



HAL
open science

La voie ferrée et sa fondation - Modélisation mathématique

Vassilios Profillidis

► **To cite this version:**

Vassilios Profillidis. La voie ferrée et sa fondation - Modélisation mathématique. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole nationale des ponts et chaussées - ENPC PARIS / MARNE LA VALLEE, 1983. Français. NNT: . pastel-00693511

HAL Id: pastel-00693511

<https://pastel.hal.science/pastel-00693511>

Submitted on 2 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA VOIE FERREE ET SA FONDATION
MODELISATION MATHEMATIQUE

THESE

PRESENTEE A

L'ECOLE NATIONALE
DES PONTS ET CHAUSSEES

PAR

VASSILIOS PROFILLIDIS

POUR OBTENIR LE DIPLOME

DE

DOCTEUR-INGENIEUR

EN

GENIE-CIVIL

SOUTENUE PUBLIQUEMENT LE 28 OCTOBRE 1983

DEVANT LE JURY COMPOSE DE

J. SALENCON	Président
K. DANG VAN	Rapporteur
P. HUMBERT	Examineurs
PH. ROUMEGUERE	
R. SAUVAGE	
R. SIESTRUNCK	
D. VALALAS	Invité



NS 11609(3)

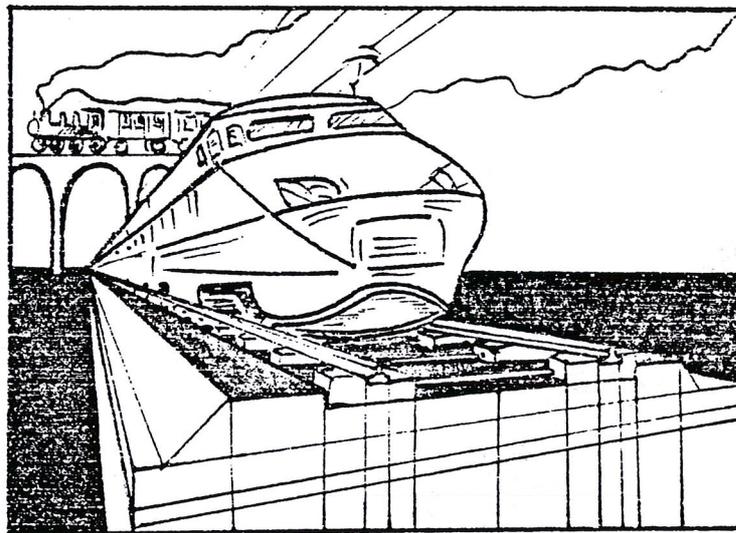
ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

X

THESE DE DOCTORAT

LA VOIE FERREE ET SA FONDATION

MODELISATION MATHEMATIQUE



VASSILIOS PROFILLIDIS

27

A mes parents

Aristide et Sophie

Tout d'abord je tiens à témoigner de la reconnaissance à l'ensemble des personnes qui m'ont permis d'effectuer mes études post-universitaires à l'École Nationale des Ponts et Chaussées et de préparer la présente thèse au sein de la Société Nationale des Chemins de Fer Français.

J'adresse mes plus vifs et sincères remerciements à :

Monsieur **J. Salençon**, responsable de la formation de doctorat de Génie-Civil à l'ENPC, président du jury de la thèse,

Monsieur **Ph. Roumeguère**, Directeur de l'Équipement de la SNCF, examinateur de la thèse,

Monsieur **J. Alias**, Directeur honoraire à la SNCF, précédent Directeur de l'Équipement,

Monsieur **G. Verrier**, Ingénieur général à la Direction de l'Équipement de la SNCF, Chef du département dans lequel a été préparée la thèse,

Monsieur **R. Sauvage**, Chef de la division Ouvrages en Terre à la Direction de l'Équipement de la SNCF, directeur de la thèse,

Monsieur **M. Frémond**, responsable au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de la section de Mathématiques,

Monsieur **K. Dang Van**, maître de conférences à l'ENPC, rapporteur de la thèse,

Monsieur **P. Humbert**, responsable au LCPC de la section des modèles numériques, examinateur de la thèse,

Monsieur **J.-L. Brault**, professeur adjoint à l'ENPC,

Monsieur **R. Siestrunck**, professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), examinateur de la thèse,

Monsieur **D. Valalas**, professeur à l'École Polytechnique de Thessalonique (Grèce), membre invité à la soutenance de la thèse.

Je tiens également à faire part de mes remerciements pour divers services rendus à :

Messieurs **J.-P. Jerram**, **J.-C. Carpentier**, secrétaires techniques du Directeur de l'Équipement de la SNCF,

Monsieur **L. Girardi**, chef d'études à la Direction de l'Équipement de la SNCF,

Mademoiselle **P. Tardivon**, attaché administratif à la Direction de la Recherche de l'ENPC,

Madame **M. Bidard**, responsable du bureau de dactylographie et Mademoiselle **M.-C. Boullonnois**, Madame **M. Moutel** et Mademoiselle **S. Valette**, dactylographes à la SNCF.

TABLE DES MATIERES

NOTATIONS PRINCIPALES	IX
ABREVIATIONS PRINCIPALES	XIII
INTRODUCTION	1

CHAPITRE 1

MODELISATION EN ELASTO-PLASTICITE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS DU SYSTEME "RAIL - TRAVERSEES - COUCHES D'ASSISE - PLATE-FORME"

1 - Introduction	3
2 - Généralités sur les structures d'assise et la plate-forme	4
2.1 - Types des structures d'assise	4
2.2 - Le fonctionnement des différentes couches et de la plate-forme	5
3 - Essais réalisés à Derby (Angleterre)	6
3.1 - But des essais	6
3.2 - Description des essais	7
3.3 - Caractéristiques mécaniques des matériaux	11
3.4 - Présentation des principaux résultats des essais	12
4 - Modélisation par éléments finis du système "rail - traverses - couches d'assise - plate-forme"	16
4.1 - Point sur les études antérieures et but de la modélisation	16
4.2 - Description de la modélisation	18
4.2.1 - Modélisation des couches d'assise et de la plate-forme	18
4.2.2 - Modélisation de la traverse et du rail	20

4.3 - Présentation mathématique de la modélisation	22
4.3.1 - Hypothèses	22
4.3.2 - Equations d'équilibre	23
4.3.3 - Equation cinématique	23
4.3.4 - Loi de comportement	23
4.3.5 - Critères de plasticité	25
4.3.6 - Conditions aux limites	26
4.3.7 - Problèmes aux interfaces	27
4.3.8 - Approche variationnelle	28
4.3.9 - Caractéristiques du calcul	32
4.4 - Détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux	32
5 - Résultats des calculs et conclusions	34
5.1 - Variations longitudinales des déformations et des contraintes (fig. 5.1 à 5.13)	34
5.2 - Influence de l'épaisseur des couches d'assise et de la qualité du sol de la plate-forme sur les valeurs des déformations et des contraintes (fig. 5.14 à 5.23, tableaux 5.1 à 5.4)	35
6 - Références bibliographiques	50

CHAPITRE 2

DIMENSIONNEMENT DES COUCHES D'ASSISE EN FONCTION DU TYPE DE LA TRAVERSE ET DE LA QUALITE DU SOL DE LA PLATE-FORME

1 - Considérations sur les divers paramètres à prendre en compte ...	53
1.1 - Préliminaires	53
1.2 - Prise en compte de la semelle en caoutchouc interposée entre le rail et la traverse	54
1.3 - Caractéristiques mécaniques des matériaux	55

2 - Généralités sur les divers types des traverses	57
2.1 - Généralités sur les traverses en béton	57
2.1.1 - Les traverses bibloc	57
2.1.2 - Les traverses monobloc	59
2.2 - Généralités sur les traverses en bois	60
3 - Conditions supplémentaires à considérer dans la modélisation par éléments finis	61
4 - Etude détaillée des résultats du modèle : cas d'un châssis de voie composé des traverses bibloc U41	63
4.1 - Déformations	63
4.2 - Contraintes	63
4.3 - Rigidité verticale de la voie	67
4.4 - Déformée de la traverse	67
4.5 - Transmission de la charge appliquée	67
4.6 - Comparaison des calculs élasto-plastique et élastique	70
5 - Etude comparative de l'influence des divers paramètres : type de traverse, qualité du sol de la plate-forme, épaisseur des couches d'assise	73
5.1 - Déformations	73
5.2 - Contraintes	73
5.3 - Rigidité verticale de la voie	77
5.4 - Flexibilité de la traverse	77
5.5 - Transmission de la charge appliquée	77
6 - Prise en compte des effets des surcharges dynamiques	81
6.1 - Généralités sur les surcharges dynamiques	81
6.2 - Surcharges dynamiques dues aux défauts de la voie	81
6.3 - Réajustement des résultats des calculs par éléments finis pour prendre en compte les effets des surcharges dynamiques	83

7 - Dimensionnement rationnel des couches d'assise ferroviaires	87
7.1 - Prise en compte de l'influence du tonnage circulé et du niveau d'entretien de la voie sur les valeurs de la contrainte dynamique au niveau de la plate-forme	87
7.1.1 - Préliminaires	87
7.1.2 - Prise en compte du tonnage circulé	87
7.1.3 - Prise en compte du niveau d'entretien	88
7.2 - Proposition du dimensionnement rationnel des couches d'assise ferroviaires	89
7.2.1 - Cas des plate-formes argileuses	89
7.2.2 - Cas des plate-formes rocheuses	93
7.2.3 - Dimensionnement rationnel	93
7.2.4 - Comparaison entre les résultats du dimensionnement rationnel de notre étude et les règles actuellement en vigueur	95
8 - Influence de la grave traitée au ciment et hypothétiquement du texsol sur le comportement mécanique de la voie ferrée	96
8.1 - Généralités sur la grave-ciment et sur le texsol	96
8.2 - Etude à l'aide de notre modèle mathématique de l'influence de la grave traitée au ciment et du texsol sur le comportement de la voie ferrée	97
9 - Conclusions et remarques récapitulatives	98
10 - Références bibliographiques	99

CHAPITRE 3

COMPOTEMENT A LA FATIGUE DES MATERIAUX CONSTITUTIFS DES COUCHES D'ASSISE ET DE LA PLATE-FORME FERROVIAIRES

1 - Considérations sur le problème de la fatigue	101
1.1 - Définition de la fatigue	101
1.2 - Comportement à la fatigue des métaux	101
1.3 - Comportement à la fatigue des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme	103

2 - Analyse des résultats des essais relatifs au comportement à la fatigue des matériaux pulvérulents et granulaires	104
2.1 - Comportement à la fatigue des sols fins	104
2.1.1 - Généralités	104
2.1.2 - Expression de la déformation permanente	106
2.1.3 - Variations du module d'élasticité	106
2.2 - Comportement à la fatigue des graves	107
2.2.1 - Généralités	107
2.2.2 - Expression de la déformation permanente	108
2.2.3 - Variations du module d'élasticité	108
2.3 - Comportement à la fatigue du ballast	109
2.3.1 - Généralités	109
2.3.2 - Expression de la déformation permanente	109
2.3.3 - Variations du module d'élasticité	110
2.4 - Simulation des résultats des recherches expérimentales à l'aide des lois probabilistes	111
2.5 - Conclusions sur les recherches expérimentales relatives au comportement à la fatigue des matériaux pulvérulents et granulaires	114
3 - Modélisation mathématique du comportement à la fatigue des couches d'assise et de la plate-forme ferroviaires	115
3.1 - Hypothèses du modèle	115
3.2 - Les équations du modèle et la fonction de fatigue	116
3.2.1 - Equation d'équilibre et équation cinématique	116
3.2.2 - Loi de comportement pour le N-ème cycle de chargement	117
3.2.3 - Détermination de la fonction de fatigue	117
3.3 - Mise sous forme variationnelle	118
3.4 - Réalisation numérique et influence de la fonction de charge	120

4 - Conclusions et remarques récapitulatives	122
5 - Références bibliographiques	123

CHAPITRE 4

PROPAGATION DANS LES SOLS DES VIBRATIONS D'ORIGINE FERROVIAIRE

ETUDE EN VISCO-ELASTICITE

1 - Introduction	125
2 - Généralités sur les vibrations ferroviaires	126
2.1 - Position du problème	126
2.2 - Sources vibratoires	126
2.3 - Génération des vibrations	127
2.4 - Propagation des vibrations	127
2.4.1 - Ondes de pression	127
2.4.2 - Ondes de cisaillement	128
2.4.3 - Ondes de Rayleigh	128
2.4.4 - Répartition d'énergie entre les divers types d'ondes	128
2.5 - Problèmes à étudier	129
3 - Modélisation en visco-élasticité du système véhicule-voie- fondation pour l'étude de la propagation des vibrations	129
3.1 - Point sur les études antérieures	129
3.2 - Hypothèse de la modélisation	130
3.3 - Modélisation des couches d'assise et de la plate-forme ...	131
3.3.1 - Equations du modèle	131
3.3.2 - Transformations de Fourier et Hankel sur les équations du modèle	133
3.3.3 - Conditions aux limites et aux interfaces	137

3.4 - Modélisation du système véhicule-voie	138
3.4.1 - Discrétisation et calculs au niveau élémentaire ..	138
3.4.2 - Assemblage et équation globale	139
3.4.3 - Conditions aux limites et aux interfaces	140
4 - Résultats des calculs et conclusions	140
4.1 - Calcul de l'amortissement	140
4.1.1 - Effets de viscosité	140
4.1.2 - Effets couplés de la distance et de l'amortis- sement	141
4.1.3 - Effets des défauts de la voie	142
4.2 - Détermination de l'épaisseur de la couche de ballast à partir de l'énergie vibratoire dissipée	143
5 - Références bibliographiques	143
CONCLUSIONS DE LA THESE	145
BIBLIOGRAPHIE GLOBALE	147
RESUME DE LA THESE EN ANGLAIS	155
(ENGLISH SUMMARY)	

NOTATIONS PRINCIPALES

Symbole	Signification
A, B	coefficients caractérisant le spectre de nivellement
c	cohésion
C	matrice d'élasticité ou matrice de viscosité
D	matrice d'opérateurs différentiels
e	épaisseur des couches d'assise
E	module d'élasticité
f	fréquence
f_i	forces massiques
$f(\sigma)$	fonction de charge
F	force ponctuelle
\mathbf{F}	vecteur des forces nodales
g_i	forces extérieures appliquées
G	potentiel plastique
h	rigidité verticale de la voie
i	$\sqrt{-1}$
I	moment d'inertie
I_1	premier invariant du tenseur des contraintes
J_2	deuxième invariant du déviateur des contraintes
k	coefficient d'entretien de la voie
\mathbf{K}	matrice de rigidité
l	longueur de la traverse
L	matrice de localisation

m	masse
M	matrice de masse
n, N	nombre de cycles de chargement
N	matrice des fonctions d'interpolation
p	pression
P	charge d'essieu
q	vecteur des déplacements nodaux
QS _i	qualité du sol de la plate-forme
R	force ponctuelle
R _C	résistance à la traction
S	spectre de densité de puissance des défauts de la voie
t	temps
T	tonnage journalier supporté par la voie
u, v, w	déplacement
U (v)	énergie potentielle d'un champ de déplacements cinématiquement admissible
U' (σ)	énergie potentielle d'un champ statiquement admissible
W	énergie élastique
W _c	énergie complémentaire
z	aplatissement de la semelle
α	amortissement
δ []	accroissement infinitésimal
δ _{ij}	symbole de Kronecker, δ _{ij} = 1 pour i = j δ _{ij} = 0 pour i ≠ j
Δ	laplacien

ϵ	déformation
ζ	enfouissement du rail ou variable duale dans les fonctions de Bessel
η	défaut de nivellement ou coefficient de viscosité
λ	longueur d'onde
λ, μ	coefficients de Lamé
Λ	énergie de Reissner
ν	coefficient de Poisson
ρ	masse volumique
σ	contrainte
σ_0	seuil de plasticité
τ	contrainte de cisaillement
φ	angle de frottement
Φ	fonction de fatigue
ω	pulsation temporelle
Ω	volume ou pulsation spatiale
$[...]^t$	matrice transposée de la matrice [...]
$[...]^{-1}$	matrice inverse de la matrice [...]

• Les quantités matricielles sont représentées par des lettres à caractère épais.

• Le symbole tr représente l'opération "trace" pour un tenseur du deuxième ordre : $\text{tr} \epsilon$ est le scalaire ϵ_{ii} .

- La virgule entre deux indices d'une quantité désigne la dérivée partielle, par exemple $u_{i,j}$ représente la dérivée partielle de u_i par rapport à la variable x_j .
- La dérivation par rapport au temps est représentée par un point sur la grandeur considérée, par exemple \dot{e} .
- Sauf mention explicite du contraire, on utilise la convention classique de sommation sur les indices répétés, par exemple $\epsilon_{ii} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$.
- Les nombres mis entre parenthèses dans le texte indiquent les références bibliographiques dont la liste figure à la fin de chaque chapitre ; parfois, la référence bibliographique est explicitée par le nom de l'auteur et l'année de la publication. Les références bibliographiques des divers chapitres sont regroupées à la fin de la thèse.
- Pour raison d'homogénéisation des résultats, les unités du système international ont été utilisées. Exception a été faite seulement pour l'expression de la charge par essieu, pour laquelle a été utilisée comme unité la tonne (t), et ceci pour des raisons de conformité avec les notations habituelles à la S.N.C.F. et à l'U.I.C.. Nous signalons toutefois que lorsque la tonne est utilisée comme unité dans le texte, elle représente une force et pas une masse.

ABREVIATIONS PRINCIPALES

ASCE	American Society of Civil Engineers
ENPC	Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
LCPC	Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
MEF	Méthode des Eléments Finis
ORE	Office de Recherches et d'Essais
RGCF	Revue Générale des Chemins de Fer
SNCF	Société Nationale des Chemins de Fer Français
UIC	Union Internationale des Chemins de Fer

LA VOIE FERREE ET SA FONDATION

MODELISATION MATHEMATIQUE

- Modélisation en élasto-plasticité
par la méthode des éléments finis
- Dimensionnement rationnel
des couches d'assise
- Comportement à la fatigue
- Etude en visco-élasticité
de la propagation des vibrations

INTRODUCTION

La présente thèse, élaborée à la Direction de l'Équipement de la S.N.C.F., a pour but principal d'approfondir, à l'aide d'une modélisation mathématique, les divers aspects du comportement mécanique du système complet "voie ferrée-fondation".

Naguère, la voie, la signalisation et le matériel roulant ont pu être modernisés progressivement, par suite de l'évolution technologique, sur l'ensemble du réseau ferré existant ; par contre les ouvrages en terre sont restés dans leur état d'origine.

Or, depuis quelques années la construction de lignes nouvelles et la préoccupation de réduire au minimum le coût de maintenance, ont nécessité d'apporter des solutions nouvelles, entre autres, aux problèmes afférents aux structures ferroviaires.

Néanmoins, toute conception technique peut et doit être améliorée par le progrès des connaissances et des moyens scientifiques. Ainsi, l'évolution des méthodes numériques et la meilleure connaissance des lois de comportement rhéologique ont rendu ces deux outils performants et puissants pour étudier les divers phénomènes de la mécanique d'une manière rigoureuse et efficace.

Pour cette raison, ces outils sont utilisés dans la thèse qui comporte quatre chapitres dans lesquels sont traités les thèmes suivants.

Dans le premier chapitre, nous établissons une modélisation en élasto-plasticité du système "rail-traverses - couches d'assise-plate-forme", en utilisant la méthode des éléments finis.

Dans le deuxième chapitre, nous déterminons les épaisseurs rationnelles des couches d'assise, après avoir étudié successivement, à l'aide de cette modélisation, l'influence sur le comportement mécanique de la voie ferrée des paramètres suivants :

- . type et longueur de la traverse,
- . qualité du sol de la plate-forme,
- . surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie,
- . tonnage supporté,
- . niveau des opérations d'entretien de la voie.

Dans le troisième chapitre, nous étudions le comportement à la fatigue des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme.

Dans le quatrième chapitre, nous analysons le problème de la propagation des vibrations ferroviaires dans les sols environnants et nous étudions notamment la dissipation de l'énergie vibratoire dans la couche de ballast, afin d'en déterminer l'épaisseur rationnelle.

CHAPITRE 1

MODELISATION EN ELASTO-PLASTICITE

PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

DU SYSTEME

"RAIL - TRAVERSES - COUCHES D'ASSISE - PLATE-FORME"

1 - INTRODUCTION

Au cours des dernières années, l'intensité de la sollicitation de la voie ferrée a considérablement augmenté du fait de l'accroissement des vitesses, du tonnage circulé et des charges par essieu. Les efforts développés par les trains rapides et lourds accentuent davantage les défauts géométriques de la voie et ceux-ci accélèrent la dégradation de sa tenue dans le temps ; des déformations élastiques et plastiques apparaissent entraînant, pour la voie, des irrégularités inadmissibles, nuisant tant à sa stabilité qu'au confort des voyageurs ; ceci entraîne une augmentation des coûts d'entretien.

En vue de minimiser cette dégradation et d'améliorer la qualité des services offerts par le Chemin de Fer, l'Office des Recherches et d'Essais (ORE) de l'Union Internationale des Chemins de Fer (UIC) a décidé d'entreprendre une étude approfondie sur le comportement de la voie ferrée et de sa fondation. A cet effet, des essais ont été réalisés à échelle grandeur à Derby par les Chemins de Fer Britanniques et la modélisation mathématique a été confiée à la S.N.C.F..

Cette modélisation fait l'objet du présent chapitre de la thèse.

2 - GENERALITES SUR LES STRUCTURES D'ASSISE ET LA PLATE-FORME

2.1 - Types de structures d'assise

Une structure d'assise ferroviaire est constituée par plusieurs couches de matériaux différents, dont les rôles complémentaires contribuent à assurer le bon comportement de la voie des points de vue rigidité, tenue du nivellement et drainage.

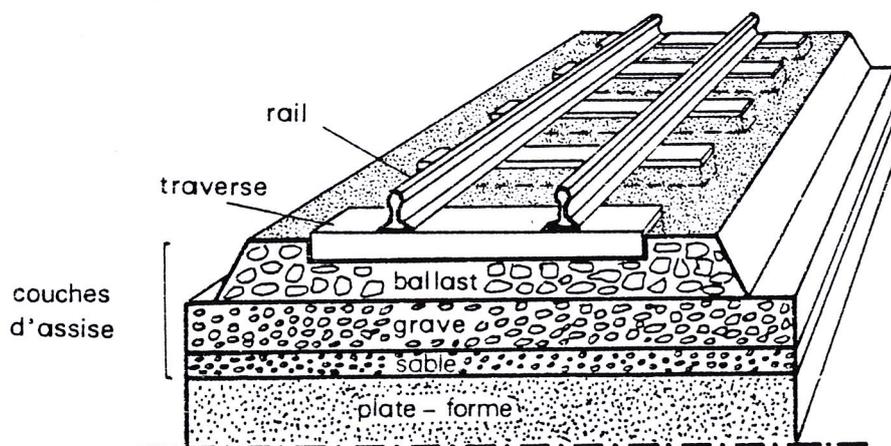
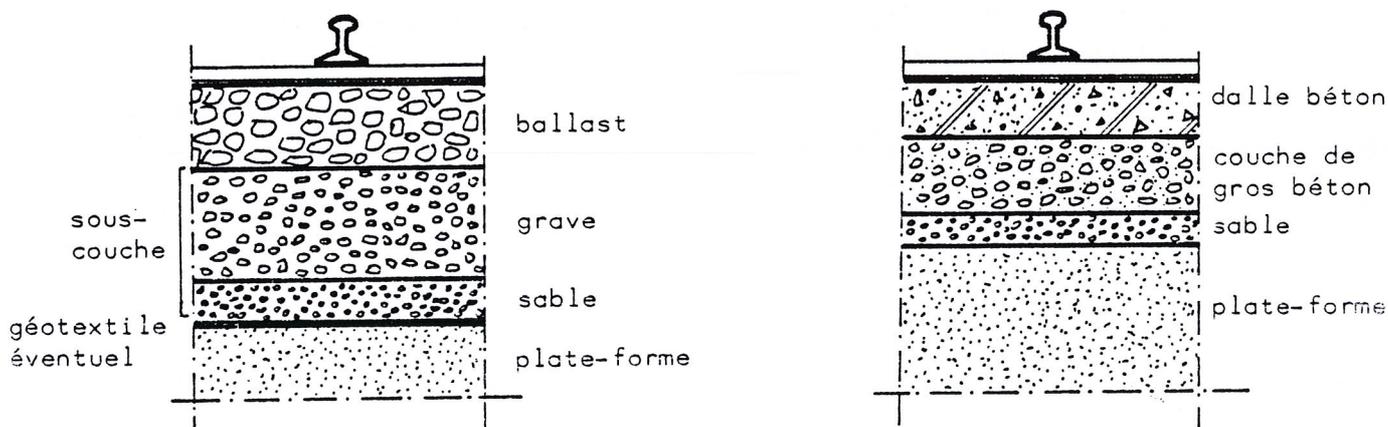


Fig. 2.1 - Schématisation du système ferroviaire "rail - traverses - couches d'assise - plate-forme"

On distingue, généralement, deux types de structures d'assise :

- les structures flexibles (Fig. 2.2.a),
- les structures rigides (Fig. 2.2.b).



a - Structures flexibles

b - Structures rigides

Fig. 2.2 - Les deux types de structures d'assise

Les structures flexibles correspondent à la pose de voie dite classique, tandis que les structures rigides correspondent à la pose dite directe.

La pose directe de la voie n'est utilisée, par la S.N.C.F., que dans certains cas particuliers, tels que tunnels, ouvrages d'art, en raison des contraintes de gabarit en hauteur ou de la nécessité d'espacer les opérations d'entretien, (21).

Quant à la pose classique, des recherches récentes ont montré que les possibilités de ce type de pose sont loin d'être épuisées : pour des vitesses allant jusqu'à 300 km/h la pose classique est tout à fait apte à satisfaire les exigences techniques de la voie ferrée moderne, (24). En outre, le niveau du coût de réalisation de la pose classique est nettement inférieur à celui de la pose directe.

Pour ces raisons, seuls les problèmes afférents aux structures flexibles sont étudiés par la suite.

2.2 - Le fonctionnement des différentes couches d'assise et de la plateforme

Les structures d'assise représentées à la Fig. 2.2.a (pose classique) sont composées des couches suivantes :

couche de ballast

L'épaisseur de cette couche est d'autant plus grande que les conditions de trafic sont plus sévères. Le ballast mis en oeuvre par la S.N.C.F. est un granulats concassé 25/50 mm ; il a les rôles suivants, (24) :

- assurer, en raison de sa granulométrie particulière, le drainage et l'évacuation rapide des eaux zénithales,
- constituer un amortisseur de vibrations très efficace, grâce à ses propriétés rhéologiques (dissipation de l'énergie par attrition des éléments constituants),
- permettre la rectification très rapide du nivellement et du tracé de la voie.

sous-couche

La sous-couche, qui est une couche d'adaptation interposée entre le ballast et la plate-forme, peut être mono ou multi-couche. Elle est constituée par des granulats bien gradués à base de gravier et de sable (insensibles au gel) et elle est pentée transversalement (de 3 à 5 %). La couche de sable est utilisée dans le cas d'une plate-forme de mauvaise qualité ; la sous-couche a des rôles multiples et notamment, (24) :

- protection de la partie supérieure de la plate-forme contre l'érosion qui résulte, d'une part, du poinçonnement opéré par les éléments de ballast, d'autre part, de l'action des eaux zénithales,
- protection de la plate-forme contre les effets du gel,
- meilleure répartition des charges transmises,
- anti-contamination entre plate-forme et ballast.

La sous-couche comporte parfois des additifs de structures diverses, tels les géotextiles, disposés au niveau de la surface de la plate-forme ; ces géotextiles ont un rôle séparateur au moment de la mise en oeuvre et améliorent ensuite les propriétés anticontaminantes du système.

plate-forme

Elle est constituée de sol rapporté (cas d'un remblai) ou du sol en place (cas d'un déblai). La partie supérieure de la plate-forme, qui est pentée transversalement (3 % valeur minimale, 5 % valeur normale) est aménagée en couche de forme. Cette couche de forme se distingue de la partie sous-jacente par le taux de compactage plus élevé (100 % OPN au lieu de 95 % pour un corps de remblai).

3 - ESSAIS REALISES A DERBY (ANGLETERRE)

3.1 - But des essais

Jusqu'à un passé récent, on s'est surtout préoccupé des incidences de la détérioration de la plate-forme ferroviaire dans le temps. Depuis quelques années, la création de lignes nouvelles a orienté les recherches vers l'optimisation du dimensionnement des structures d'assise et la rationalisation des dépenses d'entretien : à cet effet, des essais à échelle grandeur ont été effectués à Derby, avec des structures d'assise chargées par un châssis de voie complet, (20).

Le but des essais consistait à :

- comprendre comment se déforme l'ensemble rail - traverses - couches d'assise - plate-forme,
- prévenir une détérioration de la plate-forme et étudier l'influence de la qualité du sol de base,
- étudier le caractère irréversible du comportement des divers matériaux (effets de plasticité),
- mettre en évidence l'influence de l'épaisseur des couches d'assise.

3.2 - Description des essais

L'expérimentation a porté sur quatre types de structures d'assise (réalisés par variation de l'épaisseur de la couche de grave) et sur deux types de plate-forme.

La réalisation de la voie expérimentale a nécessité d'excaver le terrain naturel, constitué de marne de Keuper, sur une surface de 20 m x 4,5 m. Afin d'étudier l'influence du type de plate-forme, la marne de Keuper a été conservée sur la moitié du site des essais ; sur l'autre moitié et sur une profondeur de 1.0 m la marne a été remplacée par de l'argile de Boulder rapportée. Une feuille de polythène a été utilisée pour isoler le site d'essais.

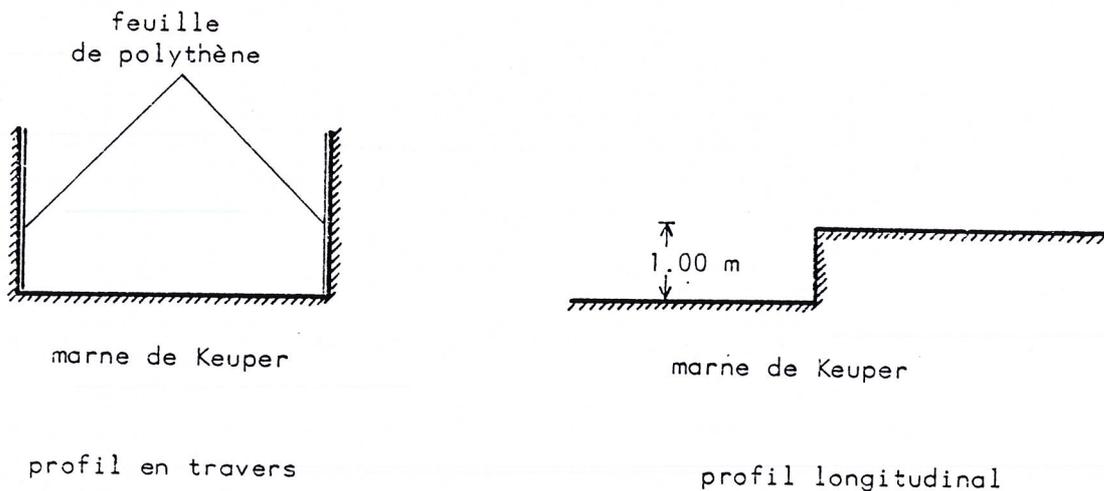


Fig. 3.1 - Phase d'excavation

Au dessus de la plate-forme (constituée d'argile de Boulder ou en marne de Keuper) ont été mises en place les couches d'assise suivantes :

- une couche de sable de 0.15 m d'épaisseur,
- une couche de grave dont l'épaisseur variait suivant la structure : 0.50 m pour la première structure, 0.30 m pour la deuxième, 0.15 m pour la troisième et une épaisseur nulle pour la quatrième structure,
- une couche de ballast d'une épaisseur de 0.25 m.

Les figures 3.2 et 3.3 ci-après représentent respectivement une coupe en travers-type (cas de la structure 1) et les quatre types des structures d'assise testés.

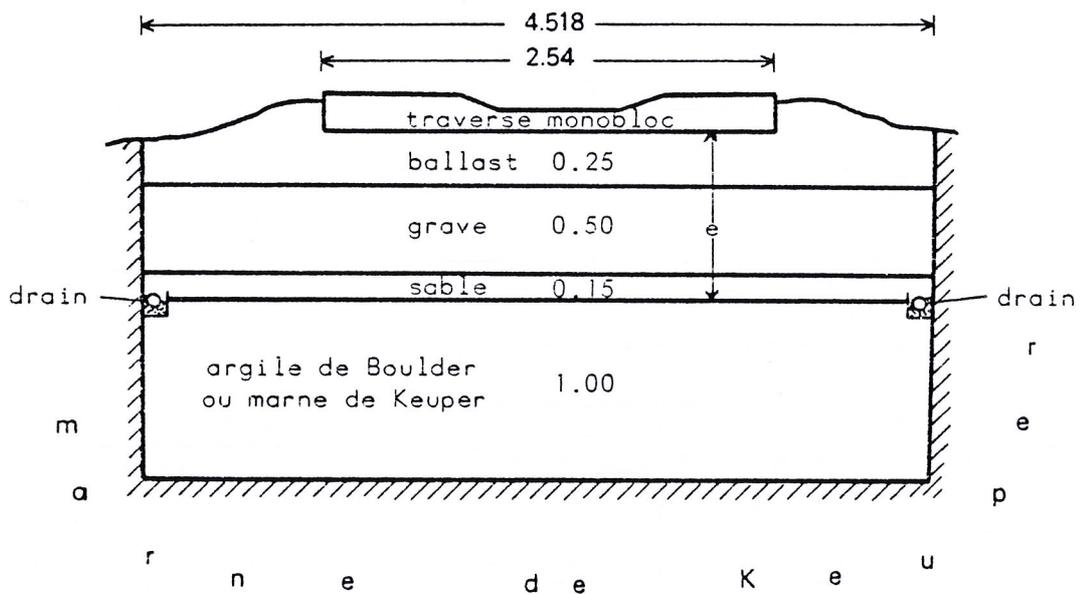


Fig. 3.2 - Coupe en travers du site d'essais (cas de la structure 1)

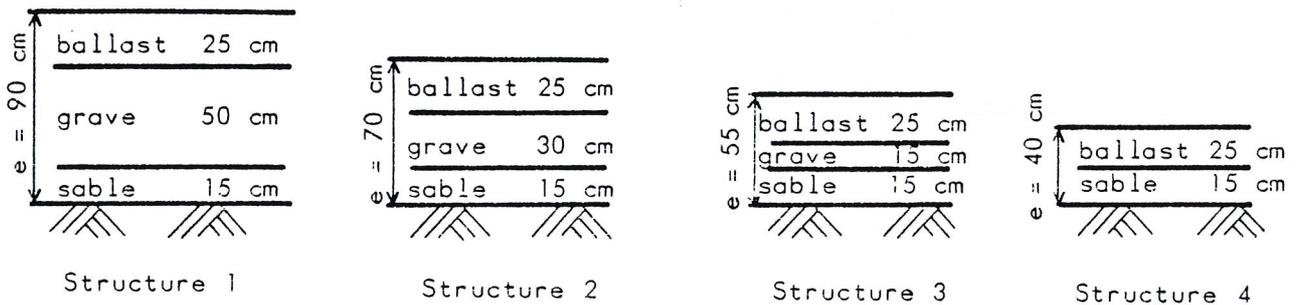


Fig. 3.3 - Les quatre types des structures d'assise testés

Le châssis de voie complet était constitué de :

- rails britanniques de 55 kg/m,
- traverses monobloc en béton précontraint, espacées de 0.60 m.

Les chargements ont été effectués par l'intermédiaire d'une poutre fixée en dessous d'un véhicule d'un poids de 16 t/essieu. Dans les Fig. 3.4 et 3.5 ci-après sont schématisés le véhicule et le site d'essais.

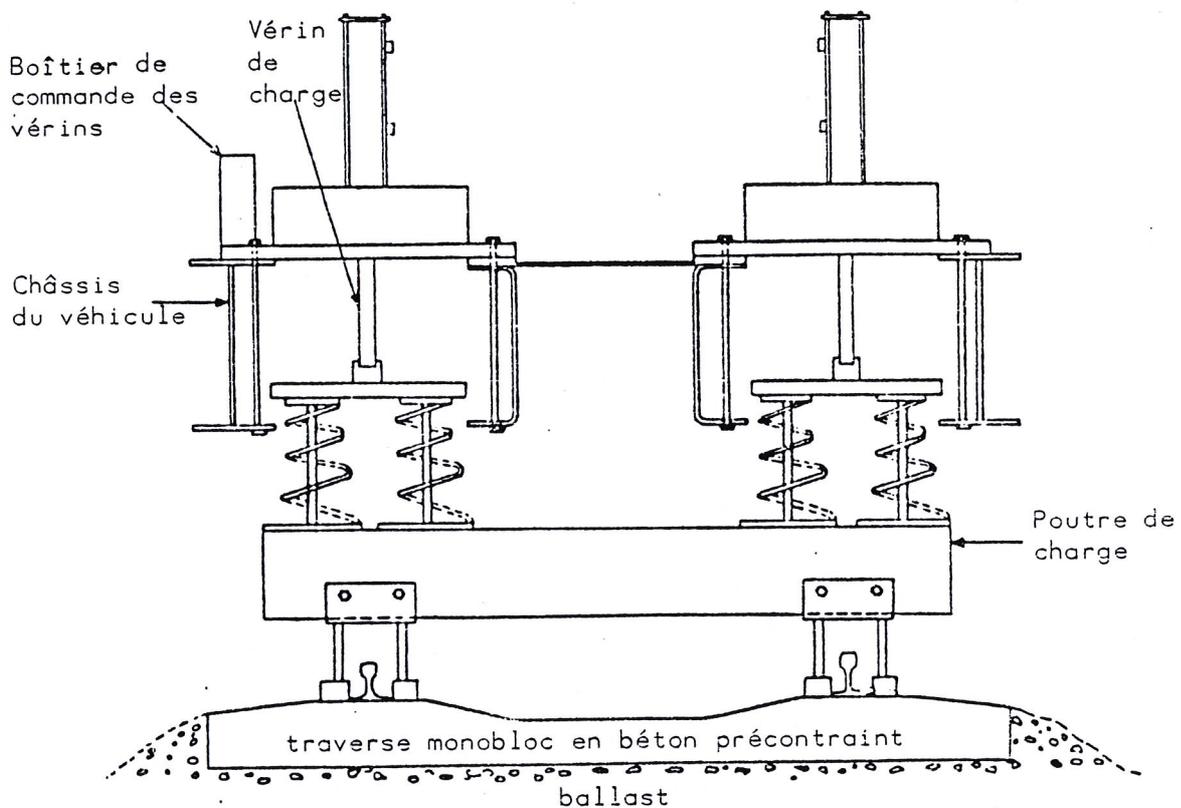


Fig. 3.4 - Schéma du véhicule d'essais

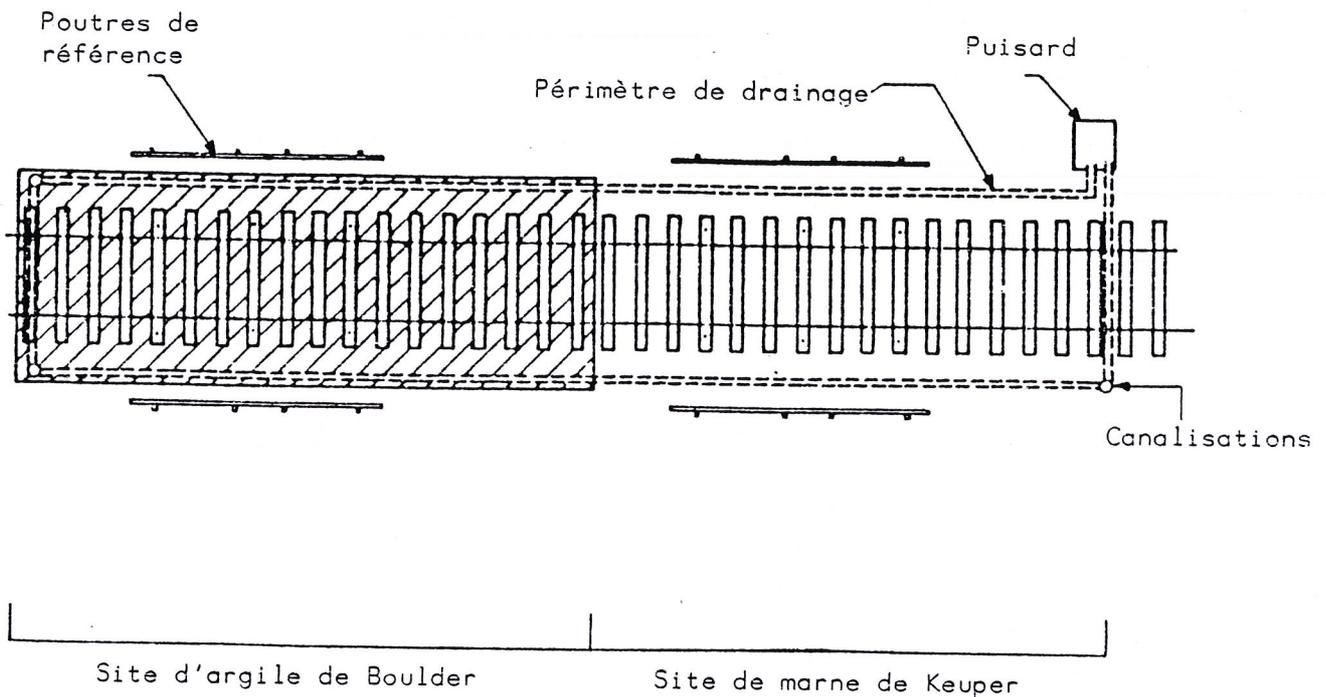


Fig. 3.5 - Vue en plan du site des essais

Au cours de ces essais, trois types de chargements ont été effectués :

- essais sous charges roulantes (quasi statiques). Le chargement était provoqué par le poids du véhicule,
- essais dynamiques : aux effets du poids du véhicule étaient ajoutés ceux d'un vibreur,
- essais statiques. Une charge de 5 t a été appliquée 10 fois de suite sur une traverse désolidarisée du rail au droit de l'emplacement des attaches.

3.3 - Caractéristiques mécaniques des matériaux

Ballast

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats des essais triaxiaux de compression après 10^4 cycles de chargement

Valeur du déviateur des contraintes $\sigma_1 - \sigma_3$ (kPa)	E (MPa)	ν	ϕ (°)	Masse volumique (kg/m ³)	Porosité
196	194	0.11	49	1434	0.461
294	171	0.09			

Tableau 3.1 - Caractéristiques mécaniques du ballast (essais triaxiaux)

Grave

Des essais triaxiaux de compression ont donné après 10^4 cycles de chargement les résultats suivants :

Valeur du déviateur des contraintes $\sigma_1 - \sigma_3$ (kPa)	E (MPa)	ν	ϕ (°)	Masse volumique (kg/m ³)	Porosité
125	96	0.38	52 ÷ 55	1800	0.29
200	167	0.41			
250	156	0.39			
350	194	0.44			

Tableau 3.2 - Caractéristiques mécaniques de la grave (essais triaxiaux)

Sable

Des essais triaxiaux non drainés ont donné une valeur moyenne du module d'élasticité de 21.3 MPa.

Plate-forme

Des essais triaxiaux non drainés ont donné les valeurs moyennes suivantes :

	E (MPa)	c (kPa)	ϕ (°)
argile de Boulder	8 - 11	90	0
marne de Keuper	30	230	

Tableau 3.3 - Caractéristiques mécaniques de la plate-forme (essais triaxiaux)

3.4 - Présentation des principaux résultats des essais sous charges roulantes

Compte tenu que ce premier chapitre a pour objet essentiel la modélisation du comportement du système ferroviaire lorsqu'il est soumis à des charges roulantes *, nous présentons dans les figures ci-après les résultats des essais correspondants :

- contraintes verticales au niveau de la plate-forme (Fig. 3.6),
- déplacements verticaux au niveau de la traverse et de la plate-forme (Fig. 3.7, 3.8).

* En effet, le but des essais sous charges roulantes de Derby consistait à reproduire pendant l'expérimentation des états des contraintes et des déformations similaires à ceux correspondants aux chargements ferroviaires.

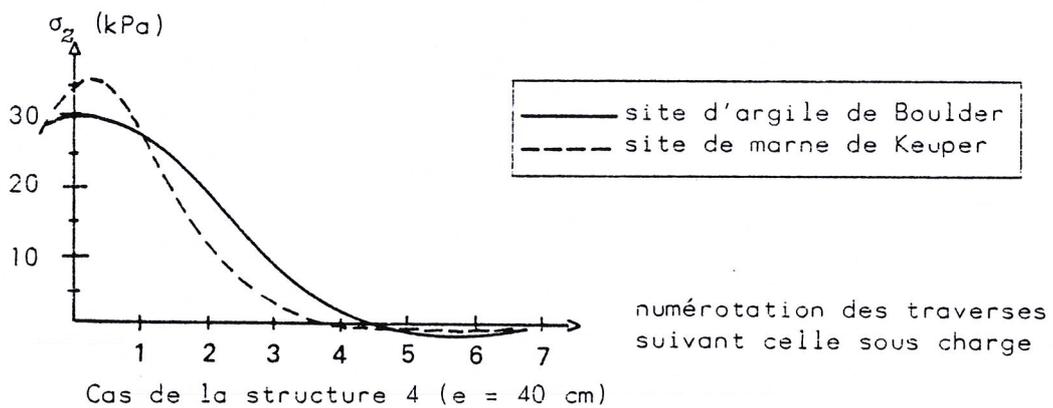
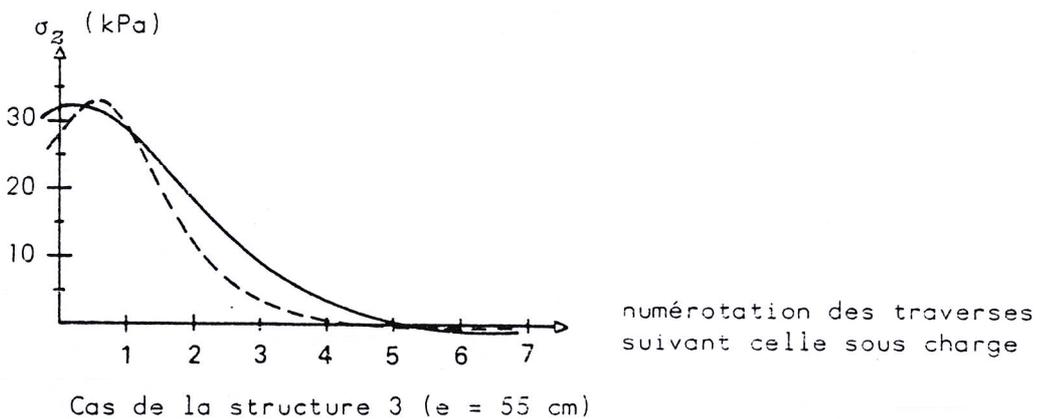
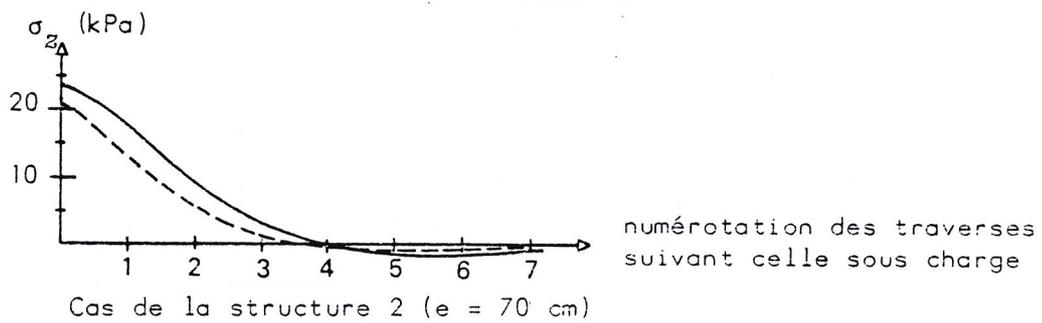
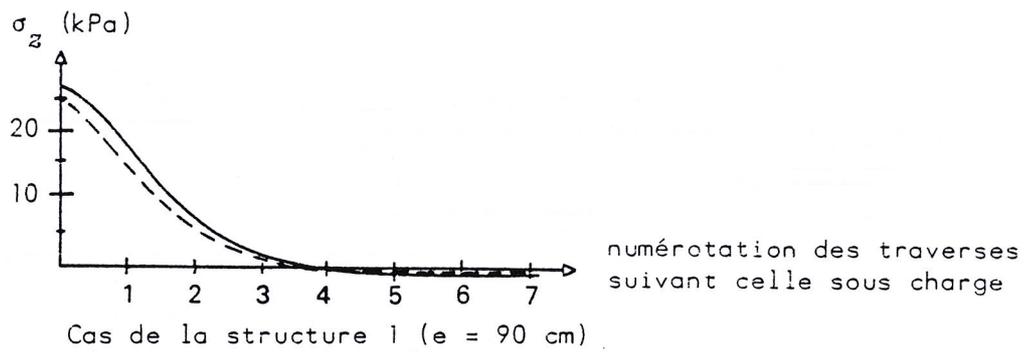


Fig. 3.6 - Essais sous charges roulantes.
Contraintes verticales au niveau de la plate-forme ; coupe
longitudinale suivant l'axe du rail

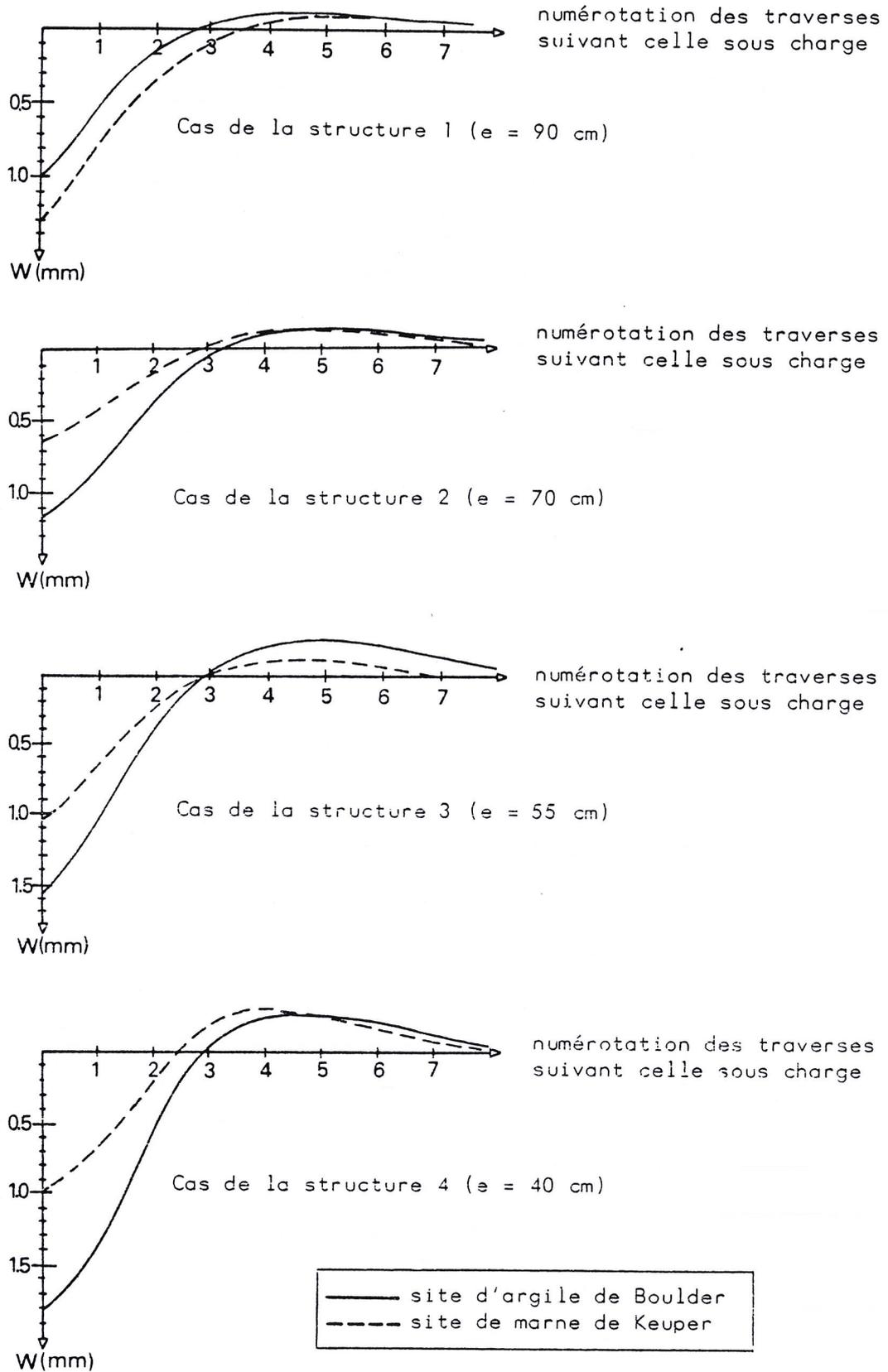


Fig. 3.7 - Essais sous charges roulantes.
Déplacements verticaux au niveau de la traverse ;
coupe longitudinale suivant l'axe du rail

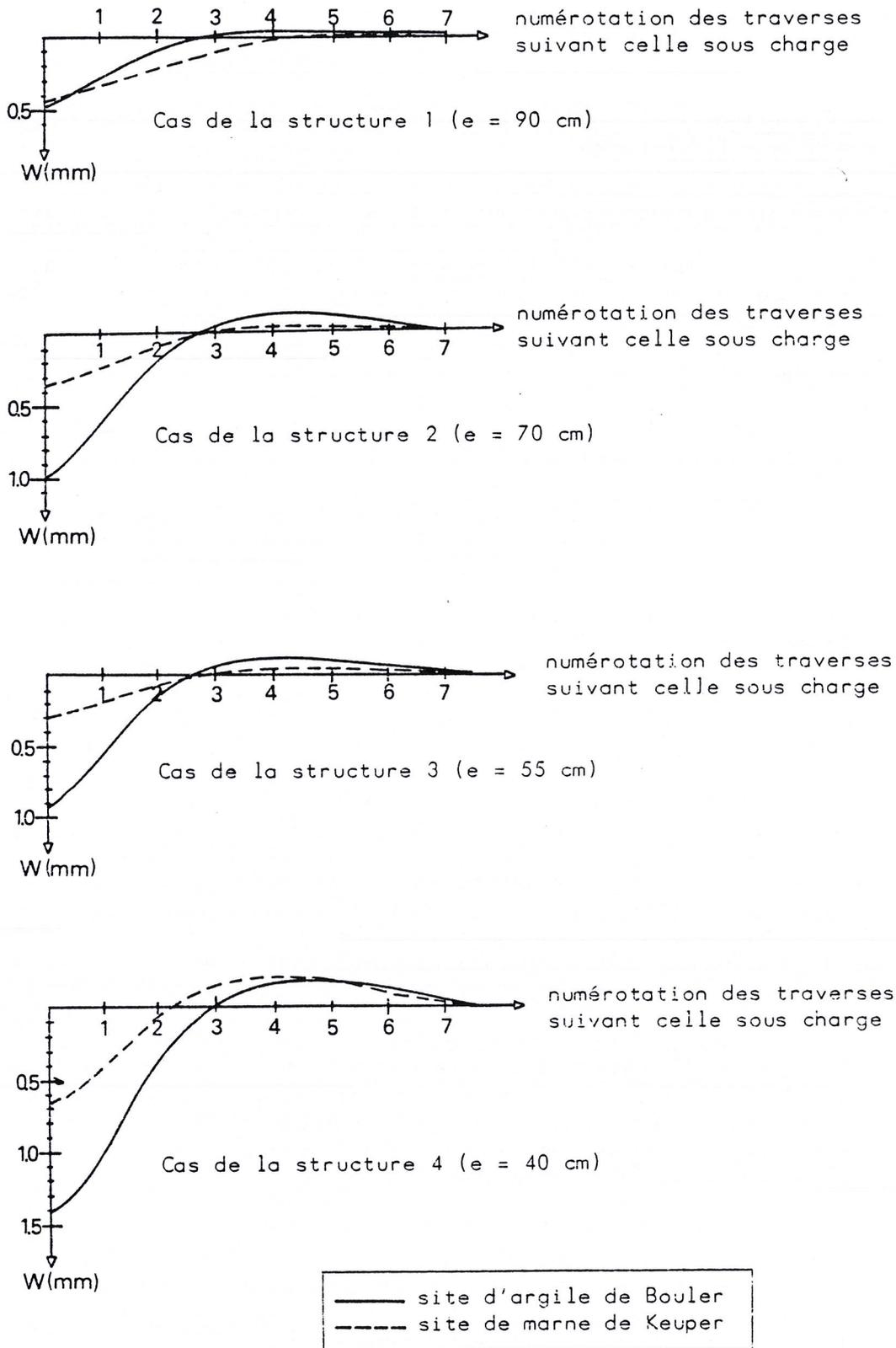


Fig. 3.8 - Essais sous charges roulantes.
Déplacements verticaux au niveau de la surface de la plate-forme (mm) ; coupe longitudinale suivant l'axe du rail

4 - MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS DU SYSTEME "RAIL - TRAVERSES - COUCHES D'ASSISE - PLATE-FORME"

4.1 - Point sur les études antérieures et but de la modélisation

L'ensemble "rail - traverses - couches d'assise - plate-forme" constitue un système dont le comportement est extrêmement complexe. Pour cela, la plupart des analyses effectuées jusqu'à maintenant ont eu recours à des hypothèses simplificatrices pour tenter d'appréhender le problème.

