



HAL
open science

Contrôle des surfaces asphériques par holographie synthétique en ligne .

Raymond Mercier

► **To cite this version:**

Raymond Mercier. Contrôle des surfaces asphériques par holographie synthétique en ligne .. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1979. Français. NNT: . pastel-00716244

HAL Id: pastel-00716244

<https://pastel.hal.science/pastel-00716244>

Submitted on 10 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY

N° d'ordre 400

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

pour obtenir

le Titre de Docteur-Ingénieur

par

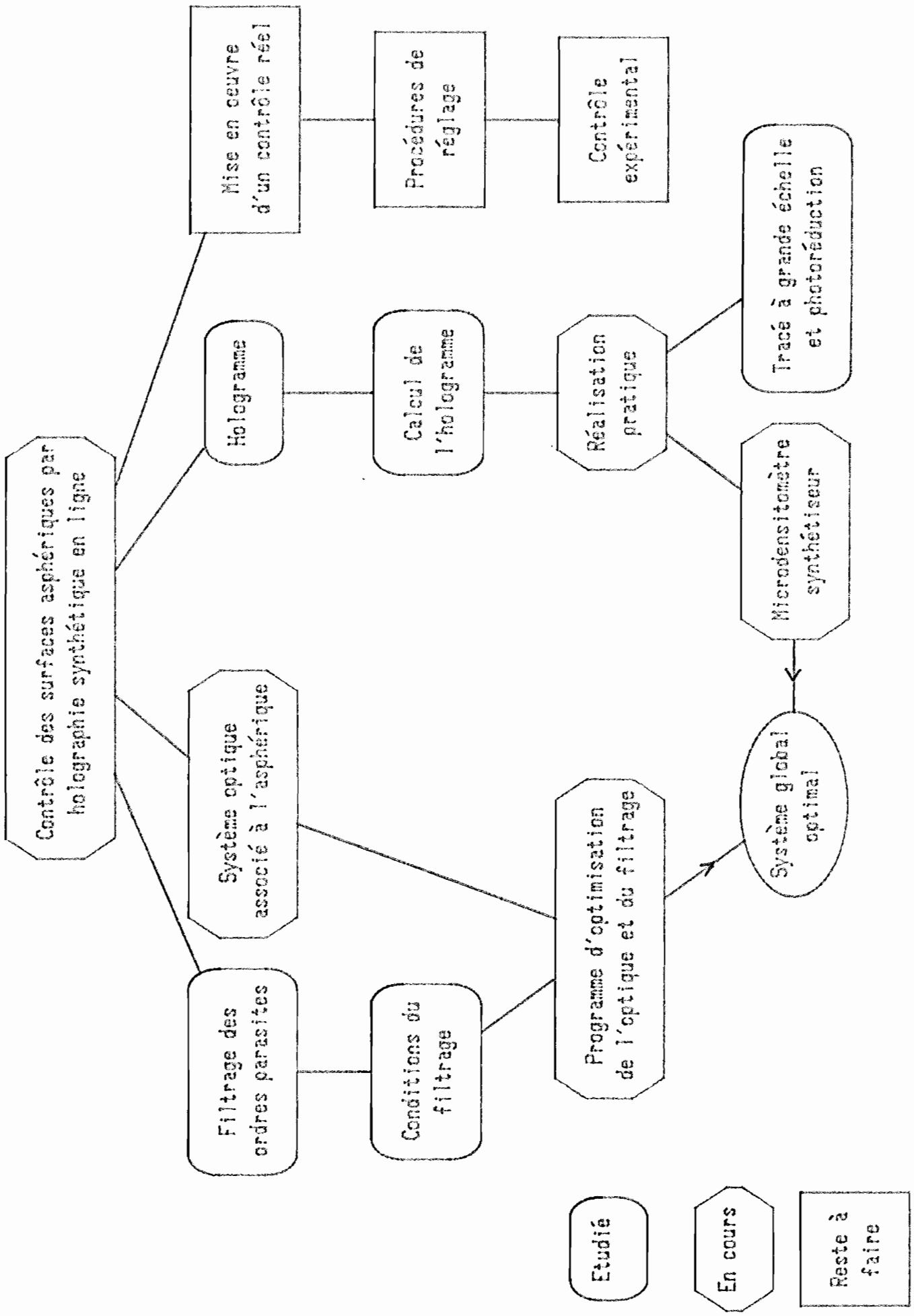
Monsieur Raymond MERCIER

Sujet : Contrôle des surfaces asphériques par holographie synthétique
en ligne.

Soutenue le 4 juillet 1979 devant la Commission d'examen.

MM. A. MARECHAL,	Président
G. COURTES,	Examineur
E. HUGUES,	" "
S. LOWENTHAL,	" "
J.P. MARIOGE,	" "





Problèmes posés par le contrôle

1 - INTRODUCTION

Notre travail porte sur le contrôle de surfaces asphériques par holographie synthétique. Nous montrons en particulier qu'un type d'hologramme : les hologrammes en ligne peuvent être utilisés avec tous les avantages qu'ils confèrent, alors que dans l'opinion quasi-générale ils sont inutilisables, car ce sont des hologrammes de GABOR.

Voyons d'abord dans quel contexte s'insère ce travail.

Les surfaces asphériques : une nécessité

L'optique, l'électronique et la mathématique ont en commun d'être à la fois étudiées pour elles-mêmes, et de servir les autres disciplines scientifiques en leur apportant des moyens matériels ou théoriques. Ce "service" n'est sans doute pas étranger à leur vitalité, car il leur donne motivation et inspiration. L'astronomie a ainsi très rapidement été à l'origine du développement de l'optique qui permettait de multiplier les possibilités de notre sens le plus performant, la vision. Les astronomes ne furent pas les seuls à s'intéresser à l'optique qui permettait non seulement de mieux voir, mais aussi de voir sans être vu ! Le développement de la branche imagerie de l'optique fut aussi lent que régulier. Après une période d'empirisme, où les instruments d'optique étaient obtenus par essais et erreurs, les calculateurs opticiens développèrent la théorie géométrique ainsi que des formalismes aptes à permettre une conception efficace de systèmes de plus en plus performants. Pour améliorer la qualité de ces systèmes optiques, il est nécessaire d'augmenter le nombre des paramètres sur lesquels on peut jouer. Ce fut d'abord en multipliant le nombre des lentilles, mais il est plus efficace d'augmenter le nombre de paramètres disponibles sur chaque lentille en la rendant *asphérique*. Cette possibilité théorique a été indiquée par DESCARTES mais n'a pu être exploitée car on n'était pas capable de réaliser des surfaces asphériques fortement déformées.

Cette évolution a été rendue nécessaire tant pour des raisons de poids et d'encombrement que pour des raisons de prix lors de l'emploi de matériaux optiques coûteux (germanium, par exemple). Les calculateurs sont capables de concevoir

de tels systèmes optiques, mais leurs efforts seraient vains s'il n'était possible de les réaliser concrètement.

Génération des surfaces asphériques

Les surfaces de précision (sphériques ou planes, ou faiblement asphériques) sont obtenues par l'utilisation d'un outil de dimension comparable à celle de la pièce réalisée, ce qui est compatible avec un glissement relatif de la surface et de l'outil. La qualité du résultat est précisément due à la dimension de l'outil, car c'est alors la pièce travaillée qui lui sert de *référence de position*. Lorsque la surface est fortement asphérique, il est parfois possible de conserver un grand outil dont la forme de la surface active est adaptée au profil de l'asphérique. Il peut aussi être nécessaire d'avoir recours à un outil de faible dimension, dont il faut alors contrôler la position *de l'extérieur*. Cette technique conduit à des machines très complexes : la première génération des machines à asphériques utilisait une came comme référence de position ; d'analogiques, elles devinrent digitales avec l'apparition de la commande numérique.

Ces machines sont très séduisantes, car dans la mesure où l'état de surface est bon et dans la limite de la reproductibilité de fabrication, il est possible de corriger les valeurs numériques fournies à la machine en fonction des résultats obtenus. Cette souplesse n'est évidemment exploitable que si l'on sait contrôler les surfaces asphériques avec une précision suffisante.

La multiplicité des méthodes de contrôle

Il existe une multitude de méthodes permettant de contrôler des surfaces optiques. Il n'est pas question de les décrire toutes ici, mais nous en donnerons une classification très sommaire qui permettra d'y situer la méthode holographique.

Nous distinguerons entre les *méthodes locales* et les *méthodes globales*. Nous désignons par *locales* les méthodes procédant soit par palpement direct de la surface (palpeurs mécaniques ou optiques), soit par des mesures portant sur les rayons lumineux et qui remontent à l'information sur la surface par intégration (HARTMANN, FOUCAULT, ...). Les méthodes *globales* visualisent par contre simultanément l'information concernant l'ensemble de la surface asphérique. Elles possèdent une caractéristique commune qui est de tirer cette information de l'action de l'asphérique sur une surface d'onde. L'information (de phase) contenue dans la surface d'onde émergente ne nous est pas directement accessible, et elle doit être codée interférométriquement (sous la forme de déformations de franges) par comparaison avec elle-même (interférométrie à décalage, test de RONCHI) ou avec

une surface d'onde de référence (MICHELSON, TWYMAN, ...). Pour que l'interférogramme soit aisément exploitable, la surface d'onde à mesurer doit être proche de la surface d'onde de référence.

Trois configurations sont alors classiquement utilisées :

- Comparaison de l'asphérique à contrôler avec un asphérique de référence, supposé parfait : si les deux voies sont montées symétriquement, l'écart entre les surfaces d'ondes émergentes des asphériques n'est dû qu'aux différences entre l'asphérique de référence et l'asphérique sous contrôle. Si les deux sont identiques, les ondes comparées sont identiques. C'est donc une méthode de zéro.
- Comparaison de l'asphérique à contrôler avec une référence de "synthèse optique" : la méthode précédente demandait une surface asphérique parfaite servant de référence. Il est possible de remplacer la voie de référence par un système optique, en général plus complexe, mais qui permet de synthétiser de manière approchée l'onde émergeant de l'asphérique (Null lens).
- Comparaison entre l'onde de référence simple et l'onde issue de l'asphérique, après compensation : l'onde de mesure traverse, après l'asphérique, un système optique qui la transforme en une onde proche de l'onde de référence.

Pourquoi contrôler par holographie synthétique ?

Ce sont les deux dernières méthodes qui nous intéressent ici : elles sont assez équivalentes sur le plan théorique et sont caractérisées par l'utilisation d'un système optique pour transformer une onde donnée en une autre onde. Cette transformation était faite uniquement à l'aide de lentilles (sphériques, puisqu'elles doivent être contrôlables), le système optique était alors dans le cas général :

- complexe à calculer ;
- difficile à régler ;
- imparfait, car il y a peu de chances de pouvoir atteindre une compensation complète sans un nombre prohibitif d'éléments.

D'où l'idée de plusieurs chercheurs de remplacer ce système compensateur par un *hologramme synthétique* qui, comme on sait, possède justement la propriété de transformer les surfaces d'onde. Les avantages en sont multiples :

- la compensation se fait par un nombre *réduit* d'éléments : les réglages sont donc plus simples ;
- l'hologramme est plan : il sera donc possible de le *contrôler* beaucoup plus facilement qu'un système optique complet et non stigmatique ;

- l'holographie synthétique est d'une grande *souplesse* : ses limitations portent sur l'amplitude et non la forme de la déformation. Il est aussi facile d'y coder une phase à variation sinusoidale ou une onde conique que le traditionnel quatrième degré.

A ces avantages spécifiques de l'holographie synthétique s'ajoutent les avantages propres aux méthodes interférométriques :

- examen global de la surface;
- précision du contrôle automatiquement adaptée à l'utilisation de l'asphérique;
- mode de visualisation des défauts (franges) auquel l'opticien est parfaitement habitué.

Nous voyons donc le champ d'application de la méthode holographique : c'est le contrôle de la forme d'ensemble de la surface mesurée, par rapport à la meilleure sphère. La méthode holographique devra donc être associée à d'autres méthodes de mesure : courbure de la surface et état de surface. Il n'en demeure pas moins que, dans le domaine de la mesure de forme, la méthode holographique semble très prometteuse.

Aussi, de nombreux auteurs se sont-ils intéressés au problème. Nous rappellerons au Chapitre 2 les principaux résultats obtenus. Nous verrons que pour des raisons historiques, ce sont surtout les hologrammes à porteuse inclinée qui ont retenu l'attention des chercheurs.

L'intérêt des hologrammes en ligne

Les hologrammes en ligne (donc de révolution) ont été peu employés à cause de la difficulté qu'ils posent en général pour l'élimination des ordres parasites. Ils présentent pourtant bien des avantages sur les hologrammes à porteuse inclinée :

- le calcul et la réalisation de l'hologramme sont simplifiés, puisqu'il est de révolution;
- le réglage de l'interféromètre est considérablement simplifié, car l'optique est alors centrée. Cet avantage est particulièrement appréciable pour le contrôle de surfaces asphériques qui impliquent des réglages toujours délicats.

Pour profiter de ces avantages, il y avait un obstacle à surmonter : c'était le problème du filtrage des ordres parasites. Ce travail a permis de montrer qu'il était possible d'éliminer de manière satisfaisante ces ordres parasites. Le contrôle des asphériques est, à notre connaissance, le seul cas où cette élimination est possible avec des hologrammes centrés. Au cours de l'étude un avantage supplémentaire et inattendu est apparu : les déformations contrôlables sont un peu plus

fortes dans le cas de l'hologramme en ligne.

Le plan de ce mémoire sera donc le suivant :

Après avoir passé en revue au Chapitre 2 les principaux résultats obtenus antérieurement, nous choisirons au Chapitre 3 la configuration précise de l'interféromètre qui nous semble la plus adaptée au contrôle holographique et nous déterminerons l'ensemble des problèmes à résoudre pour parvenir à une mise en oeuvre efficace de la méthode en ligne. Le Chapitre 4 sera consacré au problème théorique du filtrage des ordres : nous chercherons de quelle façon on peut réaliser un filtrage efficace, c'est-à-dire éliminer les ordres parasites. Nous développerons également la notion de qualité du contrôle, en effet, malgré son importance, ce dernier point a toujours été traité de manière incomplète. Dans le Chapitre 5, nous présenterons la méthode la plus courante de réalisation des hologrammes et nous examinerons les principales difficultés qui en découlent. Nous donnerons également une première approche du problème du bruit qui n'avait pratiquement pas été étudié dans le cas du contrôle d'asphériques. Nous présenterons les premiers résultats pratiques qui confirment les espoirs mis dans la méthode et surtout la qualité du filtrage des ordres. Le Chapitre 6 nous permettra d'envisager le travail qui reste à faire pour rendre la méthode opérationnelle; nous proposerons en particulier une méthode plus simple et plus performante de réalisation de l'hologramme.

Ces résultats permettront d'envisager à court terme une mise en application pratique au contrôle d'une surface asphérique.

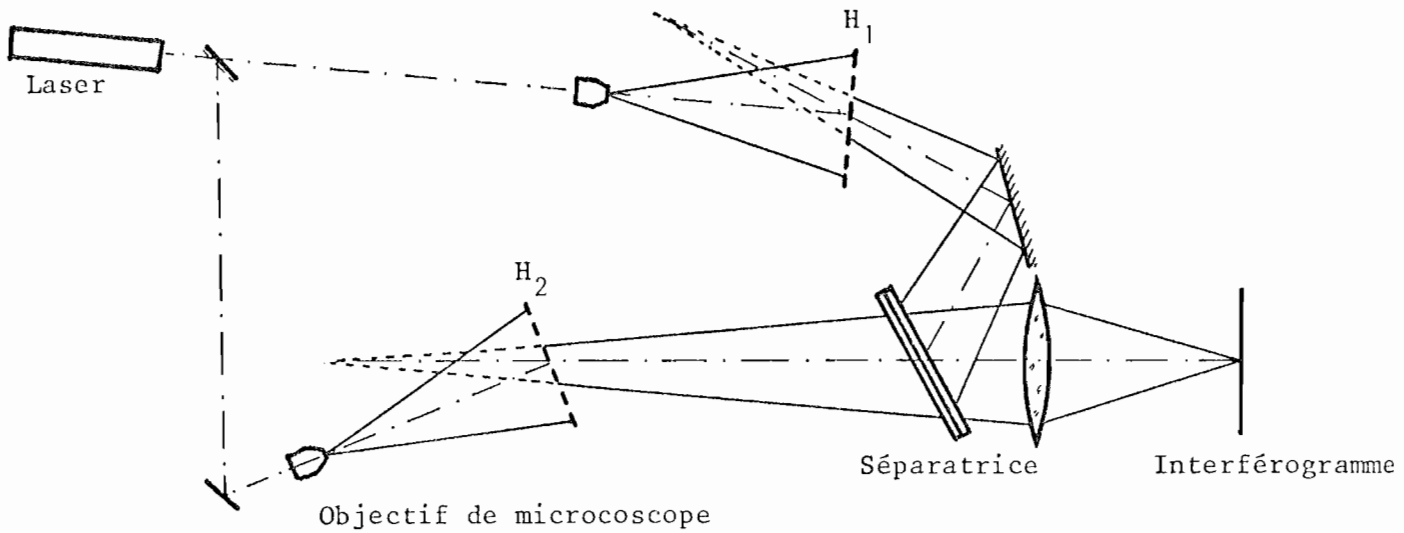


Figure 2-1 : Montage de comparaison de deux états successifs d'une surface, enregistrés sur les hologrammes H₁ et H₂ (J. PASTOR |1|).

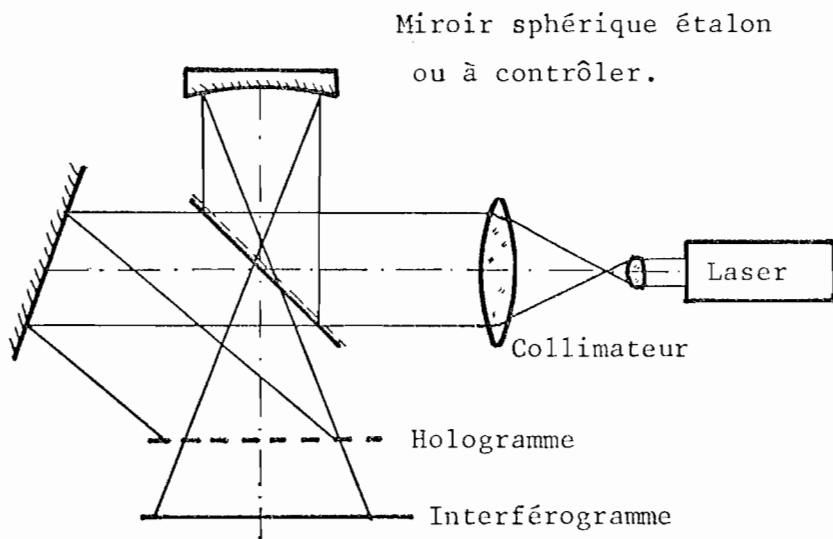


Figure 2-2 : Montage d'enregistrement et de restitution d'un hologramme servant d'étalon secondaire de surface sphérique (K. SNOW et R. VANDEWAKER |2|).

CHAPITRE 2

HISTORIQUE DE L'APPLICATION DE L'HOLOGRAPHIE SYNTHETIQUE

AU CONTROLE DES SURFACES ASPHERIQUES

De nombreuses publications ont été consacrées au contrôle des surfaces asphériques par holographie synthétique. Nous essayons de présenter les articles qui ont marqué une étape dans le développement logique de la méthode.

Aussi, l'ordre dans lequel les articles sont cités est-il quelque peu différent de l'ordre chronologique qui a servi de base à leur numérotation.

2-1. L'HOLOGRAMME NATUREL DANS LE CONTROLE DES ASPHERIQUES

PASTOR [1] utilise l'holographie naturelle pour comparer l'état d'une surface optique à différentes étapes de sa réalisation : il enregistre d'abord un hologramme H_1 de l'état de la surface asphérique dans une première étape de polissage, puis un hologramme H_2 d'un état ultérieur. La restitution simultanée des deux hologrammes dans le montage de la Fig. 2-1 permet de comparer les deux états successifs de la surface asphérique, états qui n'ont pas pu exister simultanément.

SNOW et VANDEWARKER [2] enregistrent sur l'hologramme l'onde provenant d'une surface étalon sphérique. L'hologramme est remis en place après développement (Fig. 2-2) et l'étalon est remplacé par la surface à contrôler. Le même montage permet alors de mesurer l'écart entre la surface étalon et la surface à contrôler : cette méthode est l'équivalent en réflexion spéculaire de l'interférométrie holographique en réflexion diffuse. Les auteurs voient plusieurs avantages à cette méthode :

- une surface étalon permet de créer plusieurs hologrammes, donc des étalons secondaires,
- il n'y a plus de contact entre la surface étalon et à tester, donc plus de risque de dégradation mécanique de l'une ou l'autre des surfaces.

Plusieurs auteurs ont ensuite proposé de généraliser cette méthode aux surfaces sphériques : il s'agit de réaliser une surface sphérique et de la contrôler avec soin, en utilisant éventuellement une méthode longue ; l'hologramme est alors réalisé avec la même technique que précédemment et permet un contrôle rapide des surfaces réalisées ultérieurement.

L'inconvénient de cette méthode est qu'il faut réaliser une surface sphérique étalon parfaite, qui est précisément difficile à réaliser ... et à contrôler.

2-2. L'HOLOGRAPHIE SYNTHETIQUE DANS LE CONTROLE DES ASPHERIQUES

PASTOR |3| proposa de remplacer l'hologramme naturel par un hologramme synthétisé selon les méthodes mises au point pour la réalisation de filtres optiques. Ces filtres, à haut contenu en information, sont du type à porteuse inclinée, c'est-à-dire que l'onde de restitution et l'onde générée forment un angle non nul. De nombreux perfectionnements furent apportés au dispositif initial.

- MAC GOVERN et WYANT |4| et BENNETT |6| étudièrent certaines sources d'erreurs intervenant dans le contrôle de surface.
- BIRCH et GREEN |7| et SIROHI, BLUNE et ROSENBRUCK |11| proposèrent des améliorations dans la méthode de calcul des hologrammes.
- WYANT et O'NEILL |9| associent l'holographie à la technique des "null lens" : une lentille sert à compenser la majeure partie des aberrations, l'hologramme compensant le résidu. Ceci permet d'étendre le domaine des déformations contrôlables.

Les recherches s'orientèrent également dans une deuxième voie : les hologrammes en ligne. Historiquement antérieurs aux hologrammes à porteuse inclinée (hologrammes de GABOR), les hologrammes en ligne se sont moins développés par suite de la difficulté à réaliser un filtrage efficace des ordres parasites :

- leurs avantages lors du contrôle de surfaces de révolution ont conduit BUYNOV, LARIONOV, LUKIN, MUSTAFIN et RAFIKOV |5| à les employer sans aucun filtrage.
- YCHIOKA et LOHMANN |8| les ont appliqués au contrôle de miroirs à larges ouvertures centrales, qui est le seul cas permettant de supprimer totalement les ordres parasites.
- SHWIDER et BUROW |10| se sont contentés de supprimer l'ordre parasite le plus gênant par interposition d'un cache.

Les hologrammes en ligne ont séduit par la simplification qu'ils apportent au réglage de l'interféromètre et au calcul. Cependant, à notre connaissance, en

dehors de quelques expériences de principe, ces hologrammes ne sont pas utilisés car le problème du filtrage n'a pas été résolu de façon satisfaisante. Ceci est dû en particulier au fait que leur théorie n'avait jamais été faite, théorie qui, comme on le verra au Chapitre 4, fait apparaître d'autres avantages non prévus initialement.

Mais notre premier objectif va être de choisir le montage de contrôle destiné à recevoir ces hologrammes.

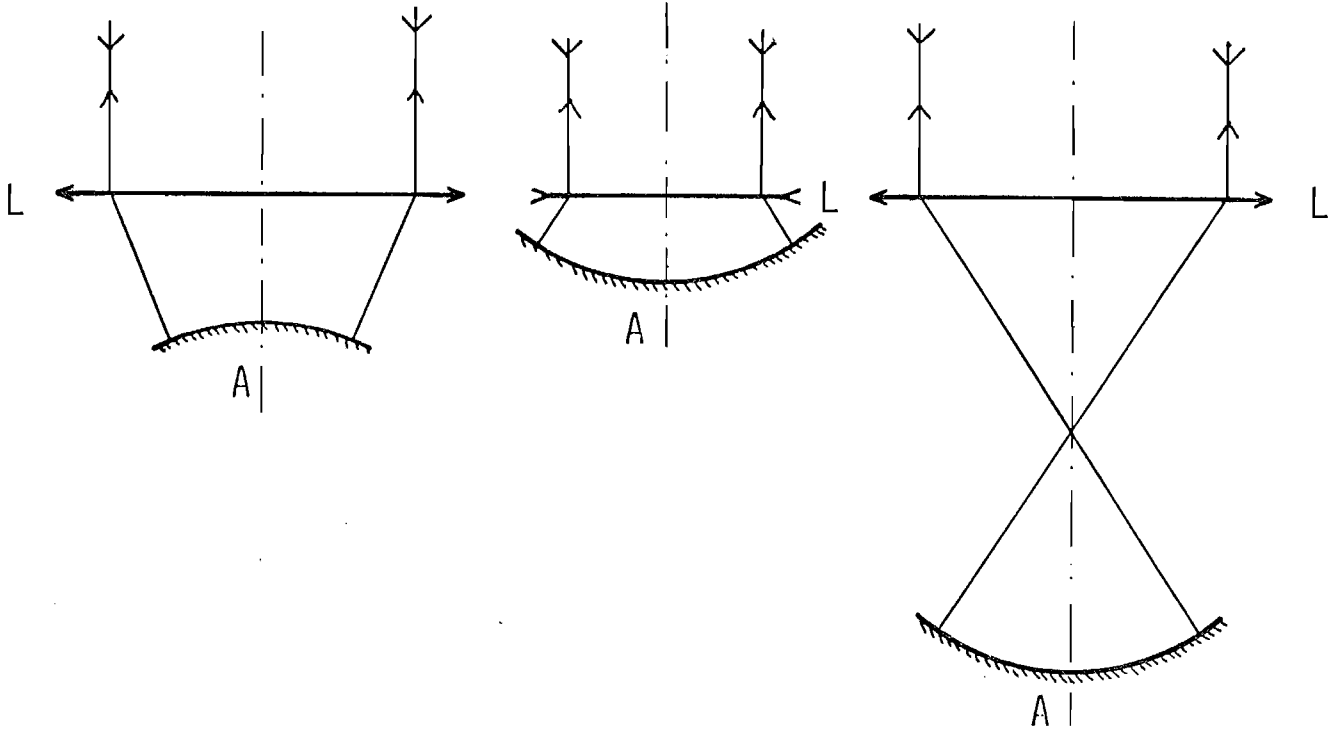


Figure 3-1 : Montage d'éclairage de l'asphérique A par une lentille collimatrice unique L ; surface concave, surface convexe.

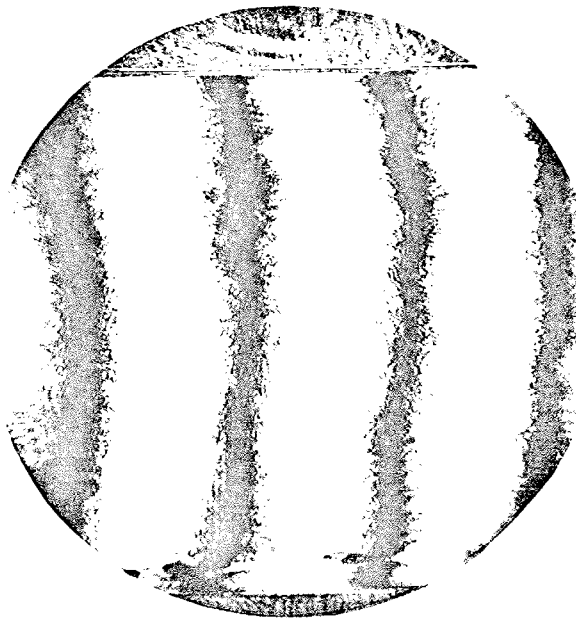


Figure 3-2 : Interférogramme d'une plaque de verre micro-flat, support de l'émulsion 649 F.

CHAPITRE 3

CHOIX D'UN MONTAGE ADAPTE A L'HOLOGRAPHIE EN LIGNE

En raison de son influence sur la qualité et la facilité du contrôle, nous accordons une grande importance au choix du montage. La configuration finale n'est pas unique car elle est liée à la technologie et aux conditions que l'on désire imposer. Mais son choix doit être fait logiquement, en ayant conscience de ses défauts. Il est en particulier nécessaire de réaliser un compromis entre la rigueur de la théorie et les contraintes pratiques, c'est-à-dire d'obtenir un contrôle à la fois fiable et réalisable.

Choix de l'interféromètre

Une grande partie des asphériques utilisées à ce jour sont destinées à travailler en infra-rouge : ce sont donc soit des miroirs, soit des lentilles en germanium absorbantes dans le visible. Le contrôle doit alors se faire en réflexion. Nous utiliserons un interféromètre MICHELSON (montage TWYMAN) qui nécessite un minimum d'éléments optiques et qui est simple à régler.

Objectif d'éclairage de l'asphérique

L'onde de référence traverse la séparatrice et doit, par conséquent, être plane si l'on veut éviter d'y introduire de l'astigmatisme. L'hologramme doit donc transformer l'onde émergente de l'asphérique en une onde plane. Les limitations dues à la réalisation pratique de l'hologramme nous imposent de réduire l'écart entre ces deux ondes. Il faut donc éliminer la majeure partie de la convergence ou de la divergence de l'onde issue de l'asphérique. Nous sommes donc amenés à y associer une optique collimatrice donnant un système afocal (Fig.3-1).

Nous désignerons cet objectif par le terme d' "objectif d'éclairage" de l'asphérique.

Position de l'hologramme

L'hologramme sera réalisé sur plaque photographique. La Fig. 3-2 montre l'interférogramme d'une plaque de verre dite "Micro-Flat" servant de support à

l'émulsion. Bien qu'étant le meilleur support commercialement disponible, il est incompatible avec les qualités requises pour un élément optique présent à l'intérieur d'un interféromètre. Quatre solutions sont envisageables :

- utiliser une lame de verre de qualité optique et y faire couler l'émulsion par le fabricant : ce procédé est long et coûteux.
- utiliser cette lame pour y déposer une couche métallique et une résine photosensible; l'insolation de la résine permet une attaque sélective de la couche métallique : ce procédé doit fournir des hologrammes de bonne qualité mais nécessite d'acquiescer un tour de main.
- immerger la plaque photographique dans un liquide d'indice voisin de celui du verre . Cette méthode complique le montage mécanique de l'hologramme et ne compense que les défauts d'épaisseur de la plaque.
- sortir l'hologramme de l'interféromètre : il est alors placé après la superposition des deux voies. Cette solution a été proposée par WYANT et BENNETT [6]

Parmi ces quatre solutions au problème de la qualité optique de la plaque support de l'hologramme, nous avons choisi la dernière car elle est de mise en oeuvre immédiate et simple ; aussi, allons-nous examiner son principe un peu plus en détail. Cette méthode met à profit l' "inconvenient" des hologrammes : l'existence des ordres. L'hologramme est, en effet, capable d'agir différemment sur deux voies : la voie de référence traverse l'hologramme dans l'ordre 0, il s'agit d'une simple transmission. La voie à mesurer traverse l'hologramme dans l'ordre 1 et elle est transformée en une onde plane qui sera comparée à la voie de référence. Si l'hologramme agit différemment sur les deux voies la traversant, la plaque support agit de la même manière sur un rayon quelle que soit son origine (ordre 0 ou ordre 1). Les deux voies sont donc affectées du même défaut.

En fait, cette compensation des défauts de l'hologramme n'est totale que si les deux rayons (référence et mesure) interférant en un point donné de l'interférogramme traversent l'hologramme au même point ; ceci exigerait en toute rigueur une conjugaison parfaite entre l'hologramme et l'interférogramme : les défauts de l'hologramme se traduiraient alors par des variations lentes de phase sur l'interférogramme et ces défauts disparaîtraient puisque la détection se fait en éclaircissement. Si la conjugaison hologramme interférogramme n'est pas réalisée, les deux rayons ne traversent pas l'hologramme au même endroit, ils subissent donc des déphasages différents. Il faudra alors vérifier que les défauts introduits sont négligeables : en pratique, ceci est le cas avec les plaques micro-flat dont la qualité est suffisante pour que le déphasage soit négligeable sur de courtes distances.

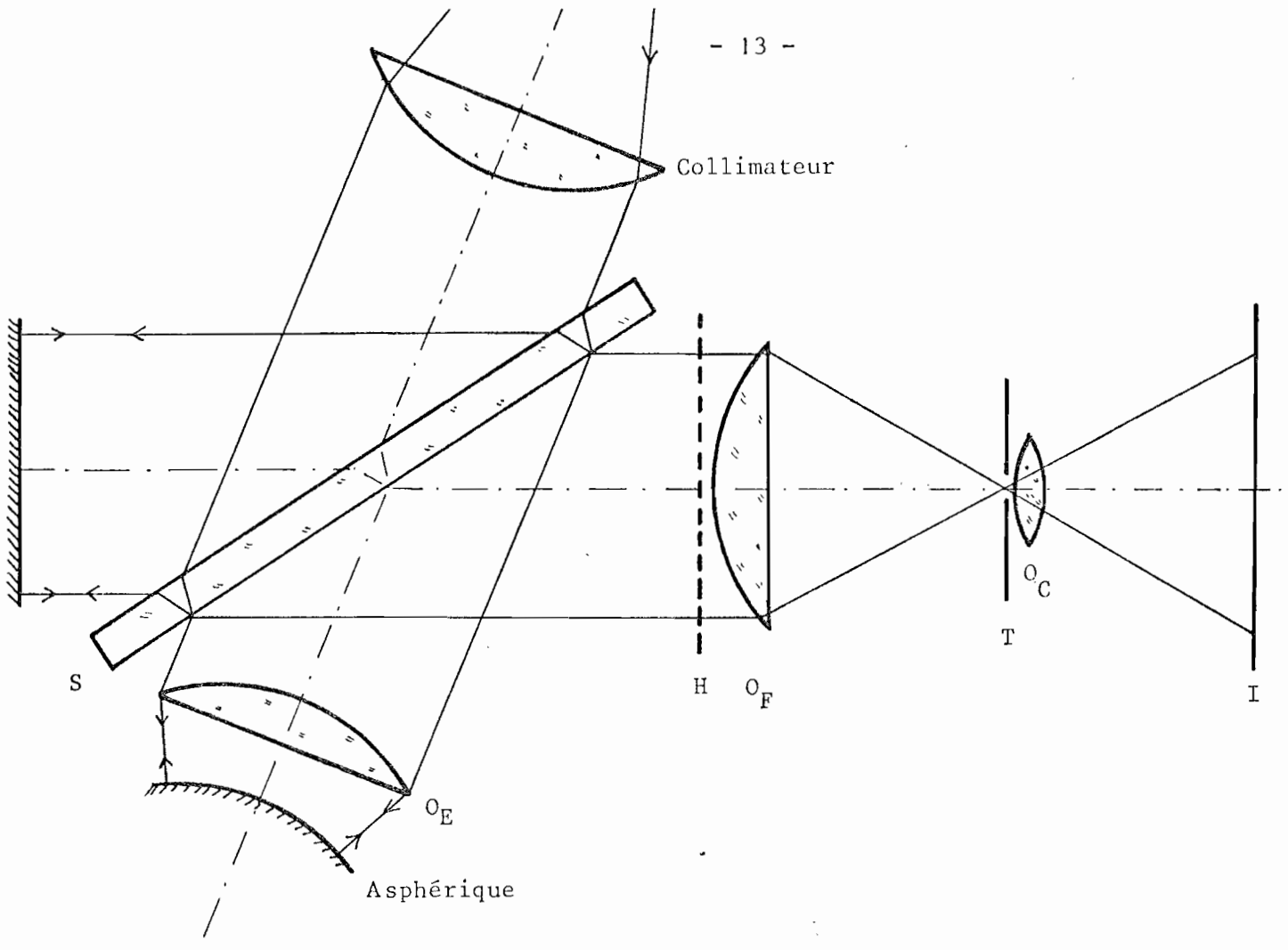


Figure 3-3 : Schéma de l'interféromètre adapté à l'holographie en ligne.
 La séparatrice travaille sous l'incidence de BREWSTER.

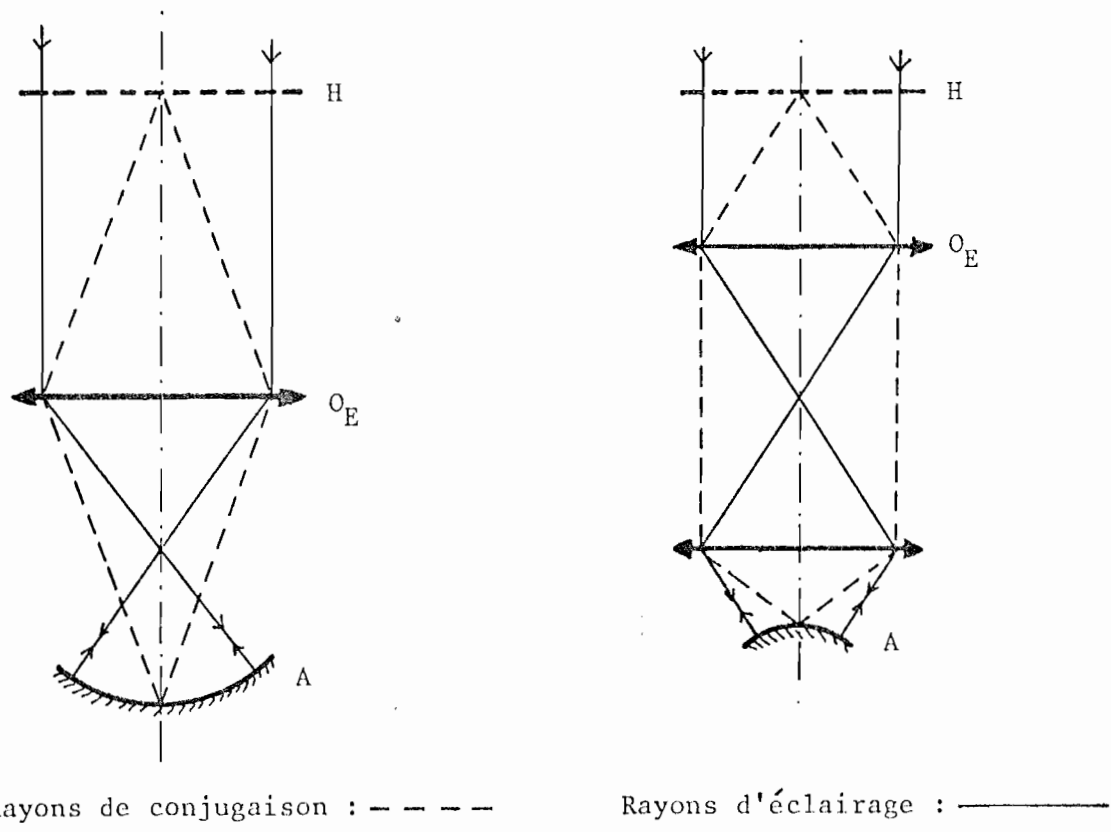


Figure 3-4 : Montages de l'asphérique permettant sa conjugaison avec l'hologramme.

Le choix entre la conjugaison et la non-conjugaison est reporté à la fin de ce chapitre où seront examinés globalement les problèmes de conjugaison.

Schémas de l'interféromètre

Les choix effectués jusqu'à présent conduisent au schéma de l'interféromètre de la Figure 3-3. La position relative des bras de référence et de mesure ainsi que l'orientation de la séparatrice sont, bien entendu, choisies de manière à ce que la séparatrice ne soit traversée que par des ondes planes.

Après l'hologramme, nous plaçons successivement :

- un objectif O_F permettant le filtrage des ordres parasites (Chapitre 4) par :
- le trou de filtrage T situé dans le plan focal de O_F , où l'onde de mesure vient converger.
- un objectif O_C permettant de réaliser la conjugaison de l'interférogramme I avec un autre élément de montage, soit l'hologramme H, soit l'asphérique A. Ceci nous amène à examiner le point le plus délicat :

Choix des conjugaisons à réaliser

Pour essayer de rendre ce choix aussi clair que possible, nous examinerons les trois conjugaisons envisageables (entre l'asphérique, l'hologramme et l'interférogramme) et nous en donnerons les avantages et les inconvénients .

CONJUGAISON	INTERET	UTILITE	FACILITE DE REALISATION D'UNE SEULE CONJUGAISON
Asphérique-Hologramme	Réduit théoriquement les problèmes de propagation de l'onde asphérique ¹ . Eclaircissement paraxialement uniforme de l'hologramme.	Peu utile	Difficile ³
Hologramme-Interférogramme	Compensation des défauts du support de l'hologramme. Facilité de l'étude du filtrage	Utile	Facile, par O_C
Asphérique-Interférogramme ⁴	Garantit l'interprétation de l'interférogramme	Indispensable	Facile, par O_C

Remarques : ¹nous montrerons au Chapitre 4 que le calcul de l'hologramme nécessite la connaissance de la phase de l'onde sur l'hologramme, après réflexion

sur l'asphérique. La méthode géométrique par tracé de rayon répond au problème mais on peut se demander si la diffraction ne perturbe pas la propagation. Une solution proposée parfois est de conjuguer l'asphérique avec l'hologramme. Nous voyons deux objections de principe :

- il faudrait vérifier que la conjugaison améliore la concordance entre la méthode géométrique et le tracé de rayon, ce qui pose le problème de savoir si l'influence de la diffraction sur un système stigmatique dépend ou non des aberrations des différents éléments constituant le système.
- l'association de l'asphérique A, de l'objectif d'éclairage O_E et de l'hologramme travaillant dans l'ordre 1 constitue un système géométriquement stigmatique, transformant l'onde plane issue du collimateur en une autre onde plane (destinée à être comparée à l'onde de référence). L'hypothèse de l'influence négligeable de la diffraction lorsqu'un système optique est stigmatique devrait donc s'appliquer à la relation asphérique-hologramme, qu'il y ait ou non conjugaison.

Pour notre part, nous nous poserons la question de savoir si la méthode géométrique est suffisante pour représenter le phénomène physique de la propagation d'une onde asphérique. Nous montrerons au Chapitre 4 pourquoi nous avons des raisons de penser qu'elle est effectivement suffisante.

² Cet éclairage uniforme est, en fait, un leurre car la conjugaison ne résout pas les problèmes d'uniformité d'éclairage.

³ Contrairement aux autres cas où l'objectif O_C permet et ne sert qu'à une seule conjugaison, il faut ici utiliser l'objectif O_E qui doit alors remplir deux conditions :

- . conjuguer l'asphérique A et l'hologramme,
- . rendre le système $O_E - A$ afocal.

Si ces deux conditions sont simultanément réalisables lorsque l'asphérique est concave et l'objectif d'éclairage convergent, elles deviennent plus difficilement compatibles lorsque l'asphérique est convexe et nécessiteraient l'emploi d'un objectif O_E à plusieurs lentilles séparées (Fig. 3-4).

⁴ Cette conjugaison se fait à travers l'hologramme. Puisque l'onde utile provenant de l'asphérique traverse l'hologramme dans l'ordre 1, cette conjugaison doit, dans la mesure du possible, être faite en tenant compte de l'hologramme travaillant dans l'ordre 1.

Conclusion

Nous proposons le choix suivant : une seule conjugaison, entre l'asphérique et l'interférogramme. Les raisons en sont :

- a) ceci permet d'assurer la justesse de l'interprétation de l'interférogramme,
- b) l'abandon des conjugaisons rigoureuses asphérique- hologramme et hologramme- interférogramme diminue le nombre d'éléments à régler. En pratique, étant donnée l'ouverture très faible du système O_C , la conjugaison entre hologramme et interférogramme est approximativement réalisé.

Un tel choix permet, à notre avis, d'obtenir un compromis entre la rigueur du contrôle et sa facilité de mise en oeuvre.

Au cours de ces trois premiers chapitres, nous avons eu l'occasion d'évoquer un certain nombre de problèmes qu'il convient de résoudre pour rendre la méthode pleinement opérationnelle. Nous avons rassemblé ces problèmes dans le tableau qui se trouve en tête de ce mémoire, en explicitant leurs interactions. Nous avons également indiqué auxquelles de ces questions le présent travail apporte une réponse.

