



**HAL**  
open science

# Approche multi-échelles des problèmes de contact et d'étanchéité

Julian Durand

► **To cite this version:**

Julian Durand. Approche multi-échelles des problèmes de contact et d'étanchéité. Autre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012. Français. NNT : 2012ENMP0080 . pastel-00820173

**HAL Id: pastel-00820173**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00820173>**

Submitted on 3 May 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale N°432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École nationale supérieure des Mines de Paris**

**Spécialité « Sciences et génie des matériaux »**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Julian DURAND**

le 14 décembre 2012

**Approche multi-échelles des problèmes de contact  
et d'étanchéité**

**Multiscale approach of contact and watertightness problems**

Directeur de thèse : **Georges CAILLETAUD**

Maître de thèse : **Henry PROUDHON**

**Jury :**

**M. Jean-François MOLINARI** , Professeur, LSMS, EPFL  
**Mme Geneviève INGLEBERT** , Professeur, LISMMA, SUPMECA Paris  
**M. Honoré YIN**, Directeur de recherche, NAVIER, Ecole des Ponts ParisTech  
**M. Didier LASSEUX**, Chargé de recherche, TREFLE, ENSAM et Université Bordeaux 1  
**M. Philippe SAINOT**, Maître de conférences, LAMCOS, INSA de Lyon  
**M. Jean-François RIT**, Ingénieur-chercheur, EDF R&D Les Renardières  
**M. Henry PROUDHON**, Chargé de recherche, CDM, Mines ParisTech  
**M. Georges CAILLETAUD**, Professeur, CDM, Mines ParisTech

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Maître de thèse  
Directeur de thèse

**MINES ParisTech**  
**Centre des Matériaux, UMR CNRS 7633**  
BP 87 - 91003 EVRY Cedex, France

**T  
H  
È  
S  
E**



---

---

# Remerciements

– “Je vais faire une thèse ...”

Sait-on vraiment tout ce qu’implique cette petite phrase lorsque l’on décide de s’embarquer dans cette aventure ? Sans doute non, mais c’est bien grâce à elle que j’ai pu vivre cette expérience inoubliable !

Le travail de recherche que j’ai réalisé au cours de ces trois dernières années n’aurait pas été possible sans financement. A ce titre, il convient de remercier en premier lieu la Chaire EDF/GDF Suez qui a permis la réalisation d’un tel projet. En partenariat avec le site EDF R&D Les Renardières, c’est au Centre des Matériaux des Mines de Paris que j’ai, jour après jour, apporté ma (petite) contribution au monde de la Recherche. L’aboutissement de ce travail est le résultat de nombreuses rencontres, de nombreux échanges qui, mis bout à bout, forment quelque chose de cohérent. Pris dans le mouvement, on oublie souvent de se retourner, simplement pour dire merci. Aujourd’hui, je me retourne.

Avant toute chose, je tiens à remercier sincèrement M. Jean-François Molinari, président du jury, Mme. Geneviève Inglebert et M. Honoré Yin, rapporteurs de mes travaux, M. Didier Lasseux et M. Philippe Sainsot, mes examinateurs. En acceptant de faire partie de ce jury, vous m’avez donné la possibilité de mettre un point final à cette longue route que j’ai empruntée.

Premier jour au Centre, pas forcément sûr de moi, je priais pour que mon encadrement soit excellent. Je n’ai pas été déçu ! Georges, Henry ce fût un honneur de travailler avec vous et je ne sais pas quoi vous dire de plus que “Merci !”. Georges, vous m’avez tout simplement impressionné par votre savoir si dense et vos remarques si pertinentes. Vous avez été un directeur de thèse exemplaire qui a su me comprendre, m’encadrer et me conseiller avec un naturel formidable. Henry, ta disponibilité, ton soutien et ta bonne humeur m’ont permis d’avancer sereinement dans mes études. Pas à pas, calcul après calcul, tu as été un guide irréprochable. Vous m’avez offert un cadre d’étude idéal, simple et agréable qui fait que je ne retire de cette expérience que des points positifs. Pour tout cela, je vous dis merci.

Je n’oublie pas non plus mes encadrants industriels. Jean-François, Christophe, vous avez apporté une dimension concrète à ce projet. Vous m’avez fait confiance, et donné l’opportunité de traiter ce sujet d’étude tellement intéressant. Je vous remercie également pour votre disponibilité, vos réponses, vos conseils et vos remarques qui m’ont guidé tout au long de ce voyage.

---

Une thèse n'est pas seulement une aventure scientifique. Elle est aussi le lieu de rencontres et d'entraide. Le Centre des Matériaux m'a offert un cadre scientifique des plus compétents et des plus agréables. Je pense en particulier au groupe VAL (Nikolaï, Kaïs, Stéphane), et plus particulièrement à toi Djamel qui a su prendre le temps de m'épauler dans mes challenges numériques. Au-delà de tes conseils de geek, tu m'as proposé ton amitié et je t'en remercie. Je te tiens également le même discours Vlad. Travailler avec toi fût un plaisir immense. Toujours prêt à rigoler entre deux équations, tu as été pour moi un rempart indéniable sur le plan professionnel, mais aussi un ami que je n'oublierai pas.

En termes de rencontres, je pense avoir été gâté tout au long de cette aventure. L'environnement de travail est important, les collègues de bureau en font partie. Jour après jour, tous dans le même bateau et on continue ! Le bureau A005 aura été le siège de sacrés souvenirs. Guigui, Cap'tain, Prapra, Rémi et Mickaël, vous m'avez offert un bureau parfait, Merci ! Sans le savoir, vous avez été l'élément principal, motivant et rassurant, sur lequel je me suis reposé durant ces trois années. Hasard ou destin, nos routes se sont croisées et c'est tout ce qui compte. Merci les amis.

Je remercie également l'équipe de foot qui m'a donné le moyen de m'évader, de changer d'air quand j'en avais besoin. Par vent, par pluie, par neige ce rendez-vous hebdomadaire riche en bonne humeur m'a apporté un équilibre certain. De manière générale, je remercie également toutes les personnes que j'ai pu côtoyer quotidiennement, et qui par un sourire, un café ont apporté à mes journées de travail des moments de détente très agréables. Elles se reconnaîtront.

Enfin, je souhaite terminer ces lignes en remerciant les personnes qui, au fil des années, ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui. Je pense bien entendu à mon entourage proche, mais surtout à ma famille. Avec le temps, la distance, il n'est pas évident de trouver le temps pour dire merci et pourtant, si j'en suis là aujourd'hui, c'est évidemment grâce à vous. Grands-parents, parents, frangins, le temps passe mais les sentiments restent, je vous aime.

---

---

---

---

*“Le commencement de toutes les sciences,  
c’est l’étonnement de ce que les choses sont ce qu’elles sont.”*  
Aristote, 384-322 av J.-C.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Etude Bibliographique</b>	<b>9</b>
1.1 Description d'une surface rugueuse . . . . .	10
1.1.1 Paramètres d'une surface rugueuse . . . . .	10
1.1.2 Instruments de mesure . . . . .	11
1.2 Représentation d'une surface rugueuse . . . . .	12
1.2.1 Représentations statistiques . . . . .	12
1.2.2 Représentations déterministes . . . . .	13
1.2.3 Représentations fractales . . . . .	14
1.3 Quelques modèles de contact mécanique . . . . .	16
1.3.1 Théorie de Hertz . . . . .	16
1.3.2 Modèle de Greenwood – Williamson . . . . .	17
1.3.3 Modèle de Chang et al. . . . .	18
1.3.4 Modèle Zhao et al. : intégration d'un régime élastoplastique . . . . .	19
1.3.5 Interactions entre aspérités . . . . .	20
1.4 Approches numériques du contact entre surfaces rugueuses . . . . .	23
1.4.1 Complexité des contacts rugueux . . . . .	23
1.4.2 Approches Eléments Finis (EF) . . . . .	24
1.4.3 Dynamique Moléculaire (MD) . . . . .	25
1.5 Conclusion . . . . .	27
<b>2 Lois de comportement plastique</b>	<b>29</b>
2.1 Matériau NOREM . . . . .	30
2.2 Analyses éléments finis préliminaires . . . . .	31
2.2.1 Grandes déformations . . . . .	32
2.2.2 Etude du frottement . . . . .	32
2.3 Comportement cristallin . . . . .	33
2.3.1 Modèle de comportement monocristallin . . . . .	34
2.3.2 Modèle d'homogénéisation . . . . .	36
2.3.3 Détermination des paramètres de la loi du monocristal . . . . .	37
2.3.4 Prise en compte de l'anisotropie élastique . . . . .	38
2.3.5 Validation par calcul éléments finis sur un agrégat polycristallin . . . . .	39
2.4 Autres comportements matériaux . . . . .	40
2.4.1 Gradient de propriétés en profondeur . . . . .	40
2.4.2 Couplage thermomécanique . . . . .	42
2.5 Conclusion . . . . .	43

<b>3</b>	<b>Contact mécanique entre surfaces rugueuses</b>	<b>45</b>
3.1	Analyse d'une surface rugueuse . . . . .	46
3.1.1	Analyse et traitement d'une surface rugueuse . . . . .	46
3.1.2	Surface élémentaire représentative (RSE) . . . . .	50
3.2	Simulation du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide . . . . .	52
3.2.1	Maillage, conditions aux limites et résolution . . . . .	52
3.2.2	Réponses globales . . . . .	54
3.2.3	Contraintes et plasticité . . . . .	56
3.2.4	Profils et distributions . . . . .	59
3.3	Gradient de propriété et température . . . . .	61
3.3.1	Microstructure à gradient de propriété . . . . .	61
3.3.2	Couplage thermomécanique . . . . .	63
3.4	Modèle de plasticité cristalline . . . . .	66
3.4.1	Maillages . . . . .	66
3.4.2	Surfaces cristallines . . . . .	67
3.4.3	Plasticité cristalline et élasticité anisotrope . . . . .	70
3.5	Conclusion . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Modèle réduit</b>	<b>75</b>
4.1	Modèle réduit : principe . . . . .	76
4.2	Analyse de la surface . . . . .	77
4.2.1	Détection d'une aspérité . . . . .	77
4.2.2	Dimensions d'une aspérité . . . . .	77
4.2.3	Géométries particulières . . . . .	78
4.3	Modèles phénoménologiques décrivant le comportement élastoplastique d'une aspérité . . . . .	79
4.4	Interactions entre aspérités . . . . .	83
4.5	Comparaison modèle réduit vs éléments finis . . . . .	85
4.6	Validation du modèle réduit . . . . .	88
4.7	Conclusion . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Transmissivité d'une surface rugueuse</b>	<b>93</b>
5.1	Etat de l'art des écoulements en film mince . . . . .	94
5.1.1	Les origines de la lubrification . . . . .	94
5.1.2	Lubrification . . . . .	94
5.1.3	Viscosité d'un fluide . . . . .	95
5.1.4	Écoulement fluide en lubrification . . . . .	96
5.1.5	Écoulement fluide en fracture rugueuse . . . . .	97
5.2	Méthodes de calcul de l'écoulement fluide . . . . .	98
5.2.1	Éléments de mécanique des fluides . . . . .	99
5.2.2	Maillage du volume libre . . . . .	100
5.2.3	Simulation de l'écoulement d'un fluide . . . . .	101
5.3	Approche 2D, loi de Darcy . . . . .	104
5.3.1	Principe . . . . .	104
5.3.2	Comparaison 2D/3D . . . . .	105
5.3.3	Estimation de la transmissivité d'une surface . . . . .	106
5.4	Estimation de la transmissivité vs approche mécanique du contact . . . . .	107
5.4.1	Modèle réduit vs éléments finis . . . . .	107
5.4.2	Comportements matériaux . . . . .	108
5.5	Conclusion . . . . .	110