Un grand nombre de ces études est basée sur l'hypothèse d'un comportement élastique des divers matériaux.

Certaines études ont été ainsi développées à partir de la théorie de Boussinesq, en assimilant le système à un substratum élastique semi-infini.

D'autres études ont essayé d'étudier le comportement d'un système bi-couche (Giroud, 1972) et tri-couche (Jones, 1962), (Peattie, 1963), (Jeuffroy et Bachelez, 1966). Elles font également l'hypothèse d'un comportement élastique, considèrent que le chargement du système multi-couche peut être assimilé à une pression uniforme et se limitent à une fourchette restreinte pour les valeurs des propriétés mécaniques des matériaux.

Basées toujours sur l'hypothèse d'un comportement élastique, des études plus avancées furent développées, grâce surtout à l'évolution des moyens informatiques. Kennedy et Prause (ASCE, GT3, 1977 et 1978) ont établi le modèle MULTA basé sur la solution des équations tridimensionnelles de l'élasticité linéaire pour les systèmes multi-couches. Chang et al (ASCE, GT11, 1980) ont proposé le modèle GEOTRACK dérivé du modèle précédent. Hermann (Université de Californie, 1968) a élaboré un modèle basé sur la séparation des variables en utilisant un développement en séries Fourier.

Cependant, toutes ces études ont le grand inconvénient de se limiter à un comportement élastique et de négliger ainsi les effets de plasticité ; or, comme les essais l'ont montré, les effets de plasticité doivent absolument être pris en compte dans une étude rigoureuse et approfondie. Un autre inconvénient de ces études réside sur le fait qu'elles ont été limitées à une analyse parcellaire du problème.

Nous nous proposons donc dans la suite d'établir une modélisation plus réaliste qui prendra en compte les effets de plasticité et qui simulera les divers phénomènes d'une façon plus proche de la réalité physique. L'outil principal pour cette modélisation sera la méthode des éléments finis (MEF). Bien que cette méthode ne puisse pas donner la réponse idéale au problème, elle permet pourtant :

- de modéliser, sans être obligé de recourir à des simplifications "grossières", le système "rail - traverses - couches d'assise - plate-forme",

- de tenir compte des effets de plasticité,
- de calculer des valeurs pour les tenseurs des contraintes et des déformations à un nombre important des points et avoir ainsi une image complète du comportement du système étudié.

Certes, la méthode des éléments finis a déjà été utilisée pour modéliser les essais de Vienne-Arsenal, (18), (25). Il s'agissait de simuler le comportement de la voie ferrée en utilisant une cellule constituée par différents types de structures d'assise déposées dans une boîte parallé-

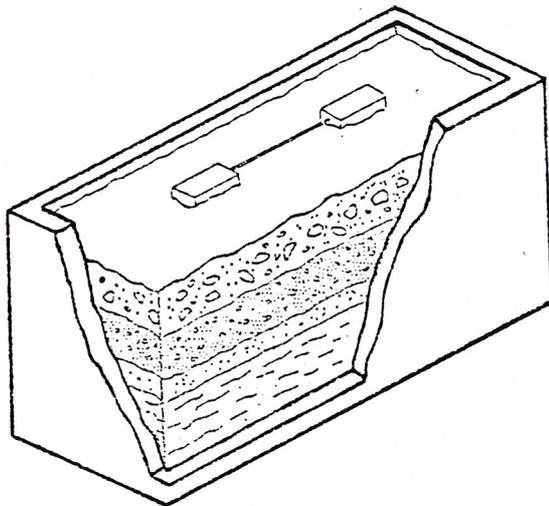


Fig. 4.1 - La boîte d'essai de Vienne-Arsenal

lépipédique avec une seule traverse en surface (Fig. 4.1). De telles conditions de simulation n'ont pas permis une étude significative du comportement réel de la voie ferrée.

Dans une étude récente, par ailleurs, Desai et Siriwardane (ASCE, GT3, 1982) ont étudié divers modèles en utilisant une loi de comportement élasto-plastique. Cependant, ils n'ont effectué qu'une étude parcelaire du problème, limitant ainsi la portée de leur analyse.

La modélisation dont les diverses étapes seront exposées dans la suite, correspond aux essais sous charges roulantes de la voie expérimentale de Derby. Ces essais ont été réalisés lorsqu'on s'est aperçu (tant à l'ORE qu'à la S.N.C.F.) que la meilleure façon d'approfondir le problème était de l'étudier à l'échelle grandeur nature en tenant compte du châssis complet de la voie. Dans toute notre analyse, un accent particulier sera mis sur l'influence de l'épaisseur des couches d'assise et de la qualité du sol de la plate-forme sur le comportement du système étudié. Il est à signaler que toutes les études antérieures sont restées muettes sur l'influence de ces deux paramètres ainsi que sur la prise en compte des effets du châssis complet de la voie.

4.2 - Description de la modélisation

4.2.1 - Modélisation des couches d'assise et de la plate-forme

Le modèle de châssis de voie complet comprend la traverse sous charge et de part et d'autre de celle-ci 4 traverses adjacentes. Nous avons effectué ce choix car les résultats des essais réalisés à Derby montrent que les phénomènes importants se manifestent jusqu'à la quatrième traverse adjacente. Pour des raisons de symétrie par rapport au plan (X, Z) seule la moitié du modèle est représentée à la Fig. 4.1 avec :

- la demi-traverse sous charge,
- les quatre traverses adjacentes.

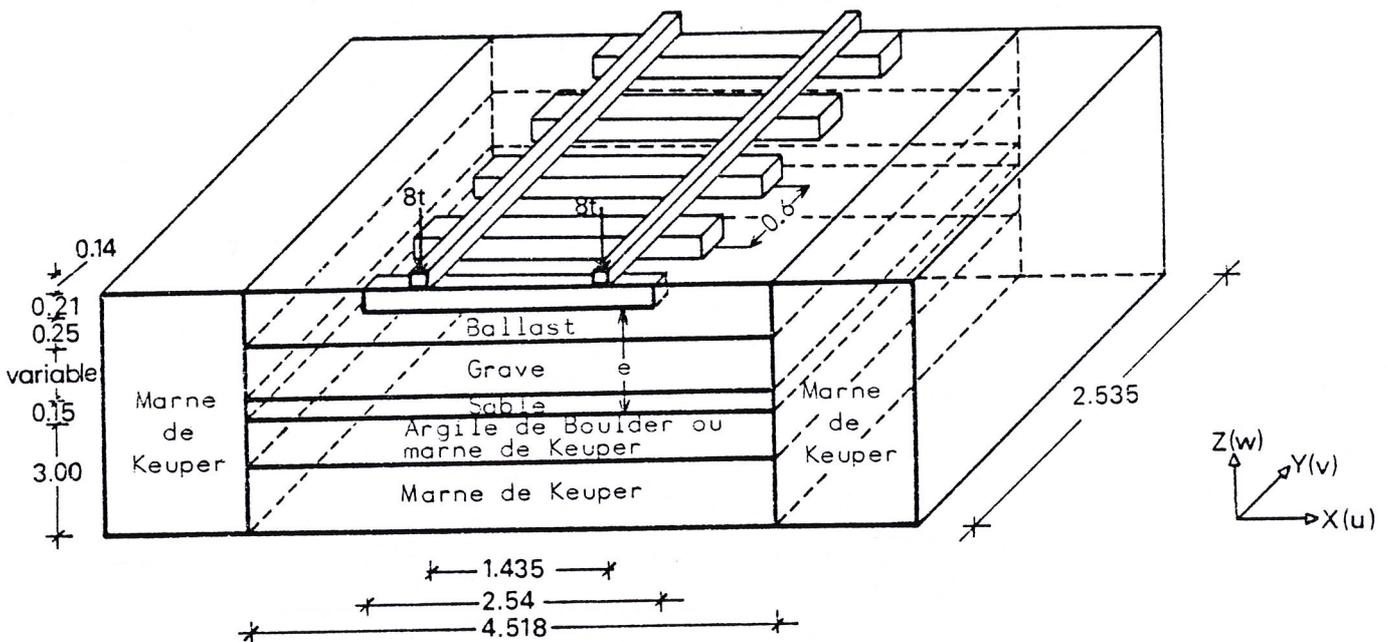


Fig. 4.1 - Vue de la moitié du modèle

Compte tenu de l'autre symétrie par rapport au plan (Y, Z) l'étude se réduit au quart du modèle.

Le maillage effectué * est représenté à la figure 4.2 ci-après (cas de la structure 1). Il est constitué par des éléments hexaédriques

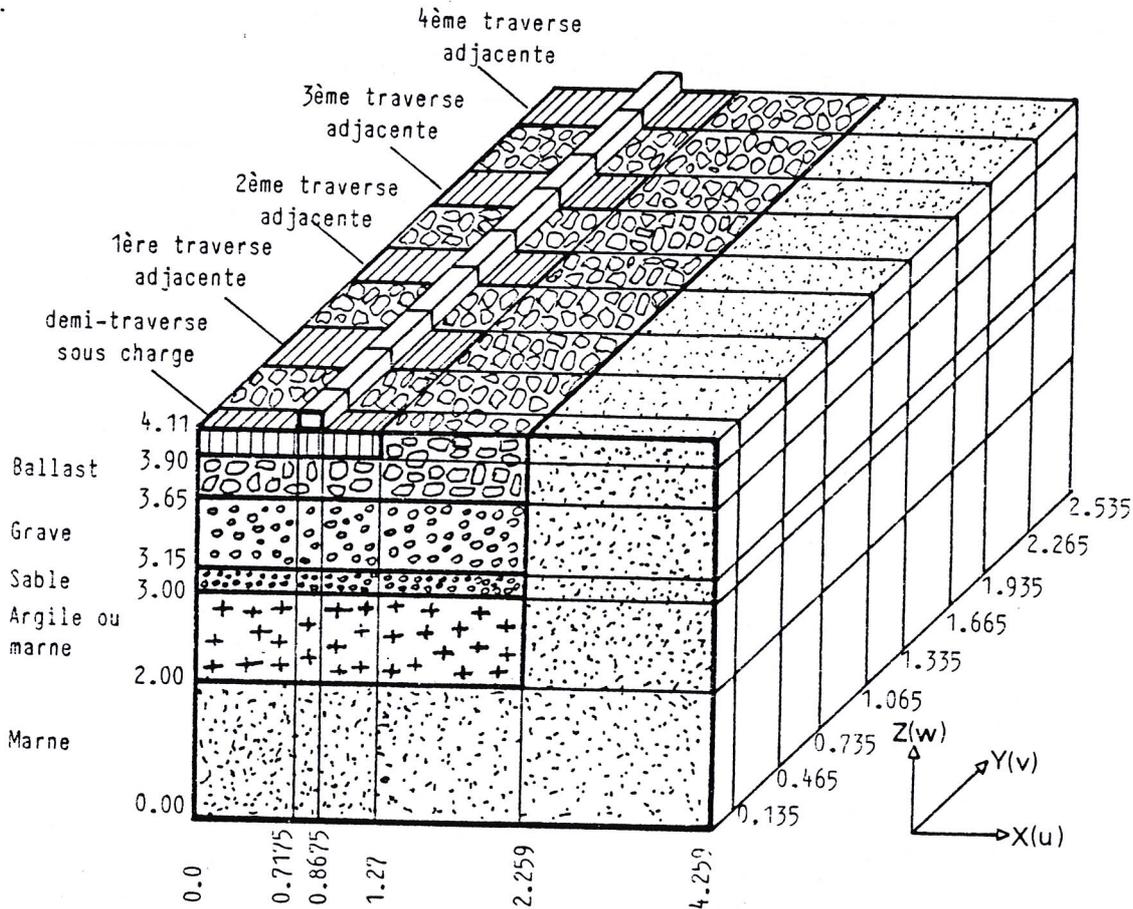


Fig. 4.2 - Le maillage du modèle

isoparamétriques à vingt noeuds et a été établi en respectant les principes suivants :

- représentation significative des phénomènes à étudier,
- coût de calculs sur ordinateur raisonnable.

Dans ce maillage, pour rester fidèle à la voie expérimentale de Derby, la marne de Keuper (terrain existant) est représentée par les éléments situés en bas et à droite du modèle, puis viennent se

* Nous avons procédé à l'approche tridimensionnelle du problème car l'hypothèse des déformations ou contraintes planes d'une approche bidimensionnelle ne peut s'appliquer a priori dans le cas des structures ferroviaires.

Toutefois, des maillages bidimensionnels (coupe transversale et longitudinale) nous ont servi à tester la finesse du maillage tridimensionnel de notre modèle ; nous avons constaté que effectivement l'approche bidimensionnelle donnait des résultats trop écartés de ceux des essais.

superposer respectivement :

- . la plate-forme d'une épaisseur de 1.00 m (soit en argile de Boulder rapportée soit en marne de Keuper existante),
- . la couche de sable,
- . la couche de grave (dont on fera varier l'épaisseur),
- . la couche de ballast,
- . le quart de traverse sous charge et les quatre demi-traverses adjacentes,
- . le rail.

Le maillage finalement retenue comporte 279 éléments et 1811 noeuds et présente donc 5433 degrés de liberté.

4.2.2 - Modélisation de la traverse et du rail

Modélisation de la traverse

Les traverses utilisées lors des essais étaient du type monobloc en béton précontraint (Fig. 4.3).

Comme les éléments du modèle ont une hauteur constante, il n'est pas possible de prendre en compte la réduction de hauteur en milieu de traverse. Pour cette raison la traverse modélisée (Fig. 4.4) est légèrement plus rigide que la traverse utilisée lors des essais ; mais ceci a une incidence négligeable (la question est traitée d'une façon plus complète au paragraphe 3 du deuxième chapitre).

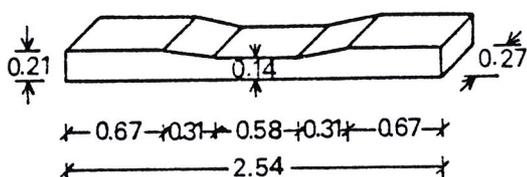


Fig. 4.3 - La traverse utilisée lors des essais

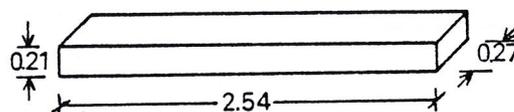


Fig. 4.4 - La traverse modélisée

Modélisation du rail

Le rail utilisé lors des essais à Derby avait un moment d'inertie de 2352.4 cm^4 .

La méthode des éléments finis permet d'obtenir une modélisation assez fine du rail (Fig. 4.5).

Néanmoins, vu les dimensions des divers éléments de notre modélisation (Fig. 4.2) et pour des raisons d'homogénéité, il est pratiquement impossible de retenir un maillage si fin pour le rail.

Par ailleurs, le rail n'intervient dans la modélisation que par sa rigidité en flexion ; or, celle-ci peut aisément être simulée sans recourir à un maillage très fin.

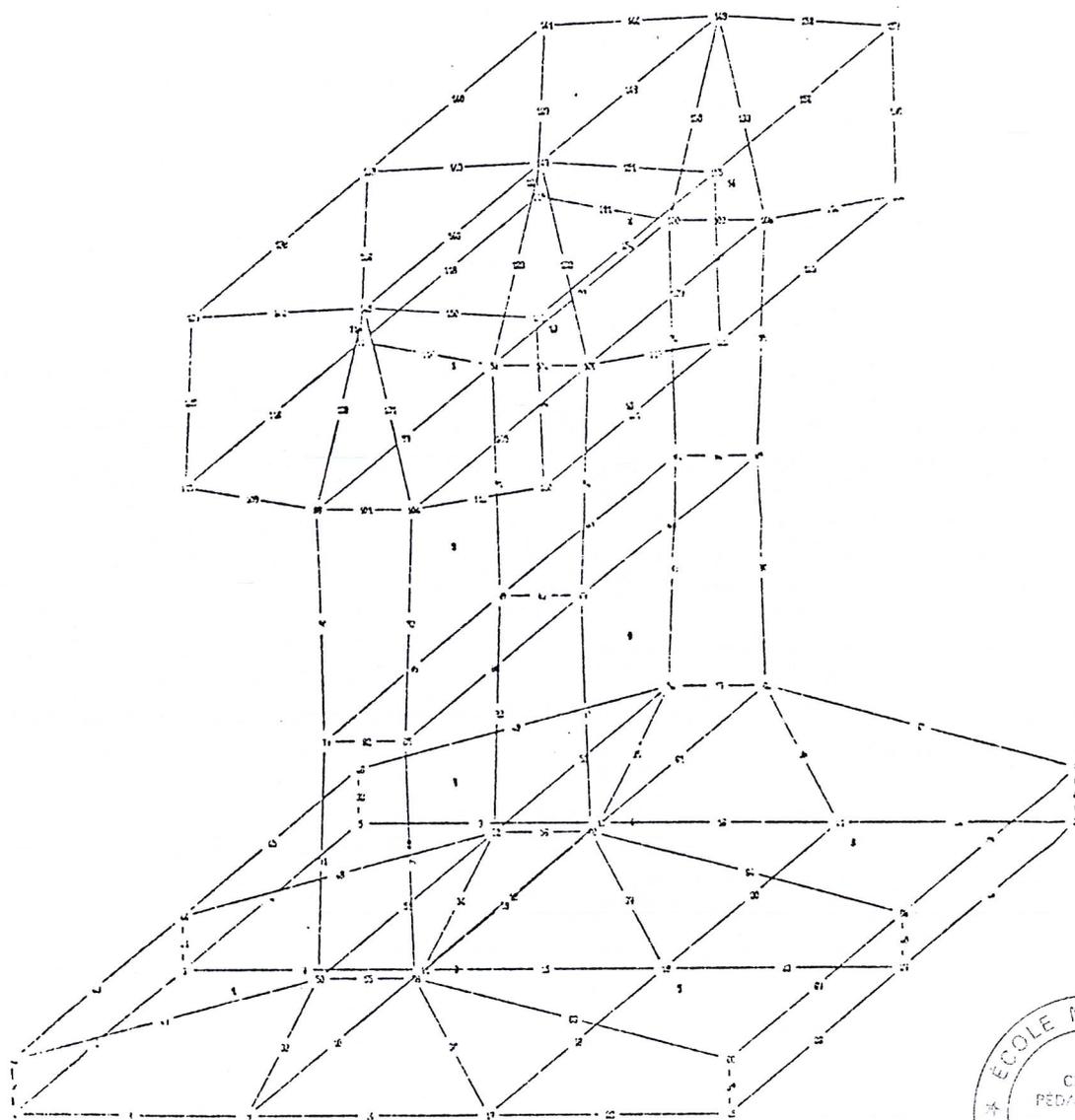
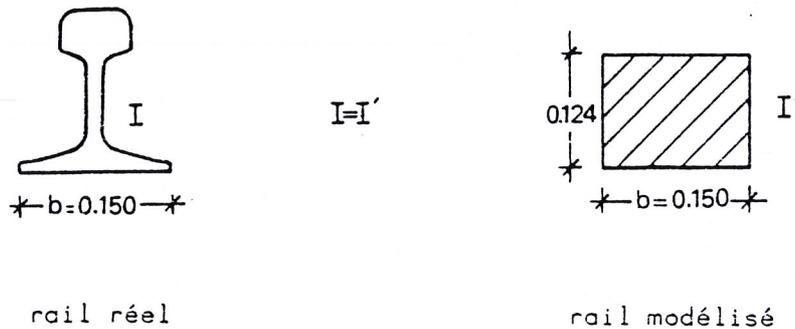


Fig. 4.5 - Modélisation par éléments finis du rail

Cette raison nous conduit à modéliser le rail par une section rectangulaire de même base b et d'une hauteur telle que les moments d'inertie I et I' soient égaux (Fig. 4.6).



rail réel

rail modélisé

Fig. 4.6 - Profil des rails réel et modélisé

4.3 - Présentation mathématique de la modélisation

4.3.1 - Hypothèses

Nous faisons l'hypothèse des petites déformations et nous supposons que les matériaux constituant le modèle ont un comportement élasto-plastique. Nous supposons, par ailleurs, que le matériau utilisé pour chaque couche est homogène et isotrope et que l'action de la roue sur le rail peut être assimilée à une force ponctuelle ; en effet, lorsqu'on applique la théorie de Hertz, le contact roue-rail s'exerce sur une surface elliptique dont les longueurs d'axes sont très petites, de l'ordre de 10 mm, (1).

4.3.2 - Equations d'équilibre

Nous adoptons dans toute la suite la convention classique d'Einstein concernant la sommation sur les indices répétés. Comme la modélisation porte sur les chargements quasi-statiques, les efforts d'inertie n'interviennent pas et on a :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad \text{dans le volume } \Omega \text{ du modèle} \quad (4.1)$$

(f_i étant les forces massiques)

$$\sigma_{ij} n_j = g_i \quad \text{pour les points où les forces de (4.2) surfaces } g_i \text{ sont connues (dans}$$

(les n_j sont les cosinus directeurs de la normale extérieure à Ω)
notre modèle le point d'application de la charge extérieure)

4.3.3 - Equation cinématique

Nous considérons l'équation cinématique en petites déformations *

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (4.3)$$

4.3.4 - Loi de comportement

Nous considérons un comportement élasto-plastique (avec contraintes initiales nulles)

$$\epsilon_{ij}^{\text{tot}} = \epsilon_{ij}^{\text{el}} + \epsilon_{ij}^{\text{p}} \quad \text{élasto-plasticité} \quad (4.4)$$

$$\epsilon_{ij}^{\text{el}} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \text{tr} \sigma \delta_{ij} \quad \text{élasticité linéaire} \quad (4.5)$$

* Dans toute la suite, le symbole v sera utilisé pour désigner le déplacement en général.

Pour le comportement plastique nous considérons la loi proposée par Hencky

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad , \quad \lambda \geq 0 \quad (4.6.a)$$

où f est la fonction de charge du matériau
(cf. Salençon, (23))

λ est un paramètre scalaire qui dans le cas de l'élasto-plasticité parfaite ne dépend pas du critère de plasticité

Les équations (4.4), (4.5), (4.6.a) constituent la loi de comportement des divers matériaux de notre modèle.

Le choix de la loi de comportement a été effectué de façon à bien modéliser le comportement réel des divers matériaux. En effet, les essais ont montré un comportement fortement irréversible des divers matériaux ; par contre, on n'a pas observé des effets différés significatifs.

La loi de Hencky (4.6.a) nous permet d'avoir des relations globales par rapport à ϵ_p . Comparée à la loi de Hill

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad , \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (4.6.b)$$

la loi de Hencky fait implicitement l'hypothèse que $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$ est d'une direction fixe ; dans ce cas là la loi de Hill peut être remplacée par la loi de Hencky.

Pour un chargement continu et de petites déformations plastiques, la loi de Hencky donne des résultats très satisfaisants ; ceci a été vérifié par certaines constatations empiriques, (11). Toutefois, dans certains cas (tel que le comportement des métaux) la loi de Hencky n'a pas été applicable.

La loi de Hencky, malgré son caractère approximatif, présente l'avantage de commodité et nous permet de surmonter le problème du choix de pas de temps Δt pour l'application numérique de la loi de Hill. Une détermination théorique du pas de temps Δt est actuellement impossible a priori, ce choix ne pouvant être effectué qu'après des essais successifs, (Nguyen et Zarka, (31)).

Pour ce qui concerne le type du comportement plastique, nous avons considéré un comportement parfaitement plastique. Ceci implique que la frontière du domaine d'élasticité actuel coïncide avec celle du domaine d'élasticité initial.

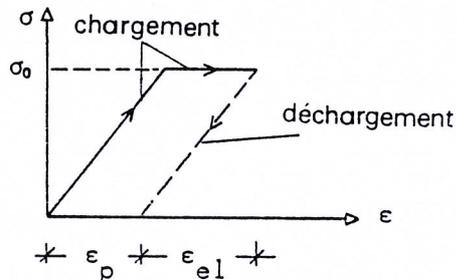


Fig. 4.7 - Schématisation de la loi de comportement en élasto-plasticité parfaite

4.3.5 - Critères de plasticité

Comme critères de plasticité, qui définissent les limites du domaine d'élasticité, nous avons choisi :

- pour les matériaux pulvérulents (sol de la plate-forme) et granulaires (ballast, grave, sable) : le critère de Drucker-Prager, ayant comme fonction de charge :

$$f(\sigma, k) = \alpha I_1 + J_2^{1/2} - k \quad (4.7)$$

avec

I_1 : premier invariant du tenseur des contraintes,
 $I_1 = \text{tr} \sigma = \sigma_{ii}$

J_2 : second invariant du déviateur des contraintes,
 $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$

$$\alpha = \frac{\text{tg} \varphi}{(9 + 12 \text{tg}^2 \varphi)^{1/2}}$$

c : cohésion
 φ : angle de frottement

$$k = \frac{3c}{(9 + 12 \text{tg}^2 \varphi)^{1/2}}$$

- pour le béton (traverse) et l'acier (rail) : le critère parabolique, ayant comme fonction de charge

$$f(\sigma, R_C, R_T) = J_2 + \frac{1}{3} (R_C - R_T) \cdot I_1 - \frac{1}{3} R_C \cdot R_T \quad (4.8)$$

avec

R_C : résistance à la compression du matériau

R_T : résistance à la traction du matériau

4.3.6 - Conditions aux limites

Elles se présentent sous deux formes :

- conditions de déplacements imposées à cause de la symétrie

Par raison de symétrie par rapport au plan (Y, Z), pour tout point d'abscisse $x = 0$ on impose $u = 0$ (cf. Fig. 4.2). Il en est de même pour le plan de symétrie (X, Z), d'équation $y = 0$, où on impose $v = 0$.

- conditions de déplacements imposées aux limites du modèle

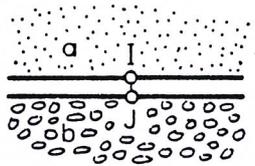
Pour les limites du modèle, en bas ($z = 0$), à droite ($x = 4.259$) et au bout ($y = 2.535$) nous avons imposé le déplacement normal égal à zéro.

Plan du modèle	Condition imposée
$x = 0, x = 4.259$	$u = 0$
$y = 0, y = 2.535$	$v = 0$
$z = 0$	$w = 0$

Tableau 4.1 - Les conditions aux limites du modèle

4.3.7 - Problèmes aux interfaces

Aux interfaces d'un système multi-couche, pour représenter d'une façon satisfaisante les discontinuités des contraintes, des noeuds dédoublés peuvent être utilisés. Ces noeuds, tout en étant géométriquement confondus, appartiennent chacun à une couche différente



$$I \in a$$

$$J \in b$$

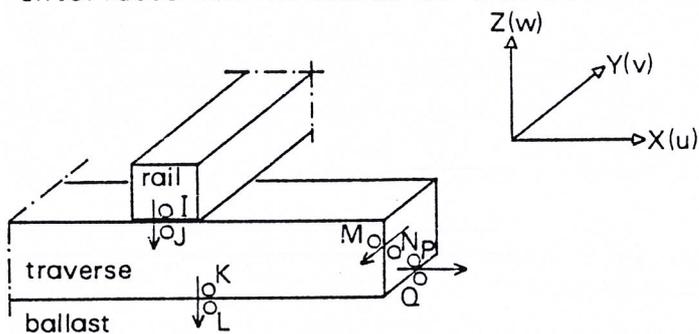
$$x_I = x_J, y_I = y_J, z_I = z_J$$

IJ: ressort rigide unidirectionnel

Fig. 4.8 - L'utilisation des éléments de continuité

(Fig. 4.8). Les deux couches en contact sont reliées par des éléments de continuité qui sont physiquement des ressorts très rigides unidirectionnels. On affecte en plus à ces éléments une caractéristique de continuité qui est le rapport des modules d'élasticité de deux couches en contact. L'utilisation des noeuds dédoublés permet, par ailleurs, de tenir compte des conditions de contact particulières aux interfaces, tel que le glissement d'une couche par rapport à l'autre.

Compte tenu du fait qu'aux interfaces ballast-grave, grave-sable et sable-sol les contraintes sont relativement continues, du fait de l'éloignement de la charge, et que les critères de plasticité retenus ont des valeurs proches, on s'est contenté de dédoubler les noeuds aux interfaces rail-traverse et traverse-ballast (Fig. 4.9), ce qui permet de prendre en compte le glissement de la traverse par rapport au ballast.



$$I \in \text{rail}, J \in \text{traverse}$$

$$k \in \text{traverse}, L \in \text{ballast}$$

$$M \in \text{traverse}, N \in \text{ballast}$$

$$P \in \text{traverse}, Q \in \text{ballast}$$

Fig. 4.9 - Les éléments de continuité et leurs directions

La direction de continuité peut être verticale, horizontale ou transversale. Pour l'interface ballast-traverse nous avons imposé la continuité des déplacements pour la direction normale aux faces de la traverse, laissant ainsi à la traverse la possibilité de glisser contre le ballast sur les faces latérales.

Pour l'interface traverse-rail nous avons imposé la verticale comme direction de continuité de déplacement.

Ces conditions de déplacements des éléments du châssis de voie permettent de modéliser correctement la réalité physique au niveau des interfaces correspondantes.

4.3.8 - Approche variationnelle

Rappelons les équations de base de la modélisation, introduites aux paragraphes précédents :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad \text{dans le volume } \Omega \quad (4.9)$$

$$\sigma_{ij} n_j = g_i \quad \text{sur la surface } S_\sigma \text{ où sont} \quad (4.10)$$

données les forcés extérieures
 g_i

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad \text{équation cinématique} \quad (4.11)$$

$$\epsilon_{ij}^{\text{tot}} = \epsilon_{ij}^{\text{el}} + \epsilon_{ij}^{\text{p}} \quad \text{élasto-plasticité} \quad (4.12)$$

$$\epsilon_{ij}^{\text{el}} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \text{tr} \sigma \delta_{ij} \quad \text{élasticité linéaire} \quad (4.12.a)$$

$$\epsilon_{ij}^{\text{p}} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad , \quad \lambda \geq 0 \quad \text{principe de normalité} \quad (4.12.b)$$

$$v_n = 0 \quad \text{aux points où les déplacements} \quad (4.13)$$

sont imposés

Nous cherchons une formulation variationnelle pour un champ de déplacement cinématiquement admissible. Nous nous limitons donc à un sous-espace V_n de l'espace V des déplacements réels

$$V_n = \{ \vec{v} \mid \vec{v} \text{ régulier et vérifiant les conditions de déplacements imposés (4.13)} \}$$

La première étape consiste à rechercher la solution élastique du problème. On peut démontrer, (8) que dans ce cas la solution du problème formé par les équations (4.9) à (4.13) (avec $\epsilon_{ij}^{\text{p}} = 0$) se ramène à chercher le minimum de l'énergie potentielle d'un champ de déplacement cinématiquement admissible.

$$\inf \{ U(v) \mid \vec{v} \in V_n \}$$

avec

$$U(v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \, d\Omega - \int_{\Omega} f_i v_i \, d\Omega - \int_{S_\sigma} g_i v_i \, dS \quad (4.14)$$

Ce principe variationnel est appliqué dans la méthode des éléments finis par décomposition du domaine Ω en petits morceaux. Après avoir effectué cette décomposition (phase du maillage pour lequel nous avons utilisé des éléments hexaédriques isoparamétriques à 20 noeuds) on choisit la forme des fonctions d'interpolation (donnant le déplacement à tout point de l'élément à partir des déplacements nodaux). Ces fonctions sont quadratiques pour les éléments de notre modèle. En appliquant ensuite le principe variationnel à chaque élément on aboutit, (8), (9), (23) à l'équation matricielle élémentaire

$$[k_e] [q_e] = [F_e] \quad (4.15)$$

dans laquelle :

$[k_e]$ est la matrice de rigidité élémentaire

$[q_e]$ est le vecteur des déplacements nodaux de l'élément

$[F_e]$ est le vecteur des forces nodales de l'élément

Par assemblage des éléments et en effectuant l'hypothèse que la somme des énergies potentielles des divers éléments de la structure discrétisée coïncide avec l'énergie potentielle de la structure totale, on aboutit à l'équation matricielle globale suivante :

$$[k] [q] = [F] \quad (4.15.a)$$

dans laquelle

$[k]$ est la matrice de rigidité de la structure

$[q]$ est le vecteur des déplacements nodaux de la structure

$[F]$ est le vecteur des forces nodales de la structure

La matrice $[k]$ est une matrice bande symétrique dont les dimensions sont la largeur de demi-bande et le nombre d'équations ou degrés de liberté du système.

Maintenant nous allons voir comment doit être modifié le système linéaire (4.15.a) afin de prendre en compte la loi de comportement élasto-plastique (4.12) (élasto-plasticité parfaite et matériau de Hencky). La méthode qui sera employée est celle dite "de contraintes initiales", (29). Il s'agit d'un processus itératif, à chaque itération duquel on modifie le vecteur $[F]$, la matrice $[k]$ étant inversée seulement lors de la première itération.

$$[q_1] = [k^{-1}] [F_1] \quad (4.16)$$

A partir des déplacements donnés lors de cette première itération sont calculées les contraintes $[\sigma_1]$ en appliquant une loi de comportement élastique. Les résultats donc de la première itération correspondent à la solution élastique du problème. Les contraintes $[\sigma_1]$ sont ensuite reportées dans l'expression du critère de plasticité et :

- si $f([\sigma_1]) < 0$, le point considéré se trouve à l'intérieur du domaine d'élasticité et donc la solution réelle correspond bien à une loi de comportement élastique ;
- si $f([\sigma_1]) \geq 0$, le point considéré ne se trouve pas à l'intérieur du domaine d'élasticité et son comportement est élasto-plastique. Pour ce point donc nous appliquerons un processus itératif qui nous permettra de s'approcher de la loi de comportement élasto-plastique.

Soient $[\Delta\sigma_i^{eq}]$ les contraintes initiales nécessaires à l'itération i pour s'approcher de la loi de comportement élasto-plastique. Le calcul effectué à chaque itération est élastique. On aura donc :

$$[\Delta \epsilon_i^p] = \frac{[\Delta\sigma_i^{eq}]}{[E]} \quad (4.17)$$

$[E]$ étant la matrice d'élasticité.

Par ailleurs, la loi de comportement plastique (4.12.b) dans une méthode itérative incrémentale est remplacée par :

$$[\Delta \epsilon_i^p] = \lambda_i \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]_i \quad (4.18)$$

Les relations (4.4.17) et (4.4.18) nous donnent :

$$[\Delta\sigma_i^{eq}] = \lambda_i [E] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]_i \quad (4.19)$$

Pour calculer λ_i , un développement du critère de plasticité est utilisé :

$$f(\sigma_i - \Delta\sigma_i^{eq}) = f(\sigma_i) - \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_1}\right) \Delta\sigma_1^{eq} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \Delta\sigma_2^{eq} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_3} \Delta\sigma_3^{eq} \quad (4.20)$$

ou

$$f(\sigma_i - \Delta\sigma_i^{eq}) = f(\sigma_i) - \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i^t \cdot [\Delta\sigma_i^{eq}] \quad (4.21)$$

ou

$$f(\sigma_i - \Delta\sigma_i^{eq}) = f(\sigma_i) - \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i^t \cdot \lambda_i \cdot [E] \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i \quad (4.22)$$

ou

$$f(\sigma_i - \Delta\sigma_i^{eq}) = f(\sigma_i) - \lambda_i \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i^t \cdot [E] \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i \quad (4.23)$$

Nous cherchons la valeur nulle du critère,

$$f(\sigma_i - \Delta\sigma_i^{eq}) = 0 \quad (4.24)$$

d'où

$$\lambda_i = \frac{f(\sigma_i)}{\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i^t \cdot [E] \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right]_i} \quad (4.25)$$

En considérant maintenant comme chargement les contraintes initiales $[\Delta\sigma_i^{eq}]$, les déplacements supplémentaires $[\Delta q_i]$ et les contraintes supplémentaires $[\Delta\sigma_i^c]$ peuvent être calculés. A la fin de la (i+1) itération on aura :

$$[q_{i+1}] = [q_i] + [\Delta q_i] \quad (4.26)$$

$$[\sigma_{i+1}] = [\sigma_i] + [\Delta\sigma_i^{eq}] + [\Delta\sigma_i^c] \quad (4.27)$$

Le processus itératif est terminé lorsque :

$$f(\sigma_{i+1}) < \varepsilon$$

ε étant l'erreur admissible lors de la recherche de la valeur nulle du critère.

4.3.9 - Caractéristiques du calcul

Pour choisir les valeurs de l'erreur admissible ϵ et du nombre d'itérations N , nous avons procédé par approches successives et de sorte que même avec une valeur plus petite de ϵ et une valeur plus grande de N on n'observerait plus de variations sensibles aux valeurs des contraintes et des déformations pour le point le plus plastifié de la structure. Pour notre modélisation nous avons choisi :

$$\epsilon = 10 \text{ Pa} \qquad N = 15 \text{ itérations}$$

Le calcul a été effectué en deux incréments. Lors du premier incrément est prise en compte l'influence des forces massiques (poids des matériaux). Lors du deuxième incrément est prise en compte l'influence de la charge appliquée (circulations ferroviaires). Dans les résultats des paragraphes suivants, seule est présentée l'influence de la charge appliquée.

Conformément aux essais sous charges roulantes, nous avons considéré pour les divers calculs, dont les résultats sont présentés dans ce premier chapitre, le cas d'une charge de 16 t/essieu.

Pour la réalisation numérique et les diverses applications de notre modélisation nous avons utilisé les programmes du groupe 10 du système ROSALIE, mis au point par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Remarque : Pour éviter des perturbations numériques nous avons été obligés d'utiliser dans la modélisation du quatrième type des structures d'assise une épaisseur de grave de 0.05 m (alors que celle-ci était nulle dans les essais).

4.4 - Détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux

Pour la détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux des couches d'assise, des essais triaxiaux et des essais à la plaque avaient été effectués à Derby. Nous retiendrons les résultats des essais triaxiaux, car il simulent mieux le comportement in situ des matériaux.

Pour le choix de la valeur du module d'élasticité du ballast et de la grave, un réajustement des résultats des essais triaxiaux a été nécessaire, du fait que les résultats des essais ont été relevés après 10^4 cycles de chargement. Une loi du type

$$E_N = - \frac{\alpha}{N} + \beta$$

(voir chapitre 3, § 2.4) est prise en compte pour le ballast et la grave.

Pour le choix des valeurs du coefficient de Poisson ν , de la cohésion c et de l'angle de frottement ϕ , les résultats bruts des essais triaxiaux ont été pris en compte. Les essais triaxiaux ayant été effectués non drainés, ils ont donné pour le sol une valeur nulle pour l'angle de frottement, qui finalement a été retenue dans le calcul.

	E (MPa)	ν	c (kPa)	ϕ (°)	Profondeur (m)
Ballast	110	0.2	0	49	0.25
Grave	140	0.4	0	52	- 0.50 (structure 1) - 0.30 (structure 2) - 0.15 (structure 3) - 0.05 (structure 4)
Sable	20	0.4	75	45	0.15
Argile de Boulder	8	0.49	90	0	1.0
Plate-forme					
Marne de Keuper	30	0.49	230	0	2.0

Tableau 4.2 - Caractéristiques mécaniques des matériaux du modèle de simulation des essais de Derby

5 - RESULTATS DES CALCULS ET CONCLUSIONS

5.1 - Variations longitudinales des déformations et des contraintes (Fig. 5.1 à 5.13)

Notre modèle nous a permis de calculer la sollicitation provoquée par le passage d'un train. Ainsi, nous avons pu tracer les variations longitudinales des déplacements et des contraintes en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise ($e = \text{"ballast + grave + sable"}$) et pour les deux types de plate-forme (Fig. 5.1 à 5.12). Nous pouvons en tirer les conclusions suivantes :

- la charge appliquée est supportée par la traverse sous charge et les deux traverses adjacentes de part et d'autre. Au-delà de la deuxième traverse adjacente nous observons une réaction quasi-nulle et de légères contraintes de traction apparaissent. La même constatation a été faite également au cours des essais,
- l'influence de l'épaisseur e des couches d'assise sur les valeurs des déplacements et des contraintes est importante. Dans le cas d'une plate-forme en argile ($E = 8 \text{ MPa}$) lorsque l'épaisseur des couches d'assise est réduite de moitié (90 cm - 45 cm), nous constatons une augmentation des contraintes et des déplacements jusqu'à 80 %, tandis que dans le cas d'une plate-forme en marne ($E = 30 \text{ MPa}$) l'augmentation est de l'ordre de 40 % pour les déplacements et de 70 % pour les contraintes.

Il s'en suit que pour une même épaisseur des couches d'assise la qualité de la plate-forme a une influence considérable sur les valeurs des déplacements et des contraintes.

Nous présentons, par ailleurs, à la Fig. 5.13 une comparaison typique entre les résultats de la modélisation et les valeurs obtenues lors des essais. Le bon accord que l'on constate met en évidence que le modèle représente de façon significative la réalité physique.

5.2 - Influence de l'épaisseur des couches d'assise et de la qualité du sol de la plate-forme sur les valeurs des déplacements et des contraintes (Fig. 5.14 à 5.23, tableaux 5.1 à 5.4)

Pour étudier la sollicitation la plus défavorable, sont reportées aux Fig. 5.11 à 5.29 et aux tableaux 5.1 à 5.4, en fonction de l'épaisseur des couches d'assise, les valeurs des contraintes et des déplacements sous la charge, calculées par la modélisation, ainsi que les valeurs obtenues lors des essais. Une certaine dispersion de ces dernières est due au fait qu'elles ont été relevées à différentes saisons de l'année et sont donc sensibles aux conséquences de conditions climatiques différentes.

L'analyse de ces figures nous permet de déduire que :

- l'épaisseur des couches d'assise a une influence prépondérante,
- les effets de plasticité ont une influence importante qui ne peut donc pas être négligée et qui se manifeste d'autant plus que la qualité de la plate-forme est moins bonne,
- un bon accord existe entre les résultats de la modélisation et les valeurs des essais.

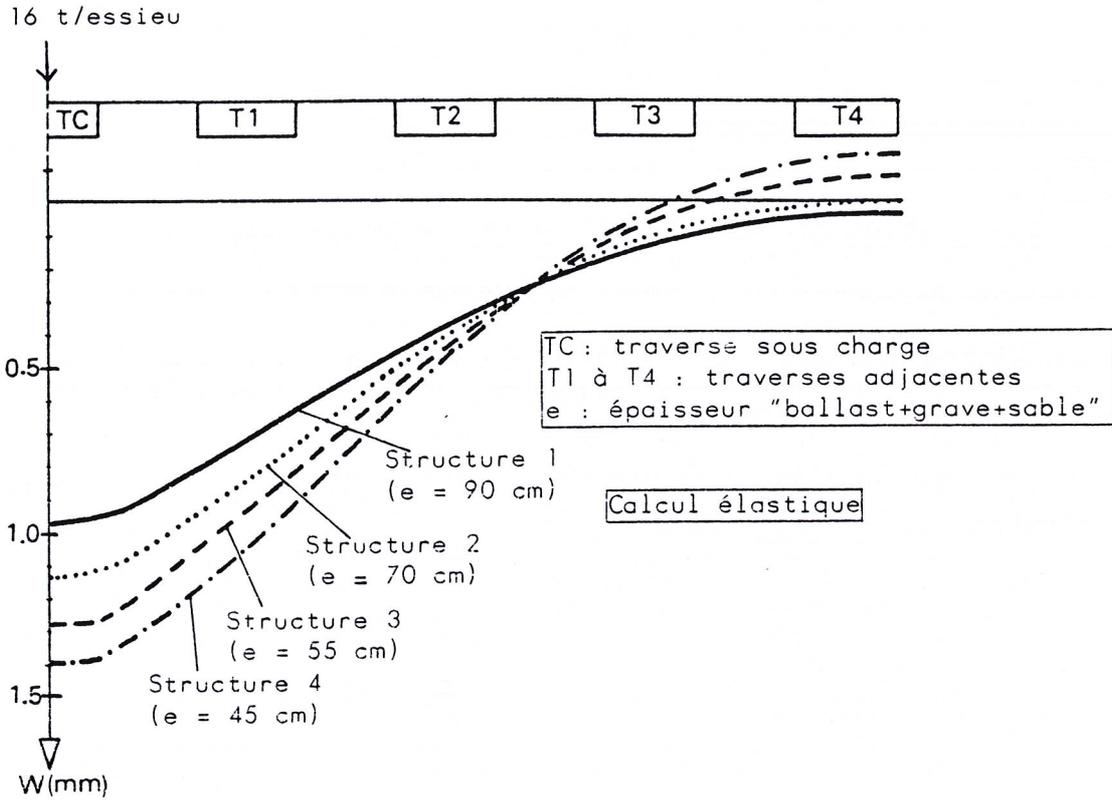


Fig. 5.1 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse. Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.