CHAPITRE 4 - LES HOLOGRAMMES EN LIGNE

Le rôle de l'hologramme est de transformer la surface d'onde asphérique à contrôler en une onde plane, donc contrôlable. Le problème paraît alors simple : il suffit de calculer H de telle façon que la transmittance en amplitude complexe soit :

$$\tau = \frac{A_+}{A_-} \quad \text{avec } A_+ : \text{amplitude émergente (onde plane)}$$
$$A_- : \text{amplitude incidente (asphérique)}$$

En fait, plusieurs difficultés se présentent :

- l'onde asphérique traverse un système optique et se propage jusqu'à l'hologramme, subissant ainsi des variations de phase et d'amplitude qu'il est nécessaire de connaître. L'absence de conjugaison entre l'asphérique et l'hologramme incite à se poser la question de savoir si la propagation géométrique est suffisante pour calculer les caractéristiques de l'onde sur l'hologramme, ou si la diffraction perturbe trop la propagation. C'est dans cet esprit que nous avons réalisé une comparaison entre les deux méthodes.
- le codage simple de cette onde dans l'hologramme ($\tau = \frac{A_+}{A_-}$) se heurte au problème de la réalisation pratique de transmittances complexes à phase et amplitude variable. Il sera donc nécessaire de choisir une technique de codage parmi celles employées en holographie synthétique.
- l'hologramme synthétique fournit l'onde plane désirée, mais également des ondes parasites qu'il faudra éliminer de manière à ne pas perturber l'interférogramme. Ce filtrage des ordres parasites est un problème crucial : seule une réponse satisfaisante à ce problème permettra d'envisager avec succès l'application des hologrammes en ligne au contrôle des surfaces asphériques. Aussi étudierons-nous ce point en détail.

Nous tenterons donc de répondre aux quatre questions suivantes :

- Que faut-il coder dans l'hologramme ?
- Comment le coder ?
- Comment filtrer les ordres parasites ?
- Les résultats quantitatifs justifient-ils le choix des hologrammes en ligne ?

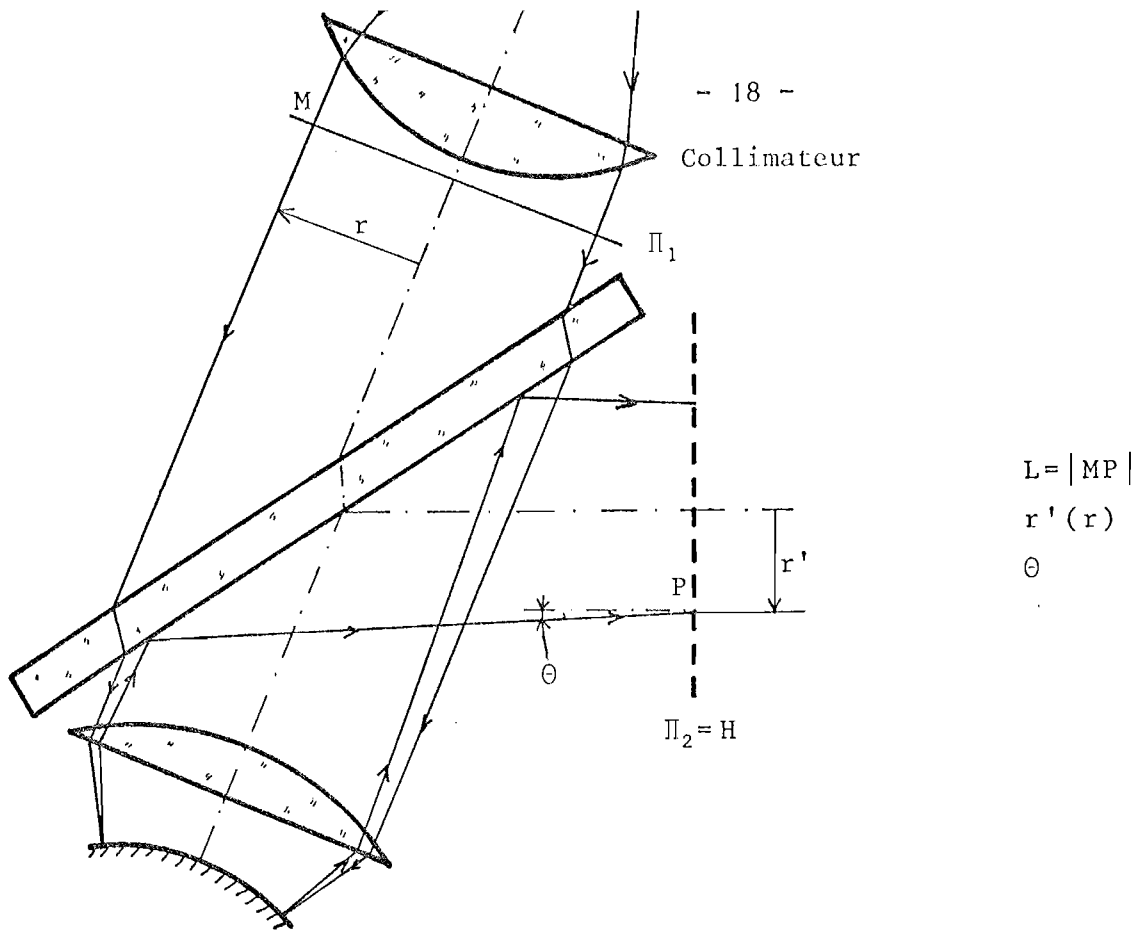


Figure 4-1-a : Calcul de la phase de l'onde asphérique sur l'hologramme, par tracé de rayon.

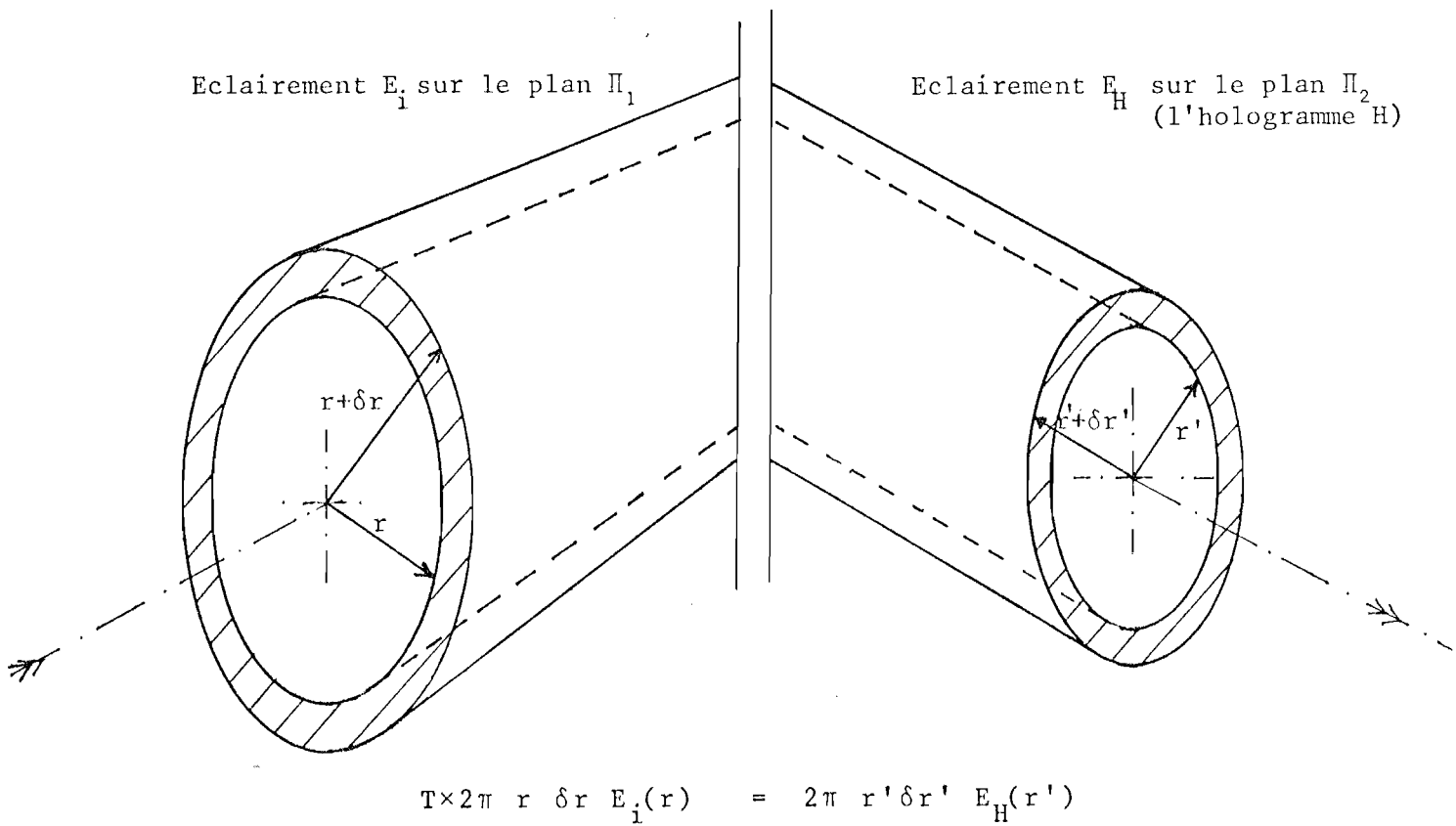


Figure 4-1-b : Calcul de l'éclairement par tracé de rayon.

4-1. QUE CODER DANS L'HOLOGRAMME ?

Le codage de l'hologramme nécessite la connaissance de la phase et de l'amplitude de l'onde asphérique au niveau de l'hologramme. Pour cela, nous avons à notre disposition deux types de méthodes de calcul :

- une méthode géométrique, par tracé de rayon ;
- des méthodes physiques, utilisant les formules de Fresnel, de Sommerfeld, de Kirchhoff... et tenant compte de la diffraction.

La première méthode présente l'avantage de la rapidité de calcul, mais néglige les effets de la diffraction. Il est donc important de s'assurer de sa validité. Or, à notre connaissance, la comparaison entre les deux méthodes n'a pas été faite pour des surfaces asphériques. Nous décrivons donc les résultats d'une comparaison que nous avons faite.

Commençons par définir les deux méthodes de calcul envisagées :

Calcul géométrique

Nous nous proposons de calculer la phase et l'amplitude de l'onde au niveau de l'hologramme. La méthode géométrique nous fournira directement la phase. Des considérations énergétiques nous donneront l'éclairement de l'onde, d'où nous déduirons l'amplitude.

La méthode géométrique est basée sur un tracé de rayons : nous partons, à l'entrée du système, d'un rayon lumineux parallèle à l'axe et nous suivons sa propagation à travers le système (équivalent à un système centré) jusqu'à son intersection avec le plan de l'hologramme (figure 4-1-a). Nous calculons alors pour ce rayon trois quantités :

$L = |MP|$, le chemin optique le long du rayon considéré entre l'onde plane de départ et le plan de l'hologramme.

r' la hauteur d'incidence dans le plan de l'hologramme du rayon considéré, r étant la même quantité mesurée sur l'onde plane de départ.

θ inclinaison du rayon considéré, incident sur l'hologramme.

Nous pouvons alors en déduire la phase "géométrique" de l'onde au niveau de l'hologramme :

$$\phi = 2\pi \frac{L}{\lambda} \quad (4-1)$$

Pour calculer l'éclairement "géométrique" correspondant sur le plan de l'hologramme, nous nous appuierons sur la conservation de l'énergie en supposant les absorptions indépendantes du rayon considéré. Nous considérons les rayons issus d'une couronne du plan incident comprise entre r et $r + \delta r$ (figure 4-1-b). Ces rayons transportent une énergie :

$$\delta \epsilon_i = 2\pi r \delta r E_i(r) \text{ où } E_i(r) \text{ est l'éclairement de l'onde plane issue du collimateur.}$$

Ces rayons traversent l'hologramme dans une couronne comprise entre r' et $r' + \delta r'$. Ce sont, de plus, les seuls rayons à y passer (nous supposons r' fonction monotone de r). L'énergie traversant cette couronne est :

$$\delta \epsilon_H = 2\pi r' \delta r' E_H(r')$$

L'hypothèse d'une transmission T uniforme conduit à l'égalité :

$$\delta \epsilon_H = T \delta \epsilon_i$$

On en déduit l'éclairement géométrique dans le plan de l'hologramme :

$$E_H(r') = T \left(\frac{r}{r'}\right) \left(\frac{dr}{dr'}\right) E_i(r) \quad (4-2-a)$$

faisant intervenir la transmission T de l'optique, la relation liant r' et r , ainsi que l'éclairement, en général uniforme, de l'onde plane issue du collimateur. Pour obtenir l'éclairement sur l'axe, nous procédons par passage à la limite; quand r tend vers 0, on obtient (puisque r' tend alors également vers 0) :

$$E_H(0) = T \left(\frac{dr}{dr'}\right)^2_{r=0} E_i(0) \quad (4-2-b)$$

Nous avons donc déterminé l'éclairement produit par la surface d'onde asphérique sur le plan de l'hologramme; pour en déduire l'amplitude de l'onde, nous avons besoin de la relation liant l'éclairement à l'amplitude. Si nous supposons le plan d'observation parallèle à l'onde incidente, cette relation s'écrit :

$$E_0 = |A|^2$$

Si nous tournons le plan d'observation d'un angle θ , l'éclairement diminue proportionnellement à $\cos \theta$. La relation devient alors

$$E = |A|^2 \cos \theta$$

Nous en déduisons l'amplitude de l'onde :

$$|A| = \sqrt{\frac{E_H}{\cos \theta}} \quad (4-3)$$

θ étant l'inclinaison du rayon incident donné par le calcul géométrique et E_H l'éclairement sur l'hologramme donné par (4-2). Remarquons qu'en fait la correction introduite par $\cos \theta$ est faible puisque θ est lui-même généralement faible.

La méthode géométrique par tracé de rayon permet de répondre complètement au problème de la caractérisation, tant en phase qu'en amplitude, de l'onde au niveau de l'hologramme.

Nous allons maintenant passer à l'étude de la deuxième méthode de calcul envisagée.

Calcul par diffraction

Notre but final est d'établir une comparaison entre la méthode géométrique et une méthode physique tenant compte de la diffraction; cette comparaison doit permettre de mesurer l'influence de la non conjugaison entre les plans π_1 et π_2 entre lesquels se propage l'onde, pour une surface d'onde asphérique. Il nous suffit donc de savoir étudier la propagation entre deux plans. Plusieurs formules permettent ce calcul, mais elles sont inapplicables directement car elles conduiraient à des temps de calcul et à des volumes de mémoire prohibitifs. Nous serons donc amené à y associer des techniques de calcul élaborées.

Nous avons choisi la formule de diffraction la plus classique qui est la formule de Fresnel. Si A_1 et A_2 sont les amplitudes complexes respectivement sur le plan de départ π_1 et sur le plan d'arrivée π_2 , ces deux amplitudes sont liées par une relation de convolution :

$$A_2 = A_1 * \psi_d \quad \text{où } \psi_d \text{ est la fonction de Fresnel : } \psi_d(\vec{r}) = \frac{-ie}{\lambda d} e^{ikd} e^{ik \frac{r^2}{2d}}$$

λ la longueur d'onde, $k = 2\pi/\lambda$

d la distance de propagation.

Mais cette formule n'est pas directement exploitable car les convolutions sont des opérations extrêmement longues à réaliser sur ordinateur : la fonction de Fresnel oscille en effet très rapidement et l'évaluation de la convolution nécessiterait un nombre considérable d'intervalles d'intégration.

Nous pouvons lever cette difficulté en rappelant que l'expression de A_2 peut s'exprimer sous la forme d'une transformée de Fourier; nous posons à cet effet :

$$A_1' = A_1 e^{\frac{ik}{2d} \vec{M}_1^2}$$

et $\vec{v} = \frac{\vec{M}_2}{\lambda d}$ variable de fréquence.

L'amplitude A_2 s'écrit alors :

$$A_2(\vec{M}_2) = - \frac{i e^{ikd}}{\lambda d} e^{i\pi\lambda d \vec{v}^2} \int_{\pi_2} A_1'(\vec{M}_1) e^{-2i\pi\vec{v} \cdot \vec{M}_1} d\vec{M}_1$$

mettant en évidence la transformée de Fourier de la fonction A_1' .

Un gain en temps de calcul appréciable est procuré par la possibilité d'évaluer la transformée de Fourier par une transformation de Fourier rapide (F.F.T.). Mais il est possible d'aller plus loin : nous n'avons pas encore utilisé le fait que la surface d'onde possède la symétrie de révolution. On montre alors que la méridienne de la transformée de Fourier est la transformée de Hankel de la méridienne de la fonction objet. J. BRUNOL et P. CHAVEL ont développé un algorithme de calcul de transformées de Hankel [12]. L'intérêt de cet algorithme de calcul est double :

- à nombre de points égal, il utilise un volume mémoire très réduit par rapport à la F.F.T. tout en demandant un temps de calcul équivalent.
- contrairement à la F.F.T. pour laquelle le nombre et la position des points d'échantillonnage de l'"image" est fixé par le nombre et la densité d'échantillonnage de l'"objet", l'algorithme de calcul de transformées de Hankel laisse à l'utilisateur une entière liberté de choix tant pour le nombre que pour la position des points d'échantillonnage de l'"image". Or, si la fonction "objet" A_1' est fortement oscillante et nécessite un grand nombre de points d'échantillonnage, nous savons que l'amplitude A_2 résultante est par contre assez régulière : nous pouvons donc y prendre un nombre réduit de points d'échantillonnage, réduisant d'autant le temps de calcul.

La méthode présentée permet donc de réduire de manière considérable et simultanément le temps de calcul et le volume de mémoire nécessaire; ce double

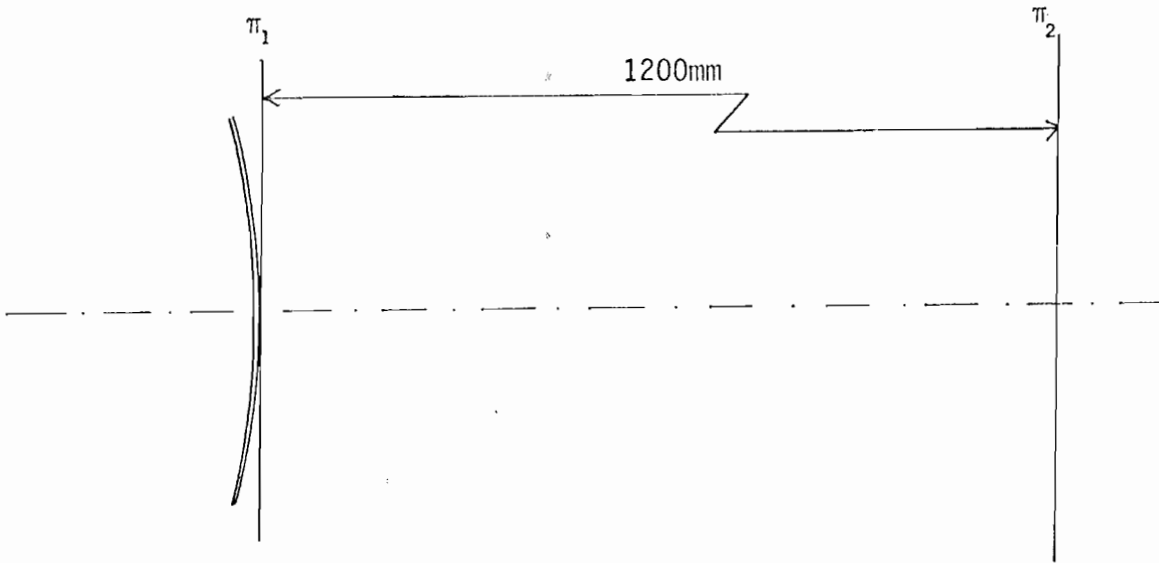


Figure 4-2-a : Montage de comparaison des méthodes de calcul de la propagation d'une onde asphérique.

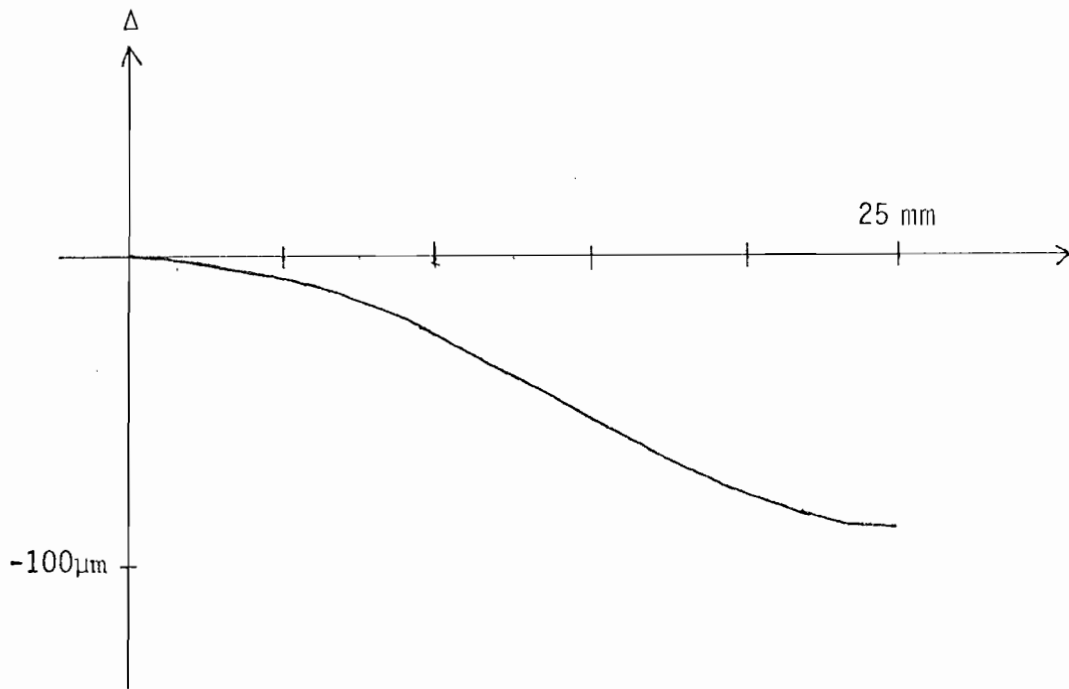


Figure 4-2-b : Forme de la surface d'onde sur le plan π_1

gain a rendu possible l'étude de l'influence de la diffraction sur la propagation d'une surface d'onde asphérique.

Application à un cas particulier ; comparaison des deux méthodes

Nous nous proposons d'appliquer les deux méthodes précédentes à l'étude de la propagation d'une onde asphérique. Pour travailler sur une surface d'onde asphérique produite optiquement, nous avons choisi de la générer à partir d'une surface d'onde plane traversant une lentille de faible convergence et dont l'une des faces est déformée asphériquement (Fig. 4-2-a). Les paramètres de cette lentille et la distance de propagation ont été choisis de manière à obtenir une déformation appréciable de l'onde tout en nous maintenant dans le domaine de validité propre de la formule de Fresnel. La lentille retenue avait les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned}r_1 &= - 106 \text{ mm (sphérique)} \\e_1' &= 0,2 \text{ mm} \\n_1' &= 2 \\r_2 &= - 100 \text{ mm (hyperbolique : conicité } \epsilon = - 2)\end{aligned}$$

La méthode géométrique donne l'amplitude et la phase sur le plan Π_1 placé immédiatement à la sortie de la lentille (Fig. 4-2-a). Ces quantités sont calculées en 2056 points au lieu de $4096 \times 4096 \approx 16.10^6$ points par la méthode classique pour laquelle tout le CIRCE mobilisé uniquement à cet effet ne suffit pas. La déformation de la surface d'onde objet par rapport au plan Π_1 est représentée à la figure 4-2-b et vaut au maximum $89 \mu\text{m}$ soit 140 franges. Nous en avons alors déduit la phase et l'amplitude de l'onde propagée en 100 points du plan Π_2 , après une propagation $d = 1200 \text{ mm}$, en utilisant d'une part la méthode par transformation de Fresnel et d'autre part, la méthode géométrique.

Nous sommes maintenant en mesure d'établir une comparaison entre les deux méthodes; nous nous intéressons à quatre critères qui sont : le temps de calcul nécessaire, le volume de mémoire nécessaire, l'accord en éclairement et l'accord en phase des deux méthodes. Les deux premiers critères caractériseront la praticabilité des deux méthodes, les deux derniers critères caractériseront l'exactitude des résultats de la méthode géométrique, en prenant comme référence la méthode par diffraction.

Temps de calcul (sur IBM 370/168 du CIRCE à ORSAY)

Les chiffres sont éloquentes :

- 140 ms pour le tracé de rayon complet, comprenant les réfractions sur la lentille et la propagation entre les plans Π_1 et Π_2 . Nous estimerons à 35 ms le

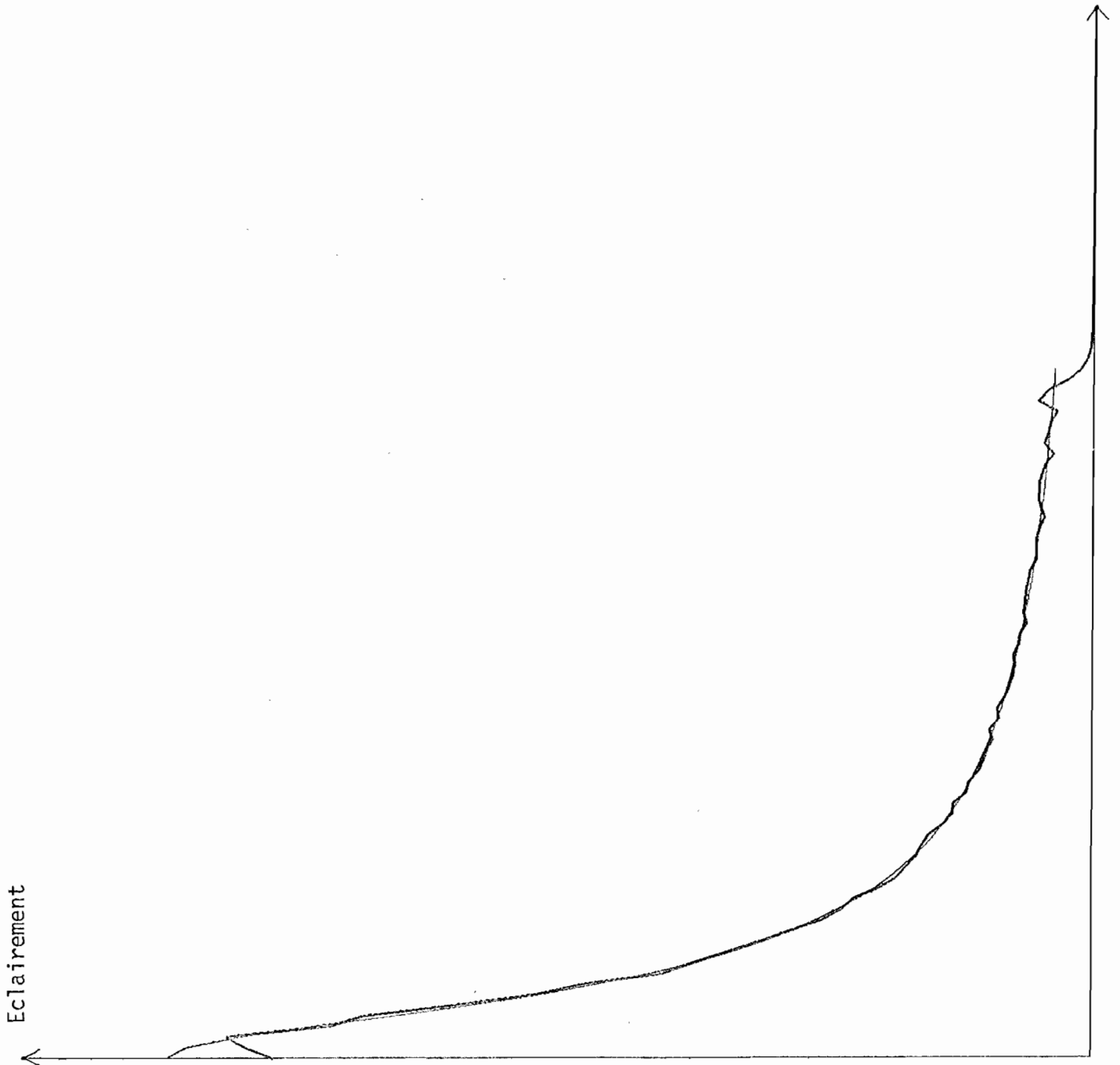


Figure 4-2-c : Eclairement sur le plan π_2 , après 1200 mm de propagation:

- Trait fin : méthode géométrique
- Trait gras : méthode par diffraction.

temps de calcul nécessaire à l'étude de la propagation seule.

- 54 s pour le calcul par diffraction, soit près de 400 fois plus.

Signalons que si la méthode par F.F.T. était possible malgré l'encombrement mémoire nécessaire, son temps de calcul pourrait être estimé (par extrapolation) à plus de 600 s. On n'ose alors songer au temps qu'exigerait l'évaluation directe de l'intégrale de convolution de Fresnel.

Volume de mémoire nécessaire

La méthode géométrique nécessite moins de mémoire que le calcul par diffraction. L'encombrement reste néanmoins raisonnable puisque les deux méthodes ont été implantées simultanément dans 200K octets.

Une première conclusion de la comparaison est d'ores et déjà possible : si l'on considère le temps de calcul, la méthode par diffraction est à la limite de l'acceptable, alors que la méthode géométrique est très rapide.

Poursuivons la comparaison qui va maintenant nous permettre de juger de la validité de la méthode géométrique, la méthode par diffraction étant prise comme référence. Nous examinerons en premier lieu les résultats obtenus pour l'éclairement dans le plan Π_2 :

Eclairement

La figure 4-2-c représente en trait fin l'éclairement obtenu par le calcul géométrique, en trait plus épais le résultat donné par le calcul par diffraction. La surface d'onde après propagation a un rayon de 25 mm et peut être décomposée en trois zones :

- le centre (rayon ~ 1 mm) sur lequel on constate d'importants écarts d'éclairement; il est à noter que le centre et son voisinage immédiat sont des points "instables" pour la méthode par diffraction, en ce sens qu'une très faible augmentation du diamètre utile de la surface d'onde initiale conduit à des variations gigantesques de l'éclairement au centre (l'éclairement varie de 0 à 4 fois l'éclairement géométrique |13|).

Ce phénomène est lié au choix de la formule de Fresnel qui n'est qu'une approximation de la formule de Rayleigh-Sommerfeld ; on peut également noter que cet effet n'a aucune importance car le centre de la surface asphérique n'est, de toute façon, pas accessible au contrôle en ligne.

- la zone intermédiaire comprise entre 1 et 20 mm, où l'on constate une différence relative d'éclairement inférieure à 10 % entre la méthode géométrique et la méthode par diffraction.
- le bord (entre 20 et 25 mm) où apparaissent les phénomènes de diffraction classiques dus aux hautes fréquences contenues dans la discontinuité du bord de l'onde.

Si l'on compare les deux modes de calcul (géométrique et par diffraction) en ce qui concerne l'éclairement, nous constatons que leur accord est satisfaisant, surtout si l'on considère que la surface d'onde s'est propagée sur une distance importante (1200 mm au lieu de 300 à 400 mm dans l'interféromètre) .

Nous allons maintenant comparer les résultats obtenus concernant la phase de l'onde propagée.

Phase

Les écarts de phase sont difficiles à représenter graphiquement eu égard à la forte déformation de l'onde (Fig. 4-2-b). Les résultats numériques ont montré que, jusqu'à 18 mm du centre, l'accord est meilleur que $\lambda/20$; et que, jusqu'à 24 mm, il est meilleur que $\lambda/10$, pour $\lambda = 6328 \text{ \AA}$.

En conclusion, nous constatons que les résultats montrent un excellent accord des phases et un accord satisfaisant des éclaircissements. Rappelons que, pour des raisons de temps de calcul et de validité de la formule de Fresnel, nous avons été obligé de laisser se propager la surface d'onde sur une distance nettement supérieure à celle qui sera utile dans l'interféromètre; la méthode géométrique apparaît, au moins à la lumière de ce cas particulier, tout-à-fait satisfaisante.

4-2. COMMENT CODER L'HOLOGRAMME ?

Nous allons montrer successivement de quelle façon on peut coder la phase et l'amplitude. Si pour la phase il n'existe pas de problèmes sérieux, il n'en est pas de même pour l'amplitude. En effet, l'hologramme est destiné à être traversé par deux ondes :

l'onde à corriger A_-

l'onde de référence A_R

et il n'est pas possible d'agir sur l'une sans modifier l'autre.

On verra également que du type de codage dépend directement l'efficacité de diffraction de l'hologramme. Mais auparavant il nous faut :

4-2-1. Choisir le type d'hologramme le plus simple

Formellement, le problème est simple. Il suffit de réaliser une transmittance complexe

$$\tau = \frac{A_+}{A_-}$$

où A_+ et A_- sont les ondes incidente et émergente sur l'hologramme. Ceci peut théoriquement être réalisé par une optique asphérique, mais on sait que ce problème n'a pas encore reçu de solution satisfaisante lorsque les déphasages sont importants.

Par contre, on sait réaliser

- facilement : des transmittances binaires en amplitude ou en phase,
- plus difficilement : des transmittances à niveaux de gris discrets ou des déphasages à valeurs discrètes.

Toutes ces structures sont discontinues et génèrent par suite des ondes parasites.

Notre problème est de choisir τ de façon à

- rendre la structure $\tau(P)$ facilement réalisable,
- permettre la séparation physique des ordres utiles et parasites.

La plupart des solutions proposées dans la littérature conduisent à des hologrammes à porteuse inclinée. On peut penser à deux solutions pour représenter la fonction complexe $\tau(P)$.

- l'hologramme classique à cellules échantillonnées en x et y . Mais $\tau(P)$ étant de révolution, ceci complique inutilement le problème.
- l'hologramme à franges qui consiste à représenter de façon continue des "cercles équiphase". C'est donc la transposition directe de $\tau(P)$. Elle a l'avantage d'être simple à calculer : il n'y a plus qu'une seule coordonnée, elle est radiale.

Il reste encore à choisir la nature des franges : déphasantes ou absorbantes, binaires ou à n niveaux discrets. Le tableau 4-1 regroupe les différents éléments du choix : facilité de réalisation et efficacité théorique de

TABEAU 4-1

Comparaison des différents types d'hologrammes à franges

Type de franges	d'amplitude		de phase	
	binaires	continues (limite de n niveaux discrets quand $n \rightarrow \infty$)	binaires	continues (limite de n niveaux discrets quand $n \rightarrow \infty$)
Simplicité de réalisation	facile	Moyen ; nécessite un étalonnage préalable	facile	compliqué
Fiabilité de la fabrication ¹	très bonne	bonne	bonne	moyenne
Efficacité absolue ² dans l'ordre 1	10%	6%	41%	34%

¹ Ces appréciations sont subjectives et ont surtout une valeur relative.

² cf. § 4-2-2 pour les hologrammes binaires d'amplitude et |14| pour les autres types.

diffraction. Nous avons retenu les hologrammes à franges binaires d'amplitude pour les raisons suivantes :

- leur efficacité est suffisante car la source est un laser;
- leur réalisation est la plus simple possible, car elles se font directement sur émulsion photographique et avec un minimum d'étalonnage préalable;
- leur fiabilité est excellente et l'hologramme produit peut même être contrôlé sur un comparateur optique.

En conclusion, l'hologramme à franges binaires d'amplitude semble s'imposer pour le contrôle holographique des surfaces asphériques, tant par sa simplicité de calcul que par sa fiabilité de réalisation.

Nous allons maintenant voir comment on peut y coder la phase et, accessoirement, l'amplitude.

4-2-2. Codage de la phase

Nous allons rechercher une représentation binaire de l'hologramme, telle que l'un des ordres présente la transmittance désirée $\tau(P)$. Nous déterminerons ensuite les paramètres de cette représentation en vue d'obtenir, lors du contrôle d'une surface asphérique, un interférogramme optimal (luminosité ou contraste constant dans le champ).

Représentation de la transmittance

L'onde incidente sur H s'écrit :

$$A_- = e^{i\phi_-}$$

de même, l'onde émergente s'écrit :

$$A_+ = e^{i\phi_+}$$

Nous souhaitons que l'un des termes de $\tau(P)$ soit proportionnel à :

$$\tau_1 = \frac{A_+}{A_-} = e^{i(\phi_+ - \phi_-)} \quad (4-4)$$

Nous le considérons comme le fondamental d'une série de Fourier dont les termes parasites (supérieurs) seront des harmoniques de la forme :

$$e^{in\phi}$$

où l'on a posé $\phi = \phi_+ - \phi_-$

Par suite, la transmittance sera de la forme :

$$\tau(P) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{in\phi} \quad (4-5)$$

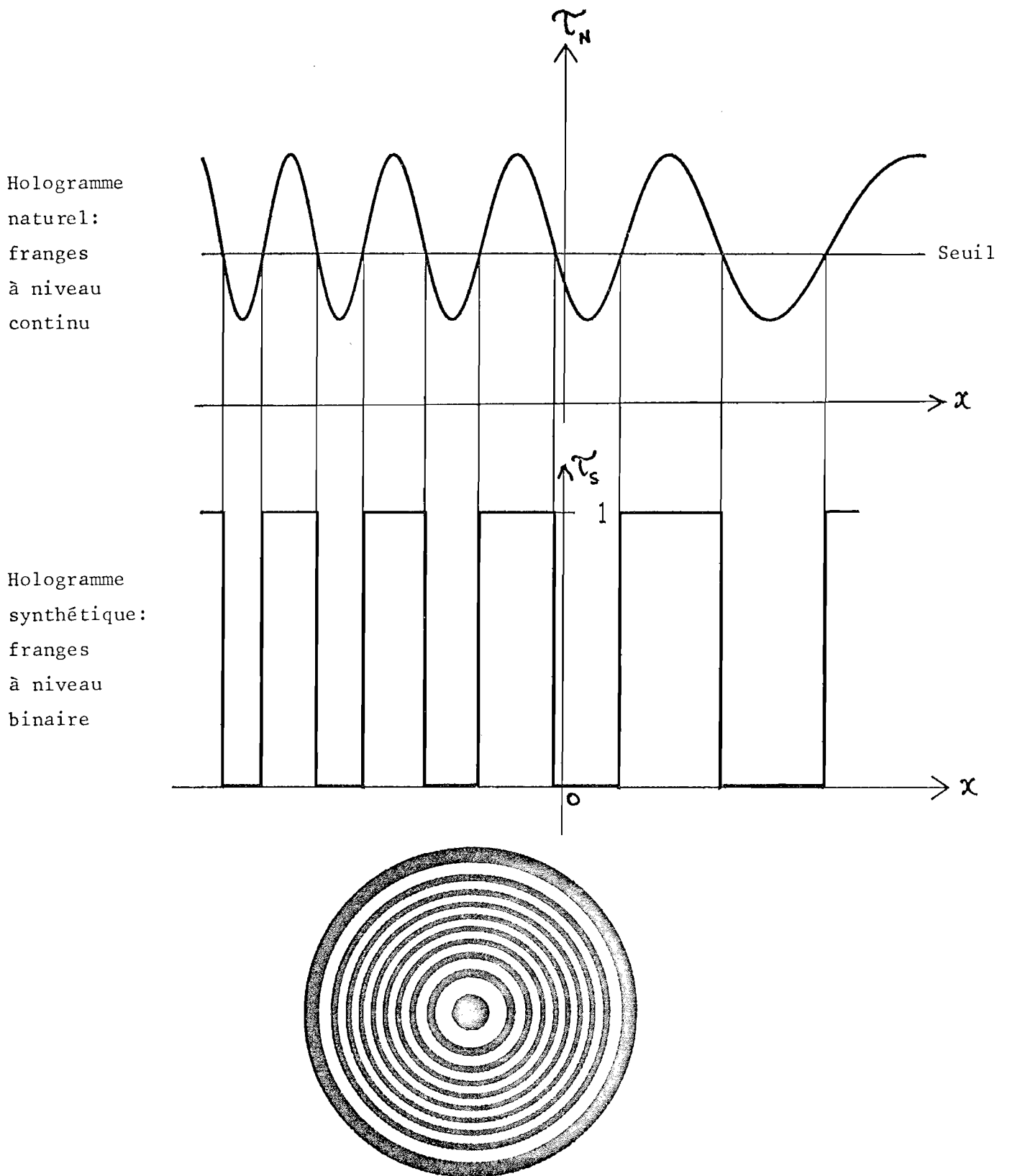


Figure 4-3 : Analogie entre les hologrammes naturels et les hologrammes synthétiques binaires ; exemple d'hologramme synthétique à franges binaires.

Le plus simple est d'identifier ce développement avec la fonction périodique binaire :

$$\tau(P) = \text{rect} \left| \frac{\phi/2\pi}{q} \right| * \text{III}$$

où III signifie peigne de Dirac et q caractérise la largeur relative des franges sombres et claires.

Ceci fournit immédiatement les coefficients :

$$a_n = \frac{\sin(nq\pi)}{n\pi} \quad (4-6)$$

Le terme utile Eq.(4-4) est bien obtenu pour $n = 1$.

Les termes parasites correspondent à :

$$\tau_p = \sum_{n \neq 1} a_n e^{in\phi} \quad (4-7)$$

Avant de passer à l'étude de l'amplitude des différentes surfaces d'onde générées par l'hologramme, nous allons établir le lien existant entre les hologrammes à franges et les hologrammes naturels.

Analogie avec les hologrammes naturels - La "largeur" des franges

Il est facile de montrer que l'hologramme synthétique n'est pas autre chose qu'un hologramme naturel auquel on aurait appliqué un seuil (Fig. 4-3). En effet, la transmittance d'un hologramme naturel en ligne est de la forme :

$$\tau_n = \alpha + \beta \cos \phi \quad \phi = \phi_+ - \phi_-$$

Une période correspond (à $2k\pi$ près) à l'intervalle :

$$-\pi \leq \phi \leq \pi$$

Sur cet intervalle, l'hologramme synthétique a pour transmittance :

$$\begin{aligned} \tau &= 1 \text{ si } -q\pi < \phi < q\pi \\ \tau &= 0 \text{ si } \text{ est en dehors.} \end{aligned}$$

Autrement dit, on a fait :

$$\begin{aligned} \tau &= 1 \text{ pour } \tau_n \geq \alpha + \beta \cos q\pi \\ \tau &= 0 \text{ pour } \tau_n < \alpha + \beta \cos q\pi \end{aligned}$$

ce qui signifie que l'on passe de l'hologramme naturel à l'hologramme synthétique en appliquant un "masque dur" au-dessus du seuil

$$\tau_{\text{seuil}} = \alpha + \beta \cos q\pi$$

Dans cette interprétation, q caractérise l'amplitude du seuil. Par ailleurs, q est pour l'hologramme synthétique le rapport :

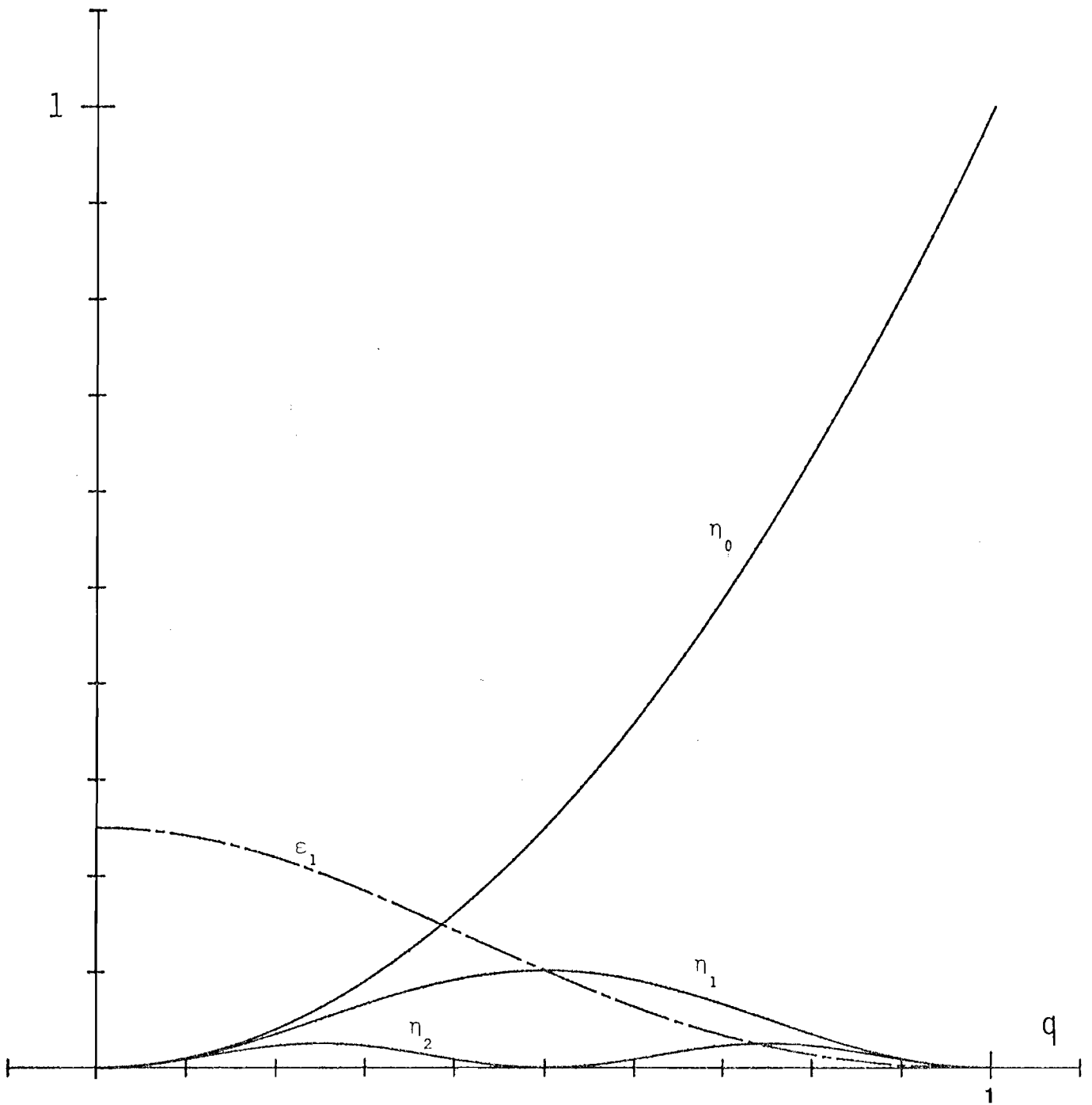


Figure 4-4 : Efficacité des hologrammes à franges binaires :

- efficacité absolue η
- efficacité ϵ relative à l'ordre 0, en fonction de la largeur q des traits clairs.

$$q = \frac{\text{largeur claire d'une frange}}{\text{période locale}}$$

Efficacité de diffraction et "largeur de frange"

Dans tout réseau binaire, l'efficacité de diffraction η dépend de la largeur relative des traits clairs et sombres, c'est-à-dire dans le cas présent du paramètre q . Pour l'ordre n , on a :

$$\eta_n = |\tau_n|^2$$

où η_n est la transmittance correspondant à cet ordre. Or, $\tau_n = a_n$ (cf. éq.(4-5)) par suite :

$$\eta_n = a_n^2 = \left| \frac{\sin(nq\pi)}{n\pi} \right|^2$$

η_n représente en fait l'efficacité absolue de l'hologramme, c'est-à-dire l'énergie incidente. Si l'éclairement moyen de l'interférogramme est lié aux efficacités absolues des ordres 0 et 1, le contraste de l'interférogramme dépend par contre du rapport d'éclairement entre l'ordre 1 et l'ordre 0 (les deux ondes participant à la formation de l'interférogramme). Aussi, considérerons nous plutôt les efficacités relatives : ordre n par rapport à l'ordre 0 ; ceci nous amène à définir les efficacités relatives de l'ordre n par rapport à l'ordre 0 :

$$\epsilon_n = \frac{\eta_n}{\eta_0} = \left(\frac{\sin(nq\pi)}{nq\pi} \right)^2 \quad (4-8)$$

La figure 4-4 montre en fonction de q les variations de η_n pour les trois ordres $n = 0, 1, 2$ ainsi que ϵ_1 .

