



**HAL**  
open science

# Etude experimentale de non-linearites optiques dispersives dans un milieu d'atomes pieges par laser .

Philippe Grelu

► **To cite this version:**

Philippe Grelu. Etude experimentale de non-linearites optiques dispersives dans un milieu d'atomes pieges par laser .. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1996. Français. NNT : . pastel-00714042

**HAL Id: pastel-00714042**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00714042>**

Submitted on 3 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'Ordre :

UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD  
CENTRE D'ORSAY

# THÈSE

présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR  
EN SCIENCES PHYSIQUES

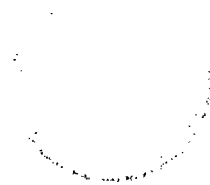
PAR

*Philippe GRELU*

**Etude expérimentale de non-linéarités dispersives dans un  
milieu d'atomes piégés par laser**

**Soutenue le 18 Janvier 1996 devant la commission d'examen**

M.	C. IMBERT	Président
M.	C. FABRE	
M.	C. FROEHLY	
M.	P. GRANGIER	
Mme	L. JULIEN	
M.	C. SALOMON	



*À mes parents*





## Remerciements

L'ensemble de ce travail a été réalisé à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée. Je remercie son directeur, monsieur le professeur Christian Imbert, de m'y avoir accueilli et d'accepter à présent la présidence de ce jury.

Je remercie vivement Philippe Grangier de m'avoir proposé de participer à l'aventure que constitue le démarrage d'une expérience complexe et fascinante. Il m'a donné la chance de travailler sur un ensemble très divers de sujets, et de pouvoir m'initier à de nombreuses techniques expérimentales, alors que ma formation était jusqu'alors plutôt théorique. J'ai été impressionné par la profusion de ses idées, assorties d'un très grand esprit de rigueur scientifique.

Merci à Jean-François Roch, présent tout au long de ce travail, auprès de qui j'ai acquis une grande partie de mes connaissances expérimentales. Sa présence et ses conseils ont été décisifs pour la plupart des sujets traités dans ce mémoire. Je remercie également Jean-Philippe Poizat, pour m'avoir précisé de nombreux points sur les mesures de bruit quantique.

Trois étudiants étrangers ont fait un séjour dans notre groupe et ont apporté chacun une contribution très appréciable à l'expérience ou à son interprétation théorique : Tony Van der Veldt, Tiancai Zhang et Alice Sinatra.

Merci également à Karine Vigneron, qui a commencé sa thèse au cours de l'année 95 et a participé pleinement à l'étude de la bistabilité optique, ainsi qu'à Jean-Marc Daul qui a effectué son service de scientifique dans notre équipe et nous a apporté une aide expérimentale notable à plusieurs reprises.

Je tiens à remercier Elisabeth Giacobino et les membres de son groupe, en particulier Francesco Marin, pour leur collaboration dans l'étude sur le bruit quantique des diodes laser.

Je suis reconnaissant à Messieurs Claude Fabre et Christophe Salomon pour avoir accepté de rapporter ce travail à une époque de l'année particulièrement surchargée. Je remercie également Monsieur Claude Froehly et Madame Lucile Julien de l'intérêt qu'ils ont témoigné pour ce travail en acceptant de prendre part à ce jury.

La réalisation de cette expérience n'aurait pas été possible sans l'excellent travail réalisé par les membres des services techniques de l'Institut d'Optique. Pierre Fournet a dessiné l'enceinte ultravide ainsi que la cavité interférométrique, et Monsieur Bouchot a conçu les mécaniques de nos diodes laser. Une grande partie des pièces mécaniques ont été réalisées à l'atelier dirigé successivement par messieurs Francis Contet et Gérard Galtier.

Merci à Alain Aide dont on ne compte plus les réalisations de montages d'électronique, ainsi qu'à André Villing pour ses précieux conseils. Je remercie également

Gérard Roger pour son aide spontanée, et Gisèle Roger pour m'avoir enseigné le polissage des fibres optiques.

Je voudrais adresser un salut amical aux autres étudiants qui m'ont fait partager leur expérience ou bien ont simplement prêté un matériel ou avec qui j'ai échangé quelques propos.

J'ai eu enfin la chance d'être aidé par deux secrétaires, Nelly Bonavent et Michèle Daudin, qui ont assuré la frappe de la majeure partie de ce mémoire. Je leur en suis très reconnaissant. Merci également à Mme Pellegrino pour la reproduction et la reliure du mémoire.

## Résumé

Ce mémoire présente une contribution à la recherche de nouveaux milieux non-linéaires pour l'optique quantique. L'objectif final consiste à pouvoir contrôler les fluctuations quantiques d'un faisceau laser au moyen d'un dispositif de mesure Quantique-Non-Destructif (QND). Une étude expérimentale a été effectuée concernant les propriétés quantiques des diodes laser, puisque l'utilisation de ces dernières, comme faisceaux de signal et de mesure couplés par un dispositif QND, a été envisagée. On montre que leurs fluctuations quantiques d'intensité peuvent être réduites en dessous du bruit de photon à température ambiante, mais qu'un large excès de bruit de phase subsiste dans tous les cas, ce qui empêche leur utilisation immédiate dans une expérience interférométrique sensible au bruit quantique.

Un piège magnéto-optique d'atomes de rubidium alimenté par un jet atomique ralenti par laser est réalisé expérimentalement. Nous mettons en évidence un couplage classique entre deux faisceaux laser pompe et sonde, au moyen du milieu d'atomes piégés, qui est un milieu résonnant pour lequel l'élargissement Doppler est négligeable devant la largeur naturelle de l'état excité. Afin d'exalter les non-linéarités obtenues et permettre un couplage sensible aux fluctuations quantiques des deux faisceaux, les atomes piégés sont entourés d'une cavité interférométrique. Divers régimes de bistabilité à un faisceau sont mis en évidence. Nous étudions enfin comment la perturbation provenant des faisceaux de piégeage peut être contournée en réalisant, par contrôle du pompage optique, un mode de fonctionnement sombre du piège pour lequel la majeure partie de la population atomique se trouve sur un niveau qui n'est pas couplé à ces faisceaux.

## Abstract

This study presents a contribution to the search of new non-linear media for quantum optics. The final goal is to control the quantum fluctuations of a laser beam using a Quantum-Non-Demolition (QND) device. First, we study experimentally the quantum properties of laser diodes, since we considered using these lasers as signal and probe beams in a QND setup. We show that their intensity quantum fluctuations can be reduced below shot noise level at room temperature, but also that a large phase noise excess still exists in all cases met, preventing the immediate use of laser diodes in interferometric experiments which have to be sensitive to the quantum noise level.

We built up a magneto-optical trap of rubidium atoms, filled by a laser cooled atomic beam, and used it to couple classically one probe laser beam with one pump beam. The trapped atoms represent a medium where Doppler broadening is negligible compared to the natural linewidth of the atomic excited state. To enhance the non-linearities obtained, and to get a coupling sensitive to the quantum fluctuations, the trapped atoms are surrounded by an interferometric cavity. We then observe several regimes of bistability with one probe beam. Finally, we study how the perturbation which arises from the trapping beams can be circumvented by controlling optical pumping and realizing a dark trap, where most of the atomic population lays in a level uncoupled to these beams.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre Un : Etude et contrôle des fluctuations quantiques en optique</b>	<b>9</b>
<b>I : Les fluctuations quantiques en optique</b>	
I.a) Formalisme quantique et composantes de quadrature. ....	9
I.b) Etats cohérents du champ électromagnétique. ....	11
I.c) Etats comprimés. ....	13
I.d) Mesure des fluctuations d'intensité et bruit de photon. ....	14
I.e) Mesure des fluctuations suivant une quadrature arbitraire. ....	18
<b>II : Etude expérimentale des fluctuations d'intensité et de phase pour une diode laser</b>	
II.a) Introduction. ....	21
II.b) Bruit d'intensité. ....	21
II.c) Bruit de fréquence et bruit de phase. ....	24
II.d) article " Quantum noise of free-running and externally-stabilized laser diodes". ....	26
II.e) Principe de la mesure du bruit de phase d'un champ par réflexion sur une cavité. ....	40
<b>III : Mesures Quantiques-Non-Destructives</b>	
III.a) Principe et critères utilisés. ....	45
III.b) La lame séparatrice. ....	48
III.c) Mesure QND avec un milieu Kerr croisé parfait. ....	49
III.d) Milieux réels présentant de l'effet Kerr croisé. ....	51
III.e) Résultats expérimentaux. ....	53
III.f) Possibilités de mesures QND avec un milieu d'atomes piégés. ....	54
<b>Chapitre Deux : Réalisation d'un piège magnéto-optique de rubidium alimenté par un jet atomique ralenti</b>	<b>59</b>
<i>Partie A : Production et ralentissement d'un jet atomique de rubidium</i>	
<b>I : Principe du ralentissement laser</b>	
I.a) Introduction. ....	60
I.b) Force moyenne exercée par un faisceau laser quasi-résonnant sur un atome à deux niveaux. ....	62
I.c) Application au refroidissement laser. ....	68

**II : Le jet atomique**

II.a) Ensemble du dispositif fonctionnant sous vide. . . . .	75
II.b) Description du four à rubidium. . . . .	77
II.c) Régime de fonctionnement. . . . .	81

**III : Réalisation expérimentale du ralentissement laser**

III.a) Transitions utilisées. Pompage optique. . . . .	87
III.b) Emploi de diodes laser. . . . .	91
III.c) Signaux de ralentissement. . . . .	95

**IV : Simulation numérique du ralentissement**

IV.a) Motivations et objectifs. . . . .	101
IV.b) Modélisation. . . . .	103
IV.c) Trajectoires atomiques. . . . .	106
IV.d) Influence des paramètres expérimentaux. . . . .	112
IV.e) Confrontation expérimentale. . . . .	115

*Partie B : Le piège magnéto-optique***I : Introduction et principe du fonctionnement**

I.a) Historique. . . . .	116
I.b) Principe du piège magnéto-optique. . . . .	118

**II : Modélisation du mécanisme de piégeage**

II.a) Motivations. . . . .	123
II.b) Forces séculaires. . . . .	124
II.c) Processus de capture. . . . .	126

**III : Dispositif expérimental**

III.a) La chambre ultravide. . . . .	131
III.b) Choix des lasers. Emploi de diodes laser. . . . .	133
III.c) Asservissement de la fréquence d'un laser maître et injection de deux lasers de puissance. . . . .	134

*Partie C : Caractérisation du milieu d'atomes piégés***I : Fluorescence et absorption d'un faisceau sonde**

I.a) Observation directe. . . . .	142
I.b) Temps de vie du piège. . . . .	144
I.c) Absorption linéaire d'une sonde. . . . .	146

<b>II : Mise en évidence expérimentale d'un couplage non-linéaire entre deux faisceaux</b>	
II.a) Choix de la transition. . . . .	151
II.b) Principe de l'expérience. Doublet Autler-Townes et dispersion non-linéaire. . . . .	151
<b>III : Description théorique du couplage</b>	
III.a) Généralités. Matrice de Bloch. . . . .	158
III.b) Simplifications utilisées. Réponse linéaire. . . . .	161
III.c) Discussion. Modèle à quatre niveaux. . . . .	164

## Chapitre Trois : Expériences d'optique non-linéaire en cavité avec les atomes piégés 169

### *Partie A : Emploi d'une cavité interférométrique autour du piège*

<b>I : Caractérisation de la cavité</b>	
I.a) Choix et description. . . . .	171
I.b) Couplage d'un faisceau laser : adaptation de modes. . . . .	172
<b>II : Observation de la bistabilité optique à un faisceau</b>	
II.a) Introduction. . . . .	181
II.b) Modèle théorique pour un atome à deux niveaux. . . . .	182
II.c) Observation expérimentale de la bistabilité. . . . .	188
<b>III : Les différents régimes de bistabilité</b>	
III.a) Désaccords rouges ( $\Delta < 0$ ). . . . .	192
III.b) Désaccords bleus ( $\Delta > 0$ ). . . . .	199
III.c) Influence d'effets mécaniques : un piège dipolaire créé par le faisceau sonde ? . . . . .	200

### *Partie B : Contrôle du pompage optique en régime continu : atomes piégés dans un sous-niveau noir*

<b>I : Motivations</b>	
<b>II : Effets de diffraction en champ proche</b>	
II.a) Théorie de Kirchhoff et formule de Rayleigh-Sommerfeld. . . . .	209
II.b) Diffraction en champ proche par un disque sombre. Point de Poisson. . . . .	213
II.c) Comparaison théorie-observation expérimentale. . . . .	218



---

<b>III : Contrôle du niveau d'obscurité par imagerie</b>	
III.a) Imagerie confocale. . . . .	222
III.b) Variantes du système d'imagerie. . . . .	228
<b>IV : Effets produits sur le piège</b>	
III.a) Résultats expérimentaux : accroissement du nombre d'atomes piégés . . . . .	232
III.b) Analyse du fonctionnement du piège sombre. Taux de repompage résiduel. . . . .	236
III.c) Accroissement de la durée de vie du piège . . . . .	241
III.d) Conclusion . . . . .	245
<b>Conclusion</b>	<b>249</b>
<b>Annexes</b>	
Annexe I : Calcul des poids respectifs des différentes raies hyperfines pour les deux isotopes du rubidium. . . . .	251
Annexe II : Facteurs de Landé. . . . .	257
Annexe III : Bilan d'énergie au cours d'un cycle de fluorescence pour un atome subissant le ralentissement laser. . . . .	261
<b>Références bibliographiques</b>	<b>265</b>

# Introduction

L'optique est un domaine où la précision de certaines expériences fondamentales, par exemple en spectroscopie de haute résolution, est limitée par les fluctuations quantiques du champ électromagnétique. De plus, les fluctuations quantiques ne peuvent pas être ignorées dans la conception et le développement des systèmes de télécommunication actuels et futurs, qui visent à obtenir un débit d'informations extrêmement élevé avec une puissance lumineuse nécessairement limitée. La limite quantique la plus simple, et la plus fréquemment rencontrée en pratique, concerne les fluctuations quantiques d'intensité de la lumière : pour une source usuelle, un laser par exemple, le bruit de photon correspond à une distribution poissonnienne du nombre de photons détectés pendant un intervalle de temps donné. Ces fluctuations, qui proviennent essentiellement de la nature quantique de la lumière, peuvent cependant être contournées : rien n'interdit en principe de reporter les fluctuations quantiques vers une observable qui n'est pas concernée par la mesure que l'on veut effectuer. Des recherches actives sont donc en cours pour identifier des stratégies et des méthodes, basées le plus souvent sur l'utilisation de milieux optiquement non-linéaires, qui permettraient un tel camouflage du bruit quantique. Une première lignée d'expériences a produit de la lumière dite comprimée <sup>(1)</sup>, qui a pu être utilisée pour améliorer la sensibilité d'une détection interférentielle <sup>(2)</sup>. C'est pourquoi on peut envisager à terme l'emploi de telles sources dans les grands interféromètres qui sont actuellement conçus pour détecter le passage des ondes gravitationnelles <sup>(3)</sup>. Une deuxième série d'expériences a pour but la réalisation d'une mesure optique idéale d'un système quantique, qui puisse lire fidèlement une observable sans l'altérer. En vertu des inégalités de Heisenberg, toute mesure quantique perturbe le système étudié. Cependant, la mesure peut être rendue idéale si cette perturbation inévitable est reportée sur l'observable conjuguée à celle mesurée, à la condition expresse qu'il n'y ait pas d'action en retour sur la quantité mesurée aux instants ultérieurs <sup>(4)</sup>. L'idée d'une telle mesure, appelée mesure Quantique-Non-Destructive (QND), est née dans le contexte de la détection ultrasensible des ondes gravitationnelles, mais c'est dans le domaine purement optique qu'elle a permis l'ouverture d'une série d'investigations expérimentales <sup>(5)</sup>. Outre leur intérêt fondamental, les mesures QND ont des applications potentielles qui concernent la réalisation d'une série d'écouteurs discrets sur une chaîne de télécommunication. Deux observables conjuguées fréquemment utilisées en optique sont le nombre de photons  $N$  et la phase d'un  $\varphi$  faisceau laser, pour lesquelles la présence de fluctuations quantiques se traduit par une relation d'incertitude  $\Delta N \cdot \Delta \varphi \geq 1/2$ . Nous verrons au premier chapitre

que l'on peut donner une interprétation très simple de cette relation pour un champ laser, pour lequel les fluctuations de  $N$  et  $\varphi$  s'identifient aux fluctuations de deux composantes de quadrature du champ, respectivement en phase et en quadrature avec le champ moyen. Une mesure QND en optique consiste, par exemple, à coupler deux faisceaux laser au moyen d'un milieu non-linéaire présentant de l'effet Kerr croisé. L'indice du milieu traversé par l'un des faisceaux, qui constitue le faisceau de mesure, est modifié en fonction des variations d'intensité de l'autre faisceau, qui est le faisceau signal. A la limite fictive où le milieu non-linéaire serait parfaitement transparent et présenterait un effet Kerr croisé arbitrairement grand, on réaliserait une mesure QND idéale, puisque le signal serait parfaitement transféré sur la phase du faisceau de mesure.

La possibilité d'employer couramment de la lumière non classique comprimée, ou bien des techniques de mesures QND, est encore assez éloignée de la réalité. Ces expériences demeurent complexes, encombrantes et leurs performances doivent être améliorées. C'est pourquoi la recherche de nouveaux milieux non-linéaires et de nouvelles sources laser continue. Actuellement, l'emploi des diodes laser est en plein essor, dans le proche infrarouge : ces sources sont compactes, puissantes et économiques. Elles sont susceptibles d'émettre directement de la lumière comprimée, mais leurs caractéristiques spectrales et quantiques sont fort différentes des lasers à colorants, par exemple. Il est nécessaire de les étudier et de comprendre comment il est possible d'adapter ces caractéristiques aux besoins de la physique atomique et de l'optique quantique. Les principaux milieux non-linéaires utilisés pour les expériences d'optique quantique sont les milieux atomiques résonnants, en mélange quatre ondes, et les cristaux pour les mélanges à trois ondes. Ces derniers milieux, transparents et rapides, ont donné de très bons résultats, tant dans la production de lumière comprimée <sup>(6)</sup> que dans la réalisation de dispositifs de mesure QND <sup>(7)</sup>. Les cristaux requièrent cependant des lasers de pompe de forte intensité, et le fonctionnement en régime continu est difficile à obtenir. Les milieux atomiques ont aussi conduit à des résultats positifs dans les deux types d'expériences <sup>(8)</sup>, mais leurs performances sont restées inférieures à celles des cristaux. Un milieu atomique étant un milieu résonnant, on paie l'importance des effets non-linéaires par une très grande sensibilité à la fréquence des ondes qui interagissent. Si la fréquence d'un laser s'approche trop de la résonance, l'absorption par le milieu devient importante, et ces pertes réduisent très rapidement les performances quantiques du dispositif. Loin de résonance, les effets non-linéaires de type  $\chi^{(3)}$  décroissent comme l'inverse du cube du désaccord. Le compromis consiste donc à trouver un régime de fonctionnement où l'absorption est faible, et les effets non-linéaires suffisants pour l'expérience. L'élargissement fréquentiel par effet Doppler du

milieu constitue aussi une difficulté dont on peut s'affranchir, par exemple avec un jet atomique très collimaté. Mais une excellente collimation se fait au détriment de la densité des atomes dans le milieu, ce qui diminue globalement l'effet non-linéaire. Malgré ces difficultés, les milieux atomiques demeurent très intéressants par le fait qu'ils permettent un fonctionnement en régime continu avec de faibles puissances laser.

Depuis la réalisation du premier piège magnéto-optique, en 1987 <sup>(9)</sup>, les physiciens disposent d'un milieu optiquement dense et résonnant, dépourvu d'élargissement Doppler : il est possible d'obtenir des non-linéarités très importantes en se rapprochant des résonances atomiques. En effet, les non-linéarités d'ordre trois que nous recherchons augmentent beaucoup plus rapidement que l'absorption par le milieu lorsque l'on réduit le désaccord des lasers. L'interaction entre les atomes piégés et la lumière laser ouvre la voie à de nombreux effets nouveaux, tant en optique non-linéaire qu'en optique-quantique <sup>(10)</sup>. De plus, un piège de rubidium ou de césium se prête bien à l'emploi des nouvelles sources que sont les diodes laser <sup>(11)</sup>. Le but du travail présenté dans cette thèse est d'étudier les potentialités pour l'optique quantique d'un milieu d'atomes de rubidium piégés par laser. Nous décrivons la réalisation d'un ensemble expérimental polyvalent, où le piège magnéto-optique est réalisé dans une enceinte de grande taille permettant l'insertion d'une cavité interférométrique afin d'amplifier les effets non-linéaires, et chargé par un jet atomique ralenti par laser, autorisant dans une certaine mesure le contrôle du taux de chargement du piège et la qualité du vide résiduel dans l'enceinte. La complexité de notre dispositif est compensée par la diversité des effets que l'on peut mettre en évidence, lorsque l'on dispose d'un nuage contenant près d'un milliard d'atomes quasi-immobiles au centre d'une cavité interférométrique. Mais avant toute chose, il s'agit de mettre en œuvre ce dispositif.

Le **premier chapitre** de ce mémoire traite du contrôle des fluctuations quantiques. Après avoir rappelé quelle était la nature de ces fluctuations en optique, et comment on pouvait les mesurer (§I), nous étudions expérimentalement le bruit quantique issu des diodes laser, en fonctionnement libre ou couplé, afin de juger dans quelle mesure leur emploi est possible dans une expérience de haute sensibilité comme en optique quantique (§II). La technologie de fabrication de ces composants évolue très rapidement, aussi ces questions conservent-elles une grande ouverture. Enfin, nous rappelons les principes d'une mesure Quantique-Non-Destructive ainsi que les critères qui permettent de quantifier l'écart entre une mesure QND idéale et les résultats obtenus expérimentalement (§III). Nous évaluons dans quelles conditions le milieu d'atomes piégés permet la réalisation d'une telle mesure.

Le **deuxième chapitre** retrace toutes les étapes qui ont mené à l'obtention de notre piège magnéto-optique.

La partie A concerne le ralentissement du jet atomique qui alimente notre piège. Après avoir rappelé les principes du ralentissement laser (§I), nous décrivons la mise en marche du jet atomique de rubidium (§II), puis le ralentissement de ce jet par des diodes laser balayées en fréquence (§III). Le ralentissement laser ne permet pas de ralentir l'ensemble des atomes émis par un jet thermique, en raison des différentes vitesses initiales qui le composent, et du fait que les atomes doivent être à résonance avec le laser pour ressentir la pression de radiation. Afin d'évaluer la proportion des atomes suffisamment ralentis pour pouvoir être capturés par le piège magnéto-optique, nous avons réalisé une simulation numérique par procédure Monte-Carlo (§IV).

Dans la partie B, nous décrivons comment fonctionne un piège magnéto-optique (§I), et utilisons un modèle simplifié permettant d'estimer sa vitesse de capture, paramètre essentiel conditionnant le taux de chargement maximal (§II). Le dispositif expérimental, qui emploie exclusivement un ensemble de diodes laser asservies en fréquence, est ensuite présenté (§III).

Les performances du milieu dépendent évidemment de l'emploi que l'on souhaite en faire. Nous ne sommes pas impliqués dans la poursuite des températures les plus basses que l'on puisse obtenir avec un piège magnéto-optique, puisqu'il nous suffit que l'élargissement Doppler soit faible devant la largeur naturelle de l'état excité  $5P$  du rubidium (6MHz), ce qui est toujours vérifié. Par contre, les effets non-linéaires attendus dépendent du nombre d'atomes piégés, plus précisément de la section efficace d'absorption résonnante du milieu. On mesure cette dernière au moyen d'une sonde laser qui traverse le piège (partie C, §I). Le milieu d'atomes piégés usuel est fort perturbé par la présence des faisceaux de piégeage, intenses et quasi-résonnants : les spectres d'absorption sont modifiés, une part conséquente de la population atomique se trouve dans un état excité. De manière à nous affranchir de ces effets, nous avons mené une première série d'expériences où les atomes n'étaient sensibles à l'action des faisceaux piégeants que la moitié du temps, et cette séquence était répétée toutes les 5 ms. Pendant un temps court de non-fonctionnement du piège, les atomes restent pratiquement en place et ne sont plus perturbés. On peut les utiliser dans des expériences qui se doivent également d'être brèves. Nous avons mis en évidence la possibilité de coupler de façon non-linéaire deux faisceaux laser au moyen de ce milieu (§II).

Pour que le couplage de deux faisceaux laser soit sensible aux niveau des fluctuations quantiques, il faut encore augmenter les non-linéarités. Nous souhaitons obtenir un couplage suffisant, et fonctionner en régime continu. C'est l'objet du **troisième chapitre**.

La partie A de ce chapitre concerne la mise en place d'une cavité interférométrique à l'intérieur de l'enceinte ultravide. Les effets non-linéaires sont susceptibles d'être fortement amplifiés par les multiples passages dans cette cavité, centrée autour du milieu d'atomes piégés. Après avoir réalisé soigneusement une adaptation de modes pour un faisceau sonde provenant d'un laser titane-saphir (§I), nous observons la bistabilité optique induite par la présence des atomes piégés à l'intérieur de la cavité (§II). Nous avons réalisé cette expérience car elle s'inscrit dans une suite logique, avant de coupler deux faisceaux sondes dans la cavité, et nous permet d'accéder expérimentalement au paramètre de coopérativité qui conditionne les possibilités de couplage entre les deux faisceaux. Ce faisant, nous avons mis en évidence la présence de plusieurs régimes de fonctionnement non-linéaires inattendus, suivant l'intensité du faisceau sonde et son désaccord par rapport à la transition atomique, où les effets mécaniques et le pompage optique semblent jouer un rôle important (§III).

Nous avons évoqué le problème posé par l'utilisation des atomes piégés en optique quantique : ces atomes sont sans cesse excités par les lasers chargés de leur confinement. La première solution, qui a été employée à la fin du chapitre précédent, consiste à éteindre périodiquement ces lasers pendant le temps de l'expérience, forcément limité à quelques millisecondes car en l'absence de lasers de piégeage, les atomes chutent et se dispersent. La partie B explore une autre voie, qui consiste à moduler spatialement le faisceau de repompage du piège afin de réaliser un piège sombre, dans lequel la majeure partie des atomes se trouve dans le sous-niveau hyperfin inférieur du fondamental, qui n'est pratiquement pas sensible à l'action des faisceaux pièges. La transformation du faisceau de repompage en couronne de lumière nécessite quelques précautions : sans système d'imagerie adéquat, les paramètres géométriques nous placent dans la situation de champ proche idéale... pour observer la présence du point de Poisson, à l'intérieur de la région centrale du faisceau que l'on veut assombrir (§II, §III). Après installation du système d'imagerie, nous obtenons effectivement un piège sombre, au sens précédent, mais qui contient davantage d'atomes que le piège brillant usuel (§IV) !

Nous terminons par donner un aperçu des expériences qui se poursuivent, notamment la recherche des régimes de bistabilité à deux faisceaux dans la cavité, en présence du piège sombre.

## Références de l'introduction

- (1) "Special issue on squeezed light", J. Opt. Soc. Am. B 4, 1450 (1987)  
"Quantum noise reduction in optical systems -experiments", Appl. Phys. B 55,189 (1992)
- (2) M. Xiao, L.A. Wu and H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 59, 278 (1987)  
P. Grangier, R.E. Slusher, B. Yurke and A. La Porta, Phys. Rev. Lett. 59, 2153 (1987)
- (3) A. Brillet, T. Damour et P. Tourenc, Ann. Phys. (France) 10, 201 (1985)  
A. Brillet, Ann. Phys. (France) 10, 219 (1985)
- (4) V.B. Braginsky, Y.L. Vorontsov and K.S. Thorne, Science, 209, 547 (1980)  
C.M. Caves, K.S. Thorne, R. Drever, V.D. Sandberg and M. Zimmerman, Rev. Mod. Phys. 52, 341, (1980)
- (5) *premières expériences de couplage QND*  
M.D. Levenson, R.M. Shelby, M. Reid and D.F. Walls, Phys. Rev. Lett. 57, 2473 (1986)  
A. La Porta, R.E. Slusher and B. Yurke, Phys. Rev. Lett. 62, 28 (1989)  
M.D. Levenson, M.J. Holland, D.F. Walls, P.J. Manson, P. Fisk and H.A. Bachor, Phys. Rev. A 44, 2023 (1991)  
P. Grangier, J.F. Roch and G. Roger, Phys. Rev. Lett. 66, 1418 (1991)
- (6) J.C. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre and E. Giacobino, Opt. Lett. 16, 1234 (1991)
- (7) S.F. Pereira, Z.Y. Ou and H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 72, 214 (1994)  
K. Bencheikh, J.A. Levenson, P. Grangier and O. Lopez, Phys. Rev. Lett. 75, 3422 (1995)
- (8) M.G. Raizen, L. Orozco, M. Xiao, T.L. Boyd and H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 59, 198 (1987)  
J.-P. Poizat and P. Grangier, Phys. Rev. Lett. 70, 271 (1993)
- (9) E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987).
- (10) A. Lambrecht, J.-M. Courty, S. Reynaud and E. Giacobino, Appl. Phys. B 60, 129 (1995)
- (11) C.E. Wieman, Rev. Sci Instrum. 62, 1 (1991)

# CHAPITRE UN

## Etude et contrôle des fluctuations quantiques en optique

### I - Les fluctuations quantiques en optique

Nous rappelons comment le formalisme quantique définit les observables conjuguées du champ électromagnétique appelées composantes de quadrature (I.a). Par la suite, nous considérons toujours des états quasi-classiques du champ, comportant un grand nombre de photons : ces états sont caractérisés par une amplitude et une phase (définie par rapport à une référence) moyennes à chaque instant. Les fluctuations d'origine quantique autour de ces valeurs moyennes peuvent être reliées aux variances des composantes de quadrature, dont le produit est contraint par les inégalités de Heisenberg (relations d'incertitude). Nous rappelons la définition d'un état cohérent, pour lequel les fluctuations quantiques se répartissent de façon équilibrée entre les deux quadratures, puis l'existence d'états comprimés (I.b, I.c). La fin de ce paragraphe est orienté vers les moyens de mesurer ces fluctuations sur un faisceau laser : mesure du bruit de photon (I.d) et mesure du niveau de fluctuations suivant une quadrature arbitraire (I.e).

#### I.a. Formalisme quantique et composantes de quadrature

La quantification du champ électromagnétique permet de passer de la théorie ondulatoire classique de la lumière, à une description qui inclut les aspects corpusculaires (photons). La procédure de quantification donne naissance aux opérateurs de création et d'annihilation des quanta de champ,  $a_k^+$  et  $a_k$  pour chaque mode  $k$  du champ électromagnétique. L'indice  $k$  représente à la fois le vecteur d'onde et le vecteur de polarisation :  $k = (\vec{k}, \vec{\epsilon})$ . Les opérateurs  $a_k^+$  et  $a_k$  sont adjoints l'un de l'autre, et obéissent aux relations de commutation :

$$[a_k, a_k^+] = \delta_{kk} \quad (I-1a)$$

$$[a_k, a_{k'}] = 0 \quad \text{et} \quad [a_k^+, a_{k'}^+] = 0. \quad (I-1b)$$



En optique quantique, on considère généralement une "onde plane quasi-monochromatique", dont l'enveloppe varie lentement devant la fréquence optique  $\omega$ . L'opérateur champ électrique se développe alors simplement, en représentation de Heisenberg, de la manière suivante :

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = iE_0 \left( a(t) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - a^+(t) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \quad (\text{I-2})$$

où  $\omega$  et  $\vec{k}$  sont la fréquence et le vecteur d'onde du mode onde plane. La dépendance temporelle des opérateurs  $a$  et  $a^+$  correspond à l'approximation de l'enveloppe lentement variable.  $E_0$  est un facteur qui normalise  $a$  et  $a^+$  : pour un champ laser de section  $S$  qui se propage, on pose  $E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 S c}}$ . Cette quantité correspond au champ associé à un photon laser par seconde.

L'opérateur d'annihilation peut s'écrire comme une combinaison linéaire de deux opérateurs hermitiens :

$$a = \frac{X_1 + iX_2}{2} \quad (\text{I-3})$$

$X_1$  et  $X_2$  sont les composantes de quadrature sans dimension du champ électrique :

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = E_0 \left[ X_1 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) - X_2 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right] \quad (\text{I-4})$$

Ces composantes de quadrature sont liées par la relation de commutation :

$$[X_1, X_2] = 2i \quad (\text{I-5})$$

Cette dernière relation implique que leur mesure est contrainte par la relation d'incertitude :

$$\Delta X_1 \Delta X_2 \geq 1 \quad (\text{I-6})$$

où  $\Delta$  est l'écart quadratique moyen des observables  $X_1$  et  $X_2$  appliquées à un état quelconque du champ électromagnétique. Le vide est l'état fondamental, pour lequel la valeur moyenne du champ est nulle et les fluctuations, réparties symétriquement sur les deux quadratures, sont minimales :

$$\langle 0 | \hat{E} | 0 \rangle = 0 \quad (\text{I-7.a})$$

$$\Delta X_1 = \Delta X_2 = 1 \quad (\text{I-7.b})$$

### I.b. Etats cohérents du champ électromagnétique

Le champ créé par un laser se caractérise par ses propriétés de cohérence spatiale et temporelle. L'état champ laser  $|\varphi\rangle$  peut être appelé "quasi classique" au sens où :

$$\langle \varphi | \hat{E} | \varphi \rangle = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \theta) \quad (\text{I-8})$$

$\theta$  représente le déphasage par rapport à un oscillateur de référence.

Les propriétés quantiques du champ laser se manifestent lorsque l'on détecte le flux de photons arrivant sur un photodétecteur. Des expériences de comptage, initiées par *Arecchi*, démontrent que ce flux correspond à une statistique qui approche celle d'une distribution poissonnienne d'événements, lorsque le laser est bien au-dessus du seuil [*Arecchi* 65]. Peu de temps après le fonctionnement du premier laser, *Glauber* a introduit le concept théorique d'état cohérent du champ électromagnétique [*Glauber* 63]. Nous limitant toujours à une approximation quasi-monomode, on peut décomposer un état cohérent  $|\alpha\rangle$  sur la base de Fock, qui est la base des états où le nombre de photons du champ est déterminé.  $|n\rangle$  représente un état de Fock à  $n$  photons, et l'on a la décomposition :

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (\text{I-9})$$

On vérifie facilement que l'état cohérent  $|\alpha\rangle$  est vecteur propre de l'opérateur d'annihilation  $a$  avec la valeur propre  $\alpha$ , qui est un nombre complexe :  $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$

Dans un état cohérent, le nombre de photons n'est pas parfaitement défini. Sa distribution suit une loi de Poisson, où  $|\alpha|^2$  correspond à la valeur moyenne et à la variance:

$$P(n) = |\langle n | \alpha \rangle|^2 = \frac{|\alpha|^{2n} e^{-|\alpha|^2}}{n!} \quad (\text{I-10})$$

distribution caractérisée par  $\bar{n} = \langle \alpha | a^+ a | \alpha \rangle = |\alpha|^2 = V(n)$

La particularité essentielle d'un état cohérent est qu'il s'agit d'un état quasi-classique, pour lequel phase et amplitude moyenne ont un sens :

$$\langle \alpha | \hat{E} | \alpha \rangle = i E_0 \left( \alpha e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - \alpha^* e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) = 2 E_0 |\alpha| \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_\alpha) \quad (\text{I-11})$$

où  $\varphi_\alpha = \arg(\alpha)$ . Un état cohérent vérifie bien la relation (I-8).

Quant aux fluctuations du champ autour de sa valeur moyenne, elles correspondent aux variances minimales (I-7.b):

$$V(X_1) = \langle \alpha | (a + a^\dagger)^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | (a + a^\dagger) | \alpha \rangle^2 = 1 \quad (\text{I-12})$$

de même,  $V(X_2) = 1$ . Un état cohérent est qualifié de "minimal" car le produit des variances  $V(X_1) \cdot V(X_2)$  est le plus faible possible en accord avec (I-6).

Un état cohérent peut ainsi être considéré comme la superposition d'un oscillateur classique et des fluctuations du vide symétrique. Le champ d'un laser très au-dessus du seuil est généralement proche d'un état cohérent, mais il subsiste toujours une différence. L'émission spontanée, présente au coeur du milieu amplificateur du laser, est responsable d'une diffusion de la phase qui à son tour donne au laser une largeur spectrale non nulle. La largeur spectrale minimale est donnée par la limite de Schawlow-Townes [Schawlow 58].

On représente usuellement un état cohérent  $|\alpha\rangle$ , dans l'espace de phase des composantes de quadrature  $(X_1, X_2)$ , par un disque de rayon unité centré au point  $\alpha$  du plan complexe. L'aire de ce disque est la zone de fluctuations quantiques, ou zone d'incertitude. Ses limites peuvent être définies rigoureusement comme contour d'isoprobabilité de la fonction de distribution de Wigner associée à l'état cohérent [Walls 94]. Une représentation plus imagée du champ est obtenue en traçant l'évolution du champ moyen au cours du temps, avec un trait dont l'épaisseur correspond à l'écart-type du champ, calculé à chaque instant. A partir de la relation (I-4), on obtient pour la variance l'expression générale :

$$V(E(\vec{r}, t)) = E_0^2 \left[ V(X_1) \sin^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) + V(X_2) \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) - \sin[2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] V(X_1, X_2) \right] \quad (\text{I-13})$$

où  $V(X_1, X_2) = \frac{\langle X_1 X_2 + X_2 X_1 \rangle}{2} - \langle X_1 \rangle \langle X_2 \rangle$  est la covariance des quadratures.

Pour un état cohérent, la relation ci-dessus donne simplement  $V(E(\vec{r}, t)) = E_0^2$  : la variance ne dépend pas du temps. La représentation du champ sur un diagramme est

toujours liée au choix arbitraire d'une référence de phase. Dans la figure qui suit, nous choisissons de prendre  $\langle E(t=0) \rangle = E_0$ , en un point donné  $\vec{r}_0$ .

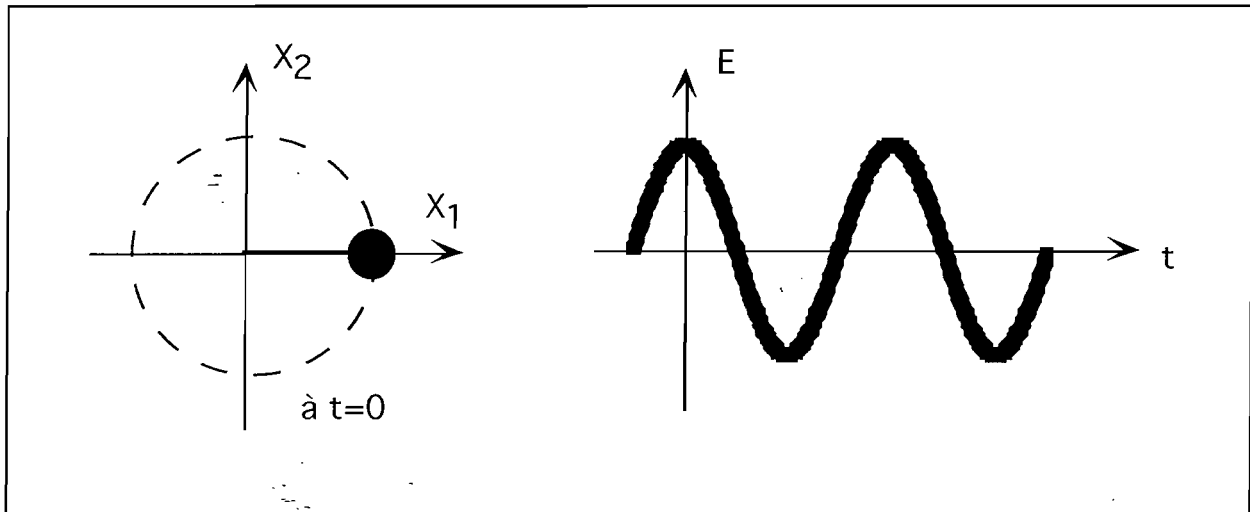


Figure I-1 : Deux façons de représenter un état cohérent du champ électromagnétique. A gauche, par un disque de fluctuations placé à l'extrémité du vecteur  $|\alpha\rangle$  dans le plan complexe ( $X_1, X_2$ ). L'axe portant ce vecteur est lié à notre phase de référence. En représentation de Heisenberg, le vecteur est fixe dans le plan. En représentation de Schrödinger, il tourne à la fréquence optique  $\omega$ . La figure de droite représente l'évolution du champ moyen et de sa variance de manière quasi-classique.

### I.c. Etats comprimés

Rien n'empêche fondamentalement de produire un état du champ pour lequel la variance de l'une des quadratures est inférieure à l'unité, tant que la relation (I-6) demeure satisfaite. On cesse cependant d'avoir un état symétrique :

$$V(X_1) < 1 \Rightarrow V(X_2) > 1 \quad \text{et réciproquement.}$$

Pour simplifier, considérons le cas où les fluctuations des deux quadratures ne sont pas corrélées :  $V(X_1, X_2) = 0$ . L'expression (I-9) donne, avec notre référence de phase :

$$V(E(t)) = \frac{1}{2} [(V(X_1) + V(X_2)) + (V(X_1) - V(X_2)) \cos 2\omega t] \tag{I-14}$$

Si l'on choisit de prendre  $V(X_1) < 1$  et  $V(X_2) > 1$ , on crée un état comprimé pour lequel les fluctuations d'amplitude sont réduites, et les fluctuations de phase accrues (figure I-2a). Dans le cas où  $V(X_1) > 1$  et  $V(X_2) < 1$ , il s'agit d'un état comprimé pour les fluctuations de phase, donc "bruyant" en ce qui concerne les fluctuations d'amplitude (figure I-2.b).

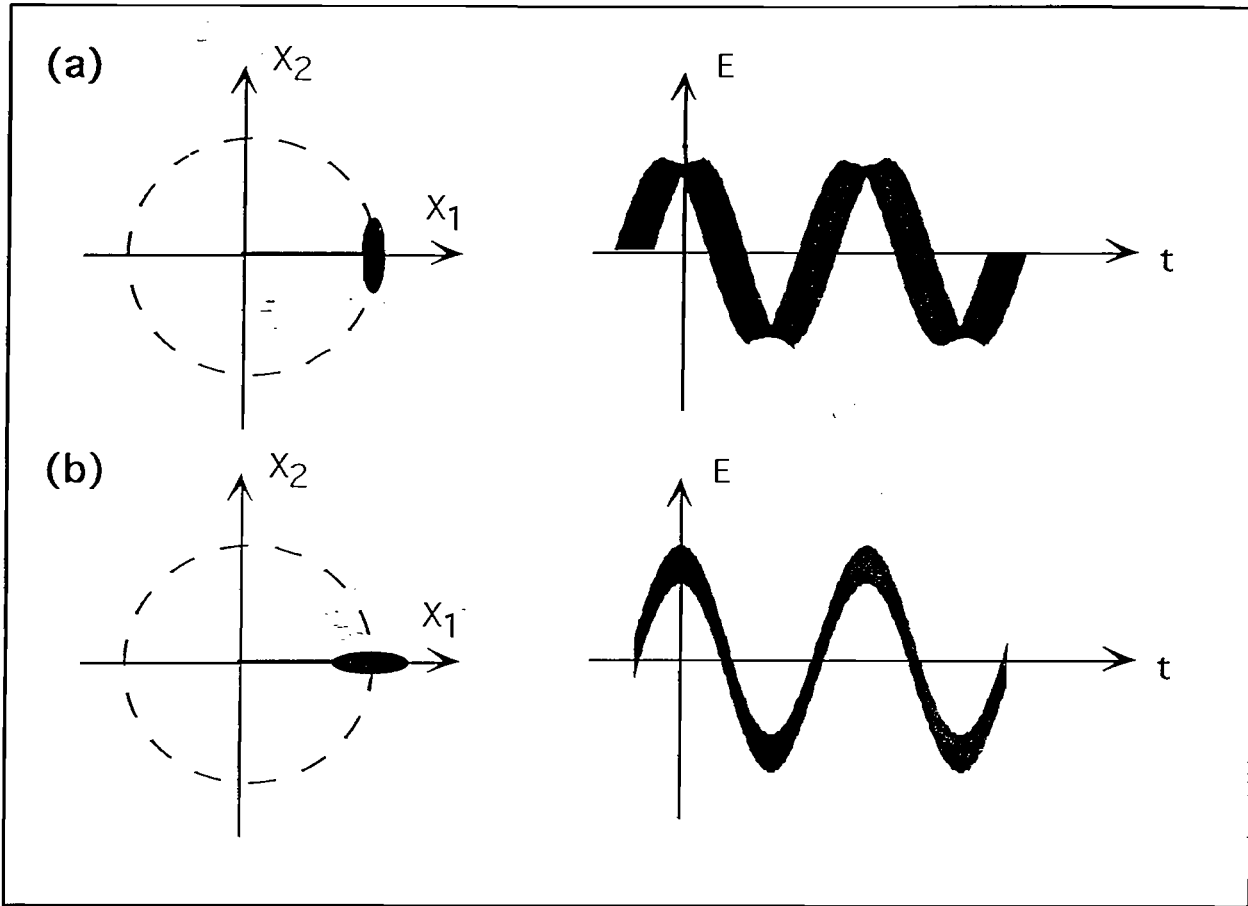


Figure I-2 : États comprimés pour les fluctuations d'amplitude (a), pour les fluctuations de phase (b)

La recherche d'états comprimés est motivée par la possibilité de réaliser des mesures interférométriques de grande précision, où seule la quadrature comprimée est utilisée. On peut de cette manière dépasser la limite standard qui est liée aux fluctuations d'un état minimal symétrique [Xiao 87][Grangier 87]. Diverses techniques expérimentales conduisent à la réduction du bruit quantique [squeezing 92].

#### I.d. Mesure des fluctuations d'intensité : bruit de photon

##### i-approximation linéaire

Les fluctuations de l'amplitude du champ sont responsables du bruit d'intensité que mesure un photodétecteur, le "bruit de photon". Pour un champ quasi-classique, tel que le champ produit usuellement par un laser, la valeur moyenne du champ est grande devant ses fluctuations. On peut relier le bruit d'intensité à la quadrature  $X_1$  de la façon suivante. Soit  $N$  le nombre de quanta de champ. Sa variance est :

$$V(N) = \left\langle (\delta\hat{N})^2 \right\rangle \quad \text{où} \quad \delta\hat{N} = \delta(a^\dagger a) \quad (\text{I-15})$$

Pour un état quasi-classique,  $\langle a \rangle \approx \sqrt{N}$  donc

$$\delta\hat{N} \approx \sqrt{N} \delta X_1 \quad \text{soit} \quad V(N) \approx N V(X_1) \quad (\text{I-16})$$

S'il s'agit d'un état cohérent, le bruit de photodétection est Poissonnien :

$$V(N) \approx N$$

C'est le bruit de photon standard.

### ii-analyse spectrale

Pour mettre en évidence le bruit d'intensité d'un faisceau laser, on peut diriger le faisceau sur une photodiode. Le photodétecteur est nécessairement imparfait : son rendement quantique  $\eta$  est inférieur à l'unité. Chaque photon arrivant sur le photodétecteur crée une paire photoélectron-trou, avec une probabilité  $\eta$ . Le photocourant produit est caractérisé par sa valeur moyenne  $\bar{I}$  ainsi que par ses fluctuations  $\delta I(t)$ , toujours faibles devant le courant moyen, dans le domaine de l'approximation linéaire. Le courant moyen vaut :

$$\bar{I} = \eta e \phi \quad (\text{I-17})$$

où  $\phi$  représente le flux moyen de photons, et  $e$  la charge de l'électron.

Dans le cas d'une mesure idéale à temps de réponse nul, avec un rendement  $\eta$  unité, la statistique des fluctuations  $\delta I(t)$  du photocourant détecté reproduit fidèlement celle des fluctuations du nombre de photons  $\delta N$ . On effectue une analyse spectrale de ces fluctuations: les fluctuations du photocourant sont converties en fluctuations de tension et envoyées vers un analyseur de spectre, qui donne ainsi un signal proportionnel à la puissance de bruit des fluctuations de photocourant  $S(\Omega)$ . Par définition, cette puissance de bruit correspond à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation des fluctuations d'intensité  $C(\tau)$ . On suppose que le photocourant dont on analyse les fluctuations est stationnaire, c'est-à-dire que sa valeur moyenne et les propriétés statistiques de ses fluctuations ne changent pas au cours du temps.

$$S(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int d\tau C(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (\text{I-18})$$

avec  $C(\tau) = \langle \delta I(t) \delta I(t + \tau) \rangle = \langle I(t) I(t + \tau) \rangle - \bar{I}^2 \quad (\text{I-19})$

Lorsque les photons incidents sont distribués suivant une statistique Poissonienne, on montre que la variance du photocourant est donnée par la formule de Shottky [Saleh 91] :

$$V(I) = 2 e \bar{I} B \quad (\text{I-20})$$

Ce bruit est le même quelque soit la fréquence centrale d'analyse (bruit blanc). La bande B est l'inverse du temps d'échantillonnage, lorsque l'on analyse le photocourant. Nous allons donner quelques précisions sur la façon dont on procède expérimentalement pour analyser ce bruit. On emploie une photodiode rapide, suivie d'un amplificateur dont la bande passante est de l'ordre de 20 MHz. Les fluctuations amplifiées sont décomposées spectralement par un analyseur de spectres. La fréquence du bruit analysé est prise en général au-dessus de 5 MHz, de manière à s'affranchir du bruit technique, qui masque les fluctuations quantiques aux fréquences inférieures. La bande d'analyse B est comprise entre 100 kHz et 1 MHz. Pour donner un ordre de grandeur, une puissance laser de 10 mW à 780 nm, incidente sur un détecteur parfait ( $\eta = 1$ ) donne naissance à un courant d'intensité moyenne 6 mA. Avec une bande d'analyse de 1 MHz, l'écart quadratique moyen associé aux fluctuations du photocourant est de 45 nA pour une distribution Poissonienne de photoélectrons.

### iii-influence du rendement quantique

La formule (I-20) traduit le fait qu'un flux de photon Poissonien génère une distribution Poissonienne de photoélectrons. Ceci reste vrai indépendamment du rendement quantique  $\eta$  de la photodiode : un rendement inférieur à l'unité introduit une partition aléatoire entre les photons détectés et ceux qui ne le sont pas. Dans l'hypothèse où la réponse du détecteur ne produit pas de "temps mort" entre deux événements de photodétection, la partition aléatoire est équivalente à celle que produirait une lame séparatrice de transmittivité  $\eta$  placée devant un photodétecteur de rendement unité. Cette partition "à délais indépendants" a la propriété de conserver la forme Poissonienne de la distribution.

Lorsque le flux de photons n'est plus Poissonien, la statistique mesurée par l'analyseur de spectres est modifiée par la présence des pertes de la façon suivante.

Dans le cas d'un détecteur idéal, possédant un rendement  $\eta = 1$ , la variance du photocourant est :

$$V(I) = 2 e \bar{I} B V(X_1) \quad (\text{I-21})$$

Un détecteur réel possède un rendement quantique  $\eta \leq 1$ . Dans ce cas :

$$V(I) = 2 e \bar{I} B (\eta V(X_1) + 1 - \eta) \quad (\text{I-22})$$

Cette dernière expression peut être obtenue de deux manières : soit avec un calcul quantique où les pertes sont modélisées par une séparatrice de transmittivité  $\eta$ , qui laisse interférer le champ incident avec les fluctuations du vide, soit de manière statistique en appliquant le théorème des variances de Burgess [Teich 82]. Pour que la mesure expérimentale de la puissance spectrale de bruit permette de remonter au bruit de la source  $V(X_1)$ , il faut mesurer au préalable le rendement quantique  $\eta$ . Si l'on veut déterminer les propriétés quantiques de la source laser à l'émission, il faut également prendre en compte dans le paramètre  $\eta$  l'ensemble des pertes intervenant sur les divers composants optiques, entre la source et la détection.

#### iv-mesure expérimentale du bruit quantique

Il faut établir une calibration du niveau de bruit mesuré par rapport au bruit de photon standard. Trois méthodes sont envisageables. On peut d'abord penser employer la formule de Shottky, mais une calibration précise est difficile puisque le niveau de bruit mesuré dépend du gain et de la réponse des amplificateurs électroniques de la chaîne de détection. Deux autres méthodes sont à la fois fiables et rapides : l'emploi d'une source de lumière blanche, ou bien d'une détection homodyne qui est décrite à la fin du paragraphe suivant. La calibration par une lampe blanche consiste à tracer la puissance de bruit mesurée par l'analyseur de spectres, en fonction de la puissance de lumière blanche qui illumine le photodétecteur. Le nombre total de photons émis par cette source se répartit entre un nombre très élevé de modes spatiaux et spectraux : la distribution des photons détectés correspond à un bruit de partition Poissonien. Mesurant l'intensité moyenne  $\bar{I}$  issue du photodétecteur, le niveau de bruit indiqué sur l'analyseur de spectres doit être proportionnel à  $2e\bar{I}B$  pour un ensemble de valeurs d'intensités  $\bar{I}$  qui ne saturent pas le photodétecteur. On peut ensuite normaliser le bruit mesuré  $V(X'_1)$  au bruit de photon, que l'on pose égal à 1.

$$V(X'_1) = \eta V(X_1) + 1 - \eta \quad (\text{I-23})$$

L'écart au bruit de photon est le paramètre de Mandel  $Q$  :

$$Q = V(X_1) - 1 \quad (\text{I-24})$$

Au paragraphe B de ce chapitre, nous étudions notamment dans quelle mesure on peut réduire les fluctuations d'intensité des diodes laser. La présence de pertes donne une limite à la réduction maximale théorique. Supposons que la source soit dénuée de bruit d'intensité :



$$Q = -1 \quad (I-25)$$

A la détection, l'écart au bruit de photon est :

$$Q' = \eta Q > -1 \quad (I-26)$$

Même si le système de détection est parfait, il existe une limite à la réduction du bruit d'intensité qui provient de l'efficacité quantique de la diode, toujours inférieure à l'unité.

### I.e. Mesure des fluctuations suivant une quadrature arbitraire

La mesure des fluctuations suivant l'une ou l'autre des quadratures nécessite l'emploi d'une détection homodyne, sensible à la phase : le champ à mesurer interfère avec un champ intense, appelé oscillateur local [Yuen 83]. Cela revient à analyser les fluctuations quantiques en se plaçant dans le référentiel tournant à la fréquence optique.

Prenons le cas où deux champs quantiques  $E_1$  et  $E_2$ , de fréquences et polarisations identiques, arrivent sur une lame séparatrice de transmittivité  $T$  (figure I-3.a) :

$$\begin{aligned} E_1(\vec{r}, t) &= iE_0 \left( a e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - a^+ e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \\ E_2(\vec{r}, t) &= iE_0 \left( b e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - b^+ e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \end{aligned} \quad (I-27)$$

où  $a$  et  $b$  sont les opérateurs d'annihilation qui correspondent aux deux modes  $E_1$  et  $E_2$  du champ incident.

Les champs transmis sont :

$$\begin{aligned} E_{T1}(\vec{r}, t) &= iE_0 \left( c e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - c^+ e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \\ E_{T2}(\vec{r}, t) &= iE_0 \left( d e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - d^+ e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \end{aligned} \quad (I-28)$$

$$\text{avec} \quad c = \sqrt{T}a + i\sqrt{1-T} b \quad \text{et} \quad d = i\sqrt{1-T} a + \sqrt{T} b \quad (I-29)$$

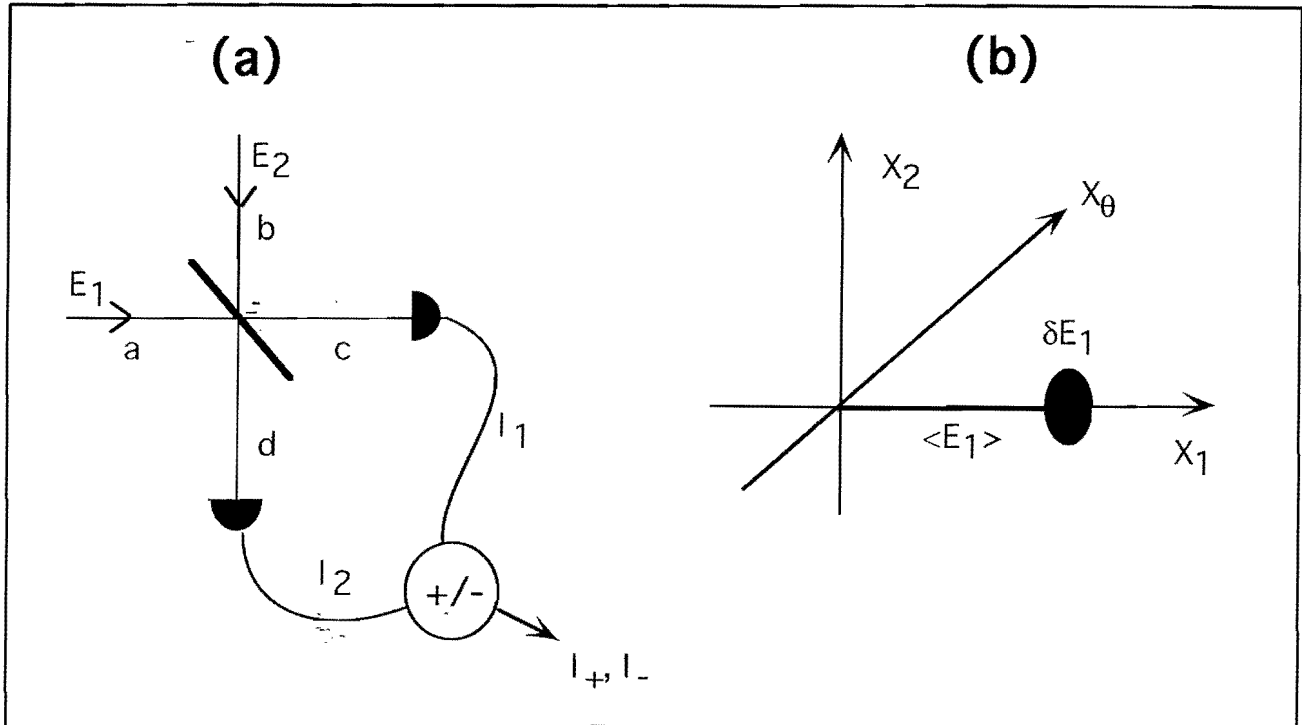


Figure I-3 : Détection homodyne des fluctuations quantiques

Les photodétecteurs sont sensibles aux moments des opérateurs  $c^+c$  et  $d^+d$ , qui comptent les nombres de photons dans les modes détectés :

$$\begin{aligned}
 I_1 &\sim \langle c^+c \rangle = T\langle a^+a \rangle + (1-T)\langle b^+b \rangle - i\sqrt{T(1-T)} \langle ab^+ - a^+b \rangle \\
 I_2 &\sim \langle d^+d \rangle = (1-T)\langle a^+a \rangle + T\langle b^+b \rangle + i\sqrt{T(1-T)} \langle ab^+ - a^+b \rangle
 \end{aligned}
 \tag{I-30}$$

La détection est dite équilibrée lorsque  $T = \frac{1}{2}$ , et quand les coefficients de proportionnalité entre courants et nombres moyens de photons détectés sont les mêmes sur les deux voies de mesure. La soustraction des photocourants permet d'éliminer la contribution provenant des champs moyens incidents :

$$I_- = I_1 - I_2 \approx -i\langle a b^+ + a^+ b \rangle
 \tag{I-31}$$

Considérons maintenant le cas où  $E_2$  est l'oscillateur local, intense et proche d'un état cohérent  $|\beta\rangle$ . Ses fluctuations sont négligeables devant le champ moyen :

$$b \approx \langle b \rangle \approx \beta
 \tag{I-32}$$

En posant  $\beta = |\beta| e^{i\theta}$ , où  $\theta$  est la phase de l'oscillateur local,

$$I_- \sim |\beta| \langle X_{\theta+\pi/2} \rangle \quad (\text{I-33})$$

où :

$$X_\theta = ae^{-i\theta} + a^+e^{i\theta} \quad (\text{I-34})$$

est la composante de quadrature d'angle  $\theta$ . On a notamment :

$$X_{\theta=0} = X_1 \quad \text{et} \quad X_{\theta=\frac{\pi}{2}} = X_2$$

D'après (I-33), la variance du photocourant  $I_-$  est proportionnelle à l'intensité de l'oscillateur local, et à la variance associée à la mesure de la quadrature  $X_{\theta+\frac{\pi}{2}}$  :

$$V(I_-) \sim |\beta|^2 V\left(X_{\theta+\frac{\pi}{2}}\right) \quad (\text{I-35})$$

Le niveau de fluctuations mesuré correspond à la projection du disque de fluctuations associé au champ  $E_1$  sur un axe faisant un angle  $\theta + \frac{\pi}{2}$  avec le champ moyen  $\langle E_1 \rangle$  (figure I-3.b). En variant la phase  $\theta$  de l'oscillateur local, on reconstruit ainsi l'ensemble des propriétés des fluctuations quantiques du champ mesuré  $E_1$ .

#### Utilisation de la détection homodyne pour mesurer des fluctuations d'intensité

On veut mesurer les fluctuations d'intensité du champ  $E_1$  : dans ce cas,  $E_2$  est le champ du vide. Lorsque l'on additionne les photocourants  $I_1$  et  $I_2$ , on a l'équivalent d'un seul photodétecteur :

$$I_+ \sim \langle a^+a \rangle \quad \text{et la variance de ce photocourant est :}$$

$$V(I_+) = 2e \bar{I}_+ B \Delta X_1 \quad (\text{I-36})$$

La différence des photocourants nous place dans la situation où le champ  $E_1$  est l'oscillateur local qui interfère avec les fluctuations du vide. Le vide est un état cohérent, dont les fluctuations sont symétriques et minimales. On obtient de cette manière la référence du bruit de photon :

$$V(I_-) = 2e \bar{I}_- B \quad (\text{I-37})$$

C'est le dispositif qui est utilisé en pratique dans les mesures de bruit d'intensité de l'article inséré au §II.c. Un commutateur permet de passer immédiatement de  $I_+$  à  $I_-$ , ce qui nous donne une calibration instantanée du bruit de photon et évite l'emploi répété de la source de lumière blanche.

## II - Etude expérimentale des fluctuations d'intensité et de phase pour une diode laser

### II.a Introduction

Depuis une dizaine d'années, les diodes laser prennent une place de plus en plus importante parmi les sources utilisées en physique atomique [Wieman 91]. Dans le proche infrarouge, elles remplacent avantageusement les lasers à colorant grâce à leurs puissances élevées (30 à 150 mW en fonctionnement monomode), et leur coût raisonnable (entre 1kF et 15kF). Cependant, les caractéristiques des diodes lasers sont fort différentes des caractéristiques des autres lasers. La courbe de gain est large de plusieurs dizaines de nanomètres, tandis que la cavité laser est très courte : entre 250 et 500  $\mu\text{m}$ , suivant les modèles. Cette cavité est définie par les deux facettes qui délimitent le milieu semi-conducteur où se fait l'amplification laser. L'intervalle spectral libre qui sépare les modes longitudinaux est de l'ordre de la centaine de GHz. L'indice de réfraction du milieu étant très élevé (3 à 4), la facette avant de la cavité est généralement traitée anti-reflets afin d'augmenter le couplage en sortie du faisceau laser. La finesse de la cavité est donc médiocre. Le nombre de photons stockés dans la cavité est réduit, ce qui entraîne immédiatement deux conséquences : la diode laser est très sensible aux retours optiques, et le bruit produit par l'émission spontanée dans la cavité est relativement important. Ce dernier point se traduit par des fluctuations sur l'intensité et sur la phase du champ laser, que nous allons discuter successivement plus en détail (§II.b et c). Nous présenterons ensuite un article (§II.d), qui contient l'essentiel des résultats expérimentaux obtenus, ainsi qu'une discussion plus détaillée de la méthode employée pour la mesure du bruit de phase (§II.e). Nous concluons sur l'étude menée et évoquons les perspectives des travaux qui se poursuivent actuellement (§II.f).

### II.b Bruit d'intensité

Pour un laser à colorant, ou un laser à saphir dopé titane, les fluctuations d'intensité, comme les fluctuations de fréquence, sont importantes dans le domaine des fréquences acoustiques (bruit en  $1/f$ ). Cet effet, appelé "jitter", est essentiellement dû à la présence de vibrations mécaniques et d'instabilités thermiques. Par contre, dès que l'on analyse des fréquences de bruit supérieures au MHz, le niveau des fluctuations d'intensité et de phase atteint le bruit de photon. On considère donc qu'à ces fréquences plus élevées, le champ laser se comporte comme un état cohérent.

Le comportement des diodes laser est totalement différent. Le bruit d'intensité basse fréquence est beaucoup plus faible que celui d'un laser à colorant, mais reste très supérieur au bruit de photon standard. Pour des fréquences intermédiaires, comprises entre 1 MHz et 1 GHz, ce bruit garde un niveau sensiblement constant qui dépend, comme nous allons le voir, des caractéristiques du pompage : efficacité quantique de conversion électron-photon, régulation du bruit de la source de courant alimentant la jonction laser. Enfin, le bruit d'intensité croît à très haute fréquence, au voisinage de la fréquence de relaxation des porteurs (2-3 GHz).

Lorsque la diode laser se trouve très au-dessus du seuil, une partie de son bruit d'intensité dépend de la statistique de pompage [Yamamoto 86]. Si l'on alimente la jonction avec une source de courant caractérisée par une forte impédance, les fluctuations de l'intensité de ce courant peuvent être largement en dessous d'un bruit poissonien. En effet, les fluctuations d'un courant électrique aux fréquences usuelles d'analyse sont des fluctuations classiques, d'origine thermique. Elles sont limitées inférieurement par le bruit de Johnson-Nyquist :

$$\langle \delta i_m^2 \rangle = \frac{4k_B T}{R} B \quad (\text{II.b-1})$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $R$  la valeur de l'impédance et  $B$  la bande d'analyse.

Ce bruit est à comparer au bruit de Shottky, qui est le bruit du photocourant associé à une distribution poissonienne d'événements de photodétection :

$$\langle \delta i_m^2 \rangle = 2e\bar{I} B \quad (\text{II.b-2})$$

Ce dernier domine quand  $R\bar{I} > \frac{2k_B T}{e} = 52 \text{ mV}$  à la température ambiante de 300K.

Un choix approprié de l'impédance  $R$  permet ainsi de limiter le bruit de Johnson-Nyquist à plus d'une décade en dessous du bruit de photon que l'on veut mesurer.

Plus la conversion électron-photon est voisine de l'unité, plus la statistique des photons émis reproduit celle du processus de pompage. Cette conversion est d'autant meilleure que le courant alimentant la jonction est supérieur au courant de seuil d'émission laser de la diode. De plus, le bruit d'intensité des lasers en général est grand au voisinage du seuil, car le mécanisme de saturation du gain n'est alors pas pleinement efficace. C'est une raison supplémentaire pour rechercher un point de fonctionnement qui soit très au dessus du seuil, pour que le bruit d'intensité atteigne un minimum. Or, le seuil d'une diode laser diminue avec la température : à 66K, une expérience a montré que le bruit d'intensité pouvait être réduit à 8,3dB en dessous du

bruit de photon [Richardson 91]. Cette expérience a été réalisée avec une diode laser prototype, et n'a jamais été reproduite par la suite. Des études plus récentes ont montré qu'il est possible d'obtenir une réduction du bruit d'intensité à température ambiante, à condition de coupler la diode laser à une cavité externe [Freeman 93]. Les auteurs attribuent une partie de l'excès de bruit des diodes laser à la présence de nombreux petits modes longitudinaux, en dessous du seuil, sur les faisceaux détectés. L'utilisation d'une cavité de couplage permet alors de favoriser le mode principal au détriment de ces petits modes bruyants : on arrive ainsi à réduire le bruit total en dessous du bruit de photon. Pour nos expériences, la cavité externe de couplage est constituée par un réseau holographique en configuration Littrow : l'ordre de réflexion -1 est réinjecté dans la diode. Le principe est décrit au chapitre deux, §AIII.c.

Dans un premier temps, considérons les propriétés des diodes fonctionnant librement. Nous avons utilisé des diodes AlGaAs Mitsubishi ML64110-N, à hétérojonction et guidage par l'indice. Le courant de seuil est important (80mA), ce qui limite le taux de conversion entre électrons et photons : l'efficacité quantique courant-lumière vaut 13%, avec un courant nominal est de 140mA. Le niveau de bruit d'intensité à la sortie de la diode, pour une fréquence d'analyse de 10 MHz, est alors de l'ordre de 3 dB au dessus du bruit de photon. Pour le modèle Spectra Diode Lab SDL5411-G1, à puits quantiques et guidage par l'indice, le seuil est nettement plus faible : 20mA. Un courant nominal de 130mA donne une efficacité quantique de 58%. L'excès de bruit d'intensité, toujours par rapport au bruit de photon, est de 0,5 dB. Afin d'illustrer cette discussion, nous présentons (figure II.1) l'évolution de l'excès de bruit d'intensité en fonction du courant d'alimentation de la jonction, pour les deux modèles utilisés. On vérifie que l'excès de bruit diminue, et que l'efficacité quantique augmente, lorsque l'on augmente le courant de pompage.

Nous avons également représenté sur la figure II.1 l'effet produit par le couplage avec le réseau : l'excès de bruit est réduit dans tous les cas. Remarquons que cette diminution du bruit d'intensité va de pair avec un abaissement du seuil du laser, induit par la réinjection de lumière par le réseau dans la cavité semiconductrice. Le seuil passe de 80 mA à 70 mA pour le modèle Mitsubishi, et de 20 mA à 16 mA pour la diode Spectra. Pour ce dernier modèle, on parvient à réduire le bruit d'intensité en dessous du bruit de photon. Une description plus approfondie de cet effet est faite dans l'article qui suit.

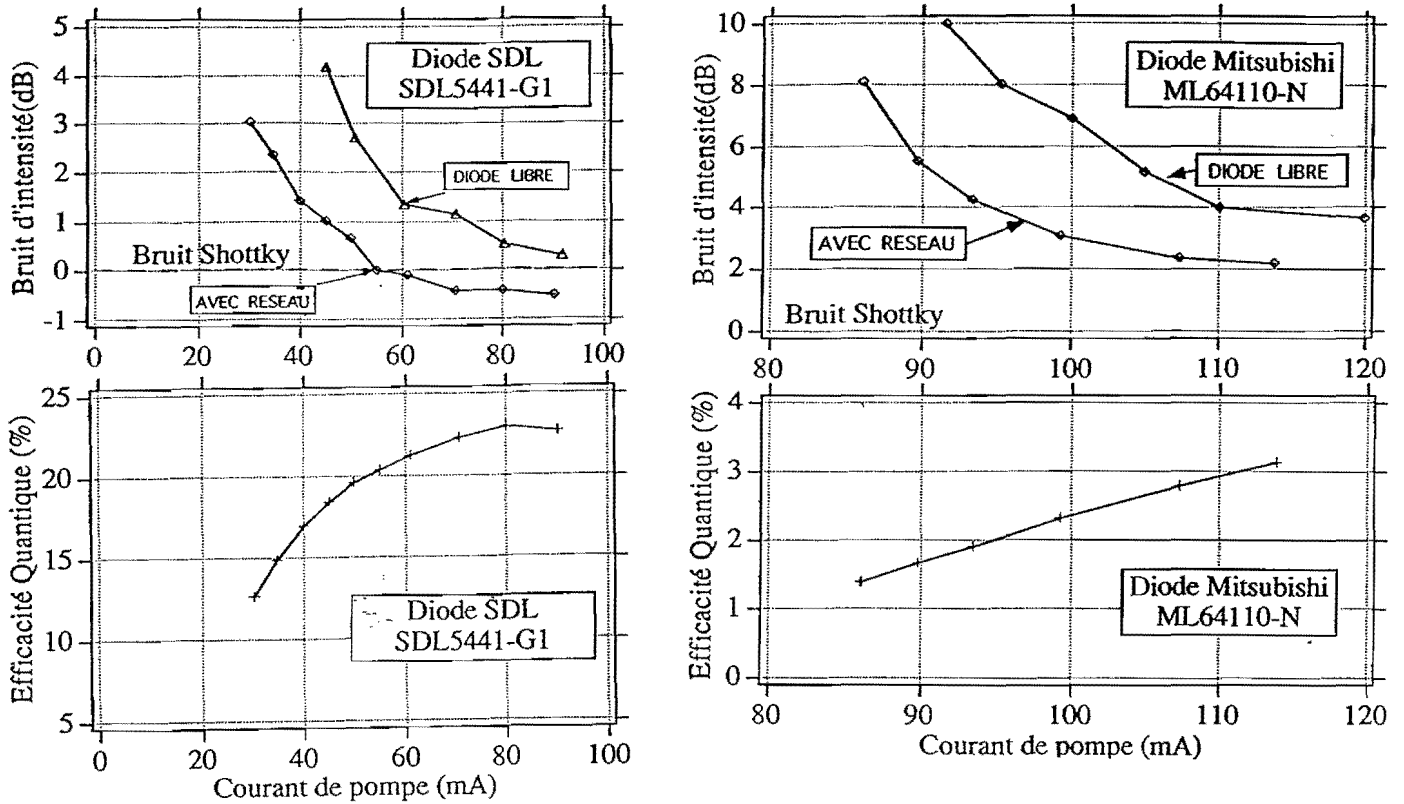


Figure II-1 : Bruit d'intensité de deux modèles de diodes laser, en fonction du courant d'alimentation. Les courbes d'efficacité quantique sont réalisées lorsque les diodes sont couplées à un réseau, et incluent l'ensemble des pertes entre l'alimentation de la diode et la photodétection. Il s'agit d'une efficacité quantique globale, définie comme le rapport entre le courant de photodétection et le courant qui alimente la jonction laser. Le bruit de Shottky est le bruit de photodétection qui correspond au bruit de photon standard.

Dans certaines conditions, il est donc possible de comprimer les fluctuations d'intensité des diodes laser. Mais qu'en est-il des fluctuations de phase?

### II.c-Bruit de fréquence et bruit de phase

En raison de la diffusion de phase produite par l'émission spontanée dans le milieu amplificateur, un laser "monomode" n'est jamais purement monochromatique. Il existe une limite fondamentale à la largeur spectrale d'un laser : cette largeur ne peut être inférieure à la largeur de Schawlow-Townes, qui est donnée par la formule suivante [Siegman 86] :

$$\Delta\nu_{laser} = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \cdot \frac{2\pi^2 h\nu_{laser} (\Delta\nu_{cav})^2}{P} \quad (\text{II.c-1})$$

$N_2$  et  $N_1$  sont les populations des états entre lesquels s'effectue l'inversion de population : le rapport  $N_2 / (N_2 - N_1)$  est de l'ordre de l'unité quand le laser est largement au-dessus du seuil. La largeur spectrale d'émission laser est inversement proportionnelle à la puissance de sortie  $P$ , et croît comme le carré de la largeur de la cavité laser  $\Delta\nu_{cav}$ . Remarquons que le modèle de diffusion aléatoire de phase, qui permet d'obtenir la largeur fréquentielle de Schawlow-Townes, implique un excès de bruit de phase par rapport au bruit de photon. Cet excès est proportionnel à  $(\Delta\nu_{cav})^2$ , et diminue avec le carré de la fréquence à laquelle on analyse le bruit de phase. Le calcul correspondant est détaillé dans l'appendice B de l'article.

Pour un laser à colorant ou un laser titane-saphir, un ordre de grandeur de la largeur de la cavité est  $\Delta\nu_{cav} \approx 10$  MHz. Avec une puissance émise de 100 mW à 800 nm, la largeur fondamentale  $\Delta\nu_{laser}$  vaut 0,005 Hz, ce qui est parfaitement négligeable : la largeur que l'on obtient en pratique provient d'autres mécanismes d'élargissement ("jitter"), et est de  $10^6$  à  $10^8$  fois plus élevée. L'excès de bruit de phase mentionné plus haut devient rapidement négligeable pour des fréquences d'analyse supérieures au MHz. Dans le cas d'un laser à semiconducteur usuel,  $\Delta\nu_{cav} \approx 50$  GHz : une telle largeur de la cavité laser doit être responsable d'un excès de bruit de phase important, ainsi que d'une largeur spectrale conséquente : une puissance de 20 mW conduit à une largeur de Schawlow-Townes qui est de l'ordre du MHz. Cette fois encore, la largeur mesurée expérimentalement est supérieure (dizaine de MHz), mais d'autres phénomènes physiques que les instabilités mécaniques ou thermiques concourent à cet élargissement.

Premièrement, l'indice du milieu semi-conducteur dépend de la densité de porteurs. Aux fluctuations d'intensité du laser, correspondent des fluctuations de cette densité de porteurs, qui induisent des fluctuations supplémentaires de la phase du laser. On peut montrer que la largeur spectrale fondamentale est augmentée d'un facteur  $1 + \alpha^2$ , qui est de l'ordre de 10 [Henry 82]. Le "facteur de Henry" noté  $\alpha$  représente la variation de la partie dispersive de l'indice, rapportée à la variation de la partie dissipative, quand la densité des porteurs fluctue.

Ensuite, les diodes laser n'émettent pas dans un seul mode de fréquence, puisqu'il existe une grande quantité de modes longitudinaux, en dessous du seuil, qui emportent chacun une partie détectable de la puissance. Pour le modèle SDL 5411-G1 cité précédemment, on peut observer ainsi environ 160 modes espacés de 0,12 nm. Bien que la puissance de l'ensemble de ces modes ne soit que de l'ordre du pour-cent de la puissance totale, pour une diode libre, ils entrent en compétition avec le mode principal. Les fluctuations associées à l'ensemble de ces modes sont responsables d'une partie de l'excès de bruit de phase et de la largeur expérimentale des diodes laser. Il existe



plusieurs méthodes qui conduisent à la réduction de la largeur spectrale des diodes laser [Wieman 91]. On peut coupler une diode laser à une cavité externe Fabry-Pérot de bonne finesse [Laurent 89], utiliser comme nous le faisons la réflexion provenant d'un réseau de diffraction [De Labachellerie 92], ou bien injecter la diode par un laser plus stable, qui peut transférer sa pureté spectrale à la diode laser [Bouyer 92]. Ces méthodes de couplage agissent à la fois sur la limite de Schawlow-Townes, qui conduit à une largeur spectrale plus faible puisque la cavité laser effective est étendue, ainsi que sur l'élimination sélective des petits modes bruyants.

L'article "Quantum noise of free-running and externally-stabilised laser diodes" présente des résultats expérimentaux obtenus concernant le bruit de phase et le bruit d'intensité des diodes laser (§II.d), que nous avons obtenu en collaboration avec le groupe de E. Giacobino du laboratoire Kastler-Brossel. Nous détaillons après l'article la méthode employée pour mesurer le bruit de phase (§II.e).

**II.d-Article "Quantum noise of free-running and externally-stabilized laser diodes"** in *Quantum and Semiclassical Optics*, 7, 601 (1995)

Quantum Semiclass. Opt. 7 (1995) 601–613. Printed in the UK

## Quantum noise of free-running and externally-stabilized laser diodes

T-C Zhang†§, J-Ph Poizat†, P Grelu†, J-F Roch†, P Grangier†, F Marin†,  
A Bramati†, V Jost†, M D Levenson†|| and E Giacobino†

† Institut d'Optique, BP 147, F91403 Orsay Cedex, France

‡ Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, F-75252 Paris Cedex 05, France

**Abstract.** We have investigated the intensity and phase noise of single-mode laser diodes, either free-running or using different types of line narrowing techniques at room temperature, namely feedback from an external grating and injection locking. We have measured an intensity squeezing of 1.2 dB in the first case, and 1.4 dB in the second case (respectively, 1.6 dB and 2.3 dB inferred at the laser output). We have observed that the intensity noise of a free-running 'single-mode' laser diode actually results from a cancellation effect between large anticorrelated fluctuations of the main mode and of weak longitudinal side modes. It is also shown that free-running diodes exhibit very large excess phase noise, typically more than 80 dB above shot noise at 10 MHz, which can be significantly reduced by the above-mentioned techniques.

### 1. Introduction

Quantum noise reduction in laser emission based on pump-noise suppression was first predicted in 1984 [1]. Semiconductor lasers are particularly well suited for the implementation of this property since it is possible to drive them with a current whose noise is well below shot noise. If the quantum efficiency of the carrier-to-photon conversion is high enough, the electron statistics of the pumping can be transferred to the light emission, yielding sub-Poissonian operation of the laser. Quantum noise in the intensity of constant-current-driven laser diodes was observed for the first time by Machida *et al* in 1987 [2], and further improved to 8.3 dB in 1991 [3]. This result was obtained in a measurement at 4 K, where the detector was closely coupled to the laser. The difficulties encountered by other groups in reproducing this result suggested that factors other than the constant current supply could be important for the noise reduction. In 1993, it was shown by Steel and his group [4, 5] that line-narrowing techniques (cf [6] and references therein) greatly helped in the noise reduction by further suppressing the weak but very noisy longitudinal side modes. Intensity squeezing of 3 dB (4.3 dB if corrected for detection efficiency) at 10 K and of 1.8 dB (2.0 dB corrected) at room temperature was obtained by injection locking the laser [5] or by feedback from an external grating [4], respectively.

We have investigated intensity noise but also more generally quadrature noise of laser diodes, using various methods for line narrowing, including injection-locking with another diode laser or a Ti:Sapphire laser, and feedback from an external grating. The best intensity squeezing at room temperature was 1.4 dB (2.3 dB when corrected for the detection efficiency), and was obtained with injection-locking. As far as quadrature noise is concerned,

§ Institute of optoelectronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China.

|| Levenson Consulting, 19868 Bonnie Ridge Way, Saratoga CA 95070, USA.

602 *T-C Zhang et al*

we have shown that the large excess phase noise of semiconductor lasers can be partially reduced by these line-narrowing techniques.

## 2. Experimental set-up. General features

The laser diodes we have used are index-guided quantum well GaAlAs laser diodes (model SDL 5422-H1 and SDL 5411-G1), operating at 850 and 810 nm. The rear facet reflection coefficient is 95%, the front facet is AR coated with a reflection coefficient of about 4%. The laser diodes are temperature stabilized and carefully electromagnetically shielded. Appropriate electrical filtering is used on the power supply†. The free-running laser diodes have a rather low threshold of 18 mA and a differential quantum efficiency (slope above threshold) of 66%. The operating current in the experiments described below is typically 5–7 times larger than the threshold current, and the resulting high overall quantum efficiency is at the origin of the squeezing. No squeezing was found in similar experiments performed on laser diodes with higher threshold (80 mA), which operate only 2 times above their threshold.

The quantum noise in the intensity is measured in the standard way with balanced detection [7]. The beam going out of the laser is split in two equal parts by a beamsplitter. Each output of the beamsplitter is sent into a high efficiency (90%) photodiode (EG&G model FND100 or C30809E). The DC parts of the photodiode currents are filtered out while the AC parts are amplified using 20 MHz bandwidth amplifiers. The amplifiers' outputs, proportional to the noise signals, are either subtracted or added by a RF +/– power combiner. When set on the difference position, the circuit gives a signal proportional to the shot noise, while in the sum position, it gives the full intensity noise of the beam impinging on the beamsplitter. The output of the +/– power combiner is sent to a spectrum analyser and noise spectra are recorded for the sum and the difference signals. The electronic noise is then subtracted on each recording.

Consistency between the shot noise of a laser diode measured in this way and the noise of a white light source was carefully checked. The beamsplitter is either a 50/50 coated plate or a polarizing beamsplitter preceded by a half-wave plate. In the latter case, a polarizer must be placed at the output of the laser diode, in order to eliminate the small component of polarization perpendicular to the main polarization direction [5, 8]. Otherwise, the interference between the two components, which are mixed by the polarizing beamsplitter, may give rise to errors in the noise measurements.

When biased with a high voltage ( $V > 70$  V), the photodiodes do not exhibit any DC saturation, for detected powers up to at least 45 mW. The AC response has a slight linear dependence on the detected DC power. However, the response is the same for the sum and difference positions of the power combiner, and so the balanced detection is not affected by the change in the AC response. At high powers, heating of the photodiodes causes a small decrease in the noise signal when the detectors have been illuminated for a few tens of seconds. In such cases, noise measurements were performed using short time intervals. Finally, consistency checks for high values of detected power were done by measuring the noise reduction as a function of the value of a neutral density filter, inserted in the beam before the photodiodes.

Two types of set-ups were investigated to achieve line narrowing: cavity extension with an external grating and injection-locking with another laser.

† We have used RC filters ( $R = 47 \Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ ) for a driving current less than 100 mA, and LC filters ( $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ ) for higher currents.

## Quantum noise of laser diodes

603

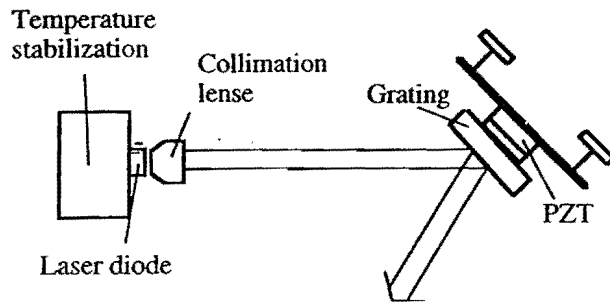


Figure 1. External grating stabilization scheme.

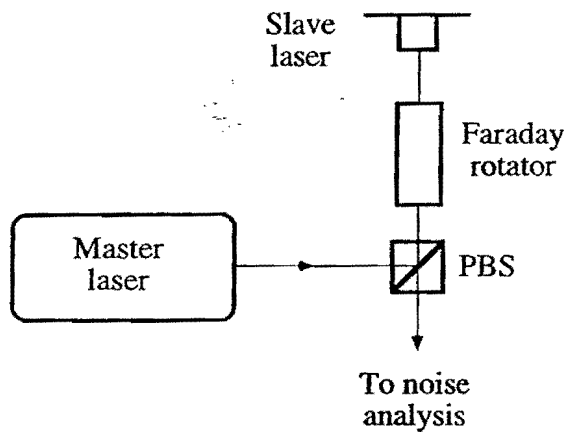


Figure 2. Injection-locking scheme. The Faraday rotator rotates the linear polarization by  $45^\circ$ . PBS is a polarizing beam splitter. The master laser is either a grating-extended laser diode (cf figure 1) or a frequency stabilized Ti:Sapphire laser.

The extended-cavity laser diode is shown in figure 1. The beam going out of the laser diode is collimated with a  $f = 8$  mm objective placed in front of the output facet of the diode. The cavity is extended to 10 cm with a reflection holographic grating (Jobin-Yvon, 1200 lines/mm) reflecting the first order into the cavity, while the zero order goes out of the cavity (Littrow configuration). The grating is glued on a piezoelectric transducer, which is mounted on a finely orientable mirror mount. The efficiency of the grating is 60% in the zero order (output coupling) and 24% in the first order (feedback to the laser), with 16% losses. The alignment of the grating is critical. When it is achieved, the threshold of the laser is lowered from 18–13 mA and the DC power of the side modes goes down to  $-60$  dB below the DC power of the main mode, while the total intensity noise is decreased below the shot-noise level.

The injection-locking scheme is depicted in figure 2. The master laser is either an external-grating diode laser or a Ti:Sapphire laser. It is injected into the slave laser by means of an optical isolator. The master beam enters through the escape port of the polarizer placed after the Faraday rotator. Locking is observed over a rather broad power range† of the master laser, from 1–4 mW. The direction of the master laser must be carefully adjusted for optimum noise reduction.

The detection scheme for the quadrature noise measurement is described in the corresponding section (section 4).

† It should be mentioned that only a small fraction (a few per cent) of this injected power is actually coupled to the lasing mode of the diode due to the imperfect mode overlap.

604 T-C Zhang et al

### 3. Intensity squeezing

#### 3.1. Experimental results

We have investigated intensity squeezing in the two cases described above. Noise spectra were recorded for various supply currents. Squeezing was observed for currents higher than 50 mA ( $I/I_{th} = 2.8$ ) for the injected laser and 30 mA ( $I/I_{th} = 2.4$ ) for the extended cavity laser, at noise frequencies from 1–30 MHz (limited by our detection bandwidth). The noise, measured with a resolution bandwidth of 1 MHz, was nearly constant from 7–30 MHz. The optimum squeezing was observed in the injection-locking scheme. At 7 MHz, with a driving current of 130 mA, we obtained a noise reduction of 27%, i.e. 1.4 dB. Taking into account the total detection quantum efficiency of 65% from the laser output power to the photodiode current (through the optical isolator), we infer a value of 2.3 dB at the output of the laser diode. The best squeezing obtained with the grating-extended cavity is 25% (1.2 dB) at 30 MHz and 110 mA, from which we infer a 1.6 dB noise reduction at the output of the

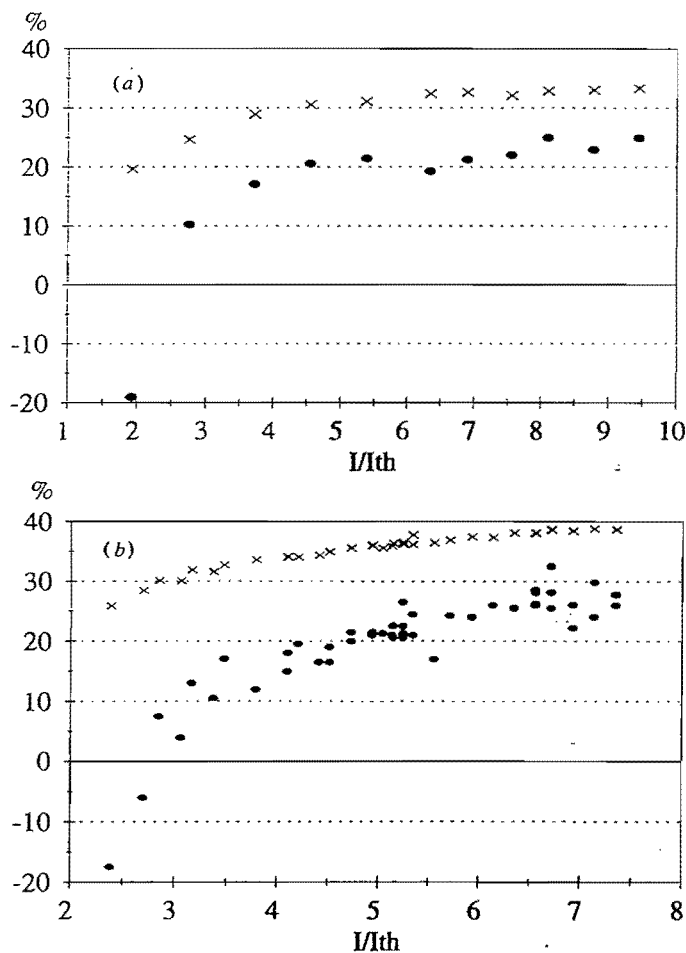


Figure 3. Noise reduction (full circles) and ratio of the detector current to the driving current (crosses) versus driving current normalized to threshold, (a) for the grating and (b) injection-locked.

## Quantum noise of laser diodes

605

grating. The fact that the squeezing is better with the injection-locking scheme can be attributed to the large losses due to the grating.

These numbers are close to those of [4,5]. They are below the theoretical maxima expected from the quantum efficiency of the laser, which are, respectively, 58% (3.8 dB) at 130 mA for the injected laser and 42% (2.4 dB) at 110 mA for the grating-extended cavity. To check the dependence of the noise reduction on the laser diode quantum efficiency, in figure 3 we have plotted the intensity squeezing and the ratio of the detector current to the driving current against the driving current for the grating-extended laser (figure 3(a)) and for the injection-locked laser (figure 3(b)). It can be noticed that the ratio between the intensity squeezing and the current-to-current efficiency goes towards a maximum asymptotic value of 0.75, instead of the expected value of unity. Steel and coworkers, using similar laser diodes, obtained comparable values for this ratio: 0.83 for an injection-locked laser at 10 K [5] and 0.72 for a room temperature laser with external grating feedback [4]. This non-unity value can be attributed to additional noise sources in the semiconductor devices which are not included in the simple theoretical prediction mentioned above. Let us note that Richardson *et al* [3] observed a squeezing of 85% with a current-to-current efficiency of only 48%. This was attributed to the existence of another non-lasing junction, connected in parallel to the lasing one, and to the fact that 'electrical splitting' does not introduce partition noise [9,10]. These various observations show that a comprehensive theoretical model of the quantum noise of laser diodes is still needed.

## 3.2. Role of the longitudinal side modes

The free-running laser diode apparently operates on a single mode. However, the longitudinal side modes have a non-negligible power, the closest ones being only  $-10$  to  $-25$  dB below the main mode (figure 4). The arguments given in [4,5] to explain why

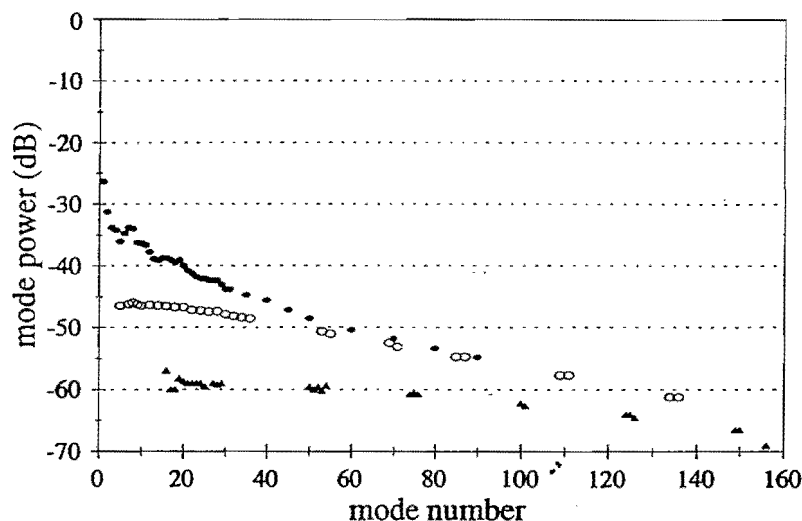


Figure 4. Power of individual longitudinal modes (optical power in dB, with respect to the main mode), measured with a high-resolution monochromator, for a driving current of 80 mA. On the  $x$ -axis each mode is labelled by a number, the number 0 corresponding to the main mode. The full circles are for the free-running laser, the open circles for the injection-locked laser, and the full triangles for the external grating configuration.

side-mode suppression reduces the total intensity noise to below the shot-noise level, tend to suggest that because these side modes are very noisy, the less powerful they are the less they will contribute to the total intensity noise. In order to explore these arguments more precisely, we have investigated the noise properties of individual modes by sending the laser beam through a high-resolution spectrometer. We have observed that the intensity noise of the main mode of a free-running laser diode is much larger (40 dB above shot noise) than the total intensity noise (2 dB above shot noise). This low value of the total intensity noise is then explained by very strong anticorrelations between the intensity noise of the main mode and the one of the whole set of side modes [11]. This effect will be analysed experimentally and theoretically in a forthcoming publication [12].

#### 4. Phase noise

##### 4.1. Quadrature noise detection scheme

The investigation of the phase noise of a laser beam requires a phase-to-amplitude converter, i.e. a device whose complex transmission  $T$  depends on the frequency  $\omega$ . In this paper, for this purpose we use the reflection off an empty detuned Fabry-Pérot cavity [13] as shown in figure 5. When the rear mirror is highly reflecting, this system has the advantage over a Mach-Zehnder interferometer that the mean-field transmission  $|T(\omega = 0)|$  does not depend on the cavity detuning and is always equal to unity. This makes the shot-noise reference level independent of the quadrature analysed. Phase noise analysis is then carried out conveniently for frequencies in the range of the cavity bandwidth.

Explicit expressions of the quadrature rotation after reflection off a detuned Fabry-Pérot cavity are given in appendix A. A simple way to understand this effect is to have in mind that in Fourier space, the quadrature component  $X(\omega)$  can be written as  $X(\omega) = (a(\omega) + a^\dagger(\omega))/\sqrt{2} = (a(\omega) + [a(-\omega)]^\dagger)/\sqrt{2}$ . The key point which yields a quadrature rotation is that the various frequency components at 0 (mean field),  $\omega$  and  $-\omega$  do not undergo the same phase shift when the laser is scanned across the resonance peak of the cavity. The quadrature rotation is zero in two cases: when the laser is tuned exactly

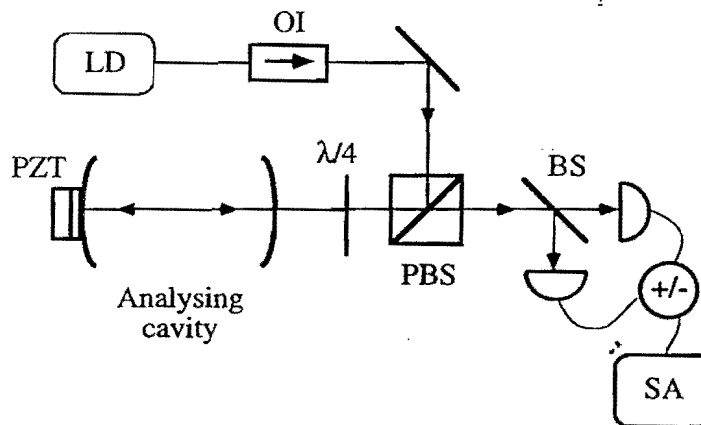


Figure 5. Phase noise detection set-up. Great care has been given in order to avoid any feedback from the analysing cavity to the laser, and optical isolation (OI) of about 80 dB has been used. The rear mirror is a high reflector and its position is controlled by a piezo electrical transducer (PZT).

## Quantum noise of laser diodes

607

on resonance, where the phase shifts for both frequency components  $\pm\omega$  cancel out, and when it is tuned far outside the peak, where all frequency components undergo the same phase shift of 0 or  $\pi$ .

In our set-up the Fabry-Pérot cavity has a half-width at half-maximum (HWHM) of 8 MHz and a finesse of  $\mathcal{F} = 125$ . The rear mirror is highly reflecting, but its small leaks nevertheless allow us to monitor the intracavity intensity to adjust the mode matching. One of the mirrors is mounted on a piezo-electrical transducer, so that the length of the cavity can be scanned.