<b>6</b>	<b>Discussion</b>	<b>113</b>
6.1	Vérification de l'hypothèse d'un plan rigide . . . . .	114
6.1.1	Définition du problème . . . . .	114
6.1.2	Résultats . . . . .	115
6.1.3	Conclusion . . . . .	116
6.2	Mesures de rugosité avant et après écrasement par un plan saphir . . . . .	117
6.2.1	Analyse des mesures expérimentales . . . . .	117
6.2.2	Etude de sensibilité . . . . .	120
6.2.3	Résultats obtenus . . . . .	120
6.2.4	Analyse locale . . . . .	123
6.2.5	Conclusion . . . . .	123
6.3	Problème de positionnement macroscopique de grande longueur d'onde . . . . .	127
6.3.1	Définition du problème étudié . . . . .	127
6.3.2	Résultats . . . . .	128
6.3.3	Conclusion . . . . .	130
6.4	Modèle géométrique . . . . .	130
6.4.1	Principe . . . . .	130
6.4.2	Résultats . . . . .	131
6.5	Représentativité à l'échelle du fluide . . . . .	133
6.5.1	Influence de la taille d'une surface . . . . .	133
6.5.2	Influence de la distribution des hauteurs d'une surface . . . . .	134
6.5.3	Effet de la morphologie d'une surface . . . . .	135
6.5.4	Conclusion . . . . .	139
6.6	Transmissivité d'une surface à grande échelle . . . . .	139
6.6.1	Surface microscopique à grande échelle . . . . .	139
6.6.2	Application aux surfaces d'une portée d'étanchéité . . . . .	142
6.7	Estimation à l'échelle d'une portée de robinetterie . . . . .	142
6.7.1	Principe . . . . .	143
6.7.2	Modèles $K(P)$ . . . . .	144
6.7.3	Application à notre cas d'étude . . . . .	144
6.7.4	Pressions appliquées non homogènes . . . . .	145
6.7.5	Introduction de défauts . . . . .	148
6.7.6	Conclusion . . . . .	149
6.8	Introduction d'une hauteur critique dans l'écoulement d'un fluide . . . . .	150
6.8.1	Principe de l'étude . . . . .	150
6.8.2	Application à notre cas d'étude . . . . .	150
6.8.3	Influence des hauteurs sur l'écoulement . . . . .	153
6.9	Conclusion . . . . .	155
	<b>Conclusion</b>	<b>159</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>169</b>
	<b>ANNEXES</b>	<b>171</b>
<b>A</b>	<b>Contact aspérité/plan rigide</b>	<b>173</b>
A.1	Influence du maillage . . . . .	173
A.2	Influence des conditions aux limites (BC) . . . . .	175
A.3	Influence de la forme de l'aspérité . . . . .	177

<b>B</b>	<b>Nomenclature des surfaces rugueuses étudiées</b>	<b>179</b>
<b>C</b>	<b>Interactions entre aspérités</b>	<b>183</b>
C.1	Déplacements induits . . . . .	183
C.2	Influence des dimensions d'une aspérité . . . . .	185
<b>D</b>	<b>Plan d'une portée d'étanchéité</b>	<b>189</b>
<b>E</b>	<b>Écoulement sur des surfaces rugueuses de grandes dimensions</b>	<b>191</b>
E.1	Topographies des surfaces . . . . .	191
E.2	Écoulement fluide . . . . .	193
<b>F</b>	<b>Introduction d'une hauteur critique dans l'écoulement d'un fluide</b>	<b>197</b>

---



# Introduction

## Contexte Industriel

Par l'intermédiaire de plusieurs circuits d'eau, une centrale nucléaire permet de transformer l'énergie provenant de la fission de l'uranium en énergie électrique. L'écoulement fluide dans ces différents circuits est assuré par l'ouverture, la fermeture ou la fermeture partielle des appareils de robinetterie implantés sur les tuyauteries. Selon le circuit de la centrale nucléaire observé, les conditions d'utilisation régnant dans ces organes peuvent présenter des variations importantes. En effet, la température peut varier de l'ambiante à 300 °C, la pression de 1 à 250 bars. Ces conditions impliquent également une variation de l'état des fluides (liquide, vapeur, gaz). De fait, les appareils de robinetterie présents dans une centrale nucléaire peuvent se répartir selon plusieurs types : robinet-vanne, robinet à soupape, clapet de non-retour, soupape de sécurité, ... [Lephibert, 1993].

Néanmoins, quel que soit le type de robinetterie utilisé, tous les appareils assurent l'étanchéité interne dans les circuits d'eau par le contact acier/acier entre un élément mobile, l'opercule (7), et un élément fixe, le siège (3) (voir figure 1). De manière générale, les appareils de robinetterie vont présenter deux types d'étanchéité : une étanchéité interne et une étanchéité externe. La première concerne l'étanchéité du système d'obturation, se faisant au niveau de la portée d'étanchéité. La seconde concerne l'étanchéité de l'enveloppe confinant le fluide (jonction entre les corps 1 et 2, figure 1). Nos travaux s'orientent sur la première catégorie.

Cette étanchéité va dépendre essentiellement de la nature du fluide mais également des conditions de contact entre le siège et l'opercule, et plus particulièrement de leurs états de surfaces. Généralement, dans des mécanismes courants, un joint d'étanchéité est inséré entre les deux pièces pour améliorer les conditions de contact et éviter ainsi de possibles fuites. Sa composition est usuellement choisie de sorte à résister au fluide à étancher de même qu'à corriger les défauts des surfaces formant la portée d'étanchéité. Malheureusement, du fait des conditions thermodynamiques sévères rencontrées dans les circuits d'une centrale nucléaire, ces joints ne peuvent être utilisés partout. C'est pourquoi l'étanchéité est assurée parfois par le contact direct entre ces deux pièces en acier.

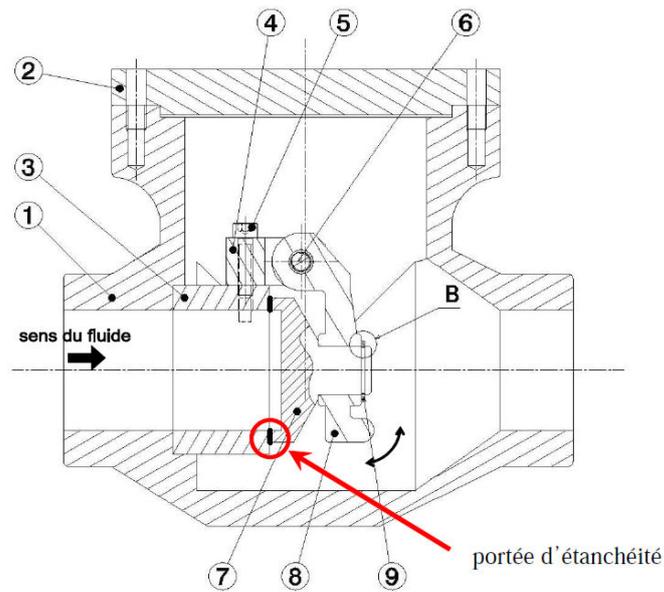


FIG. 1 – Plan d'un appareil de robinetterie (type : clapet sans retour)

## Problématique

Quel que soit son procédé de mise en forme, une surface va présenter des défauts de géométrie à plusieurs échelles (voir figure 2). A l'échelle microscopique, une surface peut être représentée comme une succession de pics et de creux composant ce que l'on appelle sa rugosité. La prise en compte de surfaces rugueuses invalide l'hypothèse d'un contact parfait entre les deux pièces et laisse ainsi place à l'existence d'un champ d'ouverture entre ces deux surfaces. Dans ce cadre-ci, l'étanchéité d'un contact ne peut alors être considérée comme parfaite.

Ce travail de thèse fait suite à celui de C. Vallet [Vallet, 2008]. Ses travaux ont comporté à la fois un volet expérimental et un volet numérique, et ont mis en avant des écarts importants entre les estimations numériques et les valeurs expérimentales du débit de fuite. Ceci a conduit à remettre en cause l'approche mécanique du contact entre surfaces rugueuses, et plus particulièrement la loi de comportement utilisée.

Le savoir-faire accumulé a ainsi permis de montrer que la compréhension fine du phénomène ne peut se satisfaire d'une approche macroscopique, même en prenant en compte la plasticité des surfaces. Nous nous placerons donc dans le cadre d'une approche multi-échelles, en cherchant à déterminer quelle est la taille pertinente de l'élément de surface à étudier. Nous chercherons à introduire la morphologie locale des surfaces dans le calcul du débit de fuite. Dans un premier temps, nous considérerons l'échelle de la plasticité cristalline

pour caractériser l'évolution des états de surface au cours de l'écrasement. Une fois traité le problème "solide", nous disposerons d'une topologie de la fracture rugueuse qui permettra la résolution du problème "fluide".

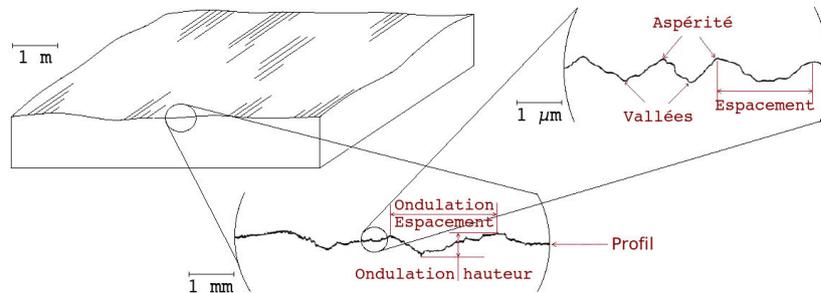


FIG. 2 – Défauts d'une surface rugueuse à plusieurs échelles,

Il s'agira donc de quantifier l'influence du comportement matériau sur l'évolution du volume résiduel présent entre les deux surfaces en contact au cours d'un chargement. L'objectif suivant sera le développement d'outils numériques permettant l'estimation rapide de l'étanchéité d'un contact rugueux : nous proposerons pour cela des modèles réduits permettant, à la fois, de traiter l'approche mécanique du contact, et de traiter l'approche fluide.

## Approche du problème

L'écoulement d'un fluide au sein d'un volume étroit et de géométrie complexe a fait l'objet de nombreux travaux au cours de ces dernières décennies, rattachés à deux domaines, l'écoulement dans des fractures rocheuses et l'écoulement en lubrification. Les conditions correspondantes sont généralement différentes de notre cas d'étude : les surfaces rugueuses peuvent être animées d'un mouvement relatif entre elles, la déformation des surfaces n'est en général pas considérée, le fluide peut présenter des compositions et des propriétés variées.