Ordres utiles - ordres parasites

Nous avons vu que pour éliminer les défauts de phase propres du support holographique, il fallait faire traverser l'hologramme simultanément par l'onde de référence et par l'onde de mesure. Chacune de ces deux ondes va créer des ordres qu'il convient d'examiner afin de séparer les termes utiles et parasites. L'onde à mesurer a pour amplitude sur H :

$$A_- = \rho e^{i\phi_-}$$

L'onde de référence sur H :

$$A_R = \rho_r e^{i\phi_+}$$

a pour phase ϕ_+ car nous supposons l'interféromètre réglé à la teinte plate, les ondes émergentes doivent alors être en phase.

Pour une onde de référence plane et parallèle à l'axe

$$\phi_+ = 0$$

Valeur de p	...	- 2	- 1	0	1	2	...
La référence traverse dans l'ordre		- 2	- 1	0	1	2	
La voie de mesure traverse dans l'ordre		- 1	0	1	2	3	
La phase vaut		$2\phi_-$	ϕ_-	0	$-\phi_-$	$-2\phi_-$	

Tableau 4-2 : phase des différentes ondes émergeant de l'hologramme avec leur double origine.

L'onde à mesurer devient après traversée de H, compte tenu de l'Eq.(4-5):

$$\tau A_- = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \rho e^{-i(n-1)\phi_-} \quad (4-9)$$

L'onde de référence donne

$$\tau A_R = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \rho_R e^{-in\phi_-} \quad (4-10)$$

Le terme utile dans (4-8) correspond à $n=1$ (phase compensée par H, onde se propageant selon l'axe).

Le terme utile dans (4-9) correspond à $n=0$ (onde plane se propageant selon l'axe).

L'amplitude utile totale est ainsi :

$$A_T = a_1 \rho + a_0 \rho_R$$

si l'onde asphérique est parfaite,

et :

$$A_T = a_1 \rho e^{+i\phi_D} + a_0 \rho_R \quad (4-11)$$

si l'onde asphérique présente des défauts $e^{i\phi_D}$, défauts que l'on veut précisément mesurer.

L'équation (4-11) est donc l'amplitude utile dans l'interférogramme, tous les autres ordres donnés par les Eqs.(4-9) et (4-10) sont des termes parasites que l'on doit éliminer (cf. § 4-3). Il est intéressant de remarquer que les phases des termes des Eqs.(4-9) et (4-10) sont identiques deux à deux si $\phi_D = 0$: à chaque valeur de la phase $-p\phi_-$ correspondent deux ondes, l'une provenant de la voie de mesure traversant l'hologramme dans l'ordre $(p+1)$, l'autre provenant de la voie de référence traversant l'hologramme dans l'ordre p . Le tableau 4-2 montre pour chaque valeur de la phase $-p\phi_-$ la provenance des deux ondes. Cette identité deux à deux des ondes émergeant de l'hologramme sera importante lors de l'étude du filtrage des ordres; il nous suffira de considérer qu'il émerge de l'hologramme des ondes de phase $-p\phi_-$:

si $p=0$, c'est une onde utile qui doit être conservée,
si $p \neq 0$, c'est une onde parasite qui doit être éliminée.

Conclusion

Nous avons donc vu que les hologrammes à franges binaires d'amplitude permettaient de coder simplement la phase. Nous avons mis en évidence la

nature des ordres parasites dus au caractère binaire de l'hologramme. Nous allons maintenant voir dans quelle mesure il est possible de coder l'amplitude dans l'hologramme.

4-2-3. Codage de l'amplitude

L'onde asphérique à contrôler ne sera, en général, pas uniforme en amplitude, faisant en particulier varier localement le contraste des franges de l'interférogramme.

On peut se demander si cet effet peut être corrigé en codant non seulement la phase mais encore l'amplitude de H. Si l'hologramme était traversé par une onde unique, le problème du codage de l'amplitude pourrait être facilement résolu. En effet, l'onde émergente serait :

$$A_+ = \frac{\sin q\pi}{\pi} e^{i\phi_+(P)} \rho(P) \quad \text{où } \rho(P) \text{ est le module variable de l'onde de mesure.}$$

La phase étant déjà codée, il suffirait de faire varier localement q, c'est-à-dire la largeur des franges de façon à faire :

$$\rho(P) \sin \left[\frac{\pi q(P)}{\pi} \right] \approx \text{Cte}$$

En fait, H est traversé par deux ondes pour donner l'interférogramme; ces deux ondes sont diffractées dans 2 ordres différents 0 et 1, et par suite, compenser les variations d'amplitude de l'un des ordres revient à introduire des hétérogénéités dans l'autre.

Cette situation est logique puisque nous ne disposons que d'un seul paramètre pour agir sur deux conditions : égalité des amplitudes et uniformité des amplitudes.

La situation n'est pourtant pas désespérée et nous montrerons par trois exemples que l'on peut agir utilement sur q. Nous proposerons d'introduire un degré de liberté supplémentaire par le choix de l'intensité de l'onde de référence. Nous verrons également comment on peut en théorie à la fois rendre le contraste unitaire et compenser en partie les variations d'éclairement de l'interférogramme. Nous verrons toutefois que ce résultat est en partie limité par les problèmes de réalisation pratique de l'hologramme.

a) Onde à contrôler et onde de référence uniformes et de même intensité

Le contraste unitaire $C = 1$ serait obtenu si les efficacités de diffraction dans les ordres 0 et 1 étaient identiques, correspondant à une efficacité relative $\epsilon_1 = 1$ soit d'après l'Eq. (4-8) :

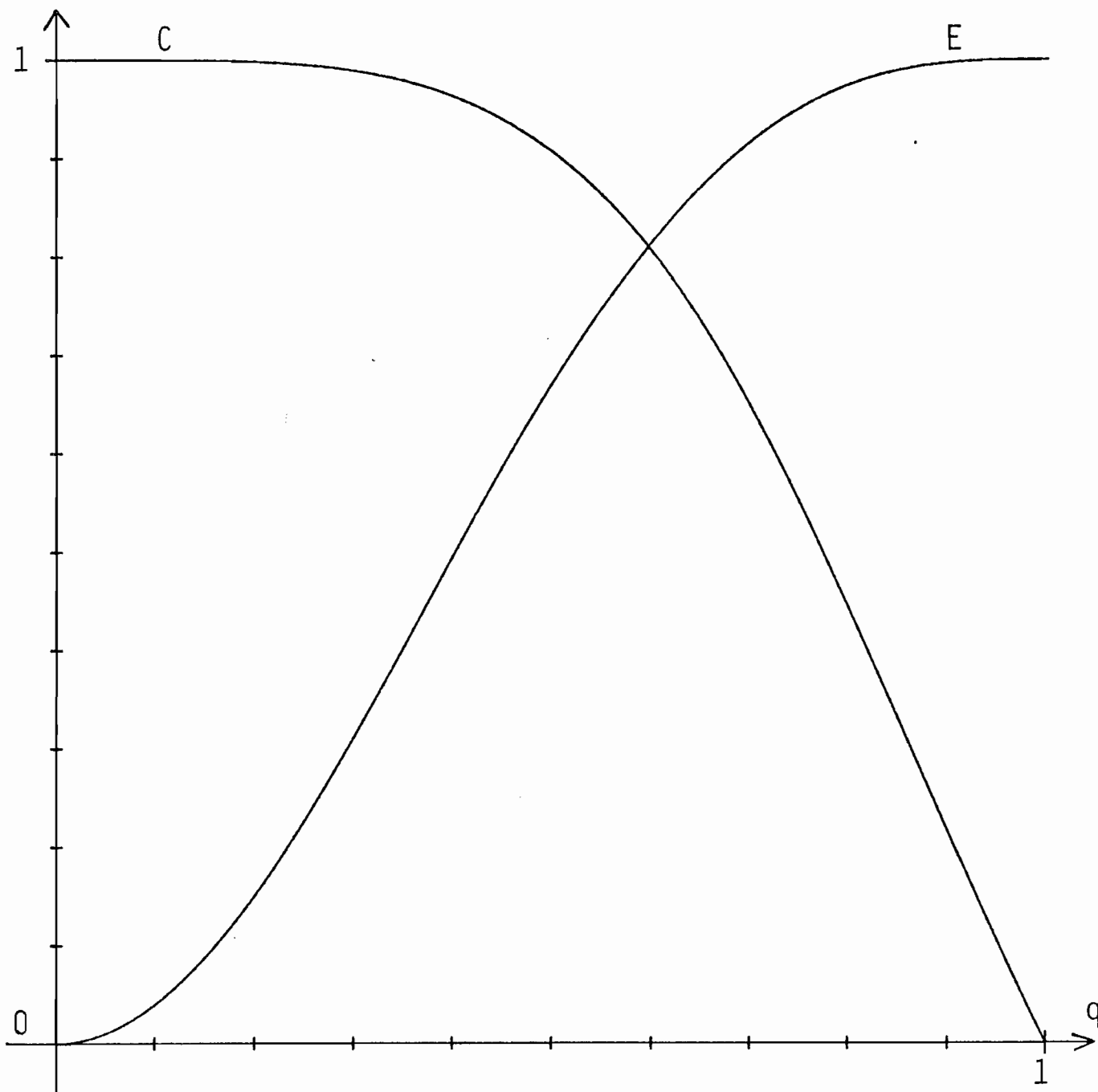


Figure 4-5 : Variation du contraste C et de l'éclairement E de l'interférogramme en fonction de la largeur q des franges claires de l'hologramme.

$$\frac{\sin q\pi}{q\pi} = 1$$

c'est-à-dire pour :

$$q = 0$$

Cette solution est irréaliste puisque les efficacités absolues η_0 et η_1 de l'hologramme sont alors nulles, donnant un éclairage nul dans l'interférogramme. Nous devons donc réduire nos exigences sur le contraste, de manière à obtenir un éclairage fini satisfaisant. Un compromis devra être trouvé entre le contraste, qui d'après l'Eq.(4-11) est :

$$C = \frac{2}{\frac{a_0}{a_1} + \frac{a_1}{a_0}} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} a_0 &= q \\ a_1 &= \frac{\sin q\pi}{\pi} \end{aligned}$$

et l'éclairage en un maximum d'interférence :

$$E = (a_0 + a_1)^2$$

La figure (4-5) montre les variations de C et E avec q; un bon compromis est obtenu pour $q = 0,6$, ce qui donne

$$C = 0,80$$

$$E = 0,81 \text{ (l'onde de mesure est prise comme unité d'éclairage)}$$

L'unicité du paramètre libre (q) nous a obligé à réaliser un compromis entre la perte de contraste et la perte d'éclairage de l'interférogramme. Avant de compliquer le problème en introduisant des variations dans l'amplitude de l'onde asphérique, nous allons nous donner un degré de liberté supplémentaire, qui est l'amplitude de l'onde de référence, ce qui se traduit par :

b) Surfaces d'ondes incidentes uniformes avec atténuation sur la voie de référence

Dans l'exemple précédent, la baisse de contraste provient de l'efficacité plus faible de l'ordre 1 comparativement à l'ordre 0. Pour obtenir un contraste unitaire on peut envisager de procéder en deux temps :

- rendre l'efficacité de l'ordre 1 maximum, ce qui d'après l'Eq. (4-7) conduit à choisir $q = \frac{1}{2}$,
- puis égaliser l'intensité des deux voies en atténuant la voie de référence. Ceci pourrait être obtenu en interposant une densité mais il est difficile

d'obtenir du verre absorbant ayant une qualité optique suffisante en transmission. Nous avons opté pour une autre solution, qui consiste à remplacer le miroir plan aluminé (voie de référence) par un miroir partiellement réfléchissant. Pour éliminer l'onde transmise, la couche partiellement réfléchissante a été déposée sur une lame de verre noir. Cette méthode permet d'obtenir un élément de qualité interférométrique et de réflectance arbitraire.

Le coefficient de réflexion à donner au miroir partiellement réfléchissant se déduit aisément des efficacités de l'hologramme : l'efficacité maximum dans l'ordre 1 vaut $\frac{1}{\pi^2}$ ($q=1/2$), l'efficacité dans l'ordre 0 vaut $\frac{1}{4}$, la voie de référence doit donc encore être atténuée d'un facteur :

$$\frac{1/\pi^2}{1/4} = \frac{4}{\pi^2} \sim 0,41$$

par rapport à la voie de mesure ; cette dernière étant toujours prise comme unité, l'éclairement de l'interférogramme en un maximum d'interférence vaut alors :

$$E = \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi}\right)^2 = \frac{4}{\pi^2} \sim 0,41$$

Nous avons perdu un facteur 2 sur l'éclairement, mais le contraste est unitaire et surtout nous avons vu que nous pouvions jouer sur l'amplitude de l'onde de référence.

c) La surface d'onde sphérique n'est pas uniforme

C'est dans le cas le plus intéressant car le plus vraisemblable, les hétérogénéités de la surface d'onde étant dues à la propagation. Leur effet sur l'interférogramme est double :

- baisse du contraste,
- variation de l'éclairement moyen.

Ces deux effets ne sont pas très gênants s'ils se présentent séparément :

- une baisse de contraste à éclairement uniforme rend les minima moins visibles mais n'introduit pas d'erreur systématique dans l'interprétation de l'interférogramme.
- une variation d'éclairement associée à un contraste unitaire ne perturbe en rien l'interprétation de l'interférogramme, puisqu'il n'y a pas de déplacement des minima d'interférence qui seuls servent à la mesure.

La présence simultanée des deux défauts introduit par contre un décalage systématique des franges vers les zones d'éclairement plus faible :

considérons en effet la fonction éclairement au voisinage d'un minimum non nul d'interférence; si les ondes incidentes sont uniformes, la tangente y est horizontale. Si maintenant, les éclairissements des ondes incidentes ne sont pas uniformes, cela aura pour effet de faire basculer la tangente au point considéré précédemment et le minimum de l'éclairement sera déplacé. Les erreurs d'interprétation de l'interférogramme qui en découlent sont en général inférieures à la frange, mais elles ne sont pas forcément négligeables. Nous pouvons songer à rendre le contraste partout unitaire en faisant varier la largeur q avec le point courant de l'hologramme.

Pour écrire que le contraste des franges est unitaire en tout point, nous calculons les amplitudes des ondes après traversée de l'hologramme :
 - l'onde plane incidente a une amplitude uniforme ρ_0 qui sera choisie ultérieurement. Elle émerge de l'hologramme avec une amplitude

$$\rho'_0 = a_0 \rho_0 \quad (4-12)$$

- l'onde sphérique incidente a une amplitude $\rho_1(P)$, fonction du point P de l'hologramme. Elle émerge de l'hologramme avec une amplitude :

$$\rho'_1(P) = a_1 \rho_1(P) \quad (4-13)$$

Un contraste unitaire impose l'égalité des amplitudes ρ'_0 et ρ'_1 , soit :

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{\rho_0}{\rho_1(P)}$$

La largeur des franges doit donc vérifier en tout point P :

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{\sin(q\pi)}{q\pi} = \frac{\rho_0}{\rho_1(P)}$$

Puisque $\frac{\sin q\pi}{q\pi}$ varie entre 0 et 1, nous voyons que si $\rho_0 \leq \rho_1^{\min} = \inf\{\rho_1(P)\}$ il est alors possible de choisir q en tout point de manière à maintenir un contraste unitaire.

Nous devons maintenant préciser le choix de l'amplitude ρ_0 de l'onde de référence. Considérons pour cela la Figure (4-6) où est représentée la courbe a_1/a_0 en fonction de q . L'amplitude de l'onde sphérique variant entre ρ_1^{\min} et ρ_1^{\max} , la largeur q varie entre q^{\min} et q^{\max} . Le choix de ρ_0 fixera sur la courbe la position du domaine de variation Δq de q . Il s'agit donc du choix d'un "point de fonctionnement" autour duquel variera q . La courbe de la figure (4-6) a été représentée en échelle logarithmique; ceci présente un double intérêt :

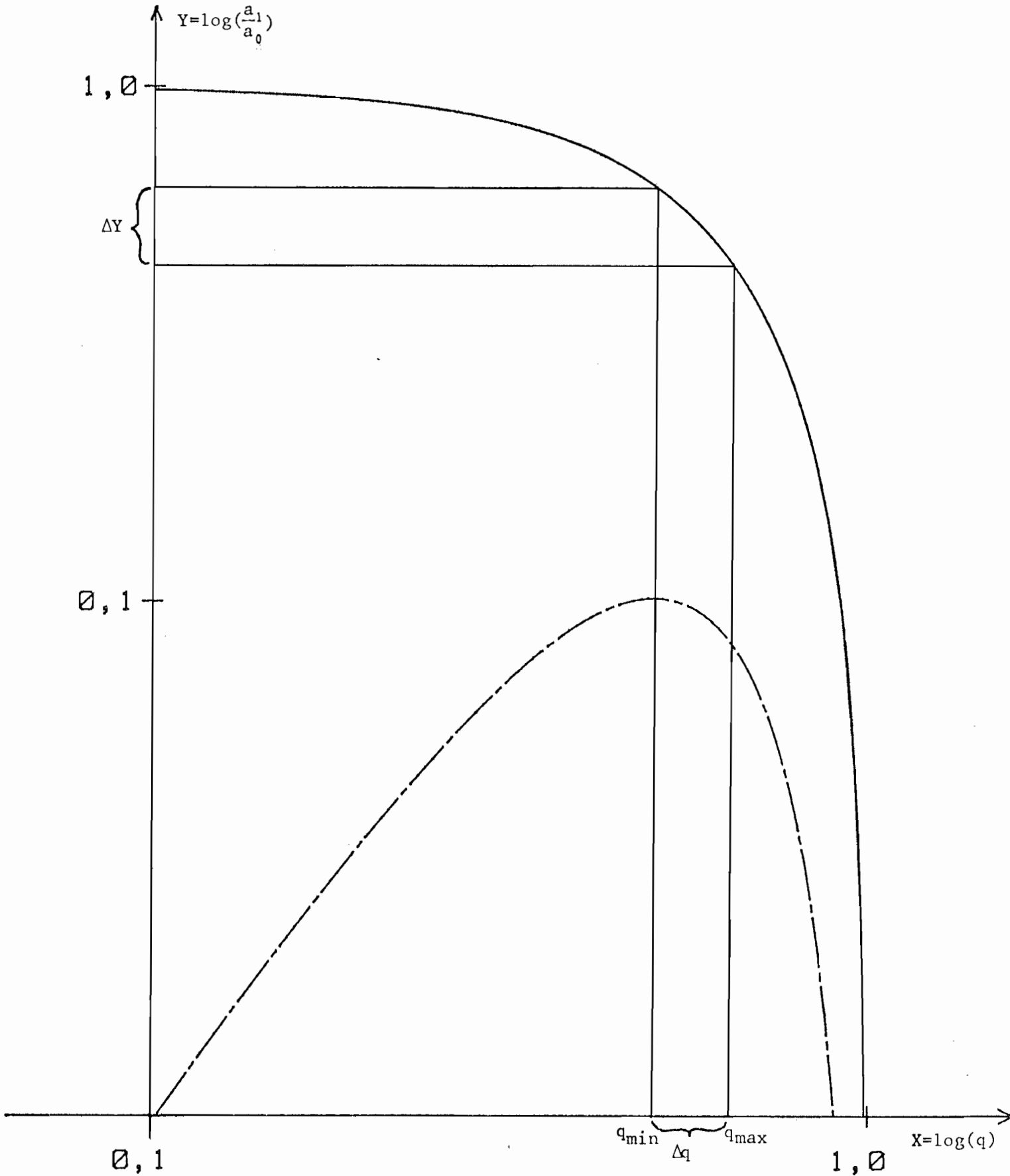


Figure 4-6 : Choix de l'intervalle Δq de variation de la largeur q des franges claires ; le Δy mesuré sur la courbe en trait plein représente la variation relative de l'efficacité de l'ordre 1 par rapport à l'ordre 0. Mesuré sur la courbe en trait mixte, Δy représente les variations correspondantes de l'éclairement de l'interférogramme.

- la différence d'ordonnée ΔY entre les extrémités de la zone de fonctionnement est égale au log du rapport $\left| \frac{a_1(q_{\min})}{a_0(q_{\min})} \right| / \left| \frac{a_1(q_{\max})}{a_0(q_{\max})} \right|$ qui est par conséquent indépendant du point de fonctionnement.
- l'éclairement E en un maximum d'interférence vaut, d'après les Eq.(4-12) et(4-13) et puisque le contraste est unitaire :

$$E = (\rho'_0 + \rho'_1)^2 = 4 a_0^2 \rho_0^2 \quad (4-14-a)$$

$$= 4 a_1^2 \rho_1^2 (P) \quad (4-14-b)$$

ρ_0 étant uniforme sur l'hologramme, les variations relatives de E sont d'après (4-14-a) égales à celles de $a_0^2 = q^2$.

La différence ΔX d'abscisse entre les extrémités de la zone de fonctionnement est donc égale à :

$$\Delta X = \frac{1}{2} \log \left(\frac{E_{\max}}{E_{\min}} \right)$$

E_{\max} et E_{\min} représentant respectivement la valeur maximum et minimum de l'éclairement en un maximum d'interférence. ΔX caractérise donc l'hétérogénéité relative en éclairage de l'interférogramme.

Nous voyons que pour réduire cette hétérogénéité, nous aurions intérêt à choisir l'intervalle Δq au voisinage de $q = 1$ où les pentes sont les plus fortes. Ceci négligerait l'éclairement moyen de l'interférogramme qui serait alors nul. Pour réaliser un compromis entre les variations d'éclairement et l'éclairement moyen, nous considérons sur le même graphique 4-6 les variations de l'efficacité $\eta_1 = a_1^2$ de l'ordre 1 qui, d'après l'Eq. (4-14-b) fixe l'éclairement de l'interférogramme. L'examen de ces courbes montre qu'il est beaucoup plus intéressant d'utiliser la partie de la courbe correspondant à $q > 0,5$: à éclairage égal, l'interférogramme sera plus homogène.

Ceci est tout-à-fait logique si l'on se rappelle les sens de variation des efficacités avec q :

- si $q < 0,5$ les efficacités dans les ordres 0 et 1 varient dans le même sens et seule la différence de vitesse de variation permettra d'égaliser les deux voies.
- par contre, si $q > 0,5$ les efficacités varient en sens opposé et une faible variation de q suffira à induire une forte variation relative d'efficacité.

Le premier cas laisse même présager la possibilité d'une amplification des fluctuations d'éclairement. Nous l'étudierons sur quelques exemples numériques.

Tableau 4-3

	q_{\min}	q_{\max}	E_{\max}/E_{\min}	E_{\min}	E_{\max}
Amplification des inhomogénéités d'éclairement : $q_{\min} + q_{\max} < 1$	0,251	0,500	3,975	0,204	0,811
	0,414	0,586	2	0,376	0,753
Atténuation des inhomogénéités d'éclairement $q_{\min} + q_{\max} > 1$	0,501	0,641	1,637	0,405	0,662
	0,600	0,708	1,393	0,367	0,511
	0,700	0,780	1,242	0,265	0,329

Nous supposons que l'éclairement de la surface d'onde sphérique varie du simple au double sur la surface de l'hologramme et nous considérerons l'éclairement de l'interférogramme (E_{\min} et E_{\max} , respectivement minimum et maximum d'éclairement en un maximum d'interférence) ainsi que le rapport E_{\max}/E_{\min} caractérisant l'hétérogénéité d'éclairement de l'interférogramme. Nous avons choisi cinq intervalles Δq .

Ces quelques valeurs numériques montrent que le choix de la largeur $q(P)$ permet non seulement de rendre le contraste unitaire, mais également de réduire les variations d'intensité de l'interférogramme de façon appréciable.

Réalisme de cette solution

Nous avons raisonné jusqu'à présent en considérant que l'on pouvait contrôler exactement le paramètre q . Ceci signifierait que l'on sache "tracer" les franges avec une précision infinie. En fait, il n'en est rien et le dispositif de réalisation de l'hologramme introduit son "grain de sable"; un examen plus détaillé de l'influence de la précision du traceur sera fait au chapitre 5, mais nous désirons dès maintenant aborder la question de savoir si le contrôle du paramètre q est réaliste. L'imprécision du traceur peut revêtir deux aspects et selon l'appareil utilisé, nous observerons l'un ou l'autre, ou même les deux aspects à la fois. Ces deux aspects sont :

- une quantification pure, c'est-à-dire que les bords de franges peuvent prendre un certain nombre de positions discrètes;
- une incertitude de positionnement soit autour des valeurs discrètes précédentes, soit autour d'une position théorique variant continuellement.

Dans le premier cas, le paramètre q ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs discrètes, ces valeurs possibles étant elles-mêmes fonction du point considéré. Dans le second cas, la valeur de q effectivement réalisée est affectée d'une certaine incertitude.

Nous pouvons regrouper les deux cas en disant que nous disposons d'une certaine "résolution" sur le paramètre q , que cette résolution provienne d'une quantification ou d'une imprécision. Or, pour réduire les variations de l'éclairement moyen de l'interférogramme, nous avons précisément été amené à réduire le domaine des variations relatives de q . Nous constatons que le domaine des variations absolues de q , $q_{\max} - q_{\min}$, a été également réduit. Autrement dit, nous avons augmenté la sensibilité des variations de contraste par rapport aux variations de q . Nous devons donc prendre garde à ne pas choisir le domaine Δq trop près de 1, sinon nous risquons de remplacer les variations régulières d'éclairement à contraste unitaire en des fluctuations aléatoires de contraste.

En conclusion, nous pouvons dire que le codage de l'amplitude permet *en théorie* de rendre le contraste partout unitaire et de réduire les variations de l'éclairement moyen de l'interférogramme. *En pratique*, le choix de la fonction largeur de frange $q(P)$ résulte d'un compromis entre les variations d'éclairement et les variations du contraste de l'interférogramme. Ce compromis fait intervenir la précision avec laquelle le paramètre q peut être contrôlé lors de la réalisation pratique de l'hologramme.

4-3. FILTRAGE DES ORDRES

Si les hologrammes en ligne n'ont pas été utilisés jusqu'à présent, sauf dans certains cas particuliers (objectifs à miroir comportant une obturation centrale $|8|$), ou sans filtrage, c'est qu'il n'apparaissait pas de façon évidente que les ordres parasites pouvaient être correctement filtrés.

Or, tous les ordres étant cohérents entre eux, même les ordres parasites contenant peu d'énergie, peuvent donner par interférences des "fluctuations amplifiées" c'est-à-dire des artefacts qui interdisent toute mesure sérieuse.

La base de l'utilisation de ces hologrammes est donc l'emploi d'un trou de filtrage dont l'étude correcte est malheureusement moins simple que la

description de son fonctionnement.

Ce trou doit jouer en fait trois rôles :

- 1) arrêter les ordres parasites au mieux;
- 2) réduire la partie centrale non contrôlée de l'asphérique;
- 3) ne pas altérer "l'image" de l'asphérique.

La condition 3 n'est évidemment pas réalisable car du moment qu'il y a filtrage, il y a pertes d'informations. Cet aspect des choses "que voit-on exactement?" paraît tout naturel à l'opticien, mais assez curieusement, il semble que personne ne se soit préoccupé de cette question, c'est-à-dire de la résolution dans le contrôle.

Ce sont ces trois aspects que nous examinerons ici. Pour la clarté de l'exposé nous rejetons en appendice quelques calculs.

En outre, pour simplifier l'exposé des lois du filtrage, nous expliciterons en premier lieu les hypothèses que nous ferons lors du calcul; il s'agira de définir la méthode que nous emploierons pour étudier l'action du trou de filtrage sur les différents ordres, ainsi que les conjugaisons que nous supposerons réalisées dans l'interféromètre.

Nous décrirons ensuite les paramètres qui interviendront dans ce calcul et qui caractériseront la qualité du filtrage et du contrôle. Nous serons alors à même d'écrire les conditions que doit satisfaire une configuration donnée pour que le filtrage soit efficace; c'est alors que nous pourrons nous poser utilement la question "comment peut-on optimiser l'ensemble ?" .

4-3-1. Hypothèses de l'étude du filtrage

Méthode de calcul

La transmission des deux ordres utiles se traite aisément par le formalisme habituel du filtrage des fréquences spatiales : chacun des deux ordres est stigmatique et donne une tache de diffraction sur le trou de filtrage. Les ordres parasites (une double infinité) ne sont pas focalisés sur le trou, l'étude par diffraction n'est donc pas aisée. Cependant, ces ordres sont fortement àsphériques, les aberrations transversales correspondantes (dans le plan du trou) sont grandes devant la tache de diffraction; une étude géométrique est alors licite : un rayon passe ou ne passe pas par le trou. Il faut évidemment représenter tous les ordres dans le plan spectral par une même variable, la fréquence spatiale ν , ce qui n'est pas évident pour le cas géométrique.

Soient alors :

- Δ l'écart de la surface d'onde à un plan (fig.4-7),
- θ l'angle du rayon correspondant avec l'axe,
- ν la fréquence spatiale locale,
- r' la hauteur d'incidence dans le plan de filtrage du rayon d'angle θ (après traversée de l'hologramme et de l'objectif de filtrage).

Dans l'appendice I, nous établissons les relations entre ces variables : les trois premières sont liées par des relations déduites des propriétés optiques générales des surfaces d'ondes et des réseaux; leur relation avec la hauteur d'incidence r' du rayon dans le plan focal de l'objectif de filtrage fait intervenir les propriétés optiques spécifiques de ce dernier : nous le considérons aplanétique, bien que des conditions moins sévères puissent être acceptées. De la relation $\nu = f(r')$ ainsi établie, nous déduisons qu'il est parfaitement possible d'analyser le problème du filtrage des ordres parasites en termes de fréquences.

Conjugaisons dans l'interféromètre

Pour étudier l'influence du trou de filtrage sur les ordres parasites, nous avons vu qu'il était licite d'utiliser une méthode géométrique. Nous suivrons donc un rayon à travers l'interféromètre et nous nous intéresserons à ses intersections avec quatre surfaces particulières qui sont : l'asphérique, l'hologramme, le plan de filtrage et l'interférogramme. Pour simplifier l'établissement des conditions de filtrage, nous supposerons que l'hologramme est conjugué avec l'interférogramme. L'intérêt de cette hypothèse réside dans le fait que la relation point à point entre l'asphérique, l'hologramme et l'interférogramme devient indépendante de l'ordre dans lequel travaille l'hologramme. Nous verrons qu'il est alors possible de définir (dans l'approximation géométrique) une zone non contrôlée parfaitement délimitée. Mais nous devons alors nous poser deux questions : "cette conjugaison est-elle envisageable en pratique?" et : "si elle n'est pas réalisée qu'advient-il de la zone non contrôlée ?".

La réponse à la première question paraît simple puisque nous disposons d'un objectif dit "de conjugaison" dans le plan du trou de filtrage ; il suffit de l'utiliser pour réaliser la conjugaison souhaitée. Mais il est tout aussi souhaitable de conjuguer la surface asphérique avec l'interférogramme. Ces deux conjugaisons ne sont compatibles que si l'on en réalise une troisième entre l'asphérique et l'hologramme, et c'est cette dernière qui est la plus difficile à réaliser en pratique. Elle présente en outre l'inconvénient de multiplier le nombre d'éléments à régler. Conformément à la discussion générale des

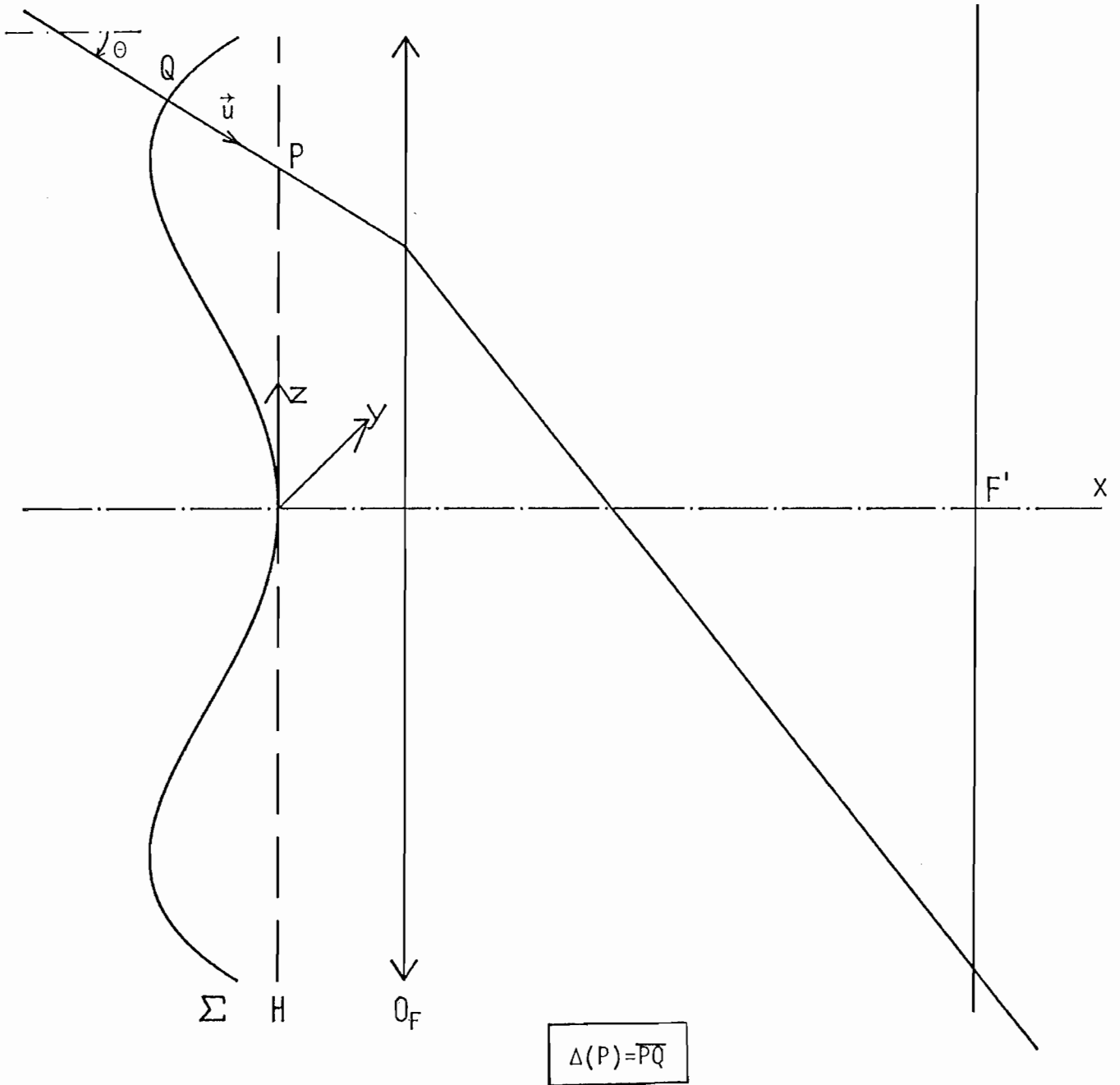


Figure 4-7 : Définition de l'écart Δ de la surface d'onde Σ au plan de l'hologramme H.

conjugaisons faites au Chapitre 3, nous sommes donc incités à ne conserver qu'une seule conjugaison, et, afin de préserver la validité des informations fournies par l'interférogramme, il est souhaitable que cette conjugaison soit faite entre l'asphérique et l'interférogramme.

Qu'advient-il alors de la zone non contrôlée ? Cette question déborde du cadre nécessairement limité de ce travail, car la non conjugaison complique sérieusement le problème. Nous pouvons néanmoins espérer que les résultats ne seront pas substantiellement modifiés.

4-3-2. Critères de qualité du filtrage et du contrôle

Avant d'écrire les conditions que doit satisfaire un filtrage efficace des ordres parasites, nous allons définir les quatre paramètres qui caractériseront l'efficacité de la suppression des ordres parasites et la qualité du contrôle de l'asphérique :

Δ = déformation mesurable

La surface à contrôler est insérée dans un montage optique qui donne, au niveau de l'hologramme, une surface d'onde que nous caractériserons par son écart $\Delta(P)$ à la surface plane de l'hologramme (Fig. 4-7).

Nous supposons toute l'optique de révolution et par conséquent $\Delta(P)$ est fonction de la seule coordonnée radiale r .

v_{\max} qui fixe la précision de la mesure de forme de l'asphérique

La précision limitée du dispositif servant à réaliser l'hologramme introduit des erreurs dans le tracé, erreurs qui se répercutent sur la surface d'onde générée par l'hologramme. Ces fluctuations de la surface d'onde dépendent du pas minimal p_{\min} de l'hologramme ou de son inverse v_{\max} qui sera le paramètre caractérisant, pour un matériel de réalisation d'hologramme donné, la précision de contrôle.

Cette précision (qui varie en sens inverse de v_{\max}) sera reliée à v_{\max} dans le chapitre 5.

v_c qui fixe la résolution transversale du contrôle

Le trou de filtrage servant à éliminer les ordres parasites réalise un filtrage passe-bas des surfaces d'ondes le traversant. Cet aspect du filtrage des ordres est passé sous silence dans la littérature, aussi l'examinerons-nous en détail : la surface d'onde venant de la voie de mesure contient les informations concernant les défauts de la surface à contrôler. Le filtrage passe-bas aura pour effet de supprimer les hautes fréquences contenues dans cette

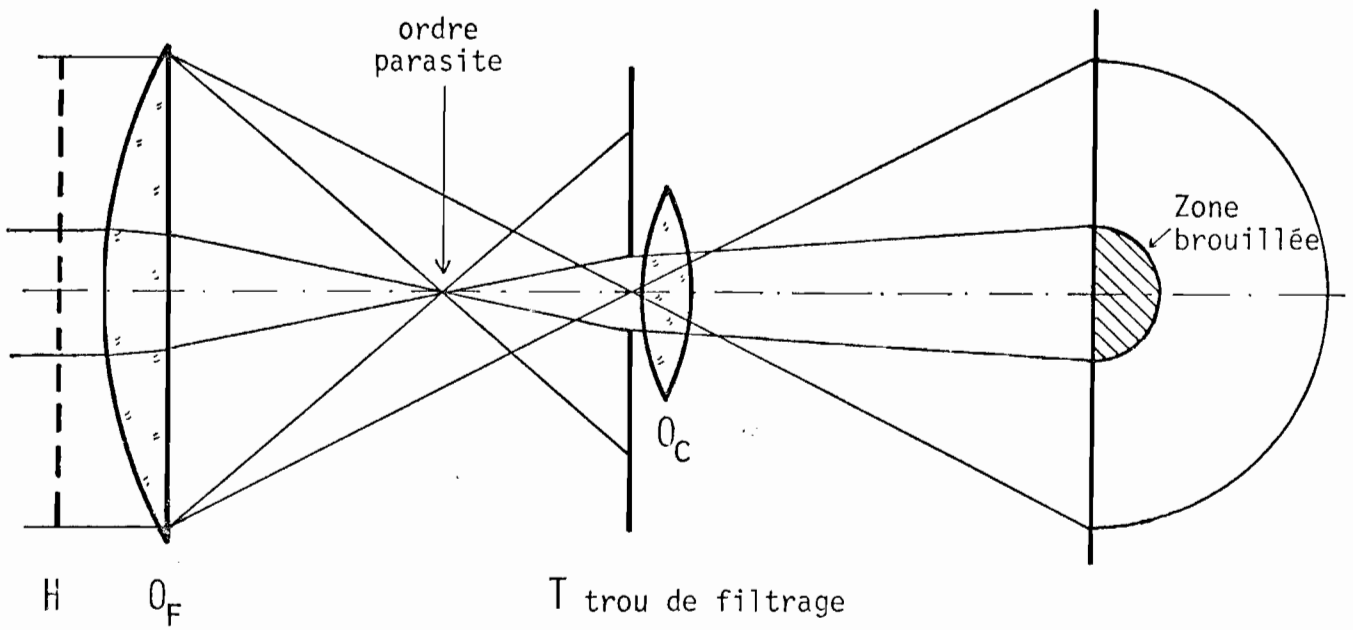


Figure 4-8 : Influence des ordres parasites sur l'interférogramme : zone brouillée.

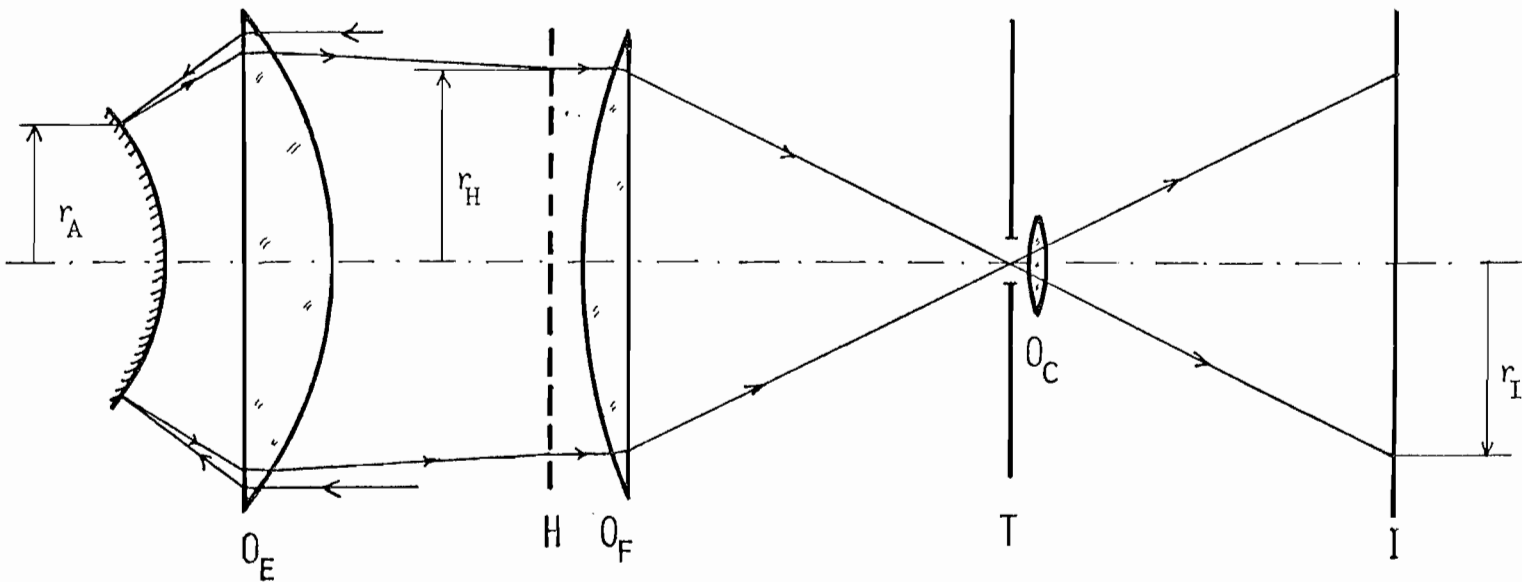


Figure 4-9 : Coordonnées radiales sur l'asphérique A , l'hologramme H et l'interférogramme I .

surface d'onde. Du point de vue pratique, seuls les défauts ayant une étendue suffisante seront visibles sur l'interférogramme. En revanche, la surface d'onde de référence est plane et les effets du filtrage seront localisés au bord, aussi les négligerons-nous. En toute rigueur, nous devrions caractériser la résolution transversale par la fréquence de coupure produite par le trou de filtrage sur l'asphérique. Mais puisque nous supposons l'interférogramme conjugué avec l'hologramme, il est plus simple et plus logique de considérer la fréquence de coupure ν_c sur la surface d'onde de mesure au niveau de l'hologramme. La fonction de transfert de modulation étant le trou de filtrage lui-même, le rayon du trou de filtrage, exprimé en coordonnées de fréquence, vaut précisément ν_c .

u_1 : fraction non contrôlée de l'asphérique

Les ondes parasites éclairent le trou de filtrage et projettent leur ombre sur le plan de l'interférogramme (Fig. 4-8), lui superposant un petit disque lumineux qui brouille localement l'information concernant la surface asphérique sous contrôle. L'étendue de cette zone non contrôlée de l'asphérique sera caractérisée par son rayon \bar{r}_A , ou encore par la fraction non contrôlée du rayon que nous appellerons u_1 :

$$u_1 = \frac{\bar{r}_A}{R_A} \quad \text{où } R_A \text{ est le rayon utile de l'asphérique.}$$

4-3-3. Les lois du filtrage

Pour déterminer les conditions du filtrage, nous partons d'une configuration fixée a priori et nous nous donnons une zone centrale Z_c de l'asphérique, zone que nous acceptons de ne pas pouvoir contrôler. Nous devons alors écrire que le trou de filtrage doit arrêter tous les rayons parasites qui risqueraient de brouiller l'interférogramme en dehors de la zone "image" de Z_c . Nous aurons ainsi établi la condition pour qu'une configuration donnée permette une élimination *effective* des ordres parasites. Nous examinerons alors la possibilité d'optimiser individuellement certains paramètres, c'est-à-dire la possibilité d'améliorer l'un des aspects de la qualité du contrôle sans dégrader les autres. Ceci nous conduira à définir les conditions d'un filtrage *efficace*.

