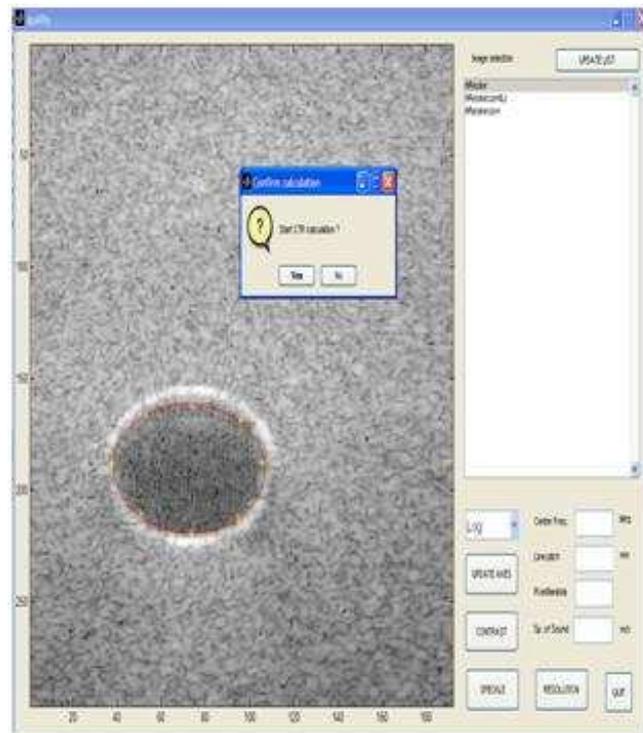


Figure 33 : Exemple de calcul de contraste sur ombre. Le calcul du contraste dans la zone anéchoïque donne : CTR ~ 15dB

On voit que les sources de clutter sont directement liées aux fonctions de directivité du système en émission et en réception, à savoir les lobes secondaires et les lobes réseaux. Les erreurs faites sur la célérité du son dans les tissus (aberrations) et donc les calculs des temps de vol sont également sources de dégradation du contraste.

#### *Contraste au sens de l'échographie médicale*

En échographie médicale la notion de contraste traduit la capacité du système à déceler des différences d'échogénéicité entre deux régions voisines. La présence de speckle rend la détection de faibles variations d'échogénéicité difficile. Pour cela, on définit le contraste par considération de la statistique du speckle.

Celle-ci est déterminée par deux grandeurs caractéristiques du speckle ultrasonore : sa moyenne et sa variance.

Afin de les déterminer, on calcule la matrice de corrélation d'une zone de speckle. L'ouverture du lobe principal nous donnant la taille moyenne du speckle, et la variation étant donnée par la déviation standard.

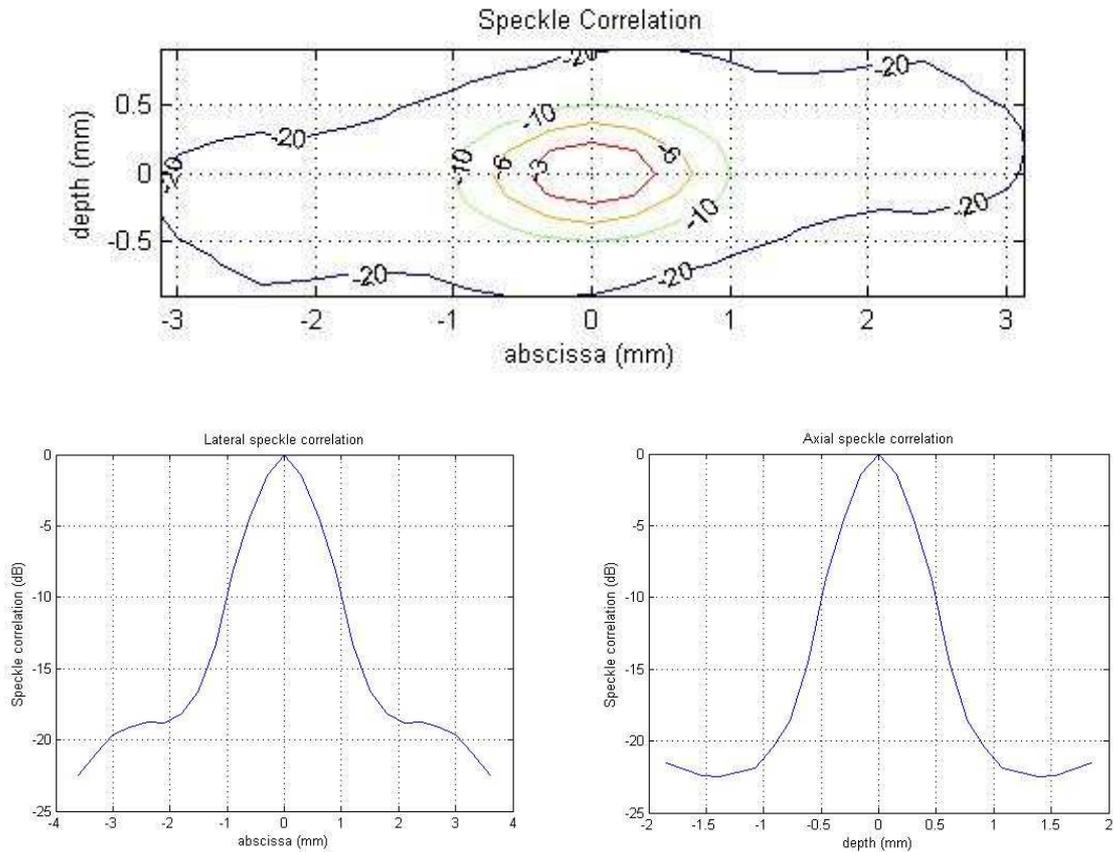


Figure 34 : Corrélation du speckle sur l'image de référence

### 3.1.4. Portée et pénétration

La portée en imagerie de surface (ou pénétration en imagerie de volume), désigne la distance maximale que le système est capable d'imager. Cette distance est déterminée par le rapport signal sur bruit minimal que l'algorithme de reconstruction est capable de traiter. Usuellement, on considère un rapport signal à bruit minimal de dix décibels.

L'équation du sonar permet d'évaluer la portée (resp. la pénétration) d'un système imageur (cf. 2.3.6). A titre d'exemple, nous déterminerons la portée d'un exemple de systèmes pratiques :

#### Portée d'un sonar latéral

Considérons un sonar de fréquence centrale 50kHz. La puissance électrique disponible est de 500W et le rendement électroacoustique est de 50%. L'antenne d'émission et de réception sont les mêmes et ont une longueur active de 2m. Dans ce cas le niveau émis est de 213 dB(ref.1μPa@1m).

A 50kHz, le coefficient d'absorption est de 15dB/km pour une eau à 10°C. Le coefficient de rétrodiffusion sur un fond sableux est de -30dB.

On considère des récepteurs d'impédance maximale de 1kΩ et une sensibilité hydrophonique de 180dB(ref.1V/μPa).

Enfin, on considère un gain de traitement de 10dB.

Dans ce cas, on observe une portée de 1500m :

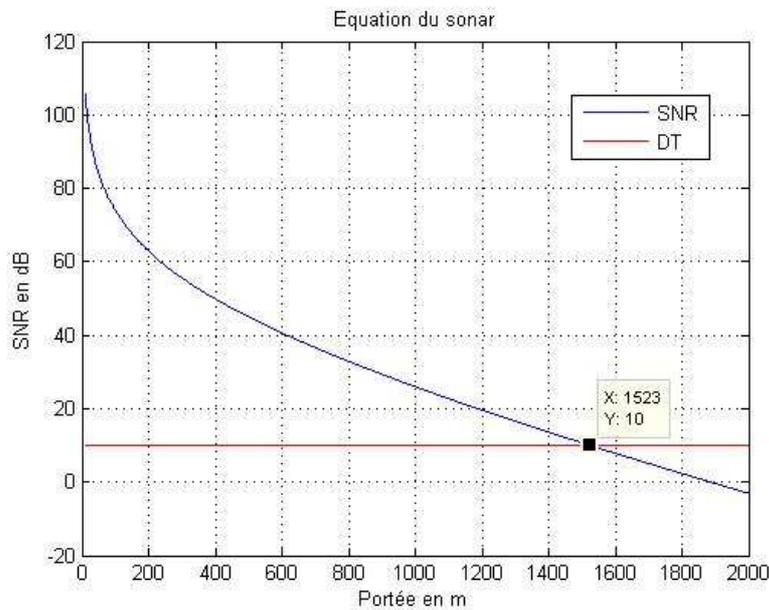


Figure 35 : Détermination de la portée d'un sonar latéral

### Portée d'un échographe

Pour un échographe fonctionnant à une fréquence central de 3MHz, l'absorption dans un tissu graisseux est de 2dB/cm (Szabo, 2004). Pour un niveau acoustique transmis typique de 190dB, un niveau de bruit propre de 50dB (généralement lié à l'antenne) et un coefficient de rétrodiffusion de -40dB (faible rupture d'impédance), la profondeur de pénétration d'un tel système est d'une vingtaine de centimètres.

On détermine expérimentalement la profondeur de pénétration d'un échographe par calcul de la corrélation entre deux acquisitions identiques. Usuellement, la limite de pénétration est donnée pour une corrélation inférieure à 0.8. On estime qu'en dessous de ce seuil, les deux acquisitions successives sont suffisamment décorrélées pour correspondre à du bruit.

### 3.1.5. Cadence physique et cadence système

La cadence (ou frame rate) caractérise la capacité d'un système à imager une scène en mouvement. C'est la mesure du mouvement le plus rapide décelable. Elle est définie par la relation suivante :

$$R_f = \frac{1}{T}$$

Avec  $R_f$  le nombre d'images par seconde,  $T$  le temps nécessaire pour générer une image complète.

On distingue deux types de cadences différentes, le premier est intrinsèque à la méthode d'imagerie utilisée, on parle de cadence physique. La seconde dépend de la puissance de calcul du système et du type d'algorithme de reconstruction choisi. On parle de cadence système. Celle-ci ne constitue pas une

limitation « physique » et est susceptible d'évoluer avec l'amélioration et l'intégration croissante des éléments électroniques et informatiques des systèmes imageurs. Par la suite on parlera de cadence pour aborder la cadence physique.

La grande majorité des méthodes d'imagerie nécessite plusieurs tirs d'émission pour réaliser une image complète de la scène. Pour le mode B en échographie médicale ou le sondeur multifaisceaux, ce nombre est égal au nombre de lignes formées. Dans la suite on notera  $N_t$ , le nombre de tirs nécessaires pour réaliser une image.

Si on nomme  $D$  la profondeur de l'image, c'est-à-dire la distance la plus éloignée de l'antenne que le système soit capable d'imager, et  $c$  la célérité du son dans le milieu, il vient :

$$R_f = \frac{c}{2DN_t}$$

Il convient de préciser ici que le nombre de tirs nécessaires pour une image de champ proche obtenue par focalisation à l'émission et à la réception, dont nous avons montré qu'elle était de qualité optimale en terme de résolution et de contraste, nécessitera un nombre de tirs égal au nombre de pixels de l'image, ce qui dégrade considérablement la cadence.

Typiquement la cadence d'un système échographique est de plusieurs dizaines à quelques centaines de Hertz. Compte tenu des portées recherchées, un système sonar de chasse aux mines réalise généralement moins d'une image par seconde.

### 3.2. Technique d'amélioration de la qualité de l'image

Depuis l'apparition des premiers systèmes d'imagerie multiéléments dans les années 1970 : sondeurs multifaisceaux en acoustique sous-marine et mode B en échographie médicale, de nombreuses méthodes ont été mises au point, visant à améliorer la qualité de l'image en termes de résolution et de contraste.

#### 3.2.1. Sondeur multi-faisceaux à croix de Mills (Acoustique Sous-Marine)

Ce type de configuration fut originellement développé pour la radioastronomie. L'objectif étant de réduire la taille de la tache focale dans les deux directions de l'espace orthoscopique. Pour cela on utilise une propriété des antennes bidimensionnelles dit l'effet croix de Mills :

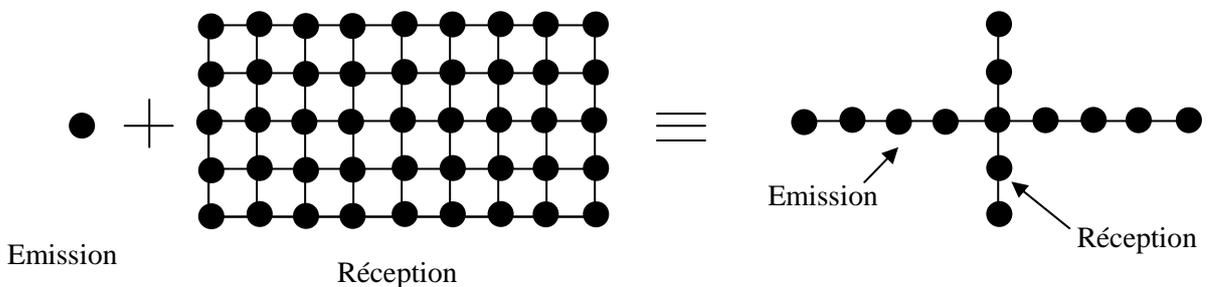


Figure 36 : Effet croix de Mills

L'intérêt d'une telle configuration est qu'elle permet d'obtenir des contrastes et résolutions performants dans les deux directions du plan orthoscopique pour un nombre limité de capteurs (deux antennes linéaires au lieu d'une matrice complète).



Figure 37 : Sondeur multi-faisceaux à croix de Mills (iXSea)

### 3.2.2. Méthode multi-focus (Echographie)

Nous avons vu que l'imagerie de mode B était optimale autour de la distance focale choisie uniquement (2.5.1). Une méthode d'imagerie a été proposée afin de pallier ce défaut. Elle consiste à émettre plusieurs tirs pour reconstruire la même ligne. On parle de méthode multifocus. Elle présente l'avantage d'offrir une résolution optimale sur une plus grande profondeur mais l'inconvénient d'augmenter le nombre de tirs nécessaires pour imager la scène.

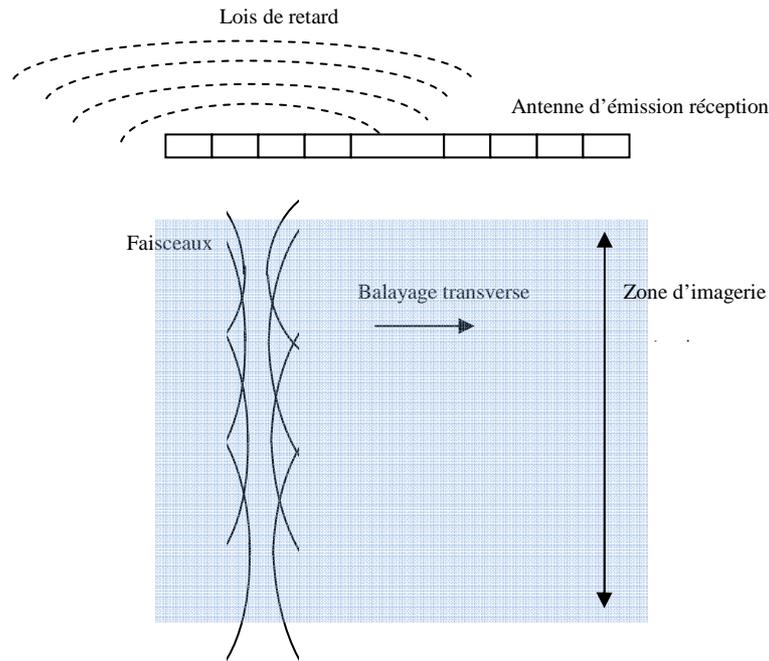


Figure 38 : Principe de l'imagerie multifocus

### 3.2.3. Sonar à antenne synthétique (Acoustique Sous-Marine)

Nous avons vu dans ce qui précède que la résolution dépend de la longueur de l'antenne. Cependant celle-ci est limitée par des contraintes de mise en œuvre diverses : encombrement, coût, maniabilité. Pour certaines applications, où le déplacement du porteur est quasi-linéaire, il est possible d'utiliser le déplacement de l'antenne physique pour reconstruire une antenne virtuelle plus large. C'est le cas du sonar latéral remorqué.

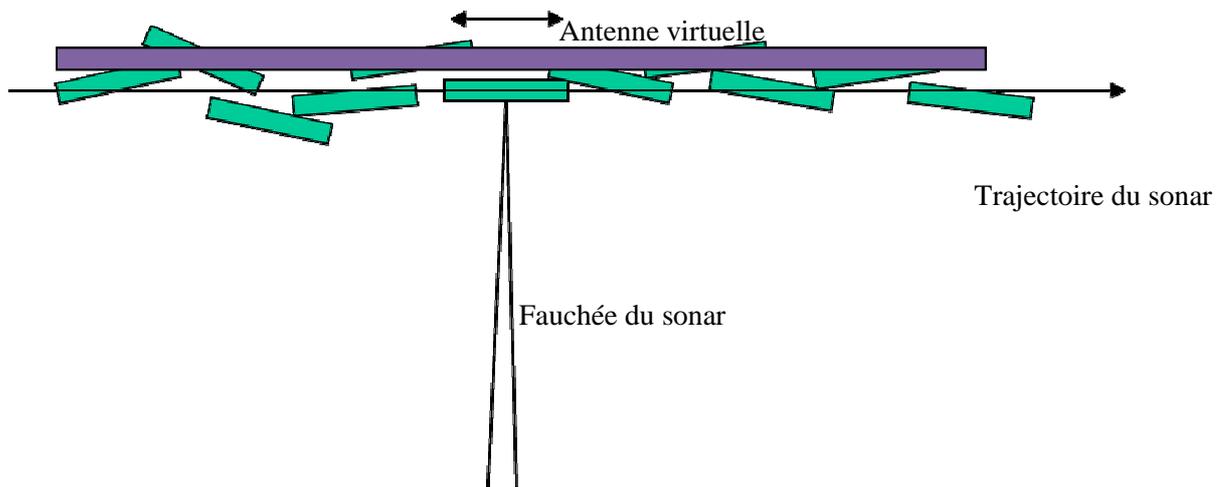


Figure 39 : Principe du sonar à antenne synthétique

Un intérêt particulier d'un tel procédé est qu'en adaptant la taille de l'antenne virtuelle à la portée, la résolution devient indépendante de celle-ci. En effet, pour pouvoir intégrer l'antenne, il faut que les signaux reçus sur les capteurs soient cohérents. C'est-à-dire que la partie des signaux synthétisés correspondent à la même "empreinte" d'émission.

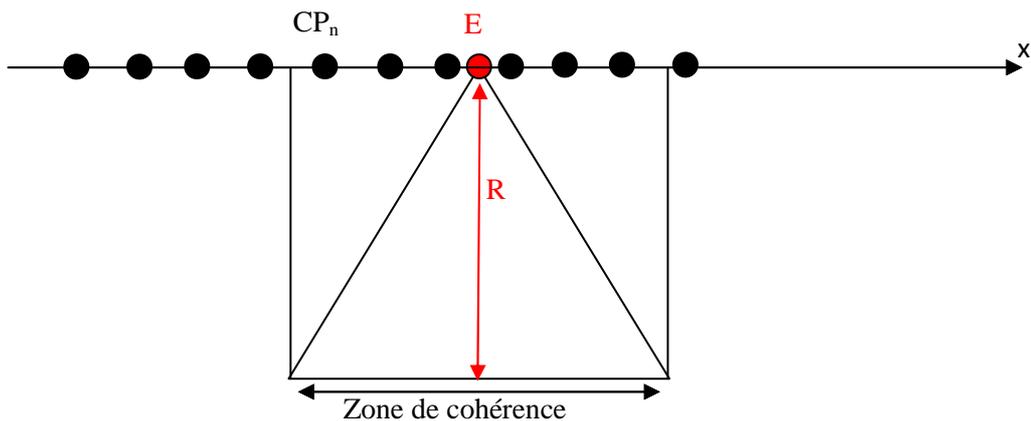


Figure 40 : Zone de cohérence d'un imageur synthétique

Les capteurs en cohérences pour cette zone de l'image sont donc compris dans des abscisses :

$x \in \left[ -\frac{\lambda}{2L_e} R; \frac{\lambda}{2L_e} R \right]$  avec  $L_e$ , la longueur de l'antenne d'émission. La taille de l'antenne synthétique

est donc déterminée par l'antenne d'émission :  $L_s = \frac{\lambda}{L_e} R$

En remplaçant dans l'expression de la résolution dans le cas synthétique, on obtient :

$$\delta_{az}^{synth} = \frac{\lambda}{2 \frac{\lambda}{L_e} R} R = \frac{L_e}{2}$$

Ce qui signifie bien que la résolution d'un sonar à antenne synthétique ne dépend ni de la portée, ni de la longueur d'onde, mais uniquement de la longueur de l'antenne d'émission.

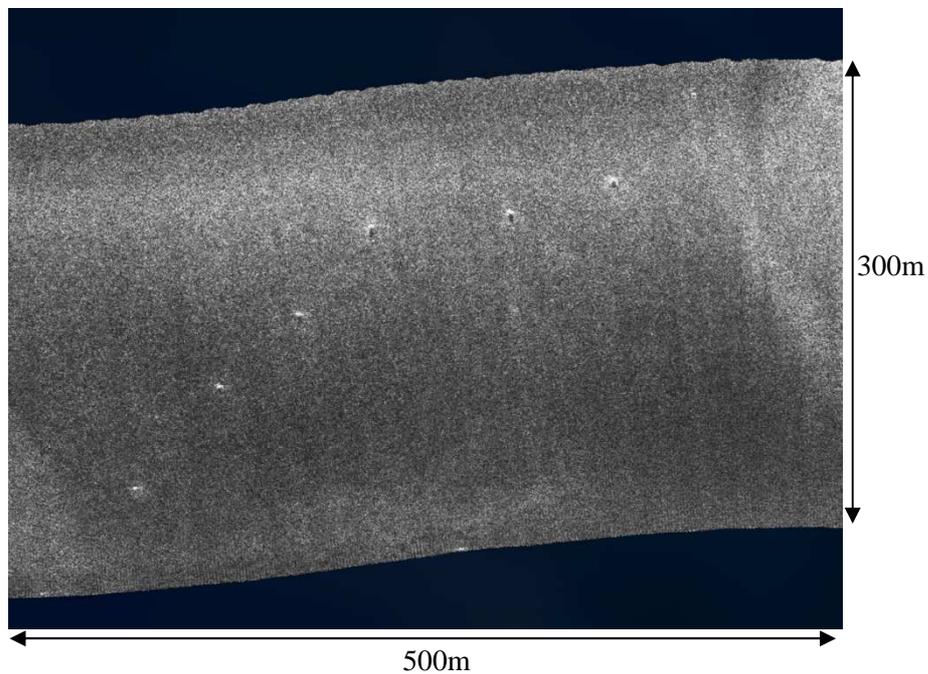


Figure 41 : Illustration de la constance de la résolution dans le cadre d'un sonar à antenne synthétique (les cibles de la scène sont toutes des plots de 1m x 1m x 1m)

### **3.2.4. Méthode de synthèse non-cohérente (Echographie)**

Comme nous l'avons décrit précédemment le phénomène de speckle est dû aux interférences constructives et destructives du signal rétrodiffusé. Il réduit la quantité d'information discernable sur l'image. Le speckle en imagerie acoustique ou optique cohérente peut être réduit de diverses façons telles que l'imagerie multi fréquentielle ou la composition spatiale synthétique non cohérente (synthetic compound). Ces méthodes de réduction du speckle impliquent une sommation d'images dont les speckles sont différents. Dans le cas de l'imagerie multi-fréquentielle les images sommées ont été acquises pour des fréquences d'insonification différentes. Dans le cas du synthetic compound, les images sommées ont été acquises après déplacement de l'antenne et donc la scène est observée sous différents angles. Pour des angles de vues suffisamment différents entre deux acquisitions, les images formées deviennent partiellement ou complètement incohérentes. L'intérêt de la réduction du speckle est qu'elle permet une meilleure définition des contours des structures ainsi qu'une amélioration du rapport signal à bruit. Cependant elle engendre également une dégradation de la résolution du fait de l'effet de filtrage passe-bas induit par la sommation incohérente.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> Il est intéressant de noter que cette technique (Spatial Synthetic Compound) est analogue au « filtrage en sous-bandes » de l'imagerie radar.

### 3.3. Technique d'amélioration de la cadence

L'amélioration de la résolution temporelle d'un système d'imagerie active répond à divers besoins opérationnels. Elle permet notamment la visualisation de phénomènes rapides tels que les mouvements de valves en cardiologie, la propagation d'onde de cisaillement en élastographie des tissus ou encore l'étude des distributions des vitesses individuelles dans les bancs de poissons. Diverses méthodes ont été développées dans ce sens.

#### 3.3.1. Méthode Ultrafast

Ce mode d'imagerie, également appelé mode onde plane, consiste à élargir à l'extrême le faisceau d'émission en excitant l'ensemble des éléments de l'antenne d'émission en phase. On génère ainsi une onde plane en champ proche de la largeur de l'antenne d'émission. L'intérêt d'une telle approche est qu'elle permet d'insonifier l'ensemble du milieu en un seul tir et donc permet par formation de voies à la réception, l'imagerie de ce milieu. Ce mode couramment répandu dans les sonars, du fait que la zone insonifiée est relativement petite angulairement, se développe également en échographie médicale dans le cadre des méthodes élastographiques (Bercoff, 2004).

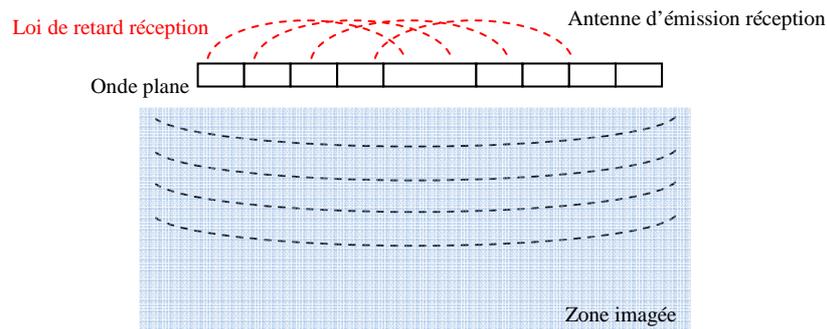


Figure 42 : Méthode onde plane

Cette méthode d'imagerie permet d'atteindre des cadences de 1000 images par seconde pour des profondeurs de pénétration de 60mm. La contrepartie d'une telle cadence est la dégradation de la résolution et de la cadence de l'image réalisée. En effet le diagramme échographique ne bénéficie plus ici que de la focalisation à la réception.

Cette dégradation peut être limitée par l'émission de faisceaux larges et par la reconstruction des lignes insonifiées. On parle de méthode multiligne.

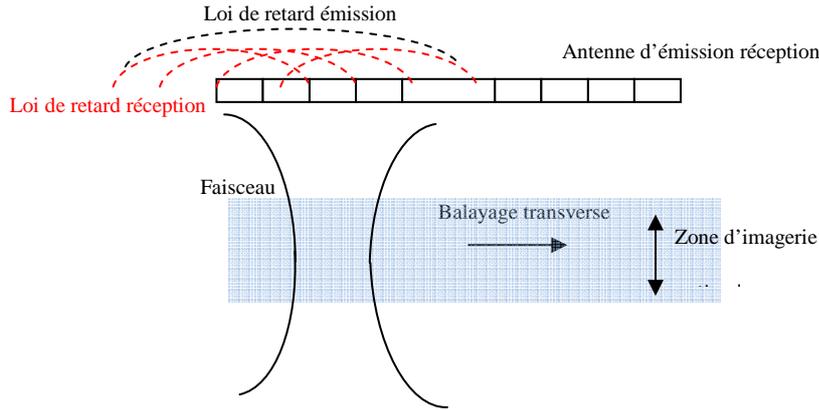


Figure 43 : Méthode multiligne

### 3.3.2. Méthode multibeam

Les dégradations liées à l'approche multiligne peuvent être réduites par l'émission de plusieurs faisceaux fins simultanés. On parle de méthode multibeam. Cette méthode consiste à focaliser simultanément plusieurs faisceaux ultrasonores le long de lignes distinctes séparées dans l'espace. Afin de limiter au mieux les interférences entre les faisceaux, la distance entre ces lignes est choisie pour être la plus grande possible dans les limites de la taille de l'antenne. La séquence est ensuite répétée en décalant les lignes de proche en proche. La cadence d'imagerie se trouve alors multipliée par un facteur égal au nombre de faisceaux émis simultanément (Bercoff, 2004).

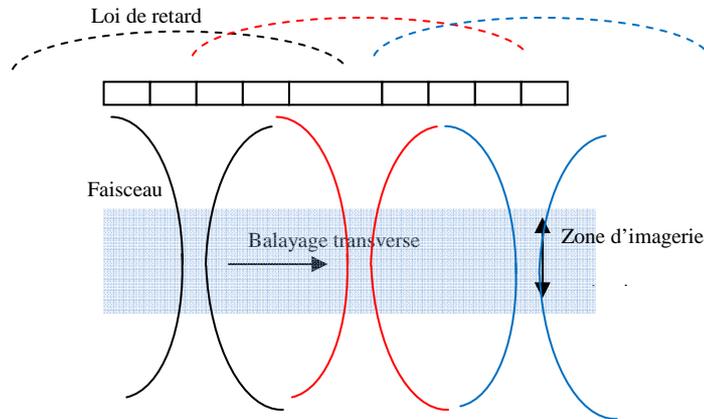


Figure 44 : Méthode multibeam

### 3.3.3. Codage temporel

Le nombre de tirs à l'émission peut être considérablement réduit par l'utilisation de code temporel sur le signal émis. Cette méthode consiste à insonifier simultanément le milieu par plusieurs signaux temporels orthogonaux entre eux, c'est-à-dire dont le coefficient d'intercorrélacion est le plus faible possible.

Les codes utilisés peuvent être des codes orthogonaux temporellement ou fréquentiellement. C'est-à-dire que leurs contenus spectraux peuvent être communs ou dissociés.

#### Codes à spectre commun

La première méthode utilise des codes hérités des techniques de télécommunication et fut appliquée à l'imagerie biomédicale par (O'Donnell, 1992) puis (Chiao & Thomas, 2000). Cette méthode avait originellement pour objectif l'amélioration du pouvoir de pénétration des systèmes par augmentation du rapport signal à bruit grâce au filtrage adapté. Elle fut ensuite appliquée à l'imagerie forte cadence par (Misaridis & Jensen, 2005) puis (Gran & Jensen, 2005). La qualité de la résolution axiale d'un tel système dépend grandement des propriétés d'auto-corrélacion des codes utilisés. De plus, la capacité à dissocier les signaux provenant de codes d'émission différents réside dans la faible inter-corrélacion des codes quelque soient les décalages en phases considérés. Dans le cas contraire on parle de phénomène de diaphonie (ou cross-talk) entre les codes considérés.

Différents types de codes furent introduits visant à l'optimisation de différents paramètres :

- Les codes de Barker sont des successions de  $N$  termes  $a_j$ , égaux à  $+1$  ou  $-1$ , tels que :

$$\left| \sum_{j=1}^{N-v} a_j a_{j+v} \right| \leq 1$$

Ces codes présentent des autocorrélacions dont les lobes secondaires sont de niveaux faibles. Typiquement le ratio entre le niveau du lobe principal et le lobe secondaire est de  $1/N$ . Malheureusement il existe très peu de ces codes et leur utilisation permet uniquement une amélioration de la pénétration.

- Les codes de Golay sont des paires de séries binaires de  $N + 1$  ou  $-1$  qui satisfont la condition :

$$a(n) * a(-n) + b(n) * b(-n) = 2N\delta(n)$$

Avec  $\delta(n)$  le symbole de Kronecker. Les paires de Golay ont pour intérêt de présenter des lobes secondaires d'autocorrélacion nuls. Cependant cette méthode nécessite deux acquisitions de la même zone par les deux séries de Golay complémentaires, ce qui réduit la cadence d'autant.

- Les codes de modulation fréquentielle linéaire (ou chirp) :

Ces codes ont été présentés précédemment (cf. 3.1.2). Ils consistent à générer des chirps de durée et de bandes différentes au sein d'une bande de fonctionnement. Les gains de traitement des différents codes, à savoir le produit entre la largeur de la bande utilisée et la durée du code, étant égaux, l'intérêt d'une telle méthode est qu'elle permet la génération d'une grande variété de codes qui pourront ensuite être utilisés simultanément pour améliorer la cadence. La contrepartie de cette méthode est que chacun des codes aura une durée ou une bande différente. C'est-à-dire, que chacune des acquisitions présentera une résolution ou une pénétration différente.

Enfin les niveaux des lobes secondaires du filtrage adapté présentent souvent des limitations importantes en termes de contraste sur l'image finale.

### Codes à spectre dissociés

Il s'agit de diviser la bande totale du système en N sous-bandes et de transmettre N codes modulés en fréquence (Chirp). L'intérêt d'une telle méthode se manifeste lorsque le nombre de capteurs élémentaires est limité. Elle permet, par l'utilisation d'antenne lacunaire, de résoudre l'ambiguïté angulaire tout en conservant une résolution intéressante.

Les systèmes sonars se prêtent avantageusement à ce genre de méthode, car la résolution axiale de ce genre de système est généralement nettement inférieure à la résolution azimutale. La Figure 45 représente une image obtenue avec un sonar frontal à codage à spectre dissocié (Mosca & Jean, 2007) :

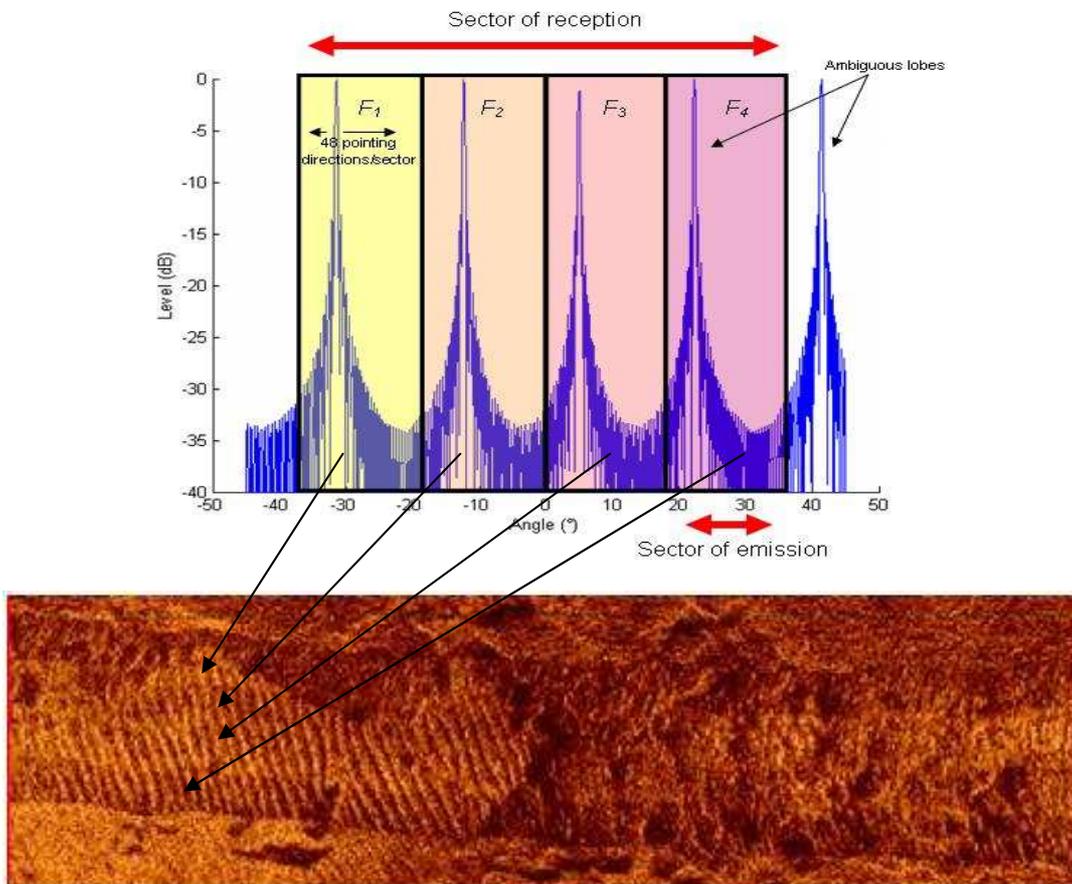


Figure 45 : Principe du sonar frontal à secteur fréquentiel (iXSea)

### 3.4. Compromis cadence-contraste

L'ensemble des méthodes présentées précédemment propose soit un gain de la qualité de l'image au détriment de la cadence soit un gain en cadence au détriment du contraste. Les diagrammes ci-dessous reprennent les performances de ces différentes méthodes d'un point de vue purement qualitatif. Cette présentation ne prétend pas établir une quantification rigoureuse des différentes techniques d'imagerie mais propose une illustration de mon compromis entre qualité d'image et cadence.

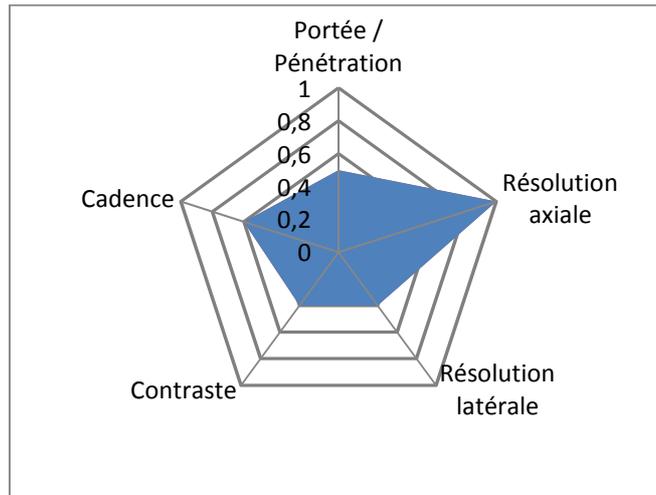


Figure 46 : Mode B

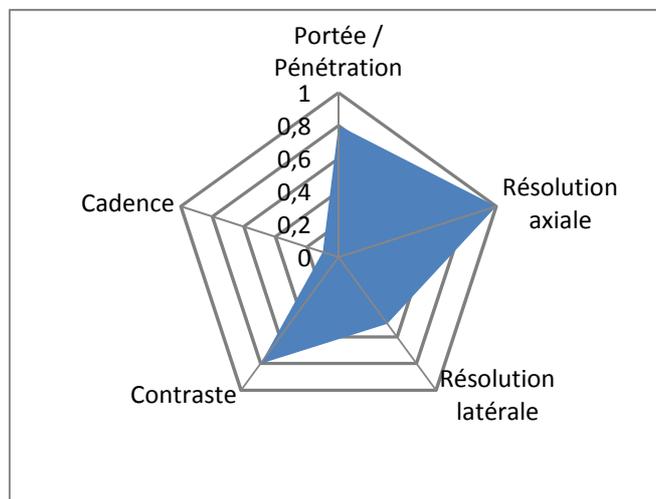


Figure 47 : Multifocus

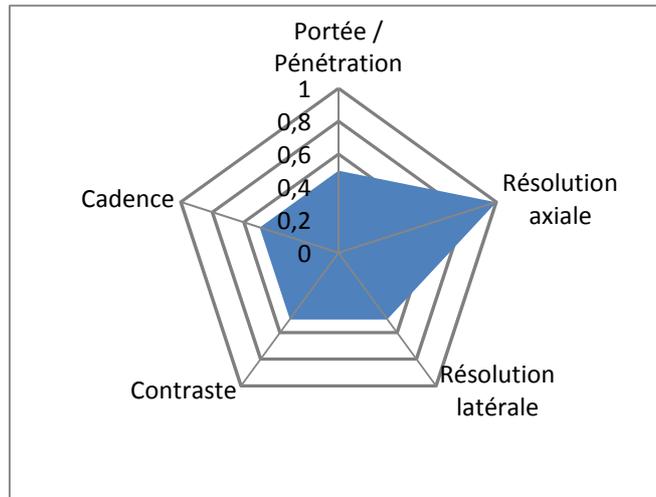


Figure 48 : Sondeur multifaisceaux à croix de Mills

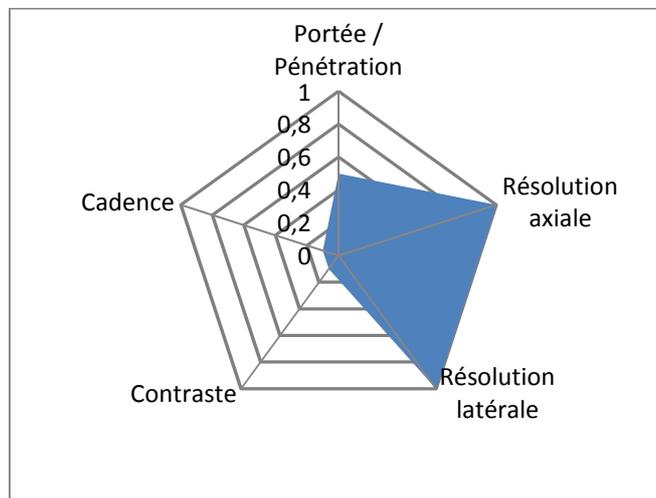


Figure 49 : Sonar à antenne synthétique

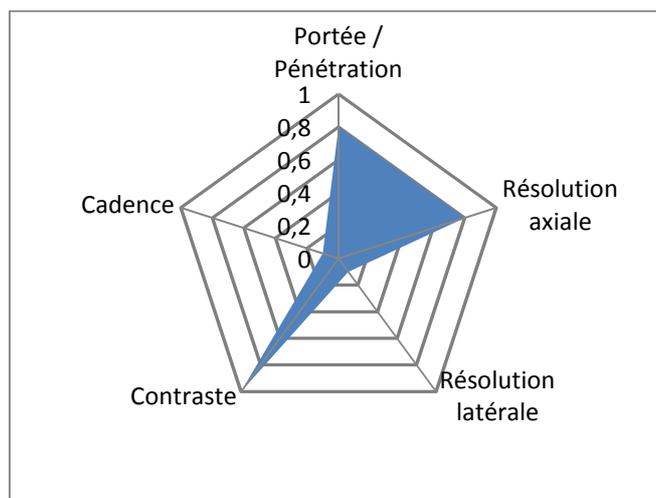


Figure 50 : Synthèse non cohérente

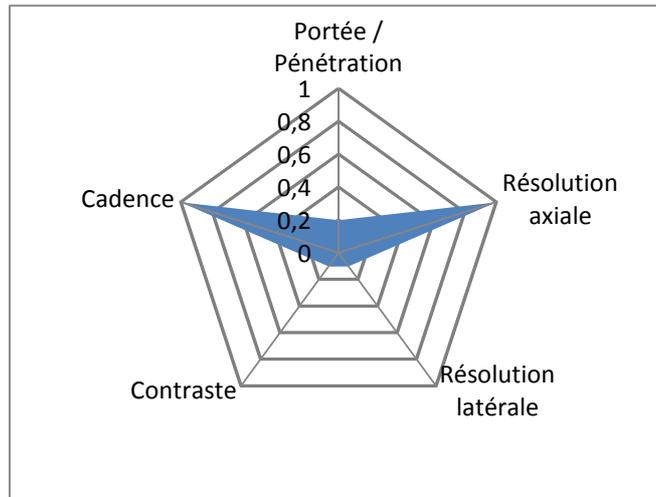


Figure 51 : Méthode Ultrafast

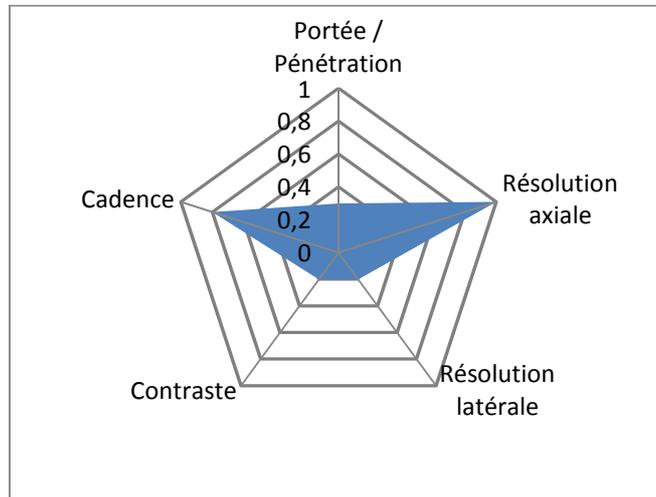


Figure 52 : Méthode multiligne

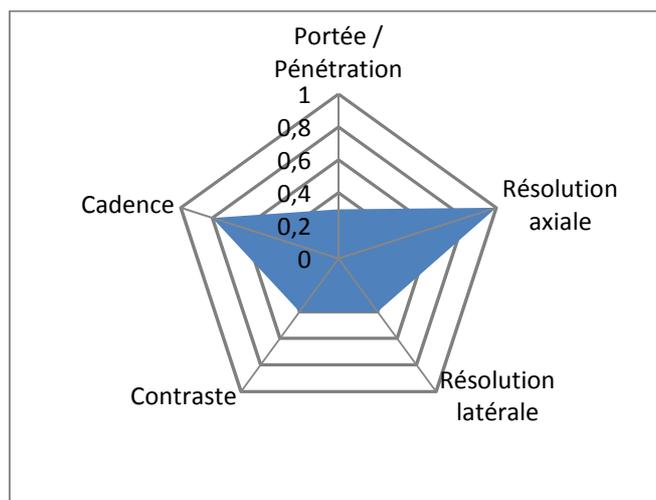


Figure 53 : Méthode multibeam

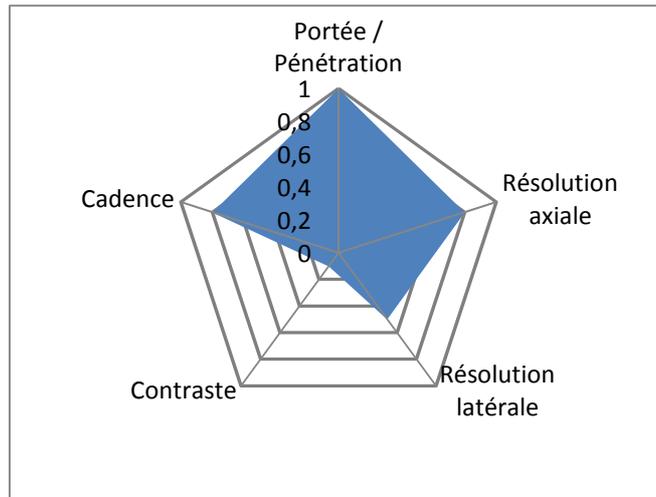


Figure 54 : Codage temporel à spectre commun

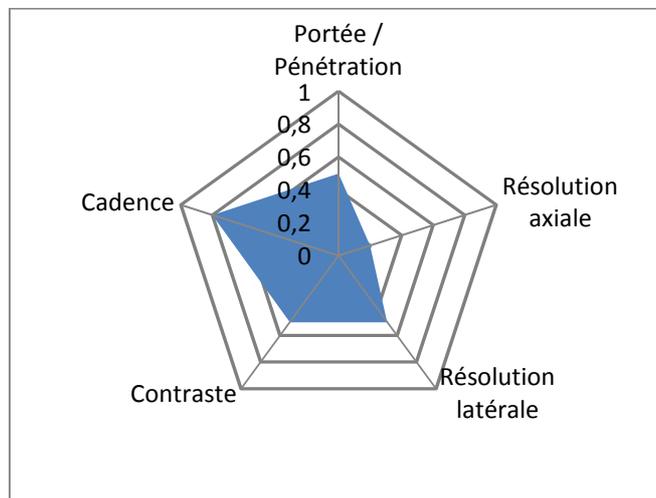


Figure 55 : Codage temporel à spectre dissocié

On voit sur les différents graphiques précédents que cadence et contraste sont équilibrés pour les méthodes traditionnelles : mode B et sondeur multifaisceaux. Il apparaît ainsi clairement que l'optimisation d'une de ces deux caractéristiques se fait au détriment de l'autre. Une façon d'illustrer l'origine de ce phénomène est de considérer les diagrammes échographiques de différentes configurations d'imagerie. Il apparaît en fait que l'une des origines de la diminution du contraste ou de la résolution latérale est l'ouverture du faisceau d'émission. Or, il s'avère inévitable que l'accroissement de la cadence du système d'imagerie ne puisse se faire sans une augmentation de l'ouverture de ce faisceau.

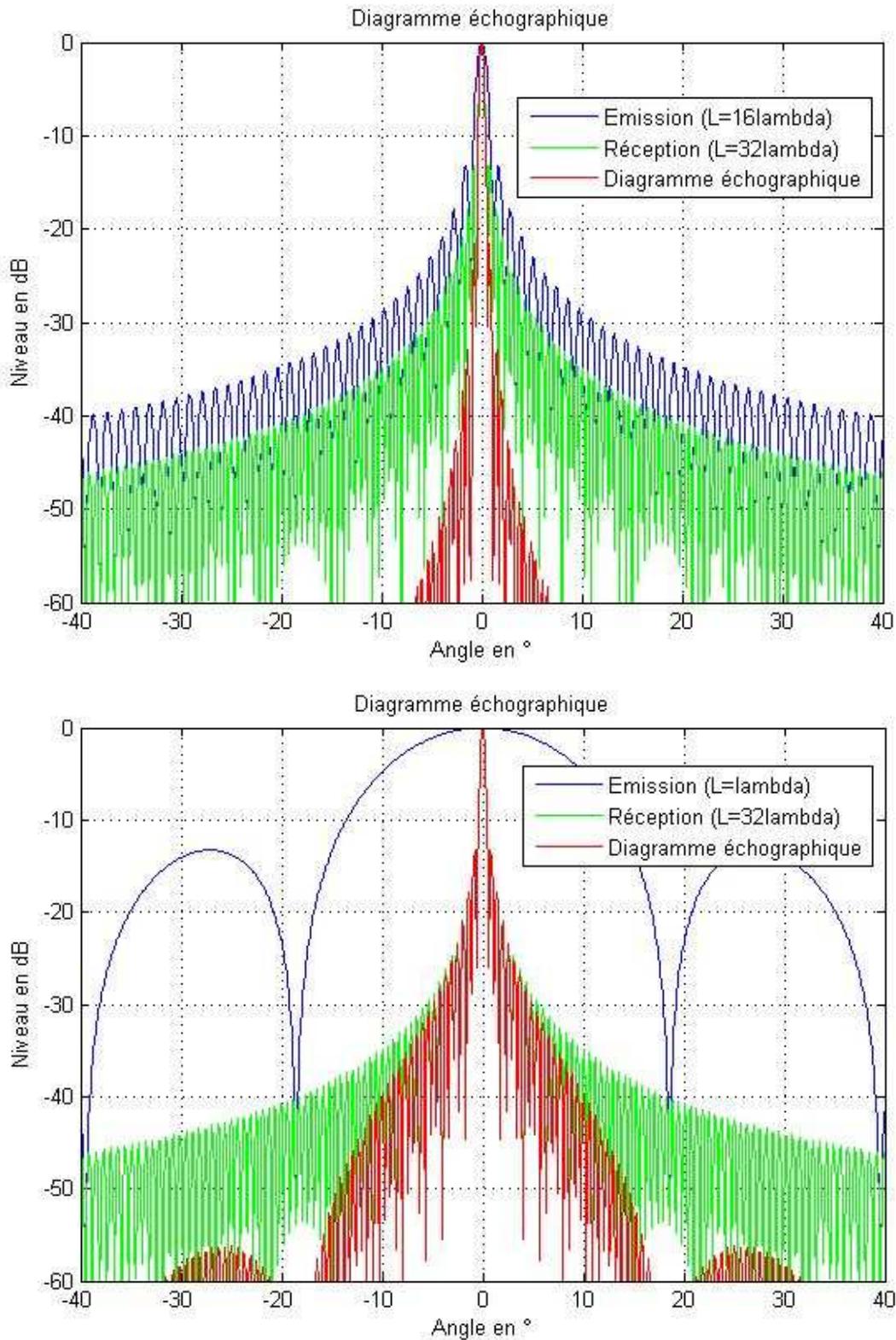


Figure 56 : Les deux extrêmes de l'imagerie active : en haut (cf. figure 30), le faisceau d'émission est focalisé, le diagramme échographique est donc optimal en termes de contraste et de résolution ; en bas, le faisceau d'émission est très ouvert. Une grande zone pourra être couverte mais avec une qualité moindre.

