



HAL
open science

Corrélation de polarisation de photons émis dans la cascade $4p^2\ 1s_0 - 4s\ 4p\ 1p_1 - 4s^2\ 1s_0$ du calcium : test des inégalités de bell.

Philippe Grangier

► **To cite this version:**

Philippe Grangier. Corrélation de polarisation de photons émis dans la cascade $4p^2\ 1s_0 - 4s\ 4p\ 1p_1 - 4s^2\ 1s_0$ du calcium : test des inégalités de bell.. Optique [physics.optics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1982. Français. NNT : . pastel-00720193

HAL Id: pastel-00720193

<https://pastel.hal.science/pastel-00720193>

Submitted on 24 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée

devant l'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

(PARIS VI)

pour obtenir

le Grade de DOCTEUR DE 3^{ème} CYCLE

par

Philippe GRANGIER

Spécialité : Physique atomique et moléculaire

Sujet de thèse : "CORRELATION DE POLARISATION DE PHOTONS EMIS DANS LA
CASCADE $4p^2 \ ^1S_0 - 4s \ 4p \ ^1P_1 - 4s^2 \ ^1S_0$ DU CALCIUM :
TEST DES INEGALITES DE BELL".

Soutenue le 26 février 1982 devant la Commission d'Examen :

MM. B. CAGNAC

Président

C. IMBERT

F. LALOE

M. SAUZADE

A. ASPECT

Examineurs



à Mireille.

Le présent travail a été effectué à l'Institut d'Optique à ORSAY, pendant les années 1980-1981.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur A. MARECHAL pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire.

Je remercie Monsieur le Professeur C. IMBERT, qui m'a accueilli au sein de son groupe, et qui a montré un constant intérêt pour ce travail en acceptant d'en assurer la direction scientifique.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Alain ASPECT, qui m'a proposé ce sujet de thèse, et sans qui rien n'aurait été possible.

Je remercie également Gérard ROGER ; aucune difficulté expérimentale n'a su résister à son enthousiasme et à sa compétence.

Je tiens à remercier Monsieur Franck LALOE ; les discussions que nous avons eues ensemble m'ont beaucoup aidé dans la compréhension des problèmes théoriques soulevés.

Je remercie Monsieur le Professeur M. SAUZADE, qui a accepté de faire partie du jury de soutenance et Monsieur le Professeur B. CAGNAC qui a accepté d'en être le Président.

La réalisation des expériences décrites dans cette thèse a nécessité l'aide efficace et constante des ateliers de mécanique et d'optique ; que tous ceux qui ont ainsi participé à ce travail, et en particulier Monsieur André VILLING, pour l'électronique, soient assurés de ma reconnaissance.

Je tiens enfin à remercier Mademoiselle Brigitte BASTIT, qui avec une grande gentillesse et une grande efficacité, a assuré la frappe et le tirage de ce mémoire.

Table des matières.

INTRODUCTION

Introduction	I. 1 à 5.
--------------------	-----------

CHAPITRE I.

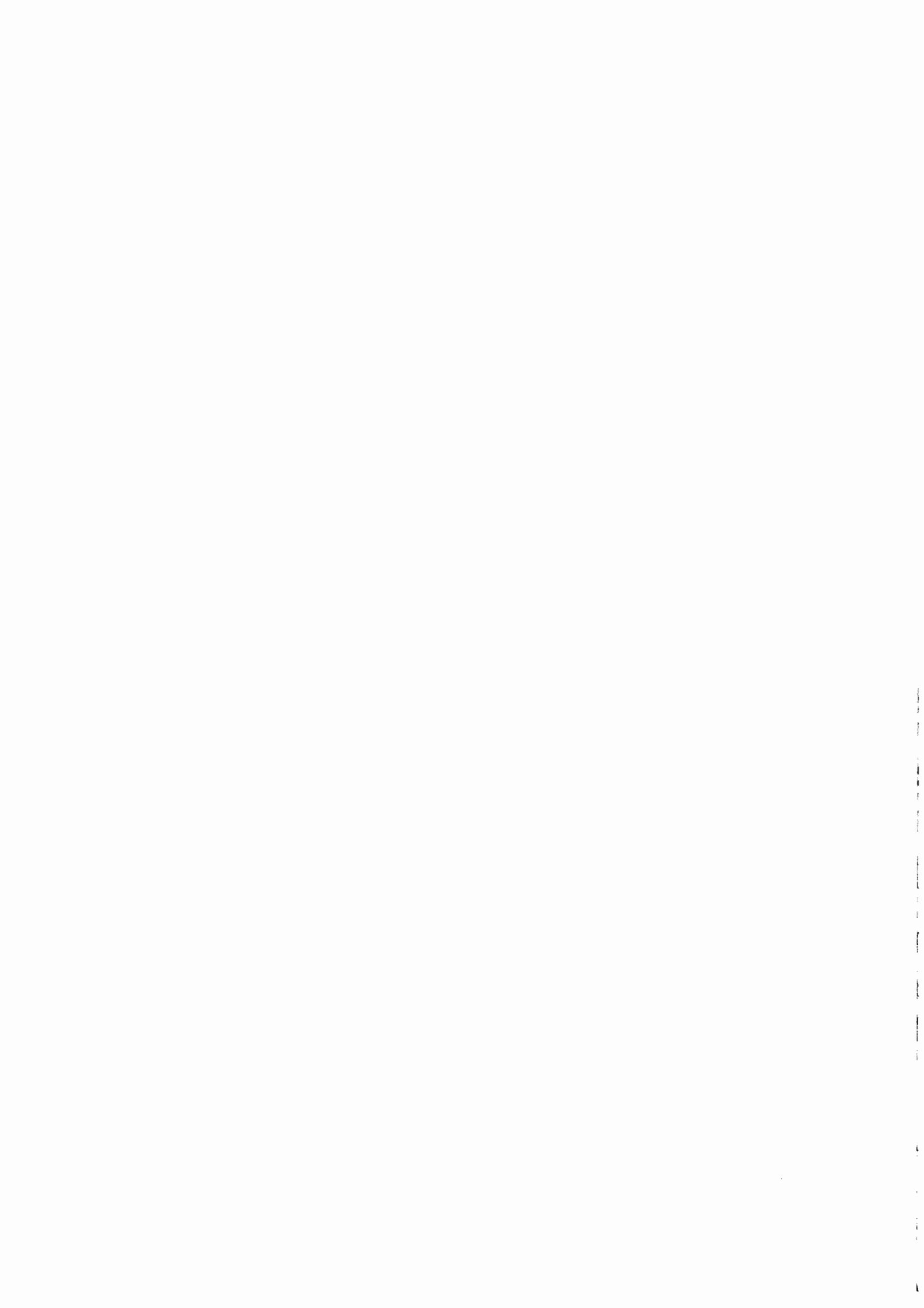
PARAMETRES SUPPLEMENTAIRES ET THEOREME DE BELL

	à I. 1.
	I. 29.
I. 1. Les théories à paramètres supplémentaires et la Mécanique Quantique	I. 1.
I. 2. La "gedankenexperiment" de BOHM et le "paradoxe" E.P.R.	I. 8.
I. 3. Les inégalités de BELL	I. 17.
I. 4. Autre démonstration des inégalités de BELL	I. 22.
I. 5. Conclusion	I. 29

CHAPITRE II.

LES TESTS EXPERIMENTAUX : CONSIDERATIONS GENERALES

	II. 1
	à II. 27
II. 1. Contraintes expérimentales	II. 1.
II. 2. Expériences à haute énergie	II. 7.
II. 3. Principe des expériences à photons optiques	II. 10.
II. 4. Expériences utilisant des polariseurs à une voie	II. 16.
II. 5. L'expérience à polarimètres optiques	II. 23.
II. 6. Conclusion	II. 26.



CHAPITRE III.

LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

		III. 1 à III. 30.
III. 1.	Introduction	III. 1.
III. 2.	Le jet atomique	III. 3.
III. 3.	L'excitation des atomes de Calcium	III. 5.
III. 4.	Collection de la lumière de fluorescence	III. 15.
III. 5.	Les polariseurs	III. 18.
III. 6.	Les photomultiplicateurs	III. 22.
III. 7.	Electronique de comptage	III. 25.
III. 8.	Conclusion	III. 30.

CHAPITRE IV.

L'EXPERIENCE UTILISANT DES POLARISEURS A UNE VOIE

		IV. 1 à IV. 22.
IV. 1	Statistique des comptages en coïncidence	IV. 1.
IV. 2.	Alignement optique	IV. 8.
IV. 3.	Alignement électronique	IV. 13.
IV. 4.	Résultats	IV. 16.

CHAPITRE V.

L'EXPERIENCE UTILISANT DES POLARIMETRES OPTIQUES

v. 1
à v. 14.

V. 1.	Les polarimètres	V. 1.
V. 2.	Résultats	V. 6.
V. 3.	Remarques complémentaires	V. 13.

CONCLUSION

Conclusion	1 à 2.
------------------	--------

ANNEXES

Annexes	1 à 8.
Références	1 à 4.

Introduction.

Le formalisme de la Mécanique Quantique, élaboré au cours des cinquante dernières années, fait intervenir de façon cruciale la notion de probabilité. On distingue en effet deux processus d'évolution d'un système microphysique :

1. L'évolution libre, déterministe, régie par l'équation de SCHRÖDINGER et décrite par une fonction complexe du temps (vecteur d'état).

2. L'interaction du système avec les instruments de mesure, fondamentalement indéterministe, qui modifie de façon instantanée et irréversible le vecteur d'état.

Le calcul de l'évolution dans le temps du vecteur d'état permettra de déterminer la probabilité d'obtenir une valeur donnée lors de la mesure d'une grandeur physique du système ; en revanche, la mesure redéfinit le vecteur d'état, qui poursuivra son évolution avec de nouvelles conditions initiales.

Le vecteur d'état est donc une fonction du temps et des grandeurs physiques "classiques" - positions et impulsions des particules par exemple -, mais ne comporte en général aucune spécification précise de ces grandeurs : seules sont définies les probabilités des diverses valeurs accessibles, lorsqu'on mesure une certaine grandeur physique à un instant déterminé. Au contraire, les appareils de mesure utilisés par le physicien sont régis par des lois d'évolution "classiques", déterministes, comportant comme variables ou comme paramètres la disposition des appareils, les commandes électriques ou mécaniques, les intensités ou les tensions dans les circuits, etc

Ces deux types d'évolution - classique ou quantique - sont suffisamment disparates pour que la question se soit posée de la limite d'applicabilité de chacune des deux descriptions : existe-t-il une limite, liée par exemple au nombre de particules considérées, en-dessous de laquelle un système physique exhiberait un "comportement quantique" ? ; inversement, un "grand système" quantique devient-il classique ?

Ces questions, compliquées encore par l'opposition entre l'indéterminisme quantique et le déterminisme classique, se sont posées dès les débuts de la théorie quantique et n'ont pas encore reçu de réponse acceptée unanimement sans réticences.

Elles sous-tendaient le débat qui eut lieu entre BOHR et EINSTEIN sur les fondements de la mécanique quantique. Leurs opinions respectives illustrent les positions extrêmes - sans doute plus philosophiques que physiques - qui sont les deux pôles du débat.

Pour BOHR, "il n'y a pas de monde quantique. Il y a seulement une description abstraite par la mécanique quantique. Il est faux de penser que le rôle de la physique soit de découvrir ce qu'est la nature. La physique ne se soucie que de ce que l'on peut dire sur la nature".

Le problème de la "frontière" entre les domaines classique et quantique est donc éludé par le refus d'admettre l'existence d'un "monde quantique" ; la mécanique quantique n'est qu'un formalisme permettant de prévoir les positions des aiguilles sur les cadrans des appareils de physique. Cette position, d'inspiration positiviste, a un intérêt évident : elle permet de faire de la mécanique quantique, en évitant les "faux problèmes". Elle est cependant décevante pour les physiciens qui aspirent à une compréhension plus fine de l'objet de leur étude.

EINSTEIN a été un opposant résolu de ce point de vue, soutenant fermement l'idée "réaliste" d'un univers physique obéissant à des lois indépendantes de toute observation effective par les physiciens * ; il écrivait à BORN en 1926 : "La Mécanique Quantique est très imposante. Mais une voix me dit qu'elle n'est pas encore la vérité. La théorie fournit beaucoup de choses, mais elle ne nous rapproche pas tellement du secret du Vieux. De toute façon je suis convaincu qu'il ne joue pas aux dés".

* PAULI, après une longue discussion avec EINSTEIN sur les fondements de la théorie quantique, écrivit à BORN (Mars 1954) : "j'ai constaté, au cours de mes discussions avec EINSTEIN, qu'il écarte l'hypothèse de base, essentielle pour la mécanique quantique, qui veut que l'état d'un système ne soit défini que si on indique quel est le mode d'expérimentation. EINSTEIN n'en veut absolument rien savoir. (...). Il estime qu'on peut définir "objectivement" (pour des corps macroscopiques), en toutes circonstances, un état (dit réel), c'est-à-dire sans qu'il soit besoin de décrire les conditions de l'expérience à l'aide de laquelle on étudie le système (le corps macroscopique).

Des positions intermédiaires entre ces deux pôles sont cependant possibles, pour tenter de parvenir à un "compte rendu homogène" de l'univers physique,

(Expression due au physicien JOHN BELL, sur lequel nous reviendrons).

On peut tenter, en restant à l'intérieur du formalisme quantique, de savoir si le comportement des "grands" systèmes peut être régi par des équations classiques. On sait que les équations d'évolution quantiques se rapprochent dans certaines conditions des équations classiques (théorème d'EHRENFEST). Cependant, cette approche conduit à des difficultés face au problème de la mesure : l'évolution indéterministe et instantanée du vecteur d'état du système microphysique lors d'une mesure se réduit difficilement à une interaction avec un hypothétique "vecteur d'état" de l'appareil de mesure. De plus, la notion même de "grand" système est délicate à utiliser : on sait qu'un champ électromagnétique, qui peut être considéré comme un système classique à nombre infini de degrés de liberté, manifeste des effets "typiquement quantiques" liés à la nature corpusculaire du photon ; ces effets ont été mis récemment en évidence expérimentalement de façon convaincante ^x. La notion même de "grand" système est donc à manipuler avec précaution.

Cette approche laissant donc à notre sens le problème ouvert, un autre abord, plus proche des vues d'EINSTEIN, est possible. On peut en effet considérer le formalisme quantique comme un outil intermédiaire, utilisé pour rendre compte d'une "réalité" microphysique, qui serait de même nature que la réalité macroscopique de la physique classique, mais dont les lois et même les paramètres auraient jusqu'ici échappé à nos investigations. Dans cette hypothèse, le vecteur d'état quantique fournirait la description statistique de l'ensemble des états accessibles au système, la spécification détaillée de chaque état restant encore à découvrir.

L'usage a consacré le nom de "variables cachées" pour ces paramètres hypothétiques. Remarquons que ce terme de "variables cachées" n'a pas été utilisé par EINSTEIN ; pour lui, le fait essentiel était "l'incomplétude" de la théorie quantique - nous reviendrons plus loin sur ce terme - et l'existence de variables cachées n'étaient qu'une hypothèse parmi d'autres visant à "compléter" le formalisme quantique.

* Voir les références |1|, |2|.

Nous utiliserons dans la suite de l'exposé le terme "théorie à paramètres supplémentaires" pour les théories visant à une telle réinterprétation de la Mécanique Quantique *.

Venons-en alors à un point important : pour qu'une théorie à paramètres supplémentaires soit physiquement satisfaisante - au sens d'EINSTEIN - elle doit obéir aux règles générales qui régissent les théories physiques "classiques", dont notamment une condition de localité, formulée ainsi par EINSTEIN : si S_1 et S_2 sont deux systèmes qui ont interagi dans le passé, puis se sont séparés, "l'état réel effectif du système S_1 est indépendant de ce qui peut arriver au système S_2 qui est séparé du premier dans l'espace".

Les travaux théoriques de JOHN BELL (1964-1966) ont montré que cette exigence, apparemment anodine, était en fait essentielle : BELL a en effet prouvé que pour certaines expériences portant sur l'étude de corrélations entre des mesures éloignées, les prédictions de toutes les théories locales à paramètres supplémentaires diffèrent notablement de celles de la mécanique quantique.

Le théorème de BELL se rapportant à une expérience idéale, diverses généralisations de son raisonnement ont été effectuées, en fonction des conditions qui pouvaient être satisfaites dans une expérience réelle ; des expériences ont alors été réalisées, portant sur les corrélations entre mesures de spin (sur des protons) ou sur les corrélations entre mesures de polarisation (sur des photons de 0,5 MeV, ou sur des photons optiques).

Les expériences s'approchent de manière plus ou moins satisfaisante de l'expérience idéale, et conduisent à des confrontations entre la mécanique quantique et les théories locales à paramètres supplémentaires grâce à divers types d'hypothèses auxiliaires, destinées à tenir compte de l'imperfection du dispositif utilisé.

* Remarquons qu'il existe un précédent historique à une telle démarche : la mécanique statistique a expliqué la thermodynamique classique par le mouvement moléculaire, et les concepts "atomiques" introduits à cette occasion se sont par la suite révélés extrêmement féconds.

Nous présentons dans ce mémoire deux expériences, utilisant les corrélations de polarisations entre des paires de photons optiques issus d'une cascade atomique, dont l'une est très proche de l'expérience idéale utilisée par BELL : ceci nous permet de donner une forme concise à l'hypothèse auxiliaire qui nous est nécessaire.

Le plan de l'exposé est le suivant :

- I - PARAMETRES SUPPLEMENTAIRES ET THEOREME DE BELL
- II - TESTS EXPERIMENTAUX : CONSIDERATIONS GENERALES
- III - DISPOSITIF EXPERIMENTAL
- IV - EXPERIENCE UTILISANT DES POLARISEURS A UNE VOIE
- V - EXPERIENCE UTILISANT DES POLARIMETRES OPTIQUES

Chapitre 1.

Les théories à paramètres
supplémentaires et la
Mécanique Quantique

I. PARAMETRES SUPPLEMENTAIRES ET THEOREME DE BELL

Nous avons présenté dans l'introduction trois problèmes ouverts justifiant l'intérêt porté aux théories à variables cachées : "l'homogénéité" de la description du monde physique, la possibilité de restauration du déterminisme, et l'élucidation du comportement "typiquement quantique" de corrélations fortes entre mesures éloignées. Ce Chapitre est consacré à une étude détaillée de ce dernier point, dont l'aspect essentiel s'est précisé peu à peu dans les recherches sur les fondements théoriques de la Mécanique Quantique. Les principales étapes de cette mise en évidence ont été la démonstration du caractère "paradoxal" de ces corrélations par EINSTEIN, PODOLSKI et ROSEN [3], les travaux de BOHM qui exhiba une "vraie" théorie à variables cachées [4], et enfin les travaux théoriques décisifs de JOHN BELL [5], suivis des tests expérimentaux permettant de trancher entre la Mécanique Quantique et les théories à variables cachées "locales" - nous reviendrons sur ce terme -

Le plan de l'exposé suit cette évolution historique.

I.1. Les théories à paramètres supplémentaires et la Mécanique Quantique

I. 1.1. Le théorème de VON NEUMANN

La compatibilité d'un formalisme à variables cachées et du formalisme quantique a été étudiée par VON NEUMANN dès les débuts de la Mécanique Quantique (1932) [6]. Les travaux de VON NEUMANN ont beaucoup contribué à définir le cadre mathématique du formalisme quantique, notamment en explicitant le lien entre les diverses formulations de la Mécanique Quantique : théorie ondulatoire de SCHRÖDINGER, mécanique des matrices de HEISENBERG. A la suite des travaux de DIRAC, s'est dégagée la notion actuellement utilisée de "vecteur d'état" : l'état d'un système microphysique est décrit mathématiquement par un vecteur d'un espace de HILBERT, et les grandeurs "observables" sont représentées par des opérateurs hermitiques agissant dans l'espace des états.

La "fonction d'onde" (fonction complexe des coordonnées ou des impulsions des particules), ou l'ensemble infini, discret ou continu des valeurs propres d'opérateurs commutant entre eux, sont des exemples "concrets" de vecteurs d'états ; ils peuvent être indifféremment utilisés pour décrire l'état d'un système microphysique.

VON NEUMANN a cherché à savoir si à l'intérieur de ce cadre mathématique, il y avait "place" pour des variables cachées spécifiant complètement certains états du système, appelés "états sans dispersion". Sa conclusion a été l'incompatibilité des deux formalismes : à l'intérieur du cadre mathématique qu'il avait défini, l'hypothèse de l'existence "d'états sans dispersions" conduit à des contradictions. Nous ne détaillerons pas ici cette démonstration ; en effet, il s'est avéré par la suite qu'elle manquait de généralité et ne concernait qu'une classe restreinte de paramètres supplémentaires en excluant "a priori" certaines théories envisageables. GLEASON [7] a exhibé une démonstration plus générale, sur laquelle nous reviendrons.

La conclusion des travaux de VON NEUMANN fut néanmoins acceptée comme définitive par la majorité des physiciens, et les théories à variables cachées furent abandonnées devant les succès convainquants de la Mécanique Quantique.

I. 1.1. Un contreexemple

Le manque de généralité du théorème de VON NEUMANN fut prouvé a contrario par l'existence effective de théories à variables cachées ; nous présentons ici une telle théorie, relativement simple et destinée à montrer ce que "pourrait être" une théorie à variables cachées. Nous suivons une présentation due à BELL [5], qui reprend une théorie initialement introduite par BOHM [4].

Considérons une particule unique (charge q , masse m), de spin $1/2$ se déplaçant dans un champ magnétique \vec{B} .

La fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ sera une fonction à deux composantes (spineur de PAULI) obéissant à l'équation de SCHRÖDINGER :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) \right] \psi(\vec{r}, t)$$

Quelles variables cachées choisir pour "compléter" cette description ? La position "réelle" de la particule, que nous repèrerons par le vecteur $\vec{\lambda}$ (vecteur réel à 3 composantes) peut être utilisée, et obéira à l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \frac{\vec{j}_\psi(\vec{\lambda}, t)}{\rho_\psi(\vec{\lambda}, t)}$$

où \vec{j}_ψ et ρ_ψ sont le courant et la densité de probabilité définis de façon habituelle :

$$\vec{j}_\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{m} \operatorname{Re} \left[\psi^+(\vec{r}, t) \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \right) \psi(\vec{r}, t) \right]$$

$$\rho_\psi(\vec{r}, t) = \psi^+(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t)$$

Un état quantique $\psi(\vec{r}, t)$ correspond alors à un ensemble d'états sans dispersion $(\vec{\lambda}, \psi(\vec{r}, t))$, dans lequel les $\vec{\lambda}$ sont distribués avec la densité de probabilité :

$$\rho(\vec{\lambda}, t) = \rho_\psi(\vec{\lambda}, t)$$

Cette définition, qui est compatible avec les lois d'évolutions de $\psi(\vec{r}, t)$ et de $\vec{\lambda}$, correspond avec l'interprétation habituelle de $\rho_\psi(\vec{r}, t)$ comme densité de probabilité de présence. Les mesures d'autres grandeurs physiques pouvant en général se ramener à des mesures de position (en mesurant par exemple les coordonnées du détecteur sur lequel aboutit la particule), le système d'équation est complet et cohérent.

Cette description* peut être étendue à un ensemble de particules, en utilisant la fonction d'onde $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, t)$ obéissant à l'équation de SCHRÖDINGER, qui peut alors contenir des termes d'interaction entre particules. Les variables cachées sont les vecteurs positions $\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots$ des particules, obéissant aux équations :

$$\frac{d\vec{\lambda}_n}{dt} = \frac{j_{n\psi}(\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots, t)}{\rho_\psi(\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots, t)}$$

$$\vec{j}_{n\psi} = \frac{1}{m} \operatorname{Re} \left[\psi^+ \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}_n \right) \psi \right] \quad (\vec{\nabla}_n : \text{gradient par rapport au } n^{\text{ième}} \text{ vecteur}).$$

$$\rho_\psi = \psi^+ \psi$$

Un état quantique est encore associé à une distribution des $(\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots)$ dans l'espace de configuration, avec la densité de probabilité ρ_ψ .

Remarquons que si on étudie N particules, cet espace de configuration est de dimension 3N, et l'équation d'évolution de $\vec{\lambda}_n$ écrite ci-dessus associe les variations de $\vec{\lambda}_n$ et les valeurs de $\vec{j}_{n\psi}$ et ρ_ψ aux points $(\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots)$; considéré dans l'espace réel à 3 dimensions, le mouvement de la particule n située en $\vec{\lambda}_n$ dépendra de façon compliquée des mouvements de toutes les autres particules, qui peuvent être éloignées. Cette influence étant "instantanée" (pas d'effets de retard comme en électromagnétisme), une telle théorie est qualifiée de "non locale". Nous allons voir que c'est à cette condition qu'une théorie à variables cachées peut rendre compte de la Mécanique Quantique.

* NOTE :

Remarquons que les effets dépendants du spin sont traduits par le simple fait que la fonction d'onde a deux composantes. Aucune "variable cachée" n'est attachée aux degrés de liberté de rotation de la particule, qui est simplement ponctuelle. L'existence d'un formalisme sous-jacent à la Mécanique Quantique ne signifie donc nullement qu'une variable cachée doive être attachée à chaque grandeur observable.

I. 1.3. Le théorème de GLEASON

Nous allons présenter dans ce paragraphe un théorème de GLEASON [7], qui établit avec le minimum d'hypothèses l'incompatibilité du formalisme quantique et d'un formalisme à variables cachées sous-jacent. L'existence simultanée d'un tel théorème et de théories à variables cachées comme celle que nous venons de présenter conduit évidemment à s'interroger, non sur la correction mathématique du théorème, qui est incontestable, mais sur sa pertinence quant au problème qui nous préoccupe.

Comme nous le verrons, les travaux de JOHN BELL ont éclairci la situation en introduisant la notion essentielle de localité.

La démonstration mathématique du théorème de GLEASON est présentée dans la réf. [7] ; considérons simplement ici un corollaire de cette démonstration, dont l'interprétation est plus aisée dans le cadre de cette discussion.

Soit un système quantique associé à un espace d'états (espace de HILBERT) de dimension supérieure à 2. On considère trois observables A, B, C, représentées par des opérateurs hermitiques, vérifiant les relations de commutation suivantes :

$$[A, B] = [A, C] = 0$$

$$[B, C] \neq 0$$

Appelons $f_A(\lambda)$ une fonction qui donnerait les résultats de la mesure de l'observable A, en fonction des paramètres cachés λ ; on aurait alors :

$$\langle A \rangle_\psi = \int_{\Gamma} f_A(\lambda) d\rho_\psi(\lambda)$$

où $\langle A \rangle_\psi$ représente la valeur moyenne quantique de A dans l'état ψ et $d\rho_\psi(\lambda)$ la distribution de probabilité associée à ψ , définie sur l'ensemble Γ des valeurs accessibles aux paramètres λ .

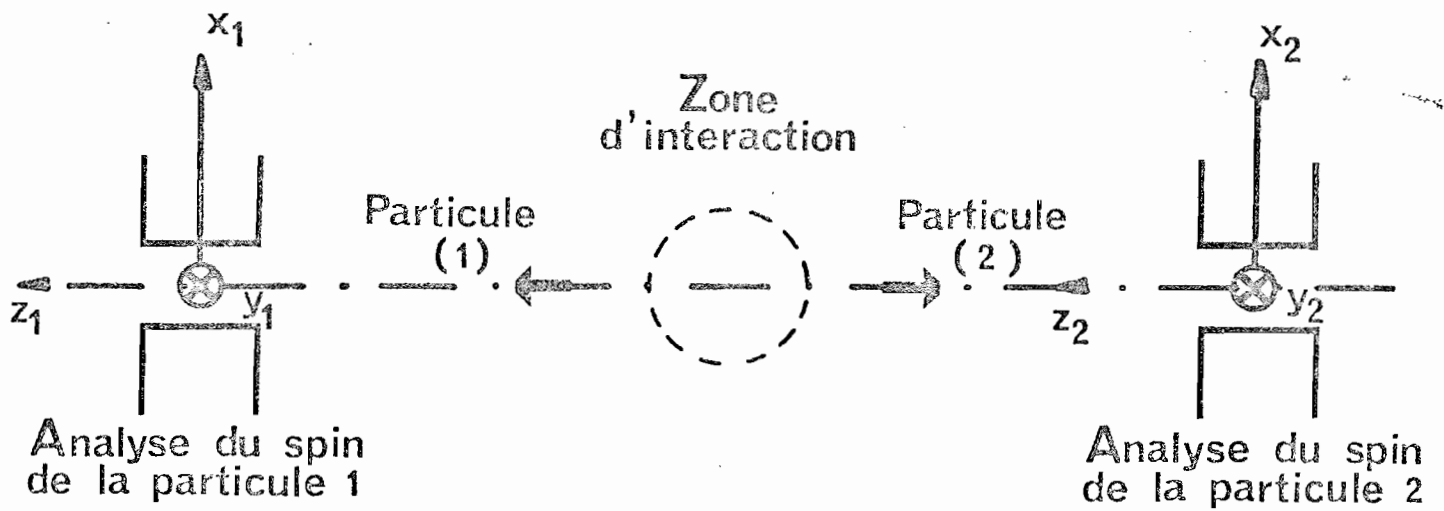


FIGURE 1

Deux particules (1) et (2) de spin $1/2$ se séparent après avoir interagi ; les aimants de STERN et GERLACH analysent les composantes de spin S_{x_1} ou S_{y_1} , et S_{x_2} ou S_{y_2} .

D'après le théorème de GLEASON, il est impossible de définir une telle fonction $f_A(\lambda)$, sans préciser laquelle des deux observables B ou C est mesurée simultanément avec A. Le théorème montre donc que toute théorie à variables cachées doit être "contextuelle" pour être compatible avec le formalisme quantique, c'est-à-dire que l'on doit préciser le "contexte expérimental" (mesure de B ou mesure de C) dans lequel est faite la mesure de A.

Montrons maintenant comment on peut concilier ce théorème et la théorie à paramètres cachés précédemment exposée.

Dans cette théorie, une mesure de spin (par exemple à l'aide d'un dispositif de STERN et GERLACH) se ramène à une mesure de position de la particule qui est déviée vers l'un ou l'autre détecteur.

Le théorème de GLEASON s'appliquant à un espace des états de dimension supérieure à 2, considérons 2 particules qui se séparent après avoir interagi, et se dirigent vers deux STERN et GERLACH (voir figure 1). L'espace de HILBERT associé aux états de spin est alors de dimension 4. On peut prendre pour observables $A = S_{x_1}$ (mesure du spin de la première particule suivant l'axe Ox_1), $B = S_{x_2}$, $C = S_{y_2}$ (mesures du spin de la deuxième particule suivant les axes Ox_2 et Oy_2). Ces opérateurs vérifiant bien les conditions requises par les hypothèses du théorème :

$$[S_{x_1}, S_{x_2}] = [S_{x_1}, S_{y_2}] = 0$$

$$[S_{x_2}, S_{y_2}] = i\hbar S_{z_2} \neq 0$$

Le théorème requiert alors que la théorie soit "contextuelle". Or, l'évolution des grandeurs $\vec{\lambda}_1$ et $\vec{\lambda}_2$, qui sont les "paramètres supplémentaires" de notre exemple, va dépendre de façon très compliquée des positions initiales des particules, ainsi que de l'intensité et de la géométrie des champs magnétiques ; fait essentiel, les évolutions de $\vec{\lambda}_1$ et $\vec{\lambda}_2$ seront, comme nous l'avons vu, couplées de manière "non locale" dans l'espace de configuration (de dimension 6). Le calcul des valeurs finales de $\vec{\lambda}_1$ et $\vec{\lambda}_2$ requiert donc un choix entre la mesure S_{x_2} et celle de S_{y_2} : la non localité des équations d'évolution rend donc la théorie "contextuelle".

Ce résultat a pu être généralisé, et on a montré (EBERHARD , |8|) qu'une fois le dispositif expérimental complètement spécifié, les prédictions de la Mécanique Quantique pouvaient toujours être simulées par une procédure déterministe non locale, analogue des méthodes de MONTE CARLO utilisées dans les programmes d'ordinateur destinés à la simulation.

Mais de telles procédures ne sont guère intéressantes : elle n'ont aucun "contenu physique", et laissent les questions soulevées précédemment sans réponse.

1. 1.4. Les premiers travaux de BELL

Les travaux de BELL |5| ont alors permis de reformuler le problème sur des bases différentes : pour qu'une théorie à variables cachées soit considérée comme satisfaisante d'un point de vue "réaliste" (celui d'EINSTEIN), elle doit satisfaire à certaines conditions physiques généralement admises, la plus essentielle étant la localité.

Reprenant l'exemple précédent, BELL a alors considéré des mesures A d'une part, B et C d'autre part, séparées par des distances macroscopiques. Il suffit pour cela de considérer le dispositif de la figure 1, A, B et C étant les observables de spin précédemment définies (S_{x_1} , S_{x_2} et S_{y_2} respectivement).

Si les mesures B et C sont suffisamment éloignées de A, il semble raisonnable d'admettre que le choix de mesurer B ou C sur la particule 2 n'ait pas d'influence sur le résultat de la mesure A, qui concerne la particule 1. Ceci revient à opposer l'hypothèse de localité d'une mesure (d'après laquelle deux mesures éloignées ne peuvent avoir d'influence réciproque) et le caractère "contextuel" des mesures en Mécanique Quantique.

Le problème se pose alors de la façon suivante :
est-il possible de trouver une fonction $f_A(\lambda)$ des paramètres cachés λ , décrivant les résultats de la mesure de A, indépendamment d'autres mesures effectuées en des points éloignés ?

Le théorème de GLEASON nous permet déjà de prévoir que la réponse sera négative pour les prédictions de la théorie quantique ; l'apport considérable des travaux de BELL a été de donner une forme quantitative à ce désaccord, permettant ainsi à l'expérience de trancher.

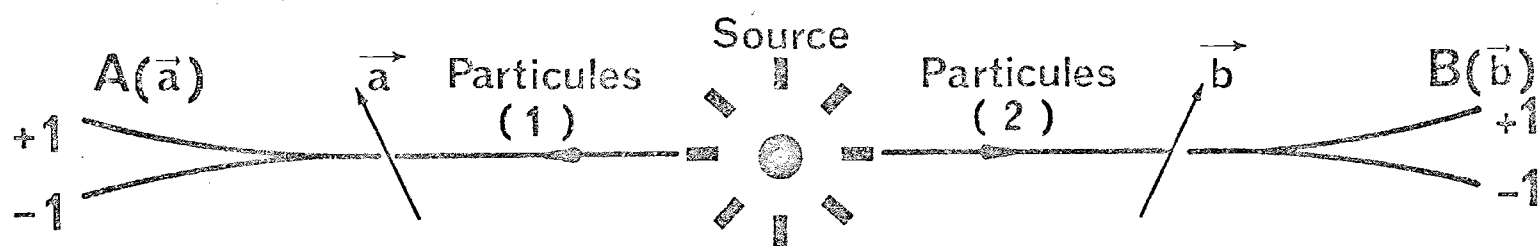


FIGURE 2

Les particules (1) et (2) sont émises par paires par une source, et des analyseurs A et B dont l'orientation est repérée par \vec{a} et \vec{b} effectuent des mesures dichotomiques sur chaque particule.

Avant de présenter le théorème établi par BELL, nous allons revenir sur le dispositif de la figure 1 ; ce dispositif considéré comme "Gedanken experiment" (expérience de pensée) nous permettra d'une part d'établir "l'incomplétude" de la Mécanique Quantique par un raisonnement dû à BOHM [4] voisin de celui présenté par EINSTEIN, PODOLSKI et ROSEN [3], et d'autre part de définir des grandeurs caractérisant les corrélations entre des mesures éloignées (fonctions de corrélation).

I. 2. La "Gedanken experiment" de BOHM et le paradoxe E.P.R.

Considérons le dispositif de la figure 2 : des particules sont émises par paires par une source, et se dirigent vers des analyseurs qui réalisent des mesures dichotomiques sur une des grandeurs physiques attachées à chaque particule (mesure d'une composante de spin pour des particules de spin 1/2, mesure de polarisation pour des photons).

Cette "Gedanken experiment" a été introduite par BOHM, pour donner une autre forme à l'argument présenté par E.P.R., qui utilisait des mesures de positions et d'impulsions.

Nous suivrons la présentation de BOHM, à laquelle nous ferons référence plus loin sous le nom de "situation BEPR".

I. 2.1. L'argument E.P.R.

Pour rendre le raisonnement plus concret, nous considérons deux particules de spin 1/2, notées 1 et 2. On suppose que les deux particules sont émises par la source dans un état $S = 0$, (singulet), l'état de spin est donc décrit par :

$$|\psi_{\text{spin}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1 + \rangle |2 - \rangle - |1 - \rangle |2 + \rangle)$$

l'axe de quantification étant une direction \vec{n} quelconque.

L'argument E.P.R. repose sur une conception "réaliste" du monde physique, que nous avons vu être celle d'EINSTEIN. Il se base sur trois prémisses, la seconde étant une définition de "l'élément de réalité physique" en accord avec la notion intuitive d'existence d'un "objet physique" indépendant de l'observateur. Cette idée est évidemment en contradiction avec les conceptions quantiques, il convient néanmoins de l'adopter ici puisqu'elle est à la base du raisonnement E.P.R.

Les prémisses sont les suivantes :

(i) On admet que lors de la mesure de composantes de spin, les valeurs mesurées seront celles prédites par la Mécanique Quantique ;

(ii) On donne un critère permettant de définir un "élément de réalité physique" : "si, sans perturber en aucune façon un système, on peut prédire avec certitude la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de réalité physique attaché à cette quantité".

(iii) Il n'y a pas d'action instantanée à distance dans la nature.

Enfin, une théorie physique sera dite complète si à tout élément de réalité physique, correspond une grandeur définie par la théorie.

Considérons, alors les composantes (S_x , S_y , S_z) de l'observable spin. D'après (i), si une mesure de S_x sur la particule 1 donne le résultat ($+\hbar/2$), alors une mesure de S_x sur la particule 2 donnera nécessairement ($-\hbar/2$).

La mesure faite sur la particule 1 permet donc de prévoir avec certitude le résultat d'une mesure que l'on pourrait faire sur 2, éloignée de 1 au moment de la mesure. Les rôles des deux particules peuvent bien sûr être intervertis.

D'après (ii), il existe donc un élément de réalité physique attaché à la composante de spin S_x , puisque la mesure de S_x sur une des particules peut être faite sans perturber aucunement la deuxième (hypothèse (iii)).

D'un point de vue réaliste, on constate déjà ici une certaine forme "d'incomplétude" de la Mécanique Quantique : on attache un élément de réalité physique, donc une valeur déterminée, à la composante de spin S_x de la particule qui s'éloigne ; d'après (iii), cette valeur n'a pu être "créée" au moment de mesure effectuée sur la première particule, elle préexistait donc à cette mesure.

Or, la Mécanique Quantique, ne spécifie pas cette valeur puisque rien dans $|\psi\rangle$ ne lui correspond ; la théorie quantique est donc "incomplète".

Mais E.P.R. n'en restent pas là, le raisonnement se poursuit ainsi :

Si au lieu de mesurer S_x sur la première particule, on avait mesuré S_y , on aurait été conduit à attribuer un élément de réalité physique à la composante S_{y2} (par le même raisonnement).

Il faut donc admettre que toutes les composantes de spin de la particule 2 sont simultanément déterminées.

Ceci établit définitivement un sens d'E.P.R. l'incomplétude de la Mécanique Quantique, dont le formalisme exclut la détermination simultanée d'observables ne commutant pas entre elle. (ici S_{x2} et S_{y2}).

Remarquons que le but de l'article E.P.R. était de mettre en évidence une faiblesse de la Mécanique Quantique considérée d'un point de vue réaliste, sans suggérer aucun moyen pour la "compléter".

EINSTEIN revint longuement sur ce problème dans sa correspondance avec BORN ; citons un passage d'une lettre d'Avril 1948 dans laquelle EINSTEIN reexpose le problème sous le titre de "Physique Quantique et réalité" (les notations sont évidentes) :

"Selon le choix de la mesure effectuée sur le système S_1 , il résulte différentes prédictions statistiques quant aux mesures effectuées ultérieurement sur le système S_2 .

Dans l'optique de l'interprétation quantique usuelle, cela signifie que le choix de la mesure complète sur S_1 produit différentes situations réelles en S_2 qui sont décrites par différentes fonctions ψ_2 , $\underline{\psi}_2$, $\underline{\underline{\psi}}_2$, etc.

Du seul point de vue de la Mécanique Quantique, cela n'est pas un obstacle. Selon le choix particulier de la mesure effectuée en S_1 , on a effectivement des situations réelles différentes et on ne peut pas se trouver face à la nécessité d'attribuer en même temps au même système S_2 deux ou plusieurs fonctions ψ différentes (ψ_2 , $\underline{\psi}_2$, etc.).

Il en va cependant autrement si l'on veut s'en tenir à la fois aux principes de la Mécanique Quantique et au principe qui proclame l'existence autonome des phénomènes réels présents dans deux portions séparées de l'espace, R_1 et R_2 .

Dans notre exemple, la mesure complète effectuée sur S_1 constitue en effet une intervention physique qui ne concerne que la portion R_1 de l'espace. Mais une telle intervention ne peut agir immédiatement sur la réalité physique d'un objet situé dans une portion R_2 éloignée de l'espace. Il s'ensuivrait que tout énoncé à propos de S_2 auquel nous pouvons parvenir à l'aide d'une mesure complète sur S_1 doit être valable pour le système S_2 même si aucune mesure n'a été effectuée sur S_1 . Cela signifierait que tous les énoncés sont valables à la fois pour S_2 quand ils peuvent être déduits de ψ_2 ou $\underline{\psi}_2$ etc.

C'est évidemment impossible quand ψ_2 , $\underline{\psi}_2$ doivent décrire des états de S_2 réels et différents : on est donc en conflit avec l'interprétation usuelle de la fonction d'onde."

Cet exposé - qui, notons-le, ne présente pas un "paradoxe" mais un conflit d'hypothèses contradictoires, - conduit EINSTEIN aux conclusions suivantes :

"Il ne semble pas faire de doute que les physiciens qui tiennent la description donnée par la Mécanique Quantique pour définitive en son principe réagiront à ces considérations de la façon suivante : ils laisseront tomber l'exigence d'une existence autonome de la réalité physique présente en différentes portions de l'espace ; ils peuvent invoquer à bon droit le fait que la théorie quantique ne fait nulle part explicitement usage de cette exigence.

...Dont acte, mais je note ceci : lorsque je considère les phénomènes physiques que je connais, y compris ceux que la Mécanique Quantique a étudiés avec tant de succès, je ne trouve nulle part de fait qui me fasse paraître vraisemblable qu'on veuille abandonner cette exigence.

Aussi suis-je enclin à croire que l'on doit considérer la description donnée par la Mécanique Quantique comme une description incomplète et indirecte de la réalité, destinée à être remplacée plus tard par une description exhaustive et directe".

1.2.2. Les corrélations fortes entre mesures éloignées

On peut, en conclusion de la discussion qui précède, souligner l'importance de l'étude des corrélations entre des mesures éloignées (c'est-à-dire situées dans les deux portions séparées de l'espace, R_1 et R_2 , dont parle EINSTEIN).

Remarquons que l'existence de certaines corrélations entre des mesures effectuées sur des parties d'un système physique n'a rien de choquant dans un cadre classique.

Par exemple, si deux sous-systèmes se séparent avec un moment cinétique total initial nul, des mesures ultérieures de moment cinétique sur chacune des deux parties seront corrélées par $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$. Dans ce cas, les corrélations s'interprètent par des causes communes dans le passé commun aux deux parties du système.

Nous allons donc définir une fonction de corrélation entre des mesures éloignées, qui nous permettra de montrer que les corrélations prévues par la Mécanique Quantique sont d'une certaine manière plus "fortes" que les corrélations classiques, et nous conduira au théorème de BELL.

On considère à nouveau le dispositif de la figure 2, effectuant des mesures dichotomiques sur chacune des particules émises par paires par la source S. Un paramètre ajustable (par exemple l'orientation de STERN et GERLACH ou du polariseur) repère la position des appareils de mesure. Nous noterons $A(\vec{a})$ et $B(\vec{b})$ les grandeurs mesurées respectivement sur les particules 1 et 2, \vec{a} repérant la position de l'analyseur A et \vec{b} la position de l'analyseur B.

Les mesures étant dichotomiques, on aura :

$$A(\vec{a}) = \pm 1$$

$$B(\vec{b}) = \pm 1$$

Si on considère N paires préparées de façon identiques, on aura accès aux quatre nombres $n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$ ($i, j = \pm 1$), qui définissent respectivement les nombres de paires ayant donné le résultat i pour la mesure $A(\vec{a})$ et la résultat j pour la mesure $B(\vec{b})$.

On a bien sûr :

$$n_{++}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{--}(\vec{a}, \vec{b}) = N$$

Lorsque N est grand, les paires étant toutes préparées dans des conditions identiques on peut définir la probabilité pour une paire de donner les résultats (i, j) :

$$p_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}{N}$$

avec

$$\sum_{i,j} p_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) = 1$$

La fonction de corrélation sera définie de la manière habituelle en théorie des probabilités par l'expression :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\overline{A(\vec{a}) B(\vec{b})} - \overline{A(\vec{a})} \overline{B(\vec{b})}}{\sqrt{|\overline{A(\vec{a})}|^2} \sqrt{|\overline{B(\vec{b})}|^2}}$$

Dans tous les cas dont nous allons nous occuper, nous aurons $\overline{A(\vec{a})} = \overline{B(\vec{b})} = 0$ (les particules 1 (resp.2) se divisent également entre les 2 voies de l'analyseur A (resp.B)).

On a donc, en utilisant le fait que $A(\vec{a}) \cdot B(\vec{b}) = \pm 1$:

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \overline{A(\vec{a}) B(\vec{b})}$$

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = p_{++}(\vec{a}, \vec{b}) - p_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) - p_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) + p_{--}(\vec{a}, \vec{b})$$

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{n_{++}(\vec{a}, \vec{b}) - n_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) - n_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{--}(\vec{a}, \vec{b})}{n_{++}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{--}(\vec{a}, \vec{b})}$$

On voit que $E(\vec{a}, \vec{b})$ varie entre $+1$ et -1 , la valeur 0 correspondant à l'absence de corrélations (les particules se répartissent aléatoirement entre les voies des analyseurs), les valeurs ± 1 à de fortes corrélations.