Notre raisonnement sera grandement simplifié si nous remarquons qu'il existe une relation biunivoque entre les trois surfaces suivantes : l'asphérique, l'hologramme et l'interférogramme. Considérons donc un point de la surface asphérique à une hauteur d'incidence r_A (Fig. 4-9). Nous admettrons qu'il n'y

passe qu'un seul rayon issu du collimateur . Ce rayon se propage jusqu'à l'hologramme, qu'il coupe à une hauteur d'incidence r_H . Par ce point, il ne peut passer qu'un seul rayon, sinon nous serions en présence d'une surface d'onde repliée, avec une zone de rebroussement. Il y aurait localement deux surfaces d'ondes distinctes, que l'hologramme ne serait pas capable de rendre simultanément planes et normales à l'axe. Nous voyons donc qu'indépendamment de l'existence d'une conjugaison éventuelle entre l'asphérique et l'hologramme, il existe une relation biunivoque entre ces deux surfaces, par l'intermédiaire des rayons réels. Il existe en outre une véritable conjugaison entre l'hologramme et l'interférogramme (hypothèse du § 4-3-1). Ceci confirme notre proposition initiale concernant l'existence d'une relation biunivoque (et continue, donc monotone) entre les hauteurs d'incidences r_A , r_H et r_I d'un rayon sur la surface asphérique, sur l'hologramme et sur l'interférogramme.

Conditions d'un filtrage effectif

Il est maintenant aisé de déterminer quels rayons risquent de brouiller l'interférogramme en dehors de la zone correspondant à Z_c : \bar{r}_A étant le rayon de la zone Z_c et \bar{r}_I le rayon de la zone Z'_c "image" de Z_c sur l'interférogramme, les rayons tombant sur l'interférogramme à une hauteur supérieure à \bar{r}_I sont ceux qui ont traversé l'asphérique à une hauteur supérieure à \bar{r}_A . Il est donc possible de voir si un rayon est gênant dès son passage sur la surface asphérique.

Pour savoir maintenant si un rayon gênant est ou non arrêté par le trou de filtrage, nous devons comparer sa hauteur d'incidence dans le plan de filtrage au rayon du trou de filtrage. Ceci se fera, bien entendu, en termes de fréquences, selon la représentation développée dans l'Appendice I.

Partant de la donnée de l'écart Δ de la surface d'onde à l'hologramme, nous déduisons la fréquence associée :

$$v = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \Delta(r_H)}{\partial r_H} \quad (= v_H) \quad (\text{d'après I-9})$$

Ceci représente en même temps la fréquence locale v_H de l'hologramme et sera considéré dans la suite comme caractéristique de la configuration optique étudiée.

L'onde émergente de l'hologramme dans l'ordre p a pour fréquence :

$$v_p = v - p v_H = (1-p)v$$

Si $p = 1$ nous trouvons l'ordre utile qui est une onde plane ($v_p = 0$). Si $p \neq 1$, il s'agit d'une onde parasite et v_p représente la hauteur d'incidence du rayon

considéré sur le plan de filtrage. Nous considérons v_p comme une fonction de la variable r_A :

$$v_p(r_A) = \frac{(1-p)}{\lambda} \frac{\partial \Delta(r_H)}{\partial r_H} = (1-p)v(r_A) \quad (4-15)$$

et la condition de filtrage s'écrit alors :

$$\forall r_A \geq \bar{r}_A \quad |v_p(r_A)| \geq v_c \quad \text{si } p \neq 1 \quad (4-16)$$

Tout rayon en dehors de Z_c est arrêté par le trou s'il s'agit d'une onde parasite.

Explicitons l'inégalité (4-16) en fonction de la fréquence de l'hologramme (4-15) :

$$|v(r_A)| \geq \frac{v_c}{|1-p|} \quad \text{si } p \neq 1$$

Nous voyons que la condition la plus sévère est réalisée pour $p = 0$ (ou $p = 2$), autrement dit, ce sont les deux ordres les plus proches de l'ordre utile qui sont les plus gênants. L'inégalité (4-16) peut donc s'écrire :

$$\forall r_A \geq \bar{r}_A, \quad |v(r_A)| \geq v_c \quad (4-17)$$

Cette inégalité exprime la condition de filtrage pour une configuration donnée. Nous constatons qu'elle n'impose pas une valeur précise des paramètres \bar{r}_A et v_c . Nous chercherons donc à faire le meilleur choix possible : cette optimisation est assez complexe dans le cas général et nécessite l'utilisation d'un ordinateur. Nous aborderons ce problème au § 4-3-3.

S'il n'est donc pas question ici d'optimiser tous les paramètres par rapport à toutes les variables, nous pouvons nous demander s'il n'est pas possible d'optimiser le *choix* d'un paramètre donné, les autres n'étant pas modifiés. Ceci nous conduira aux conditions d'un filtrage que nous qualifierons d'efficace.

Conditions d'un filtrage efficace

Nous sommes donc amenés à abandonner la généralité de la condition (4-17) pour rechercher les conditions d'un choix optimum de chacun des paramètres pris *individuellement*, optimisation que nous qualifierons de partielle. Le meilleur choix pour v_c (donnant la meilleure résolution transversale) est :

$$v_c = \inf_{r_A \in [\bar{r}_A, R_A]} \{ |v(r_A)| \} \quad (4-20)$$

Quel est alors le meilleur choix pour \bar{r}_A ? C'est, bien entendu, la plus petite valeur possible, compatible avec (4-20), c'est-à-dire sans modifier la valeur de v_c précédemment obtenue. Si le minimum de v n'est pas atteint pour $r_A = \bar{r}_A$, alors il est possible de réduire (continuité de la fonction v_H) la valeur de \bar{r}_A sans modifier la valeur de v_c donnée par (4-20). Nous sommes donc conduit à poser la condition nécessaire d'optimisation partielle :

$$v_c = |v(\bar{r}_A)| \quad (4-21)$$

Il s'agit d'une condition nécessaire d'optimisation partielle sur v_c et \bar{r}_A : il n'est alors possible d'améliorer l'un des paramètres sans détériorer l'autre. Est-ce une condition suffisante ? Mathématiquement non, physiquement presque. Puisque la fonction v est liée aux pentes de la surface d'onde, nous la supposons continuellement dérivable. Quel est le signe de la dérivée de $|v|$ au point \bar{r}_A (v n'est pas nul car $|v(\bar{r}_A)| = v_c > 0$, la dérivée de $|v|$ est donc définie) ? La dérivée ne peut y être strictement négative car sinon $|v(r)|$ serait strictement inférieur à v_c dans un voisinage à droite de \bar{r}_A . Elle est donc positive ou nulle :

- dérivée nulle : si r_A est un minimum relatif pour $|v|$, il est alors possible de réduire \bar{r}_A sans modifier v_c , ce qui montre que la condition n'est pas suffisante en toute rigueur. Mais nous serons en général dans le second cas suivant :
- dérivée positive : $|v(r)|$ est donc strictement inférieur à v_c dans un voisinage à gauche de \bar{r}_A . Il n'est donc pas possible de réduire \bar{r}_A sans réduire simultanément v_c : la condition est alors suffisante.

En conclusion, nous dirons qu'un bon filtrage doit vérifier les conditions suivantes :

$$\forall r_A \geq \bar{r}_A, |v(r_A)| \geq v_c \quad (4-17)$$

$$v_c = |v(\bar{r}_A)| \quad (4-21)$$

et qu'il n'est alors en général pas possible d'améliorer un paramètre (v_c ou \bar{r}_A) sans dégrader l'autre. Ce sont les conditions d'un filtrage efficace.

4-3-4. Optimisation du filtrage

Nous allons définir dans ce paragraphe les idées directrices de l'optimisation du filtrage, le but étant d'aboutir à un programme de calcul automatique sur ordinateur.

L'ensemble des paramètres définissant l'interféromètre sera divisé en trois groupes :

- les paramètres pour lesquels on dispose d'une très grande liberté de choix : il s'agit des caractéristiques de l'objectif d'éclairage (qui sera en fait une lentille simple et dont la seule condition est d'être matériellement réalisable) ainsi que la distance séparant cette lentille de l'asphérique ;
- les paramètres pour lesquels on exprime des "souhaits" qu'il s'agit de satisfaire au mieux : il s'agit de la fraction non contrôlée u_1 , la fréquence de coupure ν_c et la fréquence maximum de l'hologramme ν_{\max} ;
- les paramètres pour lesquels on a peu ou pas de possibilités de choix : la surface asphérique qui est donnée et la distance entre la lentille d'éclairage de la surface asphérique et l'hologramme, distance qui est bornée par l'encombrement de la séparatrice et par la dimension globale de l'interféromètre.

Ce programme d'optimisation est en cours d'élaboration par F. BRIDOU, aussi ne développerons-nous pas plus avant son analyse. Nous nous contenterons d'insister sur l'importance de ce maillon de contrôle holographique des surfaces asphériques, puisque c'est lui qui permettra, par un choix judicieux de l'objectif associé à l'asphérique, de réaliser dans de bonnes conditions le contrôle de surfaces asphériques fortement déformées, en particulier en réduisant la fréquence maximale de l'hologramme, donc en permettant d'obtenir une bonne précision de contrôle.

4-4. FILTRAGE DES ORDRES : ETUDE APPROCHEE ; ROLE DE LA DEFOCALISATION

L'optimisation du paragraphe précédent nécessite un calcul par ordinateur et ne montre pas la physique des phénomènes ; c'est le rôle de ce paragraphe :

- Il s'agit en premier lieu d'obtenir une bonne compréhension pratique du problème du filtrage et de l'importance de la défocalisation de la surface d'onde à compenser, ce qui est en particulier indispensable pour l'élaboration d'un programme d'optimisation (§4-3-4).
- Il s'agit en second lieu d'établir une comparaison entre les performances que l'on peut attendre des deux méthodes holographiques de contrôle des asphériques: le contrôle en ligne, dont nous avons vu précédemment l'avantage du point de vue de la simplicité du calcul et de la réalisation de l'hologramme, et le contrôle utilisant l'hologramme à porteuse inclinée.

Cette étude fera intervenir des hypothèses simplificatrices qui ont l'avantage de mettre en évidence la physique des phénomènes : nous supposerons donnés l'asphérique et l'objectif d'éclairage associé. L'optimisation portera sur la distance entre ces éléments, donc sur la défocalisation introduite sur la surface d'onde au niveau de l'hologramme. Moyennant ces hypothèses, nous appliquerons les conditions du filtrage au cas de déformations polynomiales.

4-4-1. Justification des approximations et expression de Δ

Nous supposerons que la défocalisation n'intervient que par un terme du second degré dans Δ . Nous justifierons cette simplification, dans le cas d'aberrations et d'ouvertures moyennes, par l'argument suivant :

Soient Δ et Δ^* les écarts de la surface d'onde à l'hologramme obtenus pour deux positions différentes de l'objectif d'éclairage de l'asphérique. Nous écrivons:

$$\Delta = a_2 r^2 + A_4(r)$$

$$\Delta^* = a_2^* r^2 + A_4^*(r)$$

où A_4 et A_4^* représentent les termes de degré ≥ 4 de Δ et Δ^* .

L'effet sur Δ de la défocalisation s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta\Delta = \Delta^* - \Delta &= (a_2^* - a_2)r^2 + A_4^*(r) - A_4(r) \\ &= \delta a_2 r^2 + \delta A_4(r) \end{aligned}$$

Nous admettrons que si les ouvertures et les aberrations ne sont pas trop importantes, les termes δA_4 d'ordre supérieur à 4 de $\delta\Delta$ sont faibles devant le terme du second ordre $\delta a_2 r^2$. Ce terme est donc la contribution principale de $\delta\Delta$. Or, nous verrons au §4-4-3 que l'optimisation du filtrage conduit à des valeurs de $\delta\Delta$ qui sont de l'ordre de grandeur de la partie utile de Δ , c'est-à-dire ses termes $A_4(r)$. Nous avons donc :

$$\delta A_4 \ll \delta a_2 r^2 \sim A_4(r)$$

d'où nous déduisons que la modification *relative* des termes de degré supérieur ou égal à 4 est faible. Dans le cas de défocalisations nécessaires au filtrage des ordres et dans le cadre de cette étude approchée, il est donc suffisant de considérer le terme du second ordre pour représenter les effets de la défocalisation sur Δ .

Avant d'en déduire la forme que nous donnerons à l'expression de Δ , nous confirmerons l'argumentation précédente par un résultat numérique ; il s'agit d'une comparaison de l'importance relative des différents termes apparaissant lors de la défocalisation. Nous avons choisi de prendre une parabole travaillant en son centre de courbure et éclairée par une lentille simple. Cette dernière a été déterminée par F. BRIDOU de manière à minimiser l'aberration sphérique sur un diamètre utile de la parabole de 134 mm. Les caractéristiques optiques sont :

- . parabole de focale 50 mm
- . lentille : $r_1 = 62,5$ mm
 $e_1' = 22,148$ mm
 $n_1' = 1,61661$
 $r_2 = -249,861$ mm

Les calculs ont été effectués pour deux configurations défocalisées positivement et négativement par rapport à la position optimale, c'est-à-dire en augmentant et

en réduisant la distance entre l'asphérique et la lentille associée. Ces deux positions ont été choisies de manière à représenter approximativement les limites du domaine utile dans lequel varie la défocalisation lors de l'étude du filtrage. Les résultats sont les suivants :

- diamètre contrôlé de la parabole : 125 mm
- ouverture d'éclairage de la parabole par rapport au centre surosculteur : F/0,8
- défocalisation caractérisée par la variation de Δ , mesurée au bord : 1280 μm
- écart en cette défocalisation et sa meilleure approximation par une fonction du second degré : $\pm 225 \mu\text{m}$.

Bien que les conditions de la vérification soient très sévères (grande ouverture, fortes aberrations des éléments pris individuellement), nous constatons que la défocalisation introduit une variation sur Δ qui est représentée par une fonction du second degré à mieux que $\pm 20\%$. Ceci nous autorise à penser que l'hypothèse d'une défocalisation purement du second degré permettra une analyse approchée mais valable du filtrage des ordres, ainsi qu'une comparaison honnête entre les hologrammes en ligne et à porteuse inclinée.

Compte tenu de ce qui précède, nous écrirons $\Delta(r)$ sous la forme :

$$\Delta(r) = \Delta_0(r) + \alpha \frac{r^2}{R^2}$$

R = rayon de l'hologramme

$\Delta_0(r)$ = écart de la surface d'onde pour une position arbitrairement choisie de l'objectif d'éclairage.

Seul le paramètre α varie lorsque la distance surface asphérique - objectif d'éclairage varie.

D'après l'appendice II, il est possible de mettre Δ sous la forme :

$$\Delta(r) = \left(\frac{B\lambda R}{2}\right) |U(u) + bu^2| \quad (4-22)$$

$$\text{avec } u = \frac{r}{R}$$

λ longueur d'onde du contrôle

R rayon de l'hologramme

B paramètre d'amplitude, inverse d'une longueur et qui sera interprété ultérieurement comme une fréquence.

U(u) fonction caractérisant la forme de la surface d'onde et vérifiant les 2 relations suivantes :

$$\text{Sup}_{[0,1]} \{U'(u)\} = +1$$

(4-23)

$$\text{Inf}_{[0,1]} \{U'(u)\} = -1$$

Nous montrons également dans l'appendice II que le choix de B, b et de la fonction U est unique.

4-4-2. Expression approchée des lois du filtrage

Nous devons réécrire les lois du filtrage exprimées par les équations (4-17) et (4-21) en tenant compte de l'expression (4-22) de l'écart Δ . Nous montrons dans l'appendice (III-1) que la condition de filtrage s'écrit alors :

$$\left(\frac{v_c}{B/2}\right) \geq \text{Sup}_{[u_1, 1]} \left\{ \varepsilon \frac{|u U'(u_1) - u_1 U'(u)|}{u - u_1} \right\} \quad (4-24)$$

où $\varepsilon = \pm 1$ est un paramètre caractérisant le sens de la défocalisation par rapport à la position initiale $b=0$.

Nous constatons que la possibilité de filtrer les ordres parasites n'impose qu'une valeur minimum pour le paramètre v_c .

Si cette condition (4-24) est vérifiée, c'est-à-dire si le filtrage est possible, la fréquence maximum de l'hologramme s'écrit :

$$\frac{v_{\max}}{(B/2)} = \text{Sup}_{[0, 1]} \left\{ \left| U'(u) - \frac{u}{u_1} U'(u_1) + \varepsilon \frac{u}{u_1} \frac{v_c}{B/2} \right| \right\} \quad (4-25)$$

Les équations (4-24) et (4-25) expriment la condition du filtrage et la qualité du contrôle pour une surface sphérique de forme donnée : elles permettent de faire un choix cohérent des paramètres v_c et u_1 , puis d'en déduire la valeur de v_{\max} .

Nous allons appliquer ces expressions au cas où U est une fonction du 4ème degré.

4-4-3. Application au cas du 4ème degré

Nous supposons dans ce paragraphe que l'écart $\Delta(P)$ de la surface d'onde à l'hologramme est une fonction polynomiale du 4ème degré de la coordonnée radiale réduite u du point P considéré sur l'hologramme. Nous pourrions ainsi expliciter analytiquement les conditions du filtrage et voir comment la défocalisation intervient dans le filtrage. Nous verrons également comment choisir $\varepsilon = \pm 1$, le sens de la défocalisation. Nous examinerons sur des cas numériques quelles sont les performances que l'on peut attendre de la méthode : déformations contrôlables, fréquence de l'hologramme à réaliser, fraction non contrôlée et résolution transversale du contrôle. Pour apprécier la déformation de la surface sphérique, nous utiliserons deux paramètres (définis plus précisément dans l'appendice III). Ce sont :

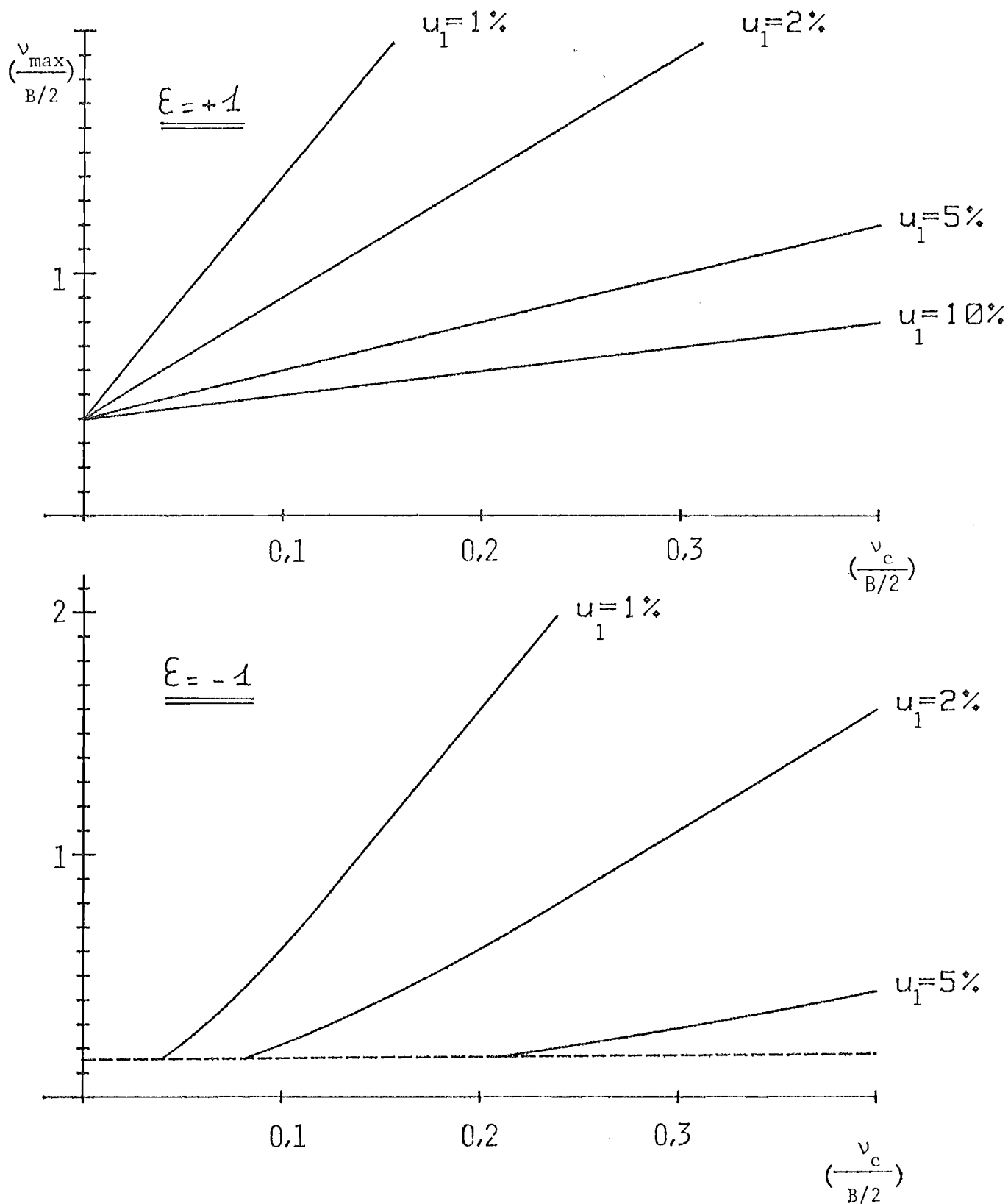


Figure 4-10 : Variation de la fréquence maximum v_{\max} de l'hologramme de l'hologramme en fonction de la fréquence de coupure v_c ; pour les hologrammes en ligne et les deux sens de défocalisation : $\epsilon = -1$ et $\epsilon = +1$.

- Δ_{\max}^4 amplitude du terme du 4ème degré de l'onde arrivant sur l'hologramme
- Δ_{\max} écart de l'asphérique par rapport à la meilleure sphère (moyennant certaines hypothèses, cf. A-III).

Les calculs analytiques de résolution des conditions de filtrage ont été reportées à l'appendice III. Nous en donnerons ici les principaux résultats, en évitant toute équation. Un point utile toutefois est l'homogénéité des résultats par rapport aux paramètres "de fréquence" ν_c et ν_{\max} et B; considérant B comme une donnée de départ, nous pourrions exprimer ν_c et ν_{\max} relativement à B. Examinons en premier le choix du sens de la défocalisation.

Choix du sens de la défocalisation ($\epsilon = \pm 1$)

La figure 4-10 représente (pour u_1 donné) la valeur de la fréquence maximum de l'hologramme ν_{\max} en fonction de la fréquence de coupure souhaitée ν_c :

- pour $\epsilon = + 1$, nous constatons que pour les faibles valeurs de ν_c , ν_{\max} dépend peu de la fraction non contrôlée. Par contre, si ν_c prend des valeurs plus importantes, une meilleure valeur de u_1 (plus faible) se traduit par une augmentation dramatique de ν_{\max} .
- pour $\epsilon = - 1$, les faibles valeurs de ν_c ne sont pas permises. Par contre, la réduction de u_1 a un effet aussi dramatique sur ν_{\max} .

La comparaison de ces courbes semble être avantageuse pour le cas $\epsilon = - 1$ bien que les faibles valeurs de ν_c ne puissent être atteintes. Ceci n'est pas en soi un inconvénient puisque la résolution du contrôle varie dans le même sens que ν_c .

Nous comparerons donc les résultats donnés par $\epsilon = \pm 1$, de la manière suivante : ayant choisi la valeur du paramètre u_1 , nous nous fixons une valeur minimum ν_c^{\min} pour le paramètre ν_c ; si ν_c^{\min} est réalisable, nous prendrons $\nu_c = \nu_c^{\min}$.

Si ν_c^{\min} n'est pas réalisable, nous prendrons pour ν_c la plus petite valeur possible.

- nous obtiendrons ainsi la plus petite valeur possible pour ν_{\max} , donc la plus intéressante.
- la nouvelle valeur de ν_c sera supérieure à ν_c^{\min} , donc meilleure.

Ce choix, d'une valeur effectivement possible de ν_c ne sera, bien entendu, nécessaire que pour le cas $\epsilon = - 1$ où les faibles valeurs de ν_c sont interdites.

Pour chaque couple de valeurs (u_1, ν_c^{\min}) , nous comparerons les valeurs de ν_{\max} correspondant au choix précédent de la valeur effective de ν_c . On constate alors

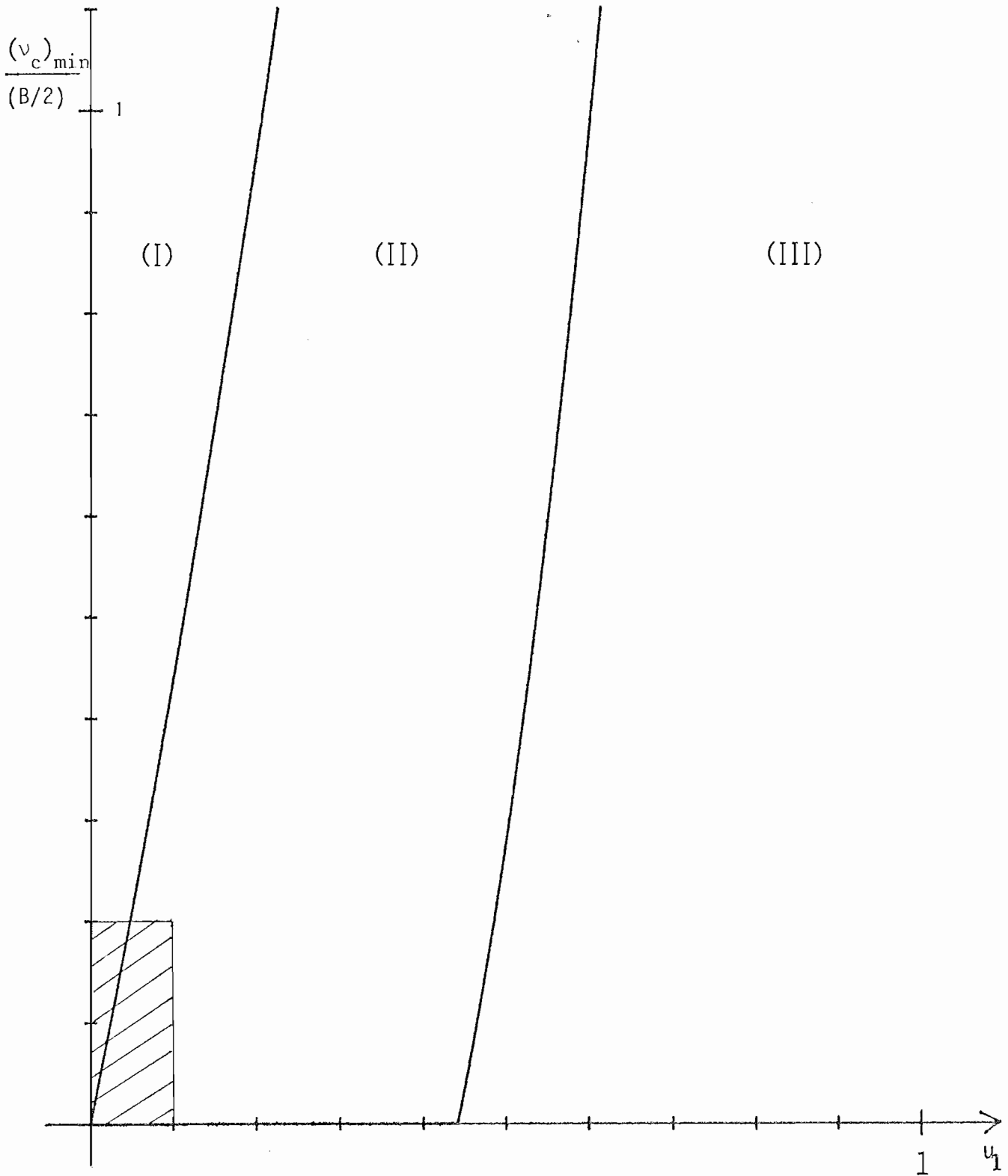


Figure 4-11 : Choix du sens de la défocalisation :

- Domaine (I) : même fréquence de coupure v_c^{\min} et le choix de $\epsilon = -1$ est meilleur.
- Domaine (II) : pour $\epsilon = -1$, la fréquence de coupure est supérieure à v_c^{\min} , mais ce choix reste meilleur à $\epsilon = +1$.
- Domaine (III) : le choix $\epsilon = +1$ est préférable au choix $\epsilon = -1$.
- Zone hachurée : valeurs les plus courantes pour les paramètres v_c et u_1 .

que le plan (u_1, v_c^{\min}) représenté à la figure (4-11) se décompose en trois domaines :

- le domaine (I) où les deux méthodes autorisent le choix de $v_c = v_c^{\min}$, et où le choix $\epsilon = -1$ est meilleur que $\epsilon = +1$.

$$\begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = -1 \end{matrix} < \begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = +1 \end{matrix}$$

- le domaine (II) où, pour $\epsilon = -1$, la valeur effective de v_c est supérieure à v_c^{\min} mais où le cas $\epsilon = -1$ reste meilleur à $\epsilon = +1$.

$$\begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = -1 \end{matrix} < \begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = +1 \end{matrix}$$

- le domaine (III) où le choix de $\epsilon = +1$ est préférable au choix $\epsilon = -1$.

$$\begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = -1 \end{matrix} < \begin{matrix} (v_{\max}) \\ \epsilon = +1 \end{matrix}$$

Nous constatons que dans le domaine des valeurs courantes pour u_1 et $\frac{v_c}{B/2}$ (zone hachurée), le choix $\epsilon = -1$ est toujours meilleur que $\epsilon = +1$. Quel est donc le gain ainsi obtenu sur v_{\max} ?

Les deux exemples numériques suivants permettent de voir que ce gain est appréciable. Les valeurs des paramètres ont été choisies comme étant typiques de ce que l'on pouvait attendre de la méthode :

Exemple 1

$$\begin{aligned} \Delta_{\max} &= 20 \text{ } \mu\text{m} \\ R &= 30 \text{ mm} \\ \lambda &= 6328 \text{ } \text{\AA} \\ B &= 12,3 \text{ mm}^{-1} \text{ (d'après III-10)} \\ \Delta_{\max}^4 &= 117 \text{ } \mu\text{m} \\ u_1 &= 5\% \\ \left(\frac{v_c}{B/2}\right) &= 4 u_1 (1 + u_1) = 0,21 \\ v_c &= 1,29 \text{ mm}^{-1} \end{aligned}$$

Si $\epsilon = +1$, $v_{\max} = 50,3 \text{ mm}^{-1}$

Si $\epsilon = -1$, $v_{\max} = 10,2 \text{ mm}^{-1}$

Exemple 2

$$\begin{aligned} \Delta_{\max} &= 50 \text{ } \mu\text{m} \\ R &= 30 \text{ mm} \\ \lambda &= 6328 \text{ } \text{\AA} \\ B &= 30,7 \text{ mm}^{-1} \\ \Delta_{\max}^4 &= 291 \text{ } \mu\text{m} \\ u_1 &= 2\% \\ \left(\frac{v_c}{B/2}\right) &= 4 u_1 (1 + u_1) = 0,082 \\ v_c &= 1,25 \text{ mm}^{-1} \end{aligned}$$

Si $\epsilon = +1$, $v_{\max} = 124 \text{ mm}^{-1}$

Si $\epsilon = -1$, $v_{\max} = 24,4 \text{ mm}^{-1}$

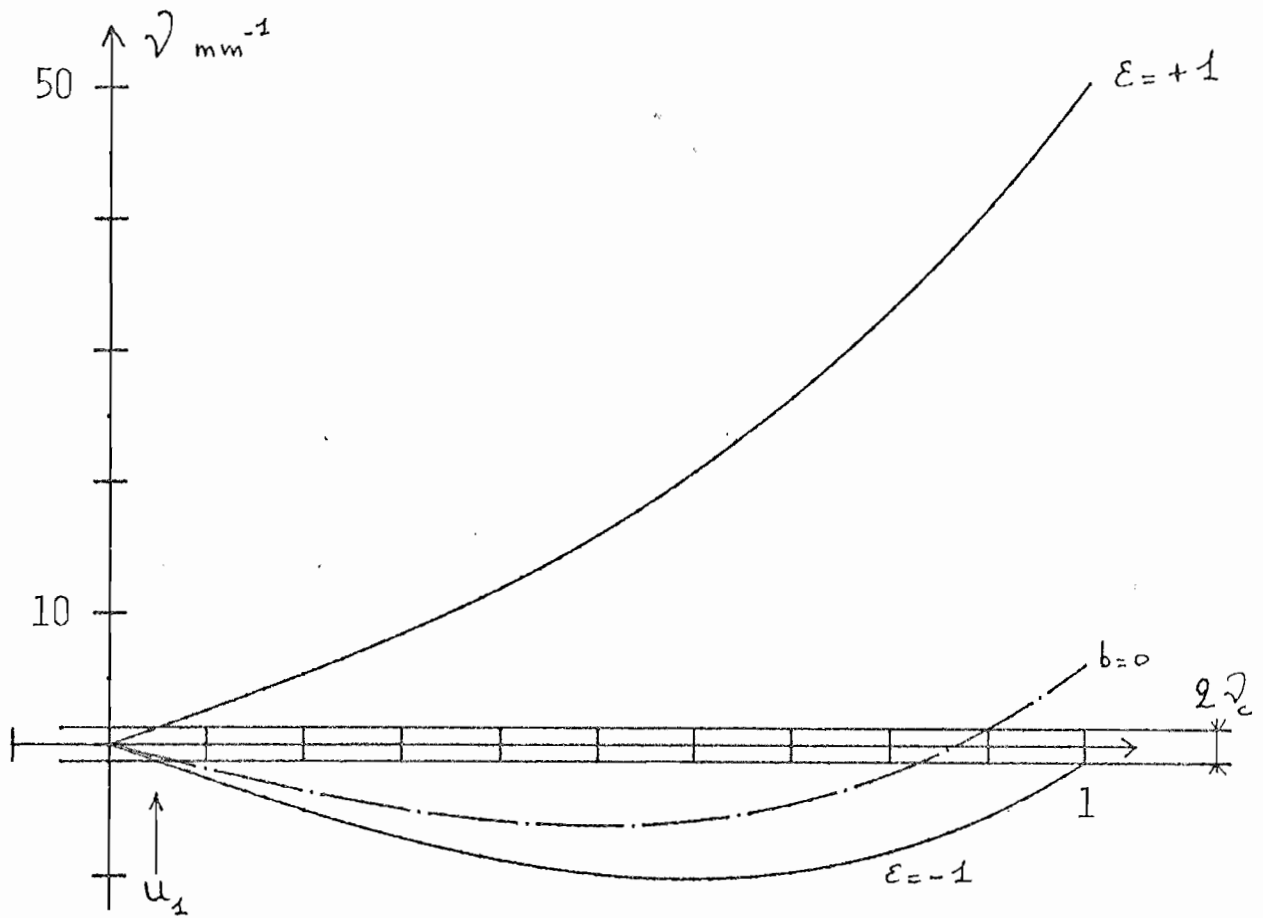


Figure 4-13 : Fréquence ν de l'onde sur l'hologramme (exemple 1, p.65) pour $b = 0$ ($\sup\{|\nu|\}$ est minimisé ; trait mixte) et pour $\epsilon = \pm 1$ (filtrage possible avec la fréquence de coupure ν_c et la fraction non contrôlée u_1 ; trait plein).

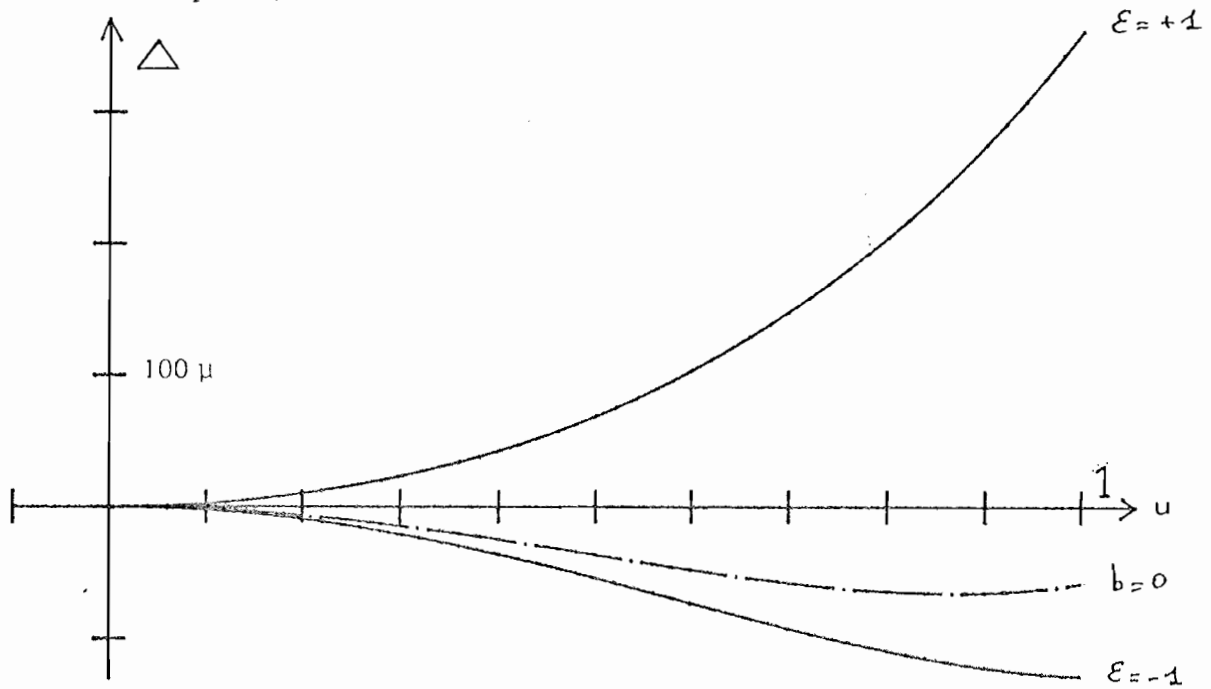


Figure 4-12 : Ecart Δ de la surface d'onde à l'hologramme (exemple 1, p.65) pour $b = 0$ (trait mixte) et pour $\epsilon = \pm 1$ (filtrage possible, trait plein).

Le choix de la valeur $\epsilon = -1$ conduit donc à une valeur de v_{\max} 5 fois plus faible. Il est donc impératif de bien choisir le sens de la défocalisation, donc d'examiner les deux cas, lors de l'optimisation du filtrage (§ 4-3-3).

Ce phénomène est une application particulièrement efficace du principe bien connu de la compensation partielle de l'aberration sphérique par défocalisation. Les figures (4-12) et (4-13) représentent respectivement les fonctions $\Delta(u)$ et $v(u)$ pour trois valeurs du paramètre de défocalisation b :

- la valeur $b = 0$ minimisant $|v|$, c'est-à-dire les pentes de la surface d'onde,
- les deux valeurs de b correspondant aux choix de $\epsilon = +1$ et -1 .

Sur la figure (4-13), le trou de filtrage est représenté par la bande comprise entre $v = \pm v_c$. La zone non contrôlée u_1 correspond aux parties des courbes $v = f(u)$ à l'intérieur du trou de filtrage.

Pour les faibles valeurs de u (inférieures à u_1), le terme du 3ème degré de v est négligeable devant le terme du premier degré dû à la défocalisation. Ce dernier sera donc fixé par le choix de u_1 et de v_c , le but étant de quitter la bande $[-v_c, +v_c]$ au plus tard en arrivant à u_1 . Si les deux termes (degré 1 et 3) sont de même sens ($\epsilon = +1$), ils s'ajoutent et conduisent à des valeurs importantes de v lorsque u est grand. Par contre, lorsque $\epsilon = -1$, ils sont de signe contraire et se compensent en partie pour les grandes valeurs de u .

Nous venons de voir que pour le bon choix de ϵ la déformation contrôlée et la défocalisation se compensent partiellement pour minimiser la valeur de v_{\max} obtenue. Nous allons maintenant examiner comment varie v_{\max} avec la déformation B , ce qui mettra en évidence une particularité remarquable de l'holographie en ligne appliquée au contrôle des asphériques.

Variation de v_{\max} avec B

Pour représenter les variations de v_{\max} avec B , nous fixons la résolution transversale, c'est-à-dire le paramètre v_c . En vertu de l'homogénéité des variables, nous représenterons donc les variations de (v_{\max}/v_c) avec $(B/2)/v_c$. Nous choisissons, bien entendu, la meilleure valeur de ϵ , c'est-à-dire $\epsilon = -1$. La figure 4-14 représente ces variations pour différentes valeurs du rayon non contrôlé u_1 . On constate que la déformation B a une limite supérieure, mais si B augmente, v_{\max} diminue. Autrement dit, plus la surface est déformée, plus elle est facile à contrôler. Ce résultat est sans doute la propriété la plus remarquable et la plus surprenante des hologrammes en ligne. Il s'explique par la compensation déjà observée entre la défocalisation et la déformation asphérique. L'augmentation de cette dernière tempère les variations de la fréquence, et réduit la valeur de v_{\max} .

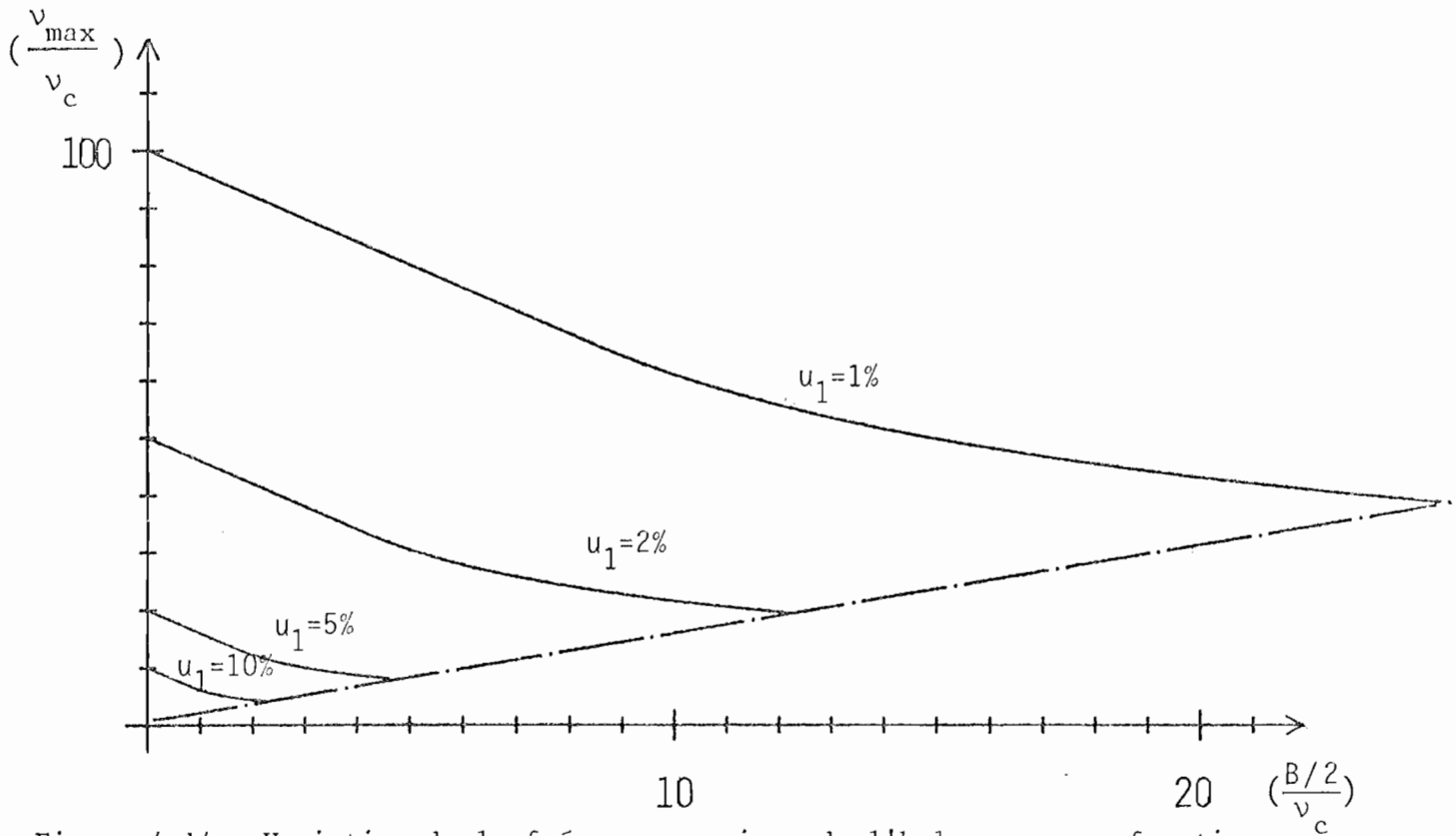


Figure 4-14 : Variation de la fréquence maximum de l'hologramme en fonction de la déformation asphérique B pour différentes valeurs de la fraction non contrôlée u_1 .