D'un point de vue analytique, il a été montré (cf.3.1.3) que le contraste pouvait s'écrire de la façon suivante :

$$C = 20 \log_{10} \left( 1 - \frac{\int_{-\theta_{ombre}}^{\theta_{ombre}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta}{\int_{\theta} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) p^2(\theta) d\theta} \right)$$

Le contraste de l'image dépend donc du champ de pression émis  $p(\theta)$ . Dans le cas d'une émission omnidirectionnelle il vient :

$$C_{omni} = 20 \log_{10} \left( 1 - \frac{\int_{-\theta_{ombre}}^{\theta_{ombre}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) d\theta}{\int_{\theta} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) d\theta} \right)$$

Dans le cas d'une émission focalisée, si l'ouverture du faisceau est plus grande que l'ombre considérée, on obtient :

$$C_{foc} = 20 \log_{10} \left( 1 - \frac{\int_{-\theta_{ombre}}^{\theta_{ombre}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) d\theta}{\int_{-\theta_{foc}}^{\theta_{foc}} \langle l^2(\theta) \rangle h^2(\theta, r) d\theta} \right)$$

Et donc, finalement :  $C_{omni} > C_{foc}$

On voit donc que le contraste est directement lié à l'ouverture du faisceau d'insonification. Plus celui-ci sera ouvert, plus faible sera le contraste mais plus grande sera la zone possible à imager. Il est donc clairement établi qu'il existe un compromis à trouver entre cadence et contraste.

### 3.5. L'imagerie active comme filtrage linéaire

Le procédé d'imagerie active peut être considéré comme un système composé d'une antenne d'émission à  $N_{em}$  émetteurs, le milieu de propagation à imager et l'antenne de réception à  $N_{rec}$  récepteurs. Le système présente alors  $N_{em}$  entrées et  $N_{rec}$  sorties.

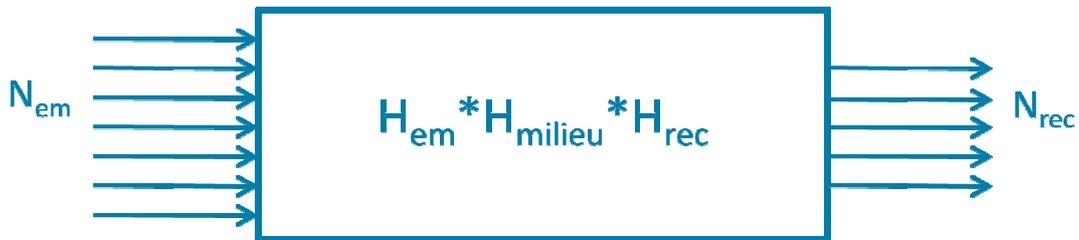


Figure 57 : Hypothèse du système linéaire invariant pour l'imagerie active

La théorie des systèmes linéaires énonce qu'un système est dit linéaire s'il est régi par le principe de superposition. De plus si on peut considérer le système comme invariant dans le temps, on parle de système linéaire invariant (SLI).

L'hypothèse de linéarité des champs acoustiques considérés repose sur les niveaux relativement peu élevés des surpressions générées. L'hypothèse de stationnarité sera quant à elle discutée ultérieurement (partie 5). On considèrera pour l'instant des systèmes parfaitement stationnaires. La théorie des systèmes linéaires indique qu'un système linéaire invariant est complètement caractérisé par le jeu des réponses impulsionnelles de ses entrées / sorties. Celles-ci sont le produit de trois contributions : la réponse de l'antenne d'émission  $H_{em}$ , du milieu de propagation  $H_{milieu}$  et de l'antenne de réception  $H_{rec}$ .

Dans ce cas le système est donc entièrement caractérisé par les  $N_{em} \times N_{rec}$  réponses impulsionnelles entrée / sortie du système. On parle de jeu complet de données (Claerbout, 1985). Il est donc possible, par la connaissance de ce jeu complet de données, de reconstruire une image de qualité optimale pour des portées suffisamment faibles pour pouvoir négliger le bruit.

Une méthode d'acquisition du jeu complet de données ainsi qu'un procédé d'imagerie associé doit donc permettre d'optimiser le compromis cadence / contraste. La partie 4 propose différentes méthodes d'imageries basées sur la connaissance du jeu complet de données.

## Chapitre 4 – Imagerie par Synthèse d'Emission

---

## 4. Imagerie par synthèse d'émission

### 4.1. Imagerie par synthèse canonique

#### 4.1.1. Acquisition du jeu complet de données

Nous avons vu dans la partie précédente que la connaissance du jeu complet de données peut conduire théoriquement à la construction d'image de qualité optimale.

Une façon d'acquérir le jeu complet de données est d'émettre sur un émetteur et d'enregistrer les signaux reçus par l'ensemble des récepteurs, puis de passer à l'émetteur suivant et ainsi de suite. Il est donc possible d'acquérir le jeu complet de données et de donc de construire une image de qualité optimale pour un nombre de tirs égal au nombre d'émetteurs.

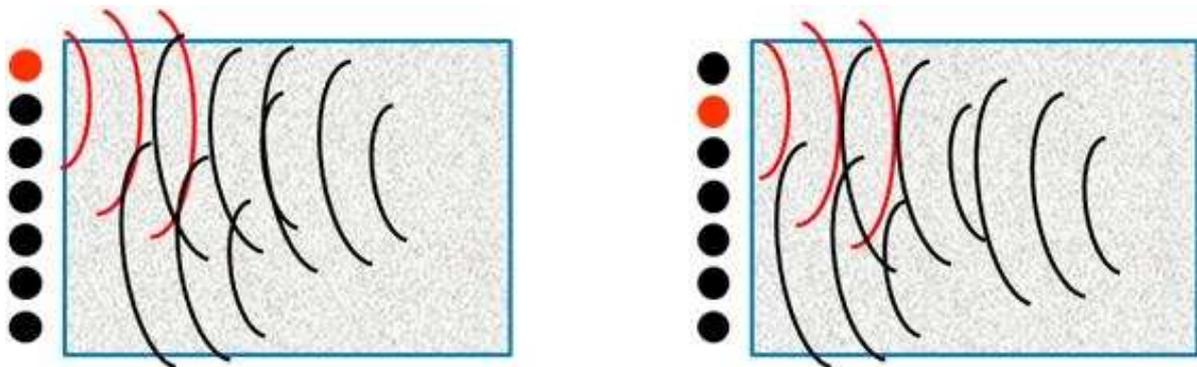


Figure 58 : Principe de l'acquisition du jeu complet de données

Une question se pose alors : Comment réalise-t-on une image à partir du jeu complet de données ? Avant cela, il nous faut définir un outil nécessaire aux méthodes d'imagerie que nous considèrerons : la matrice d'émission.

#### 4.1.2. Matrice d'émission et codage spatial

La matrice d'émission traduit l'amplitude d'excitation des différents éléments au cours des différents tirs d'émissions nécessaires à la reconstruction d'une image complète. On parle aussi des différents codages spatiaux mis en jeu dans le processus d'imagerie. Pour l'acquisition du jeu complet de données, par exemple, la matrice d'émission utilisée est la matrice d'identité. La Figure 59 schématise le principe de la matrice d'émission.

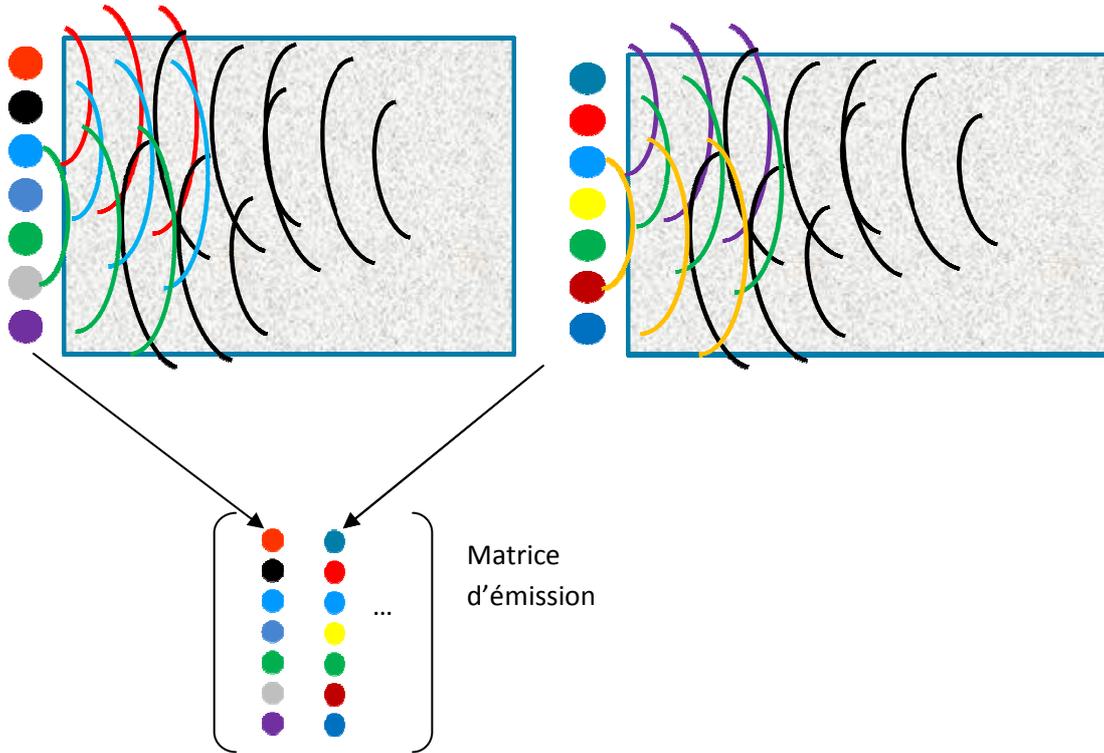


Figure 59 : Principe du codage spatial et de la matrice d'émission

On écrira donc les matrices d'émission sous la forme :

$$M_{em} = \begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{N1} \\ \dots & & \dots \\ s_{P1} & \dots & s_{NP} \end{bmatrix}$$

avec P, le nombre d'émetteurs, N, le nombre de séquences et  $s_{ij}$ , le poids du jème tirs appliqués au ième capteur. Notons que, en toute généralité,  $s_{ij}$  peut être un réel (cas du codage spatial), un complexe (déphasage, loi de retard) ou un vecteur (codage temporel, retournement temporel).

### 4.1.3. Synthèse canonique

En raison de la nature de la matrice d'émission utilisée pour l'acquisition du jeu complet de données, la méthode d'imagerie correspondante est appelée synthèse canonique. Cette méthode, issue des méthodes de migration développée en sismique (Claerbout, 1985), et basée sur le calcul des temps de vol entre émetteur, cellule de diffraction et récepteur, fut introduite en imagerie médicale par ultrasons par (O'Donnell & Thomas, 1992) puis par (Nikolov, 2001). Cette méthode consiste à reconstruire pour chaque émetteur une sous-image à partir de la remise en phase des signaux acquis pour chaque pixel considéré puis à sommer de façon cohérente (en amplitude et en phase) les sous-images obtenues. Enfin, un autre avantage d'une telle méthode est qu'elle ne nécessite aucune hypothèse sur la vitesse du son dans le milieu lors de la phase d'émission et peut bénéficier de techniques de corrections d'aberrations a posteriori (Haun, 2004).

La Figure 60 suivante considère le procédé d'imagerie sur un cas simple. On considère une cible à imager pour une antenne à 2 émetteurs et deux récepteurs.

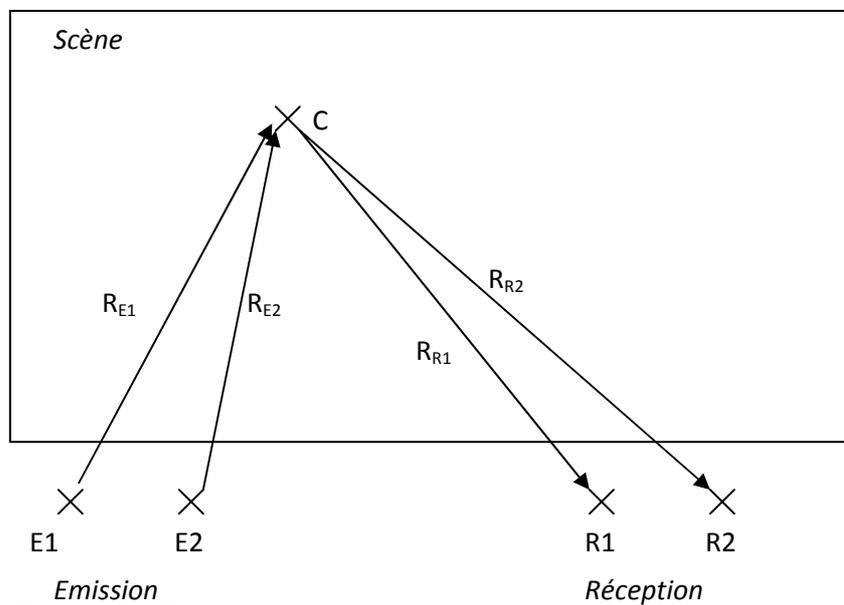


Figure 60 : Conventions géométriques de la synthèse d'émission

On traite d'abord le cas le plus simple, celui de la base canonique. Les séquences d'émission sont

$$\text{alors : } S_{C1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; S_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

La matrice d'émission dans ce cas est donc la matrice identité de dimension 2 :

$$M_{em} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les chronogrammes de réception sur R1 et R2 pour la première séquence sont donc :

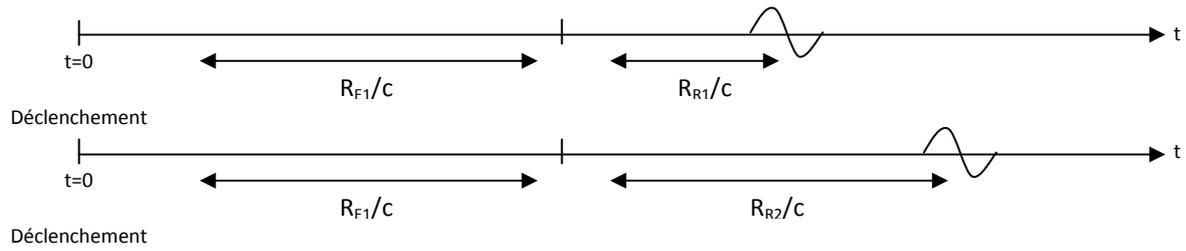


Figure 61 : Chronogrammes de réception pour la synthèse canonique

La formation de voie à la réception consiste donc classiquement à corriger le retard de  $(R_{R2} - R_{R1})/c$  relatif entre les deux voies et de les sommer (méthode dite du « delay and sum » ou formation de voie). De même pour la seconde séquence et ainsi de suite. Pour chaque récurrence de la base canonique, il est possible de réaliser une image dégradée du milieu, dite sous-image ou image faible résolution. On réalise enfin la sommation cohérente de ce jeu d'images pour obtenir l'image finale, dite image haute résolution.

Cette méthode peut ensuite s'étendre au cas d'une antenne à  $N$  émetteurs / récepteurs. La mise en œuvre expérimentale de cette méthode a été réalisée sur le prototype VDAS de Supersonic Imagine à 3.5MHz avec une antenne 128 éléments échantillonnée en  $\lambda$  et dotée d'une bande passante de 80% (cf. Annexe 3).

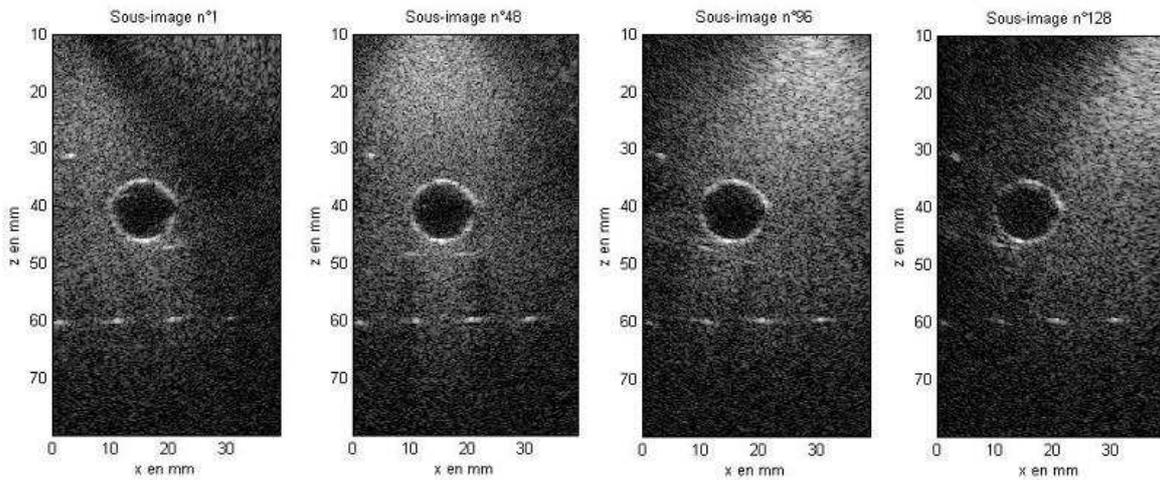


Figure 62 : Sous-images correspondant aux émissions n°1, 48, 96 et 128. Phantom D70.

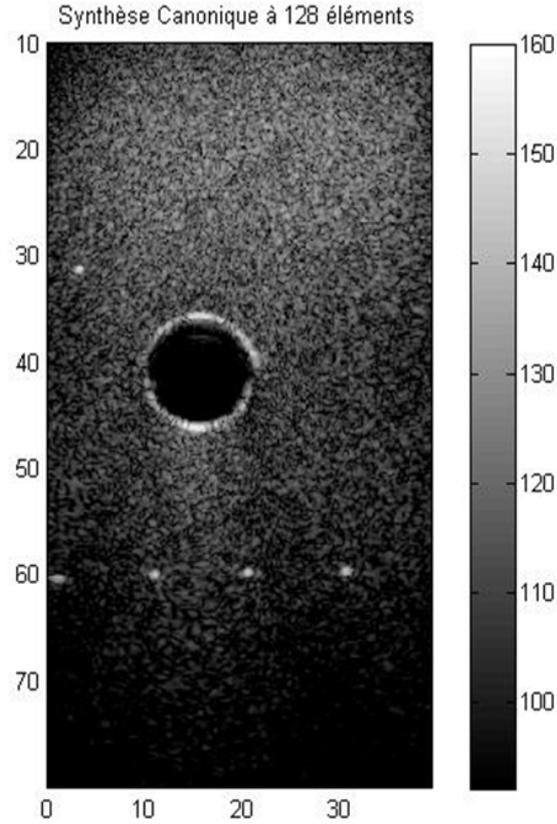


Figure 63 : Image d'un Fantôme obtenue par synthèse canonique à 3.5MHz. Phantom D70.

#### 4.1.4. Optimalité de la synthèse canonique

Comme on l'a vu au chapitre 3, le jeu complet de données caractérise complètement le système d'imagerie (émetteur / milieu / récepteur), à condition que le rapport signal à bruit soit supérieur à une certaine valeur considérée comme fonctionnelle, typiquement 10dB (c'est la valeur choisie pour définir le lobe principal de diffraction ponctuelle). Il a également été démontré que l'image de qualité optimale en termes de résolution et de contraste était obtenue pour une émission focalisée.

La question que l'on se propose de résoudre maintenant est : Y a-t-il équivalence entre la méthode canonique et l'émission focalisée ? Ou, autrement dit, la méthode de synthèse canonique est-elle optimale ?

Pour y répondre, on calcule l'expression analytique d'un pixel reconstruit pour la méthode focalisée puis celle d'un pixel obtenue par la méthode canonique.

Soit  $e(\underline{x}_i, t)$ , le signal d'excitation appliqué à l'élément de l'antenne situé en  $\underline{x}_i$ . Le signal reçu sur le récepteur en  $\underline{x}_j$  après rétrodiffusion est donc, dans le cas de l'émission/réception focalisée au point  $\underline{x}$  :

$$s^f(\underline{x}_j, t) = \sum_{i=1}^N e(\underline{x}_i, t - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, t - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) + b_{th}(\underline{x}_j, t)$$

avec  $h$  la réponse impulsionnelle intégrée sur l'ellipse  $E$ , de foyers  $\underline{x}_i, \underline{x}_j$ , et de grand axe  $c(t - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$ , avec  $\tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}) = \frac{\|\underline{x} - \underline{x}_i\|}{c}$ . En fait si  $h(\underline{X})$  est la réponse impulsionnelle spatiale du point  $\underline{X}$  :

$$h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, t - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) = \sum_{(\underline{X}) \in E\left(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \frac{t - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})}{c}\right)} h(\underline{X})$$

et  $b_{th}$ , le bruit thermique de capteur, dans ce cas, l'amplitude complexe du pixel formé au point  $\underline{x}$  est :

$$A^f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^N s^f(\underline{x}, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j)) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N e(\underline{x}_i, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) + \sum_{j=1}^N b_{th}(\underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

avec  $\tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) = \frac{\|\underline{x} - \underline{x}_j\|}{c}$ .

Dans le cas de l'émission canonique, le signal reçu par le récepteur en  $\underline{x}_j$  provenant du diffuseur situé en  $\underline{x}$  pour l'émission de l'émetteur situé en  $\underline{x}_i$  est :

$$s_i^c(\underline{x}_j, t) = e(\underline{x}_i, t) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, t) + b_{th}^i(\underline{x}_j, t)$$

Et l'amplitude du pixel obtenu pour l'image faible résolution  $i$  du Beamforming canonique s'écrit :

$$I_i^C(\underline{x}) = \sum_{j=1}^N s_i^c(\underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

L'amplitude complexe du pixel après sommation cohérente sur l'image dite haute résolution devient donc :

$$A^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^N A_i^c = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e(\underline{x}_i, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{th}(\underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})).$$

**Les deux pixels ont donc la même amplitude complexe au rapport signal à bruit près.**

En d'autres termes, les deux images auront le **même niveau relatif** d'intensité de pixel et ne différeront que par leur rapport signal sur bruit.

#### 4.1.5. Comparaison des niveaux de bruits respectifs

Par suite des considérations précédentes on peut déterminer les bruits de capteurs respectifs aux deux méthodes.

Pour l'émission/réception focalisée, le niveau de bruit de capteurs est de la forme :

$$B^f = \sum_{j=1}^N b_{th}(\underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

Dans le cas du beamforming canonique :

$$B^c = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{th}(\underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

Ces bruits d'origine thermique font intervenir des phénomènes microscopiques et sont décorrélés d'un capteur à l'autre. Si ces capteurs sont similaires, ce qui est vrai dans notre cas, ce bruit est équidistribué sur l'antenne. On parle de bruit incohérent ou spatialement blanc.

En supposant ce bruit de valeur moyenne constante au cours du temps, on peut donc écrire :

$B_f = \sqrt{N}b_{th}$  et  $B_c = Nb_{th}$  avec  $N$  le nombre d'éléments de l'antenne et  $b_{th}$ , la valeur moyenne de ce bruit blanc.

On voit donc ici que pour l'image d'un pixel, le rapport signal à bruit sera plus faible d'un facteur  $\sqrt{N}$  pour la méthode canonique.

La partie suivante s'intéresse aux méthodes dites de codage spatial dont un des objectifs est l'amélioration du rapport signal à bruit de la méthode synthétique.

#### 4.1.6. Validation expérimentale

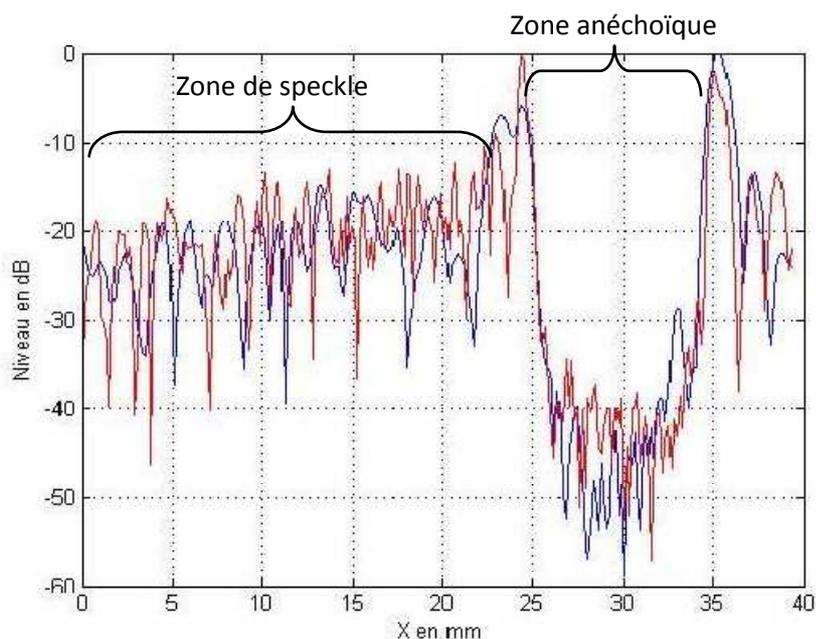


Figure 64 : Comparaison synthèse canonique (courbe rouge) et méthode focalisée (courbe bleue).  
Coupe d'une image réalisée avec les deux méthodes à profondeur constante.

On constate que les deux méthodes sont équivalentes dans les zones rétrodiffusantes, c'est-à-dire lorsque le bruit est négligeable devant le niveau de signal rétrodiffusé. Par contre dans les zones anéchoïques, où le signal rétrodiffusé est faible devant le bruit thermique de capteur, on observe que celui-ci est plus élevé pour la méthode canonique que pour la méthode focalisée.

Dans l'acquisition réalisée, la sonde est constituée de 128 éléments et l'émission focalisée concerne une vingtaine d'éléments. La différence de niveau de bruit attendu est donc autour de 10dB. Celle-ci est difficile à mesurer avec précision car la zone n'est pas parfaitement anéchoïque. On observe cependant le bon ordre de grandeur.

4.1.7.Méthode des transducteurs virtuels

Une possibilité pour contourner le problème de rapport signal à bruit de l’émission canonique et de sa limitation en pénétration, est la méthode dite des transducteurs virtuels. Cette méthode consiste à émettre N faisceaux focalisés en des points focaux répartis géométriquement sur une ligne parallèle à la barrette physique. Le point focal se comporte ainsi comme un ”transducteur virtuel”, dont l’ouverture ne serait plus omnidirectionnelle et qui rayonnerait dans les deux directions de l’espace.

On peut calculer l’ouverture du transducteur virtuel à partir de la taille de la tache focale :

$$F = \lambda z / D$$

Avec Z la profondeur du point focal,  $\lambda$  la longueur d’onde et D la taille de l’antenne. L’ouverture du transducteur virtuel devient alors :

$$\theta = D / z$$

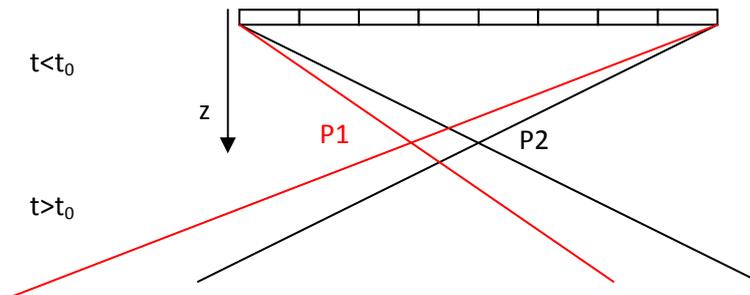


Figure 65 : Schéma de principe de la méthode des transducteurs virtuels

Cette méthode permet théoriquement un gain en rapport signal à bruit d’un facteur  $\sqrt{N}$  (Bae, Jeong, Song, & Ahn, 1999).

Par réciprocité, le raisonnement identique peut se tenir à la réception. Le signal reçu par l’antenne focalisée en un point P est le même que celui reçu par le transducteur virtuel situé en ce même point P,  $t_0$  plus tôt si la distance séparant P et la surface de l’antenne est de  $t_0/c$  ; avec c, la célérité du son.

Pour  $t < t_0$ , le signal émis par l’antenne focalisée en P peut-être vu comme le retourné temporel d’un faisceau émis par le transducteur virtuel P se propageant dans le sens des z négatifs. Inversement, à la réception, le signal se propageant depuis P vers l’antenne est le retourné temporel du signal reçu par P provenant de cette même direction de l’espace. (Robert, 2007)

On peut montrer que cette base de transducteurs virtuels constituent une base complète de l’antenne et est donc équivalente à la base canonique, sous certaines conditions. En effet, cela est vrai si le faisceau virtuellement généré par P1 peut être considéré comme orthogonal au faisceau généré par P2. Cela revient à dire qu’il ne doit pas y avoir recouvrement des deux tâches focales. La base peut donc être considérée comme orthogonale si la distance entre deux transducteurs virtuels est supérieure à F. On détermine alors la condition de non lacunarité de l’antenne virtuelle :

$$z \leq D/2$$

Si cette méthode présente un intérêt fort en termes de pouvoir de pénétration, elle présuppose une hypothèse très précise sur la vitesse du son et ne permet pas l'imagerie des zones proches de l'antenne.

Par la suite nous considèrerons une alternative aux faisceaux virtuels dans le cadre de l'amélioration du rapport signal à bruit : le codage spatial.

Notons cependant que cette approche n'est en rien contradictoire avec celle des faisceaux virtuels. En effet les raisonnements suivants concernant le codage spatial avec des transducteurs réels, peuvent, en toute généralité, être étendus aux transducteurs virtuels.

## 4.2. Codage spatial et synthèse de Hadamard

Les méthodes dites de codage spatial constituent une généralisation de la méthode synthétique canonique. Dans cette partie nous décrivons cette technique sous sa forme la plus générale puis nous nous intéresserons à un cas particulier que nous appellerons synthèse de Hadamard.

### 4.2.1. Codage spatial

Nous avons vu précédemment que l'inconvénient majeur de la base canonique est le faible rapport signal à bruit qu'elle permet du fait de l'utilisation d'un seul émetteur par séquence. Une façon de contourner le problème est d'utiliser une matrice d'émission inversible dont la norme de chacun des vecteurs colonnes soit maximale afin d'améliorer la pénétration des signaux et, de facto, le rapport signal à bruit (Thomas, Chiao, & Silverstein, 1998).

En effet, si on suppose que l'on utilise une matrice d'émission  $N \times N$ ,  $H = \{H_i\}_{i=1..N}$ , avec  $H_i$ , le vecteur colonne de pondération appliqué durant la  $i$ ème transmission, alors le signal reçu sur le capteur situé en  $\underline{x}_j$  devient :

$$s_i^H(\underline{x}_j, t) = \sum_{k=1}^N H(k, i) e(\underline{x}_k, t) \otimes h(\underline{x}_k, \underline{x}_j, t) + b_{th}^i(\underline{x}_j, t)$$

Par projection des signaux reçus sur la base canonique, il est alors possible de reconstruire après  $N$  acquisitions le jeu de données reçues pour une émission canonique, c'est-à-dire le jeu complet de données :

$$H^{-1} \begin{bmatrix} s_1^H(\underline{x}_j, t) & \dots & s_N^H(\underline{x}_j, t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s_1^C(\underline{x}_j, t) & \dots & s_N^C(\underline{x}_j, t) \end{bmatrix}^T + H^{-1} \begin{bmatrix} b_{th}^1(\underline{x}_j, t) & \dots & b_{th}^N(\underline{x}_j, t) \end{bmatrix}^T$$

où  $^T$  signifie la transposée.

La  $j$ ème composante du second terme de droite peut s'écrire, par propriété des bruits blancs :

$$\sum_{i=1}^N h_{ij}^{-1} b_{th}^i(\underline{x}_j, t) = \sqrt{\sum_{i=1}^N |h_{ij}^{-1}|} b_{th}$$

Comme on l'a vu précédemment dans le cas de la synthèse canonique :

$$\sum_{i=1}^N h_{ij}^{-1} b_{th}^i(\underline{x}_j, t) = \sqrt{N} b_{th}$$

Le gain en rapport signal à bruit pour la  $j$ ème composante de la matrice d'émission s'écrit :

$$GSNR_j = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |h_{ij}^{-1}|}}$$

Pour des matrices dont les vecteurs sont normalisés, tels que :

$$\forall j \quad \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |h_{ij}^{-1}|}} = K$$

Le gain en rapport signal à bruit est de  $K$ , et est nommé le gain de base.

On voit donc qu'il est possible d'obtenir une image de qualité optimale, puisque reconstruite à partir du jeu complet de données avec un rapport signal à bruit et donc une pénétration améliorée d'un facteur  $K$ .

D'un point de vue pratique, la méthode dite de codage spatial peut être décrite par le schéma suivant :

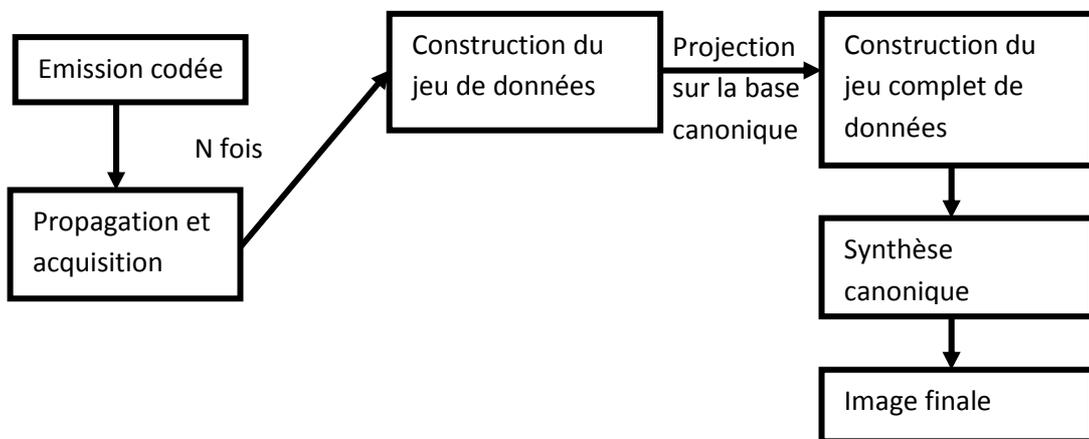


Figure 66 : Schéma de principe de la méthode de codage spatial

Cette méthode ouvre de plus un grand nombre de perspectives quant au choix de la matrice d'émission. En effet toute matrice inversible peut être utilisée comme matrice d'émission. La question que l'on se pose dans la suite est : quelles matrices d'émission choisir ? Pour quelles applications ?

Un cas particulièrement intéressant est celui de la matrice de Hadamard.

### 4.2.2. Matrice de Hadamard

Une matrice de Hadamard est une matrice carrée dont tous les éléments sont égaux à 1 et -1, définie de façon récursive pour les ordres 1, 2 et multiple de 4 :

$$H_1 = (1)$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H_{2^N} = \begin{pmatrix} H_{2^{N-1}} & H_{2^{N-1}} \\ H_{2^{N-1}} & -H_{2^{N-1}} \end{pmatrix}$$

La matrice de Hadamard présente de plus la propriété suivante :

$$H_N H_N^T = N I_N$$

avec  $I_N$ , la matrice identité d’ordre N.

Dans ce cas le gain de base devient :

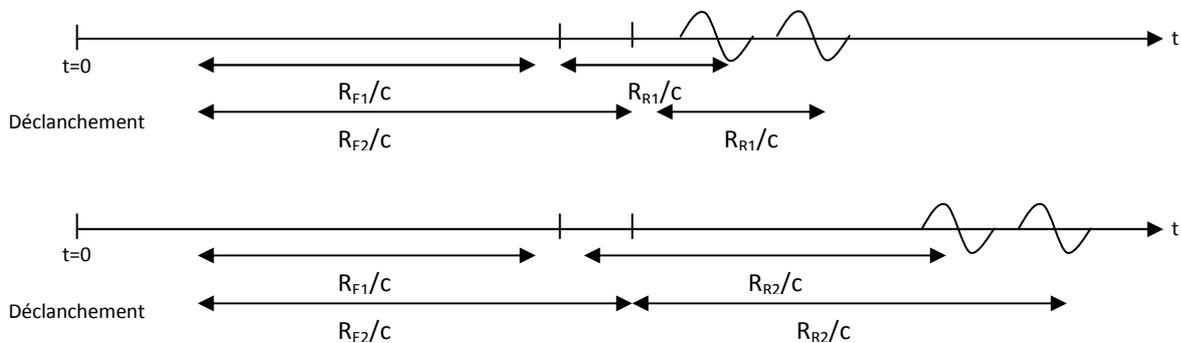
$$K = \sqrt{N}$$

### 4.2.3. Synthèse de Hadamard à 2 éléments

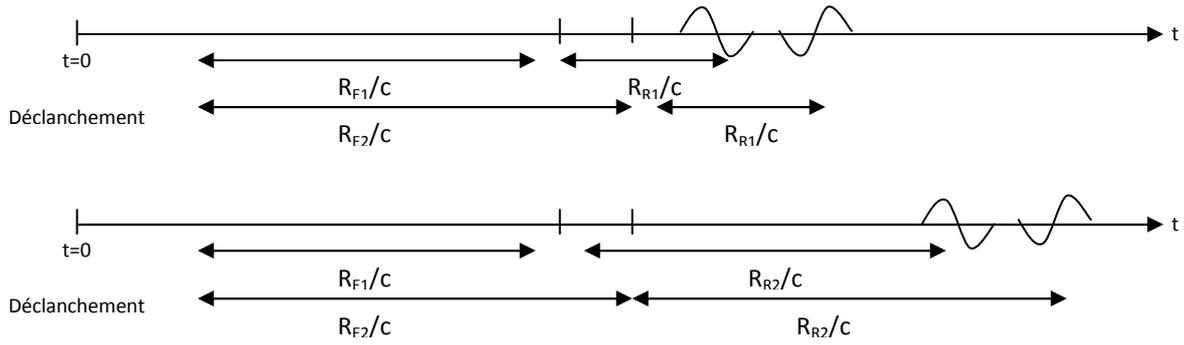
Afin d’illustrer le principe du codage spatial pour une matrice de Hadamard, on considère le cas simple d’une matrice d’ordre 2 :

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Les chronogrammes de réception sur R1 et R2 pour la première séquence sont donc :



Et les chronogrammes de réception sur R1 et R2 pour la seconde séquence deviennent :



On voit que la formation de voie classique n'est plus suffisante ici, une étape de "diagonalisation" de la base s'avère nécessaire. Cette étape intervient avant la compensation des retards.

En l'occurrence (si on définit la notation  $SR_i^j$ , le signal reçu sur le  $i^{\text{ème}}$  capteur lors de la  $j^{\text{ème}}$  séquence), les signaux reçus pour une séquence canonique ou une séquence de Hadamard sont reliés par les équations :

$$\begin{cases} SR_{can1}^1 = \frac{1}{2} * (SR_{had1}^1 + SR_{had1}^2) \\ SR_{can1}^2 = \frac{1}{2} * (SR_{had1}^1 - SR_{had1}^2) \end{cases}$$

De même pour le second capteur :

$$\begin{cases} SR_{can2}^1 = \frac{1}{2} * (SR_{had2}^1 + SR_{had2}^2) \\ SR_{can2}^2 = \frac{1}{2} * (SR_{had2}^1 - SR_{had2}^2) \end{cases}$$

Donc en notation matricielle pour chaque capteur :

$$SR_{can} = \frac{1}{2} H_2 . SR_{had}$$

Dans ce cas, le gain de base est de  $\sqrt{2}$ .

#### 4.2.4. Validation expérimentale

Des essais expérimentaux ont été réalisés sur le système VDAS pour les synthèses canonique et de Hadamard (cf. Annexe3 ). Ci-dessous deux images obtenues pour chacune des deux méthodes :

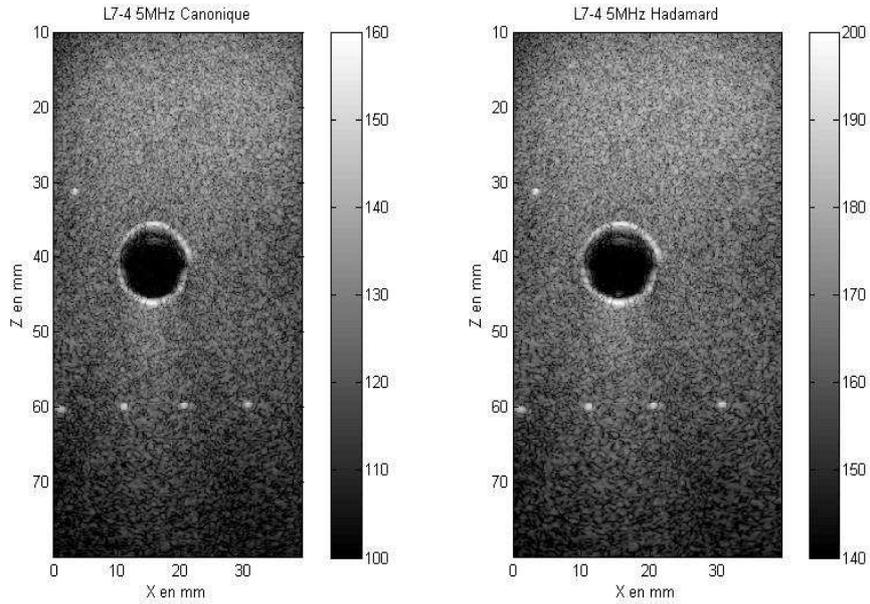


Figure 67 : Comparaison entre synthèse canonique (gauche) et synthèse de Hadamard (droite) à faible portée. La sonde est excitée à 3.5MHz (Sonde linéaire 128 éléments).

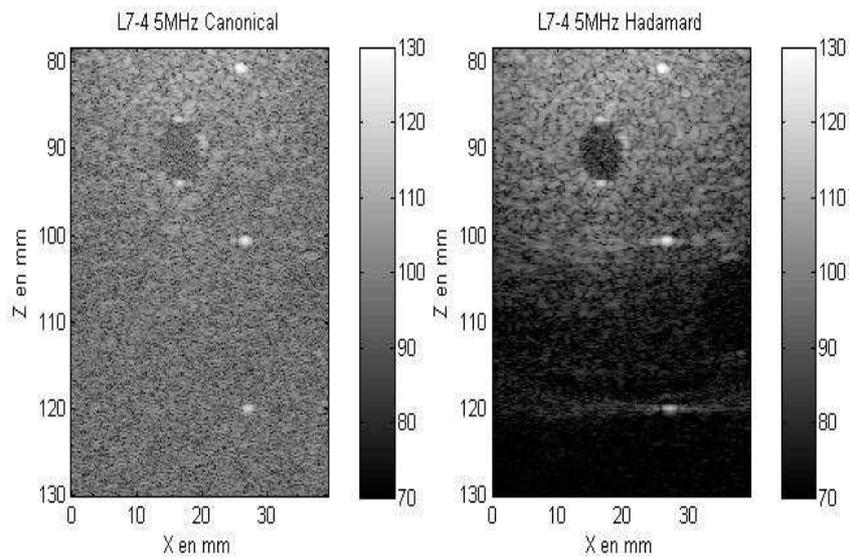


Figure 68 : Comparaison entre synthèse canonique (gauche) et synthèse de Hadamard (droite) à plus grande portée

On voit sur la Figure 67 que la qualité des deux images est sensiblement équivalente à faible pénétration. A plus grande profondeur, sur la Figure 68, on distingue des éléments à forte pénétration avec la base de Hadamard, que l'on ne distingue pas avec l'émission canonique, tel le kyste à 110mm de profondeur.

On mesure le gain en rapport signal à bruit en normalisant les signaux sur la cible à 120mm et en supposant que les signaux provenant des zones adjacentes concernent le bruit de capteur d'origine thermique. Cette hypothèse est validée par la statistique des images considérées. En comparant les rapports de niveaux entre le pic et la zone adjacente, on obtient le gain en rapport signal à bruit. Finalement, on observe une différence de rapport signal à bruit de 20dB, correspondant aux 128 éléments de l'antenne :  $K = 10 \cdot \log_{10}(128) = 21dB$ .

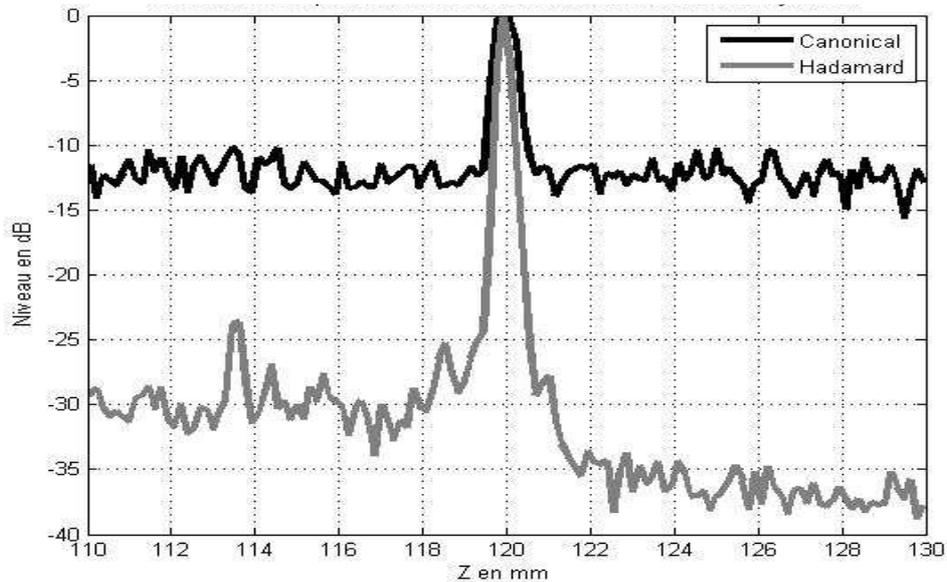


Figure 69 : Comparaison de la pénétration entre les synthèses canonique et de Hadamard.  
Coupe à  $x=27$ mm de la Figure 68.

On voit que la matrice de Hadamard permet un gain significatif en termes de rapport signal à bruit pour une équivalence complète sur le contraste et la résolution.

Une comparaison plus détaillée des deux paires d’images précédentes est contenue dans les tableaux ci-dessous :

Paramètres	Canonique	Hadamard
Jeu de données	SynthCAN_4_ PhantomNuclearAssociate_Full_D70	SynthHAD_2_ PhantomNuclearAssociate_Full_D70
Résolution latérale	1.35 mm @wire 32mm	1.31 mm @wire 32mm
Résolution axiale	0.65 mm @wire 32mm	0.63 mm @wire 32mm
Nombre de tirs	128	128
CTR	26.4 dB	30.1 dB

Tableau 1 : Comparatif quantitatif des images de la Figure 67

Paramètres	Canonique	Hadamard
Jeu de données	SynthCAN_5_ PhantomNuclearAssociate_Full_Depth90	SynthHAD_5_ PhantomNuclearAssociate_Full_D90
Résolution latérale	1.35 mm @wire 32mm	1.97 mm @wire 32mm
Résolution axiale	0.65 mm @wire 32mm	0.76 mm @wire 32mm
Nombre de tirs	128	128
CTR	6.3 dB	14.3 dB
SNR target @ 120mm	13 dB	35 dB

Tableau 2 : Comparatif quantitatif des images de la Figure 68

#### 4.2.5. Propriétés des faisceaux de Hadamard

Cette partie étudie les propriétés physiques des faisceaux rayonnés lors des différentes séquences de Hadamard et permet d'en déduire des propriétés intéressantes quant au choix des stratégies d'émission.

##### Principe de Huyghens "point à point"

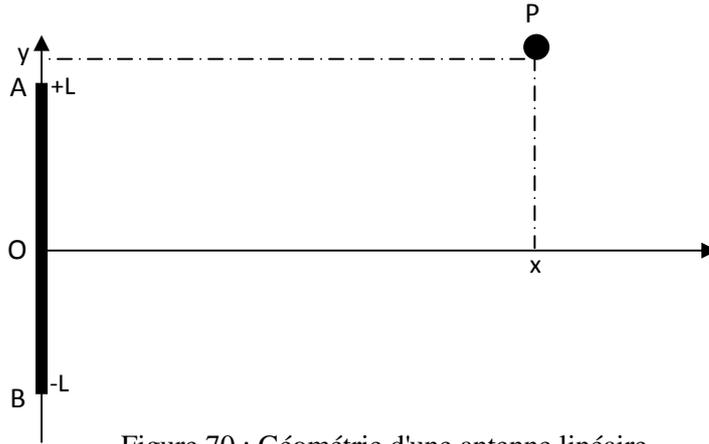


Figure 70 : Géométrie d'une antenne linéaire

Cette approche, développée initialement par (Nicolas, 2007), se propose de déduire par simple utilisation du principe de Huyghens les principales propriétés du champ rayonné par une antenne.

Considérons le champ rayonné par une antenne linéaire en champ lointain. L'amplitude du champ au point P est donnée par :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \int_{-L}^L W(y_1) e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1$$

avec W, la loi de pondération dépendant de la position en y et du nombre d'onde k. Si W est uniformément unitaire, on peut diviser l'antenne en deux sous-antennes :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \left[ \int_0^L e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1 + \int_{-L}^0 e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1 \right]$$

Et, par changement de variable :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \left[ \int_0^L e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1 + \int_0^L e^{jk \frac{y(y_1'-L)}{x}} dy_1 \right]$$

Soit finalement :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \left( 1 + e^{-jk\frac{y}{x}L} \right) \int_0^L e^{jk\frac{yy_1}{x}} dy_1$$

Les zéros du champ sont donc situés en :

$$\frac{y}{x} = \frac{p\lambda}{2L} \quad \text{avec } p \text{ impair.}$$

C'est un résultat très classique, mais on peut l'aborder avec une approche légèrement différente en considérant le fait que si la différence de marche entre les points A et O est d'une demi-longueur d'onde, il se trouvera toujours un émetteur élémentaire sur la demi-antenne supérieure pour interférer de façon destructive avec un élément de l'antenne inférieure.