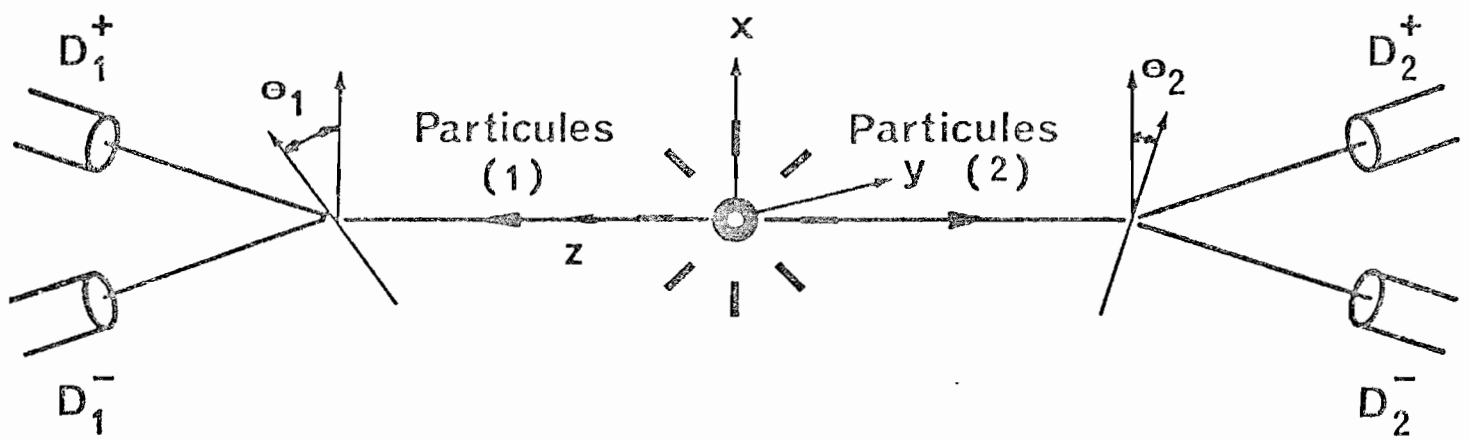


FIGURE 3

Les orientations des analyseurs sont ici repérées par les angles azimuthaux θ_1 et θ_2 , comptés dans le plan xOy par rapport à la direction Ox .

A titre d'illustration, nous allons calculer $E(\vec{a}, \vec{b})$ dans trois cas simples.

Nous supposerons dans ces trois cas avoir affaire à des paires de photons.

Les deux premiers exemples sont des modèles d'émission classique, pour lesquels les corrélations s'interprètent par des "causes communes dans le passé".

Le troisième exemple illustre une situation quantique du type B.E.P.R.

I. 2.3. Exemples de fonctions de corrélation classiques et quantique

Considérons une source émettant de la lumière polarisée vers deux polariseurs A et B, avec une intensité suffisamment faible pour que les n_{ij} précédents correspondent aux nombres d'impulsions comptées par des photomultiplicateurs. Les paires successives seront émises à intervalles de temps suffisants pour permettre de les identifier sans ambiguïté.

Le dispositif est schématisé figure 3 ; les polariseurs sont par exemple des biréfringents séparant les polarisations parallèle et perpendiculaire à leurs axes repérés par les angles θ_1 et θ_2 .

Exemple 1 :

On suppose que la lumière émise est polarisée rectilignement, suivant le même axe pour chacune des deux directions d'émission, cet axe étant alternativement O_x et O_y pour des émissions successives.

On obtient alors d'après la loi de MALUS :

$$p_{++}(\theta_1, \theta_2) = p_{--}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} (\cos^2\theta_1 \cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_1 \sin^2\theta_2)$$

$$p_{+-}(\theta_1, \theta_2) = p_{-+}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} (\cos^2\theta_1 \sin^2\theta_2 + \sin^2\theta_1 \cos^2\theta_2)$$

$$E(\theta_1, \theta_2) = \cos 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2$$

La corrélation est forte si les polariseurs sont orientés suivant O_x ou O_y , mais s'annule à 45° de ces axes, ce qui est évident physiquement.

Exemple 2 :

On suppose encore que la lumière est polarisée rectilignement suivant le même axe pour chacune des deux directions d'émission, mais cet axe est orienté aléatoirement entre 0 et 2π avec une distribution uniforme repérée par un angle θ :

$$\rho(\theta) d\theta = \frac{d\theta}{2\pi}$$

On obtient alors :

$$E(\theta_1, \theta_2) = \int_0^{2\pi} \cos 2(\theta_1 - \theta) \cos 2(\theta_2 - \theta) \frac{d\theta}{2\pi}$$

$$E(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \cos 2(\theta_1 - \theta_2)$$

$E(\theta_1, \theta_2)$ présente une symétrie cylindrique autour de O_z (elle n'est fonction que de $(\theta_1 - \theta_2)$), mais on a $|E(\theta_1, \theta_2)| < 1/2$: la corrélation est plus faible que dans le cas précédent.

Exemple 3 : La situation B.E.P.R.

On considère maintenant que chaque paire de photons est dans un état quantique, analogue à un état singulet de spin 1/2, qui s'écrit :

$$|\psi_{\text{pol}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1 : O_x\rangle |2 : O_x\rangle + |1 : O_y\rangle |2 : O_y\rangle)$$

la notation $|1 : O_x\rangle$ signifiant que le photon n° 1 est polarisé suivant O_x .

La Mécanique Quantique permet alors de calculer les probabilités $p_{ij}(\theta_1, \theta_2)$ et $E(\theta_1, \theta_2)$; on obtient : *

$$p_{++}(\theta_1, \theta_2) = p_{--}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$$

$$p_{+-}(\theta_1, \theta_2) = p_{-+}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$$

$$E(\theta_1, \theta_2) = \cos 2(\theta_1 - \theta_2)$$

On obtient donc une fonction de corrélation à symétrie cylindrique, qui atteint la valeur 1 pour $\theta_1 = \theta_2$ et la valeur -1 pour $(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\pi}{2}$.

Les corrélations quantiques sont dans cet exemple fortes quelle que soit l'orientation absolue des polariseurs, pourvu que θ_1 reste égal à θ_2 **.

Pourrait-on retrouver ce résultat à l'aide d'une théorie à paramètres supplémentaires - l'électromagnétisme classique en est un exemple - qui soit locale au sens du paragraphe I. 1.3. ?

Autrement dit, est-il possible de définir deux fonctions $f_A(\lambda)$ et $g_B(\lambda)$, décrivant séparément les résultats des mesures A et B en fonction des caractéristiques λ de la paire émise, de façon à retrouver la valeur de $E(\vec{a}, \vec{b})$ prédite par la Mécanique Quantique ?

Nous allons voir maintenant que le théorème de BELL répond négativement à cette question.

*Le calcul détaillé est donné dans l'annexe 1.

**

Le résultat est également valable pour la situation B.E.P.R. exposée au § I. 2.1., dans laquelle on considère des particules de spin 1/2 dans l'état singulet.

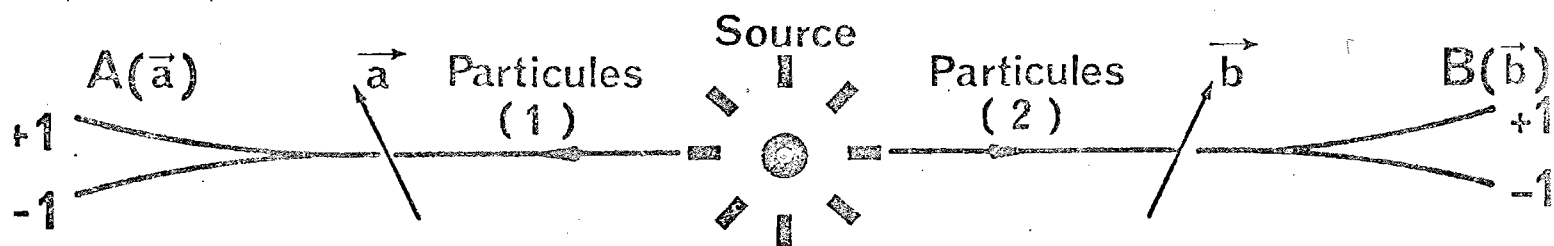


FIGURE 2

Les particules (1) et (2) sont émises par paires par une source, et des analyseurs A et B dont l'orientation est repérée par \vec{a} et \vec{b} effectuent des mesures dichotomiques sur chaque particule.

I. 3. Les inégalités de BELL

I. 3.1. Hypothèses

Considérons à nouveau le dispositif de la figure 2, la source S émettant des paires et les analyseurs effectuant les mesures $A(\vec{a})$ et $B(\vec{b})$ sur les deux particules après leur séparation.

Les discussions qui précèdent, nous conduisent à essayer d'interpréter les corrélations prédites par la Mécanique Quantique dans l'exemple B.E.P.R. en attribuant à chaque paire émise des caractéristiques, notées λ , qui spécifient le plus complètement possible l'état de chaque paire ^{*}.

Les λ peuvent évidemment varier d'une paire à l'autre, et l'ensemble de toutes les paires émises sera décrit statistiquement par une distribution de probabilité $\rho(\lambda)$, indépendante des orientations \vec{a} et \vec{b} des analyseurs.

Le résultat A ($= \pm 1$) dépendra de \vec{a} et de λ , le résultat B de \vec{b} et de λ ; mais l'exigence de localité formulée précédemment fait que A ne peut dépendre de \vec{b} , ni B de \vec{a} .

La fonction de corrélation $E(\vec{a}, \vec{b})$ s'écrit donc sous la forme :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \overline{A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda)}$$

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda)$$

L'intégrale est prise sur l'ensemble statistique considéré, qui décrit toutes les paires émises.

On aura donc par définition de la densité de probabilité $\rho(\lambda)$:

$$\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$$

$$\rho(\lambda) \geq 0$$

^{*} λ peut être une grandeur à plusieurs composantes, éventuellement complexes.

Remarquons que la théorie ainsi définie est déterministe : λ , \vec{a} , \vec{b} étant donnés, $A(\vec{a}, \lambda)$ et $B(\vec{b}, \lambda)$ ont une valeur bien définie, +1 ou -1.

Cette exigence est inutile à la démonstration qui nous intéresse ; nous allons donc nous en affranchir de la manière suivante :

étant donnés λ et \vec{a} , on peut supposer que la valeur de $A(\vec{a}, \lambda)$ n'est pas complètement déterminée, mais que des fluctuations internes locales de l'appareil de mesure peuvent faire que $A(\vec{a}, \lambda)$ vaut tantôt +1, tantôt -1.

On définit alors une moyenne de $A(\vec{a}, \lambda)$ sur ces fluctuations, que l'on note $\hat{A}(\vec{a}, \lambda)$, et qui vérifie simplement :

$$|\hat{A}(\vec{a}, \lambda)| \leq 1$$

Le même raisonnement conduit à définir $\hat{B}(\vec{b}, \lambda)$, avec :

$$|\hat{B}(\vec{b}, \lambda)| \leq 1$$

La fonction de corrélation devient alors :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \hat{A}(\vec{a}, \lambda) \hat{B}(\vec{b}, \lambda)$$

L'hypothèse de localité exige évidemment toujours que \hat{A} soit indépendant de \vec{b} , et \hat{B} de \vec{a} .

I. 3.2. Démonstration

Considérons alors 2 orientations possibles pour chaque appareil de mesure, \vec{a} et \vec{a}' pour A, \vec{b} et \vec{b}' pour B.

On obtient en utilisant les définitions qui précèdent :

$$\begin{aligned} E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') &= \int d\lambda \rho(\lambda) \left[\hat{A}(\vec{a}, \lambda) \hat{B}(\vec{b}, \lambda) - \hat{A}(\vec{a}, \lambda) \hat{B}(\vec{b}', \lambda) \right] \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) \left[\hat{A}(\vec{a}, \lambda) \hat{B}(\vec{b}, \lambda) (1 \pm \hat{A}(\vec{a}', \lambda)) \hat{B}(\vec{b}', \lambda) \right] \\ &\quad - \int d\lambda \rho(\lambda) \left[\hat{A}(\vec{a}, \lambda) \hat{B}(\vec{b}', \lambda) (1 \pm \hat{A}(\vec{a}', \lambda)) \hat{B}(\vec{b}, \lambda) \right] \end{aligned}$$

D'où en majorant cette expression :

$$\begin{aligned}
 |E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}')| &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) (1 \pm \hat{A}(\vec{a}', \lambda) \hat{B}(\vec{b}', \lambda)) \\
 &+ \int d\lambda \rho(\lambda) (1 \pm \hat{A}(\vec{a}', \lambda) \hat{B}(\vec{b}, \lambda)) \\
 &\leq 2 \pm (E(\vec{a}', \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}))
 \end{aligned}$$

ou encore :

$$-2 \leq E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}') \leq 2$$

$$-2 \leq -E(\vec{a}, \vec{b}) + E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}') \leq 2$$

Ces inégalités* imposent donc une limitation fondamentale quant aux fonctions de corrélations associées à toute théorie locale à paramètres supplémentaires de la forme définie précédemment. Divers auteurs [9] ont souligné l'accord entre de telles théories et le point de vue "réaliste" d'EINSTEIN.

Nous allons montrer, à l'aide des trois exemples du § précédent, que la Mécanique Quantique est dans certains cas en contradiction avec ces inégalités, obtenues pour la première fois par BELL en 1964 sous une forme légèrement différente [5].

* Les rôles de \vec{a} et \vec{a}' d'une part, \vec{b} et \vec{b}' d'autre part pouvant être permutés, on obtient 4 inégalités avec les signes (+ - + +) (- + + +) (+ + - +) (+ + + -) qui doivent être satisfaites simultanément.

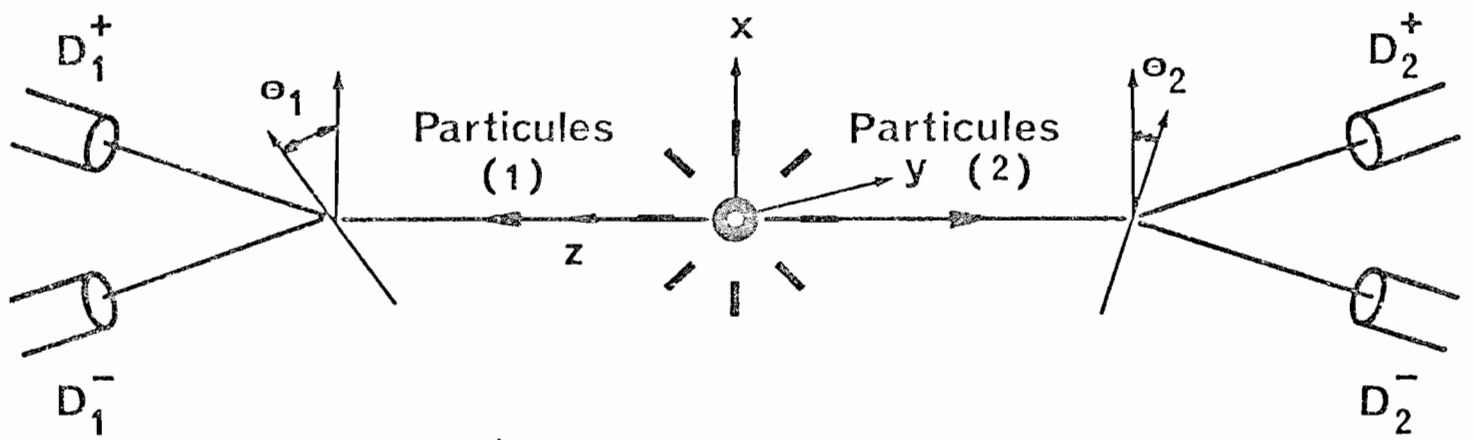


FIGURE 3

Les orientations des analyseurs sont ici repérées par les angles azimuthaux θ_1 et θ_2 , comptés dans le plan xOy par rapport à la direction Ox .

I. 3.3. *Le conflit entre la Mécanique Quantique et les théories réalistes locales*

Reprenons le dispositif de la figure 3, les positions des polariseurs étant repérées par les angles θ_1, θ'_1 , pour A, θ_2, θ'_2 pour B.

On pose :

$$S = E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta_2) + E(\theta'_1, \theta'_2)$$

Le choix des angles $\theta_1, \theta_2, \theta'_1, \theta'_2$, étant a priori quelconque, on choisira les valeurs qui rendent S extrémal.

Les inégalités de BELL s'écrivent sous la forme :

$$-2 \leq S \leq 2$$

Exemple 1

Avec les définitions et notations du § précédent, on obtient :

$$S_1 = \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 \cos 2\theta'_2 + \cos 2\theta'_1 \cos 2\theta_2 + \cos 2\theta'_1 \cos 2\theta'_2$$

$$S_1 = \cos 2\theta_1 (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta'_2) + \cos 2\theta'_1 (\cos 2\theta_2 + \cos 2\theta'_2)$$

Le mécanisme d'émission étant dans cet exemple décrit par une théorie réaliste locale, on vérifie facilement que $|S_1| \leq 2$.

Les valeurs extrêmes sont atteintes :

$$(S_1 = 2 \text{ pour } \theta_1 = \theta_2 = 0, \theta'_1 = \theta'_2 = \frac{\pi}{2})$$

Par contre, comme nous l'avons vu, la valeur de $E(\theta_1, \theta_2)$ dépend des orientations absolues des polariseurs.

Exemple 2

On obtient :

$$S_2 = \frac{1}{2} \left[\cos 2(\theta_1 - \theta_2) - \cos 2(\theta_1 - \theta'_2) + \cos 2(\theta'_1 - \theta_2) + \cos 2(\theta'_1 - \theta'_2) \right]$$

Les différents $E(\theta_1, \theta_2)$ ne dépendant que de l'orientation relative $(\theta_1 - \theta_2)$, on peut poser :

$$\theta_1 - \theta_2 = \phi$$

$$\theta_2 - \theta'_1 = \phi'$$

$$\theta'_1 - \theta'_2 = \phi''$$

On en déduit :

$$S_2 = \frac{1}{2} \left[\cos 2\phi - \cos 2(\phi + \phi' + \phi'') + \cos 2\phi' + \cos 2\phi'' \right]$$

Il est facile d'étudier les extrêmes de cette fonction de ϕ, ϕ', ϕ'' ; on obtient les valeurs :

$$S_2 = \sqrt{2} \quad \text{pour} \quad \phi = \phi' = \phi'' = \frac{\pi}{8} \quad (\text{ou } 22^\circ 5)$$

$$S_2 = -\sqrt{2} \quad \text{pour} \quad \phi = \phi' = \phi'' = \frac{3\pi}{8} \quad (\text{ou } 67^\circ 5)$$

Ici encore, on a un exemple de théorie réaliste locale, qui obéit aux inégalités de BELL. Venons en maintenant à la situation quantique.

Exemple 3 : situation BEPR.

Il s'agit maintenant de calculs quantiques, et il vient :

$$S_3 = \left[\cos 2(\theta_1 - \theta_2) - \cos 2(\theta_1 - \theta'_2) + \cos 2(\theta'_1 - \theta_2) + \cos 2(\theta'_1 - \theta'_2) \right]$$

On a simplement $S_3 = 2 S_2$, et la même analyse que ci-dessus conduit à :

$$S_3 = 2\sqrt{2} \text{ pour } \phi = \phi' = \phi'' = \frac{\pi}{8} \text{ (ou } 22^\circ 5)$$

$$S_3 = -2\sqrt{2} \text{ pour } \phi = \phi' = \phi'' = \frac{3\pi}{8} \text{ (ou } 67^\circ 5)$$

L'inégalité $|S_3| \leq 2$ est donc nettement en conflit avec ces prédictions théoriques. Les résultats de la Mécanique Quantique ne peuvent donc être reproduits dans ce cas par aucune théorie réaliste locale dans le sens où nous l'avons défini.

Une question se pose alors : est-il possible de réaliser effectivement une source émettant des paires de photons dans un état tel que nous l'avons défini dans l'exemple 3, et de mesurer $E(\vec{a}, \vec{b})$ par un comptage des $n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$?

L'expérience trancherait alors entre les prédictions quantiques et la possibilité d'une théorie réaliste locale sous-jacente, qui restreindrait le S mesuré expérimentalement, aux valeurs comprises entre -2 et $+2$.

Nous verrons dans le chapitre II à quelles conditions cela est possible, et les chapitres suivants seront consacrés à la description de deux expériences.

Auparavant, nous allons revenir sur la démonstration des inégalités de BELL, en montrant que des inégalités analogues peuvent être obtenues par une voie différente, n'utilisant pas explicitement la notion de paramètres supplémentaires.

I. 4. Autres démonstrations des inégalités de BELL

I. 4.1. Définitions

On a vu dans les paragraphes précédents que les raisonnements concrets sur les inégalités de BELL pouvaient se ramener à une étude statistique d'un ensemble de N paires, triées en fonction des réponses à des tests dichotomiques.

FIGURE 4 a : Tableau I (voir texte)

a	+	e	f	i	j
	-	g	h	k	l
a'	+	m	n	q	r
	-	o	p	s	t

$\underbrace{\quad + \quad -}_{b}$ $\underbrace{\quad + \quad -}_{b'}$

FIGURE 4 b : Tableau II (voir texte)

a +	a' +	e ₁	e ₂	i ₁	i ₂
	a' -	e ₃	e ₄	i ₃	i ₄
a -	a' +	m ₁	m ₂	q ₁	q ₂
	a' -	m ₃	m ₄	q ₃	q ₄

$\underbrace{\quad b'+ \quad b'-}_{b+}$ $\underbrace{\quad b'+ \quad b'-}_{b-}$

On aura par définition :

$$e + f + g + h = 1 \quad (\text{système d'équation (1)})$$

$$i + j + k + \ell = 1$$

$$m + n + o + p = 1$$

$$q + r + s + t = 1$$

Ces seize coefficients, peuvent toujours être définis (en plusieurs opérations), l'ensemble de N paires étant supposé reproductible.

La détermination de ces coefficients permet celle des fonctions de corrélations, conformément aux définitions du § I.2.2. :

$$E(a, b) = e - f - g + h \quad (\text{système d'équation (2)})$$

$$E(a, b') = i - j - k + \ell$$

$$E(a', b) = m - n - o + p$$

$$E(a', b') = q - r - s + t$$

I. 4.2. Hypothèse

Supposons maintenant que chaque membre d'une paire, puisse répondre à la fois aux tests a et a' d'une part, b et b' d'autre part. L'ensemble des N paires se divise alors en seize sous-groupes, correspondant aux proportions indiquées sur la figure 4.b. (tableau II).

La somme de tous les coefficients de ce tableau sera par définition égale à 1, chaque coefficient étant compris entre 0 et 1.

On suppose de plus que l'ordre dans lequel on pose les questions a et a' , ou b et b' , est indifférent ; s'il n'en n'était pas ainsi, le tableau II devrait comporter non pas seize mais soixante quatre coefficients, et les raisonnements ultérieurs ne seraient pas valables.

Remarquons que cette hypothèse est très forte et est généralement contredite par la Mécanique Quantique si les observables associées aux mesures a et a' (ou b et b') ne commutent pas.

Elle a été discutée par STAPP qui l'appelle hypothèse de "contrafactualité" |10| .

Nous allons voir qu'elle entraîne directement les inégalités de BELL.

1. 4.3. Conséquences de l'hypothèse

Les coefficients des tableaux I et II sont reliés entre eux par des relations qui découlent immédiatement des définitions (système (3)) :

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

$$i = e_1 + e_3 + i_1 + i_3$$

$$f = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

$$j = e_2 + e_4 + i_2 + i_4$$

$$g = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$$

$$k = m_1 + m_3 + q_1 + q_3$$

$$h = q_1 + q_2 + q_3 + q_4$$

$$l = m_2 + m_4 + q_2 + q_4$$

$$m = e_1 + e_2 + m_1 + m_2$$

$$q = e_1 + i_1 + m_1 + q_1$$

$$n = i_1 + i_2 + q_1 + q_2$$

$$r = e_2 + i_2 + m_2 + q_2$$

$$o = e_3 + e_4 + m_3 + m_4$$

$$s = e_3 + i_3 + m_3 + q_3$$

$$p = i_3 + i_4 + q_3 + q_4$$

$$t = e_4 + i_4 + m_4 + q_4$$

Formons alors la quantité :

$$S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b')$$

$$S = (e - f - g + h) - (i - j - k + \ell) + (m - n - o + p) + (q - r - s + t)$$

On obtient immédiatement :

$$S = 2 (e_1 + e_2 + e_4 + i_4 + m_1 + q_1 + q_3 + q_4 - e_3 - i_1 - i_2 - i_3 - m_2 - m_3 - m_4 - q_2)$$

$$S = 2(N_1 - N_2)$$

avec

$$0 \leq N_1 \leq 1$$

$$0 \leq N_2 \leq 1$$

$$N_1 + N_2 = 1$$

Par conséquent, il vient :

$$- 2 \leq S \leq 2$$

On retrouve donc les inégalités de BELL sans introduction explicite des variables cachées.

Néanmoins, l'hypothèse de "contrafactualité" contient de façon implicite l'idée que chaque paire se comporte de façon déterministe, puisque chaque particule de la paire soit "savoir répondre" aux tests a et a', ou b et b'.

I. 4.4. Remarques

Nous avons vu que si le tableau II comportant seize coefficients compris entre 0 et 1 existe, alors les répartitions statistiques définies par le tableau I sont soumises aux inégalités de BELL.

On peut se demander, pour une théorie en contradiction avec les inégalités de BELL, et en particulier pour la Mécanique Quantique, si on peut définir tout de même un tableau II ; cette démarche consiste donc à essayer de rapprocher le plus possible la Mécanique Quantique d'un modèle classique, le sens physique du tableau II étant clair.

La détermination du tableau II en fonction du tableau I revient à résoudre le système d'équations (3), comportant seize équations et seize inconnues qui sont $(e_1, e_2, \dots, q_3, q_4)$.

On montre que le système est d'ordre 9 ; pour que les solutions existent, il faut donc satisfaire sept conditions sur les paramètres (e, f, \dots, s, t) , qui se traduisent par les huit équations non indépendantes (système (4)) :

$$\begin{array}{ll} e + f = i + j & e + g = m + o \\ g + h = k + l & f + h = n + p \\ m + n = q + r & i + k = q + s \\ o + p = s + t & j + l = r + t \end{array}$$

Remarquons que ces équations sont compatibles avec les équations de normalisation (système (1)).

On va voir que l'on peut leur donner un sens physique clair ; écrivons en effet la première équation $(e + f = i + j)$ en fonction des $n_{ij}(a, b)$ on obtient :

$$n_{++}(a, b) + n_{+-}(a, b) = n_{++}(a, b') + n_{+-}(a, b')$$

Cette équation signifie que le nombre total de paires donnant le résultat +1 au test a est indépendant du test b ou b' auquel est soumis l'autre membre de la paire.

Cette condition est appelée par BERTHELOT "localité opérationnelle" [11], et elle est vérifiée par la Mécanique Quantique.

Les autres équations du système (4) traduisent des conditions analogues sur les autres "questions" a', b, b' .

FIGURE 4 c : Tableau I et II dans la "situation BEPR".
(voir texte).

0°	+	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$
	-	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$
45°	+	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$
	-	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{8}$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$
		$\underbrace{\quad\quad}_{22^\circ 5}$		$\underbrace{\quad\quad}_{67^\circ 5}$	

Tableau I

0°+	45° +	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$
	45° -	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$
0°-	45° +	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$
	45° -	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 - \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$	$\frac{1 + \sqrt{2}}{16}$
		67°5+	67°5-	67°5+	67°5-
		$\underbrace{\quad\quad}_{22^\circ 5 +}$		$\underbrace{\quad\quad}_{22^\circ 5 -}$	

Tableau II

On peut donc calculer les coefficients du tableau II pour la Mécanique Quantique. Puisqu'on sait que si ces coefficients sont positifs, les inégalités de BELL doivent être vérifiées, il existera nécessairement des coefficients négatifs dans le tableau II.

Leur interprétation en terme de proportions ou de fréquences relatives perd bien sûr toute signification.

On sait qu'une telle situation apparaît lorsqu'on cherche à exprimer le résultat d'un calcul quantique sous une forme identique au résultat classique correspondant : les grandeurs qui, dans le cas classique, étaient interprétées comme des probabilités, sont alors susceptibles de prendre des valeurs négatives.

C'est par exemple, le cas pour la fonction de corrélation d'intensité de lumière présentant l'effet de dégroupement ("antibunching") $|1\rangle$.

L'apparition d'une telle situation semble bien indiquer qu'on a affaire à un effet typiquement quantique.

Les expressions des coefficients du tableau II en fonction de ceux de tableau I (solution générale du système (3)) sont donnés dans l'annexe 2

On indique aussi à titre d'exemple les valeurs des coefficients pour les trois cas étudiés dans le paragraphe précédent.

On remarque bien sûr que le tableau II correspondant à l'exemple quantique comporte des coefficients négatifs (voir figure 4.c).

Réciproquement, si les coefficients du tableau I satisfont aux inégalités de BELL, alors on peut toujours trouver un tableau II, à coefficients tous positifs, associé au tableau I par le système d'équation (3). Les inégalités de BELL sont donc équivalentes à l'existence d'un tableau II à coefficients positifs, défini par le système (3) à partir des résultats "expérimentaux" du tableau I.

Insistons pour terminer sur l'hypothèse essentielle qui a été faite tout au long de ce paragraphe : la reproductibilité de l'échantillon de N paires ayant servi à définir le tableau I.

Quatre opérations sont en effet nécessaires (tests (ab) , (ab') , $(a'b)$, $(a'b')$) pour "remplir" le tableau I, et ce tableau perd tout son sens si les quatre opérations concernent des groupes de particules différents.

Dans le cadre des théories à paramètres supplémentaires exposées au paragraphe précédent, cette condition correspond à l'indépendance de la distribution de probabilité $\rho(\lambda)$ des paramètres définissant les paires émises, vis à vis des orientations \vec{a} ou \vec{b} des analyseurs.

Nous verrons dans le chapitre suivant que cette hypothèse constitue la condition essentielle de validité de tous les tests expérimentaux réalisés.

1. 5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une expérience idéale ("situation B.E.P.R") dans laquelle on peut obtenir des inégalités auxquelles sont soumises toutes les théories locales à paramètres supplémentaires ; il y a conflit entre ces inégalités et les prédictions de la Mécanique Quantique pour cette expérience idéale.

Par ailleurs, les théories locales à paramètres supplémentaires, déterministes ou non, ont été associées à la possibilité de définir simultanément les probabilités de résultats de mesures portant sur des observables incompatibles au sens de la Mécanique Quantique ; le viol des inégalités de BELL par la Mécanique Quantique est équivalent à l'attribution de valeurs négatives à certaines de ces probabilités.

La mise en évidence expérimentale du conflit entre les inégalités de BELL et la Mécanique Quantique nécessite plusieurs mesures avec modifications des paramètres du dispositif (orientations des analyseurs) ; on devra donc supposer, si on ne peut pas s'en assurer expérimentalement, que l'ensemble des événements pris en compte est un "bon échantillon" statistique, reproductible malgré les modifications du dispositif expérimental.

Chapitre 2.

Les tests expérimentaux :
considérations générales

II. LES TESTS EXPERIMENTAUX : CONSIDERATIONS GENERALES

Ce chapitre est consacré à l'exposé des conditions auxquelles doit satisfaire une expérience de corrélation réelle, pour pouvoir être considérée comme une réalisation satisfaisante de la "gedanken experiment" présentée dans le chapitre précédent.

Nous allons voir que ces conditions n'ont encore jamais été toutes remplies simultanément par une expérience réelle ; nous présenterons diverses expériences réalisées entre les années 70 et 80, et nous introduirons les deux expériences réalisées à l'Institut d'Optique, qui sont la forme la plus élaborée pour des expériences de ce type.

II. 1. Contraintes expérimentales

Nous cherchons donc à réaliser une expérience ainsi proche que possible du schéma idéal suivant : une source émet des paires de particules en direction d'analyseurs A et B, qui réalisent sur chaque particule des mesures dichotomiques dépendant des paramètres ajustables \vec{a} et \vec{b} ("orientation" des analyseurs).

L'état quantique de la paire devra être déterminé par les caractéristiques de la source, permettant ainsi de calculer les fonctions de corrélations $E(\vec{a}, \vec{b})$.

Pour que le test soit probant, il faudra bien sûr que les valeurs de $E(\vec{a}, \vec{b})$ prédites par la Mécanique Quantique soient en conflit avec les inégalités de BELL.

II. 1.1. Conditions de violation des inégalités de BELL

Montrons tout d'abord que du point de vue du formalisme quantique, la violation des inégalités de BELL n'est possible que si le vecteur d'état décrivant l'ensemble des deux particules n'est pas un produit tensoriel de vecteurs d'état attachés à chacune des particules. |12| .

La description quantique d'un système physique constitué de deux parties fait intervenir le produit tensoriel $\mathcal{E}(1) \otimes \mathcal{E}(2)$ des espaces des états relatifs à chacune des deux parties. Par exemple, l'état d'un système de deux électrons est décrit par une fonction d'onde à six variables d'espace et deux variables de spin :

$$\psi(x_1, y_1, z_1, \tau_1, x_2, y_2, z_2, \tau_2)$$

associée à un ket de $\mathcal{E}(1) \otimes \mathcal{E}(2)$. Les kets de cet espace s'écrivent sous la forme générale :

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |u_i(1)\rangle \otimes |v_j(2)\rangle$$

$$\{ |u_i(1)\rangle \} \quad \text{et} \quad \{ |v_j(2)\rangle \}$$

étant des bases des espaces : $\mathcal{E}(1)$ et $\mathcal{E}(2)$.

$|\psi\rangle$ ne peut en général pas être décomposé en un produit tensoriel d'un ket de $\mathcal{E}(1)$ et d'un ket de $\mathcal{E}(2)$.

Nous allons montrer, que dans le cas où c'est possible, c'est-à-dire si l'on peut écrire :

$$|\psi\rangle = |\psi(1)\rangle \otimes |\psi(2)\rangle$$

alors les inégalités de BELL sont automatiquement satisfaites.

L'opérateur associé à la mesure de $E(\vec{a}, \vec{b})$ est l'opérateur produit tensoriel $A(\vec{a}) \otimes B(\vec{b})$.

On a donc :

$$\begin{aligned} E(\vec{a}, \vec{b}) &= \langle \psi | A(\vec{a}) \otimes B(\vec{b}) | \psi \rangle \\ &= \langle \psi(1) | A(\vec{a}) | \psi(1) \rangle \langle \psi(2) | B(\vec{b}) | \psi(2) \rangle \end{aligned}$$

$E(\vec{a}, \vec{b}')$, $E(\vec{a}', \vec{b})$, $E(\vec{a}', \vec{b}')$ sont donnés par des expressions similaires, en changeant \vec{a} en \vec{a}' ou \vec{b} en \vec{b}' .

On utilise alors le lemme ^{*} suivant : si X, X', Y, Y' , sont quatre nombre compris entre -1 et $+1$, alors :

$$-2 \leq XY - XY' + X'Y + X'Y' \leq 2$$

En posant :

$$X = \langle \psi(1) | A(\vec{a}) | \psi(1) \rangle \quad (|X| \leq 1)$$

$$X' = \langle \psi(1) | A(\vec{a}') | \psi(1) \rangle \quad (|X'| \leq 1)$$

$$Y = \langle \psi(2) | B(\vec{b}) | \psi(2) \rangle \quad (|Y| \leq 1)$$

$$Y' = \langle \psi(2) | B(\vec{b}') | \psi(2) \rangle \quad (|Y'| \leq 1)$$

On obtient :

$$-2 \leq E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}') \leq 2$$

^{*}NOTE : Si X, X', Y, Y' , sont quatre nombres compris entre -1 et $+1$, on forme la quantité :

$$\begin{aligned} S &= |XY - XY'| + |X'Y + X'Y'| \\ &= |X| |Y - Y'| + |X'| |Y + Y'| \\ S &\leq |Y - Y'| + |Y + Y'| \end{aligned}$$

En distinguant quatre cas suivant les signes de $(Y - Y')$ et $(Y + Y')$, on obtient facilement $S \leq 2$. Le lemme annoncé s'en déduit immédiatement.

Les fonctions $E(\vec{a}, \vec{b})$ obéissent donc aux inégalités de BELL pour un état produit tensoriel d'un ket de $\mathcal{E}(1)$ et d'un ket de $\mathcal{E}(2)$.

On doit donc choisir pour les tests expérimentaux une source préparant des paires de particules dans un état quantique "non factorisable": l'état singulet pour des particules de spin $1/2$, ou l'état de polarisation présenté dans l'exemple 3 du § I. 2.2., pour des paires de photons, répondent à cette condition.

Cependant, cette condition nécessaire n'est pas une condition suffisante pour que les prédictions de la Mécanique Quantique soient en conflit avec les inégalités de BELL.

Nous verrons dans les paragraphes suivants que le calcul quantique complet, pour un dispositif expérimental réel, impose des contraintes sévères, notamment quant à l'efficacité des analyseurs et des détecteurs, et à la "pureté" de la situation expérimentale (possibilité de l'affranchir de nombreux effets parasites, qui contribuent le plus souvent à diminuer les corrélations observées).

Nous décrirons dans le paragraphe suivant deux types d'expériences pour lesquelles l'état quantique est effectivement du type ci-dessus (paires de protons dans l'état singulet, paires de photons γ issus de l'annihilation e^+ et e^-). Leur validité en tant que tests des théories réalistes locales sera discutée, et nous verrons que des paires de photons optiques issus d'une cascade atomique sont aussi candidats pour des tests plus probants.

II. 1.2. Conditions de temps

Dans les conditions de l'expérience idéale, les particules doivent pouvoir être considérées comme séparées au moment des mesures.

On doit d'autre part interdire toute possibilité d'échange d'information entre les appareils de mesure, ainsi qu'entre ceux-ci et la source.

On peut traduire ces conditions de la façon suivante :

1. Certains auteurs [13] ont suggéré l'existence d'un lien entre les corrélations prédites par la Mécanique Quantique et le recouvrement des paquets d'ondes associés aux particules.

Il est donc souhaitable que les dimensions du dispositif soient telles que les paquets d'ondes soient séparés au moment de la mesure, ou tout au moins que les analyseurs soient séparés de la source d'une distance L supérieure aux dimensions des paquets d'onde.

Pour des photons, la longueur du paquet d'onde sera égale à $c \tau$, où τ est la durée de vie du niveau excité ; on doit donc avoir :

$$c \tau \ll L$$

2. Les conditions de mesure doivent être telles que l'on puisse considérer ces mesures comme étant séparées par un intervalle du genre espace, au sens de la relativité restreinte.

3. Pour exclure toute possibilité d'échange d'information entre la source et les analyseurs, les orientations de ceux-ci doivent arbitrairement changer pendant le temps de vol des particules ; on s'assure ainsi que la distribution $\rho(\lambda)$ des paramètres supplémentaires spécifiant l'état des paires émises est indépendante des orientations des analyseurs.

Nous verrons plus loin lesquelles de ces conditions sont satisfaites par les expériences réelles.

II. 1.3. Conditions d'efficacité

Nous avons vu que l'expression de la fonction de corrélation pour l'expérience idéale pourrait s'écrire sous la forme (notations du § I. 2.2.).

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{n_{++}(\vec{a}, \vec{b}) - n_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) - n_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) + n_{--}(\vec{a}, \vec{b})}{N}$$

où N est le nombre total de paires prises en compte. Dans l'expérience idéale, les particules sont émises par paires dans des directions opposées (corrélacion angulaire parfaite), les analyseurs et les détecteurs ont une efficacité de 100 %.

Tous les évènements comptés correspondent donc effectivement à des paires, et on a :

$$N = \sum_{i,j} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) \quad (i, j = \pm 1)$$

Dans une expérience réelle, des pertes apparaissent dans chacune des voies du dispositif ; elles sont dues essentiellement à la faible efficacité des détecteurs, et éventuellement au défaut de corrélacion angulaire entre les particules émises. On détecte donc des particules en "coups simples" sur chaque voie, la particule associée n'étant pas détectée. Le nombre total de paires détectées (N défini ci-dessus) n'est donc pas égal au nombre total de paires émises par la source, et une hypothèse auxiliaire est nécessaire pour conserver son sens à la fonction de corrélacion définie ci-dessus (sans cette hypothèse, que nous détaillerons plus loin, le dénominateur de $E(\vec{a}, \vec{b})$, doit représenter le nombre total de paires émises, très supérieur au nombre de paires comptées intervenant au numérateur ; $E(\vec{a}, \vec{b})$ est alors très petit, les inégalités de BELL sont manifestement satisfaites).

D'autres difficultés sont liées aux analyseurs ; pour des photons de haute énergie ou pour des protons, on ne dispose pas d'analyseurs efficaces ; le test expérimental est alors très indirect. (voir § suivant).

Pour des photons optiques, des polariseurs ayant à la fois une bonne transmission pour une polarisation et un bon pouvoir d'extinction pour la polarisation orthogonale peuvent être construits ; il est par contre plus difficile de réaliser des polariseurs "à deux voies de sortie" réalisant de véritables mesures dichotomiques de polarisation.

Les expériences réalisées jusque là utilisaient des polariseurs à une voie de sortie, ne permettant que la mesure de n_{++} (\vec{a} , \vec{b}).

Au prix de calibrations auxiliaires, on peut néanmoins réaliser un test probant avec de tels dispositifs.

Nous décrirons au chapitre IV une expérience, utilisant des polariseurs à une voie de sortie, puis au chapitre V une expérience originale utilisant des polariseurs "à deux voies de sortie", et donc plus proche de l'expérience idéale.

Nous verrons que l'interprétation des résultats de cette deuxième expérience est plus directe, et ne nécessite pas de calibrations auxiliaires.

II. 2. Expériences à haute énergie

Pour comparer plus aisément les différents types d'expériences, on introduit les grandeurs suivantes :

T_i : transmission des analyseurs $i = 1$ ou 2

P_i : pouvoir d'analyse* des analyseurs, compris entre 0 et 1

η_i : efficacité des détecteurs.

Pour l'expérience idéale, $T_1 \eta_1 P_1 = T_2 \eta_2 P_2 = 1$.

* NOTE : Le pouvoir d'analyse est défini en considérant un faisceau de particules complètement polarisé suivant l'un des axes de l'analyseur, qui effectue une mesure dichotomique (résultat ± 1) ; on a alors :

$$P = \frac{|N+ - N-|}{N+ + N-}$$

où $N+$ et $N-$ représentent le nombre de particules détectées sur chacune des voies de l'analyseur.

II. 2.1. Diffusion proton-proton dans l'état singulet

Une expérience de ce type a été réalisée en 1976 au C.E.A. par LAMEHI-RACHTI et MITTIG |14|.

Des protons de basse énergie (13-14 MeV) sont diffusés sur une cible d'hydrogène, et les paires de protons ayant interagi émergent de la cible suivant des directions orthogonales (corrélacion angulaire parfaite, si on néglige l'effet des diffusions multiples). Leurs spins sont analysés grâce à des diffuseurs à carbone **.

Les analyseurs ont un pouvoir d'analyse voisin de 0,7 et une très faible transmission ($\eta \approx 10^{-5}$).

Par contre, l'efficacité des détecteurs est égale à 100 %.

Cette expérience a été la première à satisfaire à la première condition de temps (séparation des paquets d'onde).

Par contre, les conditions 2 et 3 ne sont pas satisfaites.

Cette expérience suppose une analyse rigoureuse des contributions respectives de l'état singulet et de l'état triplet. Les résultats obtenus sont en remarquable accord avec les prédictions quantiques, mais leur comparaison avec les inégalités de BELL nécessite un détour important, et l'introduction d'hypothèses assez restrictives.

CLAUSER et SHIMONY |15| ont discuté la validité de la confrontation entre les résultats de cette expérience et les inégalités de BELL, en objectant notamment que la séparation de la contribution de l'état singulet nécessite une utilisation poussée de la Mécanique Quantique, ce qui peut constituer un cercle vicieux, puisque le résultat obtenu par des calculs quantiques n'est plus un résultat expérimental brut, témoignant éventuellement d'un formalisme à paramètres supplémentaires sous-jacent.

Remarquons néanmoins que la plupart des calculs incriminés auraient pu être éliminés par une légère modification du dispositif expérimental, possible en principe mais difficile à réaliser techniquement. La difficulté principale reste donc liée à la très faible transmission des détecteurs conduisant à une valeur de $T_i \eta_i P_i$ voisine de 10^{-5} . Nous verrons que cette difficulté se retrouve dans les autres expériences, et nous discuterons en détail l'hypothèse auxiliaire qui lui est associée à propos des expériences utilisant des photons optiques.

** NOTE : L'utilisation d'aimants de STERN et GERLACH est impossible pour des particules chargées.

II. 2.2. Paires de photons issus de l'annihilation du positronium

Plusieurs expériences de ce type ont été réalisées [16].

Le principe en est le suivant : une source radioactive β^+ est entourée d'un annihilateur ; l'annihilation électron-positron donne naissance à deux photons γ de 0,511 MeV, corrélés angulairement à 180°.

Les paires "utiles" sont sélectionnées par des collimateurs.

La mesure de polarisation linéaire est effectuée par un polarimètre COMPTON* (scintillateurs plastiques et cristaux NaI, suivi de photomultiplificateurs), dont l'orientation est ajustable.

L'état quantique de la paire de photons émises est décrite par le ket (notations du § I. 2.3.):

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1 : 0_x, 2 : 0_y\rangle - |1 : 0_y, 2 : 0_x\rangle)$$

La fonction de corrélation prédite par la Mécanique Quantique est alors :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = - \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

Cette fonction de corrélation conduit bien à un conflit avec les inégalités de BELL.

Malheureusement, on ne dispose pas de polariseurs efficaces pour des photons de haute énergie : ni le pouvoir d'analyse ni la transmission des polarimètres ne sont égaux à 100%. L'interprétation des résultats expérimentaux suppose alors l'utilisation conjointe de calculs quantiques (basés sur la formule de KLEIN-NISHINA pour la diffusion COMPTON) et d'hypothèses arbitraires sur les paramètres supplémentaires.

* NOTE : Dans les expériences à photons γ comme dans les expériences utilisant des protons, il n'existe pas à proprement parler "d'analyseur" orientable ; il s'agit plutôt de relier, par le calcul, l'asymétrie d'une section efficace de diffusion à la fonction de corrélation de spin ou de polarisation, qui serait obtenue directement avec de "vrais" analyseurs (voir FROISSART [17]).

De vives controverses ont opposé diverses équipes [16] quant au principe des calculs (effectués sur un ordinateur) nécessaires à l'interprétation de leurs résultats respectifs.

CLAUSER et SHIMONY [15] ont contesté la validité de ces hypothèses concluant que "le mariage entre la Mécanique Quantique et les théories locales à paramètres supplémentaires, nécessaire à l'interprétation de ces résultats, conduit fatalement à une manipulation incorrecte des deux théories".

Remarquons cependant que cette expérience possède certaines caractéristiques, notamment la corrélation angulaire à 180° , qui ne sont pas satisfaites par les autres expériences.

