



HAL
open science

traitement d'images en tomographie axiale transverse : application a la médecine nucléaire

Nicole de Beaucoudrey

► **To cite this version:**

Nicole de Beaucoudrey. traitement d'images en tomographie axiale transverse: application a la médecine nucléaire. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1979. Français. NNT : . pastel-00714689

HAL Id: pastel-00714689

<https://pastel.hal.science/pastel-00714689>

Submitted on 5 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY

N° d'ordre : 2605

UNIVERSITE de PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

pour obtenir

le titre de Docteur de troisième cycle

par

GANNE de BEAUQUOUDREY Nicole

Sujet : Traitement d'images en tomographie axiale transverse ;
application à la médecine nucléaire.

Soutenue le 23 Avril 1979 devant la Commission d'Examen.

MM. A. MARECHAL, Président
G. CHARPAK, Examineur
J. FONROGET, "
S. LOWENTHAL, "
M. SAUZADE, "
J.C. VIENOT, "

ORSAY
n° d'ordre : 2605

UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le Titre de DOCTEUR 3ème CYCLE
Spécialité : OPTIQUE

PAR

GANNE de BEAUCOUDREY Nicole

SUJET: Traitement d'images en tomographie axiale transverse : application à la
médecine nucléaire.

soutenu le 23 AVRIL 1979 devant la Commission d'examen

MM. MARECHAL Président

CHARPAK

FONROGET

LOWENTHAL

SAUZADE

VIENOT

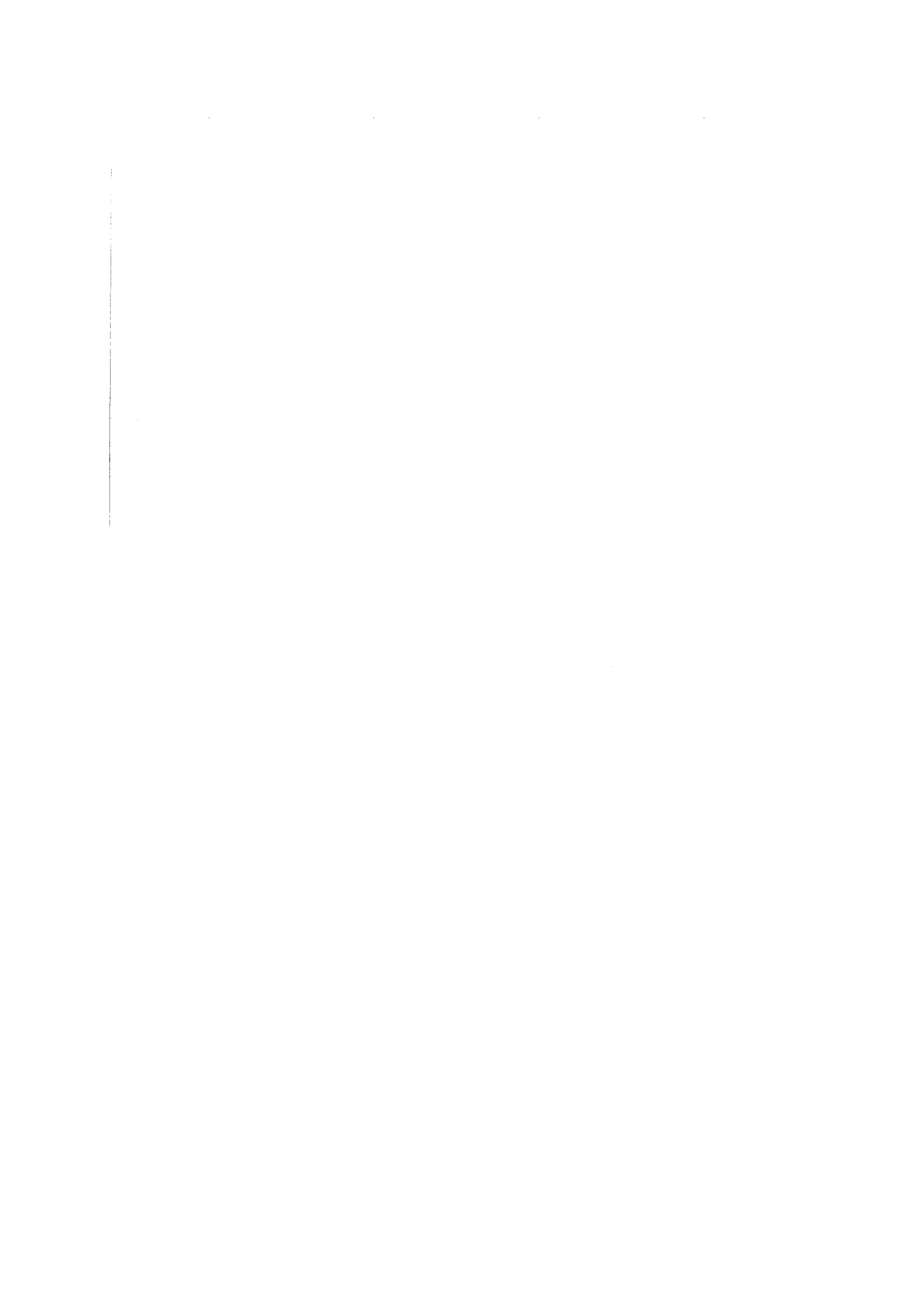


TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I - LES METHODES TOMOGRAPHIQUES

| | | |
|-------|--|----|
| 1.1 | Introduction | 1 |
| 1.2 | Tomographie de mouvement | 2 |
| 1.2.1 | Tomographie de mouvement en absorption | |
| 1.2.2 | Tomographie de mouvement en imagerie d'émission | |
| 1.3 | Imagerie par ouverture de codage (ou par source codeuse) | 6 |
| 1.3.1 | Enregistrement par codage | |
| 1.3.2 | Restitution | |
| 1.3.3 | Conclusion | |
| 1.4 | Tomographie axiale transverse | 12 |

CHAPITRE II - FORMATION DES IMAGES EN TAT

| | | |
|-------|--|----|
| 2.1 | Le processus de formation d'images en TAT | 14 |
| 2.1.1 | Enregistrement des projections | |
| 2.1.2 | Reconstruction de l'image : épandage et sommation | |
| 2.2 | Principes de la formation d'images en TAT | 17 |
| 2.2.1 | Enregistrement | |
| 2.2.2 | Reconstruction de l'image par transformation inverse de Radon | |
| 2.2.3 | Reconstruction par sommation ou superposition linéaire | |
| 2.2.4 | Déconvolution de l'image sommée | |
| 2.2.5 | Reconstruction par filtrage des projections puis épandage et sommation | |
| 2.2.6 | Reconstruction par synthèse de Fourier | |
| 2.2.7 | Conclusion | |
| 2.3 | Les algorithmes de reconstruction | 25 |
| 2.3.1 | Digitalisation | |
| 2.3.2 | Superposition linéaire | |
| 2.3.3 | Méthodes analytiques | |
| 2.3.4 | Reconstruction itérative | |
| 2.3.5 | Comparaison des différents types de méthodes | |

CHAPITRE III - TOMOGRAPHIE AXIALE TRANSVERSE D'EMISSION

| | | |
|-------|---|----|
| 3.1 | Introduction | 40 |
| 3.2 | Enregistrement-Restitution | |
| 3.2.1 | Enregistrement : le dispositif expérimental | |
| 3.2.2 | Restitution des coupes | |
| 3.2.3 | Résultats | |
| 3.2.4 | Les différents filtres possibles | |
| 3.2.5 | Influence du nombre de projections | |
| 3.2.6 | Conclusion | |

| | | |
|--|--|-----|
| 3.3 | Etude des fluctuations statistiques | 66 |
| 3.2.1 | Filtrage du bruit en TATE | |
| 3.2.2 | SNR et résolution | |
| 3.2.3 | Conclusion | |
| 3.4 | Auto-absorption : propriétés et correction approchée | 73 |
| 3.4.1 | L'absorption des rayonnements en médecine nucléaire | |
| 3.4.2 | Correction approchée de l'auto-absorption | |
| 3.5 | Auto-absorption : correction "exacte" | 86 |
| 3.5.1 | Le problème à résoudre | |
| 3.5.2 | Méthode itérative par projection | |
| 3.5.3 | Application à la TATE et résultats | |
| 3.5.4 | Conclusion | |
| CHAPITRE IV - RESULTATS CLINIQUES | | |
| 4.1 | Les Radioisotopes en médecine nucléaire | 94 |
| 4.2 | Différents types d'examens | 97 |
| 4.2.1 | Exploration pulmonaire | |
| 4.2.2 | Exploration osseuse | |
| 4.2.3 | Exploration hépatique | |
| 4.3 | Conclusion | 101 |
| CONCLUSION | | 102 |
| REFERENCES | | 104 |
| ANNEXE | | 109 |

INTRODUCTION

La médecine est aujourd'hui dotée de méthodes d'exploration non invasives . Leur apport s'est révélé essentiel non seulement dans les cas où le diagnostic est complexe , mais plus généralement pour mieux quantifier un état pathologique, ce qui permet de proposer des thérapeutiques plus adaptées à l'état réel du patient . Par ailleurs , ces techniques rendent crédible le développement d'une prévention en particulier basée sur la détection précoce qui ne se justifie que dans la mesure où elle est non traumatique .

La notion de méthode non invasive suppose l'existence et l'interprétation d'un phénomène qui se déroule soit naturellement à l'intérieur de l'organisme soit qui y est induit . Ainsi l'électro- ou la magnétocardiographie qui résultent directement de l'analyse des variations du champ électromagnétique induites par l'activité cardiaque , ont-elles un intérêt indéniable . Cependant , le nombre de cas où existe un tel phénomène naturel qui rend compte, même partiellement, de l'état d'un organe , est entièrement limité . La thermographie est une méthode plus générale car elle a pour base essentielle la détection d'une activité biologique singulière , par la mise en évidence d'un dégagement de chaleur anormal ; bien qu'elle soit limitée aux diagnostics superficiels , il n'était pas possible de la passer sous silence en particulier par les progrès qu'elle a permis dans la détection de cancers du sein .

Cependant , les techniques modernes qui peuvent être classées en deux grandes catégories sont basées sur l'analyse d'interactions induites :

- la première classe comprend:
 - . la radiographie sous toutes ses formes ; elle est basée sur l'absorption sélective des rayons X par la matière .
 - . les méthodes ultrasonores qui font appel essentiellement aujourd'hui aux techniques d'échographie .
- Enfin , se développent à l'heure actuelle , deux méthodes basées sur des interactions singulières :
 - . la zeugmatographie qui utilise le comportement différentiel de certains tissus au regard de la résonance magnétique nucléaire .
 - . la diffusion proton-proton basée sur la détection des protons diffusés lors des interactions avec un faisceau de protons incident de 1 GeV .

Ces méthodes permettent de mesurer d'une manière générale la réponse d'un tissu à une excitation donnée qui se traduit par un coefficient qui mesure : l'absorption dans le cas des rayons X , l'impédance acoustique en échotomographie . L'on accède donc à des *informations de nature morphologique* .

- *La médecine nucléaire* doit être distinguée des méthodes du type précédent car elle donne des *indications essentiellement fonctionnelles* . En ce sens , nous la classerons dans la seconde catégorie . La source de rayonnement est ici interne et sa localisation nous renseigne sur la façon dont se fixent les molécules marquées dans les tissus .

Les *informations fonctionnelles et morphologiques* peuvent parfois se recouper . En pathologie osseuse par exemple , une fracture se traduira par une ligne ou une surface de rupture dans l'os , en conséquence de quoi elle sera matérialisée , par exemple , par une discontinuité dans la distribution 3-D du coefficient d'absorption $\mu(x,y,z)$. De même , la circulation sanguine osseuse brusquement interrompue conduira , lorsque l'on utilise un traceur radioactif , à une hyperfixation particulièrement notable . Dans ce cas justement , la médecine nucléaire a apporté la preuve incontestable et incontestée de la supériorité d'un diagnostic fonctionnel par rapport à un diagnostic morphologique ; en effet de nombreuses lésions osseuses ont pu , à ce jour , être détectées grâce aux examens scintigraphiques , parfois un an avant qu'un examen radiologique quelconque ne les ait mises en évidence . Un tel avantage provient de ce que la visualisation d'un défaut dans l'os n'est possible que lorsque la variation du coefficient μ a été importante (et la valeur du coefficient μ de la zone attaquée peut être extrêmement voisine du coefficient μ normal) , alors que , dès les premiers mois , voire dès les premiers jours , le fonctionnement de l'ensemble est largement affecté .

Le caractère essentiellement fonctionnel des indications des examens de la médecine nucléaire débordent largement le cadre de cette pathologie particulière pour s'étendre vraiment à tout examen scintigraphique . Ceci n'en exclut pas pour autant les autres examens puisque , comme nous le verrons dans l'analyse des résultats cliniques , nous avons montré sur un certain nombre de cas , la complémentarité des échotomographies et des tomoscintigraphies .

Ces tomographies isotopiques qui sont le résultat de ce travail ont été développées car l'imagerie de projection , qui est utilisée classiquement en médecine nucléaire , est l'un des obstacles fondamentaux à un diagnostic efficace . La base de la méthode que nous avons mise en oeuvre est la *tomographie axiale transverse* utilisée dans le scanner X (CT : Computerized Tomography) ,

qui consiste en la reconstruction de coupes transversales à partir de projections à des angles multiples . Cependant , en imagerie d'émission par opposition à l'imagerie d'absorption , plusieurs problèmes fondamentaux viennent s'ajouter à la définition des algorithmes .

De nombreuses méthodes de *tomographie par reconstruction* ont vu le jour récemment , que ce soit en radiologie ou en médecine nucléaire . On peut dire que ce développement est rendu possible grâce aux trois facteurs suivants :

- l'apparition de composants électroniques de plus en plus performants et de plus en plus intégrés qui amènent le développement des moyens informatiques puissants qui sont indispensables ,
- l'apparition d'un outil mathématique essentiellement algébrique parfaitement adapté à la fois aux problèmes posés et aux structures du software ,
- l'apparition de technologies modernes extrêmement performantes , en particulier au niveau des détecteurs .

Notre travail s'inscrit dans ce cadre ; il tente d'apporter un certain nombre d'éléments de réponse à des problèmes de base tels que le sont la prise en compte de l'autoabsorption , ou les problèmes statistiques liés au très faible nombre de photons collectés lors d'un examen de médecine nucléaire (de l'ordre de 10^4 à 10^5) .

Ainsi , avant d'aborder ces problèmes fondamentaux , serons-nous amenés au chapitre I , à présenter différentes méthodes tomographiques utilisées en radiographie et en scintigraphie . Au chapitre II , nous étudierons le processus de formation d'images en tomographie axiale transverse et nous rappellerons les méthodes de reconstruction utilisées dans le CT Scanner en analysant leurs avantages respectifs et l'intérêt qu'elles présentent pour nous dans l'application en imagerie d'émission .

Nous aborderons ensuite , au chapitre III , notre propre contribution à l'étude de la tomographie axiale transverse d'émission . Au cours de ce chapitre nous exposerons d'abord le processus d'enregistrement des données et de restitution des différentes coupes que nous avons développé , pour nous pencher ensuite sur l'étude des limitations fondamentales que sont la faible statistique de photons et l'auto-absorption du rayonnement par la matière .

Le chapitre IV comprendra une présentation des radioisotopes en médecine nucléaire et les résultats cliniques que nous avons obtenus , résultats qui nous permettront de dégager l'intérêt de la TATE pour l'amélioration du diagnostic .

Nous concluons enfin sur le développement que cette technique devrait apporter à la théorie de la modélisation fonctionnelle .

I - LES METHODES TOMOGRAPHIQUES

La tomographie a été utilisée depuis de nombreuses années pour former des images tridimensionnelles et ceci dans des domaines très divers : radioastronomie , microscopie électronique , mais surtout dans le domaine médical (radiologie et scintigraphie) .

Après l'introduction de ce chapitre (§1.1) nous exposerons les grands types de méthodes tomographiques : tomographie de mouvement (§1.2) , tomographie par ouverture ou par source codeuse (§1.3) , tomographie axiale transverse (§1.4) .

1.1) INTRODUCTION

L'imagerie médicale conventionnelle en rayons X et gamma souffre d'une limitation importante : l'image obtenue est une projection parallèle ou conique d'un volume sur un plan . En radiographie , en effet , dans des conditions d'enregistrement linéaire , l'éclairement reçu en un point du détecteur prend en compte , selon la loi exponentielle classique , l'intégrale de l'absorption joignant ce point au foyer du tube . En scintigraphie , en première approximation , avec un collimateur parallèle , le nombre de coups dénombrés en un point de l'image fait intervenir la contribution de tous les points situés sur la droite passant par ce point et parallèle aux trous du collimateur . Il va évidemment de soi que toutes les projections sont géométriques car les longueurs d'onde des rayonnements considérés sont inférieures à 0.5 Å .

D'un point de vue pratique cette superposition est extrêmement gênante et ceci pour deux raisons : la première est que de telles projections permettent difficilement de localiser avec précision un défaut , mais surtout , et ce second aspect est très important , ces superpositions peuvent conduire à des diagnostics erronés car la morphologie d'un organe n'est pas unique et telle hypofixation apparente sur une vue scintigraphique pourra aussi bien provenir d'un amincissement naturel de l'organe que d'une affection .

Le but des méthodes tomographiques est de remédier à ce genre d'interrogations non résolues en faisant des images tridimensionnelles (3-D) d'un objet en isolant des sections à 2 dimensions (2-D) de cet objet .

D'une manière générale , nous appellerons tomogramme l'image d'une tranche. Elle correspond (au travers d'un processus physique ou biologique qui la met en

évidence) à une coupe anatomique . Il est usuel de distinguer tomographies "longitudinales" et "transverses" selon l'orientation relative moyenne de la coupe et du rayonnement (figure 1.1) :

- dans une tomographie longitudinale le rayonnement est sensiblement parallèle à l'axe normal à la section choisie ,
- dans une tomographie transverse il lui est perpendiculaire .

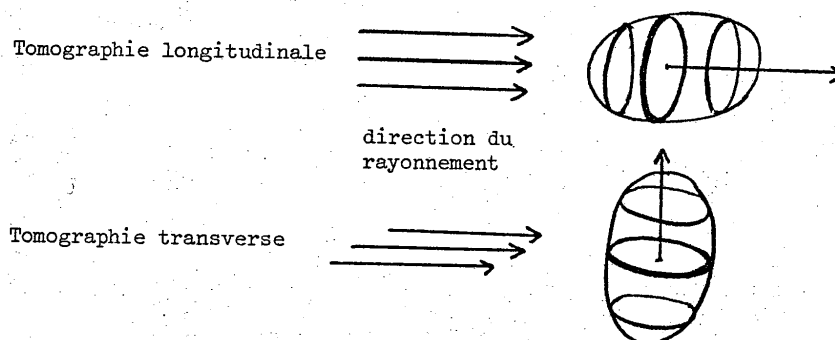


Figure 1.1

Avant d'aborder le problème de la tomographie axiale transverse nous allons évoquer deux des principales méthodes longitudinales , à savoir la tomographie de mouvement et l'imagerie par ouverture de codage (ou par source codeuse) à la fois pour la transmission (X) et pour l'émission (gamma) où les principes d'enregistrement diffèrent légèrement .

1.2) TOMOGRAPHIE DE MOUVEMENT

... C'est la technique de tomographie la plus ancienne (d'où son nom de tomographie "classique" ou "ordinaire") et elle est encore souvent utilisée en radiologie {Tomographie de mouvement} .

D'une manière tout-à-fait générale , elle consiste en deux déplacements simultanés de deux des trois entités suivantes : source (ou collimateur en médecine nucléaire) , patient et détecteur .

1.2.1) Tomographie de mouvement en absorption

a- Principe

Cette méthode suppose un mouvement homothétique de la source de rayons X et du film radiologique (figure 1.2) .

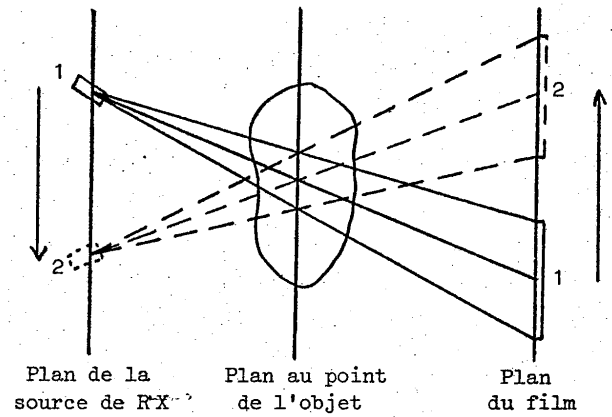


Figure 1.2 : Tomographie de mouvement en absorption

Il est possible alors de montrer qu'un plan particulier reste stationnaire alors que tout point d'un plan autre décrit un mouvement homothétique de celui de la source (le facteur d'homothétie étant d'autant plus grand que ce point est plus éloigné du plan "net"). De ce fait, ces autres plans apparaissent brouillés.

L'aspect mathématique du problème est développé ci-après.

b- Mise en équation

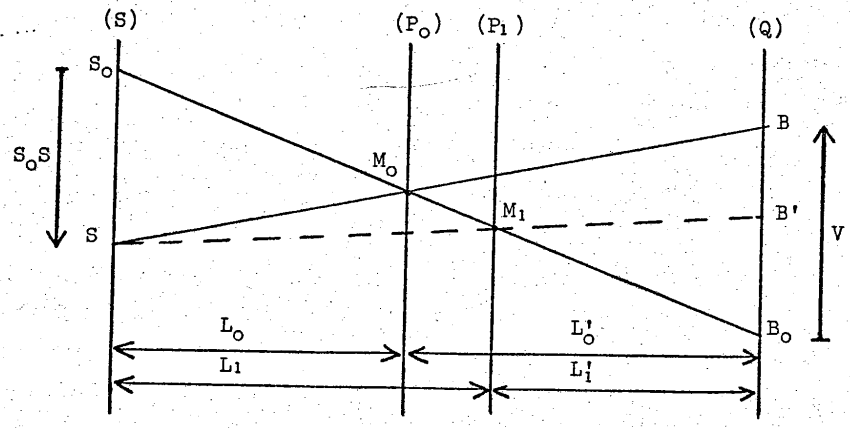


Figure 1.3

- Soit : - (S) le plan de la source
 - (P₀) le plan objet au point (image nette)
 - (Q) le plan du film .

Le point source situé en S₀ projette un point M₀ du plan (P₀) en B₀ sur le plan (Q) .

La source est déplacée dans son plan d'un vecteur S₀[→]S . Le point M₀ se projette maintenant en B sur le plan (Q) . La projection de M₀ reste fixe dans le repère lié au film si ce dernier s'est déplacé dans le plan (Q) de façon homothétique de la source par rapport au plan (P₀) soit du vecteur :

$$\vec{B}_0 \vec{B} = - S_0^{\rightarrow} S \cdot \frac{L'_0}{L_0} = \vec{V} ,$$

les distances L₀ et L'₀ étant les distances du plan (P₀) aux plans respectivement (S) et (Q) .

Le vecteur \vec{V} dont s'est déplacé le film ne dépend pas du point M₀ particulier choisi dans le plan (P₀) mais seulement de la position de ce plan (P₀) par rapport aux plans de la source et du film ; tout point du plan (P₀) garde donc sa projection stationnaire dans le déplacement simultané source-film .

Considérons maintenant un autre plan de l'objet (P₁) (situé respectivement aux distances L₁ du plan (S) et L'₁ du plan (Q)) . Un point M₁ de ce plan, qui se projetait en B₁ lors de la première position de la source en S₀, se projette maintenant en B' et non plus en B , les deux projections successives de M₁ ne sont donc plus confondues sur le film , mais distantes de la quantité :

$$\vec{B}_0 \vec{B}' - \vec{V} = - S_0^{\rightarrow} S \cdot \frac{L'_1}{L_1} + S_0^{\rightarrow} S \cdot \frac{L'_0}{L_0} = - S_0^{\rightarrow} S \left(\frac{L'_1}{L_1} - \frac{L'_0}{L_0} \right) ,$$

qui constitue la réponse percussive de brouillage .

Cette quantité n'est nulle que pour le plan particulier (P₀) . Tout point hors de ce plan que l'on choisit de reconstruire a toujours sa projection sur le film déplacée lors du mouvement simultané source-film .

On obtient donc sur le film radiographique l'image d'une fine tranche de l'objet à laquelle se superposent des structures dues aux détails des tranches voisines qui sont brouillées .

c- Conclusion

De nombreux mouvements de la source ont été utilisés (déplacements linéaires , circulaires , en spirale , ...) . La complexité de certains d'entre eux

permet un brouillage plus efficace des plans défocalisés . Il est évident que la fonction de brouillage idéale est telle que chacun de ces plans est transformé en un fond continu uniforme (autrement dit que la FTM du système pour ces plans est un pic de Dirac centré) . Ceci est évidemment irréalisable mais doit être approché le mieux possible .

Dans les premières méthodes envisagées , chaque plan à restituer donnait lieu à un enregistrement différent (en modifiant le déplacement du film par rapport à celui de la source) . Cette technique est donc lente et elle impose aussi une irradiation inutile d'une certaine partie du corps . Plus récemment, des méthodes utilisant plusieurs enregistrements simultanés ont été mises au point . Ce dernier inconvénient n'apparaît donc plus comme une limitation fondamentale {Weiss (1977)} .

1.2.2) Tomographie de mouvement en imagerie d'émission

a- Principe

En émission , le principe reste similaire {Budinger et Mathieu (1974)} , mais c'est l'objet lui-même , émetteur de rayons gamma , qui constitue la source , un collimateur étant placé entre le patient et le détecteur .

On est conduit , pour des raisons pratiques (difficulté à déplacer une caméra de médecine nucléaire) , au déplacement relatif du patient et du sténopé d'enregistrement (changement de trou sur une plaque) (figure 1.4) .

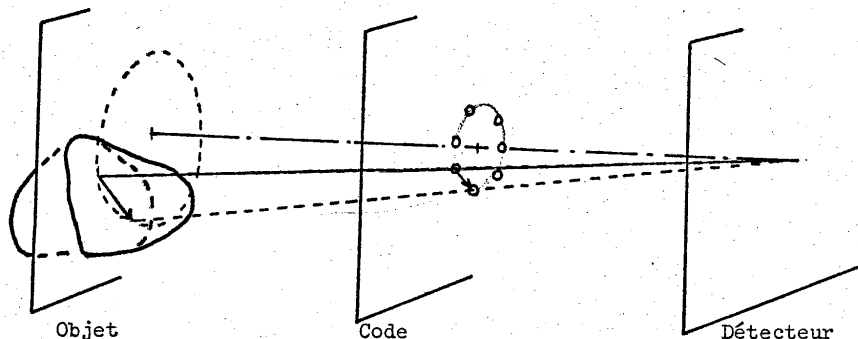


Figure 1.4 : Tomographie de mouvement en émission.

Le collimateur utilisé est un multipinhole avec un seul trou ouvert simultanément

b- Restitution de l'image

Il est possible d'accéder aux différents plans de coupe de la distribution de deux manières distinctes :

- la première conduit à sommer les différentes images obtenues selon les différents points de vue , en les déplaçant correctement (cette façon d'opérer est absolument analogue à celle développée en imagerie X) . Il y a ici encore superposition du plan au point et des plans brouillés .
- la seconde tient compte du faible nombre de cellules de résolution en médecine nucléaire ; cette circonstance permet la mise en oeuvre d'algorithmes de reconstruction de chacun des plans de coupe en éliminant la superposition des images brouillées dues aux autres plans non au point ; il s'agit soit des méthodes itératives soit d'une méthode originale développée par Chang {Chang (1975)} et qui a été améliorée en évitant l'étape intermédiaire de reconstruction des tomogrammes {Brunol (1978,a)} .

1.3) IMAGERIE PAR OUVERTURE DE CODAGE (OU PAR SOURCE CODEUSE)

L'imagerie par ouverture codeuse dérive directement des travaux de Mertz et Young en radioastronomie {Mertz (1961)} et ses possibilités 3-D ont été explorées pour la première fois par Barrett en 1972 {Barrett (1972)} .

J. Brunol , en introduisant des éléments théoriques nouveaux et en tenant compte de certaines contingences pratiques , a depuis obtenu des résultats cliniques satisfaisants pour tous les examens à champ faible {Brunol (1978,b)} .

Nous examinons ici les processus d'enregistrement et de reconstruction d'image (codage-décodage) aussi bien pour les examens par absorption de rayons X que par émission de rayons γ en médecine nucléaire .

1.3.1) Enregistrement par codage

- a- En émission : ouverture codeuse (figure 1.5)

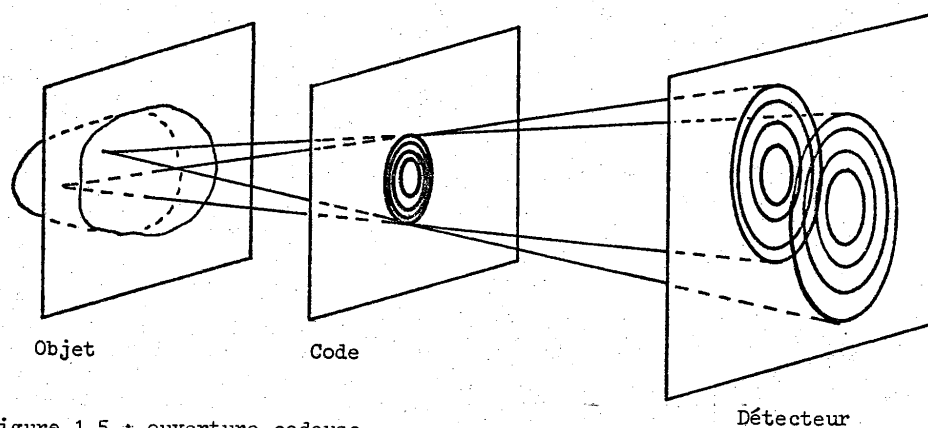


Figure 1.5 : ouverture codeuse

Un masque codé est placé entre le patient et le détecteur (film ou caméra Anger) . Celui-ci enregistre donc une information codée de la distribution volumique du traceur radioactif dans les organes . Chaque point de l'objet projette une réplique homothétique du code sur le détecteur .

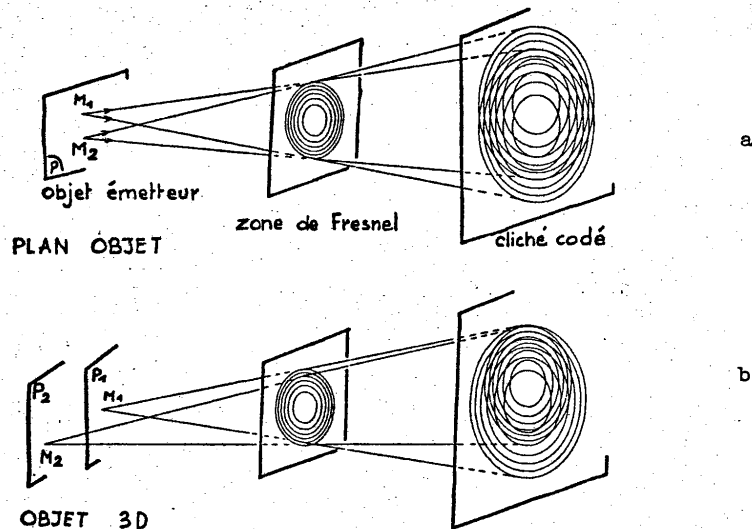


Figure 1.6 : Ouverture codeuse : schéma d'enregistrement de 2 points

Figure 1.6 (a) - Deux points de l'objet situés dans le même plan projettent deux codes de même grandeur mais en des positions différentes du détecteur.

Figure 1.6 (b) - Deux points situés dans deux plans différents projettent deux codes de tailles différentes sur le détecteur.

...Il est aisé de voir que , pour un objet plan , l'éclairement sur le détecteur s'écrit :

$$I(M) = O(M) * C(M)$$

où $O(M)$ est la luminance de l'objet et $C(M)$ la fonction de codage (nous sous-entendons les facteurs de grandissement) (* désigne l'opérateur de convolution).

b- En transmission : source codeuse (figure 1.7)

La source de rayons n'est plus ponctuelle mais c'est une surface étendue qui émet selon un code spatial déterminé S (tube de rayons X dans différentes positions formant un arrangement non redondant , ou une source continue) .

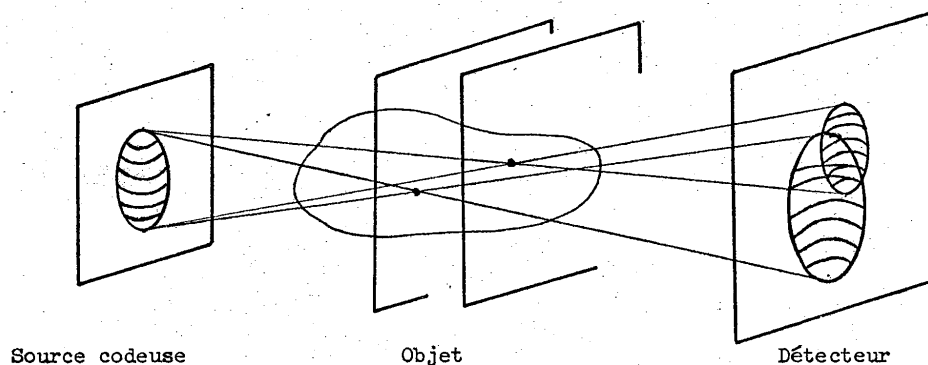


Figure 1.7 : Source codeuse

L'objet 3-D est donc codé par la fonction S du système d'enregistrement et l'on obtient la projection sur le plan image (le détecteur est ici soit un film radiographique soit un détecteur électronique de rayons X) .

Nous avons encore :

$$I(M) = O(M) * S(M) .$$

L'image codée obtenue est similaire à celle que l'on a par émission ; il suffit donc d'examiner ce dernier cas , c'est-à-dire la méthode par ouverture codeuse , le même traitement pouvant être appliqué à la technique par source codeuse .

1.3.2) Restitution

L'image codée de l'objet tridimensionnel n'est pas interprétable directement : nous n'obtenons pas une image reconnaissable comme en tomographie de mouvement . Un traitement est donc nécessaire pour reconstituer l'objet . Ce traitement pourra être analogique ou numérique .

Plusieurs méthodes de reconstruction sont possibles : par corrélation , par holographie et par déconvolution . Nous commentons les deux dernières .

a- Décodage holographique

Il n'est possible que si le cliché codé a les propriétés d'un hologramme . Effectivement , dans les premiers essais le code était une zone de Fresnel : la longueur focale de la lentille équivalente varie avec la dimension de la projection du code sur le détecteur . Le décodage avait lieu en lumière cohérente par diffraction d'un faisceau laser parallèle (figure 1.8) .