## 4.2. Experimental results

We have measured the quadrature noise of a laser diode in the same three configurations which were used for the intensity noise measurements described above. These results are presented in figure 6. The phase noise (quadrature angle  $\pi/2$  with respect to the mean field)

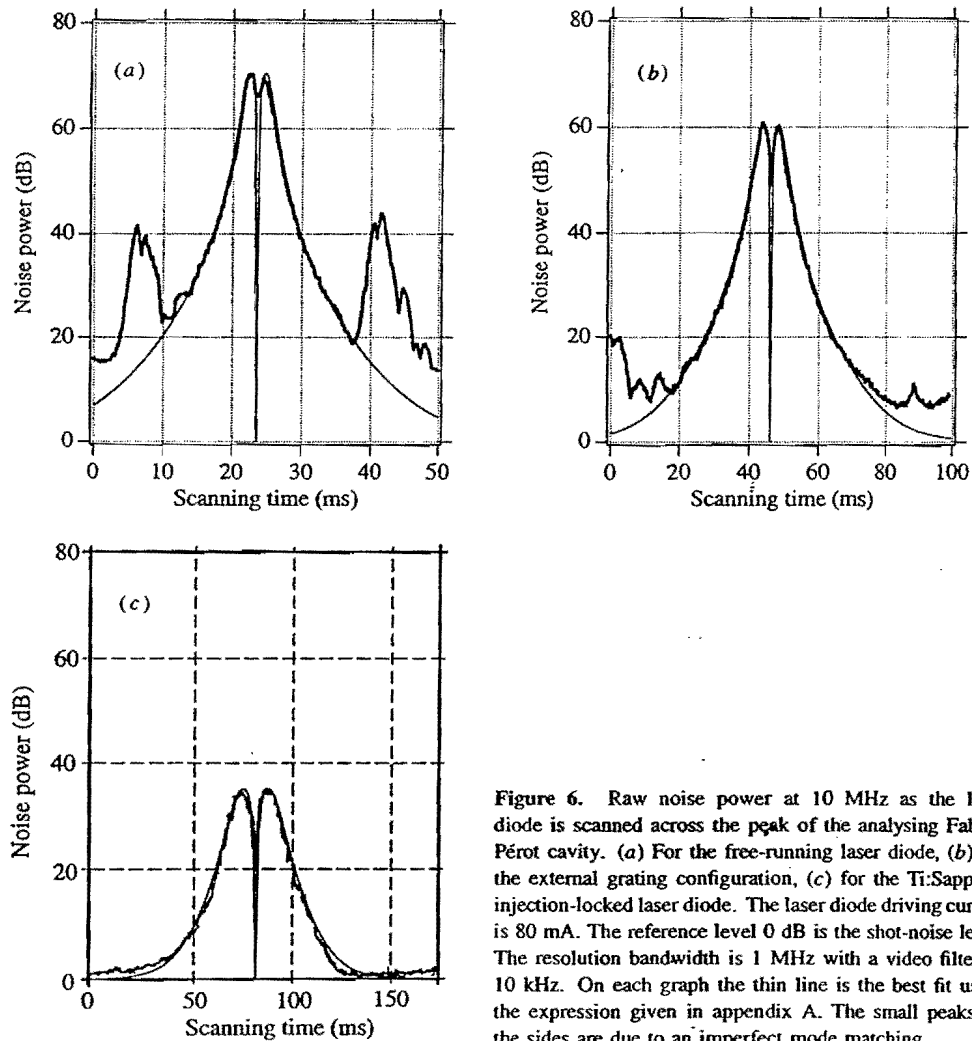


Figure 6. Raw noise power at 10 MHz as the laser diode is scanned across the peak of the analysing Fabry-Pérot cavity. (a) For the free-running laser diode, (b) for the external grating configuration, (c) for the Ti:Sapphire injection-locked laser diode. The laser diode driving current is 80 mA. The reference level 0 dB is the shot-noise level. The resolution bandwidth is 1 MHz with a video filter of 10 kHz. On each graph the thin line is the best fit using the expression given in appendix A. The small peaks on the sides are due to an imperfect mode matching.



is inferred from the experimental curves by fitting them with a simple model (see appendix A). This model has a single adjustable parameter which is the excess phase noise. This value has then to be corrected for various losses: propagation from the output of the laser to the detectors (3 dB), scattering losses inside the analysing cavity (3 dB on resonance), imperfect mode matching to the cavity (1 dB).

The phase noise inferred at the laser output for the free-running diode, the external grating configuration and the injection-locked scheme are of 82 dB, 72 dB and 46 dB, respectively, above the shot-noise level.

Let us compare these experimental results with the prediction given by the Schawlow-Townes model [14] (see appendix B). Within this model, the phase noise normalized to the shot-noise level at a noise angular frequency  $\omega = 2\pi f$  is

$$V_{\phi}(\omega) = 1 + \frac{8DI_o}{\omega^2}(1 + \alpha^2) = 1 + \frac{2\kappa^2(1 + \alpha^2)}{\omega^2} \quad (1)$$

where  $I_o$  is the flow of photon outside of the laser (photons/sec),  $\kappa$  is the cavity decay rate for intensity,  $\alpha$  is the line enhancement factor [15] (also called the phase-amplitude coupling coefficient), and  $D$  is the Schawlow-Townes phase diffusion coefficient defined in (B17). The first term is the contribution of the vacuum fluctuation (shot noise) and the second term is due to the phase diffusion assuming a random walk of the phase in the laser.

Using the value of  $\kappa$  deduced from the experiment† one can calculate a theoretical estimation of the phase noise if the factor  $(1 + \alpha^2)$  is known. Conversely, by using the experimental value of the phase noise in (1), one can deduce a value of  $(1 + \alpha^2) = 10$ , which is in agreement with other measurements. However, the linewidth of the laser diode was also measured directly by sending the light through a Fabry-Pérot cavity with a linewidth (HWHM) of 2 MHz. We obtained  $D(1 + \alpha^2)/(2\pi) = 2$  MHz (HWHM linewidth). Using the value  $I_o = 2.5 \times 10^{17}$  photons/sec corresponding to 60 mW laser output, the above model predicts  $D(1 + \alpha^2)/(2\pi) = \kappa^2(1 + \alpha^2)/(8\pi I_o) = 50$  kHz, which is significantly smaller than the measured value. This discrepancy could be attributed to jitter of the laser frequency due to power supply noise and thermal fluctuations.

In the injection locking case, the phase noise reduction mechanism relies on the fact that the slave laser locks its phase to that of the master laser [16]. The phase noise of this master laser is therefore of great importance. In this experiment we have used a frequency-stabilized Ti:Sapphire laser, which has a linewidth of 500 kHz and is both phase and intensity shot-noise limited at 10 MHz. We have observed a very significant phase noise reduction, from 82 to 46 dB for an injected power of 2 mW (see figure 6(c)).

Finally, let us emphasize that the quadrature noise detection scheme that we used is expected to work well only for a true single-mode laser. As was discussed previously (section 3.2), this is not the case for so-called 'single-mode' laser diodes, for which weak longitudinal side modes are very noisy and can therefore play an important role in the overall noise behaviour. As long as the intensity noise power in the main mode is small with respect to the total phase noise power, which is generally the case in the results described above, these effects can be neglected. However, one has to be cautious in some cases. For instance, it can be noticed that the experimental trace of figure 6(c) exhibits a slight asymmetry around its basis. This effect can be modelled simply with the equations of appendix A, using an input covariance matrix such that the main axis of the noise ellipse is not exactly the phase axis (quadrature angle  $\pi/2$ ) but is slightly tilted. In our experiments,

† The quantity  $1/\kappa$  is the lifetime of the photon in the laser diode cavity, calculated from the measured free spectral range of  $\Delta\lambda = 0.12$  nm, and from the transmission coefficient of the output mirrors ( $R_1 = 95\%$  and  $R_2 = 4\%$ ). This yields  $\kappa = (c\Delta\lambda/\lambda^2) \ln(1/(R_1R_2)) = 1.8 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ .

this small rotation effect has only been observed for the injection-locked laser, decreases as the driving current increases, and the dip on the right-hand side was always above the shot noise [17, 18]. It is likely that a detailed analysis of this effect should include the contributions of the small modes, since intensity–phase correlations are essential in this process.

## 5. Conclusions

In this paper we have reported on a detailed experimental analysis of both intensity and phase noise of commercial laser diodes at room temperature. We have studied the free-running diode and two other configurations using different line-narrowing techniques (injection-locking or external grating).

We have measured an intensity noise of 1.2 dB below the shot-noise level (1.6 dB inferred at the laser output) in the external grating configuration, and an intensity noise of 1.4 dB below shot noise (2.3 dB inferred at the laser output) for the injection-locked laser. Also, preliminary results show that these low-noise properties of quasi-single-mode laser diodes are actually due to cancellation of the large excess noise of the main mode by the anticorrelated noise of many weak but very noisy longitudinal side modes [12].

Concerning the measurements on quadrature noise, the main result is that laser diodes exhibit a very large excess phase noise (up to 80 dB above shot noise for the free-running laser), which can be partially decreased by line-narrowing techniques. The passive feedback from an external grating reduces the spectral width of the emitted light, thereby decreasing the phase noise from 82–72 dB above shot noise. In the injection-locking scheme, the phase noise reduction mechanism also involves the master laser, and using a shot-noise limited frequency stabilized Ti:Sapphire laser, we observed a reduction of the phase noise from 82 to 46 dB above shot noise.

We believe that these results have important practical implications for spectroscopy and quantum optics experiments involving laser diodes.

## Acknowledgments

This research was carried out within the framework of the ESPRIT Basic Research Project 6934 QUINTEC, and of the HCM network ‘Non-Classical Light’ (ERB CHRX CT93 0114). Two of us had fellowships: AB was supported by the HCM programme from the European Community (ERB CHBG CT93 0437), and TCZ was supported by the Programme International de Coopération scientifique (PICS) sponsored by the CNRS.

## Appendix A. Quadrature rotation after reflection on a detuned cavity

In this appendix we give the explicit input–output expression for the fluctuating amplitude and phase quadrature components at an analysis frequency  $\omega$  (respectively,  $\delta p^{in,out}(\omega)$  and  $\delta q^{in,out}(\omega)$ ) of a field reflecting off a detuned cavity. We define

$$\delta c^{in,out}(\omega) = \begin{pmatrix} \delta p^{in,out} \\ \delta q^{in,out} \end{pmatrix}. \quad (\text{A1})$$

We have then

$$\delta c^{out}(\omega) = R(\omega)\delta c^{in}(\omega) \quad (\text{A2})$$

610 *T-C Zhang et al*

with

$$\begin{aligned}
 R_{11}(\omega) = R_{22}(\omega) &= \frac{4\omega^2\kappa^2 + \kappa^4 - 16\omega^2\lambda^2 + 8\kappa^2\lambda^2 + 16\lambda^4}{(\kappa^2 + 4\lambda^2)(4\omega^2 - 4i\omega\kappa - \kappa^2 - 4\lambda^2)} \\
 R_{21}(\omega) = -R_{12}(\omega) &= \frac{16\omega^2\kappa\lambda}{(\kappa^2 + 4\lambda^2)(4\omega^2 - 4i\omega\kappa - \kappa^2 - 4\lambda^2)}
 \end{aligned} \tag{A3}$$

where  $\kappa$  is the cavity decay rate and  $\lambda$  the cavity detuning.

The angle  $\beta$  of the quadrature rotation is given by

$$\tan \beta = \frac{R_{12}(\omega)}{R_{11}(\omega)}. \tag{A4}$$

Let us now give the expression we used for the fits of figure 6, displaying the noise at a given analysis angular frequency  $\omega$  of a laser light exhibiting an excess phase noise as the length of the cavity is scanned around a resonance peak. We define the input and output noise covariance matrix  $V^{in}$ ,  $V^{out}$  in the  $p$ ,  $q$  basis as

$$V^{in,out}(\omega) = \frac{1}{2}(V_{(+)}^{in,out} + V_{(-)}^{in,out}) \quad \text{where} \quad V_{(\pm)}^{in,out} = \delta c^{in,out}(\pm\omega)[\delta c^{in,out}(\mp\omega)]^T. \tag{A5}$$

These two matrices are then linked using (A2), and we obtain

$$V_{(\pm)}^{out}(\omega) = R(\pm\omega)V_{(\pm)}^{in}[R(\mp\omega)]^T. \tag{A6}$$

The quantity plotted in the fits of figure 6 is the coefficient  $V_{11}^{out}$  versus the cavity detuning  $\lambda$  at a given  $\omega$ . The input noise covariance matrix used for these plots is the one of a field whose amplitude noise is at the shot-noise level and whose phase noise is  $v_q^{in}$  time above shot noise ( $v_q^{in}$  is the adjustable parameter in the fits):

$$V^{in}(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & v_q^{in} \end{pmatrix}. \tag{A7}$$

It can be mentioned that the use of non-zero off-diagonal elements for  $V^{in}$  models the asymmetry resulting from a phase-amplitude coupling very well in the injection-locking case (figure 6(c)).

## Appendix B. Link between phase noise, frequency noise and linewidth

In this appendix, we wish to recall some definitions and to present formulae linking together quantities used in the main part of the paper, such as phase and frequency noise spectra, and the linewidth of a single-mode laser.

In a semiclassical model, the slowly varying part of the electric field of a single-mode electromagnetic field can be written as

$$\alpha(t) = (I(t))^{1/2} e^{i(\phi_o + \phi(t))} \tag{B1}$$

where  $I(t)$  is the (eventually fluctuating) intensity,  $\phi_o$  is the phase origin, and  $\phi(t)$  is a fluctuating phase with  $\langle \phi(t) \rangle = 0$ . In this expression, as everywhere else in the paper, the term  $e^{i\omega_o t}$  oscillating at the optical frequency has been taken out, and  $\omega = \omega_{opt} - \omega_o$  is a RF angular frequency. In the following, we will also consider only stationary random processes, and brackets will denote ensemble averaging (or time averaging, which is the same assuming ergodicity). The field variable  $\alpha(t)$  will be considered as a  $c$ -number, but quantum noise can be readily included using standard techniques in quantum optics. If the  $P$  representation (normal ordering) is used, the vacuum noise contribution in the

correlation functions is zero, and shot noise has to be included using the standard theory of photodetection [20]. On the other hand, it is also possible to use the Wigner representation (symmetrical ordering), which directly includes vacuum noise contributions, and therefore shot noise effects in the spectra [21]. In the following, we will rather use normal ordering, and shot noise will appear only at the end of the calculation.

The phase noise power spectrum at  $\omega = 2\pi f$ , where  $f$  is the RF noise analysis frequency, is given by

$$S_\phi(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle \phi(t)\phi(0) \rangle dt. \quad (\text{B2})$$

On the other hand, the instantaneous angular frequency  $\omega(t)$  is given by

$$\omega(t) = \frac{d[\phi_0 + \phi(t)]}{dt} = \dot{\phi}(t) \quad (\text{B3})$$

and therefore the frequency noise spectrum is given by

$$S_{\dot{\phi}}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle \dot{\phi}(t)\dot{\phi}(0) \rangle dt. \quad (\text{B4})$$

A simple calculation yields the well known formula

$$S_{\dot{\phi}}(\omega) = \omega^2 S_\phi(\omega). \quad (\text{B5})$$

Let us also define the quantity  $\Delta_\tau\phi(t) = \phi(t + \tau) - \phi(t)$ , whose noise spectrum is

$$S_{\Delta_\tau\phi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle \Delta_\tau\phi(t)\Delta_\tau\phi(0) \rangle dt. \quad (\text{B6})$$

It is then straightforward to show that

$$S_{\Delta_\tau\phi}(\omega) = 2(1 - \cos \omega\tau) S_\phi(\omega). \quad (\text{B7})$$

The quantity  $S_{\Delta_\tau\phi}(\omega)$  is useful in order to relate the quantities defined above to the spectral lineshape (one has  $\omega = \omega_{opt} - \omega_0$ , hence the lineshape is centred on zero instead of  $\omega_0$ ):

$$L(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \langle \alpha^*(\tau)\alpha(0) \rangle d\tau. \quad (\text{B8})$$

Assuming that the intensity noise is negligible (i.e. that the orthoradial fluctuations of the Fresnel vector are much larger than the radial ones), and denoting  $I_0$  the average intensity expressed in photons/sec, we have

$$\langle \alpha^*(t + \tau)\alpha(t) \rangle = I_0 \langle \exp(-i\Delta_\tau\phi(t)) \rangle. \quad (\text{B9})$$

The imaginary part of  $\langle \exp(i\Delta_\tau\phi) \rangle$  vanishes for symmetry reasons. A standard assumption at this point is that  $\Delta_\tau\phi$  is a stationary Gaussian random variable [19]. Its variance, which will be denoted by  $\sigma_\tau^2$ , is given by the integral of the spectrum

$$\sigma_\tau^2 = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta_\tau\phi}(\omega) d\omega. \quad (\text{B10})$$

We can then write

$$\begin{aligned} \langle \alpha^*(\tau)\alpha(0) \rangle &= I_0 (2\pi\sigma_\tau^2)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(-\frac{i\Delta_\tau\phi^2}{2\sigma_\tau^2}\right)} \cos(\Delta_\tau\phi) d(\Delta_\tau\phi) \\ &= I_0 e^{\left(-\frac{\sigma_\tau^2}{2}\right)} \end{aligned} \quad (\text{B11})$$

from which the expression of the spectral lineshape (B8) can be readily deduced.

612 *T-C Zhang et al*

In the case where  $\Delta_r\phi(t)$  is generated by a random walk process, it is possible to derive analytical expressions for all these quantities. The fact that  $\Delta_r\phi(t)$  is a random walk process means that the phase derivatives at different times are not correlated, i.e.

$$\forall t_1, t_2, \langle \dot{\phi}(t_1)\dot{\phi}(t_2) \rangle = 2D\delta(t_1 - t_2) \quad (\text{B12})$$

where  $D$  is a constant, and  $\delta$  the Dirac function. The frequency noise spectrum (cf equation (B4)) is then given by

$$S_{\dot{\phi}}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} 2D\delta(t) dt = \frac{2D}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{B13})$$

and is thus independent of  $\omega$  (white frequency noise). Using equation (B5), the phase noise spectrum can be written

$$S_{\phi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2D}{\omega^2} \quad (\text{B14})$$

Furthermore, it is a well known result [22] that the variance  $\sigma_r^2$  of a random walk process is proportional to  $\tau$ , and it is easy to show, using (B7), (B5) and (B10), that

$$\sigma_r^2 = 2D|\tau|. \quad (\text{B15})$$

The lineshape  $L(\omega)$  can then be expressed explicitly, using its definition (B8) and (B11),

$$\begin{aligned} L(\omega) &= (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} I_0 e^{i\omega\tau} e^{-D|\tau|} d\tau \\ &= I_0 \frac{D(2/\pi)^{1/2}}{D^2 + \omega^2} \end{aligned} \quad (\text{B16})$$

which is the usual Lorentzian shape of the laser linewidth (Schawlow–Townes formula [14]). Identifying equation (B16) with the Schawlow–Townes expression, we can relate the coefficient  $D$  to the parameters of the laser which generated this light, and we have, for a laser far above threshold [21]:

$$2D = \frac{\kappa^2}{2I_0} \quad (\text{B17})$$

where  $\kappa$  is the laser cavity (intensity) decay rate.

As was said at the beginning of this appendix, these calculations have been done using normal ordering. The contribution of phase vacuum fluctuations (to the linewidth for example) is therefore zero, but the shot noise will appear in the detected phase noise power, calculated using the standard methods quoted at the beginning. We finally obtain the total phase noise power that would be read on a spectrum analyser at frequency  $f = \omega/(2\pi)$ :

$$\begin{aligned} V_{\phi}(\omega) &= S_{\phi}^{vac}(\omega) + S_{\phi}(\omega) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{1}{4I_0} + \frac{2D}{\omega^2} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{4I_0} \left( 1 + \frac{2\kappa^2}{\omega^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{B18})$$

At a given angular frequency  $\omega$ , the phase noise is therefore the sum of the shot noise and of a term proportional to the laser linewidth. In equation (1) of the text, this expression has been normalized to the shot-noise level, and the linewidth enhancement factor  $(1 + \alpha^2)$  has been added in the second term.

## References

- [1] Golubev Yu M and Sokolov I V 1984 *Zh. Eksp. Teor. Phys.* **87** 804 (1984 *Sov. Phys.-JETP* **60** 234)
- [2] Machida S, Yamamoto Y and Itaya Y 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1000
- [3] Richardson W H, Machida S and Yamamoto Y 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2867
- [4] Freeman M J, Wang H, Steel D G, Craig R and Scifres D R 1993 *Opt. Lett.* **18** 2141
- [5] Wang H, Freeman M J and Steel D G 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 3951
- [6] Wieman C E and Hollberg L 1991 *Rev. Sci. Instrum.* **62** 1
- [7] Yuen H P and Chan V W S 1983 *Opt. Lett.* **8** 177
- [8] Freeman M J, Wang H, Steel D G, Craig R and Scifres D R 1993 *Opt. Lett.* **18** 379
- [9] Edwards P J and Pollard G H 1993 *Phys. Rev. Lett.* **69** 1757
- [10] Goobar E, Karlsson A, Björk G and Rigole P-J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 437
- [11] Inoue S, Ohzu H, Machida S and Yamamoto Y 1992 *Phys. Rev. A* **46** 2757
- [12] Marin F, Bramati A, Giacobino E, Zhang T-C, Poizat J-Ph, Roch J-F and Grangier P 1995 *Phys. Rev. Lett.* submitted
- [13] Levenson M D, Shelby R M and Perlmutter S H 1985 *Opt. Lett.* **10** 514  
Galatola P, Lugiato L A, Porreca M G, Tombesi P and Leuchs G 1991 *Opt. Commun.* **85** 95
- [14] Schawlow A L and Townes C H 1958 *Phys. Rev.* **112** 1940
- [15] Henry C H 1982 *IEEE J. Quantum Electron.* **18** 259
- [16] Spano P, Piazzolla S and Tamburrini M 1985 *Opt. Lett.* **10** 556; 1986 *IEEE J. Quantum Electron.* **22** 427
- [17] Kikuchi K, Watanabe K and Katoh K 1994 *Appl. Phys. Lett.* **65** 2533
- [18] Karlsson A and Björk G 1991 *Phys. Rev. A* **44** 7669
- [19] Daino B, Spano P, Tamburrini M and Piazzolla S 1983 *IEEE J. Quantum Electron.* **19** 266 and references therein
- [20] Glauber R J 1965 *Ecole d'été des Houches 1964* ed C de Witt, A Blandin and C Cohen-Tannoudji (Gordon and Breach)
- [21] Courtois J Y, Smith A, Fabre C and Reynaud S 1991 *J. Mod. Opt.* **38** 177
- [22] Papoulis A 1965 *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* (New York: McGraw-Hill) p 290

## II.e- Principe de la mesure du bruit de phase d'un champ par réflexion sur une cavité.

Pour mesurer le niveau des fluctuations de phase d'un champ laser, on peut se servir de la détection homodyne décrite au §I.e. Il est alors nécessaire de disposer d'un oscillateur local intense devant le champ à analyser et d'adapter soigneusement les modes de propagation de ces deux faisceaux. Dans l'article qui précède, une autre méthode est employée, permettant de se passer de cet oscillateur local annexe : le champ provenant d'une diode laser est réfléchi par une cavité interférométrique, puis directement détecté. On utilise les propriétés dispersives de la cavité au voisinage de la résonance. Suivant leur fréquence, les composantes de bruit du champ subissent, après réflexion, les déphasages qui diffèrent du déphasage obtenu pour le champ moyen. Cet effet produit une rotation des quadratures amplitude et phase du champ incident. Dans cette méthode c'est le champ moyen lui même qui sert d'oscillateur local. La mesure des fluctuations du champ réfléchi renseigne sur les fluctuations d'amplitude et de phase présentes sur le champ incident lorsque l'on balaie la cavité autour de sa fréquence de résonance.

Ce procédé convient particulièrement lorsque l'on veut analyser les fluctuations à des fréquences qui sont de l'ordre de la bande passante de la cavité, quelques dizaines de MHz dans notre cas. Nous donnons dans les pages qui suivent le principe de la transformation des quadratures, après réflexion sur une cavité idéale sans pertes. Nous employons le formalisme semi-classique linéarisé [Reynaud 90], qui donne les mêmes résultats que l'emploi du formalisme opératoire (§I), dans la limite où toutes les fluctuations sont faibles devant le champ moyen.

Nous nous plaçons dans le référentiel tournant à la fréquence optique  $\omega$  du champ moyen. Le champ électrique vaut :

$$\mathcal{E} = \text{Re}(E) \quad (\text{II.e-1})$$

avec

$$E(t) = E_0(t) e^{i\varphi(t)}$$

$E_0$  correspond à l'amplitude du champ, et  $\varphi$  à sa phase, référencée par rapport à une phase arbitraire. Les fluctuations d'amplitude et de phase sont représentées par la dépendance temporelle des fonctions  $E_0$  et  $\varphi$ . Ces fluctuations demeurant faibles, on pose :

$$\begin{aligned} E_0(t) &= E_0 + \delta E_0(t) \\ \varphi(t) &= \varphi + \delta\varphi(t) \end{aligned} \quad (\text{II.e-2})$$

On définit les composantes de quadrature  $p$  et  $q$ , qui correspondent respectivement aux fluctuations d'amplitude et de phase, par :

$$\begin{aligned} p(t) &= 2 \delta E_0(t) = \delta\tilde{E}(t) + \delta\tilde{E}^*(t) \\ q(t) &= 2 E_0 \delta\varphi(t) = -i(\delta\tilde{E}(t) - \delta\tilde{E}^*(t)) \end{aligned} \quad (\text{II.e-3})$$

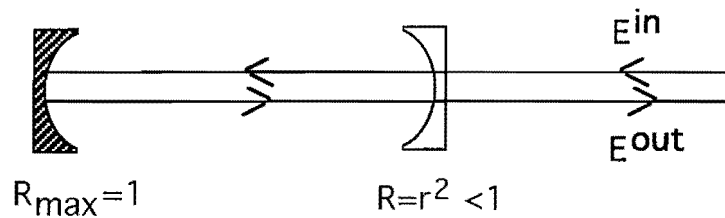
où :

$$\delta\tilde{E}(t) = \frac{E^*}{|E|} \delta E(t) = \delta E_0(t) + i E_0 \delta\varphi(t) \quad (\text{II.e-4})$$

Les fluctuations sont analysées dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned} p[\Omega] &= 2 \delta E_0[\Omega] = \delta\tilde{E}[\Omega] + \delta\tilde{E}[-\Omega]^* \\ q[\Omega] &= 2 E_0 \delta\varphi[\Omega] = -i(\delta\tilde{E}[\Omega] - \delta\tilde{E}[-\Omega]^*) \end{aligned} \quad (\text{II.e-5})$$

Considérons maintenant le cas d'une cavité idéale en réflexion :



Soit  $\phi = \frac{\omega - \omega_0}{\tau}$  le déphasage accumulé par le champ moyen sur un aller-retour.

$\omega_0$  est la fréquence de résonance la plus proche et  $\tau$  le temps d'aller-retour. En l'absence de pertes, on a la relation suivante entre les champs moyens entrant et sortant :

$$E^{\text{OUT}} = e^{i\psi(\phi)} E^{\text{IN}} \quad (\text{II.e-6})$$

avec :

$$e^{i\psi(\phi)} = \frac{e^{-i\phi} - r}{1 - r e^{-i\phi}} \quad (\text{II.e-7})$$

Dans l'espace de Fourier,  $\delta E[\Omega]$  est une bande latérale de bruit décalée en fréquence de  $\Omega$  par rapport au champ moyen. Son déphasage par la cavité diffère de celui obtenu pour le champ moyen, en fonction de la valeur prise par  $\Omega$ , qui correspond



à la fréquence à laquelle on analyse les fluctuations du champ. Lorsque cette dernière est normalisée à l'intervalle spectral libre de la cavité, on obtient la relation suivante entre les fluctuations entrantes et sortantes :

$$\delta E^{OUT}[\Omega] = e^{i\psi(\phi-\Omega)} \delta E^{IN}[\Omega] \quad (\text{II.e-8})$$

En employant (II.e-4) et (II.e-6), il vient :

$$\begin{aligned} \delta \tilde{E}^{OUT}[\Omega] &= e^{i[\psi(-\phi)+\psi(\phi-\Omega)]} \delta \tilde{E}^{IN}[\Omega] \\ \delta \tilde{E}^{OUT}[-\Omega]^* &= e^{i[\psi(\phi)+\psi(-\phi-\Omega)]} \delta \tilde{E}^{IN}[-\Omega]^* \end{aligned} \quad (\text{II.e-9})$$

On obtient au moyen de (II.e-5) , la relation entre les quadratures à l'entrée et à la sortie de la cavité :

$$\begin{pmatrix} p^{OUT}[\Omega] \\ q^{OUT}[\Omega] \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{i\psi_+} + e^{i\psi_-} & i(e^{i\psi_+} - e^{i\psi_-}) \\ -i(e^{i\psi_+} - e^{i\psi_-}) & e^{i\psi_+} + e^{i\psi_-} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p^{IN}[\Omega] \\ q^{IN}[\Omega] \end{pmatrix} \quad (\text{II.e-10})$$

avec :

$$\begin{aligned} e^{i\psi_+} &= e^{i[\psi(-\phi)+\psi(\phi-\Omega)]} \\ e^{i\psi_-} &= e^{i[\psi(\phi)+\psi(-\phi-\Omega)]} \end{aligned} \quad (\text{II.e-11})$$

Le faisceau réfléchi par la cavité, correspondant au champ  $E^{OUT}$ , est envoyé sur une détection homodyne qui permet d'obtenir une calibration du bruit de photon (cf. §I.e et figure 5 de l'article). Un analyseur de spectres nous donne une puissance spectrale de bruit qui est proportionnelle à la variance des fluctuations d'intensité du champ électrique détecté, pour la fréquence d'analyse  $\Omega$ . Au moyen des relations (II.e-10), on peut calculer cette variance. On obtient une relation de la forme :

$$\begin{aligned} \langle p^{OUT}[\Omega] p^{OUT}[-\Omega] \rangle &= c_1 \langle p^{IN}[\Omega] p^{IN}[-\Omega] \rangle + c_2 \langle q^{IN}[\Omega] q^{IN}[-\Omega] \rangle \\ &+ c_3 \langle p^{IN}[\Omega] q^{IN}[-\Omega] \rangle + c_4 \langle q^{IN}[\Omega] p^{IN}[-\Omega] \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.e-12})$$

où  $S(\Omega) = \langle p^{OUT}[\Omega] p^{OUT}[-\Omega] \rangle$  correspond au spectre de bruit mesuré et les  $c_i$  sont les coefficients calculés.

Nous faisons dans ce paragraphe des hypothèses simplificatrices concernant la source de bruit à l'entrée de la cavité.  $S_p^{IN}(\Omega) = \langle p^{IN}[\Omega] p^{IN}[-\Omega] \rangle$  correspond au spectre de

bruit d'intensité de la source et vaut l'unité si celle-ci est au bruit de photon standard. On pose :

$$S_p^{IN}(\Omega) = S_{exc}(\Omega) \cdot S_p^{IN}(\Omega) \quad (\text{II.e-13})$$

où  $S_{exc}(\Omega)$  représente l'excès de bruit de phase par rapport au bruit d'intensité. On fait l'hypothèse que les corrélations entre phase et intensité sont négligeables :

$$\langle p^{IN}[\Omega] q^{IN}[-\Omega] \rangle = \langle q^{IN}[\Omega] p^{IN}[-\Omega] \rangle = 0 \quad (\text{II.e-14})$$

Un calcul explicite des coefficients  $c_1$  et  $c_2$  montre qu'ils sont de la forme :

$$c_1 = \cos^2\beta \quad \text{et} \quad c_2 = \sin^2\beta \quad (\text{II.e-15})$$

$\beta$  représente l'angle de rotation des quadratures, donné dans l'article (formule A4). Il est nul à résonance et pratiquement nul loin de résonance. Sur le flanc de la résonance, le module de cet angle atteint une valeur  $\beta_{max}$  qui dépend de la bande passante de la cavité, et de la fréquence d'analyse  $\Omega$ . A une fréquence d'analyse donnée, lorsque l'on balaie la cavité autour de la résonance, le spectre de bruit mesuré s'exprime par :

$$S(\Omega) = (\cos^2\beta + S_{exc}(\Omega)\sin^2\beta) S_p^{IN}(\Omega) \quad (\text{II.e-17})$$

où  $\beta$  est une fonction complexe du désaccord de la cavité, ainsi que de  $\Omega$ .

La figure ci-dessous présente un exemple de calcul théorique du spectre de bruit  $S(\Omega)$  en fonction du désaccord de la cavité à résonance, avec des valeurs proches des conditions expérimentales

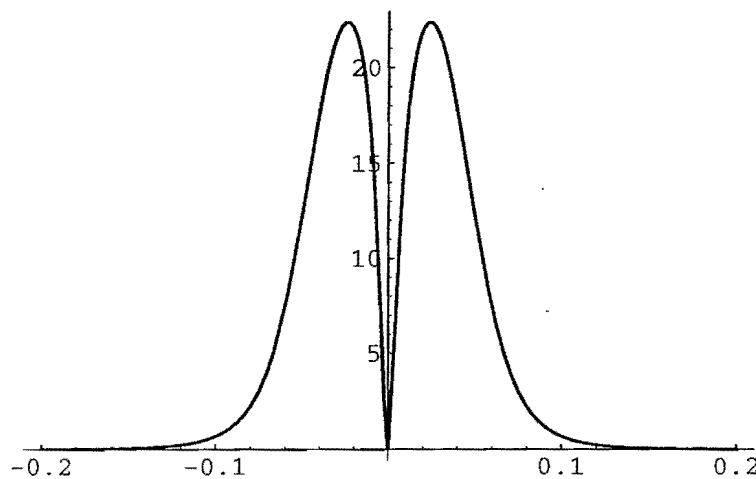


Figure II.1 : Dans cette simulation du balayage de la cavité, l'excès de bruit  $S_{exc}(\Omega)$  vaut +30dB, la fréquence d'analyse  $\Omega$  vaut 10 MHz, la bande passante de la cavité 13 MHz. En abscisse figure le déphasage de la cavité, normalisé à cette bande passante. En ordonnée : l'excès de bruit mesuré (en dB)

Il est ainsi possible d'ajuster les courbes expérimentales (figure 6 de l'article), connaissant  $\Omega$  et les paramètres de la cavité. On remonte ainsi à l'excès de bruit  $S_{\text{exc}}(\Omega)$ .

## II.f Conclusion

Ces études, qui se poursuivent actuellement, ont mis en évidence des anticorrélations entre les bruits d'intensité du mode principal, et des modes en dessous du seuil. De plus, il existe des corrélations entre les fluctuations d'intensité et les fluctuations d'amplitude, liées par le paramètre de Henry. On envisage actuellement leur utilisation afin de réduire davantage le bruit détecté [Newkirk 91] [Kikushi 94].

On peut comprendre la réduction du bruit d'intensité, lorsque l'on couple ou injecte la diode laser, par une sélection plus sévère du mode principal au détriment des autres. Cependant, nous n'avons pas obtenu de cette manière une réduction suffisante du bruit de phase, qui nous permette de disposer d'une diode laser dont le bruit quantique soit voisin du bruit de photon sur l'ensemble des quadratures. Le champ produit par une diode laser reste fort éloigné d'un état minimal, tel que défini au §I, et une description plus juste devrait tenir compte du caractère multimodal. Un excès de bruit de phase important est particulièrement gênant dans une expérience d'interférométrie ou de spectroscopie de haute précision. En effet, ces expériences tendent à mélanger les quadratures, et des fluctuations de phase sur le signal incident produisent des fluctuations supplémentaires sur l'intensité du signal reçu sur un photodétecteur.

Nous avons vérifié que le laser titane-saphir est lui au bruit quantique standard, sur l'ensemble des quadratures, pour des fréquences supérieures à 3 MHz. Ainsi, quand le faisceau issu de ce laser est réfléchi par la cavité, le niveau de bruit d'intensité mesuré reste constant tandis que la cavité est balayée autour de sa résonance. Nous pouvons donc utiliser cette source pour des mesures interférométriques, sensibles au bruit quantique. C'est ce qui sera fait dans la suite de nos expériences.

### III - Mesures Quantiques-Non-Destructives en optique

L'objet de ce paragraphe consiste à rappeler brièvement le principe d'une mesure Quantique-Non-Destructive (QND) en optique, ainsi que les critères qui permettent de comparer une réalisation expérimentale, par essence imparfaite, à une mesure QND idéale (§III.a-e). Les avantages et possibilités offertes par un milieu d'atomes piégés sont ensuite évoqués (§III.f).

#### III.a Principe et critères utilisés

Considérons un faisceau laser transportant un signal quelconque, codé sous la forme d'une petite modulation de son intensité. Pour détecter le signal, on peut placer directement un photodétecteur sur le faisceau laser (figure III-1.a). La mesure ainsi réalisée peut être sensible aux fluctuations quantiques présentes sur le champ incident, superposées au signal de modulation. Ce type de mesure qui est à la fois simple et sensible possède l'inconvénient de détruire l'état initial, qui d'une part ne peut plus évoluer, et d'autre part ne peut plus être détecté. Est-il possible d'extraire toute l'information véhiculée par le faisceau signal sans le détruire, et sans que la mesure n'altère cette information? Peut-on réaliser une mesure qui soit sensible au niveau des fluctuations quantiques du faisceau incident, sans perturber ces fluctuations? Ce sont ces défis que tente de relever la réalisation de mesures QND en optique (figure III-1.b).

Il est nécessaire d'établir des critères précis permettant de comparer les réalisations expérimentales à la mesure QND idéale [Holland 90] [Poizat 94]. Jusqu'à présent, ces expériences emploient des faisceaux laser "intenses", c'est-à-dire que le nombre de photons mesuré est suffisamment important pour que l'on puisse linéariser les fluctuations autour de leur valeur moyenne. Par exemple, une puissance incidente de 1mW analysée avec une bande passante de 1MHz correspond à un ensemble de  $N=3.10^9$  photons, et l'ampleur relative des fluctuations Poissonniennes de ce nombre est très faible :  $1/\sqrt{N} \approx 2.10^{-5}$ . Comme au §I, on définit pour chaque mode laser la quadrature amplitude  $X_1$  du champ électromagnétique, dont les fluctuations sont proportionnelles aux fluctuations du nombre de photons (équation I-16), ainsi que la quadrature  $X_2$  correspondant à la phase. Lorsque l'information est portée par une modulation de l'intensité du faisceau "signal", la lecture de cette information découle de la mesure de l'observable nombre de photons  $N$ .

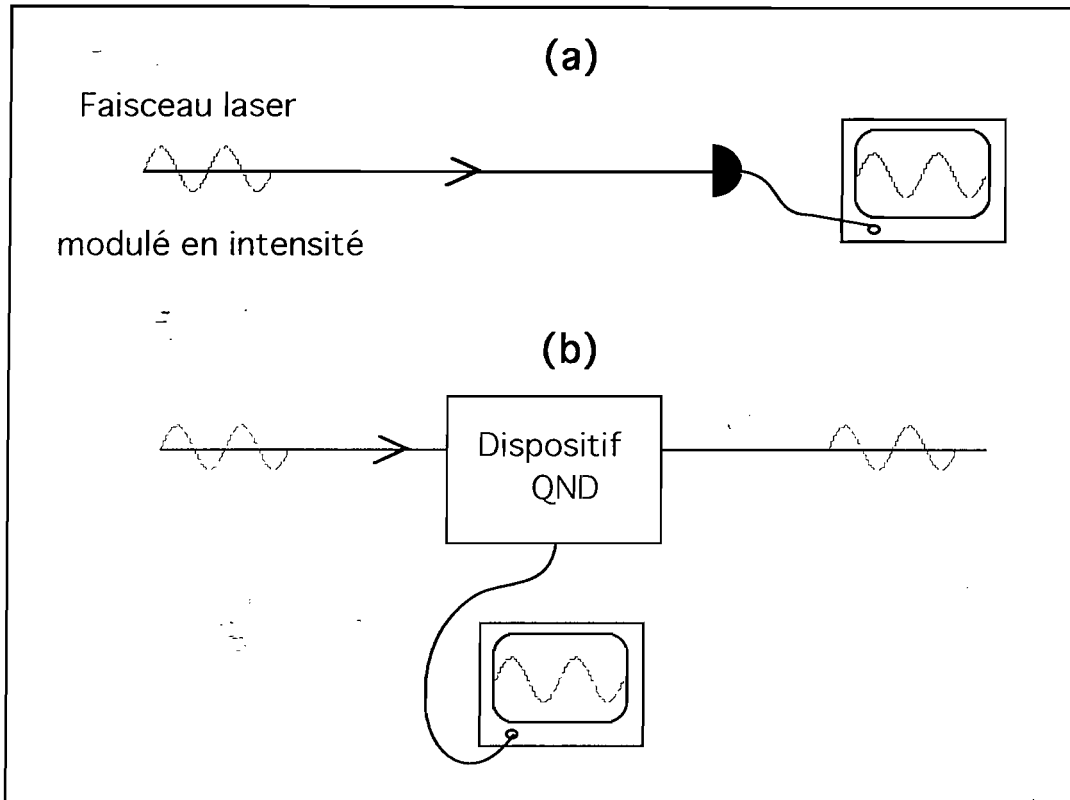


Figure III-1 : Mesure destructive et mesure QND

Dans une démonstration expérimentale, la modulation appliquée sur l'intensité du faisceau signal est caractérisée par une fréquence et une intensité de modulation fixes. La fréquence de modulation  $\omega$  est de l'ordre d'une dizaine de MHz : à cette fréquence, le rapport signal sur bruit du signal incident est limité par le bruit d'origine quantique. L'amplitude de la modulation est faible devant l'amplitude du champ moyen, mais son intensité demeure importante (plusieurs décades) par rapport à la puissance du bruit de photon, pour la bande d'analyse considérée : cette modulation est qualifiée de petite modulation classique.

On définit le rapport signal sur bruit pour le faisceau signal, avant interaction avec le dispositif de mesure QND, comme le rapport entre l'intensité de la modulation et la puissance du bruit de photon en l'absence de modulation :

$$R_s^{in} = \frac{\langle X_s^{in}(\omega) \rangle^2}{\langle \delta X_s^{in}(\omega)^2 \rangle} \quad (\text{III-1})$$

où  $X_s^{in}$  désigne la quadrature modulée du faisceau signal. Il s'agit ici de la quadrature amplitude  $X_1$ , mais d'une manière générale on pourrait appliquer la

modulation sur tout autre quadrature. De la même façon, on définit le rapport signal sur bruit  $R_s^{out}$  pour le champ signal après mesure. Après avoir été couplé au faisceau signal, le faisceau de mesure est en général détecté au moyen d'une détection homodyne, qui permet comme nous l'avons vu d'analyser toute composante de quadrature. Le signal de photodétection du faisceau de mesure à la fréquence  $\omega$  est aussi caractérisé par un rapport signal sur bruit :

$$R_m^{out} = \frac{\langle Y_m^{out}(\omega) \rangle^2}{\langle \delta Y_m^{out}(\omega)^2 \rangle} \quad (\text{III-2})$$

où  $Y_m^{out}$  est la quadrature du faisceau de mesure analysée, sur laquelle le transfert de la modulation du faisceau signal a été accompli grâce au couplage QND.

Un dispositif QND idéal transfère parfaitement la modulation du faisceau signal sur le faisceau de mesure, sans dégradation des rapports signal sur bruit :

$$R_s^{out} = R_s^{in} \quad \text{et} \quad R_m^{out} = R_s^{in}$$

Toute mesure altère un système quantique : la particularité du système QND parfait est que le bruit est ajouté exclusivement sur la quadrature du faisceau signal qui ne véhicule pas l'information (la quadrature complémentaire à celle qui est modulée).

Pour caractériser un système imparfait, on définit comme premiers critères les coefficients de transfert sur les voies de mesure et de signal :

$$T_m = \frac{R_m^{out}}{R_s^{in}} \quad \text{et} \quad T_s = \frac{R_s^{out}}{R_s^{in}} \quad (\text{III-3})$$

L'imperfection du dispositif de mesure se traduit par des coefficients nécessairement inférieurs à l'unité [Poizat 93b].

Dans leur principe original, les mesures QND doivent permettre des mesures répétées d'un système quantique sans que l'évolution de la grandeur mesurée ne soit altérée [Caves 80]. Les mesures qui se succèdent sont ainsi cohérentes entre elles. Cela n'est possible que si l'état du système après la mesure est parfaitement corrélé au résultat de la mesure. On définit pour cette raison un troisième critère, la variance conditionnelle du signal en sortie, pour un résultat de mesure donné :  $V(X_s^{out} | Y_m^{out})$ . Dans les expériences QND, les faisceaux de signal et de mesure sont détectés après interaction. La variance conditionnelle est obtenue expérimentalement en soustrayant le photocourant de mesure du photocourant de signal, à condition d'employer le gain approprié qui minimise le niveau de bruit résultant. Dans le cas d'une mesure QND idéale, cette variance est nulle. De par sa définition, la variance conditionnelle correspond à la

meilleure compression possible des fluctuations de la quadrature considérée que l'on pourrait obtenir en corrigeant les fluctuations quantiques du faisceau signal sortant en utilisant l'information acquise sur le faisceau de mesure. On montre que son expression est [Holland 90] :

$$V(X_s^{out} | Y_m^{out}) = \langle \delta X_s^{out^2} \rangle \left( 1 - \frac{\langle \delta X_s^{out} \delta Y_m^{out} \rangle^2}{\langle \delta X_s^{out^2} \rangle \langle \delta Y_m^{out^2} \rangle} \right) \quad (\text{III-4})$$

Ce troisième critère peut sembler redondant avec les deux premiers. En fait, certains systèmes QND imparfaits peuvent avoir des coefficients de transfert proches de l'unité, et une variance conditionnelle arbitrairement grande [Poizat 93b].

### III.b La lame séparatrice

Dans un premier temps, considérons la mesure effectuée en prélevant une partie du faisceau incident au moyen d'une lame séparatrice. Nous allons voir que cette mesure très simple fournit une base d'évaluation des performances des autres dispositifs envisagés. La mesure réalisée au moyen d'une séparatrice n'est pas une mesure QND idéale, puisque les fluctuations du champ incident interfèrent avec les fluctuations du vide qui entrent sur la voie non utilisée de la séparatrice (de manière plus imagée, on peut également penser à un aiguillage aléatoire des photons incidents au niveau de la séparatrice). Toujours dans l'approche linéarisée, les relations d'entrée-sortie entre les fluctuations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \delta X_s^{out} &= t \delta X_s^{in} + \sqrt{1-t^2} \delta X_b \\ \delta X_m^{out} &= r \delta X_s^{in} - \sqrt{1-r^2} \delta X_b \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

où  $\delta X_b$  représente les fluctuations du vide entrantes.  $r$  et  $t$  sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de la séparatrice. Les variances des champs sortants valent donc :

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{out}(\omega)^2 \rangle &= t^2 \langle \delta X_s^{in}(\omega)^2 \rangle + (1-t^2) \langle \delta X_b(\omega)^2 \rangle \\ \langle \delta X_m^{out}(\omega)^2 \rangle &= r^2 \langle \delta X_s^{in}(\omega)^2 \rangle + (1-r^2) \langle \delta X_b(\omega)^2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{III-6})$$

Une séparatrice ne fait pas de distinction entre les différentes quadratures : la relation III-6 est valable quelle que soit la quadrature. Lorsque les champs entrants sont des états cohérents au bruit de photon standard,  $\langle \delta X_s^{in}(\omega)^2 \rangle = \langle \delta X_b(\omega)^2 \rangle = 1$  en l'absence de modulation. Par conséquent,  $\langle \delta X_s^{out}(\omega)^2 \rangle = \langle \delta X_m^{out}(\omega)^2 \rangle = 1$  : les champs transmis par la séparatrice demeurent évidemment au bruit de photon. L'intensité de modulation se

partage entre les voies de sortie du signal et de la mesure en fonction des coefficients de transmission  $t$  et de réflexion  $r$ . Les coefficients de transfert sont donc, pour une lame séparatrice :

$$T_s = t^2 \quad \text{et} \quad T_m = r^2 \quad \Rightarrow \quad T_s + T_m = 1 \quad (\text{III-7})$$

Les fluctuations entrantes du vide et du champ laser sont incorrélées :

$$\langle \delta X_s^{in} \delta X_b \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \langle \delta X_s^{out} \delta X_m^{out} \rangle = 0 \quad (\text{III-8})$$

Par conséquent, la variance conditionnelle calculée au moyen de la relation (III-4) vaut l'unité, ce qui correspond au bruit de photon standard avec nos conventions.

Il est inutile de concevoir un dispositif de mesure complexe si celui-ci ne permet pas d'améliorer les résultats obtenus avec une simple séparatrice. On peut résumer l'essentiel des performances de la lame séparatrice dans la tentative de réalisation d'une mesure QND par deux grandeurs : la somme des coefficients de transfert et la variance conditionnelle, qui valent toutes les deux l'unité. Par référence, on considère en pratique qu'un système de mesure expérimental fonctionne dans le domaine QND dès lors que la variance conditionnelle est inférieure à l'unité et que la somme des coefficients de transfert vérifie  $1 < T_s + T_m \leq 2$  [Holland 90] [Grangier 92].

Si, au lieu de laisser entrer le vide "ordinaire" par la voie non utilisée de la séparatrice, on couple un vide qui est parfaitement comprimé sur la quadrature mesurée, on a :  $\langle \delta X_b(\omega)^2 \rangle = 0$ . L'équation (III-6) permet de voir immédiatement que les fluctuations quantiques sont réduites sur les deux voies de sortie de la séparatrice :  $\langle \delta X_s^{out}(\omega)^2 \rangle = t^2$  et  $\langle \delta X_m^{out}(\omega)^2 \rangle = r^2$ , ce qui implique une valeur maximale pour les coefficients de transfert et la valeur minimale pour la variance conditionnelle :

$$T_s = T_m = 1 \quad \text{soit} \quad T_s + T_m = 2 \quad \text{et} \quad V(X_s^{out} | Y_m^{out}) = 0$$

L'emploi de vide parfaitement comprimé permet donc en principe de réaliser une mesure QND idéale [Shapiro 80].

### III.c Mesure QND avec un milieu Kerr croisé parfait

On peut également obtenir une mesure QND idéale si l'on dispose d'un milieu non-linéaire non absorbant présentant un effet Kerr croisé arbitrairement important et rapide. Ce milieu couple un faisceau de mesure au faisceau signal, comme représenté sur la figure III-2. Soient  $n_s$  et  $n_m$  les indices du milieu vus respectivement par le faisceau signal (dont l'intensité est  $I_s$ ) et par le faisceau de mesure (intensité  $I_m$ ):

$$n_s = n_{0s} + n_2 I_m \quad \text{et} \quad n_m = n_{0m} + n_2 I_s \quad (\text{III-8})$$



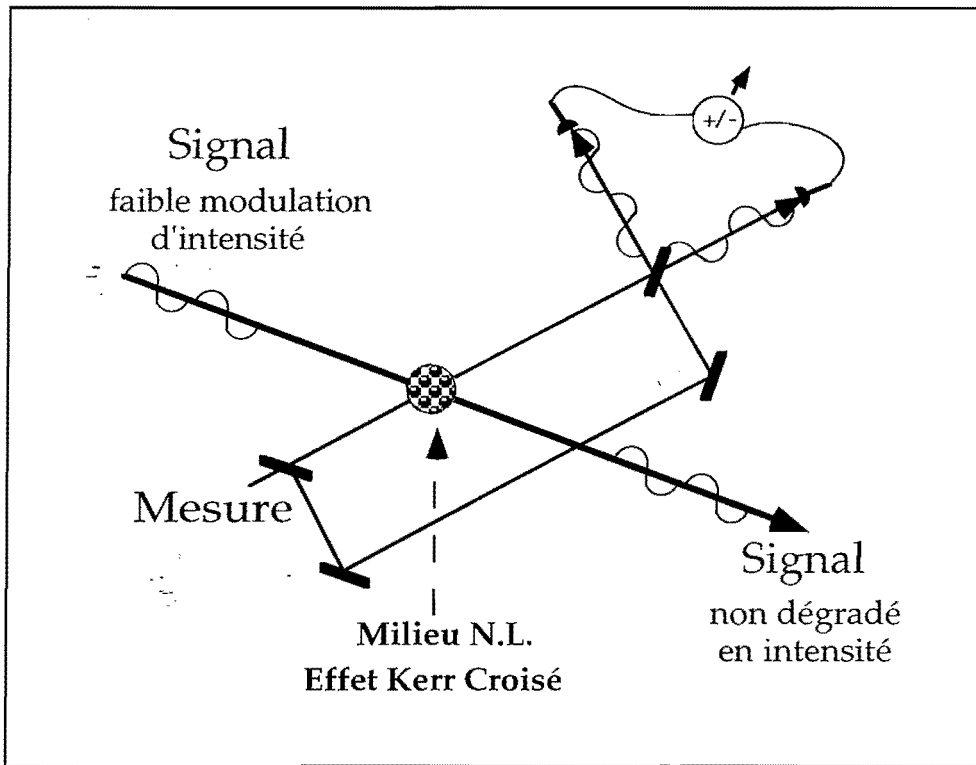


Figure III-2 : Couplage QND des faisceaux signal et mesure, au moyen d'un milieu Kerr croisé idéal. La modulation d'amplitude du signal produit une modulation sur la phase du faisceau de mesure. Pour pouvoir lire cette dernière, on emploie une détection interférentielle homodyne.

Dans le régime linéarisé, les relations d'entrée-sortie pour les fluctuations d'amplitude et de phase sont alors :

$$\begin{aligned} \delta X_s^{out} &= \delta X_s^{in} & \delta Y_s^{out} &= \delta Y_s^{in} + g \delta X_m^{in} \\ \delta X_m^{out} &= \delta X_m^{in} & \delta Y_m^{out} &= \delta Y_m^{in} + g \delta X_s^{in} \end{aligned} \tag{III-9}$$

où  $g$  est le coefficient de gain paramétrique [Roch 92] :

$$g = 2 n_2 kL \sqrt{I_s \cdot I_m} \tag{III-10}$$

Les fluctuations d'amplitude signal ne sont pas altérées :  $T_s = 1$ . Lorsque les champs signal et mesure sont initialement au bruit de photon standard, le coefficient de transfert sur la voie de mesure et la variance conditionnelle valent respectivement :

$$T_m = \frac{g^2}{1 + g^2} \quad \text{et} \quad V(X_s^{out} | Y_m^{out}) = \frac{1}{1 + g^2} \tag{III-11}$$

Lorsque  $g$  tend vers l'infini, la mesure tend vers une mesure QND idéale, extrayant toute l'information d'une quadrature donnée, sans dégradation ni perte d'énergie.

Tout couplage de mesure modifie l'état quantique initial : l'action en retour de la mesure sur l'état du champ signal, après interaction, consiste en des fluctuations de phase supplémentaires, induites par les fluctuations d'intensité du faisceau de mesure :

$$V(Y_s^{out}) = \langle \delta Y_s^{out}(\omega)^2 \rangle = 1 + g^2 \quad (\text{III-12})$$

La relation d'incertitude de Heisenberg implique la contrainte générale suivante [Poizat 93b] :

$$V(X_s^{out}|Y_m^{out}) \cdot V(Y_s^{out}|Y_m^{out}) \geq 1 \quad (\text{III-13})$$

Cette relation signifie qu'il est impossible d'utiliser l'information extraite par le faisceau de mesure pour réduire le bruit quantique sur les deux quadratures à la fois. Si l'on peut comprimer l'une des quadratures, l'autre doit nécessairement présenter un excès de bruit. Dans notre exemple de couplage amplitude-phase utilisant l'effet Kerr croisé idéal, la relation (III-9) montre que les phases des faisceaux signal et mesure ne sont pas corrélées après interaction :  $\langle \delta Y_s^{out} \delta Y_m^{out} \rangle = 0$ . En employant l'expression (III-4), on trouve dans ce cas particulier :

$$V(Y_s^{out}|Y_m^{out}) = V(Y_s^{out}) = 1 + g^2 \Rightarrow V(X_s^{out}|Y_m^{out}) \cdot V(Y_s^{out}|Y_m^{out}) = 1 \quad (\text{III-14})$$

L'utilisation parfaite de l'information récoltée par le faisceau de mesure permet ici de produire un état comprimé minimal au sens de Heisenberg.

### III.d Milieux réels présentant de l'effet Kerr croisé

Le premier essai de mesure QND a employé une fibre optique pour coupler deux faisceaux [Levenson 86]. Dans cette expérience, l'indice expérimenté par l'un des faisceaux dépend des intensités des deux faisceaux : l'effet Kerr ordinaire est présent à côté de l'effet Kerr croisé. De plus, la présence d'une source de bruit de phase supplémentaire produite par le milieu (GAWBS : "Guided Acoustic Wave Brillouin Scattering") limite les performances de ce type d'expérience.

Un milieu atomique quasi-résonnant offre davantage de possibilités. Les effets résonnants sont utilisés pour augmenter les non-linéarités recherchées. En contrepartie, la présence d'absorption, donc de pertes, est inévitable. L'absorption diminuant avec le carré du désaccord, il s'agit de trouver un compromis où les pertes demeurent faibles

tandis que les effets non-linéaires restent suffisamment importants. Les simulations théoriques, ainsi que les confirmations expérimentales, montrent qu'il est possible de trouver des configurations où l'effet Kerr croisé l'emporte sur les autres effets : une expérience de mesure QND utilisant une configuration en échelle dans un jet atomique de sodium a fait l'objet des thèses de J.-F. Roch et J.-P. Poizat [Roch 92] [Poizat 93b]. Considérons le schéma suivant, où trois niveaux en échelle sont couplés par deux faisceaux laser :

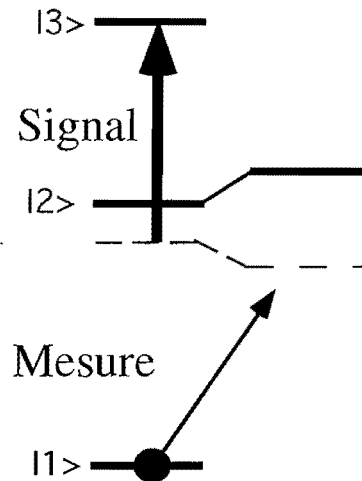


Figure III-3 : Configuration à trois niveaux en échelle

Le faisceau signal est intense : il induit des déplacements lumineux sur la transition supérieure. Ces déplacements lumineux sont responsables d'une modification de la dispersion du milieu pour le faisceau de mesure qui est appliqué sur la transition du bas. Les fluctuations d'intensité du faisceau signal produisent ainsi des fluctuations de phase sur le faisceau de mesure, que l'on détecte par interférométrie homodyne. Afin de rendre le milieu très peu absorbant pour le faisceau signal, il faut que la population atomique demeure principalement dans l'état fondamental. Pour cette raison, le faisceau de mesure est de faible intensité.

Dans l'expérience réalisée avec un jet atomique de sodium, il faut tenir compte de l'élargissement par effet Doppler transverse, estimé à 100 MHz (environ 10 largeurs naturelles). Les désaccords des deux faisceaux sont largement supérieurs, afin d'éviter une absorption rédhibitoire par le milieu atomique : -1,5 GHz pour le faisceau de mesure et 1 GHz pour le faisceau signal. Les effets non-linéaires sont amplifiés par la présence d'une cavité entourant le jet atomique, dans laquelle résonnent simultanément les deux faisceaux. Les résultats obtenus sont les suivants [Poizat 93] :

$$V(X_s^{out} | Y_m^{out}) = 0,85 < 1$$

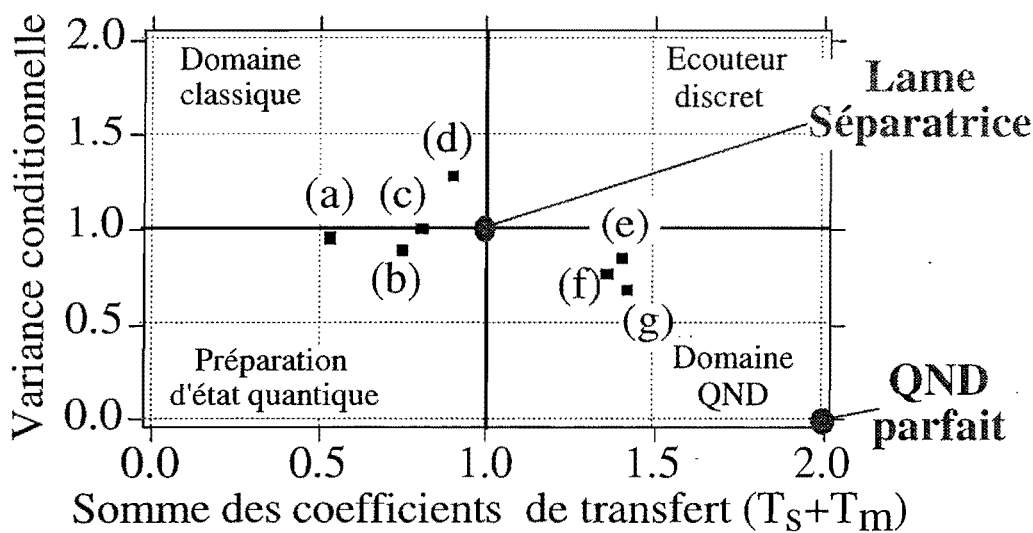
$$T_m = 0,4 \quad T_s = 0,9 \Rightarrow T_s + T_m = 1,3 > 1$$

Les performances de ce système de mesure sont clairement au delà des "limites classiques" précédentes, et entrent donc dans le domaine des mesures QND.

### III.e Résultats expérimentaux

Le tableau III-4 présente l'état de l'art (fin 1995) concernant les réalisations expérimentales de mesures QND en optique. Nous nous limitons ici aux tentatives réalisées pour approcher une transformation entrée-sortie pour les fluctuations ayant une forme proche de celle donnée par les équations (III-9), et qui utilisent soit un couplage  $\chi^{(3)}$  amplitude-phase (III-9), soit un couplage paramétrique dans un milieu  $\chi^{(2)}$ . On peut montrer en effet qu'il est possible d'obtenir dans un milieu  $\chi^{(2)}$  des relations entrée-sortie de même forme que celles données par les équations (III-9), moyennant simplement une redéfinition du coefficient de couplage  $g$  [LaPorta89].

Les résultats des expériences réelles incluent bien sûr toutes les imperfections (pertes d'efficacité, excès de bruit, absorption du milieu, limitations des nonlinéarités...) qui sont prises en compte dans la modélisation théorique complète de chaque expérience. La transformation (III.9) apparaît donc en fait comme une idéalisation, très utile en tant que modèle de référence, plutôt que comme une description exhaustive.



Expériences effet Kerr (khi-3)

- (a) [Levenson 86]
- (c) [Grangier 91]
- (d) [Friberg 92]
- (e) [Poizat 93]

Expériences KTP (khi-2)

- (b) [LaPorta 89]
- (f) [Pereira 94]
- (g) [Bencheikh 95]

Figure III-4 : Comparaison des tentatives expérimentales de mesures QND . Seules trois expériences (e), (f) et (g) entrent réellement dans le domaine QND .

Les expériences (a) et (d) emploient l'effet Kerr des fibres optiques, avec les limitations que nous avons vues. Friberg et al couplent deux solitons copropageant à des vitesses légèrement différentes : le soliton de mesure dépasse le soliton de signal et acquiert une information sous la forme d'un retard à la détection, par rapport à un troisième soliton servant de référence. Les expériences (c) et (e) utilisent la configuration de la figure III-3 décrite précédemment.

L'expérience (f) a la particularité d'être réalisée avec des faisceaux fonctionnant en continu, tandis que (b) et (g) se déroulent en régime pulsé. L'expérience la plus performante (g) est aussi la seule à avoir enchaîné avec succès deux mesures QND consécutives et indépendantes des fluctuations du faisceau signal.

### III.f Possibilités de mesures QND avec un milieu d'atomes piégés

Pour améliorer les résultats obtenus avec le jet atomique de sodium, on doit rechercher un milieu se rapprochant davantage du milieu Kerr croisé idéal. Dans un jet atomique, la présence d'élargissement Doppler oblige à désaccorder largement les faisceaux, ce qui limite l'ampleur des non-linéarités obtenues. De plus, le temps de transit des atomes dans la zone d'interaction, où sont couplés les faisceaux laser, est court : de l'ordre de  $10^{-7}$  s. Il existe donc une fréquence (1,6 MHz) en dessous de laquelle les fluctuations d'indice dues aux fluctuations poissonniennes du nombre d'atomes présents dans la zone d'interaction deviennent très importantes. Cet effet induit un excès de bruit de phase, prohibitif à basse fréquence, et qui demeure gênant jusqu'à des fréquences élevées [Poizat 93] [Lambrecht 95].

Un milieu d'atomes piégés de rubidium dont la température est de l'ordre de 1mK présente un élargissement par effet Doppler environ 10 fois plus faible que la largeur naturelle de l'état excité, qui est de 6 MHz. On peut ainsi employer des désaccords de quelques largeurs naturelles pour coupler les faisceaux laser. Cette fois encore, il faut trouver le bon compromis entre l'absorption la plus faible possible, et l'effet non-linéaire maximum. L'absorption par le milieu varie comme l'inverse du carré du désaccord, tandis que la susceptibilité non-linéaire d'ordre trois varie comme l'inverse du cube du désaccord. Un désaccord dix fois plus faible améliore donc d'un facteur dix le rapport entre ces deux effets, ce qui en première approximation semble être une évolution favorable. Un désaccord minimum de quelques largeurs naturelles reste bien sûr nécessaire, puisque les effets dispersifs s'effondrent au voisinage de la résonance. L'emploi d'une cavité interférométrique exaltant les non-linéarités, aussi bien que l'absorption, par les multiples passages des faisceaux laser, donne au milieu une complexité supplémentaire. Pour obtenir des prédictions quantitatives concernant l'évolution des fluctuations quantiques des faisceaux après interaction, une simulation

numérique doit être employée. Cette simulation utilise les modèles théoriques présentés dans la thèse de J.-P. Poizat [Courty 91] [Gheri 92] et a été réalisée en collaboration avec F. Castelli et A. Sinatra du groupe du professeur Lugiato à Milan. Afin de présenter quelques résultats, définissons tout d'abord la configuration des niveaux atomiques que l'on envisage d'utiliser pour l'expérience. L'isotope rubidium 87 présente une transition  $5S_{1/2}F=1 \rightarrow 5P_{3/2}F'=1$ . En employant des faisceaux mesure et signal polarisés circulairement, on peut réaliser un système à trois niveaux en  $\Lambda$  dont les potentialités pour la réalisation de mesures QND ont été étudiées [Gheri 92] :

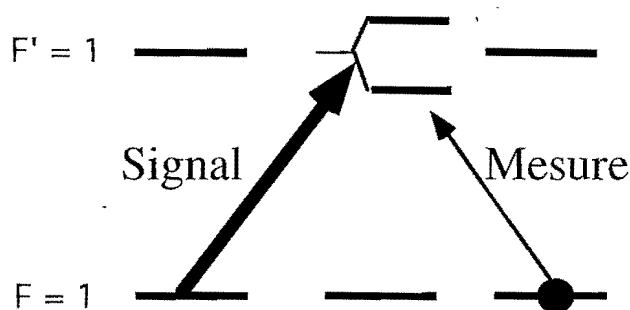


Figure III-5 : Configuration à trois niveaux en "lambda" couplés par des faisceaux signal et mesure polarisés circulairement

Des prédictions préliminaires concernant l'efficacité d'une mesure QND, sur la base des critères précédemment établis, sont présentées à la figure III-6, pour des valeurs réalistes des différents paramètres qui entrent en jeu dans le programme. Pour cet exemple, l'épaisseur optique à résonance du milieu atomique est  $\alpha_0 l = 1,5$  et la cavité interférométrique qui entoure ce milieu comporte un miroir de couplage transmettant 1%; le faisceau signal est désaccordé de 10 largeurs naturelles. Les faisceaux signal et mesure ont une intensité valant respectivement 5000 et 1,6 fois l'intensité de saturation de la transition. Le programme calcule les valeurs des différents critères QND lorsque les deux faisceaux résonnent simultanément dans la cavité. Pour la figure III-6, la fréquence d'analyse du bruit est normalisée à la largeur  $\kappa$  du mode de la cavité (bande passante). On constate qu'à l'intérieur de la bande passante de la cavité, le système permet à priori d'obtenir une mesure QND de bonne qualité. Le calcul de l'efficacité de la mesure inclut les perturbations introduites par l'absorption des faisceaux et le bruit dû à la relaxation atomique (émission spontanée). Grâce à l'effet de pompage optique, le faisceau signal agit sur une transition couplant des états vides de toute population, et se trouve très faiblement dégradé par le processus de mesure : le coefficient de transfert sur la voie signal est quasiment égal à l'unité. En pratique, il faut bien entendu tenir compte d'autres sources de dégradation des signaux : pertes supplémentaires introduites dans la propagation, efficacités quantiques inférieures à l'unité pour les photodétecteurs...

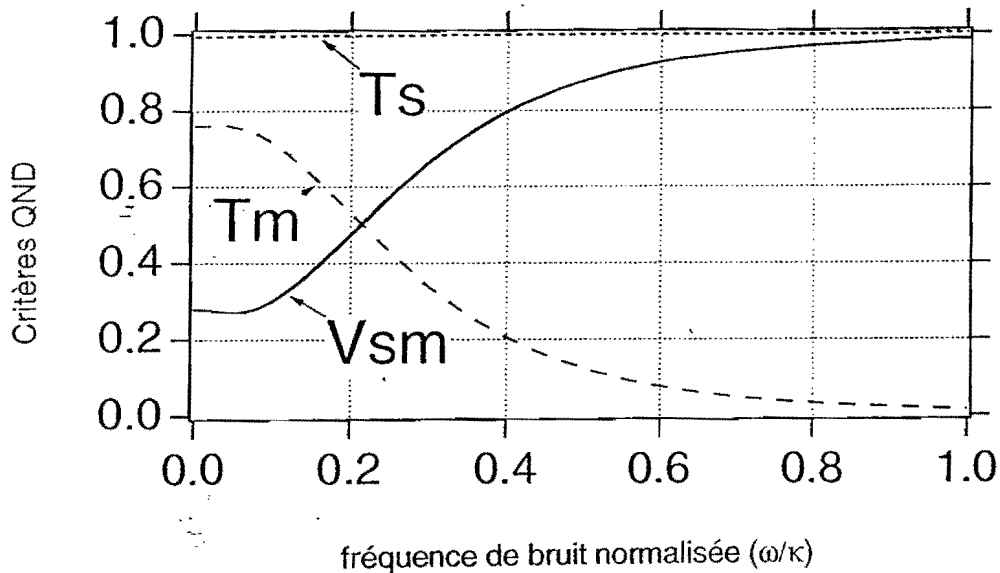


Figure III-6 : Spectre des critères QND en fonction de la fréquence d'analyse des fluctuations quantiques. On prédit ainsi numériquement l'efficacité d'une mesure QND des fluctuations d'amplitude du faisceau pompe pour le point de fonctionnement défini dans le texte.

Remarquons que la durée de vie des atomes dans le piège est de plusieurs secondes, tandis que le temps de passage des atomes dans un faisceau laser de  $100\mu\text{m}$  de diamètre est de plusieurs centaines de microsecondes : les fréquences caractéristiques gouvernant les fluctuations du nombre d'atomes sont mille fois plus faibles que lorsque l'on emploie le jet atomique de sodium, ce qui est un point a priori très favorable. Par contre, les atomes sont piégés au moyen d'un ensemble de faisceaux laser intenses, qui représentent des perturbations importantes, entraînant de l'émission spontanée, source de bruit incorrélé supplémentaire, ainsi que des décalages lumineux et du pompage optique. En fait, une étude plus approfondie du milieu d'atomes piégés apparaît indispensable avant d'envisager son utilisation dans une expérience de type QND. Une partie du travail contenu dans cette thèse consistera donc à définir et à tester des techniques qui permettront d'obtenir des "nuages" d'atomes froids au moins partiellement protégés des perturbations dues au piège lui-même.







## CHAPITRE DEUX

Réalisation d'un piège magnéto-optique de rubidium alimenté par un jet atomique ralenti

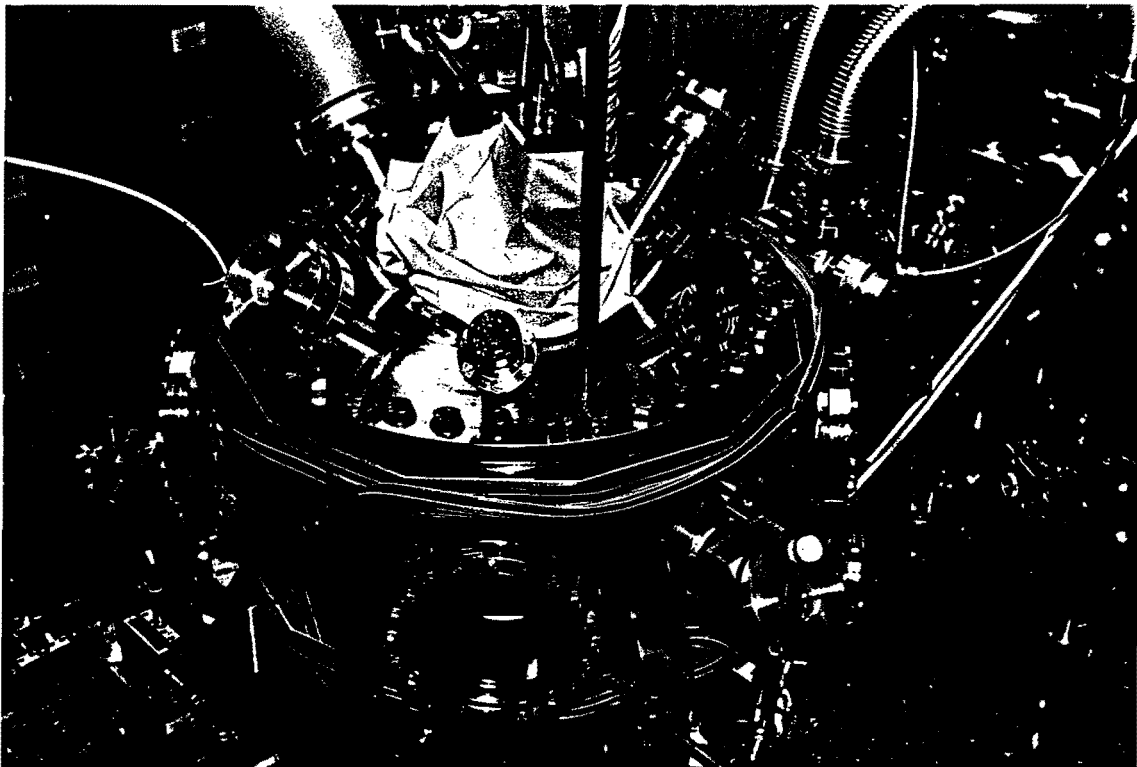


photo de l'enceinte ultraviolette dans laquelle est réalisé le piège magnéto-optique

## PARTIE A

### ***"Production et ralentissement d'un jet atomique de rubidium"***

Dans cette partie, nous commençons par rappeler les principes du ralentissement laser appliqué à un jet atomique (§I). Les deux paragraphes qui suivent décrivent le dispositif expérimental que nous avons mis en place : d'abord, les caractéristiques du jet de rubidium (§II), puis son ralentissement au moyen de diodes laser (§III). Le §IV présente une simulation numérique du ralentissement dans les conditions expérimentales : une estimation du taux de ralentissement est obtenue. Cette étude est motivée par le fait que le nombre d'atomes capturables par le piège magnéto-optique dépend de manière cruciale de l'efficacité du ralentissement laser.

#### **I - Principe du ralentissement laser**

##### **I.a. Introduction**

L'action mécanique de la lumière sur la matière est prévue théoriquement depuis qu'Einstein, en 1917, a montré que le quantum échangé entre le champ électromagnétique et la matière doit transférer non seulement une énergie, mais aussi une quantité de mouvement élémentaire [Einstein 17]. Ce dernier point, qui est nécessaire vis-à-vis de la théorie relativiste, ne semble pas avoir eu un impact immédiat sur l'interprétation des expériences en cours, à l'époque. Par exemple, lorsqu'un atome de rubidium en mouvement à la température ambiante absorbe un photon, le changement de sa vitesse est de 6 mm par seconde, ce qui ne représente qu'une variation de l'ordre de  $10^{-5}$  de sa vitesse nominale. Pour qu'il y ait une modification significative de son mouvement, il faut que chaque atome interagisse rapidement avec un très grand nombre de photons, ce qui est le cas lorsque le champ électromagnétique est intense et résonnant. Ainsi, une onde laser plane accordée à une fréquence appropriée permet de produire, sur les atomes, une force moyenne macroscopique appelée pression de radiation résonnante. Cet effet macroscopique est la conséquence des processus microscopiques suivants : quand l'atome absorbe un photon, il voit sa vitesse modifiée suivant la direction de propagation de l'onde laser de la quantité appelée vitesse de recul que nous venons de décrire. Afin de revenir à

son état fondamental, l'atome peut réémettre de façon stimulée le photon dans le mode laser et, dans ce cas, il reprend sa vitesse initiale. Il peut aussi émettre spontanément le photon dans une direction aléatoire. Lorsque l'on considère un grand nombre de ces cycles d'absorption-émission spontanée, appelés cycles de fluorescence, l'effet produit consiste en une accélération dans la direction du champ laser puisqu'en moyenne la quantité de mouvement du photon réémis spontanément est nulle.

#### Remarque

Il existe deux points de vue pour comprendre le ralentissement par pression de radiation résonnante (ralentissement Doppler) :

- bilan d'impulsion :

C'est le point de vue expliqué ci-dessus, le plus adapté et facile à comprendre,

- bilan d'énergie :

Dans le référentiel propre de l'atome en mouvement, l'atome absorbe un photon de fréquence résonnante  $\omega_0$  et le réémet spontanément à la même fréquence, de façon isotrope. Mais, dans le référentiel du laboratoire, le laser de ralentissement est décalé vers le rouge pour tenir compte de l'effet Doppler : le photon absorbé a une fréquence plus faible. Le bilan global (effectué dans l'annexe III) vérifie que l'énergie réémise est supérieure à l'énergie absorbée : l'atome perd bien l'énergie cinétique correspondant à son ralentissement par le faisceau laser.

Pour ralentir de façon efficace un jet atomique, l'intensité spectrale du rayonnement laser est indispensable. Aussi, la première expérience mettant en évidence la pression de radiation, réalisée par Frisch, dès 1933 au moyen d'une lampe à vapeur de sodium, ne pouvait que défléchir faiblement un jet atomique de sodium [Frisch 33]. Le ralentissement laser appliqué aux atomes neutres fut proposé par Hänsch et Schawlow en 1975 et a donné lieu à de nombreuses réalisations expérimentales dans lesquelles l'effet mécanique produit était cette fois considérable : l'accélération (ou décélération) subie par les atomes de Sodium peut atteindre  $10^5$  fois l'accélération de la pesanteur en raison du grand nombre de cycles de fluorescence que peuvent effectuer ces atomes à chaque seconde [Hänsch 75] [Minogin 80] [Letokhov81] [Andreev 82].

Les toutes premières expériences employaient un laser de fréquence fixe qui agissait sur un ensemble homogène d'atomes dans une cellule de verre. En raison de l'effet Doppler, la condition de résonance n'est pas maintenue au cours du ralentissement et

l'efficacité du processus diminue très rapidement. Pour stopper un jet atomique, la fréquence du laser et la fréquence de résonance propre aux atomes doivent coïncider de façon prolongée. Une première solution emploie un champ magnétique inhomogène créé par un solénoïde d'épaisseur variable, et un laser de fréquence fixe [Phillips 82], [Prodan 82]. La variation de l'effet Doppler, pendant la décélération de l'atome, est compensée par une modification de la fréquence de résonance atomique par effet Zeeman. Le fonctionnement continu de ce dispositif permet de ralentir une fraction importante des atomes du jet jusqu'à des vitesses de l'ordre de 50m/s à 100m/s. L'obtention d'atomes "très lents" (vitesses inférieures à 20m/s) est délicate dans le régime continu, car les atomes sortant du solénoïde, en fin de ralentissement continuent à subir l'effet du laser et rebroussement chemin avant de pouvoir dériver jusqu'à une éventuelle zone de piégeage.

Le piège, que nous décrivons dans la partie B de ce chapitre, est alimentable exclusivement par des atomes dont les vitesses sont inférieures à 30m/s. Ce fait, ainsi que des raisons de simplicité technique, nous ont fait préférer une deuxième solution du ralentissement, dans laquelle seule la fréquence laser varie au cours du temps de manière à rester en résonance avec l'atome ralenti [Letokhov 76] [Letokhov 81] [Phillips 81].

Nous allons, dans les pages qui suivent, faire un rappel de la théorie décrivant l'action mécanique d'un champ laser sur un atome (§I.b) ainsi que les conditions dans lesquelles on peut obtenir le ralentissement d'un jet atomique en balayant la fréquence du laser (§I.c).

### **I. b . Force moyenne exercée par un faisceau laser quasi-résonnant sur un atome à deux niveaux** [Cook 79] [Cohen-Tannoudji 83]

Le calcul suivant, basé d'une part sur l'application du théorème d'Ehrenfest, d'autre part sur les équations de Bloch Optiques, permet de décrire le mouvement du point moyen associé à la densité de probabilité du centre de masse de l'atome soumis à un champ laser intense dont la fréquence est proche de la résonance atomique. Le champ laser, échangeant un grand nombre de quanta avec chaque atome, est traité classiquement.

Pour simplifier le calcul, on peut par exemple supposer que l'on excite une transition  $|j=0, m=0\rangle \rightarrow |j'=1, m'=0\rangle$  à l'aide d'un laser monochromatique, polarisé rectilignement suivant un axe  $\vec{\epsilon}$  choisi parallèle à l'axe de quantification. Le champ laser est donc de la forme :

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = E(\vec{R}, t) \vec{\epsilon} \quad (\text{A.I-1})$$

où  $\vec{R}$  est l'opérateur position du centre de masse atomique et  $\vec{\epsilon}$  le vecteur de polarisation.

L'amplitude du champ est ensuite décomposée en composantes d'énergie positive et négative :

$$E(\vec{R}, t) = E_0(\vec{R}) \cos(\omega t + \theta(\vec{R})) = E^+(\vec{R})e^{-i\omega t} + E^-(\vec{R})e^{i\omega t} \quad (\text{A.I-2})$$

Les deux sous-niveaux atomiques intervenant dans ce problème sont notés  $|f\rangle$  (fondamental) et  $|e\rangle$  (excité). Ils sont séparés par une énergie  $\hbar\omega_0$ . La transition entre  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  est caractérisée par son moment dipolaire suivant l'axe de quantification  $\vec{\epsilon}$  :

$$d = \langle e | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon} | f \rangle = d^* \quad (\text{A.I-3})$$

L'opérateur dipôle  $D(t) = \vec{D}(t) \cdot \vec{\epsilon}$ , qui agit uniquement sur les variables internes, est également décomposé en deux parties :

$$D(t) = D^+(t) e^{i\omega t} + D^-(t) e^{-i\omega t} \quad (\text{A.I-4})$$

avec

$$D^+(t) = d |e\rangle \langle f| e^{-i\omega t} \quad \text{et} \quad D^-(t) = d |f\rangle \langle e| e^{i\omega t} \quad (\text{A.I-5})$$

L'Hamiltonien total pour l'atome de masse  $M$  est :

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2M} + H_0 + H_i \quad (\text{A.I-6})$$

où l'énergie interne est représentée par :

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.I-7})$$

$H_i$  est l'Hamiltonien d'interaction dipolaire électrique. Avec les conventions adoptées :

$$H_i = -\vec{D}(t) \cdot \vec{E}(\vec{R}, t) = -D(t) E(\vec{R}, t) \quad (\text{A.I-8})$$

L'approximation dipolaire électrique est justifiée par le fait que la longueur d'onde du rayonnement considéré est bien plus grande que l'extension du paquet d'onde atomique. Nous nous plaçons maintenant suivant le point de vue de Heisenberg. Les opérateurs  $\vec{R}$  et  $\vec{P}$  (position et impulsion du centre de masse atomique) satisfont les équations du mouvement :

$$\dot{\vec{R}}(t) = \frac{1}{i\hbar} [\vec{R}(t), H(t)] = \vec{\nabla}_{\vec{P}} H(t) = \frac{\vec{P}(t)}{M} \quad (\text{A.I-9})$$

$$\dot{\vec{P}}(t) = \frac{1}{i\hbar} [\vec{R}(t), H(t)] = -\vec{\nabla}_{\vec{R}} H(t) = D \vec{\nabla}_{\vec{R}} E(\vec{R}, t) \quad (\text{A.I-10})$$

L'opérateur force est donc :

$$\vec{F}(t) = M \ddot{\vec{R}}(t) = D \vec{\nabla}_{\vec{R}} E(\vec{R}, t) \quad (\text{A.I-11})$$

En posant :

$$\vec{r}(t) = \langle \vec{R}(t) \rangle \quad \text{et} \quad \vec{f}(t) = \langle \vec{F}(t) \rangle, \quad (\text{A.I-12})$$

qui sont les moyennes quantiques des opérateurs position et force, le théorème d'Ehrenfest nous donne la relation classique :

$$\vec{f}(t) = M \ddot{\vec{r}}(t) \quad (\text{A.I-13})$$

Cependant, le mouvement de l'atome ne peut être traité classiquement que si l'on factorise  $\vec{f}(t) = \langle D \vec{\nabla}_{\vec{R}} E(\vec{R}, t) \rangle$  en  $\langle D \rangle \vec{\nabla}_{\vec{r}} E(\vec{r}, t)$  : dans cette dernière expression, le champ est bien évalué au centre  $\vec{r}$  du paquet d'ondes (l'atome étant en mouvement,  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ).

La factorisation précédente est soumise à des conditions de validité : [Cook 79]

- la variation relative de vitesse de l'atome est négligeable pendant le temps caractéristique d'évolution des variables internes,
- l'extension du paquet d'ondes atomique est faible devant la longueur d'onde optique,
- l'énergie associée à la largeur naturelle de l'état excité est bien supérieure à l'énergie de recul, qui représente la variation de l'énergie cinétique d'un atome immobile, lors de l'émission d'un photon :

$$\hbar \Gamma \gg E_{\text{recul}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$$

Ces conditions sont vérifiées dans le cas du ralentissement laser d'un jet thermique de rubidium où l'on a notamment :

$$\frac{E_{\text{recul}}}{\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2M} = 3,8 \text{ kHz} \ll \Gamma = 6 \text{ MHz}$$

La force moyenne qui agit au centre du paquet d'ondes :

$$\bar{f}(t) = \langle D \rangle \bar{\nabla}_r E(\bar{r}, t) \quad (\text{A.I-14})$$

nécessite le calcul du moment dipolaire moyen que l'on effectue grâce aux équations de Bloch Optiques. Au préalable, on emploie l'approximation dite du champ tournant qui consiste à négliger, dans les calculs qui suivent, les processus non résonnants.

L'Hamiltonien d'interaction est réduit à :

$$H_i(t) = -D^+ E^+(\bar{R}, t) - D^- E^-(\bar{R}, t) \quad (\text{A.I-15})$$

et conduit à la force moyenne :

$$\bar{f}(t) = -\langle D^+(E) \rangle \bar{\nabla} E^+(\bar{r}) - \langle D^-(E) \rangle \bar{\nabla} E^-(\bar{r}) \quad (\text{A.I-16})$$

d'après (A.I-2),

$$E^+(\bar{r}) = \frac{1}{2} E_0(\bar{r}) e^{-i\theta(\bar{r})} \quad \text{et} \quad E^-(\bar{r}) = (E^+(\bar{r}))^+ \quad (\text{A.I-17})$$

par suite :

$$\bar{\nabla} E^+(\bar{r}) = \frac{1}{2} e^{-i\theta(\bar{r})} (\bar{\nabla} E_0(\bar{r}) - i E_0(\bar{r}) \bar{\nabla} \theta(\bar{r})) \quad (\text{A.I-18})$$

Ce qui permet de décomposer la force moyenne en deux termes :

$$\bar{f}(t) = \bar{f}_1(t) + \bar{f}_2(t) \quad (\text{A.I-19})$$

La première contribution est :

$$\bar{f}_1(t) = E_0(\bar{r}) \bar{\nabla} \theta(\bar{r}) \frac{\langle D^+(t) \rangle e^{-i\theta} - \langle D^-(t) \rangle e^{i\theta}}{2i} \quad (\text{A.I-20})$$

Cette force, sensible au gradient de la phase du champ et à la composante en quadrature du dipôle atomique, correspond à la force de pression de radiation.

Par ailleurs,

$$\bar{f}_2(t) = \bar{\nabla} E_0(\bar{r}) \frac{\langle D^+(t) \rangle e^{-i\theta} + \langle D^-(t) \rangle e^{i\theta}}{2} \quad (\text{A.I-21})$$

Ce deuxième terme dépend du gradient de l'amplitude du champ (donc de son intensité) et de la composante du dipôle atomique en phase avec le champ. Cette force,



appelée force dipolaire, peut être interprétée comme une redistribution cohérente de photons entre les diverses ondes planes qui composent un champ dont l'intensité varie dans l'espace. Nous la négligerons dans notre modèle, car les faisceaux laser de ralentissement sont très peu focalisés.

Dans la base  $\{|f\rangle, |e\rangle\}$  et suivant le référentiel tournant à la fréquence laser  $\omega$ , l'Hamiltonien agissant sur les degrés de liberté internes s'écrit :

$$H' = H_0 + H_i = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar\delta}{2} & -dE^* \\ -dE^- & \frac{\hbar\delta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.I-22})$$

où  $\delta = \omega - \omega_0$  est le désaccord du laser par rapport à la résonance.

Pour obtenir l'équation d'évolution de la matrice densité  $\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{ee} & \sigma_{ef} \\ \sigma_{fe} & \sigma_{ff} \end{pmatrix}$ , il faut ajouter des termes dissipatifs, manifestation de l'émission spontanée, au terme d'évolution Hamiltonienne  $\frac{1}{i\hbar}[H', \sigma]$  :

$$\dot{\sigma}(t) = \frac{1}{i\hbar}[H', \sigma] - \frac{\Gamma}{2}(S^+ S^- \sigma + \sigma S^+ S^-) + \Gamma S^- \sigma S^+ \quad (\text{A.I-23})$$

$$\text{où } S^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } S^- = (S^+)^+$$

Les composantes moyennes de l'opérateur dipolaire s'obtiennent par :

$$\langle D^+ \rangle = \text{Trace } \sigma D^+ = d \sigma_{fe} \quad \text{et} \quad \langle D^- \rangle = \text{Trace } \sigma D^- = d \sigma_{ef} \quad (\text{A.I-24})$$

En posant :

$$\sigma_{fe} e^{-i\theta} = u + iv, \quad (\text{A.I-25})$$

avec  $u$  et  $v$  réels, les expressions (A.I-20) et (A.I-21) prennent les formes simples :

$$\bar{f}_1 = E_0 (\bar{\nabla} \theta) d v \quad \text{et} \quad \bar{f}_2 = (\bar{\nabla} E_0) d u \quad (\text{A.I-26})$$

et l'équation (A.I-23) la forme habituelle des Equations de Bloch Optiques :

$$\begin{cases} \dot{u} = (\delta + \dot{\theta})v - \frac{\Gamma}{2}u \\ \dot{v} = -(\delta + \dot{\theta})u - \Omega_1 w - \frac{\Gamma}{2}v \\ \dot{w} = \Omega_1 v - \Gamma\left(\frac{1}{2} + w\right) \end{cases} \quad (\text{A.I-27})$$

avec  $w = \frac{1}{2}(\sigma_{ee} - \sigma_{ff})$

et la fréquence de Rabi définie par :

$$\Omega_1 = -\frac{dE_0}{\hbar} \quad (\text{A.I-28})$$

Pour un champ laser dont la phase  $\theta$  et l'amplitude  $E_0$  ne dépendent pas du temps, le régime stationnaire est caractérisé par :

$$u = \frac{\delta}{\Omega_1} \frac{s}{1+s}, \quad v = \frac{\Gamma}{2\Omega_1} \frac{s}{1+s}, \quad \sigma_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \quad (\text{A.I-29})$$

où le paramètre de saturation est :

$$s = \frac{\Omega_1^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (\text{A.I-30})$$

Dans le cas d'une onde plane progressive :  $\theta = \vec{k} \cdot \vec{r}$ , la force de pression de radiation s'écrit simplement :

$$\vec{f}_1 = \Omega_1 v \hbar \vec{k} = \Gamma \sigma_{ee} \hbar \vec{k} \quad (\text{A.I-31})$$

Puisque  $\Gamma \sigma_{ee}$  est le taux d'émission spontanée de l'atome, la force de pression de radiation moyenne correspond au nombre de photons spontanément émis par unité de temps que multiplie l'impulsion associée à chaque photon. Le résultat (A.I-31) sera utilisé dans les calculs de trajectoires atomiques de ce chapitre.

## I. c - Application au refroidissement laser

[Salomon 88]

 $\alpha$  - Intensité de saturation

La pression de radiation est une force résonnante qui sature lorsque l'on augmente l'intensité laser :

$$\bar{F} = \hbar \bar{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2 / 2}{(\omega - \omega_0 + k v)^2 + \frac{\Omega_1^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \xrightarrow{\Omega_1 \rightarrow \infty} \bar{F}_{\max} = \hbar \bar{k} \frac{\Gamma}{2} \quad (\text{A.I-32})$$

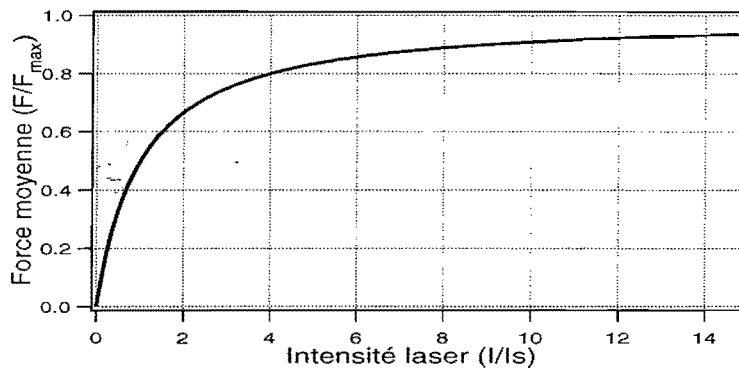


Figure A.I-1 : Saturation de la force de pression de radiation résonnante

L'intensité de saturation  $I_s$  est définie comme étant la valeur de l'intensité laser pour laquelle le paramètre de saturation atteint l'unité à résonance ( $\delta = 0$ ) :

$$s = \frac{2\Omega_{1s}^2}{\Gamma^2} = 1 \Rightarrow \Omega_{1s}^2 = \frac{\Gamma^2}{2} \quad (\text{A.I-33})$$

Par ailleurs, la relation entre la fréquence de Rabi et l'intensité lumineuse :

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \left( \frac{\hbar \Omega_1}{d} \right)^2 \quad (\text{A.I-34})$$

ainsi que l'expression de la largeur radiative en fonction du dipôle atomique :

$$\Gamma = \frac{1}{3\pi \epsilon_0} \frac{\omega_0^3}{\hbar c^3} d^2 \quad (\text{A.I-35})$$

permettent d'obtenir l'expression suivante pour intensité de saturation :

$$I_s = \frac{\pi}{3} \hbar c \frac{\Gamma}{\lambda^3} \quad (\text{A.I-36})$$

Pour les alcalins, cette valeur correspond à quelques milliwatts par centimètre carré (1,6mW/cm<sup>2</sup> pour le rubidium). Le fait supplémentaire que, pour le rubidium, la transition D2 se situe dans le proche infrarouge (780 nm), incite à employer les diodes laser pour accomplir le ralentissement. En pratique, il faut disposer d'une puissance laser qui corresponde à une intensité  $I$  de l'ordre de  $I_s$  ou supérieure, sur une section supérieure à celle du jet atomique. Cette condition est remplie lorsque l'on utilise des diodes lasers, qui émettent couramment plusieurs dizaines de milliwatts.

### $\beta$ - Balayage de la fréquence

Le ralentissement continu d'un atome de vitesse  $v$  impose le maintien de la condition de résonance :

$$\omega(t) + kv(t) = \omega_0 \quad (\text{A.I-37})$$

soit :

$$d\omega \left(1 + \frac{v}{c}\right) = -k dv \quad (\text{A.I-38})$$

Le terme en  $\frac{v}{c} \sim 10^{-6}$  est évidemment négligeable.

Si l'atome reste à résonance avec le laser, il subit une force constante  $F$ , correspondant à une accélération :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = -ka \quad (\text{A.I-39})$$

La fréquence laser doit donc être balayée linéairement :

$$\omega(t) = \omega_{t=0} + \Lambda t \quad (\text{A.I-40})$$

L'accélération maximale :

$$a_{\max} = \frac{\hbar k \Gamma}{2M} \quad (\text{A.I-50})$$

donne une limite supérieure à la vitesse de balayage  $\Lambda$  de la fréquence du laser. Pour la transition qui nous intéresse (raie D2 du rubidium), cette accélération maximale vaut plus de 10 000 fois l'accélération de la pesanteur et correspond à une vitesse de balayage maximale de près de 140 GHz/s. Il convient de choisir  $\Lambda$  en fonction de l'accélération effective, dépendant de l'intensité laser disponible (cf. figure A.I-1).

En effet, si  $\Lambda > \Lambda_{\text{eff}}$ , l'atome se met rapidement hors résonance et n'est plus ralenti.