De plus, WILSON, LOWE et BUTT [16] ont effectué une analyse détaillée des conditions de temps 1 et 2, en augmentant progressivement la distance L séparant la source des polarimètres.

Ils n'ont observé aucune variation dans leurs résultats, en remarquable accord avec la Mécanique Quantique, pour des valeurs de L comprises entre 0,2 m et 2,5 m (dimensions du paquet d'onde : environ 0,12 m, trajet optique dans les polarimètres : environ 0,3 m).

Aucun "effet" dû aux tailles relatives du paquet d'onde et du dispositif n'a donc été observé.

Nous reviendrons sur ce point dans les chapitres IV et V.

En conclusion de ce paragraphe, remarquons que la réalisation de différentes expériences dans des conditions différentes permet, dans tous les cas, de tester la validité des prédictions quantiques.

Dans la plupart des cas, un accord remarquable avec les résultats expérimentaux a été observé. La confrontation directe de ces résultats expérimentaux avec les inégalités de BELL, n'est cependant vraiment convaincante que pour les expériences utilisant des photons optiques, que nous allons aborder maintenant.

II. 3. Principe des expériences à photons optiques

II. 3.1. Introduction

Ces expériences utilisent des paires de photons optiques, issus d'une cascade radiative atomique, dont on mesure, en coïncidence, la polarisation linéaire en fonction des orientations des polariseurs.

FRY [18] a étudié systématiquement tous les types de cascades atomiques conduisant à des prédictions quantiques en conflit avec les inégalités de BELL.

Pour éviter d'avoir à agir sur les populations de niveaux hyperfins, il est préférable de choisir des atomes de spin nucléaire nul, ou tout au moins tels que les écarts entre niveaux hyperfins soient très inférieurs à la largeur naturelle des niveaux considérés.

Cinq types de cascades sont alors possibles * :

$$J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$$

$$J = 1 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$$

$$J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 1$$

$$J = 3/2 \rightarrow J = 3/2 \rightarrow J = 1/2$$

$$J = 1/2 \rightarrow J = 3/2 \rightarrow J = 3/2$$

Nous nous restreindrons au premier de ces cinq cas, qui correspond à la cascade que nous avons utilisée (atomes ^{40}Ca de spin nucléaire nul).

Le niveau supérieur $J = 0$ étant alors isotrope, aucune précaution particulière n'est nécessaire pour la réalisation du processus d'excitation

II. 3.2. Prédictions quantiques

Les caractéristiques de la cascade imposent que la paire de photons aie un moment angulaire total nul, et une parité +1.

Si on se restreint aux photons se propageant dans les directions +Oz et -Oz, on peut montrer simplement [19] que l'état de polarisation des photons est décrit par le ket (notations du § I. 2.3.) :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1 : 0_x\rangle |2 : 0_x\rangle + |1 : 0_y\rangle |2 : 0_y\rangle)$$

* NOTE : Il s'agit dans tous les cas de transitions dipolaires électriques.

Cet état est l'état "non factorisable" déjà présenté au § I. 2.3., et est donc un bon candidat pour le test des inégalités de BELL.

Dans l'expérience réelle, on ne peut se restreindre aux paires se propageant suivant Oz ; la corrélation angulaire des photons émis étant faible, il faut en effet collecter la lumière de fluorescence par des lentilles de grande ouverture placées de part et d'autre de la source, afin de recueillir le maximum de paires.

Il faut donc tenir compte dans le calcul de la répartition angulaire des photons émis.

De plus, les polariseurs ne sont pas parfaits.

On caractérise, les performances des polariseurs à une voie par les transmissions t_i'' et t_i^\perp , mesurées pour des lumières polarisées linéairement respectivement parallèlement et perpendiculairement à l'axe du polariseur.

Dans le cas idéal, $t_i'' = 1$ et $t_i^\perp = 0$.

Les performances des polariseurs à deux voies de sorties sont caractérisées de même par les quatre coefficients T_i'' , T_i^\perp , R_i'' , R_i^\perp , les coefficients T se rapportant à l'une des voies (rayon ordinaire pour un polariseur biréfringent*) et les coefficients R à l'autre (rayon extraordinaire).

Dans le cas idéal, $T_i'' = R_i^\perp = 1$, $T_i^\perp = R_i'' = 0$.

Le calcul quantique dans le cas général à été effectué et tabulé par FRY [18] pour divers types de cascades. La probabilité $p_{++}(\vec{a}, \vec{b})$ de détecter deux photons en coïncidence pour des orientations \vec{a} et \vec{b} des polariseurs (et éventuellement sans polariseur, ce que nous indiquons par " ∞ ") est donnée par les expressions :

$$p_{++}(\vec{a}, \vec{b}) \propto \frac{1}{4} (t_1^+ t_2^+ + t_1^- t_2^- F(\theta) \cos 2(\vec{a}, \vec{b}))$$

$$p_{++}(\vec{a}, \infty) \propto \frac{1}{2} t_1^+ \quad p_{++}(\infty, \vec{b}) \propto \frac{1}{2} t_2^+$$

* NOTE: Nous verrons plus loin que les polariseurs utilisés ne sont pas des biréfringents, mais se comportent de façon analogue.

$$p_{++}(\infty, \infty) \propto 1$$

avec :

$$\begin{cases} t_i^+ = t_i'' + t_i^{\perp} \\ t_i^- = t_i'' - t_i^{\perp} \end{cases}$$

$F(\theta)$ est une fonction dépendant du demi-angle au sommet θ de l'angle solide défini par la source et la lentille de collection.

La valeur de $F(\theta)$ est la suivante pour une cascade $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$:

$$F(\theta) = \frac{(7 - 3 \cos\theta - 3 \cos^2\theta - \cos^3\theta)^2}{12(8 - 16 \cos\theta + 9 \cos^2\theta - 2 \cos^4\theta + \cos^6\theta)}$$

$F(\theta)$ vaut 1 pour $\theta = 0$ (angles solides de collection infinitésimaux), puis décroît lentement avec θ .

Pour notre configuration expérimentale ^{*}, $F(\theta)$ vaut 0,984 (voir chapitre III).

Avec des polariseurs à deux voies de sortie, les quantités mesurées sont les $n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$, et les quatre quantités :

$$p_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}{\sum_{ij} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}$$

sont données par des expressions analogues à la précédente, en remplaçant les t_i par les T_i et les R_i .

^{*} NOTE. : Remarquons que pour un cas idéal, on retrouve :

$$p_{++}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{4} (1 + \cos 2(\vec{a}, \vec{b})) = \frac{1}{2} \cos^2(\vec{a}, \vec{b})$$

(voir § I. 2.3.)

Nous verrons plus loin que le dispositif expérimental est conçu de manière à vérifier les propriétés suivantes, qui correspondent à l'équilibrage des sensibilités de détection entre les deux voies de chaque polarimètre :

$$\left\{ \begin{array}{ll} T_1'' = R_1^\perp & \text{et} \quad T_1^\perp = R_1'' \\ T_2'' = R_2^\perp & \text{et} \quad T_2^\perp = R_2'' \end{array} \right.$$

La prédiction théorique pour $E(\vec{a}, \vec{b})$ s'écrit alors sous la forme suivante :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = F(\theta) \frac{(T_1'' - T_1^\perp) (T_2'' - T_2^\perp)}{(T_1'' + T_1^\perp) (T_2'' + T_2^\perp)} \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

Pour le cas idéal, on retrouve la valeur :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \cos 2(\vec{a}, \vec{b}) \text{ du § I. 2.3.}$$

II.-3.3. Remarque

Tous les résultats exposés précédemment concernent des rapports entre des taux de coïncidences.

Cependant, le nombre de photons comptés "en coups simples" sur chaque voie et le nombre total de paires émises, sont très supérieurs aux taux de coïncidences.

Précisons ce dernier point.

Soit N le nombre total de paires émises ; les nombres N_1 et N_2 de photons comptés en simple sur chaque voie, et le taux de coïncidence R_0 sans polariseurs, sont donnés par les expressions :

$$N_1 = \varepsilon_1 N$$

$$N_2 = \varepsilon_2 N$$

$$R_0 \approx \varepsilon_1 \varepsilon_2 N \quad *$$

où ε_1 et ε_2 sont les efficacités globales de détection de chaque voie, et sont de l'ordre de 10^{-3} .

Comme dans les expériences du § II. 2, le produit $T_i \eta_i P_i$ est donc très inférieur à 1.

Nous avons utilisé cette imperfection pour construire une théorie locale à paramètres supplémentaires, reproduisant les prédictions quantiques précédentes.

Ce modèle, présenté dans l'annexe 3, reproduit approximativement les prédictions quantiques pour les taux de coïncidence, avec une précision d'autant meilleure que l'efficacité de la chaîne de détection est plus faible.

Pour les valeurs citées $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 \approx 10^{-3}$, l'accord entre les prévisions quantiques et les prévisions de la théorie locale déterministe est meilleur que 1%.

En conclusion, remarquons que des modèles à variables cachées locales ont pu être construits pour tous les types d'expériences réalisées jusqu'à présent. Ces modèles sous-entendent en général une "conspiration" entre les variables cachées et les imperfections des appareils de mesure. Le modèle que nous présentons utilise la faible valeur des rendements globaux de détection, pour retrouver les prédictions quantiques. Il nous guidera dans le choix de l'hypothèse auxiliaire, nécessaire à la confrontation entre les résultats expérimentaux et les inégalités de BELL.

*NOTE : Cette expression de R_0 n'est valide qu'en ordre de grandeur ;
l'expression complète sera discutée dans les chapitres III et IV.

II. 4. Expériences utilisant des polariseurs à une voie de sortie

Ce paragraphe est consacré à la présentation du principe des expériences utilisant des polariseurs à une voie de sortie.

Comme nous l'avons vu, les taux $n_{+-}(\vec{a}, \vec{b})$, $n_{-+}(\vec{a}, \vec{b})$, $n_{--}(\vec{a}, \vec{b})$, ne sont pas mesurés dans ce type d'expérience.

Il est donc impossible de mesurer expérimentalement $E(\vec{a}, \vec{b})$, et une autre forme doit être donnée aux inégalités de BELL déduites au chapitre précédent.

Nous allons présenter une démonstration des "inégalités de BELL généralisées", ainsi qu'une hypothèse auxiliaire nécessaire à cette démonstration, dues à CLAUSER et HORNE [20].

Nous en déduirons un conflit entre ces inégalités et les prédictions de la Mécanique Quantique, et nous présenterons les expériences correspondantes qui ont été réalisées entre 1972 et 1977 aux ETATS-UNIS.

II. 4.1. Introduction

Les grandeurs mesurées dans ce type d'expérience sont donc, comme nous l'avons vu, les taux de coïncidences pour diverses orientations des analyseurs qui peuvent être éventuellement effacés.

Nous noterons $R(\vec{a}, \vec{b})$ le taux de coïncidences mesuré pour des orientations \vec{a} et \vec{b} des analyseurs, et nous poserons par commodité d'écriture : $R(\infty, \infty) = R_0$.

Nous allons nous placer dans le cadre d'un formalisme local à paramètres supplémentaires ; ces paramètres ne définiront pas le résultat (± 1) d'une mesure dichotomique effectuée sur une particule, mais simplement la probabilité pour que cette particule soit détectée en sortie de l'analyseur.

Introduisons donc la probabilité $p_1(\vec{a}, \lambda)$ pour qu'une particule spécifiée par les paramètres supplémentaires λ soit détectée en sortie du polariseur A, dans l'orientation \vec{a} (avec éventuellement $\vec{a} = \infty$) ; on définit de même $p_2(\vec{b}, \lambda)$ probabilité de détection en B, dans l'orientation \vec{b} .

Ces définitions traduisent une condition de localité, de la même façon que les $A(\vec{a}, \lambda)$ et $B(\vec{b}, \lambda)$ du chapitre I : on suppose en effet que $p_1(\vec{a}, \lambda)$ ne dépend pas de \vec{b} , et que $p_2(\vec{b}, \lambda)$ ne dépend pas de \vec{a} .

Comme dans le paragraphe I. 3., les paramètres λ seront supposés décrits statistiquement par une densité de probabilité $\rho(\lambda)$ positive et normée, indépendante des orientations \vec{a} et \vec{b} des analyseurs ; ceci est une conséquence naturelle de l'hypothèse de localité : les appareils de mesure "n'influent" pas sur les conditions dans lesquelles sont émises les particules .

La probabilité effective de détecter une particule en sortie du polariseur $A(\vec{a})$ est alors obtenue en moyennant sur λ ;

$$p_1(\vec{a}) = \int p_1(\vec{a}, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

de même :

$$p_2(\vec{b}) = \int p_2(\vec{b}, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

La probabilité de détecter une paire, spécifiée par λ , en coïncidence en $A(\vec{a})$ et $B(\vec{b})$ est donnée par :

$$p_{12}(\vec{a}, \vec{b}, \lambda) = p_1(\vec{a}, \lambda) p_2(\vec{b}, \lambda)$$

Cette égalité n'est pas évidente, elle traduit la localité des mesures effectuées en A et B, si on suppose que les paramètres supplémentaires λ spécifient toutes les causes possibles de corrélations.

La probabilité effective d'observer une coïncidence est alors :

$$p_{12}(\vec{a}, \vec{b}) = \int p_1(\vec{a}, \lambda) p_2(\vec{b}, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

Remarquons que les probabilités ainsi définies sont très petites dans une expérience réelle.

Nous allons alors introduire une hypothèse supplémentaire, qui nous permettra d'obtenir une "inégalité de BELL généralisée" portant sur des rappports de telles probabilités.

II. 4.2. L'hypothèse de CLAUSER et HORNE

Cette hypothèse consiste à supposer que, pour une particule spécifiée par les paramètres λ , la probabilité de détection lorsque le polariseur est en place est inférieure ou égale à la probabilité de détection lorsqu'il est retiré. Ceci se traduit par les inégalités :

$$0 \leq p_1(\vec{a}, \lambda) \leq p_1(\infty, \lambda) \leq 1$$

$$0 \leq p_2(\vec{b}, \lambda) \leq p_2(\infty, \lambda) \leq 1$$

où la notation " ∞ " représente l'absence du polariseur.

CLAUSER et HORNE utilisent alors le lemme suivant, dont la démonstration est présentée dans l'article original [20] : Si $x, x', (y, y')$, sont des nombres réels compris entre 0 et X (resp. Y), alors on a :

$$-XY \leq xy - xy' + x'y + x'y' - x'Y - Xy \leq 0$$

Utilisant les deux inégalités précédentes, on en déduit :

$$\begin{aligned}
 - p_1(\infty, \lambda) p_2(\infty, \lambda) &\leq p_1(\vec{a}, \lambda) p_2(\vec{b}, \lambda) - p_1(\vec{a}, \lambda) p_2(\vec{b}', \lambda) \\
 &\quad + p_1(\vec{a}', \lambda) p_2(\vec{b}, \lambda) + p_1(\vec{a}', \lambda) p_2(\vec{b}', \lambda) \\
 &\quad - p_1(\vec{a}', \lambda) p_2(\infty, \lambda) - p_1(\infty, \lambda) p_2(\vec{b}, \lambda) \leq 0
 \end{aligned}$$

Par multiplication par $\rho(\lambda)$ et intégration sur λ , il vient alors :

$$\begin{aligned}
 -p_{12}(\infty, \infty) &\leq p_{12}(\vec{a}, \vec{b}) - p_{12}(\vec{a}, \vec{b}') + p_{12}(\vec{a}', \vec{b}) + \\
 &\quad p_{12}(\vec{a}', \vec{b}') - p_{12}(\vec{a}', \infty) - p_{12}(\infty, \vec{b}) \leq 0
 \end{aligned}$$

Cette inégalité ne porte que sur des probabilités de détection en coïncidence ; elle s'exprime donc directement en fonction des taux de coïncidences $R(\vec{a}, \vec{b})$ et R_0 mesurés expérimentalement.

$$\begin{aligned}
 -1 &\leq \frac{1}{R_0} [R(\vec{a}, \vec{b}) - R(\vec{a}, \vec{b}') + R(\vec{a}', \vec{b}) + R(\vec{a}', \vec{b}') \\
 &\quad - R(\vec{a}', \infty) - R(\infty, \vec{b})] \leq 0
 \end{aligned}$$

On obtient donc une inégalité sur des grandeurs expérimentales, contraignant les théories locales à paramètres supplémentaires obéissant à l'hypothèse de CLAUSER et HORNE.

Discutons brièvement cette hypothèse.

Ses auteurs l'ont appelée hypothèse de "no-enhancement", puisque l'introduction du polariseur ne doit pas "augmenter" la probabilité de détection. Il est facile de vérifier expérimentalement que le nombre de photons détectés n'augmente pas lorsqu'on introduit le polariseur.

Mais ceci n'est qu'un argument en faveur de l'hypothèse, et non une preuve puisque les photons comptés ne sont pas dans un "état pur" des paramètres supplémentaires.

Remarquons que le modèle à variables cachées de l'annexe 3, est en conflit avec l'hypothèse : certaines paires ne sont en effet détectées que si le polariseur est présent.

Il n'existe donc pas de preuves de cette hypothèse ; comme nous l'avons vu, elle est néanmoins nécessaire à l'interprétation des résultats des expériences réelles.

II. 4.3. Simplifications dues aux symétries

Nous allons donner une forme plus concise à l'inégalité de BELL généralisée que nous venons d'obtenir, en utilisant les symétries du dispositif expérimental. Celui-ci est en effet invariant par rotation autour de Oz, et on peut s'attendre à observer les propriétés suivantes, susceptibles d'une vérification expérimentale :

• $R_{12}(\vec{a}, \infty)$ est indépendant de \vec{a} ; on le note R_1 .

• $R_{12}(\infty, \vec{b})$ est indépendant de \vec{b} ; on le note R_2 .

• $R_{12}(\vec{a}, \vec{b})$ ne dépend que de l'angle relatif $\phi = (\vec{a}, \vec{b})$.

entre les orientations des analyseurs.

On peut alors choisir les orientations a, a', b, b' de la façon suivante :

$$(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a}') = (\vec{a}', \vec{b}') = \phi$$

$$(\vec{a}, \vec{b}') = 3\phi$$

L'inégalité précédente devient alors :

$$-1 \leq \frac{1}{R_0} [3 R(\Phi) - R(3\Phi) - R_1 - R_2] \leq 0$$

Cette inégalité peut encore se contracter, pour la valeur particulière

$$\phi = \frac{\pi}{8}$$

on a en effet :

$$R\left(\frac{9\pi}{8}\right) = R\left(\frac{\pi}{8}\right), \text{ et il vient :}$$

$$-1 \leq \frac{1}{R_0} [3 R\left(\frac{\pi}{8}\right) - R\left(\frac{3\pi}{8}\right) - R_1 - R_2] \leq 0$$

$$+0 \leq \frac{1}{R_0} [R\left(\frac{\pi}{8}\right) - 3 R\left(\frac{3\pi}{8}\right) + R_1 + R_2] \leq 1$$

Par conséquent on obtient l'inégalité :

$$\delta \leq 0$$

avec

$$\delta = \left| \frac{R(\pi/8) - R(3\pi/8)}{R_0} \right| - \frac{1}{4}$$

Cette inégalité fut proposée pour la première fois par FREEDMAN en 1972 [21] .

Elle présente l'avantage de ne nécessiter que trois comptages différents :

. deux aux angles $\frac{\pi}{8}$ ($22^\circ 5'$) , $\frac{3\pi}{8}$ ($67^\circ 5'$) ,

. et un sans polariseurs.

En revanche, l'hypothèse d'invariance par rotation doit être soigneusement vérifiée expérimentalement (voir chapitre IV).

II. 4.4. Le conflit avec la Mécanique Quantique

En reportant les prédictions de la Mécanique Quantique du § II. 3.2. dans l'inégalité portant sur $\frac{R(\phi)}{R_0}$, on déduit comme dans l'exemple du § I.2.3. que la quantité $(3R(\phi) - R(3\phi) - R_1 - R_2)$ est extrémale pour $\phi = \frac{\pi}{8}$ ou $\phi = \frac{3\pi}{8}$.

L'inégalité de FREEDMAN est donc particulièrement utile ; la valeur de δ prédite par la Mécanique Quantique est :

$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{2}} (t_1'' - t_1') (t_2'' - t_2') F(\theta) - \frac{1}{4}$$

Pour une expérience idéale, $\delta = 0,104$, en net conflit avec l'inégalité de FREEDMAN.

Une expérience probante, c'est-à-dire conduisant à la violation attendue des inégalités de BELL généralisées, devra donc vérifier la condition :

$$(t_1'' - t_1') (t_2'' - t_2') F(\theta) > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

On voit l'intérêt d'utiliser des polariseurs ayant t'' voisin de 4, et t' voisin de 0 : des feuilles polaroïds ordinaires ne sauraient convenir, t'' ne dépassant pas 0,5.

Les expériences réalisées ont utilisé des polariseurs à pile de glaces, du type de ceux que nous décrirons au chapitre suivant, ou bien des biréfringents.

Quatre expériences de ce type ont été réalisées aux ETATS UNIS en 1972, 1973, 1976 et 1977.

Seule la deuxième est en accord avec les inégalités de BELL, les trois autres étant en excellent accord avec la Mécanique Quantique et en conflit avec les inégalités de BELL.

Nous présentons dans l'annexe 4 les caractéristiques de ces expériences (source utilisée, temps d'intégration, résultats).

Notre expérience sera décrite en détail dans les chapitres III et IV.

II. 5. L'expérience à polarimètres optiques

II. 5.1. Introduction

Ce paragraphe est consacré à la présentation d'une forme d'inégalité de BELL généralisée, applicable à l'expérience qui sera décrite au chapitre V.

On a utilisé, pour la première fois dans une expérience à photons optiques, des polariseurs à deux voies de sortie (polarimètres optiques).

On a ainsi accès directement aux $n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$ intervenant dans l'expression des fonctions de corrélation $E(\vec{a}, \vec{b})$ définies dans le chapitre I.

Cependant, comme dans les autres expériences à photons optiques, les taux de coïncidences enregistrés sont très inférieurs au taux d'émission de la source.

Un modèle local à paramètres supplémentaires comme celui de l'annexe 3, peut donc rendre compte des taux de corrélations prévus par la Mécanique Quantique.

Nous allons voir néanmoins que le fait que le dispositif utilisé soit très proche de l'expérience de pensée idéale, permet de donner une forme simple à l'hypothèse auxiliaire, en accord avec la discussion du paragraphe I.4.

II. 5.2. L'hypothèse de non-biaisage de l'échantillon compté

Pour chaque position \vec{a} ou \vec{a}' , \vec{b} ou \vec{b}' des analyseurs, un certain échantillon des paires émises par la source est effectivement détecté.

Supposons alors que cet échantillon n'est pas biaisé, c'est-à-dire que les paires effectivement enregistrées fournissent un échantillon fidèle et reproductible de l'ensemble des paires émises.

La définition de la fonction de corrélation par :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sum_{i,j} i_j n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}{\sum_{i,j} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}$$

est alors parfaitement légitime, et on peut comparer directement les inégalités de BELL obtenues au § I. 3. et les résultats expérimentaux.

A l'appui de notre hypothèse, on peut proposer les vérifications suivantes : la somme des quatre taux de coïncidences, $\sum_{ij} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$, doit être constante quelles que soient les orientations \vec{a} et \vec{b} ; de plus, on peut vérifier que chaque polarimètre effectue bien une mesure dichotomique, en le testant à l'aide de lumière polarisée linéairement ; la somme des taux de détection sur les deux voies du polarimètre est alors constante, bien que sur chacune des voies le taux de détection varie avec un contraste égal à un.

II. 5.3. Forme définitive des inégalités de BELL généralisées

Lorsqu'on admet notre hypothèse, les inégalités déduites au paragraphe I.3 sont directement applicables, et on doit avoir :

$$-2 \leq S_{\text{mes}} \leq 2$$

avec

$$S_{\text{mes}} = E_{\text{mes}}(\vec{a}, \vec{b}) - E_{\text{mes}}(\vec{a}, \vec{b}') + E_{\text{mes}}(\vec{a}', \vec{b}) + E_{\text{mes}}(\vec{a}', \vec{b}')$$

Comme dans le paragraphe précédent, l'invariance du dispositif par rotation autour de Oz permet de penser que $E_{\text{mes}}(\vec{a}, \vec{b})$ ne dépend que de l'orientation relative $\phi = (\vec{a}, \vec{b})$, ce qui sera vérifié expérimentalement (voir chapitre V).

En choisissant les orientations de façon à ce que :

$$(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a}') = (\vec{a}', \vec{b}') = \phi$$

$$(\vec{a}, \vec{b}') = 3\phi$$

on obtient :

$$S_{\text{mes}} = 3 E_{\text{mes}}(\phi) - E_{\text{mes}}(3\phi)$$

et on doit toujours avoir :

$$-2 \leq S_{\text{mes}} \leq 2$$

si les corrélations observées peuvent s'expliquer par une théorie locale à paramètres supplémentaires, vérifiant l'hypothèse de reproductibilité des échantillons détectés lors de chaque mesure.

Remarquons que la théorie de l'annexe 3 ne vérifie pas cette hypothèse, pas plus que l'hypothèse de "no-enhancement" de CLAUSER et HORNE.

Elle est donc dans les deux cas exclue des tests expérimentaux présentés.

Il s'agit cependant d'une théorie "ad hoc", utilisant les imperfections des expériences.

Au contraire, l'hypothèse de non biaisage (ou de reproductibilité) de l'échantillon cesserait d'être une hypothèse, si on détectait effectivement toutes les paires émises par la source. Une telle expérience étant en principe réalisable (avec d'autres particules que les photons), notre hypothèse revient donc à exclure l'influence de ces imperfections, c'est-à-dire la possibilité que les paramètres supplémentaires "utilisent" les imperfections pour violer les inégalités de BELL.

II. 5.4. Le conflit avec la Mécanique Quantique

En reportant les prédictions quantiques du paragraphe II.3 dans l'expression de S, on obtient :

$$S_{MQ} = F(\theta) \frac{(T_1'' - T_1^\perp) (T_2'' - T_2^\perp)}{(T_1'' + T_1^\perp) (T_2'' + T_2^\perp)} \quad (3 \cos 2\phi - \cos 6\phi)$$

Comme dans l'expérience utilisant des polariseurs simples, cette expression est extrémale lorsque :

$$\phi = \frac{\pi}{8} (22^\circ 5) \quad \text{ou} \quad \phi = \frac{3\pi}{8} (67^\circ 5)$$

Les prédictions quantiques seront donc en conflit avec les inégalités de BELL généralisées si :

$$F(\theta) \frac{(T_1'' - T_1^\perp) (T_2'' - T_2^\perp)}{(T_1'' + T_1^\perp) (T_2'' + T_2^\perp)} > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Cette condition sera satisfaite si les T'' sont voisins de 1, et les T^\perp sont voisins de 0.

Nous décrirons dans le chapitre III des polarimètres optiques répondant à ces conditions.

II. 6. Conclusion

Nous avons donc présenté dans ce chapitre deux inégalités de BELL généralisées, applicables sur deux expériences qui seront décrites plus loin, et obtenues à l'aide d'hypothèses différentes.

Le second dispositif étant plus proche de l'expérience idéale, l'hypothèse qui lui est associée est plus naturelle, puisqu'elle revient simplement à supposer que les imperfections des appareils et les paramètres supplémentaires ne "conspirent" pas pour violer les inégalités de BELL.

Le raisonnement est donc plus direct, ce qui est la contrepartie du fait que l'on mesure directement les fonctions de corrélations $E(\vec{a}, \vec{b})$.

Dans le chapitre suivant, nous décrirons le dispositif expérimental utilisé dans nos expériences.

Les chapitres IV et V seront consacrés à l'exposé des problèmes spécifiques à chacune des deux expériences, et aux résultats obtenus.

Chapitre 3.

Le dispositif expérimental

III. LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Ce chapitre est consacré à la description du dispositif expérimental.

L'accent sera mis sur les choix techniques imposés par la réalisation d'une source émettant des photons corrélés par paire, avec une intensité et une stabilité satisfaisantes.

La description des deux types d'expériences réalisées (avec polariseurs à pile de glaces et avec "cubes polariseurs") fera l'objet des deux chapitres suivants.

III. 1. Introduction

III. 1.1. Généralités

Les techniques de corrélations d'intensité dans le domaine optique soulèvent des problèmes délicats, liés à la faible efficacité des chaînes de détection.

En effet, si ε est la probabilité pour qu'un photon émis soit détecté sur l'une des voies, la probabilité d'observer une coïncidence sera de l'ordre de ε^2 .

Or, à cause du facteur de collection géométrique (égal à 0,076), des pertes diverses sur les éléments optiques, et du faible rendement des tubes photomultiplicateurs (environ 10 %), ε est de l'ordre de 10^{-3} ; ceci signifie que pour un million de paires émises, une seule sera détectée.

On voit donc l'intérêt de réaliser une source suffisamment intense.

De plus, les polariseurs à pile de glaces, utilisant des lames de verre à l'incidence de BREWSTER, n'auront une efficacité correcte que pour des rayons peu inclinés sur l'axe optique.

Par contre, l'angle solide de collection doit être le plus grand possible, afin de recueillir les paires de photons émis sans corrélation angulaire ; on peut concilier ces deux exigences contradictoires en obtenant une petite étendue géométrique à la source, c'est-à-dire en réalisant une source de très petite taille.

Remarquons encore que la détection et le comptage des "paires de photons" utilisent le fait que deux photons provenant d'un même atome sont émis dans un intervalle de temps très court, correspondant à la durée de vie du niveau intermédiaire de la cascade atomique.

L'analyse de telles corrélations temporelles exige l'utilisation d'électronique rapide, permettant des résolutions en temps de l'ordre de la nanoseconde.

Enfin, comme dans tous les problèmes touchant au comptage de photons, l'élimination de la lumière parasite devra être l'objet d'un soin particulier.

III. 1.2. La Source

La solution adoptée consiste à exciter les atomes d'un jet atomique par un processus à deux photons, en irradiant le jet par deux faisceaux lasers superposés.

Comme on va le préciser dans les paragraphes suivants, on obtient ainsi une source très intense, de très faibles dimensions, que l'on place au foyer de lentilles de grande ouverture, assurant ainsi à la fois un facteur de collection géométrique maximum et une étendue géométrique suffisamment petite.

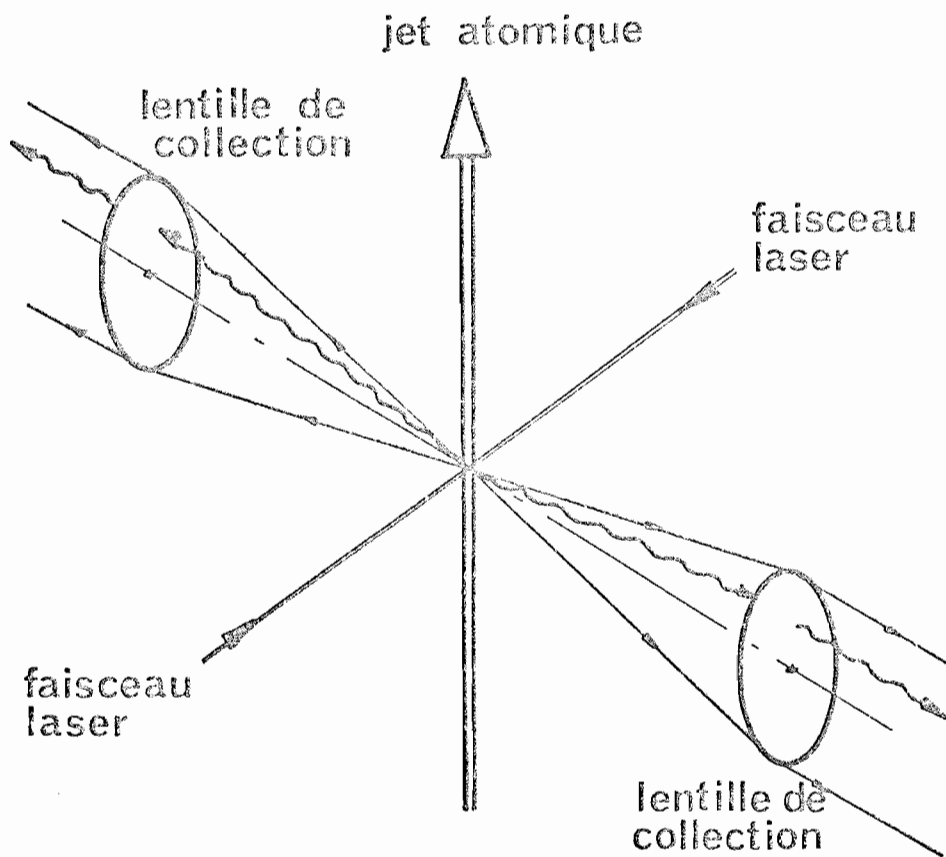


FIGURE 5

Schéma de principe de la source.

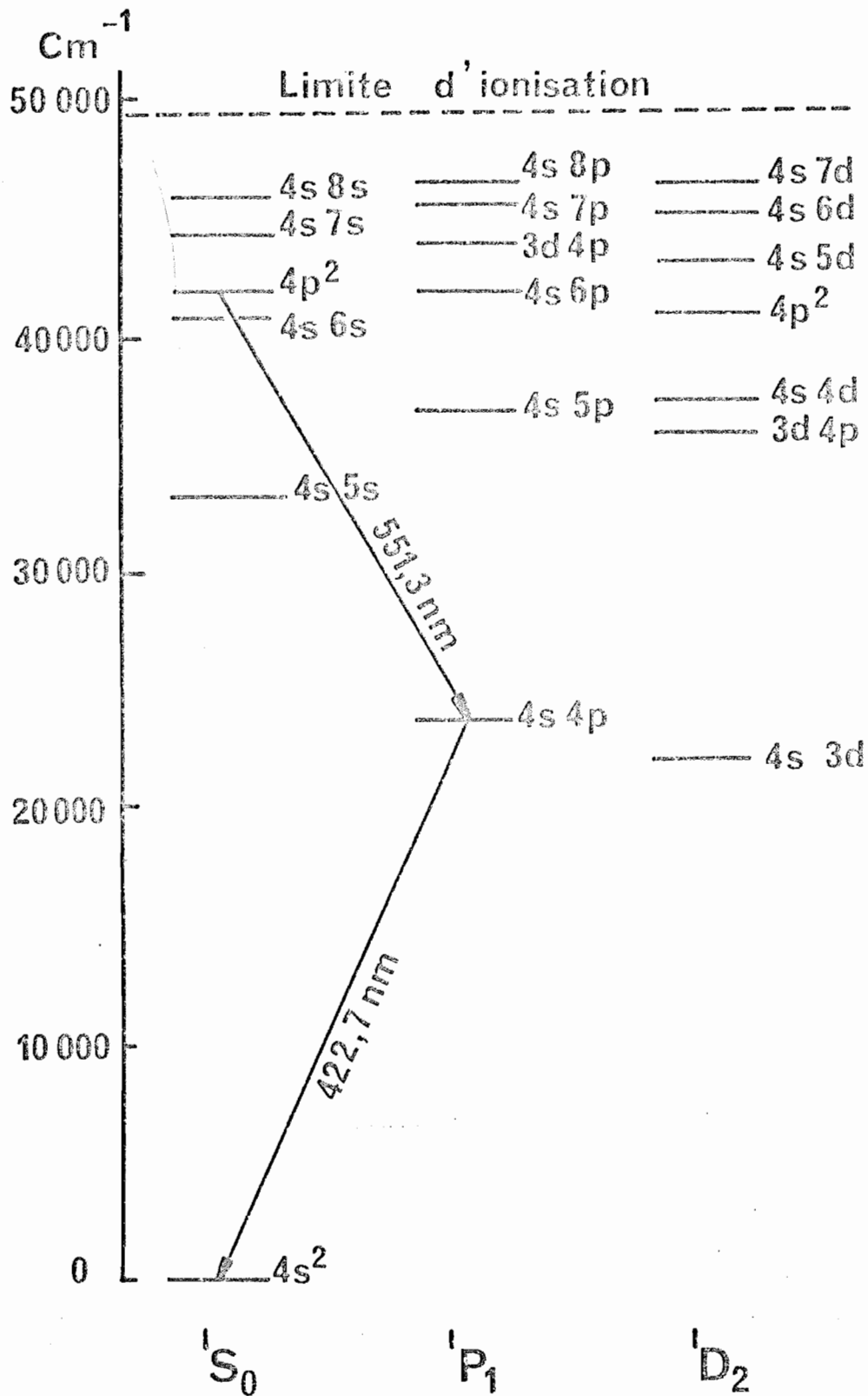


FIGURE 6

Termes spectraux du Calcium (partiel).

Coupe A-A

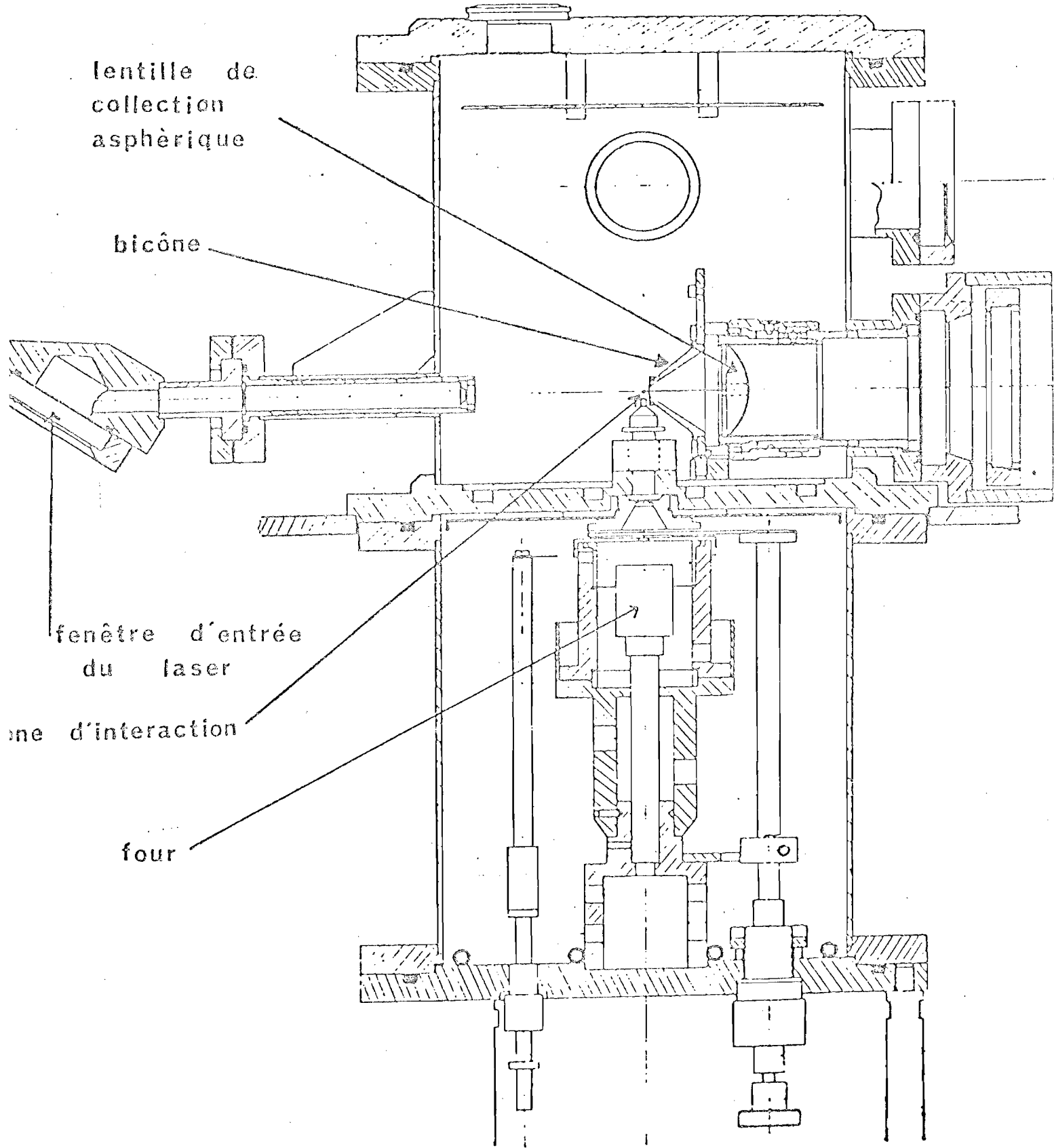
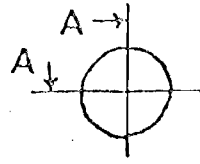


FIGURE 7

Plan de l'enceinte à vide (échelle 1/3).

Le schéma général de la source, présenté en figure 5, est celui désormais classique d'une expérience de fluorescence induite par laser ; le jet atomique vertical est irradié à angle droit par deux faisceaux lasers, focalisés sur le jet, les photons réémis étant collectés dans la troisième direction perpendiculaire.

Cette disposition permet de minimiser l'influence de l'effet DOPPLER, aussi bien à l'absorption qu'à l'émission, les vitesses transversales des atomes dans le jet étant faibles.

L'élément choisi pour le jet est le calcium^{*}, qui possède une cascade :

$$J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0 \quad (\text{voir chapitre précédent})$$

dont les deux photons sont dans le visible :

$$\lambda_1 = 551,3 \text{ nm} \quad (\text{vert}) \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 422,7 \text{ nm} \quad (\text{violet})$$

La figure 6 précise les termes spectraux de Ca, et les niveaux concernés.

Nous allons maintenant passer en revue les différents éléments du montage, en précisant au cours de l'exposé plusieurs points simplement esquissés dans cette introduction.

III. 2. Le jet atomique

Une enceinte à vide, conçue et réalisée à l'Institut d'Optique, comprend l'ensemble du jet atomique et des éléments optiques (hublots et lentilles de grande ouverture) nécessaires à l'irradiation du jet et à la collection des photons émis (voir figure 7).

*NOTE : On utilise l'isotope ^{40}Ca , de spin nucléaire nul.

III. 2.1. Caractéristiques

Un dispositif classique pompe primaire et pompe secondaire à diffusion d'huile, assistée par un piège à azote liquide, permet d'obtenir un vide de 10^{-6} TORR environ.

Les collisions entre les atomes du jet et le gaz résiduel contenu dans l'enceinte sont alors négligeables*.

Le calcium est placé dans un four en acier inoxydable, chauffé par un fil résistant (thermocox de 10 Ω).

On utilise une alimentation régulée pouvant atteindre 5A. La faible valeur de la tension de chauffage permet d'éviter tout risque de décharge électrique due à une tension trop élevée (voir référence [21]).

Le four est placé sur un pied de céramique qui limite les pertes thermiques par conduction, et est entouré d'un écran réflecteur en cuivre. Le réflecteur et la semelle supportant l'ensemble sont refroidis par une circulation d'eau.

La température du four est contrôlée par un thermocouple.

Les atomes de calcium s'échappent du four par un trou de 5 mm de diamètre, et le jet est collimaté par une série de diaphragmes.

III. 2.2. Performances

La pression dans le four en fonction de sa température est donnée par [22] :

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{T_0}{T}\right)$$

$$T_0 = 19627 \text{ K}$$

$$\text{Log } P_0 = 22,83 \quad (\text{u. SI})$$

* NOTE : Le libre parcours moyen des atomes de calcium est de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres.

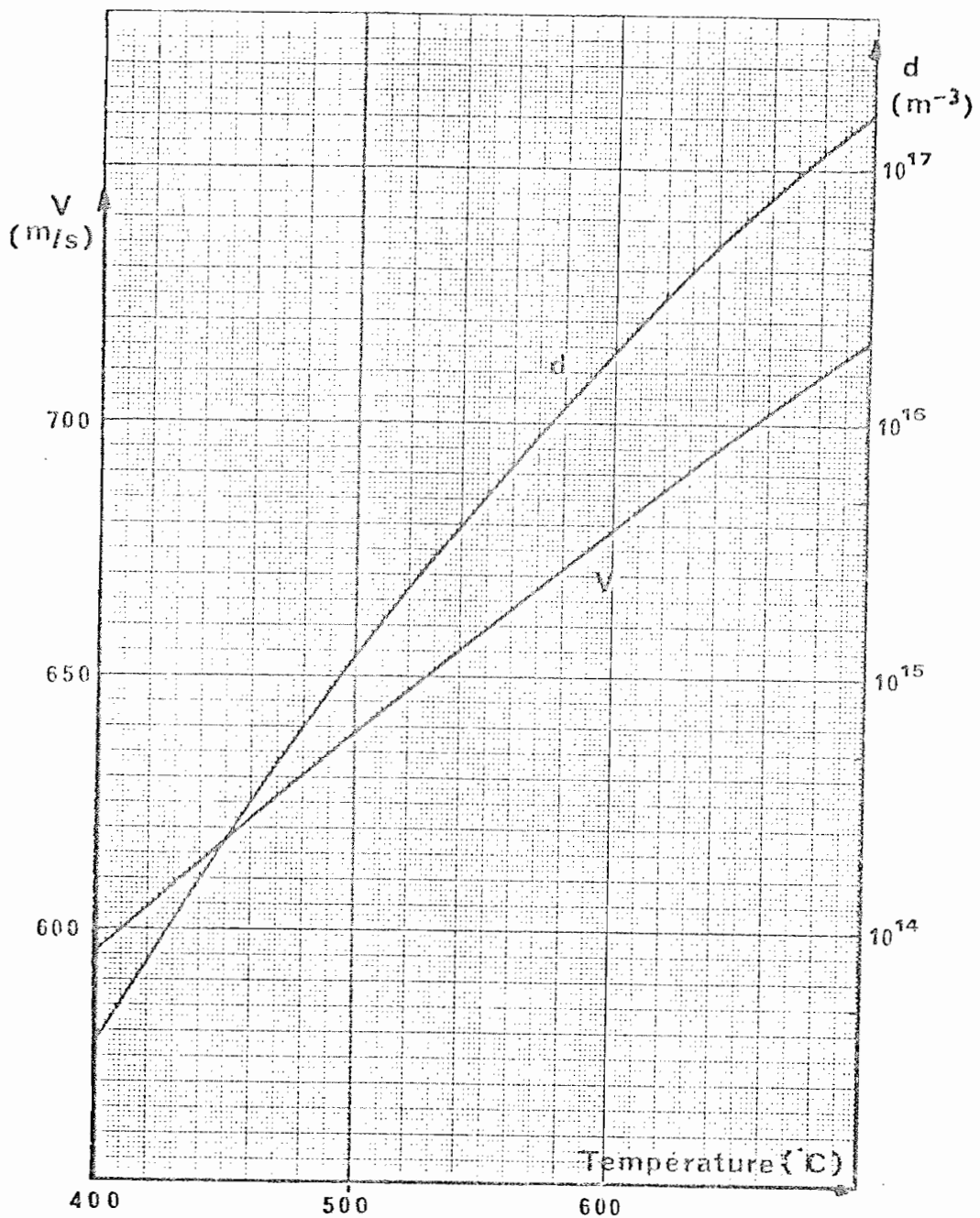


FIGURE 8

Vitesse des atomes dans le jet, et densité atomique dans la zone source, en fonction de la température du four.