Les positions des zéros du champ peuvent donc facilement être obtenues en considérant la différence de marche entre les extrémités de l'antenne et le point d'observation.

#### Degré d'une séquence de Hadamard

Appliquer une pondération de Hadamard consiste à diviser l'antenne totale en  $2^{N_D}$  sous-antennes excitées en opposition de phase. On définit  $N_D$  comme étant le degré de la séquence de Hadamard.

Avec la géométrie de la Figure 70, une séquence de degré  $N_D$  présente des sous-antennes de taille  $\frac{L}{2^{N_D-1}}$  excitées en phase ou en opposition de phase.

#### Séquences de Hadamard de degré 1 et 2

Pour  $N_D=1$ ,  $W$  est positive sur l'antenne supérieure et négative sur la partie inférieure. On peut appliquer le principe de Huyghens "Point-à point" à chaque sous-antenne avec une différence de marche égale à une longueur d'onde. Les zéros du champ sont alors situés en :

$$\frac{y}{x} = \frac{p\lambda}{2L} \quad \text{Pour tout entier } p.$$

Pour  $N_D=2$ , le calcul intégral nous donne :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \left[ \int_{\frac{L}{2}}^L e^{jk\frac{yy_1}{x}} dy_1 - \int_0^{\frac{L}{2}} e^{jk\frac{yy_1}{x}} dy_1 + \int_{\frac{L}{2}}^0 e^{jk\frac{yy_1}{x}} dy_1 - \int_{-L}^{-\frac{L}{2}} e^{jk\frac{yy_1}{x}} dy_1 \right]$$

Par changement de variable :

$$A(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \int_0^{\frac{L}{2}} e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1 \left[ e^{jk \frac{yL}{x^2}} - 1 + e^{-jk \frac{yL}{x^2}} - e^{jk \frac{yL}{x}} \right]$$

Les conditions de zéros deviennent maintenant :

$$\frac{y}{x} = \frac{2p\lambda}{L} \quad \text{avec } p \text{ un entier.}$$

On peut noter qu'un zéro pour une séquence de degré 1 est aussi un zéro pour une séquence de degré 2. Là encore, on peut appliquer le principe de Huyghens « point à point » avec la géométrie de la Figure 71. On voit que les différences de marche sont :

$$\delta_0 = \frac{L}{2} \frac{y}{x} ; \delta_1 = L \frac{y}{x} ; \delta_2 = \frac{3L}{2} \frac{y}{x}.$$

Et donc, les conditions d'interférences destructives sont :

$$\delta_0 = p\lambda \text{ et } \delta_2 - \delta_1 = p\lambda \text{ ou : } \delta_2 - \delta_1 = \delta_0.$$

On retrouve finalement :

$$\frac{y}{x} = \frac{2p\lambda}{L}$$

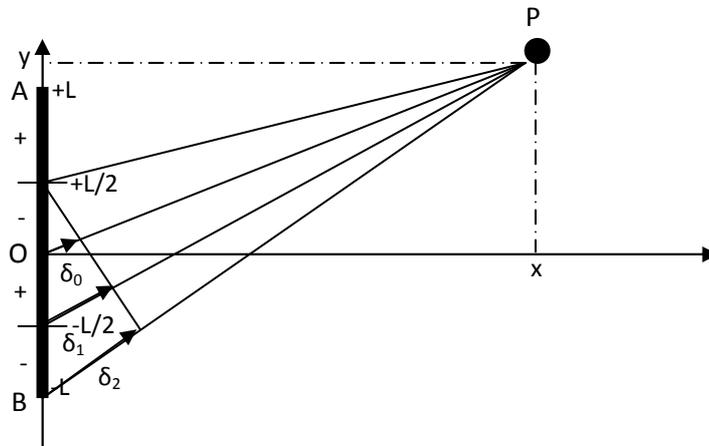


Figure 71 : Géométrie d'une séquence de Hadamard de degré 2

*Séquence de Hadamard de degré N*

Pour une antenne divisée en  $2^N$  sous-antennes en opposition de phase deux à deux, le champ rayonné devient :

$$A_N(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \sum_{n=-N}^{N-1} \int_{\frac{2^{n-N}L}{2}}^{\frac{2^{n+1-N}L}{2}} (-1)^n e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1 .$$

En appliquant le principe de Huyghens “point à point”, dans cette configuration, on trouve la condition de zéro du champ suivante :

$$\frac{y}{x} = \frac{2^{N-1} p \lambda}{L}$$

En d’autres termes, pour une profondeur donnée, l’alternance entre maxima et minima des fronts d’ondes double angulairement pour chaque incrément du degré d’une séquence de Hadamard. La Figure 72 représente les champs rayonnés pour une antenne de 128 éléments pour des séquences de Hadamard de degré 2,3, 4 et 5.

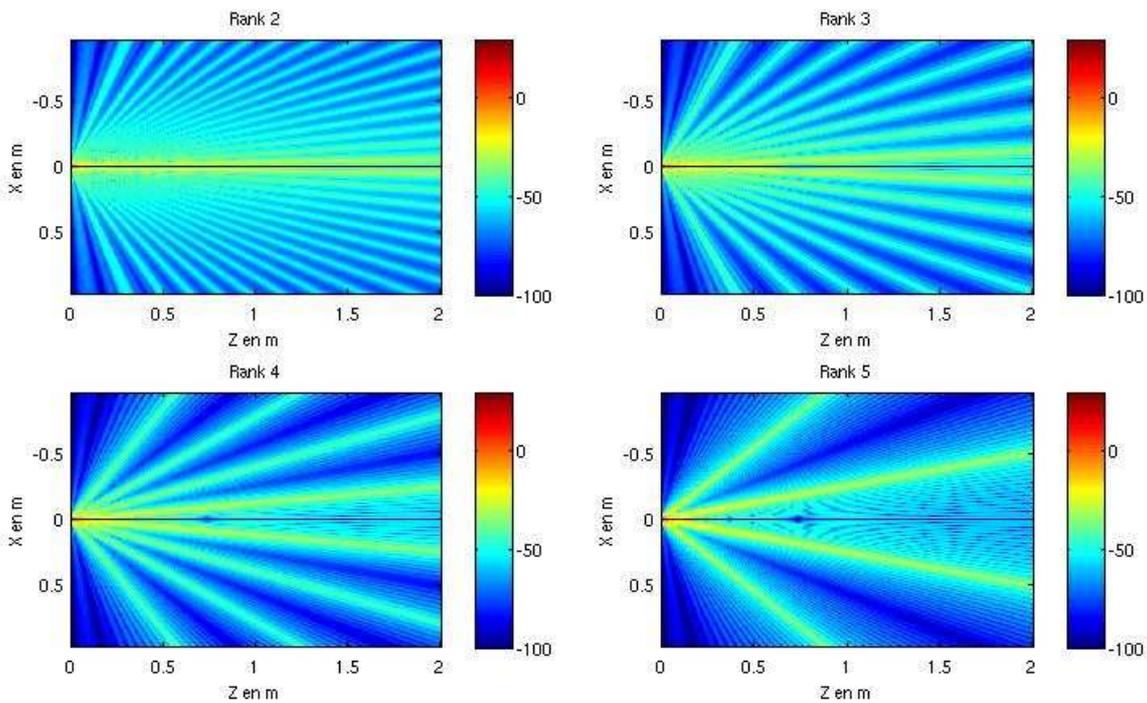


Figure 72 : Champ pour les degrés 2, 3, 4 et 5. La fréquence est 5MHz; 128 éléments; le pas est de 0.3mm. Les calculs des champs ont été réalisés par sommation de propagateurs monochromatiques. Simulations logiciel PROPA.

**Multivue naturelle**

Dans cette partie, on traite la relation qui existe entre les champs générés pour les degrés N et N+1. On trouve selon ce qui précède :

$$A_{N+1}(x, y) = \frac{e^{jkr}}{r} \sum_{n=-N+1}^N \int_{2^{n-N}L}^{2^{n-N+1}L} (-1)^n e^{jk \frac{yy_1}{x}} dy_1$$

Par changement de variables et développement on trouve :

$$A_{N+1}(x, y) = A_N(2x, y) + (-1)^N \frac{e^{jkr}}{r} \left[ 2i \sin\left(2 \frac{kyL}{x}\right) \right]^{2L}$$

En considérant l'approximation de champ lointain, on obtient finalement :

$$A_{N+1}(x, y) = A_N(2x, y) + (-1)^N 4iky \frac{L}{x}$$

En d'autres termes, dans la zone de Fraunhofer, tout se passe comme si l'antenne était deux fois plus proche de la cible.

La Figure 73 représente des coupes de la Figure 72 à différentes profondeurs. Il est mis en évidence que le second terme de l'équation précédente induit une similarité multi-échelle sous l'approximation paraxiale.

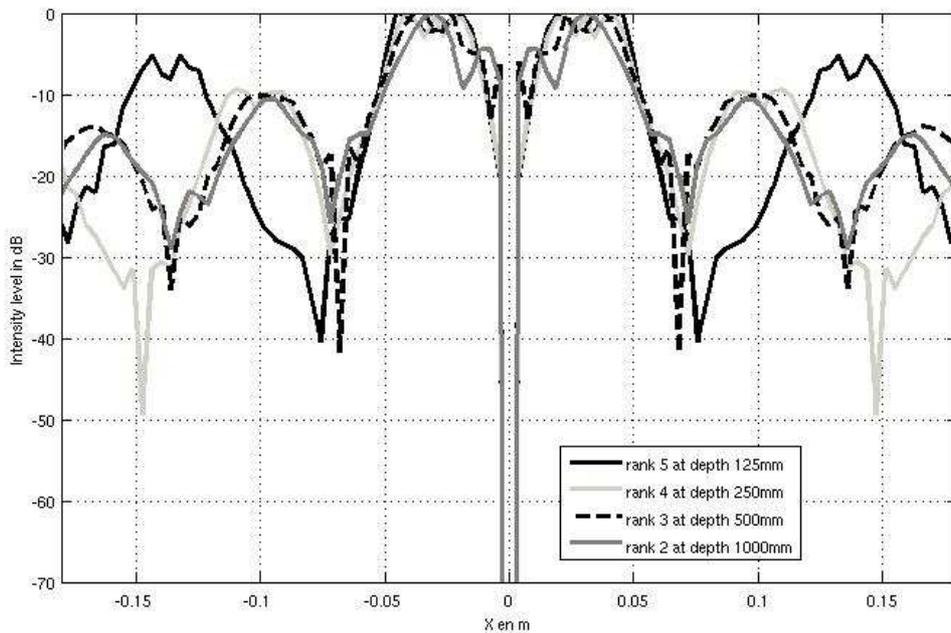


Figure 73 : Directivités en émission pour les séquences de degrés 2, 3, 4 et 5 à des profondeurs respectives de 125, 250, 500 et 1000mm

*Positions des zéros de Fresnel*

Appliquant, là encore, le principe de Huyghens "point à point" pour des points d'intérêts situés sur les axes des sous-antennes, il vient la condition pour la position du dernier zéro de Fresnel avant la décroissance sphérique, pour une séquence de degré 1 :

$$x = \frac{L^2 - \lambda^2}{2\lambda}$$

Pour une séquence de degré N :

$$x = \frac{\frac{L^2}{2^{N-1}} - \lambda^2}{2\lambda}$$

Cette position traduit le rapprochement ou l'éloignement par rapport à l'antenne de la frontière entre champ proche et champ lointain. Cette limite est très importante dans la considération de la pénétration (ou portée) du faisceau puisqu'elle détermine le début de la décroissance sphérique.

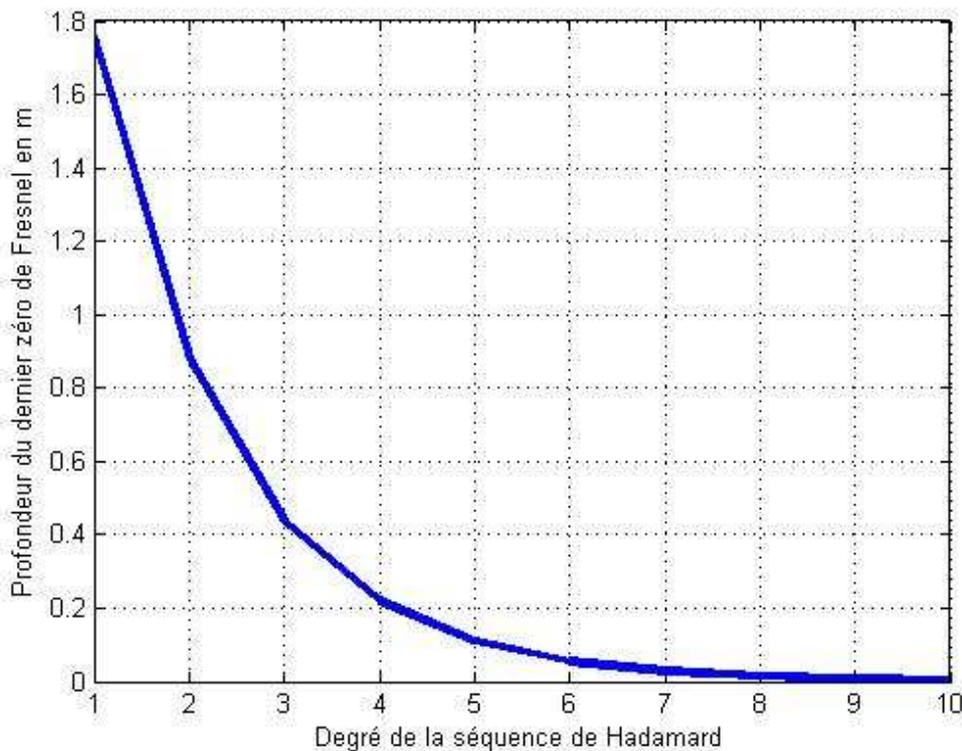


Figure 74: Evolution de la distance du dernier zéro de Fresnel en fonction du degré de la séquence. Pour une barrette de 128 éléments avec un pas inter-capteur de 0,3mm et une fréquence de 5 MHz.

On voit sur la Figure 74 que la distance entre l'antenne et la zone de champ lointain décroît fortement avec le degré de la séquence de Hadamard.

#### 4.2.6. Allègement de la base de Hadamard

Chiao a donc proposé d'utiliser la base complète (Chiao, Thomas, & Silverstein, 1997), or Les considérations physiques sur les rayonnements générés par pondération de Hadamard ont permis de distinguer des répartitions spatiales particulières de l'énergie et nous envisageons donc de réduire la taille de cette base pour un coût relativement modeste en qualité d'image.

Afin de valider cela expérimentalement on traite les mêmes signaux en prenant toutes les séquences de Hadamard (128 séquences) puis en supprimant au fur et à mesure les séquences de degré élevé. Pour cela on introduit une méthode de réduction du nombre de tirs nécessaires à la reconstruction d'une image dite méthode d'allègement. Cette méthode est identique à la méthode de codage spatial à la différence près que certaines séquences non transmises voient leurs vecteurs signaux remplacés par des zéros.

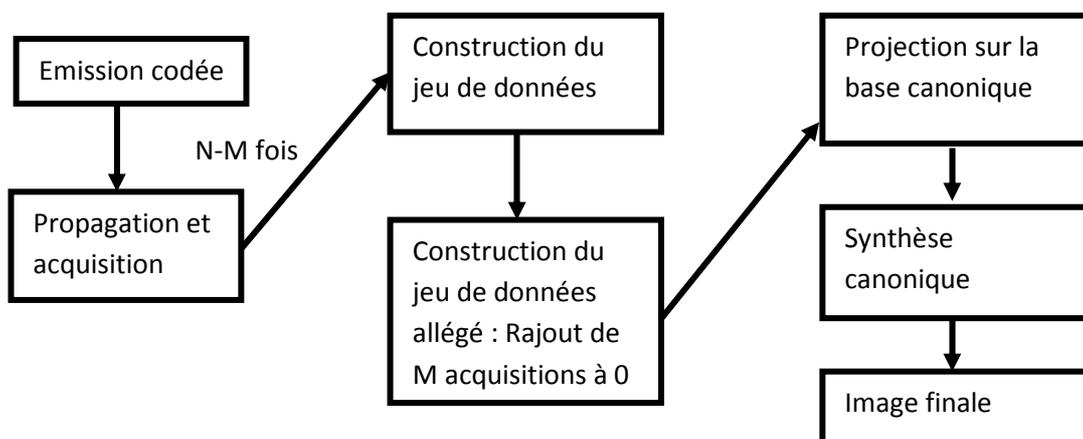


Figure 75 : Principe de la méthode d'allègement

La Figure 76 présente plusieurs images obtenues pour différents degrés d'allègement. On peut voir, qualitativement, que le contraste dans la zone anéchoïque est faiblement affecté par l'allègement. Et que la zone proche de l'antenne est dégradée prioritairement, ce qui tend à confirmer le fait que la zone proche de l'antenne nécessite plus de tirs pour être imagée que les zones plus distantes. De plus à partir de la suppression des séquences de degré 4 apparaissent des artefacts verticaux.

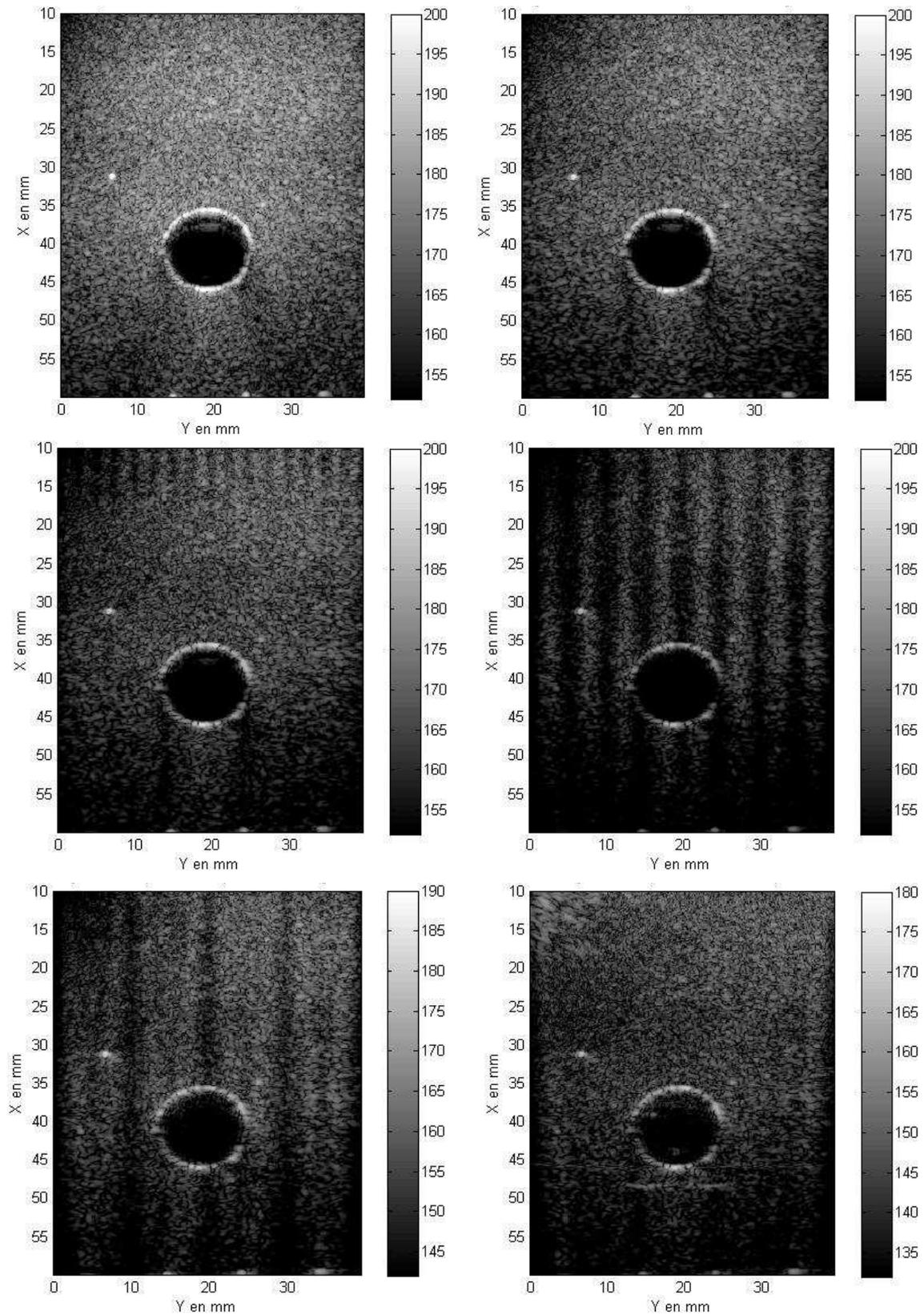


Figure 76: Images réalisées pour différents jeux de données de Hadamard. De haut en bas, de gauche à droite: Toutes les séquences, degré 1 à 6, 1 à 5, 1 à 4, 1 à 3 et onde plane Phantom D70.

Afin de quantifier la résolution on trace une coupe (somme sur 5 tranches) de l'image à la profondeur 31mm (wire target) :

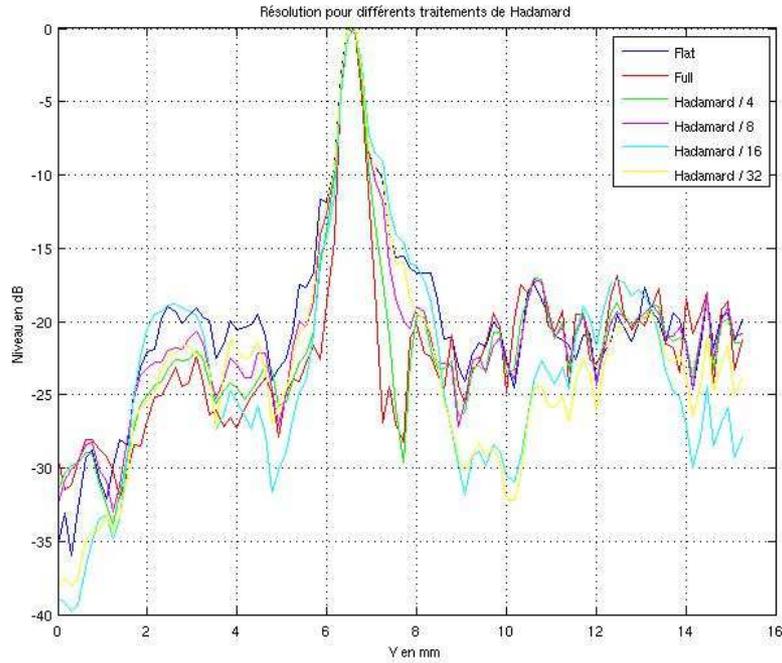


Figure 77 : Evolution de la résolution avec les séquences utilisées

De même pour le contraste, on trace une coupe à 40mm et on somme sur 10 tranches :

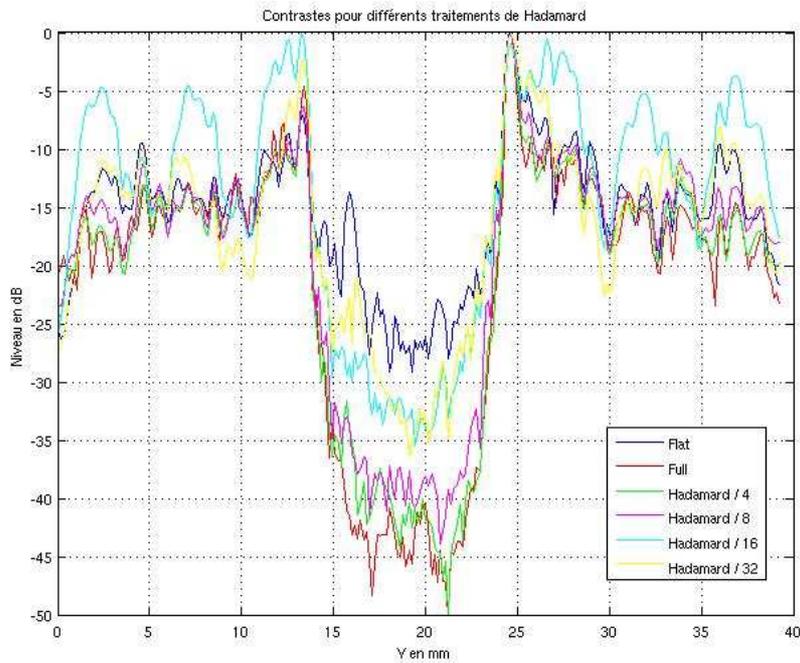


Figure 78 : Evolution du contraste avec les séquences utilisées

On voit que la différence en qualité d'image entre la matrice complète et celle allégée des séquences de degrés 8 et 7 est très faible en termes de contraste (1 à 2 dB) ainsi que de résolution. De même pour un allègement des séquences de degré 6. Cependant on commence à voir apparaître une dégradation de l'image aux faibles profondeurs, corroborant l'idée que l'information reçue pour les séquences de degrés élevés est localisée sur les faibles profondeurs.

Pour les allègements aux degrés 5 et 4, des artefacts apparaissent dans les zones échogènes, laissant à penser qu'il s'agit d'un phénomène lié à l'émission.

Pour ne retenir que l'essentiel, la méthode de Hadamard allégée permet de réduire par 4 le nombre de tirs pour un coût en contraste de 1 à 2 dB ; ou par 8 le nombre de tirs pour un coût en contraste de 3 à 4 dB et une perte de l'image sur les premiers millimètres devant l'antenne.

La table ci-dessous reprend l'ensemble de ces résultats quantitativement :

Jeu de données	SynthHAD_1_PhantomNuclearAssociate_Full					
	8	6	5	4	3	1
Degré maximal	8	6	5	4	3	1
Résolution latérale	1.62mm	1.71mm	2.05mm	2.11mm	2.91mm	3.10mm
Résolution axiale	0.65mm	0.74mm	0.71mm	0.77mm	0.82mm	0.93mm
Nombre de tirs	128	32	16	8	4	1
CTR	29.5 dB	28.1 dB	25.3 dB	23.3 dB	17.4 dB	12.7 dB
Artefacts	Non	Non	Jusqu'à 15mm	Oui	Oui	Non

#### 4.2.7. Conclusion

Nous avons donc, à partir de la distribution spatiale des faisceaux de Hadamard, proposé une nouvelle méthode « d'allègement » de la base d'émission qui permet de réduire le nombre de tirs nécessaires à la reconstruction d'une scène et donc d'améliorer la cadence physique du système. Dans le cas pratique de l'imagerie par antenne linéaire en échographie cette réduction est d'un facteur supérieur à quatre.

L'ensemble des considérations de ce chapitre a fait l'objet d'une publication dans le JASA : (Mosca, Kopp, Nicolas, & Couade, 2008).

Cette méthode présente un intérêt industriel particulier du fait de sa grande simplicité de mise en œuvre : en effet, une pondération par -1 correspond en pratique à une simple inversion de polarité sur les signaux transmis.

### 4.3. Synthèse sphéroïdale

D'un point de vue strictement mathématique, la base canonique (ou n'importe laquelle des bases inversibles) est complète pour des émetteurs/récepteurs omnidirectionnels et pour l'intégralité du demi-plan devant l'antenne. En pratique ces deux assertions ne sont pas réalisées.

De plus l'observation de la distribution spatiale de l'information, selon le degré des séquences de Hadamard utilisées en émission, oriente vers la recherche de stratégie d'émission optimale pour des zones restreintes de l'espace à imager. Autrement dit, tout comme la base canonique est une base complète pour l'espace total de propagation, peut-on trouver des bases décrivant complètement une zone d'intérêt plus petite de l'espace ?

Ou encore, n'y a-t-il pas une forme de redondance dans la synthèse canonique appliquée sur une antenne réelle non idéalement omnidirectionnelle ?

Enfin, peut-on déplacer le compromis cadence/contraste vers un compromis cadence/taille de l'image ?

Cette approche serait particulièrement intéressante dans le cadre de la caméra acoustique en acoustique sous-marine où on ne veut imager précisément et avec une très bonne cadence que les zones en mouvement (plongeur, fuite de gaz). Le fond ne bougeant pas, on peut se représenter cela comme le fonctionnement de l'œil humain concentrant son "effort" de résolution sur une très petite zone en mouvement, le fond restant flou.

De même, un certain nombre d'applications médicales bénéficieraient d'une telle stratégie. La visualisation de cinématique des valves cardiaques par exemple ou encore de front d'onde de cisaillement pour l'élastographie des tissus.

### 4.3.1. Maximisation du critère énergétique

Une des approches possibles dans le choix d'une matrice d'émission appropriée est de considérer l'énergie rayonnée dans une zone particulière de l'espace en fonction du vecteur d'émission. Pour cela on s'intéresse au signal que recevrait cette même antenne d'émission si un continuum de sources infinitésimales disposées sur un secteur angulaire de l'espace rayonnait dans le milieu. Le traitement d'antenne maximisant l'énergie mesurée sera par réciprocité du processus émission/réception le codage spatial en émission maximisant l'énergie rayonnée par le faisceau au sein du même secteur.

La Figure 79 pose les conventions géométriques dans le cas bidimensionnel.

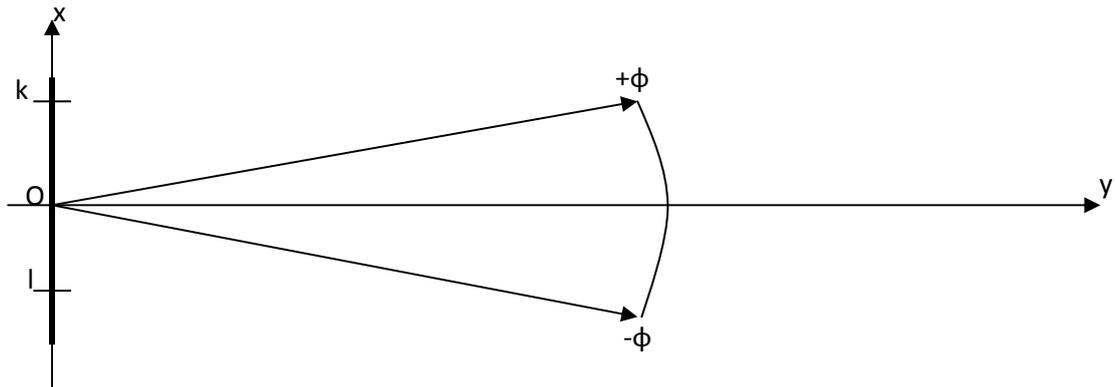


Figure 79 : Géométrie bidimensionnelle du problème

Soit  $X = [x_1 \quad \dots \quad x_N]^T$  un filtre spatial de dimension N et de norme unitaire. L'énergie mesurée sur les capteurs après filtrage (pondération, apodisation ...) est :

$$E = X^* J(B) X$$

où  $J(B)$  est la matrice de corrélation inter-capteurs des signaux reçus dans le secteur angulaire  $[-\varphi; +\varphi]$ .

Il faut donc maximiser E sous la contrainte  $\|X\| = 1$ . En utilisant la technique des multiplicateurs de Lagrange, on trouve que X doit satisfaire l'équation aux valeurs propres :

$$J(B) X = \mu X$$

En d'autres termes, le vecteur X qui maximise le critère énergétique est le vecteur propre de la matrice  $J(B)$  associé à sa plus grande valeur propre. Il reste maintenant à expliciter la matrice  $J(B)$ . De plus, pour des filtres spatiaux normalisés, il vient :

$$E = \mu$$

Les vecteurs propres maximisant le critère énergétique sont donc ceux associés aux plus fortes valeurs propres.

Ce problème de maximisation de l'énergie dans une zone de l'espace se ramène en réalité à un problème plus général de fenêtrage fréquentiel (ici spatial), bien connu en traitement du signal (télécommunications, radars) (notched spectrum problem) (Dickey, Romero, & Doerry, 2002). Les termes de cette problématique étant de trouver une base orthogonale de taille finie qui maximise l'énergie dans un spectre fréquentiel défini (bande).

Dans le domaine de l'imagerie acoustique, il s'agit de maximiser l'énergie écoutée (resp. rayonnée) dans une bande de fréquence spatiale (B) restreinte, pour une longueur d'antenne finie.

#### 4.3.2. Cas du champ lointain

En régime monochromatique, de fréquence  $f$ , la matrice de corrélation du signal reçu provenant d'un continuum de sources infinitésimales situées sur l'arc de cercle de centre  $O$ , de rayon  $R$  et d'angle  $[-\varphi ; +\varphi]$  est la suivante :

$$J_{kl}(\varphi) = E\{S_k(t)S_l(t-\tau)\}$$

avec  $S_k$  et  $S_l$ , les vecteurs signaux des capteurs  $k$  et  $l$ .  $E$  est l'opérateur d'espérance mathématique. Les signaux reçus par les capteurs  $k$  et  $l$  étant identiques au retard  $\tau_{kl}$  près, on peut écrire, à une constante multiplicative près :

$$J_{kl}(\varphi) = \int_{\tau_{kl}(-\varphi)}^{\tau_{kl}(\varphi)} \exp(2i\pi f \tau_{kl}(\varphi)) d\tau_{kl}(\varphi)$$

avec :  $\tau_{kl}(\varphi) = \frac{d_{kl}(\varphi)}{c}$  ;  $c$  étant la vitesse du son dans le milieu considéré.

$$d_{kl}(\varphi) = \sqrt{R^2 \cos^2 \varphi + \left(R \sin \varphi - \left(k - \frac{N}{2}\right)d_i\right)^2} - \sqrt{R^2 \cos^2 \varphi + \left(R \sin \varphi - \left(l - \frac{N}{2}\right)d_i\right)^2}$$

avec :  $R$ , le rayon d'arc de cercle,  $N$ , le nombre d'éléments de l'antenne et  $d_i$ , le pas intercapteur.

Soit :

$$d_{kl}(\varphi) = \frac{1}{2R \cos \varphi} \left[ \left( R \sin \varphi - \left( k - \frac{N}{2} \right) d_i \right)^2 - \left( R \sin \varphi - \left( l - \frac{N}{2} \right) d_i \right)^2 \right]$$

Dans l'approximation de champ lointain et pour  $\varphi$  petit (nous validerons cette hypothèse ultérieurement), on obtient finalement :

$$d_{kl}(\varphi) = d_i (l - k) \sin \varphi$$

Donc en reportant ce résultat dans l'expression de la matrice de corrélation, il vient :

$$J_{kl}(\phi) = \int_{\tau_{kl}(-\phi)}^{\tau_{kl}(\phi)} \exp(2i\pi f \frac{d_i(l-k) \sin \phi}{c}) d\tau_{kl}(\phi)$$

avec :

$$d\tau_{kl}(\phi) = \frac{d_i(l-k)}{c} \cos \phi d\phi \approx \frac{d_i(l-k)}{c} d \sin \phi$$

On pose alors :

$$u = \sin \phi \text{ et } du = \cos \phi d\phi$$

Soit finalement :

$$J_{kl}(\phi) = \int_{-\sin(\phi)}^{\sin(\phi)} \exp\left(2i\pi f \frac{d_i(l-k)}{c} u\right) du$$

Et donc :

$$J_{kl}(\phi) = \left[ \frac{\exp\left(2i\pi f \frac{d_i(l-k)}{c} u\right)}{2i\pi f \frac{d_i(l-k)}{c}} \right]_{-\sin \phi}^{\sin \phi}$$

Finalement :

$$J_{kl}(\phi) = \frac{\sin\left(2\pi f \frac{d_i(l-k) \sin \phi}{c}\right)}{\pi f \frac{d_i(l-k)}{c}} = \frac{\lambda \sin(2\pi(l-k)B)}{d_i \pi(l-k)}$$

avec  $\lambda = \frac{c}{f}$  et  $B = \frac{d_i \sin \phi}{\lambda}$ .

Après normalisation, il vient :

$$J_{kl}^{norm}(\phi) = \frac{\sin(2\pi(l-k)B)}{\pi(l-k)}$$

J est donc une matrice de Toeplitz symétrique. Il reste donc à déterminer les vecteurs propres de cette matrice ainsi que leurs valeurs propres associées.

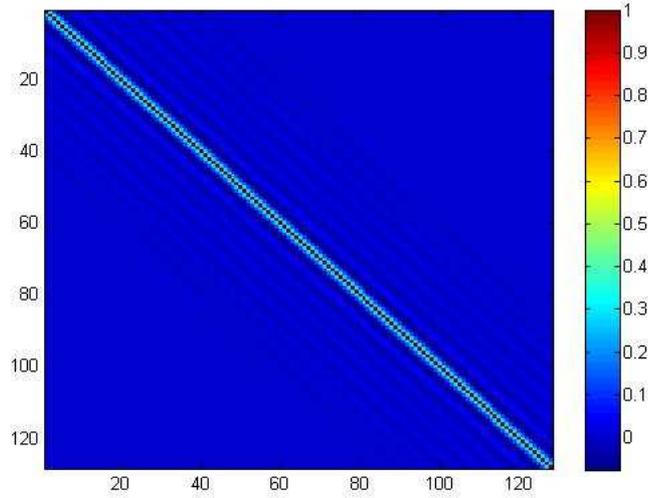


Figure 80 : Matrice de densité spectrale d'un secteur angulaire de  $40^\circ$ , pour  $\varphi=\pi/4$ , en champ lointain sur une barrette de 128 capteurs espacés d'une demi-longueur d'onde.

#### 4.3.3. Introduction des séquences sphéroïdales

Les séquences sphéroïdales furent introduites initialement par (Slepian, 1978) dans le cadre du problème de fenêtrage fréquentiel dans les télécommunications (Dickey, Romero, & Doerry, 2002). Elles sont définies comme suit:

Pour tout  $k \in [1, N]$ , la  $k^{\text{ème}}$  séquence sphéroïdale d'ordre  $N$  et de paramètre  $B$  est définie comme le  $k^{\text{ème}}$  vecteur propre réel et normalisé de la matrice  $N \times N$  définie positive :

$$A = \left[ \frac{\sin 2\pi B(m-n)}{\pi(m-n)} \right]_{\substack{1 \leq m \leq N \\ 1 \leq n \leq N}}$$

En d'autres termes  $V$  est une séquence sphéroïdale si et seulement si :

$$\left[ \frac{\sin 2\pi B(m-n)}{\pi(m-n)} \right]_{\substack{1 \leq m \leq N \\ 1 \leq n \leq N}} V_k = \mu_k V_k$$

Les valeurs propres associées sont les  $\mu_k$  et sont alors arrangées dans l'ordre décroissant. La famille des vecteurs sphéroïdaux est une famille orthonormée.

Ces vecteurs sont obtenus par résolutions des équations linéaires associées. Les séquences sphéroïdales ne dépendent que de deux paramètres  $N$ , leur dimension, et  $B$ , appelé le paramètre de bande. On représente, ci-dessous, une matrice sphéroïdale pour  $N=128$  et  $B=0.2$ , ainsi que ses valeurs propres associées.

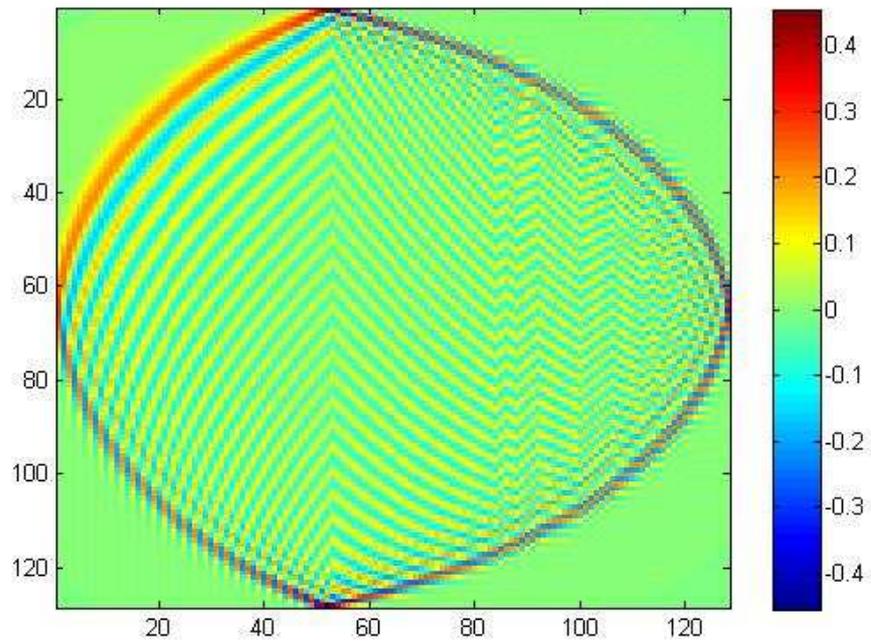


Figure 81 : Matrice sphéroïdale pour  $N=128$  et un paramètre de base de 0.2

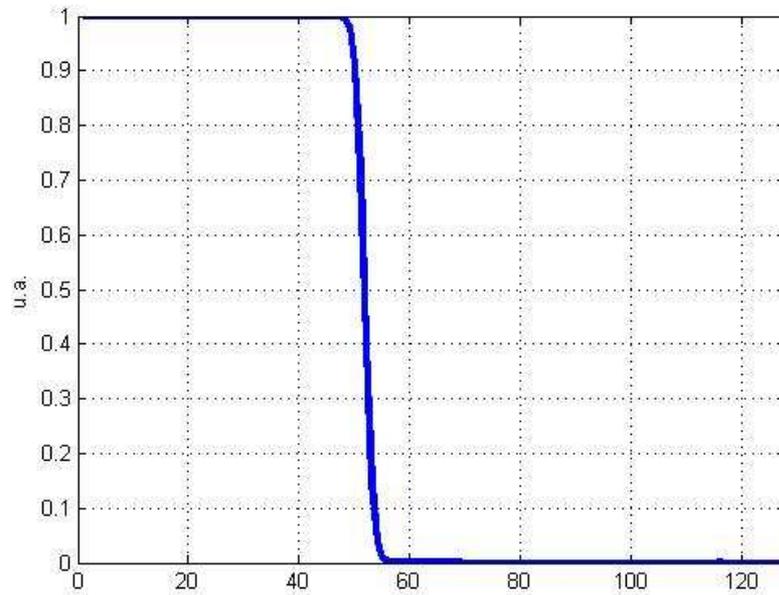


Figure 82 : Valeurs propres associées à la matrice sphéroïdale ( $N=128; B=0.2$ )

On distingue deux régimes de valeurs propres, ou d'énergie de rayonnement. Pour les premières séquences sphéroïdales l'énergie du faisceau est quasi-intégralement concentrée dans le secteur d'intérêt. A l'inverse, pour les grandes valeurs propres, l'énergie rayonnée dans ce même secteur est quasiment nulle.

La Figure 83 représente les distributions spatiales en intensité de 4 séquences sphéroïdales (n°1, 2, 40 et 100) pour une antenne de 128 éléments à 5MHz échantillonnée en  $\lambda/2$  et pour  $B=0.2$ .

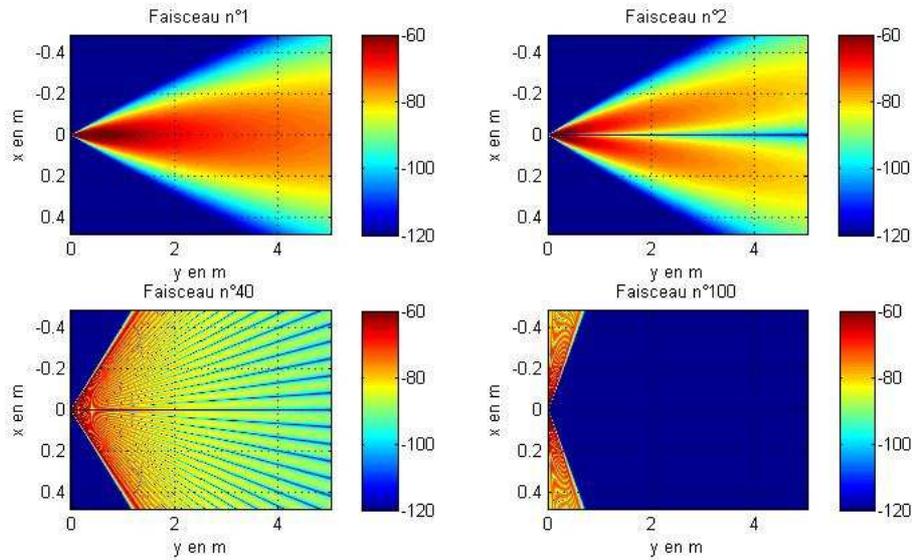


Figure 83 : Faisceaux sphéroïdaux n°1, 2, 40 et 100. Pour  $N=128$ ,  $B=0.2$  et  $F=5\text{MHz}$ .

Simulation logiciel PROPA.

On observe que l'intensité est concentrée autour de l'axe de l'antenne pour les faisceaux inférieurs au degré de la séquence. A l'inverse, pour les faisceaux de degrés supérieurs, l'énergie rayonnée dans ce secteur est très faible.

On observe également que le nombre de lobes du faisceau augmente avec le rang de la séquence. Il existe donc un lien entre fréquence spatiale et rang de la séquence.

#### 4.3.4. Application des séquences sphéroïdales à l'imagerie acoustique

##### *Degré d'une matrice sphéroïdale*

La première utilisation des séquences sphéroïdales en traitement d'antenne fut réalisée par (Forster & Vezzosi, 1987), pour le traitement en réception de système passif. Dans cette étude, les auteurs constatèrent que le changement de régime de valeur propre intervenait pour  $k \geq 2BN - 2$ .

Cette propriété fait tout l'intérêt de l'utilisation des séquences sphéroïdales pour l'imagerie active. En effet, les séquences sphéroïdales constituent une famille de vecteurs propres. La matrice sphéroïdale, constituée de ces vecteurs, est donc inversible. Elle est donc, du point de vue de l'imagerie active, strictement équivalente à la matrice d'émission canonique et permet une imagerie optimale et complète du demi-plan d'antenne.

Cependant, les  $2BN - 2$  premiers vecteurs sphéroïdaux concentrent l'énergie de leurs faisceaux dans un secteur angulaire de l'espace. Toute l'information nécessaire à l'imagerie de ce secteur angulaire est donc contenue dans les signaux acquis lors de ces  $2BN - 2$  tirs. **On peut donc définir une base d'émission complète pour une zone limitée de l'espace et de taille inférieure à la base canonique.**

Par analogie avec le degré des séquences de Hadamard, on définit le terme  $2BN-2$ , comme étant le degré d'une base sphéroïdale. De plus, le paramètre de bande étant directement lié à l'ouverture du secteur imagé, l'utilisation de la base sphéroïdale permet d'ajuster le nombre de tirs nécessaires à une image complète en fonction de la taille de la zone imagée. La Figure 84 représente l'évolution du degré de la base sphéroïdale en fonction de l'ouverture angulaire de la zone imagée.

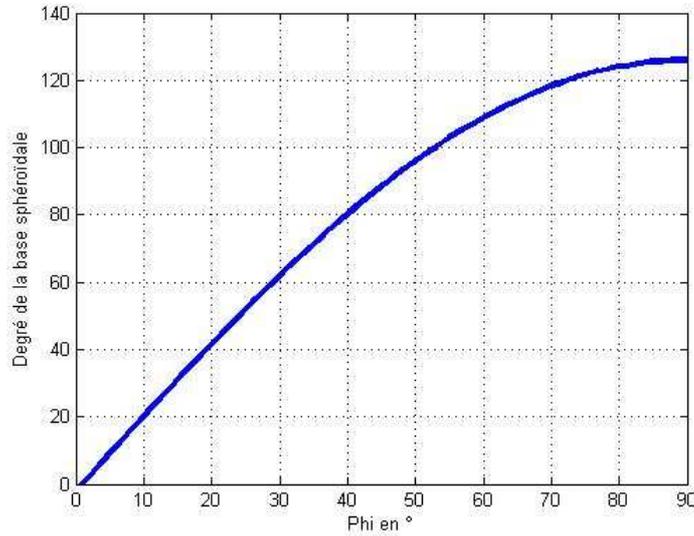


Figure 84 : Degré de la base sphéroïdale en fonction de l'ouverture imagée. Pour une antenne de 128 éléments échantillonnée en  $\lambda/2$

Le degré des bases sphéroïdales est déterminé ici de façon empirique. Cependant, on peut le valider par le calcul, en déterminant les valeurs énergétiques de la géométrie précédente, pour les N séquences sphéroïdales de paramètre B, telle que, par exemple,  $\phi = 20^\circ$ . Dans ce cas  $B=0.171$ .

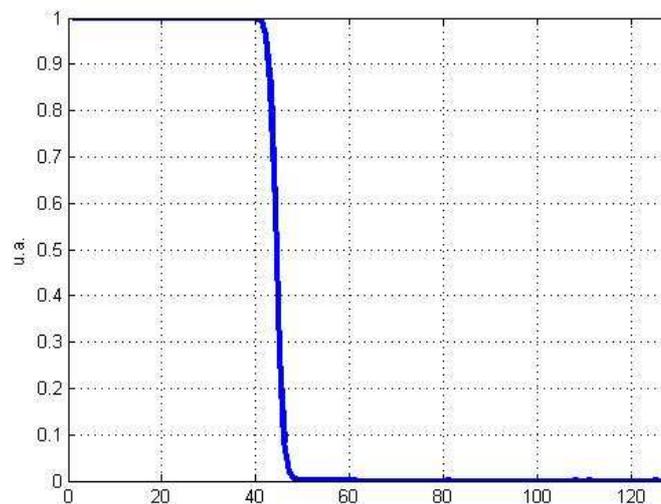


Figure 85 : Valeurs propres  $\phi = 20^\circ$

On observe sur la Figure 85 un degré de 43. Le terme de  $2BN-2$  vaut ici 42. Pour toutes les séquences que nous avons manipulées par la suite cette relation était correcte.

Cas d'une ouverture de 90°

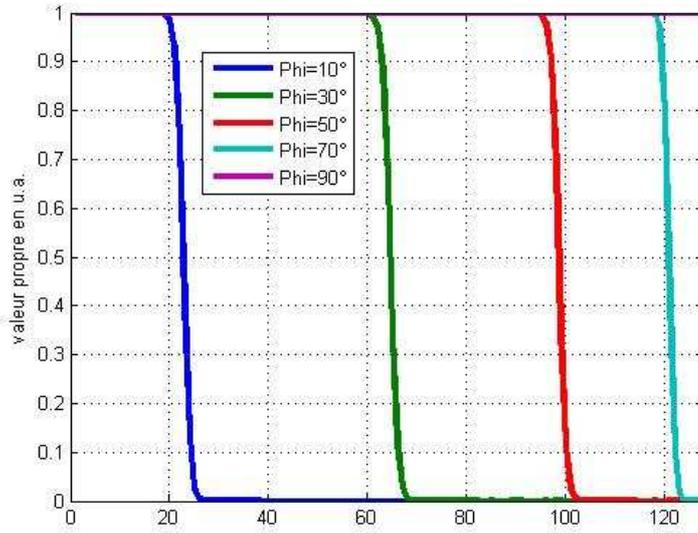


Figure 86 : Evolution des valeurs propres en fonction de l'ouverture

Si  $\phi$  tend vers  $90^\circ$ , alors  $B$  tend vers 0.5, dans le cas d'une antenne échantillonnée en  $\lambda/2$ . Dans ce cas, le calcul montre que toutes les valeurs propres sont égales à 1. La séquence sphéroïdale, de taille  $N$  et de paramètre  $B=0.5$ , est donc une base orthonormée. Elle est donc strictement équivalente à la base canonique.

