



**HAL**  
open science

# Contrôle du bruit quantique de la lumière et mesures quantiques non destructives utilisant des atomes piégés et refroidis.

Karine Vigneron

## ► To cite this version:

Karine Vigneron. Contrôle du bruit quantique de la lumière et mesures quantiques non destructives utilisant des atomes piégés et refroidis.. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1998. Français. NNT: . pastel-00716228

**HAL Id: pastel-00716228**

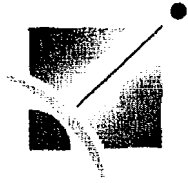
**<https://pastel.hal.science/pastel-00716228>**

Submitted on 10 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :



Institut d'Optique Théorique et Appliquée  
Université de Paris-Sud  
UFR Scientifique d'Orsay

# THESE

présentée pour obtenir

Le Grade de Docteur en Sciences  
de l'Université Paris XI d'Orsay

par

Karine VIGNERON

CONTROLE DU BRUIT QUANTIQUE DE LA LUMIERE ET MESURES QUANTIQUES  
NON-DESTRUCTIVES UTILISANT DES ATOMES PIEGES ET REFROIDIS

Soutenue le 10 Juillet 1998 devant la Commission d'examen :

Mme MM	Pierre CHAVEL	Président
	Philippe GRANGIER	Directeur de thèse
	Antoine HEIDMANN	Rapporteur
	Valérie LEFEVRE-SEGUIN	Rapporteur
	Raymond MERCIER	Examineur



## REMERCIEMENTS

*L'ensemble de ce travail a été réalisé à L'Institut d'Optique Théorique et Appliquée, au cours des années 1995 à 1998. Je remercie ses directeurs successifs messieurs les professeurs Christian Imbert et Pierre Chavel de m'y avoir accueillie et le dernier d'accepter à présent la présidence de ce jury.*

*J'ai eu la grande chance de pouvoir travailler avec Jean-François Roch pendant la première année de ma thèse. Il a accompagné mes premiers pas dans la physique expérimentale et a toujours été disponible pour répondre à mes questions avec beaucoup de patience et de gentillesse. Je voudrais lui exprimer ici ma profonde reconnaissance pour sa disponibilité et sa présence amicale, qui ont été pour moi une aide incomparable.*

*J'ai eu l'occasion de travailler avec Alice Sinatra qui a pris en charge l'analyse théorique de l'expérience QND avec efficacité. Un merci tout spécial pour ses explications et ses formules... Qu'elle soit assurée de toute mon amitié.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude envers tous les autres membres du groupe, qu'ils soient de passage ou permanents : Jean-Philippe Poizat, pour ses petites mises au point sur le bruit quantique ; Georges Reymond et Nicolas Schlosser pour les mesures de température, Tiejun Chang et les autres, qui sont partis depuis, comme Jean-Marc Daul, Philippe Grellu et Branislav Hladky.*

*Je suis reconnaissante à madame Valérie Lefèvre-Seguin et monsieur Antoine Heidmann pour avoir rapporté ce (long) travail à la veille des vacances. Je remercie également monsieur Raymond Mercier de l'intérêt qu'il a témoigné pour ce travail en prodiguant quelques judicieux conseils pendant ma thèse et en acceptant, aujourd'hui, de prendre part à ce jury.*

*Un merci tout particulier à Alain Aide dont on ne compte plus les réalisations électroniques dans le laboratoire et à toutes ses boîtes "magiques" qui rendent la vie plus facile. Je tiens également à le remercier de sa patience envers moi : grâce à lui, mon ignorance en électronique s'est amoindrie.*

*Le travail de conception optique m'a permise de collaborer directement avec de nombreux services de l'Institut. Tout d'abord merci à Catherine Armellin qui m'a initiée à Code V<sup>®</sup> et qui est toujours restée disponible lorsqu'un problème se présentait (ce qui est fréquemment arrivé). Je remercie sincèrement Pierre Fournet dont l'expérience et le savoir-faire ont permis d'éliminer bon nombre de difficultés lors de l'assemblage du système optique (entre autres) mais aussi pour ses dessins qui illustrent largement le dernier chapitre de ce mémoire. Je ne saurais oublier Serge Equilbey qui a gentiment prêté son temps pour effectuer un reportage photos complet malgré les imprévus, les retards et les week-ends...*

*La réalisation de cet ensemble optique n'aurait pas été possible sans l'excellent travail des membres des services techniques de l'Institut, et plus particulièrement l'atelier de mécanique dirigé par M. Galtier et l'atelier d'optique dirigé par M. Colas.*

*Je remercie tout spécialement "les TPs de l'Ecole", Marie-Thé et Thierry, qui m'ont prêté une quantité inestimable de matériel optique, que je n'ai pas toujours rendu dans des délais raisonnables! Merci de leur indulgence.*

*J'ai eu la chance d'être aidée par Nelly Bonavent qui a assuré l'essentiel de la frappe de ce mémoire, avec efficacité et gentillesse. Je lui en suis très reconnaissante. Merci de la même manière à Françoise Pellegrino pour la reproduction de ces quelques (...) pages en de nombreux exemplaires, malgré des impératifs horaires difficiles.*

*Un merci amical à tous les membres du groupe d'optique atomique avec qui j'ai partagé les gâteaux, mon bureau (pour certains) et les petits problèmes d'une "manip atomes froids". Merci de leurs coups de mains spontanés, de leurs discussions intéressantes et de leur bonne humeur.*

*Pour terminer, je souhaite remercier ma famille, et plus particulièrement mes parents, de m'avoir soutenue durant mes études et cette thèse. J'adresse un dernier remerciement à Christian qui a partagé une année de galères sur la manip et qui s'engage maintenant à partager ma vie. Merci de ton enthousiasme, de ta curiosité et de ton soutien sans faille.*

# TABLE DES MATIÈRES



Introduction générale 7

**Chapitre I Quelques rappels théoriques 11**

**Partie A Les fluctuations quantiques en optique 13**

A.I	Le formalisme quantique	14
I.1	L'inégalité de HEISENBERG pour le champ électromagnétique	14
I.2	Les états cohérents du champ électromagnétique	16
I.2.1	Définition et propriétés	16
I.2.2	Représentation dans l'espace des phases	17
A.II	Réduction du bruit quantique et Détection	18
II.1	Les états comprimés	18
II.2	Mesure des fluctuations d'intensité	19
II.2.1	Approximation linéaire	19
II.2.2	Analyse spectrale	20
II.2.3	Détection homodyne du bruit quantique	22
II.2.4	Réduction de bruit et effet Kerr	24

**Partie B Mesures quantiques non destructives 31**

B.I	Introduction	31
I.1	Effet d'une mesure quantique	31
I.2	Organisation de cette partie	32
B.II	Bruit introduit par une mesure	33
II.1	Le microscope de Heisenberg	33
II.2	Origine de la mesure QND	35
II.3	Variable QND	36
B.III	Mesure quantique non-destructive	37
III.1	Mesures directe et indirecte	37
III.2	Définition d'une mesure QND idéale	38
III.2.1	Définition générale	38
III.2.2	Définition pratique	38
B.IV	Mesure QND en optique	39
IV.1	Les différents régimes	39
IV.2	Mesure QND utilisant l'effet Kerr croisé	40
IV.2.1	Principe : interprétation classique du couplage	40
IV.2.2	Point de vue quantique	41
B.V	Caractérisation d'une mesure QND réelle	43
V.1	Aspect "quantique" de la mesure	44
V.1.1	Corrélation quantique	44
V.1.2	Variance conditionnelle	44
V.2	Aspect "classique" de la mesure	45
V.2.1	coefficients de corrélation	45
V.2.2	Critères expérimentaux	45
V.3	Discussion	48
V.3.1	Mesure d'intensité par une lame séparatrice	48
V.3.2	Valeurs des paramètres de caractérisation d'une mesure quelconque	50
V.3.3	Diagramme QND	51



<b>Chapitre II</b>	<b>Dispositif experimental utilisé</b>	<b>55</b>
<b>Partie A</b>	<b>Le piège magnéto-optique</b>	<b>59</b>
A.I	Le jet atomique	59
I.1	Fonctionnement sous-vide	59
I.2	Le four à rubidium	59
A.II	Ralentissement laser	62
II.1	Ralentissement des atomes du jet	62
II.1.1	Principe	62
II.1.2	Transitions utilisées	62
II.2	Dispositif expérimental	63
II.2.1	Emploi de diodes lasers	64
II.2.2	Contrôle de la fréquence et de l'amplitude de balayage	65
A.III	Le Piège	66
III.1	L'enceinte ultra-vide	67
III.2	Les lasers pièges	70
III.2.1	Choix des diodes lasers	71
III.2.2	Asservissement d'un laser maître et injection de puissance	72
A.IV	Contrôle du Pompage optique : piège "sombre"	76
IV.1	Motivations	76
IV.2	Accroissement du nombre d'atomes piégés	79
<b>Partie B</b>	<b>Utilisation du nuage d'atomes froids et piégés en tant que milieu non-linéaire</b>	<b>81</b>
B.I	La cavité optique : description et propriétés	81
B.II	Couplage de deux faisceaux	84
II.1	Choix des lasers	84
II.2	Adaptation des modes des lasers aux modes de la cavité	85
II.2.1	Principe	85
II.2.2	Configuration expérimentale retenue	86
B.III	Observation de la bistabilité à deux faisceaux	86
<b>Chapitre III</b>	<b>Realisation experimentale d'une mesure QND a l'aide d'atomes froids et pieges de rubidium</b>	<b>91</b>
<b>Partie A</b>	<b>Configuration atomique utilisée</b>	<b>93</b>
A.I	Découplage des faisceaux "QND" des faisceaux pièges	94
I.1	Utilisation du piège sombre	94
I.2	Système en lambda entre niveaux hyperfins, sur la raie D1	95
I.2.1	Principe d'une "transition fantôme"	95
I.2.2	Système en lambda retenu	97
A.II	Ondes stationnaires et modes de la cavité	98
II.1	Résonance simultanée des deux faisceaux	98
II.1.1	Nombre entier d'intervalles spectraux libres	99
II.1.2	Ondes stationnaires	99
II.2	Force dipolaire rectifiée	102
A.III	Résumé	103

<b>Partie B</b>	<b>Mesure expérimentale des critères QND</b>	<b>105</b>
B.I	Ensemble du dispositif expérimental	105
I.1	Détection homodyne	105
I.1.1	Principe	105
I.1.2	Mise en œuvre	106
I.2	Vérification des bruits de photons	109
I.2.1	Les détecteurs	109
I.2.2	Les lasers	110
I.3	Dispositif utilisé	112
B.II	Mesure des coefficients de transfert : $T_s$ et $T_m$	114
II.1	Application potentielle	114
II.2	Méthode expérimentale	115
II.3	Résultats obtenus	116
B.III	Mesure de la variance conditionnelle	119
III.1	Seconde application possible d'une mesure QND en optique	119
III.2	Comment procède-t-on en pratique ?	119
III.3	Valeurs mesurées	121
<b>Partie C</b>	<b>Comparaison des résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques d'un modèle à trois niveaux</b>	<b>125</b>
C.I	Analyse théorique	125
I.1	Les notations	125
I.2	Présentation de l'article	127
I.3	Discussion pratique de la contrainte sur les désaccords	145
C.II	Comparaison théorie-expérience	145
II.1	Correction des pertes optiques sur les mesures expérimentales	145
II.1.1	Principe	145
II.1.2	Valeurs numériques	147
II.2	Les courbes théoriques	148
II.2.1	Les champs moyens intracavités	148
II.2.2	Les critères QND	149
II.3	Conclusion	151
<b>Chapitre IV</b>	<b>Expériences complémentaires</b>	<b>153</b>
<b>Partie A</b>	<b>Les autres configurations envisagées</b>	<b>157</b>
A.I	Configuration en $\Lambda$ sur des sous-niveaux Zeeman	157
I.1	Niveaux atomiques mis en jeu	157
I.2	Qu'est-ce qui ne marchait pas ?	160
A.II	Système en $\Lambda$ sur des sous-niveaux hyperfins	162
II.1	Configuration utilisée	162
II.2	Les observations expérimentales	162
II.2.1	$\sigma^+$ / $\sigma^-$	162
II.2.2	lin. perp. lin	164
II.3	Problèmes liés à ce système en $\Lambda$	165
A.III	Système en V	166
III.1	Les transitions employées	166

III.2	Les courbes expérimentales	169
III.2.1	Bistabilité	169
III.2.2	Paramètres QND	170
III.3	Destruction de piège : action mécanique des faisceaux	173
III.3.1	Introduction	173
III.3.2	Description théorique utilisée	173
III.3.3	Une explication des observations expérimentales	174
<b>Partie B</b>	<b>Mesure de la température du piège</b>	<b>177</b>
B.I	Dispositif expérimental	179
I.1	Imagerie	179
I.1.1	Mise en forme du faisceau	179
I.1.2	Verre de champ	180
I.2	Prise des images	181
I.2.1	Le flash	182
I.2.2	Coupure du piège	182
I.2.3	Synchronisation	183
I.2.4	Linéarité de la caméra et homogénéité du faisceau	186
B.II	Calcul de la répartition de l'intensité	187
II.1	Evolution de la distribution spatiale des atomes	187
II.1.1	Problème à une dimension	187
II.1.2	Interprétation de l'expression de $V_0(X,t)$	189
II.1.3	Passage au problème réel à trois dimensions	190
II.2	Intensité dans le faisceau transmis	191
B.III	Résultats expérimentaux	192
III.1	Températures attendues	192
III.1.1	Température DOPPLER	193
III.1.2	Température de recul	194
III.2	Traitement des images	194
III.2.1	Détramage	194
III.2.2	Epuration des images	195
III.3	Analyse des données	196
III.3.1	Evolution de la taille du nuage atomique	196
III.3.2	Détermination de la température	200
III.3.3	Nombre d'atomes	200
<b>Chapitre V</b>	<b>Vers un piège dipolaire optique...</b>	<b>203</b>
<b>Partie A</b>	<b>Historique des pièges dipolaires et motivations</b>	<b>205</b>
A.I	"Histoire" des pièges dipolaires	205
I.1	Principe : la force dipolaire	206
I.2	Quelques travaux effectués sur les pièges dipolaires	210
A.II	Piège dipolaire et électrodynamique quantique en cavité	214
II.1	L'aspect Electrodynamique Quantique en Cavité	215
II.1.1	Les motivations	215
II.1.2	La formulation de ces effets	216
II.1.3	Quelques chiffres	218

II.2	L'aspect Piège Dipolaire Optique	219
<b>Partie B</b>	<b>Conception Optique</b>	<b>223</b>
B.I	La cavité	224
I.1	Les contraintes issues du calcul théorique	224
I.1.1	Une cavité pour des expériences d'électrodynamique quantique	224
I.1.2	Deux contraintes traitées simultanément	226
I.2	Une cavité grande ouverture en conjugaison Young-Weierstrass	227
I.2.1	Grande ouverture : optique parfaitement stigmatique	227
I.2.2	Ménisque arrière de la cavité	229
B.II	Transport de la lumière au centre de la cavité	232
II.1	Les fibres optiques	232
II.2	L'objectif	233
II.2.1	Etape préliminaire	233
II.2.2	Etape d'optimisation	234
II.2.3	Passage à la réalisation : les calibres et les verres	234
II.3	Résultats	238
B.III	La détection	239
III.1	Observation des phénomènes	239
III.1.1	Ce que l'on veut voir	239
III.1.2	Avec quelle précision ?	240
III.2	Le système de détection envisagé	240
III.2.1	Collection de flux en sortie de la cavité	241
III.2.2	Ce qui revient de la cavité	241
B.IV	Etude et contrôle théoriques du système et de ses performances	242
IV.1	D'un point de vue géométrique	242
IV.1.1	Les aberrations	242
IV.1.2	Le "diagramme de points" (spot diagram)	244
IV.2	En tenant compte de la diffraction	246
IV.2.1	La réponse percussionnelle	246
IV.2.2	Analyse du front d'onde	249
IV.2.3	La fonction de transfert de modulation	251
IV.3	Faisceaux gaussiens	254
IV.3.1	Approximation paraxiale	254
IV.3.2	Apodisation	257
IV.4	Tolérancement	259
IV.4.1	Ce que les opticiens et mécaniciens savent faire	259
IV.4.2	Programme de tolérancement	260
IV.4.3	Résultats et conséquences	261
B.V	Simulations des conditions réelles d'utilisation du système optique complet	263
V.1	Champ image	264
V.2	Chromatisme	264
V.3	Autres propriétés du système	267
V.3.1	Défocalisation de 10 microns	267
V.3.2	Waist de 5 microns dans la cavité	269

<b>Partie C</b>	<b>Réalisation expérimentale et première caractérisation</b>	<b>271</b>
C.I	Monture de l'objectif	271
I.1	Repenser l'enceinte	271
I.2	Les pièces mécaniques	272
C.II	Montage optique	277
II.1	Le montage proprement dit	278
II.2	Réglages préliminaires	280
C.III	Test de la qualité optique de l'objectif	282
III.1	Enregistrement de la réponse percussionnelle	283
III.2	Les premiers résultats	283
III.2.1	Le montage expérimental	283
III.2.2	Les images préliminaires	284
III.3	Le réglage final	285
III.3.1	La procédure	285
III.3.2	Nouvelles caractéristiques de l'image	287
	Conclusion générale	295
<b>Annexe A</b>	<b>Rubidium : quelques données utiles ...</b>	<b>297</b>
<b>Annexe B</b>	<b>Paramètres des verres</b>	<b>305</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Informations concernant le sous-ensemble placé en sortie de la cavité</b>	<b>309</b>
<b>Annexe D</b>	<b>Tolérancement</b>	<b>315</b>
<b>Annexe E</b>	<b>Quelques méthodes de mesure des aberrations</b>	<b>323</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>333</b>

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'optique quantique consiste essentiellement à étudier les propriétés **quantiques** de la lumière. Depuis une dizaine d'années, ce domaine a enregistré un essor important avec, en particulier, la mise en évidence de nouveaux états du rayonnement pour lesquels les propriétés de la lumière sont **mesurées** ou **contrôlées** avec une sensibilité meilleure que le bruit quantique. Le concept de fluctuations quantiques du champ électromagnétique est apparu simultanément avec le développement de la mécanique quantique [1]. Dès 1900, PLANCK introduit l'idée des quanta d'énergie afin de comprendre le rayonnement du corps noir. En 1905, EINSTEIN reprend l'hypothèse pour expliquer l'effet photoélectrique. Ces effets, entre autres, sont directement liés à l'existence de photons, donc au caractère **corpusculaire** de la lumière. Sept ans plus tard (1912), PLANCK parle "d'énergie de point zéro" correspondant à l'énergie d'un demi photon par mode du champ électromagnétique. Cette notion, étrange il faut bien le dire, donna lieu, à l'époque, à de nombreuses controverses. Cependant, en 1916, NERNST suggère que l'espace libre est constitué par un champ électromagnétique **fluctuant** qui correspond à cette énergie de point zéro. En 1925, HEISENBERG l'obtient théoriquement pour un oscillateur harmonique, en utilisant le formalisme de la mécanique quantique qu'il est en train d'inventer. Il démontre également ses fameuses **relations d'incertitude** que l'on généralise pour deux observables quelconques  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  :

$$\Delta\hat{A}.\Delta\hat{B} \geq \frac{1}{2} \left| \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right|$$

Appliquées aux composantes de quadrature (amplitude et phase) du champ électromagnétique, sur un mode quelconque de celui-ci, elles impliquent l'existence de fluctuations quantiques, même dans le vide et interdisent de mesurer avec une précision infinie, ces deux quantités qui sont des **variables conjuguées**.

Dans le milieu des années 70, les physiciens se sont effectivement trouvés confrontés à cette limitation quantique. C'était alors dans le cadre de la détection des ondes gravitationnelles à l'aide de barres de WEBER. Ces résonateurs mécaniques, modélisés comme des oscillateurs harmoniques quantiques, présentaient des fluctuations de l'ordre des effets attendus à mesurer, voire supérieures. De ce fait, de tels dispositifs ne pouvaient être utilisés tels quels. BRAGINSKY, le premier [2], a alors remarqué qu'il était possible de **contourner** cette limite, dite Limite Quantique Standard (LQS), par ce qui a été dénommé des **mesures Quantiques Non-Destructives** (QND). De nombreuses études théoriques ont suivi pour développer un formalisme qui s'est naturellement généralisé à n'importe quel oscillateur harmonique [3-5], et en particulier au champ électromagnétique.

Aujourd'hui, il existe deux domaines de longueur d'onde (optique et micro-onde), pour lesquelles des mesures de très grande précision sont limitées par le bruit quantique. Dans le

second domaine, une expérience récente [6] réalisée dans le groupe de serge HAROCHE et Jean-Michel RAIMOND a permis de démontrer l'expérience de pensée du "chat de SCHRODINGER". Dans le premier domaine, la possibilité de contrôler et de contourner le bruit quantique est presque devenue monnaie courante. Longtemps considéré comme une limite **fondamentale**, il ne constitue plus aujourd'hui qu'une limitation technologique. Comme l'inégalité de HEISENBERG n'impose de condition que sur le produit des variances des deux variables conjuguées, il est possible en principe, de réduire en dessous de la LQS, les fluctuations de l'une si celles de la composante conjuguée augmentent en conséquence. On parle alors d'**états comprimés** et de réduction du bruit quantique (*squeezing*, en anglais). Ceci constitue une manifestation de la nature quantique de la lumière. Au delà de l'aspect fondamental, ces expériences ont un intérêt pour des applications principalement orientées vers les Télécommunications Optiques. En effet, dans ce cas l'information est codée sur le champ lumineux. Pour un champ classique, l'incertitude minimale est donnée par la LQS (le bruit de photons standard, pour un laser, par exemple). Pour un champ non-classique, par contre, une lecture de l'information suivant la composante de quadrature comprimée (i.e. dont les fluctuations ont été réduites en dessous de la LQS) sera plus fidèle. On comprend ainsi que les états non-classiques de la lumière suscitent un réel engouement dans la communauté scientifique.

Que ce soit dans le domaine des mesures QND ou de la réduction de bruit, de nombreuses expériences, très performantes, ont vu le jour depuis les premières tentatives [7–10]. Elles utilisent en général, un couplage établi par un milieu non-linéaire entre deux modes du champ électromagnétique, produisant ainsi des corrélations entre deux photons. De tels processus sont, par exemple, des effets paramétriques par mélange à trois ou quatre ondes, avec une non-linéarité de type  $\chi^{(2)}$  ou  $\chi^{(3)}$ , respectivement.

Au laboratoire, des expériences de mesure QND utilisant une non-linéarité de type  $\chi^{(3)}$  dans un jet atomique ont fait l'objet des thèses de Jean-François Roch [11] et Jean-Philippe POIZAT [12]. Ces mesures ont été caractérisées [13] de façon quantitative à l'aide de critères [14, 15] permettant de chiffrer les qualités requises, pour un dispositif de mesure QND quelconque et de les comparer à un dispositif classique.

Dans ce mémoire, nous présentons de nouvelles performances obtenues avec un nuage d'atomes froids et piégés, présentant des non-linéarités d'ordre trois, amplifiées par la présence d'une cavité optique. La mise en place de ce nouveau milieu non-linéaire a, en fait, débuté fin 1993. Les études préliminaires le concernant, sont largement exposées dans la thèse de Philippe GRELU [16]. Le travail et les résultats présentés ici, s'articulent donc plus directement autour de la mesure QND réalisée avec ce milieu. Ils ouvrent également la voie à une nouvelle génération d'expériences d'optique quantique, avec à terme, l'obtention d'un régime d'**électrodynamique quantique en cavité** mettant en jeu des atomes piégés.

# Organisation de la thèse

## Chapitre I

Ce premier chapitre est consacré aux aspects théoriques de l'optique quantique. Nous nous attacherons, en particulier, à définir l'origine et la manifestation des fluctuations quantiques du champ électromagnétique. Dans une seconde partie, nous définirons les mesures QND, d'une manière générale dans un premier temps puis dans le cas particulier de l'optique.

## Chapitre II

Nous décrirons rapidement l'ensemble du dispositif expérimental utilisé pour l'expérience de mesure QND. Nous distinguerons en particulier deux parties : la première sera consacrée au piège magnéto-optique tandis que la seconde, présente la cavité optique mise en place pour augmenter le couplage non-linéaire qui est à la base de la mesure QND.

## Chapitre III

Ce troisième chapitre est consacré à l'expérience de mesure QND réalisée à l'aide d'un nuage d'atomes froids et piégés. Tout d'abord, nous présenterons le dispositif expérimental spécifique à la mesure QND. Dans une seconde partie, nous donnerons les résultats obtenus. Enfin, dans une troisième partie, nous comparons ces résultats expérimentaux aux prédictions théoriques d'un modèle à trois niveaux, les calculs ayant été réalisés en collaboration avec Alice SINATRA, du groupe du Professeur L.LUGIATO, à Milan.

## Chapitre IV

Dans une première partie, nous reprenons les différentes configurations testées pour réaliser l'expérience de mesure QND. Nous verrons en particulier que la théorie prédit un couplage QND efficace dans de nombreux cas mais, que les résultats expérimentaux obtenus sont loin des performances théoriques. Dans la mesure du possible, nous donnerons des explications possibles pour cet écart par rapport aux prédictions théoriques. Dans une seconde partie, nous donnons les résultats concernant la mesure de la température du piège magnéto-optique utilisé dans les diverses expériences. La méthode adoptée est voisine de la technique du temps de vol mais nous verrons qu'elle comporte quelques différences notables.



## Chapitre V

Ce dernier chapitre est consacré à une nouvelle série d'expériences d'optique quantique, qui sont actuellement en cours de réalisation. Nous présentons, dans une première partie, les buts de ces expériences. En particulier, cela nous amènera à concevoir complètement un système optique original. Nous expliciterons la phase de conception optique dans une seconde partie. Ce système a pu être monté, réglé et caractérisé. Nous donnerons donc, dans une troisième partie l'ensemble de ses caractéristiques et de ses performances effectivement mesurées.

# CHAPITRE I

## QUELQUES RAPPELS THÉORIQUES



# PARTIE A : Les fluctuations quantiques en optique

Pour comprendre comment le bruit quantique peut être contrôlé, mesuré ..., nous allons faire quelques rappels sur cette notion en s'appuyant à la fois sur un point de vue classique et quantique. Pour fixer les idées, décrivons schématiquement la détection directe de l'intensité d'un faisceau optique sur un photodétecteur.

Considérons tout d'abord une onde classique incidente, parfaitement stable (telle qu'une onde laser très au-dessus du seuil) et détectée par une photodiode supposée parfaite. Sur un intervalle de temps  $\delta t$ , le photocourant généré est caractérisé par sa valeur moyenne  $\bar{I}$  et ses fluctuations  $\Delta I$  (voir figure I-1). Le nombre moyen d'électrons émis, créant ce photocourant, vaut  $N_e$  ( $\bar{I} = \frac{N_e q}{\delta t}$ ) et suit une distribution de POISSON. La dispersion  $\Delta N_e$ , autour de cette valeur moyenne correspond à la racine carré de celle-ci :  $\Delta N_e = \sqrt{N_e}$ . En conséquence, plus le faisceau est intense (ou  $\delta t$ , grand), plus  $N_e$  est grand et plus les fluctuations statistiques associées seront importantes, en valeur absolue mais faibles en valeur relative.

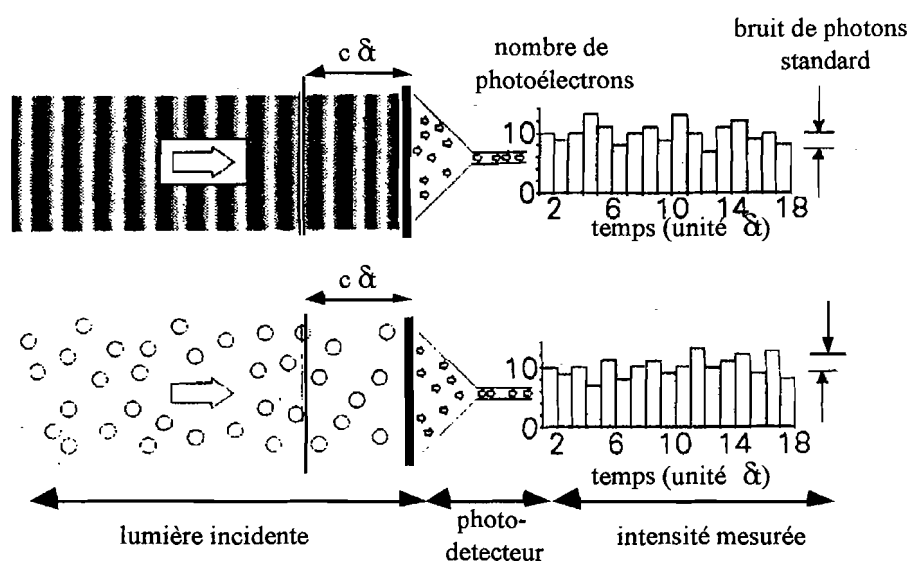


Figure I-1 : Détection d'une onde lumineuse : point de vue classique (en haut), point de vue quantique (en bas)

D'un point de vue quantique, maintenant, les fluctuations, en optique, peuvent se comprendre très simplement en considérant la nature corpusculaire de la lumière. Le faisceau laser, envisagé précédemment, se compose en fait d'entités discrètes : des photons qui ne se suivent jamais de façon parfaitement régulière. Les photons arrivent donc sur le détecteur (supposé

parfait) avec des intervalles temporels aléatoires. Le signal électrique généré reproduit fidèlement la distribution des photons incidents. Pendant un intervalle de temps  $\delta t$ , le nombre de photons détectés varie du fait de la répartition aléatoire de ces photons dans le faisceau lumineux (voir figure I-1). Ces fluctuations, appelées “bruit de photons standard” ou “bruit de grenaille”, suivent “classiquement” une loi Poissonienne. Cependant rien n’interdit de modifier cette distribution.

Afin d’illustrer ceci, nous allons reprendre le formalisme quantique décrivant le champ électromagnétique (section A-I). Nous verrons ensuite de quelle manière on peut envisager une modification de la distribution “standard”, et plus particulièrement une réduction du bruit quantique (Section A-II).

## I Le formalisme quantique

### I.1 L’inégalité de HEISENBERG pour le champ électromagnétique

Une façon plus complète de voir les fluctuations quantiques tient compte du caractère ondulatoire du rayonnement et les interprète comme des fluctuations propres des quadratures du champ.

La quantification donne naissance aux opérateurs **création** et **annihilation** de photons :  $a_k^+$  et  $a_k$ , pour chaque mode  $k$  du champ électromagnétique où  $k = (\vec{k}, \vec{e})$  représente à la fois le vecteur d’onde  $\vec{k}$  et la polarisation  $\vec{e}$ .

Les opérateurs  $a_k^+$  et  $a_k$  sont adjoints l’un de l’autre et vérifient les lois de commutation suivantes :

$$\begin{cases} [a_k, a_{k'}^+] = \delta_{kk'} \\ [a_k, a_{k'}] = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} [a_k^+, a_{k'}^+] = 0 \\ [a_k^+, a_{k'}] = 0 \end{cases} \quad (\text{I-1})$$

Si l’on considère plus particulièrement une onde plane monochromatique avec une polarisation linéaire, alors, en représentation de HEISENBERG, l’opérateur champ électrique s’écrit simplement :

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = iE_0 \left( a(t) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - a^+(t) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right) \quad (\text{I-2})$$

où  $\omega$  et  $\vec{k}$  sont respectivement la pulsation et le vecteur d’onde du mode considéré.

Pour un laser monomode, de section  $S$ , la quantité  $E_0$  correspond à l’amplitude du champ électrique associé à un photon laser et vaut :

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \quad (\text{I-3})$$

avec :

- $\varepsilon_0$ , la permittivité diélectrique du vide,
- $\hbar$ , la constante de PLANCK divisée par  $2\pi$ ,
- $V$ , le volume de quantification qui doit normalement tendre vers l'infini "à la fin du calcul". Pour un faisceau lumineux ne faisant intervenir qu'un seul mode spatial, il est cependant intéressant de l'écrire comme le produit  $ScT$  où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $T$  le temps d'interaction avec le champ lumineux : le laser de section  $S$  s'est propagé sur une distance  $cT$  durant l'interaction. On peut dire en quelque sorte que ce sont les photons lasers, compris dans le volume  $ScT$  qui ont interagi. Seul  $T$  tendra vers l'infini dans le calcul, permettant ainsi de décrire tous les modes temporels associés au mode spatial considéré.

Dans ces conditions,  $E_0$  normalise les opérateurs création et annihilation de photons qui sont dès lors des opérateurs sans dimension.

L'opérateur annihilation peut s'exprimer comme une combinaison linéaire de deux opérateurs hermitiques,  $\hat{X}_1$  et  $\hat{X}_2$ , qui sont **les composantes de quadrature**, sans dimension, du champ :

$$a = \frac{\hat{X}_1 + i\hat{X}_2}{2} \quad (\text{I-4})$$

En effet, l'opérateur champ électrique (I-2) peut s'écrire en fonction de  $X_1$  et  $X_2$  selon :

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = E_0 \left[ \hat{X}_1 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) - \hat{X}_2 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right] \quad (\text{I-5})$$

Des équations (I-1) et (I-4), on obtient la relation de commutation liant ces deux composantes de quadrature :

$$\left[ \hat{X}_1, \hat{X}_2 \right] = 2i \quad (\text{I-6})$$

ce qui implique que leur mesure est contrainte par la relation d'incertitude :

$$\Delta\hat{X}_1 \cdot \Delta\hat{X}_2 \geq 1 \quad (\text{I-7})$$

où  $\Delta\hat{X}_1$  et  $\Delta\hat{X}_2$  représentent l'écart quadratique moyen des observables  $\hat{X}_1$  et  $\hat{X}_2$  pour un état quelconque du champ :

$$\Delta\hat{X}_1 = \sqrt{\langle \varphi | \hat{X}_1^2 | \varphi \rangle - \langle \varphi | \hat{X}_1 | \varphi \rangle^2} \quad (\text{I-8})$$

Les fluctuations quantiques sont donc minimales lorsque  $\Delta\hat{X}_1 \cdot \Delta\hat{X}_2 = 1$ . Le cas particulier où le bruit est le même sur les deux quadratures ( $\Delta\hat{X}_1 = \Delta\hat{X}_2 = 1$ ) correspond au **bruit de photons standard** qui sera, dans la suite de ce mémoire, **normalisé à 1**.

**Remarque** : Le vide (absence de photons) est une illustration de ce que l'on appelle couramment, **la limite Quantique Standard** (LQS). En effet, le vide  $|0\rangle$  est l'état fondamental pour lequel la valeur moyenne du champ est nulle :

$$\langle 0 | \hat{E} | 0 \rangle = 0 \quad (\text{I-9})$$

Et les fluctuations, réparties de façon symétrique sur les deux quadratures, sont minimales :

$$\Delta \hat{X}_1 = \Delta \hat{X}_2 = 1 \quad (\text{I-10})$$

## I.2 Les états cohérents du champ électromagnétique

### I.2.1 Définition et propriétés

Le champ créé par un laser peut être représenté par un état dit **“quasi-classique”**  $|\varphi_{QC}\rangle$  qui vérifie :

$$\langle \varphi_{QC} | \hat{E} | \varphi_{QC} \rangle = \mathcal{E}_0 \cos \left( \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \theta \right) \quad (\text{I-11})$$

où  $\theta$  est le déphasage par rapport à un oscillateur de référence.

Peu de temps après le fonctionnement du premier laser, GLAUBER a introduit le concept **“d'état cohérent”** du champ électromagnétique [17], défini comme état propre ( $|\alpha\rangle$ ) de l'opérateur annihilation de photons,  $a$ , avec la valeur propre  $\alpha$  :

$$a |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle \quad (\text{I-12})$$

Si l'on cherche à exprimer  $|\alpha\rangle$  dans la base des états de FOCK  $\{|n\rangle\}_{n \in \mathbb{N}}$  (états pour lesquels le nombre de photons dans un mode du champ est déterminé et vaut  $n$ ), on obtient :

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (\text{I-13})$$

Cette décomposition nous montre que dans un état cohérent, le nombre de photons n'est pas parfaitement défini. La probabilité d'avoir  $n$  photons dans un état cohérent  $|\alpha\rangle$  vaut  $\mathcal{P}(n) = |\langle n | \alpha \rangle|^2$ . On retrouve théoriquement que la distribution des photons suit une loi de POISSON :

$$\mathcal{P}(n) = \frac{|\alpha|^{2n} e^{-|\alpha|^2}}{n!} \quad (\text{I-14})$$

où  $|\alpha|^2$  correspond : à la valeur moyenne  $\bar{n}$  du nombre de photons, associée à l'opérateur  $N = a^+ a$  :  $\bar{n} = \langle \alpha | N | \alpha \rangle = |\alpha|^2$ .

mais aussi, à la variance :

$$V(N) = \langle \alpha | N^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | N | \alpha \rangle^2 = |\alpha|^2 \tag{I-15}$$

L'intérêt de ces états cohérents  $|\alpha\rangle$  réside essentiellement dans le fait qu'il s'agit d'états quasi-classiques au sens où une phase et une amplitude moyennes peuvent être définies :

$$\langle \alpha | \hat{E} | \alpha \rangle = 2E_0 |\alpha| \cos \left( \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \left( \arg(\alpha) + \frac{\pi}{2} \right) \right) \tag{I-16}$$

Les expressions (I-16) et (I-11) s'identifient aisément, donc un état cohérent vérifie bien la relation (I-11) définissant un état quasi-classique.

Cet état a la particularité d'avoir des fluctuations quantiques minimales et symétriques :

$$\Delta \hat{X}_1 = \Delta \hat{X}_2 = 1 \tag{I-17}$$

Un état cohérent est ainsi qualifié de "minimal" car le produit des variances est le plus petit possible en accord avec la relation d'incertitude (I-7).

### I.2.2 Représentation dans l'espace des phases

On peut décrire, de façon plus schématique, les fluctuations quantiques du champ en général et d'un état cohérent, en particulier, en représentant celui-ci, dans l'espace de phase des composantes de quadrature  $X_1$  et  $X_2$ , comme sa valeur moyenne classique  $(\langle \alpha | \hat{E} | \alpha \rangle)$  à laquelle on superpose les fluctuations  $(\delta \hat{X}_1$  et  $\delta \hat{X}_2$ ).

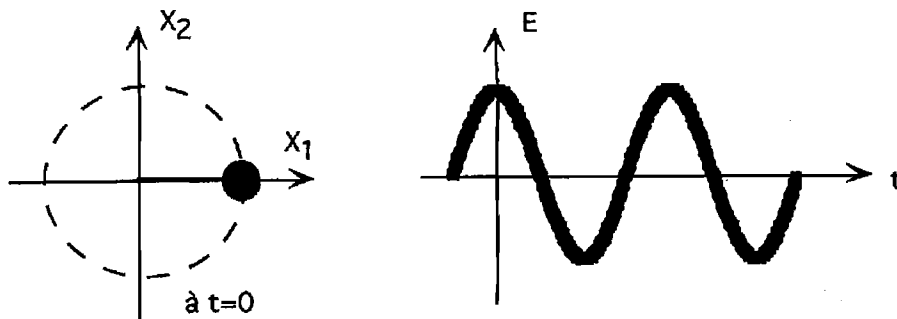


Figure I-2 : Deux manières de représenter un état cohérent du champ électromagnétique. À gauche, on se place dans le plan complexe  $(X_1, X_2)$  ; la pointe du vecteur  $|\alpha\rangle$  est un disque. L'aire de ce disque est la zone des fluctuations quantiques. L'axe qui porte ce vecteur est lié à la phase de référence. Notons qu'en représentation de HEISENBERG, le vecteur est fixe dans le plan ; tandis qu'en représentation de SCHRÖDINGER, il tourne à la vitesse  $\omega$  (pulsation de l'onde optique). À droite, on utilise une représentation quasi-classique de l'évolution temporelle du schéma champ moyen et de sa variance (symbolisée par l'épaisseur du trait).

Le champ électrique est alors représenté par un vecteur dont la norme correspond à l'amplitude moyenne et dont la direction est donnée par la phase. A cause de la relation de HEISEN-



BERG entre les quadratures, son extrêmité en un point de l'espace de phase est donnée par une distribution, à laquelle l'inégalité de HEISENBERG impose une surface minimale qui vaut 1. Autrement dit, à un instant donné, on ne peut définir l'intensité **et** la phase du champ plus précisément que dans cette surface. Si l'état du champ est un état cohérent, cette surface est un disque de rayon unité (voir figure I-2) et définit la zone des fluctuations quantiques du champ.

On peut envisager une représentation plus imagée du champ comme sur la figure I-2. On trace alors l'évolution du champ **moyen** au cours du temps. L'épaisseur du trait correspond à l'écart type du champ  $\left(\Delta \widehat{E}(\vec{r}, t)\right)^2 = V(\widehat{E})$ , calculé à chaque instant. A partir de l'équation (I-5), on obtient l'expression générale :

$$V(\widehat{E}) = \mathcal{E}_0^2 \left[ V(\widehat{X}_1) \sin^2 \left( \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \right) + V(\widehat{X}_2) \cos^2 \left( \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \right) - V(\widehat{X}_1, \widehat{X}_2) \sin \left( 2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right) \right] \quad (\text{I-18})$$

où  $V(\widehat{X}_1, \widehat{X}_2)$  est la covariance des quadratures, définie par :

$$V(\widehat{X}_1, \widehat{X}_2) = \frac{\langle \widehat{X}_1 \widehat{X}_2 + \widehat{X}_2 \widehat{X}_1 \rangle}{2} - \langle \widehat{X}_1 \rangle \langle \widehat{X}_2 \rangle \quad (\text{I-19})$$

**Remarque :** On garde les notations introduites au paragraphe I.1, avec en particulier l'équation (I-8) qui nous permet d'écrire la variance de l'opérateur  $X_1$ ,  $V(\widehat{X}_1) = \left(\delta \widehat{X}_1\right)^2 = \langle \varphi | \widehat{X}_1^2 | \varphi \rangle - \langle \varphi | \widehat{X}_1 | \varphi \rangle^2$  ; cette relation étant généralisable à tout opérateur ( $\widehat{E}, \widehat{X}_2 \dots$ ).

Pour un état cohérent, la relation (I-18) se simplifie :  $V(\widehat{E}) = \mathcal{E}_0^2$  et ne dépend donc plus du temps, d'où une épaisseur constante du trait sur la figure I-2. Par contre, la valeur du champ à l'origine ( $t = 0$ ) est liée au choix arbitraire d'une référence de phase.

## II Réduction du bruit quantique et Détection

### II.1 Les états comprimés

Rien n'interdit **fondamentalement** de produire un état du champ pour lequel la variance de l'une des quadratures est inférieure à l'unité, tant que la relation d'incertitude (I-7) demeure satisfaite. Néanmoins, on cesse d'avoir un état **symétrique** puisque :

- (1)  $V(\widehat{X}_1) < 1 \Rightarrow V(\widehat{X}_2) > 1$
- (2)  $V(\widehat{X}_2) < 1 \Rightarrow V(\widehat{X}_1) > 1$

De tels états sont appelés **états comprimés** ("squeezed states") pour la raison évidente que

la dispersion d'une des quadratures est réduite en dessous de la LQS. Le cas (1) correspond à des fluctuations d'amplitude réduites, et par conséquent, des fluctuations de phase accrues. Dans le cas (2), il s'agit d'un état comprimé en phase donc "bruyant" du point de vue des fluctuations d'amplitude (voir figures I-3 (a) et (b)).

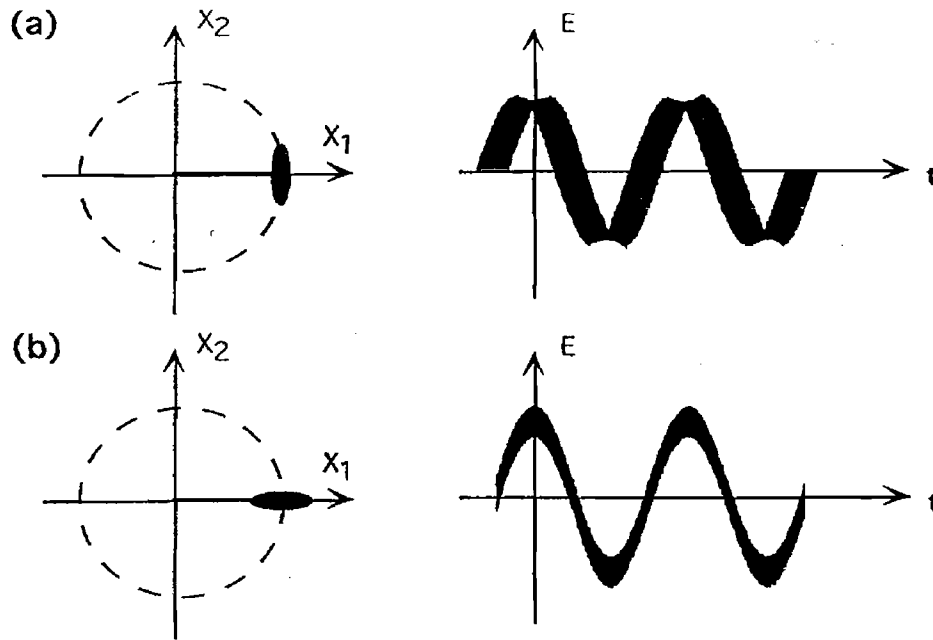


Figure I-3 : Représentation d'états comprimés. En (a), ce sont les fluctuations d'amplitudes qui ont été réduites. La zone d'incertitude est désormais une ellipse dont le grand axe ( $\Delta\hat{X}_2$ ) est suivant la quadrature phase. En (b), on a comprimé les fluctuations de phase. Là encore, l'état n'est plus symétrique. On retrouve donc une ellipse pour symboliser les fluctuations quantiques de cet état. Cette fois, le grand axe de l'ellipse est sur la quadrature amplitude ( $\hat{X}_1$ ).

La recherche d'états comprimés est motivée par la possibilité de réaliser des mesures de plus grande précision en n'utilisant que la quadrature comprimée. Ainsi, on peut dépasser la limite standard de précision d'une mesure, liée aux fluctuations quantiques de l'intensité d'un faisceau laser par exemple.

## II.2 Mesure des fluctuations d'intensité

### II.2.1 Approximation linéaire

Les fluctuations de l'amplitude du champ sont responsables du bruit d'intensité mesuré par une photodiode, appelé couramment "bruit de photons". Notons que pour un champ quasi-classique, tel que celui produit par un laser :

- ces fluctuations sont minimales ( $\Delta \hat{X}_1 = 1$ ), on parle alors de “bruit de photons standard”;
- et, la valeur moyenne du champ est grande devant ses fluctuations.

Dans la mesure où les fluctuations sont petites devant sa valeur moyenne, on peut se placer dans le domaine de **l’approximation linéaire**<sup>1</sup>. Soit  $N$ , l’opérateur nombre de photons ( $a^+a$ ), on s’intéresse à l’opérateur des fluctuations du nombre de photons qui s’écrit alors :

$$\delta \hat{N} = a^+ \delta a + \delta a^+ a$$

que l’on peut encore écrire selon une définition plus générale :

$$\delta \hat{N} = \hat{N} - \langle \hat{N} \rangle$$

Au premier ordre des fluctuations, on confond l’opérateur et sa valeur moyenne ; d’où

$$\langle (\delta \hat{N})^2 \rangle = (\Delta N)^2 = \langle a \rangle^2 \langle (\delta a + \delta a^+)^2 \rangle$$

Pour un état quasi-classique  $|\alpha\rangle$ , on a  $\langle a \rangle = \alpha = \sqrt{N}$  (en choisissant correctement l’origine des phases) ; et d’après (I-4),  $a + a^+ = X_1$ , d’où :

$$(\Delta N)^2 = N \langle (\delta X_1)^2 \rangle \quad (\text{I-20})$$

On peut en déduire la variance du nombre de photons  $V(N) = (\Delta N)^2$  :

$$V(N) = NV(X_1) \quad (\text{I-21})$$

**Remarques :** Si  $V(X_1) = 1$  (état cohérent, minimal), on retrouve l’équation (I-15) ce qui signifie bien que le bruit de photodétection est Poissonien :  $V(N) = N$ .

L’expression (I-21) se généralise à un état quelconque du champ et ne s’applique pas seulement à un état quasi-classique  $|\alpha\rangle$ .

## II.2.2 Analyse spectrale

Afin de mettre en évidence le bruit d’intensité d’un faisceau laser, on peut utiliser une photodiode. Chaque photon incident sur le photodétecteur crée une paire électron-trou avec une probabilité  $\eta$ , qui est le **rendement quantique** de la photodiode. Dans le cadre de **l’approximation linéaire**, le photocourant moyen  $\bar{I}$  présente des fluctuations  $\delta I(t)$  toujours faibles en valeur relative. Pour un flux de photons moyen  $\phi$ , il vaut :

$$\bar{I} = \eta e \phi \quad (\text{I-22})$$

avec  $e$ , la charge de l’électron.

Alors dans le cas d’une mesure idéale (temps de réponse nul et  $\eta = 1$ ), la statistique des

<sup>1</sup> Pour un faisceau laser de 1 mW, détecté pendant  $\Delta t = 10^{-6}$  s., on mesure un nombre de photons moyen  $N$  de l’ordre de  $10^{10}$ . Les fluctuations relatives en  $1/\sqrt{N}$  sont donc de quelques  $10^{-6}$ . Il est donc légitime de traiter les fluctuations sous la forme d’une approximation linéarisée autour de la valeur moyenne du champ.

fluctuations  $\delta I(t)$  du photocourant détecté reproduit **fidèlement** celle des fluctuations  $\delta N$  du nombre de photons. Pour en effectuer une analyse spectrale, on envoie les fluctuations du photocourant, préalablement converties en fluctuations de tension, vers un analyseur de spectre. On obtient ainsi un signal proportionnel à la **puissance de bruit**  $S(\Omega)$ , des fluctuations du photocourant :

$$S(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int \mathfrak{C}(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau \quad (\text{I-23})$$

où  $\mathfrak{C}(\tau)$  est la fonction d'autocorrélation des fluctuations d'intensité qui s'exprime de la façon suivante :

$$\mathfrak{C}(\tau) = \langle \delta I(t) \delta I(t + \tau) \rangle = \langle I(t) I(t + \tau) \rangle - \bar{I}^2 \quad (\text{I-24})$$

où l'on a supposé que le photocourant  $I(t)$  est **stationnaire** c'est à dire que sa valeur moyenne et les propriétés statistiques de ses fluctuations ne changent pas au cours du temps.

Dans le cas particulier d'une statistique de POISSON, la variance du photocourant est donnée par la formule de SCHOTTKY :

$$V(I) = 2e\bar{I}B \quad (\text{I-25})$$

où  $B$ , la bande d'analyse, est l'inverse du temps d'échantillonnage (elle est typiquement comprise entre 100 kHz et 1 MHz). Ce bruit est donc constant quelle que soit la fréquence centrale d'analyse, on parle alors de "*bruit blanc*".

En pratique, pour analyser expérimentalement ce bruit, nous utilisons des photodiodes rapides, suivies d'un amplificateur très bas bruit dont la bande passante est de l'ordre de 20 MHz. Les fluctuations, ainsi amplifiées et converties en tension, sont décomposées par un analyseur de spectre. En général, le bruit est analysé à une fréquence supérieure à 3 MHz. Aux fréquences inférieures, le bruit technique est prépondérant et masque les fluctuations quantiques.

Nous allons donner des ordres de grandeurs réalistes puisqu'ils sont associés à l'expérience qui sera décrite en détail dans le chapitre III de ce mémoire. On considère donc un faisceau laser à 795 nm, dont la puissance moyenne ( $P_{moy}$ ) vaut 15  $\mu\text{W}$ . De plus, on suppose que les photodiodes utilisées ont un rendement quantique unité ( $\eta = 1$ ). Le courant d'intensité moyenne est donné par l'expression suivante :

$$i_{moy} = e \frac{\lambda}{hc} P_{moy} \quad (\text{I-26})$$

Soit, dans notre cas,  $i_{moy} \simeq 10 \mu\text{A}$  (avant amplification). L'écart quadratique moyen associé aux fluctuations du photocourant  $\delta i$  est donné par la racine carrée de la formule de SCHOTTKY (I-25). Donc avec une bande d'analyse spectrale,  $B$ , de 1 MHz, on obtient  $\delta i \simeq 2 \text{ nA}$ .

### II.2.3 Détection homodyne du bruit quantique

Nous venons de voir le principe général d'une mesure. Nous allons maintenant étudier en pratique, comment est généré le signal "intéressant", qui est envoyé sur l'analyseur de spectre.

Afin de mesurer le bruit quantique sur une quadrature quelconque du champ, il faut disposer d'une référence de phase du champ. On obtient cette référence en superposant le faisceau à mesurer - que l'on appellera **Faisceau Sonde** (FS), par la suite - à un faisceau dont la puissance est beaucoup plus importante, appelé **Oscillateur Local** (OL), dont on peut faire varier la phase au cours de la mesure. Expérimentalement, on place sur le trajet de l'OL un miroir monté sur une céramique piézoélectrique. L'application d'une tension sur celle-ci permet alors de modifier la phase de l'OL. Après superposition des deux faisceaux, on obtient une phase relative  $\Theta$  que l'on peut contrôler via la tension appliquée.

La superposition est effectuée, par exemple, à l'aide d'une lame séparatrice (voir figure I-4). Après sa traversée et dans l'hypothèse où le FS est beaucoup moins intense que l'OL, les deux faisceaux,  $I_1$  et  $I_2$ , présentent des intensités égales (sinon, on a des franges).

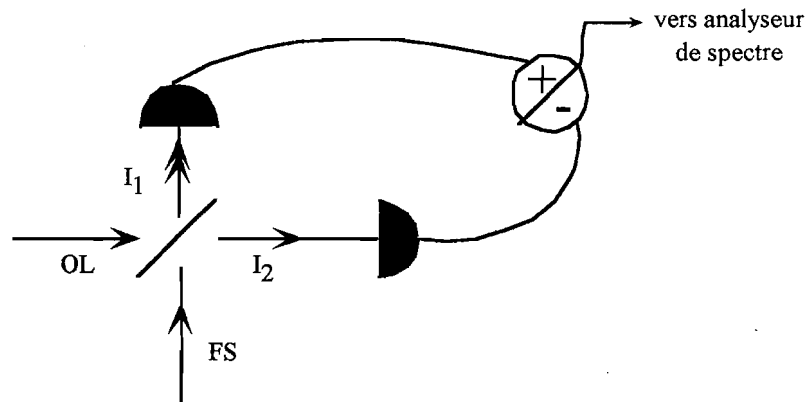


Figure I-4 : Détection des fluctuations quantiques à l'aide d'une lame semi-réfléchissante. Lorsque les deux voies (1 et 2) sont équilibrées, le signal de différence ne contient que des fluctuations du champ sonde. Si on coupe le FS, l'OL "interfère avec les fluctuations du vide". Or le vide est un état cohérent, dont les fluctuations sont symétriques et minimales. Le signal de différence nous donne dans ce cas la référence du bruit de photons standard ( $\sqrt{2eIB}$ ).

Derrière la lame, les signaux d'interférence sont mesurés par deux détecteurs supposés identiques et parfaits :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{2} |(\mathcal{E}_{OL} + \delta\mathcal{E}_{OL}) e^{i\Theta} + (\mathcal{E}_{FS} + \delta\mathcal{E}_{FS})|^2 \\
 I_2 &= \frac{1}{2} |(\mathcal{E}_{OL} + \delta\mathcal{E}_{OL}) e^{i\Theta} - (\mathcal{E}_{FS} + \delta\mathcal{E}_{FS})|^2
 \end{aligned}
 \tag{I-27}$$

où  $\mathcal{E}_{OL}$  et  $\mathcal{E}_{FS}$  sont les valeurs moyennes des amplitudes du champ et,  $\delta\mathcal{E}_{OL}$ ,  $\delta\mathcal{E}_{FS}$ , leurs fluctuations. Comme nous l'avons déjà dit,  $\Theta$  est la phase relative entre l'oscillateur local et le faisceau sonde.

Dans un traitement linéaire des fluctuations (cf paragraphe II-2-1), le terme de bruit résultant de la différence entre  $I_1$  et  $I_2$  ne contient plus que les fluctuations du faisceau sonde superposées à l'amplitude moyenne de l'OL et les fluctuations de l'OL superposées à l'amplitude moyenne du faisceau :

$$\delta I_- = \delta I_1 - \delta I_2 \simeq (\mathcal{E}_{OL} e^{i\Theta} \delta\mathcal{E}_{FS}^* + \mathcal{E}_{FS} \delta\mathcal{E}_{OL}^* e^{-i\Theta}) + c.c. \quad (I-28)$$

Dans la mesure où l'OL est beaucoup plus intense que le faisceau sonde, on peut négliger les contributions de bruit proportionnelles au champ moyen  $\mathcal{E}_{FS}$  du faisceau sonde. On ne détecte alors que les fluctuations d'une quadrature du faisceau sonde qui varie avec la phase de l'oscillateur local ( $\delta\mathcal{E}_{FS}^* e^{i\Theta} + \delta\mathcal{E}_{FS} e^{-i\Theta}$ ).

Si on suppose que la valeur moyenne de l'amplitude de l'OL,  $\mathcal{E}_{OL}$ , est réelle, l'équation (I-28) devient :

$$\delta I_- \simeq \mathcal{E}_{OL} (\text{Re} [\delta\mathcal{E}_{FS}] \cos \Theta + \text{Im} [\delta\mathcal{E}_{FS}] \sin \Theta) \quad (I-29)$$

**Remarque :** Dans l'espace de phase,  $\text{Re} [\delta\mathcal{E}_{FS}] = \delta\hat{X}_1$  et  $\text{Im} [\delta\mathcal{E}_{FS}] = \delta\hat{X}_2$ . Autrement dit, la variance du photocourant  $I_-$  est proportionnelle à l'intensité de l'oscillateur local et à la variance associée à la mesure de la quadrature  $\hat{X}_\Theta$  (voir figure I-5).

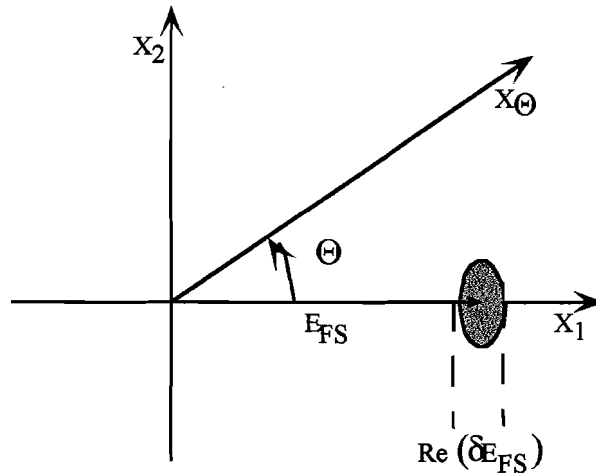


Figure I-5 : Représentation dans l'espace de phase de la détection homodyne des fluctuations quantiques. Lorsque la phase relative  $\Theta$  de l'OL et du FS est quelconque, on mesure le bruit sur une quadrature quelconque  $\hat{X}_\Theta$ . Deux cas particuliers sont intéressants :  $\Theta = 0$  qui correspond aux fluctuations quantiques d'intensité et  $\Theta = \pi/2$ , correspondant au bruit de phase.

Le niveau de fluctuations mesuré correspond ainsi à la projection de l'ellipse (dans le cas général) des fluctuations associées au champ sonde  $\widehat{E}_{FS}$ , suivant un axe faisant un angle  $\Theta$  avec le champ moyen  $\mathcal{E}_{FS}$ . En faisant varier la phase relative  $\Theta$  de l'OL, on peut reconstruire la zone d'incertitude du champ sonde  $\widehat{E}_{FS}$ . En pratique, cependant, on s'intéresse, essentiellement, soit aux fluctuations d'intensité ( $\Theta = 0$ ) ; soit au bruit de phase ( $\Theta = \pi/2$ ).

Enfin, dans le paragraphe II-2-2, on a vu qu'on s'intéressait en fait à la densité spectrale de ces fluctuations (transformée de FOURIER de la fonction d'autocorrélation). Dans la mesure où la phase  $\Theta$  est **quasistationnaire** (variation lente devant celles des fluctuations du champ), elle intervient au carré dans l'expression du spectre de bruit (équation (I-23)). La variation de phase de l'OL apparaît alors à une fréquence deux fois plus élevée sur le spectre que sur le signal issu des photodétecteurs, mettant en jeu les champs moyens. On peut observer ce phénomène en comparant les figures I-11 et I-20 du chapitre III, qui montrent, respectivement,

- les franges de la détection de bruit quantique, lorsque la puissance de l'OL et du FS sont égales
- et un spectre de bruit.

Pour une période de balayage identique, on observe deux fois plus de franges sur le spectre de bruit que sur la première courbe.

## II.2.4 Réduction de bruit et effet Kerr

### a) Introduction

Ceci ne constitue pas le but principal de notre expérience. En particulier, il a été montré[18] que le milieu non linéaire  $\chi^{(3)}$  que nous utilisons : nuage d'atomes froids et piégés, n'est pas très performant du point de vue de la réduction des fluctuations quantiques d'intensité d'un faisceau laser. Cependant, dans la continuité de cet exposé, et pour présenter l'effet KERR que nous utiliserons par ailleurs, nous allons en tracer les grandes lignes, en simplifiant au maximum les problèmes rencontrés dans des situations expérimentales réelles.

Les atomes sont placés dans une cavité optique afin de renforcer l'interaction entre les atomes et le faisceau. La cavité ne présente qu'un seul miroir de couplage<sup>2</sup> de sorte que le faisceau sonde entre et sort par celui-ci après interaction avec le milieu non linéaire (voir figure I-6). Ainsi, dans le cas idéal de l'absence de pertes, par ailleurs, toute l'énergie incidente ressort de la cavité, sans subir de dégradation. En revanche, il y a modification des fluctuations quantiques de la lumière suite à l'interaction non linéaire.

On note :

<sup>2</sup> On fera une étude plus détaillée de la cavité, effectivement utilisée, dans le chapitre II, partie B.

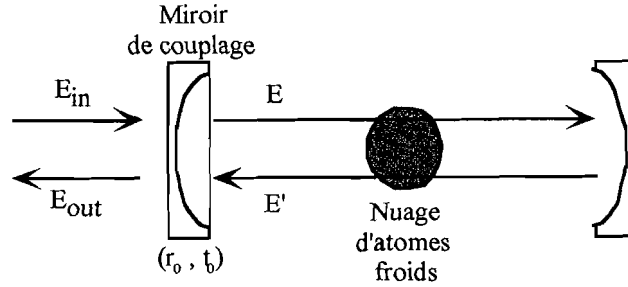


Figure I-6 : Le faisceau laser entre dans la cavité par le miroir de couplage entrée/sortie, interagit avec les atomes et ressort de la cavité par le **même** miroir. Ce miroir présente des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude qui sont, respectivement,  $r_0$  et  $t_0$ .

- $\hat{E}_{in}$  et  $\hat{E}_{out}$  les opérateurs associés aux champs qui entre et qui sort de la cavité ;
- $\hat{E}$  et  $\hat{E}'$ , ceux représentant les champs intracavité avant et après l'interaction avec le milieu atomique, respectivement.

Ces opérateurs sont reliés par des relations d'entrée-sortie :

$$\begin{aligned} \hat{E} &= r_0 \hat{E}' + t_0 \hat{E}_{in} \\ \hat{E}_{out} &= t_0 \hat{E} - r_0 \hat{E}_{in} \end{aligned} \quad (\text{I-30})$$

où les coefficients de réflexion,  $r_0$ , et de transmission  $t_0$ , du miroir de couplage vérifient  $r_0^2 + t_0^2 = 1$ .

La relation entre les champs intracavité  $\hat{E}$  et  $\hat{E}'$  dépend de la non linéarité considérée. Comme nous allons le voir maintenant, c'est elle qui est à l'origine de la possibilité de réduire les fluctuations quantiques d'un faisceau laser, dans un tel dispositif. Pour cela, nous allons rappeler les caractéristiques d'un effet KERR idéal.

## b) Effet Kerr idéal

### α) principe

Un milieu KERR idéal est un milieu **purement dispersif**, pour lequel il n'existe ni absorption, ni émission spontanée. L'effet sur la lumière peut être alors décrit **complètement** grâce à la susceptibilité  $\chi^{(3)}$ . A la traversée du milieu KERR, la lumière ne subit qu'un déphasage non linéaire, au sens où il dépend de l'intensité du champ :

$$\phi_{NL} = \frac{k \ell_{int}}{2} \chi^{(3)} \left| \langle \hat{E} \rangle \right|^2 \quad (\text{I-31})$$

avec :

- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est la norme du vecteur d'onde du champ,
- $\langle \hat{E} \rangle$ , sa valeur moyenne,



–  $\ell_{int}$ , la longueur d'interaction (pour nous, la dimension du nuage atomique).

Alors les champs avant et après l'interaction sont liés par la relation suivante :

$$\widehat{E}' = \widehat{E}e^{i\phi} \quad (\text{I-32})$$

où le déphasage  $\phi$  prend en compte non seulement le déphasage **non linéaire**  $\phi_{NL}$  dû à l'effet KERR mais aussi le déphasage **linéaire**  $\phi_L$  dû à la propagation du champ dans la cavité. Il apparaît que des champs, ayant une intensité différente, subissent des déphasages différents. Nous allons donner une explication qualitative du phénomène en considérant l'intensité intracavité en fonction du déphasage.

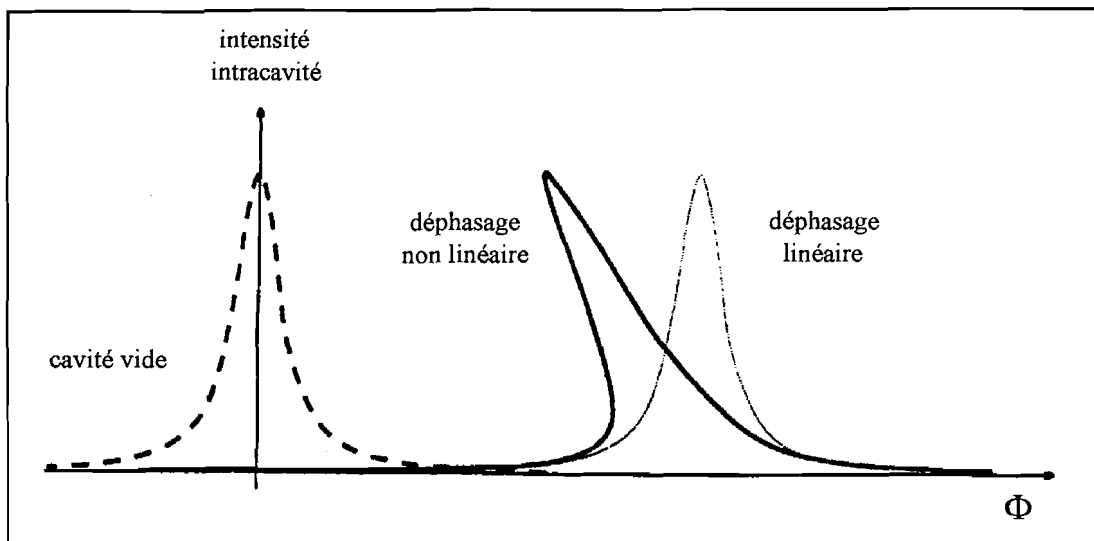


Figure I-7 : En l'absence d'atomes, le faisceau résonne dans la cavité suivant la courbe en pointillés. L'indice linéaire conduira à une translation en  $\phi_0$  de la résonance initiale correspondant à la cavité vide. L'indice non linéaire produit en plus, une déformation de la courbe (notée "déphasage non linéaire").

Lorsque la cavité est vide, la courbe de résonance est approximée par une lorentzienne représenté en pointillés sur la figure I-7. La présence du milieu KERR dans la cavité provoque simultanément :

- un déphasage linéaire  $\phi_0$  : la courbe de résonance reste une lorentzienne mais centrée sur  $\phi_0$  ;
- un déphasage non linéaire  $\phi_{NL}$ , correspondant à une droite dans le repère donnant le déphasage en fonction de l'intensité intracavité. La lorentzienne subit alors une déformation suivant la direction de la droite, et dont le sens dépend du sens de variation du déphasage en fonction de l'intensité (équation (I-31)).

Cette déformation aboutit au phénomène de **bistabilité optique**[19, 20] que nous allons appliquer plus spécifiquement à notre situation expérimentale.

$\beta$ ) Effet KERR avec un milieu réel

Comme nous l'avons dit en introduction de ce paragraphe II-2-4, notre milieu KERR est un piège d'atomes froids, placé dans une cavité optique. Pour la discussion qui va suivre, on va supposer que l'on peut considérer les atomes de notre piège comme des atomes à deux niveaux : un niveau fondamental et un niveau excité séparés en énergie de  $\hbar\omega_{at}$ . Les  $N$  atomes du piège, supposés immobiles, sont décrits par une population collective dans les deux niveaux, ainsi qu'une polarisation collective dont le seul processus d'amortissement est l'émission spontanée avec un taux de relaxation  $\gamma_{at}$  ( $= \Gamma/2$ ). Les atomes sont excités par un faisceau laser  $\omega_L$  dont le désaccord normalisé, défini par rapport à la transition atomique, est donné par :

$$\Delta_L = \frac{\omega_L - \omega_{at}}{\gamma_{at}} \quad (\text{I-33})$$

Un tel système présente un comportement bistable, dont l'origine est un processus soit absorptif, soit dispersif selon la valeur du désaccord. Dans tous les cas, l'effet non linéaire provient de la saturation de la polarisation atomique par le faisceau laser. Et, la résonance de la cavité est déformée de la même manière que pour l'effet KERR idéal[16].

D'après un calcul "semi-classique" de l'intensité intracavité  $X$  (normalisée à l'intensité de saturation de la transition atomique)[21], on peut établir que le déphasage total produit par les atomes lors d'un passage du faisceau dans la cavité est donné par :

$$\phi_{TOT} = 2C \frac{\Delta_L}{1 + \Delta_L^2 + 2X} \quad (\text{I-34})$$

dans lequel interviennent le désaccord  $\Delta_L$ , l'intensité intracavité  $X$  et un paramètre, sans dimension,  $C$ , appelé **Coopérativité Atomique**, qui caractérise notre milieu. En particulier,  $C$  s'exprime de la manière suivante :

$$C = \frac{N g^2}{\kappa \gamma_{at}} \quad (\text{I-35})$$

- où  $N$  est le nombre d'atomes en interaction avec le faisceau lumineux ;
- $g^2$  est le paramètre de couplage atome-laser.  $g$  est défini comme la fréquence de RABI associée au champ par photon dans la cavité ;
- et  $\kappa$  est la bande passante de la cavité qui détermine le temps de vie du champ dans la cavité ( $= 1/\kappa$ ).

Pour tous les calculs présentés dans ce mémoire, la prise en compte du milieu réel s'effectuera via ce paramètre de coopérativité. Etant donné qu'il caractérise le couplage du milieu non

linéaire au champ laser, nous définirons, en particulier, deux paramètres lorsqu'il y aura deux faisceaux laser couplés dans la cavité optique.

### c) Réduction de bruit

Des équations (I-30) et (I-32) on peut déduire la transformation entre les champs incident et sortant et de là, le comportement de l'intensité moyenne et des fluctuations :

$$\hat{E}_{out} = \frac{e^{i\phi} - r_0}{1 - r_0 e^{i\phi}} \hat{E}_{in} \quad (I-36)$$

Comme nous l'avons déjà fait, au lieu d'étudier l'évolution du système en s'appuyant sur la figure I-7, nous allons plutôt considérer l'évolution dans l'espace de phase, ce qui est tout à fait équivalent. D'après l'équation (I-36), le seul effet rencontré est la rotation du vecteur champ électrique autour de l'origine, d'un angle qui dépend de l'intensité. La norme du vecteur est **inchangée** : l'intensité sortante est égale à l'intensité entrante. Il n'en est pas de même pour les fluctuations quantiques.

Les fluctuations d'un champ faible tournent d'un angle différent de celles correspondant aux valeurs de forte intensité du champ. Par conséquent, toujours dans le cadre de l'approximation linéaire, le cercle est déformé en ellipse par l'interaction (voir figure I-8).

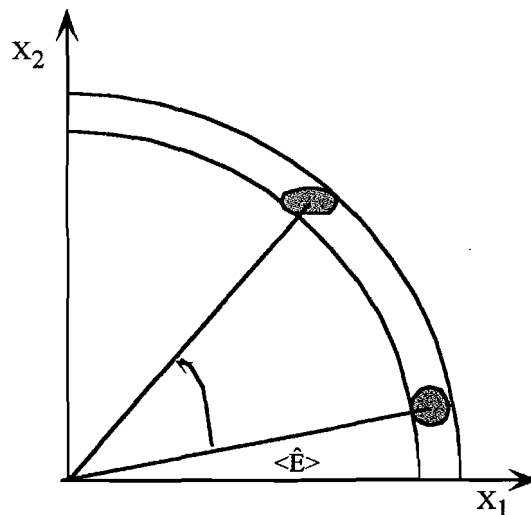


Figure I-8 : Schématisation de l'effet non linéaire sur les fluctuations quantiques du champ, dans l'espace des phases.

Si on considère un milieu KERR idéal (absence de toute source d'excès de bruit), l'état reste un état minimal, ce qui se traduit par le fait que l'aire de l'ellipse est égale à celle du cercle. Les fluctuations le long du petit axe de l'ellipse sont réduites (au dessous de 1, valeur du bruit "standard"). En conséquence, l'état du champ devient **un état comprimé**.

**Remarque** : Ces arguments ne sont valables que dans une analyse **quasistatique**, c'est à dire pour des fluctuations de même fréquence que la valeur moyenne du champ. Autrement dit, cette description s'applique sur des échelles de temps longues, donc à une fréquence nulle.

Ce modèle "simpliste" met en évidence la possibilité de réduire les fluctuations quantiques d'un faisceau, sans changer son intensité, via une interaction non linéaire avec un milieu KERR. Cependant, pour une étude plus poussée, il conviendrait de prendre en compte les imperfections de notre milieu si l'on souhaite évaluer plus précisément la réduction de bruit attendue (voir par exemple,[18]).

Ainsi, nous ne nous étendrons pas davantage sur ces effets de réduction de bruit quantique. Nous allons donc passer maintenant au problème de la **Mesure Quantique Non Destructive**, dont nous présenterons, dans le chapitre III, une réalisation expérimentale.



# PARTIE B : Mesures quantiques non destructives

## I Introduction

Pour commencer une question, tout à fait légitime lorsque l'on fait des sciences expérimentales, en général :

*Est-il possible d'effectuer une mesure aussi précise que l'on veut sans perturber le système étudié ?*

Le principe d'incertitude de HEISENBERG semble nier cette possibilité. Selon ce principe, en effet, la mesure d'une variable perturbe systématiquement une autre variable, **conjuguée** de la première. Par exemple, pour la position  $x$  et l'impulsion  $p$ , le produit de leurs incertitudes sont reliées de la manière suivante<sup>3</sup> :

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2 \quad (\text{I-37})$$

Autrement dit, plus on détermine précisément une variable et plus la variable conjuguée est perturbée et incertaine. Pourtant le principe d'incertitude ne constitue pas réellement un obstacle à la mesure d'une grandeur physique. On peut mesurer une variable sans la perturber, avec une précision aussi grande que l'on veut, à **condition** de reporter sur la variable conjuguée **toute la perturbation** due à la mesure.

### I.1 Effet d'une mesure quantique

Afin de mieux saisir le problème, nous allons considérer un système quantique simple  $\mathcal{S}$  décrit par l'état  $|\psi\rangle_{ini}$  et une observable  $\hat{O}$  que l'on souhaite mesurer. Pour simplifier, on suppose que l'opérateur  $\hat{O}$  présente un spectre discret et non dégénéré :

$$\hat{O} |\varphi_j\rangle = o_j |\varphi_j\rangle \quad (\text{I-38})$$

où l'on note  $o_j$  la valeur propre  $\hat{O}$  associée au vecteur propre  $|\varphi_j\rangle$ .

La décomposition de l'état  $|\psi\rangle_{ini}$  sur cette base de vecteurs propres donne :

<sup>3</sup> On peut également écrire de telles relations entre la largeur et la durée de vie d'un niveau d'énergie ( $\Delta E \Delta \tau$ ) ou encore entre la phase et l'intensité d'une onde lumineuse ( $\Delta \varphi \Delta N$ ).

$$|\psi\rangle_{ini} = \sum_j \langle \varphi_j | \psi \rangle_{ini} |\varphi_j\rangle = \sum_j c_j |\varphi_j\rangle \quad (\text{I-39})$$

Le postulat de mesure, en mécanique quantique, stipule que le résultat de la mesure de l'observable  $\widehat{O}$  sera **une** des valeurs propres  $o_j$  avec la probabilité  $|c_j|^2$ . L'état du système immédiatement après la mesure, est projeté sur l'état propre  $|\varphi_n\rangle$  correspondant à la valeur propre  $o_n$ , **résultat** de la mesure.

$$|\psi\rangle_{fin} = |\varphi_n\rangle \quad (\text{I-40})$$

Le résultat d'une nouvelle mesure de  $\widehat{O}$  immédiatement après celle-ci donnera le même résultat  $o_n$ , avec cette fois une probabilité égale à 1.

Cette interprétation de la mesure ne correspond pas à l'intuition classique que nous en avons : du point de vue quantique, la mesure n'est pas seulement une prise d'information sur le système mais encore perturbe l'état de celui-ci. Et, de par la relation de HEISENBERG, la variable conjuguée est également modifiée. Durant l'évolution libre du système, à partir de l'état  $|\psi\rangle_{fin}$ , la perturbation introduite sur la variable conjuguée peut alors détruire l'information acquise pendant la première mesure. Dans ces conditions, une nouvelle mesure de  $\widehat{O}$  à un temps ultérieur, ne donnera pas nécessairement le même résultat  $o_n$ .

Une mesure Quantique Non Destructive est une mesure effectuée sur un système quantique dans laquelle le couplage entre le dispositif de mesure et le système étudié n'influence pas le résultat d'une mesure ultérieure.

## I.2 Organisation de cette partie

Cette discussion nous amène naturellement à étudier le bruit de "rétroaction" ("back action noise") introduit nécessairement lors d'une mesure quantique (section B-II). Nous l'illustrerons, en particulier, par l'expérience de pensée du microscope de HEISENBERG (§ II.1) et cela nous conduira à définir ce qu'est une variable QND (§ II.3) après avoir établi l'origine de la mesure QND (§II.2). Dans la section B-III, nous utiliserons ces concepts pour définir une mesure Quantique Non Destructive. Cela nous permettra de mettre en évidence l'existence de critères pour une mesure QND idéale (§III.2). Puis nous appliquerons ces notions au domaine de l'optique et nous verrons, en particulier, la possibilité d'utiliser l'effet KERR croisé pour réaliser une mesure QND (section B-IV). Dans une dernière section (B-V), nous présenterons les critères accessibles lors d'une expérience et qui permettent de caractériser complètement une mesure QND "réelle".

## II Bruit introduit par une mesure

### II.1 Le microscope de Heisenberg

Nous allons illustrer ce propos par la célèbre expérience de pensée de HEISENBERG dans laquelle on cherche à mesurer la position  $x$  d'un objet macroscopique de masse  $m$ , en l'éclairant avec des photons de longueur d'onde  $\lambda$  et en détectant la lumière diffusée à l'aide d'un microscope. L'image est formée sur une plaque photographique à une distance  $L_2$ , par une lentille située à une distance  $L_1$  de l'objet (voir figure I-9) :

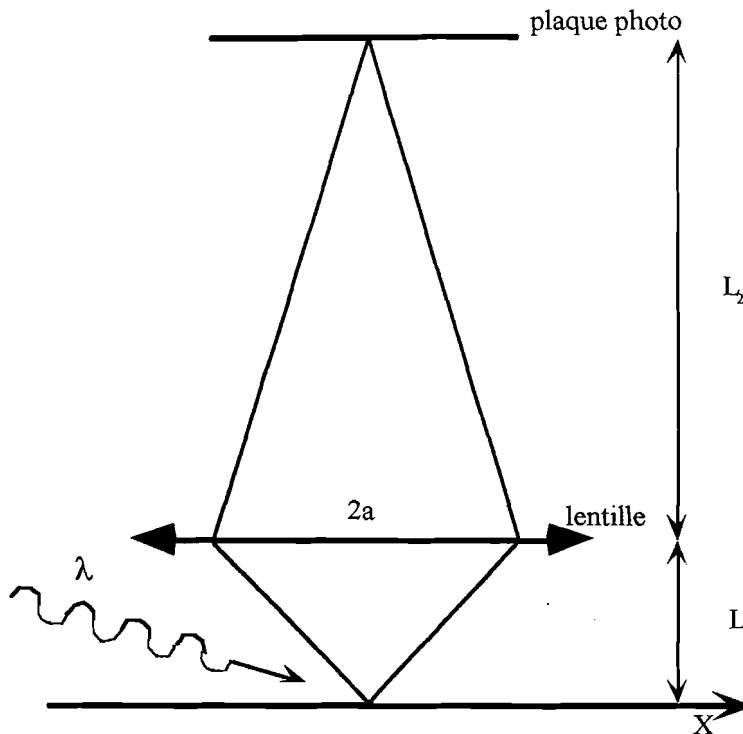


Figure I-9 : Expérience de pensée du microscope d'HEISENBERG. On cherche à mesurer la position d'un objet en faisant l'image de celui-ci par une lentille simple d'ouverture  $2a$ , située à  $L_1$  de l'objet.

Si on suppose que l'on est limité par la diffraction, l'incertitude de position de l'objet  $\Delta x$  sera donnée par le critère de RAYLEIGH :

$$\Delta x_{mes} = \frac{\lambda}{4\pi\theta} \quad (\text{I-41})$$

où  $\theta$  est l'angle d'ouverture du système  $\left(\frac{2a}{L_1}\right)$  que l'on va supposer petit. Cette incertitude de position est directement liée à la nature **ondulatoire** du photon.

Le grandissement de la conjugaison  $\mathcal{G} = \frac{L_2}{L_1}$  peut être choisi arbitrairement grand. Par



conséquent, la précision sur la détection du photon sur la plaque photographique qui vaut :  $\Delta x_{phot} = \mathcal{G} \Delta x_{mes}$  ne sera pas une limite fondamentale.

Nous allons voir maintenant comment l'incertitude sur l'impulsion va "brûter" la mesure de position effectuée à l'instant  $t$ . On connaît l'impulsion ( $h/\lambda$ ) avec laquelle le photon arrive sur l'objet ; mais, on ne peut savoir avec quelle impulsion il l'a quitté. On sait seulement qu'il est passé par la lentille. L'impulsion avec laquelle il a été réémis par l'objet présente une incertitude :

$$\Delta p_x = \frac{h}{\lambda} \theta = \frac{\hbar}{2\Delta x} \quad (\text{I-42})$$

Or, par conservation de la quantité de mouvement, l'objet va encaisser un recul dont l'incertitude sera  $\Delta p_{perturbation} = \Delta p_x$ .

On retrouve bien la relation d'HEISENBERG reliant les incertitudes sur la position et l'impulsion de l'objet, autrement dit, avant la mesure, la dispersion sur ces deux observables est minimum :

$$\Delta x_{mes} \Delta p_{perturbation} \simeq \frac{\hbar}{2} \quad (\text{I-43})$$

Ce qui est essentiel, ici, c'est que l'incertitude sur l'impulsion va devenir une incertitude sur la position ultérieure de l'objet puisque :

$$x_{t+\tau} = x_t + \frac{p}{M} \tau \quad (\text{I-44})$$

La précision de la mesure  $\Delta x_{mes}$ , à l'instant  $t$ , est aussi grande que l'on veut ; mais la perturbation introduite sur l'impulsion va dégrader progressivement la qualité de la mesure initiale selon la loi (I-44). Et, la position de l'objet, à l'instant  $t + \tau$ , ne sera plus définie qu'avec une précision :

$$(\Delta x_{t+\tau})^2 \simeq \left( \frac{\hbar \tau}{2M \Delta x_{mes}} \right)^2 + (\Delta x_{mes})^2 \quad (\text{I-45})$$

d'après (I-44) et (I-42).

Retenons pour l'instant que l'évolution libre de la position d'une particule dépend de l'impulsion, son observable conjuguée. Cette expérience de pensée n'a pas qu'un but didactique même si pendant longtemps, cette discussion servait simplement à évoquer la dualité onde-corpuscule du photon. Nous allons voir dans le paragraphe suivant que si l'objet, dont on souhaite mesurer la position, est une barre de WEBER, il est essentiel d'appliquer ces concepts purement quantiques ; bien qu'on ait l'habitude de les attribuer plutôt à des objets microscopiques tels que les électrons, les atomes ...

## II.2 Origine de la mesure QND

Dans les années 70, il fut envisagé de détecter les ondes gravitationnelles à l'aide de barre de WEBER. Ces détecteurs, de masse très importante (de l'ordre de la tonne), entraient alors en vibration lors du passage de l'onde gravitationnelle, à la fréquence de celle-ci (typiquement inférieure à 100 Hz). Une estimation de la déformation attendue est de  $10^{-21}$  m (soit encore  $10^{-11}$  Å). Avant l'interaction éventuelle avec l'onde gravitationnelle, il est donc essentiel de mesurer la position du détecteur avec une précision au moins égale au déplacement attendu ; soit  $\Delta x_0 < 10^{-21}$  m. Or, une mesure de la position de la masse  $M$  à l'instant  $t$ , introduit une perturbation sur son moment  $p_x$ . Si, à l'instant  $t + \tau$ , on effectue une seconde mesure de contrôle<sup>4</sup>, l'incertitude sur cette mesure sera augmentée à cause de la "rétroaction" qui est due à la perturbation sur  $p_x$ , et qui se produit durant l'évolution libre du système, après la première mesure.

Entre les deux mesures de position, on a :

$$p_x = \frac{M}{\tau} (x_{t+\tau} - x_t) \quad (\text{I-46})$$

Il existe donc une impulsion minimum détectable correspondant à la plus petite variation possible de la position entre les instants de mesure que l'on note  $(\Delta x)_{LQS}$  :

$$(\Delta p)_{LQS} = \frac{M}{\tau} (\Delta x)_{LQS} \quad (\text{I-47})$$

La relation "minimum" de dispersion de HEISENBERG (égalité de l'inéquation (I-37)) conduit à ces minima qui constituent la **Limite Quantique Standard** (LQS).

$$(\Delta x)_{LQS} (\Delta p)_{LQS} = \frac{\hbar}{2} \quad (\text{I-48})$$

Ce qui donne encore, d'après l'équation (I-47) :

$$(\Delta x)_{LQS} = \sqrt{\frac{\hbar \tau}{2M}} \quad (\text{I-49})$$

Si on revient au cas des barres de WEBER, de masse  $M = 1$  tonne, on évalue  $(\Delta x)_{LQS}$  à  $7.10^{-21}$  m. La perturbation, si faible soit-elle, introduite lors de la première mesure interdit la détection de l'onde gravitationnelle par une seconde mesure de contrôle. La **Limite Quantique**

<sup>4</sup> Cet intervalle de temps  $\tau$  ne doit donc pas excéder la demi-période des vibrations engendrées par l'onde gravitationnelle ; d'où  $\tau$  inférieur à la milliseconde.

**Standard** fixe la sensibilité ultime d'une mesure, comme ici dans le cas de la position de ces barres. Il s'avère ainsi qu'il ne sera pas possible de détecter les ondes gravitationnelles par ce moyen là.

C'est alors que BRAGINSKY a proposé pour la première fois en 1974 [2] l'idée d'une mesure "**quantique non-destructive**" afin de contourner la LQS. Cette appellation "QND" signifie :

- d'une part que la précision souhaitée pour la mesure est meilleure que la LQS pour l'observable mesurée ;
- d'autre part, que la mesure ne doit pas détruire ou détériorer l'information que l'on cherche (caractère Non Destructif).

Ceci va nous amener naturellement à définir des "**variables QND**" pouvant prétendre à une mesure dont la précision est conservée au cours de l'évolution ultérieure du système.

### II.3 Variable QND

Revenons à l'exemple de la mesure de la position d'une particule, comme dans l'expérience du microscope de HEISENBERG (II.1). Avant toute mesure, nous avons vu que le système était caractérisé par des relations de dispersion minimales (cf. équation (I-43)). Mais après un intervalle de temps  $\tau$  consécutif à une mesure, l'incertitude sur la position, donnée par l'expression (I-45), renferme explicitement la perturbation introduite par la mesure. En fait, l'observable  $x$  est couplée à l'évolution libre du système. En représentation de HEISENBERG, cela se traduit simplement par le commutateur  $[x(t), x(t + \tau)] \neq 0$ .

On dira que l'observable  $\hat{A}$  est une **variable QND** si elle commute avec elle-même quels que soient les instants durant l'évolution libre du système  $\mathcal{S}$  :

$$[\hat{A}(t), \hat{A}(t + \tau)] = 0 \quad (\text{I-50})$$

**Conclusion** : Pour une variable QND, il est possible d'effectuer des mesures répétées donnant **toujours** le même résultat, avec la précision désirée.

On peut généraliser la définition (I-50), à toutes les valeurs possibles de  $\tau$ . Alors, l'évolution propre de  $\hat{A}$  la laisse inchangée c'est à dire que  $\hat{A}$  est une constante du mouvement ; donc :

$$[H_0, \hat{A}] = 0 \quad (\text{I-51})$$

où  $H_0$  est l'Hamiltonien du système isolé. Nous avons déjà relevé l'idée physique sous-jacente à cette condition dans la dernière remarque du paragraphe II.1 (p.34). Elle peut se généraliser et s'interprète de la façon suivante. L'excès de bruit sur l'observable conjuguée, imposé par le Principe d'incertitude de HEISENBERG, suite à la mesure de  $\hat{A}$  ne doit pas se retrouver couplé à

l'évolution libre de  $\hat{A}$ . Comme le montre l'expérience de pensée du microscope de HEISENBERG, cela ne marche pas lorsque  $\hat{A} = x$ , son observable conjuguée étant l'impulsion,  $p_x$ .

Ainsi, pour la particule libre, la position  $x$ , n'est pas une variable QND tandis que l'impulsion  $p_x$  en est une. Par la suite, nous nous intéresserons davantage au champ électromagnétique que l'on modélise comme un oscillateur harmonique. Dans ce cas, l'opérateur "nombre de photons" ( $a^+a$ ), et les composantes de quadrature du champ sont des variables QND.

## III Mesure quantique non-destructive

### III.1 Mesures directe et indirecte

En introduction de cette partie, nous nous sommes intéressés à l'effet d'une mesure quantique de l'observable  $\hat{O}$ , sur un système  $\mathcal{S}$  (cf. § I.1). Sans le dire, nous avons considéré le cas d'une mesure **directe** au cours de laquelle l'état du système, après la mesure, est arbitrairement modifié (suivant le postulat de Réduction du Paquet d'Onde).

En pratique, cela se produit lorsque le système quantique interagit avec un instrument de mesure macroscopique qui donne une information directement accessible à l'expérimentateur. Par contre, le paquet d'onde initial est alors irrémédiablement perdu car le processus de mesure est irréversible.

En optique, l'exemple typique est la détection directe d'un faisceau lumineux par un photomultiplicateur. On a en effet absorption, donc destruction des photons (de façon irréversible) par le photodétecteur ; puis amplification du signal électrique afin de passer à l'échelle macroscopique.

La caractère non-destructif d'une mesure QND (voir paragraphe II.2) implique nécessairement une mesure indirecte. Dans ce cas, la mesure de l'observable sur le système  $\mathcal{S}$ , que nous appellerons "Signal", se fait via un **couplage** à un second système quantique  $\mathcal{M}$ , que nous appellerons "Mesure", qui nous fournira, indirectement, des informations sur le "Signal". Une mesure indirecte s'effectue donc en deux temps. La première étape consiste à faire interagir les deux objets quantiques  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{M}$ , qui sont initialement indépendants. Dans un second temps, la détection directe sur la "Mesure" permet, grâce aux **corrélations** établies lors de la première phase (d'interaction), d'accéder aux informations sur  $\mathcal{S}$ .

On peut supposer que ces deux étapes s'effectuent de manière successive dans le temps ; et que lors de la seconde,  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{M}$  sont **physiquement séparés**, de sorte qu'il soit possible de mesurer  $\mathcal{M}$  sans détruire le signal. Ainsi, le bruit de rétroaction de la mesure est introduit sur le système lors de la première phase et on considérera, idéalement, qu'il peut être limité par le

principe d'incertitude.

## III.2 Définition d'une mesure QND idéale

### III.2.1 Définition générale

À partir de cette distinction entre mesure directe et mesure indirecte, BRAGINSKY [22] définit, de façon générale, une mesure non destructive de l'observable  $\hat{A}$ , de la manière suivante :

Soit  $\hat{U}$  l'opérateur d'évolution, entre les instants  $t_i$  et  $t_f$  (de début et de fin de la mesure), du système couplé ( $\mathcal{S} + \mathcal{M}$ ) dont les vecteurs d'état sont, respectivement,  $|\psi_i\rangle$  et  $|\psi_f\rangle$ . On a donc :

$$|\psi_f\rangle = \hat{U} |\psi_i\rangle \quad (\text{I-52})$$

La mesure de l'observable  $\hat{A}$  est une mesure QND si et seulement si :

$$[\hat{U}, \hat{A}] = 0 \quad (\text{I-53})$$

Faisons quelques remarques sur cette définition :

- (1) La condition (I-53) n'impose à  $\hat{A}$  de conserver une valeur constante que durant l'intervalle de temps  $\Delta t_{mes} = t_f - t_i$ , correspondant à la durée de la mesure. Cela ne donne aucune information sur la valeur de l'observable  $\hat{A}$  à un temps ultérieur ( $t > t_f$ ).
- (2) Le seul cas, dans lequel une mesure QND ne modifie pas l'état du système  $\mathcal{S}$  est celui pour lequel,  $\mathcal{S}$  est dans un état propre de  $\hat{A}$  **avant** la mesure.
- (3) Notons enfin que cette définition ne conditionne pas la **qualité** de la mesure puisqu'elle ne s'intéresse qu'à la **non-dégradation** du signal. Nous reviendrons dans la section B-V sur les critères qualitatifs permettant d'apprécier en pratique l'efficacité de la mesure [23].

Cette définition (I-53), très générale, n'est en fait pas adaptée aux situations concrètes expérimentales, c'est pourquoi nous allons définir plus pratiquement une mesure QND grâce à deux conditions, dont la conjonction est **suffisante** pour satisfaire la condition générale (I-53).

### III.2.2 Définition pratique

La première condition porte sur l'évolution libre du système  $\mathcal{S}$ . La seconde porte sur le couplage entre  $\mathcal{S}$  et le dispositif de mesure  $\mathcal{M}$ .

La première condition est que l'observable, à mesurer,  $\hat{A}$  soit une variable QND. Selon l'équation (I-51), cela signifie que  $\hat{A}$  commute avec l'Hamiltonien propre du signal,  $H_0$  ( $[H_0, \hat{A}] = 0$ ) et que la perturbation introduite par la mesure (sur la variable conjuguée de  $\hat{A}$ ) ne se retrouve pas sur  $\hat{A}$  dans l'évolution libre ultérieure.

La seconde condition concerne l'interaction qui couple les systèmes  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{M}$  et, plus particulièrement, l'Hamiltonien  $H_{int}$  qui la caractérise et qui ne doit pas perturber l'observable mesurée  $\hat{A}$  :

$$\left[ H_{int}, \hat{A} \right] = 0 \quad (\text{I-54})$$

Ceci nous assure que la mesure sera **indirecte** et qu'il n'y aura aucune perturbation de  $\hat{A}$  durant la phase de **transfert de l'information** du "signal" ( $\mathcal{S}$ ) vers la "mesure" ( $\mathcal{M}$ ).

**Conclusion :** La mesure d'une observable  $\hat{A}$  pourra prétendre au label QND à la condition qu'elle commute à la fois avec l'Hamiltonien propre du système  $\mathcal{S}$  ( $H_0$ ) et l'Hamiltonien de couplage entre  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{M}$  ( $H_{int}$ ). Cependant, cette définition (même pratique) demeure très formelle et s'applique au cas idéal où  $(\mathcal{S}+\mathcal{M})$  est un système parfaitement isolé de tout autre système physique.

## IV Mesure QND en optique

Dans cette section, nous allons appliquer les concepts que nous venons de voir au domaine particulier de l'optique. Nous verrons dans un premier temps qu'il convient de distinguer différents régimes.

Puis, dans un second temps, nous rappellerons le formalisme adapté à une interaction de type KERR croisé, permettant de réaliser une mesure QND comme l'ont suggéré MILBURN et WALLS[24] IMOTO *et al.*[25] et YURKE[26] .

### IV.1 Les différents régimes

Le but d'une mesure QND en optique consiste en général à déterminer le nombre de photons (i.e. l'intensité) caractérisant le mode du champ électromagnétique considéré. Et l'on distinguera ainsi deux régimes en fonction du nombre de photons, mis en jeu.

- le régime à faible nombre de quanta, pour lequel le nombre de photons mesurés  $N$  est de l'ordre de la dizaine et les fluctuations relatives (en  $1/\sqrt{N}$ ), non négligeables.
- le régime linéarisé pour lequel  $N$  est très grand (typiquement de  $10^{10}$ ) et par conséquent, les fluctuations relatives très petites (voir paragraphe II-2-1 de ce chapitre).

Dans le premier cas, l'objet de la mesure QND sera de déterminer effectivement le nombre de photons dans un mode de champ électromagnétique. De telles expériences[27] sont en cours, à l'École Normale Supérieure, dans l'équipe de S.HAROCHE, J.M.RAIMOND et M.BRUNE. Elles consistent à mesurer un petit nombre de photons dans une onde stationnaire stockée dans une

supercavité microonde ( $Q \simeq 10^9$ ) dont le temps de relaxation est supérieur à la durée de la mesure.

Dans ce mémoire, nous nous placerons davantage dans le second cas et nous chercherons à déterminer la distribution aléatoire des photons dans un faisceau intense que nous appellerons dès lors "signal", et ce, de manière non-destructive, c'est à dire **sans absorber** les photons et **sans perturber** la distribution initiale. Nous pouvons schématiser le principe, comme sur la figure I-10, en considérant un dispositif QND (enfermé dans une boîte) permettant de suivre en **continu** l'intensité du signal<sup>5</sup>. On souhaite, en sortie de la boîte :

- que le faisceau signal ne soit ni modifié, ni dégradé ;
- que l'information, lue sur une seconde voie, dite mesure, soit la plus **fidèle** possible.

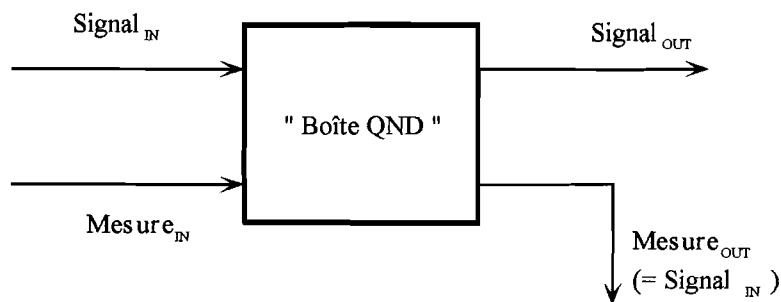


Figure I-10 : Schéma de principe de la mesure QND que l'on souhaite réaliser. L'information est contenue sur le signal entrant dans le dispositif QND ( $signal_{IN}$ ). On le couple à un second faisceau ( $mesure_{IN}$ ). Dans une première phase, il se crée des corrélations quantiques entre les deux ondes. Lors de la phase de détection directe de la voie  $Mesure_{OUT}$ , ces corrélations permettent, idéalement, d'accéder avec exactitude au faisceau signal entrant, sans que celui-ci ne soit affecté. Autrement dit, on doit avoir  $Signal_{OUT} = Signal_{IN}$  (pas de dégradation) et  $Mesure_{OUT} = Signal_{IN}$  (mesure parfaite).

## IV.2 Mesure QND utilisant l'effet Kerr croisé

### IV.2.1 Principe : interprétation classique du couplage

Pour réaliser un tel dispositif, il faut recourir à l'optique non linéaire. Nous allons considérer en particulier, le couplage des faisceaux signal et mesure au sein d'un milieu non-linéaire présentant un effet KERR croisé. L'intensité du signal,  $I_{signal}$ , va modifier l'indice de réfraction du milieu, vu par la mesure que l'on note  $n_{mesure}$  ; et réciproquement, d'où :

$$n_{mesure} = n_{mesure}^0 + f I_{signal} \quad n_{signal} = n_{signal}^0 + f I_{mesure} \quad (I-55)$$

<sup>5</sup> Nous considérons ici le cas d'une onde progressive ce qui permet de traiter les faisceaux laser mis en jeu comme "entrant" et "sortant" du dispositif de mesure QND sans ambiguïté.

où  $n^0$  sont les indices de réfraction linéaires du milieu.

Il s'ensuit que chaque champ subit un déphasage proportionnel à l'intensité de l'autre champ. Dans le cas d'un milieu purement dispersif (pas d'absorption), on peut écrire les relations d'entrée-sortie suivantes (voir figure I-11) :

$$I_{signal}^{out} = I_{signal}^{in} \quad \text{et} \quad I_{mesure}^{out} = I_{mesure}^{in} \quad (I-56)$$

$$\Delta\phi_{signal} = \phi_{0signal} + FI_{mesure} \quad \text{et} \quad \Delta\phi_{mesure} = \phi_{0mesure} + FI_{signal} \quad (I-57)$$

où  $\phi_0$  sont les déphasages linéaires et  $FI$ , les déphasages non linéaires qui apparaissent lors du couplage des deux faisceaux.

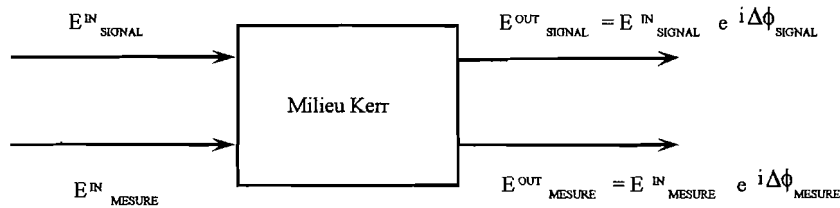


Figure I-11 : Représentation schématique du couplage KERR, dans le cas d'une mesure QND.

La condition (I-56) correspond à la condition de non dégradation d'une mesure QND puisque les intensités moyennes et leurs fluctuations restent identiques. Elles sont par ailleurs, transférées sur la phase de l'autre faisceau (cf (I-57)). On pourra ainsi obtenir l'information concernant le signal en détectant la phase de la voie mesure. Le bruit de rétroaction de la mesure se retrouve sur la phase du signal (variable conjuguée de l'intensité) puisque celle-ci est perturbée par l'intensité mesure. Cependant, dans une propagation ultérieure, cette perturbation ne vient pas se recoupler aux fluctuations d'intensité signal, ce qui correspond bien à la définition d'une mesure QND (cf. section B-III).

## IV.2.2 Point de vue quantique

Le couplage entre signal et mesure peut être décrit par un Hamiltonien d'interaction<sup>6</sup> :

$$\hat{H}_{int} = \hbar f \hat{N}_{signal} \hat{N}_{mesure} \quad (I-58)$$

En représentation de HEISENBERG, l'évolution des champs est donnée par :

<sup>6</sup> On peut vérifier aisément que cet opérateur commute avec  $\hat{N}_S = a_S^\dagger a_S$ , donnant le nombre de photons dans le mode signal.



$$a_S(t) = a_S(0) \exp\left(-i f \widehat{N}_{Mesure} t\right) \quad (\text{I-59})$$

$$a_M(t) = a_M(0) \exp\left(-i f \widehat{N}_{Signal} t\right) \quad (\text{I-60})$$

où l'on suppose que  $t$  est la durée de l'interaction avec le milieu KERR de sorte que  $a(t) = a^{out}$  et  $a(0) = a^{in}$ . Ceci nous donne l'équivalent quantique des relations (I-56). Tandis que l'on peut retrouver la partie non linéaire des équations (I-57) en prenant la valeur moyenne des opérateurs :

$$\varphi_S = i f \langle \widehat{N}_M \rangle t \quad \text{et} \quad \varphi_M = i f \langle \widehat{N}_S \rangle t \quad (\text{I-61})$$

On se place maintenant dans le cadre du **régime linéarisé**. A partir de l'Hamiltonien d'interaction (I-58), on effectue un traitement linéarisé des fluctuations quantiques des champs. On obtient alors la transformation entrée-sortie[11] des fluctuations des composantes de quadrature (amplitude et phase), définies par (I-4).

$$\delta X_{1,S}(t) = \delta X_{1,S}(0) \quad \text{et} \quad \delta X_{2,S}(t) = \delta X_{2,S}(0) - 2g \delta X_{1,M}(0) \quad (\text{I-62})$$

$$\delta X_{1,M}(t) = \delta X_{1,M}(0) \quad \text{et} \quad \delta X_{2,M}(t) = \delta X_{2,M}(0) - 2g \delta X_{1,S}(0)$$

où le paramètre de couplage  $g$  vaut :  $f t \sqrt{N_S N_M}$ <sup>7</sup>.

**Remarques :**

- (1) D'après les expressions (I-61), le paramètre de couplage est également relié de façon simple aux déphasages non linéaires moyens subis pendant l'interaction KERR. On a en effet :

$$g = f t \sqrt{N_S N_M} = \sqrt{\varphi_S \varphi_M}$$

- (2) Par analogie avec l'optique non linéaire, les relations (I-62) sont appelées "**couplage paramétrique**". La non-linéarité qui couple les deux modes est traitée de façon macroscopique. Le milieu non linéaire n'est en effet décrit que par son indice non linéaire ( $n_2 = fI$ ) et ne génère pas de bruit dans l'interaction.

Dans la limite où  $g$  est très grand ( $\gg 1$ ), la quadrature phase du faisceau mesure,  $\delta X_{2,M}(t)$ , devient une **copie macroscopique** de la quadrature amplitude du faisceau signal  $\delta X_{1,S}(0)$  qui n'est pas modifiée durant l'interaction. Le système ainsi décrit est un dispositif QND **idéal** de mesure des petites fluctuations d'intensité d'un faisceau intense.

**Conclusion :** Un couplage de type KERR à deux faisceaux peut être utilisé pour réaliser une mesure QND. L'effet KERR correspond à une non-linéarité de type  $\chi^{(3)}$  qui

<sup>7</sup> Pour l'opérateur  $\widehat{N}$ , on indiquera indifféremment la valeur moyenne de l'opérateur par  $\langle \widehat{N} \rangle$  ou  $N$  "sans chapeau".

existe dans de nombreux matériaux. En ce qui nous concerne, l'effet KERR optique sera obtenu au sein d'un nuage d'atomes froids et piégés, en excitant une transition atomique à deux photons. Si l'on insère le milieu atomique dans une cavité optique, résonnante pour les deux ondes (signal et mesure), il est possible d'augmenter le couplage non-linéaire, par rapport à un passage unique dans le milieu KERR, d'un facteur qui vaut approximativement la  **finesse** de la cavité [28].

En outre, ce milieu présente ses propres degrés de liberté internes qui vont nécessairement intervenir lors du couplage avec l'ensemble (signal + mesure) et, par conséquent, lui faire perdre son caractère idéal. On voit ici la nécessité de considérer le cas réel d'une mesure QND et de définir des critères accessibles lors d'une expérience et caractérisant complètement une mesure QND, en pratique. C'est l'objet de la section suivante.

## V Caractérisation d'une mesure QND réelle

La caractérisation expérimentale d'une mesure QND se fait par le biais de critères introduits pour la première fois par HOLLAND[29] et qui ont fait l'objet de travaux théoriques dans notre groupe dont la synthèse est présentée de manière détaillée dans la référence[23].

Dans cette section, nous allons présenter ces paramètres de façon originale en les séparant en deux classes. Nous reviendrons, dans le chapitre III à une définition plus "classique" en prenant pour chacune d'elles, l'exemple d'une application potentielle de la mesure QND. En dernier lieu (paragraphe V-3-3), nous récapitulerons les performances des différentes expériences réalisées (avant 1996) sous forme d'un diagramme faisant apparaître les critères d'évaluation d'une mesure QND.

D'une manière générale, deux opérateurs hermitiques sont suffisants pour caractériser une mesure QND. Dans notre cas, ce sera  $\delta X(t) = X(t) - \langle X \rangle$  qui représente la variance de la quadrature amplitude du champ signal que l'on souhaite mesurer ; et  $\delta Y(t) = Y(t) - \langle Y \rangle$ , la variance de la quadrature phase du champ mesure par l'intermédiaire de laquelle, on a accès aux informations concernant le signal.

**Remarque :** Ces nouvelles notations ont été introduites pour simplifier les écritures des relations entrée-sortie (I-62). Mais on a :

$$\delta X(t) = \delta X_{1,S}(t) \quad \text{et} \quad \delta Y(t) = \delta X_{2,M}(t) \quad (\text{I-63})$$

Si on considère l'appareil de mesure comme une "Boîte Noire", on peut définir un canal d'entrée (IN) et un canal de sortie (OUT), ce qui nous permettra de représenter simplement la variation des grandeurs physiques  $\delta X(t)$  et  $\delta Y(t)$  entrant et sortant de la boîte.

## V.1 Aspect “quantique” de la mesure

Nous considérons ici que l’information “quantique” est contenue dans les fluctuations quantiques d’intensité<sup>8</sup> du faisceau signal. Lors d’une mesure parfaite, l’ensemble du bruit de photons Signal se retrouve dans les fluctuations de phase du faisceau mesure. Nous allons donc définir un coefficient qui nous donne, en quelque sorte, le “pourcentage” des fluctuations quantiques d’intensité qui peuvent être lues sur la voie mesure.

Une autre façon de voir cela consiste à évaluer la **précision** avec laquelle la mesure a été réalisée. Or, pour un état cohérent, tel que celui, issu d’un faisceau laser au dessus de son seuil, on a vu que la précision ultime était donnée par le bruit de photons standard (cf paragraphe II.2). Ainsi la mesure sera d’autant plus précise que le bruit de phase du faisceau mesure s’identifie parfaitement au bruit de photons du faisceau signal.

### V.1.1 Corrélation quantique

Nous avons établi que lors du couplage avec l’appareil de mesure il se crée des corrélations entre le faisceau signal et le faisceau mesure (cf. p.37). On sent bien intuitivement, que plus ces corrélations seront fortes et mieux l’information sera passée sur la voie mesure. La précision de la mesure peut donc être quantifiée par un coefficient de corrélation, noté  $C_{sm}^2$ , qui se définit comme la corrélation normalisée entre la mesure sortante et le signal sortant :

$$C_{sm}^2 = \frac{|\langle \delta X^{out} \delta Y^{out} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X^{out} \delta X^{out} \rangle_\omega \langle \delta Y^{out} \delta Y^{out} \rangle_\omega} \quad (\text{I-64})$$

où la notation  $\langle \hat{A} \hat{B} \rangle_\omega$  désigne la transformée de FOURIER de la fonction de corrélation temporelle **symétrisée** entre les deux observables  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  :

$$\langle \hat{A} \hat{B} \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \frac{1}{2} \langle \hat{A} \hat{B} + \hat{B} \hat{A} \rangle dt \quad (\text{I-65})$$

### V.1.2 Variance conditionnelle

Si le bruit de phase du faisceau mesure s’identifie parfaitement au bruit de photons du faisceau signal, on aura une corrélation parfaite  $C_{sm}^2 = 1$ . Expérimentalement, on a accès à la **Variance Conditionnelle**. Cette quantité nous donne la variance “résiduelle” des fluctuations d’amplitude du faisceau signal. En effet, en l’absence de mesure, la variance vaut  $\langle \delta X^{out} \delta X^{out} \rangle_\omega$ . Si on effectue une mesure, on devient “informé” sur  $(100 \times C_{sm}^2) \%$  de la variance des fluctuations signal. La variance conditionnelle, que l’on note  $V_{S|M}$ , nous donne la

<sup>8</sup> Nous nous intéresserons ici plus spécialement à la mesure QND de l’amplitude d’une onde lumineuse qui présente un intérêt pratique et un champ d’application plus important que la mesure de la phase.

quantité d'information manquante :

$$V_{S|M} = \langle \delta X^{out} \delta X^{out} \rangle (1 - C_{sm}^2) \quad (\text{I-66})$$

## V.2 Aspect "classique" de la mesure

Nous allons maintenant considérer de façon plus globale la qualité de la mesure. Les grandeurs  $\delta X$  et  $\delta Y$  représentent des variations macroscopiques de l'intensité de l'onde signal et de la phase de l'onde mesure. Il est commode de voir cela comme une information codée sur l'amplitude signal qui doit être transférée sous la forme d'un déphasage de la mesure via le couplage KERR (cf. paragraphe IV.2).

### V.2.1 coefficients de corrélation

Cette fois les corrélations reviennent à comparer les voies de sortie au signal entrant. Ainsi, la condition de **non-dégradation** de la mesure est donnée par un coefficient noté  $C_S^2$ , qui exprime la corrélation entre le signal sortant et le signal entrant :

$$C_S^2 = \frac{|\langle \delta X^{in} \delta X^{out} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X^{in} \delta X^{in} \rangle_\omega \langle \delta X^{out} \delta X^{out} \rangle_\omega} \quad (\text{I-67})$$

Une mesure parfaitement non-destructive conduira à  $C_S^2 = 1$ , les fluctuations du signal sont inchangées lors de l'interaction. Si par contre, les variations d'amplitude du signal en sortie de la "boite" n'ont plus rien à voir avec les variations initiales, la corrélation sera nulle :  $C_S^2 = 0$ .

La condition de **mesure**, proprement dite, est donnée par un coefficient noté  $C_M^2$  qui traduit la corrélation entre le faisceau mesure sortant et le faisceau signal entrant :

$$C_M^2 = \frac{|\langle \delta X^{in} \delta Y^{out} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X^{in} \delta X^{in} \rangle_\omega \langle \delta Y^{out} \delta Y^{out} \rangle_\omega} \quad (\text{I-68})$$

Lorsque la corrélation est parfaite ( $C_M^2 = 1$ ), on a la même information via la voie mesure que si on avait lu directement la voie signal. Si au contraire,  $C_M^2 = 0$ , notre boite noire mesure ne retient pas les informations données par le signal lors de l'interaction non-linéaire.

### V.2.2 Critères expérimentaux

A l'inverse du coefficient  $C_{sm}^2$ , (grâce à la variance conditionnelle), ces corrélations  $C_S^2$  et  $C_M^2$  ne sont pas accessibles directement sur une expérience<sup>9</sup>. Afin de caractériser expérimentalement un système QND, on peut introduire le concept de bruit équivalent ramené à l'entrée, que nous

<sup>9</sup> Cela apparaîtra plus clairement dans le chapitre III de ce mémoire, dans lequel nous évaluons effectivement les performances d'une mesure QND.

allons rappeler maintenant.

### a) Bruits équivalents

Pour poursuivre l'analogie électronique, on considère le dispositif de mesure comme un amplificateur linéaire du signal entrant sur deux voies de sortie, susceptible d'introduire du bruit lors de l'amplification. Ainsi, la variance de la quadrature amplitude du champ signal en sortie, s'écrit :

$$\delta X_S^{out} = g_S \delta X_S^{in} + B_S^{ajouté} \quad (I-69)$$

où :  $g_S$  est le coefficient d'amplification signal,

et,  $B_S^{ajouté}$  est le bruit sur le signal en sortie introduit par l'amplificateur.

Ce dernier peut s'écrire comme la somme de deux termes ; un premier, proportionnel au bruit de la quadrature conjuguée ( $\delta Y_S^{in}$ ) qui peut être éventuellement corrélé à  $\delta X_S^{in}$  ; un second, non corrélé à  $\delta X_S^{in}$ , qui peut être qualifié de contribution propre, provenant par exemple du milieu atomique lui-même et noté  $B_S$ .

$$B_S^{ajouté} = \beta_S \delta Y_S^{in} + B_S \quad (I-70)$$

On divise l'équation (I-69) par  $g_S$  afin de se ramener aux fluctuations  $\delta X_S^{in}$  du signal entrant, que l'on souhaite mesurer :

$$\frac{\delta X_S^{out}}{g_S} = \delta X_S^{in} + \frac{B_S^{ajouté}}{g_S} \quad (I-71)$$

Le niveau de bruit équivalent, ramené à l'entrée, est alors défini par :

$$N_S^{eq} = \frac{\langle \delta X_S^{out} \delta X_S^{out} \rangle}{|g_S|^2} - \langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle \quad (I-72)$$

La mesure sera parfaitement non destructive si  $N_S^{eq} = 0$ . Autrement dit, on a la même information de part et d'autre de l'amplificateur et celui-ci n'introduit pas de bruit.

De la même manière, on peut évaluer la qualité de la mesure par un bruit équivalent ramené à l'entrée, associé cette fois à la voie mesure sortante ( $\delta Y_M^{out}$ ) :

$$\frac{\delta Y_M^{out}}{g_M} = \delta X_S^{in} + \frac{B_M^{ajouté}}{g_M} \quad (I-73)$$

avec :  $g_M$ , le coefficient d'amplification sur la voie mesure,

et,  $B_M^{ajouté}$ , le bruit sur la mesure en sortie de l'amplificateur qui s'écrit encore :

$$B_M^{ajouté} = \beta_M \delta Y_S^{in} + B_M \quad (I-74)$$

où l'on distingue le bruit corrélé, du bruit non-corrélé à  $\delta X_S^{in}$ .

On définit de même :

$$N_M^{eq} = \frac{\langle \delta Y_M^{out} \delta Y_M^{out} \rangle}{|g_M|^2} - \langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle \quad (I-75)$$

Une mesure parfaite conduira à  $N_M^{eq} = 0$  qui signifiera que l'information contenue dans le signal a totalement été transférée sur la mesure sans introduire de bruit.

### b) Coefficients de transfert

Ces deux bruits équivalents sont mesurables lors d'une expérience, comme pour des amplificateurs en électronique. Pour cela, on applique une modulation à l'entrée caractérisée par un rapport signal à bruit "entrant" et on regarde ce que devient ce rapport signal à bruit, après passage dans l'amplificateur, sur ses deux voies de sortie.

Le transfert du rapport signal à bruit ( $RSB$ ) du signal entrant vers les voies de sortie :

- signal, d'une part,
- mesure, d'autre part,

est caractérisé par deux "coefficients de transfert", notés respectivement  $T_S$  et  $T_M$  et définis par :

$$T_S = \frac{(RSB)_S^{out}}{(RSB)_S^{in}} \quad (I-76)$$

$$T_M = \frac{(RSB)_M^{out}}{(RSB)_S^{in}} \quad (I-77)$$

où  $RSB$  est défini comme le rapport de l'intensité de la modulation et de la puissance de bruit en l'absence de modulation :

$$RSB = \frac{|\langle Q \rangle_\omega|^2}{\langle \delta Q \delta Q \rangle_\omega} \quad (I-78)$$

pour une quadrature quelconque  $Q$ .

Les coefficients de transfert sont reliés aux bruits équivalents par une formule simple :

$$T_S = \frac{\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle}{\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle + N_S^{eq}} \quad (I-79)$$

$$T_M = \frac{\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle}{\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle + N_M^{eq}}$$

En se limitant au cas où le faisceau signal incident est dans un état cohérent, on a :  $\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle = 1$  et le système (I-79) se simplifie :

$$T_S = \frac{1}{1 + N_S^{eq}}$$

$$T_M = \frac{1}{1 + N_M^{eq}}$$

En outre, toujours en supposant le faisceau entrant dans un état cohérent, on peut montrer que les coefficients de transfert (I-76), resp. (I-77) sont égaux aux corrélations quantiques (I-67), resp. (I-68) :  $T_S = C_S^2$  et  $T_M = C_M^2$ . Dans ce mémoire, on se placera toujours dans ces conditions.

**Remarque :** Une étude plus approfondie de cette équivalence se trouve dans la thèse de Jean-Philippe POIZAT et peut donc être consultée, pour plus de précisions (chapitre 2, paragraphe 2.2.5, p. 26-27 et Annexe A).

Nous disposons maintenant de tous les éléments pour caractériser complètement une mesure QND expérimentale.

## V.3 Discussion

Nous allons analyser le cas d'un dispositif de mesure (QND ?) simple qu'est une lame séparatrice (paragraphe V-3-1). A partir de cette analyse, nous discuterons des valeurs possibles pour nos critères ( $T_S, T_M$  et  $V_{S|M}$ ) dans le paragraphe suivant V-3-2. Enfin, en guise de conclusion, nous récapitulerons l'ensemble de ces résultats sous forme d'un diagramme, très pratique pour évaluer les performances d'un système donné.

### V.3.1 Mesure d'intensité par une lame séparatrice

Il est assez naturel de penser qu'une lame séparatrice est un bon candidat pour la mesure (QND?) de l'intensité d'un faisceau  $signal_{in}$  comme sur la figure I-12.

La non dégradation du signal est directement liée au coefficient de transmission en intensité de la lame,  $t^2$  ; tandis que l'information récupérée sur la voie de mesure est donnée par le coefficient de réflexion,  $r^2$ . Autrement dit, on a :

$$T_S = t^2 \quad \text{et} \quad T_M = r^2 \tag{I-80}$$

Cependant, il est clair que si la lame permet d'avoir une information "globale" sur l'intensité du signal entrant, que l'on pourrait qualifier de "**classique**", il n'est pas possible de connaître la distribution originelle des photons incidents. En effet, les photons sont **aléatoirement** transmis et réfléchis par la lame (voir figure ci-dessous).

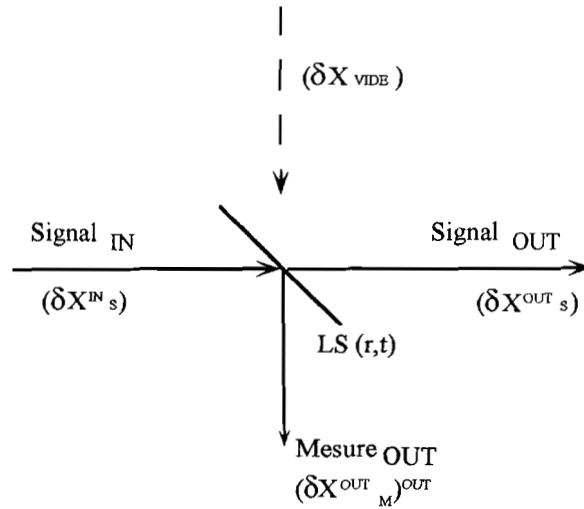
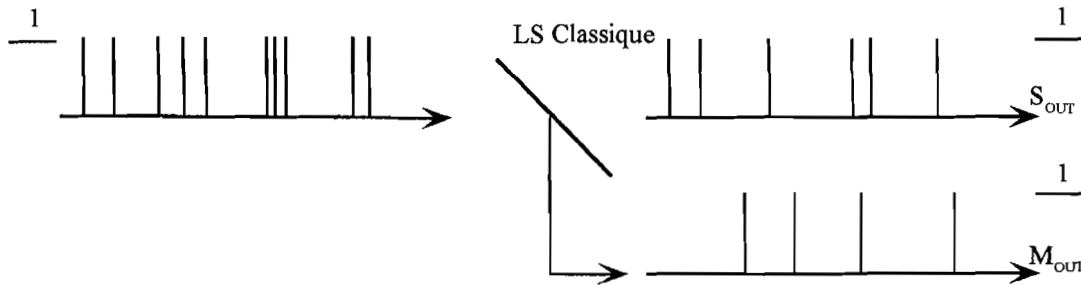


Figure I-12 : Mesure d'un faisceau lumineux par une lame séparatrice que l'on note LS et dont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude sont  $r$  et  $t$ .



