

Transition vitreuse et transition de blocage: les solides désordonnés entre champ moyen et dimension finie.

Romain Mari

Sous la direction de Jorge Kurchan

Laboratoire PMMH (UMR 7636 CNRS-ESPCI-P6-P7)
10, rue Vauquelin - 75231 Paris Cedex 5 - FRANCE





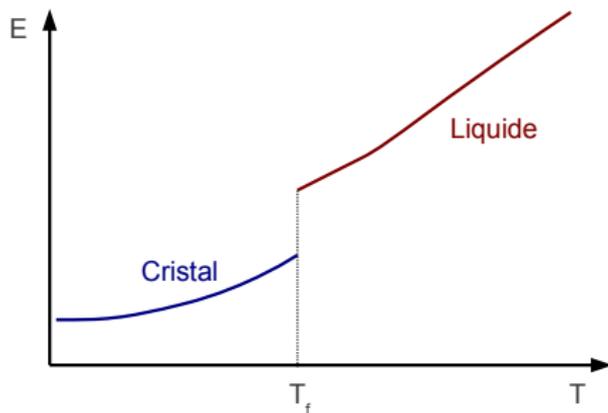


► introduction

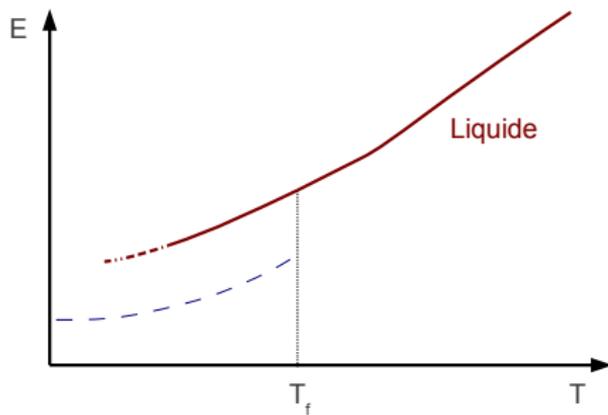
► liens entre transition vitreuse et transition de blocage

► la transition vitreuse dynamique revisitée

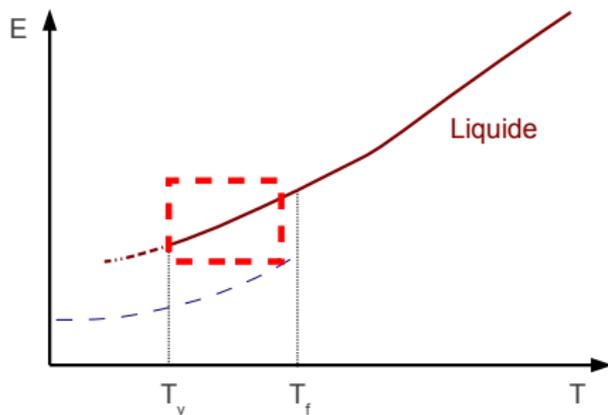
Transition vitreuse



Transition vitreuse



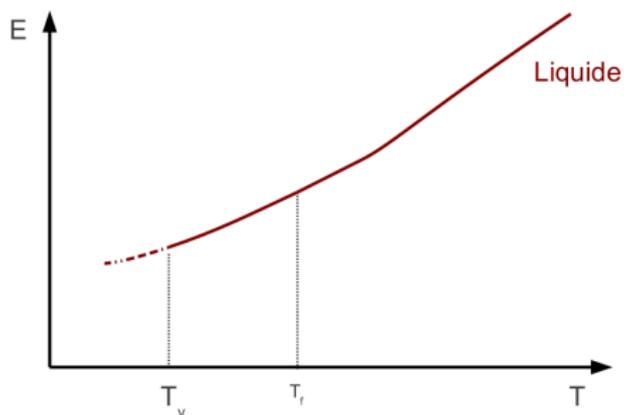
Transition vitreuse



Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]

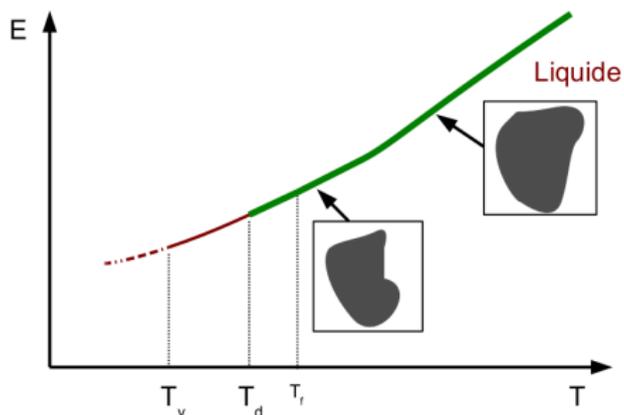
transition de premier ordre aléatoire



Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]

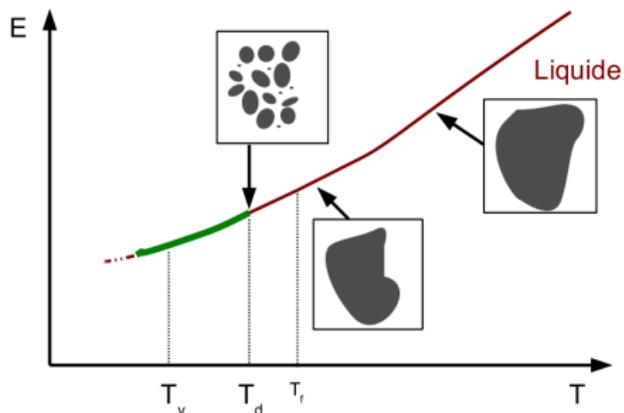
transition de premier ordre aléatoire



Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]

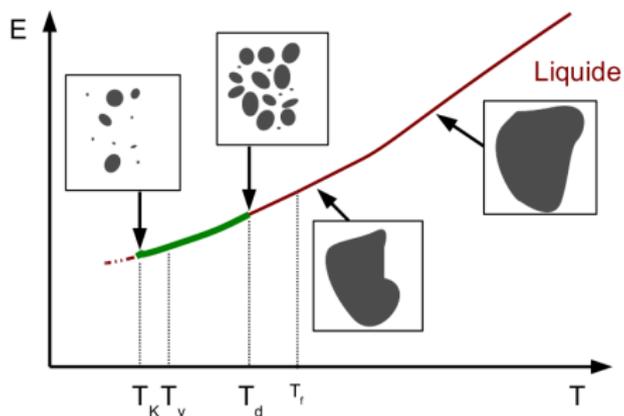
transition de premier ordre aléatoire



Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]

