



HAL
open science

Retournement temporel des ondes ultrasonores - Application à la focalisation

Claire Prada

► **To cite this version:**

Claire Prada. Retournement temporel des ondes ultrasonores - Application à la focalisation. Optique [physics.optics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 1991. Français. NNT: . pastel-00649965

HAL Id: pastel-00649965

<https://pastel.hal.science/pastel-00649965>

Submitted on 9 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT

présentée à l'UNIVERSITE PARIS VII

par

CLAIRE PRADA

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Paris VII
Spécialité Physique Acoustique

RETOURNEMENT TEMPOREL DES ONDES ULTRASONORES APPLICATION A LA FOCALISATION

Soutenue le 19 Juin 1991, devant la commission d'examen

MM.	Pierre ALAIS	Président
	Claude BOCCARA	Rapporteur
	Michel BRUNEAU	
	Mathias FINK	
	Bernard PERRIN	Rapporteur
	André ZAREMBOVITCH	

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au laboratoire Ondes et Acoustique sous la direction de Mathias Fink. C'est d'abord à Franck Laloe que je dois ma présence dans ce laboratoire, je tiens à lui exprimer ma plus vive reconnaissance.

Je remercie Mathias Fink de m'avoir accueillie dans son équipe pour travailler sur un sujet aussi nouveau et passionnant. Ses nombreuses idées et son enthousiasme permanent ont été pour moi un précieux encouragement.

Je tiens tout particulièrement à remercier François Wu. Il m'a d'abord aidée avec une grande compétence et une patience inégalable lorsque je peinais sur des problèmes d'informatique. Il a surtout écrit tous les programmes nécessaires au fonctionnement du miroir à retournement temporel et ainsi réalisé des expériences sans lesquelles mon travail n'aurait pas le même intérêt.

Je remercie Najet Chakroun, Raoul Mallart et Jean-Louis Thomas qui ont largement contribué au travail expérimental présenté dans ce mémoire.

Je dois beaucoup à Didier Cassereau pour l'étude théorique du retournement temporel, qu'il soit assuré de toute ma reconnaissance.

Je remercie aussi Vincent Gibiat pour ces nombreux conseils en traitement du signal et en informatique, et bien sûr pour son inlassable bonne humeur.

Je suis reconnaissante à Daniel Royer qui a relu une grande partie de ma thèse avec beaucoup de minutie et qui m'a aidée à en améliorer le style et la clarté.

Je remercie également tous les membres du laboratoire qui ont d'une façon ou d'une autre contribué à mon travail.

Je suis très touchée que Bernard Perrin et Claude Boccara aient accepté d'examiner mon travail et je les en remercie. J'espère que cela sera une étape vers une plus grande collaboration entre nos laboratoires.

Enfin, je remercie le professeur Pierre Alais, le professeur Michel Bruneau et le professeur André Zarembovitch d'avoir bien voulu participer à mon jury de thèse.

Introduction.

La focalisation d'une onde ultrasonore sur une cible fixe ou en mouvement est souvent dégradée par les aberrations dues aux inhomogénéités du milieu de propagation. Ce problème se rencontre dans le domaine médical en hyperthermie comme en lithotritie. Même si la cible est localisée avec précision, il est difficile de connaître la forme d'onde à émettre dans le milieu afin d'obtenir une bonne focalisation. Les techniques d'imagerie médicale ultrasonore souffrent aussi des distorsions de front d'onde à travers la paroi abdominale. En effet la vitesse du son est loin d'être constante dans le corps humain: elle varie de 1410 m/s dans la graisse à 1600 m/s dans les muscles.

Les mêmes difficultés apparaissent en optique: les distorsions de front d'onde sont dues aux aberrations d'un système optique ou aux inhomogénéités de l'indice de réfraction. La conjugaison de phase s'est révélée une méthode de correction efficace. Le principe

est le suivant: l'onde, distordue après propagation dans le milieu aberrateur, est réfléchi par un miroir à conjugaison de phase qui engendre son onde conjuguée. Les distorsions de l'onde sont alors effacées par la propagation inverse à travers le milieu. Ce processus est utilisé pour focaliser sur une cible réfléchissante qui se comporte comme une source après illumination. Sa réalisation fait appel à des interactions à plusieurs ondes dans un milieu non linéaire. La conjugaison de phase a été mise en oeuvre en acoustique, en exploitant aussi des effets non linéaires.

En optique comme en acoustique, la conjugaison de phase est limitée aux ondes quasi-monochromatiques. Or, dans bien des applications ultrasonores, des signaux à large spectre sont utilisés et la conjugaison de phase ne peut pas s'appliquer. Les méthodes de correction développées pour l'imagerie ultrasonore ne sont efficaces que lorsque l'aberrateur est mince et proche de la barrette de transducteurs. La méthode du retournement temporel est la seule valable lorsque les inhomogénéités sont distribuées en volume car elle tient compte de la forme exacte des signaux. C'est l'analogue de la conjugaison de phase dans le domaine temporel. Elle repose sur les deux propriétés physiques suivantes:

- la propagation d'une onde dans un milieu non dissipatif est réversible,
- les transducteurs fonctionnent aussi bien en émission qu'en réception et leur réponse est une fonction linéaire de la pression instantanée.

Nous avons développé un miroir à retournement temporel constitué d'une matrice de transducteurs. Chacun est commandé par sa propre électronique (amplificateur de réception, convertisseur et émetteur programmable). La focalisation par retournement temporel sur une cible échogène est obtenue en trois étapes:

- le miroir émet une onde brève dans le milieu contenant la cible,
- le miroir capte l'onde réfléchi par la cible,

- le miroir agit de nouveau en émetteur, les N signaux retournés temporellement sont émis simultanément.

Cette procédure "en parallèle" convertit une onde divergente issue d'un réflecteur en une onde convergente focalisée sur le réflecteur. Elle est efficace lorsque celui-ci est vu à travers un milieu inhomogène. En outre, elle peut être itérée pour focaliser sélectivement sur un diffuseur fort entouré de diffuseurs d'intensité plus faible.

L'objet de ce travail est de montrer l'intérêt fondamental et pratique du miroir à retournement temporel. Les différences entre le retournement temporel et la conjugaison de phase y sont dégagées.

Les chapitres 1 à 5 concernent la focalisation ultrasonore.

La chapitre 1 situe la méthode de retournement temporel par rapport aux autres méthodes de focalisation en milieu inhomogène.

La cavité à retournement temporel est étudiée dans le chapitre 2. La question générale suivante est résolue: étant donné un volume V borné et un champ de pression $p(r, t)$ se propageant dans ce volume, comment créer le champ $p(r, T - t)$ retourné temporel du champ initial?

Le chapitre 3 est consacré à l'étude théorique du miroir à retournement temporel. Les propriétés autofocalisantes et compensatrices du miroir idéal sont démontrées en milieu faiblement inhomogène. Un modèle de miroir à retournement temporel réel est ensuite proposé. Les résultats des simulations montrent l'efficacité du retournement temporel et mettent en évidence les effets de diffraction dus à l'échantillonnage de la matrice et à la dimension des transducteurs.

Le principe du retournement temporel itératif est présenté dans le chapitre 4. Les

phénomènes de convergence sont illustrés par des simulations. En outre, une méthode matricielle de calcul de plusieurs itérations est proposée. Une interprétation physique de la matrice d'itération est donnée.

Le chapitre 5 est consacré aux résultats expérimentaux. Le miroir à retournement temporel réalisé dans notre laboratoire y est décrit. Des expériences de focalisation par retournement temporel sur différentes cibles y sont ensuite présentées.

L'objet du sixième et dernier chapitre est d'illustrer par un exemple simple de milieu fortement inhomogène (lame à face parallèles en milieu homogène), les différences entre conjugaison de phase et retournement temporel: dans le cas monochromatique, le miroir à conjugaison de phase situé d'un côté de la lame conjugue rigoureusement l'onde provenant de l'autre côté, tandis que l'opération de retournement temporel est faite au mieux de façon approchée à l'aide de deux miroirs placés de part et d'autre de la lame.

Chapitre 1

La focalisation ultrasonore

L'objet essentiel de mon travail était l'application du retournement temporel à la focalisation ultrasonore. Ce chapitre d'introduction présente d'une part les méthodes de focalisation ultrasonore développées pour l'imagerie médicale et leurs limites, d'autre part le principe et l'intérêt de la focalisation par retournement temporel.

La focalisation des ondes est nécessaire dans de nombreux domaines de la physique tels que l'optique et l'acoustique. Elle est souvent à la base de l'étude des propriétés locales d'un milieu inhomogène. Elle est aussi utile pour modifier localement les propriétés d'un milieu: hyperthermie micro-ondes et ultrasonore, fusion laser ou lithotritie (destruction des calculs rénaux ou biliaires). Suivant les cas, l'onde est focalisée à l'émission, à la réception, ou bien à l'émission et à la réception. Pour l'imagerie d'objets rayonnants, comme en astrophysique l'onde est focalisée lors de la réception. Dans toutes les tech-

niques destructives, la focalisation a lieu en émission. En microscopie ultrasonore, on focalise en émission et en réception en faisant coïncider le foyer de l'émetteur et celui du récepteur. En échographie médicale, les méthodes de focalisation dynamique nécessitent une émission peu focalisée afin d'éclairer uniformément toute la profondeur des tissus à imager. Par contre, la focalisation est optimale en réception.

Dans le domaine des ultrasons, on distingue:

- les transducteurs préfocalisés. La focalisation est obtenue grâce à une lentille acoustique ou par la géométrie courbe du transducteur, et leur distance focale est donc fixe.
- les réseaux de transducteurs indépendants, commandés par des lignes à retard dont la distance focale est ajustable. Chaque retard est calculé en fonction du chemin acoustique à parcourir d'un transducteur au point de focalisation désiré. Pour une position donnée du réseau, le point de focalisation décrit toute une zone. En outre, les focalisations en émission et en réception sont indépendantes. L'utilisation de ces réseaux tend à se généraliser en raison de leur grande souplesse d'emploi.

Dans les deux cas, la résolution axiale dépend de la durée des signaux tandis que la résolution latérale est fonction de l'ouverture, de la fréquence centrale des signaux et de la distance focale. D'après la théorie de la diffraction, en milieu homogène, un système de diamètre D focalisant à une distance F , donne, pour une longueur d'onde λ , la résolution latérale (ou largeur à 3dB) $\frac{\lambda F}{D}$. Afin d'améliorer cette résolution, on peut diminuer la longueur d'onde mais l'atténuation croissant avec la fréquence, ceci n'est pas toujours une bonne solution. On tend par contre à utiliser des ouvertures de plus en plus grandes. Cependant, en optique comme en acoustique, les résultats expérimentaux obtenus à travers certains milieux de propagation sont décevants et ne concordent pas avec la théorie en milieu homogène. Par exemple, les télescopes géants de 5 ou 6 mètres de

diamètre ont une résolution qui souvent ne dépasse pas celle des bons télescopes amateurs de 20cm d'ouverture.

1.1 Les causes d'erreur de focalisation.

Focalisation en milieu homogène.

Les premières causes d'erreur qui interviennent même lorsque le milieu de propagation est homogène, sont les suivantes:

- * une mauvaise estimation de la vitesse de propagation des ondes dans le milieu,
- * une connaissance incomplète des caractéristiques du système focalisant. Par exemple, pour un réseau de transducteurs, les éléments peuvent être mal alignés ou bien avoir des temps de réponse différents.

Ces deux difficultés sont en général surmontables car on dispose de méthodes précises de mesure de la vitesse du son et de techniques de calibration de transducteurs.

En outre, dans le cas de la lithotritie ou de l'hyperthermie, le calcul ou la tumeur à traiter doivent être localisés avec précision car une mauvaise estimation de la position du point de focalisation peut avoir des conséquences graves.

Nous verrons comment la méthode de focalisation par retournement temporel permet de lever ces difficultés.

Focalisation en milieu inhomogène.

En général, le milieu de propagation est inhomogène. C'est la cause d'erreurs supplémentaires difficiles à estimer et à compenser. En particulier, les fluctuations de vitesse induisent des distorsions de front d'onde qui risquent de dégrader considérablement la qualité de la focalisation.

On étudiera deux types d'inhomogénéités de la vitesse du son, celles dont l'échelle

des fluctuations est inférieure aux dimensions de l'ouverture et les inhomogénéités du type interface entre deux milieux de vitesses du son différentes.

Inhomogénéités du type interface:

Elles se rencontrent dans tous les problèmes d'imagerie ultrasonore où le choix du liquide de couplage entre le transducteur et le milieu étudié est déterminant. La traversée d'une interface a pour effet en première approximation (approximation paraxiale) de déplacer la tache focale. Le déplacement se fait en profondeur si l'incidence moyenne est normale à l'interface et latéralement si l'incidence est oblique. Par exemple, dans l'eau, la traversée d'une couche de graisse de 1 cm d'épaisseur déplace le point focal de 0.2mm en profondeur. C'est plus de $\lambda/3$ à 3Mhz, fréquence souvent utilisée en imagerie médicale. En général, ce type d'inhomogénéités n'affecte pas la détectabilité des sources mais entraîne une erreur sur la détermination de leur position. Cependant, pour les grandes ouvertures, l'approximation paraxiale n'est plus valable, la tache focale est alors non seulement décalée mais dégradée. On observe un élargissement du lobe principal et une redistribution de l'énergie du lobe principal vers les lobes secondaires.

Cette question a été étudiée par Frohly^[1] pour le contrôle non destructif des aciers. Dans les solides, l'existence d'ondes transverses et d'ondes longitudinales de vitesses différentes (dans l'acier $C_T = 3200\text{m/s}$ et $C_L = 5900\text{m/s}$) pose un sérieux problème pour la localisation des défauts. Afin de sélectionner les ondes transverses, on travaille dans l'eau, en incidence oblique entre l'angle critique des ondes transverses et celui des ondes longitudinales. Frohly et al. montrent que trois facteurs peuvent dégrader la focalisation: l'augmentation de la distance du point focal à l'interface, l'accroissement de l'angle d'incidence moyen du faisceau ou l'élargissement de l'ouverture. Par exemple, pour une incidence moyenne de 21° , une ouverture angulaire de 10° et un point focal à 6cm de

l'interface, le lobe principal est deux fois plus large qu'en l'absence d'interface et les lobes secondaires atteignent un niveau comparable à celui du lobe principal.

Inhomogénéités dont l'échelle des fluctuations est inférieure à l'ouverture:

Lorsque les inhomogénéités ont des dimensions caractéristiques (longueur de cohérence) inférieures à l'ouverture du système, les effets de diffusion s'ajoutent aux effets de réfraction. C'est le cas dans le corps humain, où la vitesse de propagation des ondes ultrasonores varie sur des longueurs relativement petites de 1460 m/s dans la graisse à 1600 m/s dans les muscles ou 3200 m/s dans les os. C'est aussi un problème dans certains aciers à grains.

Des efforts importants ont été menés dans le domaine médical pour caractériser les distorsions induites par la propagation des ondes ultrasonores dans le corps humain. Les distorsions induites par les os rendent l'imagerie ultrasonore du cerveau pratiquement impossible. Dans le cas de l'abdomen, il apparaît que les principales causes de distorsions sont les hétérogénéités de la paroi abdominale.

Ceci peut s'expliquer à partir du résultat suivant tiré de l'optique^[2], valable pour les ondes monochromatiques: lorsque l'on observe un milieu à travers un aberrateur mince du type écran de phase avec un détecteur dont la distance focale est F , si ρ est la distance de l'aberrateur au détecteur et si les variations de phase induites par la traversée de l'écran varient au maximum de $\pi/8$ sur une longueur Δ en moyenne, alors la résolution du système est celle d'un détecteur de diamètre $D = \frac{F}{F - \rho} \Delta$ et la résolution ou largeur à 3 dB vaut $\frac{\lambda(F - \rho)}{\Delta}$.

Le paramètre Δ peut être considéré comme la longueur de cohérence de l'écran de phase. La résolution est donc d'autant plus mauvaise que l'aberrateur est proche du récepteur. Par conséquent, ce sont en général les fluctuations de vitesse les plus proches

du récepteur qui affectent le plus la focalisation.

O'Donnel et Flax^[3] ont fait des mesures in vivo de ces distorsions pour une barrette d'ouverture 15.4 mm, constituée de 64 transducteurs fonctionnant à 3.3 Mhz. Ils montrent que chez les sujets donnant de bonnes images échographiques, les retards induits par la paroi abdominale sont faibles alors que chez les sujets donnant de mauvaises images, ces retards sont beaucoup plus importants et peuvent être de l'ordre de la demi-période acoustique.

Lorsque les inhomogénéités sont distribuées en volume les dégradations sont encore plus graves car elles n'affectent pas seulement les temps de propagation mais aussi la forme des signaux émis ou reçus par les capteurs.

Moshfeghi et Waag^[4] ont comparé la résolution obtenue avec deux transducteurs d'ouverture 19 et 50 millimètres, focalisés à 50 mm de profondeur et fonctionnant à 3 Mhz. Ils ont fait des mesures dans le foie et dans le sein. L'amélioration de la focalisation de la petite à la grande ouverture est de 50% dans l'eau, de 44% dans le foie tandis qu'elle ne dépasse pas 34% dans le sein. Ceci montre que la structure du sein est plus inhomogène que celle du foie à la fréquence de 3 Mhz utilisée. Cette dégradation de la focalisation explique la mauvaise qualité des images dans ce type d'organes.

Ces exemples justifient l'étude de méthodes de correction des aberrations induites par la propagation en milieu inhomogène.

1.2 Les méthodes de correction.

Les méthodes décrites ici ont toutes pour but l'imagerie d'objets vus à travers un aberrateur. Notre travail ne concerne pas directement l'imagerie mais ces méthodes ayant des points communs avec celle que nous utilisons, nous avons jugé utile d'en parler.

La plupart des techniques passent par la mesure des déphasages ou des retards induits par la traversée de l'aberrateur. Une fois la loi de retard déterminée, la focalisation peut être faite en émission ou en réception en retranchant aux retards de focalisation, ceux dus aux distorsions. Ces méthodes exploitent la possibilité de réaliser des réseaux de transducteurs de pas d'échantillonnage suffisamment petit (de l'ordre de $\lambda/2$ où λ est la longueur d'onde minimum du champ) pour donner l'allure spatiale du champ.

Smith et al.^[5] ont employé une source de référence pour évaluer les retards dus à la propagation à travers la boîte crânienne afin de les compenser ensuite dans la phase d'imagerie. Ils exploitent la sensibilité des récepteurs acoustiques à la pression instantanée. La source est placée d'un côté du cerveau et la barrette de transducteurs qui sert ensuite à l'imagerie est placée de l'autre côté. La source émet une onde brève qui est captée par la barrette. Les temps de vol entre la source et les éléments de la barrette sont ainsi mesurés et servent à corriger la loi de focalisation. Cette méthode a été récemment reprise par Einighammer pour faire l'imagerie du cerveau^[6].

O'Donnell et al.^[7,8] ont mis au point un procédé de correction des aberrations de phase dues à la propagation à travers la paroi abdominale qui ne nécessite pas la présence d'une source de référence mais utilise les signaux provenant d'une collection de diffuseurs non résolus* existants au sein même de l'objet à imager. Une première onde focalisée selon

* Les diffuseurs sont non résolus si les distances qui les séparent sont inférieures à la cellule de résolution du système.

une loi géométrique est émise vers le milieu, l'onde réfléchie est captée par les éléments du réseau. La loi de retard est déterminée pas à pas, par intercorrélation entre les signaux reçus par deux transducteurs voisins.

Il existe aussi des méthodes adaptatives inspirées des travaux de Muller et Buffington sur les télescopes déformables^[9]. Le principe consiste à trouver une fonction des signaux rétro-diffusés par une zone de l'objet à imager, qui caractérise le degré de focalisation. Cette fonction étant déterminée, elle est maximisée par approximations successives en faisant varier les retards imposés à chaque transducteur.

L.Nock et G.Trahey^[10] utilisent ce principe pour l'imagerie de l'abdomen, ils ont choisi comme fonction à maximiser, l'énergie moyenne du bruit rétrodiffusé (speckle) provenant d'une zone non résolue. Cette technique, comme celle de O'Donnell suppose la présence de diffuseurs répartis aléatoirement dans l'organe à imager. Elle ne converge que si la première onde envoyée dans le milieu est déjà suffisamment focalisée et ne peut donc être utilisée à travers des aberrateurs trop forts.

Hirama et al.^[11] caractérisent la qualité de la focalisation par une fonction donnant le degré de corrélation entre les signaux émis et les signaux reçus. Ils montrent que lorsque le maximum de cette fonction est atteint, l'onde est focalisée vers le point le plus réflecteur de l'objet à imager. Ce procédé nécessite des calculs assez lourds et ne semble valable que pour des signaux monochromatiques.

Les quatre méthodes rappelées ci-dessus ne sont efficaces que si les inhomogénéités se limitent à un aberrateur mince proche de la barrette de transducteurs. Elles reposent sur deux hypothèses:

* la forme temporelle et l'amplitude de l'onde n'est pas modifiée à la traversée de l'aberrateur. Autrement dit, cette traversée se traduit par des décalages temporels des signaux

reçus par chaque transducteur.

* les ondes issues des différentes parties de l'objet subissent les mêmes distorsions et en conséquence une seule loi de compensation des retards suffit pour focaliser en tous les points de l'objet.

En général, la première hypothèse n'est pas satisfaite puisqu'une onde ne conserve pas sa forme temporelle lorsqu'elle subit diffusion et diffraction. Cela se produit pour un aberrateur mince, si celui-ci est loin de la barrette à cause de la propagation entre l'aberrateur et la barrette. Les signaux mesurés par les transducteurs n'ont pas nécessairement la même allure. Ceci rend difficile le calcul des retards par inter-correlation et surtout trop élémentaire la modélisation des distorsions par une simple loi de retard.

La deuxième hypothèse n'est pas satisfaite surtout lorsque les inhomogénéités sont réparties dans le volume. Ceci est en général le cas en échographie médicale où les zones à imager font partie intégrante des zones inhomogènes.

Par conséquent, ces méthodes ne résolvent pas les problèmes de focalisation dans un milieu où les inhomogénéités sont distribuées en volume. La seule façon de focaliser dans un tel milieu est le retournement temporel. Il utilise l'onde qui provient d'une source ou d'un réflecteur situé au point où l'on désire focaliser et qui a été distordue par le milieu de propagation. Cette onde est captée et retournée temporellement selon un procédé sur lequel nous reviendrons plus loin. L'onde ainsi engendrée parcourt en sens inverse le chemin de l'onde initiale et converge naturellement vers le point source. Cette méthode prend en compte tous les détails des distorsions d'amplitude et de phase subies par l'onde à la traversée de l'aberrateur.

Le concept de miroir à retournement temporel développé au laboratoire généralise pour les signaux à large bande spectrale, celui du miroir à conjugaison de phase.

La conjugaison de phase optique.

Il est connu, depuis les années 60, que divers processus d'optique non linéaire permettent d'inverser la phase d'une onde incidente^[12]. Les deux principales méthodes de conjugaison de phase sont le mélange dégénéré à quatre ondes et la diffusion Brillouin stimulée.

Le mélange dégénéré à quatre ondes peut être interprété comme une méthode d'holographie "en temps réel". En régime monochromatique, l'holographie fournit l'onde conjuguée d'une onde objet. Le principe consiste à faire interférer l'onde objet avec une onde de référence et à enregistrer le diagramme d'interférence sur une plaque holographique. Après développement de la plaque, on obtient une transmittance qui contient l'information sur l'onde objet et sur son onde conjuguée. Cette dernière est alors engendrée en éclairant l'hologramme avec l'onde conjuguée de l'onde de référence. Ce procédé nécessite donc deux ondes de référence, l'une pour l'enregistrement de l'hologramme, l'autre pour sa relecture.

Le mélange dégénéré à quatre ondes utilise un milieu non linéaire. Celui-ci est soumis à une onde plane stationnaire intense créée par deux ondes pompes de vecteurs d'onde \vec{k} et $-\vec{k}$ de fréquence ω . L'onde objet de vecteur d'onde \vec{k}_0 de fréquence ω irradie le milieu et produit l'onde conjuguée de vecteur d'onde $-\vec{k}_0$ (figure 1.1). Tout se passe comme si l'une des ondes pompes interférait avec l'onde objet pour créer dynamiquement un hologramme relu simultanément par la deuxième onde pompe. On montre que l'intensité de l'onde réfléchie dépend de celles des 3 ondes incidentes et de la non-linéarité du milieu. Elle peut être supérieure à celle de l'onde objet. L'inconvénient de ce procédé est qu'il nécessite un parfait alignement des deux ondes pompes et une grande cohérence entre les trois ondes incidentes.

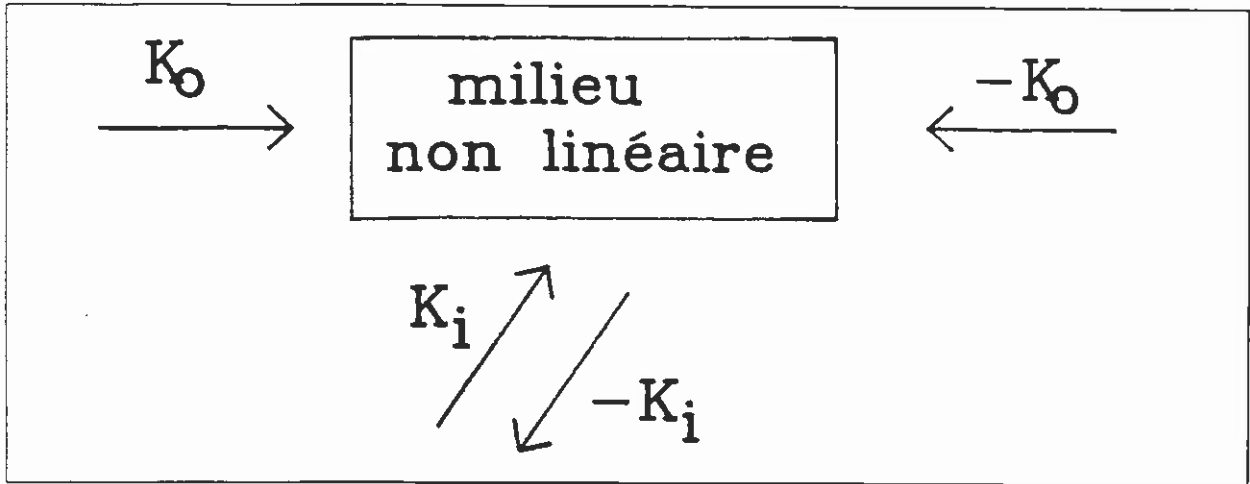


Figure 1.1: Conjugaison de phase par mélange à quatre ondes.

La conjugaison de phase par diffusion Brillouin stimulée ne présente pas ces inconvénients mais elle nécessite par contre des ondes de forte intensité et le gain est toujours inférieur à 1.

La conjugaison de phase acoustique.

En acoustique, des techniques de conjugaison de phase analogues à celles de l'optique ont été mises en évidence théoriquement^[13-15] mais les progrès expérimentaux sont cependant assez lents. Ceci est principalement dû aux très faibles non-linéarités acoustiques des milieux existants.

On peut cependant citer quelques exemples:

Brysev et Srel'tsov ont réalisé des miroirs à conjugaison de phase avec des milieux non linéaires tels que les ferrites^[16] qui permettent de conjuguer des ondes de fréquence 25 Mhz.

Masahiro Ohno^[17] a mis au point une technique de conjugaison de phase valable pour une onde de fréquence 60Mhz, grâce à un cristal de niobate de lithium.

Sato et al.^[18] utilisent un procédé holographique à l'aide d'une cellule contenant des micro-particules de $60 \mu m$ de diamètre en suspension dans un liquide. L'onde objet

et l'onde de référence ont une fréquence de 1 Mhz. L'hologramme est produit par les forces de radiation créées par l'interférence des deux ondes. Le temps d'enregistrement de l'hologramme est d'environ 30 secondes et celui-ci est très vite détruit par l'onde de relecture. Afin de fixer l'hologramme, il est nécessaire de créer une onde stationnaire par interférence entre deux ondes planes de fréquence 3.5 Mhz. Cette méthode, contrairement aux précédentes, permet de conjuguer une onde de faible fréquence mais elle nécessite quatre ondes acoustiques en plus de l'onde objet et présente l'inconvénient d'être très lente.

Ces différentes techniques sont élégantes puisqu'elles exploitent des phénomènes physiques mais elles sont difficiles à mettre en oeuvre.

Nikoonahad^[19] s'est inspiré du principe d'interaction non linéaire pour réaliser un miroir à conjugaison de phase électronique fonctionnant en temps réel. Il est constitué d'une barrette de transducteurs dont un élément sur deux fonctionne en émission et un élément sur deux en réception. Une partie de la barrette sert à mesurer le champ, l'autre à émettre le champ conjugué. Le signal transmis à un transducteur émetteur est obtenu par traitement du signal capté par le transducteur voisin. Le traitement consiste en un mélange électronique avec un signal de fréquence double et un passage dans un filtre passe-bas qui supprime la composante de fréquence triple. La phase du signal ainsi produit est l'opposée de celle du signal mesuré. Cette technique semble être efficace mais présente l'inconvénient de ne fonctionner que pour des signaux à bande étroite. En outre, elle ne semble pas encore avoir donné lieu à applications.

D'une façon générale, le défaut essentiel des méthodes de conjugaison de phase est qu'elles ne s'appliquent qu'aux ondes monochromatiques ou à enveloppe lentement variable pour lesquelles la phase est bien définie. Elles ne sont donc pas transposables aux

signaux très large bande souvent utilisés en focalisation ultrasonore.

1.3 Principe du retournement temporel.

Une onde acoustique se propageant dans un milieu non dissipatif de vitesse du son $c(\vec{r})$ et de densité $\rho(\vec{r})$ peut être décrite par le champ de pression $p(\vec{r}, t)$, où \vec{r} et t sont les variables d'espace et de temps; $p(\vec{r}, t)$ satisfait alors l'équation d'onde :

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{\rho(\vec{r})}\vec{\operatorname{grad}}p\right) - \frac{1}{\rho(\vec{r})c(\vec{r})^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}p = 0. \quad (1)$$

Cette équation ne contient qu'une dérivée seconde par rapport au temps, elle est donc invariante par retournement temporel. Par conséquent, si $p(\vec{r}, t)$ est solution de l'équation (1), alors $p(\vec{r}, -t)$ est aussi solution, de même que $p(\vec{r}, T - t)$.

La réalisation du champ $p(\vec{r}, T - t)$ à partir du champ $p(\vec{r}, t)$ dans tout un volume semble a priori impossible. Cependant, la théorie intégrale de la diffraction montre que le champ en tout point d'un volume dépend uniquement du champ sur la surface limitant ce volume. En milieu homogène, pour effectuer l'opération de retournement temporel, il suffit de retourner temporellement le champ $p(\vec{r}, t)$ sur toute la surface frontière du volume.

Principe de fonctionnement du miroir à retournement temporel.

En acoustique, l'opération de retournement temporel des ondes est réalisable grâce à l'existence de transducteurs aptes à mesurer une pression instantanée et à engendrer une grande variété de signaux. Le miroir à retournement temporel est constitué d'un réseau bidimensionnel de transducteurs. Chaque transducteur est connecté à sa propre électronique (amplificateur et convertisseur A/D pour la réception, émetteur programmable et convertisseur D/A pour l'émission).

Le procédé de focalisation par retournement temporel est le suivant: une première onde est émise vers le milieu, cette onde peut être plane ou préfocalisée afin de solliciter le réflecteur sur lequel on veut focaliser. L'onde réfléchie captée par les éléments du miroir, est ensuite traitée en parallèle: le signal délivré par chaque transducteur est numérisé, puis retourné temporellement par une procédure LIFO (Last In First Out) et chargé dans la mémoire de l'émetteur connecté au même transducteur. L'onde retournée temporellement est alors émise simultanément par tous les transducteurs.

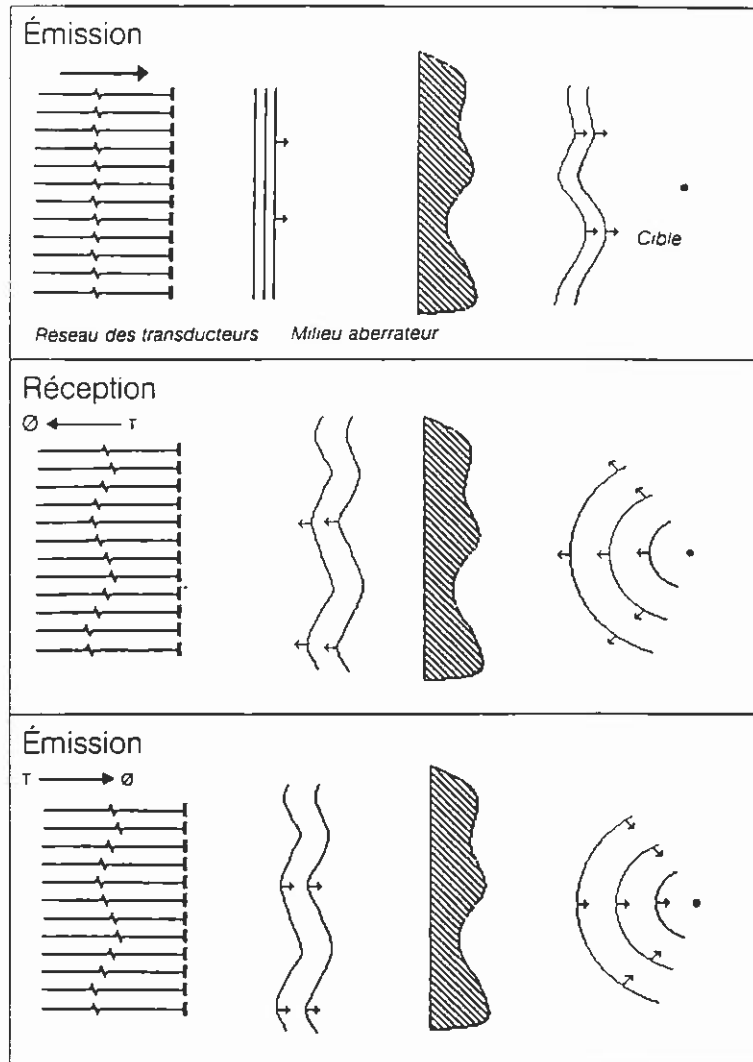


Figure 1.2: focalisation par retournement temporel à travers un milieu inhomogène. Une onde plane est émise par les transducteurs, l'écho du réflecteur distordue par l'aberrateur est capté, les signaux correspondant sont retournés temporellement et réémis pour produire une onde focalisée sur le réflecteur.

Application du retournement temporel

La première application de ce principe est la focalisation en milieu homogène. Une source ponctuelle émet une onde de la forme $p(\vec{r}, t) = \frac{\phi(t - r/C)}{r}$ où t représente le temps, r la distance à la source et C la vitesse du son. Alors l'onde retournée temporellement qui s'écrit $p(\vec{r}, T - t) = \frac{\phi(T - t - r/C)}{r}$, est une onde sphérique convergeant vers la source. Si la cible n'est pas une source active mais seulement un réflecteur, il suffit de l'exciter par une onde, plane par exemple, afin qu'il se comporte comme une source. L'onde réfléchiée par la cible est ensuite retournée temporellement, créant ainsi une onde convergente focalisée sur le réflecteur.