Cas de la plate-forme en argile.

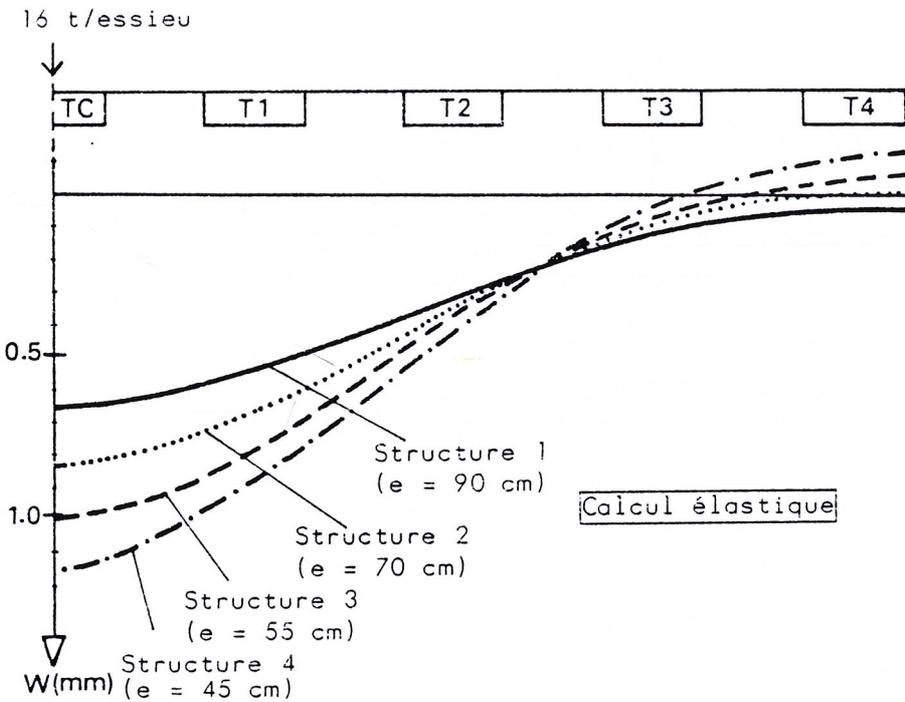


Fig. 5.2 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme. Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.

Cas de la plate-forme en argile.

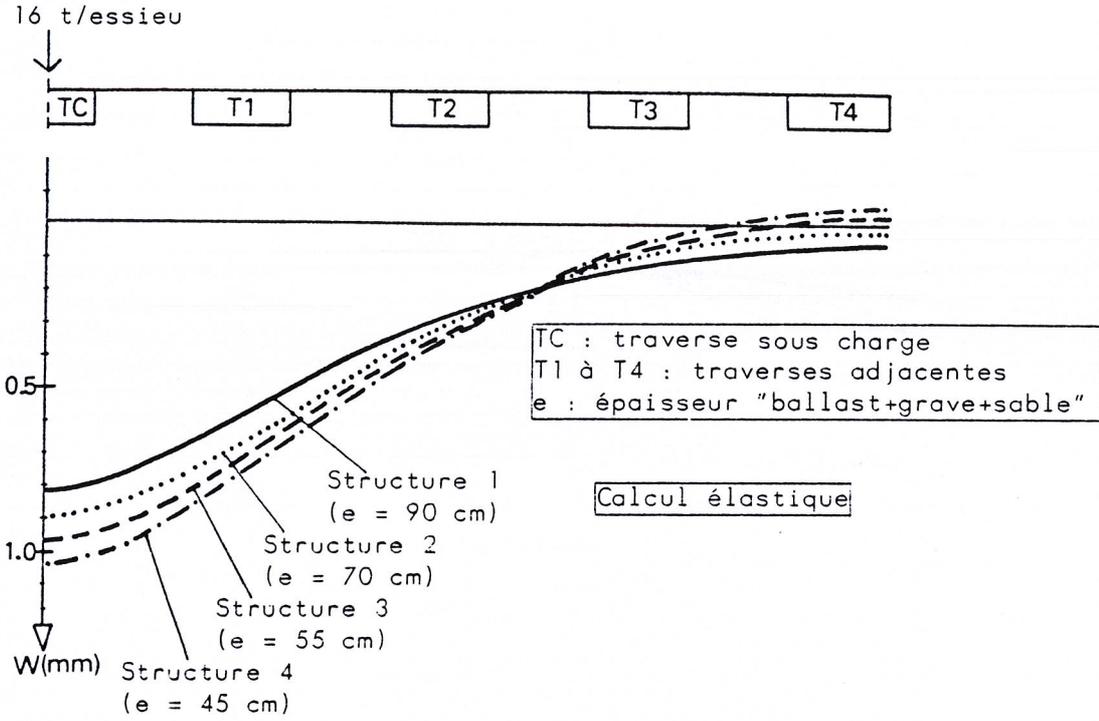


Fig. 5.3 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse. Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.

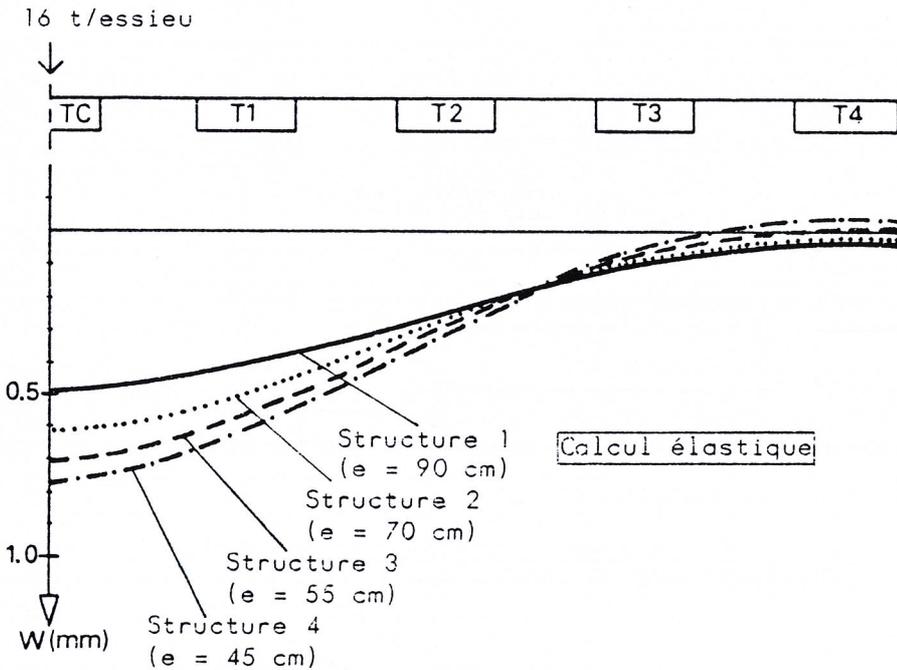


Fig. 5.4 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme. Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.

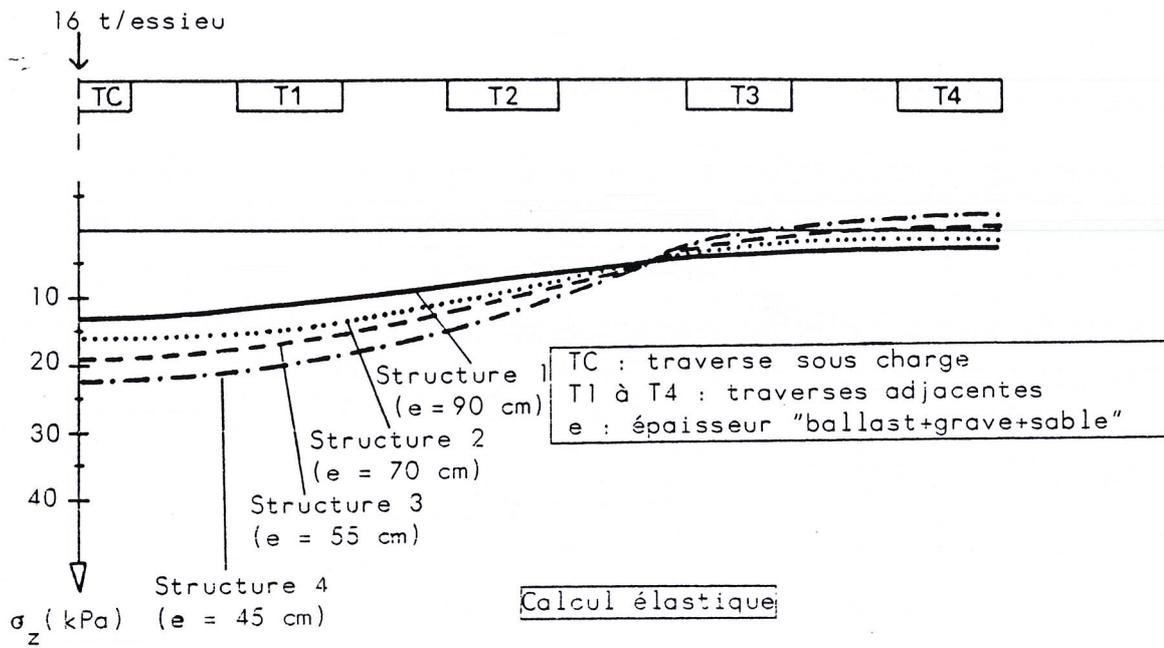


Fig. 5.5 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en argile.

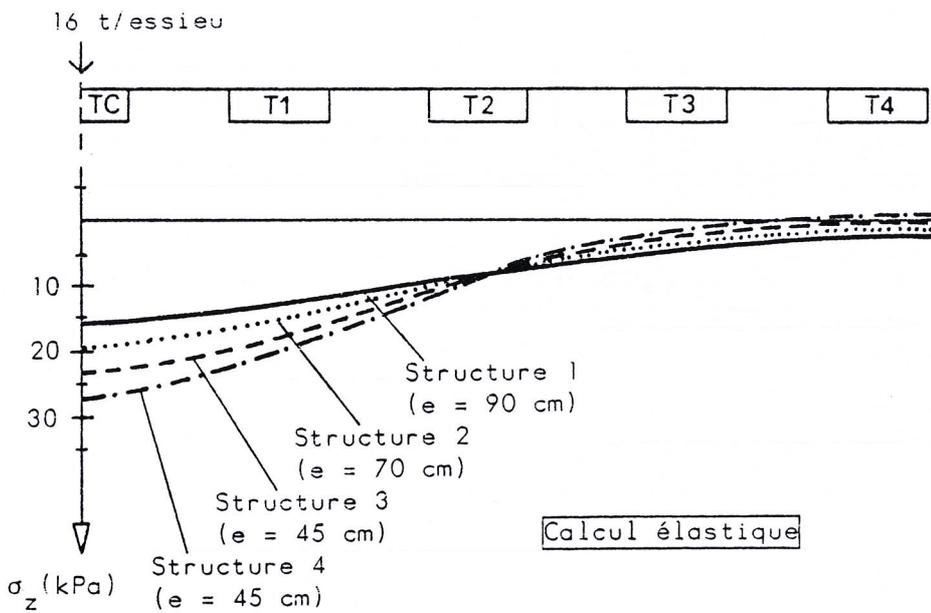


Fig. 5.6 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.

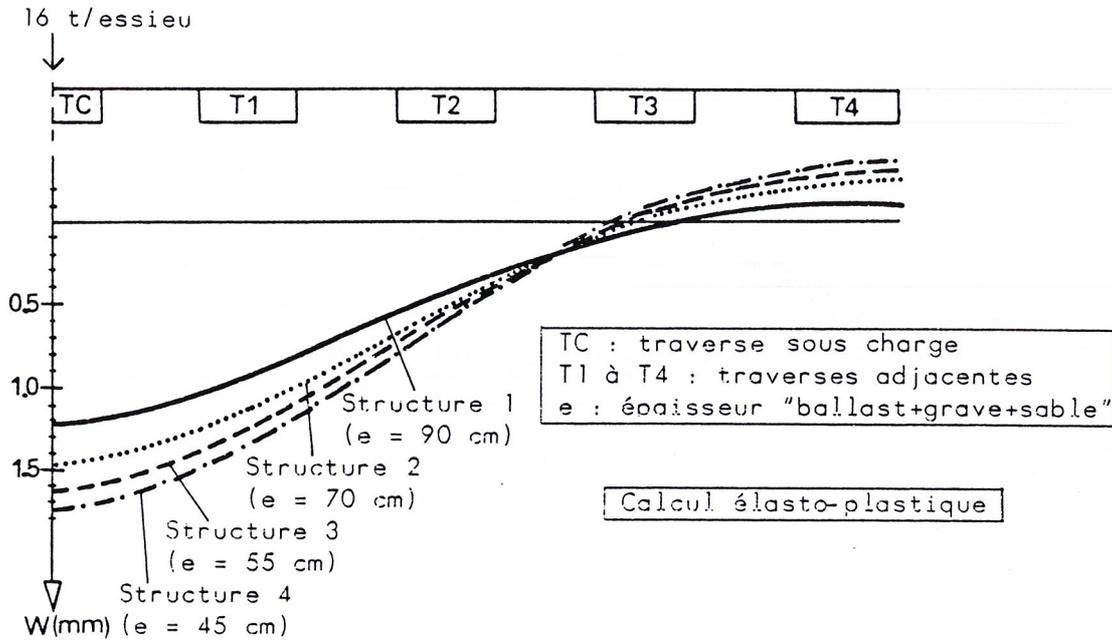


Fig. 5.7 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en argile.

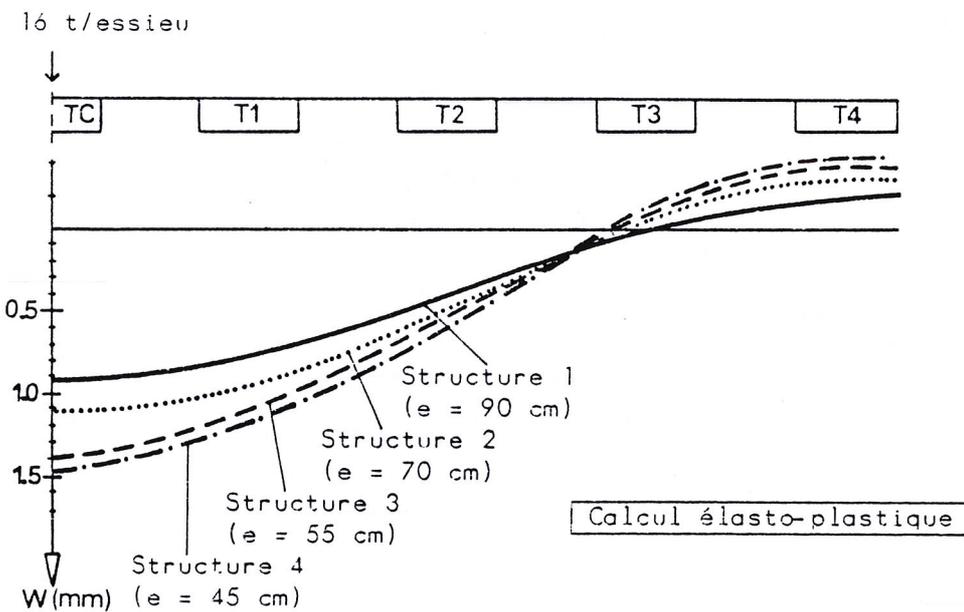


Fig. 5.8 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en argile.

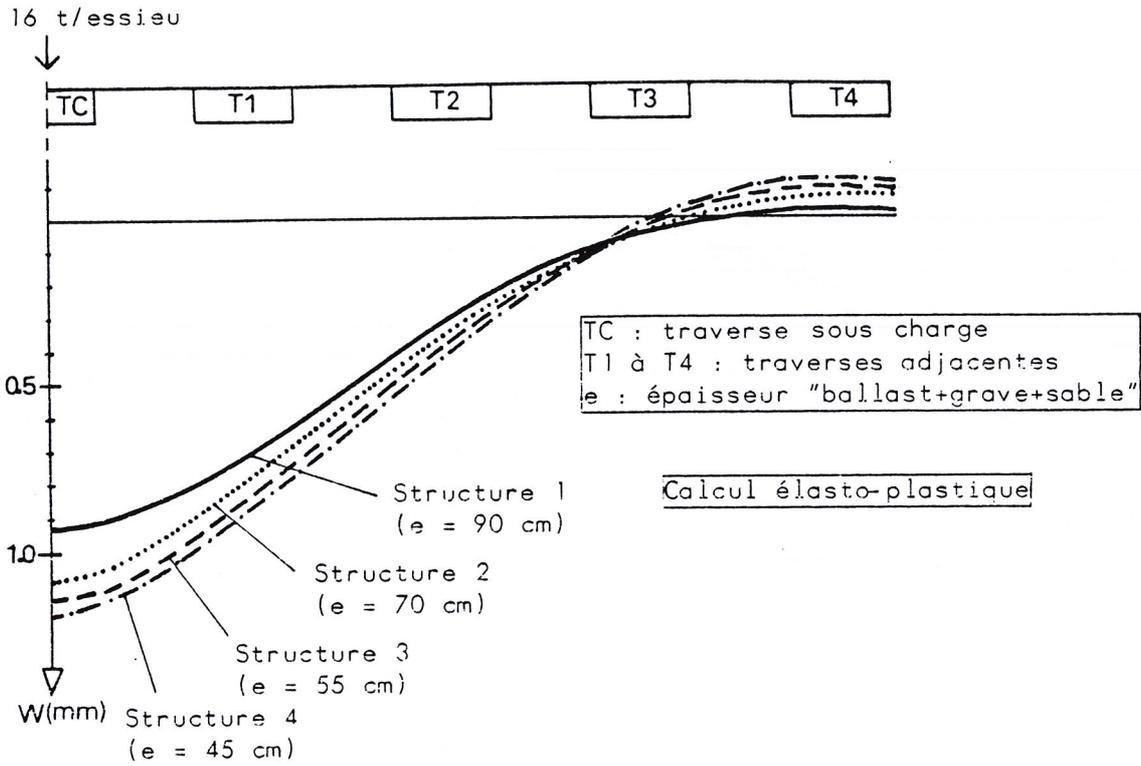


Fig. 5.9 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.

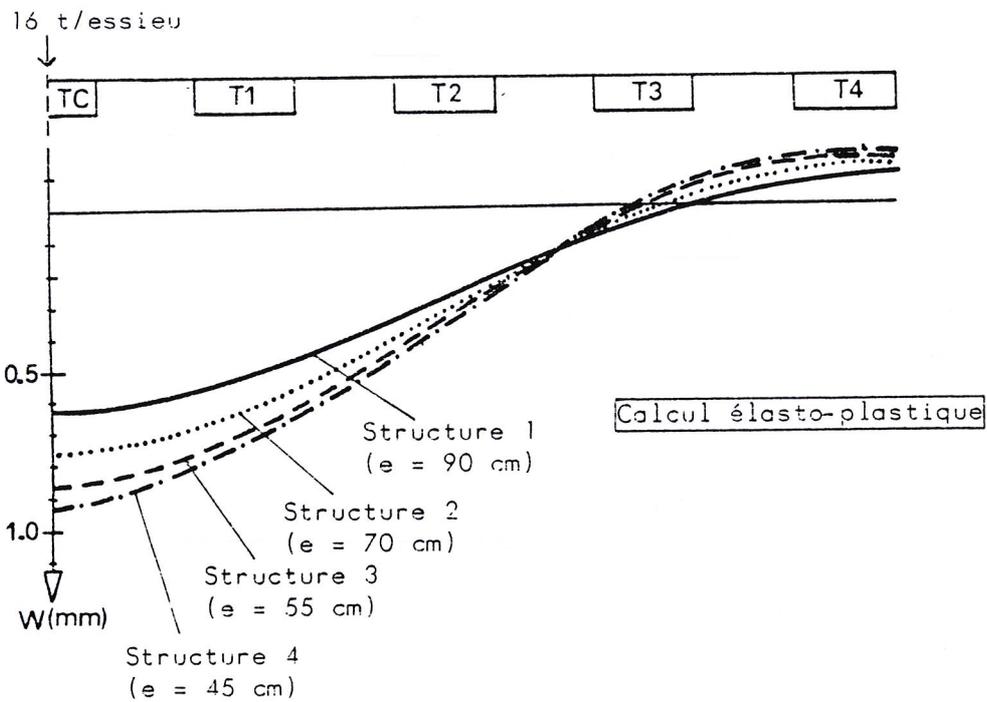


Fig. 5.10 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.

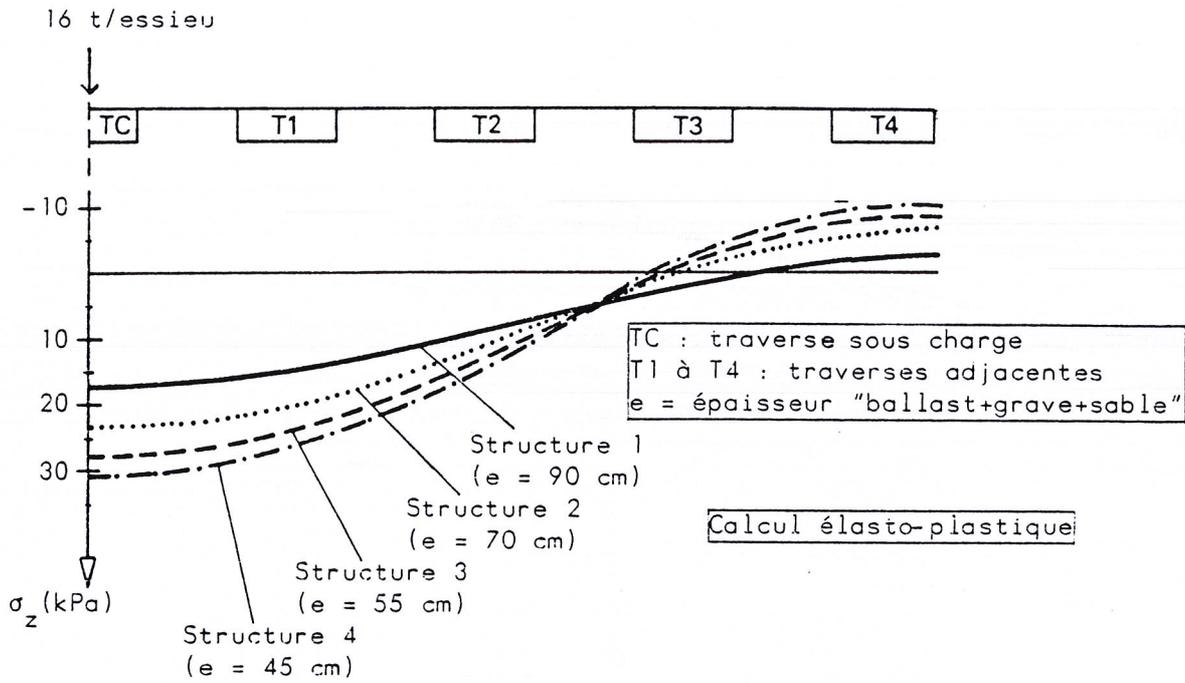


Fig. 5.11 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en argile.

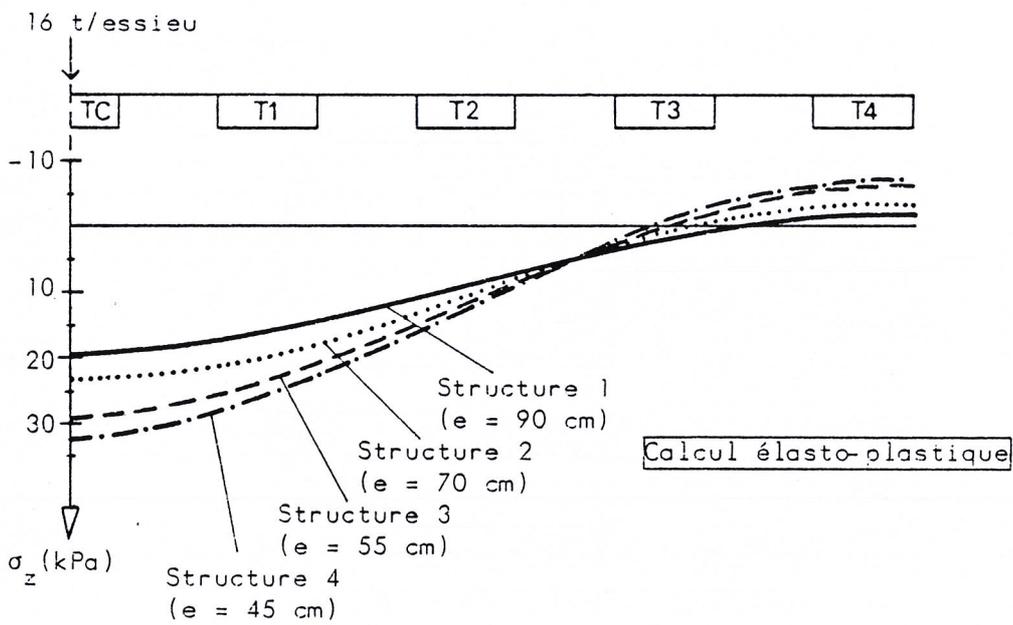
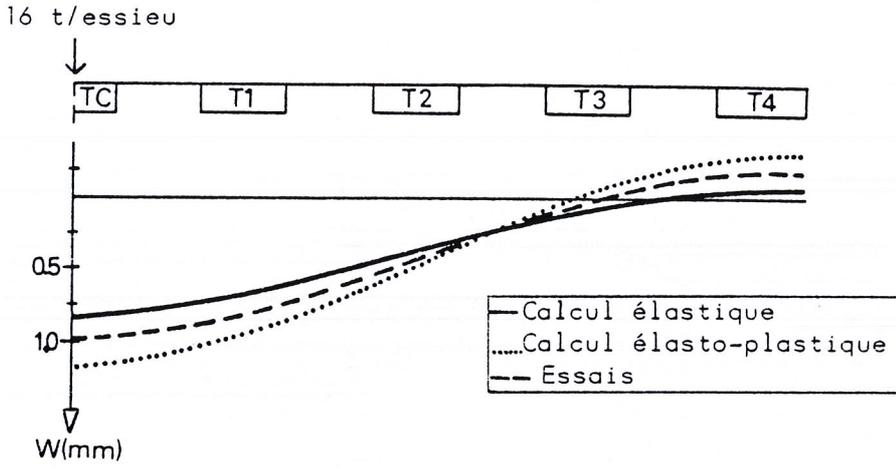
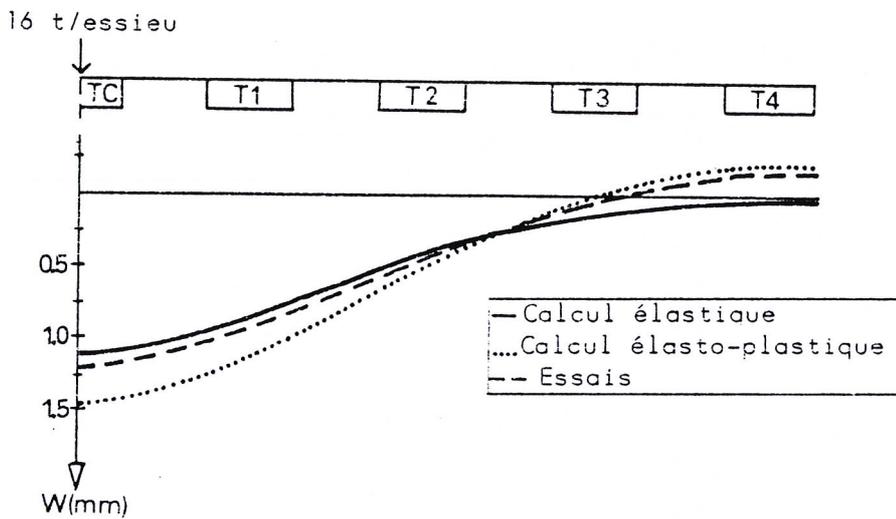


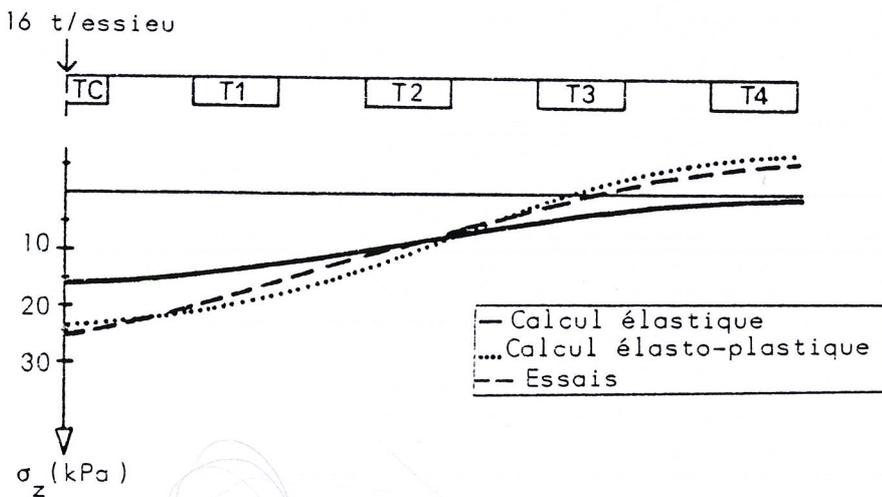
Fig. 5.12 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.
Cas de la plate-forme en marne.



a. Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.



b. Déplacements verticaux au niveau de la traverse.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.



c. Contraintes verticales au niveau de la plate-forme.
Coupe longitudinale suivant l'axe du rail.

Fig. 5.13 - Comparaison entre les résultats de la modélisation et les mesures des essais dans le cas de la structure 2 ($e = 70$ cm) sur une plate-forme en argile.

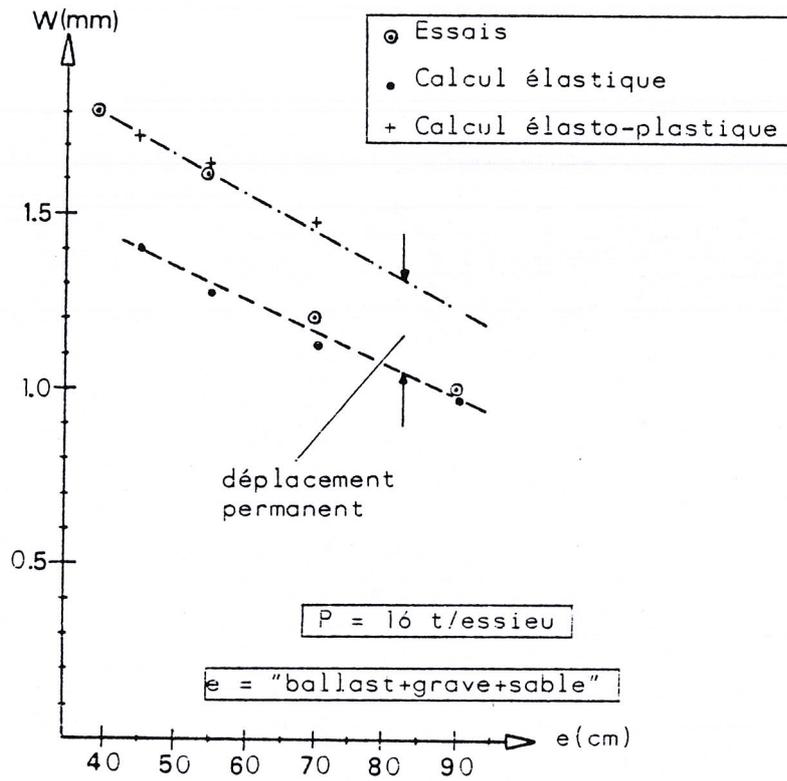


Fig. 5.14 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise. Cas d'une plate-forme en argile.

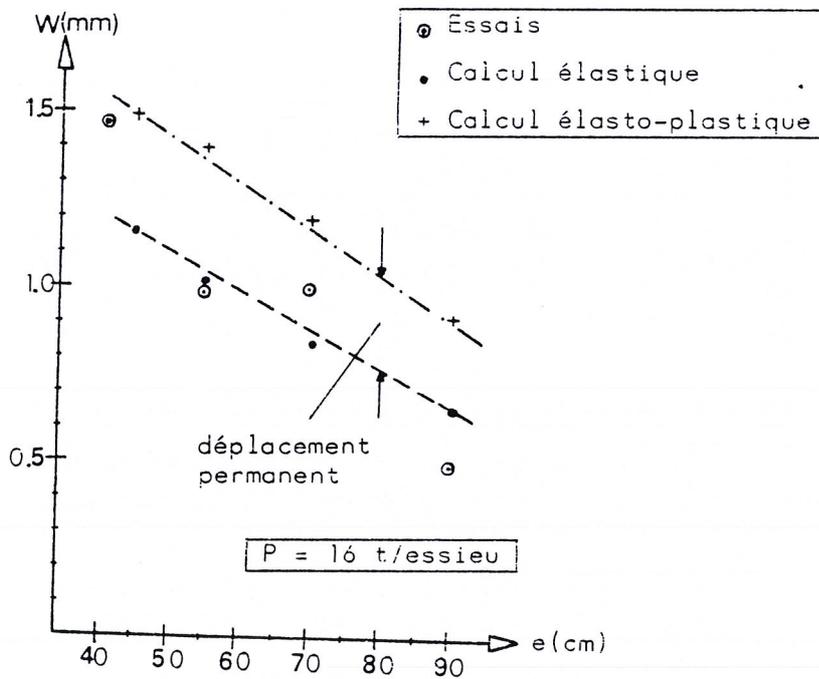


Fig. 5.15 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise. Cas d'une plate-forme en argile.

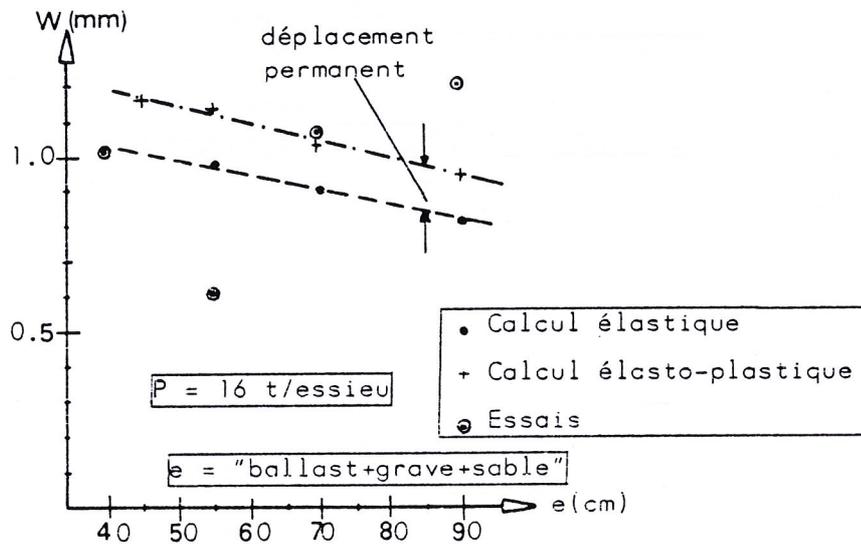


Fig. 5.16 - Déplacements verticaux au niveau de la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas de la plate-forme en marne.

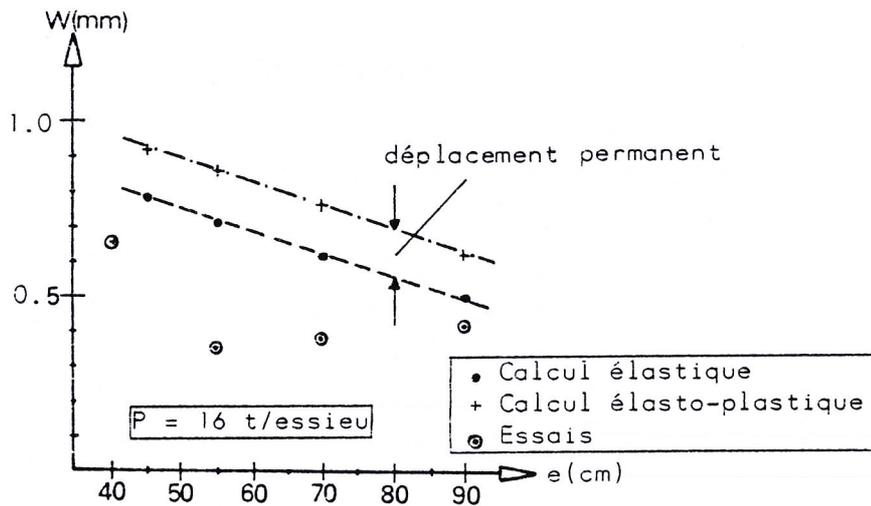


Fig. 5.17 - Déplacements verticaux au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas de la plate-forme en marne.

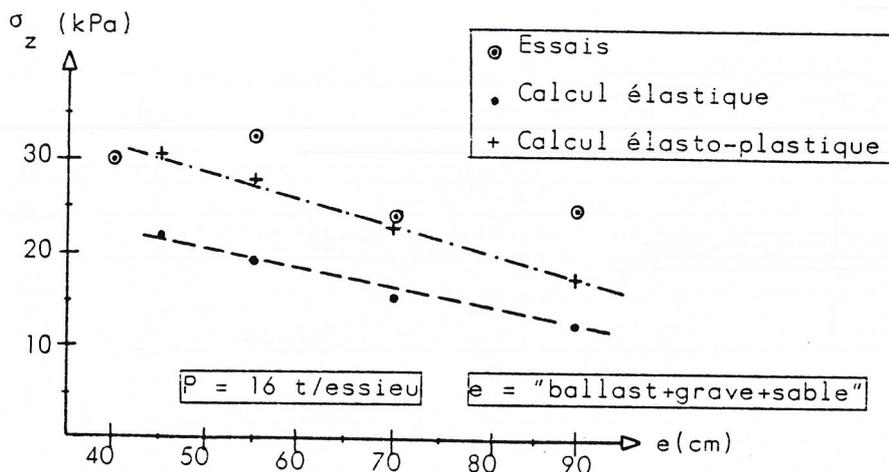


Fig. 5.18 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en argile.

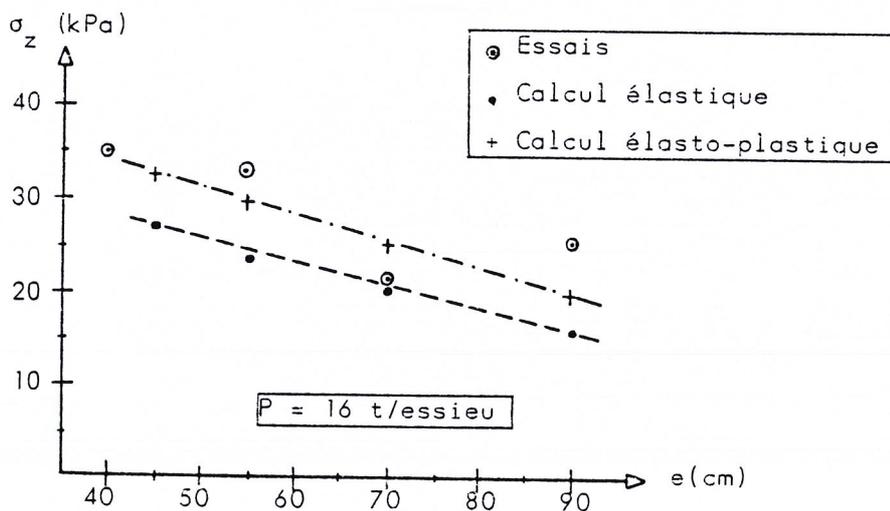


Fig. 5.19 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous-charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en marne.

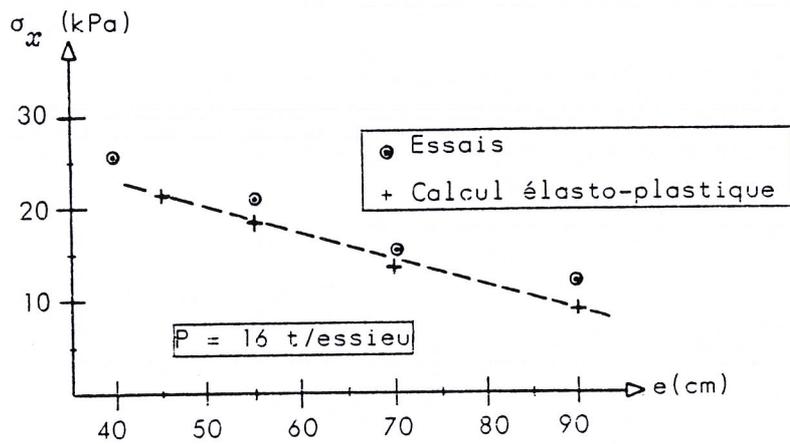


Fig. 5.20 - Contraintes transversales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en argile.

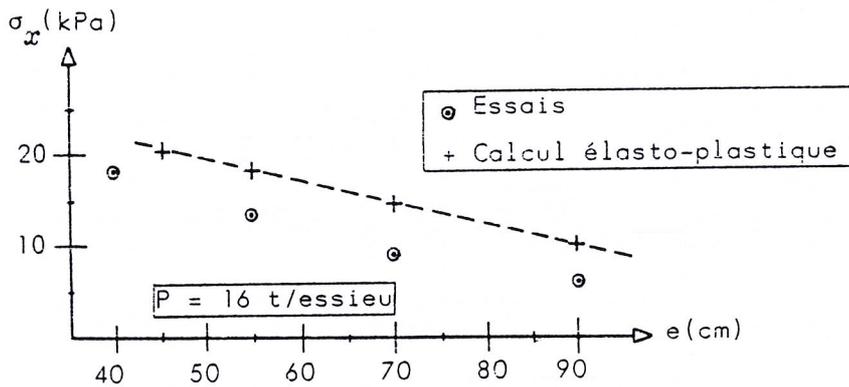


Fig. 5.21 - Contraintes transversales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en marne.

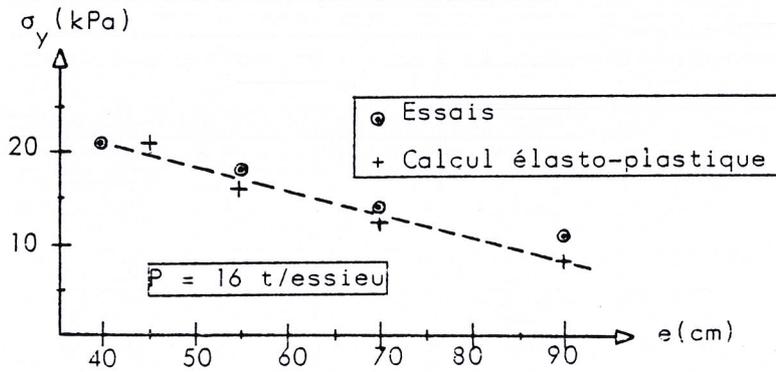


Fig. 5.22 - Contraintes longitudinales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en argile.

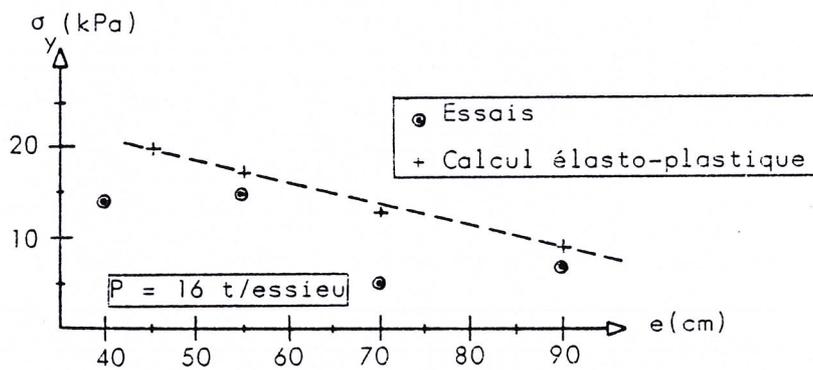


Fig. 5.23 - Contraintes longitudinales au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise.

Cas d'une plate-forme en marne.

Épaisseur e (cm) des couches d'assise	Déplacements verticaux au niveau de la traverse (mm)					
	Cas de la plate-forme en argile			Cas de la plate-forme en marne		
	Calcul élastique	Calcul élasto- plastique	Essais	Calcul élastique	Calcul élasto- plastique	Essais
e = 90 (structure 1)	0.965	1.232	1.00	0.809	0.943	1.20
e = 70 (structure 2)	1.125	1.476	1.20	0.898	1.066	1.05
e = 55 (structure 3)	1.276	1.643	1.60	0.974	1.128	0.65
e = 45 (structure 4)	1.400	1.716	1.80	1.027	1.166	1.00

Tableau 5.1 - Valeurs des déplacements verticaux (mm) au niveau de la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e (cm) des couches d'assise (P = 16 t/essieu)

Épaisseur e (cm) des couches d'assise	Déplacements verticaux au niveau de la traverse (mm)					
	Cas de la plate-forme en argile			Cas de la plate-forme en marne		
	Calcul élastique	Calcul élasto- plastique	Essais	Calcul élastique	Calcul élasto- plastique	Essais
e = 90 (structure 1)	0.658	0.916	0.50	0.497	0.619	0.420
e = 70 (structure 2)	0.841	1.191	1.00	0.609	0.759	0.380
e = 55 (structure 3)	1.018	1.392	1.00	0.710	0.862	0.360
e = 45 (structure 4)	1.157	1.494	1.40	0.784	0.922	0.650

Tableau 5.2 - Valeurs des déplacements verticaux au niveau de la plate-forme sous la traverse sous charge en fonction de l'épaisseur e (cm) des couches d'assise (P = 16 t/essieu)

Epaisseur e (cm) des couches d'assise	Contraintes verticales, transversales et longitudinales (kPa)					
	Contrainte verticale (σ_z) (kPa)		Contrainte transversale (σ_x) (kPa)		Contrainte longitudinale (σ_y) (kPa)	
	Calcul	Essais	Calcul	Essais	Calcul	Essais
e = 90 (structure 1)	17.8	25.0	9.2	12.0	8.4	11.0
e = 70 (structure 2)	23.5	24.0	13.9	14.0	12.5	13.5
e = 55 (structure 3)	28.2	32.5	18.5	21.0	17.1	17.5
e = 45 (structure 4)	30.9	30.0	21.4	26.0	19.9	21.0

Tableau 5.3 - Valeurs de contraintes verticales, transversales, longitudinales sous charge au niveau de la plate-forme en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise - Comparaison entre les résultats du calcul élasto-plastique par éléments finis et les valeurs des essais

Cas d'une plate-forme en argile

Epaisseur e (cm) des couches d'assise	Contraintes verticales, transversales et longitudinales (kPa)					
	Contrainte verticale (σ_z) (kPa)		Contrainte transversale (σ_x) (kPa)		Contrainte longitudinale (σ_y) (kPa)	
	Calcul	Essais	Calcul	Essais	Calcul	Essais
e = 90 (structure 1)	19.5	25.0	9.6	6.0	8.8	7.0
e = 70 (structure 2)	24.9	20.5	13.9	9.0	12.8	5.0
e = 55 (structure 3)	29.6	33.0	17.9	13.5	16.6	14.5
e = 45 (structure 4)	32.5	34.5	20.8	18.0	19.3	14.0

Tableau 5.4 - Valeurs de contraintes verticales, transversales, longitudinales sous charge au niveau de la plate-forme en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise - Comparaison entre les résultats du calcul élasto-plastique par éléments finis et les valeurs des essais

Cas d'une plate-forme en marne

6 - REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 - Alias J., "La voie ferrée", Eyrolles, 1977.
- 2 - Brown S., "Repeated Load Testing of a Granular Material", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104, N° GT6, June 1978.
- 3 - Chang C., Adegoke C., Sellg F., "GEOTRACK Model for railroad track performance", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 106, N° GT11, November 1980.
- 4 - Clough R., "The Finite Element Method in Structural Mechanics", Stress Analysis, Zienkiewicz and Holister editors, Wiley, 1965.
- 5 - Desai C., Siriwardane H., "Numerical Models for Track Support Structures", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 108, N° GT3, March, 1982.
- 6 - Drucker D., "Introduction to Mechanics of Deformable Solids", Mc Graw-Hill, 1967.
- 7 - Drucker D., "A more fundamental approach to plastic stress-stain relations", Proc. 1st U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1951.
- 8 - Frémond M., "Méthodes Variationnelles en Calcul des Structures", ENPC, Paris, 1980.
- 9 - Guellec P., Humbert P., Ricard A., "La Méthode des Eléments Finis", Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Janvier-Février 1976.
- 10 - Hermann L., "Three Dimensional Elasticity Analysis of Periodically Loaded Prismatic Solids", Report, University of California, November, 1968.
- 11 - Hill R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxf. Univ. Press, 1950.

- 12 - Imbert J., "Analyse des Structures par Eléments Finis", Editions Cepadues, Toulouse, 1979.
- 13 - Jones A., "Tables of Stresses in Three-Layer Elastic Systems", Highway Research Board, Bulletin 342, National Academy of Sciences, Washington, 1962.
- 14 - Kennedy C., Prause R., "Development of Multilayer Analysis Model for Tie Ballast Track Structures", Proceedings of the 57 th Transportation Research Board, Annual Meeting, January, 1978.
- 15 - Lade P., Duncan J., "Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil", ASCE, Vol. 99, N° SM10, Oct. 1973, p.p. 793-812.
- 16 - Livesley R., "Matrix Methods in Structural Analysis", Pergamon Press, 1964.
- 17 - Meritt F. (editor), "Standard Handbook for Civil Engineers", Mc Graw-Hill, 1976.
- 18 - Mandel J., "Plasticité classique et visco-plasticité", Springer, 1971.
- 19 - Owen D., Hinton E., "Finite Elements in Plasticity", Pineridge Press, Swansea.
- 20 - ORE, D117, RP18 et 25, "The behaviour of the track bed structures under repeated loading", Utrecht, The Netherlands, December, 1981.
- 21 - Profillidis V., "Les structures d'assise de la voie ferrée", mémoire de DEA, ENPC, Paris, 1981.
- 22 - Raymond G., Davies R., "Triaxial Tests on Dolomite Railroad Ballast", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104, N° GT6, June 1978.
- 23 - Salençon J., Halphen B., "Elasto-Plasticité", ENPC, Paris, 1980.
- 24 - Sauvage R., Richez G., "Les couches d'assise et de la voie ferrée", R.G.C.F., Décembre 1978.

- 25 - Sauvage R., Lari'ble G., "La modélisation par éléments finis des couches d'assise de la voie ferrée", RGCF, Septembre 1982.
- 26 - Von Mises R., "Mechanik der Plastischen Formänderung der Kristallen", Z. Angew. Math. Mech., Vol. 8, 1928.
- 27 - Wiley, "Advanced Engineering Mathematics", Mc Graw-Hill, 1975.
- 28 - Zienkiewicz O., "The Finite Element Method in Engineering Science", Mc Graw-Hill, 1971.
- 29 - Zienkiewicz O., Valliappan S., King I., "Elasto-plastic solutions of Engineering Problems. Initial-Stress, finite element approach", Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 1, 1969.
- 30 - Communications aux "Journées Rail et Recherche", Paris, 1-3 décembre 1982. Notamment "Table Ronde N° 3" sur le Génie Civil et "Table Ronde N° 4" sur la mécanique et les nouveaux matériaux.
- 31 - Communications au séminaire "Plasticité et Visco-plasticité", Ecole Polytechnique, Paris, 27-29 Septembre 1972.
Notamment : communication de Nguyen Q. et Zarka J. sur "les méthodes de résolution numérique" ; communication de Stutz P. sur "le comportement des milieux pulvérulents" ; communication de Bui H. et Zarka J. sur "les fondements expérimentaux et les modèles".