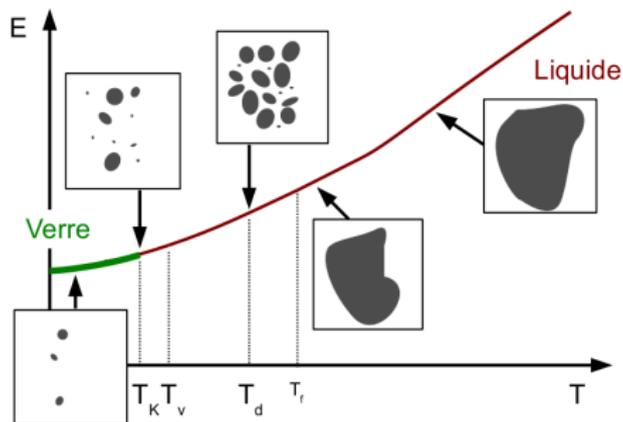
transition de premier ordre aléatoire



Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]

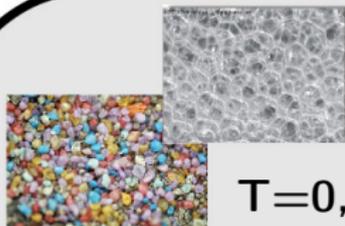
transition de premier ordre aléatoire



$T > 0$, équilibre



transition vitreuse



$T=0$, hors équilibre

$T>0$, équilibre

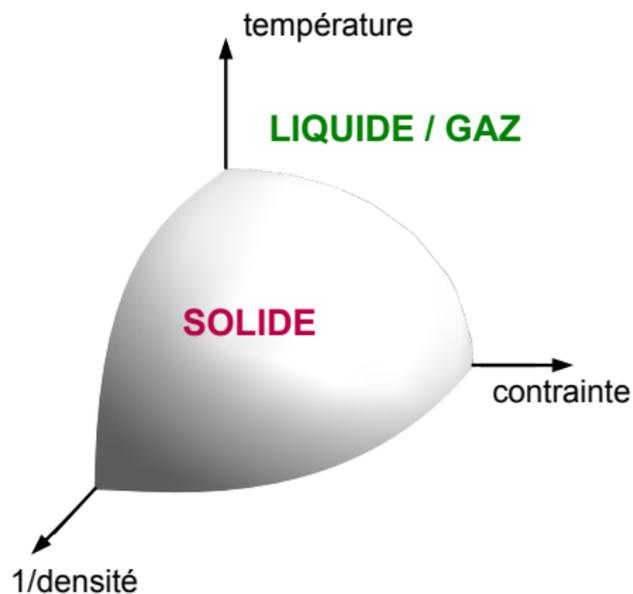


transition vitreuse

???

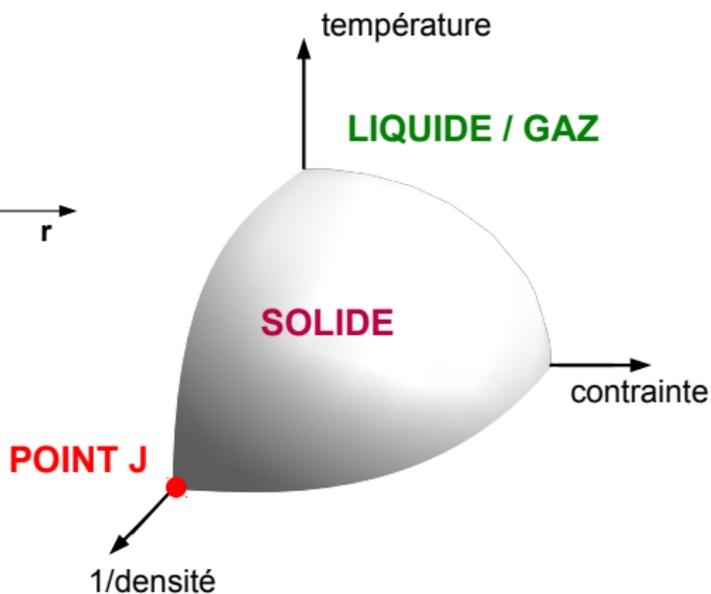
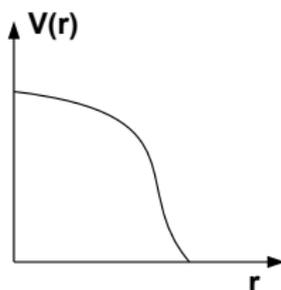
Transition de blocage

[Liu et Nagel, 1998]



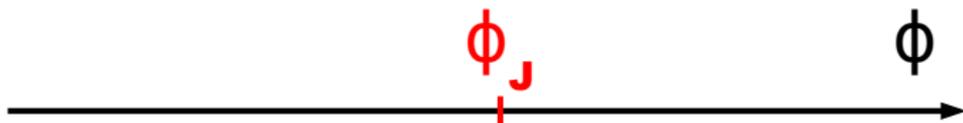
Transition de blocage

[O'Hern et al., 2003]



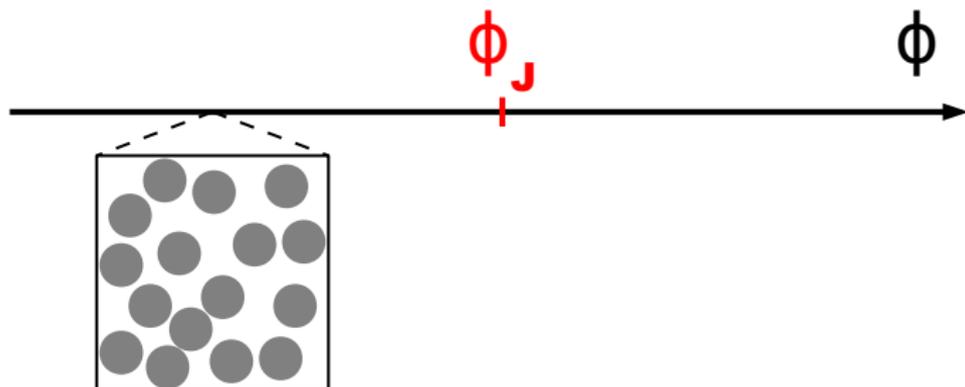
Transition de blocage

[O'Hern et al., 2003]



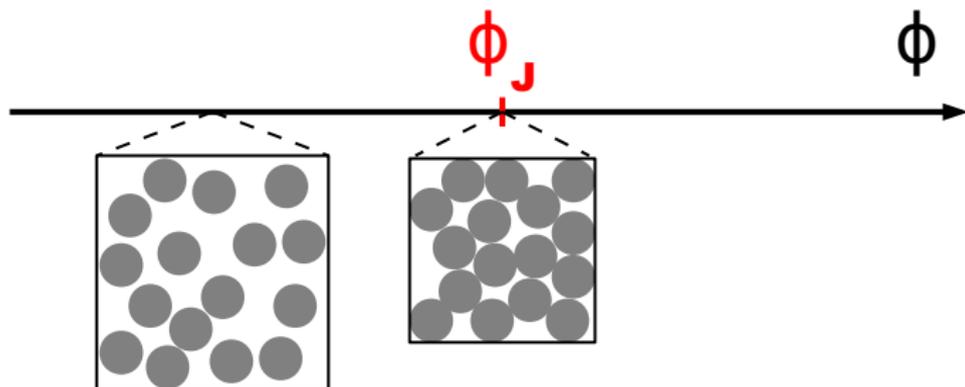
Transition de blocage

[O'Hern et al., 2003]