Passage en large bande

Les développements réalisés jusqu'ici ont été effectués pour une fréquence pure  $f_0$ . Le passage en large bande introduit une erreur sur la bande spatiale ( $B$ ) et donc directement sur la largeur de la zone à insonifier.

Dans le cas d'une largeur fréquentielle de  $BW = f_2 - f_1$ , centrée sur  $f_0$  la matrice de corrélation varie de :

$$J_{kl}(f_1, \phi) = \frac{\sin\left(2\pi(k-l)\frac{d_i \sin \phi}{c} f_1\right)}{\pi(k-l)} \quad \text{à} \quad J_{kl}(f_2, \phi) = \frac{\sin\left(2\pi(k-l)\frac{d_i \sin \phi}{c} f_2\right)}{\pi(k-l)}$$

Pour une largeur spectrale de 100% et en posant  $B = \frac{d_i \sin \phi}{c} f_0$ , il vient :

$$J_{kl}(f_1, \phi) = \frac{\sin\left(2\pi(k-l)\frac{B}{2}\right)}{\pi(k-l)} \quad \text{et} \quad J_{kl}(f_2, \phi) = \frac{\sin\left(2\pi(k-l)\frac{3B}{2}\right)}{\pi(k-l)}$$

La bande spatiale effective varie donc de  $0.5*B$  à  $1.5*B$ , avec  $B$  la bande spatiale pour la fréquence centrale. Et donc l'angle insonifié varie quant à lui de :

$$\left[ \arcsin\left(\frac{\sin \varphi_b}{2}\right); \arcsin\left(\frac{3 * \sin \varphi_b}{2}\right) \right]$$

La Figure 87 ci-dessous représente l'angle insonifié pour le paramètre B fixé pour  $\varphi=20^\circ$  et un pas inter-capteur d'une demi-longueur d'onde, en fonction de la fréquence du spectre.

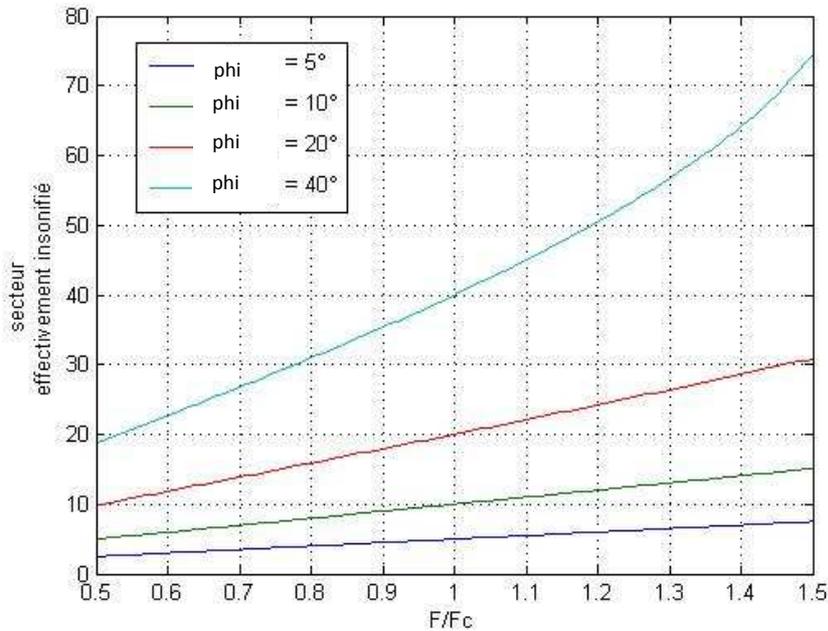


Figure 87 : Secteur effectivement insonifié sur la bande

Il paraît difficile a priori de pouvoir corriger cette erreur pour des émissions pulsées typiquement utilisées en échographie médicale.

Cependant, en émission modulée en fréquence, type chirp, très courante en acoustique sous-marine, on peut imaginer appliquer plusieurs séquences sphéroïdales adaptées aux différentes fréquences parcourues. Cela revient en fait, à appliquer une pondération en amplitude et en phase appropriée pour maintenir l'angle d'insonification au cours du chirp. Nous verrons par la suite que le phénomène décrit précédemment aura pour effet de « lisser » légèrement les bords des images réalisées.

*Cas d'une ouverture dépointée*

On traite ici le cas où la zone d'intérêt présente un angle de dépointage  $\theta$  avec l'axe de l'antenne.

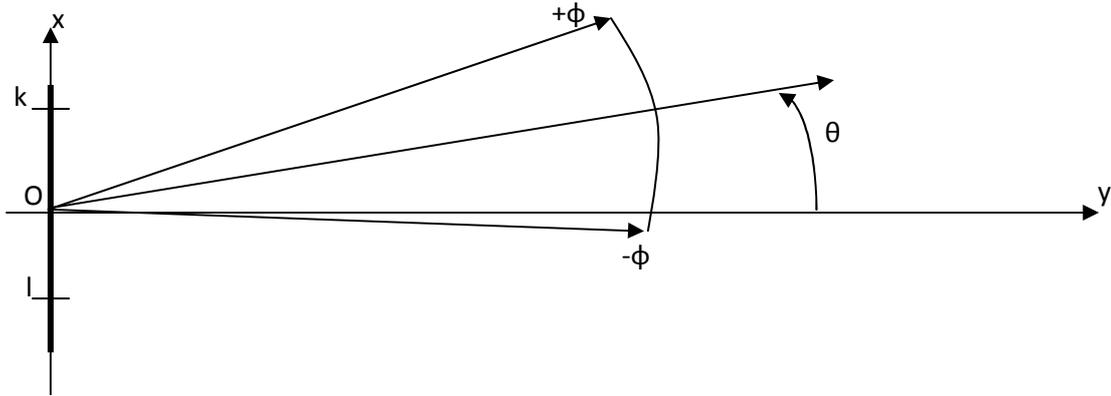


Figure 88 : Géométrie du problème dépointée

Dans ce cas, la matrice de corrélation devient :

$$J_{kl}(\phi, \theta) = \frac{\sin\left(2\pi(k-l)\frac{d_i \sin \phi}{\lambda} \cos \theta\right)}{\pi(k-l)}$$

Dans ce cas le paramètre d'angle devient :

$$B = B_{axe} \cos \theta$$

Avec  $B_{axe}$ , le paramètre d'angle de la même base non dépointée. Les émetteurs sont retardés de :

$$\tau_k = \frac{kd_i \sin \theta}{c}$$

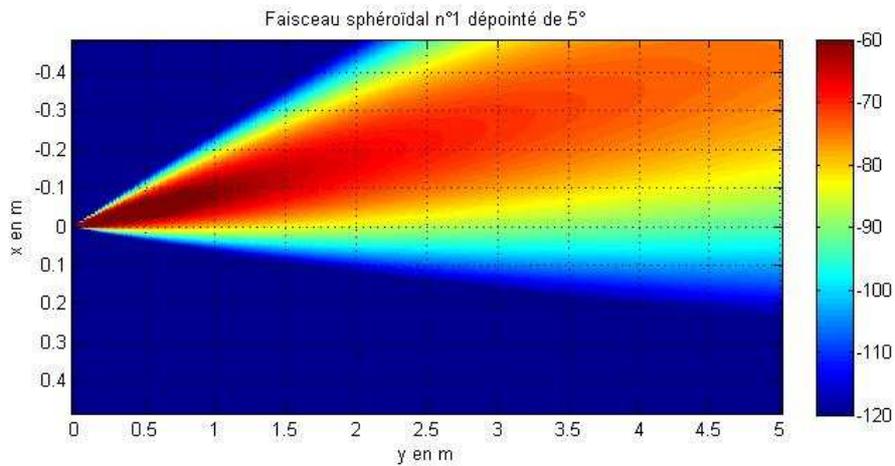


Figure 89 : Faisceau sphéroïdal n°1 dépointé de 5°. N=128, B=0.2, F=5MHz. L'antenne est échantillonnée en  $\lambda/2$ . Simulation Logiciel PROPA

#### 4.3.5. Synthèse sphéroïdale en champ lointain

Les bases sphéroïdales sont adaptées à une géométrie de champ lointain. Le dispositif expérimental VDAS disponible dans le cadre de cette thèse ne permettant que la réalisation de traitement en champ proche, on procède à la validation de la méthode synthétique sphéroïdale par simulation à l'aide du logiciel Field 2.

La méthode que l'on applique ici est la même méthode d'allègement que celle mise en oeuvre pour les bases de hadamard. En effet, comme on l'a vu précédemment, la base sphéroïdale est complète sur une partie de l'espace, pour un degré inférieur au nombre d'éléments de l'antenne. Cela revient à dire que les acquisitions faites sur les faisceaux émis de rangs supérieurs au degré de la base n'apportent aucune "information" supplémentaire.

On considère une antenne de 64 éléments, excitée à 4MHz, et pour une bande de 100%. Le champ lointain se situe donc autour de 40cm. On place une cible ponctuelle à 60cm de l'antenne sur son axe.

Les émissions utilisées sont des émissions pulsées. La Figure 90 est une comparaison des fonctions de diffraction ponctuelle (PSF) pour des bases sphéroïdales de degrés, et donc d'ouverture, différents.

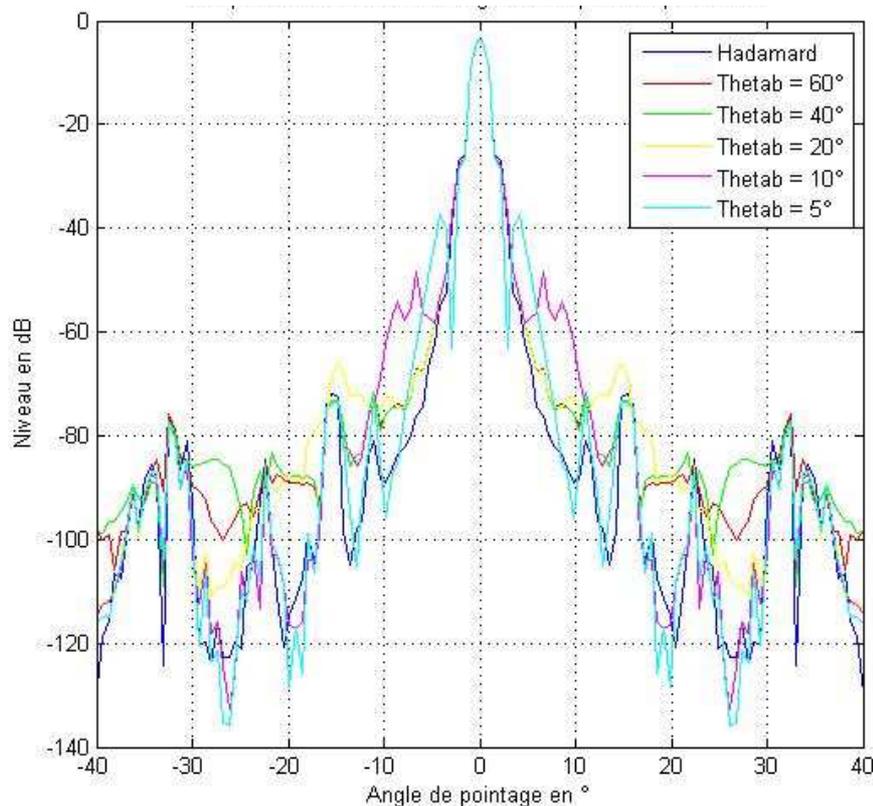


Figure 90 : Comparaison PSF pour différentes bases sphéroïdales de différentes ouvertures (5°, 10°, 20°, 40° et 60°) et de la base de Hadamard complète. L'antenne comporte 64 éléments espacés de  $\lambda/2$  et excités à 4MHz. Simulation Field 2.

On observe une résolution équivalente quelquesoit le paramètre d'angle choisi, mais également l'apparition de lobes secondaires pour des angles petits ( $10^\circ$  et  $5^\circ$ ) à respectivement  $-60\text{dB}$  et  $-40\text{dB}$ . On remarque également que les bases de Hadamard et sphéroïdales en champ lointain pour de grands paramètres d'angles sont équivalentes.

On représente ci-dessous les images formées sous Field, qui, pour une cible ponctuelle, représentent en fait la PSF bidimensionnelle pour les différentes méthodes :

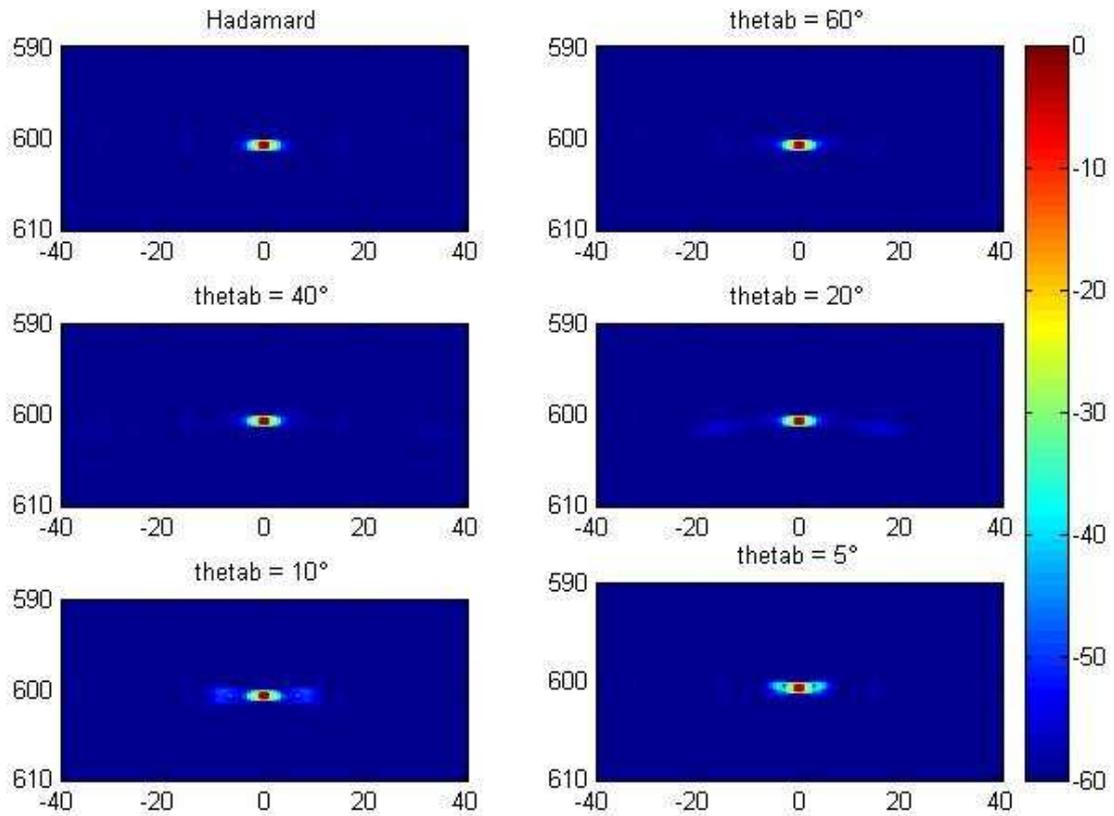


Figure 91 : Fonction de diffraction pour divers types d'émissions sphéroïdales. Simulation Field2.

**Un point très encourageant de ces simulations est le fait que la PSF observée pour une base sphéroïdale à  $5^\circ$  est relativement peu dégradée par rapport à celle obtenue par synthèse de Hadamard. Dans un cas, 64 émissions auront été nécessaires (Hadamard), dans le second seulement 4 (base sphéroïdale à  $5^\circ$ ).**

Une autre simulation intéressante est de voir le comportement de la base sphéroïdale pour différentes positions angulaires de la cible, notamment lorsqu'on se trouve à la limite de l'ouverture sphéroïdale. Pour cela on place 5 cibles sur un même arc de cercle situées à  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $18^\circ$ ,  $22^\circ$  et  $30^\circ$ , et on image avec une base sphéroïdale de paramètre d'angle  $20^\circ$  :

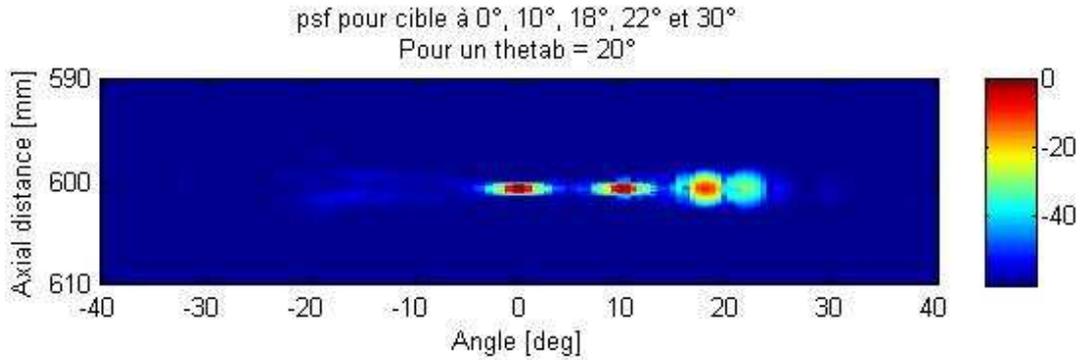


Figure 92 : PSF pour différentes cibles avec émission sphéroïdales à 20°. Simulation Field2.

On observe une résolution et un contraste équivalent pour les cibles à 0° et 10°. A 18°, la résolution commence déjà à se dégrader, le niveau de la cible à 22° est relativement faible pour s'atténuer complètement à 30°. On constate ici l'effet de l'approximation monochromatique sur des signaux larges bandes, ici 100%.

Ci-dessous une coupe à 600mm :

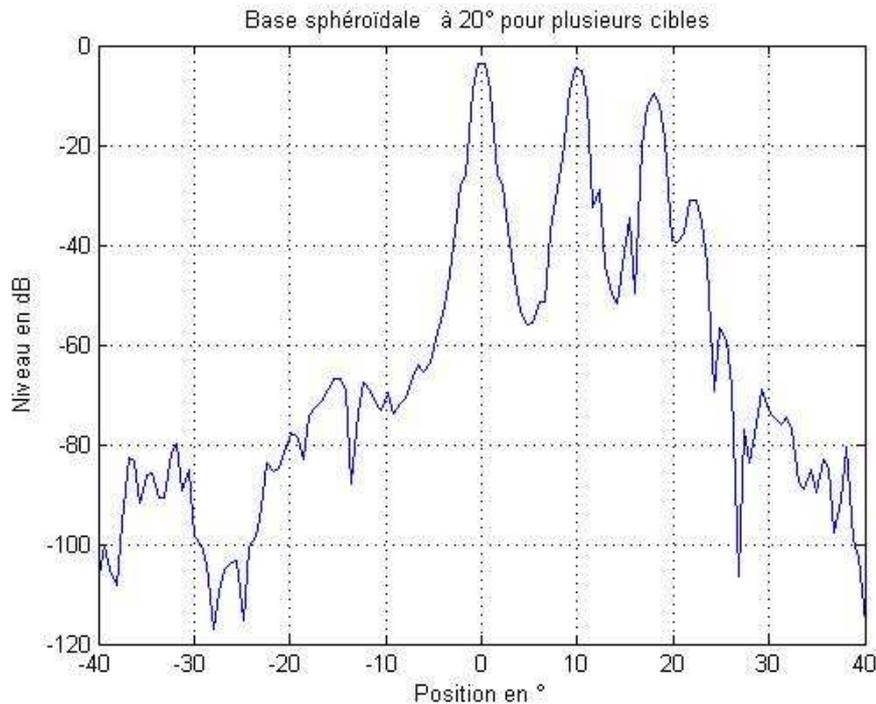


Figure 93 : Evolution de la résolution avec la position angulaire pour une base sphéroïdale à 20°

Enfin, on s'intéresse à l'erreur due au champ proche. On reproduit la scène précédente pour différentes portées.

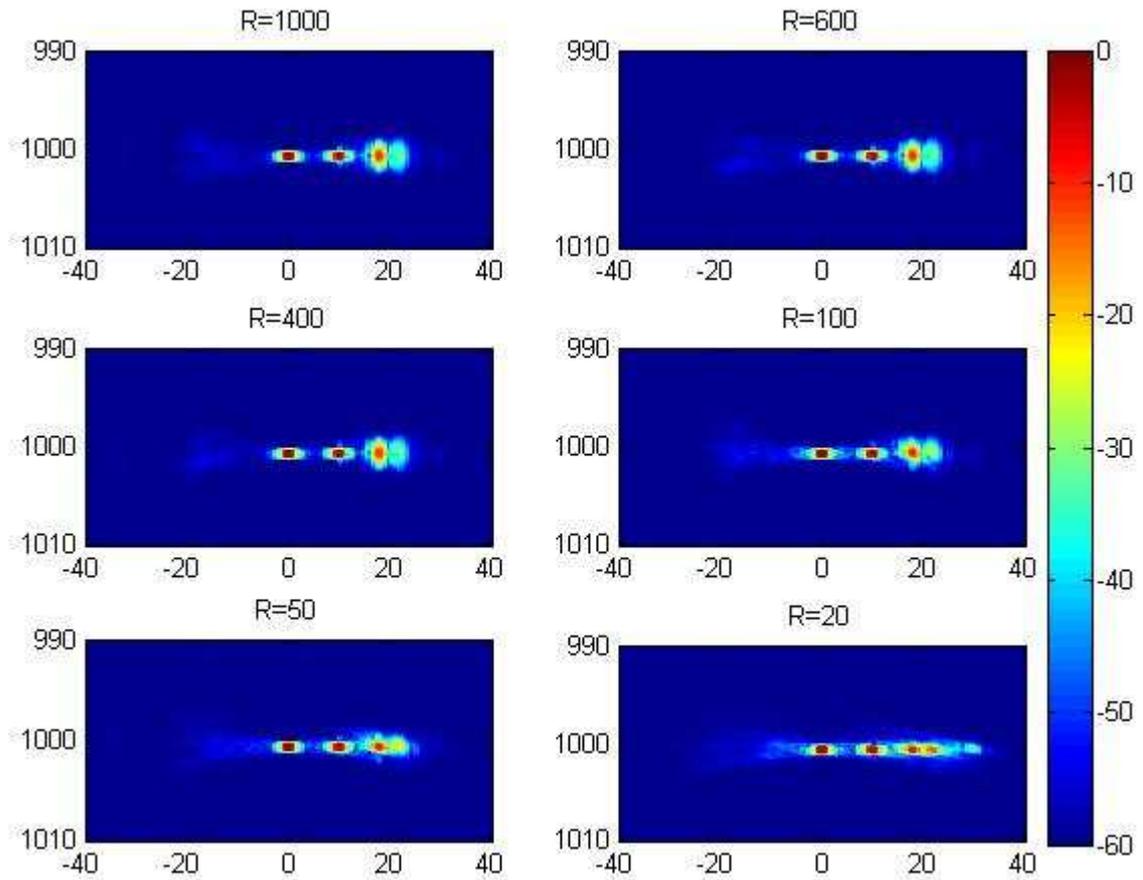


Figure 94 : PSF pour différentes cibles et différentes portées

L'erreur en champ proche engendre un élargissement de l'angle d'insonification. Ainsi, on voit, qu'à 50mm, la cible à 22° génère un niveau de -20dB, et qu'à 20mm, la cible à 30° apparaît.

### 4.3.6. Synthèse sphéroïdale en champ proche

On s'intéresse ici au champ proche, qui correspond au cas de l'échographie médicale. Nous verrons que, dans ces conditions, les développements théoriques vont très vite déboucher sur des points bloquants. Cependant les premiers résultats expérimentaux encourageant nous ont poussés à trouver une justification différente à l'utilisation des bases sphéroïdales.

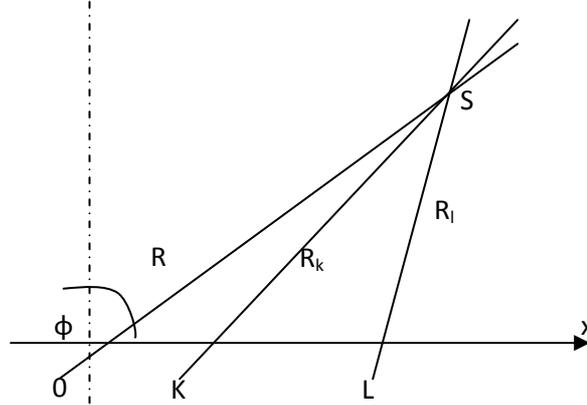


Figure 95 : Conventions géométriques du champ proche

#### Calcul de la matrice de corrélation de champ proche

Le retard s'exprime maintenant de la façon suivante :

$$\tau_{kl}(\varphi) = \frac{R_k - R_l}{c}$$

Avec :  $R_k = \sqrt{R^2 + x_k^2 - 2Rx_k \sin \varphi}$  et  $R_l = \sqrt{R^2 + x_l^2 - 2Rx_l \sin \varphi}$

Et donc, par développement limité :

$$R_k - R = -x_k \sin \varphi + \frac{x_k^2}{2R} \cos^2 \varphi$$

Le retard relatif en champ proche entre un élément en  $x_k$  et en  $x_l$  est donc le suivant :

$$\tau_{kl}(\varphi) = \frac{1}{c} \left( (x_l - x_k) \sin \varphi + \frac{x_k^2 - x_l^2}{2R} \cos^2 \varphi \right) = \frac{d_i(k-l)}{c} \left( -\sin \varphi + d_i \frac{k+l}{2R} \cos^2 \varphi \right)$$

Comme précédemment, pour un continuum de sources infinitésimales situées sur le secteur

$[-\phi, \phi]$ , on obtient :

$$J_{kl}(f, \phi) = \int_{\tau(-\phi)}^{\tau(\phi)} \exp(2i\pi\tau_{kl}(\phi)f) d\tau_{kl} \text{ avec } \tau_{kl}(\phi) = \frac{d_i(k-l)}{c} \left( \sin \phi + d_i \frac{k+l}{2R} \cos^2 \phi \right)$$

et donc, en posant :  $d_{kl}(\phi) = d_i(l-k) \sin \phi$  , il vient:

$$J_{kl}(f, \phi) = \int_{\left(-\sin \phi + d_i \frac{k+l}{2R} \cos^2 \phi\right)}^{\left(\sin \phi + d_i \frac{k+l}{2R} \cos^2 \phi\right)} \exp(2i\pi \frac{d_{kl}}{\lambda} u) du$$

On pose :  $A = \sin \phi$  ;  $C = \frac{d_i(k+l)}{2R} \cos^2 \phi$  et  $D = \frac{2i\pi d_{kl}}{\lambda}$

On a donc :  $J_{kl}(f, \phi) = \frac{1}{D} [\exp(D(C+A)) - \exp(D(C-A))]$

Et finalement :  $J_{kl}(f, \phi) = \frac{\exp(DC)}{D} [2 \sinh(AD)]$

Soit :

$$J_{kl}(f, \phi) = \frac{\exp\left(\frac{2i\pi d_{kl}}{\lambda} \frac{d_i(k+l)}{2R} \cos^2 \phi\right)}{\frac{2i\pi d_{kl}}{\lambda}} 2 \sinh\left(\frac{2i\pi d_{kl}}{\lambda} \sin \phi\right)$$

On montre aisément que l'on retrouve le champ lointain de la partie 4.2.3. La matrice de corrélation de champ proche dépend désormais de la portée R, donc de l'instant d'arrivée. Il s'agit donc d'isoler la base spatio-temporelle optimale pour chaque secteur d'insonification. **Travailler en champ proche introduit donc une dimension temporelle dans le problème.**

**On peut donc s'attendre à avoir une séquence d'émission sphéroïdale adaptée pour chaque profondeur, donc pour chaque instant. Les bases sphéroïdales en champ proche sont donc des bases spatio-temporelles (et non plus uniquement spatiales comme en champ lointain).**

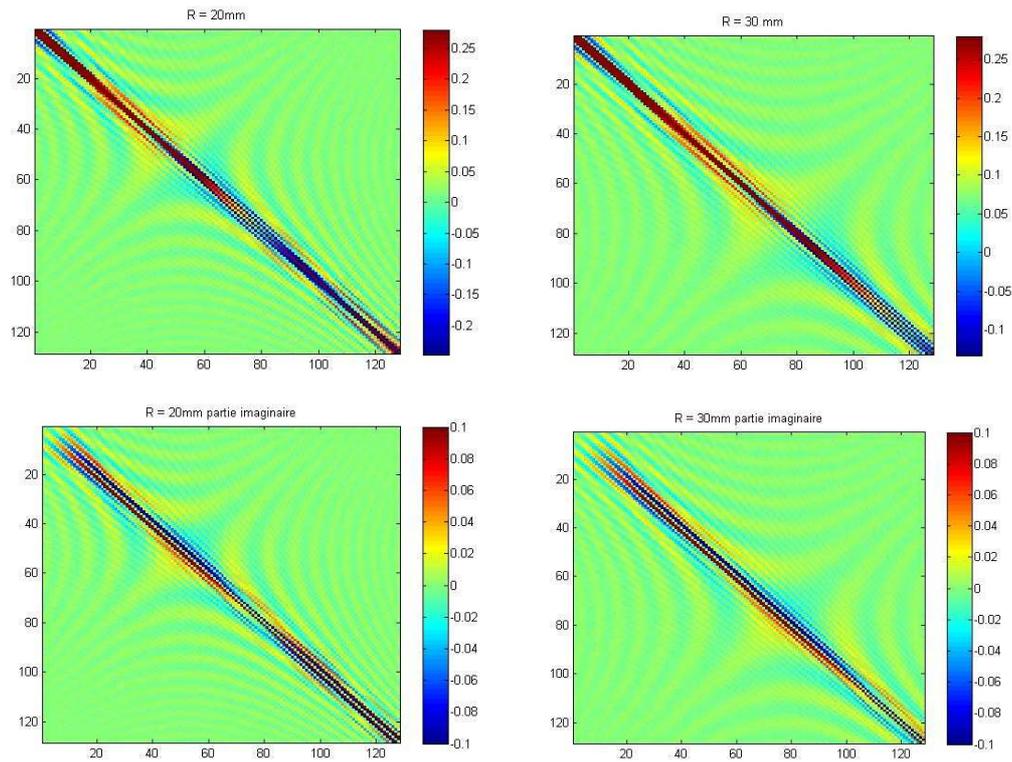


Figure 96 : Partie réelle (en haut) et partie imaginaire (en bas) de la matrice de corrélation d'un secteur angulaire de  $40^\circ$ , en champ proche sur une barrette de 128 capteurs espacés d'une demi-longueur d'onde à 5MHz, à 20 et 30 mm

#### *Problème de la diagonalisation de la matrice de corrélation de champ proche*

Les matrices sphéroïdales présentent des valeurs propres très proches de 1 et très proches de 0. Le ratio entre la plus grande valeur propre et la plus petite prend donc des valeurs très grandes. On parle de problème mal conditionné. La diagonalisation de telle matrice s'avère extrêmement complexe.

Les bases sphéroïdales classiques, étant très utilisées dans le domaine des télécommunications et disposant d'une expression analytique, sont très bien documentées et déjà implémentées sous de nombreux algorithmes.

Ce n'est pas le cas pour la diagonalisation de la matrice de corrélation de champ proche. Après plusieurs tentatives par les méthodes de décomposition de Karhunen-Loeve (Unser, 1984) (Courmontagne, 1999) ou par tridiagonalisation (Percival & Walden, 1993), toutes infructueuses à partir de certaines valeurs propres et dont la mise en œuvre sortait du cadre défini par ce travail de thèse, nous avons décidé d'adopter une autre approche au problème du champ proche.

*Approche de la géométrie en tronç de cône*

On peut, en effet, aborder la question des bases sphéroïdales de champ proche, d'un autre point de vue, en recherchant la configuration géométrique qui aboutit à la matrice de covariance de l'arc de cercle en champ lointain sans l'approximation de champ lointain.

Considérons la configuration suivante :

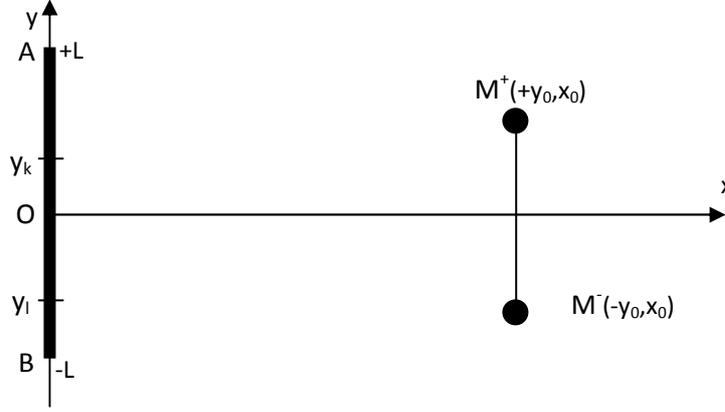


Figure 97 : Configuration en "tronç de cône" en champ proche

On calcule la matrice de covariance pour une infinité de sources infinitésimales situées sur un plan d'abscisse  $x_0$ . Le délai relatif entre les capteurs  $k$  et  $l$ , pour une source située en  $(y, x)$ , est de la forme :

$$\tau_{kl} = \frac{\sqrt{(y - y_k)^2 + x^2} - \sqrt{(y - y_l)^2 + x^2}}{c}$$

A une distance suffisante de l'antenne, le retard devient :  $\tau_{kl}(x, y) = \frac{y d_{kl}}{x c} \left( 1 - \frac{d_i(k+l)}{2y} \right)$ . Avec  $d_i$  le pas inter-capteur et  $d_{kl} = d_i(k-l)$ .

Et donc la matrice de covariance s'exprime :

$$J_{kl}(f) = \int_{\tau_{kl}(-y_0)}^{\tau_{kl}(y_0)} \exp(2i\pi\tau_{kl}(x_0, y)) d\tau .$$

Soit, après développement :

$$J_{kl}(f) = \int_{\tau_{kl}(-y_0)}^{\tau_{kl}(y_0)} \exp(2i\pi \frac{y d_{kl}}{x_0 c}) \exp(-2i\pi \frac{d_{kl} d(k+l)}{2x_0 c}) d\tau$$

Donc pour la configuration géométrique plane, telle que  $x_0$  soit égale à une constante :

$$J_{kl}(f) = \exp(-2i\pi \frac{d_{kl} d(k+l)}{2x_0 c}) \int_{\tau_{kl}(-y_0)}^{\tau_{kl}(y_0)} \exp(2i\pi \frac{y d_{kl}}{x_0 c}) d\tau = \exp(-2i\pi \frac{d_{kl} d(k+l)}{2x_0 c}) J_{kl}^{cl}(f)$$

avec, dans ce cas :  $B = \frac{d_i}{\lambda} \frac{y_0}{x_0}$ .

Aux ordres de grandeurs échographiques on trouve que  $J_{kl}(f) \approx \text{real}(J_{kl}(f)) = J_{kl}^{cl}(f)$

Le diagramme ci-dessous représente le second faisceau sphéroïdal généré en champ proche pour les paramètres suivants :

Nombre d'éléments = 128 ;  $d_i = 0.3\text{mm}$  ;  $F = 2.5\text{ MHz}$  ;  $x_0/y_0 = 5$  ; Rang de la séquence = 2

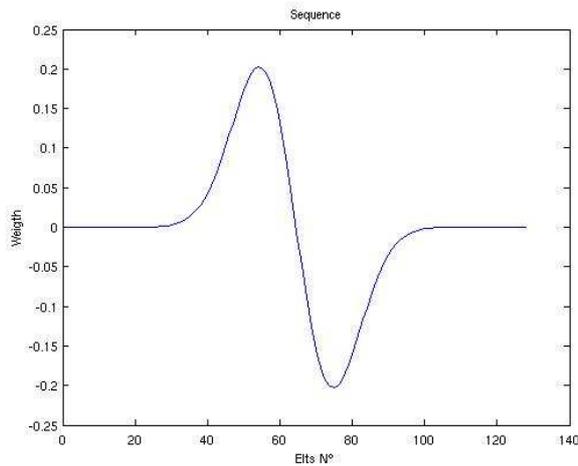


Figure 98 : 2nd vecteur sphéroïdal

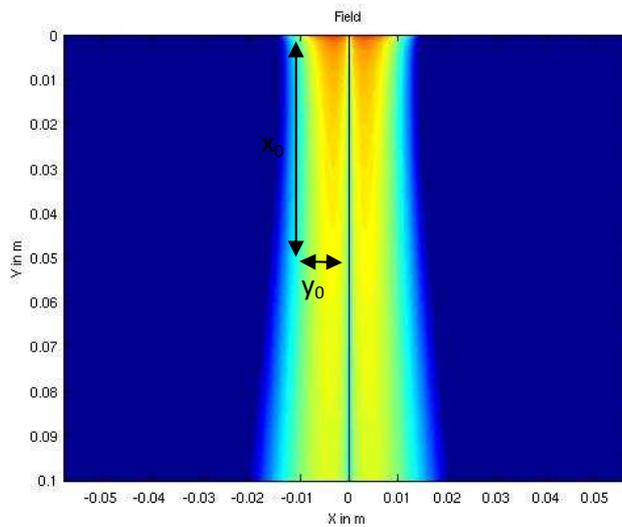


Figure 99 : 2nd faisceau sphéroïdal

Il est donc, en première approximation, possible d'utiliser les bases sphéroïdales classiques en champ proche. La zone imagée sera donc un tronc de cône dont une des bases sera l'antenne.

#### 4.3.7. Propriété de sélectivité spatiale

Considérons une antenne continue de longueur  $L$  pondérée par un vecteur  $V$ . Notons que d'après le théorème de Shannon, cette antenne est strictement équivalente à une antenne échantillonnée dont le pas inter-capteur est inférieur à la moitié de la longueur d'onde. Dans ce cas la réponse impulsionnelle spatiale d'une telle antenne s'écrit :

$$H_{\theta}(\theta, \omega) = \int_L V(x) \exp\left(-\frac{1}{2} j \frac{\omega}{c} (x \sin \theta)\right) dx$$

Le champ résultant présentera donc en champ lointain une distribution angulaire égale à la transformée de Fourier du vecteur de pondération. Cette propriété est une propriété bien connue du traitement d'antenne.

Afin de déterminer la sélectivité spatiale de chaque vecteur sphéroïdal on s'intéresse à leur transformée de Fourier.

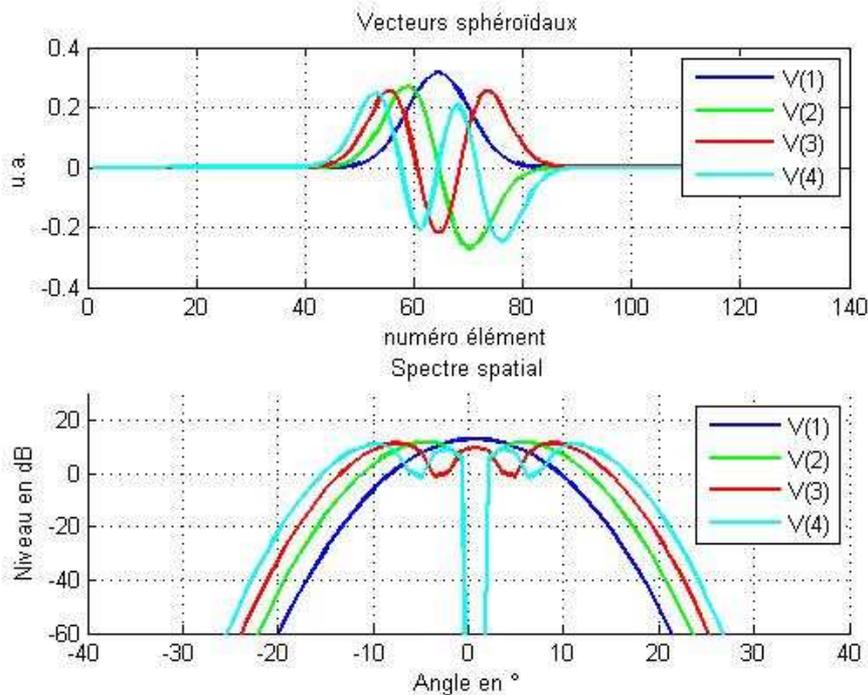


Figure 100 : Spectre spatial des 4 premiers vecteurs sphéroïdaux ( $N=128$ ,  $B=0.45$ )

On observe sur la Figure 100, que les vecteurs sphéroïdaux sont naturellement « ordonnés » pour présenter des spectres spatiaux adjacents mais disjoints allant vers des ouvertures croissantes et symétriques par rapport au  $0^\circ$ .

Cette propriété est particulièrement intéressante dans le cadre des méthodes d'allègement. En effet, même en-dessous du degré de la base sphéroïdale utilisée, supprimer un vecteur d'émission sphéroïdal revient tout simplement à réduire la taille de l'image sans dégrader l'image conservée. La qualité de l'image sera très faiblement impactée par l'allègement. Seule sa taille diminuera. **Par ce procédé on déplace le compromis cadence/contraste vers un compromis cadence/taille de l'image.**

## 4.4. Validation expérimentale

### 4.4.1. Implémentation pratique

#### *Normalisation des vecteurs sphéroïdaux*

La plupart des vecteurs sphéroïdaux présentent un maximum inférieur à 1. Ceci dégrade fortement la pénétration de tels faisceaux. Afin de pallier à cela on normalise les vecteurs.

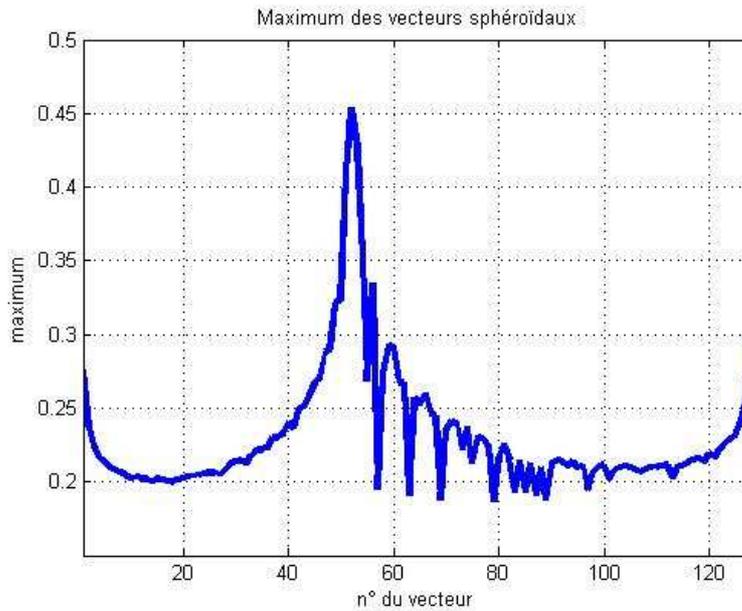


Figure 101 : Maximum des vecteurs sphéroïdaux (N=128, B=0.2)

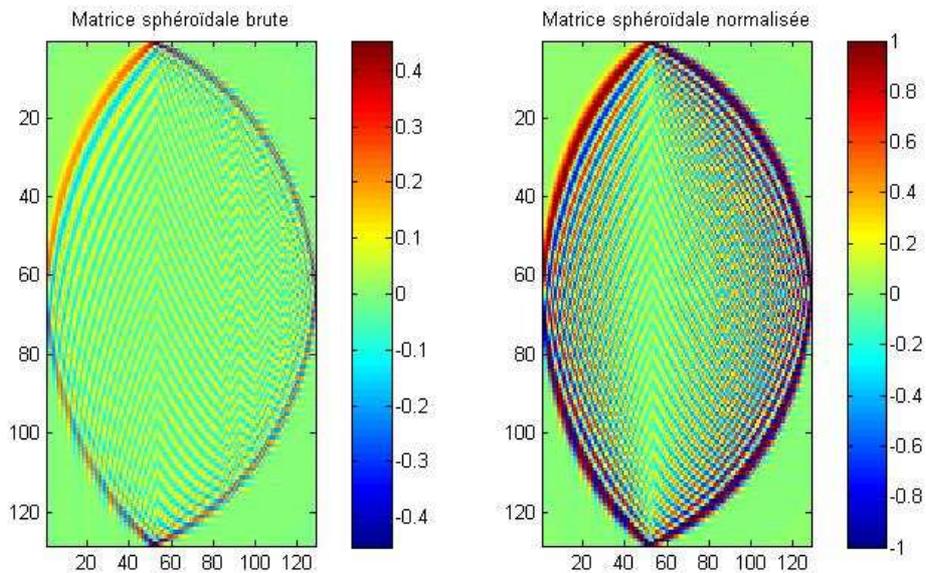


Figure 102 : Normalisation de la matrice sphéroïdale (N=128, B=0.2)

Cette normalisation a deux effets : celui d'améliorer le rapport signal à bruit mais aussi de rendre la nouvelle matrice non inversible. Pour procéder à la projection du jeu de données sur l'espace canonique, nous utiliserons une matrice pseudo-inverse déterminée par décomposition en valeur singulière.

On évalue par modélisation sur le logiciel Field 2 l'effet de la normalisation.

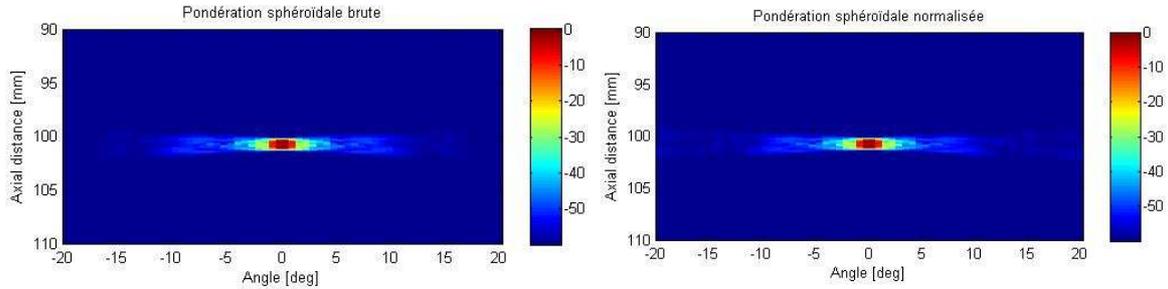


Figure 103 : Effet de la normalisation sur la synthèse sphéroïdale. A droite, matrice sphéroïdale brute. A gauche, matrice sphéroïdale normalisée.

### *Effet de la quantification*

Cette partie traite de la mise en œuvre expérimentale de la méthode synthétique sphéroïdale sur le système VDAS. Celui-ci présente un nombre de niveaux de pondération limité. Afin d'estimer les dégradations induites par de telles limitations, on modélise à l'aide du logiciel Field 2 l'effet de la quantification.

Cette quantification est liée au nombre limité de rapports cycliques possibles des amplificateurs à découpage responsable de l'excitation des émetteurs.

En pratique, la quantification de la pondération comporte 24 états, ce qui permet, comme on le voit sur la Figure 104, une bonne approximation de la matrice d'origine :

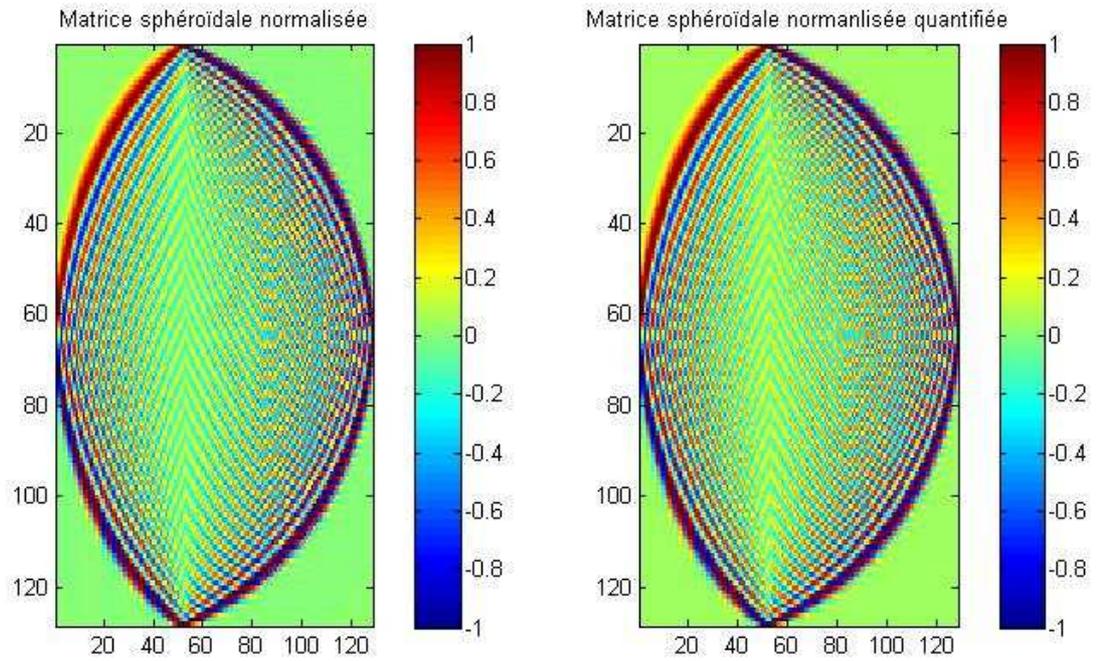


Figure 104 : Effet de la quantification sur la matrice sphéroïdale normalisée (N=128, B=0.2)

Par simulation on évalue la réponse impulsionnelle spatiale pour la matrice sphéroïdale normalisée et quantifiée. On observe que celle-ci se traduit par une remontée des lobes secondaires inférieurs à 1 décibel.

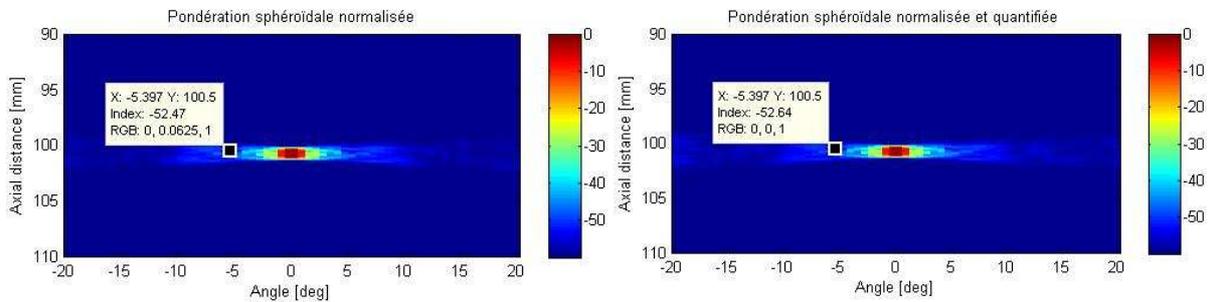


Figure 105 : Effet de la quantification sur la synthèse sphéroïdale. A droite, matrice sphéroïdale normalisée. A gauche, matrice sphéroïdale normalisée et quantifiée.