Représentation schématique de la mesure par une lame séparatrice  $(r^2, t^2)$ . L'intensité globale recueillie sur le détecteur, pendant la fenêtre temporelle considérée, vaut  $|t|^2 I_{inc}$  sur la voie signal sortant et  $|r|^2 I_{inc}$  sur la voie mesure. Par contre, l'information "quantique" contenue dans la distribution des photons est perdue : il n'est plus possible de reconnaître sur l'une ou l'autre voie, la façon dont arrivaient les photons.

Ecrivons maintenant ces phénomènes de façon plus formelle, par les relations entrée-sortie de la lame séparatrice :

$$\delta X_S^{out} = t\delta X_S^{in} + r\delta X_{vide} \tag{I-81}$$

$$\delta X_M^{out} = -r\delta X_S^{in} + t\delta X_{vide} \tag{I-82}$$

où l'on considère que le champ "mesure" entrant est une fraction du champ du vide, notée  $\delta X_{vide}$ , prélevée par la lame séparatrice. Le champ du vide est associé à la "limite quantique standard" (voir remarque p. 16) qui se caractérise par  $\langle X_{vide} \rangle = 0$  et  $\langle \delta X_{vide} \delta X_{vide} \rangle = 1$ . On obtient alors aisément les équations (I-80) que nous avons données de manière intuitive.

Par ailleurs, les fluctuations entrantes ne sont pas corrélées :  $\langle \delta X_S^{in} \delta X_{vide} \rangle = 0$  ; de même



que ne le seront pas les fluctuations sortantes :  $\langle \delta X_S^{out} \delta X_M^{out} \rangle = 0$ . Par conséquent, la variance conditionnelle sera égale à 1.

**Remarque :** On se place exclusivement dans le cas d'une onde signal<sub>in</sub> représentée par un état cohérent ( $V(X^{in}) = 1$ ). Dans le cas où le bruit de photons du signal est inchangé lors de l'interaction, on a encore  $\langle \delta X_S^{out} \delta X_M^{out} \rangle = V(X^{out})$  qui vaut 1. Par conséquent, on peut écrire plus simplement la variance conditionnelle :

$$V_{S|M} = 1 - C_{sm}^2 \quad (\text{I-83})$$

Finalement, pour une lame séparatrice, sans perte (i.e.  $r^2 + t^2 = 1$ ), on a :

$$T_S + T_M = 1 \quad \text{et} \quad V_{S|M} = 1 \quad (\text{I-84})$$

### V.3.2 Valeurs des paramètres de caractérisation d'une mesure quelconque

Afin de "classer" cet appareil de mesure qu'est la lame séparatrice, nous allons regarder les valeurs prises par  $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_{S|M}$  dans un cas plus général.

D'après les définitions (I-76) et (I-77), un dispositif QND idéal permettrait d'obtenir  $T_S = 1$  et  $T_M = 1$ , donc des rapports signal à bruit de sortie du dispositif identiques à celui de la voie d'entrée. Une valeur de ces coefficients inférieure à l'unité traduirait une imperfection de l'appareil de mesure. Celui-ci serait d'autant meilleur que l'on aurait  $T_S$  et  $T_M$  plus proches de 1.

Tout système de mesure "classique" obéira à une limite quantique standard dont on peut montrer qu'elle est donnée par[31] :

$$T_S + T_M \leq 1$$

Par contre, pour un système de mesure "QND", on vérifiera la relation :

$$1 < T_S + T_M \leq 2$$

Cette condition est essentielle mais elle n'est pas suffisante. En effet, elle n'implique pas nécessairement que ce dispositif soit "non-classique" au sens où nous l'avons introduit lorsque l'on parle d'état comprimé, comme dans le paragraphe II.1 de la partie A. En d'autres termes, cela ne nous assure pas que la précision de la mesure soit fixée par la LQS et que l'on soit capable, en particulier, de déterminer les fluctuations quantiques du faisceau signal entrant.

Ce sont les corrélations quantiques évaluées via la variance conditionnelle qui nous ren-

seignerons sur cet aspect là. C'est sur cette nuance que nous nous sommes appuyés pour présenter les critères QND en considérant tout d'abord l'aspect "quantique" (avec  $V_{S|M}$ ) puis l'aspect "classique" (avec  $T_S$  et  $T_M$ ).

Dans le cas où  $V_{S|M} \geq 1$ , on parle de **duplicateur quantique**. Une expérience illustrant cette situation, est donnée dans la référence[31] pour laquelle on a :  $T_S + T_M > 1$  et  $V_{S|M} \geq 1$ .

On peut trouver également la situation, en quelque sorte, opposée caractérisée par :  $T_S + T_M \leq 1$  et  $V_{S|M} \leq 1$ , que l'on désigne sous le nom de **préparateur d'état quantique**, (voir[32, par exemple] ). Dans ce cas, la LQS fixée par le bruit de photons standard est dépassée, autorisant ainsi la fabrication d'états comprimés du rayonnement.

### V.3.3 Diagramme QND

Nous avons maintenant en main toutes les clés pour présenter l'efficacité globale d'une mesure QND dans un diagramme récapitulatif.

#### a) diagramme

On porte la variance conditionnelle  $V_{S|M}$  en ordonnée et la somme des coefficients de transfert ( $T_S + T_M$ ) en abscisse. Ces deux paramètres peuvent prendre des valeurs comprises entre 0 et 2. Ainsi la lame séparatrice de coordonnées (1,1) sépare le diagramme en quatre quadrants (voir figure I-13).

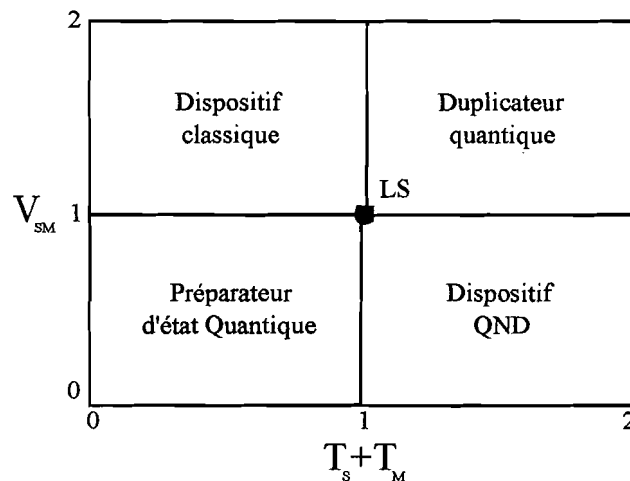


Figure I-13 : Diagramme de classification mettant en évidence quatre zones de fonctionnement d'un dispositif de mesure. La lame séparatrice (LS) est à l'intersection (1,1) et reste un dispositif classique.

Les systèmes de mesure sont donc de quatre types et ce sont les critères de caractérisation qui en fixent l'appartenance :

- dispositif classique :  $0 \leq T_S + T_M \leq 1$  et  $V_{S|M} \geq 1$
- duplicateur quantique :  $1 \leq T_S + T_M \leq 2$  et  $V_{S|M} \geq 1$
- préparateur d'état quantique :  $0 \leq T_S + T_M \leq 1$  et  $0 \leq V_{S|M} \leq 1$
- dispositif QND :  $1 \leq T_S + T_M \leq 2$  et  $0 \leq V_{S|M} \leq 1$ . Le point "extrême" (2,0) correspond à une mesure QND parfaite.

### b) Régime paramétrique

On peut compléter ce diagramme en s'intéressant aux critères QND dans le cas d'un couplage paramétrique, tel que nous l'avons vu dans le cadre d'une interaction non-linéaire à effet KERR croisé (voir paragraphe IV.2).

A l'aide des équations (I-62), on peut montrer que les critères QND valent[33] :

$$T_S = 1 \quad T_M = \frac{g^2}{1+g^2} \quad V_{S|M} = \frac{1}{1+g^2} \quad (\text{I-85})$$

A la limite des grands gains ( $g \rightarrow \infty$ ), on a vu que le système se comportait comme un dispositif de mesure QND idéal. Il permet en effet d'extraire toute l'information contenue dans une quadrature donnée, sans dégradation, ni perte d'énergie :

$$T_S = 1 \quad T_M \rightarrow 1 \quad \text{et} \quad V_{S|M} \rightarrow 0 \quad (\text{I-86})$$

Enfin, pour un gain paramétrique fini, les critères QND vérifient les relations suivantes :

$$T_S = 1 \quad T_M = 1 - V_{S|M} \quad (\text{I-87})$$

Ainsi, sur le diagramme QND (figure I-13), un système de mesure fonctionnant avec un couplage paramétrique sera représenté par un point de la droite reliant le point (1, 1) au point de QND idéal (2, 0). Cette droite est l'expression de la relation  $V_{S|M} = 1 - T_M$ .

### c) État de l'art en 1996

Nous allons présenter quelques résultats expérimentaux, obtenus depuis une dizaine d'années dans différents groupes de recherche, sous forme de points placés dans un diagramme de classification QND, tel que celui de la figure I-13, en fonction de l'efficacité de la mesure réalisée.

Nous verrons que très peu de points se situent sur la droite caractéristique du couplage paramétrique. En effet, le résultat d'une expérience prend en compte toutes les imperfections du dispositif de mesure : excès de bruit, absorption du milieu, limitation des non-linéarités,

etc. . . Ainsi, la transformation paramétrique apparaît comme une idéalisation qui ne pourra pas être utilisée, en général, pour modéliser une expérience réelle. Cependant, elle reste utile en première approximation et présente l'avantage de donner des résultats assez simples.

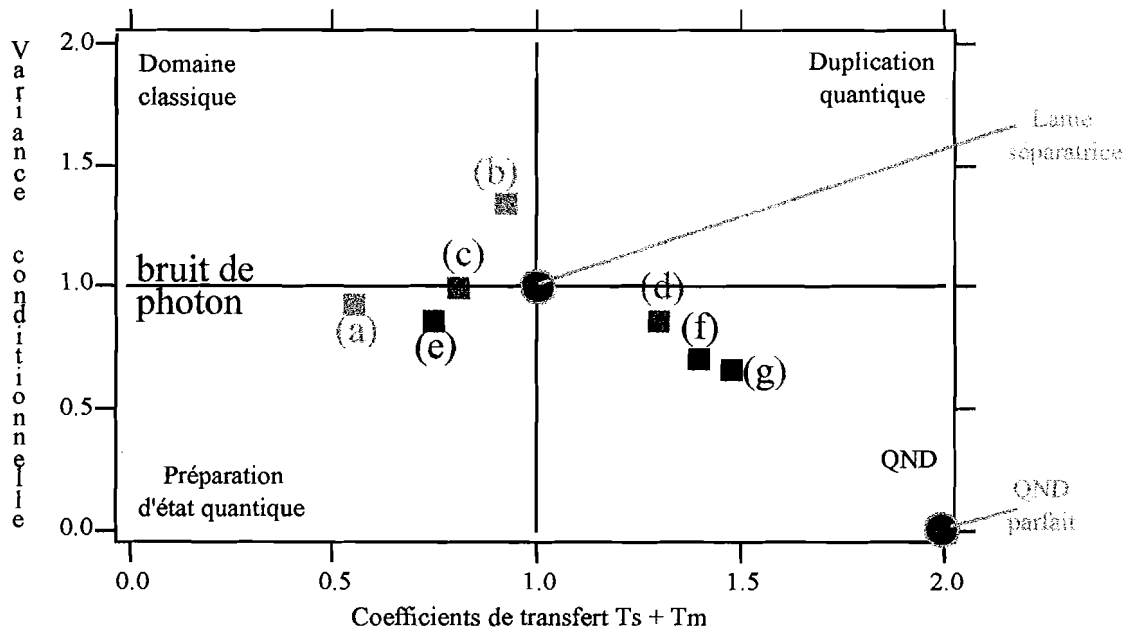


Figure I-14 : Etat de l'art des expériences de mesures QND début 96. Les références bibliographiques des points expérimentaux, reportés sur ce graphique, sont données dans le texte.

Nous distinguerons deux types d'expériences :

- Les expériences utilisant un couplage par une non-linéarité  $\chi^{(2)}$  dans un cristal de KTP. Ce sont les points (e), (f) et (g) de la figure I-14. L'expérience (g), réalisée dans le groupe d'Ariel LEVENSON au CNET de Bagneux [34] est particulièrement remarquable. C'est la première mesure QND où le système de mesure est effectivement dupliqué ainsi qu'il l'avait été proposé pour la détection des ondes gravitationnelles (voir paragraphe II.2 et ses références). Cette expérience permettrait de détecter l'apparition d'une perturbation entre les deux mesures successives avec une sensibilité meilleure que la LQS. Les autres travaux se rapportent respectivement aux références [9, 35].

- Les expériences utilisant l'effet KERR dans un milieu non-linéaire  $\chi^{(3)}$ . Ce sont les points (a), (b), (c) et (d) de la figure I-14. Le premier essai (a) [8] fut réalisé dans des fibres optiques en silice qui présente une non-linéarité intrinsèque permettant de coupler les faisceaux signal et mesure. Mais une source extérieure d'excès de bruit (Diffusion BRILLOUIN) limite fortement les performances de ce dispositif. Pourtant, il présentait l'avantage d'être proche d'une application directe dans le domaine des télécommunications par fibres optiques. Ainsi, FRIBERG et

ses collaborateurs [36], ont tenté de poursuivre dans la voie des fibres en se plaçant dans un régime d'impulsions solitons. Les solitons "signal" et mesure, voyant le même mode de vibration acoustique de la fibre, il était possible, a priori, d'éliminer la perturbation introduite par la diffusion BRILLOUIN. Cependant, les résultats obtenus (point (b)) n'ont pas atteint les espérances escomptées. Enfin, une dernière possibilité, explorée à ce jour, réside dans l'utilisation d'un système atomique à trois niveaux.

Une première génération d'expériences, qui ont donné le jour aux points (c) et (d), ont été menées dans le groupe correspondant respectivement aux références [10] et [13] et aux travaux de thèse de Jean-François ROCH [11] et de Jean-Philippe POIZAT [12]. Ils utilisaient une configuration en échelle dans un jet atomique de sodium sur les transitions  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$  à 589 nm et  $3P_{3/2} \rightarrow 3D_{5/2}$  à 819,5 nm. Une seconde génération d'expérience a démarré en 1994 avec l'objectif de réaliser une mesure QND à l'aide d'un nouveau milieu non-linéaire : un nuage d'atomes froids et piégés.

Ces différentes tentatives montrent que la principale difficulté réside dans le choix du milieu non linéaire. Pour une mesure QND efficace, celui-ci doit présenter quelques propriétés remarquables, en particulier :

- une très grande non-linéarité optique
- une très grande transparence (pas d'absorption)
- un temps de réponse très court
- pas de fluctuations propres (excès de bruit).

Les études préliminaires, exposées dans la thèse de Philippe GRELU[16], semblent montrer qu'un piège d'atomes de rubidium est un bon candidat. Dans le chapitre qui suit, nous rappellerons brièvement comment ce milieu est obtenu puis dans le chapitre III, nous présenterons les résultats de la mesure QND réalisée à l'aide des atomes froids et piégés, en tant que milieu KERR.

## CHAPITRE II

### DISPOSITIF EXPERIMENTAL UTILISÉ



## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'élément central de l'expérience : le milieu non-linéaire. Sa présentation complète et détaillée a fait l'objet de la thèse de doctorat de Philippe Grellu[16]. Ici, donc, nous nous attacherons à rappeler, brièvement, les points essentiels. Nous commencerons par le piège magnéto-optique (partie A). Notre piège est chargé à partir d'un jet atomique de rubidium (section A-I) qui est préalablement ralenti (section A-II) avant d'être piégé au centre d'une enceinte ultravide de grand diamètre (section A-III). Enfin, nous montrerons un mode de fonctionnement particulier du PMO (section A-IV) qui permet, en particulier, de mieux contrôler le pompage optique. Nous verrons dans le chapitre III l'intérêt d'une telle configuration.

Un nuage d'atomes froids et piégés est un milieu très fortement non-linéaire. Nous insisterons sur cet aspect, dans une partie B. Tout d'abord, nous présenterons la cavité optique introduite au sein de l'enceinte UHV, afin d'augmenter sensiblement les non-linéarités (section B-I). A l'intérieur de cette cavité, on couple deux faisceaux qui seront le "signal" et la "mesure" de la Mesure QND (section B-II). Enfin, on s'assurera que cette lumière se couple effectivement, de manière non linéaire, avec le gaz d'atomes en observant de la bistabilité à deux faisceaux (section B-III).





# PARTIE A : Le piège magnéto-optique

## I Le jet atomique

Le jet atomique est à la base de l'alimentation du piège magnéto-optique (PMO). Dans cette section, nous présentons rapidement deux points relatifs au jet d'atomes de rubidium qui demande un vide poussé dans l'ensemble du dispositif (paragraphe I.1). Nous verrons ensuite le fonctionnement du four, servant plus directement à la production du jet (paragraphe I.2).

### I.1 Fonctionnement sous-vide

Sur l'expérience, on distingue deux types de vide. Tout d'abord le four à rubidium qui fonctionne en vide secondaire (environ  $10^{-6}$  mbar). Puis l'enceinte, de grand diamètre, dans laquelle est produit le PMO et qui nécessite par conséquent l'ultravide (de l'ordre de  $10^{-10}$  mbar). A chaque partie, correspond un système de pompage adapté. La jonction entre les deux s'effectue par un tube de collimation dont la faible conductance (de l'ordre de  $0,1 \text{ l.s}^{-1}$ ) assure le pompage différentiel.

L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure II-1. Le pompage primaire est assuré par une pompe à palettes à deux étages Balzers ( $5 \text{ m}^3/\text{h}$ ) permettant d'atteindre un vide de l'ordre de  $10^{-3}$  mbar. La pression est mesurée grâce à une jauge Pirani. Une pompe turbo-moléculaire Balzers ( $200 \text{ l.s}^{-1}$ ) assure le pompage secondaire. En quelques heures, on peut atteindre un vide de quelques  $10^{-7}$  mbar. La pression résiduelle du vide secondaire est connue au moyen d'une jauge Penning.

### I.2 Le four à rubidium

Le rubidium est un métal alcalin mou, d'éclat blanc argenté. Il est composé de deux isotopes. Notons que nous piégerons l'isotope 87 moins abondant (27,2%) que le 85 (72,8%).

Sa température de fusion est de  $38,9^\circ\text{C}$ . Comme tous les alcalins, il convient de le manipuler sous atmosphère inerte (argon ou azote). En effet, il s'enflamme spontanément dans l'air, réagit violemment avec l'eau. Il forme également des hydrures et carbonates et attaque, à chaud, le verre, mais pas la silice pure.

Par conséquent, les atomes sont conditionnés dans des ampoules de silice remplies avec deux grammes de rubidium sous argon.

Le four est constitué de deux chambres en acier inoxydable qui sont chauffées indépendam-

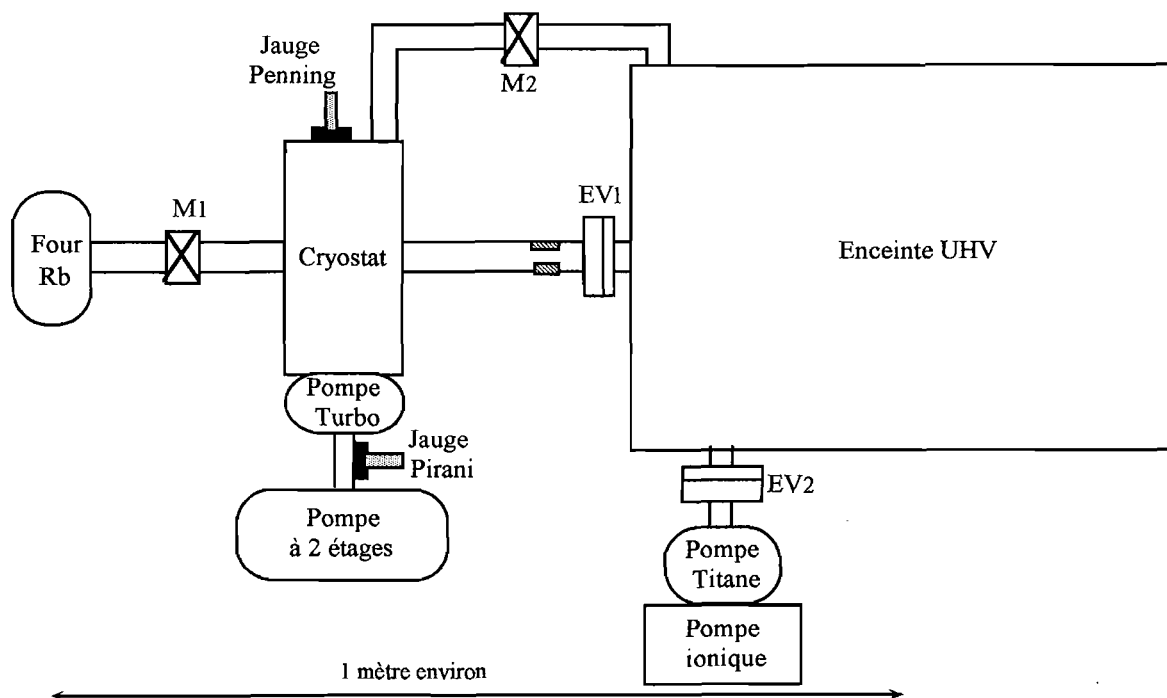


Figure II-1 : Schéma d'ensemble de la partie sous vide du dispositif expérimental, concernant le piège magnéto-optique.  $EV_1$  est une vanne électropneumatique qui permet de protéger l'ultravide au sein de l'enceinte.  $M_1$  et  $M_2$  sont des vannes actionnables manuellement. Après une remise à la pression atmosphérique de l'enceinte, on peut utiliser le circuit annexe reliant l'enceinte UHV au vide secondaire (par la vanne  $M_2$  "bypass"). On évite ainsi un long pompage différentiel à travers le tube de faible conductance. Enfin, lorsque le jet atomique fonctionne, il est primordial de remplir le cryostat d'azote liquide. En effet, l'action conjointe du cryopompage et de la pompe Turbo garantit le maintien du vide secondaire à quelques  $10^{-7}$  mbar.

ment et qui communiquent par un passage cylindrique étroit (voir figure II-2).

La partie inférieure, contenant le rubidium, est chauffée à  $175^\circ\text{C}$  (448 K) typiquement, tandis que la partie supérieure est amenée à une température légèrement plus élevée ( $210^\circ\text{C}$ ). Cela évite que le rubidium ne vienne se coller sur les parois et n'obstrue les microcanaux. Ces derniers sont en effet essentiels à la collimation du jet et doivent donc rester "propres" afin de fournir un flux d'atomes suffisant pour charger le piège. La galette de microcanaux, cependant, n'est pas suffisante pour collimater correctement le jet atomique. C'est pourquoi une succession de diaphragmes sont là pour recollimater le jet (voir figure II-3).

En régime permanent, l'alimentation du PMO s'effectue avec un nombre d'atomes de Rubidium 87 de l'ordre de  $10^{11}$  atomes par seconde[16]. Néanmoins seule une petite fraction de ces atomes est ralentie à une vitesse inférieure à la vitesse de capture du système de piégeage. Ainsi, le taux maximal de capture est de quelques  $10^9$  atomes. $s^{-1}$ .

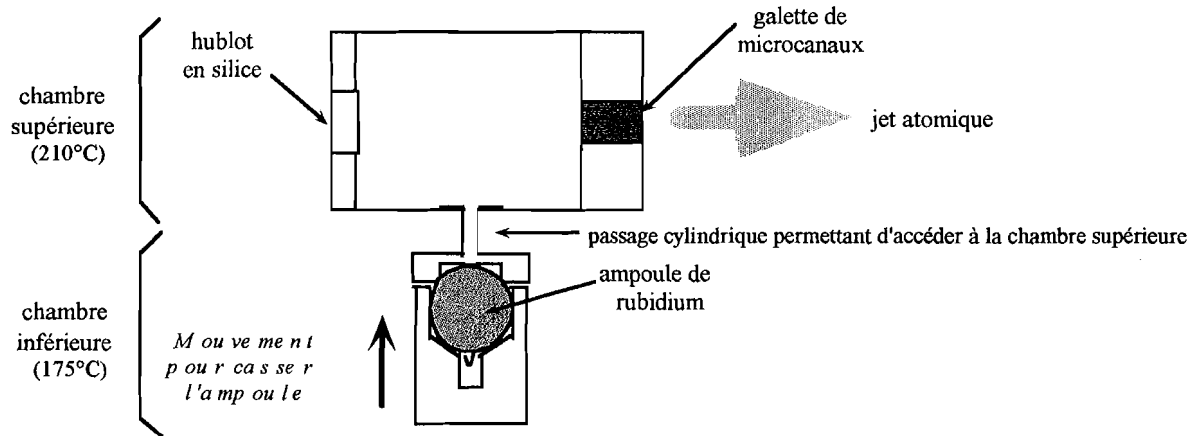


Figure II-2 : Schéma simplifié du four. La chambre inférieure accueille l'ampoule de rubidium qui est cassée mécaniquement, en remontant la partie mobile supportant l'ampoule, jusqu'à ce qu'elle entre en contact avec la partie supérieure. Chaque chambre est entourée de fil chauffant et se trouve en contact avec un thermocouple qui assure un contrôle permanent de la température.

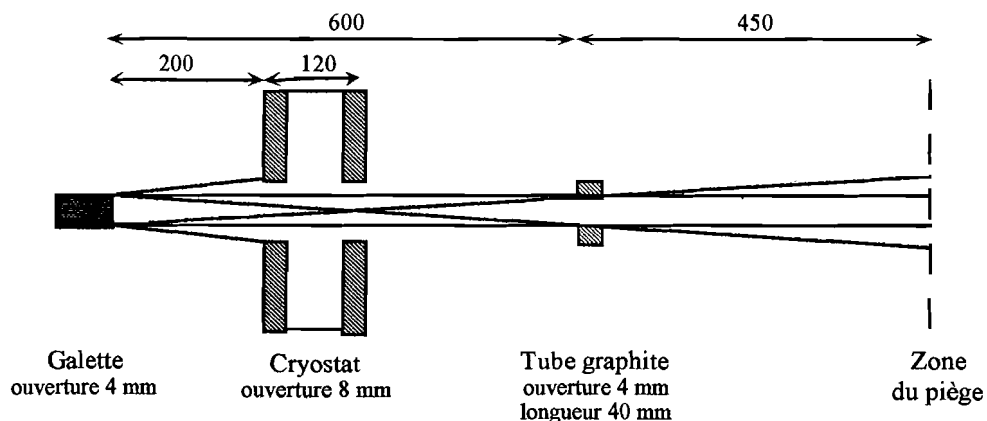


Figure II-3 : Collimations successives employées dans le jet atomique. L'utilisation de la galette seule conduirait à un profil du jet de 40 mm de diamètre dans la zone du piège (dispersion de 40 mrad). Cela risquerait en particulier de dégrader le vide dans l'enceinte. Les éléments successifs permettent de recollimer le jet ; tout d'abord deux écrans de cuivre sur le cryostat ( $\varnothing = 8$  mm) puis le tube en graphite ( $\varnothing = 4$  mm) qui assure, par ailleurs, le pompage différentiel vers l'enceinte.

## II Ralentissement laser

Dans le jet, les atomes ont une distribution de vitesse centrée approximativement sur  $v_{jet} \approx 400 \text{ m.s}^{-1}$ , si on suppose que l'on a un gaz de BOLTZMANN. Or, le dispositif de piégeage, que nous décrirons en section A-III, est alimentable exclusivement par des atomes dont la vitesse est inférieure à  $30 \text{ m.s}^{-1}$ . De ce fait, nous devons préalablement ralentir les atomes issus du jet.

Nous rappellerons brièvement le principe de notre ralentissement (paragraphe II-1-1) puis nous verrons les transitions mises en jeu pour le Rubidium 87 considéré ici (paragraphe II-1-2).

Dans un second temps, nous expliciterons plus spécifiquement le dispositif expérimental (paragraphe II.2) qui ne comporte que des diodes lasers (paragraphe II-2-1), dont on doit contrôler soigneusement la fréquence pour une bonne efficacité du ralentissement (paragraphe II-2-2).

### II.1 Ralentissement des atomes du jet

#### II.1.1 Principe

Le ralentissement est basé sur la **force de pression de radiation** exercée par un laser qui se propage à l'encontre du jet atomique. Lors de la phase de ralentissement, les atomes voient la fréquence du laser progressivement diminuer (effet DOPPLER). Pour compenser cet effet, nous utilisons la méthode de **glissement de fréquence** ("*chirping*", en anglais) [37] : la fréquence du laser ralentisseur est balayée afin de rester continûment en résonance avec la transition atomique. En pratique, on applique périodiquement, une modulation en dent de scie. A la fin de la rampe de balayage, les atomes sont ralentis à une vitesse d'équilibre moyenne  $v_e$ , tout en dérivant jusque vers la zone de piégeage.

#### II.1.2 Transitions utilisées

Les atomes  $^{87}\text{Rb}$  sont ralentis sur la transition  $5S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5P_{3/2}(F'=3)$  de la raie  $D_2$  à 780 nm (voir figure II-4).

Bien que cette transition soit fermée, la probabilité de retomber dans le sous niveau fondamental ( $F=1$ ) n'est pas nulle. En effet, à cause de la proximité du niveau  $F'=2$  ( $\Delta F_{3' \rightarrow 2'} = 267 \text{ MHz}$ ) ce niveau sera inévitablement excité. L'atome peut alors décroître spontanément vers le niveau  $5S_{1/2}(F=1)$  qui se trouve hors résonance car la séparation entre les deux sous-niveaux fondamentaux est de 6,83 GHz. Les atomes, pompés optiquement vers ce niveau, sont alors perdus.

Pour y remédier, nous utilisons une autre fréquence laser pour repomper les atomes tombés dans le sous niveau  $F=1$ . Cet autre laser, lui aussi balayé en fréquence, est accordé sur

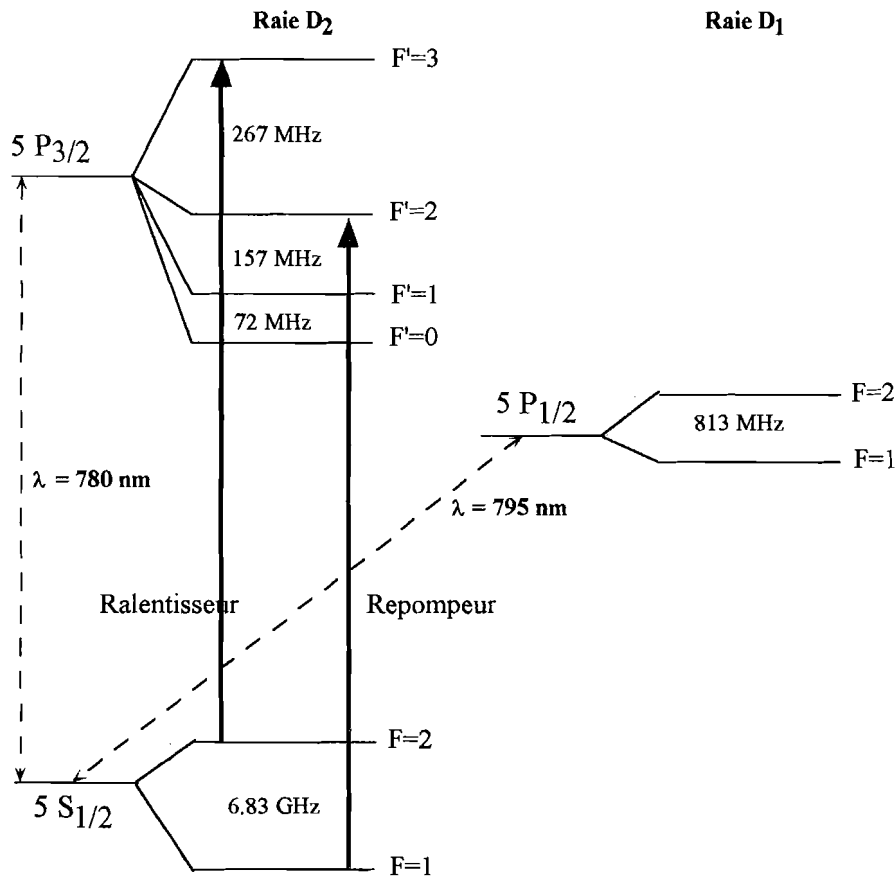


Figure II-4 : Structure hyperfine de l'isotope 87 du Rubidium. La transition employée pour le ralentissement des atomes du jet est fermée. Cependant, la probabilité de passer dans l'état excité  $F' = 2$  n'est pas nulle. Les atomes qui se désexcitent alors spontanément vers le niveau  $F = 1$  sont perdus pour le ralentissement. Il est donc nécessaire d'ajouter un second faisceau dit "repompeur", accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  (raie  $D_2$ ).

la transition  $5S_{1/2} (F = 1) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 2)$  de la raie  $D_2$  à 780 nm (voir figure II-4). Le repompage s'effectue de la manière suivante : les atomes du niveau  $F = 1$  sont excités vers le sous-niveau  $F' = 2$  d'où ils peuvent, à nouveau, retomber sur  $F = 2$  et être ralentis. Nous appellerons ce laser le "repompeur du ralentissement".

Notons enfin, qu'en sortie du four, à l'équilibre thermodynamique, une fraction non négligeable des atomes est dans l'état  $F = 1$  du fondamental. Ainsi l'intérêt du repompeur est double, puisqu'il transfère tous les atomes dans le niveau  $F = 2$  dès le début du processus de ralentissement afin qu'il subisse immédiatement l'action du laser ralentisseur.

## II.2 Dispositif expérimental



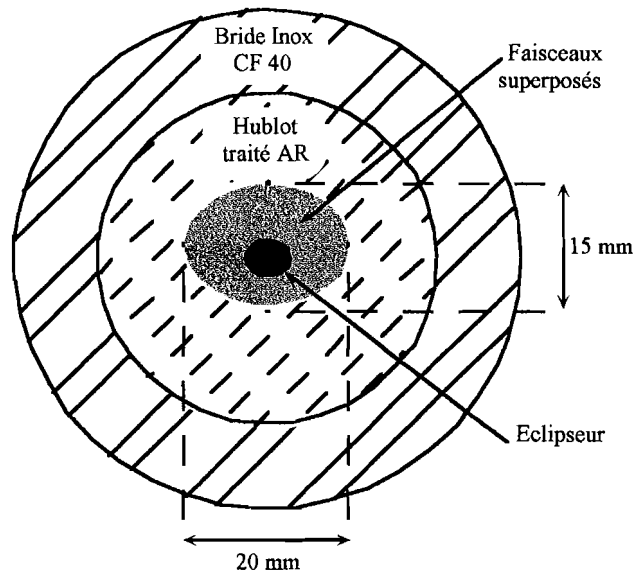


Figure II-6 : Allure des faisceaux de ralentissement sur le hublot d'entrée de l'enceinte UHV. Ils sont légèrement décentrés vers le haut afin de mieux correspondre à la direction du jet. De plus, on ajoute un éclipseur central, qui évite de perturber le piège. Sa position est optimisée dans le but d'augmenter le nombre d'atomes piégés. Ceci est donc réalisé en visualisant directement les signaux de fluorescence ou d'absorption du piège.

aux retours de lumière, on place des isolateurs optiques immédiatement en sortie des diodes lasers.

## II.2.2 Contrôle de la fréquence et de l'amplitude de balayage

Nous avons vu, dans le paragraphe II-1-1, qu'il fallait non seulement balayer la fréquence mais également la contrôler assez précisément pour maintenir la résonance avec la transition atomique.

La fréquence d'émission d'une diode laser libre est contrôlée en ajustant :

- la température de la jonction (via un élément Peltier 2A Thermodiff™),
- et le courant d'alimentation de la jonction.

**Remarque :** Le courant doit rester proche de sa valeur nominale ( $I_{op}$ ) afin de rester dans des conditions optimales d'utilisation : puissance de sortie, durée de vie de la diode et stabilité (sauts de modes indésirables).

La fréquence est mesurée par un lambdamètre, de résolution 2 GHz, et est amenée ainsi au voisinage de la résonance atomique. La stabilité de la diode dépend alors, de façon cruciale, de la qualité des asservissements du courant d'alimentation et de la température. Nous employons actuellement deux alimentations réalisées au laboratoire d'électronique de l'Institut.

Le contrôle permanent de la fréquence des diodes s'effectue sur des spectres :



- d’absorption saturée (pour le ralentisseur),
- d’absorption simple (pour le repompeur),

qui donnent la position des transitions utilisées.

**Remarque** : une fraction des faisceaux est dirigée vers une cellule contenant du rubidium afin de réaliser des montages d’absorption. Cette fraction provient en fait des pertes par réflexion sur les prismes anamorphoseurs. Cela permet d’une part de garder toutes la puissances des diodes pour le ralentissement proprement dit, mais surtout de s’affranchir de problèmes éventuels de “feed-back”. D’autre part, cela rend l’alignement des faisceaux indépendant de leur diagnostic (voir figure II-5).

Voyons maintenant, de façon plus quantitative, le balayage en fréquence des diodes et plus spécialement du ralentisseur.

Le désaccord Doppler  $\delta\omega_{Doppler}$ , c’est-à-dire la différence entre la fréquence laser et la fréquence vue par les atomes, lorsque ceux-ci sortent du four, vaut :

$$\frac{\delta\omega_{Doppler}}{2\pi} = -\frac{v_{jet}}{\lambda} \approx 385 \text{ MHz} \quad (\text{II-1})$$

pour  $\lambda = 780 \text{ nm}$  (longueur d’onde de la transition utilisée dans notre cas).

Cependant, nous utilisons une modulation en dent de scie qui nous assure un balayage sur une **plage de fréquence de 500 MHz**, supérieure au désaccord correspondant à la vitesse “centrale” de la distribution en vitesse du jet. En fait, cela devrait nous permettre de ralentir également des atomes plus rapides.

Enfin, le balayage s’effectue avec une **période T, voisine de 5 ms** ( $f = 200 \text{ Hz}$ ). Notre distance de ralentissement ( $L_{ral} \approx 1 \text{ m}$ ), la vitesse des atomes en sortie du four ( $v_{jet}$ ) et la déccélération maximale subie par les atomes ( $\frac{\hbar k \Gamma}{2m}$ ) donnent une limite inférieure de la vitesse de balayage de la fréquence du laser [16].

$$T \geq T_{inf} \simeq 3,7 \text{ ms} \quad (\text{II-2})$$

La figure II-7 montre les signaux visualisés en permanence durant les expériences, ce qui nous permet d’ajuster la fréquence des diodes laser du ralentissement. La courbe (c) correspond à la rampe de modulation appliquée sur le courant d’alimentation des diodes. Les courbes (a) et (b) sont les signaux d’absorption du ralentisseur et du repompeur, respectivement, correspondant à l’application de la rampe (c) sur leur courant d’alimentation.

### III Le Piège

Lorsque les atomes arrivent au centre de l’enceinte, avec une vitesse inférieure à  $30 \text{ m.s}^{-1}$ , ils sont piégés grâce à un piège magnéto-optique [38]. Celui-ci se constitue de trois paires de faisceaux lasers contrepropageants, polarisés circulairement  $\sigma^+/\sigma^-$  et d’un gradient de champ

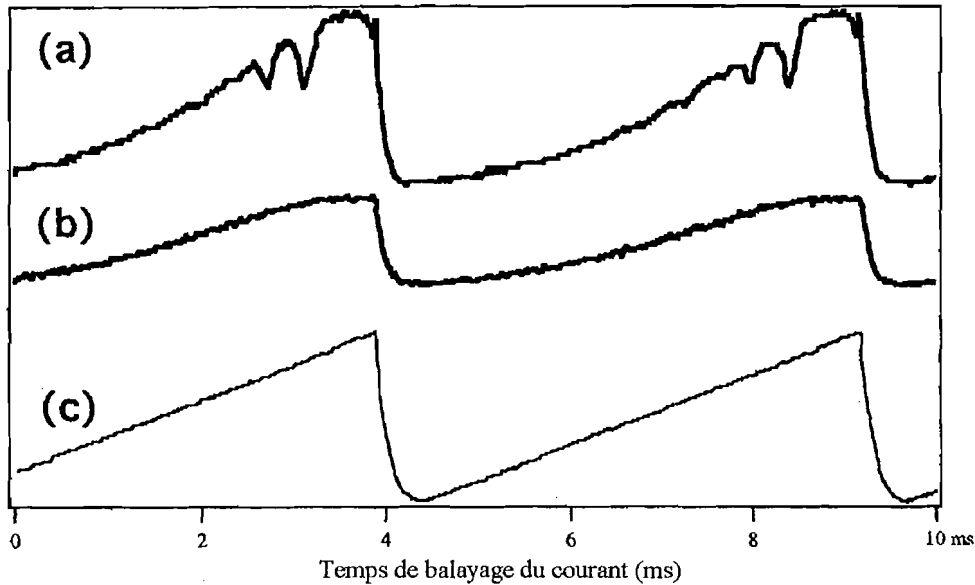


Figure II-7 : Contrôle du balayage en fréquence des diodes du ralentissement. Courbe (a) : signal d'absorption saturée produit par le ralentisseur. Courbe (b) : signal d'absorption simple, donné par le repompeur. Courbe (c) : dent de scie appliquée sur le courant d'alimentation des diodes afin de moduler leur fréquence avec une amplitude de 500 MHz.

magnétique quadrupolaire.

Nous verrons dans un premier temps la configuration expérimentale de cet ensemble au sein de l'enceinte ultravide (paragraphe III.1). Dans un second temps, nous nous attarderons sur les lasers piège (paragraphe III.2) et plus spécialement, sur leur asservissement en fréquence (paragraphe III-2-2).

### III.1 L'enceinte ultra-vide

L'obtention d'un vide excellent dans la chambre où sont piégés les atomes est essentielle car les collisions avec les atomes de gaz résiduel limitent le temps de vie,  $\tau_p$ , du piège. Dans le modèle le plus simple, on détermine le nombre d'atomes piégés  $\mathcal{N}_{trap}$  en résolvant l'état stationnaire de l'équation suivante :

$$\frac{d\mathcal{N}}{dt} = \mathcal{R} - \frac{\mathcal{N}}{\tau} \quad (\text{II-3})$$

où  $\mathcal{R}$  est le taux de chargement du piège et  $\tau$  est le temps caractéristique de la fuite des atomes hors du piège.

On a alors  $\mathcal{N}_{trap} = \mathcal{R}\tau^{10}$ . Dans le régime des vides secondaires ( $10^{-7}$  à  $10^{-9}$  mbar), les

<sup>10</sup> Pour information, le taux de chargement a été évalué expérimentalement [16] et vaut environ  $10^9$  atomes par seconde. La durée de vie du piège est de 2 s., tandis que son temps de chargement est beaucoup plus court ( $\simeq 0,5$  s.). Dans notre cas, c'est lui qui

collisions avec les atomes du gaz résiduel prédominant, ce qui va irrémédiablement limiter le nombre d'atomes dans le piège. On voit donc l'importance de la qualité du vide et l'intérêt du domaine ultravide (pression inférieure à  $10^{-9}$  mbar).

Le pompage de l'enceinte est assuré par une pompe ionique dont la vitesse de pompage est de  $100 \text{ l.s}^{-1}$  (voir figure II-8). Elle fonctionne en parallèle avec une pompe à sublimation de titane, très efficace dans le domaine UHV.

Lorsque la chambre est isolée de la partie sous vide secondaire, la pression résiduelle est de  $10^{-11}$  mbar. Elle remonte à quelques  $10^{-10}$  mbar dans les conditions normales de l'expérience. Nous utilisons le courant de fonctionnement de la pompe ionique pour connaître le vide au sein de l'enceinte.

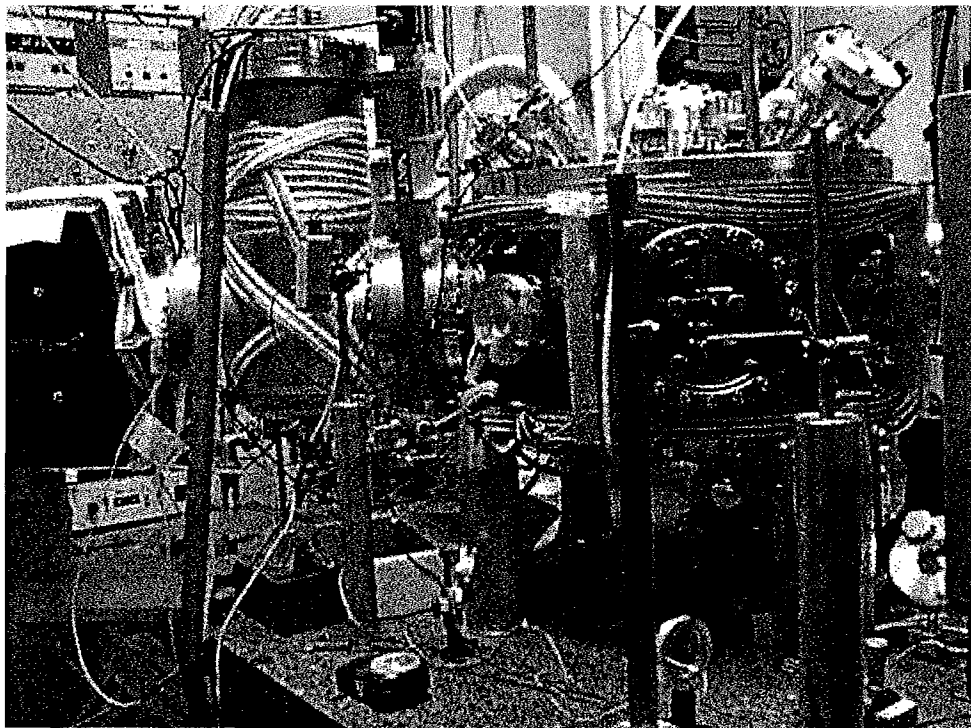


Figure II-8 : Photo de l'enceinte ultravide. Le pompage est assuré par une pompe ionique (située complètement à gauche de la photo) et par une pompe à sublimation de titane (placée en amont, tube cylindrique vertical). Des vannes électropneumatiques, notées  $EV_1$  et  $EV_2$  sur la figure II-1, peuvent isoler la chambre UHV du reste de l'expérience. Elles constituent, avant tout, une sécurité ; particulièrement lors de coupures de courant, ce qui permet de conserver un bon vide à l'intérieur, même en l'absence de pompage. Sur la photo, on peut voir  $EV_2$ , qui isole l'enceinte des pompes (vanne VAT) et qui se trouve donc entre la pompe à sublimation de titane et la chambre UHV. Lors d'une expérience,  $EV_1$ , que l'on ne peut voir ici, est en position ouverte pour que le jet d'atomes parviennent jusqu'à la zone de piégeage. Enfin, on peut voir une multitude d'ouvertures (hublots UHV traités anti-reflet) qui autorisent le passage de nombreux faisceaux.

Par ailleurs, la chambre d'expérimentation a été conçue avec des dimensions importantes (couvercle supérieur de diamètre 45 cm), de façon à pouvoir introduire une cavité optique directement autour du nuage d'atomes froids, comme nous le verrons en section B-I de ce chapitre, puis dans le chapitre V. L'enceinte est réalisée en inox 316 (amagnétique), avec un poli électrolytique. A l'intérieur également se trouvent quatre lampes halogènes qui permettent un étuvage à 120 voire 150°C, nécessaire à l'obtention de l'ultravide.

On y trouve également les deux bobines qui créent le champ magnétique quadrupolaire pour le piège. Elles sont disposées perpendiculairement au jet atomique et sont constituées de 8 tours de tube de cuivre creux ( $\phi_{ext} = 3$  mm). Ainsi, il est possible de les refroidir par une circulation d'air comprimé (ou d'eau) ce qui autorise le passage d'un courant de 20 ampères. Nos bobines comportent chacune huit spires, en configuration approximativement "anti-Helmoltz", parcourues par des courants de sens opposé. Le champ magnétique, ainsi produit, varie linéairement autour du centre, sur une région de  $\pm 1,5$  cm qui englobe largement le piège. Le gradient sur l'axe des bobines vaut  $10 \text{ G.cm}^{-1}$ .

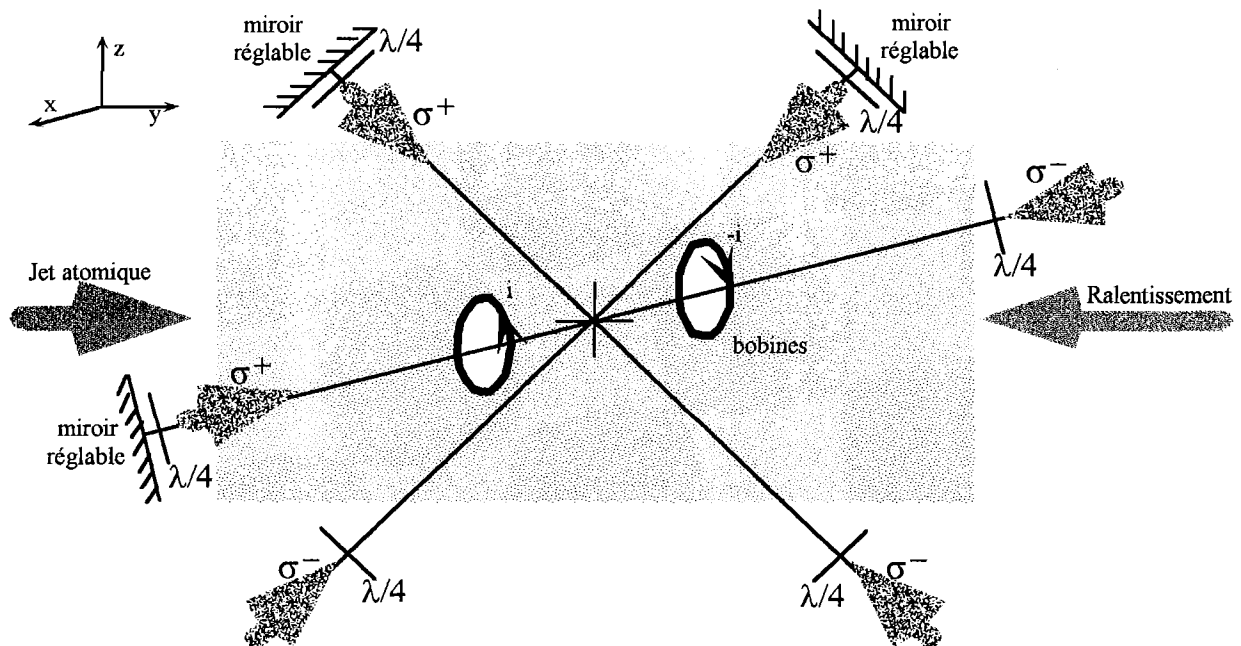


Figure II-9 : Configuration adoptée pour le piège magnéto-optique. Le jet atomique se propage dans la direction des  $y$  positifs tandis que les faisceaux de ralentissement viennent en sens inverse. Deux des trois voies de piégeage se situent dans le plan  $zOy$  (plan de la figure) et sont rétro réfléchies par un miroir réglable en orientation, situé sur la partie supérieure de l'enceinte. La troisième voie (dite "horizontale") est suivant la direction  $Ox$  (perpendiculaire au plan de la figure). C'est aussi l'axe des deux bobines qui sont centrées sur le point d'intersection des trois directions des faisceaux piège. Ce point correspond donc bien à un zéro de champ magnétique.

Étant donné le principe de piégeage magnéto-optique, voici la configuration de faisceaux que nous avons adoptée (voir figure II-9).

Les faisceaux sont polarisés correctement à l'entrée de l'enceinte à l'aide de lame quart d'onde et sont dirigés vers le centre du piège selon trois directions orthogonales. Chaque faisceau traverse ensuite une seconde lame quart d'onde puis est rétro réfléché vers le piège de manière à réaliser la configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ . De plus, afin de compenser l'absorption des atomes sur le premier passage, on rend les faisceaux légèrement focalisés de sorte qu'après réflexion sur les miroirs de renvoi, l'intensité, vue par les atomes, soit sensiblement identique qu'à l'aller. On s'arrange en pratique pour avoir une intensité, en sortie de l'enceinte, supérieure de 6 à 8 % à l'intensité incidente.

### III.2 Les lasers pièges

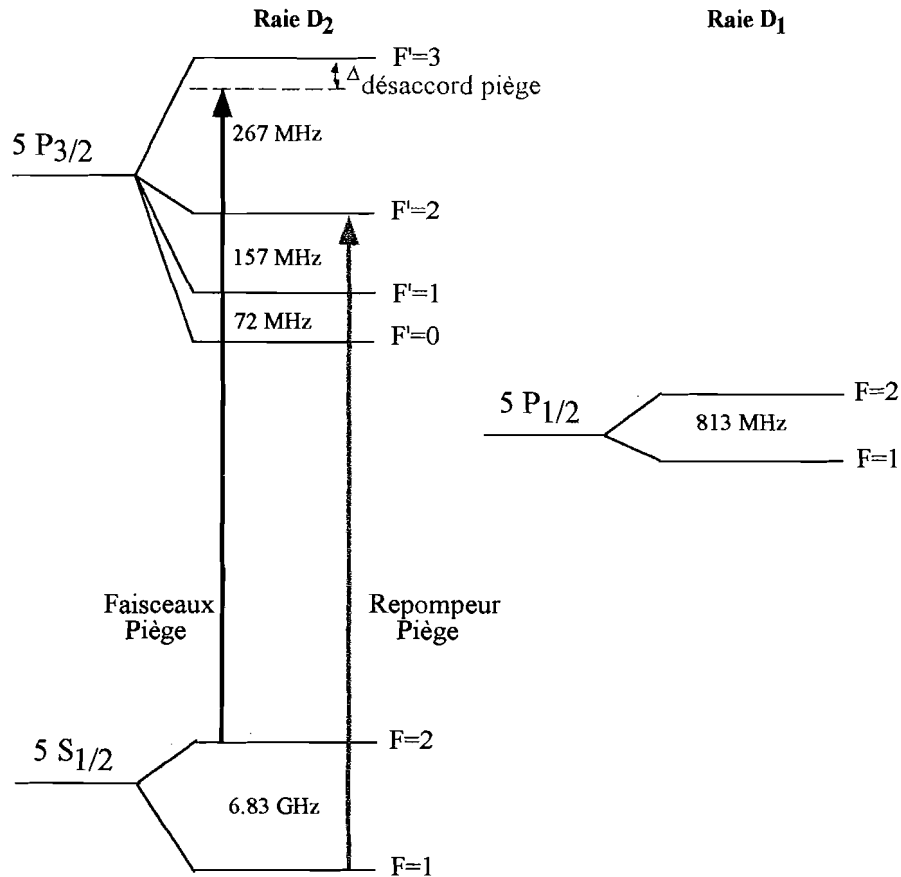


Figure II-10 : Structure hyperfine de l'atome de rubidium. Le laser maître est accordée sur la transition  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$  de la raie  $D_2$  avec un désaccord  $\Delta$ , qui vaut environ  $-4\Gamma$ . Le faisceau de repompage ramène les atomes dans le cycle de piégeage en les faisant passer du niveau  $5S_{1/2}, F = 1$  au niveau  $5P_{3/2}, F' = 2$ . On pourrait obtenir le même résultat avec une diode accordée sur la raie  $D_1$  sur la transition  $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{1/2}, F' = 2$ .

### III.2.1 Choix des diodes lasers

Lorsque la cavité optique est mise en place dans l'enceinte (voir description en partie B-I), le col des faisceaux ne peut excéder 12 mm, pour éviter toute diaphragmation par le support de la cavité. Or, pour assurer une force de piégeage maximale, une intensité de  $20 \text{ mW.cm}^{-2}$  sur chaque voie, est nécessaire. En conséquence, nous devons utiliser un laser, capable de délivrer, au minimum, 100 mW, avec une largeur spectrale inférieure à  $\Gamma/2\pi$  ( $= 6 \text{ MHz}$ ).

La transition atomique utilisée pour le piégeage est la même que pour le ralentissement. Le laser est donc légèrement désaccordé en dessous de la résonance  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$  de la raie  $D_2$ , à 780 nm (voir figure II-10).

Notre dispositif de piégeage emploie uniquement des diodes lasers. Les faisceaux servant à piéger les atomes sont issus de deux diodes monomodes Spectra Diodes Lab à puits quantiques

(réf. SDL-5411-H2) délivrant une puissance de 100 mW chacune à 780 nm. L'asservissement en température de la jonction est assuré par un minuscule élément Peltier **incorporé** à leur boîtier, ce qui permet une stabilisation excellente.

Par contre, en fonctionnement "libre", ces deux diodes ont une largeur spectrale de l'ordre de 15 MHz, donc supérieure à  $\Gamma/2\pi$ . Nous utilisons donc une diode affinée spectralement[39] comme **oscillateur maître** que nous amplifions avec les diodes SDL (**diodes esclaves**) grâce à un dispositif **d'injection optique**. Le "maître" est une diode laser monomode Hitachi à double hétérojonction (réf. HL 7851 G), affinée spectralement et accordée en fréquence par un couplage avec une cavité étendue comprenant un réseau (système décrit dans la thèse de Philippe Grellu [16]). La puissance disponible, en sortie du laser maître, est de 24 mW. La répartition des faisceaux "esclaves" permet de disposer sur les trois voies de piégeage, d'une puissance de 30 mW sur un diamètre de 12 mm (soit une intensité d'environ  $25 \text{ mW.cm}^{-2}$ ).

Enfin, comme pour le ralentissement (paragraphe II.1) nous devons ajouter un laser pour repomper les atomes tombés dans le sous-niveau fondamental  $F' = 1$ . Nous utilisons une diode laser monomode Mitsubishi (réf. ML 64110N), d'une puissance de 30 mW, accordée sur la raie  $D_2$  (voir figure II-10).

**Remarque** : Ce faisceau de repompage a été également accordé sur la raie  $D_1$ , à 795 nm. Le nombre d'atomes piégés étaient alors sensiblement le même. Cependant, les diodes à notre disposition à cette longueur d'onde (ref. ML 64114 R) étaient plus délicates à régler. En particulier, nous devions chauffer la jonction à typiquement  $40^\circ\text{C}$ , pour accéder à la fréquence de la résonance atomique et, la durée de vie de ces diodes était alors très mauvaise (souvent inférieure à deux mois).

Ce laser est directement asservi à partir d'un signal d'erreur issu d'un signal d'absorption saturée, suivant le même principe que pour le laser maître (voir paragraphe III-2-2).

Le faisceau repompeur est superposé aux faisceaux piège sur, seulement, deux des trois voies, au niveau d'une lame séparatrice (voir figure II-11).

### III.2.2 Asservissement d'un laser maître et injection de puissance

Le désaccord du laser maître (environ  $-4\Gamma$ ) est contrôlé grâce à un modulateur acousto-optique (A.A. MP 25). Ce dernier décale en fréquence une fraction, réglable, du faisceau maître, ce qui permet un désaccord rouge ajustable entre  $-\Gamma/2$  et  $-7\Gamma$ . Le faisceau passe ensuite dans une cellule de rubidium, chauffée à  $55^\circ\text{C}$ , en vue de l'obtention d'un signal d'absorption saturée avec un bon rapport signal à bruit (voir figure II-12).

L'asservissement est réalisé au moyen d'une technique de **spectroscopie FM**. Le courant qui alimente la diode laser est modulé à la fréquence de 20 MHz, avec une faible amplitude. Cette variation de courant entraîne une variation de la fréquence d'émission du laser. On produit ainsi

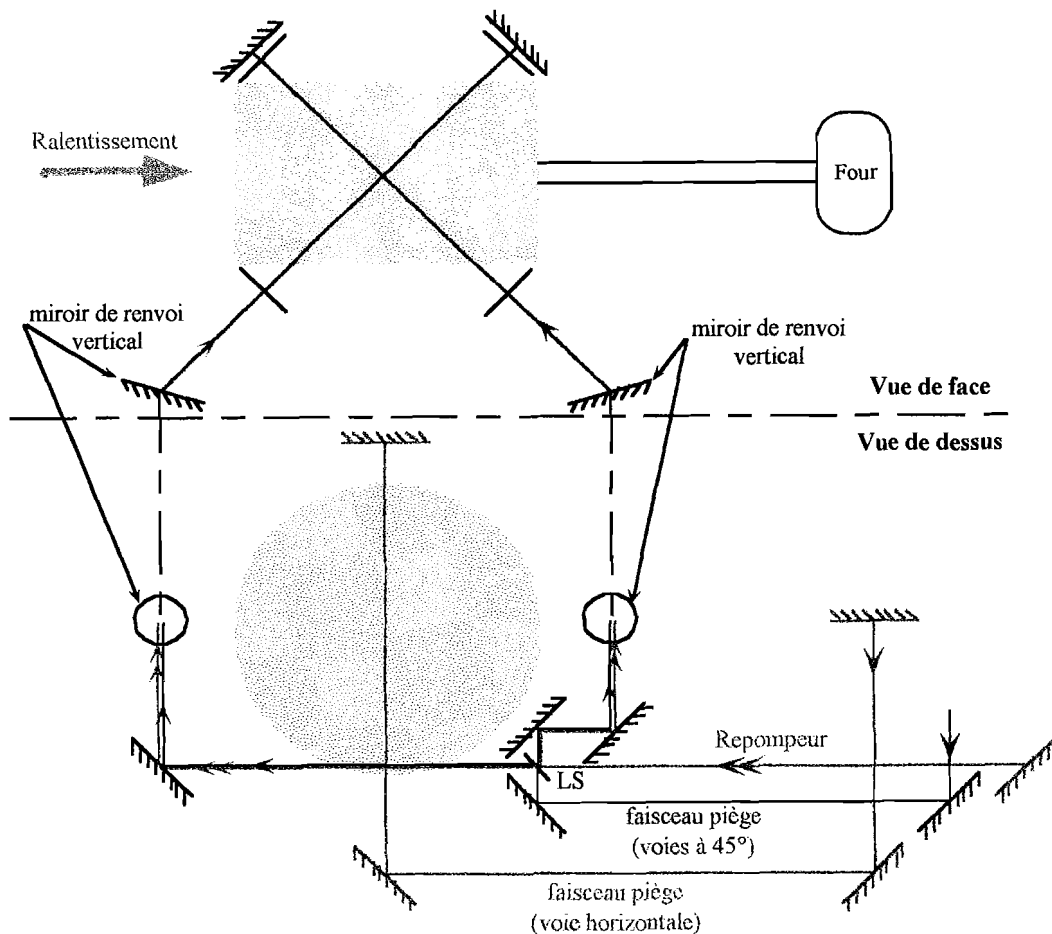


Figure II-11 : Trajet des faisceaux piège et du repompeur. Seules les voies à 45° de la verticale sont superposées au faisceau de repompage au niveau de la lame séparatrice (LS).

une modulation de cette fréquence, ce qui correspond d'un point de vue spectral, à l'apparition de bandes latérales espacées de 20 MHz autour de la fréquence moyenne d'émission. Après le passage dans une cellule de rubidium et démodulation du signal correspondant, les deux bandes de la première harmonique, antisymétriques, permettent d'obtenir un signal d'erreur de bonne qualité avec un bon rapport signal à bruit et une plage de verrouillage de l'ordre de 20 MHz (voir figure II-12).

La partie du maître qui ne passe pas dans le modulateur acousto-optique sert à l'injection optique des deux diodes esclaves. Une puissance sensiblement équivalente, de l'ordre de 3 à 4 mW est obtenue après la lame séparatrice LS1 (voir figure II-13). Cette puissance **minimum** est nécessaire car, en libre, les diodes de puissance utilisées présentent un saut de mode important, loin de la transition atomique. On contrôle l'injection en prélevant 4 % des faisceaux "esclaves" que l'on envoie dans un Fabry-Pérot confocal. Lorsque des pics secondaires apparaissent (signe



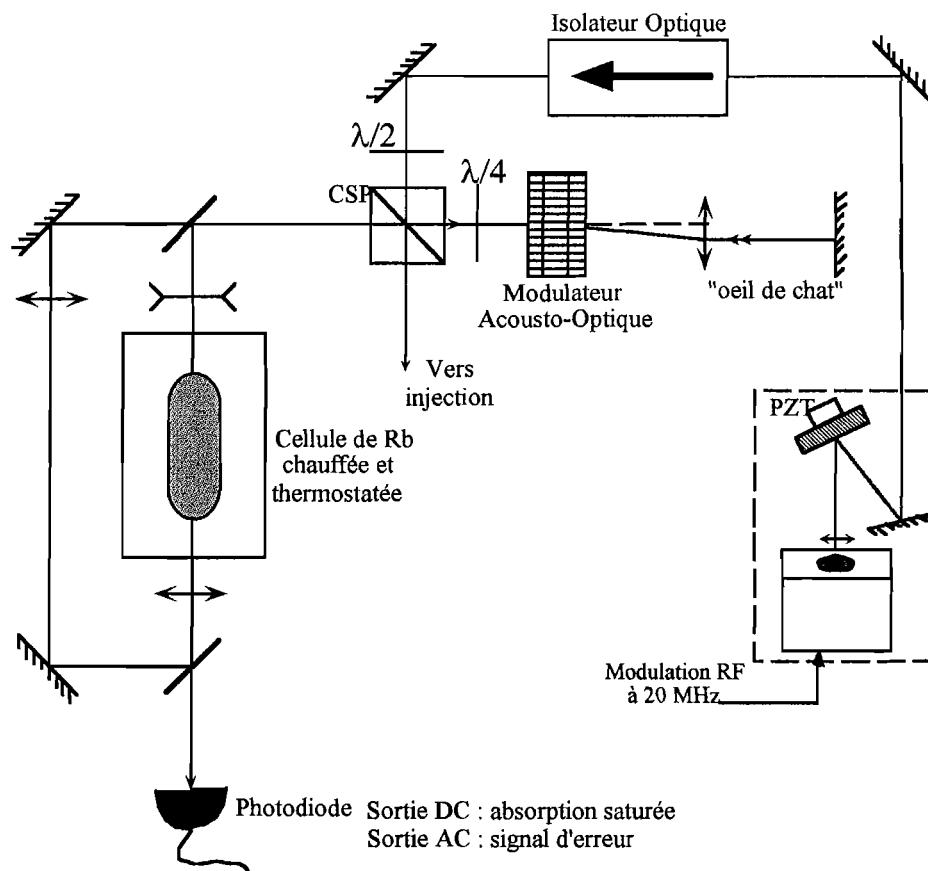


Figure II-12 : Fonctionnement du laser maître et de son asservissement. C'est une diode laser sur réseau. Celui-ci est réglable en orientation grâce à une céramique piezoélectrique (PZT) ce qui permet un ajustement plus aisé de la fréquence moyenne d'émission. Une fraction réglable par la  $\lambda/2$ , placée avant le cube à séparation de polarisation (CSP), subit un double passage dans un acousto-optique ( $f_B = 80$  MHz) puis est envoyée dans un montage d'absorption saturée. Le signal d'absorption est recueilli sur une photodiode puis démodulé, ce qui nous donne un signal d'erreur permettant un asservissement fiable de la fréquence du "maître".

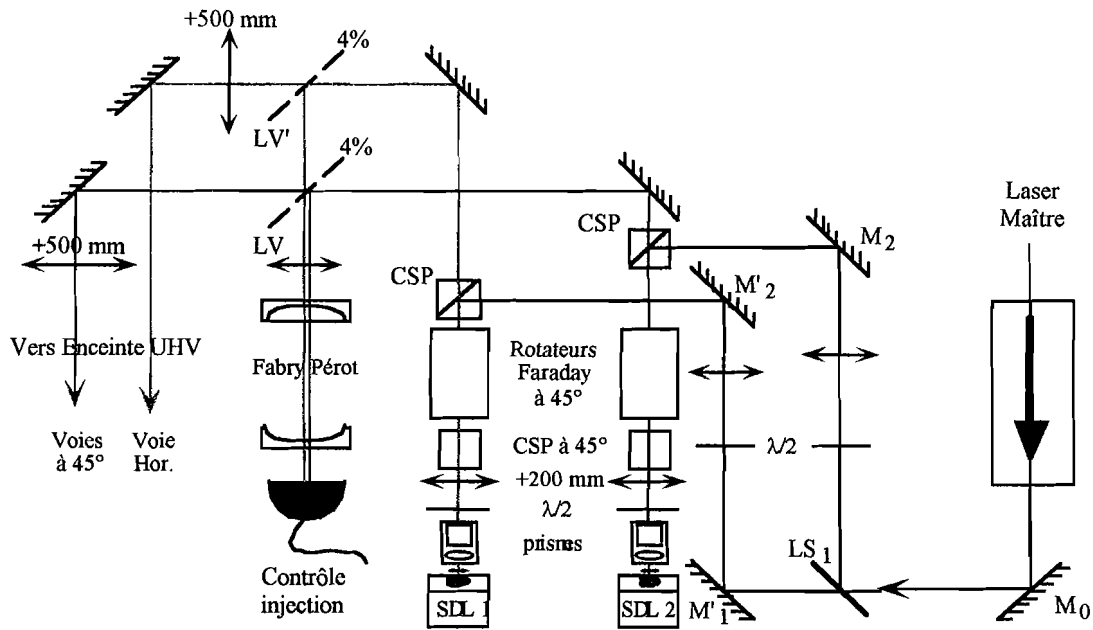


Figure II-13 : Injection des diodes de puissance (SDL 1 et 2) et mise en forme des faisceaux de piégeage. Le couplage s'effectue au niveau des cubes à séparation de polarisation (CSP<sub>1</sub> et CSP<sub>2</sub>) qui servent aussi de cube de sortie des isolateurs optiques des diodes SDL. On prélève 4% des faisceaux esclaves, grâce à une lame de verre (LV et LV') pour les envoyer dans un Fabry-Pérot de contrôle. Deux lentilles de focales 200 mm et 500 mm, associées à une paire de prismes anamorphoseurs, permettent de mettre en forme les faisceaux pièges, légèrement convergents avec un diamètre de près de 20 mm.

d'une mauvaise injection), il faut vérifier l'alignement du faisceau maître et de son esclave et/ou retoucher le courant (voire la température) de celui-ci, en cherchant toujours à minimiser ces résonances annexes.

Habituellement, le système complet d'asservissement et d'injection reste stable durant toute une journée d'expérience. Et, d'un jour sur l'autre, un léger ajustement du courant ou du réseau du laser maître peut s'avérer nécessaire. Dans ce cas, l'injection doit être généralement retouchée. Cependant, il n'est pas rare que seul un réajustement du miroir M<sub>0</sub> soit suffisant (voir figure II-13).

Enfin, pour obtenir une bonne qualité optique sur les faisceaux pièges, on emploie pour chacune des diodes SDL, un objectif de collimation Melles Griot (réf. 06 GLC 002), de focale 8 mm et d'ouverture numérique 0,5. En sortie de collimation, on place une paire de prismes anamorphoseurs, traités anti-reflets puis un couple de lentilles ( $f'_1 = 200$  mm et  $f'_2 = 500$  mm) produisant des faisceaux d'environ 20 mm de diamètre et légèrement convergents (voir figure II-13).

L'ensemble de ce dispositif permet donc de piéger des atomes de rubidium 87, dans le sous-

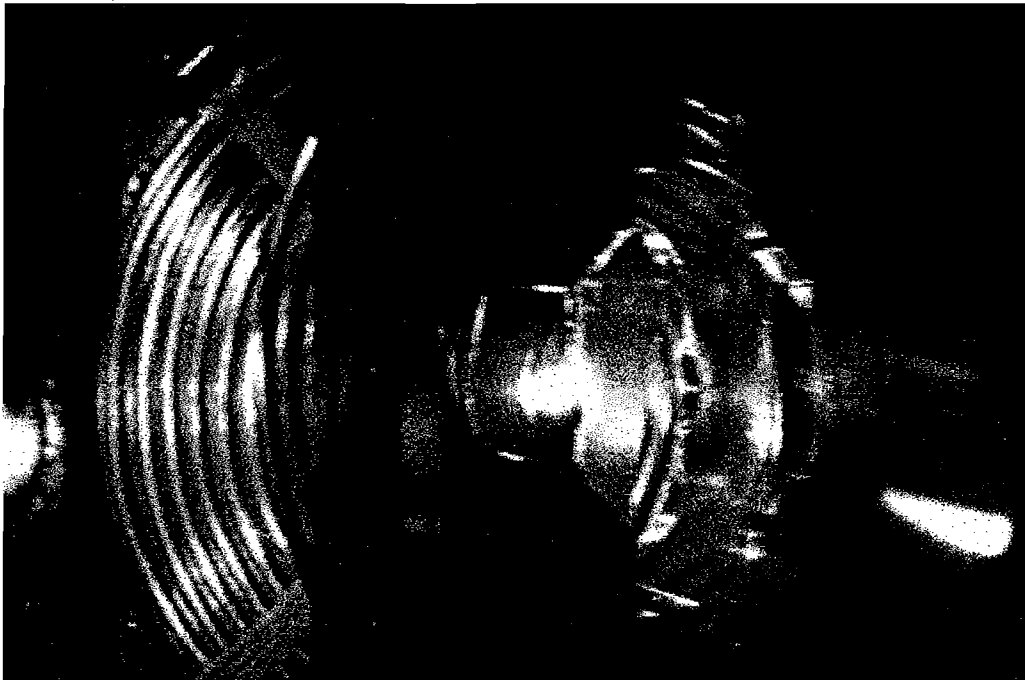


Figure II-14 : Photo du piège enregistrée à partir d'une caméra CCD. On peut voir les spires des bobines de cuivre. Le nuage d'atomes froids se situe au centre. La tache correspondante est très "blanche" car la fluorescence du piège saturait la caméra. Dans ces conditions, le nombre d'atomes a été évalué à quelques  $10^8$  atomes.

niveau fondamental  $F = 2$  (voir figure II-14). Grâce à un laser "sonde" annexe (diode sur réseau, donc affinée spectralement), on mesure l'absorption du piège sur ce niveau ( $F = 2$ ). Elle est typiquement de 80 à 90 %, ce qui nous montre que notre système de repompage n'est pas parfait. Une mesure, sur le sous-niveau  $F = 1$ , nous montre en effet, une absorption résiduelle de l'ordre de 10 %.

## IV Contrôle du Pompage optique : piège "sombre"

En fait, pour notre expérience de Mesure QND, nous ne travaillerons pas avec le dispositif tel qu'il vient d'être décrit. Nous allons voir tout de suite quelles ont été les raisons des modifications apportées (paragraphe IV.1). Puis, dans le paragraphe IV.2, nous verrons que cela nous a permis, en particulier, d'augmenter le nombre d'atomes piégés.

### IV.1 Motivations

Dans le fonctionnement du PMO "usuel", la présence du laser de repompage évite que les atomes ne soient pompés dans le sous-niveau fondamental hyperfin, découplé des lasers de

piégeage. Leur action, cependant, s'exerce essentiellement lors de la phase de capture de nouveaux atomes dans le piège. Une fois refroidis et ramenés au centre de celui-ci, une force beaucoup plus faible suffit à retenir les atomes. Ils continuent néanmoins, à diffuser spontanément des photons des faisceaux piège, qui génère une pression de radiation limitant la densité du nuage atomique. De plus, une fraction importante de la population atomique se trouve dans un état excité, ce qui accroît sensiblement la section efficace de collisions entre atomes. La durée de vie du piège et, par conséquent, le nombre maximal d'atomes capturables s'en trouvent limités.

Dans une expérience d'optique quantique, l'émission spontanée ajoute de l'excès de bruit à la mesure. Il n'est donc pas souhaitable d'utiliser les atomes piégés dans la configuration présentée sur la figure II-10 (paragraphe III.2) et rappelée sur le schéma (a) de la figure II-15. On préférera des atomes du niveau hyperfin "noir", découplés des faisceaux piège.

Une première possibilité consiste donc à travailler dans une séquence temporelle, ce qui laisse une dizaine de millisecondes pour l'expérience proprement dite [18].

Mais un fonctionnement continu est toujours préférable. Or, en configuration "standard", la population du niveau noir est très faible à cause du repompeur. Si par contre, on diminue progressivement sa puissance, il y aura un transfert de population du sous niveau  $F = 2$  vers le sous niveau  $F = 1$  du fondamental, tout en conservant le nombre total d'atomes piégés (figure II-15 (b)). Si la puissance du repompeur diminue encore (typiquement en dessous de  $1 \text{ mW.cm}^{-2}$ ), le transfert des populations continue mais le nombre d'atomes piégés diminue rapidement car les forces radiatives ne sont plus suffisantes pour capturer les atomes du jet ralenti (figure II-15 (c)).

C'est pourquoi, il fut proposé de distinguer deux régions dans le piège [40] :

- une région périphérique, servant effectivement à capturer les atomes dont la vitesse est supérieure à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ , où le repompage doit être efficace.
- une région intérieure, qui correspond approximativement au nuage d'atomes piégés dont la vitesse n'excède pas  $1 \text{ m.s}^{-1}$  (voir partie B du chapitre IV) et, où un repompeur peu intense suffit à les confiner (voir figure II-15 (d)).

En pratique, il faut que le repompeur forme une couronne de lumière qui doit reproduire, en quelque sorte, les deux régions fonctionnelles du piège (figure II-16). Ecranter partiellement le faisceau de repompage, au moyen d'un "eclipseur" (disque sombre), semble être le plus simple. Pourtant des effets de diffraction indésirables (comme le "Point de POISSON") dégradent la qualité de la zone d'ombre. Ainsi, après une étude détaillée de ces effets, un système d'imagerie, préservant la collimation des faisceaux, a été déterminé (voir [16]). Le dispositif retenu est représenté sur la figure II-17. Notons que cet ensemble se situe avant la recombinaison avec les faisceaux pièges afin de ne pas modifier leur propre focalisation.

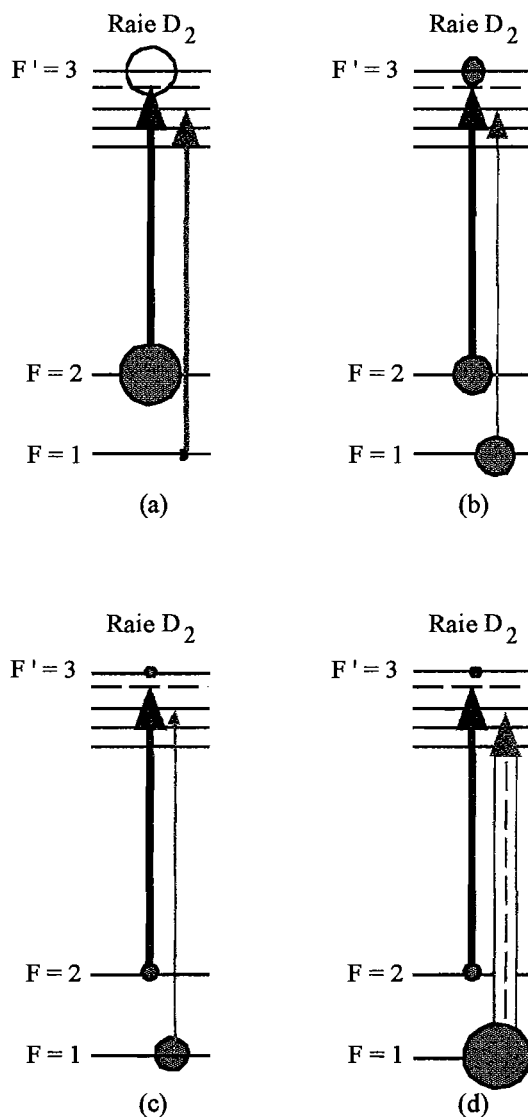


Figure II-15 : Nous étudions qualitativement quatre configurations de repompage. L'épaisseur des flèches symbolise l'intensité relative des lasers et la taille des disques représente le nombre d'atomes dans chaque sous-niveau. Le schéma (a) correspond au piège "brillant" usuel. En (b) une puissance moindre du repompeur tend à augmenter le nombre d'atomes ( $F = 1$ ) au détriment des niveaux ( $F = 2$  et  $F' = 3$ ). Mais, si on diminue trop cette puissance de repompage, comme en (c), on finit par réduire considérablement le nombre d'atomes piégés. Une alternative est schématisée en (d) : elle consiste à utiliser, un repompeur dont la puissance varie spatialement (faible au centre, élevée en périphérie).

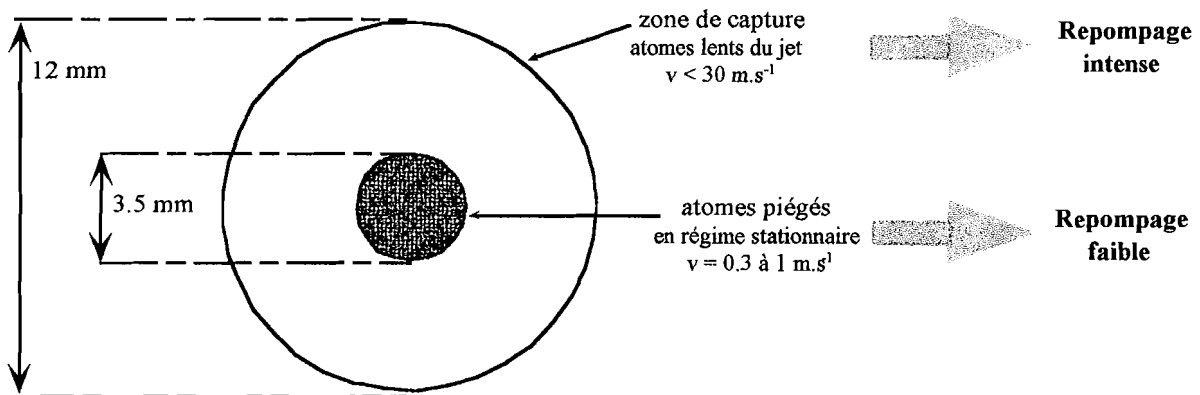


Figure II-16 : On distingue deux zones de fonctionnement du piège. Au centre, les atomes piégés sont lents et ne requièrent pas de grandes forces de radiation, d'où un repompage faible. En périphérie, au contraire, les atomes nécessitent d'importantes forces pour être capturés et amenés dans le piège, d'où un repompage intense.

## IV.2 Accroissement du nombre d'atomes piégés

Avec un tel dispositif, on augmente sensiblement le nombre d'atomes piégés par rapport au piège "brillant". A l'initiative des auteurs de la référence [40], on parlera alors de **piège "sombre"** ("*Dark SPOT*", en anglais). Le niveau de fluorescence, mesuré sur une photodiode, est effectivement plus bas. Et, sur une caméra CCD, le piège apparaît plus sombre.

Si, à l'aide d'un faisceau sonde très peu intense, on mesure l'absorption du piège à partir du niveau  $F = 1$ , on arrive à 100 %. Avec ce système, le nuage d'atomes piégés présente une épaisseur optique,  $\alpha_0 \ell = 4$ .

Les paramètres de fonctionnement de notre piège "sombre" sont les suivants :

- l'intensité de repompage dans la couronne vaut  $200 \mu\text{W.cm}^{-2}$  ; l'intensité dans la zone d'ombre imagée est environ 30 fois plus faible ;
- les paramètres des faisceaux pièges sont inchangés. Leur désaccord et leur intensité valent respectivement  $\Delta = -4\Gamma$  et  $I = 25 \text{ mW.cm}^{-2}$  ;
- le gradient de champ magnétique reste à  $10 \text{ G.cm}^{-1}$ .

Dans un fonctionnement optimisé du piège "sombre", le nombre d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  piégés a été estimé à partir de l'épaisseur optique et du diamètre du piège (3,5 mm), visualisé à l'aide d'une caméra CCD. Cela nous a donc conduit à un nombre d'atomes et une densité valant, respectivement :

$$\begin{cases} N_{\text{trap}} \simeq 5.10^8 \text{ atomes} \\ n \simeq 2.10^{10} \text{ atomes.cm}^{-3} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

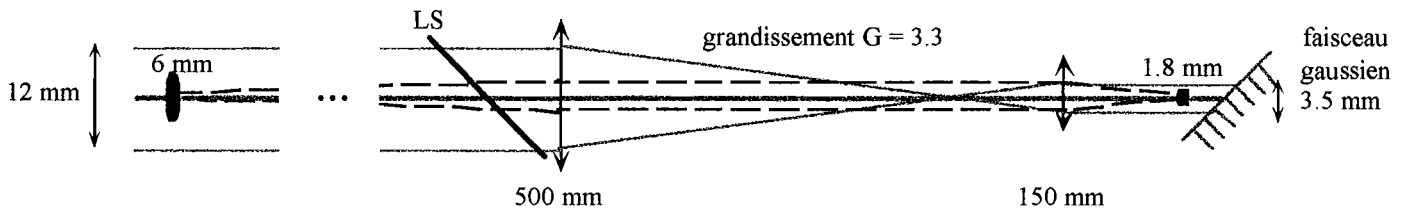


Figure II-17 : Système d'imagerie en place pour réaliser le faisceau de repompage. Il permet d'augmenter la taille du faisceau collimaté tout en l'éclipsant. On a un grandissement  $G = 3,3$  dans la conjugaison employée. Ainsi le diamètre de l'éclipsateur objet est de 1,8 mm et donne une image  $G$  fois plus grande (donc 6 mm) au niveau du piège.

## Conclusion

Finalement, l'ensemble de ce dispositif de piégeage qui fonctionne entièrement à l'aide de diodes lasers (sept au total, en comptant la sonde pour le diagnostic) a atteint un degré de fiabilité élevé. Il permet en effet, de ralentir et de piéger, de manière efficace et stable (à l'échelle de la journée), des atomes de rubidium 87, qui vont nous servir de milieu non-linéaire par la suite. Les qualités de ce milieu sont améliorées par un fonctionnement en piège sombre, produit par un repompeur partiellement écranté. La densité et le nombre d'atomes, ainsi que la durée de vie, sont en effet augmentés par rapport au piège "brillant" usuel. Ces propriétés proviennent du fait que les atomes piégés dans le sous-niveau hyperfin inférieur de l'état fondamental ( $5S_{1/2}$ ) sont très peu couplés aux faisceaux piégeants.

Le nombre d'atomes piégés (et non perturbés) est suffisant pour entreprendre des études de couplage non-linéaire, à deux faisceaux, en présence de la cavité interférométrique, que nous allons présenter maintenant, en section B-I.

# PARTIE B : Utilisation du nuage d'atomes froids et piégés en tant que milieu non-linéaire

Cette partie présente les expériences préliminaires, couplant deux faisceaux au piège d'atomes froids, à l'intérieur d'une cavité optique. Nous décrirons tout d'abord cette cavité (section B-I) ; puis le travail effectué pour coupler simultanément deux faisceaux dans la cavité (section B-II). Enfin, nous montrerons des effets de bistabilité optique observés dans une transition à deux photons (section B-III).

## I La cavité optique : description et propriétés

Le choix de la cavité résulte de plusieurs considérations.

La bande passante (i.e. la demi-largeur à résonance) doit être supérieure à la fréquence, autour de laquelle on souhaite modifier ou mesurer les fluctuations quantiques du faisceau SIGNAL. Ces mesures de bruit s'effectuant aux alentours de 5 MHz, on souhaite une bande passante,  $\kappa_{cav}$ , de 20 MHz.

Par ailleurs, plus la finesse de la cavité est grande, plus les non-linéarités atomiques peuvent être amplifiées par les multiples passages des faisceaux dans la cavité.

Ainsi, on peut satisfaire ces deux conditions en utilisant une cavité linéaire courte, placée directement dans l'enceinte ultravide et centrée sur le zéro de champ magnétique, donc sur le piège. D'autre part, le support de la cavité doit permettre le passage des trois paires de faisceaux pièges, ce qui représente une contrainte technique supplémentaire importante.

La cavité est constituée de deux miroirs concaves *Layertek*, de rayon de courbure,  $R = 60$  mm, placés en position quasi-confocale. Les coefficients de transmission des miroirs sont :

- $T_1 = 5\%$ , pour le miroir de couplage entrée-sortie ;
- $T_2 = 3.10^{-5}$  pour le miroir arrière, à haute réflectivité.

Néanmoins, ce miroir permet l'observation d'un signal, proportionnel à l'intensité intra-cavité de chacun des deux faisceaux, grâce à deux photomultiplicateurs (voir figure d'ensemble, plus loin).

Le balayage de la longueur de la cavité s'effectue via trois céramiques piézoélectriques réglables de l'extérieur de l'enceinte UHV par l'application de rampes haute-tension. Une variation d'amplitude de 200 volts nous permet typiquement de balayer la cavité sur un intervalle spectral libre. Le déplacement du miroir supérieur reste linéaire pour une fréquence de la rampe inférieure ou égale à 10 Hz.



En position confocale ( $L = R$ ), l'intervalle spectral libre de la cavité,  $\Delta\nu_{ISL}$ , vaut 2,5 GHz. La finesse attendue est donnée par :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T_1 + T_2 + P} = 125 \quad (\text{II-5})$$

où  $P$  représente l'ensemble des pertes sur un tour.

En l'absence d'absorption par le milieu atomique, ces pertes sont déterminées par la qualité des miroirs. On a donc  $P \simeq 0,2 \%$ . Notons que ces pertes atteindraient l'ordre du pourcent, si la cavité n'était pas placée au sein de l'enceinte ultravide. En effet, à chaque aller-retour dans la cavité, les faisceaux devraient traverser des hublots, qui, même traités anti-reflets, entraîneraient des pertes voisines de 1 %.

Avec une finesse de 125, la largeur totale à mi-hauteur  $\Delta\nu_{FWMH}$  est compatible avec la bande passante désirée :

$$\Delta\nu_{FWMH} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\mathcal{F}} = 20 \text{ MHz} \quad (\text{II-6})$$

Pour terminer avec les paramètres de la cavité, il existe deux temps caractéristiques à signaler :

- $\tau_{AR} = \frac{2L}{c} = \frac{1}{\Delta\nu_{ISL}}$ , le temps de propagation aller-retour ;
- $\tau_v = \frac{\mathcal{F}\tau_{AR}}{\pi}$ , le temps de vie du champ dans la cavité, lié au taux de décroissance du champ électrique à l'intérieur de la cavité vide, en l'absence de champ source.

L'ensemble des paramètres caractéristiques de la cavité sont répertoriés dans le tableau (II-7) :

longueur de la cavité	$L$	58 à 62 mm
longueur de Rayleigh	$Z_R$	30 mm
rayon du col ("waist")	$w_0$	86,3 $\mu\text{m}$
intervalle spectral libre	$\Delta\nu_{ISL}$	2,5 GHz
largeur totale à mi-hauteur	$\Delta\nu_{FWMH}$	20 MHz
finesse théorique	$\mathcal{F}$	125
temps d'aller-retour	$\tau_{AR}$	0,4 ns
temps de vie du champ	$\tau_v$	16 ns

(II-7)

Enfin, la disposition mécanique de la cavité, à l'intérieur de l'enceinte, est représentée sur la figure II-18. L'utilisation de deux soufflets étanches permet de positionner précisément les deux miroirs. Étant donnée la précision requise ( $< 1 \text{ mm}$ ) pour l'alignement de la cavité par rapport au piège, ceci s'avère tout à fait indispensable. Les réglages mécaniques de la longueur, autour de la position confocale ( $L = 60 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}$ ), ainsi que de l'orientation de chaque miroir peuvent donc s'effectuer de l'extérieur.

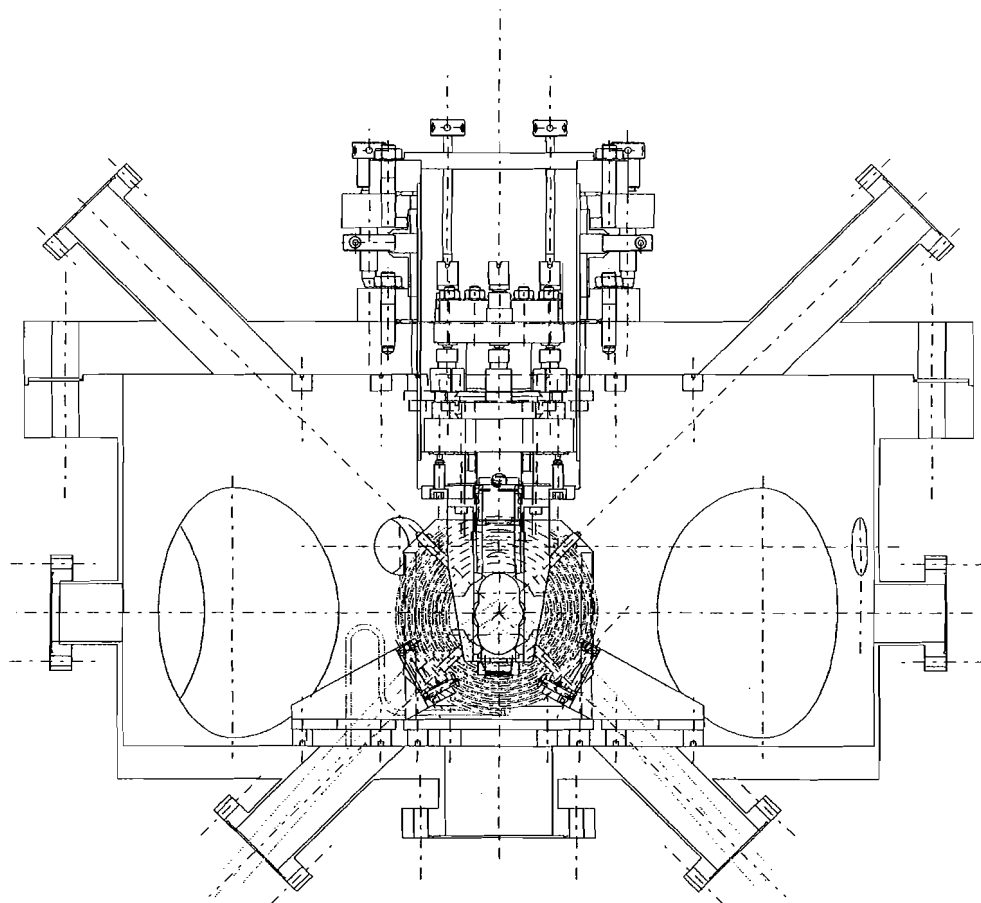


Figure II-18 : Coupe verticale de l'enceinte ultravide dans laquelle la cavité est mise en place. Dans la région centrale, on retrouve les bobines de cuivre du champ magnétique. Au centre de celles-ci, doit se trouver le piège, ainsi que le centre de la cavité. Les miroirs sont en effet suivant l'axe vertical du schéma et maintenus par un ensemble mécanique, conçu par P. Fournet, ingénieur d'étude à l'Institut d'Optique. L'ouverture centrale (de forme elliptique) permet le passage de la voie "horizontale" des faisceaux de piégeage, qui se propagent donc suivant un axe perpendiculaire au plan de la figure. Les deux directions orthogonales entre-elles, formant un angle de  $45^\circ$  avec l'axe optique, débouchent sur des hublots qui laissent passer les deux autres paires de faisceaux pièges. Enfin, au dessus de l'enceinte, on distingue les vis de réglages qui agissent sur les deux sous-ensembles mécaniques, chacun solidaires d'un miroir. En pratique, on utilise davantage les trois vis intérieures qui règlent la longueur de la cavité par ajustement de la position du miroir supérieur. La transmission des mouvements dans l'enceinte est assurée par deux soufflets étanches.

Notons, en dernier lieu, que ce dispositif est très souple. On verra par la suite (chapitre III) qu'il a été possible de modifier sensiblement la position relative des miroirs par rapport au piège en insérant des "cales" d'épaisseur contre les miroirs.

## II Couplage de deux faisceaux

### II.1 Choix des lasers

Les deux faisceaux, qui doivent être couplés à la cavité, sont appelés "SIGNAL" et "MESURE". Ils sont issus de deux lasers saphir dopés titane, installés sur une table annexe. Ces deux lasers ont été réalisés au laboratoire, en modifiant des lasers à colorant commerciaux *Spectra Physics* 380 D. Le pompage est effectué par un laser à argon *Coherent Innova* 200. La puissance en sortie est de l'ordre de 150 mW pour chaque laser. Cependant, seule une petite fraction de cette puissance sera utilisée pour sonder la cavité.

On a soigneusement vérifié que les deux lasers présentent un bruit de photons qui suit une statistique de Poisson, en comparant leurs spectres de bruit avec celui obtenu avec une lampe blanche. De plus, nous avons regardé l'excès de bruit engendré par le laser de pompage. Ainsi, nous avons été amenés à diaphragmer le laser à argon pour faire disparaître les éventuels modes transverses. Bien entendu, cela diminue la puissance de sortie de lasers Ti:Sa mais ce n'est pas gênant pour notre expérience. Par contre, cela nous permet de nous rapprocher au mieux de la limite quantique standard pour des fréquences d'analyse supérieures à 3 MHz (voir paragraphe I.2 du chapitre III).

Les deux faisceaux sont transportés par l'intermédiaire de fibres optiques (réf : *PMJ* 33 – 780 – 5/125 – 3 – 15 – 0) utilisant un coupleur à fibre commercial *OzOptics*. Cette configuration présente en particulier deux avantages :

- d'une part, elle procure une grande stabilité au montage d'un jour sur l'autre, puisque la cavité et le point de départ des faisceaux, à la sortie de la fibre, sont sur la même table optique ;
- d'autre part, les fibres optiques assurent un très bon filtrage spatial des faisceaux issus des lasers saphir dopés titane. Comme nous allons le voir, maintenant, dans le paragraphe II.2, cela va nous permettre d'adapter le mode de la fibre au mode principal de la cavité, au moyen d'un système de lentilles, garantissant un taux de couplage important.

### II.2 Adaptation des modes des lasers aux modes de la

## cavité

## II.2.1 Principe

L'adaptation de modes ("*Mode-Matching*" en anglais) consiste à imager le col du mode incident, issu de la fibre optique, sur le col correspondant au mode propre de la cavité que l'on choisit d'exciter. Connaissant la taille et la position de ces "cols", on peut prévoir le système d'imagerie adapté. En pratique, plusieurs lentilles sont nécessaires pour obtenir un couplage efficace et précis ; même si, en théorie, une seule lentille suffit.

Le mode propre fondamental  $TEM_{00}$  d'une cavité confocale symétrique, est caractérisé par un col situé au centre de la cavité, dont le rayon vaut :

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda R}{2\pi}} \quad (\text{II-8})$$

Pour notre expérience, on a  $\lambda = 780 \text{ nm}$  (ou  $795 \text{ nm}$ ) avec des miroirs dont le rayon de courbure  $R$  vaut  $60 \text{ mm}$  ; d'où un col de faisceau au centre de la cavité de  $86,3 \mu\text{m}$  ( $87,1 \mu\text{m}$ ).

Pour coupler efficacement le mode de la fibre au mode  $TEM_{00}$  de la cavité, on s'écarte légèrement de la position confocale :  $L \approx 58 \text{ mm}$ . Alors, les modes transverses  $TEM_{m,n}$  ne sont plus dégénérés en fréquence. Ils se répartissent de la manière suivante :

$$\nu_{m,n,q} = \frac{c}{2L} \left( q + \frac{1+m+n}{\pi} \arccos \left| 1 - \frac{L}{R} \right| \right) \quad (\text{II-9})$$

Et, l'écart apparent<sup>11</sup>, entre le mode  $TEM_{11}$  et le mode  $TEM_{00}$  vaut :

$$\frac{\Delta\nu_{11}}{\Delta\nu_{ISL}} = \frac{2}{\pi} \arccos \left| 1 - \frac{L}{R} \right| - 1 \quad (\text{II-10})$$

Une application numérique nous donne  $\Delta\nu_{11} = 53 \text{ MHz}$ . Or cette valeur est supérieure à la largeur du mode principal ( $\Delta\nu_{FWHM} = 20 \text{ MHz}$ ), ce qui signifie que les modes transverses sont résolus.

Par contre, la dimension du col associé ne change pratiquement pas. En effet, elle est donnée par l'équation suivante[41] :

$$w = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi} \sqrt{\frac{2R}{L} - 1}} \quad (\text{II-11})$$

Dans notre cas, on retrouve  $w = 86,3 \mu\text{m}$  à  $780 \text{ nm}$ .

<sup>11</sup> Pour obtenir l'écart réel, il faut ajouter un intervalle spectral libre. En effet, en position confocale, lorsque l'on dit que tous les modes sont dégénérés, il faudrait préciser que c'est le mode  $\nu_{1,0,q}$ , par exemple, qui se superpose parfaitement au mode  $\nu_{0,0,(q-1)}$  ; autrement dit, ce n'est pas le même mode longitudinal.

## II.2.2 Configuration expérimentale retenue

La divergence angulaire du mode issu de la fibre optique correspond à son ouverture numérique de 0,11. L'objectif de collimation du connecteur *OzOptics* a une focale de 6,2 mm. Par conséquent, la taille du col du faisceau en sortie de fibre est de 0,68 mm. Connaissant cela et la dimension du col dans la cavité, on peut prévoir approximativement le système de lentille à utiliser pour une bonne adaptation des modes sur le trajet du faisceau "MESURE", par exemple.

Une fois, celui-ci couplé dans la cavité, on effectue la superposition du faisceau signal. En fait, le coupleur de cette fibre n'a pas été réglé de la même manière. En conséquence, nous avons dû ajouter une lentille supplémentaire sur le trajet de la voie SIGNAL afin d'obtenir une bonne adaptation des modes (voir figure II-19). La lentille principale du dispositif de courte focale  $f' = +200$  mm image les cols des fibres avec la bonne dimension, c'est à dire celle du mode de la cavité. Les lentilles de grandes focales :

- +4000 mm et +2000 mm pour la MESURE,
- +4000 mm et (+1000 mm / - 500 mm) pour le SIGNAL,

permettent un alignement quasi-parfait avec l'axe optique de la cavité et un ajustement plus fin de la position des cols images.

**Remarque :** Rappelons que le couple ( $f'_1 = +1000$  mm,  $f'_2 = -500$  mm) qui se substitue à la lentille +2000 mm de la voie MESURE, a été introduit pour compenser un mauvais réglage de l'objectif de collimation du coupleur à fibre optique.

L'efficacité de couplage dans le mode fondamental  $TEM_{00}$  est finalement supérieure à 99 %, avec une excellente reproductibilité.

Lors d'une expérience, la fréquence des lasers Ti:Sa est fixe et la cavité est balayée sur 1 à 2 intervalles spectraux libres. Grâce au dispositif installé en sortie de la cavité (à l'extérieur de l'enceinte UHV), on peut observer, en permanence, l'intensité intracavité des deux faisceaux. Comme représenté sur la figure II-19, on place une seconde  $\lambda/4$ , qui rend à nouveau les polarisations linéaires sur les deux voies. Ayant des polarisations orthogonales, les faisceaux Signal et Mesure sont séparés par un cube à séparation de polarisation et détectés par deux photomultiplicateurs identiques (*Hamamatsu*, réf : PM R-928).

**Remarque :** Lorsque l'on fait interagir des polarisations linéaires dans la cavité, les deux lames quart d'onde sont bien évidemment retirées du montage. Cependant le principe de détection reste le même.

## III Observation de la bistabilité à deux faisceaux

Voyons maintenant quelques exemples de courbes obtenues. Rappelons que le but ultime de cette expérience est de réaliser une mesure QND. Par conséquent, l'observation de la bistabilité



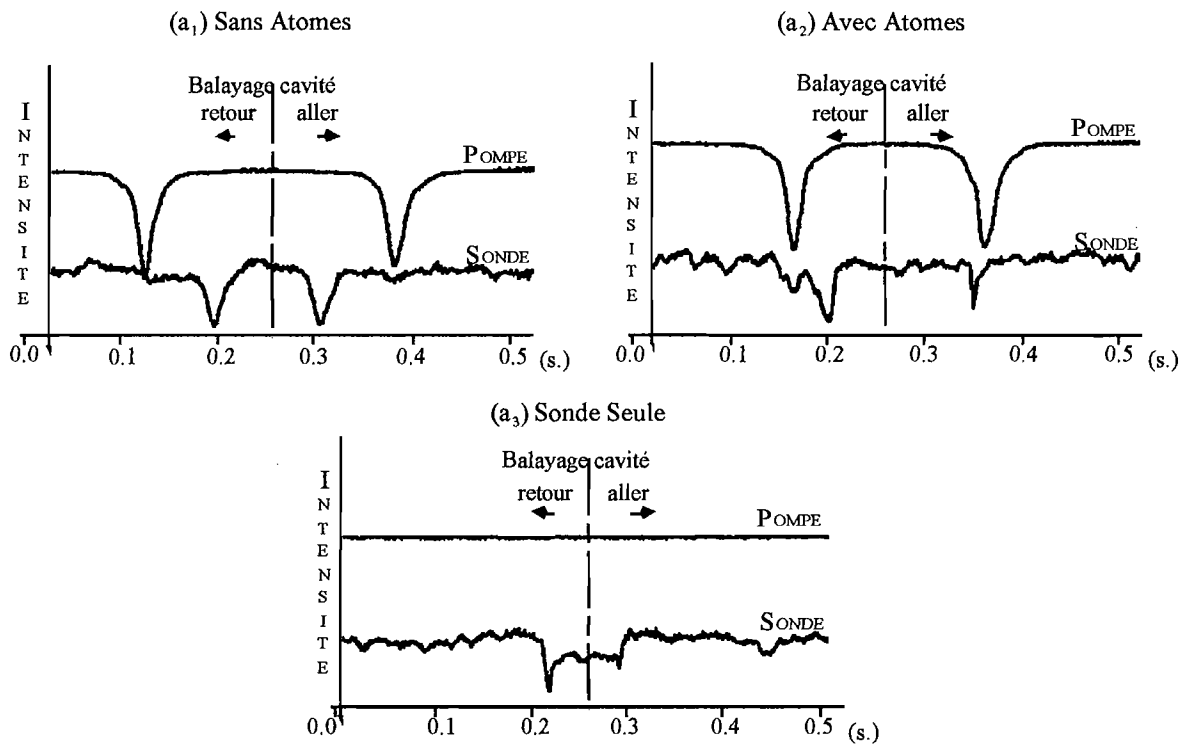


Figure II-20 : Ces courbes furent obtenues avec les deux lasers à 795 nm, avec des polarisations circulaires  $\sigma^+/\sigma^-$ . Les puissances typiques étaient de  $15 \mu\text{W}$  sur la “sonde” avec un désaccord positif sur la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ) et de  $500 \mu\text{W}$  sur la “pompe” avec un désaccord négatif sur la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 2$ ). Sur la courbe  $a_1$ , on observe les résonances de la cavité vide (i.e. sans atome). La courbe supérieure correspond au signal donné par la “pompe” et la courbe inférieure, à celui donné par la “sonde”. En présence d’atomes (courbe  $a_2$ ), la résonance de la sonde est décalée vers la pompe et surtout déformée. On voit que cette déformation est due à la présence de la pompe, puisqu’en l’absence de celle-ci, on n’observe plus de **pics induits**, seulement de la bistabilité optique à un faisceau, induite par les atomes.

à deux photons n’a constitué qu’une étape préliminaire. En effet, nous devons tout d’abord nous assurer qu’il y avait effectivement un couplage entre les deux faisceaux grâce au milieu non linéaire que constitue le nuage d’atomes froids et piégés.

Par ailleurs, ce couplage pouvait être optimisé, en temps réel, en agissant sur le courant des bobines des champs magnétiques de compensation. Cela nous permettait en effet de déplacer le piège par rapport aux faisceaux de la cavité et ainsi d’augmenter les effets observés sur les signaux intracavité. En effectuant ce réglage, nous regardions l’image du piège donnée par une caméra CCD ; de sorte que l’on surveillait l’allure générale du nuage. En particulier, nous prenions garde à ne pas le déformer afin qu’il conserve sa symétrie circulaire.

Les figures II-20 et II-21 présentent deux exemples d’observation de bistabilité à deux photons pour deux configurations atomiques distinctes. Les courbes représentent les variations des

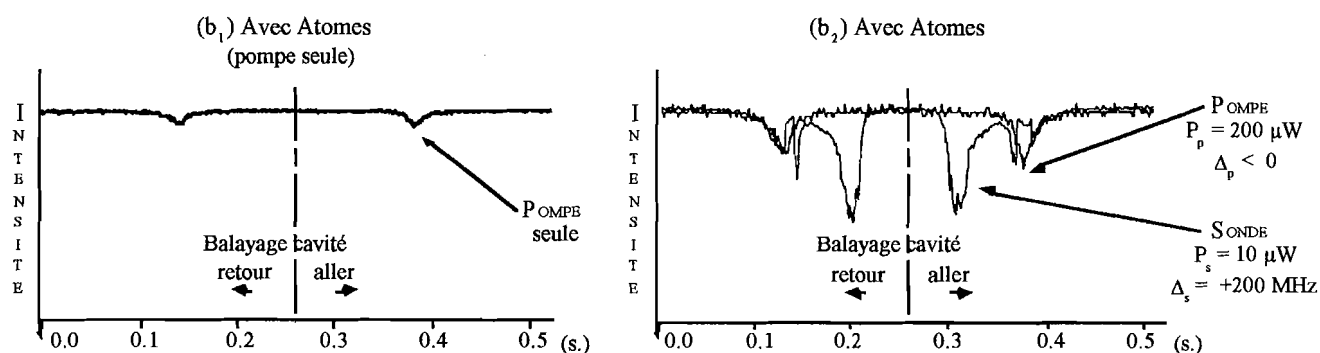


Figure II-21 : Ces courbes ont été obtenues en polarisation “*lin perp. lin*” (linéaires orthogonales). Les puissances typiques étaient de  $10 \mu\text{W}$  sur la “sonde” avec un désaccord bleu de 200 MHz, sur la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 2$ ) et de  $200 \mu\text{W}$  sur la “pompe” avec un désaccord rouge sur la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ). Sans atomes (courbe  $b_1$ ), on observe à l’écran la résonance de la pompe pour un balayage de la cavité aller puis retour. En présence des atomes, les faisceaux subissent un déphasage linéaire et non-linéaire, de sorte que c’est maintenant la sonde qui résonne dans la cavité ( $\Delta\varphi_{lin}$ ) avec un pic induit par le signal, **dédouble** à l’endroit où était le signal précédemment (courbe  $b_2$ ).

intensités intracavité des deux faisceaux, lorsque la longueur de la cavité est balayée. La dissymétrie aller-retour est due à l’effet d’**hystérésis** caractéristique de la bistabilité optique. Dans les deux cas, la présence des atomes se caractérise par une déformation remarquable des courbes de résonance (par rapport au “pic d’AIRY” de la cavité vide) avec, en particulier, des “sauts” qui se produisent au même endroit pour les deux champs et qui sont caractéristiques d’effets de couplage à deux faisceaux.





## CHAPITRE III

REALISATION EXPERIMENTALE D'UNE  
MESURE QND A L'AIDE D'ATOMES FROIDS  
ET PIEGES DE RUBIDIUM



## PARTIE A : Configuration atomique utilisée

Nous venons de voir qu'il est possible de coupler deux faisceaux initialement indépendants, via la non-linéarité optique des atomes piégés dans la cavité optique installée à l'intérieur de l'enceinte UHV. Ce couplage se manifeste, par des effets non-linéaires classiques (voir paragraphe B-III) mais aussi par des aspects plus spécifiquement quantiques mettant en jeu les fluctuations quantiques des faisceaux en interaction ; le but étant de réaliser une mesure QND de l'intensité d'un des deux faisceaux.

Les atomes utilisés comportent au total 32 sous-niveaux (Zeeman et hyperfins) sur les raies  $D_1$  et  $D_2$ . Par conséquent, il est nécessaire de déterminer la configuration la plus favorable aux effets recherchés. Pour cela, nous allons devoir satisfaire deux contraintes.

Tout d'abord, il convient de se placer dans un régime de paramètres prenant en compte le bruit atomique susceptible d'être ajouté par la relaxation des atomes<sup>12</sup>. Cette configuration atomique correspond à l'utilisation d'une **transition fantôme** ("ghost transition") [42] dont l'idée fut introduite par K.GHERI, P.GRANGIER, J.-PH. POIZAT ET D.WALLS. Elle peut être réalisée dans un système à trois niveaux soit en cascade, soit en lambda ( $\Lambda$ ). Le principe physique utilisé sera détaillé dans le paragraphe I-2-1.

De plus, on souhaite que le piège magnéto-optique et le couplage non-linéaire fonctionnent simultanément. Cela implique de nouvelles conditions :

- d'une part, la population atomique doit restée dans le système à trois niveaux correspondant à la transition fantôme ;
- d'autre part, le bruit rajouté par les faisceaux piège doit être négligeable. Autrement dit, il faudra soigneusement découpler le piégeage radiatif de la transition fantôme.

Comme nous le verrons dans une première section A-I, deux effets vont être rapidement limitants :

- (1) le **pompage optique**, qui va tendre à dépeupler les systèmes à trois niveaux insuffisamment fermés ;
- (2) les **forces radiatives**, qui, dans la plupart des cas, auront tendance à expulser les atomes de la zone d'interaction<sup>13</sup>.

D'autres phénomènes seront discutés en section A-II. Ils sont liés à la présence de la cavité optique :

- d'une part, elle impose la condition de résonance sur les deux faisceaux (paragraphe II.1) ;

<sup>12</sup> Il s'agit ici, essentiellement, de l'émission spontanée des atomes dans le piège qui pourrait être à l'origine d'un excès de bruit, susceptible, on l'a vu (§ V.2.2 du chapitre I-B) de dégrader sensiblement les rapports signal à bruit et donc les coefficients de transferts  $T_S$  et  $T_M$ .

<sup>13</sup> Comme nous allons le voir par la suite, le faisceau signal est intense et quasi-résonnant. En particulier, dans le chapitre IV, nous verrons que, dans certaines configurations, son effet peut être irrémédiable sur le piège et que la maîtrise des forces radiatives est essentielle.

- d'autre part, elle conduit à une structure d'onde stationnaire des faisceaux en interaction, qu'il faudra prendre en considération (paragraphe II.2).

Dans une dernière section, nous récapitulons la solution trouvée à l'ensemble de ces contraintes.

## I Découplage des faisceaux "QND" des faisceaux pièges

### I.1 Utilisation du piège sombre

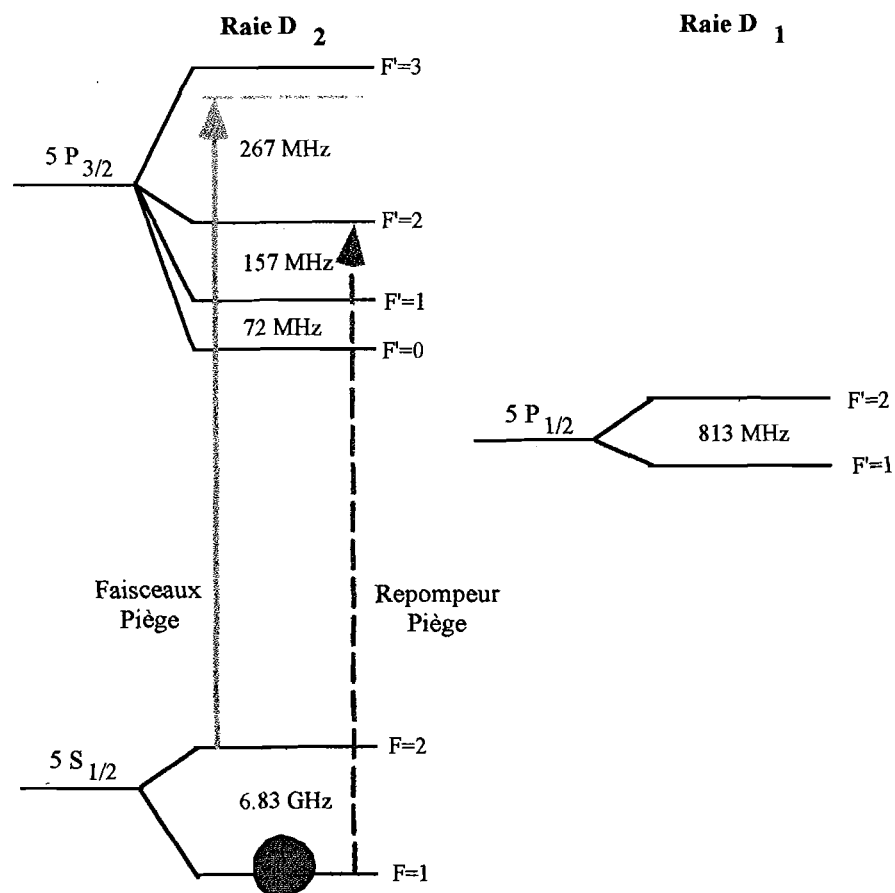


Figure III-1 : On rappelle les niveaux d'énergie de l'atome de rubidium (87) et les faisceaux pièges utilisés en configuration de piège sombre.

Le premier travail en ce sens passe par l'emploi d'atomes piégés en configuration de piège

sombre. Comme nous l'avons vu dans le chapitre II, partie A, le régime stationnaire correspond à 90 % des atomes piégés dans le sous-niveau  $5S_{1/2}F = 1$ . Compte-tenu de la séparation en fréquence entre les deux sous-niveaux du fondamental ( $F = 1$  et  $F = 2$ ), qui vaut 6,83 GHz (voir figure III-1), ces atomes sont découplés de l'action des faisceaux de piégeage. Ceux-ci sont accordés sur la transition  $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 3$  à 780 nm (raie  $D_2$ ).

## I.2 Système en lambda entre niveaux hyperfins, sur la raie D1

Nous allons expliciter le schéma de transitions fantôme, déjà évoqué dans l'introduction. Les calculs théoriques, prenant en compte la perturbation introduite par l'absorption des faisceaux et le bruit d'émission spontanée, ont été réalisés en collaboration avec Alice SINATRA du groupe du Professeur L.LUGIATO à Milan. Ils prédisent un couplage non linéaire des deux faisceaux dans la cavité optique et des effets QND importants, avec des paramètres (intensité et désaccord) convenablement ajustés, et ce, pour toute configuration de système à trois niveaux, qu'ils soit en cascade, en V ou en  $\Lambda$ . Cependant, nous parlerons plus particulièrement de la configuration en  $\Lambda$  qui a été adoptée dans l'expérience. Le détail des calculs se trouvent dans l'article, paru dans la revue *Physical Review A*, qui est reproduit dans la section C-I. Dans le cadre de ce mémoire, la présentation de l'article sera qualitative.

### I.2.1 Principe d'une "transition fantôme"

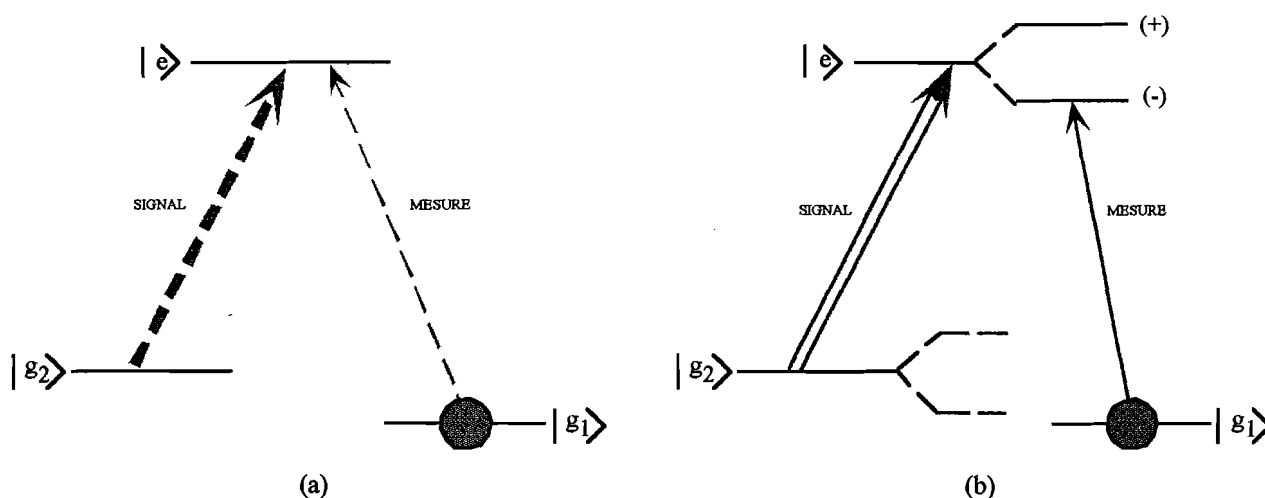


Figure III-2 : Schéma de principe d'une transition fantôme. En (a), on représente le système atomique sans champ. En (b), on a regardé le même système sur lequel agissent le SIGNAL et la MESURE.

En absence de champ, les niveaux atomiques en jeu sont représentés sur la figure III-2(a). Le laser SIGNAL, intense, est appliqué sur la transition  $|g_2\rangle \rightarrow |e\rangle$ . Ces niveaux, couplés au champ SIGNAL, se séparent en deux niveaux “habillés” annotés (+) et (-). Les déplacements du niveau supérieur ( $|e\rangle$ ) sont sondés par la laser MESURE, peu intense, accordé sur la transition  $|g_1\rangle \rightarrow |e\rangle$  (voir figure III-2(b)).

- L’amplitude du SIGNAL et ses fluctuations ne sont pas modifiées dans l’interaction. En effet, il induit un pompage optique des atomes vers le niveau  $|g_1\rangle$  et agit donc sur une transition vide de toute population, d’où le terme de transition fantôme<sup>14</sup>. Comme le faisceau MESURE est peu intense, tous les atomes restent dans le niveau fondamental  $|g_1\rangle$  et le système est transparent pour le SIGNAL.
- Lorsque le faisceau MESURE sonde les déplacements du niveau  $|e\rangle$ , sa phase devient corrélée à l’intensité du faisceau SIGNAL, en accord avec les relations (I-57) (ou (I-62)). On peut justifier intuitivement ce processus par le fait que la position des niveaux “habillés” par ce dernier dépend de ses fluctuations d’intensité. Le résultat de la mesure QND est alors obtenu par la détection interférométrique de la phase du faisceau MESURE.

---

<sup>14</sup> Ceci n’est qu’une approximation de la réalité : si les populations des niveaux  $|g_2\rangle$  et  $|e\rangle$  étaient nulles, aucun couplage ne pourrait se produire.

## I.2.2 Système en lambda retenu

Parmi les 32 sous-niveaux de la structure Zeeman hyperfine de l'atome de rubidium 87, il faut en choisir trois, formant un système quasi-fermé correspondant au schéma de la figure III-2(b).