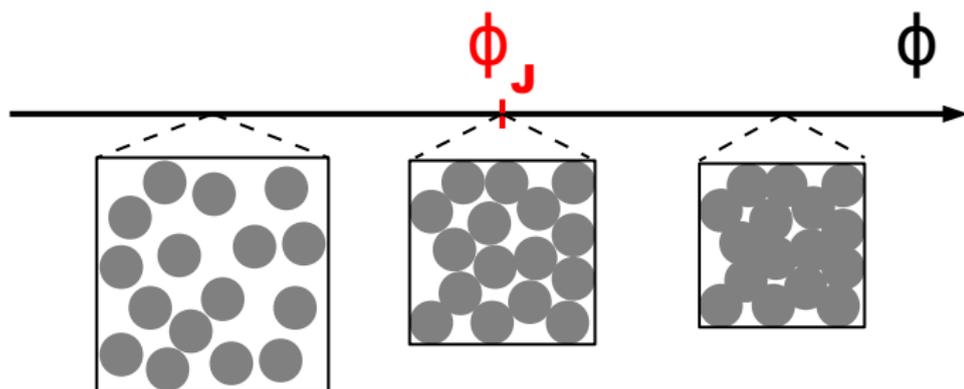
Transition de blocage

[O'Hern et al., 2003]

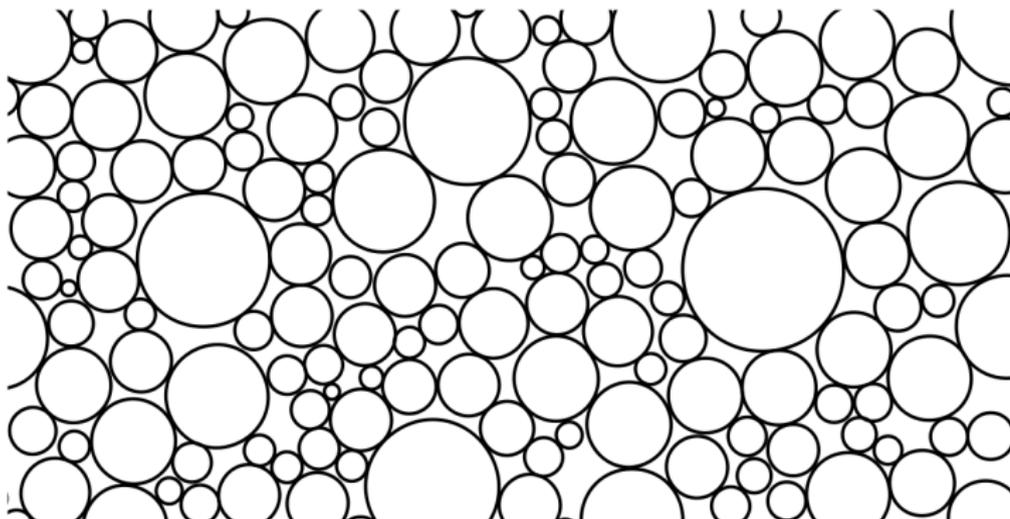


Transition de blocage

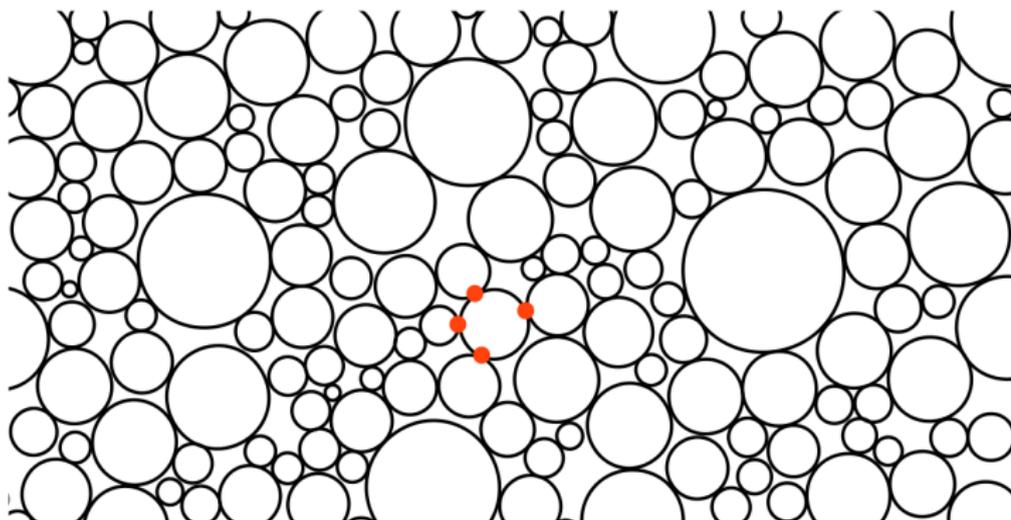
[O'Hern et al., 2003]



Isostaticité



Isostaticité

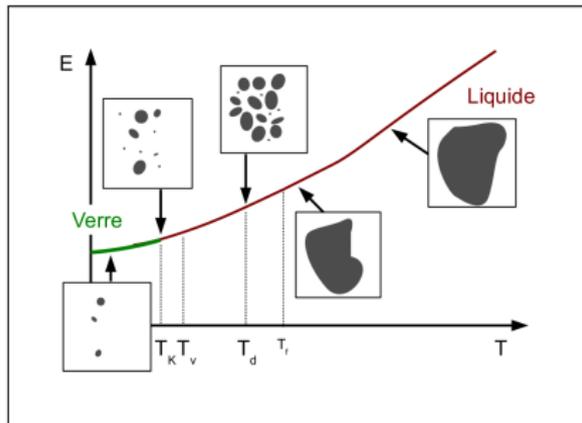


rigidité mécanique \rightarrow isostaticité : $z = 2d$

Point J \longleftrightarrow géométrie

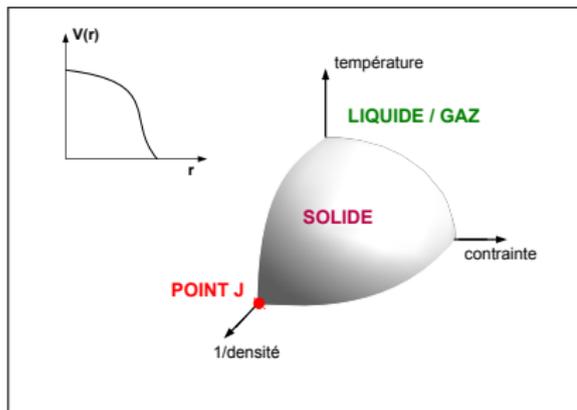
Transition de blocage et transition vitreuse

rapport entre transition de blocage et transition vitreuse



?