Dans notre étude, nous considérerons l'écoulement d'un fluide newtonien, monophasique à température ambiante, dont les propriétés seront invariantes dans le temps et dans l'espace. De même, le contact mécanique abordé sera un contact de type plan/plan, normal et quasi-statique entre deux pièces en acier. Nous nous placerons dans un premier temps à une échelle de quelques dizaines de micromètres, pour prendre en compte la rugosité. Dans le cadre du développement des approches simplifiées, nous étudierons ensuite plusieurs tailles de surfaces critiques, jusqu'à l'échelle de la pièce réelle (dimensions centimétriques).

Le chapitre 1 de ce mémoire est consacré à une étude bibliographique portant essentiellement sur les différents modèles de contact entre surfaces rugueuses qui ont pu être développés au cours des cinquante dernières années. Une présentation des différentes lois de comportement matériau qui seront utilisées dans ce travail sera effectuée dans le chapitre 2. La notion de plasticité cristalline sera introduite.

Les chapitres 3 et 4 seront dédiés à l'approche mécanique du contact entre surfaces rugueuses. Le premier proposera une présentation des analyses éléments finis d'un tel contact ainsi qu'une première comparaison des différents modèles de comportement plastique. Le second introduira un nouveau modèle numérique "réduit" permettant de réaliser la même opération avec un gain en temps de calcul significatif. Ces deux approches permettront notamment de déterminer le champ d'ouvertures entre les surfaces en contact à différents chargements.

Fort de ces résultats, le chapitre 5 portera sur l'étude de l'écoulement d'un fluide entre ces deux surfaces afin, notamment, de permettre l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux (variable représentative de l'étanchéité du contact). L'influence du comportement du matériau sera une nouvelle fois mise en avant.

Le sixième et dernier chapitre apportera, quant à lui, une discussion sur l'ensemble des modèles développés dans ce manuscrit. Un apport expérimental, visant à caractériser les conséquences d'un écrasement sur la géométrie d'une surface, sera également présenté dans ce chapitre. Dans un second temps, il cherchera à étudier la validité de nos simulations numériques d'écoulement fluide, notamment en terme de taille de surface représentative. L'influence de la morphologie de la surface, et du modèle d'écoulement fluide utilisé seront discutés dans ce chapitre.

---



# Chapitre 1

## Etude Bibliographique

*“ Il faut accepter de planter pour que d'autres récoltent ailleurs et plus tard. ”*

- Bernard Werber -

*Depuis plusieurs décennies, le domaine d'étude du contact mécanique entre des surfaces rugueuses est en plein essor. La rugosité est un paramètre pouvant fortement influencer le comportement d'une surface en contact avec une autre. Ainsi, sa prise en compte (ou son absence) peut avoir de fortes conséquences dans des applications comme la conductivité thermique et électrique, l'usure, le frottement ou encore l'étanchéité. Il est communément admis aujourd'hui qu'une surface réelle n'est pas parfaite. A plusieurs échelles, ces imperfections se traduisent par des écarts de la géométrie réelle par rapport à la surface macroscopique, ce qui peut influencer sensiblement les analyses.*

*Ce chapitre propose une étude bibliographique sur le thème du contact mécanique entre surfaces rugueuses. Il présentera, dans un premier temps, les méthodes usuelles permettant de caractériser, décrire et représenter une surface. Dans un deuxième temps, on présentera l'approche mécanique du contact entre deux surfaces rugueuses, avec notamment quelques modèles développés au cours des cinquante dernières années.*

## 1.1 Description d'une surface rugueuse

### 1.1.1 Paramètres d'une surface rugueuse

A plusieurs échelles, la texture d'une surface réelle correspond à un écart répétitif ou aléatoire de sa géométrie autour d'un plan moyen qui caractérise sa morphologie d'un point de vue macroscopique. Elle inclut la rugosité (rugosité nanoscopique et microscopique), les défauts d'ondulation (rugosité macroscopique), les défauts de forme et les traces d'usinage. Les rugosités nano et microscopiques, formées par des fluctuations de petites longueurs d'onde et caractérisées par des pics et creux d'amplitudes et d'espacements différents, restent grandes vis-à-vis de l'échelle atomique. La rugosité macroscopique ainsi que les défauts de forme sont, quant à eux, caractéristiques d'un défaut de fabrication, dû par exemple aux vibrations de la machine.

Une surface rugueuse est souvent représentée par une variation de hauteurs par rapport à une surface idéale, le plus souvent une surface parfaitement plane. En appelant  $z$  l'altitude d'un point de la surface, on définit la surface moyenne  $m = \frac{1}{L} \int_S z dS$ . La caractérisation d'une surface rugueuse est usuellement donnée à l'aide des indices statistiques suivants [Bhushan, 2000] :

- la rugosité arithmétique :

$$R_a = \frac{1}{L} \int_S |z - m| dS \quad (1.1)$$

- l'écart standard ou la variance :

$$\sigma^2 = \frac{1}{L} \int_S (z - m)^2 dS \quad (1.2)$$

- la rugosité quadratique moyenne :

$$R_q^2 = \frac{1}{L} \int_S z^2 dS \quad (1.3)$$

Il existe d'autres paramètres pour la caractérisation en amplitude de la surface rugueuse comme la distance entre le plus haut pic et le creux le plus bas ( $R_t$ ), la distance entre le plus haut pic et la ligne moyenne ( $R_p$ ), la distance entre la moyenne des 5 plus hauts pics et la moyenne des 5 creux les plus profonds ( $R_z$ ), ou encore la distance entre la moyenne des 5 plus hauts pics et la ligne moyenne ( $R_{pm}$ ).

Cependant, on se rend compte que la caractérisation d'une surface rugueuse en amplitude ne suffit pas. En effet, plusieurs représentations surfaciques différentes peuvent correspondre aux mêmes paramètres  $R_a$  et  $\sigma$ . Ainsi, dans le but de caractériser de façon unique chaque surface rugueuse, des paramètres *horizontaux*, dits d'espacement, ont été mis en place. Deux paramètres généralement utilisés sont la densité de pics  $N_p$  d'un profil, en nombre de pics par unité de longueur (respectivement  $\eta$  pour une surface), et  $N_0$  représentant le nombre de fois que le profil croise la ligne moyenne par unité de longueur. Un troisième paramètre peut également être utilisé : l'écart moyen entre chaque pic  $A_r$ , qui n'est autre que l'inverse de  $N_p$ .

### 1.1.2 Instruments de mesure

Aujourd'hui, on distingue deux domaines pour les mesures de surfaces rugueuses : le premier concerne l'échelle allant du nanomètre à l'atome, et le second les échelles supérieures ( $> 10$  nm). En effet, physiciens et chimistes se placent à une très petite échelle pour obtenir des détails sur la rugosité moléculaire. De telles échelles sont généralement atteintes à l'aide de méthodes comme la diffraction d'électron à basse énergie, la méthode de rayon moléculaire, l'émission de champ ou la microscopie de champs ioniques. Pour ce qui concerne la plupart des surfaces usinées, des méthodes microscopiques suffisent. Elles sont généralement mécaniques ou optiques. De nombreux instruments sont utilisables pour la mesure de la rugosité. Ils peuvent être répartis en deux catégories : les instruments de mesure par contact (voir figure 1.1.a.), et les instruments sans contact.

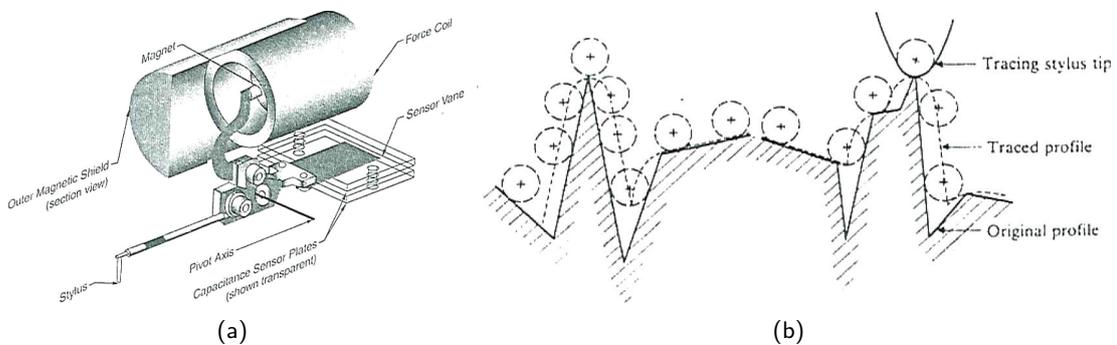


FIG. 1.1 – a) Schéma d'un profilomètre – b) Schéma représentant les limites de détection des outils de mesure par contact – [Bhushan, 2000].

Le premier instrument de mesure par contact fut développé en 1933 par Abbott et Firestone [Abbott and Firestone, 1933]. Ce n'est qu'en 1939 que de tels appareils seront commercialisés par Rank Taylor Hobson. La difficulté principale de ces instruments de mesure par contact vient du fait qu'une détérioration du matériau est possible lors du passage du stylet sur la surface à mesurer : la pointe du stylet étant en matériau pointu et coupant. De plus, la précision de la mesure va fortement dépendre de la géométrie de la pointe du stylet : si cette dernière possède un angle de pointe important, certains pics ne pourront être détectés (voir Fig. 1.1.b.).

Ce n'est qu'en 1983 que l'on verra apparaître une nouvelle génération d'instruments de mesure d'états de surface microscopiques. Ces instruments optiques sont basés sur le principe d'interférence de deux rayons optiques (voir figure 1.2). Ils sont aujourd'hui très utilisés dans les industries électroniques et optiques pour mesurer des surfaces rugueuses du fait de leur grande précision, qui autorise une analyse jusqu'à l'échelle nanoscopique.

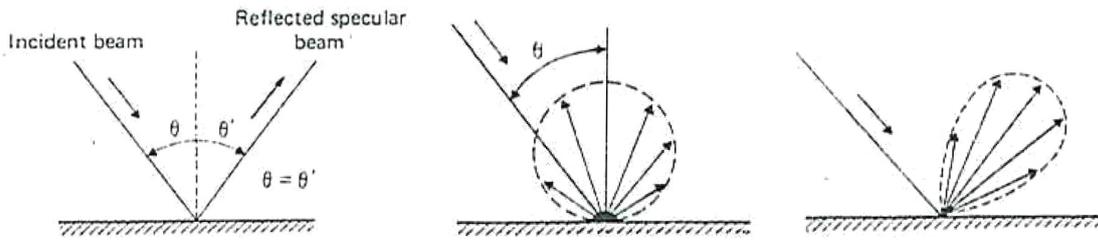


FIG. 1.2 – Principe des mesures optiques par interférences – [Bhushan, 2000].

## 1.2 Représentation d'une surface rugueuse

A partir des mesures effectuées, il est nécessaire pour réaliser des simulations numériques de construire des modèles opérationnels de surface rugueuse. Cette représentation est source de nombreuses discussions et désaccords ([Greenwood and Williamson, 1966], [Ciulli et al., 2008] et [Tao et al., 2001]). En effet, qu'il s'agisse de la forme des aspérités, des lois de distribution à adopter, ou encore de la description même d'un état de surface, ces dernières décennies ont vu la naissance de nombreuses théories.