Par contre, lorsque  $\Lambda < \Lambda_{eff}$ , l'atome peut rester en résonance en retardant ses transitions ultérieures. L'accélération effective  $\Lambda_{eff}$  est définie par :

$$\Lambda_{eff} = k \frac{|F|}{m} \quad (\text{A.I-51})$$

où

$$|F| = |F_{max}| \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \frac{\Gamma^2}{2}} \quad (\text{A.I-52})$$

Il est utile d'estimer la distance d'arrêt du jet atomique, de manière à donner au dispositif expérimental une dimension appropriée ! Pour des atomes de rubidium à la vitesse thermique moyenne de 400 m/s, la distance minimum vaut :

$$l_{min} = \frac{\bar{V}^2}{2a_{max}} \approx 87cm \quad (\text{A.I-53})$$

et le temps de vol correspondant :

$$t_{min} = \frac{\bar{V}}{a_{max}} \approx 3,7ms \quad (\text{A.I-54})$$

En pratique, la fréquence laser est balayée périodiquement sur une plage  $\omega_2 - \omega_1$  voisine de 500 MHz, avec une période T de l'ordre de 5 ms.

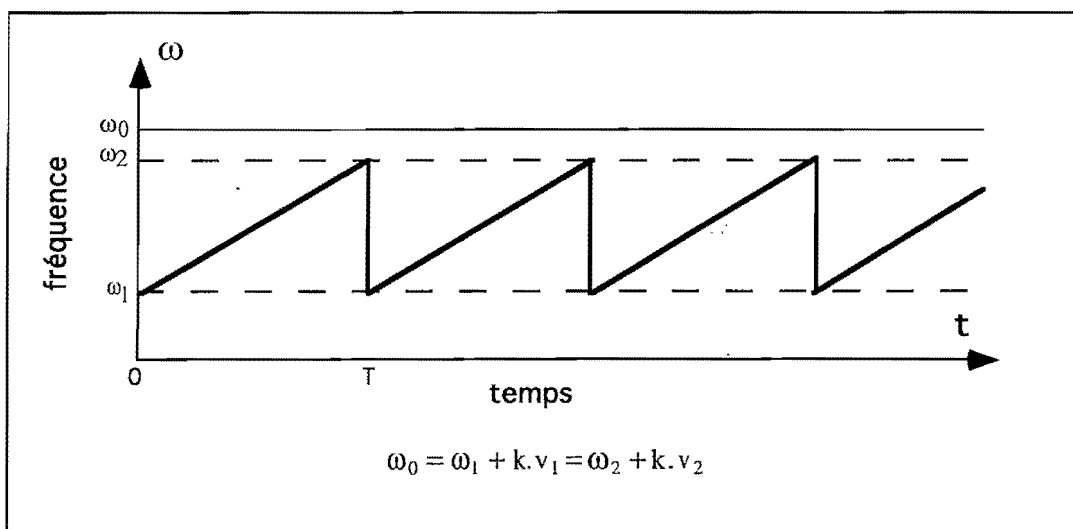


Figure A.I-2 : Balayage périodique de la fréquence laser. Les atomes de vitesses  $v_1$  et  $v_2$  sont résonnants avec la fréquence laser, respectivement au début et à la fin de la rampe de balayage. La période T doit être supérieure à  $t_{min}$  définie plus haut.

Tous les atomes, dont la vitesse est comprise entre  $v_1$  et  $v_2$ , peuvent en principe être ralentis et regroupés autour de la vitesse  $v_2$ . En réalité, l'efficacité du ralentissement est limitée par un ensemble de contraintes expérimentales (voir §A4). Les meilleurs résultats sont obtenus lorsque la vitesse maximale ralentie  $v_1$  coïncide avec la vitesse moyenne du jet. La vitesse finale  $v_2$  doit permettre aux atomes de dériver jusqu'au piège. La force de pression de radiation agit simultanément sur toute une classe de vitesse dont la largeur dépend de l'intensité laser d'une part, de la largeur spectrale de la source laser d'autre part. Cette force ralentit à un instant donné les atomes appartenant à la classe de vitesse centrée en :

$$v = \frac{\omega_0 - \omega}{k} \quad (\text{A.I-55})$$

de largeur

$$\Delta v = \frac{1}{k} \sqrt{2\omega_l^2 + \Gamma^2 + \Delta\omega^2} \quad (\text{A.I-56})$$

Nos diodes lasers ont une largeur spectrale  $\Delta\omega \approx 20\text{MHz}$  et on peut estimer la sélectivité en vitesse à  $\Delta v \approx 30\text{m/s}$ . Afin d'éviter qu'un grand nombre d'atomes ne rebroussent chemin avant d'avoir eu le temps de dériver jusqu'au piège, il semble nécessaire d'imposer une vitesse minimale en fin de ralentissement  $v_2$  telle que :

$$v_2 \geq \frac{\Delta v}{2} \quad \text{soit} \quad v_2 \geq 15\text{m/s} \quad (\text{A.I-57})$$

Cette valeur ne peut être beaucoup augmentée car les atomes, dont la vitesse est supérieure à la vitesse de capture du piège magnéto-optique (qui est aussi de cet ordre), sont perdus pour notre expérience. Mais nous allons voir que la dispersion finale sur les vitesses d'atomes ralentis est inférieure à  $\Delta v$  tel qu'il est défini par (A.I-56)

### $\gamma$ - Refroidissement longitudinal et chauffage transverse

La figure A.I-3 ci-après représente la pression de radiation dans le référentiel décéléré de vitesse  $v_0 = \frac{\omega_0 - \omega(t)}{k}$  par rapport au référentiel du laboratoire.

Puisque la vitesse de balayage  $\Lambda$  est inférieure à  $\Lambda_{eff}$  en pratique, on pose :

$$\Lambda = \alpha \Lambda_{eff} \quad \text{avec} \quad \alpha < 1 \quad (\text{A.I-58})$$

Dans le référentiel décéléré, un atome de vitesse relative  $v'$  est soumis à la force :

$$F'(v') = F(v' + v_0) + \alpha|F| \quad (\text{A.I-59})$$

où  $|F|$  est le module de la force résonnante.

Un atome initialement au repos dans ce référentiel ( $v' = 0$ ) est à résonance avec la fréquence laser. Il n'est pas à l'équilibre car il est soumis à une force non nulle  $F'$  :

$$F'(v' = 0) = -|F| + \alpha|F| < 0 \quad (\text{A.I-60})$$

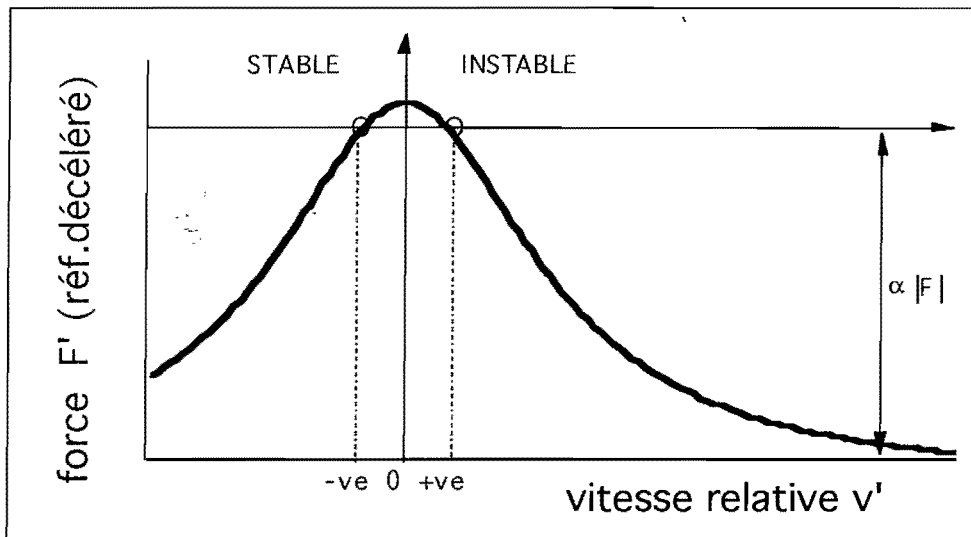


Figure A.I-4 : pression de radiation dans le référentiel décéléré synchrone avec le balayage de la fréquence laser

L'équation  $F'(v') = 0$  nous donne deux solutions  $\pm v_e$  avec :

$$v_e = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\Omega_1^2}{2} \left( \frac{|F_{\max}|}{\alpha|F|} - 1 \right) - \frac{\Gamma^2}{4}} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1} 0 \quad (\text{A.I-61})$$

Seule  $v' = -v_e$  représente une solution stable, c'est-à-dire autour de laquelle les atomes s'accroissent au cours du ralentissement : les atomes dont la vitesse relative est supérieure à  $-v_e$  sont soumis à une pression de radiation supérieure tandis que ceux dont la vitesse est inférieure à  $-v_e$  sont davantage hors résonance. Le coefficient de friction correspondant à ce regroupement vers la vitesse d'équilibre  $-v_e$  est donnée par la pente  $\gamma$ , en ce point, à la courbe représentant la force de pression de radiation (Figure A.I-4). Ce refroidissement en cours de ralentissement est fondamentalement limité par la diffusion d'impulsion produite par l'émission spontanée. A chaque cycle de fluorescence, la vitesse

longitudinale de l'atome est réduite, en moyenne, de la vitesse de recul  $V_{recul} = \frac{\hbar k}{m} = 6 \text{ mm/s}$ .

Il faut ainsi près de 70000 cycles de fluorescence pour stopper l'atome. Le nombre élevé de photons de fluorescence implique une marche aléatoire dans l'espace des impulsions que caractérise le coefficient de diffusion :

$$D = (\hbar k)^2 \frac{dN}{dt} \quad (\text{A.I-62})$$

où

$$\frac{dN}{dt} = \Gamma \sigma_{ee} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\Omega_1^2}{2}}{\frac{\Omega_1^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4} + k^2 v_e^2} \quad (\text{A.I-63})$$

est le nombre de photons émis spontanément par unité de temps. La vitesse longitudinale (suivant la direction du faisceau laser) résulte ainsi d'un équilibre entre le refroidissement (force de friction) et le chauffage aléatoire :

$$\frac{1}{2} m \Delta v_{//}^2 = \frac{1}{2m} \frac{D}{\gamma} \quad (\text{A.I-64})$$

où  $\Delta v_{//}$  représente la dispersion longitudinale de la vitesse et  $\gamma$  le coefficient de friction.

Expérimentalement, les dimensions transverses du jet atomique et du faisceau laser de ralentissement sont comparables. Le profil gaussien de l'intensité laser produit une inhomogénéité de la fréquence de Rabi  $\Omega_1$  qui entraîne une dispersion supplémentaire sur la vitesse longitudinale des atomes ralentis. Les calculs effectués dans la référence [Salomon 88] indiquent que ce dernier élargissement prédomine sur le chauffage aléatoire, mais que la dispersion  $\Delta v_{//\text{exp}}$  résultante est inférieure à la largeur  $\Delta v$  mentionnée à la partie  $\beta$ , sous réserve que la vitesse de balayage de la fréquence laser soit bien optimisée.

Par contre, le chauffage aléatoire n'est compensé par aucun mécanisme dans la direction transverse au faisceau laser. Il s'ensuit une dispersion en vitesse, à la fin de la rampe de ralentissement :

$$\Delta v_{\perp}^2 \sim \frac{2}{3} \left( \frac{\hbar k}{m} \right)^2 \cdot N_{fluo} = \frac{2}{3} V_{recul}^2 \cdot N_{fluo} \quad (\text{A.I-65})$$

où le nombre de photons de fluorescence émis en moyenne vaut  $N_{fluo} = \frac{\bar{V}}{V_{recul}}$



On fait l'estimation suivante :

$$\Delta v_{\perp} \sim \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\bar{V} \cdot V_{recul}} \sim 1,2 \text{ m / s} \quad (\text{A.I-66})$$

valeur somme toute inférieure à  $\Delta v_{//exp}$ .

Un dernier point important est de constater que beaucoup d'atomes, sortant du four de manière non synchrone avec le début de la rampe de balayage, n'auront pas le temps d'être ralentis sur la distance imposée par le dispositif expérimental. De plus, la diffusion d'impulsion transverse que nous venons d'évoquer, associée au fait que seule la composante longitudinale de la vitesse peut être réduite, conduit à un élargissement spatial du jet relativement important : certains atomes diffusent en dehors du faisceau laser et ne sont plus ralentis efficacement. Ces faits, associés au nombre important de paramètres utilisés pour décrire la géométrie du dispositif de ralentissement et prendre en compte la distribution des vitesses initiales du jet, expliquent pourquoi nous avons choisi de simuler numériquement, au moyen d'une procédure Monte-Carlo, l'ensemble du ralentissement, un calcul ad-hoc nous semblant alors difficile et incertain (§IV).

## II - Le jet atomique

Le jet atomique est à la base de l'alimentation de notre piège magnéto-optique. Les deux qualités importantes d'un jet sont sa collimation et le flux d'atomes émis vers l'avant. Un jet insuffisamment collimaté dégrade la qualité du vide, et entraîne une surconsommation en atomes. Des précautions particulières sont à prendre compte-tenu de la réactivité du rubidium.

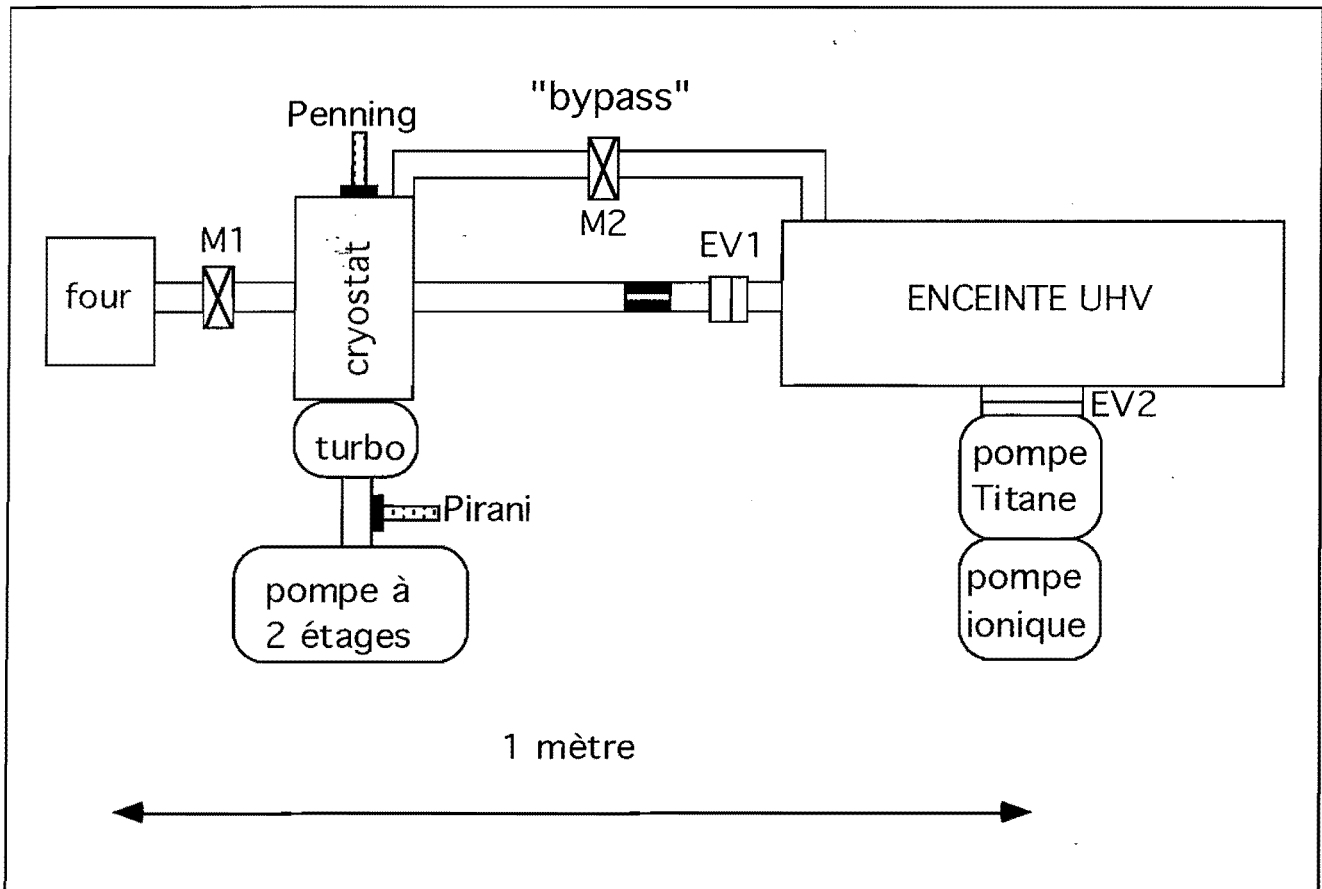
Après avoir décrit comment le vide est obtenu (II.a), nous détaillons le four à rubidium ainsi que les collimations du jet atomique (II.b). Ce paragraphe termine par le régime de fonctionnement optimal que nous avons trouvé, qui assure le flux atomique maximal vers l'avant tout en maintenant la qualité du vide dans l'enceinte (II.c).

### II.a. Ensemble du dispositif fonctionnant sous vide

Il comporte deux parties essentielles : la première a pour but de produire le jet atomique (four) et de le propager (tube plus diaphragmes) et fonctionne en vide secondaire (entre  $10^{-7}$  et  $10^{-6}$  torr). La deuxième partie est l'enceinte dans laquelle est produit le piège magnéto-optique et nécessite l'ultravide (de l'ordre de  $10^{-10}$  torr). A chaque partie correspond un dispositif de pompage approprié. La jonction entre les deux se fait par un tube de collimation dont la faible conductance ( $\approx 0,11$  /s) assure le pompage différentiel. L'enceinte ultravide est décrite plus en détail au paragraphe B.III.

L'ensemble du dispositif est représenté par la figure B.II-1. Le système de pompage primaire est une pompe à palettes à deux étages Balzers assurant un débit de  $5\text{m}^3/\text{heure}$  et permet d'atteindre un vide inférieur à  $10^{-3}$  mbar. La pression du vide intermédiaire est mesurée au moyen d'une jauge Pirani dont le principe repose sur la variation de la conductibilité thermique des gaz suivant leur pression : son domaine d'utilisation est compris entre  $5.10^{-4}$  mbar et 100 mbar. Le pompage secondaire est assuré par une pompe turbo-moléculaire Balzers qui produit en quelques heures un vide de l'ordre de  $10^{-7}$  mbar. Cette pompe tourne à 60 000 tours par minute et entraîne un débit de  $200$  l /s. La pression résiduelle du vide secondaire est lue grâce à une jauge Penning (ionisation de gaz à cathode froide, efficace pour la mesure de pressions comprises entre  $10^{-8}$  et  $10^{-4}$  mbar). Lorsque le jet atomique fonctionne, il est indispensable de remplir le cryostat d'azote liquide pour que l'action conjointe du cryopompage et de la pompe turbomoléculaire garantisse le maintien d'un vide secondaire de l'ordre de  $2.10^{-7}$  mbar. Notons enfin que l'enceinte ultravide est protégée par deux vannes électropneumatiques

qui sont connectées au système de mesure de vide par l'intermédiaire de relais : dès que la pression du vide secondaire remonte anormalement, ou bien s'il y a une coupure de courant, ces vannes se ferment automatiquement pour protéger l'ultravide, plus difficile à obtenir.



FigureB.II-1 : Schéma d'ensemble du dispositif expérimental (partie sous vide).

EV1 et EV2 désignent les vannes électropneumatiques tandis que M1 et M2 sont actionnables manuellement. On remarquera la présence d'un circuit annexe connectant l'enceinte ultravide à la partie sous vide secondaire ("bypass"). Ce circuit n'est ouvert que lorsque l'on souhaite évacuer rapidement l'enceinte, en partant de la pression atmosphérique. On évite ainsi un long pompage différentiel à travers le tube de faible conductance.

## II.b. Description du four à rubidium

Le rubidium (du latin Rubidus, rouge foncé) est un métal alcalin mou, d'éclat blanc argenté (Numéro Atomique 37, rayon effectif 2,36 Å).

Sa température de fusion est de 38,9°C.

Il est composé de deux isotopes : 85 (72,8 %) et 87 (27,2 %)

$^{87}\text{Rb}$  est très faiblement radioactif : sa période est d'environ 50 milliards d'années.

Comme tous les alcalins, sa réactivité impose de le manipuler sous atmosphère inerte (argon, azote). Il s'enflamme spontanément dans l'air, réagit violemment avec l'eau (formation exothermique d'hydroxydes et d'hydrogène qui s'enflamme). Il forme également des hydrures et des carbonates, attaque le verre ordinaire mais pas la silice pure.

### $\alpha$ - Principe du four

Le four est constitué de deux chambres en acier inoxydable, qui peuvent être chauffées indépendamment et communiquent par un passage cylindrique (de diamètre intérieur 2 millimètres, longueur 12 millimètres). Cette disposition rend pratiquement impossible l'obstruction du four par du métal liquide. La chambre inférieure reçoit une ampoule de silice contenant deux grammes de rubidium sous argon. L'ampoule est cassée mécaniquement en remontant la partie mobile de la chambre inférieure supportant l'ampoule jusqu'à ce qu'elle fasse contact avec la chambre supérieure (figure B.II-2). Cette partie mobile est actionnable depuis l'extérieur au moyen d'une vis maintenant l'étanchéité. Au préalable, il faut avoir fait une rentrée d'azote dans le four car l'ampoule exploserait si on la cassait sous vide. Une fois l'ampoule cassée, on rétablit successivement le vide primaire (pompe à palettes) puis le vide secondaire (pompe turbomoléculaire). Le chauffage de la chambre permet d'augmenter la pression de vapeur saturante du rubidium qui se trouve dans un état d'équilibre liquide-vapeur. Le rubidium diffuse dans la chambre supérieure où se trouve une galette de microcanaux assurant la production et une première collimation du jet atomique.

### $\beta$ - Le chauffage

La chambre supérieure est maintenue à une température légèrement supérieure à celle de la chambre inférieure afin d'éviter que le rubidium ne vienne se coller sur ses parois et n'obstrue les microcanaux. Le chauffage de chaque chambre est assuré au moyen d'un enroulement de fil chauffant "Thermocoax®". Il s'agit d'un fil conducteur en Nickel-Chrome isolé d'une gaine en acier inoxydable par une couche de magnésie fortement comprimée.

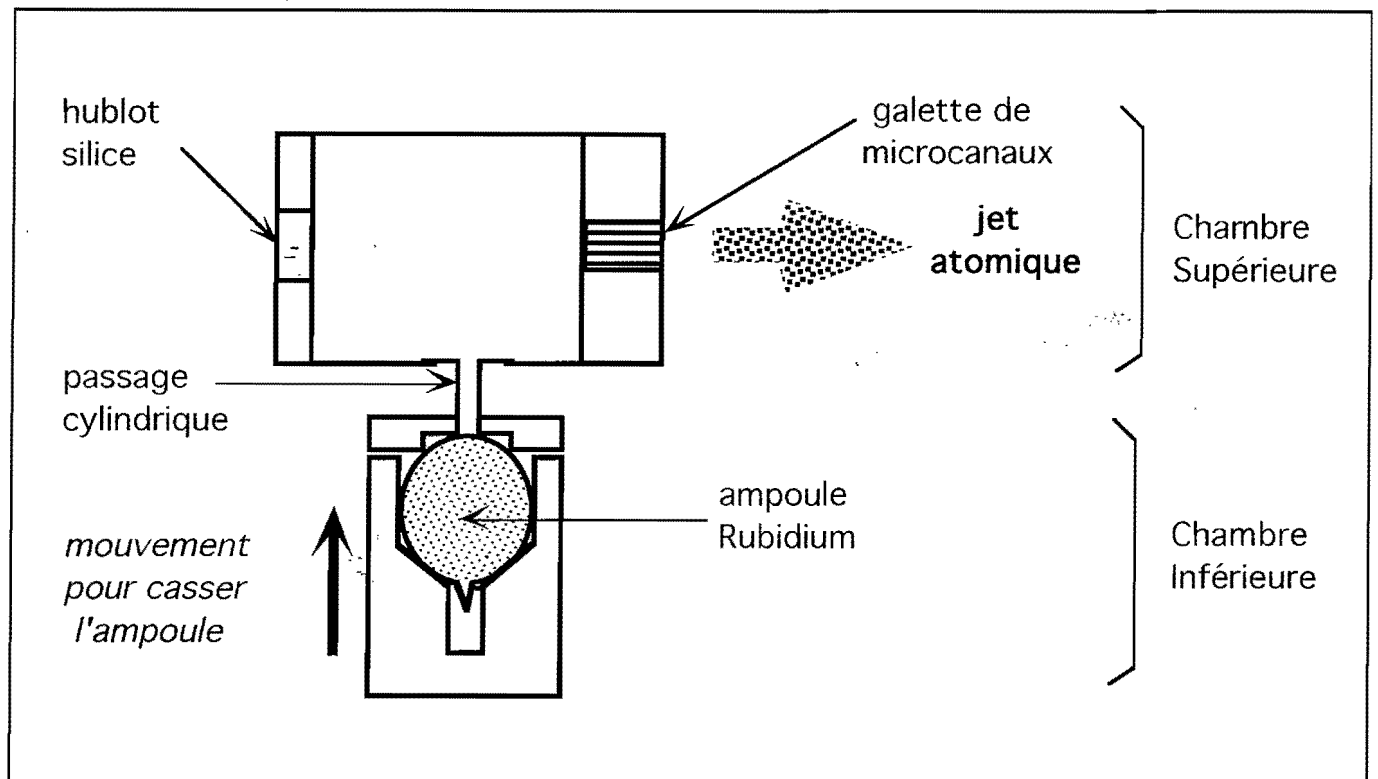


Figure B.II-2 : Schéma simplifié du four. Chaque chambre est entourée de fil chauffant et est en contact avec un thermocouple pour un contrôle indépendant de la température.

La température est contrôlée en permanence au niveau de l'ampoule et près de la galette par deux thermocouples intégrés (Chromel-Alumel) connectés à un convertisseur permettant l'affichage en degrés Celsius. Elle est augmentée progressivement de manière à rester homogène le mieux possible dans chaque chambre et assurer l'équilibre thermodynamique du rubidium. Les chambres sont reliées aux parois de l'enceinte contenant le four par des supports en acier inoxydable, sans isolation thermique particulière, ce qui permet une descente en température dans des délais raisonnables (une heure pour passer de 200°C à 80°C).

#### **γ - La galette de microcanaux**

Il s'agit d'une galette...feuilletée puisqu'elle consiste en un empilement de tôles ondulées miniatures en inox. C'est l'élément déterminant dans la production d'un jet atomique de bonne qualité. En effet, le jet doit être collimaté dans la direction du piège et fournir un flux d'atomes suffisant afin de le charger efficacement.

D'une façon générale, la collimation se fait en employant un tube plutôt qu'un trou de même section  $S$  (figure B.II-3). Avec un tube, l'intensité du jet par unité d'angle

solide est la même vers l'avant que dans le cas d'un trou (cela est valable dans une ouverture angulaire  $\delta\theta \ll \frac{\phi}{\ell}$ ). L'avantage est que le flux total d'atomes est réduit d'un facteur proche de  $\frac{\ell}{\phi}$ . On ne peut évidemment pas faire tendre ce rapport vers l'infini en augmentant  $\ell$  car cette distance doit rester comparable au libre parcours moyen des molécules de gaz afin de conserver le bénéfice de la collimation [Ramsey 56]. Par ailleurs, le diamètre du capillaire  $\phi$  est limité par la technologie. Le seul moyen d'augmenter le nombre d'atomes, qui doivent alimenter le piège situé à un mètre du four, consiste à multiplier ces capillaires. (figure B.II-4). Un empilement de  $N$  microcanaux donne au jet atomique un profil trapézoïdal caractéristique à grande distance et multiplie l'intensité émise vers l'avant par un facteur voisin de  $N$ . Notons qu'à l'opposé de la galette, dans la chambre supérieure du four, se trouve une petite fenêtre en silice pure permettant de régler l'alignement des faisceaux laser de ralentissement dans l'axe des microcanaux.

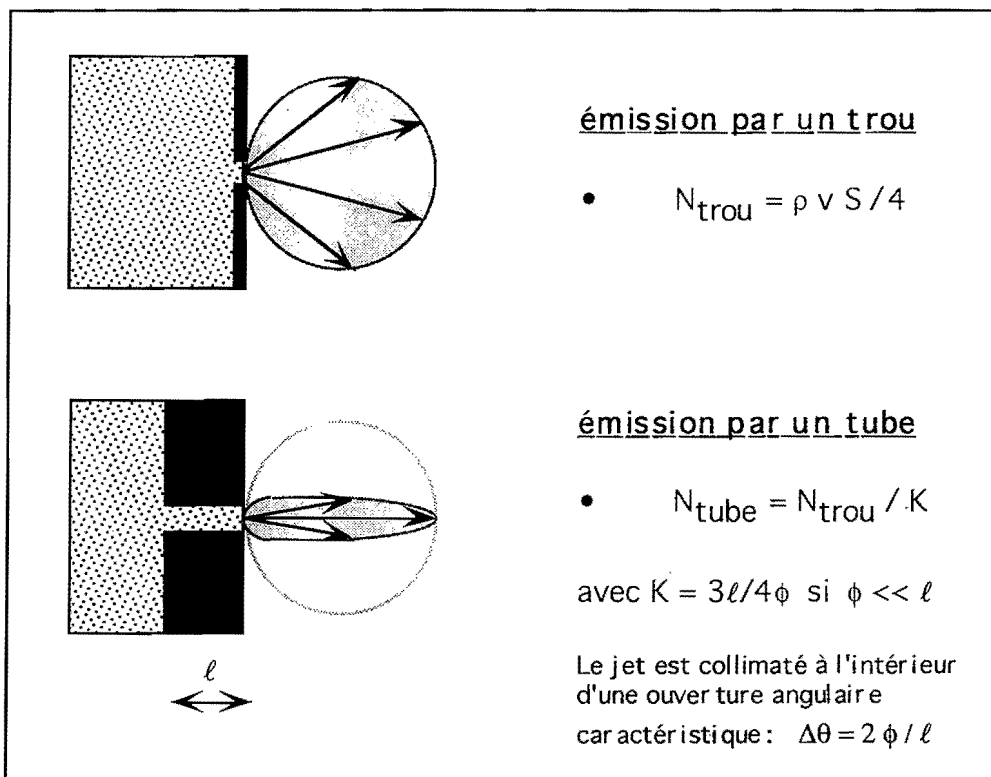


Figure B.II-3 : comparaison des diagrammes d'émission en régime effusif, pour un trou et un tube de même ouverture  $\phi$  (et section  $S$ ).  $N$  représente le nombre moyen d'atomes (de vitesse moyenne  $v$ ) émis par unité de temps pour une densité de gaz  $\rho$ .

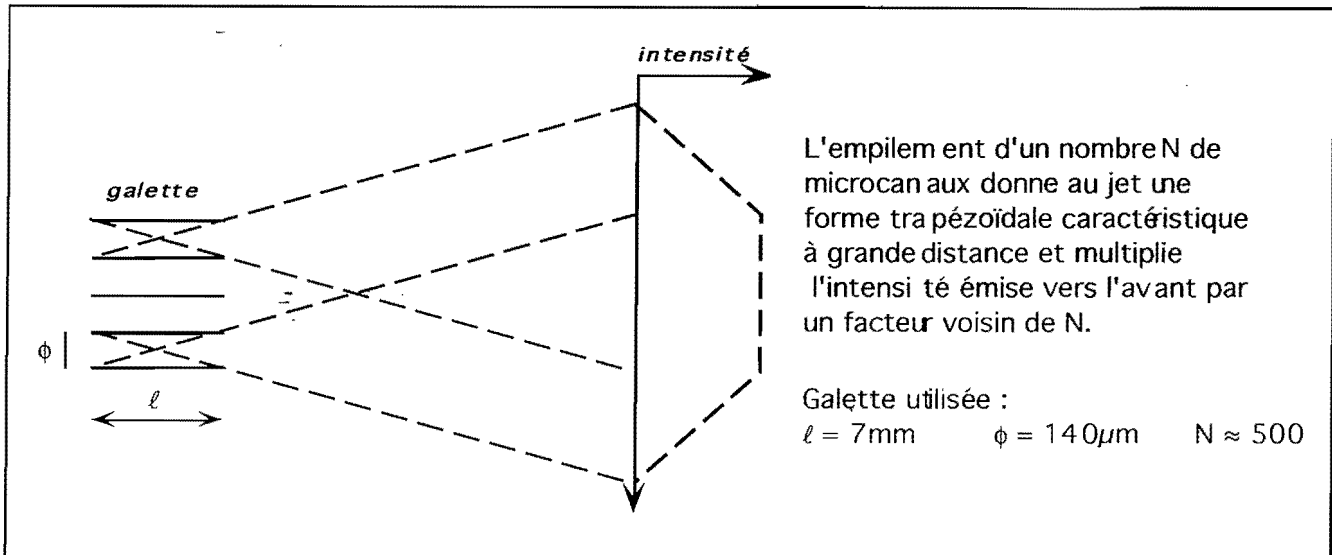


Figure B.II-4 : Principe de l'émission par une galette de microcanaux

#### $\delta$ - Collimations successives

La dispersion angulaire du jet produit par la galette vaut approximativement  $\Delta\theta = 40 \text{ mrd}$  ce qui donnerait un profil de 40 millimètres de diamètre dans la zone du piège, trop large par rapport à notre dispositif de piégeage et surtout susceptible de dégrader rapidement le vide dans l'enceinte ultravide. A l'intérieur du cryostat se trouvent deux écrans de cuivre possédant une ouverture de 8 millimètres de diamètre. Ils enlèvent la partie du jet qui correspond à la queue de la distribution angulaire (figure B.II-5). Le cuivre, refroidi à la température de l'azote liquide, condense très facilement le rubidium. A 60 cm du four se trouve le tube collimateur en graphite, de diamètre intérieur 4 millimètres, qui maintient un pompage différentiel avec l'enceinte ultravide.

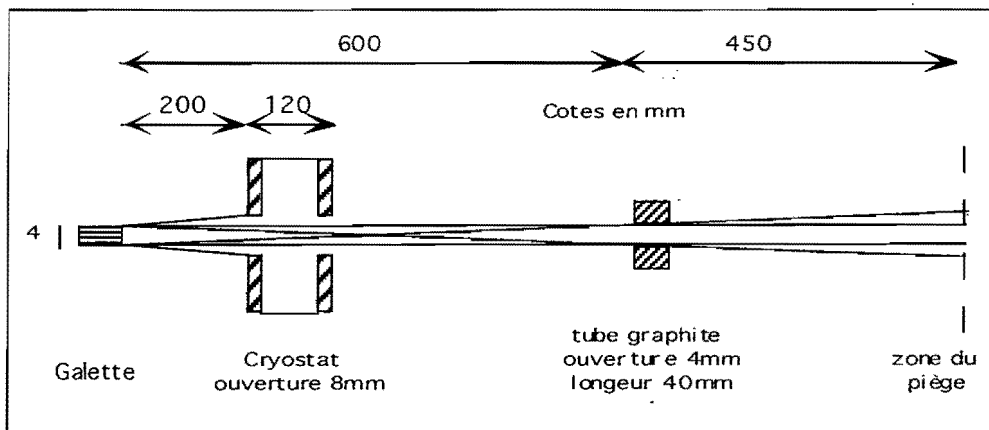


Figure B.II-5 : collimations successives employées pour le jet atomique

Une mesure du profil du jet après ces collimations, au niveau du piège, est effectuée en mesurant l'absorption, transversalement au jet, d'un faisceau laser de faible intensité et résonnant provenant d'une diode laser affinée spectralement (§AIII). La largeur expérimentale à mi-hauteur ( $6,5 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ ) et la forme du profil correspondent à ce qui est attendu (7 mm, profil trapézoïdal).

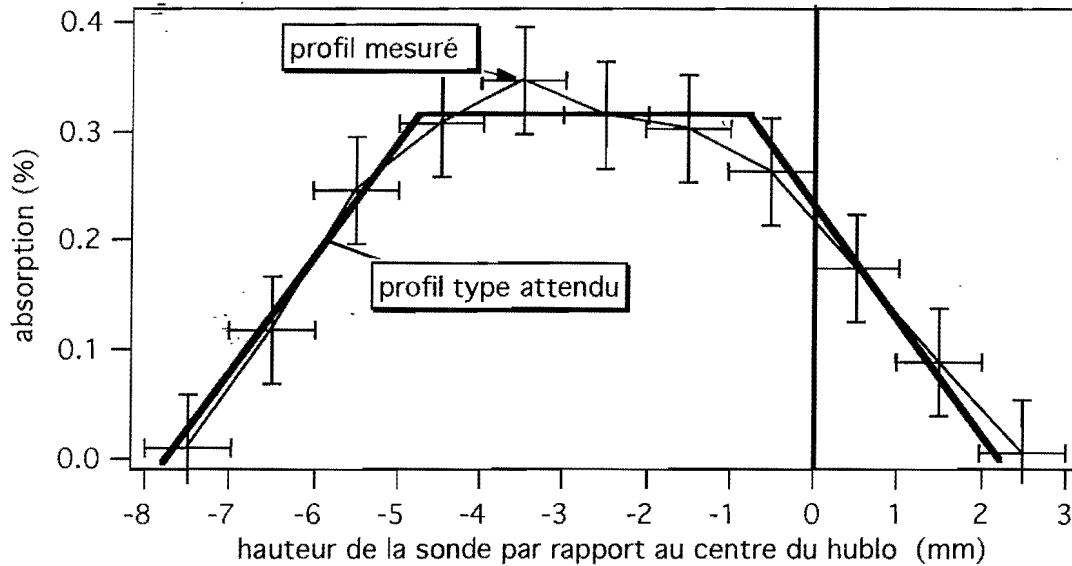


Figure B.II-6 : profil transverse du jet atomique au niveau du piège

### II.c. Régime de fonctionnement

La température de four optimale est celle qui permet d'obtenir la meilleure intensité du jet atomique compatible avec un régime d'écoulement moléculaire (ou effusif) à travers la galette. Si on augmente la température au-delà de cette valeur, les collisions à l'intérieur des microcanaux diminuent la qualité de collimation du jet surtout et l'intensité émise vers l'avant tend à saturer. La théorie cinétique des gaz permet d'obtenir une valeur approchée de cette température de fonctionnement optimale.

#### $\alpha$ - Calcul de l'équilibre thermodynamique de la chambre inférieure

La pression de vapeur saturante  $P_f$  de rubidium en fonction de la température  $T$  est donnée en bonne approximation par : [Nesmeyanov 63]

$$\log_{10} P_f = 6,976 - \frac{3969}{T(k)} \quad (\text{en torr}) \quad (\text{B.II-1})$$



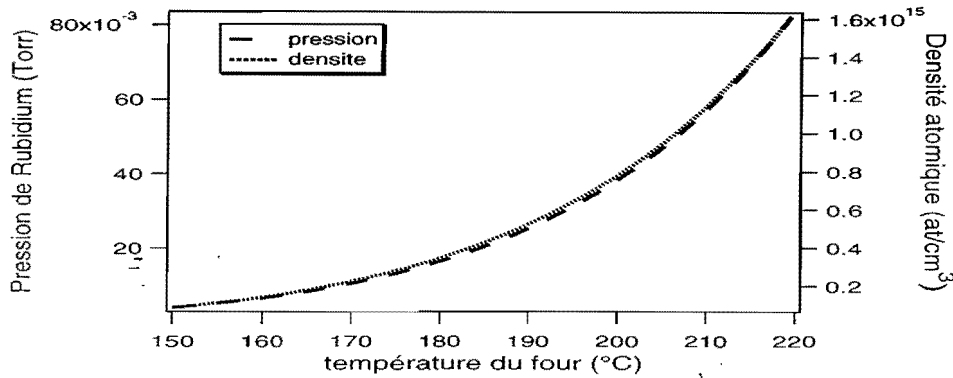


Figure B.II-7 : Pression et densité de rubidium dans le four

Pour des gaz peu denses, la loi des gaz parfaits est bien vérifiée et l'on obtient la densité atomique  $\rho_f$  :

$$\rho_f = 9,64 \cdot 10^{18} \frac{P_f(\text{torr})}{T(K)} \quad (\text{at/cm}^3) \quad (\text{B.II-2})$$

Pour déterminer le type d'écoulement à travers la galette, il faut connaître le libre parcours moyen atomique dans le four  $l_f$  :

$$l_f = \frac{1}{\rho_f \sigma \sqrt{2}} \quad (\text{B.II-3})$$

où  $\sigma$  est la section efficace de collision

A la température ambiante, il est raisonnable de prendre

$$\sigma = \pi d^2 \quad (\text{B.II-4})$$

où  $d$  est le diamètre effectif de l'atome de rubidium (4,72 Å) car le temps de collision est très court. Ceci ne sera plus vrai dans un milieu d'atomes piégés !

### $\beta$ - Régime d'écoulement à travers la galette [Roth 90]

La valeur du nombre de Knudsen, rapport entre le libre parcours moyen et le diamètre d'un tube, indique quel est le régime de l'écoulement à travers ce tube. L'écoulement n'est moléculaire que si ce nombre est supérieur à l'unité (Figure B.II-8). Dans le cas contraire, on passe dans un régime de flux hydrodynamique visqueux. Afin de donner un ordre de grandeur pour le flux d'atomes diffusant à travers la galette, on doit se placer dans le cas plus contraignant où le libre parcours moyen est supérieur ou de l'ordre

de la longueur du tube : un calcul cinétique complet est possible. En supposant que les particules se déplacent en ligne droite avant de heurter éventuellement les parois du tube, où elles sont stoppées puis réémises avec la même vitesse mais une direction arbitraire, Knudsen a calculé la conductance du tube qui est alors indépendante de la pression :

$$C = \frac{4}{3} v_m \frac{A^2}{BL} \quad (\text{B.II-5})$$

où  $v_m$  est la vitesse atomique moyenne

A et L sont respectivement la section et la longueur du tube

B est le périmètre de l'ouverture

Pour une section circulaire de diamètre D et une distribution de Maxwell-Boltzmann des vitesses :

$$v_m = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}} \quad (\text{B.II-6})$$

$$C = 3,81 \sqrt{\frac{T}{M}} \frac{D^3}{L} \quad (\text{B.II-7})$$

avec  $T(K)$   $M(g.mol^{-1})$   $D(cm)$   $L(cm)$   $C(l.s^{-1})$

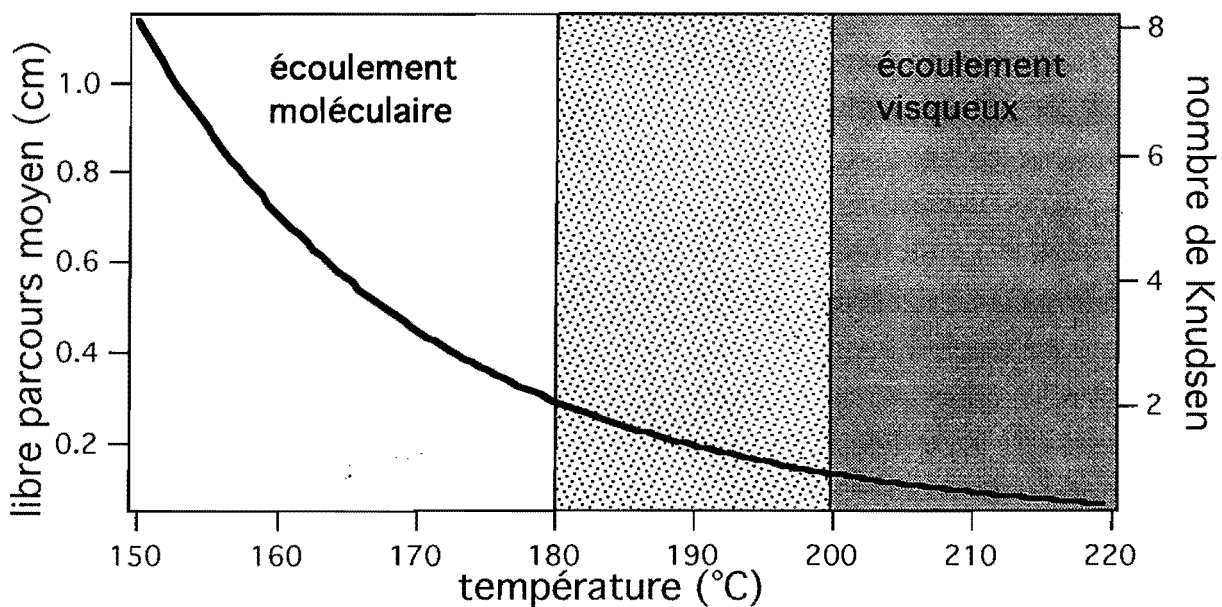


Figure B.II-8 : Régime d'écoulement suivant la température du four

La conductance de la galette est obtenue en multipliant la conductance d'un microcanal par le nombre de microcanaux. On obtient :

$$C_g \approx 0,8\sqrt{T(K)} \quad (cm^3 \cdot s^{-1}) \quad (B.II-8)$$

Pour vérifier que la perte de charge entre les deux chambres du four est réduite, on calcule aussi la conductance associée au passage cylindrique qui les relie :

$$C_p \approx 2,7\sqrt{T(K)} \quad (cm^3 \cdot s^{-1}) \quad (B.II-9)$$

Soient  $P_f$  et  $P_g$  les pressions dans la chambre inférieure et supérieure. En régime stationnaire,  $(P_f - P_g) C_p = P_g C_g$ . La chute de pression dans la chambre supérieure vaut donc environ 30%. Le volume de la chambre supérieure étant approximativement de  $3cm^3$ , on vérifie que cette chambre peut être localement à l'équilibre thermodynamique en comparant le temps caractéristique de renouvellement ou de remplissage de cette chambre ( $\sim 50$  millisecondes) au temps moyen de collision ( $\sim 20 \mu s$  à  $160^\circ C$ ) ou de vol libre à travers la chambre ( $\sim 30 \mu s$ ).

L'expression (B.II-7) n'est valable qu'en régime effusif ( $T < 160^\circ C$ ). Lorsque l'écoulement devient visqueux, la conductance diminue. Or, le fonctionnement optimum d'un jet atomique est obtenu pour un nombre de Knudsen voisin de l'unité [Ramsey 56] : nous employons effectivement une température comprise entre  $190$  et  $200^\circ C$ . Le flux atomique calculé sera par conséquent surévalué. Pour le quantifier expérimentalement, on envoie un faisceau sonde transversalement au jet, autour de la résonance atomique ( $F=3 \rightarrow F'=4$ ) du rubidium 85 qui est l'isotope principal. L'épaisseur optique augmente considérablement entre  $160^\circ C$  et  $200^\circ C$ . Si l'on augmente la température du four au-dessus de  $200^\circ C$ , l'épaisseur optique augmente encore sensiblement, mais à partir de  $210^\circ C$ , le vide secondaire se dégrade rapidement : le régime d'écoulement est devenu nettement visqueux, la collimation et donc le rendement du jet atomique s'effondrent.

Le point de fonctionnement retenu correspond à un nombre maximum d'atomes dans le jet collimaté, compatible avec le maintien d'un bon vide secondaire (meilleur que  $10^{-6}$  torr). Notons que la conductance de la galette peut nous donner une borne supérieure de la consommation du four en rubidium, pour notre point de fonctionnement ( $\sim 190^\circ C$ ): 6 milligrammes par heure. Ainsi, avec une ampoule de deux grammes, on dispose d'une autonomie de près de six mois, ce qui est appréciable compte-tenu des risques inhérents à la manipulation des alcalins.

### $\gamma$ - Le jet

Nous allons calculer la densité d'atomes produite à une distance  $Z$  de la galette dans le cadre du mode de fonctionnement effusif. Dans ce modèle, l'intensité du jet par unité d'angle solide est pratiquement constante, à condition que l'on se place à l'intérieur du cône de collimation géométrique des microcanaux et à une distance importante devant les dimensions de la galette. Cette intensité émise vers l'avant correspond à celle produite par un trou dont la superficie  $S_{gal}$  représente l'ensemble des microcanaux (figure B.II-3) :

$$\frac{d\dot{N}}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} (\rho \bar{v})_{four} S_{gal} \quad (\text{B.II-10})$$

On peut ensuite calculer l'intensité surfacique du jet  $\frac{d\dot{N}}{dS}$  à une distance  $Z$  de la source et sa densité  $n_{effusif}$  :

$$\frac{d\dot{N}}{dS} = \frac{1}{Z^2} \frac{d\dot{N}}{d\Omega} \quad (\text{B.II-11})$$

$$n_{effusif}(Z) = \frac{1}{\bar{v}_j} \frac{d\dot{N}}{dS} \quad (\text{B.II-12})$$

où  $\bar{v}_j$  représente la vitesse atomique moyenne dans le jet (400 m/s à 200°C).

Après le calcul théorique, passons maintenant à la détermination expérimentale de la densité. Il est difficile d'obtenir une mesure précise du flux d'atomes arrivant dans la zone du piège. Nous avons employé une sonde laser affinée (diode sur réseau) dont la largeur fréquentielle est faible devant la largeur naturelle de la transition. A une distance donnée du four (35 cm puis 105 cm), nous mesurons le diamètre du jet  $\Delta x$ , l'élargissement Doppler de la résonance  $\Gamma_{Doppler}$ , l'absorption maximale  $\frac{\Delta I}{I}$

Pour un atome à deux niveaux immobile, la section efficace à résonance vaut :

$$\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \quad (\lambda = 780 \text{ nm}) \quad (\text{B.II-13})$$

Les atomes sortent du four dans la proportion isotopique : 72,8 % d'atomes de rubidium 85 et 27,2 % de rubidium 87. Par ailleurs, la population de chaque sous-niveau hyperfin  $F$  du fondamental est proportionnelle à la dégénérescence  $2F + 1$ . La sonde étant accordée sur la transition ( $^{85}\text{Rb}$  :  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ ) et polarisée rectilignement, elle interagit avec  $p = 44\%$  des atomes sortant du four. La section efficace (B.II-13) doit également être pondérée par la moyenne  $c^2 = 0,43$  des carrés des coefficients de Clebsch-Gordon associés

aux transitions ( $F = 3 m_F \rightarrow F' = 4 m_F$ ). L'absorption demeurant faible, elle est reliée à la densité atomique  $n$  par :

$$\frac{\Delta I}{I} = -p \frac{n \Delta x}{2} \left( \frac{3 \lambda^2}{2 \pi} c^2 \right) \frac{\Gamma}{\Gamma + \Gamma_{Doppler}} \quad (\text{B.II-14})$$

Le flux total d'atomes  $N$  dépend de la densité atomique  $n$  suivant :

$$N = n \bar{v}_j S \quad (\text{B.II-15})$$

Les estimations expérimentales et théoriques concernant le jet atomique (pour  $T = 190^\circ\text{C}$ ) sont regroupées dans le tableau suivant :

Distance du four Z (cm)	35 (après cryostat)	105 (après diaphragme)
$\Delta x$	0,8	0,7
$\Gamma_{Doppler}$	3	1,5
$-\Delta I / I$	0,08	0,01
$n \text{ (at / cm}^3\text{)}$	$6 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^7$
$N \text{ (at / s)}$	$1,2 \cdot 10^{13}$	$9 \cdot 10^{11}$
$n_{effusif} \text{ (at / cm}^3\text{)}$	$2,5 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^8$

La dernière ligne du tableau confirme le fait qu'à  $190^\circ\text{C}$  on ne se situe plus en régime effusif : la densité atomique mesurée  $n$  est sensiblement plus faible que  $n_{effusif}$ .

La dernière colonne correspond à l'alimentation du piège magnéto-optique : de l'ordre de  $10^{11}$  atomes de rubidium 87 par seconde, si l'on choisit de piéger cet isotope.

Mais, comme le montrera le paragraphe AIV, seule une petite fraction de ces atomes est ralentie à une vitesse suffisamment faible pour autoriser la capture par le piège magnéto-optique : le taux maximal de capture est de quelques milliards d'atomes par seconde.

### III - Réalisation expérimentale du ralentissement laser

Un atome de rubidium n'est pas un atome à deux niveaux. Le principe du ralentissement laser (§I) reste valable, à condition d'employer un laser supplémentaire de repompage (III.a). La réalisation expérimentale du ralentissement est confiée à deux diodes laser balayées en fréquence (III.b). Afin de mettre en évidence la production d'atomes ralentis, nous avons mis en place une sonde, dont la largeur spectrale est de l'ordre de 1MHz, en couplant une diode laser à un réseau (III.c). Nous précisons le principe de fonctionnement de cette dernière source laser, qui est employée à plusieurs reprises dans les parties B et C de ce chapitre.

#### III.a. Transitions utilisées. Pompage optique.

[Ertmer 85] [Watts 86]

Le diagramme représenté à la page suivante détaille la structure hyperfine des deux isotopes 85 et 87 du rubidium. Les chiffres entourés correspondent aux intensités relatives des transitions entre sous-niveaux hyperfins (cf annexe I). Afin d'effectuer le ralentissement laser, on recherche une transition, appelée transition fermée, pour laquelle les cycles d'absorption-émission spontanée peuvent s'enchaîner naturellement grâce aux règles de sélection. Une caractéristique importante de la structure atomique du rubidium est que l'écart entre les niveaux hyperfins du fondamental est plus de 20 fois supérieure aux écarts que l'on trouve entre les niveaux hyperfins d'un état  $P_{3/2}$ . Prenons par exemple l'isotope 85 : si l'atome est excité dans l'état  $5P_{3/2} F'=3$ , l'émission spontanée peut le ramener dans l'état  $F=3$  mais également dans l'état  $F=2$ . Comme cet état se trouve à 3GHz en dessous du niveau  $F=3$ , il y a peu de chance que l'atome ne soit excité à nouveau par le même laser : il est "perdu" pour le ralentissement! Un meilleur choix consiste à accorder le laser de ralentissement de manière à exciter la transition  $F=3 \rightarrow F'=4$ , puisqu'à partir du niveau excité la règle de sélection  $\Delta F = F' - F = 0, \pm 1$  impose l'émission spontanée vers le niveau  $F=3$ . Cependant, la proximité du niveau  $F'=3$  signifie que ce niveau peut être sensiblement excité, même si le laser est à résonance de la transition  $F=3 \rightarrow F'=4$  comme le montre l'estimation suivante du taux de pompage optique vers le sous-niveau inférieur du fondamental.

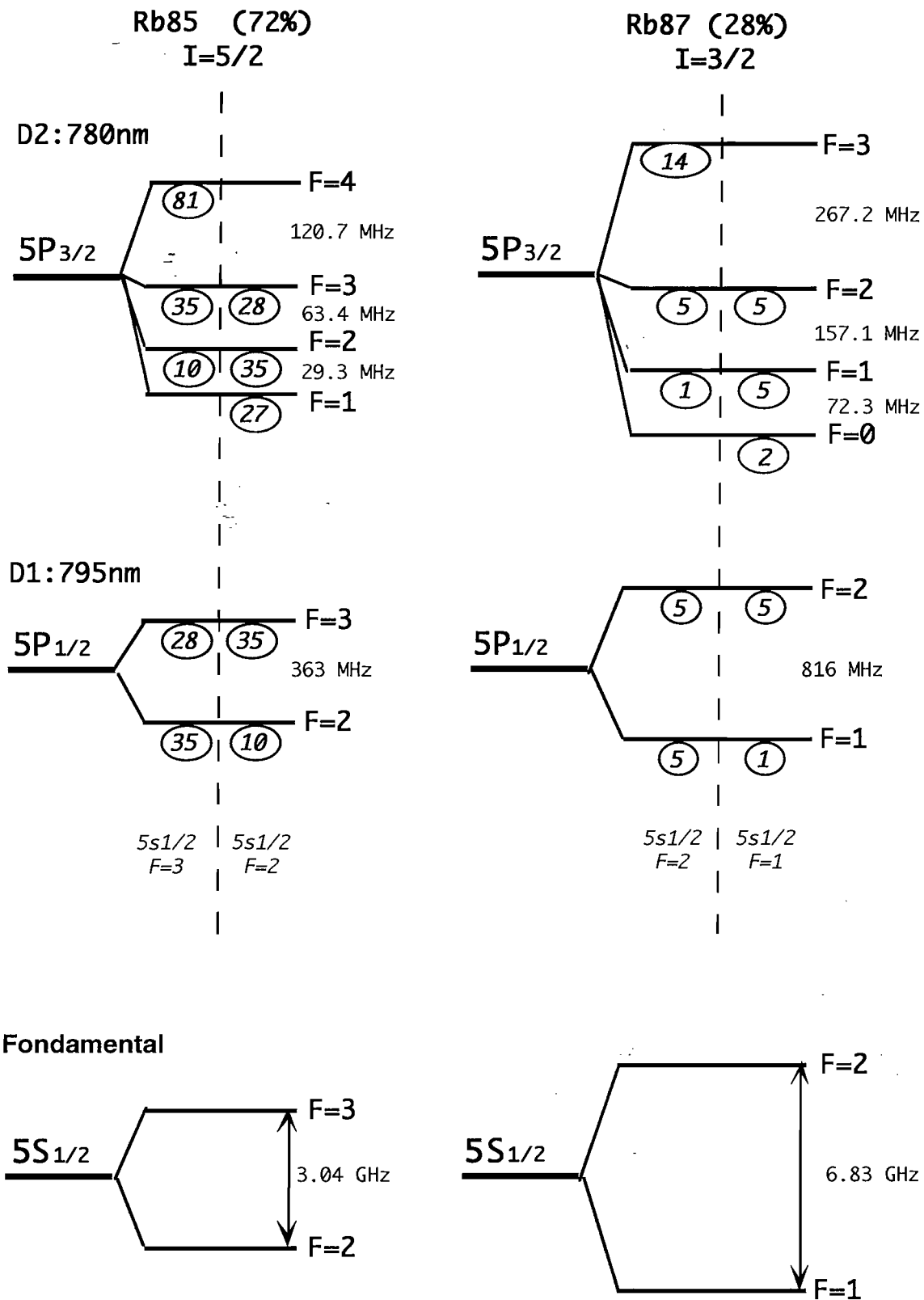


Figure B.III-1 : Structure hyperfine des isotopes du rubidium. Les chiffres encadrés indiquent les intensités relatives des transitions vers le fondamental au sein de chaque structure hyperfine de l'état excité (facteurs Q de l'annexe I)

La transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  étant excitée de façon résonnante pour les atomes en cours de ralentissement, le désaccord  $\delta$  du laser par rapport à la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 3$  vaut vingt fois la largeur naturelle. Cette dernière transition est peu saturée. La population de l'état excité  $F' = 3$  est :

$$\sigma_3 = \frac{\Omega_{1eff}^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \approx \left( \frac{\Omega_{1eff}}{40\Gamma} \right)^2 \quad (\text{A.III-1})$$

où  $\Omega_{1eff}$  est une fréquence de Rabi effective. Il faut effectivement tenir compte de la force de la raie  $F = 3 \rightarrow F' = 3$  ainsi que de la moyenne  $C^2$  des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan.

Si  $\Omega_1$  est la fréquence de Rabi définie au §A1, pour atome à deux niveaux :

$$\Omega_{1eff}^2 = C^2 \frac{2F'' + 1}{2F' + 1} \frac{Q(F = 3 \rightarrow F' = 3)}{Q(F = 3 \rightarrow F'' = 4)} \Omega_1^2 = 0,4 \times \frac{5}{9} \Omega_1^2 \quad (\text{A.III-2})$$

Dans notre ralentissement laser,  $\Omega_1 \approx 2\Gamma$  par conséquent :

$$\sigma_3 \sim 5.10^{-4} \quad (\text{A.III-3})$$

Le taux d'émission spontanée vers le sous-niveau  $F = 2$  du fondamental vaut :

$$W(F' = 3 \rightarrow F = 2) = \frac{Q(F' = 3 \rightarrow F = 2)}{\sum_{F=2,3} Q(F' = 3 \rightarrow F)} \frac{1}{\tau} \sigma_3 \quad (\text{A.III-4})$$

où  $\tau = 26,5ns$  est le temps de vie radiative.

La durée d'un cycle de fluorescence étant  $2\tau$ , le nombre moyen de cycles à la suite desquels l'atome, initialement dans l'état  $F = 3$ , subit une transition Raman spontanée  $F' = 3 \rightarrow F = 2$  est :

$$N = \frac{1}{2\tau \cdot W(F' = 3 \rightarrow F = 2)} \sim 3.10^3. \quad (\text{A.III-5})$$

Ce chiffre est bien inférieur au nombre de cycles de fluorescence requis pour stopper un atome de vitesse moyenne ( $\sim 7.10^4$ ) : les atomes sont pompés optiquement vers le niveau  $F = 2$  avant d'être efficacement ralentis. Pour les repomper dans le cycle  $F = 3 \rightarrow F = 4$ , on accorde un second laser à résonance de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Excité sur le niveau  $F' = 3$ , l'atome se désexcite spontanément, soit vers le niveau  $F = 2$  et



le processus est à recommencer, soit vers le niveau  $F=3$  et dans ce cas il est "repris en charge" par le laser de ralentissement. Nous avons déjà mentionné le fait que le rapport des populations des sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental correspond au rapport des dégénérescences de ces états lorsque l'on se trouve à l'équilibre thermodynamique. Les atomes de rubidium 85 émis par le four se trouvent ainsi à 58% dans l'état  $F=3$ , et 42% dans l'état  $F=2$ . L'intérêt d'utiliser un laser de repompage est double, puisque ce laser transfère tous les atomes dans l'état  $F=3$  dès le début du processus de ralentissement.

On peut diminuer encore le taux de pompage optique vers le niveau  $F=2$  en imposant une règle de sélection supplémentaire, concernant la projection du moment angulaire sur l'axe de propagation du faisceau laser. Si ce dernier est polarisé circulairement (le sens de rotation n'a pas d'importance ici), par exemple  $\sigma^+$ , les atomes sont pompés vers le niveau fondamental  $F=3$   $m_F=3$  d'où ils ne peuvent être excités que vers le niveau  $F=4$   $m_F=4$ , réalisant une transition fermée. Cependant, deux problèmes surgissent et font que l'usage d'un repompeur reste indispensable. Premièrement, des transitions ne vérifiant pas  $\Delta m_F = +1$  ont lieu car la polarisation du laser n'est jamais parfaitement circulaire. Ensuite, le champ magnétique terrestre et d'autres champs locaux parasites ne peuvent être uniformément compensés. Ils comportent une composante perpendiculaire à l'axe défini par le laser : les sous états caractérisés par les nombres quantiques  $m_F$  ou  $m_{F'}$  ne sont plus états propres du système atomique, en l'absence de champ laser. Ce phénomène est à l'origine de l'effet Hanle [Hanle 24]. Par exemple, un état initialement  $|m_F=1\rangle$  oscillera entre les états  $|m_F=1\rangle$  et  $|m_F=-1\rangle$  à la fréquence :

$$\omega_b = g_F \omega_0 b \quad (\text{A.III-6})$$

- où  $g_F$  est le facteur de Landé du niveau F,  
 $\omega_b$  est la fréquence de Larmor (1,4 MHz/Gauss),  
 $b$  est le champ magnétique transverse.

Avec un champ  $b$  de l'ordre de 100 milligauss, la période d'oscillation est de  $20\mu\text{s}$ , ce qui ne représente que quelques centaines de cycles de fluorescence. Même en présence d'un laser de ralentissement polarisé circulairement, le taux de pompage optique (A.III-4) vers le sous-niveau  $F=2$  du fondamental conserve le bon ordre de grandeur. Ceci explique pourquoi, dans notre expérience, l'amélioration produite sur les signaux de ralentissement est minime lorsque l'on adopte la polarisation circulaire. La présence d'un faisceau de repompage suffisamment intense (de l'ordre de  $10\text{mW}/\text{cm}^2$ ) reste indispensable. Il existe cependant un moyen spectaculaire pour réduire les fuites d'atomes vers le sous-niveau hyperfin inférieur de l'état fondamental. En imposant un champ magnétique intense suivant l'axe du laser de ralentissement (environ 500 Gauss),

l'équipe de W. Phillips a obtenu le ralentissement d'un jet atomique de sodium sans repompeur [Phillips 82]. En effet, la projection du spin nucléaire est conservée dans l'interaction avec le laser de ralentissement, ce qui empêche les transitions indésirables dès lors que l'on se trouve en situation de champ magnétique intense. De plus, les déplacements Zeeman des niveaux d'énergie permettent de sélectionner plus précisément la transition fermée. Notons que, pour le rubidium, les écarts énergétiques de la structure hyperfine sont plus importants que pour l'atome de sodium. La méthode décrite nécessiterait l'emploi de champs magnétiques particulièrement intenses, car la situation de champ fort est plus difficile à obtenir.

### III.b. Le dispositif expérimental [Sheehy 89]

#### $\alpha$ - Emploi de diodes laser [Wieman 91]

Les diodes laser, qui délivrent couramment 30 mW dans le proche infrarouge, sont parfaitement adaptées au ralentissement laser d'un jet de rubidium. La technique du balayage en fréquence leur convient tout à fait, puisque la fréquence d'émission dépend sensiblement du courant d'injection ( $\sim 1$  GHz/mA) et, pour donner un ordre de grandeur, il est possible de balayer plusieurs dizaines de GHz à des cadences de plusieurs centaines de kHz, ce qui est très largement au-dessus de ce qui est exigé ici.

La largeur de la raie d'émission de nos diodes laser (Mitsubishi 64110-N, 30mW) est de l'ordre de 20 MHz en fonctionnement nominal, c'est-à-dire bien au-dessus du seuil. Cette largeur est faible devant la largeur Doppler initiale du profil des vitesses atomiques, à la sortie du four ( $\Delta f_{jet} \sim 500$  MHz). Elle est cependant comparable à la largeur de la force de pression de radiation résonnante, produite par un laser parfaitement monochromatique:

$$\Delta f_{ar} = \sqrt{2\omega_1^2 + \Gamma^2} = 18 \text{ MHz} \quad \text{pour} \quad \omega_1 = 2\Gamma \quad (\text{A.III-7})$$

Il est utile de constater que ces ordres de grandeur correspondent aux possibilités de capture des pièges magnéto-optiques usuels : une vitesse de l'ordre de 20 m/s représente un désaccord Doppler de 25 MHz.

La figure A.III-2 présente l'ensemble du dispositif de ralentissement. L'objectif de collimation de chaque diode laser est une lentille asphérique Corning<sup>TM</sup>. L'emploi de prismes anamorphoseurs (figure A.III-3) permet de transformer le faisceau elliptique émis en un faisceau raisonnablement circulaire. L'astigmatisme peut être compensé sur plusieurs mètres en ajustant itérativement l'objectif et les prismes. Afin d'éviter les sauts de mode inopportuns des diodes laser, particulièrement sensibles aux retours de

faisceaux, la présence d'isolateurs optiques est indispensable. Chaque isolateur est constitué d'un rotateur de Faraday (cristal TGG dans un fort champ magnétique) placé entre deux cubes polariseurs. Après recombinaison des faisceaux de ralentissement et de repompage, un télescope produit des faisceaux de la taille souhaitée (15 mm de diamètre). Le gain obtenu sur la distribution finale des vitesses en employant un laser de ralentissement affiné spectralement ne mérite pas, semble-t-il, les efforts allant au détriment de la fiabilité et de la simplicité du dispositif. Une diode couplée à une cavité externe implique moins de souplesse pour le balayage de la fréquence, et une sensibilité accrue aux vibrations mécaniques. Avec une diode sur réseau, on doit également compter sur une diminution de la puissance disponible (§A.III.c).

### **$\beta$ - Contrôle de la fréquence et de l'amplitude de balayage**

Pour amener la fréquence d'émission d'une diode laser fonctionnant librement à la valeur désirée, on ajuste d'abord la température de la jonction au moyen d'un élément Peltier 2A Thermodiff™ : la variation est de l'ordre de 0,1nm par degré Celsius. Ensuite, un réglage plus précis est obtenu en changeant le courant d'alimentation de la jonction, qui doit cependant rester proche de sa valeur nominale. La fréquence d'émission de la diode est contrôlée par un lambdamètre dont la résolution est de 2GHz. Cette procédure ne marche que pour 30 à 50% des diodes d'un lot donné, en raison de la présence de sauts de modes distribués différemment d'une diode à l'autre. Lorsque la diode atteint la bonne fréquence, la stabilité de cette dernière dépend de façon cruciale de la qualité des asservissements du courant d'alimentation et de la température. Nous avons employé des alimentations commerciales Profile™, puis un certain nombre d'alimentations ont été réalisées au laboratoire d'électronique de l'Institut d'Optique.

Une partie du faisceau émis par chaque diode laser est dirigée vers une petite cellule contenant du rubidium : on réalise des spectres d'absorption qui donnent la position des transitions utilisées. La largeur des profils d'absorption simple est dominée par la distribution thermique des vitesses atomiques : environ 500 MHz à température ambiante. Pour le faisceau "repompeur" dont la puissance est suffisante (15mW), une précision relative en fréquence de 50 MHz sur la transition employée ( $5S1/2 F=1 \rightarrow 5P3/2 F=2$  pour le ralentissement du rubidium 87, ou  $5S1/2 F=2 \rightarrow 5P3/2 F=3$  pour l'isotope 85) est satisfaisante, précision obtenue par un spectre d'absorption simple. Par contre, une meilleure précision est requise pour le balayage en fréquence du "ralentisseur" puisque la vitesse finale des atomes ralentis est directement liée à la fréquence du laser en fin de rampe de balayage. C'est pourquoi on se base sur un spectre d'absorption saturée, qui superpose des pics étroits, dont la largeur est de l'ordre de la largeur naturelle, au spectre d'absorption simple. En réalité, cette largeur

dépend de nombreux facteurs : détail du pompage optique, intensités des faisceaux pompe et sonde. Elle est convoluée par la largeur d'émission de la diode laser : en pratique, la largeur résultante n'est pas inférieure à une trentaine de MHz. C'est la qualité de l'asservissement réalisé à partir de ces signaux (paragraphe  $\gamma$ ) qui détermine la fréquence moyenne d'émission de la diode, en début et en fin de balayage, avec une précision de quelques MHz.

La figure A.III-4 présente les signaux, constamment visualisés durant l'expérience, qui nous permettent d'ajuster la fréquence des diodes laser assurant le ralentissement. La courbe (c) correspond à la commande de modulation du courant des diodes. Les courbes (a) et (b) sont les parties des spectres d'absorption saturée et d'absorption simple, provenant des dispositifs mentionnés.

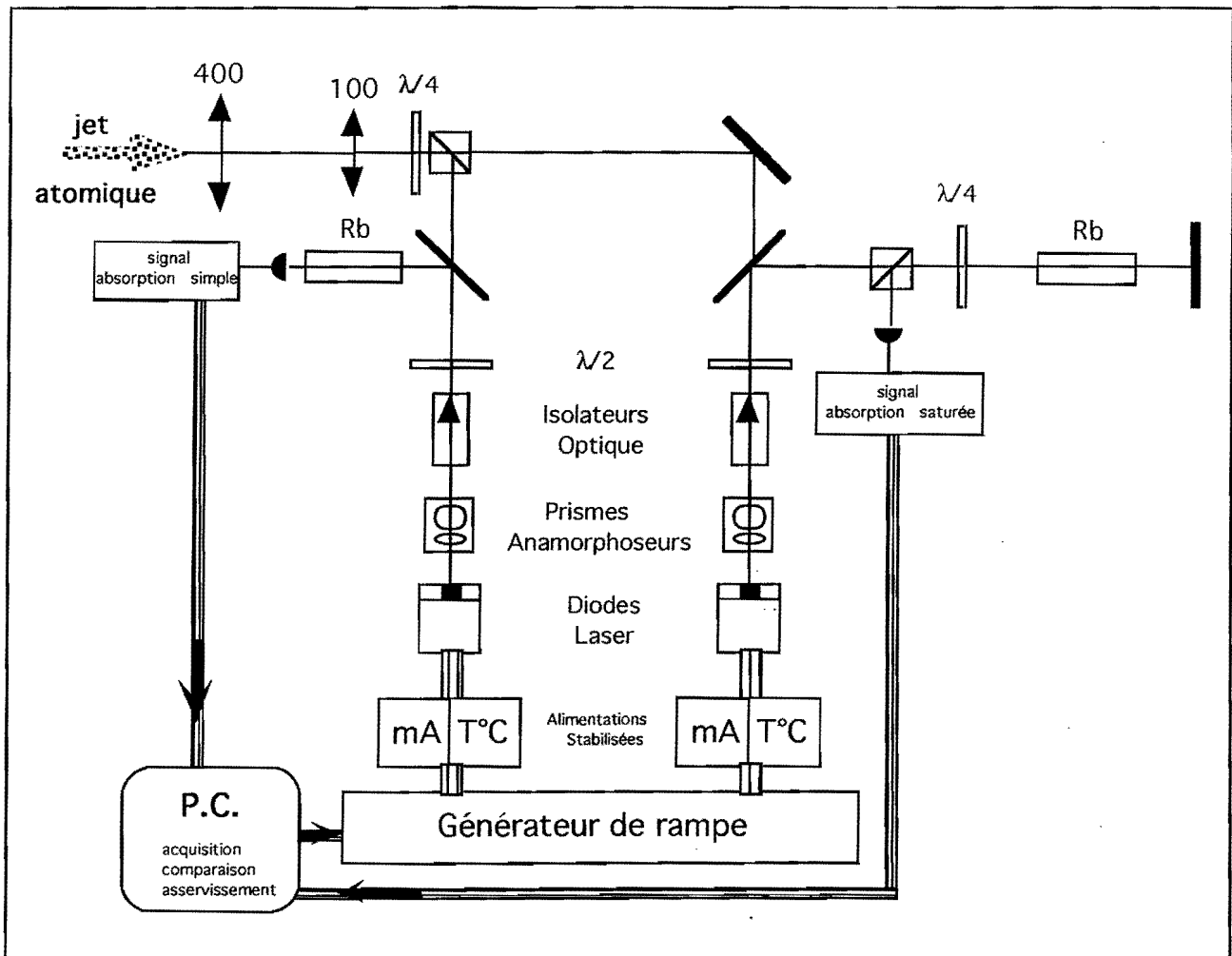


Figure A.III-2 : Dispositif expérimental pour le ralentissement du jet atomique

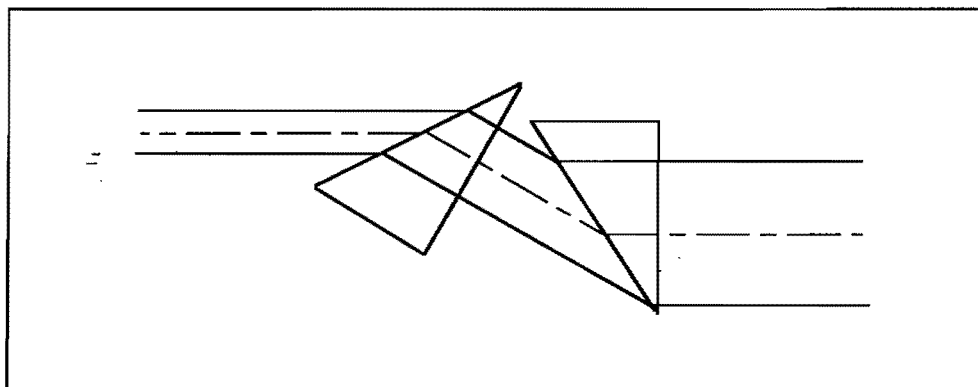


Figure A.III-3 : Anamorphose de faisceau avec deux prismes

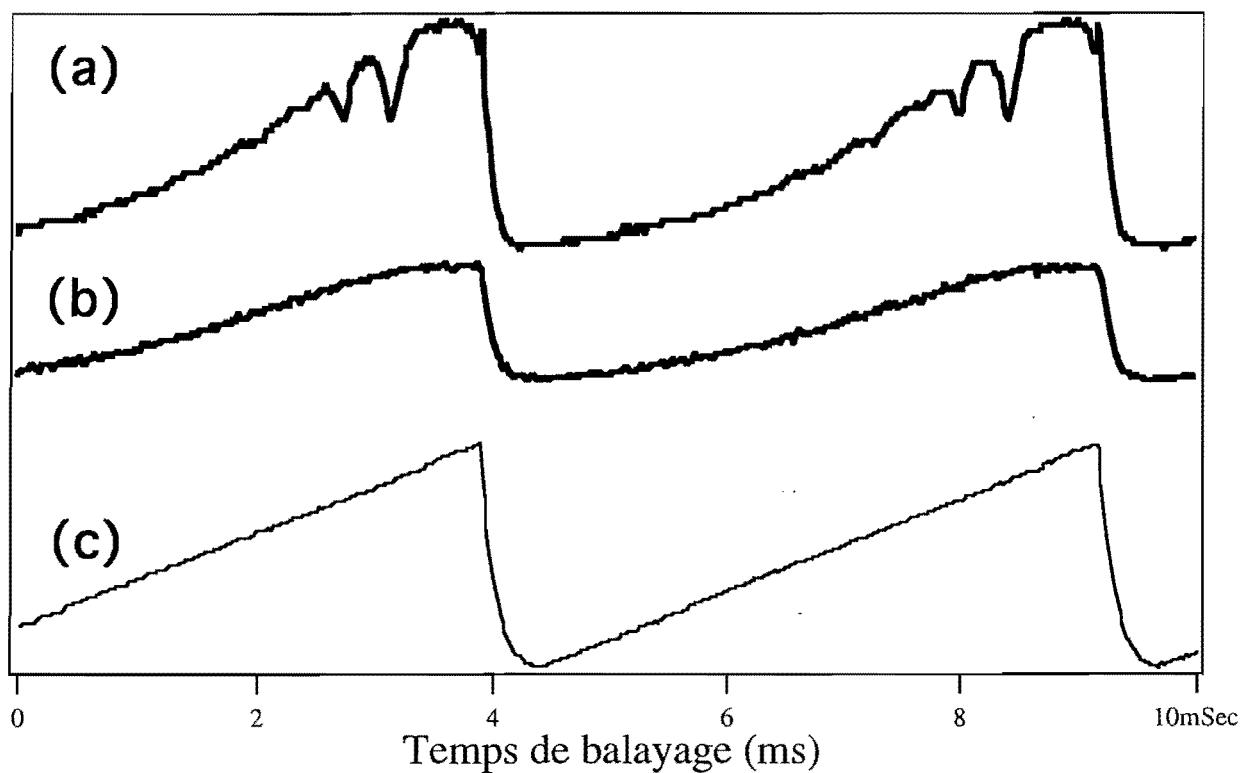


Figure A.III-4 : contrôle du balayage en fréquence des diodes de ralentissement

### **- $\gamma$ - Asservissement du balayage des diodes**

La durée du balayage en fréquence (5 ms) est inférieure de trois ordres de grandeur à la durée de vie de notre piège magnéto-optique, qui intègre donc toute fluctuation inférieure à la seconde. Par contre, nous voulons éviter les dérives en fréquences qui interviennent sur des temps plus longs : typiquement, quelques MHz par minute, dérive intrinsèque à la tolérance et à la stabilité des composants électroniques constituant l'alimentation des diodes lasers.

Pour cette raison, un asservissement en fréquence basé sur la reconnaissance de la forme du signal d'absorption saturée qui nous sert de référence pour le balayage est bien adapté (réponse aux dérives basse fréquence). La réalisation de ce projet a été confiée avec succès à deux élèves ingénieurs électroniciens de l'ENSEA, Yann Courillon et Arthur Torossian. Le signal est échantillonné en temps réel et comparé à une forme préenregistrée servant de référence. La rétroaction se fait sur le courant d'alimentation des diodes lasers. Le chargement du piège peut ainsi demeurer stable pendant plusieurs dizaines de minutes.

### **III.c. Signaux de ralentissement**

#### **$\alpha$ - Principe du diagnostic**

Pour estimer et optimiser l'efficacité de notre dispositif de ralentissement, nous mesurons l'absorption d'un faisceau sonde, peu intense, qui traverse le jet atomique près de l'endroit où se situe le piège. Le balayage en fréquence de cette sonde permet de visualiser le profil des vitesses atomiques. Etant donné que la technique de ralentissement par balayage fréquentiel produit essentiellement des "paquets d'atomes refroidis", qui parviennent au niveau du piège à la cadence du balayage, nous balayons aussi la fréquence de la sonde de manière synchrone avec les lasers du ralentissement. Le signal de ralentissement correspond à un pic d'absorption dans la classe des faibles vitesses. Nous vérifions effectivement que ce signal est le plus marqué lorsque la sonde passe à résonance de la transition cyclante, au moment de la fin de la rampe de balayage.

Pour le chargement de notre piège, le réglage de la fréquence du laser de ralentissement en fin de balayage est très critique. C'est la raison pour laquelle le faisceau sonde est séparé en deux. Un faisceau co-propageant fait un petit angle avec la normale au jet, et un faisceau contre-propageant fait un angle opposé (figure A.III-5). La superposition des deux signaux d'absorption sur une photodiode, au moyen d'une lentille convergente, permet de visualiser précisément la vitesse des atomes à la fin de la rampe de balayage (figure A.III-6).

### $\beta$ - Conception d'une sonde étroite à partir d'une diode laser

La largeur attendue pour le pic de ralentissement, une dizaine de MHz, correspond à la distribution en vitesse des atomes ralentis convoluée par la largeur naturelle. Comme c'est la même sonde qui servira ensuite à analyser le piège, pour lequel des structures beaucoup plus étroites sont attendues, il est nécessaire de réduire la largeur spectrale d'émission de la diode laser utilisée. La limite de Shawlow-Townes est contournée en couplant la diode à une cavité externe, qui emmagasine un nombre de photons beaucoup plus grand dans le mode laser. L'effet de diffusion de la phase du champ, à cause de l'émission spontanée, qui se produit dans le milieu amplificateur est réduit de façon spectaculaire. Le couplage d'une diode à un Fabry-Pérot externe permet ainsi de réduire sa largeur à quelques dizaines de kHz [Laurent 89].

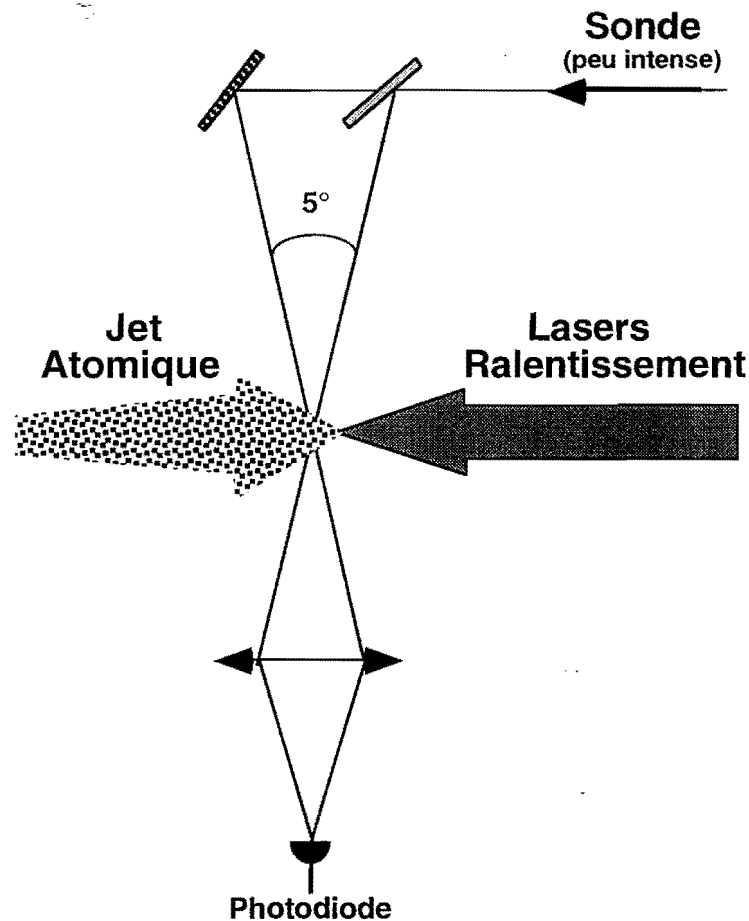


Figure A.III-5 : Utilisation de deux faisceaux sondes copropageant et contrepropageant, faisant un petit angle avec la direction du jet atomique.

Une autre technique consiste à réinjecter dans la diode l'ordre -1 du champ diffracté par un réseau, placé en configuration Littrow [De Labachellerie 92]. La largeur d'émission est plus importante qu'avec la méthode précédente : généralement plusieurs centaines de kHz. La puissance disponible en sortie est également réduite, à cause des pertes du réseau : entre 30 et 70 % de la puissance initiale, suivant la diode employée et le réseau qui lui est adapté. Cependant, l'utilisation du réseau permet une très grande accordabilité de la longueur d'onde d'émission. En jouant sur tous les réglages dont on dispose (orientation et translation du réseau ainsi que température de la jonction et courant d'alimentation de la diode), on a la quasi-certitude de pouvoir atteindre toute longueur d'onde dans un intervalle de  $\pm 3$  nm à  $\pm 5$  nm, autour de la fréquence d'émission de la diode laser en fonctionnement libre à température ordinaire.

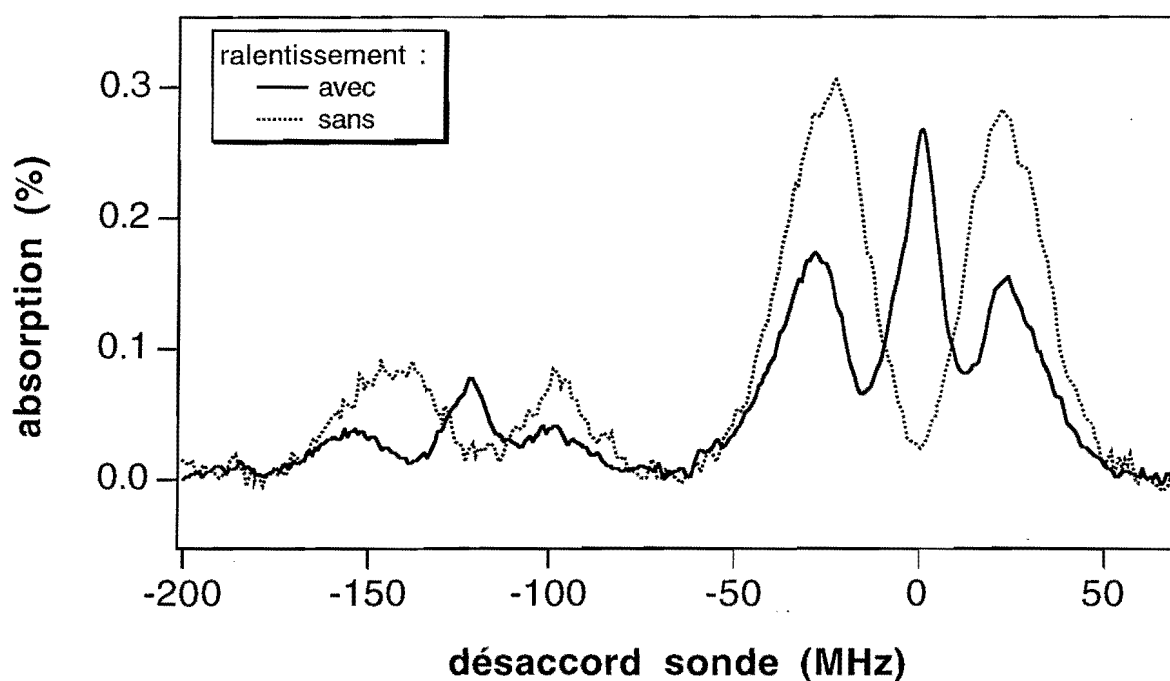


Figure A.III-6 : Mesure de l'efficacité du ralentissement du Rb 85. Le désaccord est référencé par rapport à la transition fermée  $F=3 \rightarrow F'=4$ . Sans les lasers, on voit deux raies de résonance ( $F=3 \rightarrow F'=3$  et  $F=3 \rightarrow F'=4$ ) qui sont décalées et dédoublées par l'effet Doppler (vers le rouge pour la partie copropageante de la sonde, vers le bleu pour l'autre). En présence des lasers de ralentissement, la présence d'un pic d'absorption à désaccord nul caractérise la production d'atomes froids.



C'est pourquoi nous avons choisi cette deuxième technique (figure A.III-7). Pour fixer les idées, prenons le cas d'une diode laser pour laquelle le chemin optique aller-retour dans la cavité interne vaut 2 mm (la longueur de la cavité est souvent comprise entre 200 et 350  $\mu\text{m}$ , et il faut tenir compte d'un indice du milieu élevé  $\sim 3,5$ ). La séparation entre modes longitudinaux est alors de 150 GHz. Nous utilisons un réseau holographique Jobin-Yvon à 1200 traits/mm, réfléchissant 30% à l'ordre -1 et 50% à l'ordre 0. Ce réseau est collé sur une cale piézo-électrique, et se trouve à 10 cm de la diode en configuration Littrow. Il est l'équivalent d'un "mauvais miroir" de réflexion 30%, qui donne à la cavité externe une finesse médiocre de 8, mais surtout il est doté d'une réponse spectrale très piquée : environ 0,1 nm, soit 50 GHz (figure A.III-8).

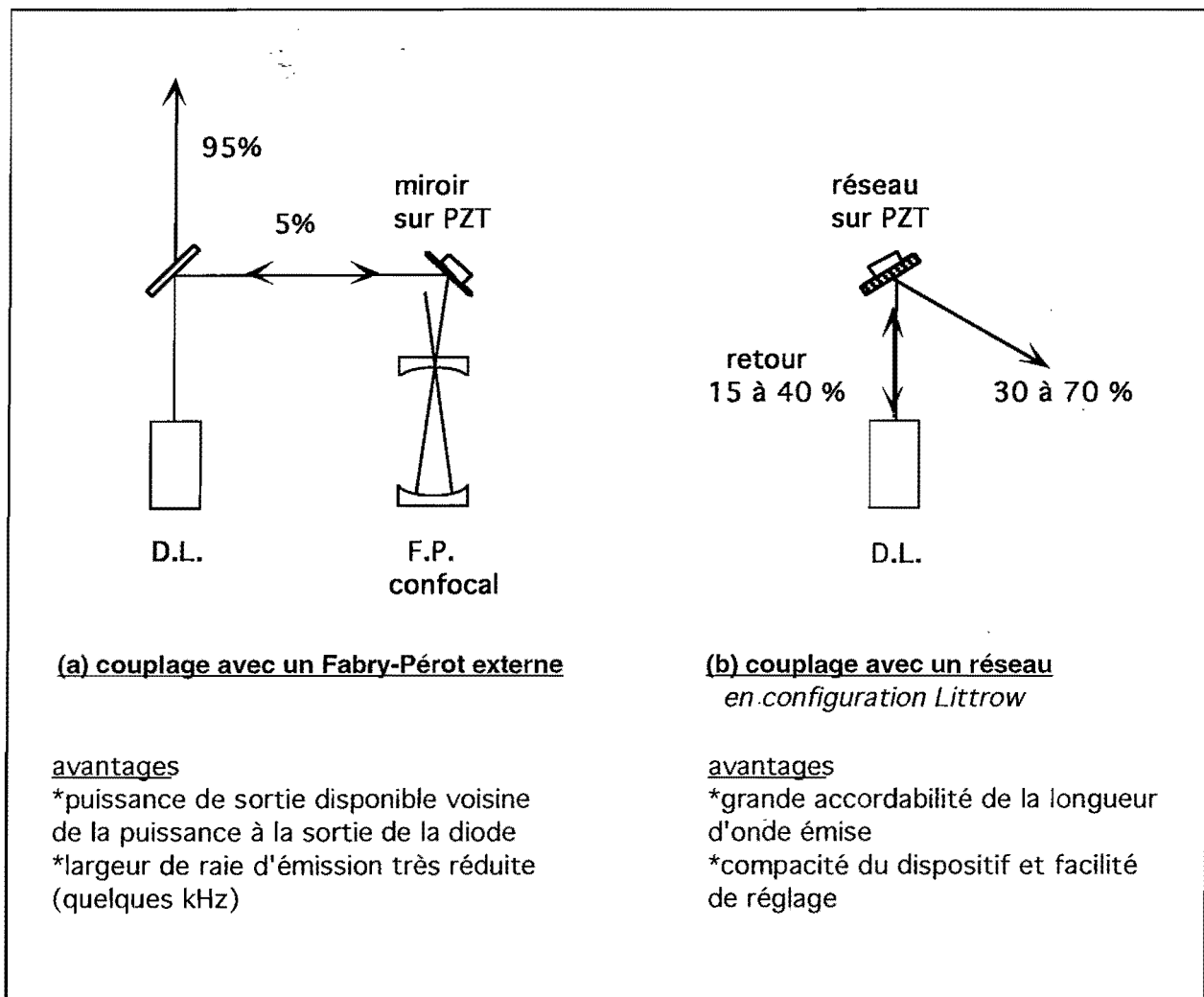


Figure A.III-7 : Comparaison des méthodes de contrôle et de stabilisation de la fréquence d'émission des diodes laser.

En ajustant la tension du piézo-électrique qui commande la longueur de la cavité externe, on translate la courbe 2 et le mode de la cavité interne s'adapte au changement de fréquence correspondant, permettant un balayage de 1,5 GHz sans saut de mode. On peut facilement doubler cette amplitude de balayage sans saut de mode en balayant également de façon synchrone le courant d'alimentation de la jonction laser, avec le signe et l'amplitude appropriés. Le mode de la cavité interne est ainsi adapté au mode externe durant le balayage. Pour changer de façon importante la fréquence d'émission, on modifie l'orientation du réseau. Cela revient à déplacer la réponse spectrale du miroir équivalent (courbe 1) provoquant quelques sauts de mode de 1,5 GHz avant d'induire un saut de mode longitudinal de la cavité interne (150 GHz).

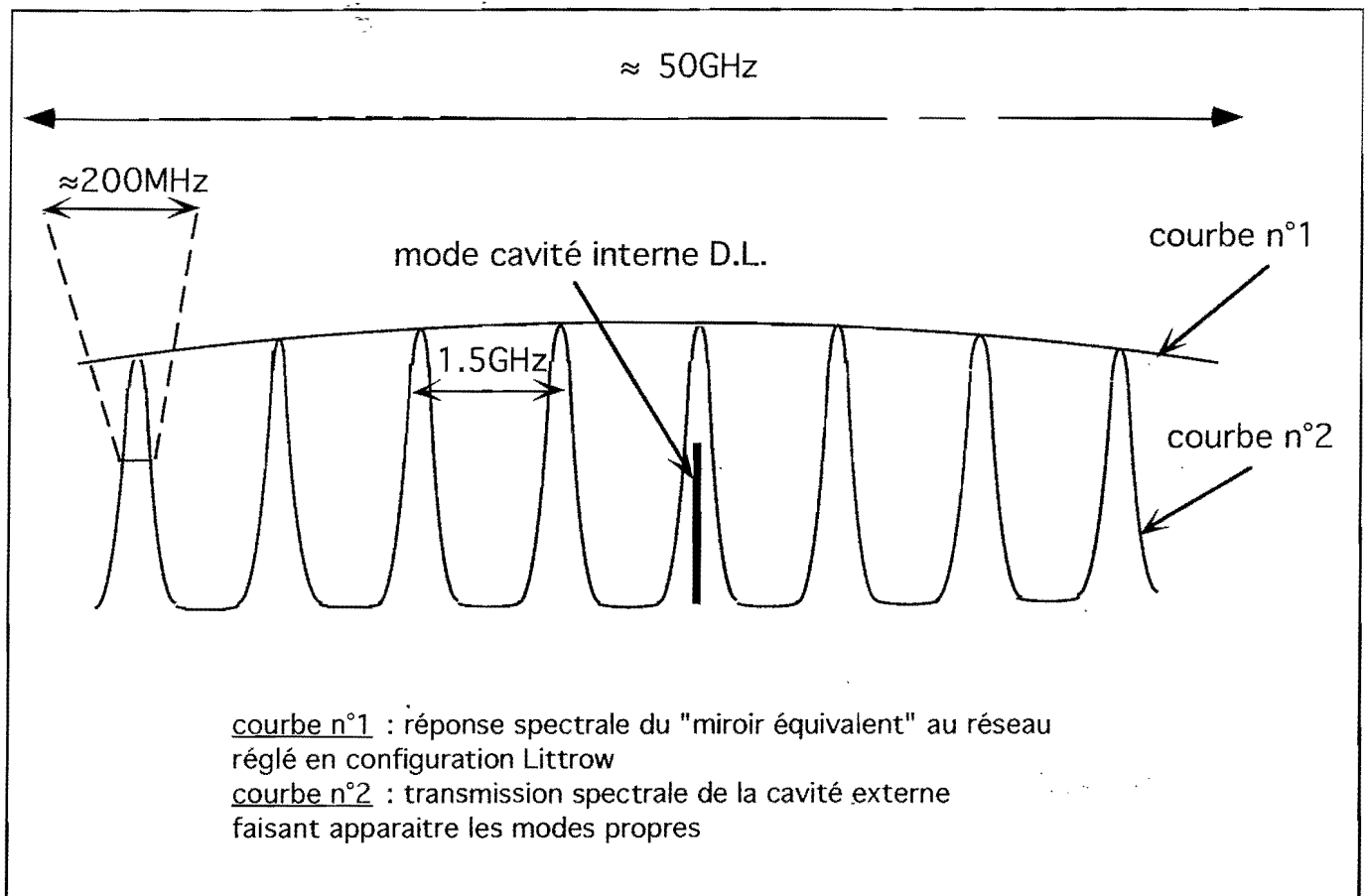


Figure A.III-8 : Principe du couplage entre une diode libre et un réseau

Dans la suite de l'expérience (parties B et C), nous avons été amenés à construire plusieurs autres diodes laser couplées sur réseau. Ces sources permettent notamment de s'affranchir des "caprices" faits par les diodes laser fonctionnant librement : sauts de modes, dérives des caractéristiques au fil des mois...L'excellente accordabilité des diodes sur réseau se paie par une plus grande sensibilité aux vibrations mécaniques, puisque la fréquence d'émission est maintenant contrôlée par une cavité externe, longue d'une dizaine de centimètres.

## IV - Simulation numérique du ralentissement

### IV.a. Motivations et objectifs

La simulation aléatoire ou Monte-Carlo permet de calculer une intégrale comportant de multiples variables dont le domaine de réalisation est soumis à un ensemble de contraintes complexes.

Pour notre expérience, nous voulons prendre en compte :

- la distribution des vitesses atomiques dans le jet,
- le processus de balayage temporel de la fréquence du laser de ralentissement,
- les contraintes géométriques du dispositif expérimental :
  - ouverture angulaire du jet, après collimation,
  - profil gaussien du faisceau laser,
  - domaine de capture du piège magnéto-optique.