#### 4.4.2. Résultats expérimentaux

Les images ci-dessous ont été réalisées à l'aide du système VDAS à 5MHz, avec une sonde de 128 éléments et pour une base sphéroïdale d'angle  $10^\circ$  :

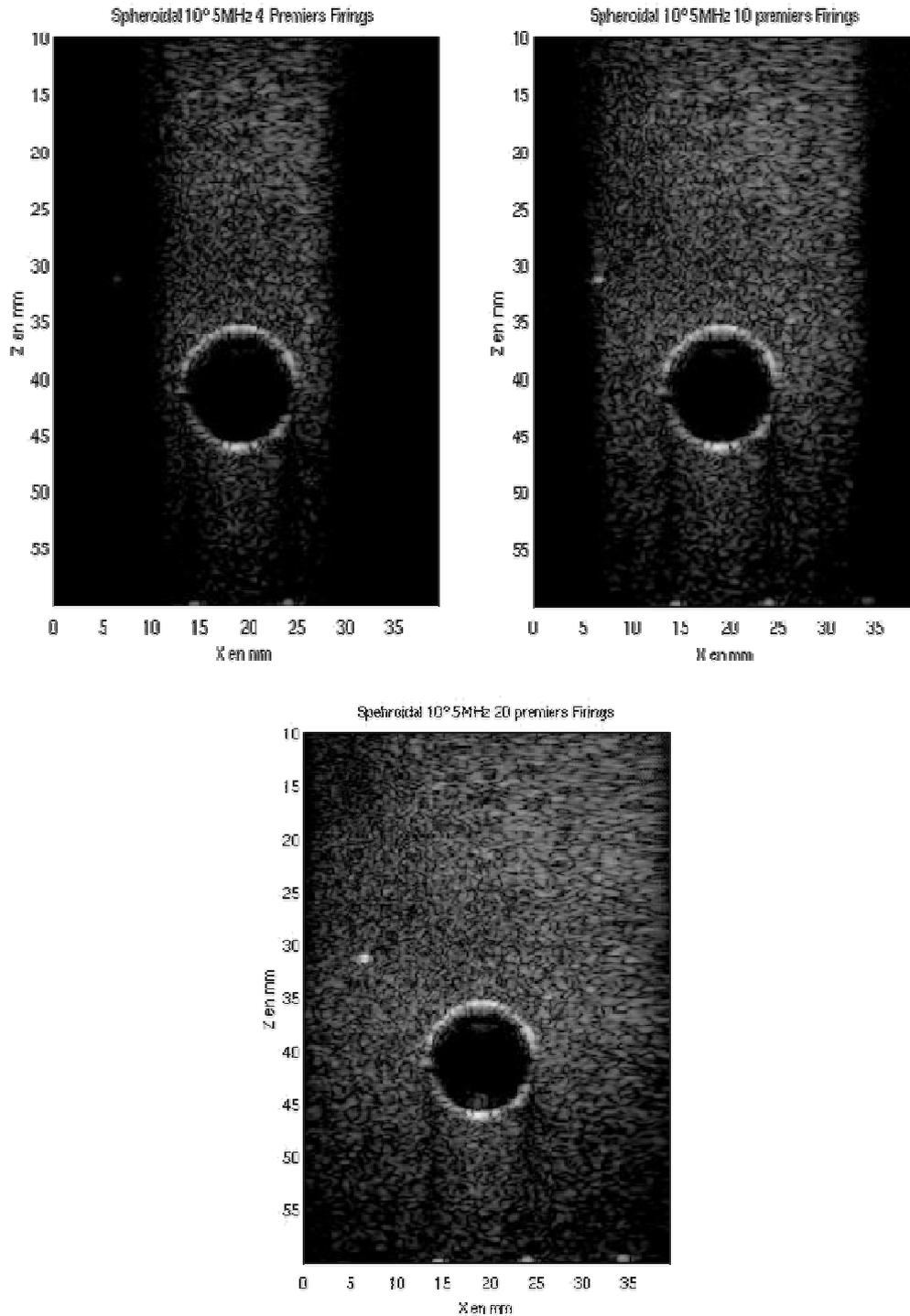


Figure 106 : en haut à gauche : 4 tirs (contraste = 30dB) ; en haut à droite : 10 tirs (contraste = 30dB) ; en bas : 20 tirs (contraste = 30dB). Phantom D70.

On retrouve bien l'organisation spatiale de l'information en "largeur", le long des tirs sphéroïdaux successifs. On valide ici la conservation du contraste avec la réduction de la base.

Dans ce qui suit on choisit la séquence de paramètre d'angle  $B = 0.087$ . Son critère d'annulation de la valeur propre est donc de  $K = 21$ . On étudie son allègement pour différents niveaux.

	Sph_Full	Sph_60	Sph_30	Sph_20	Sph_10	Sph_4	Sph_1
Résolution latérale	1.62mm	1.62mm	1.68mm	2.02	/	/	/
Résolution axiale	0.65mm	0.66mm	0.67mm	0.74	/	/	/
Nombre de tirs	128	60	30	20	10	4	1
CTR en dB	-29.5	-29.5	-28.3	-27.5	-27.4	-28.4	-26.6
Largeur de la zone imagée	40mm	40mm	40mm	40mm	30mm	20mm	10mm

On voit que le contraste ne diminue que très faiblement (1dB) pour des gains en nombre de tirs très importants (facteur 32).

#### 4.4.3. Comparaison synthèse de Hadamard et synthèse sphéroïdale

En résumé, on a vu que les deux méthodes de Hadamard et sphéroïdale induisaient une distribution spatiale de l'information sur les différentes acquisitions successives. Cette propriété permet de pratiquer un « allègement » des différentes bases d'émissions utilisées. Cet allègement permet un gain significatif en cadence au dépend du contraste ou de la taille de l'image selon la méthode utilisée. Les graphes ci-dessous reprennent les principaux résultats obtenus précédemment :

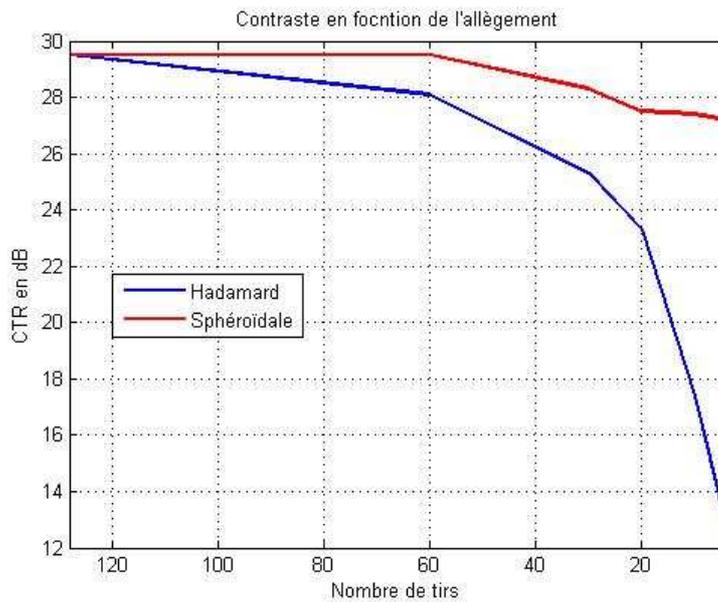


Figure 107 : Contraste en fonction du nombre de tirs pour une antenne linéaire 128 éléments échantillonnée en lambda

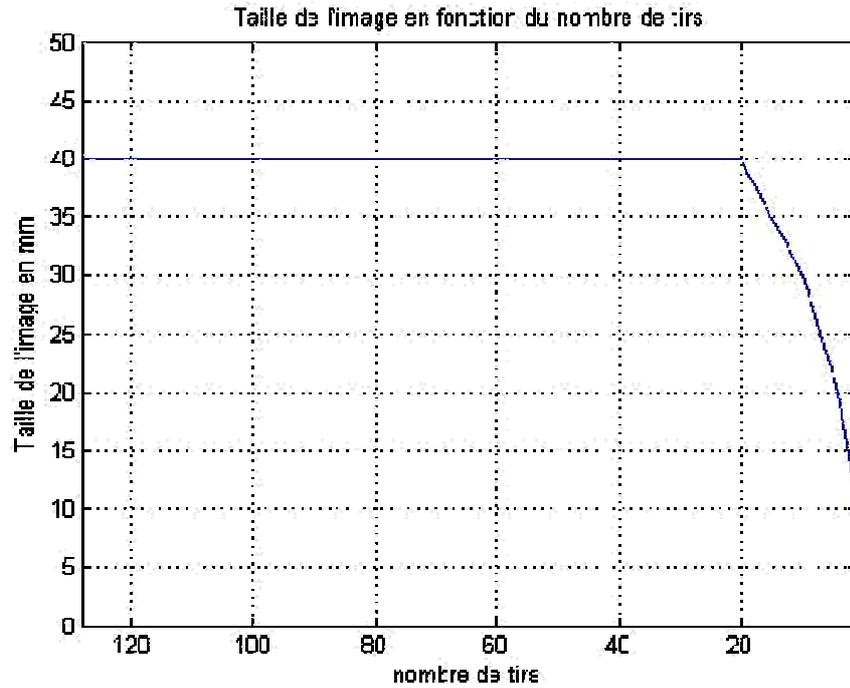


Figure 108 : Taille de l'image en fonction du nombre de tirs pour une base sphéroïdale de paramètre d'angle de  $10^\circ$  et une antenne linéaire de 128 éléments échantillonnée en lambda

Ces deux dernières courbes illustrent bien le déplacement du compromis cadence/contraste vers un compromis cadence/taille de l'image que permet l'utilisation des bases sphéroïdales. Elles visualisent également l'intérêt de la méthode d'allègement proposée.

### 4.5. Perspective pour l'imagerie ultrasonore tridimensionnelle

L'intérêt des prolate en 3D réside dans la géométrie de leur champ, naturellement conique.

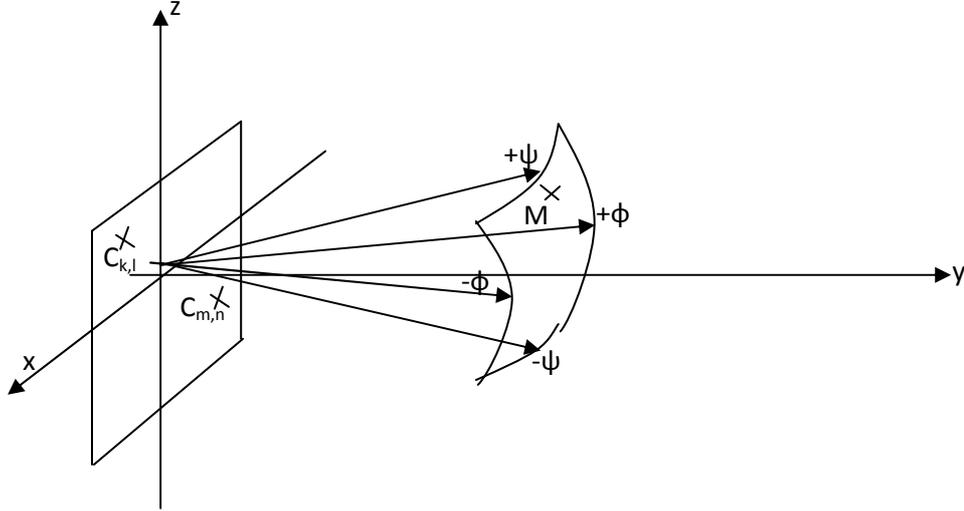


Figure 109 : Géométrie tridimensionnelle

Dans le cas tridimensionnel, la matrice de corrélation donne :

$$J_{kl,mn}(\phi, \Psi) = \int_{\tau_{kl,mn}(-\phi, -\Psi)}^{\tau_{kl,mn}(\phi, \Psi)} \exp(2i\pi f \tau_{kl,mn}(\phi, \psi)) d\tau_{kl,mn}(\phi, \psi)$$

Avec :

$$\tau_{kl,mn}(\phi, \psi) = \frac{d_{kl,mn}(\phi, \psi)}{c}$$

Et :

$$d_{kl,mn}(\phi, \psi) = M_{\phi, \psi} C_{kl} - M_{\phi, \psi} C_{mn}$$

D'où :

$$d_{kl,mn}(\phi, \psi) = \sqrt{\left(R \sin \phi - \left(k - \frac{N_x}{2}\right) d_{ix}\right)^2 + \left(R \sin \psi - \left(l - \frac{N_y}{2}\right) d_{iy}\right)^2 + (R \cos \phi \cos \psi)^2} - \sqrt{\left(R \sin \phi - \left(m - \frac{N_x}{2}\right) d_{ix}\right)^2 + \left(R \sin \psi - \left(n - \frac{N_y}{2}\right) d_{iy}\right)^2 + (R \cos \phi \cos \psi)^2}$$

et donc :

$$d_{kl,mn}(\varphi, \psi) = \frac{1}{2R \cos \varphi \cos \psi} \cdot \left[ (R \sin \varphi - \left(k - \frac{N_x}{2}\right) d_{ix})^2 + (R \sin \psi - \left(l - \frac{N_y}{2}\right) d_{iy})^2 - (R \sin \varphi - \left(m - \frac{N_x}{2}\right) d_{ix})^2 + (R \sin \psi - \left(n - \frac{N_y}{2}\right) d_{iy})^2 \right]$$

Avec les mêmes approximations que précédemment (angles petits et champ lointain), il vient :

$$d_{kl,mn}(\varphi, \psi) = d_{ix}(m - k) \sin \varphi + d_{iy}(n - l) \sin \psi$$

Et donc, en reprenant le formalisme précédent :

$$d_{kl,mn}(\varphi, \psi) = d_{km}(\varphi) + d_{ln}(\psi)$$

Donc, en remplaçant dans la matrice de corrélation :

$$J_{kl,mn}(\varphi, \Psi) = \int_{\tau_{kl,mn}(-\varphi, -\Psi)}^{\tau_{kl,mn}(\varphi, \Psi)} \exp(2i\pi f (d_{km}(\varphi) + d_{ln}(\psi))) d\tau_{kl,mn}(\varphi, \psi)$$

L'intégrale est (sous ces hypothèses) à variables séparables :

$$J_{kl,mn}(\varphi, \Psi) = J_{km}(\varphi) \cdot J_{ln}(\Psi)$$

On sait, de plus, que si X et Y' sont des vecteurs propres de M et N, alors XY' sera vecteur propre de MN'.

Il en résulte donc que la base sphéroïdale en 3D est constituée des produits des vecteurs des bases sphéroïdales 2D.

On représente ci-dessous les faisceaux 1\_1 ; 1\_2 ; 2\_1 et 2\_2 pour des bases sphéroïdales de paramètre d'angle 0.25 à 3.75MHz pour une matrice 32x32 éléments. On représente une coupe des faisceaux à une profondeur de 100mm.

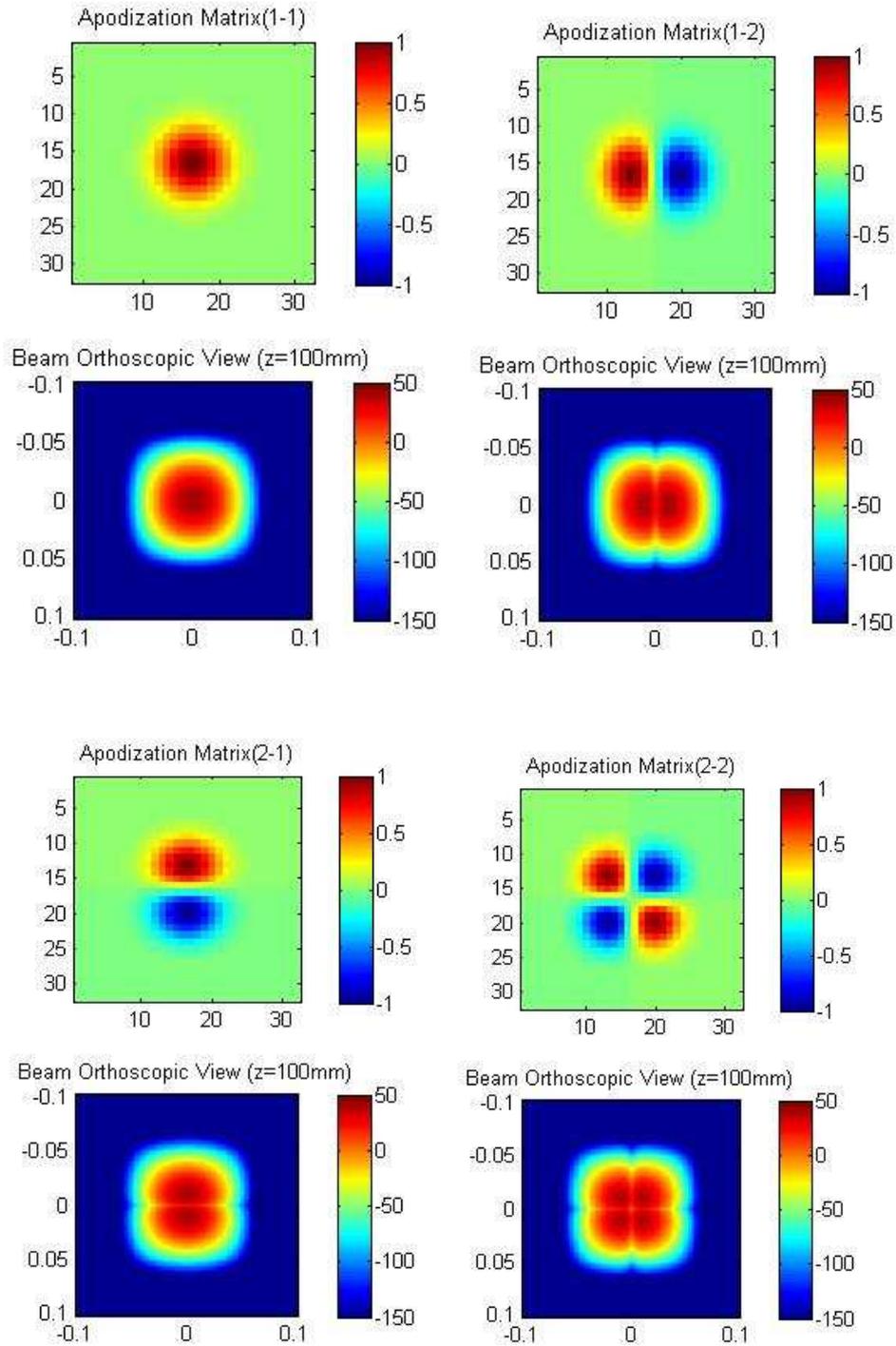


Figure 110 : Coupes orthoscopiques de faisceaux sphéroïdaux tridimensionnels. Simulation PROPA.

On voit de que la méthode sphéroïdale est applicable en géométrie tridimensionnelle. Aucune validation expérimentale de cette méthode n'a pu être réalisée, les dispositifs expérimentaux ne le permettant pas.

## 4.6. Synthèse pondérée

Une fois le jeu de sous-images reconstruit on peut s'interroger sur l'équivalence de l'information contenue dans chacun des pixels des sous-images. En effet, une sommation unitaire ne tient pas compte des directivités des émetteurs ni de la cohérence des signaux. Deux méthodes de pondération sont proposées dans le cadre de cette thèse :

- La pondération directionnelle, qui prend en compte la directivité des émissions.
- La pondération de cohérence globale, qui prend en compte la corrélation des pixels sur l'ensemble des sous-images.

Nous nous sommes contentés de montrer la faisabilité de ces méthodes, validées uniquement expérimentalement.

Le pixel de l'image haute résolution devient maintenant de la forme :

$$I^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^N P_i(\underline{x}) \cdot I_i^c(\underline{x})$$

Avec  $P_i$ , le terme de pondération, fonction de la position du pixel considéré<sup>7</sup>.

### 4.6.1. Synthèse par pondération directionnelle

Il s'agit de pondérer l'intensité des pixels des sous-images en fonction de l'énergie rayonnée par l'émetteur correspondant dans cette direction :

$$P_i(\underline{x}) = f_{pond}(\underline{x} - \underline{x}_i)$$

Avec  $f_{pond}$ , la fonction de pondération et  $x_i$ , la position de l'émetteur,  $f_{pond}$  peut être une pondération de Hanning, de Tshebyshev, de Hamming ou encore un sinus cardinal. Cette méthode a pour effet de réduire l'effet des lobes réseaux et donc d'améliorer le clutter sur les zones extrêmes de l'image.

	CTR	Résolution axiale (6dB)	Résolution Laterale (-6dB)	Déviat standard (Speckle)
Image brute	27.7dB	0.63 mm	1.38mm	-4.4 dB
Tshebyshev (50dB)	31.3 dB	0.67 mm	1.69 mm	-3.51 dB
Tshebyshev (30dB)	30.4 dB	0.67 mm	1.61 mm	-3.6 dB
Hamming	30.8dB	0.67 mm	1.69 mm	-3.36 dB
Hanning	30.6 dB	'	'	-3.44 dB

<sup>7</sup> Ce terme s'apparente à l'opérateur de reconstruction d'un interférogramme multivue en imagerie RSO.

#### 4.6.2. Synthèse par pondération de cohérence globale linéaire

Il s’agit de pondérer la sommation de chaque pixel par son coefficient de corrélation sur chaque sous-image. Cette méthode permet de renforcer le contraste en amplifiant la sommation sur les zones cohérentes et en dégradant celle-ci sur les zones incohérentes.

Dans le cas de la cohérence globale, la fonction de pondération ne dépend pas de la sous-image :

$$A^c(\underline{x}) = P(\underline{x}) \sum_{i=1}^N A_i^c(\underline{x})$$

Avec<sup>8</sup> :

$$P(\underline{x}) = \frac{\sum_{i=1}^N A_i^c(\underline{x}) A_i^c(\underline{x})^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |A_i^c(\underline{x})|^2}} = \sigma(\underline{x})$$

On représente ci-dessous une carte typique de coefficients de corrélation pour un jeu de sous-images canoniques :

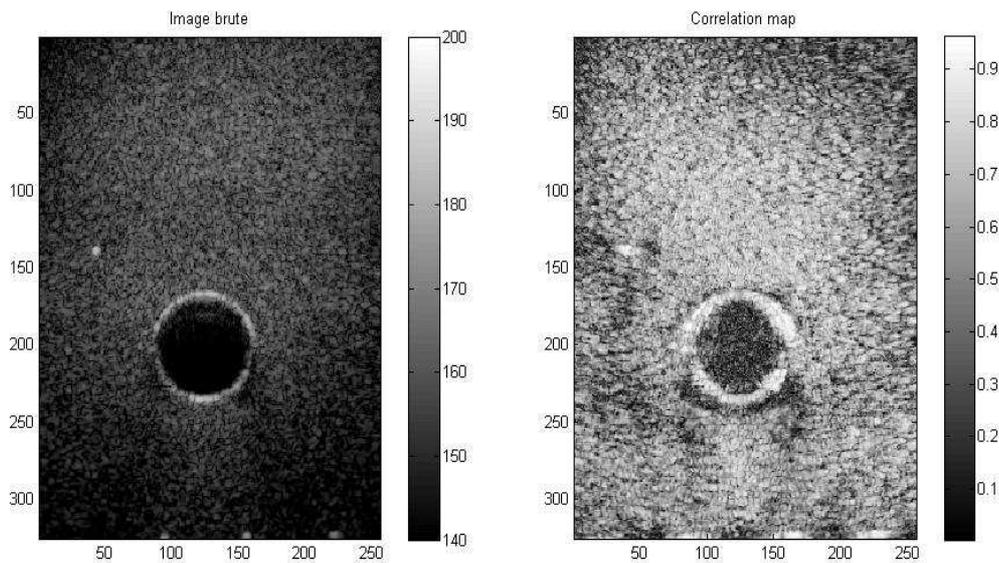


Figure 111 : Image haute résolution (à gauche) ; carte des coefficients de corrélation (à droite)

On voit que la corrélation est relativement homogène sur l’ensemble de l’image à l’exception de la zone anéchoïque, où les pixels sont incohérents. Cette pondération a donc pour effet d’améliorer le contraste.

<sup>8</sup> On peut noter au passage que  $P(x)$  s’apparente à l’opération permettant la construction d’un interférogramme multivue en imagerie radar à synthèse d’ouverture (RSO).

L'image haute résolution après pondération est la suivante :

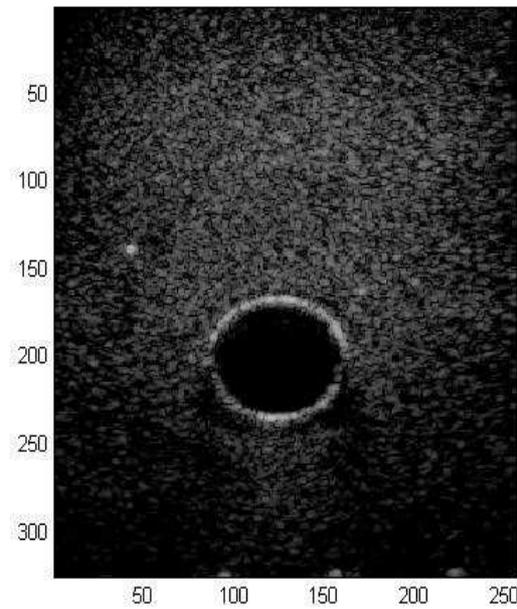


Figure 112 : Image par pondération de cohérence globale

Une comparaison quantitative est réalisée ci-dessous. Précisons d'ores et déjà, qu'un des effets à redouter d'une telle méthode sera la granularité du speckle qui risque d'être accrue.

	CTR	Résolution axiale (6dB)	Résolution Laterale (-6dB)	Déviatoin standard (Speckle)
Image brute	17.7dB	0.63mm	0.998mm	-4.43dB
Image CGL	26.0dB	0.63mm	1.075mm	-2.05dB

On voit que si le gain en contraste est considérable (8dB), la granularité du contraste s'en trouve accrue. Cette méthode, pour être efficace, devra être couplée avec du traitement d'image anti-speckle.

### 4.6.3. Synthèse par pondération de cohérence globale non linéaire

#### *Pondération exponentielle (Dengzhi, 2007)*

Afin d'amplifier l'effet recherché précédemment, une loi non linéaire peut être appliquée au coefficient de corrélation. (Dengzhi, 2007), propose une pondération de la forme :

$$P(\underline{x}) = \sigma(\underline{x}) \exp(\sigma(\underline{x}))$$

Les résultats obtenus avec une telle pondération sont :

	CTR	Résolution axiale (6dB)	Résolution Laterale (-6dB)	Déviatoin standard (Speckle)
Image brute	17.7dB	0.63mm	0.998mm	-4.43dB
Image CGNLd	29.3dB	0.63mm	1.075mm	-0.93dB

L'effet précédent de la pondération linéaire est ici amplifié.

#### *Pondération par la fonction d'erreur*

Un autre type de pondération envisageable, visant à réduire l'effet de dégradation du speckle est la pondération par la fonction d'erreur du coefficient de corrélation.

Cette fonction est définie par :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\zeta^2} d\zeta$$

La pondération serait alors de la forme :

$$P(\underline{x}) = erf(|\sigma(\underline{x})| - \mu) \cdot \alpha$$

avec  $\mu$ , le paramètre de centrage et  $\alpha$ , le facteur de pondération. L'intérêt d'une telle pondération est qu'elle permet de faire un tri entre zone du speckle faiblement corrélé et zone anéchoïque incohérente.

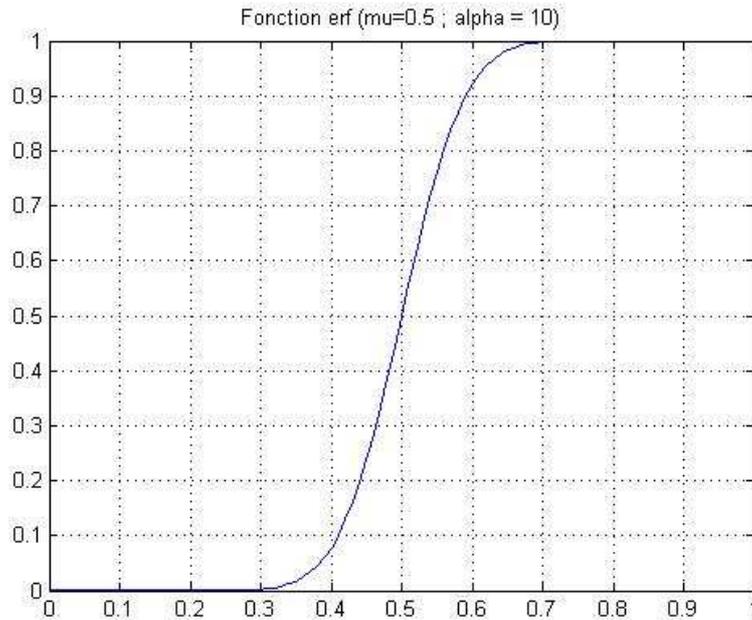


Figure 113 : Fonction d'erreur pour mu=0.5 et alpha = 10

Les performances de cette méthode sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	CTR	Résolution axiale (6dB)	Résolution Laterale (-6dB)	Déviatoin standard (Speckle)
Image brute	17.7 dB	0.63mm	0.998mm	-4.43 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.5, \alpha=10$ )	18.9 dB	''	''	-3.2 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.5, \alpha=5$ )	22.5 dB	''	''	-2.9 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.5, \alpha=2.5$ )	21.8 dB	''	''	-2.9 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.5, \alpha=20$ )	18.3 dB	''	''	-3.6 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.5, \alpha=40$ )	18.3 dB	''	''	-4.04 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.75, \alpha=5$ )	16.7 dB	''	''	-1.2 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.25, \alpha=5$ )	20.6 dB	''	''	-4.3 dB
Image CGNLerf ( $\mu=0.15, \alpha=5$ )	19.6 dB	''	''	-4.46 dB

On voit qu'un paramètre  $\alpha$  trop faible n'apporte qu'un gain limité sur le contraste. Par contre il existe un optimum sur les deux paramètres quant à l'effet de « piquage » du speckle.

Ci-dessous l'image obtenue pour  $\mu=0.5, \alpha=5$ .

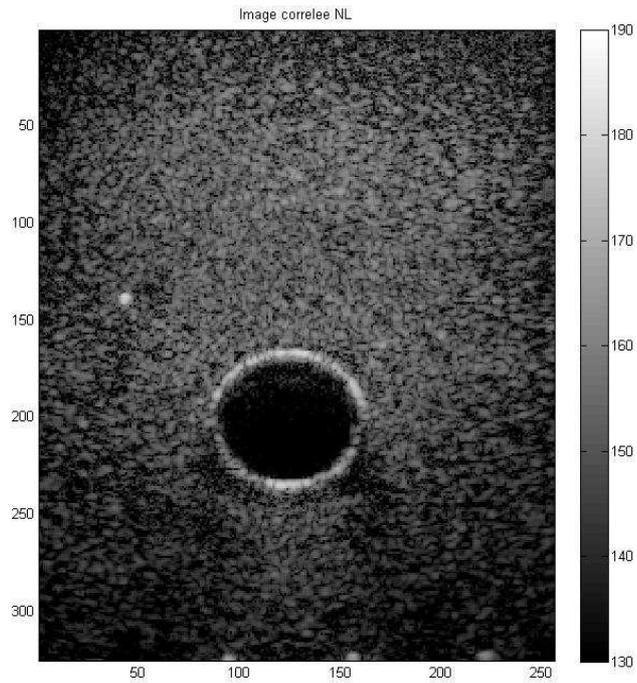


Figure 114 : Image obtenue par pondération non-linéaire ( $\mu=0.5$ ,  $\alpha=5$ )

#### 4.6.4. Essai in vivo

Des essais in vivo ont été réalisés sur la carotide afin de comparer la méthode Bmode classique et la méthode sphéroïdale, brute et pondérée de façon directionnelle.

Le paramètre d'angle de la base sphéroïdale est de  $10^\circ$  et seuls les 40 premiers faisceaux sont générés.

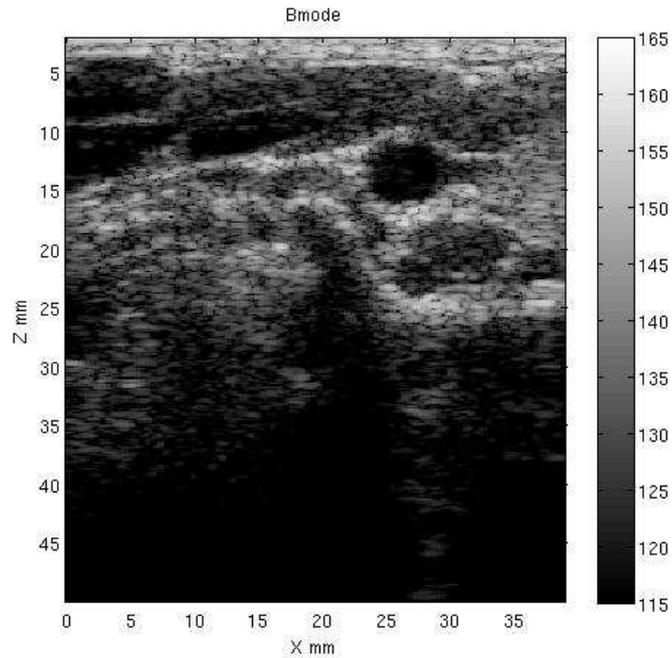


Figure 115 : Image BMode d'une carotide nécessitant 256 tirs

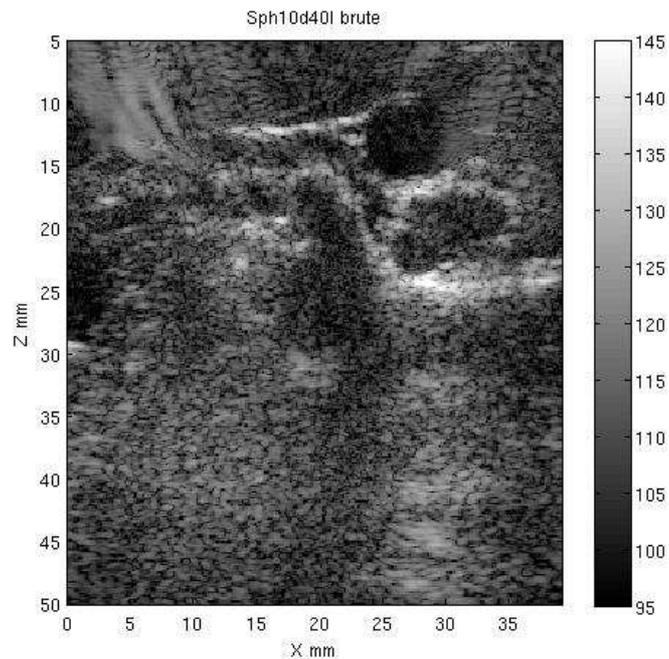


Figure 116 : Image obtenue par synthèse sphéroïdale sans pondération (40tirs)

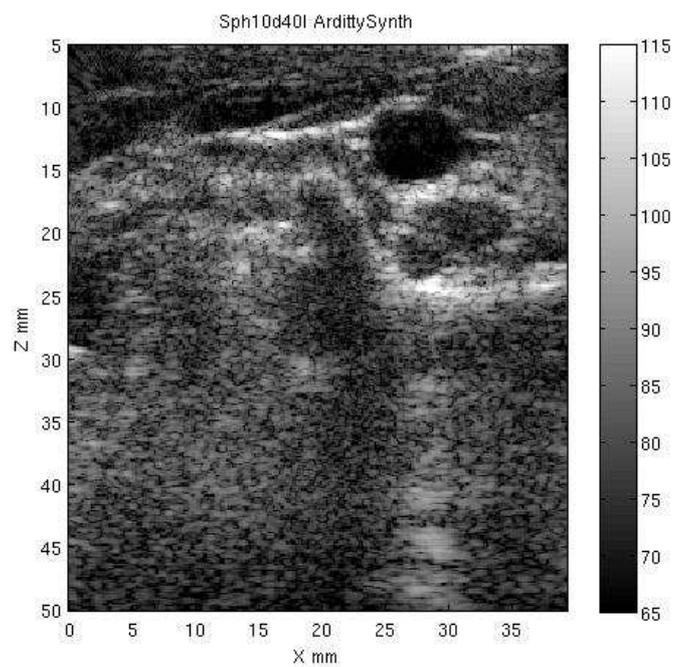


Figure 117: Image obtenue par synthèse sphéroïdale pondérée (Tshebyshev, 50dB) (40 tirs)

## 4.7. Conclusions

Cette partie concernant l'imagerie par synthèse d'ouverture a permis d'éclaircir un certain nombre de points fondamentaux. Tout d'abord l'équivalence entre imagerie synthétique et imagerie focalisée en émission et réception, ce qui en fait une méthode optimale en termes de CTR (US) ou contraste sur ombre (ASM).

L'introduction du codage spatial permet de contourner les problèmes de rapport signal à bruit, notamment grâce à la base de Hadamard. Les expérimentations réalisées ont permis de valider notre approche formelle.

L'étude du comportement temporel des faisceaux de Hadamard a permis de déceler une distribution spatiale de l'information selon les tirs générés, ce qui a fortement contribué à diriger l'étude sur la voie des bases sphéroïdales.

L'étude et la validation expérimentale des bases sphéroïdales ont permis de déplacer le compromis cadence-contraste en un compromis cadence-taille de l'image, supprimant par là-même la redondance intrinsèque de l'imagerie canonique du fait de la non-omnidirectionnalité des éléments acoustiques. Cette méthode permet enfin d'envisager de façon optimale des approches multi-cadence.

D'un point de vue des applications pratiques des méthodes étudiées précédemment, l'utilisation des bases allégées permet d'envisager une adaptation de la cadence au contexte d'imagerie : échocardiographie, élastographie, caméra acoustique sans dégradation de la qualité de l'image.

## Chapitre 5 – Speckle et Mesure de Déplacement

---

## 5. Speckle et mesure de déplacement

Dans la partie précédente nous avons proposé différentes méthodes d'imagerie basées sur l'hypothèse que le processus d'imagerie active est un système linéaire invariant. En pratique cette hypothèse n'est que très rarement vérifiée. En effet, les mouvements du porteur des antennes ou une variation dans la scène imagée entraîne une variation du système qu'il faut prendre en compte afin d'éviter des artefacts sur l'image finale.

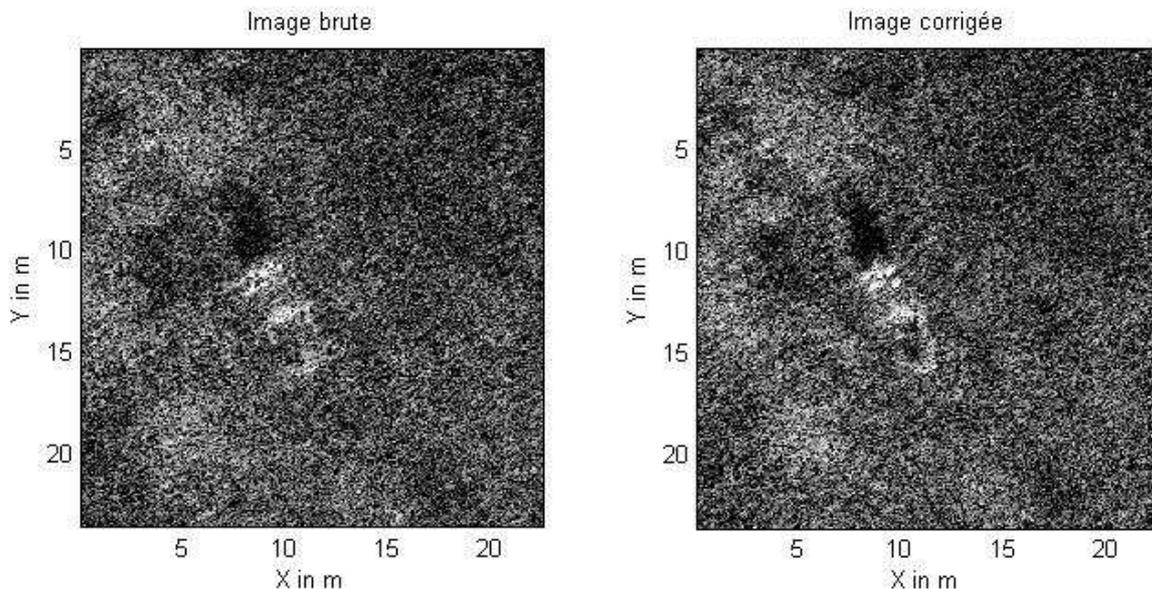


Figure 118 : Effet du mouvement sur une image sonar à antenne synthétique

Pour pouvoir corriger les effets du mouvement et conserver une qualité d'imagerie optimale, il est nécessaire de corriger les signaux acquis en fonction des déplacements de la sonde et/ou des objets de la scène. On parle alors de recalage des signaux. Deux approches sont envisageables. La première consiste en l'utilisation de capteurs de mouvements dits auxiliaires, solidaires de la sonde : centrale d'attitude, log Doppler, accéléromètre. La seconde approche se propose d'évaluer ces mouvements à partir des signaux acquis, on parle de micronavigation. C'est cette approche que nous explorons dans cette partie.

Dans un premier temps nous étudierons la nature particulière des signaux acquis dans le cadre de l'imagerie active, fruit des multiples interférences entre les ondes rétrodiffusées par les multiples diffuseurs contenus dans une cellule de résolution. A de tels signaux correspond dans l'image le speckle, ou chatoiement. Nous nous intéresserons donc à la statistique de ces signaux puis à l'utilisation de leur propriété particulière pour la mesure des déplacements. Nous présenterons ensuite des résultats expérimentaux obtenus avec un sonar à antenne synthétique : Shadows, ainsi qu'avec un système d'imagerie médicale : le système VDAS. Enfin nous proposerons une méthode de micronavigation tridimensionnelle basée sur l'utilisation d'antenne bidimensionnelle.

### 5.1. Origine et statistique du speckle (Goodman, 2007)

L'imagerie active cohérente, qui consiste à illuminer (resp. insonifier) la scène observée par une source cohérente se rencontre dans de nombreuses applications pratiques telles que l'imagerie radar (micro-onde), l'imagerie laser (optique), ou l'imagerie acoustique. Elle présente des propriétés spécifiques dès lors que l'on s'intéresse à des signaux rétrodiffusés provenant d'une surface ou d'un volume comportant un grand nombre de diffuseurs de dimensions petites devant la longueur d'onde et dont la conséquence est un signal rétrodiffusé d'apparence bruité, responsable du chatolement des images formées.

#### 5.1.1. Somme aléatoire de phaseurs

Le signal rétrodiffusé en imagerie cohérente est constitué de la somme de plusieurs ondes provenant des différents diffuseurs aléatoires disposés sur une surface ou au sein d'un volume. Dans le cas monochromatique, la contribution de chacun de ces diffuseurs peut être modélisée par un phaseur :

$$\underline{a}_n = a_n e^{j\phi_n}$$

Où,  $a_n$  et  $\phi_n$ , représente respectivement l'amplitude et la phase de l'onde rétrodiffusée par le  $n^{\text{ième}}$  diffuseur.

La résultante constituant le signal rétrodiffusé s'écrit alors, à chaque instant :

$$\underline{A} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n e^{j\phi_n}$$

Dans le cas où le nombre de diffuseurs est grand devant un, on parle de somme aléatoire de phaseurs.

Une propriété intéressante des sommes aléatoires de phaseurs est que la somme de sommes aléatoires de phaseurs est une somme aléatoire de phaseurs :

$$\sum_{m=1}^M \underline{A}_m = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sqrt{N_m}} \sum_{n=1}^N a_{n,m} e^{j\phi_{n,m}} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^K a_k e^{j\phi_k}$$

Ce résultat signifie que nous pourrions traiter les signaux synthétiques comme des signaux rétrodiffusés élémentaires.

### 5.1.2. Hypothèse du speckle pleinement développé

Par la suite, le traitement statistique que nous ferons du phénomène de speckle est largement basé sur les propriétés des phénomènes dits de « marche aléatoire ». Pour ce faire plusieurs hypothèses doivent être posées :

- Les amplitudes  $a_n$  et les phases  $\varphi_n$  sont statistiquement indépendantes de  $a_m$  et  $\varphi_m$  si  $m \neq n$ . Ce qui exclue la présence de diffuseurs grands devant la longueur d'onde.
- Pour tout  $n$ ,  $a_n$  et  $\varphi_n$  sont statistiquement indépendants.
- Les phases  $\varphi_m$  sont uniformément distribuées sur  $[-\pi, \pi]$ .

Nous vérifierons ultérieurement si ces conditions sont respectées au sein de nos dispositifs expérimentaux. Lorsqu'elles le sont, on parle de speckle pleinement développé.

### 5.1.3. Statistique d'ordre 1 du speckle

Dans l'hypothèse d'un speckle pleinement développé, l'application du théorème central limite aboutit à obtenir un phaseur de statistique gaussienne. Dans ce cas les parties réelle et imaginaire du phaseur sont des variables complexes circulaires gaussiennes. De telles variables présentent des fonctions de densité de probabilité jointe, de la forme :

$$p_{R,I}(R, I) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{R^2 + I^2}{2\sigma^2}\right\}$$

avec  $\sigma^2$ , la variance des parties réelles et imaginaires :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{E[a_n^2]}{2}$$

Par propriété des fonctions de densité de probabilité jointe, il est possible de relier celles concernant les parties réelle et imaginaire à l'amplitude et à la phase du phaseur :

$$p_{A,\theta}(A, \theta) = p_{R,I}(A \cos \theta, A \sin \theta) \|J\|$$

avec  $\|J\|$ , le Jacobien de la transformation :

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial R}{\partial A} & \frac{\partial R}{\partial \theta} \\ \frac{\partial I}{\partial A} & \frac{\partial I}{\partial \theta} \end{array} \right\|$$

Il s'en suit que la densité de probabilité jointe pour l'amplitude et la phase :

$$p_{A,\theta}(A, \theta) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right\}$$

*Densité de probabilité de l'amplitude*

Il vient alors pour les densités de probabilités des variables isolées :

$$p_A(A) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{A,\theta}(A, \theta) d\theta = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right\}$$

qui est connu sous le nom de fonction de densité de Rayleigh.

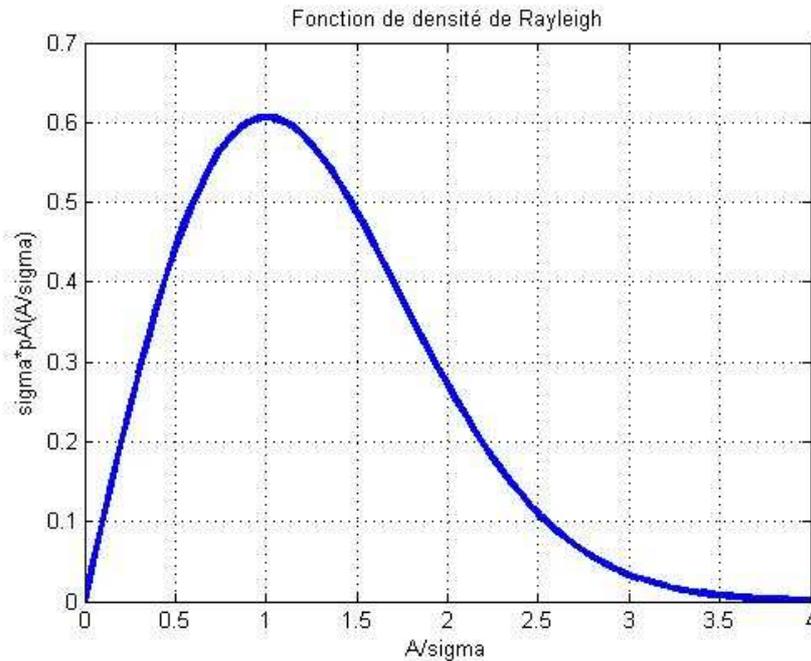


Figure 119 : Fonction de densité de Rayleigh

*Densité de probabilité de la phase*

De même, il vient :

$$p_\theta(\theta) = \int_0^{\infty} p_{A,\theta}(A, \theta) dA = \frac{1}{2\pi}$$

Cela confirme donc bien que la phase est équidistribuée sur  $[-\pi ; \pi]$  et que l'amplitude et la phase du sondeur sont statistiquement indépendantes.

Par réciprocity, un speckle présentant de telles densités de probabilité est dit pleinement développé.

### 5.1.4. Relation entre speckle signal et speckle image

La question qui apparait maintenant est de savoir si la statistique du speckle constitué de signaux bruts et celle du speckle constitué des images formées sont identiques. Autrement dit, la formation de voie modifie-t-elle la statistique du speckle ?

On considère dans un premier temps un pixel formé sur une sous-image à une distance suffisamment faible pour pouvoir négliger le bruit :

$$A_i^c(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{N_e} s_i^j(\tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

avec  $s_i$  le signal reçu par le capteur  $j$  pour une émission par l'émetteur  $i$  et  $N_e$ , le nombre d'éléments de l'antenne.

On pose alors :  $\Delta\tau_{ij}(x) = \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})$

On suppose que chacun des signaux bruts reçus par les capteurs est une somme aléatoire de phaseurs (hypothèse de speckle pleinement développé) :

$$s_i^j(t) = \frac{1}{\sqrt{N_{ij}}} \sum_{n=1}^N a_{nij}(t) e^{j\phi_{nij}(t)}$$

Dans ce cas, il vient pour le speckle de la sous-image formée :

$$A_i^c(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_e} N_{ij}}} \sum_{n=1}^{\sum_{j=1}^{N_e} N_{ij}} a_{ni}(t - \Delta\tau_{ij}(x)) e^{j\phi_{ni}(t - \Delta\tau_{ij}(x))}$$

On fait alors les deux hypothèses suivantes<sup>9</sup> :

- **La variance de l'amplitude des diffuseurs ne varie ni avec le temps, ni avec la profondeur dans l'image.**
- **La phase reste équidistribuée sur  $[-\pi, \pi]$  à tout instant.**

Dans ce cas, on peut écrire, sans perdre de généralités :

$$A_i^c(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_e} N_{ij}}} \sum_{n=1}^{\sum_{j=1}^{N_e} N_{ij}} a_{ni} e^{j\phi_{ni}}$$

<sup>9</sup> En imagerie radar, en présence de speckle pleinement développé, l'image brute (RAW) présente les caractéristiques d'un speckle pleinement développé. Après synthèse SAR, on observe, sur l'image SLC, un speckle pleinement développé. Mieux, sur la transformée de Fourier d'un signal SLC, on observe encore un speckle pleinement développé.

Ce qui est bien l'expression d'un speckle pleinement développé. En conclusion, une image formée à partir de signaux présentant une statistique de speckle pleinement développé, conserve cette propriété.

### 5.1.5. Sommation cohérente de speckles pleinement développés

Comme on l'a montré précédemment la formation d'une image à partir de signaux conformes à l'hypothèse de speckle pleinement développé conserve cette propriété pour le speckle de l'image obtenue.