Le faisceau SIGNAL excite la transition  $5S_{1/2}F=2 \rightarrow 5P_{1/2}F'=2$  de la raie  $D_1$  à 795 nm, tandis que le faisceau MESURE est accordé sur la transition  $5S_{1/2}F=1 \rightarrow 5P_{1/2}F'=2$  de la même raie (voir figure III-3). Les puissances envoyées dans la cavité optique sont relativement basses : on a pour le SIGNAL, "intense", typiquement  $15 \mu\text{W}$ , à résonance et pour la MESURE, beaucoup plus faible, environ  $250 \text{ nW}$  avec un désaccord optimisé en fonction de la puissance du SIGNAL qui déplace les niveaux.

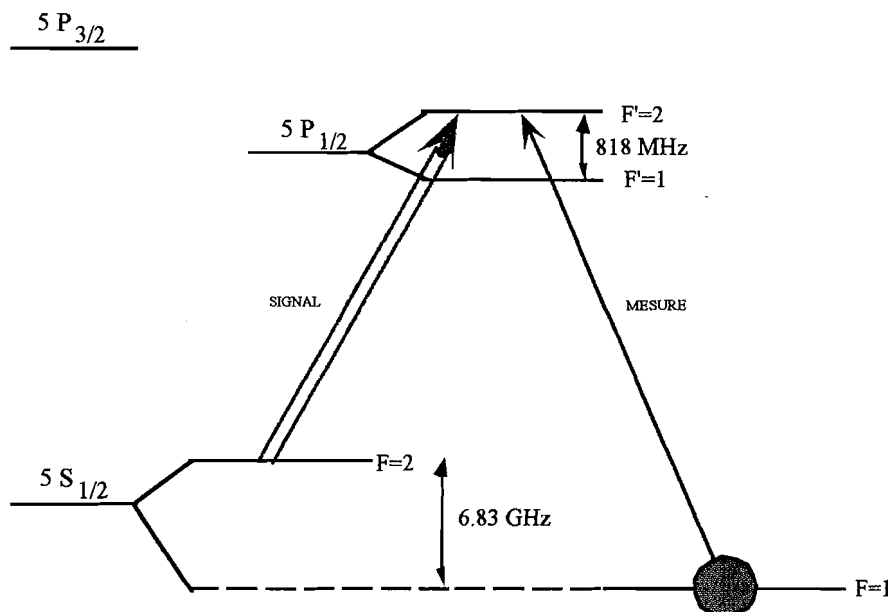


Figure III-3 : Les transitions mises en jeu dans le couplage QND sont à 795 nm, sur la raie  $D_1$ . Les déplacements lumineux induits par le SIGNAL intense sur la transition très faiblement peuplée, sont sondés par le faisceau MESURE de très faible intensité qui ne vient pas perturber le système. Le désaccord du faisceau MESURE peut varier en fonction du niveau (+) ou (-) à sonder. Dans le schéma de la transition fantôme, figure III-2, le niveau  $|e\rangle$  est le niveau  $5P_{1/2}F'=2$ .

Dans cette configuration, le SIGNAL agit comme un "dépompeur", vis à vis du niveau  $F=2$ , dans la zone où le piège et les faisceaux de la cavité sont en interaction. Son action renforce l'effet du piège sombre, en participant au transfert des atomes dans le sous-niveau fondamental  $F=1$ .

Par ailleurs, étant donnés les niveaux hyperfins mis en jeu, les polarisations des faisceaux



QND, qui optimisent leur couplage non linéaire, sont **linéaires orthogonales** (voir figure III-4).

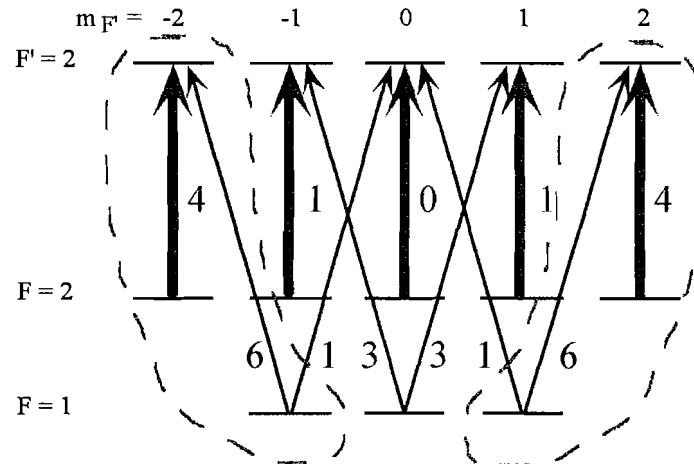


Figure III-4 : Forces d'oscillateur relatives du couplage des lasers SIGNAL (traits épais) et MESURE (traits fins). Il apparaît que si le système en  $\Lambda$  était parfaitement isolé, toute la population serait pompée dans le sous-niveau Zeeman hyperfin ( $F = 2, m_F = 0$ ). Cependant, les lasers pièges ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$  à 780 nm) recyclent très efficacement les atomes qui s'accumuleraient dans ce sous-niveau et ne pourraient plus contribuer au couplage non linéaire. Finalement, la plus grande partie du couplage provient des deux systèmes en  $\Lambda$  présentant les plus forts coefficients de CLEBSCH-GORDAN (pointillés).

Notons enfin, pour conclure, que les forces radiatives de piégeage et le couplage non linéaire entre les faisceaux SIGNAL et MESURE sont bien **découplés**. Ils correspondent en effet :

- à des populations atomiques différentes (niveaux hyperfins  $F = 2$  et  $F = 1$  de l'état  $5S_{1/2}$ )
- à des transitions sur des longueurs d'onde différentes (780 et 795 nm).

## II Ondes stationnaires et modes de la cavité

Les deux points qui vont être discutés maintenant proviennent du fait que le couplage non linéaire a lieu au sein d'une cavité optique qui a pour but, rappelons le, d'augmenter sensiblement le couplage entre les deux faisceaux. Tout d'abord, les deux ondes doivent **résonner simultanément** de la cavité. De plus, la structure d'onde stationnaire engendre une **force dipolaire rectifiée** qu'il convient de maîtriser.

### II.1 Résonance simultanée des deux faisceaux

### II.1.1 Nombre entier d'intervalles spectraux libres

Dans la configuration retenue (cf. figure III-3), les deux champs ont un désaccord relatif en fréquence que l'on note  $\Delta\nu_{SM}$ , fixé par l'écart entre les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental  $5S_{1/2}$ , que l'on note  $\Delta\nu_{1-2}$  et qui vaut 6,83 GHz. Néanmoins, il est indispensable qu'ils résonnent **simultanément** dans la cavité afin qu'ils puissent se coupler l'un à l'autre.

Cette condition implique que les deux ondes vont résonner dans des modes longitudinaux différents tels que  $\Delta\nu_{SM}$  soit égal à un nombre entier d'intervalles spectraux libres de la cavité,  $\Delta\nu_{ISL}$ . Cette équation va conduire à une contrainte sur la longueur  $L_{cav}$  de la cavité utilisée :

$$\Delta\nu_{SM} = p\Delta\nu_{ISL} = p\frac{c}{2L_{cav}} \quad \text{avec } p \text{ entier} \quad (\text{III-1})$$

d'où  $L_{cav} = p \times 22 \text{ mm}$ .

Par rapport au dispositif expérimental initial (voir partie B-I du chapitre II), la longueur de la cavité a été augmentée de 6 mm. En effet, en prenant  $p = 3$ , la longueur de la cavité est passée de 60 à 66 mm. Un ajustement de  $\pm 2 \text{ mm}$  reste possible à l'aide des vis de réglage externes, ce qui laisse une certaine souplesse dans le désaccord relatif entre SIGNAL et MESURE. Il est ainsi variable de  $\pm 200 \text{ MHz}$  autour de l'écart initial de 6,83 GHz. Cette modification nous a effectivement permis d'accorder les deux lasers sur les transitions atomiques voulues tout en les observant simultanément à résonance dans la cavité.

### II.1.2 Ondes stationnaires

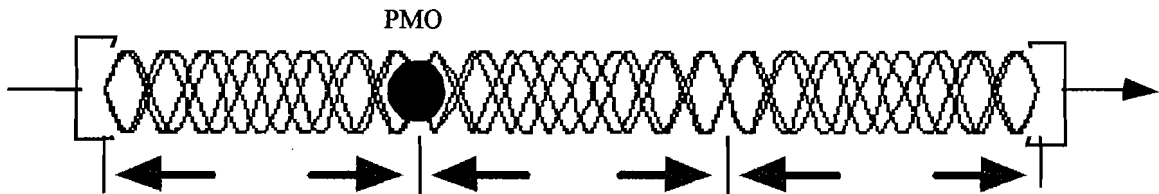


Figure III-5 : Simulation des deux systèmes d'ondes stationnaires présents dans la cavité, l'un correspond au SIGNAL et le second à la MESURE. Le piège doit se situer là où les deux vibrations sont en phase, soit à un tiers de l'une ou l'autre des extrémités de la cavité. Notons en particulier, qu'au centre, les deux ondes sont en opposition de phase, ce qui serait tout à fait défavorable pour le couplage non linéaire.

Les deux champs donnent naissance, chacun, à une structure d'onde stationnaire à l'intérieur de la cavité linéaire (voir figure III-5). Afin de maximiser le couplage, les ondes stationnaires, de fréquence  $\nu_1$  et  $\nu_1 + \Delta\nu_{SM}$ , doivent être en phase à l'endroit du PMO.

Compte-tenu de l'écart en fréquence imposé (voisin de  $\Delta\nu_{1-2}$ ), cette condition est vérifiée en plaçant le nuage d'atomes froids au tiers de la longueur de la cavité (soit à 22 mm du miroir

supérieur et 44 mm du miroir de couplage entrée/sortie), comme sur la figure III-6.

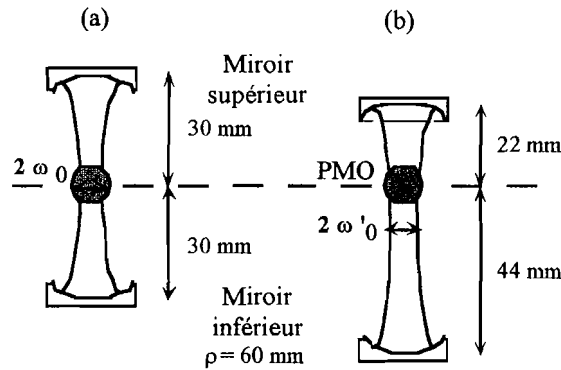


Figure III-6 : Positions relatives du nuage atomique et de la cavité optique avant (figure a) et après les modifications (figure b). En (a), le piège est au milieu de la cavité. En (b), les deux miroirs ont été déplacés de sorte que le miroir supérieur soit situé à 22 mm (au lieu de 30) du nuage et le miroir de couplage (inférieur), à 44 mm.

Comme on peut le voir sur la figure III-6, nous avons dû envisager quelques modifications pour conserver une bonne adaptation du mode des fibres et de celui de la cavité. En effet, si la valeur du col du faisceau intracavité n'a pas beaucoup changé ( $86 \mu\text{m}$  contre  $89 \mu\text{m}$ ), sa position a été abaissée de 11 mm. Par conséquent, la lentille de focalisation  $+200 \text{ mm}$  a été descendue de 36 mm par rapport à sa position avec la cavité de longueur 60 mm (voir partie B-I du chapitre II).

On centre approximativement le piège sur l'axe optique de la cavité à l'aide des vis externes, qui servent aussi à régler la longueur de la cavité. Le réglage préliminaire est effectué en visualisation l'image de la fluorescence des atomes piégés à travers le miroir de couplage. On place pour cela un écran sur le miroir de renvoi vertical (cf. figure III-7) sous l'enceinte UHV que l'on regarde via la caméra CCD.

Au cours du balayage de la cavité (fréquence de l'ordre du Hz), on distingue une succession de modes spatiaux qui proviennent du fait que le système est équivalent à une cavité Fabry-Pérot éclairée de l'intérieur (voir photos ci-après). La forme de la tache de fluorescence change avec la disposition du miroir intérieur de la cavité dont l'orientation est ajustée afin de rendre la tache la plus symétrique possible. Ce premier réglage est optimisé en visualisant la tache retour jusqu'au niveau des rotateurs de Faraday (voir figure III-7(a)). Cette fois, à l'aide de viseur infrarouge, on faisait se superposer le faisceau incident de la fibre et la tache de fluorescence sortant de la cavité.

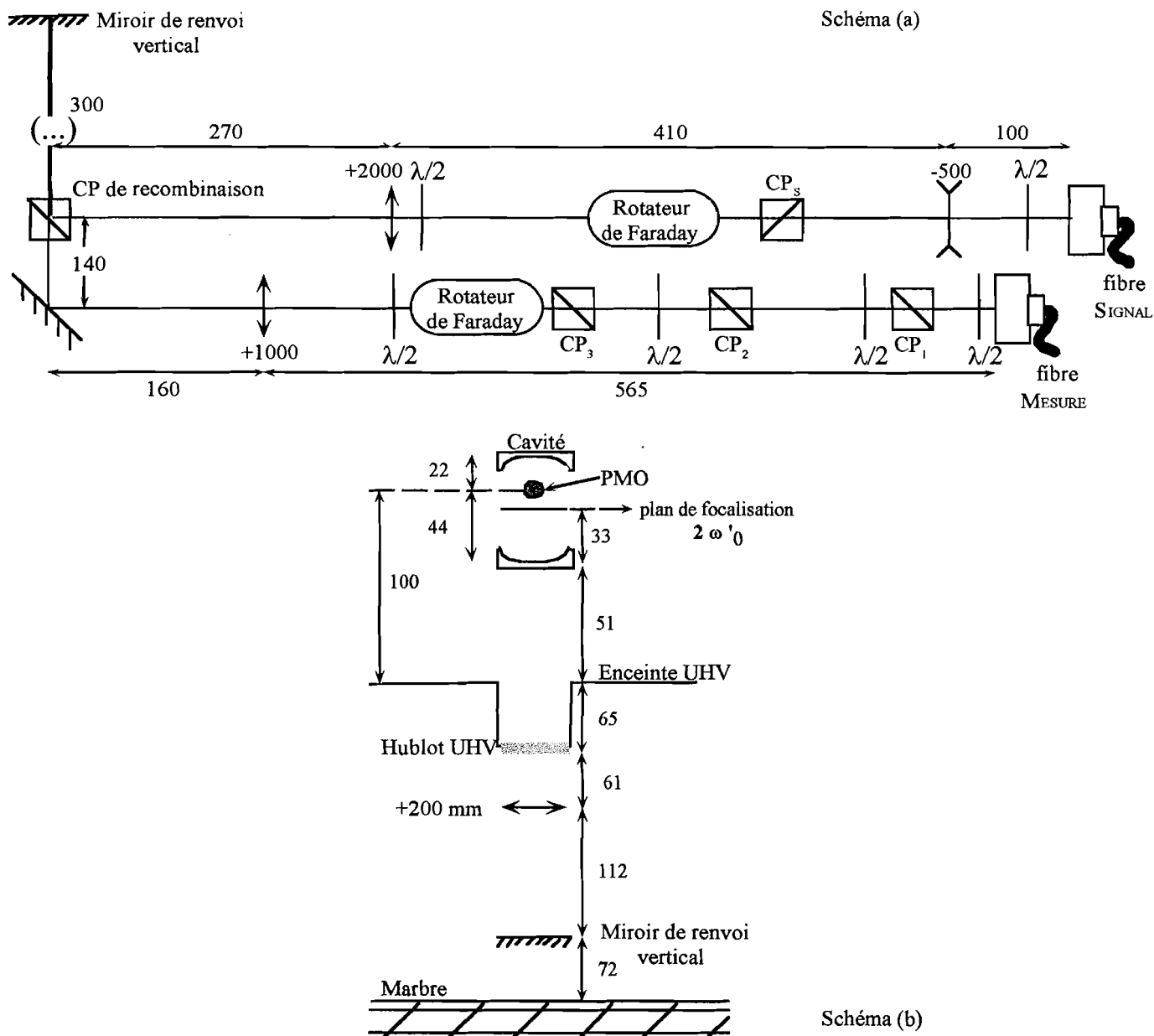
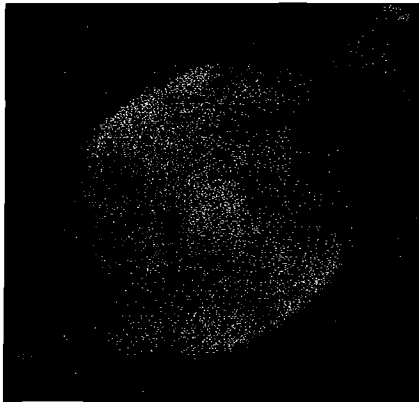
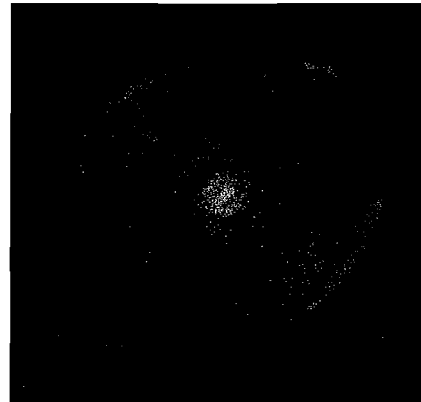


Figure III-7 : Nouvelle configuration adoptée pour une bonne adaptation des modes des fibres et de la cavité FABRY-PEROT. Ce schéma est très voisin de la figure II-34. Quelques modifications, cependant, sont à signaler. Après avoir positionné la lentille de courte focale (+200 mm) permettant d'imager le mode de la fibre avec le bon grandissement, on optimise la position des lentilles de grande focale (+2000 mm, pour la voie MESURE ; +1000 mm, pour la voie SIGNAL) afin de superposer les cols de faisceau dans la cavité. On peut remarquer que la lentille commune aux deux voies ( $f' = +4000$  mm), placée après le cube de recombinaison, n'est plus nécessaire. Notons la présence d'une succession de  $\lambda/2$  et de cube à séparation de polarisation sur la voie MESURE ; ils permettent d'obtenir la faible puissance requise à l'entrée de l'enceinte UHV (soit 250 nW avant le miroir de renvoi vertical) avec une polarisation bien déterminée. En utilisant les "fuites" d'un seul cube polarisateur, on pouvait certes atteindre la puissance requise. Mais dans ce cas, la polarisation de la lumière était très mal définie et, les pertes, dues à la propagation, sur le faisceau sortant de la cavité, étaient considérables.



(a)



(b)Photos :

Deux modes particuliers observés sur une caméra CCD. En (a), on a une superposition de modes dont l'aspect change très rapidement avec l'orientation de la cavité que l'on règle par les vis externes (voir figure II-18). En (b), on a un mode de Laguerre (1,0). Cela nous assure de l'alignement du piège sur l'axe optique de la cavité.

En pratique, l'ajustement fin de la position du piège dans la cavité se fait grâce aux bobines de champ magnétique de compensation. En jouant sur la valeur du courant traversant ces bobines, on déplace de manière sensible le nuage atomique. Lorsque ce réglage est optimisé, on observe des effets de bistabilité à deux photons très importants. Ainsi pour chaque nouvelle longueur de la cavité, on réoptimisait la position relative du nuage d'atomes de l'onde afin de maximiser le couplage non-linéaire.

## II.2 Force dipolaire rectifiée

La double structure d'ondes stationnaires résonnantes dans la cavité, entraîne une rectification de la force dipolaire qui s'applique usuellement dans le cas d'une onde monochromatique. En effet, si l'on suppose que les vecteurs d'ondes des champs sont parallèles (disons à l'axe  $Oz$  de la cavité optique), mais que leurs valeurs absolues sont différentes :  $\delta k = k_2 - k_1 \neq 0$ , on trouvera les composantes de FOURIER de la force centrées sur  $\pm k_1$  et  $\pm k_2$ , comme les intensités des champs. Mais, résultant du couplage non-linéaire entre les champs, on s'attend également, à trouver une composante de FOURIER centrée sur  $\pm 2\delta k$ . Cela signifie qu'en plus des oscillations de la force dipolaire avec une période qui vaut  $\frac{\lambda}{2} \simeq \frac{\pi}{k_1} \simeq \frac{\pi}{k_2}$ , on aura une variation de la force à une échelle beaucoup plus importante puisqu'elle vaut typiquement  $\simeq \frac{\pi}{\delta k}$ , soit dans notre cas environ 20 mm.

En outre, le signe de cette force est donné par le signe du désaccord du faisceau MESURE (moins intense). Ainsi, les atomes du piège ressentent un potentiel attractif à l'échelle du piège dans son ensemble [46, 47]. Expérimentalement, nous avons pu observer que les effets de bistabilité optique à deux photons étaient plus importants lorsque le faisceau MESURE était accordé vers le rouge de la transition, ce qui signifie bien que davantage d'atomes étaient

présents dans la zone d'interaction.

En conclusion, il apparaît une force dipolaire rectifiée qui a pour effet d'amener les atomes où les deux ondes stationnaires sont en phase<sup>15</sup>. La configuration adoptée semble donc optimale vis-à-vis de l'ensemble des contraintes que l'on a définies en introduction de cette partie.

### III Résumé

Pour terminer cette présentation, nous récapitulons l'ensemble des faisceaux intervenant dans l'expérience de mesure QND sur un schéma des niveaux de l'atome de rubidium 87 (cf figure III-8). Cette configuration satisfait toutes les conditions requises et, nous allons voir qu'elle a conduit à de très bons résultats expérimentaux.

---

<sup>15</sup> Rappelons en effet que la période du potentiel dipolaire rectifié est de 20 mm, ce qui correspond approximativement au tiers de longueur de la cavité, tout comme l'endroit où les deux ondes résonnantes dans la cavité sont en phase (cf. § II-1-2).

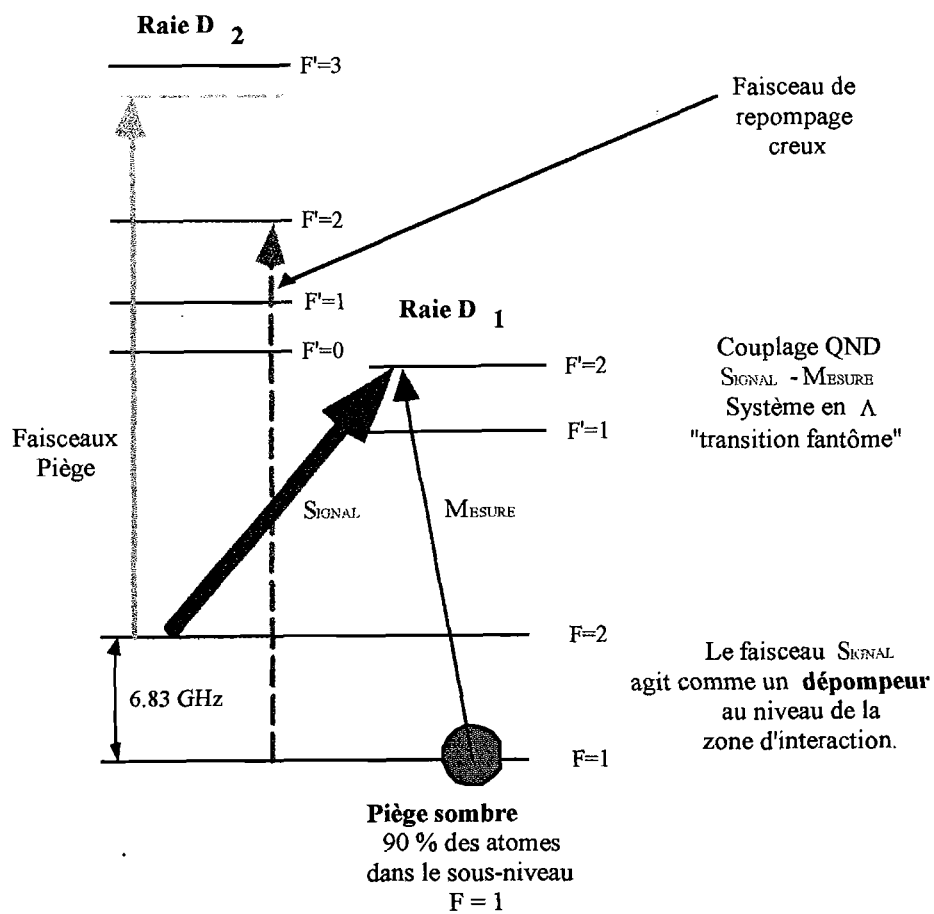


Figure III-8 : Schéma des niveaux de l'atome de rubidium 87 avec les différents faisceaux participant à l'expérience. Les faisceaux QND (SIGNAL et MESURE) sont accordés sur la raie  $D_1$  selon le schéma d'une transition fantôme.

# PARTIE B : Mesure expérimentale des critères QND

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats expérimentaux de la mesure QND envisagée dans la partie A. Dans le chapitre I, nous avons présenté les trois critères permettant de caractériser une mesure QND expérimentale. Dans une première section, nous allons nous intéresser au dispositif expérimental spécifique à la mesure QND. Nous nous intéresserons en particulier à la méthode de détection sensible à la phase que nous avons mise en oeuvre (paragraphe I.1) ainsi qu'à toutes les précautions nécessaires pour s'assurer de la validité d'une mesure (paragraphe I.2). Puis dans les sections B-II et B-III, nous verrons les résultats obtenus pour les coefficients de transfert ( $T_S, T_M$ ) et la variance conditionnelle, respectivement.

## I Ensemble du dispositif expérimental

### I.1 Détection homodyne

#### I.1.1 Principe

Reprenons le cas de la détection homodyne des fluctuations de phase d'un faisceau  $m$  comme nous l'avons envisagé dans le paragraphe II-2-3 du chapitre I-A.

Dans cette situation, on utilise la seconde voie de la lame séparatrice afin de combiner de façon **cohérente** l'oscillateur local (OL) qui sert de référence de phase (voir figure III-9).

La soustraction cohérente des deux photocourants permet d'éliminer toute contribution d'excès de bruit de l'oscillateur local[48] et d'obtenir, par ailleurs, un signal dont les fluctuations sont proportionnelles à celles de la composante de quadrature **en phase** avec l'oscillateur local, comme nous l'avons établi avec l'équation (I-29).

L'obtention des fluctuations se fait par le filtre passe-haut, situé en aval du détecteur<sup>16</sup>, et dont la fréquence de coupure vaut typiquement 2 MHz. Ainsi, les contributions dues au bruit technique des lasers n'apparaissent plus dans le signal de différence des photocourants ( $I_2 - I_1$ ) après filtrage. La composante de quadrature dont on mesure les fluctuations n'est pas vraiment choisie puisqu'on balaye en permanence la phase de l'oscillateur local sur une période de l'ordre de la seconde. Cela nous permet d'enregistrer la puissance de bruit sur toutes les quadratures.

Nous allons voir maintenant plus pratiquement les détails techniques de notre détection

<sup>16</sup> Pour un schéma complet du montage électronique employé, voir la référence[49].



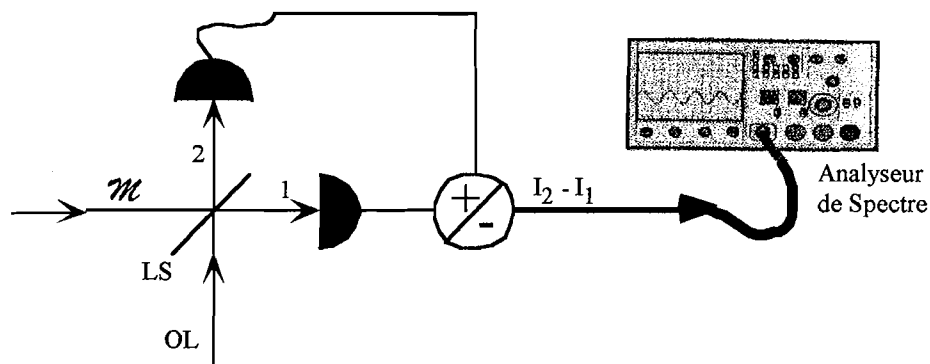


Figure III-9 : Principe de la mesure homodyne : le faisceau de la voie ( $m$ ) est mélangé sur la lame séparatrice avec le champ de l'oscillateur local (OL). Lorsque celui-ci est beaucoup plus intense que le champ  $E_m$ , la différence entre les photocourants  $I_2 - I_1$  donne un signal proportionnel à la quadrature de  $E_m$  en phase avec l'oscillateur local. Cette propriété est vraie également pour les fluctuations, ce qui permet de les visualiser sur un analyseur de spectre radio-fréquence, une élimination de la composante continue de  $I_2$  et  $I_1$ , grâce à un filtrage passe-haut.

homodyne.

### I.1.2 Mise en œuvre

Une fraction ajustable (par une lame demi-onde et un cube à séparation de polarisation ( $CP_1$ ) du faisceau MESURE constitue l'oscillateur local. Il est recombinaé avec le faisceau MESURE sortant de la cavité, après couplage avec le SIGNAL dans le milieu non linéaire, au niveau du  $CP_3$  (voir photo III-10). Le second miroir de renvoi ( $M_2$ ) est monté sur céramique piézoélectrique ce qui permet de faire varier continument la phase de l'oscillateur local. Entre le  $CP_3$  et la lame demi onde ( $\lambda/2$ ), les polarisations de l'oscillateur local et du faisceau étant orthogonales, on n'a pas d'interférences. La lame  $\lambda/2$  à  $45^\circ$  de ses axes mélange les polarisations et le cube  $CP$  joue, en quelque sorte, le rôle de la lame séparatrice (LS) sur le schéma de principe III-9. Sur les deux détecteurs, on observe deux systèmes de franges d'interférence identiques, correspondant à la transformation du déphasage relatif entre MESURE et oscillateur local, en une modulation d'intensité. Pour augmenter la sensibilité de notre détection, on optimise le contraste des franges en se rapprochant le plus possible de la valeur idéale de 100 %. Nous distinguerons pour ce réglage trois étapes :

- (1) Nous devons tout d'abord équilibrer les deux voies de l'interféromètre c'est à dire faire en sorte d'avoir une puissance égale (sur les deux détecteurs) pour l'oscillateur local **et** le faisceau MESURE.
- (2) Ensuite, nous devons adapter au mieux les faisceaux afin de maximiser leur recouvrement spatial. Nous avons donc mis en place deux lentilles sur le trajet de l'oscillateur local

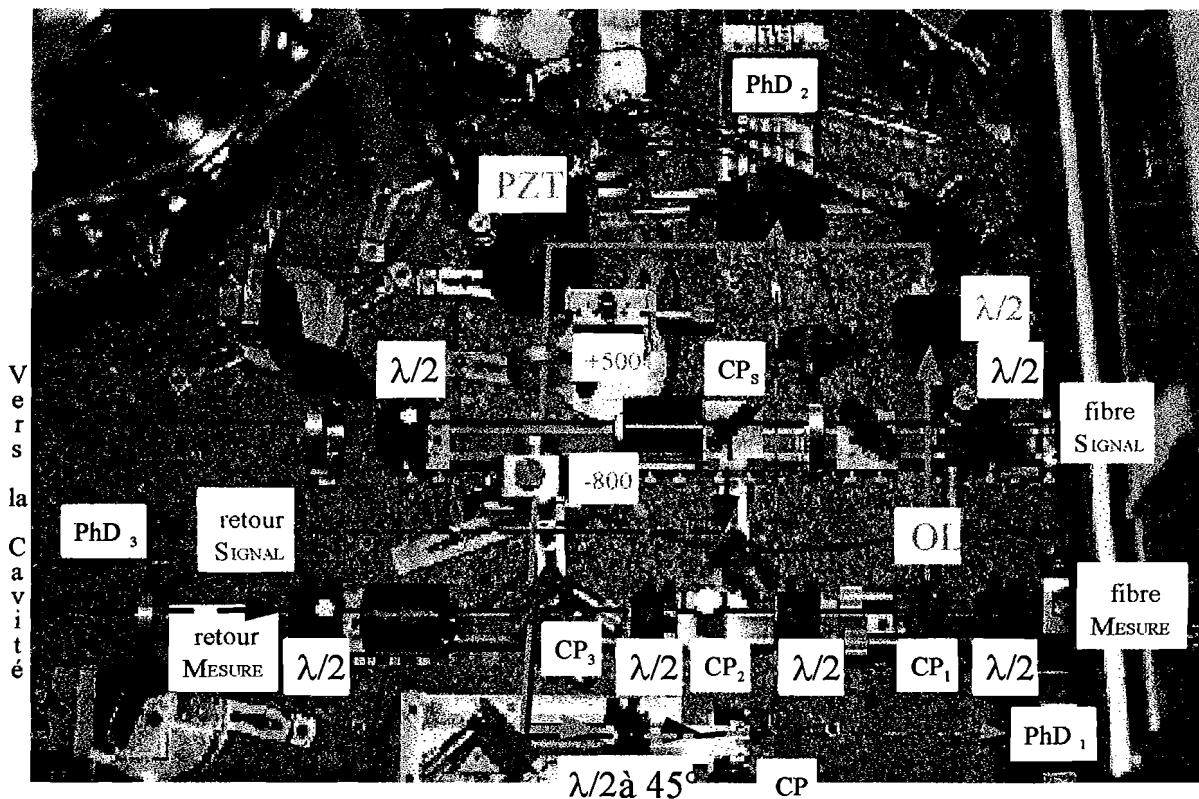


Figure III-10 : Photographie de la détection homodyne mise en place dans notre expérience. On peut reconnaître quelques éléments qui permettent également d'adapter les modes issus des fibres optiques (sur la droite de la photo) au mode de la cavité. On aperçoit (en haut, à gauche) un des hublots de l'enceinte ultraviolette à l'intérieur de laquelle se situe la cavité. L'oscillateur local (OL) est prélevé par  $CP_1$  sur la voie MESURE et recombinaison au niveau de  $CP_3$  au faisceau MESURE qui revient de la cavité. Après le dernier cube à séparation de polarisation ( $CP$ ), on a deux signaux d'interférences identiques qui sont détectés par deux photodiodes  $PhD_1$  et  $PhD_2$  avant d'être envoyés vers un oscilloscope et un analyseur de spectre RF.

pour que son col et sa divergence soient semblables à ceux du faisceau MESURE après recombinaison au niveau du  $CP_3$ .

- (3) Enfin, il faut superposer parfaitement les deux faisceaux ; ce réglage s'effectue en deux temps, en regardant juste après  $CP_3$  puis, au niveau des détecteurs.

Selon les jours, la visibilité des franges oscillait entre 95 et 97 %. On considérera donc qu'elle valait 96 % qui était la valeur la plus couramment mesurée, suivant la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}} \quad (\text{III-2})$$

où  $I_{MAX}$  et  $I_{MIN}$  sont respectivement les intensités maximum et minimum détectées. En

pratique, on les remplace par les tensions équivalentes mesurées sur l'oscilloscope à partir des sorties "DC" des détecteurs (composante continue des interférences). Sur la figure III-11, on montre l'allure typique des franges d'interférences observées. Pour effectuer cette mesure du contraste et par la suite la mesure QND, il est essentiel que les deux voies (OL et MESURE) soient parfaitement équilibrées. Cela se traduit par le fait que les intensités détectées sur l'un ou l'autre des voies seules, et sur les deux détecteurs simultanément sont égales. Cet ajustement de la puissance relative de l'OL et de la MESURE se fait en deux temps. On règle tout d'abord la position de la lame demi-onde à  $45^\circ$  afin d'obtenir les mêmes intensités sur les deux photodiodes. Puis on tourne la  $\lambda/2$  de l'OL, jusqu'à ce que l'intensité sur la voie MESURE et celle de l'OL soient parfaitement identiques. Une fois la visibilité des franges optimisée, c'est la lame demi-onde, située en sortie de fibre qui nous permet de déséquilibrer les deux voies en réglant cette fois l'OL beaucoup plus intense que la MESURE.

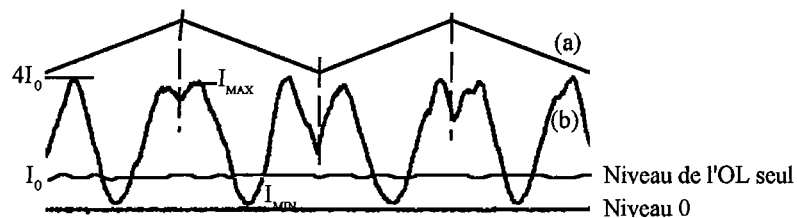


Figure III-11 : En (a), on rappelle la rampe de tension appliquée sur la céramique piézoélectrique d'un des miroirs placés sur le trajet de l'oscillateur local. Le balayage de la phase de l'oscillateur local conduit ainsi aux franges d'interférence de la courbe (b). Les valeurs  $I_{MIN}$  et  $I_{MAX}$  utilisées dans le calcul de  $\mathcal{V}$  sont mesurées à partir du "zéro" obtenu lorsque l'on obstrue l'arrivée de la fibre "MESURE". La valeur  $4I_0$  est l'amplitude maximum théorique des franges d'interférence où  $I_0$  est l'intensité lumineuse détectée lorsque l'on coupe soit l'oscillateur local, soit le faisceau MESURE. Quand l'équilibre entre les deux voies (OL et MESURE) est parfait (i.e. on mesure la même valeur  $I_0$  pour les deux) on doit obtenir la courbe (b) sur les deux détecteurs simultanément. Enfin, l'optimisation de la superposition des deux faisceaux, au niveau des détecteurs, s'effectue en visualisant le signal de la courbe (b) et en optimisant le contraste, ce qui revient en pratique, à minimiser  $I_{MIN}$ .

#### Remarques :

- (1) Au quotidien, le réglage de la détection homodyne ne comportait que la première et la dernière des trois étapes énumérées ci-dessus. Par contre lorsque, la polarisation et/ou la longueur d'onde du faisceau de MESURE étaient modifiées, il fallait retrouver un nouveau couple de lentilles et ajuster leur position afin d'adapter au mieux les modes gaussiens de l'oscillateur local et de la MESURE.
- (2) Si cette adaptation de modes, sur le principe, est la même que pour le couplage des faisceaux dans la cavité optique, nous n'avons cependant pas obtenu une efficacité aussi bonne. Ceci est attribué, en grande partie, au fait que la place disponible, pour positionner les "lentilles de mise en forme", est réduite comme le montre la photo III-10. Par conséquent que nous

avons du faire quelques compromis, même si les contrastes obtenus (96 %) sont tout à fait honorables.

## I.2 Vérification des bruits de photons

Avant de pouvoir réaliser effectivement des mesures de bruit quantique à l'aide du dispositif présenté dans le paragraphe précédent, il convient de s'assurer que

- d'une part, les détecteurs sont sensibles au bruit de photons standard ;
- d'autre part, que les deux lasers saphir dopés titane, utilisés dans l'expérience sont caractérisés par des états cohérents dont les fluctuations correspondent à la LQS.

### I.2.1 Les détecteurs

Les photodétecteurs utilisés sont des photodiodes rapides au silicium type P.I.N. (réf : *Centronic* BPX 65) d'efficacité quantique  $\eta_{phd} = 92 \%$  aux longueurs d'onde d'utilisation (780 et 795 nm) suivies de préamplificateurs à très faible niveau de bruit, construits autour d'un amplificateur (réf : OEI AH 0013).

Nous devons tout d'abord vérifier que ces détecteurs ont une réponse correcte vis à vis du bruit de photons. Pour cela, on prend une source de lumière poissonnienne (telle qu'une lampe blanche) dont on peut faire varier la puissance émise (voir figure III-12).

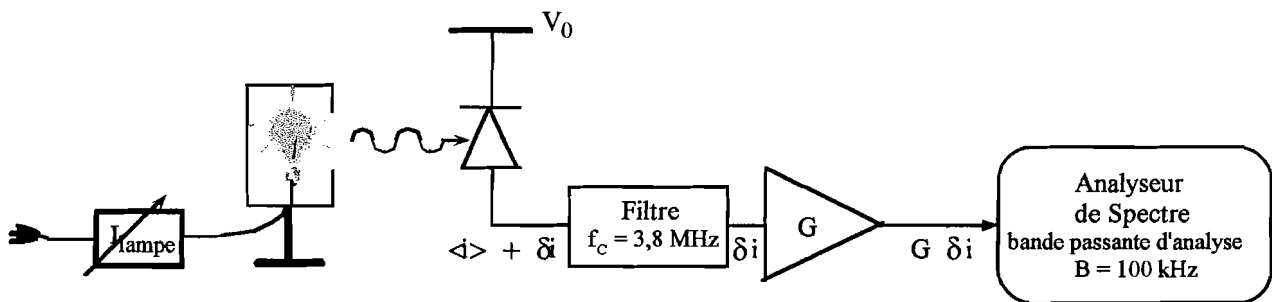


Figure III-12 : On détecte les photons émis par une lampe blanche dont on peut faire varier le courant d'alimentation. Le filtre RC (passe haut) ne laisse passer que les fluctuations du photocourant qui sont amplifiées puis analysées sur une bande  $B$  de 100 kHz par un analyseur de spectre. Le but ici, étant de vérifier la loi de SCHOTTKY sur les photodétecteurs que nous utilisons : le bruit de photons mesuré doit valoir  $2e \langle i \rangle B$ .

On suppose que les bruits sur la chaîne de détection envisagée, sont indépendants. Ainsi la puissance de bruit totale mesurée (en courant) s'écrit comme la somme quadratique du bruit de photon  $\delta i_{SN}^2$ , du bruit électronique  $\delta i_{elect}^2$  et du bruit de l'analyseur de spectre  $\delta i_{AS}^2$  :

$$\delta i_{mes}^2 = G^2 \delta i_{SN}^2 + G^2 \delta i_{\text{elect}}^2 + \delta i_{AS}^2 \quad (\text{III-3})$$

où  $G$  est le gain de l'amplificateur placé avant l'analyseur de spectre.

En pratique, on mesure des tensions, en utilisant une résistance de mesure  $R_{mes}$ . Et  $\delta i_{SN}$  vaut  $\sqrt{2e\langle i \rangle B}$  où  $e$  est la charge d'un électron,  $\langle i \rangle$  le photocourant moyen détecté et  $B$ , la bande passante d'analyse sur l'analyseur de spectre. On peut en outre négliger le bruit de l'analyseur de spectre qui se situe typiquement 15 dB, en dessous des autres bruits. Alors, l'équation (III-3) s'écrit en tension :

$$\delta v_{mes}^2 = R_{mes}^2 \delta i_{mes}^2 = R_{mes}^2 G^2 2e\langle i \rangle B + \delta v_{\text{elect}}^2 \quad (\text{III-4})$$

A une fréquence d'analyse fixée  $f_B$ , la puissance de bruit électronique  $\delta v_{\text{elect}}^2$  est constante. On a donc :

$$\delta v_{mes}^2 - \delta v_{\text{elect}}^2 = \kappa \langle i \rangle \quad (\text{III-5})$$

avec  $\kappa = 2eBR_{mes}^2 G^2$  qui dépend de  $f_B$  via le gain de l'amplificateur.

Pour  $f_B = 5$  MHz et 10 MHz, nous avons vérifié que les détecteurs employés avaient un comportement linéaire vis à vis du photocourant moyen  $\langle i \rangle$  suivant la loi (III-5).

### I.2.2 Les lasers

Toute la théorie de la mesure QND (cf. partie B du chapitre I) repose sur le fait que les champs SIGNAL et MESURE sont des **états cohérents indépendants**. Le fait que les deux faisceaux sont issus de deux lasers Saphir dopés titane distincts nous assure de leur indépendance. Par contre nous devons vérifier que ce sont deux états cohérents et pour cela vérifier que leurs fluctuations d'amplitudes sont au bruit de photons standard.

Pour ces mesures, nous avons utilisé les détecteurs présentés juste au-dessus et remplacé, dans le schéma III-12, la lampe blanche par nos deux lasers, successivement. Nous avons pu établir l'importance du laser argon et en particulier de la structure transverse de ses modes sur le pompage. Lorsque l'excitation n'est pas monomode transverse, la courbe de bruit des lasers Ti:Sa peut se situer au dessus du bruit de photons ; la courbe de référence étant donnée par le spectre de bruit de la lampe blanche pour un courant identique sur le photodétecteur. Nous avons constaté qu'en changeant la dimension utile du faisceau argon, on pouvait modifier l'allure du spectre de bruit. Nous avons donc fermé son diaphragme de sortie jusqu'à ce que l'on ait un niveau de bruit sur l'analyseur de spectre correspondant au bruit de photons standard, compatible avec une puissance maximale en sortie des lasers Ti:Sa.

Nous avons ainsi obtenu un bruit blanc caractéristique

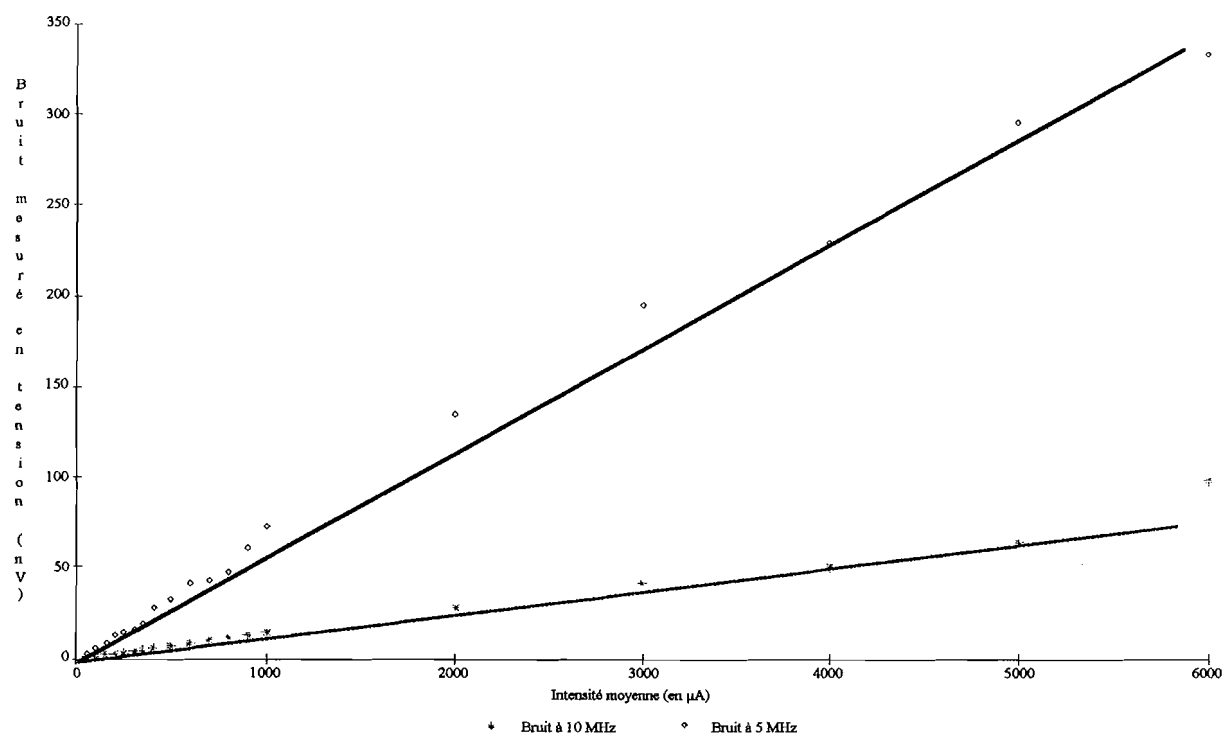


Figure III-13 : Courbes montrant la linéarité des détecteurs pour des fréquences d'analyse du bruit de 5 MHz et 10 MHz. On trace la tension de bruit détectée en fonction du courant moyen.


- pour des fréquences d'analyse du bruit, typiquement au dessus de 3 MHz, afin d'éliminer les bruits techniques, basse fréquence, du laser
- et pour un diaphragme de 8 (sur une échelle de 1 à 10) en sortie du laser de pompe.

### I.3 Dispositif utilisé

Toutes les étapes préliminaires à la réalisation de la mesure QND ont été concluantes, comme nous l'avons montré jusqu'ici. Nous présentons maintenant l'ensemble du dispositif sur la figure III-14.

Nous avons établi (cf. paragraphe I-2-2) que, compte-tenu des niveaux hyperfins utilisés, la configuration de polarisation optimale du point de vue du couplage non linéaire correspond à des polarisations des champs SIGNAL et MESURE, **linéaires orthogonales**  $lin \perp lin$ .

Le faisceau SIGNAL, injecté dans la cavité, ressort par le miroir entrée-sortie ( $R = 95\%$ ) sur la même voie. Le faisceau réfléchi est séparé du faisceau incident par le cube  $CSP_1$  après passage dans un rotateur de Faraday qui tourne la polarisation linéaire initiale de  $90^\circ$ . On détecte ensuite directement ses fluctuations d'amplitude, information que l'on cherche également à connaître par la mesure QND.

Le trajet optique du faisceau MESURE est pratiquement identique. Le faisceau réfléchi est éjecté par le  $CSP_3$  suivant le même principe que pour le SIGNAL. Ce cube sert également à le recombiner à l'oscillateur local (prélevé par  $CSP_2$ ) de la détection interférométrique qui va permettre de détecter la quadrature phase du faisceau MESURE sur laquelle est apparue l'information de mesure QND. Sur cette portion, les polarisations de l'OL et du faisceau MESURE réfléchi sont strictement perpendiculaires. La lame demi-onde ( $\lambda/2$  à  $45^\circ$ ) mélange les deux polarisations et on peut observer les franges d'interférences sur les deux photodiodes  $PhD_1$  et  $PhD_2$ , comme nous l'avons vu en détail dans le paragraphe I-1-2. Les fluctuations des courants issus de ces détecteurs sont ensuite visualisées sur un analyseur de spectre radiofréquence après avoir été recombinées linéairement au moyen d'un "power combiner"  $0/180^\circ$  *MiniCircuits* (  sur la figure III-14).

Par ailleurs, l'intensité intracavité des deux champs est suivie de façon continue et simultanée grâce aux fuites à travers le miroir supérieur de la cavité ( $R_{max}$ ), comme dans la section B-III du chapitre II. On peut préciser néanmoins qu'étant donnée la faiblesse des puissances détectées par les photomultiplicateurs, nous avons interposé des filtres interférentiels centrés sur  $\lambda = 795$  nm (avec un taux de transmission d'environ 60 % et une largeur de 10 nm) afin de supprimer le fond continu de fluorescence du piège (à  $\lambda = 780$  nm).

Enfin, soulignons que la principale difficulté technique de ce montage expérimental provient de la minimisation de chaque perte possible de manière à se rapprocher de l'efficacité quan-

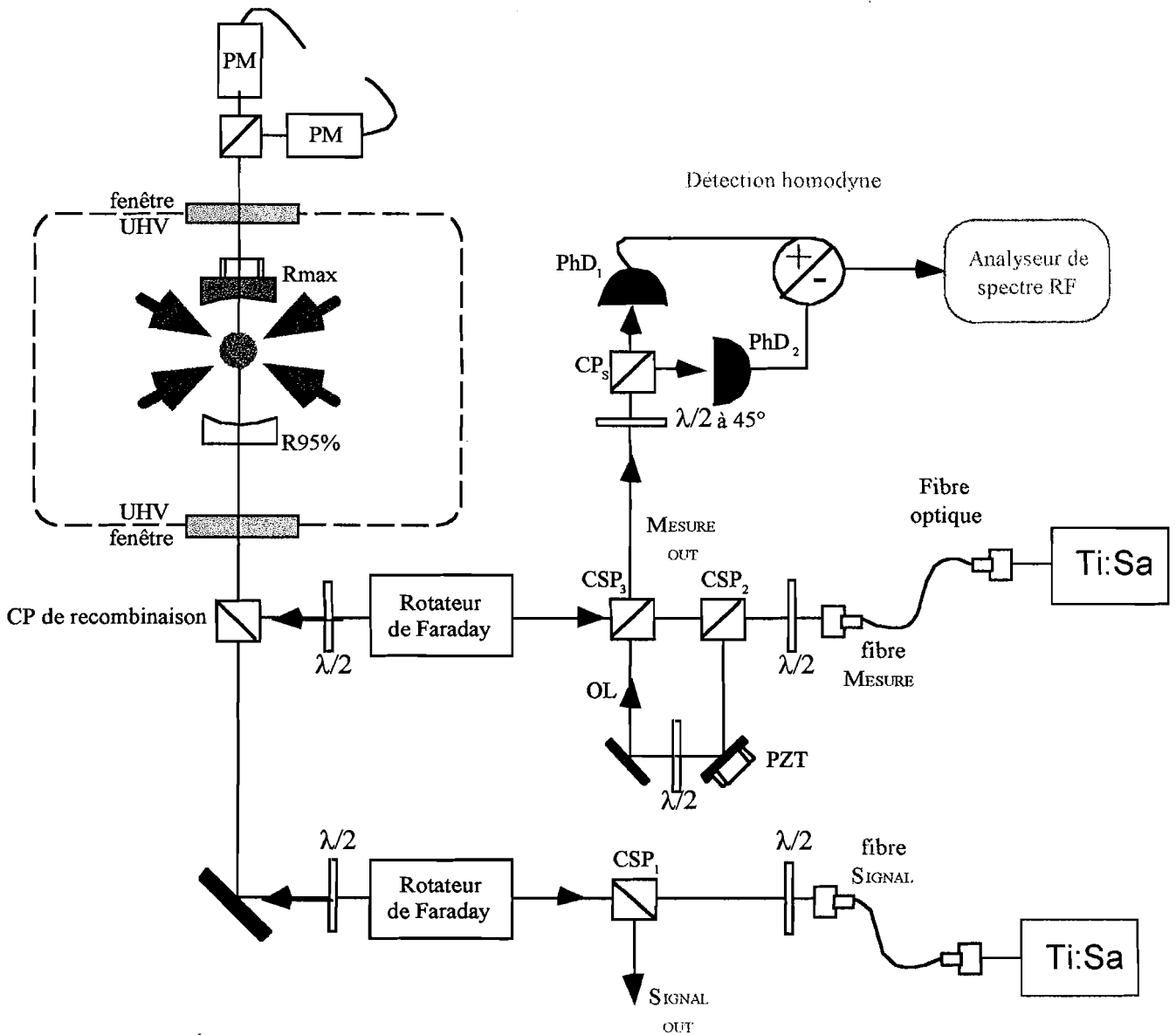


Figure III-14 : Dispositif expérimental permettant de coupler les deux faisceaux SIGNAL et MESURE dans la cavité optique en configuration  $lin \perp lin$ . Les quadratures amplitude pour la SIGNAL, et phase, pour la MESURE sont détectées sur un analyseur de spectre RF, après avoir été réfléchis par la cavité.



tique maximale. **Tout écart, par rapport à cette valeur idéale, a pour conséquence immédiate la diminution des corrélations quantiques.**

Mettons quelques chiffres sur notre expérience :

- l'adaptation au mode  $TEM_{00}$  de la cavité est réalisée avec une efficacité  $\eta^{cav}$  supérieure à 99 % ; ces pertes seront donc négligeables.
- l'efficacité quantique des photodiodes est  $\eta^{phd} = 92$  %.
- le contraste des franges d'interférence de la détection homodyne atteint typiquement  $\mathcal{V} = 96$  %.
- la transmission de tout le système optique est évaluée à  $\beta^{prop} = 90$  % (comme on le verra au paragraphe II.1 de ce chapitre).

Pour conclure, nous rappelons l'ensemble des paramètres (intensité - désaccord) pour les faisceaux utiles à l'expérience et qui apparaissent sur le schéma récapitulatif des niveaux III-8.

#### - Piège sombre

- \* faisceaux pièges :  $I = 25 \text{ mW.cm}^{-2}$  et  $\Delta_{piège} = -4\Gamma_{at}$
- \* repompeur :  $I_{centre} = 10 \text{ } \mu\text{W.cm}^{-2}$  et  $I_{couronne} = 200 \text{ } \mu\text{W.cm}^{-2}$  et  $\Delta_{rep} = 0$

#### - Mesure QND

- \* SIGNAL :  $\Omega_S = 40\gamma_{at}$  (soit  $15 \text{ } \mu\text{W}$  à l'entrée de la cavité) et  $\Delta_S = 0$
- \* MESURE :  $\Omega_M = 5\gamma_{at}$  (soit  $250 \text{ nW}$  à l'entrée de la cavité) et  $\Delta_M = -50\gamma_{at}$ .

## II Mesure des coefficients de transfert : $T_s$ et $T_m$

### II.1 Application potentielle

Nous avons présenté dans le premier chapitre de ce mémoire (paragraphe V-2-2), les coefficients de transfert de façon un peu formelle. Nous allons illustrer maintenant ces deux critères QND par une application potentielle d'une mesure QND en optique.

On peut en effet considérer l'intérêt d'une telle mesure dans un réseau de télécommunication par voie optique. Dans ce contexte, l'information, transportée par une porteuse, consiste en une modulation de l'intensité d'un faisceau lumineux.

Une succession d'utilisateurs, placés en série sur la ligne de télécommunication, souhaite obtenir une reproduction la plus **fidèle** possible de l'information transportée par le SIGNAL (voir figure III-15). Dans le même temps, celle-ci ne doit pas être **dégradée** car le message doit rester accessible aux utilisateurs suivants avec la même qualité.

Il apparait clairement que les deux propriétés importantes, dans ce cadre, sont :

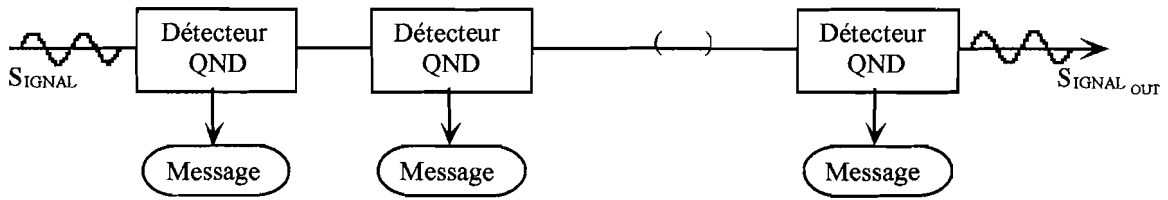


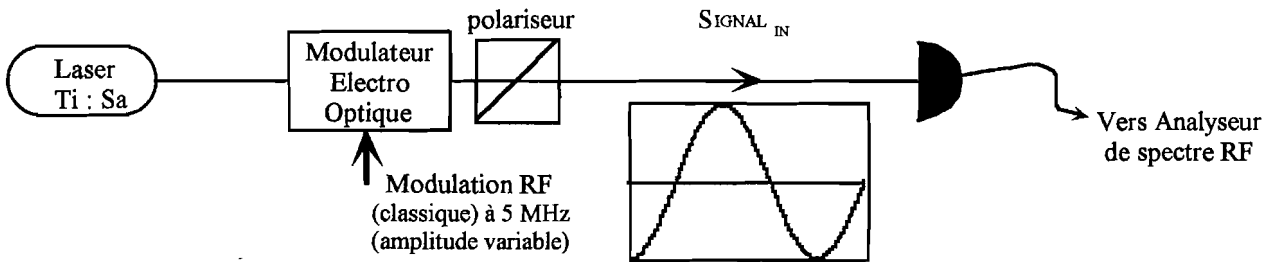
Figure III-15 : Représentation schématique d'une chaîne d'utilisateurs potentiels de la ligne. Grâce à l'utilisation d'un dispositif de mesure QND, ils ont accès à l'information transporté par le "SIGNAL" sous la forme d'un "MESSAGE". Le SIGNAL continue alors de se propager jusqu'à l'utilisateur suivant sans avoir subi de dégradation.

- (1) de bien mesurer le SIGNAL,
- (2) de ne pas le dégrader lors de la MESURE ; comme nous pouvons le représenter sur la figure suivante.

## II.2 Méthode expérimentale

Nous allons voir maintenant de quelle manière on mesure effectivement  $T_S$  et  $T_M$ . Rappelons tout d'abord qu'ils sont définis par les équations (I-76) et (I-77) comme des rapports de Rapports Signal à Bruit ( $RSB$ ). Ils expriment donc le transfert de  $RSB$  du signal entrant vers les voies de sortie du dispositif de mesure QND.

On commence donc par mesurer le  $RSB$  du SIGNAL entrant. Pour cela, on applique une modulation radiofréquence (RF) sur un modulateur électrooptique à la fréquence typique de 5 MHz. De ce fait, le SIGNAL entrant est modulé classiquement avec une amplitude que l'on peut choisir (voir figure ci-dessous).



**Remarque :** En réalité, après son passage dans le modulateur électro optique, le faisceau laser est couplé dans une fibre et amené jusqu'au marbre de l'expérience proprement dite, comme sur la photo III-10. Ainsi avant d'être effectivement détecté, le faisceau SIGNAL effectue un aller-retour dans la cavité, comme sur le schéma III-14. Cependant, pour cette mesure initiale, le piège est supprimé en coupant le champ magnétique quadrupolaire. Nous parlerons donc de SIGNAL sortant sans atomes.

Après amplification, la composante RF du photocourant est visualisée sur un analyseur de spectre radiofréquence. Le  $RSB_{IN}^S$  apparaît alors directement en decibels ( $dB$ ). En effet, dans ces conditions, le bruit de photons standard, normalisé, on l'a vu, à la valeur 1, correspond à

0 dB. Pour une amplitude de modulation appliquée de 20 dB au dessus du bruit de photons, le  $RSB_{IN}^s$  est donnée par la différence  $20\text{ dB} - 0\text{ dB} = 20\text{ dB}$ .

Pour connaître le transfert de  $RSB$ , on réalise la même mesure sur le SIGNAL sortant et la MESURE sortante après le couplage dans le dispositif de mesure QND (voir figure III-16).

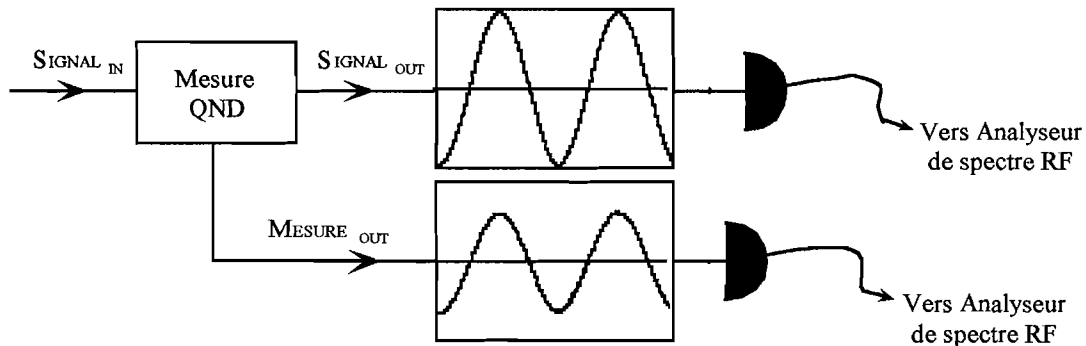


Figure III-16 : Le signal entrant passe dans le dispositif de mesure QND. En sortie du dispositif, le signal est à nouveau détecté, ce qui permet de mesurer le  $RSB_{OUT}$  sur la voie SIGNAL. Via, la détection interférométrique sensible à la phase, on fait la même chose sur la voie MESURE pour obtenir  $RSB_{OUT}$  (MESURE). Le transfert de rapport signal à bruit est donné par le rapport des  $RSB_{OUT}/RSB_{IN}$ , ce qui correspond à leur **différence** lorsqu'ils sont exprimés en décibels (dB) comme ici.

### II.3 Résultats obtenus

La modulation d'intensité, à 5 MHz, appliquée sur le faisceau SIGNAL incident est d'environ 20 dB au-dessus du bruit de photons. Le spectre du SIGNAL sortant sans atome correspond alors à la courbe gaussienne représentée sur la figure III-17. Le Rapport Signal à Bruit ( $RSB$ ) est donné directement par la hauteur du pic, sur l'échelle logarithmique en décibel, par rapport au niveau 0 dB qui correspond au spectre blanc du bruit de photons standard de notre faisceau laser. La présence des atomes ne modifie pas l'allure du spectre observé. Par conséquent, la dégradation du SIGNAL est uniquement due aux pertes optiques que l'on a évaluées expérimentalement. On estime, de cette façon, la diminution du  $RSB$  en sortie du dispositif à 0,5 dB ( $= -10 \log(\beta^{prop})$ ), d'où :

$$T_S = 0,9 \quad (\text{III-6})$$

**Remarque :** En pratique, on n'observe pas ce résultat sur l'analyseur de spectre puisque le  $SIGNAL_{IN}$  et le  $SIGNAL_{OUT}$  effectuent le même trajet optique avant d'être détectés. En fait, on prend en compte les pertes optiques par une correction a posteriori. Par contre, si le milieu non linéaire présentait de l'absorption, on mesurerait sur l'analyseur de spectre une réduction du  $RSB$  à laquelle il faudrait

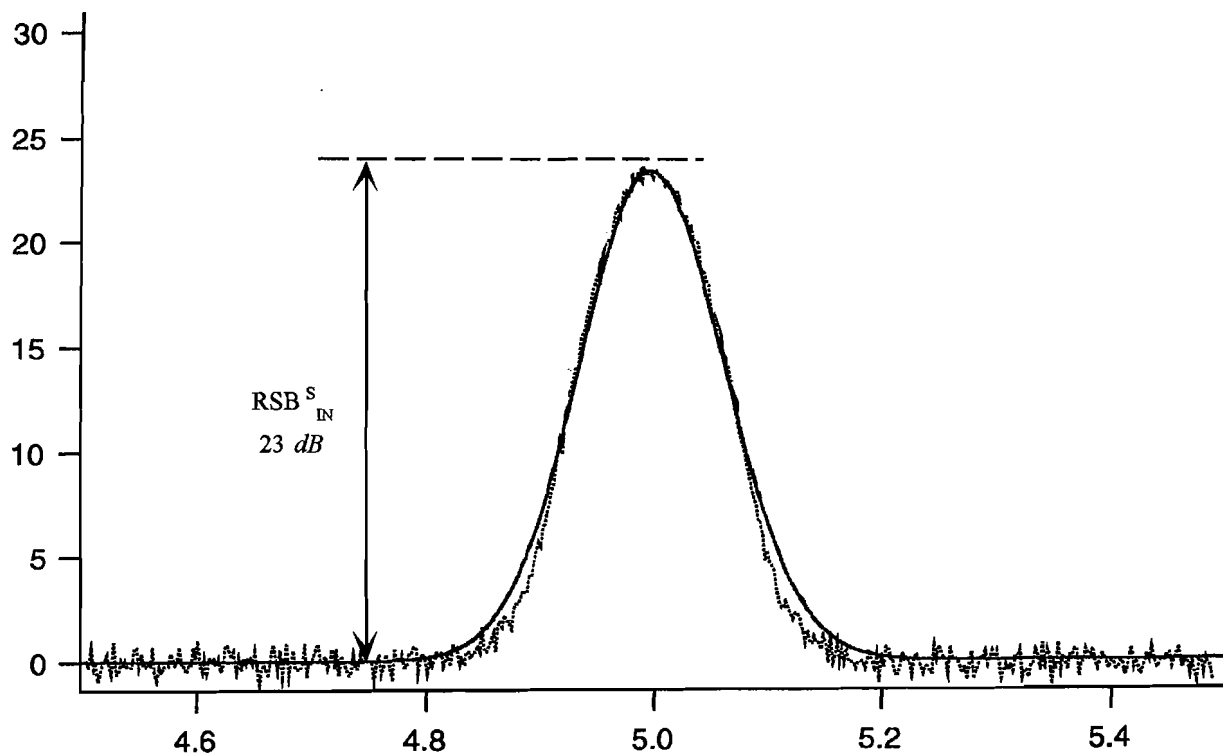


Figure III-17 : Mesure du coefficient de transfert  $T_s$ . On ne distingue pas de différence sur l'analyseur de spectre entre la courbe obtenue en présence d'atomes, de celle obtenue en leur absence. Le nuage d'atomes froids est donc bel et bien transparent pour le faisceau SIGNAL (pas d'absorption). Par contre, étant donné la procédure de mesure utilisée, la prise en considération des  $0,5\text{ dB}$  d'imperfections des éléments optiques du montage expérimental (liés à  $\beta^{prop} = 90\%$ ) s'effectue **a posteriori**.

ajouter les 0,5 dB de pertes optiques.

La courbe III-18 donne le transfert de  $RSB$  sur le faisceau MESURE. Les franges sont dues au balayage de la détection homodyne. On a vu que l'enveloppe supérieure correspondait à la détection des fluctuations de la quadrature phase ( $\Theta = \pi/2$ ). L'amplitude de l'enveloppe gaussienne donne le transfert de  $RSB$  sur la voie MESURE ; et, le paramètre  $T_M$  est obtenu par la différence (en échelle logarithmique) entre le  $RSB_{IN}^S$  (ramené à l'entrée) et le  $RSB_{OUT}^M$ , soit 1,9 dB, d'où :

$$T_M = 0,65 \quad (\text{III-7})$$

**Remarque :** L'utilisation d'une lame séparatrice de transmission  $T_S$  (soit 90 %) nous aurait donné, au mieux,  $T_M^{LS} = 0,1$ . Notre dispositif QND propose donc une nette amélioration de la mesure par rapport à un appareil de mesure classique.

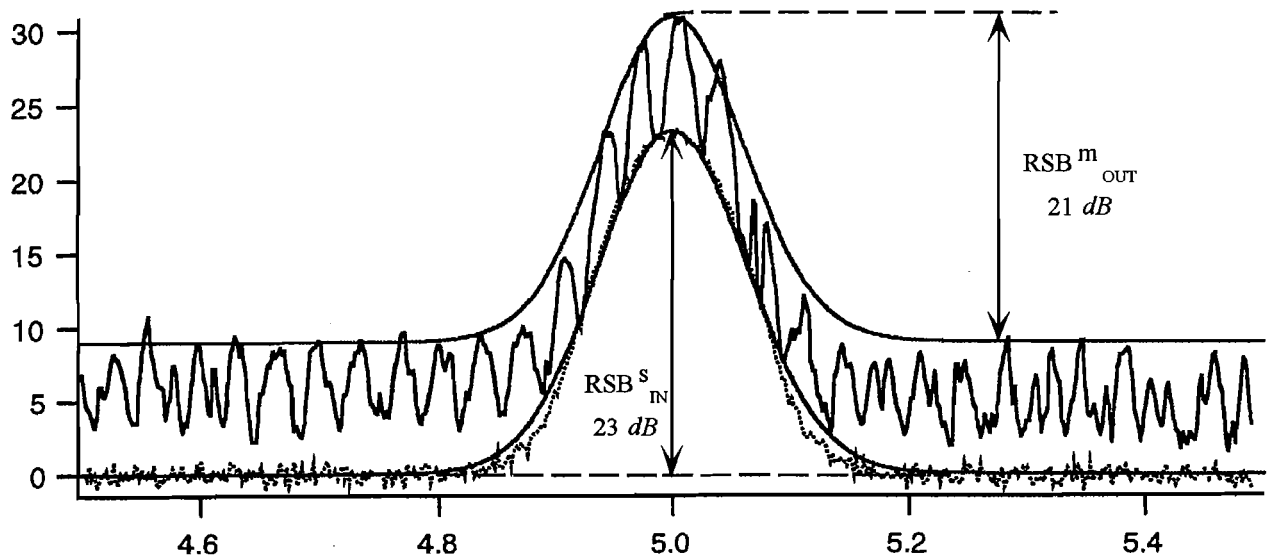


Figure III-18 : Mesure du coefficient de transfert  $T_M$ , à partir d'une modulation classique à 5 MHz appliquée sur le faisceau SIGNAL. Durant cette mesure, la cavité optique est maintenue à une longueur fixe correspondant à la résonance simultanée des faisceaux SIGNAL et MESURE. Les franges que l'on peut voir sur la composante RF du photocourant "MESURE" sont dues au balayage continu de la détection homodyne.

D'après (III-6) et (III-7), la somme des coefficients de transfert de notre dispositif de mesure QND vaut :

$$T_S + T_M = 1,55 \quad (\text{III-8})$$

Il dépasse nettement le domaine classique. On peut le situer dans la classe des dupicateurs quantiques (au sens où  $T_S + T_M \geq 1$ ).

### III Mesure de la variance conditionnelle

#### III.1 Seconde application possible d'une mesure QND en optique

Comme pour les coefficients de transfert, nous allons illustrer le troisième critère QND à travers l'application suivante.

Il peut être intéressant de réaliser une mesure QND du bruit de photons d'un faisceau afin de réduire ses fluctuations. En effet, un bruit connu n'est plus un bruit puisqu'au moyen d'une boucle d'asservissement on peut le diminuer et donc s'en affranchir (voir figure III-19).

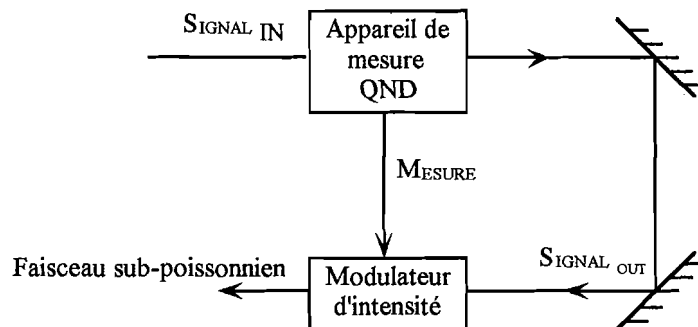


Figure III-19 : Application d'une mesure QND à l'obtention d'un faisceau subpoissonnier : l'état cohérent initial devient un état comprimé pour la quadrature amplitude grâce à la mesure QND des fluctuations quantiques d'intensité du faisceau SIGNAL. L'information de mesure est ici envoyée sur un modulateur d'intensité qui "régule" le bruit de photons initial.

Cependant, la bonne marche de ce système d'asservissement dépend des corrélations quantiques entre les deux voies de sortie du dispositif QND. On vérifie que cette correction est efficace grâce à la mesure de la corrélation quantique  $C_{sm}$ , autrement dit de la variance conditionnelle, notée  $V_{S|M}$  (définition (I-64)).

#### III.2 Comment procède-t-on en pratique ?

On ne réalise pas exactement le montage de la figure III-19 afin de ne pas compliquer encore le dispositif expérimental. Par contre, on va mesurer les fluctuations quantiques sur les deux voies de sortie. Et, après soustraction "électronique", on comparera le bruit résiduel au bruit de photon du SIGNAL sortant seul.

Pour cela, on détecte directement les faisceaux en sortie du dispositif QND à l'aide de photodiodes. Les fluctuations  $\delta i_S$  et  $\delta i_M$  des deux photocourants reproduisent alors les fluctuations

de la quadrature amplitude pour le SIGNAL et de la quadrature phase pour la MESURE. Leur coefficient de corrélation  $C_{sm}$  est donné par :

$$C_{sm}^2 = \frac{|\langle \delta i_S \delta i_M \rangle|^2}{\langle \delta i_S \delta i_S \rangle \langle \delta i_M \delta i_M \rangle} \quad (\text{III-9})$$

**Remarque :** Pour être plus juste, le photocourant  $\delta i_M$  mesure les fluctuations de phase du faisceau pour des valeurs bien précises de  $\Theta$ , le déphasage de l'oscillateur local. Ainsi, on a :

$$\delta i_M = \delta X_M \cos \Theta + \delta Y_M \sin \Theta \quad (\text{III-10})$$

d'après l'équation (I-29), page 23 où l'on note  $\delta X_M$ , le bruit de photons et  $\delta Y_M$ , le bruit de phase du faisceau MESURE. Donc, lors du balayage de la détection homodyne, on passe de la détection du bruit de phase ( $\Theta = \pi/2$  ou  $3\pi/2$ ) à celle du bruit d'amplitude ( $\Theta = 0$  ou  $\Theta = \pi$ ) de façon continue. Néanmoins, nous supposons pour l'instant que  $\delta i_M$  correspond seulement au bruit de phase du faisceau MESURE.

Par ailleurs, pour simplifier l'écriture, on a supposé que les deux quantités  $\delta i_S$  et  $\delta i_M$  étaient en phase. Or, sur l'expérience, on a introduit, sur la voie MESURE, une ligne à retard. Celle-ci permet d'ajouter électroniquement, si besoin est, un déphasage sur  $\delta i_M$  afin de le mettre en phase avec  $\delta i_S$ . Ensuite, on fait la soustraction électronique entre  $\delta i_S$  et  $\delta i_M$  après avoir appliqué à ce dernier un gain  $G_m$  (voir figure III-20).

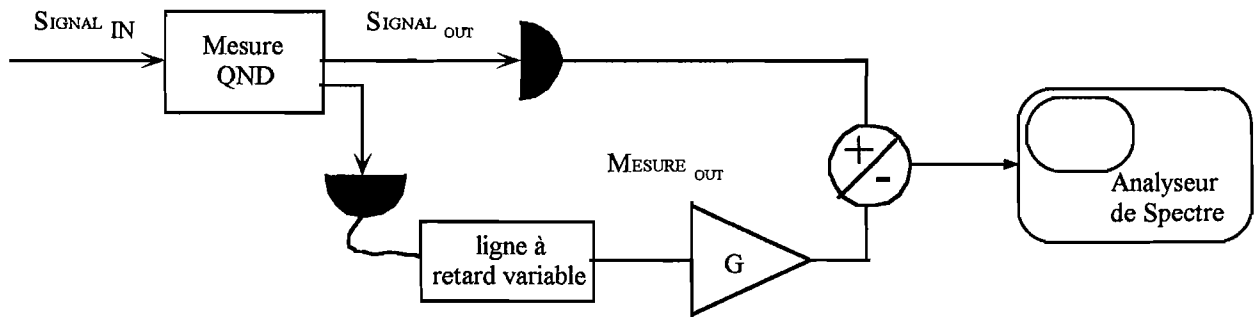


Figure III-20 : Mesure expérimentale de la variance conditionnelle. On détecte directement les fluctuations du SIGNAL sortant  $\delta i_S$ . Le bruit de phase de la MESURE sortante est également détecté donnant naissance à un photocourant  $\delta i_M$ . Celui-ci est mis en phase avec  $\delta i_S$  à l'aide d'une ligne à retard que l'on peut ajuster. Après avoir été multiplié par un gain également ajustable,  $\delta i_M$  est soustrait à  $\delta i_S$ . Et, le résultat est envoyé sur un analyseur de spectre.

Le choix de la valeur de  $G_m$  n'est pas dû au hasard. On peut montrer en effet [12] que le niveau de bruit après recombinaison (c'est à dire la quantité  $\delta i_S - G_m \delta i_M$ ) est minimal pour  $G_m = \sqrt{\frac{V(X_S)}{V(Y_M)}} C_{sm}$  où  $V(X_S)$  est la variance de la quadrature amplitude du SIGNAL et  $V(Y_M)$ , la variance de la quadrature phase de la MESURE. Lorsque  $G_m$  est optimisé, la variance du

photocourant de recombinaison  $\langle \delta i_S | M \delta i_S | M \rangle$  vaut alors :

$$\langle \delta i_S \delta i_S \rangle (1 - C_{sm}^2) \quad (\text{III-11})$$

où l'on reconnaît, d'après l'équation (I-66), (p. 45), l'expression de la variance conditionnelle,  $V_{S|M}$ . Elle donne, rappelons le, la variance des fluctuations du SIGNAL qui **restent inconnues après la mesure**.

### III.3 Valeurs mesurées

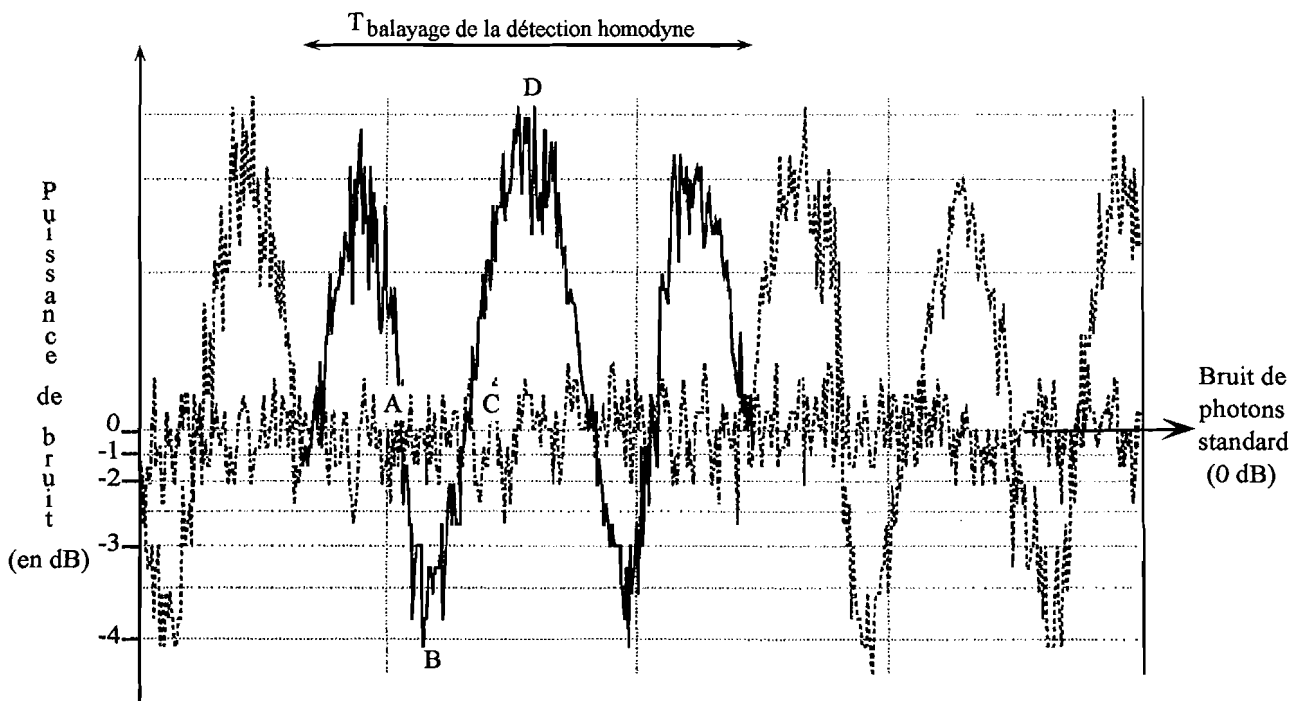


Figure III-21 : Courbe expérimentale donnant la variance conditionnelle en  $dB$ . Le bruit de photons est la référence à  $0\text{ dB}$ . Les quatre points (A, B, C et D) qui apparaissent sur la courbe sont explicités dans le texte.

Le résultat est donnée sur la figure III-21. Là encore, le niveau de bruit du SIGNAL sortant correspond à  $0\text{ dB}$  (de par la normalisation à 1 du bruit de photons standard). La réduction de bruit observée est de  $3,5\text{ dB}$  soit une variance conditionnelle :

$$V_{S|M} = 0,45 \quad (\text{III-12})$$

**Remarque :** Il peut sembler étrange d'observer une variance conditionnelle "variable" au cours du temps. Cela provient du fait que durant cette mesure, la phase de l'oscil-



lateur local sur la détection homodyne est balayée sur une période typique de l'ordre de la seconde ; la céramique piezoélectrique n'étant pas capable de produire un déplacement linéaire du miroir à des fréquences supérieures à quelques Hz. En effet, d'après l'équation (III-10), on a :

$$\delta i_{S|M} = \delta X_S - G_m \delta X_M \cos \Theta - G_m \delta Y_M \sin \Theta \quad (\text{III-13})$$

où l'on note plus explicitement  $\delta X_S$  le bruit de photons du SIGNAL sortant.

Sur une période de balayage, la valeur de  $\Theta$  varie typiquement, on va le voir, de  $-\pi$  à  $4\pi$ . Nous allons regarder plus particulièrement quatre valeurs de  $\Theta$  correspondant aux points A, B, C et D de la figure III-21.

Pour :

- $\Theta \equiv 0 [2\pi]$ ,  $\delta i_{S|M} = \delta X_S - G_m \delta X_M$  (point A)
- $\Theta \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ ,  $\delta i_{S|M} = \delta X_S - G_m \delta Y_M$  (point B) qui conduit avec la valeur de  $G_m$  optimale à la mesure de  $V_{S|M}$ .
- $\Theta \equiv \pi [2\pi]$ ,  $\delta i_{S|M} = \delta X_S + G_m \delta X_M$  (point C). Du point de vue de la puissance de bruit, cela correspond à la même valeur qu'au point A, car les deux bruits de photons SIGNAL et MESURE ( $\delta X_S$  et  $\delta X_M$ ) ne sont pas corrélés. Ils vont donc s'additionner quadratiquement, dans les deux cas ( $\Theta = 0$  et  $\Theta = \pi$ ).
- $\Theta \equiv \frac{3\pi}{2} [2\pi]$ ,  $\delta i_{S|M} = \delta X_S + G_m \delta Y_M$  (point D).

Ainsi, sur la figure III-21, les "bosses" (comme le point D) correspondent à une addition de l'information ; tandis que les "creux" (point B) correspondent à une soustraction.

## Conclusion

La variance conditionnelle mesurée :  $V_{S|M} = 0,45$  signifie que plus de 50 % (55 % exactement) des fluctuations quantiques de la MESURE constituent une reproduction fidèle des fluctuations d'amplitude du faisceau SIGNAL. Notre dispositif expérimental se classe donc parmi les préparateurs d'états quantiques ( $V_{S|M} \leq 1$ ). La somme des coefficients de transfert :  $T_S + T_M = 1,55$  l'avait déjà placé parmi les duplicateurs quantiques. La conjonction des deux en fait un dispositif de mesure QND très efficace. Nous pouvons donc ajouter un nouveau point dans le quadrant des mesures QND (voir figure III-22).

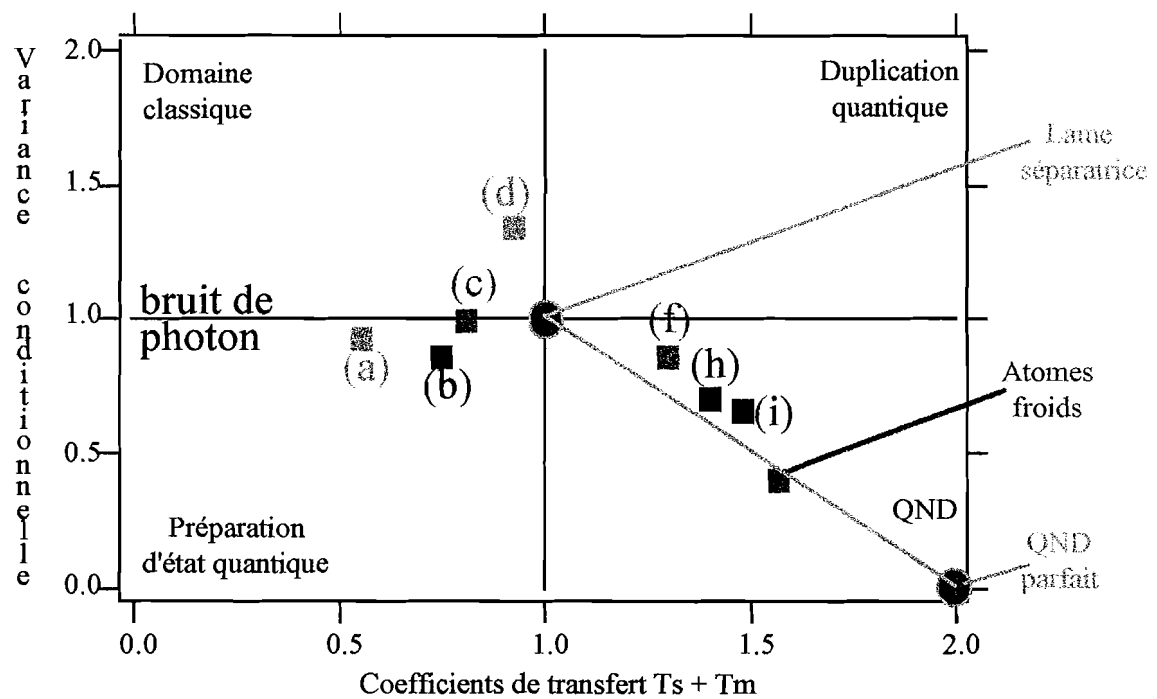


Figure III-22 : Le point ( $T_S + T_M = 1,55$  et  $V_{S|M} = 0,45$ ) correspondant à l'expérience décrite dans ce mémoire a été ajouté. On peut noter que ce point est situé pratiquement sur la droite du modèle paramétrique. La valeur de  $V_{S|M}$  est en effet très voisine de  $(1 - T_S T_M)$  qui vaut 0,415. Dans la configuration de niveaux envisagée, le nuage d'atomes froids se comporte donc, pour ainsi dire, comme un milieu Kerr idéal.



# PARTIE C : Comparaison des résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques d'un modèle à trois niveaux

Ce travail a été effectué en collaboration avec Alice SINATRA du groupe de professeur L.LUGIATO à Milan. La modélisation théorique, présentée ici, correspond à une partie de sa thèse [50] soutenue en Italie le 28 Février 1997.

Avant de reproduire l'article qui reprend l'ensemble de ces résultats, nous rappelons brièvement les différents paramètres qui interviennent dans les calculs. Mais l'essentiel de l'analyse théorique se trouvera dans cet article. En section C-II, nous comparerons les résultats théoriques à ceux de l'expérience. Ceci sera précédé d'une correction sur les résultats expérimentaux de la partie B, qui nous le verrons, ne peuvent être directement comparés aux valeurs issues du calcul théorique.

## I Analyse théorique

L'analyse théorique prend explicitement en compte les contraintes imposées par la présence d'une cavité optique et la configuration atomique utilisée. Le couplage dans le système en  $\Lambda$  fait apparaître des effets de bistabilité à deux photons. Alice SINATRA a développé de nouveaux programmes informatiques permettant de modéliser numériquement l'état stationnaire des champs intracavité ainsi que le couplage quantique entre les deux faisceaux. Ainsi par rapport à la référence [42] le problème est traité à partir des champs **extracavités** (i.e. injectés), que l'on peut directement évaluer sur le montage expérimental, et non, à partir des champs intracavités. Les résultats seront donc plus facilement exploitables lors d'une expérience.

### I.1 Les notations

On considère un milieu d'atomes immobiles à trois niveaux, notés  $|a\rangle$ ,  $|b\rangle$  et  $|c\rangle$  comme sur la figure III-23 et correspondent à deux transitions de fréquences  $\omega_{ac}$  et  $\omega_{bc}$ . Les atomes sont excités par deux lasers de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , dont les désaccords à résonance valent respectivement :  $\delta_1 = \omega_{ac} - \omega_1$  et  $\delta_2 = \omega_{bc} - \omega_2$ .

On note  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ , les temps de vie des cohérences, encore appelés demi-largeurs naturelles du niveau excité  $|c\rangle$  vers les niveaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  respectivement. On peut alors définir une demi largeur naturelle moyenne du niveau excité  $|c\rangle$  :

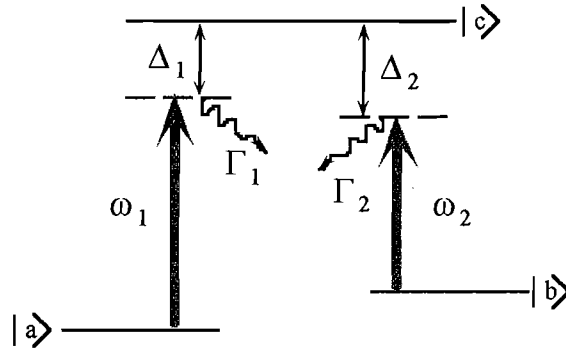


Figure III-23 : Système en  $\Lambda$  envisagé pour la modélisation. Notons que cela correspond à un schéma de transitions fantôme. Mais ici, la présence de la cavité optique sera prise en compte. Les résultats du calcul numérique seront donc plus proches de la réalité expérimentale.

$$\gamma_m = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \quad (\text{III-14})$$

permettant de normaliser les désaccords  $\delta_i$  :

$$\Delta_1 = \frac{\delta_1}{\gamma_m} \quad \text{et} \quad \Delta_2 = \frac{\delta_2}{\gamma_m} \quad (\text{III-15})$$

**Remarque :** La définition (III-15) est assez inhabituelle au sens où des valeurs positives de  $\Delta$  correspondent à des désaccords rouges ( $\omega_{atomique} > \omega_{laser}$ ).

L'ensemble est placé dans une cavité optique en anneau<sup>17</sup> de longueur  $L$  (voir figure III-24). Pour chaque champ laser  $i$  ( $i = 1, 2$ ), on se place au voisinage d'un mode propre de la cavité de fréquence  $\omega_{ci}$ . On note alors  $\delta_{ci} = \omega_{ci} - \omega_i$ , le désaccord en fréquence entre le laser  $i$  et le mode de la cavité le plus proche ; et  $\theta_i = \frac{\delta_{ci}}{\kappa_i}$ , les désaccords normalisés à la bande passante<sup>18</sup> de la cavité pour chaque champ :

$$\kappa_i = \frac{T_i}{2\tau_c} \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (\text{III-16})$$

où  $\tau_c$  est le temps de parcours de la cavité des deux champs lasers et vaut donc  $L/c$ .

Par ailleurs, on caractérise le couplage entre le milieu atomique et le champ laser  $i$  par une **coopérativité atomique** (cf. équation (I-35), p. 27) :

$$C_i = \frac{Ng_i^2}{\kappa_i \gamma_m} \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (\text{III-17})$$

<sup>17</sup> La structure d'ondes stationnaires, induite par notre cavité linéaire, n'est donc pas pris en compte. Par contre, la cavité n'ayant qu'un miroir de couplage entrée-sortie, elle pourra être modélisée, en première approximation, par une cavité en anneau.

<sup>18</sup>  $1/\kappa_i$  est le temps de vie du champ "i" dans la cavité, à comparer éventuellement à la durée de vie du niveau excité de la transition atomique considérée

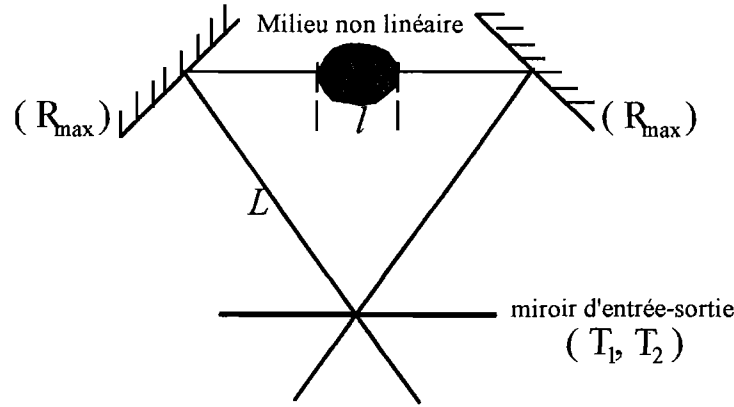


Figure III-24 : Schéma de la cavité en anneau. La longueur sur un tour complet vaut  $\mathcal{L}$ . Les deux champs lasers injectés dans la cavité (de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$ ) traversent le milieu atomique sur une distance  $l$ . La cavité ne présente qu'un seul miroir de couplage entrée-sortie et on note sa transmission pour chaque faisceau  $T_1$  et  $T_2$ , respectivement.

Enfin, les intensités intracavités,  $I_i$ , seront données par le carré des fréquences de Rabi normalisées à  $2\gamma_m$ , soit  $\Omega_i$  d'où  $I_i = |\Omega_i|^2$  avec :

$$\Omega_i = \frac{2g_i}{\gamma_m} \langle \hat{a}_i \rangle \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (\text{III-18})$$

avec  $\langle \hat{a}_i \rangle = \sqrt{n_i}$  : racine carrée du nombre de photons pour le champ  $i$  ( $i = 1, 2$ ).

De même, les champs incidents sont normalisés et donnés par  $Y_i = |\Omega_i^{IN}|^2$  où l'on a :

$$\Omega_i^{IN} = \frac{2g_i}{\gamma_m} \sqrt{\frac{4}{T_i}} \langle \hat{a}_i \rangle^{IN} \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (\text{III-19})$$

## I.2 Présentation de l'article

Le modèle à trois niveaux, utilisé pour les différents calculs est explicité dans le détail dans la section III de l'article. En particulier, il permet de calculer les champs moyens à partir des intensités injectées dans la cavité ( $Y_1$  et  $Y_2$ ).

La configuration expérimentale implique l'existence de deux déphasages (ou désaccords) distincts :

- les déphasages introduits lors de la propagation des champs dans la cavité vide  $\frac{\omega_i}{c} \mathcal{L}$ , d'une part ;
- et, le déphasage supplémentaire, introduit par la présence des atomes en tant que milieu dispersif, d'autre part.

La difficulté vient du fait que ces deux déphasages ne sont pas indépendants. En effet, pour

que les deux lasers résonnent simultanément dans la cavité, leur différence de fréquence  $\omega_2 - \omega_1$  doit correspondre à un nombre entier de fois l'intervalle spectral libre, ce qui se traduit par une première condition reliant les désaccords cavité  $\theta_1$  et  $\theta_2$  aux désaccords des deux faisceaux par rapport à la transition atomique sur laquelle ils sont accordés  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ . Mais, le second déphasage dépend également de  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  (ainsi que des intensités  $I_1$  et  $I_2$ ). La résonance simultanée des deux champs subsiste si les désaccords cavité  $\theta_1$  et  $\theta_2$  compensent parfaitement les déphasages introduits par les atomes, ce qui conduit à une seconde condition entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , d'une part et,  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  d'autre part. L'ensemble de ces relations sont établies dans le paragraphe III-C. Elles donnent lieu à un système d'équations, que nous appelons "**contrainte**" et dont les solutions sont des points de fonctionnement possibles de l'expérience. Cette section théorique se termine par une analyse du bruit quantique (§ III-D). La condition de double résonance, présentée plus haut est abordée de manière théorique dans la section IV.

Après une présentation rapide du dispositif expérimental (section V), on trouve une comparaison théorie-expérience qui reprend l'ensemble des paramètres déterminés numériquement par le modèle. Nous reprendrons ces résultats dans la section C-II de ce mémoire.

**Reproduction de l'article** : "Quantum-nondemolition measurements using cold trapped atoms : Comparison between theory and experiment" (Physical Review A **57**, 2980 (1998)).

## Quantum-nondemolition measurements using cold trapped atoms: Comparison between theory and experiment

A. Sinatra,\* J. F. Roch, K. Vigneron, Ph. Grelu, J.-Ph. Poizat, Kaige Wang,<sup>†</sup> and P. Grangier

*Institut d'Optique, Boîte Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France*

(Received 15 July 1997)

In this paper we present a detailed theoretical analysis of a recent quantum-nondemolition experiment in optics using cold atoms in a magneto-optical trap as a nonlinear medium. A signal beam and a meter beam from two independent lasers are coupled within a  $\Lambda$ -type three-level scheme in the  $D1$  line of  $^{87}\text{Rb}$  atoms. The experimental results for the relevant quantum correlations of the fields, that represent up to now the best achievements for a single back-action evading measurement, are found in a remarkably good agreement with the theoretical predictions from a fully quantum model for three-level atoms in a doubly resonant cavity. [S1050-2947(98)05203-2]

PACS number(s): 42.50.Lc; 32.80.Pj; 42.50.Dv; 42.65.Pc

### I. INTRODUCTION

#### A. General features

As summed up by the Heisenberg uncertainty relation, noise is introduced into a physical system when a quantum measurement is performed on a given observable. The principle of quantum nondemolition (QND) measurements, which was first introduced theoretically by Braginsky and co-workers [1] and Thorne *et al.* [2], is to overcome this measurement noise by repeatedly "hiding" it in another observable which is not of interest. In the case where the noise is entirely kept into an observable which is conjugate with the measured quantity, the measurement is said to be back-action evading (BAE). Though initially proposed for mechanical oscillators, these ideas were greatly developed, both theoretically and experimentally, in the field of quantum optics.

In particular, quantum measurements performed on propagating laser beams are very good candidates for implementing QND or BAE schemes. The basic idea of these schemes is to couple two light beams, usually called "signal" and "meter" beams, via an optically nonlinear medium (see Ref. [3] for theoretical proposals). Then, for an appropriately designed coupling, direct or homodyne detection of the meter beam will perform a BAE measurement on the signal beam [4–10]. The nonlinear medium may display either second-order ( $\chi^{(2)}$ ) or third-order ( $\chi^{(3)}$ ) optical nonlinearities. The former have the important advantages of being well understood, and of adding very small excess noise to the interacting light beams; they were used in several successful experiments (see, e.g., Ref. [9] and references therein). On the other hand, the latter ( $\chi^{(3)}$ ) nonlinearities are usually accompanied by significant excess noise from the nonlinear medium, which has been attributed to thermally excited Brillouin scattering in optical fibers [4,7], or to absorption and/or

spontaneous emission noise in quairesonant media [11,6]. Nevertheless the last word about the exploitation of ( $\chi^{(3)}$ ) nonlinearities for quantum nondemolition experiments has not yet been pronounced.

A theoretical analysis done for motionless atoms [12] predicted that it should be possible to obtain almost full control of absorption and spontaneous emission processes, provided that appropriate laser powers and detunings are used. On the other hand, the atomic media used so far, which are atomic beams or vapor cells, also exhibit other types of fluctuations, associated with collisions and/or atomic motion [8]. Atomic motion causes fluctuations in the refractive index due to the fluctuating number of atoms in the interaction region, and thus degrades quantum noise reduction effects. An open way to improve atomic media is then clearly to use a medium of cold trapped atoms [13]; in these media, in fact, the time scale of the fluctuations in the number of interacting particles, characterized by the transit time of the atoms across the interaction region, is about three orders of magnitude slower than in atomic beams or vapor cells. In other words, atom number fluctuations in traps have characteristic frequencies that are typically in the kHz range, and do not affect the noise analysis that is performed in the MHz range (see, for example, Sec. V). Moreover, despite the lower densities usually obtained in traps with respect to atomic beams or vapor cells, the elimination of the Doppler broadening of the atomic lines allows one to control small atomic detunings accurately, and consequently to achieve large nonlinear effects. Though these arguments have only a qualitative character, it will be shown below that, when compared to atomic beam experiments [6,8,14], QND experiments performed with cold atoms do achieve both an improved efficiency and an improved agreement with theoretical models.

#### B. Motivations of the work

In this article we give a detailed theoretical analysis of a recent experiment [10], where QND measurements are performed using rubidium atoms in a magneto-optical trap (MOT) as a nonlinear medium. Using a  $\Lambda$ -type three-level system in the  $D1$  line of  $^{87}\text{Rb}$ , the observed performances are quantitatively the best obtained so far for a single back-action-evading measurement. Moreover, the MOT and the

\*Permanent address: Istituto Nazionale Fisica della Materia, Dipartimento di Fisica dell'Università, Via Celoria 16, 20133 Milano, Italy.

<sup>†</sup>Permanent address: Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China.



QND effect are both running continuously at the same time, and mutual perturbations have been avoided by using different optical transitions and a “dark-spot” technique [15]. From the theoretical viewpoint, we extend the analysis done in [12] on QND measurements using three-level atoms in a ghost transition scheme, by including the case in which the fields are not resonant in the cavity. How this scheme can be realized and optimized in a real experiment will be analyzed in detail, by taking explicitly into account the constraints imposed by the optical cavity and by the atomic energy-level configuration.

### C. Overview of the paper

In Sec. II we briefly introduce the criteria that were developed to evaluate the efficiency of a real quantum non-demolition device. The model is presented in Sec. III. In Sec. IV we illustrate the configuration used to perform the QND measurement, and show how we can choose the adjustable parameters of our system in order to optimize the QND performances. In Sec. V we present the setup of our experiment. Finally, in Sec. VI we compare the results of the model with the experimental results.

## II. CHARACTERIZATION OF A REAL QND MEASUREMENT

### A. Introduction

Appropriate criteria for evaluating the efficiency of system as a “real” (i.e., nonideal) QND device were discussed in several papers [16,17]. It is now generally admitted that three necessary criteria for BAE operation of a device are given by looking, on the one hand, at its input-output properties, and on the other hand at the quantum correlations established between the signal and meter outputs.

More precisely, we are interested in the small time-dependent quantum fluctuations  $\delta X_s(t)$  of the *signal* field *amplitude quadrature* about its steady-state value, defined by the relation:

$$X_s(t) - \langle X_s \rangle_{st} = \delta X_s(t), \quad (1)$$

and we are willing to “read out” those fluctuations in the meter field *phase quadrature* fluctuations  $\delta Y_s(t)$  about the steady-state value which are defined in the same fashion:

$$Y_m(t) - \langle Y_m \rangle_{st} = \delta Y_m(t). \quad (2)$$

With a larger generality, the signal field amplitude may carry out a small *coherent modulation*  $X'_s(t)$ , the amplitude and the frequency of the modulation being much smaller than the mean amplitude and the optical frequency of the field, respectively. The steady state of the system is thus “modulated” about the stable time independent solution  $\langle X_s \rangle_{st}$ ,  $\langle Y_m \rangle_{st}$ , and one has

$$X_s(t) - \langle X_s \rangle_{st} = X'_s(t) + \delta X_s(t), \quad (3)$$

$$Y_m(t) - \langle Y_m \rangle_{st} = Y'_m(t) + \delta Y_m(t), \quad (4)$$

where, as in Eqs. (1) and (2), the terms which are kept on the right-hand side are small and will be treated linearly. By

regarding the QND device as a black box with two input channels and two output channels represented by the incoming and outgoing signal and meter fields, we are interested in describing how the incoming signal amplitude fluctuations  $\delta X_s^{\text{in}}(t)$  or modulations  $X_s^{\prime \text{in}}(t)$  are transferred to the two output channels of the device represented by the signal and the meter outputs. In an ideal QND device, the incoming fluctuations or modulations of the signal amplitude are left unchanged at the signal output, and they are at the same time perfectly reproduced by the meter output, allowing us to perform an ideally accurate and nondestructive measurement. For real experiments three criteria were developed to quantify the efficiency of a system as a QND device, by taking inspiration from the possible applications of the nondestructive measurements as detailed below.

### B. Input-output transfer coefficients and correlations

A first important application of the QND measurement, for example in the field of telecommunications, is related to the possibility of reading an amount of information encoded in a beam without adding noise. Let us assume, for example, that the experimenter gives a classical modulation to the signal amplitude at a certain frequency. We would like to “read” the modulation, which represents the information carried by the signal field, without degrading it, thus leaving the information available for other users along the same transmission line.

By restricting ourselves to the linearized regime for quantum fluctuations and coherent modulations, we can consider the QND device as a linear amplifier, and study how the modulation and the noise are transferred from the signal input channel to the signal output and the meter output channels. In the frequency space, by introducing the Fourier transform (denoted with the tilde) of the time dependent quantities defined above, one has

$$\tilde{X}'_s{}^{\text{out}}(\omega) = g_s \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega), \quad (5)$$

$$\delta \tilde{X}'_s{}^{\text{out}}(\omega) = g_s \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) + B_s^{\text{add}}(\omega) \quad (6)$$

for the signal output channel, and

$$\tilde{Y}'_m{}^{\text{out}}(\omega) = g_m \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega), \quad (7)$$

$$\delta \tilde{Y}'_m{}^{\text{out}}(\omega) = g_m \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) + B_m^{\text{add}}(\omega) \quad (8)$$

for the meter output channel, where  $g_s$  and  $g_m$  represent the gains of the amplifier in the signal output and in the meter output channel, respectively, which are the same for the signal input noise and the modulation, while  $B_s^{\text{add}}$  and  $B_m^{\text{add}}$  represent the extra noises added by the amplifier in the two channels, which could come for example from the atomic noise or from the input meter noise and the signal phase noise [ $\delta \tilde{Y}'_s{}^{\text{in}}(\omega)$ ] processed by the system. By assuming that the fields injected in the QND device are in a coherent state, we suppose that  $B_s^{\text{add}}$  and  $B_m^{\text{add}}$  are not correlated with  $\delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega)$ ; a more general treatment was given in Ref. [17]. The signal-to-noise ratio (SNR) for the input channel of the signal field is then defined as the ratio between the intensity of the small classical modulation given to the signal field

amplitude quadrature at a certain frequency and the quantum noise power in the same quadrature at the same frequency:

$$R_s^{\text{in}} = \frac{|\langle \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle|^2}{|\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle|^2}, \quad (9)$$

and the same quantity can be defined for the two output channels:

$$R_s^{\text{out}} = \frac{|\langle \tilde{X}'_s{}^{\text{out}}(\omega) \rangle|^2}{|\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{out}}(\omega) \rangle|^2} \quad \text{and} \quad R_m^{\text{out}} = \frac{|\langle \tilde{Y}'_m{}^{\text{out}}(\omega) \rangle|^2}{|\langle \delta \tilde{Y}'_m{}^{\text{out}}(\omega) \rangle|^2}. \quad (10)$$

One can then define two quantities  $T_s$  and  $T_m$ , which describe how the incoming SNR (9) is transmitted to two output channels of the QND device:

$$T_s = \frac{R_s^{\text{out}}}{R_s^{\text{in}}} \quad \text{and} \quad T_m = \frac{R_m^{\text{out}}}{R_s^{\text{in}}}. \quad (11)$$

From Eqs. (5)–(8), one has

$$T_s = \frac{\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle^2}{\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle^2 + \langle [\delta B_s^{\text{add}}(\omega)/g_s]^2 \rangle} \quad \text{and} \quad T_m = \frac{\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle^2}{\langle \delta \tilde{X}'_s{}^{\text{in}}(\omega) \rangle^2 + \langle [\delta B_m^{\text{add}}(\omega)/g_m]^2 \rangle}. \quad (12)$$

The coefficient  $T_s$  evaluates to what extent the measurement is nondestructive, i.e., how the signal-to-noise ratio is degraded after the measurement:  $T_s=1$  for an ideal nondestructive measurement, while  $T_s=0$  if the measurement is totally destructive. Similarly,  $T_m$  evaluates the efficiency of the measurement: a perfectly accurate measurement would correspond to  $T_m=1$ , while  $T_m=0$  if no information is gained. For achieving QND performances, one requires that  $T_s+T_m>1$ , which can be obtained only by using a phase-sensitive device. On the other hand,  $T_s+T_m=1$  is the performance of a simple beam splitter [17]. These transfer coefficients are very useful because they are directly accessible in an experiment. The SNR values can indeed be visualized very easily on a spectrum analyzer, and it is then straightforward to measure the various SNR and to work out the transfer coefficients.

From a formal point of view, it is also possible to consider the normalized correlations between the meter or signal output and the signal input quantum fluctuations, which were first introduced by Holland *et al.* in Ref. [16], and which we will calculate theoretically. Precisely one defines

$$C_s = \frac{|\langle \delta X_s^{\text{in}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X_s^{\text{in}} \delta X_s^{\text{in}} \rangle_\omega \langle \delta X_s^{\text{out}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega}, \quad C_m = \frac{|\langle \delta X_s^{\text{in}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X_s^{\text{in}} \delta X_s^{\text{in}} \rangle_\omega \langle \delta Y_m^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega}, \quad (13)$$

where  $\langle AB \rangle_\omega$  denotes the Fourier transform of the symmetrized correlation function between the two operators in brackets:

$$\langle AB \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \langle A(t)B \rangle_{\text{sym}} dt \quad \text{with}$$

$$\langle A(t)B \rangle_{\text{sym}} = \langle A(t)B + BA(t) \rangle / 2. \quad (14)$$

Contrary to the previous ones, these quantities cannot be measured directly in a single BAE experiment, because the input fluctuations are not known in advance. However, it can be shown that in the linearized regime for fluctuations and small modulations, and for coherent input states of the fields into the QND device, one simply has

$$C_s = T_s \quad \text{and} \quad C_m = T_m, \quad (15)$$

and the correlation coefficients can be therefore calculated and used as the transfer coefficients; we emphasize, however, that this is not generally true when the input beam has phase-dependent excess noise, in which case some precautions are required [17].

### C. Conditional variance

A second application of the QND measurement concerns the situation where we are interested directly in the quantum fluctuations of the fields. If the intensity fluctuations of an incoming beam are measured in a nondestructive way, the acquired information can be used, at the output of the QND device, to correct the signal beam by reducing its fluctuations. The third QND criterion, relative to this application, is given by the output conditional variance of the signal field, given the result of a measurement on the meter field:

$$V_{s|m} = \langle \delta X_s^{\text{out}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega (1 - C_{\text{sm}}), \quad (16)$$

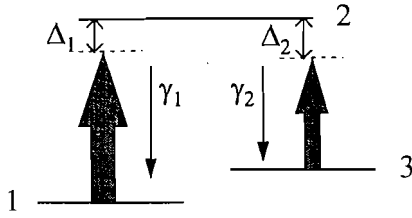
where  $C_{\text{sm}}$  is a normalized correlation between the meter and the signal outputs,

$$C_{\text{sm}} = \frac{|\langle \delta X_s^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega|^2}{\langle \delta X_s^{\text{out}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega \langle \delta Y_m^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega}, \quad (17)$$

and where  $\langle AB \rangle_\omega$  is defined as in Eq. (14).

For an ideal QND device,  $C_{\text{sm}}=1$  and  $V_{s|m}=0$ , while in a real device one requires that the information gained by the measurement is sufficient to reduce the intensity fluctuation of the initial beam under the shot-noise level, corresponding to  $V_{s|m}<1$ .

In a QND experiment, the signal noise reduction is usually not implemented, and the conditional variance  $V_{s|m}$  is measured electronically by subtracting the photocurrent of the meter readout  $Y_m^{\text{out}}$  from the photocurrent of the outgoing signal  $X_s^{\text{out}}$ , with an appropriate gain or attenuation. More precisely, the quantum fluctuations of these recombined currents will be given by the spectral variance of  $(X_s^{\text{out}} - gY_m^{\text{out}})$ , where  $g$  is an electronic gain or attenuation. In the ideal case, the meter beam will reproduce the actual noise of the output signal beam up to a multiplicative factor, and it will be possible to correct exactly the signal noise by bringing the variance of  $(X_s^{\text{out}} - gY_m^{\text{out}})$  to zero. In the general case, the variance of  $(X_s^{\text{out}} - gY_m^{\text{out}})$  is

FIG. 1. Energy-level scheme of the  $\Lambda$  three-level atoms.

$$V_{s|m}^{(g)} = \langle \delta X_s^{\text{out}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega + |g|^2 \langle \delta Y_m^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega - 2 \operatorname{Re} \langle g \delta X_s^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega; \quad (18)$$

the minimum value of this quantity is obtained by choosing

$$g = \langle \delta X_s^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega^* / \langle \delta Y_m^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega, \quad (19)$$

for which choice one has in fact

$$V_{s|m}^{(g)} = V_{s|m}, \quad (20)$$

with  $V_{s|m}$  given by Eq. (16). In a real experimental situation, the amplitude and phase of the  $g$  factor are adjusted using an attenuator and a delay line in order to minimize the photocurrent difference. The minimum noise level obtained using this procedure gives the value of  $V_{s|m}$ .

### III. MODEL

#### A. Equations

We consider a three-level atomic medium at rest, inside an optical ring cavity;  $\mathcal{L}$  is the roundtrip length of the cavity, occupied by the medium for a length  $L$ . Two laser fields of carrier frequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$  are injected in the cavity; the fields are supposed to be close to resonance with two atomic transitions frequencies  $\omega_r$  and  $\omega_s$ , and with two cavity eigenfrequencies  $\omega_{c1}$  and  $\omega_{c2}$ . The cavity is single ended for each field,  $T_i$  ( $i=1$  and  $2$ ) being the transmissivity of the coupling mirror. We introduce the decay constants of the fields amplitudes inside the empty (lossless) cavity:

$$\kappa_1 = \frac{cT_1}{2\mathcal{L}}, \quad \kappa_2 = \frac{cT_2}{2\mathcal{L}}, \quad (21)$$

where  $c$  is the speed of light in vacuum, and the normalized empty cavity detunings:

$$\theta_1 = \frac{\omega_{c1} - \omega_1}{\kappa_1}, \quad \theta_2 = \frac{\omega_{c2} - \omega_2}{\kappa_2}. \quad (22)$$

The atoms are described as sets of three energy levels disposed in a lambda configuration (Fig. 1). By  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  we denote the decay rate constants of the atomic population from the excited level  $|2\rangle$  towards levels  $|1\rangle$  and  $|3\rangle$ , respectively, while  $\gamma_w$ , defined as half of the total population decay rate from the upper level,

$$\gamma_w = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}, \quad (23)$$

is the decay rate constant of the atomic polarizations 1-2 and 3-2 in the radiative limit. We define  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$  the normalized atomic detunings:

$$\Delta_1 = \frac{\omega_r - \omega_1}{\gamma_w}, \quad \Delta_2 = \frac{\omega_s - \omega_2}{\gamma_w}; \quad (24)$$

please note that with definitions (24) positive detunings are red detunings ( $\omega_{\text{atom}} < \omega_{\text{laser}}$ ). The operators describing the atoms are the polarization operators:  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$ , and  $\sigma_{23}$  obeying the commutation rules

$$[\sigma_{ij}, \sigma_{kl}] = \delta_{jk} \sigma_{il} - \delta_{li} \sigma_{kj}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (25)$$

where the  $\delta_{ij}$  are Kronecker deltas, and the population inversions:  $r_3 = 1/2(\sigma_{22} - \sigma_{11})$  and  $s_3 = 1/2(\sigma_{22} - \sigma_{33})$ . The resonant cavity modes are described by the usual boson creation and annihilation operators  $a_i^\dagger$  and  $a_i$  ( $i=1$  and  $2$ ), with

$$[a_i, a_i^\dagger] = 1, \quad i, j = 1, 2. \quad (26)$$

The evolution of the system is governed by a master equation for the system density operator  $\rho$ , which, in the interaction picture, has the form

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = [-i(L_a + L_f + L_{\text{ext}} + L_{\text{af}}) + \Lambda_a + \Lambda_f] \rho, \quad (27)$$

where

$$L_a \rho = \frac{2}{3} \{ (2\omega_r - \omega_s) [R_3, \rho] + (2\omega_s - \omega_r) [S_3, \rho] \},$$

$$L_f \rho = (\omega_{c1} - \omega_1) [a_1^\dagger a_1, \rho] + (\omega_{c2} - \omega_2) [a_2^\dagger a_2, \rho],$$

$$L_{\text{ext}} \rho = i \{ \kappa_1 [(\varepsilon_1 a_1^\dagger - \varepsilon_1^* a_1), \rho] + \kappa_2 [(\varepsilon_2 a_2^\dagger - \varepsilon_2^* a_2), \rho] \},$$

$$L_{\text{af}} \rho = i \{ g_1 [(a_1^\dagger R^- - a_1 R^+), \rho] + g_2 [(a_2^\dagger S^- - a_2 S^+), \rho] \},$$

$$\Lambda_a \rho = \sum_{n=1}^N \frac{\gamma_1}{2} ([\sigma_{12}^n \rho, \sigma_{21}^n] + [\sigma_{12}^n, \rho \sigma_{21}^n])$$

$$+ \frac{\gamma_2}{2} ([\sigma_{23}^n \rho, \sigma_{32}^n] + [\sigma_{23}^n, \rho \sigma_{32}^n]),$$

$$\Lambda_f \rho = \kappa_1 \{ [a_1 \rho, a_1^\dagger] + [a_1, \rho a_1^\dagger] \} + \kappa_2 \{ [a_2 \rho, a_2^\dagger] + [a_2, \rho a_2^\dagger] \}.$$

In this master equation we introduced the collective atomic operators  $R^+$ ,  $R^-$ ,  $S^+$ ,  $S^-$ ,  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R_3$ , and  $S_3$  constructed from the single-atom operators  $\sigma_{21}^n$ ,  $\sigma_{12}^n$ ,  $\sigma_{32}^n$ ,  $\sigma_{23}^n$ ,  $\sigma_{31}^n$ ,  $\sigma_{13}^n$ ,  $r_3^n$ , and  $s_3^n$ , respectively, as described in Ref. [18], and obeying the same commutation rules. The term  $L_a \rho$  describes the free evolution of the atoms according to the single-atom Schrödinger Hamiltonian

$$H_a = \frac{2}{3} \hbar [r_3 (2\omega_r - \omega_s) + s_3 (2\omega_s - \omega_r)], \quad (28)$$

where we have conveniently defined the energy of level  $|2\rangle$  as  $E_{|2\rangle} = \hbar(\omega_s + \omega_r)/3$  in order to get rid of constant factors. Similarly,  $L_f \rho$  describes the free evolution of the two cavity modes and  $L_{\text{ext}} \rho$  accounts for the driving fields  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$  injected in the cavity. The interaction term  $L_{\text{af}} \rho$  describes the coupling between fields and atoms, which is written in

the dipole and rotating-wave approximations,  $g_1$  and  $g_2$  being the coupling constants for the transitions 1-2 and 3-2, respectively. The non-Hamiltonian term  $\Lambda_a\rho$  accounts for the decay of the atomic polarizations and population inversions ( $N$  is the number of atoms), while  $\Lambda_{f\rho}$  accounts for the decay of the intracavity fields due to the escape of photons from the semireflecting cavity mirrors. For simplicity, here we neglect the contributions due to collisions to the decay of the atomic polarization, restricting ourselves to the radiative limit.

By introducing the normalized classical variables, representing mean values of the atomic operators,

$$v = -\frac{\sqrt{2}}{N} \langle R^- \rangle, \quad w = -\frac{\sqrt{2}}{N} \langle S^- \rangle, \quad z = -\frac{1}{N} \langle T^- \rangle,$$

$$m = -\frac{2}{N} \langle R_3 \rangle, \quad n = -\frac{2}{N} \langle S_3 \rangle, \quad (29)$$

and the normalized Rabi frequencies proportional to the intracavity and input fields  $E_i$  and  $E_i^{\text{in}}$  ( $i=1$  and  $2$ ),

$$x_i = \frac{\sqrt{2}g_i}{\gamma_w} E_i \quad \text{with } E_i = \langle a_i \rangle \quad (i=1,2),$$

$$y_i = \frac{\sqrt{2}q_i}{\gamma_w} \frac{2}{\sqrt{T_i}} E_i^{\text{in}} \quad \text{with } E_i^{\text{in}} = \varepsilon_i \frac{\sqrt{T_i}}{2} \quad (i=1,2), \quad (30)$$

the semiclassical equations for the normalized variables read

$$\dot{x}_1 = -\kappa_1[(1+i\theta_1)x_1 - y_1 + 2C_1v], \quad (31)$$

$$\dot{x}_2 = -\kappa_2[(1+i\theta_2)x_2 - y_2 + 2C_2w], \quad (32)$$

$$\dot{v} = -\gamma_w[(1+i\Delta_1)v - x_1m + x_2z], \quad (33)$$

$$\dot{w} = -\gamma_w[(1+i\Delta_2)w - x_2n + x_1z^*], \quad (34)$$

$$\dot{z} = -\gamma_w \left[ i(\Delta_1 - \Delta_2)z - \frac{1}{2}(x_1w^* + x_2^*v) \right], \quad (35)$$

$$\dot{m} = -\gamma_1 \left[ \frac{1}{3}(\eta+2)(m+n-1) + \frac{\gamma_w}{\gamma_1}(x_1v^* + x_1^*v) + \frac{\gamma_w}{2\gamma_1}(x_2w^* + x_2^*w) \right], \quad (36)$$

$$\dot{n} = -\gamma_1 \left[ \frac{1}{3}(1+2\eta)(m+n-1) + \frac{\gamma_w}{2\gamma_1}(x_1v^* + x_1^*v) + \frac{\gamma_w}{\gamma_1}(x_2w^* + x_2^*w) \right], \quad (37)$$

where we have introduced the ratio  $\eta = \gamma_2/\gamma_1$  and the cooperativity parameters

$$C_1 = \frac{g_1^2 N}{2\kappa_1 \gamma_w}, \quad C_2 = \frac{g_2^2 N}{2\kappa_2 \gamma_w} \quad (38)$$

proportional to the number of atoms that characterize the strength of the coupling between atoms and the two fields.