CHAPITRE 2

DIMENSIONNEMENT DES COUCHES D'ASSISE EN FONCTION DU TYPE DE LA TRAVERSE ET DE LA QUALITE DU SOL DE LA PLATE-FORME

1 - CONSIDERATIONS SUR LES DIVERS PARAMETRES A PRENDRE EN COMPTE

1.1 - Préliminaires

La modélisation exposée au premier chapitre nous a permis une interprétation théorique très satisfaisante des résultats obtenues lors des essais réalisés à Derby ; elle a mis également en évidence l'influence de l'épaisseur des couches d'assise et de la qualité du sol de la plate-forme sur le comportement de la voie ferrée. Cependant, du fait de leur coût, les essais sont nécessairement limités à l'étude in situ de quelques cas. Par contre, un modèle mathématique bien conçu peut être appliqué aux cas les plus divers et permet donc une étude approfondie et minutieuse des divers paramètres qui influencent le dimensionnement des couches d'assise. C'est l'objectif de ce deuxième chapitre, le but principal étant de rechercher quel est le dimensionnement rationnel des couches d'assise en fonction du type de la traverse et de la qualité du sol de la plate-forme.

Le modèle sera appliqué à tous les types de traverses actuellement utilisées par la SNCF :

- traverses en béton, qui peuvent être
 - . soit du type bibloc
 - . soit du type monobloc,
- traverses en bois

Quatre types de plates-formes seront étudiés (conformément aux classifications recommandées par le L.C.P.C.) :

- plate-forme dite QS_1 , de mauvaise qualité
- plate-forme dite QS_2 , de qualité moyenne
- plate-forme dite QS_3 , de bonne qualité
- plate-forme rocheuse

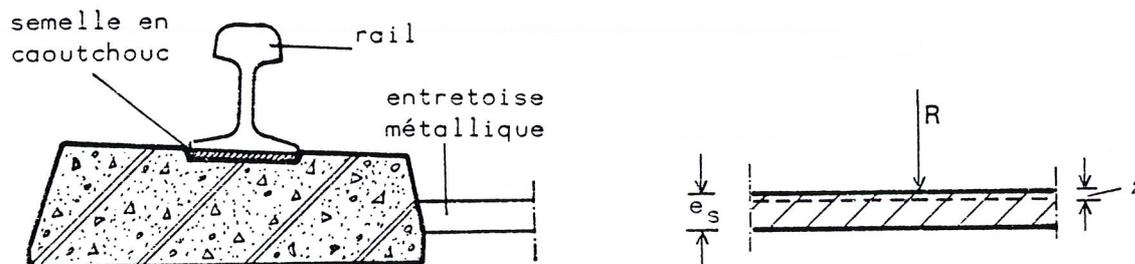
En combinant chaque type de traverse et chaque type de plate-forme nous étudierons l'influence du paramètre épaisseur totale e des couches d'assise ($e = \text{"ballast + grave + sable"}$). La couche de sable est mise en oeuvre seulement dans le cas d'une plate-forme de mauvaise qualité (du type QS_1) et elle a alors une épaisseur de 15 cm. Nous allons faire varier l'épaisseur de la couche de grave entre 20 et 40 cm et l'épaisseur de la couche de ballast entre 15 et 35 cm.

Nous étudierons le cas d'une charge nominale de 20 t/essieu. Des recherches sont actuellement en cours à l'ORE pour étudier les conséquences de l'augmentation de la charge par essieu de 20 à 22.5 t ; cependant on se limite actuellement à la SNCF à une charge maximale de 20 t pour les essieux des véhicules remorqués.

1.2 - Prise en compte de la semelle en caoutchouc interposée entre le rail et la traverse

La pose de la voie s'effectue en interposant entre le rail et la traverse une semelle en caoutchouc. Cette semelle est utilisée pour deux raisons :

- assurer une liaison élastique permanente entre le rail et la traverse ;
- améliorer l'élasticité de la voie.



a - Positionnement

b - Comportement mécanique

Fig. 3.1 - Semelle en caoutchouc

Soient e_s l'épaisseur de la semelle et z l'aplatissement qu'elle subit lorsqu'une charge R est appliquée. La loi de comportement en élasticité s'écrit

$$R = kz \quad (1.1)$$

k étant la rigidité de la semelle

Deux types de semelles sont actuellement utilisés par la SNCF :

- semelle d'une épaisseur e_s de 9 mm avec
 - . une rigidité $k = 90$ kN/mm
 - . une surface d'appui $S = (165 \times 180)$ mm²
- semelle d'une épaisseur e_s de 4.5 mm avec
 - . une rigidité $k = 150$ kN/mm
 - . une surface d'appui $S = (165 \times 180)$ mm²

L'emploi de la semelle de 4.5 mm est réservé aux traverses en bois. Dans le cas des traverses en béton on utilise surtout la semelle de 9 mm.

1.3 - Caractéristiques mécaniques des matériaux

Les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés sont données dans les tableaux 1.1 et 1.2 de la page suivante.

Le choix des caractéristiques mécaniques des matériaux de la traverse a été effectué d'après les recommandations du RP 9, ORE D 71. Pour le ballast et pour le grave on a choisi des valeurs minimales obtenues pour un ballast bien consolidé et pour une grave bien compactée (RP 10, ORE D 71). On a considéré, enfin, que le sol des divers types de plates-formes était bien compacté sous les circulations ferroviaires.

	Matériau	E (MPa)	ν	c (k Pa)	ϕ (°)
couches d'assise	Ballast	130	0.2	0	45
	Grave	200	0.3	0	35
	Sable	100	0.3	0	30
plate-forme	Sol QS ₁	12.5	0.4	15	10
	Sol QS ₂	25.0	0.3	10	20
	Sol QS ₃	80	0.3	0	35
	Roche	3 000	0.2	1 500	20

Tableau 1.1 - Caractéristiques mécaniques des matériaux des couches d'assise et des divers types des plates-formes

Matériau	E (MPa)	ν	R _T [*] (MPa)	R _C [*] (MPa)
Béton armé (blochets des traverses bibloc)	30.10 ³	0.25	3	30
Béton précontraint (traverses monobloc)	50.10 ³	0.25	6	9
Bois	25.10 ³ (exotique) 15.10 ³ (hêtre)	0.25	10	100
Acier (rail)	2.10 ⁵	0.3	700	600

* R_T : résistance à la traction, R_C : résistance en compression

Tableau 1.2 - Caractéristiques mécaniques des matériaux constituant la traverse et le rail

2 - GENERALITES SUR LES DIVERS TYPES DES TRAVERSES

2.1 - Généralités sur les traverses en béton

L'utilisation du béton en tant que matériau pour les traverses est relativement récente et c'est à partir de 1947 que ces traverses ont connu un développement important ; ceci fut possible après l'apparition de longs rails soudés et la mise au point d'une fixation élastique des rails, (1).

La traverse en béton présente des avantages indéniables par rapport à la traverse en bois qui était utilisée presque exclusivement, il y a seulement quinze années :

- durée de vie plus longue, environ deux fois celle de la traverse en bois,
- entretien du serrage des attaches pratiquement nul,
- amélioration très sensible de la résistance transversale de la voie.

Son prix a cependant été pendant longtemps un inconvénient ; ce n'est plus le cas aujourd'hui (1983) : si on fait un bilan global, dans lequel on fait intervenir

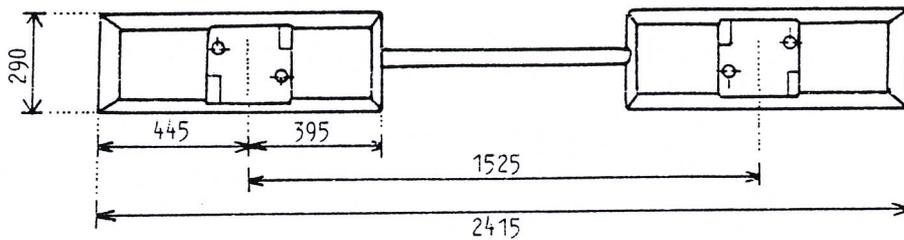
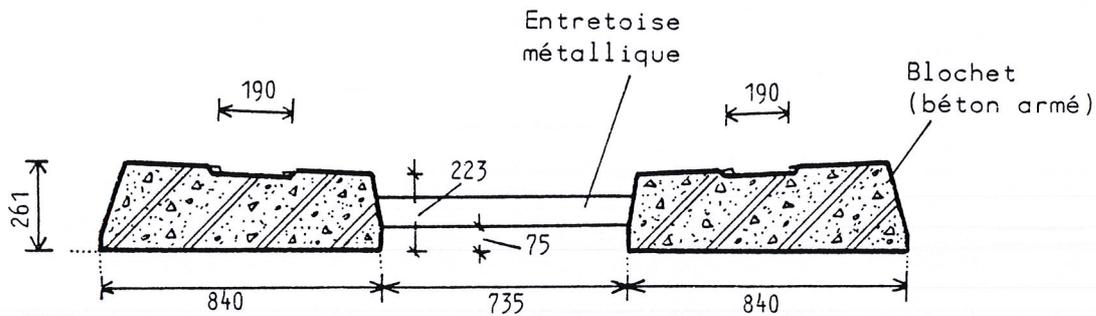
- le prix d'achat,
- la durée de vie,
- la valeur de récupération,
- les frais d'entretien actualisés sur la durée de vie totale

la traverse en bois devient nettement plus onéreuse que la traverse en béton (de 35 % environ), (1). C'est la raison pour laquelle la traverse en béton est utilisée aujourd'hui en priorité lors des opérations de renouvellement.

2.1.1 - Les traverses bibloc

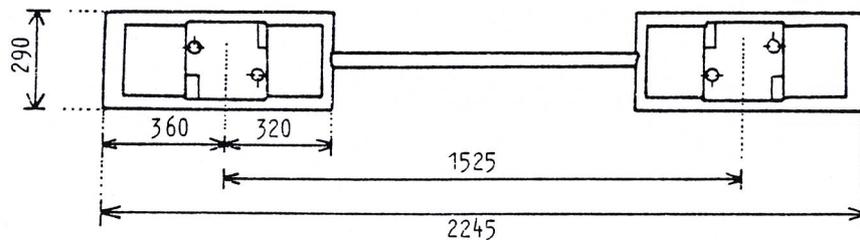
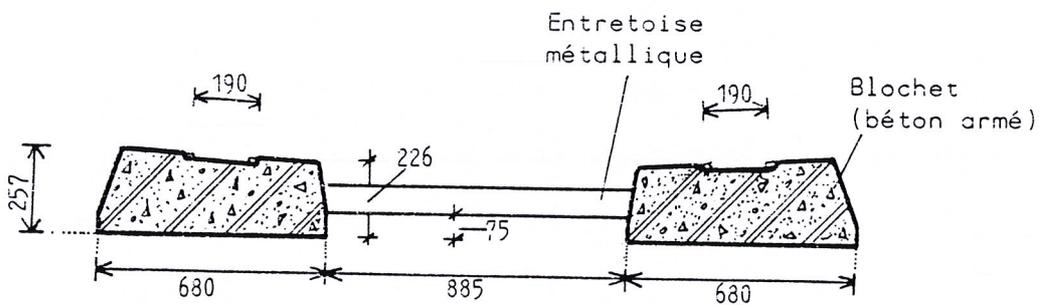
Deux types de traverses bibloc sont actuellement utilisés par la SNCF :

- la traverse bibloc U 41 (Fig. 2.1) qui est posée sur voies à fort trafic ; sa surface d'appui est équivalente à celle d'une traverse monobloc,
- la traverse bibloc U 31 (Fig. 2.2) qui est posée dans le cas des voies à trafic moindre.



Vue en plan

Fig. 2.1 - Traverse bibloc U 4i : caractéristiques géométriques (dimensions en mm)



Vue en plan

Fig. 2.2 - Traverse bibloc U 31 : caractéristiques géométriques (dimensions en mm)

2.1.2 - Les traverses monobloc

La fabrication de la traverse monobloc en béton précontraint est plus onéreuse que celle des traverses bibloc (U 41 et U 31). C'est la raison pour laquelle la traverse monobloc est employée seulement lorsque la traverse bibloc ne peut être utilisée, surtout à cause de l'épaisseur plus importante de cette dernière (cas des ponts-routes, par exemple).

Deux types de traverses monobloc (avec des caractéristiques géométriques peu différentes) sont actuellement utilisés par la SNCF : la traverse type STUP et la traverse type COSTAMAGNA. L'application du modèle sera effectuée avec les caractéristiques géométriques de cette dernière (Fig. 2.3), la plus couramment utilisée.

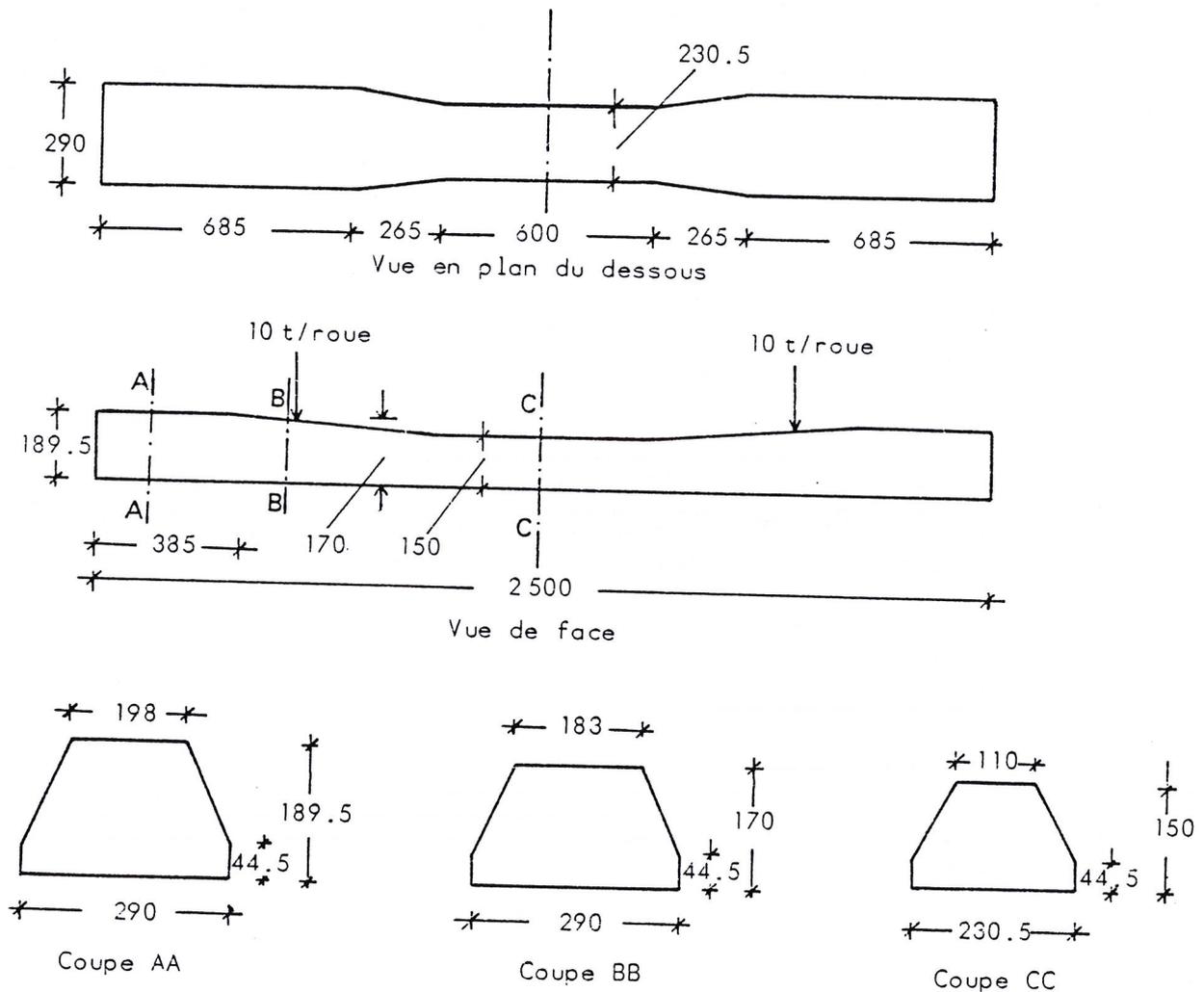


Fig. 2.3 - Traverse monobloc en béton précontraint (type COSTAMAGNA) : caractéristiques géométriques (dimensions en mm)

2.2 - Généralités sur les traverses en bois

Depuis l'origine du chemin de fer, le bois a été considéré comme un matériau très apte à remplir les rôles exigés pour une traverse (entre autres une très bonne transmission des charges). L'abondance de forêts en France explique l'utilisation quasi exclusive de traverses en bois, il y a seulement quelques années.

Ajoutons, en plus, que la traverse en bois convient très bien au système de signalisation par circuit de voie, employé par la SNCF, en raison de l'isolement qu'elle assure naturellement entre les deux files des rails et par rapport au sol.

Par contre, son principal inconvénient réside dans sa relative sensibilité aux conditions atmosphériques, ce qui entraîne des frais d'entretien relativement importants. De plus, le bilan global précisé en 2.1, montre que la traverse en bois est actuellement (1983) de 35 % plus onéreuse que la traverse en béton. De ce fait, on a tendance actuellement de remplacer systématiquement la traverse en bois par la traverse en béton et d'utiliser la traverse en bois seulement à des cas spéciaux *.

Bien entendu, pour un autre pays (la Grèce par exemple) les résultats de ce bilan global seraient peut être totalement différents.

La traverse en bois la plus couramment utilisée a une longueur de 2.60 m, une largeur de 0.24 m et une épaisseur de 0.14 m (Fig. 2.4). Une semelle en caoutchouc de 4.5 mm est utilisée dans le cas de la traverse en bois.

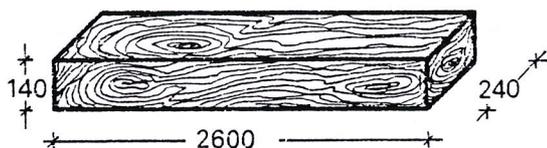


Fig. 2.4 - La traverse en bois : caractéristiques géométriques (dimension en mm)

* Citons notamment le cas où on est obligé d'avoir comme épaisseur de la traverse la plus petite possible, le cas des plates-formes mauvaises, le cas des traverses utilisées entre quais (où il n'est pas possible de creuser, pour mettre en place des traverses en béton)

3 - CONDITIONS SUPPLEMENTAIRES A CONSIDERER DANS LA MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS

La description mathématique, les conditions aux limites et les conditions aux interfaces sont identiques à celles exposées au premier chapitre. Cependant, pour prendre en compte les particularités de chaque type de traverse, des conditions supplémentaires ont été introduites à la modélisation.

Pour prendre en compte les effets de l'entretoise entre les deux blochets de la traverse bibloc, nous avons imposé un déplacement horizontal nul aux noeuds situés au milieu intérieur du blochet (Fig. 3.1).

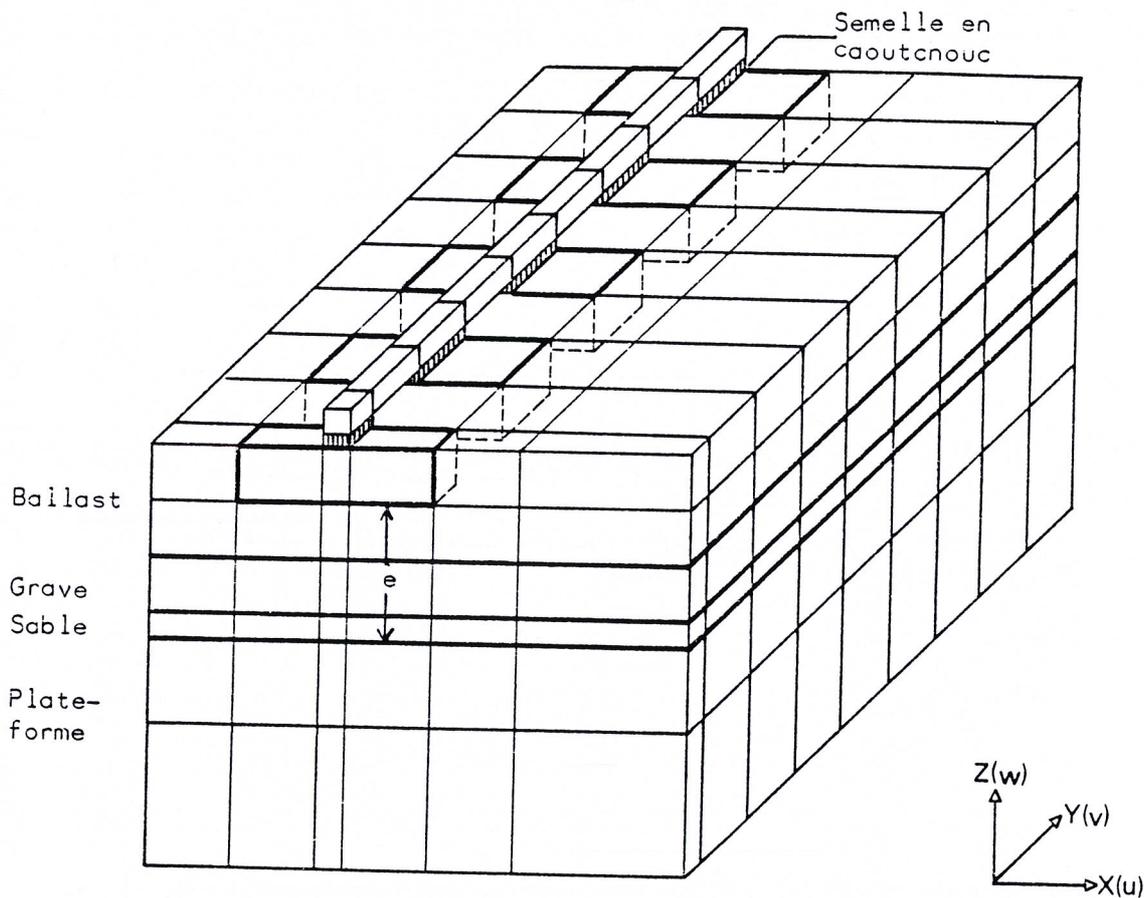
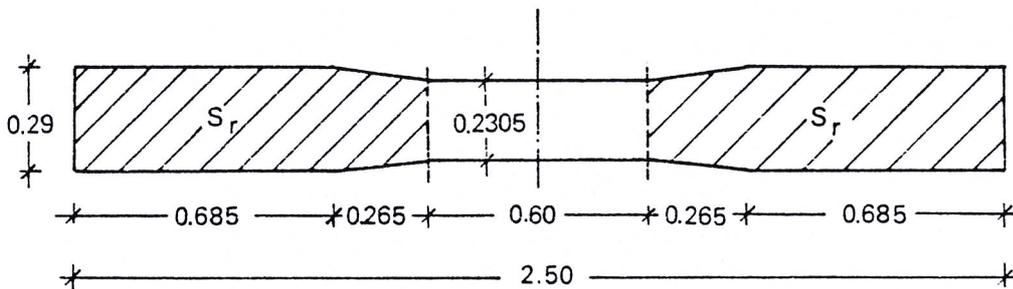


Fig. 3.1 - Schématisation du maillage du modèle pour l'étude du dimensionnement (cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41)

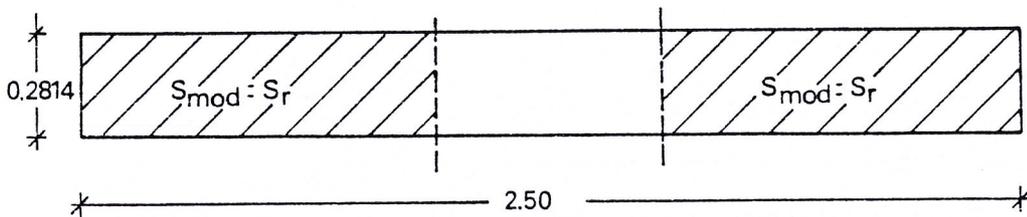
Les éléments de notre modèle ayant une épaisseur constante, certains réajustements ont été nécessaires afin de prendre en compte la rigidité variable de la traverse monobloc : en effet, nous avons considéré une épaisseur moyenne et nous avons introduit pour les éléments de la traverse un module tel que la traverse modélisée ait la même rigidité que la traverse réel.

$$E_{\text{modèle}} \cdot I_{\text{modèle}} = E_{\text{réel}} \cdot I_{\text{réel}}$$

Par ailleurs, comme les éléments de notre modèle ont une largeur constante (ce qui n'est pas le cas pour la traverse COSTAMAGNA), nous avons considéré une largeur moyenne telle que la surface d'appui sous la charge soit la même dans le modèle et en réalité (Fig. 2.2).



Vue en plan du dessous de la traverse COSTAMAGNA



Vue en plan de la traverse modélisée

Fig. 2.2 - Modélisation de la traverse monobloc : calcul de la largeur de la traverse modélisée (dimensions en m)

Pour des raisons tenant à l'homogénéité des dimensions des éléments du maillage, il n'a pas été possible d'introduire l'épaisseur réelle de la semelle (9 mm). Nous avons utilisé une épaisseur plus grande (90 mm), en réajustant le module d'élasticité du matériau de manière à obtenir dans le modèle le même aplatissement α qu'en réalité. Les résultats ont confirmé la validité de cette hypothèse.

Le rail, du type UIC 60, a été modélisé de la même façon qu'au premier chapitre.

4 - ETUDE DETAILLEE DES RESULTATS DU MODELE : CAS D'UN CHASSIS DE VOIE COMPOSE DE TRAVERSES BIBLOC U 41

Dans la suite nous allons présenter les résultats détaillés de la modélisation concernant l'étude d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41. Pour les autres types des traverses (bibloc U 31, monobloc en béton précontraint et bois) les résultats présentent les mêmes aspects qualitatifs et seuls les aspects quantitatifs sont différents ; de ce fait, l'ensemble des résultats pour tous les types de traverses envisagés figurera au paragraphe suivant.

4.1 - Déformations

Les Fig. 4.1 et 4.2 donnent les déformations * au niveau de la plate-forme, de la traverse et du rail, en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise ($e = \text{"ballast + grave + sable"}$). Nous constatons que la qualité du sol de la plate-forme a une influence primordiale. Par ailleurs, l'influence de l'épaisseur des couches d'assise est d'autant plus importante que la qualité du sol de la plate-forme est moins bonne.

La déformation au niveau de la traverse est la somme de la déformation des couches d'assise et de celle de la plate-forme. On constate de ce fait deux comportements extrêmes :

- dans le cas d'une plate-forme argileuse, très déformable vis-à-vis des couches d'assise, l'augmentation de l'épaisseur de celles-ci se traduit par une diminution du déplacement global observé au niveau de la traverse,
- dans le cas d'une plate-forme rocheuse, pratiquement indéformable vis-à-vis des couches d'assise, l'augmentation de leur épaisseur se traduit au contraire par une augmentation du déplacement au niveau de la traverse.

La déformation au niveau du rail est la somme de la déformation au niveau de la traverse et de celle de la semelle.

4.2 - Contraintes

La Fig. 4.3 donne les contraintes verticales au niveau de la plate-forme, en fonction de l'épaisseur e des couches d'assise. Pour un même type de plate-forme, nous constatons que l'influence de l'épaisseur des couches d'assise est très importante.

* Il est très courant à la littérature ferroviaire d'utiliser le terme enfoncement pour désigner le déplacement vertical

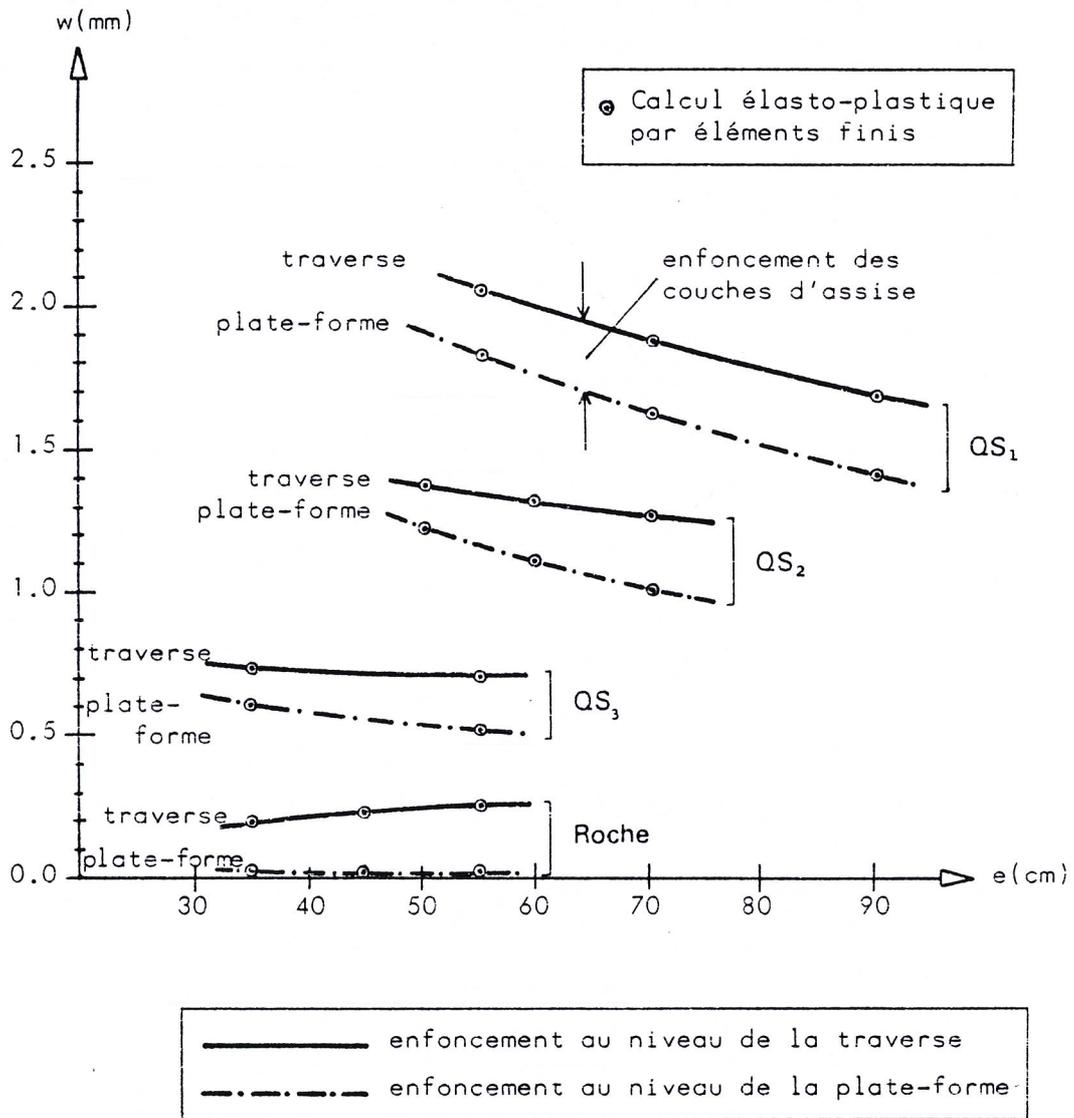


Fig. 4.1 - Enfoncements au niveau de la plate-forme et de la traverse : cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41.

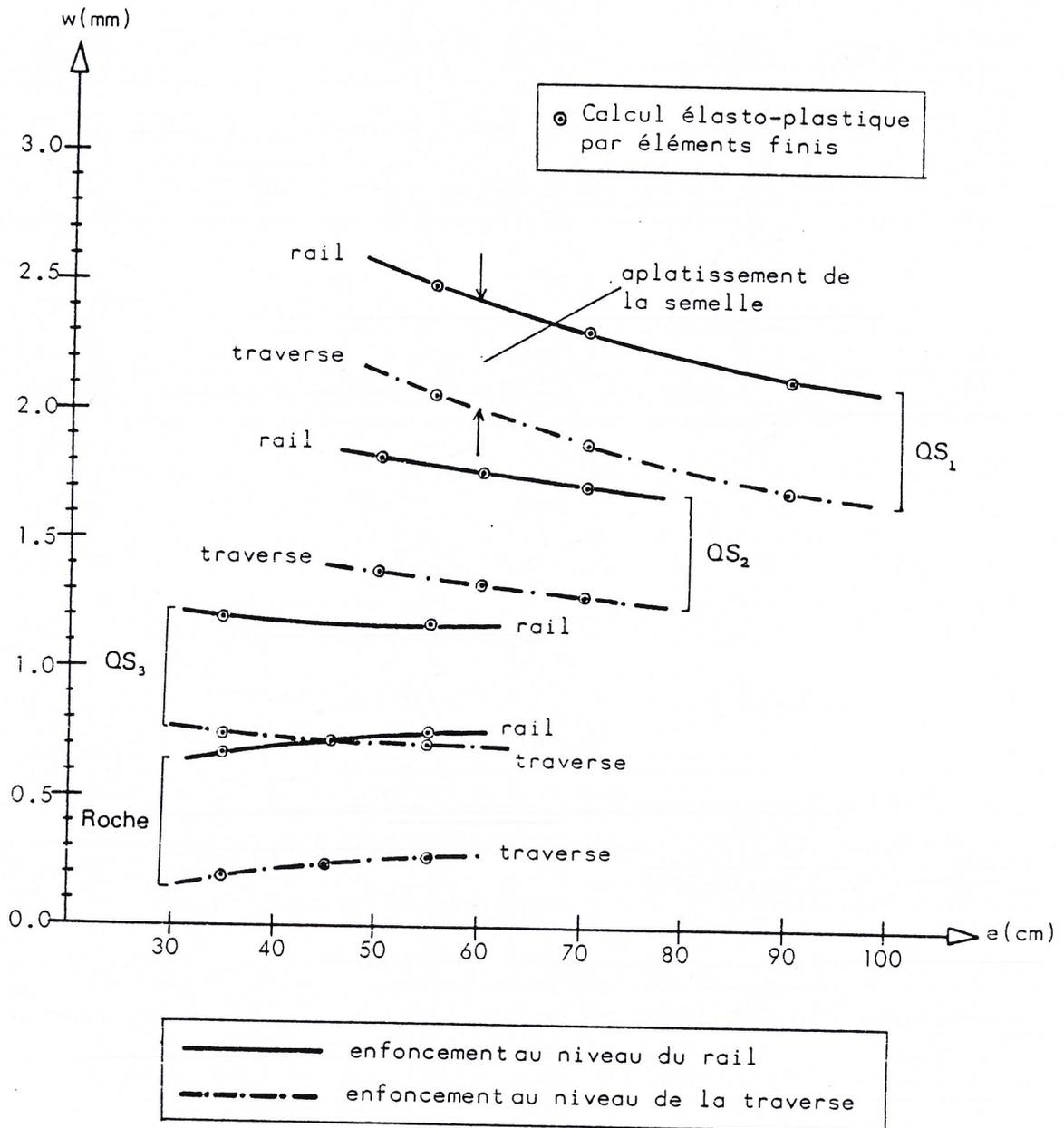


Fig. 4.2 - Enfoncements au niveau de la traverse et du rail : cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41.

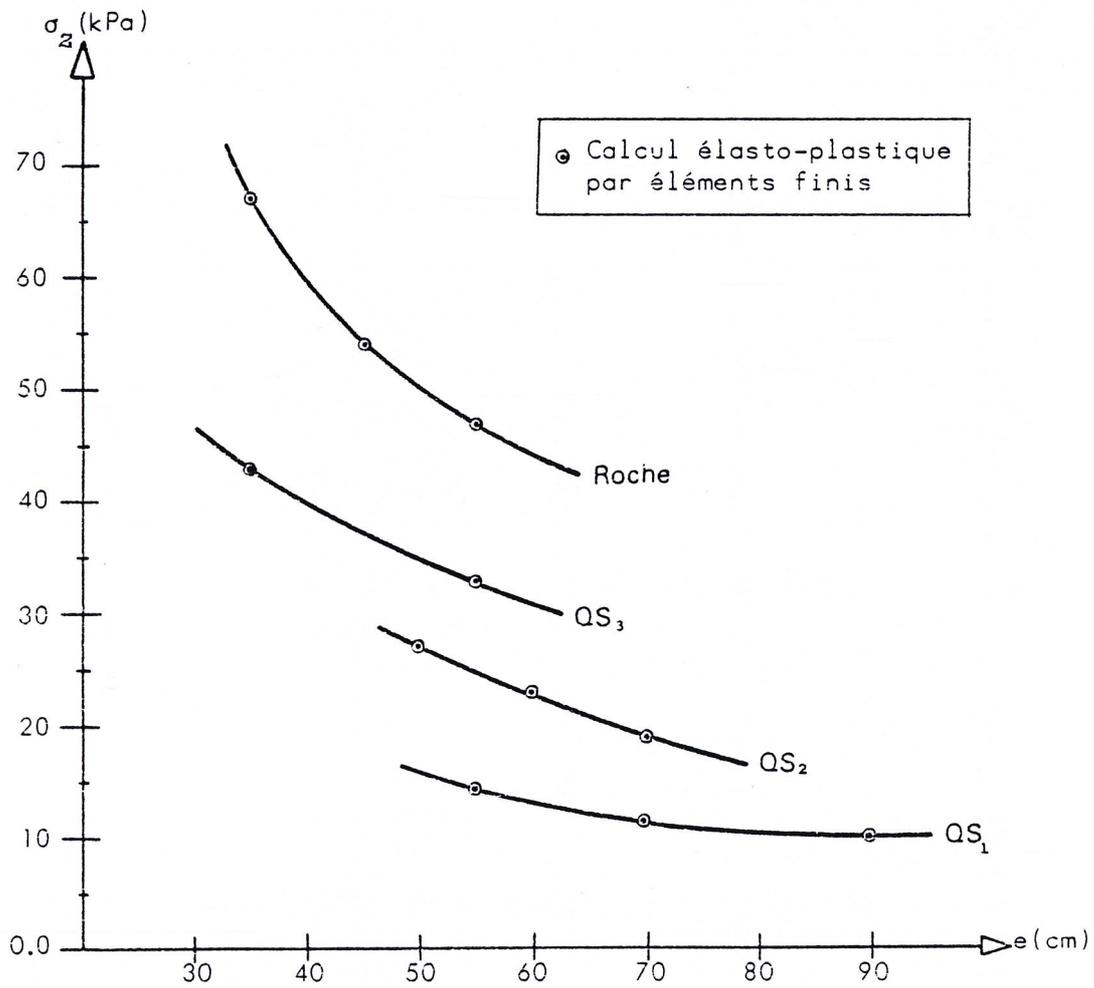


Fig. 4.3 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme : cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41.

4.3 - Rigidité verticale de la voie

Un des paramètres déterminants dans la réponse de la voie ferrée aux sollicitations verticales, est la rigidité verticale h de la voie, définie comme le rapport entre la charge nominale Q par roue et l'enfoncement vertical ζ au niveau du rail, $h = \frac{Q}{\zeta}$. La Fig. 4.4, page 68, montre l'influence de la qualité du sol de la plate-forme et de l'épaisseur des couches d'assise sur la rigidité verticale de la voie.

4.4 - Déformée de la traverse

La déformée de la traverse était calculée habituellement par des méthodes classiques de la Résistance des Matériaux (poutre sur appuis continus élastiques, par exemple) ou de théorie de l'élasticité (massif semi-infini de Boussinesq). On voit donc que ces méthodes reposent sur des hypothèses simplificatrices assez discutables.

Notre modèle nous a permis d'étudier la déformée de la traverse d'une façon plus rigoureuse, en tenant compte, notamment, du glissement des blo-chets dans le ballast. La Fig. 4.5, page 69, donne la déformée de la traverse bibloc U 41 pour divers types de plates-formes et diverses épaisseurs des couches d'assise.

4.5 - Transmission de la charge appliquée

Il est très important de connaître, lorsqu'on applique une charge, quel est le pourcentage de cette charge supporté par la traverse sous charge et par les traverses adjacentes. Notre modèle nous a permis d'examiner cette question. Nous avons d'abord calculé les aplatissements de chaque semelle (Fig. 4.7).

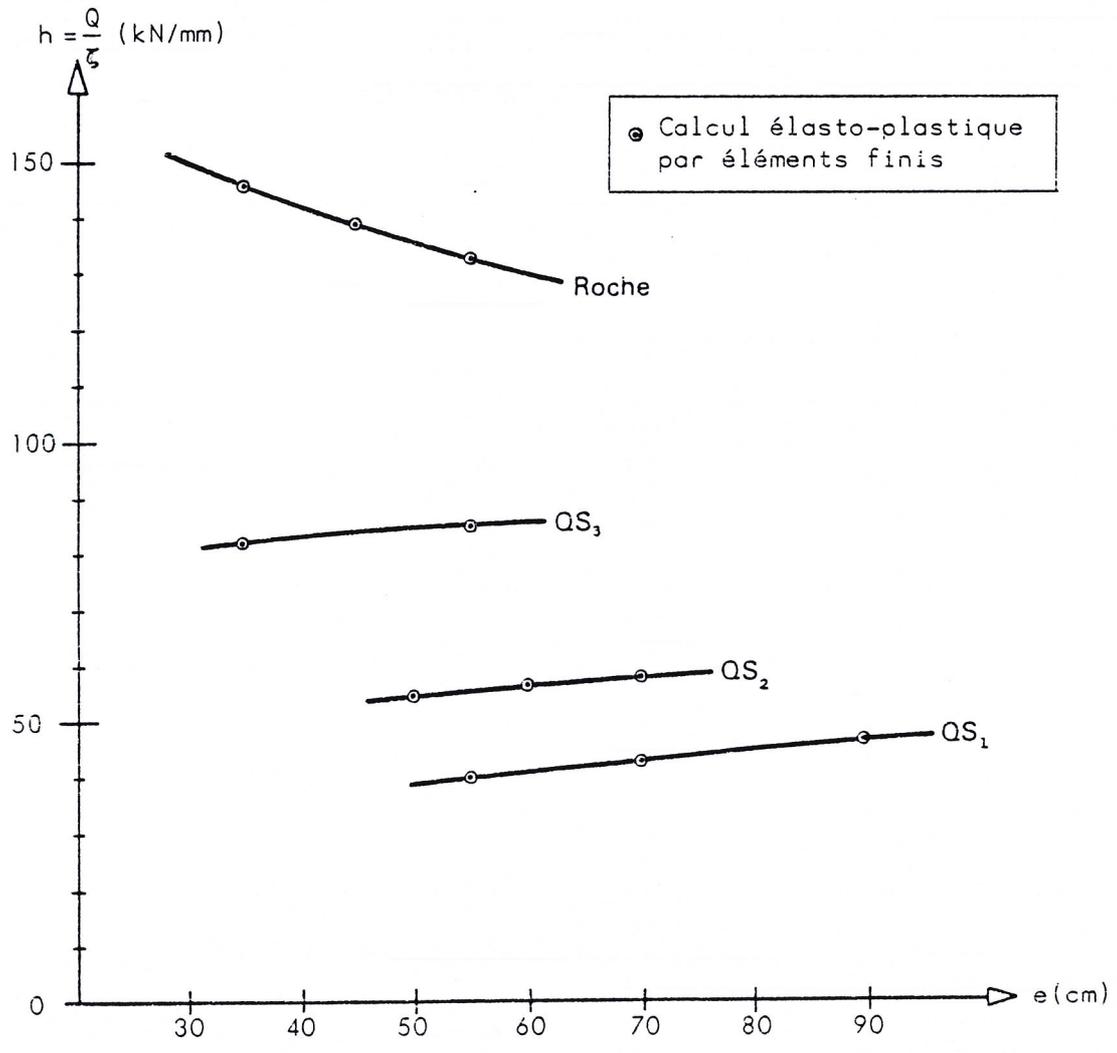
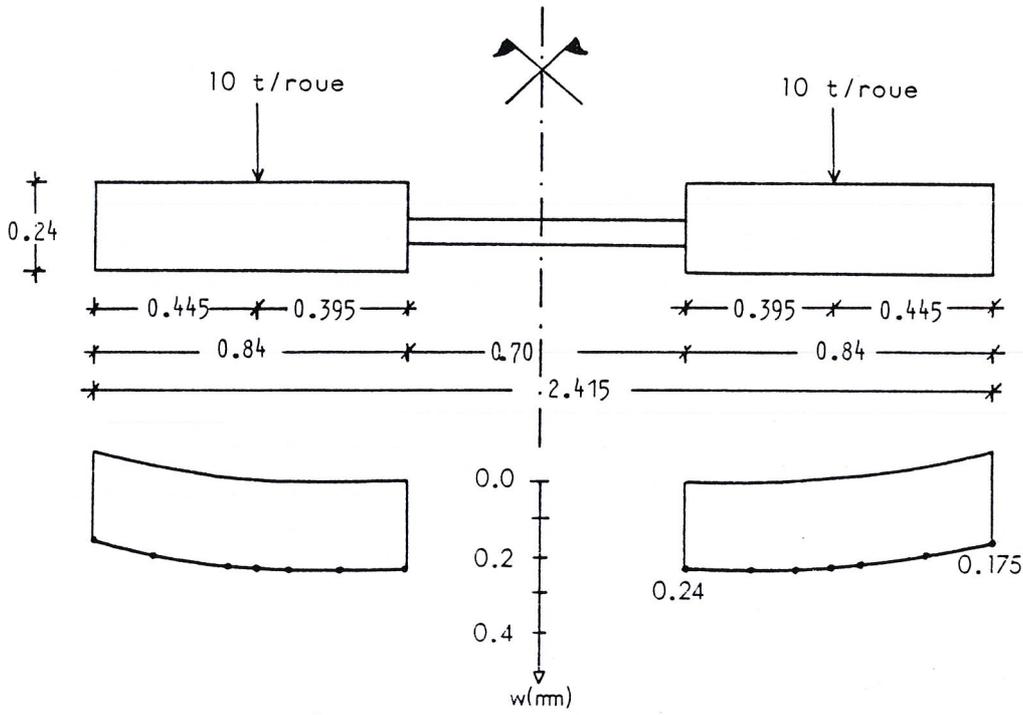
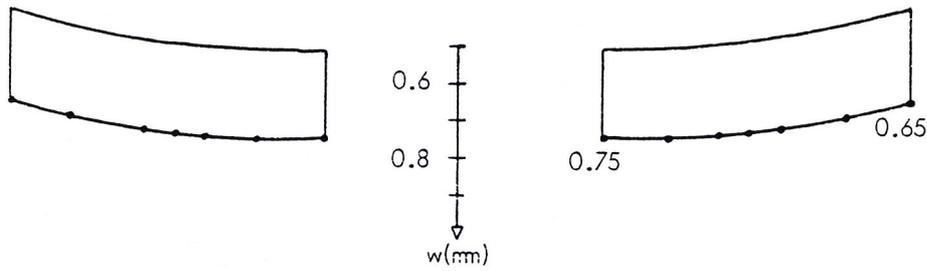


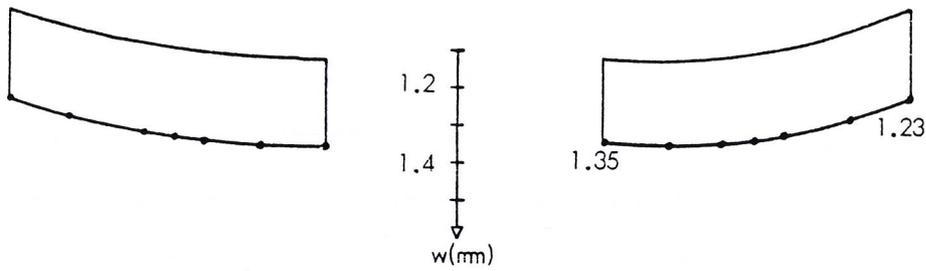
Fig. 4.4 - Rigidité verticale de la voie : cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41.



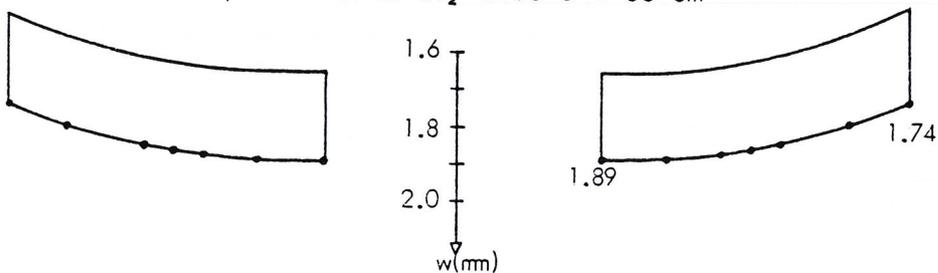
sur plate-forme rocheuse avec $e = 45$ cm



sur plate-forme QS_3 avec $e = 35$ cm



sur plate-forme QS_2 avec $e = 60$ cm



sur plate-forme QS_1 avec $e = 70$ cm

• Enfoncements au niveau de la traverse :
Calcul élasto-plastique par éléments finis.

Fig. 4.5 - Déformée de la traverse bibloc U 41 en fonction de la qualité du sol de la plate-forme.