Dans le procédé d'imagerie par synthèse d'émission, l'image finale est obtenue par sommation cohérente des différentes sous-images formées. Si chacune de ces sous-images respectent l'hypothèse de speckle pleinement développé, il vient :

$$A^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{N_e} A_i^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{N_e} \frac{1}{\sqrt{N_i}} \sum_{n_i=1}^{N_i} a_{n_i} e^{j\phi_{n_i}}$$

Il vient alors directement :

$$A^c(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_e} N_i}} \sum_{n=1}^{\sum_{i=1}^{N_e} N_i} a_n e^{j\phi_n}$$

Qui est elle-même une somme aléatoire de phaseurs.

**Si les sous-images présentent une statistique de speckle pleinement développé, alors l'image finale présentera cette même propriété.**

Dans ce qui suit nous considèrerons que l'hypothèse de speckle pleinement développé est vérifiée pour nos deux configurations expérimentales (cf. Annexe 3):

- Le système SHADOWS sur un fond de type vase.
- Le prototype VDAS pour un fantôme d'imagerie ultrasonore.

### 5.1.6. Validation expérimentale

Afin de valider l'hypothèse du speckle pleinement développé, on vérifie sur notre expérimentation de référence (cf. Annexe 3) que la statistique des sous-images ainsi que celle de l'image haute résolution formées respectent bien une loi de Rayleigh pour une zone ne contenant ni cible ni zone anéchoïque. Pour cela on utilise la méthode des moments.

#### Images faibles résolutions

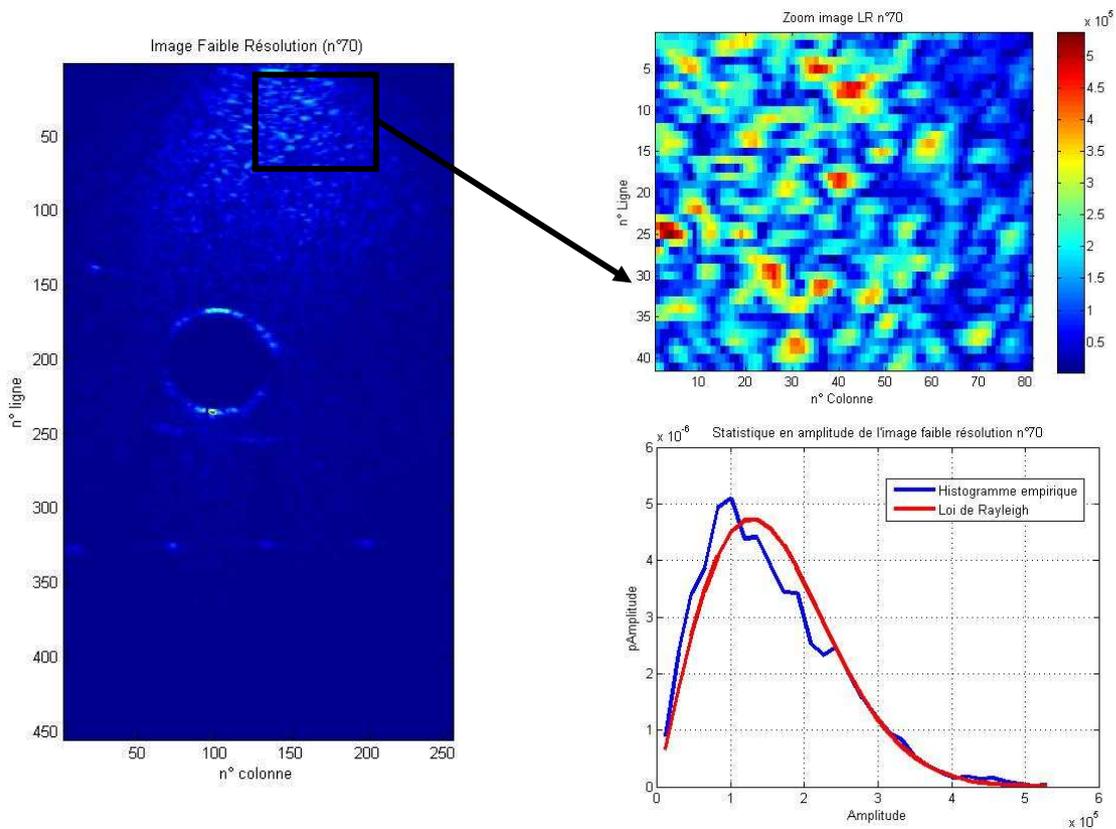


Figure 120 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°70

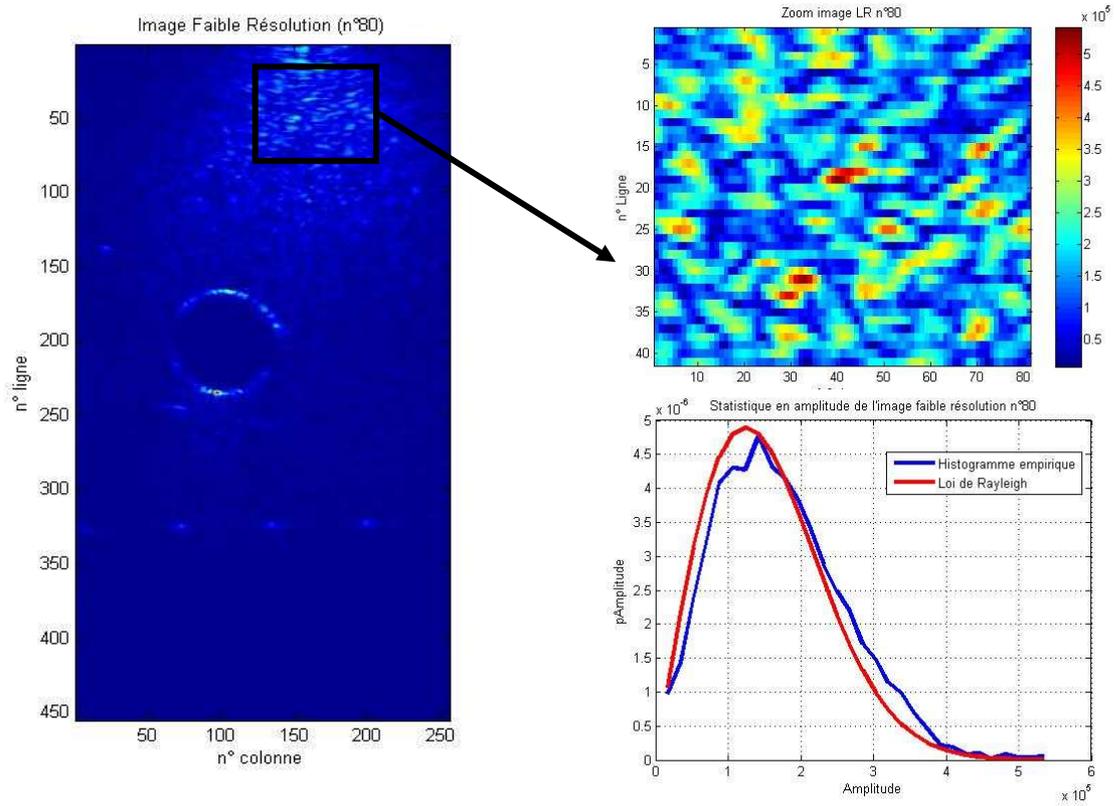


Figure 121 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°80

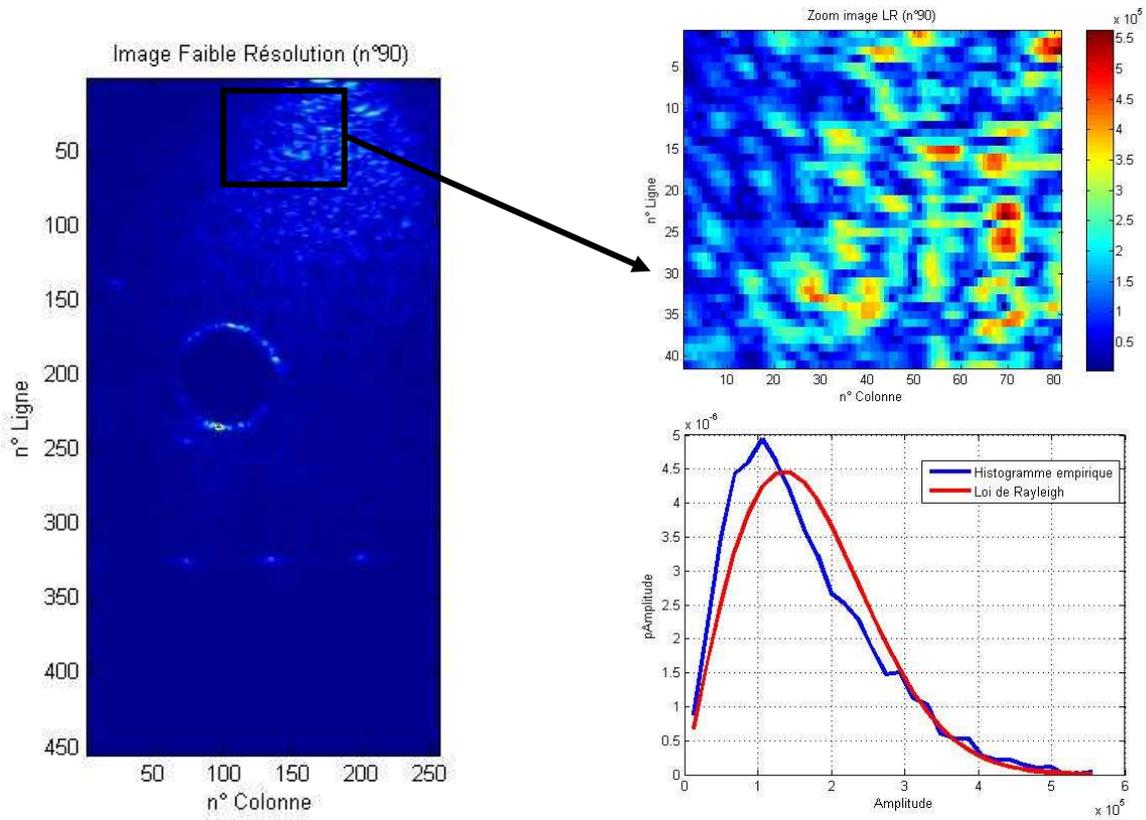


Figure 122 : Statistique de l'amplitude de la sous-image n°90

On a tracé sur les figures 120 à 122 la statistique des amplitudes des images formées.

Deux points sont à retenir des observations précédentes :

- Dans le cône d'insonification, la statistique de l'amplitude du speckle suit une loi de Rayleigh.
- En dehors de ce cône, les pixels faiblement insonifiés tendent à ramener le pic de l'histogramme vers les petites valeurs d'amplitude.

Il est à noter pour ce dernier point, que la contribution de ces pixels pour l'image finale haute résolution sera faible, compte tenu de leurs amplitudes basses.

### Image haute résolution

Comme nous l'avons démontré en 5.1.5, la sommation cohérente de speckles pleinement développés constitue du speckle pleinement développé. La figure 123 confirme expérimentalement ce résultat.

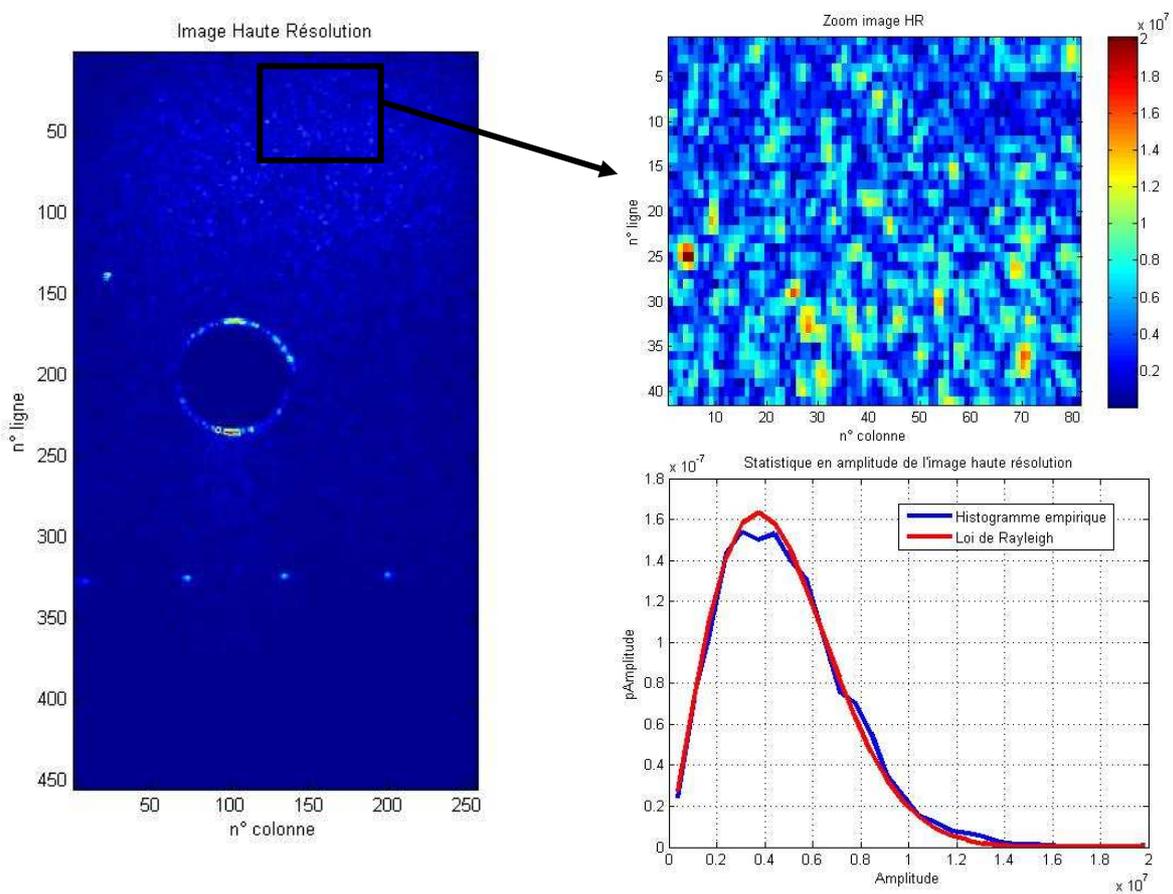


Figure 123 : Statistique en amplitude d'une image Haute Résolution

## 5.1.7. Fonction d'autocorrélation du speckle

## Fonction d'autocorrélation en amplitude

On s'intéresse à présent à la corrélation du speckle reçu sur deux capteurs distincts de l'antenne de réception. La géométrie considérée est la suivante :

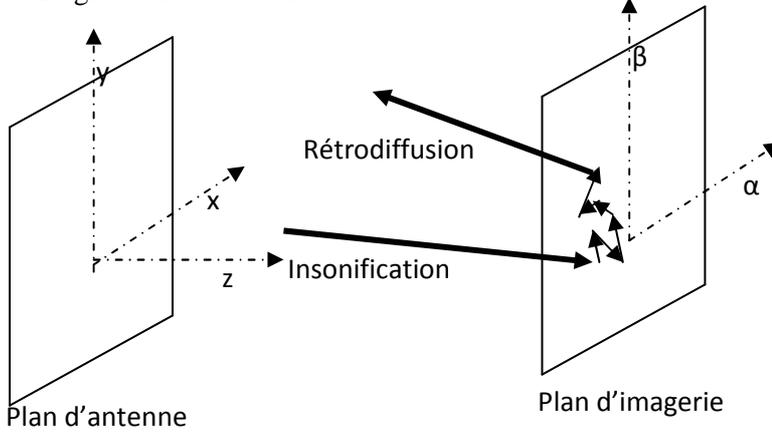


Figure 124 : Géométrie du problème d'autocorrélation du speckle

Sous l'hypothèse paraxiale, l'équation (2.26) nous donne, pour l'amplitude du signal rétrodiffusé à chaque instant et avec les notations du problème :

$$A(x, y) = \frac{\exp(jkz) \exp\left(j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right)}{j\lambda z} \iint_{\pm\infty} \left( a(\alpha, \beta) \exp\left(j \frac{k}{2z} (\alpha^2 + \beta^2)\right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x\alpha + y\beta)\right) \right) d\alpha d\beta \quad (5.1)$$

avec  $k$ , le vecteur d'onde,  $\lambda$ , la longueur d'onde et  $a(\alpha, \beta)$ , l'amplitude du faisceau d'émission sur le plan d'imagerie.

Comme on l'a défini au chapitre 4.3.2, la fonction d'autocorrélation du signal rétrodiffusé s'écrit :

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \overline{A(x_1, y_1) A^*(x_2, y_2)} \quad (5.2)$$

Si on remplace (5.1) dans (5.2), il vient :

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \exp\left(j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)\right) \iint_{\pm\infty} \iint_{\pm\infty} J_a(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) \exp\left(j \frac{k}{2z} (\alpha_1^2 + \beta_1^2 - \alpha_2^2 - \beta_2^2)\right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1\alpha_1 + y_1\beta_1 - x_2\alpha_2 - y_2\beta_2)\right) d\alpha_1 d\beta_1 d\alpha_2 d\beta_2 \quad (5.3)$$

Avec  $J_a$ , la fonction de corrélation du champ sur le plan d'imagerie :

$$J_a(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) = \overline{a(\alpha_1, \beta_1) a^*(\alpha_2, \beta_2)}$$

On fait alors l'hypothèse (Goodman, 2007), que la surface de diffraction de la zone à imager présente un comportement suffisamment aléatoire pour que la fonction de corrélation du champ puisse être modélisée par une distribution de Dirac bidimensionnelle :

$$J_a(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) = \kappa I(\alpha_1, \beta_1) \delta(\alpha_1 - \alpha_2, \beta_1 - \beta_2) \quad (5.4)$$

avec  $\kappa$  une constante,  $I(\alpha_1, \beta_1)$ , l'intensité du champ acoustique au point  $(\alpha_1, \beta_1)$ .

En remplaçant (5.4) dans (5.3) et en posant  $\Delta x = x_1 - x_2$  et  $\Delta y = y_1 - y_2$ , on obtient :

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \exp\left(j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)\right) \iint_{\pm\infty} I(\alpha, \beta) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (\alpha \Delta x + \beta \Delta y)\right) d\alpha d\beta$$

Pour l'application qui nous intéresse, c'est le module de la fonction de corrélation que nous cherchons à exprimer. On réécrit donc finalement:

$$J_A(\Delta x, \Delta y) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \iint_{\pm\infty} I(\alpha, \beta) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (\alpha \Delta x + \beta \Delta y)\right) d\alpha d\beta \quad (5.5)$$

L'expression (5.5) traduit le fait que **la fonction d'autocorrélation du speckle dans le plan d'antenne est simplement la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'intensité du champ dans le plan d'imagerie.**

Ce résultat, connu sous le nom de théorème de Van Cittert-Zernike, fut introduit dans le cadre de l'imagerie acoustique par (Mallart & Fink, 1991).

Ce résultat a deux conséquences particulièrement utiles pour la suite :

- Il existe un formalisme permettant de prédire la cohérence spatiale du champ rétrodiffusé.
- La cohérence spatiale dans le plan d'antenne du champ rétrodiffusé dépend uniquement du champ d'insonification et du plan d'imagerie considérée.

**Une des applications pratiques d'un tel résultat est la possibilité de mesurer les déplacements de l'antenne dans son plan, par mesure de la corrélation entre deux acquisitions successives. Par la suite, nous nommerons « micronavigation » de telles méthodes.**

### *Fonction d'autocorrélation en intensité*

Selon les systèmes utilisés, la seule donnée accessible est parfois l'intensité du signal rétrodiffusé. Il peut donc être utile de connaître la distribution de sa fonction d'autocorrélation. Par propriété des variables gaussiennes, les fonctions d'autocorrélation de l'amplitude et de l'intensité sont reliées par :

$$J_I(\Delta x, \Delta y) = \bar{I}^2 \left[ 1 + |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 \right]$$

avec  $\mu_A$ , le coefficient de corrélation de l'amplitude défini par :

$$\mu_A(\Delta x, \Delta y) = \frac{J_A(\Delta x, \Delta y)}{J_A(0,0)}$$

*Cas bidimensionnel (émission seule)*

Pour une géométrie bidimensionnelle et une distribution en intensité rectangulaire :

$$I(\alpha) = I_0 \text{rect}\left(\frac{\alpha}{L}\right)$$

Il vient :

$$J_A(\Delta x) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{+\infty} I_0 \text{rect}\left(\frac{\alpha}{L}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} \alpha \Delta x\right) d\alpha$$

Soit :

$$J_A(\Delta x) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} L^2 I_0 \text{sinc}\left(\frac{L\Delta x}{\lambda z}\right)$$

D'où, pour l'intensité :

$$J_I(\Delta x) = \bar{I}^2 \left[ 1 + \text{sinc}^2\left(\frac{L\Delta x}{\lambda z}\right) \right]$$

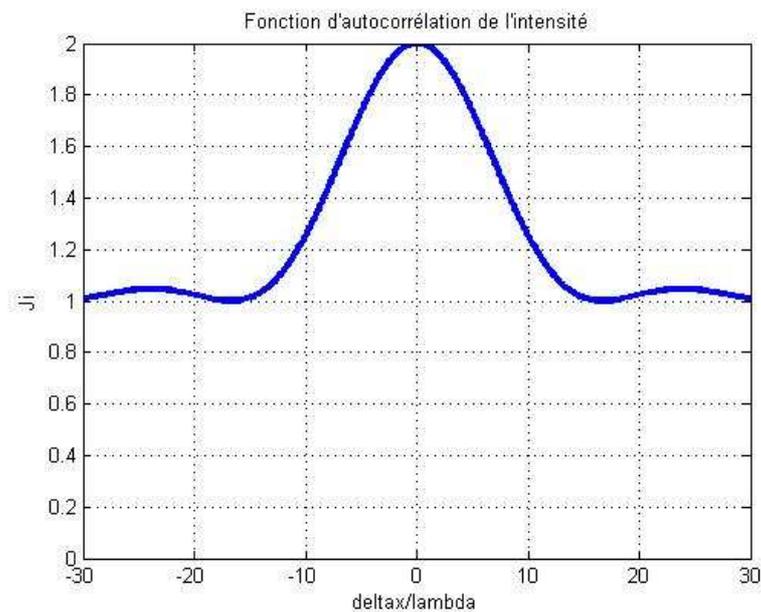


Figure 125 : Fonction d'autocorrélation en intensité.  $L=4\lambda$  ;  $z=70\lambda$ .

**Validation expérimentale pour la synthèse canonique (émission/réception)**

Dans le cas d'une émission canonique, la taille de l'émetteur est de l'ordre de la longueur d'onde et le champ lointain très rapidement atteint. La distribution du faisceau d'émission est donc pour une distance de l'antenne grande devant la longueur de l'émetteur ( $L_e$ ):

$$I(\alpha) = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{L_e \alpha}{\lambda z}\right)}{\frac{L_e \alpha}{\lambda z}} \right)^2$$

Dans ce cas la fonction d'autocorrélation de l'amplitude devient :

$$J_A(\Delta x) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{+\infty} I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{L_e \alpha}{\lambda z}\right)}{\frac{L_e \alpha}{\lambda z}} \right)^2 \left( \frac{L_e \alpha}{\lambda z} \right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} \alpha \Delta x\right) d\alpha$$

Or, on sait que la transformée de Fourier du carré de la fonction sinus cardinal est la fonction triangulaire. Finalement, il vient :

$$J_I(\Delta x) = \bar{I}^2 \left[ 1 + \left( \text{tri}\left(\frac{\Delta x}{L_e}\right) \right)^2 \right]$$

Avec la fonction triangulaire définie comme suit :

$$\text{tri}(x) = \max(1 - |x|, 0)$$

On représente ci-dessous la fonction d'autocorrélation en intensité pour différentes longueurs d'émetteurs.

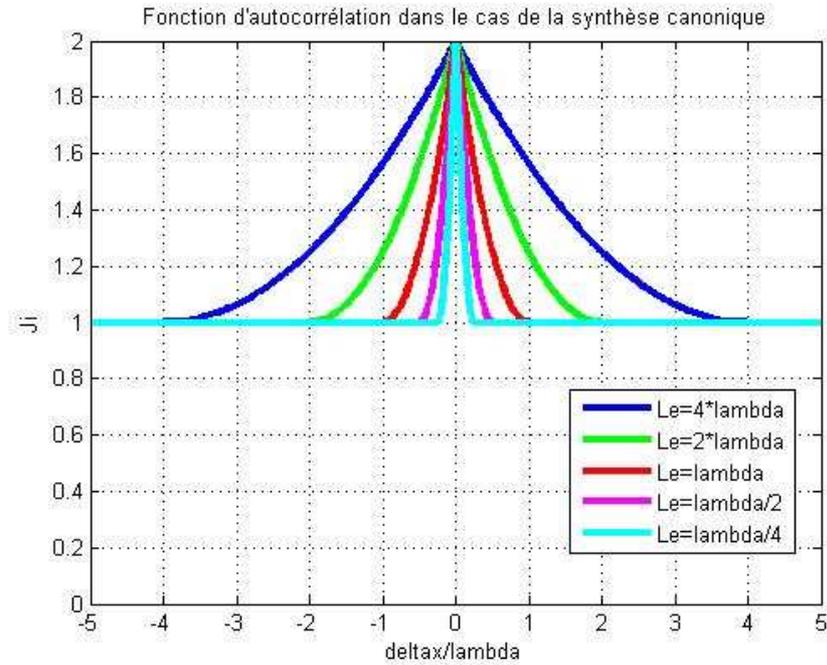


Figure 126 : Fonction d'autocorrélation de l'intensité, cas de la synthèse canonique.

Dans nos conditions expérimentales on utilise une antenne linéaire dont le pas inter-capteur est de  $\lambda$  de même que la largeur des éléments. Soit  $i$ , l'indice des éléments de l'antenne :

$$J_I(i) = \bar{I}^2 [1 + (tri(i))^2]$$

Selon la théorie, pour une longueur d'émetteur égale à la longueur d'onde, on ne doit pas observer de corrélation inter-capteur. Cependant, expérimentalement on observe un meilleur accord pour une longueur effective un peu plus grande que l'antenne d'émission. On peut supposer ici que les effets de cross-talk entre transducteurs adjacents sont responsables de cet effet.

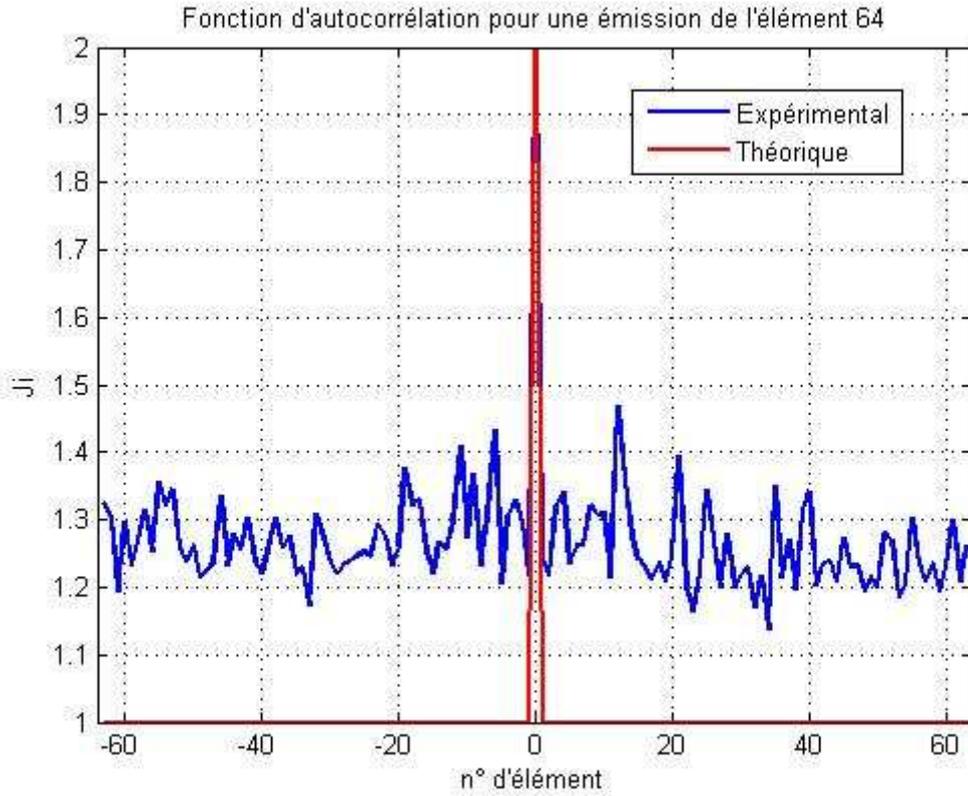


Figure 127 : Comparaison modèle/expérience de la fonction d'autocorrélation en amplitude dans le cas de la synthèse canonique.

Le fond de corrélation à 1.3 présent sur les résultats expérimentaux est probablement dû à la présence d'un bruit cohérent (d'origine électronique ?) sur l'ensemble des capteurs de l'antenne.

### Cas du codage spatial

Dans le cas du codage spatial, la distribution de l'intensité s'écrit :

$$I(\alpha) = I_0 \left[ TF_{\frac{\alpha}{\lambda z}} \left( P(x) \text{rect} \left( \frac{x}{N_e L_e} \right) \right) \right]^2$$

Soit en remplaçant dans l'expression de la fonction de corrélation en amplitude :

$$J_A(\Delta x) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{+\infty} I_0 \left[ TF_{\frac{\alpha}{\lambda z}} \left( P(x) \text{rect} \left( \frac{x}{N_e L_e} \right) \right) \right]^2 \exp \left( -j \frac{2\pi}{\lambda z} \alpha \Delta x \right) d\alpha$$

Avec P, le vecteur de pondération utilisé.

### 5.1.8. Fonction d'autocorrélation dans la direction normale au plan d'imagerie

On s'intéresse ici à la cohérence spatiale du speckle dans la direction normale au plan d'imagerie. Une telle fonction a pour expression :

$$J_A(0,0,\Delta z) = \overline{A(0,0,z)A^*(0,0,z+\Delta z)}$$

Ces deux champs peuvent alors s'écrire :

$$A(0,0,z) = \frac{1}{j\lambda z} \iint_{\pm\infty} a(\alpha,\beta) \exp\left(j\frac{k}{2z}(\alpha^2 + \beta^2)\right) d\alpha d\beta$$

Et :

$$A(0,0,z+\Delta z) = \frac{1}{j\lambda(z+\Delta z)} \iint_{\pm\infty} a^*(\alpha,\beta) \exp\left(-j\frac{k}{2(z+\Delta z)}(\alpha^2 + \beta^2)\right) d\alpha d\beta$$

En supposant  $\Delta z \ll z$  et  $J_a(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) = \kappa I(\alpha_1, \beta_1) \delta(\alpha_1 - \alpha_2, \beta_1 - \beta_2)$ , en faisant l'approximation :  $\frac{1}{(z+\Delta z)} \approx \frac{1}{z} \left(1 - \frac{\Delta z}{z}\right)$ , il vient finalement :

$$J_A(0,0,\Delta z) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \iint_{\pm\infty} I(\alpha,\beta) \exp\left(-j\frac{k\Delta z}{2z^2}(\alpha^2 + \beta^2)\right) d\alpha d\beta$$

Pour une géométrie bidimensionnelle et une distribution en intensité rectangulaire :

$$I(\alpha) = I_0 \text{rect}\left(\frac{\alpha}{L}\right)$$

Soit :

$$J_A(0,0,\Delta z) = \frac{\kappa I_0}{\lambda^2 z^2} \int_{-L/2}^{L/2} \exp\left(-j\frac{\pi\Delta z}{\lambda z^2}(\alpha^2)\right) d\alpha$$

On reconnaît ici une intégrale de Fresnel complexe. Donc pour la fonction d'autocorrélation en intensité il vient (Goodman, 2007):

$$J_I(\Delta z) = \bar{I}^2 \left[ 1 + \left| \sqrt{\frac{2\pi}{X}} \left[ C\left(\sqrt{\frac{X}{2\pi}}\right) + jS\left(\sqrt{\frac{X}{2\pi}}\right) \right] \right|^4 \right]$$

avec  $X = \frac{\pi L^2}{\lambda z^2} \Delta z$  et C et S les intégrales de Fresnel sinusoïdales et cosinusoidales.

### **5.1.9. Conclusion sur la cohérence spatiale du speckle**

Nous avons vu dans les parties précédentes par la détermination des fonctions d'autocorrélation spatiale du speckle que celui-ci présente une cohérence spatiale décrite par le théorème de Van Cittert-Zernike.

Une conséquence majeure de ce résultat pour la méthode qui nous intéresse est que, si la zone à imager n'a pas évolué entre deux acquisitions successives et que l'antenne s'est légèrement déplacée, il existe une corrélation non nulle entre les familles de signaux acquis.

Nous verrons par la suite que l'utilisation de cette corrélation peut permettre l'estimation de trois degrés de liberté sur le déplacement d'une antenne linéaire.

Nous étendrons cette démarche au cas du codage spatial puis nous proposerons une méthode permettant l'estimation des six degrés de liberté basée sur l'utilisation d'une rétine bidimensionnelle.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> *On peut noter que cette corrélation du speckle est la base même de l'interférométrie radar et sonar. Cependant, dans le cadre de l'imagerie radar satellitaire, les déplacements de l'antenne (liés à l'orbitographie du satellite) induisent une décorrélation géométrique, donc une perte de cohérence.*

## 5.2. Mesure de déplacement par décorrélation du speckle. Cas bidimensionnel

La partie précédente a permis de décrire le phénomène de speckle d'un point de vue physique et statistique. Il a également été mis en évidence l'existence d'une fonction d'autocorrélation spatiale dans le plan d'antenne des signaux rétrodiffusés. Dans cette partie, nous nous proposons d'étudier les méthodes utilisant cette cohérence spatiale des faisceaux rétrodiffusés pour en déduire une estimation des déplacements de l'antenne entre deux acquisitions successives. Ces méthodes sont généralement qualifiées de méthodes de micronavigation. Nous nous intéresserons dans un premier temps aux méthodes bidimensionnelles. C'est-à-dire, mettant en œuvre des antennes linéaires.

### 5.2.1. Géométrie du problème

On s'intéresse dans un premier temps au cas d'un émetteur ponctuel unique (synthèse canonique), solidaire de l'antenne de réception et plus généralement du système porteur.

Dans le repère de l'antenne, les mouvements du porteur sont entièrement caractérisés par les trois paramètres suivants :

- $L_n$  : le déplacement longitudinal
- $Y_n$  : le déplacement transversal
- $\beta_n$  : la rotation dans le plan de visée

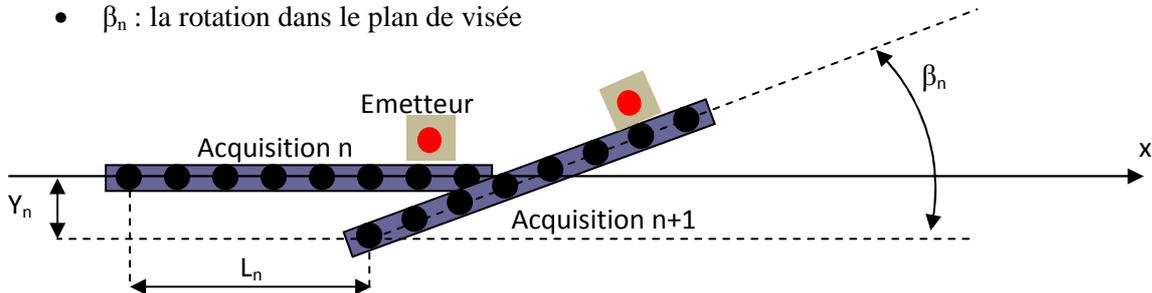


Figure 128 : Géométrie du problème bidimensionnel

### 5.2.2. Approximation du centre de phase

Dans les méthodes d'imagerie active, émetteurs et récepteurs peuvent être géométriquement dissociés. Une approximation répandue en sonar synthétique (car elle permet des algorithmes d'intégration rapides) est l'approximation monostatique ou approximation du centre de phase. Elle consiste à supposer que l'émission et la réception se font depuis le même point, le point milieu du segment formé par l'émetteur et le récepteur. Ce point est appelé le centre de phase.

Cette approximation introduit une erreur dans l'estimation des retards relatifs.

Dans ces conditions, on peut considérer le système d'imagerie active comme une antenne constituée d'éléments monostatiques correspondant aux centres de phase des différents couples émetteur/récepteur. Soit T la position de l'émetteur, R la position d'un récepteur et X la position d'une cible arbitraire, l'approximation du centre de phase consiste à remplacer la situation bistatique réelle

par la situation monostatique fictive d'un unique émetteur/récepteur située en C, point milieu du segment [TR], appelé centre de phase.

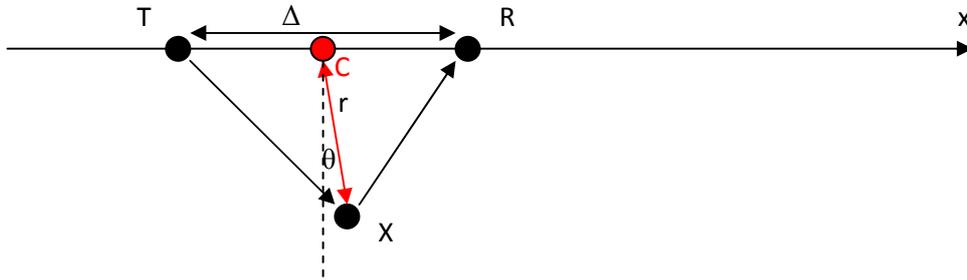


Figure 129 : Approximation du centre de phase

Afin de valider l'approximation on calcule l'erreur sur le temps de vol émetteur/récepteur introduite :

$$\varepsilon = |TX| + |RX| - 2|CX|$$

Par application du théorème d'Al-Kashi on trouve :

$$TX^2 = \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + r^2 + r\Delta \sin(\theta) \text{ et } RX^2 = \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + r^2 - r\Delta \sin(\theta)$$

En supposant  $\frac{\Delta}{r} \ll 1$ , et en développant les racines en série de Taylor, on obtient :

$$TX + RX - 2CX = \frac{\Delta^2}{4r} \cos^2(\theta) + \frac{\Delta^4}{64r^3} \cos^2(\theta)(4 - 5 \cos^2(\theta)) + \dots$$

En conclusion l'approximation du centre de phase n'est valable que pour :

$$\frac{\Delta^2}{4r} \ll \lambda.$$

avec  $\lambda$ , la longueur d'onde du système. Cette condition peut être interprétée comme une condition de champ lointain.

Plus généralement, l'approximation reste valable en champ proche si on avance le signal de  $\frac{\Delta^2}{4rc}$  et si

le secteur angulaire d'émission respecte :  $\frac{\Delta^2}{4r\lambda}(1 - \cos^2 \theta_e) \ll 1$ . Ce qui signifie que le secteur d'émission doit être suffisamment petit pour être correctement compensé sur toute son ouverture.  $\theta_e$  étant la demi-ouverture de l'antenne d'émission.

### 5.2.3. Mesure des déplacements de l'antenne des centres de phases

Sous l'approximation du centre de phase, le problème de la micronavigation consiste en fait en la mesure des déplacements de l'antenne composée des centres de phases du système réel. On nomme généralement cette antenne DPCA (Displaced Phase Center Antenna). (Pinto, Fohanno, Trémois, & Guyonic, 1997).

En l'absence de déplacement transverse et de rotation dans le plan de visée, cela revient à considérer la géométrie suivante :

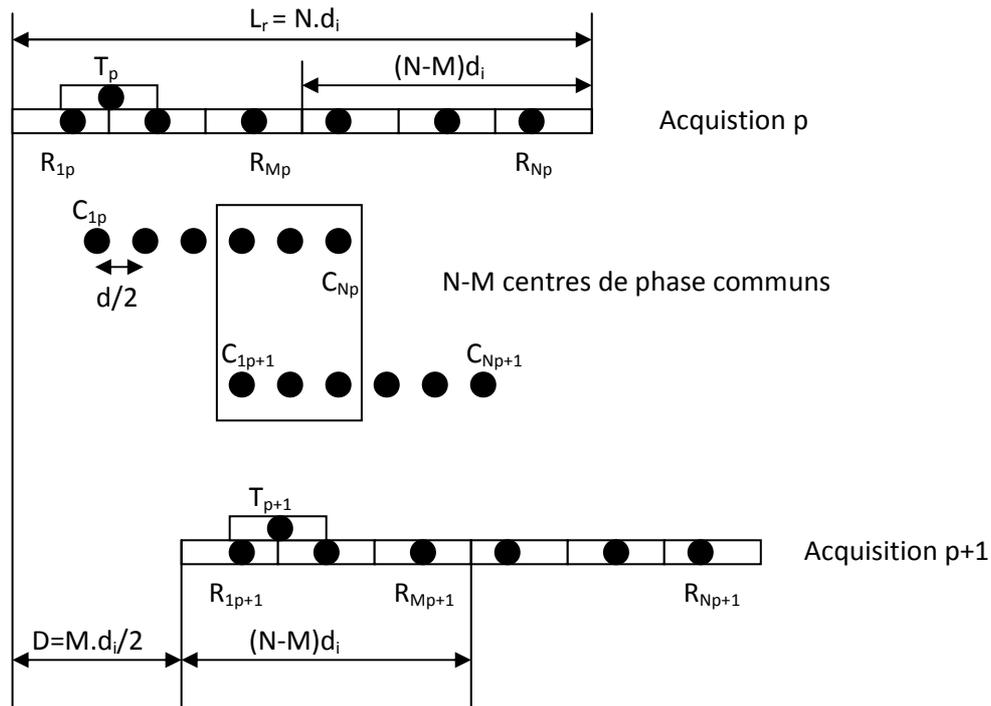


Figure 130 : DPCA successives sans déplacement transverse

Dans le cas où les déplacements transverses ne sont plus négligeables la géométrie devient :

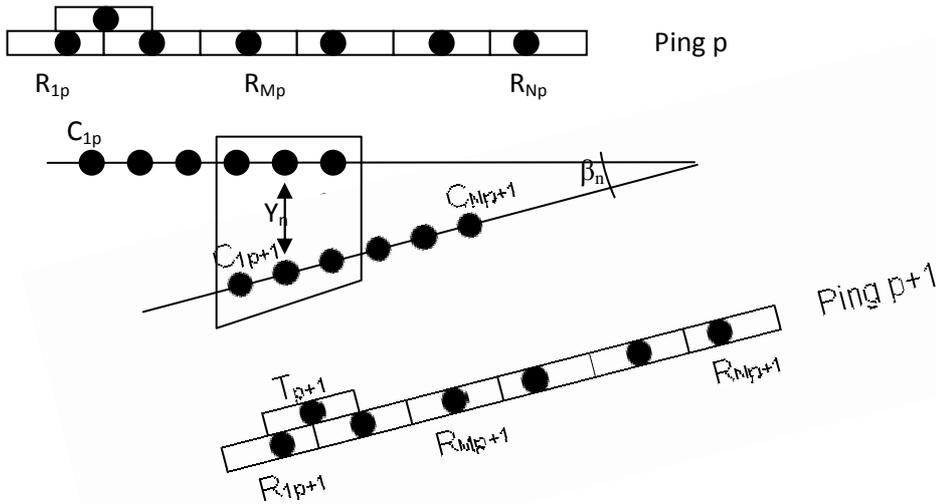


Figure 131 : DPCA successives avec déplacements transverses

Dans ce cas, le déplacement transversal du  $k^{\text{ème}}$  centre de phase est donné, pour un petit angle  $\beta_n$ , par :

$$Y_{nk} = Y_n + \beta_n d_{ik}$$

avec  $d_{ik}$  l'abscisse du  $k^{\text{ème}}$  centre de phase en prenant comme origine le centre de la DPCA :

$$d_{ik} = \left( k - 1 - \frac{K - 1}{2} \right) \frac{d_i}{2}$$

et avec  $K = M - N$ , le nombre d'éléments de la DPCA.

En considérant les mêmes notations que précédemment, les mouvements transverses du porteur engendrent une erreur sur le calcul du temps de vol du faisceau provenant de la cible X de  $2Y_{nk} \cos \theta$ .

Donc sous la condition :  $2 \frac{Y_{nk}}{\lambda} (1 - \cos^2 \theta_e) \ll 1$ , tous les diffuseurs insonifiés sont vus avec le même retard entre les deux centres de phase. Alors les signaux reçus lors des deux acquisitions successives sont les mêmes retardés de :

$$\tau_{nk} = 2 \frac{Y_{nk}}{c}$$

Il est donc possible d'estimer ce retard par corrélation entre les deux acquisitions successives sur une fenêtre autour de r.

L'hypothèse du centre de phase induit donc une limite supérieure aux déplacements transverses :

$$Y_{nk} \ll \frac{\lambda}{2(1 - \cos^2 \theta_e)}$$

Notons enfin que la distance parcourue par le porteur entre deux acquisitions successives a été supposée connue est égale à

$$D = \frac{Md_i}{2} = V.T_r.$$

avec V, la vitesse de déplacement longitudinal du porteur et  $T_r$ , la période de récurrence d'acquisition.

La méthode par DPCA présente une précision limitée par les performances du système en termes de rapport signal-à-bruit. Afin de déterminer les limites de ces performances on utilise les bornes statistiques de Cramer-Rao (Belletini & Pinto, 2002).

#### 5.2.4.Principe des bornes de Cramer-Rao

Les bornes de Cramer-Rao déterminent les limites inférieures de la variance d'un estimateur basées sur l'information de Fischer. L'information de Fischer constitue l'espérance mathématique de la dérivée seconde de la vraisemblance logarithmique. Cette grandeur joue un rôle important dans l'établissement des bornes de Cramer-Rao. Elle quantifie l'information contenue dans une distribution relative à un paramètre. (Kopp & Thubert, 1986)

Soit  $\{X\}$ , une distribution relative au paramètre  $\theta$  et d'estimateur sans biais, l'espérance s'écrit :

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

avec E, l'espérance mathématique.

Alors, la borne de Cramer-Rao dit :

$$V(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I(\theta)}$$

avec  $V(\theta)$ , la variance et  $I(\theta)$ , l'information de Fischer qui s'exprime comme :

$$I(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln(L(X; \theta))\right)$$

Avec  $L(X; \theta)$ , la fonction de vraisemblance de la distribution  $\{X\}$  relativement au paramètre  $\theta$ . En statistique la fonction de vraisemblance permet de déterminer la probabilité d'un paramètre inconnu à partir d'une grandeur mesurée connue. Si l'on dispose de N tirages indépendant, on la définit de la façon suivante :

$$L(X; \theta) = \prod_{i=1}^N p(X_i; \theta)$$

### 5.2.5. Application des bornes de Cramer-Rao à la micronavigation

On s'intéresse à deux tirs successifs. Soient  $\{X_1(t), X_2(t), \dots, X_K(t)\}$  et  $\{X_1'(t), X_2'(t), \dots, X_K'(t)\}$ , les signaux reçus sur les K éléments de la DPCA lors de deux pings successifs. On suppose également que les éléments de l'antenne physique sont espacés de  $L_e$ , la taille de l'antenne d'émission. Cette configuration est réalisée sur nos deux systèmes expérimentaux : sonar à antenne synthétique SHADOWS et système VDAS avec antenne linéaire pour la synthèse canonique.

Supposons que les K signaux sur la fenêtre temporelle T sont de la forme :

$$\begin{aligned} X_k(t) &= S_k(t) + N_k(t) \\ X_k'(t) &= S_k(t - \tau_k) + N_k'(t) \end{aligned}$$

Avec  $\tau_k$ , la durée entre deux émissions successives. Où les bruits  $N_k$  et  $N_k'$ , sont indépendants l'un de l'autre et indépendants de  $S_k$ . De plus les  $S_k$  sont supposés indépendants les uns des autres, puisque leur espacement correspond à la longueur de cohérence du signal rétrodiffusé (taille de l'antenne d'émission).  $N_k(t)$  est le bruit reçu et  $S_k$ , le signal réverbéré, tout deux sont supposés être des phénomènes gaussiens aléatoires à densité spectrale constante.

Soit  $\rho$ , le rapport signal à bruit : 
$$\rho = \frac{\langle S^2 \rangle}{\langle N^2 \rangle}$$

On cherche à déterminer l'information sur les paramètres  $Y_n$  et  $\beta_n$  que l'on peut déduire de la connaissance des retards relatifs sur la DPCA. Pour cela on utilise la matrice d'information de Fischer.

Afin de déterminer les bornes de Cramer-Rao des paramètres  $Y_n$  et  $\beta_n$ , on calcule d'abord la log-vraisemblance les reliant. Les deux couples de signaux  $(X_k, X_k')$  et  $(X_l, X_l')$  étant indépendants pour  $k \neq l$  alors la vraisemblance logarithmique totale peut être vue comme la somme des log-vraisemblances élémentaires estimées par couple de capteurs :

$$L_K(J_n, \beta_n) = \sum_{1 < k < K} L_1(\tau_{kn}(J_n, \beta_n))$$

La matrice de Fisher est définie de la façon suivante, pour un unique retard  $\tau_{kn}$  :

$$F(\tau_{kn}) = - \left\langle \frac{\partial^2 L_1(\tau_{kn})}{\partial \tau_{kn}^2} \right\rangle$$

Ce qui permet d'exprimer la matrice de Fischer générale :

$$F_{(J_n, \beta_n)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L_K}{\partial Y_n^2} & \frac{\partial^2 L_K}{\partial Y_n \partial \beta_n} \\ \frac{\partial^2 L_K}{\partial \beta_n \partial Y_n} & \frac{\partial^2 L_K}{\partial \beta_n^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 L_1(\tau_{kn}(Y_n, \beta_n))}{\partial Y_n^2} & \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 L_1(\tau_{kn}(Y_n, \beta_n))}{\partial Y_n \partial \beta_n} \\ \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 L_1(\tau_{kn}(Y_n, \beta_n))}{\partial \beta_n \partial Y_n} & \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 L_1(\tau_{kn}(Y_n, \beta_n))}{\partial \beta_n^2} \end{pmatrix}$$

avec :  $\tau_{nk} = \frac{2}{c}(Y_n + \beta_n d_{ik})$  et  $d_{ik} = \left(k - 1 - \frac{K-1}{2}\right) \frac{d_i}{2}$ .

Après développement, on trouve :

$$F_{(Y_n, \beta_n)} = \frac{4}{c^2} F(\tau_{nk}) \begin{pmatrix} K & \sum_{1 < k < K} d_k \\ \sum_{1 < k < K} d_k & \sum_{1 < k < K} d_k^2 \end{pmatrix} = \frac{4}{c^2} F(\tau_{nk}) \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & \frac{d_i^2 K(K^2 - 1)}{48} \end{pmatrix}$$

La nullité des termes non diagonaux montre que les paramètres  $Y_n$  et  $\beta_n$  sont séparables.

Un résultat du traitement passif donne la borne de Cramer-Rao pour le retard pur (Quazi, 1981):

$$\sigma_\tau \geq \frac{1}{\sqrt{F_\tau}} = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{1}{\sqrt{BWT}} \sqrt{\frac{1}{\rho} + \frac{1}{2\rho^2}}$$

avec  $f_0$ , la fréquence de travail du système, et BW la largeur de bande fréquentielle du système.