## B. Steady state

Due to the high degree of symmetry of the equations for the lambda system, it is possible to calculate analytically the steady-state solution for the mean values of the atomic operators (29) and the intracavity fields  $x_1$  and  $x_2$ , as a function of the input fields intensities and the remaining system parameters.

In the following we give the exact analytical solution for the intracavity fields in the general case for the system parameters. The steady-state mean values are calculated by solving the system of nonlinear equations obtained by setting the right-hand sides of Eqs. (31)–(37) to zero.

By suitable redefinition of the phases of the polarization variables and of the input fields, it is possible to have the intracavity fields  $x_1$  and  $x_2$  real numbers at steady state. In particular we introduce the new variables  $\tilde{v} = v e^{-i\phi_1^s}$ ,  $\tilde{w} = w e^{-i\phi_2^s}$ ,  $\tilde{z} = z e^{-i(\phi_1^s - \phi_2^s)}$ ,  $\tilde{y}_i = y_i e^{-i\phi_i^s}$ , and  $\tilde{x}_i = |x_i|$  ( $i=1$  and  $2$ ), where  $\phi_i$  ( $i=1$  and  $2$ ) is the phase of the  $i$ th field at steady state. We shall use these variables in the following, although we omit the “tildes” for typing convenience.

### 1. Solution in the general case

As we said, it is possible to solve exactly the Bloch equations (33)–(37) at steady state, finding the analytical dependence of the atomic variables on the fields variables ( $x_1, x_2$ ) and system parameters. By substituting the solutions of the Bloch equations in Eqs. (31) and (32) at steady state, one obtains the solutions for the fields, which read

$$x_1^2 = \frac{|y_1|^2}{[1 + 2C_1 b^2 I_2 \Pi]^2 + [\theta_1 + 2C_1 b I_2 (\eta I_1 + I_2 - b \Delta_1) \Pi]^2}, \quad (39)$$

$$x_2^2 = \frac{|y_2|^2}{[1 + 2C_2 b^2 \eta I_1 \Pi]^2 + [\theta_2 - 2C_2 b I_1 (\eta I_1 + I_2 + b \eta \Delta_2) \Pi]^2}, \quad (40)$$

where we have defined

$$\gamma = 2 \frac{\gamma_w}{\gamma_1}, \quad I_1 = x_1^2, \quad I_2 = x_2^2, \quad b = 2(\Delta_1 - \Delta_2), \quad (41)$$

and where

$$\begin{aligned} \Pi = & \left\{ \eta I_1^3 + I_2^3 + (2\eta + 1)I_1^2 I_2 + (\eta + 2)I_1 I_2^2 + 2b\Delta_2 \eta I_1^2 \right. \\ & - 2b\Delta_1 I_2^2 + b \left[ \frac{3}{2} \gamma b + (1 + \eta)(\Delta_2 - \Delta_1) \right] I_1 I_2 + b^2 \eta (\Delta_2^2 \\ & \left. + 1)I_1 + b^2 (\Delta_1^2 + 1)I_2 \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (42)$$

### 2. Phases of the input and output fields

Let us consider Eqs. (31) and (32) at the steady state; from Eq. (30), one has

$$E_1^{\text{in}} = M_1 [(1 + i\theta_1)x_1 + 2C_1 v], \quad (43)$$

$$E_2^{\text{in}} = M_2 [(1 + i\theta_2)x_2 + 2C_2 w], \quad (44)$$

where  $M_i = (\gamma_w \sqrt{T_i})(2\sqrt{2}g_i)^{-1}$  are proportionality constants. The phases  $\Theta_1^{\text{in}}$  and  $\Theta_2^{\text{in}}$  of the input fields are then calculated as  $\Theta_i^{\text{in}} = \arctan[\text{Im}(E_i^{\text{in}})/\text{Re}(E_i^{\text{in}})]$  for ( $i=1$  and  $2$ ). By using Eqs. (30), (43), and (44), and the boundary condition for our single-port cavity,

$$E_i^{\text{out}} + E_i^{\text{in}} = \sqrt{T_i} E_i \quad (i=1,2), \quad (45)$$

one has

$$E_1^{\text{out}} = -M_1 [(-1 + i\theta_1)x_1 + 2C_1 v], \quad (46)$$

$$E_2^{\text{out}} = -M_2 [(-1 + i\theta_2)x_2 + 2C_2 w], \quad (47)$$

from which the phases  $\Theta_1^{\text{out}}$  and  $\Theta_2^{\text{out}}$  of the output fields are calculated in the same way.

### 3. Double-resonance condition

By using the steady-state solutions (39) and (40), we may easily find the condition in which both fields are resonant in the cavity at the same time. This situation is particularly favorable for the QND experiment [12], and it can be expressed as a precise requirement on the cavity detunings and input fields amplitudes, given certain values of the intracavity fields intensities  $I_1$ , and  $I_2$ , and atomic detunings  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$ . Such requirements read

$$\theta_1 = -2C_1 b I_2 (\eta I_1 + I_2 - b\Delta_1) \Pi, \quad (48)$$

$$\theta_2 = 2C_2 b I_1 (\eta I_1 + I_2 + b\eta\Delta_2) \Pi, \quad (49)$$

$$|y_1| = \sqrt{I_1} (1 + 2C_1 b^2 I_2 \Pi), \quad (50)$$

$$|y_2| = \sqrt{I_2} (1 + 2C_2 b^2 \eta I_1 \Pi). \quad (51)$$

It should be noted that, in practice, it will not be trivial to realize the double-resonance condition for a given cavity and for a given atomic system. On the one hand, the choice of the laser frequencies fixes the cavity and atomic detunings, and, on the other hand, for the fields to be resonant, these quantities have to be linked by relations (48) and (49). This constraint will be discussed below.

### C. Constraint on the detunings

We think it is worth considering in some detail how the double-resonance conditions (48)–(51) can be achieved in an experiment; to this aim, we introduce the normalized detunings

$$\Delta_A = \frac{\omega_r - \omega_s}{\gamma_w}, \quad \Delta_C = \frac{\omega_{c1} - \omega_{c2}}{\kappa_1}, \quad (52)$$

representing the distance in frequency between the two lower atomic levels and between the two cavity eigenfrequencies nearly resonant with the input fields, respectively. We point out that, due to its normalization,  $\Delta_C$  does not depend on the cavity length. By construction, a relation holds between the cavity and the atomic detunings introduced so far:

$$\theta_1 = \left( \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \right) \theta_2 = (\Delta_1 - \Delta_2 - \Delta_A) \frac{\gamma_w}{\kappa_1} + \Delta_C. \quad (53)$$

Equation (53) tells us that once the distance in frequency between the two lasers is fixed, for example, by our choice of the atomic detunings, the difference between the cavity detunings is automatically fixed by the properties of the cavity through  $\Delta_C$ ,  $\kappa_1$ , and  $\kappa_2$ . On the other hand, if we need both fields at resonance in the cavity, the cavity detunings should compensate for the phase shifts introduced by the atoms, which impose that:

$$\theta_1 - \left( \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \right) \theta_2 = F(C_1, C_2, I_1, I_2, \Delta_1, \Delta_2), \quad (54)$$

where  $F$  is a function of the indicated parameters which is obtained easily from Eq. (48) and (49). Equations (53) and (54) represent thus two independent requirements on the quantity  $\theta_1 - (\kappa_2/\kappa_1)\theta_2$  which should be fulfilled at the same time. In particular, the right-hand sides of Eqs. (53) and (54) should be equal, which constraints, for a given cavity and a given medium, the possible values of the atomic detunings and intracavity fields for which the double-resonance condition can be achieved.

We will return to this constraint on parameters in Sec. IV B by considering in particular the case of our experimental setup and the mean fields configuration that we use to perform the QND measurements. Before this, however, we would like to go back to Eq. (53) and make some further remarks. Equation (53) is a relation between the cavity and the atomic detunings that is automatically fulfilled in a real experiment, suggesting that the four parameters of our model should not be considered as independent. In order to evaluate the significance of this relation in the different experimental situations, we rewrite Eq. (53) as

$$\theta_1 - \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\right) \theta_2 = \frac{4\pi}{T_1} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) \mathcal{L} + \Delta_C, \quad (55)$$

where we used Eqs. (21), (24), and (52). Now several situations are possible. Suppose first that the frequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$  of the input fields are well separated on the optical-frequency scale (as, for example, in the experiments described in Refs. [6, 8]). Equation (55) shows that extremely small adjustments of the cavity length  $\mathcal{L}$ , on the order of  $1/[(1/\lambda_1) - (1/\lambda_2)] \sim \lambda$ , are in this case sufficient to adjust at will the difference  $\theta_1 - (\kappa_2/\kappa_1)\theta_2$  once the two laser frequencies have already been fixed. In such conditions, atomic and cavity detunings can in fact be considered as independent parameters; and in particular the double-resonance conditions (48) and (49) can be realized without any restriction on the atomic detunings  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$ . Let us now consider the opposite case in which the two frequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$  are very close one another. This could be, for example, the case when the two ground levels of the lambda scheme are degenerate Zeeman sublevels. If  $\omega_1$  and  $\omega_2$  are only a few MHz apart, adjustments of the cavity length on the order of the *meter* (that is of course out of reach in an experiment) would be necessary in order to change the difference  $\theta_1 - (\kappa_2/\kappa_1)\theta_2$  by some units when the laser frequencies have already been fixed. In this case Eq. (53) represents a serious constraint that cannot be overcome by adjustments of the cavity length. In between the two limiting cases considered above, there are situations in which, if on the one hand Eq. (53) represents a real constraint, still some room is left for small adjustments of the cavity detunings by significant changes of  $\mathcal{L}$ . A similar situation is encountered in the experiment with cold atoms that we consider in detail in this paper (Sec. V), where the two ground levels of the lambda scheme are hyperfine sublevels 6.83 GHz apart.

#### D. Quantum noise analysis

In order to calculate the QND coefficients defined in Sec. II, we are interested in the time-dependent correlation functions of the fields whose amplitude and phase fluctuate around a steady-state mean value. We consider the case in which the fluctuations are small with respect to the mean values and a linearized treatment of the fluctuations is possible. Let  $\Xi_i^\phi$  be a certain quadrature of the  $i$ th field ( $i=1$  and  $2$ ), relative to the reference phase  $\phi$ :

$$\Xi_i^\phi = a_i e^{-i\phi} + a_i^\dagger e^{i\phi}. \quad (56)$$

In the notations of Sec. II, and referring to the phases of the input and output fields at steady state introduced in Sec. III B, one has

$$\begin{aligned} \delta X_s^{\text{in}} &= \delta \Xi_2^{\Theta_2^{\text{in}}} & \delta X_s^{\text{out}} &= \delta \Xi_2^{\Theta_2^{\text{out}}} \\ \delta Y_m^{\text{in}} &= \delta \Xi_1^{\Theta_1^{\text{in}}(\pi/2)} & \delta Y_m^{\text{out}} &= \delta \Xi_1^{\Theta_1^{\text{out}}(\pi/2)} \end{aligned} \quad (57)$$

where by  $\delta \Xi_i^\phi$  we denote the time-dependent fluctuation of the operator  $\Xi_i^\phi$  around a steady-state point in the Heisenberg picture:

$$\delta \Xi_i^\phi = \delta a_i e^{-i\phi} + \delta a_i^\dagger e^{i\phi}, \quad \text{with } \delta a_i = a_i - \langle a_i \rangle \quad (i=1,2). \quad (58)$$

By using the the input-output relations [19]

$$a_i^{\text{out}} + a_i^{\text{in}} = \sqrt{2\kappa_i} a_i \quad (i=1 \text{ and } 2), \quad (59)$$

whose classical counterpart is represented by Eq. (45), and assuming that the input fields are in a coherent state, one obtains

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{in}}(t) \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_{\text{sym}} &= i \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} \Theta(t) [ \langle [\alpha_1^\dagger(t), \alpha_2] \rangle e^{i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad - \langle [\alpha_1^\dagger(t), \alpha_2^\dagger] \rangle e^{i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_1^{\text{in}})} \\ &\quad - \langle [\alpha_1(t), \alpha_2] \rangle e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad + \langle [\alpha_1(t), \alpha_2^\dagger] \rangle e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} ], \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{in}}(t) \delta X_s^{\text{out}} \rangle_{\text{sym}} &= \kappa_2 \Theta(t) [ - \langle [\alpha_2(t), \alpha_2] \rangle e^{-i(\Theta_2^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad + \langle [\alpha_2^\dagger(t), \alpha_2^\dagger] \rangle e^{i(\Theta_2^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad + \langle [\alpha_2^\dagger(t), \alpha_2] \rangle e^{-i(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad - \langle [\alpha_2(t), \alpha_2^\dagger] \rangle e^{i(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad - \delta(t) \cos(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}}), \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{out}}(t) \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_{\text{sym}} &= -2i \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} [ - \langle : \alpha_1(t) \alpha_2 : \rangle \\ &\quad \times e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{out}})} + \langle : \alpha_1^\dagger(t) \alpha_2 : \rangle \\ &\quad \times e^{i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{out}})} - \langle : \alpha_1(t) \alpha_2^\dagger : \rangle \\ &\quad \times e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{out}})} + \langle : \alpha_1(t)^\dagger \alpha_2^\dagger : \rangle \\ &\quad \times e^{i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{out}})} ], \end{aligned} \quad (62)$$

where the dots in Eq. (62) mean time and normal ordering:

$$\langle : \alpha_i(t) \alpha_j^\dagger : \rangle = \langle \alpha_j^\dagger \alpha_i(t) \rangle,$$

$$\langle : \alpha_i(t)^\dagger \alpha_j : \rangle = \langle \alpha_i(t)^\dagger \alpha_j \rangle,$$

$$\langle : \alpha_i(t) \alpha_j : \rangle = \Theta(-t) \langle \alpha_j \alpha_i(t) \rangle + \Theta(t) \langle \alpha_i(t) \alpha_j \rangle,$$

$$\langle : \alpha_i(t)^\dagger \alpha_j^\dagger : \rangle = \Theta(-t) \langle \alpha_i(t)^\dagger \alpha_j^\dagger \rangle + \Theta(t) \langle \alpha_j^\dagger \alpha_i(t)^\dagger \rangle,$$

where  $\Theta(t)$  is the step-function taking the values 1,  $\frac{1}{2}$  or 0, when  $t$  is larger than, equal to, or smaller than zero, respectively, and where for brevity we have introduced the notation

$$\alpha_i = \delta a_i = a_i - \langle a_i \rangle \quad (i=1 \text{ and } 2). \quad (63)$$

By taking the Fourier transforms of the symmetrized correlations (60)–(62), we are eventually concerned with the calculation of response functions

$$R_{jk}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(\tau) \langle [\beta_j(\tau), \beta_k] \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (j, k = 1, 2, 3, 4). \quad (64)$$

and normally ordered correlation functions

$$S_{jk}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle : \beta_j(\tau) \beta_k : \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (j, k = 1, 2, 3, 4), \quad (65)$$

where we have introduced the vector  $\beta_j$  ( $j=1$  and 12) of system operator fluctuations:

$$\beta = [\alpha_1, \alpha_1^\dagger, \alpha_2, \alpha_2^\dagger, \delta R^-, \delta R^+, \delta S^-, \delta S^+, \delta T^-, \delta T^+, \delta R_3, \delta S_3]^T. \quad (66)$$

In the linearized regime Eqs. (64) and (65) can be easily calculated by using the master equation. We carefully checked that our method, relying on the master equation formalism and the quantum regression theorem [20], gives results identical to the method based on linear-response theory in the frequency domain developed by Courty and Grangier [21], and with the method using the input-output formalism of Collett and Gardiner in the time domain [19,12]. The result for the response functions is

$$R_{jk}(\omega) = [(A + i\omega I)^{-1} C^0]_{jk}, \quad (67)$$

where  $A$  is the  $(12 \times 12)$  drift matrix obtained linearizing Eqs. (31)–(37) [and the complex conjugates of Eqs. (31)–(35)], and  $C^0$  is the matrix of the equal-time commutators, i.e.,

$$C_{ij}^0 = \langle [\beta_i, \beta_j] \rangle. \quad (68)$$

For the normally ordered correlation functions, one has, instead

$$S_{jk}(\omega) = [(A + i\omega I)^{-1} D_N (A^T - i\omega I)^{-1}]_{jk}, \quad (69)$$

where  $D_N$  is the normally ordered diffusion matrix that we report for completeness in the Appendix. The results for the interesting correlations between input and output fields are

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{in}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega &= i\sqrt{\kappa_1 \kappa_2} [R_{23} e^{i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} - R_{24} e^{i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad - R_{13} e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} + R_{14} e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})}], \end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{in}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega &= -\cos(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}}) + \kappa_2 [-R_{33} e^{-i(\Theta_2^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad + R_{44} e^{i(\Theta_{2\text{out}} + \Theta_2^{\text{in}})} + R_{34} e^{-i(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})} \\ &\quad - R_{43} e^{i(\Theta_2^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{in}})}]. \end{aligned} \quad (71)$$

The useful correlations involving only the output fields are instead

$$\begin{aligned} \langle \delta X_s^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega &= -2i\sqrt{\kappa_1 \kappa_2} [-S_{13} e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{out}})} \\ &\quad + S_{23} e^{i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{out}})} - S_{14} e^{-i(\Theta_1^{\text{out}} - \Theta_2^{\text{out}})} \\ &\quad + S_{24} e^{i(\Theta_1^{\text{out}} + \Theta_2^{\text{out}})}], \end{aligned} \quad (72)$$

$$\langle \delta X_s^{\text{out}} \delta X_s^{\text{out}} \rangle_\omega = 1 + 2\kappa_2 [S_{34} + S_{43} + S_{33} e^{-i2\Theta_2^{\text{out}}} + S_{44} e^{i2\Theta_2^{\text{out}}}], \quad (73)$$

$$\langle \delta Y_m^{\text{out}} \delta Y_m^{\text{out}} \rangle_\omega = 1 + 2\kappa_1 [S_{12} + S_{21} - S_{11} e^{-i2\Theta_1^{\text{out}}} - S_{22} e^{i2\Theta_1^{\text{out}}}], \quad (74)$$

#### IV. WORKING POINT FOR QND: THEORETICAL ANALYSIS

In this section we analyze, from a theoretical viewpoint, the configuration necessary to perform the QND measurement which was used in the experiment with cold atoms described in Sec. V. Rather than repeating a general analysis of the scheme, which was done in Ref. [12], we shall give some details on how the scheme can be realized and optimized in a real experiment by taking explicitly into account the constraints imposed by the optical cavity and by the atomic energy-level configuration.

##### A. Ghost transition scheme

We consider a configuration proposed by Gheri *et al.* [12], using a very intense signal field and a much weaker meter field driving the transitions 3-2 and 2-1 of the three-level atoms respectively. The strong signal has the double effect of (1) dressing the atomic transition 3-2 to which it is applied, and (2) transferring most of the atomic population to the “bare” ground level  $|1\rangle$ . The coupling between the two fields is achieved by tuning the meter in proximity of one of the two Rabi-split levels, originating from the bare excited state  $|2\rangle$ , whose separation depends upon the intensity of the strong field. In particular, under the proper conditions, a very efficient coupling between the signal intensity and the meter phase can be exploited for the QND measurement. Moreover, due to the large difference in strength between the meter and the signal field, nearly all the atomic population remains in the ground level  $|1\rangle$  with the consequent advantage of keeping signal-absorption (and spontaneous emission) low. To a first approximation the signal is applied to an empty transition. This is why this configuration was called “ghost transition scheme” in Ref. [12].

In Figs. 2 and 3(a), we report two examples of the QND performances of the  $\Lambda$  scheme in the ghost transition configuration with parameters which are typical of our experiment. The QND criteria are calculated, at a fixed frequency of analysis, as a function of the meter atomic detuning which is scanned across the two Rabi-split levels, the meter being exactly tuned on one of the two dressed levels for  $\Delta_1 =$

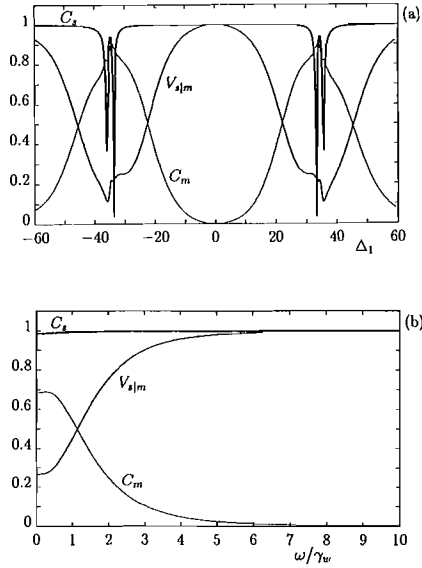


FIG. 2. (a) QND coefficients for  $\omega=0$  as a function of the meter atomic detuning  $\Delta_1$ . (b) QND coefficients for  $\Delta_1=40.5$  as a function of the frequency of analysis  $\omega/\gamma_w$ . Other parameters:  $I_1=2$ ,  $I_2=2450$ ,  $\Delta_2=0$ ,  $\Delta_1=40.5$ ,  $C_1=135$ ,  $C_2=90$ , and  $\kappa_1=\kappa_2=3\gamma_w$ .

$\mp 35$  in both figures. Since the signal is taken at resonance with the atoms, the curves are symmetric with respect to  $\Delta_1=0$ . In these pictures, following the treatment in Ref. [12], we supposed both fields to be at resonance with the cavity, and we arbitrarily fixed the intracavity fields intensities  $I_1$  and  $I_2$  in a convenient range inspired from the experiment. The two figures differ in the value of  $I_1$  which is four times larger in Fig. 3 than in Fig. 2. In both cases  $I_2 \gg I_1$ , as required by the ghost transition scheme. A convenient choice for the meter tuning is in proximity of the Rabi-split levels,

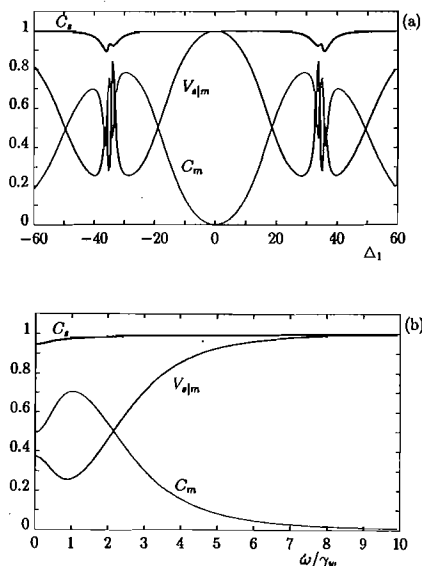


FIG. 3. (a) QND coefficients for  $\omega=0.9\gamma_w$  as a function of the meter atomic detuning  $\Delta_1$ . (b) QND coefficients for  $\Delta_1=40.5$  as a function of the frequency of analysis  $\omega/\gamma_w$ . Other parameters:  $I_1=8$ ,  $I_2=2450$ ,  $\Delta_2=0$ ,  $\Delta_1=40.5$ ,  $C_1=135$ ,  $C_2=90$ , and  $\kappa_1=\kappa_2=3\gamma_w$ .

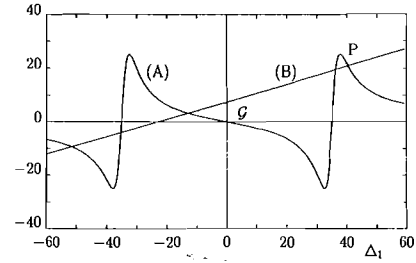


FIG. 4. Curve (A) [double-resonance condition (54)] and curve (B) [constraint relation (53) on the detunings], as functions of the meter atomic detuning  $\Delta_1$ . Parameters:  $I_1=8$ ,  $I_2=2450$ ,  $\Delta_2=0$ ,  $C_1=135$ ,  $C_2=90$ ,  $\kappa_1=\kappa_2=3.05\gamma_w$ ,  $\Delta_A=2276.6667$ ,  $\Delta_C=753.9822$ , and  $\mathcal{G}=7.49$ .

keeping, however, a certain detuning from the resonance with the Rabi levels in order to avoid strong meter absorption and consequent degradation of the ghost transition scheme [12].

In Figs. 2 and 3(b), we show the frequency dependence of the QND criteria for  $\Delta_1=40.5$  in both cases. The frequency is normalized to  $\gamma_w$ , which in our case is about  $\gamma_w/2\pi=3$  MHz. The case represented in Fig. 3(b), corresponding to  $I_1=8$ ,  $I_2=2450$ ,  $\Delta_1=40.5$ , and  $\Delta_2=0$ , seems more convenient from the experimental point of view, displaying the best QND performances ( $C_s \approx 0.9$ ,  $C_m \approx 0.7$ , and  $V_{s|m} \approx 0.2$ ) around 3 MHz, which is above low-frequency technical noise.

### B. Choice of the input fields and cavity parameters

By using our model, we wish to calculate the proper amplitudes and cavity detunings of the input fields, such that the favorable case represented in Fig. 3(b) is actually recovered in a realistic system.

We already know from Sec. III C that there is no complete freedom in choosing the cavity and the atomic detunings, and that Eqs. (53) and (54) should be fulfilled at the same time in order to have both fields at resonance in the cavity. We have represented these two conditions graphically in Fig. 4 as a function of the meter atomic detuning  $\Delta_1$ . Curve (A) represents Eq. (54) when  $I_1$ ,  $I_2$ , and  $\Delta_2$  are the same as in Fig. 3(b) (note that in the limit of strong signal and weak meter this curve represents as well the meter dispersion or phase shift). Curve (B) represents Eq. (53), with the parameters of our experiment and for a given value of the cavity length. At the intersection points between the two curves, both relations are satisfied, and Eqs. (48)–(51) can be used to calculate the exact values of the cavity detunings and input field amplitudes in order that the fields are set simultaneously at resonance in the cavity, with given values of  $I_1$ ,  $I_2$ , and  $\Delta_2$  and with a value of  $\Delta_1$  corresponding to the intersection point we have chosen. In particular, for the intersection point P corresponding to  $\Delta_1=40.5$ , one recovers exactly the situation of Fig. 3(b).

The curves in Fig. 4 make it clear that, due to the constraint relation (53), the simultaneous resonance of the fields in the cavity can be achieved *only* for some particular sets of values of the atomic and cavity detunings. On the other hand, we have already pointed out that in many cases of interest the constraint coming from Eq. (53) can be overcome by



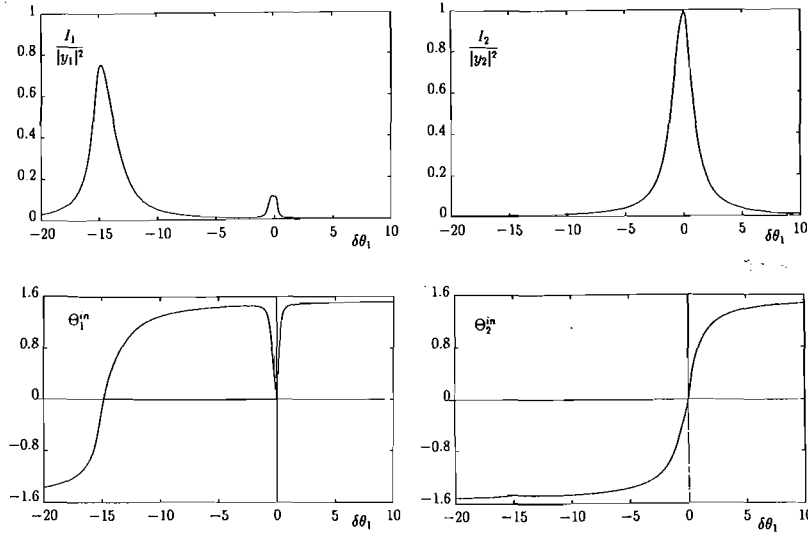


FIG. 5. Steady-state intensities (top) and phases (bottom) for the meter (left) and signal (right) fields as functions of the cavity detuning. The intensities  $I_1$  and  $I_2$  are normalized to the input intensities  $|y_1|^2$  and  $|y_2|^2$ , respectively. Parameters:  $y_1 = 8.6526$ ,  $y_2 = 49.7193$ ,  $\Delta_1 = 40.5$ ,  $\Delta_2 = 0$ ,  $C_1 = 135$ ,  $C_2 = 90$ ,  $\kappa_1 = \kappa_2 = 3.05\gamma_w$ ,  $\theta_{01} = 20.9095$ ,  $\theta_{02} = 0.1360$ , and  $\mathcal{G} = 7.49$ .

adjusting the cavity length. In Fig. 4 these adjustments would correspond roughly to translate curve (B) thus ‘‘choosing’’ within some range the intersection point with curve (A). In a real experiment, in fact, what can be set precisely is not directly the cavity length but the  $\mathcal{L}$ -dependent quantity

$$\mathcal{G} = -\Delta_A \frac{\gamma_w}{\kappa_1} + \Delta_C, \quad (75)$$

accurately measured as the distance (in  $\kappa_1$  units) between the empty-cavity resonances of the two fields when those are tuned exactly on the atomic resonances. This can be easily seen by setting  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  in Eq. (53), which gives  $\theta_1 - (\kappa_2/\kappa_1)\theta_2 = -\Delta_A(\gamma_w/\kappa_1) + \Delta_C$ . In Fig. 4 (for  $\Delta_2 = 0$ ) the quantity  $\mathcal{G}$  is just the height of curve (B) at  $\Delta_1 = 0$ , equal in this case to  $\mathcal{G} = 7.5$ .

### C. Mean fields across the cavity scan

In order to understand more clearly how the double-resonance condition of the fields is achieved in the cavity, and to compare the theory with the experimental results, it is useful to plot the mean-field intensities of the signal and the meter when the cavity is scanned across the field resonance. In the experiment, this is done by sweeping in time the cavity length by a small amount  $\pm \delta\mathcal{L}$  around the value  $\mathcal{L}_0$  for which both fields are resonant in the cavity. To simulate the experimental procedure in our model, we decompose the cavity detunings  $\theta_i$  ( $i = 1$  and  $2$ ) in Eqs. (31) and (32) as sums of two terms  $\theta_i = \theta_{0i} + \delta\theta_i$ , where  $\theta_{0i}$  is a fixed initial cavity detuning, and  $\delta\theta_i$  is a change in the detuning due to the variation of the cavity length. It is easy to verify that the  $\delta\theta_i$  must satisfy

$$\delta\theta_1 = \frac{\lambda_2 T_2}{\lambda_1 T_1} \delta\theta_2 \quad (76)$$

where  $\lambda_i$  ( $i = 1$  and  $2$ ) are the wavelengths of the modes, and

$T_i$  are the mirror transmission coefficients.<sup>1</sup> We plot an example in Fig. 5, where the input parameters are chosen as described in Sec. IV B. On the left we show the meter field intensity (upper curve) and phase (lower curve) across the cavity scan, and the same is shown on the right for the signal field. While the signal intensity curve displays the usual Lorentzian shape centered about the cavity resonance, the meter intensity curve displays two peaks: the ‘‘proper’’ resonance peak, shifted from its empty-cavity position  $\delta\theta_1 = -\theta_{01}$  by the linear and nonlinear dispersive responses of the atoms to the meter field alone; and a second peak, of necessarily nonlinear origin, induced in the meter at the signal resonance position for  $\delta\theta_1 = 0$ . Intuitively, the extra resonance in the meter field appears if the phase shift induced in the meter by the resonant signal equals the initial difference between the empty-cavity resonances of the two fields. In this very point of the cavity scan, where both fields are at resonance in the cavity (i.e.,  $\delta\theta_1 = \delta\theta_2 = 0$ ), the configuration in Fig. 3(b) is in fact realized.

In Fig. 6 we show the corresponding QND coefficients calculated, at a fixed frequency of analysis ( $\omega/2\pi = 2.7$  MHz), along the cavity scan in the region of the induced peak where the fields are favorably coupled for QND. The best point of the scan is achieved at about  $\delta\theta_1 = 0$ , proving that the double-resonance condition of the two fields is actually the most favorable for the QND measurement. With this result in mind, parameters optimization, at least in principle, looks simpler: as a first step one adjusts the cavity

<sup>1</sup>When the cavity length is varied by a small amount  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \delta\mathcal{L}$  from the definitions (22) and (21), and  $\omega_{ci} = n_i 2\pi c/\mathcal{L}$  with ( $i = 1, 2$ ) and  $n_i$  an integer, one has  $\theta_i = \theta_{0i} + \delta\theta_i$ , with

$$\delta\theta_1 = \frac{4\pi}{T_1} \frac{1}{\lambda_1} \delta\mathcal{L}, \quad \delta\theta_2 = \frac{4\pi}{T_2} \frac{1}{\lambda_2} \delta\mathcal{L},$$

from which Eq. (76) follows. In the case of our experiment, with  $[(\lambda_2 - \lambda_1)/\lambda_1] \approx 10^{-5}$  and  $T_1 = T_2$ , along the cavity scan we can approximate  $\delta\theta_1 = \delta\theta_2$ .

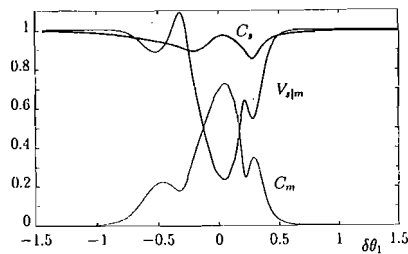


FIG. 6. QND coefficients for  $\omega=0.9\gamma_w$  as a function of the cavity detuning in the region of the double-resonance position ( $\delta\theta_1=0$ ). Parameters as in Fig. 5.

length as described in Sec. IV B. Then one adjusts the fields input powers, the laser frequencies, and the cavity detuning, in order to recover the favorable double-resonance configuration. If the result is not satisfactory, the whole process can be iteratively repeated for another cavity length.

V. EXPERIMENTAL SETUP

A. Magneto-optical trap

The MOT is built in a large ultrahigh vacuum (UHV) chamber, designed in order to set up the optical cavity directly around the cold atom cloud. The present setup uses  $^{87}\text{Rb}$  atoms, with nuclear spin  $I=\frac{3}{2}$ , whose ground state  $5S_{1/2}$  and excited states  $5P_{3/2}$  ( $D2$  line) and  $5P_{1/2}$  ( $D1$  line) are shown in Fig. 7 with their hyperfine sublevel structures. The trap is loaded by slowing down an atomic beam using the standard chirped-frequency technique [22]. The atomic beam part is separated from the UHV chamber containing the trap by a differential pumping aperture, which allows us to obtain a UHV pressure of a few  $10^{-10}$  mbar in operating conditions. The central part of the chamber is about 80 cm far from the oven; at this point the atomic beam has a diameter of about 7 mm, and it is offset from the trap center by 1 cm. The “slowing” diode is swept on the quasiclosed  $F=2$  to  $F'=3$  transition on the  $D2$  line at 780 nm (see Fig. 7), and a “repumping” diode is swept simultaneously on the  $F=1$  to  $F'=2$  transition. Both of them are free-running single-mode laser diodes (Hitachi HL 7851G and Mitsubishi ML 64110N-01). The powers sent onto the atoms are 30 (slowing) and 15 mW (repumping), with a 15-mm-diameter light beam whose part which could hit the trapped atomic cloud is carefully screened.

The atoms are trapped using a standard six-beams  $\sigma^+/\sigma^-$  MOT configuration [23]. A quadrupole magnetic field with a 8-G/cm gradient on axis is provided by two anti-Helmholtz

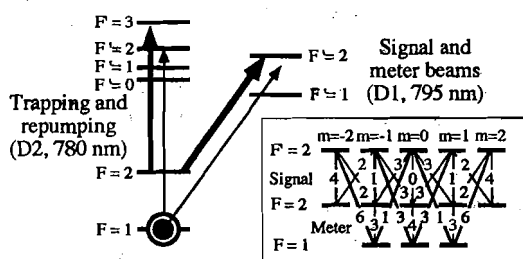


FIG. 7. Energy-level scheme of  $^{87}\text{Rb}$ . The inset shows the relative strength for coupling the signal and meter beams which have linear orthogonal polarization.

coils spaced by about 50 mm, with a current of 20 A. The trapping lasers are two 100-mW laser diodes (SDL-5411-H2), injection locked to a master laser, which is a grating-extended laser diode locked to an appropriate saturated absorption line. An acousto-optical frequency shifter ensures an adjustable detuning. During the experiment, the trapping beams were detuned four natural linewidths to the red of the  $F=2$  to  $F'=3$  transition of the  $D2$  line of rubidium atoms. The total power on the trap is typically three times 30 mW, with a beam diameter of 20 mm. As it is for the slowing process, a repumping laser diode (Mitsubishi ML 64110N-01) is locked on the  $F=1$  to  $F'=2$  transition, and pumps back into the trapping cycles the atoms which were lost in the  $F=1$  ground state. This beam is superimposed on the trapping beams along two of the three axes. Its central part is screened thus forming a “dark spot” in the fields transverse profile [15], which is imaged at the trap location. In this way, the atoms in the trap cannot be repumped in the trapping cycle and, on average, about 90% of the population of the cloud is in the  $F=1$  ground state. This point will be essential to allow simultaneous and continuous operation of the trap and QND experiments. The trap’s absorption in the  $F=1$  level is monitored using a weak probe beam. The trap fluorescence, mostly induced by the residual percentage of atoms in the  $F=2$  state that are excited by the trapping beams, is measured by imaging it on a photodiode. The diameter of the trap is measured with a CCD camera, either in fluorescence ( $F=2$ ) or in absorption ( $F=1$ ); both measurements yield a value close to 3.5-mm full width at half maximum. The estimated values of the number  $N$  of atoms and density  $n$  in the  $F=1$  dark state are  $N=10^9$  and  $n=5 \times 10^{10}$  atoms/cm $^3$ .

B. Doubly resonant cavity

In order to obtain large effects at the quantum noise level, a vertical optical cavity is, set up inside the UHV chamber around the cold-atom cloud. The cavity mirrors have a 60 mm radius of curvature. Thanks to screws and piezoelectric transducers that can be handled from outside the UHV chamber, the cavity length is adjustable from 64 to 68 mm. The input-output cavity mirror has a 5% transmissivity. The upper mirror has a very low transmissivity ( $3 \times 10^{-5}$ ), and it is used to monitor the intracavity intensities while the cavity is scanned, thanks to two photomultipliers (see Fig. 8).

The level scheme used for the QND effect is shown in Fig. 7. The signal and the meter beams are tuned on the  $D1$  line at 795 nm (whereas, as we already stated, the trapping and repumping beams are tuned on the  $D2$  line at 780 nm). The signal is linearly polarized and tuned close to the  $5S_{1/2}F=2$  to  $5P_{1/2}F'=2$  transition with a typical input power of 15  $\mu\text{W}$ . The meter beam, on the  $F=1$  to  $F'=2$  transition, is linearly polarized but orthogonally to the signal, and is tuned to the red with respect to the dressed levels due to the signal-atom coupling. Its typical input power is 250 nW. Both beams are emitted by two independent frequency-stabilized titanium-sapphire lasers. We carefully checked that they are shot noise limited both in intensity and phase in the frequency range of interest (2–20 MHz), which corresponds to our noise analysis frequency band since the linewidth of our cavity is  $2\kappa/2\pi=18$  MHz. The two beams are carried onto the optical table by optical fibers which ensure

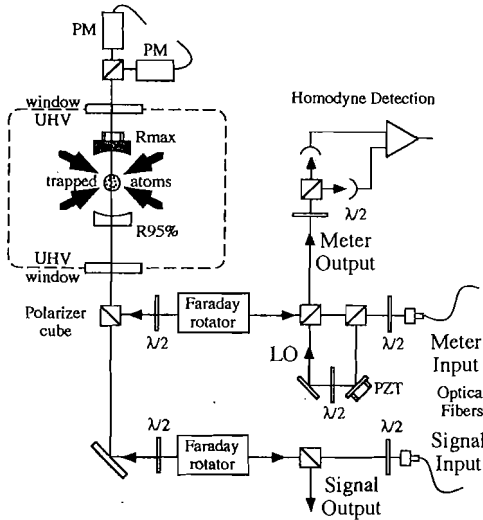


FIG. 8. Schematic view of the experimental setup. The input signal and meter beams are mode matched to an optical cavity surrounding the trapped atoms. Output beams are separated from the input ones using Faraday rotators. The signal beam is directly detected, while the meter beam undergoes a phase-sensitive homodyne detection.

very good spatial mode quality and best mechanical stability. They are mode matched to the optical cavity whose finesse is 125 with an efficiency above 99%. We also measured the optical transmission of the whole system, which is equal to 90% whereas the on-resonance losses of the cavity are negligibly small.

Note that the frequency difference between the signal and meter beam has to be close to the ground-state hyperfine splitting of  $^{87}\text{Rb}$ , which is 6.83 GHz. Since both beams also have to be resonant on the cavity, this detuning has to be close to an integer number of the free spectral range (FSR) of the cavity. This is indeed the case when the cavity length is 66 mm, corresponding to a FSR of 2.27 GHz: the two beams are then shifted by three FSR's. As stated above, fine adjustment of the FSR value are still possible while the experiment is running. We note also that the two standing-wave patterns from the signal and meter beams have to be in phase at the atom location, so that the atoms see the appropriate Rabi frequencies from each beam. This is achieved by placing the trapped atoms cloud at one third of the cavity length, i.e., close to 22 mm from one mirror and 44 mm from the other one.

Finally, the output signal is directly detected by a high efficiency photodiode (Centronix BPX-65, quantum efficiency 92%), whereas the meter beam is detected by a phase-sensitive homodyne detection. The fringe visibility (homodyne efficiency) obtained by mode matching the local oscillator onto the meter beam output is 96%.

## VI. EXPERIMENTAL RESULTS AND COMPARISON WITH THEORY

### A. Mean-field configuration

The configuration we use to perform the QND measurement closely retraces what we have illustrated so far in theory. The strong signal is tuned slightly to the red of its

atomic resonance, while the weak meter it is tuned to the red with respect to the lower of the two dressed levels originating from the excited state  $|2\rangle$  due to the atom-signal coupling. In the experimental situation and in the notations of our model, the typical input powers of  $15 \mu\text{W}$  for the signal and of  $250 \text{ nW}$  for the meter correspond to normalized amplitudes of the injected fields equal to  $y_2=56$  and  $y_1=7$ , respectively, while the initial choice of the cavity length for which the two atomic frequencies are almost exactly three FSR's apart corresponds [see Eq. (75)] to  $\mathcal{G}\approx 0$ .

After the cavity and input powers have been fixed, the atomic detunings are iteratively adjusted in order to optimize the QND coupling between the fields as follows. A weak intensity modulation at 5 MHz, about 20 dB above shot-noise level (SNL), is applied on the signal beam. When the two fields are coupled in the cavity, it is possible to read the same modulation in the phase of the meter beam by using a phase-sensitive homodyne detection technique. The detunings are adjusted by looking for the maximum transfer of the modulation from the signal onto the meter field and, simultaneously, for the minimum degradation of the signal. This is done while always scanning the cavity about the signal resonance, until a situation similar to the one depicted in Fig. 6 is achieved, where the maximum transfer along the cavity scan occurs in correspondence to the signal resonance. This situation is recovered in fact when both fields resonate at the same time in the cavity at the signal resonance position, as in Fig. 5.

In Fig. 9 we show an example of the mean-field configuration across the cavity scan when the parameters were optimized for the QND experiment. The experimental curves were taken, for the signal and meter intensities, both with and without the trapping beams, thus "switching on" and "switching off" the nonlinearity. The solid line, superimposed on the "noisy" experimental curves, shows the theoretical curves obtained for  $y_2=42.120$ ,  $y_1=8.768$ ,  $\Delta_2=2$ ,  $\Delta_1=41.3$ ,  $\theta_{01}=0.169$ ,  $\theta_{01}=11.207$ ,  $C_2=135$ ,  $C_1=90$ ,  $\kappa_1=\kappa_2=9.034$ , and  $\mathcal{G}=-2.01$ . The signal curves are shown upside down, and each curve is normalized to the corresponding intensity at resonance in the empty cavity. In Fig. 10 we again show the meter field in the presence of the atoms (intensity and phase across the cavity scan) to point out that the "nonlinear" meter peak at the signal resonance position  $\delta\theta_1=0$  is actually an extra resonance for the meter field. This very point is the working point for the experiment. Here the cavity scan is stopped and the QND coefficients are measured.

### B. QND coefficients

Typical experimental results for the QND coupling between the fields in the case of the mean-field configuration in Fig. 9 are shown in Fig. 11. The lower trace (a) shows the SNL, and the modulation of the output signal beam, taken off cavity resonance without the atoms; the width of the modulation peak is 100 kHz. Over this trace are also shown as dots the SNL and modulation of the output signal beam, taken while the cavity is stopped at resonance in the presence of the atoms (operating conditions). There is clearly neither attenuation nor a change in the noise of the signal beam. The measured nondemolition coefficient  $T_s$  is therefore limited

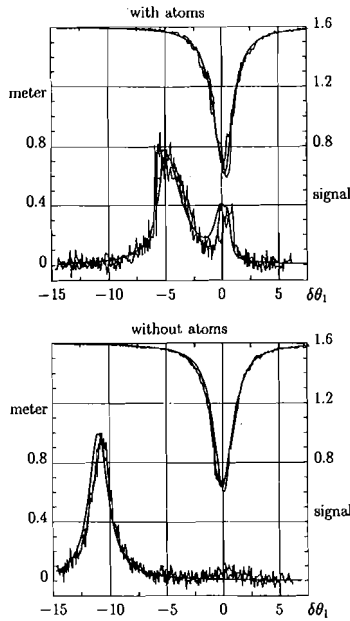


FIG. 9. Normalized intensities of the meter and signal (up side down) as functions of the cavity detuning. The curves were taken both in presence and in absence of the atomic medium. The thin continuous line is the theoretical curve, while the noisy lines are experimental curves. The little bump which appears on the meter curve without the atoms at the signal position is due to a small imperfection in the optics separating the two beams in the monitoring channel. The parameters for the theoretical curves are  $y_1 = 8.768$ ,  $y_2 = 42.120$ ,  $\Delta_1 = 41.3$ ,  $\Delta_2 = 2$ ,  $C_1 = 135$ ,  $C_2 = 90$  ( $C_1 = C_2 = 0$  for the curves without atoms),  $\kappa_1 = \kappa_2 = 3.01 \gamma_w$ ,  $\theta_{01} = 11.207$ ,  $\theta_{02} = 0.169$ , and  $\mathcal{G} = -2.01$ .

only by the passive optical transmission of the system, which relates the output signal without atoms to the input one, i.e.,  $T_s^{(meas)} = 0.90$  ( $-0.5$  dB). From  $T_s$  and from the lower trace in Fig. 11, one obtains the input beam signal to noise ratio, which is 23.8 dB. The upper trace (b) is the phase-dependent noise and modulation of the output meter beam, taken in operating conditions while scanning the phase of the homodyne detection. The SNL of the meter beam was electronically set at the same level as the one of the signal beam. The upper envelope of the fringes gives the meter phase information, and yields the output meter signal-to-noise ratio, which is equal to 21.9 dB. The measurement transfer coefficient is thus  $-1.9$  dB, or  $T_m^{(meas)} = 0.65$ . Finally, the conditional variance is obtained by recombining the output signal and meter

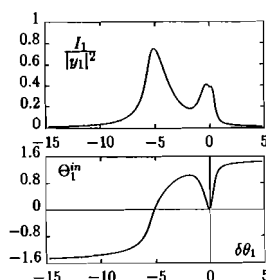


FIG. 10. Meter intensity (top) and phase (bottom) as a function of the cavity detuning, in presence of the atoms. The parameters are as in Fig. 9.

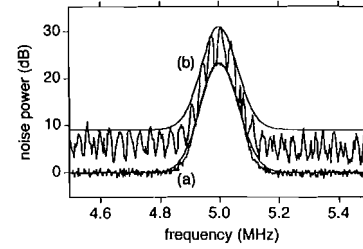


FIG. 11. Measurement of the transfer coefficient  $T_m$ . Curve (a), normalized to the SNL, corresponds to the output signal, modeled by a Gaussian peak (dash-dotted line). Two curves are actually displayed, and show no observable difference: one taken off resonance without the atoms (line) and one taken on operating conditions (dots). Curve (b) is the outcoming meter, also taken on operating conditions, and modulated by scanning the phase of the homodyne detection. The upper envelope is fitted by a Gaussian peak of same width as in curve (a). The signal-to-noise ratios are obtained as the differences (in dB) between the fitted peaks and the flat backgrounds.

photocurrents while scanning the phase of the homodyne detection. We show the results in Fig. 12. In correspondence to the right phase of the local oscillator picking up the *phase quadrature* of the meter field, the recombined noise reaches a minimum value 3.5 dB below the SNL, which gives a conditional variance  $V_{s|m}^{(meas)} = 0.45$ . Estimated uncertainties on  $T_s^{(meas)}$ ,  $T_m^{(meas)}$ , and  $V_{s|m}^{(meas)}$  are  $\pm 0.05$ .

In order to compare the experimentally measured values of the QND coefficients with the theory, it is necessary to take into account some small corrections due to optical losses and nonunity efficiencies. The quantum efficiencies on the two channels are

$$\eta_s = \alpha_s^{res} \beta_s^{prop} \quad (77)$$

for the signal beam, and

$$\eta_m = \alpha_m^{res} \beta_m^{prop} \mathcal{V}^2 \epsilon_m^{det} \quad (78)$$

for the meter beam, where  $\alpha_s^{res}$  and  $\alpha_m^{res}$  are the cavity losses at resonance for the signal beam and the meter beam, respectively;  $\beta_s^{prop}$  and  $\beta_m^{prop}$  are the optical losses on propagation for the signal beam and the meter beam, respectively,  $\mathcal{V}$  is

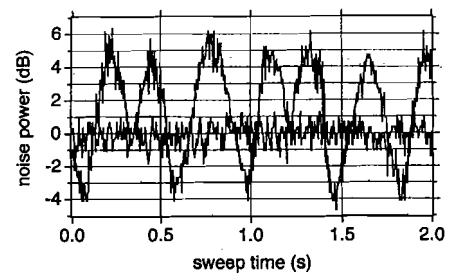


FIG. 12. Measurement of the conditional variance. The dotted line is the signal beam shot noise level at a noise analysis frequency of 4.6 MHz. The full line is the noise from the recombined signal and meter photocurrents, recorded as the phase of the homodyne detection is scanned. The conditional variance appears as the minimum noise level of this curve.

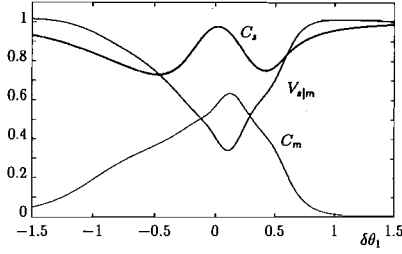


FIG. 13. QND coefficients for  $\omega = 1.533\gamma_w$  as a function of the cavity detuning in the region of the double-resonance position ( $\delta\theta_1 = 0$ ). The parameters are as in Fig. 9.

the fringe visibility of the homodyne detection, and  $\epsilon_m^{\text{det}}$  is the meter detector quantum efficiency.

With our setup (Sec. V), we have

$$\alpha_s^{\text{res}} = \alpha_m^{\text{res}} = 1, \quad \beta_s^{\text{prop}} = \beta_m^{\text{prop}} = 0.90, \quad \nu = 0.96, \quad \epsilon_m^{\text{det}} = 0.92, \quad (79)$$

which implies  $\eta_s = 0.9$  and  $\eta_m = 0.76$ . The QND coefficients, due *only* to the interaction with the nonlinear medium which are used in the theoretical model (where experimental imperfections are not taken into account), are then related to the measured ones through  $\eta_s$  and  $\eta_m$ . For the coefficient  $T_s$ , one has simply

$$T_s^{(\text{meas})} = \eta_s T_s. \quad (80)$$

To evaluate  $T_m$ , one has to take into account the fact that, after the interaction, the meter has a strong phase noise  $\langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle$ . In the limit of high gains, one can show that [14]

$$T_m^{(\text{meas})} = B_m T_m \quad \text{where} \quad B_m = \frac{\eta_m \langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle}{\eta_m \langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle + 1 - \eta_m}. \quad (81)$$

For  $\langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle \gg 1$  [like in our case in which  $\langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle = 7.9$ ], one obtains

$$B_m = 1 - \frac{1 - \eta_m}{\eta_m \langle \delta\tilde{Y}_m^{\text{out}}(\omega)^2 \rangle}. \quad (82)$$

For the conditional variance, one can deduce

$$1 - V_{s|m}^{(\text{meas})} = B_m \eta_s (1 - V_{s|m}). \quad (83)$$

By using Eqs. (80)–(83), where we substitute the numerical values (79) for our setup and the measured values for the QND coefficients, we can work out the experimental values for the QND coefficients, corrected for the optical losses. One obtains  $T_m = 0.67$ ,  $T_s = 1$ , and  $V_{s|m} = 0.37$ , again with an uncertainty estimated to be about  $\pm 0.05$  on each coefficient.

We can directly compare these results with the theoretical prediction, in Fig. 13, for the QND coefficients calculated at  $\omega/2\pi = 4.6$  MHz along the cavity scan in the region of the double-resonant point. At the best point of the scan one has  $T_m = 0.60$ ,  $T_s = 0.97$ , and  $V_{s|m} = 0.36$ , which is in good agreement with the experiment. In Fig. 14 we finally show the frequency dependence of the QND coefficients at the best

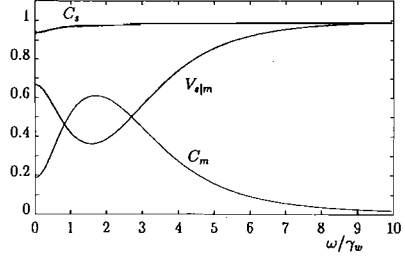


FIG. 14. QND coefficients in the best point of the scan ( $\delta\theta_1 = 0.11$ ) as a function of the frequency of analysis. The parameters are as in Fig. 9.

point of the scan. As confirmed by the experiment, the quantum correlations display a significant frequency dependence within the frequency band selected by the cavity. The best values are reached around 5 MHz, once more corresponding to the experimental observations.

### C. Remarks

As we have shown, the agreement found between the experimental results and the theoretical analysis performed with a three-level model for the atoms is remarkable. The model is able to reproduce and interpret the main experimental results which concern, on the one hand, the steady-state curves of the field intensities across the cavity scan, and, on the other hand, the quantum correlations between the fields in the best configuration for QND identified as the point of the cavity scan where the two fields resonate simultaneously. Nevertheless it is needless to remark that the distance between the three-level model presented in this paper (Sec. III) and the complex situation of a real experiment remains very large. At least two major omissions in the model can be identified.

The first of these is that the restriction to a purely three-level system does not take into account the actual multilevel structure of the transitions used for the two-beam coupling. A schematic view of the involved Zeeman sublevels is represented in the inset of Fig. 7, where we also show the relative importance of the Clebsch-Gordan coefficients for the different transitions. The chance to represent this complicated situation successfully as a simple lambda scheme comes from the fact that most of the contribution to the coupling is given by the lambda schemes (the outermost in the figure) which have the largest Clebsch-Gordan coefficients, and it is indeed by considering these most contributing transitions that we have chosen to set the ratio  $C_1/C_2 = 1.5$  in our model to fit the experimental curves.

The second major fault of the model is that, by describing the fields in the cavity as plane waves, it neglects the Gaussian transverse shape of the beams as well as their standing-wave longitudinal structure in the cavity. These spatial gradients in the intensity profile of the waves, and especially the standing-wave structure in the cavity, give rise to optical potentials whose depth can easily be of the same order of magnitude of the small kinetic energy of the cold atoms, thus sizably affecting their external degrees of freedom. Preliminary experiments performed with our setup on one-photon optical bistability showed with some evidence that optical forces due to a strong standing wave in the cavity can have

macroscopic effects on the nonlinearity of the cold atoms, changing the effective cooperativeness of the system in a detuning and intensity-dependent way. The major practical conclusion of this preliminary study was that it is preferable to use red (positive) detuning for the fields, a condition in which the effective cooperativeness of the system can be increased sizably with respect to the opposite case of blue (negative) detuning. An attempt at an explanation for this was made on the basis of a very simple model based on the dipole force that would attract cold atoms in the high-intensity regions of the field for red detuning, and repulse them for blue detuning [24]. A more complex situation involving two different light fields was analyzed theoretically very recently [25].

In this view, a too-strict correspondence between the parameters introduced in the model (especially the cooperativity parameters and the input fields amplitudes) and their experimental counterparts loses sense. Instead we are naturally led to consider the parameters of our theoretical model as “averages” over more complex phenomena that take place in the real experiment. The very fact that such effective parameters can be defined, and used to obtain a very good description of the results, is actually a good proof of the robustness of the three-level model in our experimental configuration.

## VII. CONCLUSIONS

We presented the results of a recent QND experiment performed with cold trapped rubidium atoms [10], and their interpretation on the basis of a theoretical model for three-level atoms in a cavity. By studying in detail the steady-state configurations allowed by the system and the quantum behavior of the fields, we showed by theory and experiment, how a ghost transition configuration for performing QND measurements with atomic  $\chi^{(3)}$  nonlinearity can be successfully implemented and optimized using cold atoms. The experimental results are the best obtained so far for a single back-action-evading measurement, and the agreement between theory and experiment is remarkable.

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was carried out with the support of the European HCM network “Non-Classical Light.” One of us, A. S., would like to thank Professor L. Lugiato and Professor G. Strini for fruitful discussions and quite useful advice. One of us, K. W., acknowledges financial support from ICTP Programme, Trieste, Italy and the National Natural Science Foundation of China.

## APPENDIX

Here we report the elements of the diffusion matrix  $D_N$ , expressed in terms of the normalized variables:

$$[x_1, x_1^*, x_2, x_2^*, v, v^*, w, w^*, z, z^*, m, n,]:$$

$$(D_N)_{6,6} = -\frac{2\gamma_w}{N} x_1 v^*,$$

$$(D_N)_{6,8} = -\frac{\gamma_w}{N} (x_1 \omega^* + x_2 v^*),$$

$$(D_N)_{6,10} = -\frac{\gamma_w}{N} x_1 z^*,$$

$$(D_N)_{8,8} = -\frac{2\gamma_w}{N} x_2 w^*,$$

$$(D_N)_{8,10} = \frac{\gamma_w}{N} [x_2 z^* + x_1(n-m)],$$

$$(D_N)_{8,11} = \frac{\gamma_w}{N} x_1 z,$$

$$(D_N)_{8,12} = -\frac{\gamma_w}{N} x_1 z,$$

$$(D_N)_{9,10} = \frac{\gamma_w/2}{N} [x_1(v+v^*)] + \frac{\gamma_1}{N} [1/3\eta(1-m-n)],$$

$$(D_N)_{10,11} = -\frac{\gamma_w/2}{N} \eta(x_1 w + x_2 v^*),$$

$$(D_N)_{10,12} = -\frac{\gamma_w}{N} (x_1 w + x_2 v^*),$$

$$(D_N)_{11,11} = \frac{2\gamma_w}{N} \left[ x_1(v+v^*) + \frac{x_2}{4}(w+w^*) \right] + \frac{\gamma_1}{N} \left[ \frac{4}{3}(1+\eta/4)(1-m-n) \right],$$

$$(D_N)_{11,12} = \frac{\gamma_w}{N} [x_1(v+v^*) + x_2(w+w^*)] + \frac{\gamma_1}{N} \left[ \frac{2}{3}(1+\eta)(1-m-n) \right],$$

$$(D_N)_{12,12} = \frac{2\gamma_w}{N} \left[ \frac{x_1}{4}(v+v^*) + x_2(w+w^*) \right] + \frac{\gamma_1}{N} \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{1}{4} + \eta \right) (1-m-n) \right],$$

plus the ones obtained by conjugation and index permutation from the terms above (we recall that  $D_N$  is symmetrical).

- [1] V. B. Braginsky and Yu. I. Vorontsov, *Usp. Fiz. Nauk.* **114**, 41 (1974) [*Sov. Phys. Usp.* **17**, 644 (1975)]; V. B. Braginsky, Yu. I. Vorontsov, and F. Ya. Khalili, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **73**, 1340 (1975) [*Sov. Phys. JETP* **46**, 705 (1977)].
- [2] K. S. Thorne, R. W. P. Drever, C. M. Caves, M. Zimmerman, and V. D. Sandberg, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 667 (1978).
- [3] G. J. Milburn and D. F. Walls, *Phys. Rev. A* **28**, 2065 (1983); N. Imoto, H. A. Haus, and Y. Yamamoto, *ibid.* **32**, 2287 (1985); B. Yurke, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 732 (1985).
- [4] M. D. Levenson, R. M. Shelby, M. Reid, and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2473 (1986).
- [5] A. LaPorta, R. E. Slusher, and B. Yurke, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 28 (1989).
- [6] P. Grangier, J. F. Roch, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1418 (1991).
- [7] S. R. Friberg, S. Machida, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3165 (1992).
- [8] J. Ph. Poizat and P. Grangier, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 271 (1993).
- [9] K. Bencheikh, J. A. Levenson, Ph. Grangier, and O. Lopez, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3422 (1995).
- [10] J.-F. Roch, K. Vigneron, P. Grelu, A. Sinatra, J.-P. Poizat, and P. Grangier, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 634 (1997).
- [11] M. D. Levenson, M. J. Holland, D. F. Walls, P. J. Manson, P. T. H. Fisk, and H. A. Bachor, *Phys. Rev. A* **44**, 2023 (1991).
- [12] K. Gheri, P. Grangier, J. P. Poizat, and D. Walls, *Phys. Rev. A* **46**, 4276 (1992).
- [13] A. Lambrecht, T. Coudreau, A. M. Steinberg, and E. Giacobino, *Europhys. Lett.* **36**, 93 (1996).
- [14] J.-Ph. Poizat and P. Grangier, in *ICONO '95; Coherent Phenomena and Amplification Without Inversion*, edited by A. V. Andreev, O. Kocharovskaya, and P. Mandel [*Proc. SPIE* **2798**, 260 (1996)].
- [15] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin, and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [16] M. J. Holland, M. J. Collett, D. F. Walls, and M. D. Levenson, *Phys. Rev. A* **42**, 2995 (1990).
- [17] J. P. Poizat, J. F. Roch, and P. Grangier, *Ann. Phys. (Paris)* **19**, 256 (1994).
- [18] L. A. Lugiato, *Progress in Optics XXI*, edited by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1977), p. 71.
- [19] C. W. Gardiner and M. J. Collett, *Phys. Rev. A* **31**, 3761 (1985).
- [20] A. Sinatra, Ph.D. thesis, Università di Milano, 1997 (unpublished).
- [21] J. M. Courty, P. Grangier, L. Hilico, and S. Reynaud, *Opt. Commun.* **83**, 251 (1991).
- [22] B. Sheehy, S. Q. Shang, R. Watts, S. Hatamian, and H. Metcalf, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2165 (1989).
- [23] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [24] A. Sinatra, K. Vigneron, P. Grelu, J.-Ph. Poizat, J.-F. Roch, and P. Grangier, 1996 European Quantum Electronic Conference, Hamburg (1996), IEEE Catalog No. 96TH8162, Library of Congress: 95-82410.
- [25] W. Alge, K. Ellinger, H. Stecher, K. M. Gheri, and H. Ritsch, *Europhys. Lett.* **39**, 491 (1997).

### I.3 Discussion pratique de la contrainte sur les désaccords

Nous revenons rapidement sur ce problème pour donner la procédure adoptée sur l'expérience. Dans l'article, la double condition de résonance s'exprime par le système formé des équations (53) et (54) et est représentée sur la figure 4, en fonction du désaccord  $\Delta_1$ . Cette figure montre clairement que la résonance simultanée des deux champs n'est obtenue que pour un nombre fini de points qui sont les points d'intersection des deux courbes. En ces points on connaît  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  ; il est alors possible de déterminer par le calcul la valeur des critères QND ( $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_S | M$ ). Si les valeurs attendues ne sont pas bonnes, on peut chercher un nouveau point de fonctionnement en translatant la droite de la figure 4, ce qui revient à modifier la longueur de la cavité.

En pratique, cependant, on commence par fixer la puissance incidente des deux lasers, donc à fixer  $I_1$  et  $I_2$ . On se donne une longueur de la cavité  $\mathcal{L}_0$  de sorte qu'en présence des atomes et au voisinage des désaccords atomiques  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  que l'on souhaite explorer, les deux champs résonnent dans la cavité. On balaye pour cela la cavité autour de la résonance d'un des deux lasers (le champ SIGNAL, en général). Puis on change, de manière itérative, les désaccords atomiques  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  afin de maximiser le coefficient de transfert  $T_M$ . Pour maintenir la résonance simultanée, on réajuste la longueur de la cavité en jouant sur la tension appliquée sur les céramiques piézoélectriques du miroir supérieur.

## II Comparaison théorie-expérience

### II.1 Correction des pertes optiques sur les mesures expérimentales

#### II.1.1 Principe

Afin de comparer les valeurs expérimentales des critères QND aux valeurs calculées théoriquement, il convient de prendre en compte toutes les imperfections "techniques" du dispositif expérimental. Nous allons donc introduire un facteur d'efficacité  $\eta_S$  pour le faisceau SIGNAL et  $\eta_M$  pour le faisceau MESURE, que l'on exprime de la façon suivante :

$$\eta_S = \alpha_S^{rés} \beta_S^{prop} \tag{III-20}$$



$$\eta_M = \alpha_M^{rés} \beta_M^{prop} \eta_M^{phd} \mathcal{V}^2$$

où  $\alpha_S^{rés}$  (resp.  $M$ ) sont les pertes à résonance de la cavité pour le SIGNAL (resp. la MESURE)  
 $\beta_S^{prop}$  (resp.  $M$ ), les pertes liées à la propagation du faisceau SIGNAL (resp. MESURE)  
 $\eta_M^{phd}$ , le rendement quantique des photodiodes à la longueur d'onde du faisceau MESURE  
 $\mathcal{V}$  est le contraste des franges d'interférence de la détection homodyne.

En ce qui concerne le coefficient de transfert sur la voie SIGNAL, nous avons déjà vu (cf figure III-17 et sa légende) qu'il n'est atténué que par les pertes sur les différents éléments optiques traversés lors de la propagation du faisceau SIGNAL. Par conséquent,  $T_S^{atomes}$  est sous-évalué de la quantité  $\eta_S$  :

$$T_S^{exp} = \eta_S T_S^{atomes} \quad (\text{III-21})$$

L'évaluation du transfert  $T_M^{atomes}$  n'est pas aussi simple. A la **limite des grands gains**, la mesure devient une copie macroscopique du SIGNAL ; les pertes sont alors sans influence sur le transfert de Rapport Signal à Bruit car le niveau de modulation et l'excès de bruit vont diminuer de la même quantité sous l'influence des pertes. On serait donc tenter d'écrire, de la même manière :

$$T_M^{exp} = \eta_M T_M^{atomes}$$

Mais cette expression est trop simpliste car il faut tenir compte du fait que, après l'interaction, le bruit de phase du faisceau MESURE n'est plus à la LQS (cf. figure III-18). Nous allons voir maintenant de quelle manière.

Le dispositif de détection du faisceau mesure est caractérisé (comme tout élément d'une chaîne de détection) par son gain ( $\eta_M$ ) et le bruit qu'il introduit. On raisonne, comme dans le chapitre I, en terme de "bruit équivalent ramené à l'entrée" en utilisant la propriété suivante, bien connue en électronique :

*chaque maillon de la chaîne de détection contribue au bruit équivalent du système global en rajoutant un terme égal à son propre bruit divisé par le gain global de la chaîne amplificatrice située en amont*[12, annexe J]

Si on l'applique à notre système, on obtient :

$$N_M^{eq} = \left( \frac{1 - \eta_M}{\eta_M} \right)$$

le bruit équivalent introduit par l'ensemble des pertes sur la voie MESURE.

Par analogie avec la définition (I-79), on peut définir un "coefficient de transfert" du faisceau MESURE entrant<sup>19</sup> dans le dispositif de détection vers le "signal" sortant de celui-ci, que l'on

<sup>19</sup> Du point de vue du dispositif de mesure QND, qui se situe amont de la détection, il s'agit du faisceau MESURE sortant, d'où la

note  $\mathcal{C}_M$ . On remplace alors  $\langle \delta X_S^{in} \delta X_S^{in} \rangle$  par  $\langle \delta Y_M^{out} \delta Y_M^{out} \rangle$  qui est le bruit de phase du faisceau MESURE (on le note désormais  $B_M^{out}$ , pour simplifier l'écriture) dans l'équation (I-79) :

$$\mathcal{C}_M = \frac{B_M^{out}}{B_M^{out} + N_M^{eq}} = \frac{\eta_M B_M^{out}}{\eta_M B_M^{out} + 1 - \eta_M} \quad (\text{III-22})$$

Ce facteur correctif  $\mathcal{C}_M$  intervient sur  $T_M^{exp}$ , de la même manière que  $\eta_S$  sur  $T_S^{exp}$ , donc :

$$T_M^{exp} = \mathcal{C}_M T_M^{atomes} \quad (\text{III-23})$$

**Remarque** : On retrouve bien le fait qu'à la limite des grands gains ( $B_M^{out} \rightarrow \infty$ ), il n'y a pas d'influence des pertes  $\eta_M$  sur le transfert effectivement mesuré ( $\mathcal{C}_M \rightarrow 1$ ).

Enfin, la variance conditionnelle, qui est mesurée à partir des courants sur les voies SIGNAL et MESURE, doit prendre en compte les deux corrections  $\eta_S$  et  $\mathcal{C}_M$  :

$$1 - V_{S|M}^{exp} = \eta_S \mathcal{C}_M (1 - V_{S|M}^{atomes}) \quad (\text{III-24})$$

## II.1.2 Valeurs numériques

Tout d'abord, nous allons donner les différentes pertes apparaissant dans les équations (III-20). Elles ont toutes été évaluées expérimentalement. Pour le rendement quantique des photodiodes, en accord avec les données constructeur, on mesure :

$$\eta_{(\lambda=795nm)}^{phd} = 92\% \quad (\text{III-25})$$

qui serait valable pour le SIGNAL et la MESURE.

L'observation expérimentale des faisceaux réfléchis par la cavité conduit à la conclusion laquelle les pertes à résonances de la cavité sont négligeables. Par conséquent, on prendra  $\alpha_S^{res} = \alpha_M^{res} = 1$ .

Les pertes optiques, dues à la traversée des différents éléments (cubes à séparation de polarisation, lames demi-onde, ...) ont été évaluées à 10 %, en comparant la puissance entrant dans la cavité à la puissance du même faisceau réfléchi au niveau des photodétecteurs (voir figure III-14). On a donc  $\beta_S^{prop} = \beta_M^{prop} = 0,9$ .

Enfin, la visibilité des franges de la détection interférométrique de la phase du faisceau MESURE est mesurée lorsque les deux voies sont parfaitement équilibrées (cf. paragraphe I.1). Le contraste est typiquement de 96% ; donc  $\mathcal{V} = 0,96$ .

Ces données conduisent à  $\eta_S = 0,83$  et  $\eta_M = 0,76$ .

Le niveau bruit  $B_M^{out}$  sur la voie MESURE apparait sur les courbes de mesure du coefficient de transfert  $T_M^{exp}$  (comme sur la figure III-18) et correspond à la valeur supérieure des "franges"

---

notation  $\langle \delta Y_M^{out} \delta Y_M^{out} \rangle$  pour son bruit de phase.

(en dehors de la fréquence de la modulation appliquée).

On a donc  $B_M^{out} \simeq 8 \text{ dB}$  d'où  $C_M = 0,974$  et :

$$\begin{aligned} T_M^{atomes} &= 0,67 \\ V_{S|M}^{atomes} &= 0,37 \\ T_S^{atomes} &= 1 \end{aligned} \tag{III-26}$$

Ce sont maintenant ces valeurs que nous allons comparer aux prédictions théoriques. Notons que ces “corrections optiques” sont surtout perceptibles sur la variance conditionnelle qui passe de 0,45 à 0,37.

## II.2 Les courbes théoriques

Les calculs réalisés par Alice SINATRA permettent :

- non seulement d'évaluer les critères QND  $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_{S|M}$ , en fonction
  - \* soit du désaccord du faisceau MESURE,  $\Delta_1$ ,
  - \* soit de la fréquence d'analyse des bruits  $\frac{\omega}{2\pi}$  ;
- mais encore de tracer les intensités des champs moyens dans la cavité lorsque celle-ci est balayée autour de la résonance des faisceaux SIGNAL et MESURE, comme nous allons le voir maintenant.

### II.2.1 Les champs moyens intracavités

Rappelons rapidement la configuration atomique utilisée. Le faisceau SIGNAL, fort, est pratiquement accordé à résonance tandis que le faisceau MESURE, faible, est désaccordé vers le rouge par rapport au plus bas des deux niveaux habillés générés, à partir du niveau excité, par le couplage atome-SIGNAL. Les puissances typiques, à l'entrée de la cavité, sont  $15 \mu\text{W}$ , pour le SIGNAL et  $250 \text{ nW}$  pour la MESURE ce qui correspond aux paramètres normalisés, introduits dans le paragraphe I.1 à  $\Omega_2^{in} = 56$  et  $\Omega_1^{in} = 7$ , respectivement.

La figure III-25 montre l'évolution des intensités moyennes au cours d'un balayage de la cavité. Sur l'expérience, on l'a vu, ceci est réalisé par l'application d'une rampe de tension sur les céramiques piezoélectriques de la cavité. La longueur de la cavité est alors balayée sur une amplitude  $\pm\delta\mathcal{L}$  autour de  $\mathcal{L}_0$ . Pour simuler cette procédure dans le modèle théorique, les désaccords cavité  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont écrits comme la somme de deux termes :

$$\theta_i = \theta_{0i} + \delta\theta$$

où  $\theta_{0i}$  est le désaccord initial, fixé par  $\mathcal{L}_0$  et  $\delta\theta$  est la variation de ce désaccord due au balayage. Les courbes expérimentales ont été enregistrées pour le SIGNAL et la MESURE **avec** et **sans** le champ magnétique quadrupolaire, autrement dit en présence et en l'absence de

non linéarité dans la cavité. Cette dernière situation s'exprime de façon "théorique" par des coopérativités  $C_1$  et  $C_2$  nulles.

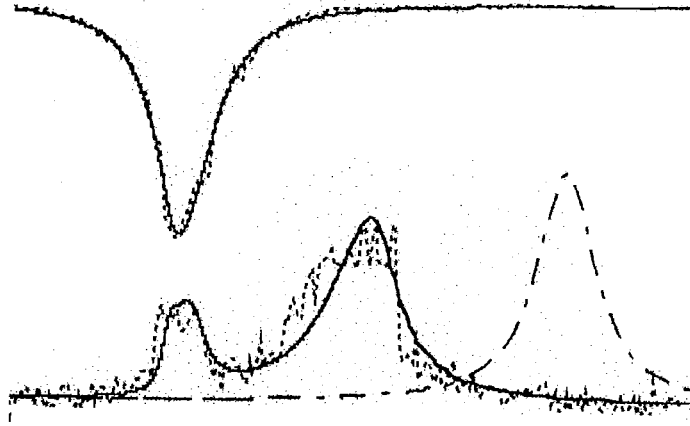


Figure III-25 : Courbes expérimentales (en pointillés) et théoriques (trait plein) de l'intensité intracavité en fonction du désaccord cavité  $\delta\theta$ . Pour plus de clarté, les courbes "signal" ont été inversées. Chaque courbe est normalisée à l'intensité correspondante à la résonance de la cavité sans atomes. La simulation numérique est calculée pour des paramètres voisins de ceux de l'expérience :  $\Omega_2^{IN} = 42$  ;  $\Omega_1^{IN} = 7,8$  ;  $\Delta_2 = 2$  et  $\Delta_1 = 42,1$ . Les coopérativités qui dépendent du nombre d'atomes valent ici :  $C_2 = 135$  et  $C_1 = 90$ .

On a donc un accord remarquable entre théorie et expérience. La résonance du faisceau SIGNAL n'est pas modifiée en présence des atomes : on obtient une forme lorentzienne correspondant à la résonance de la cavité vide. Conformément au schéma des transitions fantômes, le SIGNAL, accordé sur une transition très faiblement peuplée, ne peut "voir" un effet dû aux atomes.

Le faisceau MESURE, par contre, présente deux résonances qui sont déplacées par rapport à la position du pic d'AIRY obtenu en l'absence d'atomes (courbe en pointillés — — —, de la figure III-25). La première (à gauche) est provoquée par la modification d'indice induite par la dispersion linéaire des atomes (dans le niveau  $F = 1$ ). Notons qu'elle ne dépend pas du SIGNAL dont l'intensité est très faible à cet endroit. La seconde (à droite) est cette fois due au SIGNAL qui, lorsqu'il résonne dans la cavité, induit sur le faisceau MESURE un déphasage non-linéaire l'attirant à nouveau à résonance. Les deux champs sont alors **simultanément** résonnants dans la cavité : ce désaccord cavité  $\delta\theta$  correspond au point de fonctionnement QND optimum.

Le balayage de la cavité est arrêtée sur ce "point" et les critères QND sont alors mesurés.

## II.2.2 Les critères QND

Le calcul théorique dont les résultats vont être présentés maintenant prend en compte le bruit dû à l'émission spontanée des atomes.

Les courbes de la figure III-26 donne la valeur de  $T_S, T_M$  et  $V_S |_M$  en fonction du désaccord

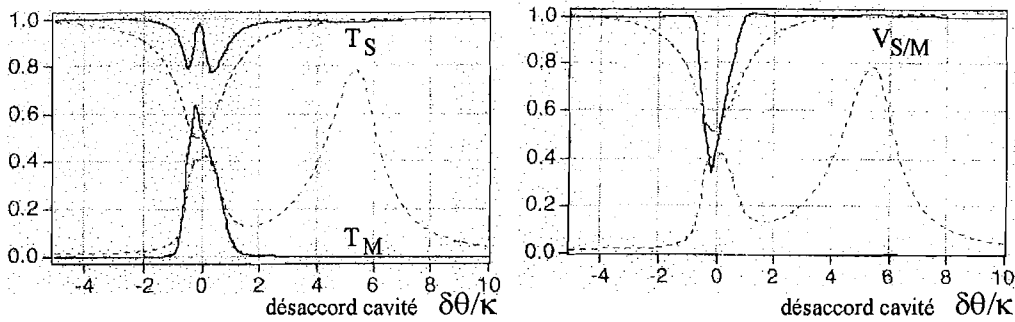


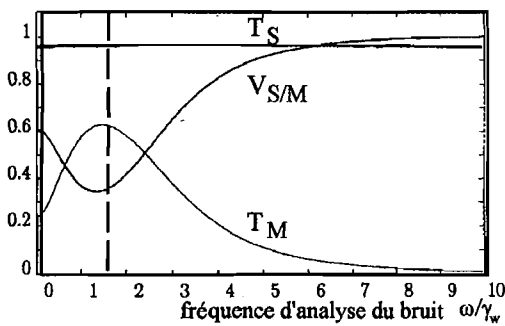
Figure III-26 : Évolution des critères QND en fonction du désaccord cavité  $\delta\theta$ . En pointillés, on a représenté l'intensité des champs moyens. On peut vérifier que les meilleurs résultats de la mesure QND sont attendus pour la double résonance. Les paramètres du calcul sont identiques à ceux de la figure III-23. Notons enfin que le calcul est effectué à une fréquence d'analyse de 4,6 MHz, très proche de la fréquence de la modulation classique appliquée sur le signal.

cavité  $\delta\theta$ . Il apparait que l'optimum est bien obtenu pour la double résonance. On a alors :

$$T_S^{theo} = 0,96 \quad T_M^{theo} = 0,63 \quad V_{S|M}^{theo} = 0,35 \quad (III-27)$$

Ces valeurs sont en bon accord avec les valeurs expérimentales ("atomiques") de l'équation (III-26), qui sont données avec une incertitude évaluée à  $\pm 0,05$ .

En dernier lieu, on montre sur la figure ci-dessous, la dépendance en fréquence de ces critères avec cette fois, les désaccords cavités  $\theta_1$  et  $\theta_2$  fixés par le point de l'expérience, les valeurs de  $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_{S|M}$  dépendent de façon significative de la fréquence. Les mesures effectuées à diverses fréquences (2, 3, 6 et 8 MHz typiquement) ont conduit à des résultats moins bons. Ainsi que nous l'avons donc observé expérimentalement, la meilleure efficacité est atteinte autour de 4,6 MHz qui est, de ce fait, la valeur adoptée pour les courbes de la figure III-26 et les valeurs théoriques (III-27).



Dépendance des critères QND en fonction de la fréquence RF de bruit. Les corrélations quantiques sont conséquentes dans la bande passante de la cavité avec un optimum clair à 4,6 MHz (soit  $1,553 \gamma_w$ ). Les autres paramètres sont fixés par le point de fonctionnement correspondant à la double résonance du signal et de la mesure de la cavité.

## II.3 Conclusion

L'accord entre les valeurs expérimentales et l'analyse théorique basée sur un modèle d'atomes à 3 niveaux est tout à fait remarquable. Le modèle est en effet capable de reproduire et de donner une interprétation des principaux résultats de l'expérience en ce qui concerne :

- d'une part, les intensités intracavités des champs moyens ;
- d'autre part, les corrélations quantiques (et par là même les critères  $T_S, T_M$  et  $V_{S|M}$ ) établies lors du couplage non linéaire ; le meilleur point de fonctionnement correspondant à la résonance simultanée des deux champs de la cavité.

On peut remarquer que les différents paramètres, utilisés dans le modèle, peuvent être considérés comme des "moyennes" de l'ensemble des phénomènes plus ou moins complexes, rencontrés dans l'expérience (voir discussion dans l'article §VI-C). Mais, la possibilité de décrire correctement les résultats obtenus à l'aide de ces paramètres effectifs nous montre que l'essentiel des effets physiques est contenu dans le modèle d'atomes à trois niveaux.



# CHAPITRE IV

## EXPERIENCES COMPLEMENTAIRES





## Introduction

Comme nous l'avons dit dans le chapitre III, il existe plusieurs configurations de niveaux (parmi les 32 sous-niveaux de l'atome de Rb) pour lesquelles les calculs théoriques prévoyaient un couplage QND efficace. Aussi, nous avons tenté d'effectuer une mesure QND avec trois autres systèmes à trois niveaux que nous présenterons en partie A. En particulier l'expérience fut tentée sur deux configurations en  $\Lambda$  :

- sur des sous-niveaux Zeeman (section A-I)
- sur des sous-niveaux hyperfins comme dans l'expérience finale, présentée dans le chapitre III. Nous verrons en section A-II les raisons pour lesquelles ces expériences n'ont pas donné de résultats satisfaisants et les modifications qui ont été envisagées.

Enfin, en section A-III, nous présenterons les résultats obtenus dans un système à trois niveaux en V.

Dans une seconde partie de ce chapitre, nous rapportons les résultats concernant l'évaluation de la température de notre piège magnéto-optique seul. Autrement dit, cela ne correspondra pas exactement aux conditions de l'expérience QND puisque, comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe II.2 et comme nous le décrirons plus détails dans la partie A, les faisceaux de la cavité sont susceptibles d'avoir des effets sur les atomes piégés. Cependant, les mesures réalisées procurent un ordre de grandeur raisonnable de la température des atomes dans le PMO.



# PARTIE A : Les autres configurations envisagées

## I Configuration en $\Lambda$ sur des sous-niveaux Zeeman

### I.1 Niveaux atomiques mis en jeu

En présence des lasers de piégeage et repompage, la population atomique se répartit principalement entre le niveau hyperfin supérieur du fondamental  $5S_{1/2}(F = 2)$  et le niveau supérieur de l'état excité  $5P_{3/2}(F' = 3)$ . Afin de séparer les effets de piégeage des effets de couplage à deux faisceaux au sein du piège, on peut utiliser la transition  $5S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F' = 1)$  (raie  $D_2$ , à 780 nm) qui présente plusieurs avantages (voir figure IV-1) :

- en premier lieu, elle est très peu perturbée par le faisceau piège, accordé sur une transition distante de 6,83 GHz ;
- en second lieu, en employant des faisceaux signal et mesure polarisés circulairement, elle permet de réaliser un système en  $\Lambda$  entre les sous-niveaux Zeeman hyperfins ( $m_F = 1$ ,  $m_F = -1$  et  $m_{F'} = 0$ ) dont les potentialités pour une mesure QND ont été au préalable étudiées théoriquement [42] .

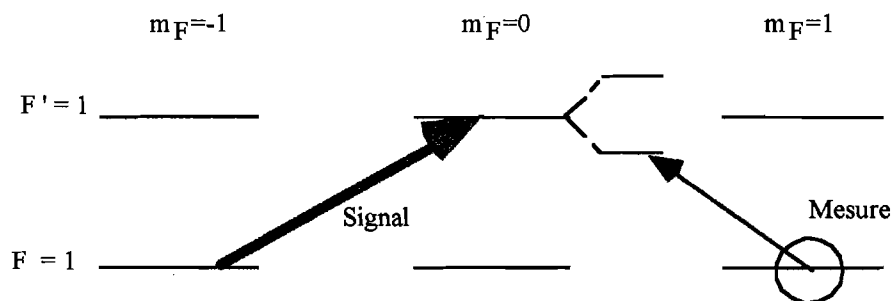


Figure IV-1 : Configuration à trois niveaux en  $\Lambda$  couplés par des faisceaux signal et mesure polarisés circulairement. On observe un dédoublement du niveau excité  $m' = 0$  que le faisceau mesure vient sonder.

En outre, des expériences préliminaires de type "pompe-sonde" réalisées pendant la thèse de Philippe Grellu [16], ont mis en évidence un couplage non linéaire sur ces transitions. Ces expériences de spectroscopie non linéaire ont permis d'observer des effets significatifs induits par le nuage d'atomes froids (effet AUTLER-TOWNES) [51]. Cependant, des puissances de pompe

trop élevées finissaient par altérer profondément le nuage dans la zone d'interaction en raison du pompage optique vers d'autres sous-niveaux hyperfins d'une part, et d'effets mécaniques, d'autre part. Enfin, cette étude a été réalisée en l'absence de cavité optique et ne fonctionnait pas continu. En d'autres termes, le couplage avait lieu en phase mélasse, alors que le repompeur et le champ magnétique du piège étaient supprimés. Néanmoins, les résultats obtenus laissaient présager une situation prometteuse pour réaliser un couplage QND.

Les prédictions préliminaires concernant l'efficacité d'une mesure QND, sur la base des critères précédemment établis (cf. partie B du chapitre I), sont présentés sur la figure IV-2. Le calcul correspond à des valeurs réalistes des paramètres expérimentaux intervenant dans le programme. En particulier, pour cet exemple, l'épaisseur optique à résonance du milieu atomique vaut 1,5 et la cavité qui l'entoure comporte un miroir de couplage transmettant 3 %<sup>20</sup> ; le faisceau signal est désaccordé de dix largeurs naturelles. Les faisceaux signal et mesure ont des intensités dans la cavité valant respectivement 500 fois et 5 fois l'intensité de saturation de la transition, ce qui correspond à des puissances incidentes inférieures au milliwatt.

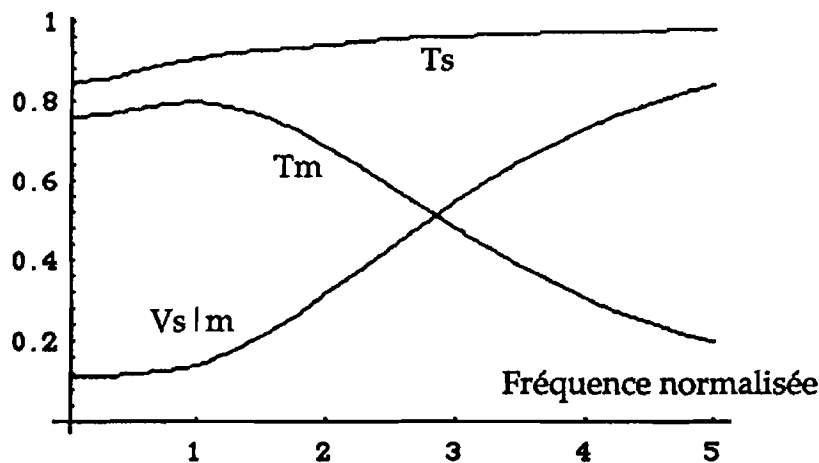


Figure IV-2 : Spectre des critères QND  $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_{S|M}$  en fonction de la fréquence d'analyse, normalisée à la largeur de la cavité. Les trois critères QND sont calculés lorsque les deux faisceaux résonnent simultanément dans la cavité. Les paramètres expérimentaux, définis dans le texte, correspondent à des valeurs accessibles avec un PMO.

**Remarque** L'épaisseur optique du milieu à résonance,  $\alpha_o \ell$ , est reliée à la coopérativité qui est le paramètre que nous avons utilisé jusqu'à présent, de la façon suivante :

$$C = \frac{2\alpha_o \ell}{T}$$

où  $\ell$  est la longueur du milieu non linéaire et  $T$  la transmission en intensité du miroir entrée-sortie de la cavité permettant d'exalter les non-linéarités  $\alpha_o = n\sigma = n \frac{3\lambda^2}{2\pi}$  est donc le produit de la densité

<sup>20</sup> Le calcul n'a pas été réalisé avec la valeur  $T = 5\%$ , transmission du miroir entrée/sortie de la cavité effectivement installée car ces calculs réalisés, en partie par Alice Sinatra, sont antérieurs à l'installation de la cavité. De ce fait, il était possible de jouer sur ce paramètre dans les simulations. Néanmoins, l'ordre de grandeur est tout à fait respecté.

atomique par la section efficace d'absorption de la transition considérée. Ces deux paramètres sont, en tout cas, proportionnels au nombre d'atomes  $N$  en interaction avec les champs intracavité qui s'exprime comme  $N = nS\ell$  où  $S$  est la section du faisceau dans la zone d'interaction (supposée constante puisque la distance de RAYLEIGH est grande devant la taille du piège).

Sur la figure, la fréquence de bruit est normalisée à la largeur  $\kappa$  d'un mode de la cavité. Il apparait qu'à l'intérieur de cette bande passante, le système permet, a priori, de réaliser une mesure QND efficace. En particulier, le signal agissant sur une transition couplant des états faiblement peuplés, est très peu dégradé par le processus de mesure : le coefficient de transfert  $T_S$  est proche de l'unité. En effet, à cause de la nullité du coefficient de CLEBSCH-GORDAN ( $m = 0 - m = 0$ ) dans une transition  $J - J$  (ici  $J = F = 1$ ) et de la présence des lasers, le niveau fondamental  $m = 0$  n'est pas peuplé (voir figure IV-3).

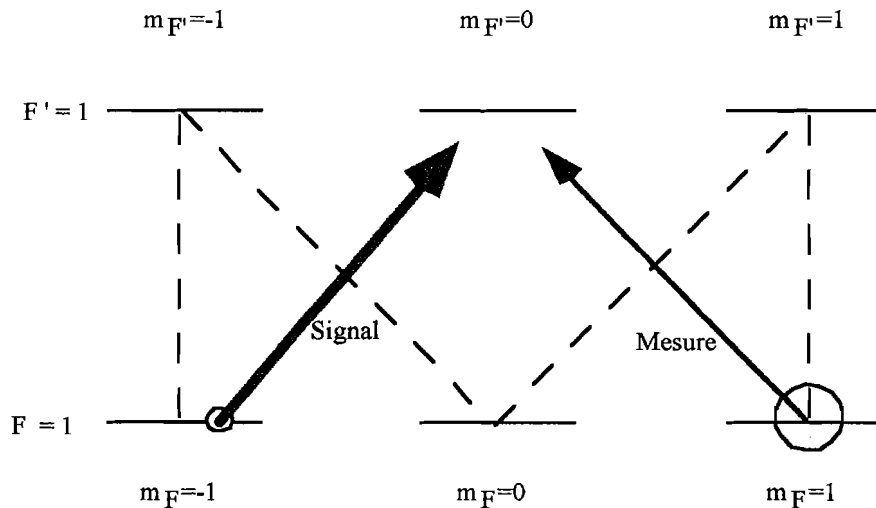


Figure IV-3 : Configuration en lambda sur trois sous-niveaux Zeeman hyperfins. Les traits pointillés indiquent les coefficients de Clebsch-Gordan non nuls et qui sont par ailleurs, tous égaux entre eux dans ce cas. Les lasers ont des polarisations circulaires opposées.

Nous avons donc tenté de transposer l'expérience de spectroscopie non linéaire [51] à une mesure QND en couplant les deux faisceaux dans la cavité optique. L'ensemble du dispositif permettant de coupler puis d'analyser les deux lasers dans la cavité est analogue à celui présenté dans le chapitre II sur la figure IV-19. Il a été complété par une détection interférométrique sensible à la phase du faisceau mesure réfléchi par la cavité (détection homodyne, dont le principe a été exposé dans le chapitre QND).

**Remarque :** Le montage de la photo IV-10 ne correspond pas à la détection homodyne mise en place pour cette expérience puisque ni la longueur (780 nm, ici) ni les polarisation des faisceaux ( $\sigma^+/\sigma^-$ ) n'étaient identiques.

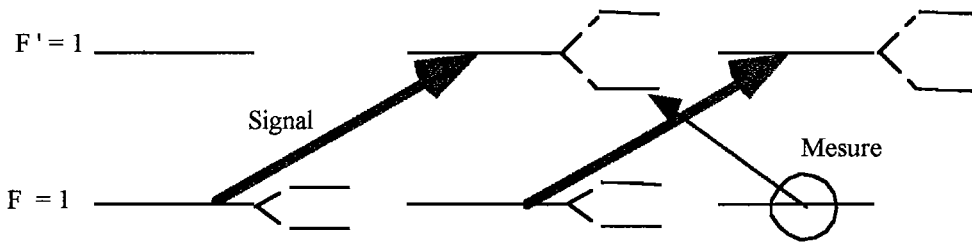
Pour terminer cette présentation, notons que le niveau  $F = 1$  n'étant pas couplé au piège,

une configuration de piège sombre a été utilisée (cf section A-IV du chapitre II).

Dans cette configuration, en fait, nous n'avons observé aucun couplage QND ; c'est pourquoi nous ne présenterons pas de courbe expérimentale. Par contre, dans le paragraphe qui suit, nous allons tenter d'expliquer les raisons de cette absence de couplage.

## I.2 Qu'est-ce qui ne marchait pas ?

Rappelons tout d'abord le principe du couplage dans cette configuration.



Le faisceau signal **intense**, polarisé circulairement  $\sigma^+$  (par exemple), transfère les atomes dans l'état ( $F = 1, m_F = \pm 1$ ) du sous-niveau fondamental, par **pompage optique**, tout en habillant les autres états ( $m_F = -1$  et  $0$ ) pour le fondamental et ( $F' = 1, m_{F'} = 0$  et  $+1$ ) pour l'état excité. Au voisinage de la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  ( $m_{F'} = 0$ ), le faisceau mesure, de faible intensité et de polarisation circulaire opposée à celle du signal ( $\sigma^-$ , en l'occurrence), sera sensible aux niveaux habillés par ce dernier.

En fait, les effets non linéaires dans ce système en lambda sont dominés par d'autres effets de pompage optique. Les atomes sont excités par les lasers, on vient de le voir, à partir du niveau fondamental  $F = 1$  vers  $5P_{3/2}, F' = 1$  de façon résonnante. Le niveau voisin  $F' = 2$  est de cette manière également excité (de façon non-résonnante). Les atomes peuvent alors décroître vers l'autre sous-niveau fondamental  $F = 2$ , qui est aussi le niveau piégeant, et sont ainsi **repompés** dans ce niveau puis renvoyés dans l'autre sous-niveau  $F = 1$  par les faisceaux de piégeage avec un temps caractéristique de l'ordre de  $0,1$  ms (voir figure IV-4).

On est finalement en présence d'une compétition entre ces deux effets de  **pompages opposés**, qui induit de violents effets de bistabilité optique qui apparaissent, en fait, en présence d'un seul des deux faisceaux (signal ou mesure), mais surtout qui masquent complètement leur couplage non-linéaire. De plus ces effets de couplage à deux faisceaux requièrent une intensité pour le signal, relativement élevée (typiquement  $0,5$  mW à l'entrée de la cavité). Or le temps de dépompage est donné par la relation suivante :

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{\Gamma \Omega^2}{2 \Delta^2} = \frac{\Gamma \gamma^2 I}{2 \Delta^2 I_{sat}}$$

d'où une réduction sensible du temps de pompage du niveau  $F = 1$  vers  $F = 2$  (du fondamental) jusqu'à se trouver inférieur à  $0,1$  ms : tous les atomes sont alors repompés dans le

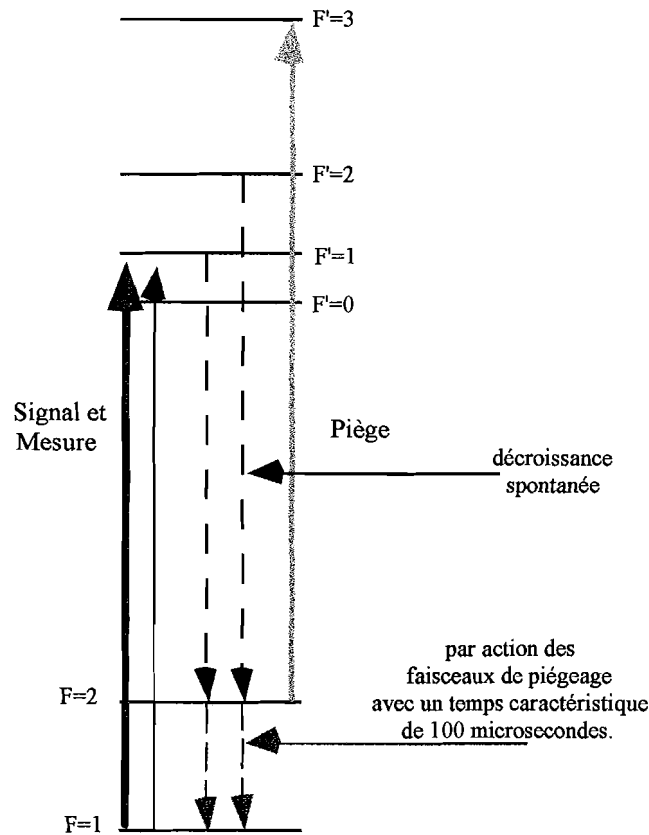


Figure IV-4 : Effets du pompage optique sur l'ensemble des sous-niveaux hyperfins mis en jeu dans l'expérience. Le découplage entre les faisceaux pièges et les faisceaux QND n'est pas parfait puisque les atomes, bien que dans un niveau a priori découplé des faisceaux pièges, se retrouvent dans le cycle de piégeage par pompage optique.

sous-niveau  $5S_{1/2}$ ,  $F = 2$  et donc inutilisables pour le couplage QND recherché.

Pour éviter ce problème, plusieurs possibilités sont envisageables. La première est d'utiliser un "dépompeur", faisceau auxiliaire qui renforcerait l'action des faisceaux pièges de manière à renvoyer les atomes vers le sous-niveau fondamental  $F = 1$  en un temps bien inférieur à 0,1 ms. Un tel faisceau, accordé à résonance sur la transition  $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 2$  peut conduire à un temps de "dépompage" inférieur à 100 ns, ce qui permettrait de maintenir les atomes dans l'état  $F = 1$ .

Une deuxième possibilité consiste à utiliser une configuration en lambda entre les deux niveaux hyperfins du fondamental ( $5S_{1/2}$ ) :  $F = 1$  et  $F = 2$  (et non plus les sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin  $F = 1$ ). Dans ce cas, le même faisceau, partant de  $F = 2$ , sert à la fois de "dépompeur" et de faisceau QND<sup>21</sup>. En outre, afin d'éviter la perturbation des niveaux

<sup>21</sup> Il est intéressant de pouvoir associer ce faisceau au signal car cela permet d'avoir une efficacité de dépompage plus importante grâce à l'intensité forte du champ signal, relativement au champ mesure.



excités par les faisceaux pièges intenses (déplacements lumineux), il sera commode d'envisager cette expérience sur la raie  $D_1$  (à 795 nm) plutôt que sur la raie  $D_2$  (à 780 nm) qui sert au piégeage. Comme nous allons le voir maintenant, c'est cette seconde solution qui a été préférée.

## II Système en $\Lambda$ sur des sous-niveaux hyperfins

### II.1 Configuration utilisée

La situation est tout à fait similaire à celle exposée dans le chapitre III. En effet, le signal intense excite la transition  $5S_{1/2} F=2 \rightarrow 5P_{1/2} F'=1$  (ou 2) ; tandis que la mesure, faible, est accordée au voisinage de la transition  $F=1 \rightarrow F'=1$  (ou 2) sur la même raie  $D_1$  à 795 nm (voir figure IV-5).

Le signal agit alors clairement comme un "dépompeur" beaucoup plus efficace que les faisceaux pièges. Cela nous permet de garder les atomes piégés dans le sous-niveau  $F=1$ . Le signal, accordé sur une transition pour ainsi dire vide de population, ne devrait pas être absorbé. On peut donc espérer obtenir un transfert optimal sur le signal, proche de l'unité ( $T_S \simeq 1$ ).

Il reste à rechercher le couplage non linéaire avec le faisceau mesure et à mesurer le cas échéant le transfert sur la voie mesure grâce à la détection homodyne.

### II.2 Les observations expérimentales

En fait, nous avons étudié le couplage pour les deux configurations de polarisations possibles à savoir circulaires opposées ( $\sigma^+/\sigma^-$ ) et linéaires orthogonales (lin.perp.lin). Dans les deux cas des effets de bistabilités à deux photons, dus au couplage signal-mesure ont clairement été observés. Ce sont par exemple, les courbes expérimentales des figures IV-20 et IV-21 présentées à la fin du chapitre B-I de ce mémoire. Nous ne les commenterons pas davantage.

Par contre, ces situations ont fait l'objet de mesure des critères QND, avec les méthodes exposées en section B-II et B-III du chapitre III. Pour la mesure du coefficient de transfert  $T_m$ , on rappelle que l'on compare le rapport signal à bruit sur la voie mesure ( $RSB_{OUT}^m$ ) au rapport signal à bruit, ramené à l'entrée, de la voie signal ( $RSB_{IN}^s$ ) alors que la cavité est arrêtée à résonance (simultanée pour les deux faisceaux). Par contre, la détection homodyne est balayée.

#### II.2.1 $\sigma^+ / \sigma^-$

Les meilleurs résultats ont été obtenus avec les paramètres expérimentaux suivants :

- signal :  $P_s = 140 \mu\text{W}$  et  $\Delta_s < 0$  par rapport à la transition ( $F=2 \rightarrow F'=2$ ),

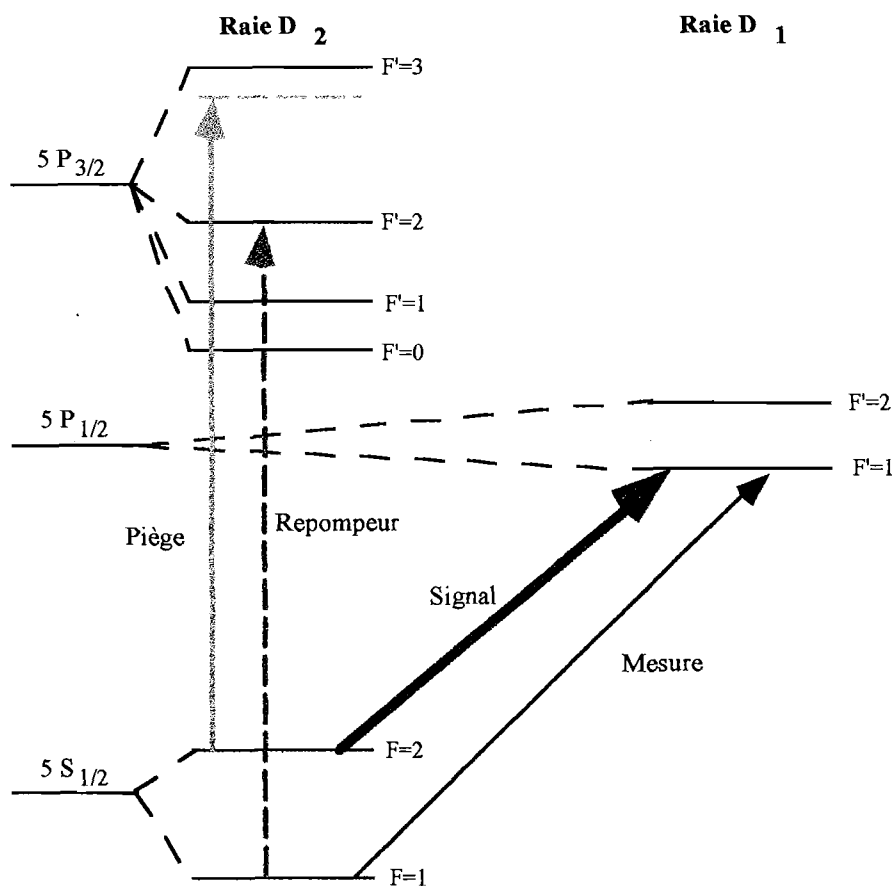
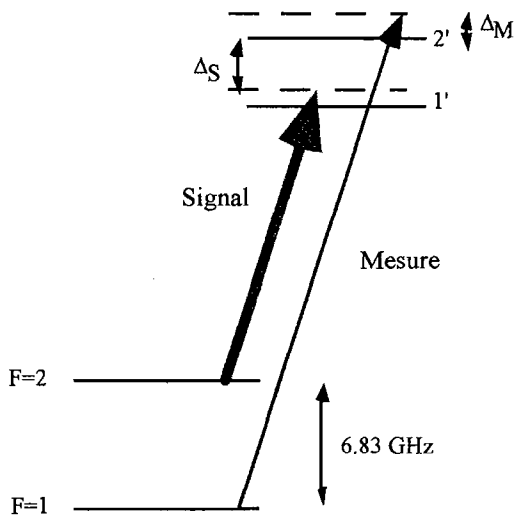


Figure IV-5 : Configuration à trois niveaux en  $\Lambda$  utilisant les niveaux hyperfins  $F = 1$  et  $F = 2$  du fondamental. Les faisceaux "QND" sont à 795 nm (raie  $D_1$ ) ce qui permet de mieux les découpler des faisceaux de piégeage accordés sur la raie  $D_2$  à 780 nm.

- mesure :  $P_m = 6 \mu\text{W}$  et  $\Delta_m > 0$  par rapport à la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ).



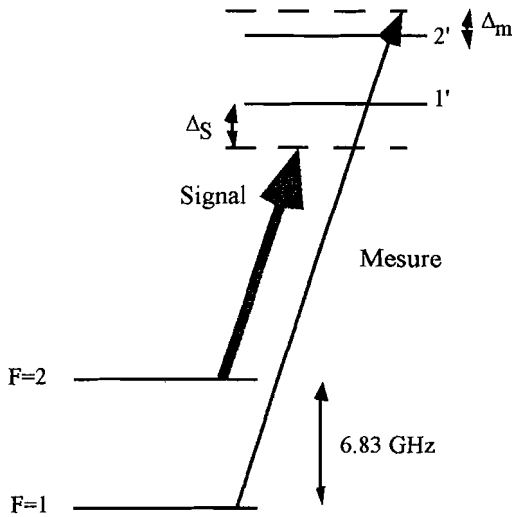
Rappel des notations pour les désaccords signal et mesure. On peut noter qu'au total l'écart en fréquence entre les deux lasers vaut  $7,5 \text{ GHz} (= 6,83 + |\Delta_s| + |\Delta_m|)$ .

Dans cette configuration, on obtient donc au mieux  $T_m = -30 \text{ dB}$  soit  $T_m = 0,001$  ce qui est très mauvais. En fait, on ne se situe même pas dans un régime de duplication quantique puisque, comme nous l'avons vu au chapitre III,  $T_s$  est limité, par les imperfections optiques de notre dispositif expérimental, à  $0,9$ . Ainsi, on a  $T_s + T_m = 0,901 < 1$ , c'est pourquoi nous n'avons pas tenté de mesure de la variance conditionnelle.

### II.2.2 lin. perp. lin

Pour cette configuration de polarisation, les paramètres expérimentaux étaient :

- signal :  $P_s = 500 \mu\text{W}$  et  $\Delta_s < 0$  par rapport à la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 1$ ),
- mesure :  $P_m = 25 \mu\text{W}$  et  $\Delta_m > 0$  par rapport à la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 1$ ).



Dans ce cas, le meilleur transfert sur la voie mesure a donné  $T_m = -23 \text{ dB}$ , soit  $T_m = 0,005$ , ce qui n'est guère mieux qu'en  $\sigma^+/\sigma^-$ . Pour les mêmes raisons, la variance conditionnelle associée n'a pas été mesurée.

Nous allons voir maintenant les raisons pour lesquelles les résultats présentés ici ne sont pas meilleurs.

### II.3 Problèmes liés à ce système en $\Lambda$

Comme nous l'avons expliqué en partie A du chapitre III, cette configuration est très prometteuse mais elle présente un certain nombre de contraintes qu'il faudra parfaitement contrôler. Dans le cas présent, nous avons été essentiellement limités par la cavité en place. En effet, ainsi que nous l'avons souligné dans le §II-2-1, la différence de fréquence,  $\Delta\nu$ , entre les deux lasers vaut 7,5 GHz. Cet écart est en fait imposé par la cavité, dont l'intervalle spectral libre (ISL) vaut 2,5 GHz. Pour que les deux faisceaux résonnent simultanément dans la cavité, ils doivent être accordés sur deux modes distincts de la cavité, séparés d'un nombre entier d'ISL (ici 3).

Or cela implique un désaccord "relatif" de 0,7 GHz<sup>22</sup> entre le signal et la mesure ce qui n'est pas du tout optimal du point de vue du couplage QND (cf. les désaccords typiques adoptés dans l'expérience présentée dans le chapitre précédent). Dans le but de "compenser" en quelque sorte cet important désaccord, nous avons essayé d'augmenter la puissance incidente du signal. Mais alors les effets de bistabilité à deux photons s'accompagnaient d'effets mécaniques importants sur le piège pouvant entraîner sa destruction. Ainsi, lorsque la longueur de la cavité était balayée lentement, nous pouvions observer sur une caméra CCD (filmant le piège) la fuite momentanée des atomes, au passage à résonance, du signal. Dans ces conditions, la tâche de

<sup>22</sup> Nous appelons désaccord relatif la différence de fréquence entre le désaccord imposé par la cavité (7,5 GHz) et le désaccord imposé par la configuration atomique choisie (6,83 GHz entre les deux sous-niveaux hyperfins du fondamental) soit  $\delta_r = 7,5 - 6,8 \simeq 0,7 \text{ GHz}$ .

fluorescence filmée perdait sa symétrie circulaire et s'allongeait suivant l'axe de la cavité (et vers le bas) puis reprenait sa forme initiale lorsque le laser ne résonnait plus. Etant donné que ce phénomène s'est reproduit dans des configurations différentes (cf. section suivante), nous l'appellerons désormais **“aigrette”**. Enfin, si on arrêta la cavité à résonance, le piège disparaissait, détruit par l'action mécanique du signal qui poussait les atomes hors du piège et ceci plus rapidement que les faisceaux pièges n'étaient capables de capturer les atomes du jet ralenti.

Cette interprétation reste qualitative et une étude détaillée de la situation n'a pas été entreprise et ce, pour deux raisons :

- la première est que l'objet de cette expérience était avant tout la réalisation d'une mesure QND ; nous avons donc préféré essayer une nouvelle configuration de niveaux atomiques (cf section A-III) ;
- la seconde est que cette étude nécessitait un contrôle fin de la fréquence des faisceaux. Or, la cavité en place ne nous permettait pas cette exploration. Nous étions donc dans une impasse ...

La première issue que nous avons envisagée fut de tenter l'expérience dans un système en V comme nous allons le voir maintenant. La seconde consistait à modifier la cavité comme nous l'avons vu dans le chapitre III, avec les résultats correspondants.

## III Système en V

### III.1 Les transitions employées

Une autre configuration possible peut être obtenue sur un système en V : le faisceau signal excite, dans ce cas, la transition fermée  $5S_{1/2}F = 2$  ( $m_F = 2$ )  $\rightarrow$   $5P_{1/2}F' = 3$  ( $m_{F'} = 3$ ) (raie  $D_2$  à 780 nm) et le faisceau mesure est accordé au voisinage de la transition  $5S_{1/2}F = 2$  ( $m_F = 2$ )  $\rightarrow$   $5P_{1/2}F' = 1$  ( $m_{F'} = \pm 1$ ) (raie  $D_1$  à 795 nm) (voir figure IV-6).

**Remarque :** L'excitation par le laser signal intense de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  dédouble le niveau  $F = 2$  (commun à la transition sur laquelle est accordé le faisceau mesure). Le doublet correspondant est appelé “doublet Autler-Townes” et ses deux composantes sont notées (+) et (-) comme sur la figure.

La transition du faisceau mesure n'est pas parfaitement fermée puisque les atomes portés dans le niveau  $F' = 1, m_{F'} = \pm 1$  ne reviennent, dans l'état “initial”  $F = 2, m_F = +2$ , qu'avec une probabilité 1/2 (et non 1, voir figure ci-après). Mais ils peuvent également décroître vers les niveaux ( $F = 2, m_F < 2$ ) avec une probabilité globale qui vaut 1/3 et sur le niveau  $F = 1$  avec la probabilité 1/6.

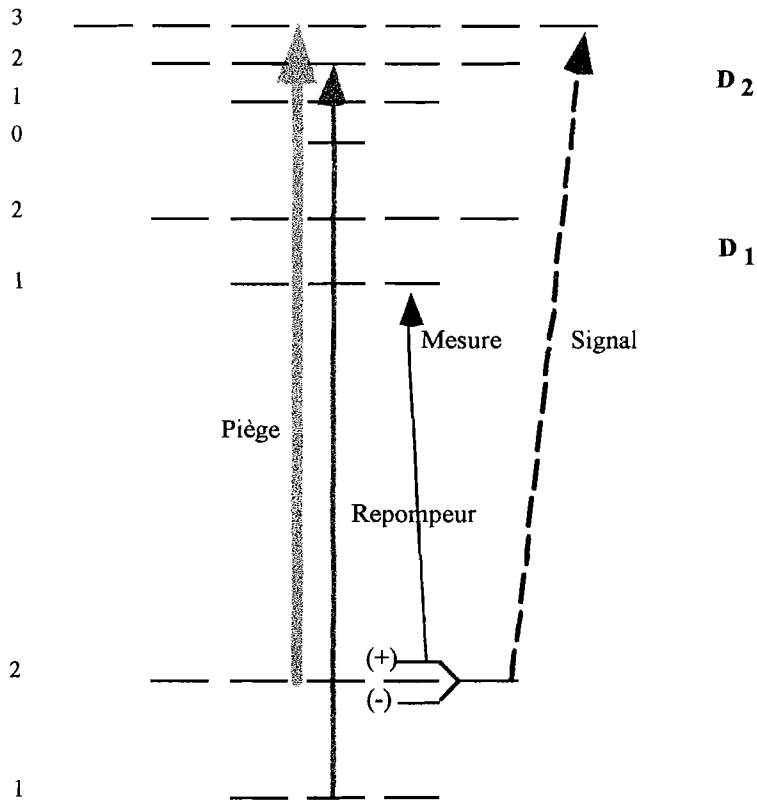
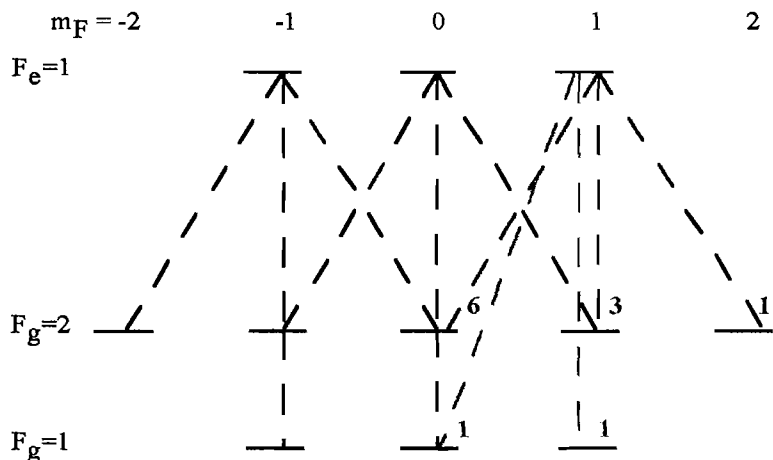


Figure IV-6 : Configuration à trois niveaux en V utilisant les raies  $D_1$  et  $D_2$ . Le signal, intense, est polarisé  $\sigma^+$  et accordé sur la même transition que les faisceaux pièges. Les atomes sont donc pompés optiquement dans les sous-niveaux Zeeman  $m_F = 2$ . Le faisceau mesure vient sonder les déplacements de niveaux induits par le signal, sur la transition  $F = 2, m_F = 2 \rightarrow F' = 1, m_{F'} = \pm 1$  sur la raie  $D_1$ , en polarisation circulaire opposée  $\sigma^-$ .



Coefficients de CLEBSCH-GORDAN.

Cependant les atomes qui s'échappent du système à trois niveaux y sont ramenés très efficacement par le repompeur du piège, d'une part et par le signal, lui-même, d'autre part ;

selon que les atomes partent dans les sous-niveaux Zeeman du fondamental  $F = 1$  ou  $F = 2$  respectivement.

**Remarque :** Nous ne sommes pas en présence du schéma des transitions fantômes. En effet, le signal part d'un niveau qui contient environ 80 % des atomes. Néanmoins, son action tend à ramener tous les atomes dans ce niveau, ce qui est a priori très favorable. Du point de vue de l'absorption (et donc du coefficient de transfert  $T_S$ ), il faudra être en mesure d'envoyer un faisceau signal très intense.

Des calculs théoriques ont été entrepris dans le cas d'un système en V fermé. L'évaluation des critères QND est tout à fait encourageante, comme le montre la figure IV-7. Ces résultats ont été obtenus pour des champs d'intensité uniforme (onde plane progressive) ; autrement dit, on ignore ici, la structure d'onde stationnaire gaussienne induite par la présence de la cavité linéaire.

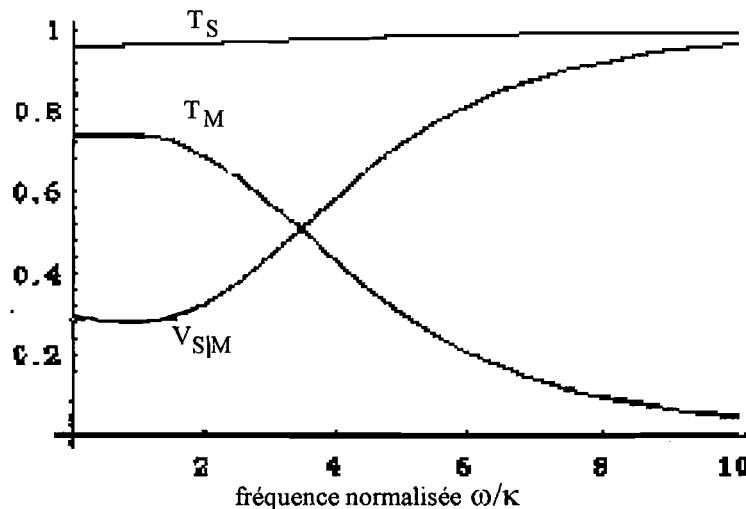


Figure IV-7 : Calcul théorique des critères QND, pour un système en V fermé, en fonction de la fréquence d'analyse des fluctuations, normalisée à la bande passante,  $\kappa = 10$  MHz, de la cavité. Les paramètres employés sont :  $P_S = 400 \mu\text{W}$ ,  $\Delta_S = 0$  et  $P_m = 1 \mu\text{W}$ .  $\Delta_m$  est optimisé au voisinage d'un des niveaux déplacés par le signal. Enfin, les coopérativités valent 400 pour le signal et 200 pour la mesure.

Les courbes théoriques rendent cette configuration digne d'intérêt bien que les paramètres utilisés soient un peu optimistes. En particulier, la coopérativité  $C_S = 400$  n'est peut être pas très réaliste. Une étude préliminaire de la bistabilité optique à un faisceau, accordée sur cette même transition, nous a conduit à  $C = 120$  [21]. Mais une diminution de  $C_S$  dégrade l'efficacité de la mesure et par conséquent, les valeurs attendues pour  $T_M$  et  $V_{S|M}$ . En outre, la puissance du signal ( $P_S = 400 \mu\text{W}$ ) est élevée ce qui permet de saturer largement la transition. L'absorption est alors négligeable, conduisant à une valeur de  $T_S$  proche de 1. Une diminution de  $P_S$  entraîne, cette fois-ci, un transfert sur la voie signal moins performant (i.e.  $T_S$  diminue).

Voyons maintenant ce que cette configuration a donné en pratique.

## III.2 Les courbes expérimentales

### III.2.1 Bistabilité

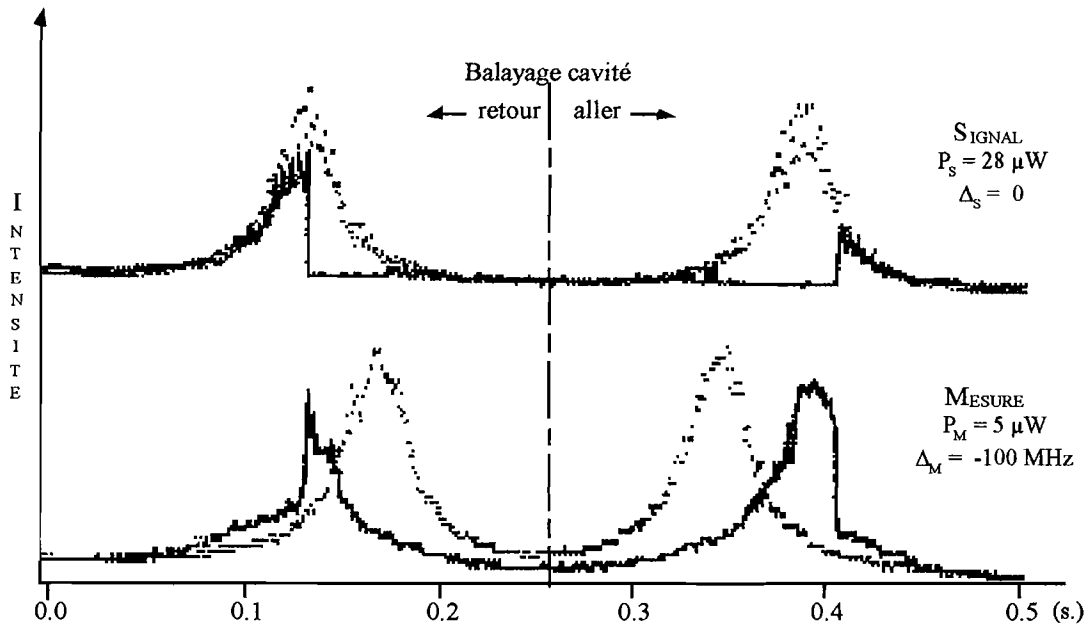


Figure IV-8 : Bistabilité à deux photons. Les courbes représentent les variations des intensités intracavité des deux faisceaux, lorsque la longueur de la cavité est balayée. La dissymétrie aller-retour est due à l'effet d'hystérésis caractéristique de la bistabilité optique. Le faisceau de mesure est accordé au voisinage d'une des composantes de fréquence de RABI. Les courbes en pointillés donnent l'allure de la résonance intracavité en l'absence des atomes piégés.