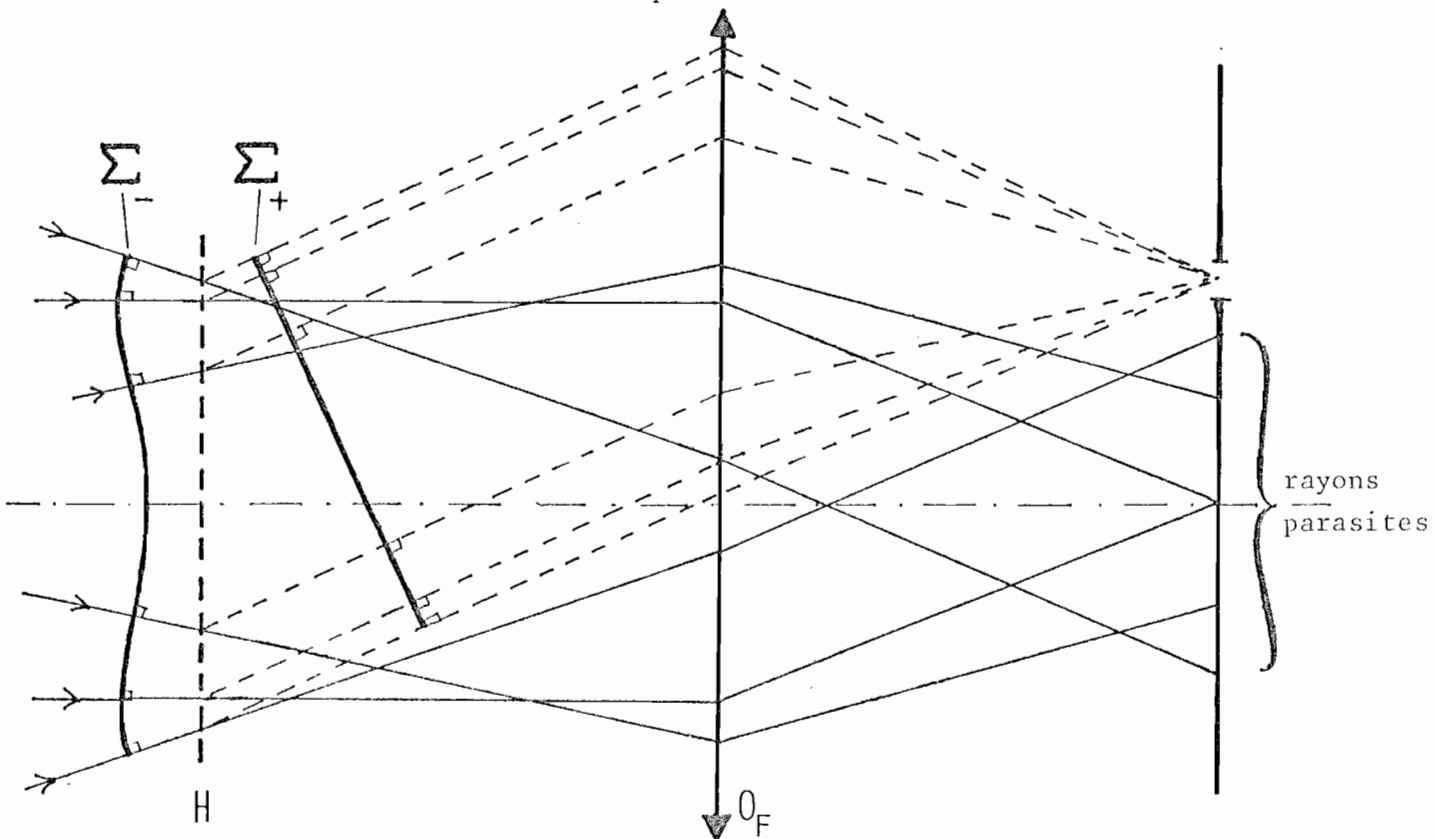


Figure 4-15 : Filtrage des hologrammes à porteuse inclinée : choix de l'inclinaison de l'onde émergente Σ_+ pour permettre sa séparation des ondes parasites.

Conclusion de l'étude approchée dans le 4ème degré

Pour permettre le filtrage des ordres parasites, il faut introduire une défocalisation. Nous avons montré que le choix du sens à donner à la défocalisation est fondamental pour rendre l'hologramme facilement réalisable (faible valeur de v_{\max}). Une conclusion inattendue est apparue : l'hologramme en ligne fonctionne d'autant mieux que la déformation à contrôler est forte.

Ayant déterminé les performances que l'on peut attendre des hologrammes en ligne, nous allons les comparer à celles des hologrammes à porteuse inclinée.

4-5. COMPARAISON DES PERFORMANCES DES HOLOGRAMMES EN LIGNE ET A PORTEUSE INCLINEE

Nous allons comparer les performances des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée sur deux exemples :

- une déformation asphérique du 4ème degré ;
- une déformation asphérique du 8ème degré .

Les performances des hologrammes en ligne ont été définies au § 4-4. Nous allons donc rappeler les propriétés des hologrammes à porteuse inclinée.

4-5-1. Quelques rappels sur les hologrammes à porteuse inclinée

Nous décrirons très succinctement les hologrammes à porteuse inclinée, ceux-ci ayant été abondamment étudiés dans la littérature.

Phases à coder, permettant la séparation des ordres

Au lieu d'introduire une différence de convergence entre les ondes Σ_- et Σ_+ , on introduit une différence d'orientation qui, multipliée par le rang de l'ordre, permettra une séparation physique. Pour la simplicité du calcul, nous maintenons la perpendicularité entre l'axe de l'onde Σ_- et le plan de l'hologramme, et nous inclinons l'onde plane émergente Σ_+ (Fig. 4-15) , d'où les phases à coder :

- onde Σ_- : la phase est la même que dans le cas de l'hologramme en ligne et sera déduite de l'expression (4-22),
- onde Σ_+ : il s'agit maintenant d'une onde plane inclinée. Nous supposons que la charnière de l'inclinaison est parallèle à l'axe Oz c'est-à-dire que la phase est une fonction linéaire de y :

$$\phi_+(P) = 2\pi \frac{y}{T} \quad (4-26)$$

Techniques de codage

Pour le codage, plusieurs techniques sont disponibles, parmi lesquelles figurent principalement :

- les hologrammes à franges, analogues à ceux que nous avons adoptés pour le montage en ligne (hologrammes de LEE |16|).
- les hologrammes échantillonnés : l'hologramme est alors un écran dans lequel sont pratiquées des ouvertures dont la position code la phase et la dimension code le module.

Le conception de ces hologrammes est basée sur le théorème d'échantillonnage, appliqué à la surface d'onde générée : si l'on suppose que le spectre de l'onde est borné, il est possible de la synthétiser à partir de son échantillonnage en des points discrets, qui sont les ouvertures de l'hologramme. Le calcul de la position des ouvertures peut être approché (hologrammes de LOHMANN |17|) ou rigoureux (hologrammes d'HUGONIN - CHAVEL |18|).

La technique de codage n'influe pas sur les résultats du filtrage des ordres parasites ni sur les performances du contrôle. Nous raisonnerons donc sur les hologrammes à franges qui sont plus adaptés au contrôle des asphériques.

Les lois du filtrage

Il s'agit de déterminer la condition de suppression des ordres parasites puis d'effectuer le meilleur choix de la défocalisation et de la fréquence $\frac{1}{T}$ de la porteuse, de manière à minimiser la valeur de v_{\max} (fréquence maximum de l'hologramme).

Ceci est fait à l'Appendice IV. Nous y montrons que, pour minimiser v_{\max} :

- il faut minimiser les pentes de l'onde à mesurer, ce qui conduit à la valeur du paramètre de défocalisation $b = 0$;
- la fréquence $\frac{1}{T}$ de la porteuse se déduit alors de l'amplitude de la déformation B et de la fréquence de coupure v_c du système par :

$$\frac{1}{T} = \frac{B}{2} + v_c$$

- la fréquence maximum de l'hologramme vaut alors

$$v_{\max} = B + v_c \quad (4-27)$$

Cette dernière équation exprime la relation liant les paramètres caractérisant la qualité du contrôle.

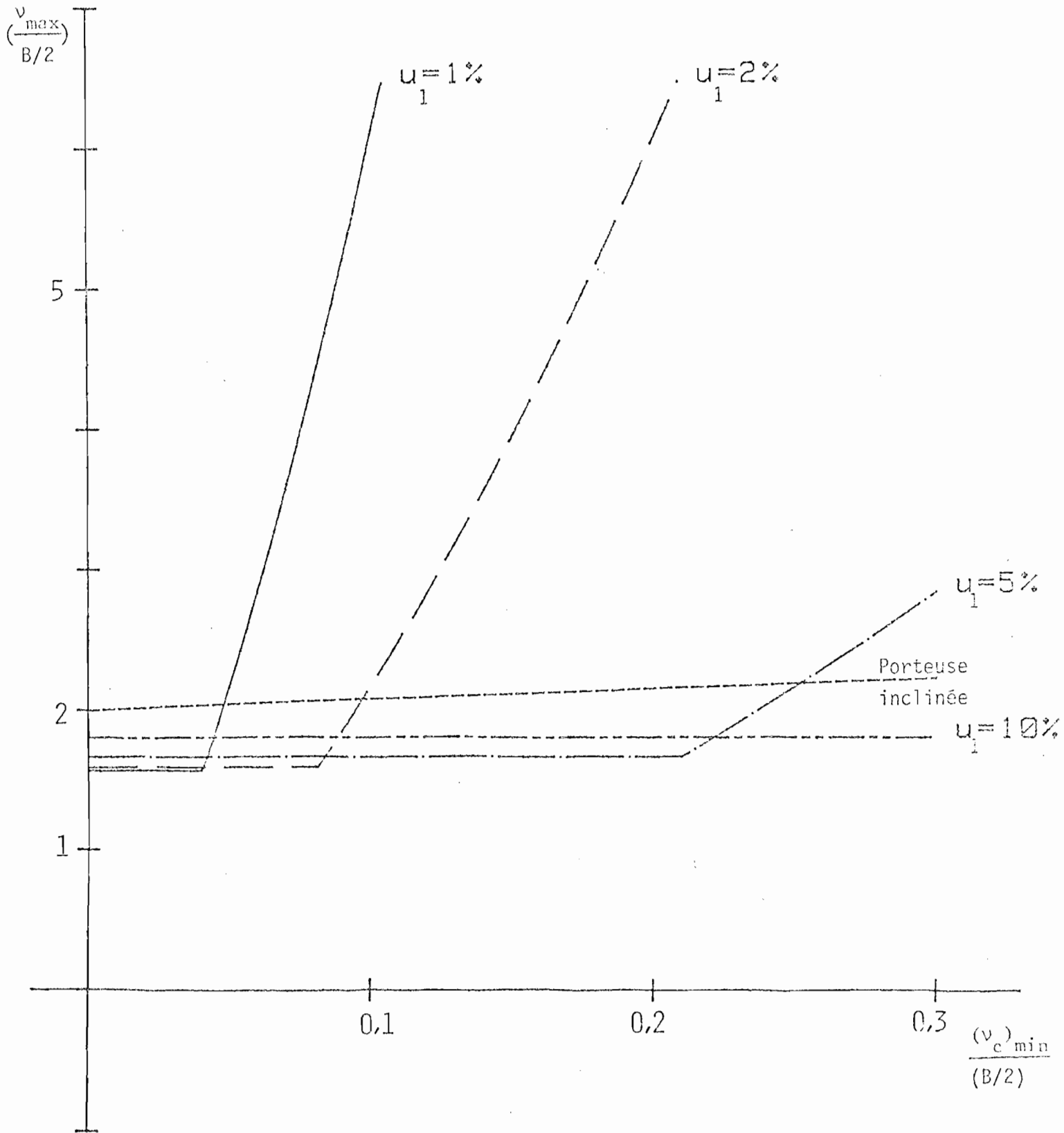


Figure 4-16 : Comparaison des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée (déformation de l'onde du 4ème degré).

4-5-2. Exemple du 4ème degré

Nous comparons les performances dans le cas où la déformation de l'onde asphérique est du 4ème degré. Les données sont :

- l'amplitude B de la déformation,
- la fraction non contrôlée u_1 ,
- la fréquence de coupure minimum exigée : $(v_c)_{\min}$.

La comparaison portera sur la fréquence maximum de l'hologramme : v_{\max} . Nous devons distinguer entre les déformations faibles (où v_c sera comparable ou supérieur à B) et les déformations fortes (où v_c est faible devant la déformation B). Nous examinerons en premier lieu le cas de déformations fortes, puis qu'il correspond aux ambitions de la méthode.

Cas des fortes déformations

La figure 4-16 montre les variations de v_{\max} avec $(v_c)_{\min}$. Si la fréquence de coupure demandée n'est pas trop forte, alors la méthode en ligne conduit à des valeurs plus faibles de v_{\max} .

Nous précisons cela numériquement en examinant les valeurs de v_{\max} obtenues pour les exemples définis au § 4-4-3.

	<u>Exemple 1</u>	<u>Exemple 2</u>
R	30 mm	30 mm
Δ^{\max}	20 μ	50 μ
B	12,3 mm ⁻¹	30,7 mm ⁻¹
u_1	5 %	2 %
v_c	1,29 mm ⁻¹	1,25 mm ⁻¹
Hologrammes en ligne	v_{\max} 10,2 mm ⁻¹	24,4 mm ⁻¹
à porteuse inclinée	v_{\max} 13,6 mm ⁻¹	32 mm ⁻¹

Les hologrammes en ligne conduisent à un gain modéré (un facteur 1,3), mais ce gain porte sur le paramètre le plus critique : v_{\max} .

Cas des faibles déformations

Bien que le but premier de la méthode ne soit pas de contrôler les déformations faibles, ce cas peut se présenter. Or, nous savons que l'holographie

en ligne est moins performante lorsque les déformations sont faibles.

Il est donc intéressant de savoir comment se comporte l'hologramme à porteuse inclinée et comment se comparent les performances des deux méthodes.

Pour simplifier la comparaison, nous examinerons le cas limite : $B = 0$. Alors, dans le cas en ligne, l'Eq. (3-14) nous donne $\nu_{\max} = \frac{\nu_c}{u_1}$.

Dans le cas de la porteuse inclinée, l'Eq.(4-27) n'est plus applicable en toute rigueur car elle découle d'un traitement géométrique du spectre qui est maintenant constitué de taches d'AIRY, puisque $B = 0$. Nous en tiendrons compte en attribuant à l'ordre 1 un diamètre $2 \nu_c$. La fréquence ν_{\max} devient alors :

$$\nu_{\max} = 3 \nu_c$$

La fréquence maximum ν_{\max} nécessaire au cas de la porteuse inclinée est donc plus faible que dans le cas en ligne, avec un rapport $3 u_1$ qui vaut typiquement quelques dixièmes.

Dans le cas des faibles déformations, chaque méthode possède son avantage propre : il est donc nécessaire de choisir entre un hologramme à fréquences faibles (porteuse inclinée) et la simplicité de réglage (hologramme en ligne).

Conclusion de la comparaison hologramme en ligne - hologramme à porteuse inclinée dans le 4ème degré et généralisation

L'étude approchée permet de comparer les deux méthodes sur des exemples proches de la réalité.

Cette étude appliquée à une surface d'onde du 4ème degré a mis en évidence les points suivants :

- a) les hologrammes à porteuse inclinée permettent un choix plus simple des paramètres du filtrage : minimisation des pentes de la surface d'onde à compenser par l'hologramme et choix non limité de la fréquence de coupure ν_c .
- b) les hologrammes en ligne posent par contre des problèmes de choix plus délicat : l'optimisation de l'objectif d'éclairage comporte des critères plus complexes (Eq. 4-24) et nécessite un compromis entre la fréquence de coupure ν_c , la fraction non contrôlée u_1 . Cette difficulté est levée par l'emploi d'un programme d'optimisation automatique.
- c) dans les conditions raisonnables d'utilisation, les hologrammes en ligne permettent de réduire ν_{\max} d'un facteur 1,3, ce qui, sans être déterminant,

peut être appréciable, surtout si v_{\max} se trouve au voisinage de la limite des possibilités du dispositif servant à réaliser l'hologramme.

Ces conclusions ne concernent que l'aspect filtrage des deux types d'hologrammes, seul étudié dans ce chapitre. Les points a et b restent valables quelle que soit la déformation; la mise en oeuvre du contrôle ne ferait qu'ajouter une difficulté supplémentaire : l'optimisation, et le choix des paramètres doit être fait numériquement par le programme d'optimisation des paramètres du contrôle (§ 4-3-4). Le point b est, par contre, lié au choix particulier de la forme de déformation et nous allons généraliser la comparaison des valeurs de v_{\max} obtenues dans le cas d'une déformation de degré inférieur ou égal à 8, ce qui couvre la plupart des cas réels.

4-5-3. Etude générale des surfaces asphériques jusqu'au huitième degré

Nous cherchons à répondre à la question suivante :

étant donné une déformation polynomiale de degré 8, quel type d'hologramme donne la meilleure valeur de la fréquence maximum v_{\max} des franges de l'hologramme et, plus précisément, quel est le rapport des valeurs données par les deux méthodes. La représentation des résultats nécessite de réduire au maximum le nombre de variables, aussi avons-nous fixé u_1 (2%). Le choix de la fréquence de coupure v_c sur l'interférogramme a été simplifié de la manière suivante :

- pour les hologrammes à porteuse inclinée, nous avons choisi la valeur la plus favorable : $v_c = 0$,
- pour les hologrammes en ligne, nous avons choisi la plus petite valeur positive ou nulle de v_c satisfaisant à la condition (A-III-6) et le sens de la défocalisation ϵ a été choisi de manière à minimiser la valeur de v_{\max} .

Le polynôme $U(u)$, étant pair et de degré 8, peut être écrit sous la forme :

$$U(u) = \alpha_2 u^2 + \alpha_4 u^4 + \alpha_6 u^6 + \alpha_8 u^8$$

Parmi ces 4 variables α_i , deux seules sont indépendantes en vertu des relations (4-23). Nous choisirons comme variables indépendantes les variables réduites X_4 et X_6 :

$$X_i = \frac{\alpha_i}{\sqrt{\alpha_4^2 + \alpha_6^2 + \alpha_8^2}}, \quad i = 4, 6$$

qui permettent de représenter tous les cas.

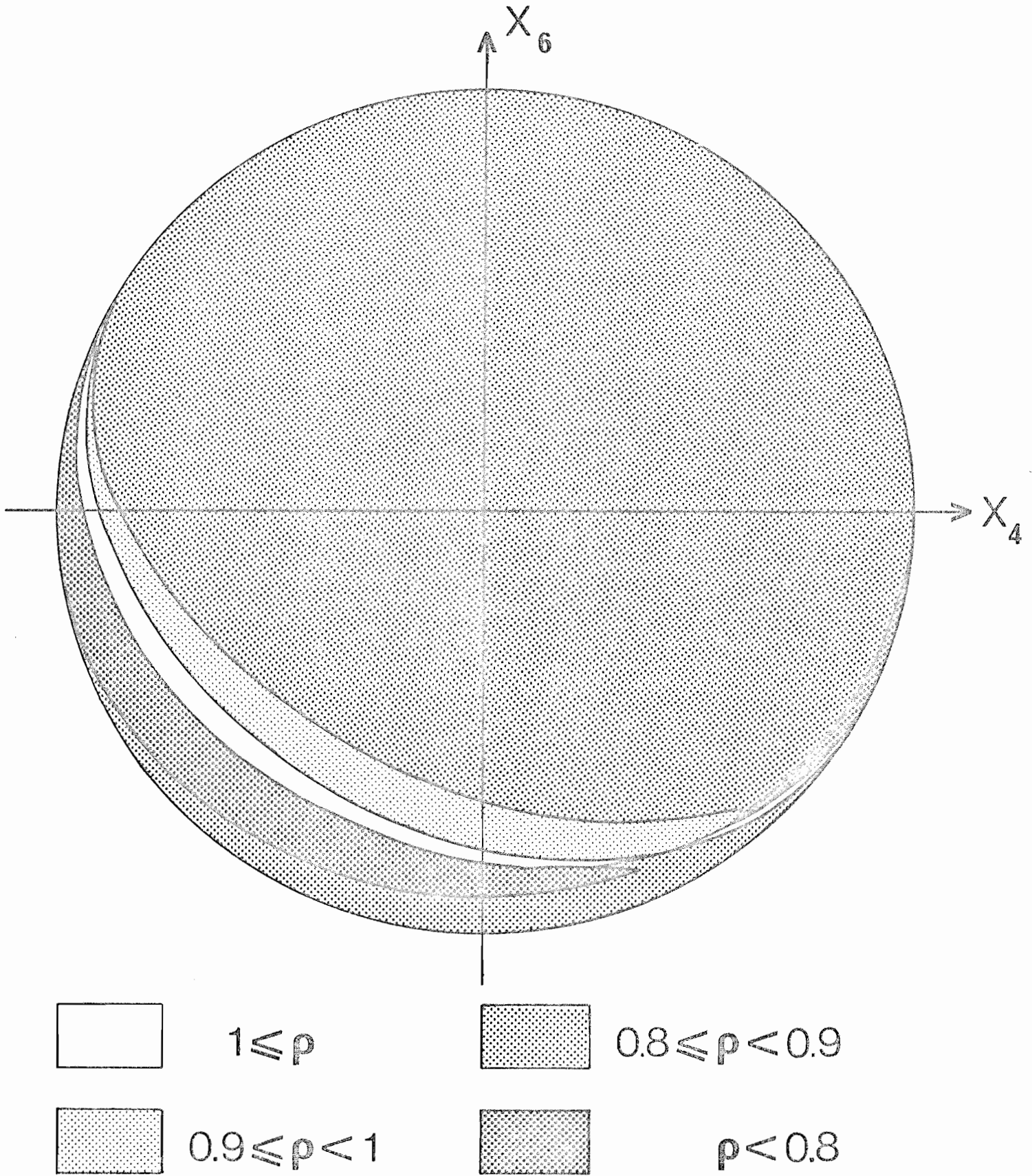


Figure 4-17 : Comparaison des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée dans le cas d'une déformation du huitième degré. Une valeur du couple (X_4, X_6) représente un polynôme (cf. texte).

$$\rho = v_{\max} \text{ en ligne} / v_{\max} \text{ à porteuse inclinée.}$$

La figure 4-19 est une représentation en niveaux de gris de la valeur ρ du rapport entre les fréquences maximales ν_{\max} nécessaires à un hologramme en ligne et à un hologramme à porteuse inclinée.

Le rapport ρ varie entre les valeurs extrêmes de 0,65 et 1,39. Dans 97,4% des cas calculés (lors d'un échantillonnage uniforme du domaine (X_4, X_6)) le rapport ρ était inférieur à l'unité, c'est-à-dire que l'hologramme en ligne nécessitait une fréquence maximum plus faible que l'hologramme à porteuse inclinée correspondant.

Ceci confirme le résultat observé pour le quatrième degré à savoir que les deux types d'hologrammes nécessitent des fréquences maximales comparables, avec un léger avantage aux hologrammes en ligne.

CHAPITRE 5

REALISATION PRATIQUE DE L'HOLOGRAMME PAR TRACE A GRANDE ECHELLE ET PHOTOREDUCTION

Le chapitre précédent a permis de déterminer l'hologramme théorique à insérer dans l'interféromètre pour pouvoir contrôler la surface asphérique . Nous allons maintenant décrire la réalisation de cet hologramme par tracé à grande échelle et photoréduction. Nous définirons alors les causes de dégradation qui apparaissent à chaque étape de la fabrication, ainsi que leur influence sur la précision du contrôle.

La méthode de réalisation choisie initialement présentait l'avantage d'être directement opérationnelle. L'analyse des défauts engendrés mettra en évidence ses limitations et le soin extrême que nécessite sa mise en oeuvre. Ceci justifiera son remplacement par une autre méthode, plus performante et plus simple, mais nécessitant un matériel plus sophistiqué. Cette méthode sera proposée au Chapitre 6.

Au cours de cette étude, nous verrons apparaître deux types de défauts que nous qualifierons respectivement de macroscopiques et microscopiques :

- les défauts macroscopiques, qui varient lentement et régulièrement sur la surface de l'hologramme (distorsions, défauts de mise au point, erreur d'échelle, ...) ; ces défauts seront considérés comme constants sur des distances grandes devant le pas de franges de l'hologramme ;
- les défauts microscopiques qui fluctuent sur des distances de l'ordre du pas des franges.

Cette différence apparaîtra en particulier dans le mode de traitement de ces erreurs : les premières pourront être analysées géométriquement alors que les secondes feront appel à une analyse statistique.

L'étude de l'influence de certains défauts n'apparaît pas dans la littérature. Dans un premier temps, nous avons établi quelques expressions simples relatives à ces effets. Leur vérification est longue et n'a pas encore été effectuée.

On pourrait se contenter d'un contrôle global constitué par une mesure directe sur l'hologramme. Il est néanmoins préférable de pouvoir prévoir l'influence d'un maximum de défauts, même à l'aide d'approximations larges.

Nous nous donnerons une idée de la sévérité des défauts en cherchant les conditions pour rendre leur influence sur l'onde inférieure à une valeur donnée. Nous avons choisi $\lambda/20$ comme seuil critique, bien qu'on ne puisse admettre simultanément une telle valeur pour tous les défauts.

5-1. TECHNIQUE DE REALISATION DE L'HOLOGRAMME

La méthode utilisée se déroule en trois étapes :

- calcul numérique de l'hologramme,
- tracé à grande échelle sur papier,
- réduction photographique à la dimension requise.

Nous allons reprendre ces trois étapes successives en détaillant les opérations à effectuer et en dégagant les principales sources de défauts rencontrées au cours de ces trois étapes.

5-1-1. Calcul de l'hologramme

Le but du calcul de l'hologramme est de déterminer les rayons des franges de l'hologramme. Nous supposerons le système optique parfaitement défini (sphérique + objectif associé + interféromètre).

Nous supposerons pour simplifier que l'on veut réaliser un hologramme d'efficacité uniforme, c'est-à-dire que la largeur relative q des franges transparentes est indépendante du point considéré.

Le calcul de l'hologramme se fait alors en deux étapes :

- calcul d'un échantillonnage de la phase au niveau de l'hologramme :
ce calcul se fait en appliquant la méthode géométrique définie au paragraphe 4-1, à savoir partir d'un échantillonnage de rayons issus du collimateur (parallèles à l'axe), et calculer par tracé de rayon, leurs intersections avec l'hologramme et les phases correspondantes. Précisons à ce stade qu'il n'est en général pas possible d'obtenir cet échantillonnage en des points de l'hologramme choisis a priori.
- calcul des rayons intérieurs et extérieurs des franges de l'hologramme. Le calcul précédent a fourni un échantillonnage de la phase ϕ_- avant l'hologramme. La phase ϕ_+ à la sortie de l'hologramme doit être constante et peut être choisie nulle. Le codage de la phase dans l'hologramme (§ 4-2-2) nous impose alors de résoudre l'équation :

$$\left| \frac{\phi_-(r)}{2\pi} + n \right| = \frac{q}{2} \quad \text{avec } n \in \mathbb{Z}$$

donnant les rayons intérieurs et extérieurs des franges de l'hologramme. La résolution de cette équation est facilitée par le fait que la fonction $\phi(r)$ est une fonction monotone de r , au moins dans la zone "utile" de l'hologramme ($r \geq \bar{r}_H$), où la fréquence $\nu(r)$, proportionnelle à la dérivée de $\Delta(r)$, est de signe constant, par généralisation du raisonnement du § A-III-1.

Un programme possible est donné à l'Appendice V : partant de l'échantillonnage de la fonction $\psi(r) = \frac{\phi(r)}{2\pi}$, on obtient les rayons intérieurs et extérieurs des zones par interpolation linéaire.

Les erreurs introduites par le calcul de l'hologramme sont au nombre de trois :

- l'erreur due à l'écart entre la longueur d'onde utilisée pour le calcul de l'hologramme et celle utilisée pour le contrôle (traité à l'Appendice VI).
- les erreurs numériques, dues à la précision limitée du calculateur : ces erreurs peuvent être rendues négligeables.
- l'erreur de méthode commise lors de l'interpolation linéaire, et qui peut être rendue négligeable par un échantillonnage suffisamment serré des points de calcul de la phase.

5-1-2. Tracé à grande échelle de l'hologramme

- support : papier blanc BENSON,
- traceur : BENSON, largeur 70 cm.

Le traceur (x,y) réalise un déplacement linéaire (interpolateur câblé) entre deux points consécutifs dont les coordonnées de position sont des multiples de 0,1 mm.

La largeur de plume étant choisie en fonction de la zone à tracer, on en déduit le nombre et les rayons des cercles qui, juxtaposés, formeront la zone.

Principaux défauts engendrés à la 2ème étape :

- les cercles sont en fait des polygones réguliers, étant donné le caractère linéaire du traceur.
- les extrémités des segments constituant les cercles sont empâtées par l'arrêt de la plume.
- irrégularités du débit de la plume et de l'état de surface du papier (grain, empreintes digitales,...).

et surtout:

- déformation mécanique du papier : le déplacement du papier au cours du tracé et le séchage de l'encre (qui couvre environ 50% de la surface utile) occasionnent une variation dimensionnelle du tracé de l'ordre de 2%.

5-1-3. Photoréduction

L'hologramme tracé à grande échelle sur papier doit être réduit à sa taille définitive. Cette opération a été réalisée photographiquement en utilisant un objectif CERC0 de photographie aérienne ($f=400$ mm ouvert à $f/4$). Les hologrammes ont été réduits sur des plaques KODAK : support de verre micro-flat ; émulsion 649 F ; révélateur D 19 pendant 5 mn, donnant un γ de l'ordre de 5.

Les principaux défauts engendrés au cours de cette 3^{ème} étape sont :

- Défauts de réglage :

- . erreur d'échelle : l'hologramme est calculé à partir d'une valeur théorique du grandissement de photoréduction, valeur qui ne sera pas exactement respectée, provoquant une erreur d'échelle sur l'hologramme.
- . défaut de parallélisme entre le tracé et la plaque photographique, ce qui est équivalent à des grandissements différents sur deux directions rectangulaires.
- . défaut de mise au point.

- Défauts dus au "matériel" :

- . aberrations de l'objectif de photoréduction.
- . mouvements de gélatine sur la plaque.
- . dilatations thermiques de la plaque.

Nous allons maintenant reprendre les erreurs principales et étudier leur influence sur le contrôle de l'asphérique. Comme mentionné à l'introduction de ce chapitre, ces défauts seront regroupés par similitude de manifestation.

5-2. EFFETS DES DEFAUTS MACROSCOPIQUES

Nous distinguerons entre les défauts associés à une dégradation de netteté de l'hologramme et ceux provoquant une simple distorsion de l'hologramme.

5-2-1. Défauts de netteté

Une étude générale et complète des défauts de netteté est difficile à faire : cette difficulté provient de la caractéristique non linéaire de la plaque, dont l'influence sur le résultat est primordial et bénéfique (augmentation du contraste)

mais dont le calcul peut difficilement rendre compte : l'information sur la phase et l'amplitude des différents ordres s'obtient par une décomposition en série de Fourier du réseau des franges de l'hologramme; cette décomposition devrait porter sur une transformée non linéaire de l'éclairement de l'image filtrée et diffusée du tracé à grande échelle. Ce calcul est tout-à-fait réalisable numériquement sur un cas particulier, mais beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre dans le cas général. Limitant donc notre ambition, nous avons pu obtenir quelques informations partielles sur la phase de l'onde diffractée et sur la forme des franges de l'hologramme, à savoir leur contraste et la raideur des bords de franges. Ces résultats pourront être précieux pour se donner une idée des effets des défauts de netteté.

Ces défauts de netteté ont quatre sources :

- la diffusion de l'encre au bord des franges tracées à grande échelle pour laquelle on doit pouvoir définir une fonction de transfert de modulation en moyenne statistique,
- le défaut de mise au point de l'objectif de photoréduction,
- les aberrations de l'objectif de photoréduction (sauf la distorsion),
- la diffusion de l'image photographique dans la gélatine.

Pour prendre en compte le second et le troisième défaut, nous les supposons localement invariants par translation, donc caractérisés par une fonction de transfert de modulation. Le processus de formation de l'image photographique sera, quant à lui, considéré comme étant constitué de deux étapes distinctes :

- . une diffusion agissant sur l'image donnée par l'objectif et supposée caractérisée par une fonction de transfert de modulation;
- . une transformation agissant sur l'image diffusée et traduisant la relation (non linéaire) liant la transmittance finale sur la plaque à l'éclairement.

La transmittance en amplitude de l'hologramme est donc le résultat de deux actions agissant en sens inverse : les filtrages et diffusions qui réduisent le contraste des franges, puis la non linéarité de l'émulsion, qui rehausse ce contraste. Nous allons maintenant en tirer quelques conséquences sur l'hologramme et sur les ondes diffractées.

Déphasage dans l'ordre 1

Un déphasage non uniforme dans l'ordre 1 (et dans les ordres non nuls) correspond à un décalage local des franges. Ceci nous amène à considérer que seuls les

défauts anisotropes produisent des déphasages, et plus précisément, seuls les défauts dont les caractéristiques statistiques ne sont pas symétriques par rapport à la direction des franges. Vu le caractère de révolution des franges, et pour préciser, nous dirons que parmi les aberrations du troisième ordre, seule la coma introduit un déphasage (la distorsion sera étudiée au § 5-2-2). Nous pouvons même dire que le décalage correspond à la distance d séparant l'image paraxiale du centre de gravité de la tache de coma. Cette distance est en fait du même ordre de grandeur que la tache comatique. Cet effet est décrit ici puisqu'il est lié à un défaut de netteté mais son influence est similaire à celle de la distorsion étudiée au § 5-2-2. Aussi anticiperons-nous en utilisant les résultats: si la grandeur d est très inférieure au pas des franges, le déphasage produit sera négligeable.

Contraste des franges de l'hologramme et raideur des bords des franges

Pour déterminer ces deux caractéristiques des franges de l'hologramme, nous déterminerons d'abord l'éclairement de l'image du tracé à grande échelle, puis nous en déduirons la transmittance de l'hologramme; il sera alors nécessaire de faire des hypothèses sur la forme de la fonction de transfert de modulation M et de la caractéristique de l'émulsion photographique.

Nous commencerons donc par :

Eclairement dans l'image du tracé à grande échelle

Pour les deux dernières applications nous aurons besoin de l'expression de l'éclairement $E(P)$ de l'image après traversée de l'objectif et diffusion dans l'émulsion; le spectre de $E(M)$ est :

$$\hat{E}(\vec{v}) = \underset{\text{encre}}{\hat{O}(\vec{v})} \times \underset{\text{obj}}{M(\vec{v})} \times \underset{\text{émulsion}}{M(\vec{v})} \times M(\vec{v}) \quad (5-1)$$

où

$\hat{O}(\vec{v})$ est le spectre de l'objet parfait $O(P)$

M_{encre} est la F.T.M. de la diffusion de l'encre

M_{obj} est la F.T.M. de l'objectif

$M_{\text{émulsion}}$ est la F.T.M. de l'émulsion

Le spectre de $O(P)$ (réseau binaire) peut s'écrire :

$$\hat{O}(\vec{v}) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \delta(\vec{v} - n\vec{v}_H) \quad (5-2)$$

où E_0 est l'éclairement des traits blancs de l'objet.

$$a_n = \frac{\text{Sin}(nq'\pi)}{n\pi}$$

q' = largeur des traits blancs (relativement au pas des franges)

\vec{v}_H est la fréquence locale de l'hologramme.

L'expression (5-2) portée dans l'Eq. (5-1) fournit le spectre de l'image :

$$\vec{E}(\vec{v}) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n M(n \vec{v}_H) \delta(\vec{v} - n \vec{v}_H)$$

où l'on a posé :

$$M = M_{\text{encre}} \times M_{\text{obj}} \times M_{\text{émulsion}} \quad \text{F.T.M. globale du système.}$$

Nous en déduisons l'éclairement de l'image :

$$E(P) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n M(n \vec{v}_H) e^{2i\pi n \vec{v}_H \cdot \vec{r}} \quad (5-3)$$

Cette expression de l'éclairement de l'image à enregistrer sur l'émulsion photographique va nous servir à calculer deux caractéristiques des franges de l'hologramme ainsi réalisé.

Contraste des franges de l'hologramme

Il est défini par :

$$C = \frac{\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}}{\tau_{\text{max}} + \tau_{\text{min}}}$$

où τ est la transmittance de l'hologramme. Il faut relier τ à l'éclairement incident $E(P)$ sur l'hologramme. Cette relation est simple pour les forts éclaircissements :

$$\tau = 10^{-\frac{D}{2}} \approx \tau_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\frac{\gamma}{2}} \quad \text{où } \tau_0 \text{ est la transmittance correspondant à } E = E_0 \text{ (Fig. 5-1)}$$

Après quelques calculs et approximations, on obtient d'abord :

$$E_{\text{max}} \approx E_0 \left(1 - \frac{1}{\pi} \frac{v_H}{v_0} \right)$$

$$E_{\text{min}} \approx \frac{E_0}{\pi} \frac{v_H}{v_0}$$

où v_0 est la fréquence de coupure de la F.T.M. $M(\vec{v})$ qui est représentée en figure (5-2).

On en déduit aisément τ_{min} :

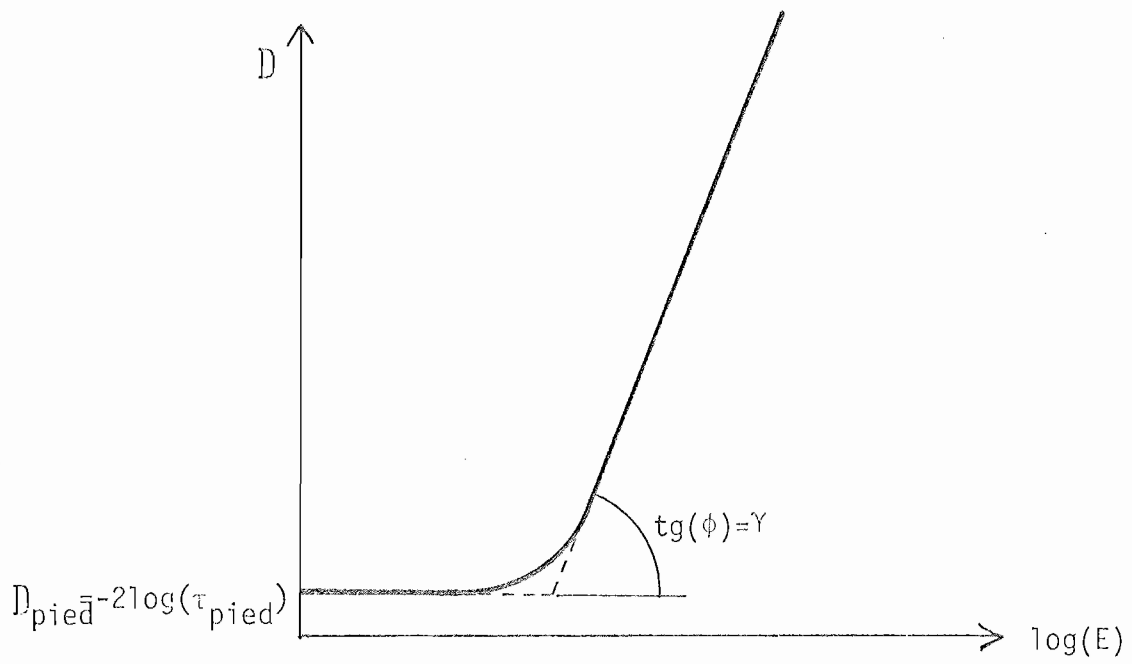


Figure 5-1 : Modèle de caractéristique de l'émulsion photographique.

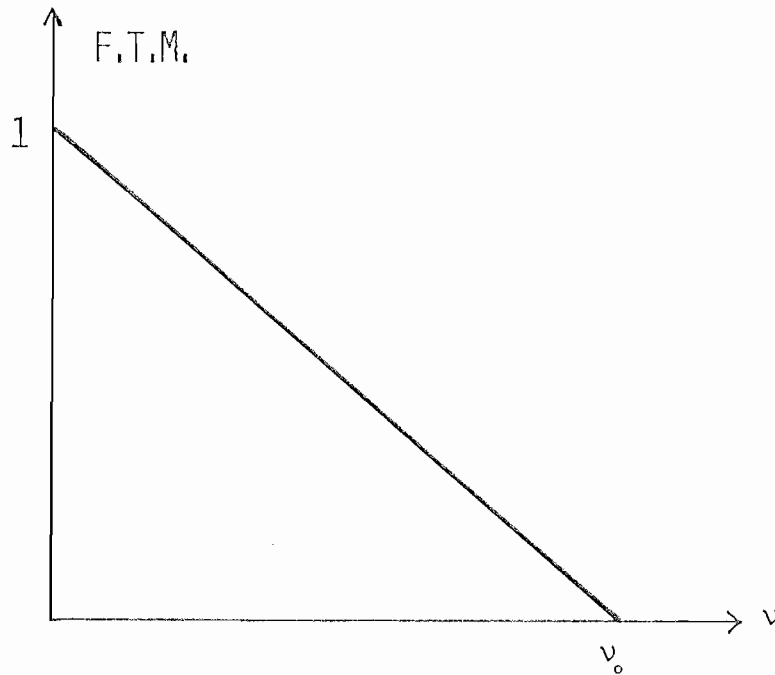


Figure 5-2 : Modèle de fonction de transfert de modulation.

$$\tau_{\min} = \tau_o \left(1 - \frac{1}{\pi} \frac{v_H}{v_o}\right) \sim \tau_o \left(1 + \frac{\gamma}{2\pi} \frac{v_H}{v_o}\right)$$

τ_{\max} nécessite la connaissance de la forme de la courbe caractéristique. Il est licite de poser en première approximation :

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{seuil}} \quad \text{transmittance du pied de la courbe (Fig. 5-1).}$$

De sorte que :

$$C = \frac{\tau_{\text{seuil}} - \tau_o \left(1 + \frac{\gamma}{2\pi} \frac{v_H}{v_o}\right)}{\tau_{\text{seuil}} + \tau_o \left(1 + \frac{\gamma}{2\pi} \frac{v_H}{v_o}\right)}$$

$$\sim 1 - 2 \frac{\tau_o}{\tau_{\text{seuil}}} \left(1 + \frac{\gamma}{2\pi} \frac{v_H}{v_o}\right)$$

Raideur des bords de franges

Nous entendons par raideur la pente des fronts constituant les bords de frange. Nous voulons déterminer la pente en transmittance :

$$m_{\text{bord}} = \frac{d\tau}{dx}$$

c'est-à-dire la pente réelle du bord de frange.

A partir des expressions du § précédent on obtient après quelques calculs simples :

$$m_{\text{bord}} \sim v_o \gamma \tau_{\text{bord}}$$

où $\tau_{\text{bord}} = \tau_o \frac{\gamma}{2^2}$ est la transmittance en amplitude du bord de l'image géométrique.

Cette expression simple donne un bon ordre de grandeur de la raideur des bords de franges.

Nous rappelons que dans un premier temps nous nous sommes bornés à établir des expressions simples qui nous permettront ultérieurement d'agir sur les différents paramètres afin de maximiser le contraste des franges.