Remarquer la graduation logarithmique de l'axe des densités.

La théorie cinétique des gaz permet alors d'en déduire la densité et la vitesse des atomes dans le jet ; les variations de ces deux grandeurs en fonction de la température sont représentées figure 8.

La validité de ces formules a été vérifiée en laissant le jet atomique se déposer pendant une durée déterminée sur une plaque d'acier inoxydable.

Le calcium "fixé" sur la plaque est ensuite dissous dans HCL, puis dosé par spectrométrie de flamme.

On en déduit la masse déposée par seconde, en excellent accord avec les calculs de théorie cinétique.

La dimension transversale du jet dans la zone d'interaction avec les faisceaux lasers est déterminée par un jeu de buses de différents diamètres.

Nous avons utilisé une buse à perce cylindrique de diamètre 1 mm dans la première expérience, et une buse rectangulaire de largeur 0,5 mm dans la seconde.

Les dimensions effectives de la source seront déterminées par l'intersection du jet et des faisceaux lasers focalisés, comme nous le préciserons au paragraphe suivant.

On peut retenir les ordres de grandeur suivants :
à la température usuelle de fonctionnement du four (650° C), la densité des atomes dans le jet est de 710^{10} at/cm³ et leur vitesse de 700m/s, ce qui correspond au passage de 5.10^{12} atomes par seconde dans la zone d'interaction.

III. 3. *L'excitation des atomes de calcium*

Ce paragraphe est consacré à la description du processus d'excitation des atomes de calcium vers le niveau supérieur de la cascade atomique.

III. 3.1. Principe

L'écart d'énergie entre les niveaux $4s^2 \ ^1S_0$ (état fondamental) et $4p^2 \ ^1S_0$ de l'atome de calcium correspond à la somme des énergies des deux photons optiques de la cascade, de longueurs d'ondes 551,3 nm et 422,7 nm.

Cet écart d'énergie et les règles de sélections (niveaux de même parité) autorisent un processus à deux photons, excitant sélectivement les atomes dans le niveau $4p^2 \ ^1S_0$.

La seule voie de désexcitation autorisée est alors la cascade $4p^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s \ 4p \ ^1P_1 \rightarrow 4s^2 \ ^1S_0$ qui nous intéresse ^{*}.

Dans les expériences de ce type réalisées auparavant avec des atomes de calcium (voir référence [21]), plusieurs voies de désexcitation étaient autorisées pour les atomes excités de façon non sélective dans les niveaux $4s8p$, $4s7p$, $3d4p$, $4s6p$, 1P_1 (voir figure 6).

Depuis ces niveaux, une désexcitation par les niveaux 1D_2 est possible, conduisant à un excès de photons de 422,7 nm, qui seront partiellement polarisés comme la lumière excitatrice.

Une excitation sélective permet donc une situation beaucoup plus pure ; notamment, l'invariance du nombre de photons détectés sur chaque voie, lors de la rotation du polariseur, est aisée à vérifier expérimentalement.

III. 3.2. Efficacité du processus d'excitation

On sait que l'on peut se faire une image simple du processus d'absorption de deux photons [24], en imaginant l'atome porté d'abord dans un "niveau virtuel" par l'absorption d'un premier photon, la "durée de vie" de ce niveau virtuel étant d'autant plus grande qu'il est proche d'un niveau réel. Si pendant son séjour dans le niveau virtuel l'atome "rencontre" un second photon, il est porté dans l'état excité.

^{*} NOTE : La voie $4s4p \ ^1P_1 \rightarrow 4s3d \ ^1D_2$ a une probabilité 10^5 fois plus faible que le retour direct au niveau fondamental.

Cette image est cependant à manipuler avec précaution, puisqu'une excitation à deux photons diffère d'une excitation "à échelon" (niveau intermédiaire réel) par le fait qu'il n'apparaît pas de population dans le niveau relais ; la résonance apparaît sur la cohérence entre le niveau excité final et le fondamental.

On comprend cependant que l'on ait intérêt à ce que le niveau virtuel soit assez proche d'un niveau réel ; ceci conduit à préférer une excitation à deux photons de longueurs d'ondes différentes, afin de rapprocher le niveau virtuel du niveau réel $4s4p \ ^1P_1$.

Il apparaît alors un effet DOPPLER résiduel proportionnel d'une part à la différence des énergies des deux photons excitateurs, et d'autre part, à la vitesse transversale (faible) des atomes dans le jet.

Cet effet contribue à l'élargissement de la raie d'excitation, et n'est pas gênant en dehors des mesures spectroscopiques, qui ne nous intéressent pas ici.

Le calcul du taux d'émission de la cascade en fonction des puissances laser est donné en annexe (Annexe 5).

On obtient un taux d'émission théorique total (intégré sur la largeur de la raie d'excitation, l'un des lasers ayant une fréquence variable ν_D et l'autre une fréquence fixe ν_K) :

$$\int N_e(\nu_D) d\nu_D = n \frac{P_K P_D}{[\pi(a^2)]^2} \frac{1}{(12\pi \epsilon_0 c \hbar^2)^2} \frac{s_1 s_2}{(\nu_K - \nu_D)^2}$$

avec n : nombre d'atomes dans la zone d'interaction

a : waist des faisceaux lasers ($a \approx 40 \mu\text{m}$)

s_1, s_2 : forces de raie des niveaux supérieur et intermédiaire.

ν_D, ν_K : fréquences des photons excitateurs.

ν_1, ν_2 : fréquences des photons émis.

P_D, P_K : puissances totales des faisceaux lasers.

Les valeurs de a , et du produit $s_1 s_2$ ont été déterminées expérimentalement (voir référence [23]) ; on obtient numériquement :

$$\int N_e(\nu_D) d\nu_D \approx 5 \cdot 10^{17} \times P_D P_K$$

Pour déterminer le taux d'émission à partir de l'intégrale ci-dessus, il faut estimer la largeur de la voie d'excitation, les causes d'élargissement étant principalement le jitter des lasers ($\Delta\nu_{\text{jitter}} \approx 30$ MHz), le temps de transit dans le jet (environ 100 ns, correspondant à $\Delta\nu_{\text{transit}} \approx 10$ MHz), et enfin l'effet DOPPLER résiduel ($\Delta\nu_{\text{DOPPLER}} \approx 20$ MHz).

Ces valeurs conduisent à une estimation de la largeur de raie :

$$\Delta \nu_D \approx 50 \text{ MHz}$$

qui a été confirmée expérimentalement en faisant varier la fréquence ν_D .

On pose alors :

$$\int N_e(\nu_D) d\nu_D = N_{e_{\text{max}}} \Delta\nu_D$$

$\Delta\nu_D$ est la "largeur équivalente" de la voie d'absorption, et $N_{e_{\text{max}}}$ donnera une bonne estimation du nombre de paires de photons émis par seconde.

Peut-on choisir une valeur optimale pour $N_{e_{\text{max}}}$?

La réponse à cette question nécessite une étude détaillée du rapport signal sur bruit, sur laquelle nous reviendrons au chapitre suivant.

Signalons simplement ici que la précision relative sur un comptage de N photons est de $1/\sqrt{N}$, en l'absence d'autres causes de fluctuations que le processus de comptage lui-même.

Si on détecte 10^4 photons/s, la précision de 1 % est donc atteinte en une seconde de comptage : cet ordre de grandeur est satisfaisant pour le nombre de photons détectés sur chaque voie.

L'efficacité de la chaîne de détection étant, comme nous l'avons vu, $\epsilon \approx 10^{-3}$, on en déduit les conditions :

$$N_{e \text{ max}} > 10^7 \text{ cps/s}$$

$$P_K P_D > \frac{N_{e \text{ max}} \Delta\nu_D}{5 \cdot 10^{17}} = 10^{-3} \text{ W}^2$$

$$P > 30 \text{ mW} \quad (\text{si } P = P_K = P_D)$$

Un taux d'émission satisfaisant sera donc obtenu avec des puissances lumineuses de l'ordre de 50 mW pour chaque laser.

Remarquons ici que la grandeur intervenant dans l'expression du taux d'émission est en fait $\frac{P_K P_D}{(\pi a^2)^2}$: on pourrait penser gagner en diminuant a ; c'est-

à dire en focalisant davantage les faisceaux.

Ce point sera discuté au paragraphe 3.d. suivant.

III. 3.3. Choix des lasers

L'étroitesse de la raie d'excitation impose deux conditions, nécessaires à un bon rendement d'excitation.

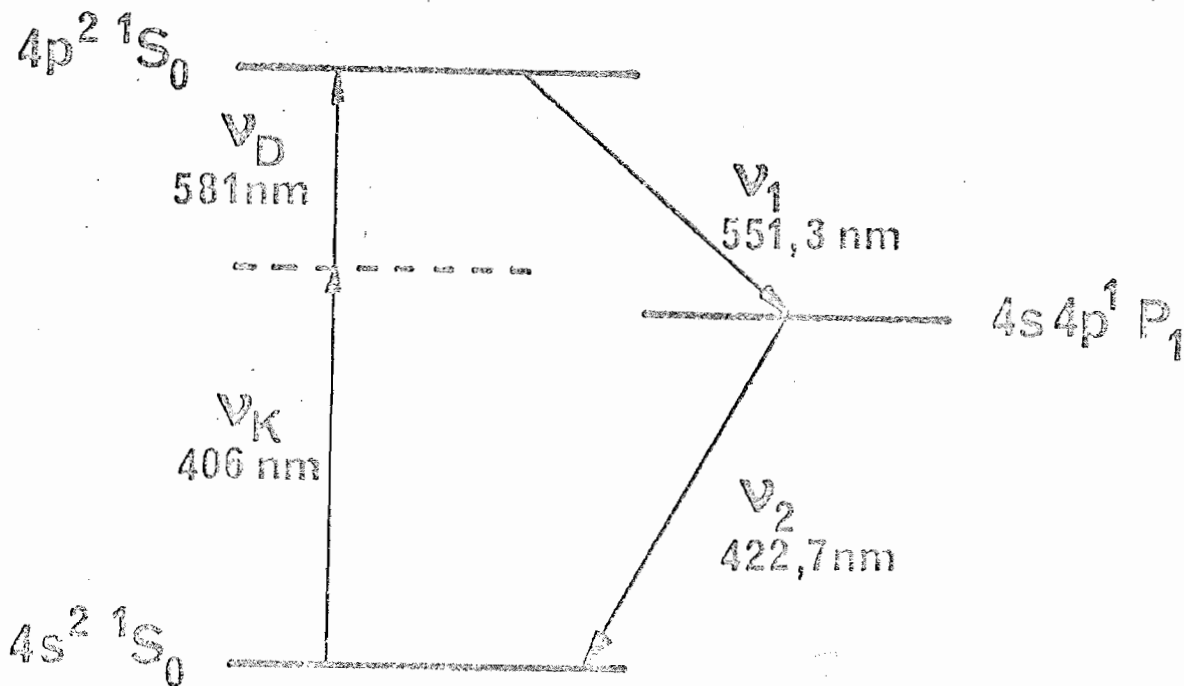


FIGURE 9

Excitation sélective du niveau $4p^2 \ ^1S_0$, et caractéristiques des deux photons émis par la cascade radiative.

- . L'un des lasers doit être accordable, la longueur d'onde étant ajustée pour avoir le signal de fluorescence maximum.
- . Les deux lasers doivent fonctionner en régime monomode, afin d'utiliser toute la puissance lumineuse disponible.

Les lasers utilisés sont les suivants :

- . Laser accordable à colorant (Rhodamine 6G) COHERENT 599 ; on dispose, lorsque le laser est bien réglé, d'une puissance au moins égale à 50 mW monomode, la fréquence de la lumière émise étant pilotable dans une gamme de 30 GHz par une tension de commande externe.

La longueur d'onde est de 581 nm (zone favorable pour la Rhodamine 6G).

Le colorant est pompé par un laser à argon ionisé COHERENT, fournissant 3 à 4 W toutes raies.

- . Laser à krypton ionisé SPECTRA PHYSICS utilisé sur la raie 406 nm où on dispose d'une puissance maximale d'environ 300 mW (la puissance maximale du laser étant 10 W toutes raies).

Le régime monomode est obtenu en plaçant à l'intérieur de la cavité un étalon FABRY-PEROT thermostaté ; la puissance disponible est alors d'une centaine de mW monomode.

Le contrôle du bon fonctionnement des lasers est assuré par des interféromètres FABRY-PEROT confocaux, d'intervalle spectral libre 750 MHz.

L'un des miroirs est monté sur une cale piézo-électrique alimentée par le secteur via un alternostat, et une photodiode est placée en sortie.

Le signal obtenu est envoyé sur un oscilloscope dont la tension de balayage est synchrone avec le secteur : on obtient sur l'écran un spectre dont la résolution (< 50 MHz) est suffisante pour distinguer l'apparition éventuelle de modes parasites.

La figure 9 résume le processus d'excitation et les caractéristiques des niveaux concernés.

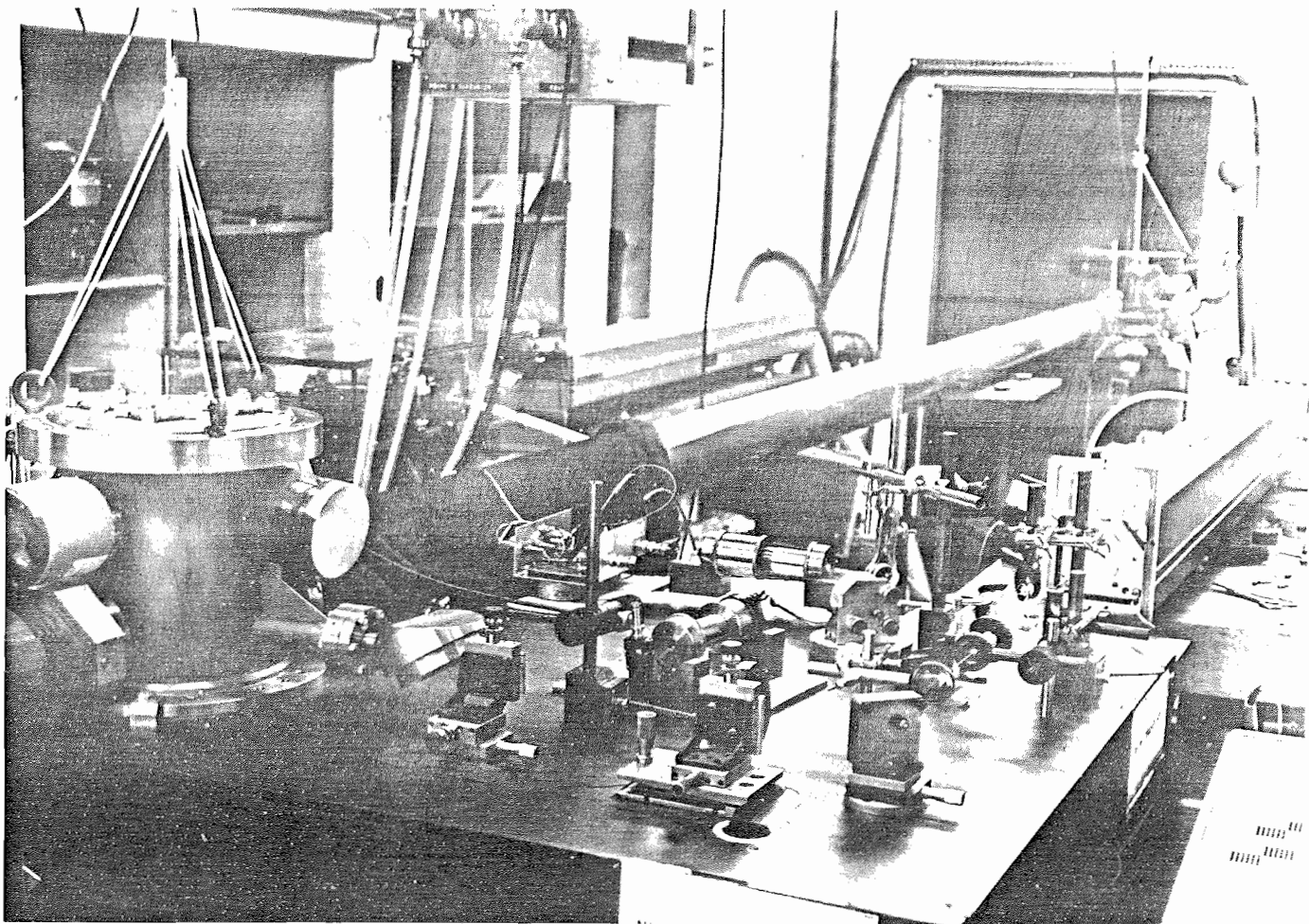


FIGURE 10

Chaine optique séparant le laser Krypton (à droite) de l'enceinte à vide (à gauche). On distingue successivement : le trou de $100\ \mu\text{m}$ sur lequel est focalisé le faisceau laser, un diaphragme, le miroir renvoyant le faisceau à 90° vers l'enceinte, les deux lentilles de focalisation et la fenêtre de BREWSTER. Un dispositif identique assure la focalisation du faisceau issu du laser à colorant (derrière).

III. 3.4. Optique des faisceaux lasers

L'excitation à deux photons étant un processus non linéaire, la densité d'énergie lumineuse dans la zone d'interaction doit être la plus grande possible : les faisceaux seront donc focalisés sur le jet atomique.

On a vu que la grandeur intervenant dans l'expression du taux d'émission est :

$$\frac{P_K P_D}{(\pi a^2)^2}$$

il faut que le waist $a = W_0$ soit assez petit, mais on sait qu'on ne gagne plus rien en diminuant W_0 lorsque la longueur de RAYLEIGH :

$$z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}$$

devient de l'ordre de la demi-largeur du jet atomique, soit 0,5 mm. (voir référence [24]).

En effet, si on focalise davantage, la section du faisceau sera très petite au voisinage du waist, mais relativement grande sur les bords de la zone d'interaction : le gain au centre est compensé par les pertes sur les bords.

On peut en principe descendre jusqu'à $W_0 \approx 10 \mu\text{m}$.

Cependant, l'élargissement de la raie d'excitation due au temps de transit devient alors appréciable pour :

$$W_0 = 10 \mu\text{m} \quad ; \quad \Delta\nu_{\text{transit}} \approx 60 \text{ MHz}$$

On reperd donc en partie ce que l'on a gagné.

D'autre part, une focalisation poussée nécessite des lentilles de courtes distances focales, qui devront être disposées dans l'enceinte à vide près de la zone d'interaction ; les réglages seront donc plus délicats, et toute diffusion ou réflexion sur les dioptres créera de la lumière parasite.

Cette solution a donc été abandonnée, et on focalise les faisceaux par des lentilles de distance focale $f = 400$ mm situées à l'extérieur de l'enceinte.

La superposition des faisceaux au niveau de la zone d'interaction devant être parfaite, ces lentilles sont montées sur des platines XYZ MICROCONTROLE.

Le "waist W_0 " est de $40 \mu\text{m}$, correspondant à une longueur de RAYLEIGH $z_R \approx 1$ cm.

La figure 10, précise la disposition adoptée.

Les faisceaux lasers sont d'abord focalisés sur un trou de $100 \mu\text{m}$ par un objectif de microscope, ce trou étant conjugué de la zone d'interaction par les lentilles qui suivent.

En cas de déplacement accidentel d'un faisceau, il suffit de focaliser à nouveau sur le trou pour éclairer correctement la zone d'interaction, sans avoir à intervenir dans l'enceinte à vide.

Pour éviter les pertes et surtout les réflexions sources de lumière parasite, les faisceaux pénètrent dans l'enceinte par des fenêtres de BREWSTER* (la lumière laser est polarisée verticalement, et la disposition des fenêtres est précisée sur la figure 7).

*

NOTE : Ces fenêtres (lames à faces parallèles inclinées) créent de l'astigmatisme gênant pour la focalisation. Celui-ci est partiellement compensé en inclinant les lentilles de focalisation.

Nous avons donc à ce stade défini les caractéristiques géométriques de la source, qui se présente vue des hublots de collection comme un "tirez" horizontal de 1 mm de long et 0,1 mm de haut.

Nous allons maintenant examiner la stabilité du taux d'émission.

III. 3.5. Stabilité de la source

Plusieurs effets interviennent pour compromettre la stabilité du taux d'émission :

- . dérives en fréquences dues aux dérives thermiques des cavités laser, ou même saut de mode du laser KRYPTON.
- . dérives en intensité dues aux fluctuations du nombre d'atomes dans le jet (variations lentes avec la température du four), ou aux vibrations entraînant un mouvement relatif des faisceaux au niveau de la zone d'interaction.

L'effet des dérives en fréquences est particulièrement critique : en laissant les lasers fonctionner librement, il n'est pas possible de conserver l'accord à résonance plus d'une dizaine de secondes.

Il a donc fallu prévoir un asservissement de la longueur d'onde du laser accordable sur le signal de fluorescence.

Cet asservissement fonctionne sur le principe de la détection de phase : une faible modulation appliquée à la fréquence laser se traduit par une modulation du signal de fluorescence, en phase avec le signal de modulation sur l'un des flancs de la courbe de résonance, en opposition de phase sur l'autre flanc, et nulle juste au sommet.

On fabrique ainsi un signal d'erreur, verrouillant la fréquence laser au maximum de la courbe de résonance.

En cas de saut de mode du laser KRYPTON, le signal de fluorescence disparaît complètement ; un dispositif automatique est alors prévu pour balayer toute la gamme de fréquence accessible (30 GHz) ; si la fluorescence réapparaît dans cette gamme, l'asservissement reprend automatiquement son régime de fonctionnement normal.

Ce dispositif, conçu et réalisé à l'Institut d'Optique, fonctionne parfaitement et permet de conserver l'accord à résonance pendant plusieurs heures.

L'effet des dérives en intensité se traduit par des variations lentes de l'ordre de 20 % du signal de fluorescence, à l'échelle de l'heure, dues aux variations de température du four et de puissance des lasers.

Un second asservissement a donc été réalisé, comportant un intégrateur, qui corrige les variations lentes en réagissant sur l'intensité de la décharge du laser à KRYPTON.

Cet asservissement est cependant assez rapide (temps de réponse inférieur à la seconde) pour corriger une partie des fluctuations d'origine mécanique.

Une étude statistique de comptages sur 10 s, les deux asservissements étant en fonction, permet de déterminer la stabilité "résiduelle" de la source (fluctuations autres que celles dues purement au comptage).

On obtient une stabilité meilleure que 0,5 %, pouvant atteindre 1°/∞ lorsque les conditions sont favorables, (bon dégazage, stabilité thermique de la pièce) la durée de fonctionnement étant de plusieurs heures.

III. 3.6. Conclusion

La source ainsi réalisée est par ses caractéristiques géométriques, son intensité et sa stabilité parfaitement adaptée aux techniques de coïncidences.

L'excitation laser permet d'obtenir à la fois une intensité nettement supérieure à celle d'expériences de ce type réalisées auparavant, et une situation expérimentale très pure.

Nous verrons dans les chapitres suivants le gain appréciable de précision qui en résulte.

III. 4. Collection de la lumière de fluorescence

Les dimensions de la source étant définies, nous décrirons dans ce paragraphe la chaîne optique séparant la source des photomultiplicateurs.

III. 4.1. Les lentilles

A l'intérieur de l'enceinte à vide sont placées des lentilles asphériques très ouvertes (focale 40 mm, diamètre 50 mm).

Ces lentilles sont montées dans un support coulissant, et une bague de réglage fileté permet de régler leur position entre 30 et 50 mm de la source (voir figure 7).

Pour satisfaire les conditions de temps exposées au chapitre II, il est souhaitable de placer les polariseurs à plus de 5 m de la source; pour satisfaire d'autre part les conditions d'incidence sur les lames des polariseurs et ne pas diaphragmer le faisceau, il est nécessaire d'ajouter des lentilles intermédiaires.

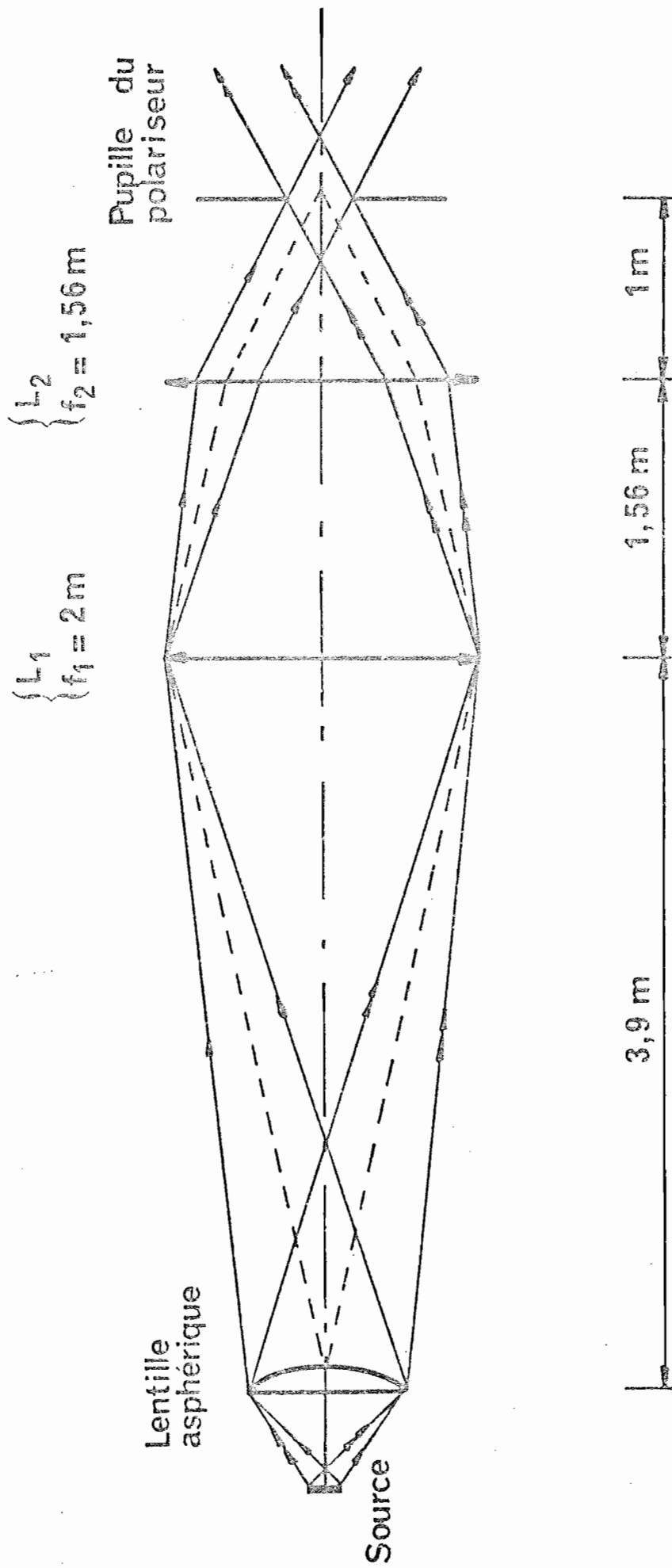


FIGURE 11

Schéma général de la chaîne optique.

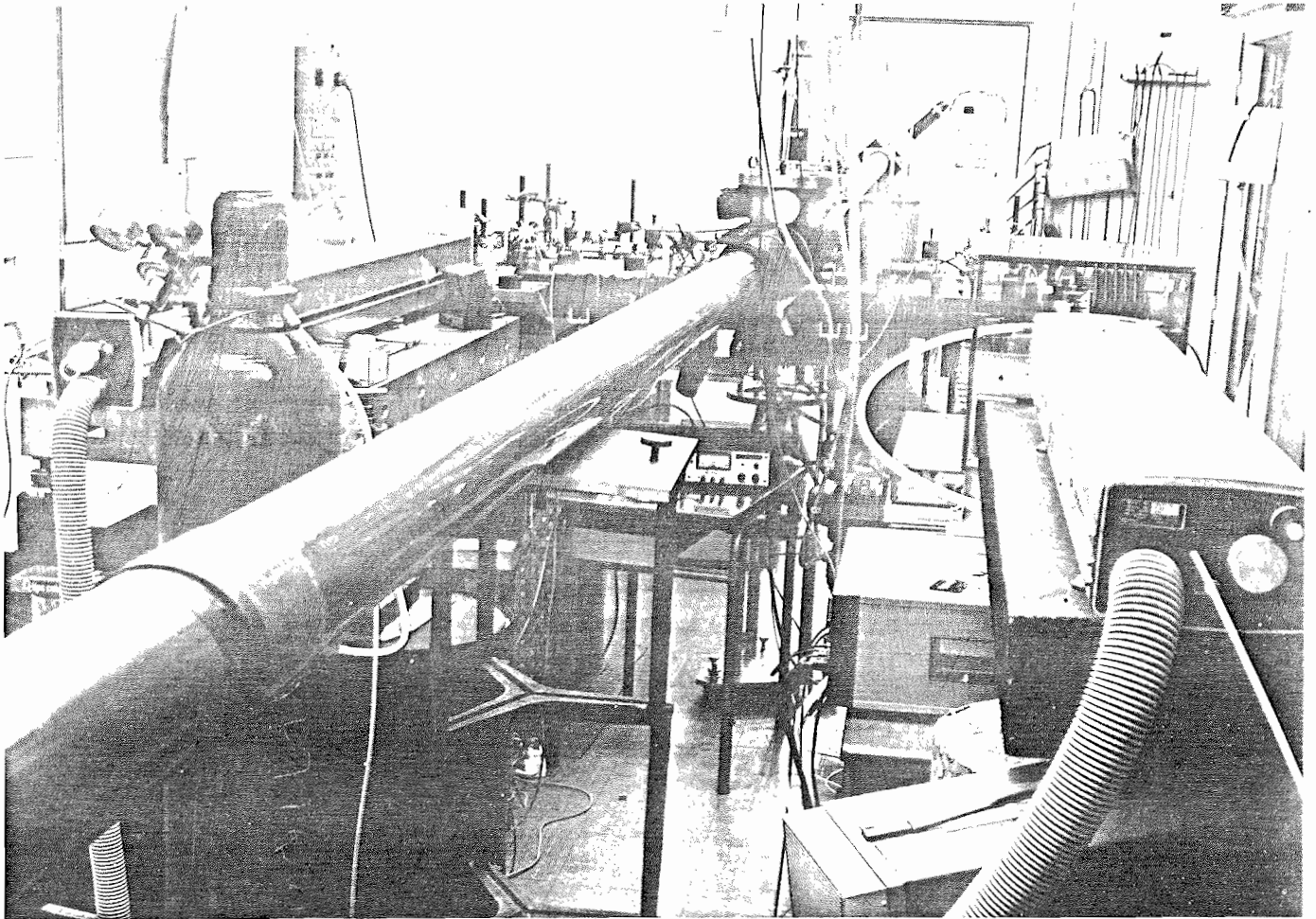


FIGURE 12

Vue générale du dispositif expérimental. On voit les tuyaux de matière plastique opaque contenant les lentilles L_1 et L_2 . La distance entre l'enceinte à vide (au centre) et le polariseur (au fond) est d'environ 7 m.

Le dispositif adopté est représenté sur la figure 11 ; il se compose de deux lentilles minces de diamètre 100 mm, placées dans un tuyau de matière plastique opaque reliant le hublot de l'enceinte à vide au polariseur (voir photo, figure 12).

L'alignement optique de cet ensemble est décrit dans le chapitre suivant .

III. 4.2. La monture des P.M. et les filtres

Les embases des tubes photomultiplicateurs, contenant le pont diviseur nécessaire à l'alimentation des dynodes, sont solidaires d'une monture protégeant le tube, fermée par un obturateur à iris.

Ces montures contiennent les filtres sélectionnant les longueurs d'onde des photons issus de la cascade atomique ($\lambda_1 = 551,3$ nm pour l'une des voies, $\lambda_2 = 422,7$ nm pour l'autre).

On utilise des filtres interférentiels bande étroite (largeur 2 nm à mi-hauteur) de 50 mm de diamètre.

Les rayons incidents sont presque normaux au filtre ($i < 1^\circ$) ; le faisceau ayant à l'entrée de la monture un diamètre un peu inférieur à 50 mm, le filtre est donc utilisé sur toute sa surface.

Une lentille de courte focale placée entre le filtre et le tube P.M. fait approximativement l'image de la pupille du polariseur sur la photocathode (tache lumineuse d'environ 10 mm sur la photocathode, dont le diamètre utile est 44 mm).

Les caractéristiques des filtres ont été étudiées en translatant le filtre devant un pinceau lumineux collimaté d'environ 2 mm de section, issu d'une lampe à cathode creuse contenant du calcium.

La zone de longueur d'onde contenant la raie à étudier était sélectionnée par un filtre à bande plus large.

Des variations de transmission pouvant atteindre 40 % ont été observées en déplaçant le filtre (parallèlement à lui-même) devant le pinceau lumineux.

Ces variations pouvant être compensées en inclinant le filtre pour une position donnée du pinceau lumineux, sont sans doute dues à des variations d'épaisseur des couches multidiélectriques.

Ce défaut d'homogénéité peut conduire à des variations du flux reçu par les P.M. si les faisceaux se déplacent lors de la rotation des polariseurs ; nous reviendrons plus loin sur ce point.

III. 4.3. Remarque

Les filtres se comportent comme des miroirs pour la "mauvaise" longueur d'onde ; une partie de la lumière de fluorescence peut donc être réfléchiée à travers le polariseur, retraverser la source et fausser le nombre de photons comptés sur l'autre voie.

De plus, la lumière ainsi réfléchiée étant polarisée, ce nombre de photons variera avec l'orientation relative des deux polariseurs.

Pour éviter ces inconvénients, les filtres sont précédés de verres colorés absorbant la "mauvaise" longueur d'onde.

Les caractéristiques de ces verres colorés sont les suivantes :

. verre coloré vert (épaisseur 1 mm)

absorption $\lambda = 551$ nm environ 2%

$\lambda = 422$ nm supérieure à 95 %.

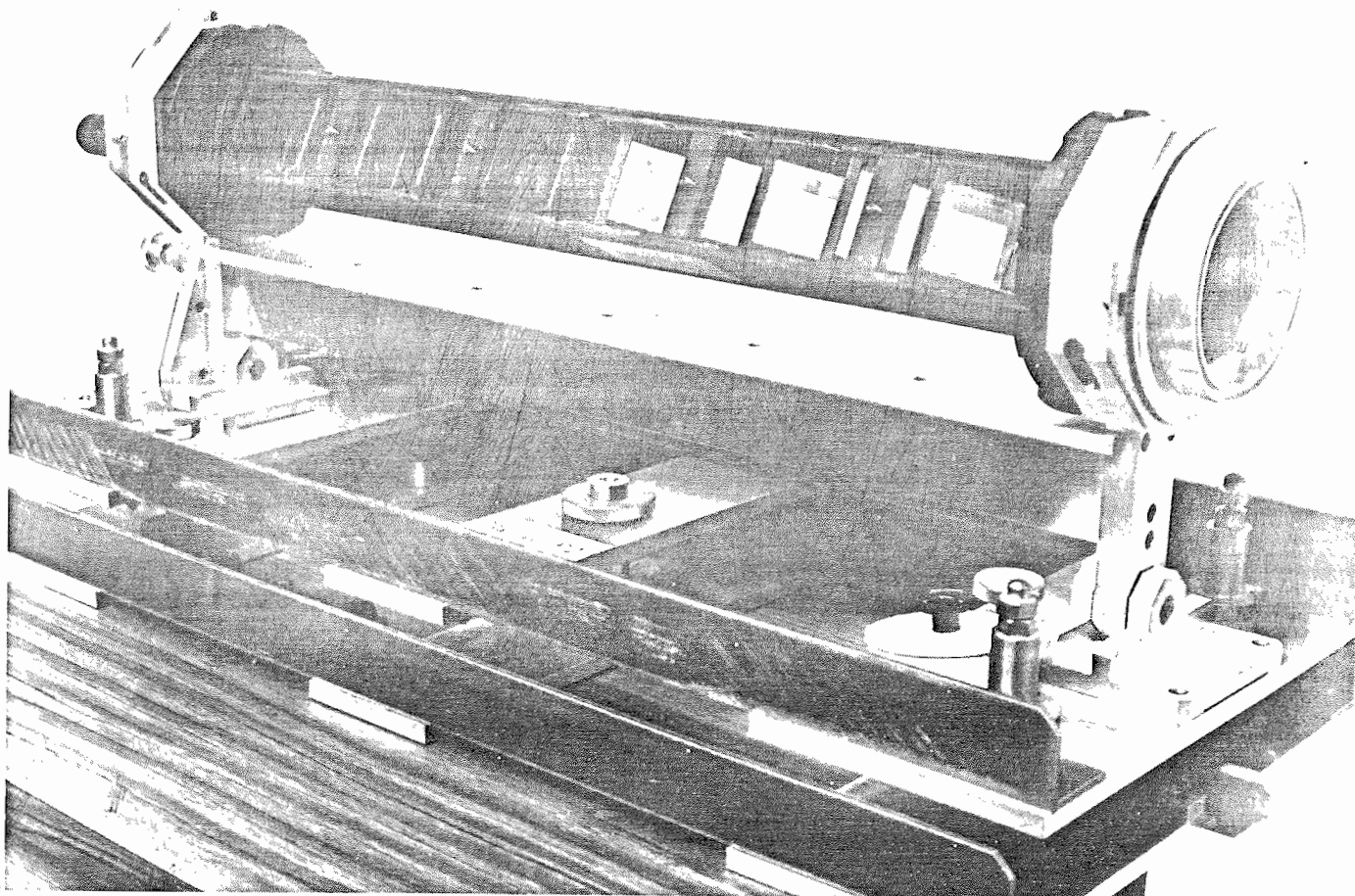


FIGURE 13

Polariseur à pile de glaces. On distingue les deux groupes de cinq lames de verre, et le dispositif permettant de basculer le polariseur pour l'effacer du faisceau.

. verre coloré violet (épaisseur 3 mm)

absorption $\lambda = 551$ nm supérieure à 95 %

$\lambda = 422$ nm environ 5 %.

Tous les éléments de la chaîne optique sont traités antireflets (traitement large bande IRALIN (BALZERS)).

III. 5. Polariseurs

Dans ce paragraphe nous décrirons les deux types de polariseurs employés :

polariseurs à pile de glaces et "cubes polariseurs" obtenus par un traitement multidiélectrique.

III. 5.1. Polariseurs à pile de glace

Ces polariseurs ont été conçus et réalisés à l'Institut d'Optique (voir figure 13).

Dix lames de verre sont placées à l'incidence de BREWSTER, en deux groupes symétriques, pour éviter la translation du faisceau.

Le parallélisme des lames a été particulièrement soigné, pour éviter tout déplacement de la tache lumineuse sur les photocathodes lors de la rotation du polariseur.

Les performances théoriques, pour un faisceau parallèle à l'axe optique, peuvent être calculées en tenant compte de l'absorption par le verre, et de la possibilité de réflexions multiples dans les lames (voir référence [21]).

LECTURE DONNEES POLARISEUR

POLARISEUR NO: 1

CONDITIONS EXPERIMENTALES: POL VERT ASSENVISSEMENTS 1 & 2 SUR VIOLE VRAIE S CUR
 CE POLAROID EN SORTIE

AJUSTEMENT AUX VALEURS:
 TMRX = .971
 FI = 2.0°

TMR =

.0287

NO INCL	NPOL	BRUITPCL
1	999	11130
2	999	11130
3	0	10300
4	0	10300
5	23	9600
6	23	9490
7	48	6350
8	68	2570
9	90	715
10	113	1965
11	135	5280
12	156	9000
13	180	10800
14	203	9700
15	225	6260
16	248	2500
17	270	715
18	293	1850
19	315	5300
20	338	9000
21	360	10780
22	999	11050

RESURES DE REFERENCE

NO INCL	Rc=Signal/pol
1	999
2	999
22	999

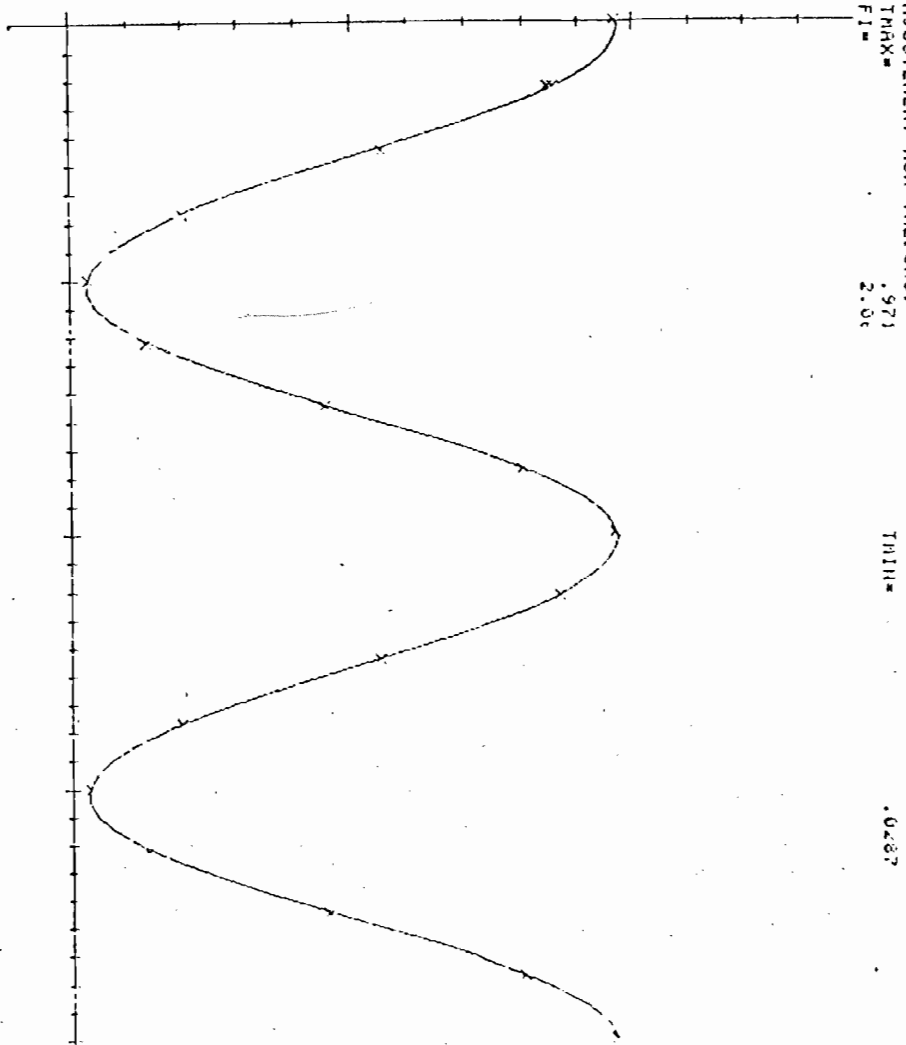
Ro moyen = 10753.3333333

Ecart quad moy de Ro = 44.7934344373

TRANSMISSION POLARISEUR Po

NO INCL	TRANSMISSION
3	0
4	0
5	26
6	23
7	48
8	66
9	90
10	113
11	135
12	156
13	180
14	203
15	225
16	248
17	270
18	293
19	315
20	338

FIGURE 14



Courbe de MAIUS ajustée sur les points expérimentaux (voir texte).
 Cet ajustement est fait à l'aide d'un calculateur ; la figure
 présente les données introduites et le résultat obtenu :

$$t_1'' \approx 0,971 \quad \cdot \quad t_1' \approx 0,029$$

En fait, le faisceau ayant une certaine ouverture angulaire, les transmissions réelles seront un peu différentes de celles données par les expressions théoriques.

On a donc mesuré les performances réelles avec la véritable source en intercalant des feuilles polaroid devant le polariseur pour polariser linéairement la lumière de fluorescence.

Les résultats obtenus sont les suivants, avec des notations évidentes :

Polariseur 1 ($\lambda = 551,3 \text{ nm}$)

$$T_1'' = 0,971 \pm 0,005$$

$$T_1^\perp = 0,029 \pm 0,005$$

Polariseur 2 ($\lambda = 422,7 \text{ nm}$)

$$T_2'' = 0,968 \pm 0,005$$

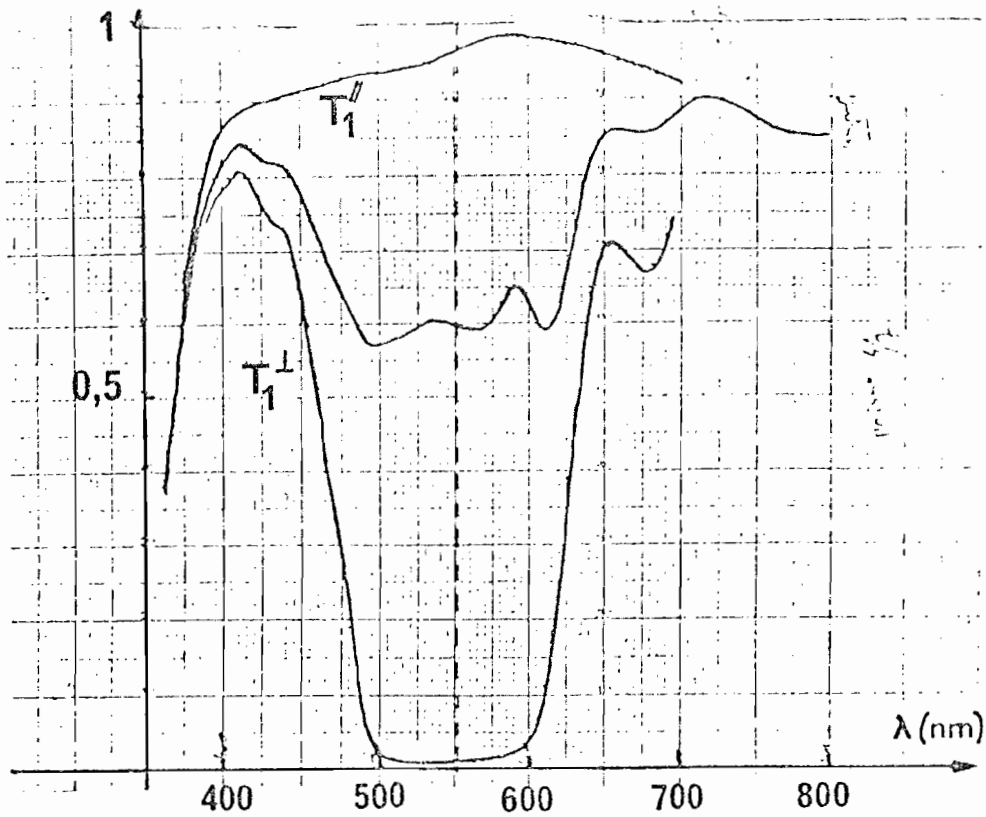
$$T_2^\perp = 0,028 \pm 0,005$$

Ces performances sont très sensibles à la propreté des lames, la présence de poussières pouvant abaisser T'' de 1 à 2 %.