Les objectifs sont les suivants :

*i* - Déterminer la fraction des atomes provenant du jet qui sont capturables par le piège. Nous qualifions ces atomes de "ralentis efficacement".

En effet, seuls les atomes arrivant dans la zone où se trouvent les faisceaux laser du piège, avec une vitesse inférieure à la vitesse de capture de ce dernier, seront comptabilisés. Cette définition soulève évidemment de nombreuses difficultés, car le mécanisme de capture du piège fait intervenir la vitesse de l'atome mais aussi son paramètre d'impact  $\vec{b}$ , vectoriel si l'on tient compte de l'absence de symétrie sphérique du piège magnéto-optique. D'autre part, la vitesse maximale capturable par le piège dépend de paramètres tels que : taille des faisceaux, gradient du champ magnétique, désaccord du laser piégeant. Il apparaît cependant, dans l'étude de D. Grison, que la vitesse maximale capturable est de l'ordre de 20 m/s pour des valeurs "usuelles" de ces paramètres, dont nous sommes proches avec notre propre dispositif de piégeage, et que cette vitesse maximale change peu autour des valeurs qui optimisent le chargement du piège [Grison 92]. Nous verrons, dans la partie B de ce chapitre, comment nous pouvons retrouver assez rapidement les caractéristiques du mécanisme de piégeage. Il est finalement raisonnable de donner comme référence, pour déterminer l'efficacité du ralentissement laser, une vitesse "moyenne" de capture, effective sur un domaine dont la taille est de l'ordre du diamètre des faisceaux du piège.

ii - Comprendre physiquement ce qui limite la proportion d'atomes ralentis et quels sont les paramètres importants à optimiser.

iii - Estimer la diffusion des atomes ralentis dans l'espace des phases. Comme seule la composante longitudinale de la vitesse diminue avec le ralentissement laser, le diamètre du jet tend à croître quadratiquement avec l'éloignement de sa source. De plus, le processus d'émission spontanée induit une marche aléatoire dans l'espace des impulsions, et donc un chauffage transverse supplémentaire.

### Simplifications théoriques

i - On considère un modèle d'atome à deux niveaux, correspondant à la transition ( $5S_{1/2} \ F = 3 \ m_F = 3 \rightarrow 5P_{3/2} \ F = 4 \ m_F = 4$ ) pour le rubidium 85, ou bien à la transition ( $5S_{1/2} \ F = 2 \ m_F = 2 \rightarrow 5P_{3/2} \ F = 3 \ m_F = 3$ ) si l'on ralentit l'isotope 87. Cela suppose que la puissance du faisceau repompeur, qui n'apparaît pas dans ce modèle, est suffisante pour que tout atome échappant à la transition fermée ci-dessus y soit efficacement ramené.

ii - Pour les raisons expliquées au §A3, les diodes laser utilisées pour le ralentissement ne sont pas affinées spectralement : leur largeur  $\Delta\omega$ , mesurée en employant un Fabry-Pérot de grande finesse, est de l'ordre de 20 MHz. Dans notre modèle de simulation, la fréquence d'émission est purement monochromatique. Pour passer du modèle à l'expérience, il faut multiplier environ par deux l'intensité laser requise, si la largeur de la force de pression de radiation résonnante  $\sqrt{2\Omega_1^2 + \Gamma^2}$  est voisine de  $\Delta\omega$ . En contrepartie pour l'expérience, remarquons que le maintien de la condition de résonance atome-laser en cours de ralentissement est plus facile, en raison de la largeur spectrale  $\Delta\omega$  de la diode laser

iii - Pour chaque atome, les temps où se produisent les cycles de fluorescence correspondent à un flux Poissonien d'événements dans notre simulation. La cadence du processus est donnée par la solution stationnaire des équations de Bloch optiques, pour laquelle le nombre moyen de cycles de fluorescence par unité de temps vaut :

$$\Gamma \sigma_{ee} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} = \frac{1}{\bar{t}} \quad (\text{A.IV-1})$$

La probabilité qu'il s'écoule un temps  $t$  entre deux événements est :

$$P(t) = \frac{e^{-t/\bar{t}}}{\bar{t}} \quad (\text{A.IV-2})$$

où  $\bar{t}$  est le temps moyen entre deux photons de fluorescence :

$$\int_0^{\infty} t P(t) dt = \bar{t} \quad (\text{A.IV-3})$$

Il ne s'agit donc pas d'un Monte-Carlo à vecteur d'état (Monte-Carlo "Quantique") [Knight 94]. Ce dernier calcule l'évolution d'un état initial au moyen d'un hamiltonien effectif non hermitien et simule, par procédure aléatoire, des sauts quantiques dont la probabilité de se produire dépend de l'état atomique à l'instant considéré. Un Monte-Carlo quantique est utile si l'on s'intéresse aux propriétés statistiques des photons diffusés par fluorescence (par exemple, le dégroupement de photons et la statistique sub-Poissonienne associée [Mandel 79] [Kimble 77]). Dans notre cas, étant donné le nombre important de cycles de fluorescence requis pour stopper un atome (de l'ordre de 70 000), seule l'évolution à long terme du système atome-laser nous intéresse : le modèle Poissonien est amplement suffisant pour étudier le mouvement atomique [Blatt 86].

*iv* - enfin les forces dipolaires, provenant du profil d'intensité inhomogène du faisceau laser, sont négligées. Leur influence est faible sur les atomes en cours de ralentissement, et consiste essentiellement en une dispersion supplémentaire de la vitesse longitudinale dans le cas où la divergence du jet atomique coïncide avec la convergence du faisceau laser [Blatt 86].

#### IV.b. Modélisation

##### Prise en compte de la géométrie

Les trajectoires atomiques sont calculées, pour chaque atome, dans l'espace des phases à 6 dimensions  $\{\vec{r}, \vec{p}\}$ . Les contraintes géométriques sont représentées sur la figure A.IV-1.

##### Distribution des vitesses

La distribution du module des vitesses, dans un jet, n'est pas celle de Maxwell-Boltzmann : lorsque le régime est effusif, la probabilité de sortie d'un atome est proportionnelle à sa vitesse. La distribution théorique est alors :

$$P_j(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} v^3 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \quad \text{où} \quad \alpha = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} \quad (\text{A.IV-4})$$

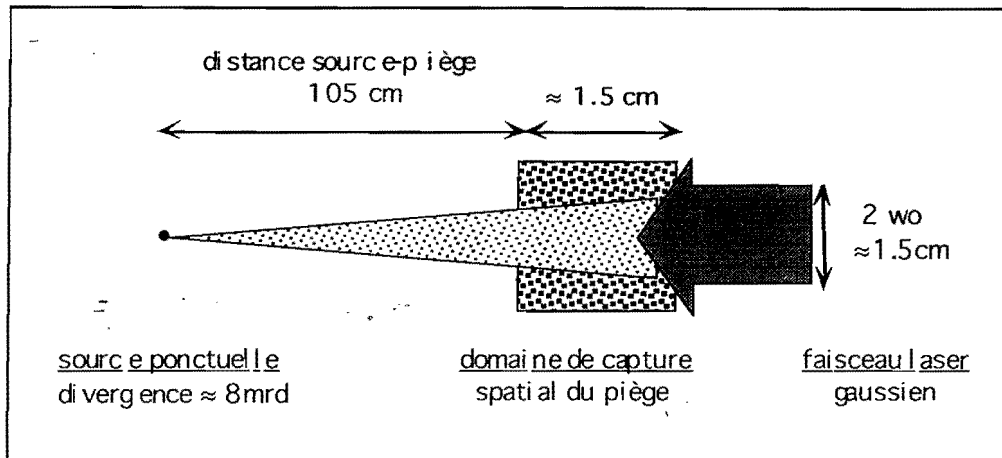


Figure A.IV-1 : modélisation géométrique du ralentissement laser

La distribution des vitesses est caractérisée par une vitesse moyenne :

$$v_m = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \alpha \quad (\text{A.IV-5})$$

En fait,  $v_m$  (400 m/s à 200°C) n'est que 18% supérieure à la vitesse moyenne dans une chambre à l'équilibre thermodynamique, à la température  $T$ . L'écart quadratique moyen de la distribution est :

$$\sigma = \sqrt{2 - \frac{9\pi}{4}} \alpha \quad (\text{A.IV-6})$$

Pour accroître la rapidité des calculs, la distribution (A.IV-4) est approchée de façon satisfaisante par une distribution gaussienne, très facile à produire numériquement.

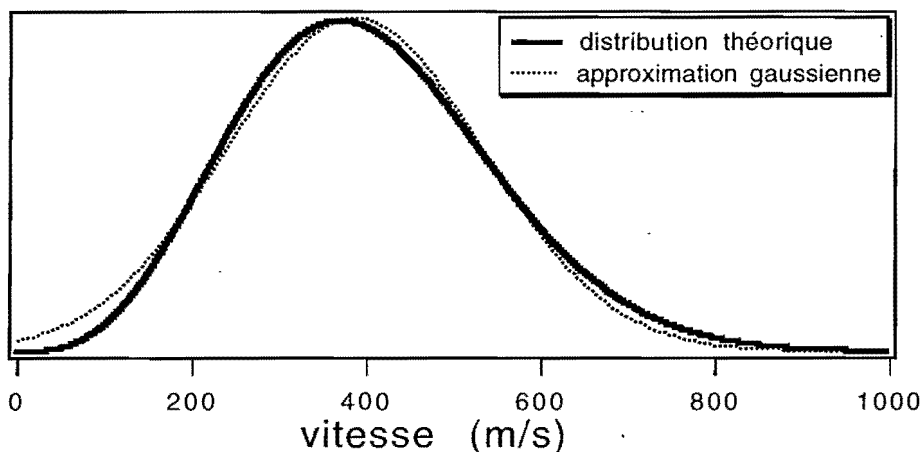


Figure A.IV-2 : distribution des vitesses atomiques dans le jet

### Simulation

Le programme traite les atomes un par un. Indépendamment, la fréquence du laser de ralentissement évolue suivant une rampe triangulaire de période  $T$  (§ A1c).

Les paramètres  $T$ ,  $v_{\max} = v_1$  et  $v_{\min} = v_2$  sont ajustables expérimentalement et valent respectivement autour de 5 ms, 400 m.s<sup>-1</sup> et 15 m.s<sup>-1</sup>. Pour tenir compte du flux continu d'atomes émis par la source, atomes la plupart du temps non synchrones avec le début de la rampe de balayage, leur moment d'émission est distribué uniformément sur l'intervalle  $[0, T]$ . L'atome effectue un vol libre entre deux cycles de fluorescence. Le temps qui les sépare est tiré au sort de la façon suivante :

- on tire au sort un nombre  $p \in [0, 1]$  suivant une distribution uniforme  $\rho(p) = 1$
- on effectue le changement de variable  $p \rightarrow t$  :

$$p = e^{-\frac{t}{\bar{t}}} \quad \text{avec} \quad \bar{t} = \frac{2(1+s)}{\Gamma s} \quad (\text{A.IV-7})$$

La règle de conservation de la mesure :

$$|\rho(p)dp| = |\rho(t)dt| \quad (\text{A.IV-8})$$

montre que la variable  $t$  est distribuée suivant une loi exponentielle, ce qui doit être le cas lorsque la distribution des événements est régie par un modèle Poissonien :

$$\rho(t) = \frac{1}{\bar{t}} e^{-\frac{t}{\bar{t}}} \quad (\text{A.IV-9})$$

Chaque cycle de fluorescence modifie l'impulsion de l'atome par :

$$\Delta \vec{p} = \hbar \vec{k} + \hbar \vec{k}' \quad (\text{A.IV-10})$$

où  $\hbar \vec{k}$  représente le recul résultant de l'absorption d'un photon laser, et  $\hbar \vec{k}'$  celui provenant de l'émission spontanée. La direction du photon émis spontanément est tirée au sort, de manière isotrope.

Le programme arrête le calcul de la trajectoire lorsque l'atome répond positivement à l'un des tests qui suit :

- il arrive dans le domaine de capture du piège avec une vitesse  $v < v_{\text{capture}}$ . Cet atome est comptabilisé comme étant ralenti efficacement.



Dans les autres cas, l'atome est perdu pour le piège :

- la vitesse initiale de l'atome est trop importante :

$$v > v_{\max} + \Delta v \quad \text{avec} \quad \Delta v = \frac{1}{k} \sqrt{2\Omega_1^2 + \Gamma^2}$$

- l'atome est tellement ralenti que sa vitesse s'inverse avant d'arriver dans la zone du piège.
- au contraire, l'atome passe à travers la zone du piège avec une vitesse trop importante.

#### IV.c. Trajectoires atomiques

##### $\alpha$ - Groupe d'atomes synchrones avec le balayage de la fréquence laser

Les figures suivantes permettent de visualiser concrètement l'effet du laser de ralentissement sur les atomes du jet. On a choisi ici un groupe de 36 atomes, de vitesses initiales différentes mais dirigées parallèlement au vecteur d'onde  $\vec{k}$  du laser.

La figure (A.VI-3.a) montre que la vitesse décroît linéairement avec le temps dès que l'atome entre à résonance avec le laser. Le caractère Brownien lié à la marche aléatoire dans l'espace des impulsions apparaît à la figure (A.VI-3.b) : la vitesse transverse caractéristique après balayage est de l'ordre de 1 m/s (cf § A1c).

La figure (A.VI-3.c) met en évidence le problème des atomes lents  $\left(v \leq \frac{v_m}{2}\right)$  qui sont ralentis peu de temps après avoir quitté la source : ils doivent dériver lentement jusqu'au piège ( $z = 105 \text{ cm}$ ) et ont, par conséquent, une probabilité élevée de sortir du faisceau laser à cause de la composante transverse de leur vitesse. A la fin de chaque balayage du laser, ils entrent à nouveau en résonance ce qui augmente encore la dispersion de cette vitesse.

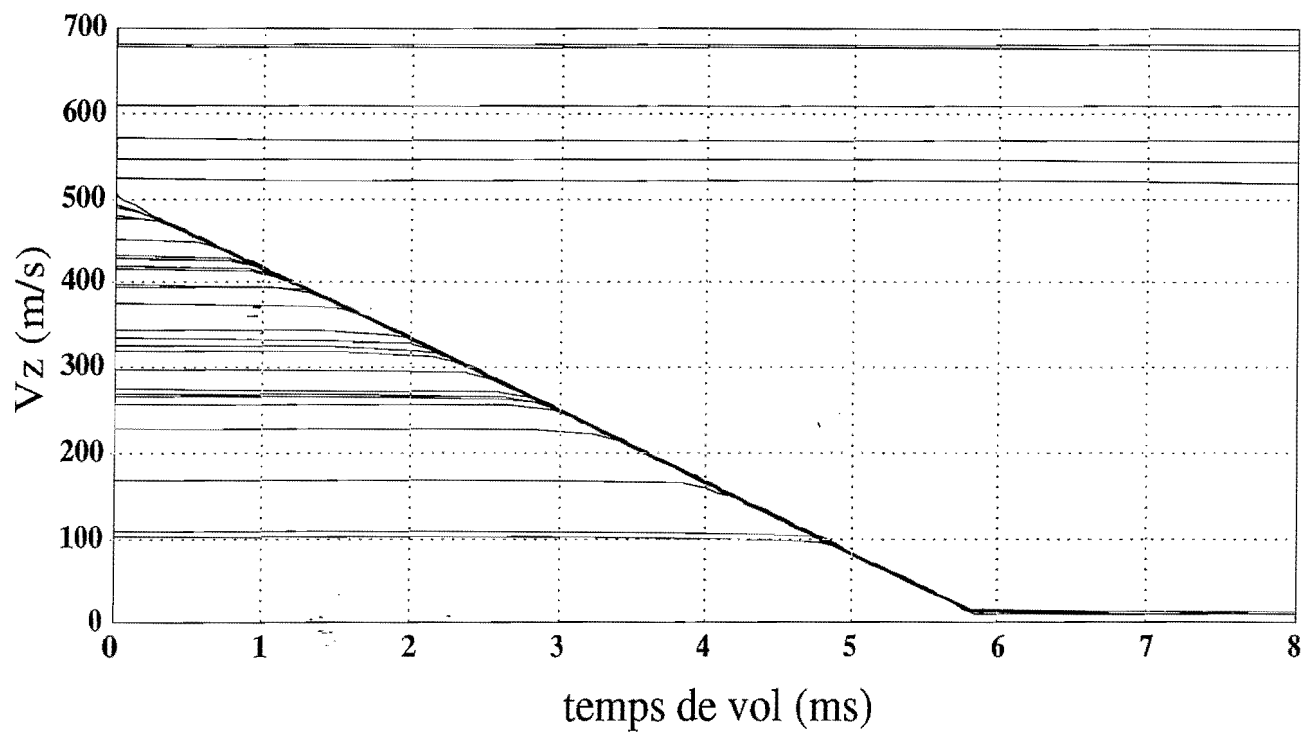


Figure A.IV-3.a : vitesses atomiques suivant l'axe du jet

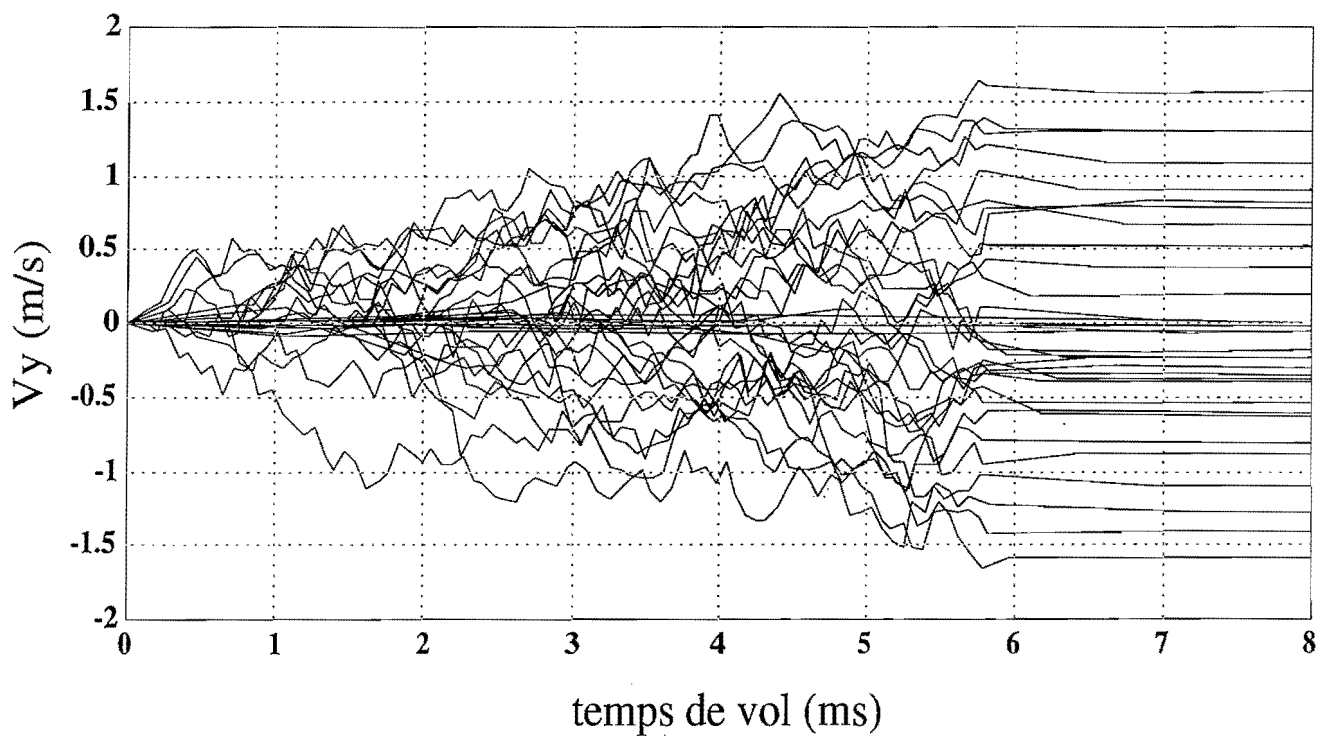


Figure A.IV-3.b : visualisation du chauffage transverse

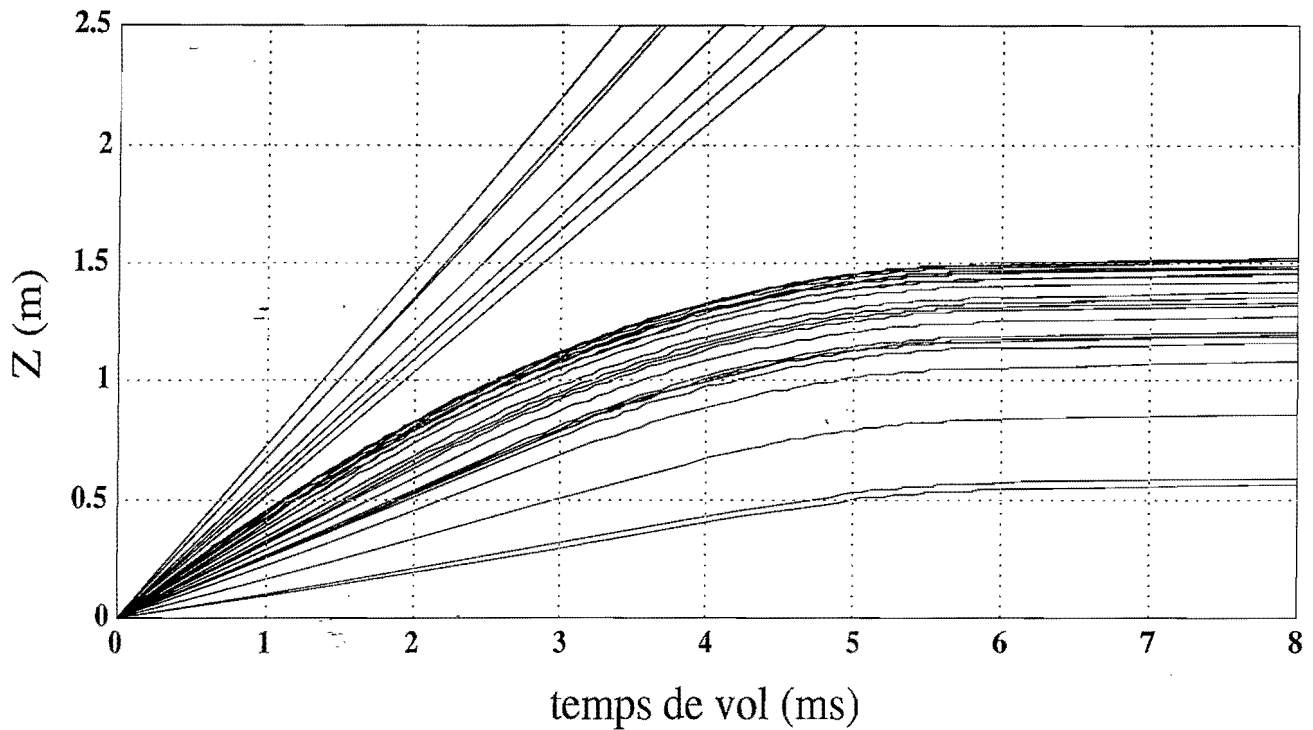


Figure A.IV-3.c : distance parcourue par les atomes en fonction du temps, suivant leur vitesse initiale

### $\beta$ - Fonctionnement du programme complet

Le programme est lancé pour un ensemble significatif de 6 750 atomes, avec des vitesses initiales différentes en module et en direction, et des temps de départ uniformément répartis. Les valeurs des paramètres sont choisies de manière à donner un caractère central, c'est-à-dire proche des conditions expérimentales, à cette simulation :

- température du four  $T = 200^\circ\text{C}$  :  $v_m = 403 \text{ m.s}^{-1}$   
 $\sigma = 146 \text{ m.s}^{-1}$
  - vitesse de capture du piège :  $v_{cap} = 12 \text{ m.s}^{-1}$
  - début et fin de rampe :  $v_{min} = v_{cap}$   
 $v_{max} = v_m + 30$
  - dispersion angulaire du jet :  $\Delta\theta = 2\theta = 2 \times 4 \text{ mrd}$
  - laser de ralentissement : intensité  $\Omega_1^2 = 3\Gamma^2$   
diamètre  $2w_0 = 1,5 \text{ cm}$   
balayage  $T = 4,7 \text{ ms}$
- (T est optimisé en fonction de  $v_{min}$ ,  $v_{max}$  et  $\Omega_1^2$ )

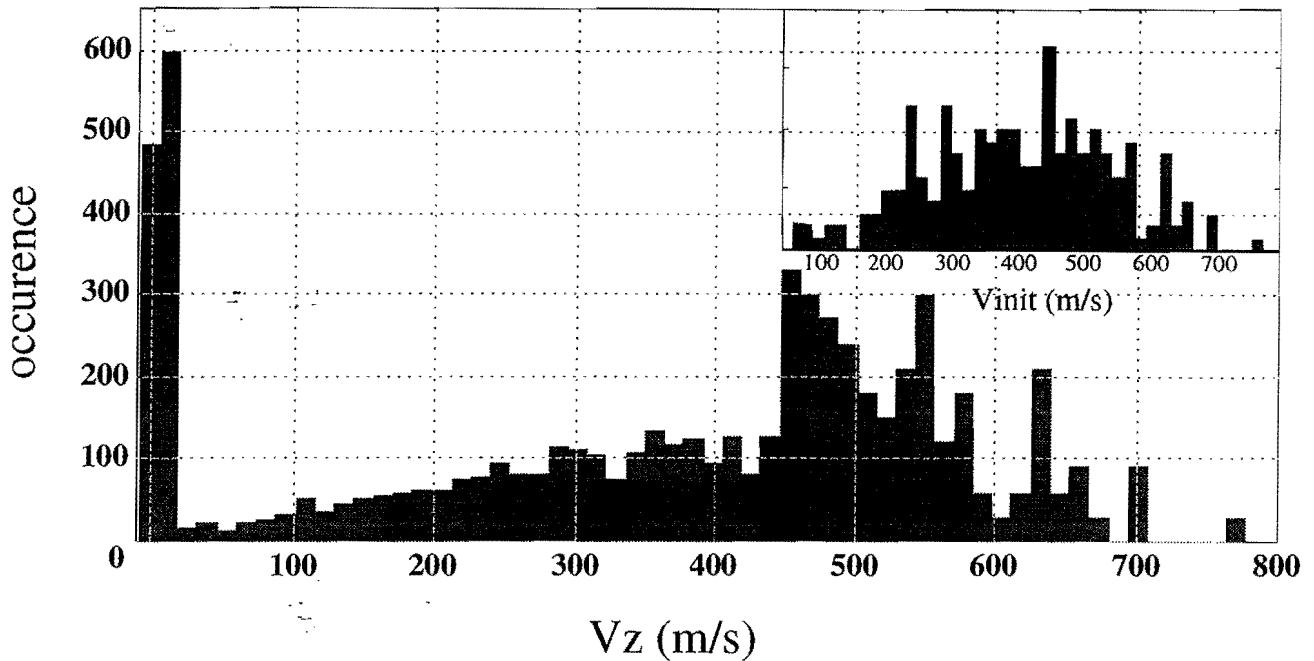


Figure A.IV-4 : Histogramme représentant les vitesses longitudinales après ralentissement

Le ralentissement se manifeste sur la figure A.IV-4 par la présence d'un pic étroit dans la classe des faibles vitesses, ainsi qu'un dépeuplement des classes de vitesses comprises entre 200 et 450 m/s. Les atomes qui rebroussement chemin (5,2%), ne sont pas représentés. Le nombre d'atomes efficacement ralentis n'est que de  $2,7\% \pm 0,2\%$  du nombre initial. L'erreur statistique  $\pm 0,2\%$  est évaluée par  $\frac{1}{\sqrt{N_r}}$  où  $N_r$  représente le nombre d'atomes efficacement ralentis.

Voici le bilan concernant ce qui est advenu des 6 750 atomes :

- 2,7% sont efficacement ralentis.
- 45 % sont trop rapides dès le départ pour entrer en résonance avec le laser de ralentissement. Nous verrons que l'on ne peut améliorer beaucoup l'efficacité du ralentissement en augmentant l'amplitude du balayage du laser.
- 31,8% "manquent la rampe" de balayage (départ non synchrone), ou ne sont pas suffisamment ralentis. Cet effet est inévitable dans un processus de ralentissement qui n'est pas continu.

- 15,3% sortent de la zone d'action du faisceau laser, ce qui est lié au fait que seule la composante longitudinale de la vitesse diminue : le jet des atomes subissant l'action du laser tend à "éclater".
- 5,2% reculent avant d'avoir atteint la zone du piège. Une part importante est constituée d'atomes initialement peu rapides (200 à 300 m/s) qui sont ralentis par une première rampe de balayage jusqu'à une vitesse de quelques mètres par seconde, puis en subissent une deuxième avant d'atteindre le piège. La part de ces atomes augmente avec l'intensité du laser et diminue avec l'amplitude du désaccord en fin de rampe  $k v_{\min}$ .

Les atomes efficacement ralentis sont caractérisés par des distributions de vitesse et de position, transversalement au jet atomique, représentées par les figures (A.IV-5.a) et (A.IV-5.b). La distribution transverse dans l'espace des phases après ralentissement est de 1,3 m/s et 5,9 mm. La vitesse moyenne absolue est de 10 m/s pour des atomes efficacement ralentis. Le graphique (A.IV-5.c) met en évidence le fait que, pour être efficacement ralenti, un atome doit quitter le four peu de temps avant ou après le début de la rampe de balayage, suivant sa vitesse initiale. Son temps de vol est typiquement compris entre une et deux périodes de rampes.

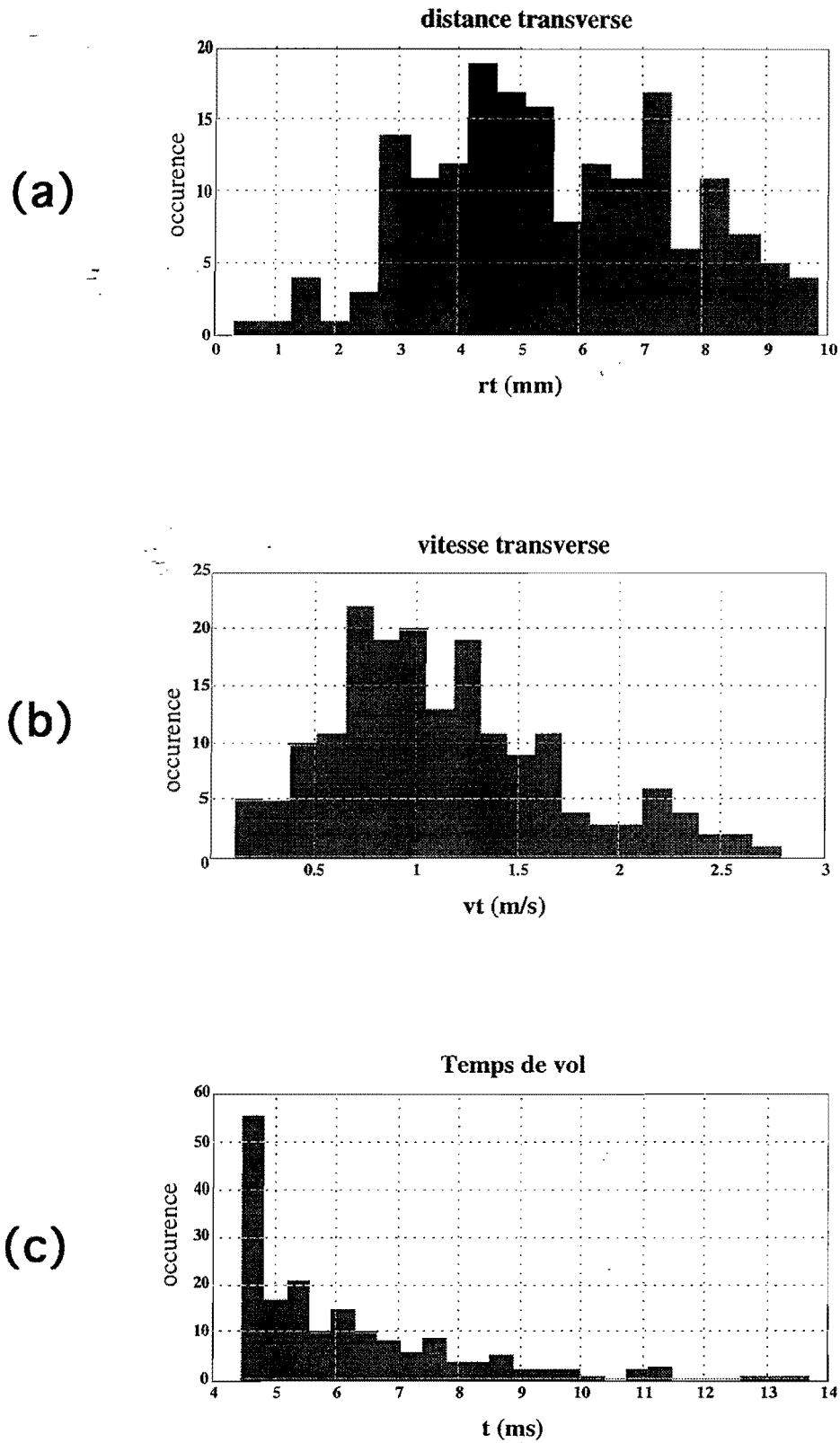


Figure A.IV-5 : distribution des atomes ralentis.

#### IV.d. Influence des paramètres expérimentaux

Cette étude consiste à modifier un paramètre du calcul central, laissant les autres inchangés. On fait varier successivement :

- l'ouverture angulaire du jet  $\theta$  (figure A.IV-6.a),
- l'intensité du faisceau laser  $I$  (figure A.IV-6.b),  
(le temps de balayage est automatiquement adapté à  $\omega_1^2$ ),
- le diamètre de faisceau laser  $2w_0$  (figure A.IV-6.c),
- le début de la rampe de balayage en fréquence, correspondant à la vitesse atomique maximale pouvant être ralentie (figure A.IV-6.d).

figure (a) : Le fait d'améliorer la collimation permet de ralentir efficacement une proportion plus importante des atomes émis par la source. Cependant, comme le flux total d'atomes diminue, il existe un optimum de collimation, qui se situe autour de 8mrd, pour lequel le produit de l'ouverture angulaire stérique du jet par le pourcentage d'atomes ralentis atteint un maximum.

figure (b) : Lorsque l'intensité laser est faible, le temps de balayage de la fréquence est nécessairement augmenté et le cycle utile du processus de ralentissement diminue.

L'efficacité optimale intervient avec la saturation de la force de pression de radiation : en pratique pour  $I > 4I_s$ .

figure (c) : La taille de faisceau laser est un paramètre crucial à optimiser. L'efficacité du ralentissement augmente rapidement avec elle, mais il y a une limite supérieure qui correspond à la plage de capture du piège (ici : 2 cm). En réalité, il faut que l'axe du jet et des faisceaux laser de ralentissement soit un peu décalé par rapport au centre du piège, car autrement ces lasers tendent à expulser des atomes piégés !

figure (d) : L'amplitude optimale de balayage est telle que la vitesse maximale résonnante  $v_{\max} \approx \bar{v}_{jet} + 50$ . Lorsque l'on augmente encore l'amplitude de balayage, la distance d'arrêt des atomes rapides devient supérieure à la distance imposée par le dispositif expérimental (distance d'arrêt  $\approx \frac{v_m^2}{2a}$ ) tandis que la proportion du temps utile de balayage pour les autres atomes (cycle utile) diminue.

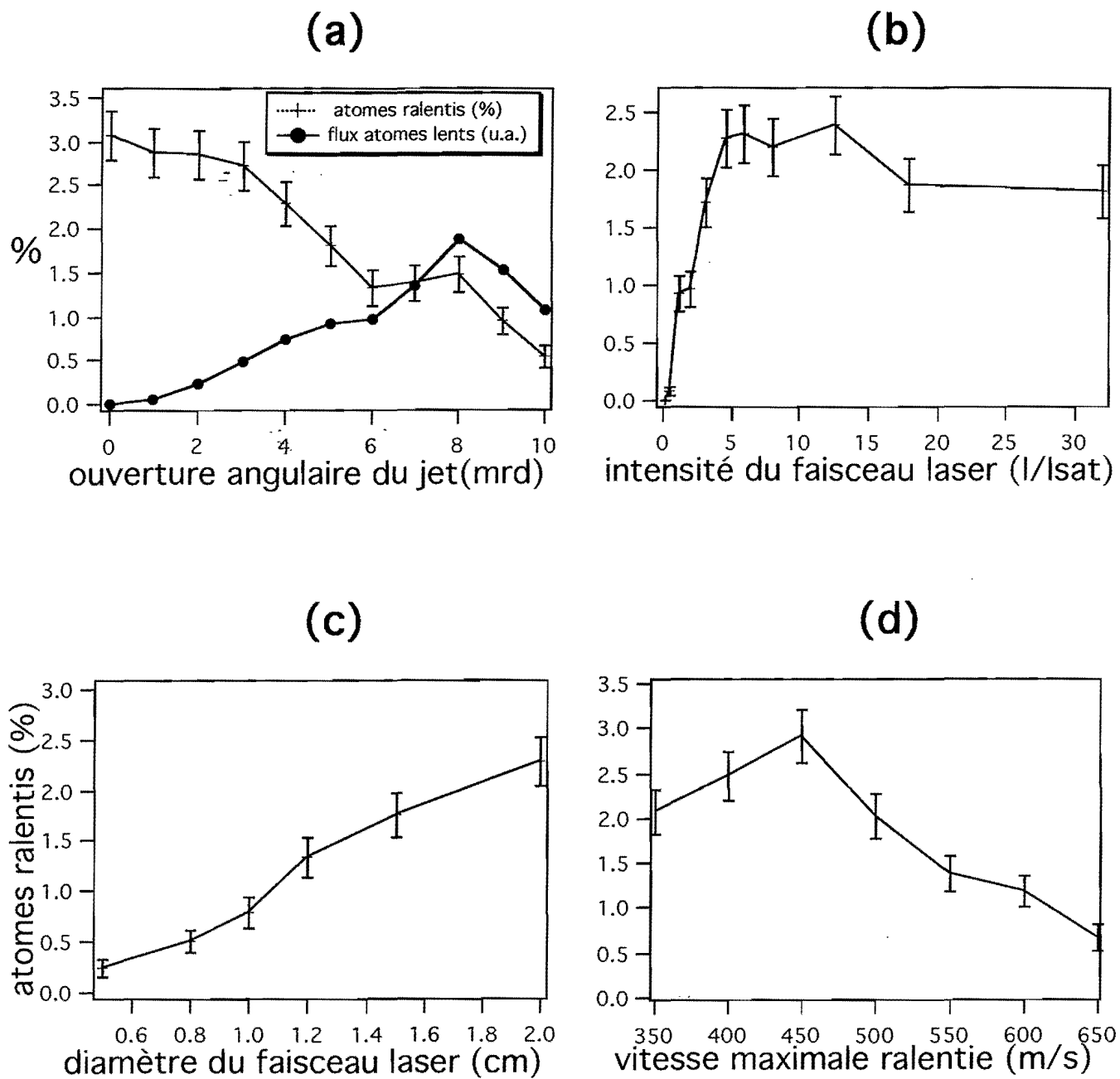


Figure A.IV-6 : influence des paramètres expérimentaux sur le ralentissement



Nous pouvons conclure de cette étude que la proportion d'atomes du jet susceptible d'alimenter le piège magnéto-optique ne peut dépasser beaucoup 5% avec le type de ralentissement utilisé (balayage de la fréquence laser). Les causes essentielles de la perte d'atomes pour le ralentissement sont :

- la sortie du faisceau laser, qui pénalise les atomes les plus lents à cause de l'importance de leur temps de vol,
- le départ à contretemps par rapport à la rampe de balayage, au détriment des atomes les plus rapides.

Evidemment, les contraintes imposées par le piège magnéto-optique sont prépondérantes. Le domaine de capture dans l'espace des phases augmente rapidement avec la taille des faisceaux du piège. Par exemple, une vitesse de capture plus importante permet, dans notre simulation, de diminuer la proportion d'atomes qui rebrousse chemin avant d'arriver jusqu'au piège : dans le graphique qui suit, la fin de la rampe de balayage est accordée de manière à ce que la vitesse des atomes en fin de ralentissement coïncide avec cette vitesse de capture. La proportion d'atomes diffusant hors du faisceau laser est également réduite car le temps de vol est plus court si la vitesse finale peut être augmentée.

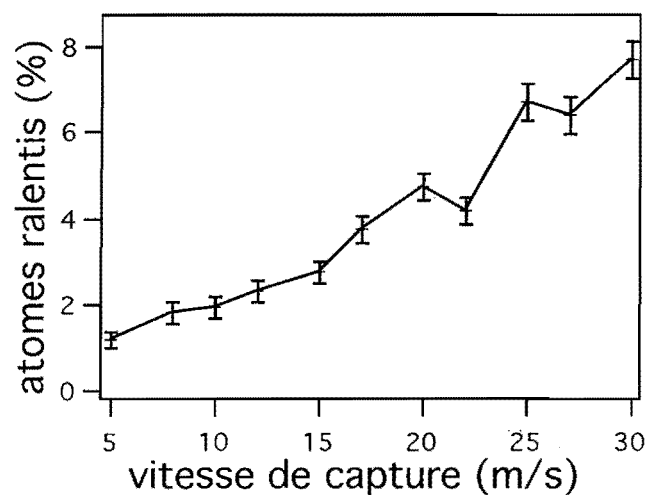


Figure A.IV-7 : la vitesse de capture du piège magnéto-optique, un paramètre important

Remarque : pour mener cette étude (§IV.d) en employant des temps de calcul raisonnables, on utilise une loi d'échelle en groupant les processus élémentaires : l'atome absorbe un "gros photon" d'impulsion  $M\hbar k$  ( $M=10$ ) à la cadence moyenne  $\frac{1}{M\bar{\tau}}$ , où  $\bar{\tau}$  est

défini par l'équation (A.VI-1). Le photon émis spontanément n'emporte qu'une impulsion  $\sqrt{M} \hbar k$ , pour que la diffusion d'impulsion reste la même (processus de marche aléatoire).

Cette simplification n'est possible que parce que le nombre total des processus est élevé. Nous avons vérifié que le pourcentage d'atomes ralentis ne change pas significativement pour  $1 \leq M \leq 20$ .

#### IV.e. Confrontation expérimentale

Comme le montre la figure (A.IV-5.c), les atomes ralentis arrivent essentiellement par paquets temporels. C'est ce qui permet de diagnostiquer facilement le ralentissement expérimental au moyen de la sonde, balayée fréquemment de façon synchrone avec le ralentissement laser (§AIII). A la fin d'une rampe, la proportion d'atomes ralentis est typiquement dix fois supérieure au taux moyen de 3 % : le pic d'absorption correspondant est nettement visible.

La forme et le niveau du pic de ralentissement en fin de balayage sont effectivement bien reproduits par la simulation numérique, comme le montre la figure A.IV-8. En trait fin, nous présentons le signal expérimental, comme sur la figure A.III-6. Le signal prédit par la simulation Monte-Carlo, correspondant à l'arrivée du paquet d'atomes refroidis à la fin de la rampe de ralentissement, est tracé en traits forts. Connaissant les caractéristiques des vitesses atomiques en fin de simulation, on peut reproduire l'absorption des deux faisceaux sondes, qui font chacun un petit angle avec la normale du jet. Le seul paramètre arbitraire est une renormalisation de la hauteur de la courbe théorique à l'absorption maximale mesurée.

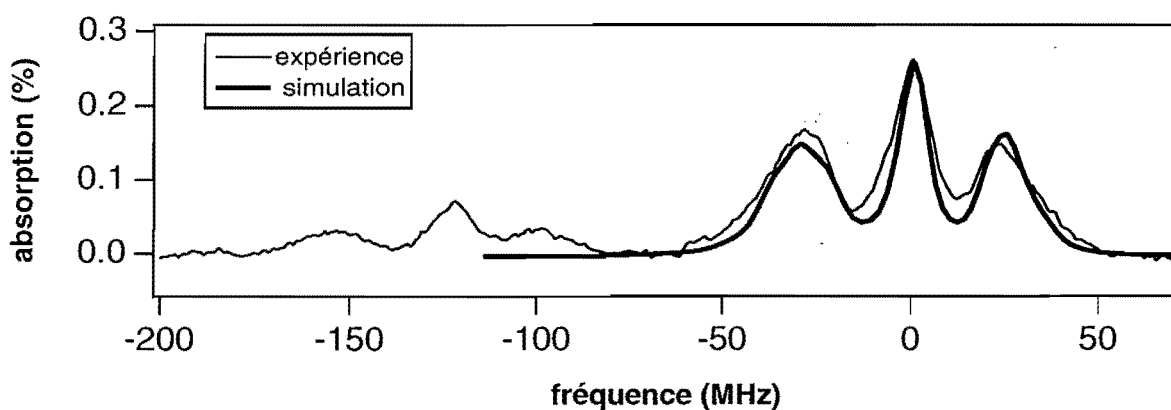


Figure A.IV-8 : comparaison simulation/expérience

## **PARTIE B**

### ***“Le piège magnéto-optique”***

Le premier paragraphe retrace les étapes qui ont conduit à la réalisation du premier piège magnéto-optique (§I.a), et explique son fonctionnement (§I.b). Nous employons ensuite un modèle simplifié, qui additionne de façon incohérente les forces séculaires (partie A §I) provenant de chaque faisceau piégeant (§II.b). Une estimation de la vitesse atomique maximale capturable par le piège est alors donnée (§II.c).

Le dispositif expérimental mis en place est détaillé au paragraphe trois. Le piège est réalisé dans une enceinte de grande taille (§III.a), et les lasers retenus pour le piégeage sont des diodes lasers (§III.b et c).

## **I - Introduction et principe du fonctionnement**

### **I.a. Historique**

Le piège magnéto-optique combine les effets de confinement géométrique (action d'une force de rappel vers un centre) et de refroidissement (mécanismes dissipatifs). Il est donc naturellement l'aboutissement de travaux menés dans ces deux directions.

Il existe plusieurs voies pour piéger des particules neutres. La première, proposée au début des années 1960, est le piégeage magnétique [Heer 63] [Vladimirski 61]. W. Paul fut le premier, en 1978, à pouvoir confiner magnétiquement des neutrons ultra froids [Kugler 78]. Puis, en 1985, l'équipe de W. Phillips étendit cette technique au piégeage d'atomes de sodium [Migdall 85]. Dans ces expériences, un champ magnétique inhomogène permet d'attirer un dipôle magnétique convenablement orienté vers le minimum local d'intensité du champ. Même avec les champs magnétiques les plus puissants (quelques Tesla), ces pièges demeurent peu profonds (de l'ordre du Kelvin). Ils ont en outre deux inconvénients : ils ne présentent pas de mécanisme dissipatif, et leur durée de vie est limitée fondamentalement par des transitions non adiabatiques qui inversent l'orientation du moment magnétique de l'atome.

On peut piéger optiquement au moyen des forces dipolaires que nous avons évoquées au §AI. Dès 1970, Ashkin parvenait à piéger des microsphères de latex en utilisant deux faisceaux laser focalisés [Ashkin 70]. La réalisation d'un piège dipolaire pour atomes devait surmonter les difficultés qui suivent : ce type de piège est également peu profond, avec l'inconvénient supplémentaire que le domaine géométrique de capture est très réduit (de l'ordre du diamètre du faisceau focalisé). De plus, un piège dipolaire chauffe les atomes car les forces dipolaires fluctuent, en raison du caractère aléatoire de l'émission spontanée. Cet effet limite la durée de vie des atomes piégés.

En 1986, S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin et A. Cable obtinrent un piège dipolaire, pour atomes de sodium, dont la durée de vie était de plusieurs secondes, au moyen d'un faisceau intense très focalisé et très désaccordé [Chu 86]. L'alimentation de ce piège provenait d'atomes refroidis au préalable grâce à une "mélasse optique" à trois dimensions, réalisée l'année précédente par la même équipe. Cette mélasse consiste en trois paires de faisceaux contrepropageants, orthogonales entre elles et désaccordées vers le rouge d'une transition atomique [Chu 85]. Elle repose sur la force de pression de radiation comme le ralentissement laser précédemment décrit. Son principe est le suivant : un atome en mouvement absorbe préférentiellement les photons de la source vers laquelle il se dirige. En moyenne, cet effet produit une force de friction opposée à la vitesse de l'atome, comme si celui-ci évoluait dans un milieu visqueux (d'où l'appellation de "mélasse").

Une mélasse optique refroidit rapidement les atomes (dont la vitesse initiale est inférieure à une valeur qui dépend de l'intensité, du désaccord et du diamètre du faisceau laser) jusqu'à une température résultant de l'équilibre entre fluctuation et dissipation produites par les forces radiatives. Les atomes ainsi ralentis conservent donc un mouvement aléatoire, analogue au mouvement Brownien, et diffusent lentement hors de la zone où coexistent les faisceaux laser : aucune force de rappel ne les maintient en un endroit privilégié. L'équivalent, en optique, du théorème de Gauss empêche en effet de construire un piège en disposant d'une quelconque manière un ensemble de faisceaux laser statiques, tant que la force exercée est simplement proportionnelle à l'intensité laser [Ashkin 83]. On peut contourner une telle limite en variant périodiquement l'intensité laser dans le temps, ce qui constitue l'analogie optique des pièges électromagnétiques de Paul [Ashkin 84] [Dalibard 85].

La meilleure méthode démontrée à ce jour permet de s'affranchir du théorème de Gauss Optique, tout en conservant des faisceaux laser statiques [Pritchard 86]. Mise au point par J. Dalibard en 1986, elle exploite la structure interne de l'atome. La présence d'un champ magnétique statique inhomogène, et de faisceaux laser polarisés circulairement (principe détaillé dans le paragraphe qui suit), produit une force de rappel qui se superpose au mécanisme dissipatif présent dans les mélasses optiques. Ce que l'on appelle désormais le

piège magnéto-optique a été réalisé expérimentalement en 1987 [Raab 87]. L'intersection des faisceaux laser qui le constituent définit schématiquement le domaine géométrique où les atomes sont capturés, soit une région de plusieurs centimètres cubes en général, tandis que les atomes piégés sont confinés dans un volume près de mille fois plus petit. La principale difficulté qui subsiste réside dans le chargement du piège qui ne peut capturer que des atomes froids, dont la vitesse est inférieure à une vingtaine de mètres par secondes.

Un chargement efficace est obtenu lorsque les atomes provenant d'un jet sont ralentis avant de pénétrer dans le domaine de capture du piège. Cette méthode, utilisée pour réaliser les premiers pièges magnéto-optiques, est employée dans notre expérience.

La généralisation progressive de l'emploi de diodes laser relativement peu coûteuses dans la réalisation de pièges pour certains alcalins, dont les fréquences sont adaptées (césium, rubidium) [Sesko 89], ainsi que la possibilité de produire ces pièges à partir de cellules de verre [Monroe 90] ont simplifié considérablement le dispositif expérimental, ouvrant la voie à de nombreuses expériences utilisant les atomes piégés comme un milieu nouveau aux multiples applications, dont une bonne part est à découvrir [Chu 92] [Wieman 93] [Aspect 94].

### I.b. Principe du piège magnéto-optique

Le premier ingrédient du piège est l'emploi d'un champ magnétique inhomogène présentant un minimum local. Pour simplifier cette présentation, limitons-nous à une dimension d'espace  $z$  dans laquelle évolue un atome hypothétique caractérisé par un niveau fondamental  $F=0$  et un niveau excité  $F'=1$ . Le champ magnétique est linéaire au voisinage de son minimum local :  $B(z) = bz$ . Il lève la dégénérescence des sous-niveaux de l'état excité par effet Zeeman. La figure B.1-1 représente les niveaux d'énergie de l'atome en fonction de sa position.

Le deuxième ingrédient consiste à employer deux faisceaux contrepropageants, dont les polarisations circulaires différentes sont déterminées par l'orientation du champ magnétique. La fréquence  $\omega_l$  des lasers est bien sûr inférieure à la fréquence  $\omega_0$  de la transition : on bénéficie du refroidissement Doppler déjà décrit.

Un atome immobile en O est hors résonance avec chaque faisceau de la même façon : la force moyenne exercée sur lui est nulle.

Plaçons cet atome au point A : la transition  $|F=0, m_F=0\rangle \rightarrow |F'=1, m_F=-1\rangle$  est résonnante, tandis que l'autre transition possible ici,  $|F=0, m_F=0\rangle \rightarrow |F'=1, m_F=+1\rangle$ , est repoussée hors résonance. L'atome en A absorbe donc préférentiellement les photons provenant de droite, polarisés circulairement  $\sigma^-$  : il est ramené vers le centre O. Cette

conclusion s'inverse évidemment si l'on place l'atome en B. Ce piège à une dimension possède bien un mécanisme de rappel et de friction.

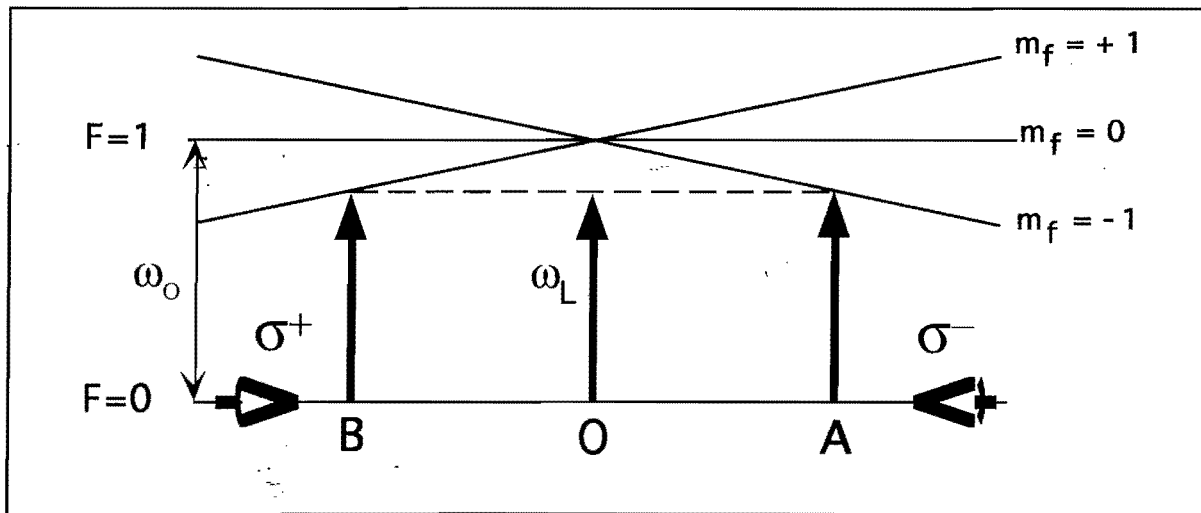


Figure B.1-1 : configuration des niveaux d'énergie pour un piège fonctionnant à partir de  $F=0 \rightarrow F'=1$

La généralisation à trois dimensions est simple : il suffit d'ajouter deux paires de faisceaux supplémentaires dont les polarisations circulaires dépendent du signe du gradient du champ magnétique sur chaque axe (Figure B.1-1).

Pour générer le champ magnétique, on emploie deux bobines en configuration Helmholtz mais dont les courants électriques circulent en sens opposé. Le champ quadripolaire produit au voisinage du centre est de la forme :

$$\vec{B}(\vec{r}) = b \left( z \vec{e}_z - \frac{1}{2} \rho \vec{e}_\rho \right) \quad (\text{B.1-1})$$

$$\text{où} \quad z = \vec{r} \cdot \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \rho = \|\vec{r} - \vec{r} \cdot \vec{e}_z\|$$

Pour les atomes réels employés, le rubidium dans notre expérience, la structure interne est plus complexe et l'on doit ajouter le pompage optique dans la description des processus qui conduisent à la force de rappel. Le piégeage de l'isotope 87 fait intervenir cinq sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental ( $F=2$ ), et sept dans l'état excité ( $F=3$ ). Considérons par exemple un atome initialement au centre du piège dans l'état  $|F=2, m_F=0\rangle$ , mais dérivant à faible vitesse vers le côté des  $z$  croissants. Il absorbe préférentiellement un photon polarisé  $\sigma^-$  provenant de l'onde de droite et passe dans l'état  $|F=3, m_F=-1\rangle$ . La désexcitation de l'atome par émission spontanée, processus dans lequel la polarisation du photon émis est quelconque, tend statistiquement à l'amener vers l'état

$|F=2, m_F=-1\rangle$ . Le pompage optique se poursuit encore plus facilement vers l'état  $|F=2, m_F=-2\rangle$  pour deux raisons essentielles.

D'abord, la probabilité de la transition  $|F=2, m_F\rangle \rightarrow |F'=3, m_F-1\rangle$  est proportionnelle au carré du coefficient de Clebsch-Gordan  $\langle F'=3, m_F-1 | F=2, m_F; 1-1\rangle$  qui augmente lorsque  $m_F$  décroît, alors que la transition  $|F=2, m_F\rangle \rightarrow |F'=3, m_F+1\rangle$  est de moins en moins favorisée pour  $m_F$  négatif (figure B.1-4).

Ensuite, indépendamment du mouvement de l'atome, la transition  $|F=2, m_F\rangle \rightarrow |F'=3, m_F-1\rangle$  est de moins en moins désaccordée (figure B.1-3).

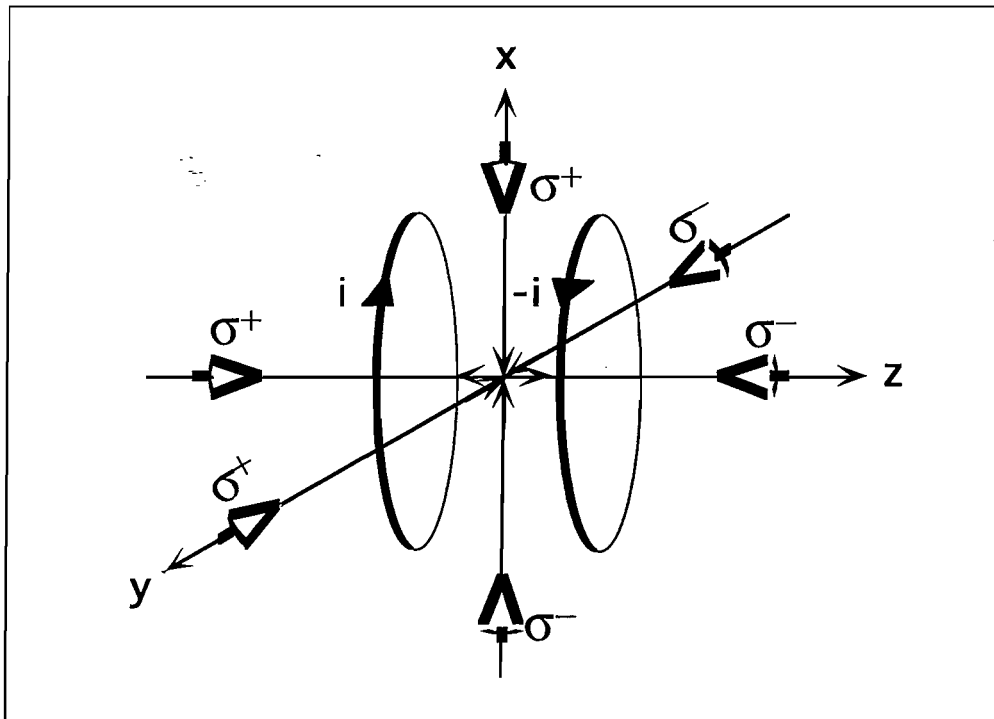


Figure B.1-2 : polarisation des six faisceaux pour un piège à trois dimensions, lorsque les bobines de champ magnétique sont parcourues par les courants  $i$  et  $-i$ . Les petites flèches au centre mentionnent l'orientation du champ magnétique sur chaque demi-axe.

Nous en concluons donc que la multiplicité des sous-niveaux Zeeman du fondamental et le pompage optique qui en résulte améliorent la force de rappel du piège magnéto-optique. Remarquons cependant que les atomes, se déplaçant en dehors de l'axe d'un des faisceaux lasers, voient le champ magnétique varier à la fois en intensité et en direction, ce qui altère fortement le pompage optique. Par exemple, si l'atome se déplace toujours suivant la direction de l'axe  $z$ , mais se trouve déplacé radialement par rapport à cet axe, il subit un champ magnétique ayant des composantes non nulles suivant les axes  $x$ ,  $y$  et

z. Dans la base des niveaux d'énergie Zeeman, l'axe de quantification étant parallèle au champ magnétique, la lumière provenant des z positifs induit des transitions  $\Delta m = +1$  et  $\Delta m = 0$  en plus des transitions  $\Delta m = -1$ , ce qui tend à rééquilibrer les populations des différents sous-niveaux Zeeman.

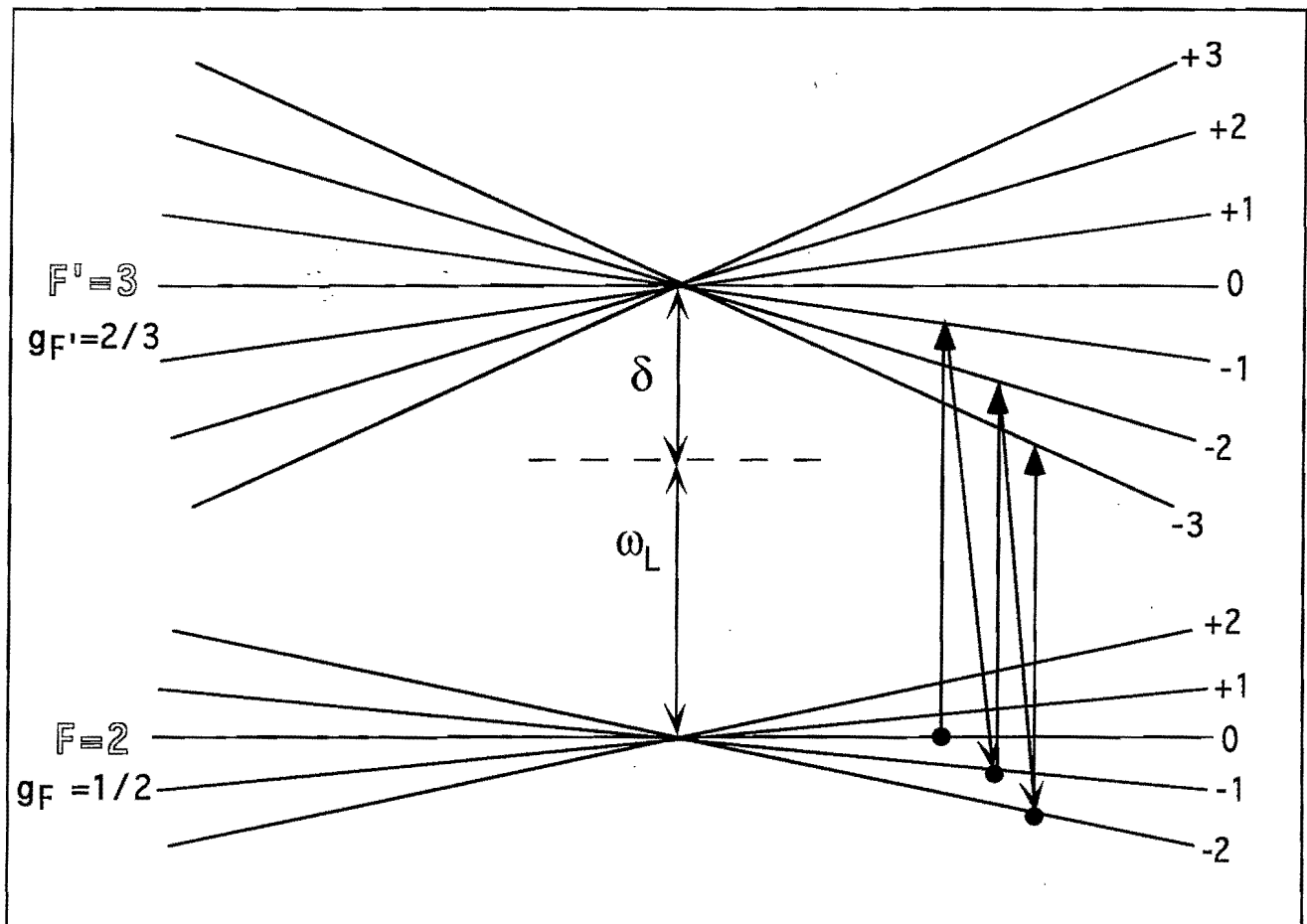


Figure B.1-3 : effet de la multiplicité Zeeman lors du pompage optique (voir texte ci-dessous)

- Soit  $\delta = \omega_L - \omega_0 < 0$  le désaccord sans champ magnétique.

En présence du champ magnétique, pour un atome immobile, le désaccord devient :

$$\Delta = \delta - (\Delta\omega_2 - \Delta\omega_1) \quad \text{où} \quad \Delta\omega_2 = B \Omega g_{F'} m_{F'} \quad \text{et} \quad \Delta\omega_1 = B \Omega g_F m_F$$

correspondent à la variation des niveaux d'énergie par effet Zeeman.

$B$  est le champ magnétique,  $\Omega$  la pulsation de Larmor,  $g_F$  et  $g_{F'}$  les facteurs de Landé des niveaux de l'état fondamental et de l'état excité (cf. Annexe II).



- Pour les transitions  $\sigma^-$ , favorisées quand  $B$  est positif :

$$\Delta = \delta + B \Omega [g_{F'} - m_F (g_{F'} - g_F)] .$$

Puisque  $g_{F'} - g_F$  est positif, le deuxième terme augmente lorsque  $m_F$  décroît et donc l'écart à résonance se réduit (dans l'hypothèse où le désaccord global reste négatif) au fur et à mesure que l'atome est pompé vers l'état ( $F = 2$   $m_F = -2$ ).

- Pour les transitions  $\sigma^+$ , favorisées quand  $B$  est négatif :

$\Delta = \delta - B \Omega [g_{F'} + m_F (g_{F'} - g_F)]$  et le même raisonnement peut être appliqué lorsque  $m_F$  croît.

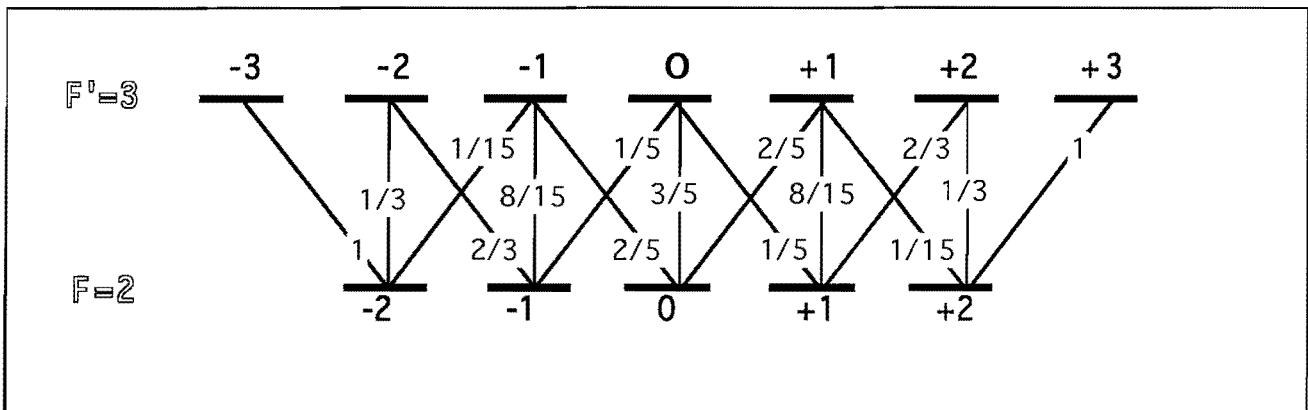


Figure B.1-4 : carrés des coefficients de Clebsch-Gordan relatifs à la transition fermée  $F=2 \rightarrow F'=3$  du Rb 87

## II - Modélisation du mécanisme de piégeage

### II.a. Motivations

Le nombre d'atomes que peut piéger simultanément notre dispositif résulte de l'équilibre entre l'alimentation et les pertes du piège magnéto-optique.

L'alimentation est fournie par le jet d'atomes ralentis selon le dispositif précédemment décrit (§A). Un atome est capturable par le piège si sa vitesse initiale est suffisamment faible pour qu'un freinage efficace puisse le stopper sur une distance restreinte qui est de l'ordre du diamètre  $d$  des faisceaux laser de piégeage. Cet atome est ensuite ramené au centre du piège, au voisinage de l'endroit où s'annule le champ magnétique. Comme il a été mentionné, la vitesse de capture  $v_{cap}$  du piège dépend de nombreux paramètres : une intégration numérique ou une simulation Monte-Carlo sont à nouveau nécessaires lorsque l'on veut en étudier la dépendance.

On obtient l'ordre de grandeur de la vitesse de capture en écrivant que la distance nécessaire pour stopper un atome de vitesse  $v_{cap}$ , au moyen d'une force égale à la moitié de la force maximale de pression de radiation, est de l'ordre du rayon  $\frac{d}{2}$  du domaine de capture [Steane 92] :

avec une accélération effective

$$a = \frac{\hbar k \Gamma}{4 m} = 5,7 \cdot 10^4 \text{ m / s}^2 \quad (\text{B.II-1})$$

un ordre de grandeur pour  $v_{cap}$  est, avec  $d = 1,2 \text{ cm}$

$$v_{cap} \sim \sqrt{ad} \sim 26 \text{ m / s} \quad (\text{B.II-2})$$

Les pertes sont dues aux collisions qui produisent des atomes dont la vitesse est supérieure à la vitesse d'échappement  $v_e$ . Cette dernière est de l'ordre de  $v_{cap}$  et dépend, dans une légère mesure, de la direction dans laquelle s'échappe l'atome. Deux types principaux de collisions surviennent : les collisions rapides, entre un atome piégé et un atome du gaz résiduel de l'enceinte ultravide, et les collisions lentes entre atomes piégés.

Dans la stratégie visant à obtenir le piège possédant la vitesse de capture la plus élevée, pour maximiser le nombre d'atomes piégés, tout est subordonné à la puissance disponible pour les faisceaux laser. Pour que la force exercée puisse approcher la force de saturation, il faut que l'intensité laser par faisceau soit de l'ordre ou supérieure à cinq fois l'intensité de saturation résonnante ( $8 \text{ mW/cm}^2$  par faisceau minimum). On réalise alors, en

fonction de la puissance totale disponible, des faisceaux dont le diamètre est le plus important possible pour maximiser  $v_{cap}$ , d'après la relation (B.II-2).

Le désaccord  $\delta$  des faisceaux par rapport à la transition atomique est de sorte que :

$$\delta \sim k v_{cap} \quad (\text{B.II-3})$$

Un atome de vitesse  $v_{cap}$  entre ainsi progressivement à résonance avec l'onde opposée à son mouvement, au fur et à mesure qu'il s'approche du centre du piège.

Finalement, l'ordre de grandeur pour le gradient  $b$  du champ magnétique est celui qui fournit une force de rappel maximale pour un atome immobile situé à la périphérie du piège :

$$b d \sim \delta \Rightarrow b \sim k \sqrt{\frac{a}{d}} \quad (\text{B.II-4})$$

On montre ainsi que le gradient optimal décroît avec la taille des faisceaux laser.

Puisque les flux d'atomes entrant et sortant du piège dépendent d'une manière cruciale des vitesses  $v_{cap}$  et  $v_e$ , il est utile de vérifier la vitesse prédite par la simple relation (B.II-2). Un modèle unidimensionnel d'atomes à deux niveaux ignorant les effets de champ magnétique permet déjà d'obtenir une vitesse de capture sous évaluée de 35% par rapport aux valeurs déduites de l'expérience, et surtout de reproduire le comportement de  $v_{cap}$  en fonction de la taille des faisceaux, l'intensité et le désaccord du laser piège [Lindquist 92].

Nous prenons un modèle à 4 niveaux ( $F=0$  ;  $F=1$   $m_F = -1, 0, 1$ ) de manière à inclure le champ magnétique, ce qui permet de visualiser le piégeage et d'obtenir son temps caractéristique.

## II.b. Forces séculaires

Dans le paragraphe A, nous avons montré que, moyennant certaines conditions, l'action mécanique d'une onde laser plane sur l'atome correspond à une force moyenne séculaire :

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (\text{B.II-5})$$

où  $s$  est le paramètre de saturation.

La difficulté réside ici dans la présence de multiples ondes laser qui contribuent toutes à la saturation de chaque transition (dans ce modèle, les trois transitions possibles sont polarisées  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  et  $\pi$ ). De plus, les interférences entre ces ondes, cohérentes entre elles,

produisent des gradients de polarisation et d'intensité dont l'échelle de variation est la longueur d'onde optique. Ceci affecte profondément le comportement des atomes piégés et d'autres mécanismes, qui améliorent le fonctionnement du piège, apparaissent [Cohen-Tannoudji 90], [Drewsen 94]. Ils ont donné lieu à l'observation de températures sub-Doppler, phénomène d'abord observé sur les mélasse optiques [Lett 88] puis sur les pièges magnéto-optiques [Monroe 90]. Il semble que ces effets n'interviennent que pour les très faibles vitesses des atomes déjà piégés ( $v \leq 1 \text{ m/s}$ ) et ne soient pas à prendre en compte dans le processus de capture.

Dans notre modèle, la force exercée sur l'atome est la somme des six forces appliquées indépendamment par chaque faisceau :

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^6 \left( \sum_{\sigma=-1,0,1} \bar{F}_i^{\sigma} \right) \quad (\text{B.II-6})$$

Il faut évidemment, pour chaque faisceau, sommer sur les trois transitions possibles,  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  et  $\pi$ . On a :

$$\bar{F}_i^{\sigma} = \hbar \bar{k}_i \frac{\Gamma}{2} \frac{s_i^{\sigma}}{1 + s_i^{\sigma}} \quad (\text{B.II-7})$$

où  $\bar{k}_i$  représente le vecteur d'onde de l'onde  $i$  et  $s_i^{\sigma}$  le paramètre de saturation de la transition polarisée  $\sigma$  par le faisceau  $i$ . Le paramètre  $s_i^{\sigma}$  dépend de la position où se trouve l'atome, puisque l'on prend en compte l'effet Zeeman qui déplace la résonance de  $\omega_z = 1,4 \text{ MHz}$  par Gauss pour les transitions polarisées circulairement. Ce déplacement correspond à celui de la transition réelle ( $F = 2 \ m_F = 2 \rightarrow F' = 3 \ m_F = 3$ ) du rubidium 87.

Le gradient de champ magnétique  $b$ , sur l'axe  $z$ , est usuellement de l'ordre de 10 Gauss/cm. L'effet Doppler est également inclus dans le calcul de  $s_i^{\sigma}$ , qui s'exprime de la façon suivante :

$$s_i^{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{(\Omega_i^{\sigma}(\bar{r}))^2}{\left[ (\omega_L - \bar{k}_i \cdot \bar{v}) - (\omega_0 + \sigma \omega_z B(\bar{r})) \right]^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (\text{B.II-8})$$

avec  $\sigma = -1, 0$  ou  $1$  pour une transition  $\sigma^-$ ,  $\pi$  ou  $\sigma^+$ .

L'atome de vitesse  $\bar{v}$  est soumis au champ magnétique  $\bar{B}(\bar{r})$  de l'équation (A.I-1), dont le module vaut :

$$B(\bar{r}) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}}{2} b \quad (\text{B.II-9})$$

La fréquence de Rabi effective  $\Omega_i^\sigma$  est le produit de la fréquence de Rabi due à l'intensité de l'onde  $i$  (profil Gaussien), par un coefficient traduisant la projection de la polarisation incidente sur la polarisation locale de la transition  $\sigma$  considérée. Ce coefficient est donc le module du produit scalaire entre les vecteurs de Jones des polarisations de l'onde  $i$  et de la transition  $\sigma$  dans la base locale qui est définie par l'orientation du champ magnétique :

$$\Omega_i^\sigma(\vec{r}) = \Omega_i(\vec{r}) \left| \langle \vec{J}_i, \vec{e}_\sigma(\vec{r}) \rangle \right| \quad (\text{B.II-10})$$

où

$$\langle \vec{J}_i, \vec{e}_\sigma(\vec{r}) \rangle = \vec{J}_i^* \cdot \vec{e}_\sigma(\vec{r}) \quad (\text{B.II-11})$$

Pour un atome entrant dans la zone du piège avec une vitesse de l'ordre de 10 m/s, l'interaction avec une onde laser est généralement privilégiée, ce qui justifie l'emploi de ce modèle d'addition incohérente des forces séculaires pour estimer la vitesse de capture du piège. Les effets d'interférences entre faisceaux deviennent prépondérants pour un atome en équilibre, proche du centre et de très faible vitesse. Notre modèle simplifié ne permet donc pas de prévoir l'équilibre dynamique entre fluctuation et dissipation radiatives pour les atomes piégés, par exemple.

### II.c. Processus de capture

Dans un premier temps on vérifie que, pour une atome immobile, la force  $\vec{F}$  est une force de rappel (Figure B.II-1). Pour un atome en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$ , le champ des vecteurs  $\vec{F}$  est décalé dans la direction opposée à  $\vec{v}$ . Ceci apparaît lorsque l'on compare les figures B.II-2 (a), (b), (c) et (d). Ensuite, on obtient les trajectoires atomiques au cours du piégeage par intégration numérique :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{v} \\ \frac{\vec{F}}{m} \end{pmatrix} \quad (\text{B.II-12})$$

Un exemple de trajectoire est représenté à la Figure B.II-3. Pour les paramètres de fonctionnement habituels ( $b = 10$  Gauss/cm, intensité de 30 mW par faisceau, diamètre des faisceaux de 12 mm), l'amortissement est important (absence d'oscillations).

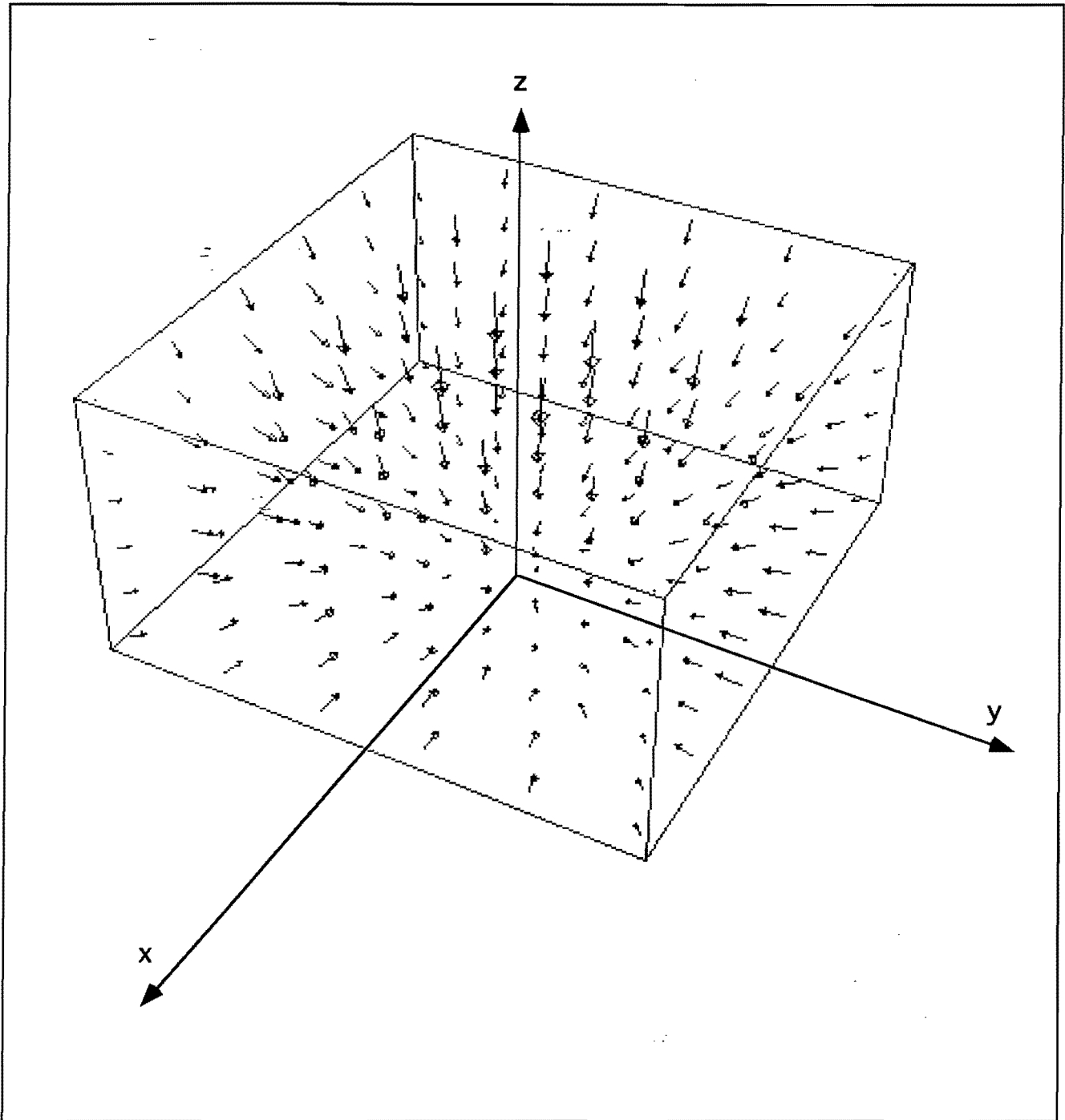


Figure B.II-1 : Champ des forces radiatives s'exerçant sur un atome immobile, dans le demi-espace ( $z > 0$ )

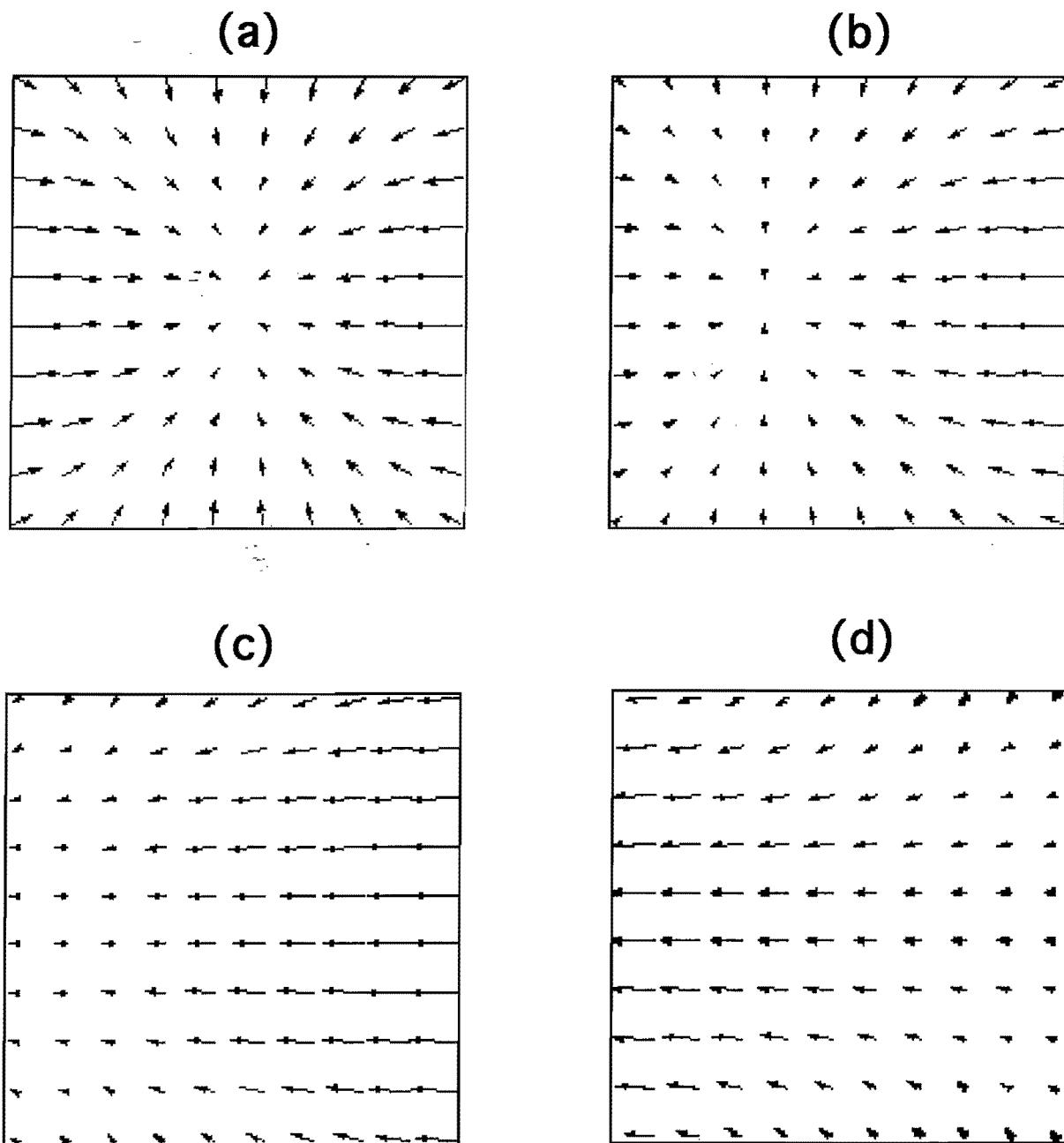


Figure B.II-2 : Champ des forces radiatives dans le plan  $(z,x)$ .

(a) : pour un atome immobile. On remarque que les lignes d'action des forces ne passent pas forcément par le centre du piège.

(b) : pour un atome animé d'une vitesse  $v_z = 2 \text{ m/s}$

(c) :  $v_z = 10 \text{ m/s}$

(d) :  $v_z = 30 \text{ m/s}$

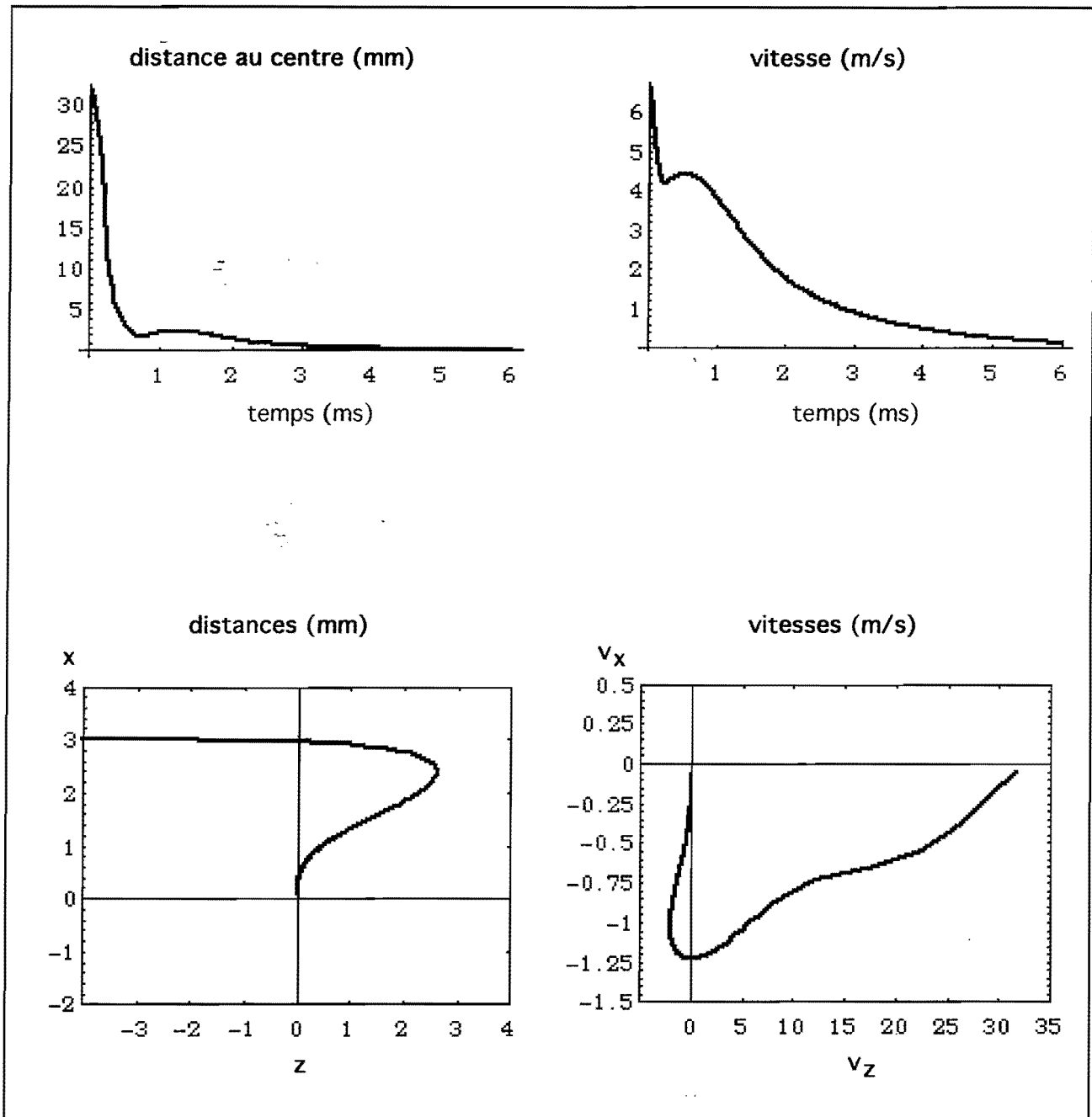


Figure B.II-3 : visualisation de la phase de capture. Les paramètres définissant le piège sont les mêmes que précédemment. L'atome est initialement placé au point de coordonnées  $(-6 ; 3 ; 3)$  mm avec une vitesse de 33 mètres par seconde dirigée suivant l'axe  $(z)$ . Une estimation raisonnable de la vitesse de capture moyenne du piège est obtenue.

Le temps de piégeage est rapide (inférieur à 5 ms). Le fait de disposer d'une forte intensité pour les faisceaux pièges permet de capturer des vitesses atteignant 35 mètres par seconde : dans ce régime d'intensités laser, la simple expression (B.II-2) donne un ordre de grandeur correct. Ce n'est pas le cas lorsque l'intensité par faisceau est de l'ordre ou



---

inférieure à l'intensité de saturation : les vitesses de captures sont alors comprises entre 10 et 20 mètres par seconde [Grison 92].

Pour calculer la vitesse d'échappement  $v_e$ , on place au centre du piège un atome dont on fait croître la vitesse jusqu'à libération. On obtient, pour notre piège, une valeur caractéristique de 27 m/s .

### III - Dispositif expérimental

#### III. a. La chambre ultravide

Rappelons que l'obtention d'un excellent vide dans la chambre où sont piégés les atomes est primordiale. Les collisions entre atomes piégés et atomes du gaz résiduel limitent le temps de vie  $\tau$  du piège. Dans le modèle le plus simple, le nombre d'atomes piégés  $N_{st}$ , est déterminé par la solution stationnaire de l'équation :

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau} \quad (\text{B.III-1})$$

soit

$$N_{st} = R \tau \quad (\text{B.III-2})$$

où  $R$  est le taux de chargement du piège.

Dans le régime des vides secondaires entre  $10^{-7}$  torr et  $10^{-9}$  torr, améliorer d'un facteur 10 la qualité du vide permet de gagner un ordre de grandeur sur le nombre d'atomes piégés, puisque les collisions avec les atomes du gaz résiduel prédominent. Dans le domaine ultravide (pressions inférieures à  $10^{-9}$  torr), les collisions entre atomes piégés peuvent être le facteur limitant [Kanawaka 93] [Smith 92] mais il existe des stratégies qui permettent d'en atténuer l'importance [Ketterle 93] [Anderson 95] [Wallace 95]. La présence de ces processus à deux corps invalide la description simple (B.III-1).

Notre chambre ultravide a été conçue avec des dimensions importantes (couvercle supérieur de diamètre 450 mm), de façon à pouvoir introduire une cavité optique directement autour du nuage d'atomes froids. Cette chambre est réalisée en inox 316 (amagnétique), avec un poli électrolytique. L'étuvage de l'enceinte, nécessaire à l'obtention de l'ultravide, est effectué grâce à quatre lampes disposées à l'intérieur. Une partie du pompage (gaz inertes, notamment) est assurée par une pompe ionique ayant une vitesse de pompage de 100 litres par seconde. Pour descendre à des pressions inférieures à  $10^{-9}$  torr, nous avons dû rajouter une pompe à sublimation de Titane, très efficace dans le régime ultravide : une électrode vaporise périodiquement une petite quantité de Titane, lequel se combine chimiquement avec les gaz résiduels, sur la chambre interne de la pompe. La pression résiduelle descend ainsi vers  $10^{-11}$  torr lorsque l'enceinte est isolée de la partie sous vide secondaire. Dans les conditions expérimentales, la pression remonte à quelques  $10^{-10}$  torr.

Plusieurs fenêtres traitées antireflet permettent de nombreux accès à la zone du piège (3 hublots CF 150 sur les côtés, 2 hublots CF 100 en haut et en bas, 8 hublots CF 35 à l'horizontale et à 45°).

Les deux bobines créant le champ magnétique quadripolaire pour le piège sont également disposées dans la chambre ultravide, perpendiculairement au jet atomique. Elles sont constituées de huit tours de tube de cuivre de trois millimètres de diamètre et sont séparées de  $2d = 50$  millimètres. Elles peuvent être refroidies par circulation d'eau ou d'air comprimé à l'intérieur des tubes, ce qui permet de faire passer un courant de  $I = 20$  ampères. Le champ magnétique sur l'axe  $\bar{z}$  commun aux deux bobines vaut, dans la configuration de la figure B.I-2 :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \sum_{i=1}^8 a_i^2 \left\{ \left[ (d+z)^2 + a_i^2 \right]^{-3/2} - \left[ (d-z)^2 + a_i^2 \right]^{-3/2} \right\} \quad (\text{B.III-3})$$

où la sommation est effectuée sur les huit spires de rayon  $a_i$ .

On vérifie, sur le graphique qui suit, la linéarité du champ magnétique sur une région  $\pm 1,5$  cm autour du centre qui englobe largement le piège. Le gradient usuel sur l'axe des bobines est de 10 Gauss par cm.

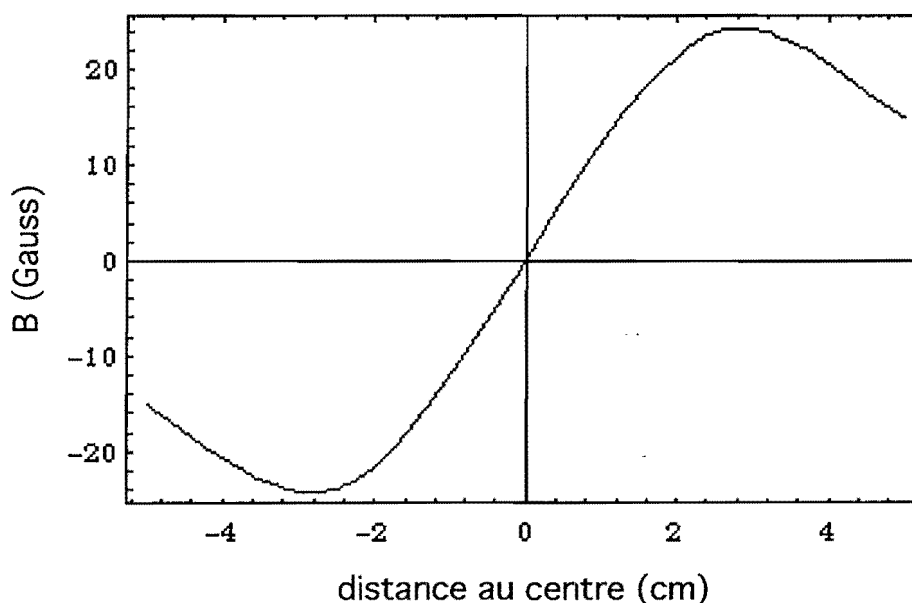


Figure B.III-1 : Champ magnétique dans la région centrale du piège.

### III. b. Choix des lasers du piège

La taille maximale pour les faisceaux est de l'ordre de 12 mm lorsque la cavité interférométrique, détaillée plus loin, est placée autour du piège. Pour saturer la transition, une intensité de 20 mW/cm<sup>2</sup> par faisceau est requise, ce qui conduit à l'utilisation d'un laser devant délivrer une centaine de milliwatts au minimum.

Nous avons tout d'abord employé un laser saphir dopé au Titane, obtenu en modifiant un laser à colorant commercial Spectra Physics 380 D. Le pompage de ce laser est effectué par un laser à argon ionisé Coherent Innova 200. La puissance totale disponible pour le piège était typiquement de 150 mW, puissance séparée en trois voies. Chaque faisceau est polarisé circulairement, de façon appropriée par rapport au champ magnétique (figure B.I-2), à l'aide de lames quart d'onde. Les faisceaux sont dirigés vers le centre du piège selon trois directions orthogonales. Chaque faisceau traverse ensuite une deuxième lame quart d'onde, dont l'orientation n'a pas d'importance, puis est rétro-réfléchi vers le centre du piège de façon à réaliser la configuration  $\sigma^+ / \sigma^-$ .

Par la suite, la nécessité de réserver aux études de bruit quantique deux lasers Titane - Saphir, dont on sait qu'ils produisent un faisceau proche d'un état cohérent au bruit quantique standard, nous a amené à concevoir (à la fin de l'année 94) un système de piégeage différent, employant uniquement des diodes laser. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure B.III-2. Les faisceaux servant à piéger les atomes sont générés à présent par deux diodes monomodes Spectra Diodes Lab à puits quantiques (réf. SDL-5411-H2) pouvant délivrer à 780 nm une puissance de 100 mW chacune. Notons qu'elles comprennent un minuscule élément Peltier incorporé à leur boîtier : la stabilisation de la température de la jonction est excellente. Ces deux diodes ont une largeur en fonctionnement libre qui est, à puissance maximale, de l'ordre de 5 MHz. Elles sont injectées par un faisceau optique provenant d'un oscillateur maître [Yu 92]. Ce dernier est une diode laser monomode Hitachi à double hétérojonction (réf. HL 7851G) délivrant 50 mW à 783 nm, affinée spectralement en-dessous du MHz et accordée en fréquence par un couplage avec une cavité étendue comprenant un réseau (système décrit au §AIII). Nous avons vérifié, en mesurant le spectre de battement de deux sources de ce type, que la largeur résiduelle était inférieure au MHz. La puissance disponible en sortie du laser "maître" stabilisé est de 28 mW. La répartition des faisceaux "esclaves" permet de disposer sur chaque voie, au niveau du piège, de 30 mW sur un diamètre de 12 mm (correspondant à une intensité au centre du faisceau d'environ 25 mW/cm<sup>2</sup>).