La figure IV-8 est un exemple d'observation de bistabilité à deux photons dans la configuration décrite ci-dessus. Les courbes présentées ici ont été obtenues dans les mêmes conditions que celles de la figure IV-20 en fin de chapitre II. La longueur de la cavité est balayée au voisinage de la résonance simultanée des deux champs et les intensités intracavité sont enregistrées sur les deux photomultiplicateurs placés en sortie de la cavité.

On retrouve bien le phénomène d'hystérésis caractéristique de la bistabilité optique et rencontré lorsque le désaccord par rapport à la résonance de la cavité est balayé dans un sens puis dans l'autre. Pour ces courbes, le signal est à résonance de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  (à 780 nm) avec une puissance incidente de  $28 \mu\text{W}$ . Le faisceau mesure est accordé sur le niveau inférieur du doublet AUTLER-TOWNES induit par le signal ce qui correspond approximativement à un désaccord rouge  $\Delta_M = -100 \text{ MHz}$  par rapport à la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 1$  (à 795 nm).



En fait, il nous a été possible d'observer un couplage non linéaire classique des deux faisceaux pour un très grand nombre de paramètres (intensités et désaccords) de la mesure, comme du signal. Notons en particulier, que nous sommes dans un cas où la contrainte sur les désaccords est pratiquement inexistante (cf. article p.129 du chapitre III). Ainsi, en se déplaçant d'un intervalle spectral libre (ISL) de la cavité, on trouvait à nouveau une résonance simultanée pour le signal et la mesure en réajustant finement leur désaccord relatif, qui était alors modifié de quelques dizaines de mégahertz, typiquement. Nous avons donc pu faire une exploration minutieuse de ces paramètres. Néanmoins, d'un point de vue quantique, les résultats obtenus n'ont jamais été à la hauteur des espérances.

Dans le paragraphe qui suit, nous donnons un des meilleurs résultats (typique, cependant) obtenus dans ce système en V. Dans un dernier paragraphe, nous essaierons d'analyser et de comprendre l'origine de la médiocrité de ces résultats.

### III.2.2 Paramètres QND

On rappelle qu'afin d'évaluer l'efficacité de la mesure, une modulation d'intensité (à 5 MHz) est appliquée sur l'intensité du signal, et est "lue" sur la phase de mesure grâce à la détection hornodyne (cf. chapitre III). Le signal utile est ensuite envoyé sur un analyseur de spectre radio-fréquence qui nous donne la puissance de bruit (ici, autour de 5 MHz, la fréquence de modulation). Le pic de bruit alors observé représente le "transfert" du signal vers la mesure.

Mais avant d'effectuer cette mesure précise du transfert, pour laquelle il convient d'arrêter le balayage de la cavité, il nous fallait déterminer les paramètres optimaux. C'est pourquoi, dans un premier temps, en faisant varier la longueur de la cavité autour de  $L_{rés}$ , nous regardions ce transfert en même temps que les deux intensités intracavité. Cela nous permettait d'ajuster les paramètres et d'optimiser "en direct" les effets QND (en l'occurrence, le transfert signal vers mesure). Comme le montre la figure IV-9, ces effets étaient souvent les plus importants lorsque les deux champs résonnent ensemble dans la cavité (intensités maximales sur les courbes)

Afin, ensuite, d'évaluer quantitativement les coefficients de transfert associés, le balayage de la cavité est arrêté et sa longueur est ajustée pour obtenir la résonance simultanées du signal et de la mesure. Sur l'analyseur de spectre, on enregistre maintenant les courbes reproduites sur la figure IV-10. La courbe lisse montre le spectre de bruit d'intensité du signal, qui présente un pic à la fréquence de modulation de 5 MHz, se détachant au dessus du bruit de photon standard ("plancher" à 0 dB pour les autres fréquences). Ce pic fournit directement le rapport signal à bruit,  $RSB_{IN}^s$  du signal entrant.

La courbe modulée montre le spectre des fluctuations de courant en sortie de la détection homodyne. La modulation correspond au balayage de la phase de l'oscillateur local, qui donne accès soit à l'intensité (minima) soit à la phase (maxima) du faisceau de mesure. On déduit de

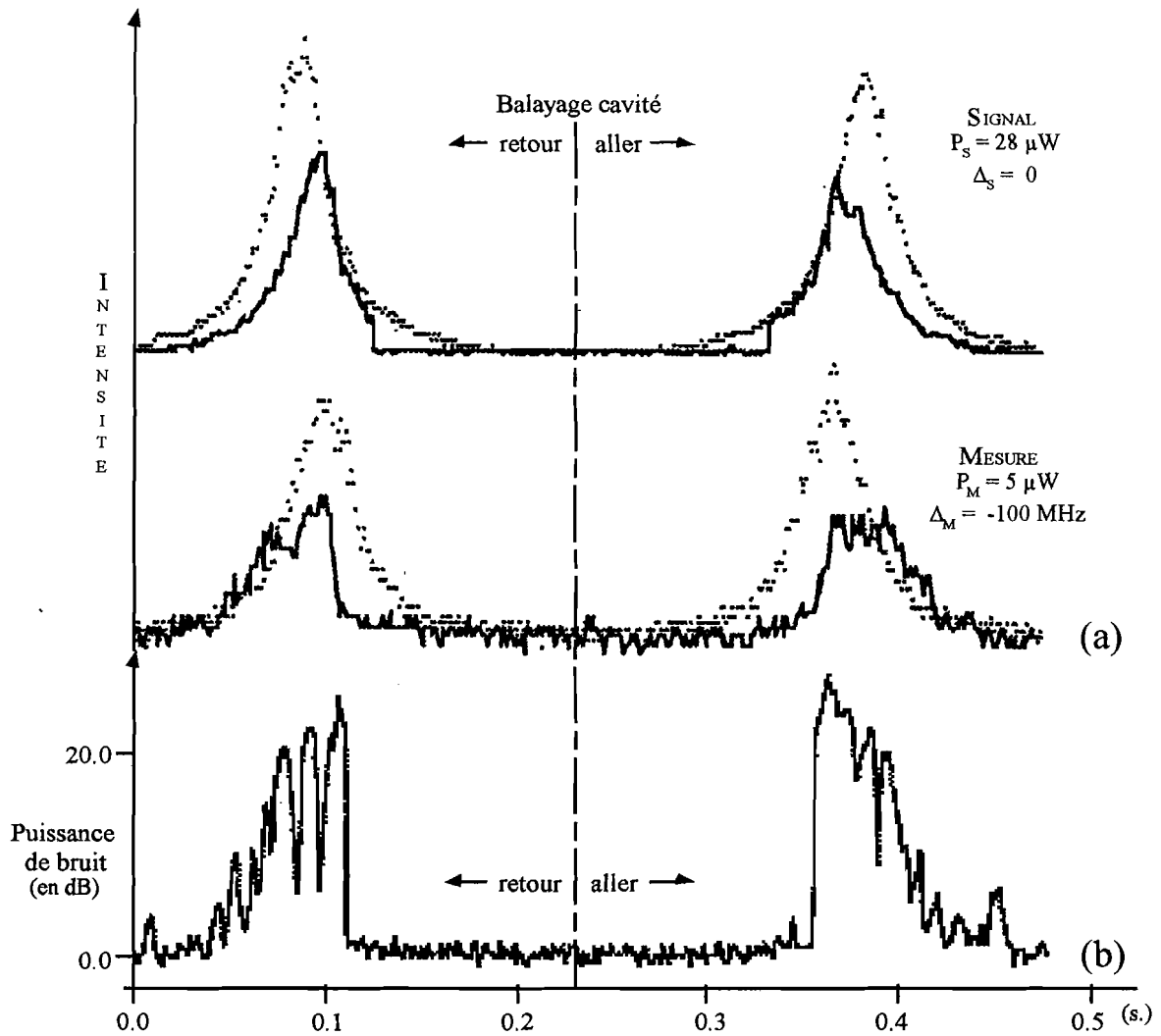


Figure IV-9 : On retrouve les courbes de bistabilité (a) de la figure précédente. Sur la courbe (b), on peut observer la puissance de bruit correspondante, exprimée en *dB*. Le meilleur transfert est clairement obtenu lors de la résonance simultanée des deux faisceaux dans la cavité.

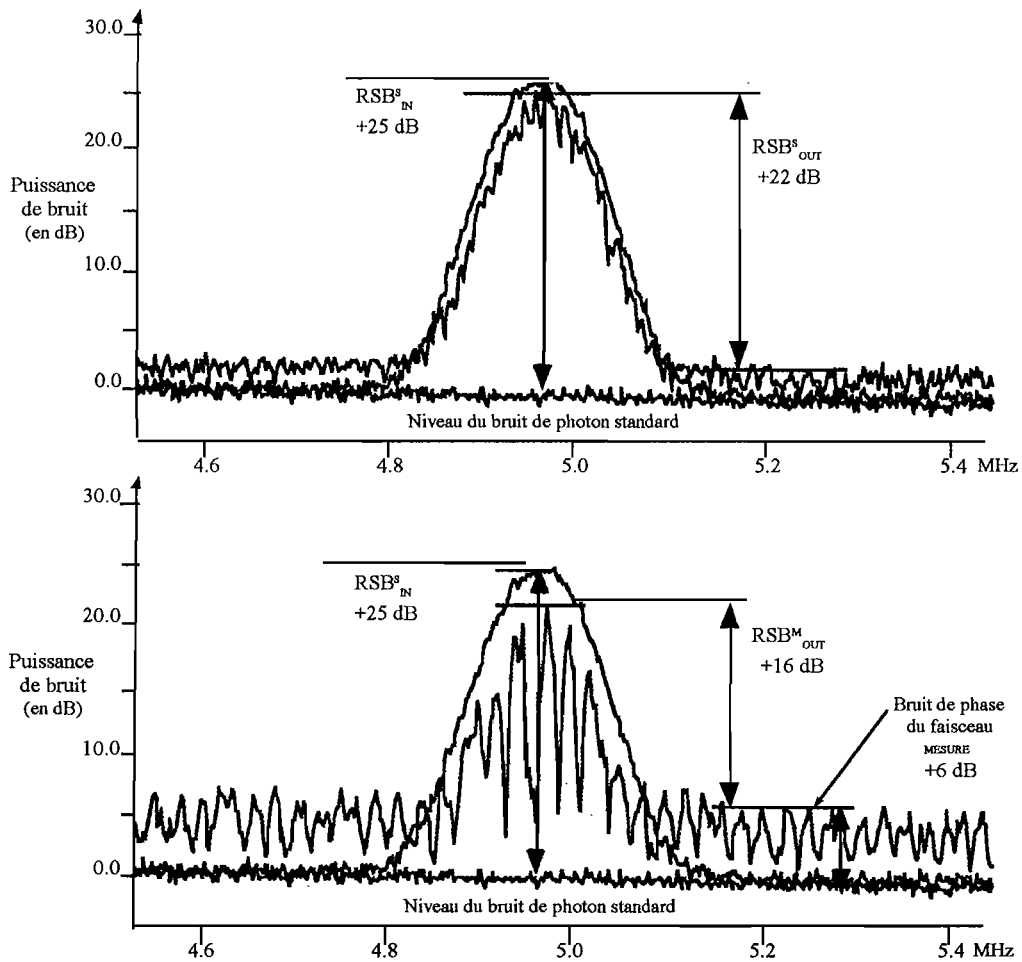


Figure IV-10 : Mesure des coefficients de transfert.

cette courbe la valeur de  $RSB_{OUT}^m - RSB_{IN}^s$ , qui vaut ici  $(16 - 25) = -9 \text{ dB}$  : le rapport signal à bruit ( $RSB$ ) "classique" du faisceau mesure vaut  $22 \text{ dB}$ , mais le bruit de phase a augmenté de  $+6 \text{ dB}$ . Par conséquent, le  $RSB$  "réel" n'est plus que  $16 \text{ dB}$ , d'où une valeur de  $T_M = 0,13$ .

Le coefficient  $T_S$  est mesuré en enregistrant le spectre de bruit d'intensité du signal réfléchi par la cavité (figure IV-10). Le signal est un peu atténué à cause de l'absorption des atomes ( $-1,5 \text{ dB}$ ), et le bruit augmente légèrement ( $+1,5 \text{ dB}$ ). La valeur mesurée de  $RSB_{OUT}^s - RSB_{IN}^s$ , est donc de  $-3 \text{ dB}$ , soit encore  $T_S = 0,5$ .

Finalement, le transfert global se monte à  $T_S + T_M = 0,63$ . Il n'atteint pas le domaine quantique pour lequel  $T_S + T_M > 1$ . Ces résultats semblent typiques de ce régime de fonctionnement, et ne s'améliorent pas significativement lorsque l'on fait varier les paramètres expérimentaux. En effet, une augmentation des désaccords ou une diminution des puissances conduit, de façon évidente, à la diminution des effets par diminution de la non-linéarité. Une augmentation des puissances (sensée améliorer le résultat obtenu) n'a pas de conséquence sensible jusqu'à un

point, où le piège est détruit par des puissances trop importantes, comme nous l'avions déjà observé dans la configuration en  $\Lambda$ , en section A-II. De la même manière, nous avons observé une "aigrette" pour un balayage lent de la cavité autour de la résonance du signal et la disparition du piège, si le signal résonnait dans la cavité.

En fait, pour les valeurs des paramètres (puissances et désaccords), utilisées dans cette expérience, on obtient un accord raisonnable avec le modèle théorique précédent (cf. figure IV-7), en prenant une coopérativité atomique de l'ordre de 100, qui est proche des valeurs mesurées dans nos expériences de bistabilité à un photon [21], et une puissance signal de  $15 \mu\text{W}$  (valeur mesurée expérimentalement). Le modèle utilisé semble donc correct mais n'explique pas cette réduction de la coopérativité.

Or, nous avons constaté qu'une augmentation de la puissance du signal entraîne une diminution du nombre d'atomes à cause d'**interactions mécaniques**, et ceci d'autant plus fortement que la puissance est plus élevée. Augmenter la puissance entraîne donc, une dégradation des résultats (par diminution de la coopérativité), au lieu du gain attendu. En fait, il n'est pas possible d'atteindre simultanément les valeurs  $C_s = 400$  et  $P_s = 400 \mu\text{W}$  de la figure IV-7, pour les raisons que nous venons d'évoquer. Mais, ces interactions, entre le piège et les faisceaux QND, présentent des propriétés non triviales, dont nous allons donner une interprétation qualitative dans le paragraphe suivant.

### III.3 Destruction de piège : action mécanique des faisceaux

#### III.3.1 Introduction

Ce paragraphe tente d'expliquer les observations sur le système en V, décrit ci-dessus. Le point essentiel est que, pour une certaine gamme des paramètres (intensités, désaccords), les effets d'expulsion des atomes, hors de la zone d'interaction avec les champs intracavités sont fortement réduits. Pour une valeur appropriée de ces paramètres, des effets d'attraction sont même prédits. Il semble que nos observations confirment ces prédictions ; mais il fut délicat d'obtenir des résultats quantitatifs, qui pourraient, éventuellement, être comparés avec un modèle théorique. Nous allons néanmoins présenter le travail effectué sur ce sujet.

#### III.3.2 Description théorique utilisée

Afin de décrire l'effet des forces radiatives exercées par un ou plusieurs faisceaux sur les atomes, il est nécessaire de déterminer théoriquement plusieurs quantités :

- la **valeur moyenne de la force**, pour des atomes immobiles, ou le potentiel, s'il existe ;
- le **coefficient d'amortissement**  $\alpha$ , obtenu à partir de sa dépendance en vitesse (au moins

- à l'ordre le plus bas) et qui permet de savoir si les atomes sont freinés ou accélérés ;
- enfin, le **coefficient de diffusion**  $D$  de l'impulsion, caractérisant le chauffage dû aux fluctuations de la force.

Conformément aux expériences qui sont réalisées dans une cavité optique linéaire, nous devons considérer des ondes stationnaires. Dans ce cas, le gradient de phase des champs est nul, et il n'existe pas de **force de pression de radiation**. Autrement dit, les atomes ne sont pas "poussés" puisqu'ils sont soumis à deux ondes opposées et de même intensité. Par contre, il existe de très forts gradients d'intensités, qui vont créer d'importants effets de **force dipolaire**, et ce, par des mécanismes réactifs (et non dissipatifs) liés à la redistribution des photons entre les deux ondes de la cavité.

Les forces radiatives qui s'exercent sur un atome à deux niveaux, dans une onde stationnaire, ont été abondamment étudiées, en utilisant soit directement les Équations de BLOCH Optiques (EBO) [54], soit la méthode de l'atome habillé [52, et références incluses]. Cependant, dans notre cas, il est nécessaire d'étendre ces calculs, à des atomes à trois niveaux, dans des configurations qui peuvent être soit en V, soit en  $\Lambda$ . L'expression des forces moyennes se déduit immédiatement de la valeur des dipôles atomiques, comme nous l'avons fait dans le cas du système en

, pour l'étude de la force dipolaire rectifiée (cf. section II.2 du chapitre III).

A l'instar de auteurs de la référence [53], on peut calculer les coefficients d'amortissement et de diffusion à partir des matrices de susceptibilité et de bruit, qui s'expriment, elles, grâce à des corrélations des dipôles atomiques. Les calculs de la référence [53] sont effectués pour un atome à deux niveaux ; mais il est possible d'étendre le principe pour un atome à trois niveaux, à l'aide de la théorie de la réponse linéaire, largement utilisée par ailleurs pour calculer les effets sur les bruits quantiques [12] des faisceaux. La susceptibilité permet d'exprimer le coefficient d'amortissement comme une réponse linéaire de la force à une petite variation de vitesse ; et la matrice de covariance des fluctuations des dipôles permet de calculer les fluctuations de la force, et donc le coefficient de diffusion.

Nous allons maintenant, revenir au système en V et comparer nos observations expérimentales aux prédictions théoriques qui seront présentées de manière qualitative.

### III.3.3 Une explication des observations expérimentales

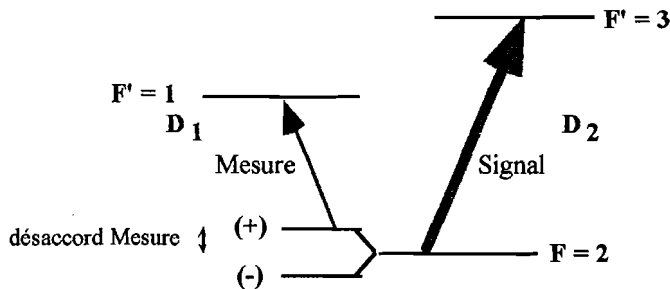
En présence d'un seul faisceau, le comportement de la force est bien connu<sup>23</sup> : les atomes sont attirés vers les maxima d'intensité pour des désaccords rouges ( $\omega_L < \omega_{at}$ ), et en sont repoussés pour des désaccords bleus ( $\omega_L > \omega_{at}$ ). Pour des intensités importantes, correspondant aux intensités requises pour le faisceau signal, le coefficient de diffusion est toujours très grand. Le

<sup>23</sup> Nous y reviendrons dans le chapitre V de ce mémoire dans lequel nous présentons une nouvelle expérience de piège dipolaire, en cours de réalisation. Et, nous commencerons en particulier, à exposer le principe de la force dipolaire, en partie A.

coefficient d'amortissement, quant à lui, est :

- négatif, pour des désaccords bleus, ce qui signifie que l'atome est freiné ;
- et, positif, pour des désaccords rouges, l'atome est alors accéléré.

La situation n'est donc pas très favorable, *a priori*. Alors même que les atomes pourraient être attirés vers les maxima d'intensité pour des désaccords rouges (situation souhaitable pour le couplage QND), le mauvais signe du coefficient d'amortissement et la grande valeur du coefficient de diffusion conduit à une expulsion des atomes. En fait, le comportement de la force change notablement lorsqu'on ajoute le second faisceau (i.e. MESURE), d'intensité beaucoup plus faible. Pour obtenir de bons effets QND, ce deuxième faisceau doit, en particulier, être accordé au voisinage d'une des deux composantes du doublet AUTLER-TOWNES, induit par le signal (voir figure).



Du point de vue des effets sur le bruit, le choix de l'une ou l'autre de ces deux niveaux induits importe peu. Par contre, ce choix modifie beaucoup les effets de la force : la composante inférieure  $(-)$ , correspond en effet à un **potentiel attractif**, et la composante supérieure  $(+)$ , à un **potentiel répulsif**.

Si le faisceau mesure est accordé au voisinage du niveau  $(-)$ , donc avec un désaccord bleu, les atomes tendent à être expulsés des maxima d'intensité. Ils seront, au contraire, attirés, si le faisceau mesure est accordé au voisinage du niveau  $(+)$ , correspondant à un désaccord rouge par rapport à la transition non perturbée  $F = 2 \rightarrow F' = 1$ . Ce résultat s'interprète simplement comme un effet de pompage optique, induit par le faisceau mesure, qui transfère les atomes entre les niveaux habillés "piégeant" (inférieur) et "anti-piégeant" (supérieur). Ainsi, pour un accord du faisceau mesure au voisinage de la composante inférieure, le transfert s'effectue de "piégeant" vers "anti-piégeant", et les atomes, tendent à être expulsés des maxima d'intensité. Pour un accord au voisinage de la composante supérieure, le transfert s'effectuant de "anti-piégeant" vers "piégeant", les atomes tendent à être attirés vers les maxima d'intensité.

Expérimentalement, l'influence du signe du désaccord du champ mesure a très clairement été observée dans notre système en V. En pratique, nous détectons en permanence la fluorescence des atomes piégés. Le niveau de fluorescence de référence correspond à l'absence des faisceaux QND dans la cavité. Puis nous mesurons l'effet des deux lasers (pris un à un, ou ensemble)

sur la réduction éventuelle du niveau de fluorescence. Cependant, nous n'étions pas en mesure d'en déduire de façon précise le nombre d'atomes piégés. Voici, néanmoins ce que nous avons observé, en accord avec ce que nous avons exposé plus haut, dans ce paragraphe. Si l'on arrête le balayage de la cavité, en un point où les deux faisceaux sont à résonance, le piège se vide complètement en quelques secondes, pour un accord du faisceau mesure au voisinage de la composante AUTLER-TOWNES inférieure : la "fuite", due aux faisceaux dans la cavité, l'emporte sur le remplissage du piège. Au contraire, lorsque le faisceau faible est accordé au voisinage de la composante AUTLER-TOWNES supérieure, on obtient un fonctionnement stable, où les deux faisceaux sont continuellement à résonance et ce, en présence des atomes. Cela se traduit par d'importants effets de couplage non-linéaire. Les courbes de la figure IV-9(a) ont été obtenues dans ces conditions.

Par ailleurs, le signe du coefficient d'amortissement peut également s'inverser, conduisant alors à un effet de freinage au voisinage du fond des puits de potentiel qui correspondent aux maxima d'intensité. Cependant, le coefficient de diffusion reste beaucoup trop grand pour permettre un piégeage stable. Ainsi, si l'on augmente encore l'intensité du signal, ce qui serait souhaitable du point de vue des effets QND, le piège se vide, dans tous les cas, à cause de l'augmentation non compensée de  $D$ .

Ce dernier point explique probablement le fait que nous n'ayons pu améliorer les résultats d'un point de vue du couplage QND. Par conséquent, nous avons finalement modifié la cavité, comme nous l'avons vu dans le chapitre III, conduisant cette fois à une mesure QND efficace.

# PARTIE B : Mesure de la température du piège

## Introduction

L'objet de cette partie est la mesure de la température de notre piège magnéto-optique. Etant donné que le mécanisme de piégeage comprenant également un mécanisme de refroidissement, il est légitime de se demander à quelle température se trouvent les atomes. En outre, comme nous allons le voir dans le chapitre V, le développement ultérieur de notre montage expérimental consistera à y adjoindre un piège dipolaire qui devra piéger des atomes présents dans le piège magnéto-optique. Or, pour réaliser ce second piège, il est essentiel de déterminer la température du piège magnéto-optique. En effet, afin de calculer la profondeur du potentiel dipolaire susceptible de piéger un atome, il est nécessaire de connaître sa vitesse moyenne. Une des méthodes les plus employées, pour la mesure de température, est celle du *temps de vol* : on coupe le piège, laissant les atomes tomber sur un faisceau laser. La mesure de la fluorescence des atomes en fonction du temps permet de remonter au profil Doppler initial et, donc, à la température du milieu.

La méthode employée ici utilise, dans les grandes lignes, le même principe : celle de regarder l'évolution libre des atomes une fois le piège coupé. Pour cela, on effectue des photos du piège, en absorption, à différents instants. A partir de ces mesures, on accède ensuite à la température, via l'étude de l'expansion spatiale du nuage atomique.

### **Principe :**

On considère un nuage d'atomes libres, en équilibre, à la température  $T$ . Celui-ci s'étendra d'autant plus vite que les vitesses initiales des atomes sont grandes. Les vitesses des atomes étant reliées à la température par la formule de MAXWELL-BOLTZMANN, l'évolution du nuage atomique nous renseigne donc sur celle-ci. L'expérience consiste donc, après la coupure du piège, à prendre suffisamment de photos des atomes à des instants différents pour en tirer les paramètres décrivant son évolution.

Les images du piège sont prises par une caméra CCD dont la dynamique d'acquisition est de 50 images par seconde, soit une photo toutes les 20 ms. Cependant, cette résolution temporelle n'est pas suffisante pour espérer prendre des clichés du piège en continu. En effet, l'ordre de grandeur de sa taille et de sa température étant, respectivement,  $\ell = 1$  mm et  $T = 10$  à  $100 \mu\text{K}$ , le temps caractéristique d'évolution se calcule aisément suivant la



relation :

$$\tau = \frac{\ell}{v} = \ell \sqrt{\frac{m}{kT}} \simeq 10 \text{ ms}$$

Ayant besoin d'une résolution en temps très inférieure à  $\tau$ , soit au moins de l'ordre de 1 ms, nous ne pouvons pas prendre suffisamment de clichés lors d'une seule coupure du piège. D'autre part, pour éviter de perturber les atomes libres une fois le piège coupé, il est nécessaire de ne les éclairer que par un flash laser de très courte durée. Ainsi, pour considérer que les atomes ont eu une évolution libre avant le cliché, il faut les laisser évoluer "sans les regarder". Cette seconde contrainte nous oblige donc également à ne prendre qu'un cliché par coupure du piège.

La procédure envisagée est la suivante :

- On coupe le piège à l'instant  $t = t_0$
- On envoie un flash laser à l'instant  $t = t_1$ , instant correspondant précisément à :
  - \* l'acquisition d'une image par la caméra et,
  - \* l'envoi d'un signal au système d'acquisition (en l'occurrence, l'ordinateur) pour qu'il capture précisément cette image.

La photo prise ainsi, correspondra donc à une évolution libre sur une durée

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

La possibilité de faire varier  $t_1$  et  $t_0$  nous permet de couvrir une plage d'évolution continue, entre 0 et 50 ms.

### **Organisation de cette partie :**

Dans une première section, nous donnerons une description complète du dispositif expérimental, en exposant tout d'abord la méthode, puis le système d'imagerie et de synchronisation, nécessaires. Ensuite, nous donnerons le calcul donnant la répartition de l'intensité dans le faisceau laser, utilisé pour faire l'ombre du piège. Cette formule nous permettra de déduire la température du nuage atomique, à partir de son expansion. Enfin, en section B-III, après avoir expliqué la méthode suivie pour le traitement des données, nous présenterons et analyserons les résultats obtenus.

Notons qu'il y a eu deux générations de cette expérience. La première, à laquelle j'ai pleinement participé ; la seconde, menée par Nicolas Schlösser dans le cadre de son stage de DEA (janvier-mars 98). Elles diffèrent essentiellement par la présence et l'absence de la cavité optique utilisée par ailleurs dans l'expérience de mesure QND. Ainsi, cette cavité fut retirée de l'enceinte en décembre 97, permettant à nouveau le passage d'un faisceau dans la direction verticale. Nous verrons que ceci a son importance lors de l'exploitation des résultats ; et qu'en particulier, cela nous a conduit à une approximation (cf. § II-1-3).

# I Dispositif expérimental

## I.1 Imagerie

La vue générale du montage optique, dont il est question dans ce paragraphe, est représenté sur la figure IV-11.

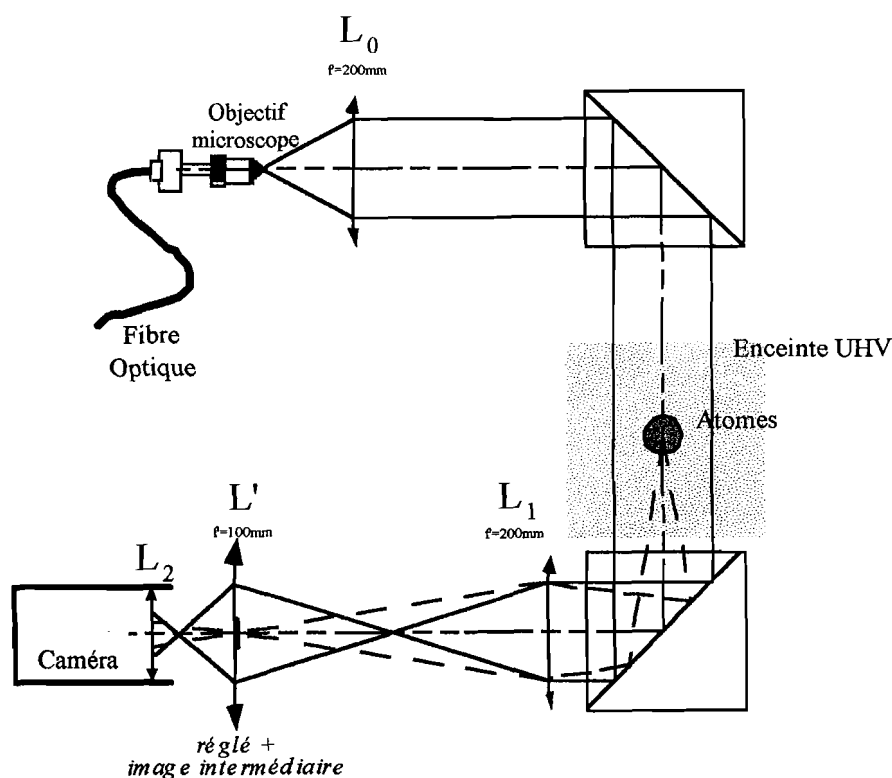


Figure IV-11 : Montage optique mis en place pour visualiser le nuage d'atomes libre. Le faisceau utilisé pour cette expérience a été superposé au faisceau piège de la voie horizontale par l'intermédiaire d'un cube à séparation de polarisation. De même, pour l'analyse, les deux faisceaux sont séparés par un cube : le faisceau piège est réfléchi selon le montage habituel et le faisceau "température" est envoyé vers la caméra CCD.

### I.1.1 Mise en forme du faisceau

A la sortie de la fibre optique, on dispose d'un faisceau de taille réduite (typiquement inférieure au mm, cf. chapitre II) et dont la puissance est voisine de  $700 \mu\text{W}$ . Or, afin de suivre correctement l'évolution spatiale du piège après la coupure du champ de confinement, il convient d'utiliser un éclairage assez large. L'ordre de grandeur est donné approximativement

par la loi de la pesanteur, appliquée sur le barycentre du nuage :

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \quad (\text{IV-1})$$

en prenant le centre du piège comme origine.

On sait que les températures d'un PMO valent typiquement 10 à 100  $\mu\text{K}$ . D'après la formule de MAXWELL-BOLTZMANN, cela correspond à des vitesses moyennes :

$$v_0 = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

soit  $v_0 \simeq 3 \text{ cm.s}^{-1}$  (pour  $T = 10 \mu\text{K}$ )<sup>24</sup>. De plus, si on souhaite étudier l'expansion du nuage durant  $\Delta t = 50 \text{ ms}$ , il faudra être capable d'éclairer celui-ci par un flash de section  $x(\Delta t)$ , environ. L'application numérique de la formule (IV-1), nous donne 30 mm.

Ce calcul est tout à fait approximatif. Nous verrons, en particulier, que le traitement des images nécessite une théorie moins "simpliste". Mais il nous donne un bon ordre de grandeur pour la mise en forme du faisceau. On l'envoie donc sur un afocal constitué d'un objectif de microscope ( $\times 25$ ) et d'une lentille de focale  $f' = 200 \text{ mm}$ . A la sortie de ce dispositif, le faisceau est parallèle avec un diamètre de 40 mm.

Il nous faut ensuite obtenir une image des atomes par absorption, ainsi qu'une mesure de la dimension du nuage. Comme il est impossible d'incorporer l'échelle des longueurs à l'intérieur de l'enceinte ultra-vide à côté des atomes, on réalise une image intermédiaire du nuage atomique à l'aide d'un montage  $2f - 2f$  de grandissement  $-1$ , réalisé par la lentille  $L_1$ . Et on introduit, dans le plan image, une règle graduée qui servira d'échelle des longueurs. La règle et l'image du piège sont ensuite filmées par une caméra CCD.

### I.1.2 Verre de champ

Comme dans tout problème de conjugaison comprenant plus d'une lentille, il faut faire attention au **vignettage**, et donc, bien suivre les rayons lumineux et non se fier uniquement aux relations de conjugaison. En effet, les diaphragmes imposés par les lentilles font que certaines conjugaisons ne peuvent se faire, faute de rayons lumineux sur lesquels s'appuyer. Dans notre cas, c'est la lentille de la caméra qui sera le diaphragme de champ du dispositif. On observe les images successives d'un objet B (figure IV-12).

La première conjugaison ( $B \mapsto B'$ ) se fait par la lentille  $L_1$ . Tous les rayons, issus de B, convergent en  $B'$  ; par contre, aucun rayon ne peut traverser  $L_2$ . L'objet B est alors invisible sur la caméra CCD. En effet, d'où proviendraient les rayons en pointillés susceptibles de converger en  $B'$ ? On ajoute donc une lentille  $L'$ , portant le nom de "**verre de champ**", dans le plan contenant l'image intermédiaire  $B'$ . Cette lentille n'a aucun effet sur la conjugaison  $B \mapsto B' \mapsto B''$ . Elle a pour but de conjuguer  $L_1$  et  $L_2$  de sorte que tout rayon s'appuyant sur  $L_1$  traverse

<sup>24</sup> On trouvera toutes les données concernant le Rubidium, dans l'annexe A qui se trouve à la fin de ce mémoire.

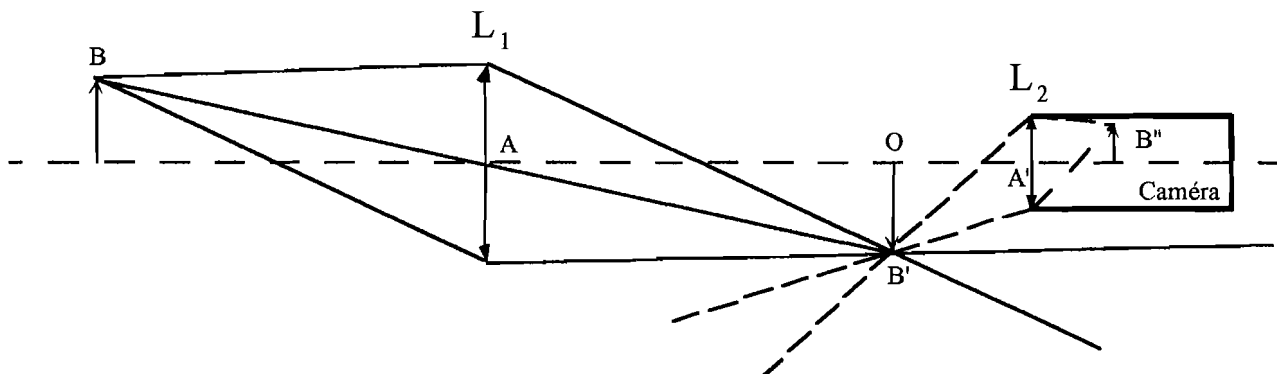
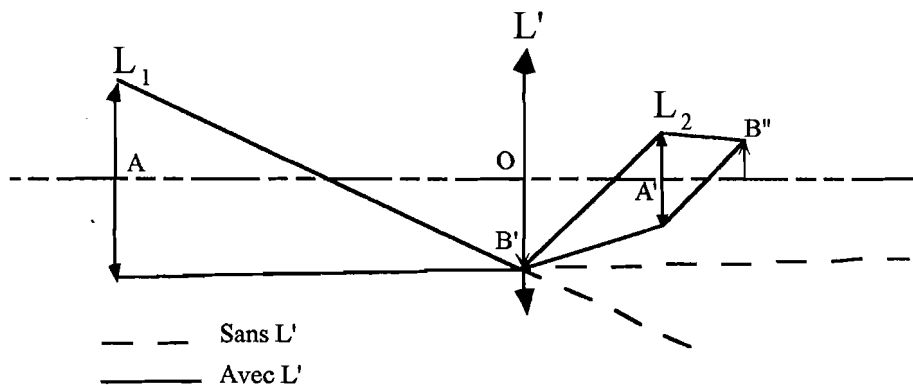


Figure IV-12 : Dispositif ne permettant pas d’observer le piège sur la caméra CCD. En effet, l’objet B est invisible sur celle-ci : aucun rayon, issu de B, ne parvient sur l’objectif (L<sub>2</sub>) de la caméra.

L<sub>2</sub>. Le cas idéal d’une telle conjugaison est représenté sur le figure ci-dessous.



Dans notre cas, la conjugaison  $A \mapsto A'$  par l’intermédiaire de L' s’exprime de la manière suivante :

$$\frac{1}{OA} - \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'}$$

Etant données les positions de L<sub>1</sub> et de l’objectif de la caméra (L<sub>2</sub>), on a choisi  $f' = 100$  mm, ce qui conduit à :

- $OA' = 80$  mm,
- grandissement de la conjugaison  $g = \frac{OA'}{OA} = -0,2$ .

La configuration finale, représentée sur la figure IV-11, nous a ainsi permis d’observer l’évolution du piège que nous visualisons par fluorescence.

## I.2 Prise des images

Nous allons maintenant voir plus précisément la procédure adoptée pour prendre les images

successives du piège. Outre le système d'imagerie indispensable pour regarder les atomes, il faut également les éclairer par un flash laser (paragraphe I-2-1) qui doit être envoyé à des instants contrôlés, comme nous le verrons dans les paragraphes suivants.

### I.2.1 Le flash

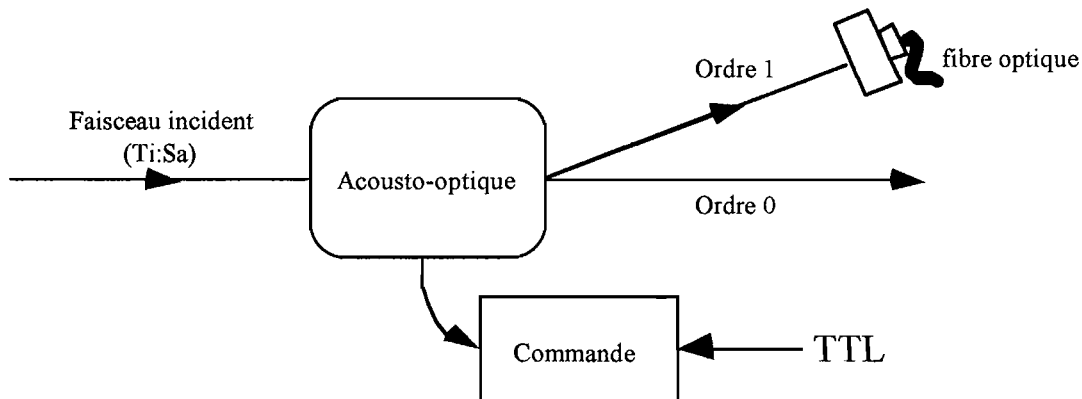


Figure IV-13 : On réalise le flash laser à l'aide d'un acousto-optique. L'ordre 1 du faisceau laser, diffracté par le réseau acoustique, est couplé dans une fibre optique. Ainsi, on n'obtient de la lumière en sortie de la fibre, que lorsque l'acousto-optique est alimenté par une tension continue (5V), commandée par une impulsion TTL.

Le laser utilisé doit être absorbé par les atomes du piège. Dans le cas du piège sombre (cf section A-IV, du chapitre II), qui sera plus spécialement regardé ici, le flash sera accordé sur la transition  $5S_{1/2} (F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}$  (à 795 nm).

Pour obtenir un flash laser, on utilise un "interrupteur" acousto-optique commandé par une impulsion TTL, comme le montre la figure IV-13. C'est l'ordre 1 de diffraction du réseau acousto-optique que l'on envoie sur les atomes via une fibre optique, alors que l'ordre 0 n'est pas utilisé. De cette façon, lorsque l'acousto-optique est en marche ( $V_{Flash}^{TTL} = 5 \text{ V}$ ), les atomes sont éclairés. Dans le cas contraire, l'absence d'ordre de diffraction assure l'extinction du laser.

### I.2.2 Coupure du piège

Dans ce paragraphe, nous allons décrire la manière dont on "coupe" le piège pour étudier son évolution libre. Dans le piège sombre, les atomes sont à 90 % dans le niveau  $F = 1$ , d'où ils ne sont, a priori, sensibles qu'aux deux "repompeurs". Il est donc nécessaire de neutraliser l'effet de ceux-ci. Cependant, si nous nous bornons à cette opération, le piège brillant continuera de fonctionner et alimentera en permanence le piège sombre. Pour palier à cet inconvénient, il est également nécessaire de couper le champ magnétique pour stopper l'effet du piège brillant. Pour cela, on envoie sur la boîte de commande du champ magnétique une tension continue

de +5 V qui a pour effet d'arrêter la circulation du courant dans les bobines créant le champ magnétique.

Cette impulsion *TTL* est utilisée en parallèle pour neutraliser le repompeur du dispositif de ralentissement du jet. En effet, celle-ci est ajoutée, à l'aide d'un sommateur, au signal de modulation de la diode laser (cf courbe (c) de la figure IV-7), décalant ainsi la fréquence du repompeur et le rendant, par la même occasion, inefficace sur les atomes. Enfin, la neutralisation du repompeur piège se fait de manière plus simple, puisqu'on coupe simplement le faisceau à l'aide d'un bras mécanique que nous appellerons "CLIC-CLAC" dans la suite.

### I.2.3 Synchronisation

Il convient maintenant de synchroniser toutes ces opérations. On utilise pour cela, une *boîte de synchronisation*, réalisée par Alain Aide, du laboratoire d'électronique de l'Institut. Pour faciliter la compréhension, on peut se reporter à la figure IV-14 où les différents signaux, dont nous allons parler maintenant, sont représentés.

La boîte gère automatiquement la succession des opérations nécessaires à la prise d'une photo après que l'utilisateur ait décidé le début d'une acquisition en appuyant sur le "*bouton d'initialisation*" de la boîte. Cette action a pour effet de prendre comme **origine des temps**, le premier "top de synchro" de la caméra CCD rencontré. Les délais, après lesquels sont déclenchées les différentes opérations, schématisées sur la figure IV-14, sont pré-réglés par l'expérimentateur, selon son choix.

Considérons, plus pratiquement, la coupure du piège, en configuration piège sombre, qui consiste à éteindre le champ magnétique et arrêter le remplissage du piège en supprimant les repompeurs. Le repompeur du ralentissement et le champ magnétique sont coupés par le même signal TTL, retardé d'un délai  $\Delta t_{\text{champ}}$ , ajustable par l'utilisateur. La coupure du repompeur du piège, étant réalisée à l'aide du CLIC-CLAC, il faut l'anticiper de quelques millisecondes afin de compenser les retards induits par les réponses mécaniques, lentes par rapport aux réponses électriques. On peut, en effet, considérer que la coupure du champ magnétique et le décalage en fréquence du repompeur du ralentissement sont quasi instantanés. Par contre, on utilisera une sortie auxiliaire, décalée dans le temps, pour le repompeur du piège.

Le flash, quant à lui, est commandé par une impulsion de durée 30  $\mu\text{s}$ , **retardée de  $\Delta t_{\text{flash}}$** , de sorte que le flash laser coïncide avec la fenêtre d'acquisition de la caméra, correspondant à la durée choisie d'évolution libre du piège. En pratique, ce signal commande le déflecteur acousto-optique. En l'absence de signal, on n'observe que l'ordre zéro. A l'application de celui-ci, l'ordre un apparaît. La fibre optique transporte alors le flash lumineux jusqu'au piège grâce au système d'imagerie présenté dans le paragraphe I.1. Enfin, l'acquisition de l'image s'effectue via une impulsion que l'on envoie sur l'ordinateur, en simultanéité avec l'impulsion du flash, de

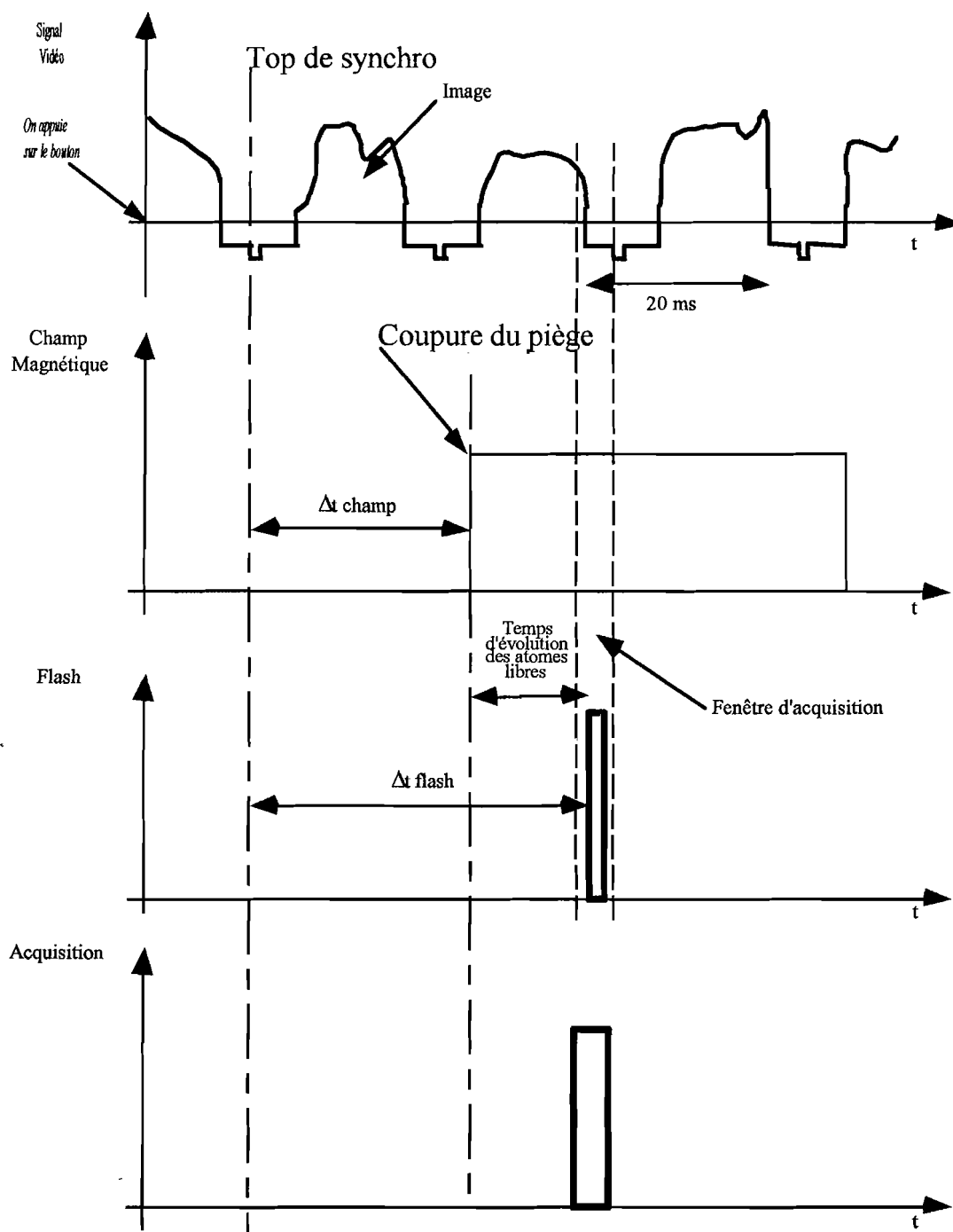


Figure IV-14 : Chronogrammes des signaux de la boîte de synchronisation : le premier donne le signal vidéo d'entrée qui sert de référence ;  $Ch_{amp}$ , le signal de sortie qui déclenche la coupure du champ magnétique ;  $Flash$ , le signal de sortie commandant le modulateur acousto-optique et donc, le flash laser et  $Acquisition$ , le signal envoyé sur l'ordinateur pour capturer l'image correspondant à l'ombre des atomes, en expansion depuis un intervalle de temps qui vaut  $\Delta t_{flash} - \Delta t_{champ}$ , lorsqu'ils sont éclairés par le flash.

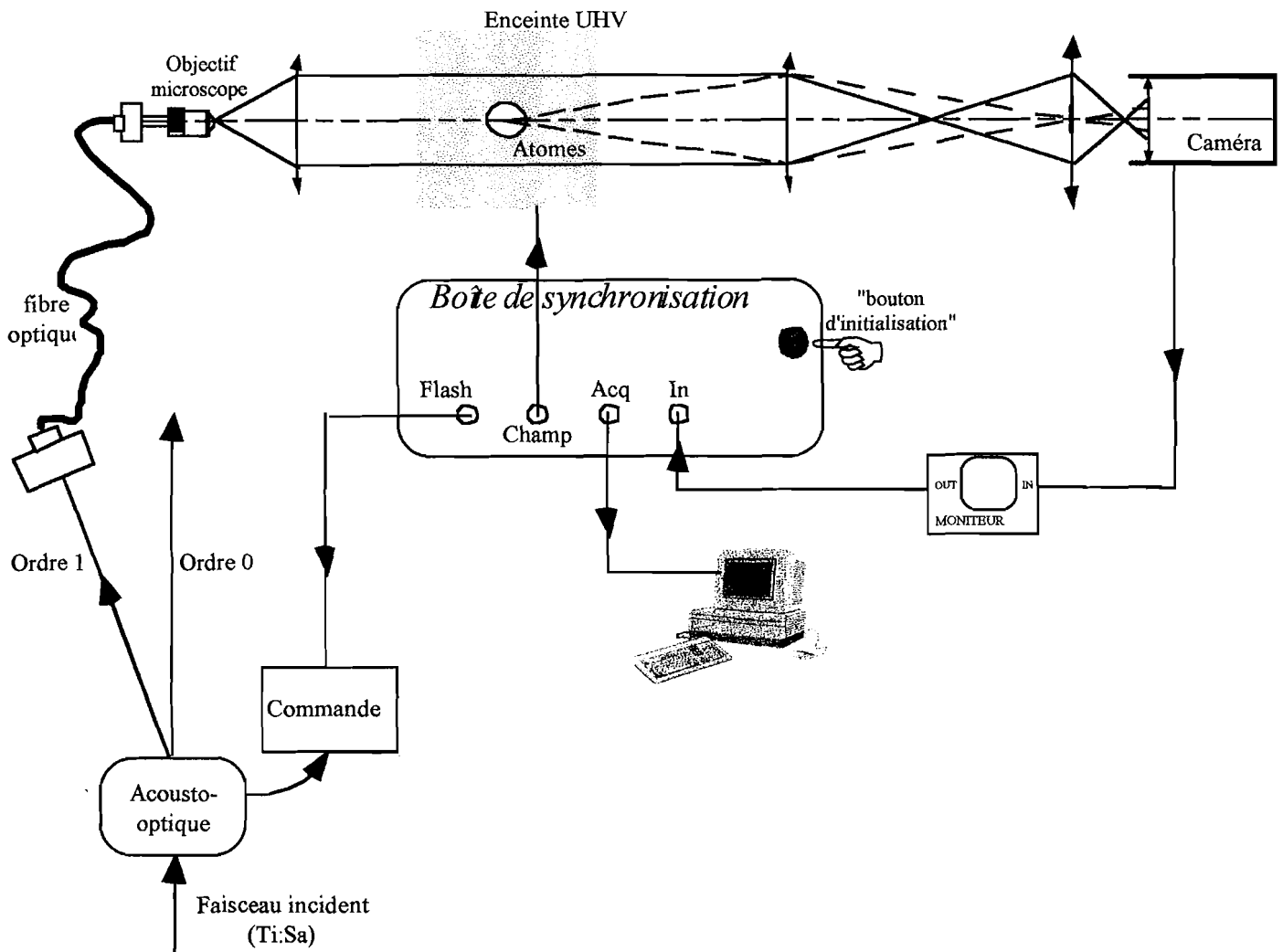


Figure IV-15 : Montage expérimental récapitulant l'ensemble des éléments régis par la boîte de synchronisation.

manière à ce qu'elle coïncide avec l'image éclairée par le flash laser.

Le récapitulatif de l'expérience est représenté sur la figure IV-15. Afin d'alléger la figure, nous avons supprimé les cubes à séparation de polarisation, qui n'apportent rien du point de vue de la compréhension du fonctionnement de l'ensemble.

Pour terminer, signalons que si l'on souhaite étudier le piège brillant, on procède de façon tout à fait analogue ; à la différence près, qu'il faudra neutraliser, de surcroît, les faisceaux pièges. A cette fin, on décale en fréquence le laser maître, par le même signal que celui qui permet de couper le champ magnétique et de décaler le repompeur du ralentissement. Si on suit son évolution, en sondant le sous-niveau  $F = 2$ , il ne faudra plus supprimer le repompeur du piège et le flash sera accordé sur la transition  $5S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5P_{1/2}$ . Par contre, si on veut faire l'étude à partir du sous-niveau  $F = 1$ , la méthode décrite plus haut est inchangée.



## I.2.4 Linéarité de la caméra et homogénéité du faisceau

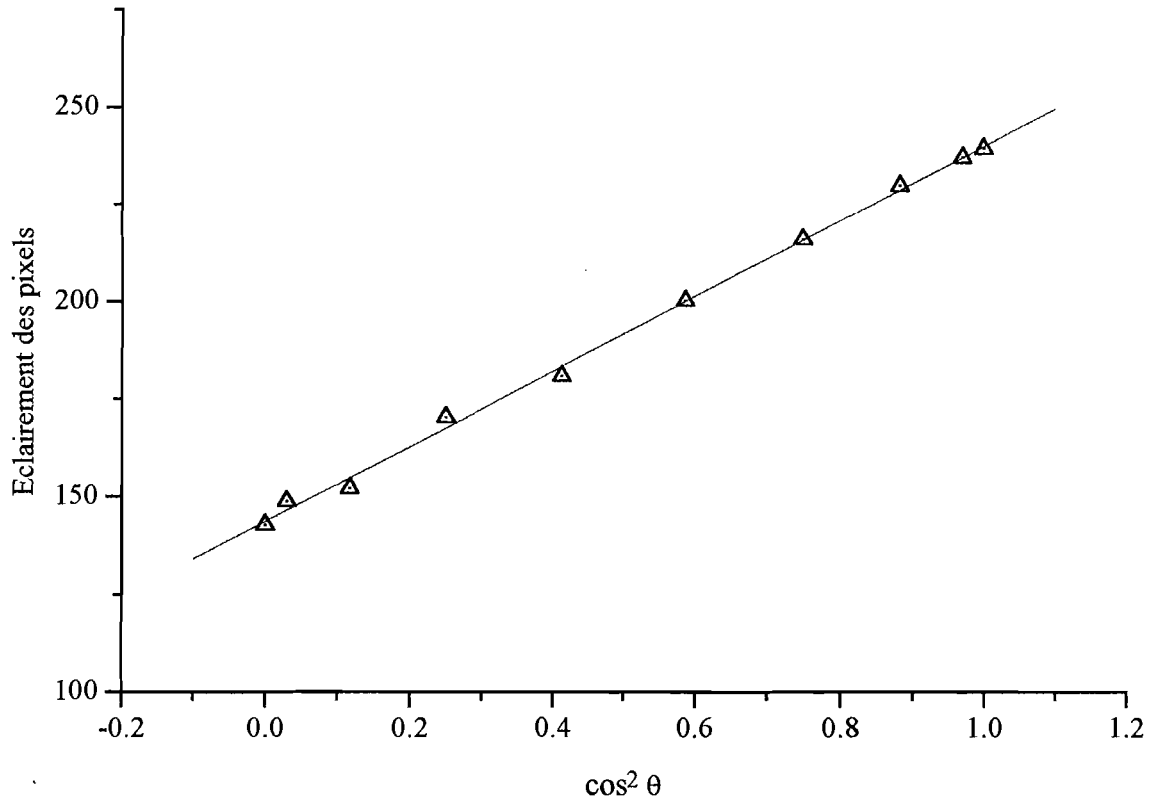


Figure IV-16 : Courbe montrant la linéarité de la réponse de la caméra à un éclairage connu, obtenu en l'occurrence entre deux polariseurs croisés, d'où le  $\cos^2 \theta$  en abscisse.

A chaque point (ou surface élémentaire) de l'image du piège correspond un pixel de la CCD. Le transfert de charges associé à ce pixel va correspondre à une certaine valeur "calculée" par la caméra ; il est, en fait, fonction de l'éclairage reçu par le pixel considéré. Or, cet éclairage est proportionnel à l'intensité du laser arrivant sur ce pixel et donc inversement proportionnel à l'absorption du piège à cet endroit. Par conséquent, pour interpréter les images obtenues par la caméra, il faut être sûr que la valeur du pixel donnée par l'ordinateur est bien une fonction linéaire de l'éclairage. En particulier, il faut s'assurer que dans la gamme d'intensité utilisée pour le flash laser, la caméra ne sature pas. Dans ce but, on intercale sur le faisceau flash deux polariseurs faisant un angle  $\theta$  entre eux et on trace la valeur attribuée aux pixels en fonction de  $\cos^2 \theta$  (Loi de MALUS) comme sur la figure IV-16.

Une autre vérification obtenue lors de ces mesures est l'homogénéité du faisceau flash. En effet, au lieu de regarder uniquement la valeur d'un seul pixel, on caractérise la distribution d'intensité sur le faisceau en mesurant :

- la valeur moyenne de la valeur des pixels,
- l'écart type de cette distribution,
- les maxima et minima de celle-ci.

Ces valeurs ne sont pas reproduites ici, mais on obtient des résultats satisfaisants. En particulier, en ce qui concerne les écarts-types : ils n'excèdent pas 10 % de la valeur moyenne prise par l'ensemble des pixels. On a donc une homogénéité tout à fait acceptable du flash lumineux.

Enfin, on peut jouer sur le gain et "l'offset" de l'acquisition pour mieux utiliser la dynamique de la caméra. Par exemple, sur la courbe reproduite, on voit que les 256 niveaux de gris de la numérisation ne sont pas parfaitement utilisés, ce qui n'est pas le plus favorable.

## II Calcul de la répartition de l'intensité

### II.1 Evolution de la distribution spatiale des atomes

#### II.1.1 Problème à une dimension

Avant de traiter le problème du piège proprement dit, nous allons commencer par étudier le cas unidimensionnel. Pour cela, on considère un ensemble d'atomes de masse  $m$  qui peuvent se déplacer le long d'un axe ( $Ox$ ). A  $t < 0$ , ceux-ci sont à l'équilibre thermodynamique à la température et piégés dans un potentiel que nous supposons harmonique, de forme  $\mathcal{V}(x) = \frac{1}{2}\kappa x^2$ . Dans ce cas, la densité de probabilité de trouver un atome entre  $x$  et  $x + dx$  avec une vitesse comprise entre  $v$  et  $v + dv$  est donnée par la fonction de BOLTZMANN :

$$P(x, v, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2(0)}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(0)}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad (\text{IV-2})$$

où  $\sigma_x^2(t = 0)$  et  $\sigma_v^2$  sont respectivement les écarts quadratiques moyens en position et en vitesse pour  $t < 0$ . Ils sont donnés par :

$$\begin{cases} \sigma_x^2(0) &= \frac{k_B T}{\kappa} \\ \sigma_v^2 &= \frac{k_B T}{m} \end{cases} \quad (\text{IV-3})$$

**Remarque :** L'hypothèse d'harmonicité du potentiel reste à justifier. Nous discuterons de ce problème dans la section suivante, au moment de l'exploitation des résultats.

Pour connaître la densité de probabilité pour la position uniquement, il suffit d'intégrer sur

toutes les vitesses<sup>25</sup> soit :

$$\mathcal{P}(x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x, v, t = 0) dv = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2(0)}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(0)}\right] \quad (\text{IV-4})$$

Les atomes sont donc centrés en  $x = 0$  avec un écart quadratique moyen  $\sigma_x^2(0)$ .

Supposons maintenant, que l'on coupe le piège à l'instant  $t = 0$ . Les atomes sont alors libres et, la fonction  $P(x, v, t = 0)$  n'est dès lors plus une **solution stationnaire** de l'équation de BOLTZMANN. Autrement dit, le nuage d'atomes, confiné à  $t < 0$ , va s'étaler selon une loi qui reste à déterminer, une fois le piège coupé. Pour cela, on fait le raisonnement suivant :

- à  $t = 0$ , on considère un atome libre, situé en  $x$ , avec une vitesse  $v$ . A un instant ultérieur,  $t > 0$ , il sera en  $\chi = x + vt$  avec la vitesse  $v$ . Cette considération permet de déterminer complètement la densité de probabilité  $P(\chi, v, t)$  en écrivant que la probabilité de trouver un atome au point  $(\chi, v)$  de l'espace des phases, à l'instant  $t$  est égale à la probabilité d'avoir, à  $t = 0$ , un atome en  $(\chi - vt, v)$  :

$$P(\chi, v, t) d\chi dv = P(\chi - vt, v, t = 0) d\chi dv \quad (\text{IV-5})$$

Soit

$$P(\chi, v, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2(0)}} \exp\left[-\frac{(\chi - vt)^2}{2\sigma_x^2(0)}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad (\text{IV-6})$$

On peut remarquer, dans cette équation, que la position moyenne de la classe d'atomes de vitesse  $v$  est  $\langle \chi \rangle = vt$ , ce qui semble logique. De plus, il existe une corrélation entre les variables  $\chi$  et  $v$ , corrélation qui était inexistante à  $t = 0$ . Pour obtenir la loi marginale de la position  $\chi$ , il suffit d'intégrer, une nouvelle fois, sur toutes les vitesses possibles.

$$\mathcal{P}(\chi, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\chi, v, t) dv \quad (\text{IV-7})$$

soit, plus explicitement

$$\mathcal{P}(\chi, t) = \frac{1}{2\pi\sigma_x(0)\sigma_v} \exp\left[-\frac{\chi^2}{2\sigma_x^2(0)}\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-A(\chi, v, t)] dv \quad (\text{IV-8})$$

en posant :

$$A(\chi, v, t) = \frac{v^2}{2\sigma_v^2} + \frac{v^2 t^2}{2\sigma_x^2(0)} - \frac{\chi vt}{\sigma_x^2(0)}$$

Cette fonction peut s'écrire sous une forme quadratique en  $v$ , par une simple translation en vitesse :  $v \mapsto V = v - V_0(\chi, t)$ . On a en effet :

<sup>25</sup> On parle ici de vitesses algébriques, au sens où le signe de  $v$  nous renseigne sur sa direction. En outre, on utilise l'expression bien connue de l'intégrale suivante :

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}$$

$$A(\chi, V = v - V_0, t) = \frac{(v - V_0(\chi, t))^2 - V_0(\chi, t)^2}{2 \left( \sigma_v^2 \frac{\sigma_x^2(0)}{\sigma_x^2(0) + \sigma_v^2 t^2} \right)} \quad (\text{IV-9})$$

en posant  $V_0(\chi, t) = \frac{\chi t \sigma_v^2}{\sigma_x^2(0) + \sigma_v^2 t^2}$ .

Afin de simplifier cette expression, on introduit les paramètres suivants :

$$\sigma_x^2(t) = \sigma_x^2(0) + \sigma_v^2 t^2 \quad (\text{IV-10})$$

$$\eta^2 = \frac{\sigma_x^2(0)}{\sigma_x^2(t)} \quad (\text{IV-11})$$

ce qui permet d'écrire  $V_0(\chi, t) = \frac{\chi t \sigma_v^2}{\sigma_x^2(t)}$ . On peut également remarquer que  $\eta < 1$  autrement dit, que l'écart quadratique moyen en position augmente dans le temps.

En utilisant les définitions (IV-10) et (IV-11), l'expression de  $A(\chi, V, t)$  prend la forme :

$$A(\chi, V, t) = \frac{V^2}{2\eta^2 \sigma_v^2} - \frac{\sigma_v^2 t^2}{2 \sigma_x^2(0) \sigma_x^2(t)} \chi^2 \quad (\text{IV-12})$$

On remplace dans l'équation (IV-8), pour obtenir :

$$\mathcal{P}(\chi, t) = \frac{1}{2\pi \sigma_x(0) \sigma_v} \underbrace{\exp \left[ -\frac{\chi^2}{2\sigma_x^2(0)} \right] \exp \left[ \frac{\sigma_v^2 t^2}{2 \sigma_x^2(0) \sigma_x^2(t)} \chi^2 \right]}_{\exp \left[ -\frac{\chi^2}{2 \sigma_x^2(t)} \right]} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -\frac{V^2}{2\eta^2 \sigma_v^2} \right] dV}_{\sqrt{2\pi} \eta \sigma_v} \quad (\text{IV-13})$$

Et, on aboutit à la densité de probabilité de la variable  $\chi$ , en fonction du temps :

$$\mathcal{P}(\chi, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_x^2(t)}} \exp \left[ -\frac{\chi^2}{2\sigma_x^2(t)} \right] \quad (\text{IV-14})$$

**Conclusion** : Le nuage d'atomes va donc s'étaler en gardant une **forme gaussienne** d'écart quadratique moyen  $\sigma_x^2(t)$ , défini par (IV-10).

### II.1.2 Interprétation de l'expression de $V_0(\chi, t)$

D'après l'équation (IV-9),  $V_0(\chi, t)$  est définie comme la position du maximum de la fonction  $A(\chi, v, t)$ . Cela signifie donc que  $V_0(\chi, t)$  est la **vitesse la plus probable** pour la classe des atomes, positionnés en  $\chi$ , à l'instant  $t$ .

Maintenant, pour interpréter son expression, nous la mettons sous la forme suivante :

$$V_0(\chi, t) = \frac{\chi}{t} \times \frac{1}{1 + \frac{\sigma_x^2(0)}{\sigma_v^2 t^2}} \quad (\text{IV-15})$$

Remarquons tout d'abord, que  $\frac{\chi}{t}$  est la vitesse nécessaire pour qu'un atome, initialement à l'origine, atteigne  $\chi$  à l'instant  $t$ . On la note désormais  $V_{réf}$ . Considérons maintenant, le cas particulier d'une distribution parfaitement centrée à l'origine à  $t = 0$ . On a alors  $\sigma_x^2(0) \simeq 0$  et  $\langle \chi \rangle = 0$ , c'est à dire que la valeur moyenne initiale de la position est l'origine. On obtient alors directement, par la formule (IV-15),  $V_0(\chi, t) \simeq V_{réf}$ , ce qui s'explique par le fait que les seuls atomes, qui ont pu atteindre  $\chi$ , sont ceux dont la vitesse est égale à  $V_{réf}$ .

Ce cas particulier permet de justifier la présence du facteur  $V_{réf}$  dans l'expression (IV-15). Dans un cas plus général, il reste logique de trouver que la vitesse la plus probable des atomes placés en  $\chi$  à l'instant  $t$  soit proportionnelle à ce facteur. Par contre, pour prendre en compte le caractère imparfait de la distribution initiale,  $V_{réf}$  est multiplié par un facteur correctif inférieur à 1. Son rôle sera d'autant plus important que la distribution initiale en position est large. En effet, dans le cas d'un nuage initialement grand, la contribution, à cette vitesse la plus probable, ne provient plus que des atomes situés à l'origine, à  $t = 0$ . Les atomes positionnés entre l'origine et  $\chi$ , vont également intervenir. Mais s'ils atteignent  $\chi$ , à l'instant  $t$ , cela signifie bien que leur vitesse est inférieure à  $V_{réf}$ <sup>26</sup>. Ainsi, la valeur de la vitesse la plus probable  $V_0(\chi, t)$  est diminuée du facteur  $\left(1 + \frac{\sigma_x^2(0)}{\sigma_v^2 t^2}\right)$ .

### II.1.3 Passage au problème réel à trois dimensions

Dans ce cas, la densité de probabilité initiale s'écrit :

$$P(\vec{r}, \vec{v}, t = 0) = P_0 \exp\left[-\frac{\vec{r}^2}{2\sigma_r^2(0)}\right] \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad (\text{IV-16})$$

où  $P_0$  est une constante de normalisation. Le raisonnement unidimensionnel effectué dans la partie précédente, qui permettait de déterminer la distribution de probabilité  $P(\chi, v, t)$  à partir de la connaissance de  $P(x, v, 0)$ , peut se généraliser à trois dimensions. En effet, un atome, situé initialement dans l'espace des phases au point  $(\vec{r}, \vec{v})$ , se trouvera, à l'instant  $t$ , au point  $(\vec{\rho}, \vec{v}) = (\vec{r} + \vec{v}t, \vec{v})$ . En traduisant ce raisonnement sur les densités de probabilité, on arrive au résultat suivant :

$$P(\vec{\rho}, \vec{v}, t) d\vec{\rho} d\vec{v} = P(\vec{\rho} - \vec{v}t, \vec{v}, t = 0) d\vec{\rho} d\vec{v} \quad (\text{IV-17})$$

<sup>26</sup> Soulignons même que plus ils seront près de  $\chi$ , dès l'instant  $t = 0$ , et plus leur vitesse devra être faible pour qu'ils se trouvent en  $\chi$ , à l'instant  $t$  ultérieur.

soit

$$P(\vec{\rho}, \vec{v}, t) = P_0 \exp \left[ -\frac{(\rho_x - v_x t)^2}{2\sigma_r^2(0)} \right] \exp \left[ -\frac{v_x^2}{2\sigma_v^2} \right] \cdots \exp \left[ -\frac{(\rho_z - v_z t)^2}{2\sigma_r^2(0)} \right] \exp \left[ -\frac{v_z^2}{2\sigma_v^2} \right] \quad (\text{IV-18})$$

**Remarque** : On suppose que la distribution spatiale est isotrope au sens où l'on a utilisé la propriété suivante  $\sigma_x^2(0) = \sigma_y^2(0) = \sigma_z^2(0)$  et que l'on pose égal à  $\sigma_r^2(0)$ . En outre, si on fait la même hypothèse sur la distribution des vitesses, on pourra généraliser ce résultat à un instant  $t$  quelconque, comme nous le ferons en écrivant l'équation (IV-21).

Le calcul de la loi marginale pour la position  $\vec{\rho}$  s'effectue en sommant à nouveau sur toutes les vitesses  $\vec{v}$  possibles :

$$\mathcal{P}(\vec{\rho}, t) = \iiint P(\vec{\rho}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (\text{IV-19})$$

Cette intégrale triple est en fait connue. Elle peut, en effet, s'écrire comme le produit de trois intégrales, telles que celle de l'équation (IV-8), rencontrée dans le cas unidimensionnel. En utilisant le résultat du calcul à une dimension, on peut donc affirmer que :

$$\mathcal{P}(\vec{\rho}, t) = \frac{1}{[2\pi\sigma_r^2(t)]^{3/2}} \exp \left[ -\frac{\vec{\rho}^2}{2\sigma_r^2(t)} \right] \quad (\text{IV-20})$$

avec

$$\sigma_r^2(t) = \sigma_r^2(0) + \sigma_v^2 t^2 \quad (\text{IV-21})$$

A première vue, l'étalement radial du nuage d'atomes suit donc la même loi que celle exposée dans le cas unidimensionnel. Cependant, le calcul, présenté ici, ne prend pas en compte la **gravité**. Pourtant, une fois que le piège est "coupé", les atomes sont libres, et le problème n'est plus isotrope. Etant donnés les ordres de grandeurs des vitesses atomiques, le nuage d'atomes tombe, sous l'effet de la gravitation, que l'on ne peut plus, dès lors, négliger. Cet effet est même prépondérant puisqu'il est à la base de la mesure de température par temps de vol.

Le calcul présenté ici est davantage adapté à la seconde expérience : la mesure de la température s'effectue alors avec un flash se propageant suivant l'axe vertical. Dans ce cas, la gravité n'intervient plus. Cependant, nous traiterons le cas d'une distribution isotrope, sachant que cela est une approximation de notre situation expérimentale. Nous verrons, a posteriori, que les températures mesurées diffèrent assez peu de celles issues de la seconde expérience.

## II.2 Intensité dans le faisceau transmis

Comme nous l'avons dit en début de section I.1, le laser envoyé sur le piège, se propage le long d'un axe horizontal  $Oy$ . L'absorption des atomes sera donc différente suivant la position

$(x, z)$ , considérée sur le nuage. Sur la caméra CCD, le point de l'image qui lui correspond aura, alors, un éclaircissement proportionnel à l'intensité transmise en  $(x, z)$ .

En l'absence d'atomes, la répartition d'intensité du faisceau laser est notée  $I_0(x, y, z)$ . La présence du nuage atomique va modifier la répartition transverse d'intensité. En effet, la variation d'intensité sur  $dz$  se traduit par une absorption selon l'équation suivante :

$$dI = I(x, y + dy, z) - I(x, y, z) = -I(x, y, z) \sigma n(\vec{r}) dy \quad (\text{IV-22})$$

où  $\begin{cases} \sigma & \text{est la section efficace d'absorption} \\ n(\vec{r}), & \text{la densité atomique au point de coordonnées } \vec{r} \end{cases}$

Si  $N_0$  est le nombre total d'atomes dans le piège, alors la densité atomique s'écrit :

$$n(\vec{r}, t) = \frac{N_0}{[2\pi\sigma_r^2(t)]^{3/2}} \exp\left[-\frac{x^2 + z^2}{2\sigma_r^2(t)}\right] \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_r^2(t)}\right] \quad (\text{IV-23})$$

En reportant cette expression dans l'équation (IV-22) et en intégrant sur  $y$ , entre  $-\infty$  et  $+\infty$ , on obtient la répartition de l'intensité transverse imagée sur la caméra CCD.

$$I_\infty(x, z) = I_0(x, z) \exp\left[-\frac{N_0 \sigma}{2\pi \sigma_r^2(t)} e^{-\frac{x^2 + z^2}{2\sigma_r^2(t)}}\right] \quad (\text{IV-24})$$

### III Résultats expérimentaux

Nous allons maintenant décrire les étapes qui séparent la prise des images brutes sur l'expérience de l'obtention d'une température pour le nuage atomique.

Nous commencerons par rappeler l'ordre de grandeur des températures attendues dans un piège magnéto-optique en revenant sur les notions de **température DOPPLER** et de **température de recul** (§ III.1). Nous verrons ensuite, de quelle façon nous traitons les images pour en extraire le profil d'absorption du nuage en fonction de la position (§ III.2). Enfin, nous exposerons la méthode utilisée pour leur exploitation en vue d'obtenir une évaluation de la température (§ III.3).

#### III.1 Températures attendues

La température d'un piège magnéto-optique n'est plus, à l'heure actuelle, une grande inconnue. De nombreuses expériences sur le sujet ont déjà été réalisées, donnant des résultats cohérents entre eux. Par ailleurs, la théorie sur le sujet est bien développée et permet d'avoir une bonne idée des températures auxquelles il faut s'attendre. Cependant, une spécificité de l'expérience est de mesurer la température, en configuration de piège sombre, qui présente la particularité d'avoir été moins bien étudiée. On s'attend toutefois à ce que la température de notre piège magnéto-optique soit comprise entre les deux températures limites que sont la

température DOPPLER et la température de recul.

### III.1.1 Température DOPPLER

Cette température limite, dite DOPPLER, n'est pas une borne supérieure, comme pourrait le laisser croire notre introduction, mais la limite inférieure théorique qui fut déterminée, à l'origine, dans le cadre du refroidissement DOPPLER, mis en jeu dans les mélasses optiques puis les pièges magnéto-optiques.

Pour évaluer la température d'un tel système, on utilise la méthode suivante. On considère, pour simplifier, un atome à deux niveaux de vitesse  $v$ , dont le niveau fondamental a un moment cinétique  $J = 0$  et l'état excité,  $J = 1$ . Cet atome est alors placé, à une dimension, entre deux lasers contre-propageants de polarisation  $\sigma^+ / \sigma^-$ , et désaccordés vers le rouge de la transition atomique. Les sous-niveaux Zeeman de l'état excité sont séparés grâce à un champ magnétique  $\vec{B} = B_0 \vec{z}$ . La solution stationnaire des équations de BLOCH optique pour ce système, permet d'obtenir la valeur moyenne de la force appliquée sur l'atome, qui se décompose en deux parties :

- une force de friction en  $\vec{F}_{dissip} = -\alpha \vec{v}$ , responsable du refroidissement si le laser est décalé vers le rouge de la transition atomique,
- une force de rappel  $\vec{F}_{rappel} = -\kappa \vec{z}$ , responsable du piégeage[52] .

Considérons de plus près le mécanisme de refroidissement. Pour déterminer la température du système, il ne faut pas oublier que l'expression de la force obtenue à l'aide des équations de BLOCH n'est qu'une valeur moyenne et que celle-ci a pour origine l'émission et l'absorption de photons, qui sont des processus discrets et aléatoires. Le mouvement d'un atome de masse  $m$ , sous l'effet de la partie dissipative, est donc décrit par une équation de LANGEVIN :

$$\frac{d}{dt}\vec{p}(t) = -\frac{\alpha}{m}\vec{p}(t) + \vec{\mathcal{F}}(t)$$

où  $\vec{\mathcal{F}}(t)$  est la partie aléatoire de la force radiative, de valeur moyenne nulle et  $\alpha$ , le **coefficient de friction**. On introduit alors le **coefficient de diffusion**  $D$ , défini à partir de la fonction d'autocorrélation de  $\mathcal{F}(t)$ . La résolution de cette équation et l'identification de la solution stationnaire avec celle d'un système à la température  $T$  conduit à :

$$k_B T = \frac{D}{\alpha}$$

Lorsque  $\delta = \Gamma/2$ , on aboutit à une température minimale, que l'on note  $T_D$  et qui vaut :

$$k_B T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2} \quad \text{soit} \quad T_D = 141 \mu\text{K}$$

En dépit de cette limite, les mesures expérimentales, menées par W.D.PHILLIPS, sur des mélasses obtenues avec des atomes de sodium, ont donné des résultats surprenants. En effet, les températures mesurées descendaient jusqu'à  $45 \mu\text{K}$ , alors que la limite DOPPLER valait  $240 \mu\text{K}$ ! Il fallait donc trouver une explication à ces températures anormalement basses.



### III.1.2 Température de recul

L'erreur commise dans le calcul précédent provient de ce que les atomes n'ont pas un moment cinétique nul dans l'état fondamental. En considérant des atomes à plusieurs sous-niveaux Zeeman, il est possible d'expliquer ces températures en tenant compte, à la fois, des gradients de polarisation (présents dans les mélasses), du pompage optique et des déplacements lumineux induits. Cela met en évidence de nouveaux mécanismes de refroidissement, dont le refroidissement SISYPHE.

La prise en compte de ces nouveaux phénomènes permet de définir une nouvelle température limite, la température de recul, dont l'expression est donnée par :

$$k_B T_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (\text{IV-25})$$

Son interprétation est simple. Tous les processus envisagés pour le refroidissement se font par émission et absorption de photons. A chaque échange, la conservation de la quantité de mouvement implique que l'énergie cinétique externe de l'atome ne peut varier que par 'sauts' dont la valeur est donnée par l'énergie de recul :  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , associée à l'absorption d'un photon d'impulsion  $\hbar \vec{k}$ . La température est donc la traduction en  $\mu\text{K}$  de ce "quantum" d'énergie.

Dans notre cas, on obtient  $T_R = 0.36 \mu\text{K}$ . Cette valeur est très faible ; elle constitue, en outre, une limite inférieure qu'il nous sera difficile d'atteindre sur notre dispositif expérimental. En effet, descendre en dessous de cette limite (et même, l'approcher) nécessite beaucoup d'efforts et la mise en oeuvre de nombreuses astuces : c'est le domaine du refroidissement sub-recul.

## III.2 Traitement des images

Cette partie a pour objet de décrire le cheminement suivi depuis l'obtention, sur l'ordinateur, d'une photo de l'ombre du piège jusqu'aux courbes d'absorption de celui-ci.

### III.2.1 Détramage

Il faut savoir que dans un signal vidéo, une image est codée sur deux parties différentes. Elle se divise ainsi en deux **trames**, l'une paire et l'autre impaire, comme le montre la figure IV-17. Chaque trame correspond, en fait, à une fenêtre d'acquisition différente. Cet effet est invisible lorsque les phénomènes étudiés évoluent sur une échelle de temps de l'ordre de la seconde. Mais, dans notre cas, il a de graves conséquences. En effet, le nuage atomique étant éclairé par le flash (durée de  $30 \mu\text{s}$ ), les images acquises seront constituées

- d'une trame, remplie d'informations, décrivant la structure du nuage à  $t$ ,
- et d'une trame sombre, correspondant au nuage dans le noir, à l'instant  $t + 20 \text{ ms}$ .

L'opération dite de **détramage** consiste donc à supprimer la trame sombre et à la remplacer,

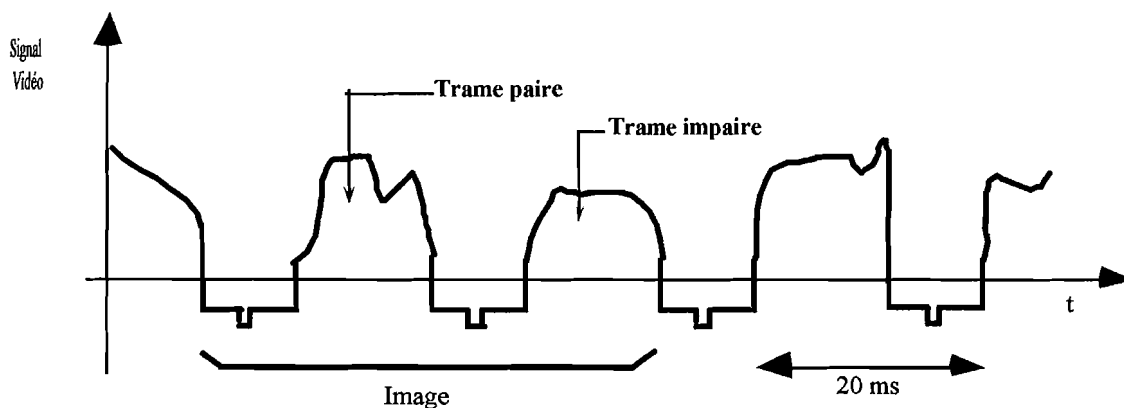


Figure IV-17 : L'image vidéo est codée sur deux trames (paire et impaire). Etant donnée la durée de notre acquisition, nous ne sommes pas en mesure d'enregistrer une information sur les deux trames, d'où la nécessité de procéder à un détramage.

par continuité, par les valeurs obtenues sur l'autre trame, afin d'obtenir une image complète des atomes à l'instant du flash laser. Cela est réalisé grâce au logiciel *NIH* dont nous disposons pour le traitement des images, en général.

### III.2.2 Epuration des images

Le dispositif expérimental, tel qu'il a été décrit dans la section B-I, permet d'obtenir une série d'images du piège pour des temps d'évolution compris entre 0 et 50 ms. Cependant, malgré l'effort effectué sur la qualité du fond laser, du bruit subsiste sur les images obtenues. Si pour des temps d'évolution courts, le rapport signal à bruit est suffisant, ce n'est malheureusement plus le cas lorsque le nuage a grossi, comme le montre la figure IV-18.

La méthode que nous avons adoptée, pour s'en affranchir, est la suivante. On enregistre tout d'abord une photo du fond, sans les atomes. Ensuite, à l'aide de notre logiciel de traitement d'images (*NIH*), nous fabriquons des photos du piège **épurées**, en effectuant la division d'une image brute du piège par le fond. Les résultats obtenus par cette méthode sont assez spectaculaires. Pour se rendre compte de l'efficacité de ce traitement, il suffit de se reporter à la figure ci-dessous. A gauche, l'absorption du nuage atomique est difficile à distinguer, alors qu'après traitement, les atomes sont clairement mis en évidence (meilleur contraste).

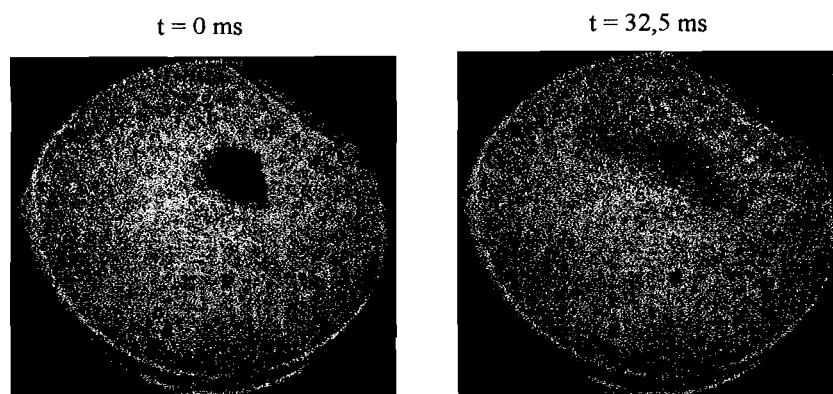
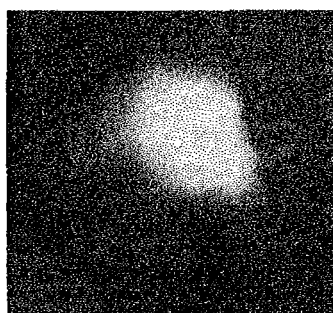
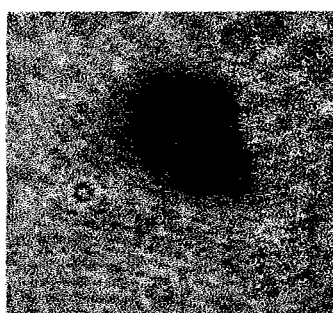


Figure IV-18 : A  $t = 0$ , le piège ressort parfaitement de l'image du fond. Par contre, au bout d'une trentaine de millisecondes, il devient très difficile de le distinguer. Un traitement du bruit s'impose donc pour que l'on puisse utiliser correctement ces données.



Après épuration, le rapport signal à bruit de la prise de vue a été grandement amélioré. La coupe ainsi obtenue (non reproduite ici) est beaucoup plus exploitable que celle réalisée à partir de l'image brute.

Avant de passer à l'ajustement théorique des courbes ainsi obtenues, il convient de calibrer les pixels. En effet, les distances sur les photos sont données en nombre de pixels. Par conséquent, il faut connaître le facteur d'échelle qui permet de passer d'une longueur en pixels à une longueur en centimètres. Pour ce faire, on utilise l'image du réglet, qui avait été placé dans le plan de l'image intermédiaire (voir § I-1-2), ce qui nous donne directement cette correspondance. Nous avons ainsi mesuré que 10 mm correspondent à 162 pixels.

Enfin, la dernière étape du traitement consiste à établir, à partir de ces images épurées, le profil d'absorption pour une direction de coupe donnée.

### III.3 Analyse des données

#### III.3.1 Evolution de la taille du nuage atomique

Comme nous l'avons montré en section B-II, l'absorption du piège, selon une direction de

l'espace, a la forme d'une exponentielle de gaussienne. On utilise, par conséquent, comme fonction d'essai :

$$I(x) = K_1 \exp \left\{ -K_2 \exp \left[ -\frac{(x - K_4)^2}{K_3^2} \right] \right\} \quad (\text{IV-26})$$

Par identification avec l'équation (IV-24), on en déduit l'expression des paramètres d'optimisation  $K_2$  et  $K_3$  :

$$\begin{cases} K_2 = \frac{N_0 \sigma}{2\pi \sigma_r^2(t)} = \frac{N_0 \sigma}{\pi K_3^2} \\ K_3^2 = 2 (\sigma_x^2(0) + \sigma_v^2 t^2) = 2 \sigma_r^2(t) \end{cases} \quad (\text{IV-27})$$

La présence du paramètre  $K_4$  donne un degré de liberté supplémentaire qui nous permettra de suivre, *a posteriori*, l'évolution du piège dans l'espace. En particulier, il serait souhaitable qu'il évolue de façon isotrope, sans se translater. Etant donné que la gravité n'est pas prise en compte dans notre modèle, ceci ne pourra être vérifié que suivant la direction horizontale puisque, verticalement, les atomes vont tomber et donc nécessairement se translater au cours du temps. Ainsi, toutes les courbes expérimentales présentées correspondent à des coupes effectuées suivant l'axe  $Ox$ .

Ces courbes coïncident plutôt bien avec ce modèle, comme le montre la figure IV-19. En effet, la fonction d'essai reproduit correctement les différents régimes d'absorption du piège.

- Au début de l'évolution, le piège est très "concentré" ; autrement dit, on a beaucoup d'atomes et le flash est complètement absorbé. Nous devons donc retrouver le fait qu'au centre du piège, l'intensité du flash laser, transmise, est presque uniformément nulle (figure IV-19(bas)).
- Au fur et à mesure de l'évolution libre, le nombre d'atomes rencontrés au centre diminue avec l'étalement du piège. Le flash n'est plus complètement absorbé et, le comportement de l'absorption se rapproche d'une fonction gaussienne (figure IV-19(haut)).

Par ailleurs, nous avons représenté l'évolution du paramètre  $K_3$  en fonction du temps. Cette courbe doit tendre asymptotiquement vers une droite de pente  $p_T = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ , et possède, à  $t = 0$ , une tangente horizontale. Cependant, si les résultats expérimentaux présentent bien l'allure d'une droite aux temps longs, on ne retrouve pas la tangente horizontale du départ (figure IV-20).

Une explication possible de cet écart provient de l'hypothèse faite sur le profil du piège avant sa coupure. Nous avons effectivement supposé que la densité d'atomes était gaussienne. Ceci se justifie, assez naturellement, dans le cas d'un potentiel harmonique ; cependant, dans le cas d'un piège sombre, cette approximation n'est, *a priori*, plus vérifiée. En effet, dans tout l'espace où le repompeur est absent, les atomes sont libres ; c'est à dire qu'ils ne sont plus soumis au potentiel lumineux des faisceaux de piégeage, ce qui incite plutôt, à prendre

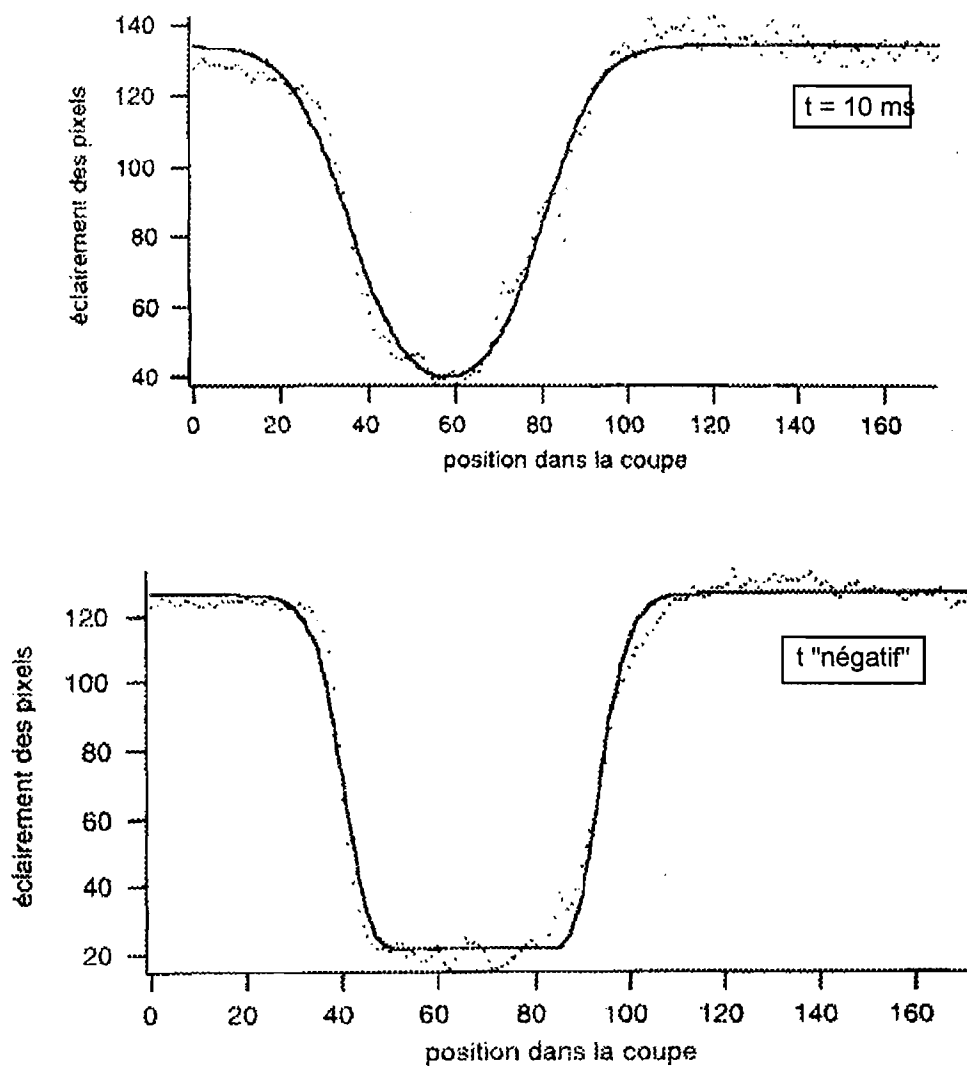


Figure IV-19 : Ajustement des courbes d'absorption du piège à l'aide de la formule établie dans le paragraphe précédent. On obtient un bon accord, tant lorsque le piège est bien concentré, avant toute évolution libre (en bas), que lorsque le nuage s'est étalé (en haut).

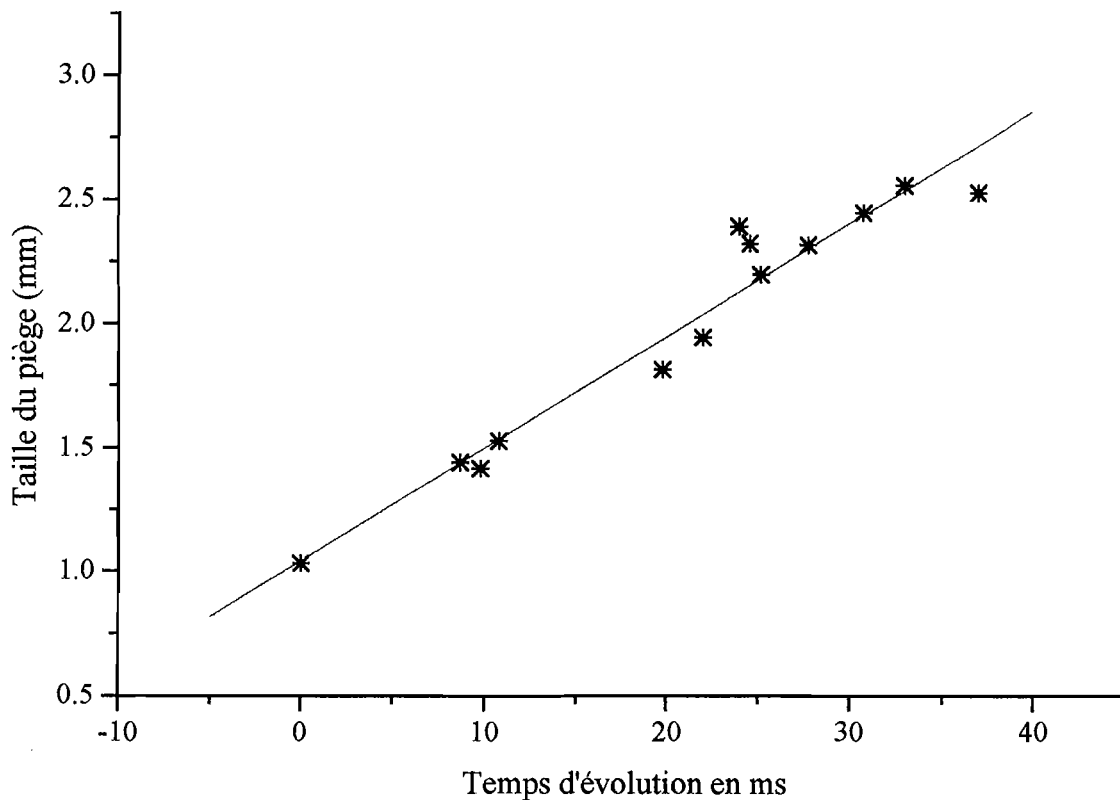


Figure IV-20 : Evolution temporelle du rayon (à  $1/e^2$ ) de la taille du piège. L'axe des abscisses a pour origine des temps, le moment où l'on coupe le champ magnétique. On ne retrouve pas le comportement prévu par notre modèle avec une tangente horizontale à l'origine.

une distribution initiale rectangulaire, un peu comme si l'absence de repompeur formait une "boîte" dans laquelle seraient enfermés les atomes. Néanmoins, il convient de nuancer cette vision quelque peu schématique. D'une part, les atomes ne rebondissent pas sur les parois de la "boîte" : ils "disparaissent", repompés dans le niveau  $F = 2$ . D'autre part, la "boîte" est constamment approvisionnée par les atomes qui se désexcitent du niveau  $F = 2$ , en l'absence du repompeur. Par conséquent, les atomes sont à la fois :

- dans un potentiel harmonique, lorsqu'ils se trouvent dans le sous-niveau  $F = 2$ ,
- et dans une "boîte", lorsqu'ils sont dans le sous-niveau fondamental  $F = 1$ .

Les distributions initiales, aussi bien gaussiennes que rectangulaires, ne sont, toutes deux, que des approximations de la réalité. La première présente, malgré tout, l'avantage d'aboutir à une expression analytique de la taille du piège en fonction de la température et du temps. Tandis que la seconde permet de rendre compte de l'absence de tangente horizontale.

Notons que l'hypothèse d'une structure gaussienne, dans le domaine spatial, semble conduire à une expression théorique de l'absorption qui concorde avec les résultats expérimentaux (cf.

courbes IV-19). Seule l'expression de la taille du piège, ainsi calculée, ne permet pas de retrouver le comportement observé expérimentalement.

En conclusion, nous nous intéresserons uniquement au caractère asymptotique de l'évolution libre des atomes, qui va nous permettre d'obtenir une évaluation de la température du piège ; le "départ" de cette évolution étant plus délicat à prédire et à interpréter.

### III.3.2 Détermination de la température

Comme nous l'avons justifié dans le paragraphe précédent, on utilise une droite pour ajuster l'évolution du piège, sa pente  $p_T$  donnant la température grâce à la formule :

$$T = \frac{m}{2k_B} p_T^2$$

$$\text{où } \begin{cases} m & \text{est la masse d'un atome} \\ k_B & \text{est la constante de BOLTZMANN } (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}) \end{cases}$$

Après application numérique, on obtient

$$T = 0,507 p_T^2$$

où  $T$  est exprimée en  $\mu\text{K}$  et  $p_T$ , en  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ .

D'après la figure IV-20, la pente de la droite qui permet de reproduire le comportement expérimental est de  $4,5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . La température obtenue dans ce cas est de  $10 \pm 3 \mu\text{K}$ . Elle est assez faible. Or, la principale cause d'erreur réside dans l'appréciation de la pente. En particulier, il faudrait déterminer précisément le grandissement du montage  $2f - 2f$  puisque si la lentille n'est pas placée à, exactement, deux fois sa distance focale, du piège, le montage n'effectue pas une conjugaison de grandissement  $-1$ . Il faudra alors corriger toutes les distances d'un facteur égal au grandissement réel du montage, que l'on appelle  $g_f$ . En effet, les distances dans le plan du piège sont  $g_f$  fois plus petites que celle évaluée à l'aide du réglé, placé dans le plan de l'image intermédiaire. Ce facteur correctif interviendrait au carré pour la température. Cependant, nous n'avons pas relevé le grandissement de la conjugaison établie ; nous ne sommes donc pas en mesure de donner une valeur corrigée de la température. Notons néanmoins qu'étant données les dimensions de l'enceinte ultravide, la conjugaison en place ne pouvait conduire qu'à  $g_f < 1$  (position de l'objet, i.e. le piège, supérieure à  $2f$ ).

### III.3.3 Nombre d'atomes

D'après la formule (IV-27), la seconde information que l'on puisse déduire de nos mesures est le nombre,  $N_0$ , d'atomes présents dans le piège. En effet,  $\frac{1}{\sqrt{K_2}}$  est une fonction linéaire du paramètre  $K_3$ , que l'on vient d'exploiter. Alors, connaissant la section efficace d'absorption ( $\sigma$ ) de la transition considérée, la pente de la droite nous conduit à la valeur de  $N_0$  puisque :

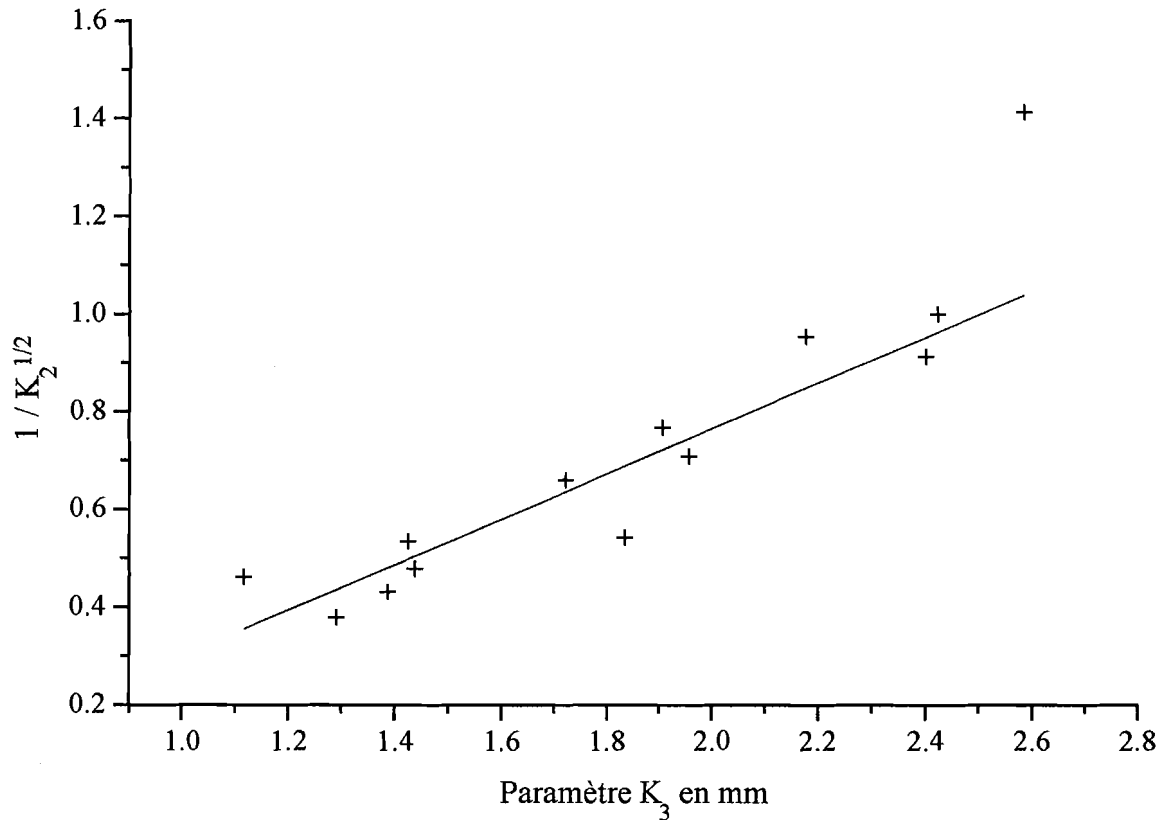


Figure IV-21 : Evolution de la fonction  $1/\sqrt{K_2}$  en fonction du paramètre  $K_3$ . On obtient raisonnablement une droite qui va nous permettre de remonter au nombre d'atomes présents dans le piège.

$$\frac{1}{\sqrt{K_2}} = p_N K_3 \quad \text{avec} \quad p_N = \sqrt{\frac{\pi}{N_0 \sigma}}$$

Cependant, étant donnée la transition utilisée pour l'expérience, la connaissance de la section efficace n'est pas immédiate. En effet, il convient ici de considérer les populations des différents sous-niveaux Zeeman, ce qui conduit à une expression assez compliquée. C'est pourquoi, dans l'optique d'évaluer l'ordre de grandeur du nombre d'atomes piégés, nous nous contenterons d'une expression approchée de la section efficace : celle d'un atome à deux niveaux, pour un laser à résonance, qui s'exprime simplement en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda = 795$  nm),  $\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ . On en déduit alors le nombre total d'atomes :

$$N_0 = \frac{2\pi^2}{3\lambda^2 p_N^2} = \frac{10,4 \cdot 10^7}{p_N^2} \quad (\text{IV-28})$$

où  $p_N$  est donnée en  $\text{mm}^{-1}$ .

Le graphe de la fonction  $\frac{1}{\sqrt{K_2}}(K_3)$ , est représenté sur la figure IV-21. La pente de la droite, ainsi obtenue, vaut  $0,465 \text{ mm}^{-1}$ . Par conséquent, le nombre d'atomes dans le piège



est typiquement de  $5 \cdot 10^8$ . C'est légèrement inférieur au nombre annoncé dans le chapitre II ; toutefois, signalons que, lors de ces expériences, le réglage du piège n'était pas optimisé dans le but de capturer un maximum d'atomes.

## Conclusion

Les résultats obtenus pour la température du piège sombre semblent assez satisfaisants, puisqu'on peut conclure que sa température est inférieure à  $15 \mu\text{K}$  [55] pour un désaccord de quatre largeurs naturelles. Cette mesure est, en effet, une nouvelle confirmation de la possibilité d'obtenir des températures SUB-DOPPLER à l'aide d'un piège magnéto-optique. Même si ces résultats semblent bons, la meilleure confirmation de leur validité reste une mesure de température par une méthode tout à fait différente. C'est effectivement ce qui a été envisagé et la méthode choisie repose sur la résonance induite par le recul [56] dans une vapeur atomique. L'expérience consiste à envoyer sur le piège deux lasers :

- un premier, de forte intensité, servant de POMPE,
- un second, moins intense, servant de SONDE et décalé en fréquence de  $\delta_s$ .

On mesure ensuite le **gain** de la SONDE en fonction du désaccord  $\delta_s$ . Ce gain est en fait proportionnel à une dérivée de gaussienne dont la largeur est celle de la distribution en vitesse de la vapeur atomique. Ces opérations permettent donc d'obtenir la température du piège. Les résultats préliminaires semblent cohérents avec les températures obtenues par la première méthode.

Enfin, cette mesure de la température du piège magnéto-optique s'inscrit dans le cadre des tests préliminaires d'une nouvelle expérience, dont nous parlerons plus en détails dans le dernier chapitre de ce mémoire.

# CHAPITRE V

## VERS UN PIEGE DIPOLAIRE OPTIQUE...



# PARTIE A : Historique des pièges dipolaires et motivations

Le travail décrit dans ce dernier chapitre correspond à la première étape d'une nouvelle série d'expériences, utilisant toujours des atomes froids, qui est en cours de montage au laboratoire. Ces expériences comporteront deux phases de réalisation. La première d'entre elles consiste à réaliser un piège dipolaire optique (PDO) pour atomes neutres. Dans un second temps, on essaiera d'observer des phénomènes spécifiques au régime d'électrodynamique quantique en cavité (que l'on désignera par l'acronyme anglais "CQED", pour "Cavity Quantum Electrodynamics").

Nous commencerons par rappeler le principe général du fonctionnement du PDO et présenterons les principales expériences mettant en oeuvre un tel piège. Puis, nous nous efforcerons de montrer l'originalité de la configuration que nous avons envisagée en essayant de dégager, en particulier, les possibilités d'obtention d'un régime d'électrodynamique quantique en cavité.

## I "Histoire" des pièges dipolaires

L'histoire du piège dipolaire est intimement liée à l'histoire de l'interaction matière rayonnement dans son ensemble. On peut distinguer une première période avec les pionniers que sont LEBEDEV [57] et EINSTEIN [58]. Le premier prouve que la lumière exerce une **pression** sur les molécules et montre que ce phénomène peut être étudié expérimentalement. Le second, explore la nature quantique de la pression lumineuse et prouve que son existence est due à la directivité spatiale des processus d'absorption (émission) stimulée et d'émission spontanée par les atomes. Cependant, à l'époque, très peu d'expériences sont réalisées pour faire progresser la théorie principalement à cause du manque de sources adaptées. En tous cas, cette première période reste marquée par la démonstration de l'existence de la pression lumineuse sur les atomes et molécules et de sa relation avec les processus élémentaires de l'interaction matière rayonnement.

La deuxième période s'ouvre avec l'avènement des lasers et surtout, des lasers accordables en fréquence. Les investigations théoriques et expérimentales reprennent dans des domaines variés de la physique qui ont néanmoins le point commun de s'intéresser à la **manipulation** de petites particules. Parmi ces domaines, on peut citer : la diffusion de lumière, la science des aérosols, la physique atomique, l'optique quantique et la spectroscopie à haute résolution. En simplifiant beaucoup les évolutions qui ont eu lieu au cours des dix dernières années qui viennent de s'écouler, on peut dire que cette période fut finalement "l'ère des pièges", sous

diverses formes [59]. Cette période vient probablement de s'achever avec les Prix Nobel de Steven CHU, Bill PHILLIPS et Claude COHEN TANNODJI.

Aujourd'hui, il semble que vient de s'ouvrir une nouvelle voie avec la démonstration expérimentale de la condensation de Bose-Einstein [60]. Il n'est pas exclu que le piège dipolaire soit une nouvelle possibilité pour réaliser un condensat de Bose-Einstein [61, 62]. Pour notre part, le domaine qui nous intéresse reste l'optique quantique et nous verrons que le piégeage dipolaire offre de nouvelles possibilités (section A-II).

Nous allons pour l'instant rappeler le principe de force dipolaire dans un premier paragraphe. Dans le paragraphe I.2, nous présenterons les principaux travaux tant théoriques qu'expérimentaux réalisés à ce jour et qui concernent les pièges dipolaires.

## I.1 Principe : la force dipolaire

Comme son nom l'indique, le piège dipolaire utilise la force du même nom. Rappelons donc brièvement son origine.

On s'intéresse à l'interaction d'un atome à deux niveaux  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  avec un rayonnement incident monochromatique, dont la fréquence,  $\omega_L$ , est proche d'une fréquence propre atomique. On cherche à connaître l'évolution temporelle du système atomique couplé au champ dont l'hamiltonien s'écrit :

$$H_0 = H_A + H_R - \vec{d} \cdot \vec{E}_{ext}(\vec{0}, t) \quad (\text{V-1})$$

où :

$H_A$  est l'hamiltonien de l'atome,

$H_R$ , celui du champ,

$\vec{d}$ , le moment dipolaire électrique de l'atome,

$\vec{E}_{ext}$ , le champ extérieur associé au rayonnement incident<sup>27</sup>, que nous supposons monochromatique, de fréquence  $\omega_L$  et d'amplitude  $\vec{\mathcal{E}}_0$  :

$$\vec{E}_{ext}(\vec{0}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 \cos(\omega_L t)$$

Pour cela, nous allons écrire et résoudre les **Équations de BLOCH Optiques** (EBO) qui décrivent l'évolution de la matrice densité atomique  $\sigma$  [54], explicitée dans la base  $\{|g\rangle, |e\rangle\}$  des deux états de l'atome (voir figure V-1).

Pour plus de commodités, on utilise le "vecteur de BLOCH" :

<sup>27</sup> Cette expression n'est valable que dans le cadre de l'approximation des grandes longueurs d'onde et dans le point de vue dipolaire électrique.

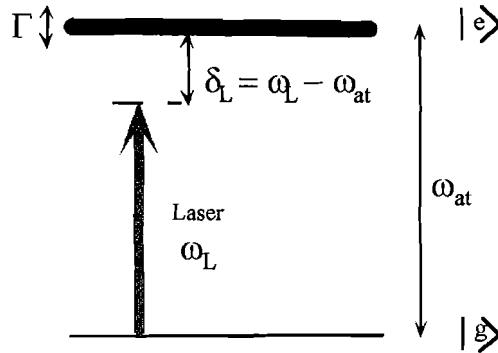


Figure V-1 : On considère un atome à deux niveaux \$|e\rangle\$ et \$|g\rangle\$ en interaction avec un laser de pulsation \$\omega\$. L'énergie séparant les deux niveaux vaut \$\hbar\omega\_{at}\$ et la largeur naturelle du niveau excité \$|e\rangle\$ est \$\Gamma\$. Notons enfin que le laser n'est pas en résonance avec la transition atomique ; le désaccord à résonance est noté \$\delta\_L\$.

$$\begin{cases} u &= \frac{1}{2}(\sigma_{ge} + \sigma_{eg}) \\ v &= \frac{1}{2i}(\sigma_{ge} - \sigma_{eg}) \\ w &= \frac{1}{2}(\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) \end{cases} \quad (V-2)$$

pour lequel les EBO s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{u} &= -\frac{\Gamma}{2}u + \delta_L v \\ \dot{v} &= -\delta_L u - \frac{\Gamma}{2}v - \Omega_1 w \\ \dot{w} &= \Omega_1 v - \Gamma w - \frac{\Gamma}{2} \end{cases} \quad (V-3)$$

où \$\Omega\_1\$, la fréquence de Rabi du champ, est définie par :

$$\Omega_1 = -\frac{\vec{d}_{ge} \cdot \vec{\mathcal{E}}_0}{\hbar} \quad (V-4)$$

avec \$\vec{d}\_{ge} = \langle g | \vec{d} | e \rangle = \langle e | \vec{d} | g \rangle\$.

La solution stationnaire des EBO vaut :

$$\begin{cases} u_{st} &= \frac{\Omega_1}{2} \frac{\delta_L}{\delta_L^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_1^2}{2}} = \frac{\delta_L}{\Omega_1} \frac{s}{s+1} \\ v_{st} &= \frac{\Omega_1}{2} \frac{\Gamma/2}{\delta_L^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_1^2}{2}} = \frac{\gamma_{at}}{\Omega_1} \frac{s}{s+1} \\ \sigma_{ee}^{st} = w_{st} + \frac{1}{2} &= \frac{\Omega_1^2}{2} \frac{1}{\delta_L^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_1^2}{2}} = \frac{1}{2} \frac{s}{s+1} \end{cases} \quad (V-5)$$

où \$s\$ est le "paramètre de saturation", défini par :

$$s = \frac{\frac{\Omega_1^2}{2}}{\delta_L^2 + \gamma_{at}^2} \quad (V-6)$$

et  $\gamma_{at} = \Gamma/2$ .

Jusqu'ici, on a supposé l'atome immobile à l'origine des coordonnées. Si on veut maintenant connaître son mouvement et plus particulièrement les forces subies par cet atome, il faut considérer l'hamiltonien :

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2M} + H_A^{int} + H_R - \vec{d} \cdot \vec{E}_{ext}(\vec{R}, t) \quad (V-7)$$

$\vec{P}$  et  $\vec{R}$  sont respectivement l'impulsion et la position du centre de masse de l'atome,  $M$  est sa masse et  $H_A^{int}$  décrit l'évolution des degrés de liberté internes de l'atome.

Dans la limite des petits paquets d'ondes atomiques<sup>28</sup>, on peut confondre l'opérateur  $\vec{R}$  et sa valeur moyenne  $\langle \vec{R} \rangle = \vec{r}_G$ . Les équations d'EHRENFEST donnent l'évolution temporelle de la position du centre du paquet d'onde atomique :

$$M \ddot{\vec{r}}_G = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \rangle \vec{\nabla} E_{ext,j}(\vec{r}_G, t) \quad (V-8)$$

Le membre de droite de l'équation (V-8) peut aisément s'interpréter comme la force qui régit le mouvement du centre du paquet d'onde atomique. Nous allons maintenant calculer cette force radiative moyenne :  $\vec{\mathcal{F}}_{moy}$ , s'exerçant sur un atome initialement immobile en  $\vec{0}$ . Pour cela, on doit déterminer la valeur moyenne du dipole atomique  $\langle d_j \rangle$  de la transition considérée. Or, les degrés de liberté internes de l'atome évoluent sur des échelles de temps de l'ordre de  $T_{int} = \Gamma^{-1}$ . Par contre, sous l'effet de la force radiative, son énergie cinétique (donc sa vitesse) va se modifier par quanta correspondant à l'énergie de recul de l'atome lors de l'absorption d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}$  :  $\mathcal{E}_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ . L'échelle de temps de cette évolution  $T_{ext}$  est de l'ordre de  $\frac{\hbar}{\mathcal{E}_{rec}}$ . Pour la plupart des transitoires permises  $\hbar\Gamma \gg \mathcal{E}_{rec}$ , d'où  $T_{int} \ll T_{ext}$ . Par conséquent, pour évaluer la force radiative moyenne, on pourra supposer que les grandeurs internes de l'atome, en particulier le dipole moyen  $\langle \vec{d} \rangle$ , ont le temps d'atteindre leur valeur **stationnaire** avant que le centre de masse  $\vec{r}_G$  de l'atome n'ait pu se déplacer de manière appréciable. Ainsi la valeur moyenne  $\langle d_j \rangle$  qui intervient dans l'équation (V-8) prendra la valeur [54, p.345] :

$$\langle d_j \rangle_{st} = 2 \left( \vec{d}_{ge} \right)_j [u_{st} \cos \omega_L t - v_{st} \sin \omega_L t] \quad (V-9)$$

Au voisinage de l'origine  $\vec{0}$ , le champ incident s'écrit

$$\vec{E}_{ext}(\vec{r}, t) = \vec{e} \mathcal{E}_0(\vec{r}) \cos[\omega_L t + \varphi(\vec{r})] \quad (V-10)$$

<sup>28</sup> Étant donnée la valeur élevée de  $M$ , la longueur d'onde de DE BROGLIE de l'atome  $\lambda_{DB} = \frac{\hbar}{Mv}$  (soit typiquement 10 nm pour un atome du PMO), est beaucoup plus faible que la longueur d'onde lumineuse  $\lambda$  (voisine de 800 nm). Il est donc possible de considérer des paquets d'ondes atomiques dont les dimensions sont très petites devant la longueur d'onde du rayonnement incident.

en choisissant l'origine des temps de telle sorte que la phase du champ soit nulle à l'origine ( $\vec{r} = \vec{0}$ ) :  $\varphi(\vec{0}) = 0$ .

Le gradient du champ pris à l'origine vaut alors :

$$\vec{\nabla} E_{ext_j} = \vec{e}_j \left[ \cos \omega_L t \vec{\nabla} \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_0 \sin \omega_L t \vec{\nabla} \varphi \right] \quad (\text{V-11})$$

On en déduit une expression de la force radiative moyenne :

$$\vec{\mathcal{F}}_{moy} = \left( \vec{e} \cdot \vec{d}_{ge} \right) \left[ u_{st} \vec{\nabla} \mathcal{E}_0 + v_{st} \mathcal{E}_0 \vec{\nabla} \varphi \right] \quad (\text{V-12})$$

On appelle **force dipolaire** (ou réactive), la force proportionnelle au gradient d'amplitude,  $\vec{\nabla} \mathcal{E}_0$ , et à la composante en phase du dipôle :

$$\vec{\mathcal{F}}_{dip} = \left( \vec{e} \cdot \vec{d}_{ge} \right) u_{st} \vec{\nabla} \mathcal{E}_0 \quad (\text{V-13})$$

que l'on peut écrire en fonction de la fréquence de RABI (cf. équation (V-4)) selon l'expression :

$$\vec{\mathcal{F}}_{dip} = -\hbar \Omega_1 u_{st} \vec{\alpha} \quad (\text{V-14})$$

avec  $\vec{\alpha} \doteq \frac{\vec{\nabla} \Omega_1}{\Omega_1}$ .

**Remarque** : Une onde plane ne présente pas de gradient d'amplitude. En conséquence, pour avoir  $\vec{\nabla} \mathcal{E}_0$  non nul, il faut nécessairement superposer des ondes planes de vecteurs d'onde différents. Un cas assez simple à envisager est celui d'une onde stationnaire, superposition de deux ondes planes dont les vecteurs d'ondes, pris suivant l'axe  $Oz$ , sont :  $+k_L \vec{e}_z$  et  $-k_L \vec{e}_z$  et, que l'on suppose polarisées suivant  $Ox$ .

Le champ d'une telle onde s'écrit :

$$\vec{E}_{ext}(\vec{r}, t) = \vec{e}_x \mathcal{E}_0 \cos(k_L z) \cos(\omega_L t) \quad (\text{V-15})$$

L'amplitude varie sinusoidalement dans l'espace, avec une période  $\lambda = \frac{2\pi}{k_L}$  ; par contre, sa phase est constante<sup>29</sup>.

D'après les équations (V-5), la force dipolaire (V-14) s'écrit encore :

$$\vec{\mathcal{F}}_{dip} = -\frac{\hbar \delta_L}{2} \left( \frac{s}{s+1} \right) \frac{\vec{\nabla} \Omega_1^2}{\Omega_1^2} \quad (\text{V-16})$$

Sur l'expression (V-16), il apparait clairement que le signe de cette force dépend du signe du désaccord,  $\delta_L$ , du laser par rapport à la transition atomique :

- pour  $\delta_L < 0$  ( $\omega_L < \omega_0$ ), désaccord "rouge", la force attire l'atome vers les régions d'intensité élevée ;
- pour  $\delta_L > 0$  ( $\omega_L > \omega_0$ ), désaccord "bleu", l'atome est repoussé hors de ces régions.

<sup>29</sup> On rappelle que l'on a pris l'origine des temps de telle sorte que la phase à l'origine soit nulle ; donc  $\varphi_0 = \varphi(\vec{r} = 0) = 0$ .