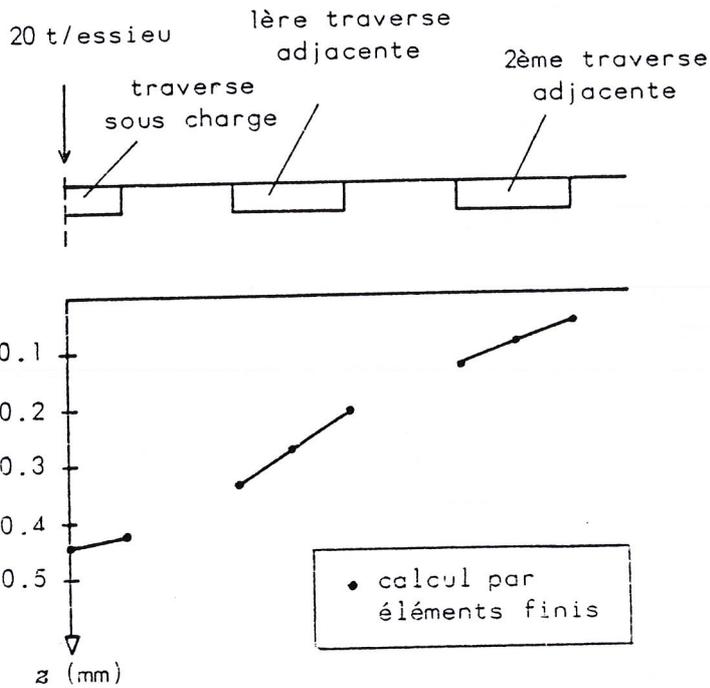


Fig. 4.7 - Aplatissements des semelles sous traverses bibloc U 41

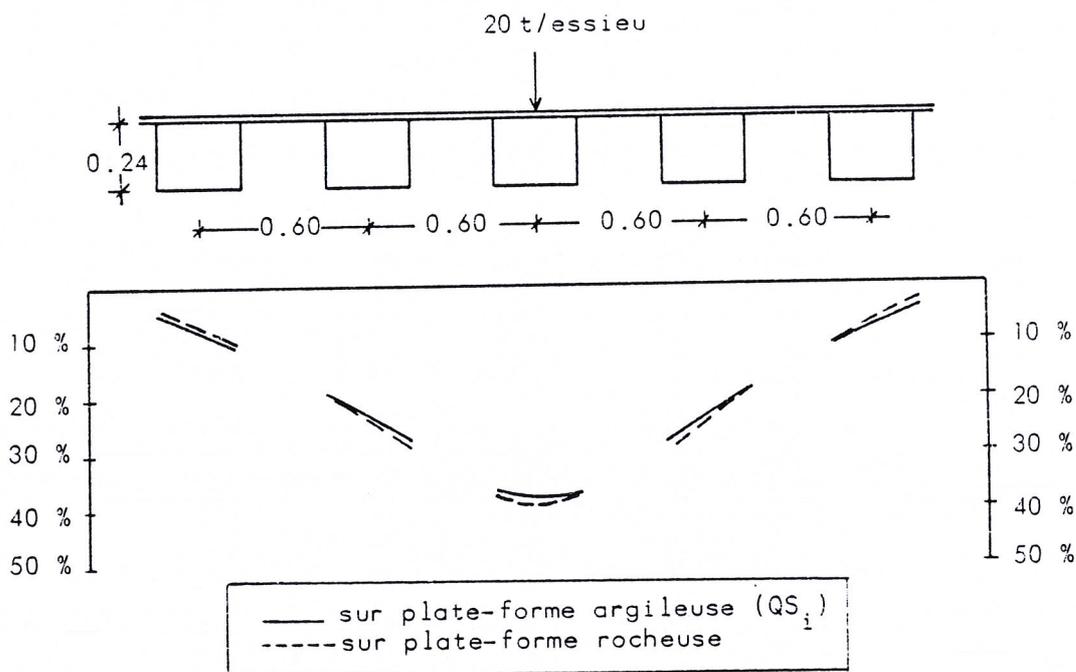
Comme $R = kz$ (cf. paragraphe 1.2), nous en déduisons directement quel est le pourcentage de charge transmis à chaque traverse. Nous présentons les divers pourcentages calculés au tableau 4.1 et à la figure 4.8 de la page suivante.

4.6 - Comparaison des calculs élasto-plastique et élastique

Nous avons présenté jusqu'à maintenant les résultats du calcul élasto-plastique. Il est cependant intéressant d'étudier quelle est la contribution dans la sollicitation totale des parties élastique et plastique. La Fig. (4.9) donne les déformations comparées du rail en calcul élasto-plastique et en calcul élastique. L'importance des effets de plasticité apparaît nettement.

Type de sol de la plate-forme	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la traverse sous charge	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la première traverse adjacente	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la deuxième traverse adjacente
QS _i	38.5 %	23.0 %	7.7 %
roche	39.6 %	23.6 %	6.6 %

a - Tableau



b - Figure

Fig. 4.8 - Transmission de la charge d'essieu : pourcentages calculés d'après les résultats du modèle pour le cas d'un châssis de voie composé des traverses bibloc U 41



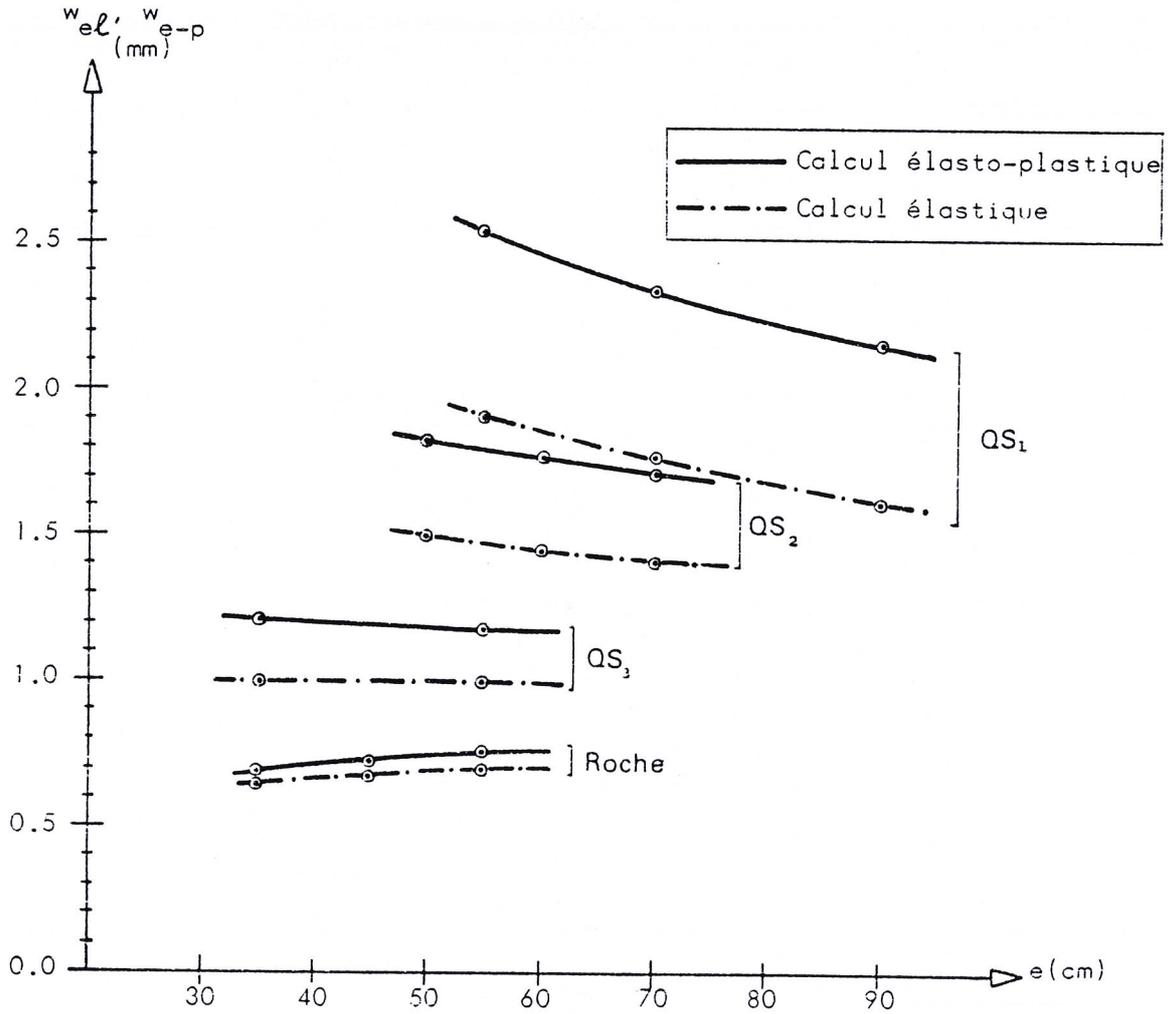


Fig. 4.9 - Comparaison des calculs élasto-plastique et élastique. Enfoncements au niveau du rail. Cas d'un châssis de voie composé de traverses bibloc U 41.

5 - ETUDE COMPARATIVE DE L'INFLUENCE DES DIVERS PARAMETRES : type de traverse, qualité du sol de la plate-forme, épaisseur des couches d'assise

5.1 - Déformations (Fig. 5.1, 5.2)

Nous constatons d'abord que la qualité du sol de la plate-forme est bien le facteur prédominant pour les déformations.

Pour les trois types de traverses en béton, le calcul a donné des valeurs de déformations très voisines (pour un même type de plate-forme et pour une même épaisseur des couches d'assise). Nous en déduisons donc que les paramètres prépondérants pour le calcul des déformations dans le cas d'une traverse en béton sont la qualité du sol de la plate-forme et l'épaisseur des couches d'assise, le type de la traverse étant un paramètre secondaire.

Dans le cas de la traverse en bois, nous constatons que celle-ci provoque des déformations plus importantes que les traverses en béton au niveau de la plate-forme et de la traverse. Ceci résulte de la plus grande flexibilité des traverses en bois (cf. § 5.4 ci-après). Par contre, le phénomène est contrebalancé au niveau du rail par la plus faible souplesse des semelles utilisées avec les traverses en bois. Nous constatons ainsi au niveau du rail des déformations plus faibles ou égales dans le cas des traverses en bois par rapport aux traverses en béton.

Nous observons, enfin, que lorsque l'épaisseur des couches d'assise augmente, les courbes qui correspondent aux divers types de traverses ont tendance à se rapprocher. Il n'est, cependant, pas possible d'atteindre une déformation identique, car il faudrait mettre en oeuvre des épaisseurs des couches d'assise excessives.

5.2 - Contraintes (Fig. 5.3)

L'étude comparative des divers paramètres permet de constater que :

- pour les traverses en béton, le paramètre "longueur de traverse" présente une certaine importance,
- la traverse en bois (d'une longueur de 2.60 m) présente sur plates-formes QS_1 et QS_2 une sollicitation identique à celle d'une traverse en béton d'une longueur de 2.50 m,
- l'influence de la longueur et de la nature de la traverse est beaucoup plus sensible sur les contraintes qu'elle ne l'est sur les déformations.

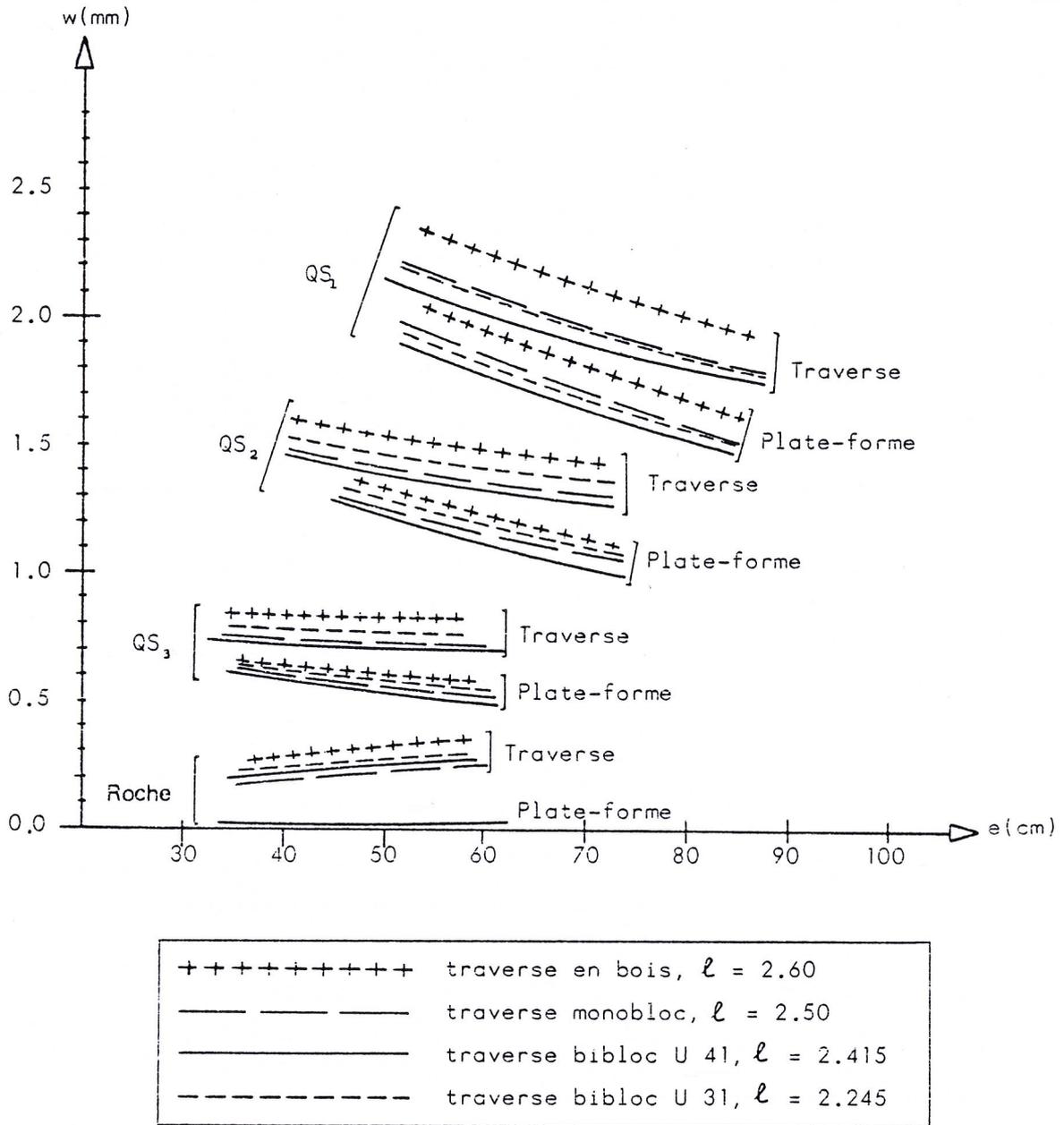
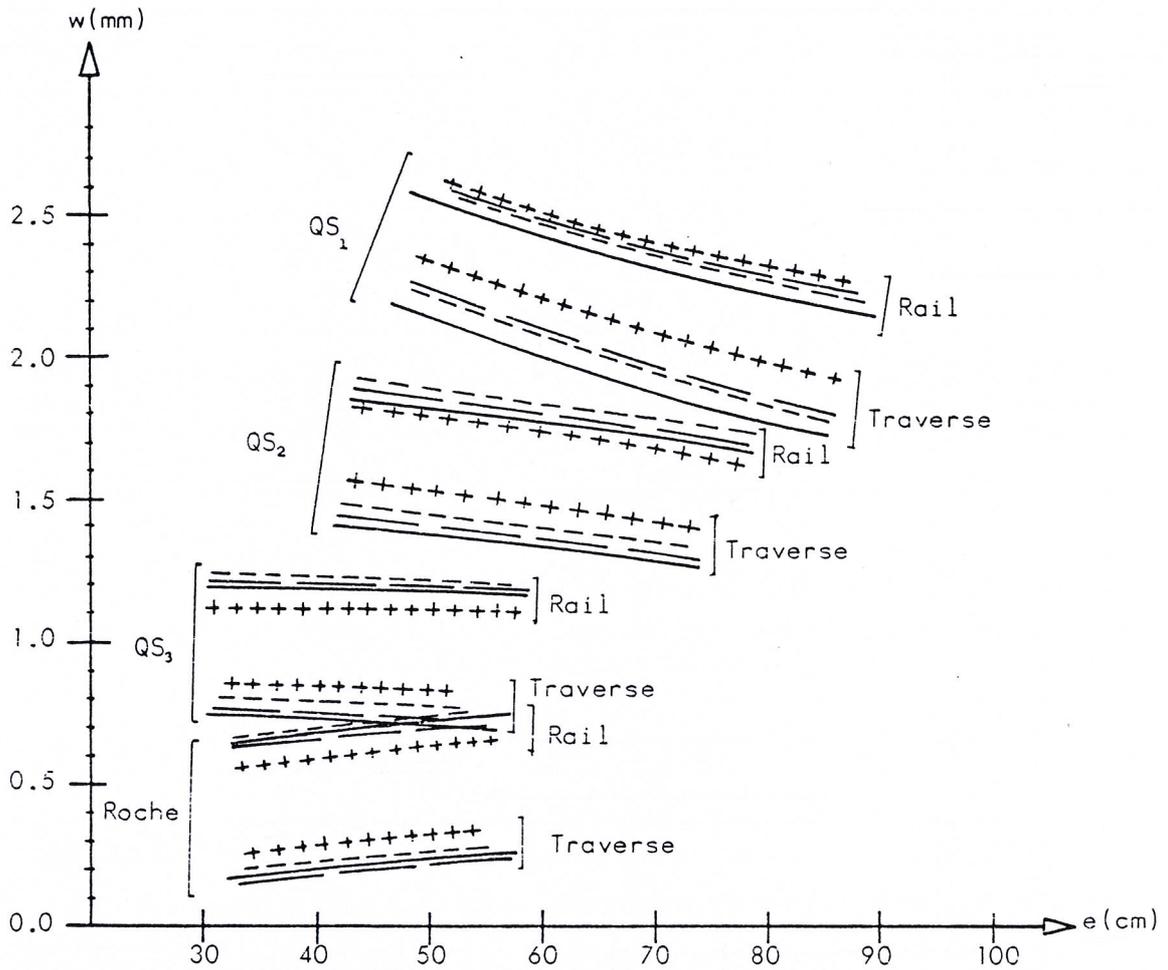
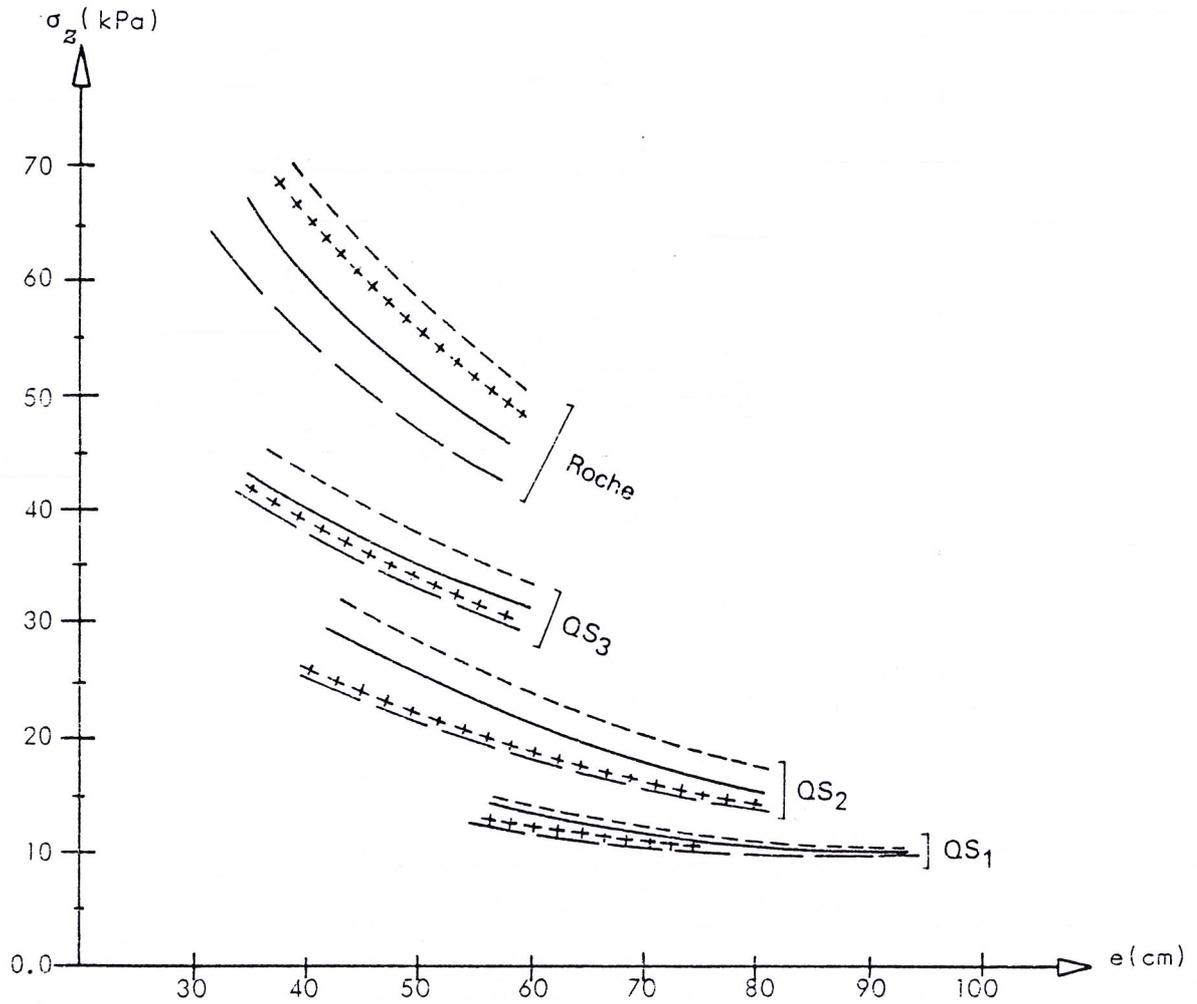


Fig. 5.1 - Enfoncements au niveau de la plate-forme et de la traverse pour les divers types des traverses.



+++++	traverse en bois, $\ell = 2.60$
————	traverse monobloc, $\ell = 2.50$
————	traverse bibloc U 41, $\ell = 2.415$
-----	traverse bibloc U 31, $\ell = 2.245$

Fig. 5.2 - Enfoncements au niveau de la traverse et du rail pour les divers types des traverses.



+++++	traverse en bois, $\ell = 2.60$
————	traverse monobloc, $\ell = 2.50$
————	traverse bibloc U 41, $\ell = 2.415$
-----	traverse bibloc U 31, $\ell = 2.245$

Fig. 5.3 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme pour les divers types des traverses.

5.3 - Rigidité verticale de la voie (Fig. 5.4)

L'étude comparative des différents facteurs influant sur la rigidité verticale de la voie montre que la qualité du sol de la plate-forme est le paramètre prépondérant, l'influence du type de la traverse étant secondaire.

Par ailleurs, le type de la semelle utilisée reste un autre paramètre important.

5.4 - Flexibilité de la traverse (Fig. 5.5)

La Fig. 5.5 met en évidence une flexibilité plus importante de la traverse en bois par rapport à la traverse monobloc en béton précontraint.

5.5 - Transmission de la charge appliquée (Tableau 5.1)

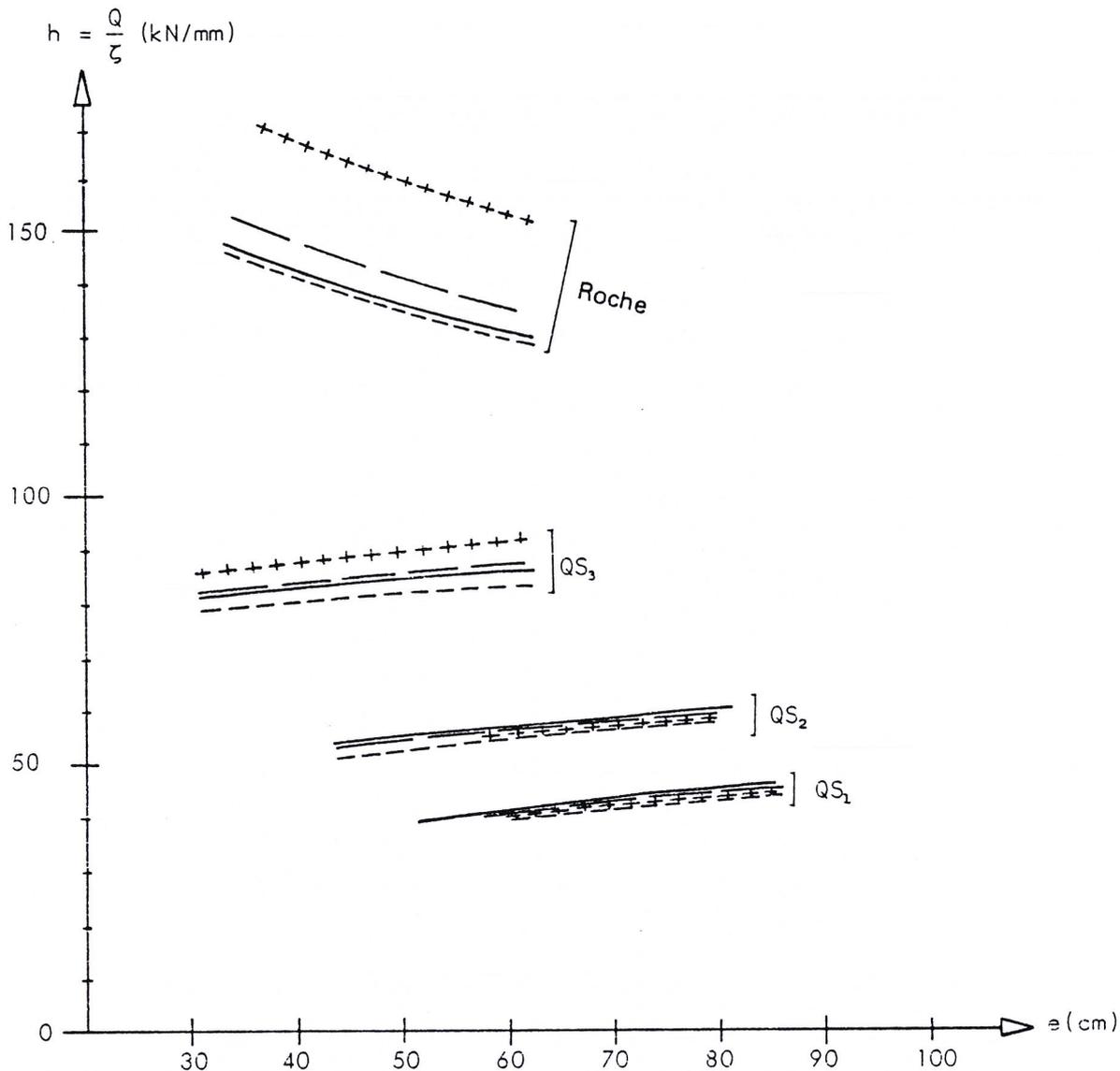
Les pourcentages de la charge qui sont supportés par la traverse sous charge et par les traverses adjacentes, calculés pour chaque type de traverses, sont récapitulés dans le tableau 5.1. L'examen de ces pourcentages nous permet de déduire que :

- quel que soit le type de la traverse, l'influence de la qualité du sol de la plate-forme sur la transmission de la charge appliquée est secondaire,
- quel que soit la qualité du sol de la plate-forme, l'influence du type de la traverse sur la transmission de la charge appliquée est négligeable.

Ces déductions, faites d'après nos calculs, sont corroborées par des mesures effectuées in situ sous des traverses en bois et en béton. En effet, il avait été observé que "des distributions similaires des contraintes avaient été mesurées sous traverses en bois et sous traverses en béton" (ORE D 71, RGCF Mai 1973).

Notre modèle a, en plus, l'avantage de permettre le calcul précis des pourcentages de charge, supportés par la traverse sous charge et par les traverses adjacentes.

A partir des valeurs figurant au tableau 5.1 nous déduisons les valeurs moyennes de la Fig. 5.6 (page 80) pour la transmission de la charge appliquée.



+++++	traverse en bois, $\ell = 2.60$
—————	traverse monobloc, $\ell = 2.50$
—————	traverse bibloc U 41, $\ell = 2.415$
-----	traverse bibloc U 31, $\ell = 2.245$

Fig. 5.4 - Rigidité verticale de la voie pour les divers types de traverses.

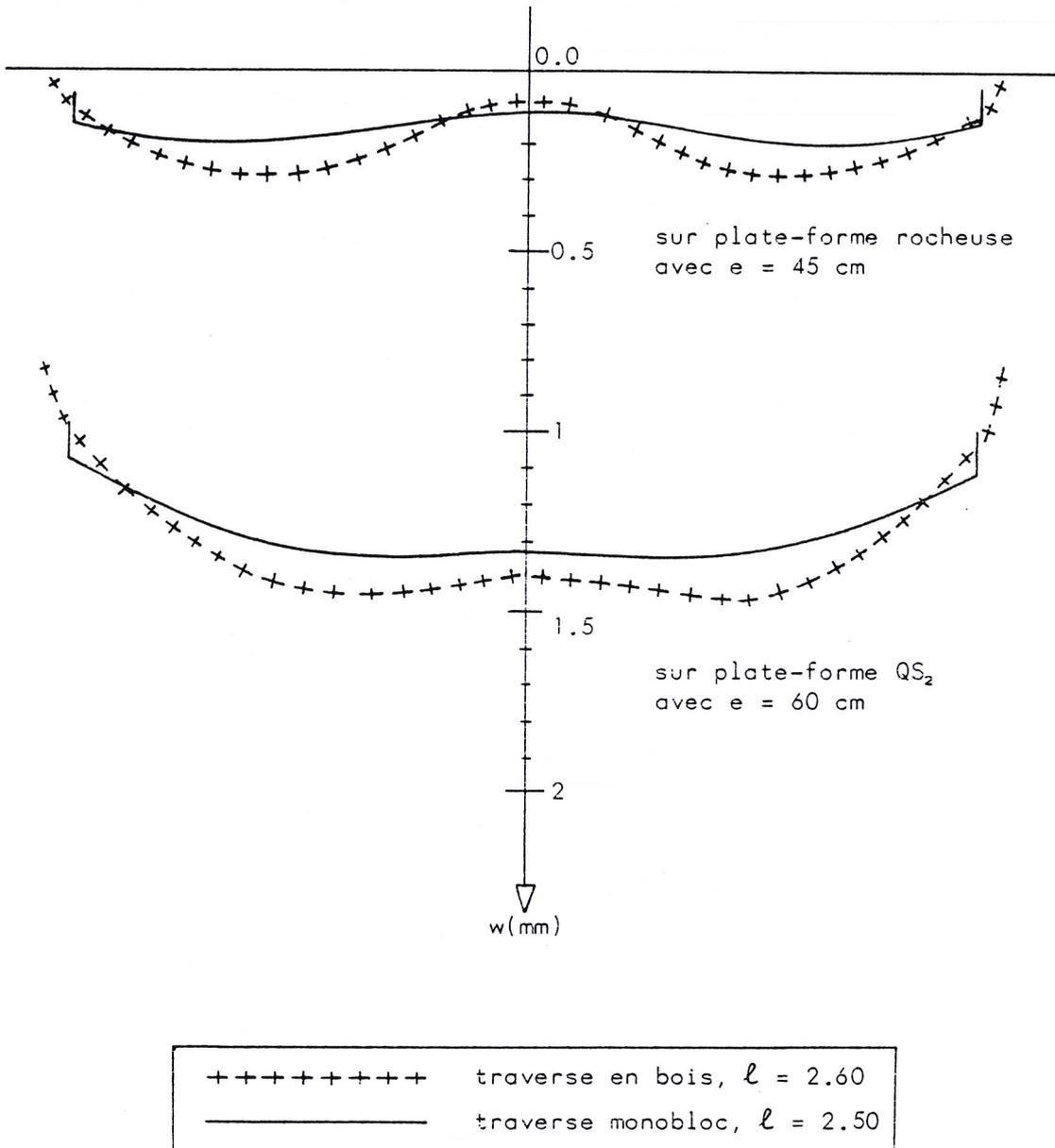


Fig. 5.5 - Flexibilité comparée des traverses en bois et monobloc.

Type de la traverse	Type de sol de la plate-forme	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la traverse sous charge	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la première traverse adjacente	Pourcentage de la charge appliquée supporté par la deuxième traverse adjacente
U 31	argileuse (QS _i)	38.2	23.3	7.6
	rocheuse	39.4	23.7	6.6
U 41	argileuse (QS _i)	38.6	23.0	7.7
	rocheuse	39.6	23.6	6.6
monobloc	argileuse (QS _i)	38.9	23.4	7.1
	rocheuse	39.9	23.9	6.1
bois	argileuse (QS _i)	39.2	23.4	6.9
	rocheuse	41.0	23.9	5.6

Tableau 5.1 - Transmission de la charge appliquée suivant les types des traverses et des plates-formes

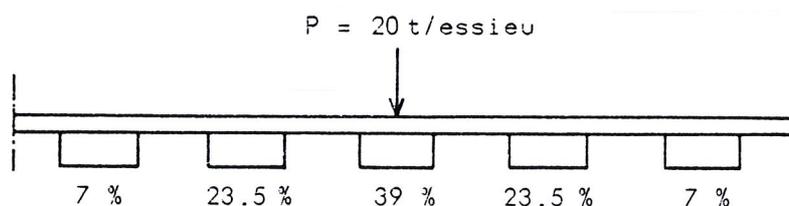


Fig. 5.6 - Transmission de la charge appliquée. Valeurs moyennes des résultats des calculs par éléments finis.

6 - PRISE EN COMPTE DES EFFETS DES SURCHARGES DYNAMIQUES

6.1 - Généralités sur les surcharges dynamiques

Dans les paragraphes précédents nous avons implicitement considéré l'hypothèse des véhicules parfaits circulant sur une voie géométriquement parfaite. Mais divers défauts, provenant soit des véhicules soit de la voie, excitent le système véhicule-voie et provoquent ce qu'on appelle des surcharges dynamiques, (1), (11).

Une autre origine des surcharges dynamiques peut être l'insuffisance ou l'excès de dévers (cas des tronçons de voie non en alignement). Ces surcharges sont constantes dans la courbe proprement dite, mais elles sont variables dans les courbes de transition entre alignement et courbe. ||

6.2 - Surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie

Les surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie sont de nature aléatoire ; on caractérise, de ce fait, ces défauts par leur spectre de densité de puissance.

La Fig. 6.1 présente le spectre de densité de puissance des défauts de nivellement longitudinal d'une zone de voie, (11). La ligne moyenne (tracée au travers de ce spectre) peut être mise sous forme mathématique par l'expression suivante

$$S(\Omega) = \frac{A}{(B + \Omega)^3} \quad (6.1)$$

où

$S(\Omega)$ est le spectre de densité de puissance des défauts, (15)

Ω est la pulsation spatiale ($\Omega = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ étant la longueur d'onde) et

A, B sont des constantes qui dépendent de l'entretien de la voie.

La relation (6.1) montre que les amplitudes des défauts augmentent avec la longueur d'onde, mais d'autant moins vite que la longueur d'onde est plus grande.

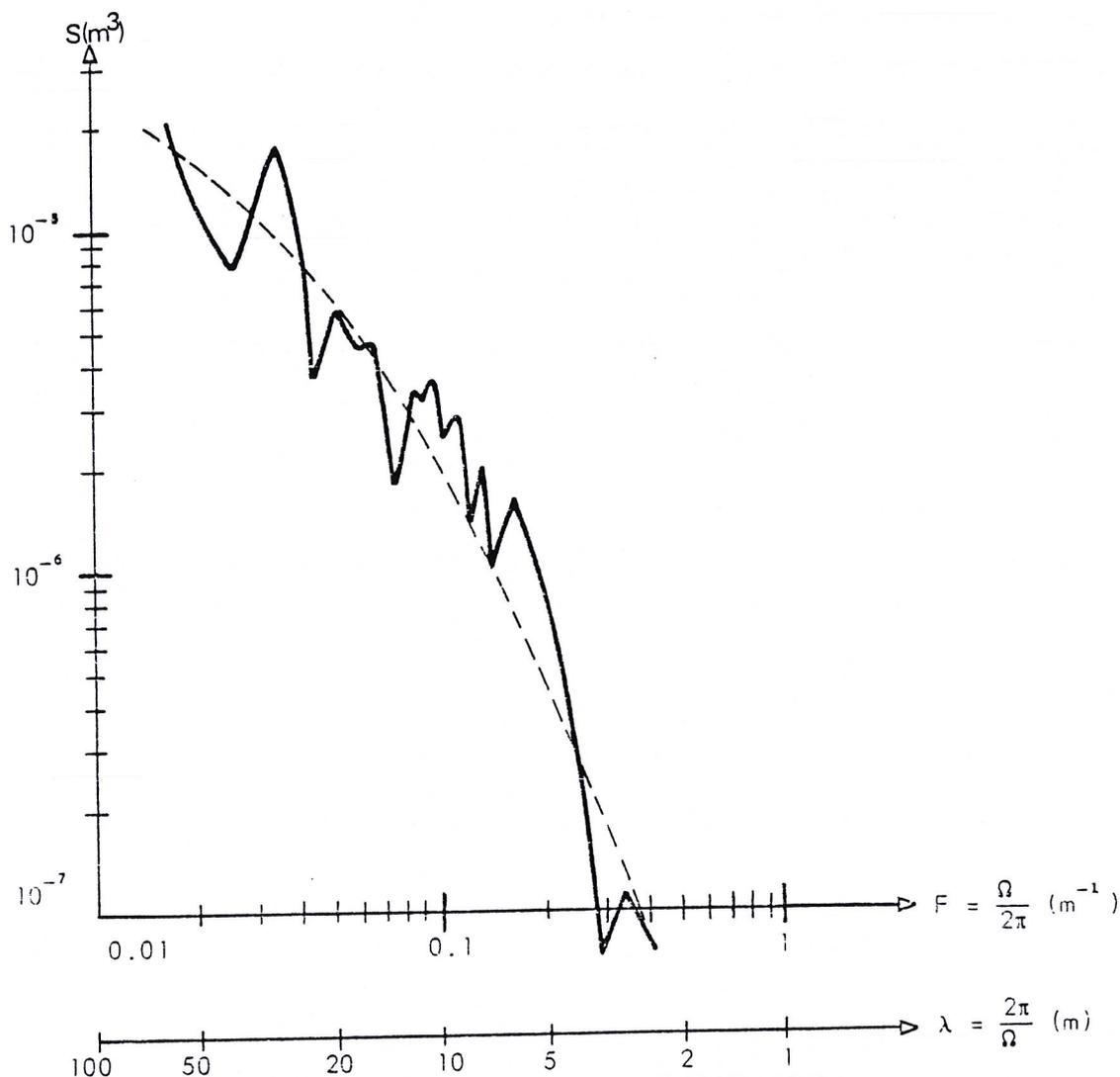


Fig. 6.1 - Spectre de densité de puissance des défauts de nivellement longitudinal d'une zone de voie, (11)

Une fois calculés les spectres de densité de puissance des défauts, la théorie des vibrations aléatoires appliquée aux mouvements des masses suspendues et non suspendues permet de calculer les déplacements, les accélérations et les efforts. On ne présentera dans la suite que les conclusions intéressantes de notre étude.

Oscillations des masses suspendues

Elles sont essentiellement régies par les caractéristiques de la suspension du véhicule et par conséquent liées directement à la constitution du matériel roulant. Les oscillations des masses suspendues croissent avec la vitesse, mais moins vite que celle-ci. Cette croissance est d'autant moins rapide que la fréquence propre d'oscillation verticale des masses suspendues est plus faible. L'influence de cette fréquence propre est considérable.

Oscillations des masses non suspendues

Les surcharges dynamiques qui résultent des oscillations des masses non suspendues augmentent proportionnellement à la vitesse, à l'amplitude des défauts et à la racine carrée de la masse et de la rigidité verticale de la voie. Si ΔQ est la surcharge dynamique qui correspond à l'effort roue-rail Q , l'écart-type $\sigma_{\Delta Q}$ peut s'exprimer sous la forme ci-après :

$$\sigma_{\Delta Q} \approx v \sqrt{\frac{A \cdot m \cdot h}{2 \alpha}} \quad (6.2)$$

avec

v : vitesse du véhicule

m : masse non suspendue par roue

h : rigidité verticale de la voie

α : coefficient d'amortissement

A : coefficient dépendant de l'état d'entretien de la voie

Pour réduire ces surcharges dynamiques, pouvant atteindre plusieurs tonnes à grande vitesse, il convient de diminuer la masse non suspendue et la rigidité verticale de la voie.

6.3 - Réajustement des résultats des calculs par éléments finis pour prendre en compte les effets des surcharges dynamiques

L'exposé sommaire sur les surcharges dynamiques, effectué au paragraphe précédent, met en évidence que, à une charge nominale Q par essieu correspondent des surcharges dynamiques ΔQ , qui peuvent parfois atteindre des valeurs importantes. L'étude complète donc du comportement de la voie ferrée exige la prise en compte de la charge dynamique $Q + \Delta Q$.

Nous appelons calcul dynamique et calcul statique selon que les effets dûs aux surcharges dynamiques sont pris en compte ou non. Nous nous limiterons au cas d'une voie en alignement et, de ce fait, les surcharges dynamiques dues à l'excès ou à l'insuffisance du dévers n'interviendront pas dans nos calculs.

La prise en compte des surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie sera effectué à l'aide des résultats d'un exemple concret (A. Prud'homme, RGCF Janvier 1970). Il s'agit d'une locomotive BB 9200 d'une charge nominale statique par roue de 10.3 t. A une vitesse de 200 km/h, le calcul, (11), a donné les valeurs suivantes pour les surcharges dynamiques :

- 2 t pour les masses suspendues,
- 4 t pour les masses non suspendues

A partir d'un cas de référence de nos calculs par éléments finis, nous calculerons l'influence des surcharges dynamiques. Soit comme cas de référence la traverse en bois sur sol QS₃ et avec une épaisseur des couches d'assise e = 40 cm, d'où (Fig. 5.4)

$$h_{ref} = 80 \text{ kN/mm}$$

et

$$Q_{dyn}^{ref} = 10.3 + 2 + 4 = 16.3 \text{ t}$$

De la relation (6.2) il s'en suit que l'utilisation des divers types de traverses, des divers types de plates-formes, des diverses épaisseurs des couches d'assise, conduit à des valeurs différentes de la rigidité verticale de la voie.

A partir des diverses valeurs h_i (Fig. 5.4), nous calculons des surcharges dynamiques correspondantes

$$Q_{dyn}^i = 10.3 + 2 + 4 \sqrt{\frac{h_i}{8}} \quad (6.3)$$

Les résultats de ce calcul sont présentés à la Fig. 6.2.

Si on néglige maintenant les non-linéarités dues à une charge dynamique plus importante que la charge nominale, on a *

$$\sigma_{dyn} = \sigma_{stat} \left(Q = 10 \text{ t/roue} \right) \frac{Q_{dyn}}{10 \text{ t}} \quad (6.4)$$

Les résultats de ce calcul sont présentés à la Fig. 6.3.

En conclusion, l'analyse des résultats présentés aux Fig. 6.2 et 6.3 montre que la prise en compte des effets des surcharges dynamiques ne change que les valeurs numériques des contraintes et de la rigidité verticale de la voie, la position relative des courbes, l'une par rapport à l'autre, restant invariable.

* Il est évident que cette hypothèse conduit à un calcul approché. Cependant l'étude rigoureuse du problème aurait exigé d'utiliser les charges dynamiques et de refaire les calculs à l'aide de notre modèle par éléments finis. Une telle démarche aurait entraîné des dépenses exorbitantes pour effectuer les calculs informatiques nécessaires, sans pour autant modifier les résultats de notre analyse.

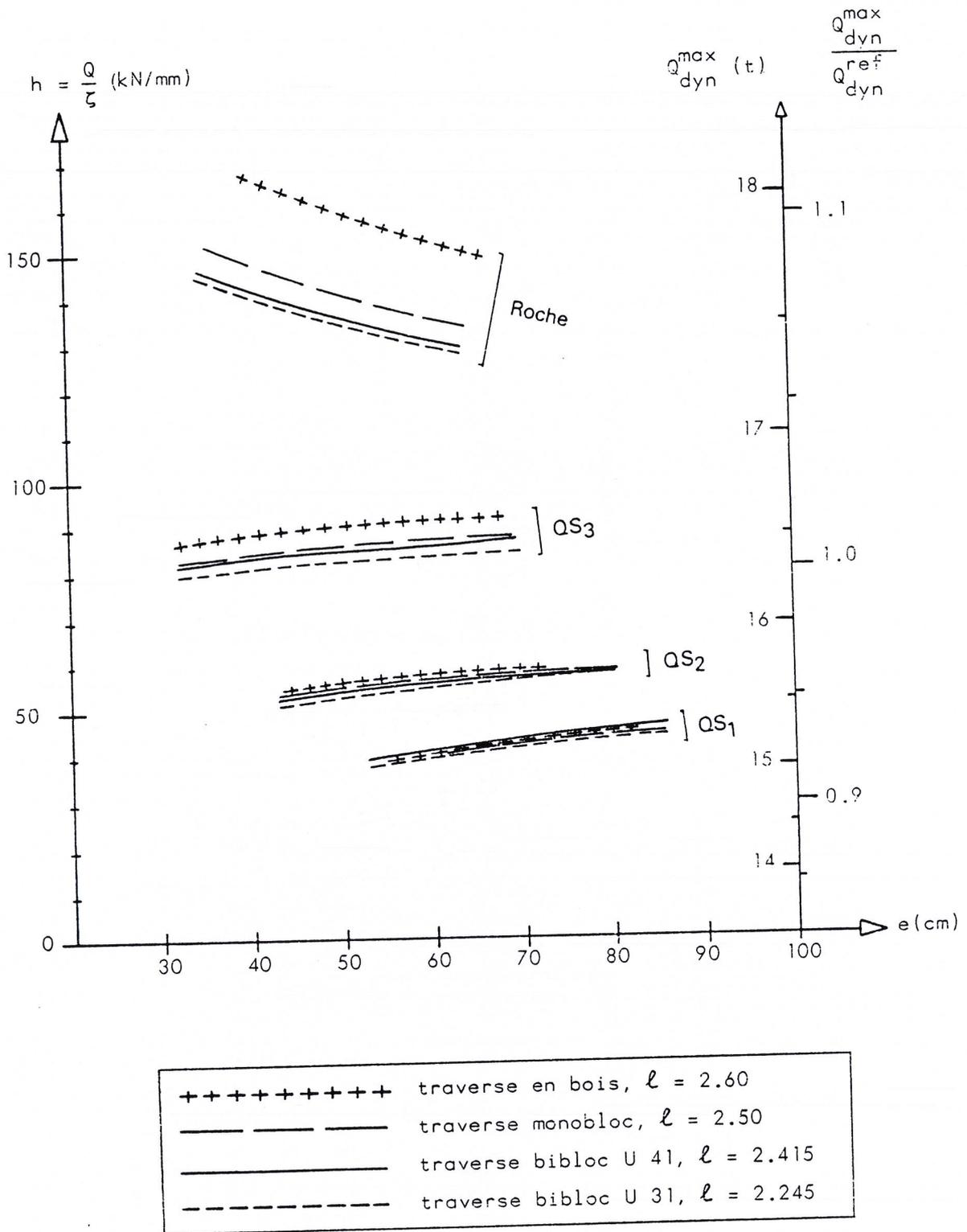
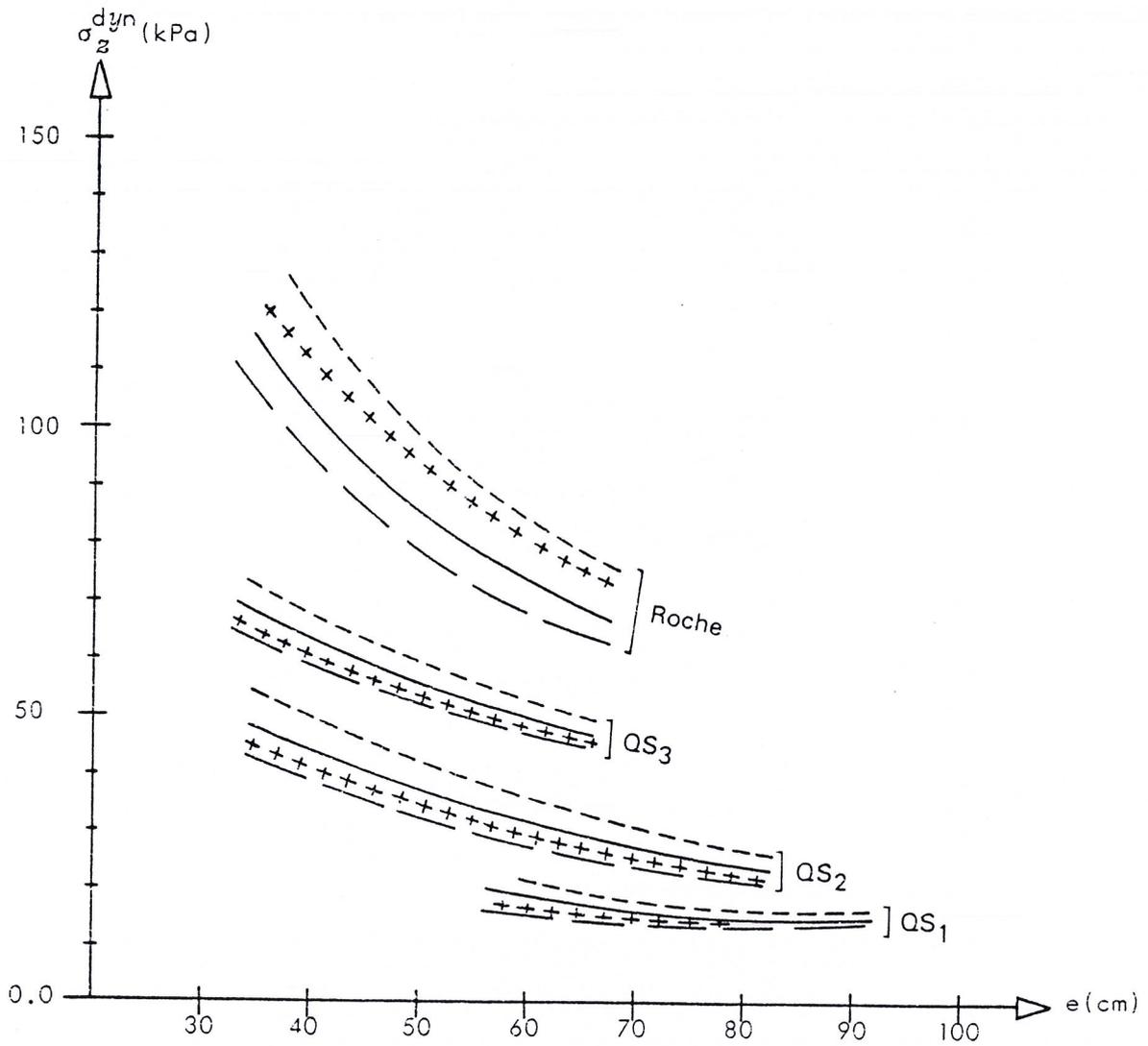


Fig. 6.2 - Rigidité verticale de la voie pour les divers types des traverses. Prise en compte des surcharges dynamiques.



+++++	traversee en bois, $\ell = 2.60$
————	traversee monobloc, $\ell = 2.50$
————	traversee bibloc U 41, $\ell = 2.415$
-----	traversee bibloc U 31, $\ell = 2.245$

Fig. 6.3 - Contraintes verticales au niveau de la plate-forme pour les divers types des traverses. Prise en compte des surcharges dynamiques.

7 - DIMENSIONNEMENT RATIONNEL DES COUCHES D'ASSISE FERROVIAIRES

7.1 - Prise en compte de l'influence du tonnage circulé et du niveau d'entretien de la voie sur les valeurs de la contrainte dynamique au niveau de la plate-forme

7.1.1 - Préliminaires

Dans les paragraphes précédents nous avons étudié les différents aspects du comportement mécanique de la voie ferrée et de sa fondation. Certes, l'analyse de ces aspects et les conclusions afférentes constituent un outil principal pour rechercher le dimensionnement rationnel des couches d'assise, car ils indiquent, entre autres, les valeurs minimale et maximale de la sollicitation au niveau de la plate-forme. Cependant, notre étude n'a pas tenu compte, jusqu'à maintenant, de l'influence du tonnage circulé et du niveau d'entretien de la voie. L'étude complète du problème doit faire intervenir également ces deux paramètres.