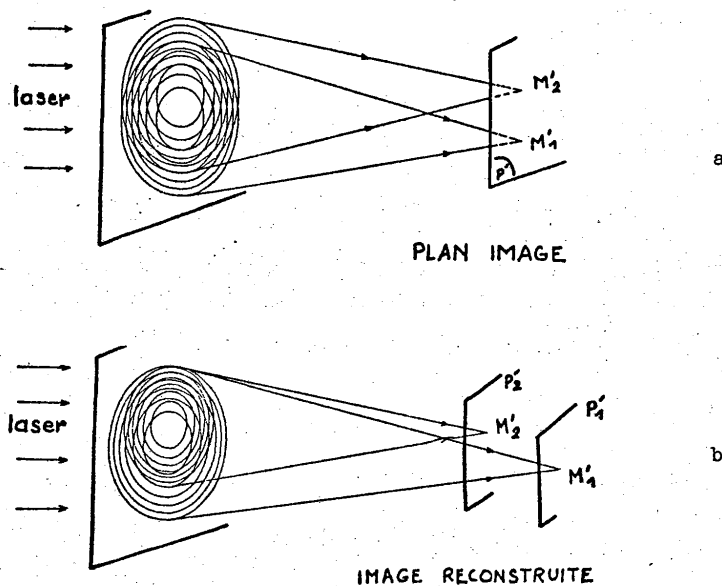


Figure 1.8. : décodage holographique

Figure 1.8 (a) - Les deux points dans le même plan qui ont été codés par une zone de Fresnel redonnent donc 2 points dans le même plan (mêmes zones de Fresnel sur le cliché codé).

Figure 1.8 (b) - Les deux points dans deux plans différents, qui ont donné sur le cliché codé deux zones de taille différente, redonnent donc deux points dans deux plans différents.

Un des défauts fondamentaux de cette méthode réside dans l'apparition d'artefacts intenses dus à la lumière cohérente, et qui sont gênants pour des images médicales.

b- Décodage par déconvolution

De nouvelles méthodes de décodage, basées sur une déconvolution partielle ont donc été introduites ultérieurement. (Brunol (1977:a)). Le code pourrait être choisi arbitrairement mais l'utilisation de codes à symétrie circulaire facilite le décodage. Par ailleurs, des problèmes de rapport signal sur bruit et de fidélité de restitution restreignent les classes de codes utilisables.

Notre éclaircissement reste toujours :

$$I(M) = O(M) * C(M)$$

Il faut maintenant le décoder. Examinons ce problème d'abord pour un plan unique et ensuite pour la restitution d'objets tridimensionnels.

* Reconstruction d'un plan unique de l'objet

Pour retrouver l'objet , nous pouvons penser opérer une déconvolution exacte . L'image décodée s'écrirait alors :

$$\begin{aligned} I'(M) &= TF^{-1} [I(P) \cdot \hat{h}(P)] = I(M) * h(M) \\ &= O(M) * C(M) * h(M) \end{aligned}$$

Soit , en supposant que :

$$\begin{aligned} C(M) * h(M) &= \delta(M) , \\ I'(M) &= O(M) \end{aligned}$$

On sait par ailleurs que physiquement l'inverse de convolution de $C(M)$ n'existe pas en général et en particulier dans le cas présent ; une méthode par déconvolution partielle a donc été proposée par J. Brunol {Brunol (1977.a)}; elle utilise un pseudo-filtre de Wiener .

En effet , l'image codée donne par TF :

$$\hat{Y}(P) = \hat{O}(P) \cdot \hat{C}(P)$$

Le "pseudo-filtre de Wiener" est :

$$\hat{B}(P) = \frac{\hat{C}(P)}{|\hat{C}(P)|^2 + \epsilon}$$

où ϵ est un facteur adaptable qui dépend des conditions expérimentales (du type d'objet à restituer , en particulier) .

Le spectre filtré devient :

$$\begin{aligned} \hat{Y}'(P) &= \hat{Y}(P) \cdot \hat{B}(P) = \hat{O}(P) \cdot \hat{C}(P) \cdot \hat{B}(P) \\ &= \hat{O}(P) \cdot \frac{C^2(P)}{|\hat{C}(P)|^2 + \epsilon} \end{aligned}$$

La FTM du système complet est par suite :

$$\hat{R}(P) = \frac{C^2(P)}{|\hat{C}(P)|^2 + \epsilon}$$

La réponse percussionnelle est donnée par :

$$R(M) = TF^{-1} \left(\frac{C^2}{|\hat{C}|^2 + \epsilon} \right) ,$$

et l'image déconvoluée par filtrage s'écrit :

$$I'(M) = O(M) * R(M)$$

* Reconstruction d'images tridimensionnelles

Nous allons mettre en évidence la capacité de discrimination tomographique de cette méthode .

Affectons le plan particulier que nous voulons reconstruire de l'indice k , où $k \in \{l\}$ qui est l'ensemble des plans de l'objet ($l = 1, 2, \dots, N$) . Considérons un point source situé dans le plan l . Il projette sur le détecteur une image homothétique du code C_l . L'image obtenue en appliquant le filtre de déconvolution D_k (qui doit restituer le plan k) est alors :

$$R_{lk} = C_l * D_k$$

la quantité R_{kk} est la réponse percussionnelle pour le plan k focalisé et c'est la quantité $R(M)$ définie précédemment . R_{lk} est une réponse percussionnelle défocalisée , laquelle va déterminer la capacité de discrimination tomographique :

l'objet peut être considéré comme un ensemble de N plans discrets O_l ; l'image codée est alors :

$$I(M) = \sum_{l=1}^N O_l(M) * C_l(M)$$

L'image correspondant au plan k focalisé est alors

$$\begin{aligned} I'_k(M) &= I(M) * D_k(M) \\ &= \sum_{l=1}^N O_l(M) * C_l(M) * D_k(M) \\ &= O_k(M) * R_{kk}(M) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N O_l(M) * R_{lk}(M) \end{aligned}$$

La première partie de cette expression ($O_k(M) * R_{kk}(M)$) correspond à l'image au point ; à ce plan k focalisé , se superposent les plans brouillés .

Le choix du code devra donc tenir compte finalement de la FTM résultante du système , de la capacité de discrimination tomographique (c'est-à-dire de l'importance relative du second terme par rapport au premier) et du gain en rapport signal sur bruit . C'est ce qui a conduit à choisir des ouvertures annulaires au lieu de zones de Fresnel {Brunol (1977.b)} . Ce traitement peut être réalisé numériquement ou analogiquement ; nous pouvons utiliser pour cela un corrélateur incohérent à balayage (en lumière spatialement incohérente) à 2 canaux avec soustraction électronique des résultats {Brunol (1978.c)} .

1.3.3) Conclusion

Dans ce type de méthode , ont été brièvement évoqués les problèmes d'optimisation qui relèvent , comme nous l'avons vu , des trois considérations

suivantes : fonction de transfert conduisant à une transmission de toutes les fréquences , effet tomographique et , enfin , rapport signal sur bruit .

Par ailleurs , les possibilités de grandissement permettent , dans le cas de champs faibles , d'accéder à des résolutions particulièrement intéressantes . De plus , dans le but d'éliminer certains artefacts de défocalisation , des méthodes itératives sont , à l'heure actuelle , développées dans notre laboratoire .

1.4) TOMOGRAPHIE AXIALE TRANSVERSE

Dans les méthodes que nous venons d'analyser , l'objet 3-D est considéré dans toute sa généralité et les données collectées font intervenir des informations mêlées provenant de tous les plans de coupe . En ce sens , les méthodes de restitution des différentes tranches conduisent soit à des traitements de données permettant de faire apparaître successivement les différents plans focalisés , les autres se superposant brouillés , soit à des traitements plus complexes qui font intervenir la totalité des données collectées et de l'image 3-D (pour faire apparaître l'ensemble des coupes à la fois) .

Une séparation spatiale du problème est possible . Elle est réalisée par la tomographie axiale transverse qui consiste en la reconstruction de tranches 2-D de l'objet séparément en ne faisant intervenir que des données provenant de cette tranche . De ce fait , un calcul mathématique complexe se trouve scindé en un ensemble de calculs mathématiques plus simples puisque ne faisant intervenir à la fois que les données collectées d'une tranche et les éléments de cette tranche .

Il ne s'agit évidemment pas de la seule différence existant entre ces méthodes et nous aurons l'occasion d'en voir d'autres au cours de ce travail . En particulier , il ressortira clairement que toutes ces méthodes sont complémentaires , ayant des champs d'application spécifiques , l'ensemble couvrant la totalité des besoins tomographiques de la médecine nucléaire .

La méthode de tomographie axiale transverse , notée TAT , consiste donc en la restitution d'un objet à trois dimensions à partir des projections à deux dimensions des rayonnements détectés à des orientations multiples , chaque tranche de l'objet étant reconstruite indépendamment des autres tranches {tomographie axiale transverse} .

Il y a divers moyens de réaliser cette imagerie suivant le type de rayonnement utilisé :

- TAT par transmission de rayonnement (rayons X) , détecteur : film radiographique ou détecteurs électroniques de rayons X .
- TAT par émission d'un seul photon γ : caméra d'Anger à collimateur parallèle.
- TAT par détection de coïncidence d'annihilation de positrons : caméra à positrons .

Dans la première méthode la source de rayonnement est externe , tandis que pour les deux autres la source est interne à l'organe dont on veut faire l'image.

Dans ces différents processus de TAT , les problèmes de formation d'images sont les mêmes , seule change la grandeur intéressante que nous cherchons à restituer : en transmission c'est le coefficient d'atténuation du rayonnement , tandis qu'en émission d'un ou de deux photons c'est la concentration du radioisotope correspondant.

La TAT par transmission constitue le principe du scanner X ou tomodesitome.

L'objet de cette recherche est l'élaboration d'une méthode de tomographie axiale transverse par émission . La tomographie axiale transverse , en général , a été largement étudiée dans de nombreux domaines , il nous paraît ainsi indispensable de faire un examen critique des méthodes existantes avant de développer notre propre contribution qui utilisera , bien entendu , les acquis antérieurs .

II - FORMATION DES IMAGES EN TAT

Après l'exposé du processus de formation d'images en TAT (§2.1), nous examinerons le problème d'un point de vue purement analytique (§2.2). Nous verrons ensuite de quelle façon elle peut être mise en oeuvre et les limitations qui interviennent alors (§2.3), ce qui nous permettra d'élaborer nos propres méthodes dans le chapitre III.

2.1) LE PROCESSUS DE FORMATION D'IMAGES EN TAT

Nous effectuons un processus en deux étapes :

2.1.1) Enregistrement des projections

On peut, soit faire tourner le détecteur (plus la source quand on opère en transmission) autour du patient, soit faire tourner le patient sur lui-même devant le détecteur fixe. Ces deux alternatives sont équivalentes et nous avons choisi de raisonner selon la seconde.

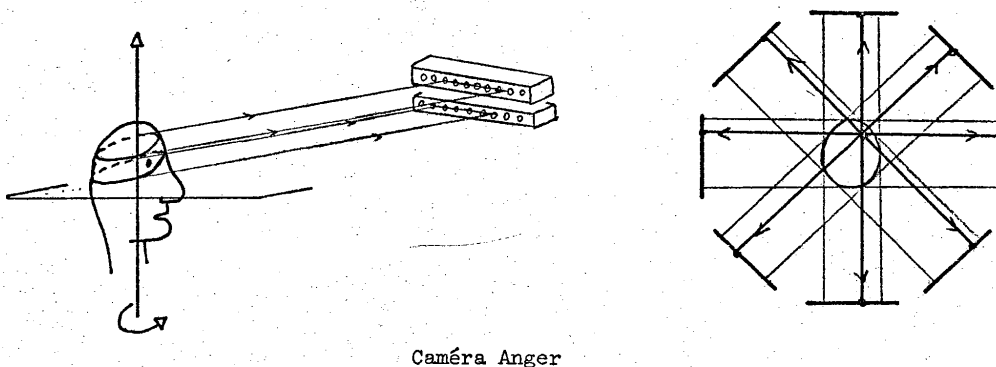


Figure 2.1 : Enregistrement des projections en TAT

Sur la figure(2.1), nous avons représenté le patient dans une position verticale. Les sections à reconstruire sont perpendiculaires à l'axe de rotation de ce patient, elles sont donc horizontales.

Le détecteur a son plan parallèle à l'axe de rotation du patient , donc perpendiculaire aux sections .

Chaque section de l'objet se projette sur une ligne horizontale différente du détecteur ; nous ne recueillons donc sur cette ligne que les rayonnements qui proviennent du plan correspondant .

Nous enregistrons tous les plans de coupe à la fois , mais la reconstruction de chaque section sera faite indépendamment des autres . Nous considérons donc le problème d'un objet à deux dimensions qui donne des projections à une dimension .

Nous faisons tourner l'objet sur son axe et nous enregistrons ses projections à différents angles .

En ce qui concerne la TAT par transmission et la caméra à positrons , la rotation se fait sur 180° , tandis qu'en émission de rayonnements γ elle doit avoir lieu sur un tour complet (ceci à cause de l'atténuation par les tissus traversés ; en effet , deux projections diamétralement opposées ne sont pas identiques car le rayonnement provenant de chaque point n'a pas traversé le même domaine) .

2.1.2) Reconstruction de l'image : épandage et sommation

Nous voulons maintenant reconstruire une section à partir de ses projections enregistrées :

* Il faut d'abord épandre chaque projection (figure 2.2 (a)) dans la direction perpendiculaire .

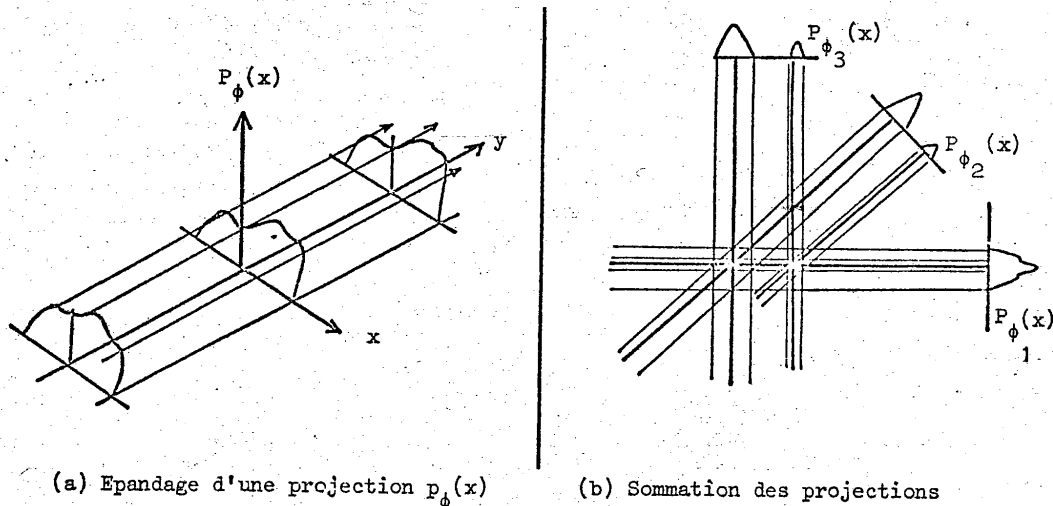


Figure 2.2 : Reconstruction de l'image

C'est-à-dire que nous transformons la projection à une dimension $p_\phi(x)$ en une fonction à deux dimensions :

- nous lui donnons une valeur constante selon l'axe y ;
- sa variation dans la direction x est celle de la fonction $p_\phi(x)$ (les flèches montrent la direction de l'épandage) .

* On somme ensuite ces projections épandues avec les mêmes orientations qu'à l'enregistrement . Ainsi , sur la figure (2.2 (b)) , nous présentons le schéma de la reconstruction d'un objet constitué de deux points à partir de trois angles de projection .

En opérant la reconstruction sur 180° avec un faible nombre de projections, nous obtenons une configuration en étoile autour de chaque point de l'objet . En passant à la limite d'un nombre de projections infini (en toute rigueur , mais en fait suffisamment grand) , la figure en étoile disparaît mais on a une augmentation de l'intensité du fond continu : on obtient une configuration en $\frac{1}{r}$ autour de chaque point .

Sur la figure (2.3) nous avons représenté la reconstruction d'un objet étendu : une ellipse en simulation ; l'objet initial est représenté sur la figure (2.3(a)) ; l'image obtenue (figure 2.3(b))est brouillée par rapport à l'objet initial .

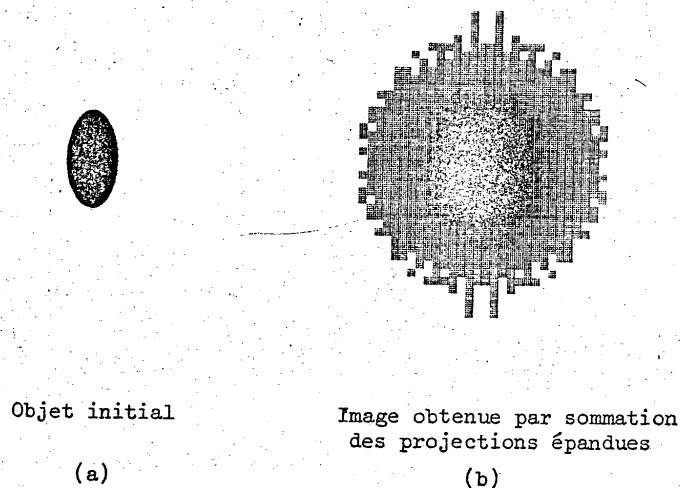


Figure 2.3 : Reconstruction d'une ellipse
en simulation

On voit donc qu'une image obtenue par une telle reconstruction sera la convolution de l'objet initial par la distribution en $\frac{1}{r}$:

$$I = O * \frac{1}{r} \text{ (convolution à 2 dimensions) .}$$

Ceci sera d'ailleurs démontré mathématiquement plus loin (§ 2.2.3) .

Cette méthode a été utilisée à une certaine époque pour faire de la tomographie (Kuhl et Edwards obtinrent les premiers tomogrammes in vivo en 1963) , cependant , à cause de la convolution par $\frac{1}{r}$, le résultat n'est qu'une approximation grossière de l'objet original .

Un traitement est donc nécessaire pour retrouver l'objet initial .

C'est ce que nous allons voir maintenant .

2.2) PRINCIPES DE LA FORMATION D'IMAGES EN TAT

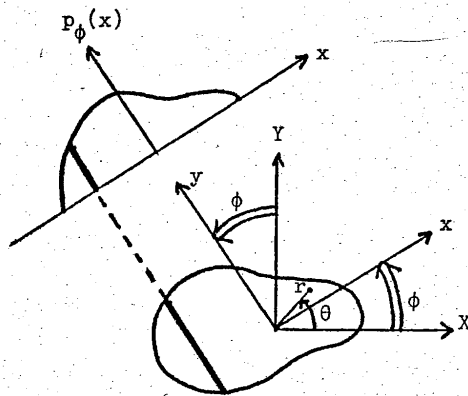
L'enregistrement des projections fournit un ensemble de données qui , aux problèmes statistiques près , sont liées à l'objet de manière univoque . Mais la correspondance n'est pas immédiate en ce sens qu'un traitement est nécessaire pour restituer l'objet initial à partir de ses projections .

Notre but maintenant , est d'exprimer mathématiquement cette correspondance pour en déduire des méthodes permettant de résoudre le problème en pratique .

2.2.1) Enregistrement

Il s'agit d'exprimer la relation objet-projections . Nous examinons le problème d'une section 2-D de l'objet que l'on veut restituer à partir de ses projections 1-D .

Des projections ($Z = \text{constante}$) de l'objet sont effectuées pour une séquence d'angles ϕ . A cet effet , il nous faut utiliser deux repères (figure (2.4)) :



$$\begin{cases} X = x \cos \phi - y \sin \phi \\ Y = x \sin \phi + y \cos \phi \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} x = X \cos \phi + Y \sin \phi \\ y = -X \sin \phi + Y \cos \phi \end{cases}$$

Figure 2.4

Le repère fixe, {X,Y} ou {r,θ}, est lié à l'objet .

Le repère mobile {x,y} est lié au détecteur , en rotation d'angle φ autour de l'axe OZ (sens trigonométrique) .

- En TAT par transmission , pour une projection repérée par l'angle φ , l'éclairement reçu en un point P du détecteur est :

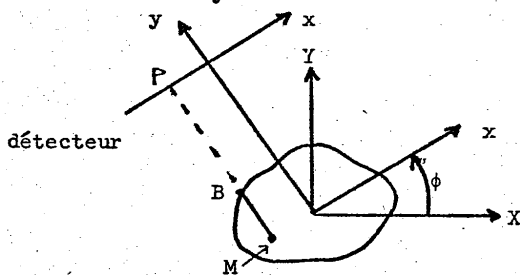
$$I(P) = I_0 \exp \left(- \int_S^P \mu(\vec{r}) d\vec{P} \right) \quad (2.2)$$

où $\mu(\vec{r}) = \mu(X,Y) = \mu(r,\theta)$ est le coefficient d'absorption linéaire des rayons X. Il est commode d'utiliser le logarithme de cette expression , soit :

$$p_\phi(x) = - \text{Log} \left(\frac{I}{I_0} \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(X,Y) dy \quad (2.3)$$

- En TAT par émission (de photons γ) l'éclairement reçu sur le détecteur est proportionnel à (figure 2.5) :

$$p_\phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(X,Y) \exp \left\{ - \int_y^{b(x)} \mu(x,\psi) d\psi \right\} dy \quad (2.4)$$



M $\begin{cases} x \\ y \end{cases}$
 B $\begin{cases} x \\ b(x) \end{cases}$

Figure 2.5

où μ est le coefficient d'absorption linéaire des rayons γ et où ϵ est la concentration du radioisotope au point M .

L'effet du coefficient d'atténuation sera traité au § 3.4 ; dans un premier temps nous négligerons l'influence de l'atténuation , de sorte que l'équation (2.4) devient :

$$p_\phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(X,Y) dy \quad (2.5)$$

- Dans les deux cas , émission ou absorption , la section à reconstruire est donc représentée par une distribution de densité , μ ou ϵ , qui sera notée f .

La projection 1-D de la fonction 2-D , f , n'est donc fonction que de la variable x :

$$\begin{aligned}
 p_{\phi}(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(X,Y) dy \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x \cos\phi - y \sin\phi, x \sin\phi + y \cos\phi) dy
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

La droite $x = \text{constante}$ est dénommée rayon de projection, ce rayon étant donc une fonction de x et de ϕ .

Nous enregistrons ces projections pour différents angles ϕ ; nous obtenons ainsi un ensemble de fonctions : $p_{\phi}(x)$ où ϕ varie entre 0° et 180° en transmission et entre 0° et 360° en émission. Dans ce dernier cas on peut se ramener à une variation sur π en sommant les projections opposées. Nous considérerons donc dans la suite du raisonnement que ϕ varie sur 180° .

Le problème de la TAT est donc d'inverser l'équation (2.6), c'est-à-dire d'obtenir $f(x,y)$ à partir des $p_{\phi}(x)$ mesurées.

Nous présentons ici différentes approches possibles permettant de réaliser cette inversion.

2.2.2) Reconstruction de l'image par transformation inverse de Radon

Radon {Radon (1917)} a résolu l'équation (2.6) en en donnant une solution analytique exacte :

$$f(r,\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial p_{\phi}(x)}{\partial x} \frac{dx}{r \cos(\theta-\phi) - x}
 \tag{2.7}$$

laquelle n'est valable que dans le cas idéal de données continues en l'absence de fluctuations, et pour une variation continue de l'angle ϕ . Ainsi est-il nécessaire de développer d'autres méthodes pouvant être appliquées au cas réel.

2.2.3) Reconstruction par sommation ou superposition linéaire

C'est ce que de nombreux auteurs anglo-saxons appellent la "back-projection". Nous allons maintenant démontrer la propriété énoncée au paragraphe 2.1.2 : l'image obtenue est la convolution de l'objet par la distribution en $\frac{1}{r}$.

Soit la projection à l'angle ϕ , dans la direction y , donnée par l'équation (2.6).

- L'épandage de cette projection dans la direction y donne la fonction bidimensionnelle $P_{\phi}(x,y)$ qui est constante selon y et dont la variation selon x est donnée par $p_{\phi}(x)$:

$$\begin{aligned}
 P_{\phi}(x,y) &= p_{\phi}(x) \cdot C(y) \\
 \text{où } C(y) &= 1, \forall y
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Dans le repère fixe $\{X,Y\}$, cette équation devient, en explicitant $x = X \cos \phi + Y \sin \phi$ mais en conservant y (qui n'est plus donné par l'expression : $y = -X \sin \phi + Y \cos \phi$ puisque la fonction a été épanouie) :

$$P_{\phi}(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f[(X \cos \phi + Y \sin \phi) \cos \phi - y \sin \phi; (X \cos \phi + Y \sin \phi) \sin \phi + y \cos \phi] dy \quad (2.9)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(X \cos^2 \phi + Y \sin \phi \cos \phi - y \sin \phi; X \sin \phi \cos \phi + Y \sin^2 \phi + y \cos \phi) dy$$

- Effectuons maintenant la sommation de toutes les projections épanouies $P_{\phi}(x,y)$ pour ϕ variant de 0 à π ; nous obtenons l'image sommée $I(X,Y)$:

$$I(X,Y) = \int_0^{\pi} P_{\phi}(x,y) d\phi \quad (2.10)$$

$$= \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(X \cos^2 \phi + Y \sin \phi \cos \phi - y \sin \phi; X \sin \phi \cos \phi + Y \sin^2 \phi + y \cos \phi) dy d\phi$$

Effectuons le changement de variables :

$$\begin{cases} \zeta = X \cos^2 \phi + Y \sin \phi \cos \phi - y \sin \phi \\ \eta = X \sin \phi \cos \phi + Y \sin^2 \phi + y \cos \phi \end{cases}$$

Nous obtenons donc :

$$I(X,Y) = \iint f(\zeta, \eta) |J| d\zeta d\eta \quad (2.11)$$

où J est le jacobien de la transformation $(\phi, y) \rightarrow (\zeta, \eta)$ que nous calculons :

$$\frac{1}{J} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \phi} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2X \sin \phi \cos \phi + Y(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) - y \cos \phi & -\sin \phi \\ X(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) + 2Y \sin \phi \cos \phi - y \sin \phi & \cos \phi \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{J} = -X \sin \phi + Y \cos \phi - y$$

Calculons d'autre part l'expression : $\sqrt{(\zeta-X)^2 + (\eta-Y)^2}$

$$\begin{aligned} \zeta - X &= -X \sin^2 \phi + Y \sin \phi \cos \phi - y \sin \phi \\ &= \sin \phi (-X \sin \phi + Y \cos \phi - y) \\ \eta - Y &= X \sin \phi \cos \phi - Y \cos^2 \phi + y \cos \phi \\ &= -\cos \phi (-X \sin \phi + Y \cos \phi - y) \end{aligned}$$

soit :

$$(\zeta-X)^2 + (\eta-Y)^2 = (-X \sin \phi + Y \cos \phi - y)^2$$

donc :

$$\frac{1}{|J|} = \frac{1}{\sqrt{(\zeta-X)^2 + (\eta-Y)^2}} \quad (2.12)$$

Finalement , l'expression (2.11) donne , compte tenu de l'équation (2.12) :

$$I(X,Y) = \iint f(\zeta,\eta) \cdot \frac{1}{\sqrt{(\zeta-X)^2 + (\eta-Y)^2}} d\zeta d\eta \quad (2.13)$$

Nous reconnaissons dans cette intégrale la convolution à deux dimensions de f(X,Y) par la fonction :

$$\frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} = \frac{1}{r}$$

donc $I(X,Y) = f(X,Y) * \frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$ (2.14)

ou $I(r,\theta) = f(r,\theta) * \frac{1}{r}$

Nous retrouvons donc bien le résultat annoncé précédemment et il apparaît ainsi que l'image reconstruite est "brouillée" par la convolution par $\frac{1}{r}$. Afin d'obtenir une image fidèle , il faut opérer une :

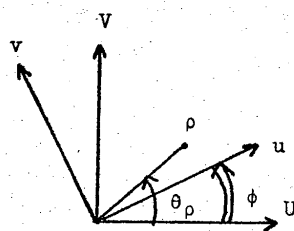
2.2.4) Déconvolution de l'image sommée

Nous allons maintenant effectuer un filtrage approprié pour retrouver la fonction f(r,θ) initiale , ce filtrage étant fait soit dans l'espace réel soit dans l'espace des fréquences .

C'est un filtrage à deux dimensions .

- Filtrage de Fourier

La représentation de l'espace de Fourier est sur la figure 2.6 .



repère fixe $\begin{cases} (X,Y) \xrightarrow{TF} (U,V) \\ (r,\theta) \rightarrow (\rho,\theta_\rho) \end{cases}$
 repère mobile : $(x,y) \rightarrow (u,v)$

Figure 2.6 : Espace de Fourier

La relation (2.14) donne par transformation de Fourier à deux dimensions :

$$I(r,\theta) = f(r,\theta) * \frac{1}{r} \xrightarrow{\text{TF}_2} \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) = \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) \cdot \frac{1}{\rho} \quad (2.15)$$

$$\text{en effet , } \text{TF}_2 \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{1}{\rho} \quad (2.16)$$

Nous appliquons une fonction filtre bidimensionnelle $H(\rho)$ à $\tilde{Y}(\rho,\theta\rho)$ et nous obtenons alors la transformée de Fourier de l'image filtrée :

$$\tilde{Y}'(\rho,\theta\rho) = \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) \cdot H(\rho) = \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) \cdot \frac{1}{\rho} \cdot H(\rho) \quad (2.17)$$

* le filtre idéal est : $H(\rho) = \rho$, ce qui nous donne

$$\tilde{Y}'(\rho,\theta\rho) = \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) \xrightarrow{\text{TF}_2^{-1}} I'(r,\theta) = f(r,\theta) \quad (2.18)$$

L'image reconstruite filtrée $I'(r,\theta)$ est exactement la fonction f cherchée .

* En pratique , on applique au filtre en ρ une fonction apodisante $A(\rho)$, soit $H(\rho) = \rho A(\rho)$ (2.19)

$$\text{et } I'(\rho,\theta\rho) = \tilde{Y}(\rho,\theta\rho) \cdot A(\rho) \quad (2.20)$$

et , en revenant dans l'espace réel :

$$I'(r,\theta) = f(r,\theta) * a(r) \quad (2.21)$$

où $a(r)$ est la transformée de Fourier inverse de $A(\rho)$.

- Filtrage dans l'espace réel

La relation entre les images , sommée I et filtrée I' est , compte tenu de l'équation (2.17) :

$$I'(r,\theta) = I(r,\theta) * h(r) = f(r,\theta) * \frac{1}{r} * h(r) \quad (2.22)$$

où $h(r)$ est la fonction de déconvolution et d'apodisation :

$$h(r) = \text{TF}_2^{-1} [H(\rho)] .$$

D'après l'équation (2.19) nous avons :

$$a(r) = \text{TF}_2^{-1} [A(\rho)] = \text{TF}_2^{-1} \left[\frac{1}{\rho} \cdot H(\rho) \right] = \frac{1}{r} * h(r) \quad (2.23)$$

L'équation (2.22) est donc identique à l'équation (2.21) . $a(r) = \frac{1}{r} * h(r)$ est la réponse percussionnelle du système après filtrage , on devra donc chercher une fonction de filtre $h(r)$ telle que $a(r)$ soit le plus proche possible d'un pic de Dirac .

En résumé , cette approche par convolution donne lieu au traitement suivant à partir des projections enregistrées :

- (épannage des projections
- (sommation des projections épannées + image non filtrée
- (filtrage de l'image

La sommation se fait ici avant le filtrage , nous l'appellerons donc : sommation amont .

Sommation et filtrage sont des opérations linéaires , nous pouvons donc inverser leur ordre : filtrer les projections avant de les épanner et de les sommer: sommation aval .

2.2.5) Reconstruction par filtrage des projections puis épannage et sommation

Une projection filtrée s'écrit :

$$p'_\phi(x) = p_\phi(x) * h_1(x) \tag{2.24}$$

où la réponse percussionnelle $h_1(x)$ doit être déterminée de façon à donner la même image restaurée qu'au § 2.2.4 . Par épannage et sommation sur ϕ (dans $x = r \cos(\theta - \phi)$), cette expression devient :

$$\begin{aligned} I'(X,Y) &= \int_0^\pi p'_\phi(x) d\phi \\ &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} p_\phi(x_0) h_1(x-x_0) dx_0 \cdot d\phi \end{aligned} \tag{2.25}$$

en remplaçant $p_\phi(x_0)$ par son expression en fonction de f (équation 2.6) , nous obtenons :

$$\begin{aligned} I'(X,Y) &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_0, y_0) \cdot h_1 [r \cos(\theta - \phi) - x_0] dx_0 dy_0 d\phi \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_0, y_0) \{ \int_0^\pi h_1 [r \cos(\theta - \phi) - x_0] d\phi \} dx_0 dy_0 \end{aligned} \tag{2.26}$$

qui montre que la réponse percussionnelle de restauration à 2 dimensions est :

$$\int_0^\pi h_1 [r \cos(\theta - \phi) - x_0] d\phi$$

En identifiant l'expression (2.26) avec l'équation (2.21) on obtient la relation entre $a(r)$ et $h_1(x)$:

$$a(r) = \int_0^\pi h_1 [r \cos(\theta - \phi)] d\phi \tag{2.27}$$

Posons par analogie à l'expression (2.19) :

$$\tilde{h}_1(u) = |u| A_1(u) \tag{2.28}$$

où $\tilde{h}_1(u)$ est la transformée de Fourier à une dimension de $h_1(x)$, que nous allons exprimer en fonction de la fonction apodisante $A(\rho)$ du paragraphe précédent

Un théorème démontré par Barrett {Barrett (1977)} nous donne :

$$\int_0^\pi h_1(x) d\phi = \text{TF}_2^{-1} \left[\frac{\tilde{h}_1(u)}{|u|} \Big|_{|u| = \rho} \right] \quad (2.29)$$

Nous obtenons donc , d'après les équations (2.27) , (2.28) et (2.29) :

$$a(r) = \text{TF}_2^{-1} \left[(A_1(u)) \Big|_{|u| = \rho} \right]$$

soit $A(\rho) = (A_1(u)) \Big|_{|u| = \rho} \quad (2.30)$

Si la fonction de filtre unidimensionnelle ($H_1(u) = |u| \cdot A_1(u)$) a la même forme fonctionnelle que la fonction de filtre bidimensionnelle ($H(\rho) = \rho \cdot A(\rho)$), les deux opérations de filtrage , avant ou après sommation , conduiront donc à la même image finale .

2.2.6) Reconstruction par synthèse de Fourier

Cette méthode permet de supprimer l'épandage , par un réarrangement des données dans l'espace de Fourier . Elle est basée sur un théorème que nous allons rappeler (Central Slice Theorem) {Barrett (1977)} .

La transformée de Fourier 1-D d'une projection pour l'angle ϕ est égale à la section , le long de la ligne $v = 0$, de la transformée de Fourier 2-D de l'objet :

$$\tilde{p}_\phi(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\phi(x) e^{-2\pi i u x} dx = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) e^{-2\pi i u x} dx dy$$

soit : $\tilde{p}_\phi(u) = \left[\tilde{f}(u,v) \right]_{v=0} \quad (2.31)$

$\tilde{p}_\phi(u)$ est une fonction à une dimension ; la fonction à deux dimensions correspondante est : $\tilde{p}_\phi(u) \cdot \delta(v)$.