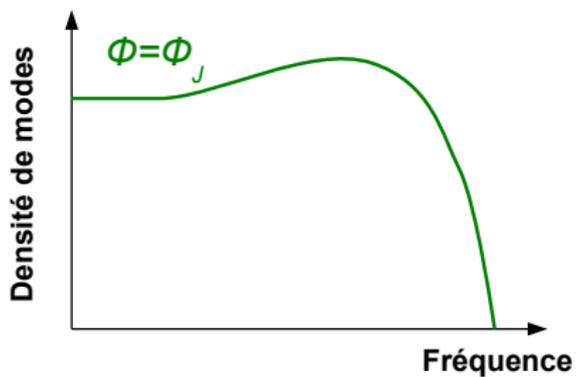
==



Longueur divergente : transition vitreuse

divergence du temps de relaxation \rightarrow longueur divergente

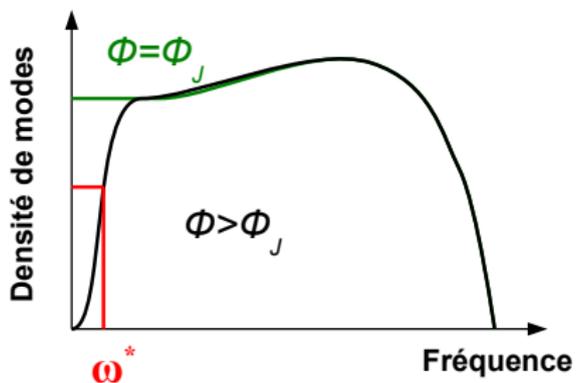
Longueur divergente : transition de blocage



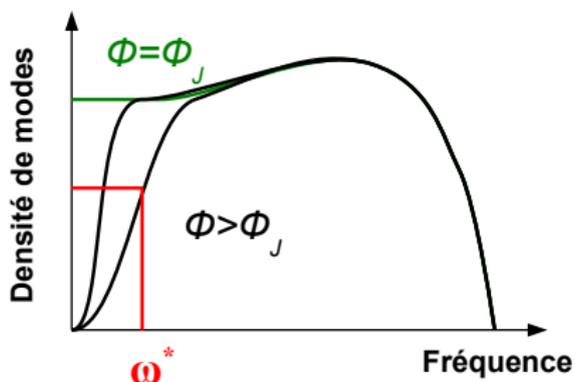
[O'Hern et al., 2003]

Longueur divergente : transition de blocage

[O'Hern et al., 2003]



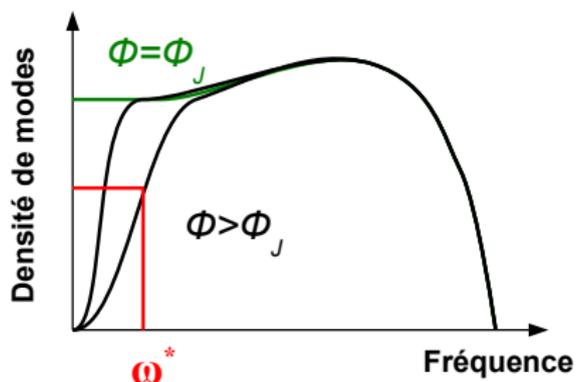
Longueur divergente : transition de blocage



[O'Hern et al., 2003]

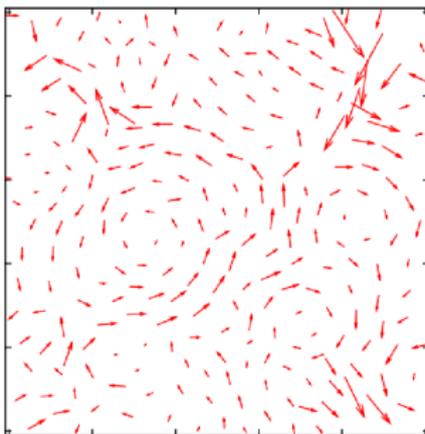
$$l^* \sim 1/\omega^* \sim 1/\sqrt{\Delta\phi}$$

Longueur divergente : transition de blocage



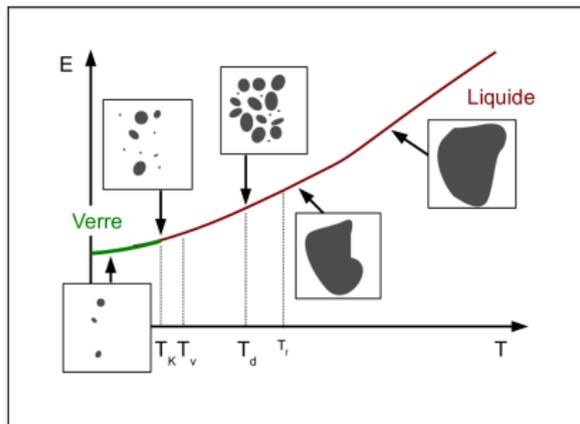
[O'Hern et al., 2003]

$$l^* \sim 1/\omega^* \sim 1/\sqrt{\Delta\phi}$$

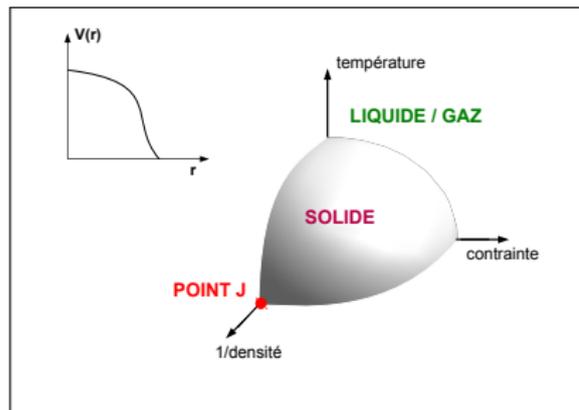


[Brito et Wyart, 2007]

rapport entre transition de blocage et transition vitreuse



?