Pour ce faire, nous avons choisi d'employer la loi de Dormon qui a été établie pour des sols superficiels supportant des charges roulantes. D'ailleurs, cette loi peut également donner des résultats satisfaisants aux problèmes relatifs aux circulations ferroviaires (R. Sauvage, RGCF Décembre 1978).

La loi de Dormon donne l'évolution de la contrainte verticale au niveau de la plate-forme en fonction du nombre de cycles de chargement et s'énonce comme suit :

"La contrainte verticale au niveau de la plate-forme est inversement proportionnelle à la puissance λ du nombre de cycles de chargement"

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^\lambda \quad (7.1)$$

relation dans laquelle,

σ_1 et σ_2 sont les sollicitations au niveau de la plate-forme correspondant respectivement aux nombres N_1 et N_2 de cycles de chargement,

λ est une constante pour laquelle Dormon a proposé une valeur de 0.2.

7.1.2 - Prise en compte du tonnage circulé

Considérons le cas d'une charge par essieu constante. Si T est le tonnage circulé, la loi de Dormon donne l'expression suivante :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{0.2} \quad (7.2)$$

dans laquelle,

σ_1 et σ_2 sont les contraintes au niveau de la plate-forme correspondant respectivement aux tonnages T_1 et T_2 .

Pour étudier l'incidence du tonnage circulé, nous avons retenu, pour les lignes supportant des plus forts trafics (d'après le classement UIC, Fig. 7.1), les tonnages suivants :

- pour les lignes des groupes UIC 1 et 2, un tonnage journalier de 120 000 t,
- pour les lignes du groupe UIC 3, un tonnage journalier maximal de 85 000 t,
- pour les lignes du groupe UIC 4, un tonnage journalier maximal de 50 000 t.

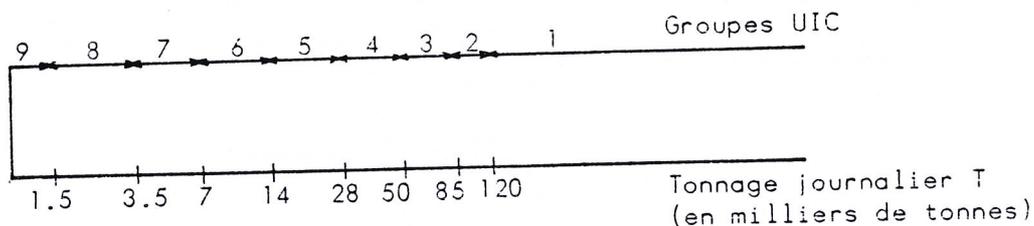


Fig. 7.1 - Tonnages correspondant aux divers groupes UIC

7.1.3 - Prise en compte du niveau d'entretien

Pour évaluer le volume des opérations d'entretien sur le nivellement de la voie, on emploie actuellement la notion de coefficient d'entretien d'assise k^* , (14). La valeur $k = 1$ correspondant à un niveau moyen d'entretien (pour une voie nouvelle), cas pour lequel l'épaisseur des couches d'assise est considérée comme minimale. Lorsque $k = 0.5$, le niveau d'entretien est estimé comme satisfaisant et l'épaisseur des couches d'assise correspondante est alors considérée comme normale. Dans la suite de notre analyse nous allons étudier ces deux cas précités, $k = 1$ et $k = 0.5$.

* Le coefficient d'entretien d'assise k d'un tronçon de voie est défini comme le rapport entre le nombre annuel I d'interventions sur le nivellement dudit tronçon et le nombre moyen annuel I_m d'interventions sur les voies de même âge (c'est-à-dire renouvelées au cours de la même année) et relevant de la même catégorie de trafic (nature, tonnage, vitesse)

$$k = \frac{I}{I_m}$$

Dans le cas d'une plate-forme de mauvaise qualité, k peut avoir des valeurs allant jusqu'à 10.

Dans des conditions des tonnages circulés et des charges d'essieu identiques, mais avec des coefficients d'entretien différentes, la loi de Dormon s'écrit

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^{0.2} \quad (7.3)$$

expression dans laquelle,

σ_1 et σ_2 sont les contraintes au niveau de la plate-forme correspondant respectivement aux coefficients d'entretien k_1 et k_2 .

7.2 - Proposition du dimensionnement rationnel des couches d'assise ferroviaires

7.2.1 - Cas des plates-formes argileuses

Dans le cas des plates-formes argileuses, le paramètre critique pour le calcul du dimensionnement des couches d'assise ferroviaires est la sollicitation dynamique au niveau de la plate-forme ; on est donc obligé de rechercher une compatibilité entre la portance du sol de la plate-forme et la sollicitation dynamique au niveau de celle-ci.

Dans le but d'établir des abaques de dimensionnement d'une utilité générale nous avons d'abord extrapolé les courbes de la Fig. 6.3 correspondant aux sollicitations pour les divers types de traverses en béton, et nous les avons présentées en fonction de la longueur ℓ de la traverse (Fig. 7.2).

Ensuite, nous choisissons comme cas de référence les épaisseurs adoptées actuellement pour les lignes équipées de traverses en bois, supportant un fort trafic (groupes UIC 1 et 2) et avec un niveau moyen d'entretien ($k = 1$). A partir des valeurs de ces épaisseurs nous calculons, à l'aide de la Fig. 7.3, les valeurs des contraintes dynamiques au niveau de la plate-forme figurant au tableau 7.1, page 92.

Pour déterminer les contraintes dynamiques pour tous les groupes UIC et les coefficients d'entretien envisagés nous utilisons les lois de Dormon énoncés ci-avant

$$\frac{\sigma'}{\sigma_{\text{ref}}} = \left(\frac{T_{\text{ref}}}{T'} \right)^{0.2}$$

$$\frac{\sigma''}{\sigma_{\text{ref}}} = \left(\frac{k''}{k_{\text{ref}}} \right)^{0.2}$$

Nous obtenons ainsi les diverses valeurs des contraintes dynamiques verticales figurant au tableau 7.2, page 92.

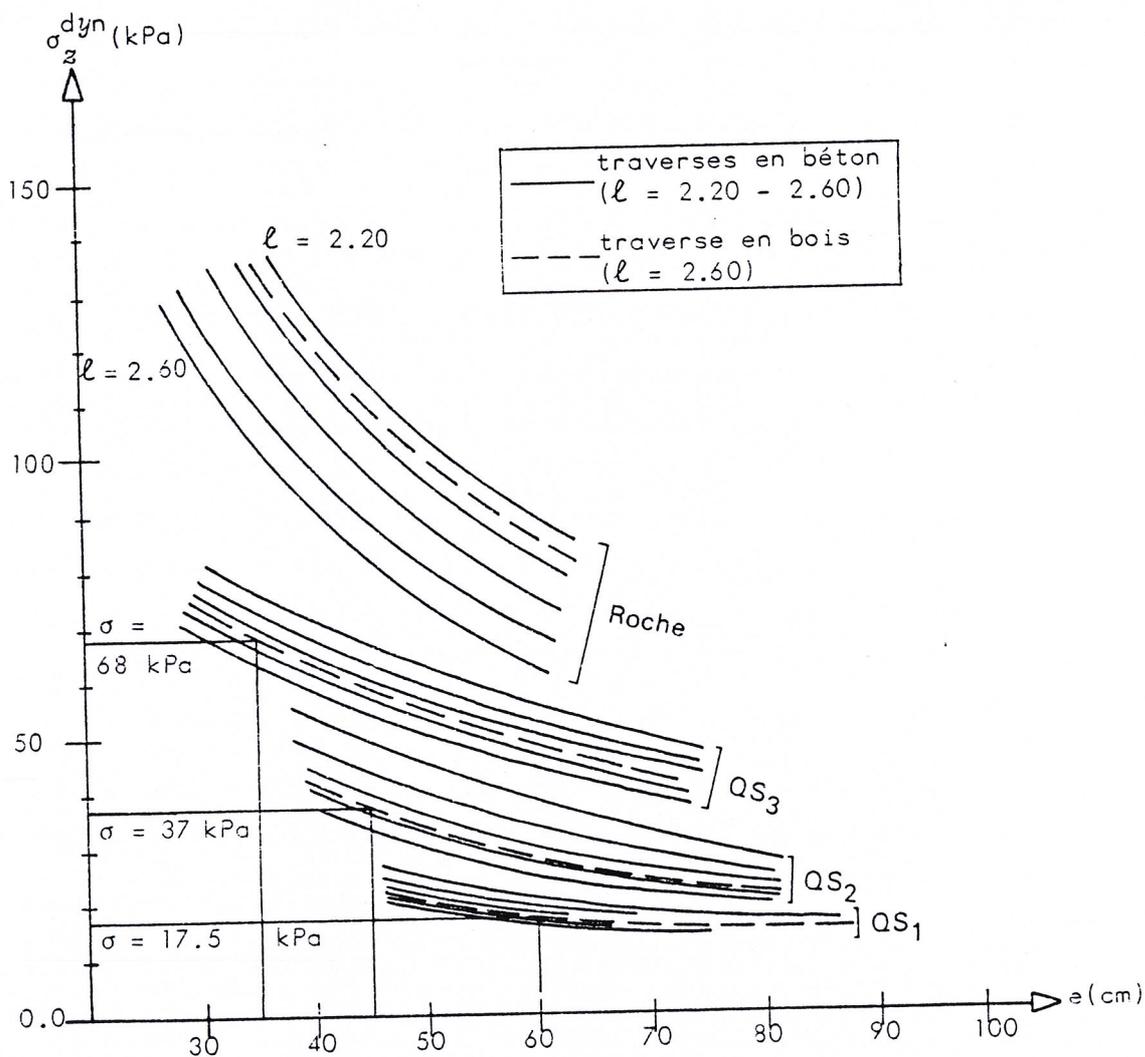


Fig. 7.3 - Contraintes dynamiqués verticales au niveau de la plate-forme pour le cas de référence : traverse en bois, $k = 1$, groupes UIC 1 et 2.

Type de plate-forme	Epaisseur e des couches d'assise (cm)	Contraintes dynamiques verticales au niveau de la plate-forme (kPa)
QS ₁	60	17.5
QS ₂	45	37.0
QS ₃	35	68.0

Tableau 7.1 - Contraintes dynamiques verticales au niveau de la plate-forme pour le cas de référence : traverse en bois, groupes UIC 1 et 2, coefficient d'entretien k = 1

Type de plate-forme	Coefficient d'entretien					
	k = 1			k = 0.5		
	Groupes UIC			Groupes UIC		
	1 et 2 T = 120 000 t par jour	3 T = 85 000 t par jour	4 T = 50 000 t par jour	1 et 2 T = 120 000 t par jour	3 T = 85 000 t par jour	4 T = 50 000 t par jour
QS ₁	17.5	18.7	20.8	15.2	16.3	18.1
QS ₂	37.0	39.6	44.1	32.2	34.5	38.4
QS ₃	68.0	72.8	81.0	59.2	63.4	70.5

Tableau 7.2 - Contraintes dynamiques verticales (en kPa) au niveau de la plate-forme en fonction du coefficient d'entretien et du tonnage circulé

Enfin, ces valeurs permettent, à l'aide de la Fig. 7.3, de calculer les épaisseurs nécessaires des couches d'assise pour les cas étudiés et de proposer ainsi le dimensionnement rationnel figurant au tableau 7.3 de la page suivante pour des voies ferrées sur des plates-formes argileuses.

7.2.2 - Cas des plates-formes rocheuses

Pour la recherche d'un dimensionnement rationnel des couches d'assise sur des plates-formes rocheuses il ne s'agit plus d'un problème de portance de sol, mais d'un problème de rigidité verticale de la voie.

Les terrassements rocheux ne permettent pas d'obtenir un fond d'excavation assez régulier, de sorte qu'il est nécessaire d'interposer entre ballast et roche une couche d'égalisation en grave. Par suite, l'épaisseur totale "ballast + couche d'égalisation" est pratiquement du même ordre de grandeur que l'épaisseur "ballast + sous-couche" mise en oeuvre sur plate-forme QS₃ (cf. tableau 7.3). La rigidité h qui en résulte (cf. Fig. 6.2) reste donc relativement élevée sur plate-forme rocheuse

$$h \approx 140 \text{ kN/mm}$$

Nous aboutissons donc pour le cas d'une plate-forme rocheuse à un dimensionnement identique à celui d'une plate-forme meuble de bonne qualité (de type QS₃).

7.2.3 - Dimensionnement rationnel

De l'étude des paragraphes précédents nous aboutissons à la proposition suivante pour le dimensionnement* rationnel des couches d'assise en fonction du groupe UIC de la ligne, du coefficient d'entretien k, du type de la plate-forme, du type et de la longueur de la traverse (Tableau 7.3, page suivante).

Ce dimensionnement a été calculé pour le cas d'une charge nominale de 20 t/essieu. Dans l'hypothèse où la charge par essieu serait différente, notre modèle et les abaques de dimensionnement permettraient, sans difficulté, de calculer les épaisseurs correspondantes.

* Lorsque le sol de la plate-forme est gelif, le dimensionnement des couches d'assise doit aussi tenir compte de la profondeur de gel inhérente à la région. Par ailleurs, pour les problèmes liés aux effets de gel on pourra se référer à (13), (14).

Groupe UIC de la ligne		Epaisseur minimale des couches d'assise (cm)						Epaisseur normale des couches d'assise (cm)								
		Coefficient d'entretien k = 1						Coefficient d'entretien k = 0.5								
Type de plate-forme		Bois ℓ = 2.60			Béton			Bois ℓ = 2.60			Béton					
		ℓ = 2.60	ℓ = 2.50	ℓ = 2.40	ℓ = 2.30	ℓ = 2.20	ℓ = 2.60	ℓ = 2.50	ℓ = 2.40	ℓ = 2.30	ℓ = 2.20	ℓ = 2.60	ℓ = 2.50	ℓ = 2.40	ℓ = 2.30	ℓ = 2.20
1 et 2	QS ₁	60	57	59	62	62	66	70	75	75	75	66	70	75	75	75
	QS ₂	45	40	43	48	48	52	51	57	57	57	52	51	57	57	57
	QS ₃ et roche	35	31	33	37	37	46	40	47	47	47	46	43	47	47	47
3	QS ₁	54	51	53	57	57	62	61	66	66	66	62	61	66	66	66
	QS ₂	41	37	40	45	45	48	46	52	52	52	48	46	52	52	52
	QS ₃ et roche	29	24	26	29	29	39	36	40	43	43	39	36	40	43	43
4	QS ₁	51	47	50	55	55	58	58	63	63	63	58	58	63	63	63
	QS ₂	39	35	38	42	42	46	44	50	50	50	46	44	50	50	50
	QS ₃ et roche	24	21	23	25	25	33	26	31	31	31	33	26	31	31	31

Tableau 7.3 - Dimensionnement rationnel de l'épaisseur e (en cm) des couches d'assise en fonction du groupe UIC de la ligne, du coefficient d'entretien k, du type de la plate-forme, du type et de la longueur de la traverse (cas d'une charge de 20 t par essieu).

7.2.4 - Comparaison entre les résultats du dimensionnement rationnel de notre étude et les règles actuellement en vigueur

Sur la ligne à grande vitesse Paris-Sud-Est, la SNCF a posé des traverses bibloc U41 (d'une longueur de 2.415 m). Les épaisseurs des couches d'assise mises en oeuvre selon la qualité du sol de la plate-forme se situent comme suit par rapport aux valeurs proposées dans notre étude.

Type de plate-forme	Epaisseur des couches d'assise (cm)	
	adoptée sur la ligne TGV Paris-Sud-Est	calculée dans la présente étude pour les lignes à fort trafic
QS ₁	85 cm	74 cm
QS ₂	65 cm	56 cm
QS ₃ et roche	50 cm	46 cm

Tableau 8.3 - Tableau comparatif entre les valeurs proposées dans la présente étude du dimensionnement rationnel et les valeurs adoptées sur la ligne TGV Paris-Sud-Est

Le dimensionnement rationnel proposé dans la présente étude conduit donc à des épaisseurs de couches d'assise moins importantes et par conséquent à des économies sensibles des quantités des granulats à mettre en oeuvre.

Ces différences s'expliquent du fait que les épaisseurs adoptées sur la ligne TGV avaient été calculées par des méthodes qui ne permettaient pas d'épuiser les réserves de résistance des divers matériaux et ont entraîné, pour des raisons de sécurité, des épaisseurs plus grandes que celles de notre analyse.

8 - INFLUENCE DE LA GRAVE TRAITÉE AU CIMENT ET HYPOTHÉTIQUEMENT DU TEXSOL SUR LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DE LA VOIE FERRE

8.1 - Généralités sur la grave-ciment et sur le texsol

Lorsqu'une grave présente des caractéristiques géotechniques insuffisantes pour être employée telle quelle, un traitement au ciment permet d'améliorer ses propriétés intrinsèques et de la rendre ainsi performante.

Les recherches effectuées par le LCPC sur la grave-ciment ont permis d'élucider le comportement mécanique et les propriétés rhéologiques de ce matériau traité. Les figures 8.1 et 8.2 donnent l'évolution de la résistance à la traction, du module d'élasticité et de la résistance en compression d'une grave-ciment en fonction de son âge, (6), (7).

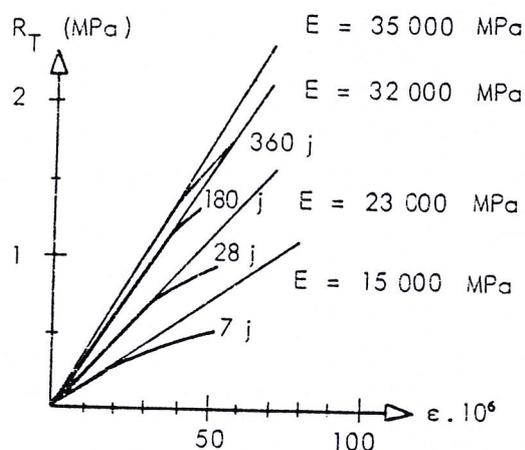


Fig. 8.1 - Evolution de la résistance à la traction et du module d'élasticité d'une grave-ciment en fonction de son âge, (6)

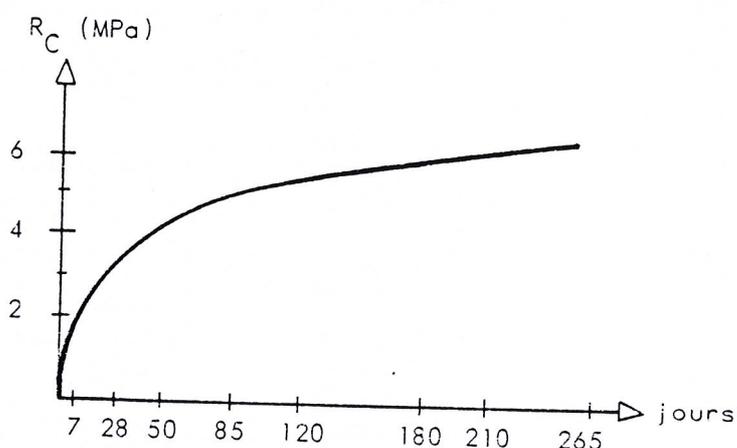


Fig. 8.2 - Evolution de la résistance en compression d'une grave-ciment en fonction de son âge, (7)

A une année d'âge, la grave-ciment présente un module d'élasticité de l'ordre de 35 000 MPa, une résistance à la traction de l'ordre de 1.5 MPa et une résistance en compression de l'ordre de 7 MPa.

Dans le domaine ferroviaire, la grave-ciment est employée pour créer des "zones de transition" entre la dalle d'un pont-rail et la plate-forme.

Quant au texsol il s'agit d'un matériau composite mis au point récemment, constitué de sable ou micrograve et de fibres textiles. Le texsol présente une cohésion très importante (pouvant atteindre parfois 400 kPa) par rapport à celle d'un sable courant.

Actuellement, la SNCF effectue des essais afin d'étudier le comportement mécanique du texsol mis en sous-couche sur un sol-support de mauvaise qualité.

8.2 - Etude à l'aide de notre modèle mathématique de l'influence de la grave traitée au ciment et du texsol sur le comportement de la voie ferrée

Pour permettre une analyse théorique des essais précités, nous avons obtenu, en appliquant notre modèle, certains résultats préliminaires sur les valeurs des contraintes et des déformations dues à l'utilisation de la grave-ciment et hypothétiquement de texsol.

Pour une plate-forme de mauvaise qualité (de type QS_1), conformément aux essais effectués, la mise en oeuvre d'une grave-ciment entraînerait par rapport à une sous-couche constituée de grave non traitée (de même épaisseur) une diminution des déformations de l'ordre de 45 % et réciproquement une augmentation de la rigidité verticale de la voie de l'ordre de 45 %, sans diminuer de façon sensible la contrainte verticale au niveau de la plate-forme.

De plus, la diminution des déformations est encore plus importante, si l'on tient compte de la diminution de la teneur en eau du sol d'une plate-forme protégée des eaux zénithales par une sous-couche traitée.

Ces résultats expliquent bien l'utilisation de la grave-ciment aux abords des ponts-rails pour éviter des changements abrupts de la rigidité verticale de la voie.

Quant à la mise en oeuvre du texsol, toujours dans le cas d'une plate-forme de mauvaise qualité, elle n'entraînerait qu'une faible diminution des déformations et réciproquement une faible augmentation de la rigidité verticale de la voie (de l'ordre de 10 %), la contrainte verticale au niveau de la plate-forme restant presque la même.

9 - CONCLUSIONS ET REMARQUES RECAPITULATIVES

Afin de calculer et de proposer le dimensionnement rationnel des couches d'assise ferroviaires, nous avons étudié successivement dans les paragraphes précédents, à l'aide de notre modèle mathématique, l'influence sur le comportement de la voie ferrée des paramètres suivants :

- type et longueur de la traverse (traverses en béton, du type monobloc ou bibloc, traverses en bois),
- qualité du sol de la plate-forme (QS_1 , QS_2 , QS_3 et roche),
- épaisseur totale e des couches d'assise ($e = \text{"ballast + sous-couche"}$),
- surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie,
- tonnage correspondant aux lignes classées à des groupes UIC 1 à 4,
- niveau d'entretien de la voie (coefficient k).

L'étude de l'ensemble de ces divers paramètres nous a permis d'établir d'abord des abaques, puis de proposer le dimensionnement rationnel des couches d'assise.

L'analyse des résultats des calculs correspondant aux études précitées, a permis de déduire les conclusions suivantes :

- la qualité du sol de la plate-forme a sur tous les aspects du comportement mécanique de la voie ferrée une influence prépondérante par rapport aux autres paramètres étudiés,
- l'épaisseur des couches d'assise a également une influence importante et d'autant plus que la qualité du sol de la plate-forme est moins bonne,
- les valeurs des déformations varient peu en fonction du type et de la longueur des traverses en béton ; par contre l'influence de ces deux paramètres sur les valeurs des contraintes est importante,
- la rigidité verticale de la voie dépend essentiellement de la qualité du sol de la plate-forme, l'influence du type et de la longueur de la traverse étant secondaire,
- la charge d'essieu P appliquée au droit d'une traverse, se transmet comme suit :
 - . $0.4 P$ à la traverse sous charge,
 - . $0.23 P$ à chacune des premières traverses adjacentes,
 - . $0.07 P$ à chacune des deuxièmes traverses adjacentes.
- la prise en compte des effets des surcharges dynamiques dues aux défauts géométriques de la voie ne change que les valeurs numériques des niveaux de sollicitation, la position des courbes de comportement mécanique restant invariable l'une par rapport à l'autre ; toutefois, ce processus est indispensable pour connaître la vraie sollicitation de la voie,
- la prise en compte du tonnage circulé et du niveau d'entretien peut être effectuée, d'une manière satisfaisante, à l'aide de la loi de Dormon.

Le dimensionnement rationnel, auquel nous aboutissons dans le cadre de notre étude, conduit à des économies des matériaux (de l'ordre de 10 % à 15 %) par rapport aux règles actuellement en vigueur à la SNCF.

10 - REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 - Alias J., "La voie ferrée", Eyrolles, 1977.
- 2 - C.F.F. (Chemins de Fer Suisses), "Infrastructures des nouvelles voies : Exigences au profil type et dimensionnement de la couche de fondation", Bern.
- 3 - Chauvin J., Cimpelli Ch. Paute J., "Résistance en traction et déformabilité des graves-ciment", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., n° 94, Mars-Avril 1978.
- 4 - D.B. (Chemin de Fer Allemands), "Herstellung von Planumsschutzschichten aus Korngemischen", Munich.
- 5 - Journées Rail et Recherches, Paris, 1-3 Décembre 1982. Notamment "Table ronde n° 3" sur le Génie Civil et "Table ronde n° 4" sur la mécanique et les nouveaux matériaux.
- 6 - Nguyen D.C., "Les graves traitées au ciment", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., n° 94, Mars-Avril 1978.
- 7 - Orlandi D., "Mantenimiento Cero", Simposio sobre tecnicas avanzadas en proyecto, construccion y conservacion de via", Madrid, Novembre 1981.
- 8 - ORE, D 71, "Sollicitations de la voie, du ballast et de la plate-forme sous l'action des charges roulantes", Rapports 9 et 10, Utrecht.
- 9 - ORE, D 117, "Adaptation optimale de la voie au trafic de l'avenir", Rapports 27 et 28, Utrecht, 1983.

- 10 - Profillidis V., "Les structures d'assise de la voie ferrée, mémoire de DEA, ENPC, 1981.
- 11 - Prud'homme A., "La voie", R.G.C.F., Janvier 1970.
- 12 - Prud'homme A., "Les problèmes que pose pour la voie la circulation des rames à grande vitesse",
- 13 - Sauvage R., Richez G., "Les couches d'assise de la voie ferrée", R.G.C.F., Décembre 1978.
- 14 - U.I.C., Fiche 719, "Ouvrages en terre et couches d'assise ferroviaires", 1980.
- 15 - Venzel H., "Théorie des probabilités", Mir, Moscou, 1973.

CHAPITRE 3

COMPORTEMENT A LA FATIGUE

DES MATERIAUX CONSTITUTIFS DES COUCHES D'ASSISE

ET DE LA PLATE-FORME FERROVIAIRES

1 - CONSIDERATIONS SUR LE PROBLEME DE LA FATIGUE

1.1 - Définition de la fatigue

La fatigue est un phénomène complexe dont il est difficile de trouver une définition. D'une façon simple, la fatigue est le phénomène de perte de résistance d'un matériau soumis à une charge répétée. D'une manière plus rigoureuse, la fatigue est un processus de dégradation structurelle et progressive apparaissant dans un matériau lorsqu'il est soumis à des contraintes ou des déformations répétées, qui peuvent, après un certain nombre d'applications, engendrer des défauts et provoquer éventuellement la rupture.

Une rupture est dite de fatigue lorsqu'elle intervient après un nombre très élevé d'applications de la charge, la contrainte n'atteignant pas de fortes valeurs. Dans le cas contraire (donc pour de faibles valeurs de cycles de chargement ou pour de fortes valeurs de la contrainte) le phénomène porte le nom de fatigue oligocyclique et sa nature est probablement différente.

Dans la suite, nous allons d'abord exposer très brièvement la façon dont se manifeste le phénomène de la fatigue pour les métaux ; ceci nous permettra de mettre en évidence que la fatigue des rails et la fatigue des couches d'assise et de la plate-forme sont deux phénomènes qui se manifestent d'une façon différente.

1.2 - Comportement à la fatigue des métaux

Nous considérons une éprouvette métallique soumise à des cycles de sollicitations répétées que nous poursuivons jusqu'à la rupture. Des recherches expérimentales ont mis en évidence les constatations suivantes, (2) :

- la rupture se produit brutalement sans déformation macroscopique préalable ;
- à une valeur σ de la contrainte appliquée correspond statistiquement un nombre N de cycles de chargement entraînant la rupture (durée de vie) ;
- si σ est inférieure à une valeur limite σ_0 , appelée limite de fatigue ou limite d'endurance, N est théoriquement infini.

L'étude théorique du mécanisme qui produit la fatigue des métaux est basée sur les théories de la métallurgie physique. En effet, tout échantillon de métal présente des dislocations correspondant à divers défauts de ses cristaux, (5). Si le niveau de la contrainte appliquée est suffisamment faible, il n'y a pas de propagation des dislocations. Mais lorsqu'un certain niveau de contrainte est dépassé, les dislocations se propagent, s'étendent, se rejoignent et peuvent éventuellement provoquer une rupture statique brusque par décohésion.

L'étude du comportement à la fatigue des métaux pose deux problèmes principaux :

- établir une courbe (dite courbe de Wöhler) permettant de constater au-delà de quel niveau de la contrainte le matériau est sensible à la fatigue ;
- estimer les réserves de résistance d'un matériau, lorsque celui-ci est sollicité par un nombre de cycles de chargement supérieur à celui qui fait apparaître la fatigue mais inférieur à celui provoquant la rupture : on utilise, le plus souvent, la règle de Miner.

Courbe de Wöhler* (Fig. 1.1)

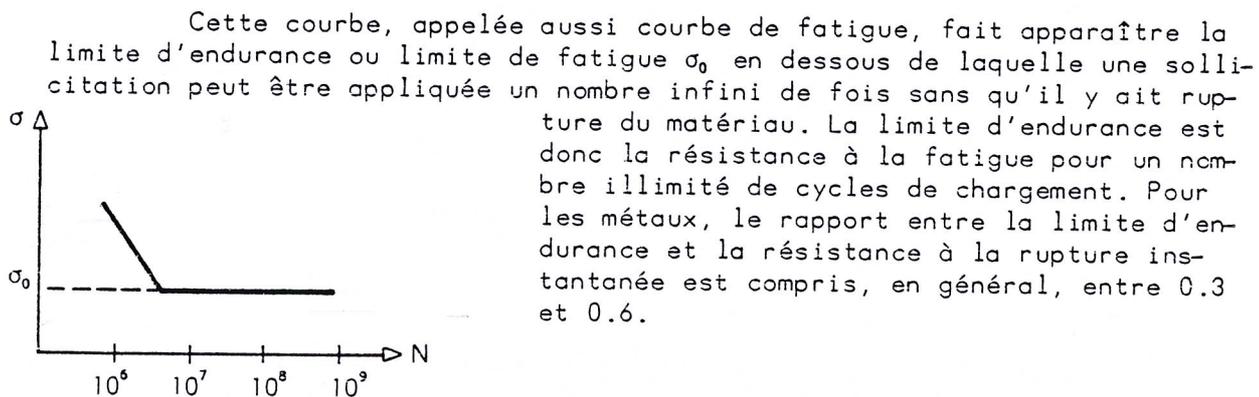


Fig. 1.1 - Courbe de Wöhler

Règle de Miner

Dans l'exemple de l'éprouvette métallique soumise à des cycles de chargement, nous augmentons la sollicitation jusqu'à la limite d'endurance σ_0 , au-delà de laquelle le matériau devient sensible à la fatigue. Nous poursuivons le chargement en appliquant une contrainte $\sigma_1 > \sigma_0$, pour laquelle correspond une durée de vie N_1 , et nous effectuons un nombre de cycles de chargement $n_1 < N_1$. Nous répétons ensuite l'expérimentation, pour une contrainte $\sigma_2 > \sigma_0$, pour laquelle correspond une durée de vie N_2 . Nous voulons connaître le nombre n_2 de cycles de chargement qui conduit à la rupture.

La règle de Miner donne une réponse approchée à cette question par la formule suivante :

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \quad (1.1)$$

* Wöhler, ingénieur des Chemins de Fer Bavarois, formula les lois fondamentales de la fatigue des métaux vers 1850, à partir des recherches qu'il avait effectuées sur les rails.

La règle de Miner fait implicitement l'hypothèse d'une superposition linéaire pour les effets cumulatifs des cycles de chargement, dont les niveaux des contraintes sont différents. Malgré certains résultats qui montrent que cette règle n'est pas très exacte, elle est appliquée fréquemment pour l'étude du comportement à la fatigue des métaux, en raison de sa simplicité, (1).

1.3 - Comportement à la fatigue * des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme

Il a été observé, qu'après un certain nombre de cycles de chargement les matériaux constitutifs des couches d'assise et la plate-forme subissent une perte de résistance mécanique, sans que toutefois les caractéristiques du phénomène soient aussi nettes que pour les métaux. En particulier, il est très rare de voir apparaître une limite d'endurance sur la courbe de Wöhler. Le phénomène de la fatigue se manifeste pour ces matériaux surtout par une accélération brutale de la déformation permanente.

Par ailleurs, comme les couches d'assise et les sols ont un comportement non-linéaire, la règle de Miner, impliquant l'hypothèse d'une superposition linéaire des effets cumulatifs, ne peut donc pas être utilisée.

En conséquence, l'étude du comportement à la fatigue des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme se ramène à :

- chercher une expression pour la déformation permanente au N-ème cycle de chargement,
- déterminer les variations des caractéristiques mécaniques (notamment du module d'élasticité) au cours des chargements répétés.

Dans la suite, nous allons considérer les trois catégories des matériaux suivantes :

- . sols fins
- . graves
- . ballast

* Certains chercheurs préfèrent employer la notion de chargements répétés pour décrire le phénomène de la fatigue. Dans notre étude, le terme fatigue sera utilisé pour désigner une augmentation excessive des déformations permanentes, apparaissant après un nombre important de cycles de chargement et pouvant entraîner la rupture du matériau.

2 - ANALYSE DES RESULTATS DES ESSAIS RELATIFS AU COMPORTEMENT A LA FATIGUE DES MATERIAUX PULVERULENTS ET GRANULAIRES

2.1 - Comportement à la fatigue des sols fins

2.1.1 - Généralités

Les essais effectués sur le comportement de certaines plates-formes argileuses ont mis en évidence, pour certains sols, une limite d'endurance σ_0 , telle que si $\sigma > \sigma_0$ une accélération brutale des déformations permanentes apparaît. Par contre, ce phénomène n'a pas été observé pour d'autres sols, notamment pour ceux ayant une forte teneur en limon et sable (R.G.C.F., Mai 1973).

D'autres essais triaxiaux effectués pour les sols fins, (2), ont montré l'importance du paramètre R, défini comme le rapport entre la valeur du déviateur appliqué et la valeur du déviateur qui provoque la rupture au premier cycle,

$$R = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{lim}}} \quad (2.1)$$

L'étude des essais présentés aux fig. 2.1 et 2.2, (2), met en évidence une valeur critique R_c de l'ordre de 0.9 et nous permet de distinguer deux cas de comportement possibles :

- dans le premier cas ($R < R_c$), la déformation de l'échantillon a tendance à se stabiliser ;
- dans le second cas ($R > R_c$), la déformation s'accroît rapidement et provoque finalement la rupture.

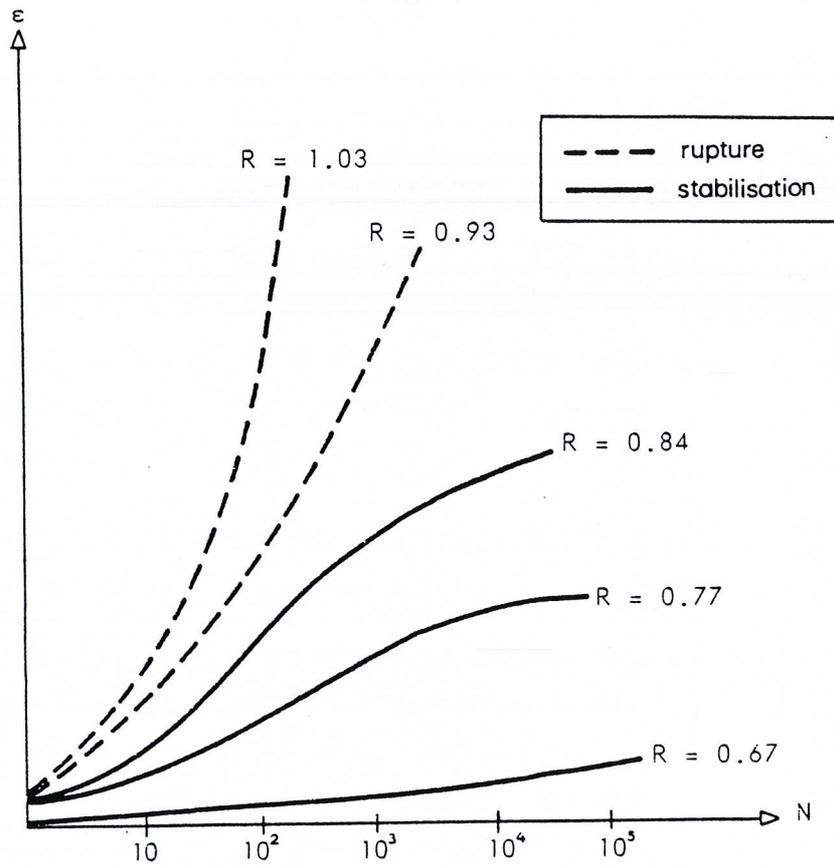


Fig. 2.1 - Evolution de la déformation permanente en fonction du paramètre R pour différents sols soumis à des essais triaxiaux de chargements répétés.

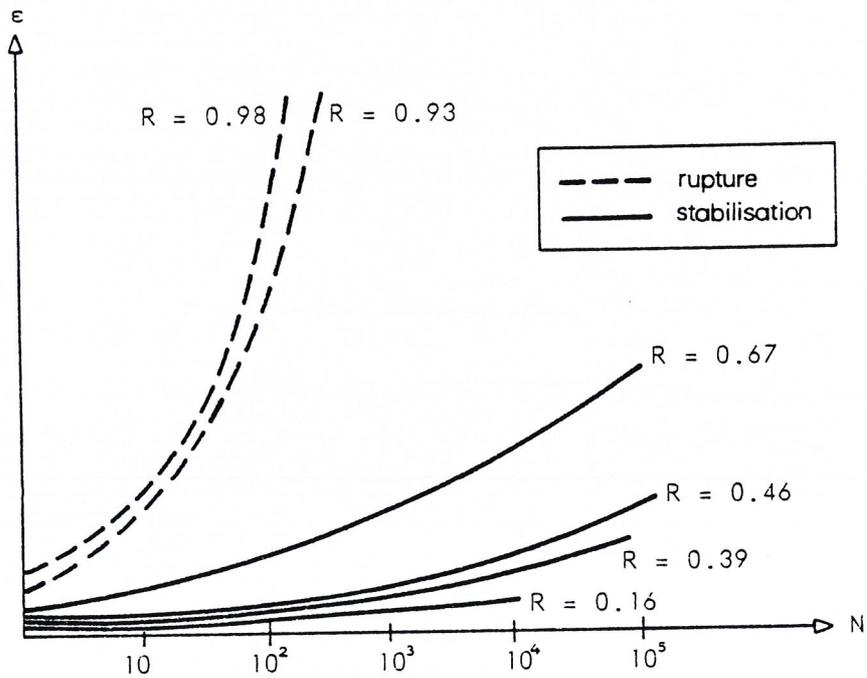


Fig. 2.2 - Evolution de la déformation permanente d'un limon en fonction du paramètre R .

2.1.2 - Expression de la déformation permanente

Tirant et Sarda (1965) ont proposé pour la déformation permanente des sols la formule suivante :

$$\varepsilon_p^N = a + b \log N + cN^\alpha + dN^\beta + \dots \quad (2.2)$$

avec

$$\alpha < \beta < \dots$$

Ils ont également montré que lorsque la contrainte appliquée est telle que la rupture n'intervient pas ($\sigma < \sigma_0$), le terme $\log N$ est le plus important dans la relation (2.2), puis dans l'ordre les termes N^α , N^β . Par contre, lorsque $\sigma > \sigma_0$, l'ordre d'influence de ces termes est inversée, le terme $\log N$ étant alors négligeable.

Monosmith et al (1975) ont proposé une autre formule, donnant l'expression de la déformation permanente en fonction du nombre de cycles de chargement et du déviateur appliqué

$$\varepsilon_p^N = A.N^b \quad (2.3)$$

A et b étant des coefficients déterminés par la méthode des moindres carrés à partir des résultats expérimentaux.

La formule (2.3) de Monosmith peut être considérée comme un cas spécial de la formule (2.2) de Tirant et Sarda.

2.1.3 - Variations du module d'élasticité

Il a été constaté que la déformation élastique des sols fins diminuait d'abord avec la répétition des chargements, pour atteindre, plus ou moins rapidement, un palier après 10^3 à 10^5 cycles de sollicitations, (16).

Par ailleurs, la valeur du module d'élasticité dépend de la valeur du déviateur appliqué. Cette relation entre E_n et $(\sigma_1 - \sigma_3)$ est mise en évidence dans la fig. 2.3 de la page suivante.

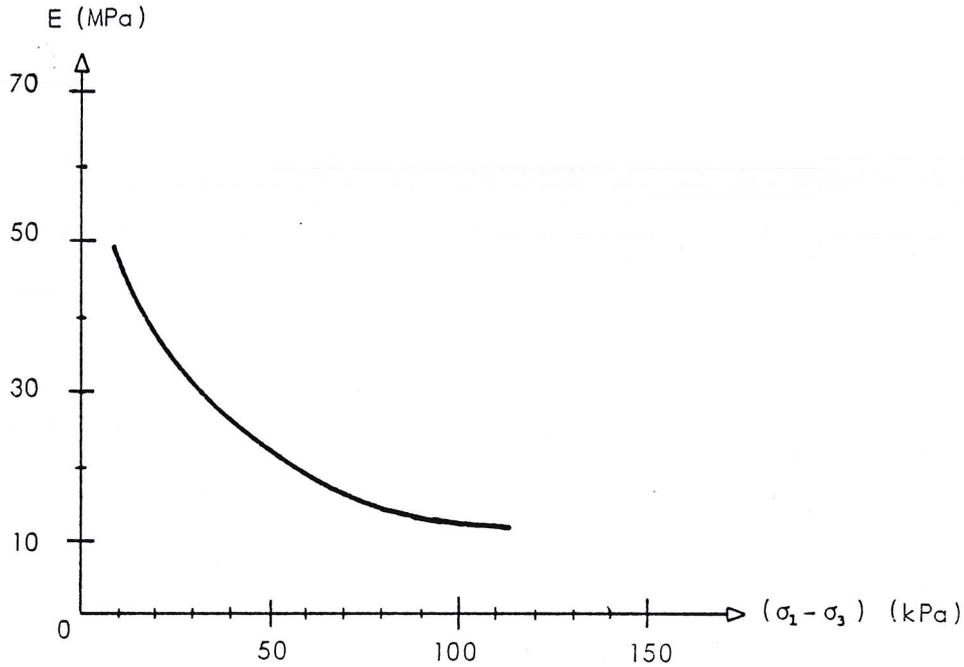


Fig. 2.3 - Influence du déviateur des contraintes sur la valeur du module d'élasticité d'un sol argileux.

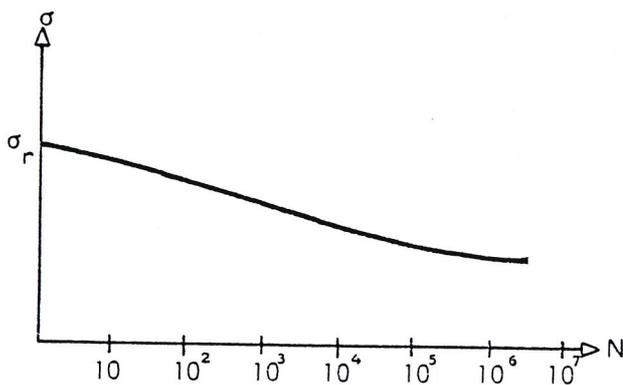
2.2 - Comportement à la fatigue des graves

2.2.1 - Généralités

Il a été constaté que la déformation permanente des graves est généralement proportionnelle au logarithme du nombre d'applications de la charge. Ceci permet pratiquement d'affirmer que la déformation permanente d'une couche souple, observée pendant une année, ne représente que la moitié de celle qui sera observée à la fin de la dixième année, pour les mêmes conditions de trafic, (14).

La proportion des fines et le degré de saturation ont également une influence sur les valeurs des déformations permanentes.

En ce qui concerne le comportement à la fatigue des graves traitées au ciment, il a été mis en évidence une certaine contrainte-seuil au-delà de laquelle la rupture du matériau se produit brutalement.



Après 10^6 cycles de chargement, la valeur de la contrainte admissible pour éviter la rupture est comprise entre 0.5 et 0.6 de la valeur de la contrainte σ_r qui provoque la rupture au premier cycle de chargement (Fig. 2.4), (10).

Fig. 2.4 - Courbe de fatigue ($\sigma - N$) pour une grave traitée au ciment

2.2.2 - Expression de la déformation permanente

Descornet (1977) a proposé pour la déformation totale (réversible + permanente) l'expression suivante, (5)

$$\epsilon_{\text{tot}}^N = \epsilon_{\text{tot}}^1 \cdot N^\alpha \quad (2.4)$$

avec

$$\alpha = S \frac{\epsilon_{el}}{\sigma_3} \quad (2.5)$$

S : un paramètre appelé la susceptibilité à la déformation permanente

ϵ_{el} : la déformation élastique

σ_3 : la contrainte ambiante

2.2.3 - Variations du module d'élasticité

Il a été constaté qu'entre 100 et 50 000 cycles de chargement on n'observe pas de variations sensibles du module d'élasticité des graves, (11).

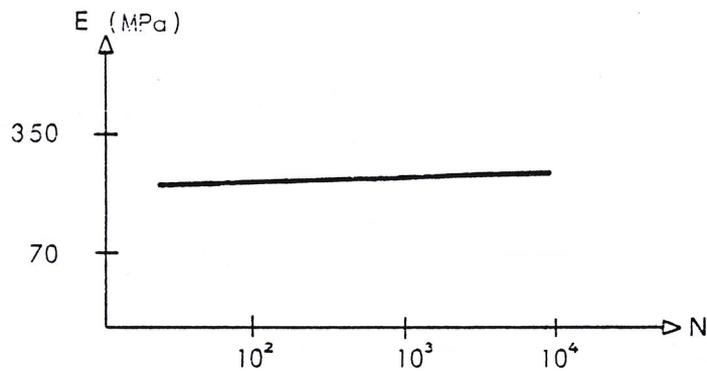


Fig. 2.5 - Influence du nombre de cycles de chargement sur le module d'élasticité de la grave, (11)

2.3 - Comportement à la fatigue du ballast

2.3.1 - Généralités

Des essais triaxiaux effectués jusqu'à 10^5 cycles de chargement ont montré (ORE D 71 et D 117) que la première application de la charge occasionne une déformation permanente très importante du ballast. Etant donné la granulométrie spécifique de ce matériau, nous considérons comme raison principale de cette très grande déformation au premier cycle le réarrangement des pierres du ballast afin d'aboutir à un état de quasi-stabilisation. Les effets de dilatance doivent influencer également.

Après la première application de la charge, le taux de déformation permanente du ballast diminue considérablement, lorsque le nombre de cycles de chargement augmente.

2.3.2 - Expression de la déformation permanente

Les essais ont montré que la déformation permanente au N-ème cycle peut être exprimée, en fonction de la déformation permanente au premier cycle, par l'équation suivante (ORE D 117, RP 5)

$$\epsilon_p^N = \epsilon_p^1 (1 + 0.2 \log N) \quad (2.7)$$

Cette relation montre que pour obtenir une déformation permanente deux fois plus grande que celle provoquée lors du premier cycle, il faudrait effectuer 100 000 cycles de chargement.

Des essais effectués par les Chemins de Fer Britanniques dans des conditions de contraintes contrôlées, ont permis de déterminer l'expression suivante pour la déformation permanente du ballast en fonction du déviateur appliqué

$$\epsilon_p^N = 0.082 (100 n - 38.2) (\sigma_1 - \sigma_3)^\alpha (1 + 0.2 \log N) \quad (2.8)$$

avec

n : porosité du ballast

α : coefficient qui dépend du niveau de la contrainte appliquée ; il est compris entre 1 et 2 pour les contraintes faibles mais peut atteindre des valeurs jusqu'à 3 pour les contraintes élevées.

2.3.3 - Variations du module d'élasticité

L'élasticité du ballast diminue progressivement et devient quasiment constante après 1000 cycles de chargements (Fig. 2.6, ORE D 117 RP 5)

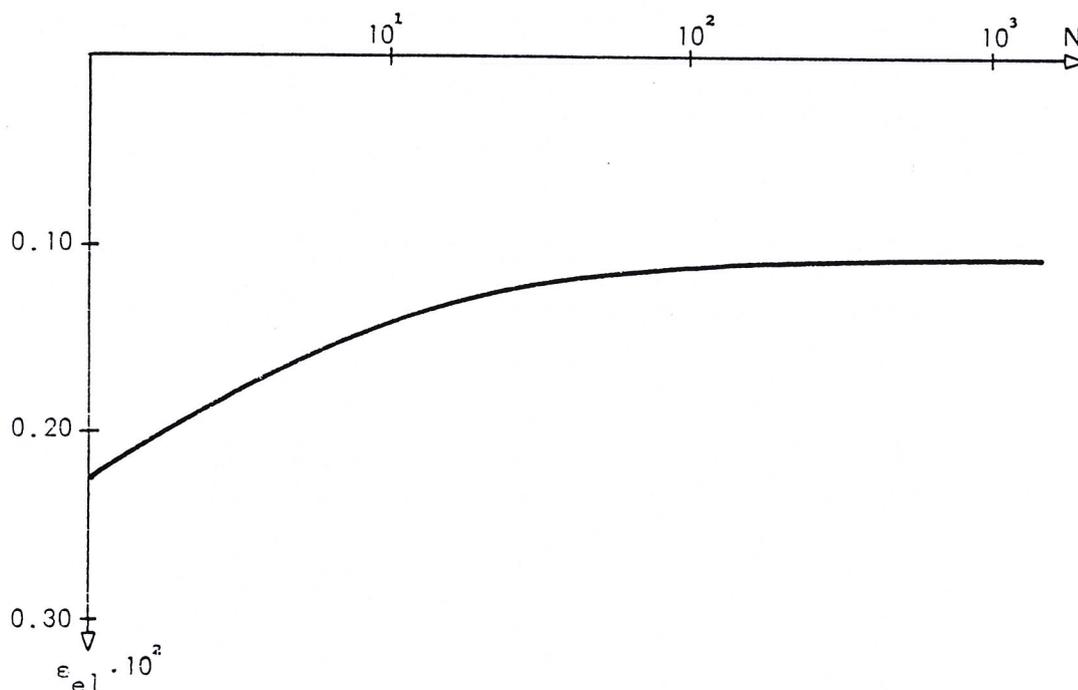


Fig. 2.6 - Evolution de la déformation élastique du ballast en fonction du nombre de cycles de chargement

La courbe de la Fig. 2.6 indique que le module d'élasticité au millièmè cycle est pratiquement le double du module d'élasticité au premier cycle, $E_{1000} = 2 E_1$. Cette évolution du module résulte de la réduction du glissement entre les pierres de l'échantillon. De plus, il a été constaté que le module d'élasticité tend à augmenter avec l'accroissement de la contrainte ambiante σ_3 .

En conclusion, le ballast est un matériau peu sensible à la fatigue, ce qui est une qualité importante pour ses rôles.

2.4 - Simulation des résultats des recherches expérimentales à l'aide des lois probabilistes

Nous avons pu simuler, à l'aide des lois probabilistes, les résultats obtenus expérimentalement pour le ballast et les sols fins.