La deuxième application étudiée théoriquement dans le chapitre 3, est la correction des distorsions de front d'onde induites par la propagation à travers un milieu aberrateur. En effet, une onde provenant d'un réflecteur traversant un milieu inhomogène est distordue, par retournement temporel et propagation inverse dans le milieu l'onde initiale est restaurée et converge vers le réflecteur (Fig.1.2).

Retournement temporel et conjugaison de phase.

Le retournement temporel présente beaucoup de points communs avec la conjugaison de phase mais les différences sont importantes et méritent d'être mises en évidence.

Analogie:

Une onde monochromatique $p(r, t) = \Re [P_\omega(r) \exp(-i\omega t)]$ s'écrit aussi $p(r, t) = \Re (P_\omega^*(r)) \exp(i\omega t)$: l'inversion du temps $t \mapsto -t$ équivaut à la conjugaison de phase $P_\omega(r) \mapsto P_\omega^*(r)$. Plus généralement, si le champ $p(r, t)$ a pour transformée de Fourier temporelle $P_\omega(r)$, $p(r, -t)$ est caractérisée par la transformée de Fourier conjuguée $P_\omega^*(r)$. C'est en ce sens qu'il y a équivalence entre conjugaison de phase et retournement temporel.

Cela justifie l'étude théorique du miroir à conjugaison de phase idéal présentée dans le troisième chapitre.

Différences:

Il y a deux différences essentielles entre la conjugaison de phase telle qu'elle est le plus souvent obtenue et le retournement temporel. On considère que le miroir à conjugaison de phase opère en régime permanent et que toutes les ondes engendrées au cours de l'expérience interfèrent entre elles. En réalité, du fait de la causalité, il existe une période transitoire pendant laquelle les ondes ne coexistent pas encore et ne peuvent donc pas interférer. Les expériences de retournement temporel se font avec des signaux généralement très brefs et se déroulent toujours pendant la période transitoire. C'est pourquoi certaines propriétés de miroirs à conjugaison de phase ne peuvent pas s'étendre au miroir à retournement temporel.

En régime permanent, les réflexions multiples à l'intérieur du milieu de propagation sont toutes prises en compte. Ceci est tout à fait réaliste compte tenu de la vitesse de propagation des ondes lumineuses et des dimensions des systèmes optiques. En acoustique, les vitesses sont telles que, dans bien des cas, la durée de mesure ne permet pas de tenir compte des échos multiples internes au milieu.

La conjugaison de phase se faisant en régime permanent, l'onde conjuguée interfère avec l'onde incidente, de ce fait il se crée en plus des échos internes au milieu, des échos multiples entre le milieu et le miroir à conjugaison de phase. Ceci autorise la conjugaison d'une onde aussi bien dans les milieux faiblement inhomogènes, où la première approximation de Born est valable, que dans les milieux fortement inhomogènes. En revanche, le retournement temporel se fait en temps différé, c'est-à-dire qu'il comporte une phase d'écoute et une phase d'émission qui sont distinctes. Par conséquent, les réflexions de

l'onde conjuguée sur l'aberrateur ne subissent pas l'opération de retournement temporel.

Le chapitre 6 a pour objet d'illustrer les conséquences de ces différences par l'exemple simple de la lame à face parallèles. Il montre la nécessité d'utiliser deux miroirs placés de part et d'autre de la lame et met en évidence l'effet d'un retournement temporel sur un temps fini.

Chapitre 2

La cavité à retournement temporel.

Cas du milieu homogène.

Énonçons le problème de manière tout à fait générale: étant donné un champ de pression $p(\vec{r}, t)$ se propageant dans un volume V , comment créer le champ $p(\vec{r}, T - t)$ renversé temporel du champ initial?

Le principe de la cavité à retournement temporel est d'abord décrit dans le cas d'un fluide homogène. Nous montrons qu'elle résout partiellement le problème énoncé. Nous déterminons ensuite quelle est l'image d'une source ponctuelle par une telle cavité et nous montrons que cette image ne peut reproduire la source avec une précision infinie. Ce dernier résultat inspiré de travaux de l'opticien Porter^[20] a été établi par Didier Cassereau^[21]. Nous en proposons ici une généralisation simple.

Préliminaire: simplification du problème.

Le problème précédemment posé peut être précisé en formulant 3 observations:

1. Le champ ne peut pas être mesuré en tout point du volume. Ne sont observables que les valeurs moyennes spatiales du champ sur des éléments de surface correspondant aux transducteurs utilisés.

2. Le champ ne peut être mesuré pendant un temps infini et avec une précision infinie. En effet, il faut nécessairement interrompre la phase de mesure pour imposer de nouvelles conditions aux limites sur la surface de la cavité. En outre, la pression n'est connue qu'à travers des signaux numériques obtenus par la conversion A/D des signaux fournis par les transducteurs.

Les difficultés liées à l'échantillonnage spatial et temporel inhérent à tout appareil de mesure et à la réponse acousto-électrique des transducteurs limitent les performances de la cavité, ce problème sera abordé dans les chapitres suivants. Dans ce chapitre, nous supposons qu'il est possible de mesurer le champ (ou sa dérivée normale) en tout point de la frontière du volume V et pendant une durée T .

3. Le champ doit être nul à la fin du temps de mesure. Cette restriction est cruciale, elle n'est pas toujours satisfaite dans les situations expérimentales. Nous étudierons dans le chapitre 6 un cas défavorable qui est celui de la lame à faces parallèles.

2.1 Renversement temporel dans un volume homogène.

La cavité à retournement temporel telle que nous l'étudions ici, peut être conçue comme une idéalisation des miroirs à retournement temporel qui ont été réalisés expérimentalement au laboratoire. Nous montrons qu'une telle cavité assure le retournement temporel du champ se propageant dans le volume V . Ceci découle du théorème d'unicité suivant^[22]:

Théorème d'unicité: Soient V un volume borné de \mathbb{R}^3 de frontière S régulière et S_o une partie de S . Soit $p(\vec{r}, t)$ une onde se propageant dans V , alors si $p(\vec{r}, t)$ satisfait dans V à l'équation des ondes homogène et si $p(\vec{r}, t)$ satisfait aux conditions aux limites

$$p(\vec{r}, t) = 0 \text{ pour } \vec{r} \in S_o, \quad 0 < t < T,$$

$$\frac{\partial p}{\partial n}(\vec{r}, t) = 0 \text{ pour } \vec{r} \in S - S_o, \quad 0 < t < T,$$

et les conditions initiales $p(\vec{r}, 0) = \frac{\partial p}{\partial t}(\vec{r}, 0) = 0$ dans V ,

alors $p(\vec{r}, t) = 0$ dans $V \times]0, T[$.

En conséquence, si deux champs $p_1(\vec{r}, t)$ et $p_2(\vec{r}, t)$ vérifient l'équation des ondes homogène et satisfont les mêmes conditions aux limites et les mêmes conditions initiales alors ils sont identiques dans tout le volume pour tout t , $0 < t < T$.

Dans cette démonstration, comme dans la suivante, on choisit les origines des temps de façon à avoir $t = 0$ au début de la phase d'écoute et de même $t = 0$ au début de la phase d'émission.

1. Phase d'écoute.

Dans un premier temps, on mesure le champ $p(\vec{r}, t)$ (ou sa dérivé normale) sur la surface S , pendant l'intervalle de temps $]0, T[$. On suppose que ce champ est nul dans tout le volume V à la fin de la mesure c'est-à-dire pour $t = T$.

2. Phase d'émission.

Dans un deuxième temps, on suppose que les conditions initiales sont nulles (le champ et sa dérivée temporelle sont nuls dans tout le volume, à $t = 0$ pour la nouvelle origine des temps), en utilisant les mesures de la phase d'écoute, on impose sur la surface S le

champ $p_{tr}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, T - t)$ pendant l'intervalle de temps $]0, T[$. Le champ $p(\vec{r}, T - t)$ satisfait aux conditions aux limites imposées et aux conditions initiales nulles, c'est donc nécessairement la solution du problème, en vertu du théorème d'unicité. Le champ dans tout le volume est par conséquent $p_{tr}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, T - t)$ pour $t \in]0, T[$. On a donc reconstruit toute la dépendance en \vec{r} .

En outre, d'après le théorème d'unicité, on obtient le même résultat en mesurant la dérivée normale du champ et en imposant $\frac{\partial p_{tr}}{\partial n}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p}{\partial n}(\vec{r}, T - t)$ sur la surface S . On peut même panacher la condition aux limites, c'est-à-dire choisir d'imposer le champ sur une partie de S et d'imposer la dérivée normale du champ sur l'autre partie de S .

2.2 Image d'un point par la cavité à retournement temporel.

Supposons maintenant que le champ à retourner temporellement est issu d'une source ponctuelle située à l'intérieur de la cavité en \vec{r}_s . Déterminons quel sera le champ obtenu par retournement temporel en l'absence de source dans le volume V . Nous allons retrouver le résultat que Didier Cassereau a calculé par l'intégrale de Kirchhoff. Nous proposons ici une méthode déductive qui utilise le théorème d'unicité.

1. Phase d'observation.

Pour un point d'observation \vec{r} , l'onde issue de la source est $p(\vec{r}, t) = \frac{\phi(t - r/c)}{r}$ où $r = |\vec{r}_s - \vec{r}|$ et $\phi(t)$ le signal émis par la source. On suppose que la phase d'émission de la source est limitée à l'intervalle de temps $]0, a[$, c'est à dire que $\phi(t) = 0$ pour $t < 0$ et $t > a$. On appelle d_{max} la distance maximum d'un point de la surface à la source. On suppose pour faciliter la démonstration que a est inférieur à $\frac{d_{max}}{c}$. Le champ dans le volume V est nul à partir du temps $T = a + \frac{d_{max}}{c}$. On choisit donc de mesurer le champ pendant l'intervalle de temps $]0, T[$.

La figure 2.1a illustre la progression de l'onde dans le volume V . Au temps $t = 0$ le champ est nul, au temps $t = a$ l'émission de la source se termine juste, à $t = b$ le champ atteint la surface S , à $t = c$ la phase de mesure du champ se poursuit et enfin à $t = T$ le champ est à nouveau nul dans tout le volume.

Remarque: lorsque la source a cessé d'émettre, c'est à dire pour $t > a$, le champ satisfait l'équation d'onde homogène dans tout le volume V .

2. Phase d'émission.

On impose maintenant le champ $p(\vec{r}, T - t)$ (ou sa dérivée normale) sur la surface S en partant de conditions initiales nulles comme dans le paragraphe précédent (2.1). D'après la remarque, on peut appliquer le résultat du paragraphe 2.1 pour l'intervalle de temps $[0, T - a]$. Le champ dans le volume V est donc $p_{tr}(\vec{r}, t) = \frac{\phi(T - t - r/c)}{r}$ pendant cet intervalle.

Détermination du champ pour $t > T - a$:

Il est maintenant intéressant de savoir ce que devient le champ au delà de $t = T - a$. On a un nouveau problème avec conditions initiales et sans condition aux limites, on peut donc l'étendre à tout l'espace en prolongeant le champ par 0 en dehors de V . Les conditions initiales étant à symétrie sphérique, la solution postulée est aussi à symétrie sphérique.

Elle se met sous la forme

$$p_{tr}(\vec{r}, t) = \frac{f(t - r/c)}{r} + \frac{g(t + r/c)}{r}$$

En l'absence de source, la solution doit être bornée. Il existe donc une constante A telle que

$$\left| \frac{f(t - r/c)}{r} + \frac{g(t + r/c)}{r} \right| < A.$$

En appliquant l'inégalité pour $r = 0$, il vient $f(t) = -g(-t)$.

Le champ $\frac{\phi(T-t-r/c)}{r} - \frac{\phi(T-t+r/c)}{r}$ satisfait à cette condition. En outre, pour $t \leq T-a$ on a $T-t+r/c \geq a$ pour tout \vec{r} , donc le terme $\frac{\phi(T-t+r/c)}{r}$ est identiquement nul. Par conséquent ce champ satisfait aux conditions initiales imposées pour $t = a$. Finalement, la solution pour tout $t > 0$ s'écrit

$$p_{tr}(\vec{r}, t) = \frac{\phi(T-t-r/c)}{r} - \frac{\phi(T-t+r/c)}{r}$$

La figure 2.1b illustre la progression de l'onde $p_{tr}(\vec{r}, t)$. Au temps $t = T-c$, c'est la phase d'émission, à $t = T-b$ cette phase est terminée, à $t = T-a$ l'onde arrive à l'origine et à $t = T$ il n'y a plus que l'onde divergente $-\frac{\phi(T-t+r/c)}{r}$.

Le champ reconstruit est donc la somme d'une onde convergente qui est la retournée temporelle de l'onde émise par la source et d'une onde divergente qui interfère avec la première onde pendant une durée égale au temps d'émission de la source.

On peut définir une réponse impulsionnelle de la cavité à retournement temporel, soit

$$h(\vec{r}, t) = \frac{\delta(T-t-r/c)}{r} - \frac{\delta(T-t+r/c)}{r}$$

Dans le cas d'une source monochromatique, le champ de pression obtenu par retournement temporel est

$$P_{tr}(\vec{r}, \omega) = h(\vec{r}, t) \otimes e^{j\omega t}$$

C'est-à-dire

$$P_{tr}(\vec{r}, \omega) = 2j e^{j\omega(t-T)} \frac{\sin(\omega \frac{r}{c})}{r}$$

La dépendance spatiale en sinus cardinal entraîne que l'image d'un point est une tache de largeur $\lambda/2$. Ceci est un résultat classique en théorie de la diffraction. En conséquence, l'image d'un objet par une cavité à retournement temporel ne comporte pas les détails de l'objet qui correspondent à des fréquences spatiales supérieures à $1/\lambda$.

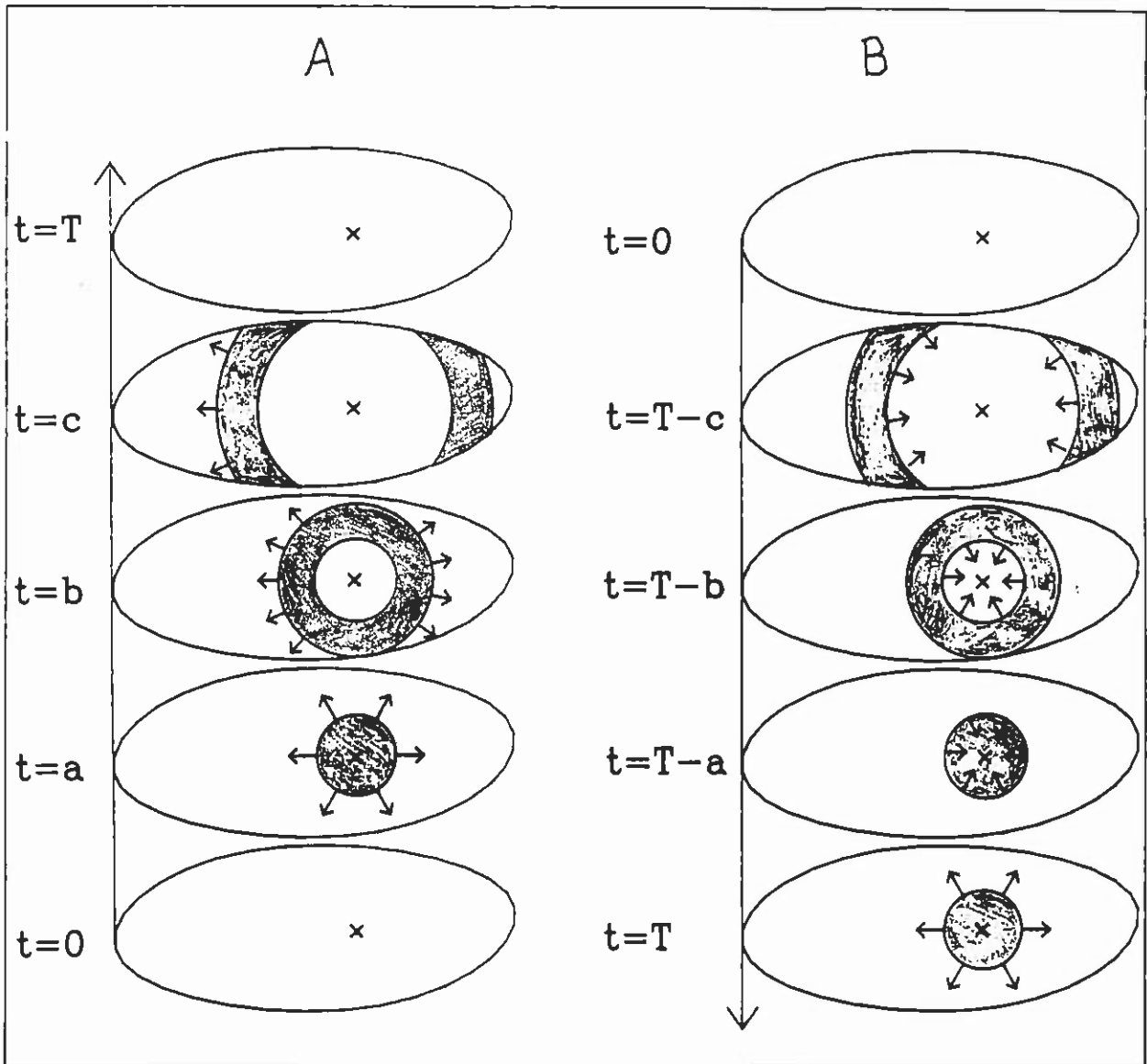


Figure 2.1 a: progression de l'onde émise, b: progression de l'onde retournée temporellement.

Les limites de la cavité.

Les difficultés apparaissent lorsque le point sur lequel on veut focaliser n'est plus une source spontanée mais seulement un réflecteur. Il faut alors solliciter ce réflecteur afin qu'il se comporte lui même comme une source en émettant une première onde d'excitation. Dans ce cas, il est difficile de dissocier l'onde d'excitation de l'onde réfléchi par le diffuseur que l'on souhaite retourner temporellement.

Pour s'en convaincre il suffit de considérer l'exemple suivant:

Un réflecteur R placé au centre d'une cavité est excité par une source située en un point A de la surface. L'onde réfléchie par le diffuseur arrive en B point opposé à A sur la surface en même temps que l'onde émise par A. (figure 2.2) Dans ce cas, l'opération de renversement temporel génère une onde qui converge vers A en plus de l'onde convergeant vers le réflecteur R.

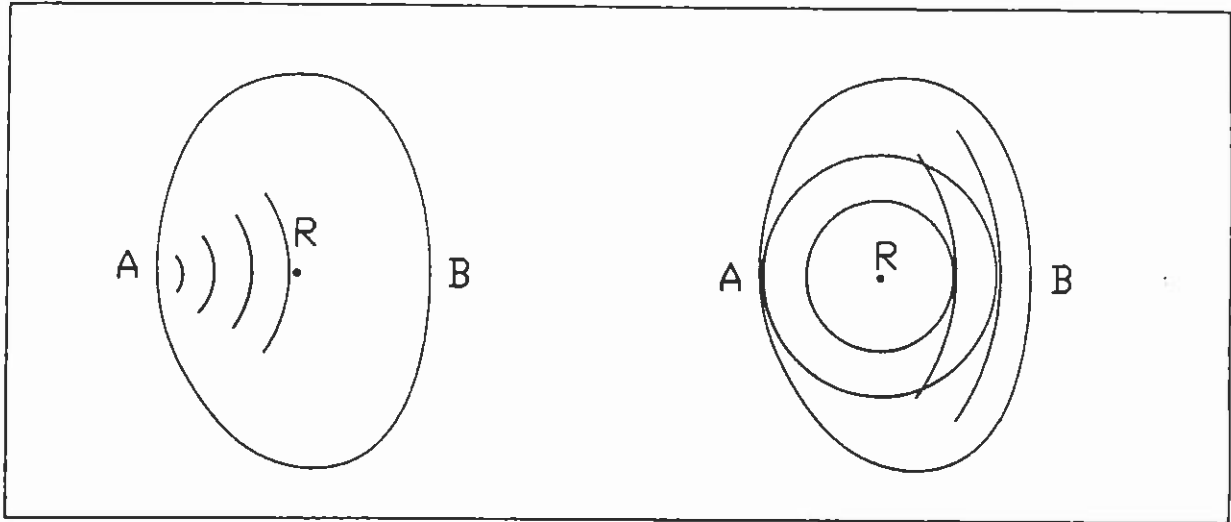


Figure 2.2: Cavité et réflecteur: l'onde d'excitation et l'onde réfléchie interfèrent.

De plus, la réalisation d'un dispositif de mesure qui couvre toute une surface fermée présente des difficultés techniques. En outre, dans bien des situations expérimentales seule une face du milieu étudié est accessible. Il est donc souvent plus facile de mesurer le champ dans un plan situé d'un côté du milieu. En choisissant un plan situé du côté de la source d'émission, on lève la difficulté relative au mélange de l'onde d'excitation et de l'onde réfléchie. Nous étudions cette méthode dans la partie suivante qui est consacrée au miroir à retournement temporel.

Chapitre 3

Le miroir à retournement temporel.

Cas du milieu homogène ou faiblement inhomogène.

Le principe du miroir à retournement temporel plan est analogue à celui de la cavité à retournement temporel. Les effets obtenus sont cependant un peu différents car contrairement à la cavité, le miroir n'agit que sur une partie des ondes: les ondes qui se propagent dans la direction opposée à celle du miroir ne subissent pas l'opération de retournement temporel. Cette propriété sera exploitée pour l'itération du processus (chapitre 4).

3.1 Le miroir à conjugaison de phase idéal.

Nous nous limitons dans cette partie aux ondes monochromatiques en étudiant le miroir à conjugaison de phase plan infini et en adoptant le point de vue des opticiens Agarwal, Wolf et Frieberg^[23]. Cependant toutes les démonstrations que nous donnons respectent la distinction entre la phase de mesure et la phase d'émission inhérente à

l'opération de retournement temporel et peuvent donc s'étendre à des ondes de spectre de fréquence plus complexe. Après avoir rappelé les résultats établis par Agarwal et al. sur la réflexion d'une onde par un miroir à conjugaison de phase, nous déterminons l'image d'un point par un tel miroir. Nous montrons ensuite que la présence d'un milieu faiblement inhomogène entre le point et le miroir n'altère pas cette image.

Transformation d'une onde par un miroir à conjugaison de phase idéal.

Le miroir à conjugaison de phase est une modélisation de l'opération physique réelle selon laquelle l'interaction du champ $P(\vec{r})$ avec le miroir engendre un champ réfléchi $P_c(\vec{r})$ tel que

$$P_c(\vec{r}) = P^*(\vec{r}) \quad \text{pour tout point } \vec{r} \text{ dans le plan du miroir.} \quad (2)$$

Autrement dit, le champ est simultanément conjugué dans le plan du miroir et réfléchi comme par un miroir ordinaire.

L'effet du miroir sur une onde monochromatique de pulsation $\omega = ck$ peut être déterminé à partir de sa décomposition en ondes planes.

Supposons que le miroir est situé dans le plan $\pi_M \{z = z_M\}$. et considérons une onde se propageant dans le demi-espace $\{z > z_M\}$ vers le plan π_M . Adoptons les notations suivantes: $\vec{K} = (k_x, k_y)$ et $\vec{X} = (x, y)$.

La décomposition en ondes planes de $P(\vec{r})$ s'exprime à partir de sa transformée de Fourier bidimensionnelle $A(\vec{K})$ dans un plan orthogonal à l'axe z :

$$P(\vec{X}, z) = \int_{R^2} A(\vec{K}) \exp(i(\vec{K}\vec{X} - k_z z)) d\vec{K}, \quad (5)$$

$$\text{où} \quad k_z = \begin{cases} (k^2 - |\vec{K}|^2)^{1/2} & \text{si } |\vec{K}|^2 \leq k^2, \\ i(|\vec{K}|^2 - k^2)^{1/2} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6)$$

Dans cette décomposition les ondes planes sont propagatives si $|\vec{K}|^2 \leq k^2$ et évanescentes sinon. Considérons séparément ces deux cas.

Onde propagative:

Soit $P(\vec{X}, z)$ une onde plane élémentaire se propageant vers le plan π_M , elle s'écrit $P(\vec{X}, z) = A \exp(i(\vec{K}\vec{X} - k_z z))$ avec $k_z > 0$. La conjugaison dans le plan (π_M) conduit à

$$P_c(\vec{X}, z_M) = A^* \exp(-i(\vec{K}\vec{X} - k_z z_M)), \quad (7)$$

et la réflexion change le terme $\exp(-ik_z z)$ en $\exp(ik_z z)$ (figure 3.1). Le champ résultant est donc

$$P_c(\vec{X}, z) = A^* \exp(-i(\vec{K}\vec{X} - k_z z)). \quad (8)$$

Par conséquent, le miroir à conjugaison de phase (PCM) produit exactement le conjugué du champ incident $P(\vec{r})$.

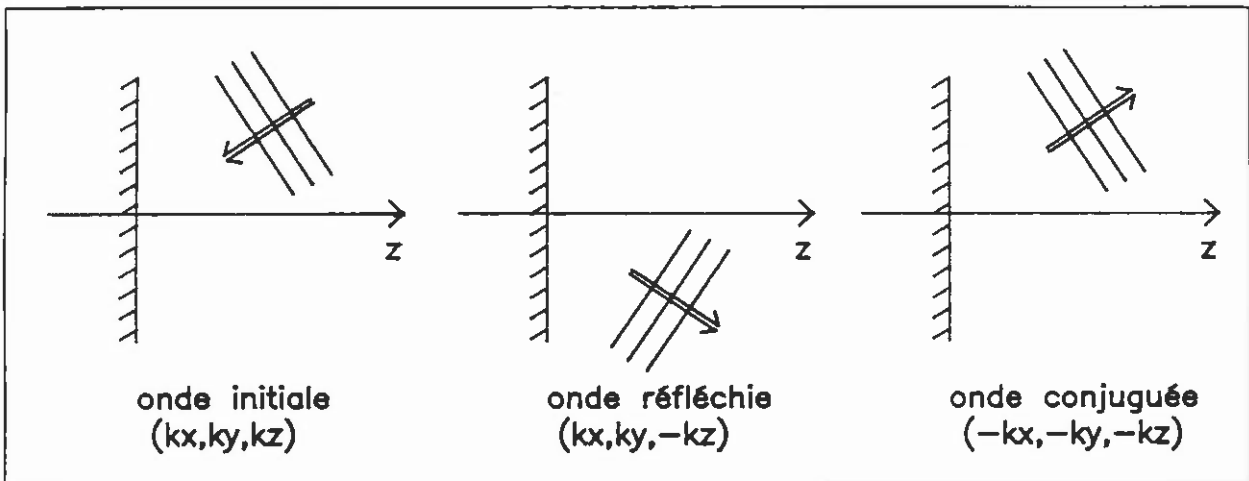


Figure 3.1: Réflexion d'une onde plane propagative par le miroir à conjugaison de phase.

Onde évanescente:

L'effet du miroir à conjugaison de phase sur une onde évanescente n'a pas été mis en évidence expérimentalement. Il est cependant intéressant d'étudier son comportement vis-à-vis d'une onde évanescente.

Soit $P(\vec{X}, z)$ une onde plane évanescente décroissant vers le plan (π_M) , elle s'écrit $P(\vec{X}, z) = A \exp(i\vec{K}\vec{X}) \exp(\nu z)$ avec $\nu = (|\vec{K}|^2 - k^2)^{1/2}$.

Remarque: Etant donné que l'onde décroît vers le plan π_M et dans le demi-espace $\{z > z_M\}$, la dépendance en z est $\exp(\nu z)$ et non l'habituel $\exp(-\nu z)$.

La conjugaison dans le plan (π_M) conduit au champ

$$P_c(\vec{X}, z_M) = A^* \exp(-i\vec{K}\vec{X}) \exp(\nu z_M), \tag{9}$$

La réflexion change $\exp(\nu z)$ en $\exp(-\nu z)$. La champ résultant est donc

$$P_c(\vec{X}, z) = A^* \exp(-i\vec{K}\vec{X}) \exp(2\nu z_M - \nu z). \tag{10}$$

P_c est aussi une onde évanescente mais elle est différente de l'onde conjuguée P^* (figure 3.2).

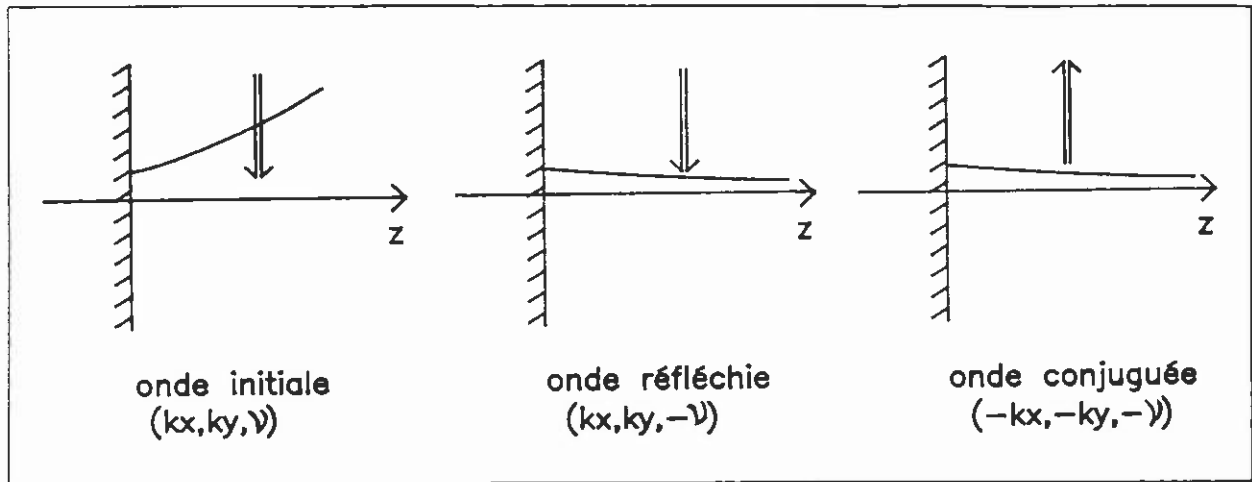


Figure 3.2: Réflexion d'une onde évanescente par le miroir à conjugaison de phase.

Cas général:

Soit $P(\vec{r})$ une onde quelconque donnée par l'équation (5). Compte tenu des équations (8) et (10), l'onde réfléchie par le MPC est:

$$\begin{aligned}
 P_c(\vec{X}, z) = & \int_D A^*(\vec{K}) \exp(-i(\vec{K}\vec{X} - k_z z)) d\vec{K} \\
 & + \int_{R^3 - D} A^*(\vec{K}) \exp(-i(\vec{K}\vec{X} - 2k_z z_M + k_z z)) d\vec{K} \tag{11}
 \end{aligned}$$

avec $D = \{|\vec{K}|^2 \leq k^2\}$

Si P est une onde purement propagative alors on a rigoureusement dans tout le demi-espace

$$P_c = P^*. \quad (12)$$

Les ondes évanescentes sont généralement dues à une source ou à un diffuseur de dimensions inférieures à la longueur d'onde. Elles sont négligeables à quelques longueurs d'onde de leur origine compte tenu de leur décroissance exponentielle. Nous adopterons cette hypothèse dans tout ce qui suit.

Focalisation en milieu homogène.

Considérons un réflecteur situé au point $\vec{r}_S = (x_S, y_S, z_S)$ avec $z_S > z_M$, caractérisé par son coefficient de réflexion R fonction de ω . Par exemple, s'il s'agit d'une inhomogénéité de compressibilité, $R = -k^2 \frac{\Delta\chi}{\chi_o} V$ où V est le volume du réflecteur, χ_o la compressibilité du milieu et $\chi_o + \Delta\chi$ la compressibilité dans le volume V . Si V est suffisamment petit par rapport à la longueur d'onde, le réflecteur peut être considéré comme ponctuel.

Les trois étapes du procédé de focalisation sont les suivantes:

- 1 - Une première onde plane $P_{1i}(\vec{r})$ est émise par le miroir vers la zone d'intérêt (mode d'émission).
- 2 - L'onde $P_{1i}(\vec{r})$ est réfléchiée par la cible et donne naissance à l'onde $P_r(\vec{r})$. Cette dernière onde est enregistrée dans le plan du miroir (mode de réception).
- 3 - $P_r(\vec{r})$ est conjuguée et transmise au milieu (mode d'émission). La nouvelle onde incidente est $P_{2i}(\vec{r}) = P_{rc}(\vec{r})$. Nous allons montrer que l'onde $P_{2i}(\vec{r})$ est bien focalisée sur la cible.

On a $P_r(\vec{r}) = RP_{1i}(\vec{r}_S)S(\vec{r} - \vec{r}_S)$ où $S(\vec{r} - \vec{r}_S) = \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_S|)}{|\vec{r} - \vec{r}_S|}$ est l'onde sphérique

issue du point \vec{r}_S . La décomposition en ondes planes de $S(\vec{r}) = \frac{\exp(ik|\vec{r}|)}{|\vec{r}|}$ est donnée par l'intégrale de Weyl

$$S(\vec{r}) = \int_{R^2} \frac{i}{2\pi k_z} \exp(i(\vec{K}\vec{X} + k_z|z|)) d\vec{K}, \quad (13)$$

où k_z est défini par l'équation (6).

$S(\vec{r})$ peut être décomposé en deux termes: $S(\vec{r}) = S^p(\vec{r}) + S^e(\vec{r})$,

$$\text{où } \begin{cases} S^p(\vec{r}) = \int_D \frac{i}{2\pi k_z} \exp(i(\vec{K}\vec{X} + k_z|z|)) d\vec{K}, \\ S^e(\vec{r}) = \int_{R^2-D} \frac{i}{2\pi k_z} \exp(i(\vec{K}\vec{X} + k_z|z|)) d\vec{K}. \end{cases} \quad (14)$$

$S^p(\vec{r})$ correspond à la partie propagative et $S^e(\vec{r})$ à la partie évanescente de $S(\vec{r})$.