→ modèle présentant les deux transitions

[Krzakala et Kurchan, 2007]

Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$

Modèle

[Krzakala et Kurchan, 2007]

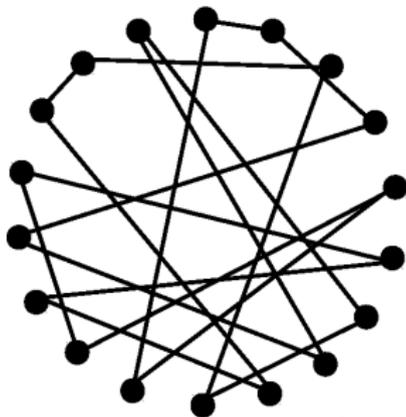
Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$



Sphères dures diluées

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$



Modèle

[Krzakala et Kurchan, 2007]

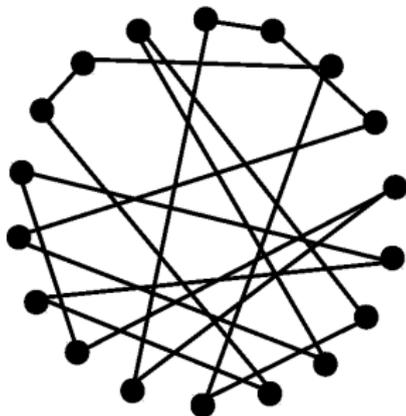
Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$



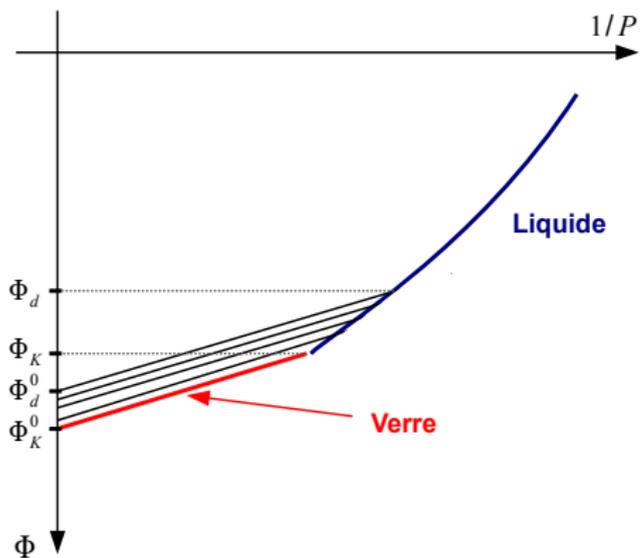
Sphères dures diluées

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$

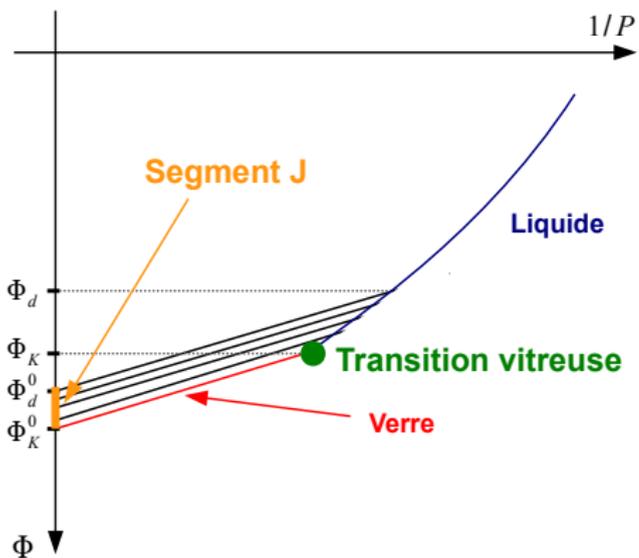


- ▶ champ moyen
- ▶ géométrie de la dimension finie

Transition vitreuse

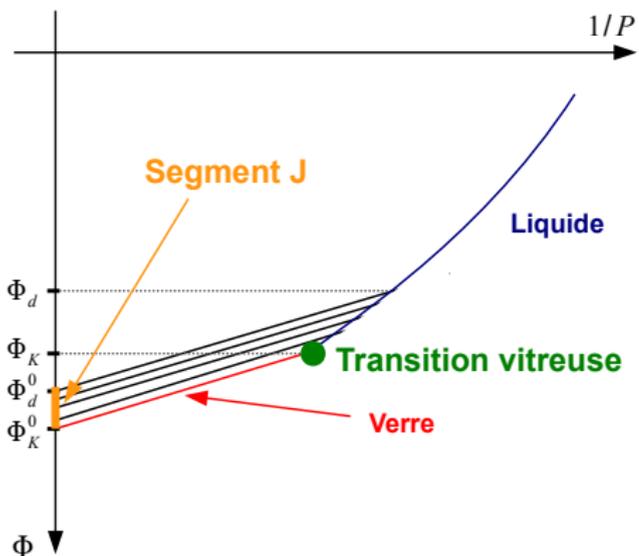


Transition vitreuse et transition de blocage

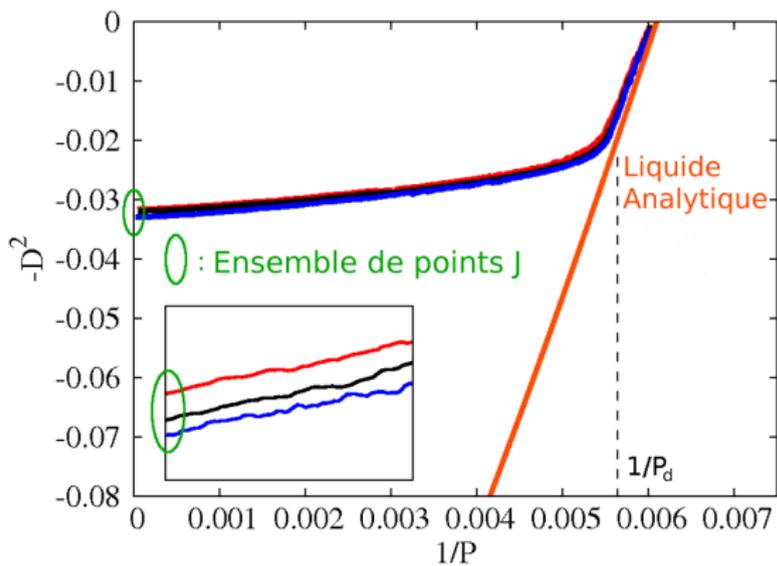


Transition vitreuse et transition de blocage

[Mézard et al., 2011]