Le domaine de la modélisation du contact entre surfaces rugueuses fait intervenir deux approches bien distinctes : les modèles statistiques et les modèles déterministes. La première catégorie se base généralement sur les données statistiques issues des mesures de rugosité ( $R_a$ , distributions, ...) pour construire une surface artificielle *équivalente* à la surface mesurée en fixant les paramètres qui déterminent la forme d'une aspérité et la position des aspérités. Les modèles déterministes cherchent quant à eux à représenter une surface rugueuse mesurée de manière beaucoup plus réaliste (en imposant, par exemple, un rayon de courbure tiré des mesures spécifiques à chaque aspérité).

### 1.2.1 Représentations statistiques

Les modèles statistiques les plus fréquents sont basés sur le travail de Greenwood et Williamson [Greenwood and Williamson, 1966] et [Greenwood and Tripp, 1970]. Ils supposent que le contact entre deux surfaces rugueuses peut être modélisé comme un contact entre un plan lisse rigide et une surface plane possédant une rugosité équivalente à la "somme" des deux surfaces. Les principales hypothèses de ce modèle reposent sur le fait que toutes les directions de la surface sont équivalentes, que les aspérités sont sphériques et possèdent le même rayon de courbure, et que la distribution des hauteurs des aspérités suit une loi statistique prédéfinie, généralement caractéristique d'un procédé de fabrication (voir figure 1.3).

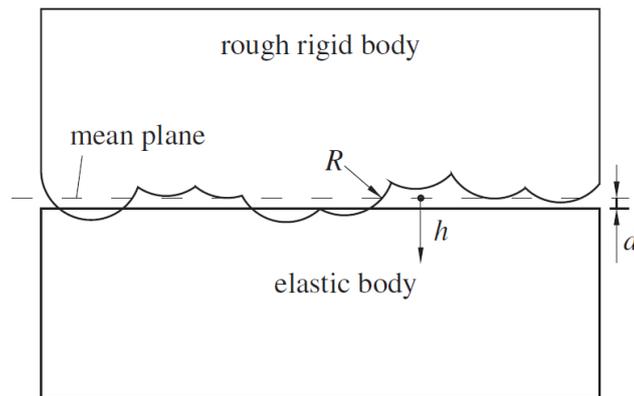


FIG. 1.3 – Représentation de Greenwood et Williamson – [Carbone and Bottiglione, 2008].

Le principal avantage des approches stochastiques est leur capacité à fournir des résultats globalement bons avec un faible coût de calcul. Cependant ces approches ne procurent pas une représentation fidèle de la surface et ne prennent pas en compte les interactions possibles entre les aspérités. Ce n'est que récemment que des modèles plus complexes ont été proposés pour prendre en compte ces effets d'interaction ([Zhao and Chang, 2001] et [Yeo et al., 2010]) en introduisant l'influence d'une aspérité en contact sur son voisinage.

Ainsi, les approches statistiques offrent la possibilité de prévoir qualitativement les propriétés de surface, mais leur utilisation reste limitée du fait des nombreuses hypothèses géométriques effectuées (forme des aspérités, distributions, ...).

### 1.2.2 Représentations déterministes

L'approche déterministe considère l'approximation de l'état de surface mesuré par des fonctions mathématiques. Dans ces modèles, les distributions de pression et les déformations sont évaluées par l'utilisation de relations pression-déformation de Flamant (problèmes 2D) et l'équation de Boussinesq (problèmes 3D). Géométriquement parlant, les méthodes déterministes approchent les relevés topographiques par des fonctions mathématiques locales (ellipses [Zahouani and Sidoroff, 2001], paraboles [Ciulli et al., 2008], etc ...) dans le but de remplacer le caractère discret des relevés par une représentation continue (voir figure 1.4).

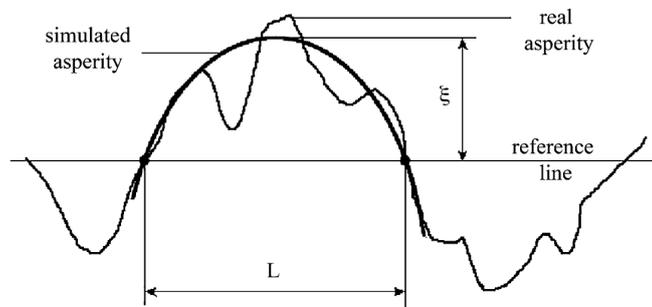


FIG. 1.4 – Schéma de l'approximation parabolique d'une aspérité – [Ciulli et al., 2008].

En raison de la complexité du modèle géométrique, une simulation numérique est nécessaire. Elle peut faire appel à des méthodes semi-analytiques, comportant éventuellement un passage par des transformées de Fourier. Une solution plus classique consiste à faire appel à la méthode des éléments finis (EF). Dans tous les cas, il est nécessaire de passer par la détermination d'une Surface Élémentaire Représentative ("Representative Surface Element", RSE). L'application de la méthode des éléments finis passe par la construction d'un maillage de cette surface et l'utilisation de méthodes de résolution spécifiques pour traiter le problème de contact. De telles analyses peuvent être consultées dans les travaux de [Pei et al., 2005].

Bien que la solution éléments finis permette une description fine et complexe de la géométrie, le coût de calcul reste toutefois problématique. En effet, pour approcher au mieux une surface réelle, le maillage doit être suffisamment fin pour prendre en compte la rugosité microscopique et, en même temps, représenter une zone suffisamment grande pour être significative (au sens RSE).

### 1.2.3 Représentations fractales

Une troisième solution, assez récurrente dans la littérature, est également utilisée pour représenter une surface rugueuse mesurée. Il s'agit de l'utilisation de l'approche fractale, qui représente l'aspect "récuratif" de la rugosité. Basée sur les travaux de Mandelbrot [Mandelbrot, 1982], la description fractale considère les surfaces rugueuses comme le résultat de la reproduction d'un même schéma à plusieurs échelles (voir figure 1.5). Elle renvoie ainsi aux notions d'auto-similarité ou d'auto-affinité.

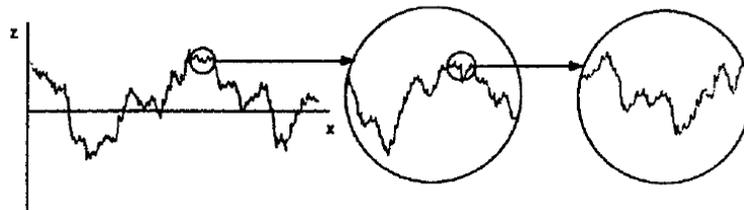


FIG. 1.5 – Description qualitative d'une surface fractale – [Bhushan, 1998].

En général, les surfaces réelles sont statistiquement auto-affines, ce qui signifie que toute partie d'une surface possède les mêmes propriétés que la surface dont elle est issue, après une dilatation anisotrope dans l'espace :

$$\left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow \lambda x \\ z(x) \rightarrow \mu z(x) \end{array} \right\} \quad (1.4)$$

L'auto-similarité se définit lorsque que  $\lambda = \mu$ . Mathématiquement parlant, on caractérise généralement cet aspect fractal par le mouvement brownien fractionnaire, dont le variogramme  $\delta(\tau)$  vérifie la relation :

$$\delta(\tau) = \langle (z(x + \tau) - z(x))^2 \rangle \propto \tau^{2H} \quad (1.5)$$

où  $\langle \rangle$  est une moyenne spatiale, et  $H$  l'exposant de Hurst (compris entre 0 et 1), auquel on peut généralement rattacher la dimension fractale  $D_f$  par la relation :

$$D_f = d + 1 - H \quad (1.6)$$

avec  $d$  la dimension de l'espace euclidien.

De même, la densité spectrale  $P(\omega)$  du mouvement brownien fractionnaire suit une loi puissance du type :

$$P(\omega) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \left| \int_0^L z(x) e^{-i\omega x} dx \right|^2 \propto \frac{1}{\omega^{2H+E}} \quad (1.7)$$

Elle présente également une propriété d'auto-affinité qui conduit à la relation :

$$P(k\omega) = \frac{1}{k^{2H+E}} P(\omega) \quad (1.8)$$

Le cas d'une surface isotrope  $z(x, y)$  permet ensuite de définir le variogramme ainsi que la densité spectrale de la façon suivante :

$$\delta(\tau_x, \tau_y) = k C^{2D_f-4} \tau_{eq}^{6-2D_f} \quad (1.9)$$

$$P(\omega_x, \omega_y) = \frac{C^{2D_f-4}}{\omega_{eq}^{8-2D_f}} \quad (1.10)$$

où  $\tau_{eq} = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}$  et  $\omega_{eq} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ , et où la dimension fractale  $D_f$  est comprise entre 2 et 3.

Les approches fractales essaient ainsi de quantifier la nature multi-échelles supposée d'une surface en se référant à deux paramètres  $C$  et  $D_f$  indépendants de l'échelle considérée et propres à chaque surface.  $D_f$  se réfère aux distributions des différentes fréquences dans le profil de la surface et  $C$  à l'amplitude des variations à chaque fréquence.

Ces paramètres peuvent être déterminés à l'aide de la courbe  $\log(P) = f(\log(\omega_{eq}))$ . Sa pente correspond à la dimension fractale, et l'ordonnée à l'origine se réfère au facteur d'amplitude  $C$ .

De nombreux travaux ont été menés sur des surfaces rugueuses considérées comme semi-fractales, comme dans Pei et al. [Pei et al., 2005], Persson [Persson, 2001], Vallet [Vallet et al., 2009a] ou encore dans les travaux de Majumdar et Bhushan [Majumdar and Bhushan, 1991] et [Majumdar and Bhushan, 1992].

## 1.3 Quelques modèles de contact mécanique

La représentation géométrique des surfaces n'est que la première étape du traitement des problèmes de contact entre surfaces rugueuses. La résolution de ces problèmes nécessite également de comprendre et de modéliser le comportement mécanique des matériaux en contact, et plus précisément, des aspérités. Au cours des dernières décennies, de nombreux modèles ont été proposés pour représenter le contact entre aspérités. Allant de l'étude du contact sur une seule aspérité jusqu'à l'écrasement d'une surface entière, beaucoup de travaux ont vu le jour, qui ont considéré des comportements élastique, plastique ou encore élastique-plastique pour les matériaux en contact.

### 1.3.1 Théorie de Hertz

Historiquement, le premier modèle de contact mécanique a été proposé par Hertz en 1882. Il suppose une interaction purement élastique entre deux sphères. La théorie fournit l'expression de la contrainte dans la zone de contact en fonction de la force normale appliquée, des rayons de courbure des deux corps et de leur module d'élasticité. Elle peut bien entendu être utilisée pour décrire le comportement d'une aspérité isolée.