5-2-2. Défauts de distorsion et de grandissement

Nous regroupons dans ce paragraphe l'ensemble des défauts qui se traduisent par un déplacement sans perte de netteté des franges de l'hologramme. Notons que

$$\left| \frac{\delta\phi_1}{2\pi} \right| < \eta \frac{RB}{2} \quad (5-6) \quad \text{avec } \eta = \left| 1 - \frac{g_y^*}{g_y} \right| \quad \text{erreur relative de grandissement.}$$

Déterminons la précision avec laquelle doit être mis en place le tracé à grande échelle : soit A le point du tracé se trouvant sur l'axe de l'objectif et F le foyer objet de l'objectif.

D'après la formule de Newton, le grandissement est donné par :

$$g_y = \frac{f'}{FA}$$

Soit δx le déplacement longitudinal du point A, l'erreur relative de grandissement vaut alors :

$$\eta = \left| \frac{\delta g_y}{g_y} \right| = \left| \frac{\delta x}{FA} \right| = \left| \frac{\delta x}{f'} \frac{g_y}{y} \right|$$

Cette relation lie l'erreur de grandissement à l'erreur de positionnement de l'objet, la conjugaison objet-image étant supposée maintenue.

Calculons η et δx en imposant $\left| \frac{\delta\phi_1}{2\pi} \right| < \frac{1}{20}$ frange, pour les valeurs numériques des exemples déjà cités au § 4-4-3 et pour objectif de focale 400 mm et un grandissement de $-1/20$:

	<u>Exemple 1</u>	<u>Exemple 2</u>
R	30 mm	30 mm
Δ^{\max}	20 μm	50 μm
B	12,3 mm^{-1}	30,7 mm^{-1}
$\eta <$	2,7.10 ⁻⁴	1,1.10 ⁻⁴
Sur l'objet : $ \delta x <$	2,2 mm	0,9 mm

Ces tolérances sont extrêmement sévères car il s'agit d'un objet non rigide : une feuille de papier de 80 cm x 80 cm. C'est l'un des inconvénients majeurs de la méthode actuellement décrite.

Nous verrons ultérieurement comment on peut éliminer ce défaut.

b) Erreur due à la distorsion de l'objectif

Nous allons maintenant considérer dans (5-5) le terme :

$$\frac{\delta\phi_2}{2\pi} = f(r) r v(r)$$

traduisant l'influence de la distorsion.

Il n'est pas possible de déterminer dans le cas général le terme du second degré permettant de minimiser les variations de $\frac{\delta\phi_2}{2\pi}$ mais nous remarquons que, puisque $f(r)$ et $v(r)$ sont de valuation supérieure ou égale à 2, $\frac{\delta\phi_2}{2\pi}$ est de valuation supérieure ou égale à 4.

$\frac{\delta\phi_2}{2\pi}$ représente donc l'erreur sur les termes degré supérieur ou égal à 4 de $\frac{\Delta}{\lambda}$, erreur que nous majorerons grossièrement par :

$$\frac{\delta\phi_2}{2\pi} < d \frac{RB}{2} \text{ avec } d = \sup \{|f(r)|\} \text{ distorsion maximum.}$$

Cette majoration conduit à des valeurs de distorsion identiques à celles obtenues pour les erreurs de grandissement, bien que des valeurs un peu moins sévères puissent en général être admises, étant donné le caractère très large de la majoration choisie.

c) Dilatation de la plaque photographique

Nous désignerons par α le coefficient de dilatation thermique linéaire et par δT la variation de la température de la plaque entre le moment de la photoréduction et l'utilisation dans l'interféromètre. Une frange de rayon r se dilate de δr :

$$\delta r = \alpha r \delta T$$

conduisant à une erreur sur l'onde de :

$$\frac{\delta\phi}{2\pi} = \alpha r \delta T v(r)$$

$$\left| \frac{\delta\phi}{2\pi} \right| \leq \alpha \delta T \frac{RB}{2}$$

La valeur de α est donnée par Kodak : $\alpha = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Si l'on impose $\left| \frac{\delta\phi}{2\pi} \right| < \frac{1}{20}$, nous obtenons les valeurs maxima admissibles pour la variation de température :

	<u>Exemple 1</u>	<u>Exemple 2</u>
R	30 mm	30 mm
B	12,3 mm ⁻¹	30,7 mm ⁻¹
δT_{max}	33°C	13°C

Les effets de la dilatation thermique de la plaque peuvent donc en général être considérés comme négligeables.

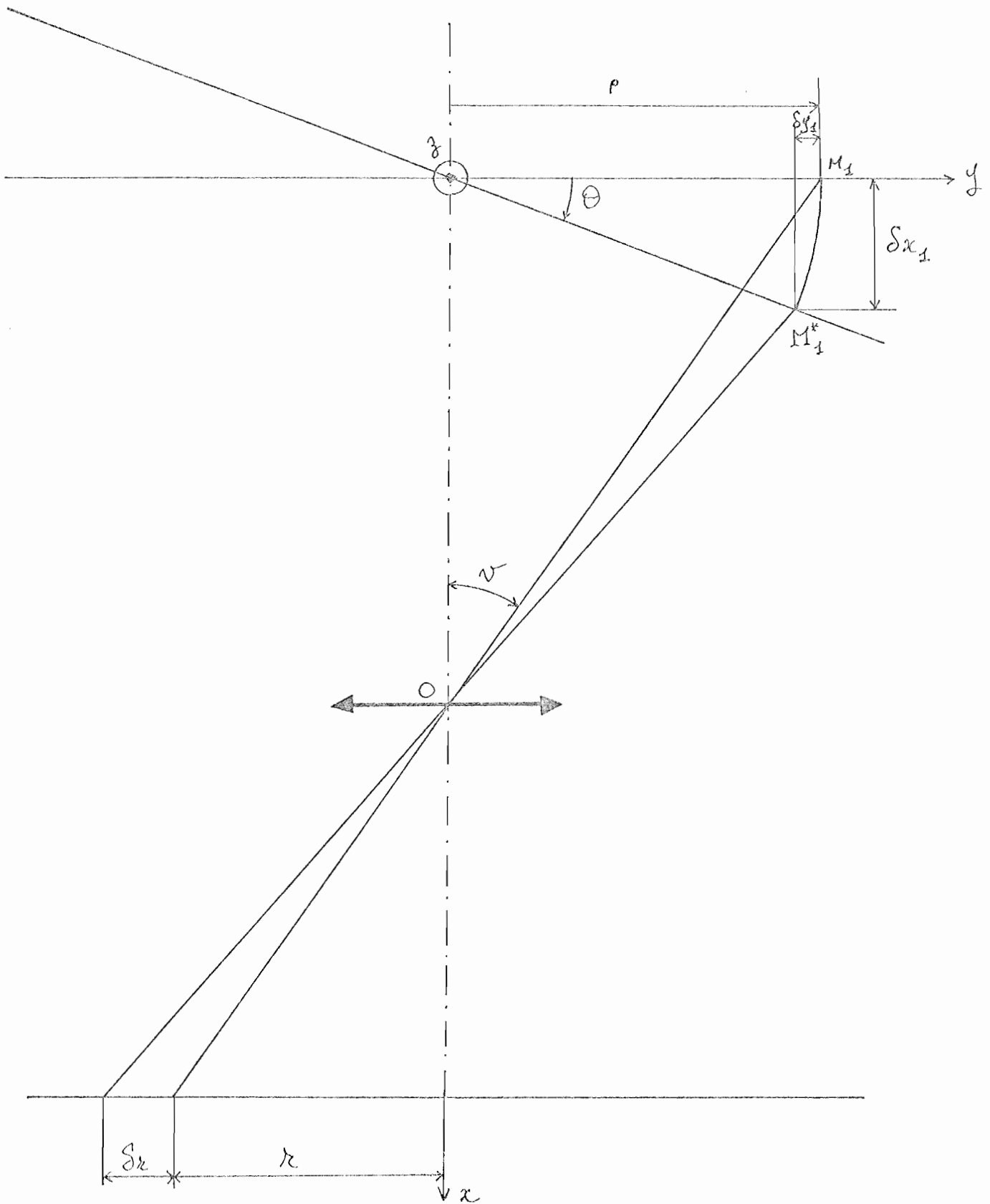


Figure 5-3 : Schéma du montage de photoréduction avec une erreur d'orientation du tracé à grande échelle.

d) Correction des défauts de symétrie de révolution

Moyennant certaines précautions, les deux premiers défauts peuvent être compensés lors du calcul de l'hologramme. La distorsion est la plus simple à prendre en compte : il suffit en effet de mesurer point par point le taux de distorsion, puis de calculer un hologramme dont la distorsion propre pré-compense la distorsion de l'objectif photographique. Le défaut de grandissement est plus difficile à éliminer s'il n'est pas systématique. Le rendre systématique nécessite l'emploi d'un banc de photoréduction fixe, avec une position invariable du plan du tracé à grande échelle et du plan de l'émulsion. La mesure précise du grandissement du système ainsi figé permettrait de calculer l'hologramme avec une connaissance suffisante du grandissement.

5-2-2-2. Défauts à symétrie droite

a) Influence du défaut :

Nous considérons ici le défaut de parallélisme entre l'objet (tracé à grande échelle) et l'image (hologramme). La figure 5-3 représente le plan objet tourné d'un angle θ autour de l'axe Oz, l'objectif de photoréduction est assimilé à une lentille mince. Le processus de formation de l'image est alors une projection conique entre deux plans non parallèles. L'hologramme sera affecté d'anamorphose, introduisant un astigmatisme sur la surface d'onde générée.

Nous déterminerons le décalage δr des franges le long de Oy où il est maximum. Le point M_1 se trouve à une distance ρ de l'axe et correspond à un angle de champ v . Sa rotation d'un angle θ le déplace respectivement sur les axes Ox et Oy des quantités $\delta x_1 \approx -\rho\theta$ et $\delta y_1 \approx -\rho \frac{\theta^2}{2}$. Son homologue M_2 dans le plan image s'est déplacé de la quantité

$$\delta r \sim -g_y \cdot \delta x_1 \cdot \operatorname{tg} v - g_y \cdot \delta y_1$$

g_y étant le grandissement transversal de la photoréduction.

ρ s'exprime en fonction de r , distance du point M_2 à l'axe :

$$\rho = \frac{r}{g_y}$$

et $\operatorname{tg} v$ en fonction de r et f'_{obj} focale de l'objectif de photoréduction :

$$\operatorname{tg} v = \frac{r}{f'_{\text{obj}}}$$

D'où la majoration de δr :

$$|\delta r| \leq r \theta \left[\frac{r}{f'_{\text{obj}}} + \frac{\theta}{2} \right]$$

L'erreur sur la phase de l'onde peut alors s'évaluer par :

$$\frac{\delta\phi}{2\pi} \sim |\delta r| \nu(r) \sim r\theta \left[\frac{r}{f'_{\text{obj}}} + \frac{\theta}{2} \right] \nu(r) \quad (5-7)$$

D'où :

$$\left| \frac{\delta\phi}{2\pi} \right| < R\theta \left[\frac{R}{f'_{\text{obj}}} + \frac{\theta}{2} \right] \frac{B}{2}$$

Le même résultat serait obtenu si l'on faisait tourner le plan image de l'angle θ ; en effet, si les deux plans sont tournés d'un même angle θ , l'image n'est plus affectée d'anamorphose (projection conique entre deux plans parallèles), les déformations de l'onde produites par la rotation de l'un ou l'autre plan sont donc égales en valeur absolue. L'angle θ figurant dans (5-7) peut alors être considéré comme l'angle que font les plans objet et image.

Pour avoir une idée des contraintes sur l'angle θ , nous reprendrons les valeurs numériques du § 4-4-3 concernant l'hologramme. Nous imposerons une erreur sur l'onde inférieure à $\lambda/20$; nous prendrons la focale de l'objectif égale à 400 mm, le grandissement égal à $-1/20$ d'où les valeurs maxima θ_{max} admissibles pour θ :

		<u>Exemple 1</u>	<u>Exemple 2</u>
	R	30 mm	30 mm
	Δ^{max}	20 μm	50 μm
	B	12,3 mm^{-1}	30,7 mm^{-1}
Défaut de parallélisme maximum	θ_{max}	$3,5 \cdot 10^{-3} \text{rd}=12'$	$1,4 \cdot 10^{-3} \text{rd}=5'$

b) Elimination du défaut :

Pour éliminer le défaut précédent, nous devons rendre les plans objet et image parallèles. Une première idée que l'on peut avoir est de réaliser en tout point la conjugaison entre le tracé à grande échelle et la plaque photographique; mais ceci produit un effet inverse à celui désiré : en effet, si

le plan objet est tourné d'un angle θ_1 , le déplacement longitudinal du bord de l'objet vaut :

$$\delta x_1 = \left(\frac{R}{g_y}\right)\theta_1 \quad \frac{R}{g_y} \text{ étant le rayon du tracé à grande échelle}$$

Le déplacement du plan image vaut alors :

$$\delta x_2 = \delta x_1 \times g_y^2 \quad g_y^2 \text{ étant le grandissement longitudinal}$$

Soit :

$$\delta x_2 = R\theta_1 g_y$$

La rotation du plan image vaut alors :

$$\theta_2 = \frac{\delta x_2}{R} = \theta_1 g_y \quad (5-8)$$

La rotation du plan image se fait donc en sens inverse de celle du plan objet. Ceci signifie que les deux conditions (parallélisme et mise au point) ne sont compatibles que si les plans objet et image sont approximativement normaux à l'axe optique du système.

Explicitons ces deux conditions : soit θ_1 et θ_2 les angles dont sont respectivement tournés les plans objet et image (Figure 5-4).

Le condition du parallélisme s'écrit :

$$|\theta_1 - \theta_2| < \theta_{\max} \quad (5-9)$$

La condition de mise au point se déduit de l'angle $\Delta\theta$ entre l'image du plan objet et la position effective de l'émulsion photographique (d'après (5-8))

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 g_y$$

En supposant la conjugaison réalisée sur l'axe, le défaut de mise au point maximum se trouve au bord et a pour valeur :

$$\delta x_{\max} = R|\Delta\theta|$$

Si nous désignons par $\sin\alpha'$ l'ouverture numérique image de l'objectif photographique, une mise au point soignée permet de rendre δx_{\max} inférieur à la précision de pointé correspondant à l'ouverture numérique $\sin\alpha'$, soit |15| :

$$\delta x_{\max} = R|\Delta\theta| < \frac{\lambda}{4 \sin^2 \alpha'}$$

Soit encore

$$|\theta_2 - \theta_1 g_y| < \frac{\lambda}{4R \sin^2 \alpha'} \quad (5-10)$$

Quelques manipulations algébriques simples permettent de déduire de (5-9) et de (5-10) les conditions sur θ_1 et θ_2 :

$$|\theta_1| < \frac{\frac{\lambda}{4R \sin^2 \alpha'} + \theta_{\max}}{1 - g_y}$$

$$|\theta_2| < \frac{\frac{\lambda}{4R \sin^2 \alpha'} - g_y \theta_{\max}}{1 - g_y}$$

Ces conditions sont nécessaires mais non suffisantes. Pour mettre en évidence la difficulté de ces réglages nous allons calculer les valeurs maxima θ_1^{\max} et θ_2^{\max} de θ_1 et θ_2 , ainsi que Δx_1^{\max} , décalages maximum admissibles entre les bords extrêmes du tracé à grande échelle (Fig.5-4) et Δx_2^{\max} , la même quantité définie pour l'image photoréduite :

	<u>Exemple 1</u>	<u>Exemple 2</u>
R	30 mm	30 mm
Δ^{\max}	20 μm	50 μm
g_y	$-\frac{1}{20}$	$-\frac{1}{20}$
θ^{\max}	$3,5 \cdot 10^{-3}\text{rd}$	$1,4 \cdot 10^{-3}\text{rd}$
$\sin \alpha'$	0,124 soit F/4	0,124 soit F/4

Rotation et décalage admissible	objet	θ_1^{\max}	$3,6 \cdot 10^{-3}\text{rd}$	$1,6 \cdot 10^{-3}\text{rd}$
		$\Delta_{x_1}^{\max}$	4,3 mm	1,9 mm
	image	θ_2^{\max}	$4,2 \cdot 10^{-4}\text{rd}$	$3,2 \cdot 10^{-4}\text{rd}$
		$\Delta_{x_2}^{\max}$	25 μm	19 μm

Ces résultats confirment une fois de plus le soin avec lequel le montage de photoréduction doit être réglé.

5-2-2-3. Défauts sans symétrie

Ces défauts ont deux sources : les déplacements de la gélatine sur la plaque photographique et les déformations mécaniques du papier servant de support au tracé à grande échelle.

Les déplacements de la gélatine peuvent être considérés comme négligeables : le fabricant (Kodak) indique que des études ont montré que ces déplacements sont inférieurs à 0,5 μm (déplacements de la gélatine par rapport à la plaque de verre).

Les déformations mécaniques du papier sont par contre loin d'être négligeables : elles sont dues à la double action du séchage de l'encre de Chine et du déplacement du papier lors du tracé (nombreux enroulements et déroulements sur les rouleaux récepteurs).

Nous avons mesuré son effet sur trois tracés ; les résultats sont très sommaires mais permettent de mesurer l'amplitude du phénomène. Connaissant la dimension théorique d'une structure, nous avons mesuré sa dimension finale ; ces mesures ont été faites selon deux directions perpendiculaires : l'une, baptisée X, dans le sens du déroulement du papier (donc le sens des fibres déformées par l'enroulement), l'autre baptisée Y, perpendiculaire au sens du déroulement du papier ; les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

	<u>1er essai</u>	<u>2ème essai</u>	<u>3ème essai</u>
Dimensions X et Y théoriques	726,4 mm	727,8 mm	700 mm
X mesuré- X théorique	- 1,2 mm	- 0,8 mm	- 0,7 mm
Y mesuré- Y théorique	+ 0,8 mm	+ 1,2 mm	0
Fraction encrée de la surface utile	\sim 50 %	\sim 50 %	très faible

Malgré le caractère purement indicatif des résultats précédents, nous en déduisons deux conclusions :

- les déformations sont importantes et conduiraient à des erreurs sur l'onde respectivement de 1 et 2,4 franges (exemples définis précédemment).

- les deux premiers essais sembleraient indiquer que les déformations sont systématiques en sens, mais variables en amplitude. Une étude plus poussée de ces déformations et surtout un nombre plus élevé de mesures permettrait sans doute de prévoir le phénomène et d'en atténuer les effets par une déformation préventive de l'hologramme à tracer.

Une autre approche, probablement plus fructueuse, serait le remplacement du papier végétal par un support plus inerte (mylar par exemple).

5-3. EFFETS DES DEFAUTS MICROSCOPIQUES

Les défauts microscopiques sont ceux qui déforment localement les franges, ces déformations étant variables sur des distances comparables au pas des franges; nous en distinguerons trois sources :

- les erreurs numériques de calcul de l'hologramme (troncatures dues à la précision limitée de l'ordinateur) ainsi que les erreurs de méthode ; ces erreurs pouvant en général être rendues négligeables, nous ne les traiterons pas ici, bien qu'elles puissent être intégrées au calcul général.
- les erreurs de tracé, dues à la précision limitée du traceur, auxquelles est essentiellement consacré ce paragraphe.
- le grain de l'émulsion photographique, très faible dans le cas des émulsions holographiques et dont l'influence est négligeable devant les défauts engendrés par le traceur.

Après avoir précisé la nature des défauts du tracé, nous donnerons les résultats statistiques des effets de ces défauts sur l'interférogramme. Nous verrons comment la précision du contrôle est liée à l'amplitude des défauts du traceur, à la fréquence maximum de l'hologramme et à la fréquence de coupure du trou de filtrage. Nous examinerons ensuite les confirmations numériques et expérimentales de ces résultats.

5-3-1. Nature des défauts du traceur

Le traceur Benson utilisé pour le tracé à grande échelle de l'hologramme est un traceur incrémental x y : il permet de tracer des segments de droites joignant deux points dont les coordonnées sont des multiples de 0,1 mm. Le cheminement de la plume entre les extrémités du segment est commandé par un interpolateur linéaire en logique câblée.

Les défauts introduits par le tracé sont de natures très diverses et, pour définir les limites de validité de notre modèle, nous allons les classer en trois

catégories : les erreurs à variations lentes (qui ont été déjà traitées au § 5-2-2 , les erreurs à variations rapides parmi lesquelles nous distinguerons entre les erreurs déterministes (dont le sens et l'amplitude sont variables d'un point à un autre, mais qui sont prévisibles) et les erreurs réellement aléatoires. Le sens de ces distinctions apparaîtra plus clairement dans la liste suivante de ces erreurs :

- erreurs à variations lentes :

En raison du caractère incrémental du traceur, l'ensemble du tracé est repéré par rapport à un réseau bidimensionnel de points au pas de 0,1 mm. Bien que n'ayant pu faire de mesures (en raison des déformations du papier), nous pouvons admettre que ce réseau n'est pas parfait ; son écart par rapport au réseau théorique peut être décomposé en deux termes : une distorsion à grande échelle à laquelle se superpose une fluctuation aléatoire de chaque noeud. C'est à cette distorsion que fait référence le terme d'erreur à variations lentes. Ses effets sont de même nature que les déformations du papier. Les fluctuations aléatoires qui s'y superposent entreront dans la catégorie des erreurs aléatoires.

- erreurs déterministes à variations rapides :

- . quantification des extrémités des segments : les coordonnées des extrémités sont arrondies au $\frac{1}{10}$ mm le plus proche.
- . approximation d'un arc de cercle par un segment de droite : les effets peuvent en être réduits par un choix adéquat de l'échantillonnage des cercles en segments de droites.

- erreurs aléatoires :

- . fluctuation des noeuds du réseau servant de support au tracé de l'hologramme.
- . fluctuations de la largeur du trait de plume.
- . empâtements dûs à l'arrêt de la plume aux extrémités des segments tracés.

Le traitement statistique des erreurs aléatoires va de soi. Il n'en est pas de même des erreurs déterministes à variations rapides. Nous ne pouvons pas invoquer une réelle indépendance de deux erreurs voisines : ces erreurs sont en fait liées entre elles par la forme et la position du tracé par rapport à la grille au 10^{ème} de mm et correspondent à des moirés entre ces deux structures. Ces aspects périodiques des défauts seraient catastrophiques si notre plan d'observation était situé dans l'espace des fréquences :

l'énergie diffractée par ces défauts y serait concentrée en certains points

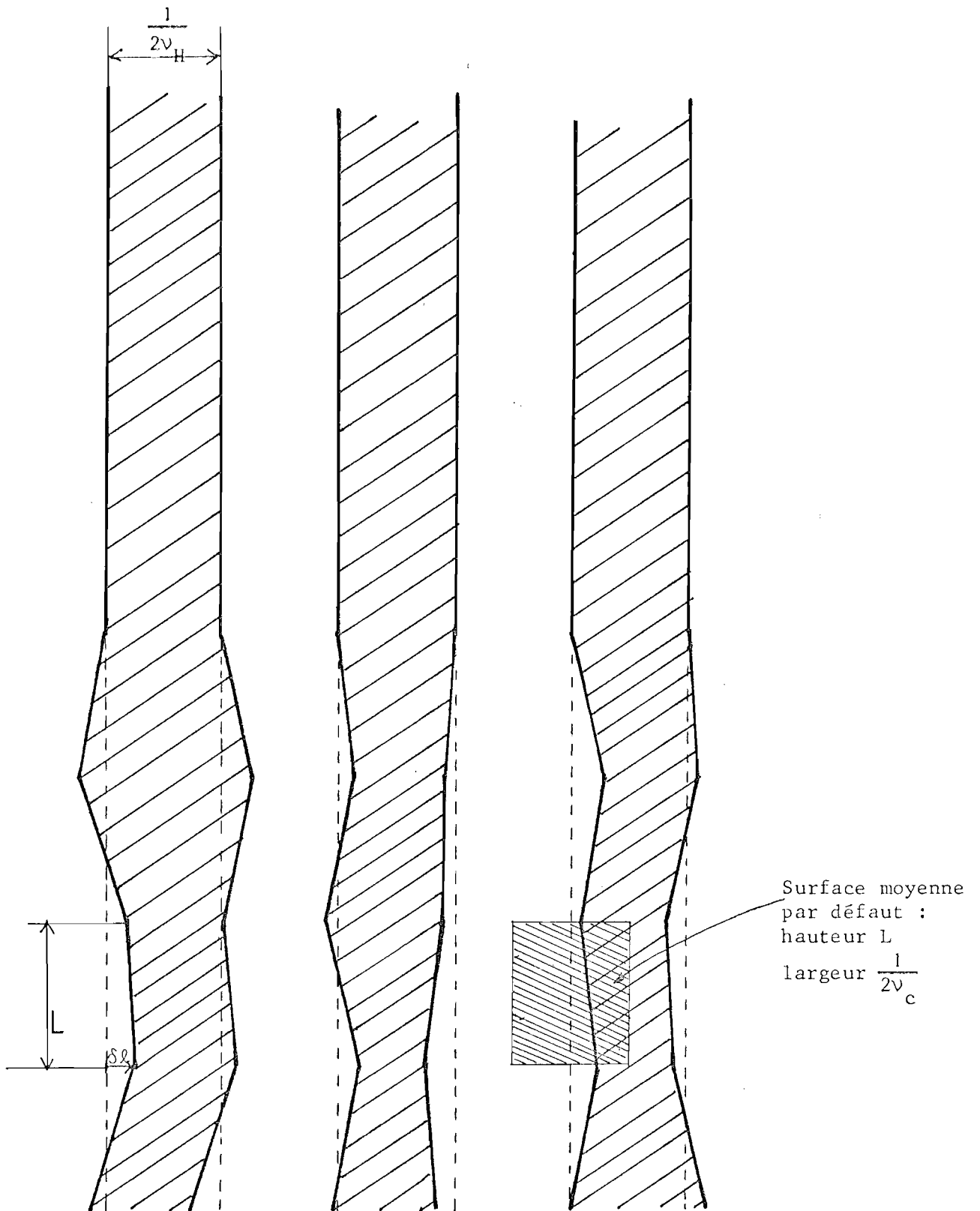


Figure 5-5 : Modèle de l'hologramme bruité : défauts indépendants de hauteur L et de largeur δl .

moins importante si l'observation a lieu dans un plan conjugué du plan objet, comme c'est notre cas. Nous considérerons, en conclusion, le traitement statistique comme une première approche du problème.

Les résultats suivants sont valables tant pour l'holographie en ligne que pour la porteuse inclinée.

Manifestations du bruit de tracé de l'hologramme

Les fluctuations δl_1 et δl_2 des bords d'une frange de l'hologramme peuvent être décomposées en deux actions :

- une fluctuation de largeur de la frange $\delta l_2 - \delta l_1$.
- une fluctuation transversale de la position de la frange : $\frac{\delta l_1 + \delta l_2}{2}$.

Quelle est l'influence de ces fluctuations sur l'interférogramme ? Nous devons distinguer les deux voies de l'interféromètre :

- Voie de référence : elle traverse l'hologramme par l'ordre 0 et ne subit par conséquent aucun déphasage. Son *intensité* est, par contre, modifiée par les fluctuations de *largeur* de la frange.
- Voie de mesure : elle traverse l'hologramme par l'ordre 1 et subit des fluctuations de *phase* (dues aux fluctuations de *position* des franges) et des fluctuations d'*intensité* (dues aux fluctuations de *largeur* des franges).

Cette manière d'aborder le bruit de l'hologramme est séduisante à première vue, mais elle se heurte à deux difficultés si l'on veut en déduire des résultats quantitatifs :

- a) les fluctuations d'épaisseur et les fluctuations de position des franges ne sont pas indépendantes ;
- b) les fluctuations de phase ne sont pas seules à prendre en compte, car leur effet sur l'interférogramme est identique à celui des fluctuations d'intensité des deux voies.

Nous pouvons au moins en déduire que le bruit de tracé agit *différemment* sur les *deux* voies. Le résultat visible sur l'interférogramme est une fluctuation locale de l'éclairement. Voyons en premier lieu comment relier les fluctuations d'éclairement et l'interprétation de l'interférogramme.

Difficulté de l'étude de l'influence du bruit sur la mesure

La fonction $E(M)$ (éclairement en fonction du point de l'interférogramme) étant représentée par une surface, les fluctuations d'éclairement se font

perpendiculairement au plan de l'interférogramme, ce que nous appellerons "verticalement". Or, les méthodes les plus courantes de dépouillement des interférogrammes sont basées sur la mesure des déplacements "horizontaux" des franges. L'erreur d'interprétation due au bruit de l'hologramme se mesure donc "horizontalement" et doit être déduite des fluctuations "verticales" de l'éclairement de l'interférogramme. Pour déduire les erreurs $\delta\phi$ d'interprétation de l'interférogramme des fluctuations δE de l'éclairement, il faut faire intervenir la méthode d'interprétation de l'interférogramme. La relation entre $\delta\phi$ et δE est simple si l'on établit une correspondance ponctuelle entre ϕ et E , soit pour une intensité unitaire des deux voies :

$$E = 2(1 + \cos \phi) \quad (5-11)$$

Si cette méthode d'interprétation a l'avantage de la simplicité, elle possède l'inconvénient d'être biaisée, c'est-à-dire que la moyenne de l'erreur n'est pas nulle et que cette moyenne dépend du point considéré : en effet, en un minimum théorique d'interférence, nous avons $E = 0$; les fluctuations d'éclairement y sont obligatoirement positives (puisque égales à l'éclairement qui est lui-même positif). Donc, $\langle \delta E \rangle > 0$ pour $\phi = \pi$. Le bruit de tracé conduit donc à des erreurs systématiques dans cette interprétation de l'interférogramme. Il est facile de trouver des méthodes non biaisées de dépouillement, par exemple la méthode habituelle qui consiste à utiliser le "milieu" de frange, mais il est alors beaucoup plus difficile de relier $\delta\phi$ et δE . Il sera alors possible de considérer (5-11) comme une première approximation.

Difficulté du calcul des moments de δE

Pour caractériser les fluctuations d'éclairement, il nous suffirait de calculer les deux premiers moments, la moyenne $\langle \delta E \rangle$ et l'écart quadratique moyen σ_E^2 . Mais puisque E est déjà le carré du module de l'amplitude complexe A , σ_E^2 est un moment d'ordre quatre de A . Ces grandeurs du quatrième ordre sont difficiles à calculer. Deux approches quantitatives du problème sont possibles.

1ère approche

Calculer explicitement δE et δE^2 et en déduire les moyennes : ce calcul est long et fastidieux, mais il permet (sauf pour $\langle \delta E^2 \rangle$ en un minimum nul d'interférence) d'exprimer ces deux moyennes en fonction de paramètres optiques du montage de contrôle (fréquence de coupure ν_c du filtrage, fréquence ν_H de l'hologramme, intensité relative des deux voies, état d'interférence au point considéré) et des caractéristiques statistiques des défauts (les moyennes des fluctuations δl des bords de frange, la hauteur L des défauts (Fig. 5-5).

2ème approche

Supposer l'amplitude complexe A *gaussienne*, ce qui permet de déduire tous ses moments de la seule connaissance des deux premiers.

Ces deux approches ont chacune leur intérêt propre : le calcul direct ne fait pas d'hypothèses sur la statistique de l'amplitude complexe A, mais elle ne permet pas de calculer $\langle \delta E^2 \rangle$ dans tous les cas. La deuxième méthode est probablement plus simple, mais elle demande l'hypothèse gaussienne.

La première méthode a pu être menée jusqu'au bout. Le calcul et ses résultats sont trop longs pour être développés ici. Nous les citons toutefois, car ils confirment quantitativement le comportement du bruit avec les paramètres du contrôle, et en particulier :

Influence de la fréquence de coupure du contrôle sur le bruit

Les deux ondes qui sont sélectionnées par le trou de filtrage contiennent à la fois l'information sur la surface asphérique et les perturbations induites par l'hologramme. Ces deux ondes subissent le filtrage passe-bas dû au trou de filtrage, le bruit induit par l'hologramme sera lui-même filtré.

Il est simple de montrer comment les différents paramètres interviennent dans l'expression du bruit. Considérons en effet un point M de l'interférogramme : celui-ci voit l'hologramme pondéré par la réponse percussionnelle objet du système d'imagerie. A l'intérieur de cette réponse percussionnelle se trouve un certain nombre d'erreurs de tracé que nous supposons indépendantes. Il est logique de penser que le bruit dépend de deux quantités :

- l'amplitude de ces erreurs, ou plus précisément de l'importance de l'erreur de phase correspondante exprimée en fraction de franges, à savoir :

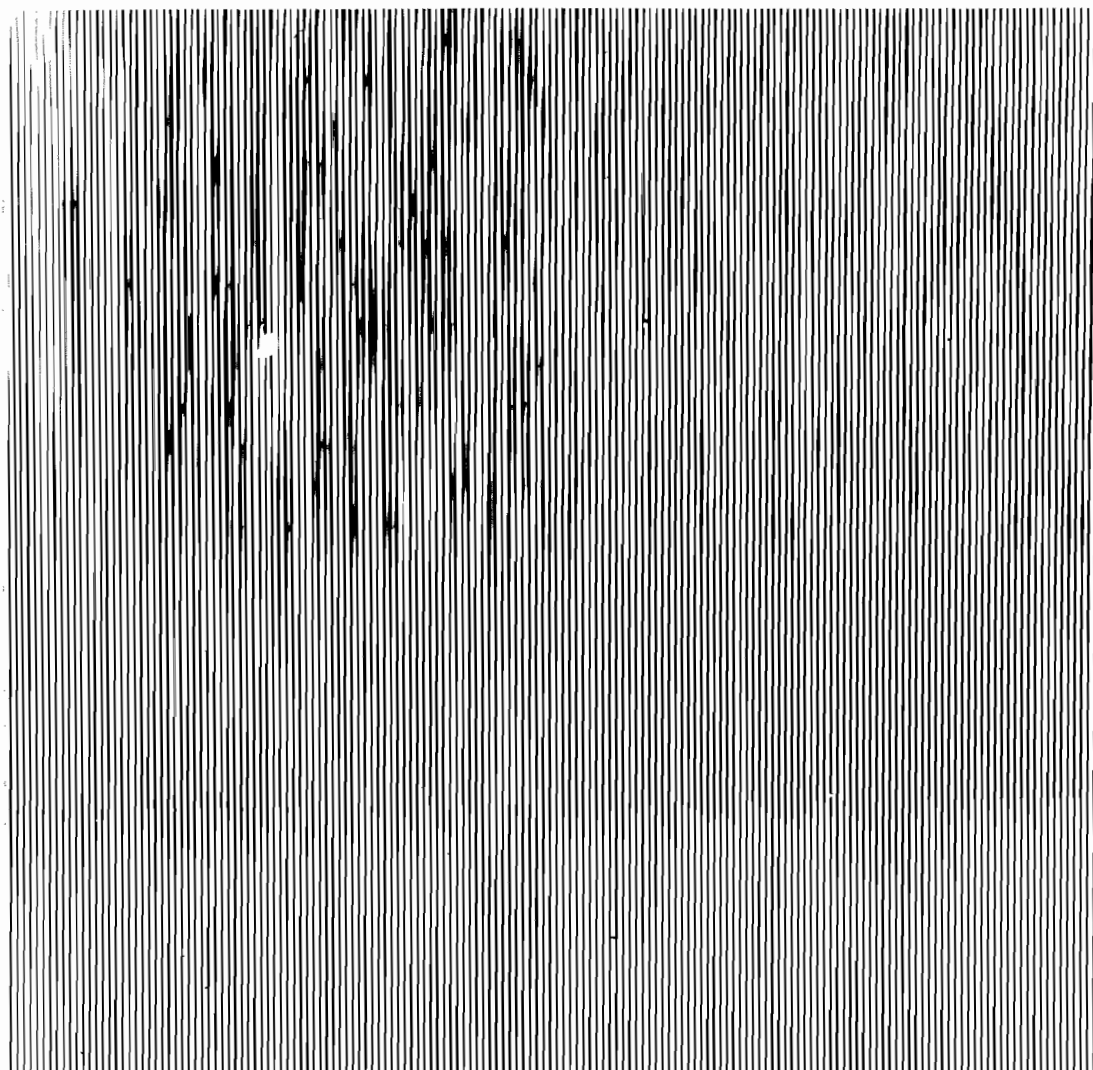
$$\eta = v_H \delta l$$

où v_H est la fréquence de l'hologramme et δl l'erreur de tracé (Fig. 5-5) ;

- le nombre d'erreurs se trouvant dans la réponse percussionnelle : l'étendue de la réponse percussionnelle est proportionnelle à $1/v_c^2$; la surface moyenne de l'hologramme entourant chaque défaut est égale à $\frac{L}{2v_H}$ (Fig. 5-5).

Le nombre N d'erreurs contribuant à la fluctuation d'éclairement est donc proportionnel au rapport de l'étendue de la réponse percussionnelle et de la surface par erreur, soit :

$$N \propto \frac{v_H}{Lv_c^2}$$



$$\begin{array}{c|c} \pm \lambda/4 & \pm \lambda/8 \\ \hline \pm \lambda/16 & 0 \end{array}$$

Figure 5-6 : Hologramme bruiteux à 4 zones.

Ce raisonnement n'est valable que si la longueur L d'un défaut est faible devant le rayon de la réponse percussionnelle, c'est-à-dire si :

$$Lv_c \ll 1$$

Il est logique de penser que le bruit augmente avec l'amplitude η des erreurs. Le rapport signal sur bruit varie en outre en sens inverse du nombre N d'erreurs indépendantes contributrices.

Le calcul complet évoqué précédemment confirme ce raisonnement. Appliquées au cas particulier d'une interférence totalement destructive, les formules se simplifient en donnant la moyenne des fluctuations d'éclairement :

$$\begin{aligned} \langle \delta E \rangle &= k \langle \eta^2 \rangle \frac{Lv_c^2}{v_H} & \text{avec } k &= 2\pi \left| 1 + \frac{1}{\pi^2} \right| & (5-12) \\ & & & \sim 6,8 \\ &= k \langle \delta \ell^2 \rangle L v_H v_c^2 \end{aligned}$$

Ceci représente également la valeur moyenne de l'éclairement, puisque la valeur correspondant à l'hologramme parfait est nulle.

Nous considérerons, et ceci a été vérifié sur une simulation numérique, que cette valeur représente également - dans ce cas particulier $E = 0$ - les fluctuations de l'éclairement autour de sa valeur moyenne.

L'information essentielle que nous tirerons de l'Equation (5-12) est que :

- pour réduire le bruit de l'interférogramme, il est préférable que le rayon de corrélation des erreurs soit le plus petit possible ;
- pour un traceur donné, le bruit d'éclairement augmente proportionnellement à la fréquence de l'hologramme ;
- le filtrage des ordres parasites intervient pour réduire le bruit de tracé de l'hologramme. Il élimine les mêmes fréquences dans les défauts de l'hologramme et dans l'information concernant l'asphérique.

Etude expérimentale du bruit

Pour conclure cet examen rapide du bruit de l'hologramme, nous donnons quelques résultats expérimentaux. La Figure 5-6 montre un hologramme particulier : il s'agit d'un réseau à franges rectilignes et équidistantes, composé de quatre zones : une zone "parfaite" et trois zones où ont été introduites des erreurs de tracé.

Le tracé à grande échelle a été photoréduit de manière à donner un hologramme de fréquence $5,72 \text{ mm}^{-1}$ et un autre de fréquence $9,81 \text{ mm}^{-1}$. Ces deux

hologrammes (à porteuse inclinée et à déformation nulle : l'onde à mesurer est plane) ont donné les interférogrammes (Fig. 5-7).

Ces clichés montrent l'influence des paramètres sur la qualité des franges obtenues et serviront ultérieurement de base à la vérification de l'étude théorique du bruit.

5-4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Pour vérifier expérimentalement la possibilité du contrôle, il aurait paru logique de réaliser un contrôle de surface asphérique. Cette solution n'a pas été retenue car, pour contrôler l'hologramme, il était préférable de disposer d'une surface parfaite, ou tout au moins parfaitement connue. C'est pour cette raison que nous avons préféré utiliser une surface sphérique, en l'occurrence un miroir concave de grand rayon de courbure que nous considérons comme déformé par rapport à un plan et qui remplace l'asphérique et l'objectif d'éclairage.

Trois remarques s'imposent :

- il n'est pas possible de faire varier la défocalisation.
- la déformation asphérique est nulle ($B=0$), mais nous avons vu que c'était le cas le plus défavorable pour le contrôle en ligne.
- les réglages sont simplifiés car l'"asphérique" ne possède plus que trois degrés de liberté (au lieu de cinq pour une onde asphérique réelle). Cette simplification ne permet pas d'apprécier les difficultés de réglage d'un asphérique mais a éliminé toutes difficultés de réglage de ces expériences de vérification.

Calcul et réalisation de l'hologramme

Le calcul de l'hologramme a été simplifié par le caractère sphérique de l'onde à compenser par l'hologramme. Son grand rayon de courbure a permis de calculer l'hologramme analytiquement.

La suite de la réalisation de l'hologramme est conforme à la procédure définie précédemment : tracé à grande échelle sur papier et photoréduction. Les caractéristiques de l'hologramme final sont les suivantes :

Diamètre : 38 mm

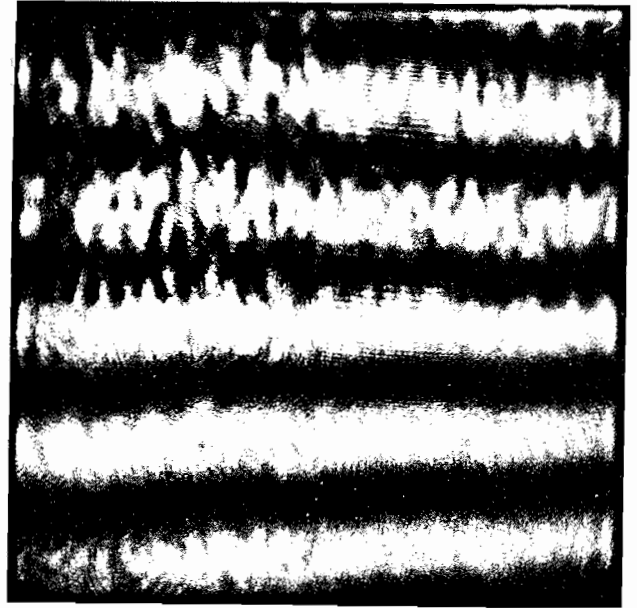
Nombre de franges : 124 soit un écart au bord = 78 μm

Fréquence maximum : 13 mm^{-1} soit un pas de 77 μm

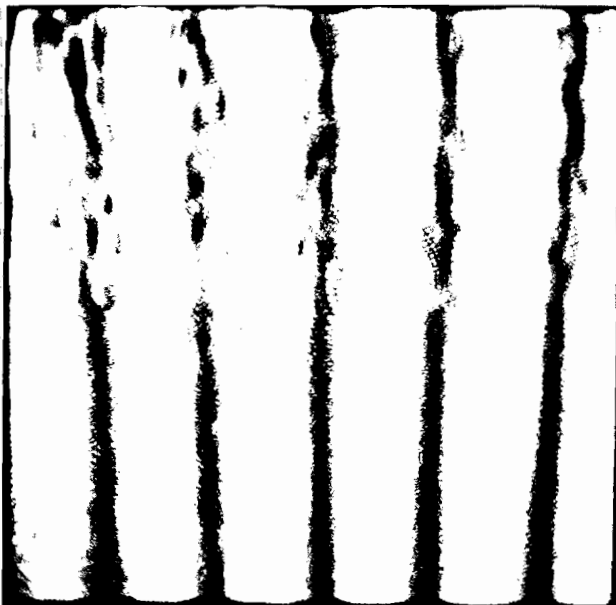
Le diamètre du tracé à grande échelle est de 730 mm et le grandissement de la photoréduction 1/19,2 .