Pour chaque valeur de l'intensité laser ( $\propto \Omega_1^2$ ), la valeur du désaccord qui maximise  $|\vec{\mathcal{F}}_{dip}|$  est différente. De plus, aux fortes intensités ( $s \gg 1$ ),  $|\vec{\mathcal{F}}_{dip}| \simeq \hbar \left(\frac{\delta_L}{\Omega_1}\right) |\vec{\nabla}\Omega_1|$ . Il apparaît donc que la force dipolaire croît indéfiniment lorsque l'intensité de l'onde augmente. C'est une propriété intéressante de la force dipolaire qui se distingue ainsi de la force de pression de radiation (partie de  $\vec{\mathcal{F}}_{moy}$  proportionnelle à  $\vec{\nabla}\varphi$ ) qui tend vers une limite à haute intensité.

Enfin, la force dipolaire dérive d'un potentiel  $U_{dip}$  :  $\vec{\mathcal{F}}_{dip} = -\vec{\text{grad}} U_{dip}$  avec :

$$U_{dip} = \frac{\hbar\delta_L}{2} \ln \left[ 1 + \frac{\frac{\Omega_1^2}{2}}{\delta_L^2 + \gamma_{at}^2} \right] \quad (\text{V-17})$$

Pour des désaccords rouges, les régions d'intensité maximale (comme la zone de focalisation d'un faisceau laser) apparaissent donc comme des puits de potentiel pour l'atome. De tels puits peuvent être utilisés pour piéger des atomes neutres. On parle, dans ce cas, de "**Piège Dipolaire Optique**" (PDO).

**Conclusion** : En premier lieu, l'efficacité du PDO est directement liée au gradient d'intensité. Ainsi, plus le faisceau laser sera focalisé, plus le puits de potentiel sera profond. Par contre, la force dipolaire associée change aléatoirement de signe, selon que l'atome est dans l'état excité ou fondamental. Dans une interprétation du point de vue de l'atome habillé, l'émission spontanée fait cascader l'atome le long de son diagramme d'énergie. Ainsi, la transition  $|1(N)\rangle \rightarrow |2(N-1)\rangle$  fait changer brusquement le signe de la force, et ce de manière aléatoire au cours du temps. Les fluctuations quantiques de la force produisent une diffusion de l'impulsion atomique caractérisée par le coefficient de diffusion  $D_{dip}$  (déjà introduit dans le paragraphe III.1 du chapitre IV-B). En conséquence, il faudra adapter soigneusement le désaccord afin de limiter au mieux le chauffage dipolaire des atomes (associé à  $D_{dip}$ ).

## I.2 Quelques travaux effectués sur les pièges dipolaires

Au regard du principe exposé dans le paragraphe précédent, il apparaît qu'un faisceau laser très focalisé crée des puits de potentiel capables de confiner des atomes dans une région restreinte de l'espace. La taille de celle-ci est déterminée par les dimensions de la tache focale. Notons ensuite que c'est une méthode "toute optique" pour piéger des atomes neutres. Le piégeage à trois dimensions est obtenu grâce à la nature transverse **gaussienne** du faisceau laser utilisé.

La première expérience utilisant et étudiant les forces induites par la lumière fut celle d'ASHKIN en 1970 [63]. A l'aide de deux faisceaux lasers contrepropageants et très focalisés ( $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ ), il a pu mettre en évidence le piégeage de microparticules en latex (taille typ-

ique  $1 \mu\text{m}$ ) plongées dans un milieu transparent. Quelques mois plus tard, une étude théorique le conduit à proposer cette méthode pour défléchir un faisceau d'atomes voire piéger des atomes. Mais, on ne parle pas encore de refroidissement : le piégeage est dynamique [64] au sens où le mouvement des particules décrit des orbites circulaires.

En 1976, les travaux des russes LETHOKOV, MINOGIN et PAVLIK [65] constituent une première proposition de piège utilisant la force dipolaire d'une onde stationnaire résonnante à 3 dimensions. L'idée fait son chemin et ASHKIN propose deux ans plus tard un schéma explicite des pièges pour atomes, reprenant la configuration expérimentale de [63], avec une efficacité améliorée de deux ordres de grandeurs par rapport à [65]. Son piège utiliserait à la fois la force de pression de radiation pour refroidir et la force dipolaire, pour confiner [66]. L'expérience la plus probante fut réalisée par son équipe quelques mois plus tard [67]. Cependant, on est loin du piégeage ; le faisceau d'atomes est seulement focalisé grâce à la force dipolaire induite par un faisceau laser fortement focalisé.

Ainsi, il faudra attendre les mélasses optiques [68] pour progresser. En effet, d'après l'expérience [67], le principe du piégeage optique semble correct au sens où les forces "élémentaires" intervenant dans le processus ont pu être démontrées. Cependant, les effets de chauffage dus aux fluctuations quantiques de la force dipolaire sont importants [69]. Par conséquent, le même faisceau ne peut être utilisé pour piéger et refroidir à la fois, puisque les atomes "chauffés" sortent irrémédiablement du piège, d'où l'obligation de refroidir les atomes par ailleurs, via par exemple une mélasse optique.

L'obtention du premier piège tout optique pour des atomes s'est déroulée en deux étapes. Tout d'abord, l'équipe d'ASHKIN [70], piège des microparticules (taille  $25 \text{ nm}$  à  $10 \mu\text{m}$ , plongées dans l'eau) avec un **seul** faisceau laser monomode extrêmement focalisé. La seconde étape consiste à "remplacer" les microbilles en latex par des atomes de sodium dans un jet thermique. Les atomes sont refroidis à des températures inférieures au mK dans une "mélasse optique" formée de trois paires de faisceaux lasers contrepropageants, suivant trois directions perpendiculaires. Les atomes peuvent alors être capturés par le piège optique à force dipolaire [71]. Cette expérience est une démonstration de la proposition théorique du piège dipolaire à un seul faisceau laser très focalisé et désaccordé négativement par rapport à la résonance (ici,  $-10^4\Gamma$ ) [66].

En 1988, Bill PHILLIPS publie une première application des pièges d'atomes [72] à l'étude des processus collisionnels. La configuration utilisée se rapproche davantage des premières expériences d'ASHKIN [63, 67] avec deux faisceaux focalisés contrepropageants. Le chargement du piège, par contre, s'effectue à partir d'une mélasse optique, comme dans l'expérience de CHU [71].

Après la démonstration du piège magnéto-optique [38], les pièges dipolaires sont quelque

peu délaissés. Le problème du chauffage dipolaire est un handicap certain qui rend ces pièges peu attrayants même s'ils présentent de fortes densités atomiques ( $10^{11}$  à  $10^{12}$  atomes.cm<sup>-3</sup>).

En 1993, l'expérience de MILLER, CLINE et HEINZEN [73] relance l'intérêt des pièges dipolaires. Le piège consiste en un faisceau gaussien monomode focalisé et très désaccordé vers le rouge de la transition atomique (jusqu'à 65 nm). De ce fait, le taux d'émission spontanée devient très faible et le chauffage dipolaire, pratiquement négligeable devant le chauffage dû au recul de l'atome par émission de photons spontanés. Dans cette expérience, le chargement du piège dipolaire s'effectue à partir d'un PMO.

Le piège dipolaire optique apparaît comme un nouvel outil pouvant conduire à la condensation de Bose Einstein, démontrée par trois groupes indépendamment en 1995 [60]. La course à la densité dans l'espace des phases est lancée. L'équipe de CHU, à Stanford, travaille à nouveau avec un piège dipolaire optique, dans une configuration croisée, cette fois. Le piège est formé à l'intersection de deux faisceaux lasers focalisés, faisant un angle de 90° entre eux, au centre d'un PMO. Le piège dipolaire est chargé justement à partir du PMO : après deux secondes, le champ magnétique et les faisceaux du PMO sont coupés, laissant les atomes confinés seulement par les faisceaux du piège dipolaire. Les atomes subissent ensuite une phase de refroidissement évaporatif en diminuant progressivement la profondeur du potentiel piégeant [74].

Dans une autre expérience, la même équipe propose de gagner encore en densité dans l'espace des phases (facteur 320 par rapport aux atomes non refroidis) en combinant un piège dipolaire fortement désaccordé vers le bleu [75] et un refroidissement RAMAN, leur permettant d'atteindre une température d'1  $\mu$ K et une densité atomique de  $4.10^{11}$  atomes.cm<sup>-3</sup> [61].

Récemment, l'équipe de Christophe SALOMON, à l'ENS, améliore encore la densité atomique, pour atteindre  $10^{13}$  atomes.cm<sup>-3</sup> grâce au "refroidissement sysiphe bleu" (ou mélasses grises) mis en oeuvre dans un piège dipolaire très désaccordé vers le rouge. Cette configuration présente l'avantage de ne pas nécessiter de laser supplémentaire (comme c'est le cas lors d'un refroidissement RAMAN). Les atomes proviennent encore d'un PMO suivant trois phases [62] :

- (1) Les atomes ( $\simeq 3.10^7$ ) sont capturés dans le PMO pendant 1 seconde ;
- (2) L'intensité des faisceaux du PMO est réduite pendant 30 ms (phase de contraction),
- (3) Après la phase de refroidissement sysiphe-bleu, le laser du PMO ne sert plus qu'à repomper les atomes.

Afin de comparer l'ensemble de ces expériences nous allons donner dans un tableau récapitulatif les paramètres utilisés (désaccord, intensité ...) ainsi que les caractéristiques du piège d'atomes obtenus (nombre d'atomes, dimensions du piège, densité atomique ...).

Tableau (V-18) : Récapitulatif des principales caractéristiques des pièges dipolaires présentés dans ce mémoire. Annotations de la première ligne : <sup>1</sup>sphères en latex immergées dans l'eau ( $\simeq 1 \mu\text{m}$ ) et <sup>2</sup>vitesse des particules dans le liquide visqueux donné par la loi de STOKES  $v = 2qPr / 2\pi c w_0^2 \eta$  où  $q$  est la fraction de lumière effectivement réfléchie, supposée être de l'ordre de 10 %,  $P$  est la puissance du laser,  $r$  le rayon des sphères piégées et  $\eta$  la viscosité du milieu ( $\eta_{\text{eau}} = 10^{-2} P$ ):

Exp.	Type de PDO (nb de faisceaux, désaccord, polarisation)	Refroidissement additionnel	Chargement	Atomes	$\lambda$	Désaccord	Puissance	waist $w_0$	Dim. piège	Densité atomique	Température
1970[63]	1 faisceau	-	-	<sup>1</sup>	514 nm	-	20 mW	6,2 $\mu\text{m}$			<sup>2</sup>
1978[67]	2 faisceaux contrepropageants	Non	Jet Atomique	Na	514 nm						
1986[71]	1 faisceau $\Delta < 0$	Non	Jet Atomique + Mélasse optique	Na	514 nm	$-10^4 \Gamma$					
1988[72]	2 faisceaux contre-propageants $\sigma^+$	Non	Jet Atomique + Mélasse optique	Na	514 nm	-700 MHz	40 mW ( $\times 2$ )	$w = 100 \mu\text{m}$	cylindre $800 \mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$ FWHM	?	750 $\mu\text{K}$
1993[73]	1 faisceau $\Delta \ll 0$ linéaire	Non	PMO	<sup>85</sup> Rb	800 à 860 nm	4 à 67 nm	0,6 à 0,9 W	10 $\mu\text{m}$	$\phi 1,75 \mu\text{m} \times 150$ à 500 $\mu\text{m}$ (Oz)	$8.10^{11} \text{at.cm}^{-3}$	400 $\mu\text{K}$
1995[75]	2 faisceaux contre-propageants $\Delta \gg 0$ linéaire	Non	PMO	Na	488 et 514 nm	+ 75 et 100 nm	4 et 6 W	$w_0^2 = 15 \mu\text{m} \times 1100 \mu\text{m}$	?	$\approx 4000$ atomes	?
1995[74]	2 faisceaux croisés $\Delta \ll 0$	évaporatif	PMO	Na	1,06 $\mu\text{m}$	$\simeq -475 \text{nm}$	4 W ( $\times 2$ )	15 $\mu\text{m}$	$\phi = 7 \mu\text{m}$	$4.10^{12}$ à $6.10^{11} \text{at.cm}^{-3}$	140 $\mu\text{K}$ à 4 $\mu\text{K}$
1996[61]	2 faisceaux croisés $\Delta \gg 0$ linéaire	Raman	PMO	Na	488 et 514 nm	+ 75 et + 100 nm	6 et 10 W	$w_0^2 = 10 \mu\text{m} \times 575 \mu\text{m}$		$4.10^{11} \text{at.cm}^{-3}$	1 $\mu\text{K}$
									330 $\mu\text{m}$ (Oz)	$2.10^{10} \text{at.cm}^{-3}$	7,7 $\mu\text{K}$
1998[62]	1 faisceau $\Delta \ll 0$	Mélasses grises (Sysiphe bleu)	PMO	Cs	1,064 $\mu\text{m}$	+ 75 et - 56 nm	700 mW	45 $\mu\text{m}$	cylindre $\phi 6 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$ (Oz)	$10^{13} \text{at.cm}^{-3}$	2 $\mu\text{K}$

(V-18)

Pour ce qui concerne les pièges dipolaires proprement dits, on peut en distinguer donc deux types :

- à faible désaccord,
- à très grands désaccords qui sont alors soit positifs, soit négatifs.

Par contre, ils se caractérisent tous par une forme de piège **cylindrique** due à un bon confinement dans la direction transverse et un potentiel attractif moins “raide” dans la direction longitudinale. La focalisation du (ou des) faisceau(x) piégé(s) est obtenue par l’intermédiaire d’un objectif de microscope donnant un col de faisceau de 10 à 15  $\mu\text{m}$  typiquement.

En l’absence de tout autre dispositif de refroidissement, les températures du nuage d’atomes ainsi piégés s’élèvent à plusieurs centaines de microkelvins (150 à 750  $\mu\text{K}$ ) sauf, semble-t-il, pour les PDO à grands désaccords bleus [61] pour lequel une température de 7,7  $\mu\text{K}$  a été mesurée.

Enfin, on peut constater que ces pièges conduisent à des densités atomiques très importantes typiquement supérieures à  $10^{11}$  atomes. $\text{cm}^{-3}$ .

Pour conclure, signalons que des investigations sur les pièges dipolaires donnent lieu à des résultats significatifs dans d’autres domaines scientifiques. Nous pourrions, en particulier, souligner l’importance de ces pièges en biologie cellulaire. Ils permettent en effet aux chercheurs d’étudier facilement divers échantillons vivants. Dans ce cas, l’objectif de microscope utilisé sert à la fois à focaliser le laser piégeant et à observer (voir [77] par exemple).

La liste des expériences présentées ne prétend pas être exhaustive, car les expériences mettant en oeuvre la force dipolaire afin de manipuler et même piéger des atomes sont nombreuses. On pourrait cependant également citer les expériences de réseaux atomiques [76] qui, pour simplifier, produisent un tissu de pièges d’atomes correspondants à un réseau de puits de potentiels dipolaires. Nous avons néanmoins choisi de ne pas les détailler car, comme nous allons le voir maintenant, ces expériences sont assez éloignées de celles que l’on souhaite réaliser.

## II Piège dipolaire et électrodynamique quantique en cavité

Comme nous l’avons dit en introduction de ce chapitre, un des buts poursuivis dans l’expérience est d’atteindre un régime d’ElectroDynamique Quantique en Cavité (CQED) et de piéger un atome (unique) dans une cavité sphérique. Cette cavité devra satisfaire un certain nombre de caractéristiques géométriques et optiques sur lesquelles nous reviendrons, de sorte que le champ du vide, au centre de la cavité, soit équivalent à celui obtenu dans une microcavité.

Nous commencerons par exposer les possibilités d’un régime CQED (§II.1). Nous nous attacherons en particulier à mettre quelques chiffres sur les expériences qui ont déjà été réalisées

et les améliorations que nous envisageons.

Dans un second paragraphe (II.2) nous nous attarderons sur l'aspect piège dipolaire optique. Les paramètres de la cavité étant définis, nous pourrions évaluer la profondeur des puits de potentiels, associés à la force dipolaire et la comparer à la température du PMO (cf. chapitre IV-B).

## II.1 L'aspect Electrodyamique Quantique en Cavité

### II.1.1 Les motivations

Ces dernières années, de nombreux travaux se sont intéressés au régime CQED, caractérisé par un couplage **fort** entre quelques atomes et **un** mode du champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité micro-onde ou optique. En particulier, plusieurs expériences montrent que le taux d'émission spontanée d'un atome dans la cavité, est différent de sa valeur dans l'espace libre [78, 79].

Cet effet peut être discuté selon différentes approches mais on peut l'attribuer à une **modification de la densité spectrale des modes** du champ du vide, dues aux propriétés de résonance de la cavité. On peut ainsi montrer que l'emploi d'un résonateur concentrique, très ouvert (composé de deux miroirs sphériques de très grande ouverture numérique) peut changer, de façon significative, le taux d'émission spontanée d'un atome au voisinage du centre de la cavité, même si la finesse de celle-ci n'excède pas quelques dizaines [80]. Des résultats similaires ont déjà été obtenus dans une cavité sphérique [81] ou confocale [82].

Dans ces expériences, l'atome se situe à l'intérieur d'une région "active" dont le volume est très réduit (de l'ordre de  $(10 \text{ à } 100\lambda)^3$ ). Cela impose donc de sévères contraintes quant à la localisation de l'atome. On peut contourner cette difficulté en utilisant les forces induites par la lumière afin d'attirer l'atome au centre de la cavité. On envisage ainsi de coupler un faisceau laser dans la cavité et d'utiliser la force dipolaire pour maintenir les atomes à la bonne position, c'est à dire au voisinage du centre de la cavité. L'effet d'un couplage fort (atome-cavité) sur la force dipolaire a déjà fait l'objet d'une étude théorique [83] qui prédit des phénomènes très intéressants : puisque la relaxation atomique est modifiée par la présence de la cavité, l'équilibre entre les effets de piégeage et de chauffage du piège dipolaire se trouve également changé par rapport à l'espace libre et semble conduire à une meilleure efficacité de piégeage.

Des calculs théoriques, dans notre groupe de recherche, ont permis d'établir la dépendance spatiale du déplacement des niveaux d'énergie ( $\Delta_{cav}$ ) et du taux de relaxation radiative ( $\Gamma_{cav}$ ) d'un dipole placé au voisinage du centre d'une cavité sphérique présentant une ouverture numérique importante [84]. Ils sont en fait très largement modifiés par rapport au cas d'un

dipole dans l'espace libre. Pour illustrer ces calculs, nous allons considérer un atome à deux niveaux au milieu d'une telle cavité. On suppose en outre que le taux de décroissance du champ dans la cavité ( $\kappa$ ) est beaucoup plus grand que le taux de décroissance du dipole atomique ( $\gamma$ ). Dans ce cas, la cavité agit comme un continuum<sup>30</sup> pour la relaxation atomique. Par ailleurs, les calculs de la référence [84] ont été effectués jusqu'à des positions de  $100 \lambda$  de part et d'autre de l'origine (i.e. le centre de la cavité)<sup>31</sup>. Alors, à condition que l'atome reste dans cette limite, près du centre de la cavité, on s'attend à une modification notable de la largeur naturelle du niveau excité de l'atome et de ses niveaux d'énergie.

### II.1.2 La formulation de ces effets

L'effet de modification de l'émission spontanée, discuté pour la première fois par PURCELL, en 1946 [87] dans le domaine radiofréquence, est dû à la modification du nombre de modes par unité de volume et de fréquence, induite par la présence de la cavité. On peut également l'interpréter comme le résultat de l'interaction de l'atome avec ses **images**, réfléchies par les miroirs de la cavité [78]. Ainsi, l'atome à deux niveaux interagit avec un seul mode de la cavité et le taux d'émission spontanée, associé à la transition atomique, est multipliée par :

$$\eta_{cav} = \frac{3Q\lambda^3}{4\pi^2 V_m} \quad (\text{V-19})$$

où  $Q$  est le facteur de qualité de la cavité ;  $V_m$  son volume et  $\lambda$ , la longueur d'onde de la transition. En outre, on a supposé que le mode de la cavité était accordé sur la transition atomique.

**Remarque :**  $Q$  est relié à la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité de la manière suivante :

$$Q = \frac{L}{\lambda/2} \mathcal{F} \quad (\text{V-20})$$

en utilisant la définition de  $Q = \frac{\nu}{\Delta\nu}$ .

Dans le domaine micro-onde, il est assez facile d'obtenir des volumes  $V_m$  de l'ordre de  $\lambda^3$  et un facteur de qualité suffisamment grand pour avoir  $\eta_{cav} \gg 1$ . C'est d'ailleurs dans ce domaine de la physique que la première mise en évidence expérimentale du phénomène est à signaler. Dans le domaine optique, par contre, les cavités Fabry-Pérot ont en général un volume effectif  $V_m \gg \lambda^3$  ; donc, en dépit d'une finesse élevée,  $\eta_{cav}$  est très petit devant 1. Néanmoins, quelques réalisations expérimentales [79, 81, 82] sont apparues, plus récemment.

On considère maintenant le cas d'une cavité Fabry-Pérot sphérique avec un seul miroir de couplage (voir schéma V-2) :

Cette nouvelle approche du calcul [80] donne la modification du taux de relaxation spontanée

<sup>30</sup> Notons que cette propriété dépend de la structure du spectre des modes de la cavité.

<sup>31</sup> Ce qui suppose, en optique géométrique, des rayons lumineux dont le paramètre d'impact est inférieur à  $100\lambda$ .

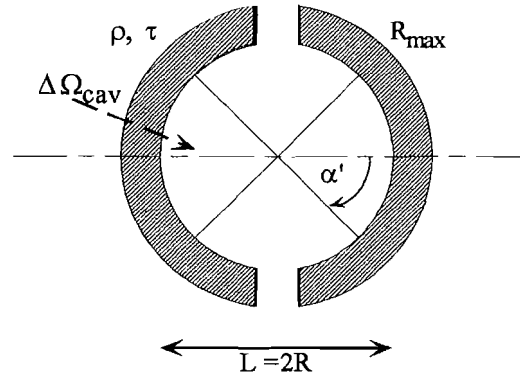


Figure V-2 : Le miroir arrière est totalement réfléchissant, tandis que le miroir avant est caractérisé par des coefficients de réflexion et de transmission  $\rho, \tau$  en amplitude et que l'on écrira  $R$  et  $T$ , pour les intensités ( $R = |\rho|^2$  et  $T = |\tau|^2$ ). L'angle solide sous-tendu par la cavité  $\Delta\Omega_{cav}$  vaut  $2 \times 2\pi(1 - \cos\alpha')$ .

(par rapport à l'absence d'une cavité) pour un atome situé au centre de la cavité peut s'écrire :

$$\frac{\Gamma_{cavite}}{\Gamma_{vide}} = \frac{\Delta\Omega_{vide}}{4\pi} + \frac{\Delta\Omega_{cav}}{4\pi} \frac{T}{|1 - \rho \exp(2i\phi_0)|^2} \quad (V-21)$$

avec :

- $\Delta\Omega_{cav}$ , l'angle solide total sous-tendu par la cavité,
- $\Delta\Omega_{vide}$  correspond à la portion restante de l'espace libre
- et  $\phi_0$  le déphasage cavité sur un seul passage ( $(\omega_{laser} - \omega_{cav}) \frac{L}{C}$ ).

A résonance de la cavité ( $\phi_0 = 0$ ), et de l'hypothèse où  $T \ll 1$ , on a encore :

$$\frac{\Gamma_{cavite}}{\Gamma_{vide}} = 1 + \frac{\Delta\Omega_{cav}}{4\pi} \left( \frac{4}{T} - 1 \right) \quad (V-22)$$

Il n'est a priori pas évident de relier le coefficient  $\eta_{cav}$  à notre équation (V-22) car ils n'ont pas été calculés dans les mêmes conditions. Or, c'est le facteur "correctif" du taux d'émission spontanée ; autrement dit, on doit chercher à identifier  $\eta_{cav}$  à  $\frac{\Delta\Omega_{cav}}{4\pi} \left( \frac{4}{T} \right)^{32}$ . Nous allons donc chercher à exprimer  $\eta_{cav}$  en fonction de  $\Delta\Omega_{cav}$ .

On a :

$$Q = \frac{2L}{\lambda} \frac{2\pi}{T} \quad (V-23)$$

et  $V_m = \pi w_0^2 L$ , si on suppose que le col du faisceau laser est  $w_0$  et que le volume du mode est obtenu en multipliant la section du faisceau par la longueur  $L$  de la cavité. Or, cette approximation n'est valable que dans le cas où l'angle d'ouverture  $\alpha'$  est petit, on a alors

<sup>32</sup> Dans le cadre de l'approximation  $T \ll 1$ , on néglige 1 devant  $\frac{4}{T}$ , mais cela ne sera fait que pour cette identification avec  $\eta_{cav}$ .



$\sin\alpha' \simeq \alpha'$  et  $1 - \cos\alpha' = \frac{\alpha'^2}{2} = \frac{\Delta\Omega_{cav}}{4\pi}$ . La divergence du faisceau étant donnée par  $\alpha' = \frac{\lambda}{\pi w_0}$  on en déduit :

$$V_m = \left( \frac{4\pi}{\Delta\Omega_{cav}} \right) \frac{\lambda^2 L}{2\pi} \quad (\text{V-24})$$

On remplace (V-24) et (V-23) dans l'expression (V-19), ce qui nous donne :

$$\eta_{cav} = \frac{\Delta\Omega_{cav}}{4\pi} \left( \frac{6}{T} \right) \quad (\text{V-25})$$

Les deux formules conduisent à des modifications de l'émission spontanée du même ordre de grandeur. Néanmoins, il est important de souligner que la formule (V-21) est le résultat d'un calcul exact et en particulier, qu'elle s'applique même dans le cas d'une cavité avec un **angle d'ouverture important**.

### II.1.3 Quelques chiffres

Nous allons commencer par rappeler les résultats de la référence [79] avec une cavité confocale ( $L = 5$  cm,  $\alpha' = 5^\circ$  et  $T = T_1 + T_2 = 4,6$  %), présentant de l'aberration sphérique. Ils estiment alors que leur facteur  $\frac{4}{T}$  est réduit d'un facteur 10. Cela conduit à une modification relative de l'émission spontanée  $\frac{\Gamma_{cav} - \Gamma_{vide}}{\Gamma_{vide}}$  de l'ordre de **2,5 %**. Sur l'expérience, ils mesurent 2,1 %, ce qui, compte tenues des incertitudes, est raisonnablement en accord avec leur prédiction théorique. Notons sur cet exemple que lorsque les pertes augmentent, l'efficacité  $\eta_{cav}$  diminue jusqu'à valoir 0 lorsque  $Q = 0$ .

Ainsi, d'après (V-21), en l'absence de cavité ( $T = 1$ ), on retrouve  $\Gamma_{cavite} = \Gamma_{vide}$ . Par contre, si on envisage une cavité très ouverte (demi-angle d'ouverture,  $\alpha' = 45^\circ$ ) et une transmission  $T$  de 4 % ( $\rho = 0,98$ ), on obtient :

$$\Gamma_{cavite} \simeq 30\Gamma_{vide} \quad (\text{V-26})$$

Même avec une transmission  $T'$  de 10 % qui correspond à  $\mathcal{F}' = 63$ , on enregistre encore une augmentation sensible du taux d'émission spontanée :  $\Gamma_{cavite} \simeq 12\Gamma_{vide}$ . Par conséquent, dans ce genre de dispositif, des modifications importantes de  $\Gamma$  apparaissent même pour des finesses modestes.

Malgré cette augmentation notable de  $\Gamma$ , l'hypothèse  $\kappa_{cav} \gg \Gamma_{cav}$  reste valable tant qu'on envisage des finesses comprises en 10 et 100 typiquement. En d'autres termes, le photon émis, dans le mode de la cavité, sort de la cavité bien avant que l'atome n'ait eu le temps d'interagir avec lui. Cela justifie la description du processus d'émission comme étant irréversible. En

revanche, si on augmente davantage la finesse (ou le facteur de qualité  $Q$ )  $\Gamma_{cav}$  et  $\kappa = \frac{\pi c}{2L\mathcal{F}}$  peuvent devenir du même ordre de grandeur. Dans ce cas, le photon émis pourrait être **stocké** dans la cavité suffisamment longtemps pour être réabsorbé par l'atome. Ceci correspond à un régime d'oscillations quantiques entre un atome à deux niveaux et un seul mode de champ électromagnétique, usuellement appelé **régime de couplage fort**.

## II.2 L'aspect Piège Dipolaire Optique

Le faisceau injecté dans la cavité peut également servir à piéger les atomes suivant le principe exposé dans le paragraphe I.1. Pour rester dans le cadre des calculs théoriques précédents, les atomes doivent être confinés dans une région de l'espace tout à fait réduite, de l'ordre de  $10\lambda$ . Cela suppose donc un gradient d'intensité très fort.

On cherchera donc à produire un col du faisceau  $w_0$  de l'ordre de  $\lambda$  (distance de RAYLEIGH associée de  $\pi\lambda$ ). Ainsi, par rapport à toutes les expériences du tableau (V-18), on peut espérer un meilleur confinement des atomes et donc une forme moins allongée (en "cigare") du piège. La symétrie du piège devrait être quasi-sphérique puisque le puits de potentiel ("à 3 dimensions") aura pour ainsi dire la même raideur suivant les directions transverses ( $Ox, Oy$ ) ou la direction longitudinale ( $Oz$ ).

Nous allons maintenant évaluer la profondeur de ce puits de potentiel qui s'interprète comme l'énergie cinétique maximale des atomes pouvant être capturés et maintenus par le piège. Notons que cela va dépendre du mode de fonctionnement du piège dipolaire. En effet, on peut comme dans l'expérience[71] piéger les atomes avec un désaccord à résonance "faible" : quelques dizaines de GHz, typiquement. Mais il est également possible d'adopter la configuration de la référence[73] . Les désaccords à résonance valent alors plusieurs dizaines de nanomètres.

Nous allons, pour comparer les deux configurations, considérer une puissance  $P_L$ , de 1 mW et un col de faisceau :  $w_0 = \lambda$  (avec  $\lambda = 780$  nm, pour les atomes de rubidium). Cela correspond à une intensité laser maximum :  $I_L = \frac{P_L}{\pi\lambda^2}$  soit,  $I_L \simeq 5.10^7$  mW.cm<sup>-2</sup>.

L'intensité de saturation de la transition vaut 3,2 mW/cm<sup>2</sup> (cf Annexe A). Ainsi la fréquence de Rabi  $\Omega_N$  (normalisée au temps de vie des cohérences  $\gamma_{at} = \frac{\Gamma}{2}$ ) vaut :

$$\Omega_N = \sqrt{\frac{I_L}{I_{sat}}} \quad (\text{en unité } \gamma_{at}) \quad (\text{V-27})$$

ce qui nous donne  $\Omega_N \simeq 4000$

**Remarque :** Ce calcul ne prend pas en compte la cavité. En effet, la transmission de la cavité et sa finesse interviennent, si on veut connaître réellement l'intensité intracavité, vue par les atomes. Néanmoins, pour compenser éventuellement  $T$  et  $F$ , on pourra encore jouer sur la puissance  $P_L$  de

plusieurs ordres de grandeurs.

Le potentiel dipolaire, donné par l'équation (V-17) s'écrit encore :

$$U_{dip} = \frac{\hbar\delta_L}{2} \ln(1 + s) \quad (\text{V-28})$$

où  $s$  est le paramètre de saturation défini par (V-6).

A ce potentiel, on peut encore associer une température selon la relation :

$$U_{dip} = k_B T_{dip} \quad (\text{V-29})$$

On peut enfin en tirer une vitesse maximale de capture des atomes, c'est à dire que les atomes susceptibles d'être piégés ne devront pas avoir une vitesse supérieure. On obtient la relation, à partir de la loi de BOLTZMANN :

$$\frac{1}{2} m V_{max}^2 = \frac{1}{2} k_B T_{dip} \quad (\text{V-30})$$

Nous allons ainsi regrouper dans un tableau les différents paramètres chiffrés dans le cas d'un désaccord faible puis très grand.

	Désaccord $\delta_L$	Saturation $s$	Potentiel $U_{dip}$	Température $T_{dip}$	Vitesse $V_{max}$
Régime faibles désaccords	10 GHz (1667 $\gamma_{at}$ )	3	$7,13 \cdot 10^{-25}$ J ( $4,5 \cdot 10^{-6}$ eV)	53 mK	$5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Régime PDO très désaccordé	$10^6$ GHz ( $167 \cdot 10^6 \gamma_{at}$ )	$3 \cdot 10^{-10}$	$1,6 \cdot 10^{-29}$ J ( $10^{-10}$ eV)	$1,2 \mu\text{K}$	$0,1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$

(V-31)

Tableau(V-31) : Récapitulatif des paramètres du piège dipolaire optique dans deux régimes de fonctionnement. Les valeurs données correspondent à une puissance laser de 1 mW.

## Commentaires et Conclusions

Pour ce qui concerne les températures (ou vitesses), notons qu'il nous sera difficile de piéger les atomes de notre PMO dans la seconde configuration car les atomes doivent être très froids. Or, nous avons mesuré une température des atomes de l'ordre de 10 à 20  $\mu\text{K}$ . Il faut donc modifier au moins un des paramètres, par exemple la puissance du laser qui peut être augmentée. D'un autre côté, cela peut être un moyen de ne capturer qu'un très petit nombre d'atomes : ceux qui appartiennent à la queue de la distribution des vitesses centrées, rappelons le sur  $V_{PMO} = 4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  ( $T_{PMO} = 15 \mu\text{K}$ ). Pour terminer, nous allons rappeler l'originalité de la configuration que nous allons concevoir pour observer les différents processus dont nous venons de calculer

les ordres de grandeur. Tout d'abord, en vue d'obtenir des effets de CQED, importants dans le domaine des longueurs d'onde optique, on jouera sur l'ouverture numérique, grande, de la cavité. Pour le piège dipolaire associé, on cherchera à produire un point de focalisation de dimension voisine de  $\lambda$  afin de générer un fort gradient d'intensité dans les trois dimensions de l'espace permettant ainsi :

- un meilleur confinement et une meilleure localisation des atomes,
- et une forme du nuage atomique plus sphérique par rapport aux pièges dipolaires usuels ("cigare").

En outre, le piège magnéto-optique semble avoir les bonnes caractéristiques pour charger efficacement le piège dipolaire. Il nous reste donc à concevoir le système optique pour cette nouvelle expérience.



## PARTIE B : Conception Optique

Le travail allant de la définition à la réalisation de ce système optique s'est étendu sur plusieurs années. En effet, les premières discussions ont eu lieu fin 1994, tandis que nous avons obtenu les premiers résultats expérimentaux durant l'automne 1997. A chaque étape, de nombreuses compétences ont été mises à l'épreuve et c'est l'interaction entre les chercheurs, le bureau d'étude et les ateliers de mécanique et d'optique qui a permis l'avancement et l'aboutissement de ce travail.

La conception optique a été réalisée sur le logiciel *Code V<sup>®</sup>*, conçu et commercialisé par la société ORA. Le système comporte au total treize lentilles que l'on va regrouper en trois sous-ensembles. Le premier concerne la cavité proprement dite, comme nous le verrons en section B-I. Nous allons

- d'une part, concevoir un objectif qui va permettre de coupler la lumière à l'intérieur de la cavité (section B-II)
- et envisager, d'autre part, le système de détection, en sortie de celle-ci (section B-III).

Par ailleurs, nous avons dû tenir compte des contraintes liées à l'ultravide. En effet, l'utilisation de la cavité, ainsi que de l'ensemble du dispositif optique, se fera au sein d'une enceinte à l'intérieur de laquelle règne une pression résiduelle de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar, et qui sert actuellement à la réalisation du PMO (voir chapitre II). La chambre ultravide est suffisamment grande pour accueillir le système optique complet (cf section B-I du chapitre II). Cela permet de travailler avec une stabilité excellente ; en contre-partie, il devient difficile de disposer de réglages. De plus, il faut savoir que pour obtenir une qualité de vide suffisante, on est amené à étuver l'intérieur de l'enceinte. Ainsi, il peut régner une température de l'ordre de  $150^{\circ}\text{C}$ . Ceci est une contrainte supplémentaire puisque tous les composants de notre système devront supporter une telle température sans craindre une quelconque déformation ou un quelconque endommagement.

Parallèlement au travail de conception, nous avons analysé, dans le détail, le système retenu et essayé d'évaluer ses performances, de façon théorique, à l'aide de *Code V<sup>®</sup>*. Cette étape nous permettra éventuellement d'envisager des améliorations sur l'ensemble, ou sur une partie du système (section B-IV).

Enfin, pour amorcer la phase d'application, nous avons complété ce travail par des simulations dans les conditions réelles d'utilisation (section B-V).

# I La cavité

## I.1 Les contraintes issues du calcul théorique

### I.1.1 Une cavité pour des expériences d'électrodynamique quantique

#### a) Les contraintes géométriques

Pour observer les effets prédits par la théorie, il faudra satisfaire simultanément plusieurs conditions concernant la configuration géométrique du système.

Au regard de l'équation (V-22), il apparaît que la modification de l'émission spontanée sera d'autant plus importante que l'**ouverture numérique** de la cavité,  $ON = n \sin \alpha'$ , sera **grande**. En effet, l'angle solide défini par l'angle d'ouverture image de la cavité s'en trouve maximisé (voir figure V-3). Mais cela implique immédiatement que l'approximation paraxiale n'est plus valable et qu'une conjugaison parfaite, pour le système optique, sera plus délicate à obtenir.

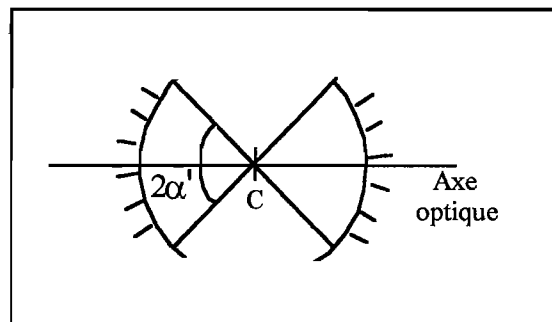


Figure V-3 : Schéma de la cavité envisagée. Le centre C est commun aux deux dioptries, dont les rayons de courbure valent  $R_1$  et  $R_2$ . L'angle d'ouverture image total,  $2\alpha'$  vaut  $90^\circ$  ; ce qui correspond à une ouverture numérique image ( $n \sin \alpha'$ ) de 0,7071. L'angle solide total  $\Omega$ , sous-tendu par la cavité, vaut :  $4\pi (1 - \cos \alpha')$ . Pour  $\alpha' = 45^\circ$ , comme sur la figure, on a  $\Omega / 4\pi = 0,3$ .

Par ailleurs, la taille de la cavité est un paramètre important qui conditionne la validation de la formule (V-22). Ainsi, pour pouvoir appliquer la **Règle d'Or de FERMI**, il faut que  $1/\kappa_{cav}$ , la durée de vie du champ électromagnétique dans la cavité, soit très inférieur au temps de décroissance des atomes dans l'état excité. Autrement dit :

$$\kappa_{cav} \gg \gamma_{at} \quad (\text{V-32})$$

Effectuons le calcul d'ordre de grandeur de la longueur de la cavité qui vérifiera cette condition.

Dans l'hypothèse d'une cavité **grande finesse**,  $\kappa_{cav}$  est relié à la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité de la manière suivante :

$$\kappa_{cav} = \frac{\pi}{\tau_{AR}\mathcal{F}} \quad (\text{V-33})$$

où  $\tau_{AR}$  est le temps de propagation aller-retour dans la cavité et vaut  $\frac{2L}{c}$ .

L'équation (V-32) s'écrit alors :

$$\frac{\pi c}{2L\mathcal{F}} \gg \gamma_{at}$$

soit encore :

$$L \ll \frac{\pi c}{2\gamma_{at}\mathcal{F}} \quad (\text{V-34})$$

On se donne une finesse de 100, alors pour  $\gamma_{at}/2\pi = 3$  MHz (cas du  $^{87}\text{Rb}$ ), on obtient  $L \ll 1$  m. On verra que la cavité a été conçue avec une longueur typique de l'ordre du centimètre. Cela nous permettra donc de vérifier la condition (V-32) avec  $\kappa_{cav} \simeq 100 \gamma_{at}$ .

Afin de se retrouver dans les conditions des calculs théoriques [80], la cavité **sphérique** devra être conçue pour maximiser l'angle solide sous-tendu. De plus, pour s'assurer de la résonance d'un mode à l'intérieur d'une telle cavité, on fera en sorte d'utiliser deux surfaces **concentriques**. D'ailleurs, nous allons voir maintenant, plus précisément, les contraintes liées à la résonance.

### b) Les réglages inhérents à la résonance

Pour une cavité concentrique, il faut respecter l'égalité :

$$L = R_1 + R_2 \quad (\text{V-35})$$

et ce, avec une précision de l'ordre de  $\lambda/2$  (période de l'onde stationnaire). D'autre part, si on fixe la fréquence de l'onde incidente à  $\nu$ , cette valeur doit correspondre à un nombre entier d'intervalles spectraux libres, d'où  $\nu = n\frac{c}{2L}$ , où  $n \in \mathbb{N}^*$ . Autrement dit, la longueur d'onde utilisée impose la longueur de la cavité,  $L_{rés}$ , pour laquelle on va avoir résonance :

$$L_{rés} = n\frac{\lambda}{2} \quad (\text{V-36})$$

Une fois la longueur de la cavité ajustée pour respecter la condition (V-36), nous devons encore être capable de modifier le rayon de courbure de l'un des miroirs de la cavité,  $R_2$  par exemple, afin de rester concentrique. Il faudra donc ajuster finement  $R_2$  à la valeur  $R'_2$  telle que

$$R'_2 = L_{rés} - R_1 \quad (\text{V-37})$$



Nous verrons dans le paragraphe I-2-2, quelles solutions ont été retenues pour effectuer ces réglages.

### I.1.2 Deux contraintes traitées simultanément

Les deux contraintes, liées aux deux aspects de l'expérience (CQED et PDO) :

- cavité avec une **grande ouverture numérique**,
- et production d'un faisceau très **focalisé**

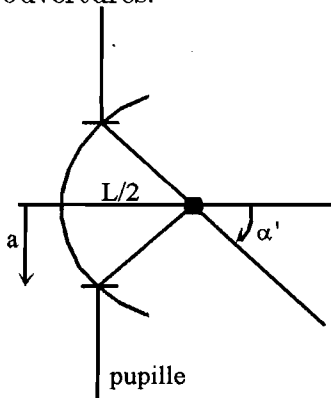
s'imposent simultanément, d'elles-mêmes.

Pour évaluer les dimensions de la tache image, nous allons considérer deux points de vue.

(1) Les modes d'une cavité formée de deux miroirs sphériques de rayon  $R$  et distants d'une longueur  $L$ , présentent un waist  $w_0$ , donné par [41] :

$$w_0 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right) \sqrt{L(2R-L)}} \quad (\text{V-38})$$

Pour un faisceau très focalisé, le cas le plus favorable correspond à  $L = 2R$  ; puisqu'on obtient  $w_0 = 0$ . Ce résultat n'est pas réaliste ; en effet, cette approche prend en compte la propagation des faisceaux gaussiens mais néglige les effets de diffraction dus à la taille finie des ouvertures.



(2) Cette hypothèse n'est pas acceptable dans notre cas. On peut alors donner la dimension de la tache image par la limite de la diffraction, due à la pupille, qui ne tient pas compte, cette fois, du caractère gaussien des faisceaux. Cette approche consiste à calculer le rayon linéaire de la tache de diffraction d'une ouverture circulaire. Pour un angle d'ouverture image  $\alpha'$ , l'image, au centre de la cavité (à  $L/2$  de la pupille, voir figure), aura pour dimension :

$$\rho_0 = \frac{1,22\lambda}{2 \sin \alpha'} \quad (\text{V-39})$$

Il apparait clairement que le rayon de la tache focale,  $\rho_0$ , sera d'autant plus petit (faisceau extrêmement focalisé) que l'angle d'ouverture sera grand. Ces deux conditions vont donc de paire.

## I.2 Une cavité grande ouverture en conjugaison Young-Weierstrass

La cavité proprement dite, est définie par deux dioptries sphériques concentriques, qui seront traités hautement réfléchissants pour atteindre une finesse de l'ordre de quelques dizaines. La qualité optique requise, pour l'expérience, est telle que les deux dioptries devront être polis à  $\lambda/10 PV^{33}$  ; autrement dit, que la valeur quadratique moyenne des défauts sur la surface, ne devra pas excéder  $\lambda/50$  (soit moins de 25 nm).

Sachant cela, nous allons présenter les solutions envisagées pour cette cavité qui reste l'élément central du dispositif. Nous distinguerons deux sous-ensembles : une partie "avant" qui servira également à amener la lumière dans la cavité, formant une optique parfaitement stigmatique (paragraphe I-2-1) et une partie "arrière", constituée d'une pièce en saphir dont on verra l'intérêt dans le paragraphe I-2-2. Le travail de ce matériau est cependant difficile à cause de son extrême dureté<sup>34</sup>. Les opticiens de l'Institut d'Optique, qui ont entrepris le polissage de cette lentille en saphir, ne connaissaient pas, *a priori*, la qualité qu'il leur serait possible d'atteindre.

### I.2.1 Grande ouverture : optique parfaitement stigmatique

Sur la figure V-3, qui schématise la cavité, on n'a tracé que les deux rayons extrêmes qui donnent une image en C, le centre de la sphère. Or, pour espérer une bonne adaptation de mode, il est impératif que notre cavité soit rigoureusement stigmatique, autrement dit que tous les rayons issus de l'objet se coupent en C. Ceci n'est pas réalisable directement, et nous allons utiliser deux ménisques pour amener la lumière avec l'ouverture désirée. Nous allons, dès lors, étendre l'appellation "**cavité**" à ces deux ménisques. La condition de stigmatisme sera donc plus particulièrement discutée sur ce sous-ensemble.

**Remarque :** Pour tout système optique réel, il y a toujours de la diffraction liée au diamètre fini des éléments du système. Une image parfaite sera donc une figure de diffraction (tache d'AIRY, dans le cas d'une diaphragme circulaire). On dit alors que le système est **limité par la diffraction**. Ainsi la qualité du système doit tenir compte du phénomène de diffraction, cependant, nous allons, dans un premier temps, étudier la condition de stigmatisme d'un point de vue géométrique.

En terme de chemin optique, le stigmatisme rigoureux se traduit par le fait que le chemin optique entre le point objet A et son image A' est indépendant du rayon choisi :

$$\mathcal{L}(AA') = cste \quad (V-40)$$

<sup>33</sup> PV signifie "Peak to Valley" en anglais que l'on peut traduire par "Pic à Vallée". Cela donne la valeur maximale des défauts ; tandis que la valeur quadratique moyenne (RMS, en anglais) correspondante doit être 3 à 5 fois plus faible.

<sup>34</sup> Sur une échelle de 1 à 10 (dureté MOH), le saphir est à 9 (par définition) tandis que le matériau le plus dur : le diamant, est à 10.

Pour un dioptre séparant deux milieux d'indice  $n$  et  $n'$ , comme sur la figure V-4, la condition de stigmatisme s'écrit :

$$\mathcal{L} = n\overline{AI} + n'\overline{IA'} = cste \quad (\text{V-41})$$

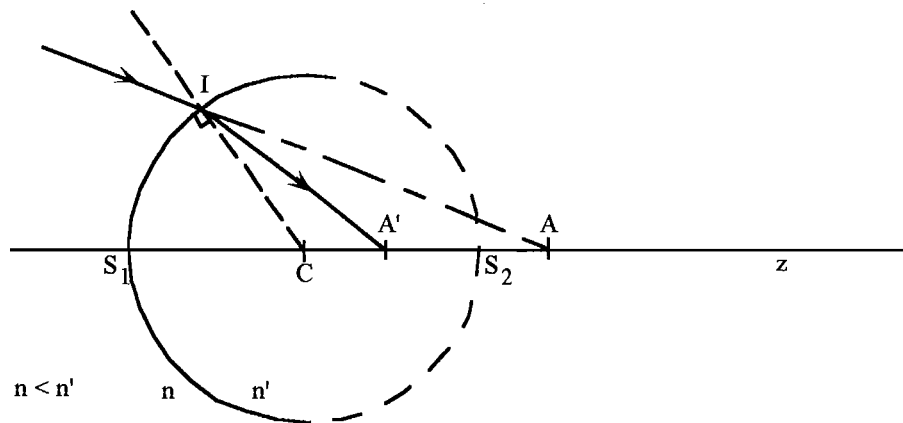


Figure V-4 : L'objet virtuel, en A, donne une image en A'. La condition de stigmatisme s'écrit pour un point I situé sur une sphère de centre C.

L'équation (V-41) définit une famille de courbes qui sont appelées les OVALES DE DESCARTES.

Un dioptre sphérique est donc stigmatique

- pour son centre de courbure C, pour lequel objet et image sont confondus ; les rayons sont alors en **incidence normale** sur le dioptre.
- et pour les points d'YOUNG-WEIERSTRASS, définis par l'équation (V-41) dans le cas particulier où la constante est nulle. La condition s'écrit alors  $n\overline{AI} + n'\overline{IA'} = 0$  ou encore  $\frac{\overline{AI}}{\overline{A'I}} = \frac{n'}{n}$ . Ceci est l'équation d'une **sphère**. Les points conjugués A et A', vérifiant cette propriété, sont appelés les points d'YOUNG-WEIERSTRASS.

Revenons à notre cavité qui doit avoir un angle de demi-ouverture image  $\alpha' = 45^\circ$ , tout en étant parfaitement stigmatique. Afin de raisonner plus facilement, on peut se reporter à la figure V-5 où l'on prend la cavité à l'envers, c'est à dire, en considérant un objet au point C, centre du premier dioptre (air/verre). L'image de C par le second dioptre (verre/air) est le point A', qui est virtuel. Ces deux dioptres forment le premier ménisque, sur la figure V-5. A la sortie de celui-ci, l'angle d'ouverture des rayons a diminué mais reste très important. On le réduit encore, en restant rigoureusement stigmatique, en utilisant un second ménisque, d'indice  $n_2$  comme représenté sur la figure V-5.

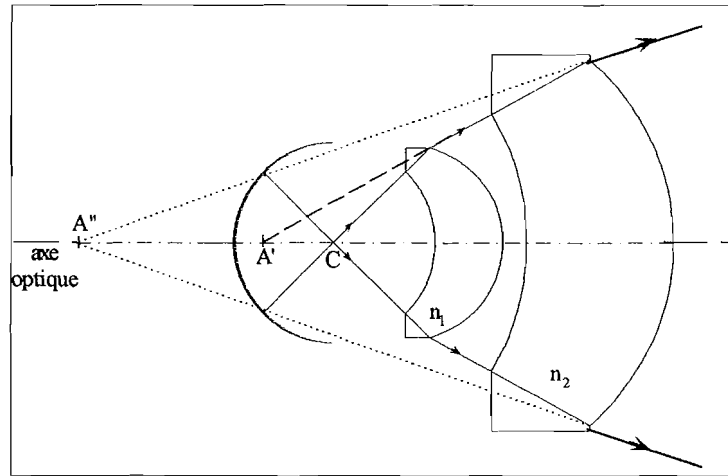


Figure V-5 : On voit ici l'intérêt d'une conjugaison centre de courbure-point d'YOUNG WEIRSTRASS. Le centre donne, par le premier ménisque, une image virtuelle en  $A'$ , qui donne une image en  $A''$  par le second. En sortie, les rayons sont beaucoup moins inclinés : le sinus de l'angle est diminué d'un facteur qui vaut le produit des indices de réfraction des matériaux utilisés pour fabriquer les ménisques. Ainsi l'ouverture numérique est passée de 0,7071 à 0,3391.

Le premier dioptré, du second ménisque, est sphérique de centre  $A'$ . Ainsi, les rayons ne sont pas déviés mais l'image devient virtuelle dans le milieu d'indice  $n_2$ . Le second dioptré est également sphérique tel que  $A''$  corresponde au point d'YOUNG-WEIERSTRASS image du point  $A'$ . Le rayon sortant est encore moins incliné sur l'axe, de sorte que l'on puisse ensuite utiliser des optiques qui ne soient plus rigoureusement stigmatiques.

Ainsi, l'ensemble des deux ménisques forment une image en  $A''$  (à partir de l'objet situé en  $C$ ). Si on reprend maintenant le système dans son sens initial d'utilisation (image en  $C$  et donc objet en  $A''$ ), il convient de compléter notre cavité par un système qui donne une image en  $A''$  à partir d'un objet situé à l'infini. Nous l'étudierons, plus particulièrement, dans le paragraphe B-II de ce mémoire.

### I.2.2 Ménisque arrière de la cavité

Comme nous l'avons introduit dans le paragraphe I-1-1b, régler la cavité sera un point délicat et sensible. Cela nécessite, en particulier, deux réglages indépendants. En effet, nous devons être capables de modifier, non seulement, la longueur de la cavité mais aussi la courbure du miroir arrière de la cavité.

Pour changer la longueur, nous avons choisi de coller trois **céramiques piezoélectriques**, qui ont une amplitude de déplacement de  $10\ \mu\text{m}$  (réf : P249-27 + P703-10). Deux modes de fonctionnement seront alors envisageables :

- par l'application d'une rampe de tension périodique, nous pourrions balayer la longueur de la cavité autour de sa résonance ;
- par l'application d'une tension continue, fixée à une certaine valeur, nous serons en mesure de nous placer précisément à la longueur de résonance ( $L_{rés}$ ).

Pour ce qui concerne le second réglage, nous avons opté pour la fabrication d'un ménisque en **saphir**. Ce matériau a été choisi pour sa très bonne conductivité thermique (voir tableau (V-42)). Et le fait, ici, de travailler sous vide est un avantage notable puisque nous pourrions considérer qu'il y aura très peu de pertes par dissipation et toute l'énergie fournie servira effectivement à chauffer le ménisque en saphir. Le principe du réglage envisagé est le suivant : sous l'action d'une variation de température, on espère que la courbure du miroir en saphir va se déformer, afin de s'adapter à celle du mode principal résonnant.

Matériau	Coefficient de dilatation thermique ( $\alpha$ en $10^{-7} \cdot K^{-1}$ )	Conductivité thermique ( $\Lambda_{th}$ en $mW \cdot cm^{-1} \cdot K^{-1}$ )	Chaleur spécifique ( $c_p$ en $J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$ )	
			à $25^\circ C$	à $50^\circ C$
Saphir	77	330 à 350	0,75	0,83
Silice	5,5	14	0,74	0,79
Crown	93	7,9 à 10,9	0,77	0,69
Flint	60 à 70	5,4 à 8,8	-	0,49

(V-42)

Tableau (V-42) : Caractéristiques thermiques du saphir que l'on peut comparer aux verres courants. Le saphir présente donc des propriétés intéressantes que l'on va essayer de mettre à profit, afin de régler de la courbure du ménisque fermant la cavité.

On a vu que la variation nécessaire sur le rayon de courbure  $R_c$  est de l'ordre de la longueur d'onde :  $\pm \lambda$  (cf. paragraphe I-1-1b). D'après le coefficient de dilatation thermique linéaire  $\alpha$ , cela équivaut à une différence de température :  $\Delta T = \pm \lambda / \alpha R_c$ , soit typiquement  $\pm 10^\circ C$ . Cette variation de température est tout à fait accessible avec un élément Peltier, placé à l'extérieur de l'enceinte UHV d'où l'on pourra régler la température de consigne souhaitée.

Par ailleurs, le transport de l'énergie calorifique, jusqu'au saphir, s'effectue par l'intermédiaire :

- d'une tresse en cuivre que l'on supposera, en particulier pour le calcul qui suit, sans perte ;
- puis, d'un "radiateur" en cuivre, également, dont la géométrie est donnée sur la figure V-6.

Nous allons, en effet, évaluer un ordre de grandeur du temps qui sera nécessaire pour thermaliser notre lentille en saphir<sup>35</sup>. On écrit l'équation de la chaleur, issue des équations suivantes :

$$\vec{j}_Q = -\Lambda_{th} \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (V-43)$$

<sup>35</sup> En fait, ce temps ne dépend pas de la différence de température que l'on souhaite appliquer, ainsi que nous le verrons plus loin, plus explicitement à travers les équations (V-45) et (V-46).

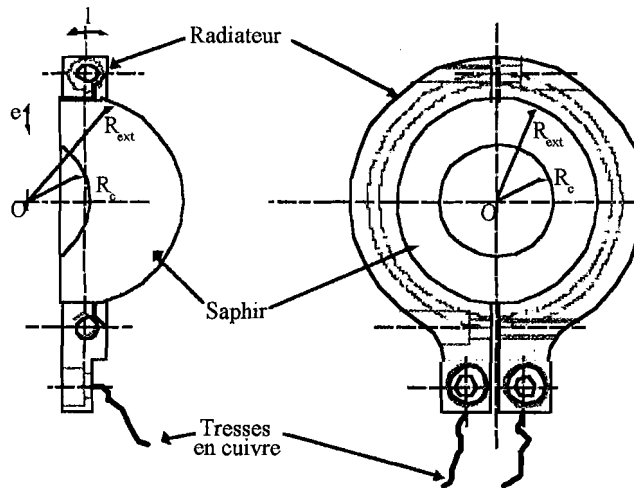


Figure V-6 : Schéma de la pièce en cuivre, appelée "radiateur", qui enserre le ménisque en saphir et qui servira au chauffage de celui-ci. L'énergie calorifique est amenée de l'extérieur de l'enceinte par des tresses de cuivre. On va supposer que la surface de saphir en contact avec le radiateur vaut  $a = (2\pi R_{ext}) \times l$  où  $R_{ext}$  est le rayon extérieur (i.e. second dioptré) du ménisque en saphir (14,4 mm, cf. figure C-1 de l'annexe C) et  $l$ , la largeur du radiateur (5 mm), ce qui donne  $a = 2,35 \text{ cm}^2$ .

$$\text{div } \vec{j}_Q + \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_p T) = 0 \quad (\text{V-44})$$

où  $j_Q$  est le flux de chaleur (en l'occurrence à travers la surface  $a$ , définie sur la figure V-6),

$\Lambda_{th}$ , la conductivité thermique (cf. tableau (V-42)),

$\rho$ , la masse volumique du saphir,

$c_p$ , la chaleur spécifique (donnée également dans le tableau (V-42)).

On peut en déduire un temps caractéristique  $\tau_{th}$ , le temps au bout duquel la différence de température  $\Delta T$ , s'est en quelque sorte, propagée dans l'épaisseur  $e$  (voir figure V-6).

**Remarque :** On supposera cette épaisseur constante au niveau du radiateur et on la prendra égale à  $e = R_{ext} - R_c$  (soit environ 0,5 cm).

Ce temps s'exprime alors à partir de l'équation (V-44) selon :

$$-j_Q \times a = m c_p \frac{\Delta T}{\tau_{th}} \quad (\text{V-45})$$

où  $m$  est la masse de la lentille.

Or d'après (V-43),

$$j_Q \times a \approx -\Lambda_{th} a \frac{\Delta T}{e} \quad (\text{V-46})$$

d'où :

$$\tau_{th} = \frac{m c_p e}{\Lambda_{th} a} \quad (\text{V-47})$$

Une application numérique pour ce ménisque dont la masse est prise approximativement à

100 g, conduit à  $\tau_{th} \simeq 50$  s. Le temps de réponse semble donc suffisamment rapide pour utiliser cette propriété comme un réglage.

**Remarque** : En prenant un verre plus "traditionnel", comme un crown, on gagne un petit facteur sur la différence de température  $\Delta T$  à appliquer (grâce au coefficient de dilatation,  $\alpha$ , plus important) mais cela n'intervient pas dans la valeur de  $\tau_{th}$ . Par conséquent, l'emploi d'un tel verre impliquerait un temps de thermalisation,  $\tau_{th}^{crown}$ , environ 30 fois plus élevé (soit environ 1/2 heure). Notons, néanmoins, que cela reste envisageable dans une expérience.

Tout le système de réglage de la cavité se fera donc sur sa partie arrière. Il se composera d'un ensemble de trois céramiques piezoélectriques et d'un dispositif de chauffage de la lentille en saphir. Le tout pourra être contrôlé de l'extérieur de l'enceinte ultravide.

## II Transport de la lumière au centre de la cavité

### II.1 Les fibres optiques

La lumière qui sera focalisée au centre de la cavité afin de réaliser un piégeage dipolaire, est issue d'un laser Saphir dopé Titane. Ce laser présente les bonnes caractéristiques spectrales adaptées à notre expérience ainsi qu'une bonne accordabilité dans la plage qui nous intéresse (à savoir  $\lambda = 780$  à  $820$  nm).

Afin de pallier à des problèmes d'encombrement et de faciliter "l'arrivée" des faisceaux dans la chambre ultravide, nous avons opté pour l'utilisation d'une fibre optique à conservation de polarisation. Cela présente, en outre, l'avantage d'une bonne stabilité mécanique, ce qui est essentiel pour une de nos méthodes de détection (voir paragraphe III.1).

Côté laser, on utilise un coupleur commercial *OzOptics*, comme dans les expériences décrites dans les chapitres II à IV de ce mémoire. Par ailleurs, l'ouverture numérique de la fibre utilisée vaut 0,11 pour un diamètre de coeur de  $5,6 \mu\text{m}$ . En sortie, nous allons donc lui associer un objectif de microscope Nacet ( $\times 8$ ),  $ON = 0,25$ , traité pour le proche IR et corrigé à l'infini, ce qui va nous permettre d'obtenir un faisceau parfaitement collimaté, avec un diamètre de 5 mm environ.

Il nous reste donc à concevoir un système optique permettant de **conjuguer un objet à l'infini et une image en A**" (voir figure V-5) avec une ouverture numérique image de 0,3391 (ouverture numérique objet de la "cavité") et située à une distance de 58,159 mm du dernier dioptr.

Ces deux informations sont complémentaires et seront imposées lors de l'optimisation de l'objectif.

## II.2 L'objectif

Nous appellerons ainsi le système optique formé de sept lentilles qui permet de transporter la lumière de la sortie de l'objectif de microscope Nachet vers le premier ménisque de l'ensemble dénommé "cavité" (voir figure V-7).

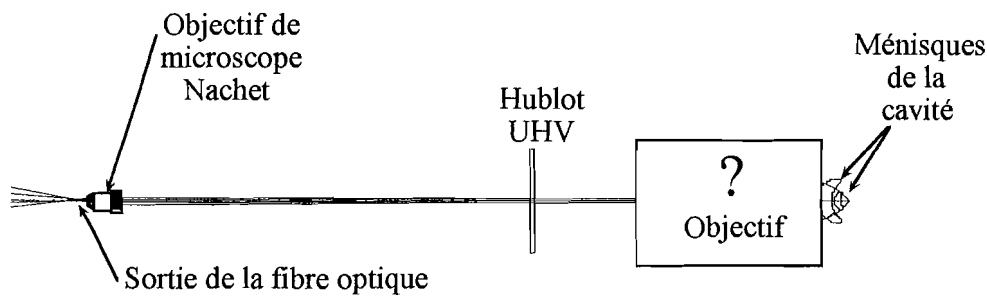


Figure V-7 : La lumière, issue d'un laser TiSa, est amenée sur le marbre de l'expérience grâce à une fibre optique. Le faisceau est ensuite mis en forme par un objectif de microscope Nachet IR ( $\times 8$ ) corrigé à l'infini. On retrouve sur la droite du schéma les deux ménisques de la cavité. Le hublot UHV nous rappelle que tout ceci sera à l'intérieur d'une enceinte ultravide. Il reste à concevoir l'objectif permettant de conjuguer le faisceau parallèle, obtenu en sortie de l'objectif de microscope, au centre de la cavité.

### II.2.1 Etape préliminaire

À l'aide d'ouvrages spécialisés [88, 89], nous avons recherché des systèmes optiques existants dont les caractéristiques (ouverture numérique et tirage, en particulier) se rapprochent le plus de nos exigences.

D'une manière générale, les systèmes retenus étaient optimisés pour des longueurs d'onde dans le visible et surtout pour des angles de champ très importants ( $5^\circ$ ,  $10^\circ$  et jusqu'à  $20^\circ$ ). Or, dans notre cas, tout se passe sur l'axe optique du dispositif. Nous avons donc, de ce point de vue là, un système moins contraignant. Par contre, il nous sera indispensable de concevoir un système "limité par la diffraction" afin d'avoir une tâche image la plus petite possible, toujours dans le but de bien confiner les atomes piégés.

En outre, la gamme des longueurs d'onde couverte (400-700 nm, typiquement pour le visible) conduisait, en général, à des systèmes présentant de nombreuses lentilles, superflues pour nous, puisqu'uniquement présentes pour supprimer les aberrations chromatiques. Ainsi notre gamme de longueur d'onde plus restreinte (780-820 nm), nous a permis de diminuer, sensiblement, le nombre de dioptries nécessaires.

Bref, le système optique finalement "retenu"<sup>36</sup> n'a constitué qu'un point de départ dans l'optimisation de notre objectif.

<sup>36</sup> N° 3 405 547, ALBRECHT - Système comportant à l'origine neuf lentilles dont 4 doublets



## II.2.2 Etape d'optimisation

Afin d'atteindre plus facilement l'ouverture numérique image requise, nous avons introduit en amont du système initial un afocal, de grandissement 6, composé de trois lentilles et issu des fichiers exemples de *Code V*<sup>®</sup>. Ceci nous amène donc à un dispositif initial formé de douze lentilles qu'il va falloir optimiser pour qu'il réponde à nos critères.

```

aut
oal s0..19 = 320
oal s5..7 < 25

mna 0.5
thi s10 > 0.5
thi s12 > 0.5
thi s14 > 0.5
thi s16 > 0.5

imd = 9.8511

int
go

```

Figure V-8 : Fichier type utilisé lors d'une optimisation automatique, signifiée par l'instruction "aut". Les deux commandes suivantes ("oal") permettent de limiter la longueur entre deux surfaces spécifiées par "si..j". Ainsi on fixe la distance entre le centre de l'enceinte (qui est aussi le centre de la cavité) et le hublot UHV extérieur, grâce à la seconde instruction. Les épaisseurs de verre ou d'air peuvent être contrôlées par la commande "thi". Ici, ce sont certaines distances entre lentilles qui ont été limitées à 0.5 mm, car il est difficile d'assurer un bon placement avec des séparations plus faibles. Enfin, on impose à l'image d'être au centre de la cavité ("imd = 9.8511"), donc à 9.8511 mm du dernier dioptré (valeur de son rayon de courbure). En dernier lieu, l'instruction "int" permet d'afficher, à chaque itération, l'évolution du système. On pourra ainsi arrêter une optimisation si la fonction d'erreur diverge ou si le système optique devient absurde.

Après divers essais, nous avons finalement obtenu un résultat satisfaisant avec une combinaison de 7 lentilles. Notons que l'optimisation a été réalisée par le biais d'un fichier dans lequel chaque dioptré peut être individualisé (voir figure V-8). On peut ainsi attribuer à chaque surface des contraintes spécifiques, indépendamment des autres éléments.

## II.2.3 Passage à la réalisation : les calibres et les verres

Jusqu'à présent, deux "ingrédients" sont restés sous silence ; pourtant ils sont essentiels lorsque l'on veut passer de l'étape **conception** à l'étape **réalisation** de tout système optique. Ce sont les matériaux employés pour fabriquer les lentilles et les courbures. Or, comme chacun sait, une lentille, c'est une certaine épaisseur de verre et deux rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  -différents, dans le cas général- associés respectivement aux dioptrés air/verre et verre/air (voir figure V-9).

Au début de l'optimisation, ces paramètres sont laissés libres. Plus spécifiquement pour les

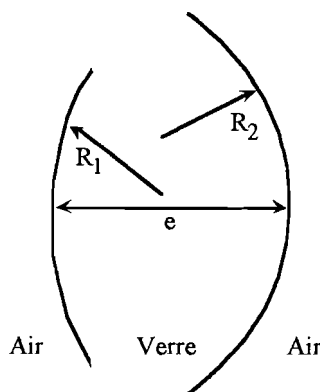


Figure V-9 : Les paramètres d'optimisation sur une lentille sont nombreux. Outre les deux rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  et l'épaisseur,  $e$ , au centre de la lentille, le verre employé est également un paramètre qui comporte deux indications : son indice de réfraction :  $n$ , et sa constringence :  $\nu$ .

verres, deux quantités, qui sont l'indice de réfraction et la constringence, peuvent varier. Aussi, lorsque le système devient bon, c'est-à-dire que les spécifications du fichier d'optimisation ont été atteintes avec une fonction d'erreur proche de zéro, il convient de remplacer les chiffres donnés par le logiciel par des valeurs qui permettent la réalisation des lentilles.

En ce qui concerne les rayons de courbure des lentilles, il faut savoir que pour les réaliser, les opticiens utilisent des outils, pour la fabrication proprement dite, et, pour évaluer la qualité de leur travail, des "calibres". Ce sont des pièces, "complémentaires"<sup>37</sup> du dioptré en cours de polissage, qui présentent la courbure voulue et qui vont donc servir, en quelque sorte, de modèle pour la lentille désirée. Le matériau employé pour faire ces calibres est la silice. En effet, la silice est un matériau dur (7, sur l'échelle de MOHS) et très peu dilatable. Elle ne s'altère pas au cours du temps. La qualité de polissage, obtenue sur ces calibres (typiquement  $\lambda/10 PV$ ), permet de les utiliser comme référence et comme moyen de contrôle du travail effectué. On peut comprendre ainsi, qu'il n'existe pas un continuum de calibres et que, dans la mesure du possible, il faudra s'accomoder des calibres existants. Les rayons de courbure, suggérés par le logiciel, ne seront, en général, pas respectés. La valeur la plus approchante, parmi les calibres existants, sera choisie et une nouvelle optimisation sur les paramètres restés libres (épaisseur et autres rayons de courbure) sera engagée.

En ce qui concerne les verres, un problème analogue vient se poser puisqu'il faut choisir des verres qui existent effectivement, autrement dit qui sont proposés par les principaux fabricants. A cet impératif, viennent s'ajouter d'autres critères de choix. A ce stade, ce

<sup>37</sup> C'est à dire : concave, si la pièce travaillée est convexe ; et réciproquement, convexe, si la pièce travaillée est concave.

sont les opticiens qui m'ont éclairée en mettant l'accent sur les problèmes qu'ils rencontrent éventuellement lors du travail de polissage de la lentille mais également sur la "longévité" du verre.

Pour qualifier un verre, il y a plusieurs grandeurs qu'il convient de consulter précisément en fonction de l'utilisation de la lentille. D'une manière générale, les propriétés des verres se séparent en quatre catégories :

- optiques,
- chimiques,
- mécaniques,
- les critères de qualité.

Parmi celles-ci, nous avons, plus particulièrement, examiné six paramètres qui sont détaillés dans l'annexe B. Nous récapitulerons l'ensemble des critères de choix des verres dans le tableau (V-48) qui présente en particulier les valeurs correspondantes aux verres effectivement employés. Ceci dit, la mise au calibre et le choix des verres n'ont pas constitué une étape difficile de la conception optique car le système était suffisamment bon pour avoir un peu de souplesse dans bon nombre de ses paramètres.

Critères de choix des verres				Valeurs correspondantes, pour les verres utilisés							
Nom	Symbole	Classification [unité]	Propriété(s) souhaitables	Verre (fabricant)	Silice	BK7 (Schott)	B16-64 (Corning)	BALF 4 (Schott)	C20-36 (Corning)	SF 10 (Schott)	Saphir
				$n_d$	1,45	1,51680	1,51680	1,57957	1,62000	1,72825	
Coefficient de dilatation thermique	$\alpha$	donné entre $-30$ et $+70^\circ$ [ $10^{-6} \cdot K^{-1}$ ]	<ul style="list-style-type: none"> <li>faible</li> <li>pour chaque verre, être les plus proches possibles</li> </ul>		0,55	7,1	6,8	6,4	8,5	7,5	7,7 (de 0 à $500^\circ C$ )
Dureté Knoop	$H_k$	[ $kg \cdot mm^{-2}$ ]	élevée		820	610	496	550	360	430	2100
Bulles et Inclusions	B	de 0 à 5 [sans unité]	appartenir aux classes 0 ou 1			0	0	2	0	1	
Résistance aux acides	SR	classe.modification de 1 à 5 (51 à 53) . (0 à 4)	offrir une bonne résistance donc : <ul style="list-style-type: none"> <li>classe 1 ou 2</li> </ul>			1.0	1.0	2.2	1.0	1.0	
Résistance aux bases	AR	classe.modification 1 à 4 . (0 à 4) [sans unité]	<ul style="list-style-type: none"> <li>modification 0 ou 1</li> </ul>			2.0		1.0		1.2	
Transmission spectrale intrinsèque	$\tau_{i\lambda}$	donnée pour $\lambda=400nm$ et d'une épaisseur de verre traversée de 25 mm [sans unité]	proche de l'unité			0,991	0,993	0,977	0,975	0,	0,85 (pour 1mm d'épaisseur)

(V-48)

Tableau (V-48) : Récapitulatif du critère de choix des verres. Les verres utilisés pour réaliser l'objectif apparaissent avec la valeur explicite des indices  $n_d$ , pour la raie jaune de l'hélium (587,6 nm). Les propriétés caractéristiques importantes y sont également notées : chimiques (résistances aux acides et bases), optique (transmission intrinsèque), mécaniques (microdureté, coefficient de dilatation thermique linéaire) et qualité (bulles).

## II.3 Résultats

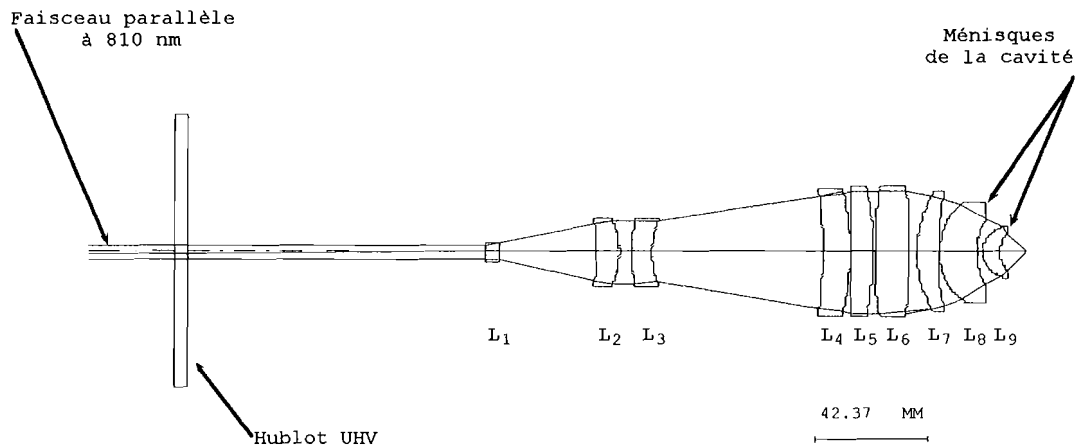


Figure V-10 : On retrouve les deux ménisques en silice qui forment la cavité. L'objectif, lui-même comporte sept lentilles qui ont été regroupées en deux groupes : les première, deuxième et troisième lentilles forment le premier ; les quatre dernières, le second. Le hublot de l'enceinte UHV a été introduit (surfaces s1 et s2 du fichier Code V) afin de faciliter ensuite la réalisation des dessins des pièces mécaniques. Le faisceau parallèle incident présente un champ de quelques degrés, c'est pourquoi, le trait semble dédoublé. Dans l'objectif, par contre, les rayons extrêmes se confondent. Ce champ correspond, en effet, à une hauteur image de 12,5 microns.

La figure V-10 présente une vue d'ensemble de l'optique avec un tracé des rayons extrêmes à la longueur d'onde d'utilisation, lors du fonctionnement en piège dipolaire, typiquement 810 nm. Le faisceau incident est parfaitement collimaté et vient focaliser au centre de courbure du dernier dioptré de la "cavité", avec un angle d'ouverture image totale de  $90^\circ$ . Sur la figure ci-après, on a reproduit le fichier *Code V*<sup>®</sup> qui récapitule les caractéristiques des différents dioptrés présents dans notre système optique optimisé.

```

      RDY      THI      GLA      INFINITE CONJUGATES
> OBJ:  INFINITY  INFINITY  BK7_SCHOTT  EFL      3.5577
1:      INFINITY  5.000000  BK7_SCHOTT  BFL      9.8510
2:      INFINITY  114.073000 SF10_SCHOTT FFL     130.1457
3:      -9.67000  5.000000  BK7_SCHOTT  FNO      0.7071
4:      23.72700  37.700000  SF10_SCHOTT IMG DIS   9.8511
5:      -72.14000  8.680000  BALF4_SCHOTT OAL     315.1490
6:      -28.67000  4.896000  BALF4_SCHOTT PARAXIAL IMAGE
7:      109.58000  7.490000  BALF4_SCHOTT HT       0.0125
8:      32.00000  65.073000  BK7_SCHOTT  ANG      0.2013
9:      -169.58000  10.430000  BK7_SCHOTT  ENTRANCE PUPIL
10:     -98.34000  0.500000  BK7_SCHOTT  DIA      5.0313
11:    -5003.00000  8.040000  BK7_SCHOTT  THI     131.4305
12:     -128.58000  0.500000  C2036_CORNER EXIT PUPIL
13:     142.45000  13.460000  C2036_CORNER DIA     13.9313
14:    -234.83000  2.700000  BALF4_SCHOTT THI      0.0000
15:      42.40000  8.030000  SILICA_SPECIAL
16:     100.20000  0.500000  SILICA_SPECIAL
17:      23.72700  14.346000
18:      25.00600  2.262000
19:       9.66870  6.469000
STO:      9.85110  9.851100
IMG:     INFINITY  0.000000

SPECIFICATION DATA
NA      0.70710
DIM      MM
WL      810.00
REF      1
WTW      100
XIM      0.00000  0.00000
YIM      0.00000  0.01250

REFRACTIVE INDICES
GLASS CODE      810.00
BK7_SCHOTT      1.510580
SF10_SCHOTT     1.710750
BALF4_SCHOTT    1.571586
C2036_CORNER    1.607989
SILICA_SPECIAL  1.453147

APERTURE DATA/EDGE DEFINITIONS
CA
CIR S1      50.000000
CIR S2      50.000000
CIR S20     7.000000

```

Fichier Code V

## III La détection

### III.1 Observation des phénomènes

#### III.1.1 Ce que l'on veut voir

Lors du fonctionnement en PDO, tout se passe au niveau du point de focalisation. Afin d'avoir accès à cette zone, on envisage un système d'imagerie sur une caméra CCD qui transporte la tâche image hors de l'enceinte UHV, pour en faciliter ensuite le traitement. Il faut donc prévoir un ensemble de lentilles, placées derrière l'objectif (de focalisation), afin de récupérer le flux sortant et d'imager la focalisation du faisceau piège.

Pour ce qui concerne l'utilisation du dispositif en tant que cavité optique, on se retrouvera dans une situation analogue à celle de l'expérience décrite dans le chapitre III. On essaiera donc, également, de mesurer l'intensité intracavité et d'observer, dans la mesure du possible, les pics de résonance de celle-ci. Par ailleurs, en présence d'atome(s), on s'attend à une déformation du pic de résonance, par rapport à la cavité vide (i.e., sans atome), que l'on pourra facilement observer sur le signal d'intensité intracavité. Il est donc essentiel de balayer la cavité autour de sa résonance.

A terme, cette expérience sera exploitée à l'aide d'une détection interférométrique. En effet, on essaiera de mesurer le déphasage induit par un atome, piégé au centre de la cavité, sur le champ électromagnétique qui s'y est propagé par rapport à une référence de phase. Le dispositif de mesure sera du même type que celui qui a été présenté dans la section I.1 du chapitre III. Il conviendra donc de prévoir l'encombrement d'un tel dispositif et surtout en évaluer la sensibilité, afin de discuter de la précision requise (voir paragraphe suivant III-1-2).

### III.1.2 Avec quelle précision ?

#### a) stabilité

Nous avons d'ores et déjà soulevé le problème de la stabilité requise par notre système lorsqu'il s'agit d'entreprendre une détection interférométrique, sensible à la phase. On entend stabilité, autant d'un point de vue mécanique qu'optique. Ici, les deux domaines sont, en réalité, étroitement liés puisque les montures des lentilles devront être ajustées au mieux (parfois au 100<sup>ème</sup> de millimètre) tout en constituant un système robuste et compact pour limiter l'impact de vibrations éventuelles et un dérèglement des optiques, les unes par rapport aux autres.

#### b) qualité des modes et du profil spatial des faisceaux

De plus, le profil spatial des faisceaux doit être stable et le mieux contrôlé possible. En particulier, on cherchera à conserver au mieux le profil gaussien du faisceau afin de s'adapter au plus près au mode principal résonnant de la cavité. En termes de surface d'onde, cela se traduira par une qualité du front d'onde supérieure ou égale à  $\frac{\lambda}{4}$  pour l'ensemble du système optique<sup>38</sup>.

Par ailleurs, pour le piège dipolaire optique, il convient d'obtenir une tache image la plus petite possible à la fois transversalement et en profondeur. Cela permettra d'avoir une meilleure localisation de(s) l'atome(s).

D'une manière générale, on cherchera à réduire au maximum les aberrations géométriques<sup>39</sup> et les aberrations chromatiques susceptibles d'apparaître lors du fonctionnement en PDO, à une longueur d'onde pouvant aller jusqu'à 820 nm, tandis qu'en "mode cavité", la longueur d'onde d'utilisation sera 780 nm.

## III.2 Le système de détection envisagé

<sup>38</sup> De plus amples détails seront donnés dans le paragraphe IV.2 qui concerne l'analyse et le contrôle des performances de l'objectif.  
<sup>39</sup> Notons ici que tout se passe sur l'axe optique du système. Par conséquent, seule l'aberration sphérique viendra dégrader la tâche image. Les aberrations de champ (coma, astigmatisme, courbure ...) seront, en première approximation, négligeables.

### III.2.1 Collection de flux en sortie de la cavité

L'utilisation d'un ménisque en saphir pour fermer la cavité - ou l'objectif, lors du fonctionnement en piège dipolaire optique - va permettre également de recollimater le faisceau en sortie et ainsi de collecter le flux sortant.

Malgré l'indice élevé du saphir ( $n_0 = 1,8$ ), le ménisque ne sera pas suffisant pour rabattre les rayons fortement inclinés ( $2\alpha' = 90^\circ$ ) et il faudra lui adjoindre trois lentilles afin de reformer un faisceau convergent (voir figure V-11). Ce système de trois lentilles a été optimisé pour la formation d'un faisceau légèrement focalisé en sortie de l'enceinte ultravide et la qualité image n'est pas excellente.

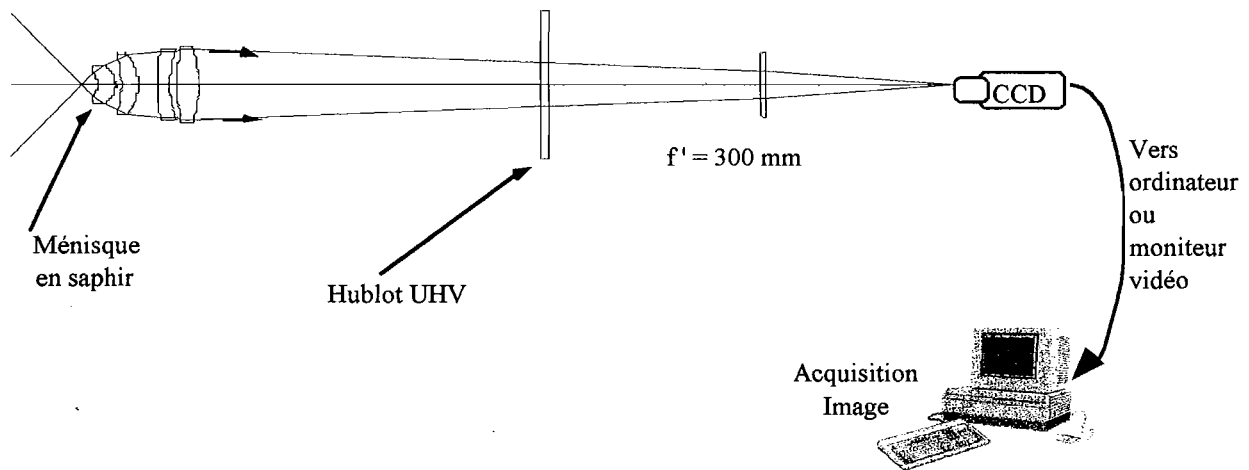


Figure V-11 : Schéma d'ensemble de la détection arrière, c'est à dire en sortie de la cavité, fermée par le ménisque en saphir. Les trois lentilles suivantes ont été réalisées par l'atelier d'optique de l'Institut et sont montées dans l'enceinte ultra-vide. A l'extérieur de celle-ci, symbolisé par le hublot UHV, on place encore une lentille de focale 300 mm, qui permet d'imager l'intensité intra-cavité sur une caméra CCD.

**Remarque :** Rigoureusement, il aurait fallu utiliser le même système qu'à l'avant, formé des 7 lentilles et des deux ménisques d'entrée de la cavité. Mais ici le but recherché n'est pas identique. En particulier, pour accéder à l'intensité intracavité, ce dispositif devrait être suffisant.

À la sortie de l'enceinte ultravide, il est prévu d'ajouter une dernière lentille "standard" permettant d'imager sur une caméra CCD ou de mesurer l'éclairement sur une barette CCD.

En annexe C, toutes les caractéristiques techniques sont présentées, ainsi que des informations concernant l'optimisation et les qualités optiques du système.

### III.2.2 Ce qui revient de la cavité

Dans le fonctionnement en cavité, on envisage de mesurer le déphasage sur le faisceau qui a séjourné dans la cavité par rapport au faisceau de référence, prélevé en sortie de l'objectif



de microscope. Il faut donc non seulement prévoir la place pour cet interféromètre mais aussi s'arranger pour que, sur cette partie du trajet, le faisceau soit le plus collimaté possible afin de n'être pas trop sensible aux différents éléments qui y seront interposés (cubes à séparation de polarisation, lames retardatrices... ) et qui seront susceptibles de modifier et de dégrader le couplage au centre de la cavité grande ouverture.

Ainsi, on a laissé, en sortie de l'objectif de microscope, une distance d'environ 40 cm jusqu'au hublot d'entrée de la chambre ultravide. Comme on peut le voir sur la figure V-19, sur ce trajet, le faisceau est parfaitement collimaté - à la divergence près d'un faisceau gaussien réel -.

Dans cet espace laissé libre, il est prévu, pour l'instant de mettre en place une détection homodyne suivant le principe déjà exposé en section I.1 du chapitre III.

## IV Etude et contrôle théoriques du système et de ses performances

Nous avons jeté les bases de la conception de l'ensemble du système optique en se fixant des objectifs à atteindre, des contraintes à respecter. Il convient maintenant de vérifier que le résultat obtenu est conforme à ces exigences et surtout qu'il est effectivement réalisable par les ateliers d'optique et de mécanique<sup>40</sup>.

### IV.1 D'un point de vue géométrique

#### IV.1.1 Les aberrations

Nous avons déjà souligné que le couplage de la lumière s'effectue sur l'axe optique et que dans ce cas, seule l'aberration sphérique vient dégrader la qualité image. Cependant, il faut prendre en compte le fait que notre système ne pourra pas être parfaitement réglé en orientation. Il convient donc de l'optimiser avec un peu de champ ; en conséquence, nous avons introduit, dans le plan image, un champ correspondant à une taille image de  $12,5 \mu m$ , soit  $\theta = 0,20^\circ$  dans le plan objet.

**Remarque :** Cet angle correspond à l'objectif seul c'est à dire sans l'objectif de microscope Nacet situé à la sortie de la fibre. Au niveau de la fibre, par contre, cela correspond à un angle voisin de  $5^\circ$ , ce qui reste inférieur à son angle d'ouverture numérique. On utilisera indifféremment ces deux angles dans tout la suite, mais cela correspondra toujours à un champ image de  $12,5 \mu m$ .

Dans cette configuration, les autres aberrations (coma, astigmatisme, courbure de champ)

<sup>40</sup> Tout le travail concernant la tenue mécanique des lentilles et la conception des réglages a été effectué par Pierre Fournet, du bureau d'études de l'IOTA. Une constante interaction, entre Raymond Mercier, responsable de l'atelier d'optique, Pierre Fournet et la conception optique s'est révélée indispensable pour cette étude.

vont être susceptibles d'intervenir et de réduire la qualité de l'image. Un contrôle soigneux des aberrations devra être effectué au cours de l'optimisation et bien sûr, lorsque le système semblera répondre aux exigences de la conception.

Ainsi, après une première optimisation, qui préconisait 6 lentilles pour l'objectif, nous avons dû dédoubler l'une d'entre-elles, qui corrige à elle seule l'aberration sphérique des autres lentilles. Cela correspond à la surface 8, dans le document V-12. L'aberration sphérique positive reste encore importante et compense pratiquement toute l'aberration sphérique du signe opposé, équitablement répartie sur l'ensemble des autres dioptries. Avant le dédoublement, cette aberration se montait à environ 0,5 mm. Lors de la seconde optimisation, nous avons donc contraint l'aberration sphérique de cette lentille à rester à une valeur raisonnable, telle que son positionnement, par rapport aux autres lentilles, ne soit pas trop critique. En effet, un petit défaut de centrage dégradait trop rapidement la qualité du front d'onde. Et, il n'était pas possible de le corriger par ailleurs, c'est-à-dire avec les réglages présents sur le montage, à savoir les positionnements de la fibre et de l'objectif du microscope.

	SA	TCO	TAS	SAS	PTB	DST	AX	LAT	PTZ
1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.007008	-0.000696	0.000025	0.000010	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.034954
4	0.029756	-0.000568	0.000004	0.000002	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.014245
5	-0.001929	-0.000066	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005759
6	-0.138220	0.002592	-0.000017	-0.000006	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	-0.014491
7	-0.002943	-0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.003319
8	0.373726	-0.002626	0.000007	0.000003	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.011366
9	-0.000473	-0.000023	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001993
10	0.000489	-0.000006	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.003437
11	-0.007006	-0.000061	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000068
12	-0.019758	0.000203	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.002629
13	-0.019652	-0.000056	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.002654
14	-0.116616	0.000946	-0.000003	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.001610
15	-0.063681	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.008578
16	-0.043612	0.000542	-0.000002	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003630
17	0.001423	0.000000	-0.000001	-0.000001	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	-0.013143
18	-0.000468	-0.000051	-0.000001	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.012471
19	0.000308	0.000001	-0.000002	-0.000002	-0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	-0.032252
STO	0.000000	0.000000	-0.000003	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.031655
SUM	-0.001648	0.000110	0.000005	0.000003	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.034027

Figure V-12 : Comme sur le fichier Code V, la première colonne nous donne le N° de la surface considérée. Ensuite, dans l'ordre, sont affichées les différentes aberrations : Aberration Sphérique, Coma (direction tangentielle), Astigmatisme (composantes tangentielle et sagittale), Courbure de champ, Distorsion, Chromatisme axial et de grandeur apparente et enfin, le Petzvalien.

Sur la figure V-12 sont répertoriées les différentes valeurs des aberrations géométriques du 3<sup>ème</sup> ordre pour chaque dioptrie, constituant notre système optique. On y trouve en fait les défauts  $dy'$  et  $dz'$ , définis sur la figure ci-dessous.

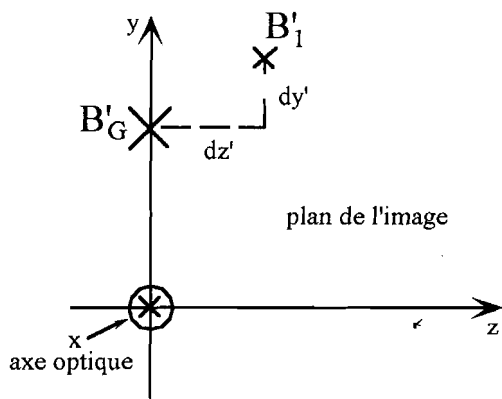


Schéma illustrant les calculs d'aberrations du troisième ordre. Le point  $B'_G$ , est le point de l'image paraxiale. Le point  $B'_1$ , est un point image issu d'un point de la pupille de sortie, situé à une hauteur  $h$  de l'axe optique ( $Ox$ ) et faisant un angle  $\varphi$  par rapport à l'axe  $Oy$ . Les défauts engendrés par un système aberrant sont notés  $dy'$ , dans la direction *tangentielle* et  $dz'$ , dans la direction *sagittale*.

Ils sont donnés en millimètres. Dans certains cas, il existe une relation simple reliant les aberrations sagittales et tangentielles. Alors, on ne donnera qu'une seule des deux valeurs, comme pour l'aberration sphérique :  $dy' = dz'$  ; la coma :  $dy' = 3 dz'$ . On peut vérifier ainsi que les **aberrations de champ** sont très faibles. Tandis que l'**aberration sphérique**, qui est la plus importante pour nous semble très grande (colonne "SA"). Or, étant donnée l'ouverture du système, il ne faut pas s'arrêter aux valeurs affichées dans le tableau V-12, où n'est donné que le 3<sup>ème</sup> ordre. En fait, ces données nous permettent de voir l'influence de chaque dioptre et donc d'estimer la difficulté de réglage de telle ou telle lentille. Mais cela ne nous permet pas de conclure sur la qualité du système optique.

Pour cela, il faut prendre en compte les aberrations à tous les ordres, comme sur la figure V-13, qui donne un tracé de rayons, dans le plan image, en prenant en compte les aberrations réelles. On peut voir que le défaut sur la tache image n'excède pas  $0,5 \mu\text{m}$  alors que l'aberration sphérique du 3<sup>ème</sup> ordre ("SA"), seule, était de l'ordre de  $1,5 \mu\text{m}$ . Cela signifie qu'elle est compensée par les 5<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> ordres (au moins).

**Remarque** : Les aberrations chromatiques sont ici (colonnes "AX" et "LAT" de la figure V-12), annoncées comme nulles car le calcul est effectué à une seule longueur d'onde, qui est celle moyenne d'utilisation en piège dipolaire (810 nm). Cela ne signifie pas pour autant que notre système est achromatique. Comme nous le verrons dans le paragraphe V.2, cet objectif n'a pas été conçu pour travailler sur une plage étendue de longueurs d'onde et présente, de ce fait, des aberrations chromatiques importantes dès qu'on s'éloigne de la longueur d'onde d'optimisation (810 nm).

#### IV.1.2 Le "diagramme de points" (spot diagram)

Pour rester dans une analyse encore purement "géométrique", nous déterminons également la structure de la tache image sur l'axe et dans le champ. Ces distributions de points sont générés en traçant un ensemble de rayons (environ 316), uniformément distribués dans la pupille d'entrée

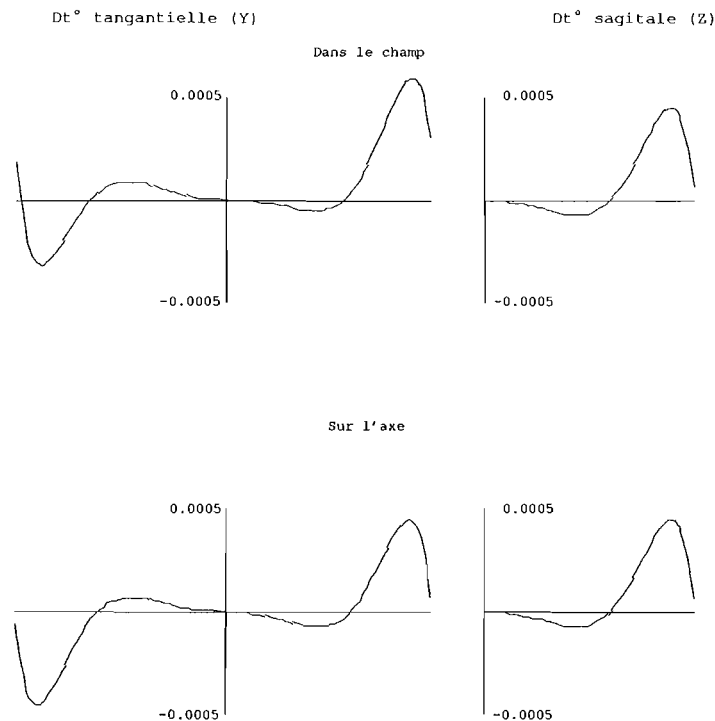


Figure V-13 : Courbes donnant les défauts géométriques de l'image paraxiale, en fonction de l'ouverture du système (angle  $\alpha'$ ), dans les directions tangentielle ( $dy'$ ) et sagittale ( $dz'$ ), et ce, dans le champ (courbes du haut) et sur l'axe optique (courbes du bas). Ces défauts sont donnés en millimètres et ont été calculés à 810 nm. L'extrémité des courbes correspond au défaut observé lorsque le système travaille à pleine ouverture. Il est important de souligner que ce calcul prend en compte **toutes les aberrations**, sans se limiter au troisième ordre. Cependant, étant donnée l'ouverture de notre système, l'aberration sphérique prédomine. La forme des courbes nous apprend, en outre, que l'aberration sphérique du troisième ordre est partiellement compensée par le cinquième ordre. Ainsi, le défaut total n'excède pas  $0,5 \mu\text{m}$ , alors que l'aberration sphérique du troisième ordre, seule, se chiffrait à  $1,5 \mu\text{m}$ .

du système, pour chaque point objet et en prenant l'intersection avec le plan de l'image<sup>41</sup>.

De plus, on calcule la dimension de la tache image, donnée par l'optique géométrique. On verra dans le paragraphe IV.3 que ce résultat est à corriger par le fait que ce sont des faisceaux gaussiens (ou supposés tels<sup>42</sup>), qui se propagent dans le système.

Le diamètre géométrique de la tache image est ainsi estimée à  $0,5 \mu\text{m}$  environ (voir figure V-14).

En fait, cette façon de qualifier la qualité de notre système n'a de sens qu'en cours d'optimisation, puisque le logiciel cherche alors à minimiser le diamètre de la tache image. Durant

<sup>41</sup> Reproduire ici une telle distribution de points n'a pas d'intérêt car la qualité de notre optique est telle que l'on obtient une tache ronde, uniforme et de très petite dimension. Nous verrons dans la section suivante, que notre système est en effet limité par la diffraction.

<sup>42</sup> Les modes des fibres optiques sont en fait donnés par des fonctions de Bessel  $J_n(z)$ . Cependant, en première approximation, le mode principal d'une fibre optique  $J_0(z)$  peut être considéré comme un mode  $TEM_{00}$  auquel est associée une fonction de Hermit-Gauss.

WAVELENGTH	WEIGHT	POINTS TRACED	POINTS ATTEMPTED
810.0	100	158	180

Field 1, ( 0.00, 0.00) degrees. Focus 0.00000  
Displacement of centroid from chief ray  
X: 0.00000E+00 Y: 0.00000E+00 RMS spot diameter 0.49741E-03 MM

Field 2, ( 0.00, 0.20) degrees. Focus 0.00000  
Displacement of centroid from chief ray  
X: 0.00000E+00 Y: 0.51486E-04 RMS spot diameter 0.50951E-03 MM

The scale factor has been set such that one inch represents 0.05000 MM

Spot diagrams are not allowed to overlap. Points lying outside a 0.15994 X 0.15994 MM rectangle centered at the chief ray are not plotted.

RELATIVE FIELD HEIGHT	DEFOCUSING POSITION	TOTAL POINTS CALCULATED	POINTS NOT PLOTTED	PERCENTAGE OF POINTS PLOTTED
0.00, 0.00	1	316	0	100.0
0.00, 1.00	1	316	0	100.0

Figure V-14 : Pour ce calcul, la longueur d'onde de fonctionnement est 810 nm. Les deux calculs sont effectués dans le plan de l'image paraxiale ("Focus 0.00000") ; le premier se situe sur l'axe (Field 1), le second dans le champ (Field 2). Les deux résultats sont sensiblement identiques et nous donnent un diamètre quadratique moyen de la tache image de 0,5  $\mu\text{m}$ . Enfin, on apprend que 100 % des points ont pu être tracés, ce qui signifie qu'aucun rayon ne passe en dehors d'un carré de 0,16 mm de côté, centré sur le rayon principal.

cette étape, il est alors intéressant de consulter cette information. Par contre, lorsque le système tend vers la perfection, comme le traduit la dimension de notre tache image, il convient d'utiliser plutôt des méthodes de qualification du système optique qui prennent en compte la diffraction. Et c'est l'objet du paragraphe suivant.

## IV.2 En tenant compte de la diffraction

Nous allons détailler trois possibilités offertes par *Code V<sup>®</sup>* pour analyser le système optique calculé en prenant en considération la diffraction. Ce sont, en réalité, trois approches différentes. Elles sont cependant équivalentes au sens où elles nous renseignent toujours sur la qualité du système ; mais le point de vue, dans lequel on se place, permet une interprétation différente et donc des informations originales à chaque fois.

### IV.2.1 La réponse percussionnelle

La réponse percussionnelle ("*tache de diffraction*", en terme d'opticien) est l'image d'un point. Autrement dit, le calcul de la réponse percussionnelle s'effectue par le calcul de l'amplitude diffractée  $U(P_1)$  à partir d'une onde  $U(M)$  sur une surface  $\mathcal{S}_1(M \in \mathcal{S}_1)$ .

Cependant, pour la discussion, nous allons dans un premier temps nous intéresser à l'éclaire-

ment au point  $P_1$  qui n'est autre que le module carré de cette amplitude  $U(P_1)$ .

Pour illustrer ces propos considérons notre système centré, représenté sur la figure V-15.

Si  $S_1$  est une surface d'onde, tous les points  $M$  sont éclairés par le point source  $P_0$  avec la même phase. Par conséquent,  $U(M)$  ne présenterait que d'éventuelles variations de module. La distance  $MP_1$  étant constante pour ( $M \in S_1$ ), l'éclairement  $|U(P_1)|^2$  est alors un **maximum absolu**.

En pratique, on aura cet éclairement maximum absolu si et seulement si la vraie surface d'onde est sphérique et que  $P_G$ , l'image de Gauss, est le centre de cette sphère. Ce cas se produit, en particulier, pour  $P_1 = P_G$ , en **l'absence de toute aberration**.

Voyons maintenant le calcul de cet éclairement. Dans le cadre de l'approximation scalaire, l'amplitude  $U(P_1)$  diffractée au point  $P_1$  (voir figure V-15) vaut :

$$U(P_1) = -\frac{i}{\lambda R} \int \int_{S_1} U(M) \exp(ikMP_1) d^2M \tag{V-49}$$

où  $R$  est le rayon de la sphère  $S_1$  centrée en  $P_1$  et passant par  $C$ , le centre de la pupille de sortie.

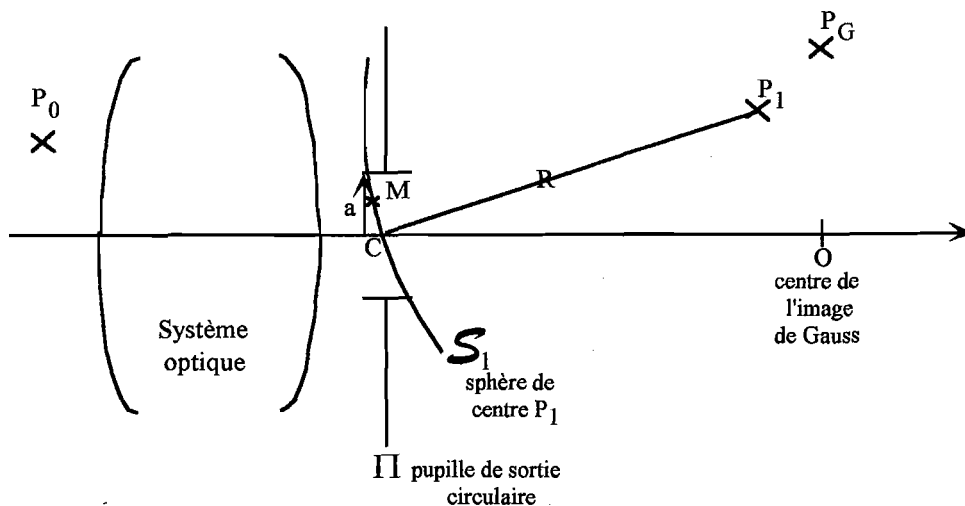


Figure V-15 :  $P_0$  est supposé être un point objet monochromatique dont l'image de Gauss est le point  $P_G$ . La pupille de sortie est matérialisée par le plan  $\pi$ , situé en aval du système optique, qui n'est pas détaillé ici. Elle est circulaire, de rayon  $a$  et de centre  $C$ . On s'intéresse à l'éclairement en  $P_1$  à partir de l'onde diffractante  $U(M)$ , où  $M$  est un point de la surface  $S_1$ , sphère de centre  $P_1$  et passant par  $C$ , le centre de la pupille.

On peut utiliser cette équation (V-49) avec  $P_1$  variable dans un volume autour de  $P_G$ , pour connaître la forme de la tache image du point  $P_0$ , donnée par notre système et calculer

l'éclairement :

$$|U(P_1)|^2 = \left| -\frac{i}{\lambda R} \int \int_{S_1} U(M) \exp(ikMP_1) d^2M \right|^2 \quad (\text{V-50})$$

Si on suppose que le module de l'onde est pratiquement constant sur la surface d'intégration, on peut écrire :

$$U(M) = U_0 e^{i\phi(M)}$$

où  $\phi(M)$  désigne la phase de l'onde en  $M$ .

Alors l'équation (V-50) devient :

$$|U(P_1)|^2 = \left| -\frac{iU_0}{\lambda R} \int \int_{S_1} \exp \left[ i \left( \phi(M) + \frac{2\pi}{\lambda} MP_1 \right) \right] d^2M \right|^2 \quad (\text{V-51})$$

Il convient maintenant de choisir  $S_1$ , la surface d'intégration.

Si on prend la sphère centrée sur l'image de Gauss  $P_G$ ,  $\phi(M)$  représente directement l'écart aberrant mesuré en phase. Mais si la surface d'onde est parfaitement sphérique alors  $\phi(M) + \frac{2\pi}{\lambda} MP_1 = cste = \varphi_0$ .

Alors l'éclairement maximal absolu, noté  $\mathcal{E}_{MA}$ , qui correspond à ces deux hypothèses, s'écrit :

$$\mathcal{E}_{MA} = \left| -\frac{iU_0}{\lambda R} e^{i\varphi_0} \right|^2 \left| \int \int_{S_1} d^2M \right|^2 \quad (\text{V-52})$$

Dans ce cas, les limites de la surface d'intégration sont mal définies puisqu'elles ne correspondent pas aux bords nets de la pupille, en général. Cependant, pour le calcul d'aire de l'équation (V-52), nous allons approximer la surface  $S_1$  par la pupille circulaire de rayon  $a$  ; alors :

$$\int \int_{S_1} d^2M \simeq \int \int_{pupille} d^2M = \pi a^2$$

On en déduit finalement l'éclairement maximum absolu :

$$\mathcal{E}_{MA} = \mathcal{E}_0 \left( \frac{\pi a^2}{\lambda R} \right)^2 \quad (\text{V-53})$$

où l'on a posé  $\mathcal{E}_0 = |U_0 e^{i\varphi_0}|^2$ , l'éclairement dans la pupille d'entrée du système optique.

Rappelons que cet éclairement maximal absolu est obtenu pour une surface d'onde parfaitement sphérique centrée sur l'image de Gauss  $P_G$ .

En présence d'aberrations, tout écart entre la vraie surface d'onde et une sphère se traduit par une perte d'éclairement  $\mathcal{E}_{P_1}(M) < \mathcal{E}_{MA}$ . Et on appelle RAPPORT DE STREHL la quantité :

$$\mathcal{R}_S = \frac{\mathcal{E}_{P_1}(M)}{\mathcal{E}_{MA}} \quad (\text{V-54})$$

De plus, la forme de la tache de diffraction autour du point  $P_G$  est modifiée. Le plus souvent, elle est élargie par rapport à une tache d'AIRY.

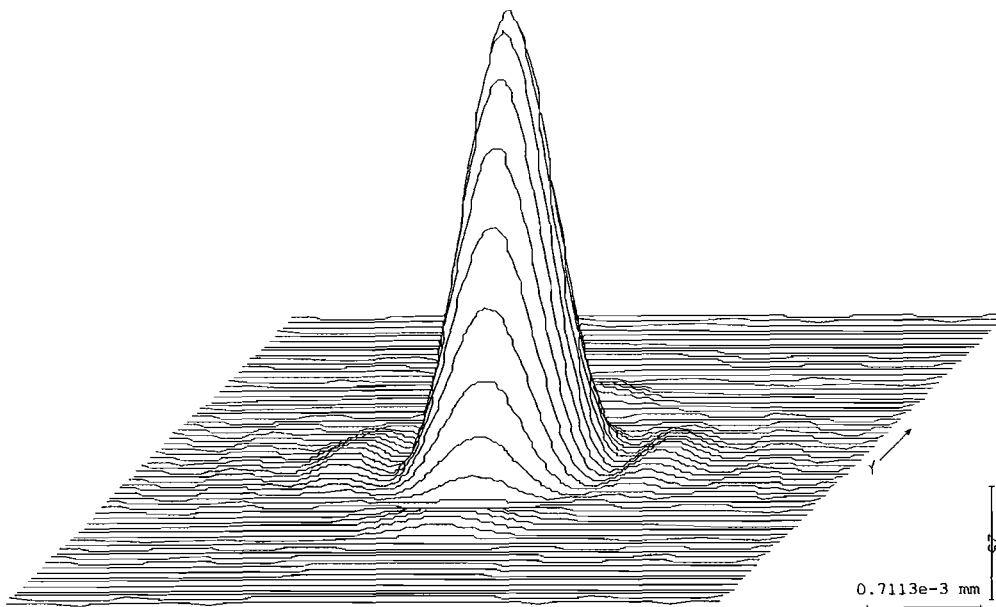


Figure V-16 : On n'a pas de réponse percussionnelle "témoin" pour la comparer à celle de notre système. Mais il apparaît clairement qu'elle est uniforme avec un pic central assez pointu qui témoigne du fait que toute la lumière est concentrée à cet endroit. La largeur totale de cette tache, à mi-hauteur, est de  $0,71 \mu\text{m}$ . On retrouve donc le résultat du calcul théorique, qui, à partir de la formule (V-9), nous donnait  $0,7 \mu\text{m}$  à  $810 \text{ nm}$ .

Comme en témoigne la courbe 3D de la figure V-16, la réponse percussionnelle de notre système se confond, pour ainsi dire, avec une tache d'AIRY.

#### IV.2.2 Analyse du front d'onde

Comme il l'a été suggéré dans le paragraphe précédent, l'image donnée par un système optique est parfaite si la surface d'onde associée au point image est parfaitement sphérique. Par conséquent, une comparaison de la surface d'onde réelle et de la surface d'onde sphérique parfaite nous donnera une information utile quant à la qualité de notre système.



Ainsi, on calcule la moyenne quadratique (valeur “*RMS*”, en anglais) de l'écart à la surface d'onde sphérique, que l'on note  $\sigma_\Delta$ . Cette quantité est donnée en fraction de longueur d'onde. Il apparait clairement, que le système optique sera d'autant meilleur que cette valeur est proche de zéro. Rappelons, que le cahier des charges, stipule  $\lambda/4$  ( $0,25 \lambda PV$ ) pour l'ensemble du système. D'après le CRITÈRE DE RAYLEIGH, un système est limité par la diffraction lorsque le plus grand défaut observé entre la surface d'onde à la sphère théorique n'excède pas  $\lambda/4$ . Cependant, dorénavant, on utilisera plutôt le CRITÈRE DE MARECHAL qui concerne la valeur moyenne quadratique. Dans ce cas,  $\sigma_\Delta$  doit être inférieur à  $\lambda/14$ <sup>43</sup>.

De façon équivalente, on peut donner cette information par le rapport de STREHL, introduit dans le paragraphe précédent. En effet, lorsque celui-ci est supérieur à 0,64, il est relié à  $\sigma_\Delta$  par la formule suivante :

$$\mathcal{R}_S = 1 - k^2 \sigma_\Delta^2 \quad (\text{V-55})$$

Il est assez facile de montrer cette relation. Pour cela, on recopie ici l'équation (V-51) qui nous donne l'éclairement du point image  $P_1$ .

$$|U(P_1)|^2 = \left| -\frac{iU_0}{\lambda R} \int \int_{\mathcal{S}_1} \exp \left[ i \left( \phi(M) + \frac{2\pi}{\lambda} M P_1 \right) \right] d^2 M \right|^2$$

A nouveau, on confond pupille et sphère de référence comme surface d'intégration  $\mathcal{S}_1$ , on peut donc écrire :

$$|U(P_1)|^2 = \left| -\frac{iU_0}{\lambda R} \exp \left( i \frac{2\pi}{\lambda} R \right) \right|^2 \left| \int \int_{\mathcal{S}_1} \exp (i\phi(M)) d^2 M \right|^2 \quad (\text{V-56})$$

Or,  $\phi(M) = k\Delta(M)$ , et si  $\Delta(M)$  est faible, on peut développer l'exponentielle au 2<sup>ème</sup> ordre :

$$\exp (i\phi(M)) \simeq 1 + ik\Delta(M) - \frac{k^2 \Delta(M)^2}{2}$$

d'où :

$$|U(P_1)|^2 = \mathcal{E}_{P_1}(M) \simeq \left( \frac{U_0}{\lambda R} \right)^2 \left[ (\pi a^2)^2 - \pi a^2 k^2 \left( \int \int_{\mathcal{S}_1} \Delta^2(M) d^2 M \right) + k^2 \left( \int \int_{\mathcal{S}_1} \Delta(M) d^2 M \right)^2 \right] \quad (\text{V-57})$$

<sup>43</sup> On rappelle que :

$$\sigma_{\Delta RMS} \sim \frac{\sigma_{\Delta PV}}{3 \text{ à } 5}$$

si on ne conserve que les termes d'ordre inférieur ou égal à 2 en  $\Delta(M)$ .

En notant par une barre supérieure, les moyennes spatiales sur la surface de la pupille, on a :

$$\mathcal{E}_{P_1}(M) = \mathcal{E}_{MA} \left[ 1 - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} (\overline{\Delta^2} - \overline{\Delta}^2) \right] \quad (\text{V-58})$$

Soit encore :

$$\mathcal{R}_S = 1 - k^2 (\overline{\Delta^2} - \overline{\Delta}^2) \quad (\text{V-59})$$

On reconnaît ici la moyenne quadratique de l'écart à une surface d'onde sphérique  $\sigma_\Delta = \sqrt{\overline{\Delta^2} - \overline{\Delta}^2}$ , donné par *Code V<sup>(R)</sup>*, d'où l'équation (V-55) écrite précédemment :

$$\mathcal{R}_S = 1 - k^2 \sigma_\Delta^2$$

On considérera alors qu'un système optique est limité par la diffraction lorsque son RAPPORT DE STREHL est supérieur ou égal à 80 %.

Les résultats sont recopiés sur la figure V-17 et donnent un défaut nominal de la surface d'onde de  $0,03 \lambda$ . La meilleure image ("BEST COMPOSITE FOCUS") présente un défaut sensiblement moins important, de  $0,016 \lambda$  ce qui correspond à un rapport de STREHL de 0,990. Tout ceci est pour une image sur l'axe optique ; puisque cela est associé à la fraction de champ nulle, notée "FIELD FRACT"  $\begin{pmatrix} X & 0.00 \\ Y & 0.00 \end{pmatrix}$ .

### IV.2.3 La fonction de transfert de modulation

En dernier lieu, il convient d'étudier la fonction de transfert du système et nous allons commencer par discuter de sa signification physique.

Si un instrument d'optique fournit, à partir d'un point source monochromatique, une onde de sortie qui, au lieu d'être sphérique, s'écarte, au niveau de la pupille, de la sphère théorique d'une quantité  $\Delta(u, r, \theta)$ , alors cet instrument, éclairé par un faisceau cohérent convergent dans sa pupille d'entrée, effectue un **filtrage des fréquences spatiales**  $\vec{\omega}$ , dont la fonction de transfert cohérente est :

$$G(\vec{\omega}) = p_0(\lambda d \vec{\omega}) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(\vec{\rho}) \right] \quad (\text{V-60})$$

où :  $p_0(\vec{\rho} = \lambda d \vec{\omega})$  est la fonction caractéristique de la pupille et on adopte la notation

## WAVEFRONT ANALYSIS

FOCUS POSITION (MM.)									
FIELD			0.000000						
FRACT	DEG								
X 0.00	0.00								
Y 0.00	0.00	0.029							
X 0.00	0.00								
Y 1.00	0.20	0.030							
WEIGHTED RMS		0.030							
(WAVES)									
FIELD		BEST INDIVIDUAL FOCUS				BEST COMPOSITE FOCUS			
FRACT	DEG	SHIFT	FOCUS	RMS	STREHL	SHIFT	FOCUS	RMS	STREHL
		(MM.)	(MM.)	(WAVES)		(MM.)	(MM.)	(WAVES)	
X 0.00	0.00	0.000000	0.000239	0.016	0.990	0.000000	0.000240	0.016	0.990
Y 0.00	0.00	0.000000				0.000000			
X 0.00	0.00	0.000000	0.000241	0.016	0.989	0.000000	0.000240	0.016	0.989
Y 1.00	0.20	0.000029				0.000029			

COMPOSITE RMS : 0.016

Units of RMS are waves at 810.0 nm.

Figure V-17 : Une analyse du front d'onde nous donne un défaut nominal, c'est à dire pour la position de l'image paraxiale, qui vaut en valeur moyenne quadratique  $0,03 \lambda$  (soit moins de 30 nm). Une meilleure image, d'un point de vue de la diffraction peut être obtenue dans un plan décalé de  $0,239 \mu\text{m}$  par rapport au plan paraxial. Le défaut *RMS* vaut alors  $0,016 \lambda$  et le rapport de STREHL correspondant 0,990. Au vue des critères introduits, il est tout à fait légitime de considérer notre système limité par la diffraction.

$\Delta(\vec{\rho})$  pour  $\Delta(u, r, \theta)$ .

Ceci est vrai à la condition que les aberrations ne varient pas d'un point objet à l'autre - autrement dit, pour un système centré, qu'il ne dépende pas de la variable de champ  $r$ . Dans la classification de Seidel, seule l'aberration de sphéricité répond à cette exigence. Pour toutes les autres aberrations, on peut découper le champ objet en régions, où  $\Delta$  varie suffisamment peu pour être considéré comme constant, appelées **régions d'isoplanétisme**.

Dans chaque région d'isoplanétisme, le système effectue approximativement un filtrage des fréquences spatiales avec l'apparition d'une fréquence de coupure  $\omega_c$  qui provient du fait que la fonction pupille  $p_0(\vec{\rho})$  est discontinue (étant donné que la taille de la pupille est finie).

Par transformée de FOURIER inverse, on obtient la réponse percussionnelle.

En éclairage incohérent, on peut également définir des régions d'isoplanétisme où la tache image d'un point a un profil d'éclairement pratiquement constant. La fonction de transfert incohérente,  $G_i(\vec{\omega})$  correspondante, s'obtient par autocorrélation de la fonction de transfert

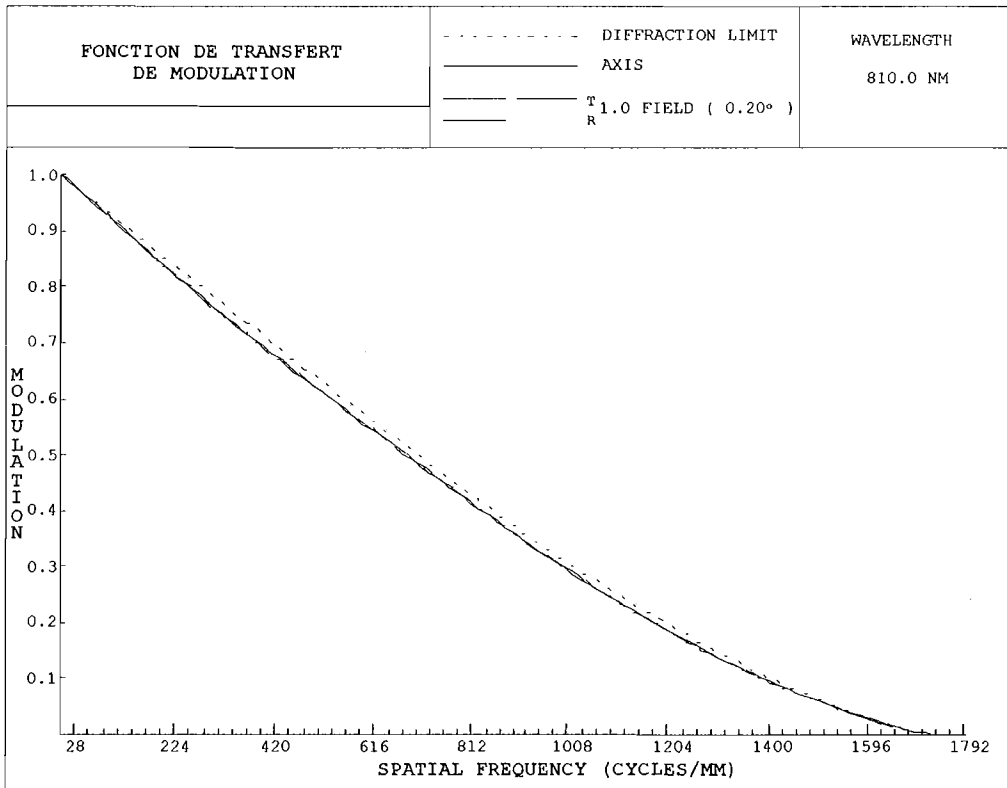


Figure V-18 : La référence “DIFFRACTION LIMIT” correspond à la courbe en pointillés. On regarde le taux de modulation transmis (par rapport à la luminance unité dans la pupille) en fonction de la fréquence spatiale, indiquée ici en paires de traits par mm (“CYCLES/MM”). Le comportement de l’objectif, aussi bien sur l’axe que dans le champ, suit fidèlement celui d’un système idéal limité par la diffraction.

cohérente, autrement dit de la fonction pupille :

$$G_i(\vec{\omega}) = \frac{[G \otimes G] |_{(\lambda d \vec{\omega})}}{[G \otimes G] |_{(\vec{0})}} \tag{V-61}$$

Après ces considérations générales, voyons ce que nous donne le calcul par *Code V<sup>®</sup>*. Les fréquences spatiales sont données en paires de traits par millimètres. Le logiciel évalue numériquement l’intégrale d’autocorrélation de la fonction pupille, d’une part dans le cas idéal correspondant à l’ouverture spécifiée du système (“DIFFRACTION LIMIT”) ; d’autre part, dans le cas du système réel, en tenant compte du vignettage et des aberrations éventuels. Le résultat est tracé en fonction de la fréquence spatiale.

Comme on peut le voir sur la figure V-18, la fonction de transfert de modulation de l’objectif optimisé se confond, pour ainsi dire, avec celle d’un objectif parfait. Nous allons maintenant s’intéresser à l’aspect gaussiens des faisceaux utilisés.