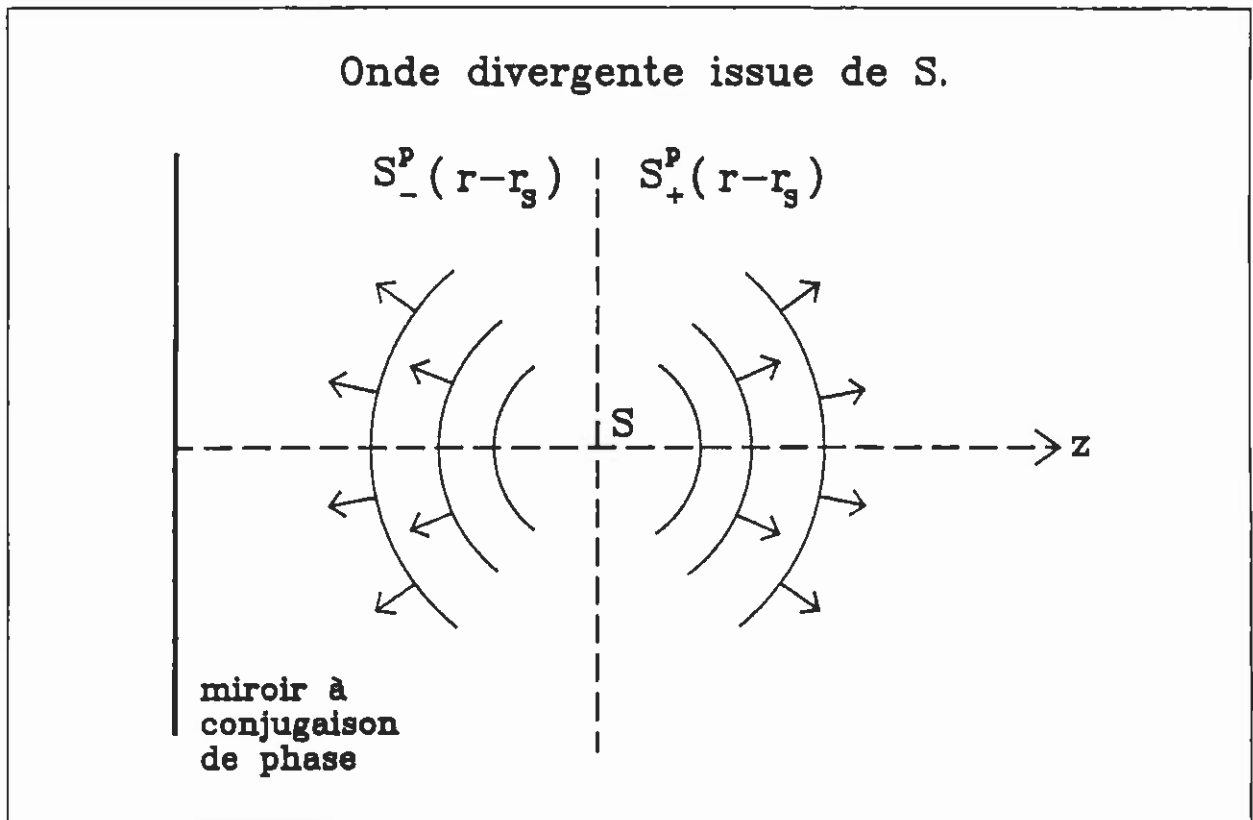


Figure 3.3: Onde sphérique divergente issue du point S.

L'expression de $S^p(\vec{r})$ est différente pour $z < 0$ et $z > 0$ et on peut écrire (figure 3.3)

$$S^p(\vec{r}) = H(z)S_+^p(\vec{r}) + H(-z)S_-^p(\vec{r}),$$

$$\text{où } \begin{cases} H \text{ est la fonction de Heaviside,} \\ S_+^p(\vec{r}) = \int_D \frac{i}{2\pi k_z} \exp(i(\vec{K}\vec{X} + k_z z)) d\vec{K}, \\ S_-^p(\vec{r}) = \int_D \frac{i}{2\pi k_z} \exp(i(\vec{K}\vec{X} - k_z z)) d\vec{K}. \end{cases} \quad (15)$$

A partir de cette décomposition on détermine l'effet du MCP sur l'onde sphérique $S(\vec{r} - \vec{r}_S)$, en négligeant la partie évanescente de S . L'onde qui arrive sur le MCP est $S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_S)$. D'après l'équation (12), l'onde produite par le MCP dans le demi-espace $z > z_M$ est l'onde conjuguée de l'onde incidente S_-^p , on a donc

$$S_c(\vec{r} - \vec{r}_S) = S_-^{p*}(\vec{r} - \vec{r}_S). \quad (16)$$

Dans la bande $z_M < z < z_s$, $S_c(\vec{r} - \vec{r}_S)$ est la partie propagative de l'onde convergente $\frac{\exp(-ik|\vec{r} - \vec{r}_S|)}{|\vec{r} - \vec{r}_S|}$.

Si l'on regarde l'équation (15), on constate que $S_-^{p*}(\vec{r}) = -S_+^p(\vec{r})$, par conséquent dans le demi-espace $z < z_S$ on a $S_c(\vec{r} - \vec{r}_S) = -S_+^p(\vec{r} - \vec{r}_S)$, ceci est la partie propagative de l'onde divergente $-\frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_S|)}{|\vec{r} - \vec{r}_S|}$.

L'onde produite par le MCP converge vers la cible entre celle-ci et le miroir et diverge au delà. De plus l'onde divergente est de signe opposé à l'onde convergente. Ceci est cohérent avec le résultat obtenu pour la cavité à retournement temporel.

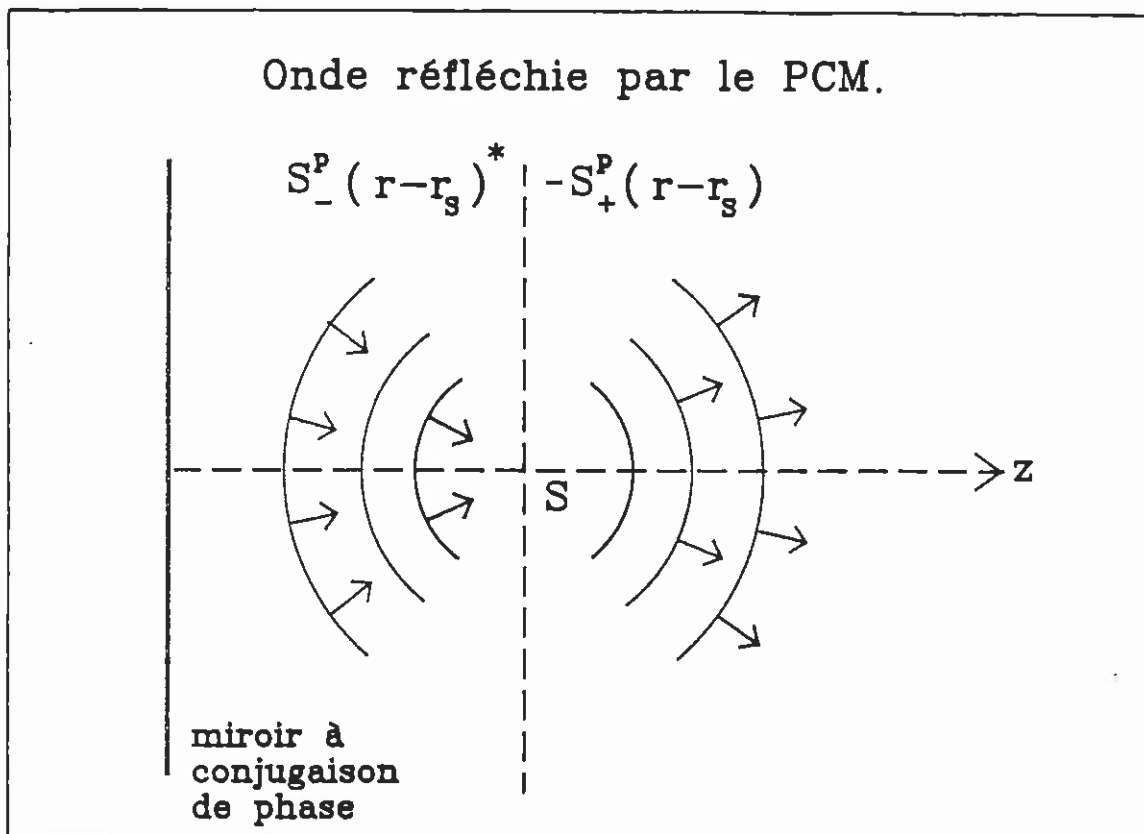


Figure 3.4: Réflexion de l'onde sphérique par le MCP: l'onde converge du miroir vers S et diverge au delà.

Entre le miroir et la source, on reconstruit une onde sphérique convergente aux composantes évanescentes près. La focalisation ainsi obtenue est la meilleure possible compte tenu des limites de la diffraction.

Focalisation à travers un milieu faiblement inhomogène.

Dans ce paragraphe, on démontre que la présence d'un milieu inhomogène entre le MCP et la cible réfléchissante ne dégrade pas la qualité de la focalisation sous réserve que les conditions suivantes soient réunies:

- les ondes évanescentes sont négligeables,
- le milieu est non dissipatif,
- les inhomogénéités sont suffisamment faibles pour que la première approximation de

Born soit valable.

- les ondes rétrodiffusées peuvent être négligées.

On suppose que S est un réflecteur ponctuel situé en r_S comme dans le paragraphe précédent, et que le milieu inhomogène occupe un volume V limité par les plans $\{z = z_1\}$ et $\{z = z_2\}$.

Le milieu est caractérisé par la compressibilité $\chi(\vec{r}) = \chi_o + \Delta\chi(\vec{r})$. Une onde $P(\vec{r})$, satisfait l'équation $\Delta P(\vec{r}) + k^2 P(\vec{r}) = s(\vec{r})P(\vec{r})$ dans le volume V , où $s(\vec{r}) = -k^2 \frac{\Delta\chi(\vec{r})}{\chi_o}$ est la densité de source. Si $P_i(\vec{r})$ est une onde incidente sur le milieu, celle-ci est diffusée et l'onde totale $P'_i(\vec{r})$ satisfait l'équation intégrale

$$P'_i(\vec{r}) = P_i(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_V P'_i(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_0|)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} d^3\vec{r}_0 \quad (21)$$

Le terme intégral de l'équation (21) correspond au champ diffusé. Si les inhomogénéités sont faibles, ce champ est petit devant $P_i(\vec{r})$ et $P'_i(\vec{r})$ peut être remplacé par $P_i(\vec{r})$ dans l'intégrale, c'est la première approximation de Born. L'équation (21) devient alors

$$P'_i(\vec{r}) = P_i(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_V P_i(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_0|)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} d^3\vec{r}_0 \quad (22)$$

Pour \vec{r} suffisamment loin du milieu inhomogène en particulier au voisinage de la cible ou du miroir à conjugaison de phase, on néglige la partie évanescence de $\frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_0|)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$, l'équation (22) s'écrit alors

$$P'_i(\vec{r}) = P_i(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_V P_i(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) S^p(\vec{r} - \vec{r}_0) d^3\vec{r}_0 \quad (23)$$

Considérons maintenant le procédé de focalisation et les diverses ondes qui entrent en jeu:

1 - Une première onde incidente $P_{1i}(\vec{r})$ est émise par le MCP vers la cible à travers le milieu inhomogène (mode d'émission). Cette onde est diffusée, donnant naissance à l'onde $P_{1id}(\vec{r})$ (Fig.3.5).

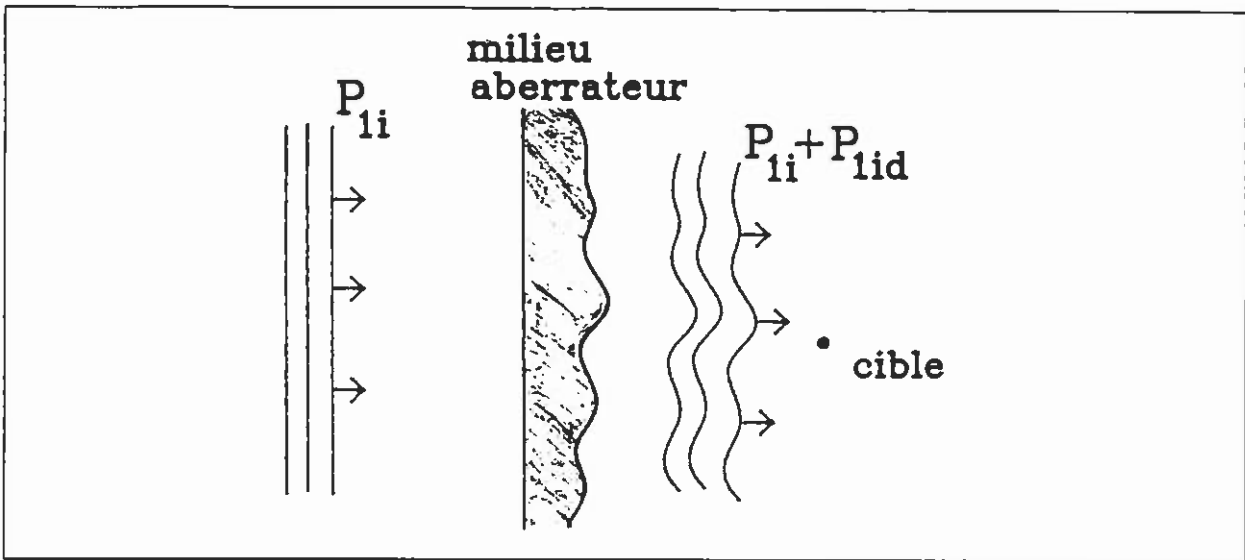


Figure 3.5: Emission d'une onde à travers le milieu aberrateur.

2 - L'onde totale $P'_{1i}(\vec{r}) = P_{1i}(\vec{r}) + P_{1id}(\vec{r})$ est réfléchiée par la cible en l'onde $P_r(\vec{r}) = KP'_{1i}(\vec{r}_S)S(\vec{r} - \vec{r}_S)$. Cette dernière onde est diffusée dans le volume V en l'onde $P_{rd}(\vec{r})$. L'onde totale $P'_r(\vec{r}) = P_{rd}(\vec{r}) + P_r(\vec{r})$ est enregistrée par le MCP (mode de réception) (Fig.7).

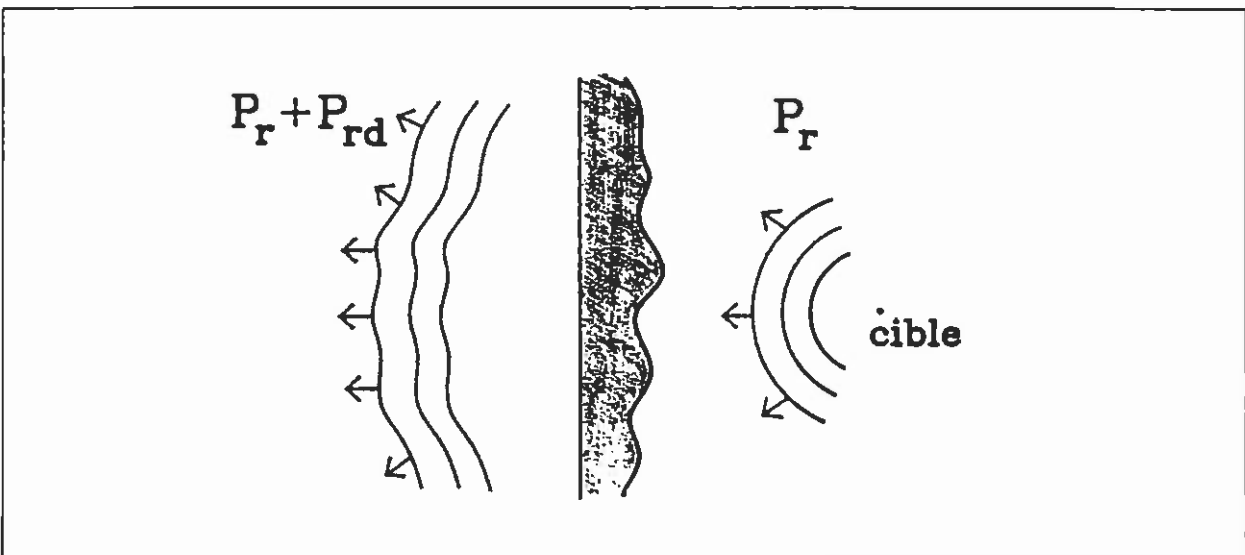


Figure 3.6: Réflexion de l'onde et propagation inverse à travers le milieu aberrateur.

3 - $P'_r(\vec{r})$ est conjuguée et réémise (mode d'émission). La nouvelle onde incidente $P_{2i}(\vec{r}) = P_{rdc}(\vec{r}) + P_{rc}(\vec{r})$ est diffusée. Dans la première approximation de Born, seule la diffusion de $P_{rc}(\vec{r})$ conduit à une onde non négligeable $P_{rcd}(\vec{r})$. Finalement, l'onde qui

arrive sur la cible est $P'_{2i}(\vec{r}) = P_{rc}(\vec{r}) + P_{rdc}(\vec{r}) + P_{rcd}(\vec{r})$ (Fig.8).

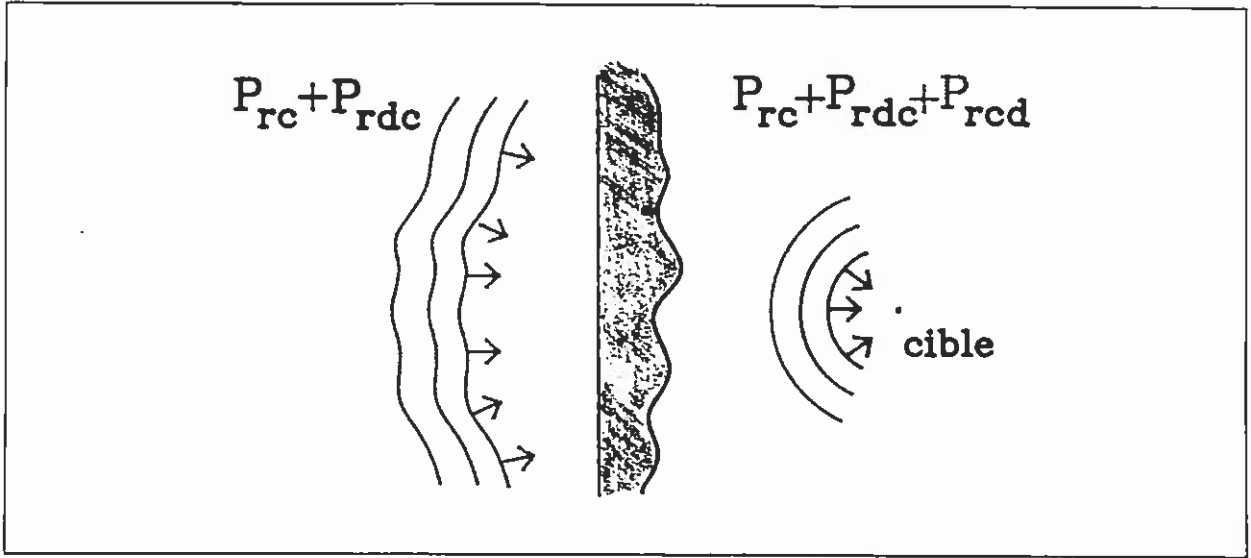


Figure 3.7: Focalisation de l'onde retournée temporellement sur le réflecteur.

Nous allons montrer que $P_{rdc}(\vec{r}) + P_{rcd}(\vec{r}) = 0$, c'est à dire que l'onde diffusée puis conjuguée est entièrement compensée par l'onde conjuguée puis diffusée.

Evaluation de $P_{rdc}(\vec{r})$:

Dans la première approximation de Born ($P_{rd}(\vec{r}) \ll P_r(\vec{r})$), l'équation (23) conduit à:

$$P_{rd}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V P_r(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) S^p(\vec{r} - \vec{r}_0) d^3 \vec{r}_0 \quad (24)$$

D'après l'équation (15) on a, entre le miroir et le milieu aberrateur, $S^p(\vec{r} - \vec{r}_0) = S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_0)$

par conséquent

$$P_{rd}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V P_r(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_0) d^3 \vec{r}_0, \quad (25)$$

donc compte tenu de l'équation (12)

$$P_{rdc}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V P_r^*(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) (S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_0))^* d^3 \vec{r}_0. \quad (26)$$

Evaluation de $P_{rcd}(\vec{r})$:

Dans la première approximation de Born, l'onde diffusée due à $P_{rc}(\vec{r})$ est

$$P_{rcd}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V P_{rc}(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) S^p(\vec{r} - \vec{r}_0) d^3 \vec{r}_0. \quad (27)$$

Dans cette intégrale, le terme dû à $P_{rdc}(\vec{r})$ qui est du second ordre est négligé.

D'après l'équation (12), $P_{rc}(\vec{r})$ est égal à $P_r^*(\vec{r})$ au voisinage de la cible.

Dans le demi-espace $\{z > z_2\}$, on a $S^p(\vec{r} - \vec{r}_0) = S_+^p(\vec{r} - \vec{r}_0)$ par conséquent

$$P_{rcd}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V P_r^*(\vec{r}_0) s(\vec{r}_0) S_+^p(\vec{r} - \vec{r}_0) d^3 \vec{r}_0 \quad (28)$$

Sachant que $(S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_0))^* = -S_+^p(\vec{r} - \vec{r}_0)$ (équation 15), on déduit des équations (26) et (28) que $P_{rdc}(\vec{r})$ and $P_{rcd}(\vec{r})$ sont opposés et se compensent au delà de V .

L'onde reconstruite est donc $P_{2i}(\vec{r}) = P_{rc}(\vec{r})$; c'est l'onde que l'on obtiendrait en l'absence de milieu aberrateur. Le miroir permet donc bien la compensation des distorsions dues au milieu de propagation.

3.2 Modélisation du miroir à retournement temporel réel.

Comme nous l'avons décrit dans le chapitre 1, le miroir à retournement temporel est constitué d'une matrice de transducteurs. Afin de s'approcher au maximum d'un miroir à retournement temporel idéal, cette matrice doit être suffisamment échantillonnée et les transducteurs la constituant doivent être réversibles et à très large bande. Cependant, même si ces conditions ne sont pas bien satisfaites, on peut obtenir d'excellents résultats de focalisation par retournement temporel. L'objet de cette partie est de montrer comment en milieu homogène, la position du diffuseur, le nombre et la taille des transducteurs influent sur la qualité de la focalisation.

Le modèle (transducteurs, propagation, diffuseurs) est d'abord décrit. Nous étudions la méthode de focalisation par retournement temporel sur une cible échogène et la comparons à la focalisation directe. Nous montrons que les diagrammes de pression obtenus par chacune des deux méthodes sont très semblables.

Les exemples numériques présentés sont limités au cas d'une matrice de transducteurs plans circulaires régulièrement répartis sur une calotte sphérique. C'est l'utilisation de ce type de matrice pour la lithotritie qui a conduit à cette étude.

Toutes les simulations comprenant entre autres les procédures de transformée de Fourier rapide et de convolution de signaux réels et les procédures graphiques ont été programmées en langage C sur une station HP 9000 serie 300.

3.2.1 Le modèle.

Ce modèle permet de calculer la pression acoustique en tout point connaissant la géométrie de la matrice de transducteurs et la réponse acousto-électrique des transducteurs et les signaux électriques qui leurs sont appliqués.

La réponse acousto-électrique en émission et en réception.

On admet que les transducteurs utilisés fonctionnent en mode piston, c'est à dire qu'ils fournissent une vitesse uniforme sur leur face avant. Les éléments sont supposés réversibles et linéaires. Ces hypothèses se traduisent de la façon suivante:

- à l'émission, la vitesse de vibration du transducteur se déduit du signal électrique appliqué au transducteur, par convolution par sa réponse acousto-électrique en émission notée $e(t)$,
- à la réception, le signal électrique délivré par le transducteur est la convolution de la force acoustique reçue par la réponse acousto-électrique en réception notée $r(t)$.

La réponse impulsionnelle de diffraction.

La réponse impulsionnelle de diffraction $h(\vec{r}, t)$ traduit les effets de l'ouverture du transducteur; en émission, elle représente la valeur du potentiel acoustique pour une excitation de vitesse normale à la surface du transducteur de forme temporelle $\delta(t)$. A cause de la réversibilité de la propagation, elle donne aussi en réception, la force acoustique perçue par le transducteur pour un $\delta(t)$ de pression au point \vec{r} .

On suppose que la propagation se fait en régime linéaire, la réponse impulsionnelle de diffraction $h(\vec{r}, t)$ est alors donnée par les formules de Stepanishen^[24].

Soit M un point de coordonnées cylindriques (R, z) (a est le rayon du transducteur, R est la distance à l'axe du transducteur et z est la distance au plan du transducteur).

$$\text{Soient } t_0 = \frac{\sqrt{z^2 + (R - a)^2}}{C}, \text{ et } t_1 = \frac{\sqrt{z^2 + (R + a)^2}}{C}.$$

Si M est dans l'ombre du transducteur ($R \leq a$) alors

$$h(R, z, t) = \begin{cases} C & \text{si } \frac{z}{C} \leq t \leq t_0, \\ \frac{C}{\pi} \arccos \left(\frac{R^2 + C^2 t^2 - z^2 - a^2}{2R\sqrt{C^2 t^2 - z^2}} \right) & \text{si } t_0 \leq t \leq t_1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.a)$$

Si M est hors de l'ombre du transducteur ($R > a$) alors

$$h(R, z, t) = \begin{cases} \frac{C}{\pi} \arccos \left(\frac{R^2 + C^2 t^2 - z^2 - a^2}{2R\sqrt{C^2 t^2 - z^2}} \right) & \text{si } t_0 \leq t \leq t_1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.b)$$

La réponse impulsionnelle de pression est le produit de la densité et de la dérivée temporelle du potentiel acoustique $p(\vec{r}, t) = \rho \frac{d}{dt} [e(t) \otimes_t h(\vec{r}, t)]$. Etant données les propriétés de la convolution, ce produit et cette dérivée peuvent être intégrés dans la réponse acousto-électrique en émission. C'est ce que l'on fera par commodité, on notera donc $e(t)$, la fonction $\rho \frac{d}{dt} e(t)$.

Les diffuseurs.

Les diffuseurs sont supposés de petite dimension devant la longueur d'onde moyenne des signaux utilisés. On admet qu'ils correspondent à des inhomogénéités de compressibilité. Ils satisfont alors au modèle de Rayleigh: pour la pression incidente $p(\vec{r}, t)$, un diffuseur situé en \vec{r}_d se comporte comme une source ponctuelle d'amplitude $\frac{1}{C^2} \frac{\Delta\chi}{\chi} V \frac{d^2}{dt^2} p(\vec{r}_d, t)$, où V est le volume de l'inhomogénéité et $\frac{\Delta\chi}{\chi}$ la variation relative de compressibilité. La quantité $\frac{1}{C^2} \frac{\Delta\chi}{\chi} V$ est appelée coefficient de réflexion du diffuseur.

3.2.2 Focalisation sur un diffuseur.

Soient un diffuseur de coefficient de réflexion κ , situé dans la zone étudiée, en une position \vec{r}_0 et une matrice de L transducteurs identiques notés (E_1, E_2, \dots, E_L) . La réponse impulsionnelle de diffraction de l'élément E_l au point diffuseur \vec{r} est notée $h_l(\vec{r}, t)$.

Le diagramme de pression produit par la matrice de transducteurs est calculé à partir des réponses impulsionnelles de diffraction des signaux acoustiques à la surface de chacun des éléments plans circulaires. En effet, si les L transducteurs (E_1, \dots, E_l) émettent respectivement les signaux acoustiques $e_1(t), \dots, e_l(t)$, le champ en un point \vec{r}

s'écrit

$$p(\vec{r}, t) = \sum_{l=1}^L e_l(t) \otimes_t h_l(\vec{r}, t)$$

où $h_l(\vec{r}, t)$ est la réponse impulsionnelle du transducteur E_l au point \vec{r} .

Focalisation directe.

Avant d'étudier la focalisation par retournement temporel, donnons l'expression du champ obtenu par focalisation directe sur le diffuseur lorsque sa position est connue.

Pour focaliser au point \vec{r}_0 , la méthode naturelle consiste à appliquer à chaque élément un retard proportionnel à $r_l(\vec{r}_0)$ distance du centre du transducteur e_l au point \vec{r}_0 .

$e(t)$ étant la réponse acousto-électrique de chaque élément, cela revient à prendre $e_l(t) = e(t) \otimes_t \delta(t + r_l(\vec{r}_0)/c)$.

Le champ ainsi créé en un point \vec{r} est

$$p(\vec{r}, t) = e(t) \otimes_t \sum_{l=1}^L h_l(\vec{r}, t) \otimes_t \delta(t + r_l(\vec{r}_0)/c)$$

Focalisation par retournement temporel, filtre spatio-temporel adapté.

On suppose maintenant que le diffuseur est situé dans la zone étudiée, en une position \vec{r}_0 inconnue. On cherche à focaliser sur ce diffuseur par retournement temporel.

Emission: L'excitation de l'élément E_1 par un $\delta(t)$ électrique produit en \vec{r}_0 la pression

$$p(\vec{r}_0, t) = e(t) \otimes_t h_1(\vec{r}_0, t)$$

Réception: L'onde réfléchie est captée et le transducteur E_l délivre le signal électrique

$$s_l(t) = r(t) \otimes_t h_l(\vec{r}_0, t) \otimes_t \kappa \frac{d^2}{dt^2} [e(t) \otimes_t h_1(\vec{r}_0, t)] \quad (2.a)$$

Etant données les propriétés de l'opération de convolution il vient

$$s_l(t) = r(t) \otimes_t \frac{d^2}{dt^2} e(t) \otimes_t \kappa h_l(\vec{r}_0, t) \otimes_t h_1(\vec{r}_0, t) \quad (2.b)$$

Emission: Ces signaux sont retournés temporellement et on applique simultanément à chaque transducteur l le signal électrique $s_l(T - t)$. La pression ainsi créée au point \vec{r} s'exprime de la façon suivante

$$\begin{aligned}
 p(\vec{r}, t) &= \sum_{l=1}^L e(t) \otimes_t h_l(\vec{r}, t) \otimes_t s_l(T - t) \\
 &= \kappa e(t) \otimes_t r(T - t) \otimes_t e''(T - t) \otimes_t h_1(\vec{r}_0, T - t) \otimes_t \sum_{l=1}^L h_l(\vec{r}, t) \otimes_t h_l(\vec{r}_0, T - t)
 \end{aligned}
 \tag{2.c}$$

où $e''(t) = \frac{d^2}{dt^2} e(t)$.

Le terme en facteur est indépendant de \vec{r} , c'est la quantité $\sum_{l=1}^L h_l(\vec{r}, t) \otimes_t h_l(\vec{r}_0, T - t)$ qui est décisive quant à l'allure du diagramme de pression obtenu. Lorsque $\vec{r}_0 = \vec{r}$ chaque terme $h_l(\vec{r}, t) \otimes_t h_l(\vec{r}_0, T - t)$ de la somme est l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle. Chacun des termes atteint donc son maximum au même instant T . Ainsi, on choisit pour chaque transducteur, le signal d'excitation optimal pour focaliser au point \vec{r}_0 . On réalise donc un filtre spatio-temporel adapté au système "matrice de transducteurs - diffuseur".

La différence fondamentale avec la focalisation directe est bien sûr l'aptitude à focaliser en ignorant la position de la cible. On notera aussi que la triple convolution par la réponse acousto électrique des transducteurs qui se produit lors du retournement temporel (émission, réception et émission) se traduit par un allongement des signaux et une augmentation des lobes secondaires. Cela aura des conséquences significatives dans les processus itératifs (chapitre 4).

3.2.3 Exemples de simulations numériques

La matrice de transducteurs:

Les transducteurs sont répartis aussi régulièrement que possible sur une calotte sphérique. Sauf mention contraire, chaque transducteur est un disque plan de rayon 7.5mm, le rayon de courbure de la calotte sphérique (focale géométrique de la matrice) est choisi égal à

200mm. Une répartition hexagonale a été envisagée, mais elle n'est satisfaisante que lorsque le diamètre de la calotte est petit devant la distance focale et ne convient donc pas à des matrices de grande ouverture. Finalement, la répartition des transducteurs est organisée en couronnes.

La réponse acousto-électrique:

La réponse acousto-électrique, utilisée dans la majorité des exemples, a une fréquence centrale de 0.4Mhz et environ 60% de bande passante (Figure 3.9).

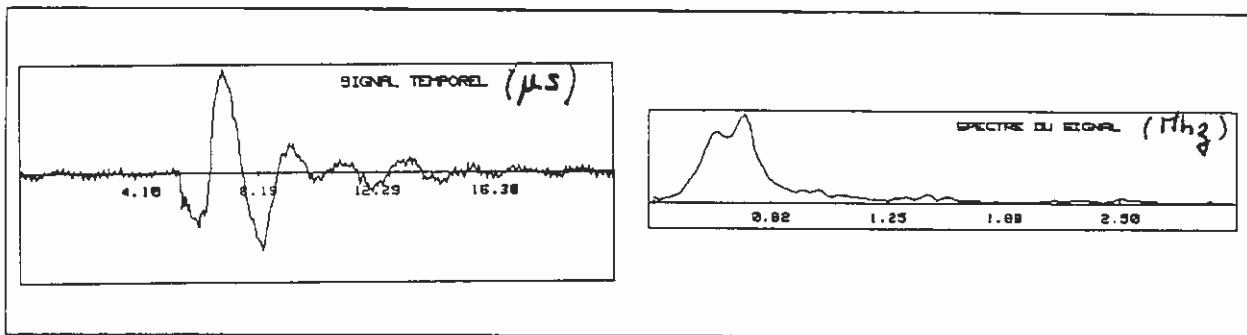


Figure 3.9: forme temporelle et spectre de la réponse acousto-électrique.

Le diagramme de directivité:

La qualité de la focalisation peut être caractérisée par la position du maximum de pression et par les dimensions de la tache focale. Les diagrammes de directivité sont tracés en utilisant la quantité $\max_t [p(\vec{r}, t)]$. Ils sont calculés dans une zone plane de 20 ou 40mm de côté, centrée sur la focale géométrique, avec un pas d'échantillonnage de 1 ou 2mm.

Focalisation directe.

On compare les résultats obtenus pour les trois matrices A,B et C suivantes (Figure 3.10):

- La matrice A est constituée de 320 éléments de 7.5 mm de rayon et a pour focale géométrique $F=176\text{mm}$. Son nombre d'ouverture est 0.64.
- La matrice B est une sous matrice de A. Elle est obtenue en supprimant à A une

couronne sur deux puis un élément sur deux à chaque couronne restante. Elle a ainsi la même ouverture que B mais ne compte que 87 éléments transducteurs.

- La matrice C est obtenue à partir de B de la même façon que B à partir de A, elle ne compte plus que 18 transducteurs.

Focalisation au point focal (Figure 3.11).

On constate peu de différences entre les diagrammes obtenus pour les trois matrices. La largeur à 3db est d'environ 4mm, ceci correspond à la longueur d'onde moyenne du signal d'émission. On note l'apparition de légers lobes dans le cas de la matrice C.

Focalisation à 12mm de la focale géométrique (Figure 3.11):

Le diagramme de focalisation reste très bon dans tous les cas, lorsque l'on cherche à focaliser en dehors de l'axe focal. On ne note pas de différence sur la largeur de la tache focale. Cependant dans le cas de la matrice C, on constate une augmentation du lobe secondaire à la focale géométrique.

Focalisation par retournement temporel.

On s'intéresse aux mêmes matrices que précédemment.