Pour le cas du contact entre une sphère et un plan, les relations qui relient les principales quantités impliquées dans le problème sont les suivantes :

- le rayon  $a_e$  de la surface de contact est :

$$a_e = \frac{\pi p_0 R}{2E^*} \quad \text{ou encore :} \quad a_e = \left( \frac{3WR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1.11)$$

où  $p_0$  est la pression maximum de contact (pression Hertzienne),  $R$  le rayon de la sphère,  $W$  la force normale de contact, et où le module d'élasticité effectif  $E^*$  est défini par :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.12)$$

- l'aire de la surface de contact  $A_e$  peut ainsi être facilement calculée à partir du rayon de la surface de contact ou par une formule intégrant la déformation  $\delta$  (voir figure 1.6) :

$$A_e = \pi a_e^2 \quad \text{ou encore :} \quad A_e = \pi R \delta \quad (1.13)$$

- la force appliquée sur chaque aspérité évolue non linéairement en fonction de  $\delta$  et  $R$  :

$$W = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} \quad (1.14)$$

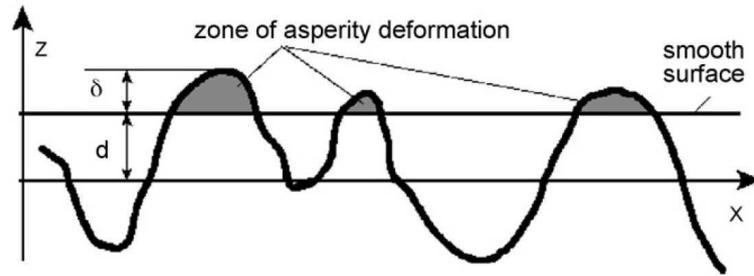


FIG. 1.6 – Schéma du contact entre deux surfaces – [Pugliese et al., 2008].

Ainsi, la connaissance du rayon de l'aspérité est d'une grande importance dans l'évaluation de toutes ces quantités. Ceci est vrai pour les approches déterministes, où chaque aspérité est considérée, mais aussi pour les approches statistiques où une valeur moyenne est généralement utilisée.

### 1.3.2 Modèle de Greenwood – Williamson

Le modèle de Greenwood et Williamson (GW) est le premier modèle venant traiter le contact élastique en tenant compte de la rugosité. Il introduit un grand nombre d'aspérités, de hauteurs différentes, et utilise la théorie de Hertz pour chaque aspérité entrant en contact avec un plan rigide. Les valeurs de l'aire de contact et du chargement sont estimées à partir de la probabilité  $P$  qu'une aspérité de hauteur  $z = d + \delta$  entre en contact avec une surface plane située à la distance  $d$ . Mathématiquement parlant, cette probabilité s'exprime :

$$P(z > d) = \int_d^{\infty} p(z) dz \quad (1.15)$$

où  $p(z)$  est la densité de probabilité à l'aide de laquelle est exprimée la fonction de distribution des hauteurs d'aspérité du profil. La relation entre la surface réelle de contact et la surface nominale de contact est donnée par :

$$A_t = \pi R \eta A_n \int_d^{\infty} (z - d) p(z) dz \quad (1.16)$$

où  $\eta$  représente la densité d'aspérités ( $\eta = N_a/A_n$ , avec  $N_a$  le nombre total d'aspérités de l'aire de la surface nominale de contact  $A_n$ ).

Dans le cadre de cette approche, l'extension au régime de déformation plastique est introduite à l'aide d'un paramètre, appelé indice de plasticité. Cet indice  $\psi$  est usuellement déterminé par la relation suivante :

$$\psi = \frac{E^*}{H} \left( \frac{\sigma_s}{R} \right)^{0.5} \quad \text{ou} \quad \psi = \frac{2E^*}{\pi k H} \left( \frac{\sigma_s}{R} \right)^{0.5} \quad (1.17)$$

avec  $H$  la dureté du matériau le plus "mou" (généralement prise égale à trois fois la limite d'élasticité),  $\sigma_s$  la distribution de hauteur des aspérités et  $k$  le facteur de pression de contact maximum (généralement pris égal à 0.6).

Cet indice de plasticité donne ainsi une indication sur le mode de déformation de l'aspérité : si  $\psi < 0.6$ , le contact est majoritairement élastique, si  $\psi > 1$  le contact est majoritairement plastique. Entre ces deux valeurs, le mode de déformation n'est pas caractérisable sans incertitudes.

Cet indice de plasticité provient de la valeur critique de déformation élastique  $\delta_s$ , à partir de laquelle la théorie de Hertz prévoit une transition vers le régime plastique. Le seuil de plasticité est atteint quand la pression de contact Hertzien maximum atteint environ  $0.6H$ . Il est donc facile de déterminer la valeur critique de déformation élastique par la relation :

$$\delta_s = R \left( \frac{\pi 0.6H}{2E^*} \right)^2 = 0.89 \left( \frac{H}{E^*} \right)^2 \quad (1.18)$$

Pour le régime élastique, le modèle GW vient simplement appliquer la théorie de Hertz tandis que, pour le régime plastique, les relations utilisées deviennent :

$$A_p = \pi a_p^2 = 2\pi R\delta \quad (1.19)$$

On en tire également :

$$a_p = (2R\delta)^{1/2} \quad (1.20)$$

On peut observer que la surface de contact est deux fois plus grande en comparaison avec le régime élastique défini par la théorie de Hertz. La charge de contact pour chaque aspérité sous conditions plastiques est alors :

$$W = A_p H = 2\pi R\delta H \quad (1.21)$$

Ainsi, grâce à ces valeurs critiques, deux régimes arrivent à être caractérisés : le régime élastique et le régime plastique. La faiblesse du modèle vient de la présence d'une discontinuité des relations entre ces deux régimes.

### 1.3.3 Modèle de Chang et al.

Dans des modèles comme celui de Greenwood-Williamson, la surface de contact est généralement sous-estimée si un faible pourcentage du contact est plastique. Le modèle de Chang et al., communément appelé modèle CEB, est un modèle élastique-plastique basé sur la conservation de volume d'une aspérité au cours du processus de déformation plastique (voir figure 1.7). En reprenant des hypothèses similaires à celles du modèle GW, il suppose que la déformation d'une aspérité se produit pour l'essentiel au voisinage du contact. Par conséquent, une aspérité reste non déformée au-delà d'une certaine profondeur en dessous du contact [Pugliese et al., 2008] et [Chang et al., 1987].

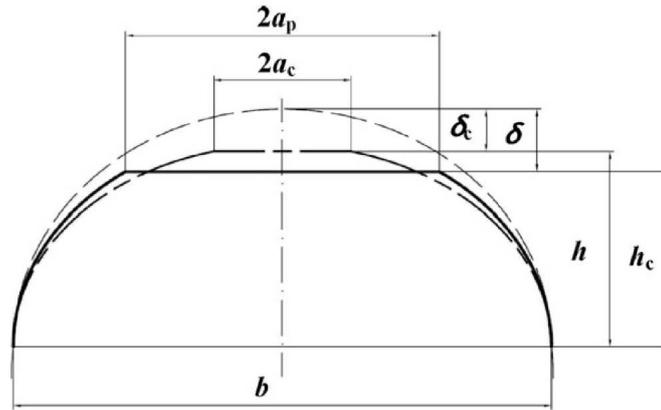


FIG. 1.7 – Principe de conservation de volume du modèle CEB – [Chang et al., 1987]

La déformation plastique dépend alors de l'écart  $\delta$  entre les deux surfaces. Pour un déplacement  $\delta$  inférieur à une valeur critique  $\delta_c$  le comportement est purement élastique et le modèle utilise les relations de Hertz.

Lorsque l'on atteint  $\delta = \delta_c$ , on considère que l'aspérité se déforme plastiquement. En considérant un volume d'aspérité constant (à partir du moment où  $\delta = \delta_c$ ) la surface de contact d'une aspérité déformée plastiquement peut ainsi être obtenue par :

$$A_p = \pi R \delta \left( 2 - \frac{\delta_c}{\delta} \right) ; \text{ on en tire également : } a_p = \left[ R \delta \left( 2 - \frac{\delta_c}{\delta} \right) \right]^{1/2} \quad (1.22)$$

La charge de contact pour chaque aspérité sous conditions plastiques est alors :

$$W = A_p k H = \pi R \delta \left( 2 - \frac{\delta_c}{\delta} \right) k H \quad (1.23)$$

Bien que très efficace pour l'étude du contact en régime élastique et plastique, ce modèle ne permet pas non plus de prendre en compte un régime transitoire. De même, ce modèle s'avère imprécis lorsqu'il prédit, pour une séparation de surface donnée, une capacité de charge plus importante pour les surfaces se déformant élastoplastiquement que pour des surfaces se déformant élastiquement.

### 1.3.4 Modèle Zhao et al. : intégration d'un régime élastoplastique

Ce modèle, communément appelé modèle ZMC, vient intégrer une phase transitoire entre le régime élastique et le régime plastique. Il définit plusieurs régimes :

- un régime purement élastique lorsque  $\delta < \delta_c$ , où il utilise les mêmes relations que le modèle de Greenwood et Williamson.
- un régime purement plastique, établi lorsque  $\delta > 54\delta_c$  et, qui reprend encore les mêmes équations que le modèle GW en régime équivalent.

- un régime intermédiaire correspondant à  $\delta_c < \delta < 54\delta_c$ , où on considère un contact élastoplastique, avec les équations suivantes :

$$A_{ep} = \pi R \delta \left[ 1 - 2 \left( \frac{\delta - \delta_c}{53\delta_c} \right)^3 + 3 \left( \frac{\delta - \delta_c}{53\delta_c} \right)^2 \right] \quad (1.24)$$

$$a_{ep} = \left\{ R \delta \left[ 1 - 2 \left( \frac{\delta - \delta_c}{53\delta_c} \right)^3 + 3 \left( \frac{\delta - \delta_c}{53\delta_c} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.25)$$

$$W = A_{ep} p \left[ H - H \left( 1 - \frac{2}{3}k \right) \frac{\ln 54\delta_c - \ln \delta}{\ln 54} \right] \quad (1.26)$$

D'autres modèles ont été proposés pour approcher au mieux le contact rugueux en introduisant des régimes élastoplastiques différents. Ils ne seront pas décrits dans ce manuscrit pour des raisons de place. Nous pouvons citer par exemple les travaux de [Aramaki et al., 1993] sur des surfaces présentant une rugosité longitudinale; une extension du modèle ZMC pour des contacts elliptiques proposé par Y.R. Jeng et P.Y. Wang [Jeng and Wang, 2003], ou encore les travaux de thèse de P.-Y. Duvivier [Duvivier, 2010] proposant un modèle de contact basé sur une approche comportementale de type aspérité.

### 1.3.5 Interactions entre aspérités

Les modèles présentés jusqu'à présent, bien que différents les uns des autres, laissent tous de côté les interactions entre aspérités. Pourtant, ces interactions sont d'une importance capitale dans l'étude du contact entre surfaces rugueuses. Elles ont fait l'objet de plusieurs études, qui peuvent se répartir en trois catégories différentes. La première se base sur l'utilisation de relations analytiques pour étudier les problèmes de contact; la deuxième (Johnson et al. [Johnson, 1987]) s'oriente sur une méthode de séries de Fourier pour examiner le contact élastoplastique entre une surface bi-sinusoidale et un plan rigide; la troisième (Vergne et al. [Vergne et al., 1985] et Berthe et al. [Berthe and Vergne, 1987]) étudie le contact élastique de deux et trois aspérités avec un plan rigide en utilisant une formulation intégrale de la théorie de l'élasticité plane. Il apparaît que ces trois approches présentent des désavantages ou limitations dans l'étude de ces interactions. L'approche qui suit a été réalisée par Y. Zhao et L. Chang [Zhao and Chang, 2001] et présente l'avantage d'être applicable à un large éventail de problèmes de contact.

Le problème analysé est celui d'une surface rugueuse en contact avec un plan rigide. Comme représenté en Fig. 1.8. a,  $u_m$  est le déplacement de la ligne moyenne des aspérités,  $d$  la séparation entre le plan rigide et la ligne moyenne des aspérités,  $z$  la hauteur initiale de chaque aspérité et  $\delta$  le déplacement du sommet de chaque aspérité.