## IV.3 Faisceaux gaussiens

### IV.3.1 Approximation paraxiale

#### a) Principe

Comme nous l'avons déjà souligné dans le paragraphe IV-1-2, l'analyse en terme d'image géométrique est fautive. Dans l'analyse présentée en terme de diffraction, l'utilisation d'une pupille uniforme donne des résultats beaucoup plus proches de la réalité sans être encore parfaits. En effet, il faut également prendre en compte le caractère gaussien du faisceau laser utilisé. Nous allons donc calculer les caractéristiques du faisceau (taille et position du col) après chaque dioptre rencontré dans le système.

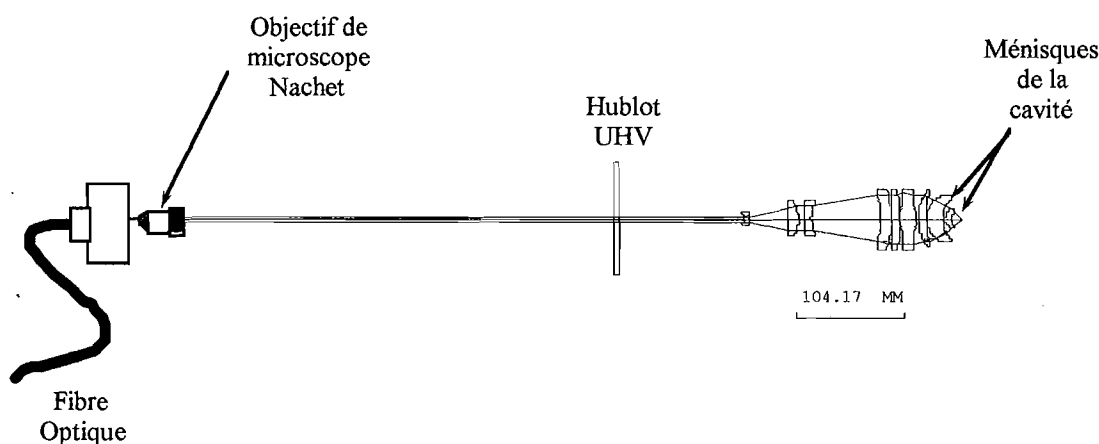


Figure V-19 : Vue d'ensemble du dispositif. Une distance d'environ 40 cm sépare l'objectif de microscope Nachet de l'entrée de l'enceinte ultra vide symbolisée par le hublot UHV. La cavité est fermée par un miroir qui est en fait le ménisque en saphir traité.

Pour cela, on utilise la commande "BEA" (*Gaussian Beam Analysis*) de Code V<sup>®</sup> qui détermine la taille et la position du col du faisceau, le long du rayon principal, dans le système optique pour un faisceau gaussien incident non tronqué, à la longueur d'onde de référence (810 nm, pour nous). Le calcul prend en compte l'astigmatisme et la courbure de champ du système, mais pas les autres aberrations. Plus spécialement, le programme BEA fait propager un faisceau gaussien non tronqué à travers le système ; autrement dit, il ignore le caractère fini des ouvertures et donc le phénomène d'apodisation gaussienne. Néanmoins, la propagation le long du rayon principal est calculée en tenant compte des rayons obliques voisins afin de déterminer l'astigmatisme local. Par contre, étant donné que la seule aberration prise en compte dans le calcul est cet astigmatisme local du faisceau, son profil reste gaussien mais perd sa symétrie de

révolution en présence d'astigmatisme.

Pour le calcul, on considère maintenant le système complet incluant la fibre et l'objectif de microscope Nachet, comme sur la figure V-19<sup>44</sup>. Les caractéristiques de la source sont donc celles de la fibre optique. Celle-ci est constituée d'un cœur en silice, d'indice  $n_{co} = 1,453$  et dont le diamètre vaut  $2\rho = 5,6 \mu\text{m}$ . La gaine qui l'entoure, est également en silice, d'indice  $n_g = 1,449$ , avec un diamètre de l'ordre de  $125 \mu\text{m}$ . La fréquence de coupure normalisée associée à cette fibre est donnée par la relation suivante :

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \rho \sqrt{(n_{co}^2 - n_g^2)} \quad (\text{V-62})$$

Une application numérique de la formule (V-62) nous donne, pour  $\lambda = 810 \text{ nm}$ ,  $V = 2,36$ . Dans le cadre de l'approximation gaussienne du mode, le waist à  $1/e^2$ , est donné par :

$$\frac{W_0}{\rho} = 0,65 + \frac{1,619}{V^{3/2}} + \frac{2,879}{V^6} \quad (\text{V-63})$$

Avec les données précédentes, on obtient donc un mode principal de la fibre dont le rayon de col vaut  $W_0 = 1,113 \rho$ . On suppose donc pour le calcul, que l'on a, en sortie de la fibre, un col de  $3,116 \mu\text{m}$  et que sa courbure est nulle.

La méthode mathématique employée est une généralisation ( $4 \times 4$ ) des matrices ABCD décrite plus spécialement dans les références suivantes [90,91] .

## b) Résultats

Les résultats donnés par *Code V<sup>R</sup>* sont répertoriés sous forme de tableaux, en figure V-20. Notons que les données sont en millimètres. Pour ce qui concerne la dimension du col du faisceau, deux informations distinctes sont indiquées : d'une part la taille du faisceau (**rayon**) sur les différents dioptries rencontrés dans le système, c'est ce qui apparaît dans les 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> colonnes ; d'autre part, la valeur du col du faisceau (ou waist) avant la réfraction que l'on trouve dans les colonnes 7 et 8. Ces deux quantités seront en général différentes sauf si le waist se situe **sur** un dioptrie. En particulier, tant que le faisceau se propage dans l'espace libre, le col du faisceau n'est pas modifié ; par contre, à cause de la divergence, la dimension sur le dioptrie suivant est différente de celle initialement rentrée (voir lignes 1 et 2 de la figure V-20 pour illustration). Par ailleurs, on peut constater qu'on a un "waist" dans le plan objet et également dans le plan image. Cela se traduit par le fait que les colonnes 3 et 7, d'une part, 4 et 8, d'autre part, fournissent alors la même information.

Les rayons de courbure associés sont indiqués dans les colonnes 5 et 6 des tableaux. Sur le dernier dioptrie du système, la courbure du miroir (ou de la lentille) est la même que celle de l'onde gaussienne se propageant, ce qui nous assure que les modes sont effectivement adaptés.

<sup>44</sup> Nous avons obtenu le détail de la combinaison optique de cet objectif de microscope. Mais étant soumis à la confidentialité, cet élément apparaîtra toujours sous une forme schématique et ses caractéristiques (rayons de courbure, verre, épaisseurs,...) ne seront pas données explicitement.

GAUSSIAN BEAM PROPAGATION											
WAVELENGTH = 810.0 NM				DIMENSIONS = MILLIMETERS				FIELD POSITION = ( 0.00, 0.00)			
PROPAGATION DISTANCE TO SUR NEXT SURFACE	BEAM RADIUS ON SURFACE X	BEAM RADIUS ON SURFACE Y	BEAM ORIENTATION (DEGREES)	WAVEFRONT OF CURVATURE BEFORE REFRACTION X	WAVEFRONT RADIUS OF CURVATURE BEFORE REFRACTION Y	PHASE ORIENTATION (DEGREES)	WAIST RADIUS BEFORE REFRACTION X	WAIST RADIUS BEFORE REFRACTION Y	DISTANCE FROM WAIST TO SURFACE X	DISTANCE FROM WAIST TO SURFACE Y	
OBJ	9.8550	0.0028	0.0028	0.0	INF	INF	0.0	0.0028	0.0028	0.0000	0.0000
1	3.0000	0.9075	0.9075	0.0	-9.8551	-9.8551	0.0	0.0028	0.0028	9.8550	9.8550
2	5.0000	1.0871	1.0871	0.0	-18.1522	-18.1522	0.0	0.0025	0.0025	18.1521	18.1521
3	5.5000	1.3404	1.3404	0.0	-26.4635	-26.4635	0.0	0.0051	0.0051	26.4631	26.4631
4	5.0000	1.1767	1.1767	0.0	39.5339	39.5339	0.0	0.0051	0.0051	-39.5331	-39.5331
5	0.8000	1.4580	1.4580	0.0	-25.9128	-25.9128	0.0	0.0046	0.0046	25.9125	25.9125
6	4.2000	1.5694	1.5694	0.0	-11.2772	-11.2772	0.0	0.0011	0.0011	11.2772	11.2772
7	0.0500	2.1917	2.1917	0.0	-14.7920	-14.7920	0.0	0.0011	0.0011	14.7920	14.7920
8	2.2000	2.1963	2.1963	0.0	-23.4315	-23.4315	0.0	0.0028	0.0028	23.4314	23.4314
9	420.0000	2.3192	2.3192	0.0	-41.5391	-41.5391	0.0	0.0029	0.0029	41.5390	41.5390
10	5.0000	2.3235	2.3235	0.0	-202647.68	-202647.68	0.0	2.3112	2.3112	2140.7212	2140.7212
11	114.0730	2.3236	2.3236	0.0	-305652.98	-305652.98	0.0	2.3112	2.3112	3238.7310	3238.7310
12	5.0000	2.3249	2.3249	0.0	-192341.92	-192341.92	0.0	2.3112	2.3112	2258.1063	2258.1063
13	37.7000	2.7313	2.7313	0.0	-33.6060	-33.6060	0.0	0.0021	0.0021	33.6060	33.6060
14	8.6800	9.5755	9.5755	0.0	-52.7445	-52.7445	0.0	0.0014	0.0014	52.7445	52.7445
15	4.8960	10.9753	10.9753	0.0	-68.0569	-68.0569	0.0	0.0009	0.0009	68.0569	68.0569
16	7.4900	10.9940	10.9940	0.0	-2892.3535	-2892.3535	0.0	0.0678	0.0678	2892.2434	2892.2434
17	65.0730	10.7388	10.7388	0.0	315.1900	315.1900	0.0	0.0048	0.0048	-315.1900	-315.1900
18	10.4300	19.7365	19.7365	0.0	-142.7373	-142.7373	0.0	0.0019	0.0019	142.7373	142.7373
19	0.5000	21.1015	21.1015	0.0	-161.2358	-161.2358	0.0	0.0013	0.0013	161.2358	161.2358
20	8.0400	21.1455	21.1455	0.0	-239.9191	-239.9191	0.0	0.0029	0.0029	239.9191	239.9191
21	0.5000	21.6261	21.6261	0.0	-361.7953	-361.7953	0.0	0.0029	0.0029	361.7953	361.7953
22	13.4600	21.6283	21.6283	0.0	-4894.8001	-4894.8001	0.0	0.0584	0.0584	4894.7644	4894.7644
23	2.7000	20.8926	20.8926	0.0	382.2270	382.2270	0.0	0.0029	0.0029	-382.2270	-382.2270
24	8.0300	20.5093	20.5093	0.0	144.4463	144.4463	0.0	0.0018	0.0018	-144.4463	-144.4463
25	0.5000	18.3710	18.3710	0.0	68.9942	68.9942	0.0	0.0006	0.0006	-68.9942	-68.9942
26	14.3460	18.2142	18.2142	0.0	58.0683	58.0683	0.0	0.0008	0.0008	-58.0683	-58.0683
27	2.2620	11.6832	11.6832	0.0	25.6642	25.6642	0.0	0.0004	0.0004	-25.6642	-25.6642
28	6.4690	10.6658	10.6658	0.0	23.7119	23.7119	0.0	0.0006	0.0006	-23.7119	-23.7119
29	9.8511	6.4380	6.4380	0.0	9.8511	9.8511	0.0	0.0003	0.0003	-9.8511	-9.8511
IMG		0.0004	0.0004	0.0	0.0231	0.0231	0.0	0.0004	0.0004	-0.158e-4	-0.158e-4

GAUSSIAN BEAM PROPAGATION											
WAVELENGTH = 810.0 NM				DIMENSIONS = MILLIMETERS				FIELD POSITION = ( 0.00, 1.00)			
PROPAGATION DISTANCE TO SUR NEXT SURFACE	BEAM RADIUS ON SURFACE X	BEAM RADIUS ON SURFACE Y	BEAM ORIENTATION (DEGREES)	WAVEFRONT OF CURVATURE BEFORE REFRACTION X	WAVEFRONT RADIUS OF CURVATURE BEFORE REFRACTION Y	PHASE ORIENTATION (DEGREES)	WAIST RADIUS BEFORE REFRACTION X	WAIST RADIUS BEFORE REFRACTION Y	DISTANCE FROM WAIST TO SURFACE X	DISTANCE FROM WAIST TO SURFACE Y	
OBJ	9.8777	0.0028	0.0028	0.0	INF	INF	0.0	0.0028	0.0028	0.0000	0.0000
1	2.9770	0.9096	0.9113	0.0	-9.8778	-9.8778	0.0	0.0028	0.0028	9.8777	9.8777
2	5.1129	1.0879	1.0891	0.0	-18.1583	-18.1904	0.0	0.0025	0.0025	18.1582	18.1904
3	5.4940	1.3469	1.3657	0.0	-26.5961	-26.6690	0.0	0.0051	0.0051	26.5957	26.6686
4	4.7986	1.1791	1.1895	0.0	38.6079	36.9596	0.0	0.0049	0.0047	-38.6072	-36.9590
5	0.9673	1.4483	1.4630	0.0	-25.8139	-25.8538	0.0	0.0046	0.0046	25.8136	25.8535
6	4.0210	1.5832	1.6079	0.0	-11.3554	-11.3173	0.0	0.0011	0.0011	11.3554	11.3173
7	0.2428	2.1802	2.1979	0.0	-14.6837	-14.6205	0.0	0.0011	0.0011	14.6837	14.6205
8	2.0747	2.2031	2.2105	0.0	-23.3780	-23.1287	0.0	0.0027	0.0027	23.3780	23.1287
9	420.1239	2.3195	2.3326	0.0	-41.3237	-41.0554	0.0	0.0029	0.0029	41.3237	41.0553
10	5.0000	2.3244	2.3197	0.0	-183246.71	-143076.04	0.0	2.3093	2.2954	2365.2811	2980.9560
11	114.0736	2.3244	2.3198	0.0	-276432.02	-215899.61	0.0	2.3093	2.2954	3577.9468	4508.0045
12	5.0002	2.3259	2.3217	0.0	-174811.63	-137885.69	0.0	2.3093	2.2954	2482.6668	3098.3417
13	37.6999	2.7325	2.7276	0.0	-33.6052	-33.6034	0.0	0.0021	0.0021	33.6052	33.6034
14	8.6800	9.5799	9.5629	0.0	-52.7442	-52.7436	0.0	0.0014	0.0014	52.7442	52.7436
15	4.8961	10.9803	10.9609	0.0	-68.0567	-68.0563	0.0	0.0009	0.0009	68.0567	68.0563
16	7.4900	10.9990	10.9794	0.0	-2891.9304	-2891.0869	0.0	0.0678	0.0679	2891.8206	2890.9764
17	65.0730	10.7437	10.7246	0.0	315.1933	315.2000	0.0	0.0048	0.0048	-315.1933	-315.1999
18	10.4300	19.7455	19.7105	0.0	-142.7369	-142.7362	0.0	0.0019	0.0019	142.7369	142.7362
19	0.5000	21.1111	21.0738	0.0	-161.2355	-161.2349	0.0	0.0013	0.0013	161.2355	161.2349
20	8.0400	21.1552	21.1178	0.0	-239.9181	-239.9162	0.0	0.0029	0.0029	239.9181	239.9162
21	0.5000	21.6360	21.5977	0.0	-361.7940	-361.7913	0.0	0.0029	0.0029	361.7939	361.7913
22	13.4600	21.6382	21.5999	0.0	-4894.4295	-4893.7043	0.0	0.0583	0.0584	4894.3939	4893.6685
23	2.7000	20.9022	20.8652	0.0	382.2285	382.2315	0.0	0.0029	0.0029	-382.2285	-382.2315
24	8.0300	20.5186	20.4823	0.0	144.4467	144.4473	0.0	0.0018	0.0018	-144.4467	-144.4473
25	0.5000	18.3795	18.3469	0.0	68.9943	68.9944	0.0	0.0006	0.0006	-68.9943	-68.9944
26	14.3460	18.2226	18.1903	0.0	58.0684	58.0685	0.0	0.0008	0.0008	-58.0684	-58.0685
27	2.2620	11.6886	11.6679	0.0	25.6642	25.6642	0.0	0.0004	0.0004	-25.6642	-25.6642
28	6.4690	10.6707	10.6519	0.0	23.7120	23.7120	0.0	0.0006	0.0006	-23.7120	-23.7120
29	9.8511	6.4410	6.4296	0.0	9.8511	9.8511	0.0	0.0003	0.0003	-9.8511	-9.8511
IMG		0.0004	0.0004	0.0	0.0139	0.0077	0.0	0.0004	0.0004	-0.263e-4	-0.4818e-4

Figure V-20 : Calcul du waist au centre de la cavité pour le système complet, dans l'approximation paraxiale. le tableau du haut correspond à un calcul sur l'axe ; tandis que le tableau du bas nous donne les caractéristiques du faisceau dans le champ.

Enfin, les colonnes 9 et 10 nous indiquent la distance séparant le col du faisceau et la surface considérée. Cela est particulièrement utile pour connaître la position du waist par rapport au plan de l'image paraxiale. On apprend, ainsi, qu'ils sont confondus à quelques centièmes de microns près ( $0,16 \cdot 10^{-4}$  mm, soit  $0,016 \mu\text{m}$ ).

Notons par ailleurs que le calcul sur l'axe et dans le champ procurent des résultats différents, au sens où dans le cas du calcul du champ, il apparaît clairement de l'astigmatisme. Ceci se traduit par des valeurs non identiques suivant les axes  $X$  et  $Y$  du plan perpendiculaire à la direction de propagation. Par contre, cet astigmatisme est compensé puisqu'à partir du vingt-troisième dioptré du système complet, les indications en  $X$  et  $Y$  redeviennent toujours semblables.

En dernier lieu, il est intéressant de constater que la taille du spot image au centre de la cavité, ou plutôt ce qui va nous intéresser d'avantage, la dimension du point de focalisation vaut moins d' $1 \mu\text{m}$  (en diamètre à  $1/e^2$ ). Ce résultat est en accord avec le calcul rapide donné par la diffraction (cf. équation (V-39)) pour lequel on avait trouvé  $\rho_0 = 0,7 \mu\text{m}$  (avec  $\lambda = 810$  nm).

Surtout, il devrait nous permettre de réaliser un piège dipolaire optique avec une très bonne localisation des atomes piégés (typiquement le dixième de micron) et une intensité, en ce point, pouvant atteindre aisément  $2.10^6 \text{ W.cm}^{-245}$ . De plus, on peut s'attendre à une force dipolaire efficace puisque le gradient d'intensité semble important. En effet, le col du faisceau, au voisinage du point de focalisation, passe de  $0,3 \mu\text{m}$  à  $0,4 \mu\text{m}$  sur moins de  $0,02 \mu\text{m}$  (cf. les deux dernières lignes des tableaux de la figure V-20).

### IV.3.2 Apodisation

En réalité, étant donnée l'ouverture image de notre système, il n'est pas possible de calculer la dimension du col du faisceau, dans le plan image, à l'aide des matrices ABCD. En effet, cette méthode de calcul n'est valable que dans le cadre de l'approximation paraxiale, donc pour des angles inférieurs à  $10$  ou  $15^\circ$ , pour lesquels on peut confondre le sinus, la tangente et l'angle.

De plus, ce calcul ne tient pas compte des aberrations et, en particulier, des aberrations liées à l'ouverture du système (comme l'aberration sphérique), non négligeables ici. Par conséquent, nous avons préféré un calcul dit "d'apodisation gaussienne" qui consiste en un calcul de la réponse impulsionnelle (voir paragraphe IV-2-1) pour une onde incidente à **répartition d'énergie gaussienne** et non plus, une onde incidente sphérique.

Pour cela, on utilise le calcul paraxial, reproduit sur la figure V-20, afin de connaître les

<sup>45</sup> Calcul effectué pour une puissance en sortie de fibre de 10 mW. Ce calcul est certes beaucoup trop simpliste et suppose, en particulier, que l'ensemble des éléments optiques traversés, jusqu'au centre de l'enceinte UHV, présente une transmission de 100 %. Cependant, cela donne un ordre de grandeur correct de l'intensité que l'on peut espérer obtenir.



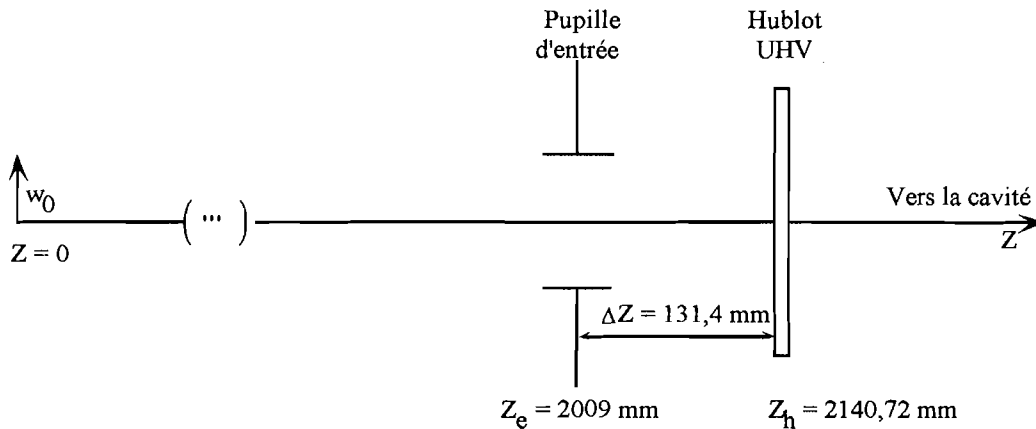


Figure V-21 : Schéma donnant la position de la pupille d'entrée du système par rapport au hublot UHV. Cette information est donnée dans le fichier Code V (figure V-8) et est nécessaire au calcul du waist, intervenant dans l'apodisation gaussienne.

caractéristiques du faisceau dans le plan de la pupille d'entrée de l'objectif<sup>46</sup>. D'après les données du document situé page 239, celle-ci se situe à 131,43 mm du hublot de l'enceinte UHV (surfaces 1 et 2).

On sait aussi que le waist, associé à la surface du hublot, est situé à  $z_h = 2140,72$  mm de celui-ci et vaut  $w_0 = 2,3112$  mm (voir figure V-21).

Ainsi la formule (V-64) donnant la dimension du col du faisceau dans un plan de coordonnées  $z$ , quelconque, nous donnera la valeur "exacte" de la taille du faisceau à  $1/e^2$  dans le plan de la pupille d'entrée de l'objectif.

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (\text{V-64})$$

d'où un waist dans la pupille d'entrée  $w_e = 2,322$  mm<sup>47</sup>.

Pour le calcul de la réponse percussionnelle, il reste à rentrer cette valeur comme étant le diamètre de la pupille d'entrée, en précisant que cela correspond au waist à  $1/e^2$  ( $\simeq 0,135$ ). D'après la figure V-22, la dimension totale de l'image est voisine  $1 \mu\text{m}$  ce qui est très satisfaisant. Si on la compare à la figure V-16, on constate que l'apodisation a eu pour conséquence d'élargir la tache image. En effet, on l'évaluait alors à  $0,7 \mu\text{m}$ , à peine, en accord avec le calcul théorique donnant le premier zéro d'une fonction de BESSEL,  $J_0(z)$ . De plus, on observe bien un lissage

<sup>46</sup> La taille du col du faisceau en sortie de l'objectif de microscope Nachet calculée par l'emploi de matrices ABCD est correcte car l'ouverture numérique de la fibre vaut 0,11 ; soit un angle d'ouverture objet d'environ  $5^\circ$  qui nous permet de rester dans l'approximation paraxiale.

<sup>47</sup> La taille du col du faisceau dans la pupille d'entrée est très peu différente de celle du waist réel. En effet, à cet endroit là, le faisceau est parallèle pour l'optique géométrique (voir figure V-19). De ce point de vue, ce calcul "exact" est superflu.

de la réponse percussionnelle qui se traduit par la "disparition" des anneaux de la tache d'AIRY traditionnelle.

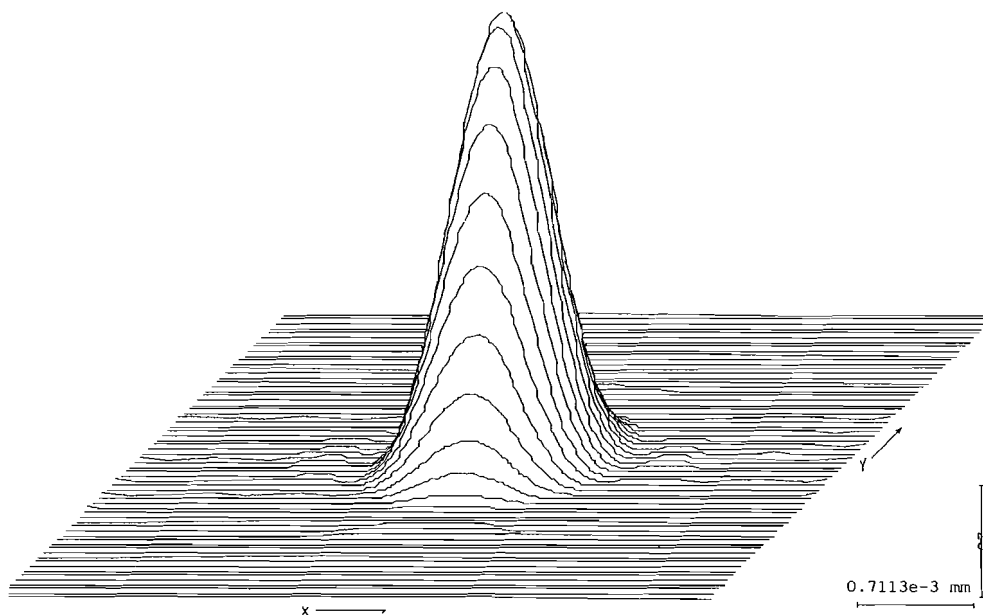


Figure V-22 : Réponse percussionnelle apodisée de l'objectif, à  $\lambda = 810$  nm. En rentrant la valeur  $w_e = 2,322$  mm, comme étant celle du waist dans la pupille d'entrée, on obtient un calcul de réponse percussionnelle qui prend en compte les aberrations et l'ouverture réelle de notre système.

Notons tout de même, que c'est un peu supérieur au calcul "optimiste" donné par les matrices ABCD, qui donnait un diamètre de col de faisceau dans le plan image, de  $0,6 \mu\text{m}$ .

## IV.4 Tolérancement

### IV.4.1 Ce que les opticiens et mécaniciens savent faire

Toute la faisabilité de notre système s'est nécessairement réduite à un compromis entre ce que l'on demandait au dispositif de faire et, ce que l'on pouvait demander aux opticiens et aux mécaniciens.

En ce qui concerne l'optique, la principale limitation est engendrée par la précision de mesure sur les calibres qui, rappelons le, servent de "modèle" lors du polissage des lentilles. La précision relative  $\frac{\Delta R}{R}$  est grosso modo constante et vaut typiquement  $10^{-4}$  (le micron pour 10 millimètres). Par ailleurs, le travail des opticiens est d'une qualité telle que les défauts de surface autrement dit l'écart à une surface parfaitement sphérique, n'excèdent pas  $\lambda/10$  en valeur moyenne quadratique. Enfin, l'épaisseur des lentilles est maîtrisée avec une précision supérieure ou égale au

dizième de millimètre ( $100 \mu\text{m}$ ).

Comme nous le verrons plus précisément dans le paragraphe suivant IV-4-2, ces tolérances sont tout à fait acceptables pour conserver une bonne qualité de notre système.

En ce qui concerne la mécanique, c'est à dire le montage et le maintien des lentilles, il existe davantage de contraintes et elles sont plus difficiles à contrôler. Nous étudierons plus en détails les techniques de montage et les moyens de contrôle mis en oeuvre, dans la partie C de ce chapitre. Pour l'instant, nous nous attacherons à définir ce qu'il est possible de faire.

Le positionnement des lentilles sur l'axe optique est soumis à la même précision que l'épaisseur de verre constituant la lentille, à savoir  $100 \mu\text{m}$ . Ceci dit, pour certaines lentilles (en particulier, le ménisque d'entrée de la cavité grande ouverture), on peut exiger une précision dans le positionnement jusqu'à 10 fois plus importante, soit  $10 \mu\text{m}$ .

Pour le décentrement, autrement dit un défaut de positionnement dans le plan  $xOy$ , perpendiculaire à l'axe optique, la précision "standard" est de  $50 \mu\text{m}$  dans chacune des deux directions. Cependant pour une lentille, qui présentait beaucoup d'aberration sphérique, une précision double soit  $25 \mu\text{m}$  suivant X et Y fut nécessaire.

Enfin, pour le basculement, on peut espérer un défaut de positionnement inférieur à  $4'$  d'arc (soit  $1,164 \text{ mrad}$ ) et la même lentille que précédemment pour le décentrement, présente des tolérances un peu plus serrées, à savoir  $3'$  d'arc.

Nous allons voir maintenant le programme de tolérancement utilisé par le logiciel de calcul optique et passer en revue les différents types de tolérances introduites.

#### IV.4.2 Programme de tolérancement

Le programme "TOR" de Code V<sup>®</sup> évalue les effets des défauts de fabrication sur la fonction de transfert de modulation ou sur l'écart du front d'onde à la sphère de référence (valeur "RMS").

Chaque surface est susceptible de présenter un certain nombre de défauts (épaisseur, décentrement, indice, constringence, rayon de courbure, etc ...), en plus ou en moins par rapport à la valeur nominale. Le programme calcule alors le changement sur le front d'onde - ou sur la fonction de transfert de modulation, au choix de l'utilisateur - engendré par ce défaut.

Cependant, on peut utiliser des "compensateurs". Autrement dit, certains éléments du système seront réglables lors de l'assemblage, mais également lors de l'utilisation effective du dispositif, ce qui nous permettra éventuellement de corriger et de ne pas dégrader autant la qualité du système. En théorie, si chacune des lentilles était réglable en position ( $Ox, Oy, Oz$ ) et en angle ( $\theta, \phi$ ), ce programme de tolérancement n'aurait pas lieu d'être puisque l'on pourrait compenser quasiment tous les défauts ; même si, en pratique, il serait délicat de deviner quels mouvements effectuer pour rendre le système parfait et, il subsisterait, de toute façon, des erreurs, liées à la précision des réglages.

Par ailleurs, chaque défaut est considéré individuellement, c'est à dire que le reste du système est supposé parfait tandis que *Code V<sup>R</sup>* calcule l'effet d'un défaut donné sur une surface donnée. Néanmoins, il est possible de regrouper un certain nombre de lentilles<sup>48</sup>, permettant de maîtriser leur position relative. Bien que des tolérances additionnelles doivent être prises en compte (le positionnement du groupe par rapport aux autres lentilles du système), cette technique facilite le montage et le système devient alors plus "tolérant".

Les différents défauts qui interviennent dans les calculs sont passés en revue dans l'annexe D. Nous pouvons néanmoins ici, distinguer deux catégories :

- les tolérances centrées, ce sont les défauts à symétrie cylindrique, et,
- les tolérances non centrées.

#### IV.4.3 Résultats et conséquences

Lorsque l'on fait tourner un programme de tolérances, le logiciel de conception optique calcule le nouvel écart de front d'onde (en moyenne quadratique), par rapport à la sphère de référence, introduit par chaque défaut, compté positivement, puis négativement. Les autres défauts, sont supposés nuls durant le calcul. Le résultat est exprimé en unité de longueur d'onde que l'on définit dans le programme de tolérancement (cf. annexe D).

Dans le document V-23, on trouve un résumé des tolérances calculées ainsi que la variation "probable" du défaut de front d'onde en valeur moyenne quadratique. Cette "probabilité" vient du fait que, *Code V<sup>R</sup>* suppose une certaine distribution des défauts de fabrication et d'assemblage pour chacun des paramètres tolérancés. Pour plus d'informations sur le mode de calcul en général, des tolérances, on peut se reporter à l'annexe D.

Les résultats présentés ici se rapportent à l'objectif qui a été effectivement réalisé et assemblé. En effet, au fur et à mesure de la conception, des programmes de tolérancement ont été engagés afin de vérifier que l'objectif était réalisable avec une qualité globale au moins égale à  $\lambda/14$  RMS. Ainsi, un premier résultat avait été obtenu avec 6 lentilles mais il s'est avéré que le système était alors trop peu tolérant. Autrement dit, il valait mieux introduire une lentille supplémentaire que de positionner une des 6 lentilles avec une précision à peine accessible. Il était facile de localiser la lentille à "problèmes" puisqu'on peut consulter les tolérances par ordre décroissant des dégradations engendrées sur le front d'onde.

De la même manière, nous avons pu isoler, au cas par cas, certaines lentilles qui nécessitaient davantage de précision dans leur positionnement ou leur réalisation. C'est le cas en particulier des deux ménisques de la cavité ou encore de la troisième lentille de l'objectif. L'étape suivante

<sup>48</sup> Cela présente un réel intérêt puisqu'en pratique, il est plus simple de fabriquer des lentilles de diamètres identiques qui seront ensuite montées dans un tube de diamètre fixe. La position des lentilles les unes par rapport aux autres étant définies par des cales d'épaisseur calculées pour respecter la distance au centre, sur l'axe optique, entre chaque lentilles. Pour notre système, deux groupes ont été formés :  $L_1 \rightarrow L_3$  et  $L_4 \rightarrow L_7$ .

C E N T E R E D T O L E R A N C E S									
Systeme complet avec objectif Nachet									
SUR	RADIUS	RADIUS TOL	FRINGES POW/IRR	THICKNESS	THICKNESS TOL	GLASS	INDEX TOL	V-NO (%)	INHOMO-GENEITY
0				9.85500					
1..9				Objectif de microscope Nachet, non tolérancé.					
10	INF		1.0/ 0.25	5.00000	0.10000	BK7	0.00200		
11	INF *****		1.0/ 0.25	114.07300	0.10000				
12	-9.67000	0.0020	1.0/ 0.25	5.00000	0.10000	B1664	0.00200		
13	23.72700	0.0020	1.0/ 0.25	37.70000	0.10000				
14	-72.14000	0.4000	1.0/ 0.25	8.68000	0.10000	SF10	0.00150		
15	-28.67000	0.0200	1.0/ 0.25	4.89600	0.10000				
16	109.58000	1.4000	1.0/ 0.25	7.49000	0.10000	BALF4	0.00200		
17	32.00000	0.0400	1.0/ 0.25	65.07300	0.10000				
18	-169.58000	1.2000	1.0/ 0.25	10.43000	0.10000	BK7	0.00200		
19	-98.34000	0.3000	1.0/ 0.25	0.50000	0.10000				
20	-5003.00000	910.0000	1.0/ 0.25	8.04000	0.10000	BK7	0.00200		
21	-128.58000	0.5000	1.0/ 0.25	0.50000	0.10000				
22	142.45000	0.5000	1.0/ 0.25	13.46000	0.10000	C2036	0.00150		
23	-234.83000	1.1000	1.0/ 0.25	2.70000	0.10000				
24	42.40000	0.0200	1.0/ 0.25	8.03000	0.05000	BALF4	0.00100		
25	100.20000	0.2000	1.0/ 0.25	0.50000	0.05000				
26	23.72700	0.0020	1.0/ 0.25	14.34600	0.02500	SILICA	0.00100		
27	25.00600	0.0020	1.0/ 0.25	2.26200	0.02500				
28	9.66870	0.0020	1.0/ 0.25	6.46900	0.01000	SILICA	0.00050		
29	9.85110	0.0020	1.0/ 0.25	9.85110	0.01000				
30				0.00000					
D E C E N T E R E D T O L E R A N C E S									
ELEMENT NO.	FRONT RADIUS	BACK RADIUS	ELEMENT TIR	WEDGE ARC MIN	ELEMENT TILT TIR	ARC MIN	EL. TIR	DEC/ROLL (R) mm.	
1..5									
6	INF	INF	0.1000	3.4	0.5000	17.2	0.0000	0.5000	
7	-9.67000	23.72700	0.0400	11.5	0.0140	4.0	0.0873	0.0500	
8	-72.14000	-28.67000	0.0100	1.1	0.0349	4.0	0.0315	0.0500	
8-9	-72.14000	32.00000			0.0270	3.1	0.0338	0.0250	
9	109.58000	32.00000	0.1000	11.5	0.0270	3.1	0.0166	0.0250	
10	-169.58000	-98.34000	0.0900	5.7	0.0629	4.0	0.0115	0.0500	
10-13	-169.58000	100.20000			0.0594	4.0	0.0414	0.0500	
11	-5003.00000	-128.58000	0.0300	1.9	0.0629	4.0	0.0205	0.0500	
12	142.45000	-234.83000	0.0200	1.3	0.0629	4.0	0.0305	0.0500	
13	42.40000	100.20000	0.0200	1.3	0.0594	4.0	0.0347	0.0500	
14	23.72700	25.00600	0.1000	8.6	0.0466	4.0	0.0043	0.0500	
15	9.66870	9.85110	0.1000	24.6	0.0163	4.0	0.0272	0.0500	
P E R F O R M A N C E S U M M A R Y									
POLYCHROMATIC RMS WAVEFRONT ABERRATION									
						WAVELENGTH 810.0 NM	WEIGHT 100		
RELATIVE FIELD	WEIGHT	DESIGN	DESIGN + TOL *	COMPENSATOR	RANGE (+/-) *				
				DLZ S0	DLX S0			DLY S0	
				DSZ S1..9	DSX S0..9			DSY S0..9	
0.00, 0.00	1.00	0.037	0.200	3.726014	1.334482			0.983414	
				4.757988	2.317273			2.264505	
0.00, 1.00	1.00	0.040	0.233	3.726014	1.334482			0.983414	
				4.757988	2.317273			2.264505	
* The change in RMS is a mean plus 2 Sigma value (97.7 percent) and assumes a uniform distribution of manufacturing errors over the range for all tolerances except decentration errors which have a truncated Gaussian distribution in X and Y									
The compensator range is a mean plus 2 Sigma value. Linear compensators are in units of millimeters. Angular compensators are in radians.									

Figure V-23 : Récapitulatif du programme de tolérancement. Sur le document, on trouve la valeur RMS du front d'onde avant tolérancement, soit 0.037 λ à comparer avec la valeur 'DESIGN + TOL' qui correspond à l'ensemble du système "tolérancé", soit 0,1 λ (λ/10). Le système n'est pas tout à fait conforme aux critères introduits (0,07 λ) ; cependant, cela n'a rien de dramatique. En outre, la lentille la plus sensible a été caractérisée précisément après sa fabrication. Cela nous a permis de revoir certains paramètres mécaniques. L'objectif est donc réalisable avec des contraintes de fabrication raisonnables.

consiste à réduire les tolérances sur ces cas "pathologiques". On a alors deux alternatives :

- soit le système devient acceptable avec des précisions de placement accessibles par la mécanique et l'optique ;
- soit les tolérances nécessaires pour conserver une bonne qualité du système sont trop contraignantes. Dans ce cas, lors du montage de l'objectif, on doit envisager des réglages sur les lentilles, qui sont alors assimilables à des compensateurs.

Les compensateurs sont en fait des réglages présents sur le montage permettant éventuellement de compenser certains défauts. *Code V<sup>R</sup>* calcule si les compensateurs introduits peuvent améliorer, ou plutôt moins dégrader, la qualité globale du système. Par rapport à ce que l'on vient de dire, il existe un autre type de compensateurs : ce seront pour nous des réglages "permanents" car ils seront toujours accessibles de l'extérieur de l'enceinte ultravide. C'est le cas, en particulier; de la position (en X, Y et Z) de l'objet, autrement dit, de la fibre optique et de celle (en X et Y) de l'objectif de microscope Nachet (voir schéma d'ensemble, figure V-19).

Au regard des résultats de la figure V-23, le système n'est pas tout à fait conforme aux critères introduits ( $0,07 \lambda$ ). Pourtant, cela n'a rien de dramatique puisque le système est tolérancé ici, à  $\lambda/10$ . En outre, la lentille la plus sensible ( $L_9$ ), qui est le ménisque arrière de la cavité, a été caractérisée précisément après sa fabrication. Cela nous a permis, entre autres, de réoptimiser la position relative des deux ménisques, connaissant l'épaisseur exacte de  $L_9$ . Par conséquent, cela signifie que les conditions réelles de montage seront meilleures que celles supposées dans le calcul du programme de tolérancement.

Tout ceci nous a donc permis de concevoir un système optique assez tolérant pour, dans un premier temps, envisager sa mise en œuvre ; puis pour le monter effectivement, comme nous le verrons dans la partie C, consacrée partiellement à l'assemblage de l'objectif. Nous reviendrons alors, plus en détails, sur les performances effectives de notre système. Par contre, nous allons voir tout de suite, que le système fut suffisamment souple pour subir quelques modifications notables, liées, en particulier, à la gamme de longueur d'onde d'utilisation qui a été étendue en cours d'étude.

## V Simulations des conditions réelles d'utilisation du système optique complet

**Remarque préliminaire :** Ces études furent réalisées après que l'ensemble des lentilles à fabriquer fut déterminé. Des modifications profondes ne pouvaient donc pas être envisagées. Ainsi, il n'a été possible que de modifier dans des limites raisonnables les intervalles d'air entre lentilles, voire groupes de lentilles (en particulier, lorsque certaines pièces mécaniques étaient, d'ores et déjà, réalisées par

notre atelier de mécanique).

En premier lieu, on s'est intéressé au champ de l'ensemble (paragraphe V.1). Puis nous avons étudié le chromatisme de notre système. Ceci s'est avéré tout à fait fondamental quant à la réalisation du PDO (paragraphe V.2). Enfin, on s'est interrogé sur l'effet d'une défocalisation et sur ce qu'il faudrait faire pour changer la dimension du col du faisceau au centre de la cavité (paragraphe V.3).

## V.1 Champ image

Étant donnée l'ouverture du système, il n'est guère possible d'envisager un champ très important pour notre objectif. Néanmoins, des calculs ont été effectués dans le groupe [84] afin d'évaluer la dépendance spatiale du taux de relaxation radiative et des déplacements lumineux associés pour un dipole et placé au voisinage du centre d'une cavité sphérique de grande ouverture. On montre que le champ du vide est équivalent à celui obtenu dans une microcavité<sup>49</sup>. Dans une telle configuration, le dipole atomique doit siéger dans un volume de région active qui est de très petite taille, typiquement  $(10\lambda)^3$  à  $(100\lambda)^3$  (voir §II.1)

Pour se retrouver dans une situation analogue, nous avons dû faire en sorte que la lumière soit couplée à la cavité avec un champ de l'ordre de  $10\lambda$ . Nous verrons dans le paragraphe V-3-1 que nous avons regardé aussi la troisième dimension du volume d'interaction, en s'intéressant à une défocalisation de  $10\ \mu\text{m}$  (soit encore environ  $10\ \lambda$ ).

Ainsi, le système est prévu pour être quasi parfait avec un champ image de  $12,5\ \mu\text{m}$ , correspondant à un angle de près de  $5^\circ$  dans l'espace objet (au niveau de la fibre optique).

## V.2 Chromatisme

Au départ de l'étude, l'ensemble était prévu pour fonctionner à  $\lambda = 780\ \text{nm}$ . En effet, nous pensions piéger les atomes dans un piège dipolaire avec un désaccord assez faible (qq. GHz), comme dans l'expérience de CHU [71]. En cours de réalisation (Juin 97), les opticiens nous ont annoncé qu'il ne leur serait pas possible de réaliser le ménisque en saphir avec la précision requise. Les défauts à symétrie ternaire (à  $120^\circ$ ) qui ont pu être observés par une méthode interférométrique, étaient probablement dus à la structure cristalline du saphir. En conséquence, si l'on veut faire un PDO, il faut désormais plutôt adopter la configuration du piège dit "FORT" [73]. Cela implique donc un fonctionnement à grands désaccords, jusqu'à  $25\ \text{nm}$  en dessous de résonance de la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 2$ ) de la raie  $D_1$  à  $795\ \text{nm}$ . Dorénavant, notre système doit être aussi bon à  $780\ \text{nm}$  (résonance en mode cavité, fluorescence

<sup>49</sup> Cette "pseudo-équivalence" est donnée au sens où on attend une modification sensible du taux d'émission spontanée dans les deux types de cavité envisagés.

des atomes piégés) qu'à 820 nm (longueur d'onde extrême du piège dipolaire).

Pour cela, nous avons optimisé l'objectif pour trois longueurs d'onde, simultanément, à savoir 780, 795 et 810 nm. Le but était d'avoir une image au centre de la cavité pour les trois longueurs d'onde simultanément tandis que la position de "l'objet" serait propre à chacune d'entre elles. Ainsi, l'objet doit se trouver à l'infini pour  $\lambda = 810$  nm, à 350 mm pour  $\lambda = 795$  nm et à 121,7 nm pour  $\lambda = 780$  nm, du hublot de l'enceinte ultravide (voir figures V-24 (a) et (b)).

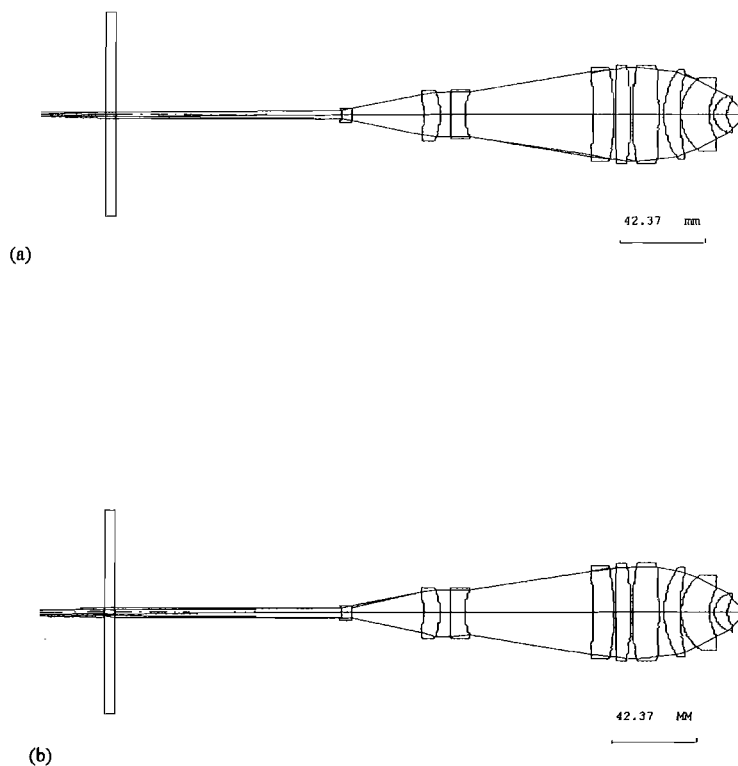


Figure V-24 : Tracé des rayons à 780 nm (a) et à 795 nm (b). Cela correspond à une position objet, par rapport au hublot UHV, de 121,7 mm et 350 mm, respectivement.

Cette phase d'optimisation ne fut pas aisée car les lentilles et une bonne partie de la mécanique étaient déjà réalisées lorsque nous nous sommes attachés à ce problème. Il aurait été plus facile de traiter ce problème de chromatisme en jouant sur la dispersion des verres utilisés et en particulier, en introduisant un doublet (deux, tout au plus).

Néanmoins, nous avons trouvé un compromis assez satisfaisant. Comme en témoignent les courbes de FTM de la figure V-25, la qualité de l'image, au centre de la cavité pour  $\lambda = 795$  nm et  $\lambda = 780$  nm, est tout à fait honorable.

Pour les longueurs d'onde intermédiaires (800-820 nm) du piège, il suffira de bouger la fibre par rapport à l'objectif de microscope Nachet pour conserver une conjugaison avec le centre de



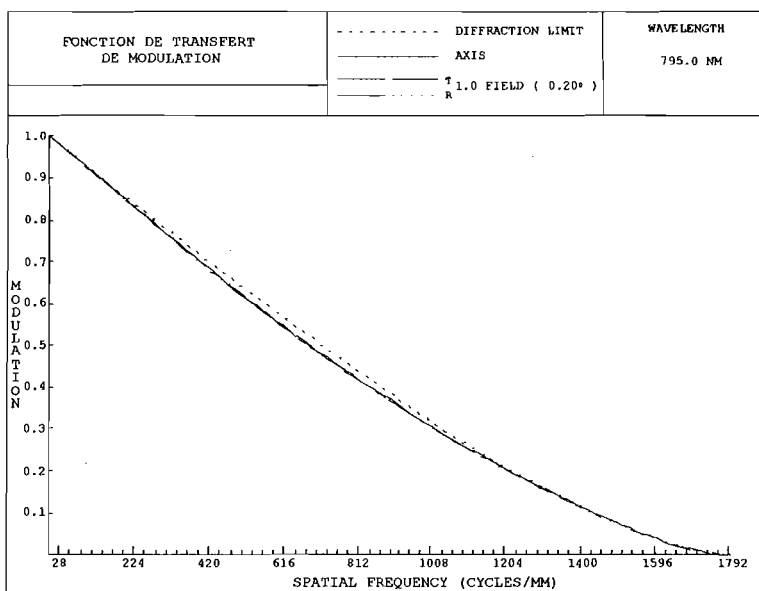
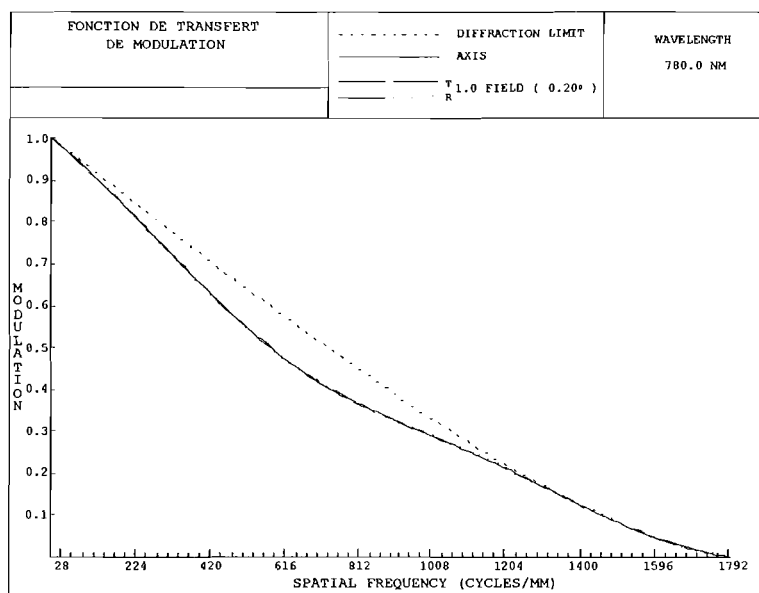


Figure V-25 : Fonctions de modulation de transfert pour les deux autres longueurs d'onde envisagées, 780 nm et 795 nm. La FTM, à 810 nm a été donnée dans la section correspondante.

la cavité. On a calculé les positions de la fibre pour des longueurs d'onde comprises entre 800 et 820 nm (voir tableau (V-65)).

$\lambda$	dist.obj.	$\lambda$	dist.obj.
800	7.219	811	9.942
801	7.939	812	10.007
802	8.423	813	10.064
803	8.782	814	10.115
804	9.050	815	10.161
805	9.261	816	10.202
806	9.430	817	10.239
807	9.569	818	10.273
808	9.685	819	10.304
809	9.784	820	10.332

(V-65)

Tableau (V-65) : On a optimisé la position de la fibre pour chaque longueur d'onde. En partant du résultat à 810 nm, qui correspond à une position de la fibre à 9.855 mm de l'objectif de microscope Nachet, on a changé la longueur d'onde d'utilisation, par pas de 1 nm, en demandant à Code V de retrouver la meilleure position de la fibre donnant, toujours une image au centre de la cavité.

## V.3 Autres propriétés du système

### V.3.1 Défocalisation de 10 microns

On s'est également intéressé à la profondeur de champ de notre système ; autrement dit, on a cherché à savoir ce qui se passait lorsque le faisceau focalisait à 10  $\mu\text{m}$  du centre de la cavité (sa position nominale).

Dans le paragraphe IV-2-1, on a décrit la distribution spatiale de l'éclairement dans le plan focal théorique. Si on s'éloigne de ce plan, la distribution en éclairement se complique beaucoup, comme le montre la figure V-26, qui représente les courbes d'égal éclairement dans le volume situé autour de la zone de focalisation du faisceau. On peut noter que l'éclairement, le long de l'axe optique, dans un plan transverse à celui-ci ne décroît pas de façon continue avec la défocalisation, mais passe par un ensemble de zéros, suivant la loi [92] :

$$\mathcal{E}(z) = \mathcal{E}_{MA} \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi z}{8N_{im}^2 \lambda} \right) \quad (\text{V-66})$$

où  $\mathcal{E}_{MA}$  est l'**éclairement maximal absolu** sur l'axe, calculé dans le paragraphe IV-2-1 et donné par l'équation (V-53) ;

et  $N_{im}$  est le **nombre d'ouverture image** du système  $N_{im} = (2 n \sin \alpha')^{-1}$ . Les zéros se situent donc à des intervalles de  $8N_{im}^2 \lambda$ , soit 3,24  $\mu\text{m}$  à 810 nm, de part et d'autre du point de

focalisation.

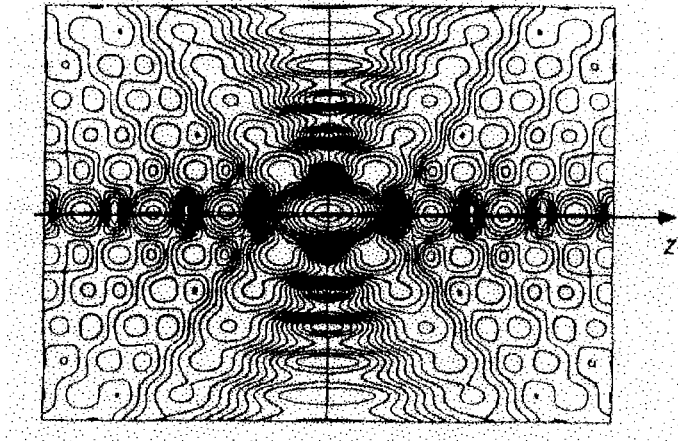


Figure V-26 : Éclairement près d'un foyer (le long de l'axe optique Oz) pour un système limité par la diffraction. Ici, sont tracées les contours d'isoéclairement.

Rappelons qu'on considère qu'un système est limité par la diffraction lorsque son éclairement sur l'axe est supérieur ou égal à 80 % de sa valeur idéale ( $\mathcal{E}_{MA}$ ), ce qui implique que la défocalisation le long de l'axe  $z$  demeure inférieure à  $\pm 2,9 N_{im}^2 \lambda$ . Pour rester limité par la diffraction à 800 nm, il ne faudra considérer que des défocalisations inférieures à 1,16  $\mu\text{m}$ .

Cette étude nous montre donc que l'on ne pourra pas imaginer notre source, de façon satisfaisante, en dehors du centre de la cavité qui correspond à une position de l'image à 9,8511 mm du dernier dioptré.

En particulier, si on a une image située en  $z_+ = 9,8611$  mm ou en  $z_- = 9,8411$  mm la fonction de transfert de modulation du système se dégrade assez nettement comme le montre les courbes (a) et (b) de la figure V-27.

On s'intéresse au même phénomène à 780 nm, par exemple, lorsqu'on a fait fonctionner notre système à l'envers afin de récupérer de la lumière de fluorescence des atomes. Cette fois, l'effet d'une défocalisation ne va pas systématiquement dans le même sens. Cela provient du fait que notre système n'est pas parfaitement corrigé du chromatisme axial. Ainsi, si on cherche à détecter de la lumière provenant d'un point situé à +10  $\mu\text{m}$  du centre de la cavité, cela devient très difficile, comme en témoignent la courbe (c) de la figure V-27, qui nous montre une dégradation sensible de la FTM. Par contre, la fluorescence provenant d'un point situé à -10  $\mu\text{m}$  du centre, sera détectée avec une qualité qui approche la limite donnée par la diffraction (voir courbe (d)). Au regard de ces simulations, on aura intérêt à déplacer le photodétecteur en conséquence, afin de se placer dans les meilleures conditions de détection.

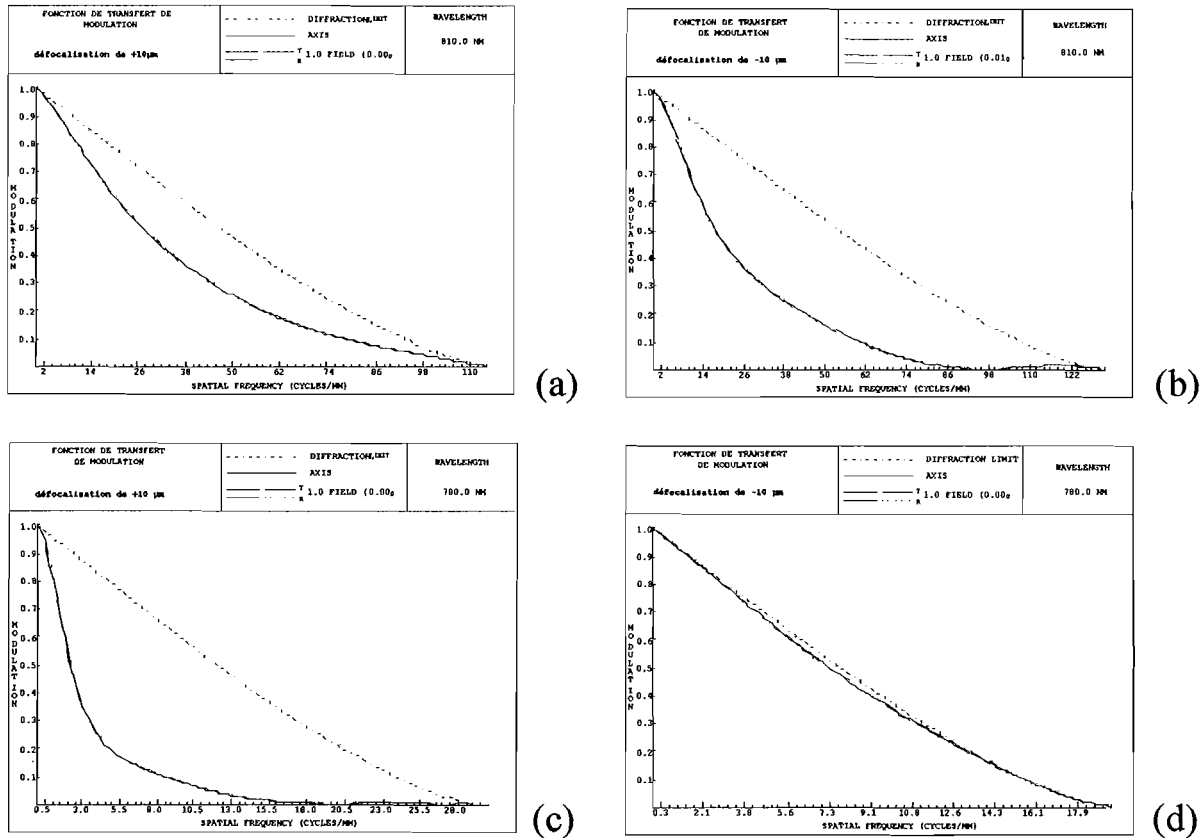


Figure V-27 : Fonctions de transfert de modulation pour deux longueurs d'onde d'utilisation : 810 nm sur les courbes (a) et (b) ; 780 nm sur les courbes (c) et (d) qui correspondent respectivement à une défocalisation dans le plan image de +10 μm et -10 μm. A cause des aberrations chromatiques, la dégradation n'a pas lieu dans le même sens pour les deux longueurs d'onde. Et tandis que cela se comporte comme une dégradation à 810 nm, une défocalisation de -10 μm améliore la fonction de transfert de modulation à 780 nm

### V.3.2 Waist de 5 microns dans la cavité

Dans la perspective d'autres expériences qui ne seront pas exposées ici, on a regardé également s'il était possible d'obtenir une taille de col du faisceau de 5 μm au centre de la cavité.

Pour cela, on fait marcher le système à l'envers, c'est à dire que l'on considère un objet au centre la cavité qui présente les caractéristiques de l'image désirée. On considère alors un waist de 5 μm au centre de la cavité, que l'on fait propager jusqu'en dehors de l'enceinte pour savoir à quel objet cela correspond. Autrement dit, la propagation nous donne une approximation très grossière de ce qu'il doit y avoir au niveau de la fibre.

Ce calcul préliminaire dit qu'il faudrait modifier le dispositif envisagé puisqu'un waist de 5 μm, au centre de la cavité, conduit à un waist de 8,2 μm "dans" la fibre. Autrement dit, il faut "reculer" la fibre de la distance indiquée par le calcul de *Code V<sup>R</sup>*, soit 1,1 mm. Mais surtout, il faudrait employer une fibre avec un diamètre de coeur plus important, à savoir 15 μm

environ, au lieu des  $5,6 \mu\text{m}$  de la fibre actuelle.

# PARTIE C : Réalisation expérimentale et première caractérisation

La mise en place de ce système au sein de l'enceinte ultravide nécessite, au préalable, un ensemble de précautions à prendre et de tests à effectuer. En effet, une fois le système en place, aucun réglage ne sera accessible de l'extérieur et il faudra donc s'assurer que tout se passe comme prévu par le logiciel de conception optique. De plus, il convient de définir et de concevoir<sup>50</sup> un système mécanique permettant le maintien des différentes lentilles et ce, avec la précision requise. Tout ceci sera l'objet du premier paragraphe. Dans un second paragraphe, nous verrons de quelle manière le montage optique fut réalisé, et qu'en particulier, certaines lentilles ont fait l'objet de réglages. Puis, nous présenterons les tests effectués pour qualifier notre système en exposant tout d'abord les différentes méthodes possibles puis les résultats obtenus. Enfin, dans un dernier paragraphe, nous montrerons les perspectives et les diverses possibilités de notre système, installé dans l'enceinte ultravide.

## I Monture de l'objectif

L'introduction d'un tel système au sein d'une enceinte ultra-vide n'est pas sans conséquence. En effet, la disposition utilisée lors de l'expérience de mesure QND ne peut plus convenir. Ainsi, il a fallu penser simultanément à un moyen de maintenir l'ensemble des lentilles en place, avec parfois des réglages sur site et à une disposition globale permettant d'incorporer tous les éléments nécessaires au PMO.

### I.1 Repenser l'enceinte

Tout d'abord, la mise en place de la monture de notre système ne pouvait plus se faire suivant l'axe vertical, comme la cavité employée dans l'expérience QND (voir chapitre III). Mais, en la positionnant dans le plan horizontal, les bobines servant à la production du champ magnétique devenaient gênantes. Ainsi, une des premières choses à modifier fut ces bobines de cuivre qui devront en particulier, subir une rotation de  $90^\circ$  par rapport à la configuration initiale (voir figure d'ensemble V-28).

De plus, si l'on se souvient des dimensions de la cavité (moins de 2 cm), on peut voir qu'il reste très peu de place pour le passage des faisceaux piège du PMO. En particulier, une configuration à  $90^\circ$  n'est plus possible. En effet, il ne faut pas oublier que notre PMO est chargé

<sup>50</sup> Tout ce travail revient à Pierre Fournet, du bureau d'études de l'Institut d'Optique. Il a entièrement dessiné l'ensemble des pièces mécaniques nécessaires à la réalisation de cet ensemble

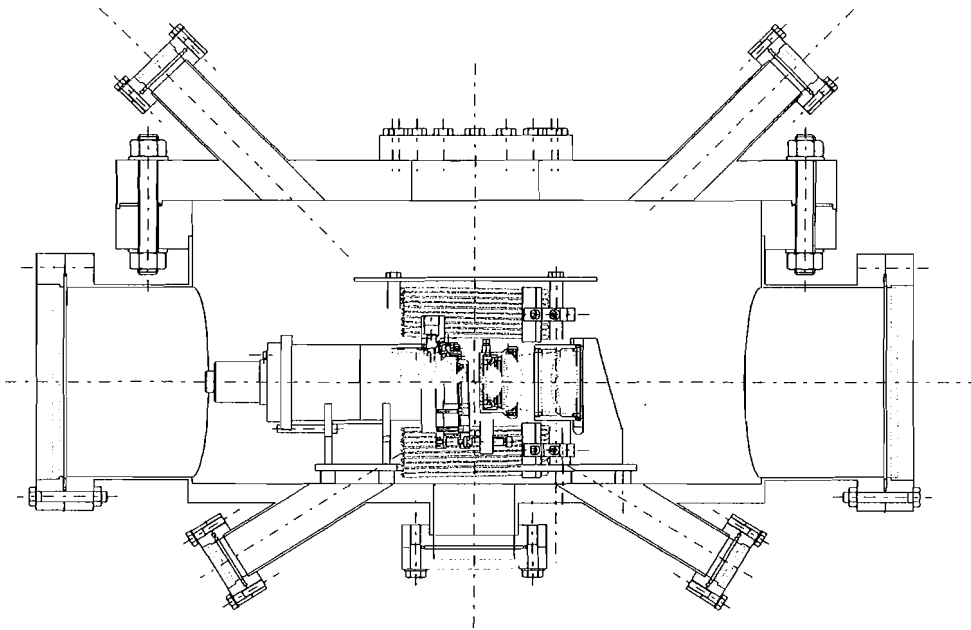


Figure V-28 : On reconnaît l'enceinte UHV qui a servi dans les expériences décrites dans les chapitres précédents. Maintenant, on a les bobines de cuivre dans un plan horizontal. En grisé pointillés, on retrouve l'ensemble des 13 lentilles du système complet : de la gauche vers la droite, on a "l'objectif" (dont on ne voit vraiment que les deux dernières lentilles,  $L_6$  et  $L_7$ ) puis la cavité (2 ménisques,  $L_8$  et  $L_9$ ), le ménisque en saphir et enfin ce que l'on a appelé l'arrière de la cavité (cf annexe C). Le centre de la cavité se situe exactement à l'intersection des deux axes horizontaux et verticaux de la figure. Il apparaît clairement que cette disposition est assez encombrante et qu'il ne sera pas aisé de faire passer de nombreux faisceaux (cf. texte).

à partir d'un jet d'atomes ralentis. Ainsi, la direction perpendiculaire au plan de la figure V-28 est la direction du jet. Comme le montre la figure V-29, il ne reste qu'une possibilité pour le passage de faisceau piège dans un plan perpendiculaire à la droite verticale, étant donné l'encombrement de notre système optique.

Afin d'avoir accès à ces ouvertures  $H_1$ ,  $H'_1$ ,  $H_3$  et  $H'_3$ , il nous faudra pivoter l'enceinte de  $45^\circ$  par rapport à sa position actuelle. Ceci sera en fait réalisé lors de l'introduction de l'objectif dans l'enceinte.

## I.2 Les pièces mécaniques

Étant données les tolérances de notre objectif, il fut assez rapidement décidé que les lentilles seraient montées dans un tube rectifié. Le positionnement relatif des lentilles serait alors obtenu grâce à des cales d'épaisseurs, assurant l'écart entre les lentilles, prévu par le logiciel de conception optique. Lorsque la précision requise ne pouvait être atteinte "directement" par un usinage mécanique, les cales furent rodées par les opticiens. Après une ébauche de la pièce, le plan de contact de la cale avec la lentille est rodé, ce qui nous assure une très bonne précision.

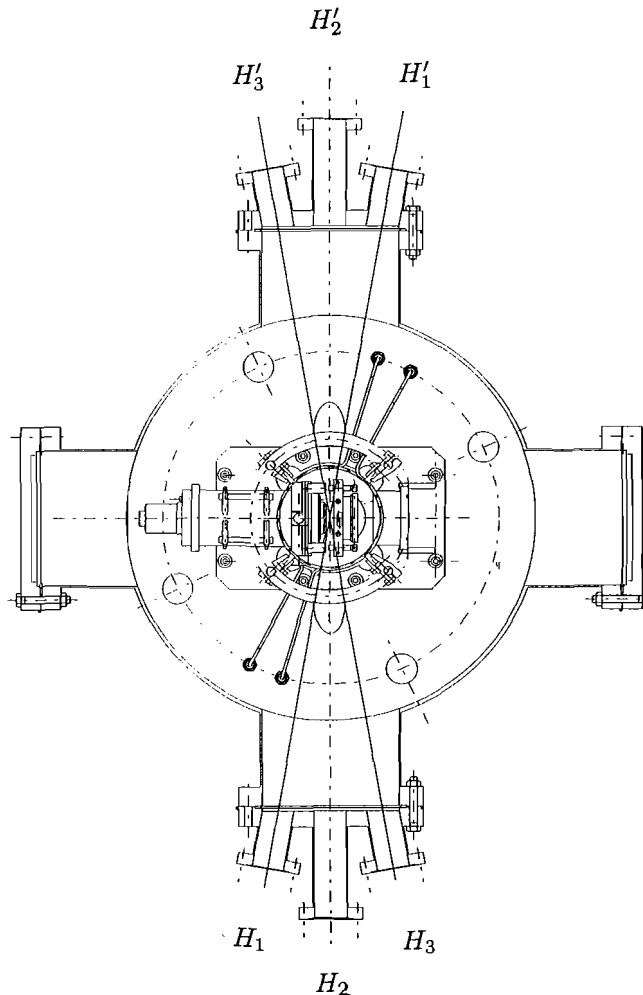


Figure V-29 : Vue de dessus de l'enceinte, à l'intérieur de laquelle se trouve en place le nouveau dispositif. Au centre, le cercle et les quatre traits obliques (connexions vers l'extérieur) représentent les bobines du champ magnétique. Le jet d'atomes arrivera par  $H_2'$ , tandis que les faisceaux de ralentissement entreront dans le hublot  $H_2$ . Les deux faisceaux piégés passeront par  $H_1$  et  $H_3$  et seront réfléchis par des miroirs orientables en  $H_1'$  et  $H_3'$ . Ils feront donc un angle de  $20^\circ$  entre eux, ce qui n'est pas optimal pour un bon PMO ; mais ici le but n'est plus d'avoir une forte densité d'atomes piégés.

Cette technique fut adoptée dans deux cas, en particulier :

1) Pour les lentilles de type "ménisque". La face concave de la lentille a toujours été réalisée avec un méplat. Par contre, "l'épaisseur au bord", notée  $e_b$  sur la figure V-30 est très mal définie. Pour la vérification des cotes, les opticiens effectuent une mesure globale (i.e. de la distance  $d$ ) et corrige la cote  $e_b$  en retravaillant la cale (voir schéma (b)).

2) pour les lentilles sphériques "bombées" (c'est-à-dire convexes). Dans ce cas, la lentille s'appuie sur une listel<sup>51</sup>. Or mécaniquement, il n'est pas souhaitable de travailler avec une arête vive qui est délicate à manipuler (risque de blessure), fragile et qui présente souvent des bavures, surtout avec l'inox. C'est pourquoi, les pièces sont ébauchées avec une épaisseur très légèrement supérieure à l'épaisseur idéale, mais avec, par contre, une très bonne précision sur

<sup>51</sup> C'est l'intersection d'un plan et d'un cylindre ou d'un cône et d'un cylindre ; ce qui forme une **arête franche**.



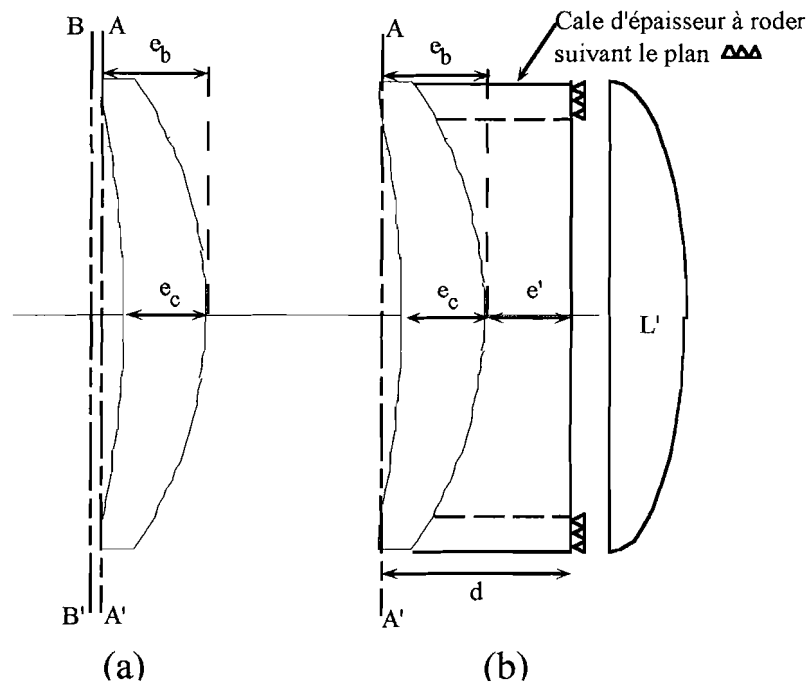


Figure V-30 : Ce qui compte pour les conjugaisons optiques, c'est l'épaisseur au centre  $e_c$ , ainsi, peu importe de couper la lentille suivant le plan  $AA'$  ou  $BB'$  mais alors l'épaisseur au bord  $e_b$  est très mal connue. Or, pour positionner la lentille suivante ( $L'$ ), c'est cette distance qui est essentielle. C'est pourquoi, on a utilisé cette technique du rodage qui permet, connaissant  $e'$  (la distance à la prochaine lentille) d'évaluer la distance  $d$  et ainsi de polir la cale jusqu'à ce que cette distance requise soit atteinte.

le diamètre. Puis on rode les plans pour avoir une intersection franche et on usine un chanfrein de 0,1 mm (voir figure V-31).

Nous allons maintenant discuter du barillet qui maintient le ménisque de la cavité. C'est une partie délicate de la monture. En effet, les dimensions de ce dernier étaient trop petites pour pouvoir être maintenu de la même manière que les autres lentilles. De plus, étant donnée l'ouverture, les rayons extrêmes passent très près du bord (cf. figure V-10) et il y avait donc un risque de diaphragmation. Plusieurs solutions avaient été envisagées ; en particulier, de le coller, bien que le choix de la colle ne soit pas aisé car il fallait répondre à plusieurs contraintes (cela nécessitait l'emploi d'une colle verre-inox, supportant un étuvage jusqu'à 150°C, ne se déformant pas dans l'ultravide, etc. . . ). Ainsi, il avait été envisagé de mettre un réglage en X,Y sur cette lentille pour pallier à ces problèmes éventuels.

Finalement, le ménisque a été collé, à l'aide d'une colle UV, sur une couronne en silice (voir photo V-33). Cette solution présente l'avantage d'être précise, au sens où le centrage est assuré avec précision meilleure que les tolérances de cette lentille (soit 50  $\mu\text{m}$  en X,Y). Cependant, comme cette solution n'a été adoptée qu'après la conception de la mécanique, on verra dans

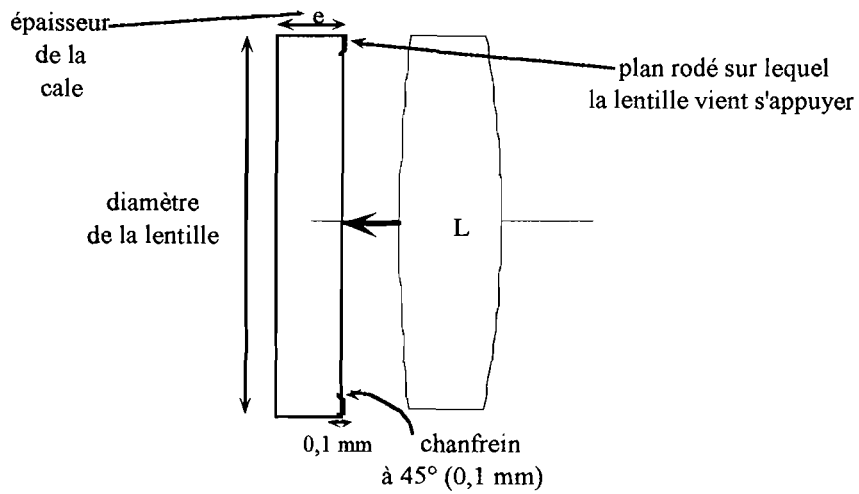


Figure V-31 : Grâce à la précision sur les diamètres, et au logiciel de dessin assisté par ordinateur, utilisé par Pierre Fournet, on peut définir assez proprement le point de contact de la lentille sur la cale. Ainsi, la cote d'épaisseur de la cale tient compte du chanfrein, ce qui procure une précision meilleure que les 100 microns requis par le programme de tolérancement.

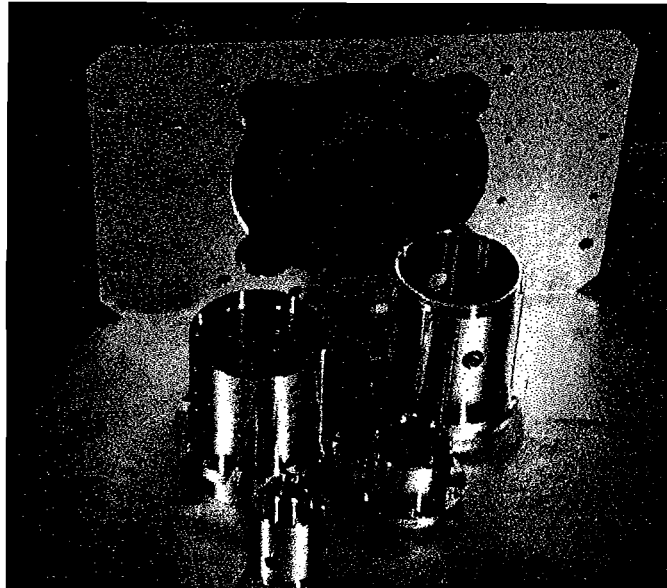


Figure V-32 : Photo des tubes rectifiés utilisés pour l'assemblage des lentilles. En arrière plan, on voit la plaque sur laquelle sera posé l'ensemble.

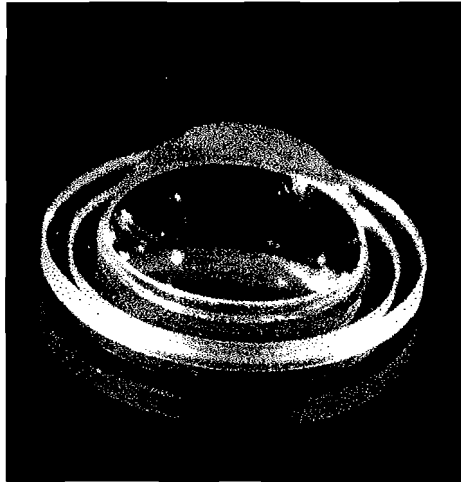


Figure V-33 : Photographie du dernier ménisque en silice de la "cavité" ( $L_9$ ). Il a été collé sur une couronne en silice, ce qui permet de le maintenir plus facilement. Après vérification des opticiens, le défaut de centrage n'excède pas 10 microns et la "casquette", due au collage est inférieure à 5 microns.

le paragraphe II.2, que le réglage, initialement prévu, a substitué mais qu'il ne sera pas d'une grande utilité. Notons enfin que pour éviter les problèmes de dégazage, de nombreux trous ont été percés dans le tube, comme en témoigne la photo de la figure V-32.

Par contre, la lentille en saphir qui ferme la cavité, fut plus délicate à maintenir. En effet, il fallait prévoir non seulement un système de réglage à l'aide de céramiques piézoélectriques mais encore un moyen de chauffer de façon uniforme et efficace la lentille, afin de modifier son rayon de courbure (voir paragraphe b). Par ailleurs, pour effectivement former une cavité, cette pièce doit être positionnée de manière précise par rapport au tube dans lequel sont insérés, entre autres, les deux ménisques en silice ( $L_8$  et  $L_9$ ).

Tout ceci a donné lieu à une pièce mécanique compliquée photographiée ci-dessous.

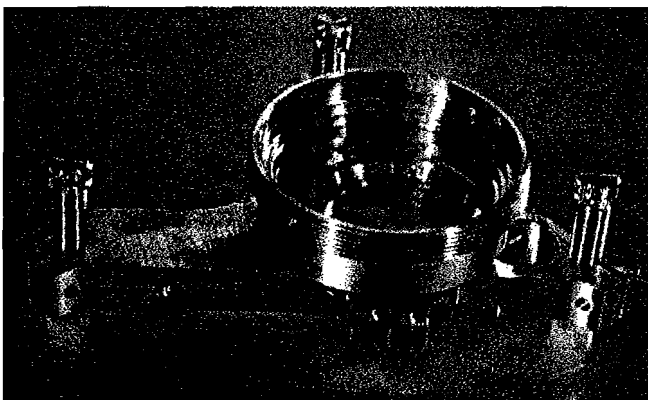


Photo de la pièce mécanique qui sert à maintenir la lentille en saphir. On aperçoit au centre le radiateur en cuivre qui servira à chauffer le ménisque.

Les trois vis reposent des céramiques "trait - point - plan".

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe III.2, on cherche à collecter un flux lumineux en sortie de la cavité. Pour cela, il y a en plus de la lentille en saphir, trois autres lentilles montées dans un ensemble que l'on retrouve sur le schéma d'ensemble de la figure V-34. Sur cette figure, on peut voir également que le tout repose sur une plaque qui permet de tenir à la fois les bobines de cuivre servant au champ magnétique et le système optique. Ceci nous assure un centrage mécanique et une meilleure stabilité de l'ensemble.

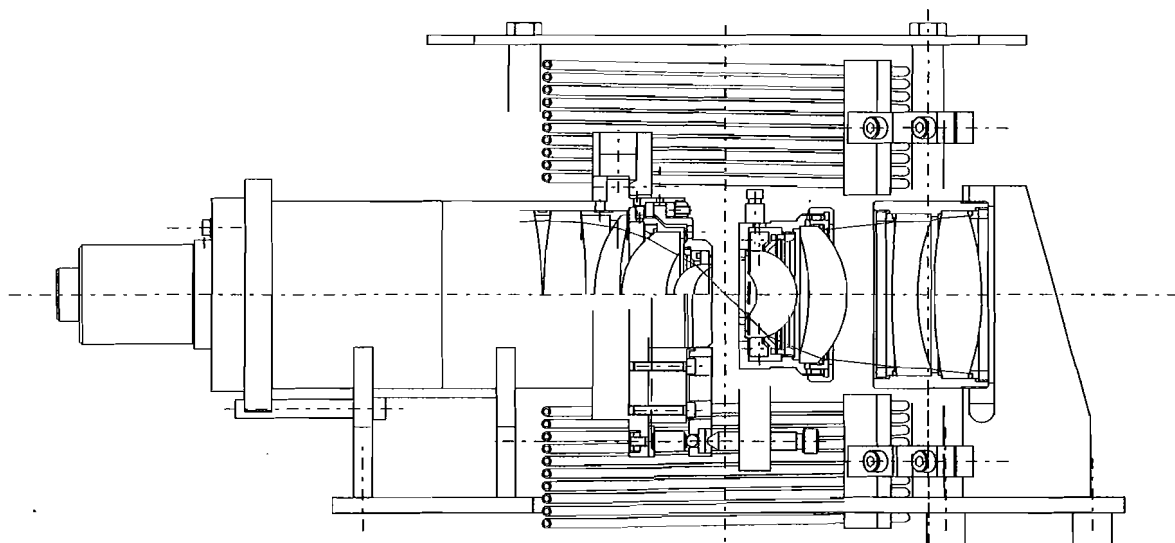


Figure V-34 : Vue d'ensemble du système qui sera déposé au sein de l'enceinte ultra-vide.

## II Montage optique

Lorsque les différents éléments furent réalisés, il a fallu procéder au montage de l'ensemble. Toutes les pièces mécaniques (au total près de 100 !) ont été réalisées à l'atelier de mécanique de l'Institut. Sur les treize lentilles qui constituent le système optique complet, sept ont été polies par les opticiens de l'Institut. Parmi elles, il y avait, en particulier, les plus délicates à réaliser, comme les deux ménisques en silice et la lentille en saphir. Les six autres ont été sous-traitées à une société commerciale.

Nous verrons que le montage comporte deux étapes : le montage proprement dit (paragraphe II.1) qui sera suivi par une phase de réglage (paragraphe II.2).

## II.1 Le montage proprement dit

Comme pour le travail de conception optique, nous ne parlerons que de la partie précédant la cavité. Tout ce qui concerne le sous-ensemble, qui se trouve en aval de la cavité, et en particulier, son montage, est regroupé dans l'annexe C de ce chapitre. Le montage de la partie avant se résume donc à l'assemblage des neuf premières lentilles.

**Remarque :** Il est essentiel de signaler ici, que les cotes de toutes les lentilles ont été vérifiées après leur fabrication. Cela nous a permis de "modifier" le fichier *Code V<sup>®</sup>* en utilisant les valeurs "réelles" des rayons de courbures, et des épaisseurs des lentilles. Ainsi, nous avons pu réoptimiser les distances entre lentilles (dans des limites raisonnables) afin de parfaire la qualité image. En ce sens, le calcul de tolérances, présenté dans le paragraphe IV.4, est pessimiste puisque pour ainsi dire, on n'a plus d'incertitude sur les paramètres qui ont remesurés. Ainsi, l'épaisseur du dernier ménisque (correspondant à la tolérance sur la surface 29 (s.29) des fichiers *Code V<sup>®</sup>*) ne sera plus vraiment à l'origine d'une dégradation éventuelle du front d'onde. Or, nous avons noté qu'elle entraînait la plus importante détérioration de la qualité image (défaut  $RMS = 0,046 \lambda$ ) que l'on peut dès lors pratiquement supprimer du calcul. On a alors un système optique qui devra être limité par la diffraction, au sens du critère de MARECHAL ( $\sigma_{\Delta RMS} \leq \lambda/14$ ).

La nouvelle optimisation des distances séparant les lentilles, nous a permis de faire roder les cales d'épaisseur avec une meilleure précision ; celles-ci ayant toutes été réalisées avec une épaisseur initiale plus grande que le premier calcul.

Comme nous l'avons déjà dit, les neuf lentilles se répartissent en groupe, de la manière suivante :

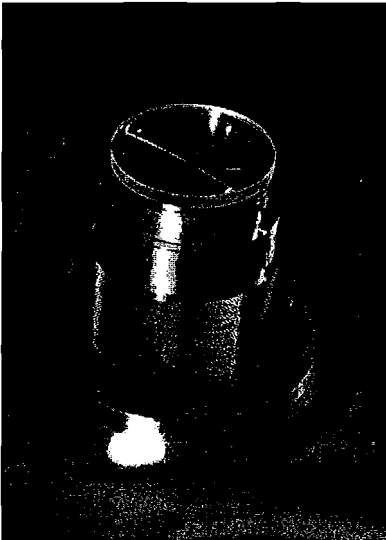
- $L_1$  à  $L_3$  forment le premier groupe.  $L_1$ , qui est la petite lentille du montage, de diamètre 15 mm, est maintenue dans un barillet.  $L_2$  et  $L_3$  sont montées dans un tube de diamètre 30 mm, dans lequel on viendra visser le barillet de  $L_1$ .
- $L_9$  (le dernier ménisque de la cavité) est montée dans un barillet indépendant qui sera mis en place en dernier.
- $L_8$  est également introduite dans son barillet que l'on fixe sur le tube principal.
- enfin  $L_4$  à  $L_7$  forment un dernier groupe qui sera monté dans ce tube.

La partie la plus délicate du montage est justement "d'enfiler" les différentes lentilles dans leur tube. Il faut savoir, en effet, que le diamètre du tube a été usiné de manière à avoir 5/100<sup>ème</sup> de millimètre de jeu (50  $\mu\text{m}$ ) par rapport au diamètre des lentilles qui ont été débordées. En effet, après leur fabrication, leur diamètre a été mesuré et le tube, usiné en fonction de cette mesure. Au passage, notons que le calcul des tolérances a été effectué avec  $\pm 50 \mu\text{m}$  pour le décentrement (DSX et DSY) des lentilles ; par conséquent, le tube utilisé en réalité devrait être beaucoup mieux puisque le jeu global de 50  $\mu\text{m}$  apporte une meilleure précision.

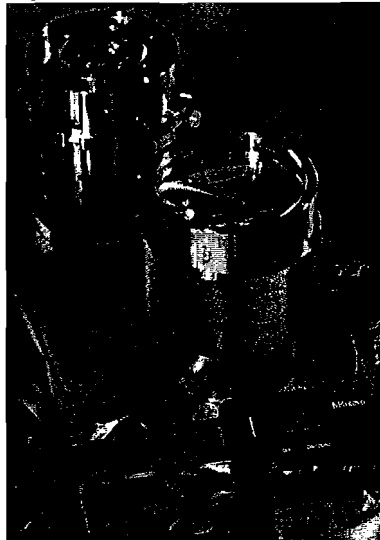
Par contre, cela implique que nous n'ayons pas droit à l'erreur. Etant donné le jeu, il convient d'être prudent. Il y a, en effet, de forts risques de mettre une lentille de travers dans le tube et de la coincer, ce qui pourrait être irrémédiable. Il a fallu réfléchir soigneusement et au préalable,

à la façon dont seraient montées les lentilles. Pierre FOURNET a finalement mis au point une technique qui a fait ses preuves et que nous allons présenter. Signalons auparavant, qu'étant donnée le regroupement des lentilles, le tube principal est en deux parties qui se vissent l'une par rapport à l'autre. Cela permet en outre, d'avoir à enfiler les lentilles sur une distance moins importante et ainsi de diminuer les risques de coincement.

La mise en place de chaque lentille dans le tube comporte ensuite quatre étapes qui sont illustrées par des photos réalisées par Serge EQUILBEY, au moment du montage définitif.



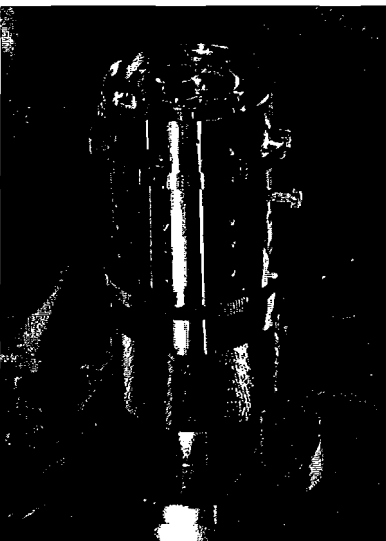
(1)



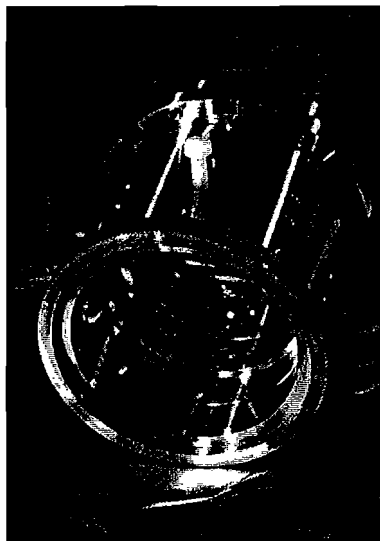
(2)

(1) Tout d'abord, on place la lentille et sa cale sur un support dont la hauteur est approximativement celle du tube et dont le diamètre est celui du tube (- les 50  $\mu\text{m}$  de jeu). Autour du pied (en dural), on place un guide en laiton.

(2) On remonte ce guide en laiton jusqu'à la lentille et on le maintient par une vis nylon, située sur le côté. Cela permet de protéger l'optique tant que le tube (au second plan) n'est pas en place. On voit ici les dimensions typiques des éléments manipulés : en particulier, le diamètre de 54 mm des lentilles.



(3)



(4)

(3) On a pu remarquer sur la photo précédente une "bague" en laiton à la base tube et qui est en fait vissée sur celui-ci (sur le pas de vis laissé libre lorsque l'on a retiré la seconde partie du tube). Le

diamètre intérieur de cette bague prend deux valeurs, comme on le verra mieux sur la photo suivante. Le premier correspond au diamètre extérieur du guide en laiton ; et, le second, à celui des lentilles. Ainsi, il ne reste plus qu'à libérer le guide (maintenu par sa vis en nylon) et la lentille est ainsi mise en place dans le tube, sans trop de difficulté.

(4) Sur le tube, ont été prévus des pas de vis pour maintenir les lentilles, au fur et à mesure du montage. Avant de retirer le tube du support, on remet donc la vis en nylon en face de la lentille qui vient d'être mise en place. Sur la photo, il reste une dernière lentille à monter suivant les quatre étapes que l'on vient d'exposer.

Ces photos concernent plus particulièrement le montage du groupe  $L_4 \rightarrow L_7$ . Mais une technique tout à fait analogue a été mise en oeuvre pour la mise en place des lentilles  $L_1 \rightarrow L_3$ , en utilisant un support dont le diamètre était adapté à celui des lentilles. Il faut maintenant régler ce groupe par rapport au tube principal.

## II.2 Réglages préliminaires

Nous verrons en effet que les réglages définitifs n'auront lieu qu'après la caractérisation de notre système. Cependant, il a fallu dans un premier temps centrer, le mieux possible, les différents groupes les uns par rapport aux autres.

Sur le groupe  $L_1 \rightarrow L_3$ , on installe le dispositif de réglage, composé de 2 vis à  $90^\circ$  l'une de l'autre et retenues par une "pompe" (voir figure V-35(b)). Il faut maintenant se rappeler des conjugaisons optiques, et aussi du fait que le dernier ménisque n'est pas encore en place. Ainsi, d'après ce que l'on a vu en partie B, l'objectif effectue une conjugaison  $\infty$ -centre de courbure.

On prépare donc un faisceau laser collimaté (diode laser à 800 nm, couplée dans une fibre optique, en sortie de laquelle, on met l'objectif de microscope Nachet). On envoie celui-ci sur l'objectif et on observe son image au centre de courbure du premier ménisque grâce à un viseur auto collimateur (voir figure V-35).

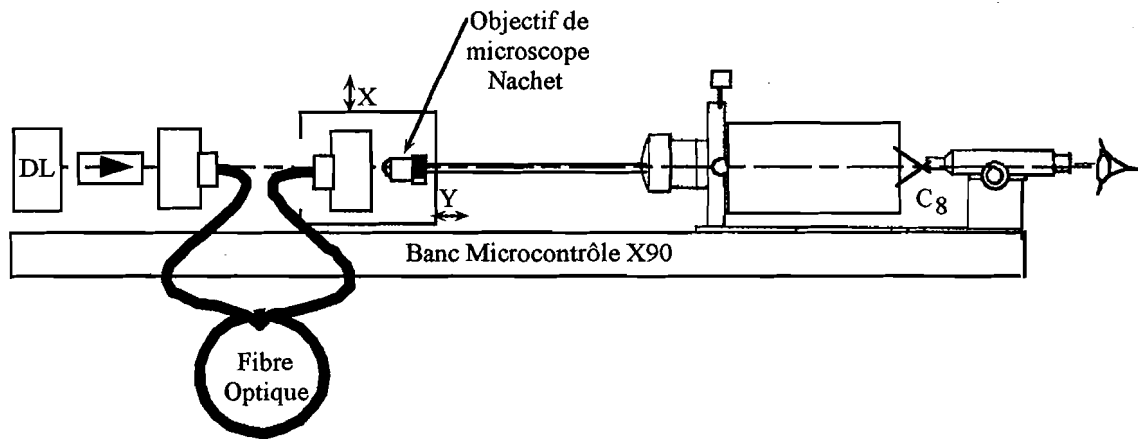


Figure V-35 : Montage effectué lors du réglage préliminaire. Le faisceau parallèle incident doit focaliser au centre de courbure  $C_8$  du ménisque  $L_8$  que l'on pointe à l'aide du viseur situé derrière l'objectif. On joue ensuite sur le centrage du groupe  $L_1 \rightarrow L_3$ , grâce aux vis de réglage, pour amener l'image sur le centre de courbure  $C_8$ .

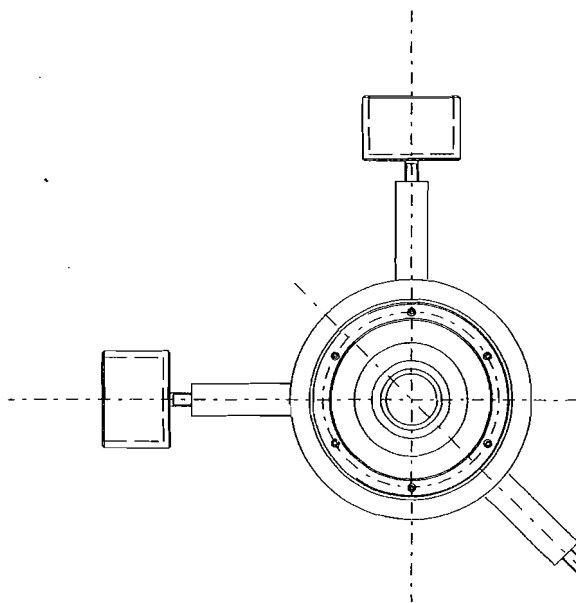


Figure V-35(b) : Vue de face du système de réglage. Le dessin correspond en fait à la lentille  $L_9$ . Le mouvement des vis de réglage est assuré par une pompe (poussoir avec ressort de rappel) et de fines tiges qui vont transmettre le mouvement à la pièce mobile, en l'occurrence le barillet du dernier ménisque qui sera ensuite fixé définitivement par les 6 grains. Le principe était exactement le même avec le groupe  $(L_1 \rightarrow L_3)$ . Ce système de réglage a été conçu par Gérard Tissot.

Sur le principe, c'est assez simple. Mais, en réalité, nous allons voir que différents éléments ont conduit à l'obtention d'un réglage tout à fait approximatif.

- (1) La longueur d'onde de la diode laser (800 nm) ne correspond pas à la conjugaison annoncée.



En effet, le faisceau parallèle incident n'est valable que pour  $\lambda = 810$  nm. Le réglage du faisceau incident adéquat était donc plus délicat à obtenir. Pourtant, ce problème n'a pas été le plus limitant, étant donnée l'étude effectuée en fonction de la longueur d'onde, que nous avons pu utiliser à ce moment là (cf. tableau (V-65)).

- (2) Par contre, l'extension, justement, de la plage de longueur d'onde d'utilisation ne nous a permis de conserver une conjugaison parfaite de type YOUNG-WEIERSTRASS sur les deux ménisques. Rappelons en effet que nous avons réalisé cette étude après la fabrication des lentilles. De ce fait, nous n'avons pu que les bouger les unes par rapport aux autres, sans les modifier elles-mêmes. La distance entre  $L_8$  et  $L_9$  a été en particulier changée, ainsi que la conjugaison de "l'objectif" ( $L_1 \rightarrow L_7$ ), ce qui a eu pour conséquence de déplacer l'image donnée par l'ensemble des lentilles  $L_1$  à  $L_8$ . Celle-ci n'est plus située dans le plan du centre de courbure, ce qui devient gênant pour effectuer notre réglage. En effet, nous avons été contraints de défocaliser le viseur pour voir nette l'image donnée par notre système optique. Par conséquent, nous n'étions plus assurés d'être sur l'axe optique et donc, de faire un réglage correct.
- (3) Enfin, le système étudié a été conçu pour donner une image limitée par la diffraction, avec une ouverture numérique de 0,7. Or, l'objectif de microscope du viseur autocollimateur ne présente pas les mêmes caractéristiques ! Nous allons nécessairement regarder une image dont la qualité sera inférieure à celle donnée par notre objectif.

Néanmoins, un réglage a été effectué en tirant le meilleur parti des informations ainsi acquises. On a recommencé la procédure avec le ménisque  $L_9$ , qui disposait également d'un réglage, davantage présent pour des raisons "historiques" que pour améliorer effectivement la qualité de l'image, comme nous l'avons déjà dit.

Nous devons maintenant vérifier la qualité de l'image obtenue, par une méthode indépendante (qui soit, en outre, plus fiable).

### III Test de la qualité optique de l'objectif

Le contrôle des performances d'un système est un problème assez général et fondamental de l'optique instrumentale. Il est souvent utile de contrôler la qualité d'un instrument et, en particulier, de mesurer les aberrations afin de les comparer à celles prévues par le calcul. Pour cela, il existe une multitude de méthodes. Pour un passage en revue de celles-ci, on peut se reporter à l'annexe E. Ici, nous ne parlerons que de celle que nous avons effectivement mise en œuvre (§ III.1). Puis nous présenterons le montage que nous avons retenu et les premiers résultats. Enfin, dans le paragraphe III.3, nous discuterons des réglages qui ont permis d'optimiser complètement notre système, ainsi que des caractéristiques finales de la tache image.

## III.1 Enregistrement de la réponse percussionnelle

Dans l'annexe E, nous discutons des différentes méthodes que nous avons envisagées pour tester la qualité optique de l'objectif. Nous avons finalement entrepris l'acquisition de l'image d'un point source à travers notre système optique sur une caméra CCD, autrement dit, nous avons directement enregistré sa réponse percussionnelle.

La caméra utilisée doit présenter une très grande dynamique. En effet, si, comme on s'y attend, on observe une tache d'AIRY, nous devons être en mesure d'estimer la quantité d'énergie contenue dans le premier anneau. C'est à dire que l'on doit être capable de voir, pour le premier anneau de diffraction, une amplitude qui vaut 1,8 % de l'amplitude maximum (au centre de la tache). Pour une caméra CCD "standard", c'est à dire avec une sortie analogique, suivie d'une carte de numérisation 8 bits, ce pourcentage est noyé dans le bruit de numérisation si l'on ne veut pas saturer l'image au centre. Il est donc nécessaire d'employer une caméra numérique 12 bits, sur laquelle on enregistre la forme de la tache. La valeur de chaque pixel étant proportionnelle à l'éclairement reçu, on reconstitue ainsi des courbes à trois dimensions du même type que celles calculées par *Code V<sup>R</sup>* (cf. figures V-16 ou V-22 de la partie B). On peut alors évaluer le rayon de la tache réelle et le comparer à la valeur théorique.

Cette dernière méthode a eu notre préférence bien que des difficultés techniques, liées à la caméra, ne lui étaient pas favorable au départ. Nous allons voir maintenant plus en détails le montage réalisé pour cette caractérisation et les résultats que nous avons ainsi pu obtenir.

## III.2 Les premiers résultats

### III.2.1 Le montage expérimental

Pour observer l'image d'une source ponctuelle, nous avons placé devant l'objectif une lame aluminée qui comporte toujours une multitude de trous dont certains possèdent une taille bien inférieure au micron. Ces points sources pourront être éclairés par n'importe quel rayonnement monochromatique autour de 800 nm, évitant ainsi les problèmes de chromatisme soulevés par d'autres méthodes (cf annexe E). On utilise donc une diode laser fibrée, comme sur la figure V-35. Le faisceau d'éclairage, mis en forme par l'objectif de microscope Nacet, est légèrement focalisé sur la lame. Et, on regarde l'image de ces trous sources sur une caméra grâce à notre système optique (voir figure V-36). Le fait d'utiliser ici directement notre système évitera les problèmes liés à l'ouverture (pas d'optique annexe).

L'objectif est fixe. Par contre, la lame aluminée est montée sur des platines de translation (X, Y et Z). Il est essentiel de pouvoir régler la focalisation afin de se placer parfaitement dans le plan du centre de courbure qui est alors considéré comme un point objet.

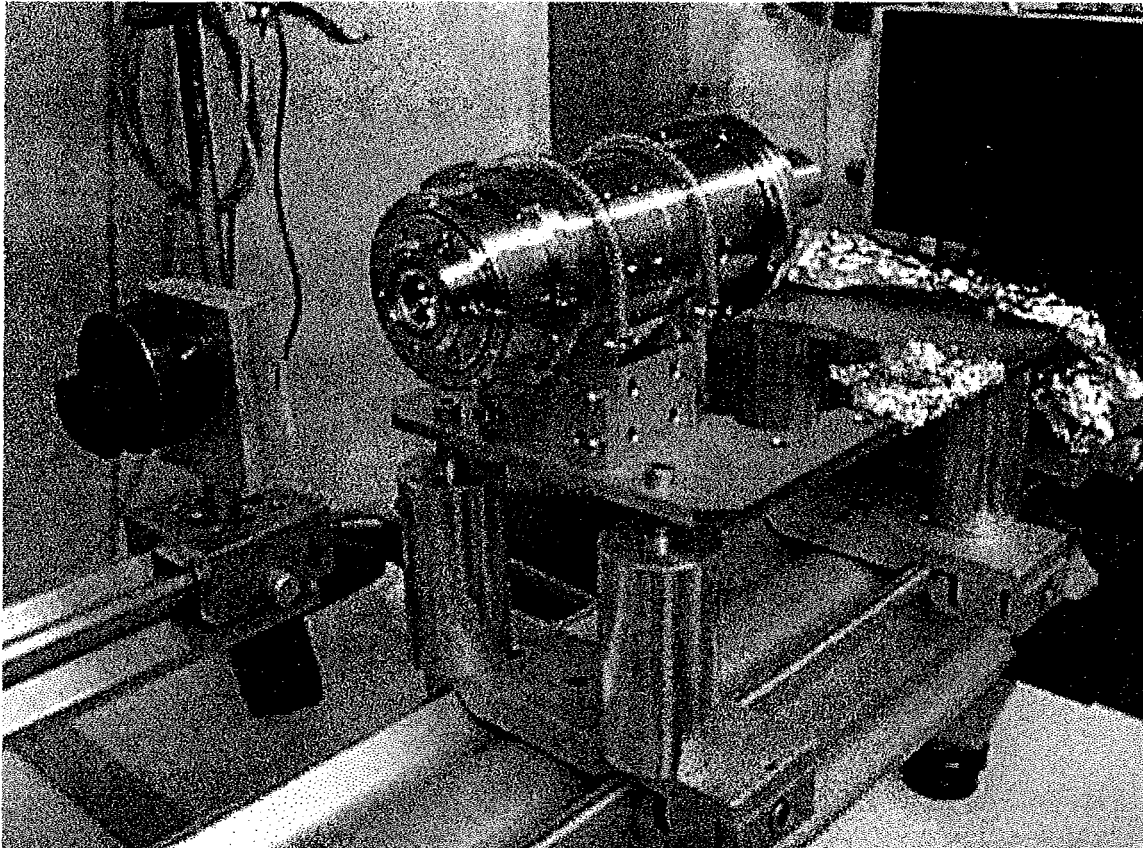


Figure V-36 : Sur cette photo du montage effectivement employé, le système optique fonctionne à l'envers. La lame aluminée était située dans le plan du centre de courbure de la lentille  $L_9$ . En sortie de l'objectif, on place la caméra (en haut, à droite de la photo) à une trentaine de centimètres.

**Remarque :** Si l'on considère le système fonctionnant "à l'endroit", le centre de courbure est en effet le point image quel que soit la longueur d'onde considérée. Et le point objet est déplacé de  $+\infty$  à 810 nm, à 12 cm à 780 nm. En d'autres termes, pour notre montage actuel, c'est l'image qui se rapproche, ce qui est préférable puisque notre caméra, que l'on a placée sur le banc est nécessairement à distance finie.

La caméra a également été montée sur une platine de translation transversale, la hauteur étant réglable "à la main" et, on a vu qu'elle avait été placée le plus loin possible sur le banc. La caméra utilisée est une caméra *Sensys<sup>TM</sup>*, numérique 12 bits, de Photometrics (ref : *KAF 0400 CCD*) dont la CCD est refroidie à 10°C par un Peltier. Son rendement quantique vaut typiquement 40 % entre 550 et 820 nm. Enfin, ses dimensions horizontale et verticale donnent une surface sensible de 758 × 512 et la taille d'un pixel est de 9 μm × 9 μm.

### III.2.2 Les images préliminaires

Nous avons pu constater tout d'abord que la focalisation était très sensible, ainsi que le prévoyait le calcul par *Code V<sup>R</sup>* (cf. paragraphe V-3-1). Les photos de la figure V-37 corre-

spondent à des positions de la lame aluminée qui diffèrent de quelques dizaines de microns.

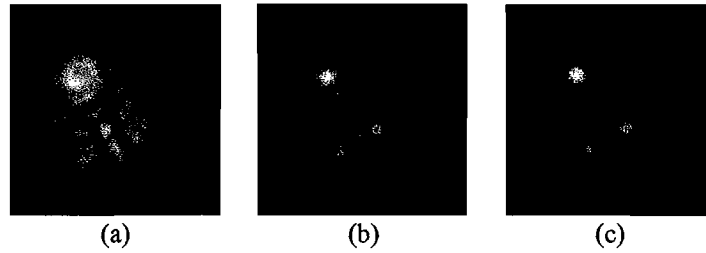


Figure V-37 : La position des trous objets est critique, comme en témoignent ces photos. On a suivi plus particulièrement trois trous : la dernière image correspond à la mise au point tandis que les autres ont été obtenues pour une position de la lame au delà du centre de courbure.

On peut remarquer que les trous de la figure V-37 sont bien circulaires. Pour arriver à cette symétrie circulaire, nous avons dû déplacer (verticalement et horizontalement) la caméra car, au début de l'observation, la tache image présentait de la coma. Cependant, nous n'étions pas en mesure de savoir, si pour autant, cela signifiait que l'objectif était mal réglé ; autrement dit, si c'était de la coma de champ ou d'excentrement.

Pour le savoir, nous avons remis en place le viseur autocollimateur, à la place de la lame aluminée, en prenant soin auparavant de repérer un trou image au centre de l'écran, donc au centre du champ image. Nous avons ensuite pointé le centre de courbure du ménisque  $L_9$ , puis regardé sur la caméra si le réticule image se trouvait également au centre du champ. Il s'est avéré que non, ce qui signifiait que la coma observée provenait d'un mauvais centrage de certaines lentilles de l'objectif.

Comme lors des réglages préliminaires, grâce à *Code V<sup>R</sup>*, nous avons simulé, sur le diagramme de points, l'effet d'un défaut de centrage de quelques dizaines de microns sur les éléments qui disposent d'un réglage, à savoir,  $L_9$  et le groupe de lentilles  $L_1 \rightarrow L_3$ . Et, nous avons comparé la forme de la tache image ainsi calculée à celle que nous voyions effectivement. A nouveau, il est apparu que seul le centrage du groupe  $L_1 \rightarrow L_3$  était critique et semblait pouvoir être à l'origine de la coma observée.

Il nous restait à trouver une procédure pour effectuer correctement le réglage.

### III.3 Le réglage final

#### III.3.1 La procédure

Les simulations de *Code V<sup>R</sup>* nous ont appris en outre qu'en bougeant le groupe  $L_1 \rightarrow L_3$ ,

l'image serait très peu déplacée, au contraire d'une action sur  $L_9$ . En quelques chiffres, résumons la situation. On considère un décentrement identique, de  $50\ \mu\text{m}$ , sur  $L_9$  puis sur  $(L_1 \rightarrow L_3)$ .

	Décentrement	Déplacement de l'image	Le meilleur champ
$L_9$	$50\ \mu\text{m}$	$38\ \mu\text{m}$	suit l'image
$L_1 \rightarrow L_3$	$50\ \mu\text{m}$	$4\ \mu\text{m}$	se déplace de 2,5 mm, soit $25\ \mu\text{m}$ dans l'espace objet

(V-67)

Tableau(V-67) : Effet d'un défaut de centrage sur l'image donnée par l'objectif. On appelle "meilleur champ", celui qui donne une image exempte d'aberrations. Sur le diagramme de points calculé, elle sera la plus petite et la plus circulaire possible.

Ces informations sont très intéressantes car elles signifient que nous sommes en mesure de "suivre" le même trou pendant toute la phase du réglage.

– **Première étape :**

On pointe le centre de courbure et on déplace la caméra de sorte que le réticule image se situe au centre de l'écran. Cela nous donne la position de l'image du centre de courbure de  $L_9$  sur la caméra que l'on ne bougera plus dès lors.

– **Seconde étape :**

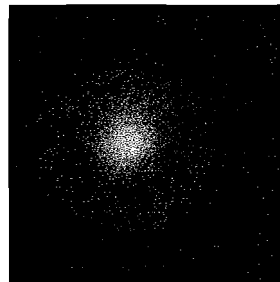


Figure V-38 : Image d'un trou présentant de la coma. Outre la forme traditionnelle en goutte d'eau de la tache, on peut voir que les anneaux sont dissymétriques. En particulier, ici, l'anneau noir a disparu sur le haut de l'image.

On remet en place la lame aluminée et on observe l'image des trous sur l'écran (voir figure V-38). Comme précédemment, les images sont entachées de coma qu'il va nous falloir supprimer. On remet les vis de réglage munies de la pompe, sur le groupe  $L_1 \rightarrow L_3$ , pour le recentrer, afin de rendre à la tache image sa symétrie. Notons qu'il s'agit de l'image d'un trou bien précis : celui qui au départ du réglage se situait sur les coordonnées du centre du réticule.

Lorsque la tache et les anneaux sont bien circulaires, on fixe le groupe  $L_1 \rightarrow L_3$  sur le tube principal.

– **Troisième étape :**

Il nous reste maintenant à vérifier que l'image du réticule du viseur autocollimateur est toujours centrée sur l'image du trou que l'on a rendu circulaire. Cela nous assurera que

le trou est approximativement sur le centre de courbure de  $L_9$ <sup>52</sup>. Nous avons pris soin de noter la position, sur la caméra, du trou que nous avons ensuite suivi lors du réglage :  $X = 230$  et  $Y = 387$ .

Puis, nous avons remis le viseur. Le réticule image était largement dans le champ de la caméra et les coordonnées de son centre étaient :  $X = 284$  et  $Y = 360$ .

D'après la dimension des pixels de la caméra et le grandissement de l'ordre de 90 de la conjugaison, on a : 10 pixels  $\longleftrightarrow$  1  $\mu\text{m}$  (réels). Autrement dit, l'écart entre le trou et le centre de courbure est inférieur aux 12,5  $\mu\text{m}$  de champ de notre objectif puisque l'on a un décalage de 5,4  $\mu\text{m}$  en  $X$  et 2,7  $\mu\text{m}$  en  $Y$ . Le réglage ainsi obtenu est donc tout à fait satisfaisant.

### III.3.2 Nouvelles caractéristiques de l'image

#### a) Appréciation qualitative

A l'aide du logiciel *IPLabSpectrum<sup>TM</sup>*, nous avons pu enregistrer de nouvelles images et faire une première évaluation de la qualité image. A partir de la photo enregistrée, on peut vérifier, dans un premier temps, que le premier anneau semble bien présent tout autour du point image et donc s'assurer de la symétrie circulaire de la tache.

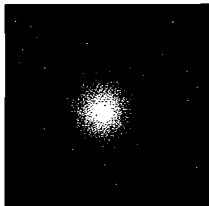
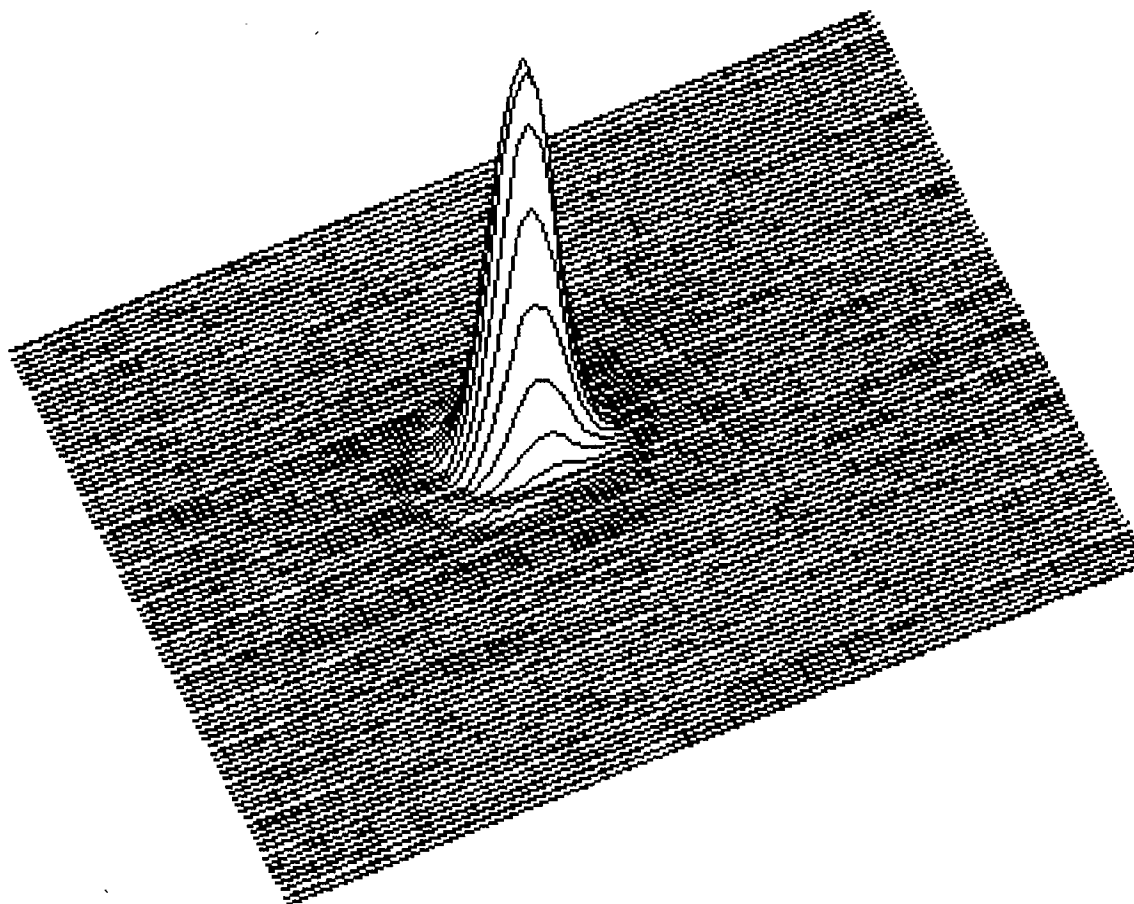


Photo de référence pour l'analyse qui suit.

On peut ensuite faire une représentation à trois dimensions de cette réponse percussionnelle. Cependant cette information est assez délicate à interpréter car l'amplitude du premier anneau vaut moins de 2% du maximum, et même en utilisant toute la dynamique de la caméra (codage de l'éclairement sur 4096 niveaux), cette amplitude ne s'étale que sur 80 niveaux. Or le fond lumineux est codé sur 70 niveaux environ ; par conséquent, le premier anneau se détache très difficilement du fond continu.

<sup>52</sup> L'approximation vient du fait que l'objectif a du champ (12,5  $\mu\text{m}$ ), c'est à dire qu'il donnera une image correcte même pour un objet situé à 12,5  $\mu\text{m}$  de l'axe optique.



Profil à trois dimensions de la tache image ci-dessus.

Par contre, il est possible, d'effectuer une coupe transverse et d'afficher ensuite le profil correspondant sur une échelle logarithmique. Cela permet, à défaut d'obtenir une information quantitative, de mettre en exergue le premier anneau, voire même le second, et de vérifier, éventuellement, leur position relative. Et de là, le rayon de la tache d'Airy correspondant :  $\rho_{Airy}$ . Les résultats sont donnés dans le tableau suivant où  $\rho_{Airy}$ , apparaît en nombre de pixels.

	1 <sup>er</sup> anneau	2 <sup>ème</sup> anneau	3 <sup>ème</sup> anneau
Positions relatives théoriques	1,34	3,03	3,86
Diamètres mesurés sur la photo (en pixels)	19,1	42,4	55,5
$\rho_{Airy}$ (en pixels)	7,1	7,0	7,2

Les positions des anneaux (maxima de lumière) sont rapportées à la position théorique du 1<sup>er</sup> zéro de la fonction  $\left(2\pi\frac{J_1(z)}{z}\right)^2$  qui, par définition, est le rayon de la tache de diffraction.

On obtient donc une valeur cohérente pour  $\rho_{Airy}$  à partir du diamètre des trois premiers anneaux (les seuls raisonnablement observables sur la photo). On adoptera cette valeur pour les ajustements théoriques effectués :

$$\rho_{Airy} = 7,1 \text{ pixels} \quad (V-68)$$

### b) Ajustement théorique

Il semble que le réglage obtenu soit satisfaisant. Nous allons vérifier cela grâce à un programme *FORTRAN* de Raymond MERCIER (qui dirige le groupe des Surfaces et Composants Optiques, de l'Institut). Ce programme nous permet de travailler à la fois en termes de réponse percussionnelle et de fonction de transfert de modulation. Nous allons présenter les résultats de façon distincte pour les deux points de vue ; mais nous verrons qu'il y a interaction entre les deux pour l'ajustement des paramètres :

#### $\alpha$ - Réponse percussionnelle

Notons d'abord que les coupes effectuées (horizontalement, verticalement et deux coupes à  $45^\circ$  de ces axes et perpendiculaires en elles) nous montrent un recouvrement quasi-parfait. Cela nous confirme la symétrie circulaire de notre tache image.

A partir du rayon de la tache image attendu, on trace la réponse percussionnelle idéale :

$$\left(2\pi \frac{J_1(z)}{z}\right)^2 \quad (V-69)$$

normalisée à 1 ; que l'on compare à une coupe expérimentale (voir figure V-39)

**Remarque :** Le rayon "attendu" a été déterminé selon la méthode exposée dans le paragraphe précédent et conduit au résultat (V-68). On peut également le déterminer par une seconde méthode, peut être, "plus théorique". En effet, ce rayon est donné par la relation bien connue :

$$\rho = \frac{1,22\lambda}{2 \sin \alpha'}$$

pour laquelle, nous connaissons tous les paramètres ( $\lambda = 800 \text{ nm}$  et  $\alpha' = 45^\circ$ ). Cela nous donne  $\rho = 0,7 \mu\text{m}$ . Pour le convertir en pixels de la caméra, il nous faut le grandissement de la conjugaison.

D'après *Code V<sup>®</sup>*, et la position de la caméra par rapport à l'objectif, on a  $G_y = 92$ .

D'où  $\rho'_{Airy} = \frac{\rho}{G_y} = 7,05 \text{ pixels}$  ; ce qui est tout à fait cohérent avec (V-68).

Enfin, pour parfaire l'ajustement théorique, nous avons pris en compte le caractère discret de la surface sensible de la caméra ("pixelisation"). Autrement dit, nous avons convolué la réponse de chaque pixel par un carré de côté  $9 \mu\text{m}$  (dimension d'un pixel). Le résultat final est reproduit sur la figure V-39.

On peut remarquer que le "premier zéro" expérimental n'est qu'un minimum et donc pas un véritable anneau noir. A l'aide d'un autre programme Fortran, on peut simuler l'effet de différents défauts (aberration sphérique, coma, défaut de mise au point, etc ...) sur la réponse percussionnelle théorique. D'après la figure V-40, il semble que cela soit dû à un défaut de mise au point qui reproduit de façon qualitative l'absence d'un vrai zéro.