Pour restaurer l'image , nous effectuons les opérations suivantes : la sommation des transformées de Fourier des projections pour toutes les valeurs de ϕ permet d'obtenir la fonction à deux dimensions :

$$\tilde{g}(u,v) = \int_0^\pi \tilde{p}_\phi(u) \delta(v) d\phi \quad (2.32)$$

Nous filtrons cette fonction par un filtre radial :

$$\tilde{h}'(u,v) = \tilde{h}'(\rho) = \tilde{h}'(\sqrt{u^2+v^2})$$

soit : $\tilde{g}'(u,v) = \tilde{g}(u,v) \cdot \tilde{h}'(u,v)$

La transformation de Fourier 2-D inverse de \tilde{g}' conduit à :

$$g'(X,Y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}'(u,v) \cdot \tilde{h}'(\sqrt{u^2+v^2}) e^{2\pi i (ux+vy)} du dv$$

ou encore , en tenant compte de (2.32) :

$$g'(X,Y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi p_\phi(u) \delta(v) \hat{h}'(\sqrt{u^2+v^2}) e^{2\pi i(ux+vy)} du dv d\phi$$

qui , par intégration sur la variable v , nous donne :

$$g'(X,Y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} p_\phi(u) \hat{h}'(|u|) e^{2\pi iux} du d\phi$$

$$= \int_0^\pi [p_\phi(x) * h'(x)] d\phi \quad (2.33)$$

On reconnaît la sommation , sur toutes les valeurs de ϕ , de la fonction 1-D : $p_\phi(x) * h'(x)$, qui n'est autre que la projection pour l'angle ϕ , filtrée par la fonction $h'(x)$.

Pour que $g'(X,Y)$ soit identique à $I'(X,Y)$, image obtenue par le filtrage des projections au § 2.2.5 , il faut que les équations (2.25) et (2.33) soient identiques , soit :

$$p_\phi(x) = p_\phi(x) * h_1(x) = p_\phi(x) * h'(x)$$

c'est-à-dire que les réponses percussionnelles $h_1(x)$ et $h(x)$ soient égales .

2.2.7) Conclusion

Différentes méthodes de reconstruction sont ainsi possibles ; elles conduisent à la même image restaurée , à condition d'employer des filtres adaptés à l'approche suivie . Nous allons maintenant présenter la mise en oeuvre pratique de ces méthodes .

2.3) LES ALGORITHMES DE RECONSTRUCTION

Tous les algorithmes de reconstruction utilisés en TAT sont aujourd'hui bien connus pour avoir été étudiés au cours du développement des scanners par transmission de rayons X ; nous les exposerons donc brièvement en distinguant les deux catégories de reconstructions :

- celles utilisant les techniques de Fourier que nous avons exposées au paragraphe 2-2 ; leur caractéristique commune est qu'elles utilisent des relations analytiques pour la densité de l'image reconstruite {techniques de Fourier} ;
- les méthodes itératives qui , elles au contraire , procèdent par approximations successives {méthodes itératives} .

La reconstruction pourra être réalisée analogiquement ou numériquement selon les différentes méthodes .

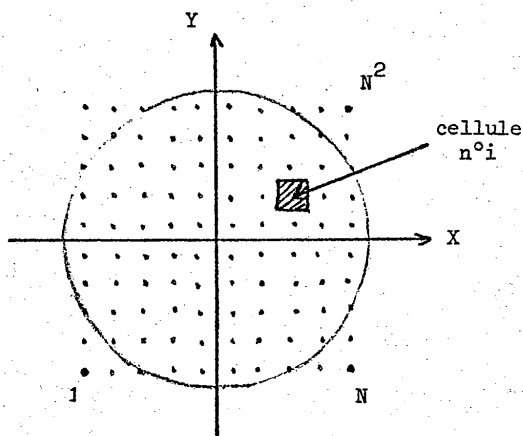
Le traitement mathématique précédent (§2.2) se plaçait dans le cas idéal de données continues (en particulier continuité angulaire) . En pratique , les

projections sont enregistrées à des angles discrets , on a donc un nombre fini de projections ; les intégrales devront donc être remplacées par des sommes discrètes .

Dans tout traitement numérique , les données et l'image obtenue sont digitalisées , nous allons donc d'abord donner les notations utilisées par la suite (§2.3.1) ; puis , nous citerons pour mémoire la méthode originelle de superposition linéaire (§2.3.2) avant de présenter les méthodes analytiques (§2.3.3) et itératives (§2.3.4) couramment utilisées .

2.3.1) Digitalisation

- L'image est échantillonnée en coordonnées cartésiennes sur N^2 cellules (de côté w , donc la dimension latérale de l'image est Nw) (figure 2.7) . La densité f à déterminer est représentée par la densité f_i sur chaque cellule (f_i donnant la valeur de f , soit au point central de la cellule $n^o i$, soit sa moyenne sur toute la surface de la cellule) .



- On choisit le point milieu de l'image $\{N/2 ; N/2\}$ comme centre de rotation .
- L'image est inscrite dans le cercle de rayon $N/2$.

Figure 2.7

La division de l'image est liée à celle des projections , elle-même déterminée par la résolution spatiale qui dépend des caractéristiques physiques de la radiation utilisée :

- Les projections aux différents angles sont donc digitalisées en rayons qui ne sont plus un ensemble continu de lignes mais un ensemble discret de bandes (dont la largeur , fixée par le détecteur , est , en général , celle d'une cellule de l'image : w) ; chaque bande est comprise entre les lignes $k - 1$ incluse et k exclue (on a $N+1$ lignes numérotées de 0 à N) (figure 2.8) .

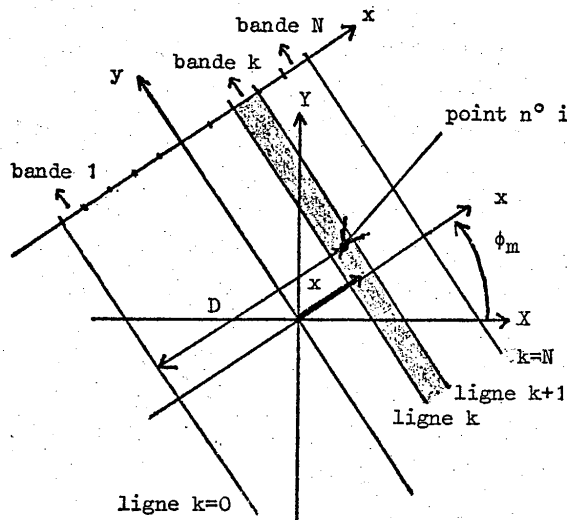


Figure 2.8

On a donc , pour un angle ϕ_m donné , N bandes de projection ; les valeurs des projections correspondantes sont $P_{k,m}$ avec k variant de 1 à N .

L'ensemble des données est donc :

$\{P_{k,m}\}$ avec $\begin{cases} k = 1 \text{ à } N : \text{cellules de projections (les bandes de projections)} \\ m = 1 \text{ à } M : \text{angles de rotation} \end{cases}$

Nous avons une relation entre les cellules de l'image et les bandes de projections: à un angle ϕ_m donné , la bande $P_{k,m}$ qui passe par un point i donné de l'image est telle que :

$$k = k(m,i) = \text{INT}(D+1)$$

où $\text{INT}(x)$ est la valeur entière de la variable x et où $D = D(m,i)$ est la distance du point i à la ligne $k = 0$ et est donnée par :

$$D = x + \frac{N}{2} \quad \text{avec } x = X \cos \phi_m + Y \sin \phi_m$$

où $\{X,Y\}$ sont les coordonnées du point milieu de la cellule n° i (figure 2.5) .

2.3.2) Superposition linéaire (back-projection)

Cette méthode est la version digitalisée du § 2.2.3 ; bien qu'elle ne soit plus utilisée , nous la citons , non seulement pour son intérêt historique , mais aussi parce qu'elle permet la compréhension des méthodes plus complexes basées sur ce principe et décrites ensuite .

Kuhl et Edwards {Kuhl (1963)} furent les premiers à appliquer cette technique en médecine pour reconstruire des tomogrammes in vivo en émission , puis en transmission : épandage des projections , puis sommation aux différents angles .

En un point image donné , la densité reconstruite est la somme de toutes les bandes de projection passant par ce point ; nous rappelons l'équation mathématique décrivant la superposition linéaire :

$$I(X,Y) = \int_0^\pi P_\phi(X,Y) d\phi$$

En quantifiant les intervalles angulaires entre deux projections consécutives par l'incrément : $\Delta\phi = \frac{\pi}{M}$ pour $\phi \in [0, \pi]$, cette équation devient :

$$I(X,Y) = \sum_{m=1}^M P_{k,m} \Delta\phi$$

k étant le numéro de la bande de projection pour l'angle ϕ_m qui passe par le point {X,Y} de l'image .

L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite aucun traitement mathématique compliqué ; elle peut donc être mise en oeuvre simplement sans ordinateur; la reconstruction originelle était faite à l'aide du pinceau d'un oscilloscope couplé au détecteur de rayons γ .

Cependant , nous avons déjà mentionné au § 2.2.3 que cette méthode ne donne qu'une reconstruction approximative : l'image est "brouillée" par rapport à l'objet initial à la suite d'une convolution par la distribution en $\frac{1}{r}$. Un traitement plus élaboré est donc nécessaire pour retrouver l'objet initial à partir des projections .

2.3.3) Méthodes analytiques

La première reconstruction analytique d'une image en rayons X a été réalisée par Cormack {Cormack (1963)} . Maintenant , ce type de reconstruction est largement utilisé en TAT de RX (EMI et Acta scanners) et , dans une moindre mesure , avec les radioisotopes .

Nous avons déjà vu au § 2.2. les différents traitements analytiques possibles, nous ne ferons donc ici que les rappeler en citant leurs principaux auteurs ou réalisateurs .

Ces différentes méthodes ne faisant appel qu'à des opérations du type sommation , filtrage , TF , le traitement pourra être réalisé aussi bien analogiquement que numériquement .

a) Synthèse de Fourier

Quand la reconstruction de Fourier à deux dimensions a été introduite pour la première fois par Bracewell en 1956 {Bracewell (1956)}, le calcul des intégrales de Fourier à deux dimensions était prohibitif, ce qui l'amena alors à préférer une approche itérative. Mais on a assisté depuis au développement des algorithmes FFT et à l'augmentation de vitesse des calculateurs, la méthode est donc devenue applicable.

Cette méthode a été découverte indépendamment par De Rosier et Klug en microscopie électronique et par Rowley en holographie optique, et elle a été utilisée ou proposée par plusieurs auteurs pour les applications radiographiques ou isotopiques {Synthèse de Fourier}.

Nous avons vu au paragraphe 2.2.6 qu'une projection et l'image sont reliées par la relation (2.31) :

$$\frac{\partial}{\partial \phi} p_{\phi}(u) = [f(u,v)]_{v=0}$$

Le traitement à réaliser, qui n'est pas basé sur le principe de la superposition linéaire, est le suivant (figure 2.9) :

- TF_{1D} de chaque projection à l'angle ϕ ;
- représentation dans l'espace de Fourier à 2 dimensions, à l'angle ϕ , de chaque projection avec interpolation (passage des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes), puis sommation ;
- filtrage à 2 dimensions dans l'espace de Fourier ;
- TF_{2D} inverse de l'image obtenue, laquelle est l'image filtrée.

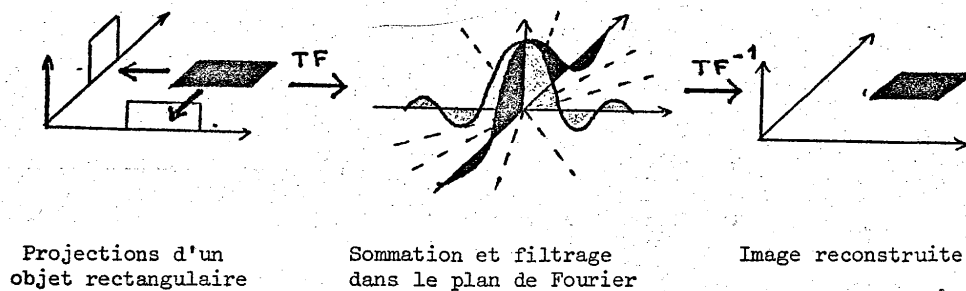


Figure 2.9 : Synthèse de Fourier

Les deux autres types de traitements mentionnés aux 2.2.4 et 2.2.5 sont , par contre , basés sur la superposition linéaire avec un filtrage , soit avant soit après la sommation : nous les explicitons ci-après .

b) Sommation amont : filtrage à deux dimensions de l'image sommée (§2.2.4)

On effectue d'abord la superposition linéaire : épandage et sommation des projections , puis l'image obtenue est filtrée :

$$\tilde{Y}(u,v) = Y(u,v) \cdot \frac{1}{\rho} \xrightarrow{\text{TF}} f * \frac{1}{r}$$

Bates et Peters {Bates (1971)} ont proposé une méthode de reconstruction :

- TF_{2D} de l'image obtenue par superposition linéaire ,
- multiplication par ρ (à deux dimensions) ,
- TF_{2D} inverse : image filtrée .

Ils utilisèrent un procédé optique (ils donnèrent à l'image obtenue le nom de "rho-filtered layergram") .

c) Sommation aval : filtrage des projections avant épandage et sommation (§2.2.5)

On effectue ici la superposition linéaire en utilisant les projections déjà filtrées (le filtrage étant à une dimension) .

La méthode a d'abord été développée par Bracewell et Riddle {Bracewell (1967)} qui filtraient dans l'espace objet . Elle a été découverte indépendamment par Ramachandran et Lakshminarayanan {Ramachandran (1971)} .

Cette méthode implique des TF ou des convolutions à une dimension (et non pas à deux dimensions comme dans les deux méthodes précédentes) , elle peut donc être implantée beaucoup plus facilement sur de petits ordinateurs , les méthodes des § a) et b) , lourdes pour le calcul numérique , restent valables en traitement analogique .

2.3.4) Reconstruction itérative

Ce type de reconstruction n'est plus basé sur la résolution directe d'expressions analytiques . Il consiste à modifier une image choisie de manière arbitraire, pour aboutir à un meilleur accord avec les projections mesurées , et ceci par des corrections successives : le traitement s'effectue donc exclusivement par des voies numériques .

Nous cherchons donc à retrouver la densité réelle : $f(X,Y)$ à partir des projections mesurées $p_\phi(x)$ en partant de la relation (2.6) :

$$p_\phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X,Y) dy \quad \text{où } \phi \in [0, \pi]$$

Lorsque l'image est digitalisée en N^2 éléments et les projections en N éléments à M angles discrets, nous obtenons cette équation sous sa forme discrète :

$$P_{k,m} = \sum_{i=1}^{N^2} f_i \cdot w_{ik}^m \quad (2.34)$$

avec ; $\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \text{ à } N^2 : \text{éléments de l'image ,} \\ k = 1 \text{ à } N : \text{éléments de projection ,} \\ m = 1 \text{ à } M : \text{angles de rotation ,} \end{array} \right.$

où les w_{ik}^m sont des facteurs de poids qui représentent la contribution de chaque cellule aux projections : on prend souvent l'aire d'intersection cellule-bande de projection, pondérée par l'absorption quand elle existe. Comme chaque rayon de projection ne passe que par un nombre restreint des N^2 cellules de l'image, un grand nombre des coefficients w_{ik}^m sont nuls.

On a donc un système de $N \times M$ équations linéaires à N^2 inconnues ; les f_i , les données étant les $P_{k,m}$; ce qui peut entraîner des problèmes d'indétermination si $M < N$.

La solution directe par inversion de matrice est, en général, compliquée à obtenir à cause des grandes dimensions ; de plus, il n'y a pas toujours de solution à cause de l'indétermination du système ; ceci nous conduit donc à résoudre ces équations par itération. La première étape consiste à faire choix d'une solution initiale arbitraire : en général, on prend la solution identiquement nulle sur toutes les cellules ou bien correspondant à une densité constante (la densité moyenne, calculée par la somme des projections à tous les angles, divisée par le nombre de cellules).

A chaque itération, les projections sont calculées à partir des densités de l'image (équation 2.34), puis elles sont comparées aux projections mesurées ; la différence est alors appliquée comme une correction aux cellules de l'image qui sont concernées, pour que chaque nouvelle projection calculée concorde avec la projection mesurée.

Une itération est complète quand tous les rayons de projection à tous les angles ont été traités (la première itération représente d'ailleurs la superposition linéaire si l'on a pris comme estimée initiale la solution identiquement nulle sur toutes les cellules de l'image). Après chaque itération complète, on opère une remise à l'échelle pour que la densité totale de la tranche soit la même qu'au départ (c'est-à-dire celle qui a été mesurée).

Les itérations devraient être poursuivies jusqu'à convergence absolue, ceci dans le cas idéal, en réalité il y a du bruit (dû aux erreurs expérimentales),

mais surtout aux fluctuations du nombre de photons détectés). On effectue donc les itérations jusqu'à ce que l'écart entre deux itérations successives soit inférieur (selon une norme qu'il faut préciser) à une certaine valeur (fonction du niveau du bruit et de l'exactitude désirée dans la reconstruction).

La convergence des itérations (vitesse et point de convergence) dépend non seulement des données fournies, mais aussi d'autres facteurs :

- du choix plus ou moins exact des coefficients w_{ik}^m ,
- de l'introduction de contraintes utilisant des informations a priori sur l'image, dont nous donnons ici quelques exemples :
 - . les densités f_i sont non négatives,
 - . elles sont bornées (par la plus grande densité que l'on sait exister dans l'objet considéré),
 - . elles sont nulles à l'extérieur de l'image (c'est-à-dire dans les zones qui sont clairement nulles, car elles correspondent aux données $P_{k,m}$ qui ont une valeur mesurée nulle).
- de la méthode de correction employée pour modifier itérativement les densités dans l'image.

Nous donnons ici les trois types d'algorithmes itératifs les plus employés ; ils diffèrent par la séquence dans laquelle les corrections sont effectuées pendant chaque itération.

a) ILST : Iterative Least Square Technique : correction simultanée

C'est la méthode la plus simple ; toutes les projections sont calculées au début de chaque itération et toutes les corrections sont faites simultanément.

Sur la figure 2.10(a), nous avons représenté les projections mesurées $P_{k,m}$ pour deux angles en prenant comme objet un rectangle. On calcule les projections après la $n^{\text{ième}}$ itération à partir de l'image obtenue après la $n^{\text{ième}}$ itération (figure 2.7(b)).

$$R_{k,m}^n = \sum_{i \in \text{bande } \{k,m\}} f_i^n \quad (2.35)$$

(on sous-entend les coefficients w_{ik}^m pour simplifier l'écriture ; en toute rigueur on a :

$$R_{k,m}^n = \sum_i w_{ik}^m f_i^n).$$

La différence entre la projection mesurée P et la projection calculée R^n est projetée sur l'image comme une correction à la $n^{\text{ième}}$ itération, pour obtenir

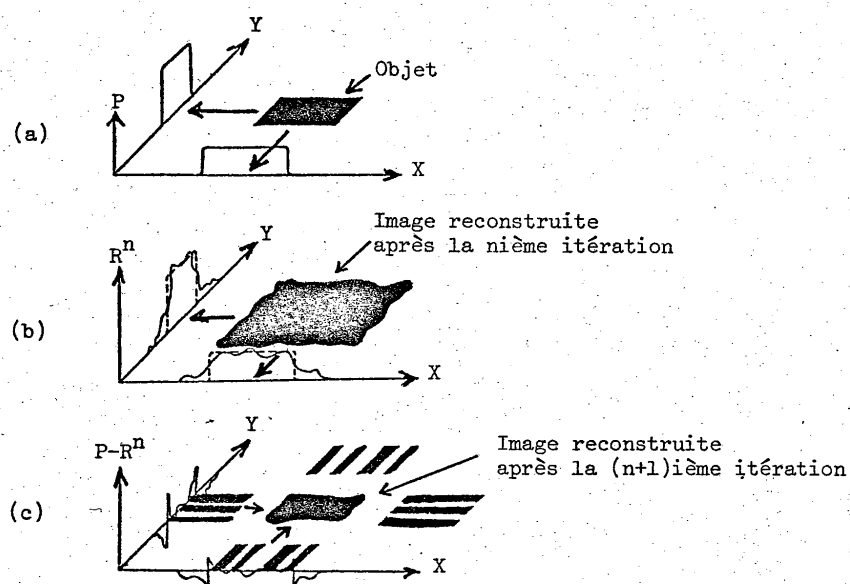


Figure 2.10 : Correction simultanée (ILST)

la $(n+1)^{i\text{ème}}$ approximation de l'image (figure 2.7(c)) , c'est-à-dire qu'à tous les points i_0 de l'image , nous appliquons la correction suivante (pour tous les angles m) :

$$f_{i_0}^{n+1} = f_{i_0}^n + P_{k,m} - R_{k,m}^n = P_{k,m} - \sum_{\substack{i \in \{k,m\} \\ i \neq i_0}} f_i^n \quad (2.36)$$

Cependant , la convergence est lente : à chaque itération , chaque cellule est recorrectée pour chaque rayon qui la traverse , le résultat étant que les itérations oscillent autour de la solution correcte . Pour éviter cet effet , Goitein { Goitein (1972) } a appliqué un facteur d'amortissement à toutes les corrections :

$$f_{i_0}^{n+1} = f_{i_0}^n + \lambda (P_{k,m} - R_{k,m}^n) \quad (2.37)$$

d'où le nom de ILST , car le facteur d'amortissement λ original était choisi pour produire le meilleur accord des moindres carrés après chaque itération , c'est-à-dire pour que la quantité suivante soit minimale :

$$\frac{\sum_m (P_{k,m} - R_{k,m}^n)^2}{\sigma_{k,m}^2}$$

Cependant , le choix du facteur d'amortissement n'est pas critique .

Cette méthode a été appliquée à la fois aux rayons X et aux radioisotopes par Budinger et Gullberg {Budinger (1974)} , mais elle n'est plus guère utilisée aujourd'hui , car elle est longue et ne donne pas de très bons résultats .

Les deux méthodes suivantes diffèrent de celle-ci par le fait que les modifications apportées aux densités f_i , donc aux projections calculées $R_{k,m}^n$ au cours d'une itération sont prises en compte pour les calculs ultérieurs dans cette même itération .

b) ART : Algebraic Reconstruction Technique : correction rayon par rayon

Cette méthode a été utilisée dans la première version de l'EMI Scanner par Hounsfield {Hounsfield (1968)} et elle a été découverte indépendamment dans le domaine de la microscopie électronique par Gordon , Bender et Herman {Gordon (1970)} qui lui ont donné son nom .

On considère une bande particulière d'une projection à un angle donné (figure 2.11) , la somme de cette bande est calculée et comparée à la projection mesurée correspondante ; des corrections égales sont ensuite appliquées à toutes les cellules qui contribuent à cette bande . La nouvelle projection calculée concorde

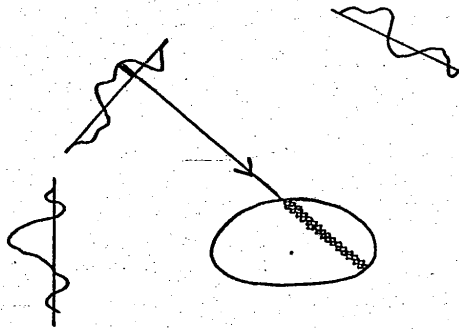


Figure 2.11 : Correction rayon par rayon (ART)

maintenant avec la projection mesurée pour cette bande particulière . On répète ce processus pour les rayons suivants , puis pour les angles suivants , en tenant compte des corrections déjà faites à chaque nouveau calcul .

Deux mécanismes de correction sont possibles : corrections additive et multiplicative .

- ART additif : on répartit la différence entre projection mesurée et projection calculée sur toutes les cellules appartenant à la bande . Pour une bande de projection {k,m} donnée, on modifie donc les densités de toutes les cellules i qui lui appartiennent :

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \frac{P_{k,m} - R_{k,m}^n}{N_{k,m}} \quad (2.38)$$

où $P_{k,m}$ est la somme mesurée de la bande k de la projection à l'angle m, $R_{k,m}^n$ est la somme de cette même bande calculée à la n^{ième} itération :

$$R_{k,m}^n = \sum_{i=1}^{N^2} w_{ik}^m f_i^n \quad (w_{ik}^m \neq 0 \text{ si } i \in \{k,m\}) \quad (2.39)$$

et $N_{k,m}$ est le nombre de points dans la bande {k,m} .

En appliquant la condition supplémentaire que la densité ne peut pas être négative , nous avons l'expression :

$$f_i^{n+1} = \max \{ 0 ; f_i^n + \frac{P_{k,m} - R_{k,m}^n}{N_{k,m}} \} \quad (2.40)$$

- ART multiplicatif : pour une bande {k,m} donnée, on modifie chaque cellule appartenant à ce rayon par un facteur multiplicatif qui compense le désaccord entre projection mesurée et projection calculée :

$$f_i^{n+1} = f_i^n \times \frac{P_{k,m}}{R_{k,m}^n} \quad (2.41)$$

Comme les bandes de projection à un angle donné croisent celles des projections aux autres angles , quand on passe aux angles suivants on détruit la concordance des projections des angles précédents . Les itérations doivent donc être poursuivies jusqu'à ce que les densités aient convergé vers des valeurs stables .

La méthode ART fonctionne le mieux si on traite les données en prenant successivement les projections à de grands angles les uns des autres , par exemple Hounsfield prend des angles de 40° , Kuhl de 90° (cet angle est à ne pas confondre avec l'intervalle angulaire entre deux projections à l'enregistrement qui doit être petit) . Cette utilisation des projections éloignées

angulairement les unes des autres assure que les corrections successives sont indépendantes et on évite ainsi que les erreurs ne s'accumulent .

c) SIRT : Simultaneous Iterative Reconstruction Technique : correction point par point

Cette méthode a été introduite en microscopie électronique par Gilbert {Gilbert (1972)} qui lui a donné son nom ; elle a été utilisée en imagerie de positrons {Schmidlin (1972)} et une méthode similaire avait été utilisée par Bracewell en radioastronomie {Bracewell (1956)} .

La différence avec l'ART réside dans le fait qu'à chaque itération , chaque densité f_i est modifiée en utilisant simultanément les données de toutes les projections qui passent par le point i (figure 2.12) . Les autres points sont traités de la même manière , les corrections faites pendant chaque phase de l'itération étant prises en compte dans les calculs suivants .

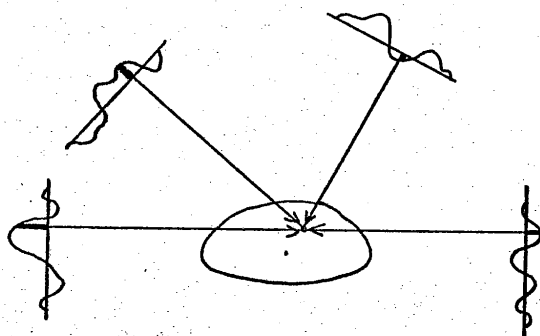


Figure 2.12 : Correction point par point (SIRT)

De même que pour l'ART , deux mécanismes de correction sont utilisés :

- SIRT additif : on modifie chaque cellule ($i = 1 \text{ à } N^2$) par la relation :

$$f_i^{n+1} = \max \left\{ 0 ; f_i^n + \frac{\sum P_{k,m}}{\sum L_{k,m}} - \frac{\sum R_{k,m}^n}{\sum N_{k,m}} \right\} \quad (2.42)$$

où $k = k(m)$ est la bande de projection à chaque angle m qui passe par le point i donné , avec $L_{k,m}$ = longueur de la bande $\{k,m\}$.

- SIRT multiplicatif :

$$f_i^{n+1} = f_i^n \cdot \frac{\sum_m P_{k,m} \cdot \sum_m N_{k,m}}{\sum_m L_{k,m} \cdot \sum_m R_{k,m}^n} \quad (2.43)$$

D'autres méthodes dérivées de l'algorithme SIRT utilisent diverses régularisations :

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \lambda \left(\sum_m P_{k,m} - \sum_m R_{k,m}^n \right) \quad (2.44)$$

où λ est une constante de relaxation à définir pour la convergence (méthode MIR) {Le Coq (1975)} . Gilbert a montré que cette méthode converge moins vite, mais elle conduit à une meilleure reconstruction que l'ART qui a tendance à diverger au bout d'un certain nombre d'itérations , surtout en présence d'erreurs et de bruit dans les données de projection {Gilbert (1972)} .

Mais la mauvaise convergence de l'ART originel provient de l'assimilation de chaque cellule à un point ; nous développerons par la suite un algorithme itératif basé sur le même principe de correction rayon par rayon , mais en employant un facteur de poids mieux adapté à la réalité (cf. § 3.5) .

2.3.5) Comparaison des différents types de méthodes

Le choix entre une reconstruction analogique ou numérique ne concerne que les méthodes analytiques , et il sera basé principalement sur le nombre de points dans l'image ; ainsi , en rayons X une méthode analogique permettra de traiter simultanément un grand nombre de points , alors qu'un traitement numérique nécessite une grande capacité d'ordinateur ; tandis qu'en rayons gamma , le faible nombre de points rend les traitements numériques tout-à-fait adaptés.

Il n'y a pas une méthode unique de reconstruction d'images par TAT , les critères de choix d'une méthode de préférence à une autre dépendant du but poursuivi dans chaque examen particulier . Beaucoup de comparaisons ont d'ailleurs été faites entre les techniques analytiques et itératives , cependant les conclusions dépendent de la nature des données et la mise en oeuvre

Nous ne donnerons donc ici que les caractéristiques principales qui différencient les deux types de méthodes (en ne considérant que les méthodes numériques pour que la comparaison soit possible) .

En ce qui concerne la vitesse de reconstruction , tous les auteurs s'accordent à dire que les méthodes analytiques sont plus rapides (dans le cas de données de projections complètes) : non seulement la reconstruction analytique d'une image peut être effectuée pendant le temps nécessaire à une seule itération , mais , en choisissant la méthode de sommation aval (§2.3.3 c) , on peut

encore réduire la durée de la reconstruction en traitant chaque projection pendant l'enregistrement des projections suivantes . Nous ne donnerons pas ici de durées pour les différentes reconstructions possibles , car trop de facteurs entrent en jeu dans la pratique (le calculateur , le programme , la taille de l'image , le nombre de projections ...)

L'exactitude de la reconstruction doit ensuite être examinée , en supposant les données complètes et idéales pour ne faire intervenir que les problèmes liés aux algorithmes et non pas les imperfections dans les données . Chaque méthode est affectée par des problèmes qui lui sont propres : pour les méthodes analytiques , tout dépend du filtre utilisé selon qu'il conserve plus ou moins les hautes fréquences spatiales , tandis que pour les méthodes itératives , nous devons considérer que le temps d'itération est fini et qu'il y a un manque possible de convergence , la nature exacte du problème dépendant des détails de la reconstruction itérative , comme l'usage des facteurs d'amortissement , la séquence des corrections ...

En pratique , si les données de projections sont complètes et idéales , les deux types de méthodes peuvent donner des résultats comparables , à condition de bien choisir les différents facteurs , les erreurs dans la reconstruction provenant plus vraisemblablement des défauts dans les données que de l'algorithme utilisé .

Puisque nous avons vu que les méthodes analytiques produisent , en général , une exactitude de la reconstruction comparable à celle des méthodes itératives , qui , elles , sont plus lentes et plus lourdes à mettre en oeuvre , on peut se demander pourquoi ces dernières sont utilisées . La raison principale est leur faculté d'adaptation ; ainsi , nous pouvons facilement introduire des connaissances supplémentaires sur l'image (par exemple , toutes les densités sont positives ou nulles) ; mais surtout , un problème important en imagerie par émission est l'atténuation du rayonnement par les tissus traversés et celle-ci ne peut être prise en compte exactement que par une méthode itérative , les méthodes analytiques ne permettant qu'une correction approchée .

En résumé , le choix de l'algorithme optimal se fera donc pour chaque application selon la connaissance que l'on désire obtenir sur l'image : les méthodes analytiques seront préférées pour leur simplicité et leur rapidité , quand on se contente d'une image qualitative (c'est-à-dire quand on ne cherche qu'à détecter des zones qui émettent plus ou moins) , tandis que les méthodes itératives deviennent nécessaires pour résoudre le problème de façon exacte quand des facteurs additionnels (tels que l'atténuation du rayonnement) doivent

être pris en compte exactement pour fournir une image quantitative (c'est-à-dire quand l'on veut connaître le plus exactement possible le rapport entre deux régions qui émettent différemment) .

III - TOMOGRAPHIE AXIALE TRANSVERSE D'EMISSION

Après l'exposé général de la formation d'images en TAT , nous allons maintenant présenter notre propre étude de la tomographie axiale transverse d'émission à un seul photon gamma , que nous noterons TATE .

Dans ce chapitre , nous justifierons tout d'abord le choix de cette méthode particulière par l'intérêt qu'elle présente (§ 3.1) . Nous exposerons ensuite quels sont : - le processus d'enregistrement des données , et
- la méthode de restitution des différentes coupes que nous avons développés en pratique (§ 3.2) . Tout au long de ce paragraphe , nous négligerons les deux limitations fondamentales de l'imagerie nucléaire pour les étudier ensuite en détail : ce sont les fluctuations statistiques (§ 3.3) et l'auto-absorption du rayonnement γ par la matière (§ 3.4 et 3.5) .

3.1) INTRODUCTION

Si nous comparons une image scintigraphique à une radiographie ou à une image obtenue par échographie , la résolution est très médiocre ; nous pouvons en conséquence , nous demander pourquoi nous intéresser à développer une nouvelle méthode de tomographie dans le domaine de la médecine nucléaire alors que la tomodensitométrie , ou TAT par absorption en rayons X (le scanner X est bien connu aujourd'hui) , et l'échotomographie (utilisant des ultrasons) sont deux techniques de formation de coupes transversales couramment utilisées dans certains hôpitaux .

Mais , comme nous l'avons dit au cours de l'introduction , la médecine nucléaire présente une différence de nature fondamentale avec toutes les autres méthodes de diagnostic non invasives qui utilisent des rayonnements en source externe (rayons X ou ultrasons) : l'information obtenue n'est plus seulement *morphologique* mais devient essentiellement *fonctionnelle* . En effet , la localisation de l'origine de la production du rayonnement γ indique la fixation du corps radioactif en certains points de l'organe considéré et l'évolution de ce même radio-traceur au cours du temps .

C'est cette connaissance du fonctionnement de l'organe qui justifie l'intérêt particulier de la tomographie d'émission , qui se révèle ainsi complémentaire des techniques précédentes .

La TAT par détection de coïncidence (caméra à positrons) , quant à elle , présente ce même intérêt fonctionnel auquel s'ajoute un choix théorique beaucoup plus grand dans les marqueurs utilisables . Cependant , sa mise en oeuvre est difficile et coûteuse car cette technique nécessite l'existence d'un synchrotron à proximité de l'hôpital et un appareillage important , ce qui limite son utilisation à des centres médicaux peu nombreux ; d'autre part , la synthèse effective des radiotraceurs est difficile et le temps d'examen possible est très court à cause de la période radioactive des éléments utilisés .

L'avantage de la TATE réside par contre dans la simplicité du système d'enregistrement des données , ce qui facilite grandement sa mise en oeuvre dans tout service de médecine nucléaire . De plus , ces données sont collectées pour un grand nombre de coupes *simultanément* ce qui n'est le cas ni pour la caméra à positrons , ni pour le scanner X, où l'on n'enregistre qu'une seule coupe à la fois .

Mais les avantages de la TATE ne doivent pas nous faire oublier les deux limitations fondamentales qui lui sont inhérentes et qui sont : d'une part , le *bruit* dû au faible nombre de photons disponibles et qui est beaucoup plus important qu'en rayons X , et , d'autre part , l'*auto-absorption* des rayons γ par les tissus traversés , cette interaction du rayonnement avec la matière constituant ici un phénomène parasite gênant et non la grandeur que l'on veut étudier comme c'est le cas en TAT par absorption .

3.2) ENREGISTREMENT-RESTITUTION

Outre son intérêt à la fois dans l'application clinique immédiate et dans la recherche sur la modélisation , l'avantage de la TAT par émission réside dans une simplicité relative de mise en oeuvre dans tout service de médecine nucléaire équipé d'un matériel conventionnel . En effet , l'investissement supplémentaire (pour le dispositif de rotation) que nécessite une telle implantation est peu important au regard du coût de la caméra à scintillation et du système informatique qui sont les outils de base existant dans tout service d'exploration par les radioisotopes , l'un et l'autre étant utilisés dans les phases d'enregistrement des données et de restitution des images de coupe .