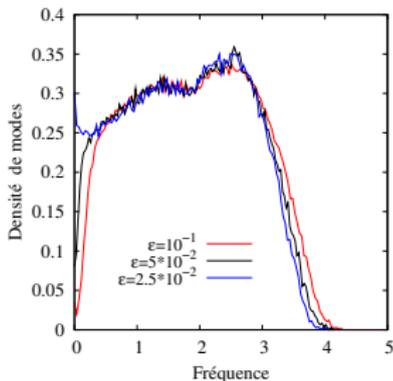


Transition vitreuse et transition de blocage

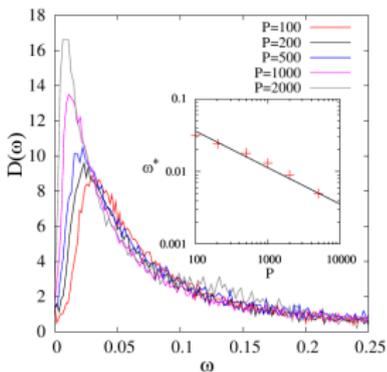
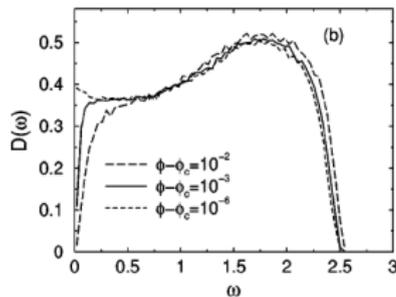


Transition de blocage : isostaticité

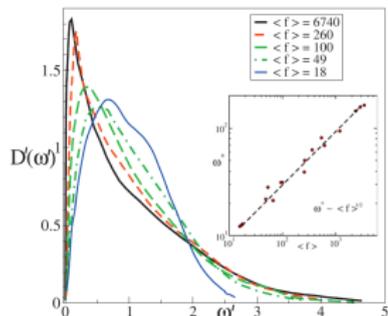
Modes normaux



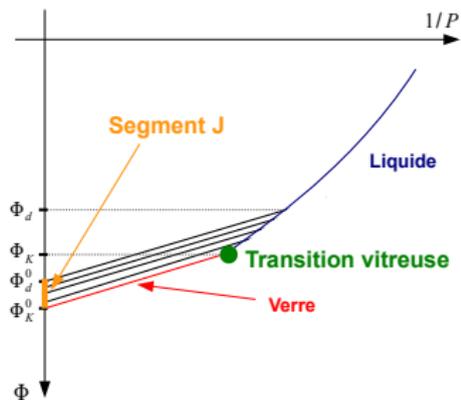
[O'Hern et al., 2003]



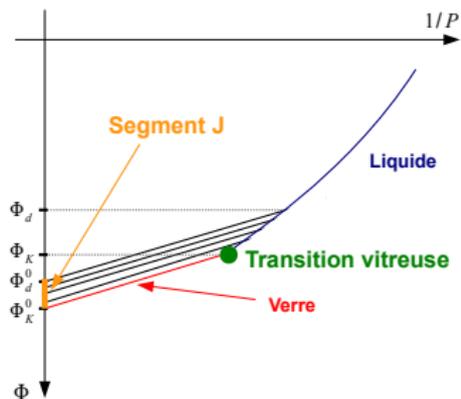
[Brito et Wyart, 2009]



Deux transitions distinctes

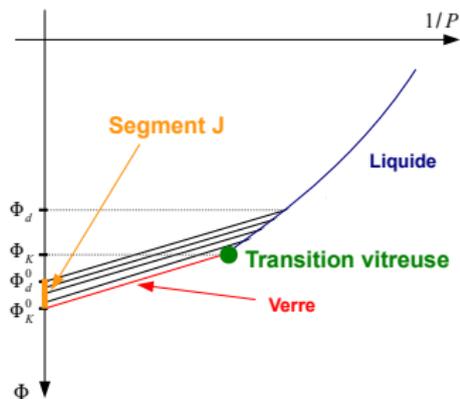


Deux transitions distinctes

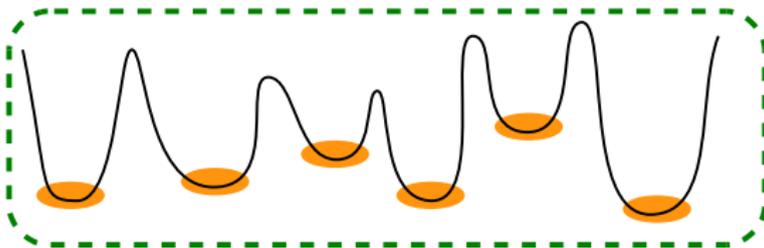


- ▶ les longueurs divergentes sont différentes
- ▶ les temps caractéristiques sont différents

Deux transitions distinctes



- ▶ les longueurs divergentes sont différentes
- ▶ les temps caractéristiques sont différents



Conclusion

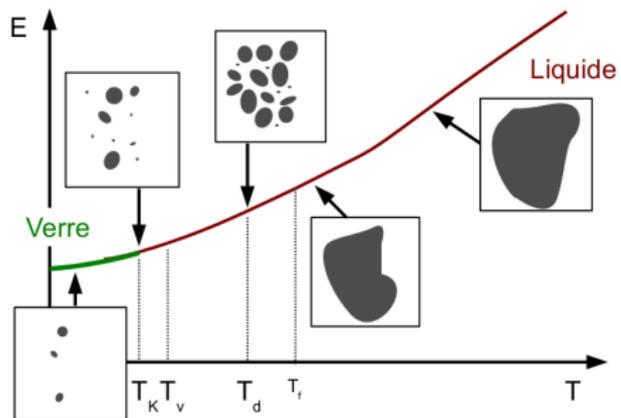
Contributions

- ▶ modèle champ moyen avec les deux transitions
- ▶ transition de blocage \neq transition vitreuse
- ▶ transition de blocage étendue [Hermes et Dijkstra, 2010]
[Chaudhuri et al., 2010] [Sastry et al., 2010]

La transition vitreuse dynamique revisitée

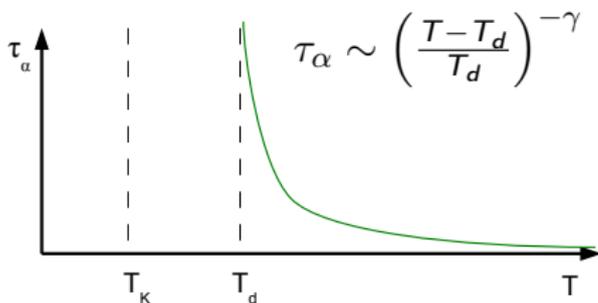
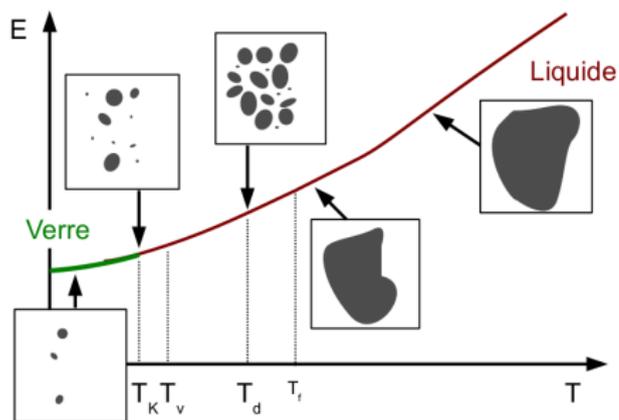
Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]