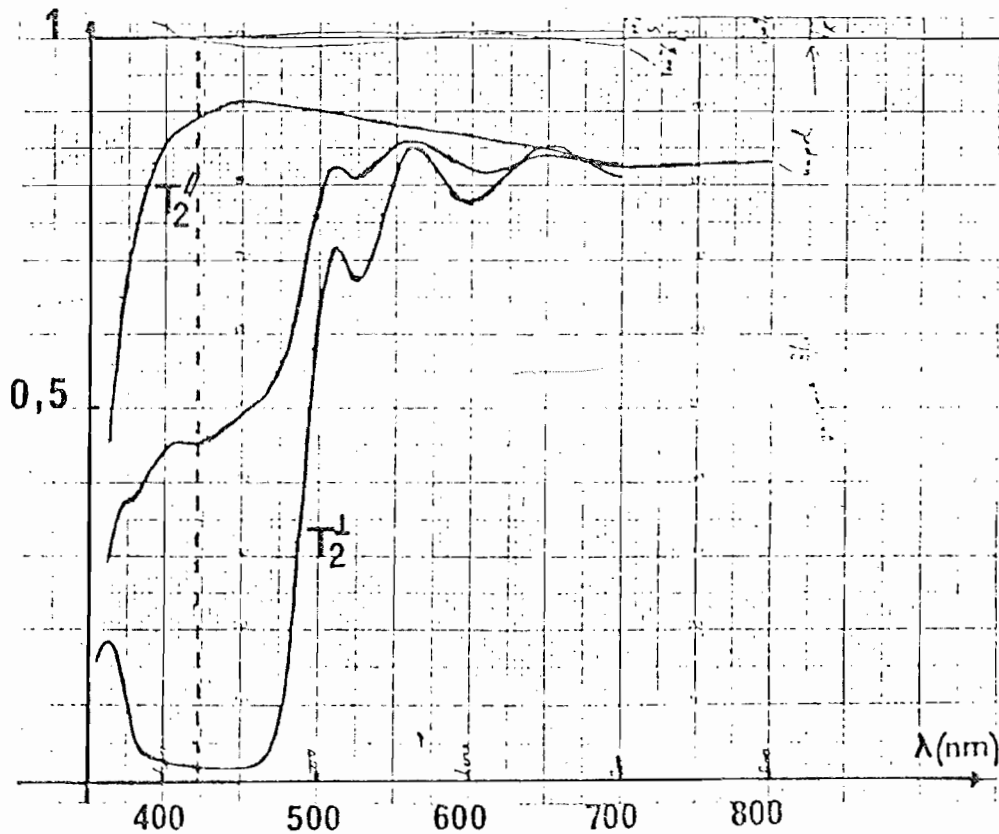
La méthode utilisée pour déterminer ces valeurs consiste à ajuster la courbe de MALUS :

$$T = T'' \cos^2 \theta + T^\perp \sin^2 \theta$$

sur les points expérimentaux obtenus en faisant varier θ de 10° en 10° . (voir figure 14).



Variations de T_1'' et T_1^\perp en fonction de la longueur d'onde incidente. La courbe intermédiaire représente le coefficient de transmission pour de la lumière non polarisée. Le trait pointillé correspond à la longueur d'onde de travail λ_1 .



Même courbes, pour le cube utilisé à la longueur d'onde λ_2 .

FIGURE 15

III. 5.2. Cubes polariseurs

Nous avons utilisé dans la deuxième expérience des polariseurs à deux voies de sortie.

Ce sont des cubes de verre, qui ont reçu sur un plan diagonal un traitement multidiélectriques (17 couches - PHILIPS).

La polarisation dans le plan d'incidence est transmise, et la polarisation perpendiculaire au plan d'incidence est réfléchié : le cube présente donc une certaine analogie avec un polariseur à pile de glaces dont on aurait "tassé" les lames.

Les demi-cubes (prismes dont la base est un triangle rectangle isocèle), ont été polis à l'Institut d'Optique et appariés pour avoir un bon parallélisme des faces d'entrée et de sortie.

Ils ont été collés pour reconstituer le cube après traitement du plan diagonal.

Les faces externes sont traitées anti-reflets.

Les performances sont évidemment sensibles à la longueur d'onde de la lumière incidente.

On emploie donc des cubes différents pour les deux longueurs d'ondes :
 $\lambda_1 = 551 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 422 \text{ nm}$.

Les courbes de la figure 15, montrent les variations de la transmission des deux cubes en fonction de la longueur d'onde.

Les performances sont sensibles à l'angle d'incidence sur les couches ; un test avec un faisceau laser à 406 nm (pour les cubes prévus pour 422 nm), montre que la transmission minimale, inférieure à 0,5 %, lorsque le faisceau est normal à la face d'entrée, devient supérieure à 1 % pour un angle d'incidence de 2° sur la face d'entrée.

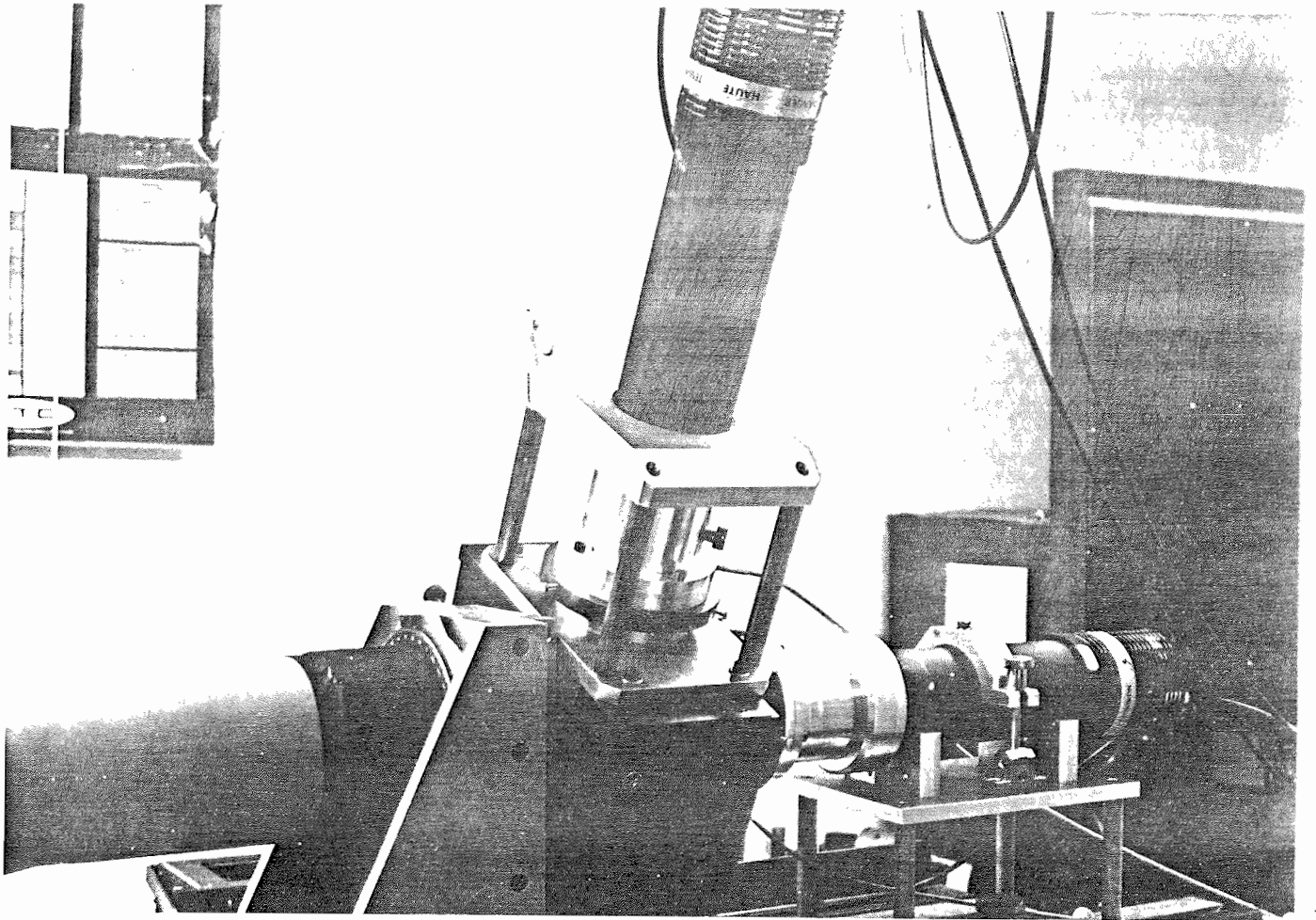


FIGURE 16

Montage mécanique des polariseurs à deux voies de sortie (polarimètres optiques). On distingue les montures des P.M. des voies transmises et réfléchies, l'index repérant l'orientation du polarimètre, et l'extrémité du tube de matière plastique opaque reliant le polarimètre à la source.

Le montage mécanique supportant le polariseur et les deux photomulti-
plicateurs est représenté figure 16.

Comme précédemment les polariseurs ont été testés "en place" dans le
dispositif expérimental, la lumière de fluorescence étant polarisée linéairement
à 100 % par des feuilles polaroid.

Une mesure cohérente des facteurs de transmission et de réflexion
suppose évidemment que les gains des voies transmises et réfléchies soient
identiques ; nous reviendrons sur ce point au chapitre V.

Donnons simplement ici les résultats obtenus :

Polariseur 1 ($\lambda = 551,3$ nm)

$$T_1'' = R_1^\perp = 0,95 \pm 0,01$$

$$T_1^\perp = R_1'' = 0,007 \pm 0,005$$

Polariseur 2 ($\lambda = 422,7$ nm)

$$T_2'' = R_2^\perp = 0,93 \pm 0,01$$

$$T_2^\perp = R_2'' = 0,007 \pm 0,005$$

où T'' et R'' (resp. T^\perp et R^\perp) sont les facteurs de transmission et de
réflexion pour une lumière polarisée linéairement parallèlement (resp. perpen-
diculairement) au plan d'incidence.

III. 6. Photomultiplicateurs

III. 6.1. Caractéristiques

Les tubes photomultiplicateurs utilisés, (R.T.C.) sont des tubes à cathode frontale de diamètre utile 44 mm, montés dans des sondes qui contiennent le pont diviseur pour l'alimentation des douze étages du tube, et un double blindage en mu-métal et en acier.

Les caractéristiques typiques des impulsions recueillies sur l'anode sont les suivantes : temps de montée inférieur à 2 ns, largeur à mi-hauteur de l'ordre de 2,5 ns ^{*}. (sortie sur charge de 50 Ω).

Ces impulsions sont analysées par des discriminateurs, dont la tension de seuil est réglable entre 0 et 50 mV par un réglage fin, et entre 0 et 2,5 V par un réglage grossier.

Les discriminateurs délivrent une impulsion mise en forme aux normes NIM lorsqu'ils reçoivent une impulsion du PM d'amplitude supérieure au seuil.

Les P.M. trop éloignés des discriminateurs sont suivis d'un amplificateur rapide de gain 40 dB.

Les valeurs des tensions de seuil sont de l'ordre de 10 mV sans ampli, de 1 V avec ampli.

^{*} NOTE : L'émission du 1er électron par la photocathode et l'arrivée de l'impulsion sur l'anode sont séparées par un "temps de transit" de l'ordre de 30 ns, soumis à des fluctuations aléatoires de l'ordre de la ns : cet effet a des conséquences observables, nous le verrons plus loin.

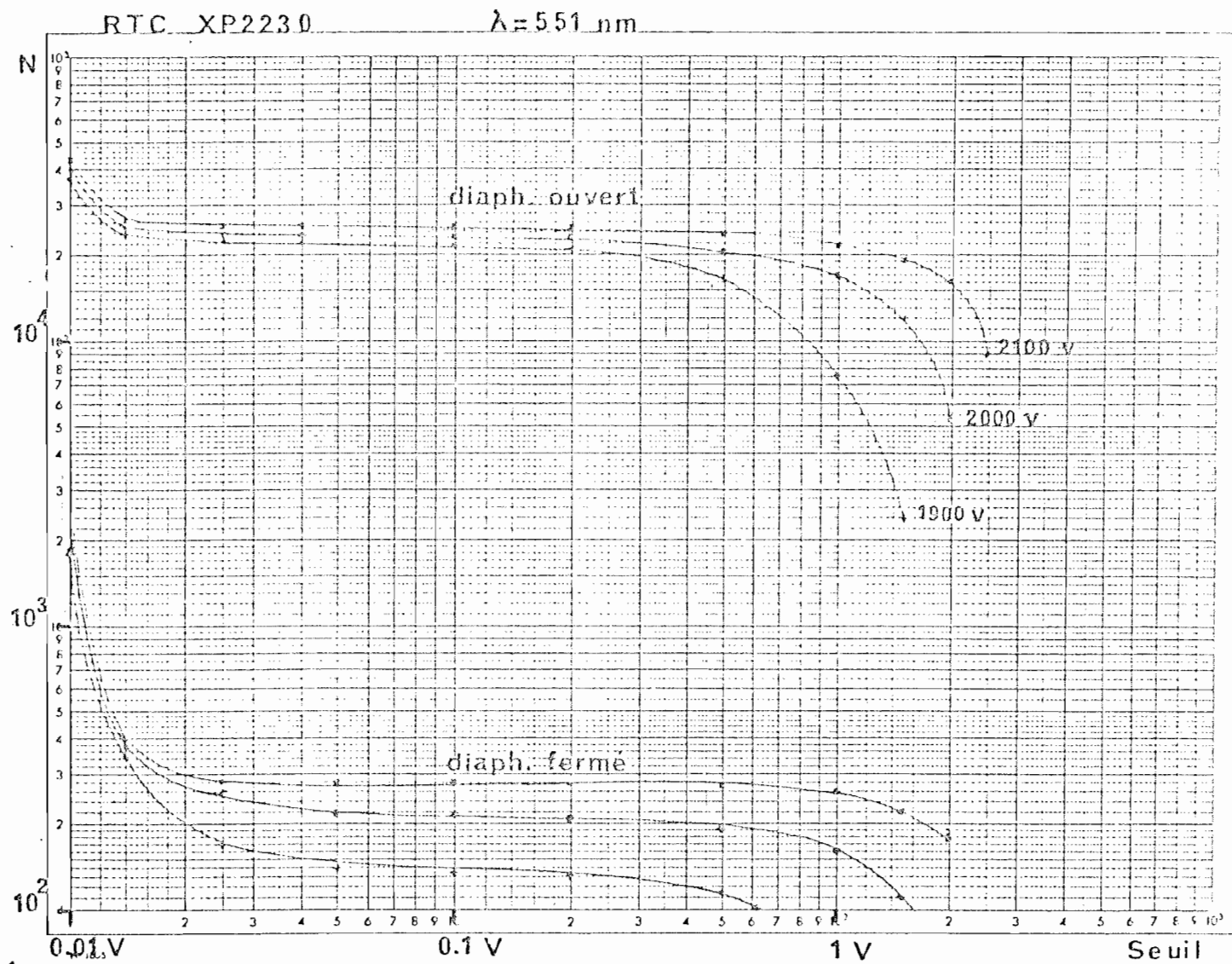


FIGURE 17

Taux de comptage N d'un des P.M., en fonction du seuil du discriminateur, pour différentes valeurs de la H.T. d'alimentation.

La lumière détectée lorsque le diaphragme* est ouvert est la lumière d'une lampe blanche, très atténuée et filtrée par un monochromateur à $\lambda = 551 \text{ nm}$.

Remarquer les coordonnées logarithmiques de deux axes.

Le P.M. est suivi d'un amplificateur, ce qui explique les valeurs élevées des tensions de seuil.

* obturateur à iris.

III. 6.2. Sélection des tubes

Les tubes ont été testés en utilisant de la lumière très atténuée issue d'un monochromateur, afin de déterminer la sensibilité spectrale, ainsi que les variations du taux de comptage en fonction du seuil et de la haute tension d'alimentation.

La figure 17, montre le réseau de courbes obtenu pour l'un des P.M.

On remarque l'existence d'un "plateau", zone dans laquelle le nombre d'impulsions comptées varie lentement avec le seuil.

Le choix des hautes tensions d'alimentation a été fait en fonction des critères suivants :

- . faible bruit de fond (le nombre de coups d'obscurité varie en général entre 200 cps/s à 1800 V et 1500 cps/s à 2300 V).
- . plateau assez "horizontal" pour minimiser l'influence de fluctuations du seuil des discriminateurs (cette condition est d'autant mieux satisfaite que la H.T. est plus élevée).
- . possibilité, pour l'expérience à 4 P.M., de connecter les 2 P.M. de chaque paire en parallèle sur la même alimentation H.T., afin d'éviter toute variation relative des gains due à des fluctuations du secteur. Il est donc commode de choisir une valeur de la H.T. qui convienne aux deux P.M. de chaque paire.

Après examen d'une dizaine de tubes, présentant parfois des écarts très importants par rapport aux performances nominales, on a choisi deux paires de caractéristiques satisfaisantes :

- . détection des photons à 422,7 nm
 - RTC 56 DVP. Alimentation H.T. : 2200 V
 - . Coups d'obscurité : 150 cps/s
 - . tension de seuil : environ 10 mV

- RTC XP 2232 B . Alimentation H.T. : 2200 V
 - . Coups d'obscurité : 270 cps/s
 - . Tension de seuil : 10 mV.

Les impulsions provenant de ces deux P.M. sont appliquées directement à l'entrée des discriminateurs.

- . Détection des photons à 551,3 nm
 - RTC XP 2230 . Alimentation H.T. : 1850 V
 - . Coups d'obscurité : 180 cps/s
 - . Tension de seuil : 250 mV
 - RTC XP 2232B . Alimentation H.T. : 1850 V
 - . Coups d'obscurité : 280 cps/s
 - . Tension de seuil : 1 V

Les impulsions provenant de ces deux P.M. sont appliquées à l'entrée des discriminateurs après passage dans un amplificateur rapide de gain 40 dB.

La procédure d'équilibrage des gains sera décrite dans le chapitre V.

Nous présentons en annexe une détermination absolue des rendements quantiques des P.M., basée sur le comptage en coïncidence des paires de photons issus de la source.

Cette méthode permet d'accéder au rendement global des photomultiplicateurs alors que la donnée habituellement fournie par le constructeur est le rendement quantique de la photocathode. (Voir annexe 6).

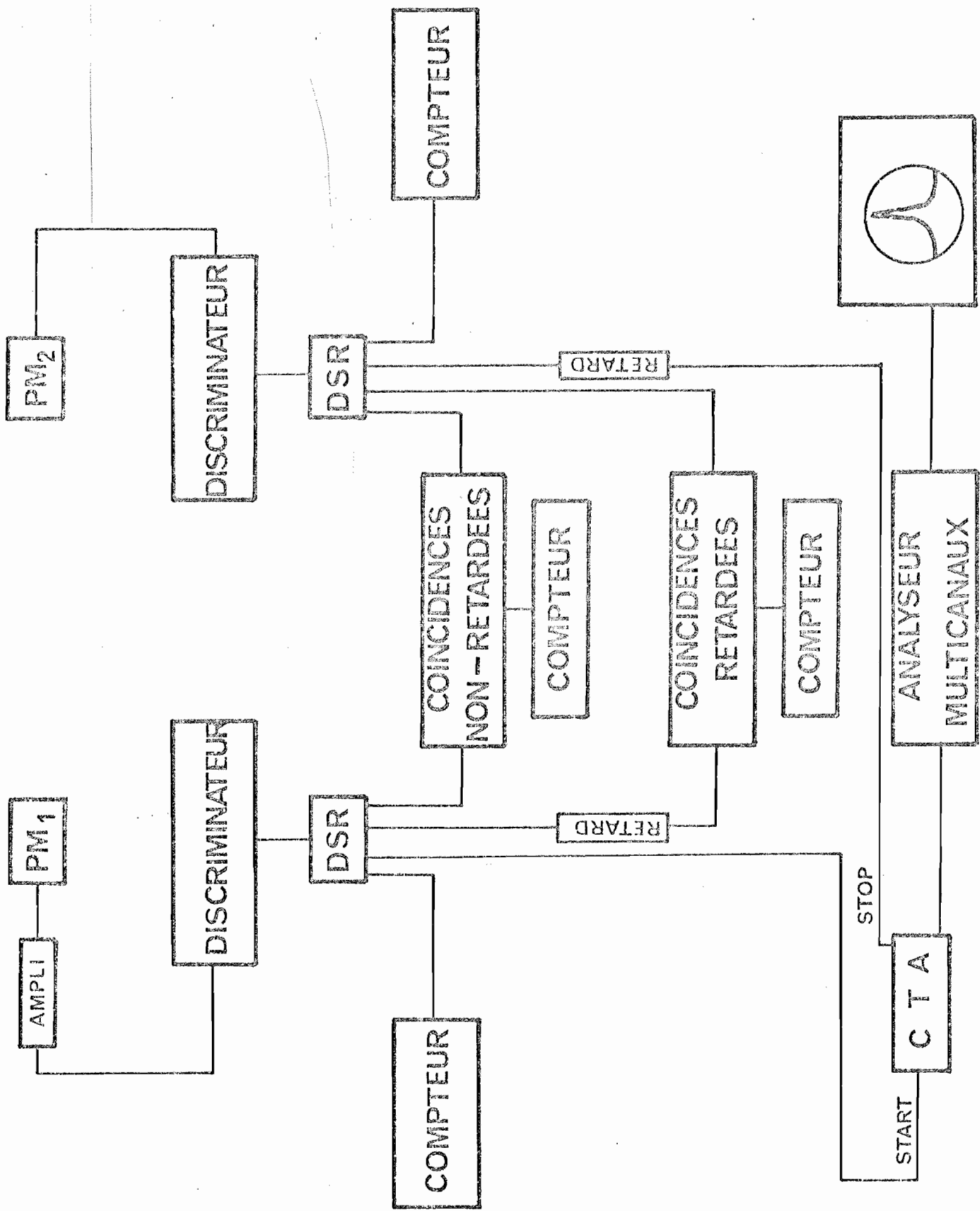


FIGURE 18

Schéma synoptique de l'appareillage électronique. (voir texte).

III. 7. Electronique de comptage

Dans ce paragraphe, nous décrivons l'appareillage électronique utilisé.

Il s'agit essentiellement de circuits prévus pour des expériences de physique nucléaire, et construits suivant le standard NIM.

La durée de vie de l'état intermédiaire de la cascade étant 5 ns, une analyse en temps des paires de photons nécessitera des temps de résolution de l'ordre de la ns, autorisés par les normes NIM.

Un schéma synoptique de l'appareillage est présenté figure 18.

III. 7.1. Comptage des "coups simples"

Le calcul présenté en annexe du paragraphe précédent permet de déterminer à la fois le taux d'émission de la source et les efficacités de détection de chaque voie. On obtient un taux d'émission typique de $4 \cdot 10^7$ cascades par seconde, conduisant à des taux de comptage d'environ 120 000 cps/s (voie "violette", $\lambda_1 = 422$ nm) et 40 000 cps/s (voie "verte" $\lambda_2 = 551$ nm).

Les impulsions issues des P.M. sont appliquées à des discriminateurs (après amplification * pour les P.M. éloignés du rack central).

Les discriminateurs génèrent des impulsions aux normes NIM (0V, -0,8V) qui sont envoyés vers des distributeurs de sorties rapides (DSR : connecteurs actifs autorisant plusieurs branchements). Ceux-ci alimentent en parallèle les dispositifs à coïncidences, et des compteurs (échelles à décades) totalisant les "coups simples".

* NOTE : On utilise des amplificateurs hybrides rapides, de gain 40 dB de bande passante 500 MHz, placés sur le culot d'alimentation des P.M.

Ces compteurs présentent un "temps mort" $\theta = 1 \mu\text{s}$, le nombre d'impulsions comptées N_c est donc relié au nombre "réel" d'impulsions N_v par la formule :

$$N_v = N_c + N_v \times (N_c \theta)$$

en supposant les N_v impulsions distribuées suivant une loi de POISSON.

On a donc :

$$N_v = \frac{N_c}{1 - N_c \theta}$$

Cette correction peut atteindre 10 % pour des taux de comptage de 100 000 cps/s.

Elle est effectuée automatiquement lors du traitement des données.

Pendant un cycle de mesure, les taux de coups simples pour chaque voie sont enregistrés sur table traçante : on peut ainsi détecter toute variation du niveau de la source. *

III. 7.2. Comptage "en coïncidence"

Les impulsions provenant du P.M. via les discriminateurs et les D.S.R. sont appliquées à des circuits à coïncidence, qui génèrent un signal en sortie lorsque les impulsions d'entrée se recouvrent suffisamment.

* NOTE : La tension proportionnelle au taux de coups simples est obtenue grâce à un circuit générant des impulsions de durée réglable, déclenchées par les impulsions issues du D.S.R.
Le moyennage est assuré par l'inertie de la table traçante.

Fenêtre de coïncidence

Début comptage en coïncidence

Simultanéité des impulsions

Fin comptage en coïncidence

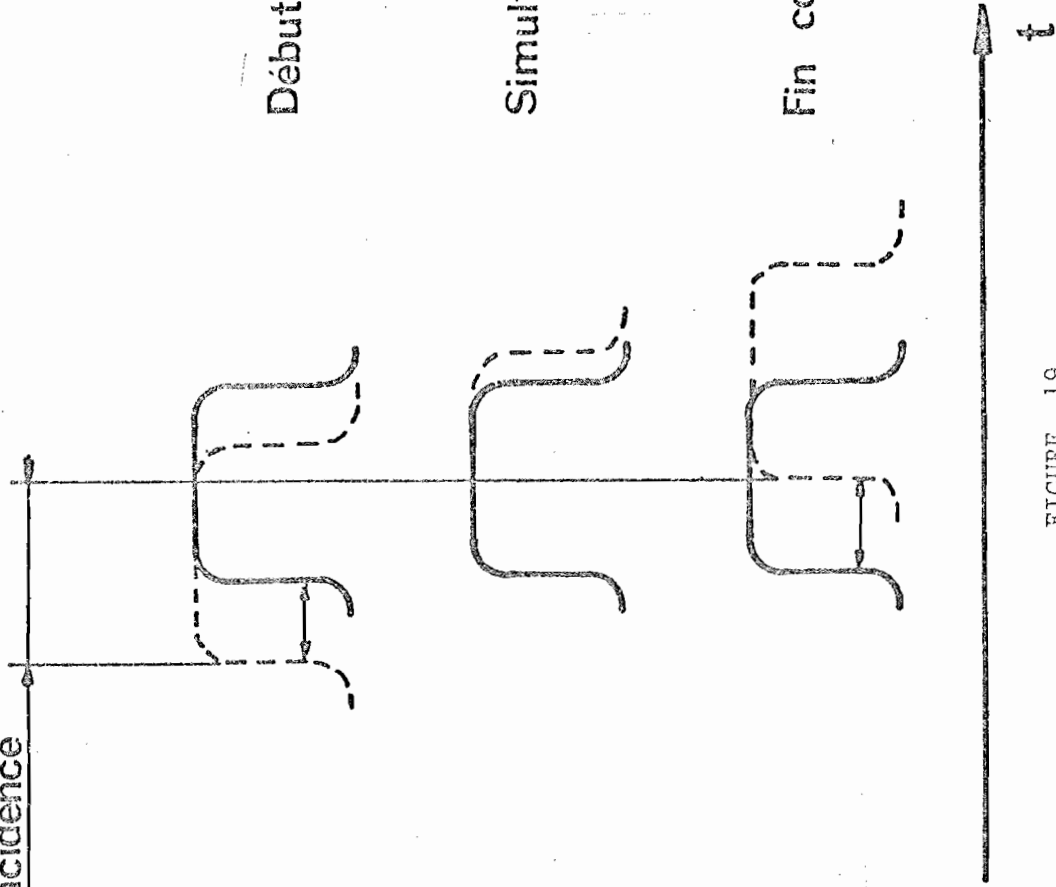


FIGURE 19

Chronogramme des impulsions. La fenêtre de coïncidence correspond à la somme des écarts entre les fronts de montée des impulsions, pour qu'un signal de coïncidence soit généré.

Pour régler ces circuits, il est utile de visualiser les signaux sur un oscilloscope à échantillonnage, en utilisant un générateur d'impulsions pour simuler les P.M.

On peut ainsi déterminer la "fenêtre de coïncidence" (W), somme des écarts entre les fronts de montée des impulsions pour qu'un signal de coïncidence soit généré. (voir figure 19).

Cette fenêtre dépend de la durée des impulsions produites par les discriminateurs, qui est comprise entre 15 et 20 ns.

En effet, pour qu'un signal de sortie soit généré, il faut que deux impulsions se superposent d'au moins 10 ns ; la fenêtre de coïncidence sera donc de l'ordre de 20 ns.

Cette fenêtre de coïncidence doit vérifier deux contraintes :

1. Etre suffisamment grande pour ne pas "manquer" de paires de photons issues d'un même atome ; dans notre expérience la durée de vie du niveau intermédiaire de la cascade est de 5 ns, donc dans 98 % des cas deux photons issus d'un même atome sont séparés de moins de 20 ns : cette première condition est satisfaite.

2. Etre suffisamment petite pour réduire le nombre de coïncidences "fortuites" dues à deux impulsions quelconques se présentant simultanément sur le circuit ; le nombre de coïncidence fortuites est :

$$N_f = W N_1 N_2 \quad , \quad \text{où } N_1 \text{ et } N_2 \text{ sont les nombres de coups simples sur chaque voie.}$$

Typiquement on aura :

$$N_f = 20 \cdot 10^{-9} \times 120\,000 \times 40\,000$$

$$\approx 100 \text{ cps/s}$$

On voit ici l'intérêt d'une cascade à durée de vie courte, permettant de réduire W et par conséquent N_f .

III. 7.3. Analyse temporelle

Le dispositif décrit dans les paragraphes précédents permet en principe à lui seul de réaliser toutes les mesures qui nous intéressent.

On dispose cependant d'une autre méthode, fournissant d'une part une vérification des données obtenues grâce aux circuits à coïncidences, et d'autre part, une information nouvelle : l'analyse détaillée des corrélations temporelles entre deux photons issus d'un même atome.

Le dispositif est composé d'un convertisseur temps - amplitude (C.T.A.) et d'un analyseur multicanaux.

Le C.T.A. reçoit les impulsions provenant des P.M., mises en forme par les discriminateurs, sur deux entrées START et STOP.

Si une impulsion normalisée arrive sur l'entrée START et est suivie d'une impulsion normalisée arrivant sur l'entrée STOP, le circuit génère un signal dont l'amplitude est proportionnelle au temps Δt qui sépare l'arrivée des fronts des deux impulsions.

La valeur maximale de (Δt) pour qu'un signal soit généré est de 100 ns (gamme du C.T.A.).

Ce signal est envoyé vers un analyseur multicanaux ^{*}, qui fournit l'histogramme de la distribution des impulsions qu'il reçoit : on obtient ainsi le nombre de paires de photons enregistrés, en fonction de l'intervalle de temps qui a séparé les détections des deux photons de chaque paire.

^{*}NOTE : Le principe du circuit est de digitaliser sur 8 bits ($2^8 = 256$) l'amplitude de l'impulsion, et d'incrémenter de 1 le compteur correspondant à cette amplitude. "La largeur" de chaque canal est donc de $\frac{100 \text{ ns}}{256} = 0,4 \text{ ns}$

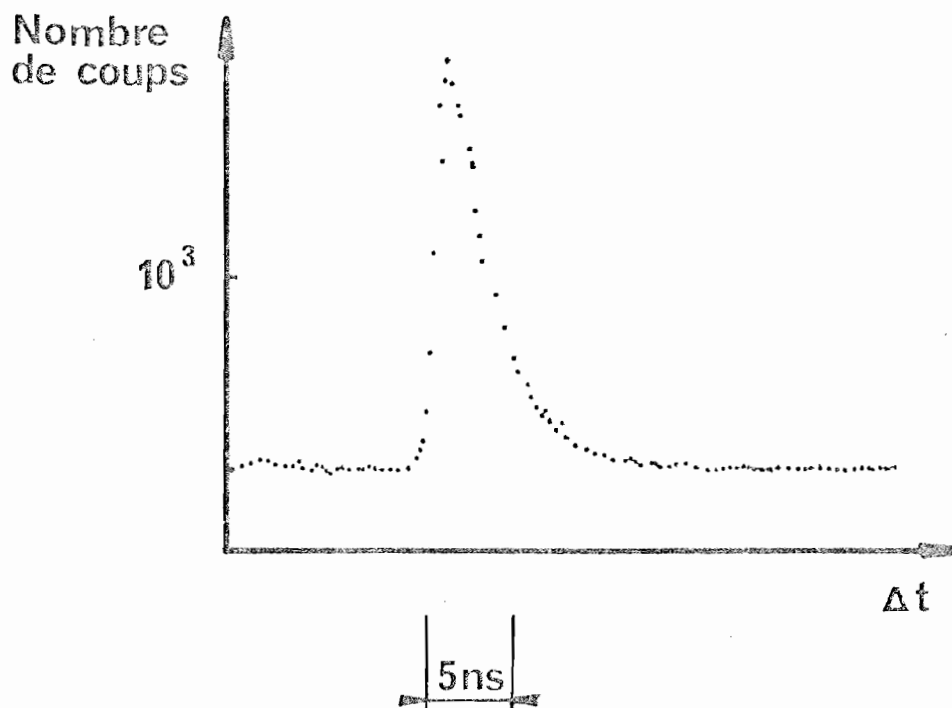


FIGURE 20

Histogramme C.T.A. (voir texte).

Cet histogramme représente la distribution statistique des retards du second photon par rapport au premier ; on sait que cette distribution est une fonction exponentielle décroissante du retard Δt , la constante de temps étant la durée de vie du niveau intermédiaire de la cascade atomique.

On observe que dans chaque canal sont comptées des impulsions "fortuites", dont le nombre est donné par :

$$N_f = W_{CTA} \cdot N_1 \cdot N_2$$

prenant pour W_{CTA} la largeur temporelle d'un canal (0,4 ns).

Le nombre de ces impulsions fortuites est en principe indépendant de Δt , donc chaque canal en comptera le même nombre : ces coups fortuits ont pour effet de translater l'exponentielle vers le haut.

Un exemple d'histogramme est présenté figure 20.

On peut remarquer que l'exponentielle n'est pas parfaite, mais est un peu "lissée" : notamment, le front de montée à $\Delta t = 0$ n'est pas parfaitement vertical.

Cet effet s'interprète par le temps de réponse fini de l'électronique, et surtout par les fluctuations du temps de transit dans les P.M. , qui est comme nous l'avons vu de l'ordre de la ns.

L'intégrale de l'exponentielle doit correspondre, après soustraction des coïncidences fortuites, au nombre de paires comptées par les circuits à coïncidences ; nous disposons donc de deux méthodes indépendantes dont les résultats doivent concorder.

Nous avons utilisé cette possibilité pour vérifier l'alignement des circuits électroniques, comme nous le verrons au chapitre IV.

III. 8. Conclusion

En conclusion, résumons les caractéristiques de notre dispositif expérimental, par rapport à ceux utilisés dans d'autres expériences de corrélation de polarisation :

- . Source très stable et très intense, l'état quantique des paires de photons émis étant parfaitement contrôlé (excitation sélective).
- . Analyseurs fonctionnant dans des conditions optimales grâce à la faible étendue géométrique à la source, et séparés de celle-ci de plus de 6 m.
- . Plusieurs méthodes concordantes sont disponibles pour effectuer les comptages en coïncidences.

Nous décrirons dans les chapitres IV et V les méthodes et les résultats des expériences réalisées avec des polariseurs respectivement à une, puis à deux voies de sortie.

Chapitre 4.

L'expérience utilisant
des polariseurs à une voie

IV. L' EXPERIENCE UTILISANT DES POLARISEURS A UNE VOIE

Ce chapitre est consacré à la description de l'expérience effectuée avec des polariseurs "à une voie de sortie".

Nous présentons successivement : une étude du rapport signal sur bruit, la description de l'alignement optique, les divers tests relatifs aux méthodes de comptage en corrélation employées, et enfin les résultats obtenus.

IV. 1. Statistique des comptages en coïncidence

IV. 1.1. Stabilité de la source

Les processus de comptage de photons obéissent, lorsque l'intensité de la source est constante, à une loi de POISSON ; la probabilité de détecter n photoélectrons pendant un intervalle de temps T est donnée par l'expression [1] :

$$p(n, T) = \frac{N^n}{n!} \exp(-N)$$

où N est le nombre moyen de photoélectrons comptés pendant le temps T .

Lorsque N est suffisamment grand, n ne peut s'écarter notablement de N , l'amplitude des fluctuations étant caractérisée par l'écart type $\sigma_p = \sqrt{N}$; l'incertitude relative sur le nombre de photons comptés vaut alors :

$$\frac{1}{\sqrt{N}}$$

On pourrait donc espérer améliorer indéfiniment la précision relative en augmentant le temps de comptage, c'est-à-dire le nombre N de photons comptés.

Mais cette précision est en fait limitée par la condition de constance de l'intensité I , c'est-à-dire par la stabilité de la source.

On peut alors caractériser les fluctuations de la source par un écart type σ_s , en admettant que les causes de ces fluctuations sont nombreuses et indépendantes (vibrations mécaniques, fluctuations de la densité d'atome dans le jet, jitter des lasers).

Les fluctuations du nombre de photons détectés seront alors données par :

$$\sigma = (\sigma_p^2 + \sigma_s^2)^{1/2}$$

Il est donc inutile d'augmenter le nombre de photons comptés, lorsque la précision relative $\frac{1}{\sqrt{N}}$ est de l'ordre de la stabilité relative de la source.

Nous avons vu qu'un dispositif d'asservissement, réagissant sur la puissance de l'un des lasers excitateurs, a été prévu pour stabiliser le nombre total de photons détectés (somme des "coups simples" comptés sur toutes les voies).

Des taux de comptages de l'ordre de 10^5 s^{-3} pouvant être facilement atteints, on a pu étudier la dispersion d'une série de comptages de 10s, correspondant à une précision théorique "idéale" de :

$$\frac{1}{\sqrt{N}} = 10^{-3}$$

La dispersion sur cette série de mesure ayant été estimée d'environ 0,5% en valeur relative, la précision statistique sur les taux de comptages est donc bornée inférieurement par cette valeur.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe III. 3.5., cette précision concerne la stabilité "à long terme" de la source : le taux d'émission reste donc constant, à 0,5 % près, pendant plusieurs heures.

IV. 1.2. Rapport signal sur bruit

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les coïncidences fortuites enregistrées par les circuits à coïncidences ou par le C.T.A. pouvaient être en principe estimées et soustraites du nombre total de coïncidences enregistrées.

Le rapport signal sur bruit dépend néanmoins du taux de coïncidences fortuites ; nous allons étudier quantitativement les variations du rapport signal sur bruit, en fonction de divers paramètres du dispositif expérimental [21].

On appelle N le taux d'émission total de la source.

Les nombres de photons comptés par seconde sur les voies 1 et 2 sont alors :

$$N_1 = \varepsilon_1 N + B_1$$

$$N_2 = \varepsilon_2 N + B_2$$

où ε_1 et ε_2 sont les efficacités globales de détection des deux voies, B_1 et B_2 les taux de comptage lorsque le jet atomique est coupé (résidu de lumière parasite et courant d'obscurité des P.M.).

Dans cette discussion nous négligerons B_1 et B_2 (typiquement 200 s^{-1}) devant N_1 et N_2 (typiquement $30\,000 \text{ s}^{-1}$).

Remarquons que ces expressions sont valides à cause de l'excitation sélective des atomes de calcium : les photons sont nécessairement émis par paires ; une excitation non sélective conduirait à l'enregistrement d'un excès de photons de 422 nm, provenant d'autres voies de désexcitation.

Le nombre de coups comptés en coïncidence en l'absence des polariseurs est donné par l'expression :

$$N_v = \epsilon_1 \epsilon_2 P(\theta) C(w) N$$

. $P(\theta)$ est un facteur tenant compte de la corrélation angulaire des photons émis et de l'angle solide de collection (voir réf. [23]).

On a pour notre montage $P(\theta) = 1,31$.

. $C(w)$ représente la proportion des paires de photons émis qui seront effectivement détectées par les circuits à coïncidence de fenêtre w :

$$C(w) = 1 - e^{-w/\tau}$$

Nous avons vu que $\tau = 5$ ns, $w \approx 20$ ns et $C(w) \approx 0,98$.

On obtient donc :

$$N_v = \epsilon_1 \epsilon_2 \zeta N \quad \text{avec} \quad \zeta \approx 1,28$$

Le nombre de coïncidences fortuites est donné par l'expression :

$$N_f = w N_1 N_2$$

Remarquons que cette expression n'est valable que si le taux d'émission est constant ; dans le cas contraire, N_f est une grandeur fonction de la moyenne du carré de l'intensité de la source, alors que $N_1 N_2$ est une fonction du carré de la valeur moyenne de l'intensité ; cette formule ne peut donc être utilisée sans précautions, mais elle est applicable dans notre cas.

Le nombre total de coïncidences comptées pendant un temps T est égal à $(N_v + N_f) T$; le nombre de coïncidences fortuites $(N_f \cdot T)$ étant compté séparément.

L'écart-type sur le nombre de coïncidences vraies $(N_v T)$ est donc donné par l'expression :

$$\sigma_p^2 = (\sqrt{(N_v + N_f) T})^2 + (\sqrt{N_f \cdot T})^2 = (N_v + 2N_f) T$$

Le rapport signal sur bruit est donc égal à :

$$\frac{N_v T}{(N_v T + 2N_f T)^{1/2}} = \frac{N_v}{\sqrt{N_v + 2N_f}} \sqrt{T}$$

On peut définir le facteur de mérite Q du dispositif expérimental (FREEDMAN |21|) par :

$$Q = \frac{N_v}{\sqrt{N_v + 2N_f}}$$

La durée de comptage nécessaire pour atteindre une valeur donnée du rapport signal sur bruit est alors proportionnelle à Q^2 .

On obtient alors :

$$Q = \frac{\zeta \varepsilon_1 \varepsilon_2 N}{(\zeta \varepsilon_1 \varepsilon_2 N + 2w \varepsilon_1 \varepsilon_2 N^2)^{1/2}} = \left[\frac{\zeta \varepsilon_1 \varepsilon_2 N}{1 + \frac{2wN}{\zeta}} \right]^{1/2}$$

Q augmente donc avec N et tend asymptotiquement vers la valeur limite

$$Q_M = \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \zeta^2}{2w}}$$

Remarquons que lorsque :

$$N = \frac{\zeta}{2w}, \quad \text{on a} \quad Q = \frac{Q_M}{2}$$

si N continue à augmenter après cette valeur, le nombre de coïncidences fortuites commence à dominer le nombre de coïncidences vraies et Q n'augmente plus que lentement.

Pour maximiser Q_M , il faut donc satisfaire aux impératifs suivants :

- ϵ_1 et ϵ_2 doivent être les plus grand possibles ; en pratique ils sont limités par l'efficacité des photodétecteurs et par l'angle solide de collection de la lumière de fluorescence.

Il faut éliminer autant que possible toute autre perte (traitement antireflet des éléments optiques).

- $\left(\frac{\zeta}{w}\right)$ doit être le plus grand possible ; il faut donc une cascade de durée de vie courte, pour pouvoir réduire w en conservant C(w) voisin de 1.

Nous obtenons pour notre dispositif expérimental, avec les valeurs de ϵ_1 et ϵ_2 calculées en annexe :

$$Q_M = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 1,35}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-9}}} \approx 10$$

La valeur critique :

$$N = \frac{\zeta}{2w} \approx 3,5 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$$

est atteinte en pratique (on a $N \approx 4 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$)

La source fonctionne donc dans des conditions optimales, avec un facteur de mérite de l'ordre de 5.

A titre d'exemple, dans une des premières expériences réalisées avec une cascade atomique, (FREEDMAN et CLAUSER [21]), le facteur de mérite était dix fois plus faible ; pour la même précision statistique, la durée de comptage devait donc être 100 fois plus longue.

IV. 1.3. Remarques complémentaires

En pratique, plusieurs considérations interviennent dans le choix du temps de comptage T .

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, deux méthodes sont utilisées pour les comptages en coïncidences, et doivent donner des résultats concordants (circuits à coïncidences et C.T.A.).

Or le C.T.A. présente des non linéarités : l'enregistrement de coïncidences fortuites seules ne conduit pas à des nombres de coups identiques dans chaque canal (aux fluctuations du processus de comptage près).

Pour minimiser l'influence de ces non linéarités, il faut que le nombre de coïncidences vraies soit au moins du même ordre que le nombre de coïncidences fortuites : l'estimation de l'intégrale d'une "petite" exponentielle émergeant d'un fond de fortuites très important serait visiblement erronée.

Le nombre de coïncidences vraies croissant comme N , et le nombre de fortuites comme N^2 , on n'a donc pas intérêt à prendre N plus grand que la valeur $N = \frac{\zeta}{2w}$ requise par les considérations du paragraphe précédent.

Le choix de T sera alors tel que le nombre de coïncidences effectivement comptées dans une mesure, $R = \epsilon_1 \epsilon_2 \zeta N T$, correspond à $\frac{1}{\sqrt{R}} \approx 0,005$:

les fluctuations dues au processus de comptage lui-même seront alors de l'ordre des fluctuations de la source.

On obtient ainsi $R \approx 40\ 000$.

β) Il est par ailleurs intéressant, afin de déceler d'éventuelles erreurs systématiques, d'adopter un temps d'intégration assez court.

Une série de plusieurs mesures relativement brèves est en ce sens préférable à un long comptage "en aveugle".

Nous avons donc choisi un temps T d'intégration de 100 secondes, la mesure étant éventuellement répétée pour améliorer la précision statistique.

Le cycle complet de mesures conduisant à la violation des inégalités de BELL dure environ deux heures, après une période de stabilisation de la source d'environ une demi-journée.

Le temps d'intégration effectif est de l'ordre de 30 mn.

A titre de comparaison, les premières expériences (voir Annexe 6), nécessitaient des temps d'intégration de plusieurs centaines d'heures.

IV. 2. Alignement optique

La chaîne optique a été décrite dans les paragraphes III.5 et III.6. Nous préciserons ici les méthodes utilisées pour l'alignement optique.