Variation du module d'élasticité du ballast en fonction du nombre de cycles de chargement

Nous avons pu établir une loi du type

$$E_N = - \frac{\alpha}{N} + \beta \quad (2.9)$$

avec N : le nombre de cycles de chargement

α , β : coefficients à déterminer

qui peut simuler les résultats expérimentaux de la Fig. 2.6. En employant une méthode de régression linéaire* nous avons obtenu, pour $3 < N < 100$, les valeurs suivantes pour α et β (exprimées aux mêmes unités que E_N).

$$\alpha = 392.114 \quad (2.10)$$

$$\beta = 327.091$$

et un coefficient de corrélation

$$\rho = - 0.97$$

La Fig. 2.7 de la page suivante permet de comparer les résultats obtenus expérimentalement avec ceux donnés par la formule

$$E_N \text{ (MPa)} = - \frac{392.114}{N} + 327.091 \quad , \quad 3 < N < 100$$

Nous déduisons donc que la loi (2.9) convient bien pour décrire l'évolution du module d'élasticité du ballast en fonction du nombre de cycles de chargement.

* Méthode statistique qui consiste à représenter, à partir des résultats expérimentaux, la relation entre deux variables.

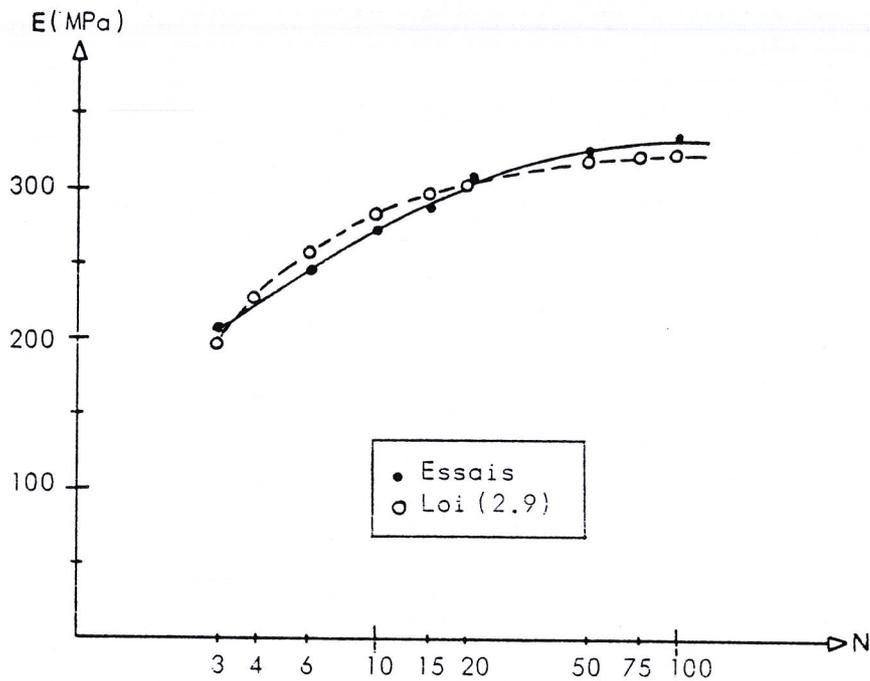


Fig. 2.7 - Simulation des résultats expérimentaux de la Fig. 2.6 (cas du ballast) par la loi (2.9)

Variation du module d'élasticité des sols fins en fonction du déviateur appliqué

Nous avons pu établir une loi du type

$$E = e^{\delta - \gamma \ln \sigma} \quad (2.11)$$

avec σ : valeur du déviateur appliqué

γ, δ : coefficients à déterminer

qui peut simuler d'une manière satisfaisante les résultats expérimentaux de la Fig. 2.3.

La méthode de régression linéaire donne pour les coefficients δ et γ les valeurs suivantes :

$$\delta = 5.112 \quad (2.12)$$

$$\gamma = 0.445$$

ainsi qu'un coefficient de corrélation

$$\rho = 0.94$$

La Fig. 2.8 ci-après permet de comparer les résultats obtenus expérimentalement avec ceux donnés par la formule

$$E \text{ (MPa)} = \frac{1}{10} \cdot e^{5.112 - 0.445 \ln \sigma} \quad , \quad 10 \text{ kPa} < \sigma < 70 \text{ kPa}$$

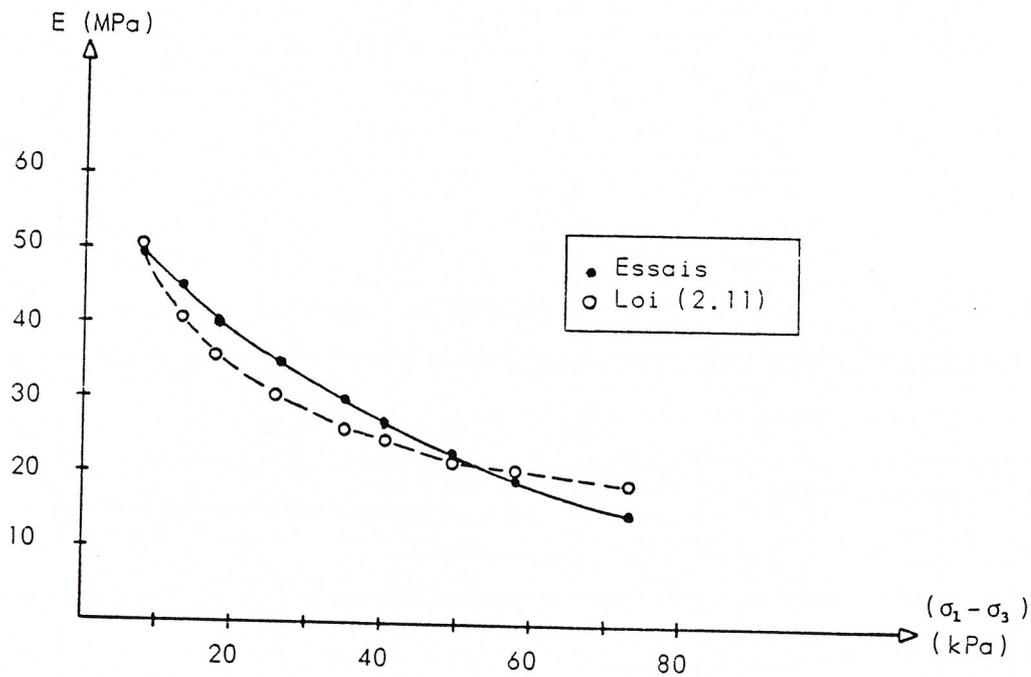


Fig. 2.8 - Simulation des résultats expérimentaux de la Fig. 2.3 (cas des sols fins) par la loi (2.11)

2.5 - Conclusions sur les recherches expérimentales relatives au comportement à la fatigue des matériaux pulvérulents et granulaires

Les recherches expérimentales exposées ci-avant peuvent être résumées par les conclusions suivantes :

- l'évolution de la déformation permanente dépend, d'une part, d'un terme logarithmique fonction du nombre N de cycles de chargement ($\log N$), d'autre part, d'un terme exponentiel en N (N^α). Lorsque le terme N^α est négligeable, il s'agit d'un matériau peu sensible à la fatigue (cas du ballast). Par contre, lorsque le terme N^α est prépondérant, la rupture du matériau par accumulation des déformations permanentes peut éventuellement avoir lieu (cas des certaines plates-formes argileuses de mauvaise qualité),
- le module d'élasticité des matériaux varie surtout au cours des premiers cycles de chargement (de l'ordre de 1000 environ) ; au-delà de ce seuil, les variations sont faibles et peu sensibles,
- pour certains matériaux granulaires et pulvérulents, une certaine contrainte-seuil a été mise en évidence. Par contre, pour d'autres matériaux cette notion de contrainte-seuil n'apparaît pas, car la contrainte appliquée reste assez faible (voire presque constante) au cours de cycles de chargement et la fatigue se manifeste par une accumulation des déformations permanentes.

Cependant, le grand inconvénient de la plupart de ces essais repose sur le fait qu'ils ont été effectués en laboratoire dans des conditions soit de contraintes contrôlées soit de déformations contrôlées. De ce fait, ils ne fournissent que certaines indications sur le comportement in situ des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme, lorsqu'ils sont soumis aux chargements ferroviaires, (6).

3 - MODELISATION MATHEMATIQUE DU COMPORTEMENT A LA FATIGUE DES COUCHES D'ASSISE ET DE LA PLATE-FORME FERROVIAIRES

3.1 - Hypothèses du modèle

L'étude des résultats expérimentaux exposés aux paragraphes précédents nous a permis d'établir un modèle mathématique pour l'étude du comportement à la fatigue des couches d'assise et de la plate-forme ferroviaires.

Le nombre N de cycles de chargement sera utilisé comme variable décrivant les chargements répétés. La Fig. 3.1 schématise la forme des déformations qui résultent des chargements ferroviaires (application de force relativement courte, forme transitoire de chargement)

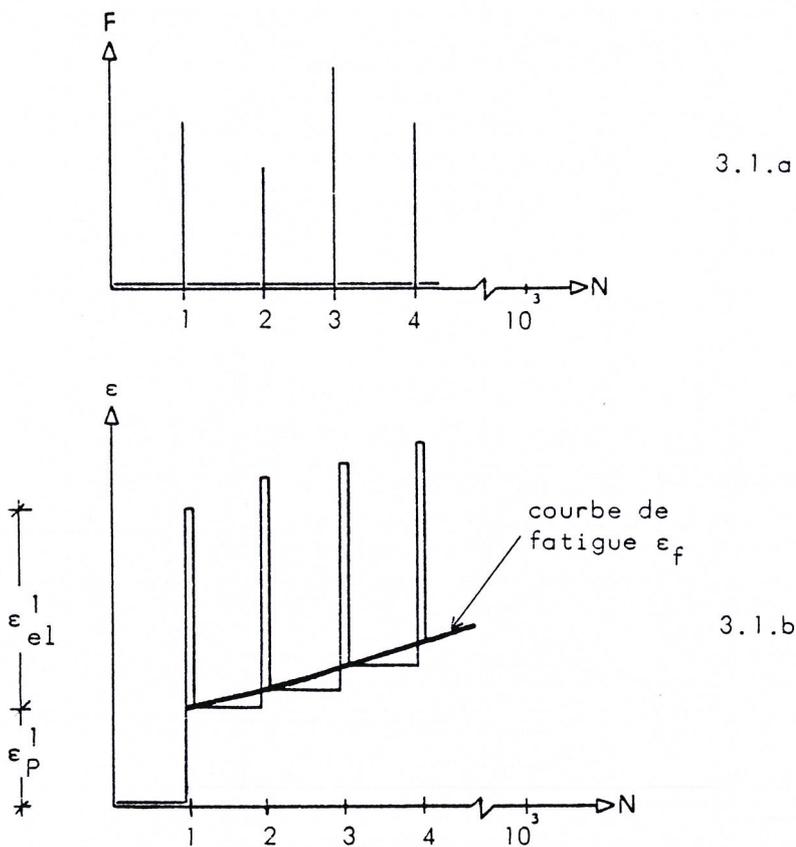


Fig. 3.1 - Courbe des déformations qui résultent des chargements ferroviaires

A noter que le paramètre N, qui est théoriquement discret, est remplacé dans la modélisation par un paramètre N continu (Fig. 3.1.b). Nous supposons, de plus, que les effets de fatigue se manifestent par une accumulation des déformations permanentes. Soient :

ϵ_{el}^N : la déformation élastique due au N-ème cycle de chargement

ϵ_p^1 : la déformation plastique due au premier cycle de chargement

$\epsilon_p^{1,N}$: la somme des déformations plastiques entre le premier et le N-ème de chargement

Pour le N-ème cycle de chargement nous aurons

$$\epsilon_{tot}^N = \epsilon_{el}^N + \epsilon_p^1 + \epsilon_p^{1,N} \quad (3.1)$$

Nous appelons déformation de fatigue ϵ_{ef}^N la somme $\epsilon_p^1 + \epsilon_p^{1,N}$,

$$\epsilon_f^N = \epsilon_p^1 + \epsilon_p^{1,N} \quad (3.2)$$

Enfin, comme ils n'ont pas été observés des effets différés significatifs pour les matériaux des couches d'assise et de la plate-forme, les effets de viscosité n'interviendront pas dans la modélisation.

A noter, toutefois, que pour certaines plates-formes argileuses de mauvaise qualité des effets de consolidation secondaire ont été observés. Ils sont néanmoins, négligeables par rapport à ceux provoqués par le passage d'un train.

3.2 - Les équations du modèle et la fonction de fatigue

3.2.1 - Equations d'équilibre et équation cinématique

équations d'équilibre	[$\sigma_{ij,j} + f_i = 0$	dans le volume Ω du modèle	(3.3)
		(f_i étant les forces massiques)		

$\sigma_{ij} n_j = g_i$	sur les points de la surface S_σ où les forces extérieures g_i sont données	(3.4)
-------------------------	---	-------

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad \begin{array}{l} \text{équation cinématique} \\ \text{en petites déformations} \end{array} \quad (3.5)$$

3.2.2 - Loi de comportement pour le N-ème cycle de chargement

$$\epsilon_{\text{tot}}^N = \epsilon_{\text{el}}^N + \epsilon_f^N \quad (3.6)$$

La composante élastique est régie par la loi de l'élasticité linéaire.

$$(\epsilon_N^{\text{el}})_{ij} = \frac{1 + \nu_N}{E_N} (\sigma_{ij})_N - \frac{\nu_N}{E_N} (\text{tr}\sigma)_N \delta_{ij} \quad (3.7)$$

Les résultats expérimentaux permettent de décrire l'évolution du module d'élasticité en fonction de N (voir paragraphe 2.4 ci-avant). En ce qui concerne le coefficient de Poisson, la plupart des chercheurs le considèrent comme étant presque constant en fonction de N et de σ_N , (12), (14).

On peut caractériser l'évolution de ϵ_f^N (déformation de fatigue) à partir de l'équation

$$\frac{d\epsilon_f^N}{dN} = \Phi (\sigma_N, N) \quad (3.8)$$

dans laquelle

σ_N est la contrainte au N-ème cycle

et Φ est une fonction que nous appelons fonction de fatigue, et qui peut être déterminée à partir des résultats obtenus expérimentalement.

3.2.3 - Détermination de la fonction de fatigue

A partir des résultats des essais présentés au paragraphe 2 (qui ont été effectués à contrainte constante) nous allons déterminer la fonction Φ . Nous donnons ici sa forme pour le cas des sols fins et du ballast. Nous devons toutefois signaler que la forme de la fonction Φ , que nous présentons ci-après, correspond aux essais effectués et doit, par conséquent, être utilisée avec précautions pour des applications au vrai problème physique.

Sols fins

La fonction Φ est de la forme

$$\Phi_s = \frac{b}{N} + c\alpha N^{\alpha-1} \quad (3.9)$$

b, c, α étant des coefficients qui dépendent de la contrainte et qui peuvent être calculés à partir des résultats d'essais.

Ballast

La fonction Φ est de la forme

$$\Phi_b = \frac{d (\sigma_1 - \sigma_3)^\alpha}{N} \quad (3.10)$$

d, α étant des coefficients qui peuvent être calculés à partir des résultats d'essais.

Si $\frac{d\varepsilon_f^N}{dN}$ diminue lorsque N augmente, il s'agit d'un matériau peu sensible à la fatigue (cas du ballast, par exemple, voir 2.3).

Par contre, si $\frac{d\varepsilon_f^N}{dN}$ augmente lorsque N augmente, il s'agit d'un matériau pour lequel l'accumulation des déformations permanentes devient excessive et insupportable ; la rupture peut éventuellement se produire après un certain nombre de cycles de chargement (cas de certaines plates-formes argileuses de mauvaise qualité).

3.3 - Mise sous forme variationnelle

Multiplions (3.3) par v_i et intégrons par parties

$$(\sigma_{ij,j} + f_i) \cdot v_i = 0 \quad (3.11)$$

$$\Rightarrow \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} \cdot v_i d\Omega + \int_{\Omega} f_i \cdot v_i d\Omega = 0 \quad (3.12)$$

$$\Rightarrow \int_{\Omega} (\sigma_{ij} v_i)_{,j} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{ij} v_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega = 0 \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow \int_S \sigma_{ij} v_i n_j dS - \int_{\Omega} \sigma_{ij} \cdot \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) d\Omega + \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega = 0 \quad (3.14)$$

⇒

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\Omega + \int_{S_{\sigma}} g_i v_i dS + \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega = 0 \quad (3.15)$$

et pour le N-ème cycle, en remarquant que g_i n'est différent de zéro que sur S_{σ} ,

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij} ((\epsilon_{el}^N)_{ij} + (\epsilon_f^N)_{ij}) d\Omega + \int_{S_{\sigma}} g_i v_i dS + \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega = 0 \quad (3.16)$$

⇒

$$- \underbrace{\int_{\Omega} \sigma_{ij} (\epsilon_{el}^N)_{ij} d\Omega}_{\text{partie élastique du travail des forces intérieures}} - \underbrace{\int_{\Omega} \sigma_{ij} (\epsilon_f^N)_{ij} d\Omega}_{\text{énergie plastique dissipée}} + \int_{S_{\sigma}} g_i v_i dS + \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega = 0 \quad (3.17)$$

partie élastique
du travail des
forces
intérieures

énergie
plastique
dissipée

Afin d'obtenir une forme plus pratique de (3.17), on fait intervenir le taux de déformation par rapport au nombre N de cycles de chargement, d'où

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{d(\epsilon_{el}^N)_{ij}}{dN} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{d(\epsilon_f^N)_{ij}}{dN} d\Omega + \int_{S_{\sigma}} g_i \frac{dv_i}{dN} dS + \int_{\Omega} f_i \frac{dv_i}{dN} d\Omega = 0 \quad (3.18)$$

⇒

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{d(\epsilon_{el}^N)_{ij}}{dN} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{ij} \Phi_{ij} d\Omega + \int_{S_{\sigma}} g_i \frac{dv_i}{dN} dS + \int_{\Omega} f_i \frac{dv_i}{dN} d\Omega = 0 \quad (3.19)$$

Les variations des propriétés mécaniques des matériaux ayant lieu surtout lors des premiers cycles de chargements, le terme $\frac{d(\epsilon_{el}^N)_{ij}}{dN}$ est nul pour de grandes valeurs de N. On a donc :

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij} \Phi_{ij} d\Omega + \int_{S_{\sigma}} g_i \frac{dv_i}{dN} dS + \int_{\Omega} f_i \frac{dv_i}{dN} d\Omega = 0 \quad (3.20)$$

La relation (3.20) constitue un cas analogue aux problèmes classiques de visco-plasticité, la variable t (notion du temps) étant remplacée dans l'approche de la fatigue par la variable N (notion de cycles de chargement).

3.4 - Réalisation numérique et influence de la fonction de charge

L'approche numérique d'un modèle prenant en compte les chargements répétés est un problème extrêmement compliqué, pour deux raisons principales :

- une étude complète du problème exige la prise en compte de la nature bi-phasique du sol et du drainage de l'eau interstitielle,
- un calcul pas à pas pour l'étude des chargements répétés impliquerait un processus informatique long et très onéreux, (17).

En effet, pour décrire le comportement d'un matériau soumis à des chargements répétés, il faut suivre le trajet de chargement. Or, le schéma élasto-plastique parfaite et les critères classiques de plasticité (von Mises, Drucker-Prager, etc) supposent que le déchargement est élastique. De ce

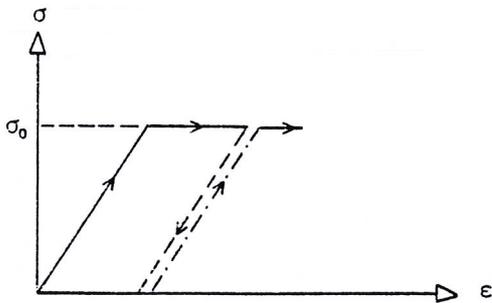


Fig. 3.2 - L'hypothèse retenue en élasto-plasticité parfaite : lorsqu'on décharge, puis recharge la structure, le chemin suivi est le même

fait, si l'on recharge de nouveau le système, on va suivre le même chemin que pendant le déchargement (Fig. 3.2). En conséquence, cette approche ne peut pas décrire d'une manière satisfaisante le comportement des couches d'assise et des sols, lorsqu'ils sont soumis à des chargements répétés.

Il en est de même pour les modèles "de l'école de Cambridge" (Roscoe, Schofield et Wroth, 1958) qui sont inaptes à simuler les chargements cycliques (Habib et Luong, 1978).

Il semble aujourd'hui qu'un axe de recherche serait l'introduction d'un critère prenant en compte une combinaison d'écrouissage isotrope et cinématique. Cette première approche (Zienkiewicz et al (1978), Ghaboussi et Momen (1979)) a donné certains résultats encourageants ; elle a pu permettre un calcul pas à pas pour les premiers cycles et le calcul, par une fonction d'interpolation *, pour un nombre plus important de cycles (Fig. 3.3), (17). Cependant, la méthode de calcul employée exige l'introduction de nouveaux paramètres et la détermination de leurs valeurs numériques.

* La forme de cette fonction d'interpolation est déduite des résultats d'essais

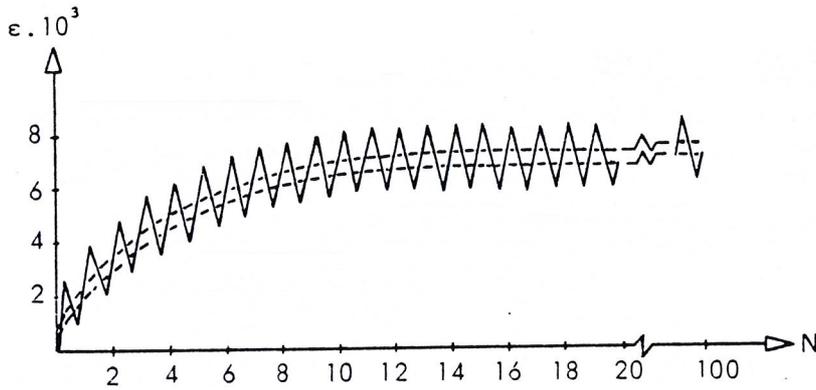


Fig. 3.3 - Calcul de l'évolution de la déformation totale en fonction du nombre N de cycles de chargement

La formulation mathématique de cette méthode est exposée ci-après.

Soit f la fonction de charge qui caractérise l'état critique du modèle à un cycle quelconque de chargement.

$$f(\sigma', k) = 0 \quad (3.21)$$

σ' étant la contrainte effective et k étant un paramètre qui dépend de la forme de l'écroûissage considéré ; il pourrait être identifié à la

déformation plastique volumétrique $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$, (8), (17).

On suppose qu'au fur et à mesure des chargements répétés, la surface f peut se transformer en une autre surface.

$$F(\sigma', k) = 0 \quad (3.22)$$

- qui a une forme identique à la surface f ;
- qui se déplace en gardant sa forme de telle façon que lorsqu'un point arrive à la surface extérieure, les deux surfaces deviennent tangentes ;
- le module d'écroûissage de la surface extérieure varie d'une façon spécifique qui dépend de la distance δ entre les deux surfaces.

Il faut, cependant, signaler que même avec cette approche du problème, on ne parvient pas à simuler le vrai comportement à la fatigue (c'est-à-dire, après un nombre très important, de l'ordre de 10^6 , de cycles de chargement). Cette question reste encore à élucider.

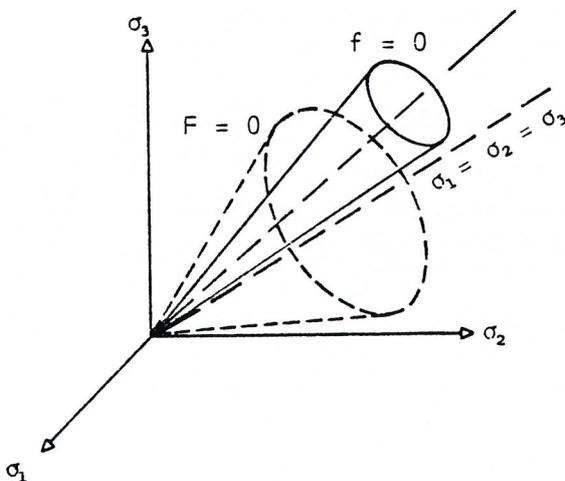


Fig. 3 - Les surfaces $f = 0$ et $F = 0$

Tout ceci nous amène à dire que malgré le grand intérêt que présenterait l'approche numérique du comportement à la fatigue des couches d'assise et de la plateforme, ceci impliquerait un temps et un coût de programmation disproportionnés par rapport à l'objectif principal que nous nous étions fixés dans cette thèse.



4 - CONCLUSIONS ET REMARQUES RECAPITULATIVES

L'étude du comportement des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme soumises à des chargements répétés pose deux problèmes principaux :

- déterminer l'évolution de la déformation permanente en fonction du nombre N de cycles de chargement,
- déterminer les variations des caractéristiques mécaniques (en principe du module d'élasticité) en fonction de N.

En effet, les recherches expérimentales ont permis de constater l'influence des divers paramètres ; nous avons pu analyser et simuler ces résultats expérimentaux.

Nous avons construit ensuite un modèle mathématique afin d'étudier le comportement à la fatigue des couches d'assise et de la plate-forme ; l'influence et la détermination d'une fonction de fatigue Φ a été mise en évidence. Nous avons également étudié les méthodes numériques qui peuvent simuler les chargements répétés, mais seulement pour un nombre limité de cycles.

Le tableau ci-après récapitule les principales conclusions relatives au comportement à la fatigue des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme.

Matériau	Expression pour la déformation permanente	Variations du module d'élasticité	Fonction de fatigue	Sensibilité à la fatigue
Ballast	$\epsilon_p^N = 0.082(100n-38.2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)^\alpha (1+0.2\log N)$	Surtout pendant les 1000 premiers cycles $E_N = -\frac{\alpha}{N} + \beta$	$\Phi_b = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)^\alpha}{N}$	Très faible, négligeable
Grave	$\epsilon_{tot}^N = \epsilon_{tot}^1 \cdot N^\alpha$	Surtout pendant les 100 premiers cycles	Analogue à celle du ballast	Faible
Sols des plates-formes argileuses	$\epsilon_p^N = a + b\log N + cN^\alpha + dN^\beta$	Surtout pendant les 1000 - 10 000 premiers cycles	$\Phi_s = \frac{b}{N} + c\alpha N^{\alpha-1}$	Pour certains sols sensibilité importante, pour d'autres sols sensibilité faible

Tableau 4.1 - Récapitulation des propriétés principales des couches d'assise et de la plate-forme, lorsqu'elles sont soumises à des chargements répétés

5 - REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 - Baguelin F., Jézequel J., Méhauté A., "Essais cycliques au pressiomètre autoforeur", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Octobre 1981.
- 2 - Biarez J., Olivari G., "Limites de fatigue des sols dans les espaces contraintes-déformations", Ecole Centrale, Recueil des conférences, Tome 5.
- 3 - Bonnot T., "La fatigue des matériaux", Cours de matériaux de construction, ENPC, Paris, 1980.
- 4 - Ghaboussi J., Momen H., "Plasticity model for cyclic behaviour of sands", 3^d Inter. Conf. on Numer. Meth in Geomech, Aachen, 2-6 April 1979.
- 5 - Dang Van K., Gence P., "Evolution des critères de fatigue : application au cas des rails", RGCF, Décembre 1978.
- 6 - Eekelen H., "Single parameter models for progressive weakening of soils by cyclic loading", Géotechnique 27, N° 3, 1977.
- 7 - Eekelen H., "Fatigue models for cyclic degradation of soils", Inter. Symp. on Soils under Cycl. and Trans. Loading, Swansea, 7-11 Jan. 1980.
- 8 - Habib P., Luong M., "Sols pulvérulents sous chargement cyclique" Semin. sur les matér. et struct. sous charg. cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 9 - Hetherington J., "Soil-vehicle interaction", Inter. Symp. on Soils under Cycl. and Trans. Loading, Swansea, 7-11 Jan. 1980.
- 10 - Hoffmann A., Nguyen Q.S., "Méthodes numériques en plasticité incrémentale. Applications à des structures industrielles", Semin. sur les matér. et struct. sous charg. cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 11 - Kalcheff et Hicks, "A test procedure for determining the resilient properties of granular materials", Journal of Testing Evaluation, Vol. 1 N° 6, Nov. 1973.

- 12 - Monosmith C., Ogawa N., Freeme C., "Permanent deformation characteristics of subgrade soils due to repeated loading", TRB Washington, 1975.
- 13 - ORE, D 117, RP N° 5, "Déformation d'un ballast de voie sous charges répétées (essais triaxiaux)", Utrecht, Oct. 1974.
- 14 - Paute J., "Comportement des sols et de matériaux granulaires soumis à des chargements répétés", Mars 1978.
- 15 - Raad L., Figueroa J., "Load response of transportation support systems", ASCE, Vol. 106, N° TE1, Jan. 1980.
- 16 - Tirant P., Sarda J., "Chargements répétés des sols fins compactés et non saturés", Bull. de Liaison des Labo. P. et Ch., Juillet-Août 1965.
- 17 - Zienkiewicz O., Chang C., Hinton E., Mroz Z., Norris V., "Soil behaviour under repeated loads", Semin. sur les mater. et struct. sous chargement cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 18 - Communications à l'"International Symposium on Soils under cyclic and transient loading", Swansea, 1980.
- 19 - Communications au séminaire "Matériaux et Structures sous chargement cyclique", Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.

CHAPITRE 4

PROPAGATION DANS LES SOLS DES VIBRATIONS D'ORIGINE FERROVIAIRE

ETUDE EN VISCO - ELASTICITE

1 - INTRODUCTION

Le passage de tout mode de transport terrestre (qu'il s'agisse d'un chariot, un camion ou un train) entraîne des vibrations qui se propagent dans les sols environnants et peuvent provoquer certaines nuisances. En ce qui concerne les circulations ferroviaires, ce sont les plaintes des Londoniens qui, après la construction des premières lignes souterraines du métro au début du siècle, ont soulevé le problème d'une manière véritablement critique, (10).

Depuis lors, le perfectionnement des techniques ferroviaires (les longs rails soudés, le matériel roulant moins agressif, etc.) n'a toutefois pas toujours permis d'amoindrir le phénomène, car il était compensé du fait de l'augmentation de la vitesse, de la charge par essieu et du tonnage circulé.

C'est pourquoi, en raison de la sensibilité croissante des riverains aux nuisances, les divers organismes compétents cherchent à approfondir le problème de la propagation des vibrations. Dans ce dernier chapitre, nous essaierons d'élucider certains aspects du problème.

2 - GENERALITES SUR LES VIBRATIONS FERROVIAIRES

2.1 - Position du problème

Les vibrations provoquées par le passage d'un train s'atténuent en fonction :

- d'une part de la distance entre le point considéré et la source vibratoire (dispersion géométrique) ;
- d'autre part des propriétés rhéologiques des milieux parcourus (dissipation d'énergie). Il a été observé un affaiblissement plus rapide des vibrations de fréquence élevée.

L'étude de la propagation des vibrations ferroviaires présente une complexité pour les raisons suivantes :

- . difficulté de déterminer des valeurs précises pour les divers paramètres caractérisant le comportement des sols ;
- . standardisation insuffisante des résultats expérimentaux, (3) ;
- . difficulté de modéliser précisément le phénomène.

De ce fait, la plupart des analyses effectuées jusqu'à présent furent basées sur la contribution de Lamb, (8), qui a étudié la réponse d'un demi-espace élastique, homogène et isotrope, lorsqu'il est soumis à diverses sollicitations harmoniques. La contribution de Lamb ne tenant compte que de la dispersion géométrique, constitue néanmoins un pas fondamental pour une approche du problème.

2.2 - Sources vibratoires

Les effets dus aux sources vibratoires sont, bien entendu, différents selon qu'il s'agit :

- d'une voie ferrée de surface ;
- d'une ligne souterraine (métro).

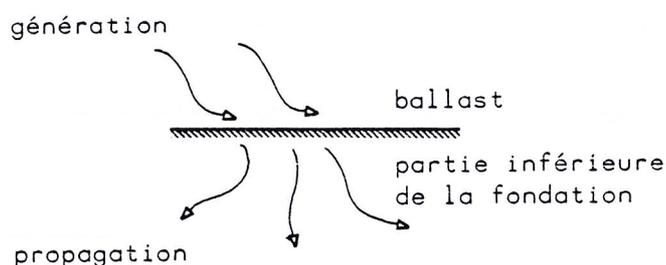
Seul le cas des lignes de surface sera étudié dans la suite.

2.3 - Génération des vibrations

La génération des vibrations ferroviaires résulte de deux facteurs :

- . d'une part de la propagation de l'onde de la déformée du rail ;
- . d'autre part des défauts géométriques de la voie et des imperfections des organes de roulement qui en excitant davantage le système véhicule-voie provoquent des effets supplémentaires.

Une fois engendrées les vibrations, sont transmises dans le ballast et ensuite dans le sol.



Le choix de la frontière entre la génération et la propagation des vibrations est inévitablement arbitraire. Pour les chemins de fer de surface, on choisit le plus fréquemment pour cette frontière la surface inférieure du ballast, (3), (10).

Fig. 2.1 - Frontière entre génération et propagation des vibrations

2.4 - Propagation des vibrations

Une excitation vibratoire à la surface du sol produit trois types d'ondes :

- . ondes de pression,
- . ondes de cisaillement,
- . ondes de Rayleigh.

2.4.1 - Ondes de pression

Elles dépendent du module d'élasticité et de la densité du milieu de propagation ; elles se propagent relativement vite et dans toutes les directions ; les ondes de pression sont caractérisées par un mouvement des particules parallèle à la direction de propagation.

2.4.2 - Ondes de cisaillement

Elles dépendent de la densité et du module de cisaillement du milieu de propagation ; elles se propagent moins vite que les ondes de pression et également dans toutes les directions ; les ondes de cisaillement sont caractérisées par un mouvement des particules perpendiculaire à la direction de propagation.

2.4.3 - Ondes de Rayleigh

Elles se propagent parallèlement à la surface du sol, avec leur amplitude maximale en surface ; le mouvement des particules est en général elliptique dans un plan normal à la surface ; les ondes de Rayleigh peuvent être assimilées aux ondes de gravité que l'on constate dans l'eau. La vitesse des ondes de Rayleigh est environ 0.9 de la vitesse des ondes de cisaillement.

2.4.4 - Répartition d'énergie entre les divers types d'ondes

Au fur et à mesure de l'éloignement de la source vibratoire, les ondes de pression et de cisaillement sont plus vite atténuées que les ondes de Rayleigh.

Lorsque la source de vibration se trouve en surface, la partition d'énergie entre les divers types d'ondes favorise les ondes de Rayleigh ; des études théoriques, (3), ont donné la partition suivante pour l'énergie transmise à faible distance de la source :

- . 67 % pour les ondes de Rayleigh,
- . 26 % pour les ondes de cisaillement,
- . 7 % pour les ondes de pression.

Il est toutefois à signaler que d'autres études n'ont pas abouti à une telle prépondérance des ondes de Rayleigh, (9).

Comme les ondes de Rayleigh sont les moins atténuées, lorsqu'on s'éloigne de la charge, la proportion de l'énergie vibratoire que l'on trouve en surface sous forme d'ondes de Rayleigh, augmente avec la distance de la source vibratoire. On peut donc dire que pour l'étude des vibrations provoquées par les lignes de surface les ondes de Rayleigh sont prépondérantes à partir de quelques mètres de la voie *.

* Par contre, les circulations ferroviaires dans les lignes souterraines donnent naissance à deux types d'ondes seulement : ondes de pression et de cisaillement.

2.5 - Problèmes à étudier

De l'analyse des paragraphes précédents, nous déduisons que l'étude du problème global des vibrations nécessite préalablement :

- la détermination des forces qui génèrent les vibrations : aux effets du calcul statique doivent être ajoutés les effets des surcharges dynamiques ; le problème est traité au paragraphe 7 du deuxième chapitre ;
- le calcul de la réponse de la voie et du ballast à une charge appliquée : le problème fait l'objet de deux premiers chapitres de la thèse.

3 - MODELISATION EN VISCO - ELASTICITE DU SYSTEME VEHICULE-VOIE-FONDATION POUR L'ETUDE DE LA PROPAGATION DES VIBRATIONS

3.1 - Point sur les études antérieures

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1 du présent chapitre, l'atténuation des vibrations, lorsqu'on s'éloigne de la source vibratoire, dépend d'une part de la distance (dispersion géométrique), d'autre part des propriétés rhéologiques des milieux parcourus (dissipation d'énergie).

Une contribution fondamentale pour l'étude de la transmission des vibrations constitue les travaux originaux de Lamb, (8). Son approche, toutefois, est basée sur l'hypothèse d'un comportement élastique du milieu parcouru et, de ce fait, ne tient compte que de la dispersion géométrique.

Afin de chercher à prendre en compte aussi les effets de dissipation d'énergie, plusieurs auteurs ont effectué une approche en visco-élasticité, Sezawa (1927), Wegel et Walther (1929), Knopoff (1954), Knopoff (1959), Lee (1965), Gutowski et Dym (1976).

La plupart de ces études ont été faites dans les domaines de la géophysique, de la propagation des ondes sismiques et de la fondation des machines.

Dans la suite nous allons présenter une modélisation en visco-élasticité du système véhicule-voie-fondation, (10). Cette modélisation nous permettra d'étudier la façon dont est dissipée l'énergie vibratoire dans les structures ferroviaires et notamment dans la couche de ballast.

3.2 - Hypothèses de la modélisation

La modélisation du système véhicule-voie-fondation, présenté à la fig. 3.1 ci-après, est basée sur les hypothèses suivantes :

- les diverses couches d'assise et la plate-forme sont modélisées par une succession des couches horizontales, la plus profonde s'étendant jusqu'à l'infini. Ces couches sont en contact sans glissement et les déplacements et contraintes sont continus le long des interfaces. Le matériau constituant chaque couche a un comportement visco-élastique ;
- le rail est modélisé par une poutre continue infinie ;
- les roues et les traverses sont modélisées par des masses discrètes ;
- la caisse et le bogie sont considérés comme des solides indéformables ;
- les diverses composantes du système véhicule-voie sont reliées entre elles par des systèmes de ressort-amortisseur (modèle de Kelvin-Voigt)

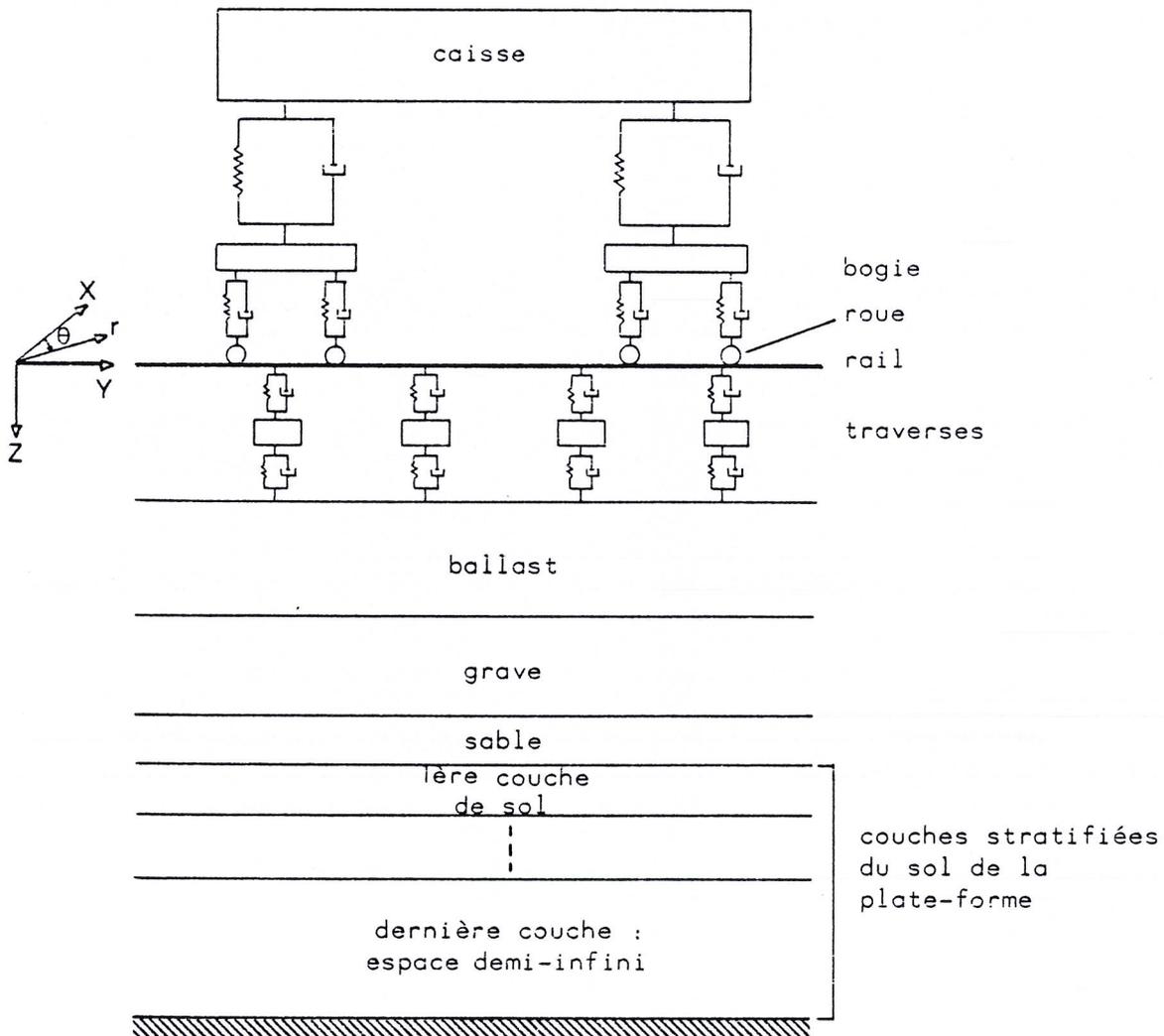


Fig. 3.1 - Schématisation de la modélisation en visco-élasticité du système véhicule-voie-fondation.

3.3 - Modélisation des couches d'assise et de la plate-forme

3.3.1 - Equations du modèle

$$\sigma_{ij,j} = \rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} \quad \text{dans le volume } \Omega \text{ du modèle} \quad (3.1)$$

équation d'équilibre en dynamique,
en négligeant les forces massiques (pesanteur)

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (3.2)$$

équation cinématique
en petites déformations

$$\sigma_{ij} = \underbrace{\lambda \operatorname{tr} \epsilon \delta_{ij} + 2 \mu \epsilon_{ij}}_{\text{partie élastique}} + \underbrace{\lambda' \operatorname{tr} \dot{\epsilon} \delta_{ij} + 2 \mu' \dot{\epsilon}_{ij}}_{\text{partie visqueuse}} \quad (3.3)$$

loi de comportement en visco-élasticité

avec λ, μ = coefficients de Lamé

λ', μ' = coefficients de viscosité, qui d'après des recherches récentes ne sont pas, pour un matériau donné, constants, mais dépendent des conditions d'excitation. Nous retenons les expressions proposées par Knopoff (1959) :

$$\lambda' + 2 \mu' = \frac{\lambda + 2 \mu}{Q_p \cdot \omega} \quad (3.4)$$

$$\mu' = \frac{\mu}{Q_s \cdot \omega}$$

Q_p, Q_s étant les coefficients de frottement intérieur et caractérisant l'amortissement des ondes de pression et de cisaillement respectivement. Pour un matériau donné, Q_p et Q_s peuvent être déterminés expérimentalement.

Dans le cas de la sollicitation unidimensionnelle, la loi de comportement proposée devient :

$$\sigma = (\lambda + 2 \mu) \cdot \epsilon + \frac{\lambda + 2 \mu}{Q_p \cdot \omega} \dot{\epsilon}$$

Le modèle rhéologique équivalent à cette loi (modèle de Kelvin-Voigt) est constitué d'un ressort de raideur $k = \lambda + 2 \mu$ en parallèle avec un amortisseur de viscosité $\chi = \frac{k}{Q_p \cdot \omega}$

En remplaçant (3.2) et (3.3) dans (3.1) et en écrivant les termes sous forme vectorielle* nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + 2 \mu) \text{grad} (\text{div } \mathbf{v}) + (\lambda' + 2 \mu') \text{grad} (\text{div } \dot{\mathbf{v}}) - \mu \text{rot} (\text{rot } \mathbf{v}) - \\
 & - \mu' \text{rot} (\text{rot } \dot{\mathbf{v}}) = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\text{avec } \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

En réarrangeant les termes de (3.5) et en tenant compte de (3.4) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + 2 \mu) \left(1 + \frac{i}{Q_p} \cdot \omega \frac{\partial}{\partial t} \right) \text{grad} (\text{div } \mathbf{v}) - \\
 & - \mu \left(1 + \frac{1}{Q_s} \cdot \omega \frac{\partial}{\partial t} \right) \text{rot} (\text{rot } \mathbf{v}) = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Cherchons la solution de (3.6) sous la forme :

$$\mathbf{v} = \text{grad } \Phi + \text{rot } \mathbf{A} \tag{3.7}$$

en imposant, pour déterminer \mathbf{A} de façon unique,

$$\text{div } \mathbf{A} = 0 \tag{3.8}$$

En remplaçant (3.7) dans (3.6) et en tenant compte des identités élémentaires

$$\begin{aligned}
 & \text{div} (\text{rot } \mathbf{A}) = 0 \\
 & \text{rot} (\text{grad } \Phi) = \vec{0}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

* Un résumé des formules principales de l'analyse vectorielle et tensorielle est présenté en annexe dans (1), p. 313 - 316.

nous obtenons

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + 2 \mu) \left(1 + \frac{1}{Q_p \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \text{grad} (\text{div} (\text{grad } \Phi)) - \\
 & - \mu \left(1 + \frac{1}{Q_s \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \text{rot} (\text{rot} (\text{rot } \mathbf{A})) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\text{grad } \Phi + \text{rot } \mathbf{A})
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

En utilisant les identités élémentaires

$$\text{div} (\text{grad } \Phi) = \Delta \Phi \tag{3.11}$$

$$\text{rot} (\text{rot } \mathbf{A}) = \text{grad} (\text{div} \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A} \tag{3.12}$$

et à l'aide de (3.8), nous obtenons le système découplé

$$(\lambda + 2 \mu) \left(1 + \frac{1}{Q_p \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta \Phi = \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \tag{3.13}$$

$$\mu \left(1 + \frac{1}{Q_s \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta \mathbf{A} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \tag{3.14}$$

Dans ces formules Δ désigne le Laplacien ; ainsi $\Delta \Phi$ est le scalaire $\Phi_{,ii}$ et $\Delta \mathbf{A}$ le vecteur de composantes $A_{i,jj}$ (cas d'un repère cartésien).

3.3.2 - Transformations de Fourier et Hankel sur les équations du modèle

Calculons d'abord les expressions de (3.13), (3.14) en coordonnées cylindriques orthogonales (cf. fig. 3.1)

$$x_1 = r \quad x_2 = \theta, \quad x_3 = z \tag{3.15}$$

En tenant compte de l'expression du Laplacien en coordonnées cylindriques

$$\Delta \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (3.16)$$

et du fait de la symétrie de révolution autour de l'axe OZ les dérivées par rapport à θ sont nulles, l'équation (3.13) devient

$$(\lambda + 2\mu) \left(1 + \frac{1}{Q_p \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right] = \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (3.17)$$

Soient A_r, A_θ, A_z les composantes de \mathbf{A} en coordonnées cylindriques. De (3.8) nous déduisons que

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{A} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{A_\theta}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (rA_z) \right] = 0 \\ \Rightarrow \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{\partial}{\partial z} (rA_z) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Nous imposons

$$\begin{aligned} A_z &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nous déduisons ainsi que la relation (3.14) se découple en coordonnées cylindriques de la façon suivante :

$$\mu \left(1 + \frac{1}{Q_s \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_r}{\partial z^2} \right] = \rho \frac{\partial^2 A_r}{\partial t^2} \quad (3.20)$$

$$\mu \left(1 + \frac{1}{Q_s \cdot \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[\frac{\partial}{\partial r} (A_\theta) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{A_\theta}{r} \right) \right] = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{A_\theta}{r} \right) \quad (3.21)$$

Appliquons aux équations (3.17), (3.20), (3.21) une transformation de Fourier* sur le temps. En effectuant les divers calculs élémentaires, (2), (5), (6) et en posant :

$$\begin{aligned}(\lambda + 2 \mu) \left(1 + \frac{i}{Q_p}\right) &= \rho \left(\frac{\omega}{k_a}\right)^2 \\ \mu \left(1 + \frac{i}{Q_s}\right) &= \rho \left(\frac{\omega}{k_b}\right)^2\end{aligned}\tag{3.22}$$

$$A'_\theta = \frac{A_\theta}{r}$$

avec k_a , k_b nombres d'onde, (2), (10),

$$k_a = \frac{\omega}{c_p}, \quad k_b = \frac{\omega}{c_s}$$

c_p et c_s étant respectivement la vitesse des ondes de pression et de cisaillement,

* Pour une fonction $g(t)$, sa transformée $\hat{g}(f)$ de Fourier sur t est définie comme

$$\hat{g}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2i\pi f t} dt$$

avec

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}(f) e^{i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}(f) e^{2i\pi f t} dt$$

f étant la fréquence.

Une analyse des conditions de convergence et des diverses applications en mécanique des transformations de Fourier est présentée dans (13), p. 214-256.

nous obtenons les équations

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial z^2} = k_a^2 \hat{\Phi} \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{A}_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \hat{A}_r}{\partial z^2} = k_b^2 \hat{A}_r \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \hat{A}'_{\theta} \right) + \frac{\partial^2 \hat{A}'_{\theta}}{\partial z^2} \right] = k_b^2 \hat{A}'_{\theta} \quad (3.25)$$

Par transformation de Hankel* des équations (3.23), (3.24), (3.25) nous obtenons :

$$\frac{d^2 \hat{\Phi}_{H_0}}{dz^2} + (k_a^2 - \zeta^2) \hat{\Phi}_{H_0} = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{d^2 (\hat{A}_r)_{H_0}}{dz^2} + (k_b^2 - \zeta^2) (\hat{A}_r)_{H_0} = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{d^2 (\hat{A}'_{\theta})_{H_1}}{dz^2} + (k_b^2 - \zeta^2) (\hat{A}'_{\theta})_{H_1} = 0 \quad (3.28)$$

* Pour une fonction $g(r)$, sa transformée $g_{H_n}(\zeta)$ de Hankel, d'indice n , sur la variable r est définie comme

$$g_{H_n}(\zeta) = \int_0^{+\infty} r g(r) J_n(\zeta r) dr$$

avec -

$$g(r) = \int_0^{+\infty} \zeta g_{H_n} J_n(\zeta r) d\zeta$$

J_n étant la fonction de Bessel d'indice n et ζ variable duale de r , analogue à la fréquence dans la transformée de Fourier.

Pour une analyse des applications en mécanique des transformations de Hankel et des fonctions de Bessel, cf. (13), p. 394 - 418.