Diffuseur situé au point focal (Figure 3.12):

La focalisation par retournement temporel est bonne dans les trois cas. Le lobe principal a la même allure que pour la focalisation directe, les lobes secondaires sont plus marqués surtout pour la matrice C.

Diffuseur situé à 12mm de l'axe focal (Figure 3.12):

La focalisation reste bonne pour les matrices A et B. Mais elle est mauvaise pour la matrice C: celle-ci ne contient pas suffisamment de transducteurs.

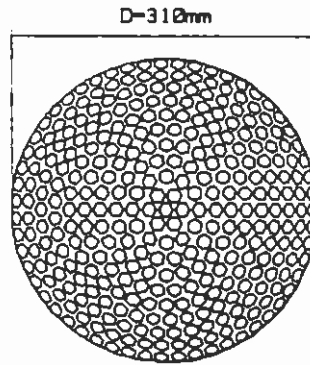
Dans l'ensemble, on note peu de différences entre les courbes de pression obtenues

chapitre 3 _____ Le miroir à retournement temporel.
par les deux méthodes. On remarque que la précision est bonne bien que les transducteurs
soient plans et de diamètre égal à plusieurs longueurs d'onde.

Ces simulations montrent bien l'aptitude à focaliser par retournement temporel en
ignorant la position de la cible.

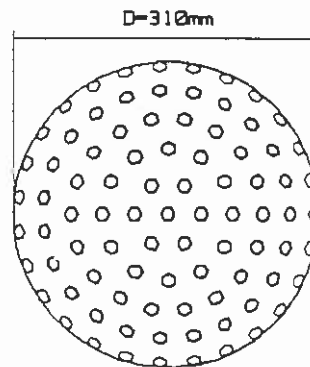
MATRICE A:

320 éléments de rayon 7.5mm
Focale: 200mm
Nombre d'ouverture: 0.64



MATRICE B:

87 éléments de rayon 7.5mm
Focale: 200mm
Nombre d'ouverture: 0.64



MATRICE C:

18 éléments de rayon 7.5mm
Focale: 200mm
Nombre d'ouverture: 0.64

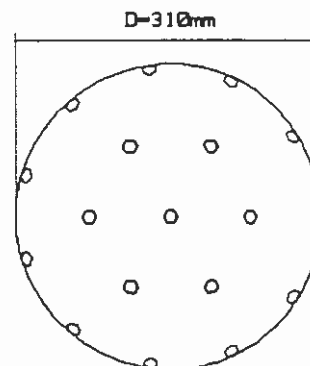


Figure 3.10: les trois matrices de transducteurs utilisées.

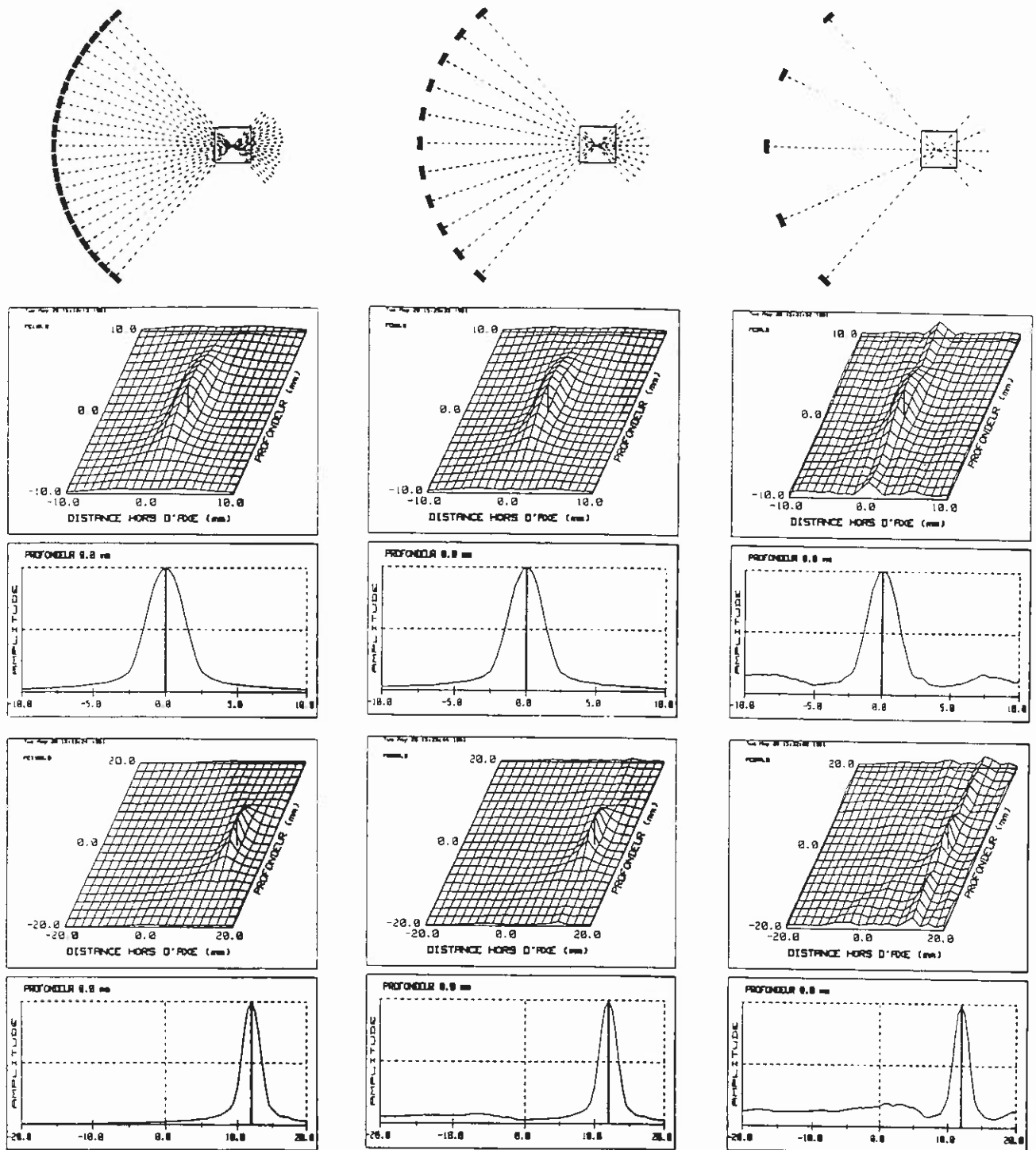


Figure 3.11: Focalisation directe.

De gauche à droite: les résultats obtenus pour les matrices A, B et C.

De haut en bas: la coupe de la matrice (le carré est la zone de 40mm de côté dans laquelle le diagramme de pression est calculé), le diagramme de focalisation à la focale géométrique et sa coupe dans le plan focal, le diagramme de focalisation à 12mm hors d'axe et sa coupe dans le plan focal.

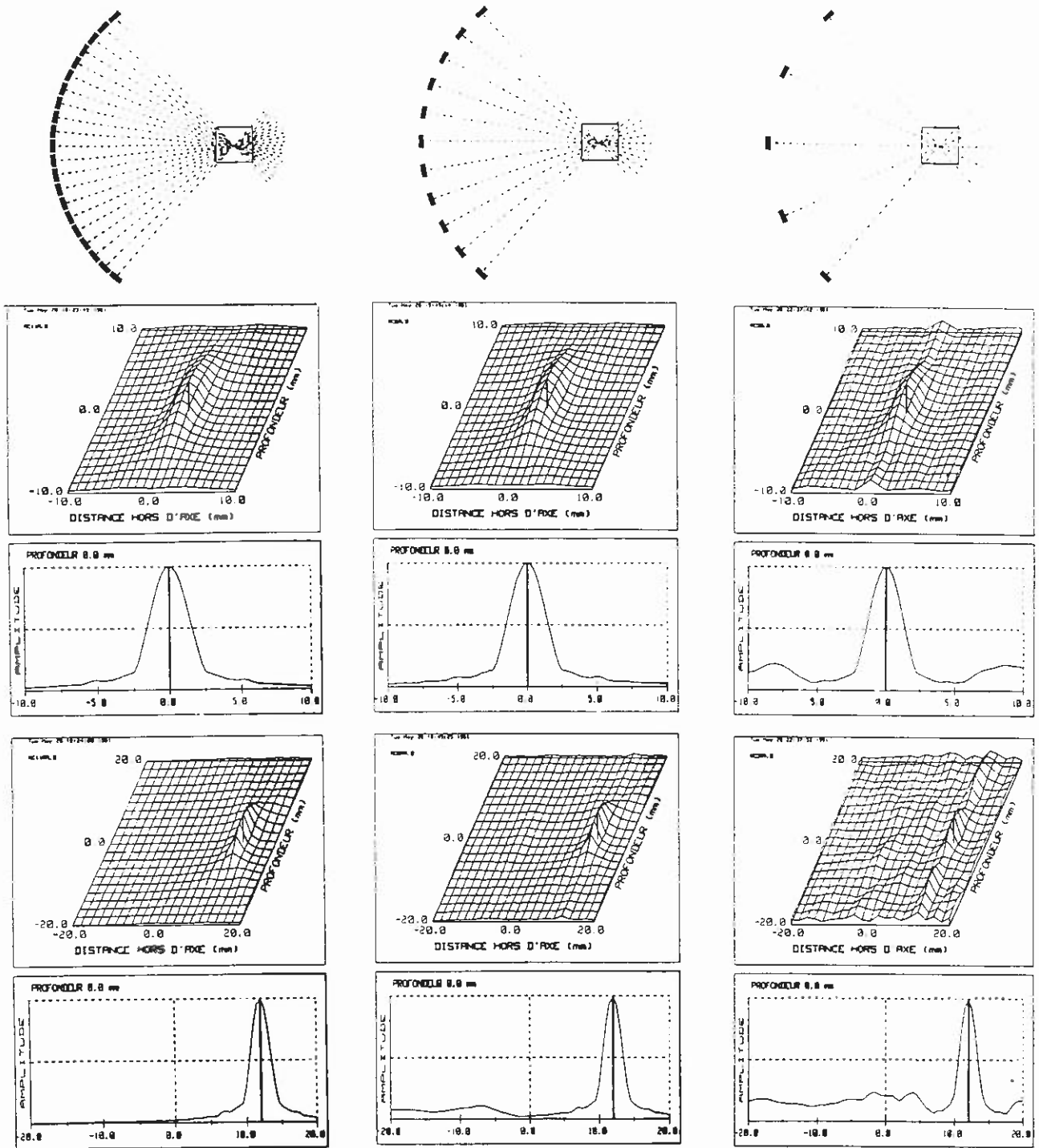


Figure 9.12: Focalisation par retournement temporel.

De gauche à droite: les résultats obtenus pour les matrices A,B et D.

De haut en bas: la coupe de la matrice de transducteurs (le carré est la zone de 40mm de côté dans laquelle le diagramme de pression est calculé), le diagramme de focalisation à la focale géométrique et sa coupe dans le plan focal, le diagramme de focalisation à 12mm de la focale et sa coupe dans le plan focal.

Chapitre 4

Itération.

Application à la focalisation sélective.

Introduction

Le processus de retournement temporel peut être aisément itéré. En effet, rappelons quelles sont les trois ondes qui entrent en jeu au cours d'un processus simple.

- la première onde incidente ou onde d'excitation émise par la matrice de transducteurs,
- l'onde réfléchie par le milieu et captée par la matrice de transducteurs,
- la deuxième onde incidente émise par la matrice de transducteurs et obtenue par retournement temporel de l'onde réfléchie. Nous avons vu dans le chapitre 3 que si le milieu contient un seul réflecteur, cette onde est focalisée sur celui-ci.

Le choix de la première onde incidente est libre et peut être fait en fonction de paramètres connus ou d'hypothèses sur le milieu et sur la position d'éventuels diffuseurs. La deuxième onde incidente décrite précédemment contient des informations sur le milieu,

elle peut être utilisée comme première onde incidente d'un nouveau processus de retournement temporel. Cette opération peut être répétée autant de fois que nécessaire, la deuxième onde incidente d'un processus devenant la première onde incidente du processus suivant, on parle alors de retournement temporel itératif. Lorsque le milieu contient plusieurs diffuseurs, cette méthode permet une focalisation sélective. En effet, s'il existe un diffuseur beaucoup plus écho-gène que les autres et si la diffusion multiple est négligeable, alors l'itération du processus fournit une onde qui converge vers le diffuseur dominant.

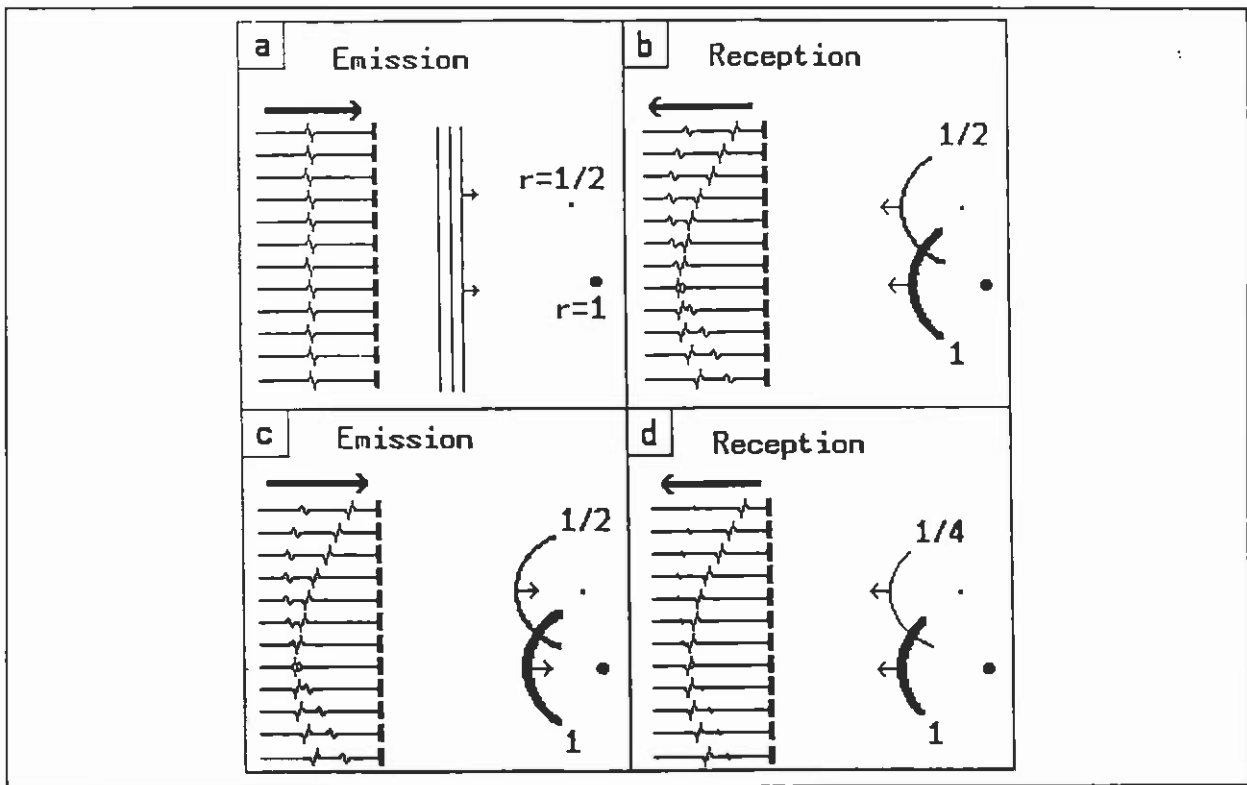


Figure 4.1 Itération du processus de retournement temporel: (a) émission d'une onde plane, (b) réception de l'onde réfléchie par les deux diffuseurs, (c) émission de l'onde retournée temporellement et (d) réception de la deuxième onde réfléchie par les diffuseurs. A la première itération les ondes réfléchies sont dans un rapport $1/2$, à la deuxième elles sont dans un rapport $1/4$.

Notons que deux retournements temporels successifs d'une même onde devraient ramener à l'onde initiale. En réalité, il est question d'un miroir qui n'agit que sur les

ondes se propageant dans sa direction. L'onde transmise après une itération n'est pas retournée temporellement à la suivante car seule l'onde réfléchie est captée.

Cette méthode se révélera très utile lorsque les réflecteurs sont dans un même plan parallèle au miroir car dans ce cas les échos interfèrent de telle façon qu'il est difficile de sélectionner un front d'onde convergeant vers la bonne cible. Nous en verrons un exemple dans le chapitre 5.

Dans la première partie de ce chapitre nous démontrons l'efficacité du processus itératif dans le cas du miroir idéal étudié dans le chapitre 3. Dans la deuxième partie, nous modélisons le processus dans le cas réel, c'est-à-dire pour une matrice de transducteurs et donnons quelques exemples numériques. Toute au long de ce chapitre, on supposera la diffusion simple à chaque itération.

4.1 Focalisation sélective au moyen d'un miroir idéal.

Dans un premier temps, nous considérons des ondes monochromatiques et nous reprenons la modélisation du miroir à conjugaison de phase faite dans le chapitre 3, pour mettre en évidence l'effet de l'itération du processus.

Soient deux diffuseurs ponctuels situés en \vec{r}_1 et \vec{r}_2 de réflectivités κ_1 et κ_2 réelles.

Soient $P_{1i}(\vec{r})$ la première onde émise, et $P_{1r}(\vec{r})$ la première onde réfléchie. Plus généralement, soient $P_{ni}(\vec{r})$ et $P_{nr}(\vec{r})$ les n-ièmes ondes émises et réfléchies.

La première onde réfléchie est la somme des ondes divergentes issues de \vec{r}_1 et \vec{r}_2 , elle s'écrit

$$P_{1r}(\vec{r}) = \kappa_1 P_{1i}(\vec{r}_1) S(\vec{r} - \vec{r}_1) + \kappa_2 P_{1i}(\vec{r}_2) S(\vec{r} - \vec{r}_2). \quad (1)$$

L'onde divergente $S(\vec{r} - \vec{r}_1)$ est transformée par le miroir à conjugaison de phase en l'onde $S_c(\vec{r} - \vec{r}_1)$ qui converge vers \vec{r}_1 . D'après l'équation (16) du chapitre 3, $S_c(\vec{r} - \vec{r}_1) =$

$S_-^p(\vec{r} - \vec{r}_1)$. La formule est analogue pour l'onde issue de \vec{r}_2 .

Par conséquent l'onde $P_{1r}(\vec{r})$ est transformée en l'onde incidente $P_{2i}(\vec{r})$ avec

$$P_{2i}(\vec{r}) = \kappa_1 P_{1i}^*(\vec{r}_1) S_c(\vec{r} - \vec{r}_1) + \kappa_2 P_{1i}^*(\vec{r}_2) S_c(\vec{r} - \vec{r}_2). \quad (2)$$

On suppose que les deux diffuseurs sont suffisamment espacés pour que l'onde focalisée sur \vec{r}_1 soit négligeable en \vec{r}_2 , soit $S_c(0) \gg S_c(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$. Cette hypothèse n'est rien d'autre que celle de la diffusion simple.

La deuxième onde incidente $P_{2i}(\vec{r})$ engendre l'onde réfléchie

$$P_{2r}(\vec{r}) = S_c(0)(\kappa_1^2 P_{1i}^*(\vec{r}_1) S(\vec{r} - \vec{r}_1) + \kappa_2^2 P_{1i}^*(\vec{r}_2) S(\vec{r} - \vec{r}_2)). \quad (3)$$

Le raisonnement conduisant de l'équation (1) à l'équation (3) est valable à chaque itération. L'expression du champ incident après N itérations se détermine par récurrence, il s'écrit comme suit

$$P_{Ni}(\vec{r}) = |S_c(0)|^{N-2} (\kappa_1^{N-1} P_{1i}^*(\vec{r}_1) S_c(\vec{r} - \vec{r}_1) + \kappa_2^{N-1} P_{1i}^*(\vec{r}_2) S_c(\vec{r} - \vec{r}_2))$$

si N est pair,

$$\text{et } P_{Ni}(\vec{r}) = |S_c(0)|^{N-3} S_c(0)^* (\kappa_1^{N-1} P_{1i}(\vec{r}_1) S_c(\vec{r} - \vec{r}_1) + \kappa_2^{N-1} P_{1i}(\vec{r}_2) S_c(\vec{r} - \vec{r}_2)) \quad (4)$$

si N est impair.

C'est la somme d'une onde convergeant vers \vec{r}_1 d'amplitude proportionnelle à κ_1^{N-1} et d'une onde convergeant vers \vec{r}_2 d'amplitude proportionnelle à κ_2^{N-1} .

Le rapport entre les amplitudes de ces deux ondes est donc une puissance de κ_1/κ_2 . Si $\kappa_1 > \kappa_2$, pour N assez grand le deuxième terme de $P_{Ni}(\vec{r})$ est négligeable, de telle sorte que l'onde est focalisée en \vec{r}_1 .

Cette propriété s'étend au miroir à retournement temporel idéal. Par contre dans le cas du miroir réel, la généralisation doit être faite avec prudence. L'itération ne converge

pas toujours vers le diffuseur le plus fort. La modélisation et les exemples présentés dans la partie suivante montrent que l'issue de l'itération n'est pas seulement fonction des réflectivités relatives des diffuseurs mais dépend aussi des caractéristiques de la matrice de transducteurs et de la position des diffuseurs par rapport à celle-ci.

4.2 Modélisation de la focalisation sélective par itération au moyen d'une matrice de transducteurs.

Nous revenons maintenant à des signaux temporels et reprenons le modèle décrit dans la deuxième partie du chapitre 3, en supposant qu'il y a dans la zone étudiée une distribution de diffuseurs plus ou moins forts. Dans ce cas l'efficacité du procédé de focalisation par retournement temporel est moins claire. En effet, les coefficients de réflexion des diffuseurs ne sont pas les seuls paramètres déterminant l'issue de l'itération. Les caractéristiques de la matrice de transducteurs jouent aussi un rôle important. Nous montrons dans cette partie comment interviennent ces différents paramètres.

4.2.a Boucle d'itération.

Soient d réflecteurs situés en $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_d$ de coefficients de réflectivité $\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_d$. On note $h_{li}(t)$ la réponse impulsionnelle de diffraction de l'élément E_l au point diffuseur \vec{r}_i et $(p_1^n(t), p_2^n(t), \dots, p_d^n(t))$ les pressions reçues par les d diffuseurs après la n -ième itération. Les ondes réfléchies par les d diffuseurs sont captées par les L éléments E_l . La diffusion multiple étant négligée, le signal reçu par le transducteur E_l est

$$g_l^n(t) = \sum_{i=1}^d r(t) \otimes_t h_{li}(t) \otimes_t \kappa_i \frac{d^2}{dt^2} p_i^n(t) \quad (5)$$

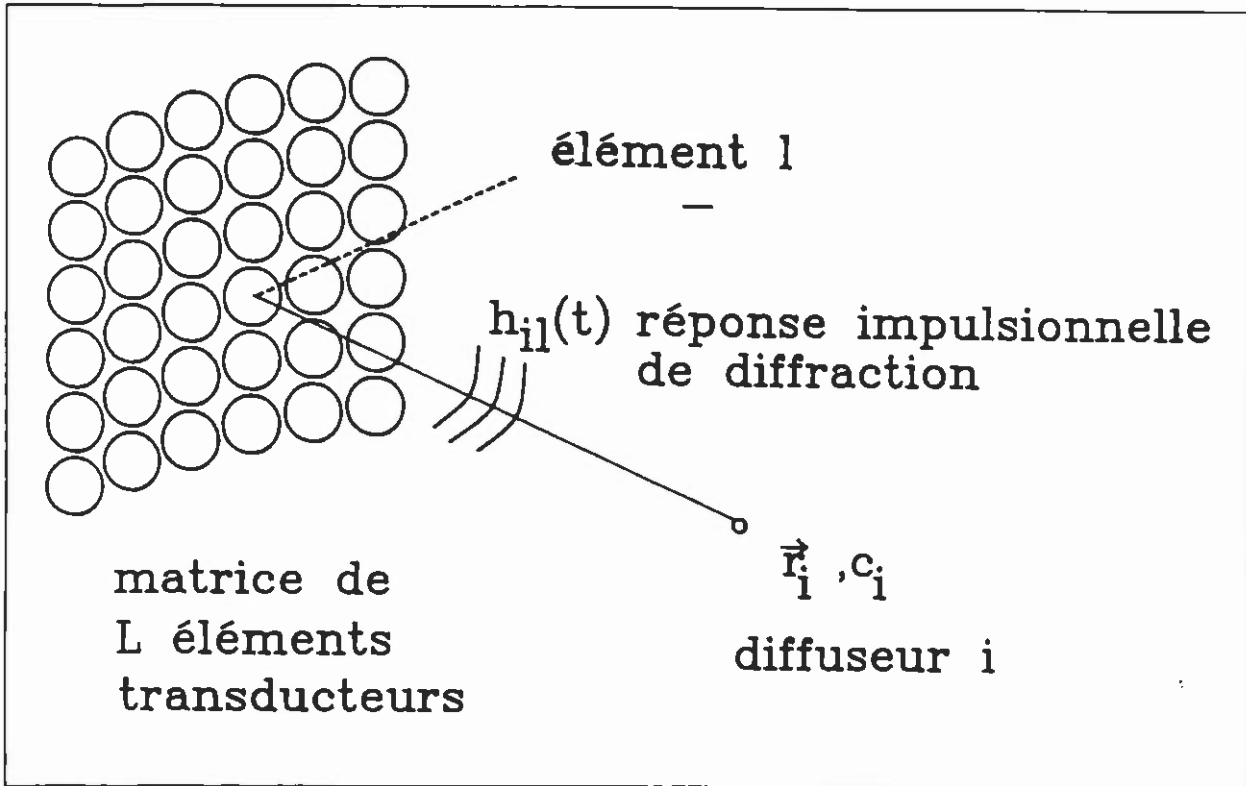
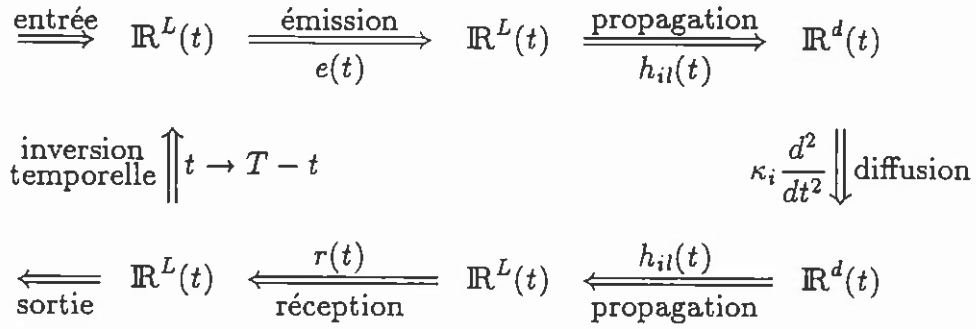


Figure 4.2 Matrice de transducteurs et diffuseurs.

L'excitation simultanée des L éléments de la matrice par le signal électrique $g_l^n(T-t)$ conduit au champ de pression au point r_j

$$p_j^{n+1}(t) = e(t) \otimes_t r(T-t) \otimes_t \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^d h_{lj}(t) \otimes_t \kappa_i h_{li}(T-t) \otimes_t \frac{d^2}{dt^2} p_i^n(T-t) \quad (6)$$

$\mathbb{R}^L(t)$, l'ensemble des fonctions de t à valeurs dans \mathbb{R}^L , contient les signaux réels reçus ou émis par la matrice de transducteurs, et $\mathbb{R}^d(t)$, l'ensemble des fonctions de t à valeurs dans \mathbb{R}^d contient les signaux réels correspondant aux pressions reçues ou réfléchies par les diffuseurs. En conséquence, la boucle d'itération est représentée par le diagramme suivant:



Chaque étape de l'itération correspond à une opération linéaire (convolution, dérivation, retournement temporel).

Le calcul d'une itération dans le domaine temporel, c'est-à-dire le calcul des signaux $p_{n+1}(t), \dots, p_d^{n+1}(t)$ à partir des signaux $p_1^n(t), \dots, p_d^n(t)$ nécessite donc d^2 calculs de convolution. Ceci est très long et l'on va voir comment le passage dans l'espace dual de Fourier permet un gain de temps considérable.

4.2.b Ecriture matricielle.

Par transformée de Fourier de l'équation (6) on obtient pour $1 \leq j \leq d$

$$P_j^{n+1}(\omega) = -\omega^2 e^{3j\omega T} E(\omega) R^*(\omega) \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^d H_{lj}(\omega) \kappa_i H_{li}^*(\omega) P_i^{n*}(\omega) \quad (7)$$

Cette équation peut se mettre sous forme matricielle, on pose

$$P^n(\omega) = \begin{pmatrix} P_1^n(\omega) \\ P_2^n(\omega) \\ \vdots \\ P_d^n(\omega) \end{pmatrix}$$

Il vient

$$P^{n+1}(\omega) = -\omega^2 e^{3j\omega T} E(\omega) R^*(\omega) K(\omega) P^{n*}(\omega) \quad (8)$$

$$\text{avec } K = \begin{pmatrix} \kappa_1 \sum_{l=1}^L |H_{l1}|^2 & \kappa_2 \sum_{l=1}^L H_{l1} H_{l2}^* & \dots & \kappa_d \sum_{l=1}^L H_{l1} H_{ld}^* \\ \kappa_1 \sum_{l=1}^L H_{l1} H_{l2}^* & \kappa_2 \sum_{l=1}^L |H_{l2}|^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \kappa_d \sum_{l=1}^L H_{ld-1} H_{ld}^* \\ \kappa_1 \sum_{l=1}^L H_{ld} H_{l1}^* & \dots & \kappa_{d-1} \sum_{l=1}^L H_{ld} H_{ld-1}^* & \kappa_d \sum_{l=1}^L |H_{ld}|^2 \end{pmatrix}$$

(Pour simplifier l'écriture on a omis la dépendance en ω .)

On peut donc écrire l'équation

$$K(\omega) = {}^t H(\omega) H(\omega)^* D \tag{9}$$

$$\text{avec } H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1d} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{L1} & H_{L2} & \dots & H_{Ld} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } D = \begin{pmatrix} \kappa_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \kappa_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \kappa_d \end{pmatrix}$$

$H(\omega)$ apparaît alors comme la matrice $(L \times d)$ de l'opérateur de propagation et D comme la matrice $(d \times d)$ de l'opérateur de diffusion.

L'équation récurrente (8) permet de calculer P^n en fonction de P^0 . En effet si l'on appelle $\mathcal{K}(\omega)$ l'opérateur antilinéaire d'itération

$$\mathcal{K}(\omega) : X(\omega) \rightarrow -\omega^2 e^{3j\omega T} E(\omega) R^*(\omega) K(\omega) X^*(\omega),$$

Le vecteur de pression $P^n(\omega)$ s'exprime alors à partir de $P^0(\omega)$ de la façon suivante

$$P^n(\omega) = \mathcal{K}^n(\omega) P^0(\omega). \tag{10}$$

Une fois la matrice $K(\omega)$ évaluée, le calcul d'une itération à une fréquence donnée se ramène à une conjugaison et à un produit matriciel. Ce produit effectué à toutes les fréquences fournit le spectre des signaux de pression reçus par les diffuseurs.

On note $\mathbf{C}^L(\omega)$ l'ensemble des fonctions de ω à valeurs dans \mathbf{C}^L , (il contient les spectres des signaux émis ou reçus par les transducteurs) et $\mathbf{C}^d(\omega)$ l'ensemble des fonctions de ω à valeurs dans \mathbf{C}^d (il contient les spectres des signaux reçus ou réfléchis par les diffuseurs).

Le cycle d'itération est représenté dans le domaine fréquentiel par le diagramme suivant:

$$\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{C}^L(\omega) & \xrightarrow{E} & \mathbf{C}^L(\omega) & \xrightarrow{H} & \mathbf{C}^d(\omega) \\
 \uparrow * & & & & \downarrow D \\
 \mathbf{C}^L(\omega) & \xleftarrow{R} & \mathbf{C}^L(\omega) & \xleftarrow{H} & \mathbf{C}^d(\omega)
 \end{array}$$

Le champ en un diffuseur à une itération donnée dépend du champ en tous les diffuseurs à l'itération précédente. Cette dépendance est plus ou moins grande, elle est donnée par les coefficients non diagonaux de la matrice $K(\omega)$. Les couplages entre différents diffuseurs sont d'autant plus faibles que ceux-ci sont bien résolus par la matrice de transducteurs. Cela peut être déterminé en comparant les termes non diagonaux aux termes diagonaux. Si les diffuseurs sont suffisamment espacés, ce sont les coefficients diagonaux qui dominent et l'itération du processus conduit à une focalisation vers le diffuseur de plus fort coefficient diagonal. Dans le cas contraire, les termes de couplage sont importants et il est plus difficile de prévoir l'effet d'une itération.

Afin d'interpréter le sens physique de la matrice $K(\omega)$, nous étudions le cas de deux diffuseurs. Nous présentons ensuite, des exemples d'itération du processus avec deux et

trois diffuseurs et différentes matrices de transducteurs.

4.2.c Interprétation physique de la matrice $K(\omega)$ dans le cas de deux diffuseurs.

Pour deux diffuseurs, la matrice K s'écrit

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_1 \sum_{l=1}^L |H_{l1}|^2 & \kappa_2 \sum_{l=1}^L H_{l1} H_{l2}^* \\ \kappa_1 \sum_{l=1}^L H_{l1} H_{l2}^* & \kappa_2 \sum_{l=1}^L |H_{l2}|^2 \end{pmatrix}$$

La quantité $\sum_{l=1}^L H_{l1}^* H_{l2}$ traduit la corrélation entre les vecteurs $(H_{11}(\omega), \dots, H_{L1}(\omega))$ et $(H_{12}(\omega), \dots, H_{L2}(\omega))$. C'est en fait la transformée de Fourier du signal reçu par la deuxième diffuseur lorsque l'on focalise sur le premier par retournement temporel.

Quand les deux diffuseurs sont résolus par la matrice de transducteurs, ce terme est petit devant les termes diagonaux.

Nous supposons que les deux diffuseurs sont loin de la matrice et que les transducteurs sont suffisamment petits pour être considérés comme ponctuels.

En notant r_{il} la distance du diffuseur i au transducteur l , on a $H_{li}(\omega) = \frac{e^{jk r_{li}}}{r_{li}}$ avec $k = \omega/c$. La matrice K s'écrit alors

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_1 \sum_{l=1}^L \frac{1}{r_{1l}^2} & \kappa_2 \sum_{l=1}^L \frac{e^{jk(r_{1l} - r_{2l})}}{r_{1l} r_{2l}} \\ \kappa_1 \sum_{l=1}^L \frac{e^{jk(r_{2l} - r_{1l})}}{r_{1l} r_{2l}} & \kappa_2 \sum_{l=1}^L \frac{1}{r_{2l}^2} \end{pmatrix}$$

Approximation de Fraunhofer:

On suppose que les deux diffuseurs sont loin de l'ensemble des transducteurs et que l'on peut appliquer l'approximation de Fraunhofer.