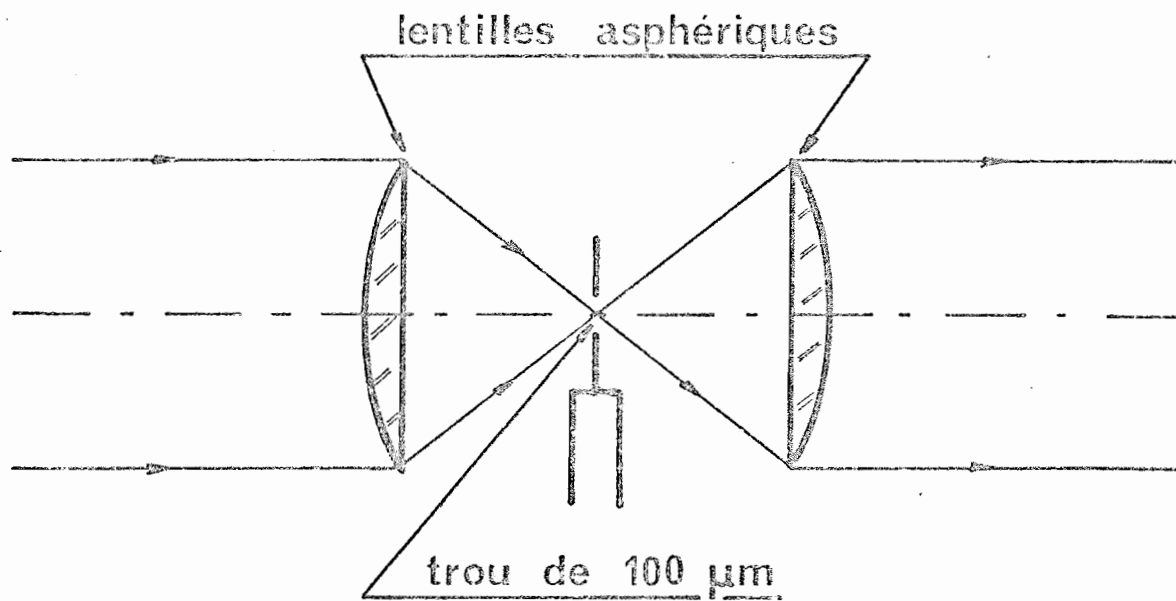


FIGURE 21

Eclairage du trou de 100 μm par une des voies, de façon à simuler la source réelle pour l'alignement optique de l'autre voie.

IV. 2.1. Les lentilles

L'alignement optique est effectué en disposant, à l'emplacement exact où se trouvera la zone source, une mince plaque métallique percée d'un trou de 100 μm .

La procédure de réglage d'une voie est alors la suivante :

- . Le trou de 100 μm est éclairé via la lentille de collection de l'autre voie, de façon à ce que les rayons émergeant couvrent complètement la lentille de collection de la voie considérée * (voir figure 21). L'étendue géométrique définie par le trou est donc peu différente de celle de la source réelle.
- . Le trou de 100 μm et la lentille asphérique définissent l'axe optique du système. Les éléments ultérieurs seront alignés suivant cet axe.
- . Un doublet de deux lentilles minces, L_1 et L_2 , solidarisées par une tige filetée vissée dans leur support, assure le transport d'images entre l'enceinte à vide et les polariseurs ; ce doublet a été déterminé en fonction des critères suivants :
 1. La distance entre la source et les polariseurs doit être suffisamment grande pour répondre aux conditions de temps 1 et 2 du paragraphe II.1.2.
 2. Pour assurer un fonctionnement optimal des polariseurs, l'image de la source doit être envoyée à l'infini, tandis que l'image de la pupille (hublot de l'enceinte à vide) doit se former au centre du polariseur.

* NOTE : La lumière est filtrée à la bonne longueur d'onde ($\lambda_1 = 551 \text{ nm}$ ou $\lambda_2 = 422 \text{ nm}$), les aberrations chromatiques des lentilles asphériques utilisées étant très importantes.

3. Les diamètres des lentilles doivent être choisis de façon à éviter toute diaphragmation, les dimensions de la source réelle étant de $1 \text{ mm} \times 100 \text{ } \mu\text{m}$.

Les conditions sont remplies pour la disposition de la figure 11, le diamètre des lentilles étant de 100 mm (dimension horizontale de l'image de la source, formée sur la lentille L_1).

L'image de la pupille, de diamètre 2 cm , est formée à mi-distance des deux pupilles d'entrée et de sortie des polariseurs à pile de glaces, ou au milieu du cube de verre pour les polariseurs à deux voies de sortie.

IV. 2.2. Trajets optiques et conditions de temps

La distance entre la source et la pupille d'entrée du polariseur est d'environ 6 m , ce qui correspond à 20 ns de "temps de vol" pour les photons.

La mesure elle-même - traversée du polariseur et détection - s'effectue en 5 ns ($1,5 \text{ m}$).

Les événements correspondant aux mesures des polarisations sur chaque voie sont donc séparés par des intervalles du genre espace au sens de la relativité restreinte.

De plus, la longueur du paquet d'onde associé au deuxième photon de la cascade est de $1,5 \text{ m}$ (durée de vie de l'état intermédiaire : 5 ns):

Les deux premières conditions de temps du paragraphe II.1.2. sont donc satisfaites : les particules sont bien séparées au moment de la détection, et aucun échange d'information n'est possible entre les deux détecteurs.

IV. 2.3. *Élimination de la lumière parasite*

Pour éliminer la lumière parasite due à l'éclairage ambiant, les polariseurs et les P.M. sont placés dans des enceintes opaques ; de plus, les filtres sélectionnant les longueurs d'onde des photons de la cascade atomique sont placés dans les montures des P.M., et à titre de précaution supplémentaire l'éclairage est réduit au minimum pendant les comptages.

L'élimination de la lumière parasite due aux faisceaux lasers, à l'intérieur de l'enceinte à vide, est plus délicate ; deux méthodes complémentaires sont employées :

- . des bicônes métalliques, peints en noir, sont placés devant les lentilles de collection de part et d'autre de la zone d'interaction. Ces bicônes éliminent en grande partie la lumière laser diffusée, qui provient principalement des bords des tubes par lesquels les faisceaux pénètrent dans l'enceinte à vide (voir schéma de l'enceinte figure 7).
- . Pour parfaire l'élimination de cette lumière diffusée, un diaphragme est placé dans le plan image de la source, au niveau de la lentille L_1 ; ce diaphragme est une fente horizontale de 1 cm x 10 cm, ces dimensions correspondent à celles de l'image de la source dans le plan de L_1 . (grandissement 100).

Le centrage de la source sur cette fente est vérifiée à l'aide d'une lunette, visant dans le plan de L_1 .

Ces deux dispositifs assurent l'élimination totale de la lumière parasite : en l'absence du signal de cascade les P.M. ne comptent que leur propre bruit de fond (environ 200 coups/s).

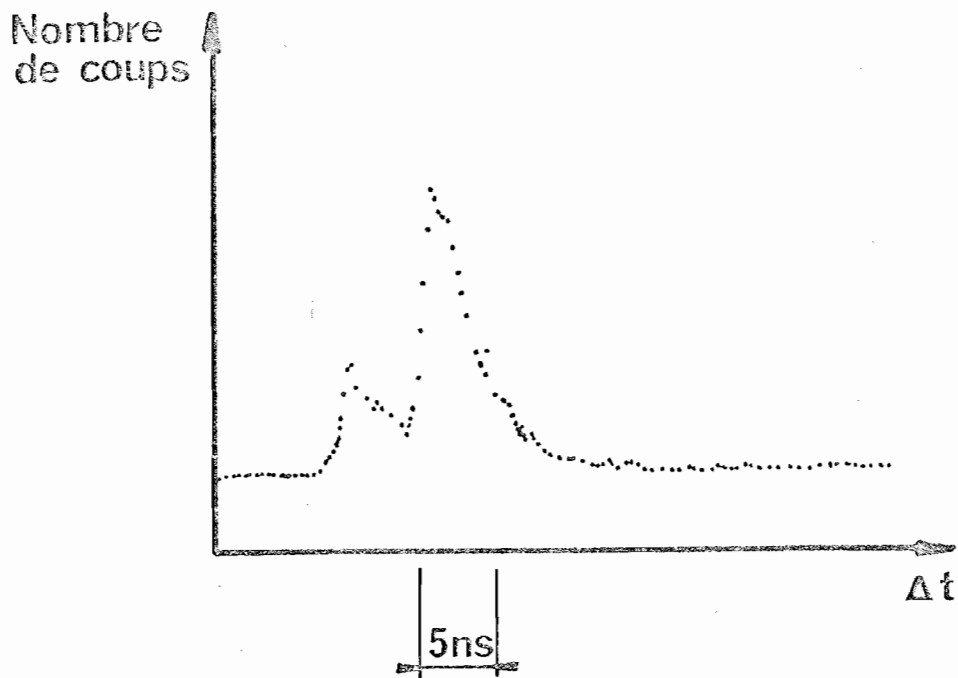


FIGURE 22

Histogramme C.T.A. en présence d'une réflexion parasite. (voir texte).

IV. 2.4. Vérifications du dispositif

L'absence de biréfringences accidentelles dans la chaîne optique (hublot et lentilles) a été vérifiée grâce à un test entre polariseurs croisés.

D'autre part, la lumière de fluorescence émise sur chaque voie, correspondant aux photons détectés en "coups simples", ne doit pas être polarisée. (voir paragraphe III. 3.1.).

On a donc vérifié en asservissant le taux d'émission sur l'une des voies, et en tournant le polariseur de la voie opposée, que le nombre de coups simples sur chaque voie était constant.

Une variation éventuelle aurait alors été l'indice soit d'une polarisation accidentelle (provoquée par exemple par un mauvais contrôle du processus d'excitation), soit d'une diaphragmation par le polariseur, soit encore d'un déplacement de la tache lumineuse sur les photocathodes.

Les premiers tests ont effectivement mis en évidence de telles variations, qui ont pu alors être éliminées :

- une première cause de variation, citée dans le paragraphe 4.3., était due à une réflexion parasite sur les filtres, et a été éliminée grâce aux verres colorés. *

*

NOTE : En l'absence de verres colorés, l'analyse temporelle des photons de fluorescence, effectuée grâce au C.T.A., a mis en évidence l'existence de deux pics de corrélations, l'écart temporel entre ces pics étant égal au temps mis par certains photons pour effectuer deux fois le trajet entre la source et le filtre ne correspondant pas à leur longueur d'onde. (voir figure 22). Des tests ultérieurs, verres colorés en place, ont montré que le pic indésirable devenait négligeable.

- Les variations dues aux inhomogénéités des photocathodes ont été totalement éliminées dans l'expérience avec polariseurs à piles de glace ; la fabrication des lames de verre du polariseur était en effet suffisamment soignée pour éviter tout déplacement du faisceau lumineux sur les photomultiplicateurs.

On a vérifié à titre de précaution supplémentaire, que le rapport des nombres de photons comptés sur les deux voies était indépendant de l'orientation des polariseurs et du taux d'émission de la source : ce rapport représente en effet celui, invariable, des efficacités de détection des deux voies.

Ce rapport (voie "violette"/voie "verte") vaut 3,145 pour l'expérience avec polariseurs à piles de glaces, et ses variations ne dépassent pas 1 % dans les conditions indiquées. *

Ces vérifications expérimentales sont donc en parfait accord avec l'hypothèse d'invariance du système par rotation autour de la direction de propagation des photons.

IV. 3. Alignement électronique

Comme nous l'avons vu au paragraphe III.7., deux types de circuits électroniques sont utilisés pour les comptages en coïncidences : les circuits à coïncidences à recouvrement, et le C.T.A. qui effectue une analyse des corrélations temporelles entre les impulsions provenant des deux voies.

*

NOTE : La valeur de la dispersion, estimée sur une série de 25 mesures, pour différentes orientations des analyseurs, était de 0,6 % en valeur relative.

La distribution statistique des instants d'arrivée de deux impulsions provenant de deux photons issus d'un même atome est représentée par une exponentielle décroissante, de constante de temps $\tau = 5$ ns (voir paragraphe III.7.3.).

Le sommet du pic de corrélation enregistré au C.T.A. repère donc les paires de photons ayant quitté "simultanément" la source.

Les instants effectifs d'arrivée des impulsions à l'entrée des circuits dépendent des instants de détection, et des retards introduits sur chacune des voies par la propagation des impulsions électriques dans les cables coaxiaux séparant les P.M. de l'électronique.

Il est commode de centrer le pic de corrélation en milieu de gamme du C.T.A., qui présente des non-linéarités aux extrémités de sa gamme (100 ns).

Il suffit pour cela de retarder d'environ 50 ns, grâce à des cables coaxiaux, les impulsions appliquées à l'entrée STOP par rapport à celles appliquées à l'entrée START.

On repère alors le numéro, n_0 , du canal du C.T.A. correspondant au sommet du pic de corrélation.

IV. 3.1. Synchronisation des impulsions

La méthode de réglage des circuits à coïncidence est alors la suivante : à l'aide d'un générateur d'impulsions, on applique périodiquement des impulsions très brèves à l'entrée des discriminateurs.

On introduit, entre le générateur et l'un des discriminateurs, une ligne à retard permettant de faire varier l'instant d'arrivée de l'une des impulsions.

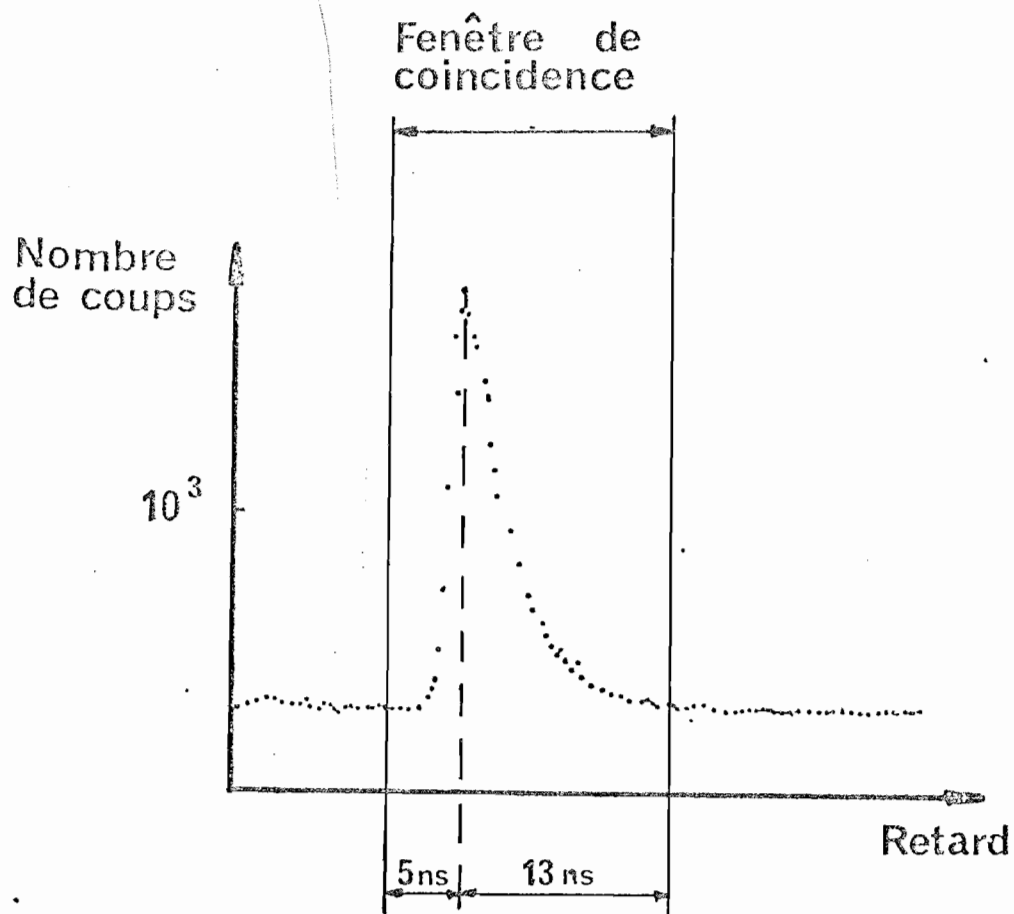


FIGURE 23

Centrage de la fenêtre de coïncidence par rapport au pic de corrélation. (voir texte).

On règle cette ligne à retard pour que le C.T.A. compte les impulsions périodiques dans le canal n_0 .

Les impulsions appliquées à l'entrée des discriminateurs simulent alors des impulsions créées par des photons ayant quitté simultanément la source.

Les impulsions générées par les discriminateurs sont alors appliqués aux circuits à coïncidence, en interposant une ligne à retard sur l'une des voies.

En augmentant ou en diminuant progressivement le retard imposé à une impulsion par rapport à l'autre, on observe que les circuits à coïncidences comptent les impulsions pour des retards compris entre deux valeurs θ_1 et θ_2 ; on détermine ainsi la fenêtre de coïncidence $w = \theta_2 - \theta_1$.

On obtient $w \approx 18$ ns.

On choisit alors le retard θ de façon à ce que soient comptées en coïncidence, les impulsions dont l'écart est compris entre -5 ns et $+13$ ns par rapport à la simultanéité ; on "couvre" ainsi au mieux le pic de corrélation par la fenêtre de coïncidence.

On choisit donc :

$$\theta = \theta_1 + 5 \text{ ns} = \theta_2 - 13 \text{ ns} \quad (\text{voir figure 23})$$

IV. 3.2. Vérifications

Pour déterminer le taux de coïncidences fortuites, on utilise un deuxième circuit à coïncidences, en introduisant un retard de 100 ns sur l'une des voies ; ce circuit compte donc uniquement les impulsions se superposant par hasard pendant la durée de la fenêtre (et correspondant donc à des photons émis par deux atomes distincts).

On doit alors vérifier que le nombre de coïncidences vraies (coïncidences "non-retardées" moins coïncidences retardées) comptées pendant un temps donné est égal à l'intégrale du nombre de paires comptées dans le pic de corrélation du C.T.A.

On a obtenu pour le nombre de coïncidences environ 2 % de moins que pour l'intégrale du pic ; cet écart s'explique par le fait que la fenêtre de 18 ns "manque" quelques paires corrélées.

Cet effet intervient sous la forme du facteur $C(w)$ du paragraphe IV1.2.

Tant que $C(w)$ reste voisin de 1, il s'élimine en fait des grandeurs intervenant dans le test des inégalités de BELL (rapports de comptages en coïncidences).

La méthode employée permet donc la mesure directe des rapports

$$\frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0}$$

et leur comparaison avec les prédictions quantiques et les inégalités de BELL généralisées.

IV. 4. Résultats

Ce paragraphe est consacré à la présentation et à l'analyse des résultats de l'expérience utilisant des polariseurs à une voie de sortie.

Deux séries de mesures ont été réalisées : dans la première, l'un des polariseurs à piles de glaces était proche de l'enceinte à vide (centre du polariseur à environ 1 m de la source).

Dans une seconde expérience, les deux polariseurs étaient éloignés de la source (centre des polariseurs à 7 m de la source).

Les procédures d'acquisition et de traitement des résultats sont identiques pour les deux expériences.

Nous présenterons successivement les prédictions quantiques, le principe du traitement par ordinateur des résultats bruts, et les résultats obtenus.

IV. 4.1. Prédiction quantiques

Comme nous l'avons vu au chapitre II, les grandeurs mesurées sont les rapports $R(\vec{a}, \vec{b})/R_0$ entre les taux de coïncidences vraies pour des orientations \vec{a} et \vec{b} des polariseurs, (noté $R(\vec{a}, \vec{b})$), et le taux de coïncidence lorsque les deux polariseurs sont retirés (noté R_0).

Les prédictions quantiques font intervenir les efficacités des polariseurs, dont nous avons donné les valeurs mesurées au paragraphe III.5.1., et un facteur $F(\theta)$ dépendant des angles solide de collection de la lumière de fluorescence, qui vaut 0,984 pour notre configuration.

On obtient alors (notations du chapitre II).

$$\begin{aligned} \frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0} &= \frac{1}{4} [(t_1'' + t_1^\perp) (t_2'' + t_2^\perp) + F(\theta) (t_1'' - t_1^\perp) (t_2'' - t_2^\perp) \cos 2(\vec{a}, \vec{b})] \\ &= \frac{1}{4} [0,996 + 0,871 \cos 2(\vec{a}, \vec{b})] \\ &= 0,249 + 0,218 \cos 2(\vec{a}, \vec{b}) \end{aligned}$$

Cette expression théorique est utilisée, d'une part dans un programme d'ordinateur qui trace le graphe donnant le taux de coïncidences attendu en fonction de l'angle relatif $\phi = (\vec{a}, \vec{b})$, et d'autre part pour calculer directement la valeur prédite par la Mécanique Quantique pour l'expression qui intervient dans les inégalités de BELL.

IV. 4.2. Traitement des données

Lors de chaque cycle de mesures, les données suivantes sont introduites dans le calculateur (HP 9845) :

- . Orientations des polariseurs (entre 0° et 360°).
- . Temps d'intégration pour chaque mesure (en général 100 s).
- . Nombre de photons comptés sur chaque voie ("coups simples").
- . Nombre de photons comptés, le jet atomique étant coupé (dus au bruit de fond des P.M., et aux résidus de lumière parasite).
- . Nombre de coïncidences "non retardées".
- . Nombre de coïncidences "retardées".
- . Puissance des lasers et température du four.

Le traitement de ces données consiste à calculer par programme :

- . Le nombre de photons effectivement détectés sur chaque voie (déduction des coups d'obscurité et correction du temps mort des compteurs).
- . Le nombre de coïncidences vraies (coïncidences non retardées moins coïncidences retardées).
- . L'écart type sur ces comptages en coïncidences, estimé d'après les méthodes indiquées au paragraphe IV.1.
- . L'incertitude relative sur les comptages en coïncidences.
- . Les rapports $\frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0}$ pour les différentes valeurs des orientations.
- . L'écart-type sur la valeur de ce rapport.
- . La valeur théorique de $\frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0}$

$$R(\phi)/R_0$$

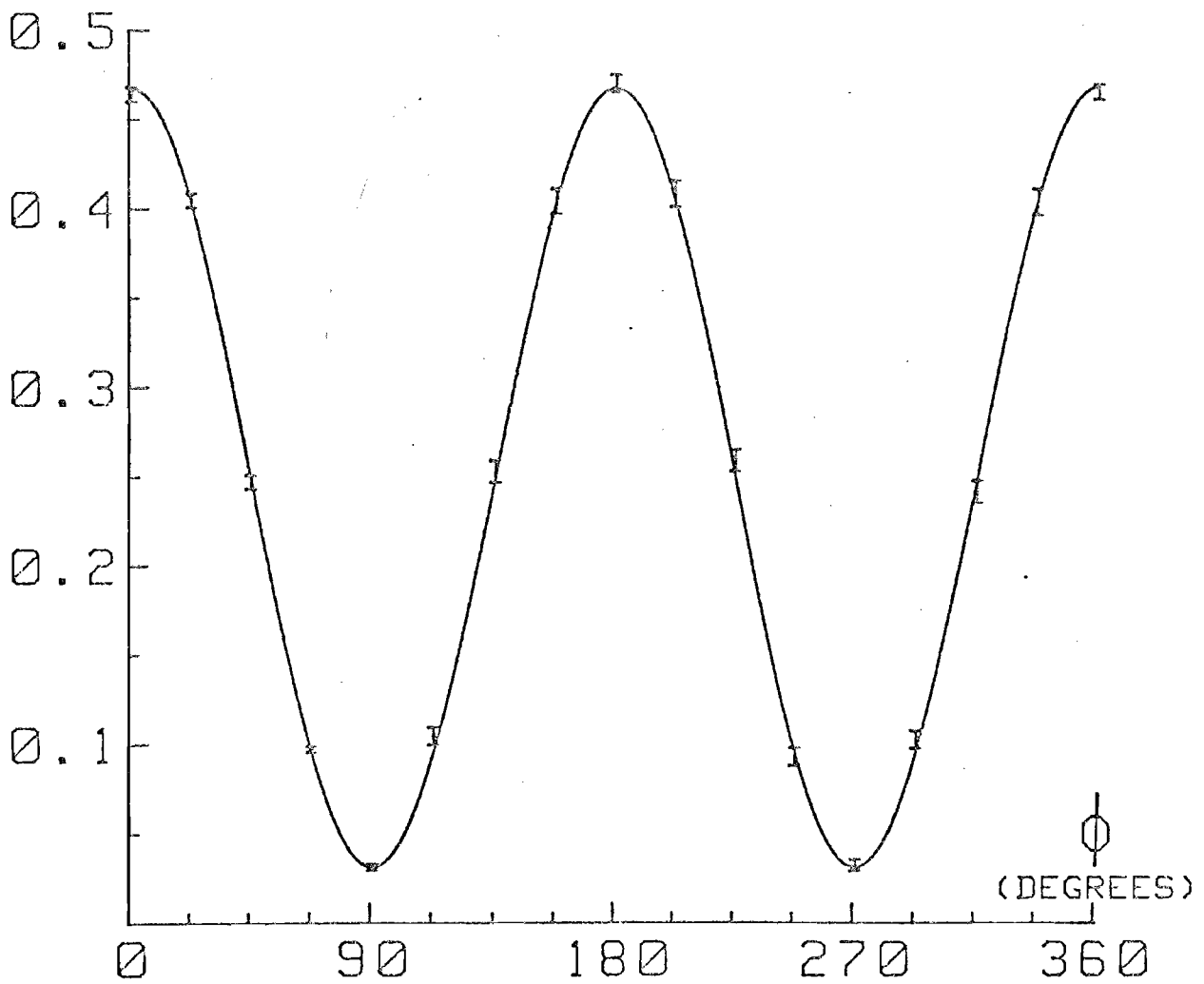


FIGURE 24

Résultats expérimentaux pour une variation de 360° de l'angle relatif des polariseurs.

La courbe en trait plein est la courbe théorique déduite des prédictions quantiques.

La barre d'incertitude sur les points expérimentaux correspond à plus ou moins un écart-type.

A titre de vérification, on a également calculé le rapport entre les nombres de photons comptés sur chaque voie, qui doit être indépendant de l'orientation des polariseurs si l'hypothèse d'invariance par rotation est bien satisfaite.

Les résultats obtenus sont en plein accord avec cette hypothèse. (voir paragraphe IV. 2.4.).

Un traitement ultérieur a consisté à regrouper les mesures, correspondant aux mêmes orientations des polariseurs, de façon à affiner la précision statistique sur les résultats.

On a pu également comparer la dispersion de séries de résultats, estimés par les méthodes statistiques classiques, à la dispersion prévue par la loi de POISSON associée au processus de comptage.

Les deux valeurs sont un remarquable accord, dans la mesure où les dispersions considérées restent supérieures aux fluctuations de la source. (voir paragraphe IV. 2.1.).

La figure 24 résume les résultats de ces mesures ; l'angle relatif ϕ varie entre 0 et 360° .

Les tableaux de résultats ayant servi au calcul des points expérimentaux sont présentés dans l'annexe 7.

Rappelons que la courbe en trait plein représente les prédictions de la Mécanique Quantique, présentées au paragraphe précédent.

IV. 4.3. *Le conflit avec les inégalités de BELL*

Un cycle de mesure a été réalisée pour tester directement l'inégalité $-1 \leq Q \leq 0$, qui est obtenue sans supposer l'invariance par rotation du dispositif. (voir chapitre II).

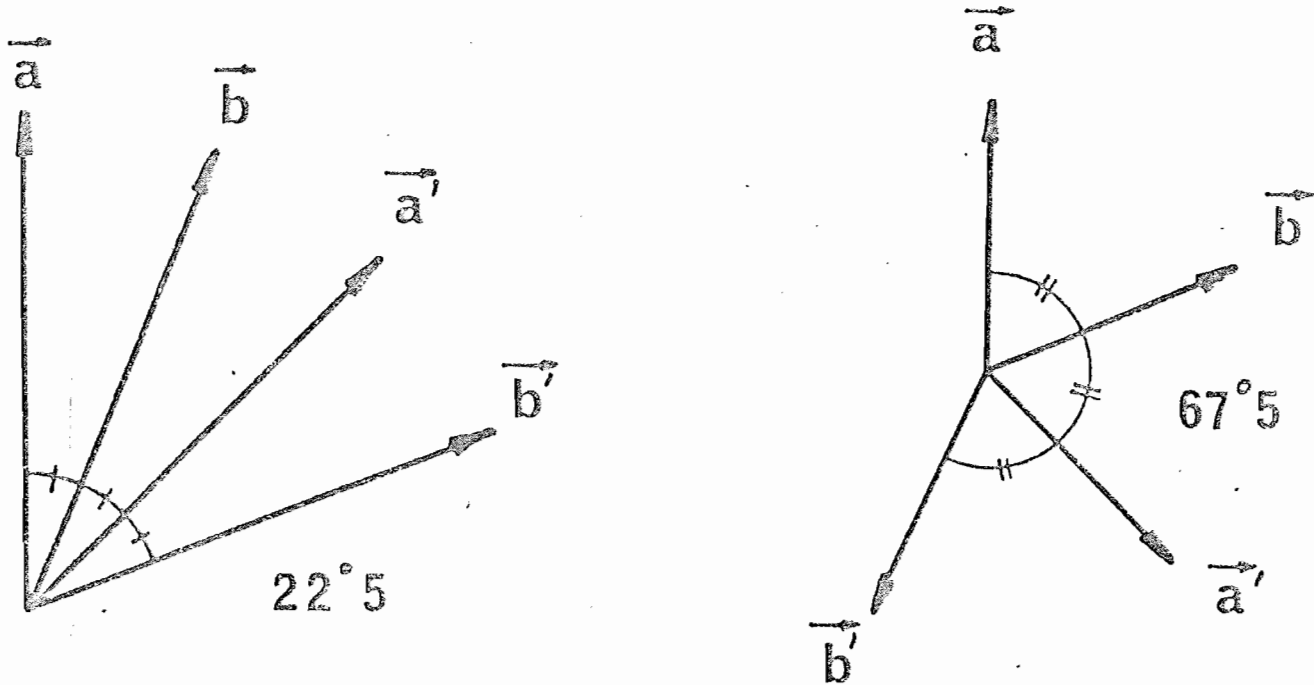


FIGURE 25

Orientations $(\vec{a}, \vec{b}', \vec{b}, \vec{a}')$ conduisant à la violation maximale des inégalités de BELL.

Les couples d'orientations utilisés dans la détermination expérimentale de Q sont ceux correspondant à un angle de $22^\circ 5'$.

Rappelons que l'on a :

$$Q = \frac{1}{R_0} (R(\vec{a}, \vec{b}) - R(\vec{a}, \vec{b}') + R(\vec{a}', \vec{b}) + R(\vec{a}', \vec{b}') - R(\vec{a}', \infty) - R(\infty, \vec{b}))$$

On a donc mesuré les taux de comptage en coïncidence pour les orientations (\vec{a}, \vec{b}) correspondant à la figure 25, puis en retirant un, puis deux polariseurs.

Trois comptages de 100 s ont été effectués pour chacun des sept couples d'orientations possibles ; on a obtenu, pour un temps total d'intégration de 35 mm :

$$Q_{\text{exp}} = 0,126 \pm 0,014$$

L'incertitude indiquée correspond à l'écart-type déduit de la loi de POISSON. (voir paragraphe IV.1).

Ce résultat est en bon accord avec la prédiction quantique, tenant compte de la marge d'erreur sur l'estimation de l'efficacité des polariseurs :

$$Q_{\text{MQ}} = 0,118 \pm 0,006$$

On constate donc une violation expérimentale significative des inégalités de BELL généralisées.

Comme nous l'avons vu, toutes les observations expérimentales sont en accord avec l'hypothèse d'invariance par rotation ; on a donc évalué le δ intervenant dans l'inégalité de FREEDMAN ($\delta \leq 0$) :

$$\delta = \left| \frac{R(22^\circ 5) - R(67^\circ 5)}{R_0} \right| - \frac{1}{4}$$

Six comptages de 100 s ont été utilisés pour déterminer la valeur de $R(22^\circ 5)$, dix comptages pour celle de $R(67^\circ 5)$, et cinq pour celle de R_0 ; on a alors obtenu :

$$\delta_{\text{exp}} = 0,0572 \pm 0,0043$$

Ce résultat est également en excellent accord avec les prédictions quantiques :

$$\delta_{\text{MQ}} = 0,058 \pm 0,002$$

et en conflit flagrant avec les inégalités de BELL généralisées.*

Des mesures analogues, après éloignement des deux polariseurs à 7 m de la source, ont redonné des résultats aussi significatifs **, à la différence près que les performances du polariseur déplacé avaient légèrement varié (modification de l'angle d'incidence des faisceaux sur les lames de verre).

IV. 5. Conclusion

La précision statistique de nos résultats, et leur excellent accord avec les prédictions quantiques semblent donc exclure définitivement les théories locales à paramètres supplémentaires, obéissant à l'hypothèse de "no-enhancement" de CLAUSER et HORNE.

* NOTE : Pour une expérience dans laquelle les polariseurs seraient parfaits et les angles de collection infinitésimaux, on aurait :

$$Q_{\text{MQ}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} \approx 0,207 \qquad \delta_{\text{MQ}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{4} \approx 0,103$$

* NOTE : Dans tous les cas, la valeur mesurée s'écarte de la limite imposée par les inégalités de BELL d'une dizaine d'écarts-type. La probabilité pour que la violation des inégalités soit fortuite est alors totalement négligeable.

Nous avons vu cependant que, pour pouvoir exploiter les résultats des expériences utilisant des polariseurs à une voie, il est nécessaire de faire des mesures auxiliaires, en retirant un ou deux polariseurs.

En effet, le dispositif utilisé ne permet pas de mesurer "réellement" la fonction de corrélation entre les mesures effectuées en A et B.

Nous allons donc présenter maintenant un dispositif original, permettant de mesurer la fonction de corrélation $E(\vec{a}, \vec{b})$, et conduisant à une confrontation plus directe entre les inégalités de BELL et l'expérience.

Chapitre 5.

**L'expérience utilisant
des polarimètres optiques**

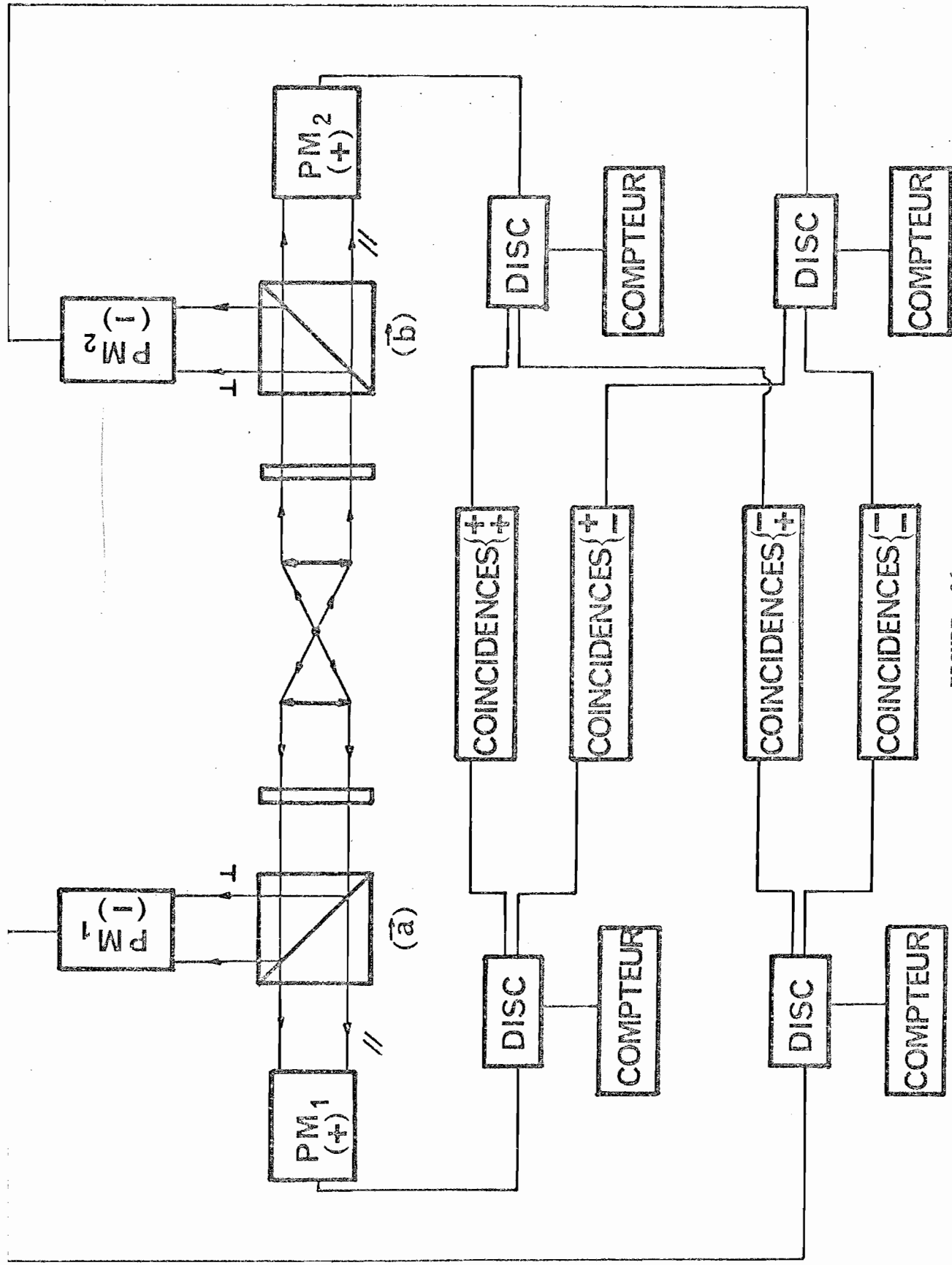


FIGURE 26

Schéma général de l'expérience à polarimètres optiques.

V. L'EXPERIENCE UTILISANT DES POLARIMETRES OPTIQUES

Ce chapitre est consacré à la description de l'expérience utilisant des polariseurs à deux voies de sortie (polarimètres optiques).

Les mesures réalisées sont des mesures dichotomiques de polarisation analogues aux mesures de spin réalisées par des aimants de STERN et GERLACH.

Les méthodes d'alignement optique et électronique sont dans leur principe identiques à celles décrites dans le chapitre IV.

Les deux polarimètres sont situés à 7 m de la source, et les circuits à coïncidences sont réglés en utilisant le C.T.A., suivant la méthode détaillée dans le paragraphe IV. 3.

Le schéma général de l'expérience est présenté figure 26.

Les difficultés de la présente expérience sont liées à l'emploi des polarimètres décrits au paragraphe III. 5.2., et en particulier à l'équilibrage des détecteurs sur les deux voies de sortie de chaque polarimètre.

Nous préciserons donc les critères employés pour définir cet équilibrage, ainsi que les méthodes de mesure des efficacités des polarimètres.

Nous présenterons ensuite les mesures effectuées, et les résultats obtenus quant au test des théories locales à paramètres supplémentaires.

V. 1. Les polarimètres

V. 1.1. Alignement optique

La disposition des lentilles de collection et de transport d'images reste identique à celle de l'expérience précédente.

L'image de la pupille (lentille asphérique de collection) est formée au centre du cube polariseur, son diamètre est de 2 cm.

L'image de la source est renvoyée à l'infini, ce qui garantit un fonctionnement optimal du polarimètre.

Pour respecter la symétrie de révolution du système, un soin particulier doit être apporté à l'orientation du cube polariseur par rapport à l'axe optique, défini par la source et par la lentille de collection.

La méthode suivante a été utilisée :

Un trou de 100 μm est situé à l'emplacement de la zone d'interaction définissant l'axe du faisceau réel issu de la source.

Une lunette autocollimatrice est placée derrière le cube polariseur, de façon à ce que l'image de la source soit centrée sur le réticule : l'axe de la lunette est alors confondu avec l'axe du faisceau issu de la source.

On rectifie alors la position du polarimètre, de façon à réaliser l'autocollimation sur les faces d'entrée et de sortie du cube.

On vérifie ensuite qu'en modifiant l'orientation du polarimètre (c'est-à-dire en tournant le cube autour de l'axe optique) l'autocollimation est conservée.

Après réglage, on a observé que l'image du réticule réfléchi sur le cube décrivait un cercle de diamètre angulaire inférieur à 10' autour de l'axe optique, lors de la rotation du polarimètre, ce qui ne peut pas affecter de manière significative ses performances.

Pour situer l'importance de ce réglage, rappelons qu'une variation de 2° de l'angle d'incidence sur les couches multidiélectriques modifie sensiblement le taux d'extinction : les performances du polarimètre dépendraient alors de son orientation.

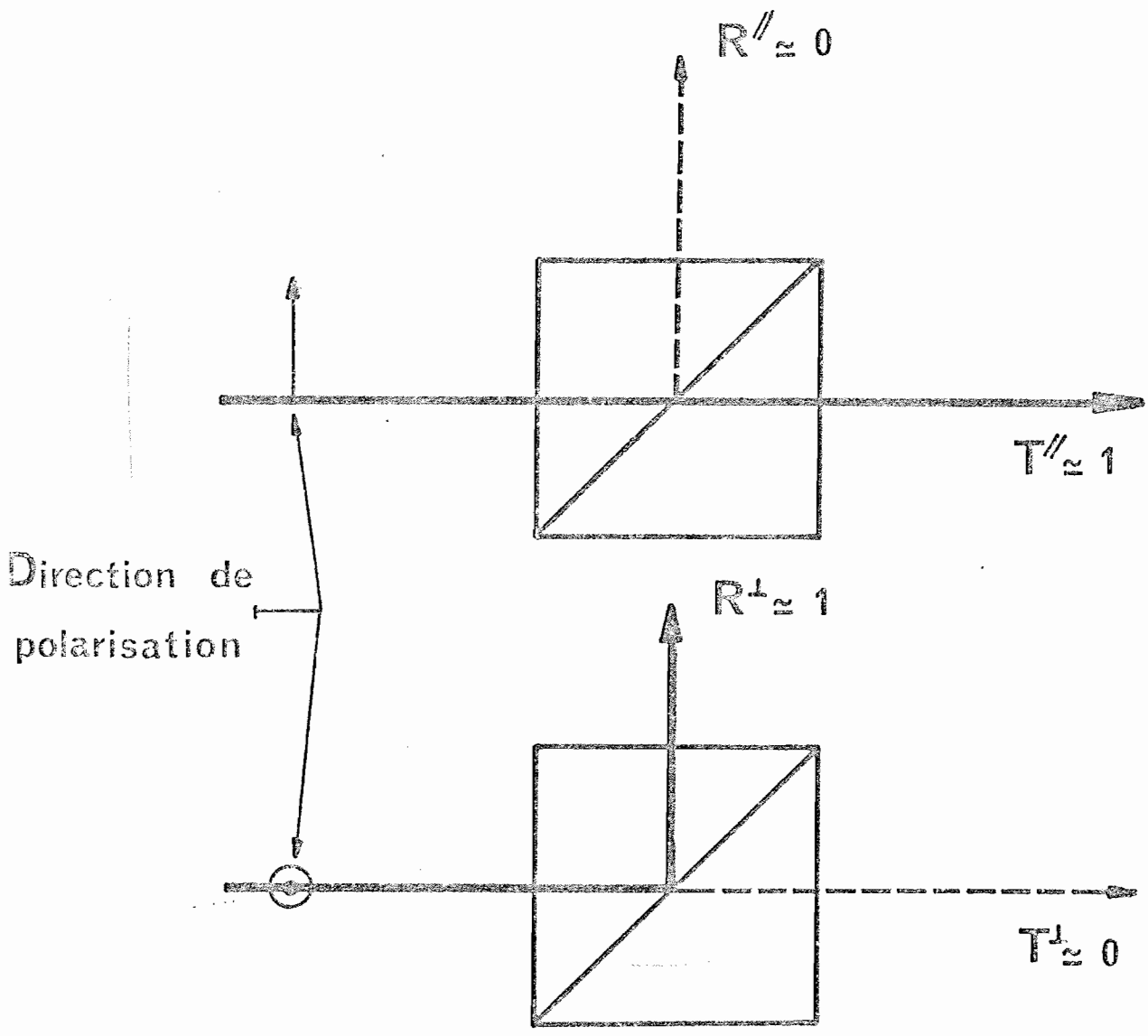


FIGURE 27

Définition des coefficients de réflexion et de transmission des cubes polariseurs.

V. 1.2. *Équilibrage et mesure des efficacités*

Les performances de chacun des cubes polariseurs sont caractérisées par les quatre coefficients. (voir figure 27).

R_i'' et T_i'' : coefficients de réflexion et de transmission pour une lumière polarisée linéairement parallèlement au plan d'incidence sur la surface diagonale du cube.

R_i^{\perp} et T_i^{\perp} : coefficients de réflexion et de transmission pour une lumière polarisée linéairement perpendiculairement à ce plan d'incidence.

Comme nous l'avons vu au paragraphe III.5.2., la mesure des performances des polarimètres est faite avec la source réelle, afin de tenir compte des variations de R et T en fonction de la longueur d'onde et des caractéristiques géométriques des faisceaux.

Le rapport des coefficients R et T qui nous intéressent, dépend des gains des P.M. placés sur les voies transmises et réfléchies.

Une mesure cohérente des performances du polarimètre suppose donc un ajustage des gains des P.M. situées sur les deux voies de sortie.

La procédure suivante est utilisée :

La lumière issue de la source est polarisée linéairement à 100 % par des feuilles polaroid, la direction de polarisation étant bien repérée.

On appelle θ l'angle entre cette direction de polarisation et le plan d'incidence sur la surface diagonale du cube.

Les flux transmis et réfléchis sont alors donnés par les expressions :

$$\Phi_t(\theta) \propto T'' \cos^2 \theta + T^{\perp} \sin^2 \theta$$

$$\Phi_r(\theta) \propto R'' \cos^2 \theta + R^{\perp} \sin^2 \theta$$

Lorsque le cube est retiré du faisceau, le flux transmis est Φ_0 ;
on mesure alors T'' et T^\perp :

$$T'' = \frac{\Phi_t(\theta = 0)}{\Phi_0} \qquad T^\perp = \frac{\Phi_t(\theta = 90^\circ)}{\Phi_0}$$

On ajuste alors le gain du P.M. situé sur la voie réfléchie, de façon à obtenir :

$$\Phi_r(\theta = 45^\circ) = \Phi_t(\theta = 45^\circ)$$

Les deux P.M. ayant été sélectionné pour présenter des sensibilités voisines pour la longueur d'onde considérée, ce réglage est effectué en retouchant légèrement le seuil du discriminateur relié au P.M. détectant les photons réfléchis.

On obtient alors :

$$T'' + T^\perp = R'' + R^\perp \qquad (a)$$

Ensuite, en tournant le polarimètre, on vérifie que $|\Phi_t(\theta) + \Phi_r(\theta)|$ est indépendant de θ ^{*} ; ceci est obtenu si :

$$T'' + R'' = T^\perp + R^\perp \qquad (b)$$

Les équations (a) et (b) impliquent alors :

$$R^\perp = T''$$

$$R'' = T^\perp$$

On déduit donc les R de la mesure des T, précédemment effectuée.