On en déduit donc les bornes de Cramer-Rao des deux paramètres de la DPCA :

$$\sigma_{Y_n} = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda_0}{2} \frac{1}{\sqrt{BW}} \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{\frac{1}{\rho} + \frac{1}{2\rho^2}}$$

Et :

$$\sigma_{\beta_n} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{\frac{K-1}{K+1}} \frac{\lambda_0}{(K-1)d_i} \frac{1}{\sqrt{BW}} \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{\frac{1}{\rho} + \frac{1}{2\rho^2}}$$

On voit donc que deux paramètres importants d'optimisation de la résolution sont la bande passante du système, BW, ainsi que la taille de la DPCA.

Ce dernier terme dépend quant à lui des tailles physiques des antennes d'émission et de réception ainsi

que de la vitesse du porteur :  $K = \frac{L_r - 2D}{L_e}$ .

Les significations physiques des bornes de Cramer-Rao, qui sont des déviations standards, sont les valeurs limites que peuvent atteindre les précisions sur les mesures des déplacements transverses.

### 5.2.6. Validation expérimentale

#### Cas du sonar à antenne synthétique

Le sonar à antenne synthétique SHADOWS permet une bonne qualification de la méthode de micronavigation car il est lui-même équipé d'une centrale inertielle très haute précision : la PHINS. Celle-ci étant un capteur inertielle, elle présente une dérive quadratique, que l'on limite à une dérive linéaire par l'utilisation d'un capteur de vitesse du porteur par effet Doppler acoustique (Doppler Velocity Log).



Figure 132 : Système de sonar à antenne synthétique SHADOWS (à gauche) et la PHINS (à droite)

Le système fonctionne à une fréquence centrale de 100kHz pour une bande de 30%. On considère une fenêtre d'analyse de 10ms et un nombre de centres de phase communs de 8. On s'intéresse ici à la détermination de la déviation standard théorique des différents estimateurs de déplacements en fonction de la portée.

Pour cela, l'équation du sonar nous donne pour le signal à bruit (cf. 2.3.6) :

$$SNR = 20 * \log_{10}(\rho) = SL - 2TL + TS - NL + DI_r + 10 \log_{10} T$$

Dans le système SHADOWS, les paramètres sont les suivants (Jean, 2006):

Paramètres	Système SHADOWS
SL	217 dB (ref. 1μPa@1m)
Coefficient d'absorption	30dB/km
Target Strength	-35 dB (sable)
NL (modèle de Wenz)	85dB
Gain de directivité en réception	12dB
Durée d'émission	10ms
Bande utile	30%
Fenêtre d'analyse	6m
Nombre de CP commun	8

Dans ce cas l'évolution de la limite de Cramer-Rao sur l'estimateur du déplacement transverse est :

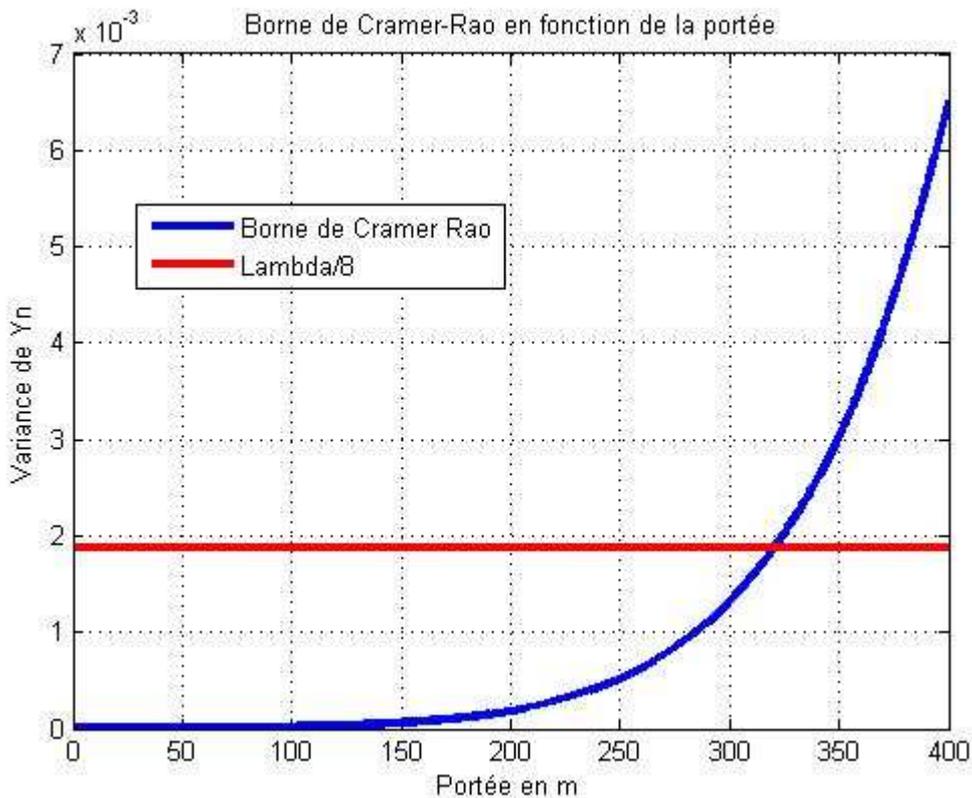


Figure 133 : Borne de Cramer Rao pour l'estimateur du mouvement transverse en fonction de la portée pour le système SHADOWS

On sait de plus que, pour maintenir une focalisation performante, l'erreur ne doit pas excéder un huitième de la longueur d'onde (Chatillon, Bouhier, & Zakharia, 1991).

De même l'erreur sur la rotation dans le plan d'antenne ramenée à différentes fractions de la longueur de celle-ci montre que cette forme d'erreur peut limiter significativement la résolution du système en bout de portée ( $R > 200m$ ). C'est ce que l'on observe en pratique pour certaines conditions de navigation défavorables, comme l'illustre l'image de la Figure 135.

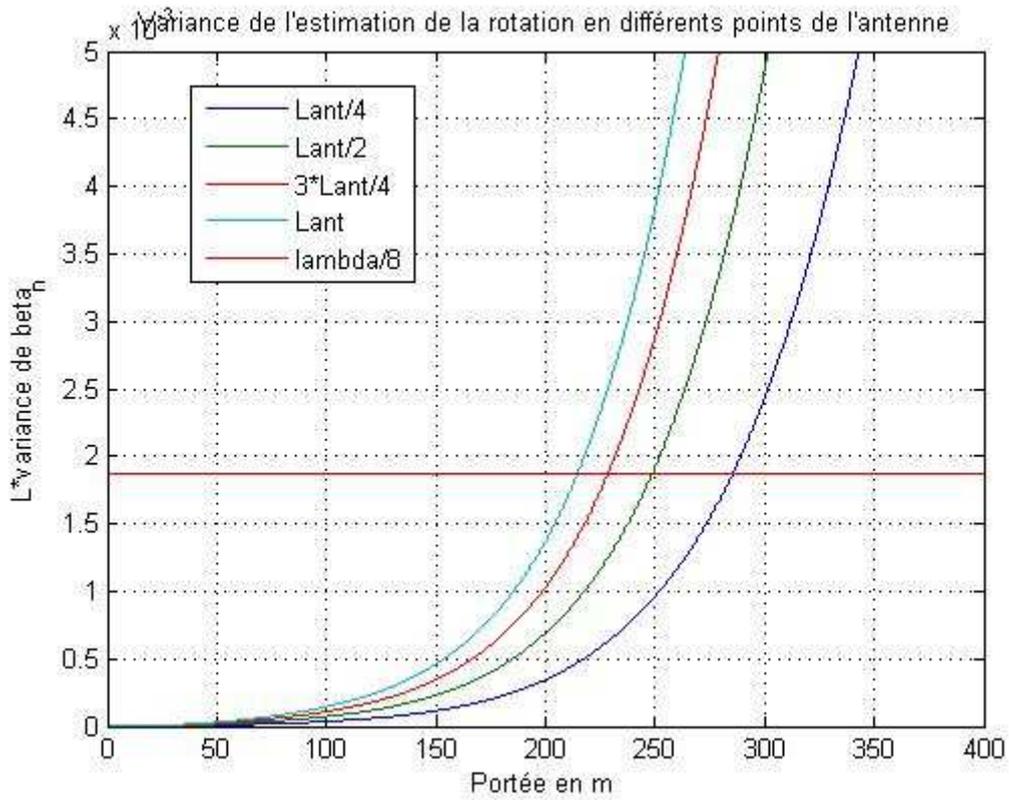


Figure 134 : Borne de Cramer Rao pour l'estimateur de la rotation en fonction de la portée pour le système SHADOWS et en différents points de l'antenne.

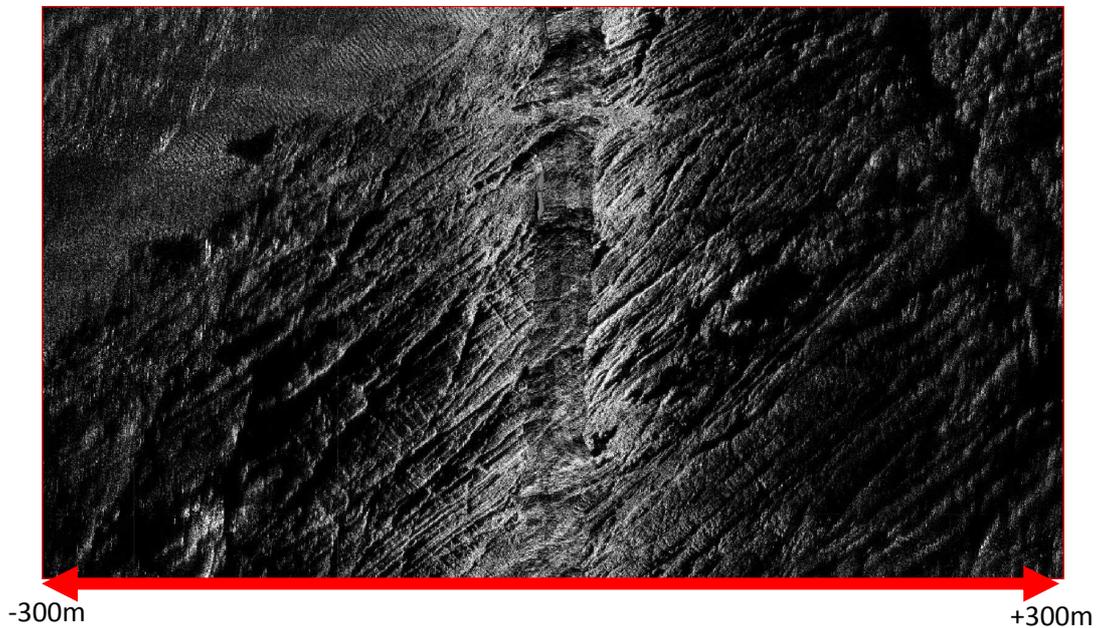


Figure 135 : Exemple d'image du système SHADOWS. On observe sur le sonar frontal la route du sonar.

Une comparaison des mesures de mouvement entre la centrale inertielle et le sonar est donnée dans la figure 136.

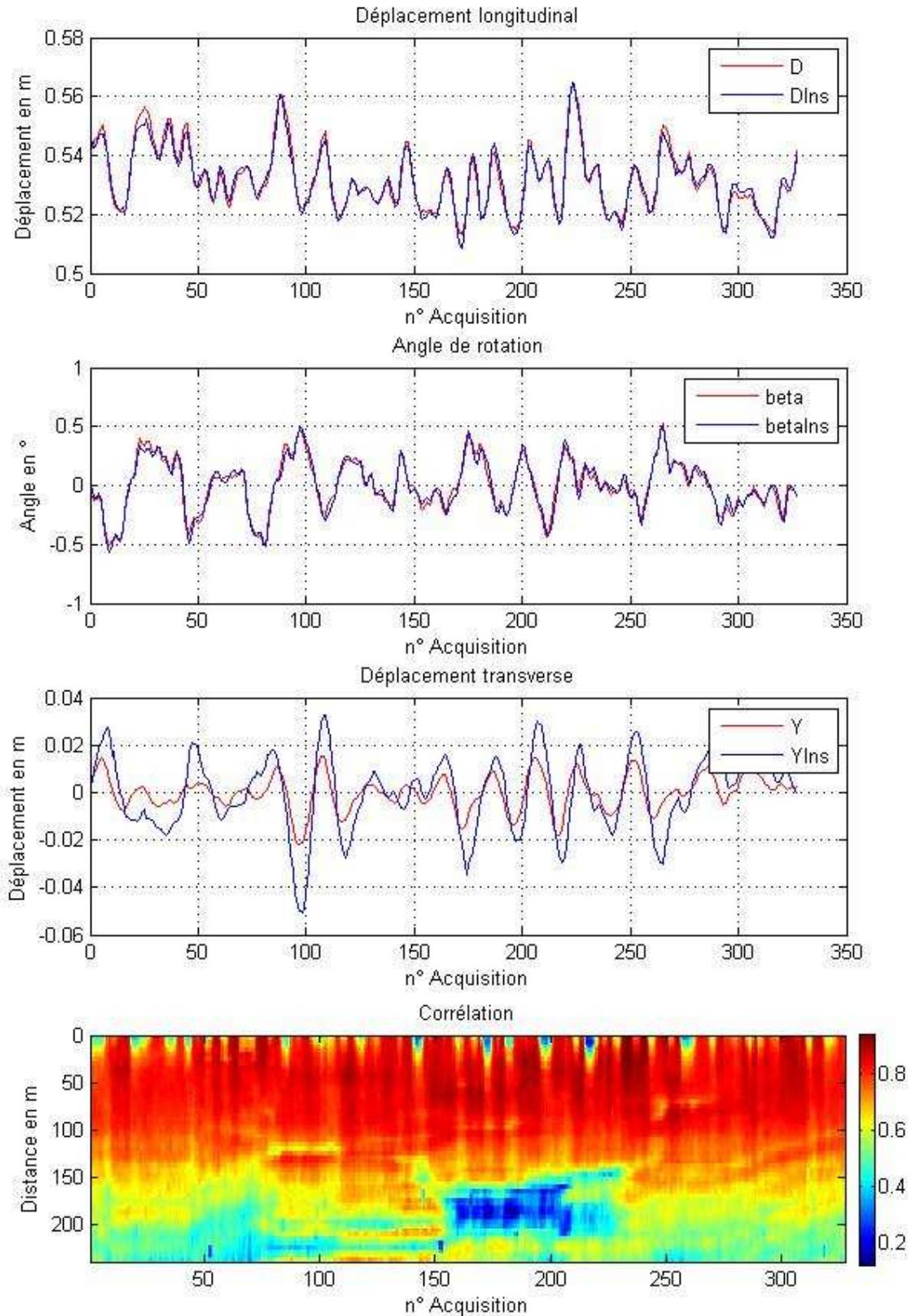


Figure 136 : Comparaison expérimentale : données INS et Micronavigation

On observe un très bon accord de la micronavigation avec la PHINS pour les trois types de déplacements. On observe cependant que la corrélation entre les deux acquisitions se dégrade avec la

portée. Comme on l'a vu, cela provient du fait de la diminution du rapport signal à bruit (Quazi, 1981), mais aussi de l'apparition de trajets multiples dans le canal acoustique insonifié (Legris & Jean, 2007). Dans le cas du déplacement transverse, l'accord est un peu moins bon, ceci est intrinsèque au problème d'ambiguïté de déplacement au sein d'une même case temps.

### 5.2.7.Principe du Correlation Velocity Log

Dans ce qui précède nous avons présenté comment la corrélation spatiale du speckle peut être utilisée pour déterminer les mouvements du porteur afin de les prendre en compte lors de la formation de l'image. Dans le but d'être complet sur cet aspect il nous faut maintenant présenter les systèmes dédiés uniquement à la navigation et dont le principe de la mesure est basé sur cette propriété.

Ces systèmes consistent à émettre deux trains d'ondes successifs dont l'écartement temporel est maîtrisé et de les réceptionner après propagation, réflexion sur la scène puis rétropropagation sur une antenne de réception comportant au moins deux capteurs. La mesure de la corrélation des signaux acquis sur les différents récepteurs de l'antenne permet de déterminer le mouvement de l'antenne au cours de l'acquisition.

Ces types de systèmes, connus sous le nom de Correlation Velocity Log (CVL) sont utilisés en acoustique sous-marine afin de déterminer la vitesse longitudinale d'un navire ou d'un poisson remorqué. En échographie médicale, un mode d'imagerie, très proche dans son principe, est utilisé pour la mesure fine des débits sanguins. Ce mode est couramment appelé mode Power Doppler (PW).

Considérons un système comportant un transmetteur T et deux récepteurs R1 et R2.

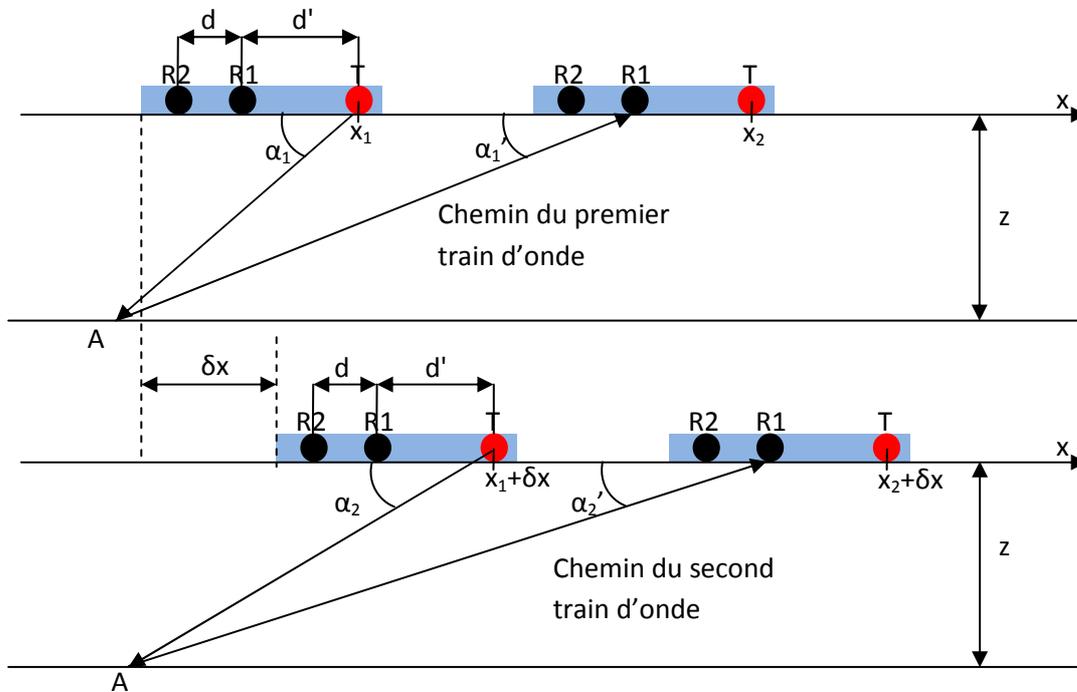


Figure 137 : Géométrie du CVL

On suppose que le déplacement  $\delta x$  est petit devant la profondeur  $z$ . Dans ce cas :

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_2 \\ \alpha_1' &= \alpha_2'\end{aligned}$$

La longueur totale du chemin des deux rayons est donc identique si la relation suivante est vérifiée (Denbigh, 1984) :

$$\delta x \sin \alpha = (d - \delta x) \sin \alpha'$$

En supposant toujours une profondeur grande devant le déplacement relatif :

$$\sin \alpha \approx \sin \alpha'$$

Et finalement, il vient :

$$d = 2\delta x$$

$\delta x$  est la distance parcourue par le porteur pendant la durée,  $T$ , séparant les deux trains d'ondes. On obtient donc sa vitesse par :

$$d = 2vT$$

Ce système peut être extrapolé à des géométries d'antennes planes, permettant la détermination des trois composantes du vecteur vitesse. (Hole, Woodward, & Forsythe, 1992)

### 5.2.8. Proposition de Méthode de Micronavigation Codée

Les méthodes de Micronavigation classiques imposent des motifs identiques lors des émissions successives. Dans le cadre du codage spatial ceci n'est pas le cas. Il est donc nécessaire de proposer une nouvelle méthode que nous nommerons Micronavigation Codée.

En reprenant la configuration géométrique de la figure 124, la corrélation spatiale entre deux signaux acquis successivement s'écrit selon l'équation (5.3) :

$$\begin{aligned}J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \frac{1}{\lambda^2 z^2} \exp\left(j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)\right) \iiint_{\pm\infty \pm\infty} J_a^{Codée}(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) \\ &\exp\left(j \frac{k}{2z} (\alpha_1^2 + \beta_1^2 - \alpha_2^2 - \beta_2^2)\right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \alpha_1 + y_1 \beta_1 - x_2 \alpha_2 - y_2 \beta_2)\right) d\alpha_1 d\beta_1 d\alpha_2 d\beta_2\end{aligned}$$

Avec :

$$J_a^{Codée}(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) = \overline{a_i(\alpha_1, \beta_1) a_{i+1}^*(\alpha_2, \beta_2)}$$

Avec  $a_i$  et  $a_{i+1}$ , les champs générés par les codes  $n^\circ i$  et  $i+1$ .

On pose alors  $\Delta x = x_1 - x_2$  pour une géométrie bidimensionnelle :

$$J_A(\Delta x) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \exp\left(j \frac{k}{2z} (x_1^2 - x_2^2)\right) \iint_{\pm\infty} J_a^{Codée}(\alpha_1, \alpha_2) \exp\left(j \frac{k}{2z} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)\right) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda z} (\Delta x \alpha_1)\right) d\alpha_1 d\alpha_2$$

Dans le cas d'une émission codée la condition de faible longueur de cohérence de la scène devant la longueur de cohérence du champ devient :

$$J_a^{Codée}(\alpha_1; \alpha_2) = \overline{\kappa a_i(\alpha_1) a_{i+1}^*(\alpha_2)} \delta(\alpha_1 - \alpha_2)$$

Et donc, finalement :

$$J_A(\Delta x) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \exp\left(j \frac{k}{2z} (x_1^2 - x_2^2)\right) \int_{\pm\infty} \overline{a_i(\alpha_1) a_{i+1}^*(\alpha_1)} \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda z} (\Delta x \alpha_1)\right) d\alpha_1$$

**La fonction de corrélation entre les deux jeux de signaux acquis successivement est donc la transformée de Fourier spatiale de la corrélation croisée des champs générés par les deux émissions codées.** Ce résultat peut être vu comme une extension du théorème de Van Cittert-Zernike au cas du codage spatial.

On écrit alors cette corrélation spatiale :

$$\overline{a_i(\alpha_1) a_{i+1}^*(\alpha_1)} = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N V_i(l) V_{i+1}^*(m) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda z} \alpha_1 (l - m) d_i\right)$$

S'il n'existe pas de forme simple analytique de cette expression selon les types de codes utilisés, il est cependant possible de déterminer cette fonction numériquement puis d'en calculer sa transformée de Fourier discrète.

*Cas de la synthèse sphéroïdale*

On s'intéresse ici au cas du codage sphéroïdal. Nous avons vu en 4.3.7 que les faisceaux sphéroïdaux présentent des spectres dissociés. De plus les codes présentent des parités alternées 2 à 2. On traite ici d'une base sphéroïdale pour 128 éléments et un paramètre de bande de 0.2.

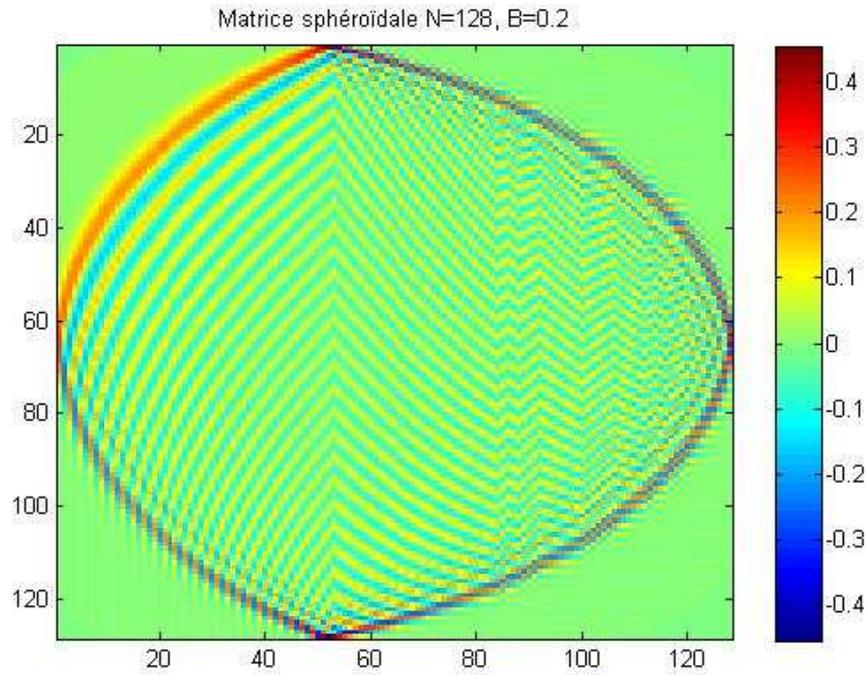


Figure 138 : Matrice sphéroïdale de 128 éléments pour B=0.2

Le champ étudié concerne une antenne de 128 éléments à 1MHz, échantillonnée en  $\lambda$  et pour une distance par rapport à l'antenne de 10cm. Dans ce cas, le degré de la base est de 50.

On s'intéressera donc dans ce qui suit aux cinquante premiers couples d'émission.

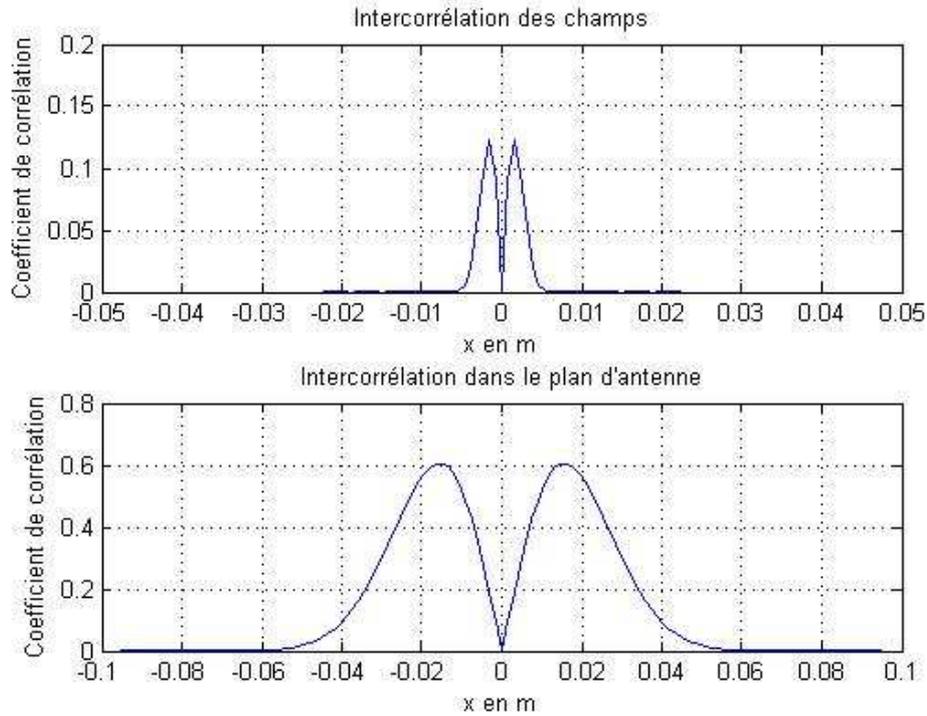


Figure 139 : Micronavigation entre les codes 1 et 2

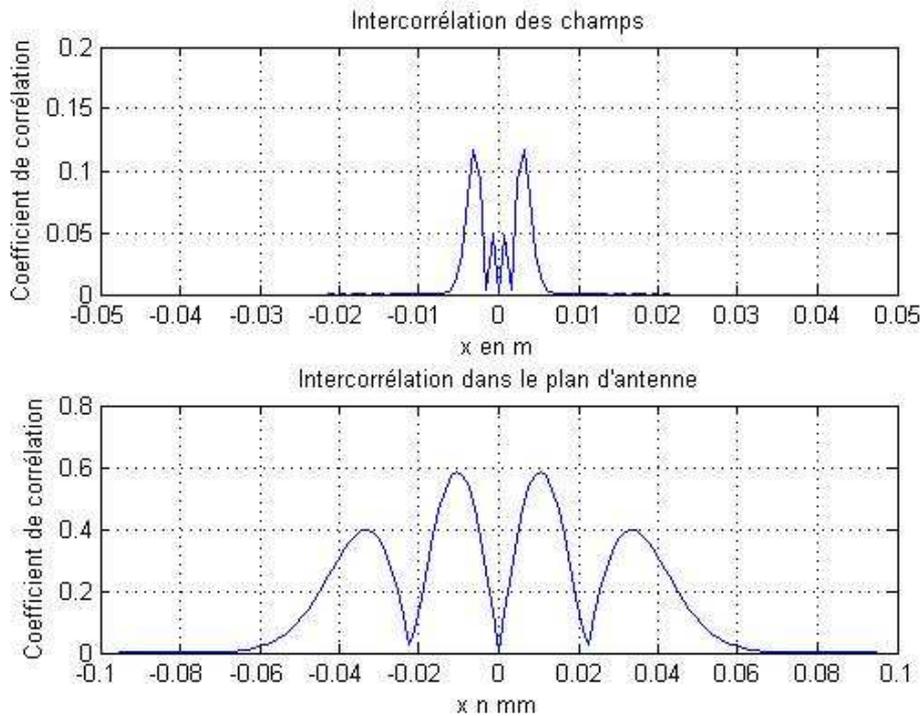


Figure 140 : Micronavigation entre les codes 2 et 3

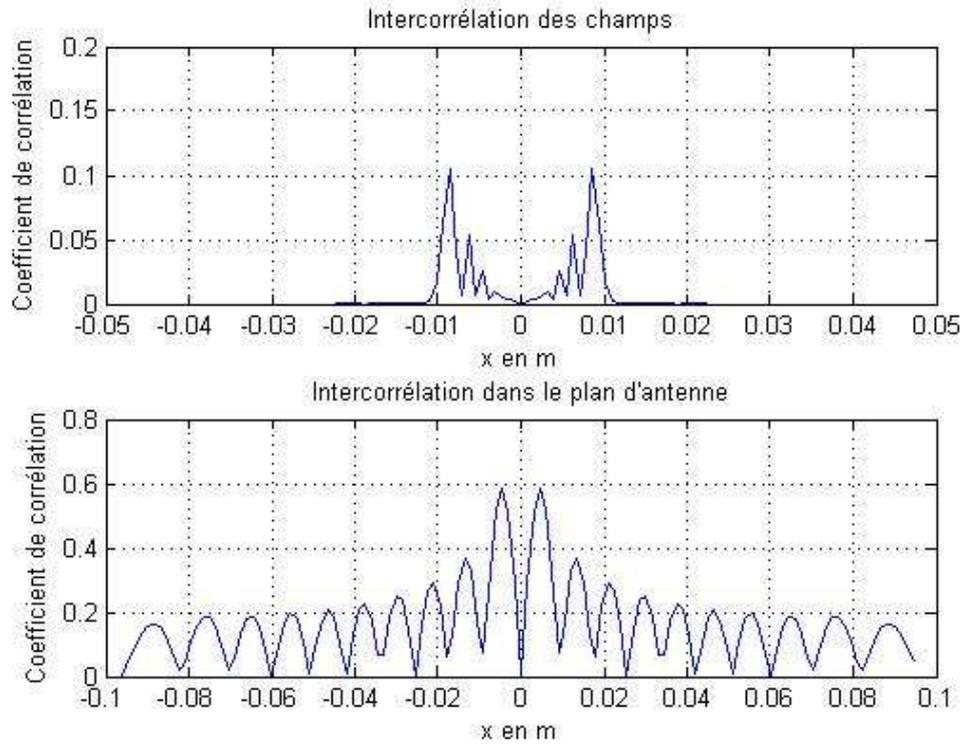


Figure 141 : Micronavigation entre les codes 10 et 11

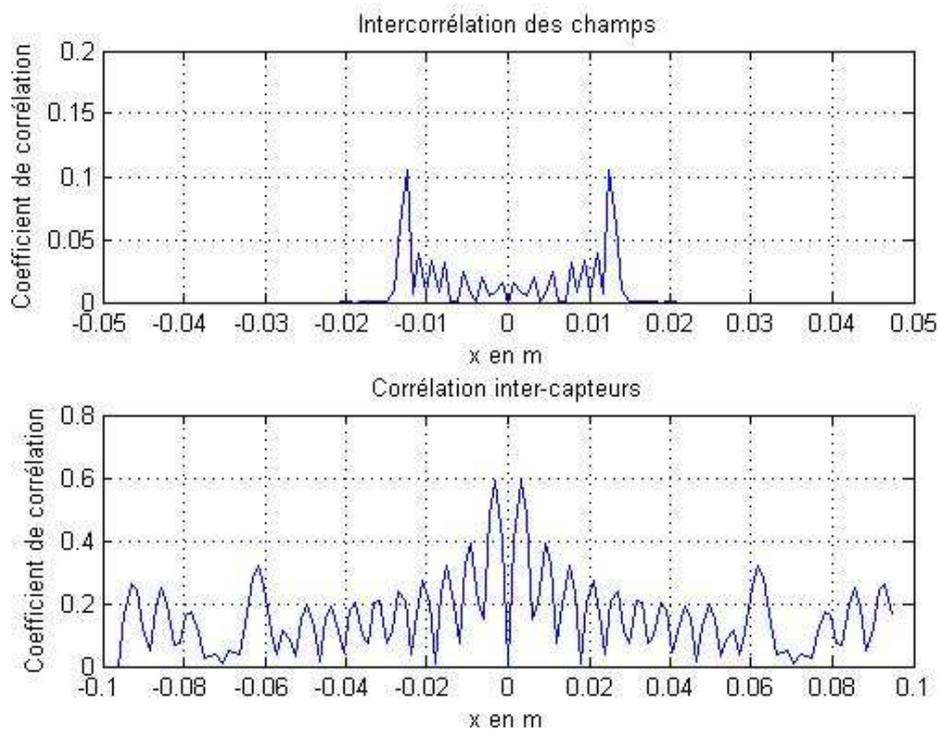


Figure 142 : Micronavigation entre les codes 20 et 21

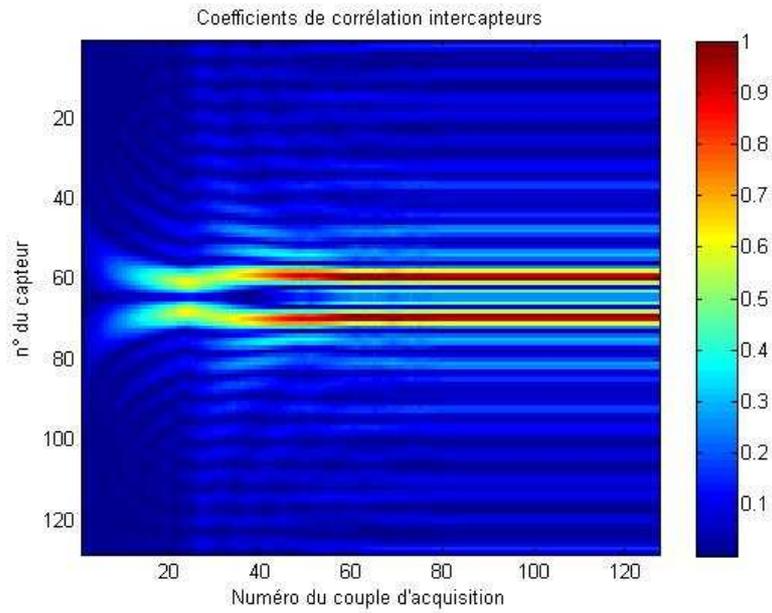


Figure 143 : Matrice de corrélation intercapteur pour deux codes successifs

On observe, par propriété des séquences sphéroïdales, que celles-ci présentent un maximum de corrélation centrée autour d'un déplacement nul.

**Il est donc possible d'effectuer une opération de micronavigation en utilisant les séquences sphéroïdales par maximisation de la corrélation inter-capteurs.**

### 5.2.9. Approche expérimentale

Suite à la modélisation numérique des matrices d'intercorrélation, il semble donc qu'une des propriétés des bases sphéroïdales soit qu'elles présentent une zone de cohérence entre deux acquisitions successives.

Afin de valider les résultats numériques, des essais expérimentaux ont été réalisés avec la matrice sphéroïdale de paramètre  $B=0.1$ . Ce qui donne pour la matrice de corrélation la figure 143. Dans ce cas, seuls les 24 premiers vecteurs sont utiles et présentent une valeur propre non nulle. On calcule en suite la matrice d'intercorrélation pour différents capteurs ( $n^{\circ}10, 30$  et  $50$ ) et pour les 127 couples d'émissions successives. On obtient les trois matrices suivantes :

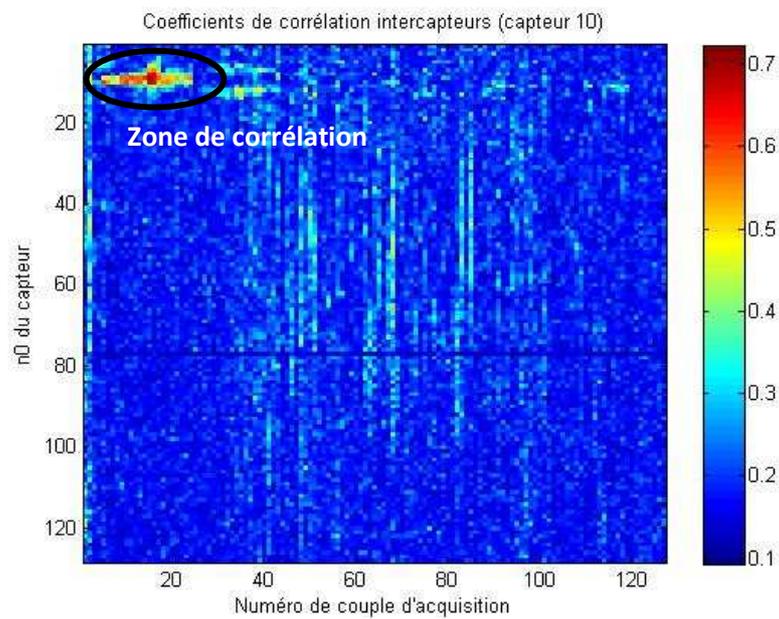


Figure 144 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 10)

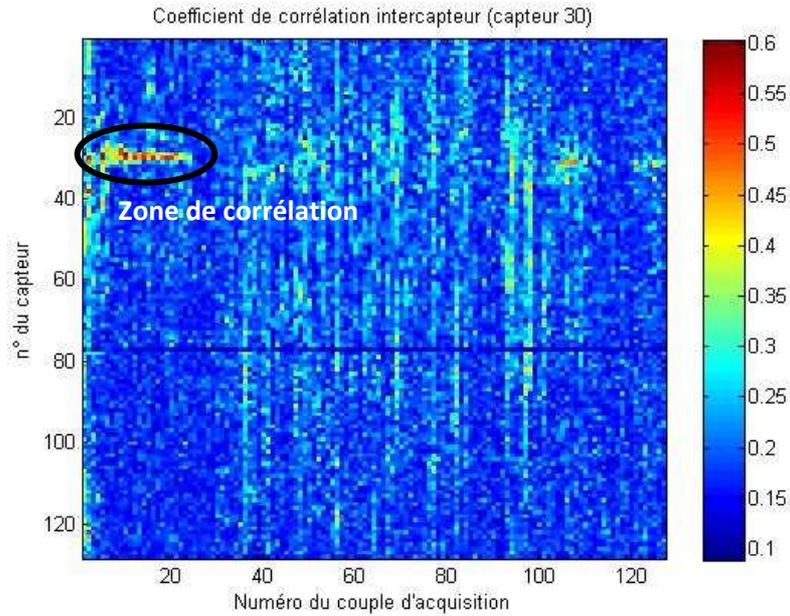


Figure 145 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 30)

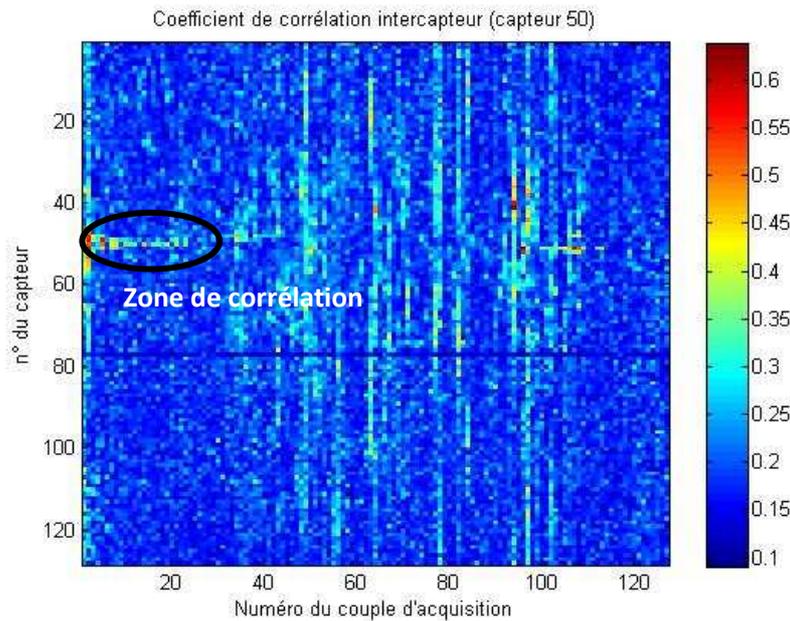


Figure 146 : Matrice d'intercorrélation expérimentale (capteur 50)

Même si les niveaux de cohérence atteints ne sont pas équivalents à ceux utilisés dans le cadre de la micronavigation classique (typiquement  $>0.8$ ), on observe bien une zone de corrélation maximale sur les vrais signaux. L'exploitation de cette cohérence pourra alors être utilisée pour réaliser des opérations de micronavigation avec des émissions codées. Evidemment, des expérimentations supplémentaires ainsi que des mises au point devront être réalisées sur des systèmes opérationnels en fonction du contexte d'imagerie.

*Vers la micronavigation 3D*

Il est possible, par l'utilisation d'antenne bidimensionnelle, d'étendre la méthode de micronavigation au cas tridimensionnel. Par mesure des corrélations inter-capteur entre deux acquisitions successives, on déduit les trois composantes de translation et de rotation. Une méthode possible serait la suivante :

- Calcul des corrélations inter-capteur
- Appairage et déduction de X, Y et  $\theta_z$
- Recalage intermédiaire des signaux
- Mesure des retards et déphasages résiduels et Calcul de : Z,  $\theta_x$  et  $\theta_y$
- Recalage final des signaux

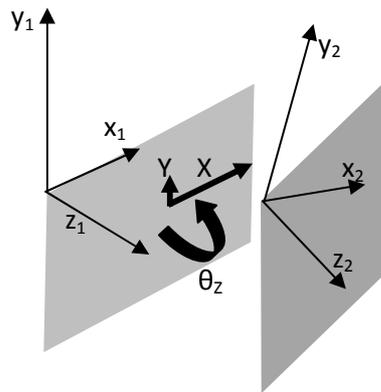


Figure 147 : Micronavigation 3D : Recalage intermédiaire des signaux

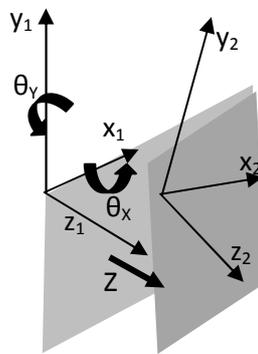


Figure 148 : Micronavigation 3D : Recalage final des signaux

### **5.2.10. Conclusion**

Ce chapitre a permis de démontrer qu'il était possible, par l'utilisation des propriétés de cohérence spatiale du speckle, propre à l'imagerie cohérente, de déterminer les déplacements de l'antenne d'imagerie entre deux acquisitions successives. Cette mesure, essentielle à la mise en œuvre pratique des méthodes synthétiques, est nommée micronavigation. Sa mise en œuvre expérimentale pour un système d'acoustique sous-marine et d'échographie médicale a été réalisée de même que la détermination et la mesure de ses limites. Enfin nous avons proposé deux méthodes originales permettant son extension aux émissions codées ainsi qu'à la géométrie tridimensionnelle. Ces concepts ont pu partiellement être validés en échographie grâce au système VDAS.

## Chapitre 6 – Conclusion et Perspectives

---

## **6. Conclusion et perspectives**

Ce travail de thèse, mené dans un cadre industriel et avec le perpétuel souci de la pluridisciplinarité, s'est attaché, au-delà des approches et méthodes différentes, à identifier les concepts communs aux deux mondes de l'échographie médicale et de l'acoustique sous-marine. L'objectif de cette démarche étant la définition de méthodes d'imageries bénéficiant de façon optimale des progrès continus des matériels échographiques (antenne intégrée, circuit électronique programmable, puissance de calcul).

Si, pour des raisons historiques et pratiques, beaucoup de travaux ont été réalisés concernant la réception des systèmes d'imagerie active, les études concernant l'émission sont rares et peu structurées. Ce travail de thèse s'est donc proposé d'aborder le processus d'imagerie active sous l'angle de l'optimisation de l'utilisation d'un réseau d'émetteurs en proposant notamment une méthode d'imagerie originale : l'allègement de base, ainsi que l'utilisation des bases sphéroïdales.

Le présent chapitre a pour objet de présenter les principaux résultats de ce travail de thèse.

### **6.1. Le compromis cadence-contraste**

Le formalisme présenté dans ce travail, concernant la détermination quantifiée du contraste, a permis de démontrer qu'il existe, de façon intrinsèque au processus d'imagerie active, un compromis entre la cadence et le contraste. La source de ce phénomène est étroitement liée à l'ouverture du faisceau d'émission.

Les études théoriques basées sur l'hypothèse que le processus d'imagerie active constitue un système linéaire invariant ont montré que l'imagerie par synthèse d'émission canonique constitue un optimum à ce compromis entre la cadence et le contraste. Ces résultats ont été vérifiés expérimentalement.

Les limitations en termes de portée (resp. pénétration) de l'imagerie par synthèse canonique ont été contournées par l'utilisation de matrice d'émission inversible, la matrice de Hadamard en l'occurrence. Si cette méthode, dite de codage spatial, avait déjà été étudiée dans des travaux antérieurs, la validation expérimentale du gain en rapport signal à bruit ainsi que l'étude des faisceaux générés par la méthode de Huyghens « point à point » sont originaux. Cette dernière a permis de mettre en évidence une distribution spatiale de l'information en fonction du code transmis.

## 6.2. Méthode d'allègement et Synthèse Sphéroïdale

### *Méthode d'Allègement*

L'étude des faisceaux de Hadamard a montré leurs très rapides atténuations dans le milieu lorsque leurs degrés augmentent. Nous avons alors proposé la méthode dite d'allègement de la base d'émission, consistant à remplacer par des signaux nuls, les signaux acquis pour de telles séquences. Ce procédé permet une amélioration importante de la cadence pour une dégradation faible de la qualité de l'image (baisse du contraste et apparition d'artefacts).

### *Synthèse Sphéroïdale*

En utilisant la réversibilité du processus d'imagerie active, la recherche d'un filtrage spatial en réception optimal pour une zone de l'espace à imager a permis de mettre en évidence une famille de codes dits séquences sphéroïdales. Cette famille présente trois propriétés extrêmement intéressantes dans le contexte de l'imagerie active :

- Il s'agit d'une famille de vecteurs propres. Elle est donc inversible et permet une imagerie optimale de la scène si elle est utilisée dans sa totalité.
- L'intensité des faisceaux associés s'annule dans une zone de l'espace à partir de certains codes. Cette propriété, particulièrement intéressante, permet d'imager à très forte cadence une zone restreinte de l'espace sans aucune dégradation de la qualité de l'image via la méthode d'allègement de base.
- Les faisceaux sphéroïdaux présentent des ouvertures spatialement disjointes et peuvent être ordonnés de telle façon que leurs élargissements soient progressifs. Cette propriété permet de proposer des méthodes d'imageries dites à « cadence » variable.

Outre que la Synthèse Sphéroïdale, du fait qu'elle constitue une matrice d'émission inversible, présente un optimum dans le cadre du compromis cadence-contraste, elle permet également, de par ses propriétés remarquables, de déplacer ce compromis en un compromis cadence-taille de l'image.

L'ensemble de ces résultats a été démontré expérimentalement.

### *Application aux imageries fortes cadences*

Les applications telles que l'imagerie cardiaque, l'élastographie ou la caméra acoustique imposent des systèmes d'imagerie à cadence très élevée ainsi qu'une qualité d'image la meilleure possible. Du fait des temps de propagation, les systèmes d'imagerie classiques ne remplissent que très partiellement de telles exigences. La synthèse sphéroïdale représente non seulement une technique permettant d'optimiser le compromis cadence-contraste, mais propose également un paramétrage nouveau du système : le compromis cadence-taille de l'image.

Cette nouvelle approche de l'imagerie forte cadence fait l'objet d'un dépôt de brevet des sociétés iXSea et SuperSonic Imagine, à l'heure de la rédaction de ce manuscrit.

L'extrapolation des techniques de Synthèse Sphéroïdale et d'allègement de la base d'émission à la géométrie tridimensionnelle a été abordée d'un point de vue théorique.

### **6.3. Prise en compte du mouvement**

#### *Micronavigation*

L'hypothèse préalable au développement précédent est l'invariance du système au cours du processus d'imagerie. Cette hypothèse n'est que très rarement vérifiée dans la pratique en raison des déplacements relatifs entre la sonde et la scène à imager. Il est donc nécessaire d'appliquer des retards et déphasages sur les signaux acquis dans le but de compenser a posteriori ces mouvements. On parle de recalage des signaux acquis. Deux méthodes sont envisageables pour estimer de tels déplacements : utilisation de capteurs de mouvements ou mesure de corrélations croisées entre deux jeux de données acquis successivement. Cette dernière méthode, appelée micronavigation, déjà utilisée dans le cadre du sonar à antenne synthétique, a été implémentée dans un système échographique.

Les limitations théoriques d'une telle méthode, données par la statistique de Cramer-Rao, ont été démontrées sur un système de sonar à antenne synthétique dans des conditions opérationnelles réelles.

#### *Application aux méthodes de codage spatial*

Les méthodes classiques de micronavigation mettent en jeu la comparaison de signaux acquis pour des motifs d'émission identiques. L'utilisation de telle méthode dans le cadre du codage spatial nécessite l'extrapolation de la micronavigation au cas où les motifs successifs d'émission sont différents.

L'analyse de la statistique de second ordre du speckle et en particulier l'extrapolation du théorème de Van Cittert-Zernike au cas du codage spatial permet d'envisager l'utilisation des méthodes de codage spatial en condition réelle d'utilisation.