On note \vec{u}_l la position du l -ième transducteur, en choisissant l'origine au centre de la matrice. On note \vec{r}_i la position du diffuseur i pour $i = 1, 2$ et r_i la norme de \vec{r}_i . (figure 4.2)

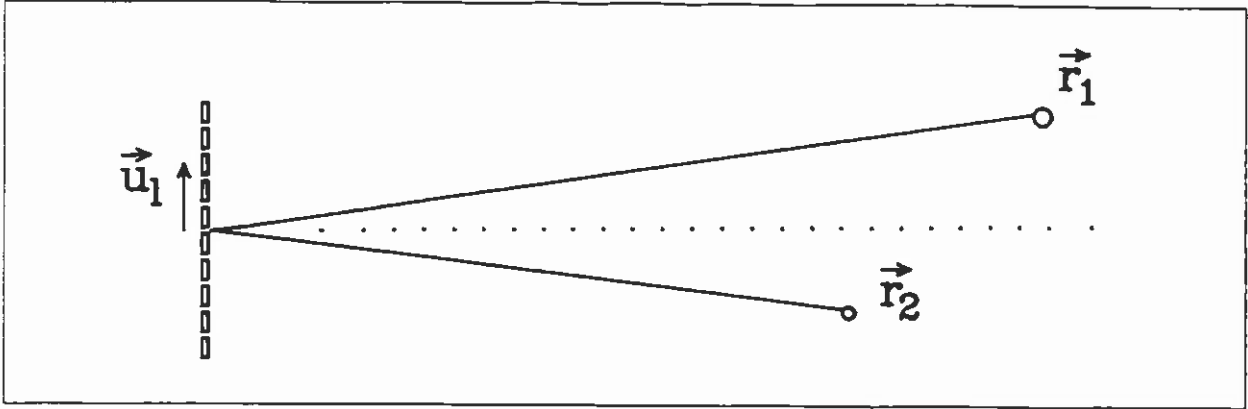


Figure 4.3: Les diffuseurs sont repérés par les vecteurs \vec{r}_1 et \vec{r}_2 et les éléments de la matrice par les vecteurs \vec{u}_l .

L'approximation d'ordre 0 en $\frac{u_l}{r_i}$ sur les distances conduit à

$$\sum_{l=1}^L \frac{1}{r_{il}^2} = \frac{L}{r_i^2}, \text{ pour } i = 1, 2,$$

et l'approximation d'ordre 1 sur la phase conduit à

$$\sum_{l=1}^L \frac{e^{jk(r_1-r_2)}}{r_{1l}r_{2l}} = \frac{e^{jk(r_1-r_2)}}{r_1r_2} \sum_{l=1}^L e^{-jk\vec{u}_l \cdot (\frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2})}$$

La matrice K devient donc

$$K = \begin{pmatrix} \frac{\kappa_1 L}{r_1^2} & \frac{\kappa_2 e^{jk(r_1-r_2)}}{r_1 r_2} \sum_{l=1}^L e^{-jk\vec{u}_l \cdot (\frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2})} \\ \frac{\kappa_1 e^{jk(r_2-r_1)}}{r_1 r_2} \sum_{l=1}^L e^{+jk\vec{u}_l \cdot (\frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2})} & \frac{\kappa_2 L}{r_2^2} \end{pmatrix}$$

Si les valeurs $\vec{u}_l \cdot (\frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2})$ pour $l = 1$ à L , sont bien réparties sur l'intervalle $[0, \lambda]$ la somme est voisine de 0. C'est le cas si la matrice de transducteurs sépare bien les deux diffuseurs. Les termes diagonaux prédominent et l'itération converge vers une onde focalisée sur le diffuseur i de plus grand coefficient diagonal $\frac{\kappa_i}{r_i^2}$.

Dans le cas opposé, les valeurs s'accroissent autour d'un même point, la somme a une amplitude voisine de L . Les termes diagonaux sont du même ordre que les termes non-diagonaux. Le système ne peut pas séparer les deux diffuseurs et l'itération ne présente

pas d'intérêt. C'est le cas si l'angle entre les vecteurs \vec{r}_1 et \vec{r}_2 est trop faible ou bien encore si les \vec{u}_i sont trop petits, c'est-à-dire si les éléments de la matrice ne sont pas assez espacés.

Exemples numériques.

Nous présentons deux séries d'exemples pour différentes matrices focalisées à 200mm et deux diffuseurs de forces égales, espacés de 12mm symétriquement par rapport à l'axe focal. On a calculé le diagramme de pression dans le plan des diffuseurs après une itération du processus de retournement temporel. Les modules des coefficients de la matrice d'itération $|K_{11}(\omega)|$, $|K_{12}(\omega)|$ et $|K_{22}(\omega)|$ sont représentés. Ils sont comparés au spectre $S(\omega)$ de la réponse acousto-électrique.

Le signal utilisé est le même que dans le chapitre 3 (figure 3.9).

1. La première série illustre l'influence de l'ouverture (figure 4.4).

La première matrice a un diamètre de 49 mm soit un nombre d'ouverture de 4. Le diamètre de la seconde est 115 mm et celui de la troisième est 147 mm. Leurs nombres d'ouverture sont respectivement 1.73 et 1.36.

La première matrice est trop peu ouverte pour séparer les deux diffuseurs, c'est pourquoi le maximum de pression est sur l'axe focal. Dans les deux autres cas les diffuseurs sont bien résolus par le système.

Le couplage entre les deux diffuseurs peut s'observer sur la figure 4.5. Les fonctions K_{11} et K_{22} sont identiques en raison de la position symétrique des diffuseurs par rapport à la matrice de transducteurs. La fonction $K_{12}(\omega)$ est assez différente dans les trois cas. En particulier dans la bande spectrale de la réponse acousto-électrique, elle est pratiquement nulle pour les deux matrices de plus grande ouverture alors que son amplitude

est significative pour la matrice à 7 éléments. Les fréquences pour lesquelles elle vaut zéro sont celles pour lesquelles la focalisation optimale (c'est-à-dire par retournement temporel) en l'un des diffuseurs donne un zéro en l'autre diffuseur (chapitre 3).

2. La deuxième série illustre l'influence de la densité et du nombre d'éléments transducteurs. Elle utilise les matrices A,B et C décrites dans le chapitre 3.

Les trois matrices ont une grande ouverture, par conséquent, elles résolvent bien les deux diffuseurs.

Les deux lobes ont la même largeur dans les trois cas mais le niveau résiduel monte quand la densité de transducteurs diminue (figure 4.6). Il vaut presque 1/4 de l'amplitude maximum pour la matrice D. Ceci se traduit par une grande différence sur les coefficients non diagonaux de la matrice $K(\omega)$ (figure 4.7).

4.2.d Exemples de convergence du processus d'itération.

Les paramètres sont nombreux, qui influent sur l'issue de l'itération. Nous avons choisi de présenter des exemples simples où la cible est composée de deux ou trois diffuseurs.

1. Deux diffuseurs.

La matrice de transducteurs est constituée de 37 éléments de 15 mm de diamètre, répartis en 4 couronnes. Le nombre d'ouverture est 1.73.

Cas symétrique (figure 4.8).

Les deux diffuseurs de réflectivité 0.5 et 1.0 sont placés à 6mm hors d'axe symétriquement par rapport à l'axe focal. Le premier retournement temporel donne deux lobes centrés sur les diffuseurs et d'amplitude proportionnelle aux coefficients de réflexion. A la seconde itération le rapport d'amplitude des deux lobes vaut 1/4. A la troisième ité-

ration, il est supérieur à $1/8$, ceci est probablement dû aux lobes secondaires de l'onde focalisée sur le réflecteur fort. On peut cependant affirmer que l'itération sélectionne le diffuseur le plus fort. On note l'apparition de lobes secondaires, cela s'explique par les convolutions successives par la réponse acousto-électrique dont le spectre est limité. A chaque itération, les signaux s'allongent et leur spectre s'affine.

Cas dissymétrique (figure 4.9).

Un diffuseur de réflectivité 0.5 est placé au point focal, et l'autre de coefficient 1.0 est placé à 12 mm hors d'axe. A la première itération, on observe deux lobes centrés sur les diffuseurs. La position au point focal de l'un des diffuseurs et le fort coefficient de réflectivité ont des conséquences contraires sur l'issue de l'itération. La convergence ne peut être prévue à partir des deux premières itérations, la tendance, s'affirment cependant au cours des itérations suivantes: le processus choisit le réflecteur le plus faible.

2. Trois diffuseurs.

L'intérêt de cet exemple est de montrer comment deux diffuseurs voisins peuvent se comporter vis-à-vis de l'itération comme un seul diffuseur plus fort.

La cible est constituée de trois diffuseurs D_1, D_2 et D_3 . D_1 et D_2 ont le même coefficient de réflectivité égal à 0.8 et sont situés à 7 et 5 mm à gauche de l'axe focal dans le plan focal. D_3 a une réflectivité égale à 1 et est placé à 6 mm à droite de l'axe focal (figure 4.10). La somme des coefficients de D_1 et D_2 est supérieure au coefficient de D_3 . Suivant l'ouverture de la matrice de transducteurs, l'itération conduit à une focalisation vers le diffuseur le plus fort ou bien vers les deux diffuseurs plus faibles.

Le premier calcul a été fait avec la matrice A.

Le nombre d'ouverture étant égal à 0.64, la largeur à mi-hauteur est d'environ 4mm.

par conséquent les diffuseurs D_1 et D_2 sont dans une même cellule de résolution du système. Cependant l'itération du processus conduit à une focalisation vers le réflecteur le plus fort. Ceci s'observe sur la courbe de pression qui a été calculée dans le plan des cibles et de l'axe focal (figure 4.10). Le diagramme dans le plan focal est représenté sur la figure 4.11.

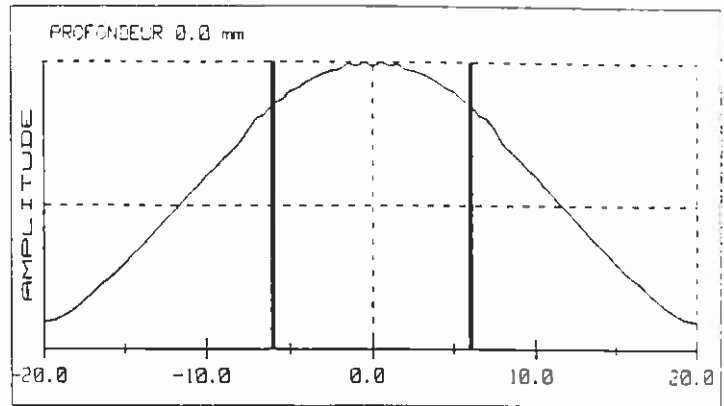
On observe l'apparition de lobes secondaires d'une itération à la suivante. Ceci vient du rétrécissement du spectre des signaux émis qui est dû aux convolutions multiples par la réponse acousto-électrique des transducteurs. On note aussi que la tendance de la première itération qui est de focaliser vers les deux diffuseurs, s'inverse à la deuxième itération.

Pour la même disposition de diffuseurs, on a refait le calcul avec deux autres matrices comportant les mêmes éléments transducteurs plus ou moins espacés. Pour la première matrice l'espacement entre transducteurs est de 2mm, pour la seconde de 30mm.

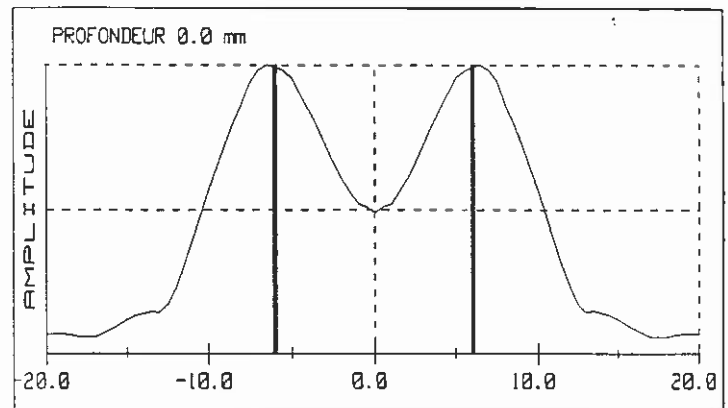
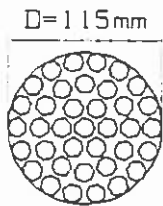
Pour la première matrice qui est peu ouverte, l'itération conduit à une focalisation vers les deux diffuseurs. Par contre, pour l'autre, la tendance est opposée dès la première itération (figure 4.12).

Ces simulations montrent que l'itération du processus a des conséquences difficiles à prévoir. La rapidité de convergence n'est pas nécessairement celle d'une loi géométrique. En particulier, la focalisation sur un diffuseur fort noyé dans un ensemble de diffuseurs faibles ne pourra pas toujours être obtenue par retournement temporel itératif. Cependant, dans le cas de cibles simples et bien espacées, l'itération conduit toujours à une focalisation vers le réflecteur de plus grand coefficient diagonal.

Matrice 7 éléments
 Nombre d'ouverture 4.0



Matrice 37 éléments
 Nombre d'ouverture 1.73



Matrice 61 éléments
 Nombre d'ouverture 1.36

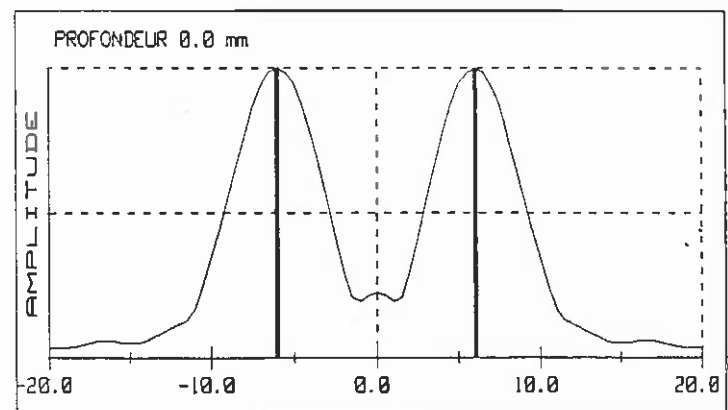
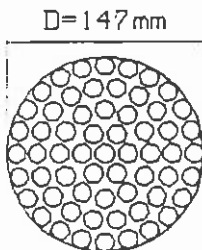


Figure 4.4: Courbe de focalisation par retournement temporel sur deux diffuseurs espacés de 12mm dans le plan focal, avec 3 matrices de focale 200mm et d'ouvertures croissantes. La première matrice est très peu ouverte, elle ne résout pas les deux diffuseurs. Par contre, les deux autres matrices permettent une bonne séparation des diffuseurs. Ceci est conforme à la théorie de la diffraction.

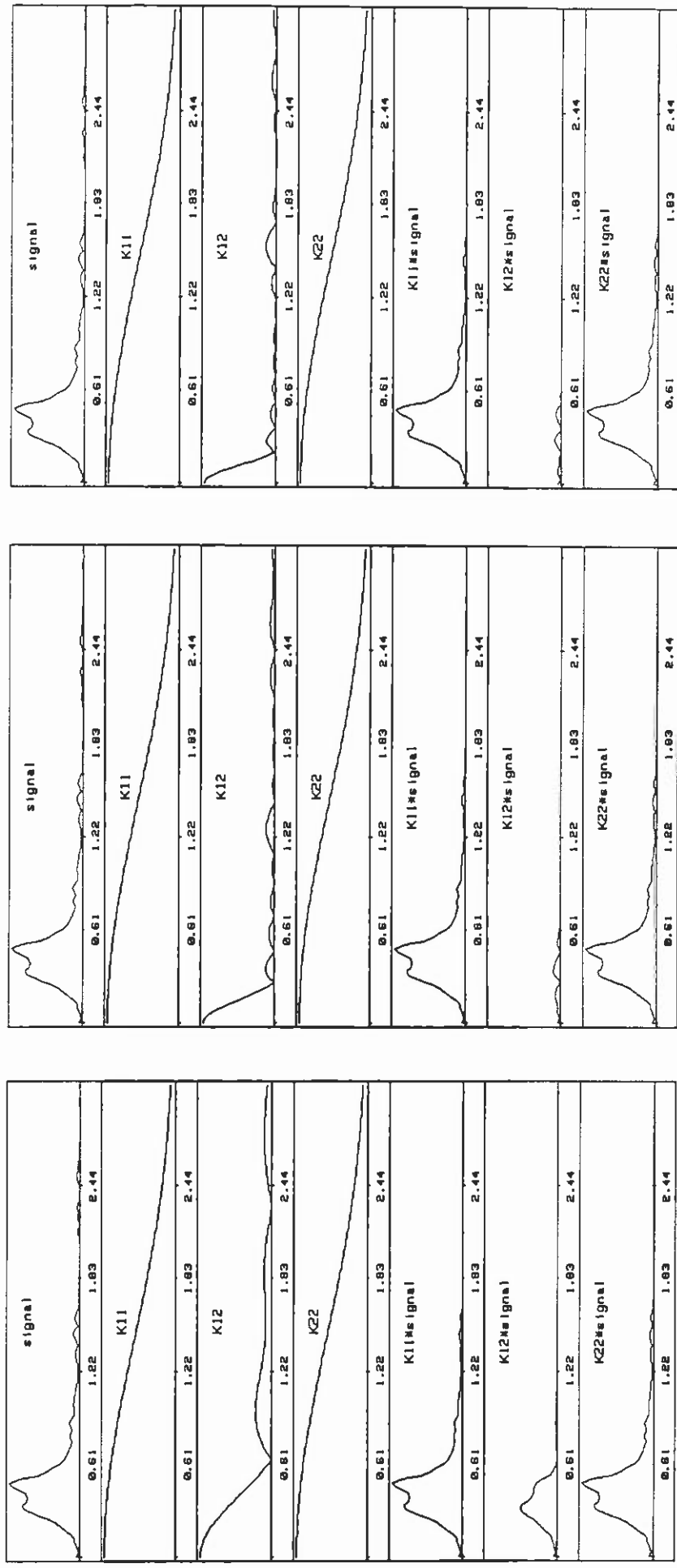
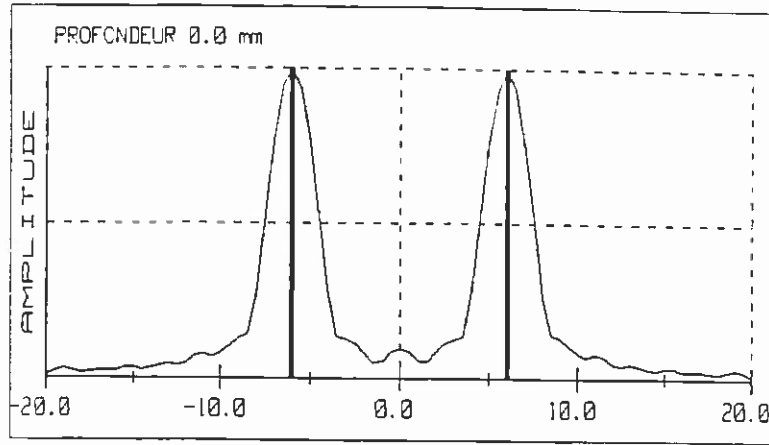
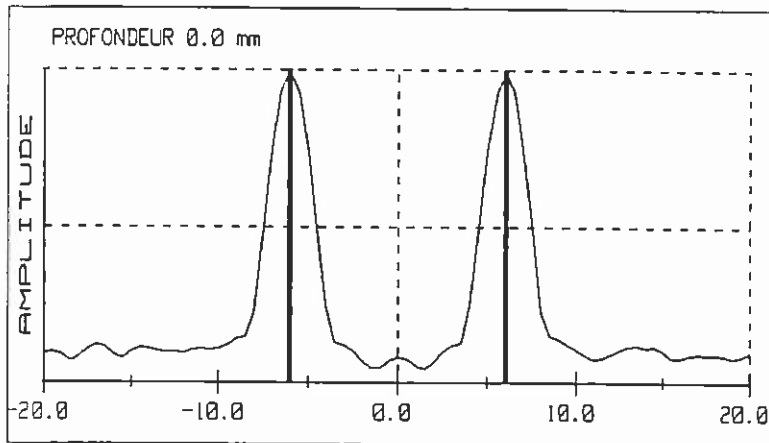


Figure 45: Représentation de la matrice d'itération $K(\omega)$. L'échelle est donnée en Mhz. De gauche à droite: les résultats obtenus pour les trois matrices d'ouvertures croissantes. De haut en bas: le spectre de la réponse acousto-électrique utilisée, le module des coefficients complexes de la matrice $K(\omega)$ ($K_{11}(\omega)$, $K_{12}(\omega)$, $K_{22}(\omega)$) et ces mêmes modules multipliés par le spectre de la réponse acousto-électrique.

Matrice A



Matrice B



Matrice C

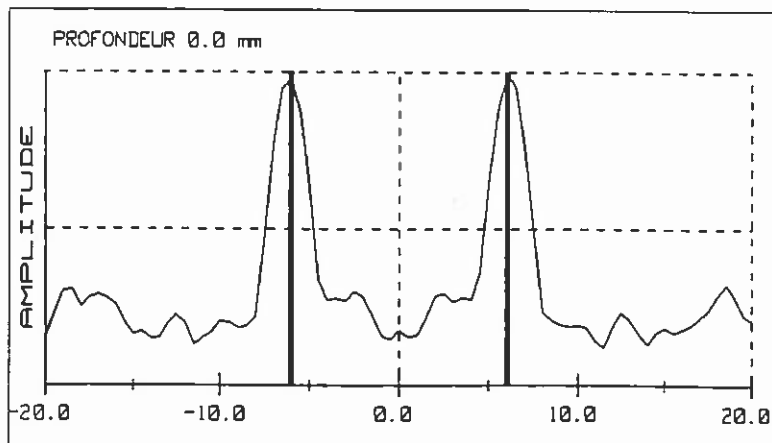


Figure 4.6: Diagramme de focalisation par retournement temporel sur deux diffuseurs espacés de 12mm dans le plan focal, avec les matrices A, B et D (figure précédente). L'ouverture étant la même pour les trois matrices, les deux lobes principaux ont toujours la même largeur. On constate un rehaussement du niveau résiduel quand le nombre d'éléments diminue.

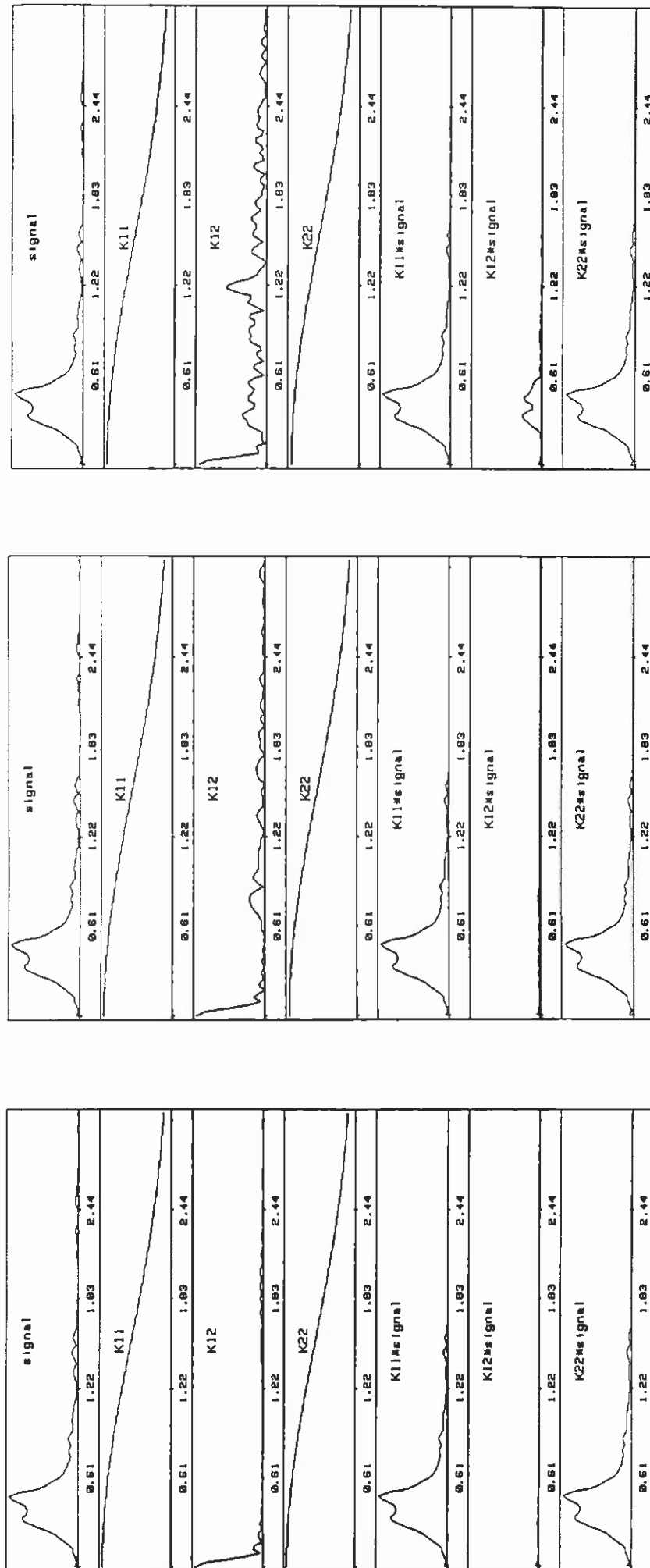
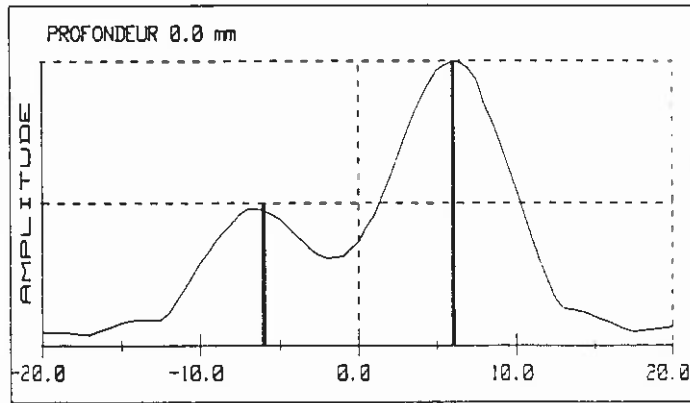
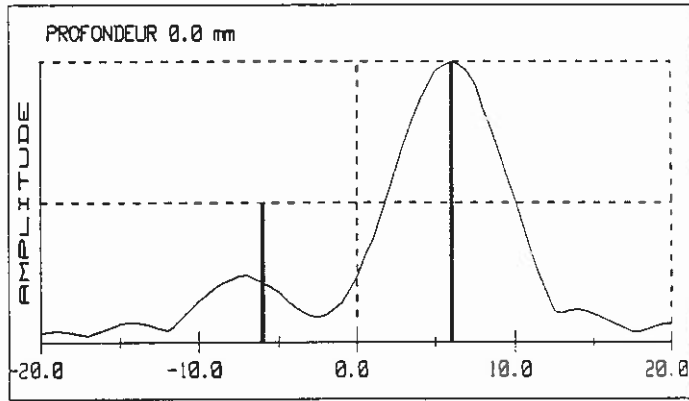


Figure 4.7: Représentation de la matrice d'itération $K(\omega)$. L'échelle est donnée en Mhz. De haut à droite: les résultats obtenus pour les matrices A, B et . De bas en bas: le spectre de la réponse acousto-électrique utilisée, le module des coefficients complexes de la matrice $K(\omega)$ ($K_{11}(\omega)$, $K_{12}(\omega)$, $K_{22}(\omega)$) et ces mêmes modules multipliés par le spectre de la réponse acousto-électrique.

Première itération



Deuxième itération



Troisième itération

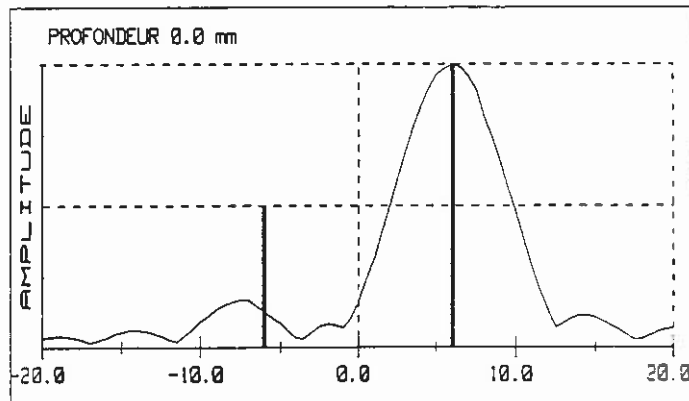
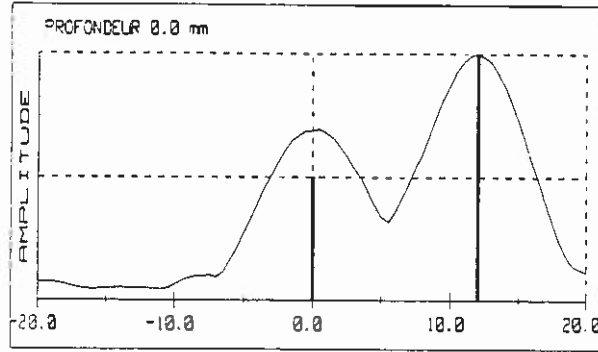
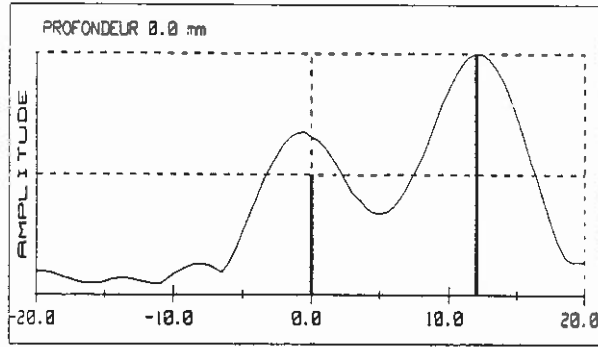


Figure 4.8: Courbes de pression obtenues avec la matrice de 37 éléments pour trois itérations. Les deux diffuseurs de réflectivité 0.5 et 1.0 placés à 6 mm de l'axe de part et d'autre du point focal.

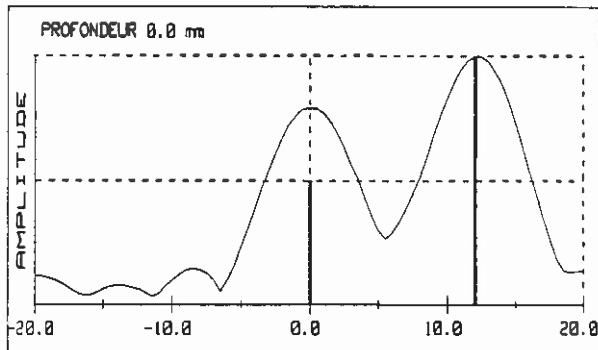
Première itération



Deuxième itération



Troisième itération



Quatrième itération

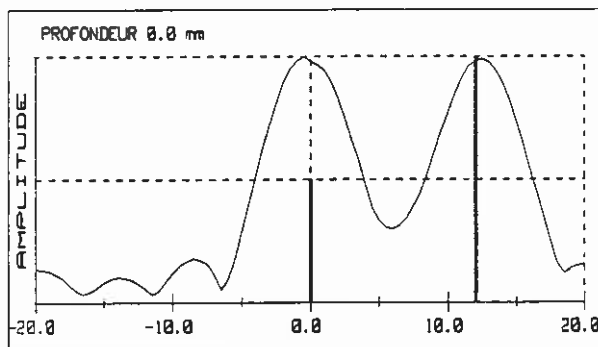
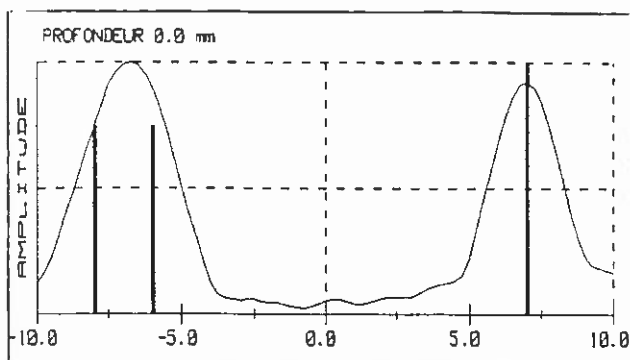
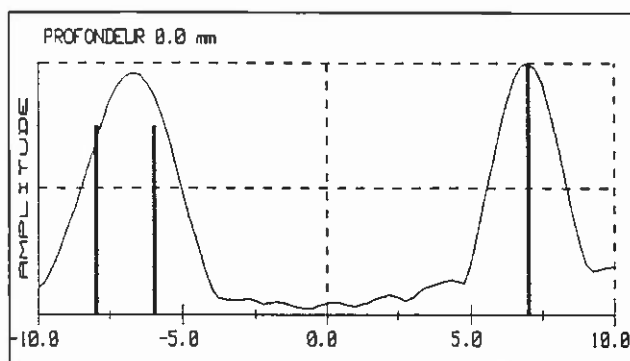


Figure 4.9: Courbes de pression obtenues avec la matrice de 97 éléments pour quatre itérations. Un diffuseur de réflectivité 0.5 est placé à la focale, l'autre de réflectivité 1.0 est placé à 12 mm de l'axe focal.