^{*}NOTE : Une variation résiduelle, de l'ordre de 1,5%, du flux total enregistrée en fonction de l'orientation du polarimètre ($\Phi_t(\theta) + \Phi_r(\theta)$) n'a pu être éliminée ; elle n'obéit pas à une loi en $A + B \cos^2\theta$, et semble due à un déplacement des faisceaux sur les photocathodes. Les variations sont prises en compte dans l'estimation des marges d'erreur sur les mesures des coefficients R et T.

On en déduit les valeurs suivantes (pour les deux longueurs d'ondes $\lambda_1 = 551,3$ nm, $\lambda_2 = 422,7$ nm) :

$$T_1'' = R_1^\perp = 0,95 \pm 0,01$$

$$T_1^\perp = R_1'' = 0,007 \pm 0,005$$

$$T_2'' = R_2^\perp = 0,93 \pm 0,01$$

$$T_2^\perp = R_2'' = 0,007 \pm 0,005$$

V. 1.3. Vérifications

Les résultats obtenus au cours des tests préliminaires à l'expérience du chapitre IV nous ont permis de nous assurer que la lumière émise par la source dans chacune des voies de collection n'était pas polarisée (invariance par rotation autour de Oz).

Lorsque les polaroïds sont retirés du faisceau, les deux voies de sortie de chaque polarimètre doivent donc détecter le même nombre de photons, à condition que l'égalité (a) soit satisfaite.

Les seuils des discriminateurs étant susceptibles de dériver avec la température de la salle, on retouche ces seuils pour équilibrer les taux de comptages sur chaque voie avant chaque cycle de mesures ; cette opération revient donc à ajuster les gains des P.M. détectant les photons réfléchis, de façon à ce que l'égalité (a) soit satisfaite pour les deux polarimètres.

La validité des critères employés a été vérifiée en étudiant statistiquement les taux de comptages "en simple", dans plusieurs séries de 20 mesures (durée de comptage pour chaque mesure : 100 s).

Les taux de comptage "en coïncidence" de ces séries de mesures seront par ailleurs utilisés pour le test des inégalités de BELL (voir paragraphe suivant).

La dispersion (écart quadratique moyen) des nombres de photons comptés sur une voie donnée d'un polarimètre, pour différentes orientations de ce polarimètre, est inférieure à 0,6 % (ordre de grandeur des fluctuations de la source).

Par ailleurs, l'écart entre les nombres moyens de photons comptés sur les deux voies d'un même polarimètre est inférieur à cette dispersion.

La condition (a) est donc bien satisfaite.

Par ailleurs, la dispersion, pour différentes orientations d'un polarimètre, des sommes des nombres de photons comptés sur chaque voie de ce polarimètre, est également inférieure aux fluctuations de la source.

Ceci confirme l'hypothèse d'invariance du dispositif par rotation autour de l'axe optique, et nous permettra d'utiliser la forme condensée des inégalités de BELL généralisées, présentée au paragraphe II. 5.4..

V. 2. Résultats

Comme dans le chapitre précédent, nous présenterons successivement les prédictions quantiques, le principe du traitement par ordinateur des données expérimentales, et les résultats quant au test des inégalités de BELL.

Un dernier paragraphe sera consacré à la discussion de l'hypothèse auxiliaire utilisée, à la lumière de nos résultats expérimentaux.

V. 2.1. Prédiction quantique

Les grandeurs mesurées sont maintenant les fonctions de corrélation $E(\vec{a}, \vec{b})$; compte tenu des performances de nos polarimètres ^{*}, les prédictions quantiques sont les suivantes :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = F(\theta) \frac{(T_1'' - T_1^\perp) (T_2'' - T_2^\perp)}{(T_1'' + T_1^\perp) (T_2'' + T_2^\perp)} \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

$$= 0,955 \cdot \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

La marge d'erreur sur ce résultat dépend de la précision des mesures des coefficients de transmission, mais aussi de la précision avec laquelle les conditions (a) et (b) du paragraphe précédent sont satisfaites.

Un programme d'ordinateur a été réalisé pour simuler les variations attendues de $E(\vec{a}, \vec{b})$ en présence des diverses causes d'erreurs.

Ce programme détermine les valeurs extrémales que peut atteindre $E(\vec{a}, \vec{b})$ pour un déséquilibre entre les voies pouvant atteindre 1 %. ^{**}

On a obtenu :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = C \cos 2(\vec{a}, \vec{b}) \quad \text{avec} \quad C = 0,955 \pm 0,015$$

^{*} NOTE : $F(\theta) = 0,984$, comme dans l'expérience précédente.

^{**} NOTE : Dans le cas général où les conditions (a) et (b) ne sont pas satisfaites, $E(\vec{a}, \vec{b})$ est une fraction rationnelle en $\cos 2(\vec{a}, \vec{b})$. Nous nous plaçons ici dans le cas où le déséquilibre est suffisamment faible pour que $E(\vec{a}, \vec{b})$ s'exprime sous la forme indiquée.

Par ailleurs, on peut calculer les probabilités $p_{ij}(a, b)$ avec $i = \pm 1, j = \pm 1$, de détection corrélée entre la voie i du polarimètre A(a) et la voie j du polarimètre B(b) ; on obtient :

$$p_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{4(T_1'' + T_1^\perp) \cdot (T_2'' + T_2^\perp)} \left[(T_1'' + T_1^\perp) (T_2'' + T_2^\perp) + ij \cdot F(\theta) \cdot (T_1'' - T_1^\perp) (T_2'' - T_2^\perp) \cos 2(\vec{a}, \vec{b}) \right]$$

$$= 0,250 + 0,239 \ i \cdot j \cdot \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

On vérifie bien que l'on a :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = p_{++}(\vec{a}, \vec{b}) - p_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) - p_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) + p_{--}(\vec{a}, \vec{b})$$

$$= 0,955 \cos 2(\vec{a}, \vec{b})$$

Les probabilités $p_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$, n'interviennent pas dans le test des inégalités de BELL sous la forme indiquée ici ; ils ne seront considérés qu'à titre de vérifications.

V. 2.2. Traitement des données

Lors de chaque cycle de mesure, les données suivantes sont introduites directement dans un calculateur MINC (DIGITAL EQUIPEMENT) :

- . Orientation des polarimètres (comprise entre plus et moins 120° par rapport à la verticale, repérée par 0°).

- . Temps d'accumulation (en général 100 s).
- . Température du four et puissance des lasers.
- . Nombre de photons comptés "en simple" sur chacune des quatre voies.
- . Nombre de photons comptés, le jet atomique étant coupé.
- . Nombre de coïncidences entre les voies de sortie repérées par +1 pour la voie transmise et par -1 pour la voie réfléchie des polarimètres 1 et 2.

Quatre taux de coïncidences $N_{c,ij}$ sont donc enregistrés pour chaque mesure, à l'aide de quatre circuits à coïncidences.

Les taux de coïncidences fortuites sont déduits des nombres de photons comptés "en simple" d'après la formule :

$$N_{f,ij} = w_{ij} N_{1i} N_{2j}$$

où

N_{1i} est le taux de comptage sur la voie i ($i = \pm 1$) du polarimètre 1.

N_{2j} est le taux de comptage sur la voie j ($j = \pm 1$) du polarimètre 2.

w_{ij} est la fenêtre de coïncidence correspondant aux voies (1,i) et (2,j). (voir paragraphe IV.3).

Les w_{ij} ont été déterminées au cours de mesures préliminaires, en enregistrant uniquement des coïncidences fortuites.

On a obtenu :

$$w_{++} = 17,5 \text{ ns}$$

$$w_{+-} = 18,5 \text{ ns}$$

$$w_{-+} = 18 \text{ ns}$$

$$w_{--} = 19 \text{ ns}$$

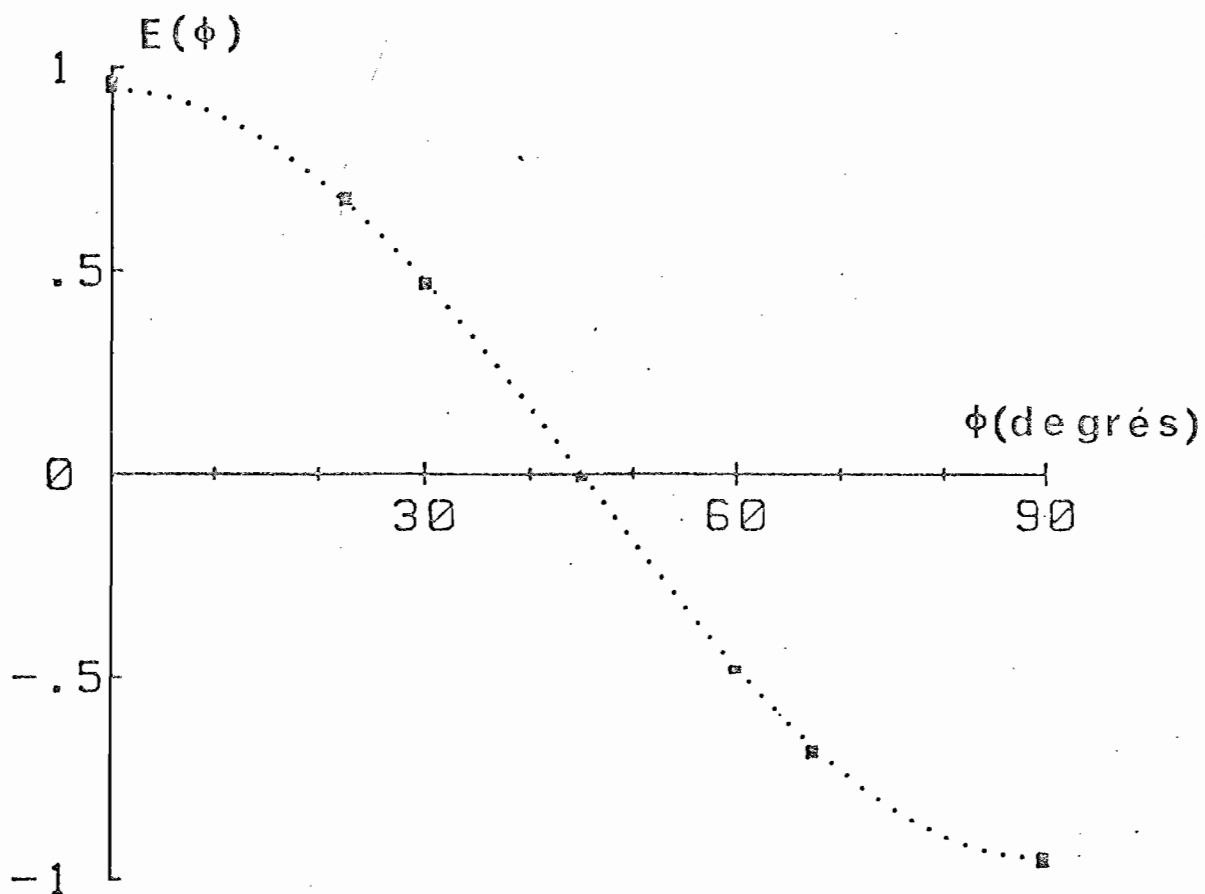


FIGURE 28

Résultats expérimentaux (variations de la fonction de corrélation $E(\phi)$ en fonction de l'angle relatif ϕ des polariseurs).

La courbe en trait pointillé est la courbe théorique déduite des prédictions quantiques.

L'incertitude sur les points expérimentaux correspond à plus ou moins deux écart-type.

On obtient alors les taux de coïncidences vraies :

$$n_{ij}(\vec{a}, \vec{b}) = N_{c,ij} - N_{f,ij}$$

On en déduit la fonction de corrélation :

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sum_{i,j} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}{\sum_{i,j} n_{ij}(\vec{a}, \vec{b})}$$

Les opérations suivantes sont donc effectuées par le calculateur :

- . Calcul du nombre de photons effectivement détectés sur chacune des quatre voies (soustraction des coups d'obscurité et correction de temps mort des compteurs).
- . Calcul des taux de coïncidences fortuites, d'après les formules indiquées ci-dessus.
- . Calcul des taux de coïncidences vraies.
- . Estimation des écarts-types sur ces taux de coïncidences, d'après les méthodes indiquées au paragraphe IV. 1.
- . Calcul des $p_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$.
- . Calcul des fonctions de corrélation .
- . Estimation des marges d'erreur sur $p_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$ et sur $E(\vec{a}, \vec{b})$.
- . Calcul des valeurs théoriques (prédictions quantiques), utilisant les expressions du paragraphe V. 2.1.

Les vérifications faites sur les comptages en simple, étant en accord avec l'hypothèse d'invariance par rotation, on a calculé $E(\phi)$ en moyennant différentes mesures de $E(\vec{a}, \vec{b})$ pour différentes orientations (\vec{a}, \vec{b}) correspondant à la même orientation relative ϕ .

Les résultats sont résumés sur la figure 28, la courbe en pointillés correspondant aux prédictions quantiques. L'accord des points expérimentaux avec la théorie est donc excellent.

V. 2.3. Le conflit avec les inégalités de BELL

Un premier cycle de mesure a été effectué, pour déterminer la quantité S intervenant dans l'inégalité :

$$- 2 \leq S \leq 2$$

avec

$$S = E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}')$$

les orientations $(\vec{a}, \vec{a}', \vec{b}, \vec{b}')$ étant celles de la figure 24.

Ce test est donc indépendant de toute hypothèse d'invariance par rotation.

Cinq mesures de 100 s, correspondant à l'enregistrement d'environ 40 000 coïncidences vraies, ont été effectuées pour chaque couple d'orientation (\vec{a}, \vec{b}) .

On a obtenu :

$$S_{\text{exp}} = 2,697 \pm 0,015$$

L'erreur statistique indiquée correspond à l'écart-type sur les processus de comptage. *

Ce résultat est donc en net conflit avec les inégalités de BELL enregistrées, et en excellent accord avec les prédictions quantiques :

$$S_{\text{MQ}} = 2,701 \pm 0,030$$

* NOTE : Les valeurs expérimentales des probabilités $p_{ij}(\vec{a}, \vec{b})$, dont l'expression théorique a été donnée au paragraphe V.2.1., s'écartaient parfois de plusieurs écarts-type des valeurs prédites par la Mécanique Quantique. Ces écarts de l'ordre de 2% qui disparaissent dans la valeur finale de $E(\vec{a}, \vec{b})$, ont été interprétés par des déplacements des faisceaux sur les photocathodes.

On a ensuite calculé séparément $E(22^\circ 5)$ et $E(67^\circ 5)$, en moyennant les mesures effectuées au cours de plusieurs cycles ^{*}.

On a obtenu :

$$E_{\text{exp}}(22^\circ 5) = 0,676 \pm 0,007$$

$$E_{\text{exp}}(67^\circ 5) = -0,683 \pm 0,007$$

alors que :

$$E_{\text{MQ}}(22^\circ 5) = -E_{\text{MQ}}(67^\circ 5) = 0,675 \pm 0,011$$

On obtient alors :

$$S'_{\text{exp}} = 3 E(22^\circ 5) - E(67^\circ 5)$$

$$S'_{\text{exp}} = 2,711 \pm 0,015$$

En conflit avec l'inégalité $|S| \leq 2$ et en bon accord avec les prédictions quantiques.

^{*}

NOTE : Remarquons que l'hypothèse d'invariance par rotation n'entraîne pas ici une nouvelle inégalité ; elle permet néanmoins d'écrire S sous la forme plus simple :

$$S = 3 E(\phi) - E(3 \phi) \quad \text{où } \phi = (\vec{a}, \vec{b})$$

V. 3. Remarques complémentaires

V. 3.1. L'hypothèse de non biaisage de l'échantillon détecté

Nous avons vu que l'hypothèse nécessaire pour déduire les inégalités de BELL généralisées concerne l'efficacité des chaînes de détection ; cette hypothèse auxiliaire est que les paires effectivement détectées lors d'une mesure fournissent un échantillon fidèle et reproductible de l'ensemble des paires émises par la source.

Un argument essentiel en faveur de cette hypothèse sera apporté si on peut vérifier que le nombre total de paires détectées lors des différentes mesures ne change pas.

Ce nombre est d'environ $N = 8000$ coïncidences vraies pour un temps d'accumulation de 100 s, et les fluctuations observées, quelle que soit l'orientation des polarimètres, sont compatibles avec la loi de POISSON associée au processus de comptage : on ne peut donc déceler aucune variation de la taille de l'échantillon, au cours d'un cycle de mesures.

V. 3.2. Conclusion

La valeur de S_{MQ} prédite par la Mécanique Quantique pour une expérience utilisant des polariseurs parfaits et des angles de collection infinitésimaux est :

$$S_{QM \text{ Max}} = 2 \sqrt{2} \approx 2,828$$

La valeur effectivement mesurée dans notre expérience ($S_{\text{exp}} \approx 2,7$) conduit à une violation des inégalités de BELL qui n'est que de 15 % inférieure à celle prévue pour un dispositif idéal.

Le dispositif utilisé dans cette expérience, présente donc à la fois l'avantage qualitatif d'être beaucoup plus "symétrique" quant aux mesures effectuées, et l'avantage quantitatif de conduire à la violation la plus forte jamais observée dans des expériences de test des inégalités de BELL.

Conclusion .

C O N C L U S I O N

En conclusion, insistons tout d'abord sur les caractéristiques qui distinguent les deux expériences présentées des expériences précédemment réalisées avec des photons optiques :

- . Une bien meilleure précision statistique, grâce à une source intense et très stable, autorisant des temps d'intégration très courts.
- . La séparation des mesures par des intervalles du genre espace (les conditions de temps 1 et 2 du chapitre II sont satisfaites). Remarquons que l'on a ainsi vérifié l'existence d'une " fonction d'onde" quantique, à deux particules, de dimensions macroscopiques (15 m).

D'autre part, l'expérience utilisant des polarimètres optiques apporte des éléments nouveaux :

- . Il s'agit d'un dispositif réalisant effectivement des mesures dichotomiques, donc plus proche de l'expérience idéale ("situation BEPR").
- . Il est inutile d'effectuer des comptages auxiliaires en retirant les polariseurs : des données fournies par les quatre taux de coïncidences enregistrées à chaque mesure se suffisent à elles-mêmes pour calculer la fonction de corrélation de polarisation.
- . L'hypothèse auxiliaire, nécessaire à cause de la faible efficacité des chaînes de détection, est présentée sous une forme plus directe (voir paragraphe II.5).

La précision statistique des expériences présentées, ainsi que leur bon accord avec les prédictions quantiques, semblent donc exclure la possibilité de réinterprétation de la Mécanique Quantique par une théorie locale à paramètres supplémentaires.

Des expériences étant en principe possibles avec des détecteurs parfaits et une corrélation angulaire parfaite (proposition de SHIMONY |25|), on conçoit difficilement qu'en augmentant l'efficacité de détection, la fonction de corrélation de spin ou de polarisation cesse brutalement d'obéir à la Mécanique Quantique.

La condition de temps 3 (modification des orientations des analyseurs pendant le temps de vol des particules), n'a jamais été remplie dans les expériences effectuées à ce jour.

L'expérience d'Alain ASPECT |26|, actuellement en cours à l'Institut d'Optique, apportera donc un nouvel élément déterminant quant à la question de la localité et/ou de la séparabilité en microphysique.

Annexes .

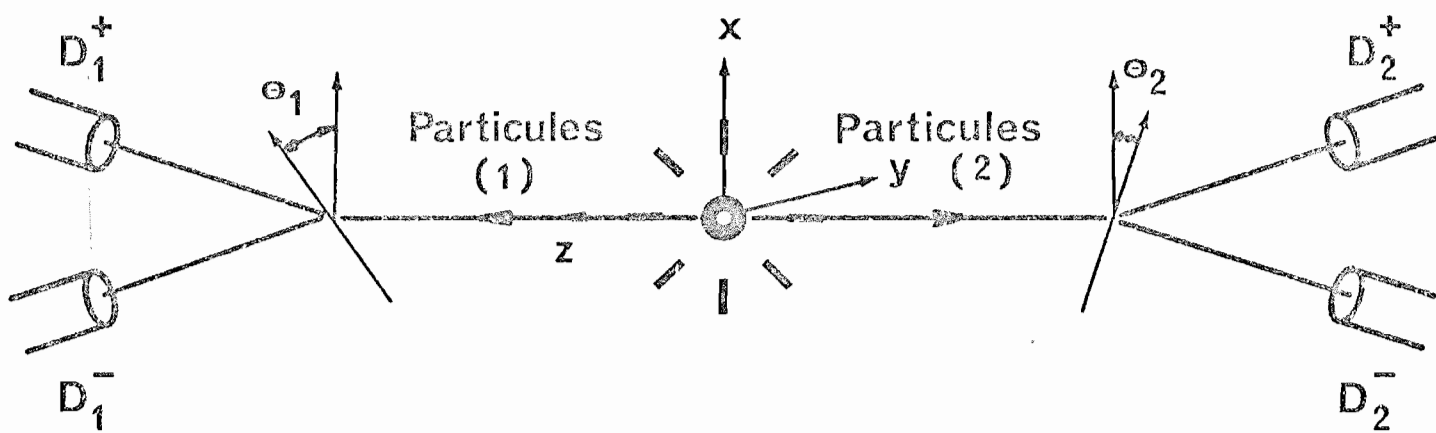


FIGURE 29

Les orientations des analyseurs sont ici repérées par les angles azimuthaux θ_1 et θ_2 , comptés dans le plan xOy par rapport à la direction Ox.

ANNEXE 1.

CALCULS QUANTIQUES POUR LE CAS IDEAL

Les notations employées sont celles du paragraphe I.2.3., que nous rappelons sur le schéma de la figure 29.

Nous emploierons également les notations suivantes :

$$|1 : 0x \rangle |2 : 0x \rangle = |xx \rangle \quad (\text{composantes } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix})$$

$$|1 : 0x \rangle |2 : 0y \rangle = |xy \rangle \quad (\text{composantes } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix})$$

$$|1 : 0y \rangle |2 : 0x \rangle = |yx \rangle \quad (\text{composantes } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix})$$

$$|1 : 0y \rangle |2 : 0y \rangle = |yy \rangle \quad (\text{composantes } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix})$$

L'état de polarisation de la paire de photons s'écrit alors :

$$|\psi_{\text{pol}} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|xx \rangle + |yy \rangle) \quad (\text{composantes } \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix})$$

L'état propre associé à la détection du photon 1 sur la voie + de l'analyseur A (orientation θ_1), et du photon 2 sur la voie + de l'analyseur B (orientation θ_2) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} |\psi_{++}(\theta_1, \theta_2) \rangle &= (\cos \theta_1 |1 : 0x \rangle + \sin \theta_1 |1 : 0y \rangle) \otimes \\ &\quad (\cos \theta_2 |2 : 0x \rangle + \sin \theta_2 |2 : 0y \rangle) \\ &= \cos \theta_1 \cos \theta_2 |xx \rangle + \cos \theta_1 \sin \theta_2 |xy \rangle + \sin \theta_1 \cos \theta_2 |yx \rangle \\ &\quad + \sin \theta_1 \sin \theta_2 |yy \rangle \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}
p_{++}(\theta_1, \theta_2) &= | \langle \psi_{++}(\theta_1, \theta_2) | \psi_{pol} \rangle |^2 \\
&= \frac{1}{2} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)
\end{aligned}$$

On obtient de même :

$$p_{+-}(\theta_1, \theta_2) = p_{-+}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$$

$$p_{--}(\theta_1, \theta_2) = p_{++}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\begin{aligned}
E(\theta_1, \theta_2) &= p_{++}(\theta_1, \theta_2) - p_{+-}(\theta_1, \theta_2) - p_{-+}(\theta_1, \theta_2) + p_{--}(\theta_1, \theta_2) \\
&= \cos 2(\theta_1 - \theta_2)
\end{aligned}$$

De façon plus générale, les opérateurs associés à des mesures de polarisation sont les projecteurs sur les états propres correspondant à l'état de polarisation mesurée.

On peut noter $A_i(\theta_1) \otimes B_j(\theta_2)$ le projecteur sur l'état

$$|\psi_{ij}(\theta_1, \theta_2)\rangle \quad (i, j = \pm 1).$$

L'opérateur associé à la mesure de la fonction de corrélation $E(\theta_1, \theta_2)$ sera alors :

$$\begin{aligned}
E(\theta_1, \theta_2) &= A_+(\theta_1) \otimes B_+(\theta_2) - A_-(\theta_1) \otimes B_+(\theta_2) \\
&\quad - A_+(\theta_1) \otimes B_-(\theta_2) + A_-(\theta_1) \otimes B_-(\theta_2) \\
&= (A_+(\theta_1) - A_-(\theta_1)) \otimes (B_+(\theta_2) - B_-(\theta_2))
\end{aligned}$$

On peut alors déterminer facilement la matrice de $E(\theta_1, \theta_2)$ dans la base :

$$|xx\rangle \quad |xy\rangle \quad |yx\rangle \quad |yy\rangle$$

$$\begin{aligned} [E(\theta_1, \theta_2)] &= \begin{pmatrix} \cos 2\theta_1 & \sin 2\theta_1 \\ \sin 2\theta_1 & -\cos 2\theta_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \cos 2\theta_2 & \sin 2\theta_2 \\ \sin 2\theta_2 & -\cos 2\theta_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & \cos 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & \sin 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & \sin 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 \\ \cos 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & -\cos 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & \sin 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & -\sin 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 \\ \sin 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & \sin 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & -\cos 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & -\cos 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 \\ \sin 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & -\sin 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 & -\cos 2\theta_1 \cdot \sin 2\theta_2 & \cos 2\theta_1 \cdot \cos 2\theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Cette matrice est relativement lourde ; elle se simplifie beaucoup si on l'exprime dans une autre base, qui n'est plus la base "produit tensoriel" précédente, et dont les vecteurs sont :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|xx\rangle + |yy\rangle), \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|xy\rangle - |yx\rangle), \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|xy\rangle + |yx\rangle), \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|xx\rangle - |yy\rangle)$$

On obtient en effet :

$$[E(\theta_1, \theta_2)]' = \begin{bmatrix} \cos 2(\theta_1 - \theta_2) & -\sin 2(\theta_1 - \theta_2) & 0 & 0 \\ -\sin 2(\theta_1 - \theta_2) & -\cos 2(\theta_1 - \theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos 2(\theta_1 + \theta_2) & \sin 2(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & \sin 2(\theta_1 + \theta_2) & \cos 2(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

On a donc une matrice diagonale par blocs ; les éléments de matrice correspondant aux deux premiers vecteurs ne dépendent que de $(\theta_1 - \theta_2)$, ce qui correspond au fait que ces vecteurs sont invariants par rotation autour de Oz ; au contraire, les éléments de matrice correspondant aux deux autres vecteurs dépendent de $(\theta_1 + \theta_2)$: ces deux vecteurs se mélangent par rotation autour de Oz.

Corrélativement, les états quantiques correspondant aux deux premiers vecteurs de la base ci-dessus sont invariants par rotation autour de Oz ; le premier de ces vecteurs correspond, pour des angles de collection infinitésimaux, à l'état quantique des deux photons issus d'une cascade $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$; le second correspond à l'état quantique des photons issus d'une cascade $J = 1 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$, ou à l'état des paires de photons γ produites par l'annihilation du positronium.

Remarquons que l'on retrouve directement :

$$E(\theta_1, \theta_2) = \langle \psi_{\text{pol}} | [E(\theta_1, \theta_2)] | \psi_{\text{pol}} \rangle$$

$$= \cos 2 (\theta_1 - \theta_2)$$

(pour l'état $|\psi_{\text{pol}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|xx\rangle + |yy\rangle)$)

pour l'état $|\psi_{\text{pol}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|xy\rangle - |yx\rangle)$, on obtient de même. (voir

paragraphe II.2.2., annihilation du positronium) :

$$E(\theta_1, \theta_2) = - \cos 2 (\theta_1 - \theta_2).$$

COMPLÉMENTS DU PARAGRAPHE I. 4.

1. Solution générale du système (3)

Cette solution est l'expression des coefficients du tableau II, en fonction de ceux du tableau I.

Nous avons vu que le système (3) était d'ordre 9.

Nous allons donc définir à partir des 16 coefficients (e, f, ... s, t) du tableau I, 9 coefficients indépendants, en utilisant les conditions de "localité opérationnelle" (système (4)), qui sont les conditions sur les coefficients du tableau I pour que le tableau II existe.

On pose donc :

$$\begin{array}{ll}
 e + f + g + h = 1 & i + j + k + l = 1 \\
 e - f - f + h = E & i - j - k + l = I \\
 e + f - g - h = X & i + j - k - l = X \\
 e - f + g - h = Y & i - j + k - l = T \\
 \\
 m + n + o + p = 1 & q + r + s + t = 1 \\
 m - n - o + p = M & q - r - s + t = Q \\
 m + n - o - p = Z & q + r - s - t = Z \\
 m - n + o - p = Y & q - r + s - t = T
 \end{array}$$

La première équation de chacun de ces quatre systèmes correspond à la condition de normalisation ; les coefficients E, I, M, Q, sont les fonctions de corrélation, et les coefficients X, Y, Z, T, traduisent l'asymétrie des comptages.

On obtient alors :

$$e_1 = \frac{1}{16} (1 + E + M + I + Q + X + Y + Z + T)$$

$$e_2 = \frac{1}{16} (1 + E + M - I - Q + X + Y + Z - T)$$

$$e_3 = \frac{1}{16} (1 + E - M + I - Q + X + Y - Z + T)$$

$$e_4 = \frac{1}{16} (1 + E - M - I + Q + X + Y - Z - T)$$

$$i_1 = \frac{1}{16} (1 - E - M + I + Q + X - Y + Z + T)$$

$$i_2 = \frac{1}{16} (1 - E - M - I - Q + X - Y + Z - T)$$

$$i_3 = \frac{1}{16} (1 - E + M + I - Q + X - Y - Z + T)$$

$$i_4 = \frac{1}{16} (1 - E + M - I + Q + X - Y - Z - T)$$

$$m_1 = \frac{1}{16} (1 - E + M - I + Q - X + Y + Z + T)$$

$$m_2 = \frac{1}{16} (1 - E + M + I - Q - X + Y + Z - T)$$

$$m_3 = \frac{1}{16} (1 - E - M - I - Q - X + Y - Z + T)$$

$$m_4 = \frac{1}{16} (1 - E - M + I + Q - X + Y - Z - T)$$

$$q_1 = \frac{1}{16} (1 + E - M - I + Q - X - Y + Z + T)$$

$$q_2 = \frac{1}{16} (1 + E - M + I - Q - X - Y + Z - T)$$

$$q_3 = \frac{1}{16} (1 + E + M - I - Q - X - Y - Z + T)$$

$$q_4 = \frac{1}{16} (1 + E + M + I + Q - X - Y - Z - T)$$

Remarques :

. Cette solution n'est pas la solution la plus générale du système (3), mais une solution particulière exprimée sous forme relativement "symétrique" en fonction des coefficients du tableau I. La solution générale dépend de sept paramètres additifs arbitraires ; nous ne chercherons pas à l'exprimer dans le cas général.

. Nous allons considérer des exemples (exemples 1, 2, 3, du chapitre I), pour lesquels le tableau I prend la forme particulière suivante :

a	{	+	e	f	i	j	E = 2(e - f)
		-	f	e	j	i	I = 2(i - j)
a'	{	+	m	n	q	r	M = 2(m - n)
		-	n	m	r	q	Q = 2(q - r)

+	-		+	-
⏟			⏟	
b			b'	

Ces coefficients d'asymétrie X, Y, Z, T sont alors nuls, et la solution du système (3), s'exprime en fonction des trois paramètres arbitraires λ, μ, η, sous la forme plus simple :

$$\begin{aligned}
e_1 = q_4 &= \frac{1}{16} (1 + E + M + I + Q) + \lambda \\
e_2 = q_3 &= \frac{1}{16} (1 + E + M - I - Q) + \mu \\
e_3 = q_2 &= \frac{1}{16} (1 + E - M + I - Q) - \lambda - \mu - \eta \\
e_4 = q_1 &= \frac{1}{16} (1 + E - M - I + Q) + \eta \\
i_1 = m_4 &= \frac{1}{16} (1 - E - M + I + Q) + \mu \\
i_2 = m_3 &= \frac{1}{16} (1 - E - M - I - Q) + \lambda \\
i_3 = m_2 &= \frac{1}{16} (1 - E + M + I - Q) + \eta \\
i_4 = m_1 &= \frac{1}{16} (1 - E + M - I + Q) - \lambda - \mu - \eta
\end{aligned}$$

2. Exemples

Nous allons donner les tableaux I et II pour les trois exemples du chapitre I ; les "orientations" a, b, a', b' , sont alors les angles azimutaux définissant l'orientation des polariseurs à deux voies de sortie.

Nous préciserons la valeur de ces angles, ainsi que la valeur de S , dans chacun des trois cas.

(Rappelons que $S = E - I + M + Q$).

Exemple 1. :

Il s'agit d'un modèle d'émission "classique" ; nous choisirons les valeurs des angles pour que $S = 2$.

a	+	1/2	0	0	1/2
	-	0	1/2	1/2	0
a'	+	0	1/2	1/2	0
	-	1/2	0	0	1/2

$\underbrace{\quad + \quad - \quad}_{b}$ $\underbrace{\quad + \quad - \quad}_{b'}$

a+	a'+	0	0	0	0
	a'-	0	1/2	0	0
a-	a'+	0	0	1/2	0
	a'-	0	0	0	0

$\underbrace{\quad b'+ \quad b'- \quad}_{b+}$ $\underbrace{\quad b'+ \quad b'- \quad}_{b-}$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = b = 0^\circ \\ a' = b' = 90^\circ \end{array} \right.$$

TABLEAU I

TABLEAU II

Exemple 2. :

Il s'agit d'un autre modèle d'émission "classique" ; on obtient $S = \sqrt{2}$

e	f	f	e
f	e	e	f
e	f	e	f
f	e	f	e

TABLEAU I $e = \frac{1}{4} (1 + \frac{\sqrt{2}}{4})$
 $f = \frac{1}{4} (1 - \frac{\sqrt{2}}{4})$

l_1	l_1	l_3	l_3
l_3	l_1	l_3	l_1
l_1	l_3	l_1	l_3
l_3	l_3	l_1	l_1

TABLEAU II $l_1 = \frac{1}{16} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2})$
 $l_3 = \frac{1}{16} (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0^\circ \\ a' = 45^\circ \\ b = 22^\circ 5' \\ b' = 67^\circ 5' \end{array} \right.$$

Exemple 3. :

Il s'agit de la situation B.E.P.R. (exemple d'état quantique "non factorisable") on a vu que l'on obtient $S = 2\sqrt{2}$ (en conflit avec l'inégalité de BELL $|S| < 2$).

Il apparaît donc des coefficients négatifs dans le tableau II.

e	f	f	e
f	e	e	f
e	f	e	f
f	e	f	e

TABLEAU I

$$e = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$f = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

l_1	l_1	l_3	l_3
l_3	l_1	l_3	l_1
l_1	l_3	l_1	l_3
l_3	l_3	l_1	l_1

TABLEAU II

$$l_1 = \frac{1}{16} (1 + \sqrt{2})$$

$$l_3 = \frac{1}{16} (1 - \sqrt{2})$$

$a=0^\circ$

$a'=45^\circ$

$b=22^\circ 5$

$b'=67^\circ 5$

3. *Réciproque de la démonstration du paragraphe 1.4.3.*

Nous avons démontré dans le paragraphe 1.4.3. que si les coefficients du tableau II existent et sont positifs, alors les inégalités de BELL sont vérifiées.

Réciproquement, on peut montrer que si les coefficients du tableau I vérifient les inégalités de BELL et les conditions de "localité opérationnelle" (système (4)), alors on peut définir un tableau II à coefficients positifs.

L'existence du tableau II est assurée par les conditions de "localité opérationnelle" ; on a alors présenté dans le paragraphe précédent une solution $(e_{10}, e_{20}, \dots, q_{40})$ du système (3).

Ces coefficients sont de signe quelconque, que les inégalités de BELL soient ou non vérifiées.

Pour se ramener à des coefficients positifs, il faut considérer la solution générale du système (3), qui dépend de sept paramètres arbitraires : $(\alpha, \beta, \gamma, \xi, \rho, \zeta, \tau)$.

Cette solution générale s'exprime en fonction des $(e_{10}, e_{20}, \dots, q_{40})$
sous la forme suivante :

$$e_1 = e_{10} + \alpha + \beta + \gamma + \xi + \rho + \zeta + \tau$$

$$e_2 = e_{20} + \alpha - \beta - \gamma + \xi + \rho - \zeta - \tau$$

$$e_3 = e_{30} - \alpha + \beta - \gamma + \xi - \rho - \zeta + \tau$$

$$e_4 = e_{40} - \alpha - \beta + \gamma + \xi - \rho + \zeta - \tau$$

$$i_1 = i_{10} + \alpha - \beta - \gamma - \xi - \rho + \zeta + \tau$$

$$i_2 = i_{20} + \alpha + \beta + \gamma - \xi - \rho - \zeta - \tau$$

$$i_3 = i_{30} - \alpha - \beta + \gamma - \xi + \rho - \zeta + \tau$$

$$i_4 = i_{40} - \alpha + \beta - \gamma - \xi + \rho + \zeta - \tau$$

$$m_1 = m_{10} - \alpha + \beta - \gamma + \xi - \rho - \zeta + \tau$$

$$m_2 = m_{20} - \alpha - \beta + \gamma + \xi - \rho + \zeta - \tau$$

$$m_3 = m_{30} + \alpha + \beta + \gamma + \xi + \rho + \zeta + \tau$$

$$m_4 = m_{40} + \alpha - \beta - \gamma + \xi + \rho - \zeta - \tau$$

$$q_1 = q_{10} - \alpha - \beta + \gamma - \xi + \rho - \zeta + \tau$$

$$q_2 = q_{20} - \alpha + \beta - \gamma - \xi + \rho + \zeta - \tau$$

$$q_3 = q_{30} + \alpha - \beta - \gamma - \xi - \rho + \zeta + \tau$$

$$q_4 = q_{40} + \alpha + \beta + \gamma - \xi - \rho - \zeta - \tau$$

En utilisant le fait que chacun des huit coefficients (E, I, M, Q, X, Y, Z, T) est par définition compris entre (-1) et (+1), on peut montrer que si les inégalités de BELL sont satisfaites, alors on peut trouver des valeurs de (α , β , ... τ) telles que tous les coefficients du tableau II soient positifs ; ceci prouve la réciproque considérée.

4. Remarques complémentaires.

Si le tableau II existe et a des coefficients positifs, on peut définir de façon élémentaire une théorie locale à paramètres supplémentaires permettant de retrouver les résultats "expérimentaux" du tableau I.

Cette théorie peut être soit déterministe (les coefficients du tableau II étant alors des proportions sur l'ensemble de toutes les paires émises), soit stochastique (ces coefficients étant alors des probabilités définissant l'état de chaque paire émise).

On peut remarquer que la Mécanique Quantique relèverait également de ce formalisme (qui est local) à condition de pouvoir attribuer, à titre d'intermédiaire de calcul, des probabilités négatives aux mesures simultanées d'observables ne commutant pas entre elles (a et a' par exemple).

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe I.4.4., il existe d'autres exemples de telles situations, qui semblent caractéristiques d'effets purement quantiques.

A N N E X E 3.

EXEMPLE DE THEORIE LOCALE A PARAMETRES SUPPLEMENTAIRES, REPRODUISANT LES PREDICTIONS DE LA MECANIQUE QUANTIQUE POUR UNE EXPERIENCE REELLE.

Le principe de ce modèle est simple : nous allons construire l'ensemble Γ des paramètres supplémentaires définissant l'état des paires émises, de façon à ce que pour chaque orientation (\vec{a}, \vec{b}) des analyseurs, on n'observe qu'un sous-ensemble $\gamma(\vec{a}, \vec{b})$ de Γ .

La répartition des paramètres supplémentaires à l'intérieur de $\gamma(\vec{a}, \vec{b})$ sera choisie pour reproduire les prédictions quantiques.

On en peut évidemment pas définir un domaine $\gamma(\vec{a}, \vec{b})$ pour chaque valeur de \vec{a} et \vec{b} , ces grandeurs variant continûment.

On va donc "discrétiser" les orientations définissant les domaines $\gamma(\vec{a}, \vec{b})$, que nous noterons γ_{mn} , m et n étant des nombres entiers positifs.

L'ensemble $\Gamma = \bigcup_{m,n} \gamma_{mn}$, définissant toutes les paires émises sera alors beaucoup plus grand que γ_{nm} ; nous avons vu que c'est précisément la caractéristique des expériences réelles, pour lesquelles le rendement des chaînes de détection est très faible.

Précisons tout d'abord quelques notations.

Pour une paire spécifiée par le paramètre λ , et pour des orientations a et b des analyseurs (angles azimuthaux compris entre 0 et 2π), les mesures A et B donneront les résultats suivants :

$$A(a, \lambda) = \pm 1 \quad \text{ou} \quad 0 \quad \text{si la particule n'est pas détectée.}$$

$$B(b, \lambda) = \pm 1 \quad \text{ou} \quad 0 \quad \text{si la particule n'est pas détectée.}$$

On définit alors γ_{mn} comme ensemble des paires qui ne seront détectées que si l'orientation a est comprise dans l'intervalle $[a_m - \alpha, a_m + \alpha]$ et si l'orientation b est comprise dans l'intervalle $[b_n - \beta, b_n + \beta]$, α et β étant deux paramètres très inférieurs à 2π .

On supposera que tous les γ_{mn} contiennent un même nombre R de paires.

La proportion de paires donnant les résultats (i, j) ($i, j = \pm 1$) aux mesures $A(a)$ et $B(b)$, a et b satisfaisant aux conditions précédentes, sera donnée par :

$$p_{ij}(a_m, b_n) = \frac{1}{4} (1 + i.j. \cos 2(a_m - b_n))$$

Les polariseurs pouvant éventuellement être retirés, on définit également les ensembles $\gamma_{m\infty}$, $\gamma_{\infty n}$, $\gamma_{\infty\infty}$, contenant également R paires, et dont les particules correspondant à $n = \infty$ ou $m = \infty$ ne seront détectées que si le polariseur correspondant est retiré.

Si un seul des polariseurs est retiré, la proportion des paires donnant le résultat i ou j sur l'autre voie est $1/2$.

Le modèle ainsi défini reproduit les prédictions de la Mécanique Quantique, dans la mesure où α et β sont suffisamment petits pour que $\cos 2(a_m - b_n)$ soit peu différent de $\cos 2(a - b)$ lorsque les deux particules de la paire sont détectées.

Or le nombre de "coups simples" sur chacune des voies du polarimètre A vaut $(\frac{\pi}{\beta} + 1) \frac{R}{2}$ ($(\frac{\pi}{\beta} + 1) R$ lorsque le polariseur est retiré).

De même, le nombre de coups simples en B vaut $(\frac{\pi}{\beta} + 1) \frac{R}{2}$ sur chaque voie et $(\frac{\pi}{\beta} + 1) R$ lorsque le polariseur est retiré.

Nous avons vu que le rapport du taux de coïncidences au nombre de coups simples était de l'ordre de 10^{-3} pour une expérience réelle ; on peut donc prendre $\alpha \approx \beta \approx 10^{-3}\pi$ et l'accord des prédictions du modèle avec celles de la Mécanique Quantique est alors meilleur que 1%.

Remarquons que le nombre total de paires de l'ensemble Γ est égal à $(\frac{\pi}{\beta} + 1) (\frac{\pi}{\beta} + 1) R$, ce qui est cohérent avec la formule $R_0 = \epsilon_1 \epsilon_2 N$ du paragraphe II.3.3. (on a en effet $\epsilon_1 \approx \frac{\pi}{\beta}$, $\epsilon_2 \approx \frac{\pi}{\beta}$).

On peut estimer la valeur minimale de l'efficacité à obtenir pour exclure expérimentalement ce modèle , si on admet une précision expérimentale de l'ordre de 1%.

Les prédictions du modèle s'éloignent sensiblement des prédictions quantiques dès que $\epsilon_1 \approx \epsilon_2 \approx 10^{-2}$.

On a donc bien affaire à un modèle "ad hoc" utilisant la faible efficacité de détection, falsifiable par une expérience réalisable en principe.

Le principe d'une telle expérience (avec $\epsilon > 0,9$) a été proposé par T.K. LO et A. SHIMONY (voir référence [25]).

ANNEXE 4.

DETERMINATION EXPERIMENTALE DU TAUX D'EMISSION DE LA SOURCE ET DES EFFICACITES DES CHAINES DE DETECTION

La méthode utilisée, basée sur le comptage en coïncidence des paires de photons émis par la source, est exposé en détail dans les références [23] et [15] .

Soit N le taux d'émission de la source (c'est-à-dire le nombre de cascades par seconde), et soient ϵ_1 et ϵ_2 les efficacités globales des voies de détection 1 et 2.

Les taux de comptage "en simple" sur chacune des voies seront alors :

$$N_1 = \epsilon_1 N$$

$$N_2 = \epsilon_2 N$$

(voir paragraphe IV. 1.2.)

Le taux de coïncidence vraies sera alors donné par :

$$\begin{aligned} N_c &= \epsilon_1 \epsilon_2 P(\theta) C(w) N \\ &= \epsilon_1 \epsilon_2 \xi N \end{aligned}$$

où

$$\xi = 1,28 \quad (\text{voir paragraphe IV. 1.2.}).$$

On en déduit :

$$N = \frac{N_1 N_2}{N_c}$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{\xi} \frac{N_c}{N_2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{\xi} \frac{N_c}{N_1}$$

Les valeurs de N_c , N_1 , N_2 utilisées sont celles correspondant à la mesure de R_0 (taux de coïncidences sans polariseur), utile pour la détermination expérimentale de la quantité δ intervenant dans l'inégalité de FREEDMAN.

Le tableau de mesures correspondant est le tableau 5 de l'annexe 7.

La moyenne de cinq périodes de comptage de 100 s permet d'obtenir :

$$N_1 = (3,861 \pm 0,031) 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$N_2 = (1,205 \pm 0,009) 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$N_c = (1,565 \pm 0,017) 10^2 \text{ s}^{-1}$$

Les incertitudes indiquées correspondant à plus ou moins un écart-type, tenant compte de la stabilité de la source (0,8 %) et du processus de comptage.

On en déduit que :

$$N = \xi \frac{N_1 N_2}{N_c} = (3,80 \pm 0,07) 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{\xi} \frac{N_c}{N_2} = (1,015 \pm 0,017) 10^{-3}$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{\xi} \frac{N_c}{N_1} = (3,165 \pm 0,054) 10^{-3}$$

Le taux d'émission N varie bien sûr avec la température du four ; on peut retenir l'ordre de grandeur $N \approx 4 10^7 \text{ s}^{-1}$ à $t = 650^\circ\text{C}$.