Transition vitreuse

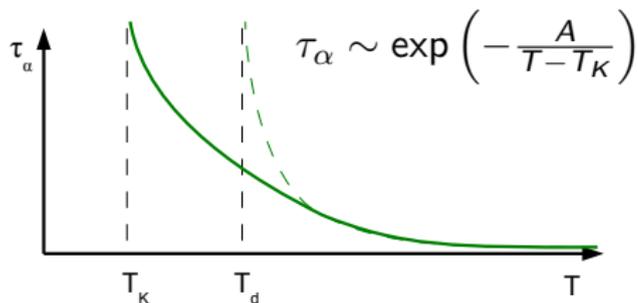
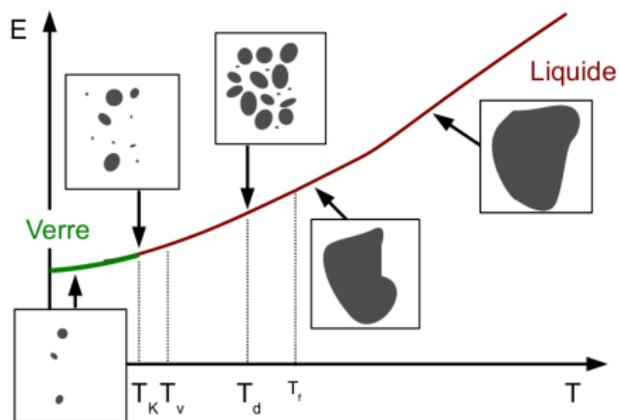
[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]



Champ moyen :
couplage de modes

Transition vitreuse

[Kirkpatrick, Thirumalai et Wolynes, 1987-1989]



Dimension finie :
activation

Modèle

[Kraichnan, 1961]

Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$



+ déplacements aléatoires

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \mathbf{A}_{ij}|)$$

Modèle

Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$

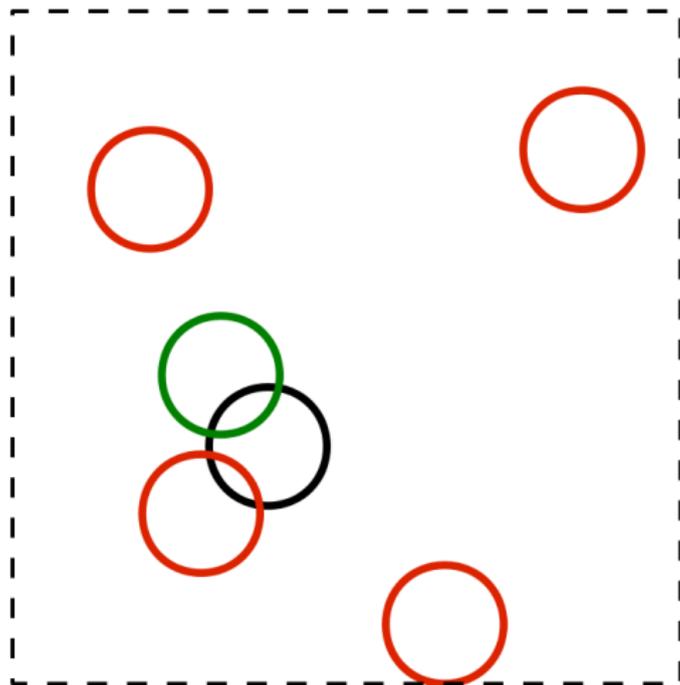


+ déplacements aléatoires

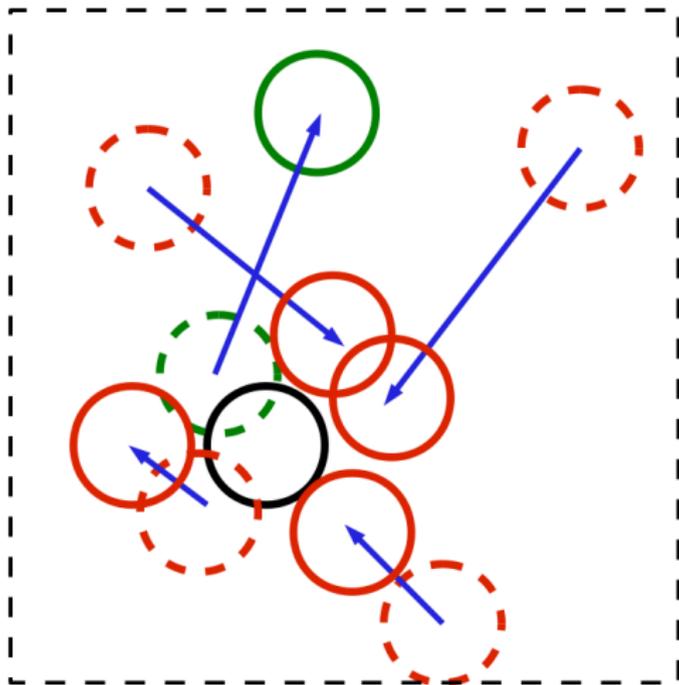
$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \mathbf{A}_{ij}|)$$

- ▶ \mathbf{A}_{ij} : déplacements aléatoires, avec une longueur typique λ
 - ▶ $\mathbf{A}_{ij} = -\mathbf{A}_{ji}$
- ▶ Sans déplacements ($\lambda = 0$) : sphères dures usuelles.