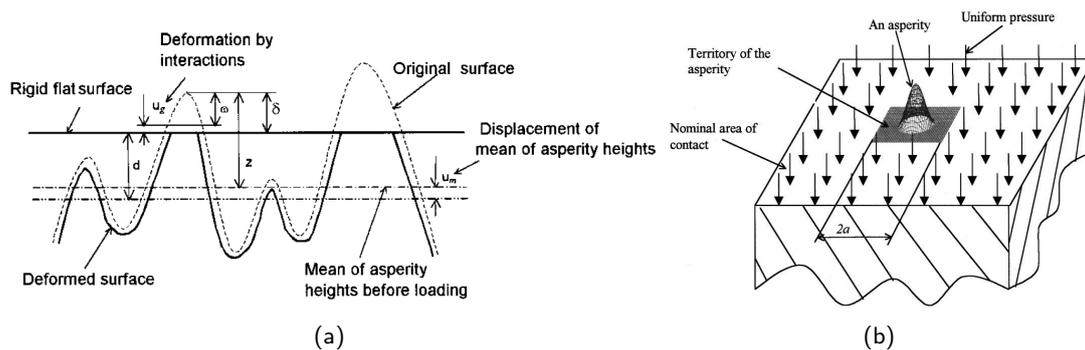


FIG. 1.8 – a) Principe de l'effet de voisinage d'aspérités en contact – b) Territoire d'une aspérité – [Zhao and Chang, 2001].

Le déplacement  $\delta$  du sommet d'une aspérité donnée est :  $\delta = \omega + u_g$  où  $\omega$  est le déplacement dû à la pression de contact au niveau de l'aspérité et  $u_g$  le déplacement provoqué par les autres aspérités. Il vient donc la relation géométrique suivante :

$$d + \delta = d + \omega + u_g = z + u_m \quad (1.27)$$

$$\text{soit} \quad \omega = z - d + (u_m - u_g) \quad (1.28)$$

Si les interactions n'étaient pas prises en compte, les déplacements  $u_m$  et  $u_g$  seraient nuls. L'équation précédente se réduirait alors au cas du modèle ZMC étudié précédemment. Par conséquent la variable  $u_m - u_g$  mesure l'étendue pour laquelle les interactions influencent le comportement local de la déformation d'une aspérité.

Il semble vraisemblable de supposer que chaque aspérité en contact possède sa propre zone d'influence sur la surface environnante (voir figure 1.8.b). On peut également supposer que la plus haute aspérité aura le territoire le plus grand. Ceci peut se modéliser en supposant une relation proportionnelle entre le territoire  $A_l$  et la force supportée par l'aspérité  $w_l$  :  $A_l = \lambda w_l$ . Ainsi, la somme de tous ces territoires serait égale à la surface nominale de contact  $A_n$  :  $\sum A_l = A_n$ . En combinant ces deux relations, on obtient :

$$\lambda = \frac{A_n}{\sum w_l} = \frac{A_n}{W_t} = \frac{1}{p_m} \quad (1.29)$$

et donc :

$$\frac{w_l}{A_l} = \frac{W_t}{A_n} = p_m \quad (1.30)$$

avec  $W_t$  la charge totale de contact, et  $p_m$  la pression de contact globale moyenne.

Cette équation permet, compte tenu des hypothèses posées, de supposer que la pression moyenne d'une aspérité sur son territoire est égale à la pression globale moyenne  $p_m$ , ce qui assure une continuité de la pression moyenne à travers la surface.

Il est raisonnable de supposer que le couplage global est élastique. Ainsi, selon le principe de Saint-Venant, le déplacement d'une aspérité,  $u_g$ , dû aux pressions des autres aspérités en contact peut être calculée en utilisant une pression uniforme équivalente sur la surface en

dehors du territoire de l'aspérité concernée. De plus, le déplacement de la ligne moyenne des hauteurs d'aspérités,  $u_m$ , peut être assimilé à la déformation de la surface due à la pression moyenne globale,  $p_m$ , agissant sur la surface apparente de contact. Par conséquent, la différence des deux déplacements,  $u_m - u_g$ , est égale au déplacement dû à la pression  $p_m$  agissant sur le territoire de l'aspérité concernée. Le territoire d'une aspérité peut être assimilé à un carré de côté  $2a$ , tel que :

$$a = \frac{1}{2}A_l^{1/2} = \frac{1}{2} \left( \frac{w_l}{p_m} \right)^{1/2} \quad (1.31)$$

Pour un demi-espace élastique, le déplacement d'un point de l'espace  $u_{xy}$  induit par une pression uniforme  $p_m$  appliquée à une surface rectangulaire de dimensions  $2a \times 2b$  peut s'écrire au moyen de la formule de Love [Love, 1929] :

$$\begin{aligned} \frac{\pi E}{p_m} u_{xy} = & (x+a) \ln \frac{(y+b) + \sqrt{(y+b)^2 + (x+a)^2}}{(y-b) + \sqrt{(y-b)^2 + (x+a)^2}} \\ & + (y+b) \ln \frac{(x+a) + \sqrt{(y+b)^2 + (x+a)^2}}{(x-a) + \sqrt{(y+b)^2 + (x-a)^2}} \\ & + (x-a) \ln \frac{(y-b) + \sqrt{(y-b)^2 + (x-a)^2}}{(y+b) + \sqrt{(y+b)^2 + (x-a)^2}} \\ & + (y-b) \ln \frac{(x-a) + \sqrt{(y-b)^2 + (x-a)^2}}{(x+a) + \sqrt{(y-b)^2 + (x+a)^2}} \end{aligned} \quad (1.32)$$

avec  $E$  le module d'Young équivalent (équation 1.12). Ainsi, si l'on se place au centre du territoire d'une aspérité ( $x = y = 0$ ) et que l'on pose  $a = b$ , la relation précédente, associée à l'équation (1.31), nous permet d'arriver à :

$$u_m - u_g = \frac{4\sqrt{w_l p_m} \ln(\sqrt{2} + 1)}{\pi E} = 1.12 \frac{\sqrt{w_l p_m}}{E} \quad (1.33)$$

Cette équation indique que les interactions entre aspérités augmentent avec la charge de contact et diminuent avec la rigidité du matériau. Il est à noter également que cette équation est en accord avec les mesures expérimentales faites par [Hendircks and Visscher, 1995]. Pour finir, on peut réécrire l'équation 1.28 comme :

$$\omega = z - d + 1.12 \frac{\sqrt{w_l p_m}}{E} \quad (1.34)$$

qui pourrait être intégrée dans un modèle de contact existant tel le modèle GW ou encore le modèle ZMC.

## 1.4 Approches numériques du contact entre surfaces rugueuses

Le progrès informatique des dernières années a permis l'essor de nouvelles techniques numériques apportant une approche comportementale beaucoup plus précise. La méthode des éléments finis ainsi que, plus récemment, le domaine de la dynamique moléculaire ont ainsi offert de nouvelles voies d'étude du contact entre surfaces rugueuses ([Komvopoulos and Ye, 2002] et [Pei et al., 2005]). Ces méthodes sont limitées par la taille des maillages, mais offrent la possibilité d'étudier de façon très détaillée les phénomènes physiques liés au contact.

### 1.4.1 Complexité des contacts rugueux

Les modèles présentés dans la section précédente (GW, CEB, ZMC, ...) se basent sur le comportement d'une aspérité en contact avec un plan rigide. Ils offrent une première approche très intéressante du contact entre surfaces rugueuses mais reposent sur de nombreuses approximations.

La prise en compte de deux surfaces rugueuses en contact complique considérablement l'étude (voir figure 1.9). En effet, localement, les zones de contact entre les surfaces peuvent correspondre au contact entre deux aspérités ou une aspérité et une vallée. Le résultat est alors directement dépendant des géométries en présence.

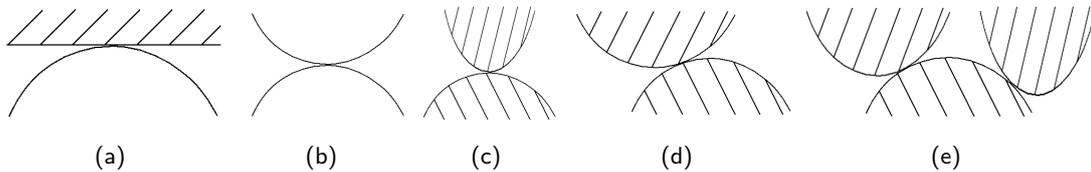


FIG. 1.9 – Différents types de contact intervenant dans l'étude de deux surfaces rugueuses en contact – a) cas du contact aspérité/plan rigide – b) contact aspérité/aspérité – c) aspérités de dimensions différentes – d) contact désaxé – e) contact multiple ou contact aspérité/vallée.

De même, la dimension spatiale du problème apporte également une difficulté supplémentaire. Le contact entre deux aspérités ne se fait plus forcément au niveau des sommets, ce qui fait disparaître l'axisymétrie du problème. La complexité spatiale amène également à la question de la géométrie des corps en contact. Un lissage des formes et des dimensions des aspérités n'est plus acceptable. Le contact entre surfaces ne peut alors plus se simplifier par l'étude générale d'un type de contact que l'on déploierait sur toutes les zones de contact locales.

L'enjeu de l'étude du contact entre surfaces rugueuses consiste alors à développer un modèle permettant la prise en compte d'un maximum de configurations locales possibles. Dans cette optique, des approches numériques plus récentes comme la méthode des éléments finis ou la dynamique moléculaire sont des solutions très intéressantes. Elles permettent d'une part, de se placer dans un cas d'étude réaliste, et d'autre part d'éliminer de nombreuses approximations présentes dans les modèles présentés dans la section précédente.

Cependant, ces approches sont gourmandes en ressources informatiques. C'est pourquoi, malgré le fort potentiel de ces approches, à des échelles importantes, le problème du contact entre deux surfaces rugueuses est généralement ramené au cas du contact entre une surface rugueuse équivalente et une surface rigide parfaitement lisse, les caractéristiques de la rugosité de la surface équivalente étant définies en conservant le champ d'ouverture qui existait entre les deux surfaces d'origines, et en introduisant un comportement matériau équivalent.

### 1.4.2 Approches Eléments Finis (EF)

Depuis une vingtaine d'année, le domaine du contact mécanique entre surfaces rugueuses a fait l'objet de plusieurs travaux utilisant le calcul par éléments finis. Cette méthode présente l'avantage de pouvoir considérer les interactions entre aspérités aussi bien que les conditions aux limites réelles du problème. A la différence des modèles statistiques, ce genre d'approche offre également la possibilité d'étudier des phénomènes physiques dans lesquels la rugosité d'une surface peut jouer un rôle important. L'étude du frottement à l'échelle microscopique ([Buczowski and Kleiber, 1999], [Schuller et al., 1999]), ou encore celle de la fissuration en fatigue [As et al., 2008] peuvent ainsi être réalisées.