Enfin, une extrapolation des méthodes de micronavigation à la géométrie tridimensionnelle a été présentée.

## 6.4. Perspectives

### *Imagerie multicadence*

L'utilisation des méthodes introduites dans le cadre de cette thèse couplée avec les méthodes d'imageries traditionnelles permet d'envisager des modes d'imageries où une petite zone de la scène à imager bénéficie d'une très forte résolution spatio-temporelle tandis que le reste de la scène, de taille plus importante, conserve une résolution spatiale optimale au détriment de la résolution temporelle. Ces méthodes d'imagerie, inspirées du fonctionnement de l'œil humain, pourraient par exemple privilégier les valves cardiaques pour l'échocardiographie, le front d'onde de cisaillement pour l'élastographie ou encore un mobile en approche pour la caméra acoustique.

### *Méthodes alternatives d'amélioration de la cadence*

Les méthodes proposées et étudiées dans ce travail de thèse pourraient faire l'objet de trois types d'extension en vue d'un accroissement de la cadence :

- La Synthèse Sphéroïdale optimise le compromis cadence-contraste pour une zone angulaire délimitée de la scène à imager. La même approche que celle utilisée dans cette thèse pourrait être étendue à la dimension de profondeur. Si une telle extension de la méthode était possible, ce résultat ne pourrait qu'aboutir à une amélioration de la cadence.
- Les méthodes d'imageries synthétiques pourraient bénéficier de la même approche adaptative que les traitements en réception (goniomètre adaptatif, MUSIC) (Kopp L. , 2003). Dans ce cas la zone d'insonification ne serait plus une géométrie arbitraire simple (secteur angulaire, tronc de cône) mais l'objet d'intérêt lui-même. Cette méthode constituerait alors l'optimum du compromis cadence-contraste pour l'imagerie de l'objet en question.
- **Le point précédent peut se concevoir d'une façon plus générale. Il s'agirait en fait d'exploiter l'outil de la matrice d'émission dans toute sa généralité (complexe voire vectorielle)**, de façon à poursuivre le présent travail s'intéressant au matrice réelle uniquement. Le formalisme présenté en annexe (Annexe 6) tente une description complète du processus d'imagerie prenant en compte l'aspect vectoriel de la matrice d'émission.
- Enfin, la cadence pourrait encore être améliorée par le regroupement de plusieurs codes spatiaux au sein d'une unique séquence d'émission. Trois méthodes sont envisageables :
  - La séparation fréquentielle des codes transmis. Cette méthode, déjà implémentée dans un système industriel (Mosca & Jean, 2006), permet un gain en cadence proportionnel au nombre de subdivisions de la bande passante totale du système. En contrepartie, la résolution axiale d'un tel système augmente du même coefficient de proportionnalité.
  - La séparation temporelle des codes transmis (méthode multi-ping). Cette méthode utilisée en sismique ou dans les systèmes de sondage multi-faisceaux présente l'intérêt majeur de ne pas altérer la qualité de l'image. Cependant, la zone aveugle, proche de l'antenne, d'un tel système se trouve fortement agrandie.
  - L'utilisation de codes temporels orthogonaux. Cette méthode nécessite l'emploi de codes parfaitement orthogonaux à tout instant. C'est-à-dire quelque soit le retard relatif entre ces deux codes, ceux-ci présentent un coefficient de corrélation nul. Si des codes semblent particulièrement intéressants, tels les codes optiques ou les séquences sphéroïdales (Dickey, Romero, & Doerry, 2002), ceci n'est quasiment jamais réalisable en pratique, notamment à cause des approximations dues à l'implémentation pratique du système. La conséquence d'une telle erreur est alors une remontée des lobes secondaires axiaux et donc une dégradation du contraste.

*Vers un système d'imagerie tridimensionnel à forte cadence*

Le développement de système d'imagerie tridimensionnel à forte cadence (échographe 3D, caméra acoustique) utilisant les méthodes synthétiques introduites dans ce travail de thèse, nécessite l'emploi d'antenne bidimensionnelle. On parle de matrice de capteur ou rétine acoustique. Compte tenu des longueurs d'ondes envisagées et des résolutions souhaitées, une telle antenne comporterait un très grand nombre de capteurs. Les puissances de calculs ainsi que les capacités de stockage nécessaires peuvent s'avérer insuffisantes pour les technologies actuelles. Deux alternatives sont alors possibles qui n'ont pas été étudiées dans cette thèse :

- L'utilisation d'antennes sous-échantillonnées (sparse array). Le choix de l'emplacement des capteurs supprimés s'avère alors stratégique et a fait l'objet d'une étude détaillée dans (Nikolov, 2001) ou (Chiao, Thomas, & Silverstein, 1997).
- Effectuer différents regroupements de capteurs au cours de l'acquisition en fonction de la géométrie de l'antenne et de la scène à imager. Cette méthode, basée sur l'utilisation de fonctions d'aiguillages électroniques dynamiques, permettrait l'utilisation d'antennes complètes mais réduirait considérablement la connectique d'un tel système. Cette méthode originale que nous proposons ici n'a fait l'objet d'aucune étude à notre connaissance, bien que certains matériels s'approchent de telles fonctionnalités (Savord & Solomon, 2003).

Si leurs mises en œuvre pratiques n'ont pas toujours été réalisées, les travaux récents, parmi lesquels s'inscrit ce travail de thèse, semblent avoir permis d'explicitier un nombre important de concepts permettant l'utilisation optimale des progrès immenses et continus des matériels échographiques.

## **Bibliographie**

- Bae, M. H., Jeong, M. K., Song, T. K., & Ahn, Y. B. (1999). Experimental Study of Transmit Synthetic Focusing in B-mode Ultrasound Imaging Systems. *Proc. IEEE Ultrasonic Symposium* , 1261-1264.
- Banks, S. (2002). *Studies in High Resolution Synthetic Aperture Sonar*. PhD Thesis, University College London.
- Belletini, A., & Pinto, M. (2002). *Accuracy of Synthetic Aperture Sonar Micronavigation Using a Displaced Phase Center Antenna : Theory and Experimental Validation*. Saclant Undersea Research Center.
- Bercoff, J. (2004). *L'Imagerie Echographique Ultrarapide et son Application à l'Etude de la Viscoélasticité du Corps Humain*. Paris: Université Paris 7 - Denis Diderot.
- Bercoff, J., Tanter, M., & Fink, M. (2004). Supersonic Shear Imaging: a New Technique for Soft Tissue Elasticity Mapping. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* , 396-409.
- Bienvenu, G., Pillon, D., & Tournois, P. (1981). Fonctions d'Ampigüité d'un Système d'Imagerie à Emission Multiples Simultanées. *8ème Colloque sur le Traitement du Signal et ses Applications*, (pp. 975-984). Nice.
- Chang, L.-W., Hsu, K., & Li, P.-C. (2009). Graphics Processing Unit-Based High-Frale-Rate Color Doppler Ultrasound Processing. *IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* , 1856-1860.
- Chatillon, J., Bouhier, M., & Zakharia, M. (1991). Synthèse d'ouverture en acoustique sous-marine : influence de l'effet Doppler différentiel. *Colloque GRETSI*, (pp. 601-604). Juan Les Pins.
- Chen, C.-Y., & Vaidyanathan, P. (2008). Properties of the MIMO Radar Ambiguity Function. *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on* , 2309-2312.
- Chiao, R., & Thomas, L. (2000). Synthetic Transmit Aperture Imaging Using Orthogonal Golay Coded Excitation. *Proceedings of Ultrasonics Symposium*. IEEE.
- Chiao, R., Thomas, L., & Silverstein, S. (1997). Sparse Array Imaging with Spatially Encoded Transmits. *Proceedings IEEE Ultrasound Symposium* , 1679-1682.
- Claerbout, J. (1985). *Imaging the Earth's Interior*. Palo Alto, CA: Blackwell Scientific Publications.
- Couade, M., Pernot, M., Prada, C., Messas, E., Emmerich, J., Bruneval, P., et al. (2010). Quantitative assessment of arterail wall biomechanical properties using shear wave imaging. *Ultrasound in Medicine & Biologu* , 1-15.
- Couade, M., Pernot, M., Tanter, M., Prada, C., Messas, E., & Fink, M. (2008). Non-Invasive Quantitative Imaging of Arterial Wall Elasticity using Supersonic Shear Imaging. *International Ultrasonics Symposium* (pp. 946-949). Beijing: IEEE .

- Courmontagne, P. (1999). A New Formulation for the Karhunen-Loeve Expansion. *Signal Processing* , 235-249.
- Denbigh, P. (1984). Ship Velocity Determination by Doppler and Correlation Techniques. *Proceedings on Communications, Radar and Signal Processing* (pp. 315-326). IEEE.
- Dengzhi, W. (2007). Non-linear Synthetic Aperture Focusing Technology Ultrasonic Imaging Applied In Nondestructive Testing. *Non Destructive Testing* .
- Dickey, F., Romero, L., & Doerry, A. (2002). *SAR Window Function : A Review and Analysis of the Notched Spectrum Problem*. Sandia Report.
- Donald, I. (1958). Investigation of abdominal masses by pulsed ultrasound. *The Lancet* .
- Forster, P., & Vezzosi, G. (1987). Application of Spheroidal Sequences to Array Processing. *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing* .
- François, R., & Garrison, G. (1982). Sound Absorption Based on Ocean Measurements, Part II : Boric Acid Contribution and Equation for Total Absorption. *Journal of Acoustical Society of America* , 1879-1890.
- Fukuoka, T., Schneider, F., Yoo, Y., Agarwal, A., & Kim, Y. (2006). Ultrasound Color Doppler Imaging on a Fully Programmable Architecture. *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, (pp. 1639-1642). Vancouver.
- Goodman, J. W. (2005). *Introduction to Fourier Optics 3rd Edition*. New York: McGraw and Hill.
- Goodman, J. W. (2007). *Speckle Phenomena In Optics*. Englewood: Roberts & Company.
- Gran, F., & Jensen, J. (2005). Spatial Encoding Using Code Division For Fast Ultrasound Imaging. *IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics, Frequency Control* .
- Gubernatis, J. E., & Domany, E. (1977). The Born approximation in the theory of the scattering of elastic waves by flaws. *Journal of Applied Physics* , 2812-2820.
- Haun, M. (2004). *New Approches To Aberration Correction in Medical Ultrasound Imaging* . PhD Thesis, University Of Illinois.
- Hole, S., Woodward, B., & Forsythe, W. (1992). Design Constraints and Error Analysis of the Temporal Correlation Log. *IEEE Oceanic Engineering*, vol.17 , 269-2279.
- Jean, F. (2006). Shadows, a Synthetic Aperture Sonar System by Ixsea. *OCEANS ASIA*. Singapore: IEEE.
- Jensen, J. A. (1996). Field: A program for simulating ultrasound systems. *10th Nordic-Baltic Conference on Biomedical Imaging*, (pp. Vol.4, Supplément 1, Part 1 : 351-353).
- Kopp, L. (2003). Détection et estimation en traitement d'antenne : théorie. *Techniques de l'ingénieur TE5-225 et TE5-226 , TE 5-225*.
- Kopp, L., & Thubert, D. (1986). Bornes de Cramer-Rao en Traitement d'Antenne. *Traitement du Signal*, Vol.3, n°3 , 111-125.

- Le Conte, S. (2004). *Comparaison de mesure de réflectivité à l'interface eau-sédiments à partir de données de sondeur multifaisceau, sondeur de sédiments et sismique haute résolution*. Université de Rennes 1.
- Lefebvre, J.-P. (1981). Passage du qualitatif au quantitatif en échographie ultrasonore. *Huitième colloque sur le traitement du signal et ses applications*, (pp. 557-562). Nice.
- Legris, M., & Jean, F. (2007). Comparison between DPCA Algorithm and Inertial Navigation on the IXSEA Shadows SAS. *OCEANS EUROPE*. Aberdeen: IEEE.
- Li, J., & Stoica, P. (2004). *Robust Adaptive Beamforming*. New York: John Wiley & Sons.
- Lu, J. Y. (1997). Transmit Receive Dynamic Focusing with Limited Diffraction Beams. *Proceedings IEEE Ultrasonics Symposium* , 1543-1546.
- Lurton, X. (2002). *An Introduction to Underwater Acoustics*. Praxis Publishing: Chichester, UK.
- Mallart, R., & Fink, M. (1991). The Van Cittert-Zernike Theorem In Pulse Echo Measurements. *Journal of the Acoustic Society of America* , 2718-2727.
- Misaridis, T., & Jensen, J. (2005). Use of modulated excitation signals in medical ultrasound. Part III: High frame rate imaging. *IEEE Transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control*. Vol.52, n°2 , 208-219.
- Mosca, F., & Jean, F. (2006). A New Gapfiller System Using Front Scan Sonar Technology Coupled with Shadows. *IEEE OCEANS*. Singapore.
- Mosca, F., & Jean, F. (2006). Front-Scan Sonar Using Synthetic Aperture. *Proceedings of Synthetic Aperture Sonar and Radar*. Leirici: Institute of Acoustics.
- Mosca, F., & Jean, F. (2007). *Brevet n° WO/2007/132125*.
- Mosca, F., Kopp, L., Nicolas, J.-M., & Couade, M. (2008). Temporal approach of the synthetic aperture imaging using Hadamard matrix. *J. Acoust. Soc. Am* .
- Nicolas, J.-M. (2007). *Les Approches Temporelles en Sonar et Radar*. Document ENST Paris.
- Nikolov, S. (2001). *Synthetic Aperture Tissue and Flow Ultrasound Imaging* . PhD Thesis, Technical University of Denmark.
- Norton, S. (2002). Synthetic aperture imaging with arrays of arbitrary shape. Part I. General case. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* , Volume 49, Issue 4, Page(s): 399 - 403.
- O'Donnell, M. (1992). Coded excitation signal for improving the penetration of real-time phased-array imaging systems. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.3, n°3 , 341-351.
- O'Donnell, M., & Thomas, L. (1992). Efficient synthetic aperture imaging from a circular aperture with possible application to catheter-based imaging. *IEEE UFFC* , 39 , 366-380.
- Percival, D. B., & Walden, A. (1993). *Spectral Analysis For Physical Applications*. Cambridge University Press.

- Pierce, A. (1989). *Acoustics, An Introduction to Physical Principles and Applications*. New York: Acoustical Society of America.
- Pinto, M., Fohanno, F., Trémois, O., & Guyonic, S. (1997). Autofocusing a Synthetic Aperture Sonar Using the Temporal and Spatial Coherence of Seafloor Reverberation. Dans N. Pace, E. Pouliquen, O. Bergem, & A. Lyons, *High Frequency Acoustics in Shallow Water* (pp. 417-424). Lerici: NATO SACLANTCEN.
- Prada, C., Manneville, S., Spoliansky, D., & Fink, M. (1995). Decomposition of the Time Reversal Operator: Detection and Selective Focusing on two Scatterers. *Journal of Acoustical Society of America* , 2067-2076.
- Quazi, A. (1981). An Overview On the Time Delay Estimate in Active and Passive Systems for Target Localization. *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing* , 527-533.
- Robert, J.-L. (2007). *Estimation de Fonctions de Green dans les Milieux Complexes par Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel : Application à l'Imagerie Médicale et à la Correction d'Aberration* . PhD Thesis, University of Paris 7.
- Sasso, M., & Cohen-Bacrie, C. (2005). Medical Ultrasound Imaging Using the Fully Adaptive Beamformer. *Acoustics, Speech and Signal Processing*. IEEE International Conference on.
- Savord, B., & Solomon, R. (2003). Fully Sampled Matrix Transducer for Real Time 3D Ultrasonic Imaging. *Symposium on Ultrasonics* (pp. 945-953). IEEE.
- Slepian, D. (1978). Prolate Spheroidal Wave Function, Fourier Analysis, and Uncertainty - V : The Discrete Case. *The Bell System Technical Journal* .
- Somer, J. C. (1968). Electronic sector scanning for ultrasonic diagnosis. *Ultrasonics* 6 , 153.
- Stepanishen, P. (1971). The Time-Dependant Force and Radiation Impedance on a Piston in a Rigid Infinite Planar Baffle. *J. Acoust. Soc. Am.* 49 (3) , 841-849.
- Stolt, R. (1978). Migration by Fourier Transform. *Geophysics* , 23-48.
- Szabo, T. L. (2004). *Diagnostic ultrasound imaging : Inside out*. Technology & Engineering.
- Tanter, M., Thomas, J., & Fink, M. (1998). Focusing and Steering through Absorbing and Aberating Layers : Application to Ultrasonic Propagation through Skulls. *Journal of Acoustical Society of America* , 2403-2410.
- Thomas, L. J., Chiao, R. Y., & Silverstein, S. D. (1998). *Brevet n° US5.851.187*. US.
- Unser, M. (1984). On the Approximation of the Discrete Karhunen-Loeve Transform for Stationnary Processes. *Signal Processing* , 231-249.
- Urick, R. J. (1983). *Principles of Underwater Sound (3rd Edition)*. McGraw-Hill.
- Wenz, G. (1962). Acoustic Ambient Noise in the Ocean : Spectra and Sources. *Journal of the Acoustical Society of America* , 1936-1962.
- Wright, M. (2005). *Lecture Notes on the Mathematics of Acoustics*. Imperial College Press.

# Annexes

---

## Annexe 1 : Atténuation des faisceaux acoustiques

### Atténuation dans l'eau de mer

Plusieurs modèles existent pour déterminer  $\alpha$ , le coefficient d'absorption, exprimé en dB/m. Dans l'eau de mer, le modèle le plus utilisé est celui de François - Garrison (François & Garrison, 1982) en fonction de la fréquence et qui prend en compte les relaxations moléculaires de l'acide borique ( $\text{Bo}(\text{OH})_3$ ) et du sulfate de Magnésium ( $\text{Mg}(\text{SO})_4$ ). Ce modèle considère également l'immersion, la salinité ainsi que la température.

Le modèle est de la forme :

$$\alpha = A_0 P_0 f^2 + A_1 P_1 \frac{f_1 f^2}{f^2 + f_1^2} + A_2 P_2 \frac{f_2 f^2}{f^2 + f_2^2}$$

Le premier terme modélise la contribution de l'eau pure due à sa viscosité de cisaillement :

$$P_0 = 1 - 3.83 \cdot 10^{-5} z + 4.9 \cdot 10^{-10} z^2$$

Avec  $z$ , l'immersion en m.

Et, si  $T < 20^\circ\text{C}$  :

$$A_0 = 4.937 \cdot 10^{-4} - 2.59 \cdot 10^{-5} T + 9.11 \cdot 10^{-7} T^2 - 1.5 \cdot 10^{-8} T^3$$

Si  $T > 20^\circ\text{C}$  :

$$A_0 = 3.964 \cdot 10^{-4} - 1.146 \cdot 10^{-5} T + 1.45 \cdot 10^{-7} T^2 - 6.5 \cdot 10^{-10} T^3$$

Le second terme modélise la contribution de l'acide borique :

$$A_1 = \frac{8.86}{c} 10^{0.78 \text{ pH} - 5}$$

$$P_1 = 1$$

$$f_1 = 2.8 \sqrt{\frac{S}{35}} 10^{4 - \frac{1245}{T+273}}$$

$$c = 1412 + 3.21T + 1.19S + 0.0167 z$$

Avec :  $S$ , la salinité en ppm ;  $f$  la fréquence en kHz et  $T$  la température en  $^\circ\text{C}$ .

Enfin, le troisième terme, qui modélise la contribution du sulfate de magnésium :

$$A_2 = 21.44 \frac{S}{c} (1 + 0.025T)$$

$$P_2 = 1 - 1.37 \cdot 10^{-4} z + 6.2 \cdot 10^{-9} z^2$$

$$f_2 = \frac{8.17.10^8 \frac{1990}{T+273}}{1 + 0.0018(S - 35)}$$

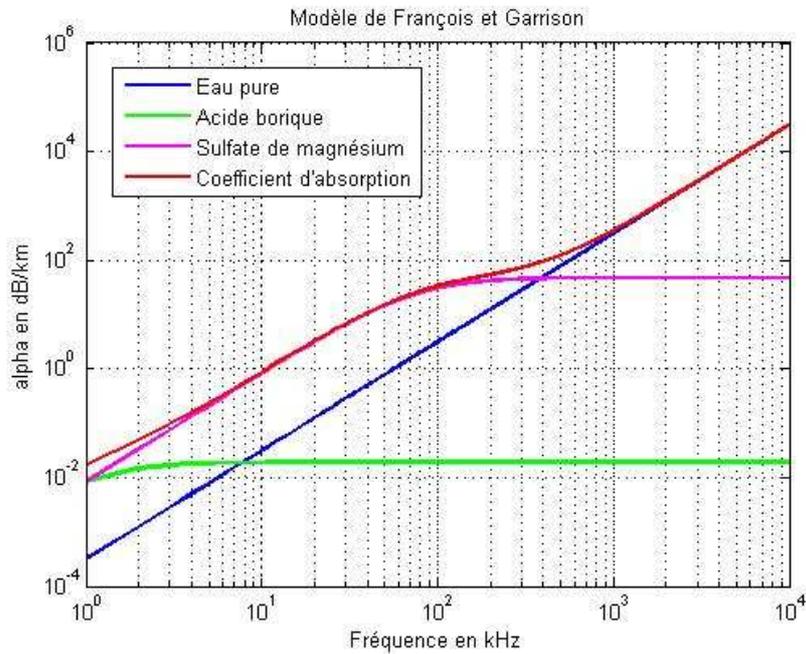


Figure 149 : Coefficient d’atténuation de l’eau de mer en fonction de la fréquence (modèle de François et Garrison) pour  $z=10\text{m}$ ,  $T=10^\circ\text{C}$ ,  $S=35\text{ppm}$  et  $\text{pH}=7$ .

On voit que celui-ci augmente de façon drastique avec la fréquence, rendant les systèmes au-delà de quelques MHz peu intéressants pour l’acoustique sous-marine.

#### Atténuation dans les tissus biologiques

Dans les tissus biologiques, le coefficient d’absorption dépend fortement du type de tissu imagé. Il est déterminé de façon empirique. Pour des raisons d’échelles du système celui-ci est généralement exprimé en dB/cm. Ci-dessous une table reprenant les valeurs du coefficient d’absorption dans quelques-uns des tissus les plus courants (Szabo, 2004) :

Tissu	Vitesse du son (m/s)	Densité ( $\text{kg.m}^3$ )	$\alpha$ (dB/MHz <sup>y</sup> .cm)	y
Sang	1584	1060	0.14	1.21
Os	3198	1990	3.54	0.9
Cerveau	1562	1035	0.58	1.3
Sein	1510	1020	0.75	1.5
Graisse	1430	928	0.6	1
Cœur	1554	1060	0.52	1
Foie	1578	1050	0.45	1.05
Muscle	1580	1041	0.57	1
Rate	1567	1054	0.4	1.3

Figure 150 : Table des propriétés acoustiques des différents tissus humains.

## Annexe 2 : Sources de bruit

En acoustique sous-marine, il existe quatre mécanismes générateurs de bruit. Le premier type de bruit à considérer en acoustique sous-marine est le bruit de mer qui dépend de l'état de la mer et du trafic maritime, il concerne essentiellement les basses fréquences.

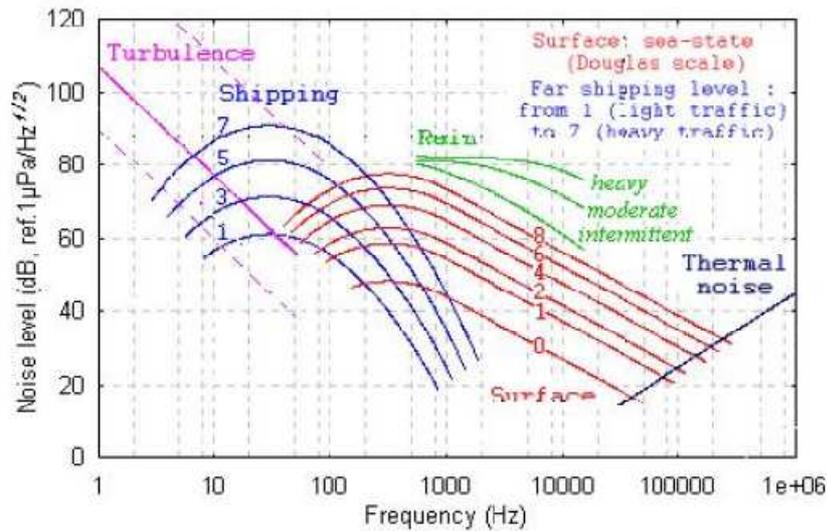


Figure 151 : Niveau spectral des différentes contributions du bruit ambiant (Urlick, 1983)

- Bruit de mer :

Le bruit de mer devient très faible au-dessus de 100kHz. Le modèle donne pour une mer 2 :

$$NL_a = 60 - 17 \log_{10}(f_{kHz})$$

- Bruit thermique :

Le bruit thermique, dépend, lui, de l'agitation moléculaire. Il est décrit par le modèle de Wenz (Wenz, 1962) :

$$NL_t = -15 + 20 \log_{10}(f_{kHz})$$

- Bruit propre du porteur :

Le bruit propre du porteur est difficile à déterminer différemment que par la mesure directe. Il dépend de la structure hydrodynamique du porteur et de sa vitesse. Ce bruit décroît très fortement avec la fréquence, par exemple pour le navire océanographique de l'Ifremer, le Thalassa (Lurton, 2002) :

$$NL_p = 145 - 20 \log_{10}(f_{kHz}) + 1.25(V_n - 7)$$

Avec  $V_n$ , la vitesse du porteur en nœuds (si  $V_n > 7$  kts).

- Bruit propre du transducteur :

Le bruit propre du transducteur est lié à sa résistance de charge ainsi qu'à la température :

$$n_{tr} = 2\sqrt{kTR}$$

Avec R, la valeur de la résistance et k, la constante de Boltzmann. Afin de pouvoir comparer ce niveau de bruit aux autres sources, il faut le « ramener dans l'eau ». Finalement :

$$N_{tr} = 20\log_{10}\left(2\sqrt{kTR}\right) - S_h$$

Avec  $S_h$ , la sensibilité hydrophonique de l'antenne de réception. Ce bruit est généralement dominant au-dessus de la centaine de kilohertz.

En échographie médicale on ne considère généralement que ce dernier type de bruit.

## Annexe 3 : Dispositifs expérimentaux

### L'Echographe VDAS

L'échographe VDAS est le prototype de l'échographe Aixplorer aujourd'hui commercialisé par SuperSonic Imagine. Il s'agit d'un échographe 128 voies émissions-réceptions entièrement programmables.

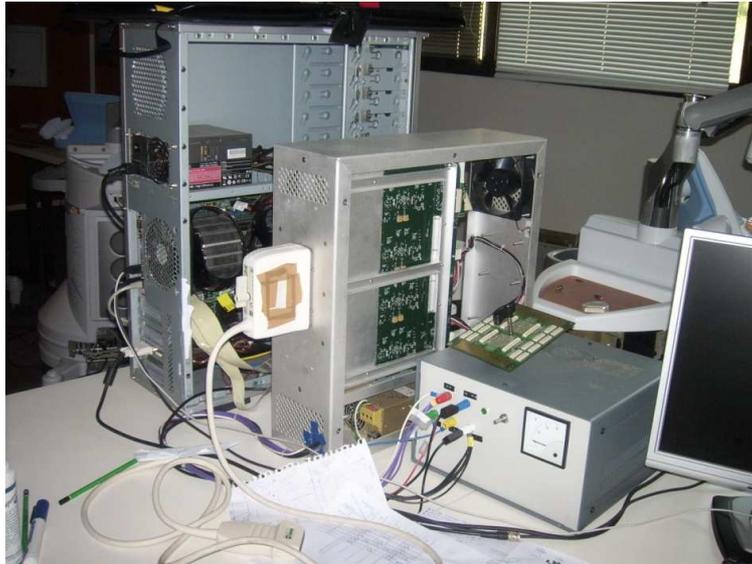


Figure 152 : Prototype VDAS

La fréquence d'échantillonnage est de 45MHz. L'amplification est à découpage. Les paramètres des motifs d'émission sont donc : la fréquence, le taux de fonctionnement, le nombre d'oscillations et la polarité.

La sonde utilisée est une sonde linéaire Vermon L7-4 de 128 éléments et de bande passante 80% centrée autour de 5MHz. Le pas inter-capteur est de 0.3mm et la hauteur de chaque élément de 6mm. La distance focale en élévation est de 29mm.

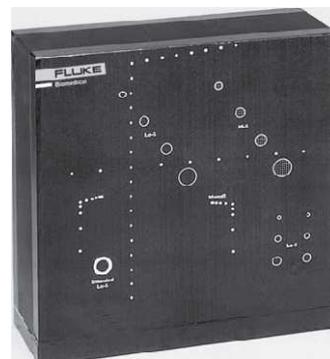


Figure 153 : Sonde Vermon L7-4 (à gauche), Phantom Nuclear Associates Model 84-317 (à droite)

Enfin le fantôme utilisé est un fantôme Nuclear Associates modèle 84-317. Ce fantôme est couramment dénommé Phantom D70 dans le document.

*Le Sonar à Antenne Synthétique SHADOWS*

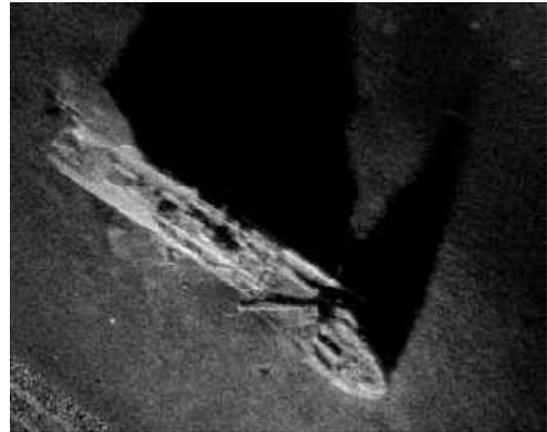


Figure 154 : Le sonar à antenne synthétique SHADOWS (à gauche) ; Image d'épave réalisée par SHADOWS (à droite)

Le sonar à antenne synthétique SHADOWS comporte trois sonars : deux sonars latéraux (bâbord et tribord) et un sonar frontal dont les caractéristiques sont données dans la table ci-dessous :

Paramètres	Sonar latéral	Sonar frontal
Fréquence centrale	100kHz	300kHz
Bande passante	30%	10%
Niveau d'émission	216dB (@ 1m ref 1µPa)	208dB (@ 1m ref 1µPa)
Nombre de voies	24 par côté	48
Taille de l'antenne	2m	70cm

Les acquisitions expérimentales ont été réalisées à une vitesse de 2.5 nœuds.

La zone imagée est la baie de La Ciotat dans les Bouches-du-Rhône de profondeur moyenne d'une quarantaine de mètres et dont le fond est constitué de sable et de posidonie.

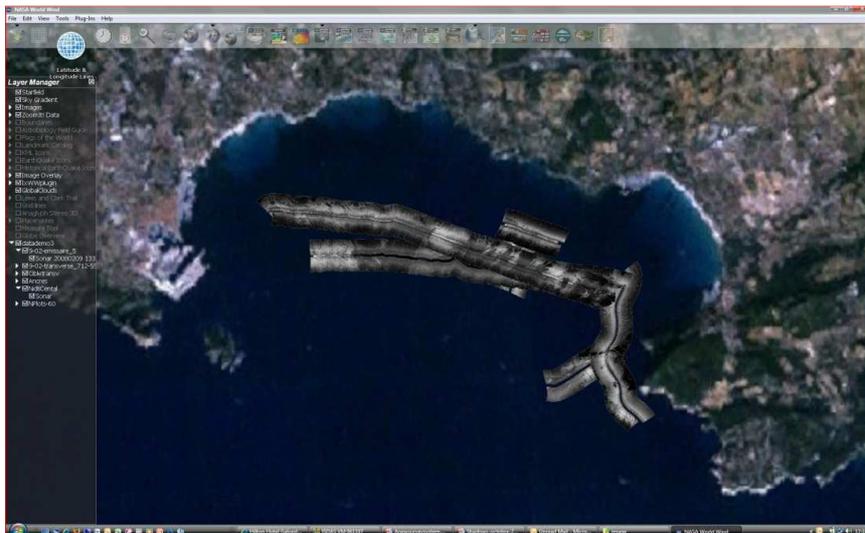


Figure 155 : Images SHADOWS de la baie de La Ciotat

## Annexe 4 : Outils de modélisation

Deux outils de modélisation logiciels ont été largement utilisés dans le cadre de cette thèse. Le premier Field2, développé par le groupe d'ingénierie biomédical de la Technical University of Denmark permet la modélisation complète du processus d'imagerie dans le domaine temporel. Le second, PROPA, développé dans le cadre de cette thèse avec Mathieu Couade, thésard chez Supersonic Imagine (Couade, et al., 2010), permet la modélisation de champ arbitraire dans le domaine de Fourier par utilisation de la méthode des propagateurs.

### Le logiciel Field 2 (Jensen, 1996)

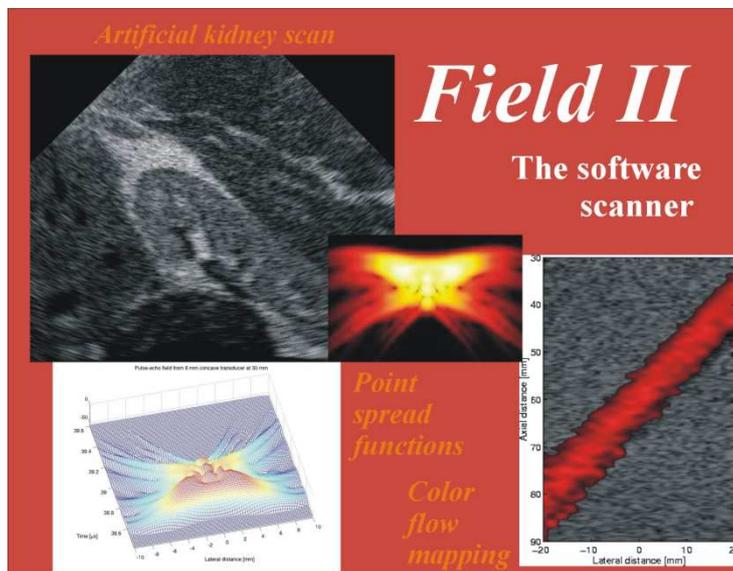


Figure 156 : Logiciel Field2 (<http://server.electro.dtu.dk/personal/jaj/field/>)

Ce logiciel, gratuit, est basé sur le concept des réponses impulsionnelles spatiales développé par (Stepanishen, 1971). Cette approche repose sur la théorie des systèmes linéaires. Il permet de simuler des champs acoustiques, dans des milieux à vitesses homogènes, de calculer la rétrodiffusion sur des cibles échogènes des champs transmis et fourni les signatures temporelles de ces champs en prenant en compte les réponses des antennes à l'émission et à la réception. C'est un outil idéal pour la simulation des systèmes échographiques. Nous avons utilisé ce logiciel avant chaque expérimentation de façon systématique, afin de valider nos algorithmes de reconstruction.

*Le code PROPA*

Ce logiciel, développé dans le cadre de la thèse sous Matlab, permet le calcul de champ arbitraire dans le domaine de Fourier par méthode des propagateurs. Basé sur le principe de Huyghens ce code réalise un échantillonnage spatial de l'antenne considérée et calcule le champ en un point quelconque de la scène. Bien qu'extrêmement classique, cet outil nous a permis d'exploiter aisément des matrices d'émission réelles ou complexes et d'investiguer un grand nombre de base.

## Annexe 5 : La méthode d'allègement comme projection sur un sous-espace

On reprend l'expression de l'amplitude d'un pixel pour le cas de la synthèse canonique et en négligeant le bruit :

$$A^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e(\underline{x}_i, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x}))$$

Ce terme est la somme de la contribution de chacun des éléments à la fois en émission et en réception. En posant :

$$\Delta \tau_{i,j} = \tau_r(\underline{x}, \underline{x}_j) - \tau_e(\underline{x}_i, \underline{x})$$

Il vient :

$$A^c(\underline{x}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e(\underline{x}_i, \Delta \tau_{i,j}) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \Delta \tau_{i,j})$$

Le noyau de la somme précédente est en fait l'intégrale d'une fonction sur une ellipse dont les foyers sont respectivement l'émetteur et le récepteur considérés. La fonction est le produit de la directivité de l'émetteur, de la directivité du récepteur et de la réflectivité du milieu sur l'ellipse considérée.

$$e(\underline{x}_i, \Delta \tau_{i,j}) \otimes h(\underline{x}_i, \underline{x}_j, \Delta \tau_{i,j}) = \int_{E(i,j,T(x,y))} d_e(s, \underline{x}_i) l(s, T(x, y)) d_r(s, \underline{x}_j) ds$$

Avec T, le temps de vol considéré qui est relié au grand axe de l'ellipse par  $D = cT$ , avec c la vitesse du son dans le milieu.

La position du pixel et le grand-axe sont reliés par :

$$D = \sqrt{(x_i - x)^2 + y^2} + \sqrt{(x_j - x)^2 + y^2}$$

Pour simplifier les notations on peut poser :

$$w_{i,j}(x, y) = \int_{E(i,j,T(x,y))} d_e(s, \underline{x}_i) l(s, T(x, y)) d_r(s, \underline{x}_j) ds$$

Soit finalement :

$$A^c(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{i,j}(x, y)$$

Or, seule une petite partie de l'ellipse considérée intervient dans la construction du pixel. Le reste de l'intégrale est en fait un artefact de « mesure » appelé clutter qui dégrade le contraste. De plus, selon les systèmes, les directivités de l'émetteur et/ou du récepteur ne sont pas omnidirectionnelles. Si le pixel considéré ne se trouve pas dans le lobe principal de l'un des deux, le vecteur associé  $w_{i,j}(x, y)$  aura une contribution faible.

Il existe donc une redondance intrinsèque à la méthode d'imagerie canonique qui est le fruit de la directivité des éléments de l'antenne. L'allègement sphéroïdal peut-être vu comme une suppression de cette redondance.

## Annexe 6 : Fonction de diffraction ponctuelle (PSF) pour la configuration MIMO

On définit dans cette partie le formalisme permettant de décrire les relations entre les trois degrés de liberté de l'imagerie acoustique active à savoir :

- La géométrie des antennes d'émission et de réception.
- La nature des signaux appliqués à chacun des émetteurs ainsi que réciproquement les filtrages adaptés appliqués à la réception.
- Les fonctions d'apodisation.

La finalité de cette approche étant de disposer d'un outil de conception de système d'imagerie permettant de tenir compte des corrélations croisées des codes appliquées à l'émission dans le design des géométries des antennes... si cela est possible.

### Position du problème

Le formalisme utilisé ici s'inspire largement de (Norton, 2002). On considère la géométrie suivante :

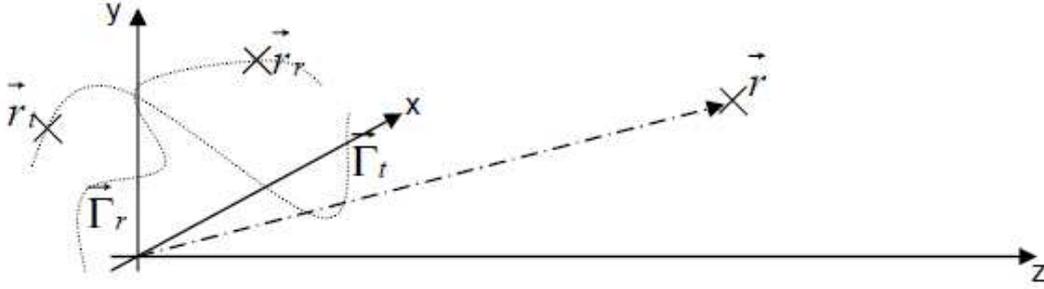


Figure 157 : Géométrie du problème de la PSF MIMO

L'unique hypothèse faite sur la géométrie des antennes est qu'elles sont coplanaires dans le plan (x,y). Dans ce cas le signal reçu sur  $\vec{r}_r$  en provenance de  $\vec{r}_t$  et réfléchi par  $\vec{r}$  dans le cadre de l'approximation de Fresnel:

$$U(\vec{r}_t, \vec{r}_r) = \frac{e_t(t - \tau)}{(i\lambda z)^2} \iint f(\vec{r}) e^{ikd_t} e^{ikd_r} d^2\vec{r} \quad (\text{A3.1})$$

Avec  $d_t = |\vec{r}_t - \vec{r}|$  et  $d_r = |\vec{r}_r - \vec{r}|$ .  $f(\vec{r})$  est la fonction de réflectivité en  $\vec{r}$  et  $\tau = \frac{d_t + d_r}{c}$ . Enfin,  $e_t(t)$  est le signal d'excitation appliqué à l'émetteur  $\vec{r}_t$ . Pour des raisons de commodité on passe les positions des émetteurs et récepteurs en coordonnées linéiques :

$$\begin{cases} \vec{r}_t(s) = (x_t(s), y_t(s), 0) & 0 \leq s \leq 1 \\ \vec{r}_r(s') = (x_r(s'), y_r(s'), 0) & 0 \leq s' \leq 1 \end{cases} \quad (\text{A3.2})$$

Et  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$  ;  $R_t(s) = \sqrt{x_t(s)^2 + y_t(s)^2}$  ;  $R_r(s') = \sqrt{x_r(s')^2 + y_r(s')^2}$ .

**Approximation de Fraunhofer**

$$d_t = |\vec{r}_t(s) - \vec{r}| = \left[ z^2 + (x_t(s) - x)^2 + (y_t(s) - y)^2 \right]^{1/2} \approx z + \frac{R^2}{2z} - \frac{x_t(s)x}{z} - \frac{y_t(s)y}{z}$$

$$d_r = |\vec{r}_r(s') - \vec{r}| = \left[ z^2 + (x_r(s') - x)^2 + (y_r(s') - y)^2 \right]^{1/2} \approx z + \frac{R^2}{2z} - \frac{x_r(s')x}{z} - \frac{y_r(s')y}{z}$$

$$\tau = \frac{d_t + d_r}{c} \approx \frac{1}{c} \left[ 2z + \frac{R^2}{z} - \frac{x}{z} (x_t(s) + x_r(s')) - \frac{y}{z} (y_t(s) + y_r(s')) \right]$$

Dans cette approximation le champ reçu devient donc :

$$u(s, s') = U(\vec{r}_t(s), \vec{r}_r(s'))$$

Et donc :

$$u(s, s') = \frac{e(s, t - \tau(s, s'))}{(i\lambda z)^2} e^{2ikz} \iint f(x, y) \exp\left( ik \frac{R^2}{z} \right) \exp\left( \frac{ik}{2z} [R_t^2(s) - R_r^2(s')] \right) \exp\left( -\frac{ikx}{z} [x_t(s) - x_r(s')] \right) \exp\left( -\frac{iky}{z} [y_t(s) - y_r(s')] \right) dx dy \quad (A3.3)$$

Pour des raisons de concisions on utilisera la notation suivante :

$$u(s, s') = \frac{e(s, t - \tau(s, s'))}{(i\lambda z)^2} e^{2ikz} \iint F(x, y, s, s', R) dx dy \quad (A3.4)$$

**Filtrage adapté**

Le signal total reçu sur le récepteur en  $s'$  est donc une intégrale sur l'ensemble des émetteurs du signal précédent (3) :

$$u_{tot}(s') = \int_0^1 \frac{e(s, t - \tau(s, s'))}{(i\lambda z)^2} e^{2ikz} \iint F(x, y, s, s', R) dx dy ds \quad (A3.5)$$

Afin d'isoler la contribution du champ provenant d'un émetteur particulier, par exemple situé en  $s_e$ , on applique un filtrage adapté de l'émission en  $s_e$  au signal total reçu. La résultante est une sommation de toutes les corrélations des signaux émis, dont l'autocorrélation du signal  $s_e$  que l'on cherche à isoler :

$$\left\{ \begin{aligned} U_{tot}^{M(s_e)}(s') &= \int_0^1 \int_{-\infty}^{+\infty} e(s, t - \tau(s, s')) \cdot e^*(s_e, t - \tau(s_e, s')) dt \frac{e^{2ikz}}{(i\lambda z)^2} \iint F(x, y, s, s', R) dx dy ds \\ &\dots \end{aligned} \right. \quad (A3.6)$$

On obtient ainsi un jeu de  $N_t$  (nombre d'émetteurs) réponses pour chaque récepteur.

On définit alors la fonction d'ambiguïté croisée de la sorte (Chen & Vaidyanathan, 2008):

$$\chi_{s_e, s_e}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(s, t) \cdot e^*(s_e, t + \tau) dt \quad (A3.7)$$

Et donc finalement en plaçant (A3.7) dans (A3.6) :

$$U_{tot}^{M(s_e)}(s') = \int_0^1 \chi_{s_e, s_e}(\tau(s, s') - \tau(s_e, s')) \frac{e^{2ikz}}{(i\lambda z)^2} \iint F(x, y, s, s', R) dx dy ds \quad (A3.8)$$

### Imagerie

La formation de l'image est assuré par l'opération linéaire suivante :

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, y) = & (i\lambda z)^2 e^{-2ikz} \exp\left(-ik \frac{R^2}{z}\right) \int_0^1 \int_0^1 U_{tot}^{M(s_e)}(s') \cdot W(s_e, s') \\ & \exp\left(-\frac{ik}{2z} [R_t^2(s_e) - R_r^2(s')]\right) \cdot \\ & \exp\left(\frac{ikx}{z} [x_t(s_e) - x_r(s')]\right) \cdot \\ & \exp\left(\frac{iky}{z} [y_t(s_e) - y_r(s')]\right) ds_e ds' \end{aligned} \quad (A3.9)$$

Après développement et "simplification" de (A3.8) dans (A3.9), il vient :

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, y) = & \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \chi_{s_e, s_e}(\tau(s, s') - \tau(s_e, s')) \\ & \iint f(x', y') \exp\left(\frac{ik}{2z} [R_t^2(s) - R_t^2(s_e)]\right) \cdot \exp\left(\frac{ik}{z} [R'^2 - R^2]\right) \cdot \\ & \exp\left(\frac{ikx}{z} [x \cdot x_t(s_e) - x' \cdot x_t(s') + (x - x')x_r(s')]\right) \cdot \\ & \exp\left(\frac{iky}{z} [y \cdot y_t(s_e) - y' \cdot y_t(s') + (y - y')y_r(s')]\right) dx' dy' ds \cdot W(s_e, s') ds_e ds' \end{aligned} \quad (A3.10)$$

Avec  $W(s_e, s')$ , la fonction de pondération en amplitude.

### Définition de la PSF MIMO

Afin de caractériser les propriétés intrinsèques du système d'imagerie on définit la fonction telle que :

$$\hat{f}(x, y) = \iint f(x', y') \exp\left(\frac{ik}{z} (R'^2 - R^2)\right) \cdot P(x, y, x', y') dx' dy' \quad (A3.11)$$

Par analogie avec le cas de signaux d'émission idéalement orthogonaux, on parlera de fonction de diffraction ponctuelle (Point Spread Function). Cette représentation prenant en compte les corrélations croisées des codes d'émission, on parlera de PSF MIMO, par analogie avec les fonctions d'ambiguïté des radars du même type.

Finalement la PSF MIMO est de la forme :

$$\begin{aligned}
 P(x, y, x', y') = & \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \mathcal{X}_{s_e, s_e'}(\tau(s, s') - \tau(s_e, s')) \exp\left(\frac{ik}{2z} [R_t^2(s) - R_t^2(s_e)]\right) \\
 & \exp\left(\frac{ik}{z} [x \cdot x_t(s_e) - x' \cdot x_t(s') + (x - x')x_r(s')]\right) \\
 & \exp\left(\frac{ik}{z} [y \cdot y_t(s_e) - y' \cdot y_t(s') + (y - y')y_r(s')]\right) W(s_e, s') ds ds_e ds'
 \end{aligned} \tag{A3.12}$$

L'intérêt de cette formulation est qu'elle permet de relier dans une même expression les trois degrés de liberté : Géométrie, Signal et Pondération.

### Cas particuliers

Afin de valider notre expression on la compare à des résultats connus moins généraux :

- **Cas 1 : Codes parfaitement orthogonaux**

Dans ce cas la fonction d'ambiguïté croisée est de la forme :

$$\mathcal{X}_{s_e, s_e'}(\tau) = \delta_{s_e, s_e'}$$

La PSF devient alors :

$$\begin{aligned}
 P(x, y, x', y') = & \int_0^1 \int_0^1 \exp\left(\frac{ik(x-x')}{z} [x_t(s) + x_r(s')]\right) \\
 & \exp\left(\frac{ik(y-y')}{z} [y_t(s) + y_r(s')]\right) W(s, s') ds ds'
 \end{aligned} \tag{A3.13}$$

On retrouve exactement la PSF de (Norton, 2002), que nous tentons de généraliser ici.

- **Cas 2 : Codes quelconques + Antennes colinéaires + Pas de pondération**

Dans ce cas la PSF s'écrit :

$$\begin{aligned}
 P(x, x') = & \int_0^1 \int_0^1 \exp\left(\frac{ik}{2z} [x_t^2(s) + x_t^2(s_e)]\right) \int_0^1 \mathcal{X}_{s_e, s_e'}(\tau(s, s') - \tau(s_e, s')) \\
 & \exp\left(\frac{ik}{z} [x \cdot x_t(s_e) - x' \cdot x_t(s') + (x - x')x_r(s')]\right) ds_e ds ds'
 \end{aligned} \tag{A3.14}$$

$$\text{Or : } \tau(s, s') - \tau(s_e, s') = \frac{x}{zc} (x_t(s_e) - x_t(s)) = \tau'(s, s_e) \tag{A3.15}$$

Donc en plaçant (A3.15) dans (A3.14), il vient :

$$\begin{aligned}
 P(x, x') = & \int_0^1 \exp\left(\frac{ik}{z} (x - x')x_r(s')\right) ds' \int_0^1 \int_0^1 \mathcal{X}_{s_e, s_e'}(\tau'(s, s_e)) \\
 & \exp\left(\frac{ik}{z} [x \cdot x_t(s_e) - x' \cdot x_t(s)]\right) \cdot \exp\left(\frac{ik}{2z} [x_t^2(s) - x_t^2(s_e)]\right) ds_e ds
 \end{aligned} \tag{A3.16}$$

On retrouve la fonction d'ambiguïté MIMO de (Chen & Vaidyanathan, 2008) :

$$\chi(x, x') = \int_0^1 \int_0^1 \chi_{s,s_e}(\tau'(s, s_e)) \exp\left(\frac{ik}{z} [x \cdot x_t(s_e) - x' \cdot x_t(s)]\right) \exp\left(\frac{ik}{2z} [x_t^2(s) - x_t^2(s_e)]\right) ds_e ds$$

### **Conclusion**

En conclusion, on voit qu'il existe un formalisme qui permet de relier les trois degrés de liberté d'un système actif. Cette modélisation, si elle est exploitable, pourrait servir d'outil pour la conception de système d'imagerie et permettrait de compenser des problèmes de non orthogonalité de codes par le choix de configurations (poids et géométrie) judicieuses.