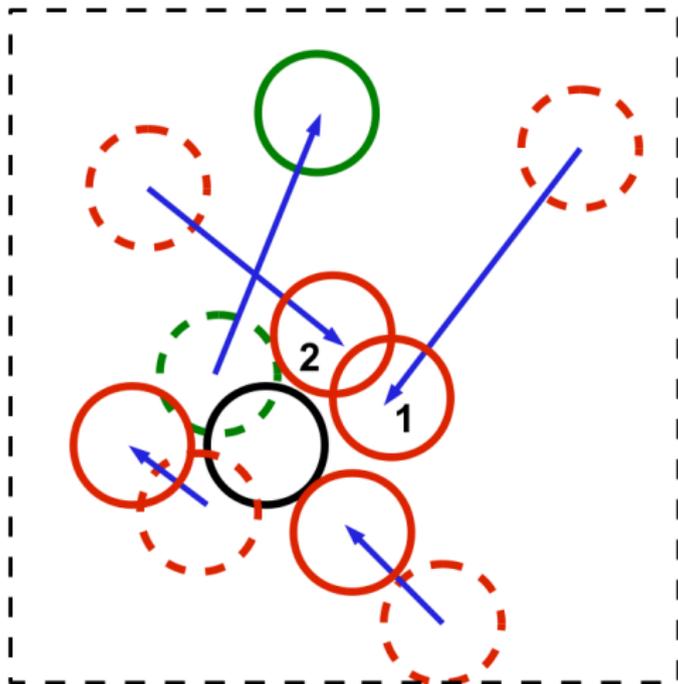
Modèle



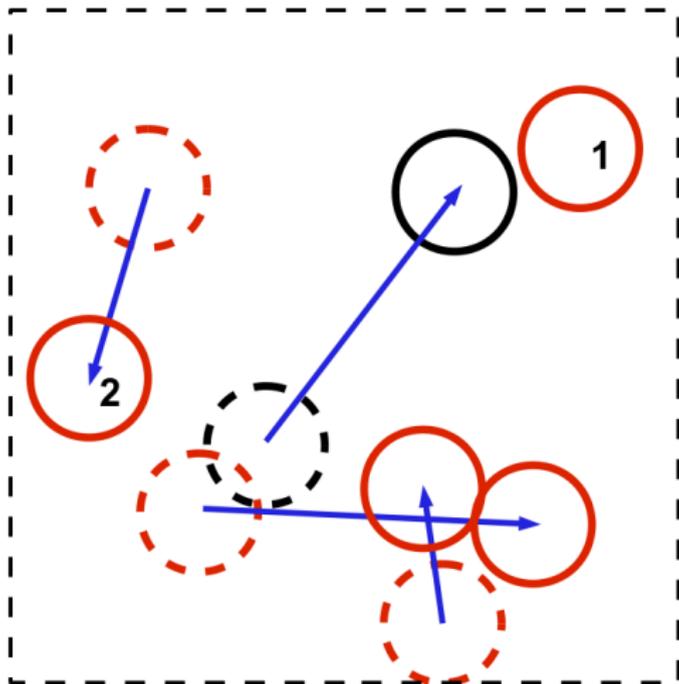
Modèle



Modèle



Modèle



Modèle

Sphères dures

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$$



+ déplacements aléatoires

$$H = \sum_{i,j} V(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \mathbf{A}_{ij}|)$$

- ▶ \mathbf{A}_{ij} : déplacements aléatoires, avec une longueur typique λ
- ▶ $\mathbf{A}_{ij} = -\mathbf{A}_{ji}$

 $\lambda = 0$

Dimension finie

 $\lambda \sim L$

Champ moyen

Champ moyen : dynamique

Déplacement quadratique moyen :

$$B(t) = (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0))^2$$

Equation dynamique :

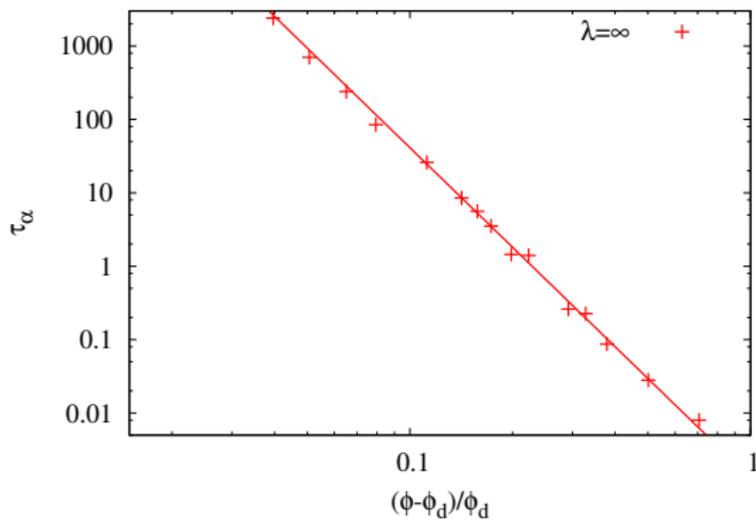
$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{t_a} dt' \Sigma(t, t') B(t') + 2T$$

Transition vitreuse dynamique

$$\tau_\alpha \sim \left(\frac{\phi - \phi_d}{\phi_d} \right)^{-\gamma} ?$$

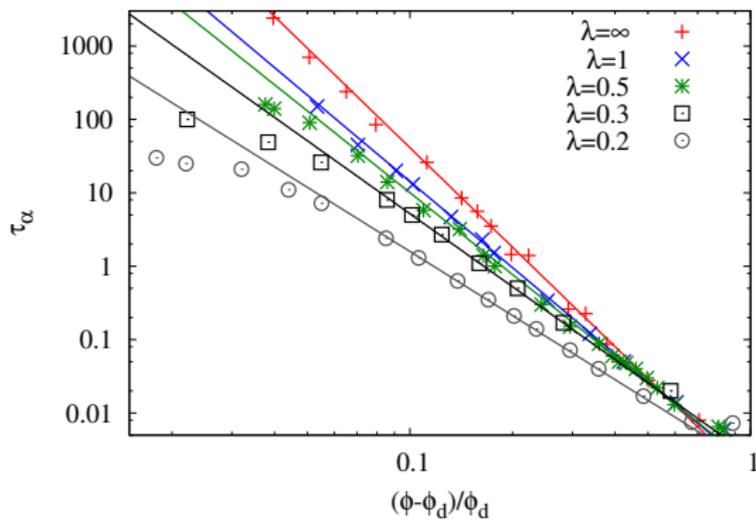
Transition vitreuse dynamique

$$\tau_\alpha \sim \left(\frac{\phi - \phi_d}{\phi_d} \right)^{-\gamma} ?$$



Transition vitreuse dynamique

$$\tau_\alpha \sim \left(\frac{\phi - \phi_d}{\phi_d} \right)^{-\gamma} ?$$



Conclusion

Contributions

- ▶ nouvelle limite de “champ moyen”
- ▶ dynamique exacte dans cette limite
- ▶ liens profonds avec la grande dimension
- ▶ étude pratique du passage du champ moyen à la dimension finie
- ▶ validité de la phénoménologie “couplage de modes”
- ▶ découplage entre paysage énergétique et couplage de modes

Conclusion

Perspectives

- ▶ étude des états bloqués denses
- ▶ transition de blocage en champ moyen
- ▶ compétition transition vitreuse/transition de blocage
- ▶ interactions transition vitreuse/transition de blocage
- ▶ rôle de la structure dans la transition de blocage

- ▶ étude numérique de l'équation dynamique
- ▶ limite de grande dimension
- ▶ schémas d'approximation de type "Mayer dynamique"
- ▶ réalisabilité de fonction de corrélation de paires
- ▶ modèle avec transitions vitreuses thermodynamique et dynamique ?