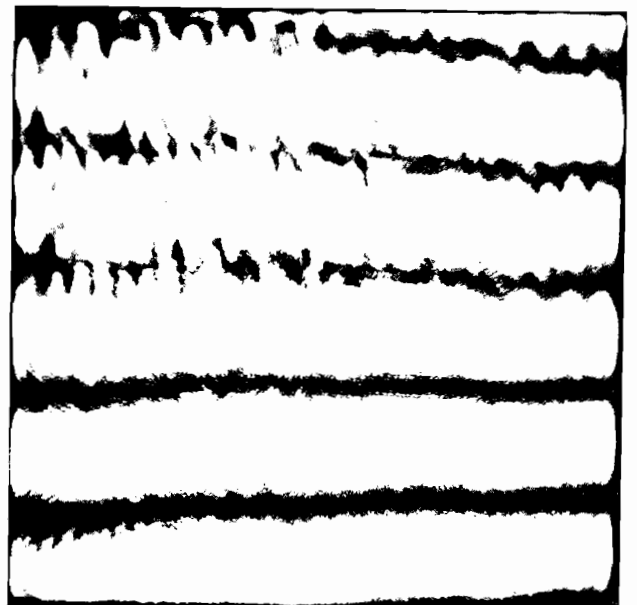
franges larges parallèles



franges larges perpendiculaires

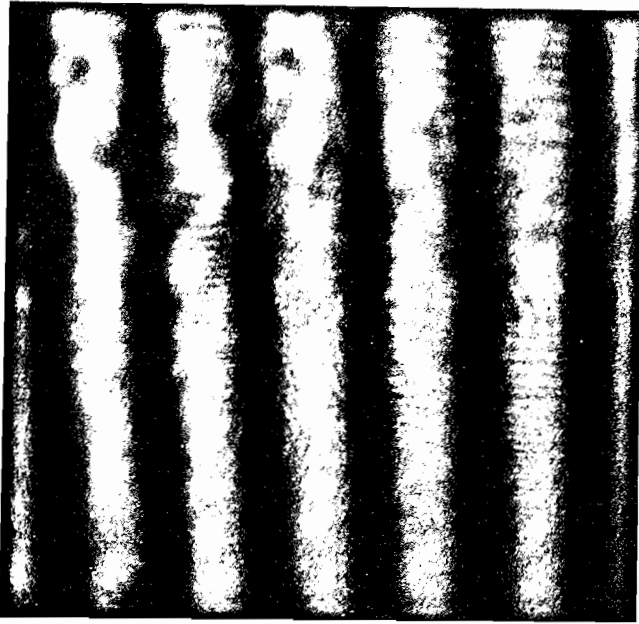


franges fines parallèles

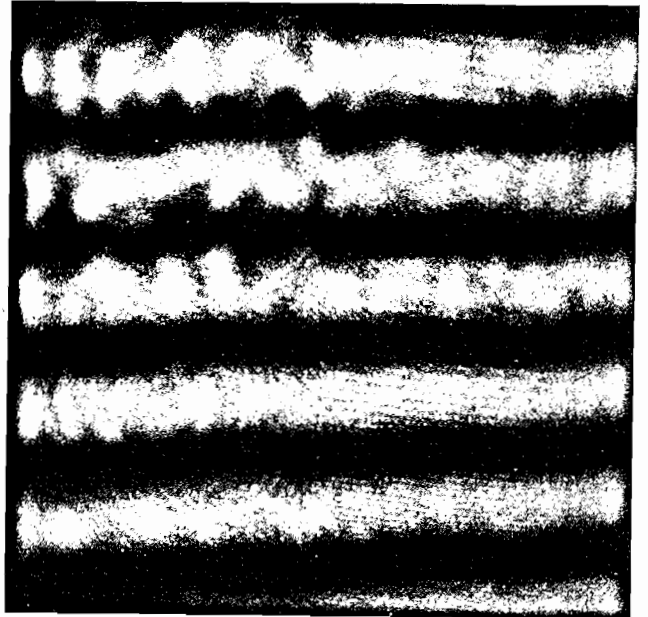


franges fines perpendiculaires

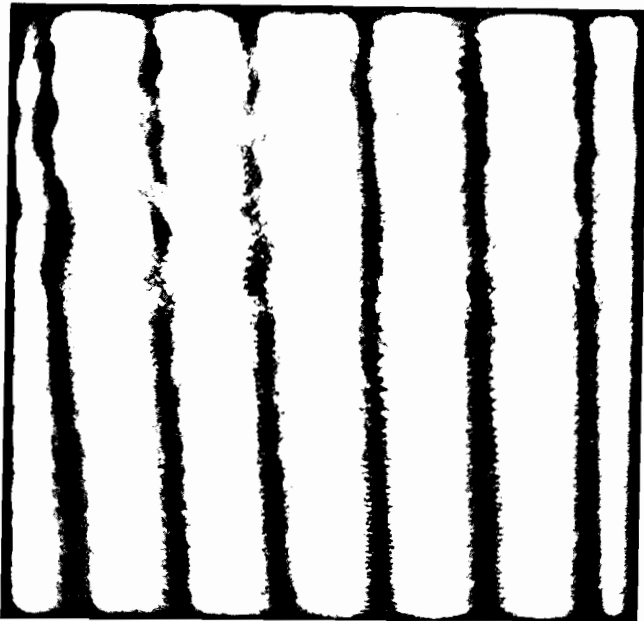
Figure 5-7-a : Interférogrammes obtenus à partir de l'hologramme bruité de la figure 5-6 ; les franges de l'interférogramme sont fines ou larges, parallèles ou perpendiculaires au franges de l'hologramme. Fréquence de l'hologramme : $\nu_H = 5,72 \text{ mm}^{-1}$. Fréquence de coupure : $\nu_c = 1,03 \text{ mm}^{-1}$.



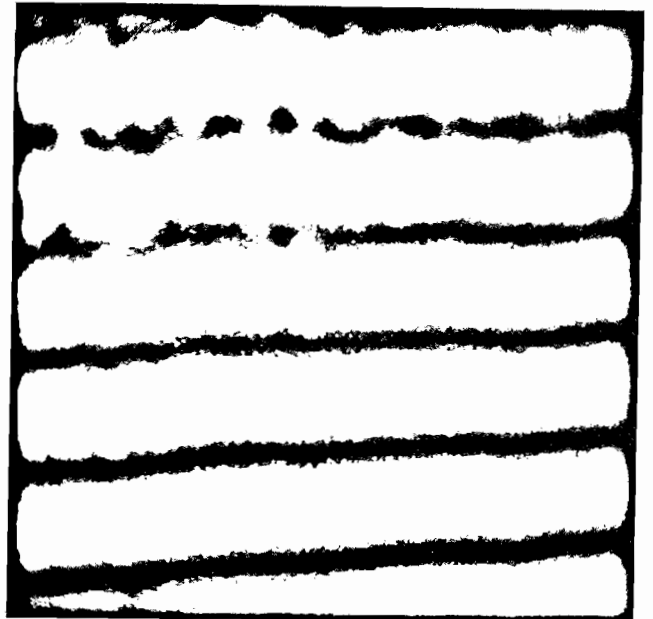
franges larges parallèles



franges larges perpendiculaires



franges fines parallèles



franges fines perpendiculaires

Figure 5-7-b : Interférogrammes obtenus à partir de l'hologramme bruité de la figure 5-6 ; les franges de l'interférogramme sont fines ou larges, parallèles ou perpendiculaires au franges de l'hologramme. Fréquence de l'hologramme : $\nu_H = 9,81 \text{ mm}^{-1}$. Fréquence de coupure : $\nu_c = 1,03 \text{ mm}^{-1}$.

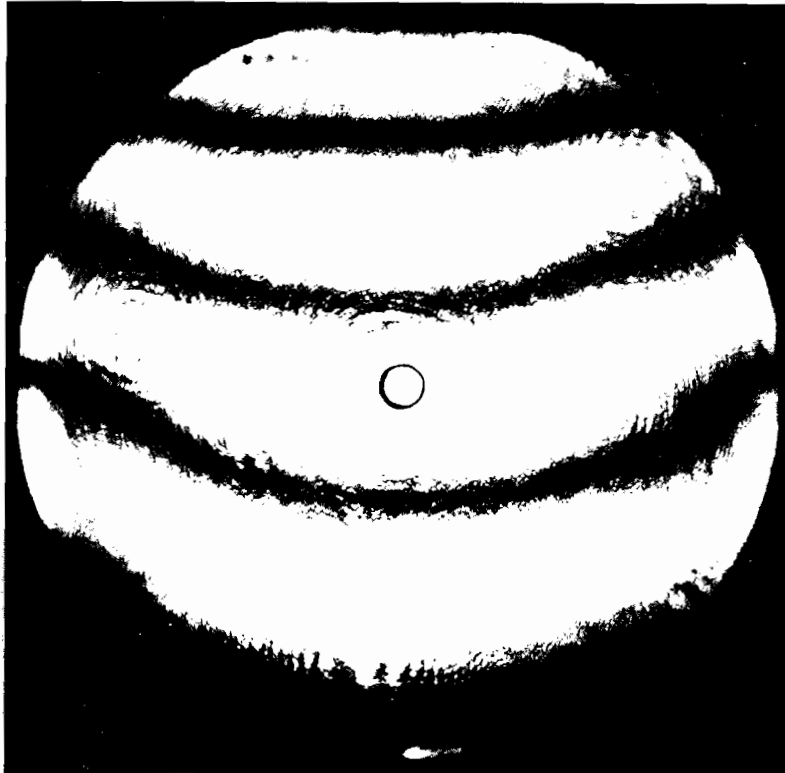
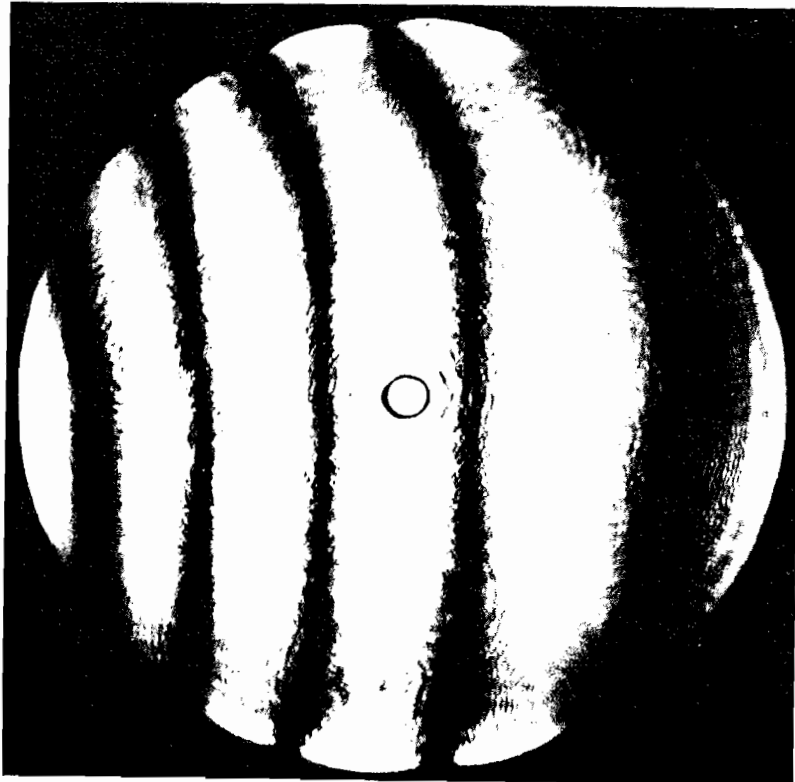


Figure 5-8 : Interférogrammes pris dans deux directions perpendiculaires.

Résultats et conclusion

Les interférogrammes (Fig. 5-8) montrent un astigmatisme résultant des déformations du papier servant de support au tracé à grande échelle (§ 5-22-3). La distance du miroir concave à l'hologramme a été réglée de manière à minimiser l'écart entre la surface d'onde compensée et le plan de référence. C'est cette position qui a servi pour les deux interférogrammes.

Nous tirons deux conclusions de ces interférogrammes :

- les déformations du papier conduisent à un défaut sur l'onde de $\pm \frac{\lambda}{2}$, bien que les fréquences soient modérées (13 mm^{-1} sur l'hologramme final). Sous cette forme, la méthode décrite est inapplicable à des contrôles industriels. Elle a néanmoins été utile pour vérifier la possibilité du filtrage ;
- la qualité de l'interférogramme confirme cette possibilité. L'importance de la zone non contrôlée ($\sim 10\%$) est due au fait que la déformation asphérique est nulle et à la faiblesse de v_{max} .

La figure 5.9 montre un interférogramme obtenu pour un autre réglage de la distance entre le miroir et l'hologramme : la surface d'onde était alors cylindrique, les franges de l'interférogramme étant parallèles à l'axe du cylindre. Ce cliché a été "binarisé" par tirage photographique dur et représente les courbes équi-éclairage de l'interférogramme. Les fluctuations locales de l'interférogramme sont inférieures à $\lambda/10$.

Ce chiffre confirme la précision que l'on peut attendre de la méthode holographique. Les défauts constatés sont liés à la méthode de réalisation de l'hologramme. Nous décrirons dans le chapitre suivant une solution qui permettra de résoudre ces problèmes.

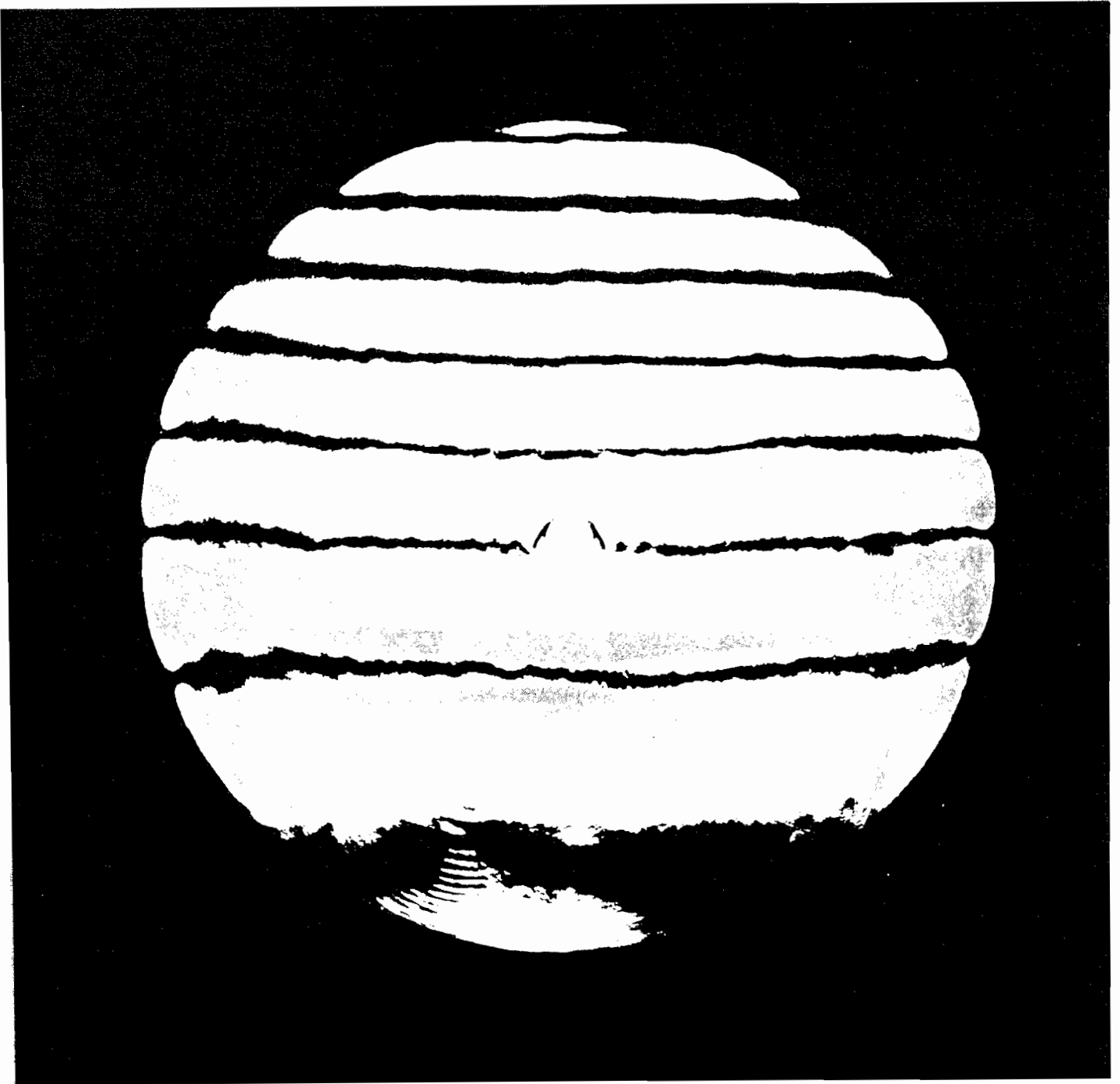


Figure 5-9 : Interférogramme: la surface d'onde est rendue cylindrique par défocalisation et les franges de l'interférogramme sont parallèles à l'axe du cylindre.

CHAPITRE 6

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le contrôle des asphériques est une nécessité. Le contrôle par holographie synthétique apporte-t-il une réponse ? C'est à cette question que nous devons tenter de répondre maintenant.

Nous avons développé, au début de ce travail, les avantages a priori de cette méthode par rapport à d'autres moyens.

- contrôle global de la surface,
- souplesse d'utilisation.

Nous avons également souligné son intérêt par rapport à l'utilisation de l'hologramme à porteuse inclinée, à savoir la conservation de la symétrie de révolution (simplification du calcul et de la réalisation de l'hologramme, et du réglage de l'interféromètre). L'holographie en ligne possédait apparemment un inconvénient : il s'agissait du filtrage des ordres parasites. Nous avons développé une théorie du filtrage des ordres parasites, qui montre qu'en dehors d'une faible zone centrale inaccessible au contrôle (2 à 5% du diamètre), il est possible de rendre l'interférogramme libre de toute perturbation par les ordres parasites. Ce résultat a été vérifié expérimentalement. Il permet donc d'envisager une application fructueuse de l'holographie en ligne au contrôle des surfaces asphériques de précision.

Reprenons le tableau au début de ce mémoire qui présentait les difficultés à résoudre afin de rendre la méthode opérationnelle : nous venons de voir que le problème du filtrage est résolu.

Le second problème est celui de l'optimisation du filtrage qui, en agissant sur les caractéristiques et la position de l'objectif d'éclairage, permettra d'obtenir les meilleurs paramètres de contrôle possibles. Cette optimisation se fera automatiquement par un programme qui est en cours d'élaboration à la suite des études présentées dans ce mémoire. L'un des intérêts de ce programme sera de minimiser la fréquence maximum de l'hologramme dont la réalisation constitue le troisième problème.

Nous avons vu que la méthode par tracé à grande échelle et photoréduction demandait un soin extrême ; une analyse de l'influence des principaux défauts a montré que les erreurs les plus importantes provenaient de la méthode elle-même :

- instabilité du support (papier) du tracé à grande échelle,
- difficulté du contrôle des paramètres de la photoréduction.

Aussi, envisageons-nous d'éliminer ces deux inconvénients simultanément par un tracé directement à l'échelle 1 sur un support stable qui est la plaque photographique. Le traceur choisi est le microdensitomètre synthétiseur PDS 1010 G en fonctionnement au C.D.S.I.(Orsay). Cet appareil est prévu pour donner une résolution du micromètre en positionnement, bien qu'aucune mesure directe et complète n'ait encore confirmé l'exactitude de ce positionnement. Son application à la réalisation des hologrammes en ligne a nécessité plusieurs modifications car l'utilisation de la configuration initiale aurait exigé ≈ 100 bandes magnétiques pour transférer les informations relatives à un seul hologramme. Il aurait, en effet, fallu transmettre le niveau de chaque point d'un échantillonnage à deux dimensions de l'hologramme. La solution est simple en théorie : il suffit d'éviter la redondance en ne transmettant que l'information utile, c'est-à-dire décrivant une méridienne par les rayons des franges transparentes et opaques. En pratique, il a fallu agir sur l'ordinateur PDP8 de pilotage du microdensitomètre :

- en y implantant un programme de calcul des points d'échantillonnage à insoler à partir des rayons des zones lues sur la bande magnétique,
- en y condensant la représentation interne des niveaux binaires de l'insolation: au lieu de représenter un point par un mot-machine (12 bits), chaque bit représente un point d'échantillonnage. 12 fois plus de points peuvent ainsi être stockés en mémoire.
- en modifiant (travail fait par MARION) le programme de balayage pour permettre le décodage de la représentation précédente.

Nous avons ainsi obtenu une compression des données dans un facteur de 10^5 : une bande magnétique peut maintenant contenir les informations nécessaires au tracé d'un millier d'hologrammes.

Ce travail est sur le point de déboucher sur la réalisation concrète d'hologrammes performants. Nous espérons obtenir ainsi des hologrammes ayant des fréquences maxima de 50 à 100 mm^{-1} sur des diamètres de l'ordre de 50 à 80 mm.

Un problème pratique reste à traiter, celui des procédures de réglage de l'interféromètre. A cause du caractère asphérique des surfaces, le réglage est plus complexe que pour une surface sphérique. Nous pensons que l'emploi des

hologrammes en ligne (à symétrie de révolution) rend soluble le problème du réglage. Il sera en tout cas nettement moins ardu qu'avec les hologrammes à porteuse inclinée.

En conclusion, nous pensons que le contrôle des surfaces asphériques par holographie synthétique en ligne a un avenir. Certains problèmes restent à résoudre ou sont sur le point de l'être. Nous pensons toutefois qu'elle a des chances d'être opérationnelle avant que l'on ne dispose de machines numériques capables de réaliser les asphériques avec un bon état de surface.

APPENDICE I

Utilisation des coordonnées de fréquence dans le plan de filtrage

La description de la qualité de contrôle de la surface d'onde asphérique fait en particulier référence à des fréquences : fréquence de coupure caractérisant la résolution transversale et fréquence maximum de l'hologramme fixant la précision du contrôle. L'analyse de l'influence du trou de filtrage sur les ordres parasites se fait dans le plan focal d'une lentille, c'est-à-dire dans le plan de Fourier de l'optique cohérente. Il vient donc tout naturellement à l'esprit d'y utiliser aussi des coordonnées de fréquence. L'étude du filtrage des ordres parasites étant réalisé géométriquement, il ne s'agira pas de fréquences au sens de l'analyse de Fourier, mais de fréquences locales liées à l'orientation en un point de la surface d'onde.

Nous montrerons dans cet appendice que le formalisme des fréquences locales permet de traiter de manière homogène tous les aspects du filtrage des ordres parasites :

- formes des surfaces d'ondes parasites générées par l'hologramme
- traversée de la lentille de filtrage
- intersection du rayon avec le plan de filtrage, permettant de savoir si le rayon est arrêté ou non par le trou de filtrage.

Pour établir ces résultats, nous définirons les quatre paramètres suivants:

Δ écart de la surface d'onde au plan de l'hologramme (cf. Fig. 4-7, p.50).

θ angle du rayon correspondant avec l'axe

ν fréquence spatiale du réseau correspondant à la fonction Δ

r' hauteur d'incidence dans le plan de filtrage du rayon d'angle θ

Nous établirons les relations liant ces paramètres, ce qui nous amènera à définir les propriétés optiques à donner à l'objectif de filtrage. Nous établirons la relation liant les fréquences des ondes avant et après l'hologramme à la fréquence de l'hologramme. Nous établirons également la relation entre la fréquence ν de l'onde avant l'objectif et la hauteur d'incidence r' dans le plan focal. Grâce à cette relation $r' = f(\nu)$ nous justifierons l'exactitude de l'analyse du filtrage en termes de fréquence.

I-1. RELATION $\Delta - \theta$: ECART A LA SURFACE D'ONDE - INCLINAISON DU RAYON

La déformation de la surface d'onde est caractérisée par son écart Δ au plan de l'hologramme mesuré le long du rayon réel. Δ , mesuré au point P de l'hologramme (Fig. 4-7), s'exprime par :

$$\Delta(P) = \overline{PQ}$$

où Q est le point de la surface d'onde qui, par propagation, passera par P; autrement dit, QP est un rayon réel. Il est important de remarquer que $\Delta(P)$ ne dépend de la surface d'onde choisie que par l'intermédiaire d'une constante additive. En effet, pour construire une nouvelle surface d'onde, on reporte, le long du rayon réel, une longueur constante. $\Delta(P)$ devient alors $\Delta_1(P)$:

$$\Delta_1(P) = PQ_1 = \overline{PQ} + \overline{QQ_1} \quad \text{avec } \overline{QQ_1} = C^{te}$$

Comme, de plus, $\Delta(P)$ n'interviendra que par ses dérivées, tous les résultats seront indépendants de la surface d'onde particulière choisie. Il n'en va pas de même si l'on change de surface d'onde de référence, c'est-à-dire si l'on déplace l'hologramme : $\Delta(P)$ varie en effet d'un terme $\overline{P_1P}$ qui dépend du point P puisqu'il dépend de l'inclinaison du rayon P_1P .

Pour déterminer la direction du rayon passant par le point P, nous écrivons $\overrightarrow{PQ} = \Delta(P) \vec{u}$ où le vecteur \vec{u} , fonction du point P, est le vecteur unitaire de la droite PQ et dont la projection sur Ox est positive. Soit O le centre de l'hologramme et rapportons l'espace au repère $(O\vec{i}\vec{j}\vec{k})$, \vec{i} étant parallèle à l'axe du système (axe Ox).

Q étant toujours le point de la surface d'onde qui se propagera jusqu'en P,

$$O\vec{Q} = O\vec{P} + P\vec{Q} = O\vec{P} + \Delta(P) \vec{u} \quad (I-1)$$

Q est une fonction des coordonnées y et z du point P $\left\{ \frac{0}{y}, \frac{\partial O\vec{Q}}{\partial y} \right\}$ et $\frac{\partial O\vec{Q}}{\partial z}$ sont des vecteurs parallèle au plan tangent en Q à la surface d'onde et sont par conséquent normaux à \vec{u} :

$$\frac{\partial O\vec{Q}}{\partial y} \cdot \vec{u} = 0 \quad (I-2)$$

$$\frac{\partial O\vec{Q}}{\partial z} \cdot \vec{u} = 0$$

Substituant (I-1) dans (I-2), on obtient :

$$\left[\vec{j} + \Delta(P) \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta(P)}{\partial y} \vec{u} \right] \cdot \vec{u} = 0 \quad (I-3)$$

$$\left[\vec{k} + \Delta(P) \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} + \frac{\partial \Delta(P)}{\partial z} \vec{u} \right] \cdot \vec{u} = 0$$

\vec{u} étant unitaire, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \cdot \vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \cdot \vec{u} = 0$ et Eq. 1.3 donnent :

$$\begin{aligned} \vec{j} \cdot \vec{u} &= - \frac{\partial \Delta(P)}{\partial y} \\ \vec{k} \cdot \vec{u} &= - \frac{\partial \Delta(P)}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{I-4})$$

Nous avons donc les composantes de \vec{u} sur les vecteurs \vec{j} et \vec{k} . Sachant de plus que $\vec{u}^2 = 1$ et que la composante de \vec{u} sur \vec{i} est positive, i.e. $\vec{i} \cdot \vec{u} > 0$, on peut déduire $\vec{i} \cdot \vec{u}$:

$$\vec{i} \cdot \vec{u} = \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \Delta(P)}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial \Delta(P)}{\partial z}\right)^2}$$

Nous y reconnaissons les coordonnées de $\vec{\text{Grad}}_2(P)$ en fonction duquel s'exprime entièrement \vec{u} :

$$\vec{u} = \sqrt{1 - \text{Grad}_2^2 \Delta(P)} \vec{i} - \text{Grad}_2 \Delta(P) \quad (\text{I-5})$$

$\vec{\text{Grad}}_2$ étant le gradient pris dans le plan y 0 z . D'où la relation entre Δ et θ , angle du rayon avec l'axe :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \vec{u} \cdot \vec{i} = \sqrt{1 - \text{Grad}_2^2 \Delta(P)} \\ \sin \theta &= \|\text{Grad}_2 \Delta(P)\| \end{aligned} \quad (\text{I-6})$$

Nous avons donc établi la relation géométrique liant l'écart de la surface d'onde au plan de l'hologramme et l'angle du rayon courant avec l'axe.

I-2. FREQUENCE LOCALE ν DE L'HOLOGRAMME ; RELATION $\Delta - \nu$

On appelle fréquence locale de l'hologramme :

$$\vec{\nu} = -\text{Grad}_2 \left[\frac{\phi(P)}{2\pi} \right] \quad (\text{I-7})$$

$\phi(P)$ étant le déphasage

introduit par l'hologramme.

Montrons que $\vec{\nu}$ ainsi défini est perpendiculaire à la direction des franges et que son module est effectivement l'inverse du pas des franges.

Direction de $\vec{\nu}$

Supposons ϕ dérivable au point P ; alors :

$$d \left[\frac{\phi(P)}{2\pi} \right] = -\vec{\nu} \cdot d\vec{P} \quad (\text{I-8})$$

si $d\vec{P}$ est parallèle aux franges de l'hologramme, $\phi(P)$ est constant et $d\phi = 0$, $\vec{\nu}$ est donc normal aux franges de l'hologramme.

Module de \vec{v}

Si $d\vec{P}$ est parallèle à \vec{v} et a pour norme la période P des franges, $\frac{d\phi}{2\pi} = 1$ et d'après (I-8) $\|\vec{v}\| = \frac{1}{P}$ représente bien la fréquence spatiale du réseau considéré.

L'équation (I-7) définit \vec{v} par rapport à ϕ , déphasage introduit par l'hologramme. Donc :

$$\phi = \phi_+ - \phi_- \quad \begin{array}{l} \phi_- \text{ phase de l'onde incidente} \\ \phi_+ \text{ phase de l'onde émergente} \end{array}$$

or, dans le cas qui nous intéresse, l'onde émergente est plane. Nous avons donc :

$$\phi_+ = 0$$

La phase de l'onde incidente est liée à son écart Δ par rapport à l'hologramme par la relation :

$$\phi_- = + 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

La fréquence \vec{v} est donc liée à Δ par :

$$\vec{v} = \frac{1}{\lambda} \text{ Grad}_2 \Delta \quad (\text{I-9})$$

Nous pouvons généraliser l'expression précédente (ou (I-7)) en considérant \vec{v} comme la fréquence locale associée à une onde. Nous pouvons alors relier trois fréquences : la fréquence de l'onde incidente (de phase ϕ_-), la fréquence de l'hologramme (introduisant un déphasage ϕ_H de l'ordre 1, $p\phi_H$ dans l'ordre p) et la fréquence de l'onde émergente (de phase ϕ_+). Nous avons en effet :

$$\phi_+ = \phi_- + p \phi_H$$

D'après (I-7) nous pouvons alors écrire :

$$\vec{v}_+ = \vec{v}_- - p \vec{v}_H \quad (\text{I-10})$$

cette équation n'est rien d'autre qu'une forme particulière de l'expression de la diffraction d'un rayon lumineux par un réseau. Elle présente toutefois l'avantage d'être plus simple que la relation liant les vecteurs directeurs \vec{u} des rayons, tout en restant rigoureuse. C'est donc (I-10) que nous utilisons pour la traversée de l'hologramme par un rayon lumineux.

Par élimination de Δ entre (I-6) et (I-9), nous pouvons relier θ et v :

$$v = \frac{1}{\lambda} \sin \theta \quad (\text{I-11})$$

Si \vec{v}_+ , \vec{v}_- et \vec{v}_H sont colinéaires (c'est-à-dire si les rayons incidents et émergents sont normaux à la direction des traits du réseau) l'équation (I-10) peut s'écrire :

$$\sin \theta_+ = \sin \theta_- - p \lambda \cdot v_H$$

formule classique des réseaux.

Nous avons à présent relié les trois paramètres définis dans l'espace objet de l'objectif de filtrage : Δ , θ , v . Nous allons maintenant les relier au plan de filtrage où se trouve le trou de filtrage.

I-3. RELATION : HAUTEUR D'INCIDENCE r' DANS LE PLAN DE FILTRAGE - FREQUENCE ; PROPRIETES DE L'OBJECTIF DE FILTRAGE

La relation que nous allons établir lie les deux quantités :

- la fréquence de l'onde définie au niveau de l'hologramme, donc indépendamment de l'objectif de filtrage.
- r' la hauteur de l'incidence dans le plan focal de l'objectif de filtrage donc après traversée de cet objectif.

Cette relation fait donc intervenir les propriétés optiques de l'objectif de filtrage. Nous devons donc en premier lieu définir les propriétés minimales à donner à cet objectif.

Propriétés de l'objectif de filtrage

Comment se manifestent les aberrations de l'objectif de filtrage ? Les effets seront différents selon qu'ils portent sur l'ordre utile qu'il s'agit de transmettre ou les ordres parasites qu'il s'agit d'éliminer.

. Sur l'ordre utile nous nous intéresserons aux effets spécifiques de l'objectif de filtrage, aussi ne ferons-nous que mentionner la part qu'il prend dans l'imagerie de la surface asphérique : cette imagerie doit en effet être traitée globalement, en considérant l'ensemble des éléments participant à la conjugaison, y compris l'hologramme travaillant dans l'ordre 1 (Chapitre 3). Nous devons par contre remarquer que les deux ondes utiles (planes avant l'objectif de filtrage) doivent être intégralement transmises par le trou de filtrage. Il convient donc d'éviter le phénomène de foucaultage qui apparaîtrait si l'aberration sphérique transversale de l'objectif de filtrage était supérieure à la dimension du trou de filtrage. Ceci constitue la première condition sur les qualités optiques de l'objectif de filtrage.

. Sur les ordres parasites : les effets des aberrations de l'objectif de filtrage sur l'élimination des ordres parasites sont plus difficiles à saisir ; si

nous écartons la distorsion, qui n'est pas gênante, nous constatons que le fait pour un rayon d'être arrêté par le trou de filtrage dépend non seulement de sa fréquence (c'est-à-dire de son orientation) à la sortie de l'hologramme, mais aussi de sa position sur la pupille. Nous pouvons considérer que les aberrations de l'objectif de filtrage rendent le trou de filtrage "flou", à savoir que ses bords effectifs dépendent de la position du rayon considéré sur la pupille. Il est difficile de prévoir si, dans le cas général, cette augmentation de la dimension effective du trou sera néfaste sur la qualité du filtrage. Dans le doute, nous imposerons la qualité suivante à l'objectif de filtrage : la dimension des aberrations transversales doit être faible devant la dimension du trou de filtrage.

Examinons ces exigences à la lumière d'un exemple numérique ; nous prendrons les valeurs suivantes, qui peuvent être considérées comme typiques :

Focale objectif	=	400 mm
Ø objectif utile	=	60 mm
Ø du trou	=	600 µ

Si l'objectif est une lentille simple plan convexe, les aberrations auront les valeurs suivantes :

Aberration sphérique	:	$\Delta = 0,92 \mu$	$dy' = 49 \mu$	(meilleur foyer)
Coma	:	$\Delta = 0,02 \mu$	$f = 0,3 \mu$	(rayon du cercle comatique)

Nous pouvons constater qu'en pratique la coma sera négligeable et l'aberration sphérique acceptable. Ce résultat est d'autant plus satisfaisant qu'il est toujours gênant de multiplier le nombre des surfaces optiques utilisées en optique cohérente.

Ayant examiné l'aspect pratique du choix de l'objectif de filtrage, nous pouvons maintenant fixer les propriétés théoriques qui nous serviront à l'étude du filtrage.

Nous supposerons donc les propriétés précédentes rigoureusement réalisées, c'est-à-dire que l'objectif sera aplanétique. Nous savons toutefois que les résultats ne seraient pas substantiellement modifiés par des conditions moins strictes. L'intérêt de l'hypothèse d'aplanétisme est de rendre le point d'impact d'un rayon sur le plan focal indépendant de sa position sur la pupille et de fixer la relation entre l'inclinaison θ du rayon avant l'objectif et la hauteur d'incidence r' dans le plan focal. Nous pouvons en effet écrire la condition d'ABBE (pour un point objet situé à l'infini) :

$$r' = f' \operatorname{tg} \theta \quad (\text{I-12}) \quad \text{avec } f' = \text{ focale aplanétique de l'objectif de filtrage.}$$

Cette relation établit le lien entre les grandeurs définies avant l'objectif (Δ, θ et v) et la grandeur définie après l'objectif (r'), par l'intermédiaire de θ .

Relation r' - v

L'élimination de θ entre les équations (I-11) et (I-12) permet d'établir la relation entre r' et v :

$$\vec{r}' = - \frac{f' \lambda \vec{v}}{\sqrt{1 - \lambda^2 v^2}} \quad (\text{I-13})$$

Nous nous intéresserons essentiellement à une zone limitée au voisinage du trou de filtrage. Compte tenu de la faiblesse du champ angulaire concerné ($\lambda v \sim 10^{-3}$ rd), nous pouvons, en général, remplacer l'Eq. (I-13) par :

$$\vec{r}' = -f' \lambda \vec{v} \quad (\text{I-14})$$

Nous pouvons maintenant examiner la validité et l'intérêt d'une étude de filtrage en coordonnées de fréquence.

I-4. JUSTIFICATION DE L'EMPLOI DE COORDONNEES DE FREQUENCE

Nous tirerons de l'étude précédente les conclusions suivantes :

- a) Nous avons défini la qualité optique nécessaire pour que le filtrage se fasse dans des conditions fiables.
- b) Cette hypothèse nécessaire à la rigueur du contrôle permet en outre une simplification de l'étude du filtrage : la relation entre la fréquence v d'une onde et l'impact r' d'un rayon sur le plan de filtrage devient indépendante de l'endroit où il traverse la pupille de l'objectif de filtrage. De plus, la relation liant r' à v est monotone, elle conserve donc la notion d'intérieur et d'extérieur du trou de filtrage. Il est donc parfaitement justifié d'étudier le filtrage géométrique des ordres parasites en considérant leurs fréquences sur le plan de l'hologramme.
- c) L'Equation (I-11) donne une expression simple mais rigoureuse de la diffraction "géométrique" d'un rayon.

Le problème du filtrage pourra donc être intégralement étudié en terme de fréquence. Le formalisme des fréquences locales permet en effet d'étudier avec toute la rigueur souhaitable les éléments suivants :

- difficultés de réalisation de l'hologramme : v_{\max} fréquence maximum.

- résolution transversale du contrôle : v_c fréquence de coupure du trou de filtrage.
- diffraction par l'hologramme : relation simple entre les fréquences des ondes et la fréquence de l'hologramme.
- action du trou de filtrage sur une onde : la seule connaissance de la fréquence de l'onde avant l'objectif de filtrage permet de savoir où il passe dans le plan de filtrage, donc de savoir s'il est arrêté ou non.

APPENDICE II

EXPRESSION DE Δ

Pour étudier simplement les phénomènes de filtrage, nous avons été amenés à mettre l'écart Δ sous la forme suivante :

$$\Delta(r) = f(u) = K [U(u) + bu^2] \quad \text{avec} \begin{cases} K > 0 \\ u \in [0, 1] \\ u = r/R \end{cases}$$

et où b représente la défocalisation de l'onde.

Nous montrons dans cet appendice que, pour une fonction Δ donnée :
- il est possible de choisir U , K et b tels que :

$$\begin{aligned} \inf. \{U'(u)\} &= -1 \\ \sup. \{U'(u)\} &= +1 \end{aligned} \quad u \in [0, 1]$$

- ce choix est unique ;
- pour minimiser $\sup. \{\Delta'(u)\}$, il faut choisir $b = 0$.

Nous donnerons également une méthode permettant de calculer numériquement K , b et la fonction U .

Pour établir ces résultats, nous supposerons que la fonction $f(u)$ est bornée, continue, dérivable, et que $\frac{f'(u)}{u}$ est également bornée, toutes hypothèses raisonnables puisque $f(u)$ représente une surface d'onde.

II.1. EXISTENCE D'UNE SOLUTION

Nous définissons les fonctions :

$$\begin{aligned} g_\beta(u) &= f'(u) - 2\beta u \\ m(\beta) &= \inf_{u \in [0, 1]} \{g(u)\} \quad M(\beta) = \sup_{u \in [0, 1]} \{g(u)\} \end{aligned}$$

$m(\beta)$ est une fonction continue de β :

$f'(u)$ étant bornée sur $[0, 1]$, $g_\beta(u)$ l'est aussi et elle atteint son minimum. Il existe donc $u_1 \in [0, 1]$ tel que :

$$m(\beta) = g_\beta(u_1)$$

De même, il existe u_2 tel que

$$m(\beta + \delta\beta) = g_{\beta + \delta\beta}(u_2)$$

Ceci permet d'écrire les inégalités :

$$m(\beta + \delta\beta) = g_{\beta + \delta\beta}(u_2) = g_{\beta}(u_2) - 2\delta\beta u_2 \geq m(\beta) - 2|\delta\beta|$$

$$m(\beta + \delta\beta) < g_{\beta + \delta\beta}(u_1) = g_{\beta}(u_1) - 2\delta\beta u_1 \leq m(\beta) + 2|\delta\beta|$$

donc $|m(\beta + \delta\beta) - m(\beta)| \leq 2|\delta\beta|$

et si $\delta\beta \rightarrow 0$, $m(\beta + \delta\beta) \rightarrow m(\beta)$

$m(\beta)$ est donc une fonction continue de β .

On démontrerait de même que $M(\beta)$ est une fonction continue de β . On en déduit que $I(\beta) = m(\beta) + M(\beta)$ est une fonction continue de β .

- si $\beta_1 < \inf \left\{ \frac{f'(u)}{u} \right\}$, $g_{\beta_1}(u) = f'(u) - \beta_1 u = u \left[\frac{f'(u)}{u} - \beta_1 \right] > 0$

donc $m(\beta_1) > 0$

$M(\beta_1) > 0$

et $I(\beta_1) > 0$

- si $\beta_2 > \sup \left\{ \frac{f'(u)}{u} \right\}$, $g_{\beta_2}(u) = u \left[\frac{f'(u)}{u} - \beta_2 \right] < 0$

donc $m(\beta_2) < 0$

$M(\beta_2) < 0$

et $I(\beta_2) < 0$

$I(\beta)$ étant continue, il existe β_0 , tel que $I(\beta_0) = 0$.

Posons alors $U(u) = [f(u) - \beta_0 u^2] / M(\beta_0)$

$b = \beta_0 / M(\beta_0)$

$K = M(\beta_0)$

$\inf \{U'(u)\} = \frac{m(\beta_0)}{M(\beta_0)} = -1$ puisque $m(\beta_0) + M(\beta_0) = 0$

$\sup \{U'(u)\} = 1$

ce qui démontre que $f(u)$ peut effectivement être mis sous la forme souhaitée.

II.2. UNICITE DE LA SOLUTION

Démontrons que $I(\beta)$ est une fonction strictement croissante de β , ce qui impliquera l'unicité de β_0 , donc de U .

Soit $\delta\beta > 0$:

$$\begin{aligned} I(\beta+\delta\beta) - I(\beta) &= M(\beta+\delta\beta) - M(\beta) + m(\beta+\delta\beta) - m(\beta) \\ &= \sup \{f'(u) - 2\beta u - 2\delta\beta u\} - \sup \{f'(u) - 2\beta u\} \\ &\quad + \inf \{f'(u) - 2\beta u - 2\delta\beta u\} - \inf \{f'(u) - 2\beta u\} \end{aligned}$$

Posant u_- une valeur de u pour laquelle $m(\beta)$ est atteinte et u_+^* une valeur de u pour laquelle $M(\beta+\delta\beta)$ est atteinte,

$$\begin{aligned} I(\beta+\delta\beta) - I(\beta) &= f'(u_+^*) - 2\beta u_+^* - 2\delta\beta u_+^* - \sup \{f'(u) - 2\beta u\} \\ &\quad + \inf \{f'(u) - 2\beta u - 2\delta\beta u\} - (f'(u_-) - 2\beta u_-) \end{aligned}$$

et puisque

$$\begin{aligned} \sup \{f'(u) - 2\beta u\} &\geq f'(u_+^*) - 2\beta u_+^* \\ \inf \{f'(u) - 2\beta u - 2\delta\beta u\} &\leq f'(u_-) - 2\beta u_- - 2\delta\beta u_- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(\beta+\delta\beta) - I(\beta) &\leq -2\delta\beta u_+^* - 2\delta\beta u_- = -2\delta\beta(u_+^* + u_-) \leq 0 && \text{(II-1)} \\ &\text{puisque } u_+^* \geq 0 \quad u_- \geq 0 \end{aligned}$$

$I(\beta)$ est donc une fonction décroissante de β ; montrons qu'elle est strictement décroissante; posons $\delta\beta_0 > 0$ et montrons que $I(\beta+\delta\beta_0) < I(\beta)$:

si $I(\beta+\delta\beta_0) - I(\beta) = 0$, puisque $I(\beta) - I(\beta) = 0$ et puisque $I(\beta+\delta\beta)$ est une fonction monotone de $\delta\beta$:

$$I(\beta+\delta\beta) - I(\beta) = 0 \quad \forall \delta\beta \in [0, \delta\beta_0]$$

Alors ,

$$\forall \delta\beta \in [0, \delta\beta_0], \text{ d'après (II-1) on aurait } u_+^* = u_- = 0$$

donc

$$\begin{aligned} M(\beta+\delta\beta) &= \sup \{f'(u) - \beta u - \delta\beta u\} = f'(u_+^*) - \beta u_+^* - \delta\beta u_+^* = 0 \\ \text{et } m(\beta) &= \inf \{f'(u) - \beta u\} = f'(u_-) - \beta u_- = 0 \end{aligned}$$

Par continuité de M , on en déduit que $M(\beta) = 0$

$$\text{Donc } m(\beta) = M(\beta) = 0 \Rightarrow f'(u) - \beta u = 0 \quad \forall u \in [0, 1]$$

Mais puisque $M(\beta+\delta\beta_0) = 0$ et $I(\beta+\delta\beta_0) = I(\beta) = 0$:

$$\Rightarrow f'(u) - \beta u - \delta\beta_0 u = 0 \quad \forall u \in [0, 1]$$

ce qui est en contradiction avec l'hypothèse $\delta\beta_0 > 0$

$\Rightarrow I(\beta+\delta\beta) - I(\beta) < 0$. $I(\beta)$ est une fonction strictement décroissante de β et il existe une seule valeur de β annulant $I(\beta)$.