En premier lieu, la méthode des éléments finis a été utilisée pour résoudre le problème du contact entre une aspérité et un plan rigide. L'étude d'une sphère déformable faite par [Kucharski et al., 1994] a par exemple permis de trouver des relations de proportionnalité empiriques entre la pression et l'aire de contact. L'influence du comportement matériau a été mise en avant en considérant successivement un comportement élastique, élastique parfaitement plastique ou élastoplastique ([Kogut and Etsion, 2002], [Jackson and Green, 2005]). L'indentation de sphères sur un plan [Kral et al., 1993] ainsi que sur une surface rugueuse [Sellgren et al., 2003] a également été étudiée (voir figure 1.10).

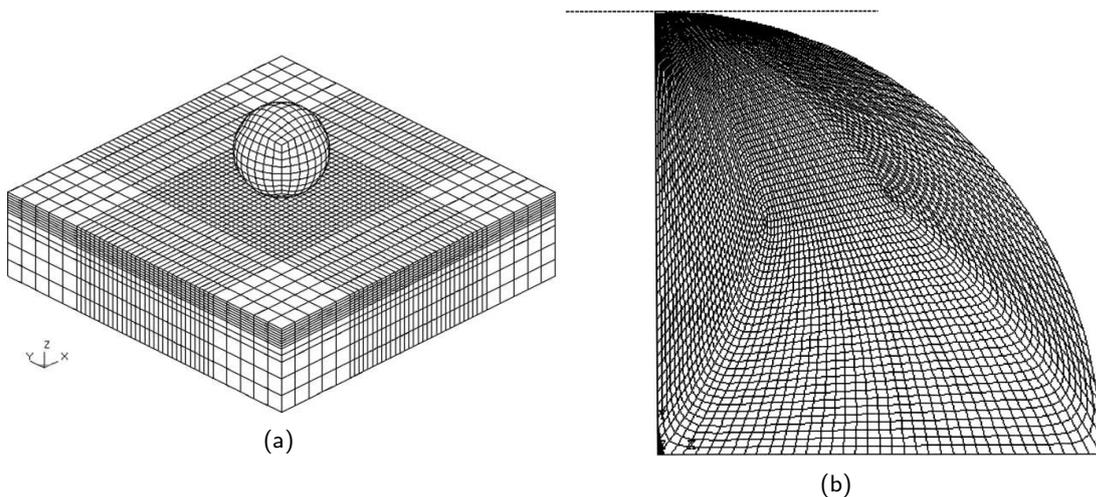


FIG. 1.10 – Exemple de maillage utilisé pour le contact entre – a) une sphère rigide et un plan [Dia et al., 2004] – b) une sphère déformable et un plan rigide [Jackson and Green, 2005].

Avec l'amélioration des ressources informatiques, des simulations 2D [As et al., 2008] et 3D [Pei et al., 2005] du contact linéique/surfacique entre un corps rugueux et un plan rigide ont ainsi vu le jour. Pour rester pertinentes et précises ces approches aboutissent nécessairement à des maillages de taille importante ([Komvopoulos and Ye, 2002],

[Thompson, 2011]). La très fine discrétisation requise en surface doit ainsi être associée à des mailles permettant un raffinement du maillage important depuis l'intérieur du domaine vers la surface (voir figure 1.11). Plusieurs écoles existent concernant la génération d'une surface rugueuse. Certains travaux utilisent des fonctions de type Weierstrass–Mandelbrot pour générer une surface fractale artificielle [Sahoo and Ghosh, 2007], d'autres préfèrent partir de mesures topographiques auxquelles sont ajoutées des opérations de lissage pour la réalisation du maillage.

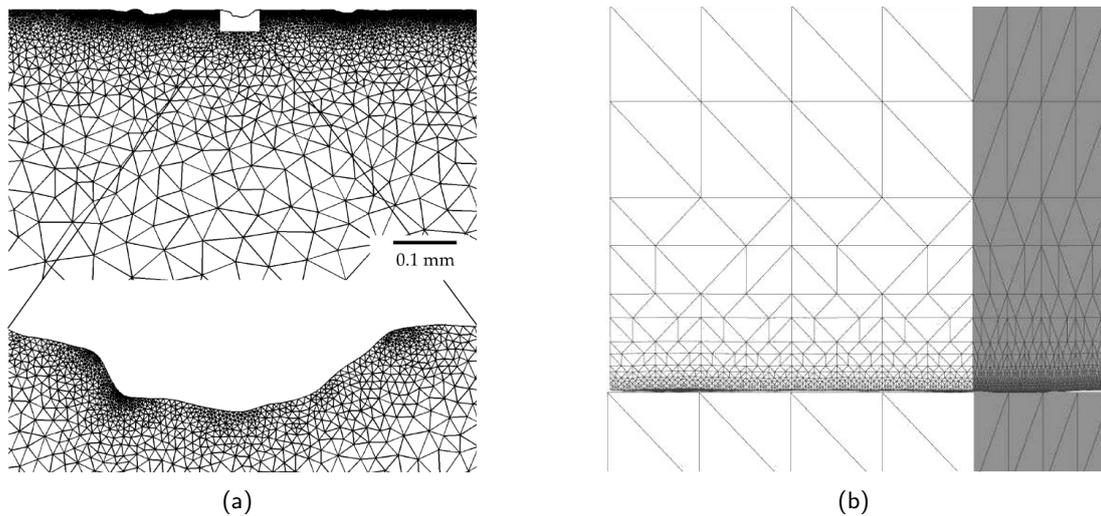


FIG. 1.11 – Exemple de maillage 2D et 3D d'une surface rugueuse – a) [As et al., 2008] – b) [Hyun et al., 2004].

Plus récemment, les analyses éléments finis ont également permis d'utiliser des modèles de comportement anisotropes beaucoup plus complexes. L'introduction d'une microstructure cristalline et l'utilisation de modèles de plasticité cristallines ont de fait permis d'observer l'influence d'un tel comportement dans ce type de contact rugueux. Des travaux ont notamment permis de regarder l'influence de la plasticité cristalline sur l'évolution de la rugosité d'une surface au cours d'un chargement [Fang et al., 2012]. A l'inverse, d'autres travaux ont pu mettre en avant le fait que l'anisotropie plastique apportée par un tel comportement peut générer une rugosité du fait des déformations plastiques [Guilhem, 2011].

### 1.4.3 Dynamique Moléculaire (MD)

La rugosité d'une surface présente des propriétés fractales. La question du contact entre surfaces rugueuses se pose ainsi à plusieurs échelles. Désormais les travaux expérimentaux proposent des études à des échelles de plus en plus petites (nanotribologie). En parallèle, la puissance informatique, en perpétuelle croissance, offre la possibilité d'étudier des systèmes de tailles très importantes, rendant également possible l'étude numérique à des échelles extrêmement petites. De nouvelles méthodes numériques, comme la dynamique moléculaire, sont ainsi en plein développement depuis quelques années.

La dynamique moléculaire est un domaine en pointe actuellement, car il offre la possibilité d'étudier des phénomènes physiques à l'échelle atomique. Les lois d'Amontou ou de Coulomb, par exemple, proposent depuis très longtemps des lois empiriques sur la friction, entre

deux corps, dont les origines ne sont toujours pas définies. On peut espérer par cette approche comprendre l'origine des phénomènes à l'échelle atomique [Krim, 2002] et quantifier les efforts de frottement [Spijker et al., 2011] ou d'adhésion [Mulakaluri and Persson, 2011] entre deux corps en contact. Notons toutefois qu'il y a un sérieux problème de transition d'échelles et que rien ne garantit vraiment qu'une loi mise en évidence sur un empilement d'atomes soit transposable aux échelles supérieures.

L'intérêt principal de la dynamique moléculaire vient du fait que seules les interactions inter-atomiques sont prises en compte. Tout mouvement de la matière repose alors sur l'équilibre énergétique de ces interactions. Ainsi, certains travaux proposent des études du contact d'une nano-aspérité avec un plan [Eid et al., 2011] et permettent, par exemple, d'observer la formation de défauts cristallins ainsi que leur mouvement (dislocations, ...) à l'échelle atomique [Cha et al., 2004] (voir figure 1.12).

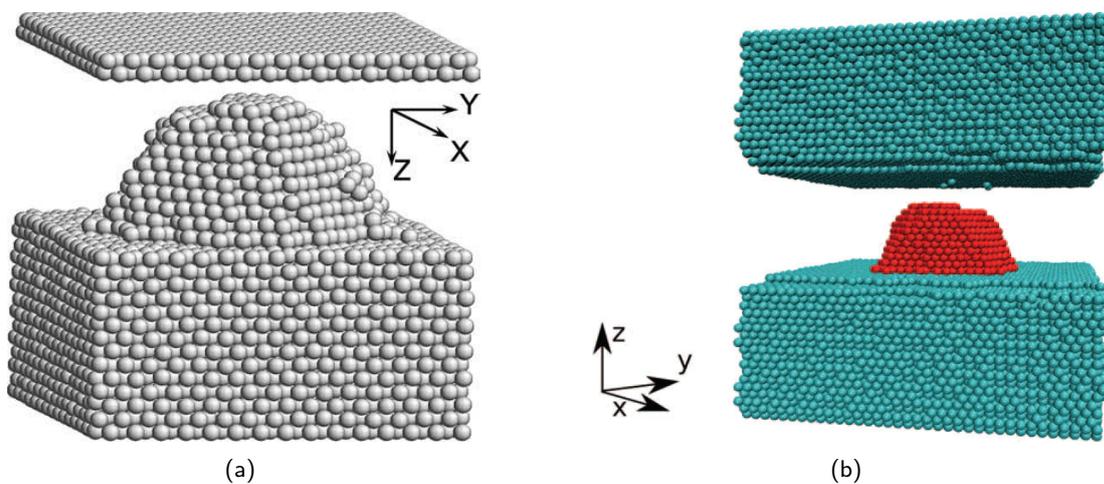


FIG. 1.12 – Etude du contact d'une aspérité par la dynamique moléculaire : a) travaux de [Cha et al., 2004] – b) travaux de [Eid et al., 2011].

De telles simulations ont également porté sur l'étude du contact à l'échelle (nanoscopique) d'une surface rugueuse. Le contact normal entre deux surfaces rugueuses déformables peut alors permettre l'observation des effets de la rugosité, de la pression de contact ou de la vitesse de glissement sur le frottement entre deux corps [Spijker et al., 2011]. De même, l'évolution de l'aire de contact, l'aplatissement de la rugosité au fil du chargement et l'adhésion entre deux surfaces sont également observables par de telles approches [Spijker et al., 2012].

Néanmoins, la dynamique moléculaire est aujourd'hui encore limitée par les ressources informatiques. En effet, le nombre très important d'atomes à prendre en compte pour représenter un volume de matière limite ces approches aux échelles nanoscopiques. Des travaux ont toutefois permis d'atteindre des échelles supérieures en développant des modèles multi-échelles. Certains auteurs introduisent de "gros atomes" équivalents à des groupements d'atomes [Yang et al., 2006] (voir figure 1.13.a), ou intègrent les résultats du contact d'une aspérité, obtenus par la dynamique moléculaire, dans un modèle éléments finis [Eid et al., 2011] ou bien encore réalisent le couplage entre un modèle à l'échelle atomique (MD) et un modèle de mécanique des milieux continus (EF) ([Anciaux and Molinari, 2009] et [Anciaux and Molinari, 2010], voir figure 1.13.b).