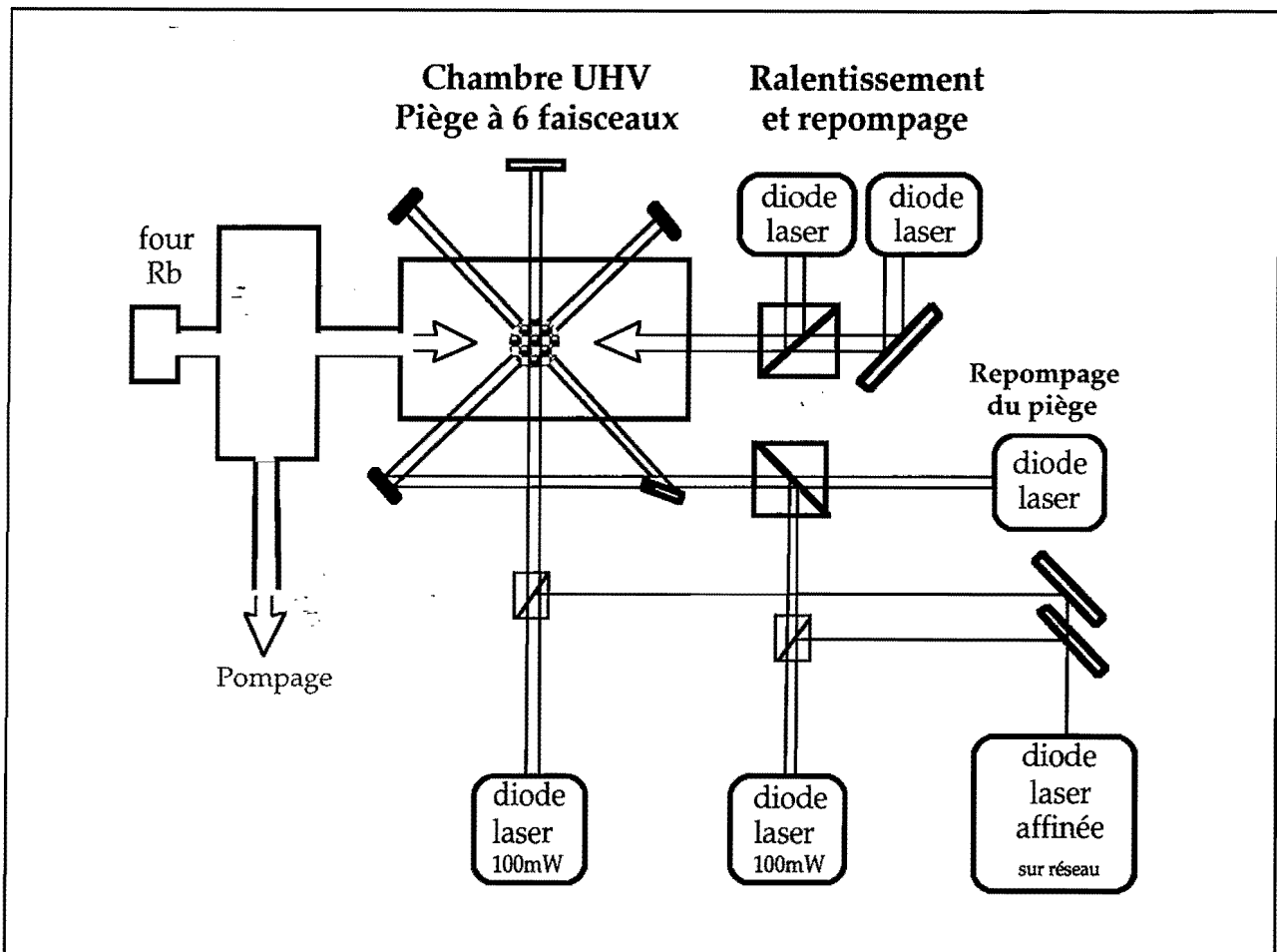


Figure B.III-2 : schéma de l'ensemble du dispositif de piégeage

### III. c. Asservissement de la fréquence d'un laser maître et injection de deux lasers de puissance.

Nous allons décrire plus précisément notre dispositif. La laser maître doit être verrouillé à une vingtaine de MHz vers le rouge de la transition  $5S_{1/2} F=2 \rightarrow 5P_{3/2} F'=3$  du rubidium 87. Pour ce faire (Figure B.III-3), une partie du faisceau sortant du laser maître est décalée en fréquence à l'aide d'un modulateur acousto-optique A.A. MP 25 réglé en double passage, puis permet d'obtenir un signal d'absorption saturée dans une cellule de rubidium. Le décalage en fréquence par l'acousto-optique est réglable entre 85 et 105 MHz pour un simple passage. Si l'on verrouille le laser lorsque le signal d'absorption saturée passe sur la résonance de croisement ("cross-over")  $F=2 \rightarrow F'=1 / F'=3$ , située à 212 MHz vers le rouge de la transition  $F=2 \rightarrow F'=3$ , le laser maître possède une

fréquence proche de la résonance  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  avec un désaccord ajustable vers le rouge compris entre une demie et sept largeurs naturelles. L'asservissement est réalisé au moyen d'une technique de spectroscopie FM (Figure B.III-4) : le courant qui alimente la diode laser est modulé, avec une faible amplitude, à la fréquence de 20 MHz. Puisqu'une variation de courant dans la jonction provoque une variation de la fréquence d'émission du laser, on produit ainsi une modulation de cette fréquence, ce qui correspond spectralement à l'apparition de bandes latérales espacées de 20 MHz autour de la fréquence d'émission moyenne. Les deux bandes latérales principales, antisymétriques autour de la fréquence moyenne, permettent d'obtenir un signal d'erreur de bonne qualité (rapport signal sur bruit important, plage de verrouillage de l'ordre de 20 MHz) après passage dans la cellule de rubidium, et démodulation du signal reçu sur le photodétecteur. (Figure B.III-5).

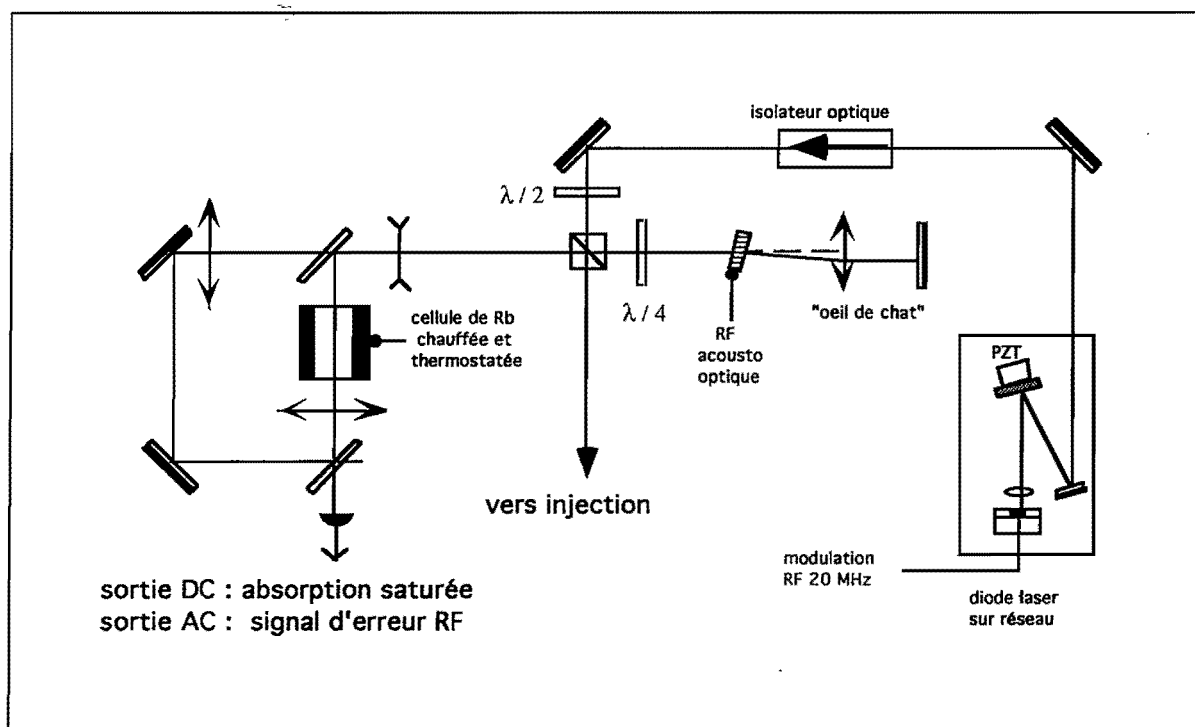


Figure B.III-3 : réalisation du laser "maître"

Pour obtenir le meilleur signal d'absorption saturée possible, et ainsi un bon rapport signal sur bruit pour le signal d'erreur, on emploie un ensemble compact de lentilles (divergente, convergentes) qui produit des faisceaux pompe et sonde dont la taille est de l'ordre du diamètre de la cellule de rubidium. De plus, cette cellule est chauffée et

thermostatée à une température de 55°C : la pression partielle de rubidium augmente et l'absorption totale croît encore d'un facteur compris entre deux et trois.

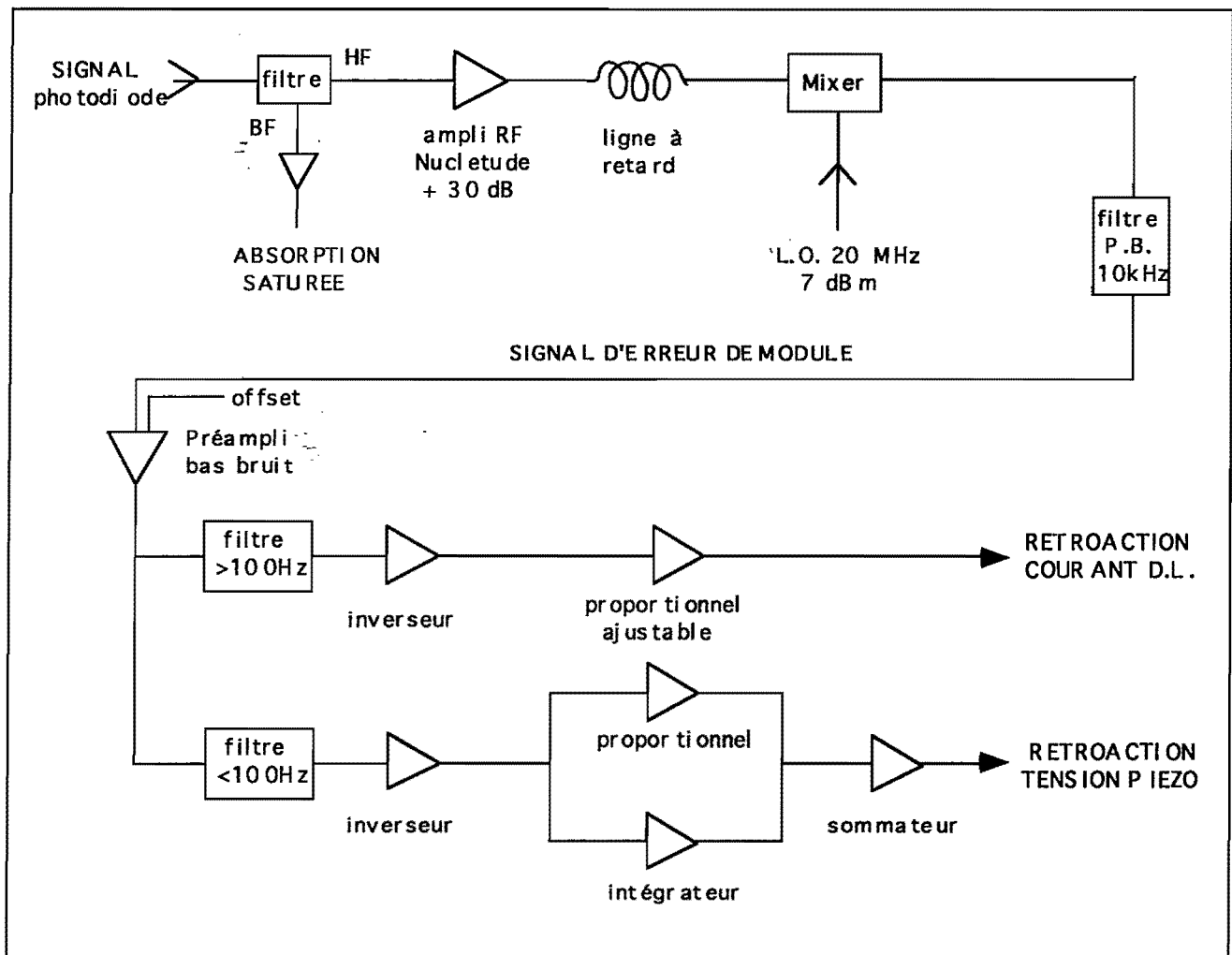


Figure B.III-4 : asservissement du laser maître

Le signal d'erreur est utilisé pour compenser tant les fluctuations rapides que les dérives lentes de la fréquence d'émission du laser maître. Les fluctuations rapides proviennent essentiellement du bruit acoustique. Les dérives lentes sont dues à des variations thermiques de l'environnement qui affectent la longueur de la cavité étendue, définie par la position du réseau par rapport à la diode, tout comme le point de fonctionnement des composants électroniques de l'alimentation. La partie acoustique du signal d'erreur (fréquences supérieures à 100 Hz) sert à réagir sur le courant

d'alimentation de la diode : la réponse à la correction  $y$  est quasi-instantanée, mais l'amplitude de la correction doit rester faible.

La partie très basse fréquence permet de modifier la tension appliquée à la céramique piézo-électrique, sur laquelle est placé le réseau. Pour compenser des dérives importantes, la présence d'un intégrateur est indispensable : un proportionnel seul ne permet pas de garder le point de consigne initial. Nous avons vérifié l'efficacité du dispositif d'asservissement et effectué une optimisation des gains des amplificateurs de contre-réaction en analysant, avec un module FFT ("Fast Fourier Transform"), le signal d'erreur démodulé. Lorsque les deux étages d'asservissement sont mis en marche, le niveau de bruit est abaissé de façon très nette (Figure B.III-6). Notre laser maître ainsi asservi peut rester verrouillé sur la fréquence choisie pendant plusieurs heures, durant le fonctionnement du piège magnéto-optique. Les fluctuations résiduelles de la fréquence centrale sont inférieures à 250 kHz.

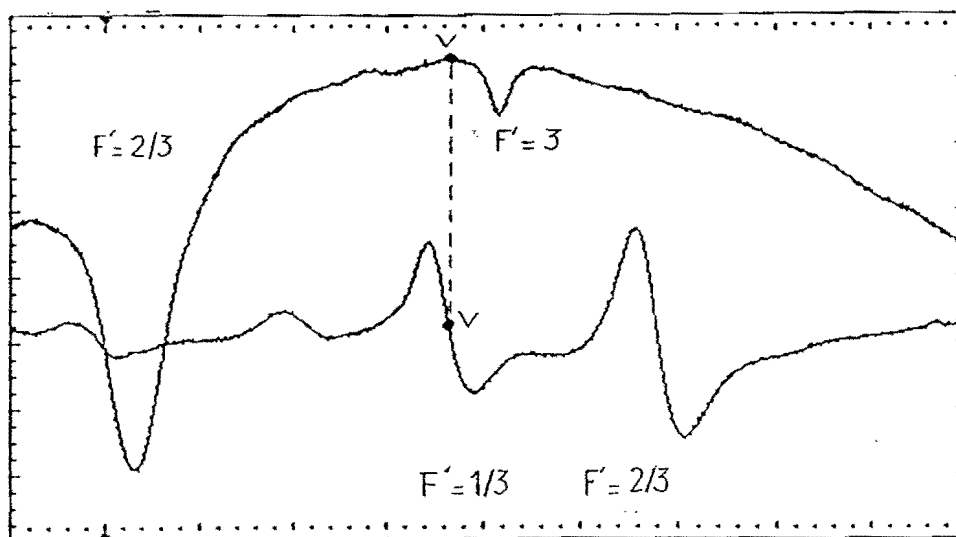


Figure B.III-5 : Pour illustrer le principe de l'asservissement, la courbe supérieure est un signal d'absorption saturée annexe obtenu à partir de la fraction du faisceau maître qui n'est pas décalée par l'acousto-optique, tandis que la courbe inférieure représente le signal d'erreur produit après double passage dans l'acousto-optique. Le verrouillage (V) sur le croisement  $F=2 \rightarrow F'=1/3$  permet d'asservir le faisceau non décalé, disponible pour l'injection, à quelques largeurs naturelles au rouge de la transition  $F=2 \rightarrow F'=3$



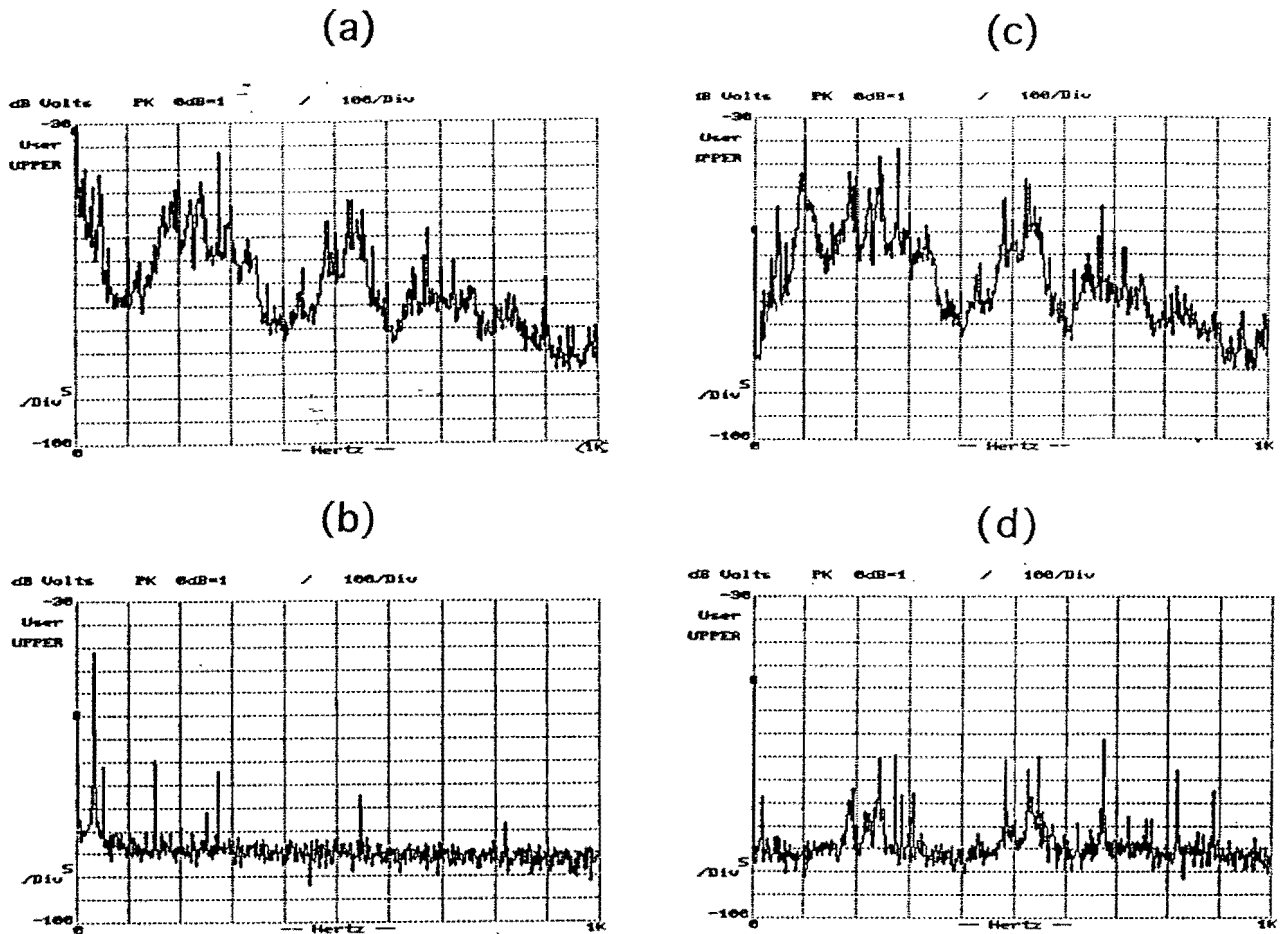


Figure B.III-6 : Spectres de bruit du signal d'erreur démodulé, pour des fréquences d'analyse comprises entre 0 et 1kHz. Le spectre (a) correspond au bruit présent en l'absence d'asservissement, lorsque la fréquence de la diode laser est calée manuellement de façon à placer le signal d'erreur au centre du cross-over 1/3. Le spectre (b) donne le bruit électronique, quand on coupe la lumière arrivant sur le photodétecteur. Lorsque l'on asservi exclusivement au moyen de l'intégrateur, on abaisse le bruit aux fréquences inférieures à 100 Hz : spectre (c). Le spectre (d) présente la diminution du bruit réalisée sur l'ensemble des fréquences, quand l'asservissement complet est optimisé.

La partie du faisceau maître qui ne passe pas à travers le modulateur acousto-optique sert à l'injection des deux diodes de puissance (Figure B.III-7). Cette injection se fait au niveau du cube de sortie de l'isolateur optique de chacune des diodes. Il est ainsi possible d'injecter une puissance de plusieurs milliwatts en minimisant les pertes de couplage et les réflexions optiques vers le laser maître. Cette puissance d'injection importante est nécessaire, car les deux diodes de puissance utilisées présentent un saut de mode de part et d'autre de la transition atomique du rubidium, lorsqu'elles fonctionnent librement.

Pour contrôler l'injection, une lame de verre dirige environ 5% de chaque faisceau "esclave" vers un Fabry-Pérot confocal. Dans un premier temps, seule la fréquence du laser maître est balayée, sur plus d'un intervalle spectral libre du Fabry-Pérot (750 MHz). Lorsqu'une diode, puis l'autre, commencent à être injectées, on voit apparaître un pic principal accompagné de petits pics provenant de modes parasites. Ces derniers sont éliminés progressivement en soignant l'alignement des faisceaux d'injection. L'injection reste stable habituellement pendant la durée d'une expérience. D'une journée à l'autre, seul un léger ajustement est nécessaire. Pour le bon fonctionnement du piège magnéto-optique, nous avons vérifié la cohérence des deux diodes laser injectées en recombinaison à l'aide d'une lame séparatrice les deux faisceaux issus de ces diodes.

L'existence de franges d'interférences stables, (Figure B.III-8) apparaissant uniquement lorsque les deux diodes sont injectées, montre directement la cohérence complète entre ces deux faisceaux, induite par l'injection du laser maître.

Pour obtenir des faisceaux piège de bonne qualité optique avec les diodes de puissance Spectra, on emploie pour chacune un objectif de collimation Melles Griot réf.06GLC002, de focale 8mm et d'ouverture numérique 0,5. L'emploi d'objectifs de focales plus courtes produit des faisceaux très aberrants. En sortie de collimation, on place une paire de prismes anamorphoseurs traités anti-reflets, puis un télescope 200 x 500 produisant des faisceaux de 18 mm de diamètre légèrement convergents. Ces faisceaux ne sont pas dégradés par les aberrations sur plus de cinq mètres.

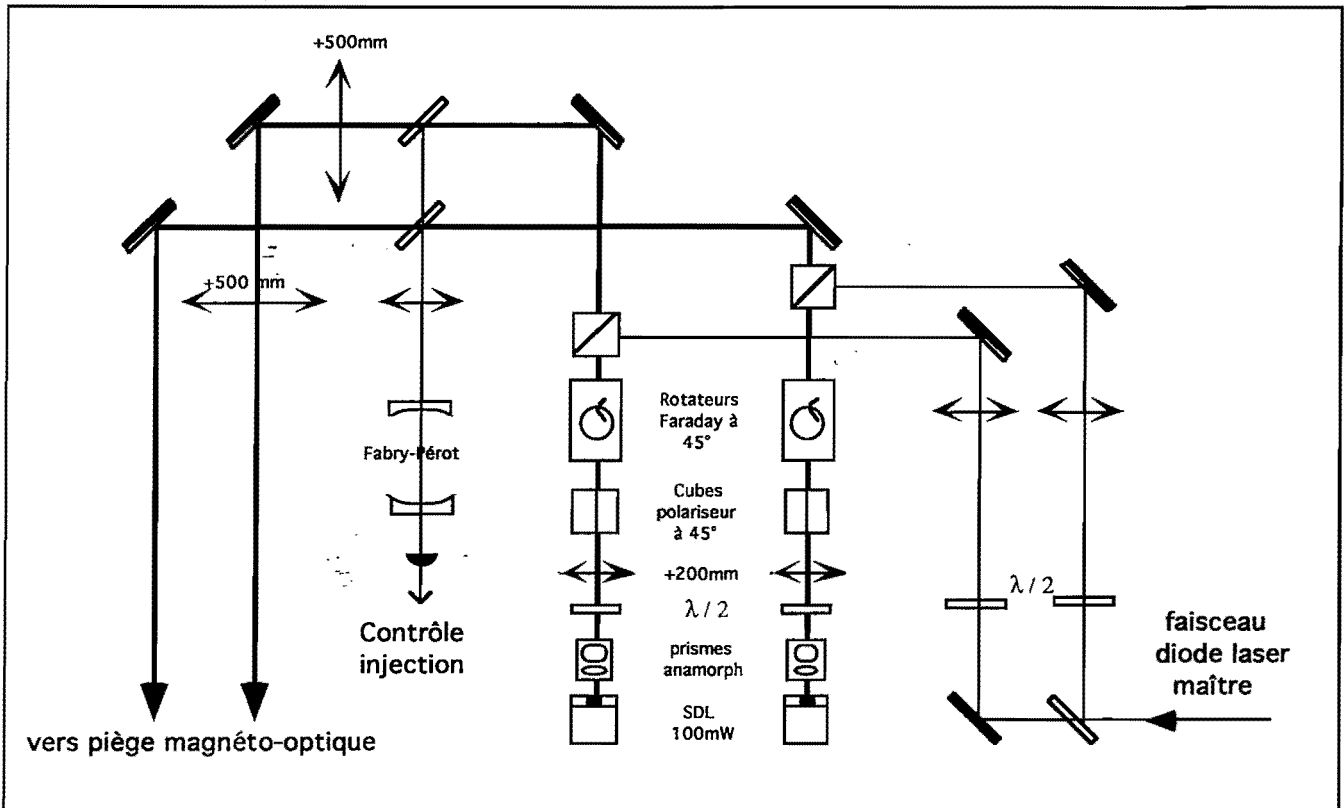


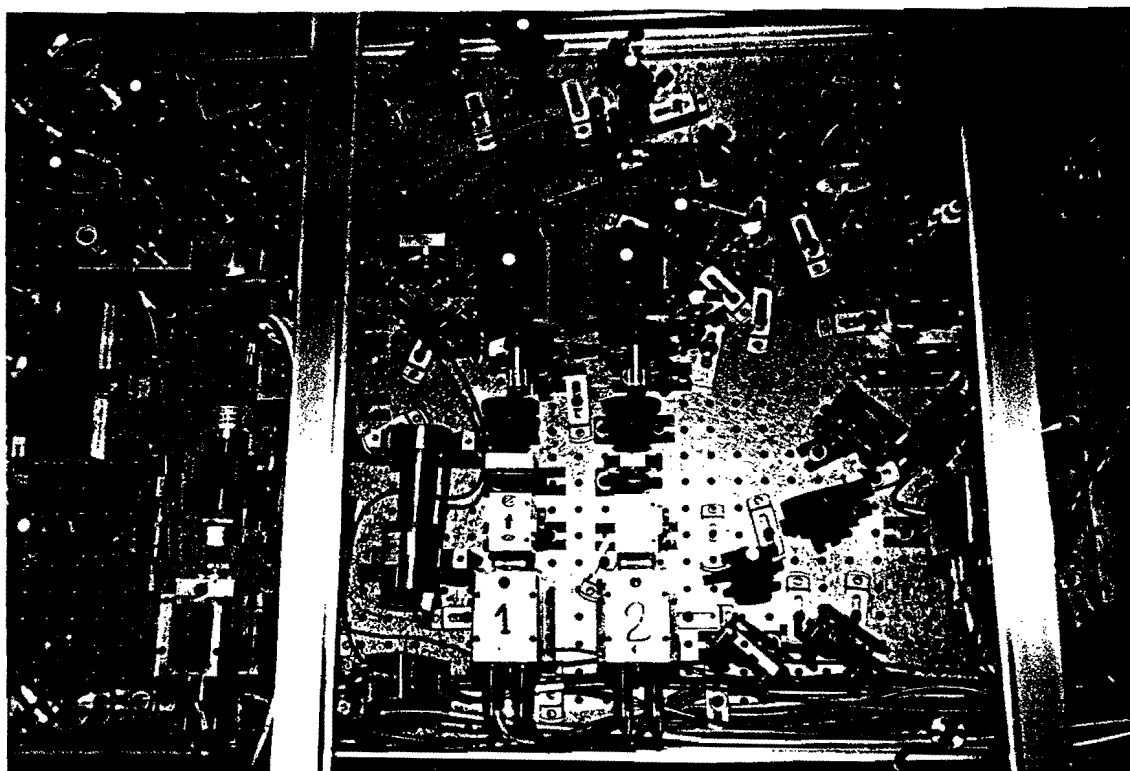
Figure B.III-7 : Injection optique des diodes et mise en forme des faisceaux pour le piège.



Figure B.III-8 : Franges d'interférences produites par les faisceaux provenant des deux diodes injectées. Pour les faire apparaître, on dispose une lentille faiblement convergente sur l'une des voies. avant mélange par une lame séparatrice.

Le mécanisme de piégeage, tout comme le ralentissement, nécessite la présence d'un laser de repompage. Nous avons choisi de repomper en utilisant la transition  $D_1$  ( $5S_{1/2} F=1 \rightarrow 5P_{1/2} F'=2$ ) située à 795 nm, car les raies  $D_1$  sont moins nombreuses et la transition sur laquelle on veut se verrouiller se distingue nettement : on obtient un signal d'erreur de bon rapport signal sur bruit, en employant une cellule chauffée et des faisceaux pompe et sonde de grand diamètre comme pour le laser maître. Son faisceau est superposé à celui de l'un des lasers piégeants au moyen d'une séparatrice. La seule difficulté véritable consiste... à se procurer des diodes monomodes à 795 nm auprès des revendeurs commerciaux, tâche qui se révèle particulièrement ardue!

L'ensemble du dispositif sert généralement au piégeage sélectif du rubidium 87 (abondance naturelle 28%). On peut également, moyennant quelques ajustements sur l'électronique, piéger l'isotope 85 (présent à 72%). Pour l'utilisation en tant que milieu non-linéaire, c'est le premier isotope qui a été retenu, mais nous avons aussi piégé l'isotope 85 dans nos premières caractérisations (partie C), en utilisant le laser titane-saphir pour fournir les faisceaux pièges.



Photographie du dispositif des diodes laser servant au piégeage

## **PARTIE C**

### *“Caractérisation du milieu d’atomes piégés”*

Nous présentons dans le §I ci-dessous des mesures de fluorescence et d'absorption du nuage d'atomes piégés. Nous en déduisons des grandeurs importantes pour la suite de l'expérience : d'une part, le nombre et la densité des atomes piégés, et d'autre part l'épaisseur optique du nuage à résonance, qui est un paramètre clé pour la réalisation d'expériences d'optique non-linéaire. Dans le §II, nous décrivons une expérience de type "pompe-sonde", dans laquelle un faisceau intense (faisceau de pompe) modifie l'indice et l'absorption des atomes pour un faisceau faible (faisceau sonde). Cette expérience met en particulier en évidence l'effet "Autler Townes" induit par le faisceau pompe. Enfin, cette expérience est décrite théoriquement et interprétée dans le §III.

### **I- Fluorescence et absorption d'un faisceau sonde**

#### **I. a. Observation directe de la fluorescence**

Dans un premier temps, la lumière de fluorescence émise par le nuage d'atomes piégés permet de le distinguer à l'oeil nu. A l'aide d'une caméra CCD ("Charge Coupled Device") et d'un moniteur vidéo, on en contrôle la forme qui doit être la plus symétrique possible. Il s'agit idéalement d'un ellipsoïde de révolution aplati suivant l'axe principal  $Oz$  des bobines de champ magnétique. Des formes beaucoup plus complexes surviennent lorsque les faisceaux piégeants sont désalignés et lorsque les intensités de ces faisceaux sont mal équilibrées, particulièrement quand le nombre d'atomes piégés devient important [Walker 90] [Sesko 91]. Dans notre cas, où le chargement est effectué au moyen d'un jet atomique ralenti, il faut veiller à ce que les lasers de ralentissement n'expulsent pas des atomes du piège (celui-ci apparaît alors "décoiffé" par interaction). Nous avons retenu la solution suivante : sur les faisceaux de ralentissement, nous plaçons un cache noir circulaire de diamètre 8 mm protégeant les atomes piégés (figure C.I-1).

Remarquons que le jet atomique, centré sur les faisceaux de ralentissement, est légèrement décalé du centre du piège. La densité d'atomes rapides dans le jet, au niveau du piège, a été estimée au §AIV à  $6.10^7$  at/cm<sup>3</sup>, ce qui correspond à une pression de l'ordre de

$10^{-9}$  Torr, très inférieure à celle utilisée généralement dans un piège en cellule (par contre, grâce au ralentissement laser, le taux de chargement du piège avec un jet atomique est bien supérieur à celui que l'on obtient en cellule). Le jet n'induit donc pas de perturbation observable sur les atomes piégés.

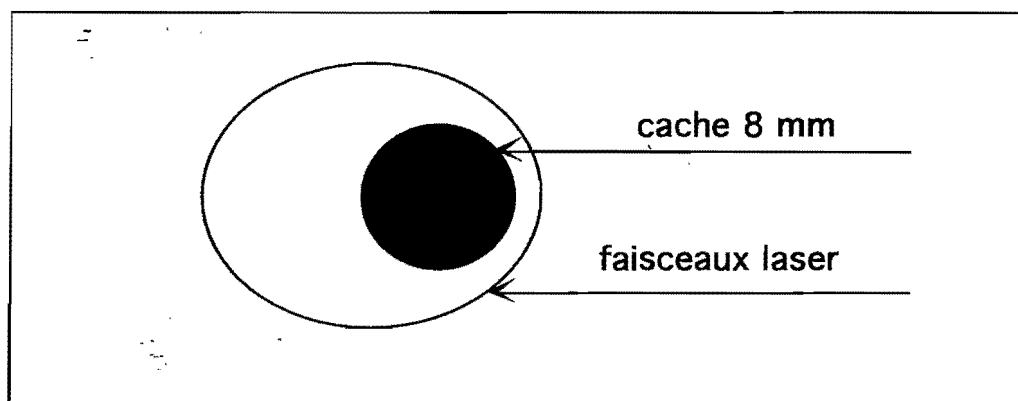


Figure C.I-1 : profil optimisé des faisceaux de ralentissement

De manière plus quantitative, la fluorescence émise est détectée en imageant le piège sur une photodiode. Lorsque la puissance et le désaccord des faisceaux pièges sont constants, le niveau de fluorescence est proportionnel au nombre d'atomes piégés, et le signal reçu sur la photodiode peut être utilisé pour optimiser le chargement du piège. Le signal de fluorescence permet aussi en principe de déterminer le nombre d'atomes, à condition d'effectuer une calibration prenant en compte précisément l'efficacité de collection de la lumière. Cette calibration n'étant pas aisée dans notre expérience, compte-tenu de la taille de l'enceinte et de l'occupation des hublots, le nombre d'atomes a plutôt été déterminé par les mesures d'absorption qui seront décrites dans le paragraphe suivant.

Remarquons que les interactions avec les lasers de ralentissement, qui provoquent notamment du pompage optique, apparaissent très clairement sur le niveau du signal de fluorescence. Dans un premier temps, on observe la présence de variations rapides du niveau de fluorescence, qui sont synchrones avec la rampe de balayage des diodes de ralentissement. Ce signal est utilisé pour ajuster précisément la position du cache circulaire placé sur les faisceaux de ralentissement, de manière à éliminer ces interactions : le niveau de fluorescence devient continu.

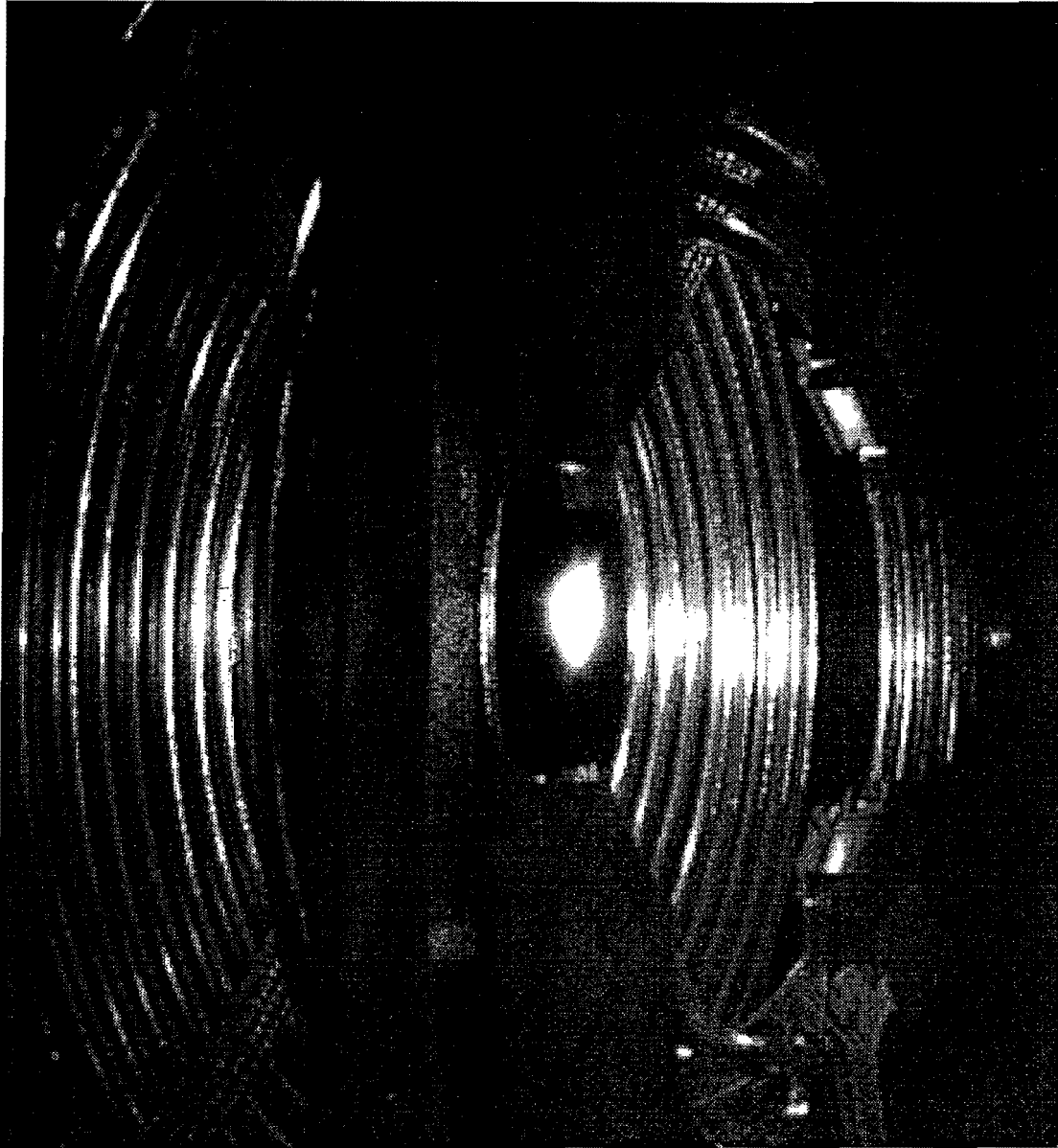


Figure C.I-2 : Le nuage d'atomes piégés apparaît au centre de cette image prise à l'aide d'une caméra CCD. On distingue autour les spires constituant les bobines de champ magnétique.

### I. b. Temps de vie du piège

L'observation du niveau de fluorescence permet aussi de mesurer directement la durée de vie du piège. Ce temps de vie est mesuré en coupant les faisceaux de ralentissement laser : le piège n'est alors plus alimenté, et le signal de fluorescence décroît. Nous avons vérifié que le temps de vie dépend cruciallement de la qualité du vide. Il passe typiquement de 0,4 à 4 secondes après l'installation de la pompe à sublimation de Titane.

Cette valeur dépend aussi du désaccord du faisceau piège et de l'isotope piégé : pour l'isotope 85, nous avons enregistré des temps de vie allant de 1,3 s, pour un désaccord de -32 MHz, à 5,8 s (désaccord -10 MHz) en variant uniquement le désaccord. Pour l'isotope 87, on atteint la valeur de 8,1 secondes pour de faibles désaccords ( $\approx -6$  MHz). Un temps de vie de l'ordre de 5 secondes est compatible avec les résultats publiés dans la littérature compte tenu de la pression résiduelle dans l'enceinte ( $\approx 10^{-10}$  torr) [Steane 92].

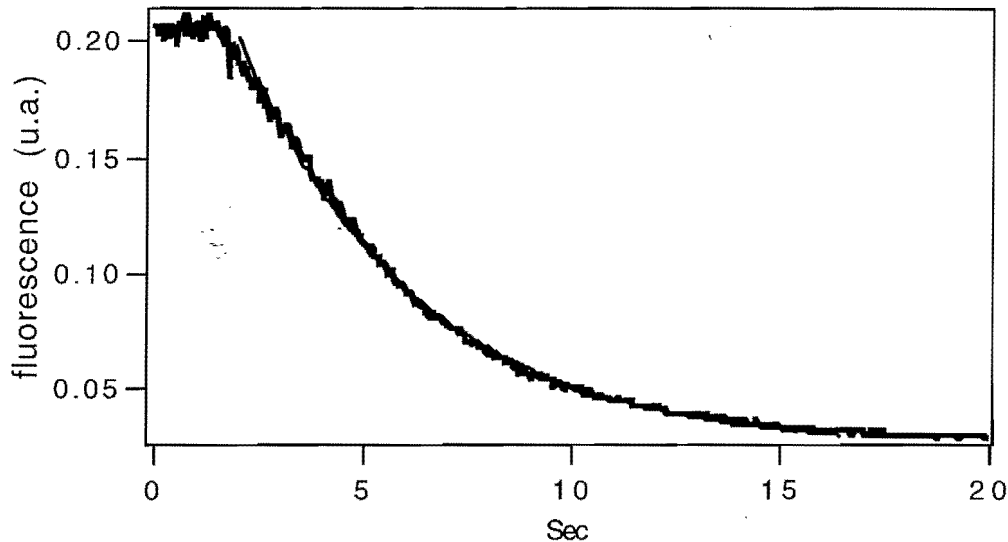


Figure C.I-3 : mesure expérimentale du temps de vie pour l'isotope 85. Le désaccord des lasers pièges est de -15 MHz. L'ajustement est exponentiel avec une constante de temps de 4,1 secondes.

Pour interpréter ces résultats, il est nécessaire de prendre en compte le fait que le piège fonctionne dans un régime où la densité est limitée par la diffusion de la lumière provenant des faisceaux laser par le nuage d'atomes piégés [Walker 90]. Cette lumière de fluorescence diffusée peut être réabsorbée par d'autres atomes, ce qui globalement produit une force centrifuge limitant la densité du nuage, et par conséquent augmentant son volume si le nombre total d'atomes piégés augmente. Les variations de la fluorescence mesurée lors du déclin du piège correspondent alors essentiellement à une diminution de la taille du piège, à densité constante. La durée de vie (exponentielle) observée dépend en fait de la densité limite, via des mécanismes de collisions à deux corps [Prentiss 88]. Une analyse plus détaillée de cet effet est présentée au paragraphe B IV du chapitre trois.



### I. c. Absorption linéaire d'une sonde

Un paramètre crucial pour la suite de l'étude (bistabilité optique, possibilité de mesures QND) est l'obtention de grandes épaisseurs optiques à résonance ( $\alpha_0 l$ ). Nous nous sommes donc basés sur l'optimisation du signal d'absorption par le piège d'une sonde affinée spectralement (diode sur réseau) et fortement atténuée : l'intensité de la sonde employée est inférieure à  $10 \mu\text{W} / \text{cm}^2$ .

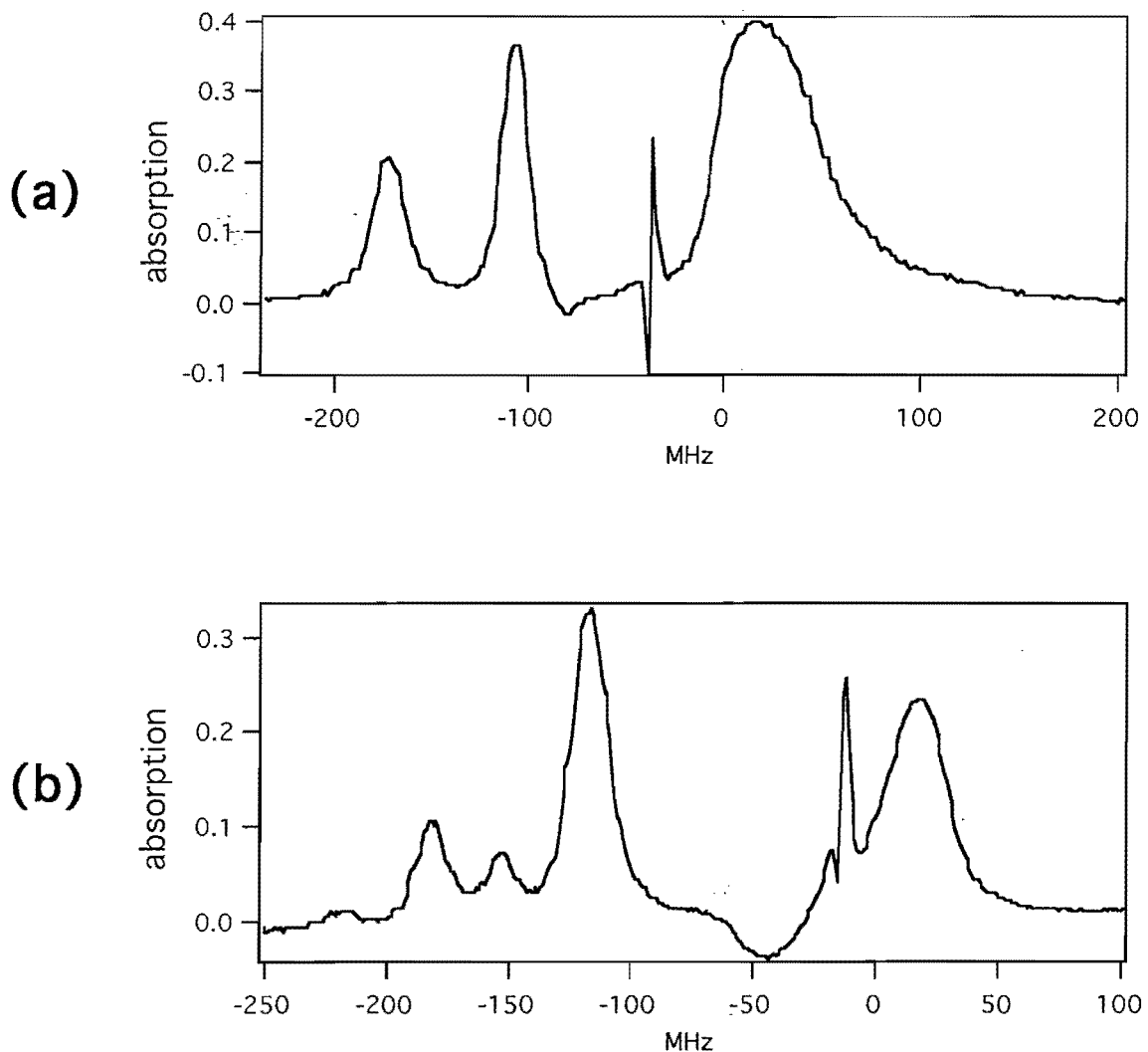


Figure C.I-4 : absorption d'une sonde peu intense par le milieu d'atomes de rubidium 85 piégés, pour un désaccord important (a:  $\approx -35$  MHz) ou faible (b:  $\approx -10$  MHz) du laser piège.

Les figures précédentes montrent l'absorption du faisceau sonde, lorsque sa fréquence est balayée autour des transitions qui partent du sous-niveau hyperfin fondamental  $F=3$  de l'isotope 85. Deux différentes valeurs pour le désaccord du laser

piégeant sont employées. L'échelle horizontale correspond à la fréquence du laser sonde. Elle est référencée relativement à la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , dont la position absolue est déterminée par un spectre d'absorption saturée réalisé séparément, à partir d'un faisceau annexe prélevé sur le faisceau sonde.

Les trois principales résonances qui apparaissent sur la figure (C.I-4.a) correspondent aux transitions permises vers  $F' = 2, 3$  et  $4$ . Elles sont toutes affectées par d'importants déplacements lumineux, dus à la présence des lasers du piège. L'effet le plus marquant a lieu au voisinage de la fréquence du laser piège : on trouve deux résonances, notablement élargies, décalées symétriquement par rapport à la fréquence de ce dernier. La plus intense est en absorption tandis que l'autre, de même largeur, présente un gain qui peut dépasser 10% (cette résonance est plus visible sur la figure C.I-4.b). Entre les deux existe une structure étroite, dont la largeur est de l'ordre du MHz, qui est de forme dispersive et se trouve centrée autour de la fréquence du laser piège. Il s'agit de la superposition de deux résonances Raman (l'une avec un gain, l'autre avec une absorption) qui ont lieu entre sous-niveaux Zeeman du fondamental, différemment peuplés et décalés par les faisceaux du piège. Cet effet a déjà été observé dans plusieurs expériences [Grison 91] [Tabosa 91].

Rappelons que les décalages lumineux proviennent du fait qu'en présence d'un champ laser intense ou proche de la résonance, les états fondamentaux et excités de l'atome ne sont plus les états stationnaires du système atome-laser. On recourt alors à la description en terme "d'atome habillé" pour comprendre la position des nouvelles résonances, et leur poids respectif [Reynaud 77] [Cohen-Tannoudji 88]. La figure C.I-5 représente ces niveaux, modifiés en fonction du désaccord  $\Delta$ , et de la fréquence de Rabi  $\Omega_1$  du laser piège. Le décalage  $\Omega$  est défini par :  $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Delta^2} - \Delta$ . L'apparition du gain, par exemple, est due à une inversion de population dans la base de l'atome habillé par le faisceau piège.

La figure (C.I-4.b) montre le même spectre, pour un désaccord du laser piège plus faible que précédemment. Le poids relatif de la résonance large décalée vers le rouge de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  est plus important, tandis que la structure étroite se trouve maintenant superposée au flanc de l'autre résonance large (cette structure étroite est toujours centrée sur la fréquence du laser piège). De plus, les résonances correspondant aux transitions  $F = 3 \rightarrow F' = 2$  et  $3$  apparaissent nettement dédoublées. Ce dédoublement, appelé effet Autler-Townes [Autler 55], provient du fait que les faisceaux de la sonde et du laser piège excitent deux transitions différentes en partant d'un niveau commun. La représentation des niveaux habillés par le laser intense permet, comme précédemment, d'en comprendre la présence.

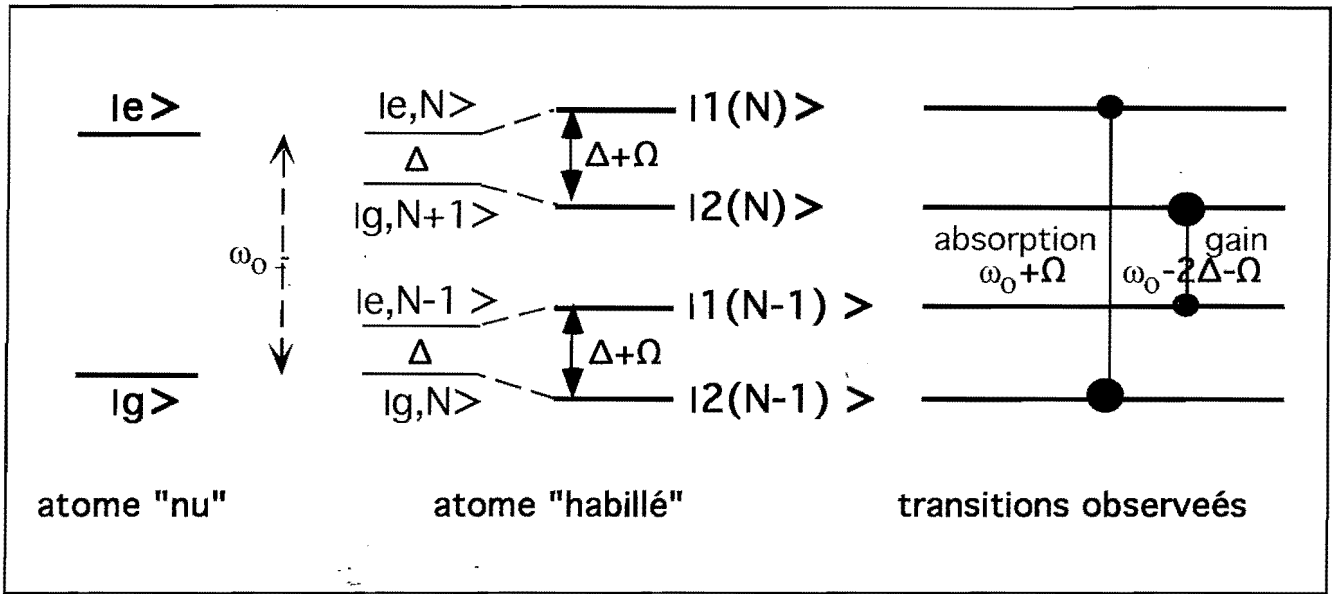


Figure C.I-5 : niveaux d'énergie du système atome-champ

La valeur de l'absorption à résonance varie de façon importante en fonction de la puissance et du désaccord du laser piège. Le faisceau sonde est suffisamment atténué pour que l'on soit dans un régime linéaire d'absorption. Une valeur caractéristique d'absorption optimisée est de l'ordre de 80% à résonance correspondant à un paramètre  $\alpha_0 l \sim 1,5$ . Notons qu'il est difficile de relier immédiatement ce paramètre au nombre d'atomes du piège puisque les raies sont élargies par le laser piège : à nombre d'atomes constant, le maximum d'absorption diminue si la puissance des faisceaux piège augmente. Le calcul de l'état stationnaire du système atome - laser, dans la base des états habillés, est développé dans la thèse de D. Grison. Il conduit à l'expression suivante, reliant l'absorption de la sonde  $\mathcal{A}$  autour de la résonance  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  à la densité d'atomes dans le piège  $n(z)$  :

$$\mathcal{A} = \exp \left\{ - \int dz n(z) \sigma_0 c^2 \frac{\Gamma}{2} \Gamma_{coh} \left( \frac{\cos^4 \theta - \sin^4 \theta}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta} \right) \left( \frac{\cos^4 \theta}{(\delta_s - \Omega)^2 + \Gamma_{coh}^2} - \frac{\sin^4 \theta}{(\delta_s + 2\Delta + \Omega)^2 + \Gamma_{coh}^2} \right) \right\} \tag{C.I-1}$$

où  $\delta_s$  est le désaccord du laser sonde par rapport à la résonance atomique non perturbée

$$\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_1^2} - \Delta \quad \text{avec } \Omega_1 : \text{ pulsation de Rabi due aux faisceaux pièges}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arccot g \left( -\frac{\Delta}{\Omega_1} \right) \quad \text{est l'angle de rotation donnant la base habillée}$$

$$2 \Gamma_{coh} = \Gamma (1 + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta) \quad \text{est la largeur de chaque résonance}$$

$$\sigma_0 = \frac{3 \lambda^2}{2 \pi} \quad \text{est la section efficace à résonance pour un atome à 2}$$

niveaux non perturbé, et  $c^2$  est la moyenne des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan ( $F = 3 m_F \rightarrow F' = 4 m_{F'} = m_F$ ) puisque l'on considère que l'ensemble des six faisceaux lasers du piège redistribue les populations du fondamental sur tous les sous-niveaux Zeeman, et qu'aucune direction de polarisation n'est globalement privilégiée.

Moyennant la connaissance de la taille de notre piège, mesurée au moyen de la caméra CCD :

$$\Delta z \sim 3 \text{ mm}$$

on peut estimer le nombre d'atomes pièges à :

$$N \sim 2 \cdot 10^8$$

et la densité :

$$n \sim 10^{10} \text{ at/cm}^3$$

La figure C.I-6 montre l'absorption du piège, mesurée à partir de l'autre sous-niveau hyperfin du fondamental  $F = 2$ . Si le repompage était parfait, ce niveau serait complètement vide. Il y reste en pratique une petite population, donnant une absorption du faisceau d'environ 1%. Les trois premiers pics correspondent aux trois transitions permises vers les niveaux  $F' = 1, 2$  et 3. Une quatrième résonance, présentant du gain à la place d'absorption, a lieu lorsque la fréquence du laser sonde et celle du laser piégeant favorisent un processus Raman stimulé entre les deux sous-niveaux du fondamental  $F = 2$  et  $F = 3$ .

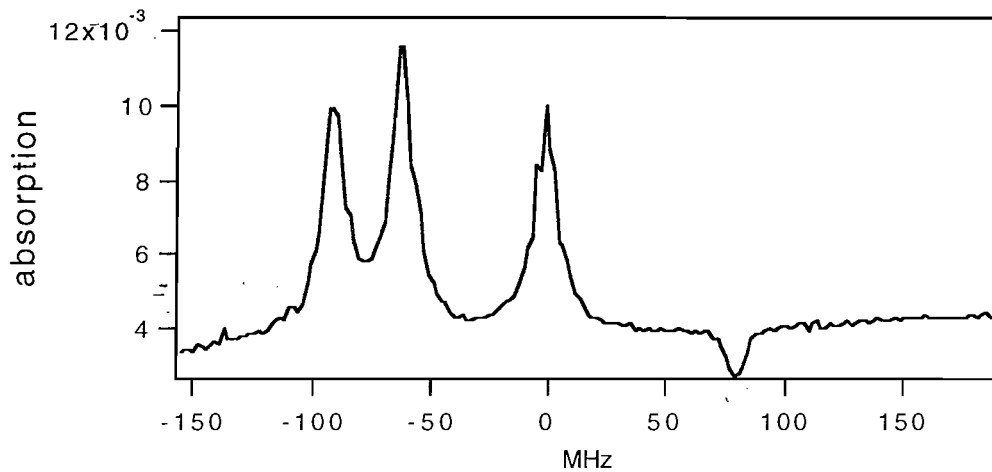


Figure C.I-6 : absorption résiduelle à partir du niveau hyperfin inférieur du rubidium 85 ( $F=2 \rightarrow F'=1,2,3$ ) La "résonance" supplémentaire est liée à la présence d'un gain Raman

L'origine de ce gain Raman est présentée à la figure ci-dessous :

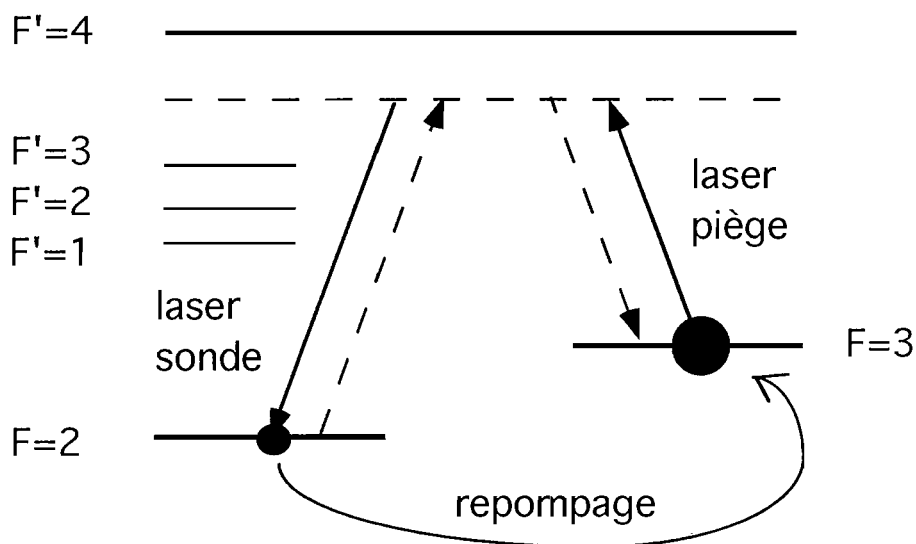


Figure C.I-7 : explication du gain Raman observé à partir du niveau  $F=2$  (Rb85). Le faisceau piège désaccordé est représenté par la ligne horizontale en traits pointillés

Une compétition s'instaure entre deux processus Raman inverses. Le laser de repompage du piège, résonnant à partir de  $F=2$ , ramène la population atomique dans le niveau  $F=3$  qui devient le plus peuplé. Le processus de gain Raman stimulé est alors prépondérant. L'amplitude du gain augmente essentiellement avec la puissance des lasers pièges et le nombre d'atomes piégés, lorsque le repompage est efficace.

## II - Mise en évidence expérimentale d'un couplage non-linéaire entre deux faisceaux

### II.a. Choix de la transition

En présence des lasers intenses de piégeage et de repompage, la population atomique se répartit principalement entre le niveau hyperfin supérieur du fondamental  $5 S_{1/2}$  et le niveau supérieur de l'état excité  $5 P_{3/2}$ . Faisant apparaître une population sur un niveau excité, le laser piège crée une source potentielle de bruit : l'émission spontanée. Cette dernière peut masquer les effets attendus au niveau des fluctuations quantiques [Hilico 92]. Comme le but de cette étude est de préparer le couplage entre deux faisceaux dans un régime de fonctionnement QND, il nous faut utiliser une transition non perturbée, dont le niveau inférieur puisse accueillir une population importante afin que les non-linéarités du système soient conséquentes.

Pour ces raisons, nous nous sommes centrés sur l'étude de la transition  $5 S_{1/2} F=1 \rightarrow 5 P_{3/2} F'=1$  présente pour le rubidium 87. Elle présente plusieurs avantages :

- d'une part, elle est très peu perturbée par le faisceau piège, accordé sur une transition distante de 6,8 GHz,
- d'autre part, elle permet de réaliser le couplage non-linéaire dans un système en  $\Lambda$  entre les états  $(F=1, m_F=1)$ ,  $(F=1, m_F=-1)$  et  $(F'=1, m_F=0)$  dont les potentialités pour une mesure QND ont été préalablement étudiées [Gheri 92].

### II.b. Principe de l'expérience

Pour transférer les atomes piégés dans le sous-niveau  $F=1$  du fondamental, le faisceau de repompage est coupé périodiquement, pendant une durée de 2 ms. En une centaine de microsecondes, les atomes piégés sont pompés optiquement sous l'action du faisceau piège (figure C.II-2.b). Ils échappent à la force de piégeage, mais demeurent dans la zone d'interaction pendant une dizaine de millisecondes : un grand nombre d'atomes apparaît sur le sous-niveau  $F=1$  pendant le temps de la mesure. Puisque le faisceau de repompage est ensuite rétabli, le nombre moyen d'atomes piégés reste stationnaire. Le découpage temporel du faisceau repompeur est réalisé mécaniquement au moyen d'un disque hacheur tournant à vitesse constante. Une petite partie du faisceau est prélevée après le hacheur, et envoyée sur une photodiode qui donne le signal de synchronisation. De

manière à réduire le mélange des sous-niveaux Zeeman, le champ magnétique quadrupolaire est coupé en même temps que le repompeur. Le champ magnétique résiduel (champ terrestre plus champs parasites) est compensé au moyen de six bobines de grande taille enroulées autour de l'enceinte. Pour régler la compensation, on coupe le champ quadrupolaire. Se retrouvant en fonctionnement de "mélasse optique", on cherche à rendre isotrope la fuite des atomes piégés, en ajustant de façon itérative les courants qui parcourent les bobines extérieures. Cette méthode n'est valable que si les faisceaux pièges sont soigneusement alignés, et leurs intensités équilibrées. Autrement, ce sont les déséquilibres entre forces radiatives qui sont responsable de la fuite anisotrope des atomes en phase de mélasse.

Le principe du couplage non-linéaire entre les deux faisceaux apparaît à la figure C.II-1. Un faisceau pompe intense polarisé circulairement  $\sigma^+$  transfère les atomes dans l'état  $(F=1, m_F=+1)$  du niveau fondamental par pompage optique, tout en habillant les autres états :  $(F=1, m_F=-1)$ ,  $(\tilde{F}=1, m_F=0)$  pour le fondamental et  $(F'=1, m_{F'}=0)$ ,  $(F'=1, m_{F'}=+1)$  pour le niveau excité. Le faisceau sonde, de très faible intensité, est balayé en fréquence entre les transitions  $(F=1 \rightarrow F'=0)$  et  $(F=1 \rightarrow F'=2)$ . Au voisinage de la transition  $(F=1 \rightarrow F'=1)$ , il est sensible aux niveaux habillés par le faisceau pompe.

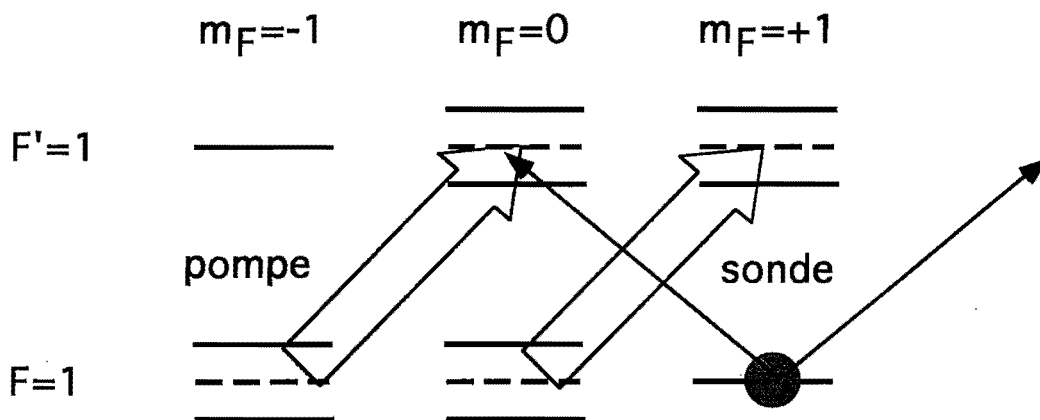


Figure C.II-1 : couplage non-linéaire à partir de la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$

L'étude expérimentale (figure C.II-3) emploie deux nouvelles diodes laser affinées spectralement par couplage avec un réseau. Les faisceaux pompe et sonde produits par ces deux diodes sont envoyés à travers l'enceinte, avec une faible séparation angulaire ( $\sim 10$  mrad). Ils se croisent au niveau du piège et restent pratiquement superposés sur la taille de ce dernier, leur diamètre à cet endroit étant de l'ordre du millimètre.

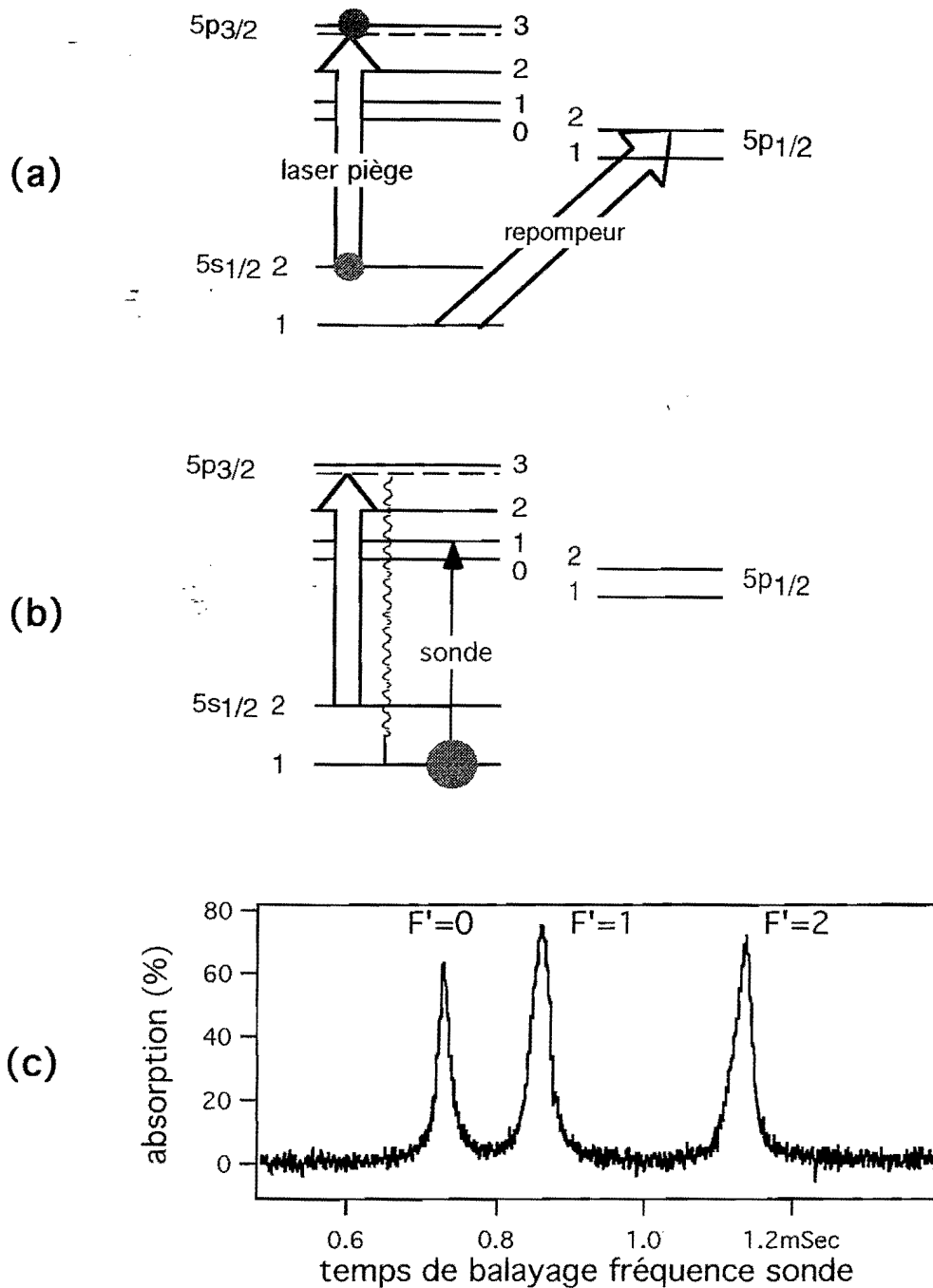


Figure C.II-2 : Découpage temporel du faisceau de repompage

(a) : le piège fonctionne en régime normal pendant 2 ms

(b) : le repompeur est coupé durant 1 à 2 ms, ce qui laisse le temps, une fois le pompage optique des atomes vers le sous-niveau  $F=1$  du fondamental effectué ( $\approx 100 \mu s$ ), de balayer la fréquence des diodes laser sondes.

(c) : mesure d'absorption à partir du niveau  $F=1$  après pompage optique. On vérifie ainsi que l'épaisseur optique du milieu est appréciable ( $\alpha_0 l \approx 2$ ) : la perte d'atomes est faible



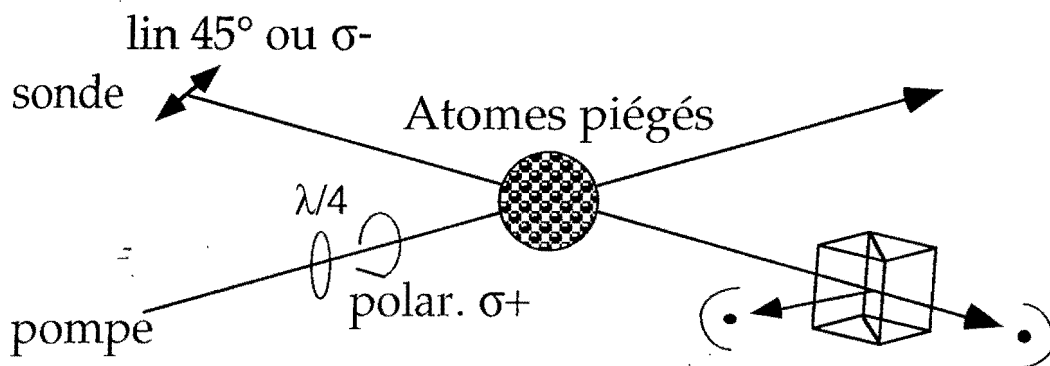


Figure C.II-3 : configuration expérimentale. Après passage dans le milieu d'atomes piégés, le faisceau sonde est détecté directement, lors de la caractérisation du doublet Autler-Townes. Pour les mesures dispersives, on emploie une détection différentielle (cube polariseur avec deux photodétecteurs en sortie).

Les deux faisceaux, polarisés linéairement à la sortie des diodes, peuvent ensuite adopter une polarisation linéaire ou circulaire suivant l'orientation des lames  $\lambda/4$  d'entrée. L'un des faisceaux agit comme pompe, polarisée  $\sigma^+$ , et sature la transition ( $F = 1, m_F = -1 \rightarrow F' = 1, m_F = 0$ ) avec une intensité de  $30 \text{ mW/cm}^2$  <sup>(1)</sup>. L'intensité du faisceau sonde est mille fois plus faible.

Dans un premier temps, ce dernier est polarisé circulairement  $\sigma^-$ . La figure C.II-4 montre clairement l'apparition, sur le faisceau sonde transmis à travers le piège, du dédoublement de la raie de résonance ( $F = 1 \rightarrow F' = 1$ ) lorsque le faisceau pompe est accordé à résonance de cette transition : c'est l'effet Autler-Townes déjà mentionné au §CI [Fox 93] [Sinclair 94]. Remarquons que l'effet de piégeage cohérent de population, apparaissant quand les deux faisceaux ont même fréquence, est, dans notre cas, limité par l'absence de cohérence entre les deux sources laser. Comme l'ont montré des études menées précédemment dans notre groupe, le dédoublement Autler-Townes est l'effet non-linéaire pouvant permettre de transférer de manière non-destructive les fluctuations d'intensité de la pompe sur la phase du faisceau sonde [Ghéri 92] [Poizat 93]. Nous avons donc cherché à mettre en évidence la partie dispersive associée à cette non-linéarité. Une telle mesure nécessite a priori de construire un interféromètre de Mach-Zehnder, qui mélange le faisceau sonde de sortie avec un faisceau de référence. Cette méthode de détection homodyne permet d'être sensible aux fluctuations quantiques. Elle doit être utilisée si l'on souhaite détecter la modification des fluctuations

<sup>(1)</sup> Cette transition n'étant pas fermée, on ne peut à proprement parler définir d'intensité de saturation. Le couplage entre les deux niveaux dépend de l'intensité de la raie  $F=1 \rightarrow F'=1$  et du coefficient de Clebsch-Gordan de la transition

quantiques de la phase du faisceau sonde, produite par le couplage non-linéaire avec le faisceau pompe servant de "signal".

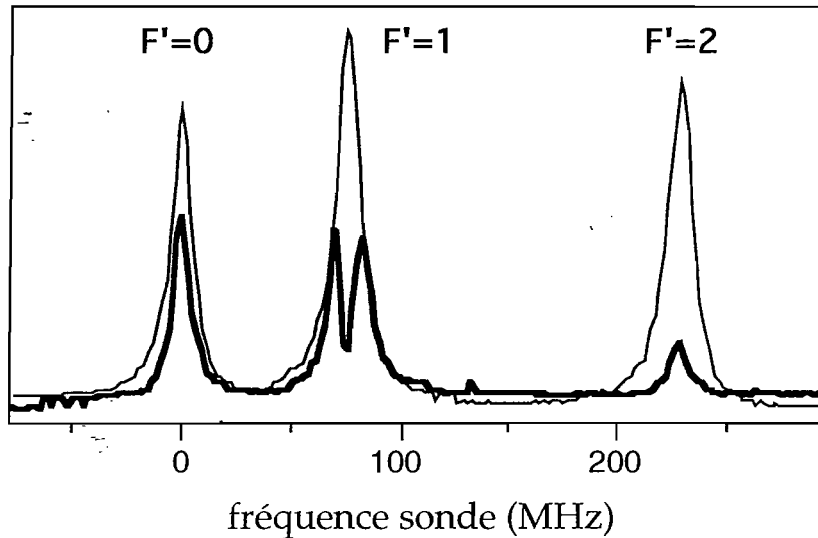


Figure C.II-4 : Doublet d'absorption Autler-Townes induit par le faisceau pompe. En trait fin, l'absorption de la sonde sans le faisceau pompe est donnée pour comparaison

Pour mesurer uniquement le déphasage du champ moyen, il est possible d'utiliser des effets de polarisation, rendant ainsi cette détection beaucoup plus simple en pratique.

Lorsque le faisceau sonde est polarisé rectilignement, il induit des transitions  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  suivant l'axe de quantification, qui est la direction de propagation du faisceau. Les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  du faisceau vont se propager à l'intérieur du piège avec des indices différents, et il apparaîtra en sortie une rotation de la direction de polarisation du faisceau sonde. En effet, comme on le voit sur la figure C.II-1, la composante  $\sigma^+$  n'est pas affectée par la présence du champ pompe et sert de référence (c'est l'équivalent de l'oscillateur local d'une détection homodyne). La composante  $\sigma^-$  est déphasée par le milieu atomique qui se modifie en fonction de l'intensité de la pompe. Pour détecter une rotation de la polarisation linéaire, on utilise un cube séparateur de polarisation orienté à  $45^\circ$  par rapport à la polarisation incidente du faisceau sonde, et une détection différentielle placée sur les deux voies de sortie du cube.

Un résultat caractéristique est représenté sur la figure C.II-5 et montre des structures dispersives centrées sur les trois résonances  $F=1 \rightarrow F'=0, 1$  et  $2$ . Ces courbes dispersives proviennent d'une orientation globale du niveau fondamental suite au pompage optique. On distingue, superposé à la transition ( $F=1 \rightarrow F'=1$ ), une résonance plus étroite qui est la partie dispersive du doublet Autler - Townes.

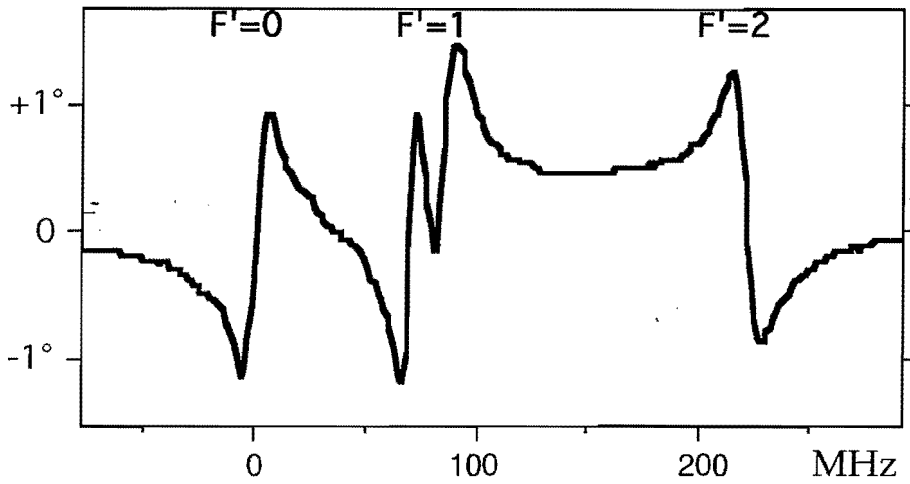


Figure C.II-5 : rotation de l'angle de la polarisation du faisceau sonde, induite par le faisceau pompe.

On remarque aussi une inversion des courbes dispersives, entre les résonances  $F=1 \rightarrow F'=0$  et  $F=1 \rightarrow F'=2$ . Cet effet s'explique simplement en considérant la figure qui suit :

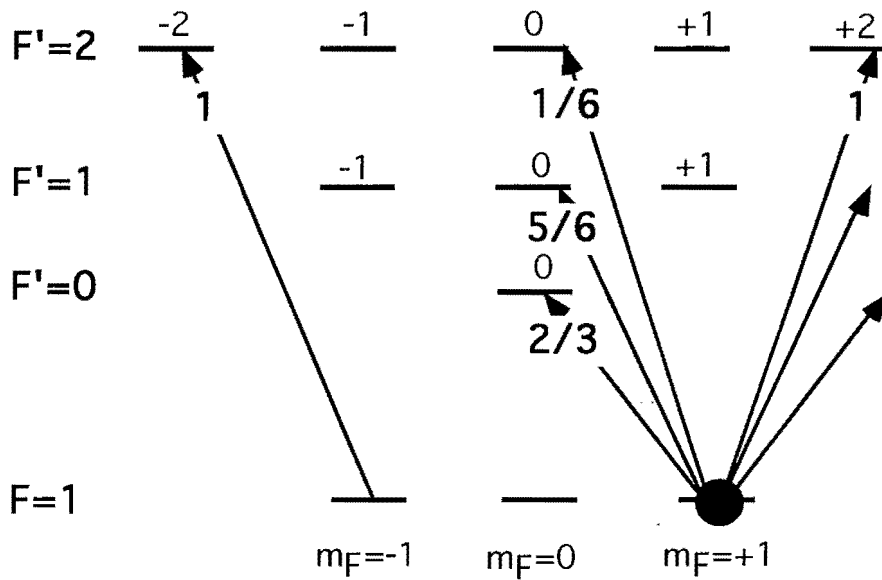


Figure C.II-6 : inversion du signal dispersif pour  $F=1 \rightarrow F'=2$

La présence d'une résonance entre  $F=1 m_f=1$  et  $F'=2 m_f=2$  modifie l'indice de propagation pour la composante  $\sigma^+$ , alors que le milieu atomique est transparent pour la même composante  $\sigma^+$  au voisinage des transitions  $F=1 \rightarrow F'=0$  et  $F=1 \rightarrow F'=1$ , puisque

---

la population se trouve sur le niveau  $F=1$   $m_F=1$ . De plus, le couplage est proportionnel au carré des coefficients de Clebsch-Gordan. Il est plus intense entre  $F=1$   $m_F=1$  et  $F'=2$   $m_F=2$  qu'entre  $F=1$   $m_F=1$  et  $F'=2$   $m_F=0$ . Le signal dispersif, qui résulte de l'interférence entre les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  du faisceau sonde, change de signe.

### III - Description théorique du couplage

#### III.a Généralités. Matrice de Bloch

Nous voyons sur la figure C.II-5 que la proximité de la résonance  $F=1 \rightarrow F'=0$  affecte largement la forme dispersive obtenue autour de la résonance  $F=1 \rightarrow F'=1$ , située à 72,3 MHz de la précédente. Afin de reproduire convenablement les résultats expérimentaux (absorption et dispersion non-linéaires), il est nécessaire d'inclure de nombreux niveaux, couplés par les deux faisceaux laser, dans la description théorique. On peut penser résoudre numériquement les équations de Bloch optiques pour l'ensemble des niveaux impliqués (§III.a). Nous verrons que cette méthode est fort complexe dans le cas général, aussi recherche-t-on un traitement perturbatif, lorsque la puissance du faisceau sonde est très faible (§III.b). Un traitement non perturbatif est possible si l'on limite le nombre de transitions qui interviennent dans le calcul (§III.c).

Dans ce qui suit, nous présentons l'écriture des équations de Bloch optiques pour un nombre arbitraire de niveaux (par exemple, les sept niveaux  $F=1$   $m=-1,0,+1$  ;  $F'=0$   $m=0$  ;  $F'=1$   $m'=-1,0,+1$ ) couplés par deux lasers de polarisations quelconques. L'Hamiltonien agissant sur les variables atomiques internes est :

$$H = H_0 + H_i \quad (\text{C.III-1})$$

avec

$$H_0 = \sum_{i=0,1} \sum_{m'} \hbar \omega_i |m^i\rangle \langle m^i| \quad (\text{C.III-2})$$

dans cette expression,  $i$  représente le niveau excité hyperfin ( $F'=0$  ou  $1$ ) et  $m^i$  les divers sous-niveaux Zeeman qui le composent. L'énergie  $\hbar \omega_i$  est référencée par rapport au niveau fondamental  $F=1$ . Le terme de couplage atome-champ est :

$$H_i = -\hat{d} \cdot (\vec{E}_p + \vec{E}_s) \quad (\text{C.III-3})$$

où  $\vec{E}_p$  et  $\vec{E}_s$  sont les champs des faisceaux pompe et sonde, respectivement, de fréquences  $\omega_p$  et  $\omega_s$ , et de polarisations définies par les vecteurs  $\vec{e}_p$  et  $\vec{e}_s$  :

$$\begin{aligned} \vec{E}_p &= \vec{e}_p E_p^+ e^{-i\omega_p t} + \vec{e}_p^* E_p^- e^{i\omega_p t} \\ \vec{E}_s &= \vec{e}_s E_s^+ e^{-i\omega_s t} + \vec{e}_s^* E_s^- e^{i\omega_s t} \end{aligned} \quad (\text{C.III-4})$$

L'opérateur dipôle électrique se développe entre l'ensemble des sous-niveaux du fondamental et des états excités :

$$\hat{d} = \sum_{m, m'} (\langle m' | \hat{d} | m \rangle | m' \rangle \langle m | + \langle m | \hat{d} | m' \rangle | m \rangle \langle m' | ) \quad (\text{C.III-5})$$

On pose :

$$S_{m'm}^+ = | m' \rangle \langle m | \quad \text{et} \quad S_{mm'}^- = | m \rangle \langle m' | \quad (\text{C.II-6})$$

Ce sont les opérateurs qui font passer d'un état fondamental à un état excité et inversement. On développe ensuite l'opérateur dipôle dans la base standard des polarisations :

$$\hat{d} = \sum_{m, m'} \sum_{q=0, \pm 1} \langle m' | d_q^i | m \rangle (\bar{\epsilon}_q^* S_{m'm}^+ + \bar{\epsilon}_q S_{mm'}^-) \quad (\text{C.III-7})$$

où l'indice  $q$  vaut 0 pour une polarisation  $\pi$  suivant l'axe de quantification, -1 pour une polarisation circulaire droite et +1 pour une circulaire gauche. Les éléments de matrice de l'opérateur dipôle s'obtiennent grâce à l'application du théorème de Wigner-Eckart :

$$\langle m' | d_q^i | m \rangle = \frac{1}{\sqrt{2F+1}} \cdot \langle F' = i, m' ; 1, q | F = 1, m \rangle \langle F' || d || F \rangle \quad (\text{C.III-8})$$

L'élément  $\langle F' = i, m' ; 1, q | F = 1, m \rangle$  est le coefficient de Clebsh-Gordan de la transition considérée, tandis que  $\langle F' || d || F \rangle$  est l'élément de matrice réduit, que l'on peut prendre réel positif. Il se calcule simplement à partir des forces de raies symétriques  $S(F, F')$  établies à l'annexe I :

$$\langle F' || d || F \rangle = \sqrt{S(F, F')} \quad (\text{C.III-9})$$

La règle de sélection  $m' = m + q$  permet de ne garder que les termes suivants :

$$\hat{d} = \sum_i \sum_{q=0, \pm 1} \sum_m \langle m + q | d_q^i | m \rangle (\bar{\epsilon}_q^* S_{m+m, m}^+ + \bar{\epsilon}_q S_{m, m+q}^-) \quad (\text{C.III-10})$$

Pour les sept sous-niveaux envisagés, neuf éléments de matrice de l'opérateur dipôle sont non nuls, le développement ci-dessus comporte donc 18 termes. Dans l'approximation du champ tournant, qui néglige les termes antirésonnants :

$$H_i = \sum_i \sum_{q=0, \pm 1} \sum_m \langle m + q | d_q^i | m \rangle \left\{ S_{m+m, m}^+ \bar{\epsilon}_q^* \cdot (\bar{\epsilon}_p^+ E_p^+ e^{-i\omega_p t} + \bar{\epsilon}_s^+ E_s^+ e^{-i\omega_s t}) + S_{m, m+q}^- \bar{\epsilon}_q \cdot (\bar{\epsilon}_p^- E_p^- e^{i\omega_p t} + \bar{\epsilon}_s^- E_s^- e^{i\omega_s t}) \right\} \quad (\text{C.III-11})$$

Soit  $\hat{\sigma}$  l'opérateur densité, que l'on peut écrire dans la base de tous les sous-niveaux Zeeman du problème sous une forme matricielle :

$$\hat{\sigma} = (\mathcal{S}_{m,m'}) \quad \text{avec} \quad \mathcal{S}_{m,m'} = |m\rangle\langle m'| \quad (\text{C.III-12})$$

ici,  $m$  et  $m'$  désignent indifféremment des sous-niveaux du fondamental ou d'un état excité. Si l'on implique sept sous-niveaux, la matrice a pour dimensions  $7 \times 7$ .

L'évolution de  $\hat{\sigma}$  est donnée par :

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_0 + H_i, \hat{\sigma}] + \left( \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial t} \right)_{\text{spont}} \quad (\text{C.III-13})$$

Le commutateur de l'expression C.III-13 se calcule au moyen du formalisme matriciel avec les expressions établies ci-dessus, tandis que le dernier terme représente les termes de relaxation dûs à l'émission spontanée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{S}_{mm}}{\partial t} &= \Gamma \sum_i \sum_q |\langle m | d_q^i | m' = m + q \rangle|^2 \mathcal{S}_{m',m'} \\ \frac{\partial \mathcal{S}_{m',m'}}{\partial t} &= -\Gamma \mathcal{S}_{m',m'} \\ \frac{\partial \mathcal{S}_{m,m'}}{\partial t} &= -\frac{\Gamma}{2} \mathcal{S}_{m,m'} \end{aligned} \quad (\text{C.III-14})$$

L'ensemble des 49 équations d'évolution peuvent être regroupées sous la forme :

$$\left( \dot{\mathcal{S}}_{m,m'} \right) = B \left( \mathcal{S}_{m,m'} \right) \quad (\text{C.III-15})$$

où  $B$  est la matrice de Bloch de dimensions  $49 \times 49$ , et les opérateurs  $(\mathcal{S}_{m,m'})$  sont cette fois regroupés sous la forme d'un vecteur colonne à 49 éléments. On élimine une population inconnue et une équation d'évolution en tenant compte de la conservation de la population atomique totale :

$$\sum_m \mathcal{S}_{m,m} + \sum_{m'} \mathcal{S}_{m',m'} = 1 \quad (\text{C.III-16})$$

Il reste un système d'équation  $48 \times 48$  inhomogène, que l'on écrit de la façon suivante:

$$\dot{\mathcal{S}} = M(t) \mathcal{S} + V(t) \quad (\text{C.III-17})$$

Seul un calcul numérique est à même de résoudre un système de cette taille. Dans le cas général, on ne trouve pas d'état stationnaire  $\dot{\mathcal{S}}=0$ , car on ne peut supprimer la dépendance temporelle des coefficients de la matrice  $M(t)$  et du vecteur  $V(t)$ , lorsque les

deux lasers, de fréquences différentes, excitent les mêmes transitions : il n'existe pas de référentiel tournant privilégié et des termes de battement à la fréquence  $\omega_p - \omega_s$  subsistent.

### III.b Simplifications. Emploi de la théorie de la réponse linéaire

L'intensité du champ sonde est très inférieure à celle du champ de pompe : on peut en principe faire un développement perturbatif de la solution stationnaire du système de Bloch en fonction des puissances de la fréquence de Rabi du laser sonde, et se limiter au premier ordre.

$$\begin{aligned} M \mathcal{S} + V &= 0 \\ M &= M^{(0)} + M^{(1)} \\ V &= V^{(0)} + V^{(1)} \\ \mathcal{S} &= \mathcal{S}^{(0)} + \mathcal{S}^{(1)} + \dots \end{aligned} \quad (\text{C.III-18})$$

L'indice entre parenthèses indique la puissance de la fréquence de Rabi de la sonde qui intervient dans le développement. A l'ordre zéro (pas de faisceau sonde) :

$$\mathcal{S}^{(0)} = -(M^{(0)})^{-1} \cdot V^{(0)} \quad (\text{C.III-19})$$

Au premier ordre :

$$\mathcal{S}^{(1)} = -(M^{(0)})^{-1} \cdot (M^{(1)} \mathcal{S}^{(0)} + V^{(1)}) \quad (\text{C.III-20})$$

A cet ordre, il apparaît sur les cohérences atomiques (donc sur la polarisation du milieu) des termes oscillant à la fréquence  $\omega_s$  du faisceau sonde, à partir desquels on peut obtenir les coefficients non-linéaires d'absorption et de dispersion, induits par le milieu atomique sur la propagation du faisceau sonde.

En fait, il existe un autre moyen d'obtenir le résultat au premier ordre : l'emploi de la théorie de la réponse linéaire [Courtly 90] [Hilico 92]. Soient  $L(\omega)$  le spectre d'absorption et  $D(\omega)$  le spectre de dispersion, vus par faisceau sonde dont la polarisation est  $\bar{\epsilon}_s$ . On se place maintenant dans le référentiel tournant à la fréquence du champ pompe :  $\omega = \omega_s - \omega_p$ . A un facteur multiplicatif près, proportionnel à l'épaisseur optique du milieu, les spectres d'absorption et de dispersion sont donnés par :

$$L(\omega) = \text{Re} [ g(\omega) ] \quad (\text{C.III-21})$$

$$D(\omega) = \text{Im} [ g(\omega) ] \quad (\text{C.III-22})$$

22)

$$\text{où : } g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} dt' \int_{t'}^{\infty} dt \left\langle \left[ \bar{\epsilon}_s^* \cdot \delta \left( \hat{d}^-(t) \right), \bar{\epsilon}_s \cdot \delta \left( \hat{d}^+(t') \right) \right] \right\rangle \times e^{-i\omega(t-t')} \quad (\text{C.III-23})$$

23)



Le grand intérêt de cette formule est que la valeur moyenne, symbolisée par les crochets qui entourent les commutateurs, doit être prise pour l'état non perturbé, c'est-à-dire l'état atomique calculé en l'absence du faisceau sonde. Cet état est calculé au moyen des équations de Bloch optiques, suivant le formalisme développé au paragraphe précédent, avec uniquement la présence du faisceau pompe. Dans ce cas, on peut se placer dans le référentiel tournant à la fréquence de la pompe  $\omega_p$ , ce qui permet d'enlever la dépendance temporelle des coefficients intervenant dans la matrice de Bloch. Ce changement de référentiel correspond au changement de variables :

$$24) \quad S_{m'i, m}^+ = e^{-i\omega_p t} S_{m'i, m}^+ \quad \text{et} \quad S_{mm', i}^- = e^{i\omega_p t} S_{mm', i}^- \quad (\text{C.III-24})$$

$\hat{d}^+(t')$  comporte les composantes de l'opérateur dipôle qui font passer d'un état fondamental à un état excité, et  $\hat{d}^-(t)$  les autres composantes :

$$\begin{aligned} \hat{d}^+(t') &= \sum_i \sum_{q=0, \pm 1} \sum_m \langle m+q | d_q^i | m \rangle (\bar{\epsilon}_q^* S_{m+q, m}^+(t')) \\ \hat{d}^-(t) &= \sum_i \sum_{q=0, \pm 1} \sum_m \langle m+q | d_q^i | m \rangle (\bar{\epsilon}_q S_{m+q, m}^-(t)) \end{aligned} \quad (\text{C.III-25})$$

Les fluctuations associées à ces opérateurs sont définies par :

$$\delta \hat{d}(t) = \hat{d}(t) - \langle \hat{d} \rangle \quad (\text{C.III-26})$$

On ne se préoccupe que de l'état stationnaire : l'invariance par translation temporelle permet de ne garder qu'une intégrale. Par ailleurs, les valeurs moyennes commutent. Il vient, à un facteur de renormalisation près :

$$g(\omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} \theta(t) \left\langle \left[ \bar{\epsilon}_s^* \cdot \hat{d}^-(t), \bar{\epsilon}_s \cdot \hat{d}^+(0) \right] \right\rangle \times e^{-i\omega t} \quad (\text{C.III-27})$$

où  $\theta(t)$  est la fonction de Heaviside, valant 1 pour  $t \geq 0$ . Considérant toujours sept sous-niveaux atomiques, il y a neuf composantes non nulles pour  $\hat{d}^+(0)$  et neuf autres pour  $\hat{d}^-(t)$ , soit un ensemble de 81 commutateurs à calculer. La réponse fréquentielle du système atomique est obtenue dès lors que l'on a calculé la transformée de Fourier de tous les termes de corrélations qui interviennent dans (C.III-27), et sont de la forme :

$$\langle m+q | d_q^i | m \rangle \langle m'+q' | d_{q'}^{i'} | m' \rangle (\bar{\epsilon}_{q'}^* \cdot \bar{\epsilon}_s) (\bar{\epsilon}_s \cdot \bar{\epsilon}_q) \left\langle \left\langle \delta S_{m', m'+q'}^-(t), \delta S_{m+q, m}^+(0) \right\rangle - \left\langle \delta S_{m+q, m}^+(0), \delta S_{m', m'+q'}^-(t) \right\rangle \right\rangle$$

On construit, à partir de l'ensemble des fonctions de corrélation, la matrice de corrélation suivante :

$$G(t) = \theta(t) \left( \left\langle \delta S_{m_1 m_2}(t) \delta S_{m_3 m_4}(0) \right\rangle \right) \quad (\text{C.III-28})$$

où les  $m_i$  représentent l'un des sept sous-niveaux du fondamental ou d'un état excité. La dérivée par rapport au temps de l'expression précédente est :

$$\dot{G}(t) = \delta(t) \left\langle \delta S_{m_1 m_2}(0) \delta S_{m_3 m_4}(0) \right\rangle + \theta(t) \frac{d}{dt} \left\langle \delta S_{m_1 m_2}(t) \delta S_{m_3 m_4}(0) \right\rangle \quad (\text{C.III-29})$$

Le théorème de régression quantique [Cohen-T. 88] établit que l'évolution des moyennes à deux temps  $\langle \delta S(t) \delta S(0) \rangle$  peut se calculer au moyen des équations de Bloch optiques, qui gouvernent l'évolution des moyennes à un temps  $\langle S(t) \rangle$  :

$$\text{pour } t > 0: \quad \frac{d}{dt} \langle \delta S(t) \delta S(0) \rangle = B \langle \delta S(t) \delta S(0) \rangle \quad (\text{C.III-30})$$

Etant placés dans le référentiel tournant, les coefficients de la matrice de Bloch sont indépendants du temps. La matrice de corrélation évolue donc suivant :

$$\dot{G}(t) = \delta(t) G(0) + B G(t) \quad (\text{C.III-31})$$

et après transformation de Fourier :

$$G(\omega) = (B - i\omega)^{-1} G(0) \quad (\text{C.III-32})$$

32)

$G(0)$  correspond à la matrice des corrélations à temps nul. Elle s'obtient simplement à partir de l'état stationnaire :

$$G(0) = \left( \left\langle S_{m_1 m_2} S_{m_3 m_4} \right\rangle - \left\langle S_{m_1 m_2} \right\rangle \left\langle S_{m_3 m_4} \right\rangle \right) \quad (\text{C.III-33})$$

On utilise la règle  $S_{m_1 m_2} S_{m_3 m_4} = \delta_{m_2 m_3} S_{m_1 m_4}$ , et les valeurs moyennes  $\langle S_{m_1 m_2} \rangle$  qui restent à calculer sont les populations et cohérences du système atomique en présence du champ pompe, que l'on trouve suivant la méthode exposée au paragraphe précédent.