3.2.1) Enregistrement : le dispositif expérimental

Le principe de la méthode implique l'enregistrement des projections de la distribution radioactive sous différents angles (§ 2.1) .

a) Choix du dispositif de rotation

Nous rappelons que deux configurations équivalentes sont possibles pour obtenir les données (§ 2.1.1) :

- le patient est en rotation et le détecteur est fixe ,
- le patient est fixe et le détecteur est en rotation autour du patient (qui peut être vertical ou horizontal).

La caméra tournante est préférable car la station debout et la rotation sont pénibles pour le patient . C'est la solution que nous utiliserons dans l'avenir .

Actuellement , nous avons retenu la solution du patient tournant . En effet, il est beaucoup plus facile de réaliser une chaise (ou un plateau) tournant sur son axe , plutôt qu'un système supportant la caméra et tournant autour du patient .

- La chaise tournante

Nous devons éviter la présence de matériaux absorbants , comme un dossier, etc.. dans le champ utile ; la chaise est donc en réalité un cylindre de plexiglass (qui conduit à une absorption faible et uniforme) reposant sur un plateau tournant et maintenant le patient en position debout .

L'immobilisation du malade se fait grâce à ce cylindre : toutefois l'immobilité est moins critique qu'en rayons X car la résolution est moins bonne, en particulier la respiration du patient est moins gênante . Il faut cependant éviter des mouvements trop amples qui produiraient des artefacts ; ceci est un autre argument en faveur du patient fixe et du détecteur tournant .

La rotation du plateau s'effectue à l'aide d'un moteur , de deux façons possibles :

- 1) pas à pas , avec des intervalles angulaires égaux , en synchronisant l'enregistrement par la caméra avec le mouvement du plateau ,
- 2) en continu , en enregistrant chaque projection au vol pendant une durée égale à la précédente , c'est-à-dire celle de la rotation complète divisée par le nombre de projections désirées ; et nous prenons comme direction de projection la direction moyenne .

- Nature de la rotation

Elle a lieu sur un tour complet . En effet , la rotation sur 2π est nécessaire pour corriger l'auto-absorption (§ 2.1.1) contrairement à la TAT par absorption où un enregistrement sur π est suffisant .

L'intervalle angulaire entre deux projections successives est habituellement de 9° (nous verrons au § 3.2.5 les raisons qui nous ont conduits à un tel choix) , nous enregistrons donc 40 projections , selon l'une des deux techniques précédentes .

b) Le récepteur

Le récepteur utilisé est une caméra à scintillation d'Anger munie d'un collimateur parallèle .

- La *caméra Anger* , définie par H.O. Anger , permet la détection simultanée de toute une distribution de rayons γ . Elle est constituée de 4 parties distinctes qui sont , dans le sens de propagation du rayonnement (figure 3.1) :

- Un collimateur qui sert à privilégier une direction d'émission déterminée en formant une projection de la distribution du radiotraceur ; en effet , l'émission du rayonnement par chaque point de l'organe est isotrope dans tout l'espace . Le collimateur est donc constitué de canaux qui sont parallèles , divergents ou convergents selon le type de projection , parallèle ou conique , que l'on désire obtenir (figure 3.2) :
 - parallèles , donnant une image de la taille de l'objet ,
 - divergents , conduisant à une augmentation du champ de vision pour l'étude d'objets très larges (corps entiers),
 - convergents conduisant à une meilleure résolution latérale pour des objets petits .

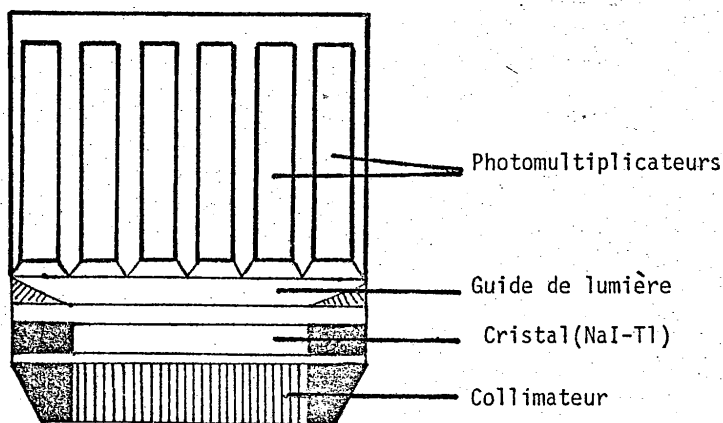


Figure 3.1 : tête de détection de la caméra

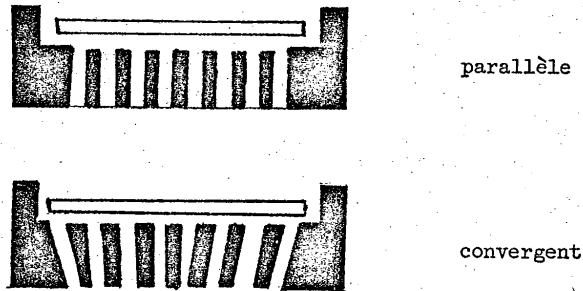


Figure 3.2 : Collimateurs de caméra Anger

Ces collimateurs sont réalisés dans des alliages opaques aux rayons γ . L'épaisseur des parties opaques (ou septa) doit être d'autant plus grande que l'énergie des photons est plus élevée ce qui diminue la résolution et conduit donc à l'utilisation de collimateurs différents selon l'énergie.

- Un cristal scintillateur Na I - Tl de grand diamètre (26 , 32 ou 38 cm selon le champ dont on désire disposer) dans lequel les photons γ donnent naissance à des photons visibles (1 γ de 140 keV \rightarrow 4000 photons visibles environ).
- Un guide de lumière qui réalise l'adaptation nécessaire entre le cristal et les P.M.
- Des photomultiplicateurs qui permettent la localisation précise du lieu de la scintillation par des techniques de triangulation, ce qui réduit considérablement le nombre de PM nécessaires donc les difficultés de réglage de l'hétérogénéité de ces différents PM entre eux. Suivant le modèle de caméra, ils sont au nombre de 19, 32 ou 91.

— Nous plaçons devant la caméra Anger un collimateur parallèle.

Nous étudierons , dans l'avenir , la possibilité d'utiliser un collimateur convergent avec un traitement modifié , afin d'augmenter la résolution pour les petits organes . Ici , nous nous limitons à la restitution des champs larges en projections parallèles . L'image a donc une dimension déterminée , qui est indépendante de la distance objet-collimateur .

La résolution latérale du collimateur décroît en profondeur ; à très faible distance du collimateur , elle est de 6 mm , mais quand le point émetteur s'éloigne , un plus grand nombre de canaux laissent passer les photons , le nombre de photons reçus restant sensiblement constant (figure 3.3).

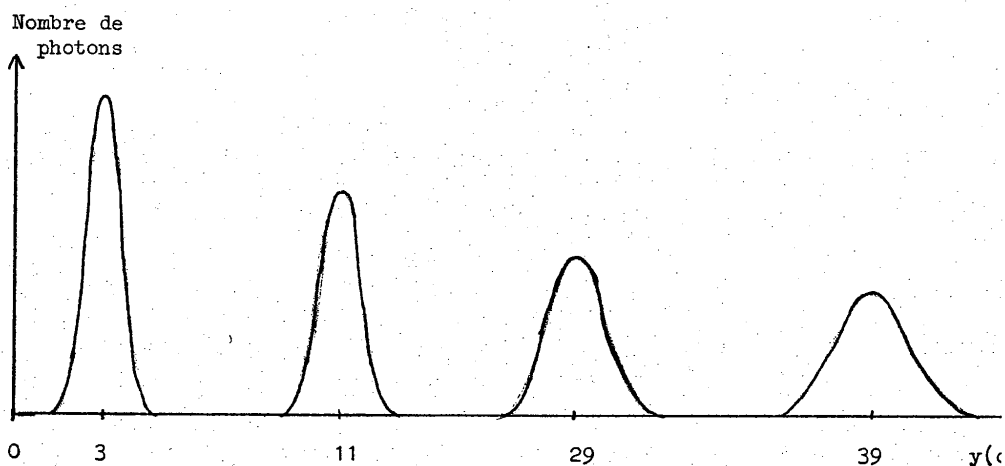


Figure 3.3 : Influence de la distance au collimateur sur la résolution latérale

Nous aurons donc intérêt à placer le patient le plus près possible du détecteur ; nous verrons d'ailleurs au § 3.2.3 l'influence de la distance sur une coupe obtenue en TAT (figure 3.10) .

— Un problème très important est celui du *centrage de la caméra* par rapport à l'axe de rotation du système . Dans le cas où cette précaution n'est pas observée , on obtient à la reconstruction une perte de résolution et la création d'artefacts . En effet , dans le cas d'un décentrement , chaque point émetteur redonne un cercle après la reconstruction (figure 3.4) .

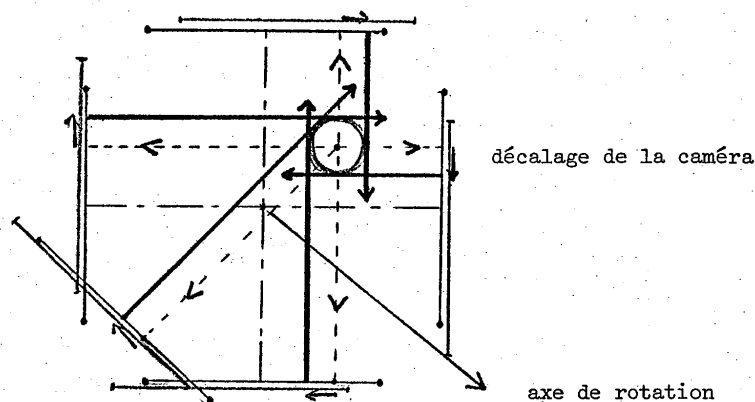


Figure 3.4 : Reconstruction d'un point avec la caméra mal centrée sur l'axe de rotation

- Dans notre configuration , l'axe de rotation est vertical , les coupes sont donc *horizontales* , chaque ligne horizontale de la caméra correspond à une coupe et la direction verticale nous donne les coupes à différents niveaux . La caméra est donc utilisée en tant que récepteur à deux dimensions et les projections de toutes les coupes sont enregistrées simultanément , la reconstruction se faisant ensuite individuellement pour chaque coupe .
- La taille de l'objet émetteur est limitée par la *dimension horizontale* de la caméra ; tout l'organe émetteur doit se projeter en "largeur" dans le champ au cours de la rotation complète . En effet , si une partie de l'objet est en dehors du champ pour certains angles , elle apportera une contribution incomplète à l'image finale , ce qui créera là aussi des artefacts . On est donc limité , en ce qui concerne la taille des organes , par le champ de la caméra . Puisque le grandissement est de 1 ; la surface du détecteur représente directement le champ objet , d'où l'intérêt d'utiliser une caméra grand champ (LFOV) pour pouvoir restituer des organes étendus , comme les poumons . Par ailleurs , nous avons intérêt à centrer au mieux les organes importants sur l'axe de rotation afin d'éviter que certaines projections ne soient tronquées .

Nous remarquons qu'il n'y a pas de limitation pour la taille de l'organe dans la direction verticale puisque l'on peut faire plusieurs enregistrements à différentes hauteurs si l'on désire une étude étendue .

c) Dose injectée et durée de l'enregistrement

Nous devons maintenant nous préoccuper des problèmes de la dose à injecter au patient et du temps d'enregistrement en réalisant un compromis entre ces deux facteurs .

En effet , le nombre de photons mis en jeu en imagerie nucléaire est toujours faible et entraîne des problèmes statistiques ; pour améliorer l'image nous devons donc augmenter à la fois la dose à injecter et la durée de l'enregistrement , alors que le "confort" du malade nécessite justement le contraire .

Nous verrons dans les aspects cliniques (chapitre IV) que c'est la dose injectée qui compte pour évaluer l'irradiation reçue par le patient , puisqu'il est sensible à toute l'activité émise au cours du temps , alors que la formation de l'image ne tient compte que des photons émis pendant la durée de l'enregistrement : d'où l'avantage des émetteurs de courte période . La dose varie selon le type d'examen effectué (voir au § 4.1) et elle est du même ordre de grandeur que pour un examen scintigraphique classique . Nous avons donc intérêt , pour une dose injectée donnée , à réaliser l'enregistrement pendant le temps maximum pour augmenter le nombre de photons reçus , mais nous devons toutefois considérer plusieurs points qui nous empêchent de trop le prolonger . Tout d'abord , les patients que l'on rencontre dans les services de médecine nucléaire ne peuvent observer une immobilité en position debout pendant une durée trop longue . D'autre part , ce temps d'enregistrement doit rester faible devant le temps de décroissance de l'émission radioactive ; pour cela , deux types de périodes doivent être considérées :

- *la période physique* : l'émission des photons subit une décroissance exponentielle avec le temps ; les projections successives doivent donc être renormalisées pour tenir compte de cette décroissance . Il faut noter toutefois que les émetteurs utilisés en général ont une période longue en comparaison de la durée de l'enregistrement et ce n'est que dans des cas particuliers, d'examens très prolongés ou d'utilisation de radioisotopes à courte période , que cette correction devra être effectuée .
- *la période biologique* c'est-à-dire la décroissance de l'émission due à la circulation du produit radioactif dans l'organe examiné et à son élimination au cours du temps . Ce type d'examen ne peut donc pas s'appliquer aux phénomènes rapides non répétitifs , comme par exemple le premier passage du produit radioactif (embol) .

En pratique , le temps d'enregistrement est lié à la dose injectée qui varie selon le type d'examen . Pour donner un ordre de grandeur , nous indiquons que le temps de pose nécessaire pour l'étude d'un poumon (avec une activité de $4\mu\text{Ci}$ de microsphères marquées au $^{99\text{m}}\text{Tc}$) est de 4 minutes , soit 6 secondes par vue .

d) Utilisation des données enregistrées : traitement numérique

La caméra délivre trois signaux analogiques , l'un lié à la position X , le second à la position Y et enfin le troisième proportionnel à l'énergie du photon incident , ce qui permet la discrimination en énergie et donc :

- une élimination partielle du diffusé Compton ,
- la possibilité de choisir un rayonnement particulier lorsque l'on utilise un isotope délivrant plusieurs photons caractéristiques .

A l'entrée de l'ordinateur , les signaux X et Y acceptés (après la sélection par la fenêtre d'énergie) sont digitalisés sous 8 bits (256 niveaux) .

Il est alors possible :

- d'enregistrer ces deux positions directement sur une mémoire de masse (disque magnétique) . Une telle pratique est appelée *mode list* .
- d'utiliser cet événement pour incrémenter la cellule correspondante d'une mémoire (possédant un nombre d'éléments égal au nombre de points dans l'image) et donc de constituer cette image au fur et à mesure . Cette méthode est nommée *mode histogramme* ; c'est ce type de reconstruction de l'image que nous avons utilisé .

Nous avons alors directement accès aux données sous forme numérique , données qui ont été stockées sur disque après l'enregistrement de chaque projection. Par ailleurs , le faible nombre de cellules de résolution et la possibilité de traitements non linéaires nous amènent à choisir précisément un *traitement numérique* .

Celui que nous allons maintenant exposer est réalisable sur les ordinateurs existant dans les services de médecine nucléaire . Toutefois , notre étude a été réalisée au CIRCE sur IBM 370/168 , en gardant bien à l'esprit que la reconstruction devait être possible sur des ordinateurs plus petits , comme ceux développés par ADAC (basé sur un microprocesseur LSI 11) ou Informatek (qui conduisent à des temps de reconstruction de 1 minute par coupe environ) .

3.2.2) Restitution des coupes

Les projections 2-D enregistrées aux différents angles ϕ , $p_\phi(x,z)$, doivent être traitées pour restituer une image tomographique de l'organe sous forme de coupes transversales. La reconstruction de chaque coupe horizontale $z = \text{constante}$ est *indépendante de toutes les autres*, les données enregistrées sont donc réarrangées par groupes de lignes horizontales à la même hauteur z et correspondant aux différentes coupes. Il suffit donc de considérer la restitution d'une seule tranche à partir de ses projections 1-D : $p_\phi(x) = p_\phi(x,z)_{z = \text{cte}}$

Nous résumons d'abord les propriétés de l'algorithme que nous avons choisi d'utiliser. Nous exposerons ensuite de façon détaillée les différentes étapes du traitement et les problèmes connexes. Les deux limitations fondamentales en TATE : le bruit et l'auto-absorption seront, pour leur part, étudiées aux § 3.3 pour la première et 3.4 et 3.5 pour la seconde.

a) L'algorithme

- *Le choix de l'algorithme* de reconstruction est basé sur des critères de simplicité et de rapidité pour réaliser une imagerie 3-D par émission d'un seul photon gamma en routine hospitalière. Nous utilisons donc un algorithme basé sur la méthode analytique de *filtrage à une dimension des projections avant épandage et sommation aux différents angles* (cf. § 2.2.5).

En effet, nous avons vu que cette méthode est adaptée aux ordinateurs de faible capacité, car le filtrage est unidimensionnel. Par ailleurs, le traitement est rapide car la méthode est analytique. Le fait de pouvoir effectuer une partie du traitement simultanément à l'enregistrement des données accroît encore sa rapidité (mais elle ne permet de corriger l'auto-absorption que d'une manière approchée et nous verrons dans la suite de cet exposé (§ 3.5) qu'on est amené à lui préférer une technique itérative quand on veut tenir compte exactement de ce problème de l'atténuation).

- *Le traitement analytique* (données continues)

. Le filtrage de chaque projection 1-D a lieu soit par convolution dans l'espace objet avec la fonction $h_1(x)$ (équation 2.24) :

$$p_\phi(x) \rightarrow p'_\phi(x) = p_\phi(x) * h_1(x)$$

soit par filtrage de Fourier :

$$p_\phi(x) \xrightarrow{\text{TF}} \tilde{p}_\phi(u) \xrightarrow{\text{filtrage}} \tilde{p}'_\phi(u) = \tilde{p}_\phi(u) \cdot \tilde{h}_1(u) \xrightarrow{\text{TF}^{-1}} p'_\phi(x)$$

où la transformée de Fourier de $h_1(x)$ est donnée par la relation 2.28 :

$$\tilde{h}_1(u) = |u| \cdot A_1(u)$$

où $A_1(u)$ est une fonction d'apodisation à déterminer.

- Epannage des projections dans la direction y :

$$p'_\phi(x) \rightarrow P'_\phi(x,y) = p'_\phi(x) \cdot c(y)$$

où $c(y) = 1, \forall y$

- Sommation sur ϕ des projections épanchées :

$$f(X,Y) = \int_0^{2\pi} P'_\phi(x,y) d\phi$$

$f(X,Y)$ étant l'image reconstruite de la coupe .

Remarque : la sommation est effectuée sur 2π et ceci pour deux raisons .

La première , déjà évoquée , est la plus importante : l'auto-absorption .

Deux projections opposées sont différentes , car les tissus traversés par les rayonnements émis par un point dans des directions différentes ne sont pas les mêmes (en nature et en longueur) , le fait de prendre deux projections opposées corrige donc l'effet de l'atténuation en supprimant l'assymétrie entre parties éloignées et parties proches du détecteur. Cependant , cette correction n'est pas suffisante et nous verrons plus loin qu'une correction plus efficace doit lui être préférée (§ 3.4.2).

La seconde raison est liée à la réponse en profondeur de la caméra : la résolution de l'ensemble caméra Anger-collimateur décroît en effet avec la distance source-détecteur (§ 3.2.1) . La forme de la projection d'un point varie avec cette distance et l'utilisation de projections opposées diminue sensiblement cette variation .

- Discrétisation : rappel des notations du § 2.3.1 .

- La projection $p'_\phi(x)$ à l'angle ϕ devient $\{P_{k,m}, k = 1 \text{ à } N\}$, la digitalisation de chaque projection en N cellules étant donnée par la caméra elle-même qui fournit les données sous forme digitale (N = 64 ou 128) et les directions de projections (m = 1 à 2 M) sont distantes angulairement de :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{2M} = \frac{\pi}{M}$$

soit aux angles : $\phi = \phi_m = m\Delta\phi = \pi \frac{m}{M}$; où ϕ varie de 0 à 2π .

- L'image est elle-même divisée en N^2 cellules de même largeur que les cellules de projection (en fait , l'image est dans le cercle de N cellules de diamètre , donc toutes les cellules de l'image se projettent bien dans les N cellules de la projection quel que soit l'angle considéré) .

La valeur obtenue au point de coordonnées $\{X,Y\}$ donne donc la densité f_i dans la cellule i (i correspondant au point $\{X,Y\}$) , avec i variant de 1 à N^2 (à l'intérieur du cercle) .

- . Nous assimilons chaque cellule de l'image à son centre , car cela permet un traitement beaucoup plus rapide que de considérer la cellule en surface et les résultats obtenus sont satisfaisants .
- *La résolution de l'image finale* est donc déterminée par l'échantillonnage des projections .
 - . Elle dépend d'abord du nombre de cellules N dans la projection , ce nombre étant choisi d'après la résolution spatiale de la caméra Anger munie du collimateur utilisé .
 - . Elle dépend aussi du nombre de projections utilisées ; nous verrons comment joue ce nombre au § 3.2.5 .
 - . Nous devons aussi tenir compte de la variation de la résolution latérale de la caméra avec la profondeur dont nous avons vu l'influence précédemment
 - . D'autres facteurs interviennent également tels le filtrage des projections (§ 3.2.4) et surtout la présence de fluctuations Poissoniennes dans les enregistrements (§ 3.3.2) .

En pratique , la largeur d'une cellule de projection est de 6 mm pour une image 64 x 64 . L'influence conjuguée des facteurs que nous venons de citer limite la résolution obtenue dans l'image finale à 15 mm environ .

Nous devons aussi considérer la résolution selon la direction z , c'est-à-dire l'épaisseur d'une coupe , laquelle varie avec le nombre de lignes regroupées dans la projection ($p_{\phi}(x) = \sum_{z=z_0}^{z_1} p_{\phi}(x,z)$) . Ces coupes d'épaisseur variable permettent de diminuer les fluctuations dues aux photons sans dégrader l'image , lorsque les organes présentent des variations spatiales lentes.

b) Le traitement

Le traitement s'effectue en deux étapes (après l'étape préliminaire de sommation des projections opposées) :

- filtrage des projections
- épandage et sommation .

- *Sommation des projections opposées*

Nous avons vu que l'enregistrement doit avoir lieu sur 2π ; nous pouvons sommer les projections opposées avant le traitement proprement dit, ce qui réduit de moitié le nombre de données de projections , donc les opérations effectuées dans les étapes ultérieures . Si le traitement est effectué en temps réel , le filtrage des projections ne débutera donc qu'après la moitié de l'enregistrement .

Nous avons $2M$ projections : $p_{\phi_m}(x)$ ou $P_{k,m}$, m variant de 1 à $2M$.

Ces projections sont regroupées deux à deux :

$p_{\phi_m}(x) + p_{\phi_m + \pi}(x')$ ou $P_{k,m} + P_{k',m+M}$, avec m variant maintenant de 1 à M ($\phi_m + \pi = \phi_{m+M}$) et une symétrie par rapport à $x(x' = -x)$, c'est-à-dire par rapport au point milieu ($k' = N + 1 - k$) (figure 3.5).

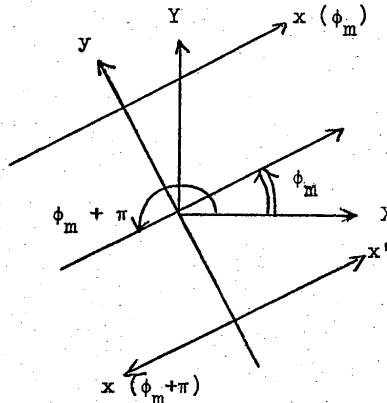


Figure 3.5 : Projections opposées

Cette étape conduit donc à M projections "sommées" :

$\bar{P}_{k,m} = P_{k,m} + P_{k',m+M}$, $k = 1$ à N sur lesquelles nous réalisons le traitement [projections $\bar{P}_{k,m}$ avec des angles ϕ_m compris entre 0 et 180° ($m=1$ à M)] .

- Filtrage de chaque projection $\{\bar{P}_{k,m}, k = 1$ à $N\}$

Nous voulons donc réaliser l'opération suivante :

$$p_{\phi}(x) \rightarrow p'_{\phi}(x) = p_{\phi}(x) * h_1(x)$$

ceci sur des données discrètes : $\bar{P}_{k,m}$ et $h_1(k)$, avec $k = 1$ à N .

Nous réalisons la convolution par déplacement d'un tableau 1-D à N valeurs devant un tableau de même taille :

soient $p(x)$ et $h_1(x)$, les deux fonctions dont on veut faire la convolution discrète. On suppose que le spectre d'une des deux fonctions, $h_1(x)$ par exemple, est à support borné a (figure 3.6).

Dans l'espace de Fourier, nous considérons la distribution :

$$\hat{D}(u) = \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(u-na) * \hat{h}_1(u) \right] \cdot \hat{p}(u) \quad (3.1)$$

Dans l'intervalle $\left[-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right]$, $\hat{D}(u)$ représente la fonction $\hat{h}_1(u) \cdot \hat{p}(u)$.

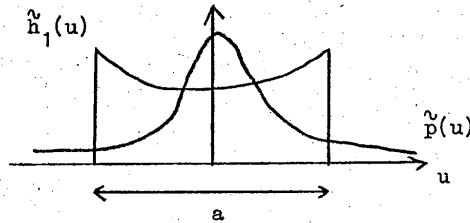


Figure 3.6

Nous revenons dans l'espace objet :

$$\begin{aligned}
 D(x) &= \left[h_1(x) * \frac{1}{a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x-n/a) \right] * p(x) \\
 &= \frac{1}{a} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_1(n/a) \right] * p(x) \\
 &= \frac{1}{a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_1(n/a) \cdot p(x-n/a)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Nous calculons $D(x)$ en des points discrets q/a et pour un nombre fini de valeurs de n , nous avons donc :

$$D\left(\frac{q}{a}\right) = \frac{1}{a} \sum_{n=-L}^{+L} h_1\left(\frac{n}{a}\right) \cdot p\left(\frac{q-n}{a}\right) \tag{3.3}$$

↑ tableau 1 ↑ tableau 2

En réalité, nous avons un nombre pair (64 ou 128) et non impair ($2L + 1$), nous prendrons donc q et n variant entre $-L + 1$ et $+L$ (avec $L = 32$ ou 64).

Soit :

$$D\left(\frac{q}{a}\right) = \frac{1}{a} \sum_{n=-L+1}^{L} h_1\left(\frac{n}{a}\right) \cdot p\left(\frac{q-n}{a}\right) \tag{3.4}$$

qui est la version discrète de la projection filtrée $p'_\phi(x)$ soit $P'_{k,m}$.

Précisons que le filtre $h_1(x)$ est de la forme (§ 2.2.5) :

$$h_1(x) = \pi \int_{-\infty}^{+\infty} |u| A_1(u) e^{2\pi i u x} du \tag{3.5}$$

où la fonction apodisante $A_1(u)$ est à choisir. Nous en verrons différentes formes possibles ainsi que leur influence sur l'image résultante au § 3.2.4.

- *Épandage des projections et sommation sur π*

La reconstruction de l'image à partir des projections filtrées consiste donc à épandre, à chaque angle ϕ_m , la projection filtrée $\{P'_{k,m}, k = 1 \text{ à } N\}$ et à sommer en chaque point i de l'image les contributions des projections à tous les angles.

Numériquement, l'épandage et la sommation d'une projection à un angle ϕ_m donné peuvent être effectués selon deux voies différentes :

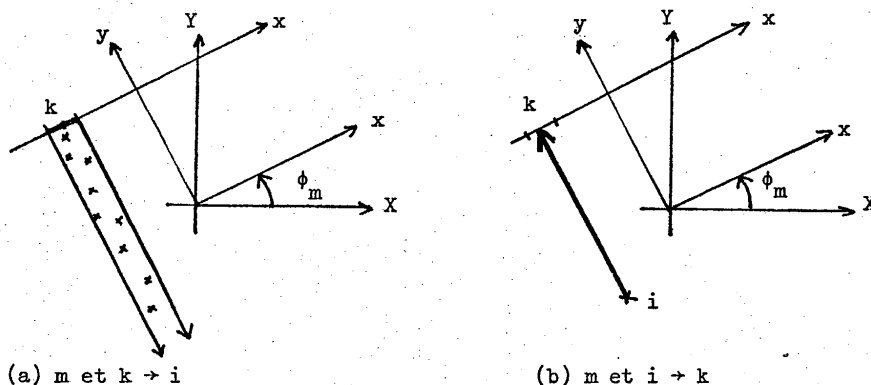


Figure 3.7

- soit pour une cellule de projection k donnée, on détermine tous les points i qui appartiennent à la bande de projection $\{k,m\}$ (figure 3.7 a),
- soit pour chaque point i de l'image, on détermine quel est le numéro de la bande de projection k qui lui correspond, à cet angle m (figure 3.7 b).

La densité f_i dans chaque cellule i est la somme des contributions

$$P'_{k,m} : f_i = \sum_m P'_{k,m}$$

- 1) les points i étant déterminés par m et k ,
- 2) k étant déterminé par m et i .

C'est cette seconde alternative que nous avons choisi de réaliser. k est unique pour m et i donnés, puisque nous avons assimilé la cellule à un point. La détermination de k , à un angle ϕ_m donné et pour un point i donné de l'image, a déjà été donnée au § 2.3.1 :

$$k = k(m,i) = \text{INT}(D + 1)$$

où D est la distance du point i à la ligne $k = 0$, soit :

$$D = D(m,i) = x + \frac{N}{2} = X \cos \phi_m + Y \sin \phi_m + \frac{N}{2}$$

$\{X, Y\}$ étant les coordonnées du point i .

Nous regroupons donc les valeurs de k calculées dans un tableau d'épandage $K_m(N^2)$ de la taille de l'image où l'élément $K_m(i)$ représente la cellule k à l'angle ϕ_m , correspondant au point i .

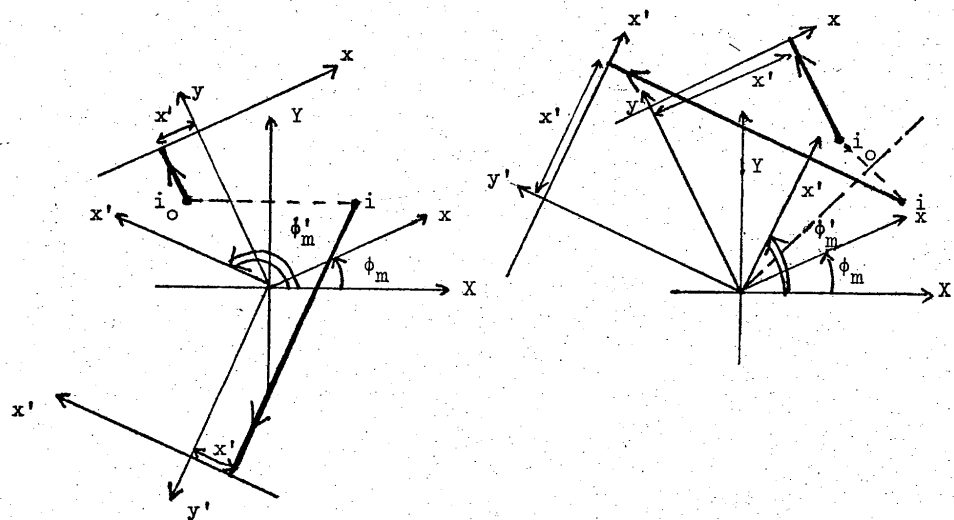
Nous avons donc M tableaux d'épandage, autant que d'angles de projection (de 0 à π) ; ces tableaux sont valables quelle que soit l'image à reconstruire, ils sont donc calculés une fois pour toutes et gardés en mémoire.

Le nombre de tableaux d'épandage est, par conséquent, important et l'on a donc intérêt à le diminuer pour réduire :

- le temps de calcul de ces tableaux,
- la place pour les stocker en mémoire,
- et surtout, leur temps d'accès au cours du traitement.

Pour cela, nous devons considérer les symétries qui existent dans l'image par rapport aux différents angles de projection.

- Symétries de l'image



(a) Symétrie par rapport à $\pi/2$

(b) Symétrie par rapport à $\pi/4$

Figure 3.8

- Symétrie par rapport à $\frac{\pi}{2}$: $\phi'_m = \pi - \phi_m$ (figure 3.8 a) .

Un point i donné de l'image de coordonnées $\{X, Y\}$ se projette à l'angle ϕ_m en : $x = X \cos \phi_m + Y \sin \phi_m$.

Ce même point i se projette à l'angle ϕ'_m en :

$$x' = X \cos \phi'_m + Y \sin \phi'_m$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \sin \phi'_m = \sin \phi_m \\ \cos \phi'_m = -\cos \phi_m \end{cases}$$

$$\text{donc : } x' = -X \cos \phi_m + Y \sin \phi_m = X_0 \cos \phi_m + Y_0 \sin \phi_m$$

$$\text{avec : } X_0 = -X \text{ et } Y_0 = Y .$$

Le point $\{X, Y\}$ se projette donc à l'angle ϕ'_m dans la même cellule de projection que le point $\{-X, Y\}$ à l'angle $\phi_m = \pi - \phi'_m$, c'est-à-dire le point symétrique par rapport à l'axe Y (donc à la direction $\frac{\pi}{2}$) .

- Symétrie par rapport à $\frac{\pi}{4}$: $\phi'_m = \frac{\pi}{2} - \phi_m$ (figure 3.8 b)

Le point i se projette à l'angle ϕ'_m en : $x' = X \cos \phi'_m + Y \sin \phi'_m$

$$\text{avec : } \begin{cases} \sin \phi'_m = \cos \phi_m \\ \cos \phi'_m = \sin \phi_m \end{cases}$$

$$\text{soit : } x' = X \sin \phi_m + Y \cos \phi_m = X_0 \cos \phi_m + Y_0 \sin \phi_m$$

$$\text{avec : } X_0 = Y \text{ et } Y_0 = X$$

Le point $\{X, Y\}$ se projette à l'angle ϕ'_m dans la même cellule de projection que le point $\{Y, X\}$ à l'angle $\phi_m = \frac{\pi}{2} - \phi'_m$, soit le point symétrique par rapport à la direction $\frac{\pi}{4}$.

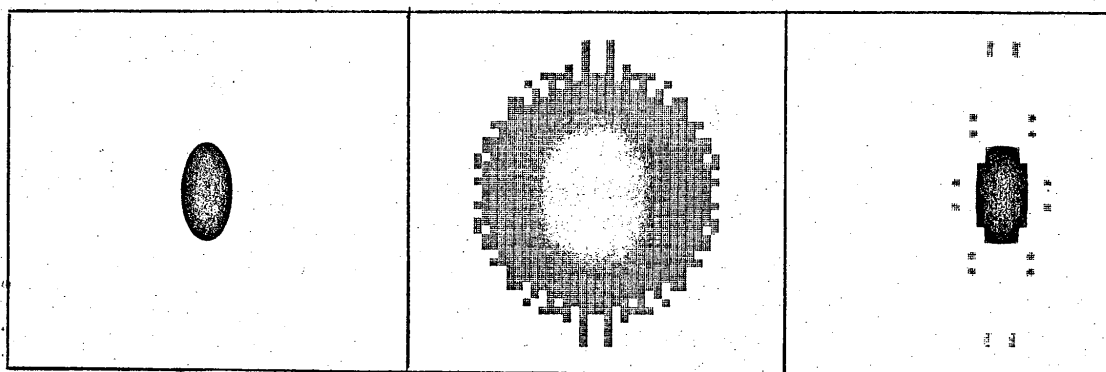
Finalement , il suffit de connaître les tableaux de projection pour les angles ϕ_m variant de 0 à $\frac{\pi}{4}$ pour en déduire tous les tableaux sur π , par l'utilisation des symétries exposées ci-dessus . Cela divise donc le nombre de tableaux nécessaires par 4 (sur 180°) .