En résolvant les équations différentielles en z (3.26), (3.27), (3.28), nous aboutissons aux expressions suivantes :

$$\hat{\Phi}_{H_0}(\zeta, z) = a e^{(-\eta_a z)} + b e^{(\eta_a z)} \quad (3.29)$$

$$(\hat{A}_r)_{H_0}(\zeta, z) = c e^{(-\eta_b z)} + d e^{(\eta_b z)} \quad (3.30)$$

$$(\hat{A}'_{\theta})_{H_1}(\zeta, z) = e e^{(-\eta_b z)} + f e^{(\eta_b z)} \quad (3.31)$$

avec η_a et η_b quantités complexes, définies comme

$$\eta_a = \sqrt{\zeta^2 - k_a^2} \quad (3.32)$$

$$\eta_b = \sqrt{\zeta^2 - k_b^2}$$

et a, b, c, d, e, f constantes à déterminer à partir des conditions aux limites. Une fois calculées ces constantes, en inversant les transformées de Fourier et de Hankel (3.29), (3.30), (3.31) nous obtenons Φ et A . A partir de (3.7) et (3.3) nous pouvons calculer ensuite sans difficulté les déplacements et les contraintes.

Une analyse plus exhaustive des calculs en coordonnées cylindriques ainsi que des diverses intégrations à effectuer dans le plan complexe est présentée dans (2), (7).

3.3.3 - Conditions aux limites et aux interfaces

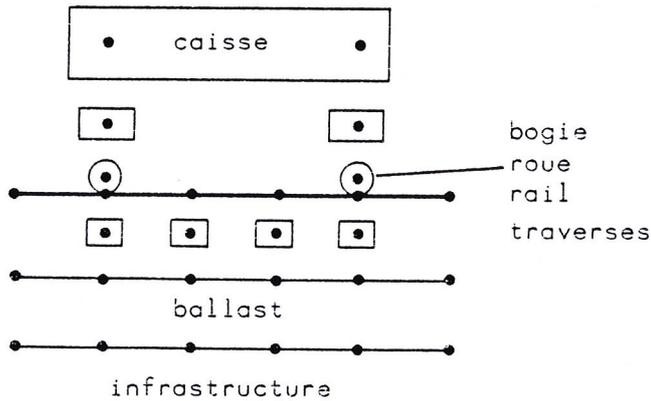
Les conditions aux limites considérées sont les suivantes :

- . conditions imposées du fait que les déplacements doivent avoir des valeurs nulles à l'infini,
- . conditions de continuité des déplacements et des contraintes aux interfaces des couches successives.

3.4 - Modélisation du système véhicule-voie

3.4.1 - Discrétisation et calculs au niveau élémentaire

Le système véhicule-voie est modélisé par des masses et des poutres, reliées entre elles par des systèmes de ressort-amortisseur (cf. fig. 3.1).



Les noeuds obtenus, après discrétisation (fig. 3.2), sont reliés entre eux soit par des éléments de ressort-amortisseur, soit par des éléments de poutre. On associe à chaque masse un degré de liberté v_i (déplacement vertical). Aux noeuds situés aux extrémités des éléments de poutre on associe deux degrés de liberté v_i et ∂v_i (déplacement vertical et pente de la fibre moyenne).

Fig. 3.2 - Discrétisation du système véhicule-voie

En regroupant les degrés de liberté de tous les noeuds, on obtient le vecteur

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \partial v_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \partial v_i \\ \vdots \\ v_n \\ \partial v_n \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

l'élément ∂v_i existant éventuellement pour le noeud i .

Les calculs au niveau élémentaire consistent à calculer l'énergie pour les divers éléments du modèle

. énergie cinétique pour les diverses masses

$$W_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}^t \mathbf{M} \dot{\mathbf{v}} \quad (3.34)$$

avec \mathbf{M} la matrice de masse,

. énergie élastique pour les poutres et les ressorts du système Kelvin-Voigt

$$W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \mathbf{v}^t \mathbf{K} \mathbf{v} \quad (3.35)$$

avec \mathbf{K} la matrice de rigidité,

. énergie visqueuse pour les amortisseurs du système de Kelvin-Voigt

$$W_{\text{vis}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}^t \mathbf{C} \dot{\mathbf{v}} \quad (3.36)$$

avec \mathbf{C} la matrice de viscosité.

3.4.2 - Assemblage et équation globale

En assemblant les équations obtenues pour chaque noeud, le problème se ramène à résoudre l'équation classique de la dynamique

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K} \mathbf{v} = \mathbf{F} + \mathbf{R} \quad (3.37)$$

dans laquelle

\mathbf{F} est le vecteur des forces extérieures (circulations ferroviaires),

\mathbf{R} est le vecteur des réactions exercées sur la traverse par la couche de ballast.

En appliquant sur (3.27) une transformation de Fourier sur le temps, nous obtenons l'équation matricielle à résoudre

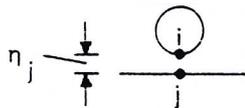
$$\mathbf{A} \hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{F}} + \hat{\mathbf{R}}$$

la matrice \mathbf{A} étant composée des termes de la matrice de masse \mathbf{M} , de la matrice de viscosité \mathbf{C} et de la matrice de rigidité \mathbf{K} .

3.4.3 - Conditions aux limites et aux interfaces

Aux noeuds situés aux extrémités du modèle, des éléments "infinis" ont été utilisés, de manière à prendre en compte la longueur infinie du rail ; le long de ces éléments "infinis", le mouvement s'atténue et s'annule à l'infini.

Aux noeuds situés au contact roue-rail, des conditions supplémentaires ont été considérées pour prendre en compte les défauts géométriques de la voie : si η_j est l'amplitude



du défaut géométrique, la condition retenue est

$$v_i = v_j + \eta_j$$

Fig. 3.3 - Le contact
roue-rail

Les noeuds i et j sont reliés par des éléments de ressort d'une rigidité très grande (pratiquement infinie).

4 - RESULTATS DES CALCULS ET CONCLUSIONS

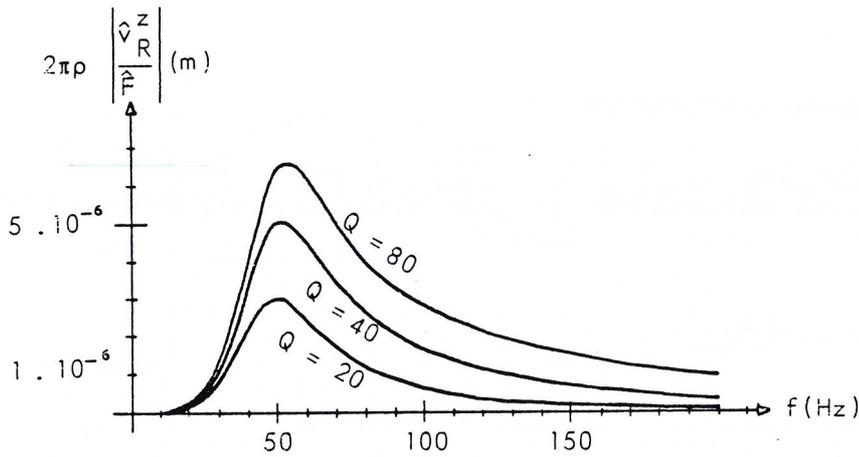
4.1 - Calcul de l'amortissement

Les calculs préliminaires ont été effectués en considérant le système découplé, (2), (10),

- couches d'assise et plate-forme (4.1.1 et 4.1.2 ci-après),
- véhicule-voie (4.1.3 ci-après).

4.1.1 - Effets de viscosité

La fig. 4.1 présente la fonction de transfert pour les ondes de Rayleigh et pour diverses valeurs du coefficient d'amortissement Q .



Nous constatons que lorsqu'on a de petites valeurs de viscosité ($\frac{1}{Q} = \frac{1}{80}$), se produit un affaiblissement moins prononcé que lorsqu'on a de grandes valeurs de viscosité ($\frac{1}{Q} = \frac{1}{20}$).

Fig. 4.1 - Affaiblissement des ondes de Rayleigh en fonction de la viscosité (unités en S.I.).

4.1.2 - Effets couplés de la distance et de l'amortissement

Nous écrivons le déplacement total u d'un point du milieu stratifié sous la forme

$$v = v_p + v_s + v_R$$

avec v_p , v_s , v_R les déplacements provoqués respectivement par les ondes de pression, de cisaillement et de Rayleigh.

Si r est la distance entre le point considéré et la source vibratoire et λ_p est la longueur d'onde des ondes de pression, l'analyse des résultats des calculs montre que le paramètre $\xi = \frac{r}{\lambda_p}$ se révèle d'une certaine importance; car il reflète les effets couplés de la distance et de l'amortissement :

- . si ξ a des valeurs faibles, $\xi < 0.5$, nous constatons que $v_R < v_p$, $v_R < v_s$
- . pour des valeurs moyennes de ξ , $0.5 < \xi < 5$, les ondes de Rayleigh s'affaiblissent moins vite que les autres, $v_R > v_p$, $v_R > v_s$,
- . lorsque ξ atteint de grandes valeurs, $\xi > 5$, les ondes de Rayleigh s'affaiblissent plus vite que les ondes de pression et de cisaillement.

Les effets donc de la distance et de l'amortissement n'affectent pas de la même façon les trois types d'ondes, les ondes de Rayleigh étant prépondérantes dans la fourchette du paramètre ξ , $0.5 < \xi < 5$.

4.1.3 - Effets des défauts de la voie

Les figures 4.2.a et 4.2.b donnent les déplacements verticaux au niveau du rail, calculés pour deux types de défauts du profil en long de la voie :

a - défauts sinusoïdaux (fig. 4.2.a), ayant comme équation

$$\eta(t) = a(\omega) \sin \omega t$$

b - défauts impulsifs (fig. 4.2.b), liés à une discontinuité du profil en long (joint, soudure creuse)

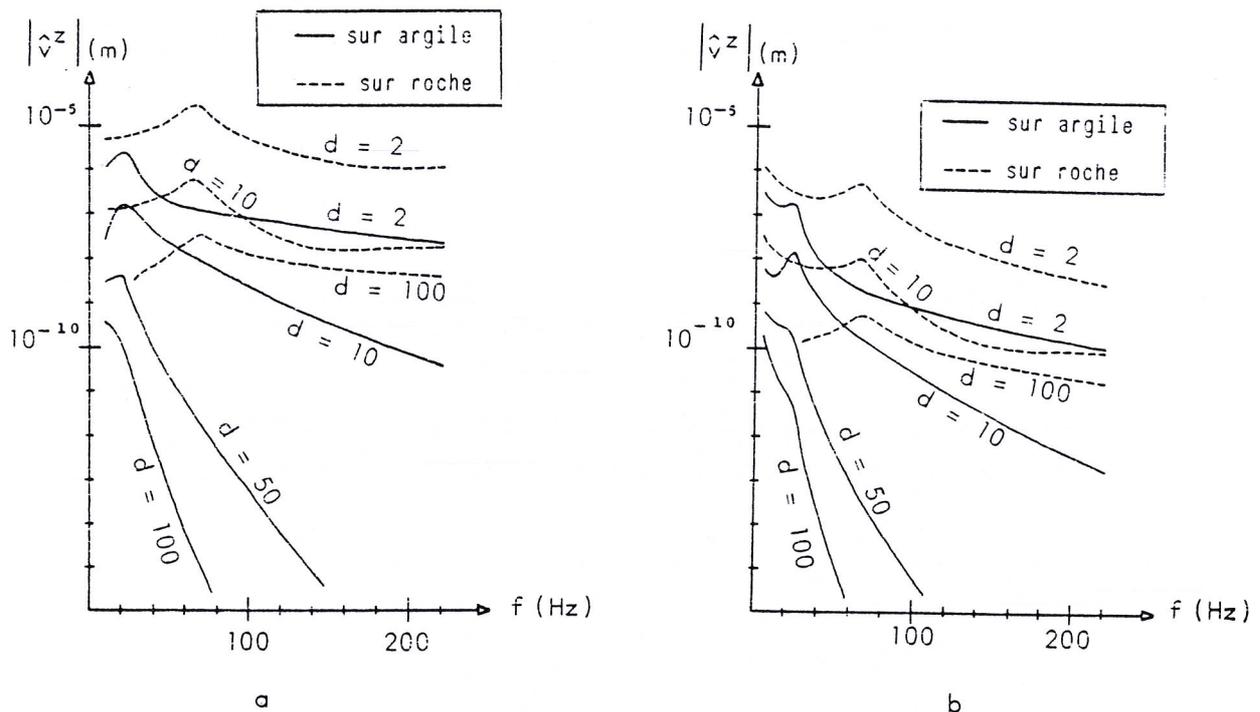


Fig. 4.2 - Déplacements verticaux calculés à diverses distances d (en m) pour deux types de défauts de la voie : a - défauts sinusoïdaux b - défauts impulsifs

Nous déduisons que :

- la valeur maximale du déplacement vertical correspond à une gamme de fréquences comprises entre 20 et 60 Hz,

- la forme des courbes et en particulier le maximum ne changent pas fondamentalement selon le type du défaut,
- pour les sols rocheux, le déplacement s'atténue moins rapidement que pour les sols argileux.

4.2 - Détermination de l'épaisseur de la couche de ballast à partir de l'énergie vibratoire dissipée

Pour déterminer l'épaisseur nécessaire de la couche de ballast, par des calculs rationnels à partir de l'énergie vibratoire dissipée, il suffit d'effectuer les calculs numériques relatifs au système couplé "véhicule-voie-fondation", en tenant compte des valeurs des propriétés mécaniques des divers matériaux constitutifs telles qu'elles ont été déduites dans le deuxième chapitre de la présente thèse.

La question est examinée actuellement par les organismes ferroviaires concernés.

5 - REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 - Germain P., Muller P., "Introduction à la mécanique des milieux continus", Masson, Paris, 1980.
- 2 - Girardi L., "Propagation des vibrations dans les sols homogènes ou stratifiés", Inst. Techn. Bat. et Trav. Publ., N° 397, Septembre 1981.
- 3 - Gutowski T., Dym C., "Propagation of ground vibration : a review", J. of Sound and Vibration, N° 49 (2), 1976.
- 4 - Hudson J., "Love waves in a heterogeneous medium", Geoph. J. of the Roy. Astr. Soc., Vol. 6, N° 2, February 1962.
- 5 - Knopoff L., "On the dissipative viscoelastic constants of higher order", J. of the Acoust. Soc. of Amer., Vol. 26, N° 2, March 1954.
- 6 - Knopoff L., "The seismic pulse in materials possessing solid friction : plane waves", 1955.

- 7 - Knopoff L., "The seismic pulse in materials possessing solid friction : Lamb's problem", Bull. of the Seism. Soc. of Amer., Vol. 49, October 1959.
- 8 - Lamb H., "The propagation of tremors over the surface of an elastic solid", Phil. Trans. of the Roy. Soc., 1904.
- 9 - Lee T., "Surface vibration of a semi-infinite viscoelastic medium", Found. Vibr., 1964.
- 10 - O.R.E., D 151, "Vibrations transmises par le sol", Rp. 1 et 3, Utrecht, Avril 1982.
- 11 - Sezawa K., "On the decay of waves in viscoelastic solid bodies", Bull. Eartq. Res. Inst., Tokyo Univ, 1927.
- 12 - Wegel R., Walther H., "Internal dissipation in solids for small cyclic strains", Physics, Vol. 6, 1929.
- 13 - Wylie R., "Advanced engineering mathematics", Mc. Graw-Hill, 1975.

CONCLUSIONS DE LA THESE

CONCLUSIONS DE LA THESE

La modélisation mathématique, que nous avons élaborée dans le cadre de la présente thèse, a permis d'approfondir les divers aspects du comportement mécanique du système complet "voie ferrée - fondation".

L'utilisation de la méthode des éléments finis permet de déterminer les champs des contraintes et des déplacements en tenant compte de la géométrie exacte du système complexe multi-couche et du châssis complet de la voie ainsi que du comportement non-linéaire des matériaux.

Nos maillages préliminaires ont montré que seule l'approche tridimensionnelle peut fournir des résultats significatifs.

Nous avons également montré qu'une loi de comportement élasto-plastique décrit de manière satisfaisante le comportement irréversible des matériaux des couches d'assise et de la plate-forme.

L'évolution de la déformation permanente des matériaux constitutifs des couches d'assise et de la plate-forme, soumis à des chargements répétés, dépend d'un terme logarithmique et d'un terme exponentiel, fonctions du nombre de cycles. Nous avons montré que lorsque le terme exponentiel est négligeable, il s'agit d'un matériau peu sensible à la fatigue ; par contre, lorsque le terme exponentiel est prépondérant, une déstabilisation peut se manifester.

Pour l'étude de la propagation dans les sols des vibrations d'origine ferroviaire, l'utilisation d'une loi de comportement visco-élastique permet de prendre en compte la dispersion géométrique et la dissipation d'énergie, alors qu'un calcul élastique ne tient compte que du premier de ces deux facteurs.

Il s'en suit que l'amortissement des vibrations varie avec :

- . la fréquence (amortissement plus prononcé aux fréquences élevées),
- . la nature du milieu parcouru (amortissement plus prononcé dans l'argile que dans la roche).

La bonne performance de la voie dépend principalement de deux facteurs :

- d'une part d'une souplesse suffisante, influant sur la tenue du matériel de la voie ainsi que sur la fatigue du matériel roulant et par conséquent sur le confort des voyageurs,
- d'autre part, d'une bonne transmission à la plate-forme des efforts appliqués, par l'intermédiaire d'un matelas répartiteur constitué par les couches d'assise et la couche de forme, et minimisant, tant que faire se peut, les effets de dégradation de la voie.

Nous avons montré que la rigidité verticale de la voie, qui dépend surtout de la qualité du sol de la plate-forme, quelle que soit l'épaisseur des couches d'assise, est trois fois plus importante sur plate-forme rocheuse que sur plate-forme argileuse. Par conséquent, même avec une épaisseur excessive des couches d'assise sur plate-forme rocheuse, la rigidité de la voie semble être difficilement atténuable.

Pour ce qui concerne le niveau de dégradation de la voie, nous avons montré que le paramètre prépondérant est aussi la qualité du sol de la plate-forme, l'épaisseur des couches d'assise restant un paramètre important et d'autant plus que la qualité du sol-support est moins bonne.

En considérant une compatibilité entre la portance du sol de la plate-forme et la sollicitation dynamique au niveau de celle-ci, nos calculs ont permis d'établir des abaques de portée générale et de déterminer les épaisseurs rationnelles des couches d'assise.

Par ailleurs, les épaisseurs rationnelles de la couche de ballast doivent être déterminées à partir de l'énergie vibratoire dissipée.

En tout état de cause, il convient de signaler que les deux facteurs précités (souplesse de la voie et bonne transmission des charges) sont difficilement conciliables et toute tentative inconsidérée d'améliorer unilatéralement l'un seulement d'entre eux risquerait de détériorer dangereusement l'autre.

Dans la présente thèse ont été étudiés les divers aspects du comportement mécanique d'une voie ferrée classique. Les connaissances scientifiques et les moyens technologiques évoluant jour par jour, il serait judicieux de poursuivre et intensifier les recherches entreprises, afin d'adapter encore mieux la voie ferrée aux besoins de notre époque et aux exigences de l'avenir.

BIBLIOGRAPHIE GLOBALE

BIBLIOGRAPHIE GLOBALE

Premier chapitre

- 1 - Alias J., "La voie ferrée", Eyrolles, 1977.
- 2 - Brown S., "Repeated Load Testing of a Granular Material", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104, N° GT6, June 1978.
- 3 - Chang C., Adegoke C., Sellg F., "GEOTRACK Model for railroad track performance", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 106, N° GT11, November 1980.
- 4 - Clough R., "The Finite Element Method in Structural Mechanics", Stress Analysis, Zienkiewicz and Holister editors, Wiley, 1965.
- 5 - Desai C., Siriwardane H., "Numerical Models for Track Support Structures", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 108, N° GT3, March 1982.
- 6 - Drucker D., "Introduction to Mechanics of Deformable Solids", Mc Graw-Hill, 1967.
- 7 - Drucker D., "A more fundamental approach to plastic stress-stain relations", Proc. 1st U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1951.
- 8 - Frémond M., "Méthodes Variationnelles en Calcul des Structures", ENPC, Paris, 1980.
- 9 - Guellec P., Humbert P., Ricard A., "La Méthode des Eléments Finis", Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Janvier-Février 1976.
- 10 - Hermann L., "Three Dimensional Elasticity Analysis of Periodically Loaded Prismatic Solids", Report, University of California, November, 1968.
- 11 - Hill R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxf. Univ. Press, 1950.

- 12 - Imbert J., "Analyse des Structures par Eléments Finis", Editions Cepadues, Toulouse, 1979.
- 13 - Jones A., "Tables of Stresses in Three-Layer Elastic Systems", Highway Research Board, Bulletin 342, National Academy of Sciences, Washington, 1962.
- 14 - Kennedy C., Prause R., "Development of Multilayer Analysis Model for Tie Ballast Track Structures", Proceedings of the 57 th Transportation Research Board, Annual Meeting, January, 1978.
- 15 - Lade P., Duncan J., "Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil", ASCE, Vol. 99, N° SM10, Oct. 1973, p.p. 793-812.
- 16 - Livesley R., "Matrix Methods in Structural Analysis", Pergamon Press, 1964.
- 17 - Meritt F. (editor), "Standard Handbook for Civil Engineers", Mc Graw-Hill, 1976.
- 18 - Mandel J., "Plasticité classique et visco-plasticité", Springer, 1971.
- 19 - Owen D., Hinton E., "Finite Elements in Plasticity", Pineridge Press, Swansea.
- 20 - ORE, D117, RP18 et 25, "The behaviour of the track bed structures under repeated loading", Utrecht, The Netherlands, December, 1981.
- 21 - Profillidis V., "Les structures d'assise de la voie ferrée", mémoire de DEA, ENPC, Paris, 1981.
- 22 - Raymond G., Davies R., "Triaxial Tests on Dolomite Railroad Ballast", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104, N° GT6, June 1978.
- 23 - Salençon J., Halphen B., "Elasto-Plasticité", ENPC, Paris, 1980.
- 24 - Sauvage R., Richez G., "Les couches d'assise et de la voie ferrée", R.G.C.F., Décembre 1978.

- 25 - Sauvage R., Larible G., "La modélisation par éléments finis des couches d'assise de la voie ferrée", RGCF, Septembre 1982.
- 26 - Von Mises R., "Mechanik der Plastischen Formänderung der Kristallen", Z. Angew. Math. Mech., Vol. 8, 1928.
- 27 - Wiley, "Advanced Engineering Mathematics", Mc Graw-Hill, 1975.
- 28 - Zienkiewicz O., "The Finite Element Method in Engineering Science", Mc Graw-Hill, 1971.
- 29 - Zienkiewicz O., Valliappan S., King I., "Elasto-plastic solutions of Engineering Problems. Initial-Stress, finite element approach", Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 1, 1969.
- 30 - Communications aux "Journées Rail et Recherche", Paris, 1-3 Décembre 1982. Notamment "Table Ronde N° 3" sur le Génie Civil et "Table Ronde N° 4" sur la mécanique et les nouveaux matériaux.
- 31 - Communications au séminaire "Plasticité et Visco-plasticité", Ecole Polytechnique, Paris, 27-29 Septembre 1972.
Notamment : communication de Nguyen Q. et Zarka J. sur "les méthodes de résolution numérique" ; communication de Stutz P. sur "le comportement des milieux pulvérulents" ; communication de Bui H. et Zarka J. sur "les fondements expérimentaux et les modèles".

Deuxième chapitre

- 1 - Alias J., "La voie ferrée", Eyrolles, 1977.
- 2 - C.F.F. (Chemins de Fer Suisses), "Infrastructures des nouvelles voies : Exigences au profil type et dimensionnement de la couche de fondation", Bern.
- 3 - Chauvin J., Cimpelli Ch. Paute J., "Résistance en traction et déformabilité des graves-ciment", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., n° 94, Mars-Avril 1978.
- 4 - D.B. (Chemin de Fer Allemands), "Hertstellung von Planumsschutzschichten aus Korngemischen", Munich.

- 5 - Journées Rail et Recherches, Paris, 1-3 Décembre 1982. Notamment "Table ronde N° 3" sur le Génie Civil et "Table ronde N° 4" sur la mécanique et les nouveaux matériaux.
- 6 - Nguyen D.C., "Les graves traitées au ciment", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., N° 94, Mars-Avril 1978.
- 7 - Orlandi D., "Mantenimiento Cero", Simposio sobre tecnicas avanzadas en proyecto, construccion y conservacion de via", Madrid, Novembre 1981.
- 8 - ORE, D 71, "Sollicitations de la voie, du ballast et de la plate-forme sous l'action des charges roulantes", Rapports 9 et 10, Utrecht.
- 9 - ORE, D 117, "Adaptation optimale de la voie au trafic de l'avenir", Rapports 27 et 28, Utrecht, 1983.
- 10 - Prud'homme A., "La voie", R.G.C.F., Janvier 1970.
- 11 - Prud'homme A., "Les problèmes que pose pour la voie la circulation des rames à grande vitesse".
- 12 - Sauvage R., Richez G., "Les couches d'assise de la voie ferrée", R.G.C.F., Décembre 1978.
- 13 - U.I.C., Fiche 719, "Ouvrages en terre et couches d'assise ferroviaires", 1980.
- 14 - Venzel H., "Théorie des probabilités", Mir, Moscou, 1973.

Troisième chapitre

- 1 - Baguelin F., Jézequel J., Méhauté A., "Essais cycliques au pressiomètre autoforeur", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Octobre 1981.
- 2 - Biarez J. Olivari G., "Limites de fatigue des sols dans les espaces contraintes-déformations", Ecole Centrale, Recueil des conférences, Tome 5.
- 3 - Bonnot T., "La fatigue des matériaux", Cours de matériaux de construction, ENPC, Paris, 1980.

- 4 - Ghaboussi J., Momen H., "Plasticity model for cyclic behaviour of sands", 3^d Inter. Conf. on Numer. Meth in Geomech, Aachen, 2-6 April 1979.
- 5 - Dang Van K., Gence P., "Evolution des critères de fatigue : application au cas des rails", RGCF, Décembre 1978.
- 6 - Eekelen H., "Single parameter models for progressive weakening of soils by cyclic loading", Géotechnique 27, N° 3, 1977.
- 7 - Eekelen H., "Fatigue models for cyclic degradation of soils", Inter. Symp. on Soils under Cycl. and Trans. Loading, Swansea, 7-11 Jan. 1980.
- 8 - Habib P., Luong M., "Sols pulvérulents sous chargement cyclique" Semin. sur les matér. et struct. sous charg. cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 9 - Hetherington J., "Soil-véhicule interaction", Inter. Symp. on Soils under Cycl. and Trans. Loading, Swansea, 7-11 Jan. 1980.
- 10 - Hoffman A., Nguyen Q.S., "Méthodes numériques en plasticité incrémentale. Applications à des structures industrielles", Semin. sur les matér. et struct. sous charg. cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 11 - Kalcheff et Hicks, "A test procedure for determining the resilient properties of granular materials", Journal of Testing Evaluation, Vol. 1 N° 6, Nov. 1973.
- 12 - Monosmith C., Ogawa N., Freeme C., "Permanent deformation characteristics of subgrade soils due to repeated loading", TRB Washington, 1975.
- 13 - ORE, D 117, RP N° 5, "Déformation d'un ballast de voie sous charges répétées (essais triaxiaux)", Utrecht, Oct. 1974.
- 14 - Paute J., "Comportement des sols et de matériaux granulaires soumis à des chargements répétés", Mars 1978.
- 15 - Road L., Figueroa J., "Load response of transportation support systems", ASCE, Vol. 106, N° TE1, Jan. 1980.
- 16 - Tirant P., Sarda J., "Chargements répétés des sols fins compactés et non saturés", Bull. de Liaison des Labo. P. et Ch., Juillet-Août 1965.

- 17 - Zienkiewicz O., Chang C., Hinton E., Mroz Z., Norris V., "Soil behaviour under repeated loads", Semin. sur les mater. et struct. sous chargement cyclique, Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.
- 18 - Communications à l'"International Symposium on Soils under cyclic and transient loading", Swansea, 1980.
- 19 - Communications au séminaire "Matériaux et Structures sous chargement cyclique", Palaiseau, 28-29 Sept. 1978.

Quatrième chapitre

- 1 - Germain P., Muller P., "Introduction à la mécanique des milieux continus", Masson, Paris, 1980.
- 2 - Girardi L., "Propagation des vibrations dans les sols homogènes ou stratifiés", Inst. Techn. Bat. et Trav. Publ., N° 397, Septembre 1981.
- 3 - Gutowski T., Dym C., "Propagation of ground vibration : a review", J. of Sound and Vibration, N° 49 (2), 1976.
- 4 - Hudson J., "Love waves in a heterogeneous medium", Geoph. J. of the Roy. Astr. Soc., Vol. 6, N° 2, February 1962.
- 5 - Knopoff L., "On the dissipative viscoelastic constants of higher order", J. of the Acoust. Soc. of Amer., Vol. 26, N° 2, March 1954.
- 6 - Knopoff L., "The seismic pulse in materials possessing solid friction : plane waves", 1955.
- 7 - Knopoff L., "The seismic pulse in materials possessing solid friction : Lamb's problem", Bull. of the Seism. Soc. of Amer., Vol. 49, October 1959.
- 8 - Lamb H., "The propagation of tremors over the surface of an elastic solid", Phil. Trans. of the Roy. Soc., 1904.
- 9 - Lee T., "Surface vibration of a semi-infinite viscoelastic medium", Found. Vibr., 1964.

- 10 - O.R.E., D 151, "Vibrations transmises par le sol", Rp. 1 et 3, Utrecht, Avril 1982.
- 11 - Sezawa K., "On the decay of waves in viscoelastic solid bodies", Bull. Eartq. Res. Inst., Tokyo Univ, 1927.
- 12 - Wegel R., Walther H., "Internal dissipation in solids for small cyclic strains", Physics, Vol. 6, 1929.
- 13 - Wylie R., "Advanced engineering mathematics", Mc. Graw-Hill, 1975.

RESUME DE LA THESE EN ANGLAIS

English summary

MATHEMATICAL MODELS
FOR TRACK
AND TRACK BED STRUCTURES

by

VASSILIOS A. PROFILLIDIS

This thesis was presented to the Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France, in order to obtain the Ph. D. degree. The research work was carried out in the Equipment Direction of the French National Railways (Direction de l'Équipement de la Société Nationale des Chemins de Fer Français).

The purpose of the thesis is to establish mathematical models for track and track bed structures.

The basic theory and the main results can be analyzed as follows.

1st Chapter - An elasto-plastic finite element model of the system rail - sleepers - ballast - sub-ballast - subgrade

The mesh of the model is presented in Fig. 1 (because of symmetry, the study is reduced to only the quarter of the system). The sleeper under loading

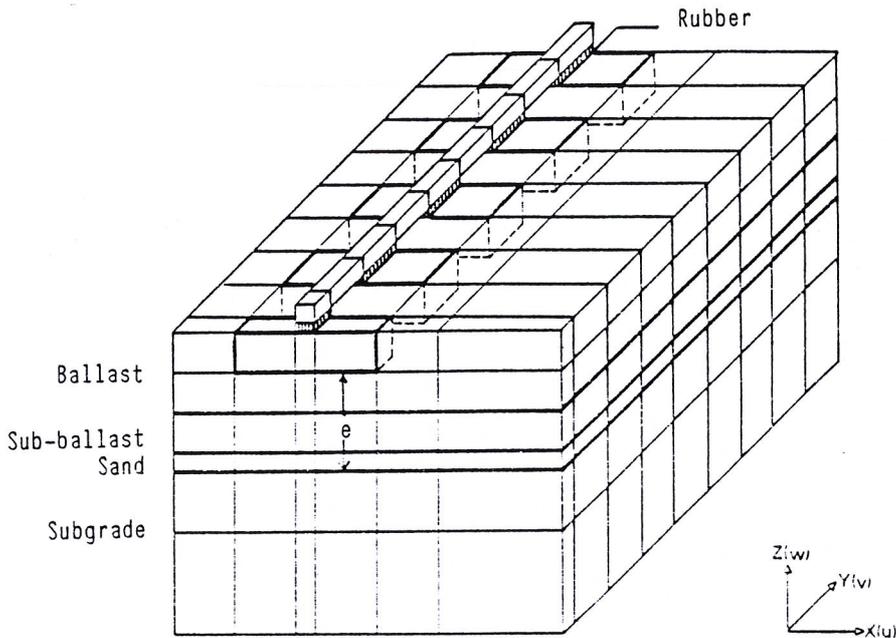


Fig. 1 - The mesh of the model

and four adjacent sleepers on either side are investigated.

The rail is conceptualized by using an equivalent rectangular cross section having the same inertial moment as the actual rail.

Hexaedral constant isoparametric elements are used. Double nodes are considered at the interfaces rail-rubber, rubber-sleeper and sleeper-ballast.

An elasto-plastic constitutive law is applied. The numerical approach of the law is done by using the initial stress method.

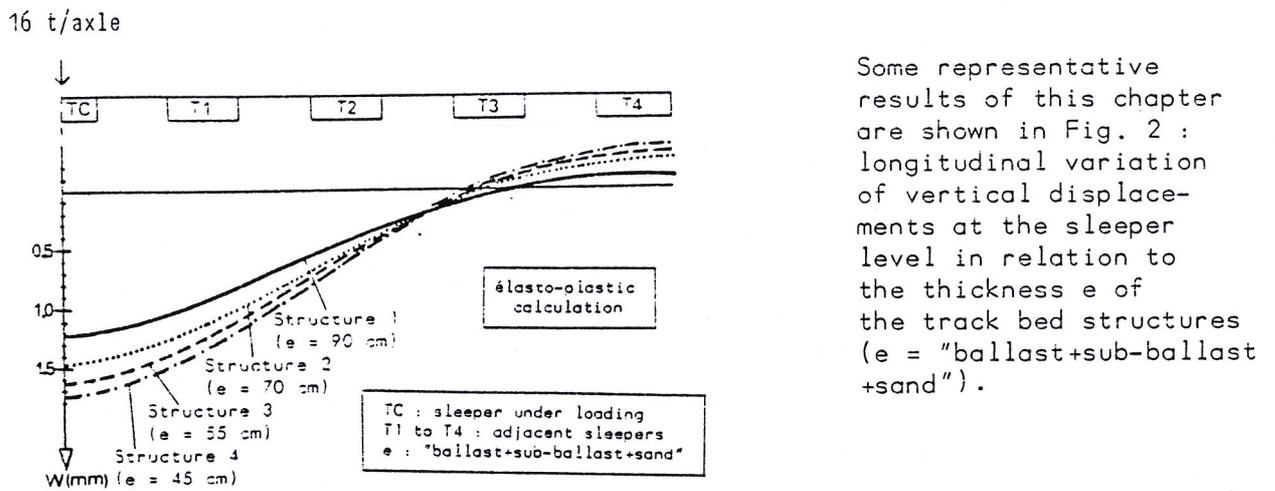


Fig. 2 - Vertical displacements at the sleeper level

Some representative results of this chapter are shown in Fig. 2 : longitudinal variation of vertical displacements at the sleeper level in relation to the thickness e of the track bed structures ($e = \text{"ballast+sub-ballast+sand"}$).

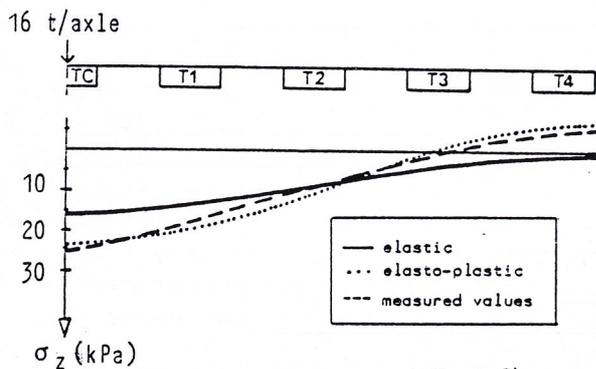
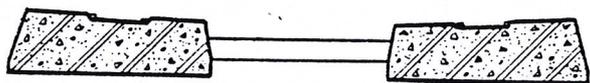


Figure 3 presents a typical comparison between the predicted values of the model and the measured values during field experiments carried out in Derby (England). This comparison shows the accuracy and validity of the model.

Fig. 3 - Comparison between predicted and measured values : vertical stresses at the subgrade surface

2nd Chapter - The rational design of the track bed structures in relation to the type of sleeper and the quality of soil of the subgrade

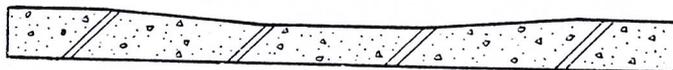
Three types of sleepers are investigated :



- reinforced concrete sleepers (Fig. 4.a)

$l = 2.415$

a - Reinforced concrete sleepers



- prestressed concrete sleepers (Fig. 4.b)

$l = 2.50$

b - Prestressed concrete sleepers

Fig. 4 - Concrete sleepers

- wooden sleepers of a rectangular cross section, with $l = 2.60$ m

Four types of soils of the subgrade are studied :

- soil QS_1 , of bad quality, with $E = 12.5$ MPa,
- soil QS_2 , of medium quality, with $E = 25$ MPa,
- soil QS_3 , of good quality, with $E = 80$ MPa,
- rock, with $E = 3\ 000$ MPa.

The choice of the values of elasticity modulus was made according to the results of the first chapter and the values of triaxial essays carried out in Derby.

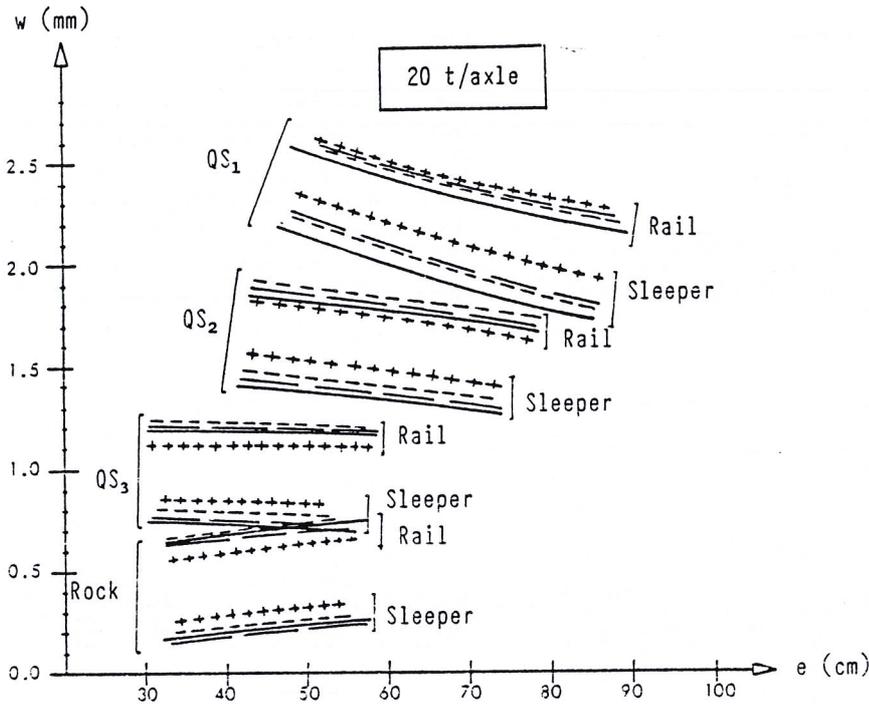


Fig. 5 - Vertical displacements : elasto-plastic calculations

By combining each type of sleeper with each type of subgrade we studied the influence of the parameter "thickness e of the track bed structures" on the values of stresses, displacements, vertical rigidity of track, flexibility of sleepers and transmission of the applied load.

Some representative results of this chapter are given in Fig. 5 and 6 : vertical displacements at the level of the sleeper and rail (Fig. 5), vertical stresses at the surface of the subgrade (Fig. 6).

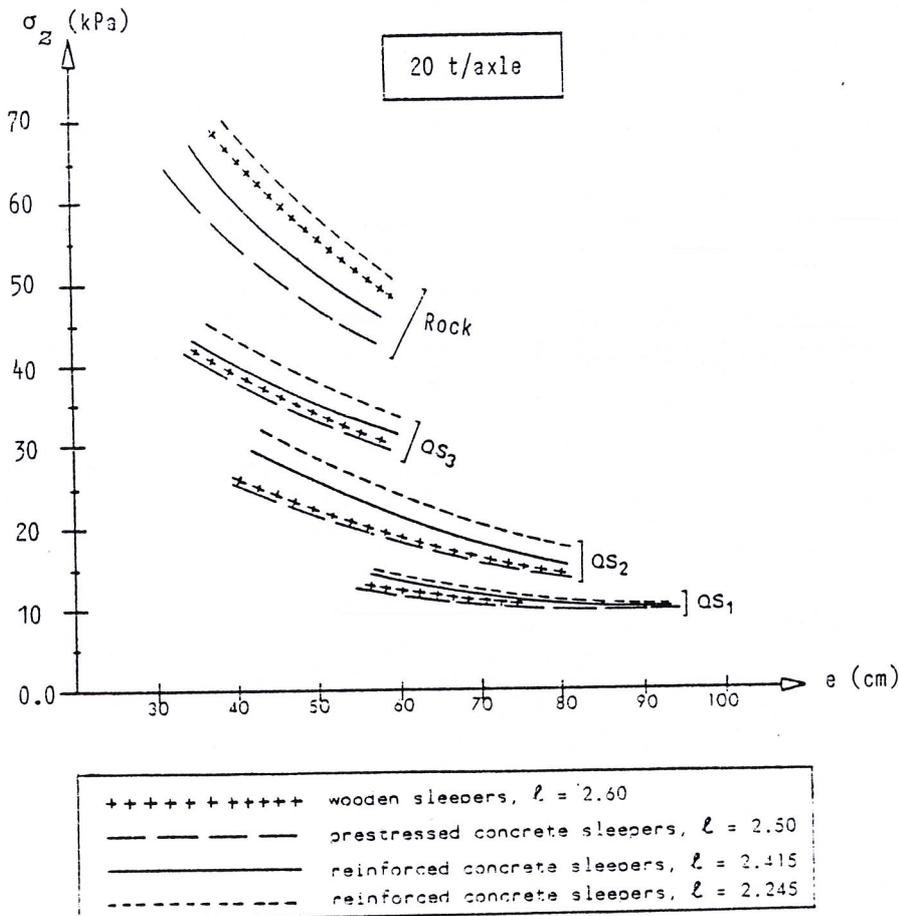


Fig. 6 - Vertical stresses at the surface of subgrade : elasto-plastic calculations

The study is completed by taking into account the influence of the unsteady forces due to the irregular loaded profile of the rail. For this, the results of the spectral analysis were used.

The results of the study are afterwards extended by taking into account the classification of the line (group UIC) and the cost of maintenance (coefficient k).

This analysis permits us finally to propose the rational design of the track bed structures (table 1, case of a load of 20 t/axle).

Group UIC of the line	Type of the subgrade	Minimal thickness of track bed structures						Normal thickness of track bed structures											
		Coefficient of maintenance $k = 1$												Coefficient of maintenance $k = 0.5$					
		Type of sleeper						Type of sleeper											
		wood $\ell = 2.60$	$\ell = 2.60$	concrete $\ell = 2.50$	$\ell = 2.40$	$\ell = 2.30$	$\ell = 2.20$	wood $\ell = 2.60$	$\ell = 2.60$	concrete $\ell = 2.50$	$\ell = 2.40$	$\ell = 2.30$	$\ell = 2.20$						
1 et 2	QS ₁	60	57	59	62			66	65	70	75								
	QS ₂	45	40	43	48			52	47	51	57								
	QS ₃ and rock	35	31	33	37			46	40	43	47								
3	QS ₁	54	51	53	57	59	63	62	58	61	66	71	78						
	QS ₂	41	37	40	45	50	58	48	42	46	52	57	65						
	QS ₃ and rock	29	24	26	29	32	36	39	33	36	40	43	47						
4	QS ₁	51	47	50	55	57	60	58	56	58	63	68	73						
	QS ₂	39	35	38	42	47	55	46	40	44	50	55	62						
	QS ₃ and rock	24	21	23	25	28	30	33	26	31	35	39	42						

Table 1 - Proposition for the rational design of the thickness of track bed structures

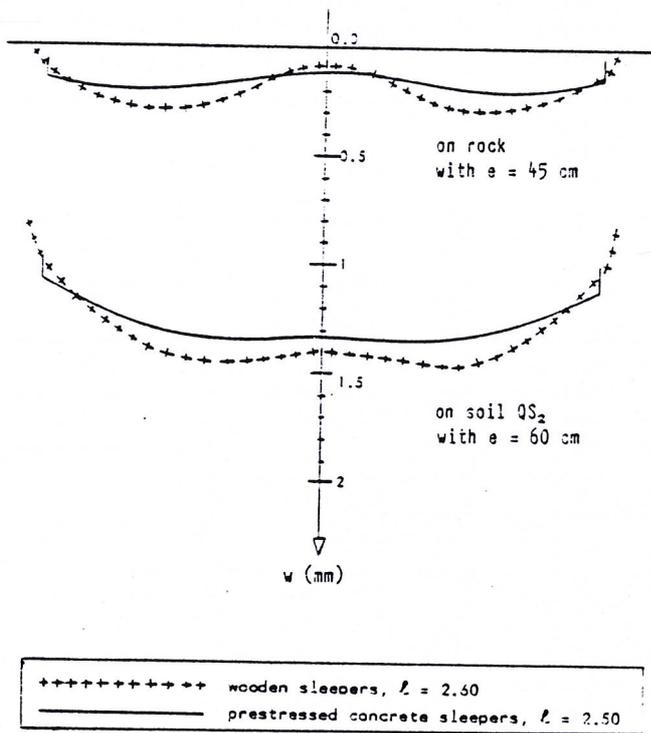


Fig. 7 and 8 present some other results of this chapter : comparative flexibility between wooden and prestressed concrete sleepers (Fig. 7), transmission of the wheel load to the adjacent sleepers (Fig. 8).

Fig. 7 - Comparative flexibility of wooden and concrete sleepers

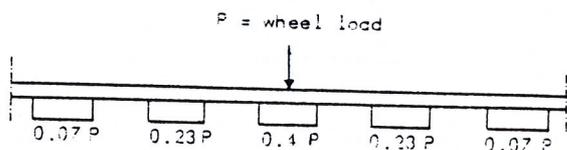


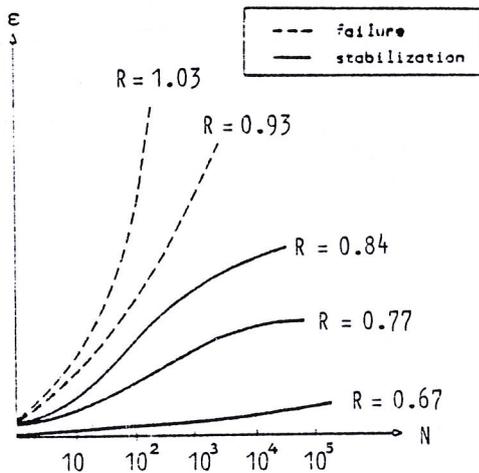
Fig. 8 - Transmission of the wheel load to the sleepers

3^d Chapter - Fatigue behaviour of track bed structures and subgrade

First the results of experimental investigations are studied. Three cases are examined :

- . soils,
- . gravel,
- . ballast.

Presented in each case are the expressions of permanent deformation ϵ_p^N and of variation of elasticity modulus E_N related to the number of cyclic loading.



An important parameter for the fatigue behaviour of soils is shown to be $R = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{lim}}$

A mathematical study for the fatigue behaviour of track bed structures and subgrade is presented afterwards. We showed that the sensitivity to fatigue of a material can be measured by a function Φ (which we called "fatigue function"). The expression of this fatigue function is established for the cases of ballast and soils.

Fig. 9 - The influence of the parameter R

Table 2 gives a recapitulation of the principal conclusions of this chapter.

Material	Expression for the permanent deformation	Variations of elasticity modulus	Fatigue function	Sensitivity to fatigue
Ballast	$\epsilon_p^N = 0.082(100n - 38.2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)^\alpha (1 + 0.2 \log N)$	Especially for the first 1 000 cycles $E_N = -\frac{\alpha}{N} + 3$	$\phi_s = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)^c}{N}$	very small, negligible
Gravel	$\epsilon_{tot}^N = \epsilon_{tot}^1 \cdot N^\alpha$	Especially for the first 100 cycles	Similar to that of ballast	Minor
Soil of the clayey subgrades	$\epsilon_p^N = a + b \log N + cN^\alpha + dN^\beta$	Especially for the first 1 000 - 10 000 cycles	$\phi_s = \frac{b}{N} + caN^{\alpha-1}$	For some soils great sensitivity, for other soils minor sensitivity

Table 2 - Principal conclusions for the fatigue behaviour of track bed structures and subgrade.

4th Chapter - Study in visco-elasticity of the propagation of rail vibrations in soils

First we discuss the generation and propagation of the various types of waves, induced by rail traffic : compression waves, shear waves, Rayleigh waves. For the railways problems emphasis must be placed on Rayleigh waves.

A visco-elastic model is presented afterwards.

Figure 10 shows the conceptualization of the considered model which consists of stratified horizontal layers (track bed structure and subgrade), of discrete masses (sleepers, wheels, wagons) and of continuous beams (rail).

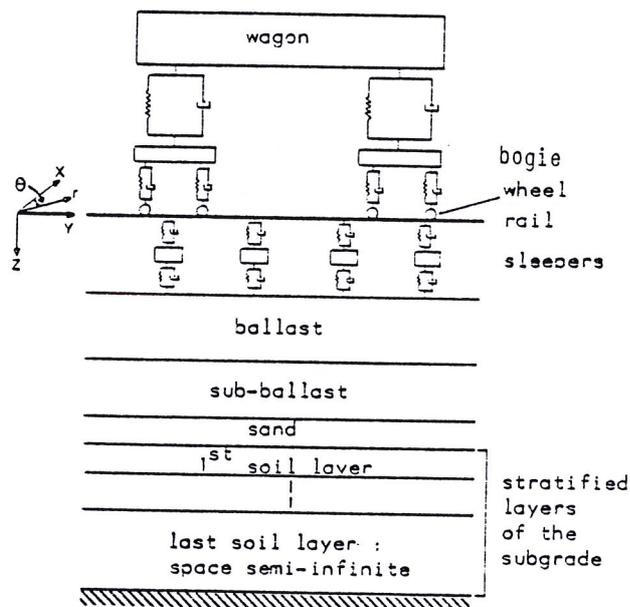


Fig. 10 - Conceptualization of a visco-elastic model for the study of the propagation of rail vibrations into soils

A visco-elastic constitutive law is taken into account. The various elements of the model are linked to each other with Kelving-Voigt models.

The application of Fourier and Hankel transformations to the equations of the model permits us to obtain a system of equations which can be solved and programmed without major mathematical difficulties.

The proposed method takes into account not only geometric dispersion but also energy dissipation through the successive layers. One of the preliminary conclusions of the method (which is supported by field experiments) is that higher frequencies are more quickly attenuated than the lower ones.

Pure elastic theory (Lamb's approach) is incapable of reaching such conclusions.

By considering the dissipated energy through ballast as well as the various levels of vibrations, the proposed model will permit in a future step the rational design of the thickness of the ballast layer.