La fonction de réponse  $g(\omega)$  est obtenue directement en prenant la somme des éléments de la matrice  $G(\omega)$  qui correspondent à la transformée de Fourier des termes  $\theta(t) \langle \delta S_{m', m'+q}^-(t) \delta S_{m+q, m}^+(0) \rangle$ , pondérée par les coefficients :

$$\langle m+q | d_q^i | m \rangle \langle m'+q' | d_{q'}^{i'} | m' \rangle (\bar{\mathcal{E}}_{q'}^* \cdot \bar{\mathcal{E}}_s) (\bar{\mathcal{E}}_s^* \cdot \bar{\mathcal{E}}_q)$$

L'écriture du nombre important d'équations peut être faite de façon systématique dans un programme numérique. Après obtention des populations et cohérences, il faut, pour chaque fréquence  $\omega$ , réaliser une inversion et une multiplication de matrices, d'après la relation (C.III-32). L'inversion et la multiplication des matrices  $49 \times 49$  sur un spectre de fréquence donné, représentant la variation du désaccord de la sonde par rapport au champ pompe, est faite numériquement par un programme écrit en langage C par T. Van der Veldt. Les spectres d'absorption et de dispersion sont obtenus des délais raisonnables.

Une comparaison des spectres expérimentaux aux spectres calculés est présentée à la figure C.III-1, dans le cas où le faisceau pompe est accordé sur la résonance  $F=1 \rightarrow F'=0$ .

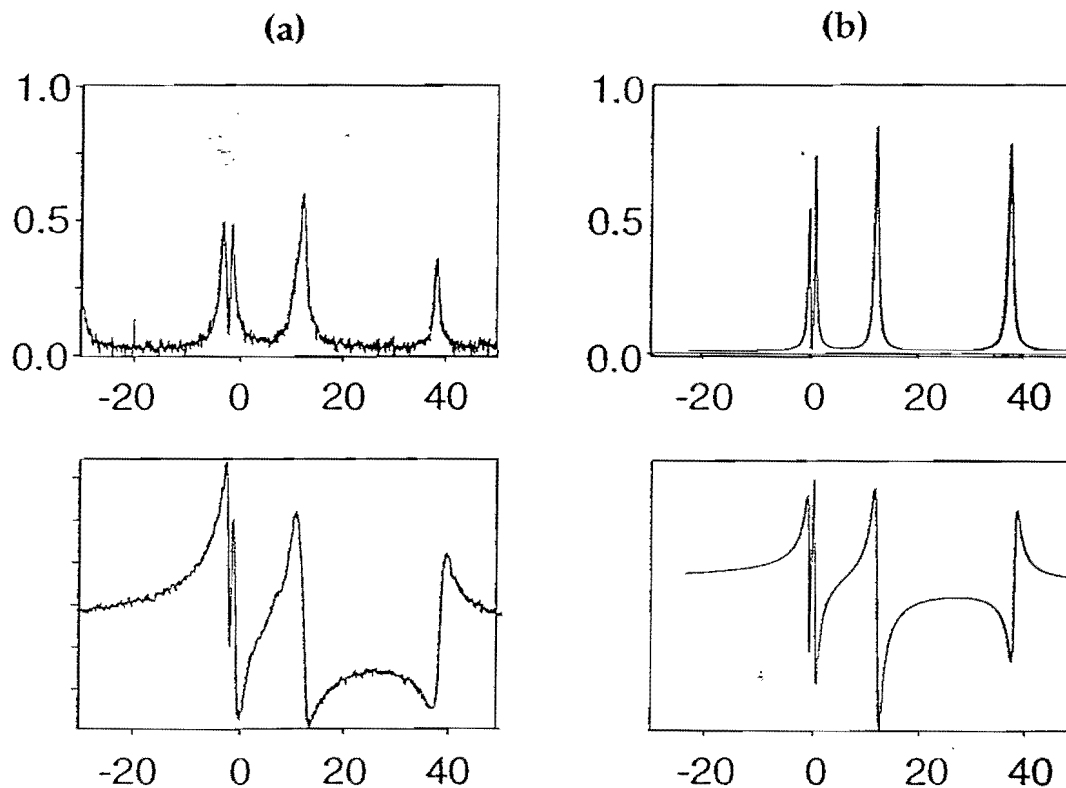


Figure C.III-1 : Comparaison expérience (a) / théorie (b) pour l'absorption et la dispersion non-linéaires. En abscisse, figure le désaccord du faisceau sonde par rapport à la transition  $F=1 \rightarrow F'=0$ , en unités de largeur naturelle (6 MHz).

### III.c Discussion. Modèle à quatre niveaux.

S'il est qualitativement correct, l'accord entre théorie et expérience n'est pas parfait quantitativement. Plusieurs effets peuvent expliquer ce désaccord. Tout d'abord, nous avons observé que de très faibles puissances du faisceau sonde suffisent pour déformer les courbes dispersives de façon appréciable (figure C.III-2).

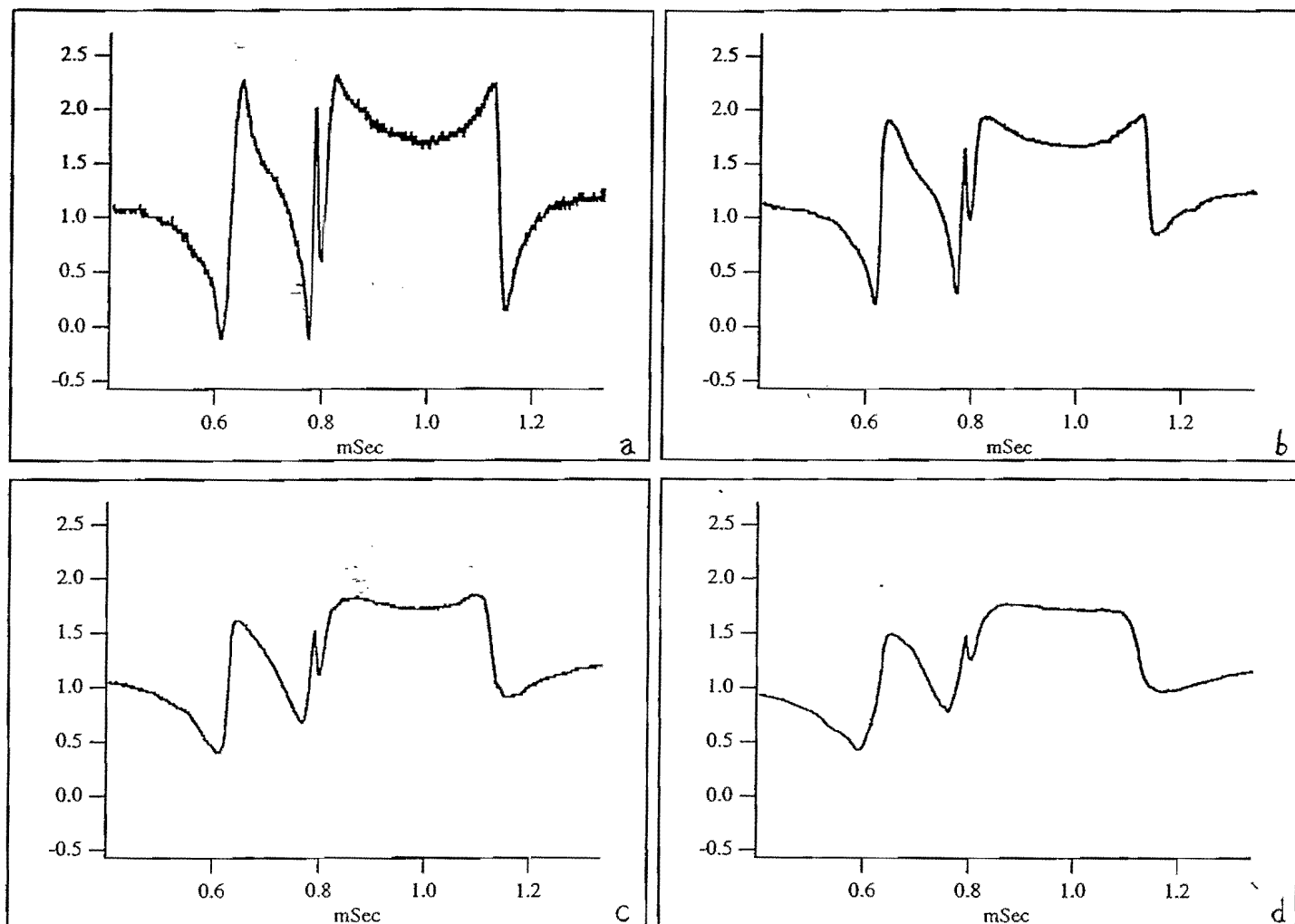


Figure C.III-2 : Influence de la puissance du faisceau sonde sur les spectres dispersifs obtenus expérimentalement. Le faisceau de pompe est accordé à résonance de la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$ , avec une puissance de  $510 \mu\text{W}$  (fréquence de Rabi :  $2,5 \Gamma$ ) pour l'ensemble des quatre spectres. Les différentes puissances employées pour le faisceau sonde sont :

(a) :  $1 \mu\text{W}$       (b) :  $5,2 \mu\text{W}$       (c) :  $20 \mu\text{W}$       (d) :  $54 \mu\text{W}$

Lorsque la puissance de la sonde augmente, on remarque un écrasement des non-linéarités qui est particulièrement prononcé dans la région du doublet Autler-Townes. Un traitement limité à l'ordre le plus bas dans la puissance sonde n'est donc pas entièrement satisfaisant. Il est possible d'effectuer un calcul non perturbatif à condition de restreindre le nombre de niveaux impliqués. Afin de pouvoir résoudre numériquement les équations de Bloch optiques en présence des deux faisceaux laser pompe et sonde, on considère le modèle comportant quatre niveaux de la figure C.III-3. Ce modèle contient l'essentiel des effets, pour des faisceaux pompe et sonde de polarisations circulaires  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ .

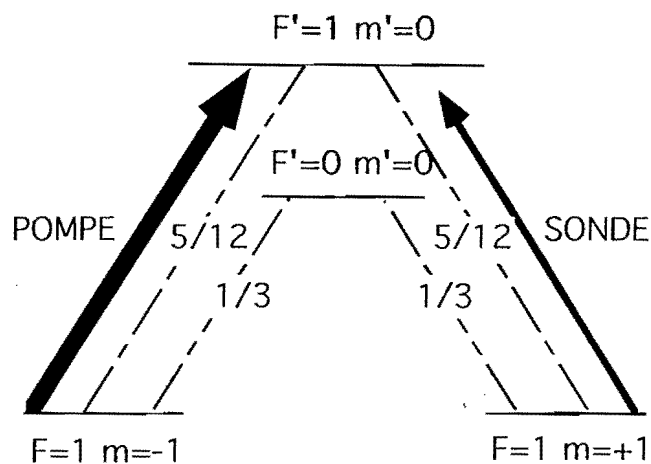


Figure C.III-3 : Modèle à quatre niveaux

Notons que dans ces expériences, le faisceau de pompe n'est pas une onde plane idéale : son diamètre est comparable au diamètre du faisceau sonde (un millimètre). La puissance des faisceaux n'est donc pas rigoureusement constante dans la région d'interaction, ce qui rend difficile un calcul précis des fréquences de Rabi. Nous avons néanmoins comparé la séparation du doublet Autler-Townes pour une pompe accordée à résonance de la transition  $F=1 \rightarrow F'=0$ , avec la valeur moyenne estimée pour la fréquence de Rabi associée au faisceau pompe. Cette comparaison, présentée sur la figure C.III-4, conduit à nouveau à un accord qualitativement satisfaisant.

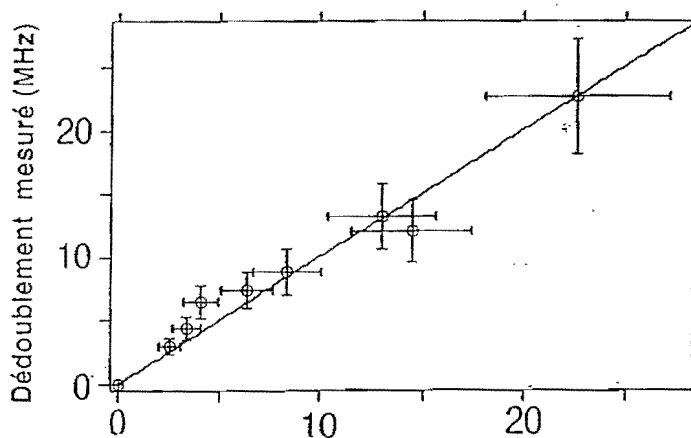


Figure C.III-4 : séparation des deux pics du Doublet Autler-Townes, pour un faisceau pompe résonnant avec la transition  $F=1 \rightarrow F'=0$ . L'échelle horizontale correspond aux différentes fréquences de Rabi employées pour le champ pompe (en MHz). La mesure précise de l'intensité lumineuse au niveau du piège étant difficile, les valeurs mesurées sont déplacées en bloc de  $\pm 20\%$  de façon à retrouver une pente unitaire.

Il est enfin possible d'inclure dans le calcul numérique du modèle à quatre niveaux un moyennage sur les puissances des faisceaux, afin de prendre en compte les inhomogénéités de puissance mentionnées. On parvient ainsi à améliorer l'accord entre les spectres observés et calculés. La figure C.III-5 présente un exemple de ce calcul numérique, visant à reproduire le spectre expérimental C.III-2 (b).

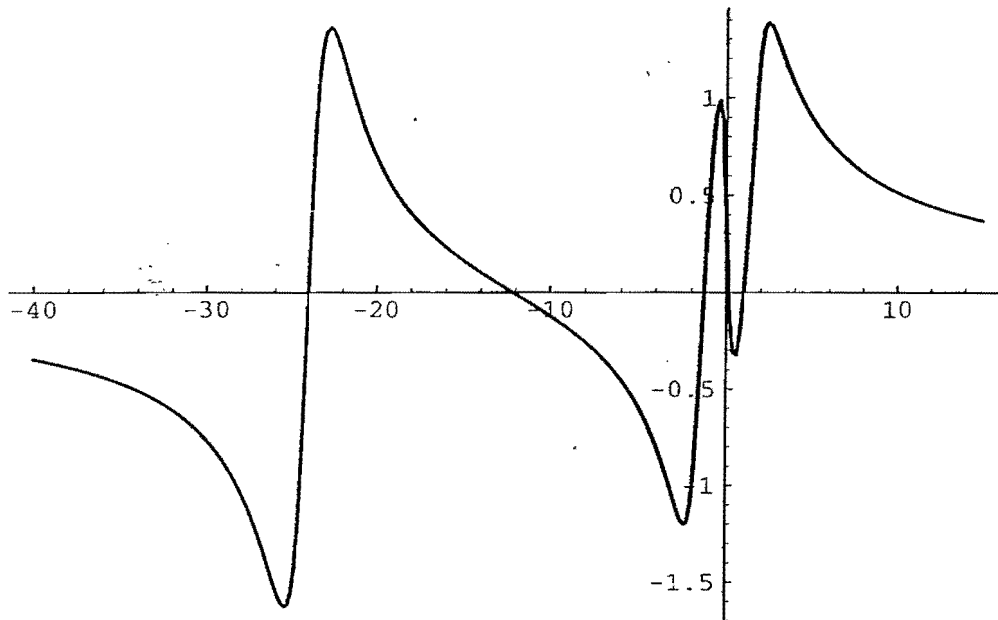


Figure C.III-5 : Spectre de dispersion calculé à partir du modèle à quatre niveaux, avec les paramètres correspondant au spectre expérimental C.III-2 (b). Horizontalement : le désaccord du faisceau sonde par rapport à la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$ , en unités  $\Gamma/2$ . L'échelle verticale est arbitraire. La partie dispersive autour de la transition  $F=1 \rightarrow F'=2$  n'est évidemment pas présente, puisque le niveau  $F'=2$  est exclu du modèle.

### Conclusion

Ces expériences nous ont permis d'observer des effets non-linéaires significatifs induits par le nuage d'atomes froids. Des puissances de pompe trop élevées finissent par altérer profondément le nuage dans la zone d'interaction, en raison des effets de pompage optique vers d'autres sous niveaux hyperfins, ou bien d'effets mécaniques. Cependant, les effets non-linéaires persistent pour des intensités de pompe non négligeables, qui correspondent à des fréquences de Rabi de l'ordre de 5 à 10  $\Gamma/2$ . L'étape suivante de l'expérience, qui fait l'objet du troisième chapitre, consisté à amplifier les effets non-linéaires en disposant une cavité optique autour du nuage d'atomes froids.



## CHAPITRE TROIS

### Expériences d'optique non-linéaire en cavité avec les atomes piégés

La disposition d'une cavité interférométrique qui entoure le milieu d'atomes piégés permet d'amplifier les effets non-linéaires que l'on peut obtenir. Un faisceau laser dont la fréquence est au voisinage de la résonance d'un mode longitudinal de la cavité effectue de multiples passages à travers le milieu atomique. Lorsque cette fréquence laser est "bien choisie" par rapport aux résonances atomiques, l'action du milieu sur le faisceau laser peut être considérable. Nous retrouvons, dans la partie A, l'existence de bistabilité optique à un faisceau, et montrons qu'il existe de nombreux régimes d'effets non-linéaires produits sur ce faisceau lorsque l'on varie son désaccord et sa puissance incidente. Il apparaît que, en retour, le faisceau laser agit de plusieurs manières sur le milieu atomique, ce qui conduit à de nouvelles non-linéarités effectives.

Ces expériences de bistabilité à un faisceau ont lieu avec un piège "brillant", c'est-à-dire que la population atomique se répartit essentiellement entre les niveaux fondamental et excité couplés par les faisceaux de piégeage. La perturbation due aux faisceaux pièges, intenses et quasi-résonnants, limite les performances du système, lorsque l'on veut être sensible au niveau du bruit quantique [Hilico 92]. La partie B de ce chapitre explore la possibilité de trouver un régime de piégeage "sombre", où les atomes piégés sont pompés optiquement vers le niveau du fondamental qui n'est pas couplé à la lumière des faisceaux de piégeage. Le travail expérimental consiste à modeler spatialement la forme du faisceau de repompage, de manière à permettre aux atomes en phase de capture d'être refroidis et confinés efficacement sous l'action des faisceaux de piégeage, tandis que les atomes déjà piégés ne subissent pratiquement plus cette action. Nous démontrons expérimentalement la possibilité de ce mode de fonctionnement pour un piège d'atomes de rubidium. Nous présentons ensuite les premiers résultats concernant l'emploi d'un piège sombre dans une expérience de bistabilité optique en cavité.





## PARTIE A

### ***“Emploi d’une cavité interférométrique autour du piège”***

La mise en place d’une cavité interférométrique dans une enceinte ultravide nécessite au préalable un ensemble de précautions à prendre et de tests à effectuer (§I). En effet, on ne peut changer les miroirs de la cavité d’une semaine à l’autre, et la conception mécanique doit permettre un positionnement précis autour du nuage d’atomes piégés. Nous rappelons ensuite l’origine de la bistabilité, dans le cadre d’un modèle d’atomes à deux niveaux placés dans une cavité (§II.a), puis présentons l’expérience qui nous a permis de retrouver ce phénomène (§II.b). L’ensemble des résultats expérimentaux obtenus lorsque l’on varie le désaccord et la puissance du faisceau sonde est développé au paragraphe III.

#### **I- Caractérisation de la cavité**

##### **II.a. Choix et description.**

Le choix de la cavité interférométrique utilisable pour notre expérience repose sur plusieurs considérations. La bande passante, ou demi-largeur à résonance, doit être supérieure ou égale à la fréquence autour de laquelle on souhaite modifier les fluctuations quantiques des faisceaux sondes : en pratique, une vingtaine de MHz. Par ailleurs, plus la finesse est grande, plus les non-linéarités atomiques peuvent être amplifiées par le multiple passage des faisceaux dans la cavité. Cela conduit à adopter une cavité linéaire courte, placée au sein de notre enceinte ultravide, et centrée sur le zéro du champ magnétique. La cavité doit permettre le passage des six faisceaux de piégeage, ce qui représente une contrainte technique supplémentaire importante.

Notre cavité est constituée de deux miroirs concaves Layertek de 60 mm de courbure, placés en position quasi-confocale. Le miroir de couplage possède une transmission  $T_1 = 5\%$ , tandis que le miroir arrière est de haute réflectivité. La faible transmission de ce dernier, mesurée à  $T_2 = 3.10^{-5}$ , permet d’observer les modes de la cavité. Nous utilisons soit une photodiode et un amplificateur de grand gain, soit un photomultiplicateur, en fonction de la puissance du faisceau sonde qui est couplé. Le balayage de la longueur de la cavité est effectué à l’aide de trois cales piézo-électriques, placées à l’extérieur de l’enceinte pour ne pas altérer la qualité de l’ultravide. En réglant l’amplitude des rampes de haute-tension qui sont appliquées simultanément sur les trois

cales, il est possible d'obtenir un déplacement linéaire du miroir supérieur pour des fréquences de l'ordre de 10 Hz. L'intervalle spectral libre de la cavité  $\Delta\nu_{FSR}$  est voisin de 2,5 GHz. La finesse attendue vaut :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T_1 + T_2 + P} \approx 125 \quad (\text{A.I-1})$$

$P$  représente l'ensemble des pertes sur un tour. Ces pertes dépendent, en l'absence d'absorption par le milieu atomique, de la qualité des miroirs qui est très bonne ( $P \sim 2 \cdot 10^{-3}$ ). Notons que l'insertion de la cavité à l'intérieur de l'enceinte évite aux faisceaux sonde la traversée des hublots, à chaque aller-retour dans la cavité. Dans le cas contraire, même avec des hublots traités antireflets, les pertes atteindraient  $\sim 1\%$ .

La largeur totale à mi-hauteur est compatible avec la bande passante souhaitée :

$$\Delta\nu_{FWHM} = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\mathcal{F}} = 20 \text{ MHz} \quad (\text{A.I-2})$$

La disposition mécanique de la cavité à l'intérieur de l'enceinte est représenté sur la figure A.I-1. L'utilisation de deux soufflets étanches permet d'ajuster la position des deux miroirs, ce qui est indispensable compte-tenu de la précision requise pour l'alignement de la cavité par rapport au piège (centrage à mieux que le millimètre). Les réglages mécaniques de sa longueur autour de la position confocale ( $L = 60 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}$ ), ainsi que l'orientation de chaque miroir, peuvent donc être effectués de l'extérieur. Notons qu'il est également possible de basculer la cavité de manière à exciter un mode de résonance en sablier, quand la cavité est parfaitement confocale. Cette configuration en anneau permet de s'affranchir de la structure d'onde stationnaire existant dans la géométrie linéaire.

## II.b. Couplage d'un faisceau laser et adaptation de modes.

On souhaite adapter au maximum le faisceau incident au mode  $TEM_{00}$  de la cavité. En effet, la cavité ultravide est par la suite couplée aux atomes du piège. Afin d'éviter un enchevêtrement entre les effets non-linéaires temporels, qui sont ici recherchés, et les effets non-linéaires spatiaux que nous voulons éviter, il est important d'exciter uniquement le mode spatial fondamental  $TEM_{00}$  de la cavité. Une fois cette adaptation réalisée, on peut contrôler la finesse et les pertes de la cavité. Pour effectuer ce réglage, on éloigne un peu les miroirs de la cavité de la configuration confocale : ainsi, les modes spatiaux de la cavité ne sont pas dégénérés en fréquence, et peuvent être visualisés simplement en balayant la distance qui sépare les miroirs.

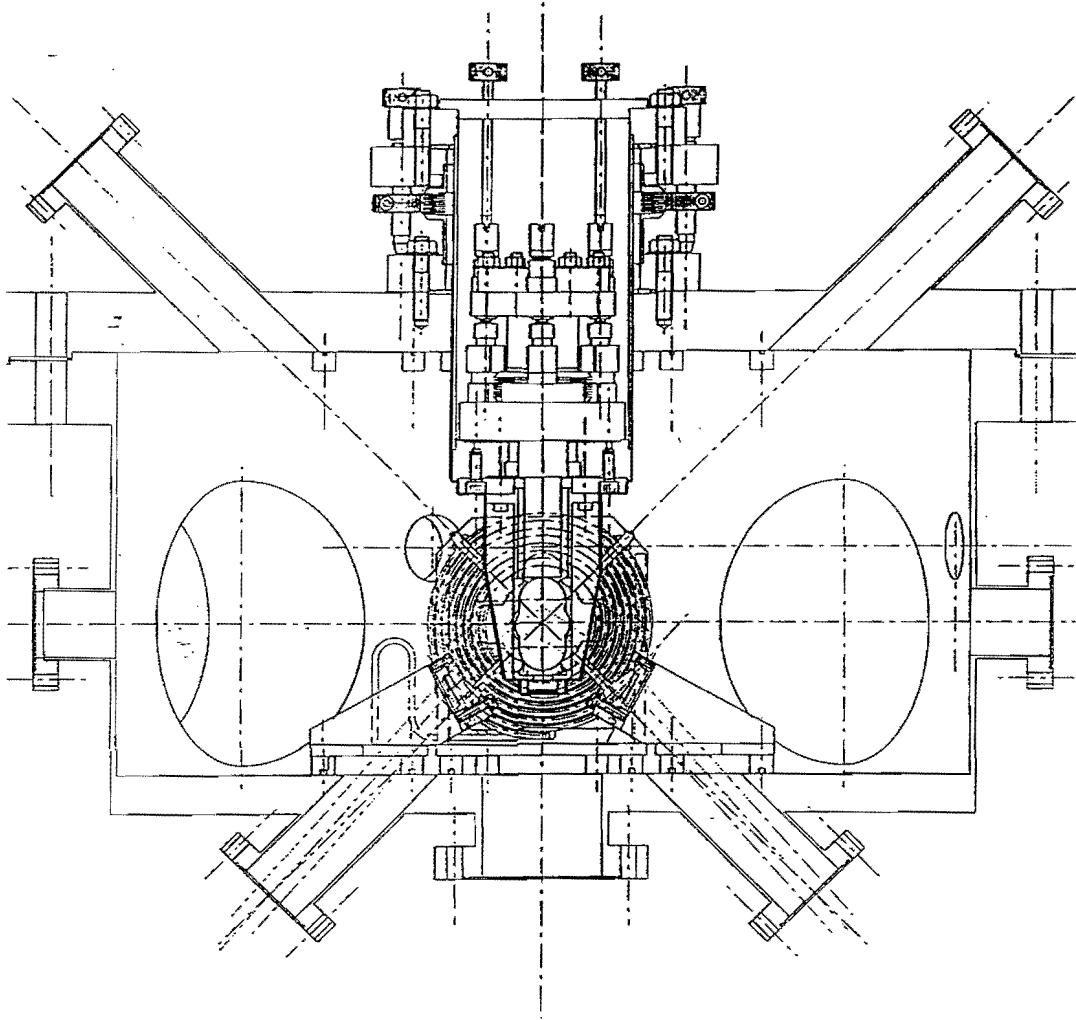


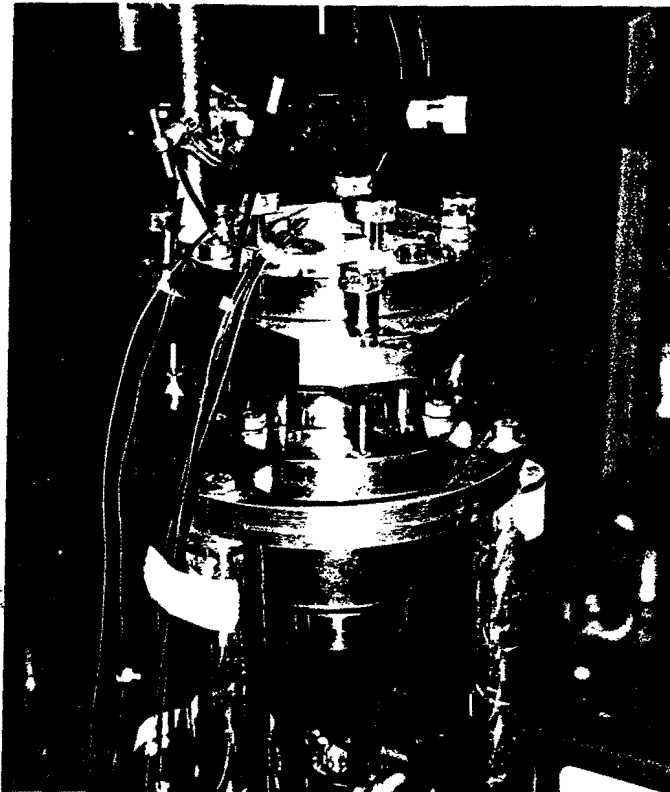
Figure A.I-1 : Coupe verticale de l'enceinte ultraviolette incluant la cavité. L'axe horizontal correspond à la direction du jet atomique. Les deux directions orthogonales entre elles, faisant  $45^\circ$  avec cet axe, débouchent sur des hublots qui laissent passer les faisceaux du piège copropageants et contrepropageants. Dans la région centrale, on distingue les enroulements des bobines de champ magnétique. L'ensemble mécanique qui part de cette zone centrale et qui surmonte l'enceinte constitue la cavité interférométrique, conçue par P. Fournet, dessinateur à l'institut d'optique. L'axe joignant les centres optiques des deux miroirs est vertical. Entre les deux miroirs, tout à fait au centre de la figure, on remarque une ouverture qui permet le passage du troisième axe de faisceaux piégeants. Cet axe est horizontal et perpendiculaire au plan de la figure. A l'extérieur de l'enceinte, on distingue les vis de réglage qui agissent sur les deux sous-ensembles mécaniques qui sont solidaires chacun d'un miroir : la transmission des mouvements dans l'enceinte est possible grâce à deux soufflets étanches.

### **i-utilisation de diodes laser**

Dans un premier temps, la cavité a été testée sur un support adéquat, à l'air libre. Au début de l'année 1994, nous pensions utiliser des diodes laser comme faisceaux sondes. De nombreuses difficultés sont survenues. Tout d'abord, la largeur spectrale de la source laser devant être nettement inférieure à la bande passante de la cavité (10 MHz), nous avons utilisé une diode Mitsubishi 64114-R couplée à un réseau. La présence de ce réseau tend à dégrader sensiblement la qualité du mode spatial en champ lointain, même avec une anamorphose du faisceau et une compensation partielle de son astigmatisme. Une bonne adaptation de modes devient donc très difficile à réaliser. De plus, les retours optiques qui proviennent de la cavité augmentent avec la qualité de cette adaptation, et déstabilisent le fonctionnement de la diode laser. Dans un tel montage, une isolation optique de 90 à 100 dB est nécessaire.

Pour remédier à tous ces problèmes, nous avons employé deux cavités en série, isolées optiquement. La première cavité est utilisée pour faire un filtrage spatial du mode issu de la diode laser. Elle est constituée de deux miroirs identiques réfléchissant 95%, séparés par une distance telle que cette cavité se trouve entre une configuration concentrique et une configuration confocale : les fréquences de résonance des différents modes spatiaux sont nettement distinctes. Cette cavité est caractérisée par un intervalle spectral libre de 1500 MHz et une finesse de 60. On adapte au mieux le mode spatial de la diode laser au mode  $TEM_{00}$  de cette première cavité. Lorsque la cavité est à résonance avec le mode  $TEM_{00}$ , elle transmet ce mode, tandis que les autres modes sont réfléchis. Au moyen d'une technique radiofréquence, on asservit la longueur de la cavité sur la résonance du mode  $TEM_{00}$ . En sortie de cette cavité de filtrage asservie, le faisceau laser est débarrassé de la contribution des modes transverses autres que le fondamental  $TEM_{00}$ , et peut résonner dans la deuxième cavité, qui est notre cavité ultravide. La technique employée permet ainsi d'améliorer notablement le couplage du faisceau laser à un mode spatial unique de la cavité ultravide. Elle n'est cependant pas très simple à mettre en œuvre : il faut en particulier que l'asservissement de la cavité de filtrage permette de suivre un éventuel balayage de la fréquence de la source laser.

En fait, en parallèle avec ces études sur la qualité du mode spatial, nous avons profité de la disposition de la première cavité pour commencer les mesures du bruit de phase haute fréquence de la diode sur réseau, en remplaçant le miroir de sortie par un miroir hautement réfléchissant, comme cela est décrit au premier chapitre. Nous avons observé un large excès de bruit de phase, ce qui nous a fait renoncer à l'emploi de ces sources pour des mesures sensibles au bruit quantique standard.



Photographie de la cavité testée à l'air libre

### ii-emploi de laser saphir dopé titane

La configuration actuelle utilise les faisceaux produits par deux lasers saphir dopés au titane, installés sur une table optique annexe. Ces deux lasers ont été réalisés dans notre laboratoire, en modifiant des lasers à colorants commerciaux Spectra Physics 380 D. Le pompage de ces lasers est effectué par un laser à argon Coherent Innova 200. La puissance obtenue en sortie est de l'ordre de 150 mW pour chaque titane-saphir. En fait, seule une petite fraction de cette puissance est utilisée pour sonder la cavité.

Les deux faisceaux sont transportés par l'intermédiaire de fibres optiques monomodes. Nous employons des coupleurs à fibre commerciaux OzOptics. Cette configuration a deux avantages :

- d'une part, elle assure une grande stabilité au montage d'un jour à l'autre, puisque la cavité et le point de départ des faisceaux à la sortie des fibres sont sur la même table optique.
- d'autre part, les fibres optiques assurent un filtrage spatial du mode des faisceaux issus des lasers titane saphir. Une adaptation de modes vers la cavité peut être entreprise de

façon définitive au moyen d'un système de lentilles, garantissant un taux de couplage important.

L'adaptation de modes consiste à imager le col du mode TEM<sub>00</sub> issu de la fibre optique à la place du col correspondant au mode propre de la cavité. Connaissant la position et la taille de ces cols ainsi que la distance qui les sépare, on peut prévoir le système d'imagerie adapté. Plusieurs lentilles sont toujours nécessaires à un couplage important et précis, même si en théorie une seule lentille pourrait suffire. Le mode propre d'une cavité confocale symétrique est caractérisé par un col situé au centre de la cavité de rayon :

$$w_o = \sqrt{\frac{\lambda R}{2\pi}} = 86,3 \text{ } \mu\text{m} \quad (\text{A.I-3})$$

pour  $\lambda = 780 \text{ nm}$  et  $R = 60 \text{ mm}$ .

Pour coupler efficacement le mode laser au mode TEM<sub>00</sub> de la cavité, il est nécessaire de s'écarter légèrement de la position confocale :  $L \approx 58 \text{ mm}$ . Ce faisant, les modes transverses TEM<sub>mn</sub> ne sont plus dégénérés en fréquence. Ils se répartissent suivant : [Yariv 89]

$$v_{mnq} = \frac{c}{2L} \left( q + \frac{1+m+n}{\pi} \arccos \left| 1 - \frac{L}{R} \right| \right) \quad (\text{A.I-4})$$

L'écart apparent entre le mode TEM<sub>11</sub> et le mode TEM<sub>00</sub> vaut :

$$\frac{\Delta v_{11}}{\Delta v_{FSR}} = \frac{2}{\pi} \arccos \left| 1 - \frac{L}{R} \right| - 1 \quad (\text{A.I-5})$$

Pour  $L = 58 \text{ mm}$ ,  $\Delta v_{11} = -53 \text{ MHz} > \Delta v_{FWHM}$  : les modes sont résolus. Par ailleurs, le rayon du col ne change pratiquement pas. En position non confocale, toujours pour une cavité symétrique : [Kogelnik 66]

$$w_o = \sqrt{\frac{\lambda R}{2\pi}} \sqrt{L(2R-L)} \quad (\text{A.I-6})$$

On retrouve  $w_o = 86,3 \text{ } \mu\text{m}$  pour  $L = 58 \text{ mm}$ . Pour terminer avec les paramètres de la cavité, notons qu'il existe deux temps caractéristiques :

- le temps de propagation aller-retour :  $\tau_{ar} = \frac{2L}{c} = \frac{1}{\Delta v_{FSR}}$  ;
- le temps de vie du champ :  $\tau = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \tau_{ar}$

Ce dernier est lié au taux de décroissance du champ électrique à l'intérieur de la cavité vide, en l'absence de champ source (§ C.II). L'ensemble des paramètres caractéristiques de la cavité est regroupé dans le tableau qui suit :

longueur cavité	$L$	58 à 60 mm
longueur de Rayleigh	$\tau_R$	30 mm
rayon du col ("waist")	$w_0$	86 $\mu\text{m}$
intervalle spectral libre	$\Delta\nu_{\text{FSR}}$	2,5 GHz
largeur totale à mi-hauteur	$\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	20 MHz
finesse théorique	$f$	126
séparation des modes transverses	$\Delta\nu_{\text{tr}}$	13 MHz/mm d'écart à confocal
temps d'aller-retour	$\tau_{\text{ar}}$	0,4 ns
temps de vie du champ	$\tau$	16 ns
bande passante	$\kappa = \frac{1}{2\pi\tau}$	10 MHz

La divergence angulaire du mode issu de la fibre optique correspond à l'ouverture numérique de cette dernière et vaut 0,11. L'objectif de collimation adapté a une focale de 6,2 mm. Le col du faisceau en sortie de fibre est donc de 0,68 mm. Le système retenu pour l'adaptation à la cavité est représenté à la figure A.I-2.



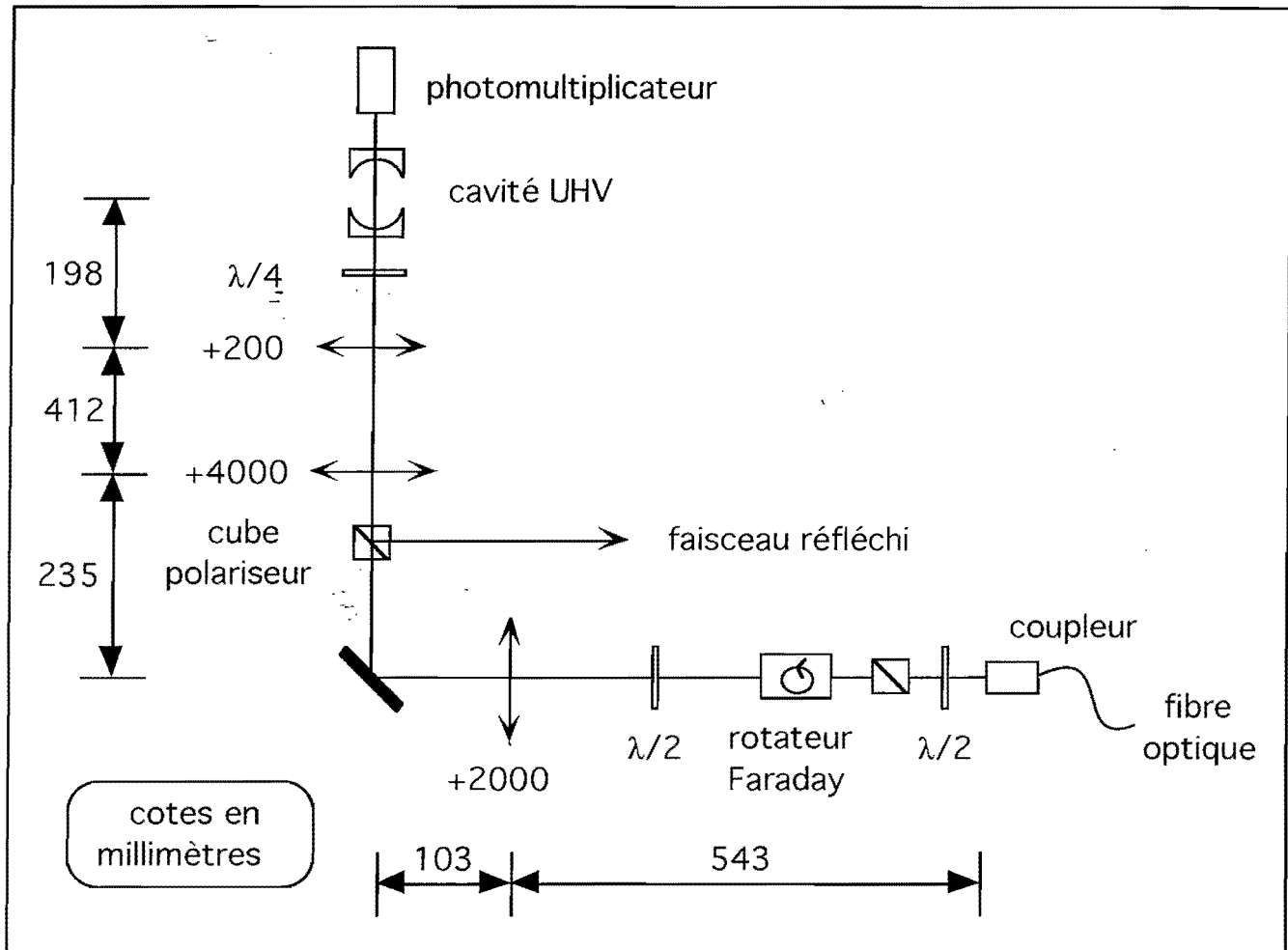


Figure A.I-2 : Couplage du faisceau sonde dans la cavité interférométrique. Le faisceau est polarisé circulairement à l'entrée de la cavité, de manière à séparer le faisceau réfléchi du faisceau incident, au niveau du cube polariseur. Le rotateur de Faraday est mis en place en prévision du couplage de deux faisceaux dans la cavité, de manière à séparer les deux faisceaux réfléchis avec deux polarisations orthogonales. L'isolation optique du laser titane-saphir est réalisée en amont du couplage d'entrée dans la fibre.

Pour prévoir l'adaptation des modes, nous nous sommes servis d'un logiciel de calcul optique pour faisceaux gaussiens (Paraxia). La lentille principale de notre dispositif (+200 mm) réalise de façon approchée l'adaptation, tandis que les lentilles de grande focale (+ 2000 et + 4000 mm) permettent un contrôle quasi-parfait de l'alignement, et une adaptation plus fine. Nous obtenons une efficacité de couplage dans le mode principal  $TEM_{00}$  valant environ 98 %.

Lorsque l'on couple un faisceau laser de fréquence  $\nu$  et d'intensité  $I_{in}$  à la cavité, l'intensité intracavité  $I$  et l'intensité réfléchie  $I_r$  dépendent du déphasage  $\phi$  par rapport à la résonance du mode longitudinal le plus proche  $\nu_q$  :

$$\phi = \frac{\nu - \nu_q}{\Delta\nu_{FSR}} \quad (\text{A.I-6})$$

De plus,  $I$  et  $I_r$  dépendent des caractéristiques des miroirs, notamment des pertes associées à ceux-ci. Dans la limite d'une cavité de grande finesse, la largeur d'un pic de résonance devient négligeable devant l'intervalle spectral libre. Les fonctions d'Airy caractéristiques des résonances de la cavité Fabry-Pérot peuvent être approchées par des fonctions Lorentziennes, car  $\phi$  reste faible de part et d'autre de la résonance : [Roch 92]

$$\frac{I}{I_{in}} = \frac{T_1}{\left(\frac{T_1 + T_2 + P}{2}\right)^2 + \phi^2} \quad (\text{A.I-7.a})$$

$$\frac{I_r}{I_{in}} = \frac{\left(\frac{T_1 - (T_2 + P)}{2}\right)^2 + \phi^2}{\left(\frac{T_1 + T_2 + P}{2}\right)^2 + \phi^2} \quad (\text{A.I-7.b})$$

A résonance, puisque  $T_2 + P \ll T_1$  :

$$\frac{I}{I_{in}} \approx \frac{4}{T_1} \left(1 - 2\frac{T_2 + P}{T_1}\right) \quad (\text{A.I-8.a})$$

$$\frac{I_r}{I_{in}} \approx 1 - 2\frac{(T_2 + P)}{T_1} \quad (\text{A.I-8.a})$$

Expérimentalement, nous pouvons mesurer l'intensité du faisceau réfléchi : le creux à résonance renseigne sur les pertes. Le faisceau sonde est initialement polarisé linéairement. Une lame quart d'onde rend sa polarisation circulaire, avant son entrée dans la cavité. Le faisceau réfléchi repasse par cette même lame et redevient polarisé linéairement, à 90 ° de la polarisation incidente. Il est ainsi séparé du faisceau incident, à l'aide d'un cube polariseur, et nous pouvons suivre la variation de l'intensité réfléchie par la cavité au cours de son balayage. Nous pouvons également suivre l'intensité intracavité par l'intermédiaire de la très faible transmission du miroir arrière. Le faisceau transmis est détecté à l'aide d'un tube photomultiplicateur Hamamatsu, polarisé à 1200V et caractérisé par un produit impédance de sortie-bande passante valant 2kHz.MΩ. La tension lue augmente proportionnellement à l'impédance de sortie : le photomultiplicateur fonctionne en générateur de courant puisqu'il fournit des photoélectrons. Les figures (A.I-2.a.) et (A.I-2.b) montrent l'intensité intracavité et l'intensité réfléchie au voisinage de la résonance, lorsque

le couplage est optimum. Le trou en réflexion de - 15 %, à la résonance, permet de déduire un taux de pertes  $P$  valant  $2.10^{-3}$ . La finesse mesurée, proche de 123, est compatible d'après (A.I-1) et le niveau des pertes avec  $T_1 \approx 4,9 \%$ . Notons qu'il est difficile d'obtenir une précision relative meilleure que quelques pourcents sur ces grandeurs.

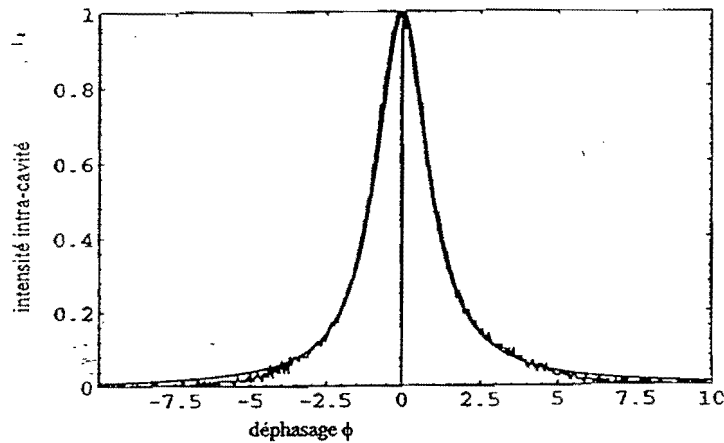


Figure A.I-2.a : Pic de résonance expérimental pour l'intensité intracavité. Le déphasage est normalisé à la bande passante de la cavité, et l'intensité à sa valeur à résonance. La forme est symétrique et ajustée par une Lorentzienne de largeur 20 MHz, traduisant la qualité du couplage.

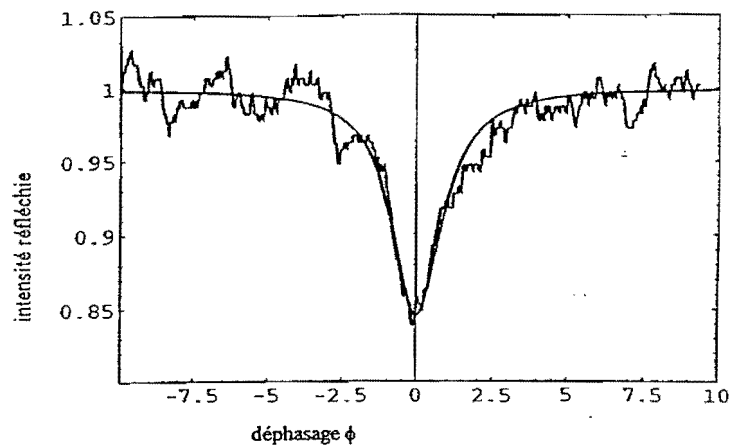


Figure A.I-2.b : Creux en réflexion au voisinage de la résonance. Le bruit additionnel provient des fluctuations d'intensité basse fréquence du laser titane saphir.

## II- Observation de la bistabilité optique à un faisceau

### II.a. Introduction

Nous observons l'intensité intracavité, au cours du balayage de la distance séparant les deux miroirs, avec le dispositif décrit au paragraphe précédent. La présence du milieu d'atomes piégés au centre de la cavité est susceptible d'altérer profondément la forme et la position des résonances, quand la fréquence du laser sonde est voisine de la fréquence des transitions atomiques. Pour une certaine gamme de désaccords du faisceau sonde, le milieu atomique peut être essentiellement dispersif, et caractérisé par un indice non linéaire de type Kerr. Cette dépendance de l'indice avec l'intensité du faisceau provient d'un phénomène de saturation, que l'on peut reproduire théoriquement au moyen d'un modèle d'atome à deux niveaux. Mais regardons d'abord qualitativement comment cette non-linéarité peut entraîner un fonctionnement bistable. L'indice non-linéaire rend asymétrique la courbe de résonance. On se trouve au seuil du phénomène de bistabilité lorsque la pente maximale, du côté le plus abrupt, tend théoriquement vers l'infini. Si l'effet non-linéaire est encore accru, le balayage expérimental fait apparaître deux branches différentes, suivant que la fréquence croît ou décroît, comme il est représenté à la figure (A.II-1) : il existe alors, pour certaines valeurs de l'intensité incidente et du désaccord de la cavité, deux valeurs stables de l'intensité intracavité en présence du milieu atomique ("bi-stabilité").

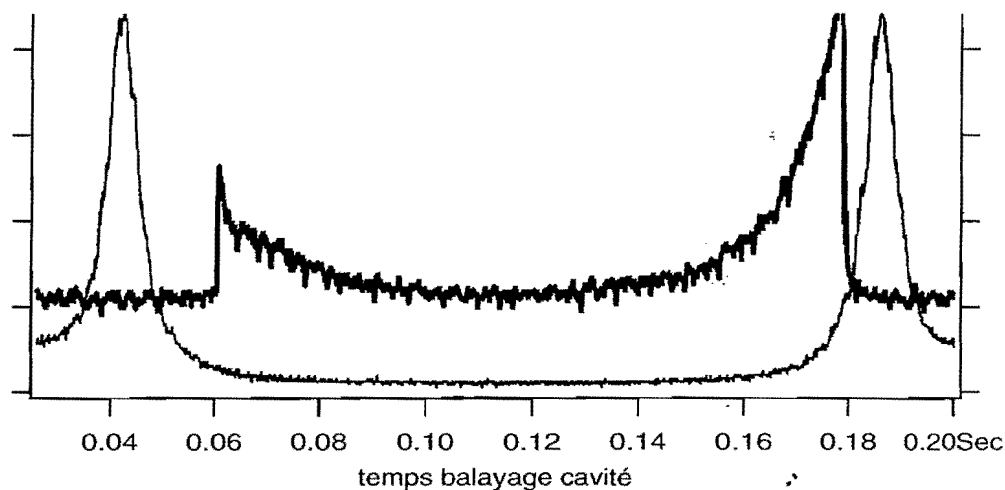


Figure A.II-1 : Aller-retour de balayage de la cavité au voisinage de la résonance. La courbe en trait fin est obtenue en l'absence d'atomes. En trait fort : les deux branches de bistabilité, lorsque le piège fonctionne. Dans ce dernier cas, on remarque également une augmentation moyenne de l'intensité reçue sur le photomultiplicateur, en raison de la fluorescence émise par les atomes piégés.

Notons que la position de la résonance est déplacée, en raison d'une modification de la partie linéaire de l'indice. A cause du phénomène de saturation (partie non-linéaire de type Kerr), le flanc abrupt penche dans la direction du pic de résonance obtenu en l'absence d'atomes. Nous verrons dans notre modèle que la séparation de l'indice en parties linéaire et effet Kerr n'est valable qu'en régime dispersif. La bistabilité optique en présence d'atomes piégés a été observée par L. Hilico [Hilico 92]. Nous reprenons ces expériences car une analyse quantitative du phénomène de bistabilité permet de caractériser le dispositif expérimental, et en particulier mesurer le paramètre de coopérativité qui joue aussi un rôle crucial dans les simulations de couplage QND (chapitre un §C). Nous verrons en outre que l'on observe différents régimes d'effets non linéaires inattendus, suivant le désaccord et la puissance du faisceau sonde.

## II.b. Modèle théorique pour un atome à deux niveaux

Afin de décrire simplement l'effet de bistabilité pour une assemblée d'atomes à deux niveaux placés dans la cavité, nous considérons le cas où les atomes n'interagissent qu'avec un seul mode du champ électromagnétique (onde plane progressive). Le calcul est fait en écrivant d'une part la réponse atomique au champ intracavité (équations de Bloch optiques), d'autre part l'action du milieu atomique sur l'évolution du champ. On obtient un système couplé d'équations de Bloch-Maxwell, que l'on résout pour l'état stationnaire.

Le champ entrant étant dans un état cohérent, un calcul semi-classique peut être mené. On peut tout aussi bien conserver un formalisme quantique, qui nous donne également rapidement les mêmes résultats.

### i-L'action des atomes sur le champ

En optique non-linéaire classique, l'enveloppe du champ électrique  $\mathcal{E}$  est modifiée par la polarisation atomique moyenne  $\mathcal{P}$  : l'équation de propagation non-linéaire [Yariv 89] donne la variation élémentaire  $d\mathcal{E}$  de cette enveloppe, rapportée à une distance de propagation  $dz$  dans le milieu atomique :  $\frac{d\mathcal{E}}{dz} = ik \frac{\mathcal{P}}{2\varepsilon_0}$ , où  $k$  est le vecteur d'onde associé au mode du champ. Après intégration sur la longueur du milieu traversé, on obtient la modification du champ par passage dans la cavité. A titre d'illustration, le calcul qui suit adopte le point de vue quantique, qui aboutit au même résultat, tout en faisant apparaître de façon naturelle le paramètre de couplage  $g$  entre un atome et un photon dans la cavité.

L'opérateur champ électrique, projeté sur le mode de polarisation correspondant à la transition  $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$  de notre modèle à deux niveaux, est défini par :

$$E(\vec{r}, t) = \sum_{\text{modes } j} i \mathcal{E}_j \left( \tilde{a}_j(t) e^{i \vec{k}_j \cdot \vec{r}} - \tilde{a}_j^+(t) e^{-i \vec{k}_j \cdot \vec{r}} \right) \quad (\text{A.II-1})$$

$$\text{où :} \quad \tilde{a}_j(t) = a_j e^{-i\omega_j t} \quad \text{et} \quad \tilde{a}_j^+(t) = a_j^+ e^{+i\omega_j t} \quad (\text{A.II-2})$$

en l'absence d'interaction avec les atomes. On pose :

$$\mathcal{E}_j = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_j}{2 \epsilon_0 V}} \quad (\text{A.II-2})$$

Il s'agit du champ créé par un photon de fréquence  $\omega_j$  dans le mode  $\text{TEM}_{00}$  qui occupe un volume  $V$  dans la cavité. Les opérateurs de création et d'annihilation se rapportent donc maintenant aux nombres de photons dans la cavité.

$\tilde{a}(t)$  est l'opérateur d'annihilation qui correspond au mode du champ laser exciteur. On écrit l'équation de Heisenberg pour cet opérateur :

$$\frac{d\tilde{a}(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\tilde{a}(t), H] \quad (\text{A.II-4})$$

$H$  est l'Hamiltonien du système atome-laser-champ :

$$H = H_0 + H_R + H_i \quad (\text{A.II-5})$$

$$\text{où} \quad H_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 (|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) \quad \text{est l'hamiltonien atomique} \quad (\text{A.II-6.a})$$

$$\text{et} \quad H_R = \sum_j \hbar \omega_j a_j^+ a_j \quad \text{l'hamiltonien du champ (ordre normal)} \quad (\text{A.II-6.b})$$

$$H_i = -DE \quad \text{est l'hamiltonien d'interaction.} \quad (\text{A.II-6.c})$$

L'approximation du champ tournant est faite comme au §A.I du premier chapitre, et le dernier terme se réduit à :

$$H_i = -D^+ E^+ - D^- E^- \quad (\text{A.II-7})$$

$$\text{avec} \quad D^+ = dS^+ \quad D^- = dS^- \quad (\text{A.II-8})$$

$$\text{et} \quad E^+ = \sum_j \mathcal{E}_j \tilde{a}_j(t) \quad E^- = (E^+)^+ \quad (\text{A.II-9})$$

L'équation de Heisenberg donne l'évolution suivante :

$$\dot{\tilde{a}}(t) = -i\omega \tilde{a}(t) - \frac{id\mathcal{E}}{\hbar} S^- \quad (\text{A.II-10})$$

faisant apparaître le paramètre de couplage entre un atome et un photon de la cavité :

$$g = \frac{d|\mathcal{E}|}{\hbar} \quad (\text{A.II-11})$$

En se plaçant dans le référentiel tournant à la fréquence laser  $\omega$ , l'équation (A.II-10) devient :

$$\dot{\tilde{a}}(t) = -ig S^-(t) \quad (\text{A.II-12})$$

$$\text{où } a(t) = \tilde{a}(t)e^{i\omega t} \quad \text{et} \quad S^-(t) = S^-(t) e^{i\omega t} \quad (\text{A.II-13})$$

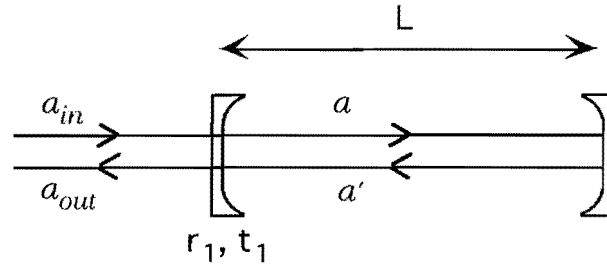
Le nombre d'atomes dans le champ sonde vaut :

$$N = n S \ell \quad (\text{A.II-14})$$

où  $n$  est la densité atomique,  $\ell$  l'épaisseur du milieu et  $S$  la section du faisceau qui est supposée constante puisque la longueur de Rayleigh (30 mm) est grande devant la taille du piège (3,5 mm). En ajoutant de manière cohérente les effets des différents atomes :

$$\dot{\tilde{a}}(t) = -ig N S^-(t) \quad (\text{A.II-15})$$

Ayant obtenu la vitesse de variation du champ provenant du couplage avec le milieu atomique, il nous faut calculer l'évolution du champ en présence de la cavité.



Au temps  $t$ , les relations de continuité sur le miroir de couplage s'écrivent :

$$a(t) = t_1 a_m(t) + r_1 a'(t) \quad (\text{A.II-16.a})$$

$$a_{out}(t) = t_1 a'(t) - r_1 a_{in}(t) \quad (\text{A.II-16.b})$$

En l'absence d'atomes dans la cavité :

$$a'(t) = a(t - \tau) e^{i2L(k - k_0)} \quad (\text{A.II-17})$$

où  $k_0$  satisfait la condition de résonance  $e^{i2Lk_0} = 1$ , et  $\tau$  est le temps d'aller retour dans la cavité. (A.II-17) s'écrit aussi :

$$a'(t) = a(t - \tau) e^{i\tau\delta} \quad (\text{A.II-18})$$

$\delta_c$  est le désaccord entre la fréquence laser et la fréquence de résonance cavité la plus proche. Nous nous plaçons toujours dans le cadre d'une cavité de bonne finesse, accordée au voisinage d'un pic de résonance :

$$e^{i\tau\delta_c} \approx 1 + i\tau\delta_c \quad \text{et} \quad r_1 \approx 1 - \frac{t_1^2}{2} \quad (\text{A.II-19})$$

La variation du champ sur un tour :

$$\Delta a = a(t) - a(t - \tau) \quad (\text{A.II-20})$$

donne au premier ordre en  $t_1^2$  et  $\tau\delta_c$  :

$$\Delta a = \left( -\frac{t_1^2}{2} + i\tau\delta_c \right) a + t_1 a_m \quad (\text{A.II-21})$$

On divise cette expression par  $\tau$ , et on passe à la limite continue après avoir posé :

$$\kappa = \frac{t_1^2}{2\tau} \quad (\text{A.II-22})$$

qui est la bande passante de la cavité. On obtient l'équation :

$$\dot{a} = (-\kappa + i\delta_c) a + \sqrt{\frac{2\kappa}{\tau}} a_m \quad (\text{A.II-23})$$

à laquelle il faut ajouter la vitesse de variation due au milieu atomique :

$$\dot{a}(t) = (-\kappa + i\delta_c) a(t) + \sqrt{\frac{2\kappa}{\tau}} a_m(t) - iNgS^-(t) \quad (\text{A.II-24})$$

### ii-action du champ sur les atomes

Elle s'obtient par les équations de Bloch optiques, qui décrivent l'évolution des valeurs moyennes  $\langle S^+(t) \rangle$ ,  $\langle S^-(t) \rangle$  et  $\langle S_z(t) \rangle$ , où

$$S_z = \frac{1}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) \quad (\text{A.II-25})$$



$$\langle \dot{S}^+ \rangle = -(i\delta + \gamma)\langle S^+ \rangle - i\Omega_1 \langle S_z \rangle \quad (\text{A.II-26.a})$$

$$\langle \dot{S}^- \rangle = -(-i\delta + \gamma)\langle S^- \rangle + i\Omega_1 \langle S_z \rangle \quad (\text{A.II-26.b})$$

$$\langle \dot{S}_z \rangle = \frac{i\Omega_1}{2} (\langle S^- \rangle - \langle S^+ \rangle) - 2\gamma \langle S_z \rangle - \gamma \quad (\text{A.II-26.c})$$

$\gamma = \frac{\Gamma}{2}$  est la largeur radiative associée au temps de vie des cohérences atomiques, et  $\delta$  le désaccord du laser par rapport à la transition atomique.

$$\text{La fréquence de Rabi est définie par : } \Omega_1 = -\frac{2|\mathcal{E}\langle a \rangle d}{\hbar} = 2g\langle a \rangle \quad (\text{A.II-27})$$

Les équations (A.II-24) et (A.II-26 a, b, c) décrivent l'évolution du système couplé atomes-champ en présence de la cavité. Nous ne nous intéressons qu'à l'état stationnaire :  $\langle \dot{S}^+ \rangle = \langle \dot{S}^- \rangle = \langle \dot{S}_z \rangle = \langle \dot{a} \rangle = 0$ . L'inversion des équations de Bloch optiques donne dans ce cas :

$$\langle S^+ \rangle = \frac{1}{1 + \frac{\delta^2}{\gamma^2} + \frac{2g^2\langle a \rangle^2}{\gamma^2}} \cdot \frac{g\langle a \rangle}{\gamma} \cdot \frac{(\delta + i\gamma)}{\gamma} \quad (\text{A.II-28.a})$$

$$\langle S^- \rangle = [\langle S^+ \rangle]^* \quad (\text{A.II-28.b})$$

$$\langle S_z \rangle = \frac{-1/2}{1 + \frac{\delta^2}{\gamma^2} + \frac{2g^2\langle a \rangle^2}{\gamma^2}} \left( 1 + \frac{\delta^2}{\gamma^2} \right) \quad (\text{A.II-28.c})$$

On pose  $\Delta = \frac{\delta}{\gamma}$  : désaccord normalisé à la demi-largeur radiative. L'expression obtenue pour  $\langle S^- \rangle$  est reportée dans l'équation (A.II-24), prise pour les valeurs moyennes des opérateurs (régime stationnaire). On trouve pour la valeur moyenne du champ intracavité l'équation suivante :

$$\langle a \rangle = \frac{\sqrt{\frac{2}{\kappa\tau}} \langle a_{in} \rangle}{1 - i\frac{\delta_c}{\kappa} + i\frac{2Ng^2}{\kappa\gamma} \cdot \frac{\Delta - i}{1 + \Delta^2 + \frac{2g^2\langle a \rangle^2}{\gamma^2}}} \quad (\text{A.II-29})$$

Pour obtenir l'équation de la bistabilité optique, on introduit deux nouveaux paramètres normalisés :

- la coopérativité

$$C = \frac{Ng^2}{\kappa\gamma} \quad (\text{A.II-30})$$

Remarquons qu'il s'agit d'un paramètre classique, que l'on peut écrire au moyen de (C.II-22), (C.II-11) et (C.II-3), sous la forme :  $C = \frac{2\alpha_o\ell}{T}$ , où  $\alpha_o\ell = n \frac{3\lambda^2}{2\pi} \ell$  est l'absorption par le milieu atomique, et  $T = t_1^2$  la transmittivité du miroir. Le paramètre de coopérativité est donc proportionnel à l'épaisseur optique à résonance, et à la finesse de la cavité  $\frac{2\pi}{T}$ .

- le déphasage normalisé à la bande passante de la cavité

$$\theta = \frac{\delta_c}{\kappa} \quad (\text{A.II-31})$$

On pose :

$$\tilde{\Omega}_m = \frac{g\langle a_m \rangle}{\gamma} \quad \text{et} \quad \tilde{\Omega} = \frac{g\langle a \rangle}{\gamma} \quad (\text{A.II-32})$$

fréquences de Rabi associées aux champs incident et intracavité, normalisées à la largeur naturelle de la transition. L'expression (A.II-29) prend la forme :

$$\tilde{\Omega} = \frac{\sqrt{\frac{4}{T_1}} \tilde{\Omega}_m}{\left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + 2\tilde{\Omega}^2}\right) - i \left(\theta - \frac{2C\Delta}{1 + \Delta^2 + 2\tilde{\Omega}^2}\right)} \quad (\text{A.II-33})$$

Pour terminer, on emploie les variables :

$$X = |\tilde{\Omega}^2| \quad \text{et} \quad Y = \frac{4}{T} |\tilde{\Omega}_m^2| \quad (\text{A.II-34})$$

L'équation de la bistabilité en variables réduites est ainsi :

$$X = \frac{Y}{\left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + 2X}\right)^2 + \left(\theta - \frac{2C\Delta}{1 + \Delta^2 + 2X}\right)^2} \quad (\text{A.II-35})$$

Lorsque le désaccord est grand devant la largeur naturelle ( $\Delta \gg 1$ ), pour un régime d'intensité intracavité tel que  $\frac{X}{\Delta^2} \ll 1$ , on peut effectuer un développement de l'expression précédente :

$$X = \frac{Y}{1 + \left( \theta - \frac{2C}{\Delta} + \frac{4CX}{\Delta^3} \right)^2} \quad (\text{A.II-36})$$

Il s'agit de la limite dispersive, pour laquelle l'absorption par le milieu atomique est négligeable : à résonance,  $X = Y$ . La position et la forme de cette résonance sont cependant modifiées par le déphasage linéaire  $\phi_L = \frac{2C}{\Delta}$  et non-linéaire  $\phi_{NL} = \frac{-4CX}{\Delta^3}$ .

Le seuil de bistabilité est obtenu lorsque, pour des paramètres  $C$ ,  $\Delta$  et  $\theta$  donnés, la courbe  $X(Y)$  admet une tangente verticale :

$$\frac{dY}{dX} = 0 \quad (\text{A.II-38})$$

Au dessus du seuil de bistabilité, (A.II.38) admet deux solutions distinctes : les points tournants de la bistabilité. Pour les puissances incidentes comprises entre ces deux points, il existe trois valeurs de l'intensité intracavité vérifiant l'équation (A.II.36). Une est située sur une branche instable ( $\frac{dY}{dX} < 0$ ) et n'est pas réalisée physiquement, tandis que les deux autres sont situées sur des branches stables ( $\frac{dY}{dX} > 0$ ), donnant lieu à l'observation de la bistabilité.

## II.c. Observation expérimentale de la bistabilité

### i. Positionnement de la cavité par rapport au nuage atomique

Pour que le paramètre de coopérativité soit le plus important possible, il nous faut centrer le nuage d'atomes piégés sur le mode  $\text{TEM}_{00}$  de la cavité. Trois vis actionnables depuis l'extérieur de l'enceinte ultravide permettent de déplacer l'ensemble de la cavité sur plusieurs millimètres. Pour le réglage, nous visualisons l'image de la fluorescence des atomes piégés à travers le miroir de couplage de la cavité, en plaçant simplement un écran en dessous de ce miroir, filmé par une caméra CCD amplificatrice de lumière. On balaie lentement la cavité ( $\sim 1$  Hz) sur un intervalle spectral libre. Lorsque le nombre d'atomes piégés est réduit ( $\sim 10^7$  atomes), on distingue au cours du balayage toute une succession de modes spatiaux. Ces modes proviennent du fait que l'on a l'équivalent d'un Fabry-Pérot éclairé de l'intérieur! Leur complexité est liée à la taille du piège, et à une cohérence

temporelle réduite. Lorsque l'on charge nominalelement le piège ( $\sim 10^8$  atomes), on ne sépare plus les modes : une grosse tâche de fluorescence apparaît, inhomogène et sans symétrie de révolution. La forme de cette tâche change avec la disposition des miroirs : nous essayons de la rendre symétrique. Nous observons alors au centre de l'image un point brillant par moments, en fonction du balayage de la cavité (figure A.II-2), que nous attribuons à l'effet de laser Raman déjà observé avec les atomes froids [Hilico 92a]. Ces réglages préliminaires réalisés, il convient d'adapter le couplage du faisceau sonde à la position optimale de la cavité.

### ii. Obtention des courbes de bistabilité

Nous recherchons la bistabilité autour de la transition fermée  $S_{1/2} F = 2 \rightarrow P_{3/2} F' = 3$ , dans un piège d'atomes de rubidium 87. Le laser sonde titane-saphir est toujours polarisé circulairement à l'entrée de la cavité. Pour contrôler son désaccord, une partie du faisceau est prélevée avant le couplage dans la fibre optique, puis dirigée vers un système d'absorption saturée et un Fabry-Pérot de contrôle.

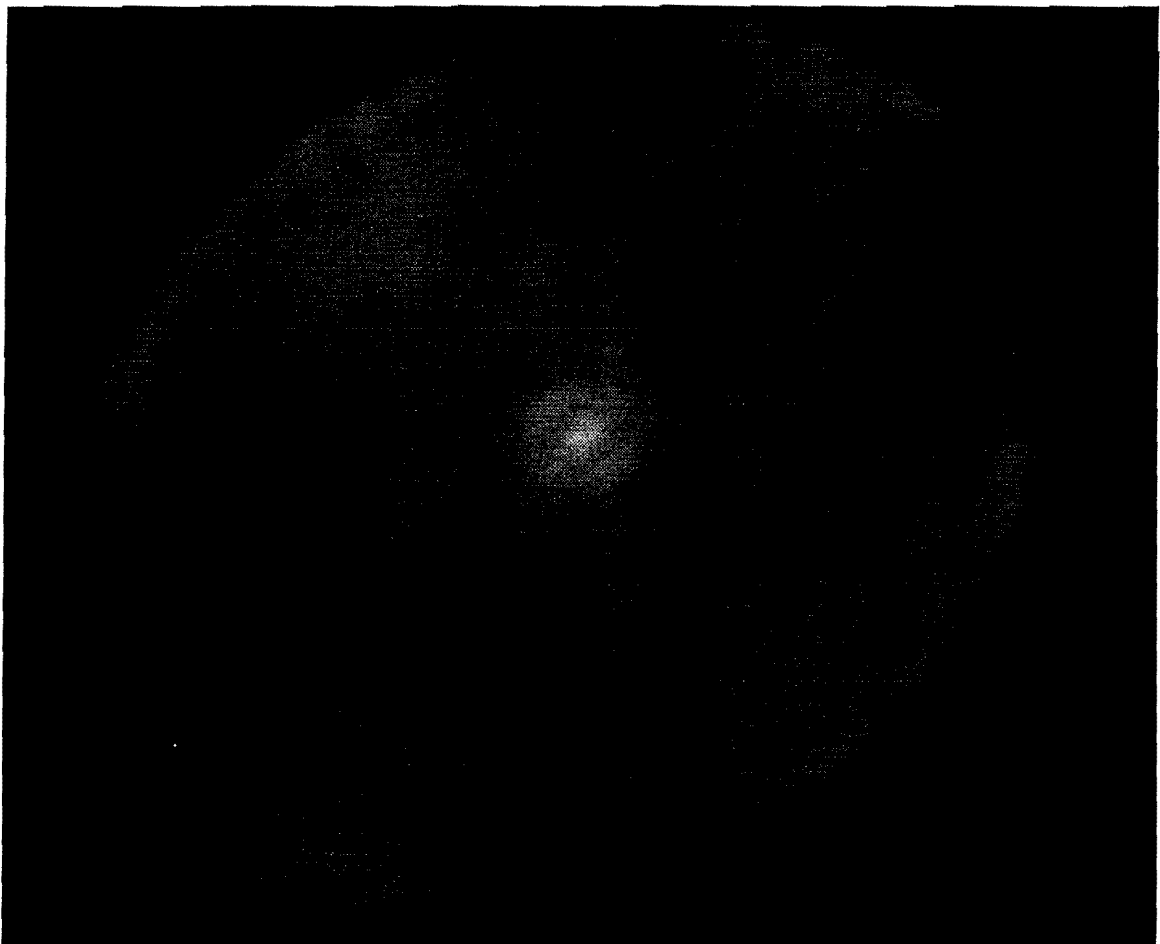


Figure A.II-2 : tâche de fluorescence imagée par le miroir de couplage de la cavité, après optimisation des positions des miroirs. Au centre : point brillant attribué à l'effet de laser Raman.

En nous basant sur le signal d'absorption saturée obtenu à la résonance de la transition  $F=2 \rightarrow F'=3$ , nous contrôlons le déplacement des pics de résonance du Fabry-Pérot confocal à partir de cette référence. L'étalon Fabry-Pérot est d'une finesse suffisamment élevée, pour que la largeur d'un pic ne soit que de 5 MHz. L'incertitude totale de la mesure du désaccord reste cependant d'une dizaine de MHz : elle provient essentiellement de l'incertitude quant à la détermination de la fréquence de résonance, en raison de la largeur du pic d'absorption saturée correspondant, et des fluctuations basse fréquence du laser ("jitter"). De manière à pouvoir observer la bistabilité avec des puissances incidentes de quelques microwatts, l'emploi du photomultiplicateur placé derrière le miroir hautement réfléchissant de la cavité est indispensable. La puissance incidente est variée au moyen de densités optiques placées avant le couplage du laser dans la fibre, pour ne pas dégrader le front d'onde. On applique une rampe de haute tension triangulaire de basse fréquence ( $\sim 5$  Hz) aux trois cales piézoélectriques contrôlant la longueur de la cavité. On enregistre les branches basse et haute du pic de résonance modifié par la bistabilité, puis on vide le piège, en coupant le champ magnétique quadrupolaire, et on enregistre la position des pics sans milieu atomique. Pour l'exploitation numérique, ces courbes sont superposées sur le même graphique et normalisées de sorte que l'intensité intracavité à résonance vaille l'unité en l'absence d'atomes (figure A.II-3). Le déphasage est compté en unités de bande passante de la cavité.

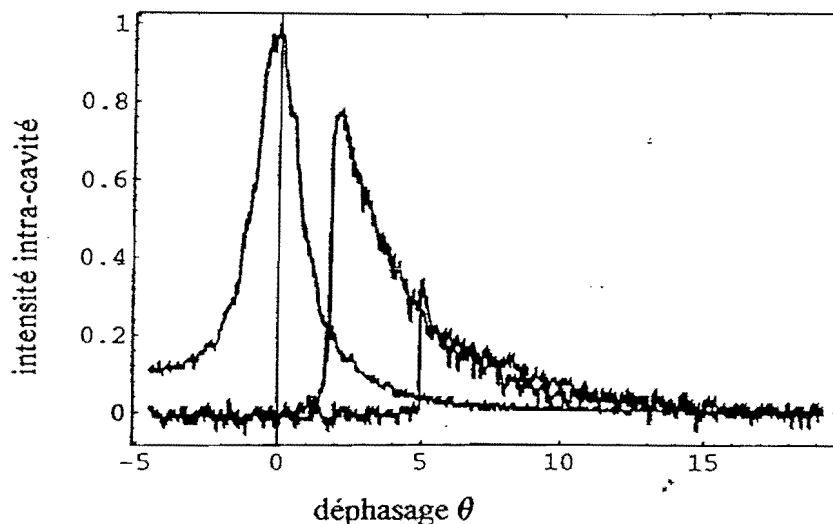


Figure A.II-3 : Courbes expérimentales bistables renormalisées, obtenues pour une puissance incidente de  $10\mu\text{W}$  et un désaccord de  $-10\gamma$ . Les deux branches (balayages à fréquence croissante et à fréquence décroissante) présentent un front raide dirigé vers le pic obtenu en l'absence d'atomes (pic centré autour du déphasage nul).

Le paramètre de coopérativité est obtenu expérimentalement à partir du rapport des maxima de champ intracavité, sans et en présence des atomes, au cours d'un balayage de la cavité. En effet, pour une cavité vide ( $C = 0$ ), le maximum d'intensité dans la cavité vaut  $X = Y$ , tandis que la présence des atomes le réduit à :

$$X_m = \frac{Y}{\left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + 2X_m}\right)^2} \tag{A.II.39}$$

Il s'agit du maximum du champ intracavité sur la branche haute. Mesurant  $Y$ ,  $X_m$  et connaissant  $\Delta$ , on peut calculer le paramètre de coopérativité :

$$C = \frac{1 + \Delta^2 + 2X_m}{2} \left( \sqrt{\frac{Y}{X_m}} - 1 \right) \tag{A.II.40}$$

Ayant déterminé  $C$ , on peut s'assurer que l'ensemble des branches haute et basse expérimentales correspond bien à la formule (A.II.36), en superposant la courbe théorique de bistabilité (figure A.II-4). Pour que l'ajustement des courbes soit satisfaisant, il est nécessaire de modifier un peu les paramètres  $\Delta$  et  $P_{in}$  dans la limite des erreurs expérimentales : jusqu'à 10 MHz pour le désaccord, et  $\pm 10\%$  pour  $P_{in}$  correspondant aux fluctuations d'intensité basse fréquence du Titane-Saphir.

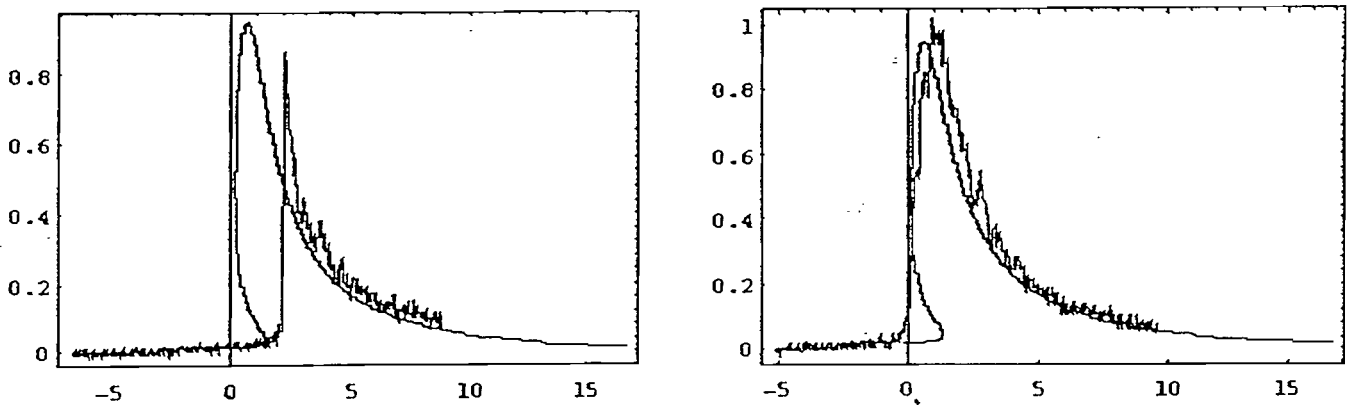


Figure A.II-4 : Ajustement des branches de bistabilité expérimentales, suivant la formule théorique (A.II-35). Les paramètres expérimentaux sont :  $Y=5,2.10^3$  ( $P=50\mu W$ ) et  $\Delta=-25$ . La coopérativité employée vaut  $C=129$ .

### III - Les différents régimes de bistabilité

Notre laser sonde étant parfaitement indépendant du dispositif de piégeage, nous avons pu varier son désaccord sur une plage importante ( $\Delta = -1500 \gamma$  à  $+500 \gamma$ ). Nous avons également modifié l'intensité incidente sur la cavité entre 5 et 50  $\mu\text{W}$  ( $Y = 5 \cdot 10^2$  à  $5 \cdot 10^3$ ). Si pour de faibles désaccords ( $\Delta = -5 \gamma$  à  $-25 \gamma$ ), le modèle de bistabilité introduit au §A.II pour un atome à deux niveaux reproduit convenablement les courbes expérimentales, nous allons voir que pour des désaccords plus importants ce modèle est insuffisant.

#### III.a. Désaccords rouges ( $\Delta < 0$ )

##### i-faibles désaccords ( $\Delta = -7,5 \gamma$ à $-25 \gamma$ )

Nous calculons le paramètre de coopérativité à partir de la méthode exposée précédemment (équation A.II-40) :

$\Delta$	$-7,5\gamma$	$-10\gamma$	$-25\gamma$
$P_{\text{in}}$	$5\mu\text{W}$	$10\mu\text{W}$	$50\mu\text{W}$
$Y$	$5,3 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^3$	$5,3 \cdot 10^3$
$Y/\Delta^2$	9,4	11	8,5
$C$	114	115	129

Les valeurs expérimentales de la coopérativité semblent cohérentes avec le modèle de bistabilité pour un atome à deux niveaux, et avec le fait que le nombre d'atomes intervenant ne change sensiblement pas entre deux mesures.

On peut vérifier, au moyen de (A.II-28.c), que la transition est toujours pratiquement saturée pour cette gamme de désaccords et de puissances. La population dans l'état excité, toujours pour un modèle d'atomes à deux niveaux, vaut :

$$\sigma_{ee} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{2X}{1 + \Delta^2}} \right) \quad (\text{A.III.1})$$

par exemple, pour  $\Delta = -25 \gamma$  et  $X = 5 \cdot 10^2$ ,  $\sigma_{ee} = 0,3$ . Dans ce régime de paramètres, le pompage optique vers la transition fermée est très rapide devant le temps de balayage de la cavité autour d'un pic de résonance, qui est typiquement de 5 ms. Plus le désaccord est faible, plus l'effet de la bistabilité est notable pour de faibles puissances incidentes, car la

saturation de la transition est alors facilement obtenue. Quand la puissance incidente augmente encore, et que la transition est déjà saturée, la bistabilité tend à disparaître. Pour un désaccord donné, il existe donc une puissance incidente qui optimise l'effet : le rapport  $Y/\Delta^2$  qui correspond expérimentalement à un effet bistable optimum est de l'ordre de 10, comme mentionné sur le tableau précédent.

### ii-Désaccords intermédiaires ( $\Delta = -35 \gamma$ à $-112 \gamma$ )

Pour des désaccords plus importants, nous avons observé des courbes expérimentales assez inattendues (figure A.III-1). Ce sont en effet des courbes bistables présentant un front raide sur chaque côté, pour chacune des deux branches, ainsi que d'importantes oscillations sur un front. Ces instabilités ont pour origine la forte compétition qui s'instaure entre deux processus : l'un est la saturation de la transition atomique, qui conduit à une diminution de l'indice avec l'intensité intra-cavité. Le second est le taux de pompage optique entre les différents sous-niveaux Zeeman de la transition  $F=2 \rightarrow F'=3$ , pour une sonde polarisée circulairement [Lambrecht 95].

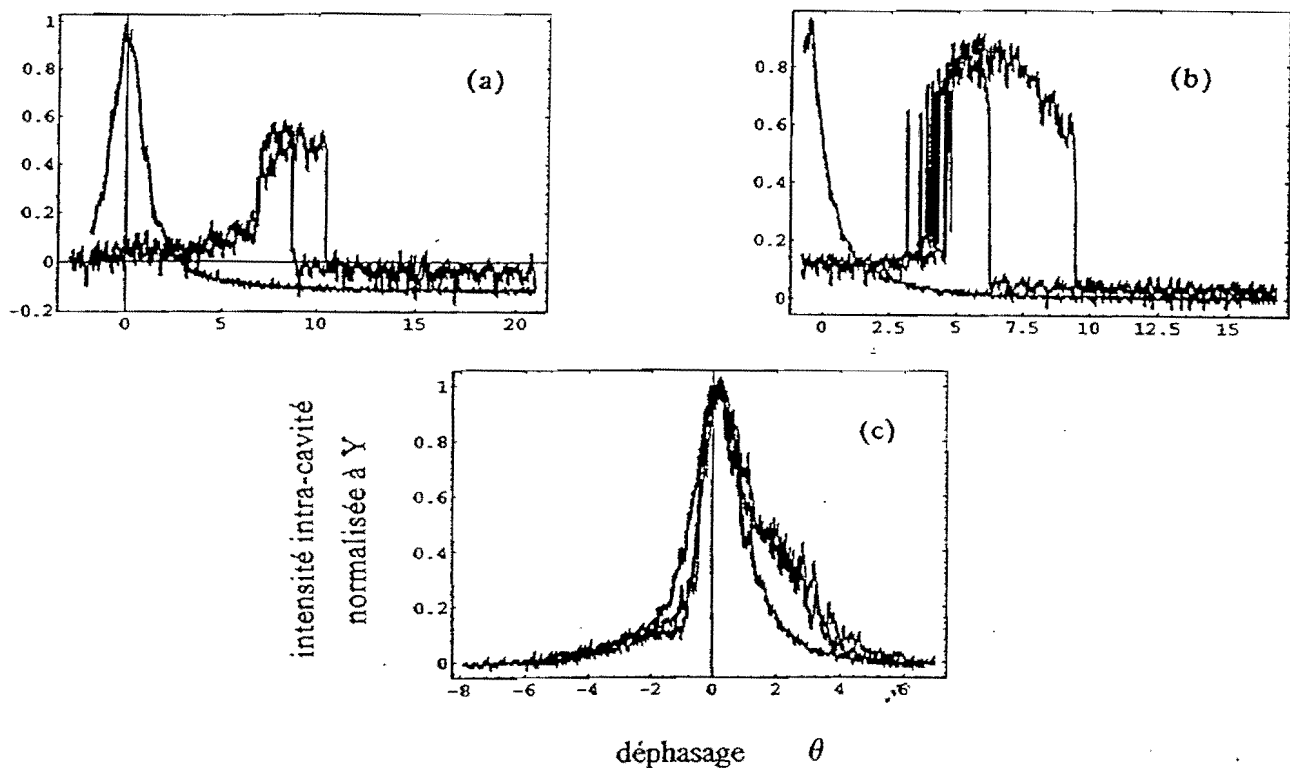


Figure A.III-1 : Régime de paramètres pour lesquels apparaissent des oscillations du champ intracavité, lorsque la cavité est balayée autour de la résonance :

(a) :  $P = 5 \mu\text{W}$ ,  $\Delta = -35,5\gamma$       (b) :  $P = 10 \mu\text{W}$ ,  $\Delta = -50\gamma$       (c) :  $P = 50 \mu\text{W}$ ,  $\Delta = -112,5\gamma$



Ce phénomène s'observe pour différentes valeurs du désaccord, suivant la puissance incidente :

$\Delta$	$-35,5\gamma$	$-50\gamma$	$-112,5\gamma$
$P_{in}$	$5\mu W$	$10\mu W$	$50\mu W$
$Y$	$5,3 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^3$	$5,3 \cdot 10^3$
$Y/\Delta^2$	0,418	0,422	0,416

Lorsque se produisent ces oscillations, il est remarquable de constater que le rapport  $\frac{Y}{\Delta^2}$  reste pratiquement le même. Quand le désaccord est ensuite augmenté, le rapport  $\frac{Y}{\Delta^2}$  tombe en dessous de cette valeur critique ( $\sim 0,41$ ), et les courbes de bistabilité changent de sens : elles se mettent à pencher à l'opposé du pic de résonance obtenu sans atomes, contrairement à ce que prédit le modèle pour un atome à deux niveaux (figure A.III-2). Notons que ce retournement n'est observé que pour les faibles puissances de 5 et 10  $\mu W$ .

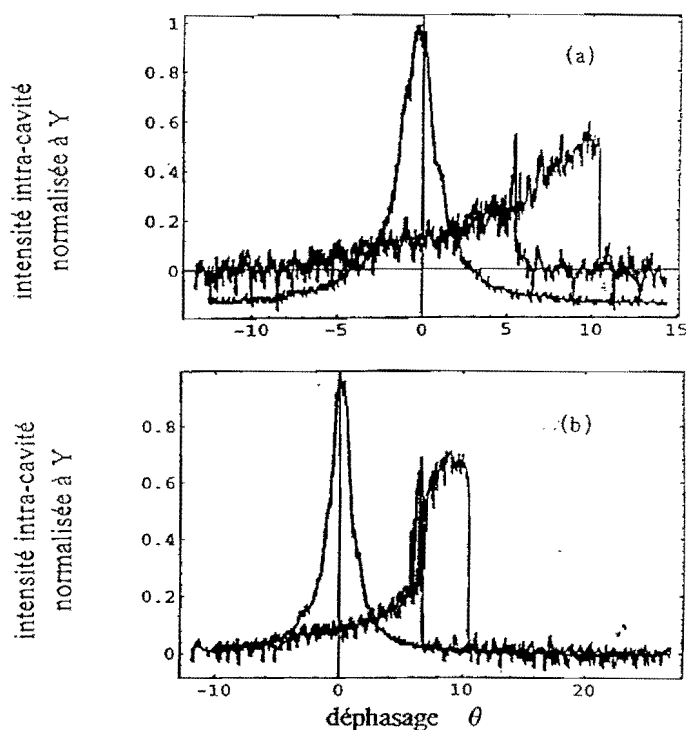


Figure A.III-2 : Retournement des courbes de bistabilité :

(a) :  $P = 5\mu W$ ,  $\Delta = -50\gamma$       (b) :  $P = 10\mu W$ ,  $\Delta = -85\gamma$

Le rapport  $\frac{Y}{\Delta^2}$  est lié au paramètre de saturation de la transition, qui à son tour intervient dans le taux de pompage optique entre sous-niveaux Zeeman. On peut faire un modèle simplifié du pompage qui reproduit le retournement des courbes, en ne considérant que quatre sous-niveaux : deux représentent la transition fermée  $F=2 m_F=2 \rightarrow F=3 m_F=3$ , excitée par une s $\text{\r{e}}\text{\u00f4}\text{\nabla}$ de polaris $\text{\eacute}}\text{\e9}$ e  $\sigma+$ . Les deux autres regroupent de fa $\text{\c{c}}\text{\o}$ on ph $\text{\e9}\text{\nabla}$ nom $\text{\e9}\text{\nabla}$ nologique l'ensemble des autres sous-niveaux pomp $\text{\e9}\text{\e9}$ s (figure A.III-3).

La comp $\text{\e9}\text{\tition}$  entre saturation et pompage optique peut subsister m $\text{\eame}$  en r $\text{\e9}\text{\gime}$ me stationnaire si l'on prend en compte un taux de m $\text{\e}l$ ange, not $\text{\e9}$   $\gamma$ , entre les sous-niveaux du fondamental. Ce m $\text{\e}l$ ange provient pour une part de la pr $\text{\e}c$ ession dans le champ magn $\text{\e9}\text{\t}$ rique inhomog $\text{\e}$ ne dans lequel le pi $\text{\e}$ ge est plong $\text{\e9}$ . D'autre part, la pr $\text{\e}\text{\e}\text{\nabla}$ sence de faisceaux de pi $\text{\e}$ geage et de repompage, ainsi que d'autres niveaux hyperfins, peut induire des m $\text{\e}\text{\c}$ anismes suppl $\text{\e}\text{\m}$ entaires de pompage optique. On simplifie la r $\text{\e}\text{\s}$ olution des  $\text{\e}\text{\c}$ quations de pompage en supposant que le param $\text{\e}\text{\t}$ re de saturation  $s$  est petit devant l'unit $\text{\e}$ : la population atomique se r $\text{\e}\text{\p}$ artit en bonne approximation sur les sous-niveaux du fondamental, et l'on peut n $\text{\e}\text{\g}$ liger les coh $\text{\e}\text{\r}$ ences.

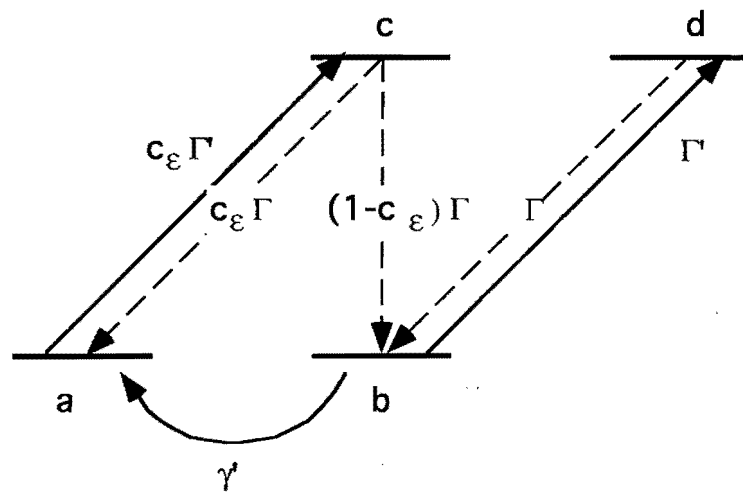


Figure A.III-3 : Mod $\text{\e}\text{\l}$ e  $\text{\a}$  quatre niveaux pour inclure ph $\text{\e}\text{\nabla}$ nom $\text{\e}\text{\nabla}$ nologique les effets d $\text{\u}$ us au pompage optique

Dans la figure ci-dessus,  $\Gamma$  est le taux d' $\text{\e}\text{\m}$ ission spontan $\text{\e}\text{\e}$ e total  $\text{\a}$  partir d'un niveau excit $\text{\e}$ , et  $\Gamma'$  le taux d' $\text{\e}\text{\c}$ itation  $\text{\a}$  partir du fondamental de la transition ferm $\text{\e}\text{\e}$ .

$$\text{Pour } s \ll 1 : \quad \Gamma = \Gamma \frac{s}{2} = \Gamma \frac{X}{1 + \Delta^2} \quad (\text{A.III.2})$$

$c_\varepsilon$  est un carré de coefficient de Clebsch-Gordan effectif, pour le couplage entre les niveaux fictifs a et c. Les équations de pompage sont :

$$\begin{cases} \dot{\pi}_a = -c_\varepsilon \Gamma' \pi_a + \gamma' \pi_b + c_\varepsilon \Gamma \pi_c \\ \dot{\pi}_b = -(\Gamma' + \gamma') \pi_b + (1 - c_\varepsilon) \Gamma \pi_c + \Gamma \pi_d \\ \dot{\pi}_c = c_\varepsilon \Gamma' \pi_a - \Gamma \pi_c \\ \dot{\pi}_d = \Gamma' \pi_b - \Gamma \pi_d \end{cases} \quad (\text{A.III.3})$$

où les  $\pi_i$  représentent les populations des niveaux. Nous considérons le régime stationnaire où  $\dot{\pi}_i = 0$ . Toujours dans l'hypothèse d'une faible saturation, nous ajoutons :

$$\pi_a + \pi_b = 1 \quad (\text{A.III.4})$$

on trouve ainsi :

$$\pi_a = \left[ 1 + c_\varepsilon (1 - c_\varepsilon) \frac{\Gamma'}{\gamma'} \right]^{-1} \quad (\text{A.III.5})$$

On fait ensuite l'hypothèse que la coopérativité est de la forme :

$$C = \frac{N}{K\gamma} (g_1^2 \pi_a + g_2^2 \pi_b) \quad (\text{A.III.6})$$

où  $g_1^2$  et  $g_2^2$  sont les coefficients effectifs de couplage avec le champ laser. Puis, on pose :

- $C_0 = \frac{Ng_2^2}{K\gamma}$  qui a la dimension d'une coopérativité,
- $\alpha = \frac{g_1^2}{g_2^2}$  et  $\beta = \frac{1}{c_\varepsilon(1-c_\varepsilon)} \frac{\gamma'}{\Gamma}$

$\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres adimensionnés, qui dépendent respectivement du poids relatif des coefficients de couplage, et du taux de redistribution par rapport à la largeur naturelle. L'équation (A.III.6) devient :

$$C = C_0 \left( \frac{\alpha\beta + \frac{X}{1 + \Delta^2}}{\beta + \frac{X}{1 + \Delta^2}} \right) \quad (\text{A.III.7})$$

En employant ce paramètre de coopérativité dans (C.II.36), il est possible, en ajustant librement les paramètres  $C_0$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ , de reproduire le retournement des courbes expérimentales :

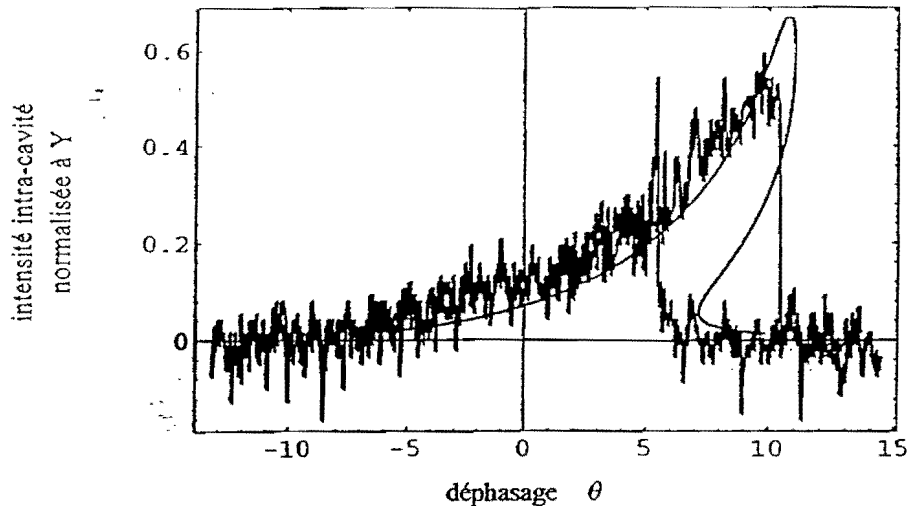


Figure A.III-4 : Ajustement des deux branches expérimentales de bistabilité de la figure A.III-2 (a) au moyen du modèle de pompage optique précédent. Les paramètres utilisés sont :  $C_0 = 650$ ,  $\alpha = 0,01$  et  $\beta = 0,1$ .