Ainsi , pour le nombre de projections que nous utilisons en général , c'est-à-dire 40 pour 360° (et 20 pour 180°) , nous ne devons calculer que 5 tableaux de projection .

3.2.3) Résultats

a) Nous avons d'abord effectué une simulation pour évaluer le résultat du traitement exposé .

L'objet considéré est une ellipse dont nous avons calculé les projections à des angles distants de 9° (figure 3.9 a) .



Objet initial

Reconstruction sans
filtrage

Reconstruction avec
filtrage

(a)

(b)

(c)

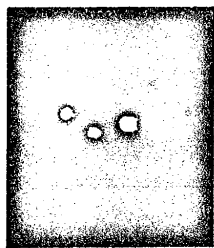
Figure 3.9

La reconstruction par épandage et sommation sans aucun filtrage des projections (c'est-à-dire par simple superposition linéaire) nous donne le résultat déjà vu au § 2.1.2 (figure 2.3) , qui est la convolution de l'ellipse par la distribution en $\frac{1}{r}$ (figure 3.9 b) .

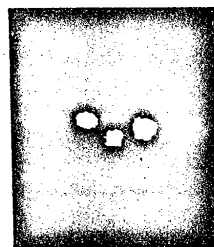
En filtrant les projections , nous obtenons pour l'image reconstruite la figure (3.9 c) qui est bien l'ellipse initiale, à la digitalisation près, à la frontière de l'objet .

Nous voyons donc toute l'importance du filtrage effectué .

b) La reconstruction d'un objet constitué de trois petits nodules radioactifs, situé à une distance plus ou moins grande de la tête de caméra montre clairement la perte de résolution quand on s'éloigne du détecteur . L'axe de rotation de l'objet est placé respectivement à 8 cm et 16 cm sur les figures 3.10 (a) et (b).



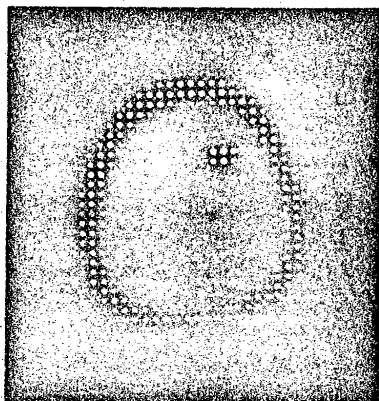
(a) $d = 8$ cm



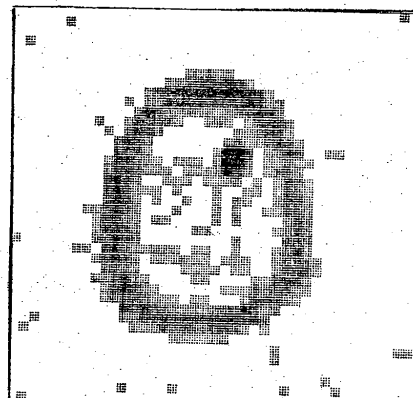
(b) $d = 16$ cm

Figure 3.10 : Influence de la distance objet-détecteur

c) Nous avons ensuite réalisé un enregistrement in vitro : sur un fantôme représentant un "cerveau" avec un point hyperfixant à l'intérieur .



(a) Image directe à la caméra



(b) Image reconstruite par TATE

Figure 3.11 : Reconstruction d'un fantôme représentant une tranche de cerveau .

Nous n'avons réalisé qu'une tranche pour ce cerveau , ce qui nous a permis un enregistrement de l'émission de l'objet en le plaçant directement contre la caméra (figure 3.11 a) . L'image reconstruite (figure 3.11 b) redonne bien la répartition de radioactivité dans la tranche . Mais , pour les organes in vivo, cet enregistrement ne sera pas possible pour vérifier notre reconstruction .

d) Nous sommes ensuite passés à des enregistrements "in vivo". Nous présentons ici le résultat de 16 coupes de tomoscintigraphie axiale d'un cerveau (figure 3.12).

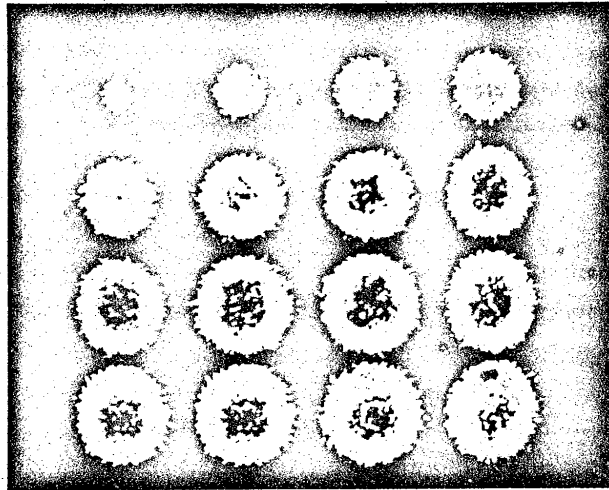


Figure 3.12 : 16 coupes de cerveau reconstruites par TATE.

L'ordre des coupes allant du haut du crâne à la hauteur du nez : de gauche à droite puis de haut en bas de la figure .

Nous allons maintenant préciser la forme du filtre utilisé pour ces reconstructions .

3.2.4) Les différents filtres possibles

Nous allons tout d'abord rappeler les résultats du § 2.2.5 .

Le filtre unidimensionnel $h_1(x)$ utilisé dans le traitement par convolution des projections dans l'espace objet est donné par (équation 2.28) :

$$\mathfrak{H}_1(u) = |u| A_1(u)$$

expression dans laquelle nous devons choisir la fonction d'apodisation $A_1(u)$.

$$\text{soit } h_1(x) = \pi \int_{-\infty}^{+\infty} |u| A_1(u) e^{2\pi i u x} du \quad (3.5)$$

La réponse percussionnelle bidimensionnelle du processus complet est définie par l'expression 2.27 :

$$a(r) = \text{TF}_2^{-1} [A(\rho)] = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi h_1(r \cos(\theta-\phi)) d\phi$$

Comme nous l'avons montré au § 2.2.5, les fonctions d'apodisation, $A_1(u)$ et $A(\rho)$, utilisées respectivement dans les filtrages unidimensionnel et bidimensionnel, ont la même forme (équation 2.30) :

$$A(\rho) = [A_1(u)]_{|u|=\rho}$$

Cette fonction $A_1(u)$ peut être choisie pour restituer plus ou moins les hautes fréquences, pour supprimer plus ou moins le fond continu ou encore sélectionner des bandes de fréquences pour faire apparaître des éléments importants existant dans l'image.

Nous allons maintenant considérer plusieurs fonctions d'apodisation et calculer dans chaque cas le filtre $h_1(x)$ et la réponse percussionnelle $a(r)$; nous effectuerons la reconstruction d'un objet en simulation pour ces différents filtres.

- filtre rectangle

- Dans ce cas $A_1(u)$ est définie par :

$$A_1(u) = \text{rect} \frac{u}{a} \quad (3.6)$$

La forme de $A_1(u)$ est donnée sur la figure 3.13(a).

- Le filtre de Fourier $\hat{h}_1(u)$ est donné par la figure 3.13(b) et nous pouvons calculer l'expression du filtre réel donné par l'expression (3.5) :

$$\begin{aligned} h_1(x) &= \pi \int_{-\infty}^{+\infty} |u| A_1(u) e^{2\pi i u x} du \\ h_1(x) &= 2\pi \int_0^{a/2} u \cos(2\pi u x) du \\ &= \frac{\pi a^2}{2} \left(\frac{\cos \pi a x - 1}{(\pi a x)^2} + \frac{\sin \pi a x}{\pi a x} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

La fonction $h_1(x)$ est représentée sur la figure 3.13(c).

Ce sont les lobes négatifs de $h_1(x)$ qui retirent autour de chaque point le fond continu dû à la convolution par $\frac{1}{r}$.

- La réponse percussionnelle est calculée à partir de l'expression 2.27 et représentée sur la figure 3.13(d) :

$$\begin{aligned} a(r) &= \text{TF}_2^{-1} [A(\rho)] \\ &= 2\pi \int_0^{a/2} J_0(2\pi \rho r) \rho d\rho = \frac{\pi a^2}{2} \frac{J_1(\pi a r)}{\pi a r} \end{aligned} \quad (3.8)$$

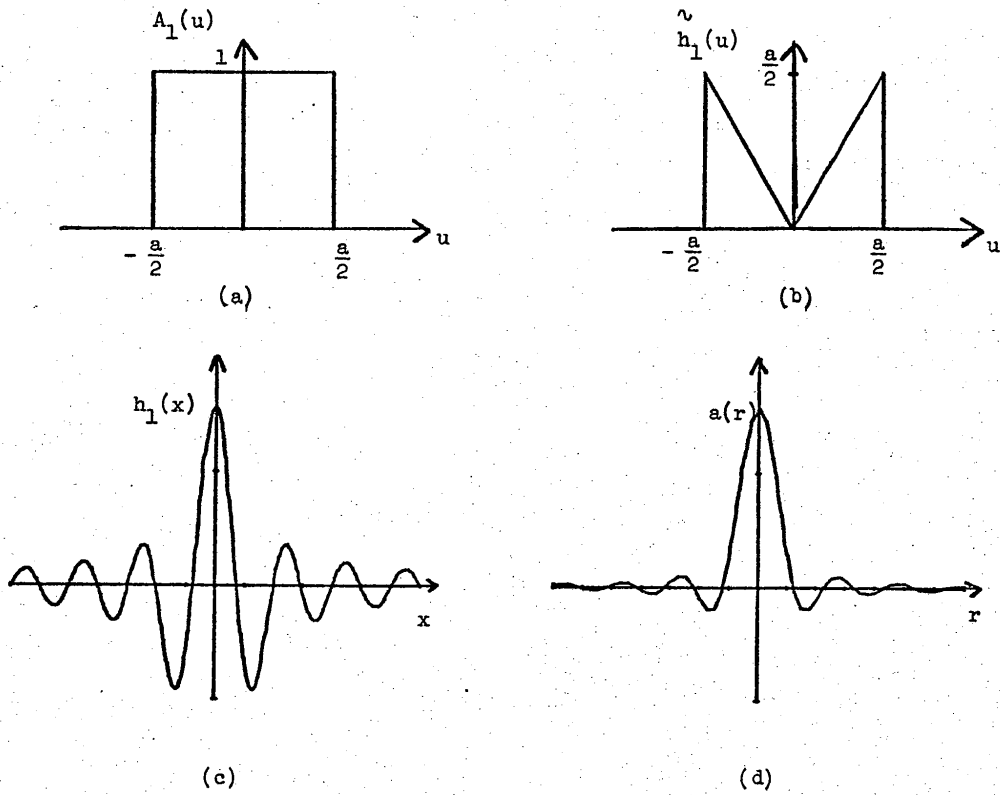


Figure 3.13 : filtre rectangle

($a(r)$ a la même forme que la réponse percussive d'un système optique cohérent avec une pupille circulaire).

Si le spectre de l'objet est à support borné, au plus égal au cercle de diamètre a , l'image reconstruite est la réplique exacte de l'objet, en l'absence de bruit. Mais si l'objet contient des fréquences supérieures à $\frac{a}{2}$, les lobes négatifs seront gênants aux bords "pentus".

Nous allons présenter le résultat du filtrage rectangle en simulation en prenant comme objets une couronne elliptique et un disque avec différentes valeurs de a , sur la figure 3.14 :

- (a) $a = 1$
- (b) $a = \frac{1}{2}$
- (c) $a = \frac{1}{4}$

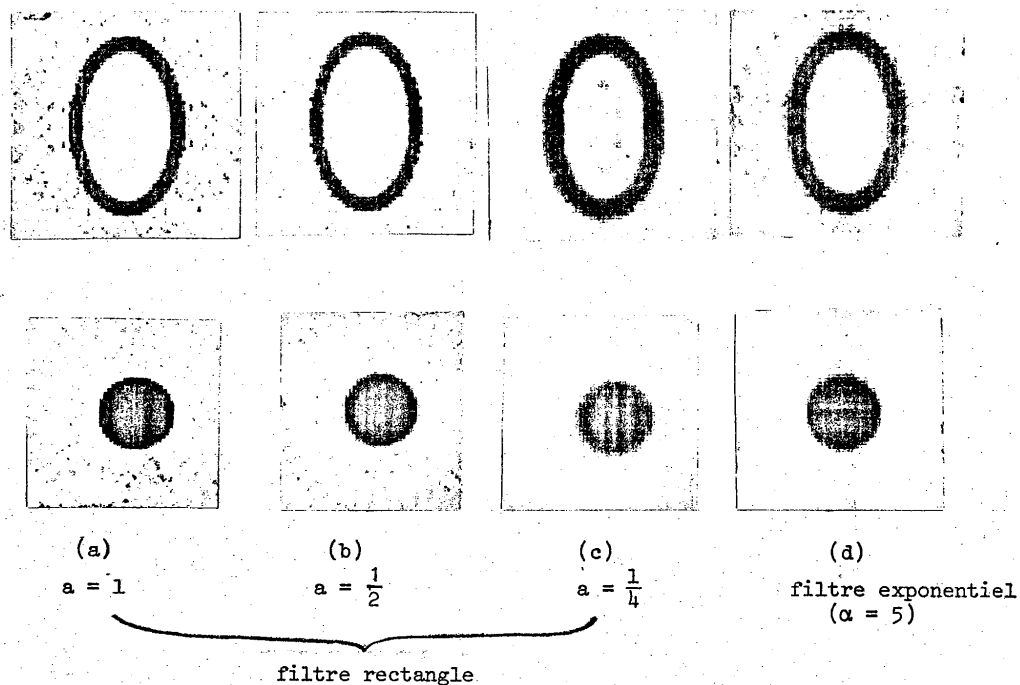


Figure 3.14 : Reconstruction avec différents filtres

Nous allons maintenant donner un exemple de fonction apodisante "douce" :

- Filtre exponentiel

- La fonction d'apodisation (figure 3.15(a)) est donnée par l'expression :

$$A_1(u) = e^{-\alpha|u|} \quad (3.9)$$

- Le filtre de Fourier $\tilde{h}_1(u) = |u| e^{-\alpha|u|}$ est représenté sur la figure 3.15(b). Le filtre réel, représenté sur la figure 3.15(c), est de la forme :

$$\begin{aligned} h_1(x) &= 2\pi \int_0^\infty u e^{-\alpha u} \cos(2\pi u x) du \\ &= \frac{-2\pi}{(2\pi x)^2 + \alpha^2} + \frac{4\pi\alpha^2}{[(2\pi x)^2 + \alpha^2]^2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

- La fonction apodisante est sur la figure 3.15(d) :

$$a(r) = 2\pi \int_0^\infty e^{-\alpha\rho} J_0(2\pi r\rho) \rho d\rho = \frac{2\pi\alpha}{[\alpha^2 + (2\pi r)^2]^{3/2}} \quad (3.11)$$

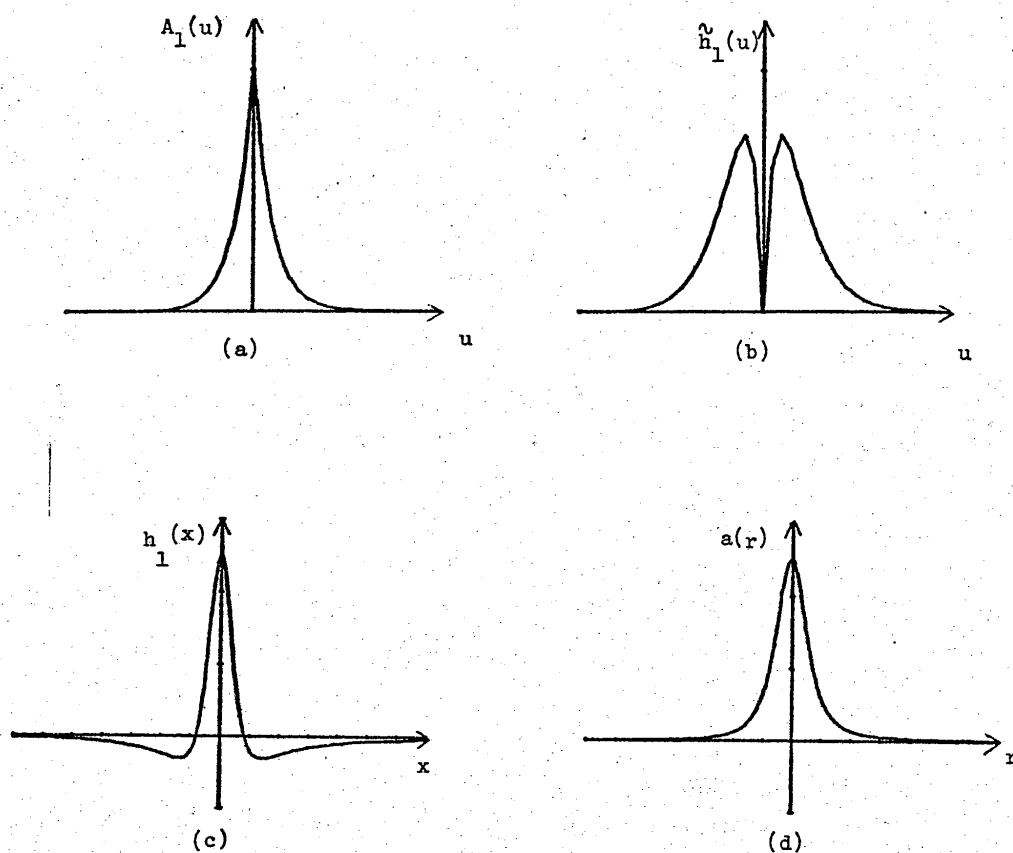


Figure 3.15: Filtre exponentiel

L'image reconstruite avec ce filtrage exponentiel ($\alpha = 5$) est sur la Figure 3.14.d, en prenant les mêmes objets que pour le filtrage rectangle.

La fonction apodisante que nous avons choisie et utilisée dans les reconstructions précédentes (§ 3.2.3) est la fonction rectangle avec $a = 1$.

3.2.5) Influence du nombre de projections

Nous avons choisi d'utiliser pour les directions de projections un intervalle angulaire de 90° (soit 40 projections sur un tour complet (§ 3.1.1)). Nous allons maintenant expliquer notre choix.

En théorie , toutes les projections sont nécessaires pour restituer exactement une image avec un traitement analytique , mais en pratique nous pouvons n'en utiliser qu'un nombre discret en effectuant un échantillonnage angulaire correct . Le problème est de savoir combien de projections nous devons prendre . Nous avons vu précédemment qu'il est de notre intérêt de limiter leur nombre , ceci pour diminuer la durée de traitement mais aussi le nombre de données à enregistrer pour tenir compte de la capacité limitée de stockage du système .

Mais nous devons utiliser un nombre de projections suffisant pour ne pas dégrader l'image reconstruite . Ainsi , dans la reconstruction d'un point avec peu de projections nous observons une figure en étoile autour de ce point , le nombre de lignes étant directement proportionnel au nombre d'angles et l'importance relative de chaque ligne diminuant quand leur nombre augmente . Quand ce nombre devient suffisamment grand les lignes se fondent en un fond continu faible.

Ces artefacts risquent d'être gênants en imagerie médicale , il est donc nécessaire d'employer un nombre de projections suffisant pour les supprimer .

Il est admis que l'on a la relation (découlant du "Central Slice Theorem"):

$$M = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{D}{d} \quad (3.12)$$

où M est le nombre d'angles de projection , D le champ utile dans la tranche et d la résolution spatiale .

D est le diamètre de la tranche soit le nombre de cellules (N=64) multiplié par la dimension d'une cellule (6 mm) . Nous avons pris M = 20 , ce qui nous donne pour la résolution :

$$d = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{D}{M} = 15 \text{ mm}$$

Notre choix de M est donc bien compatible avec la résolution de l'image (§ 3.1.2) .

Mais nous devons considérer l'effet de cet échantillonnage sur des images médicales . Pour cela, nous avons effectué des simulations afin de ne pas être gênés par le bruit .

Les objets étudiés sont un disque et une couronne elliptique avec respectivement 10 , 20 et 40 angles sur 180° (soit 18° , 9° et 4,5°) .

Nous voyons sur les deux images de gauche (figure 3.16 a) les artefacts introduits par un sous-échantillonnage angulaire .

Les deux autres figures (b et c) présentent des résultats assez semblables et comme nous ne devons pas perdre de vue le compromis à réaliser entre l'échantillonnage angulaire et la capacité de stockage nécessaire , nous avons choisi la

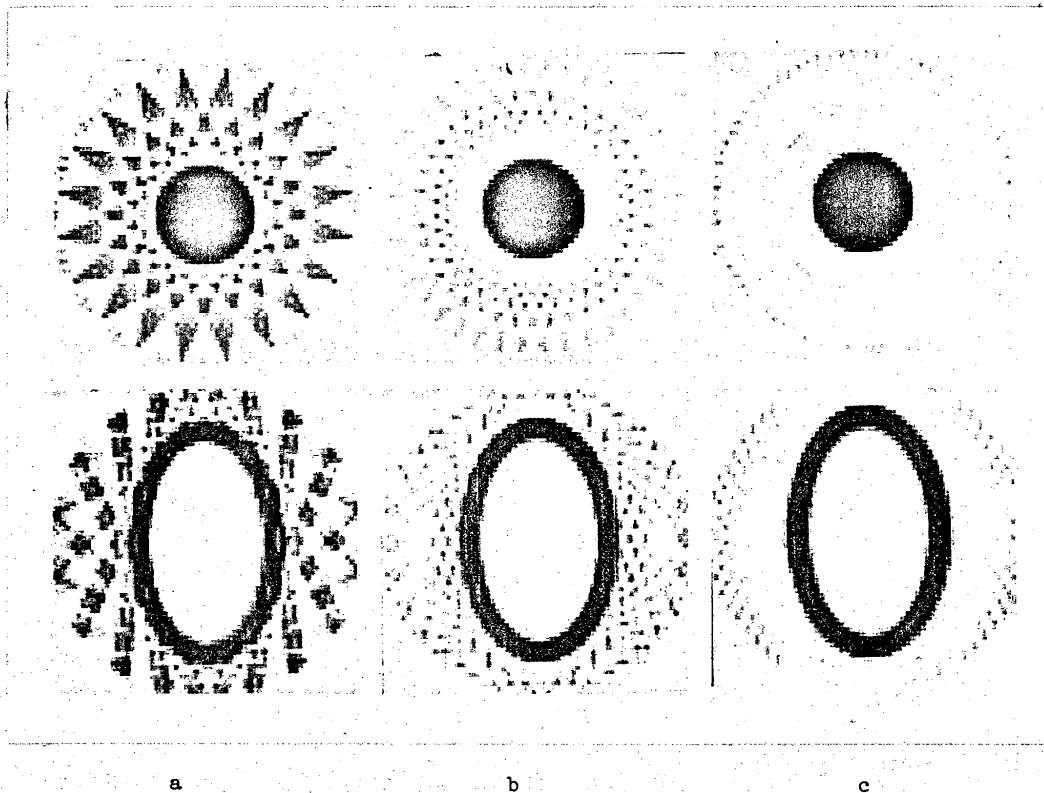


Figure 3.16 : Influence du nombre de projections

solution moyenne pour laquelle la dégradation due à l'échantillonnage n'affecte pas trop la qualité des images reconstruites .

Soit : $\Delta\phi = 9^\circ$ ce qui donne 20 angles pour 180° et 40 angles pour un tour complet.

3.2.6) Conclusion

Nous avons donc réalisé la reconstruction de coupes à partir de projections, en négligeant d'étudier l'influence des limitations fondamentales propres à l'imagerie par émission de rayons γ : bruit dû au faible nombre de photons et auto-absorption du rayonnement . Les problèmes relatifs à ces limitations sont évoqués dans ce qui suit .

3.3) ETUDE DES FLUCTUATIONS STATISTIQUES

En imagerie par émission de rayons gamma , nous devons reconstruire une image à partir d'un nombre de photons très faible par rapport au nombre de photons disponibles en optique classique et même en rayons X . Le problème du bruit de photons est donc fondamental .

Nous avons vu qu'il est d'abord lié à un problème d'activité , c'est-à-dire au nombre de photons émis pendant un temps donné , quantité reliée à la dose injectée au patient (les problèmes de dose et d'activité seront développés au chapitre IV : Aspects Cliniques) . D'autre part , on ne peut pas trop augmenter la durée d'acquisition des données pour éviter un examen trop prolongé au patient .

En conséquence , même en se plaçant dans les meilleures conditions d'activité et de temps d'enregistrement sans nuire au patient , ce problème du bruit de photons reste toujours important en médecine nucléaire , et il est indispensable de le réduire par un traitement approprié .

En TAT d'émission , le bruit ne provient que de la tranche considérée et non des autres parties de l'organe . Le problème se ramène donc encore à un cas bidimensionnel .

3.3.1) Filtrage du bruit en TATE

Dans cette étude du bruit , nous négligerons l'influence de l'auto-absorption pour nous concentrer sur le problème du bruit . La projection (équation 2.4) à l'angle ϕ :

$$p_{\phi}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) \exp \left[- \int_y^{b(x)} \mu(x,\psi) d\psi \right] dy$$

s'écrit donc pour $\mu = 0$:

$$p_{\phi}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) dy \quad (3.13)$$

Sa transformée de Fourier est :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\phi}(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\phi}(x) e^{-2\pi i u x} dx = \iint_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) e^{-2\pi i u x} dx dy \\ &= [\tilde{\varepsilon}(u,v)]_{v=0} \end{aligned} \quad (3.14)$$

(Central Slice Theorem , cf. § 2.2.6 , équation 2.31) .

Chaque projection peut être considérée comme un processus de Poisson unidimensionnel $dN_{\phi}(x)$ dont la valeur moyenne est donnée par :

$$\langle dN_{\phi}(x) \rangle = dx \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) dy \quad (3.15)$$

avec :

$$\langle dN_{\phi}(x) dN_{\phi}(x') \rangle = \langle dN_{\phi}(x) \rangle \langle dN_{\phi}(x') \rangle + \delta(x-x') \langle dN_{\phi}(x) \rangle dx \quad (3.16)$$

La T.F. de la projection est alors la fonction aléatoire $\tilde{p}_\phi(u)$:

$$\tilde{p}_\phi(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} dN_\phi(x) e^{-2\pi i u x} dx \quad (3.17)$$

dont la valeur moyenne est donnée par l'expression (3.14) .

Nous pouvons calculer l'écart quadratique moyen σ_ϕ :

$$\sigma_\phi^2 = \langle |\tilde{p}_\phi(u) - \langle \tilde{p}_\phi(u) \rangle|^2 \rangle = \langle |\tilde{p}_\phi(u)|^2 \rangle - |\langle \tilde{p}_\phi(u) \rangle|^2 \quad (3.18)$$

et en utilisant la relation (3.16) , nous retrouvons le résultat classique des processus de Poisson {Blanc-Lapierre ; Papoulis}.

$$\sigma_\phi^2 = N_\phi(\phi) \quad (3.19)$$

$N_\phi(\phi)$ étant le nombre total de photons collectés dans la direction ϕ .

L'écart type dû au bruit est donc dans chaque projection : $\sqrt{N_\phi(\phi)}$. Ce résultat montre que , lorsque nous augmentons les hautes fréquences spatiales au cours du filtrage de la projection nous relevons aussi les fréquences pour lesquelles le niveau du bruit $\sqrt{N_\phi(\phi)}$ est supérieur au signal $\tilde{p}_\phi(u)$: or , celles-ci ne sont pas significatives de l'objet à restituer . Il est , par conséquent , nécessaire d'opérer un traitement supplémentaire sur ces fréquences particulières pour diminuer leur importance .

Ce traitement statistique est réalisé par un filtre de la forme :

$$H_{1\phi}[\tilde{p}_\phi(u)] = \frac{|\tilde{p}_\phi(u)|^2}{|\tilde{p}_\phi(u)|^2 + N_\phi(\phi)} \quad (3.20)$$

Ce filtre , fonction non linéaire de l'objet $\tilde{p}_\phi(u)$ auquel il est appliqué, n'agit donc que sur les fréquences pour lesquelles l'amplitude est comparable ou inférieure au niveau du bruit .

Sur la figure 3.17 nous avons représenté la transformée de Fourier de la projection : $\tilde{p}_\phi(u)$ et l'écart type dû au bruit : $\sqrt{N_\phi(\phi)}$.

Remarque : nous voyons que $H_{1\phi}$ dépend de l'angle de la projection par l'intermédiaire de $N_\phi(\phi)$. S'il n'y avait pas d'absorption , $N_\phi(\phi)$ serait indépendant de l'angle ϕ et égal à N_0 : nombre total de photons émis par la tranche dans une direction quelconque . De ce fait , ce traitement tient compte , d'une certaine manière , de la variation de statistique causée par l'absorption du rayonnement.

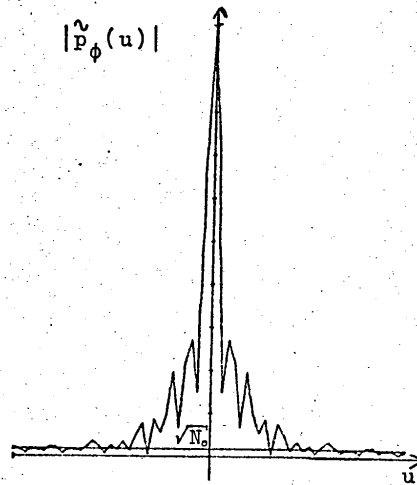


Figure 3.17

$H_{1\phi}$ dépend de la répartition des valeurs dans la projection $\tilde{p}_\phi(u)$ et n'est donc pas déterminé a priori, une fois l'angle ϕ fixé.

Etant dans l'espace de Fourier, nous avons intérêt à y rester pour les autres traitements : amplification des hautes fréquences spatiales et apodisation. Nous appliquons donc à la TF de la projection le filtre :

$H_2(u) = |u| \cdot A_1(u)$ qui est indépendant de l'angle ϕ et de la TF de la projection $\tilde{p}_\phi(u)$ où $A_1(u)$ est la fonction d'apodisation, que nous avons vue plus haut.

Finalement, le traitement complet effectué sur chaque projection est de la forme :

$$p_\phi(x) \xrightarrow{TF} \tilde{p}_\phi(u) \xrightarrow[H_1 H_2]{\text{filtrage}} \tilde{p}'_\phi(u) = H_{1\phi} \cdot H_2 \cdot \tilde{p}_\phi(u) \xrightarrow{TF^{-1}} p'_\phi(x) \quad (3:21)$$

Le filtre appliqué $H_1 H_2$, séparable en deux parties, combine le filtrage amplificateur des hautes fréquences spatiales (H_2) avec le traitement statistique (H_1): nous ne redressons donc dans chaque projection que les fréquences peu affectées par le bruit.

La figure 3.18 représente le résultat du filtrage de bruit effectué sur une coupe de poumon.

Nous voyons donc l'influence d'un tel traitement et l'importance qu'il présente pour la compréhension visuelle des images, car l'image non traitée n'est pas interprétable.

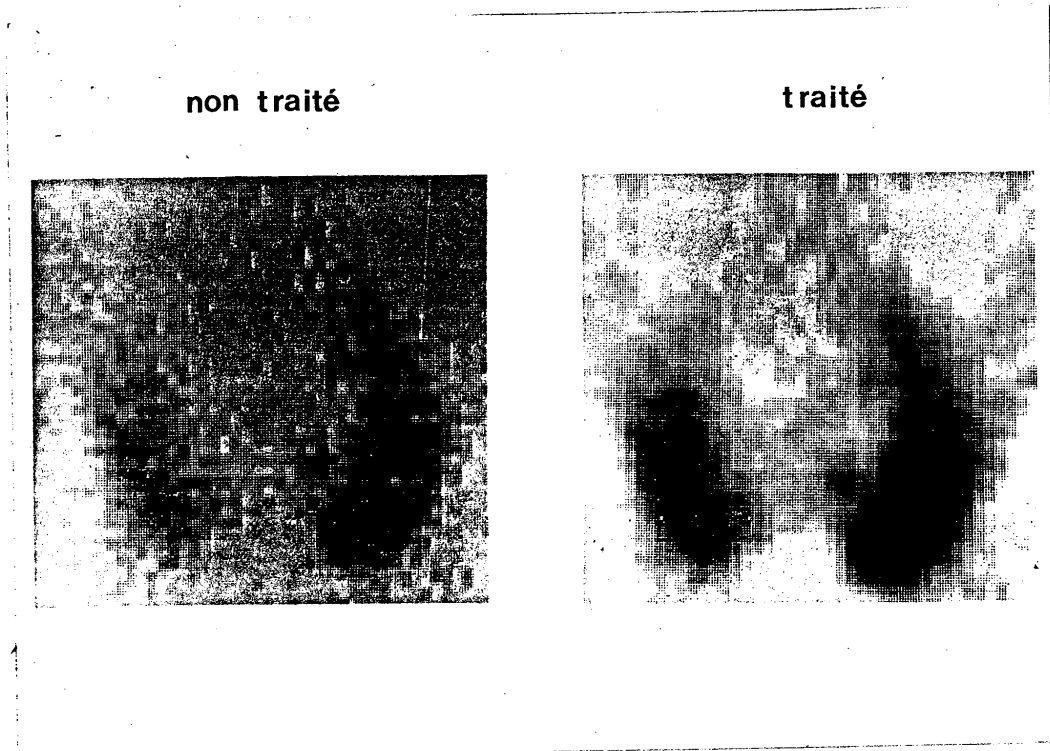


Figure 3.18 : Influence du traitement statistique

3.3.2) SNR et résolution

Nous allons maintenant étudier le rapport signal sur bruit dans l'image (SNR). En effet, celui-ci est très important pour interpréter les variations de niveaux dans une image et leur accorder une signification par rapport aux fluctuations dues au bruit.

Quand l'objet se limite à un point radioactif, le rapport signal sur bruit est égal à $\sqrt{N_M}$ où N_M est le nombre total de photons collectés sur toutes les projections, soit $N_M = M.N_O$, M étant le nombre de projections et N_O le nombre de photons sur une projection.

Cependant, les objets étudiés en médecine nucléaire ne se limitent pas à des points mais sont continus. Pour chaque projection, nous avons donc en chaque point le bruit provenant de toute la bande de projection correspondante et pas seulement le bruit dû au point.

La présence de bruit dans les projections limite alors la résolution de l'image finale de la tranche, nous allons donc voir la relation qui existe entre le rapport signal sur bruit, le nombre de photons collectés et la résolution spatiale de l'image finale.

Le résultat dépend, bien entendu, de l'objet étudié; c'est pourquoi nous ne ferons qu'en donner un ordre de grandeur à l'aide d'un calcul approché. Pour cela nous considérons comme objet un disque radioactif uniformément émetteur sur toute sa surface et nous cherchons à évaluer la fluctuation minimale que nous pouvons détecter dans une cellule de résolution en tenant compte de la statistique.