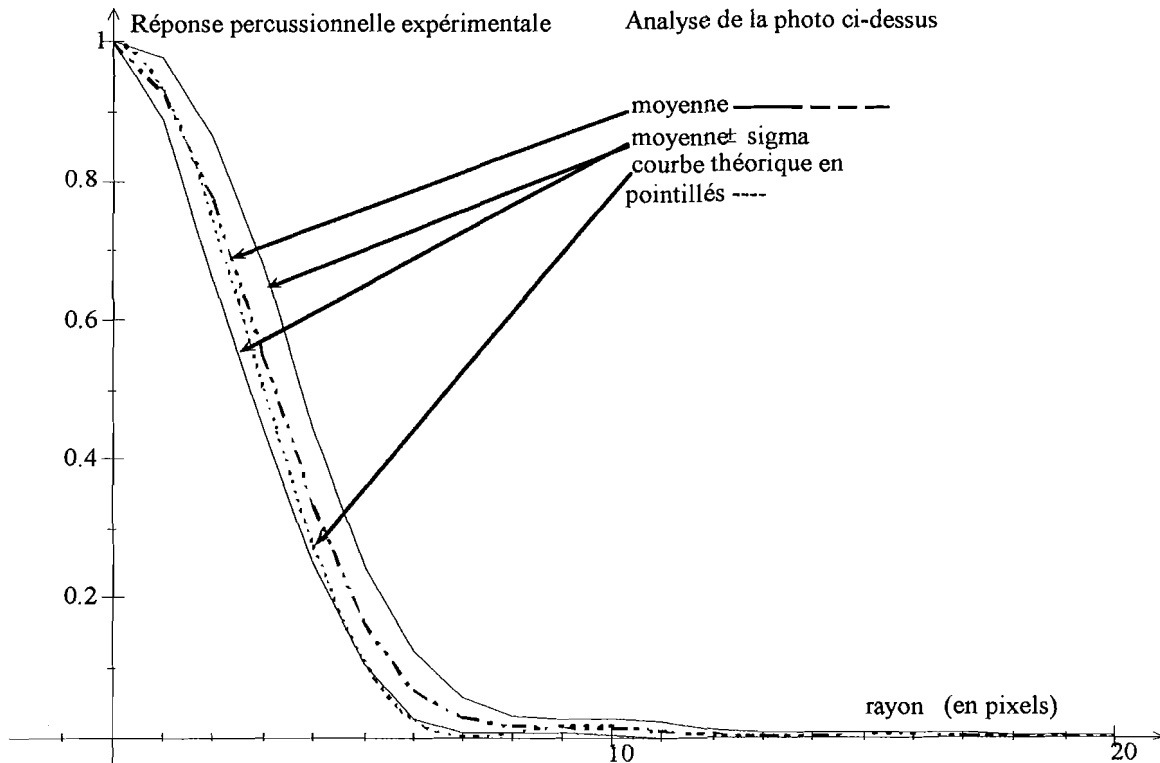


Figure V-39 : Analyse de la tache image en terme de réponse percussionnelle. La réponse percussionnelle expérimentale peut être comparée à la théorique, qui apparaît en pointillés sur le graphique.

**Remarques :**

- (1) On ne pourra comparer "grandeur nature" les courbes théoriques et expérimentales dans ce cas et donc évaluer de façon précise l'ampleur du défaut. Cependant, notons que cela est tout à fait probable car les platines de translation utilisées lors du réglage n'avaient évidemment pas la précision du défaut simulé ( $0,2 \lambda = 0,16 \mu\text{m} !$ ).
- (2) Ce défaut est très faible mais l'effet sur la réponse percussionnelle est tout à fait sensible et visible. Il semble reproduire en valeur relative (par rapport à l'amplitude du 1er anneau brillant) la profondeur du minimum, observé expérimentalement.
- (3) En outre, l'introduction d'aberration sphérique diminue le lobe central et augmente le niveau du premier anneau brillant de la tache image ; tandis que dans la coma, comme nous l'avons déjà vu dissymétrise la tache. Ce ne sont donc pas ces aberrations qui sont à l'origine de cet anneau sombre (mais pas noir).

Le défaut de mise au point envisagé ( $\delta_{map} = 0,2\lambda$ ) dégrade le front d'onde de  $5,8 \cdot 10^{-2}\lambda$ , soit  $\sigma_{\Delta_{RMS}} < \lambda/17$ . On est en dessous du **Critère de MARECHAL** qui stipule  $\lambda/14$  (en valeur *RMS*), pour être limité par la diffraction.

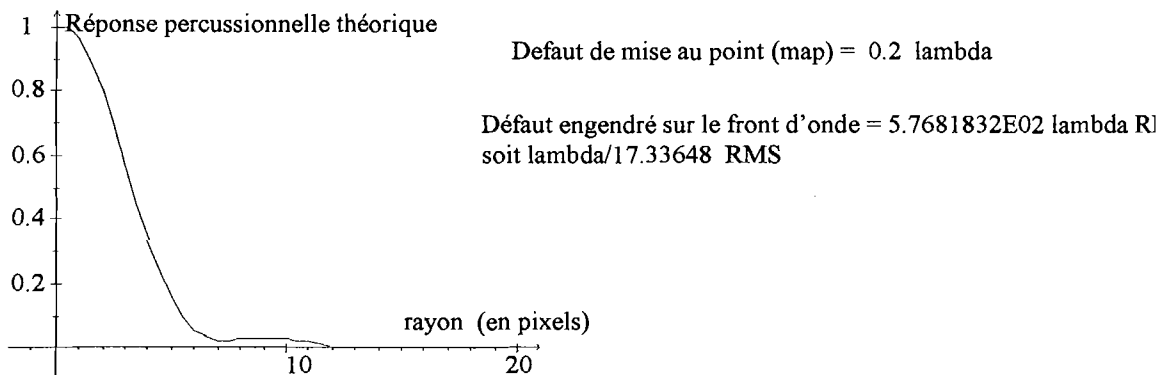
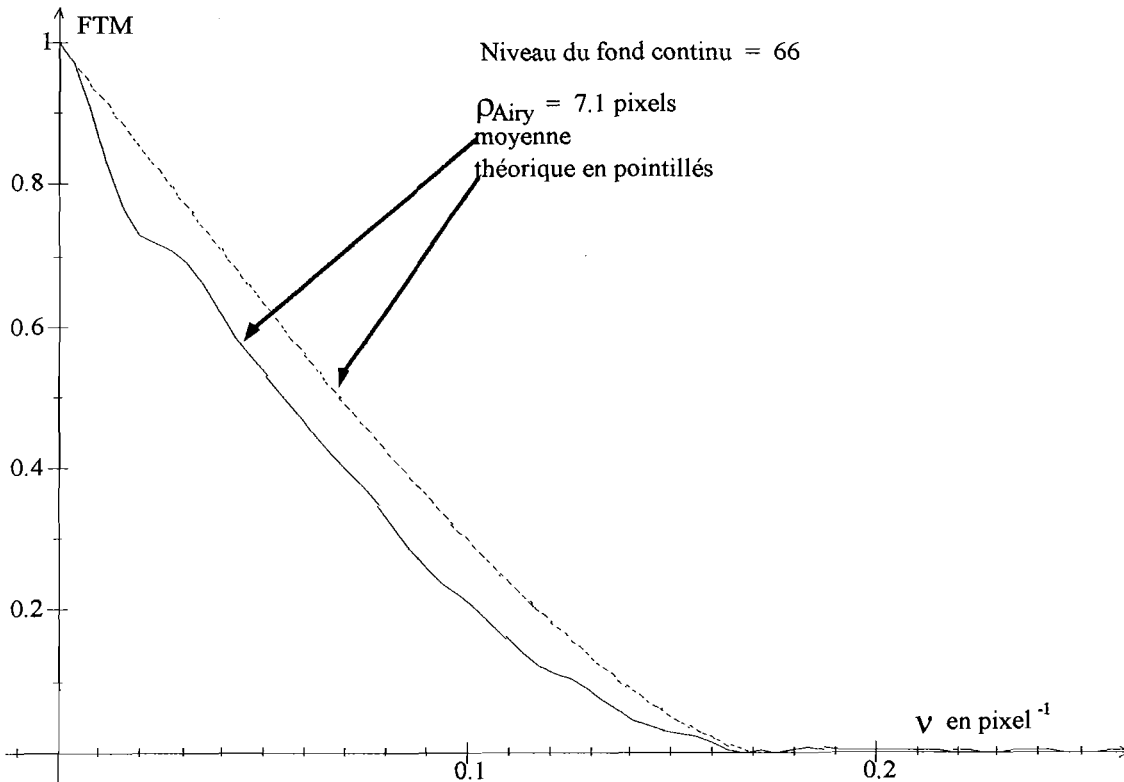


Figure V-40 : Simulation numérique d'un défaut de mise au point sur la réponse percussive, dans le cas d'un rayon de tache image de 7,1 pixels.

### $\beta$ - Fonction de transfert de modulation

Rappelons tout d'abord qu'elle est obtenue par une transformée de FOURIER rapide (*FFT* en anglais) de la réponse percussive, aussi bien dans le cas théorique qu'expérimental. Nous arriverons, bien entendu, à la même conclusion qu'en étudiant la réponse percussive du système. Néanmoins, nous allons voir que nous aurons accès (plus facilement) à d'autres informations.

Ainsi, nous devons prendre en compte (dans les deux cas) le fond continu. Or, si sa valeur n'est pas correctement évaluée, il apparaît un "pic" centré sur la fréquence nulle, comme en témoigne la courbe ci-après.



On ajuste donc la valeur de ce paramètre jusqu'à ce que ce pic disparaisse raisonnablement.

Par ailleurs, la fréquence de coupure ( $\nu_c$ ) est reliée au rayon de la tache d'AIRY de la manière suivante :

$$\nu_c = \frac{1}{\rho_c} \quad \text{avec} \quad \rho_c = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha'} = \frac{\rho_{\text{Airy}}}{1,22} \quad (\text{V-70})$$

Ainsi, en comparant la courbe expérimentale (traits pleins) et la courbe théorique (pointillés), on en déduit facilement si  $\rho_{\text{Airy}}$  a été sur-évalué ou sous-évalué.

La meilleure courbe, correspondant d'une part à la photo et d'autre part à la réponse percussive, est reportée sur la figure. La limite de diffraction correspond à la courbe pointillée. La courbe expérimentale est très proche ; ce qui nous confirme bien que l'objectif, monté et réglé, est limité par la diffraction.

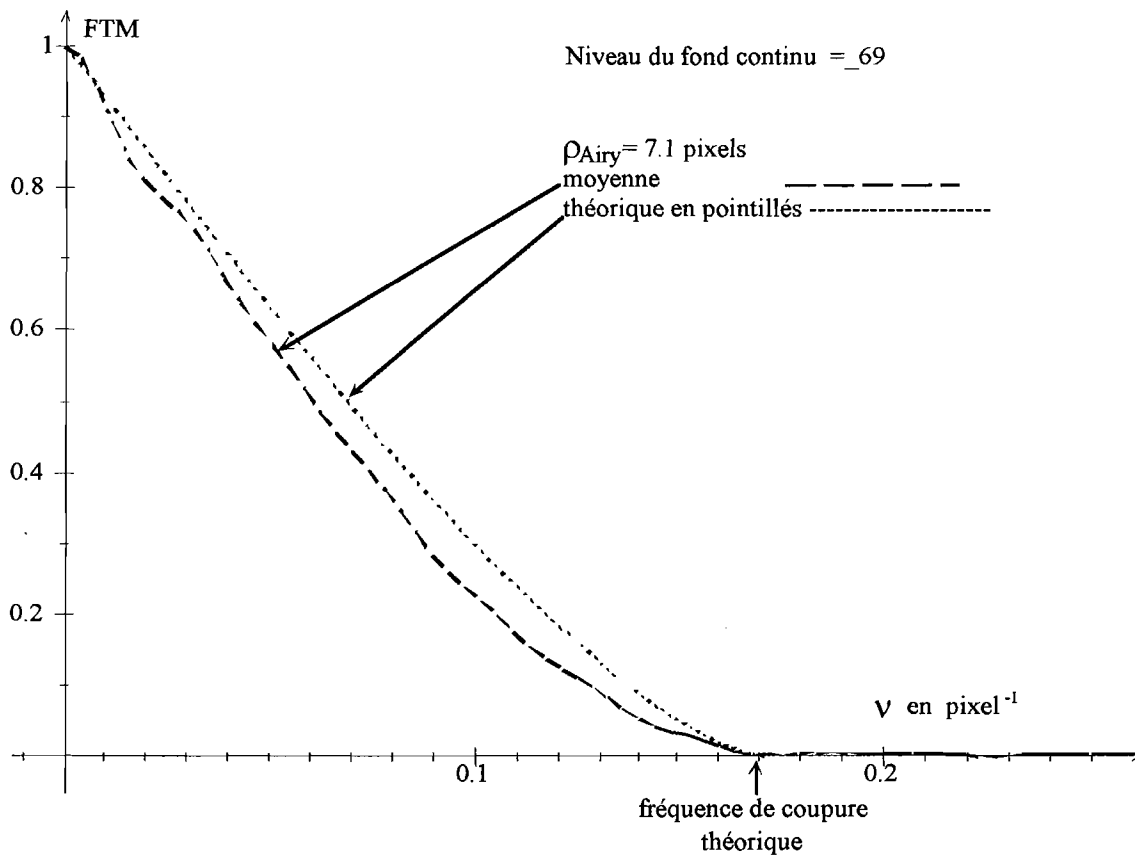


Figure V-41 : Fonction de transfert de modulation théorique et expérimentale. Notons également que nous avons pris en compte la présence des pixels, en multipliant la FTM calculée théoriquement (pour  $\rho_{\text{Airy}} = 7,1$  pixels) par un sinus cardinal (TF d'un carré de  $9 \mu\text{m}$  de côté).



## CONCLUSION GÉNÉRALE

Nous avons décrit, dans ce mémoire, deux expériences d'optique quantique. La première est totalement achevée ; tandis que la seconde ouvre la voie à une série d'expériences originales.

La première expérience est la réalisation d'une mesure QND qui détient à ce jour le record mondial d'efficacité QND. Elle utilise une non-linéarité à deux photons de type KERR dans un nuage d'atomes de rubidium refroidis et piégés par laser. Les résultats de cette expérience ont été confrontés aux prédictions théoriques d'un modèle d'atomes à trois niveaux. L'accord est très satisfaisant autant pour les grandeurs classiques (champs moyens) que pour les trois critères QND ( $T_S$ ,  $T_M$  et  $V_{S|M}$ ).

Par ailleurs, nous avons exposé les autres configurations de niveaux atomiques testées en vue d'obtenir également un couplage QND. Lorsque cela était possible, nous avons donné une interprétation qualitative des phénomènes observés.

Enfin, nous avons effectué une mesure de la température du piège magnéto-optique dans un fonctionnement en piège sombre, tel qu'il avait été utilisé lors des expériences QND. En outre, cette mesure s'inscrit dans le cadre des études préliminaires de la seconde expérience.

Cette seconde expérience, qui n'en est qu'à ses prémices, portera à terme sur l'observation de processus d'électrodynamique quantique en cavité. A cet effet, nous avons conçu un système optique qui a été monté et caractérisé de manière théorique et expérimentale. La tache image produite est limitée par la diffraction et présente une ouverture numérique de 0,707.

Mais dans un premier temps, cet objectif doit servir à faire un piège dipolaire dont le chargement s'effectuera à partir du piège magnéto-optique déjà en place. C'est pourquoi nous avons effectué la mesure de la température du nuage d'atomes froids afin de s'assurer que la profondeur du potentiel dipolaire est compatible avec l'énergie des atomes piégés dans le piège magnéto-optique.

Dans un second temps, l'objectif sera fermé par un miroir afin de former une cavité sphérique de grande ouverture numérique. Dans cette géométrie, on s'attend à une modification sensible de l'émission spontanée d'un atome piégé au centre. En outre, il sera possible d'étudier les processus d'interaction matière-rayonnement en régime de couplage fort. Dans le domaine des longueurs d'onde optiques, de telles expériences ont généralement lieu à l'intérieur de micro-cavités. La possibilité d'utiliser ce type de cavité de grande ouverture ouvre donc de nouvelles perspectives.



## Annexe A

# Rubidium : quelques données utiles . . .

### Généralités sur l'élément rubidium

Du latin rubidius, qui signifie rouge profond, le nom du rubidium vient de la couleur que prend son sel lorsqu'il s'enflamme. Il fut découvert en 1861 par BUNSEN et KIRCHOFF qui étudiaient, au spectroscope, un minéral (du "lepidolite"). L'élément, beaucoup plus abondant qu'on ne le pensait il y a plusieurs années, est maintenant considéré comme étant le seizième élément le plus abondant dans la croûte terrestre. Sa structure cristalline est cubique face centrée. Le rubidium est un métal mou, de couleur blanc argenté, de la famille des alcalins. C'est l'élément le plus électropositif et alcalin après le césium. Il se situe donc dans la première colonne et à la cinquième ligne du tableau périodique. Il s'enflamme spontanément dans l'air et réagit violemment avec l'eau (formation exothermique d'hydroxyde et l'hydrogène libéré peut s'enflammer → explosion).

On connaît 17 isotopes du rubidium, mais à l'état naturel, il en comporte deux ( $^{85}\text{Rb}$  et  $^{87}\text{Rb}$ ) dont l'abondance et les propriétés radioactives sont données dans le tableau A-4.

A cause de sa très bonne conductivité électrique, il est utilisé dans les tubes à vide et comme composant des cellules photoélectriques.

Actuellement, son coût est de l'ordre de \$ 25 pour 1 g (de rubidium à 99,9 %).

### Quelques données élémentaires

Nous allons commencer par une liste non-exhaustive (bien entendu) de quelques constantes physique. Elles sont regroupées dans trois tableaux :



Nombre atomique	37
Masse atomique	85,467 g.mol <sup>-1</sup>
Volume atomique	55,9 cm <sup>3</sup> mol <sup>-1</sup>
Densité à 293 K	1,53 g cm <sup>-3</sup>
Rayon de covalence	2,6

Tableau A-1. Données atomiques

Températures			Pression critique	Chaleurs			Conductivités	
de fusion	d'ébullition	critique		de fusion	de vaporisation	spécifique	thermique	électrique
$T_f=321,04$ K	$T_e=959,2$ K	$T_c=2083$ K ( $\pm 20$ )	$P_c=14,54 \pm 0,05$ MPa	2,192kJ.mol <sup>-1</sup>	72,216 kJ.mol <sup>-1</sup>	0,363 Jg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	0,582 W cm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	0,0779 10 <sup>6</sup> cm <sup>-1</sup> Ω
$T_f=38,89$ C	$T_e=686$ C	$T_c=18.10$ C ( $\pm 20$ )						

Tableau A-2 : Principales constantes physiques

Potentiels d'ionisation			Electronégativité	Etat d'oxydation
première	deuxième	troisième		
4,177 V	27,28 V	40,0 V	0,82	1

Tableau A-3 : Quelques propriétés chimiques.

## Données de physique atomique

### III.1 Généralités

Cette section concerne donc plus particulièrement toutes les applications numériques effectuées tout au long de ce mémoire et pour lesquelles toutes les données (numériques) n'ont pas été rappelées.

Isotope	Abondance	Masse atomique	Masse d'un atome	Spin Nucléaire	Demi-vie	Mode de décroissance
Rb85	72,15 %	84,9118 g.mol <sup>-1</sup>	1,41.10 <sup>-22</sup> g 1,41.10 <sup>-25</sup> kg	5/2	-	stable
Rb87	27,85 %	86,9092 g.mol <sup>-1</sup>	1,44.10 <sup>-22</sup> g 1,44.10 <sup>-25</sup> kg	3/2	4,8 10 <sup>10</sup> ans	$\beta^-$

Tableau A-4 : On notera en particulier la masse d'un atome (quatrième colonne) qui revient dans de très nombreux calculs, ainsi que le spin nucléaire (colonne suivante).

Sur la figure V-1, on rappelle les niveaux atomiques (structure fine et hyperfine) de rubidium. On retrouvera en particulier une structure en "doublet" caractéristique des alcalins, le plus

connu étant le doublet jaune du sodium dont l'écart en longueur d'onde est très faible. Ici, les raies  $D_1$  et  $D_2$  ont des longueurs d'onde qui diffèrent d'une quinzaine de nanomètres.

## III.2 Description de l'interaction atome-laser : calcul semi-classique

Pour terminer, nous allons donner les grandeurs qui interviennent dans le calcul des éléments de matrice de l'opérateur moment dipolaire électrique entre les différents niveaux d'énergie de l'atome de rubidium, en considérant plus particulièrement le cas des transitions  $D_1$  et  $D_2$ . En effet, dans le cadre de l'approximation des grandes longueurs d'onde, l'interaction atome-laser est décrite au moyen de l'hamiltonien dipolaire électrique :

$$V_{AL} = -\vec{D} \cdot \vec{E}_L \quad (\text{A-1})$$

qui fait intervenir l'opérateur moment dipolaire de l'atome  $\vec{D}$ , ainsi que le champ laser classique  $\vec{E}_L$ , évalué à la position du centre de masse atomique.

### III.2.1 Rappels sur l'interaction atome-laser

On considère plus particulièrement le cas d'une transition fermée entre deux niveaux d'énergie : un état fondamental  $|g\rangle$  et un état excité  $|e\rangle$ .

Remarque : Cette notation renferme plus explicitement un ensemble de nombres quantiques internes :  $|g\rangle = |n_g L_g S_g J_g I F_g\rangle$  (avec plusieurs sous-niveaux Zeeman, repérés par un nombre quantique supplémentaire :  $M_{F_g}$  où  $-F_g \leq M_{F_g} \leq +F_g$ ).

$|e\rangle = |n_e L_e S_e J_e I F_e\rangle$  (et éventuellement  $M_{F_e}$ ).

Les notations sont celles que l'on trouve de façon usuelle :

- $n$  : nombre quantique principal ;
- $L$  et  $S = 1/2$  : sont les moments cinétiques orbital et de spin ;
- $J$ , le moment cinétique associé à  $L + S$  ;
- $I$ , le spin du noyau atomique ;
- $F$  et  $M_F$ , le moment cinétique total et sa composante suivant  $Oz$ .

L'opérateur  $\vec{D}$  peut se mettre sous la forme :

$$\vec{D} = \mathcal{D}(F_g, F_e) \vec{d} \quad (\text{A-2})$$

où  $\mathcal{D}(F_g, F_e)$  est l'élément de matrice réduit du dipôle ( $\in R$ ) et  $\vec{d}$ , l'opérateur dipole réduit. Ses éléments de matrice sont les coefficients de Clebsch-Gordan associés à l'addition de moments cinétiques  $1 + F_g \rightarrow F_e$  ; autrement, dit les moments cinétiques de l'état fondamental et de

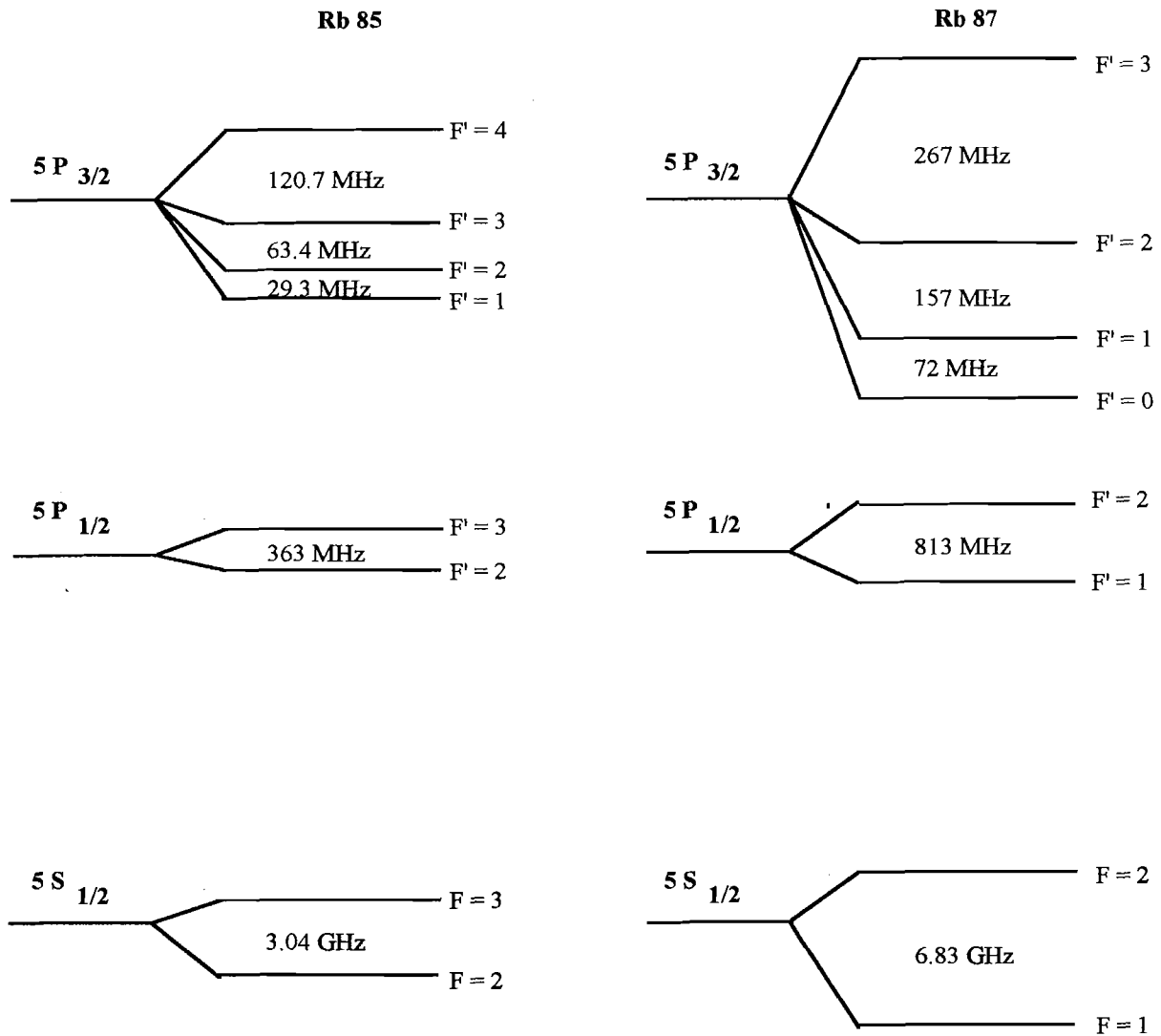


Figure A-1 : La structure fine des deux isotopes est identique. Par contre, leurs structures hyperfines faisant intervenir les spins nucléaires, diffèrent sensiblement.

l'état excité doivent satisfaire la règle de sélection  $|F_e - F_g| \leq 1$ , qui s'applique également sur  $L$  et  $J$ .

En outre, il est commode d'écrire<sup>52</sup> :

$$\vec{d} = \vec{d}^+ + \vec{d}^- \quad (\text{A-3})$$

que l'on décompose encore dans la base standard  $\{\vec{u}_q\}_{q=0,\pm 1}$  :

$$d_q^+ = \vec{d}^+ \cdot \vec{u}_q = (d_q^-)^+ \quad (\text{A-4})$$

**Remarque** : Il est important de souligner que le vecteur  $\vec{u}_0$  est associé à la polarisation  $\pi$ , tandis que  $\vec{u}_{\pm 1}$  sont associés aux polarisations circulaires  $\sigma^\pm$ . Ils sont donnés par :

$$\begin{aligned} \vec{u}_{\pm 1} &= \mp (\vec{e}_x \pm i \vec{e}_y) / \sqrt{2} \\ \vec{u}_0 &= \vec{e}_z \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

Dans ces conditions, l'action de l'opérateur  $d_q^+$  est "simple" :

$$\langle F_e, M_e | d_q^+ | F_g, M_g \rangle = \langle F_g 1 M_g q | F_e M_e \rangle \quad (\text{A-6})$$

où  $\langle F_g 1 M_g q | F_e M_e \rangle$  est le coefficient de CLEBSCH-GORDAN reliant les sous niveaux Zeeman  $|F_g, M_g\rangle$  et  $|F_e, M_e = M_g + q\rangle$ .

Par ailleurs, le champ laser classique, résultant de la superposition d'ondes lasers de même fréquence  $\omega$ , est représenté par la fonction suivante :

$$\vec{\mathcal{E}}_L(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_L^+(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \vec{\mathcal{E}}_L^-(\vec{r}) e^{i\omega t} \quad (\text{A-7})$$

Alors dans le cadre de l'approximation des ondes tournantes, l'hamiltonien d'interaction devient[94] :

$$V_{AL}(t) = -\mathcal{D}(F_g, F_e) \sum_{q=-1}^{+1} (d_q^+ \mathcal{E}_{L,q}^+ + d_q^- \mathcal{E}_{L,q}^-) \quad (\text{A-8})$$

### III.2.2 Calcul des éléments de matrice réduits du dipôle

Les équations (A-6) et (A-8) caractérisent complètement l'interaction dans le cas d'une transition fermée. Toutefois, nous devons encore déterminer les éléments de matrice réduits  $\mathcal{D}(F_g, F_e)$  et étudier le cas des transitions hyperfines ouvertes auxquelles nous sommes souvent confrontés avec le rubidium.

<sup>52</sup>  $\vec{d}^+ = P_e \vec{d} P_g$  fait passer de l'état fondamental à l'état excité et réciproquement,  $\vec{d}^- = P_g \vec{d} P_e$ , de l'état excité dans l'état fondamental.

### a) Cas d'une transition fermée

Le plus commode est d'utiliser la relation liant  $D$  à la largeur naturelle du niveau excité de la transition ( $\Gamma/2\pi$ , exprimée en MHz).

$$\frac{\Gamma}{2\pi} = \frac{8\pi^2}{3\varepsilon_0\hbar} \frac{1}{\lambda_A^3} D^2 \quad (\text{A-9})$$

que l'on peut écrire en fonction de  $\sigma$ , la section efficace d'absorption qui vaut dans ce cas :  $\sigma = \frac{3\lambda_A^2}{2\pi}$  :

$$\frac{\Gamma}{2\pi} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0\hbar\lambda_1} \frac{D^2}{\sigma} \quad (\text{A-10})$$

On donne dans le tableau suivant les données numériques utiles dans ces relations :

	Raie $D_1$	Raie $D_2$
$\lambda_A$ longueur d'onde de la transition	794,46 nm	780,02 nm
$\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ section efficace d'absorption	$3,016 \cdot 10^{-13} m^2$	$2,905 \cdot 10^{-13} m^2$
$\Gamma/2\pi$ largeur naturelle	5,66 MHz	5,89 MHz
D élément de matrice réduit	2,517 ( $10^{-29} \text{C.m}$ )	2,496 ( $10^{-29} \text{C.m}$ )
$I_{sat}$	2,9 mW/cm <sup>2</sup>	3,2 mW/cm <sup>2</sup>

$$I_{sat} = \frac{c\varepsilon_0\hbar^2}{2} \frac{(\Gamma/2\pi)^2}{D^2} = \frac{4\pi\hbar c(\gamma/2\pi)}{3\lambda_A^3} \quad (\text{A-11})$$

Remarque : Dans le cas d'une transition hyperfine fermée, les éléments de matrice réduits du dipole sont égaux à ceux de la transition fine qui lui correspond.

### b) Cas d'une transition hyperfine ouverte

On donne la relation qui permet de relier  $\mathcal{D}(F_g, F_e)$  à  $\mathcal{D}(J_g, J_e)$ , élément de matrice réduit de la transition fine associée[94] :

$$\mathcal{D}(F_g, F_e) = \underbrace{\mathcal{D}(J_g, J_e)}_{\alpha_{g,e}} (-1)^{F_g+J_e+I+1} \sqrt{(2J_e+1)(2F_g+1)} \left\{ \begin{matrix} F_g & F_e & 1 \\ J_e & J_g & I \end{matrix} \right\}_{6j} \quad (\text{A-12})$$

où  $\left\{ \begin{matrix} F_g & F_e & 1 \\ J_e & J_g & I \end{matrix} \right\}_{6j}$  est un coefficient  $6j$  de WIGNER, qui donne le rapport de branchement des transitions (soit la probabilité de départ d'un niveau vers un autre).

Sur la figure V-2, on donne la valeur du paramètre  $\alpha_{g,e}$  dans le cas des transitions  $D_1$  et  $D_2$  des deux isotopes du rubidium.

Enfin, l'expression finale du dipole entre sous-niveaux Zeeman de la structure hyperfine du rubidium est donnée par :

$$\langle F_e M_e | D_q | F_g M_g \rangle = \frac{1}{\sqrt{2F_g + 1}} \langle F_g 1 M_g q | F_e M_e \rangle \alpha_{g,e} \mathcal{D}(J_g, J_e) \quad (\text{A-13})$$

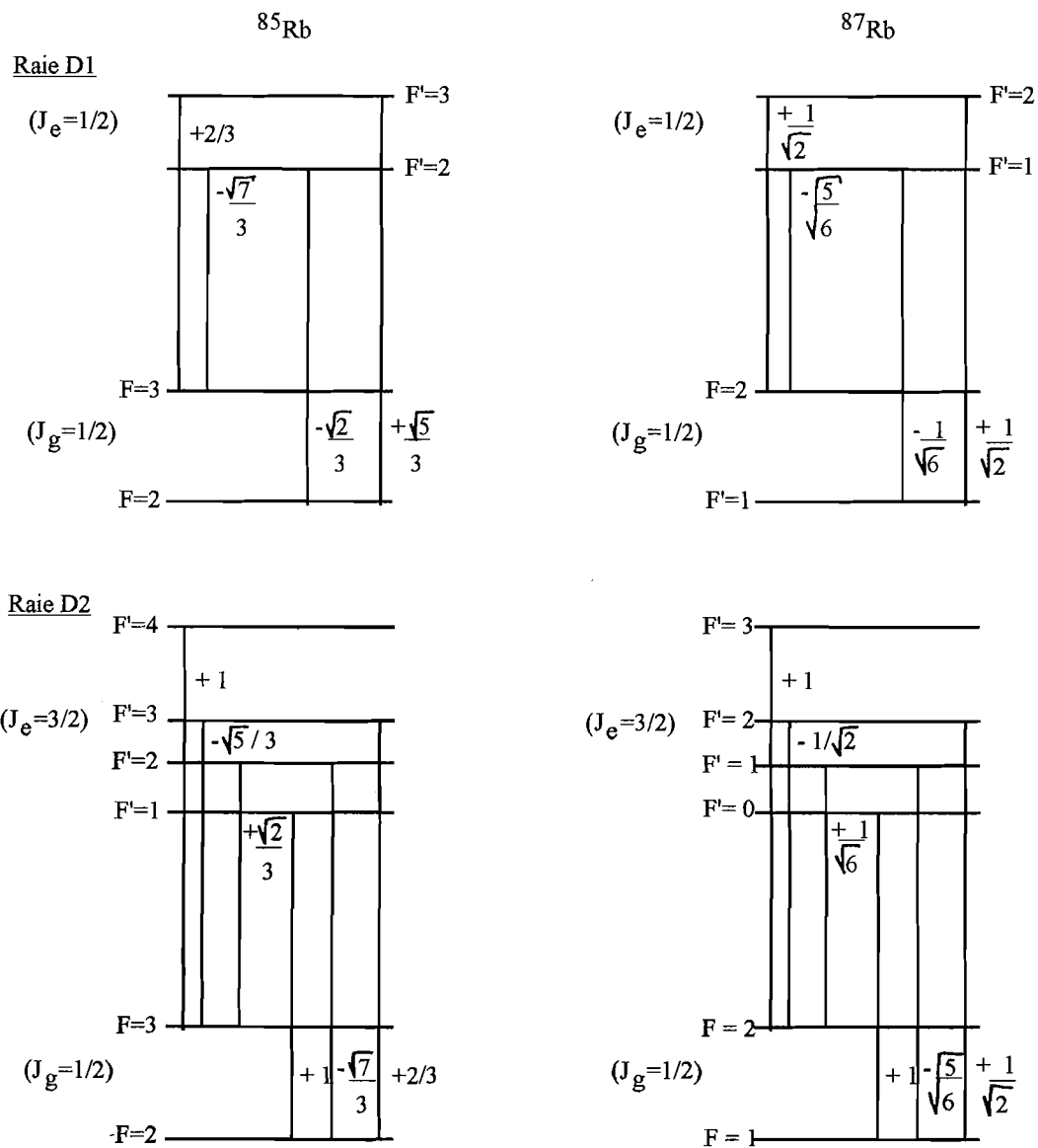


Figure A-2 : Valeurs prises par le coefficient  $\alpha_{ge}$ , dans le cas des transitions  $D_1$  et  $D_2$ . Soulignons le fait que la somme des carrés de ces coefficients, partant de n'importe quel sous-niveau hyperfin de l'état excité, vaut 1.

## Annexe B

### Paramètres des verres

Nous reprenons dans le détail les six paramètres qui ont été pris en compte afin de choisir les verres entrant dans la fabrication des différentes lentilles. D'une manière générale, les propriétés des verres se séparent en quatre catégories :

- optiques,
- chimiques,
- mécaniques,
- les critères de qualité.
- Pour les **propriétés optiques**, outre l'indice de réfraction,  $n_d$ , donné en général pour la raie jaune de l'hélium ( $\lambda = 587,6$  nm) et la constringence ou "Nombre d'Abbe", il est essentiel de s'intéresser à la *transmission spectrale intrinsèque*  $\tau_{i\lambda}$ , donnée par :

$$\tau_{i\lambda} = \frac{\tau_\lambda}{P_\lambda}. \quad (\text{B-1})$$

où :  $\tau_\lambda$  est la transmission spectrale du matériau,

et,  $P_\lambda$  est le facteur de transmission de la lame de verre supposée non absorbante (en ondes multiples) et vaut  $\frac{(1-R)^2}{1-R^2} = \frac{2n_e}{n_e^2+1}$ , avec  $R$  le coefficient de réflexion en incidence normale.

**Remarque** :  $\tau_i$  exclut les pertes par réflexion sur les interfaces air-verre.

En général,  $\tau_i$  est donné pour  $\lambda_1 = 400$  nm et une épaisseur de verre traversée,  $d_1$  de 25 mm. Or, la loi de LAMBERT stipule que la transmission spectrale intrinsèque diminue lorsque l'épaisseur traversée augmente. Ainsi,  $\tau_i$  est une fonction exponentielle de l'épaisseur traversée  $d_2$ , et on a :

$$\frac{\log \tau_{i1}}{\log \tau_{i2}} = \frac{d_1}{d_2} \quad (\text{B-2})$$

- En ce qui concerne les **propriétés chimiques**, on regardera plus spécialement les *résistances aux acides* (SR) et *aux bases* (AR).
  - \* SR est indiquée par un nombre à 2 ou 3 chiffres. Le premier ou les deux premiers donnent la classe de résistance aux acides. Les différentes classes se distinguent par le temps nécessaire à la dissolution d'une couche d'épaisseur 0,1  $\mu\text{m}$  (voir tableau (B-3)). Le dernier chiffre (séparé par un point) indique les modifications de surface visibles à l'oeil nu, provoquées par l'attaque chimique.



Classe SR de résistance aux acides	1	2	3	4	5	51	52	53
valeur pH	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	4,6	4,6	4,6
temps (en hrs)	> 100	10 à 100	1 à 10	0,1 à 1	<0,1	> 10	1 à 10	0,1 à 1

(B-3)

Tableau (B-3) : Classification des verres optiques en classes SR 1-53 de résistance aux acides en fonction du temps nécessaire à la dissolution d'une couche d'épaisseur  $0,1\mu m$ , à une température de  $25^{\circ}C$  et dans une solution très acide ou faiblement acide selon la valeur de pH indiquée.

Le chiffre servant au classement des modifications de surface, apparaîtra derrière l'indication de classe et signifie :

- 0, pas de modification visible,
- 1, surface claire, mais régulière,
- 2, couleurs d'interférence,
- 3, fine couche blanche adhérente (surface troublée ponctuellement),
- 4, couches adhérentes plus épaisses.

\* La résistance aux bases AR, est indiquée par deux chiffres seulement sur le "modèle" de la résistance aux acides SR.

La classe AR est fonction du temps nécessaire à la destruction d'une couche d'une épaisseur de  $0,1\mu m$ , à une température de  $50^{\circ}C$ , dans une solution alcaline (hydroxyde de sodium,  $c = 0,01\text{ mol}\cdot\ell^{-1}$ ), en excédent (voir tableau (B-4)).

Classe AR de résistance aux bases	1	2	3	4
Temps (en heures)	>4	1 à 4	0,25 à 1	< 0,25

(B-4)

Tableau (B-4) : Classification des verres optiques en classes AR1 à AR4, de résistance aux bases sur la base du temps nécessaire à la destruction d'une couche d'épaisseur  $0,1\mu m$  à une température de  $50^{\circ}C$ , dans une solution de soude caustique (pH=12). L'épaisseur de couche est calculée à partir de la perte de poids par surface et de la densité du verre.

– Parmi les **propriétés mécaniques**, on regardera plus particulièrement :

- \*  $\alpha$ , le *coefficient de dilatation thermique* linéaire,
- \*  $H_K$ , la *microdureté KNOOP*.

Le coefficient de dilatation thermique linéaire,  $\alpha$ , traduit les variations des dimensions des verres, en fonction de la température. Celles-ci augmentent avec elle, autrement dit  $\alpha$  est positif. La courbe typique, donnée sur la figure V-1, commence par  $\alpha = 0$  au point zéro absolu. On distingue deux zones linéaires (la zone B et au delà de la zone C). Nous nous intéresserons en particulier à  $\alpha_{-30/70^{\circ}C}$  qui correspond approximativement à la pente de la droite en zone B

(cf. figure).

Pour les verres employés de façon standard, on aura  $\alpha_{-30/70^{\circ}C} = 10^{-6}K^{-1}$  ce qui signifie qu'une lentille d'un centimètre d'épaisseur se dilatera de  $1 \mu\text{m}$  pour une élévation de température de  $100^{\circ}C$ .

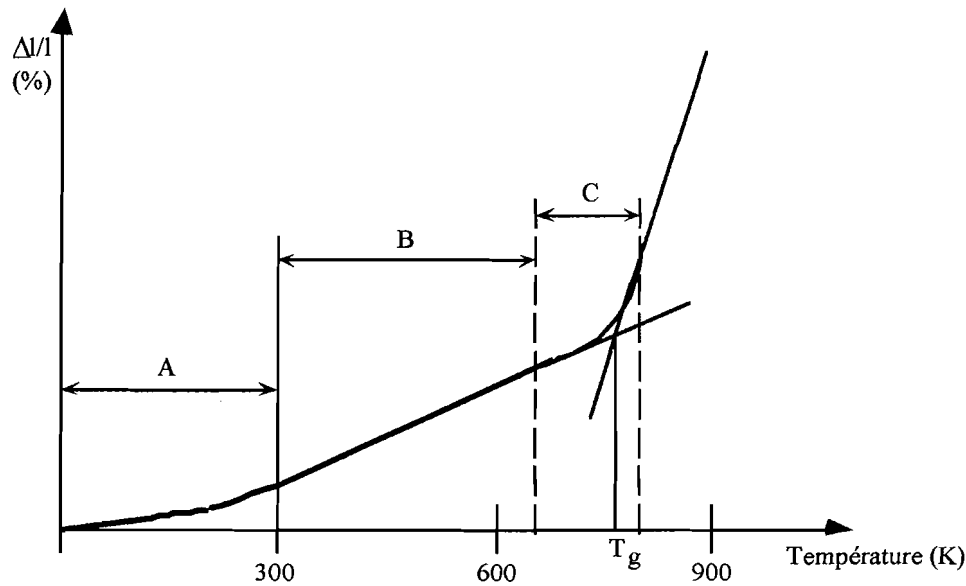


Figure B-1 : Courbe typique de dilatation thermique  $\frac{\Delta l}{l}$ . A partir du zéro absolu on a une augmentation progressive de la pente jusqu'à environ la température ambiante (secteur A) et une augmentation moins forte jusqu'au début du comportement plastique (zone B, quasi-linéaire). La plage de transformation C est caractérisée par une incurvation importante de la courbe de dilatation, en raison de l'accroissement de la mobilité structurelle dans le verre. Ensuite, la courbe de dilatation retrouve une allure linéaire, mais avec une pente beaucoup plus forte.

La dureté KNOOP est déterminée à l'aide d'un diamant de KNOOP (angles au sommet  $172^{\circ} 30'$  et  $130^{\circ}$ ) sur des surfaces polies de verre, à température ambiante. Pour déterminer les valeurs de dureté, le corps de pénétration est pressé verticalement pendant environ 10 secondes dans la surface polie du verre avec une masse d'essai de 200 g (typiquement, mais elle peut varier). Au bout de 20 secondes après la décharge, on mesure la longueur de la grande diagonale de la pénétration subsistante (ce temps d'attente de 20 s. a été choisi à cause de l'effet élastique qui se manifeste pour le verre). La microdureté est définie comme le rapport entre la charge appliquée et la surface de contact de la pyramide sur le verre. Ainsi, on obtient la microdureté KNOOP,  $H_K$ , selon l'équation suivante :

$$H_K = \frac{14229 m}{d^2} \quad (\text{B-5})$$

qui s'exprime en  $[\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}]$  et, où :

- $m$  est la charge appliquée, en grammes,
- $d$  est la longueur de la grande diagonale de pénétration, en microns.

**Remarque :**  $H_K$  n'est pas constante et diminue lorsque la force d'essai appliquée augmente. Cependant, elle tend vers une valeur asymptotique qui correspond à la valeur indiquée dans les tables usuelles.

- Enfin, il est important de privilégier des verres présentant de bons **critères de qualité**. Ils concernent les valeurs d'indice et de constringence (écart d'une fonte à une autre), l'homogénéité de l'indice de réfraction (au sein d'un même échantillon), la biréfringence et l'importance des tensions internes dans le verre (liées aux conditions de recuit) ; enfin, et surtout la *présence de bulles et d'inclusions* dans le verre (qui résultent de la composition chimique des verres et des différents procédés de fabrication).

Pour caractériser la teneur en bulles, on calcule la surface projetée des bulles, en  $\text{mm}^2$ , pour un volume de verre de  $100 \text{ cm}^3$ . Les inclusions dans le verre ; telles que de petites pierres ou des cristaux, sont considérés comme des bulles de même section. Pour cette évaluation, on ne tient compte que des éléments de taille supérieure ou égale à  $50 \mu\text{m}$ . Les différentes classes de bulles sont répertoriées dans le tableau (B-6).

Classe AR de bulles	Surfaces projetées de toutes les bulles/inclusions supérieures ou égales à $50\mu\text{m}$ , en $\text{mm}^2$ pour un volume de verre de $100 \text{ cm}^3$
B0	$> 0$ et $< 0,03$
B1	$> 0,3$ et $< 0,1$
B2	$> 0,1$ et $< 0,25$
B3	$> 0,25$ et $< 0,50$
B4	$> 0,50$ et $< 1,00$
B5	$> 1,00$ et $< 2,00$

(B-6)

Tableau (B-6) : Classification des verres optiques en fonction de la présence de bulles.

Certains verres sont assez "standards", comme le BK7 de chez Schott ou le C20-36 de chez Corning, et sont appréciés des opticiens, donc à retenir en priorité. Pour d'autres gammes d'indice, en particulier pour les indices élevés ( $n = 1,7$ ), le choix est plus délicat et il faut alors étudier au cas par cas les différentes propriétés énoncées ci-dessus.

# Annexe C

## Informations concernant le sous-ensemble placé en sortie de la cavité

	Rayon de courbure	Epaisseur	Verre	THC
> OBJ:	INFINITY	9.851100		100
STO:	-9.85110	12.860000	SAPHIR_SPECIAL	100
2:	-14.44100	3.886000		100
3:	-64.26600	12.000000	C2036_CORNER	100
4:	-30.97900	13.931000		100
5:	212.61000	8.000000	BK7_SCHOTT	100
6:	66.49400	5.296000		100
7:	140.08000	15.000000	C2036_CORNER	100
8:	-83.12000	239.176000		100
9:	INFINITY	5.000000	BK7_SCHOTT	100
10:	0.1612	150.000000		100
11:	155.61700	9.800000	BK7_SCHOTT	100
12:	INFINITY	131.888408		100
IMG:	INFINITY	-0.379851		100
SPECIFICATION DATA				
NAO	0.70710			
DIM	mm			
WL	810.00			
REF	1			
WTW	1			
CWL	800.00			
XOB	0.00000	0.00000		
VOB	0.00000	0.01250		
VUY	0.00000	0.00000		
VLY	0.00000	0.00000		
APERTURE DATA/EDGE DEFINITIONS				
CA				
CIR S9		50.000000		
CIR S10		50.000000		
CIR S11		50.000000		
CIR S11 EDG		23.500000		
CIR S12 EDG		23.500000		
REFRACTIVE INDICES				
GLASS CODE		810.80		
SAPHIR SPECIAL		1.759931		
C2036 CORNER		1.607989		
BK7_SCHOTT		1.510580		
INFINITE CONJUGATES				
EFL	-199.2113			
BFL	1975.6819			
HFL	-31.3747			
FNO	-10.1113			
AT USED CONJUGATES				
RED	9.2555			
FNO	6.5447			
OBJ DIS	9.8511			
TT	610.3087			
IMG DIS	131.5086			
OAL	468.9490			
PARAXIAL IMAGE				
HT	0.1157			
THI	131.8884			
ANG	0.0727			
ENTRANCE PUPIL				
DIA	19.7018			
THI	0.0000			
EXIT PUPIL				
DIA	125.0951			
THI	710.8060			

Figure C-1 : Fichier Code V donnant les caractéristiques du sous-ensemble placé en sortie de la cavité. Ce fichier comprend également le hublot UHV (surfaces 9 et 10) ainsi que la lentille Melles Griot envisagée afin d'imager l'intensité intra-cavité sur une caméra CCD, de focale 300 mm (surfaces 11 et 12). Elle est placée à 15 cm du hublot et donne une image à 13 cm. L'objet est situé au centre de la cavité, donc à 9.8511 mm du ménisque en saphir (surf. STO et 2). Ensuite, on trouve une lentille en C20-36 (surf. 3 et 4), une lentille en BK7 (surf. 5 et 6), une dernière lentille en C20-36 (surf. 7 et 8).

## Introduction

Dans cette annexe, nous allons présenter les caractéristiques techniques du dispositif mis en place en sortie de la cavité. Le but est d'imager le champ intra-cavité sur une caméra CCD ou d'en mesurer le flux sur une photodiode. Nous avons donc cherché à recollimater le faisceau sortant. Comme nous l'avons déjà dit (voir p.241), idéalement nous devrions mettre un système analogue à celui présenté dans la partie B mais nous n'avons pas besoin d'une telle qualité image. Aussi nous avons conçu un ensemble de trois lentilles qui permettent tout de même de réduire considérablement les aberrations.

## Les conjugaisons

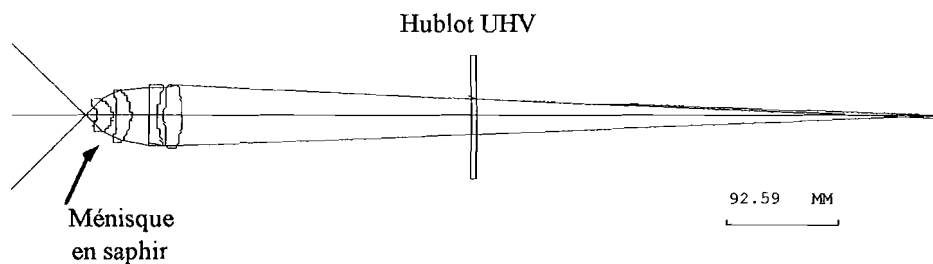


Figure C-2 : Schéma du système optique traversé par les rayons extrêmes, correspondants à un objet sur l'axe et d'une hauteur de  $12,5 \mu\text{m}$ . Ici, la lentille de focale 300 mm, n'est pas dessinée. On peut voir que l'image n'est pas parfaitement ponctuelle, étant donnée l'épaisseur du trait qui symbolise l'image, située à environ 400 mm du hublot UHV.

Les calculs sont effectués pour un objet au centre de la cavité, autrement dit au centre de courbure ( $R_c=9,8511 \text{ mm}$ ) du ménisque en saphir, qui ferme celle-ci. Cet objet présente une hauteur de  $12,5 \mu\text{m}$ , qui correspond au champ image de l'objectif présenté dans la partie B, du chapitre V. Le système, composé de trois lentilles qui suivent le ménisque en saphir, forme une image à 633 mm, environ, du dernier dioptré de cet ensemble. Ceci nous assure d'avoir une image à l'extérieur de l'enceinte ultravide. Comme nous l'avons suggéré au paragraphe III.2 (chap. V, partie B), on peut éventuellement placer d'autres lentilles, en fonction du détecteur employé.

Sur la figure V-1, on trouve les rayons de courbures des différents éléments, ainsi que leurs épaisseurs et les verres utilisés. Dans la mesure du possible, nous avons préféré des verres à indice de réfraction élevé (comme le C20-36, de Corning,  $n_0 = 1,62$ ), qui permettent de rabattre plus rapidement les rayons.

On peut voir une vue d'ensemble du système optique sur la figure V-2. On devine que la tache image n'est pas ponctuelle.

## Les aberrations géométriques

ABERRATIONS DU TROISIEME ORDRE :							
Wavelength = 810.0 NM							
	SA	TCO	TAS	SAS	PTB	DST	AX
STO	0.000000	0.000000	-0.000063	0.000000	0.000032	0.000000	0.000000
2	-0.363294	-0.000150	-0.000022	-0.000022	-0.000022	0.000000	0.000000
3	-0.924254	0.009221	-0.000026	-0.000006	0.000004	0.000000	0.000000
4	-10.595866	0.003526	-0.000009	-0.000009	-0.000009	0.000000	0.000000
5	-2.789518	0.015394	-0.000029	-0.000011	-0.000001	0.000000	0.000000
6	40.946764	-0.153746	0.000196	0.000068	0.000004	0.000000	0.000000
7	-19.651133	0.084831	-0.000124	-0.000043	-0.000002	0.000000	0.000000
8	-6.952556	0.007307	-0.000006	-0.000004	-0.000003	0.000000	0.000000
9	0.013621	0.000181	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10	-0.013507	-0.000180	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.000950	-0.000103	0.000002	0.000000	-0.000002	0.000000	0.000000
12	-0.046721	0.000259	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
SUM	-0.375511	-0.033458	-0.000082	-0.000027	0.000001	0.000000	0.000000

Figure C-3 : Récapitulatif des aberrations du troisième ordre pour le sous-ensemble "arrière cavité". L'aberration sphérique (SA) n'est pas négligeable. Les aberrations de champ sont beaucoup plus faibles, en particulier l'astigmatisme (TAS et SAS). Cependant, la coma (TCO) pourra entacher l'image dans le champ, même s'il est reste un ordre de grandeur inférieur à l'aberration sphérique.

En effet, l'aberration sphérique résiduelle est assez conséquente (voir figure V-3). Par contre, les aberrations de champ sont quasiment négligeables. L'astigmatisme, en particulier, est très faible et ne viendra pas dégrader la qualité de l'image. Par contre, la coma, calculée ici pour un champ objet de  $12,5 \mu\text{m}$ , n'est que dix fois plus faible que l'aberration sphérique du troisième ordre et est susceptible de gêner, dans le champ.

Cette fois, le diagramme de points donnent une information intéressante. La figure V-4, nous donne, en effet, un aperçu de la forme de la tache image dans le plan paraxial. On retrouve le fait que la tache n'est pas ponctuelle, même si la plus grande partie de l'énergie semble concentrée au centre (voir figure V-4 (a)). Par contre, dans le champ (figure V-4 (b)), l'image n'est plus à symétrie circulaire puisqu'elle est, en outre, entachée par de la coma<sup>53</sup>.

Les dimensions de la tache image ont été calculées (voir figure V-5). On peut s'attendre à une image de diamètre  $0,1 \text{ mm}$  environ, ce qui correspond à  $12,5 \mu\text{m}$  dans l'espace objet. Par ailleurs, tous les rayons, pour ainsi dire, donnent un point sur la figure V-4, ce qui signifie que l'image n'est pas trop aberrante, au sens où la majeure partie de l'énergie est concentrée sur un dixième de mm.

<sup>53</sup> On a vu que les autres aberrations de champ (astigmatisme et courbure de champ) sont plusieurs ordres de grandeurs inférieures à la coma.

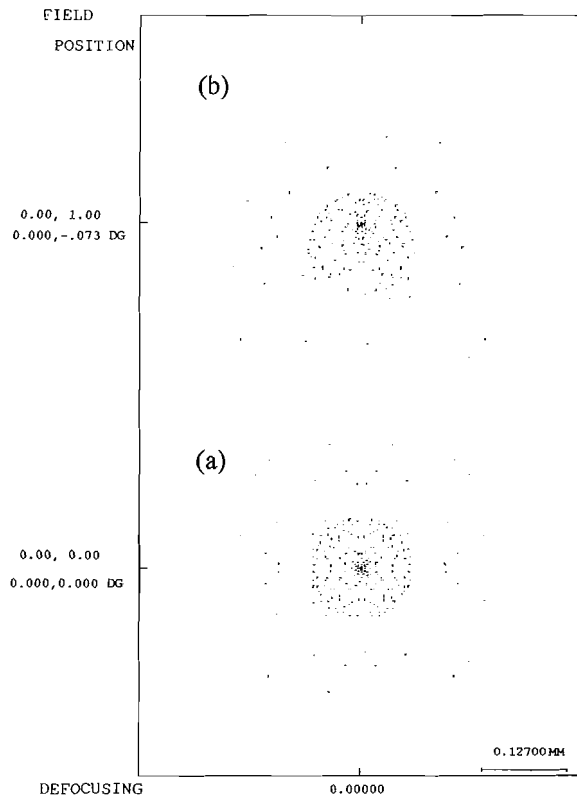


Figure C-4 : Diagramme de points correspondant au sous-ensemble "arrière cavité", calculé dans le plan paraxial. La figure (a) donne un aperçu de la tache image sur l'axe, tandis que la figure (b) correspond au champ objet total, donc  $12,5 \mu\text{m}$ , au centre de la cavité.

### SPOT DIAGRAMME :

WAVELENGTH	WEIGHT	POINTS TRACED	POINTS ATTEMPTED	
810.0	99	158	180	
Field 1, ( 0.00, 0.00) degrees. Focus 0.00000				
Displacement of centroid from chief ray				<b>RMS spot diameter</b>
X: 0.00000E+00	Y: 0.00000E+00			<b>0.89638E-01 MM</b>
Field 2, ( 0.00, -0.07) degrees. Focus 0.00000				
Displacement of centroid from chief ray				<b>RMS spot diameter</b>
X: 0.00000E+00	Y: -0.11441E-01			<b>0.91853E-01 MM</b>

Figure C-5 : Calcul de la dimension de la tache image dans le plan paraxial, sur l'axe et dans le champ. La taille attendue devrait être de l'ordre de  $0,1 \text{ mm}$ . Cela est satisfaisant pour, par exemple, mesurer le flux sur une photodiode très sensible (donc de petite dimension).

## Diffraction

ANALYSE DU FRONT D'ONDE										
	X REL. FIELD		0.00		0.00					
	Y REL. FIELD		0.00		1.00					
	WEIGHTS		1.00		0.88					
	NUMBER OF RAYS		316		316					
	WAVELENGTHS		810.0							
	WEIGHTS		1							
	<b>FOCUS POSITION</b>		<b>0.000000 (MM.)</b>							
FIELD	FRACT	DEG								
X	0.00	0.00								
Y	0.00	0.00	0.502							
X	0.00	0.00								
Y	1.00	-0.07	0.511							
	<b>WEIGHTED RMS</b>		<b>0.506</b>							
	(WAVES)									
FIELD	FRACT	DEG	BEST INDIVIDUAL FOCUS			BEST COMPOSITE FOCUS				
			SHIFT	FOCUS	RMS	STREHL	SHIFT	FOCUS	RMS	STREHL
			(MM.)	(MM.)	(WAVES)		(MM.)	(MM.)	(WAVES)	
<b>Axe :</b>										
X	0.00	0.00	0.000000	0.539031	0.098	0.686	0.000000	0.538874	<b>0.098</b>	<b>0.686</b>
Y	0.00	0.00	0.000000				0.000000			
<b>Champ :</b>										
X	0.00	0.00	0.000000	0.538695	0.135	0.486	0.000000	0.538874	<b>0.135</b>	<b>0.486</b>
Y	1.00	-0.07	-0.004924				-0.004924			
							COMPOSITE RMS FOR POSITION 1:		0.117	
	Units of RMS are waves at		810.0 nm							

Figure C-6 : Données numérique du calcul de défaut de front d'onde. Il est possible de trouver un meilleur foyer pour lequel le défaut est voisin de  $\lambda/10$ . Notons que ce résultat est donné en l'absence de tolérances. Ceci implique que le système réalisé sera nécessairement moins bon. Malgré tout, la qualité requise n'étant pas la limite de diffraction, cet ensemble a été jugé suffisant.

Du point de vue de la diffraction, maintenant, on sait que notre système ne sera pas limité par la diffraction. D'après la figure V-6, on voit que le défaut quadratique moyen de la surface d'onde (par rapport à une onde parfaitement sphérique) vaut  $0,506 \lambda$ . Cependant, on peut trouver, une meilleure position ("FOCUS"  $\approx 0,54$  mm) en se défocalisant d'un demi millimètre, environ, par rapport à l'image paraxiale, avec, cette fois, un défaut RMS de  $0,117 \lambda$ , sur l'axe et dans le champ ("COMPOSITE RMS"). Ceci correspond à un rapport de STREHL compris entre 69 % (sur l'axe) et 49 % (dans le champ).

La fonction de transfert de modulation de ce système est donnée sur la figure V-7. La qualité obtenue devrait être suffisante pour le but assigné à ce dispositif. En effet, on est finalement assez proche de la limite de diffraction (courbe en petits pointillés sur la figure V-7).

## Conclusion

Le système, réalisé entièrement à l'Institut d'Optique, a été monté au sein de l'enceinte



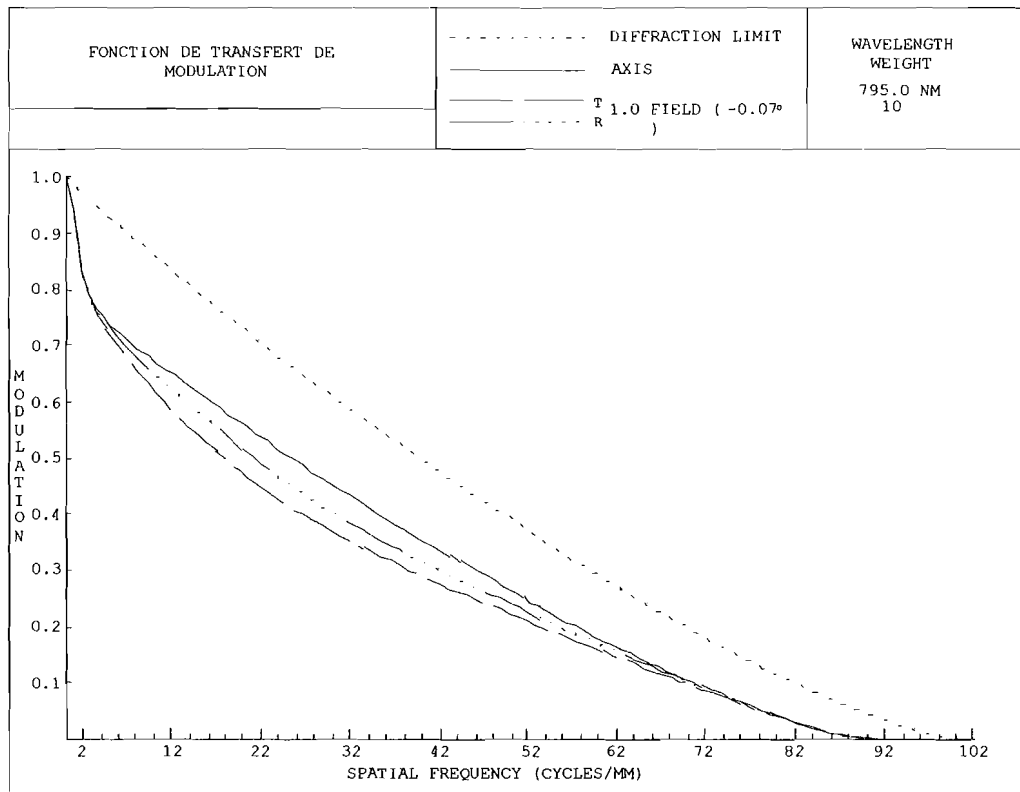


Figure C-7 : Fonction de transfert de modulation du sous-ensemble "arrière cavité", donnée pour  $\lambda = 795$  nm. Etant donné le nombre de lentilles utilisées, le résultat obtenu est tout à fait satisfaisant.

ultravide. Cet ensemble est solidaire de l'objectif présenté dans la partie B du chapitre V. On en présente une vue générale sur la figure V-34.

# Annexe D

## Tolérancement

Nous allons donner, dans le détail, des informations concernant le tolérancement d'un système optique par le logiciel de conception optique *Code V*<sup>®</sup>. Pour cela, nous commencerons par expliciter le programme de tolérancement utilisé. Puis nous nous intéresserons à l'interprétation des informations issues de ce programme.

### Programme de tolérancement

Le programme "TOR" de *Code V*<sup>®</sup> évalue les effets des défauts de fabrication sur la fonction de transfert de modulation ou sur l'écart du front d'onde à la sphère de référence (valeur "RMS"). Chaque surface est susceptible de présenter un certain nombre de défauts (épaisseur, décentrement, indice, constringence, rayon de courbure, etc. . . ), en plus ou en moins par rapport à la valeur nominale. Le programme calcule alors le changement sur le front d'onde - ou sur la fonction de transfert de modulation, au choix de l'utilisateur - engendré par ce défaut.

Cependant, on peut utiliser des "compensateurs". Autrement dit, certains éléments du système seront réglables lors de l'assemblage, mais également lors de l'utilisation effective du dispositif, ce qui nous permettra éventuellement de corriger et de ne pas dégrader autant la qualité du système. En théorie, si chacune des lentilles était réglable en position ( $Ox, Oy, Oz$ ) et en angle ( $\theta, \phi$ ), ce programme de tolérancement n'aurait pas lieu d'être puisque l'on pourrait compenser quasiment tous les défauts ; même si, en pratique, il serait délicat de deviner quels mouvements effectuer pour rendre le système parfait et, il subsisterait, de toute façon, des erreurs, liées à la précision des réglages.

Chaque défaut est considéré individuellement, c'est à dire que le reste du système est supposé parfait tandis que *Code V*<sup>®</sup> calcule l'effet d'un défaut donné sur une surface donnée. Néanmoins, il est possible de regrouper un certain nombre de lentilles. Cela présente un réel intérêt puisqu'en pratique, il est plus simple de fabriquer des lentilles de diamètres identiques qui seront ensuite montées dans un tube de diamètre fixe. La position des lentilles les unes par rapport aux autres sont définies par des cales d'épaisseur, calculées pour respecter la distance entre chaque lentilles. Pour notre système, deux groupes ont été formés :  $L_1 \rightarrow L_3$  et  $L_4 \rightarrow L_7$ . Dans ce cas, le positionnement du groupe par rapport aux autres lentilles du système sont des tolérances supplémentaires à prendre en compte. Malgré cela, cette méthode d'assemblage rend globalement le système plus "tolérant".

Nous allons maintenant passer en revue les différents défauts qui interviennent dans les calculs. Nous pouvons distinguer deux catégories :

- les tolérances centrées, ce sont les défauts à symétrie cylindrique, et,
- les tolérances non centrées.

#### - Les tolérances centrées

On peut encore les subdiviser en deux parties : les tolérances liées aux défauts de forme de surface et celles liées à la précision sur les épaisseurs et les intervalles d'air.

##### \* Forme de surface

- **DLR** (en mm) : précision liée à la valeur du rayon de courbure. Nous avons vu dans le paragraphe IV-4-1 qu'en valeur relative  $\frac{\Delta R}{R}$ , cette précision est de  $10^{-4}$ . Par conséquent, nous avons rentré explicitement cette précision pour chaque rayon de courbure rencontré.
- **DLF** (en  $\lambda$ ) : nombre de franges de sphéricité entre la surface perturbée et le calibre utilisé. Typiquement, pour les calibres de l'atelier optique, on a relevé 1 à 2 franges donc 0,5 ou 1  $\lambda$ .

##### \* Épaisseurs

- **DLT** (en mm) : précision sur les épaisseurs de verre ou les intervalles d'air séparant deux lentilles consécutives. La plupart de nos lentilles sont très "tolérantes" au sens où une tolérance de 0,1 mm a pu leur être appliquée. Cependant, certaines surfaces présentent des tolérances plus serrées mais encore tout à fait réalisables, allant jusqu'à 0,01 mm (soit 10  $\mu\text{m}$ ) et ce, afin de conserver une qualité optique de l'ensemble satisfaisante.

#### - Les tolérances non centrées

On distingue les tolérances d'usinage optique, d'une part, et les tolérances mécaniques, d'autre part.

##### \* Usinage optique

- **CYN et CYD** (en  $\lambda$ ) nous donnent les tolérances des irrégularités sur la forme de la surface. La première renseigne sur la cylindricité le long de l'axe Oy ; et, la seconde (CYD) la cylindricité décalée de  $45^\circ$  par rapport à CYN. D'après les opticiens, ce défaut ne peut excéder la qualité globale du système. Autrement dit, pour notre système dit à  $\lambda/4$ , on a  $CYN = CYD = 0,25 \lambda$ .

**Remarque** : par défaut, Code  $V^{(R)}$  avait mis ces paramètres à  $\lambda/2$ .

- **TRX et TRY** (en  $\lambda$ ) : précision sur le débordage (ou effet prismatique) de la lentille. Ces défauts sont souvent exprimés en angle (typiquement inférieur à 3' d'arc) mais les opticiens ont l'habitude de l'exprimer en fraction de longueur

d'onde. Pour les opticiens, ce défaut est pratiquement nul. En effet, si on considère que ce défaut, noté  $\delta$ , intervient sur le bord de la lentille (i.e. sur une distance où la régularité de surface n'est plus garantie), on aura (voir figure V-1) :

$$\delta = \text{distance au bord} \times \tan(\Delta) \quad (\text{D-1})$$

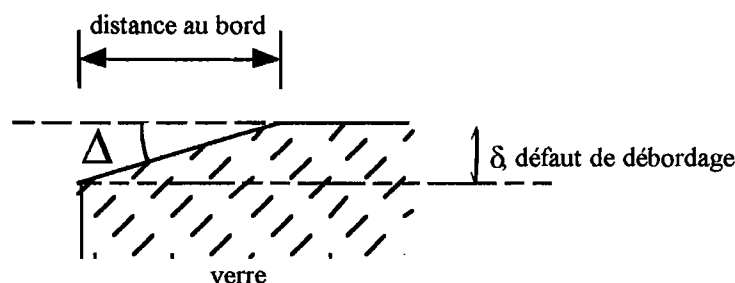


Figure D-1 : On voit ici le détail du bord d'une lentille, dont la matière est symbolisée par les hachures. Lors du débordage, opération qui consiste à définir le diamètre de la lentille, on peut introduire un léger défaut  $\delta$  (en distance) ou  $\Delta$  (en angle). La relation reliant ces deux défauts est simple et apparaît clairement sur ce dessin.

Pour donner un ordre de grandeur, on a vu que l'angle  $\Delta$  n'excédait pas 3' d'arc, on peut supposer que la distance au bord ne peut dépasser raisonnablement 3 mm, d'où  $\delta \simeq 0,06 \lambda$ . Ce défaut est effectivement très faible, comparé au  $0,25 \lambda$  de défaut de cylindricité, par exemple.

#### \* Tolérances mécaniques

- **BTX et BTY** (en rad) : basculement d'un groupe<sup>54</sup> par rapport à l'axe Oz, qui est l'axe optique. Typiquement, on peut demander 0,001164 rad, soit 4' de basculement et on aura aussi quelques surfaces tolérancées à 0,0009 rad soit 3'.
- **DSX et DSY** (en mm) : défaut de centrage d'un groupe suivant l'axe Ox et Oy, respectivement. Pour les lentilles, considérées individuellement ou en groupe, on a pris une précision de 50  $\mu\text{m}$  (voire 25  $\mu\text{m}$  pour la lentille numéro 3 et le groupe dont elle fait partie).
- **DSZ** (en mm) : défaut de positionnement le long de l'axe Oz, qui s'applique uniquement à un ensemble de lentilles<sup>55</sup>. La précision typique est la même que pour une lentille seule, à savoir 0,1 mm (100  $\mu\text{m}$ ).

Voici donc les principales tolérances, répertoriées ici. Une dernière apparaîtra dans les calculs de *Code V<sup>R</sup>* (voir paragraphe suivant). Elle concerne la précision avec laquelle est donné l'indice des verres utilisés (DLN). Celle-ci n'excède pas  $10^{-3}$  et, on le verra, elle a très peu d'impact sur la qualité du système.

La figure V-2 reproduit un fichier, utilisé dans *Code V<sup>R</sup>*, pour le calcul de ces tolérances.

<sup>54</sup> On entend par "groupe", groupe de dioptries ; donc cela peut correspondre à une lentille seule, si on prend en compte deux dioptries consécutifs ou bien à un groupe de n lentilles formées par 2n dioptries.

<sup>55</sup> En effet, pour une lentille individuelle, c'est la commande DLT, présentée plus haut qui entre en jeu.

```

del cmp sa          def tol s1..i          dsx s12..13 F 0.05          btx s12..13 F 0.001164          dsz s12..17 F 0.1
cmp dlz so          dlt sa F 0.1            dsx s14..15 F 0.05          btx s14..15 F 0.001164          dsx s12..17 F 0.025
cmp dlx so          dlt s29 F 0.01          dsx s16..17 F 0.025        btx s16..17 F 0.0009           dsy s12..17 F 0.025
cmp dly so          dlt s28 F 0.01            dsx s18..19 F 0.05          btx s18..19 F 0.001164
cmp dsz s1..9       dlt s27 F 0.025          dsx s20..21 F 0.05          btx s20..21 F 0.001164          btx s12..17 F 0.0009
cmp dsx s1..9       dlt s26 F 0.025          dsx s22..23 F 0.05          btx s22..23 F 0.001164          bty s12..17 F 0.0009
cmp dsy s1..9       dlt s25 F 0.05           dsx s24..25 F 0.05          btx s24..25 F 0.001164
cmp dsx s12..17     dlt s24 F 0.05           dsx s26..27 F 0.05          btx s26..27 F 0.001164
cmp dsy s12..17     dlf sa F 1              dsy s12..13 F 0.05          bty s12..13 F 0.001164
cmp dsy s12..17     dlr s12 F 0.002          dsy s14..15 F 0.05          bty s14..15 F 0.001164
cmp dsx s28..29     dlr s13 F 0.002          dsy s16..17 F 0.025        bty s16..17 F 0.0009
cmp dsy s28..29     dlr s26 F 0.002          dsy s18..19 F 0.05          bty s18..19 F 0.001164
                    dlr s27 F 0.002          dsy s20..21 F 0.05          bty s20..21 F 0.001164
                    dlr s28 F 0.002          dsy s22..23 F 0.05          bty s22..23 F 0.001164
                    dlr s29 F 0.002          dsy s24..25 F 0.05          bty s24..25 F 0.001164
                    cyn sa F 0.25          dsy s26..27 F 0.05          bty s26..27 F 0.001164
                    cyd sa F 0.25          dsy s28..29 F 0.05          bty s28..29 F 0.001164
                    del tol s1..9
                    frw 810
                    tor
                    go

```

Figure D-2 : Fichier de tolérancement utilisé pour l'ensemble du système. On y définit des compensateurs (cmp) qui sont la position de la fibre (so) et celle de l'objectif Nacet ( $\times 8$ ) (s1..9) employé pour la mise en forme du faisceau ; ainsi que le centrage du groupe  $L_1 \rightarrow L_3$  (cmp dsx s12..17 et cmp dsy s12..17) et du dernier ménisque (cmp dsx s28..29 et cmp dsy s28..29). Les deux premiers éléments sont supposés parfaits, c'est à dire qu'ils n'entrent pas en ligne de compte pour les tolérances de l'objectif (del tol s1..9) ; au contraire, bien entendu, des seconds pour lesquels on définit explicitement un certain nombre de tolérances (par exemple : btx s12..17 F 0.0009 ou encore bty s28..29 F 0.001164). Les valeurs des tolérances ont été choisies selon les explications données dans le texte ; de ce fait, elles sont totalement réalistes et rendent compte effectivement de la faisabilité de notre objectif.

Il permet de définir des compensateurs (CMP), sur lesquels nous allons revenir, et la valeur de chacun des défauts tolérés pour les différentes lentilles ou groupe de lentilles. On précise également la longueur d'onde d'utilisation puisque les résultats sont donnés en fraction de longueur d'onde, comme nous allons le voir, plus en détail, maintenant.

## Analyse des résultats

Le document V-3 reproduit partiellement le fichier des tolérances, calculées à partir du programme présenté plus haut. Ces résultats ont été obtenus pour l'ensemble du système<sup>56</sup>. Les explications qui suivent doivent permettre l'interprétation du tableau des tolérances ainsi que du résumé qui se situe au bas de la figure V-3.

<sup>56</sup> Rappelons que l'on dénomme "système complet" l'ensemble du système allant de la sortie de la fibre jusqu'au centre de la cavité, et donc comprenant l'objectif de microscope ( $\times 8$ ), l'objectif et la cavité. Une vue de cet ensemble est reproduite sur la figure V-19.

D'une façon générale, les résultats d'un calcul de tolérances sont donnés pour chaque champ (et position de zoom). Ces tableaux de résultats ont un entête donnant quelques informations de base, telles que : la (ou les) longueurs d'onde (et leurs poids respectifs<sup>57</sup>), le nombre de rayons tracés pour la longueur d'onde considérée, ainsi que la valeur nominale du défaut de front d'onde ("nominal RMS"). On y apprend également que la variation du défaut de front d'onde ("RMS"), avec les tolérances, est décrite par une équation du type :

$$RMS = \sqrt{AT^2 + BT + C} \quad (D-2)$$

où  $T$  est une variable réduite correspondant à la valeur du paramètre. La valeur de  $C$  est constante pour toutes les tolérances, pour un champ (et une position de zoom) donné(s), et apparaît au dessous de l'équation. Ensuite, viennent une succession de colonnes décrivant les tolérances et leur effet sur le front d'onde. Ainsi, quand  $T = 1$ , l'équation donne la modification de front d'onde pour la valeur de la tolérance répertoriée en colonne 2. Pour obtenir celle correspondant au signe opposé, il faut prendre  $T = -1$ , pour celle correspondant à deux fois la valeur de la tolérance, appliquer  $T = 2$ . Les deux dernières colonnes "A" et "B" reproduisent les valeurs qui sont utilisées dans l'équation ((D-2)), donnant la variation "RMS".

Les deux premières colonnes "TYPE" et "CHANGE" décrivent les tolérances. "TYPE" est le type de tolérance. Les différents types ont été décrits plus haut dans cette annexe. Ici, apparaît également le numéro de dioptre auquel la tolérance se rapporte (s10, pour dioptre ou surface numéro 10). "CHANGE" est la valeur de la tolérance, dans l'unité associée, définie également dans le paragraphe IV-4-2.

Les deux colonnes suivantes nous donnent les modifications engendrées par la tolérance en question. La première d'entre elles correspond au calcul pour la valeur inscrite dans la colonne "CHANGE", tandis que la seconde correspond à la même valeur, mais négative.

La colonne suivante est la moyenne quadratique associée du changement dans le front d'onde et donne une indication sur la taille de l'aberration introduite.

La sixième colonne : "COMPENSATING PARAMETERS" récapitule les changements sur les compensateurs. La valeur affichée permet de minimiser les dégradations de front d'onde, dans le cas où la tolérance est comptée positivement.

À la fin de ces colonnes de données, on trouve le "probable change in RMS". C'est la valeur statistique obtenue avec une certaine distribution déterminée pour chaque type de tolérances. Alors sont calculés la moyenne  $\mathcal{M}$  et l'écart-type  $\sigma$  des changements sur le front d'onde. Et la

<sup>57</sup> Autrement dit, l'importance relative que l'on donne aux diverses longueurs d'onde de fonctionnement du système. Pour un système fonctionnant dans le visible, on donnera un poids équivalent pour le bleu, le vert et le rouge (par exemple). Nous avons vu que le mode de fonctionnement de notre système n'est pas équivalent à toutes les longueurs d'onde envisagées (voir § B-V-2 de ce chapitre). Ceci est éventuellement pris en compte dans le calcul des tolérances du système.

CODE V INVERSE SENSITIVITY POLYCHROMATIC RMS WAVEFRONT ABERRATION							
FIELD (X,Y) = ( 0.00, 0.00)MAX, ( 0.00, 0.00)DEG				WAVELENGTH 810.0 NM			
NOMINAL RMS		= 0.037		RMS=SQRT(A*T**2 + B*T + C) C = 0.001356			
COMPENSATING PARAMETERS							
-----							
DLZ S0							
DLX S0							
DLY S0							
DSZ S1..9							
DSX S0..9							
DSY S0..9							
MANUFACTURING ERROR		CHANGES IN RMS FOR PLUS AND MINUS MANUFACTURING ERRORS		RMS OF CHANGE IN WAVEFRONT			
TYPE	CHANGE				A	B	
DLF S10	1.0000000	0.000	0.000	0.000	0.001127 0.000000 0.000000 0.001022 0.000000 0.000000	0.000000	0.000000
DLF S11	1.0000000	0.000	0.000	0.000	-0.001077 0.000000 0.000000 -0.000972 0.000000 0.000000	0.000000	0.000000
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
BTX S18..25	0.0011640	0.001	0.001	0.007	0.000222 0.247921 0.000000 0.000222 0.500000# 0.000000	0.000053	0.000000
BTY S18..25	0.0011640	0.002	0.002	0.013	0.000032 0.000000 -0.134543 0.000032 0.000000 -0.500000#	0.000157	0.000000
RSS				0.279			
PROBABLE CHANGE IN RMS		0.164					
PROBABLE CHANGE OF COMPENSATORS (+/-)					3.726014#		
					1.334482#		
					0.983414#		
					4.757988#		
					2.317273#		
					2.264505#		
Units - linear dimensions in mm. angles in radians, fringes in wavelengths at 810.0 nm. RMS is in wavelengths (averaged over spectral region)							
The probable change in RMS assumes a uniform distribution of manufacturing errors over the range for all parameters except tilt and decenter which have a truncated Gaussian distribution in X and Y							
CUMULATIVE PROBABILITY	CHANGE IN RMS	* If it is assumed that the errors can only take on the extreme values of the tolerances, the 97.7 percent probable change in RMS is 0.293					
50.0 PCT.	0.093						
84.1 PCT.	0.132						
97.7 PCT.	0.164 *						
99.9 PCT.	0.191						

Figure D-3 : Résultats plus détaillés d'un programme de tolérancement. On reproduit ici, le début et la fin d'un fichier complet. Sur les lignes intermédiaires, on retrouverait les diverses tolérances (DLF, DLR, DLT puis DLN, etc) qui sont énumérées pour chacune des surfaces intervenant dans le systèmes (s10, s11 ... s29) ou pour chaque groupe (s14..15, s16..17, jusqu'à s28..29 et encore s14..17, s18..25) ; mais elles n'apparaissent pas ici pour des raisons évidentes de simplification.

“modification probable” est définie comme étant la moyenne plus deux écarts-types :  $(\mathcal{M} + 2\sigma)$ , ce qui signifie que, statistiquement, dans 97,7 % des cas, on aura une modification moins importante.

À la suite, on trouve les déplacements probables des différents compensateurs. Les nombres donnés procurent une indication notable des réglages à effectuer lors du montage et en particulier la course à prévoir pour chacun d’entre eux.





## Annexe E

# Quelques méthodes de mesure des aberrations

Il n'est pas question ici d'étudier toutes les techniques possibles. Elles sont en effet très nombreuses et certaines d'entre elles ne s'adaptent qu'à un type bien défini d'instrument. Nous ne donnerons que le principe des méthodes les plus couramment utilisées et en particulier, celles que nous avons envisagées dans le cadre de notre étude.

### Les méthodes d'ombres

Elles sont associées à plusieurs noms : FOUCAULT, YVON, RONCHI, LENOUEL ... Elles consistent à mettre, au voisinage de l'image, un obstacle permettant

- d'intercepter certains rayons du faisceau, en plaçant la pupille de l'oeil (ou de tout autre détecteur) derrière l'obstacle
- et d'observer la pupille de sortie de l'instrument à caractériser.

Cette méthode fut mise en oeuvre par FOUCAULT (1857) qui a utilisé une lame de couteau permettant d'intercepter tous les rayons qui traversent le plan de la lame d'un même côté de son arête (voir figure V-1). Toutes les régions de l'objectif qui envoient des rayons sur le couteau paraissent sombres à l'observateur. Les autres régions semblent éclairées car les rayons qui en sont issus passent à côté du couteau.

Cette méthode est particulièrement adaptée à l'étude de l'aberration sphérique. Elle s'applique à tout système optique devant donner une image exempte d'aberrations. Elle met en évidence les défauts de la surface d'onde réelle par rapport à une surface d'onde parfaite. Elle permet de mesurer l'aberration sphérique longitudinale en fonction de la hauteur sur la pupille et d'étudier la forme de la caustique.

Elle semble donc tout à fait adaptée à notre problème même si la qualité "théorique" de notre système nous impose quelques contraintes sévères. Le couteau devra être porté par un chariot muni de deux mouvements micrométriques, l'un parallèle à l'axe, l'autre perpendiculaire. En outre, l'arête du couteau doit présenter des bords parfaitement rectiligne ; en tout cas avec des défauts plus petits que ceux de notre système ( $\lambda/4$  en valeur quadratique moyenne). Cependant, cette méthode reste des plus sensibles : l'appréciation des écarts de front d'onde n'est limitée

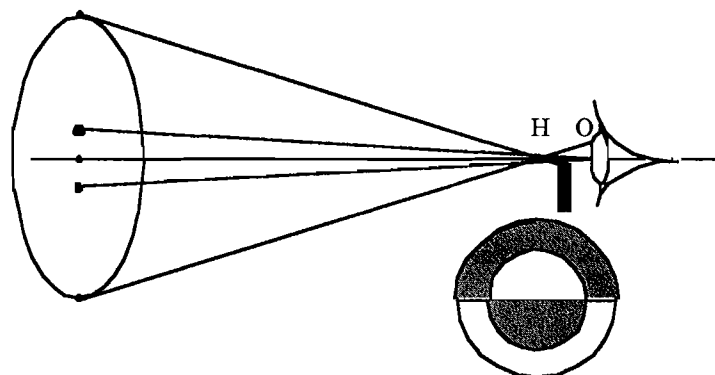


Figure E-1 : Illustration de la méthode de FOUCAULT. Si l'on est en présence d'aberration sphérique, les zones de la pupille ayant un foyer H au delà du couteau présentent une partie sombre du même côté que la lame, une partie claire du côté opposé ; les zones pour lesquelles H est situé en avant du couteau présentent l'aspect inverse, et la pupille aura pour l'observateur l'aspect représenté sur la figure. Il sera facile de connaître la zone de transition, pour laquelle le foyer H est situé sur le couteau ; on pourra ainsi mesurer aisément l'aberration sphérique longitudinale en fonction du diamètre de la zone utilisée sur la pupille (ou de l'angle de convergence du rayon lumineux).

que par la perception du plus faible contraste.

Signalons pour terminer, une variante proposée simultanément par V. RONCHI et LENOUVEL, qui consiste à placer un peu en avant de l'image un réseau à traits parallèles et équidistants ; ce réseau occulte les rayons qui viendraient traverser les parties opaques de ses traits ; on peut alors observer sur un plan situé derrière l'image une ombre du réseau. Si le système était stigmatique, cette ombre serait constituée par des traits rectilignes, parallèles et équidistants. Les aberrations déforment cette ombre et l'étude des déformations permet de connaître les composantes latérales des aberrations. Cependant, l'interprétation correcte des résultats obtenus fait intervenir des phénomènes d'interférence et de diffraction, surtout lorsque le pas du réseau est assez petit et l'interprétation des résultats peut être de ce fait très complexe.

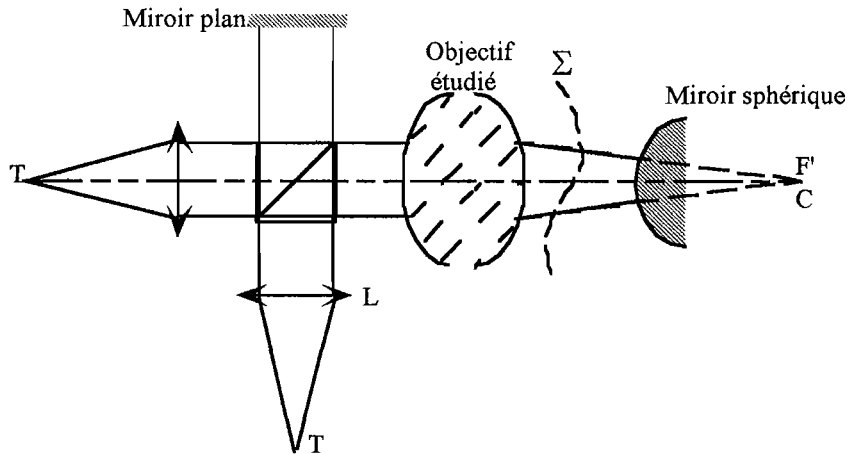
En conclusion, la méthode des ombres est très simple à mettre en oeuvre et fait preuve d'une très grande sensibilité.

## Les méthodes utilisant les interférences

Elles sont nombreuses mais nous ne parlerons vraiment que de celles qui pourraient être adaptée à notre étude. La méthode de MICHELSON, ou celle de COTTON, par exemple, étudient la forme de la surface d'onde point par point, la seconde permet en outre d'étudier les aberrations latérales  $dy'$  et  $dz'$  en fonction de l'ouverture. Mais cela n'est pas satisfaisant d'autant que ce sont des méthodes qui ne peuvent s'appliquer -simplement, du moins- à des systèmes

très ouverts. Nous chercherons donc des méthodes plus globales.

### III.1 Méthode de Twyman-Green



Les méthodes précédentes ne permettent, que d'étudier la surface d'onde point par point ; la méthode de TWYMAN-GREEN permet au contraire de déterminer d'un seul coup la forme complète de la surface d'onde. On utilise pour cela un interféromètre de MICHELSON que l'on modifie de la façon suivante (figure ci-dessus) : l'un des miroirs plans est remplacé par l'ensemble du système  $S$  à étudier et d'un miroir parfaitement sphérique  $M_1$  dont le centre est situé très sensiblement au foyer de  $S$ .

- Si la surface d'onde fournie par  $S$  est rigoureusement sphérique, elle s'applique sur  $M_1$  et l'on obtiendra à nouveau, après une deuxième traversée de  $S$  en sens inverse, une surface d'onde plane qui donnera naissance, par interférence avec la surface d'onde provenant du deuxième bras de l'interféromètre, à un système de franges rectilignes et équidistantes. Les franges pourront être supprimées si les deux surfaces d'ondes planes sont rigoureusement appliquées l'une sur l'autre. La qualité optique du miroir  $M_1$  est donc tout à fait essentielle et doit être meilleure que celle du système étudié  $S$ .
- Si par contre,  $S$  présente des aberrations, elles se manifesteront par l'apparition de franges qui représenteront simplement la distance entre la surface d'onde et le miroir sphérique ; du fait de l'autocollimation, le chemin optique aberrant est doublé et l'on écrira, si  $p$  est le nombre de franges observées à partir d'une origine située par exemple au centre de la pupille :

$$\Delta = p \frac{\lambda}{2}$$

On voit que cette méthode présente le grand avantage de fournir immédiatement la forme complète de la surface d'onde et l'importance de ses déformations. Nous verrons que lorsque les aberrations sont faibles, le chemin optique aberrant détermine complètement la qualité de

l'image, alors que les composantes  $dy'$ ,  $dz'$  des aberrations latérales ne peuvent donner qu'une idée très grossière de la répartition de l'énergie dans la tache. La méthode de TWYMAN-GREEN sera donc particulièrement utile dans ces conditions.

### III.2 L'interféromètre de ZYGO

Une variante tout à fait intéressante de la méthode précédente est l'utilisation d'un interféromètre de ZYGO dont nous disposons à l'Institut d'Optique. Le ZYGO permet d'effectuer une reconstitution interférométrique du front d'onde et de la surface étudiés par méthode de la **variation de la phase**, mise au point par J.H. BRUNING et col. en 1974, et qui utilise un interféromètre à deux ondes. Ainsi, pour étudier les aberrations d'un objectif, on utilise le montage suivant.

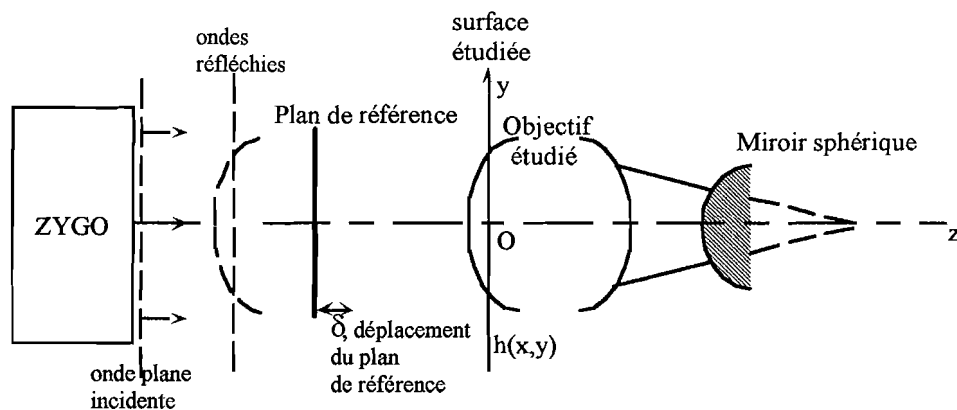
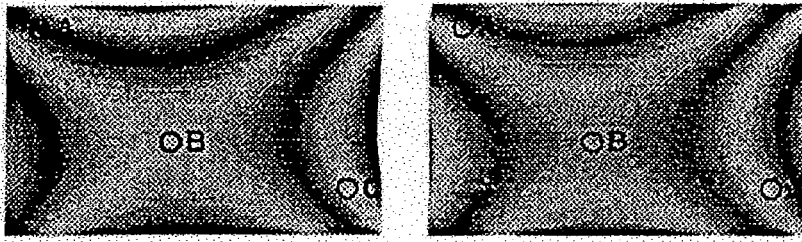


Figure E-2 : L'interféromètre de ZYGO est un interféromètre à deux ondes. Le plan de référence présente une qualité optique excellente (défauts n'excédant pas quelques  $\lambda/1000$ ). Il peut être translaté de quelques fractions de  $\lambda$  de manière contrôlée grâce à une cale piézoélectrique commandée par une tension. Ce montage permet donc d'évaluer très précisément l'ampleur des aberrations selon la méthode de la variation de la phase exposée dans le texte.

Il s'agit d'une interférence à deux ondes, l'une réfléchie par le plan étalon (supposé parfaitement plan), l'autre réfléchie par la surface étudiée dont la hauteur à mesurer est représentée par  $h(x,y)$  (voir figure).

Le laser Helium-Néon utilisé comme source, possède une très grande longueur de cohérence (supérieure à 2 mètres). Les franges sont enregistrées par une camera vidéo (tube Vidicon) et visualisées sur un écran de contrôle. Le plan étalon est fixé sur une céramique piézoélectrique et se déplace entre chaque enregistrement de  $\lambda/10$ . Ce plan étalon possède une face dont le facteur de réflexion est de 0,04 ; la qualité de cette surface est meilleure que  $\lambda/50$  (RMS). L'autre face de ce plan étalon est traitée antireflet.

L'image de l'échantillon avec les franges d'interférence est numérisée en niveau de gris (sur 12 bits) par une carte vidéo située à l'intérieur d'un micro-ordinateur, et ce, pour différentes positions du plan étalon de référence (voir figure).



Le plan de référence s'est rapproché de l'échantillon de  $\lambda/10$ , d'une image à l'autre, de gauche à droite. La luminosité de chaque point de l'image évolue sinusoïdalement (puisqu'il s'agit d'interférences à deux ondes) en fonction du déplacement du plan étalon. La figure ci-dessus montre cette évolution pour les trois points A, B et C de l'échantillon repérés par un cercle. Les deux enregistrements correspondent à gauche, à  $\delta = 0$  et à droite, à  $\delta = -\lambda/10$  (modulo  $\lambda/2$ ). Le déphasage des sinusoïdes "de luminosité" est directement relié au déphasage des deux ondes optiques qui interfèrent et il permet de remonter à l'altitude de chaque point de la surface de l'échantillon à étudier. Cette méthode peut être mise en oeuvre quel que soit le facteur de visibilité des franges, le contraste des franges pouvant même être différent d'un point à l'autre de l'échantillon. La précision peut aller au delà de  $\lambda/100$ . La phase est réellement mesurée sur chaque point du détecteur.

L'amplitude de l'onde lumineuse est :

$$A(x, y) = a_0 + a_1 \exp(2i\pi \Delta(x, y))$$

où  $\Delta(x, y)$  est la différence de marche :  $\Delta(x, y) = 2\ell + 2h(x, y)$ .

L'intensité lumineuse est donc :

$$I(x, y, \ell) = a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos\left(4\pi \frac{\ell}{\lambda} + 4\pi \frac{h(x, y)}{\lambda}\right)$$

Lorsque  $\ell$  varie, par application d'une tension sur la cale piézoélectrique,  $I(x, y, \ell)$  varie sinusoïdalement en fonction de  $\ell$ , en tout point  $(x, y)$  de la surface étudiée, avec une période de  $\lambda/2$ . L'information  $h(x, y)$  (relief de la surface) est bien contenue dans la phase de cette fonction sinusoïdale.

Grâce à l'utilisation d'un logiciel (*Zymod*), on détermine complètement la phase  $\phi(x, y) = 4\pi \frac{h(x, y)}{\lambda}$ . A partir de celle-ci, on peut remonter au front d'onde et à l'évaluation quantitative des aberrations (calcul des coefficients des sommes de SEIDEL). Tout ceci s'effectuant à l'échelle des périodes de balayage de la cale piézo-électrique, on peut pour ainsi dire, corriger les aberrations en temps réel.

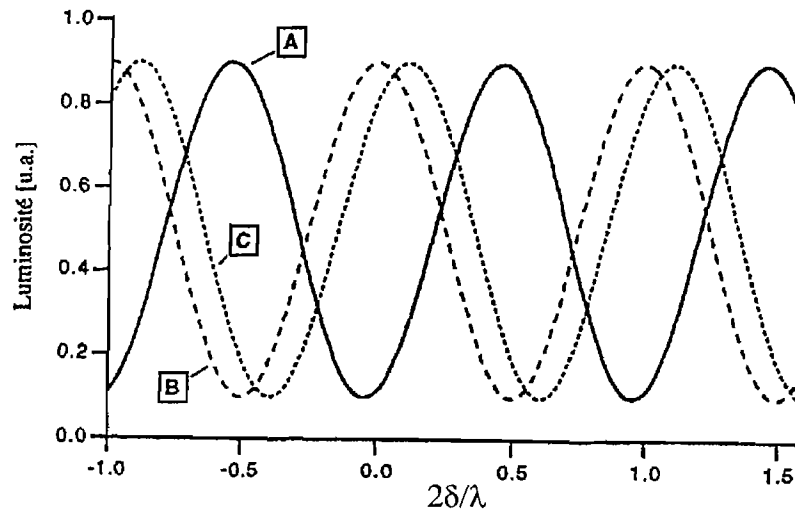


Figure E-3 : Exemple de courbes sinusoïdales enregistrées par Zygo. Les trois courbes correspondent aux points A, B et C des photos.

### III.3 Les inconvénients

Si ces méthodes présentent de nombreux avantages, elles présentent également quelques inconvénients liés directement à notre dispositif. En effet, elles supposent l'utilisation d'une référence (miroir  $M_1$ ) qui doit présenter des caractéristiques optiques meilleures que notre objectif (ouverture numérique, défauts de forme, en particulier). Il n'est donc pas aisé de disposer de tels miroirs. De plus, l'image donnée par notre système se trouve à moins d'un centimètre du dernier dioptré, ce qui laissait très peu de place pour positionner le miroir  $M_1$ , qui, signalons le, au passage, doit avoir un rayon de courbure plus petit que la distance image (soit 9,85 mm).

Par ailleurs, nous avons été confrontés au problème de la longueur d'onde d'utilisation. En effet, les montages de caractérisation sont souvent prévus pour tester des instruments d'optique fonctionnant dans le visible. Ainsi, s'il est envisageable de modifier la source sur un interféromètre de TWYMAN-GREEN, il est difficile de remplacer le laser hélium-néon du ZYGO pour le remplacer, par exemple, par une diode laser à 810 nm.

Enfin, notre système devant être monté dans l'enceinte ultravide, nous avons dû nettoyer toutes les pièces et l'ensemble des manipulations décrites jusqu'ici ont été effectuées sous plafond soufflant et à l'aide de gants. Nous voulions donc éviter de transporter notre montage et, il était difficilement envisageable de déplacer un interféromètre de TWYMAN-GREEN et plus encore celui de ZYGO.

Bref, nous avons finalement écarté ces méthodes pour envisager une mesure "plus directe"

de la qualité de l'image.

## Mesure directe de la qualité image

L'image formée par un système parfait et idéal serait un point que l'on ne peut atteindre, on le sait, ne serait-ce qu'à cause de la diffraction. Le mieux que l'on puisse obtenir est alors une **tache d'AIRY**. Comme nous l'avons déjà vu, plusieurs quantités parmi lesquelles trois ont été retenues, peuvent décrire la qualité d'une image :

- le front d'onde
- la fonction de transfert de modulation
- la réponse percussionnelle.

### III.1 Le mesureur de front d'onde

Il existe des appareils donnant directement le front d'onde d'un faisceau qu'il détecte. L'analyse de surface d'onde concerne en général une approche bidimensionnelle et utilise la méthode SHACK-HARTMANN dont le principe est le suivant. Le front d'onde incident est découpé en fronts d'onde élémentaires incidents à l'aide d'une matrice de microlentilles. Un détecteur (barette CCD) est placé dans le plan de focalisation afin d'enregistrer les taches lumineuses correspondant à chacune des microlentilles. La position de chaque spot sur la CCD est proportionnelle au tilt du front d'onde élémentaire incident, qui est supposé plan (voir figure V-4). Une reconstruction zonale permet ensuite d'afficher le front d'onde en phase et en intensité, suivant une méridienne, pratiquement en temps réel.

Les problèmes de ces dispositifs sont :

- d'une part, qu'ils sont limités en ouverture. En général, ces appareils n'acceptent pas des faisceaux dont l'angle d'ouverture est supérieur à  $20^\circ$  ;
- d'autre part, qu'ils ont une résolution qui risque d'être insuffisante pour notre tache image. En effet, celle-ci doit avoir un diamètre de l'ordre du micron qui est aussi la plus petite dimension résolue par ces instruments.

Nous ne pouvons donc, a priori, pas apprendre grand chose avec un analyseur de faisceau, sinon que notre tache image est de l'ordre du micromètre.

### III.2 Le banc "ACOFAM"

Nous avons également à notre disposition un banc de mesure de FTM. On utilise pour cela



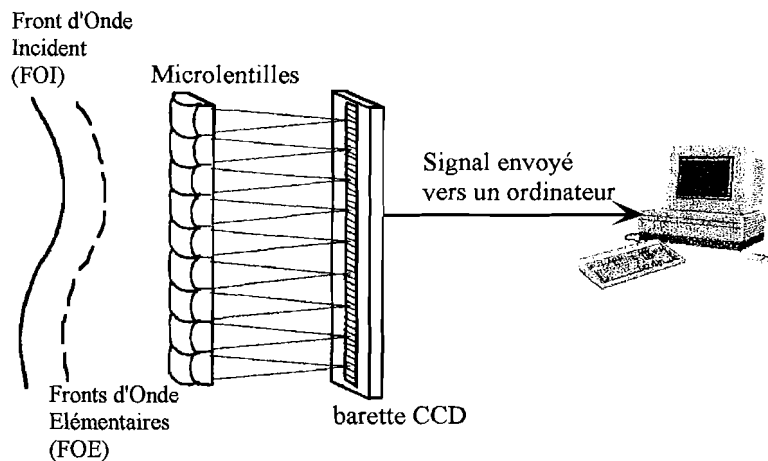


Figure E-4 : Schéma de principe de la méthode SHACK-HARTMANN. La position de chaque tache lumineuse focalisée sur la barette CCD indique la pente locale du front d'onde. Par "addition" de tous les fronts d'onde élémentaires, on reconstruit l'allure du front d'onde incident.

une mire sinusoidale dont la fréquence varie et que l'on fait défiler devant l'objectif à étudier grâce au montage suivant :

Pour pouvoir observer les défauts de l'objectif étudié, il faut que l'image du trou source (collimateur) soit d'une taille inférieure à celle de la tache de diffraction. Dans notre cas, cette image doit donc être typiquement plus petite que  $0,5 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à un trou source de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ .

Encore une fois, on pouvait déplorer plusieurs inconvénients liés à cette mesure. Le premier est qu'il fallait amener l'objectif sur le banc de mesure, ce qui, on l'a vu, n'est pas souhaitable. Par ailleurs, se posait encore une fois le problème de la longueur d'onde de la source puisque le collimateur en place est une lampe blanche. Or, en dehors de sa plage d'optimisation (typiquement  $780\text{-}820 \text{ nm}$ ), notre système optique forme des images dont la qualité n'est pas bonne.

Nous avons donc exclu cette solution.

### III.3 Réponse percussionnelle

C'est finalement cette dernière possibilité qui a été adoptée. Le principe a déjà été explicité dans le corps de ce mémoire, en section C-III du chapitre V. Cependant, par souci de cohérence pour la lecture de cette annexe, nous reproduisons ici ces quelques lignes.

Nous avons finalement envisagé l'acquisition de l'image d'un point source à travers l'instrument optique que l'on souhaite caractériser autrement dit, de sa réponse percussionnelle. Le montage est très simple puisqu'il suffit d'éclairer un trou source et d'observer à l'aide d'une caméra (CCD, dans notre cas) la tache image.

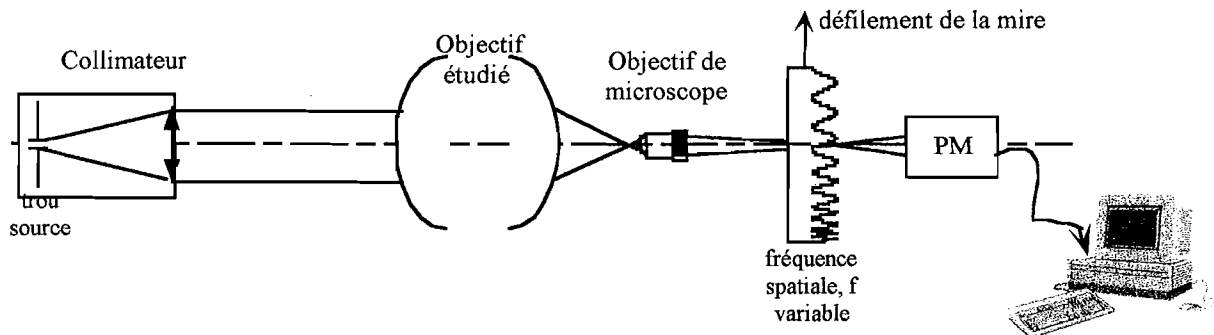


Figure E-5 : Les fréquences spatiales accessibles à la mesure sont définies par les fréquences des sinusoïdes de la mire, ramenées dans le plan de l'objectif grâce à l'objectif de microscope. A partir de l'éclairage reçu par le photomultiplicateur, pour chaque fréquence spatiale de la mire, un logiciel calcule la fonction de transfert de modulation correspondante.

La caméra utilisée doit présenter une très grande dynamique. En effet, si, comme on s'y attend, on observe une tache d'AIRY, nous devons être en mesure d'estimer la quantité d'énergie contenue dans le premier anneau. C'est à dire que l'on doit être capable de voir, pour le premier anneau de diffraction, une amplitude qui vaut 1,8 % de l'amplitude maximum (au centre de la tache). Pour une caméra CCD "standard", c'est à dire avec une sortie analogique, suivie d'une carte de numérisation 8 bits, ce pourcentage est noyé dans le bruit de numérisation si l'on ne veut pas saturer l'image au centre. Il est donc nécessaire d'employer une caméra numérique 12 bits, sur laquelle on enregistre la forme de la tache. La valeur de chaque pixel étant proportionnelle à l'éclairage reçu, on reconstitue ainsi des courbes à trois dimensions du même type que celles calculées par *Code V<sup>R</sup>* (cf. figures V-16 ou V-22 de la partie B). On peut alors évaluer le rayon de la tache réelle et le comparer à la valeur théorique.

Cette dernière méthode a eu notre préférence bien que des difficultés techniques, liées à la caméra à utiliser, ne lui étaient pas favorable au départ.

## Conclusion

Nous avons vu que les conditions d'utilisation du système conçu (: longueur d'onde ; ouverture numérique et qualité optique, a priori proche de la perfection) ont conduit à l'élimination d'un grand nombre des méthodes de caractérisation expérimentale possibles. Nous avons ainsi

adopté la méthode de l'enregistrement de la réponse percussive qui, au final, fait intervenir très peu de matériel annexe et satisfait donc facilement les diverses contraintes. Pour les mêmes raisons, de toutes les autres possibilités énumérées, ici, nous avons également envisagé celle du couteau de FOUCAULT qui est en général assez simple à mettre en œuvre.

# Bibliographie

- [1] La Physique Quantique, dossier Pour La Science (juin 1994)
- [2] V.B. BRAGINSKY AND Y.L. VORONTSOV, *Quantum Mechanical limitations in macroscopic experiments and modern experimental techniques*, Usp.Fiz. Nauk. **114**, 41 (1994). (transl. Sov. Phys. Usp. **17**, 644 (1975)).
- [3] K.S. THORNE, R.W.P. DREVER, C.M. CAVES, M. ZIMMERMAN AND V.D. SANDBERG, *Quantum nondemolition Measurements of Harmonic Oscillators*, Phys. Rev. Lett. **40**, 705 (1978).
- [4] W.G. UNRUH, Phys. Rev. D **19**, 2888 (1979).
- [5] C.M. CAVES, K.S. THORNE, R.W. P. DREVER, V.D. SANDERG AND M. ZIMMERMAN, *On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum mechanical oscillator - Issues of principles*, Rev. Mod. Phys. **52**, 341 (1980).
- [6] S. HAROCHE, J.M. RAYMOND ET M. BRUNE, *Le chat de Schrödinger se prête à l'expérience*, La Recherche **301**, 50 (1997).
- [7] R.E. SLUSHER, L.W. HOLBERG, B. YURKE, J.C. MERTZ AND J.C. VALLEY, Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985).
- [8] M.C. LEVENSON, R.M. SHELBY, M. REID AND D.F. WALLS, Phys. Rev. Lett. **57**, 2473 (1986).
- [9] A. LA PORTA, R.E. SLUSHER, B. YURKE AND M.D. LEVENSON, Phys. Rev. Lett. **62**, 28 (1989).
- [10] P. GRANGIER, J.F. ROCH AND G. ROGER, Phys. Rev. Lett. **66**, 1418 (1991).
- [11] J.F. ROCH, Etude théorique et expérimentale de mesures quantiques non-destructives de l'intensité d'un faisceau lumineux, réalisées à l'aide de non-linéarités à deux photons, *Thèse de doctorat*, Université Paris XI (1992).
- [12] J.P. POIZAT, Réalisation et caractérisation de mesures quantiques non-destructives en optique, *Thèse de doctorat*, Université Paris XI (1993).
- [13] J.P. POIZAT AND P. GRANGIER, Phys. Rev. Lett. **70**, 271 (1993).
- [14] M.J. HOLLAND, M.J. COLLET AND D.F. WALLS, M.D. LEVENSON, Phys. Rev. A **42**, 2995 (1990).
- [15] P. GRANGIER, J.M. COURTY AND S. REYNAUD, Opt. Comm. **89**, 99 (1992).
- [16] P. GRELU, Etude expérimentale de non linéarités dispersives dans un milieu d'atomes piégés par laser, *Thèse de doctorat*, Université Paris-Sud (1996).
- [17] R.J. GLAUBER, Phys. Rev. B **1**, 2766 (1963).
- [18] A. LAMBRECHT, Atomes froids et fluctuations quantiques, *Thèse de doctorat*, Université Paris VI (1995).
- [19] L. LUGIATO, Progress in Optics **XXI**, 71 (1984).

- [20] H.M. GIBBS, Optical Bistability : Controlling Light by Light, *Collection Quantum Electronics*, Academic Press, (1985).
- [21] K. VIGNERON, Etude d'effets de bistabilité optique induits par des atomes froids placés dans une cavité optique, Stage de fin d'étude SupOptique (1995).
- [22] V.B. BRAGINSKY AND F.Y. KHALIKI, Quantum Measurement, *Ed. K.P. Thorne*, Cambridge University Press (1992).
- [23] J.P. POIZAT, J.F. ROCH AND P. GRANGIER, *Characterization of quantum nondemolition measurement in Optics*, Ann. Phys. Fr. **19**, 265 (1994).
- [24] G.J. MILBURN AND D.F. WALLS, Phys. Rev. A **28**, 2055 (1985).
- [25] N. IMOTO, H.A. HAUS AND Y. YAMAMOTO, Phys. Rev. A **32**, 2287 (1985).
- [26] B. YURKE, *Optical Back-Action Evading Amplifier*, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 732 (1985).
- [27] M. BRUNE ET AL., Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [28] PH. GRANGIER AND J.F. ROCH, Quantum Opt. **1**, 17 (1989).
- [29] M.J. HOLLAND, M.J. COLLET, D.F. WALLS AND M.D. LEVENSON, Phys. Rev. A **42**, 2995 (1990).
- [30] P. GRANGIER, J.M. COURTY AND S. REYNAUD, Opt. Comm. **89**, 99 (1992).
- [31] J.F. ROCH, G. ROGER, P. GRANGIER, J.M. COURTY AND S. REYNAUD, Appl. Phys. B **55**, 291 (1992).
- [32] J. MERTZ, A. HEIDMANN, C. FABRE, E. GIACOBINO AND REYNAUD, *Observation of High-Intensity Sub-Poissonian Light using an Optical Parametric Oscillator*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2897 (1990).
- [33] J.F. ROCH, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, 8 janvier 1998.
- [34] K. BENCHEIKH, J.A. LEVENSON, P. GRANGIER AND O. LOPEZ, Phys. Rev. Lett. **75**, 3422 (1995).
- [35] S.F. PEREIRA, Z.Y. OU AND H.J. KIMBLE, Phys. Rev. Lett. **72**, 214 (1994).
- [36] S.R. FRIBERG, S. MACHIDA AND Y. YAMAMOTO, Phys. Rev. Lett **69**, 3165 (1992).
- [37] B. SHEEBY, S.Q. SHANG, R. WATTS, S. HATAMIAN AND H. METCALF, Opt. Soc. Am. B **6**, 2165 (1989).
- [38] E. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU AND D. PRITCHARD, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [39] J. YU, M.C. GAGNÉ, C. VALENTIN, R.L. YUAN AND P. PILLET, J. Phys. III (France) **2**, 1615 (1992).
- [40] W. KETTERLE, K. DAVIS, M. JOFFE, A. MARTIN AND D. PRITCHARD, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993).
- [41] H.W. KOEGLNIK AND T. LI, Appl. Optics **5**, 1550 (1966).
- [42] K.M. GHERI, P. GRANGIER, J.P. POIZAT AND D.F. WALLS, Phys. Rev. A **46**, 4276 (1992).

- [43] A. SINATRA, K. WANG, J.F. ROCH, K. VIGNERON, P. GRELU, J.P. POIZAT AND P. GRANGIER, *Quantum non-demolition measurement using cold trapped atoms : Comparison between theory and experiment*, Phys. Rev. A. (1998).
- [44] J.P. GORDON AND A. ASHKIN, Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980).
- [45] J. DALIBARD AND C. COHEN-TANNOUJDI, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [46] J. JAVANAINEN, Phys. Rev. Lett. **64**, 519 (1990).
- [47] R. GRIMM, Y.B. OVCHINNIKOV, A.I. SIDOROV AND V.S. LETHOKOV, Phys. Rev. Lett. **65**, 1415 (1990).
- [48] H.P. YUEN AND V.W.S. CHAN, *Noise in homodyne and heterodyne detection*, Opt. Comm. **8**, 177 (1983).
- [49] L. JACUBOWIEZ, J.F. ROCH, J.P. POIZAT AND P. GRANGIER, *Etude des sources de bruit dans un système de détection optique*, Bulletin de l'Union des Physiciens **91**, 57-72 (1993).
- [50] A. SINATRA, *Controllo del rumore quantistico in sistemi ottici non lineari con l'uso di transizioni a due fotoni*, Thèse de l'Université de Milan, Milan (1997).
- [51] T. VAN DER VELDT, J.F. ROCH, P. GRELU AND P. GRANGIER, Opt. Comm. **137**, 420 (1997).
- [52] C. COHEN-TANNOUJDI, Les Houches Session LIII, *J. Dalibard, J.-M. Raimond and J. Zinn-Justin Editions* (1990).
- [53] G. NIENHUIS, P. VAN DER STRATEN AND S.Q. SHANG, Operator description of laser cooling below the Doppler limit, Phys. Rev. A **44**, 462 (1991).
- [54] C. COHEN TANNOUJDI, J. DUPONT ROC, G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, *Collection Savoirs Actuels*, InterEditions / Editions du CNRS (1988, 2<sup>me</sup> tirage corrigé 1996).
- [55] N. SCHLOSSER, *Mesure de la température d'un piège magnéto-optique*, Stage de DEA (Janv-Mars 1998).
- [56] J.-Y. COURTOIS, G. GRYNBERG, B. LOUNIS AND P. VERKERK, *Recoil-Induced Resonances in Cesium : an atomic analog to the Free-Electron Laser*, Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1994).
- [57] P.N. LEBEDEV, Ann. de Phys. **32**, 411 (1910).
- [58] A. EINSTEIN, Mitt. Phys. Ges (Zürich) **18**, 47 (1916)
- Physikalische Zeitschrift **18**, 121 (1917).
- [59] S. CHU, *Laser Manipulation of Atoms and Particles*, Science **253**, 861 (1991).
- [60] M. ANDERSON ET AL., Science **269**, 198 (1995). C. BRADLEY ET AL, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995). K. DAVIS ET AL, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [61] H.J. LEE, C.S. ADAMS, M. KASEVICH AND S. CHU, *Raman Cooling of Atoms in an Optical Dipole Trap*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2658 (1996).
- [62] D. BOIRON, A. MICHAUD, J.M. FOURNIER, L. SIMARD, M. SPRENGER, G. GRYNBERG AND C. SALOMON, *Cold and dense cesium clouds in far detuned dipole trap*, Preprint (1998).

- [63] A. ASHKIN, *Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970).
- [64] A. ASHKIN, *Atomic-Beam Deflection by Resonance-Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **25**, 1321 (1970).
- [65] V.S. LETOKHOV, V.G. MINOGIN AND B.D. PAVLIK, *Cooling and Trapping of Atoms and Molecules by Resonant Laser Field*, Optics Comm. **19**, 72 (1976).
- [66] A. ASHKIN, *Trapping of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **40**, 729 (1978).
- [67] J.E. BJORKHOLM, R.R. FREEMAN, A. ASHKIN AND D.B. PEARSON, Phys. Rev. Lett. **41**, 1361 (1978).
- [68] S. CHU, L. HOLLBERG, J.E. BJORKHOLM, A. CABLE AND A. ASHKIN, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [69] A. ASHKIN AND J.P. GORDON, Optics Lett. **8**, 511 (1983).
- [70] A. ASHKIN, J.M. DZIEDZIC, J.E. BJORKHOLM AND S. CHU, Optics Lett. **11**, 288 (1986).
- [71] S. CHU, J.E. BJORKHOLM, A. ASHKIN AND A. CABLE, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [72] P.L. GOULD, P.D. LETT., P.S. JULIENNE AND W.D. PHILLIPS ; H.R. THORSTEIN AND J. WEINER, Phys. Rev. Lett. **60**, 788 (1988).
- [73] J.D. MILLER, R.A. CLINE AND D.J. HEIZEN, *Far-off-resonance optical trapping of atoms*, Phys. Rev. **A 47**, R 4567 (1993).
- [74] C.S. ADAMS, H.J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVICH AND S. CHU, Phys. Rev. Lett. **74**, 3577 (1995).
- [75] N. DAVIDSON, H.J. LEE, C.S. ADAMS, M. KASEVICH AND S. CHU, Phys. Rev. Lett. **74**, 1311 (1995).
- [76] W. SIEFERT, ADAMS, BALLYKIN AND MLYNEK, Phys. Rev. **A 49**, 3814 (1994).
- [77] H. FELGNER, O. MULLER AND M. SCHLIWA, *Calibration of light forces in optical tweezers*, Appl. Opt. **34**, 977 (1995).
- [78] P. GOY, J.M. RAIMOND, M. GROSS AND S. HAROCHE, Phys. Rev. Lett. **50**, 1903 (1983).
- [79] D.J. HEINZEN, J.J. CHILDS, J.E. THOMAS AND M.S. FELD, Phys. Rev. Lett. **58**, 1320 (1987).
- [80] P. GRANGIER, J.M. DAUL, J.P. POIZAT AND K. VIGNERON, *Quantum Dipole Trap*, (article en préparation, non publié à ce jour).
- [81] D.J. HEINZEN AND M.S. FELD, Phys. Rev. Lett. **59**, 2623 (1987).
- [82] S.E. MORIN, C.C. YU AND T.W. MOSSBERG, Phys. Rev. Lett. **73**, 1489 (1994).
- [83] T.W. MOSSBERG, M. LEWENSTEIN AND D.J. GAUTHIER, Phys. Rev. Lett. **67**, 1723 (1991).
- [84] J.M. DAUL AND P. GRANGIER, *Cavity-induced damping and level shifts in a large spherical resonator*, (non publié à ce jour).
- [85] S. HAROCHE, M. BRUNE AND J.M. RAIMOND, Europhysics Lett. **14**, 19 (1991).

- [86] B.G. ENGLERT, J. SCHWINGER, A.O. BARUT AND M.O. SCULLY, *Europhysics Lett.* 14, 25 (1991).
- [87] E.M. PURCELL, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).
- [88] M. LAIKIN, *Lens Design*.
- [89] A. COX, *A System of Optical Design*.
- [90] ARNAUD AND KOGELNIK, *Appl. Optics*, **8**, 8 (1969).
- [91] SUEMATSU AND FUKINUKI, *Bull. Tokyo Inst. Tech.*, N° 88 (1968).
- [92] H. RUNCIMAN ET J.L. MEYZONNETTE, *Éléments de conception optique*, *Collection Techniques de l'ingénieur* (1996).
- [93] A. MARECHAL ET M. FRANCON, *Traité d'Optique Instrumentale*. Première section - La formation des Images (Tome 2) : Diffraction - Structure des Images - Influence de la cohérence de la lumière, *Edition de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale* (1963).
- [94] J.-Y. COURTOIS, *Interaction Atome-Laser : Mode d'emploi*, publication interne.