Cependant, les valeurs employées pour  $C_0$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ , diffèrent beaucoup d'une courbe à l'autre, ce qui laisse entendre que ce modèle, s'il reproduit qualitativement le phénomène observé, reste quantitativement incomplet. Remarquons pour l'instant que pour les désaccords considérés, la présence du niveau  $F'=2$  n'est plus négligeable. Cela pourrait expliquer pourquoi, pour une puissance incidente de  $50 \mu\text{m}$  et un désaccord de  $-112 \gamma$ , nous n'avons pas observé le retournement après avoir noté la présence d'oscillations de faible amplitude.

### iii-désaccords importants ( $\Delta = -250 \gamma$ à $-1500 \gamma$ )

Pour de tels désaccords, nous sommes loin de la résonance de toute transition permise vers le niveau excité  $5P_{3/2}$ . Le paramètre de saturation est donc très faible ( $s < 0,1$ ) : le pompage optique doit certainement intervenir dans les effets observés. Il s'agit d'un régime dispersif, dans lequel on s'attend à trouver un faible déphasage, essentiellement linéaire :  $\theta_L = \frac{2C}{\Delta}$ . En fait, le décalage observé est de l'ordre de trois fois la demi-largeur ( $K$ ) d'un pic, ce qui serait le cas si la coopérativité était passée de  $\sim 110$  à  $\sim 375$ , alors que l'on

s'attend à ce que l'effet de pompage optique réduise la coopérativité effective. De plus, la courbe est bien plus asymétrique que ne le prévoit le modèle dans le régime dispersif.

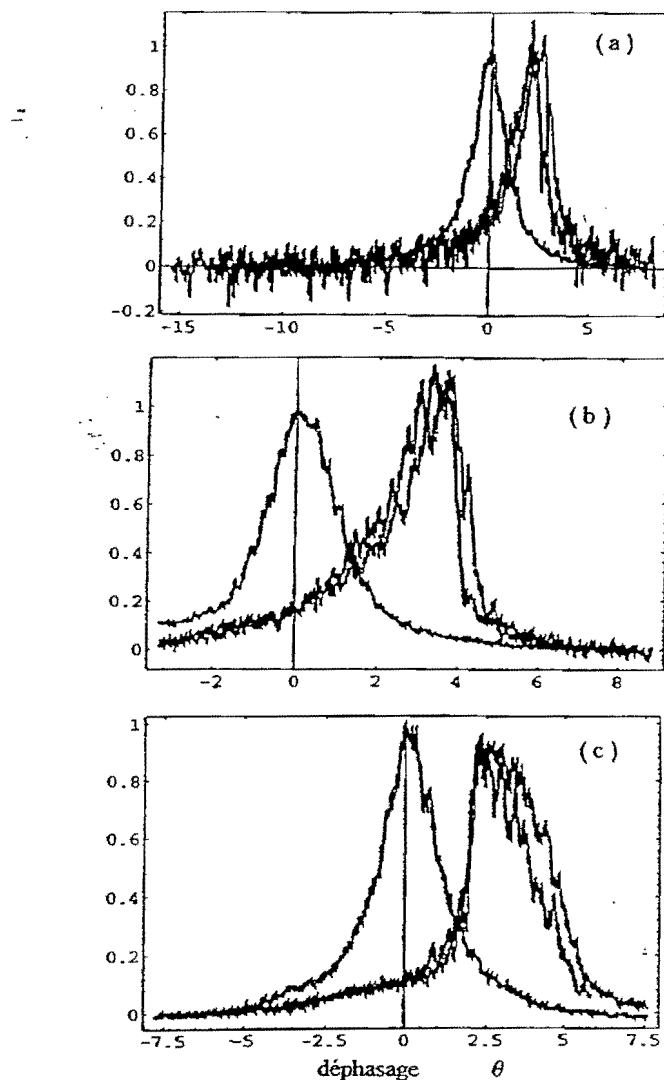


Figure A.III-5 : Effets non-linéaires obtenus pour de grands désaccords rouges :  $\Delta = -250\gamma$

(a) :  $P = 5\mu W$       (b) :  $P = 10\mu W$       (c) :  $P = 50\mu W$

Nous avons constaté que l'étendue de la plage de désaccords du faisceau sonde sur laquelle interviennent ces effets dépend de la puissance incidente. Pour la puissance employée la plus faible ( $5\mu W$ ,  $Y = 5.10^2$ ), ils disparaissent pratiquement à  $\Delta = -375\gamma$ . Pour la puissance intermédiaire ( $10\mu W$ ,  $Y = 10^3$ ), la disparition des effets s'opère vers  $-675\gamma$  tandis que pour  $50\mu W$  ( $Y = 5.10^3$ ), ils subsistent jusqu'à  $-1500\gamma$ .

### III.b Désaccords bleus ( $\Delta > 0$ )

Pour les faibles désaccords, on retrouve la présence des deux branches de la bistabilité. Cependant, les effets sont moins importants du côté bleu que du côté rouge, et disparaissent plus rapidement lorsque l'on augmente le désaccord. Le paramètre de coopérativité permettant de faire concorder théorie et expérience a notablement diminué pour atteindre une valeur comprise entre 60 et 70. De plus, lorsque la puissance incidente est supérieure à  $25 \mu\text{W}$ , aucun effet bistable n'a pu être observé. Nous vérifions bien que les déphasages linéaires et non linéaires sont opposés à ce qu'ils étaient pour les faibles désaccords rouges.

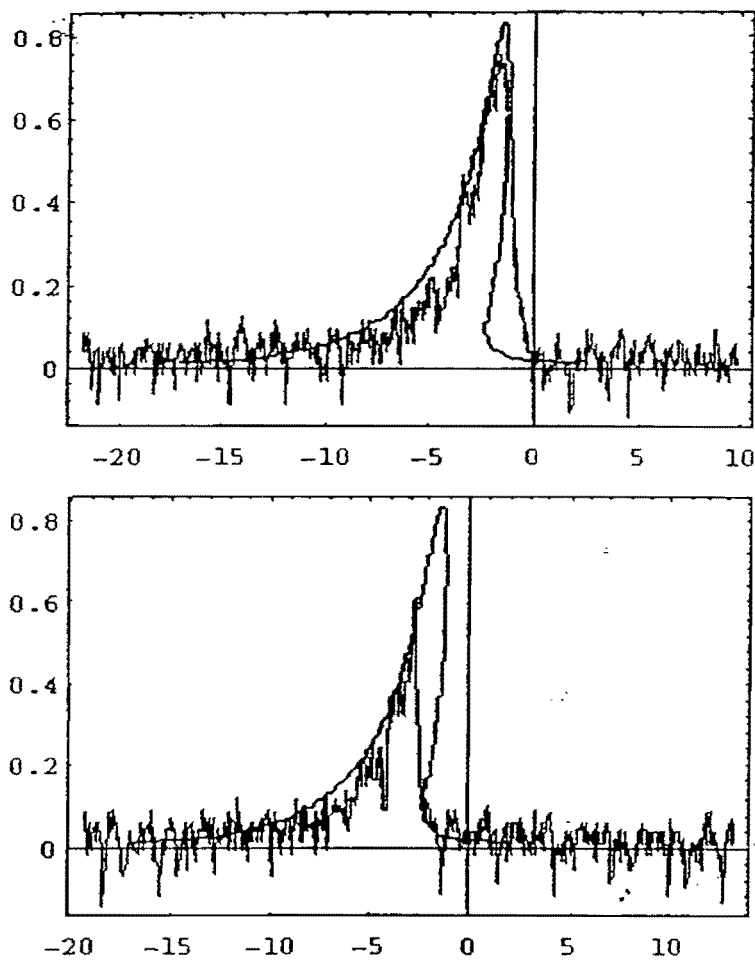


Figure A.III-6 : Ajustement des deux branches de la bistabilité observée pour une puissance et un désaccord mesurés  $P = 5 \mu\text{W}$  et  $\Delta = +12,5\gamma$ . Pour réaliser l'ajustement, la coopérativité employée est  $C = 60$ .

En conclusion, on mesure un paramètre de coopérativité systématiquement différent suivant le signe du désaccord, ce qui n'est pas prévu par le modèle d'atome à deux niveaux. Remarquons que l'intensité du faisceau sonde est toujours importante au voisinage de la résonance de la cavité : une puissance incidente de quelques microwatts donne une intensité résonnante au col de la cavité qui atteint environ  $1\text{W}/\text{cm}^2$ . C'est pourquoi nous envisageons, dans le paragraphe qui suit, une action mécanique du faisceau sonde de type piégeage dipolaire, dont l'effet est d'augmenter ou diminuer le nombre d'atomes dans la région d'interaction, suivant le signe du désaccord de la sonde.

Concernant les désaccords rouges, nous avons vérifié que le modèle d'atomes à deux niveaux convient lorsque la transition atomique est saturée. Lorsque la saturation diminue, l'ensemble des sous-niveaux Zeeman intervient dans les effets non-linéaires observés. L'existence d'un temps de pompage optique, qui n'est plus négligeable devant la durée de balayage de la cavité autour de la résonance, permet d'expliquer qualitativement la présence des oscillations du champ intracavité observées pendant ce balayage. Le modèle simple de pompage optique développé reproduit évidemment le phénomène de retournement des courbes expérimentales de bistabilité, puisqu'il met en jeu deux effets non-linéaires antagonistes : la saturation d'une transition entre deux niveaux lorsque l'intensité augmente, et l'augmentation des coefficients de Clebsch-Gordan des transitions au cours du pompage optique. Mais le modèle employé ne permet pas un accord quantitatif satisfaisant : les paramètres d'ajustement "libres" changent trop d'une courbe à l'autre, ainsi que les valeurs des coopérativités effectives.

Pour les très grands désaccords rouges, la persistance d'effets non-linéaires conséquents pourrait aussi s'expliquer si le nombre d'atomes présents dans le faisceau sonde avait brusquement augmenté, en raison d'un effet de piégeage dipolaire produit par la sonde. Un piège dipolaire est susceptible de capturer un surcroît d'atomes froids provenant du piège magnéto-optique environnant, au cours du balayage de la cavité autour de la résonance, se traduisant par une coopérativité effective qui augmente avec l'intensité intracavité.

### III.c Influence d'effets mécaniques : un piège dipolaire créé par le faisceau sonde?

La force dipolaire est liée à la présence d'un gradient d'intensité du champ (formule A.I-26 du deuxième chapitre). Elle dérive d'un potentiel qui s'exprime par :

$$U_{dip}(\vec{r}) = \frac{\hbar \gamma \Delta}{2} \ln \left( 1 + \frac{2X(\vec{r})}{1 + \Delta^2} \right) \quad (\text{A.III-8})$$

où  $\Delta$  et  $X$  sont comme précédemment le désaccord et l'intensité intracavité du champ sonde normalisés. Le champ sonde produit dans la cavité une onde stationnaire focalisée, dont l'intensité varie périodiquement toutes les demi-longueurs d'onde (soit  $0,390 \mu\text{m}$ ) suivant la direction longitudinale. La variation transverse du champ est caractérisée par un gradient moins important, puisque le rayon du col du faisceau est très grand devant la longueur d'onde ( $86 \mu\text{m}$ ). Le potentiel dipolaire créé par une telle onde stationnaire est visualisé dans la figure qui suit :

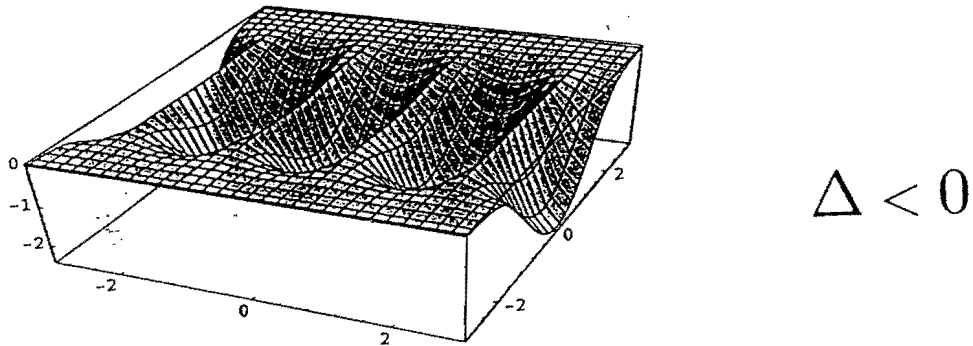


Figure A.III-7 : Allure du potentiel dipolaire créé par le faisceau sonde désaccordé négativement dans la cavité. Pour des raisons de clarté, l'extension transverse du faisceau devant la longueur d'onde est volontairement réduite.

Le signe du potentiel dipolaire est donné par le signe du désaccord  $\Delta$ . Pour des atomes se trouvant dans l'état fondamental, un effet de piégeage dans la région des fortes intensités n'est possible que lorsque le désaccord est négatif [Cohen-T. 88]. Pour un désaccord bleu, le faisceau sonde tend à produire l'effet opposé : l'expulsion d'atomes de la région d'interaction. Si l'on considère un faisceau sonde incident de  $5 \mu\text{W}$ , le paramètre  $X$  est de l'ordre de 500 à la résonance de la cavité. Pour un désaccord de 20 demi largeurs naturelles, on obtient une profondeur du piège dipolaire de  $1,8 \text{ mK}$ , ce qui est tout à fait comparable à la température des atomes piégés, qui sont donc sensibles au potentiel dipolaire. Les atomes vont s'accumuler de préférence dans les puits de potentiel, par conséquent le profil de densité atomique vu par le faisceau sonde varie suivant les modulations du potentiel dipolaire. Remarquons que des effets de confinement atomique à l'échelle de la longueur d'onde ont déjà été observés dans une onde stationnaire [Salomon 87]. Nous présentons un modèle simplifié, qui ignore la structure transverse de l'onde stationnaire, et suppose que les atomes sont thermalisés dans les puits de potentiel. L'intensité de l'onde stationnaire intracavité varie suivant :

$$X(\bar{r}) = X_0 \cos^2(kz) \quad (\text{A.III-8})$$

où  $k$  est le vecteur d'onde et  $z$  est la coordonnée longitudinale.



Soit  $n_0$  la densité atomique du piège magnéto-optique non perturbé. En présence du faisceau sonde, la densité  $n(\vec{r})$  est donnée par :

$$n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{U_{dip}(\vec{r})}{k_B T}\right) \quad (\text{A.III-9})$$

Nous supposons dans ce modèle que la température d'équilibre  $T$  est un paramètre d'ajustement que l'on doit prendre de l'ordre de 1mK, qui est l'ordre de grandeur de la température du piège. Le volume occupé par le faisceau sonde dans la cavité est très faible devant le volume du nuage d'atomes piégés, dont le diamètre est de 3,5 mm. Le piège magnéto-optique peut donc être considéré comme un réservoir inépuisable d'atomes pour le piège dipolaire. Pour calculer la non-linéarité effective produite par ce milieu de densité variable, on découpe la région d'interaction dans laquelle se trouve le faisceau sonde en  $\mathcal{N}$  éléments infinitésimaux de longueur  $dz$ . Au lieu du terme de déphasage global  $\frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+2X}$  employé dans l'équation de bistabilité (A.II-35), on calcule un déphasage non-linéaire élémentaire :

$$d\phi_i(z) = \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{2\left(C \cdot \frac{n(z)}{n_0}\right)\Delta}{1+\Delta^2+2X(z)} \quad (\text{A.III-10})$$

et l'on somme sur les  $\mathcal{N}$  contributions. Dans l'expression ci-dessus, chaque tranche de longueur  $dz$  est caractérisée par une coopérativité  $C \cdot \frac{n(z)}{n_0}$ , proportionnelle à la densité locale, tandis que le couplage avec le champ prend en compte l'intensité locale  $X(z)$ .

L'utilisation de ce modèle permet d'ajuster de façon satisfaisante les courbes de bistabilité obtenues expérimentalement pour des faibles désaccords bleus ou rouges, en n'employant qu'un seul paramètre  $C$  pour l'ensemble de tous les ajustements. Ce paramètre peut être considéré comme le paramètre de coopérativité intrinsèque du piège non perturbé par le faisceau sonde. La figure A.III-8 présente ces résultats. On remarque une différence significative entre les températures employées, suivant le signe du désaccord du faisceau sonde. Cette différence de température d'équilibre est attribuée à la modification de la diffusion de l'impulsion atomique qui provient des fluctuations de la force dipolaire, et conduit à un chauffage des atomes lorsque le désaccord  $\Delta$  est négatif, tandis que les atomes sont refroidis si  $\Delta > 0$ .

Ces effets, qui sont actuellement étudiés, seront discutés plus largement dans une prochaine publication.

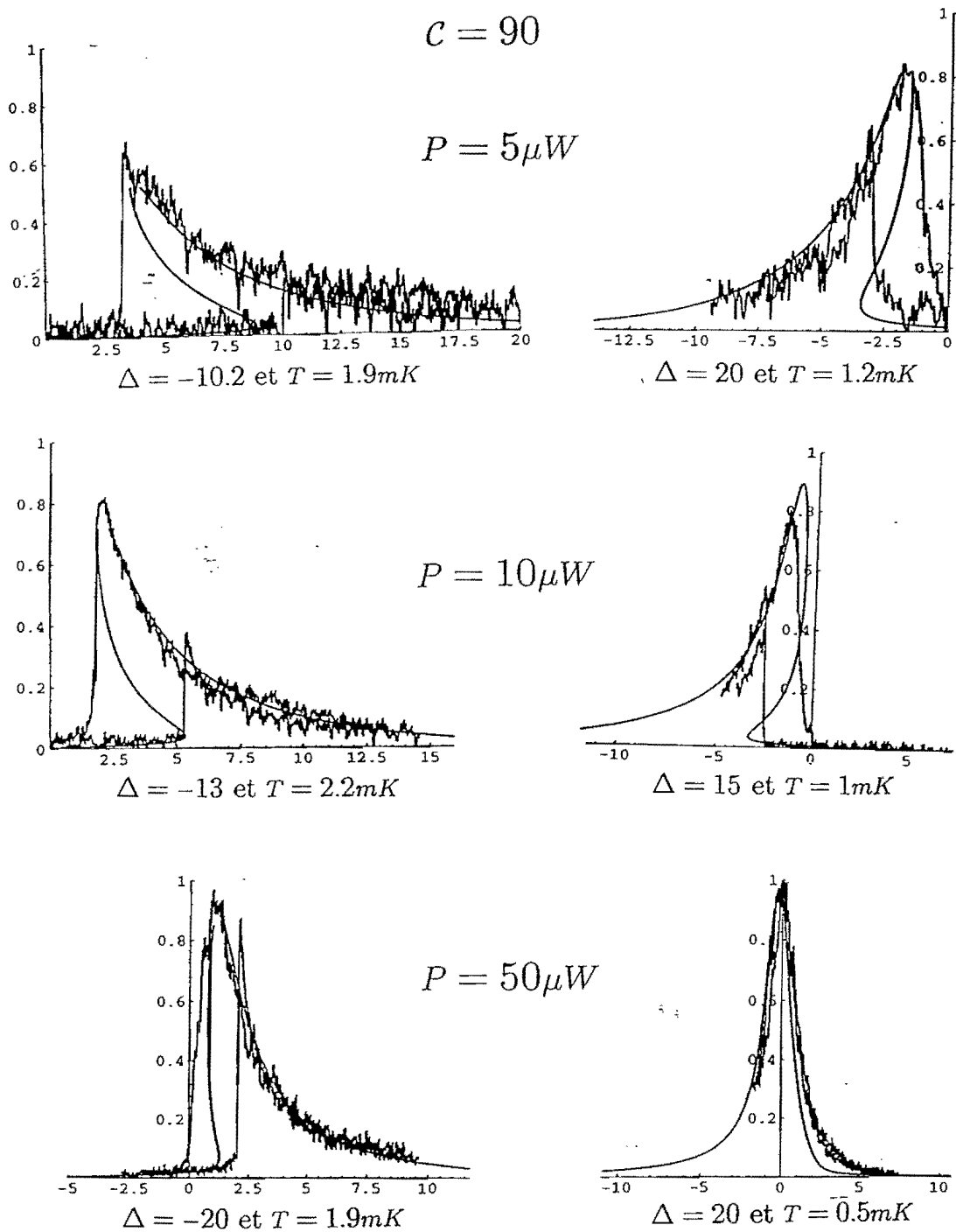


Figure A.III-8 : Ajustement numérique des deux branches expérimentales de bistabilité prenant en compte la force dipolaire. Le paramètre de coopérativité non perturbé utilisé pour l'ensemble de ces ajustements est  $C=90$ .



## PARTIE B

### *“Contrôle du pompage optique : atomes piégés dans un sous-niveau noir”*

#### **I- Motivations**

Dans le fonctionnement d'un piège magnéto-optique usuel, la présence d'un faisceau de repompage assure que la majeure partie des atomes subit continuellement l'influence des faisceaux de piégeage. Sans faisceau de repompage, il n'y a pas de forces donc pas de piège. Mais les forces moyennes exercées par les faisceaux de piégeage servent essentiellement à capturer continûment de nouveaux atomes. Une fois refroidis et ramenés au centre du piège, ces atomes continuent à diffuser spontanément les photons des faisceaux pièges. Les photons diffusés au coeur du piège génèrent une pression de radiation qui limite la densité du nuage atomique. De plus, une fraction conséquente de la population atomique se trouve dans un état excité, ce qui augmente la section efficace de collision entre atomes : la durée de vie du piège, donc le nombre maximal d'atomes capturables, sont également limités.

Dans une expérience d'optique quantique, l'émission spontanée ajoute de l'excès de bruit à la mesure. On ne peut utiliser les atomes piégés dans la configuration de la figure B.I-1.a. Une première possibilité consiste à travailler dans une séquence temporelle où l'on coupe périodiquement le faisceau de repompage : les atomes sont pompés vers le niveau inférieur du fondamental où ils ne voient plus la lumière (chapitre 2 §C). On dispose alors d'une dizaine de millisecondes pour faire une expérience d'optique quantique [Lambrecht 95] avant que les atomes, qui ne sont plus confinés, se dispersent tout en chutant sous l'effet de la pesanteur.

Un fonctionnement continu est toujours préférable. Si, à partir de la situation de la figure B.I-1.a, on diminue progressivement la puissance du repompeur, il y a transfert de population du sous-niveau  $F = 2$  vers le sous-niveau  $F = 1$  du fondamental pour un nombre total d'atomes piégés sensiblement constant (figure B.I-1.b) puis, lorsque la puissance du repompeur diminue encore (typiquement en dessous de  $1\text{mW}/\text{cm}^2$ ), le transfert relatif de population continue vers  $F = 1$  mais le nombre total d'atomes diminue rapidement car les forces radiatives ne permettent plus de capturer les atomes provenant du jet ralenti (figure B.I-1.c).

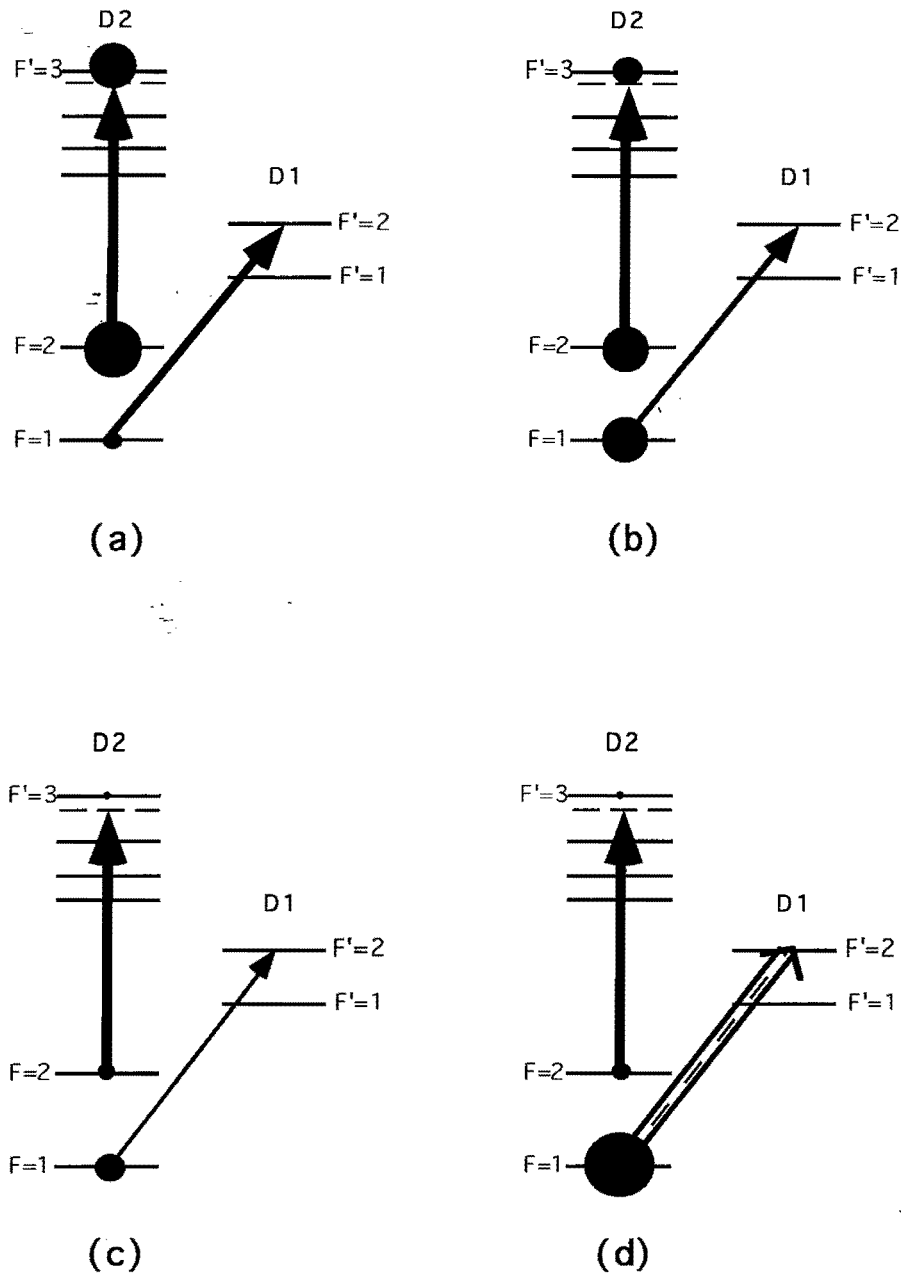


Figure B.I-1 : Influence schématique du repompage.

L'épaisseur des flèches symbolise l'intensité des lasers de piégeage (vers D2) et de repompage (vers D1), tandis que les cercles représentent le nombre d'atomes dans chaque sous-niveau (et non les populations).

C'est pourquoi l'idée est venue de séparer le piège en deux régions [Ketterle 93]: une région périphérique servant à capturer les atomes dont la vitesse est supérieure à 10 m/s (le repompage doit y être efficace) ; et une région intérieure qui enserre le nuage d'atomes piégés en équilibre (figure B.I-2). Ces derniers atomes ont des vitesses bien moins élevées ( $\leq 1$  m/s) et la présence d'un repompeur peu intense suffit à les confiner (figure B.I-1.d).

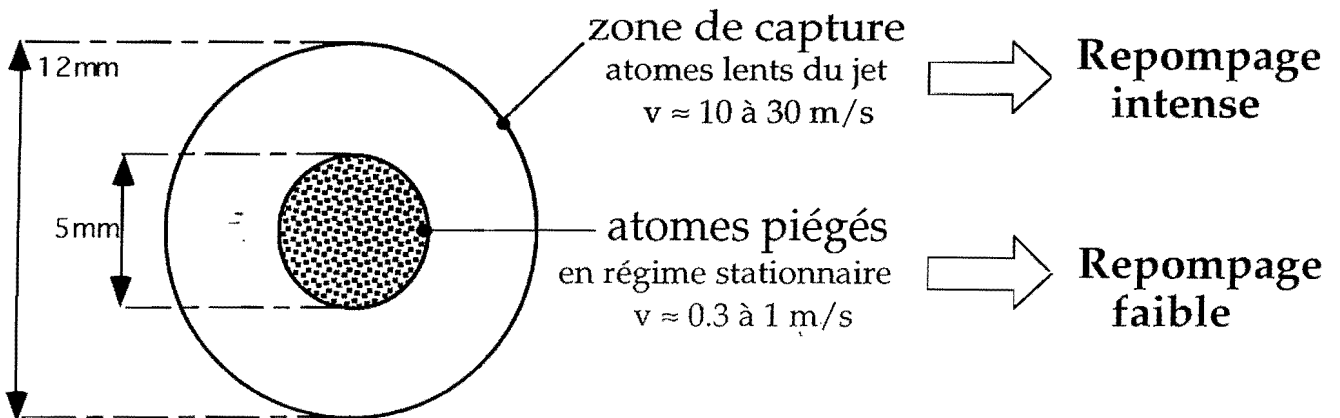


Figure B.I-2 : séparation fonctionnelle du piège magnéto-optique en deux régions.

Pour réaliser ce type de piège, il faut que le faisceau de repompage soit une couronne de lumière. L'intersection de deux de ces faisceaux définit une zone sombre limitée dans les trois directions de l'espace : la région des atomes piégés (figure B.I-3). Pour obtenir un faisceau de repompage annulaire, le mieux serait sans doute de faire laser le repompeur sur un mode  $TEM_{01}$  cylindrique... ce qui n'est pas facile avec une diode laser commerciale ! Si l'on écrante la partie centrale du faisceau au moyen d'un disque sombre, que nous nommons pour cette raison "éclipsateur", on perd beaucoup de puissance d'une part, et les effets de diffraction vont rapidement dégrader la qualité de la zone d'ombre d'autre part. A partir de quelle distance les effets de diffraction, qui dépendent des caractéristiques géométriques du dispositif (longueur d'onde, diamètre de l'obstacle, taille du faisceau, distance entre l'éclipsateur et le piège), deviennent-ils un handicap ? Dans une étude de ces effets, on peut établir arbitrairement un critère : par exemple, un certain rapport à ne pas dépasser entre l'intensité diffractée dans la zone centrale et l'intensité maximale du faisceau non écranté. Ce rapport est lié dans notre expérience au taux optimal de pompage optique dans la région centrale du piège magnéto-optique. Durant nos premiers essais, nous avons placé simplement un disque noir de 6 mm de diamètre sur le faisceau de repompage dont le diamètre à  $1/e^2$  était de 12 mm. Les résultats correspondants étaient encourageants : le nombre d'atomes piégés sur le niveau sombre  $F = 1$  était presque aussi important que le nombre d'atomes piégés habituellement sur le niveau  $F = 2$  en présence du repompeur non écranté (absorption linéaire  $\alpha_0 l \sim 1,6$ ), presque autant également que le nombre d'atomes obtenus sur le niveau  $F = 1$  en régime de découpage temporel (chapitre 2 §C).

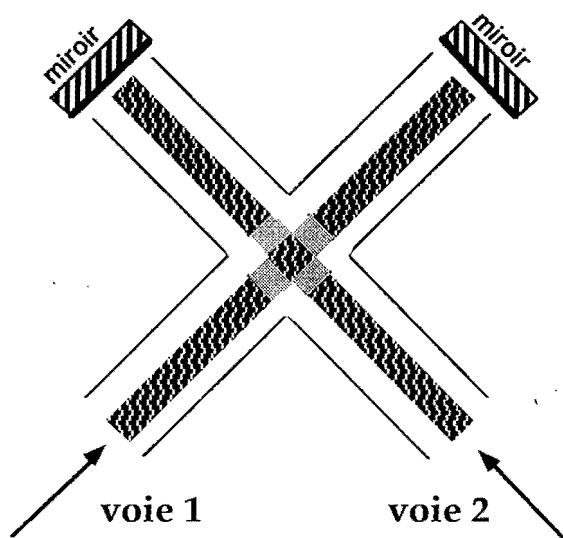


Figure B.I-3 : *superposition de deux couronnes de repompage*

Les contraintes expérimentales sur le dispositif actuel font que la distance minimale entre l'éclipteur et le piège est importante : le faisceau de repompage doit être superposé à deux voies du faisceau piège au niveau d'une séparatrice, située à plus d'un mètre cinquante du piège. Et, comme les faisceaux pièges, les deux voies du faisceau de repompage sont rétro réfléchies après traversée du piège. Les effets de diffraction sont importants et peuvent être visualisés avec une caméra amplifiant la lumière du faisceau de repompage projetée sur une simple feuille de papier. Nous avons ainsi distingué très nettement le fameux "Point de Poisson" mis en évidence par Fresnel et Arago : un point brillant intensément au centre de la zone d'ombre géométrique, effet caractéristique de la diffraction en champ proche par un obstacle circulaire.

Nous allons établir quantitativement l'importance de ces effets de diffraction (§BII) et décrire le dispositif d'imagerie permettant de les compenser dans le voisinage du piège, en fonction de notre installation expérimentale (§BIII). Enfin, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus (absorption linéaire sur le niveau hyperfin non perturbé du fondamental, durées de vie) lorsque le piège fonctionne avec un repompeur écranté (§BIV).

## II- Effets de diffraction en champ proche

### II.a. Théorie de Kirchhoff et formule de Rayleigh-Sommerfeld

Nous rappelons la théorie de Kirchhoff de la diffraction établie pour un champ scalaire monochromatique [Kirchhoff] :

$$E(\vec{r}, t) = U(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (\text{B.II-1})$$

La partie spatiale doit vérifier l'équation de Helmholtz :

$$(\Delta + k^2) U(\vec{r}) = 0 \quad (\text{B.II-2})$$

$$\text{où } k = \frac{\omega}{c}$$

On appelle fonction de Green associée à l'équation (B.II-2) toute fonction  $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$  vérifiant :

$$(\Delta + k^2) G(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad (\text{B.II-3})$$

En multipliant (B.II-3) par  $U(\vec{r})$  et en intégrant sur un volume  $V$ , on obtient lorsque le point de coordonnées  $\vec{r}_0$  est à l'intérieur de  $V$  :

$$U(\vec{r}_0) = - \int_V (\Delta + k^2) G(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot U(\vec{r}) d\vec{r} \quad (\text{B.II-4})$$

soit, avec l'équation (B.II-2) :

$$U(\vec{r}_0) = - \int_V \left\{ \Delta G(\vec{r}, \vec{r}_0) U(\vec{r}) - G(\vec{r}, \vec{r}_0) \Delta U(\vec{r}) \right\} d\vec{r} \quad (\text{B.II-5})$$

en appliquant le théorème de Green à l'équation (B.II-5) :

$$U(\vec{r}_0) = \oint_S \left\{ U(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial n} - G(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial n} \right\} d\vec{S} \quad (\text{B.II-6})$$

où  $S$  est la surface fermée délimitant le volume  $V$  et  $n$  représente la normale entrante à  $S$  au point courant  $\vec{r}$  :  $\frac{\partial}{\partial n} = \vec{n} \cdot \vec{\nabla}$ .



Pour obtenir le théorème intégral de Helmholtz et Kirchhoff, on prend pour fonction de Green :

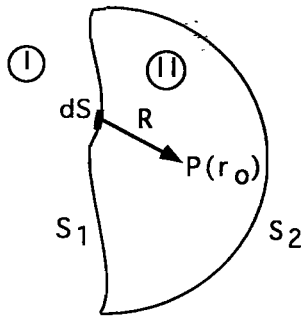
$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \quad (\text{B.II-7})$$

avec  $R = |\vec{r}, \vec{r}_0|$

Le report de (B.II-7) dans (B.II-6) donne :

$$U(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left\{ U(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{ikR}}{R} \right) - \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial n} \right\} d\vec{S} \quad (\text{B.II-8})$$

Nous appliquons (B.II-8) à la situation suivante :



L'espace est divisé en deux régions : (I) qui contient les sources du champ qui rayonnent vers (II) à travers la surface  $S_1$ .

La surface  $S_2$  est une portion de sphère dont on fait tendre le rayon vers l'infini.

Le champ rayonné prend donc au voisinage de  $S_2$  la forme asymptotique  $f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r}$  et l'on montre facilement que la contribution à l'intégrale (B.II-8) provenant de  $S_2$  tend vers zéro lorsque le rayon de la sphère qui sous-tend  $S_2$  croît à l'infini.

Les écrans et ouvertures sont placés sur  $S_1$  et Kirchhoff fait les hypothèses suivantes :

a) sur tous les écrans notés  $\mathcal{E}$  :  $U(\vec{r}) = 0$  et  $\frac{\partial U}{\partial n}(\vec{r}) = 0$

b) sur toutes les ouvertures  $\mathcal{A}$  :  $U$  et  $\frac{\partial U}{\partial n}$  prennent les valeurs correspondant à la propagation libre de l'onde incidente.

L'inégrale (B.II-8) prend la forme :

$$U(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{A}} \frac{e^{ikR}}{R} \vec{n} \cdot \left( \frac{\vec{R}}{R} \left( ik - \frac{1}{R} \right) U(\vec{r}) - \vec{\nabla} U(\vec{r}) \right) d\vec{\mathcal{A}} \quad (\text{B.II-9})$$

Cette intégrale de Kirchhoff permet, connaissant les sources émettant dans la région (I), de calculer le champ diffracté en tout point dans la région (II). Les hypothèses de Kirchhoff, qui deviennent contestables lorsque la taille de l'ouverture, ou bien la distance entre P et l'écran, sont de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$ , donnent d'excellents résultats dès lors que toutes les dimensions géométriques du problème sont grandes devant  $\lambda$ .

Notamment, on fait toujours l'approximation :

$$ik - \frac{1}{R} \sim ik \quad (\text{B.II-10})$$

Lorsque la source émettant dans la région (I) est ponctuelle, on obtient la formule de diffraction de Fresnel - Kirchhoff. Dans notre cas, nous nous intéressons à la diffraction d'un faisceau Gaussien dont le rayon de courbure, très grand devant les autres dimensions du problème, est pris égal à l'infini :

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} U(\vec{r}) = ik U(\vec{r}) \quad (\text{B.II-11})$$

L'équation de Kirchhoff devient :

$$U(\vec{r}_0) = \frac{i}{2\lambda} \int_{\mathcal{A}} \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \cos(\vec{n}, \vec{R}) - 1 \right\} U(\vec{r}) d\vec{A} \quad (\text{B.II-12})$$

La recherche d'autres intégrales de diffraction est motivée par la faiblesse mathématique des hypothèses de Kirchhoff : on peut montrer, à partir de l'équation de Helmholtz, que si  $U$  et  $\frac{\partial U}{\partial n}$  sont nuls sur une surface finie quelconque, alors le champ doit être nul dans tout l'espace !

Dans le cas où la surface  $S_1$  est un plan infini ( $z=0$ ), le choix d'une autre fonction de Green également solution de (B.II-13) mais nulle sur  $S_1$  permet, comme le montre l'équation (B.II-16), de n'imposer de condition que sur  $U$ . Il s'agit de la fonction de Green de Dirichlet et Neumann :

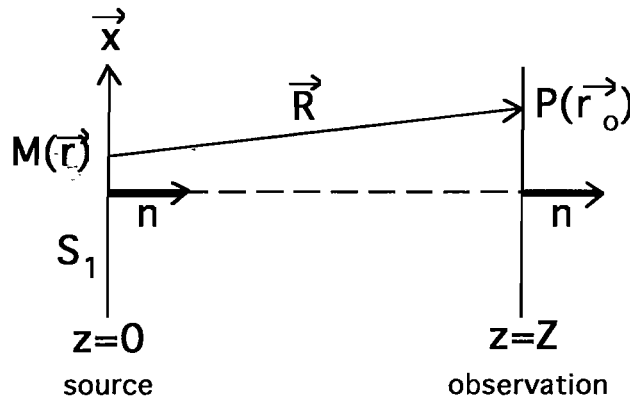
$$G_{DN}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} - \frac{e^{ik|\vec{r}'-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}'-\vec{r}_0|} \right) \quad (\text{B.II-13})$$

où  $\vec{r}'$  est le symétrique de  $\vec{r}$  par rapport à  $S_1$ .

L'utilisation de ce dernier propagateur permet d'obtenir la formule de diffraction de Rayleigh-Sommerfeld : [Sommerfeld 54]

$$U(\vec{r}_0) = \frac{1}{i\lambda} \int_A \frac{e^{ikR}}{R} \cos(\vec{n}, \vec{R}) U(\vec{r}) d\vec{A} \quad (\text{B.II-14})$$

Bien que les expressions (B.II-12) et (B.II-14) donnent en pratique des résultats similaires, nous utiliserons la dernière par commodité de calcul. L'équation (B.II-14) reste difficile à intégrer dans le cas général. Considérons les paramètres suivants :



Lorsque l'angle  $\theta = (\vec{n}, \vec{R})$  reste faible,

$$R \approx Z + \frac{1}{2} \frac{(x_0 - x)^2}{Z} + \frac{1}{2} \frac{(y_0 - y)^2}{Z} \quad (\text{B.II-15.a})$$

$$\frac{1}{R} \cos \theta \approx \frac{1}{Z} \quad (\text{B.II-15.b})$$

Ce qui implique :

$$U(\vec{r}_0) = \frac{e^{ikZ}}{i\lambda Z} \int_A e^{i\pi \frac{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}{\lambda Z}} dx dy \quad (\text{B.II-16})$$

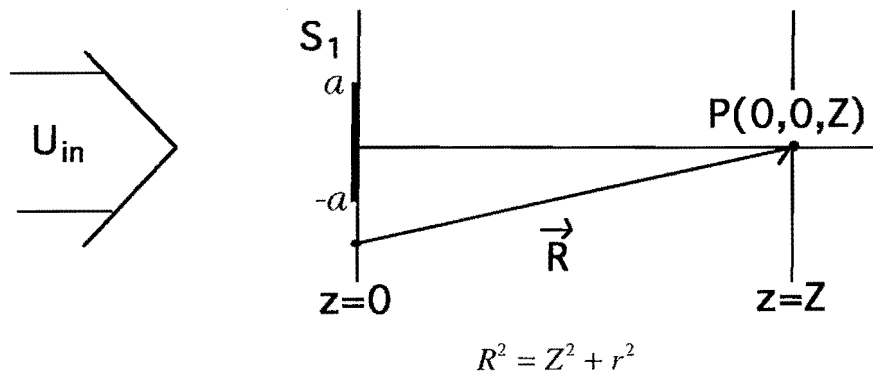
Il s'agit de l'approximation de Fresnel, qui cesse d'être valable lorsque le terme supérieur d'ordre 4 en  $\theta$  dans le développement (B.II-15.a) induit un changement de phase  $kR$  de l'ordre de l'unité. Le domaine de validité de l'approximation de Fresnel correspond donc à :

$$\frac{\theta^4 Z}{\lambda} \ll 1 \quad \text{et} \quad \theta \ll 1 \quad (\text{B.II-17})$$

Les simulations numériques de notre problème expérimental de diffraction, effectuées au moyen du logiciel "Fresnel", entrent évidemment dans ce cadre puisque les faisceaux qui diffractent sont gaussiens et diaphragmés. Mais lorsque l'on veut calculer le champ diffracté par un obstacle circulaire, on ne peut employer l'approximation de Fresnel si le champ incident est une onde plane d'extension infinie, ou bien si l'on place le plan d'observation ( $z = Z$ ) à faible distance derrière l'obstacle.

## II.b. Diffraction en champ proche par un disque sombre. Point de Poisson.

Nous considérons le cas où l'obstacle dans le plan  $S_1$  est un disque sombre de rayon  $a$ , éclairé par une onde plane dans un premier temps, puis par un faisceau gaussien centré sur le disque. La symétrie cylindrique du problème permet de calculer le champ diffracté sur l'axe après l'obstacle en tout point  $Z \gg \lambda$  sans recourir à l'approximation de Fresnel. Nous redémontrons ainsi l'existence du point de Poisson tout le long du demi-axe  $Z > 0$ . Historiquement, ce sont les calculs approchés utilisant les zones de Fresnel qui ont établi la présence de ce point brillant après un obstacle circulaire.



Sur l'axe, l'expression (B.II-14) donne en coordonnées cylindriques, pour une onde plane incidente  $U_{in} = U_i e^{ikz}$  :

$$U(Z) = \frac{2\pi}{i\lambda} U_i \int_{r=a}^{\infty} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{Z}{R} r dr \quad (\text{B.II-18})$$

Soit, après changement de variable :

$$U(Z) = \frac{2\pi}{i\lambda} U_i Z \int_{R=\sqrt{a^2+Z^2}}^{\infty} \frac{e^{ikR}}{R} dR \quad (\text{B.II-19})$$

Puisque  $kR \gg 1$ ,

$$\frac{d}{dR} \left( \frac{e^{ikR}}{R} \right) \approx ik \frac{e^{ikR}}{R} \quad (\text{B.II-20})$$

Et l'intégration de (B.II-19) donne immédiatement :

$$U(Z) = -U_i \frac{Z}{\sqrt{a^2 + Z^2}} e^{ik\sqrt{a^2 + Z^2}} \quad (\text{B.II-21})$$

L'intensité sur l'axe vaut donc :

$$I(Z) = I_{in} \frac{Z^2}{a^2 + Z^2} \quad (\text{B.II-22})$$

et croît rapidement ( $I(Z=3a) = 0,9 I_{in}$ ) vers la valeur constante  $I_{in}$  correspondant au cas où l'obstacle n'est pas présent : c'est le point de Poisson. Lorsque le champ incident est celui d'un faisceau gaussien centré sur l'axe ( $Oz$ ), dans le plan  $z=0$  :

$$U_{in} = U_i e^{-\frac{r^2}{w^2}} e^{-ik\frac{r^2}{2\rho}} \quad (\text{B.II-23})$$

où  $w$  représente le waist en  $z=0$  et  $\rho$  le rayon de courbure, supposé très grand devant la taille de l'obstacle : le dernier terme en facteur est pris égal à l'unité.

Un calcul semblable au précédent donne :

$$I(Z) = \frac{I_{in} e^{-2\frac{a^2}{w^2}}}{1 + \frac{a^2}{Z^2}} \quad (\text{B.II-24})$$

expression valide lorsque  $Z \leq \rho$ , de même forme que (B.II-22) si l'on remplace l'intensité incidente par sa valeur prise au bord de l'obstacle.

En pratique, la borne supérieure de l'intégration dans (B.II-18) n'est jamais  $R = \infty$  puisqu'il y a toujours un effet de diaphragme. Lorsque le champ incident est une onde plane, le comportement du champ diffracté change complètement, en raison des interférences produites par les parties diffractées par la présence du disque sombre d'une part, et par le diaphragme extérieur d'autre part : l'intensité sur l'axe oscille entre 0 et  $4 I_{in}$  jusqu'à une distance  $Z = (A^2 - a^2) / \lambda$  où  $A$  est le rayon du diaphragme circulaire [Harvey 84].

Quand le champ incident provient d'un faisceau gaussien, ces oscillations dépendent du rapport  $A^2 / w^2$  : lorsque ce rapport augmente, l'amplitude des oscillations diminue rapidement, ainsi que la distance sur laquelle elles se produisent.

Elles deviennent négligeables dès que  $A \geq 2,5 w$  auquel cas la formule (B.II-24) redevient applicable : on peut faire abstraction du diaphragme, comme le montre la figure ci-dessous :

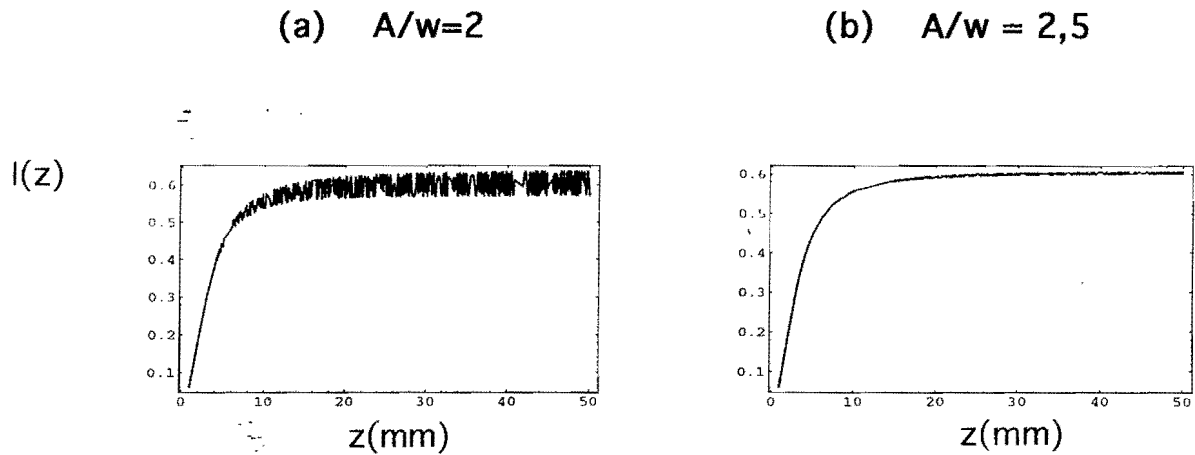


Figure B.II-1 : Effet du diaphragme sur le champ diffracté sur l'axe

La taille du point de Poisson, c'est-à-dire son extension radiale dans le plan  $z = Z$ , augmente avec  $Z$  tandis que son intensité maximale garde une valeur constante pour  $a \ll Z \leq \rho$ . Pour notre expérience, nous écrivons un faisceau dont le waist est de l'ordre de 5 mm par un disque de rayon 3 mm. Le rayon de courbure  $\rho$  est supérieur à deux fois la longueur de Rayleigh :

$$\rho > \frac{2 \pi w_0^2}{\lambda} \quad \text{soit } \rho > 2 m \quad (\text{B.II-25})$$

L'observation de l'intensité diffractée avec une caméra révèle l'apparition d'un point brillant au centre pour  $Z \geq 1 m$ . A une distance inférieure, la taille du point de Poisson est trop petite pour être observée (résolution de l'image : 1 pixel  $\approx 50 \mu m$ ). De plus, il est probable que de faibles aberrations diminuent sa visibilité [Harvey 84]. Nous allons donc calculer la distribution de l'intensité diffractée dans le plan  $z = Z$  à l'intérieur de la zone d'ombre géométrique, proche de l'axe moyennant la condition

$$r \ll a \ll Z \quad (\text{B.II-26})$$

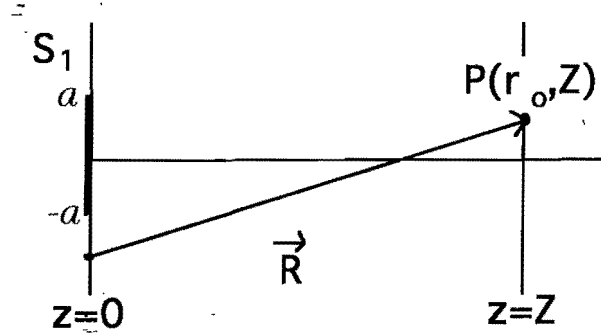
Dans la région centrale ( $r \ll a$ ), le résultat change peu si l'on prend une onde incidente plane au lieu de prendre un faisceau gaussien.

Toujours en coordonnées cylindriques, l'expression (B.II-14) donne :

$$U(r_0, Z) = \frac{U_i}{i\lambda} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=a}^{\infty} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{Z}{R} r dr d\varphi \quad (\text{B.II-27})$$

avec

$$R^2 = Z^2 + r^2 + r_0^2 - 2r_0 r \cos \varphi \quad (\text{B.II-28})$$



En utilisant l'approximation de Fresnel (B.II-17), et (B.II-26) :

$$R \sim Z + \frac{r^2}{2Z} + \frac{r_0^2}{2Z} - \frac{r_0 r \cos \varphi}{Z} \quad (\text{B.II-29})$$

En utilisant l'expression :

$$J_0\left(\frac{k r_0 r}{Z}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{ik r_0 r \cos \varphi}{Z}\right) d\varphi \quad (\text{B.II-30})$$

Il vient :

$$U(r_0, Z) \approx K \int_a^{\infty} J_0\left(\frac{k r_0 r}{Z}\right) e^{\frac{ikr^2}{2Z}} r dr \quad (\text{B.II-31})$$

avec

$$K = \frac{2\pi U_i}{i\lambda \sqrt{a^2 + Z^2}} e^{ik\left(Z + \frac{r_0^2}{2Z}\right)} \quad (\text{B.II-32})$$

En intégrant (B.II-31) par parties et en prenant le module au carré, on obtient pour distribution transverse de l'intensité l'expression simple suivante :

$$I(r_0, Z) = \frac{I_{in} Z^2}{Z^2 + a^2} J_0^2\left(\frac{k r_0 a}{Z}\right) = I_{\max}(Z) J_0^2\left(\frac{k r_0 a}{Z}\right) \quad (\text{B.II-32})$$

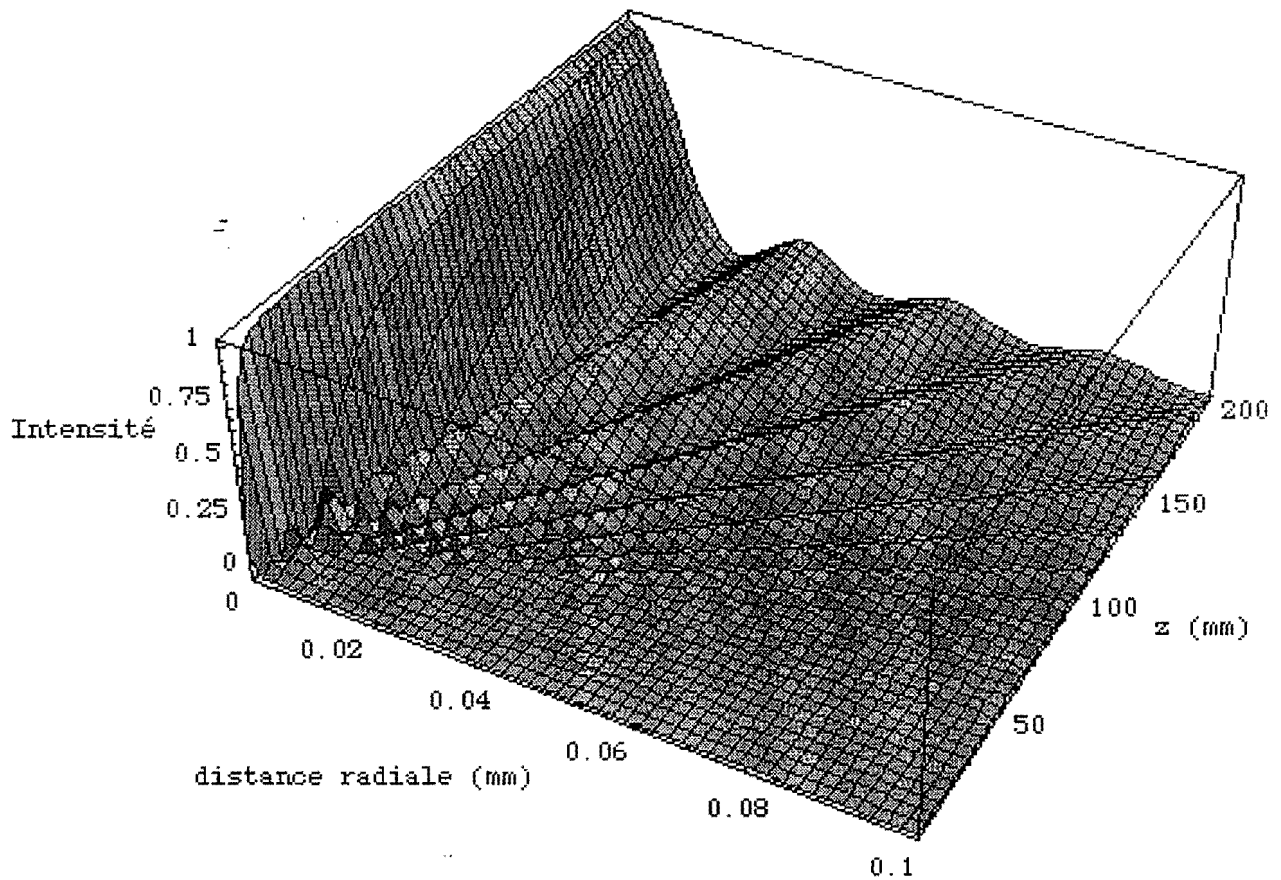


Figure B.II-2 : évolution du profil de diffraction juste après l'obstacle, en fonction de l'éloignement  $Z$ . L'intensité incidente est prise égale à l'unité. Le calcul précédent est valable lorsque la condition

(B.II-17) est remplie, soit en pratique pour des éloignements :  $Z \gg \sqrt[3]{\frac{a^4}{\lambda}} = 4,7 \text{ cm}$

Comme il apparaît sur ce graphique, la taille du point de Poisson et des anneaux qui l'entourent augmente linéairement avec la distance du plan d'observation ( $z = Z$ ), dans le domaine où le calcul est valide. Si l'on définit la taille  $d_p$  du point de Poisson comme étant le double du premier zéro de la fonction  $r_0 \rightarrow J_0\left(\frac{k r_0 a}{Z}\right)$  soit  $d_p = 2 \cdot \frac{2,4 Z \lambda}{2 \pi a}$  que l'on met sous la forme :

$$d_p = \theta_p Z \quad (\text{B.II-33a})$$

avec  $\theta_p = 1,53 \frac{\lambda}{d} ; d = 2 a$  (B.II-33b)



Les zéros suivants de la fonction de Bessel  $J_0(x)$  étant espacés de  $\pi$  en bonne approximation, l'angle qui sépare deux anneaux successifs vaut :

$$\theta_A = \frac{\lambda}{d} \quad (\text{B.II-34})$$

*application numérique* : pour  $\lambda = 780 \text{ nm}$  et  $d = 6 \text{ mm}$ , on obtient :

$$\theta_p = 2 \mu\text{m} / \text{cm} \quad \text{et} \quad \theta_A = 1,3 \mu\text{m} / \text{cm}$$

Le nombre d'anneaux visibles dans l'ombre géométrique du disque à une distance  $Z$  vaut :

$$N = \frac{d}{\theta_A Z} = \frac{d^2}{\lambda Z} = N_F \quad (\text{B.II-35})$$

C'est le nombre de Fresnel de notre problème. On cesse d'être en régime de champ proche lorsque la taille du point de Poisson devient comparable à celle de l'ombre géométrique, soit :

$$\theta_p Z \geq d \Rightarrow N_F \leq 1 \quad (\text{B.II-36})$$

*application numérique* :  $Z \geq 46 \text{ m}$ . Nous sommes donc toujours en champ proche.

### II.C. Comparaison théorie - Observation expérimentale

L'image suivante correspond à la situation expérimentale où les diamètres de l'obstacle et du faisceau gaussien qui l'éclaire sont respectivement voisins de 6 mm et 12 mm. Le faisceau est produit par une diode laser Mitsubishi monomode à 780nm, pour laquelle on emploie un objectif de collimation asphérique Corning<sup>TM</sup> et une paire de prismes anamorphoseurs, suivi d'un télescope (50,8x300) et d'une densité atténuatrice. On a placé un écran dépoli à 2,9 m de l'obstacle et l'image est obtenue avec une caméra CCD qui met au point sur l'écran à une distance de 8 cm de l'objectif ( $f=12\text{mm}$ ). Pour diminuer le Speckle sur l'image, l'objectif de la caméra est ouvert au maximum ( $f/1.2$ ) : l'influence du Speckle sur le profil observé est inférieur à 10% en amplitude relative. Un soin particulier a été déployé pour l'image ci-dessus qui est obtenue en moyennant 20 images alors que l'écran est légèrement translaté perpendiculairement au faisceau. Le Speckle résultant est moyenné et le contraste de l'image amélioré.

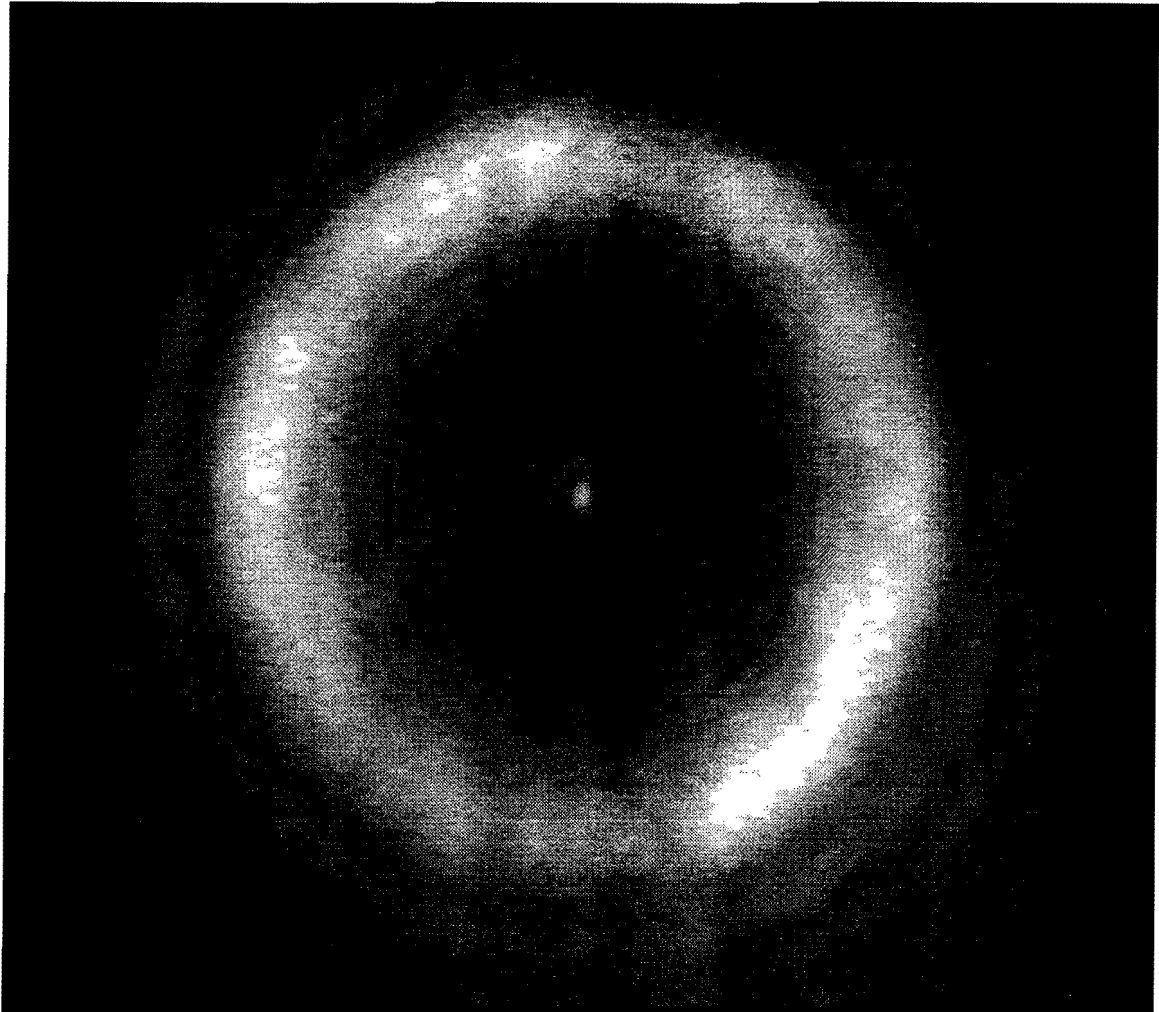


Figure B.II-4 : observation expérimentale du point de Poisson et des anneaux qui l'entourent

Cette méthode d'observation est simple et rapide : on dispose immédiatement d'une coupe à deux dimensions du faisceau échanté. Le logiciel "Scion NIH Image" permet de faire l'acquisition de l'image sur un micro-ordinateur et de définir un certain nombre d'opérations : coupes, valeurs moyennes...

La figure de la page suivante présente, pour deux distances de propagation différentes, le profil calculé numériquement (courbe positive) et le profil expérimental (en négatif). L'accord entre les deux, dans la région centrale, dépend des facteurs suivants. D'abord, il faut que la distance séparant deux anneaux successifs soit grande devant la résolution (1 pixel correspond à  $45 \mu\text{m}$ ). Ensuite, la présence de faibles aberrations (astigmatisme ainsi que quelques franges produites par l'ensemble diode laser-objectif de collimation) tend à agrandir et déformer le point de Poisson, et change la distribution angulaire d'intensité.

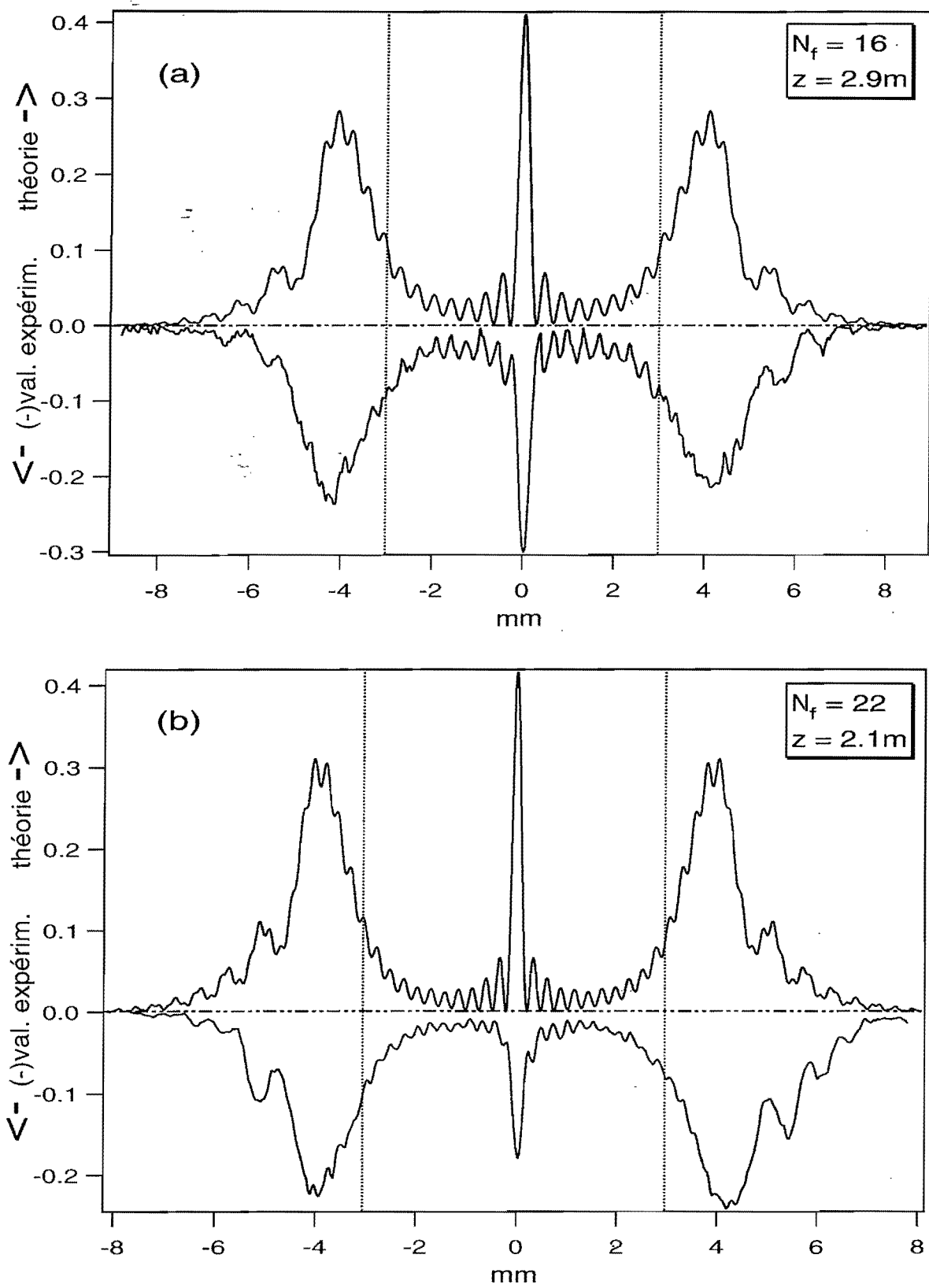


Figure B.II-4 : Comparaison des profils diffractés théoriques et expérimentaux

Dans les deux graphiques présentés, des traits pointillés verticaux donnent les limites de la zone d'ombre géométrique. Le nombre de franges comprises à l'intérieur de cette zone correspond bien au nombre de Fresnel  $N_f$  que l'on a calculé dans chaque cas. A l'extérieur, on distingue la partie non écrantée du faisceau gaussien (queue de la distribution) à laquelle se superposent d'autres franges circulaires dont la période et l'amplitude diminuent rapidement lorsque l'on s'éloigne de l'axe. Cette deuxième série de franges s'apparente aux franges dites "de bord d'écran".

Afin de calculer le champ diffracté en tout point et non plus seulement près de l'axe, nous avons fait appel au calcul numérique effectué par le logiciel "Fresnel"<sup>TM</sup>. Il prend notamment en compte l'illumination gaussienne de l'obstacle ainsi que l'effet d'une diaphragmation. Dans le cadre de l'approximation de Fresnel, on écrit l'équation (B.II-14) sous la forme :

$$U(x_0, y_0, Z) = \frac{e^{ikZ}}{i\lambda Z} \iint A(x, y) U(x, y, 0) e^{i\pi \frac{(x_0-x)^2 + (y_0-y)^2}{\lambda Z}} dx dy$$

où  $A$  est la fonction d'ouverture qui équivaut à 0 sur l'obstacle et 1 ailleurs.

Comme l'intégrale correspond au produit de convolution de deux fonctions, le calcul numérique calcule les transformées de Fourier de ces fonctions (FFT), les multiplie et prend la transformée inverse pour en déduire  $U(x_0, y_0, Z)$ . Pour notre problème à symétrie cylindrique, le logiciel emploie en fait la transformée de Hankel, et le résultat est la fonction  $U(r_0)$  pour une distance  $Z$  fixée, où  $r_0$  est la distance radiale.

### III- Contrôle du niveau d'obscurité par imagerie

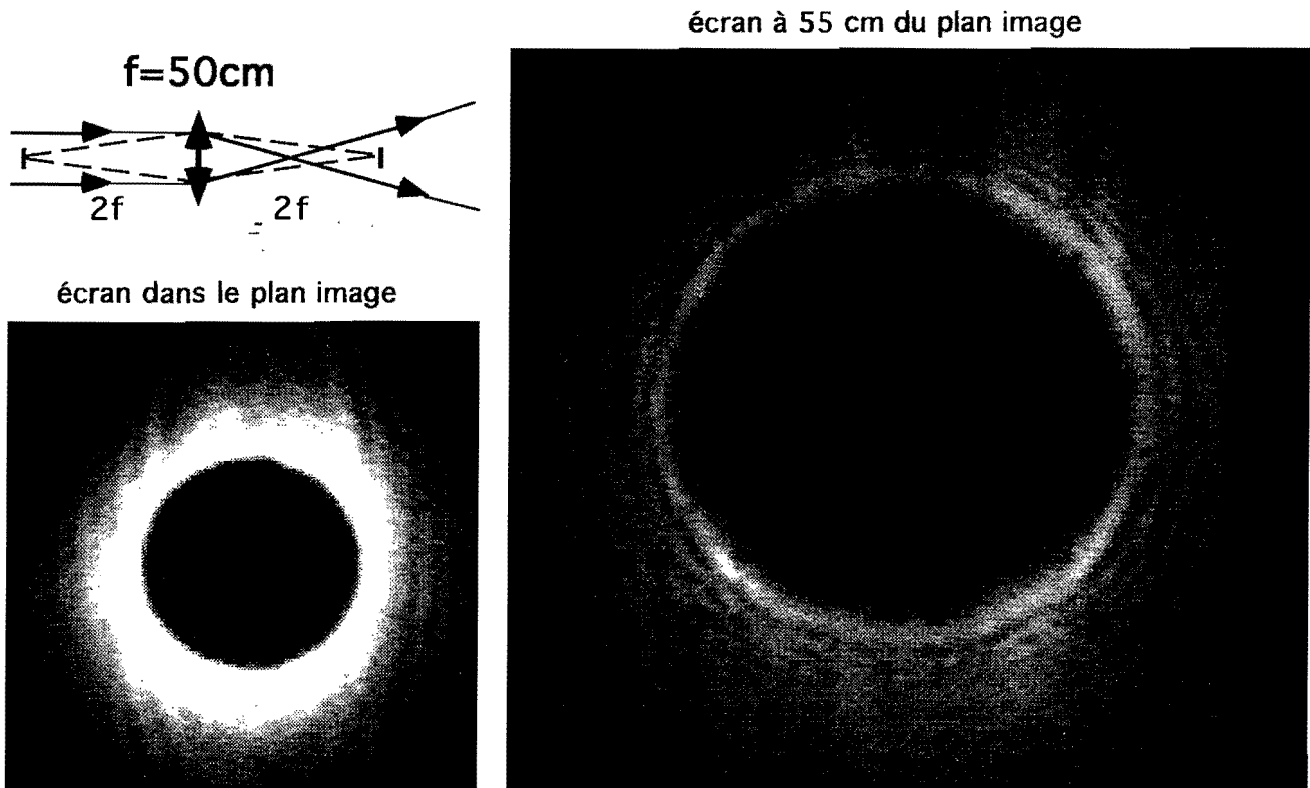
#### III.a. Imagerie confocale

Les effets de diffraction sont modifiés si l'on dispose des lentilles après l'obstacle, qui changent le milieu de propagation pour le champ diffracté. Lorsque l'obstacle est dans un plan objet, tous les rayons diffractés par un point de cet obstacle se recombinaient en un point image, si l'on néglige les aberrations : les effets de diffraction sont localement compensés. Peut-on employer une seule lentille en combinaison  $2f/2f$  pour imager notre obstacle? Dans notre dispositif, les deux faisceaux de repompage qui s'intersectent au niveau du piège sont superposés à deux faisceaux de piégeage, et donc rétro réfléchis après traversée du piège, en sortie de la chambre UHV : il faut que la couronne de lumière de repompage après réflexion soit très semblable à la couronne à l'aller, et ce sur les deux voies.

Avec une seule lentille (figure B.III-1a.), le faisceau de repompage, collimaté avant la lentille, ne l'est plus après : la taille de la couronne de lumière diverge très rapidement après le plan image. Avec deux lentilles en combinaison confocale, (figure B.III-1b.), le faisceau de repompage reste collimaté. Ce système d'imagerie est également appelé système  $4f$ . Cette combinaison est souvent employée pour réaliser un filtrage spatial de l'objet.

Il convient maintenant de quantifier l'avantage procuré par le système d'imagerie. Sur quelle distance de part et d'autre du plan image, le profil du faisceau reste-t-il "acceptable" pour notre expérience? Il existe une différence essentielle avec un problème d'imagerie "classique", c'est-à-dire lorsque l'objet est éclairé par une source de lumière étendue et isotrope : on obtient une image nette en plaçant un écran au niveau du plan image, et une image floue si l'on déplace l'écran de cette position. La diffraction n'y est essentiellement pour rien : l'optique géométrique permet de calculer la profondeur de champ d'un système d'imagerie en fonction de l'ouverture numérique des lentilles, pour une résolution donnée de l'image. Mais si l'objet est éclairé par une lumière parallèle, ou provenant d'un seul point source, cette source est écrantée et la zone d'ombre en aval de l'objet ne se détériore qu'en raison des rayons diffractés par les contours de l'objet. Qualitativement, les rayons diffractés qui contribuent le plus sont des rayons faiblement marginaux par rapport aux rayons incidents (séparation angulaire de l'ordre de  $\frac{\lambda}{d}$ ). Dans le cas où la source est un faisceau laser collimaté, l'image de la zone d'ombre se dégrade lentement lorsque l'écran est déplacé par rapport au plan image, si  $\frac{\lambda}{d} \ll 1$ .

(a) imagerie avec 1 lentille de position fixe



(b) imagerie avec 2 lentilles (afocal)

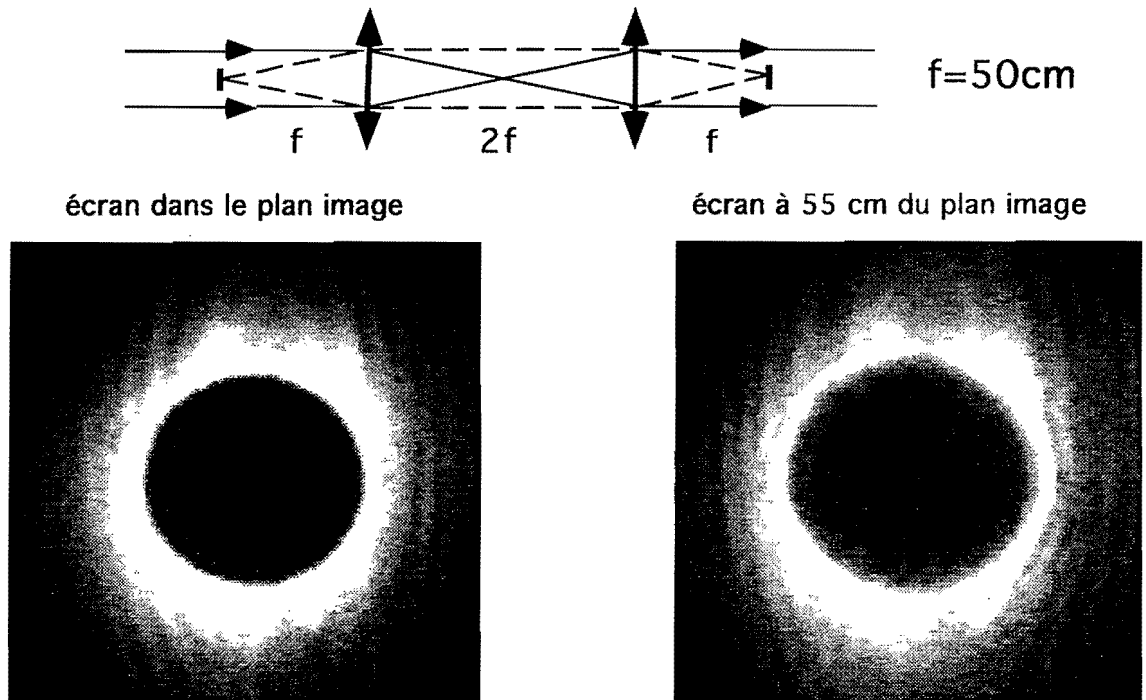


Figure 6.III-1

De plus, cette nouvelle profondeur de travail (qu'on ne peut plus qualifier de profondeur de champ) dépend très peu de l'ouverture numérique des lentilles utilisées pour réaliser le télescope. Il faut évidemment que le diamètre de chaque lentille soit nettement supérieur au diamètre du faisceau laser. Cette condition étant remplie, si l'on double l'ouverture numérique, la qualité de l'image n'est pas modifiée de façon perceptible quelle que soit la position de l'écran d'observation. Dans un premier temps, nous comparons la zone d'ombre au centre de la couronne de lumière en présence d'imagerie avec ce qui est obtenu sans imagerie. Le principe des mesures est le suivant. Nous plaçons un écran d'observation à une certaine distance de l'obstacle éclipseur (entre 1 et 3 m).

figure B.III-2a : l'éclipseur enlevé, on enregistre le profil du faisceau seul. L'intensité au centre est normalisée à l'unité.

figure B.III-2b : on place l'éclipseur.

figure B.III-2c : afin de mesurer avec une précision acceptable le niveau de lumière dans la région sombre centrale, on enlève une densité placée en amont sur le faisceau, ce qui multiplie l'intensité lumineuse par un facteur voisin de 10. Quelques régions de la couronne de lumière saturent alors l'image.

La figure B.III-3 montre, lorsque la densité mentionnée est ôtée, la qualité de la zone d'ombre sans imagerie (images 1a, 2a et 3a : propagation libre) et avec imagerie (1b, 2b et 3b : système 4f) pour différentes position de l'écran d'observation.

Pour les images 1a et 1b, la distance entre l'éclipseur et l'écran vaut  $Z=2\text{m}$ . Le plan image du système 4f est aussi situé à 2 mètres de l'éclipseur : sur l'image 1b, la qualité de la zone d'ombre est excellente. La position des lentilles étant fixée, si l'on éloigne l'écran (image 2b :  $Z=2,51\text{ m}$  ; image 3b :  $Z=3,16\text{ m}$ ), la diffraction n'est plus compensée par l'imagerie mais la zone centrale demeure plus sombre que dans le cas d'une propagation libre. Ceci apparaît clairement lorsque l'on compare les images 2b et 3b aux images 2a et 3a. Pour obtenir une comparaison quantitative, on réalise des coupes centrées de ces images. La figure B.III-4.a montre que la zone centrale est environ dix fois plus sombre dans le plan image (courbe en traits forts) qu'en absence d'imagerie (trait normal). A 1,16m du plan image, l'avantage n'est plus que d'un facteur deux (figure B.III-4.b). Pour comparer les puissances diffractées dans la région centrale du faisceau écranté, avec ou sans imagerie, en fonction de la distance de propagation, on intègre numériquement l'intensité diffractée dans une zone centrée sur l'axe.

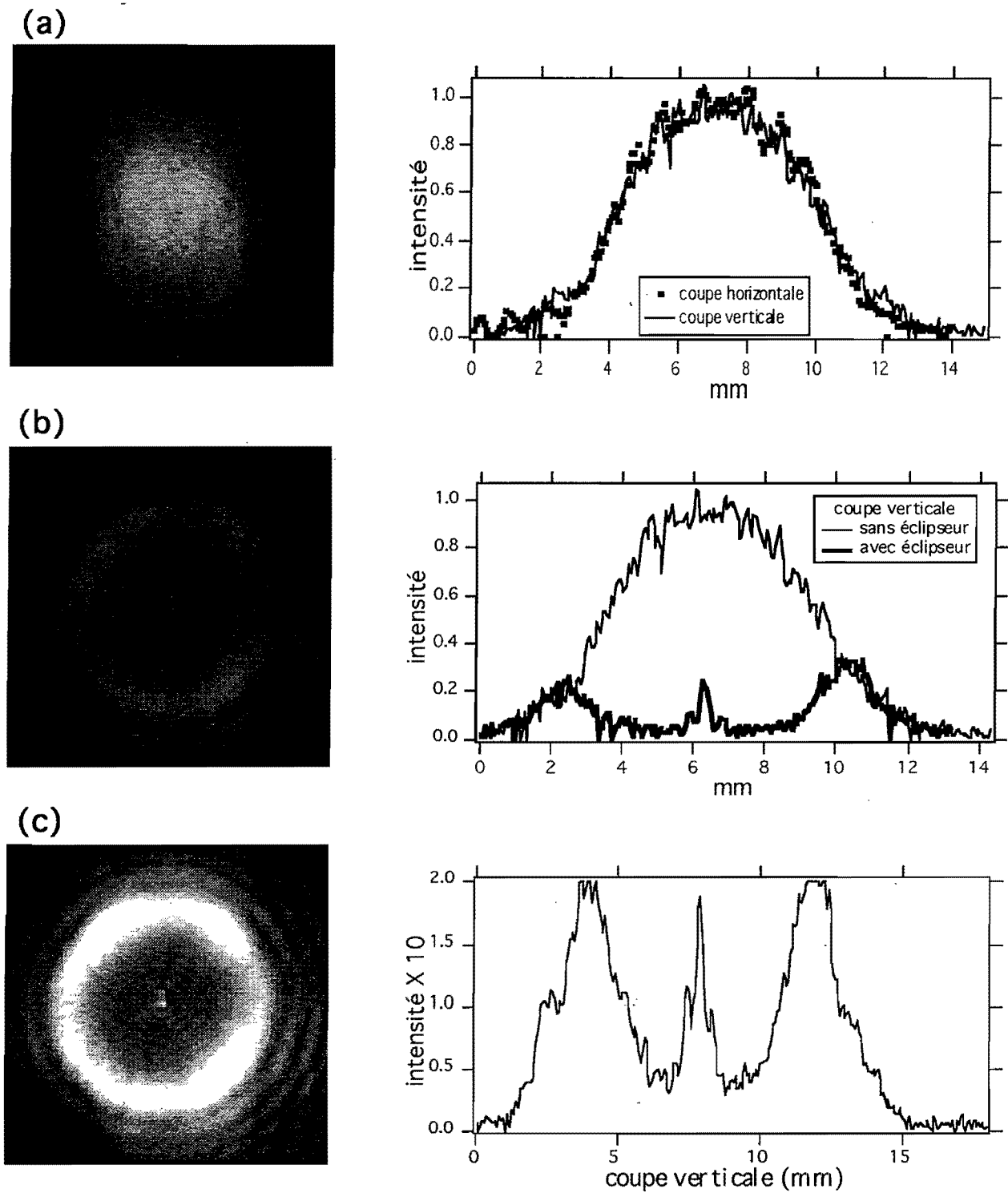


Figure 8.III-2 : principe des mesures quantitatives



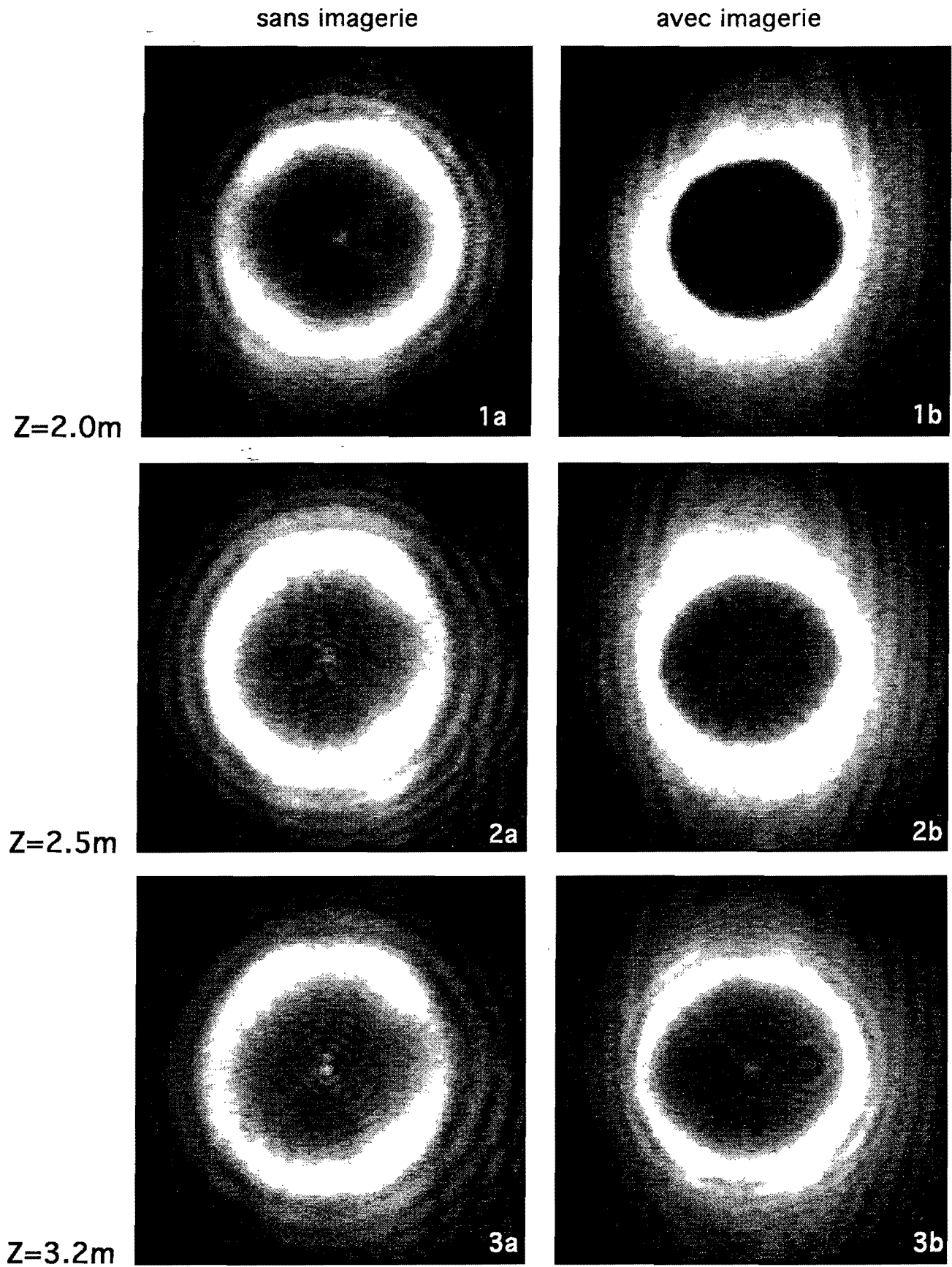


Figure 9.III-3 : amélioration procurée par l'imagerie

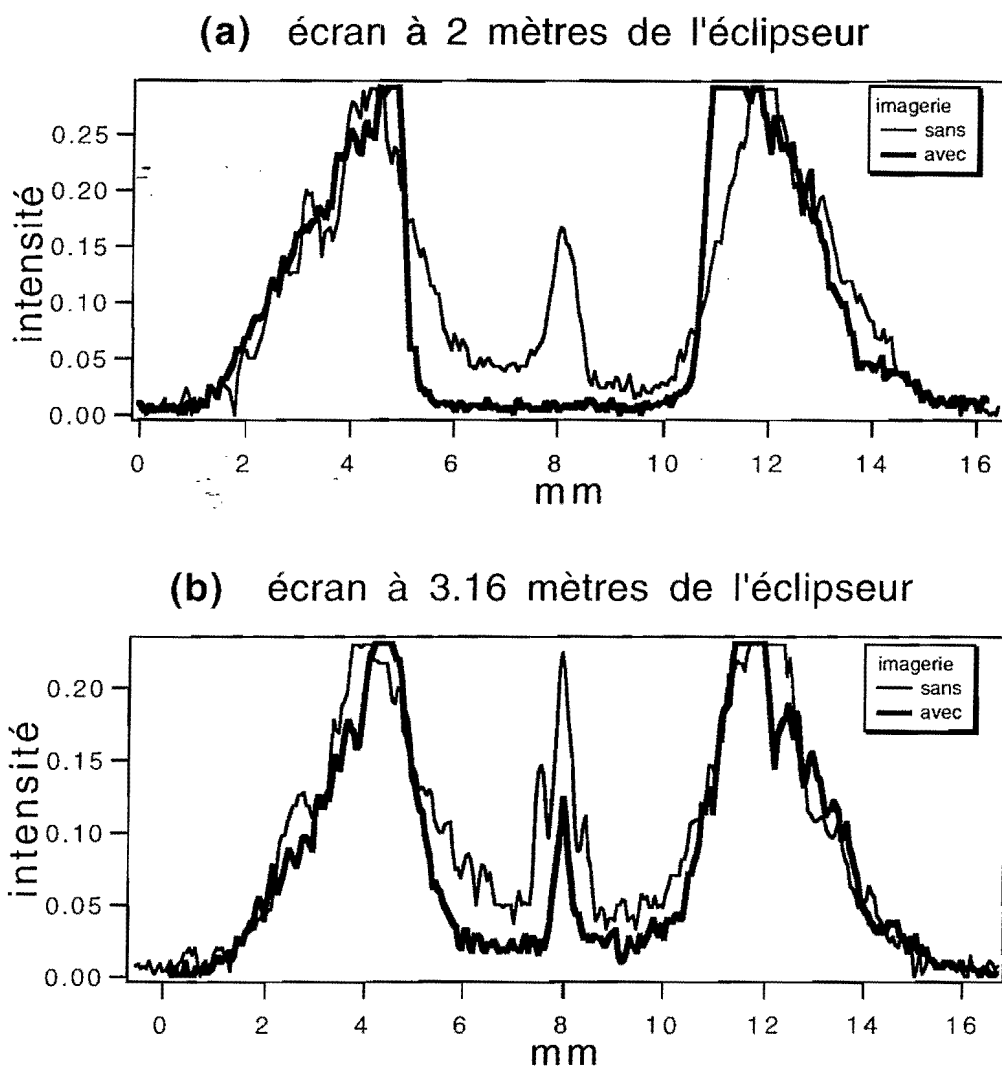


Figure B.III-4 : coupes réalisées sur les images précédentes

La figure B.III-5 compare les intensités moyennes diffractées dans la région centrale. On a utilisé trois zones d'intégration de taille croissante. Les courbes représentent l'intensité intégrée dans chaque zone en fonction de la distance de propagation  $Z$  entre l'éclipseur et l'écran d'observation. Nous traçons trois courbes lorsque l'imagerie est présente, et trois autres dans le cas où elle est absente. Pour  $Z = 2$  m, distance à laquelle se trouve le plan image, la zone d'ombre est de 8 à 14 fois plus sombre (suivant le domaine d'intégration) lorsque l'on utilise le système 4f.

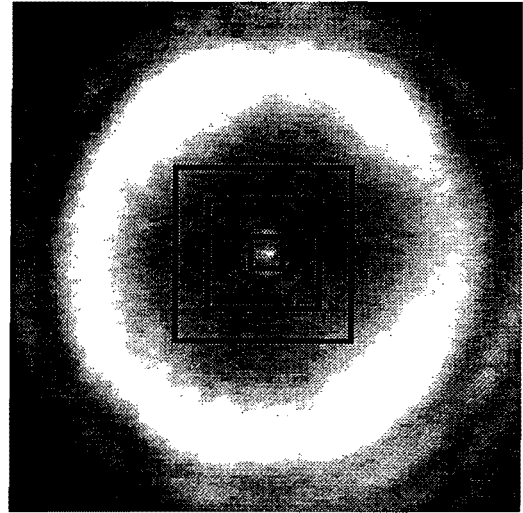
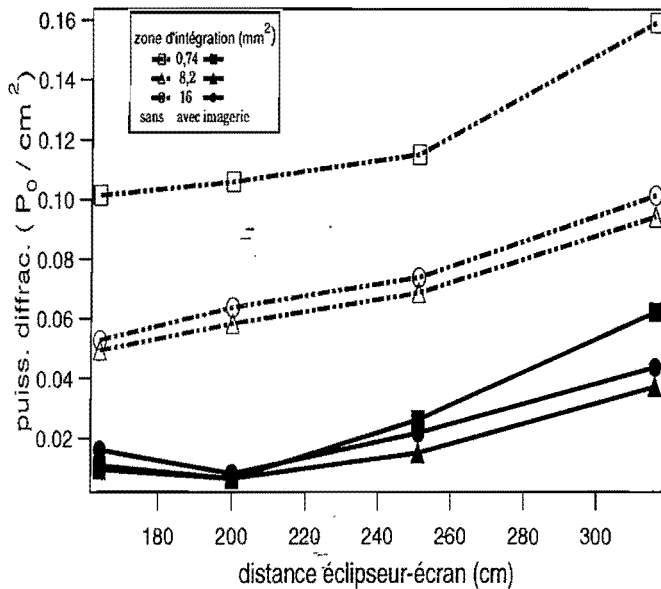


Figure B.III-5 : mesures des intensités moyennes diffractées dans la région centrale

Les trois carrés de taille croissante superposés à l'image de droite correspondent aux trois zones d'intégration utilisées. Leurs dimensions, en pixels, sont de 15x15, 50x50 et 70x70. Un pixel vaut  $45\mu\text{m}$ . A gauche, les courbes en traits pointillés représentent l'évolution de l'intensité moyenne diffractée, dans chaque zone, dans le cas d'une propagation libre. Cette intensité est rapportée à la puissance totale du faisceau incident pour une surface d'un centimètre carré. Les courbes en traits continus montrent la compensation des effets de diffraction dans le plan image ( $z=200\text{ cm}$ ).

### III.b. Variantes du système d'imagerie

La distance entre la zone du piège et l'éclipseur placé sur le faisceau de repompage est au minimum de 1,50 m dans notre dispositif. Le système 4f précédemment décrit est trop encombrant. Il faut éloigner le plan image de la dernière lentille sans augmenter la dimension du télescope. Cela est facile car, avec un afocal de grandissement 1, si l'on rapproche l'objet de la première lentille, le plan image s'éloigne d'autant. Par ailleurs, il faut un autre télescope pour amener le diamètre du faisceau laser anamorphosé à la taille voulue. Il est donc plus judicieux de combiner les deux : on peut magnifier le faisceau tout en l'éclipsant comme le montre le schéma B.III-6. Avec un afocal de grandissement  $G = \frac{f_2}{f_1}$ , un calcul simple d'optique géométrique montre que si l'on translate l'objet d'une distance  $d$  vers la première lentille ( $d \leq f_1$ ), le plan image s'éloigne du foyer image de la deuxième lentille de  $d' = G^2 d$ . On peut ainsi reporter le plan image à une distance maximale  $D_{\text{max}}$  au-delà de la deuxième lentille, valant pour  $d = f_1$  :  $D_{\text{max}} = f_2 + G^2 f_1 = f_2 (1 + G)$ .