Nous nous plaçons au centre du disque lequel est composé de n cellules de résolution. Nous avons M angles de projections et nous avons enregistré un nombre de photons N_0 par projection, ce qui nous donne $N_M = MN_0$ photons collectés pour tout l'enregistrement de la tranche.

Le nombre total de photons collectés sur la cellule de résolution centrale du détecteur est donc (pour 1 projection) :

$$N_d = \frac{N_0}{\sqrt{n}} \quad (\text{en assimilant le disque à un carré})$$

alors que le signal utile dans cette même cellule, correspondant au point central est :

$$\frac{N_0}{n} = \frac{N_d}{\sqrt{n}}$$

ce qui nous donne pour le rapport signal sur bruit pour une projection au point central :

$$SNR_1 = \frac{N_d/\sqrt{n}}{\sqrt{N_d}} = \sqrt{\frac{N_d}{n}}$$

A la reconstruction (si l'on ne tient pas compte du filtrage en $|u|$), le signal sur la cellule centrale est, compte tenu des M projections :

$$M \cdot \frac{N_d}{\sqrt{n}} \quad (3.22)$$

alors que les fluctuations statistiques s'ajoutent quadratiquement puisqu'elles ne sont pas corrélées, ce qui donne un niveau de bruit de :

$$\sigma = \sqrt{MN_d}$$

Le SNR total au centre du disque est alors, pour l'ensemble des projections :

$$SNR = \frac{M \cdot N_d / \sqrt{n}}{\sqrt{MN_d}} = \sqrt{\frac{MN_d}{n}} = \sqrt{\frac{MN_d}{n^{3/2}}} = \sqrt{\frac{N_M}{n^{3/2}}}$$

Nous avons donc la relation :

$$\text{SNR} = \frac{\sqrt{N_M}}{n^{3/4}} \quad (3.23)$$

Soit, pour un nombre de photons donné, la relation entre le SNR et le nombre de cellules de résolution varie en puissance $- 3/4$.

Etant donné les approximations effectuées, cette relation ne donne bien sûr qu'un ordre de grandeur, surtout en considérant le fait que le filtrage amplificateur des hautes fréquences n'a pas été pris en compte pour arriver à ce résultat.

Reprenons la coupe du poumon que nous avons reconstruite (figure 3.18).

Le nombre de photons collectés dans toutes les projections est $N_M \approx 200\ 000$.

Le poumon considéré occupe environ le quart du champ total (qui est de 64×64 cellules) c'est-à-dire environ $n = 1000$ cellules. Nous obtenons un rapport signal sur bruit :

$$\text{SNR} = \frac{\sqrt{200000}}{(1000)^{3/2}} \approx 2,5 \quad \text{mais en réalité ce calcul}$$

approché ne donne qu'un ordre de grandeur du SNR moyen dans l'image alors que le SNR réel varie avec le signal dans chaque cellule.

Ce résultat montre bien la nécessité du traitement statistique à effectuer sur les projections (§ 3.3.1).

3.3.3) Conclusion

On a pu penser qu'en TAT un défaut invisible sur une projection ne pouvait apparaître à la reconstruction ; une telle proposition est inexacte si la seule limitation à cette perception est d'origine statistique car le gain apporté par la possession de l'ensemble des M projections procure une information sur la statistique plus importante qu'une seule projection. En effet, le signal croît linéairement avec le nombre de projections alors que le bruit ne croît que quadratiquement.

Mais la TAT représente une perte de rapport signal sur bruit par rapport à l'imagerie conventionnelle qui consisterait à enregistrer une projection unique de la tranche, si celle-ci pouvait être isolée de l'organe, cet enregistrement ayant lieu pendant la même durée que celle qui est nécessaire pour toutes les projections de l'imagerie par TAT. En effet, en imagerie conventionnelle, si le nombre total de photons émis par la tranche est N et le nombre de cellules de résolution de cette tranche n , le rapport signal sur bruit est de la forme :

$$\text{SNR} = \sqrt{\frac{N}{n}}$$

Un facteur $n^{-1/4}$ diminue le rapport signal sur bruit de la TAT (équation 3.23) par rapport au SNR de l'image conventionnelle. Ce facteur s'explique par le fait qu'en un point nous avons les fluctuations statistiques dues à ce point mais aussi celles provenant de l'ensemble des autres points émetteurs du champ.

Lorsque le champ est totalement occupé une telle perte peut être évaluée à $(4096)^{-1/4} = \frac{1}{8}$; ce qui est le cas des poumons , par exemple . Cependant , si l'on a un seul point émetteur , la TAT et l'énergie conventionnelle conduisent au même résultat , car le nombre de photons collectés est le même dans les deux cas et il n'y a pas de bruit qui vienne s'ajouter en provenance des autres points.

Dans le cas d'objets étendus mais pour lesquels le coefficient d'occupation du champ par les cellules émissives est faible , le bruit supplémentaire apporté par les autres points émetteurs du champ ne sera pas aussi important que dans le cas où c'est tout le champ qui est émetteur ; en conséquence , dans la relation 3.23 , nous devons considérer non pas le nombre total de cellules mais uniquement le nombre de cellules émettrices .

Ceci explique donc que , par exemple , dans le cas d'études scintigraphiques osseuses où le nombre de photons mis en jeu est très faible , nous obtenions néanmoins un rapport signal sur bruit satisfaisant .

3.4) AUTO-ABSORPTION : Propriétés et correction approchée

Comme nous l'avons dit précédemment , les rayonnements produits par les émetteurs radiopharmaceutiques injectés dans un organe sont en partie absorbés par les tissus traversés avant d'atteindre le détecteur .

L'autoabsorption du rayonnement par les tissus est ici un phénomène parasite qui constitue l'autre grand problème de la TAT par émission , avec le bruit de photons que nous venons d'étudier . C'est l'une des grandes différences avec la TAT par absorption tandis que ce même phénomène existe également dans la caméra à positrons tout en se présentant sous une forme différente , plus facile à prendre en compte (cf § 3.4.2) .

Nous étudierons d'abord comment se présente cette atténuation du rayonnement dans le domaine de la médecine nucléaire (§ 3.4.1) pour exposer ensuite une méthode de correction approchée (§ 3.4.2) utilisant la reconstruction analytique que nous venons de voir au § 3.2 . Cependant , cette correction utilise certaines hypothèses simplificatrices sur la section à reconstruire , elle n'apporte donc qu'une "compensation" partielle de l'autoabsorption , ce qui n'est pas toujours suffisant et nous amènera ensuite à développer une méthode de correction tenant compte exactement de l'atténuation et aboutissant en conséquence à un résultat plus correct du point de vue quantitatif , cette dernière méthode nécessitant l'emploi d'un algorithme de reconstruction itératif (§ 3.5 .).

Enfin , nous avons jusqu'ici considéré séparément les problèmes dus au bruit et à l'autoabsorption . Mais cette atténuation ne produit pas seulement une perte dans l'exactitude quantitative de la reconstruction mais aussi une augmentation du bruit de l'image due à une diminution de la statistique de photons .

3.4.1) L'absorption des rayonnements en médecine nucléaire

Les rayonnements gamma utilisés en médecine nucléaire sont atténués à la traversée des milieux , principalement par la diffusion Compton , mais également par l'effet photo-électrique . Ces deux contributions essentielles s'ajoutent pour donner une absorption résultante que l'on peut exprimer par le coefficient d'absorption linéaire μ qui dépend du matériau et du rayonnement .

Un faisceau collimaté de rayons monochromatiques est atténué , à la traversée d'un milieu de coefficient d'absorption linéaire μ , selon la relation classique :

$$I = I_0 \exp(-\mu y) \quad (3.24)$$

où I_0 est l'irradiation incidente et y la distance parcourue dans le matériau .

— Ainsi , dans le cas de l'imagerie d'émission , les photons émis en un point M de l'organe sont atténués tout le long du trajet parcouru jusqu'en un point P , selon la loi exponentielle précédente ; la contribution du point M à "l'intensité" reçue sur le détecteur situé en P est donc (figure 2.5) :

$$\epsilon(M) \exp\left(-\int_M^P \mu(M') dM'\right) \quad (3.25)$$

où $\mu(M')$ est le coefficient d'absorption linéaire au point M' . $\epsilon(M)$ est l'émittance (activité) de la source radioactive située en M , c'est-à-dire le nombre réel de photons émis par le point M (pendant la durée de l'enregistrement) , alors que le point P du détecteur ne "voit" en provenance du point M que la quantité (3.25) d'autant plus faible que :

- la distance parcourue dans un tel milieu absorbant est plus grande
- les milieux traversés sont plus absorbants .

Le nombre total des photons *reçus effectivement* au point P du détecteur et provenant de la direction définie par la droite MP est alors :

$$I(P) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(M) \exp\left(-\int_M^P \mu(M') dM'\right) dM \quad (3.26)$$

alors que le nombre *réel* de photons émis dans la direction MP est :

$$I_0(P) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(M) dM \quad (3.27)$$

(les quantités $I(P)$ et $I_0(P)$ étant identiques dans le cas où l'on n'a pas d'absorption , c'est-à-dire lorsque : $\mu(M) = 0 \forall M$) .

Cette décroissance du rayonnement n'est pas du tout négligeable aux énergies considérées en médecine nucléaire. Ainsi le coefficient d'absorption linéaire de l'eau à 140 keV est $\mu = 0,148 \text{ cm}^{-1}$.

La figure 3.19 représente cette décroissance exponentielle dans le cas particulier du ^{99m}Tc dont l'énergie est 140 keV, en fonction de la distance parcourue dans un milieu absorbant : de l'eau de coefficient d'absorption $\mu = 0,148 \text{ cm}^{-1}$.

L'absorption varie avec le rayonnement utilisé ainsi qu'avec le matériau traversé, nous allons donc donner sur la figure 3.20 la courbe donnant la variation avec l'énergie du rapport des coefficients linéaires de l'os et de l'eau

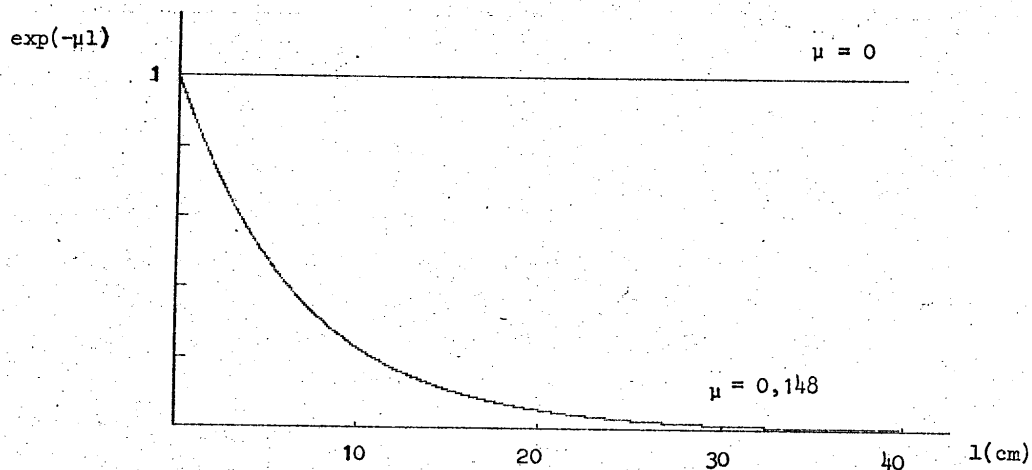


Figure 3.19 : décroissance exponentielle du rayonnement émis par un point en fonction de l'épaisseur traversée

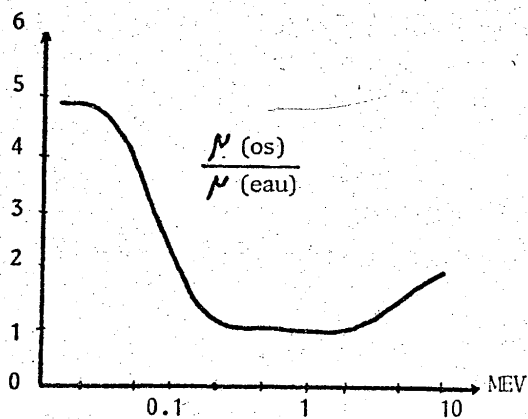


Figure 3.20 : Variation du rapport des coefficients d'absorption linéaire μ_{os}/μ_{eau} en fonction de l'énergie du rayonnement

Pour illustrer l'effet de cette atténuation en fonction de la distance parcourue , nous considérons un cylindre , de 22 cm de diamètre , rempli d'eau à laquelle on a mélangé un produit radioactif (^{99m}Tc) . On place dans ce liquide un tube non radioactif (diamètre 4,5 cm) . Quand ce nodule froid est situé près de la caméra (figure 3.21(a)) , on distingue très bien la différence d'émission , tandis que le nodule placé loin de la caméra (c'est-à-dire quand l'épaisseur d'eau à traverser par le rayonnement est beaucoup plus grande) est complètement invisible (figure 3.21(b)) . Ceci montre bien que toute la partie profonde de l'objet ne participe pas à la projection enregistrée sur la caméra .

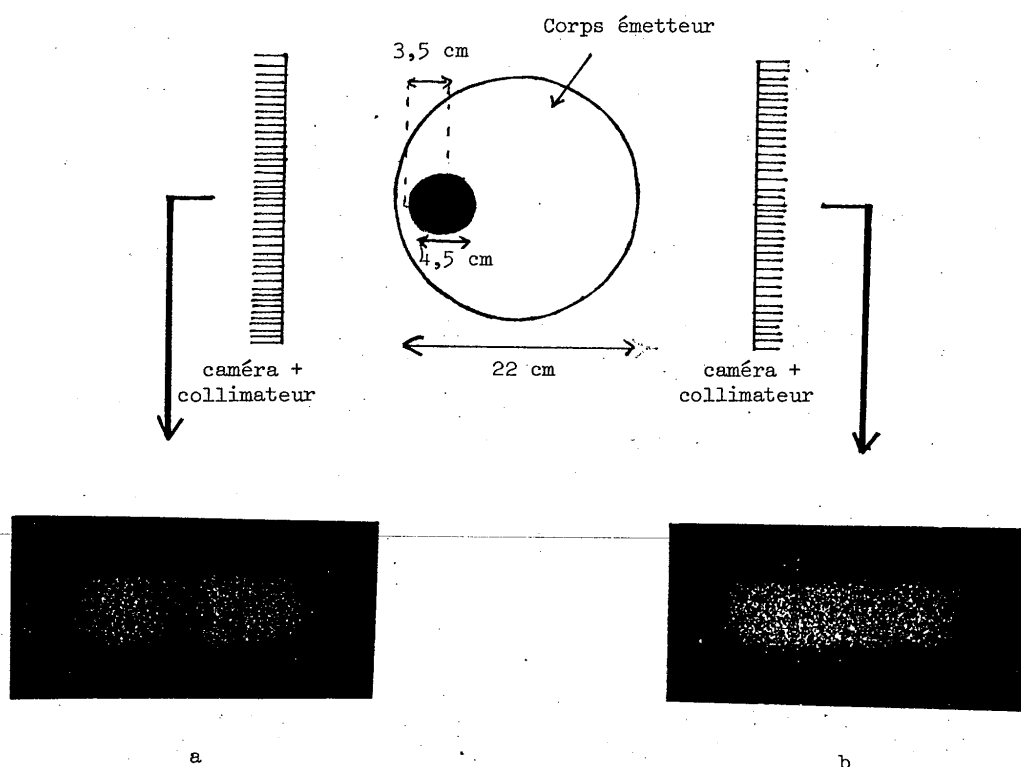
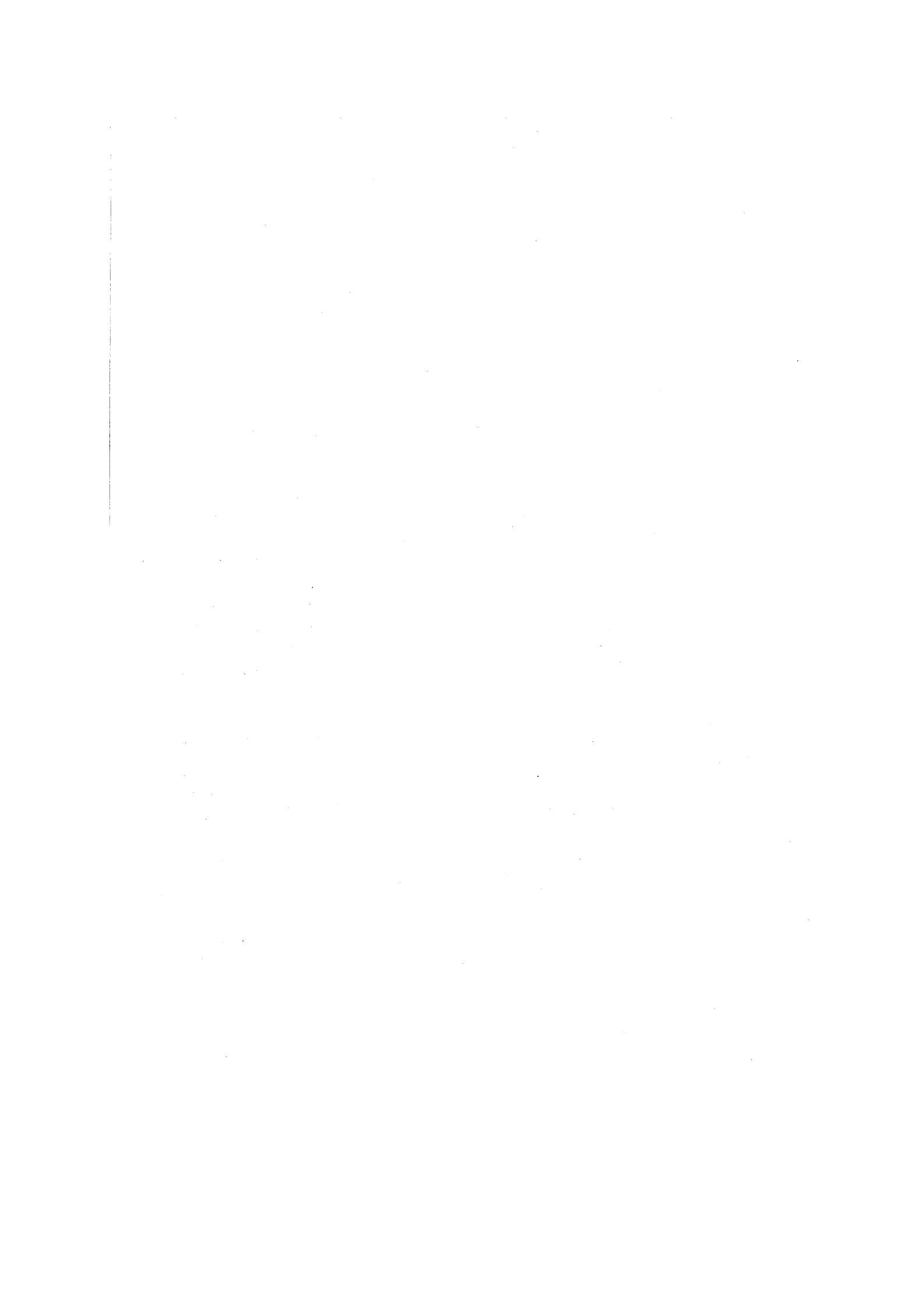


Figure 3.21 : Effet de l'atténuation avec la profondeur.



Revenons maintenant au problème particulier de la TAT par émission .

- L'existence de l'atténuation rend l'émittance effective d'un point source dépendante de l'angle de vue . Deux projections opposées sont donc différentes et nous devons sommer les projections opposées deux à deux pour rendre la symétrie.

Considérons un corps circulaire absorbant (figure 3.22 (a)) . La projection d'un point source situé dans ce disque absorbant dépend donc de l'épaisseur à traverser (figure 3.19) . Sur la figure 3.22 (b) , nous représentons la projection de ce point source en fonction de l'épaisseur à traverser : $p_o(\lambda)$; nous traçons sur la même figure la projection à l'angle opposé : $p_\pi(\lambda)$ ainsi que la projection sommée : $p_o + p_\pi$.

Il est évident que cette correction ne suffit pas , les points au centre de la section donnent une contribution plus faible que ceux situés près des bords .

- Pour bien mettre en évidence l'influence de l'autoabsorption , nous avons reconstruit une section d'un objet circulaire rempli d'eau et de ^{99m}Tc et ceci sans tenir compte de l'existence de l'atténuation , c'est-à-dire que l'on suppose que $\mu = 0$ dans l'équation (3.26) .

En considérant que la projection $p_\phi(x)$ est identique à $I_o(P) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(M) dM$ (3.27) nous introduisons une erreur systématique car $p_\phi(x)$ est , en fait , égale à $I(P)$ donnée par l'équation (3.26) . Sur la figure (3.22 (c)) , nous avons représenté une projection de notre objet circulaire ainsi que celle que l'on aurait en l'absence d'absorption .

La projection réelle du disque est $p^a(x)$:

$$p^a(x) = \int_{-y_o}^{y_o} e^{-\mu(y_o-y)} dy + \int_{-y_o}^{y_o} e^{-\mu(y_o+y)} dy$$

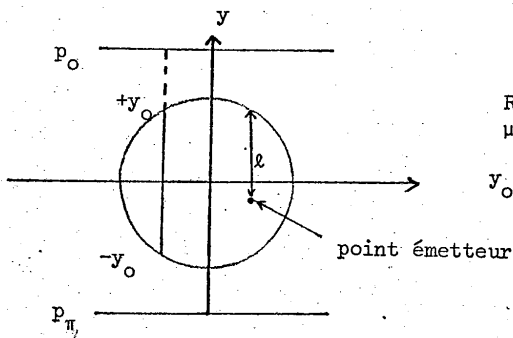
$$= \frac{2}{\mu} (1 - e^{-2\mu y_o})$$

La projection $p^o(x)$ en l'absence d'absorption serait :

$$p^o(x) = \int_{-y_o}^{y_o} dy = 2y_o$$

Cette différence entre projection réelle et projection considérée dans le traitement augmente l'importance relative des bords par rapport au centre de l'objet et le résultat de la reconstruction est une figure en forme de bol . L'image d'une coupe est sur la figure (3.26 (a)) .

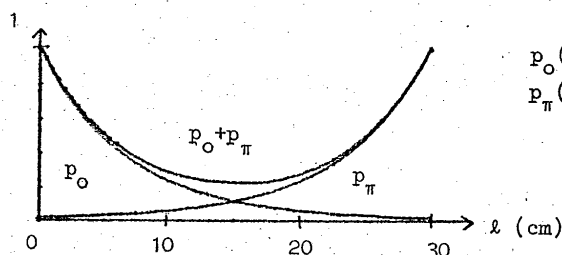
3.22 (a)



$$R = 30 \text{ cm}$$

$$\mu = 0.148$$

$$y_0 = \sqrt{R^2 - x^2}$$

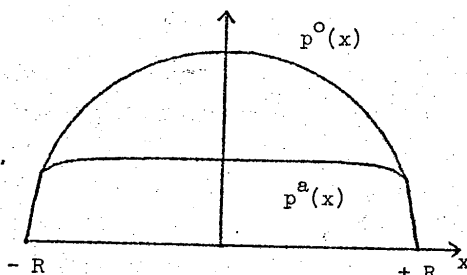


$$p_0(l) = e^{-\mu l}$$

$$p_\pi(l) = p_0(2R-l)$$

$$= e^{-\mu(2R-l)}$$

3.22 (b) : Projection d'un point source en fonction de l'épaisseur l



3.22 (c) : Projection du disque : réelle $p^a(x)$ et sans absorption $p^o(x)$

Figure 3.22

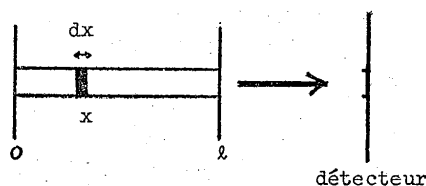
Nous voyons donc la distorsion que l'autoabsorption introduit dans une image restituée . Une correction est donc nécessaire pour rehausser le niveau des zones centrales par rapport aux bords .

Si nous voulons continuer à utiliser l'algorithme de Fourier qui nous a servi jusqu'à présent , une correction exacte de l'absorption est impossible mais nous pouvons tout de même effectuer une correction approchée qui compense en partie ce phénomène .

— Mais avant d'exposer cette correction nous allons considérer l'influence de l'atténuation du rayonnement sur la statistique de photons. L'auto-absorption entraîne en effet une diminution importante du nombre de photons reçus sur le détecteur quand la distance parcourue dans le corps absorbant augmente.

Considérons un objet uniformément absorbant et émetteur, d'épaisseur l . Une bande de cet objet émet réellement n photons en direction de la cellule correspondante du détecteur. Calculons quel est le nombre de photons reçus effectivement sur cette cellule, en fonction de l'épaisseur l (figure 3.23).

Figure 3.23



L'émittance réelle d'un élément d'épaisseur dx est : $\frac{n}{l} dx$. Sa contribution au nombre de photons reçus sur le détecteur est donc, en tenant compte de l'absorption :

$$\frac{n}{l} dx e^{-\mu(l-x)}$$

Le nombre total de photons est par suite :

$$N = \int_0^l \frac{n}{l} e^{-\mu(l-x)} dx = \frac{n}{\mu l} e^{-\mu l} (e^{\mu l} - 1) = n \cdot \frac{1 - e^{-\mu l}}{\mu l}$$

La perte relative de statistique due à l'auto-absorption est donc :

$$\frac{N}{n} = \frac{1 - e^{-\mu l}}{\mu l} \quad (3.28)$$

Evaluons cette quantité pour différentes valeurs de l et pour un coefficient d'absorption linéaire $\mu = 0.148 \text{ cm}^{-1}$:

| | | |
|---------------------|----------------------|--------------------|
| $l = 10 \text{ cm}$ | donne une perte de : | $0.52 \approx 1/2$ |
| $l = 20 \text{ cm}$ | | $0.32 \approx 1/3$ |
| $l = 30 \text{ cm}$ | | $0.22 \approx 1/5$ |

La statistique varie donc beaucoup avec l'épaisseur du corps absorbant.

Ce phénomène est très sensible quand l'organe émetteur est excentré par rapport aux tissus absorbants (comme c'est le cas pour le coeur qui est situé très près d'une paroi sur une projection et très loin à l'opposé). L'information statistique est donc très différente selon les projections et le traitement statistique différent pour chaque projection (§ 3.3.1) se révèle en conséquence très important.

L'auto-absorption du rayonnement émis par les tissus entraîne donc une augmentation du bruit due à la diminution de la statistique de photons et, par suite, une perte de résolution dans l'image reconstruite.

3.4.2) Correction approchée de l'autoabsorption

— En reconstruisant une image comme nous venons de la faire pour le disque rempli d'eau, nous avons effectué notre traitement en considérant que les projections étaient de la forme (donnée par l'équation 3.27) :

$$p_{\phi}^0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(x,y) dy = I_0(P)$$

où $\epsilon(x,y)$ est l'émittance (activité) du point de coordonnées (x,y) , alors qu'en réalité elles sont de la forme (donnée par l'équation 3.26) :

$$p_{\phi}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(x,y) \exp \left[- \int_y^b \mu(x,y') dy' \right] dy$$

Le terme d'atténuation ne peut être éliminé d'une façon exacte dans l'équation (3.26) mais nous cherchons à corriger les projections réelles $p_{\phi}(x)$ pour nous rapprocher autant que possible des projections idéales $p_{\phi}^0(x)$ sur lesquelles le traitement "analytique" doit être effectué.

— Des méthodes de correction approchée ont été développées par différents auteurs {Kay (1976)}. Celle que nous présentons suppose que l'atténuation est constante dans la tranche et égale à l'atténuation moyenne.

Nous sommes deux projections opposées, données dans l'expression (3.26) :

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(x,y) \left[\exp \left(- \int_y^b \mu(x,y') dy' \right) + \exp \left(- \int_c^y \mu(x,y') dy' \right) \right] dy \quad (3.29)$$

où $b(x)$ et $c(x)$ sont les frontières du corps absorbant (et non émetteur) respectivement près et loin du détecteur (figure 3.24).

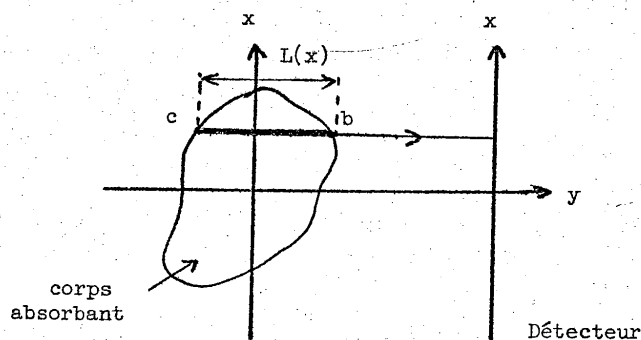


Figure 3.24

L'expression (3.29) peut se mettre sous la forme :

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) \cdot A(x,y) dy \quad (3.30)$$

$$\text{où } A(x,y) = \exp\left(-\int_y^b \mu dy'\right) + \exp\left(-\int_c^y \mu dy'\right) \quad (3.31)$$

représente l'atténuation du milieu .

Nous faisons maintenant l'hypothèse que l'absorption est uniforme dans toute la section , soit :

$$\mu(x,y) = \mu_0$$

à l'intérieur du corps absorbant , ce qui nous donne pour $A(x,y)$:

$$A(x,y) = \exp[-\mu_0(b(x) - y)] + \exp[-\mu_0(y - c(x))] \quad (3.32)$$

La seconde approximation consiste à considérer l'atténuation moyenne le long de la direction y , ceci pour nous affranchir de la coordonnée y dans l'expression de $A(x,y)$:

Nous calculons donc la moyenne de $A(x,y)$ par rapport à y , que nous noterons

$A(x)$:

$$\begin{aligned} A(x) &= \bar{A}_y(x,y) = \frac{1}{b-c} \int_c^b A(x,y) dy \\ &= \frac{2}{\mu(b-c)} [1 - \exp(-\mu(b-c))] \end{aligned} \quad (3.33)$$

Nous notons :

$$b(x) - c(x) = L(x) = L$$

où $L(x)$ est la longueur de l'objet absorbant dans la direction y à l'abscisse x ($L(x)$ dépend de l'angle de projection ϕ par l'intermédiaire de x , de même que $b(x)$, $c(x)$ et $A(x,y)$; en effet (x,y) est le repère tournant) .

Nous avons donc :

$$A(x) = \frac{2[1 - \exp(-\mu L(x))]}{\mu L(x)} \quad (3.34)$$

Finalement , l'équation (3.30) devient, de façon approchée :

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) \approx A(x) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) dy = A(x) \cdot p_{\phi}^0(x) \quad (3.35)$$

— La reconstruction d'images en présence d'atténuation sera donc réalisée en utilisant l'algorithme de Fourier du paragraphe précédent après division des projections enregistrées par la fonction $A(x)$ qui dépend de la longueur parcourue dans l'objet absorbant ; cette distance $L(x)$ peut soit être mesurée exactement pour chaque bande de projection , soit , en considérant que puisque la correction approchée n'est que partielle , calculée en assimilant le corps absorbant à un disque de rayon moyen à considérer , ce qui réduit considérablement le temps de traitement , sans avoir d'influence notable .

Les projections utilisées seront donc :

$$\frac{P_{\phi}(x) + P_{\phi+\pi}(-x)}{A(x)}$$

Mais cette technique sous-compense les données de projections dans la région centrale et sur-compense les bords . En effet , nous avons tracé sur la figure (3.25) , à x donné , la fonction $A(x,y)$ que nous comparons à $A(x)$, sa moyenne par rapport à y :

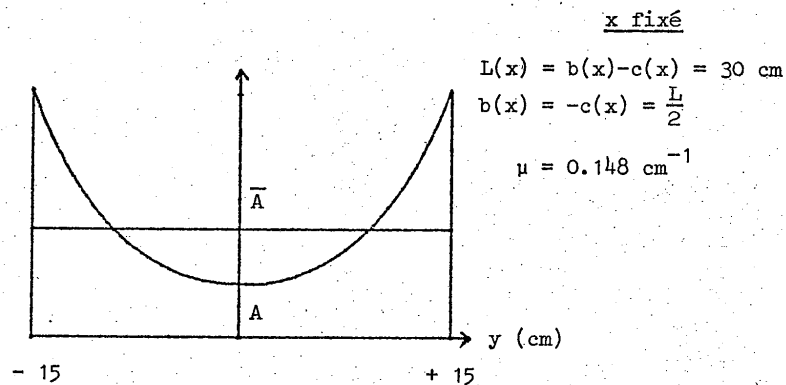


Figure 3.25 : Comparaison de l'atténuation moyenne $\bar{A}_y(x,y)$ et réelle $A(x,y)$, à x fixé

$$A = A(x,y) = e^{-\mu(b-y)} + e^{-\mu(y-c)}$$

$$\bar{A} = A(x) = 2 \cdot \frac{1 - e^{-\mu L}}{\mu L}$$

— Un cas particulier : absorption et émission constantes

Nous allons maintenant présenter un exemple particulier d'application de cette correction dans le cas où l'absorption du milieu est réellement constante . Nous reprenons le disque rempli d'eau (figure 3.22) et nous appliquons aux projections la correction exposée ci-dessus .

La longueur $L(x)$ a été calculée analytiquement en chaque point de la projection , connaissant le rayon du disque : $L(x) = 2\sqrt{R^2 - x^2}$.

Le résultat obtenu (figure 3.26(b))est tout-à-fait concluant par rapport à celui obtenu sans cette correction de l'atténuation (figure 3.26(a)) .

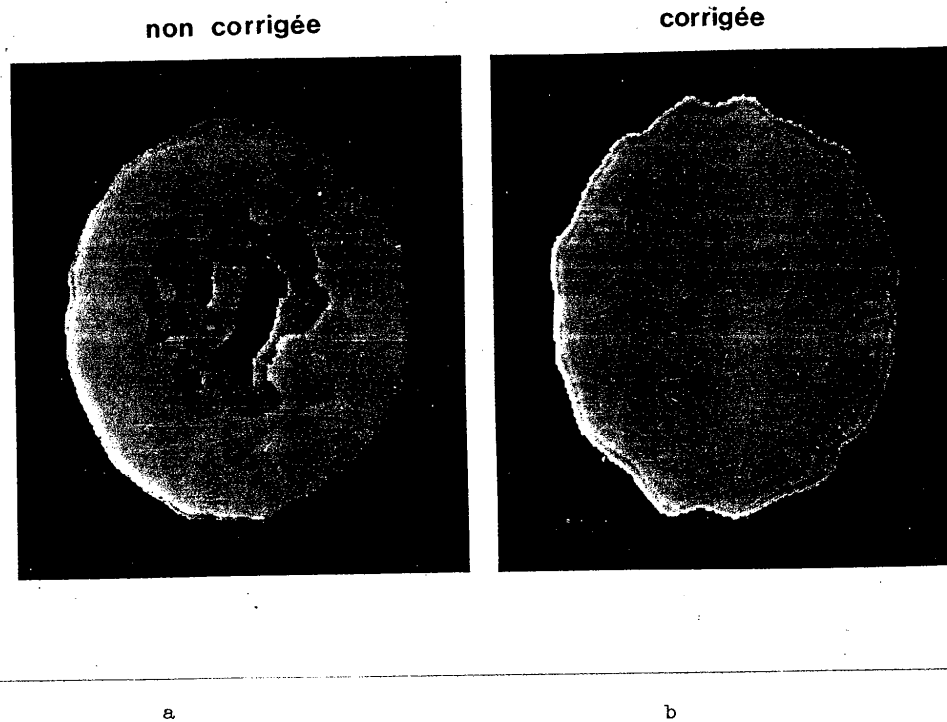


Figure 3.26 : Correction approchée de l'auto-absorption .