II.3. DETERMINATION NUMERIQUE DE U

Pour rechercher la fonction U , nous avons utilisé l'algorithme suivant :

Soit $g_n(u)$ la suite de fonctions définies par :

$$g_0(u) = f'(u)$$

$m_n = \inf \{g_n(u)\}$ atteint pour $u_-^{(n)} \in$ ensemble des points d'échantillonnage de f

$M_n = \sup \{g_n(u)\}$ atteint pour $u_+^{(n)} \in$ " " " "

$$g_{n+1}(u) = g_n(u) - u \left[\frac{g_n(u_-^{(n)}) + g_n(u_+^{(n)})}{u_-^{(n)} + u_+^{(n)}} \right]$$

L'algorithme se poursuit jusqu'à ce que $u_-^{(n+1)} = u_-^{(n)}$ et $u_+^{(n+1)} = u_+^{(n)}$.

Alors $m_n + M_n = 0$ et $U(u) = \frac{g_{n+1}(u)}{M}$.

La convergence fut constatée dans toutes les applications.

-II.4. MINIMISATION DE $S = \sup \{|U'(u) + 2bu|\}$

Si $b = 0$, $S = 1$

Si $b > 0$, soit u_+ tel que $U'(u_+) = \sup \{U'(u)\} = +1$

$u_+ > 0$ car sinon $U'(u_+) = 0$

$U'(u_+) + 2bu_+ = 1 + 2bu_+ > 1$

$\Rightarrow S > 1$

Si $b < 0$, soit u_- tel que $U'(u_-) = \inf \{U'(u)\} = -1$

$u_- > 0$ car sinon $U'(u_-) = 0$

$U'(u_-) + 2bu_- = -1 + 2bu_- < -1$

$\Rightarrow S > 1$

S est donc minimum pour $b = 0$

Interprétation de B

Dans le Chapitre 4, la constante K est mise sous la forme :

$$K = \frac{R\lambda B}{2}$$

La fréquence de l'hologramme s'écrit alors :

$$v(u) = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \Delta}{\partial r} = \frac{B}{2} |U'(u) + 2bu|$$

Pour minimiser $\sup \{|v(u)|\}$, nous venons de voir qu'il fallait choisir $b = 0$.

Alors l'amplitude de variation de v vaut :

$$\Delta v = \sup\{v\} - \inf\{v\} = B$$

B est donc la largeur de bande minimum du spectre de fréquence de l'onde asphérique.

APPENDICE III

FILTRAGE DES HOLOGRAMMES EN LIGNE

Nous regroupons ici les calculs relatifs à l'étude approchée du filtrage des hologrammes en ligne (§4-4).

III.1. EXPRESSION APPROCHÉE DE LA CONDITION DE FILTRAGE DANS LE CAS D'UNE DEFORMATION QUELCONQUE

Il s'agit d'appliquer les lois du filtrage (Eq. 4-17 et 4-21) au cas d'une onde dont l'écart Δ à l'hologramme est mis sous la forme (4-22). Nous devons en premier lieu exprimer la fréquence de l'hologramme qui, d'après (I-9) et (4-22) s'écrit :

$$v(u) = \frac{1}{\lambda} \frac{o\Delta}{or} = \frac{B}{2} |U'(u) + 2bu| \quad \text{(III-1)}$$

Nous pouvons immédiatement en tirer la fréquence maximum de l'hologramme :

$$v_{\max} = \text{Sup}\{|v(u)|\} = \frac{B}{2} \text{Sup}\{|U'(u) + 2bu|\} \quad \text{(III-2)}$$

$$u \in [0, 1]$$

Pour exprimer la condition du filtrage, il sera utile d'introduire un paramètre qui caractérise, comme nous le verrons ultérieurement, le sens dans lequel la surface d'onde est défocalisée. Nous l'introduirons arbitrairement ici en remarquant que puisque :

$$v_c = |v(u_1)| \quad \text{(4-21)}$$

Nous pouvons poser :

$$v_c = \epsilon v(u_1) \quad \text{avec } \epsilon = \pm 1 \quad \text{(III-3)}$$

Alors si $u > u_1$, $\epsilon v(u_1)$ est obligatoirement positif : supposons en effet que pour $u_2 > u_1$, $\epsilon v(u_2) < 0$. La fonction $\epsilon v(u)$ étant continue sur le segment $[u_1, u_2]$, elle prendrait toute valeur comprise entre $\epsilon v(u_1)$ et $\epsilon v(u_2)$, en particulier la valeur 0, ce qui est exclu par (4-17) si $v_c \neq 0$.

Donc si $u > u_1$, $|v(u)| = \epsilon v(u)$, les conditions de filtrage (4-17) et (4-21) sont alors équivalentes à

$$v_c = \epsilon v(u_1) \leq \epsilon v(u), \quad u \in [u_1, 1]$$

Soit en remplaçant $v(u)$ par son expression (III-1) et en divisant par $(B/2)$:

$$\frac{v_c}{(B/2)} = \epsilon [U'(u_1) + 2bu_1] \leq \epsilon [U'(u) + 2bu] \quad u \in [u_1, 1] \quad \text{(III-4)}$$

L'égalité de (III-4) nous donne la valeur du paramètre b :

$$2\varepsilon b u_1 = \frac{v_c}{(B/2)} - \varepsilon u'(u_1) \quad (\text{III-5})$$

Nous pouvons alors éliminer b de l'inégalité de III-4 par substitution de sa valeur (III-5). Après quelques manipulations algébriques, la condition du filtrage s'écrit :

$$\left(\frac{v_c}{B/2}\right) > \text{Sup}_{[u_1, 1]} \left\{ \varepsilon \left[\frac{u U'(u_1) - u_1 U'(u)}{u - u_1} \right] \right\} \quad (\text{III-6})$$

Si donc on se fixe la forme U de la surface d'onde et la fraction non contrôlée u_1 , le choix de v_c est libre au-dessus d'un minimum, proportionnel à l'amplitude B de la déformation.

Remarque : si $u \rightarrow u_1$, $\frac{u U'(u_1) - u_1 U'(u)}{u - u_1} \rightarrow U'(u_1) - u_1 U'(u_1)$

qui est borné d'après les hypothèses du paragraphe 4-4-1.

Toujours d'après la défocalisation déterminée par (III-5), l'expression (III-2) de la fréquence maximum de l'hologramme devient :

$$\left(\frac{v_{\max}}{B/2}\right) = \text{Sup}_{[0, 1]} \left\{ \left| U'(u) - \frac{u}{u_1} U'(u_1) + \varepsilon \frac{u}{u_1} \frac{v_c}{(B/2)} \right| \right\} \quad (\text{III-7})$$

Les équations (III-6) et (III-7) expriment les conditions du filtrage : la première exprime que le filtrage est possible et permet un choix cohérent des paramètres u_1 et v_c pour U et B donnés. La seconde fournit la valeur de v_{\max} qui en découle.

III.2. APPLICATIONS AU CAS DU FILTRAGE D'UNE ONDE DU 4ème DEGRE

Nous supposons dans ce paragraphe que l'écart $\Delta(P)$ de la surface d'onde à l'hologramme est une fonction polynomiale du 4ème degré de la coordonnée radiale réduite u du point P considéré sur l'hologramme. Cette hypothèse permettra d'explicitier les conditions du filtrage et de voir en particulier le rôle joué par la défocalisation et par le choix du paramètre ε .

Expression de la fonction U et amplitude géométrique de la déformation

La fonction U(u) est donc polynomiale, paire et du 4ème degré. Elle doit satisfaire en outre aux conditions (4-23). Le terme constant étant sans importance, nous le prendrons nul et choisirons de plus le coefficient du terme du 4ème degré positif. Ceci conduit à :

$$U(u) = u^4 - \frac{3}{2} u^2 \quad (\text{III-8})$$

Remarque : relation entre B et l'amplitude de la déformation :

D'après (4-22) l'écart de la surface d'onde à l'hologramme s'écrit :

$$\Delta(r) = \left(\frac{B\lambda R}{2}\right) \left[u^4 - \frac{3}{2}u^2 + bu^2\right] \quad (\text{III-9})$$

Nous pouvons considérer la déformation du 4ème degré seule et définir l'amplitude du 4ème degré par :

$$\Delta_4^{\max} = \frac{B\lambda R}{2} \quad (\text{III-10})$$

Il est préférable de considérer l'écart algébrique de la surface d'onde par rapport à la meilleure sphère qui, compte tenu de la réflexion sur l'asphérique et en supposant l'objectif d'éclairage stigmatique, est égal à l'épaisseur de verre à enlever à une sphère pour obtenir la surface asphérique. Nous choisirons pour cela b de manière à minimiser $|\Delta(r)|$ ce qui conduit à

$$\Delta^{\max} = \text{Sup}\{|\Delta(r)|\} = \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right) B\lambda R \quad (\text{III-11})$$

Cette relation, valable dans le cas du 4ème degré, sera utile pour fixer des ordres de grandeur dans les applications numériques.

Conditions du filtrage d'une onde du 4ème degré

Substituant (III-8) dans (III-6), on obtient après simplification la condition de filtrage sur v_c :

$$\left(\frac{v_c}{B/2}\right) \geq \text{Sup}_{[u_1, 1]} \{ -4\epsilon u_1 u(u_1 + u) \}$$

De même (III-6) et (III-7) donnent la valeur de v_{\max} obtenue :

$$\left(\frac{v_{\max}}{B/2}\right) = \text{Sup}_{[0, 1]} \left\{ \left| u \left| 4(u^2 - u_1^2) + \frac{\epsilon}{u_1} \frac{v_c}{(B/2)} \right| \right| \right\}$$

Si $\epsilon = +1$

La condition de filtrage donne :

$$\left(\frac{v_c}{B/2}\right) > -8u_1^3$$

mais v_c est déjà supérieure à 0 par convention, il n'y a donc pas de restriction supplémentaire.

Alors :

$$\frac{v_{\max}}{(B/2)} = 4(1 - u_1^2) + \frac{1}{u_1} \frac{v_c}{(B/2)} \quad (\text{III-12})$$

Si $\varepsilon = -1$

La condition de filtrage s'écrit :

$$\left(\frac{v_c}{B/2}\right) \geq 4 u_1 (1+u_1) \quad (\text{III-13})$$

Alors, quel que soit $u \in [0, 1]$,

$$\frac{1}{u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) \geq 4(1+u_1) \geq 4(u^2 - u_1^2)$$

et donc :

$$\left(\frac{v_{\max}}{B/2}\right) = \text{Sup}_{[0, 1]} \left\{ \frac{u}{u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) - 4 u (u^2 - u_1^2) \right\}$$

Le calcul algébrique¹ de la valeur de $\left(\frac{v_{\max}}{B/2}\right)$ donne les résultats suivants :

$$\text{Si } 4 u_1 (1+u_1) < \frac{v_c}{B/2} < 12 u_1 - 4 u_1^3$$

$$\text{alors } \frac{v_{\max}}{B/2} = \left[\frac{1}{3u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) + \frac{4}{3} u_1^2 \right]^{3/2} \quad (\text{III-14})$$

$$\text{Si } \left(\frac{v_c}{B/2}\right) > 12 u_1 - 4 u_1^3$$

$$\text{alors } \frac{v_{\max}}{B/2} = \frac{1}{u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) + 4(u_1^2 - 1)$$

Conclusion

Lorsque la déformation de la surface d'onde est du 4ème degré, il est possible d'explicitier analytiquement les lois du filtrage. La condition (III-13) exprime la possibilité de filtrer les ordres parasites. La fréquence maximum de l'hologramme se déduit alors des équations (III-14).

¹ Calcul de la valeur u_0 de u annulant la dérivée de $F(u) = \frac{u}{u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) - 4u(u^2 - u_1^2)$, position de u_0 par rapport au segment $[0, 1]$, comparaison de $F(0)$, $F(1)$ et $F(u_0)$, en utilisant la variable intermédiaire $Y = \frac{1}{3u_1} \left(\frac{v_c}{B/2}\right) + \frac{4}{3} u_1^2$.

APPENDICE IV

FILTRAGE DES HOLOGRAMMES A PORTEUSE INCLINEE

Nous établissons ici les lois du filtrage des hologrammes à porteuse inclinée. L'hologramme est défini par les ondes incidente et émergente décrites au § 4-5-1. Nous déterminerons le spectre des ordres parasites et nous écrirons la condition d'un filtrage efficace. Nous choisirons alors la fréquence porteuse $\frac{1}{T}$ et le paramètre de défocalisation b qui permettent la plus faible valeur possible pour v_{\max} .

IV-1. Spectre et ordres parasites

Il s'agit de déterminer la position et la dimension des ordres parasites dans le plan spectral. Nous pourrions alors déterminer l'inclinaison à donner à l'onde de référence pour rendre possible le filtrage des ordres parasites.

Expression du spectre

Comme dans le cas des hologrammes en ligne, nous allons montrer que les ordres sont identiques deux à deux. Par choix, c'est déjà le cas des deux ondes utiles. Nous savons que nous devons rechercher les différents ordres parmi les termes de l'expression τA_T , A_T étant la somme de l'amplitude de l'onde de mesure :

$$A_- = \rho e^{i\phi_-}$$

et de l'amplitude de l'onde de référence

$$A_R = \rho_R e^{i\phi_+}$$

τA_T s'écrit donc d'après (4-5)

$$\tau(A_- + A_R) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{in(\phi_+ - \phi_-)} [\rho e^{i\phi_-} + \rho_R e^{i\phi_+}]$$

Soit en réarrangeant cette expression de manière à grouper les termes ayant la même phase :

$$\tau A_T = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (a_{p+1} \rho + a_p \rho_R) e^{i(p+1)\phi_+ - ip\phi_-}$$

Remplaçant la phase ϕ_+ de la porteuse par son expression (4-26), nous obtenons finalement :

$$\tau A_T = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (a_{p+1} \rho + a_p \rho_R) e^{i\phi_p}$$

le terme p ayant pour phase :

$$\phi_p = 2i\pi(p+1) \frac{y}{T} - ip\phi_-$$

Valeur de p	...	- 2	- 1	0	1	2	...
La référence traverse dans l'ordre		- 2	- 1	0	1	2	
La voie de mesure traverse dans l'ordre		- 1	0	1	2	3	
$\frac{\phi_p}{2\pi}$		$-\frac{y}{T} + \frac{2\Delta(P)}{\lambda}$	$\frac{\Delta(P)}{\lambda}$	$\frac{y}{T}$	$2\frac{y}{T} - \frac{\Delta(P)}{\lambda}$	$\frac{3y}{T} - \frac{2\Delta(P)}{\lambda}$	

Tableau IV-1 : Phase des différentes ondes émergeant de l'hologramme avec leur double origine.

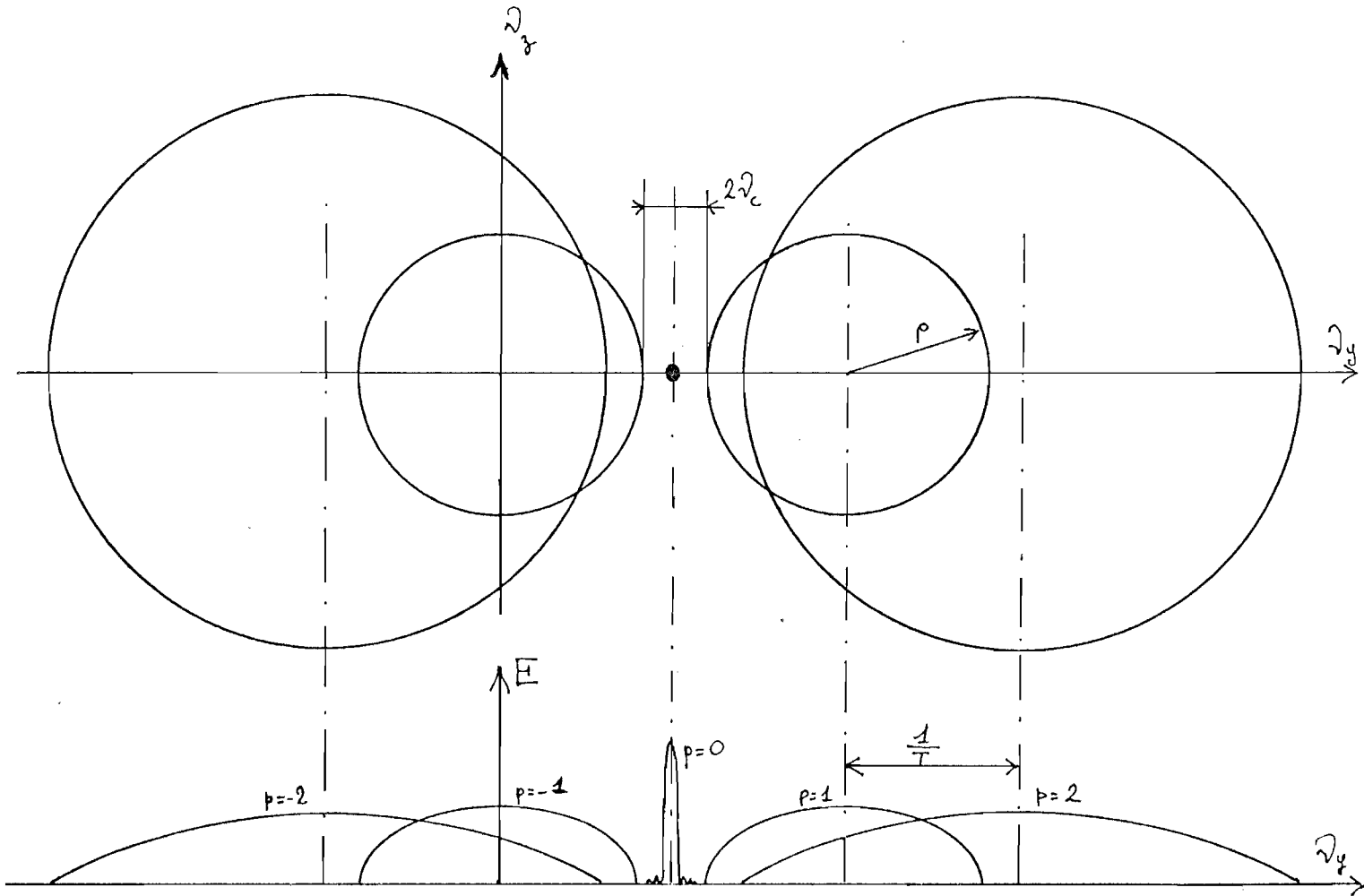


Figure IV-1 : Ordres utile et parasites de l'hologramme à porteuse inclinée.

Le tableau(IV-1) indique, pour les principaux termes, l'ordre par lequel les voies de référence et de mesure traversent l'hologramme ainsi que l'expression de la phase correspondante.

Il s'agit maintenant de déterminer géométriquement la position et l'étendue de la tache produite par chacun de ces termes. La position du point d'impact dans le plan de filtrage du rayon émergent de l'hologramme au point P est donnée, en coordonnée de fréquence et pour le terme p par :

$$\vec{V}_p(P) = \text{Grad}_2 \left| \frac{\phi_p(P)}{2\pi} \right| = \left(\frac{p+1}{T} \right) \vec{V} - p \vec{V}(P) \quad (\text{IV-1})$$

avec $\vec{V}(P) = \text{Grad}_2 \left| \frac{\Delta(P)}{\lambda} \right|$

$\vec{V}(P)$ représente un point courant de la tache d'aberration sphérique produite, dans le plan de filtrage, par l'onde de mesure (asphérique) sans hologramme (ou traversant l'hologramme dans l'ordre 0). Le spectre correspondant au terme p est donc constitué, d'après (IV-1), par une tache homothétique dans un rapport p de la tache d'aberration précédente, et translatée d'une "distance" $\frac{p+1}{T}$.

La tache d'aberration correspondant à \vec{V} est un disque de rayon ρ :

$$\rho = \text{Sup} \{ |\vec{V}(P)| \} = \frac{B}{2} \text{Sup} \{ |U'(u) + 2bu| \} \quad (\text{IV-1})$$

d'après l'expression (A-III-1) de v .

L'aspect du spectre des ordres est représenté en figure IV-1.

IV-2. Séparation des ordres et filtrage

Les deux ordres utiles correspondent au terme p = 0. C'est ce terme qu'il s'agit d'isoler par le trou du filtrage de rayon v_c . Pour que cela soit possible, il faut que les termes parasites soient en dehors du trou de filtrage, ce qui, compte tenu de la symétrie par rapport au terme p = 0, s'écrit :

$$\frac{p+1}{T} - p \rho > \frac{1}{T} + v_c \quad \forall p > 0$$

c'est-à-dire :

$$p \left(\frac{1}{T} - \rho \right) > v_c \quad \forall p > 0$$

ce qui est équivalent à la seule condition (pour p = 1) :

$$\frac{1}{T} - \rho > v_c$$

ou

$$\frac{1}{T} > \rho + v_c$$

Cette inégalité exprime la condition du filtrage et, comme dans le cas des hologrammes en ligne, ce sont les termes les plus proches des ordres utiles ($p = \pm 1$) qui sont les plus gênants. Nous allons maintenant choisir la défocalisation et la porteuse de manière à minimiser v_{\max} .

IV-3. Optimisation du filtrage

La fréquence maximum de l'hologramme se déduit du déphasage introduit par l'hologramme :

$$\phi(P) = \phi_+(P) - \phi_-(P) = 2\pi \frac{y}{T} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{B\lambda R}{2} [U(u) + bu^2]$$

$$\text{avec } u = \frac{r}{R}, \quad r^2 = y^2 + z^2$$

D'après (AI-7) la fréquence de l'hologramme vaut :

$$\vec{v}_H(P) = \text{Grad}_2 \left[\frac{\phi(P)}{2\pi} \right]$$

$$= \frac{\vec{\mathcal{J}}}{T} + \frac{B}{2} [U'(u) + 2bu] \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\|\vec{v}_H(P)\|^2 = \frac{1}{T^2} + \frac{B^2}{4} [U'(u) + 2bu]^2 + \frac{B}{T} [U'(u) + 2bu] \cos \psi$$

$$\text{avec } \cos \psi = \frac{\vec{\mathcal{J}} \cdot \vec{r}}{r}, \quad \psi = (\vec{\mathcal{J}}, \vec{r})$$

Alors :

$$v_{\max}^2 = \text{Sup} \{ \|\vec{v}_H(P)\|^2 \}$$

$$= \text{Sup} \left\{ \left[\frac{1}{T} + \frac{B}{2} |U'(u) + 2bu| \right]^2 \right\}$$

$$v_{\max} = \frac{1}{T} + \frac{B}{2} \text{Sup} \{ |U'(u) + 2bu| \} = \frac{1}{T} + \rho \quad \text{d'après (IV-1)}.$$

Choix de la fréquence $\frac{1}{T}$ de la porteuse : pour minimiser v_{\max} (bruit minimum), il convient de minimiser ρ et de choisir $\frac{1}{T} = \rho + v_c$ (d'après IV-2). D'après l'appendice II § 4, ρ sera minimum si l'on choisit le paramètre de défocalisation $b = 0$ et d'après (IV-26), on a alors :

$$\rho = \frac{B}{2}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{B}{2} + v_c$$

(1) (IV-3)

$$v_{\max} = B + v_c$$

Ces équations expriment les conditions d'un filtrage utilisant un hologramme à porteuse inclinée.

(1)

Ces conditions reposent sur l'hypothèse de la description géométrique du spectre de l'ordre 1 (terme $p = 1$). Il conviendrait en fait de tenir compte de la diffraction, mais lorsque la largeur B du spectre est grande devant $\frac{1}{R}$, diamètre de la tache de diffraction, l'erreur relative commise sur v_{\max} est faible.

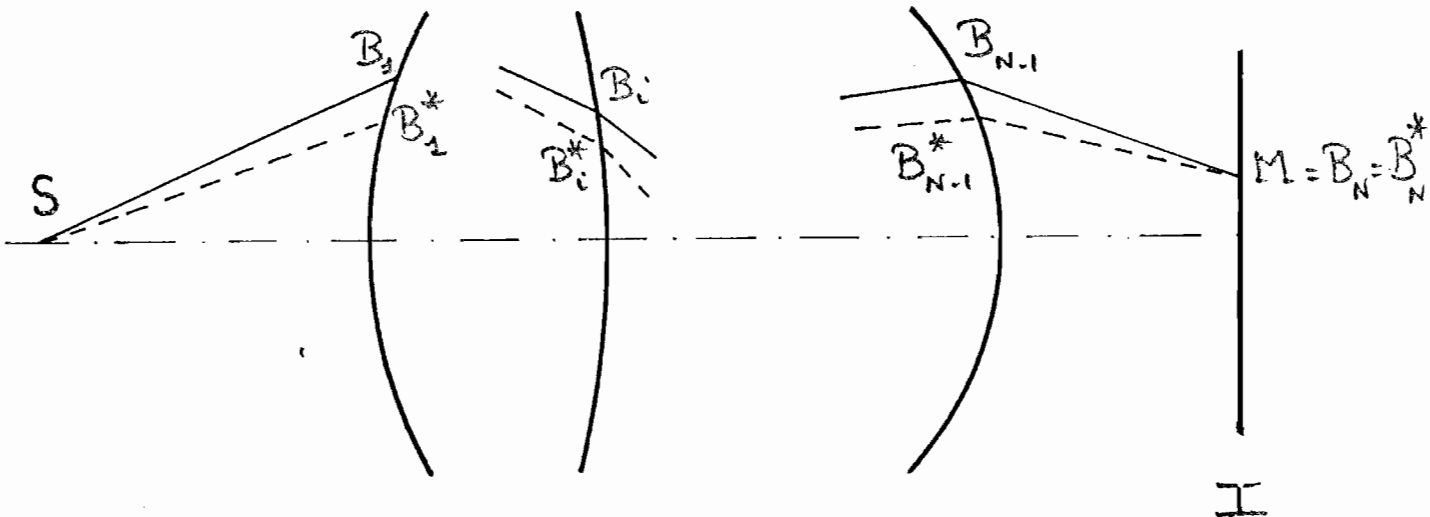


Figure V-1 : Variations chromatiques d'un rayon :

- en trait continu à la longueur d'onde λ_H
- en pointillé à la longueur d'onde λ

La source ponctuelle S et le point M considéré sur l'interférogramme I restent fixes.

APPENDICE VI

PROPRIETES SPECTRALES DE LA SOURCE

Nous étudierons simultanément l'effet d'une largeur spectrale non nulle et d'un décalage entre la longueur d'onde utilisée pour calculer l'hologramme et la longueur d'onde moyenne de restitution.

Nous déterminerons l'interférogramme obtenu dans de telles conditions. Ceci permettra de calculer l'erreur que l'on commettrait en se fondant sur l'interprétation de cet interférogramme, ainsi que le contraste des franges.

Nous supposerons donc que l'hologramme a été calculé pour la longueur d'onde λ_H , la restitution étant faite avec une source ponctuelle de longueur d'onde moyenne λ_0 et dont l'intensité spectrale I_λ est égale à $I_0 B(\lambda)$. $B(\lambda)$ est supposée étroite, centrée sur λ_0 et telle que $\int_0 B(\lambda) \lambda d\lambda = 1$.

a) Calcul de l'interférogramme pour la longueur d'onde λ

Nous nous fixons une longueur d'onde courante λ voisine de λ_0 et λ_H .

Nous considérons un point M de l'interférogramme : il existe deux rayons issus de la source S et qui tombent sur l'interférogramme au point M :

- le premier suit la voie de référence et sera repéré par la suite de ses intersections avec les dioptries de l'interféromètre, à savoir :

$$A_0 = S, A_1, \dots, A_{N1} = M ; n'_{1i} \text{ désigne l'indice du milieu suivant le point } A_i.$$

- le deuxième suit la voie de mesure et sera repéré par les points

$$B_0 = S, B_1, \dots, B_{N2} = M ; n'_{2i} \text{ désigne l'indice du milieu suivant le point } B_i.$$

Si $L_{\lambda H}^{réf}$ est le chemin optique [SM] sur la voie de référence pour la longueur d'onde λ_H (servant à calculer l'hologramme), on montre [19] que l'on peut écrire le chemin optique |SM| à la longueur d'onde λ :

$$[SM]_{\lambda}^{réf} = L_{\lambda H}^{réf} + (\lambda - \lambda_H) \sum_{i=0}^{N_1-1} \frac{1}{A_i A_{i+1}} \frac{dn'_{1i}}{d\lambda}$$

De même, si $L_{\lambda_H}^{Mes}$ est le chemin optique $[SM]$ de la voie de mesure calculé à la longueur d'onde λ_H ,

$$[SM]_{\lambda}^{Mes} = L_{\lambda_H}^{mes} + (\lambda - \lambda_H) \sum_{i=0}^{N_2-1} \frac{B_i}{B_{iH}} \frac{dn'_{2i}}{d\lambda}$$

Sur la voie de mesure, en plus du déphasage produit par une propagation sur le chemin optique $[SM]$, il faut tenir compte du déphasage produit par l'hologramme. Si P est le point où le rayon de mesure traverse l'hologramme (c'est en fait l'un des B) et si $s(P)$ est le rang de la frange, le déphasage introduit par l'hologramme vaut $2\pi s(P)$.

La différence de phase entre les deux voies vaut donc :

$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \{ [SM]_{\lambda}^{réf} - [SM]_{\lambda}^{mes} \} + 2\pi s(P)$$

Nous supposons l'interféromètre réglé de manière à obtenir dans l'interférogramme et pour la longueur d'onde λ_H un réseau de franges de pas p. Si x est la coordonnée perpendiculaire aux franges, pour $\lambda = \lambda_H$, nous devons avoir $\Delta\phi(M) = 2\pi \frac{x}{p}$

$$\text{d'où } \frac{2\pi}{\lambda_H} \{ L_{\lambda_H}^{réf} - L_{\lambda_H}^{mes} \} + 2\pi s(P) = \frac{2\pi x}{p} + \text{Cte}$$

$$\text{et } L_{\lambda_H}^{réf} - L_{\lambda_H}^{mes} = -s(P) \lambda_H + \frac{x}{p} \lambda_H + \delta$$

Si l'on pose :

$$K(M) = \sum_{i=0}^{N_1-1} A_i A_{i+1} \frac{dn'_{1i}}{d\lambda} - \sum_{i=0}^{N_2-1} B_i B_{i+1} \frac{dn'_{2i}}{d\lambda}$$

$\Delta\phi(M)$ peut s'écrire :

$$\Delta\phi(M) = 2\pi \frac{x}{p} \frac{\lambda_H}{\lambda} + 2\pi \left(1 - \frac{\lambda_H}{\lambda}\right) [s(P) + K(M)] + \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

Pour exprimer complètement $\Delta\phi(M)$, il faudrait connaître les variations du point P avec λ mais ceci nécessiterait de connaître l'interféromètre, la surface à contrôler et le montage optique dans lequel il est inséré. En fait, dans la pratique, l'hologramme est à peu près conjugué avec l'interférogramme. Nous supposons ici que la conjugaison est parfaite et, par conséquent, que le point P

ne dépend que de M. λ étant voisin de λ_0 , nous linéarisons l'expression de $\Delta\phi(M)$ en posant $\lambda = \lambda_0 + \eta$

$$\Delta\phi(M') \sim \alpha + \beta\eta$$

$$\text{avec } \alpha = 2\pi \frac{x}{p} \frac{\lambda_H}{\lambda_0} + 2\pi \left(1 - \frac{\lambda_H}{\lambda_0}\right) |s(P) + K(M)| + \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

$$\beta = 2\pi \frac{\lambda_H}{\lambda_0^2} \left| s(P) + K(M) - \frac{x}{p} - \frac{\delta}{\lambda_H} \right|$$

Connaissant $\Delta\phi(M)$ à la longueur d'onde λ , l'éclairement de l'interférogramme peut s'écrire :

$$E_\lambda(M) = k B(\lambda) [1 + \cos(\Delta\phi(M))]$$

Ceci suppose deux hypothèses :

- nous avons négligé les variations d'éclairement dans le champ de la surface d'onde de mesure,
- les deux voies ont été équilibrées énergétiquement.

b) Calcul de l'interférogramme pour une largeur spectrale $\Delta\lambda$

L'éclairement local de l'interférogramme vaut alors :

$$E(M) = \int_0^\infty E_\lambda(M) d\lambda = k \left[1 + \int_0^\infty B(\lambda) \cos(\Delta\phi(M)) d\lambda \right]$$

Nous supposons que $B(\lambda)$ est une gaussienne, centrée sur λ_0 et dont la largeur à $\frac{1}{e}$ vaut $\Delta\lambda$. La condition $\int_0^\infty B(\lambda) d\lambda = 1$ conduit à :

$$B(\lambda) = \frac{2}{\Delta\lambda} \sqrt{\frac{1}{\pi}} e^{-\frac{4(\lambda - \lambda_0)^2}{\Delta\lambda^2}}$$

Tout calcul fait, on obtient :

$$E(M') = k [1 + C \cos \alpha] \tag{VI-1}$$

avec :

$$\alpha = 2\pi \frac{x}{p} \frac{\lambda_H}{\lambda_0} + 2\pi \left(1 - \frac{\lambda_H}{\lambda_0}\right) |s(P) + K(M)| + \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

$$C = e^{-\frac{\beta^2 \Delta\lambda^2}{16}} \quad \text{contraste des franges}$$

$$\beta = 2\pi \frac{\lambda_H}{\lambda_0} \left[s(P) + K(M) - \frac{x}{p} - \frac{\delta}{\lambda_H} \right]$$

c) Interprétation de l'interférogramme

Nous caractérisons la source par les deux paramètres suivants :

- la finesse de la source qui est définie par :

$$F = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$$

- l'erreur sur la longueur d'onde entre la valeur servant au calcul de l'hologramme et celle de la source :

$$\delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_H$$

Nous en déduisons :

Contraste de l'interférogramme

D'après (VI-1) :

$$C \approx e^{-X^2} \quad \text{avec} \quad X = \frac{\pi}{2F} \left| s(P) + K(M) - \frac{x}{p} - \frac{\delta}{\lambda_H} \right|$$

Lorsque M varie dans le champ de l'interférogramme, s(P) varie de s_{\min} à s_{\max} avec $s_{\max} - s_{\min} = N_{\text{hol}}$ nombre de franges contenues dans l'hologramme.

K(M) varie de K_{\min} à K_{\max} . $\frac{x}{p}$ varie de $\frac{-R}{p}$ à $\frac{R}{p}$ avec $\frac{2R}{p} =$ nombre de franges dans l'interférogramme, ce nombre étant négligeable devant N_{hol} , le nombre de franges de l'hologramme. Nous posons $\xi(M) = s(P) + K(M)$, variant entre ξ_{\min} et ξ_{\max} . En jouant sur la longueur du bras de référence, nous choisissons δ de manière à minimiser $|X|$ sur l'interférogramme.

Posant $\Delta\xi = \xi_{\max} - \xi_{\min}$, on obtient alors :

$$|X| \leq \frac{\pi \cdot \Delta\xi}{4F}$$

D'où :

$$C \leq \exp \left\{ - \frac{\pi^2}{16F^2} \Delta\xi^2 \right\}$$

avec une majoration de $\Delta\xi$:

$$\Delta\xi \leq N_{\text{hol}} + K_{\max} - K_{\min}$$

Phase des franges

Le premier terme de $\alpha(V-1)$ correspond à des franges rectilignes dans le champ, le dernier terme a un déphasage constant dans le champ. Le deuxième terme varie par contre dans le champ et déforme les franges. L'interprétation d'un tel hologramme conduirait à une erreur de phase dont l'amplitude est :

$$\pi \frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \Delta\xi$$

Si nous désirons faire un contrôle à $\frac{\lambda}{k}$ près, l'erreur de phase doit être inférieure à $\frac{2\pi}{k}$, d'où la condition sur l'erreur sur la longueur d'onde :

$$|\delta\lambda| < \frac{2\lambda_0}{k\Delta\xi}$$

d) Application numérique à un cas typique

Considérons un hologramme ayant $N_{hol} = 1000$ franges ; la source est un laser He Ne ($\lambda_0 = 6328 \text{ \AA}$) et la précision de contrôle souhaitée $\frac{\lambda}{20}$; la différence de l'épaisseur de verre traversée entre la voie de mesure et la voie de référence vaut 30 mm, le verre étant du B1664 ($\frac{\delta n}{\delta\lambda} \sim -37 \text{ mm}^{-1}$). D'où la valeur de K :

$$K_{max} - K_{min} \sim 1100$$

et la majoration de $\Delta\xi$:

$$\Delta\xi \leq N_{hol} + K_{max} - K_{min} \approx 2100$$

Précision de connaissance de la longueur d'onde de la source

$$\delta\lambda \leq 0,3 \text{ \AA}$$

Pour le cas considéré, la valeur traditionnelle de 6328 Å serait donc insuffisamment précise. Nous pouvons donner une décimale de plus avec |20| :

$$\lambda_0 = 6328,2 \text{ \AA}$$

Finesse de la source

Pour obtenir un contraste meilleur que 0.5, il suffit d'imposer une finesse de source :

$$F > 2000$$

Ceci permet d'envisager l'utilisation éventuelle de sources autres que le laser. En effet, si le laser apporte beaucoup d'avantages (très grande luminance, très grande finesse, très faible divergence), l'un de ceux-ci (sa finesse ou, ce qui est équivalent, sa cohérence temporelle) peut se transformer en un inconvénient

surtout lorsque l'état de surface d'un des éléments (la surface à contrôler) laisse à désirer. On pourrait alors utiliser des sources de plus faible cohérence.

REFERENCES

- | 1 | JOSE PASTOR :
"New development in interferometry"
Perkin Elmer Corp. 3.1-3.16 (1967).
- | 2 | K. SNOW, R. VANDEWARKER :
"On using holograms for test glasses"
Appl. Opt. 9, 822-827 (1970).
- | 3 | JOSE PASTOR :
"Hologram interferometry and optical technology"
Appl. Opt. 8, 525-531 (1969).
- | 4 | A.J. MACGOVERN and J.C. WYANT :
"Computer generated holograms for testing optical elements"
Appl. Opt. 10, 619-624 (1971).
- | 5 | G.N. BUINOV, N.P. LARIONOV, A.V. LUKIN, K.S. MUSTAFIN, R.A. RAFIKOV :
"Holographic interferometric inspection of aspherical surfaces"
Opt. Technol. 38, 194-197 (1971).
- | 6 | J.C. WYANT and V.P. BENNETT :
"Using Computer generated holograms to test aspheric wavefronts"
Appl. Opt. 11, 2833-2839 (1972)
- | 7 | K.G. BIRCH and F.J. GREEN :
"The application of computer-generated holograms to testing optical elements"
J. Phys. 5, 1982-1992 (1972).
- | 8 | Y. ICHIOKA and A.W. LOHMANN :
"Interferometric testing of large optical components with circular computer
holograms"
Appl. Opt. 11, 2597-2602 (1972).
- | 9 | J.C. WYANT and P.K. O'NEILL :
"Computer generated holograms, null lens test of aspheric wavefronts"
Appl. Opt. 13, 2762-2765 (1974).
- | 10 | J. SCHWIDER and R. BUROW :
"The use of rotational symmetric holograms in optical testing"
Proceedings of 10th. congress of ICO, Prague (1975).
- | 11 | R.S. SIROHI, H. BLUME, K.J. ROSENBRUCH :
"Optical testing using synthetic holograms"
Opt. Acta 23, 229-236 (1976).
- | 12 | J. BRUNOL and P. CHAVEL :
"Fourier transformation of rotationally invariant two-variable functions :
computer implementation of Hankel transform"
Proc. IEEE 65, 1089-1090 (1977).

.../...

- | 13 | P. JACQUINOT :
Optique ondulatoire
- | 14 | A. BRUEL et J.C. CAZAUX :
Nouv. Rev. d'Opt. Appl., 1, 325-332 (1970).
- | 15 | A. ARNULF et M. FRANÇON :
Mesures Optiques.
- | 16 | W.H. LEE :
Appl. Opt. 9, 639 (1970).
- | 17 | B.R. BROWN et A.W. LOHMANN :
Appl. Opt. 5, 967 (1966).
- | 18 | P. CHAVEL et J.P. HUGONIN :
J. Opt. Soc. Am., 66, 989-996 (1976).
- | 19 | A. MARECHAL :
Imagerie Géométrique, Aberrations.
- | 20 | J. PRESSLEY :
Handbook of Lasers with Selected Data on Optical Technology
The Chemical Rubler Co. (1971).

TABLE DES MATIERES

	Page
Chapitre 1 - INTRODUCTION	1
Chapitre 2 - HISTORIQUE DE L'APPLICATION DE L'HOLOGRAPHIE SYNTHETIQUE AU CONTROLE DES SURFACES ASPHERIQUES	7
2-1. L'hologramme naturel dans le contrôle des asphériques.	7
2-2. L'hologramme synthétique dans le contrôle des asphériques.	8
Chapitre 3 - CHOIX D'UN MONTAGE ADAPTE A L'HOLOGRAMME EN LIGNE	11
Chapitre 4 - LES HOLOGRAMMES EN LIGNE	17
4-1. Que coder dans l'hologramme.	19
4-2. Comment coder l'hologramme.	28
4-3. Filtrage des ordres.	47
4-4. Filtrage des ordres : étude approchée ; rôle de la défocalisation.	58
4-5. Comparaison des performances des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée.	69
Chapitre 5 - REALISATION PRATIQUE DE L'HOLOGRAMME PAR TRACE A GRANDE ECHELLE ET PHOTOREDUCTION	79
5-1. Technique de réalisation de l'hologramme.	80
5-2. Effets des défauts macroscopiques.	82
5-3. Effets des défauts microscopiques.	100
5-4. Résultats expérimentaux.	109
Chapitre 6 - CONCLUSION ET PERSPECTIVES	115
Appendice I - Utilisation des coordonnées de fréquence dans le plan de filtrage.	119

.../...

Appendice II - Expression de Δ .	127
Appendice III - Filtrage des hologrammes en ligne.	131
Appendice IV - Filtrage des hologrammes à porteuse inclinée.	135
Appendice V - Calcul de l'hologramme.	141
Appendice VI - Propriétés spectrales de la source	143
Références	149
Table des matières	151
Tables des figures	153

TABLE DES FIGURES

		<u>Pages</u>
Figure 2-1	Montage de comparaison de deux états successifs d'une surface.	6
Figure 2-2	Montage d'enregistrement et de restitution d'un hologramme servant d'étalon secondaire de surface sphérique.	6
Figure 3-1	Montage d'éclairage de l'asphérique A par une lentille collimatrice unique.	10
Figure 3-2	Interférogramme d'une plaque de verre micro-flat, support de l'émulsion 649F.	10
Figure 3-3	Schéma de l'interféromètre adapté à l'holographie en ligne.	13
Figure 3-4	Montages de l'asphérique permettant sa conjugaison avec l'hologramme.	14
Figure 4-1-a	Calcul de la phase de l'onde asphérique sur l'hologramme, par tracé de rayon.	18
Figure 4-1-b	Calcul de l'éclairement par tracé de rayon.	18
Figure 4-2-a	Montage de comparaison des méthodes de calcul de la propagation d'une onde asphérique.	24
Figure 4-2-b	Forme de la surface d'onde.	24
Figure 4-2-c	Eclairement après propagation.	26
Figure 4-3	Analogie entre les hologrammes naturels et les hologrammes synthétiques binaires ; exemple d'hologramme synthétique à franges binaires.	32
Figure 4-4	Efficacité des hologrammes à franges binaires.	34
Figure 4-5	Variation du contraste C et de l'éclairement E de l'interférogramme en fonction de la largeur q des franges claires de l'hologramme.	40
Figure 4-6	Choix de l'intervalle s q de variation de la largeur q des franges claires.	44
Figure 4-7	Définition de l'écart Δ de la surface d'onde Σ au plan de l'hologramme H.	50
Figure 4-8	Influence des ordres parasites sur l'interférogramme.	52
Figure 4-9	Coordonnées radiales sur l'asphérique A, l'hologramme H et l'interférogramme I.	52
Figure 4-10	Variation de la fréquence maximum ν_{\max} de l'hologramme en fonction de la fréquence de coupure ν_c .	62
Figure 4-11	Choix du sens de la défocalisation.	64

Figure 4-12 : Ecart de la surface d'onde à l'hologramme.	66
Figure 4-13 : Fréquence de l'onde sur l'hologramme.	66
Figure 4-14 : Variation de la fréquence maximum de l'hologramme en fonction de la déformation de l'onde.	68
Figure 4-15 : Filtrage des hologrammes à porteuse inclinée.	68
Figure 4-16 : Comparaison des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée : déformation du 4ème degré de l'onde.	72
Figure 4-17 : Comparaison des hologrammes en ligne et à porteuse inclinée : déformation du 8ème degré.	76
Figure 5-1 : Modèle de caractéristique de l'émulsion photographique.	86
Figure 5-2 : Modèle de fonction de transfert de modulation.	86
Figure 5-3 : Schéma du montage de photoréduction avec une erreur d'orientation du tracé à grande échelle.	92
Figure 5-4 : Schéma du montage de photoréduction : notations pour les contraintes sur l'orientation de l'objet (tracé à grande échelle) et l'image (émulsion photographique d'enregistrement de l'hologramme).	96
Figure 5-5 : Modèle de l'hologramme bruiteux.	102
Figure 5-6 : Hologramme bruiteux à 4 zones.	106
Figures 5-7 a et b : Interférogrammes de l'étude du bruit.	110 et 111
Figure 5-8 : Interférogramme de contrôle d'une surface sphérique.	112
Figure 5-9 : Interférogramme de contrôle d'une surface sphérique.	114
Figure IV-1 : Spectre d'un hologramme à porteuse inclinée.	136
Figure V-1 : Variation chromatique d'un rayon.	142