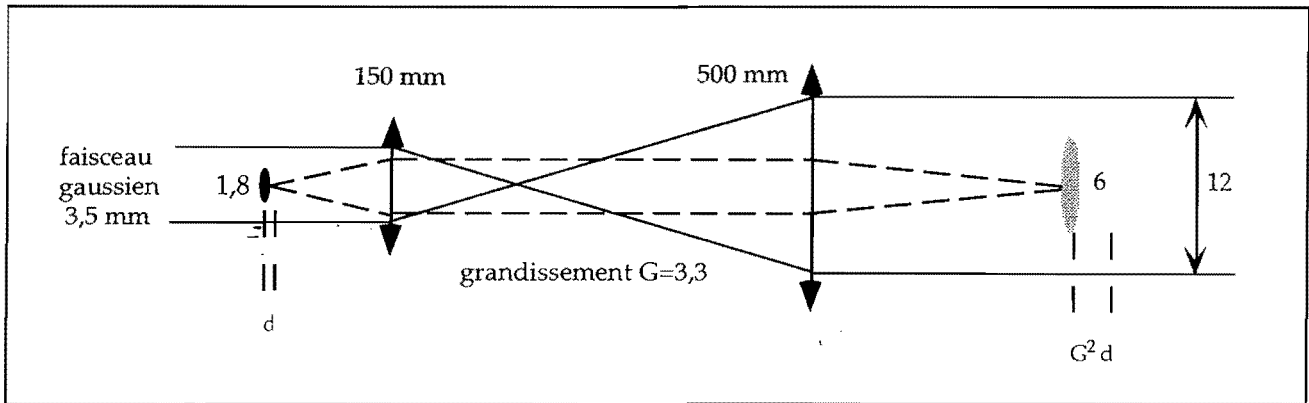


Schéma B.III-6 : Système d'imagerie retenu pour produire le faisceau de repompage. Le déplacement du disque objet de 1cm éloigne le plan image de 11cm, ce qui est appréciable en pratique pour le réglage du contraste de la zone d'ombre.

Comment évoluent les effets de diffraction lorsque l'on s'éloigne d'une distance  $D$  après le plan image? Si l'on place un écran à la distance  $D$ , on obtient l'image agrandie, dans un rapport  $G$ , de ce que verrait un écran placé à une distance  $d = \frac{D}{G^2}$  après l'objet réel.

Soient  $\phi$  et  $\Phi$  les diamètres respectifs de l'objet réel, qui est toujours un disque sombre, et de son image. On a évidemment  $\phi = \frac{\Phi}{G}$ , avec dans notre cas  $G=3,3$  et  $\Phi = 6\text{mm}$ . Vérifions, en nous fondant sur le point de Poisson, que la dégradation de la zone d'ombre, après le plan image, qui provient de la diffraction est la même que si l'on avait un objet réel de diamètre  $\Phi$  placé au niveau du plan image.

A une distance  $d$  après l'objet réel, se trouve au centre de la zone d'ombre un point de Poisson. Ce dernier contient une puissance lumineuse qui est proportionnelle au produit de l'intensité maximale du champ sans obstacle  $I_0$  par la superficie du point, elle même proportionnelle à  $\left(\frac{d}{\phi}\right)^2$ , d'après (D.II-33). Après le télescope, l'intensité maximale du champ sans obstacle  $I$  est réduite : elle vaut  $I = \frac{I_0}{G^2}$  si l'on néglige les pertes sur les lentilles.

En remplaçant les expressions précédentes pour  $d$ ,  $\phi$  et  $I$ , on trouve que la relation suivante est vérifiée :

$$\left(\frac{d}{\phi}\right)^2 \times I_0 = \left(\frac{D}{\Phi}\right)^2 \times I \tag{B.III-1}$$

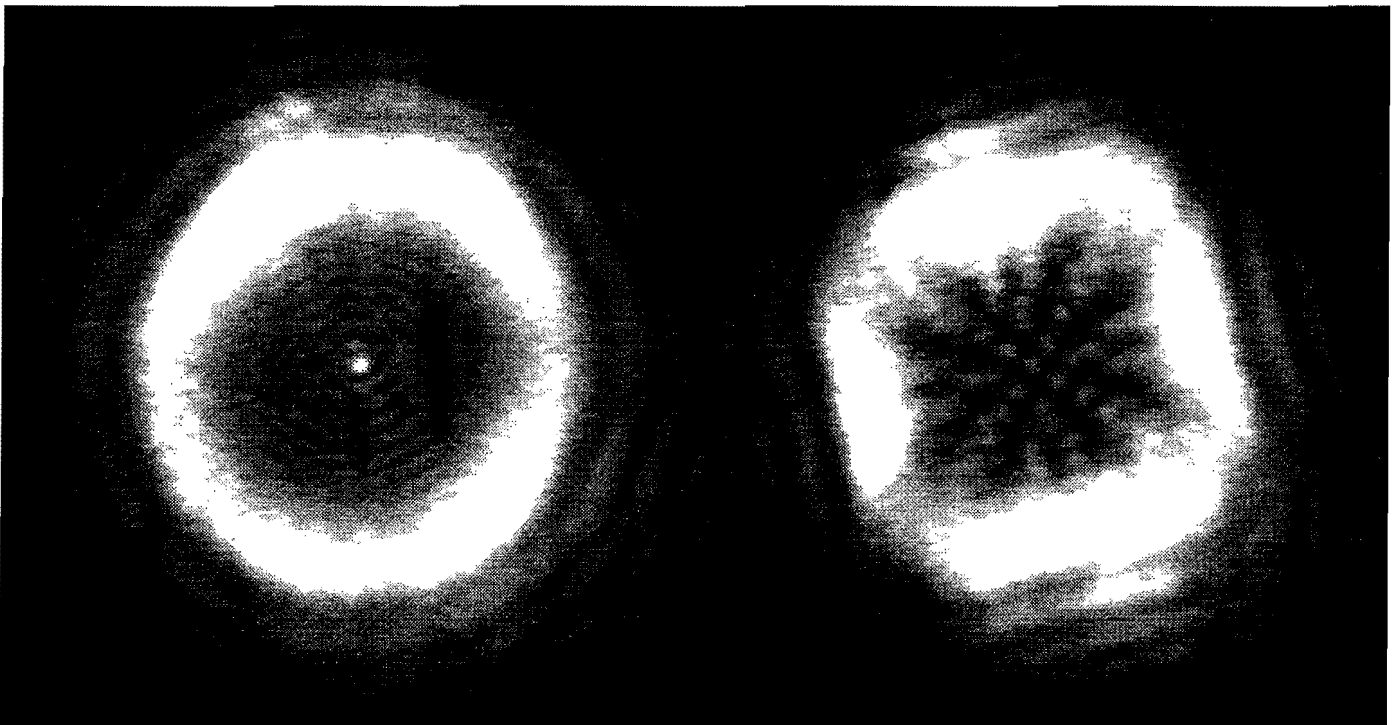
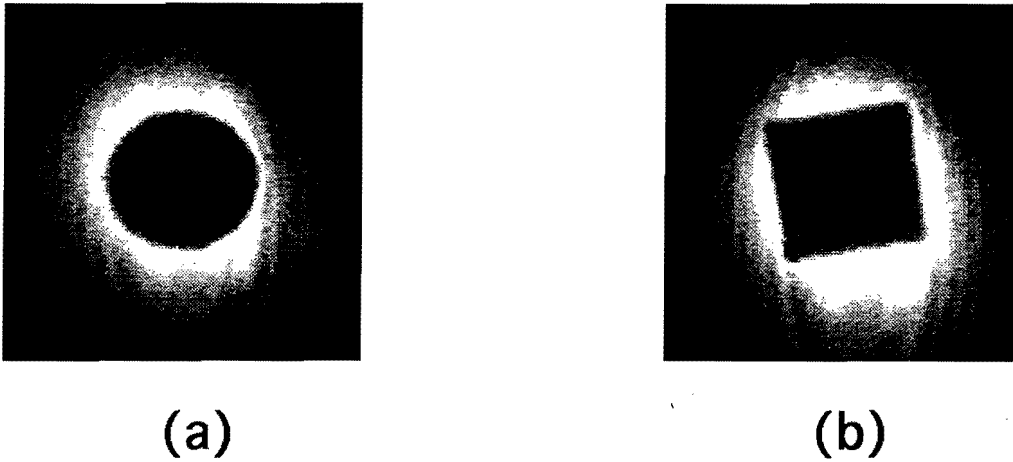


Figure B.III-7 : Champ diffracté par un obstacle circulaire (a) et par un carré de même superficie (b). Au dessus figurent ces obstacles parfaitement imagés : les franges que l'on y aperçoit proviennent de la source diode laser + objectif de collimation. Leur amplitude n'est que de l'ordre de  $I_0 / 30$  mais elles apparaissent nettement ici car la partie centrale de l'image est saturée en l'absence d'obstacle (cf. figure B.III-2.c et explications s'y rapportant)

Le terme de droite de (B.III-1) est proportionnel à la puissance diffractée par un objet réel de diamètre  $\Phi$ , après une distance de propagation  $D$ . On peut alors conclure que la dégradation de la zone d'ombre au delà du plan image est indépendante du système d'imagerie, si l'on néglige les aberrations, pour une taille donnée de cette image. Nous avons vérifié expérimentalement que la puissance diffractée dans la région centrale, 50 cm

---

après le plan image, était sensiblement la même avec le système d'imagerie  $4f$  qu'avec la combinaison schématisée à la page précédente.

Jusqu'à présent, le faisceau de repompage est éclipsé par un disque sombre. C'est la symétrie cylindrique du problème qui est responsable de l'apparition du point de Poisson dans le champ diffracté. On pourrait donc s'affranchir de cet effet en plaçant un obstacle rompant cette symétrie : par exemple un carré sombre de même superficie.

Le point de Poisson disparaît effectivement (figure B.III-7), mais on a vérifié que la puissance totale diffractée dans la zone d'ombre reste pratiquement la même. Les inhomogénéités du champ diffracté se répartissent sur une sorte de damier...

## IV - Effets produits sur le piège

### IV.a. Résultats expérimentaux : accroissement du nombre d'atomes piégés

Lorsque l'on installe le dispositif précédent sur le faisceau de repompage, on constate immédiatement une diminution importante du niveau de fluorescence : le piège apparaît beaucoup plus sombre, ce qui est l'effet attendu. En analysant le piège au moyen d'un laser sonde peu intense (intensité inférieure à  $10 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ), on constate une très forte absorption résonnante, à partir du niveau fondamental non couplé aux lasers du piège ( $F=1$  pour le rubidium 87,  $F=2$  pour l'isotope 85). Nous allons voir que le piège sombre permet d'accumuler davantage d'atomes que le piège brillant usuel. Dans un premier temps, comparons l'épaisseur optique de ce nouveau milieu à celles que nous avons obtenues jusqu'à présent : nous mesurons le signal d'absorption linéaire à partir du niveau fondamental  $F=1$ , pour un piège de rubidium 87. En comparant les spectres (b) et (c) de la figure B.IV-1, nous constatons que le dispositif d'imagerie permet d'améliorer l'épaisseur optique d'un facteur 2,5 en réduisant la lumière de repompage diffusée dans la région des atomes piégés.

Les paramètres de fonctionnement de notre piège "sombre" sont les suivants :

- intensité de repompage dans la couronne  $\approx 200 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ . D'après les résultats du §III, l'intensité diffractée dans la région centrale est environ 30 fois plus faible, pour une zone d'ombre imagée de 6mm. Mais il existe d'autres sources possibles de repompage sur lesquelles nous reviendront.
- les autres paramètres sont les mêmes que dans le cas où l'on fait fonctionner le piège "brillant". Le désaccord et l'intensité des faisceaux pièges valent respectivement  $\Delta=-4\Gamma$  et  $I=25 \text{ mW}/\text{cm}^2$  par faisceau ; le gradient de champ magnétique est inchangé à 10 Gauss/cm .

Pour optimiser le fonctionnement du piège sombre, il est nécessaire d'employer la puissance de repompage la plus faible possible qui soit compatible avec le maintien d'un taux de chargement élevé pour le piège. Différents diamètres d'éclipseurs ont également été essayés. L'épaisseur optique est maximale lorsque la zone d'ombre imagée est comprise entre 5 et 6,6 mm. Nous avons également piégé l'isotope 85 : l'absorption résonnante est supérieure, donnant une épaisseur optique maximale de 6. La figure B.IV-2 présente les ajustements réalisés pour les spectres d'absorption. Dans le régime des fortes absorptions, la forme des spectres est celle d'exponentielles de fonctions lorentziennes. La largeur de chaque lorentzienne est prise égale à la largeur naturelle (6MHz).

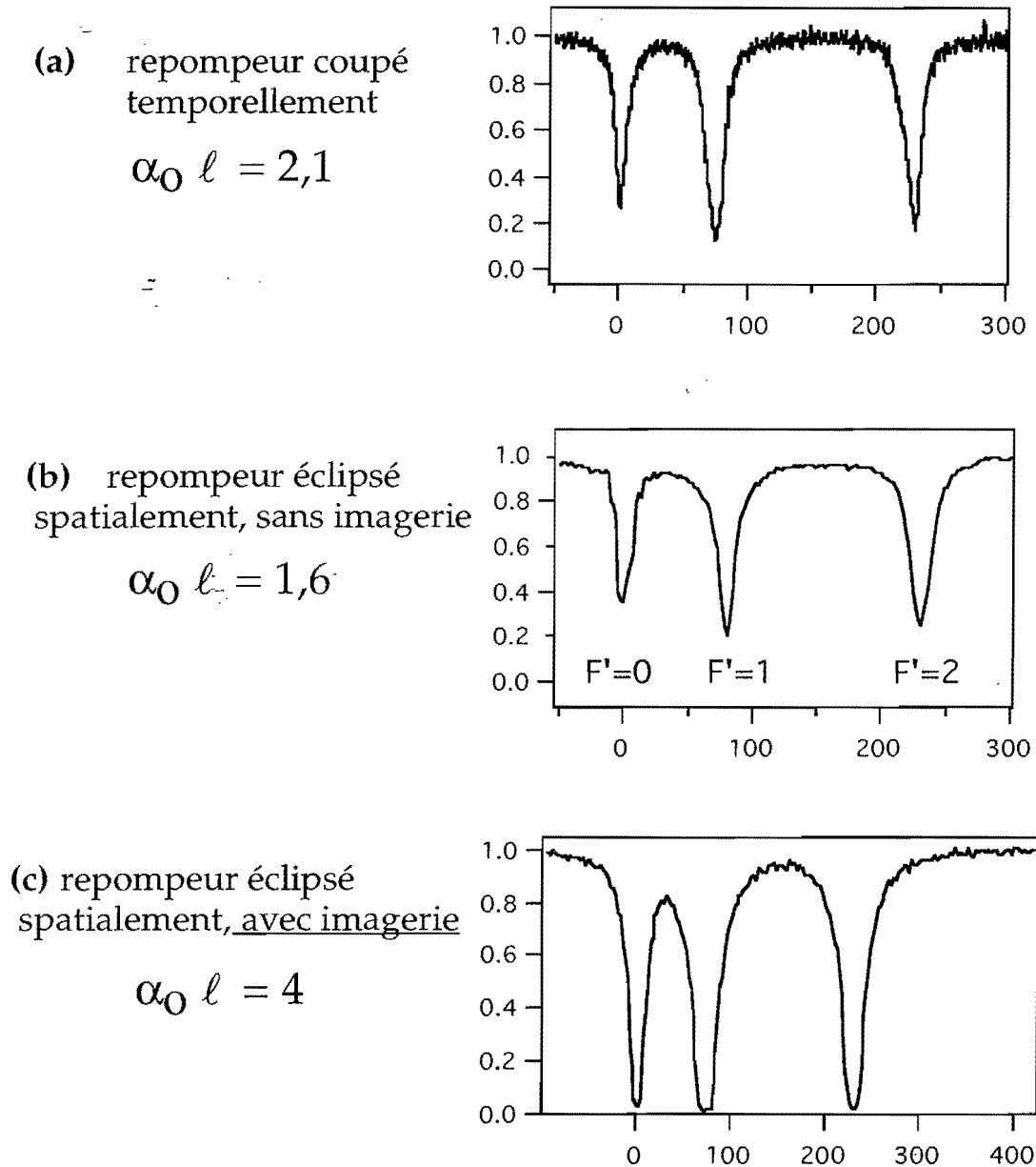


Figure B.IV-1 : Comparaison des spectres d'absorption  $F=1 \rightarrow F'=0,1,2$  dans trois cas. L'échelle verticale vaut 1 lorsque le faisceau sonde est parfaitement transmis, 0 lorsqu'il est totalement absorbé. Horizontalement, le désaccord du faisceau sonde par rapport à la transition  $F=1 \rightarrow F'=0$  est exprimé en MHz.

Le spectre (a) a été obtenu dans le régime de découpage temporel décrit au chapitre deux, partie CII. Le spectre (b) correspond au résultat préliminaire de piège sombre, pour lequel le faisceau de repompage est éclipsé par un disque sombre, sans dispositif d'imagerie particulier. Le spectre (c) est obtenu lorsque le disque sombre est imagé au niveau du piège par le dispositif décrit au §III.

Les valeurs de l'épaisseur optique sont calculées pour la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$ .



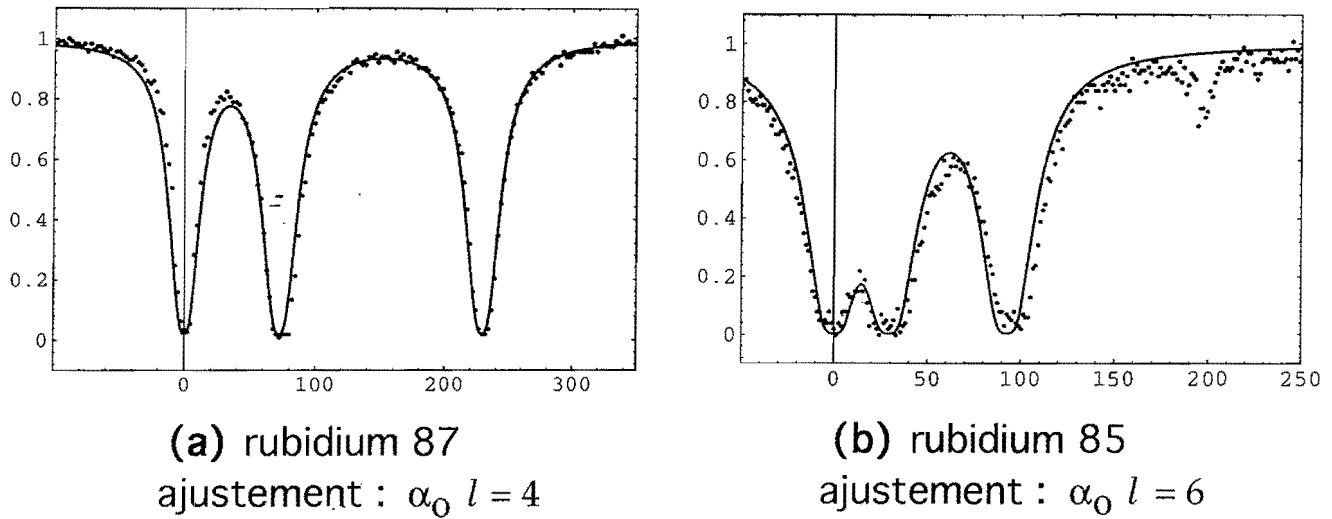


Figure B.IV-2 : Ajustement des spectres d'absorption par des exponentielles de lorentziennes.

La différence d'épaisseur optique maximale entre les deux isotopes peut s'expliquer en partie par un taux de chargement plus élevé de l'isotope le plus abondant dans le jet atomique (rubidium 85).

Lorsque l'on observe le spectre expérimental de l'isotope 85, on constate la présence d'un petit pic d'absorption (ou trou, en transmission), situé à environ 200 MHz de la résonance  $F=1 \rightarrow F'=0$  (figure B.IV-3). Nous avons vérifié que sa position exacte change avec le désaccord du laser piège. Il s'agit d'un pic d'absorption Raman induit par les faisceaux sonde et pièges. C'est l'exacte contrepartie de ce que nous avons observé au chapitre deux §CI, avec cette fois une population atomique se trouvant essentiellement sur le niveau inférieur du fondamental. Ce pic est environ quatre fois moins intense dans le cas où l'on mesure l'absorption à partir du niveau  $F=1$  du rubidium 87.

Enfin, nous avons estimé, dans la cas du piège de rubidium 87, le nombre d'atomes capturés dans le piège sombre, à partir de la mesure de l'épaisseur optique et de la taille du piège. Le diamètre du piège est obtenu avec la caméra CCD, comme au chapitre deux. Contrairement à ce qui a été observé pour un piège de sodium, fonctionnant certes avec un nombre d'atomes beaucoup plus conséquent [Ketterle 93], le diamètre semble inchangé, par rapport à ce que nous mesurons pour un piège brillant : 3,5 mm. Le gain en nombre

d'atomes correspond dans ce cas au gain réalisé sur l'épaisseur optique. Le nombre d'atomes et la densité estimés valent respectivement :

$$N \approx 5.10^8 \quad n \approx 2.10^{10} \text{ atomes/cm}^3$$

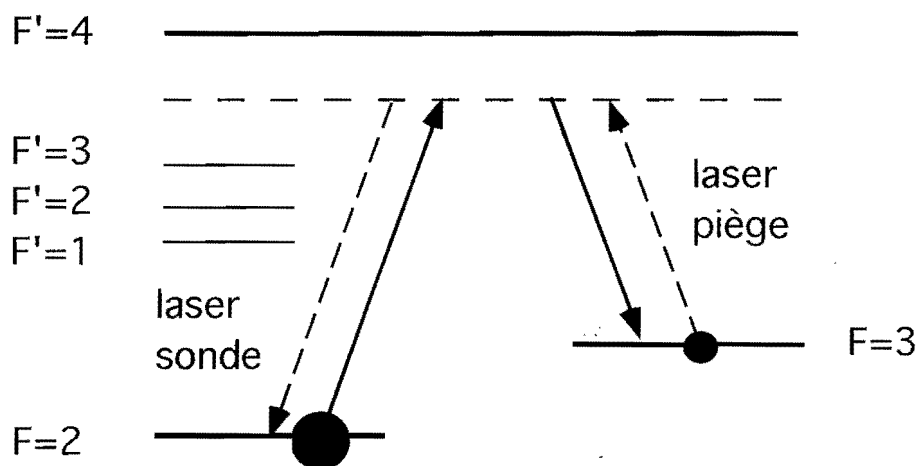
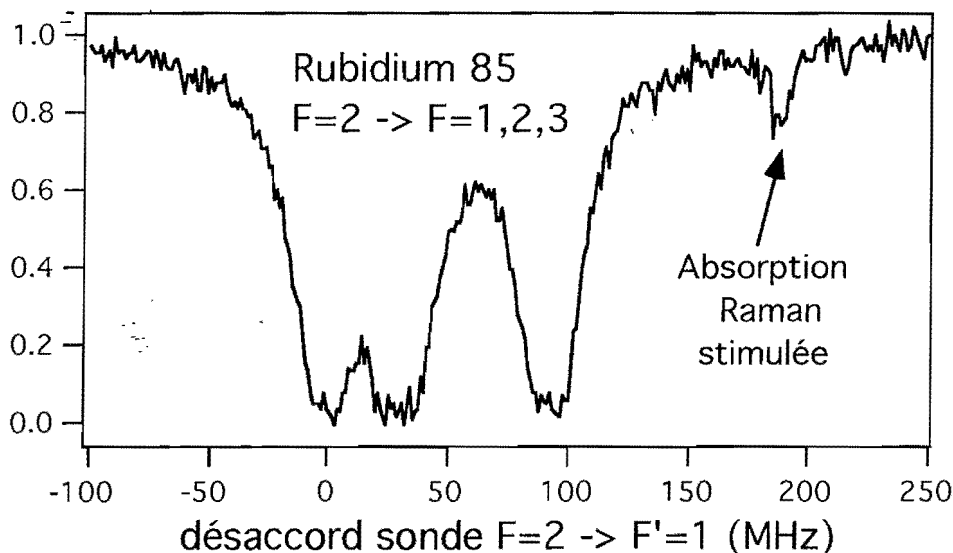


Figure B.IV-3 : Absorption Raman stimulée sur le spectre d'absorption du rubidium 85.

L'absorption résiduelle dans le sous-niveau supérieur du fondamental est environ 35% : le rapport entre les populations atomiques des sous-niveaux du fondamental "sombre" et "brillant" est de l'ordre de 10. Nous allons voir dans le paragraphe suivant comment on peut expliquer ce chiffre.

#### IV.b. Analyse du fonctionnement du piège sombre. Taux de repompage résiduel

Le piège sombre ne l'est jamais tout à fait puisqu'il existe divers processus de repompage possible, que nous examinerons successivement :

- par processus Raman spontané, produit par les faisceaux de piégeage
- par le résidu de lumière diffractée dans la zone d'ombre
- lumière de repompage diffusée

##### i-processus Raman spontané

Dans le cas du rubidium 87, nous définissons le rapport, que l'on va estimer, entre les populations du fondamental  $p = \frac{\prod_{F=2}}{\prod_{F=1}}$ . La présence des faisceaux piégeants rend possibles deux processus Raman spontanés, qui entrent en compétition dans le peuplement des sous-niveaux  $F=1$  et  $F=2$ . Ces processus sont schématisés sur la figure B.IV-4 par les flèches en trait fort 1 et 2, ainsi que les traits ondulés qui redescendent vers les sous-niveaux  $F=1$  et  $F=2$ .

Le pompage optique depuis  $F=2$  vers  $F=1$ , au moyen du niveau relais  $F'=2$ , se fait à un taux :

$$\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS} = B_{2' \rightarrow 1} \Gamma \frac{s_{2 \rightarrow 2'}}{2} \quad (\text{B.IV-1})$$

Dans cette expression,  $B_{2' \rightarrow 1}$  représente le taux de branchement par émission spontanée entre le niveau relais et le fondamental  $F=1$ . Il vaut :

$$B_{2' \rightarrow 1} = \frac{Q(F=1, F'=2)}{Q(F=1, F'=2) + Q(F=2, F'=2)} = \frac{1}{2} \quad (\text{B.IV-2})$$

où les différentes intensités relatives des raies hyperfines  $Q(F, F')$  sont portées sur la figure A.III-1 du deuxième chapitre. La largeur naturelle de l'état excité est  $\Gamma$ , et  $s_{2 \rightarrow 2'}$  correspond au paramètre de saturation de la transition  $F=2 \rightarrow F'=2$ . Ce dernier se calcule de la manière suivante :

$$s_{2 \rightarrow 2'} = \bar{c}^2 \frac{2F''+1}{2F'+1} \cdot \frac{Q(F=2, F'=2)}{Q(F=2, F''=3)} \cdot \frac{\Omega_1^2/2}{(\Delta_{2 \rightarrow 2'})^2 + \Gamma^2/4} = \bar{c}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Omega_1^2/2}{(\Delta_{2 \rightarrow 2'})^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{B.IV-3})$$

$\bar{c}^2 = 0,33$  est la moyenne des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour les diverses transitions  $F=2 \rightarrow F'=2$  polarisées  $\pi$ . L'intensité associée à l'ensemble des 6 faisceaux de piégeage ( $25 \text{ mW/cm}^2$  par faisceau) est de l'ordre de 90 fois l'intensité de saturation :

carré de la fréquence de Rabi vaut donc  $\Omega_1^2 \approx 45 \Gamma^2$ . Le désaccord du laser piège par rapport à la transition  $F=2 \rightarrow F'=2$  est  $\Delta_{2 \rightarrow 2'} = -40\Gamma$ . Avec l'ensemble de ces paramètres, on calcule le taux de pompage :

$$\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1} \quad \text{soit un temps de pompage vers le niveau inférieur } \tau \approx 50 \mu\text{s}.$$

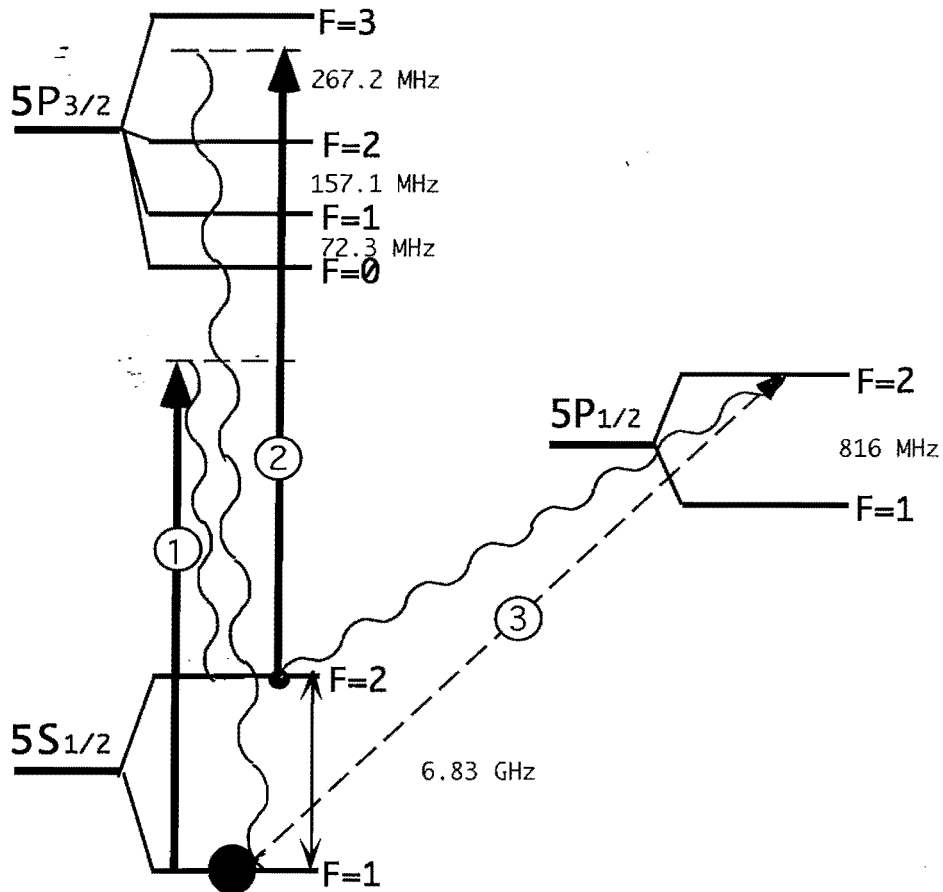


Figure B.IV-4 : Pompage optique entre les niveaux  $F=1$  et  $F=2$  du fondamental pour le rubidium 87

Le repompage optique de  $F=2$  vers  $F=1$ , provenant des mêmes faisceaux laser, est caractérisé par un taux très faible. A très grand désaccord, il faut tenir compte des deux niveaux relais  $F'=1$  et  $F'=2$ . Si l'on effectue un calcul comme ci-dessus en prenant séparément l'un ou l'autre des niveaux relais, on aboutit à un taux de repompage  $\Gamma_{1 \rightarrow 2}^{RS} \approx 50 \text{ s}^{-1}$ . Ce taux de repompage est donc parfaitement négligeable devant le taux  $\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS}$  calculé précédemment.

### ii-lumière de repompage résonnante

La population du niveau  $F=2$  existe en raison de la lumière de repompage, résonnante avec la transition  $5S_{1/2}F=1 \rightarrow 5P_{1/2}F'=2$ . Celle-ci provient d'abord du résidu de lumière diffractée dans la zone sombre. On peut estimer l'intensité de repompage à environ  $5\mu\text{W}/\text{cm}^2$ . On tient compte de la largeur spectrale de la diode laser libre qui produit le faisceau de repompage, en introduisant un (faible) désaccord effectif  $\Delta_{\text{eff}}$  tel que :

$$\frac{1}{\Delta_{\text{eff}}^2 + \Gamma^2 / 4} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Delta \frac{1}{\Delta^2 + \Gamma^2 / 4} \cdot \frac{2D}{\pi(D^2 + 4\Delta^2)} \quad (\text{B.IV-4})$$

Pour une largeur spectrale de 15 MHz, on obtient  $\Delta_{\text{eff}} = 0,8 \Gamma$ .

La transition de repompage utilisée correspond à la flèche 3 de la figure B.IV-4. Le taux de repompage est calculé comme précédemment :

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2}^{D1} = B_{2' \rightarrow 2}^{D1} \Gamma \frac{s_{1 \rightarrow 2'}^{D1}}{2} \quad (\text{B.IV-5})$$

Le taux de branchement est encore de 0,5 et on obtient un paramètre de saturation  $s_{1 \rightarrow 2'}^{D1} \approx 2.10^{-4}$ , puis un taux de repompage :

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2}^{D1} \approx 2.10^3 \text{ s}^{-1} \quad \text{et un temps de repompage de } 500 \mu\text{s}.$$

Le repompage par les faisceaux pièges est donc parfaitement négligeable devant le repompage résonnant précédent.

Un repompage quasi-résonnant supplémentaire provient de la lumière de repompage diffusée par les hublots de l'enceinte, par les atomes en phase de capture par le piège, par les atomes du jet atomique en fin de ralentissement... La lumière diffusée par les hublots, qui se trouvent à 30 cm du piège et sont traités antireflets, est certainement très faible devant le résidu de lumière diffracté dans la zone d'ombre.

Le temps de piégeage (chapitre deux §BII) étant de l'ordre de 5ms, soit trois ordres de grandeur inférieur au temps de vie des atomes piégés, le nombre d'atomes en phase de capture est aussi près de mille fois inférieur au nombre d'atomes piégés en régime stationnaire. La lumière de repompage diffusée par l'ensemble de ces atomes, qui se trouvent la majeure partie de leur temps sur le niveau  $F=2$ , est parfaitement négligeable (de l'ordre du nW). La même conclusion s'impose pour les atomes lents issus du jet atomique qui se trouvent à proximité du piège (de l'ordre de  $10^7$  atomes /  $\text{cm}^3$ ).

Le rapport des populations à l'équilibre est finalement :

$$p = \frac{\Pi_{F=2}}{\Pi_{F=1}} = \frac{\Gamma_{1 \rightarrow 2}^{D1}}{\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS}} \approx 0,1 \quad (\text{B.IV-6})$$

Ce rapport correspond à celui mesuré expérimentalement.

### iii-les atomes restent-ils piégés dans la zone d'ombre?

Un dernier point important consiste à vérifier si les atomes situés dans la zone d'ombre peuvent effectivement rester confinés par les forces radiatives. Statistiquement, un atome piégé est sensible à l'action des faisceaux pièges pendant 10% de son temps. Pour estimer la vitesse maximale atomique pouvant être confinée dans un piège sombre dont le rapport des populations est  $p$  et le diamètre  $d$ , on peut utiliser une modification de la formule B.II-2 du chapitre deux:

$$v \approx \sqrt{p a d} \quad (\text{B.IV-7})$$

avec  $d=3$  mm,  $p=0,1$  et  $a=5,7.10^4$  m.s<sup>-2</sup> on obtient  $v=4$ m.s<sup>-1</sup>. Il faut comparer cette vitesse à la vitesse moyenne des atomes dans le piège. La température du piège, qui détermine cette vitesse moyenne, est supérieure à la limite du refroidissement Doppler ( $T_D = 140\mu\text{K}$ ) en raison du nombre important d'atomes piégés [Drewsen 94]. Pour un piège d'atomes de Césium ( $T_D = 125\mu\text{K}$ ), les auteurs ont établi la formule empirique :

$$T = 1,2 . N^{1/3} \frac{\Omega_1}{|\delta|} \quad (\text{B.IV-8})$$

où  $T$  est la température en  $\mu\text{K}$ ,  $\Omega_1$  la fréquence de Rabi par faisceau piège et  $\delta$  le désaccord de ces faisceaux par rapport à la transition fermée. Pour un piège comportant  $5.10^8$  atomes, avec  $\Omega_1 = 2,8$   $\Gamma$  et  $\delta = -4$   $\Gamma$ , on obtient  $T = 660\mu\text{K}$  soit une vitesse quadratique moyenne de  $0,44$  m/s.

En fait, il serait intéressant de mesurer la température des atomes piégés dans un piège sombre, car Drewsen et al. suggèrent que l'excès de la température donnée par la relation (B.IV-10) par rapport à la température Doppler provient en grande partie de la diffusion multiple de photons. Cette diffusion multiple est largement réduite dans le fonctionnement d'un piège sombre, où la plupart des atomes ne sont plus couplés de façon résonnante à la lumière des faisceaux pièges. Il est fort possible que l'augmentation de la densité d'atomes pour un piège sombre soit ainsi accompagnée d'une diminution de la température.

Un atome animé d'une vitesse de  $0,44$ m/s met  $8$  ms pour traverser balistiquement un piège sombre de  $3,5$  mm de diamètre. Ce temps est très largement au temps de repompage ( $500\mu\text{s}$ ). Une fois repompé, l'atome subit les forces radiatives pendant  $50\mu\text{s}$ , en moyenne, avant de retomber sur le niveau inférieur du fondamental non couplé aux lasers pièges, et le cycle recommence. L'atome est donc effectivement confiné à l'intérieur du piège sombre par les forces radiatives qui subsistent. Notons que pendant le temps de

repompement, l'action de la gravité est négligeable (variation de la vitesse de 5mm/s, distance de chute de 1,2μm).

remarque : la présence d'une zone d'ombre de 5-6 mm de diamètre très peu repompée diminue la vitesse de capture du piège. Avec le modèle du chapitre deux §BII, on montre que les vitesses de capture et d'échappement diminuent de près de 30%.

#### iv-puissances de repompement pour le sodium et le rubidium

Ces conclusions ne pourraient être maintenues si le piège était dix fois plus sombre ( $p=0,01$  au lieu de 0,1). Un tel piège "très sombre" semble plus facile à obtenir avec des atomes de sodium [Ketterle 93]. Une partie de l'explication provient de la différence d'écart entre les niveaux hyperfins. Dans un piège "brillant" usuel, le taux de repompement  $\Gamma_{1 \rightarrow 2}^{D1}$  doit contrebalancer l'action du dépompage Raman spontané  $\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS}$ . Le piège est donc efficacement repompé dès lors que  $\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{RS} \ll \Gamma_{1 \rightarrow 2}^{D1}$ , soit, compte-tenu des expressions précédentes :

$$\frac{s_{2 \rightarrow 2'}^{D1}}{s_{2 \rightarrow 2'}} \approx \left( \frac{\Omega_1^{recomp}}{\Omega_1^{piège}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\Delta_{2 \rightarrow 2'}^{piège}}{\Gamma} \right)^2 \gg 1 \quad (\text{B.IV-9})$$

Avec un piège de rubidium,  $\Delta_{2 \rightarrow 2'}^{piège} = -40\Gamma$  et l'intensité de repompement doit être très supérieure à 100μW/cm<sup>2</sup>. En pratique, il faut une intensité 100 fois supérieure si l'on veut repomper efficacement et compenser l'absorption provenant du milieu d'atomes piégés.

Pour un piège d'atomes de sodium, les nombres quantiques F de la structure fine sont les mêmes. L'écart entre niveaux hyperfins est tel que  $\Delta_{2 \rightarrow 2'}^{piège} \approx -3\Gamma$  (la largeur naturelle de l'état excité est 9,7MHz et l'intensité de saturation 4,6mW/cm<sup>2</sup>). Un piège de sodium est donc difficile à repomper, puisque l'intensité minimale imposée par la condition B.IV-9 correspond à 16,5 mW/cm<sup>2</sup>, toujours pour une intensité totale des faisceaux pièges de 150mW/cm<sup>2</sup>. Il semble ainsi beaucoup plus facile d'obtenir un piège sombre d'atomes de sodium. En fait, le paramètre important est le rapport d'extinction de la lumière de repompement entre la couronne de repompement et la zone d'ombre centrale, puisque c'est l'efficacité du repompement dans cette couronne qui permet de charger un nombre important d'atomes. La bonne solution consiste à réaliser un large domaine de capture, et à placer au centre une zone d'ombre également très étendue. Ketterle et al. ont employé des faisceaux pièges de 30mm de diamètre. Les faisceaux de repompement, de même diamètre, sont éclipsés par un disque de 10mm parfaitement imagé. Mais l'obtention d'un nombre très important d'atomes piégés (10<sup>10</sup>) avec ce dispositif repose pour une large part sur un flux

d'atomes ralentis très important pour alimenter le piège (supérieur à  $10^{10}$  atomes par seconde) [Ketterle 93b].

#### **v-autres méthodes employées pour augmenter la population dans l'état noir**

D'autres solutions visant à accroître la fraction de la population atomique dans l'état noir ont été essayées dans l'équipe d'E. Cornell, pour un piège de rubidium 87 [Anderson 94]. La première consiste à désaccorder le faisceau de repompage de 3 ou 4 largeurs naturelles, de manière à repomper plus efficacement les atomes en phase de capture, décalés principalement par effet Doppler, ainsi que par effet Zeeman. Les atomes pratiquement immobiles du centre sont eux moins sensibles à la lumière de repompage résiduelle. Anderson et al. ont avec cette méthode fait passer le rapport  $p$  défini plus haut de 0,5 à 0,2. Notons que cette méthode implique l'emploi de faisceaux de repompage rétro réfléchis, comme dans notre expérience. La seconde solution s'est avérée beaucoup plus efficace : un faisceau de dépompage résonnant, accordé sur la transition  $F=2 \rightarrow F'=2$ , est imagé dans la zone d'ombre du faisceau de repompage. Le rapport  $p$  est abaissé à 0,03. Dans ces expériences, les atomes sont collectés à partir de la pression de vapeur saturante d'une cellule de rubidium. Le nombre d'atomes dans ce piège sombre réalisé en cellule est inférieur d'un ordre de grandeur à ce que nous avons obtenu, mais le but de l'expérience d'Anderson et al. est d'augmenter le temps de vie des atomes piégés en diminuant les collisions entre atomes piégés, assistées par les faisceaux pièges [Sesko 89] : ils obtiennent ainsi jusqu'à  $5 \cdot 10^7$  atomes piégés pendant une durée de 240 secondes.

#### **IV.c. Accroissement de la durée de vie du piège.**

Nous avons mentionné le fait que la vitesse de capture était inférieure pour un piège sombre : le taux de chargement est ainsi réduit. On peut penser que l'accroissement du nombre d'atomes piégés est lié à une augmentation du temps de vie des atomes dans le piège. C'est effectivement ce que l'on observe expérimentalement.

##### **i-temps de vie pour un piège brillant. Pertes par collisions**

L'évolution du nombre d'atomes  $N$  en fonction du temps est généralement décrite par :

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau_{vide}} - \beta \int_V n^2(\vec{r}, t) d\vec{r} \quad (\text{B.IV-10})$$



$\tau_{\text{vide}}$  est l'inverse du taux de pertes provenant des collisions avec les atomes rapides du gaz résiduel dans l'enceinte. Dans les conditions où se déroule l'expérience, la pression résiduelle est de l'ordre de  $10^{-9}$  torr, avec le jet atomique en marche, ce qui conduit à une valeur de  $\tau_{\text{vide}}$  supérieure à 10 secondes [Steane 92]. Le temps de vie mesuré (figure B.IV-5) est plutôt de l'ordre de 2 secondes, ce qui s'explique par l'importance des pertes représentées par le dernier terme dans l'expression (B.IV-10). Ces pertes proviennent des collisions entre deux atomes piégés : la densité atomique dans le piège  $n$  intervient au carré, et le coefficient  $\beta$  traduit l'ampleur de ces effets de collision [Sesko 89]. Lorsque l'intensité des lasers de piégeage est faible, la vitesse de capture est faible également. Dans ce cas, les pertes proviennent essentiellement du processus de collision durant lequel l'un des deux atomes passe d'un état hyperfin supérieur à l'état hyperfin inférieur, au sein du niveau fondamental : l'énergie cinétique acquise est la différence d'énergie entre les deux niveaux hyperfins, et correspond dans le cas du rubidium 87 à une vitesse de 8 m/s. Dans notre expérience, les atomes issus de ce type de collision sont recapturés par le piège (vitesse de capture de 30 m/s), et le paramètre  $\beta$  est déterminé par d'autres types de collisions, qui produisent des atomes dont la vitesse peut être supérieure à la vitesse de capture du piège. Tous les processus de collision envisagés dans ce dernier cas font intervenir un atome dans l'état fondamental, et le deuxième atome dans l'un des états excités [Sesko 89] [Wallace 95].

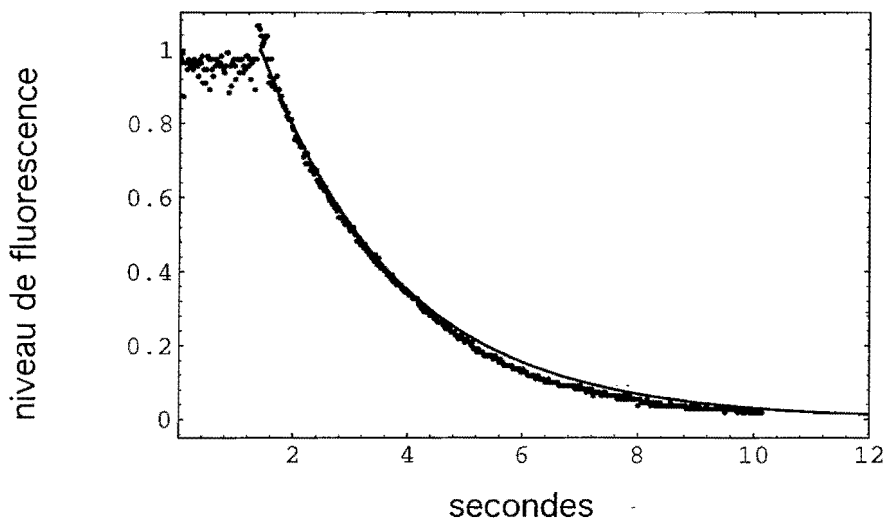


Figure B.IV-5 : Temps de vie du piège "brillant" obtenu en mesurant le taux de décroissance du signal de fluorescence, proportionnel au nombre d'atomes piégés, après avoir coupé la source de remplissage R en bloquant les faisceaux laser de ralentissement (cf. chapitre deux, §CI). L'ajustement est exponentiel avec une constante de temps de 2,5 secondes.

### ii-temps caractéristique de décroissance de l'absorption d'un faisceau sonde

Pour un piège sombre, 90% des atomes se trouvent dans l'état noir : on ne mesure plus la décroissance du signal de fluorescence, mais la décroissance du signal d'absorption d'un faisceau sonde à résonance avec la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$ . L'absorption n'est pas proportionnelle au nombre d'atomes : elle est proportionnelle au produit de la densité du piège par son diamètre. Le temps caractéristique de décroissance du signal d'absorption n'est plus exactement le temps de vie du piège, bien qu'il en dépende. Nous avons défini en pratique ce temps caractéristique comme le temps  $\tau$  donnant le meilleur ajustement entre la décroissance mesurée et la loi suivante :

$$A(t) = 1 - \exp(-\alpha_0 l(t))$$

$$\alpha_0 l(t) = \alpha_0 l(0) \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) \quad (\text{B.IV-11})$$

On procède d'abord à une mesure de décroissance en absorption pour le fonctionnement du piège brillant (Figure B.IV-6) :

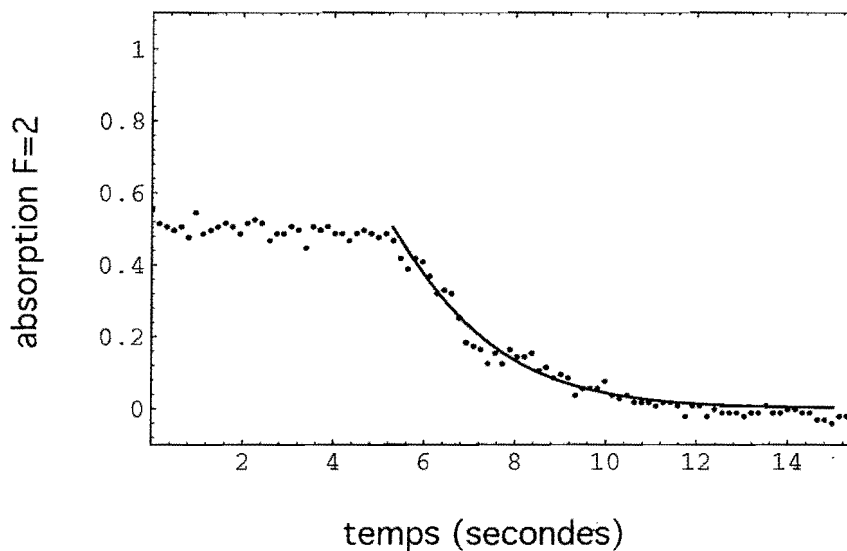


Figure B.IV-6 : Décroissance du signal d'absorption d'un faisceau sonde à résonance avec la transition  $F=2 \rightarrow F'=3$ , pour un piège brillant. Le temps caractéristique obtenu est de 1,7 s, tandis qu'une mesure de temps de vie réalisée à partir du signal de fluorescence donne 1,9 s.

La figure suivante présente la décroissance de l'absorption pour le piège sombre, sur la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$ . Le temps caractéristique est cette fois de 10 secondes, contre 1,7s pour le piège brillant. On peut expliquer cette augmentation par la diminution des collisions avec des atomes se trouvant dans l'état excité.

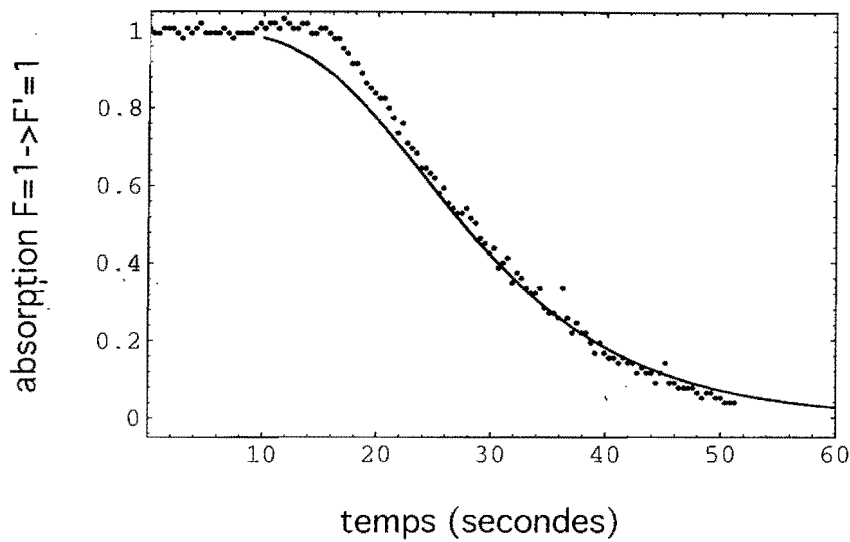


Figure B.IV-7 : *Décroissance du signal d'absorption pour un piège sombre.*

### iii-une limite supplémentaire dans le chargement ?

Nous avons observé des profils de chargement et déchargement du piège brillant extrêmement dissymétriques, qui ne peuvent pas s'expliquer par la relation (B.IV-10). Considérons le chargement : au temps initial  $t=0$ , il n'y a pas encore d'atomes dans le piège. La pente à l'origine de la fonction  $N(t)$  est le taux de chargement  $R$ . Le nombre d'atomes évolue ensuite jusqu'à ce que les pertes équilibrent le taux  $R$ . En coupant rapidement le chargement, on supprime  $R$ , par conséquent la pente de la fonction  $N(t)$  vaut  $-R$ . Les pentes devraient donc être opposées au chargement et au déchargement, ce qui n'est pas ce que l'on observe quand le taux de chargement est optimum et nous donne un nombre maximum d'atomes piégés. Notons que l'évolution prévue par l'équation (B.IV-10) peut conduire à des profils de chargement et de déchargement globalement asymétriques, si la densité change au cours du temps, mais cet effet est généralement observé avec des faibles nombres d'atomes piégés, dans un régime où la densité n'est pas limitée par la diffusion multiple, et les pentes du début du chargement et du déchargement doivent rester opposées. On peut reproduire qualitativement l'effet observé (figure B.IV-7) en introduisant soit un taux de chargement qui dépend du nombre d'atomes  $R(N)$ , soit un taux de pertes présentant un seuil, qui devient arbitrairement grand dès que le volume du piège atteint une certaine valeur de "trop-plein" (figure B.IV-8). Ce phénomène pourrait provenir des interactions avec les faisceaux laser de ralentissement (ch. Deux §CI).

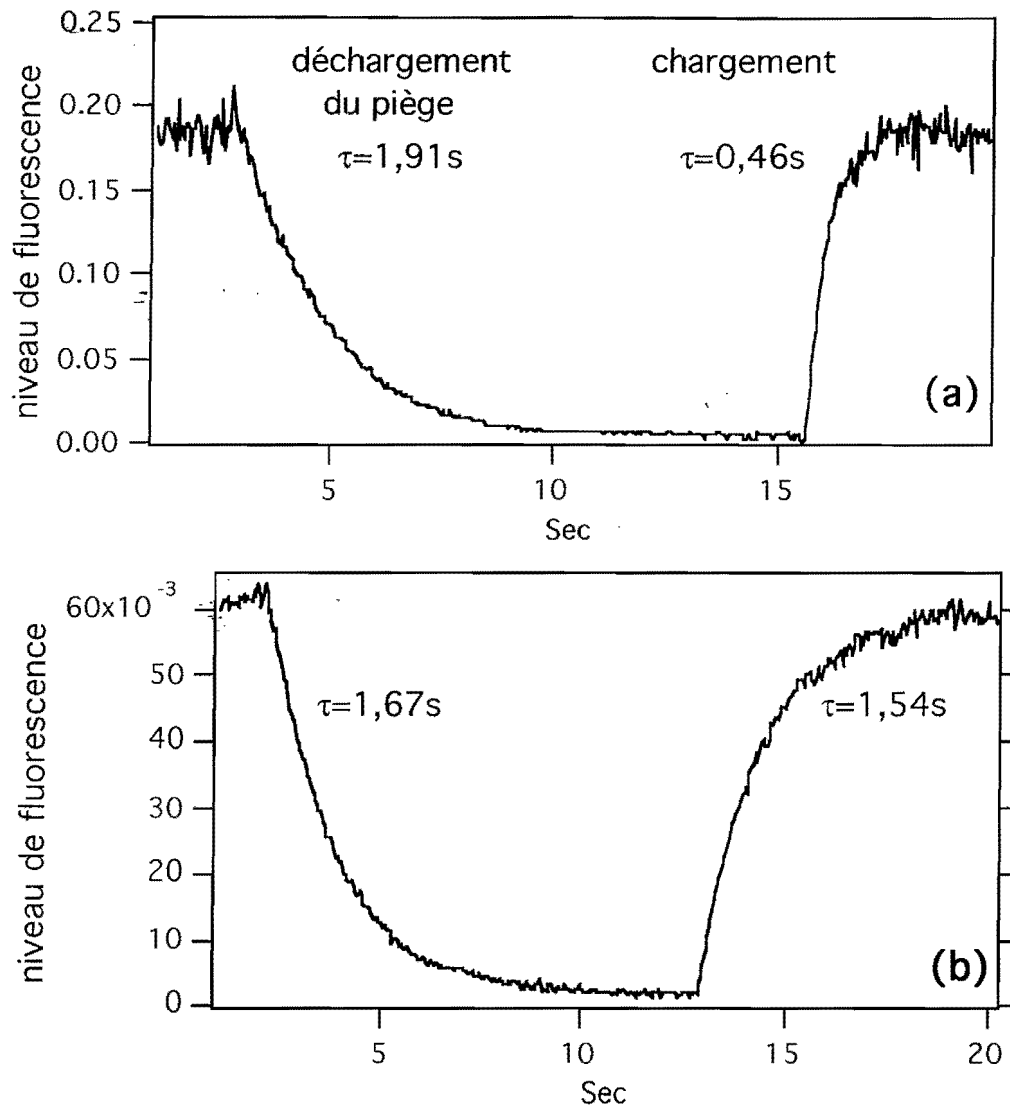


Figure B.IV-7 : (a) : Observation de pentes très dissymétriques lors du chargement et du déchargement du piège brillant, dans le régime où l'on capture le maximum d'atomes. La pente lors du chargement est compatible avec un taux  $R \approx 10^9$  atomes par seconde.

(b) : Chargement et déchargement sont rendus à nouveau symétriques en décalant un peu la fréquence du faisceau laser de ralentissement par rapport au point de fonctionnement optimal précédent, ce qui a pour conséquence de diminuer le taux de chargement.

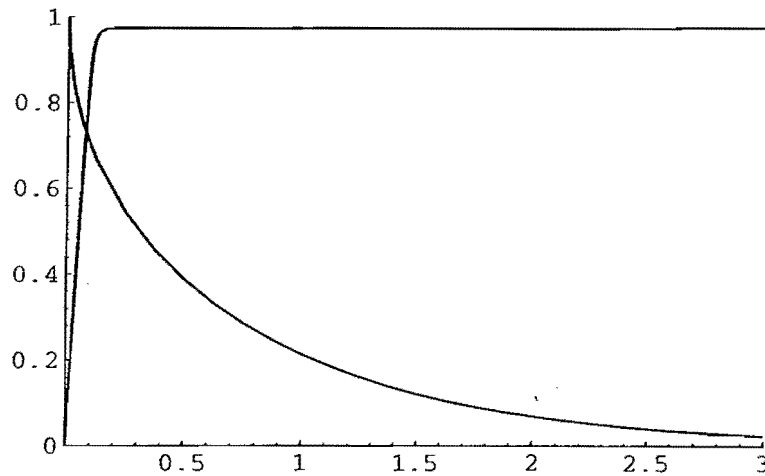


Figure B.IV-8 : modèle de trop plein

La figure ci-dessus présente les résultats d'un modèle phénoménologique décrivant l'évolution du nombre d'atomes durant les phases de chargement et de déchargement. L'évolution au cours du chargement est gouvernée par l'équation :

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau} \left( 1 + \frac{a}{N - N_0} \right) \quad (\text{B.IV-12})$$

L'évolution au cours du déchargement est régie par la même équation en prenant  $R=0$ . Le terme d'amortissement en  $a/(N-N_0)$  simule la saturation du remplissage lorsque le nombre d'atomes tend vers  $N_0$ , et peut être lié à des interactions avec les faisceaux laser de ralentissement limitant le volume du piège (rappelons que la densité est elle-même limitée par la diffusion résonnante). Ce modèle très simple reproduit qualitativement la dissymétrie entre le chargement et le déchargement qui a été observée expérimentalement

#### IV.d. Conclusion

Nous avons montré que le régime de fonctionnement du piège sombre, produit par un faisceau de repompage éclipsé, est caractérisé par une densité et un nombre d'atomes accru par rapport au piège brillant usuel. La durée de vie des atomes piégés est également supérieure pour un piège sombre. L'ensemble de ces propriétés proviennent du fait que les atomes du sous niveau hyperfin inférieur de l'état fondamental sont très peu couplés aux faisceaux piègeants. Les résultats que nous avons obtenus montrent que le nombre maximum d'atomes piégés non perturbés est suffisant pour entreprendre des études de couplage non-linéaire à deux faisceaux en présence de la cavité interférométrique. Ces expériences se déroulent actuellement dans notre laboratoire.





## Conclusion

Durant cette étude, nous avons commencé par étudier un nouveau milieu, le milieu d'atomes froids, au moyen des nouvelles sources laser en plein développement que sont les diodes laser. Nous avons mis en place un piège magnéto-optique alimenté par un jet atomique, et montré que l'on peut coupler deux faisceaux laser grâce aux fortes non-linéarités du milieu d'atomes piégés. Des difficultés sont survenues : les diodes laser ne sont pas purement monomodes, en raison de la largeur de la bande de gain et de la faible sélectivité de la microcavité laser. La présence de nombreux petits modes en dessous du seuil provoque des fluctuations d'amplitude anticorrélées avec celles du mode principal : ces modes pris individuellement sont très bruyants, mais le bruit total d'intensité est beaucoup plus faible. Le bruit d'intensité total peut même être réduit en dessous du bruit de photon à température ambiante si l'on favorise le mode principal, au moyen d'un couplage avec un réseau ou par l'injection d'un laser plus stable. Cependant, un très large excès de fluctuations de phase subsiste par rapport au bruit de photon standard, quelle que soit la technique d'affinement spectral employée, ce qui empêche l'utilisation immédiate des diodes laser comme outils pour l'optique quantique. Pour la réalisation d'une expérience de couplage QND, sensible au niveau des fluctuations quantiques, nous sommes amenés à utiliser deux sources laser titane-saphir indépendantes, compliquant sensiblement l'expérience.

La richesse du milieu d'atomes froids couplé à une cavité résonnante est apparue en cheminant dans le projet expérimental. Tout d'abord, insistons sur la grande possibilité d'action qui nous est offerte par le milieu atomique. Nous avons montré que l'on peut contrôler efficacement le pompage optique, et disposer d'un nombre important d'atomes piégés non perturbés par la présence des faisceaux de piégeage, soit en découpant temporellement le faisceau de repompage, soit en le modelant spatialement au moyen d'un dispositif d'imagerie approprié. La deuxième solution a le grand avantage de permettre le fonctionnement continu d'un piège sombre, comportant deux à trois fois plus d'atomes que le piège brillant usuel. En disposant une cavité autour du piège, on amplifie les effets non-linéaires. Avec un faisceau sondant le milieu, nous avons observé différents régimes de bistabilité. Il s'est avéré que le faisceau sonde interagit aussi par le biais du pompage optique, et peut avoir une action mécanique sur les atomes, ce qui conduit à de nouvelles non-linéarités effectives. Ces dernières sont des non-linéarités lentes (un ordre de grandeur de leur temps de réponse est  $100 \mu\text{s}$ ), par rapport aux non-linéarités liées à la réponse électronique des atomes.

Avec deux faisceaux sondant simultanément les atomes piégés en présence de la cavité, de nombreux régimes sont susceptibles d'apparaître : bistabilité classique à deux



photons, couplage au niveau quantique-non-destructif, compression des fluctuations d'un faisceau. Ces études sont actuellement en cours.

Par ailleurs, il est possible que l'on parvienne à mieux contrôler l'excès de bruit des diodes laser, de manière à les employer en optique quantique. Des expériences allant dans ce sens sont en cours dans notre laboratoire, et les caractéristiques de ces composants évoluent rapidement avec les progrès technologiques constants appliqués dans la fabrication de ces semi-conducteurs.

## ANNEXE I

### "Calcul des poids respectifs des différentes raies hyperfines pour les deux isotopes du rubidium" [Sobel'man 72]

#### a. Définition des forces de raies. Additivité

Nous nous situons dans le cadre d'une transition dipolaire électrique. La probabilité d'émission spontanée depuis un niveau e (de dégénérescence g) vers un niveau f (de dégénérescence g') vaut :

$$W(e, f) = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \cdot \frac{1}{g} \cdot \sum_{a,b} |\langle a | \bar{D} | b \rangle|^2 \quad (\text{Ann.I.1})$$

où a et b représentent les états dégénérés des niveaux e et f. Par définition, la force de raie entre e et f est la fonction symétrique :

$$S(e, f) = \sum_{a,b} |\langle a | \bar{D} | b \rangle|^2 = S(f, e) \quad (\text{Ann.I.2})$$

Le but du calcul qui suit est d'établir les forces de raies entre niveaux hyperfins du rubidium, c'est-à-dire les quantités  $S(\gamma LSJIF, \gamma' L'SJ'IF')$  où  $\gamma LSJIF$  et  $\gamma' L'SJ'IF'$  sont les nombres quantiques définissant l'état excité e et l'état fondamental f.

La donnée initiale est la durée de vie  $\tau = 26,5$  ns de l'état excité 5P du rubidium :

$$W(5P, 5S) = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \cdot \frac{1}{2+1} S_0 \quad (\text{Ann.I.3})$$

où :

$$S_0 = S(5P, 5S) = \sum_{M_L, M_L'} |\langle 5L=1M_L | \bar{D} | 5L'=0M_L' \rangle|^2 \quad (\text{Ann.I.4})$$

En conséquence du théorème de Wigner-Eckart,  $S_0 = |\langle 5P || D || 5S \rangle|^2$

La dégénérescence liée au spin électronique implique :

$$S(\gamma LS, \gamma' L' S) = (2\delta + 1) S(\gamma L, \gamma' L') \quad (\text{Ann.I.5})$$

soit :

$$S(^25P, ^25S) = 2S_0 \quad (\text{Ann.I.6})$$

Les forces de raies sont additives :

$$S(\gamma LS, \gamma' L' S) = \sum_{J'} S(\gamma LSJ, \gamma' L' SJ) \quad (\text{Ann.I.7})$$

$$S(\gamma LSJI, \gamma' L' SJ' I) = \sum_{FF'} S(\gamma LSJIF, \gamma' L' SJ' IF) \quad (\text{Ann.I.8})$$

### b. Changement de base - Facteurs Q

L'opérateur dipole  $\bar{D}$  commutant avec les opérateurs de spin électronique  $\bar{S}$  et de spin nucléaire  $\bar{I}$ , on peut utiliser les formules suivantes qui expriment la relation entre éléments de matrice réduits dans une base couplée et une base découplée :

$$\langle \gamma LSJIF \| D \| \gamma' L' S' J' I' F' \rangle = (-1)^{I'+J'+F'} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \delta_{I'F'} \begin{Bmatrix} J & I & F \\ F & 1 & J \end{Bmatrix} \langle \gamma LSJ \| D \| \gamma' L' S' J' \rangle \quad (\text{Ann.I.9})$$

$$\langle \gamma LSJ \| D \| \gamma' L' S' J' \rangle = (-1)^{S+L+J} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \delta_{SS'} \begin{Bmatrix} L & S & J \\ J & 1 & L' \end{Bmatrix} \langle \gamma L \| D \| \gamma' L' \rangle \quad (\text{Ann.I.10})$$

La dernière expression permet de trouver les intensités relatives des raies de structure fine : on définit le facteur Q d'intensité relative :

$$Q(SLJ, SL' J') = \frac{(2J+1)(2J'+1)}{2S+1} \begin{Bmatrix} L & S & J \\ J & 1 & L' \end{Bmatrix}^2 \quad (\text{Ann.I.11})$$

Q est construit de telle façon que :

$$S(\gamma SLJ, \gamma' SL' J') = Q(SLJ, SL' J') \cdot S(\gamma SL, \gamma' S' L') \quad (\text{Ann.I.12})$$

par conséquent, il vérifie la relation d'addition :

$$\sum_{J'} Q(SLJ, SL' J') = 1 \quad (\text{Ann.I.13})$$

De plus,

$$\sum_J Q(SLJ, SL' J') = \frac{2J+1}{(2L+1)(2S+1)} \quad (\text{Ann.I.14})$$

Cette dernière expression implique que la somme des forces de raies partant d'un niveau J est proportionnelle à la dégénérescence  $2J+1$  de ce niveau. Ceci permet de trouver les forces de raie de la structure fine sans calculer les coefficients 6-j de Wigner :

$$Q(^25P3/2, ^25S1/2) = \frac{2}{3} \Rightarrow S(^25P3/2, ^25S1/2) = \frac{4}{3} S_0 \quad (\text{Ann.I.15.a})$$

$$Q(^25P1/2, ^25S1/2) = \frac{21}{3} \Rightarrow S(^25P1/2, ^25S1/2) = \frac{2}{3} S_0 \quad (\text{Ann.I.15.b})$$

### c. Intensités relatives entre niveaux hyperfins

$$Q(IJF, I'J'F) = \frac{(2F+1)(2F'+1)}{2I+1} \left\{ \begin{matrix} J & I & F \\ F & 1 & J' \end{matrix} \right\}^2 \quad (\text{Ann.I.16})$$

Cette relation permet d'obtenir les forces de raies de structure hyperfine :

$$S(\gamma SLJIF, \gamma' S' L' J' I' F) = Q(IJF, I'J'F) \cdot S(\gamma SLJI, \gamma' S' L' J' I) \quad (\text{Ann.I.17})$$

Voici les facteurs Q calculés pour les deux isotopes du Rubidium :

- **Rb87** : transitions  $^25P1/2 \ I = \frac{3}{2} F \rightarrow ^25S1/2 \ I = \frac{3}{2} F$

$$Q\left(\frac{3}{2}F, \frac{3}{2}F\right)$$

	F	1	2
F'			
1		$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16}$
2		$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$

transitions  $^25P3/2 \ I = \frac{3}{2} F \rightarrow ^25S1/2 \ I = \frac{3}{2} F$

$$Q\left(\frac{3}{2}F, \frac{3}{2}F\right)$$

	F	0	1	2	3
F'					
1		$\frac{2}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{32}$	0
2		0	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{14}{32}$

- **Rb85** : transitions  $^25P1/2 \ I = \frac{5}{2} F \rightarrow ^25S1/2 \ I = \frac{5}{2} F$

$$Q\left(\frac{51}{22}F, \frac{51}{22}F\right)$$

	F	2	3
F'			
2		$\frac{10}{108}$	$\frac{35}{108}$
3		$\frac{35}{108}$	$\frac{28}{108}$

- transitions  ${}^2S_{3/2} I = \frac{5}{2} F \rightarrow {}^2S_{1/2} I = \frac{5}{2} F$

$$Q\left(\frac{53}{22}F, \frac{51}{22}F\right)$$

	F	1	2	3	4
F'					
2		$\frac{27}{216}$	$\frac{35}{216}$	$\frac{28}{216}$	0
3		0	$\frac{10}{216}$	$\frac{35}{216}$	$\frac{81}{216}$

#### d. Forces des raies hyperfines.

La dégénérescence liée au spin nucléaire implique :

$$S(\gamma L S J I, \gamma' L' S' J' I) = (2I + 1) S(\gamma L S J, \gamma' L' S' J') \quad (\text{Ann.I.18})$$

$$Rb87 \left\{ \begin{array}{l} S\left({}^2S_{3/2} I = \frac{3}{2}, {}^2S_{1/2} I = \frac{3}{2}\right) = \frac{16}{3} S_0 \\ S\left({}^2S_{1/2} I = \frac{3}{2}, {}^2S_{1/2} I = \frac{3}{2}\right) = \frac{8}{3} S_0 \end{array} \right. \quad (\text{Ann.19.a et b})$$

$$Rb85 \left\{ \begin{array}{l} S\left({}^2S_{3/2} I = \frac{5}{2}, {}^2S_{1/2} I = \frac{3}{2}\right) = \frac{24}{3} S_0 \\ S\left({}^2S_{1/2} I = \frac{5}{2}, {}^2S_{1/2} I = \frac{5}{2}\right) = \frac{12}{3} S_0 \end{array} \right. \quad (\text{Ann.19.c et d})$$

Les forces de raies hyperfines sont calculées ensuite au moyen de la formule (Ann.I.17).

### e . Taux de transition vers le fondamental

Le taux de transition entre un niveau hyperfin excité F et un niveau hyperfin du fondamental F' est donné par :

$$W(\infty F, \infty' F') = \frac{Q(IJF, IJ' F')}{\sum_{F''} Q(IJF, IJ' F'')} \cdot \frac{1}{\tau}$$

### f. Transitions entre sous-niveaux Zeeman de la structure hyperfine

Dans le cas où le milieu atomique est pompé optiquement avec une polarisation déterminée, ou bien lorsqu'un (faible) champ magnétique agit sur ce milieu, la symétrie sphérique est brisée et l'on doit considérer séparément les transitions entre sous-niveaux Zeeman : la probabilité d'émettre un photon de polarisation  $\bar{\varepsilon}$  dans un angle solide de  $\Omega$  vaut :

$$\frac{d\omega_{\bar{\varepsilon}}}{d\Omega} = \frac{1}{8\pi^2\varepsilon_0} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \left| \bar{\varepsilon} \cdot \langle \gamma LSJIFM | \bar{D} | \gamma' L' S' J' I' F' M' \rangle \right|^2 \quad (\text{Ann.I.20})$$

En composantes standard,

$$\bar{\varepsilon} \cdot \bar{D} = \sum_q \varepsilon_q D_q \quad (\text{Ann.I.21})$$

Le théorème de Wigner-Eckart établit la relation suivante :

$$\langle \gamma LSJIFM | D_q | \gamma' L' S' J' I' F' M' \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{F+1} \langle F 1, M' q | FM \rangle \langle \gamma LSJIF || D || \gamma' L' S' J' I' F' \rangle \quad (\text{Ann.I.22})$$

où  $\langle F 1, M' q | FM \rangle$  est un coefficient de Clebsch-Gordan et  $\langle \gamma LSJIF || D || \gamma' L' S' J' I' F' \rangle$  l'élément de matrice réduit dont le module au carré vaut  $S(\gamma LSJIF, \gamma' L' S' J' I' F')$ .

L'intensité relative des transitions entre sous-niveaux Zeeman, pour des niveaux hyperfins donnés F et F', est donc proportionnelle au carré des coefficients de Clebsch-Gordan :  $\langle F 1, M' q | FM \rangle^2$ .



## ANNEXE II

### “Facteurs de Landé pour le rubidium”

L'interaction entre l'atome et un champ magnétique stationnaire  $\vec{B} = B\vec{z}$  est représentée par l'hamiltonien Zeeman :

$$H_z = -(\vec{M}_L + \vec{M}_S + \vec{M}_I) \cdot \vec{B} = \omega_L(L_z + 2S_z) + \omega_N I_z \quad (\text{Ann.II.1})$$

où  $\omega_L = \frac{eB}{2m_e}$  est la fréquence de Larmor, valant 1,4 MHz pour  $B = 1$  Gauss. Le dernier terme de  $H_z$  sera négligé dans la suite en raison de la petitesse du moment magnétique nucléaire  $M_I$  devant les moments magnétiques orbital  $M_L$  et de spin  $M_S$ .

Les écarts énergétiques entre niveaux hyperfins (plusieurs GHz pour le fondamental  $S1/2$ , plusieurs dizaines de MHz pour les niveaux  $P3/2$  et  $P1/2$ ) définissent les régimes de champ faible ( $B \leq 10^3$  Gauss pour le fondamental,  $B \leq 10$  Gauss pour  $P3/2$ ). Nous nous situons dans le régime de champ faible pour appliquer la théorie des perturbations stationnaires.

Le calcul de la restriction de l'opérateur  $H_z$  au sous-espace  $\varepsilon_0(k, L, S, J, I, F)$  correspondant au multiplet étudié est effectué au moyen du théorème de projection (Wigner-Eckart) appliqué successivement à la projection sur le sous-espace  $\varepsilon_1(k, L, S, J)$ , puis à la projection sur  $\varepsilon_0(k, L, S, J, I, F)$ . L'enchaînement de ces projections est permis car  $\varepsilon_0(k, L, S, J, I, F) \subset \varepsilon_1(k, L, S, J)$ . On applique d'abord ces projections au moment cinétique orbital :

$$\vec{L} = \frac{\langle \vec{L} \cdot \vec{J} \rangle}{\langle \vec{J}^2 \rangle} \Big|_{\varepsilon_1} \cdot \frac{\langle \vec{J} \cdot \vec{F} \rangle}{\langle \vec{F}^2 \rangle} \Big|_{\varepsilon_0} \vec{F} \quad (\text{Ann.II.2})$$

En utilisant les relations :

$$\vec{L} \cdot \vec{J} = \frac{1}{2}(\vec{J}^2 + \vec{L}^2 - \vec{S}^2) \quad (\text{Ann.II.3.a})$$

$$\vec{J} \cdot \vec{F} = \frac{1}{2}(\vec{F}^2 + \vec{J}^2 - \vec{I}^2) \quad (\text{Ann.II.3.b})$$



on obtient :

$$\bar{L} = \frac{[J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)][F(F+1) + J(LJ+1) - I(I+1)]}{4J(J+1)F(F+1)} \bar{F} \quad (\text{Ann.II.4})$$

La projection du moment cinétique de spin dans le sous-espace  $\varepsilon_0$  conduit pareillement à :

$$\bar{S} = \frac{\langle \bar{S} \cdot \bar{J} \rangle}{\langle \bar{J}^2 \rangle}_{\varepsilon_1} \cdot \frac{\langle \bar{J} \cdot \bar{F} \rangle}{\langle \bar{F}^2 \rangle}_{\varepsilon_0} \bar{F} \quad (\text{Ann.II.5})$$

ce qui donne :

$$\bar{S} = \frac{[J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)][F(F+1) + J(LJ+1) - I(I+1)]}{4J(J+1)F(F+1)} \bar{F} \quad (\text{Ann.II.6})$$

Ayant obtenu les projections des moments cinétiques orbital et de spin qui interviennent dans l'Hamiltonien Zeeman, on peut projeter ce dernier dans  $\varepsilon_0$ :

$$H_z = \omega_L(L_z + 2S_z) = g_F \omega_L F_z \quad (\text{Ann.II.7})$$

où  $g_F$  est le facteur de Landé dans une multiplicité  $\varepsilon_0$  donnée. Le facteur de Landé est donné par l'expression :

$$g_F = \frac{[3J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)][F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)]}{4J(J+1)F(F+1)} \quad (\text{Ann.II.8})$$

Le tableau de la page suivante regroupe les facteurs de Landé calculés avec cette la formule précédente.

Tableau des facteurs de Landé pour les isotopes du rubidium :

structure fine	Rb 85 : $I = \frac{5}{2}$		Rb 87 : $I = \frac{3}{2}$	
P 3/2	F=4	$g_F = \frac{1}{2}$	F=3	$g_F = \frac{2}{3}$
	F=3	$g_F = \frac{7}{18}$	F=2	$g_F = \frac{2}{3}$
	F=2	$g_F = \frac{1}{9}$	F=1	$g_F = \frac{2}{3}$
	F=1	$g_F = -1$	F=0	$g_F = 0$
P 1/2	F=3	$g_F = \frac{1}{9}$	F=2	$g_F = \frac{1}{6}$
	F=2	$g_F = -\frac{1}{9}$	F=1	$g_F = -\frac{1}{6}$
S 1/2	F=3	$g_F = \frac{1}{3}$	F=2	$g_F = \frac{1}{2}$
	F=2	$g_F = -\frac{1}{3}$	F=1	$g_F = -\frac{1}{2}$

**Application :** décalage de la fréquence propre des transitions utilisées pour le piégeage des atomes par laser :

Rb 85 : S 1/2 F=3  $m_F = 3 \rightarrow$  P 3/2 F=4  $m_F = 4$  : 1,4 MHz/Gauss

Rb 87 : S 1/2 F=2  $m_F = 2 \rightarrow$  P 3/2 F=3  $m_F = 3$  : 1,4 MHz/Gauss



## ANNEXE III

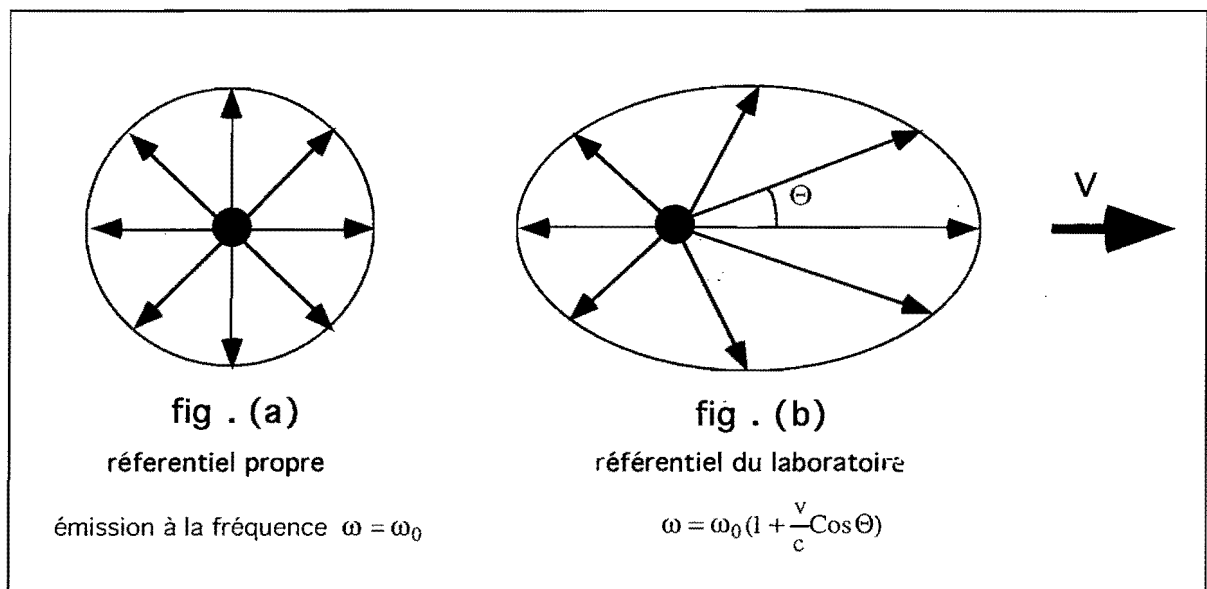
*“Bilan d'énergie au cours d'un cycle de fluorescence, pour un atome subissant le ralentissement laser.”*

Nous allons montrer qu'un atome se déplaçant à une vitesse  $v$  dans le champ du laser de ralentissement perd, en moyenne, de l'énergie au cours d'un cycle de fluorescence. Le désaccord du laser doit compenser l'effet Doppler : dans le référentiel propre de l'atome en mouvement, le photon absorbé est résonnant (fréquence  $\omega_0$ ). Dans le référentiel du laboratoire, ce photon est caractérisé par une énergie absorbée :

$$E_a = \hbar\omega_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (\text{Ann.III-1})$$

On se limite évidemment au premier ordre relativiste en  $v/c$ . Toujours dans le référentiel du laboratoire, notons que le diagramme d'émission spontanée n'est plus isotrope. Il est déplacé vers l'avant, avec des fréquences d'émission différentes qui sont :

- supérieures à  $\omega_0$  vers l'avant ;
- inférieures à  $\omega_0$  vers l'arrière.



Dans le référentiel propre, le photon émis spontanément à la fréquence  $\omega_0$ , est repéré par le vecteur d'onde :

$$\bar{k}_0 \begin{pmatrix} k_0 \cos \theta \cos \varphi \\ k_0 \sin \theta \\ k_0 \cos \theta \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{Ann.III-2})$$

Au premier ordre en  $v/c$ , la fréquence d'émission dans le référentiel du laboratoire est :

$$\omega' = \omega_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \theta \cos \varphi \right) \quad (\text{Ann.III-3})$$

L'énergie moyenne émise par l'atome vaut, dans le référentiel du laboratoire :

$$E_e = \hbar \bar{\omega}' = \hbar \omega_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \theta \cos \varphi \right) \quad (\text{Ann.III-4})$$

Cette énergie moyenne est calculée en intégrant sur toutes les directions de l'espace :

$$\hbar \bar{\omega}' = \int \hbar \omega'(\Omega') P(\Omega') d\Omega' \quad (\text{Ann.III-5})$$

où  $P(\Omega')$  est la probabilité d'émettre dans l'angle solide élémentaire  $d\Omega'$ .

Si l'on se place dans le référentiel propre, l'émission est isotrope :

$$P(\Omega) = \frac{1}{4\pi} \text{ et } \hbar \bar{\omega}' = \int \hbar \omega(\Omega) P(\Omega) d\Omega = \hbar \omega_0 \quad (\text{Ann.III-6})$$

La conservation du nombre d'événements d'émission spontanée observés se traduit par :

$$P(\Omega) d\Omega' = P(\Omega) d\Omega \quad (\text{Ann.III-7})$$

On obtient ainsi :

$$E_e = \hbar \bar{\omega}' = \hbar \omega_0 \quad (\text{Ann.III-8})$$

Le bilan sur un cycle de fluorescence conduit à une variation d'énergie pour l'atome :

$$E_a - E_e = -\hbar \omega_0 \frac{v}{c} = -mv \cdot \Delta v \quad (\text{Ann.III-9})$$

où :

$$\Delta v = v_{\text{recoil}} = \frac{\hbar k_0}{m} \quad (\text{Ann.III-10})$$

représente la variation de vitesse atomique lors du cycle de fluorescence, obtenue simplement avec le bilan d'impulsion.





**RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [Anderson 94] M. Anderson, W. Petrich, J. Eusher and E. Cornell, Phys. Rev. A (Rapid Comm.), R3597, **50** (1994).
- [Andreev 82] S. Andreev, V. Balykin, V. Letokhov, V. Minogin, J.E.T.P. Lett. **34**, 442 (1982).
- [Arecchi 65] F. Arecchi, Phys. Rev. Lett. **15**, 912 (1965).
- [Aspect 94] A. Aspect et J. Dalibard "Le refroidissement des atomes par laser", La Recherche **261**, 30 (1994)
- [Ashkin 70] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970).
- [Ashkin 83] A. Ashkin and J.P. Gordon, Opt. Lett. **8**, 511 (1983).
- [Ashkin 84] A. Ashkin, Opt. Lett. **9**, 454 (1984).
- [Autler 55] S. Autler and C. Townes, Phys. Rev. **100**, 703 (1955).
- [Blatt 86] B. Blatt, W. Ertmer, P. Zoller and J. Hall, Phys. Rev. A **34**, 3022 (1986).
- [Bouyer 92] P. Bouyer, Thèse de l'Université Paris-Sud P.XI (1992).
- [Bencheikh 95] K. Bencheikh, J.A. Levenson, P. Grangier and O. Lopez, Phys. Rev. Lett. **75**, 3422 (1995)
- [Caves 80] C.M. Caves, K.S. Thorne, R. Drever, V.D. Sandberg and M. Zimmerman, Rev. Mod. Phys. **52**, 341, (1980)
- [Chu 85] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [Chu 86] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [Chu 92] S. Chu, "Le piégeage optique des particules neutres", Pour la Science **174**, 50 (1992)
- [Cohen-Tannoudji 84] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France 1983-1984.
- [Cohen-Tannoudji 88] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, "Processus d'interaction entre photons et atomes", InterEditions/Editions du CNRS (1988).
- [Cohen-Tannoudji 90] C. Cohen-Tannoudji, Les Houches Session L III (1990), J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin, eds.
- [Cook 79] R.J. Cook, Phys. Rev. A, **20**, 224 (1979).
- [Courty 90] J.M. Courty, Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie P.VI (1990).



- 
- [Courty 91] J.M. Courty, P. Grangier, L. Hilico and S. Reynaud, *Opt. Comm.*, **83**, 251 (1991).
- [Dalibard 85] J. Dalibard and W. Phillips, *Bull. Amer. Phys. Soc.* **30**, 748 (1985).
- [de Labachellerie 92] M. de Labachellerie, C. Latrassé, P. Kemssu et P. Cerez, *J. Phys. III (France)* **2**, 1557 (1992).
- [Drewsen 94] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, *Appl. Phys. B* **59**, 283 (1994).
- [Einstein 17] A. Einstein, *Phys. Z* **18**, 121 (1917).
- [Ertmer 85] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall and M. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 996 (1985).
- [Fox 93] R.W. Fox, S.L. Gilbert, L. Hollberg, J.H. Marquardt, H.G. Robinson *Opt. Lett.* **18**, 1456 (1993)
- [Freeman 93] M.J. Freeman, H. Wang, D.G. Steel, R. Craig and D.R. Scifres, *Opt. Lett.* **18**, 2141 (1993).
- [Friberg 92] S.R. Friberg, S. Machida and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3165 (1992)
- [Frisch 33] R. Frisch, *Phys. Z.* **86**, 42 (1933).
- [Gheri 92] K. Gheri, P. Grangier, J.P. Poizat and D. Walls, *Phys. Rev. A*, **46**, 4276 (1992).
- [Glauber 63] R.J. Glauber, *Phys. Rev. B*, **1**, 2766 (1963).
- [Grangier 87] P. Grangier, R.E. Slusher, B. Yurke, A. La Porta, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2153 (1987).
- [Grangier 91] P. Grangier, J.F. Roch and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1418 (1991)
- [Grangier 92] P. Grangier, J.-M. Courty and S. Reynaud, *Opt. Comm.* **89**, 99 (1992)
- [Grison 91] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J.-Y. Courtois et G. Grynberg, *Europhysics Lett.* **15**, 149 (1991).
- [Grison 92] D. Grison, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1992).
- [Hanle 24] Hanle, *Phys. Z.* **30**, 93 (1924).
- [Hänsch 75] T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975).
- [Harvey 84] J.E. Harvey and J.L. Forghan, *Am. J. Phys.*, **52**, 243 (1984).
- [Heer 63] C.V. Heer, *Rev. Sci. Instrum.* **34**, 532 (1963)
- [Henry 82] C.H. Henry, *IEEE, Journ. Quant. Elect.*, **18**, 259 (1982).
- [Hilico 92] L. Hilico, C. Fabre, E. Giacobino, *Europhys. Lett.* **18**, 685 (1992)
- [Hilico 92b] L. Hilico, Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie PVI (1992).

- [Holland 90] M.J. Holland, M.J. Collett, D.F. Walls and M.D. Levenson, *Phys. Rev. A* **42**, 2995 (1990)
- [Kanawaka 93] J. Kanawaka, K. Shimizu, H. Takuma and F. Shimizu, *Phys. Rev. A*, **48**, R 883 (1993).
- [Ketterle 93] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2253 (1993).
- [Ketterle 93b] "Towards Higher Densities of Cold Atoms : Intense Slow Atom Beams and Dark Light Traps" Proceedings of Kühtai, Springer-Verlag (1993)
- [Kikuchi 94] K. Kikuchi, K. Watanabe and K. Katoh, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2533 (1994).
- [Kimble 77] H.J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 691 (1977).
- [Knight 94] P. Knight, Stirling Summer School "Quantum dynamics of simple systems" (1994)
- [Kogelnik 66] H.W. Kogelnik and T. Li, *Appl. Optics*, **5**, 1550 (1966)
- [Kugler 78] K.J. Kugler, W. Paul, U. Trinks, *Phys. Lett.* **72 B**, 422 (1978).
- [Lambrecht 95a] A. Lambrecht, E. Giacobino, J.-M. Courty, *Opt. Comm.* **115**, 199 (1995)
- [Lambrecht 95b] A. Lambrecht, Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie P.VI (1995)
- [LaPorta 89] A. La Porta, R.E. Slusher and B. Yurke, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 28 (1989)
- [Laurent 89] P. Laurent, Thèse de l'Université Paris-Sud, P. XI, (1989).
- [Letokhov 76] V. Letokhov, V. Minogin and B. Pavlik, *Opt. Comm.* **19**, 72 (1976).
- [Letokhov 81a] V. Letokhov and V. Minogin, *J. Phys.* **42**, 347 (1981).
- [Letokhov 81b] V. Letokhov and V. Minogin, *Phys. Rep.* **73**, 1 (1981).
- [Lett 88] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 169 (1988)
- [Levenson 86] M.D. Levenson, R.M. Shelby, M. Reid and D.F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2473 (1986)
- [Lindquist 92] K. Lindquist, M. Stephens and C. Wieman, *Phys. Rev. A*, **46**, 4082 (1992).
- [Mandel 79] L. Mandel, *J. Optique (Paris)*, **10**, 51 (1979).
- [Migdall 85] A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergeman, H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
- [Minogin 80] V. Minogin, *Opt. Comm.* **34**, 265 (1980).
- [Monroe 90] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 1571 (1990).
- [Nesmeyanov 63] A. Nesmeyanov, "Vapor pressures of the chemical elements", Elsevier, New-York (1963).

- [Newkirk 91] M.A. Newkirk, K.J. Vahala, *IEEE Journ. Quant. Elect.* **27**, 13 (1991).
- [Pereira 94] S.F. Pereira, Z.Y. Ou and H.J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 214 (1994)
- [Phillips 81] W. Phillips, *Appl. Opt.* **20**, 3826 (1981).
- [Phillips 82] W. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 596 (1982)
- [Poizat 93] J.-P. Poizat and P. Grangier, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 271 (1993).
- [Poizat 93b] J.-P. Poizat, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI (1993)
- [Poizat 94] J.-P. Poizat, J.-F. Roch and P. Grangier, *Ann. Phys. Fr.* **19**, 265 (1994)
- [Prentiss 88] M. Prentiss, A. Cable, J.E. Bjorkholm, S. Chu, E.L. Raab and D.E. Pritchard, *Opt. Lett.* **13**, 452 (1988)
- [Pritchard 86] D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman and R. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 310 (1986).
- [Prodan 82] J. Prodan, W. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1149 (1982).
- [Raab 87] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [Ramsey 56] N.F. Ramsey, "Molecular beams" Oxford University Press (1956).
- [Reynaud 90] S. Reynaud, *Ann. Phys. (France)*, **15**, 63 (1990)
- [Reynaud 81] S. Reynaud, Thèse de doctorat d'état Université Paris VI, (1981).
- [Richardson 91] W.H. Richardson, S. Machida and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2867, (1991).
- [Roch 92] J.-F. Roch, Thèse de doctorat de l'Université Paris-Sud P.XI (1992)
- [Roth 90] A. Roth, "Vacuum technology", North Holland Pub. (1990).
- [Saleh 91] B.E.A. Saleh, M.C. Teich "Fundamentals of Photonics" J. Wiley & Sons (1991).
- [Salomon 87] C. Salomon, J. Dalibard, A. Aspect, H. Metcalf and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1659 (1987)
- [Salomon 88] C. Salomon et J. Dalibard, *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. **306** série II, 1319, (1988).
- [Schawlow 58] A. Schawlow and C. Townes, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).
- [Sesko 89] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 961 (1989).
- [Sesko 91] D. Sesko, T. Walker and C. Wieman, *J. Opt. Soc. Am. B*, **8**, 946 (1991).
- [Shapiro 80] J.H. Shapiro, *Opt. Lett.* **5**, 351 (1980)



- 
- [Sheehy 89] B. Sheehy, S.Q. Shang, R. Watts, S. Hatamian and H. Metcalf, *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2165 (1989).
- [Siegman 86] A.E. Siegman "Lasers" Univ. Science Books, Hill Valey, CA (1986).
- [Smith 92] A. Smith, K. Burnett and P. Julienne, *Phys. Rev. A*, **46**, 4091 (1992).
- [Sobel'man 72] I. Sobel'man, "An introduction to the Theory of Atomic Spectra", Pergamon Press (1972)
- [Sommerfeld 54] A. Sommerfeld, "Lectures on Theoretical Physics, Optics Vol.IV", Acad. Press. NY (1954).
- [squeezing 92] "Quantum Noise Reduction in Optical Systems -Experiments" special issue of *Appl. Phys. B* **55**, n° 3, E. Giacobino et C. Fabre eds. (1992).
- [Steane 92] A. Steane, M. Chowdhury and C. Foot, *J. Opt. Soc. Am. B*, **9**, 2142 (1992).
- [Sinclair 94] A.G. Sinclair, B.D. McDonald, E. Riis and G. Duxbury, *Opt. Commun.* **106**, 207 (1994)
- [Tabosa 91] J. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. Lee and H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3245 (1991).
- [Teich 82] M.C. Teich and B.E.A. Saleh, *Opt. Lett.* **7**, 365 (1982).
- [Vladimirski 61] V. Vladimirski, *Sov. Phys. JETP* **12**, 740 (1961).
- [Walker 90] T. Walker, D. Sesko, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990).
- [Wallace 95] C. Wallace, V. Sanchez-Villicana, T. Dinneen and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 1087, (1995).
- [Walls 94] D.F. Walls, G.J. Milburn, "Quantum Optics", Springer Verlag (1994).
- [Watts 86] R. Watts and C. Wieman, *Opt. Lett.* **11**, 291 (1986).
- [Whitley 76] R.M. Whitley and C.R. Stroud, *Phys. Rev. A*, **14**, 1498 (1976).
- [Wieman 91] C.E. Wieman, *Rev. Sci Instrum.* **62**, 1 (1991).
- [Wieman 93] *Optics & Photonics News*, July 93.
- [Xiao 87] M. Xiao, L.A. Wu, H.J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 278 (1987).
- [Yariv 89] A. Yariv "Quantum Electronics", John Wiley & Sons (1989)
- [Yu 92] J. Yu, M.C. Gagné, C. Valentin, R.L. Yuan and P. Pillet, *J. Phys. III (France)*, **2**, 1615 (1992).
- [Yuen 83] H.P. Yuen and V.W.S. Chan, *Opt. Lett.* **8**, 177 (1983).



## Résumé

Ce mémoire présente une contribution à la recherche de nouveaux milieux non-linéaires pour l'optique quantique. L'objectif final consiste à pouvoir contrôler les fluctuations quantiques d'un faisceau laser au moyen d'un dispositif de mesure Quantique-Non-Destructif (QND). Une étude expérimentale a été effectuée concernant les propriétés quantiques des diodes laser, puisque l'utilisation de ces dernières, comme faisceaux de signal et de mesure couplés par un dispositif QND, a été envisagée. On montre que leurs fluctuations quantiques d'intensité peuvent être réduites en dessous du bruit de photon à température ambiante, mais qu'un large excès de bruit de phase subsiste dans tous les cas, ce qui empêche leur utilisation immédiate dans une expérience interférométrique sensible au bruit quantique.

Un piège magnéto-optique d'atomes de rubidium alimenté par un jet atomique ralenti par laser est réalisé expérimentalement. Nous mettons en évidence un couplage classique entre deux faisceaux laser pompe et sonde, au moyen du milieu d'atomes piégés, qui est un milieu résonnant pour lequel l'élargissement Doppler est négligeable devant la largeur naturelle de l'état excité. Afin d'exalter les non-linéarités obtenues et permettre un couplage sensible aux fluctuations quantiques des deux faisceaux, les atomes piégés sont entourés d'une cavité interférométrique. Divers régimes de bistabilité à un faisceau sont mis en évidence. Nous étudions enfin comment la perturbation provenant des faisceaux de piégeage peut être contournée en réalisant, par contrôle du pompage optique, un mode de fonctionnement sombre du piège pour lequel la majeure partie de la population atomique se trouve sur un niveau qui n'est pas couplé à ces faisceaux.

### Mots Clés :

- atomes piégés
- rubidium
- optique non-linéaire
- bistabilité
- diodes laser
- bruit quantique
- pompage optique