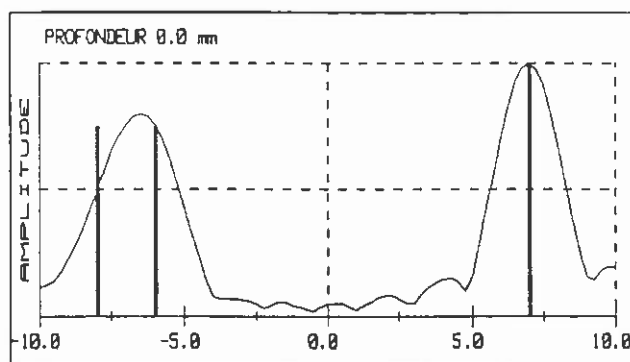
Première itération



Deuxième itération



Troisième itération



Cinquième itération

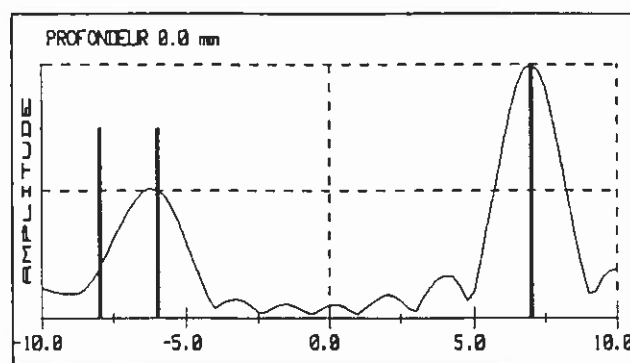
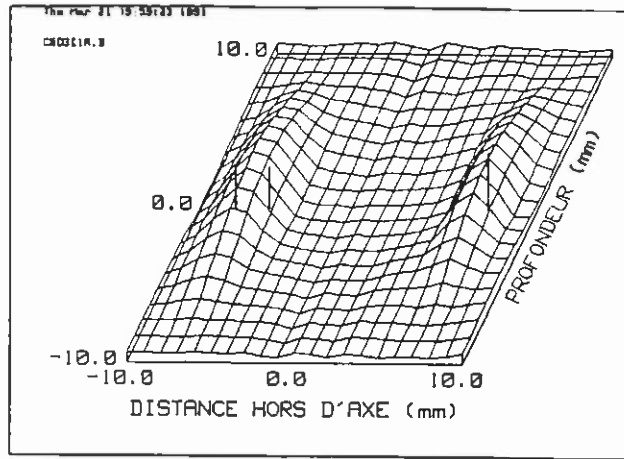
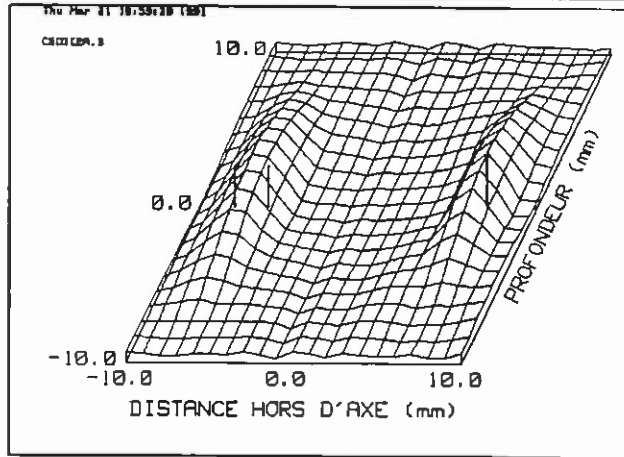


Figure 4.10: Courbes de pression obtenues pour cinq itérations, avec la matrice de 82 éléments, de nombre d'ouverture 0.64. Deux diffuseurs de réflectivité 0.8 sont placés à 6 et 8mm du point focale, le troisième de réflectivité 1.0 est placé à 7 mm de l'autre côté du point focal.

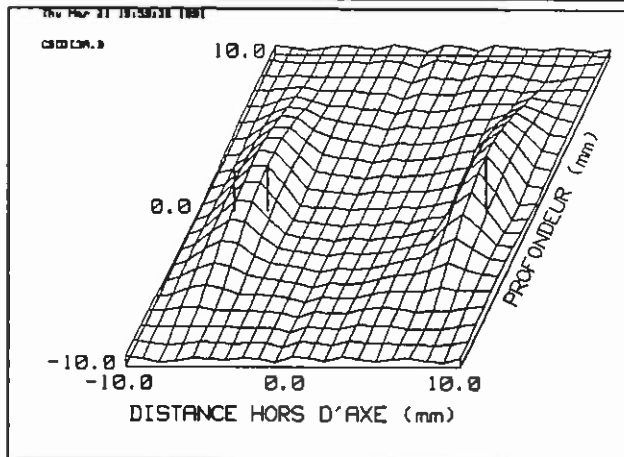
Première itération



Deuxième itération



Troisième itération



Cinquième itération

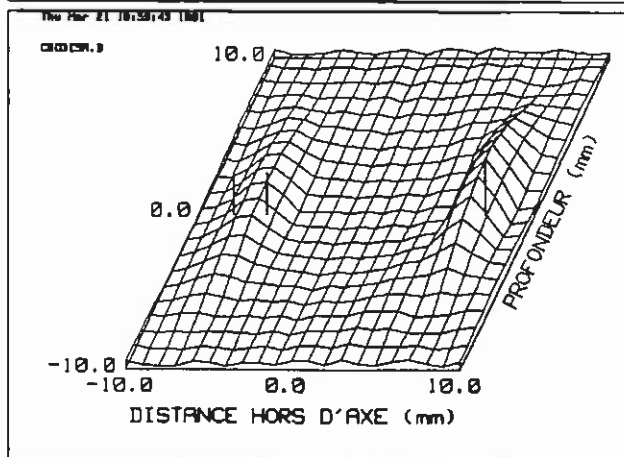


Figure 4.11: Diagrammes de pression obtenus pour cinq itérations, avec la matrice de 82 éléments, de nombre d'ouverture 0.64. Deux diffuseurs de réflectivité 0.8 sont placés à 6 et 8mm du point focale, le troisième de réflectivité 1.0 est placé à 7 mm de l'autre côté du point focal.

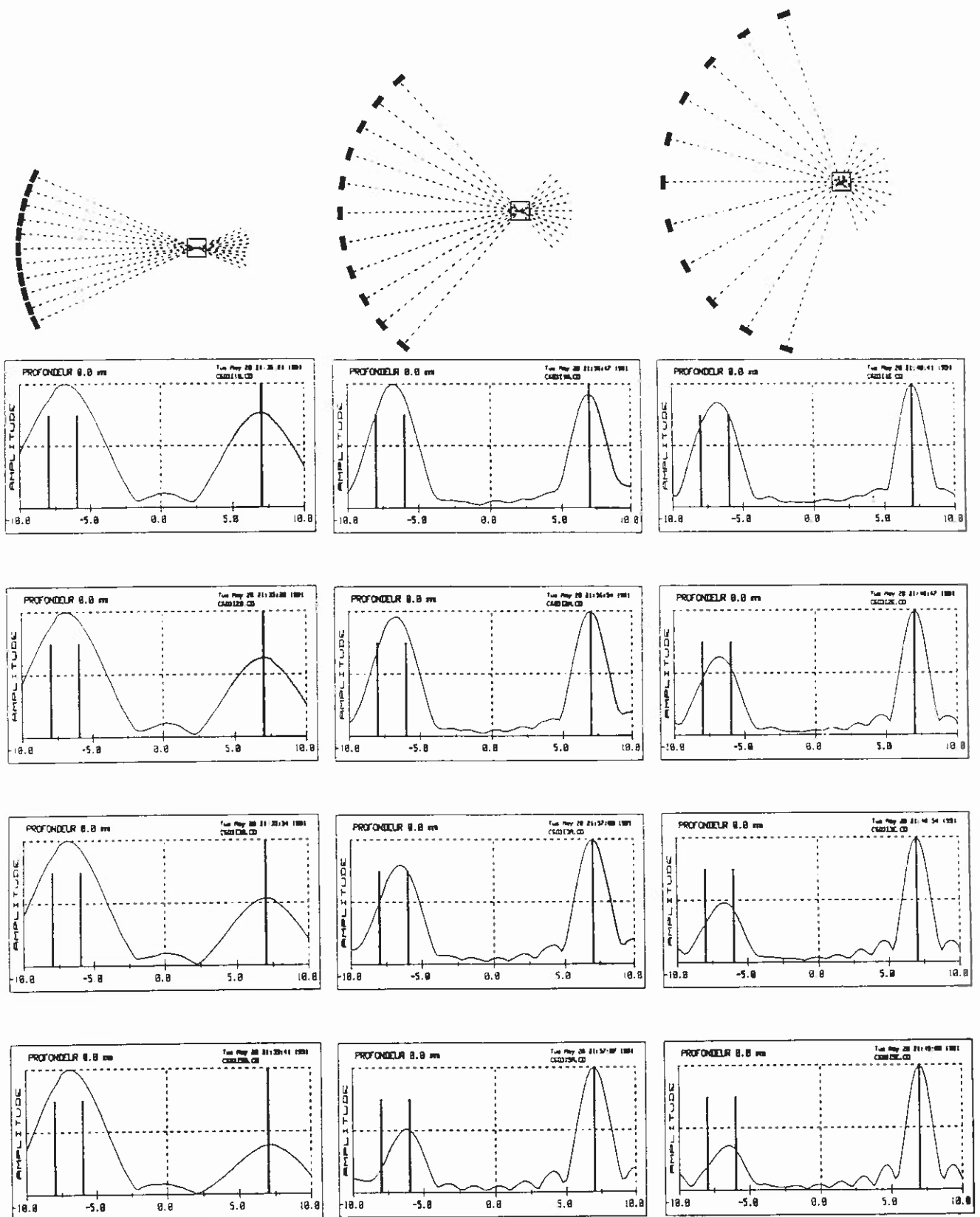


Figure 4.12: Courbes de pression obtenues pour cinq itérations, avec trois matrices constituées des mêmes transducteurs de nombre d'ouverture 1.12, 0.64, 0.52 et pour la même disposition de diffuseurs que dans les figures 4.10 et 4.11.

De gauche à droite: les résultats pour les trois matrices,
De haut en bas: la coupe de la matrice et les itérations 1,2,3 et 5.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

Ce chapitre présente une série d'expériences réalisées avec un prototype électronique de 64 voies à retournement temporel. Trois types de réseaux de transducteurs ont été utilisés: deux barrettes linéaires de 64 éléments, l'une plane et l'autre cylindrique de distance focale 80 mm et une matrice de 64 transducteurs plans circulaires placés sur une coupole sphérique de 120mm de rayon de courbure.

Ces expériences montrent l'efficacité de la méthode de retournement temporel pour focaliser dans l'eau, à travers un milieu aberrateur, sur une source active telle qu'un hydrophone mais aussi sur des réflecteurs (sources passives) tels qu'un fil métallique ou un calcul rénal et enfin pour focaliser sélectivement dans le cas d'un milieu multi-cibles. Nous présentons successivement

* la description du dispositif,

- * une expérience de focalisation sur une source active en milieu homogène, puis à travers un prisme de silicone,
- * une expérience de focalisation sur une cible passive à travers une épaisseur de caoutchouc type écran de phase. Les résultats pour différentes positions de l'écran sont comparés.
- * une expérience de focalisation sélective par itération pour deux fils de réflectivités différentes.
- * une expérience de focalisation sur un calcul rénal.

5.1 Description du dispositif.

Le prototype est constitué de 64 émetteurs programmables comprenant chacun une mémoire tampon de 4 Kilo-octets. Les signaux analogiques sont obtenus par conversion Digital/Analogique du contenu du buffer à une cadence de 25Mhz, ainsi la durée maximale des signaux est de 160 microsecondes.

Chacun des 64 émetteurs est connecté à l'un des 64 transducteurs si bien que lors d'une phase d'émission les transducteurs sont excités simultanément. Par contre le système ne comprend qu'un seul convertisseur analogique digital, la phase d'acquisition des échos sur l'ensemble des transducteurs nécessite donc 64 émissions consécutives. Ceci interdit pour l'instant toute expérience en temps réel. La numérisation des signaux peut se faire jusqu'à une fréquence de 100Mhz sur 8 bits. Un pas d'échantillonnage de l'ordre d'un dixième de période acoustique permet une bonne focalisation.

Les signaux numérisés sont transmis à un micro ordinateur qui réalise l'opération de retournement temporel par une procédure LIFO (Last In First Out) et transmet les nouveaux signaux aux émetteurs.

Remarque: dans toute les expériences de focalisation, le diagramme de directivité

est mesuré par un hydrophone déplacé pas à pas par un moteur micro-contrôle.

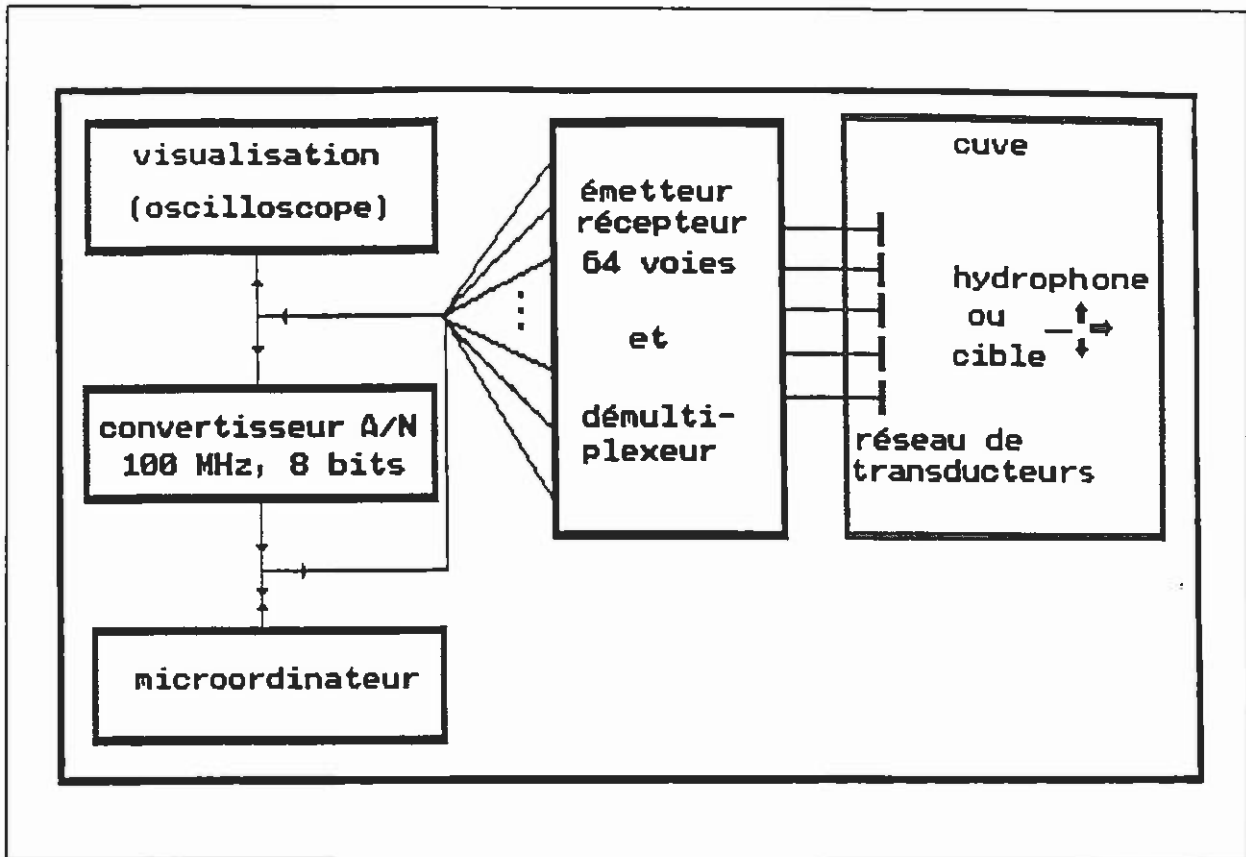


Figure 5.1: schéma de l'expérience.

5.2 Focalisation en milieu homogène.

La première expérience de focalisation est réalisée avec l'hydrophone qui sert de source dans la phase d'écoute. La barrette utilisée est cylindrique, de focale 80mm et de largeur 40mm. Elle est constituée de 64 transducteurs de 0.75mm de large et de 10mm de haut. La fréquence centrale étant 3Mhz, la largeur théorique de la tache focale est d'environ 1mm. L'hydrophone est placé à $z=40\text{mm}$ de la barrette soit à la moitié de la distance focale et à $x=10\text{mm}$ hors d'axe (figure 5.2A). Il émet un pulse bref et l'onde ainsi engendrée est captée par les 64 transducteurs. Les signaux correspondants sont représentés sur la figure 5.2B. La courbure de la loi de retard traduit bien la position hors d'axe et en avant de la focale de l'hydrophone. En outre, on note un défaut de la

barrette: deux éléments sont mal alignés et les signaux qu'ils fournissent sont en avance sur les signaux voisins.

Ces 64 signaux sont renversés temporellement et chargés dans les mémoires des 64 émetteurs. En faisant émettre tous les éléments simultanément, on mesure le diagramme de pression dans le plan $z=40\text{mm}$ (figure 5.2D). On observe un lobe unique à la position initiale de l'hydrophone.

Afin de comparer la contribution de chacun des 64 transducteurs à ce pic de pression, on les excite à tour de rôle par le signal chargé dans chaque émetteur. L'hydrophone capte l'onde ainsi engendrée, la figure 5.2C représente les 64 signaux obtenus. Ils sont tous en phase, y compris ceux provenant des transducteurs mal alignés. En conséquence, une parfaite focalisation qui compense les défauts de la barrette est obtenue sans aucun calcul.

5.3 Focalisation à travers un prisme de silicone.

La deuxième expérience du même type est faite en plaçant entre l'hydrophone et la barrette un prisme de silicone (figure 5.3A). La vitesse ultrasonore dans le silicone étant environ 1000m/s , celui-ci se comporte comme un aberrateur du type interface et a pour effet de dévier les faisceaux.

Focalisation directe.

La déviation du faisceau par le prisme est mise en évidence en faisant émettre tous les transducteurs simultanément. Le diagramme de pression mesuré par l'hydrophone dans le plan focal (figure 5.3B) montre un net décalage du lobe à 5mm de la focale géométrique.

Focalisation par retournement temporel.

L'hydrophone placé au point focal sert de source et émet une onde qui est captée par les éléments de la barrette après traversée du prisme. Les signaux sont retournés temporelle-

ment et réémis, l'onde produite traverse l'aberrateur et est bien focalisée à la position de la source (figure 5.3C). Le retournement temporel permet donc de compenser les déviations induites par des inhomogénéités du type interface.

5.4 Focalisation à travers un écran de phase.

Cette expérience vise à démontrer l'efficacité du retournement temporel pour focaliser à travers un aberrateur dont l'échelle des fluctuations est inférieure à l'ouverture du système. La barrette est la même que dans les expériences précédentes. L'aberrateur est une tranche de caoutchouc d'épaisseur variable. La vitesse ultrasonore dans le caoutchouc étant de 950m/s, il se comporte dans l'eau comme un écran de phase. Ses variations d'épaisseur ont une longueur de cohérence d'environ 1 cm (1/5 de l'ouverture). La focalisation directe et la focalisation par retournement temporel sont comparées pour plusieurs profondeurs de l'aberrateur.

Focalisation directe.

Les éléments sont excités simultanément comme pour la focalisation en milieu homogène, le diagramme de pression est mesuré par l'hydrophone dans le plan focal géométrique. La focalisation à travers l'écran est très dégradée. Lorsque l'écran est collé à la barrette de transducteurs, le diagramme de pression est très large (figure 5.4 A1) et le niveau hors d'axe reste très élevé (un quart du maximum de pression). Lorsque l'on éloigne l'écran de la barrette, la focalisation s'améliore, en effet la largeur du faisceau diminue et le niveau résiduel hors d'axe décroît. Ceci est cohérent avec le résultat énoncé dans le chapitre 1 sur la résolution d'un système à travers un milieu aberrateur. La courbe de pression 5.4 B1 est obtenue pour une distance de $d=27\text{mm}$ entre la barrette et l'aberrateur. Les figures 5.4 C1 et D1 correspondent à des distances $d=47\text{mm}$ et $d=67\text{mm}$ respectivement.

Focalisation par retournement temporel.

Pour chacune des quatre positions de l'écran, on a réalisé la focalisation par retournement temporel. Dans un premier temps, l'hydrophone placé à la focale géométrique reste passif et sert de réflecteur. La première onde d'excitation est celle qui a été produite par la focalisation directe décrite précédemment. Cette onde est réfléchi à la pointe de l'hydrophone, l'onde rétro-diffusée est captée par les transducteurs du miroir. Dans un deuxième temps, l'onde est réémise après retournement temporel et le diagramme de pression mesuré par l'hydrophone. Les figures 5.4 A2, B2, C2 et D2 sont les quatre courbes de pression ainsi obtenues. Dans tous les cas, la focalisation est nettement meilleure que celle qui est obtenue par la méthode directe.

Pour la même disposition barrette-écran, une méthode de correction par mesure de temps de vol a été testée^[25]. Lorsque l'écran est plaqué contre la barrette de transducteurs, la focalisation est aussi bonne que par retournement temporel, par contre lorsqu'il est loin de la barrette, cette méthode est moins efficace. Ceci confirme les observations du chapitre 1: les méthodes de correction par mesure de temps de vols sont en général trop simplistes.

5.5 Focalisation sélective par itération.

Cette expérience démontre l'aptitude du miroir à retournement temporel à sélectionner par itération, un front d'onde qui converge vers le point le plus réflecteur d'un objet.

On utilise une barrette plane d'ouverture 48mm constituée de 64 transducteurs de 0.6mm de large et de 10mm de hauteur. La cible est constituée de deux fils de réflectivités différentes, placés de part et d'autre de l'axe de la barrette perpendiculairement

à celle-ci, à une profondeur de 110mm. Le processus d'itération est celui qui a été décrit dans le chapitre 4. La première illumination est produite par l'élément central de la barrette, on observe l'interférence des ondes rétrodiffusées par les deux cibles (figure 5.6). L'émission de ces signaux retournés temporellement crée une onde focalisée sur les deux diffuseurs. Le diagramme de pression est mesuré par l'hydrophone dans le plan des cibles (figure 5.5). Le processus est itéré, les courbes de pression pour les deuxième, troisième et quatrième itérations sont aussi représentées sur la figure 5.5. Le pic centré sur le réflecteur le plus faible décroît progressivement. Les signaux réfléchis et captés par les 64 transducteurs sont représentés sur la figure 5.6. Le front d'onde provenant du réflecteur fort est sélectionné.

5.6 Focalisation sur un calcul rénal.

Cette expérience est le préliminaire d'une étude sur l'application du retournement temporel à la lithotritie. Elle vise à démontrer que pour un objet complexe et de réflectivité assez faible, le procédé de focalisation est encore valable et que l'itération du processus présente beaucoup d'intérêt. Elle est réalisée avec une matrice de 64 transducteurs plans circulaires, répartis en cinq lignes sur une calotte sphérique de courbure 120 mm. La fréquence centrale est de 1Mhz. Le calcul est placé à 110 mm de la matrice. Ses dimensions sont d'environ 10 mm. L'onde d'excitation est produite par l'élément central. A chaque itération, le diagramme de pression est mesuré à l'emplacement du calcul (figure 5.7) . A la première itération, il est chahuté. A la deuxième et à la troisième itération, l'onde est focalisée vers un point du calcul. Les signaux correspondant à la première onde réfléchie (avant retournement temporel) sont représentés sur la figure 5.8, on remarque la courbure pour chacune des cinq rangées de transducteurs. Les signaux de la deuxième et de la troisième onde réfléchie sont aussi représentés.

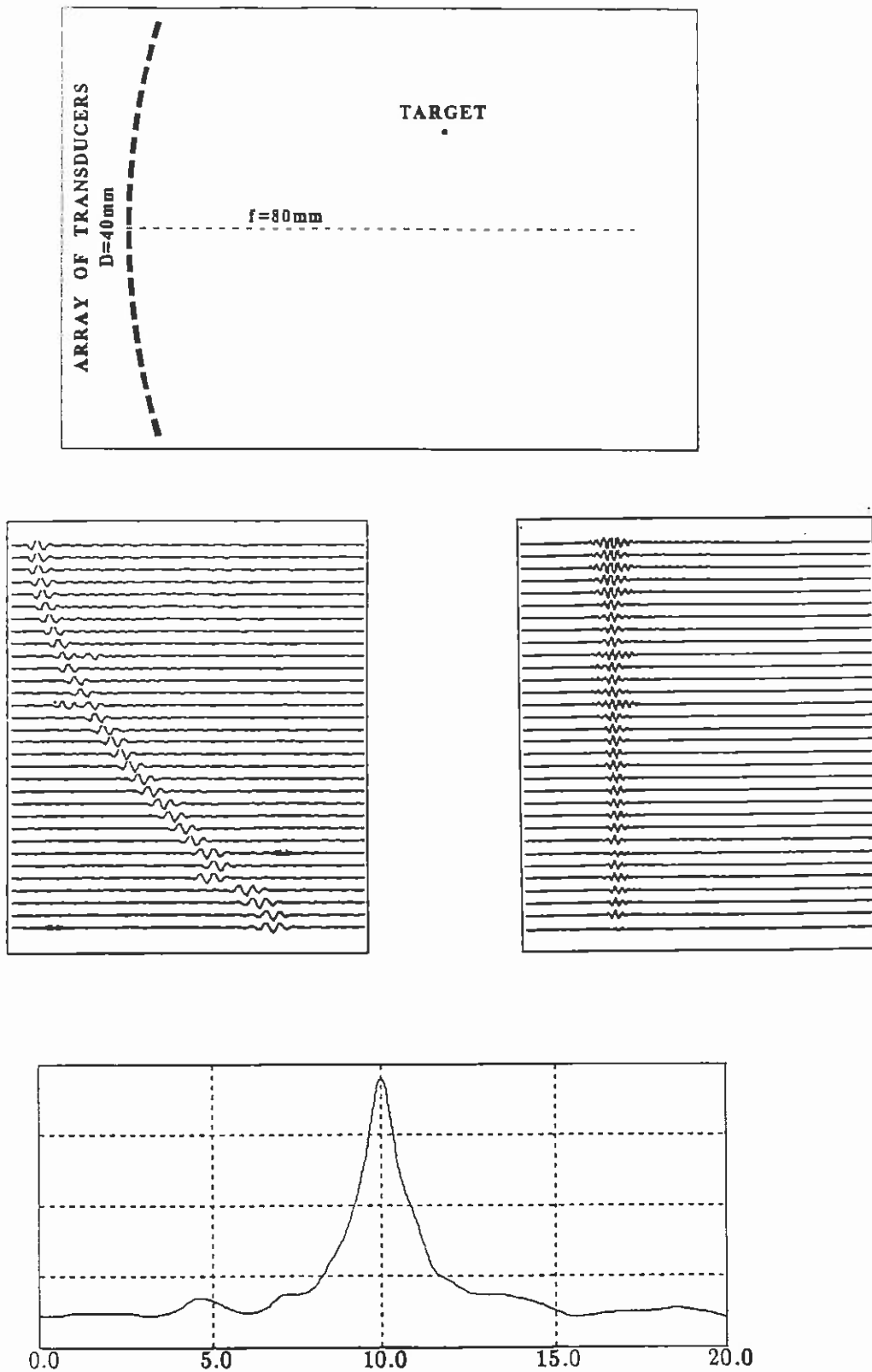
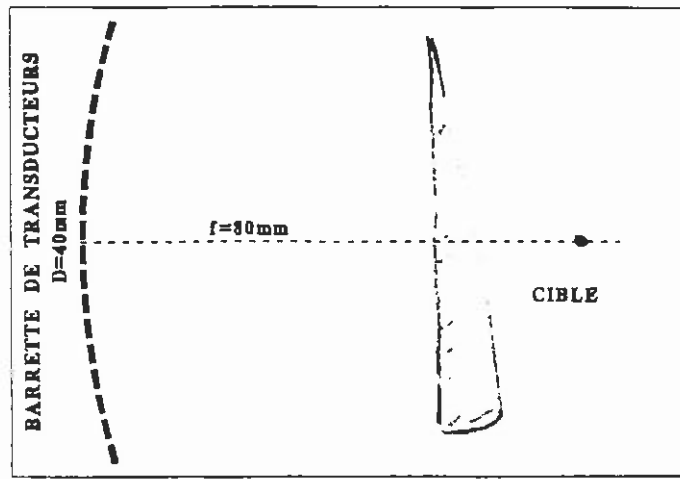
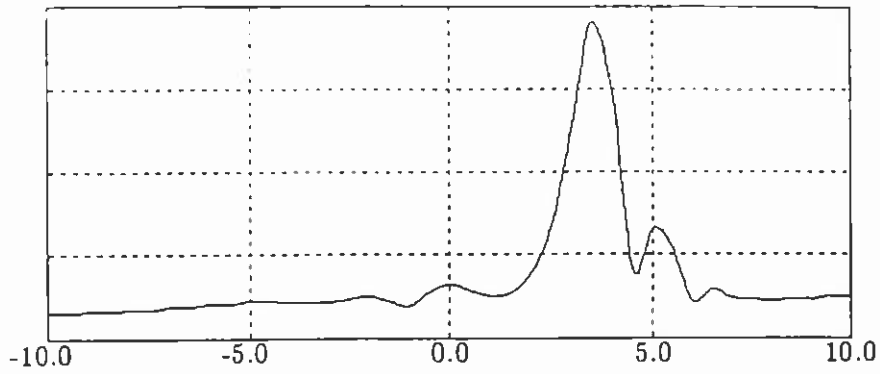


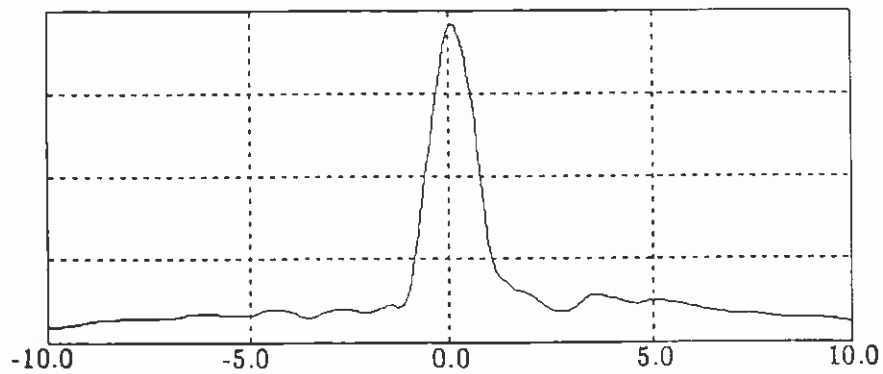
Figure 5.2: Focalisation sur une cible éloignée de la focale.
 A: schéma du dispositif, B: signaux mesurés par les 64 transducteurs après émission de l'hydrophone, C: signaux mesurés par l'hydrophone lorsque chaque transducteur est excité séparément par le signal qu'il a délivré précédemment (B), D: courbe de pression obtenue par retournement temporel.



A



B



C

Figure 5.9: Focalisation à travers un prisme de silicone.

A: schéma du dispositif

B: focalisation directe

C: focalisation par retournement temporel

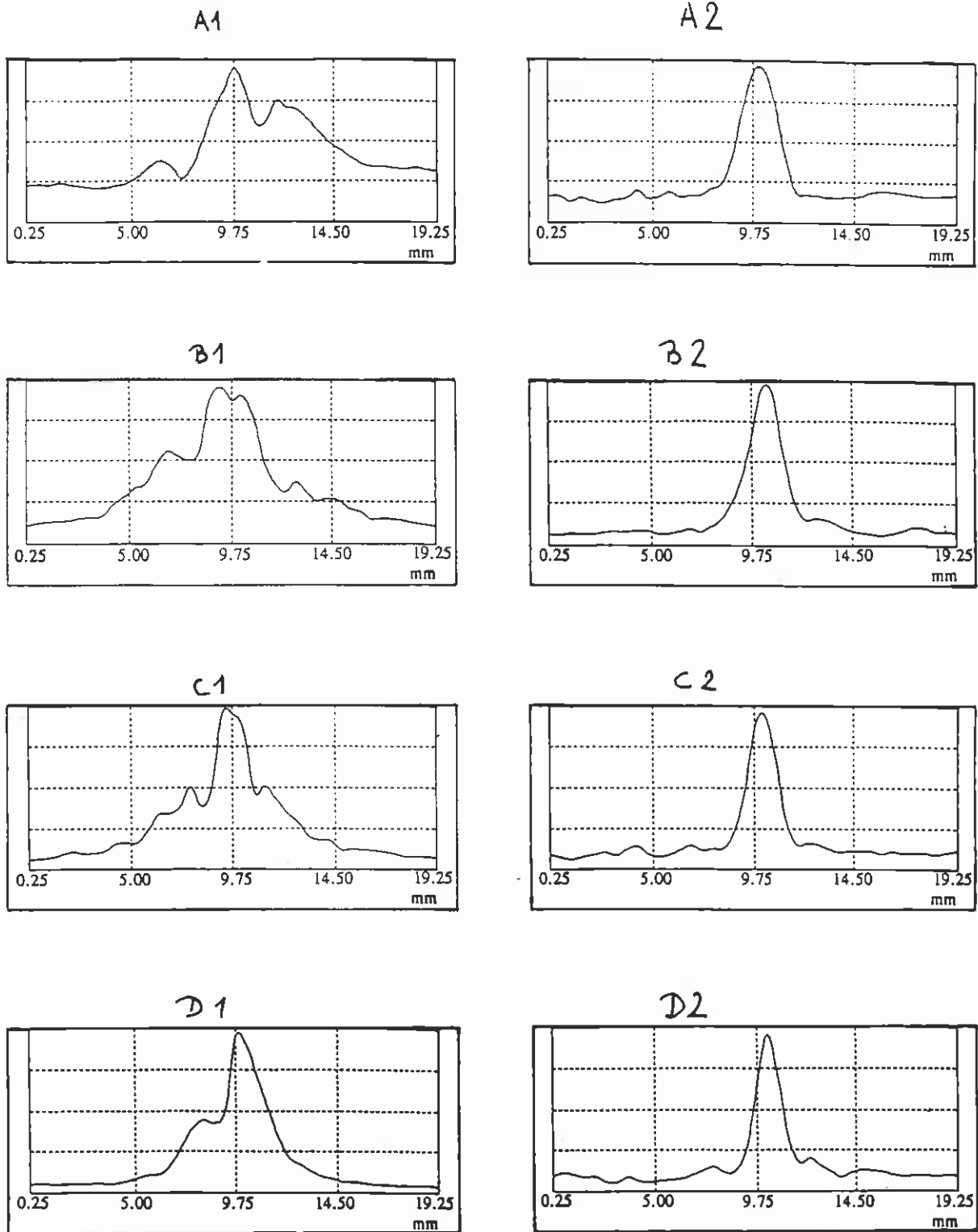


Figure 5.4: Focalisation à travers un écran de phase. Courbes de pression observées dans le plan focal pour quatre distances de l'écran à la barrette (A: $d=0$ mm, B: $d=27$ mm, C: $d=47$ mm et D: $d=67$ mm). Les courbes A1, B1, C1 et D1 sont données par la focalisation cylindrique directe. Les courbes A2, B2, C2, et D2 sont obtenues en focalisant par retournement temporel.