Cependant , nous sommes dans un cas très particulier où à la fois l'absorption et l'émission sont constantes . L'hypothèse $\mu = \text{cte}$ est donc satisfaite; de plus , il est inutile dans ce cas d'effectuer l'approximation de l'atténuation moyenne . En effet , l'émission étant constante l'expression (3.30) devient :

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) = \epsilon_0 \int_c^b A(x,y) dy \quad (3.36)$$

où $\epsilon_0 = \epsilon(x,y)$ est l'émittance constante du disque .

La projection , en l'absence d'atténuation,serait :

$$p_{\phi}^0(x) = \int_c^b \epsilon_0 dy = \epsilon_0 (b-c) \quad (3.37)$$

L'expression (3.36) peut s'exprimer en fonction de $p_{\phi}^0(x)$:

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) = \frac{p_{\phi}^0(x)}{b-c} \int_c^b A(x,y) dy = p_{\phi}^0(x) \cdot A(x) \quad (3.38)$$

Vertical line of text on the left margin.

Main body of text, appearing as a very faint and illegible document.

cette équation est ici tout-à-fait vérifiée et non plus approchée comme l'équation (3.35), en conséquence l'effet de surcompensation des bords par rapport au centre n'apparaît pas.

Mais en général, le coefficient d'absorption n'est pas constant. Pouvons-nous donc, dans la pratique, effectuer cette correction sans introduire des erreurs ?

Dans le cas du cerveau une telle correction est tout-à-fait justifiée. En effet, les tissus cérébraux présentent une absorption pratiquement uniforme et très proche de celle de l'eau (quelques % de différence entre matière grise et matière blanche, ce qui est négligeable devant la précision qu'on peut atteindre en scintigraphie). Quant au crâne, le coefficient d'absorption des os est supérieur à celui du cerveau mais, l'épaisseur de la boîte crânienne étant très faible, l'atténuation résultante est bien inférieure à celle due au cerveau, à l'exception des bords des projections. La reconstruction, en utilisant cette correction approchée, sera donc tout-à-fait valable (à l'exception peut-être des bords de l'image)

Dans d'autres cas, par exemple les poumons, qui contiennent de l'air, ou le bassin, le coefficient d'absorption n'est pas uniforme, mais, dans les examens cliniques effectués à ce jour, la correction effectuée ne semble pas introduire d'erreurs grossières.

Les hypothèses restrictives utilisées font que la correction ne peut être qu'approchée, le résultat obtenu n'est donc absolument pas quantitatif. Nous avons été, par suite, amenés à développer une autre méthode de reconstruction basée sur une correction exacte de l'auto-absorption.

Mais, avant d'exposer cette dernière méthode, nous allons considérer, à titre de remarque, le cas particulier de la caméra à positrons vis à vis de l'auto-absorption. L'enregistrement se fait en coïncidence sur les projections opposées (figure 3.27). Pour un angle ϕ donné, nous avons donc le produit des probabilités d'un photon de parvenir sur le détecteur respectivement à l'angle ϕ et à l'angle $\phi + \pi$:

$$\begin{aligned} \text{Proba}(x, \phi) &= \exp\left(-\int_y^b \mu(x, y') dy'\right) \\ \text{Proba}(x, \phi + \pi) &= \exp\left(-\int_c^y \mu(x, y') dy'\right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

La probabilité de détection totale est donc le produit des deux probabilités précédentes :

$$\exp\left(-\int_y^b \mu dy'\right) \cdot \exp\left(-\int_c^y \mu dy'\right) \quad (3.40)$$

alors qu'en TAT par émission d'un seul photon, nous ne pouvons considérer que des sommes.

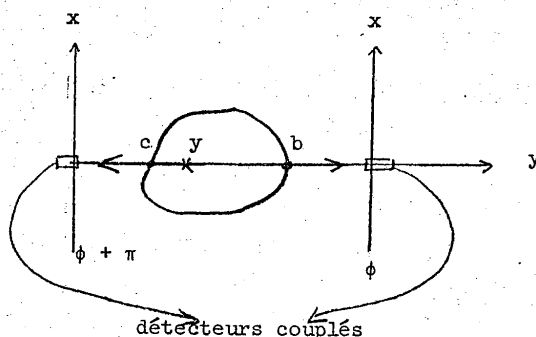


Figure 3.27

Avec les positrons , une projection est donc de la forme :

$$\begin{aligned}
 P_{\phi}(x) &= \int \varepsilon(x,y) \exp(-\int_c^b \mu(x,y') dy') dy \\
 &= \int \varepsilon(x,y) B(x) dy = B(x) \cdot \int \varepsilon(x,y) dy
 \end{aligned}
 \tag{3.41}$$

où $B(x) = \exp(-\int_c^b \mu(x,y') dy')$

Le terme d'atténuation $B(x)$ ne dépend absolument pas ici de la coordonnée y .

Nous avons donc :

$$P_{\phi}(x) = B(x) \cdot P_{\phi}^0(x)
 \tag{3.42}$$

Nous pouvons alors remonter à la projection sans absorption $P_{\phi}^0(x)$ à partir de la projection mesurée $P_{\phi}(x)$ par le calcul de $B(x)$.

$B(x)$ représente l'atténuation pour tous les points situés dans la direction y à l'abscisse x ; cette quantité peut donc être mesurée exactement par un enregistrement par absorption du même objet sans qu'on ait recours à l'hypothèse de $\mu = \text{cte}$.

L'atténuation pouvant être déduite de manière intégrale des données couplées émission-absorption , une correction exacte peut donc être effectuée sur la projection enregistrée pour remonter à la projection d'émission pure . La reconstruction de Fourier sera donc tout-à-fait applicable à cette technique , en vue d'une *correction exacte* de l'absorption , ce qui n'est pas le cas en TAT par émission d'un seul photon .

— Mais revenons maintenant à notre étude de la TAT par émission d'un seul photon . Nous venons de présenter une compensation partielle de l'auto-absorption

utilisant un coefficient moyen d'absorption dans un champ d'atténuation moyen . Cette approximation nous fournit une image qualitative , satisfaisante dans un grand nombre de cas , lorsque nous cherchons à obtenir une représentation de l'activité dans une section d'un organe , pour repérer les zones qui fixent plus ou moins le radiotracteur injecté . Cependant ceci n'est pas toujours suffisant ; en effet , il est important de pouvoir remonter à la distribution quantitative du traceur dans l'organisme , en vue d'une analyse fonctionnelle plus précise .

C'est pourquoi nous proposons un traitement qui permet de tenir compte exactement de l'auto-absorption .

3.5) AUTO-ABSORPTION : CORRECTION "EXACTE"

Ainsi , il s'agit d'obtenir des données d'émission quantitatives et non seulement de visualiser une différence d'activité . C'est pourquoi nous proposons un traitement qui permet de tenir compte exactement de l'auto-absorption et donc d'extraire les données d'émission pure à partir des données d'émission avec absorption dont nous disposons .

Il nécessite donc la connaissance exacte de l'absorption en chaque point de l'objet absorbant et non plus sa moyenne comme précédemment (ou son intégrale comme dans la caméra à positrons) .

Nous allons d'abord poser le problème . Nous avons vu au § 2.3.4 les difficultés des solutions matricielles ; dans l'état actuel des connaissances , nous devons donc utiliser des méthodes d'itération pour le résoudre "exactement" (c'est-à-dire plus exactement que par la méthode de correction approchée du § 3.4.2) .

Au § 2.3.4 , nous avons déjà décrit des méthodes d'itération utilisées en TAT , qui n'étaient pas toujours satisfaisantes .

Nous partons ici d'une méthode de résolution générale d'équations linéaires {Tanabe (1971)} qui n'a pas encore été utilisée en TAT . Nous montrerons qu'elle peut être adaptée à notre problème et qu'elle constitue un palliatif raisonnable aux inconvénients des méthodes citées au § 2.3.4 .

3.5.1) Le problème à résoudre

La correction exacte de l'auto-absorption complique expérimentalement le problème puisque nous devons connaître la distribution du coefficient d'absorption dans la section .

Le processus de formation d'images nécessite donc deux phases :

- . enregistrement et restitution de l'image d'absorption
- . enregistrement et restitution de l'image d'émission , celle qui nous intéresse véritablement ; cette restitution tenant compte de l'image d'absorption obtenue précédemment .

Phase 1 : distribution du coefficient d'atténuation $\mu(M)$ par TAT d'absorption

La mesure de $\mu(M)$ dans cette phase est classique puisqu'elle fait appel à la TAT par absorption conventionnelle (le scanner X) à deux différences près :

- la source externe n'est pas un tube de rayons X mais une source radioactive constituée d'un émetteur de même énergie que dans l'enregistrement par émission puisque nous savons que $\mu(M)$ dépend de l'énergie (§ 3.4.1) . La directivité du rayonnement est réalisée par l'utilisation d'un collimateur parallèle ;
- nous ne cherchons pas à atteindre , dans cette image par absorption , une limite de résolution très faible puisque la résolution de l'image finale d'émission est limitée par le bruit (§ 3.3.2) .

En conséquence , l'enregistrement des données d'absorption se fera avec le même matériel que celui des données d'émission , avec une irradiation moindre donc un temps de mesure proportionnellement plus court car tous les rayons γ traversant la section participent à la formation de l'image de $\mu(M)$.

Nous supposons donc que $\mu(M)$ est mesuré et connu à partir de maintenant .

Phase 2 : utilisation des données par itération

On injecte ensuite le produit radioactif au patient et l'on enregistre les données d'émission ; nous obtenons alors le système d'équations linéaires (cf § 2.3.4 équation 2.33) :

$$P_{k,m} = \sum_{i=1}^{N^2} w_{ik}^m f_i \quad (3.43)$$

- les $f_i, i = 1 \text{ à } N^2$, sont les inconnues c'est-à-dire les données quantitatives d'émission que l'on veut déterminer .
- les $\{P_{k,m}, k = 1 \text{ à } N, m = 1 \text{ à } M\}$ sont les données de projection mesurées lors du second enregistrement : en émission .
- les w_{ik}^m sont des facteurs de poids qui tiennent compte de l'atténuation ; ils sont déterminés à partir de l'image par absorption obtenue après le 1er enregistrement .

L'expression des coefficients , w_{ik}^m est séparable en deux parties : la première rend compte du processus de projection à l'angle ϕ_m et la seconde est le facteur d'atténuation , soit : $w_{ik}^m = w_1 \cdot w_2$.

• Nous choisissons pour valeur de w_1 , à chaque angle ϕ_m pour la cellule de projection $n^\circ k$ et la cellule de l'image $n^\circ i$, l'aire d'intersection de la

.../...

cellule carrée n°i et de la bande de projection {k , m} (Fig. 2.8).

w₂ n'est autre que la quantité A(x , y) de l'équation (3.30) :

$$p_{\phi}(x) + p_{\phi+\pi}(-x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x,y) \cdot A(x,y) dy$$

son expression a été donnée par l'équation (3.31) :

$$A(x,y) = \exp \left(- \int_y^{b(x)} \mu(x,y') dy' \right) + \exp \left(- \int_{c(x)}^y \mu(x,y') dy' \right)$$

Le coefficient w₂ est donc calculé , pour chaque angle φ_m et chaque cellule de projection k , à partir du coefficient d'absorption linéaire μ(x,y) dont la distribution dans la coupe considérée a été déterminée grâce au premier enregistrement en absorption.

Nous allons maintenant exposer la méthode itérative que nous avons choisi d'utiliser .

3.5.2) Méthode itérative par projection {Tanabe (1971)}

Il existe un grand nombre de méthodes itératives pour résoudre les systèmes d'équations linéaires :

$$\sum_{i=1}^N a_{ij} f_i = g_j , \quad j = 1 \text{ à } M \quad (3.44)$$

que l'on peut mettre sous forme matricielle :

$$[A] [f] = [g] \quad (3.45)$$

Cependant ces méthodes ne convergent pas toujours lorsque la matrice [A] est singulière ce qui est fréquemment le cas .

La méthode de Tanabe , reprise par Huang {Huang (1975)} , converge pour un système quelconque , à condition que les lignes soient non nulles , même si det [A] = 0 .

Nous allons maintenant présenter cette méthode : le vecteur $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_N)$ représente un point dans un espace à N dimensions . Chaque équation du système (3.44) représente un hyperplan de cet espace . La solution , \vec{f} , de (3.44) est le point d'intersection de tous ces hyperplans .

On effectue plusieurs cycles d'itérations :

• Premier cycle :

- *itération d'ordre 0* : $\vec{f}^{(0)} = (f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_N^{(0)})$ est la solution initiale.

- *itération d'ordre 1* : nous projetons $\vec{f}^{(0)}$ sur l'hyperplan $\sum_{i=1}^N a_{i1} f_i = g_1$

ce qui donne :

$$\vec{f}^{(1)} = \vec{f}^{(0)} - \frac{\vec{f}^{(0)} \cdot \vec{a}_1 - g_1}{|\vec{a}_1|^2} \vec{a}_1 \quad (3.46)$$

où $\vec{a}_1 = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{N1})$; d'où le nom de méthode par projection, qu'il ne faut pas confondre avec la projection sur le détecteur (les $P_{k,m}$ considérés plus haut : équation (3.43)).

En effet, la figure ci-après schématise l'opération faite ici :

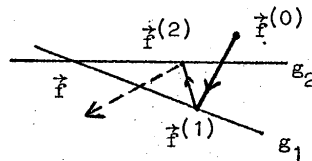


Figure 3.28

- *itération d'ordre 2* : elle consiste en la projection de $\vec{f}^{(1)}$ sur g_2 , ce qui nous donne $\vec{f}^{(2)}$:

$$\vec{f}^{(2)} = \vec{f}^{(1)} - \frac{\vec{f}^{(1)} \cdot \vec{a}_2 - g_2}{|\vec{a}_2|^2} \vec{a}_2 \quad (3.47)$$

- et ainsi de suite jusqu'à l'itération d'ordre M : $\vec{f}^{(M-1)}$ se projette sur l'hyperplan g_M pour donner $\vec{f}^{(M)}$.

• Cycles suivants

On effectue ensuite un second cycle d'itérations : $\vec{f}^{(M)}$ se projette sur g_1 pour donner $\vec{f}^{(M+1)}, \dots$

Nous effectuons ainsi plusieurs cycles d'itérations, $\vec{f}^{(nM)}$ tendant vers \vec{f} quand $n \rightarrow \infty$, plus ou moins vite.

Si $\det [A] \neq 0$, cette solution \vec{f} est unique. Cependant, le système n'est pas, en pratique, constitué de fonctions idéales, mais le résultat de mesures fluctuantes à cause du bruit; il est donc souvent indéterminé et le résultat des itérations dépendra du choix de la solution initiale $\vec{f}^{(0)}$.

3.5.3) Application à la TATE et résultats

Notre système à résoudre (3.43) est bien de la forme (3.44) : les inconnues sont les f_i , les données g_j sont les $P_{k,m}$. Les coefficients a_{ij} sont les w_{ik}^m .

Ces coefficients w_{ik}^m rendent compte du processus de projection (au sens de la TAT) et ils contiennent l'auto-absorption. Nous avons donné leur forme au § 3.5.1, séparée en deux parties : un terme d'atténuation et le terme de projection. Ce second terme a toute son importance pour obtenir une bonne convergence : une cellule ne peut pas être simplement assimilée à son centre mais considérée en surface et le coefficient w_{ik}^m doit tenir compte de l'aire d'intersection de chaque cellule i appartenant à une bande de projection $\{k,m\}$.

Nous voyons donc ici que cette méthode s'apparente à la *méthode ART additif* (§ 2.3.4) tout en considérant le phénomène de projection de façon plus exacte par l'utilisation de facteurs de poids w_{ik}^m qui tiennent mieux compte de la contribution de chaque cellule à une bande de projection. D'autre part, la correction apportée à chaque cellule appartenant à une bande de projection est différenciée et non plus la même pour toutes les cellules d'une même bande de projection. En effet, dans l'équation (3.46) la correction : $f^{(0)} \cdot a_1 - g_1$ est multipliée par le facteur $\frac{a_1}{|a_1|^2}$ pour la cellule n° i ce qui correspond, en prenant les notations du système (3.43), à un facteur pour la cellule i :

$$\frac{w_{ik}^m}{\sum_{i \in \{k,m\}} |w_{ik}^m|^2}, \text{ ceci pour la bande de projection } \{k,m\},$$

alors que dans l'ART original ce facteur était :

$$\frac{1}{N_{k,m}}$$

où $N_{k,m}$ est le nombre de points dans la bande $\{k,m\}$.

Cette meilleure prise en compte du problème nous évite donc la divergence qui limitait l'ART originel.

Nous allons maintenant présenter un *résultat obtenu en simulation* pour la reconstruction d'un objet plan.

Nous aurions pu prendre comme objet test un disque ou une ellipse comme précédemment . Cependant , les discontinuités aux bords font que l'itération diverge . Notons qu'en médecine les discontinuités n'existent pas . En conséquence , nous choisissons un objet ayant des variations "douces" :

- son émissivité est de la forme :

$$f(\vec{r}) = C e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \text{rect} \frac{r}{R}$$

c'est-à-dire une variation gaussienne .

- l'absorption est uniforme :

$$\mu(r) = C' \cdot \text{rect} \frac{r}{R}$$

Les calculs ont été effectués sur une image 20 x 20 avec 16 angles sur 360°, avec $\sigma = 1$ et $R = 5$.

Sur la figure 3.29 , nous donnons les valeurs obtenues dans chaque cellule de la coupe ; sur la figure 3.29 (a) , nous représentons l'objet initial ; la figure 3.29 (b) est l'image obtenue après 10 cycles d'itérations . Les figures 3.29 (c) , (d) et (e) sont les images après, respectivement 1 , 3 et 6 cycles d'itérations .

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|----|-----|-----|-----|-----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 14 | 39 | 38 | 14 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 14 | 105 | 286 | 296 | 105 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 39 | 296 | 778 | 773 | 296 | 39 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 39 | 296 | 778 | 773 | 296 | 39 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 14 | 105 | 286 | 286 | 105 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 14 | 38 | 38 | 14 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figure 3.29 (a)

Objet initial

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|-----|-----|-----|-----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 7 | 18 | 18 | 7 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 | 125 | 286 | 290 | 103 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 | 286 | 785 | 795 | 298 | 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 29 | 272 | 774 | 786 | 289 | 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 128 | 286 | 289 | 117 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 2 | 30 | 16 | 4 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figure 3.29 (b)

10ème cycle d'itérations

3.5.4) Conclusion

Notre travail sur les méthodes itératives en est à ses débuts . Il nous semble que l'itération ouvre une voie vers l'obtention d'informations quantitatives en clinique .

Bien entendu , il faudra approfondir l'étude des critères de convergence et examiner soigneusement l'influence du bruit .

Par ailleurs , il ne faut pas se cacher que la méthode nécessite une capacité informatique assez importante .

Le processus d'obtention de l'image d'émission nécessite deux enregistrements successifs et un traitement itératif , il sera en conséquence peu rapide.

Cette méthode se révèle absolument nécessaire pour obtenir des *images tomographiques quantitatives* et permettre d'aborder l'étude des modèles fonctionnels sous un jour nouveau . Toutefois , nous devons noter qu'un impératif quotidien en médecine nucléaire est le diagnostic simple et que dans ce cas nous pouvons nous contenter de la méthode analytique avec correction simple de l'atténuation . C'est ce que nous allons montrer dans le § IV qui suit .

IV - RESULTATS CLINIQUES

Avant de présenter les résultats cliniques que nous avons obtenus dans différents domaines d'exploration fonctionnelle (§ 4.2), nous allons donner quelques caractéristiques sur les radioisotopes (§ 4.1).

4.1) LES RADIOISOTOPES EN MEDECINE NUCLEAIRE

La médecine nucléaire présente un avantage très particulier en ce qu'elle constitue une *méthode non invasive* pour effectuer des explorations fonctionnelles.

L'*exploration fonctionnelle* d'un organe par les isotopes radioactifs consiste à injecter par voie intraveineuse un traceur radioactif (ou à le faire inhaler par le malade s'il s'agit d'un gaz) et à faire l'image de la distribution de ce traceur à l'intérieur d'un organe, parfois même à suivre l'évolution temporelle de celle-ci.

Les isotopes utilisés doivent émettre soit des photons gamma soit des positrons (par annihilation à très faible distance de leur point d'émission ces positrons donnent naissance à deux photons gamma en coïncidence). Les photons gamma doivent avoir une énergie suffisante pour pouvoir traverser les tissus en étant faiblement absorbés et donc pouvoir être détectés par détection externe. Les β^- présentant une absorption trop forte ne sont pas intéressants; les émetteurs $\gamma\text{-}\beta^-$ sont le plus souvent évités car ils amènent une dosimétrie trop forte pour un faible nombre de photons γ détectés; on utilise cependant l'iode 131, qui est un émetteur $\gamma\text{-}\beta^-$, car c'est un marqueur très spécifique (thyroïde).

Le traceur radioactif est différent selon l'organe ou la fonction explorés. Il peut s'agir de molécules, d'ions, de particules ou de cellules sanguines. Le tableau (1), que nous donnons à titre d'exemple, concerne quelques radioisotopes et quelques molécules marquées d'usage courant et leurs principales applications.

Tableau 1

| Isotope | Molécule ou ion | Application principale |
|----------------|-------------------------------|---|
| I 131 | Iodure de sodium | exploration thyroïdienne |
| Technetium 99m | Pertechnetate | exploration thyroïdienne " " " " cérébrale |
| | Colloïde | hépatique et splénique |
| | Composés phosphatés | osseuse |
| | Sérum albumine | pools sanguins |
| | Microsphères ou macroagrégats | scintigraphie pulmonaire de perfusion |
| Xe 133 | Gaz en solution isotonique | scintigraphie pulmonaire de ventilation |

Dosimétrie

L'unité de dose absorbée est le rad :

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg/g}$$

c'est une grandeur physique qui ne tient pas compte de la radiosensibilité .

La dose absorbée dépend :

- du type d'émetteur (γ , γ - β^- , ...) ,
- de la période physique de l'isotope ,
- de la période biologique (vitesse d'élimination) (pour ces deux périodes voir au § 3.2.1 c) .
- elle n'est pas la même au niveau des différents organes (notion d'organe cible).

Dans beaucoup de cas le "vecteur" (la molécule marquée) n'est pas spécifique de l'organe à étudier si bien que la plus grande partie de l'activité injectée ne se concentre pas sur l'organe mais se répartit dans tout le corps . D'autres "vecteurs" sont plus spécifiques , c'est-à-dire que la plus grande partie de l'activité injectée se concentre sur l'organe voulu ; par exemple , l'¹³¹I sous forme d'iodure pour la thyroïde alors que ^{99m}Tc sous forme de pertechnetate n'est pas spécifique ; pour les poumons , des microagrégats ou des microsphères d'albumine marquées au ^{99m}Tc (particules de 20 à 70 μm) ; des colloïdes de ^{99m}Tc pour le foie et le rate (taille : 0,01 à 0,1 μm) , des composés phosphatés pour les os .

Signalons qu'actuellement il existe fort peu de marqueurs vraiment spécifiques (à part l'iode pour la thyroïde) . Des recherches sur les possibilités chimiques de marquage des molécules sont en cours; le manque de spécificité des marqueurs est , en effet , très gênant car , la dose totale se répartissant en dehors du centre d'intérêt , les images scintigraphiques obtenues ont une très faible statistique (c'est le cas principalement pour l'exploration osseuse car les os fixent peu) .

Le choix du traceur pour l'exploration fonctionnelle médicale résulte d'un compromis plus ou moins satisfaisant entre :

- l'intérêt biochimique ou physiologique de la molécule marquée ,
- les caractéristiques physiques du radionuclide qui conditionnent la détection (période physique , nature et énergie du rayonnement émis) ,
- l'effet radiobiologique éventuel qui dépend à la fois de la nature du rayonnement , de l'existence d'organes critiques et de la période efficace (résultant de la conjugaison de la période physique et de la période biologique) .

Le radionuclide idéal devrait émettre exclusivement des photons gamma (et non des β^-) d'énergie adaptée aux dispositifs de détection , sa période ne devrait pas être trop courte pour permettre d'effectuer l'examen , mais pas non plus trop longue pour ne pas prolonger inutilement l'irradiation . Enfin , il faudrait que l'élément correspondant puisse permettre de marquer un grand nombre de molécules intéressantes comme traceurs .

L'isotope le plus utilisé dans les services de Médecine Nucléaire , à savoir le 99^m technetium répond assez bien à ces critères . Son énergie est de 140 keV et sa période de décroissance radioactive de 6 h .

4.2) DIFFERENTS TYPES D'EXAMENS

Nous allons maintenant présenter à titre d'exemple quelques résultats cliniques obtenus dans le service de Médecine Nucléaire du Professeur Roucayrol à l'Hôpital Cochin . Nous avons regroupé ces études par type d'examens effectués dans tout service d'exploration fonctionnelle par les radioisotopes .

L'isotope radioactif utilisé le plus fréquemment est donc le ^{99m}Tc , sous différentes formes selon l'examen effectué .

Le temps de l'enregistrement est de 4 mn (pour un tour complet) ; la dose injectée au patient dépend de l'examen effectué , nous la donnerons donc dans chaque cas cité . Les données sont enregistrées sous mode histogramme en $64 \times 64 \times 8$ bits ; le nombre de coups reçus par cellule ne peut donc pas dépasser 255 .

4.2.1) Exploration pulmonaire

L'étude de la pathologie respiratoire à l'aide de radioisotopes comprend la détermination de la *circulation* et l'évaluation de la *ventilation* .

- La fonction ventilatoire est étudiée par inhalation d'un gaz radioactif . L'arrivée du gaz au niveau des bronches terminales et des alvéoles dépend de la perméabilité ou de l'obstruction des bronches .

(injection de ^{133}Xe en solution) .

- la scintigraphie pulmonaire de perfusion est l'image de la distribution de particules marquées par des isotopes radioactifs (habituellement des macroagrégats ou des microsphères d'albumine marqués au ^{99m}Tc dont la taille varie entre 20 et 70 μm ; elle reflète la distribution de la perfusion capillaire pulmonaire . Les capillaires du poumon agissent comme un filtre et bloquent ces particules en raison de leur taille . Par conséquent , après injection intra veineuse , les particules marquées de taille supérieure au diamètre des capillaires du poumon seront fixées pour un temps limité dans le lit capillaire (les microembolies ainsi réalisées ne portent que sur une fraction de la vascularisation artériolaire minime inférieure à 1% , et n'entraînent aucun trouble de l'hémodynamique cardio-vasculaire) .

Toute anomalie qui engendre une décroissance locale du débit sanguin pulmonaire sera vue comme une aire discrète de diminution de la radioactivité .

La situation clinique la plus courante où une scintigraphie pulmonaire est demandée est celle où l'on suspecte une embolie pulmonaire . Une lacune de perfusion segmentaire est un argument en faveur d'une embolie pulmonaire récente . Mais on peut observer des zones de diminution de radioactivité non segmentaires dans toute pneumopathie chronique destructive (bronchite chronique , emphysème, asthme) et au cours des oedèmes pulmonaires .

La TATE permet de lever l'indétermination sur la localisation de l'hypofixation .

Nous avons réalisé des examens de perfusion pulmonaire avec une activité de $4\mu\text{Ci}$ de microsphères de sérum albumine marquées au $^{99\text{m}}\text{Tc}$.

Nous avons déjà présenté un résultat de scintigraphie pulmonaire de perfusion sur la figure 3.18 (voir l'article qui suit) .

Deux particularités sont à remarquer dans cette observation : tout d'abord le contraste entre la discrétion clinique des lésions musculaires et leur importance réelle, attestée par l'élévation enzymatique, l'atteinte nerveuse étendue, et l'insuffisance rénale aiguë. D'autre part, on notait des anomalies de l'hémostase évoquant une coagulopathie par consommation, dont la rhabdomyolyse a pu être la cause, comme dans les coagulopathies du crush-syndrome [4] où, expérimentalement, une hyperactivité thromboplastique est notée après écrasement des masses musculaires [in 2].

C. DAMECOUR, G. OFFENSTADT, P. HERICORD

Service de Réanimation Polyvalente (P^e Agr. Ph. Amstutz), Hôpital Saint-Antoine, 184, rue du fg Saint-Antoine, F 75571 Paris Cedex 12.

1. Bismuth C., Frejaville J.-P., Pebay-Peyroula F., Leclerc J.-P. : Rhabdomyolyse diffuse mortelle au cours d'une intoxication par salicylés et nifuroxazide. *Nouv. Presse méd.*, 1972, 1, 297-309.
2. Coevoet B., Fournier A., Andrejak M., Dubreuil A., Quichaud J. : Une cause d'insuffisance rénale aiguë à ne pas méconnaître : la myolyse par auto-écrasement au cours des comas éthyliques. *Sem. Hôp.*, 1974, 50, 2789-2794.
3. Koffler A., Friedler R.-M., Massrys G. : Acute renal failure due to non traumatic rhabdomyolysis. *Ann. Intern. Med.*, 1976, 85, 23-28.
4. Larcen A., Lambert H. : Le syndrome de défibrination. *Encycl. méd. chir.*, (Paris) Sang, 6-1977, 13022 A-10.
5. Vissuzaine C., Coste F., Bocquet L. : Rhabdomyolyse cardiaque et squelettique au cours d'un coma par intoxication médicamenteuse. *Cœur méd. interne*, 1976, 15, 615-623.

Mots-clés : Rhabdomyolyse. Coma toxique.

Tomographie axiale transverse radioisotopique

Cette méthode permet d'obtenir des coupes transversales de la répartition d'un traceur radioactif dans l'organisme. De même que le procédé pseudo-holographique d'imagerie tridimensionnelle en rayons gamma utilisé à l'Hôpital Cochin, cette méthode de tomographie axiale transverse d'émission corps entier présente l'originalité de pouvoir être mise en œuvre dans un service de médecine nucléaire disposant d'une caméra à scintil-

lation classique et d'un système de traitement de l'information, au prix d'un investissement supplémentaire peu important.

Les conditions de l'examen sont les suivantes :

Le malade placé sur un plateau tournant à vitesse constante, pivote devant la tête d'une caméra à scintillation. Pendant qu'il effectue un tour complet, 40 images sont enregistrées successivement, à intervalles réguliers, correspondant à 40 incidences différentes. Dans un 2^e temps plusieurs algorithmes peuvent être employés pour reconstruire par ordinateur un nombre de coupes transversales variable selon l'épaisseur choisie pour chaque coupe.

Par exemple pour faire une exploration tridimensionnelle de la perfusion pulmonaire, avec une activité de 4 mCi de microsphères de sérum albumine marquée au ^{99m}Tc (le temps de pose nécessaire est de 4 minutes. La figure 1A et B montre 2 des 40 images pulmonaires enregistrées correspondant à 2 angles d'incidence différents ainsi que les « profils » de radioactivité dans un plan de coupe choisi (trait horizontal). La figure 2 montre la reconstruction de l'image de la répartition des microsphères dans ce plan de coupe.

La qualité de l'image restituée dépend en partie de la complexité de l'algorithme de reconstruction utilisé qui lui-même dépend de la capacité mémoire et de la rapidité de calcul de l'ordinateur dont on dispose. Les premiers résultats obtenus laissent penser que cette technique devrait améliorer les possibilités diagnostiques dans plusieurs domaines de la médecine nucléaire.

REMERCIEMENTS : Nous remercions J.-F. Lebruchec pour sa collaboration.

J. FONROGET, N. de BEAUCOUDREY, J. BRUNOL, J.-C. ROUCAYROL

Service d'Exploration Fonctionnelle par les Radioisotopes (P^e J.-C. Roucayrol), Groupe hospitalier Cochin-Maternité, 27, rue du Fg St-Jacques, F 75674 Paris Cedex 14

1. Fonroget J., Roucayrol J.-C., Degeorges M., Brunol J., Devaux J.-Y., Duperier C. : Myocardial perfusion study in coronary artery disease using computerized coded aperture scintigraphy. First clinical results. *First joint Meeting of the European Society of cardiology*, Brighton, 1978.

Mots-clés : Radioisotopes. Tomographie axiale.

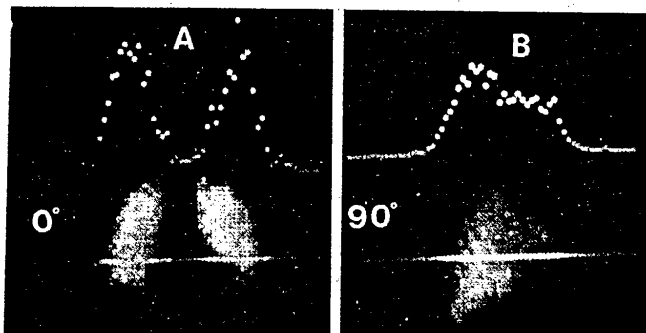


FIG. 1 A et B. — Images pulmonaires aux incidences 0° et 90°, parmi les 40 enregistrées successivement durant un tour effectué par le malade devant la caméra à scintillation. Ces images permettent de former par ordinateur des images de coupes transversales. Le trait horizontal repère le niveau de la coupe de la fig. 2. Les courbes indiquent les profils de radioactivité dans ce plan de coupe.



FIG. 2. — Image de la distribution pulmonaire des microsphères ^{99m}Tc (injectées en IV) dans une coupe transversale de 2 cm d'épaisseur au niveau de D7.

4.2.2) Exploration osseuse

L'exploration osseuse par les radioisotopes , bien que datant de plus de trente ans , n'avait connu jusqu'à ces dernières années qu'un faible développement en clinique . Ce n'est en effet que récemment , grâce à l'introduction des nouveaux traceurs ostéotropes que sont les composés phosphatés marqués au ^{99m}Tc , venant se substituer aux précédents traceurs osseux (Strontium 85 , Strontium 87m , Fluor 18 , etc..) mal adaptés du fait de leurs propriétés physiques ou peu accessibles , que la scintigraphie osseuse a trouvé sa place parmi les examens complémentaires en pathologie osseuse .

La scintigraphie osseuse est un exemple frappant de l'intérêt fonctionnel de la médecine nucléaire en comparaison des renseignements uniquement morphologiques apportés par la radiologie : pour qu'une lésion osseuse soit visible aux rayons X , il faut qu'il y ait une modification très importante de la charge calcique . Au contraire , une image scintigraphique permet un diagnostic précoce (parfois un an et plus avant les rayons X) , par l'indication de la vascularisation et de l'ostéogénèse .

5 à 15 mCi de diphosphonate de ^{99m}Tc sont injectés . Il faut attendre 6 heures pour avoir un rapport notable activité osseuse/activité tissu ; au bout de cette période , la radioactivité a donc beaucoup diminué , du fait de la décroissance radioactive et de l'élimination biologique , et l'activité est très réduite.

Le but de la scintigraphie est de localiser un foyer osseux d'hyperfixation (plus rarement d'hypofixation) . Il faut déterminer de quel type de lésion il s'agit ; la tomoscintigraphie permet de mieux définir la topographie de l'hyperfixation et par suite de distinguer des lésions de type différent .

Le résultat présenté sur la fig. 4.1 étudie la fixation au niveau des sacroiliques . Sur les vues scintigraphiques antérieure (en haut à droite) et postérieure (en bas à droite) , il est difficile d'affirmer qu'il y a une hyperfixation au niveau de la sacroiliaque gauche ; classiquement , on calcule les activités globales dans deux zones différentes et on les compare . La tomographie permet d'apprécier l'étendue tridimensionnelle de l'hyperfixation , qui dénote ici une inflammation ou sacroilite gauche .