La connaissance de ϵ_1 et ϵ_2 permet de déterminer les rendements des P.M. ; en effet ϵ_1 est le produit de 3 facteurs :

1. facteur de collection géométrique, égal à $\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$, où θ est le demi-angle au sommet de l'angle solide conique défini par la source et la lentille de collection. On a $\theta \approx 32^\circ$ et ce facteur vaut 0,076.

2. Pertes dans la chaîne optique ; on a 10 dioptries traités antireflet, de transmission 0,997 , le verre coloré de transmission 0,97 et le filtre de transmission 0,45.

Ce facteur vaut donc 0,4 environ.

3. Les rendements quantiques globaux des P.M., q_1 (détection des photons $\lambda_1 = 551 \text{ nm}$) et q_2 (détection des photons $\lambda_2 = 422 \text{ nm}$).

On en déduit :

$$q_1 = \frac{1}{0,076} \cdot \frac{1}{0,4} \quad \epsilon_1 = 0,033 \pm 0,002$$

$$q_2 = \frac{1}{0,076} \cdot \frac{1}{0,4} \quad \epsilon_2 = 0,104 \pm 0,006$$

Ces valeurs sont inférieures aux valeurs annoncées par le constructeur (respectivement 9 % et 28 %).

On explique ce désaccord de la façon suivant :
le rendement annoncé par le constructeur est un rendement de photocathode, obtenu en mesurant le courant émis par la photocathode pour un flux lumineux étalon.

Par contre, les facteurs q_i mesurés ci-dessus sont des rendements globaux, égaux aux produits des termes suivants :

- rendement de photocathode (donnée constructeur)
- rendement de collection de la 1ère dynode
- rendement de détection des discriminateurs (qui dépendent de la valeur de la tension de seuil).

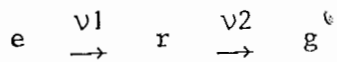
Dans les deux cas étudiés, le produit des deux derniers termes est peu différent de 0,37.

ANNEXE 5.

CALCUL DU TAUX D'EXCITATION

Nous étudierons le cas où l'atome transite du niveau fondamental g au niveau excité e en absorbant deux photons de fréquences ν_K et ν_D différentes.

Entre les niveaux g et e se trouve un niveau relai r , qui est aussi le niveau intermédiaire de la cascade atomique ; l'atome se desexcite donc suivant le processus :



La fréquence ν_D de l'un des lasers excitateurs pouvant varier, nous poserons :

$$\delta\nu = (\nu_1 + \nu_2) - (\nu_K + \nu_D)$$

$\delta\nu$ représente l'écart à la résonance à 2 photons.

La probabilité d'absorber deux photons est alors donnée par l'expression [24] :

$$\Gamma_g = \frac{\pi^2}{4\epsilon_0^2} n_D \nu_D n_K \nu_K \left| \frac{\langle e | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon}_D | r \rangle \langle r | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon}_K | g \rangle}{h(\nu_K - \nu_2)} + \frac{\langle e | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon}_D | r \rangle \langle r | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon}_K | g \rangle}{h(\nu_D - \nu_2)} \right|^2 2\pi \delta(\delta\nu)$$

où

n_D, n_K , sont les nombres de photons laser ν_D et ν_K

$\vec{\epsilon}_D, \vec{\epsilon}_K$, sont les polarisations des faisceaux lasers ;

on a $\vec{\epsilon}_D = \vec{\epsilon}_K = \vec{\epsilon}$

$\vec{D} = \sum_i q \vec{r}_i$ est le moment dipolaire de l'ensemble des électrons.

$\delta(\delta\nu)$ est la distribution de DIRAC traduisant la conservation de l'énergie.

On a par ailleurs :

$$n_D h \nu_D = \frac{\phi_D}{c} \quad n_K h \nu_K = \frac{\phi_K}{c}$$

où

ϕ_D et ϕ_K sont les puissances par unité d'aire des faisceaux laser.

La raie d'absorption étant élargie par divers processus (effet DOPPLER résiduel, jitter des lasers, temps de transit dans le jet), on définit la probabilité d'excitation intégrée sur $\delta\nu$ (c'est-à-dire sur ν_D), et il vient en négligeant le plus petit des deux termes dans $\overline{\Gamma_g}$:

$$\int P_e(\nu_D) d\nu_D = \frac{\phi_K \phi_D}{(2\hbar c \epsilon_0)^2} \left| \frac{\langle e | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon} | r \rangle \langle r | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon} | g \rangle}{h(\nu_K - \nu_2)} \right|^2$$

En utilisant le théorème de WIGNER-ECKART et la définition des forces de raies, on obtient :

$$|\langle e | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon} | r \rangle|^2 = \frac{1}{3} s_1 \quad (e : J = 0, \quad r : J = 1)$$

$$|\langle r | \vec{D} \cdot \vec{\epsilon} | g \rangle|^2 = \frac{1}{3} s_2 \quad (r : J = 1, \quad g : J = 0)$$

D'où finalement :

$$\int P_e(\nu_D) d\nu_D = \frac{\phi_K \phi_D}{(12\pi\epsilon_0 c \hbar^2)^2} \cdot \frac{s_1 s_2}{(\nu_K - \nu_2)^2}$$

Le nombre total d'atomes excités est donc :

$$\int N_e(\nu_D) d\nu_D = \frac{1}{(12\pi\epsilon_0 c \hbar^2)^2} \cdot \frac{s_1 s_2}{(\nu_K - \nu_2)^2} \phi_K(\vec{r}) \phi_D(\vec{r}) n(\vec{r})$$

où $n(\vec{r})$ est la densité atomique dans la zone d'interaction (S).

L'intégrale sur r peut être évaluée par :

$$\int_S \phi_K(\vec{r}) \phi_D(\vec{r}) n(\vec{r}) d^3\vec{r} \approx \frac{P_K P_D}{(\pi a^2)^2} \times n$$

où P_K et P_D sont les puissances totales des faisceaux laser

a est le waist (identique pour les deux faisceaux)

n est le nombre d'atomes dans la zone d'interaction.

ANNEXE 6.

TESTS EXPERIMENTAUX DES THEORIES LOCALES A PARAMETRES SUPPLEMENTAIRES UTILISANT UNE CASCADE RADIATIVE

Le tableau ci-contre précise les caractéristiques principales des quatre expériences réalisées aux ETATS-UNIS entre 1972 et 1977 |27| .

Le résultat indiqué est la valeur de :

$$\delta = \left| \frac{R(22^\circ 5) - R(67^\circ 5)}{R_0} \right| - \frac{1}{4}$$

Les inégalités de BELL généralisées imposent $\delta \leq 0$.

Toutes ces expériences utilisent des polariseurs à une voie de sortie (polariseurs à pile de glaces pour les expériences 1, 3 et 4 et biréfringent pour l'expérience 2).

Les expériences 1, 3 et 4 sont en bon accord avec les prédictions quantiques et violent donc les inégalités de BELL.

L'expérience 2, donne un résultat en conflit avec les prédictions quantiques, et en accord avec les inégalités de BELL.

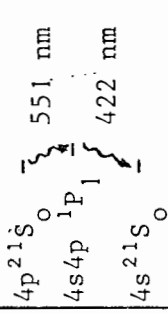
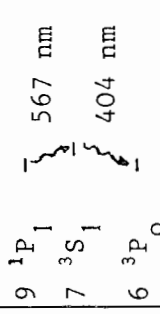
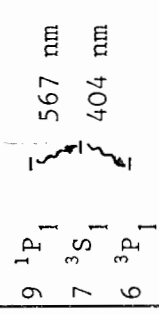
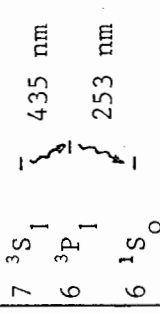
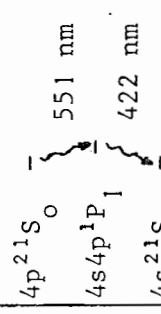
Diverses critiques |15| ont été faites à cette expérience, concernant notamment une possible existence de biréfringences dans les éléments optiques (entraînant une dépolarisation), ainsi que l'existence d'aberrations des lentilles de collection (pouvant conduire, pour le système optique utilisé, à une évaluation erronée de l'angle solide de collection).

Le résultat indiqué tient compte de corrections calculées pour corriger ces effets parasites, mais l'expérience n'a pas été reprise dans des conditions expérimentales parfaitement contrôlées.

CLAUSER et SHIMONY [15] concluent que "la probabilité est extrêmement forte, à notre avis, que les résultats en contradiction avec les prédictions quantiques soient entachés d'erreurs systématiques".

Leurs principaux arguments sont d'une part l'accord quantitatif précis de la majorité des expériences avec la Mécanique Quantique, et d'autre part le fait que la plupart des erreurs systématiques concevables conduisent à une diminution des corrélations observée et ramènent donc le résultat expérimental dans les limites de l'inégalité de BELL.

Nous indiquons également les résultats de l'expérience, utilisant des polariseurs à piles de glace, qui est décrite dans les chapitres III et IV du présent mémoire.

EXPERIENCE	ELEMENT	CASCADE	PROCESSUS D'EXCITATION	COMPTEGE	RESULTATS
1. FREEDMAN et CLAUSER (1972)	^{40}Ca I=0	 <p> $4p^2 1S_0$ $4s4p 1P_1$ 551 nm $4s^2 1S_0$ 422 nm </p>	Absorption résonnante vers $3d4p P_1$ $3d4p 1P_1$ (d'autres niveaux sont aussi excités), puis retombée vers $4p^2 1S_0$.	Résultats moyens sur environ 200 h de comptage.	$\delta_{\text{exp}} = (5,0 \pm 0,8) 10^{-2}$ $\delta_{\text{MQ}} = (5,1 \pm 0,7) 10^{-2}$
2. HOLT et PIPKIN (1973)	^{198}Hg I=0	 <p> $9 1P_1$ $7 3S_1$ 567 nm $6 3P_0$ 404 nm </p>	Faisceau électronique de 100 eV (la matrice densité de $9 1P_1$ est approximativement $\frac{1}{3}$ μm).	Résultats moyens de 155 h de comptage.	$\delta_{\text{exp}} = (-3,4 \pm 1,3) 10^{-2}$ $\delta_{\text{MQ}} = 1,6 10^{-2}$
3. CLAUSER (1976)	^{202}Hg I=0	 <p> $9 1P_1$ $7 3S_1$ 567 nm $6 3P_1$ 404 nm </p>	Faisceau électronique de 100 eV (l'effet d'isotopes de spin nucléaire non nul a été pris en compte.)	Résultats moyens de 412 h de comptage.	$\delta_{\text{exp}} = (3,85 \pm 0,93) 10^{-2}$ $\delta_{\text{MQ}} = 3,41 10^{-2}$
4. FRY et THOMSON (1977)	^{200}Hg I=0	 <p> $7 3S_1$ $6 3P_1$ 435 nm $6 1S_0$ 253 nm </p>	Faisceau d'électrons vers un niveau métastable, puis excitation sélec- tive vers $7 S_1$ (laser à colorant) La matrice densité de $7 S_1$ est diagonale.	80 mn	$\delta_{\text{exp}} = (4,6 \pm 1,4) 10^{-2}$ $\delta_{\text{MQ}} = (4,4 \pm 0,7) 10^{-2}$
5. ASPECT, GRANGIER et ROGER (1981)	^{40}Ca I=0	 <p> $4p^2 1S_0$ $4s4p 1P_1$ 551 nm $4s^2 1S_0$ 422 nm </p>	Excitation sélective par un processus à deux photons (voir chapitre III).	40 mn	$\delta_{\text{exp}} = (5,72 \pm 0,43) 10^{-2}$ $\delta_{\text{MQ}} = (5,8 \pm 0,2) 10^{-2}$

ANNEXE 7.

Résultats expérimentaux après soustraction des coups d'obscurité et des coïncidences fortuites. Les résultats des comptages sont exprimés en cps/s "999.9" signifie que le polariseur est effacé.

TRAITEMENT DU TABLEAU N° 5

DU190181

o	ANGLE VIOL	ANGLE VERT	DUREE SEC	NVIOL CORRIGE		NVERT CORRIGE		COINC VRAIES	RAPPORT SIMPLES	SIGMA RAPPO
1	0.0	0.0	100	59978	0	18794	0	70.350	3.19128	.0015
2	999.9	999.9	100	119331	0	38151	0	153.710	3.12785	.0010
3	0.0	999.9	100	60712	0	38424	0	80.877	1.58006	.0011
4	0.0	0.0	100	61058	0	19372	0	74.142	3.15181	.0014
5	22.5	0.0	100	60867	0	19292	0	63.204	3.15498	.0014
6	45.0	0.0	100	60351	0	19259	0	38.447	3.13365	.0014
7	67.5	0.0	100	60233	0	19253	0	14.434	3.12844	.0014
8	90.0	0.0	100	60155	0	19249	0	5.578	3.12510	.0014
9	112.5	0.0	100	60198	0	19231	0	16.418	3.13035	.0014
10	135.0	0.0	100	60829	0	19253	0	39.601	3.15937	.0014
11	157.5	0.0	100	61099	0	19237	0	63.148	3.17615	.0014
12	180.0	0.0	100	61635	0	19492	0	73.949	3.16210	.0014
13	180.0	0.0	100	60837	0	19189	0	72.584	3.17039	.0014
14	202.5	0.0	100	60562	0	19179	0	63.809	3.15775	.0014
15	225.0	0.0	100	60296	0	19215	0	40.498	3.13798	.0014
16	247.5	0.0	100	59322	0	19212	0	14.530	3.08771	.0014
17	270.0	0.0	100	59993	0	19204	0	5.585	3.12401	.0014
18	292.5	0.0	100	59906	0	19194	0	16.055	3.12101	.0014
19	315.0	0.0	100	60386	0	19180	0	37.751	3.14839	.0014
20	337.5	0.0	100	60496	0	19187	0	63.002	3.15303	.0015
21	360.0	0.0	100	60479	0	19195	0	70.342	3.15871	.0014
22	999.9	0.0	100	119763	0	19149	0	79.327	6.25433	.0013
23	999.9	999.9	100	121250	0	38880	0	155.380	3.11856	.0009
24	999.9	999.9	100	121335	0	38861	0	157.976	3.12231	.0009
25	999.9	999.9	100	119724	0	38380	0	157.593	3.11341	.0010
26	999.9	999.9	100	120827	0	38768	0	157.581	3.11668	.0010
27	0.0	0.0	100	60172	0	19009	0	73.734	3.16541	.0015
28	0.0	0.0	100	60376	0	19013	0	74.458	3.17456	.0014
29	0.0	0.0	100	60638	0	19212	0	73.646	3.15627	.0014
30	90.0	0.0	100	60191	0	19260	0	4.192	3.12520	.0014
31	180.0	0.0	100	60657	0	19243	0	73.755	3.15212	.0014
32	270.0	0.0	100	60266	0	19208	0	4.624	3.13756	.0014

Calcul de $\frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0}$ (expérimental et théorique)

et des écarts-types portant sur les résultats expérimentaux (suite de la page précédente).

N°	RVIOL	AVERT	A REL	DUREE	CVRRIES	SIGMA	SIGREL	R/R0	SIGRAP	R/R0TH
1	0.0	0.0	0.0	100	70.350	1.062	.0151	.4497	.0070	.4668
2	999.9	999.9	999.9	100	153.710	1.829	.0119	.9825	.0123	1.0000
3	0.0	999.9	999.9	100	80.877	1.316	.0163	.5170	.0086	.5000
4	0.0	0.0	0.0	100	74.142	1.102	.0149	.4739	.0073	.4668
5	22.5	0.0	22.5	100	63.204	1.050	.0166	.4040	.0069	.4030
6	45.0	0.0	45.0	100	38.447	.918	.0239	.2457	.0059	.2490
7	67.5	0.0	67.5	100	14.434	.784	.0543	.0923	.0050	.0950
8	90.0	0.0	90.0	100	5.578	.709	.1270	.0357	.0045	.0312
9	112.5	0.0	112.5	100	16.418	.775	.0472	.1049	.0050	.0950
10	135.0	0.0	135.0	100	39.601	.927	.0234	.2531	.0060	.2490
11	157.5	0.0	157.5	100	63.148	1.038	.0164	.4036	.0068	.4030
12	180.0	0.0	180.0	100	73.949	1.102	.0149	.4727	.0073	.4668
13	180.0	0.0	180.0	100	72.584	1.080	.0149	.4640	.0071	.4668
14	202.5	0.0	202.5	100	63.809	1.050	.0165	.4079	.0069	.4030
15	225.0	0.0	225.0	100	40.498	.928	.0229	.2589	.0060	.2490
16	247.5	0.0	247.5	100	14.530	.781	.0538	.0929	.0050	.0950
17	270.0	0.0	270.0	100	5.565	.717	.1289	.0356	.0046	.0312
18	292.5	0.0	292.5	100	16.055	.781	.0486	.1026	.0050	.0950
19	315.0	0.0	315.0	100	37.751	.922	.0244	.2413	.0060	.2490
20	337.5	0.0	337.5	100	63.002	1.050	.0167	.4027	.0069	.4030
21	360.0	0.0	0.0	100	70.342	1.084	.0154	.4495	.0071	.4668
22	999.9	0.0	999.9	100	79.327	1.302	.0164	.5071	.0085	.4980
23	999.9	999.9	999.9	100	155.380	1.842	.0119	.9932	.0123	1.0000
24	999.9	999.9	999.9	100	157.976	1.845	.0117	1.0098	.0124	1.0000
25	999.9	999.9	999.9	100	157.593	1.836	.0116	1.0073	.0123	1.0000
26	999.9	999.9	999.9	100	157.581	1.847	.0117	1.0072	.0124	1.0000
27	0.0	0.0	0.0	100	73.734	1.094	.0148	.4713	.0072	.4668
28	0.0	0.0	0.0	100	74.458	1.091	.0147	.4759	.0072	.4668
29	0.0	0.0	0.0	100	73.646	1.088	.0148	.4707	.0072	.4668
30	90.0	0.0	90.0	100	4.192	.710	.1694	.0268	.0045	.0312
31	180.0	0.0	180.0	100	73.755	1.094	.0148	.4714	.0072	.4668
32	270.0	0.0	270.0	100	4.624	.705	.1525	.0296	.0045	.0312

Autres résultats expérimentaux ;
on répète plusieurs fois certaines
mesures.

TRAITEMENT DU TABLEAU N° 7

DU020281

NO	ANGLE VIOL	ANGLE VERT	DUREE SEC	NVIOL CORRIGE		NVERT CORRIGE		COINC VRAIES	RAPPORT SIMPLES	SIGMA RAPPO
1	999.9	999.9	100	108305	0	35047	0	138.971	3.09028	.0010
2	22.5	999.9	100	54186	0	34994	0	70.481	1.54846	.0011
3	22.5	0.0	100	53920	0	17274	0	56.350	3.12150	.0015
4	22.5	0.0	100	53902	0	17253	0	56.770	3.12421	.0015
5	22.5	0.0	100	53838	0	17236	0	56.926	3.12352	.0015
6	67.5	0.0	100	53712	0	17272	0	15.105	3.10977	.0015
7	67.5	0.0	100	53924	0	17260	0	13.639	3.08952	.0015
8	-67.5	0.0	100	53317	0	17232	0	12.215	3.09407	.0015
9	67.5	0.0	100	53263	0	17221	0	14.410	3.09293	.0015
10	67.5	0.0	100	53271	0	17219	0	13.560	3.09379	.0015
11	999.9	0.0	100	107178	0	17193	0	69.654	6.23359	.0014
12	999.9	999.9	100	108714	0	35060	0	141.816	3.10083	.0010
13	999.9	999.9	100	108504	0	35065	0	143.257	3.09438	.0010
14	67.5	999.9	100	53405	0	34748	0	69.196	1.53693	.0013
15	67.5	999.9	100	53960	0	35159	0	69.516	1.53493	.0012
16	67.5	0.0	100	54359	0	17626	0	15.022	3.08402	.0015
17	67.5	0.0	100	53356	0	17386	0	13.584	3.06893	.0015
18	67.5	0.0	100	53544	0	17391	0	12.745	3.07882	.0015
19	67.5	0.0	100	53376	0	17370	0	13.555	3.07389	.0015
20	22.5	0.0	100	53982	0	17368	0	57.659	3.10812	.0016
21	22.5	0.0	100	53925	0	17377	0	56.422	3.10320	.0016
22	0.0	0.0	100	54105	0	17288	0	63.029	3.12967	.0016
23	0.0	0.0	100	54043	0	17327	0	64.277	3.11896	.0016
24	45.0	0.0	100	53936	0	17383	0	34.838	3.10290	.0016
25	45.0	0.0	100	53829	0	17349	0	34.834	3.10272	.0016
26	90.0	0.0	100	52781	0	17173	0	4.673	3.07357	.0017
27	90.0	0.0	100	52098	0	17196	0	4.602	3.06462	.0018
28	90.0	0.0	100	54163	0	17331	0	3.529	3.12521	.0015
29	90.0	0.0	100	53756	0	17321	0	4.935	3.10359	.0015
30	999.9	999.9	100	108545	0	35145	0	138.897	3.08849	.0010
31	999.9	999.9	100	109156	0	35199	0	138.928	3.10108	.0010

Calcul de $\frac{R(\vec{a}, \vec{b})}{R_0}$ (expérimental & théorique)

et des écarts-types portant sur les résultats expérimentaux.

N°	AVIOL	AVERT	A REL	DUREE	CYRAIES	SIGMA	SIGREL	R/R0	SIGRAP	R/R0TH
1	999.9	999.9	999.9	100	138.971	1.704	.0123	.9900	.0131	1.0000
2	22.5	999.9	999.9	100	70.481	1.196	.0170	.5021	.0089	.5000
3	22.5	0.0	22.5	100	56.356	.960	.0170	.4015	.0071	.4030
4	22.5	0.0	22.5	100	56.770	.965	.0170	.4044	.0072	.4030
5	22.5	0.0	22.5	100	56.926	.958	.0168	.4055	.0071	.4030
6	67.5	0.0	67.5	100	15.105	.707	.0468	.1076	.0051	.0950
7	67.5	0.0	67.5	100	13.639	.708	.0519	.0972	.0051	.0950
8	67.5	0.0	67.5	100	12.215	.694	.0568	.0870	.0050	.0950
9	67.5	0.0	67.5	100	14.410	.698	.0485	.1027	.0050	.0950
10	67.5	0.0	67.5	100	13.560	.707	.0521	.0966	.0051	.0950
11	999.9	0.0	999.9	100	69.654	1.183	.0170	.4962	.0088	.4980
12	999.9	999.9	999.9	100	141.816	1.687	.0119	1.0103	.0130	1.0000
13	999.9	999.9	999.9	100	143.257	1.694	.0118	1.0205	.0130	1.0000
14	67.5	999.9	999.9	100	69.196	1.197	.0173	.4929	.0089	.5000
15	67.5	999.9	999.9	100	69.516	1.194	.0172	.4952	.0088	.5000
16	67.5	0.0	67.5	100	15.022	.715	.0476	.1070	.0051	.0950
17	67.5	0.0	67.5	100	13.584	.711	.0524	.0968	.0051	.0950
18	67.5	0.0	67.5	100	12.745	.704	.0552	.0908	.0050	.0950
19	67.5	0.0	67.5	100	13.555	.710	.0524	.0966	.0051	.0950
20	22.5	0.0	22.5	100	57.659	.960	.0166	.4108	.0071	.4030
21	22.5	0.0	22.5	100	56.422	.952	.0169	.4019	.0071	.4030
22	0.0	0.0	0.0	100	63.029	1.007	.0160	.4490	.0075	.4668
23	0.0	0.0	0.0	100	64.277	1.014	.0158	.4579	.0076	.4668
24	45.0	0.0	45.0	100	34.838	.851	.0244	.2482	.0062	.2490
25	45.0	0.0	45.0	100	34.834	.854	.0245	.2481	.0062	.2490
26	90.0	0.0	90.0	100	4.673	.638	.1365	.0333	.0045	.0312
27	90.0	0.0	90.0	100	4.602	.638	.1387	.0328	.0045	.0312
28	90.0	0.0	90.0	100	3.529	.633	.1792	.0251	.0045	.0312
29	90.0	0.0	90.0	100	4.935	.631	.1279	.0352	.0045	.0312
30	999.9	999.9	999.9	100	138.897	1.690	.0122	.9895	.0130	1.0000
31	999.9	999.9	999.9	100	138.928	1.690	.0122	.9897	.0130	1.0000

A N N E X E 8.

Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem

Alain Aspect, Philippe Grangier, and Gérard Roger

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, Université Paris-Sud, F-91406 Orsay, France

(Received 30 March 1981)

We have measured the linear polarization correlation of the photons emitted in a radiative atomic cascade of calcium. A high-efficiency source provided an improved statistical accuracy and an ability to perform new tests. Our results, in excellent agreement with the quantum mechanical predictions, strongly violate the generalized Bell's inequalities, and rule out the whole class of realistic local theories. No significant change in results was observed with source-polarizer separations of up to 6.5 m.

PACS numbers: 03.65.Bz, 32.50.+d, 32.80.Kf

Since the development of quantum mechanics, there have been repeated suggestions that its statistical features possibly might be described by an underlying deterministic substructure, a quantum state representing a statistical ensemble of "hidden-variable states." In 1965 Bell¹ showed that any such "hidden-variable substructure," if local, yields predictions that differ significantly from those of quantum mechanics (QM) in some special situations. Bell's theorem was extended in 1969 by Clauser, Horne, Shimony, and Holt² to cover actual systems, providing an experimental test for all local hidden-variable theories. Further generalizations^{3,4} have pointed out that determinism is not a crucial feature leading to the conflict with QM. That is, Bell's inequalities have been shown to apply to a broader class of theories: "objective local theories,"³ or "realistic local theories"⁵ that can be tested in actual experiments. Such experiments are realizations of Bohm's "Gedankenexperiment,"⁶ inspired by the famous paper by Einstein, Podolsky, and Rosen.⁷ A source emits pairs of suitably correlated photons (or spin- $\frac{1}{2}$ particles in a singlet state) that separate. One performs correlated measurements of their polarizations with use of remote polarizers (or Stern-Gerlach magnets) in various orientations. For particular sets of polarizer orientations, the two particle correlations predicted by QM do not obey Bell's theorem.

The first such investigations employed the 2- γ decays produced by ground-state positronium annihilation. Except for one of them, the experiments^{8,9} agree with the QM predictions. However, because of the lack of efficient polarizers for 0.5-MeV photons, strong supplementary assumptions are necessary to interpret these results via Bell's theorem.⁵ Similarly, an experiment¹⁰ that uses pairs of protons with correlated spins affords results in agreement with QM,

but requires similar assumptions.

Pairs of low-energy photons emitted in certain atomic radiative cascades are candidates for better tests.² With a reasonable assumption about the detector efficiencies,^{2,3} the actual experiments constitute a valuable test of local realistic theories via Bell's theorem. So far, four experiments¹¹ of this type have been carried out; three of them have agreed with QM predictions. In the most recent such experiment by Fry and Thompson (upholding QM), a high pumping rate of a $(J=1) \rightarrow (J=1) \rightarrow (J=0)$ cascade was attained using a tunable laser, allowing shorter periods of data collection (80 min).

In this Letter we report the results of measurements of the polarization correlations of visible photons emitted in a $(J=0) \rightarrow (J=1) \rightarrow (J=0)$ atomic radiative cascade. The excitation rate is more than ten times greater than that of Fry and Thompson. A great variety of tests were thus performed. In tests analogous to previous ones, we have attained a statistical accuracy never heretofore achieved. Data are directly compared to the QM predictions for the full 360° range of relative orientations of the polarizers. Moreover, we have carried out a more general test of Bell's inequalities that does not require the assumption of rotational invariance.

The experiment was performed for various distances between the source and the polarizers. For large separations, our results are able to rule out various hypotheses^{12,13} according to which a nonfactorizing pure state for two particles (such as a singlet state) evolves towards a mixture of factorizing states when the two particles separate. Accordingly, such a localization process then occurs over distances of the order of the coherence length of the wave packets associated with the emitted photons. Such a hypothesis has already been tested previously using pairs of γ rays, with conflicting results,⁶ but

never in experiments employing visible photons.

Following Freedman and Clauser,¹¹ we used the $4p^2\ ^1S_0-4s4p\ ^1P_1-4s^2\ ^1S_0$ cascade in calcium (Fig. 1). This cascade yields two visible photons ν_1 and ν_2 correlated in polarization. Unlike their experiment, the calcium atoms are selectively pumped to the upper level of the cascade from the ground state by two-photon absorption (Fig. 1).

The experimental arrangement is shown in Fig. 2. An atomic beam of calcium is irradiated at 90° by two laser beams focused at the interaction region, roughly a cylinder 1 mm long (atomic beam diameter) and 60 μm diameter (laser beam waist diameter). A typical density at the interaction region is 3×10^{10} atoms/cm³, low enough to prevent any trapping of the resonant 422.7 nm light.¹⁴ The first laser beam ($\lambda_K = 406.7$ nm) is provided by a single-mode krypton ion laser, and the second laser is a cw single-mode Rhodamine 6G dye laser tuned to resonance for the two-photon process ($\lambda_D = 581$ nm). The two lasers have parallel polarizations. The narrow resonance of the excitation process¹⁵ (less than 50 MHz) allows selective excitation of the even ⁴⁰Ca isotope of calcium preventing hyperfine structure from weakening the polarization correlations.¹⁶ A phase-lock loop using the fluorescence signal of the cascade controls the wavelength of the tunable laser to ensure the maximum fluorescence signal. A second feedback loop controls the krypton-laser power for a stable cascade emission rate. With 40 mW from each laser, a typical cascade rate is 4×10^7 per second. We thus have an efficient source, with a small size facilitating the design of the optics in the detection channels.

The fluorescent light is collected by large-aperture aspheric lenses ($f = 40$ mm, diameter = 50

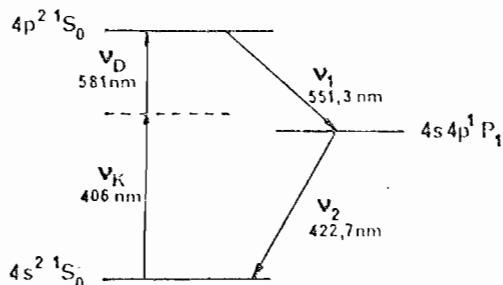


FIG. 1. Relevant levels of calcium. The atoms, selectively pumped to the upper level by the nonlinear absorption of ν_K and ν_D , emits the photons ν_1 and ν_2 correlated in polarization.

mm), followed by a set of lenses for proper collimation. All the optical elements are antireflection coated. The stray light from the laser beams is reduced to a negligible level by various baffles. A colored-glass filter absorbs "the wrong wavelength" in front of each interference filter and prevents reflections of photons back towards the source and the other channel.

The polarizers I and II are "piles of plates" polarizers, consisting of ten optically flat glass plates inclined at nearly the Brewster's angle. Their efficiencies were directly measured in place in the experimental setup. The source was run and a linear sheet polarizer was inserted in front of each polarizer. The transmittances ϵ_M^i and ϵ_m^i of the polarizers ($i = 1$ or 2) for light polarized parallel or perpendicular to the polarizer axis were then measured: $\epsilon_M^1 = 0.971 \pm 0.005$, $\epsilon_m^1 = 0.029 \pm 0.005$, $\epsilon_M^2 = 0.968 \pm 0.005$, $\epsilon_m^2 = 0.028 \pm 0.005$. The photomultipliers have dark rates (less than 200 counts per second at 20 °C, no cooling was used) negligible compared with the typical singles counting rates (40 000 and 120 000 counts per second).

The coincidence-counting electronics includes a time-to-amplitude converter and a multichannel analyzer yielding the time-delay spectrum of the two-photon detections: a step at null delay followed by an exponential decrease with a time constant of 5 ns. Additionally, a standard coincidence circuit with a 19-ns coincidence window monitored the rate of coincidences around the null delay, while a second coincidence channel

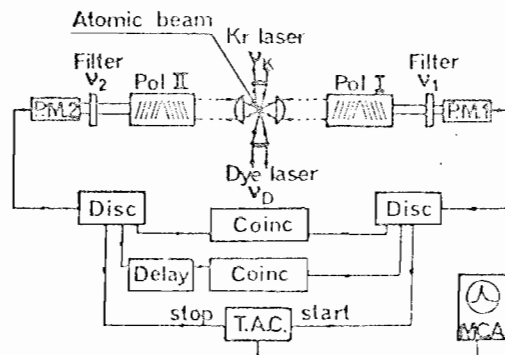


FIG. 2. Schematic diagram of apparatus and electronics. The laser beams are focused onto the atomic beam perpendicular to the figure. Feedback loops from the fluorescence signal control the krypton laser power and the dye-laser wavelength. The output of discriminators feed counters (not shown) and coincidence circuits. The multichannel analyzer (MCA) displays the time-delay spectrum.

delayed in time by 100 ns monitored the accidental coincidences. The true coincidence rate determined by subtraction was found equal to the signal in the peak of the time-delay spectrum. Typical coincidence rates without polarizers are 240 coincidences per second in the null delay

channel and 90 accidental coincidence per second; for a 100-s counting period we thus obtain 150 true coincidences per second with a standard deviation less than 2 coincidences per second.

The generalized Bell theorem^{2,3} yields the following inequalities:

$$-1 \leq S = [R(\vec{a}, \vec{b}) - R(\vec{a}, \vec{b}') + R(\vec{a}', \vec{b}) + R(\vec{a}', \vec{b}') - R_1(\vec{a}') - R_2(\vec{b})] / R_0 \leq 0, \tag{1}$$

where $R(\vec{a}, \vec{b})$ is the rate of coincidences with polarizer I in orientation \vec{a} and polarizer II in orientation \vec{b} , $R_1(\vec{a}')$ is the coincidence rate with polarizer II removed and polarizer I in orientation \vec{a}' [and similarly for $R_2(\vec{b})$], and R_0 is the coincidence rate with the two polarizers removed. On the other hand, QM predicts²

$$R(\varphi) / R_0 = \frac{1}{4}(\epsilon_M^1 + \epsilon_m^1)(\epsilon_M^2 + \epsilon_m^2) + \frac{1}{4}(\epsilon_M^1 - \epsilon_m^1)(\epsilon_M^2 - \epsilon_m^2)F(\theta)\cos 2\varphi, \tag{2}$$

$$R_i / R_0 = \frac{1}{2}(\epsilon_M^i + \epsilon_m^i), \quad i = 1 \text{ or } 2.$$

Here, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$ is the relative angle between the polarizer orientations, and $F(\theta)$ accounts for the finite solid angles subtended by the collecting lenses and takes the value $F = 0.984$ for our arrangement. A maximum violation of inequalities (1) is predicted by (2) for the sets of orientations shown in Fig. 3.

Assuming the rotational invariance of $R(\vec{a}, \vec{b})$, inequalities (1) contract to a form derived by Freedman,

$$\delta = |R(22.5^\circ) - R(67.5^\circ)| / R_0 - \frac{1}{4} \leq 0. \tag{3}$$

Figure 4 shows the results of a typical run. Here R_0 was measured for several periods of 100 s; the dispersion of the results agrees with a Poisson law showing that the stability of the source is better than 0.5%. The quantity $R(\varphi)$ was measured for each angle during a 100-s period. For supplementary checks, these measurements were repeated for angles between 0° and 90° , and averaged. The standard deviation is estimated by statistical methods assuming a Poisson law. Our results clearly agree with the QM predictions (the solid curve) of Eq. (2).

The measurements at 22.5° and 67.5° involve

eight counting periods each, and yield

$$\delta_{\text{exp}} = 5.72 \times 10^{-2} \pm 0.42 \times 10^{-2}, \tag{4}$$

violating inequality (3) by more than 13 standard deviations, and in perfect agreement with QM prediction $\delta_{\text{QM}} = 5.8 \times 10^{-2} \pm 0.2 \times 10^{-2}$.

Although we never observed any deviation from rotational invariance, we have measured in a special run the quantities involved in S [Eq. (1)] for one particular set of orientations as shown in Fig. 3(a). We found

$$S_{\text{exp}} = 0.126 \pm 0.014, \tag{5}$$

violating inequality (1) by 9 standard deviations and in good agreement with QM prediction $S_{\text{QM}} = 0.118 \pm 0.005$.

Last, moving each polarizer up to 6.5 m from

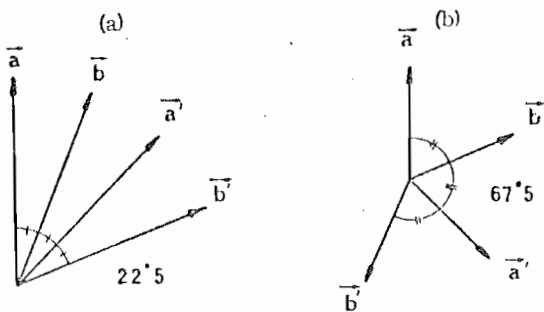


FIG. 3. Orientations leading to the maximum violations of generalized Bell inequalities.

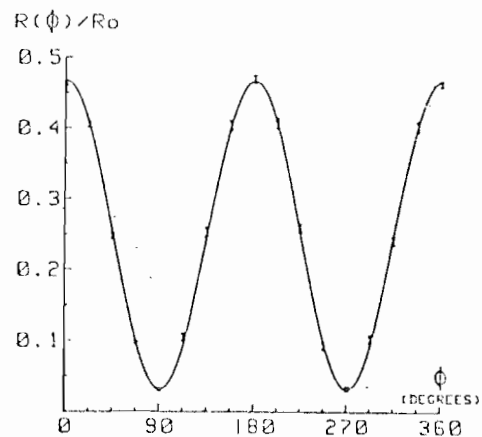


FIG. 4. Normalized coincidence rate as a function of the relative polarizer orientation. Indicated errors are ± 1 standard deviation. The solid curve is not a fit to the data but the prediction of quantum mechanics.

the source, i.e., to four coherence lengths of the wave packet associated with the lifetime of the intermediate state of the cascade (5 ns), we observed no change in the results.

As a conclusion, our results, in excellent agreement with quantum mechanics predictions, are to a high statistical accuracy a strong evidence against the whole class of realistic local theories; furthermore, no effect of the distance between measurements on the correlations was observed.

The authors are very grateful to Professor C. Imbert, who sponsored this work. They acknowledge helpful discussions with Professor B. Cagnac for the design of the two-photon excitation of the cascade, and thank the many people who contributed to this work, especially Ing. A. Villing for the electronics, and our workshop personnel.

¹J. S. Bell, *Physics* (N.Y.) **1**, 195 (1965).

²J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).

³J. F. Clauser and M. A. Horne, *Phys. Rev. D* **10**, 526 (1974).

⁴J. S. Bell, in *Foundations of Quantum Mechanics*, edited by B. d'Espagnat (Academic, New York, 1972); B. d'Espagnat, *Phys. Rev. D* **11**, 1424 (1975); P. Eberhard, *Nuovo Cimento* **B38**, 75 (1977). Other references can be found in J. F. Clauser and A. Shimony, *Rep. Prog. Phys.* **41**, 1681 (1978).

⁵Clauser and Shimony, Ref. 4. This paper is an exhaustive review of this question.

⁶D. J. Bohm, *Quantum Theory* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1951).

⁷A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).

⁸L. R. Kasday, J. D. Ullman, and C. S. Wu, *Nuovo Cimento* **B25**, 633 (1975); M. Bruno, M. d'Agostino, and C. Maroni, *Nuovo Cimento* **B40**, 142 (1977); K. Messenheimer, thesis, University of Freiburg, 1979 (unpublished).

⁹G. Faraci, D. Gutkowski, S. Nottarigo, and A. R. Pennisi, *Lett. Nuovo Cimento* **9**, 607 (1974); A. R. Wilson, J. Lowe, and D. K. Butt, *J. Phys. G* **2**, 613 (1976).

¹⁰M. Lamehi-Rachti and W. Mittig, *Phys. Rev. D* **14**, 2543 (1976).

¹¹S. J. Freedman and J. F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972); R. A. Holt and F. M. Pipkin, to be published; J. F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1223 (1976); E. S. Fry and R. C. Thompson, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).

¹²W. H. Furry, *Phys. Rev.* **49**, 393 (1936).

¹³D. Bohm and Y. Aharonov, *Phys. Rev.* **108**, 1070 (1957); L. de Broglie, *C. R. Acad. Sci.* **278B**, 721 (1974); D. Bohm and B. J. Hiley, *Nuovo Cimento* **B35**, 137 (1976).

¹⁴Freedman and Clauser, Ref. 11, observed trapping at such densities but their atomic beam had greater transverse dimensions than ours.

¹⁵A. Aspect, C. Imbert, and G. Roger, *Opt. Commun.* **34**, 46 (1980).

¹⁶E. S. Fry, *Phys. Rev. A* **8**, 1219 (1973).

Références .

REFERENCES

- 1 C. COHEN-TANNOUDJI, cours du Collège de France 1980-1981.
Voir également :
R. GLAUBER, Les Houches 1964, Quantum optics and electronics.
- 2 J.F. CLAUSER, Phys. Rev. D 9, 853 (1974)
H.J. KIMBLE, M. DAGENAIS, L. MANDEL, Phys. Rev. Lett. 39, 691 (1977)
M. DAGENAIS, L. MANDEL Phys. Rev. A 18, 2217 (1978).
- 3 A. EINSTEIN, N. ROSEN et E. PODOLSKY Phys. Rev. 47, 777 (1935).
La formulation par BOHM du paradoxe E.P.R. est dans :
D. BOHM, Y. AHARONOV Phys. Rev. 108, 1070 (1957).
- 4 D. BOHM, Phys. Rev. 85, 166 et 180 (1952).
- 5 J.S. BELL, Physics, 1, 195 (1964)
J.S. BELL, Rev. Mod. Phys., 38, 447 (1966)
J.S. BELL, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi",
Varenna 1970 (Academic Press 1971).
J.S. BELL, Colloque de la fondation Hugot du Collège de France, Supplément
au Journal de Physique, 42, n° 3 (1981).
- 6 J. VON NEUMANN, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik
(Springer - Verlag - Berlin 1932)
Traduction anglaise : Princeton University Press (1955).
- 7 A.M. GLEASON, J. Math and Mech. 6, 885 (1957)
Les résultats de GLEASON sont présentés dans :
M. JAMMER, The philosophy of Quantum Mechanics (Wiley, New-York 1974).

- 8 P. EBERHARD, Preprint, Lawrence Berkeley Laboratory, 1978 (non publié).
- 9 B. D'ESPAGNAT, Conceptual Foundations of Quantum Mechanics
(Benjamin, Reading, 1976).
B. D'ESPAGNAT, Conceptions de la physique contemporaine.
(Hermann, Paris, 1965).
B. D'ESPAGNAT, A la recherche du réel
(Gauthier - Villars, Paris, 1979).
Voir aussi J. BELL 5 et M. JAMMER 7.
- 10 H.P. STAPP, Phys. Rev. D 3, 1303 (1971)
H.P. STAPP, Whiteheadian Approach to Quantum Theory and the generalized
Bell's Theorem.
(Preprint, Lawrence Berkeley Laboratory, 1977).
E.P. WIGNER, Am. J. of Physics 38, 1005 (1970).
F.J. BELINFANTE, A Survey of Hidden-Variables Theories
(Pergamon, New-York, 1973).
R.A. HOLT, Ph. D Thesis (Harvard Univ. 1973, non publié).
- 11 A. BERTHELOT, Quelques remarques au sujet de l'inégalité de BELL
(C.E.A., D Ph Pe 77-07, 1977, non publié).
- 12 F. LALOE, Colloque de la fondation Hugot du Collège de France
Supplément au Journal de Physique, 42, n° 3 (1981).
A. BARACCA, D. BOHM, B.J. HILEY, A.E.G. STUART.
Nuovo Cimento B 28, 453 (1975).
- 13 W.H. FURRY, Phys. Rev. 49, 393 (1936)
L. de BROGLIE, C.R. Acad. Sci, 278 B, 721 (1974)
D. BOHM, B.J. HILEY, Nuovo Cimento B 35, 137 (1976).

- 14 M. LAMEHI-RACHTI, W. MITTIG, Phys. Rev. D 14, 2543 (1976).
- 15 J.F. CLAUSER, A. SHIMONY, Rep. Prog. Phys. 41, 1881 (1978).
- 16 Expériences à photons γ et discussions.
L.R. KASDAY, J.D. ULLMAN et C.S. WU, Nuovo Cimento B 25, 633 (1975)
M. BRUNO, M. D'AGOSTINO, et C. MARONI, Nuovo Cimento B 40, 142 (1977)
K. MESENHEIMER, Thèse Université de Freiburg, (1979) (non publié).
G. FARACI, D. CUTKOWSKI, S. NOTTARIGO et A.R. PENNISI
(cette expérience est en désaccord flagrant avec les prédictions quantiques).
Lett. Nuovo Cimento 9, 607 (1974).
A.R. WILSON, J. LOWE et D.K. BUTT, J. Phys. G 2, 613 (1976).
D.J. BOHM, B.J. HILEY (discussion de l'expérience de WILSON, LOWE et BUTT)
Nuovo Cimento B 35, 137 (1976).
- 17 M. FROISSART, Nuovo Cimento, B 64, 241 (1981).
- 18 E.S. FRY, Phys. Rev. A 8, 1219 (1973).
- 19 M.A. HORNE, Ph D Thesis, Boston University (1970) (non publié).
- 20 Première proposition d'expérience utilisant des photons optiques :
J.F. CLAUSER, M.A. HORNE, A. SHIMONY et R.A. HOLT, Phys.Rev.Lett. 23, 880
(1969).
Hypothèse de CLAUSER et HORNE :
J.F. CLAUSER, M.A. HORNE, Phys. Rev. D 10, 526 (1974).

- 21 S.J. FREEDMAN, Ph.D. Thesis, Lawrence Berkeley Laboratory (1972)
(non publié).
- 22 A.N. NESMEYANOV, Vapor pressure of the elements (Elsevier).
- 23 A. ASPECT, C. IMBERT et G. ROGER, Opt. Commun 34, 46 (1980).
- 24 G. GRYNBERG, Thèse d'Etat, Université Paris VI (1976) (non publié).
B. CAGNAC, G. GRYNBERG, F. BIRABEN, J. Phys. 34, 845 (1973).
- 25 A. SHIMONY, T.K. LO , Phys. Rev. A 23, 3003 (1981).
- 26 A. ASPECT, Phys. Rev. D 14, 1944 (1976).
- 27 S. J. FREEDMAN, J.F. CLAUSER, Phys. Rev. Lett. 28, 938 (1972).
R.A. HOLT, Ph. D Thesis, Harvard University, 1973 (non publié).
J.F. CLAUSER, Phys. Rev. Lett. 36, 1223 (1976).
E.S. FRY, R.C. THOMPSON. Phys. Rev. Lett. 37, 465 (1976).