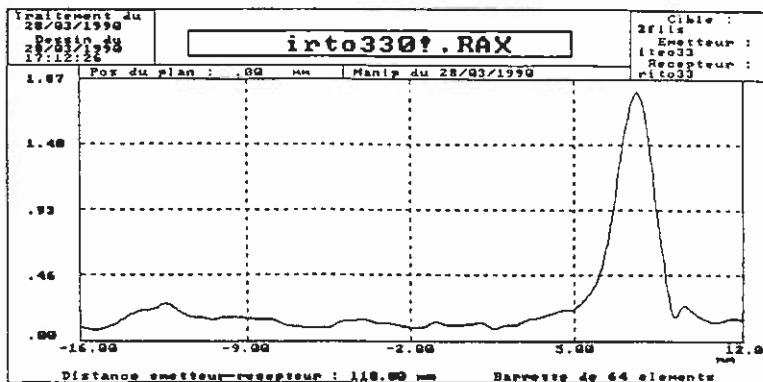
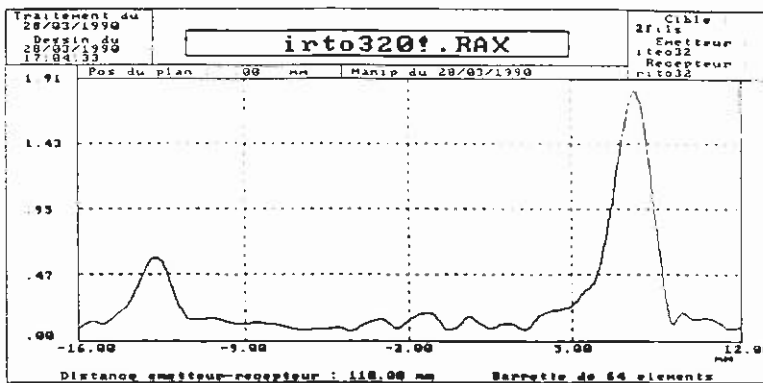
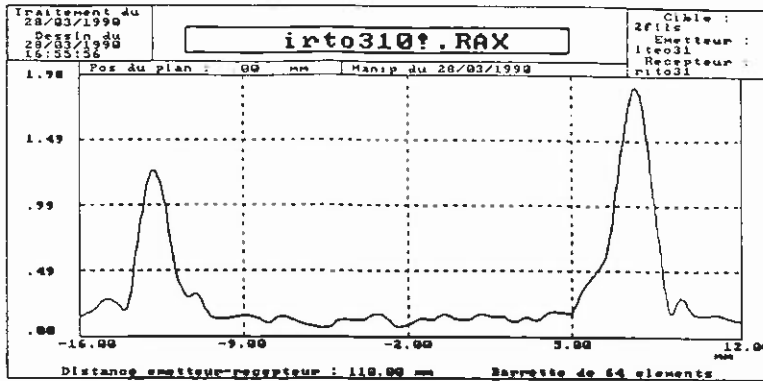
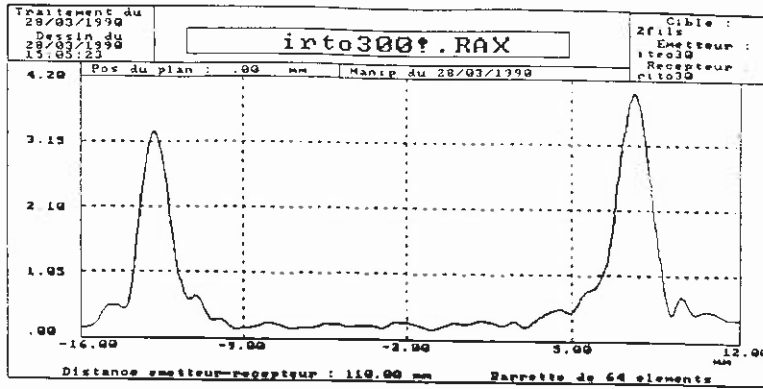
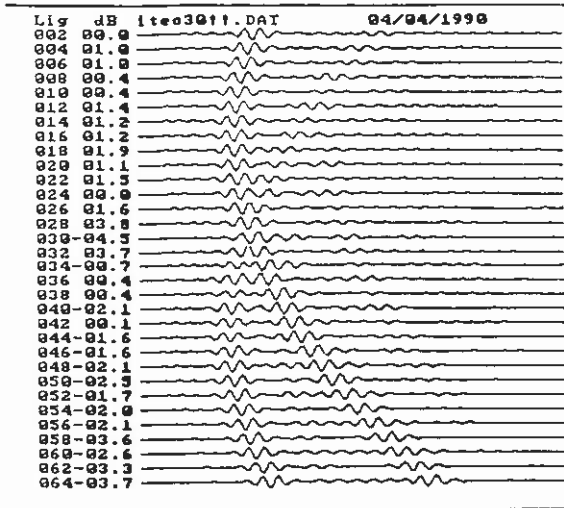
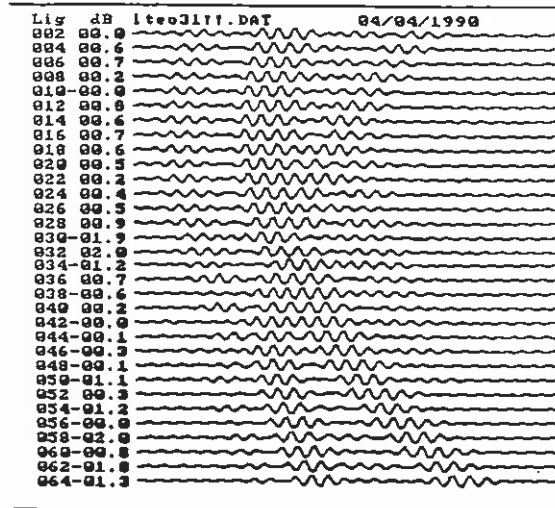


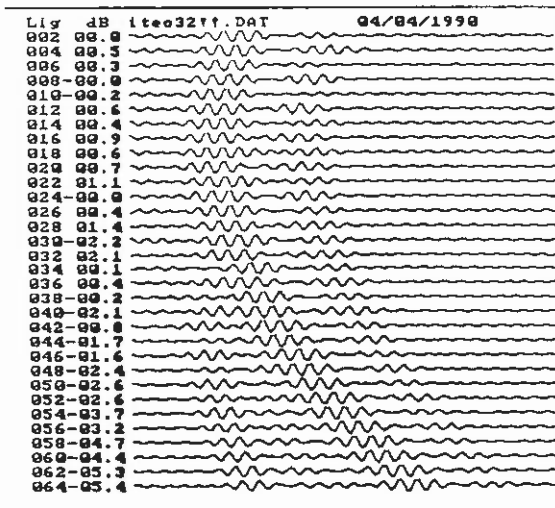
Figure 5.5: Courbes de pression dans le plan deux fils mesurées à chaque itération. De haut en bas: les première, deuxième, troisième et quatrième itérations.



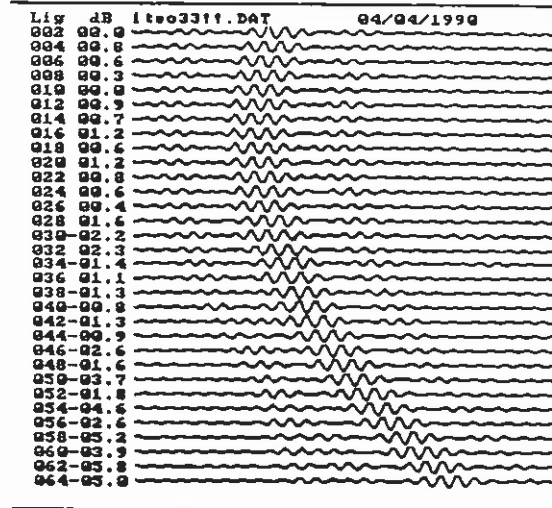
Première réflexion



Deuxième réflexion



Troisième réflexion



Quatrième réflexion

Figure 5.6: Focalisation sélective par itération. Signaux délivrés par la barrette lorsqu'elle capte les ondes réfléchies par les deux fils.

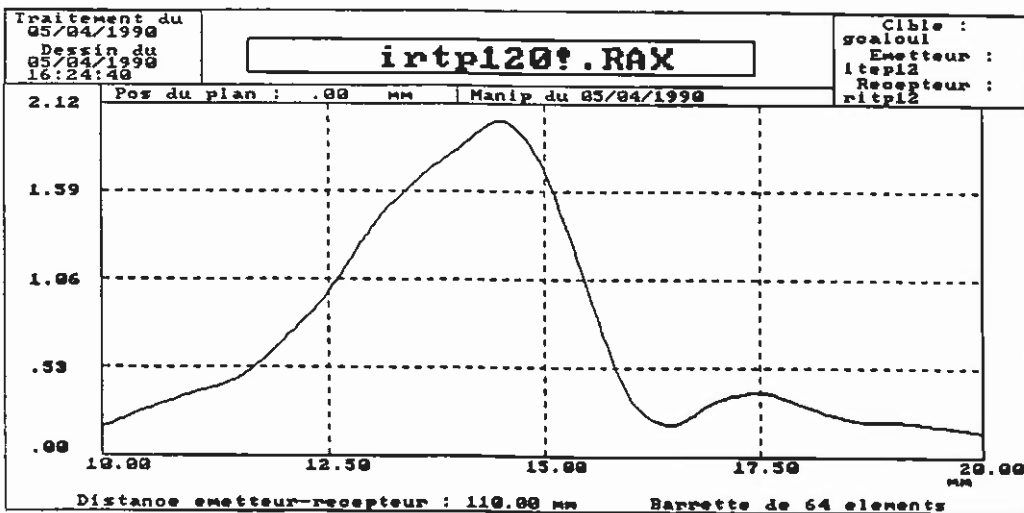
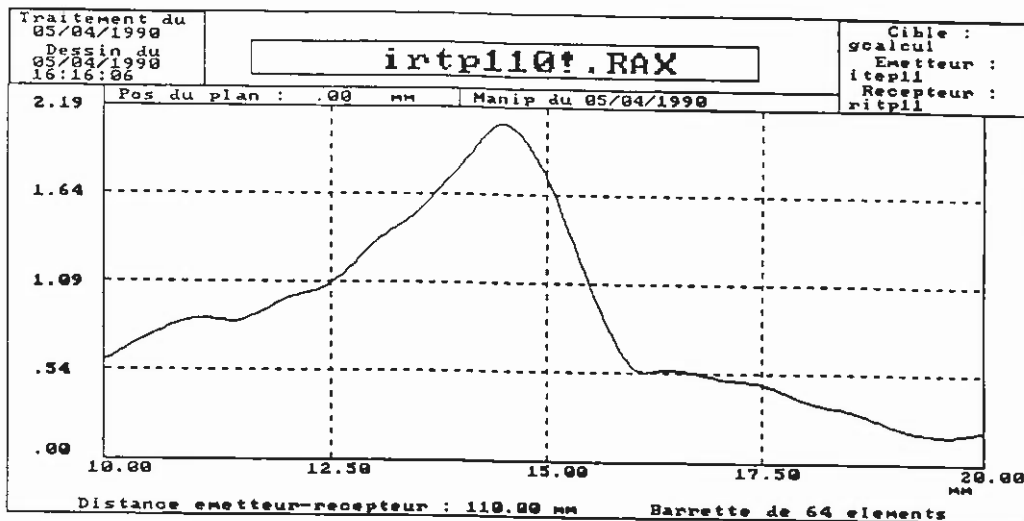
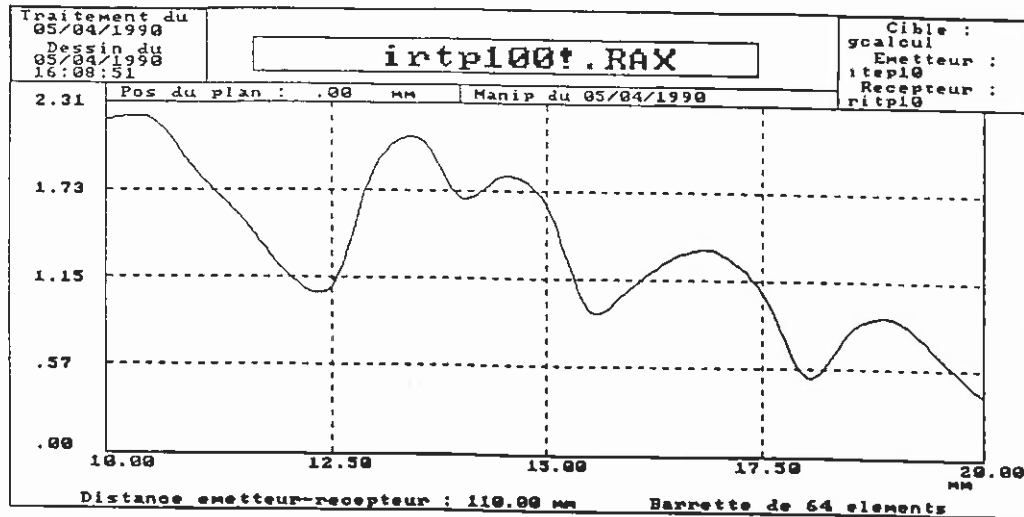


Figure 5.7: Courbes de pression mesurées à l'emplacement du calcul pour les trois itérations. A partir de la deuxième itération, l'onde se concentre en un point du calcul.

Lig	dB	itep10ff.DAT	00/06/1990	itep11ff.DAT	00/06/1990	Lig	dB	itep11ff.DAT	00/06/1990	itep12ff.DAT	00/06/1990
001	00.0					001	00.0				
002	01.9					002	00.7				
003	00.8					003	01.1				
004	00.9					004	00.2				
005	00.3					005	02.2				
006	02.3					006	02.3				
007	02.1					007	00.2				
008	04.1					008	06.0				
009	04.3					009	06.3				
010	07.0					010	06.4				
011	06.9					011	08.1				
012	10.5					012	10.7				
013	00.0					013	00.2				
014	00.6					014	02.0				
015	01.1					015	02.0				
016	00.2					016	01.1				
017	00.3					017	00.3				
018	00.9					018	04.4				
019	01.5					019	04.1				
020	02.2					020	01.4				
021	05.2					021	07.7				
022	07.2					022	10.9				
023	07.6					023	09.3				
024	07.1					024	08.0				
025	10.9					025	12.8				
026	00.2					026	01.3				
027	00.6					027	01.1				
028	01.5					028	02.5				
029	03.8					029	01.1				
030	05.4					030	04.5				
031	03.0					031	01.5				
032	35.4					032	06.0				
033	00.0					033	00.0				
034	02.4					034	06.8				
035	02.5					035	11.3				
036	05.6					036	12.4				
037	07.1					037	13.0				
038	10.7					038	16.6				
039	11.2					039	17.4				
040	01.6					040	06.4				
041	00.3					041	01.4				
042	01.2					042	00.7				
043	01.2					043	02.3				
044	02.1					044	02.2				
045	02.6					045	02.2				
046	03.0					046	03.4				
047	03.0					047	08.3				
048	04.7					048	12.1				
049	03.1					049	11.6				
050	05.7					050	12.6				
051	09.4					051	17.0				
052	10.6					052	14.8				
053	02.9					053	04.8				
054	03.3					054	06.2				
055	01.4					055	04.8				
056	04.6					056	10.1				
057	03.2					057	06.8				
058	03.0					058	05.0				
059	05.9					059	08.5				
060	03.8					060	12.2				
061	08.2					061	16.6				
062	06.6					062	15.3				
063	09.3					063	16.9				
064	11.8					064	16.2				

Figure 5.8: Echos du calcul captés par les éléments de la matrice à la première, la deuxième et la troisième itérations.

Chapitre 6

Retournement temporel dans un milieu fortement inhomogène.

Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons considéré des milieux homogènes ou faiblement inhomogènes. Les propriétés rectificatrices du miroir à retournement temporel et celles du miroir à conjugaison de phase sont semblables dans de tels milieux. En revanche, lorsque le milieu de propagation est fortement inhomogène, l'analogie entre le retournement temporel et la conjugaison de phase atteint ses limites. La différence fondamentale est la suivante: la conjugaison de phase est obtenue en régime permanent alors que le retournement temporel est une opération causale réalisée en deux temps au cours de la période transitoire.

La théorie de la conjugaison de phase à travers un milieu quelconque a été étudiée par Agarwal et al.^[26] ou Mittra et al.^[27]. Ils ont montré qu'un miroir à conjugaison

chapitre 6 ————— Retournement temporel dans un milieu fortement inhomogène. de phase plan infini compense totalement les distorsions de front d'onde induites par la propagation à travers un milieu non dissipatif quelconque. Autrement dit, un miroir à conjugaison de phase idéal engendre exactement l'onde conjuguée de l'onde incidente en dépit des discontinuités présentes dans le milieu de propagation. En particulier, les réflexions de l'onde incidente sur le milieu sont totalement annulées par interférence avec les ondes engendrées par le miroir à conjugaison de phase. Ceci suppose que le régime permanent est atteint: les ondes multi-diffusées au sein du milieu dans la direction du miroir sont toutes conjuguées et il y a des échos multiples entre le milieu et le miroir car celui-ci opère en temps réel. En conjugaison de phase optique, l'hypothèse du régime permanent n'est pas restrictive compte tenu des dimensions des montages expérimentaux et de la vitesse de propagation des ondes lumineuses.

Ce résultat n'est pas directement transposable au retournement temporel. En effet, la phase de mesure dure un temps fini et il est impossible de prendre en compte la totalité des réflexions multiples au sein du milieu. En conséquence, le champ acoustique n'est pas toujours nul à la fin du temps de mesure et le retournement temporel ne peut être qu'approché. De plus, lorsqu'il se produit de la rétro-diffusion au cours de la phase de mesure, les ondes réfléchies dans la direction opposée à celle du miroir sont perdues et l'onde initiale ne peut pas être totalement retournée temporellement par un seul miroir. Il est alors nécessaire d'utiliser une cavité à retournement temporel.

Afin de confirmer ces observations, nous traitons rigoureusement le cas de la lame à faces parallèles. Nous démontrons qu'en monochromatique, l'effet d'un miroir à conjugaison de phase idéal est le même avec ou sans la lame. Nous étudions ensuite dans le domaine temporel, les conséquences sur l'opération de retournement temporel de la troncature de l'onde qui n'est mesurée que pendant un temps fini: nous montrons qu'un

chapitre 6 ————— Retournement temporel dans un milieu fortement inhomogène.
retournement temporel approché peut être effectué avec deux miroirs placés de part et
d'autre de la lame.

Interface plane et inversion du temps.

La nécessité d'utiliser une cavité à retournement temporel apparaît dès que le milieu de propagation présente des discontinuités de vitesse. Prenons l'exemple d'une interface plane entre deux milieux fluides 1 et 2 de vitesses ultrasonores C_1 et C_2 . Notons r et t (resp. r' et t') les coefficients de réflexion et transmission du milieu 1 vers le milieu 2 (resp. de 2 vers 1).

Une onde incidente d'amplitude 1 engendre une onde réfléchie d'amplitude r et une onde transmise d'amplitude t (figure 6.1A). Un miroir à conjugaison de phase agissant sur l'onde transmise restitue intégralement l'onde incidente et annule l'onde réfléchie (ceci sera justifié théoriquement dans le paragraphe suivant). En revanche, un miroir à retournement temporel placé dans le milieu 2 engendre une onde d'amplitude tt' dans la direction de l'onde incidente et une onde d'amplitude tr' dans le milieu 2 (figure 6.1B). Un véritable renversement du temps ne peut pas être obtenu ainsi.

L'onde incidente ne peut être inversée qu'en utilisant un deuxième miroir placé dans le milieu 1 (figure 6.1C). On obtient alors une onde d'amplitude $r^2 + tt'$ dans la direction de l'onde incidente et une onde d'amplitude $t(r + r')$ dans le milieu 2.

Revenons à la configuration de la figure 6.1A, d'après le principe de réversibilité, si l'on inverse les directions de propagation des 3 ondes, on obtient une solution physiquement possible (figure 6.1D). Les configurations de (C) et (D) sont nécessairement identiques, en effet en retranchant les ondes de la figure 6.1D à celles de la figure 6.1C on obtient une onde $1 - r^2 - tt'$ dans le milieu 1 et une onde d'amplitude $t(r+r')$ dans le milieu 2. Ces deux ondes fuient l'interface et en l'absence de source, elles doivent être

chapitre 6 ————— Retournement temporel dans un milieu fortement inhomogène.
 nulles. Remarquons que ceci permet de déterminer très simplement les équations reliant
 les coefficients r, r', t et t' , cette méthode a été mise en évidence par G.G.Stokes^[30]. On a
 en effet les équations

$$r + r' = 0 \quad \text{et} \quad r^2 + tt' = 1. \quad (1)$$

Deux miroirs permettent donc un retournement temporel global et en particulier
 l'onde incidente est totalement restituée. Notons qu'un observateur situé dans le milieu
 2 voit une onde incidente t et ne voit aucune onde réfléchie. Il a l'illusion qu'il n'y a pas
 d'interface et que le milieu 2 s'étend à l'infini.

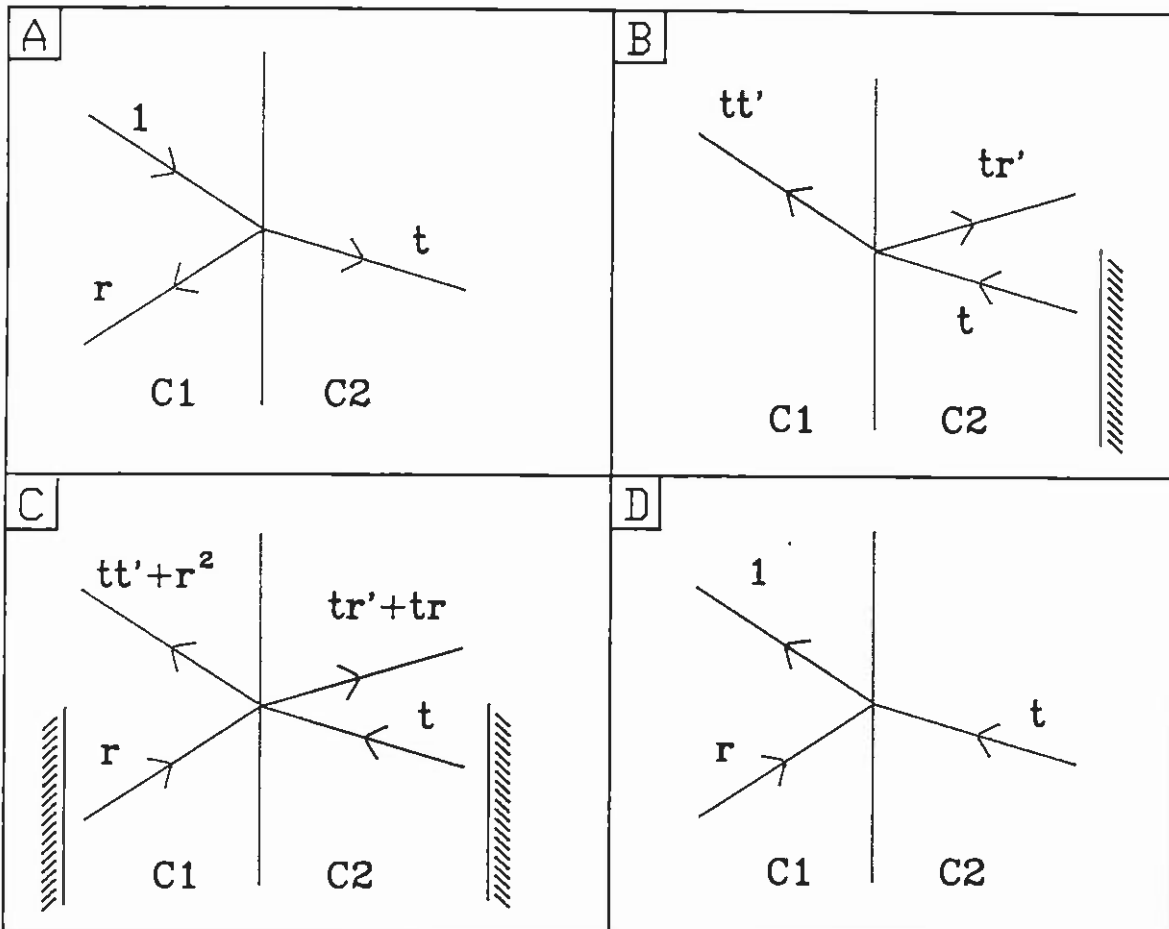


Figure 6.1 interface et retournement temporel, (A) réflexion et transmission, (B) retour-
 nement temporel à l'aide d'un miroir, (C) retournement temporel avec deux miroirs et
 (D) inverse temporelle de (A).

6.1 lame à faces parallèles et conjugaison de phase.

Le problème de la lame à faces parallèles a été traité théoriquement par les opticiens Friberg et Drummond^[28] et une démonstration expérimentale tout à fait spectaculaire a été réalisée par Lindsay^[29]. Il utilise le mélange dégénéré à quatre ondes dans du titanate de Barium, et une lame se comportant comme un miroir ordinaire partiellement réfléchissant. Il observe que l'onde réfléchie par le miroir ordinaire en présence du miroir à conjugaison de phase vaut 6% de l'onde réfléchie par le miroir ordinaire seul. L'effet du miroir ordinaire est donc compensé presque totalement par celui du miroir à conjugaison de phase.

Justification théorique.

Soit une lame à faces parallèles d'indice n_1 placée dans un milieu d'indice n_0 , parallèlement à un miroir à conjugaison de phase. Les coefficients de réflexion et de réfraction sont notés comme précédemment.

Soit u_1 une onde incidente plane se propageant vers la lame. Nous supposons que l'angle d'incidence de u_1 est inférieur à l'angle critique, les ondes sont donc toutes propagatives. Nous allons montrer que l'onde réfléchie par l'ensemble "lame miroir" est exactement l'onde conjuguée de l'onde incidente c'est à dire u_1^* . Soient u_1, u_2, u_3 les ondes qui se propagent vers le miroir et v_1, v_2, v_3 les ondes qui s'éloignent du miroir dans les milieux 1,2 et 3 (Figure 6.2). Déterminons d'abord la matrice de passage du milieu 2 vers le milieu 1.

En utilisant les équations (1), les relations entre u_1, u_2, v_1, v_2 sont les suivantes

$$v_1 = ru_1 + t'v_2$$

$$u_2 = tu_1 - rv_2$$

par conséquent, il vient

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

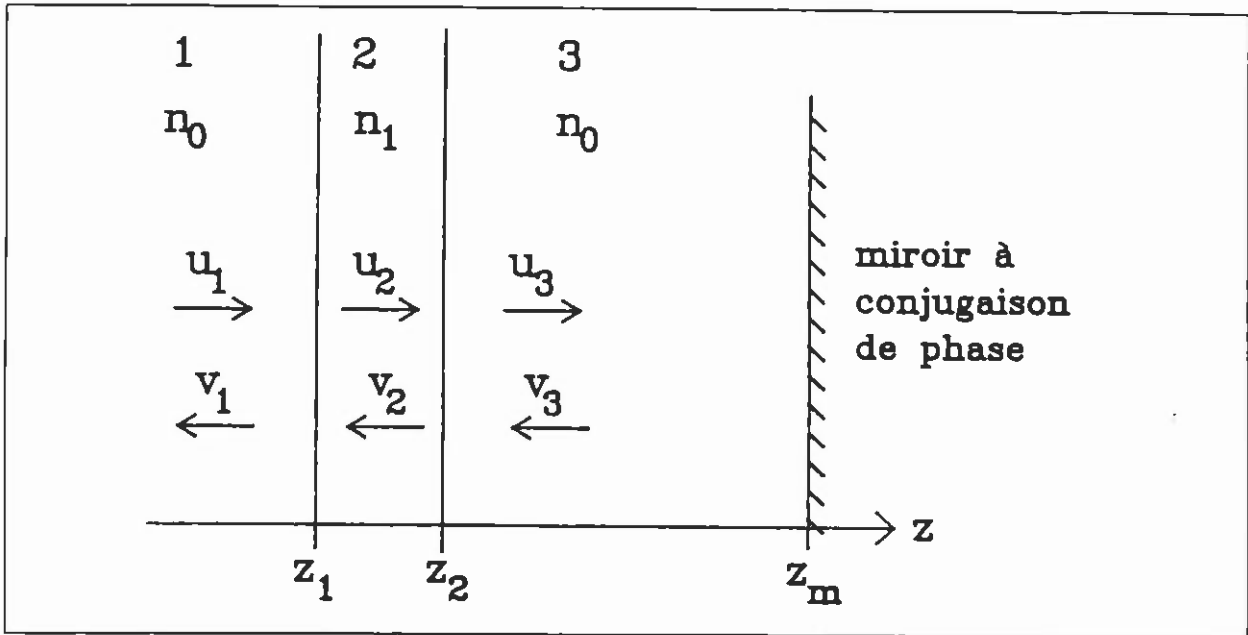


Figure 6.2: effet d'un miroir à conjugaison de phase en présence d'une lame à faces parallèles, illustration des notations.

Soit $\alpha = \exp(j\phi)$ où ϕ est le déphasage induit par la propagation entre les deux interfaces. La matrice de passage d'une interface à l'autre s'écrit alors

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{pmatrix}$$

et la matrice de passage du milieu 2 vers le milieu 3 est

$$\frac{1}{t'} \begin{pmatrix} 1 & -r \\ -r & 1 \end{pmatrix}.$$

Le produit de ces trois matrices est la matrice de passage du milieu 3 vers le milieu 1, et on en déduit la relation

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{tt'} \begin{pmatrix} \alpha - r^2 \alpha^* & r(\alpha^* - \alpha) \\ r(\alpha - \alpha^*) & \alpha^* - r^2 \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Par définition du miroir à conjugaison de phase on a $v_3 = u_3^*$.

Par conséquent il vient

$$u_1 = (\alpha - r^2 \alpha^*) u_3 + r(\alpha^* - \alpha) u_3^*$$

$$v_1 = r(\alpha - \alpha^*) u_3 + (\alpha^* - r^2 \alpha) u_3^*$$

Il apparait donc que $v_1 = u_1^*$, ceci est bien le résultat espéré. Il est indépendant des coefficients r et t , de l'épaisseur de la lame et de sa distance au miroir. Il peut aisément être généralisé au cas d'un milieu stratifié.

6.2 lame à faces parallèles et retournement temporel.

La nécessité d'utiliser deux miroirs qui a été mise en évidence pour une interface reste vraie pour la lame à faces parallèles. Le modèle de propagation en ondes planes est utilisé comme dans la partie précédente. Nous travaillons avec des ondes impulsionnelles et nous limitons à l'incidence normale afin d'éviter les difficultés liées aux ondes évanescentes. En outre, ceci permet de ne traiter que les ondes longitudinales.

6.2a Ondes réfléchies et transmises dans le domaine temporel.

La lame de vitesse du son C_1 est immergée dans un milieu de vitesse C_0 . On suppose que les deux interfaces sont dans les plans $z = 0$ et $z = z_0$ (fig 6.3). Nous appelons 'milieu 1' le demi-espace $z < 0$, 'milieu 2' la zone $0 < z < z_0$ et 'milieu 3' le demi-espace $z > z_0$. Soit une onde incidente $\delta(t - \frac{z}{C_0})$ se propageant dans le milieu 1. Elle donne naissance à une onde réfléchie

$$R(t, z) = r\delta\left(t + \frac{z}{C_0}\right) - tt' \sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1} \delta\left(t - 2n\frac{z_0}{C_1} + \frac{z}{C_0}\right) \quad (3)$$

et l'onde transmise dans le milieu 3 est

$$T(t, z) = tt' \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \delta\left(t - (2n+1)\frac{z_0}{C_1} - \frac{(z-z_0)}{C_0}\right) \quad (4)$$

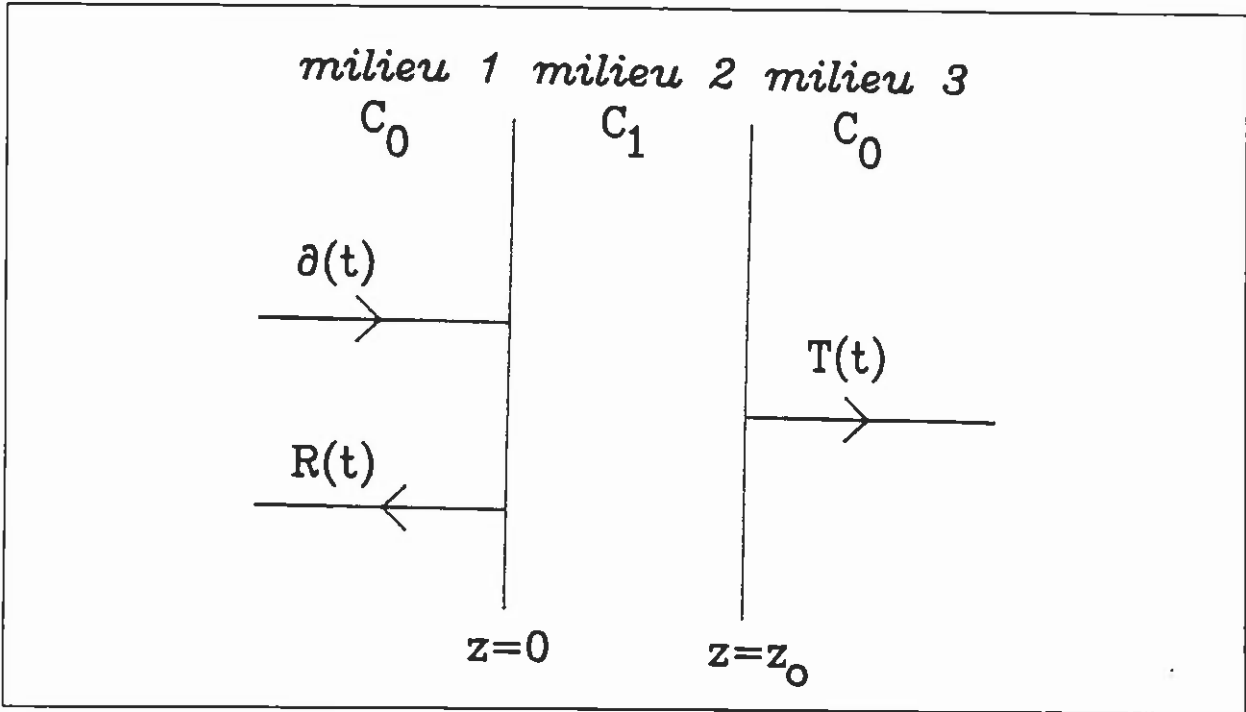


Figure 6.3: transmission et réflexion d'une onde plane sur une lame à faces parallèles.

Afin de simplifier l'écriture nous posons pour toute la suite $\frac{z_0}{C_1} = 1$ et $a=tt'=1-r^2$.

On peut alors écrire

$$R(t, z) = \delta\left(t + \frac{z}{C_0}\right) \otimes [r\delta(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1} \delta(t - 2n)], \quad (5)$$

et

$$T(t, z) = \delta\left(t - \frac{(z - z_0)}{C_0}\right) \otimes a \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \delta(t - 2n - 1). \quad (6)$$

Afin de simplifier davantage, nous supprimons la dépendance en z : les ondes qui se propagent dans le milieu 1 seront calculées en $z = 0$ et celles qui se propagent dans le milieu 3 en $z = z_0$. Posons donc (figure 6.4)

$$\begin{cases} R(t) = r\delta(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1} \delta(t - 2n), \\ T(t) = a \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \delta(t - 2n - 1). \end{cases} \quad (7)$$

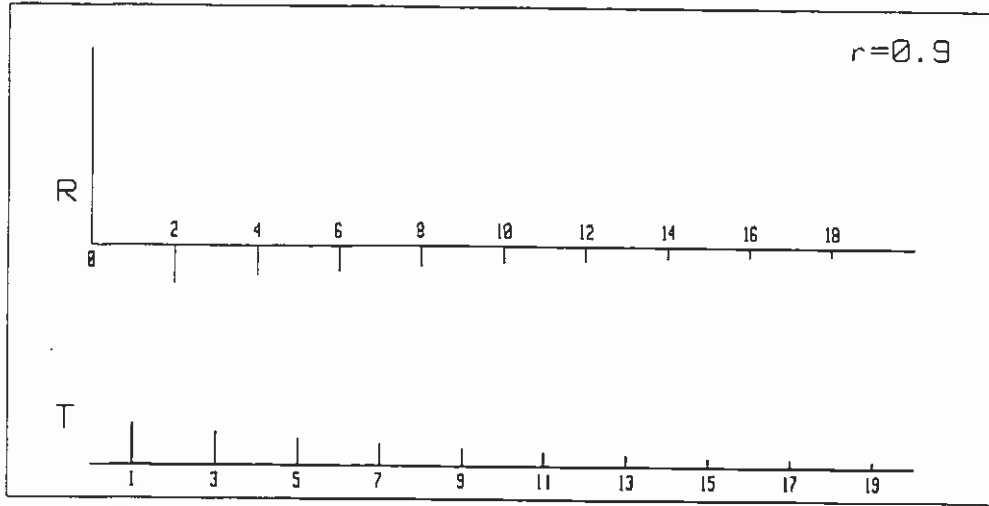


Figure 6.4: Représentation des ondes réfléchies et transmises.