Le développement de techniques de reconstruction quantitatives se révèle particulièrement utile dans les études scintigraphiques osseuses pour améliorer les possibilités de diagnostic étiologique .

[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

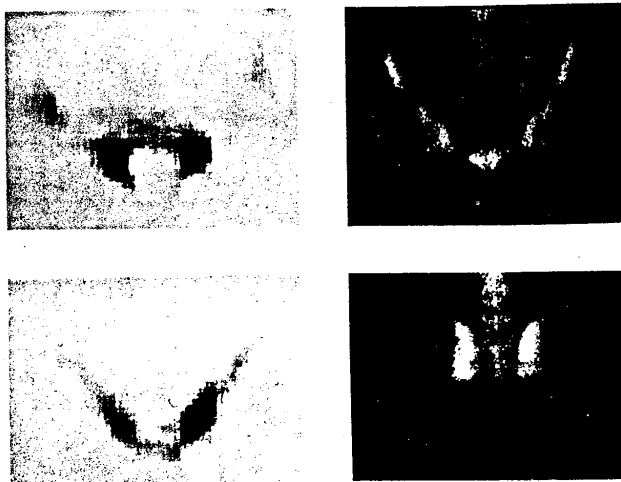


Figure 4.1 : Scintigraphie osseuse

4.2.3) Exploration hépatique

La scintigraphie est utilisée pour la recherche d'une néoformation intra-hépatique (souvent lacune de fixation) ou d'une encoche des bords, pour l'évaluation du volume et l'étude de la morphologie. Mais il est parfois difficile d'authentifier une lacune pathologique car il existe de multiples formes normales du foie.

La tomographie permet de diminuer le nombre de cas où l'on ne peut conclure avec une scintigraphie classique (sous 3 incidences). En particulier, elle permet de préciser la nature d'une hypoactivité sur une projection qui peut être due soit à la présence d'une néoformation (métastase, ...), soit à un amincissement normal du parenchyme ou à une compression par une masse extrinsèque.

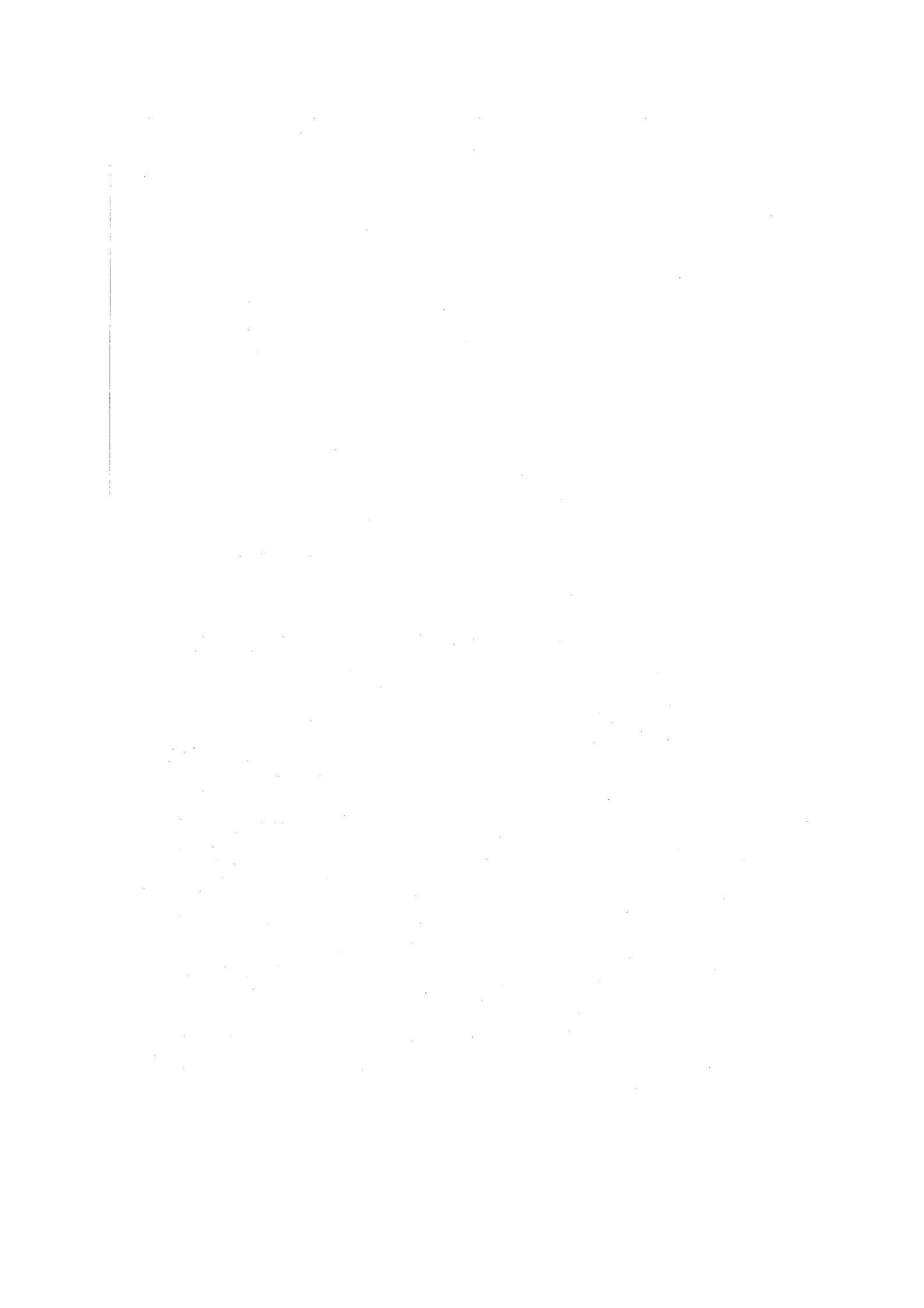
L'article qui suit est une comparaison, en l'occurrence pour l'exploration hépatique, de la TATE et de l'échotomographie; la présentation identique sous forme de coupes transversales facilite cette comparaison. Ces deux méthodes sont tout-à-fait complémentaires pour faciliter le diagnostic: en effet, alors que les ultra-sons ne permettent pas d'exploration sous les côtes, ils permettent par contre de situer parfaitement les organes du voisinage. Les ultra-sons sont favorables pour l'exploration des masses liquidiennes (hématomes), la scintigraphie est meilleure dans les autres cas.



4.2.4) CONCLUSION

Les résultats cliniques que nous avons présentés montrent clairement l'intérêt de la TATE .

Nous avons utilisé pour ces reconstructions un collimateur parallèle à haute résolution , limitant ainsi le domaine d'étude aux champs larges . L'utilisation d'un collimateur convergent pour améliorer la résolution des champs faibles est à l'étude avec deux types de reconstruction : soit par convolution après un réarrangement des données pour se ramener au cas parallèle , soit par des techniques itératives pour obtenir des images quantitatives .



la tomographie axiale isotopique

un nouveau progrès dans l'exploration morphologique du foie

J. Fonroget, J.-C. Roucayrol, J. Brunol, N. de Beaucoudrey, A. Venot *

PARMI les méthodes « non invasives » dont on dispose aujourd'hui pour dépister une formation intrahépatique, échotomographie ultra-sonore, tomodynamométrie et imagerie nucléaire, il semble que cette dernière soit celle qui laisse inaperçues le plus petit nombre de lésions (1, 3). Si le nombre d'erreurs par excès auxquelles la scintigraphie peut conduire est relativement faible, les cas où elle ne permet pas de conclure sont en revanche assez fréquents. En effet une lésion focale du foie, comme une tumeur primitive ou métastatique, un abcès, un kyste ou un hématome, apparaît habituellement comme une zone froide (hypoactive) sur la scintigraphie, c'est-à-dire comme une zone où le colloïde radioactif injecté n'a pas été capté. Mais une zone hypoactive ne traduit pas nécessairement une absence de captation du colloïde par une lésion intrahépatique. Elle peut correspondre à une forme normale mais inhabituelle du foie ou résulter de la présence de structures adjacentes. De là résultent les difficultés d'interprétation, sur une vue antérieure, d'une aire d'hypoactivité, au niveau du lobe gauche qui peut être normalement de faible épaisseur, dans la région d'émergence des veines sus-hépatiques, dans la région porta-

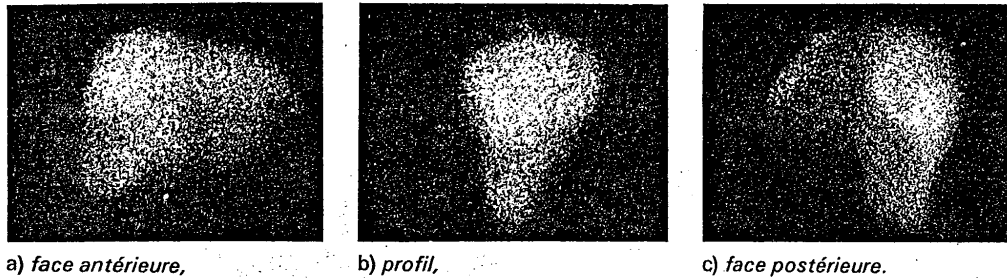
le, à la jonction des lobes droit et gauche, ou à la partie antéro-externe du lobe droit sous le rebord costal, et sur une vue postérieure, dans le voisinage des reins.

La méthode

La tomographie axiale isotopique permet de pallier ces inconvénients. Cette méthode permet de former des images de la distribution du colloïde radioactif injecté dans des coupes anatomiques transversales à partir d'une série de vues prises par une caméra à scintillation classique sous un grand nombre d'angles. On obtient donc véritablement une carte tridimensionnelle de la répartition du traceur dans l'organe et non simplement une représentation bidimensionnelle, que constitue une scintigraphie conventionnelle. En pratique, l'activité injectée au malade est la même que pour un examen classique (2 à 4 mCi de ^{99m}Tc sulfure de technetium colloïdal). Une demi-heure après l'injection le malade se place debout sur une plateforme qui tourne lentement autour d'un axe à vitesse constante devant la caméra à scintillation. Au cours d'une rotation complète qui dure environ 4 minutes, la caméra prend séquentiellement, à intervalles réguliers, un grand nombre

* Service des isotopes, Hôp. Cochin, Paris. Institut d'optique, Faculté des Sciences, Orsay.

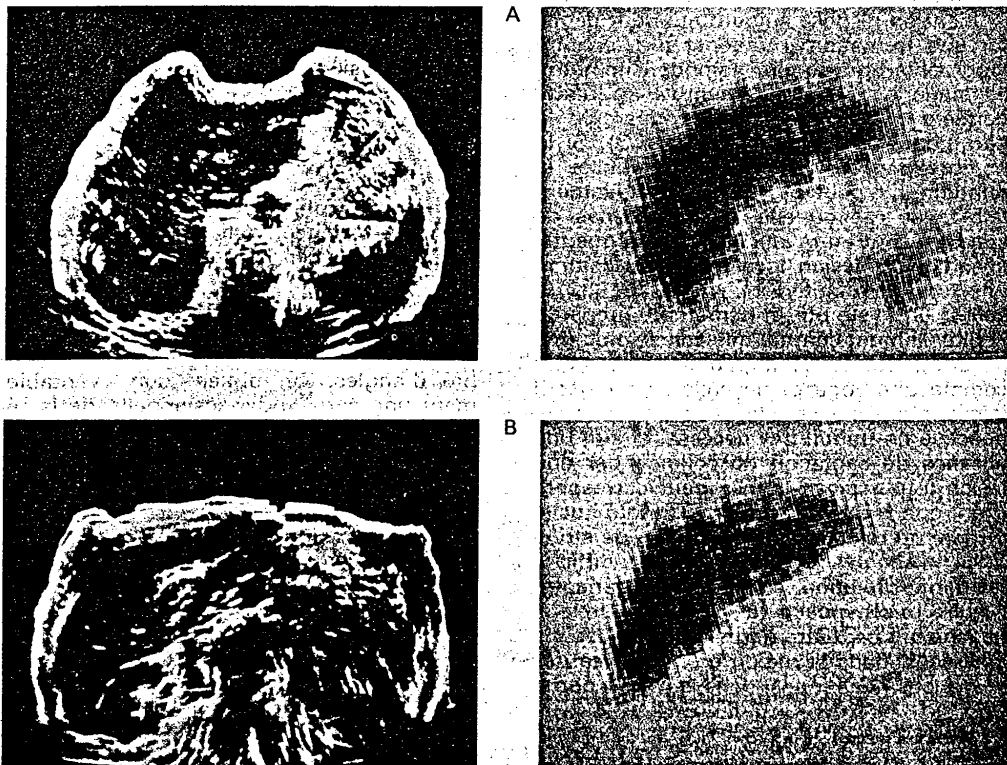
[The page contains extremely faint and illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the document. The text is too light to transcribe accurately.]



a) face antérieure, b) profil, c) face postérieure.

Fig. 1. — Scintigraphies hépatiques classiques sous les trois incidences habituelles.

Fig. 2. — Pour chaque plan de coupe (A, B, C, D) images par échotomographie (à gauche) et images par tomographie isotopique (à droite). La rate apparaît uniquement sur les coupes A et B. Les coupes C et D montrent que la zone de faible radioactivité dans la partie inférieure du lobe gauche correspond à un amincissement du parenchyme et que l'encoche du bord droit observée sur la scintigraphie classique en face antérieure doit être considérée comme un artefact.



Vertical line of text on the left margin.

Main body of text, appearing as a very faint and illegible document with scattered characters and lines.

d'images (au moins quarante) qui sont digitalisées et enregistrées sur bande magnétique. A partir de ces enregistrements un ensemble d'images de coupes transversales (de 2 cm d'épaisseur environ), obtenues par calcul sur ordinateur, donne une représentation tridimensionnelle de la distribution du traceur dans l'organe. L'algorithme de reconstruction que nous avons développé corrige en partie les effets de l'auto-absorption du rayonnement par les tissus. Les données enregistrées dans le Service des Isotopes de l'hôpital Cochin ont été traitées au CIRCE à Orsay sur IBM 370-168. La tomographie axiale isotopique est une méthode qui peut être utilisée dans tout Service de médecine nucléaire équipé d'une caméra à

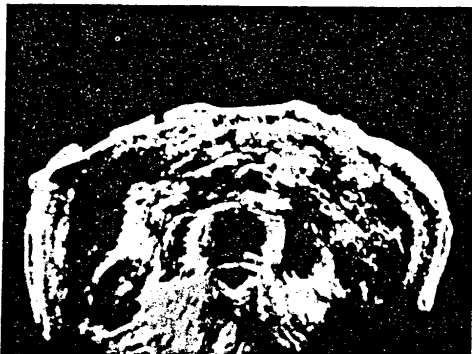
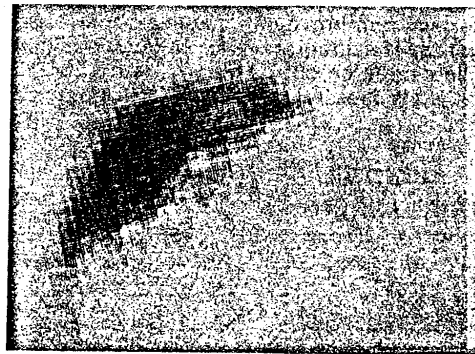
scintillation et d'un système de traitement de l'information au prix d'un apport supplémentaire minime.

Résultats cliniques

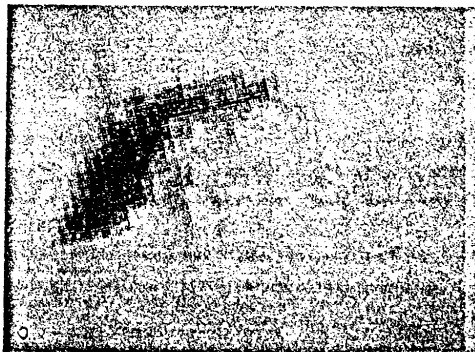
Les avantages de cette méthode sont illustrés par la *figure 1* où sont présentés les résultats obtenus sur un même malade (Service du Pr Péquignot) montrant les images scintigraphiques classiques (*fig. 1*) et des coupes réalisées à 4 niveaux différents (*fig. 2*), par échotomographie ultrasonore et par tomographie axiale isotopique. Sur la scintigraphie classique face antérieure, la zone hypoactive située à la partie inférieure du lobe gauche correspond, comme le mon-



C



D





treint les coupes C et D, à un amincissement du parenchyme. La zone hypoactive, formant une encoche à la partie externe du lobe droit, ne correspond pas à une lésion à ce niveau comme le montre la coupe D, mais à un artefact dû vraisemblablement à l'absorption du rayonnement par le gril costal. Pour chaque coupe anatomique on obtient une image ultrasonore et une image isotopique dont la comparaison facilite l'interprétation, l'échotomographie ultrasonore permettant de définir les contours du foie et de délimiter les structures et les organes de voisinage tels que le pancréas, la rate, les reins, la vésicule et l'aorte.

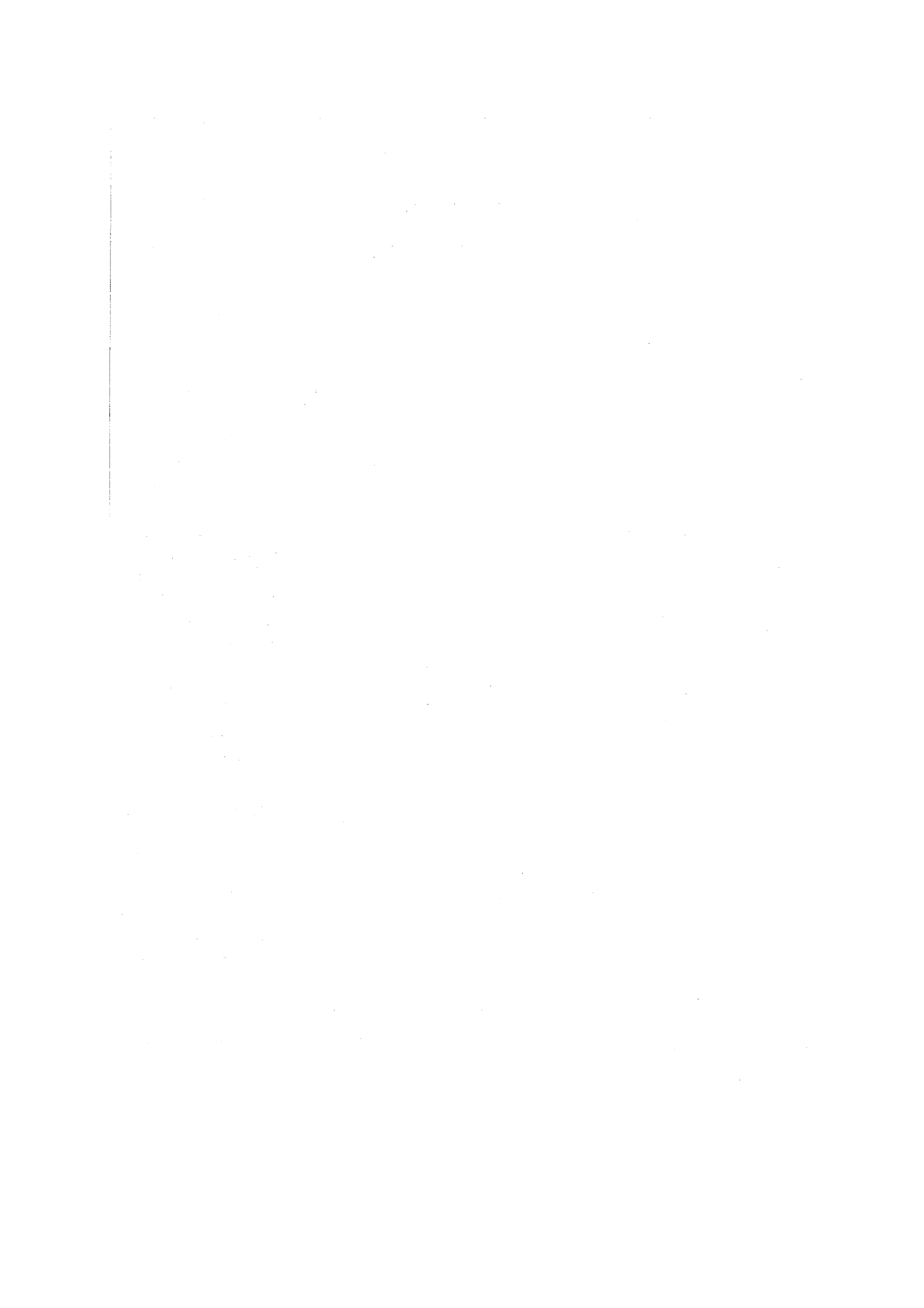
Conclusion

La tomographie axiale isotopique, qui fournit une série d'images de coupes isolées du foie, est susceptible de résoudre un certain nombre de difficultés d'interprétation de la scintigraphie hépatique classique. Elle devrait en outre diminuer le nombre de résultats faussement négatifs. En effet, par

l'augmentation de contraste qu'elle rend possible, elle doit permettre de détecter des lésions qui, par leur taille et par leur position en profondeur dans le parenchyme hépatique, passent inaperçues sur des scintigraphies classiques. Enfin, elle rend possible une détermination précise des contours et de la taille du foie ainsi qu'une appréciation de l'hétérogénéité de la captation du traceur. Ces avantages et la facilité de mise en œuvre de la tomographie isotopique devraient lui faire connaître un rapide développement dans de nombreux Services de médecine nucléaire.

BIBLIOGRAPHIE

1. Bryan P.-J., Dinn W.-M., Grossman Z.-D., Mc Afee J.-G., Kieffer S.-A. — « Correlation of computed tomography, gray scale ultrasonography and radionuclide imaging of the liver in detecting occupying process ». *Radiology*, 1977, 124, 387-393.
2. Grossman Z.-D., Wiston B.-W., Bryan P.-J., Dinn W.-M., Mc Afee J.-G., Kieffer S.-A. — « Radionuclide imaging, computed tomography and gray scale ultrasonography of the liver: a comparative study ». *J. Nucl. Med.* 1977, 18, 327-332.
3. Sanders A.-D., Sanders R.-C. — « The complementary use of B-scan ultrasound and radionuclide imaging techniques ». *J. Nucl. Med.* 1977, 18, 205-220. ■



CONCLUSION

Nous avons proposé une méthode de tomographie axiale transverse d'émission destinée à la médecine nucléaire . Après avoir analysé différents types d'algorithmes nous avons , par une étude appropriée , montré que l'utilisation d'un algorithme de convolution conduisait , moyennant un certain nombre de traitements supplémentaires fondamentaux , à l'obtention de résultats permettant d'accroître dans une large mesure l'efficacité du diagnostic .

Nous avons ainsi abordé les problèmes de fluctuations poissonniennes des sources qui sont extrêmement faibles . Les traitements statistiques que nous avons proposés permettent au mieux de réaliser un compromis du type résolution - rapport signal sur bruit .

Nous avons pris en compte le phénomène d'auto-absorption qui joue , avec les isotopes considérés , un rôle fondamental . Cette dernière analyse conduit dans un premier temps , à des méthodes de correction approchées permettant de maintenir la reconstruction par des techniques de convolution ou de Fourier . Il ne fait cependant pas de doute que des techniques plus sophistiquées sont indispensables à terme . Les algorithmes itératifs que nous développons sont l'une des voies qui permettent de répondre à cette question . Ils doivent , par ailleurs , conduire à des résultats quantitatifs particulièrement adaptés au caractère fonctionnel des examens .

Enfin , d'un point de vue pratique , les problèmes d'échantillonnage angulaire et d'influence du collimateur ont été abordés . Ils ont permis la mise en oeuvre de la méthode en pratique dans le Service d'Exploration Fonctionnelle par les Radioisotopes du Professeur J.C. ROUCAYROL , dans l'Hôpital Cochin à Paris .

Les résultats obtenus "in vivo" confirment dans une large mesure les analyses menées à la fois au plan théorique et vérifiées expérimentalement sur fantôme . Indépendamment des développements théoriques ultérieurs dont nous avons parlé , une telle méthode nous ouvre un certain nombre de voies de recherche , en particulier dans le domaine de la "modélisation fonctionnelle", seule approche acceptable pour approfondir les mécanismes de fonctionnement des différents organes . La possibilité qui existe maintenant d'obtenir des images tridimensionnelles quantitatives de ces organes pose le problème de la modélisation fonctionnelle en termes nouveaux .

Comme nous l'avons dit , la médecine nucléaire donne des informations essentiellement fonctionnelles sur l'organisme humain . Afin de mieux comprendre les différentes fonctions , un travail considérable de modélisation a déjà été effectué ; ces travaux font en particulier appel à des méthodes statistiques évoluées .

Cependant , à ce jour , leur point de départ se limite aux images à deux dimensions que l'on obtient en scintigraphie conventionnelle .

Ainsi , classiquement , si l'on considère un organe on peut y définir des domaines spatiaux (ou régions) . Le fonctionnement de chaque région peut être représenté en définissant des compartiments biologiques qui rendent compte des différentes interactions de la région ainsi que de son comportement propre . En ce sens , ces compartiments ne sont absolument pas des sous-ensembles spatiaux de la région .

Il est évident qu'une telle modélisation globale parfaitement adaptée à l'imagerie bidimensionnelle ne peut que refléter imparfaitement le fonctionnement de l'organe considéré . Or , un grand besoin existe actuellement d'une connaissance locale exacte des caractères fonctionnels des différents organes du corps humain . Le fait que de bonnes images tridimensionnelles peuvent maintenant être obtenues va donc permettre d'aborder ce problème d'une façon plus efficace .

REFERENCES

- H.H. BARRETT , "Fresnel zone plate imaging in nuclear medicine" , J. Nucl. Med. 13 (1972) 382 .
- H.H. BARRETT and W. SWINDELL , "Analog reconstruction methods for transaxial tomography" , Proc. of the IEEE , 65 (1977) 89 .
- R.H.T. BATES and T.M. PETERS , "Towards improvements in tomography" , New Zealand J. Sci. 14 (1971) 883 .
- A. BLANC-LAPIERRE , Théorie des fonctions aléatoires , Masson , 1953 .
- R.N. BRACEWELL , "Strip integration in radioastronomy" , Aust. J. Phys. 9 (1956) 198 .
- R.N. BRACEWELL and A.C. RIDDLE , "Inversion of fan-beam scans in radioastronomy" , Astrophys. J. 150 (1967) 427 .
- BRUNOL (1977 a) : J. BRUNOL , J. FONROGET , "Bruit multiplex en gammagraphie par codage" , Opt. Comm. 22 (1977) 301 .
- BRUNOL (1977 b) : J. FONROGET , J. BRUNOL , S. LOWENTHAL , J.C. ROUCAYROL , "Reconstruction digitale d'images tridimensionnelles à partir de données codées par des codes à symétrie circulaire" , Congrès de Médecine Nucléaire - Reims , mai 77 .
- BRUNOL (1978 a) : J. BRUNOL and J. FONROGET , "Sequential method for high 3-D resolution imaging in Nuclear Medicine" , Opt. Comm. 25 (1978) 35 .
- BRUNOL (1978 b) : J. BRUNOL , N. de BEAUCOUDREY , J. FONROGET , S. LOWENTHAL , "Imagerie tridimensionnelle en gammagraphie" , Opt. Comm. 25 (1978) 163 .
- BRUNOL (1978 c) : J. BRUNOL , J. FONROGET et S. LOWENTHAL , "Déconvolution analogique en imagerie par ouverture codée appliquée à la Médecine Nucléaire" , Optica ACTA , 25 (1978) 113 .
- T.F. BUDINGER and L. MATHIEU , Annales de Physique Biologique et Médicale (8/1.74) Gauthier-Villars (Paris) .
- T.F. BUDINGER and G.T. GULLBERG , "3-D reconstruction of isotope distributions" Phys. Med. Biol. , 19 (1974) 387 .
- L.T. CHANG , B. MAC DONALD and V. PEREZ-MENDEZ , Meeting on image processing for 2-D and 3-D reconstruction , Stanford 4-7/8/1975 .
- A.M. CORMACK , "Representation of a function by its line integrals , with some radiological applications" , J. Appl. Phys. 34 (1963) 2722 .
- P. GILBERT , "Iterative methods for the 3-D reconstruction of an object from projections" , J. of Theor. Biol. , 36 (1972) 105 .
- M. GOITEIN , "3-D density reconstruction from a series of 2-D projections" , Nucl. Instr. and Meth. 101 (1972) 509 .

- R. GORDON , R. BENDER and G.T. HERMAN , "Algebraic reconstruction techniques (ART) for 3-D electron microscopy and X-ray photography" , J. Theor. Biol., 29 (1970) 471 .
- G.N. HOUNSFIELD , "A method of an apparatus for examination of a body by radiation such as X-ray or gamma radiation", British Patent No. 12 83915 , London , 1972 . Issued to EMI Ltd Application filed Aug. 1968 .
- T.S. HUANG , D.A. BARKER and S.P. BERGER , Appl. Opt. 14 (1975) 1165 .
- D.B. KAY , Ph. D. Thesis (1976) University of Rochester .
- D.E. KUHL and R.Q. EDWARDS , "Image separation radioisotope scanning" , Radiology , 80 (1963) 653 .
- G. LE COQ , F. SOUSSALINE , "Le problème de la reconstruction d'images à partir de projections . Revue des méthodes de résolution et présentation de la méthode itérative régularisante (MIR)" , Rapport Serma n° 257/S , déc. 1975 .
- L. MERTZ and N.O. YOUNG , "Fresnel transformation of images" , Proceedings Internat. Conf. on Opt. Instr. , Chapman and Hall , 305 (1961) London .
- A. PAPOULIS , Probability , random variables and stochastic processes , International student edition .
- J. RADON , "On the determination of functions from their integral along certain manifolds" , Berichte Saechsische Akad. Wissenschaft , Leipzig , 69 (1917) 262 .
- G.N. RAMACHANDRAN et A.V. LAKSHMINARAYANAN , "3-D reconstruction from radiographs and electron micrographs ; application of convolutions instead of Fourier transforms" , Proc. Nat. Acad. Sci. USA 68 (1971) 2236 .
- D.J. DE ROSIER and A. KLUG , "Rconstruction of 3-D structures from electron micrographs" , Nature 217 (1968) 130 .
- P.D. ROWLEY , "Quantitative Interpretation of 3-D weakly refractive phase objects using holographic interferometry" , J. Opt. Soc. Am. 59 (1969) 1496 .
- P. SCHMIDLIN , "Iterative separation of sections in tomographic scintigrams" , Nucl. Med. (Stuttg.) 11 (1972) 1 .
- K. TANABE , "Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications" , Numer. Math. 17 (1971) 203 .
- H. WEISS and D. MEYER-EBRECHT , Optica Acta , 24 (1977) 293 .

PRINCIPALES REFERENCES EN TOMOGRAPHIE AXIALE TRANSVERSE

- Special issue on physical and computational aspects of 3-D image reconstruction (ed. Z.H. Cho) , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) .
- T.F. BUDINGER and G.T. GULLBERG , "3-D reconstruction in nuclear medicine" I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) 1 .
- Z.H. CHO , "General views on 3-D image reconstruction and computerized transverse axial tomography" , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. , NS-21 (1974) 44 .
- G.T. HERMAN and R. GORDON , "3-D reconstruction from projections , a review of algorithms" , Int. Rev. Cytol. , 38 (1974) 111 .
- Proceedings of the meeting on image processing for 2-D and 3-D reconstruction , Stanford 4-7/8/1975 .
- R.A. BROOKS et G. DI CHIRO , "Theory of image reconstruction in computed tomography" , Radiology 117 (1975) 561 .
- H.H. BARRETT et W. SWINDELL , Proc. of the I.E.E.E. 65 (1977) 89 .

TECHNIQUES DE "FOURIER"

- R.N. BRACEWELL and A.C. RIDDLE , "Inversion of fan-beam scans in radioastronomy" , Astrophys. J. 150 (1967) 427 .
- T.F. BUDINGER and G.T. GULLBERG , "3-D reconstruction in nuclear medicine" , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) 1 .
- G.N. RAMACHANDRAN et A.V. LAKSHIMINARAYANAN , "3-D reconstruction from radiographs and electron micrographs ; application of convolutions instead of Fourier transforms" , Proc. Nat. Acad. Sci. USA 68 (1971) 2236 .
- L.A. SHEPP and B.F. LOGAN , "The Fourier reconstruction of a head section" , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) 21 .

Synthèse de Fourier

- D.B. KAY , J.W. KEYES and W. SIMON , "Radionuclide tomographic image reconstruction using Fourier transform techniques" , J. Nucl. Med. 15 (1974) 981 .
- R.M. MERSEREAU et A.V. OPPENHEIM , "Digital reconstruction of multidimensional signals from their projections" , Proc. I.E.E.E. 62 (1974) 1319 .
- D.J. DE ROSIER and A. KLUG , "Reconstruction of 3-D structures from electron micrographs" , Nature 217 (1968) 130 .

- P.D. ROWLEY , "Quantitative Interpretation of 3-D weakly refractive phase objects using holographic interferometry" , J. Opt. Soc. Am. 59 (1969) 1496 .
- P.R. SMITH , T.M. PETERS et R.H.T. BATES , "Image reconstruction from finite number of projections" , J. Phys. A. Math. Nuc. Gen. 6 (1973) 361 .

METHODES ITERATIVES

- T.F. BUDINGER and G.T. GULLBERG , "3-D reconstruction in nuclear medicine" , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) 1.
- P. GILBERT , "Iterative methods for the 3-D reconstruction of an object from projections" , J. of Theor. Biol. , 36 (1972) 105 .
- M. GOITEIN , "3-D density reconstruction from a series of 2-D projections" , Nucl. Instr. and Meth. 101 (1972) 509 .
- R. GORDON , R. BENDER and G.T. HERMAN , "Algebraic reconstruction techniques (ART) for 3-D electron microscopy and X-ray photography" , J. Theor. Biol. , 29 (1970) 471 .
- G.N. HOUNSFIELD , "A method of and apparatus for examination of a body by radiation such as X-ray or gamma radiation" , British Patent No. 12 83915 , London , 1972 . Issued to EMI Ltd Application filed Aug. 1968 .
- B.E. OPPENHEIM , "More accurate algorithms for iterative 3-D reconstruction" , I.E.E.E. Trans. Nuc. Sci. NS-21 (1974) 72 .

SERS

AA

GORDON

Sci. NS-21 (1974) 78

TOMOGRAPHIE DE MOUVEMENT

- J.R. ANDREWS and R.J. STAVA , "Planigraphy II . Mathematical analysis of the methods , description of the apparatus and experimental proof" , Amer. J. Roent. Rad. Ther. , 38 (1937) 145-151 .
- G. GROSSMAN , "Practical considerations of tomography" , Fortschr. a.d. Geb. De Röntgenstrahlen , 52 (1935) 44 .
- B.G. ZIEDES DES PLANTES , "A new method of differentiation in roentgenography (planigraphy)" , Acta Radiol. , 13 (1932) 182-191 .



PERMIS D'IMPRIMER

Doctorat 3ème CYCLE

Thèse de OPTIQUE

Nom GANNE de BEAUCOUDREY

Prénoms Nicole

Date et lieu de naissance 06 Juin 1954 à CHALON-SUR-SAONE (Saône-et-Loire)

SUJET :

Thèse : Traitement d'images en tomographie axiale transverse : application à la médecine nucléaire.

Vu et approuvé :

Orsay, le 23 AVRIL 1979

Les Membres du Jury.



[Handwritten signatures of the jury members]