Par linéarité, si $G(t)$ est une onde incidente à gauche dans le milieu 1, elle donne naissance à l'onde réfléchie $G'(t) = G(t) \otimes R(t)$ et à l'onde transmise $D'(t) = G(t) \otimes T(t)$.

Supposons qu'il s'ajoute à l'onde $G(t)$ une onde incidente à droite $D(t)$ dans le milieu 3 (figure 6.5), compte tenu de la symétrie du milieu, l'onde résultante dans le milieu 1 est

$$G'(t) = G(t) \otimes R(t) + D(t) \otimes T(t), \quad (8)$$

et dans le milieu 3, l'onde résultante est

$$D'(t) = G(t) \otimes T(t) + D(t) \otimes R(t). \quad (9)$$

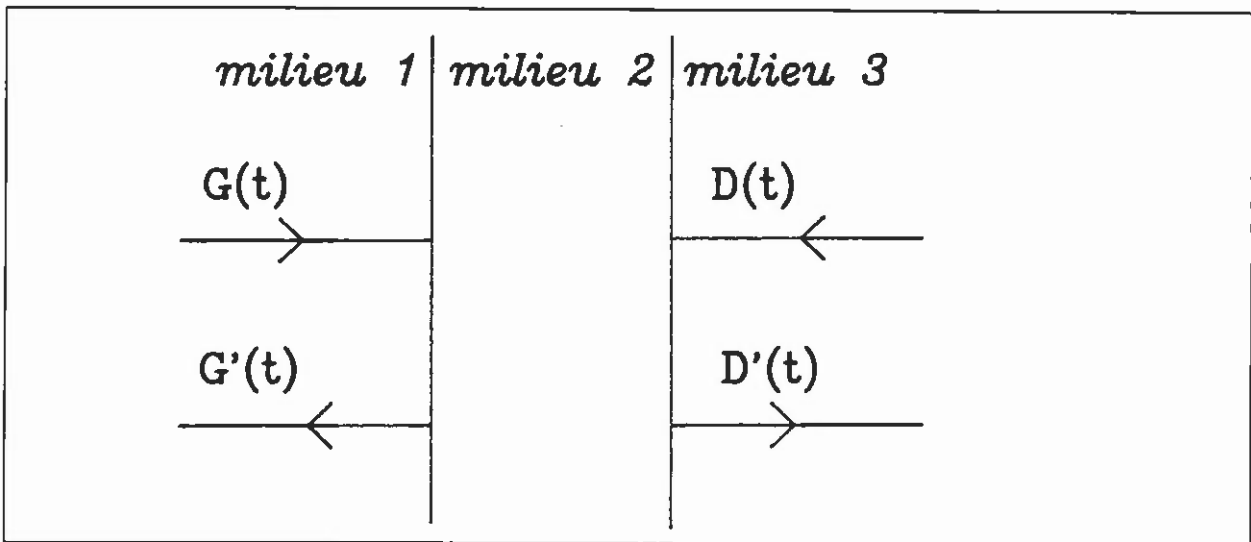


Figure 6.5: transmission d'un signal quelconque à travers la lame.

6.2b Retournement temporel total.

Reprenons maintenant le cas d'une onde incidente à gauche égale à $\delta(t)$. Supposons qu'il est possible d'envoyer simultanément dans le milieu 1 l'onde incidente $R(-t)$ et dans le milieu 3 l'onde incidente $T(-t)$. Ceci est bien entendu irréaliste puisque ces deux ondes ne sont pas causales mais on obtient ainsi un cas limite que l'on pourra approcher en ne renvoyant qu'une partie du signal retourné temporellement. Cette approximation fera l'objet du paragraphe suivant.

Le même type de raisonnement que dans le préliminaire nous permet d'affirmer que les ondes réfléchies $R'(t)$ dans le milieu 1 et $T'(t)$ dans le milieu 2 résultant de l'onde incidente à gauche $R(-t)$ et de l'onde incidente à droite $T(-t)$ vérifient $R'(t) = \delta(t)$ et $T'(t) = 0$. Pour s'en convaincre nous le vérifions par le calcul.

Sachant que $R'(t) = R(t) \otimes R(-t) + T(t) \otimes T(-t)$, montrons que sa transformée de Fourier $\mathcal{F}R'(\omega)$ est égale à 1.

On a

$$\begin{aligned} \mathcal{F}R'(\omega) &= \mathcal{F}R(\omega)\mathcal{F}R(\omega)^* + \mathcal{F}T(\omega)\mathcal{F}T(\omega)^* \\ &= \left| r - a \sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1} e^{2nj\omega} \right|^2 + a^2 \left| \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} e^{(2n+1)j\omega} \right|^2 \\ &= \left| r - a \frac{re^{2j\omega}}{1 - r^2 e^{2j\omega}} \right|^2 + a^2 \left| \frac{e^{j\omega}}{1 - r^2 e^{2j\omega}} \right|^2 = 1. \end{aligned}$$

Ceci entraîne bien $R'(t) = \delta(t)$.

Sachant que $T'(t) = R(t) \otimes T(-t) + T(t) \otimes R(-t)$, montrons que cette quantité est nulle. Pour cela, il suffit que la partie réelle de la transformée de Fourier de $R(t) \otimes T(-t)$ soit nulle.

Il vient

$$\begin{aligned} \mathcal{F}R(\omega)\mathcal{F}T(\omega)^* &= \left(r - a \sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1} e^{2nj\omega} \right) \left(a \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} e^{-(2n+1)j\omega} \right) \\ &= \left(r - a \frac{re^{2j\omega}}{1 - r^2 e^{2j\omega}} \right) \left(\frac{ae^{-j\omega}}{1 - r^2 e^{-2j\omega}} \right) \\ &= \frac{ra(e^{-j\omega} - e^{j\omega})}{|1 - r^2 e^{-2j\omega}|^2} \end{aligned}$$

En conséquence, $T'(t) = 0$ est bien vérifié.

6.2c Retournement temporel partiel: effet de la troncature de l'onde.

Dans la pratique, les signaux utilisés sont de durée finie, il se pose donc la question suivante: Que se passe-t-il s'il on ne retourne temporellement qu'une partie (le début) de $R(t)$ et de $T(t)$?

Notons n la durée des signaux mesurés et retournés temporellement et posons

$$\begin{cases} R_n(t) = r\delta(t) - a \sum_{k=1}^{2k \leq n} r^{2k-1} \delta(t - 2k) \\ T_n(t) = a \sum_{k=0}^{2k+1 \leq n} r^{2k} \delta(t - 2k - 1) \end{cases} \quad (10)$$

Nous notons $G_n(t)$ et $D_n(t)$ les ondes réfléchies obtenues dans les milieux 1 et 2 lorsque les ondes incidentes sont $R_n(-t)$ dans le milieu 1 et $T_n(-t)$ dans le milieu 2.

Ces deux signaux peuvent être calculés simplement et les formules suivantes sont démontrées dans l'annexe,

$$\begin{aligned} G_n(t) &= \delta(t) - ar^{2n} \sum_{2p \geq -n} r^{2p} \delta(t - 2p) \\ D_n(t) &= ar^{2n} \sum_{2p+1 \geq -n} r^{2p+1} \delta(t - 2p - 1) \end{aligned} \quad (11)$$

Tous les coefficients tendent vers 0 quand $n \rightarrow \infty$, à l'exception de $g_{n,0}$ qui tend vers

1. On a donc bien

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_n(t) = \delta(t) \text{ et } \lim_{n \rightarrow \infty} D_n(t) = 0.$$

Nous avons représenté les fonctions $G_n(t)$ et $D_n(t)$ pour n allant de 0 à 7 dans le cas $r=0.9$ (figure 6.6) et dans le cas $r=0.6$ (figure 6.7). Pour $r=0.6$, le retournement temporel total est bien approché dès que la durée des signaux vaut 5 fois le temps de traversée de la lame. Pour $r=0.9$, la convergence est beaucoup plus lente, ceci découle de la dépendance en r^n de ces deux fonctions. Ces résultats sont logiques puisque en l'absence de lame, r vaut 0 et le retournement est total pour $n=0$.

Ces calculs montrent qu'il est théoriquement possible d'effectuer un retournement temporel approché en présence de discontinuités fortes à condition d'utiliser une cavité à retournement temporel. La mise en évidence expérimentale de ce résultat est en cours de réalisation.

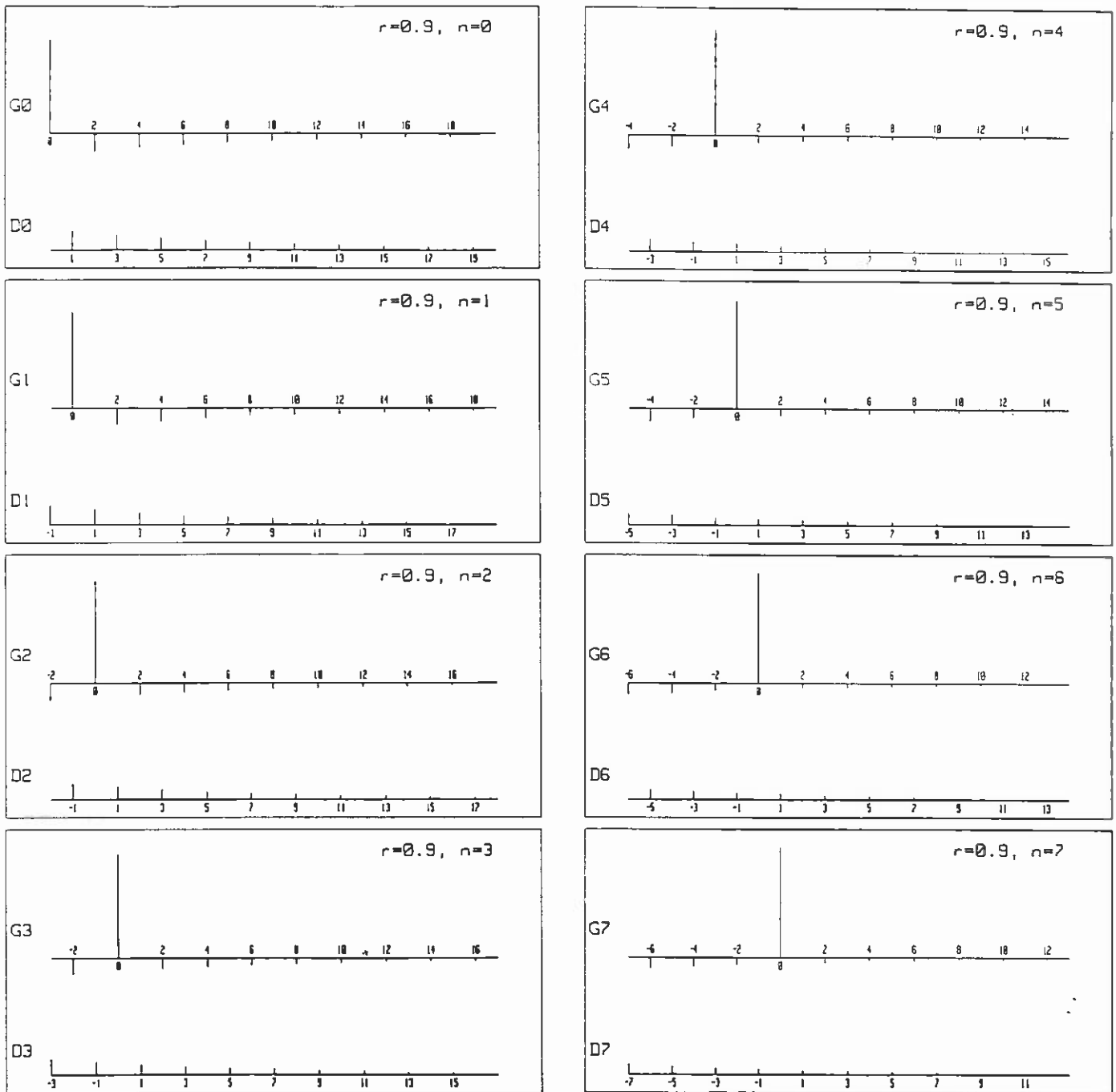


Figure 6.6: Ondes réfléchies et transmises pour un retournement temporel de durée normalisée $n = 0$ à $n = 7$ et un coefficient de réflexion de 0.9.

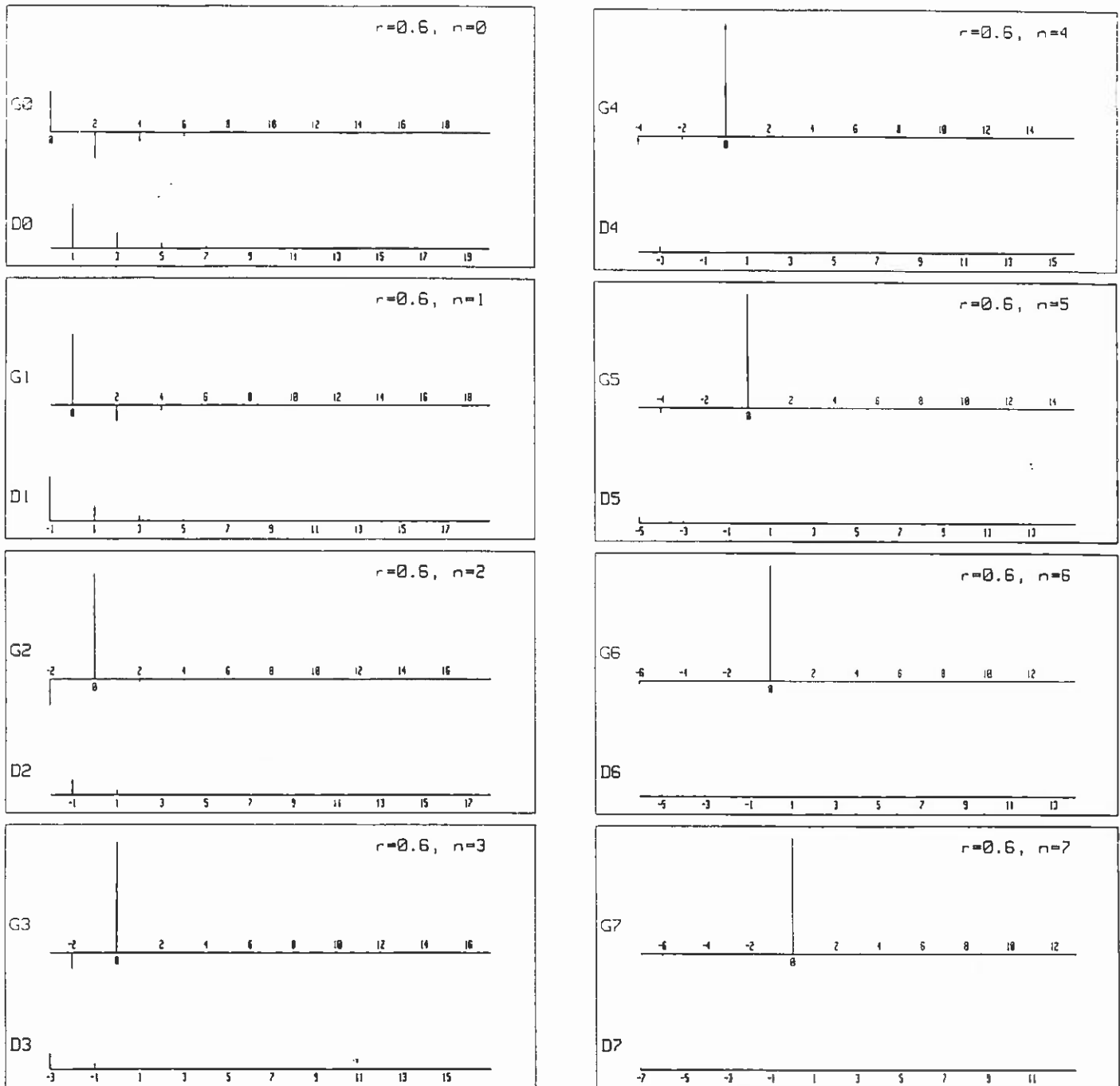


Figure 6.7: Ondes réfléchies et transmises pour un retournement temporel de durée normalisée $n = 0$ à $n = 7$ et un coefficient de réflexion de 0.6.

Annexe du chapitre 6

Calcul de $G_n(t)$ et $D_n(t)$.

Nous travaillons sur des temps négatifs afin d'obtenir par récurrence des formules générales pour $G_n(t)$ et $D_n(t)$.

On a en effet les relations de récurrences suivantes

$$\begin{cases} R_1(t) = R_0(t) = r\delta(t) \\ T_0 = a\delta(t-1) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} R_{2n+1}(t) = R_{2n}(t) = R_{2n-1}(t) - ar^{2n-1}\delta(t-2n), \quad n \geq 1, \\ T_{2n+2}(t) = T_{2n+1}(t) = T_{2n}(t) + ar^{2n}\delta(t-2n-1), \quad n \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

et par ailleurs pour tout $n \geq 0$

$$\begin{cases} G_n(t) = R(t) \otimes R_n(-t) + T(t) \otimes T_n(-t), \\ D_n(t) = R(t) \otimes T_n(-t) + T(t) \otimes R_n(-t). \end{cases} \quad (3)$$

Ceci permet d'écrire les relations de récurrence

$$\begin{aligned} G_{2n}(t) &= G_{2n-1}(t) - R(t) \otimes ar^{2n-1}\delta(t+2n), \quad n \geq 1, \\ G_{2n+1}(t) &= G_{2n}(t) + T(t) \otimes ar^{2n}\delta(t+2n+1), \quad n \geq 0, \\ D_{2n}(t) &= D_{2n-1}(t) - T(t) \otimes ar^{2n-1}\delta(t+2n), \quad n \geq 1, \\ D_{2n+1}(t) &= D_{2n}(t) + R(t) \otimes ar^{2n}\delta(t+2n+1), \quad n \geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

On en déduit

$$\begin{aligned} G_{2n}(t) &= G_{2n-1}(t) - ar^{2n}\delta(t+2n) + a^2 \sum_{k=1}^{\infty} r^{2(k+n)-2}\delta(t-2(k-n)), \\ G_{2n+1}(t) &= G_{2n}(t) + a^2 \sum_{k=0}^{\infty} r^{2(k+n)}\delta(t-2(k-n)), \\ D_{2n}(t) &= D_{2n-1}(t) - a^2 \sum_{k=0}^{\infty} r^{2(k+n)-1}\delta(t-2(k-n)-1), \\ D_{2n+1}(t) &= D_{2n}(t) + ar^{2n+1}\delta(t+2n+1) - a^2 \sum_{k=1}^{\infty} r^{2(k+n)-1}\delta(t-2(k-n)+1), \end{aligned} \quad (5)$$

En posant $p = k - n$ on obtient donc

$$\begin{aligned}
 G_{2n}(t) &= G_{2n-1}(t) - ar^{2n}\delta(t+2n) + a^2r^{2(2n-1)} \sum_{p=-n+1}^{\infty} r^{2p}\delta(t-2p), \\
 G_{2n+1}(t) &= G_{2n}(t) + a^2r^{2(2n)} \sum_{p=-n}^{\infty} r^{2p}\delta(t-2p), \\
 D_{2n}(t) &= D_{2n-1}(t) - a^2r^{2(2n-1)} \sum_{p=-n}^{\infty} r^{2p+1}\delta(t-(2p+1)), \\
 D_{2n+1}(t) &= D_{2n}(t) + ar^{2n+1}\delta(t+2n+1) - a^2r^{2(2n)} \sum_{p=-n}^{\infty} r^{2p+1}\delta(t-(2p+1)).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Toutes les ondes rencontrées ici s'expriment sur la base $\delta(t-p)$, $-\infty < p < \infty$. On notera donc $g_{n,p}$ et $d_{n,p}$ les coefficients de $G_n(t)$ et $D_n(t)$ dans cette base. D'après les équations (6) on a immédiatement pour tout p et tout n

$$\begin{cases} g_{n,2p+1} = 0, \\ d_{n,2p} = 0. \end{cases}$$

et d'après les relations de récurrence (6) on a

$$\begin{cases} g_{n+1,2p} = g_{n,2p} + a^2r^{2n+2p}, \text{ pour } n \geq 1, p > -n \\ d_{n+1,2p+1} = d_{n,2p+1} - a^2r^{2n+2p+1}, \text{ pour } n \geq 0, p > -n. \end{cases} \tag{7}$$

Détermination des coefficients de $G_n(t)$ et $D_n(t)$ pour les temps positifs:

D'après les équations (7) on a

$$\begin{cases} g_{n,2p} = g_{0,2p} + a^2r^{2p} \frac{1-r^{2n}}{1-r^2}, \\ d_{n,2p+1} = d_{0,2p+1} - a^2r^{2p} \frac{1-r^{2n}}{1-r^2}. \end{cases}$$

Déterminons maintenant $g_{0,2p}$ et $d_{0,2p+1}$. Sachant que $G_0(t) = rR(t)$ et $D_0(t) = rT(t)$ on a

$$\begin{cases} g_{0,0} = r^2, \\ g_{0,2p} = -ar^{2p} \text{ pour } p \geq 1, \\ d_{0,2p+1} = ar^{2p+1}. \end{cases}$$

Enfin

$$\begin{cases} g_{n,0} = r^2 + a(1 - r^{2n}) = 1 - ar^{2n}, \\ g_{n,2p} = -ar^{2p} + ar^{2p}(1 - r^{2n}) = -ar^{2p+2n}, \\ d_{n,2p+1} = ar^{2p+1} - ar^{2p+1}(1 - r^{2n}) = ar^{2p+1+2n}. \end{cases}$$

Détermination des coefficients de $G_n(t)$ et $D_n(t)$ pour les temps négatifs:

D'après les équations (6) on a les relations

$$g_{n+1,-2p} = \begin{cases} 0 & \text{si } p > n, \\ -ar^n & \text{si } 2p = n, \\ g_{n,-2p} + a^2r^{2n-2p} & \text{si } 0 < 2p < n, \end{cases}$$

On en déduit

$$\begin{aligned} g_{n+1,-2p} &= g_{2p,-2p} + a^2 \sum_{k=2p}^n r^{2(k-p)} \\ &= -ar^{2p} + a^2 r^{2p} \frac{1 - r^{2(n-2p)+1}}{1 - r^2} = -ar^{2(n+1)-2p} \end{aligned}$$

Enfin

$$g_{n,-2p} = -ar^{2n-2p} \quad \text{si } 0 < 2p < n.$$

Un calcul tout à fait analogue pour $D_n(t)$ conduit à l'expression de $d_{n,-2p-1}$.

$$d_{n,-2p-1} = ar^{2n-2p-1} \quad \text{si } 0 < 2p+1 < n$$

Les expressions de $D_n(t)$ et $G_n(t)$ sont finalement très simples

$$\begin{aligned} G_n(t) &= \delta(t) - ar^{2n} \sum_{2p \geq -n} r^{2p} \delta(t - 2p) \\ D_n(t) &= ar^{2n} \sum_{2p+1 \geq -n} r^{2p+1} \delta(t - 2p - 1) \end{aligned}$$

Conclusion

Ce travail a abouti à la réalisation du premier miroir à retournement temporel fonctionnant en régime impulsionnel, il met en évidence ses deux propriétés remarquables:

- l'aptitude à focaliser à travers un milieu inhomogène sur une cible échogène dont la position est inconnue.
- l'aptitude à itérer pour focaliser sélectivement dans le cas de plusieurs cibles.

Outre les applications à la lithotritie, pour laquelle les résultats sont très prometteurs, ce travail ouvre un large champ d'investigation. Dans son prolongement immédiat, quatre points mériteraient d'être approfondis:

- la comparaison entre la cavité et le miroir à retournement temporel,
- la comparaison entre la focalisation directe et la focalisation par retournement temporel,
- l'interprétation physique de la matrice d'itération,
- l'influence de l'atténuation sur la qualité de la focalisation par retournement temporel,

Quatre questions plus complexes qui n'ont pas été abordées semblent aussi intéressantes:

L'utilisation du retournement temporel favorise les fréquences de résonance des objets réfléchissants. Par exemple, ceci devrait améliorer la destruction des calculs.

L'application de la méthode au contrôle non destructif est à l'étude. Dans ce cadre, il faudrait déterminer l'effet du retournement temporel lorsque le milieu contient des interfaces liquide-solide où coexistent ondes transverses et ondes longitudinales. En outre, la méthode à deux miroirs exposée dans le chapitre 6 mérite d'être réalisée expérimentalement afin de déterminer si elle pourrait servir à la détection de défauts dans des plaques de matériaux divers.

La propagation des ondes dans les milieux désordonnés n'est pas toujours réversible à l'échelle d'observation. Il semble que dans les milieux où se produit de la multidiffusion sur des distances inférieures à la longueur d'onde, le miroir à retournement temporel soit incapable de restituer l'onde initiale. En travaillant avec des longueurs d'ondes différentes, il serait peut-être possible de caractériser les échelles de différents milieux.

Enfin, l'intérêt pour l'imagerie, de la focalisation par retournement temporel n'a pas encore été mis en évidence. Peut-être serait-il possible de l'utiliser pour focaliser en réception?

REFERENCES

- [1] J.Frohly, C.Bruneel, and E.Bridoux, "Quantitative study of the aberrations for focused acoustic plane waves obliquely incident upon a plane interface", *J.Appl.Phys.* 54(11), Nov 1983.
- [2] J.W.Goodman, W.H.Huntley,Jr.,D.W.Jackson and M.Lehmann, "Wavefront reconstruction imaging through random media", *Appl. Phys. Lett.*, 8(12), Jun 1966.
- [3] M.O'Donnell and S.W. Flax, "Phase aberration measurements in medical ultrasound: human studies", *Ultrasonic Imaging* 10, 1-11 (1988).
- [4] M.Moshfeghi, R.C.Waag, "In vivo and in vitro ultrasound beam distortion measurements of large aperture and conventional aperture focussed transducer", *Ultrasound in Med and Biol*, 14(5), 415-428, 1988
- [5] S.W.Smith, D.J.Phillips, O.T.Von Ramm, F.L.Thurstone, "Some advances in acoustic imaging through skull", *Ultrasonic Tissue Characterisation II*, 1979.
- [6] Einighammer, "Real-time imaging with area array transducers using analog wave-field reproduction and application in transcranial sonography", *Symposium on Acoustical Imaging*, Bochum, April 1991 (à paraître).
- [7] S.W.Flax and M.O'Donnell "Phase-Aberration Correction using signals from point reflectors and diffuse scatterers: basic principles" *IEEE Transactions on ultrasonics, ferro. and frequency control*, bf 35(6), Nov 1988, 758-767.
- [8] M.O'Donnell and S.W.Flax "Phase-Aberration Correction using signals from point reflectors and diffuse scatterers: measurements", *IEEE Transactions on ultrasonics, ferro. and frequency control*, 35(6) Nov 1988, 768-774.
- [9] Muller et Buffington "Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening", *J.Opt.Soc.Am.* 64 (9), 1200-1209 (1974).
- [10] L.Nock,G.E.Trahey and S.W.Smith "Phase aberration correction in medical ultrasound using speckle brightness as a quality factor", *J.Acoust.Soc.Am* 85 (5) 1819-1833 (1989).
- [11] M.Himara, O.Ikeda, and T.Sato, "Adaptative ultrasonic array imaging system through an inhomogeneous layer", *J.Acoust.Soc.Am* 71(1) Jan 1982, 100-109.
- [12] J.Baudon et M.Ducloy, "Un nouveau domaine de l'optique: l'optique conjuguée, émission d'ondes conjuguées en optique non-linéaire", *Image de la physique*, 1983.
- [13] Pepper, "Nonlinear optical phase conjugation", *Laser Handbook Vol. 4*, North Holland Physics Publishing, 1984.
- [14] F.V.Bunkin, Yu.A.Kravtsov, and G.A.Lyakhov, "Acoustic analogues of nonlinear-optics phenomena", *Sov.Phys.Ups.* 29(7) Jul 1986.
- [15] B.Perrin "Conjugaison de phase en acoustique par interaction de 4 ondes", 11^e ICA 1983.
- [16] A.P.Brysev et al., "Giant regenerative amplification with sound wave phase conjugation in ferrite", *Proceedings du premier congrès Français d'acoustique*, 1990.
- [17] M.Ohno, "Generation of acoustic phase conjugate waves using nonlinear electroacoustic interaction in LiNbO₃", *Appl.Phys.Lett.* 54(20), 15 May 1989.

- [18] T.Sato, H.Kataoka, T.Nakayama, "Ultrasonic phase conjugator using micro particle suspended cell and its application", preprint.
- [19] M.Nikoonahad and T.L.Pusateri, "Ultrasonic phase conjugation", J.Appl.Phys. 66(9), 1 Nov 1989.
- [20] R.P.Porter and A.J.Devaney, "Generalized holography and the inverse source problems", J.Opt.Soc.Am. 72 327-330 (1982).
- [21] D.Cassereau, F.Wu and M.Fink, "Limits of self-focusing using closed time-reversal cavities and mirrors - theory and experiment", Proceedings of IEEE 1990 ultrasonics symposium.
- [22] R.Dautray and J.L.Lions "Analyse mathématique et calcul numérique", Masson.
- [23] G.S.Agarwal, E.Wolf "Theory of phase conjugation with weak scatterers", JOSA 72(3), 321-326, 1982.
- [24] M.Fink and J.F.Cardoso, "Diffraction effects in pulse-echo measurement", IEEE transactions on sonics and ultrasonics, vol.SU-31, (4) 1984.
- [25] R.Mallart, "Phase aberration correction in medical ultrasound: influence of aberration position and shape", International Symposium on Ultrasonic Imaging and Tissue Characterization, Washington, June 1991 (à paraître).
- [26] G.S.Agarwal, A.T.Friberg and E.Wolf "Elimination of distortions by phase conjugation without losses or gains", OC 43(6), 446-450, 1982.
- [27] R.Mittra and T.M.Habashy, "Theory of wave front distortion correction by phase conjugation", J.Opt.Soc.Am., 1103-1109, (1984).
- [28] A.T.Friberg and P.D.Drummond, "Reflection of a linearly polarized plane wave from a lossless stratified mirror in the presence of a phase conjugate mirror", J.Opt.Soc.Am 73 (9), 1216-1219 (1983).
- [29] I.Lindsay, "Specular reflection cancellation/enhancement in the presence of a phase-conjugate mirror", J.Opt.Soc.Am B4 (11) 1809-1815, (1987).
- [30] Hecht, "Optics", Addison-Wesley Publishing Company, (1987).

AUTRES REFERENCES

- [31] M.Fink, C.Prada, F.Wu, D.Cassereau, "Self-focusing in inhomogeneous media with time-reversal acoustic mirrors", IEEE 1989 Ultrasonics Symposium.
- [32] C.Prada, F.Wu et M.Fink, "Autofocalisation par miroir à renversement temporel", Supplément au journal de physique, Fasc.2, Editions de Physique, C2 361-364, (1990).
- [33] C.Prada, F.Wu and M.Fink "The iterative time reversal mirror: A solution to self-focusing in the pulse echo mode", J.Acoust.Soc.Am. 90 (2) 1119-1129, (1991).
- [34] D.Cassereau and M.Fink, "Theoretical modelisation of time reversal cavities, application to self-focusing in inhomogeneous media", 19th International Symposium on Acoustical Imaging, April 1991 (à paraître).
- [35] F.Wu, C.Prada and M.Fink, "Experimental Progress of Ultrasonic Time-Reversal Mirrors", 19th International Symposium on Acoustical Imaging, Bochum, April 1991 (à paraître).

Table des matières

Introduction page 2

Chapitre 1: La focalisation ultrasonore. page 5

Introduction

1.1 Les causes d'erreur de focalisation.

Focalisation en milieu homogène.

Focalisation en milieu inhomogène.

1.2 Les méthodes de correction.

Les méthodes développées en imagerie ultrasonore.

La conjugaison de phase optique.

La conjugaison de phase acoustique.

1.3 Le principe du retournement temporel.

Le retournement temporel.

Principe de fonctionnement du miroir à retournement temporel.

Applications du retournement temporel.

Retournement temporel et conjugaison de phase.

Chapitre 2: La cavité à retournement temporel. page 23

Préliminaire: simplification du problème.

2.1 Renversement dans un volume homogène.

2.2 Image d'un point par la cavité à retournement temporel.

Les limites de la cavité

Chapitre 3: Le miroir à retournement temporel. page 31

3.1 Le miroir à conjugaison de phase idéal.

Transformation d'une onde par un miroir à conjugaison de phase.

Focalisation en milieu homogène.

Focalisation à travers un milieu faiblement inhomogène.

3.2 Modélisation du miroir à retournement temporel réel.

3.2.1 Le modèle:

la réponse acousto-électrique en émission et en réception,

la réponse impulsionnelle de diffraction,

les diffuseurs.

3.2.2 Focalisation sur un diffuseur:

focalisation directe,

focalisation par retournement temporel, filtre spation temporel adapté.

3.2.3 Exemples de simulations numériques:

focalisation directe,

focalisation par retournement temporel.

Chapitre 4: itération.

page 54

4.1 Focalisation sélective par itération au moyen d'un miroir idéal.

4.2 Modélisation de la focalisation sélective par itération au moyen d'une matrice de transducteurs.

4.2.a Boucle d'itération.

4.2.b Ecriture matricielle.

4.2.c Interprétation physique de la matrice $K(\omega)$ dans le cas de deux diffuseurs.

4.2.d Exemples de convergence du processus d'itération.

Chapitre 5: Résultats expérimentaux

page 78

5.1 Description du dispositif.

5.2 Focalisation en milieu homogène.

5.3 Focalisation à travers un prisme de silicone.

5.4 Focalisation à travers un écran de phase.

5.5 Focalisation sélective par itération.

5.6 Focalisation sur un calcul rénal.

Chapitre 6: Retournement temporel en milieu fortement inhomogène.

page 92

Introduction.

6.1 lame à faces parallèles et conjugaison de phase.

6.2 La lame à faces parallèles et retournement temporel.

6.2.a Ondes réfléchies et transmises dans le domaine temporel.

6.2.b Retournement temporel total.

6.2.c Retournement temporel partiel.

6.2.d Exemples.

Conclusion

page 109

Références

page 111

Table des matières

page 113