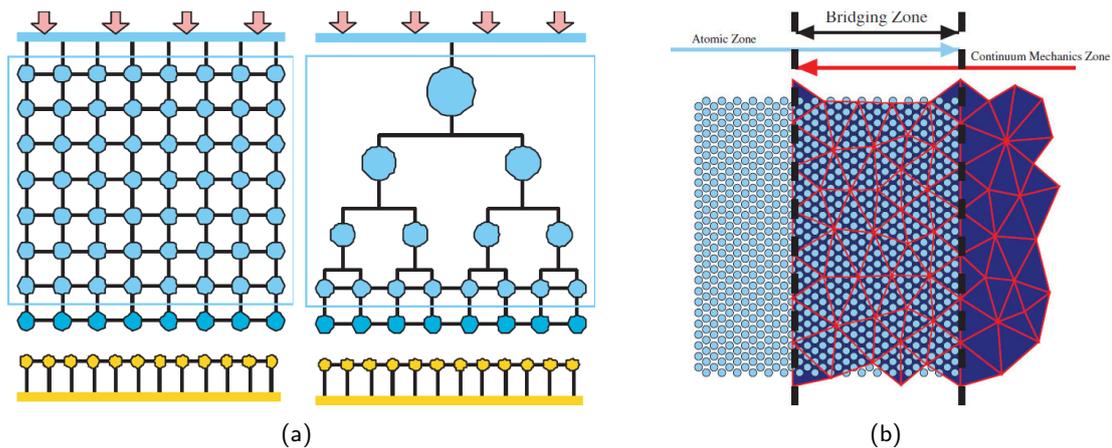


FIG. 1.13 – a) Modèle multi-échelles proposé par [Yang et al., 2006] : des groupements d’atomes sont rassemblés en “atomes équivalents” plus gros – b) Modèle de couplage dynamique moléculaire/méthode des éléments finis proposé par [Anciaux and Molinari, 2009] : un maillage EF et un maillage MD sont réunis au moyen d’une zone transitoire dans laquelle est assurée la continuité entre le modèle atomique et la mécanique des milieux continus.

## 1.5 Conclusion

Le contact entre surfaces rugueuses met en jeu des phénomènes complexes. Ce chapitre a permis de donner une idée des moyens utilisés pour décrire une surface rugueuse. Partant d’outils de mesure de rugosité variés, la géométrie d’une surface rugueuse peut alors être qualifiée et quantifiée au moyen de paramètres statistiques ( $R_a$ ,  $R_q$ , ...) se rapportant à la dispersion spatiale des hauteurs et à la taille des aspérités.

Plusieurs représentations géométriques peuvent alors être proposées. Allant d’une représentation statistique très approximative à une représentation fractale très ambitieuse, ces représentations servent ensuite de support pour estimer le contact mécanique entre surfaces rugueuses. Des modèles statistiques du contact mécanique entre une surface rugueuse et un plan rigide, très largement utilisés dans ce domaine d’étude, ont été introduits.

Ils présentent l’avantage d’offrir des résultats réalistes en un temps très court. Ainsi, l’estimation de l’évolution de l’aire de contact, ou encore du nombre de zones de contact au cours du chargement à l’aide de ces modèles a apporté un progrès considérable dans la compréhension du contact entre surfaces rugueuses. Cependant, ces modèles statistiques se basent sur des approximations fortes et ne permettent pas d’estimer les topologies des surfaces en présence.

Grâce aux progrès informatiques des dernières années, le contact entre surfaces rugueuses a été étudié au moyen de méthodes numériques beaucoup plus robustes et pertinentes. La méthode des éléments finis ou encore la dynamique moléculaire sont des exemples de ces nouvelles approches numériques.



## Chapitre 2

# Lois de comportement plastique

*“ On ne peut rien apprendre aux gens.  
On peut seulement les aider à découvrir  
qu'ils possèdent déjà en eux tout ce qui est à apprendre. ”*  
- Galilée, 1564–1642 -

*La littérature recense un bon nombre de modèles permettant d'étudier le contact entre surfaces rugueuses. Par souci de simplicité, ce contact est généralement ramené au cas d'un contact entre une surface plane et une surface rugueuse équivalente. De même l'une des deux entités est souvent définie comme rigide. Selon le contexte d'étude, le corps rigide peut être soit la surface rugueuse ([Persson, 2001] ou [Dubois et al., 2012]), soit la surface lisse. Nos travaux se placent dans la deuxième situation. Nous chercherons donc à caractériser la déformation d'une surface rugueuse lorsqu'elle est soumise à un écrasement normal par un plan rigide. Un des objectifs de ce travail est de venir observer l'influence du comportement matériau.*

*Dans un premier temps, ce chapitre est dédié à la détermination d'un modèle de comportement élastoplastique macroscopique du Norem, en utilisant des résultats expérimentaux de EDF. On introduit simplement un critère de type von Mises avec écrouissage isotrope. Dans un second temps, la caractérisation d'un modèle de plasticité cristalline permettant la prise en compte de la microstructure du matériau est réalisée. Par la suite, deux études de cas seront réalisées : la première pour représenter l'écrouissage superficiel généré par les procédés de mises en forme, et la deuxième pour estimer l'élévation locale de température provenant de la dissipation plastique.*

## 2.1 Matériau NOREM

Les matériaux utilisés dans les robinetteries de centrale nucléaire sont des aciers faiblement alliés revêtus d'une couche en Norem d'environ 3 mm d'épaisseur (voir Tab. 2.1). Le Norem est le matériau de revêtement de surface développé par Electric Power Institute (EPRI) pour les robinets d'isolement dans les centrales nucléaires [EPRI, 1999].

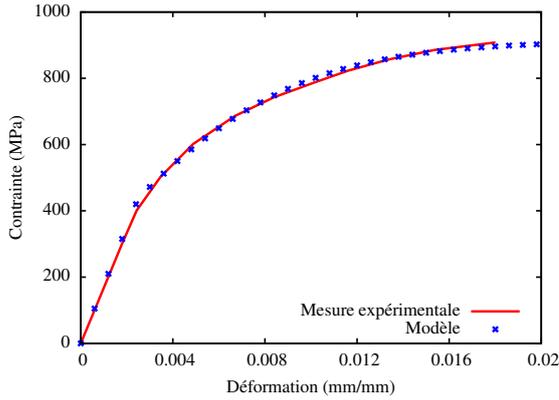
Eléments	C	Mn	Cr	Si	Ni	Mo	N2	Fe	Co	B
Composition	1.23%	4.3%	25.4%	3.38%	4.0%	2.0%	0.17%	Bal	0.01%	0.001%

TAB. 2.1 – Composition chimique du Norem.

La rugosité des pièces en contact n'excède pas quelques micromètres en amplitude. Ainsi, le volume de matière à prendre en compte sous la surface reste de l'ordre de quelques dizaines, voire centaines de micromètres. La taille du domaine à étudier reste donc nettement inférieure à l'épaisseur du revêtement. Par conséquent, nous nous intéresserons uniquement au comportement du Norem.

Le but de la thèse est de proposer des modèles numériques permettant de définir l'étanchéité d'un contact rugueux. Des résultats expérimentaux, montrant l'évolution de la transmissivité  $K$  des surfaces en contact (détaillée dans le chapitre 5) en fonction du chargement appliqué, ont été obtenus au cours d'une thèse précédente ([Vallet, 2008], [Vallet et al., 2009b]). Ces résultats seront pris comme référence lors de la validation de nos simulations numériques. Le banc d'essai utilisé permettait de quantifier pour une pression de contact donnée le débit de fuite entre une portée d'étanchéité d'un robinet de centrale nucléaire et un plan lisse en saphir. Nos études numériques porteront donc sur le contact entre une surface rugueuse et un plan saphir. Par souci de simplification, nous supposerons dans un premier temps que le plan saphir peut être assimilé à un plan lisse et rigide.

Pour décrire le comportement du matériau, un modèle élastoplastique avec un écrouissage isotrope non linéaire [Besson et al., 2001] est utilisé (voir équation 2.1). Les trois paramètres intervenant dans ce modèle sont estimés par identification du modèle numérique sur les réponses expérimentales en traction du Norem, en utilisant une méthode d'optimisation de type moindres carrés utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir figure 2.1).  $R_0$  représente la limite d'élasticité du matériau à l'état initial,  $Q$  sa capacité d'écrouissage et  $b$  contrôle la vitesse d'écrouissage. La variable  $p$  désigne la déformation plastique cumulée telle que  $\dot{p} = |\dot{\varepsilon}^p|$ .



$$R = R_0 + Q(1 - e^{-bp})$$

$$\text{où } \begin{cases} R_0 = 442.7 \text{ MPa} \\ Q = 493.5 \text{ MPa} \\ b = 242.2 \end{cases} \quad (2.1)$$

FIG. 2.1 – Loi de comportement du Norem, mesure expérimentale et modèle numérique associé ( $E = 175 \text{ GPa}$  and  $\nu = 0.3$ ).

La formulation tridimensionnelle du modèle s'effectue en utilisant le critère de von Mises pour exprimer la fonction de charge,  $f(\underline{\sigma}, R)$  :

$$f(\underline{\sigma}, R) = J(\underline{\sigma}) - R \quad (2.2)$$

avec  $J(\underline{\sigma}) = \left(\frac{3}{2} \underline{s} : \underline{s}\right)^{1/2}$ ,  $\underline{s}$  étant le déviateur associé à  $\underline{\sigma}$ .

La variable  $p$  se calcule maintenant comme :

$$\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \underline{\dot{\xi}}^p : \underline{\dot{\xi}}^p\right)^{1/2} \quad (2.3)$$

et on utilise la règle de normalité pour exprimer la vitesse de déformation plastique :

$$\underline{\dot{\xi}}^p = \dot{p} \underline{n} \quad \text{avec} \quad \underline{n} = \frac{3}{2} \frac{\underline{s}}{J} \quad (2.4)$$

Les analyses éléments finis qui suivent sont réalisées à l'aide du logiciel éléments finis Z-set/ZéBuLoN avec une méthode de résolution implicite. Le chargement appliqué sur la surface rugueuse est un chargement normal monotone. La décharge est également étudiée jusqu'à la perte du contact entre les surfaces.

## 2.2 Analyses éléments finis préliminaires

Les premières simulations éléments finis présentées dans ce manuscrit considèrent le contact mécanique entre une aspérité unique et un plan rigide. Ces études ont pour objectif de caractériser la déformation d'une aspérité lors de son écrasement par un plan rigide. Dans un premier temps, cette section vient définir plus précisément les conditions générales des problèmes de contact étudiés dans ce manuscrit. L'importance des grandes déformations et des frottements  $y$  est ainsi analysée.

### 2.2.1 Grandes déformations

La prise en compte ou non des grandes déformations dans les calculs éléments finis n'est en général pas explicitée clairement dans la littérature. Bon nombre de travaux se placent, de fait, en petites déformations en raison du coût en temps de calcul plus important généré par l'utilisation des algorithmes en grandes transformations.

Cependant, les premiers calculs révèlent un état de déformation très sévère en sommet d'aspérité. L'essentiel des déformations plastiques se situe en cet endroit où elles peuvent atteindre des valeurs extrêmement élevées, de l'ordre de 100 %. Des calculs en grandes déformations sont donc nécessaires. Pour le vérifier, deux calculs strictement identiques du point de vue des géométries utilisées, des conditions limites, du maillage et des conditions de calcul (ces conditions seront détaillées dans l'annexe A) ont été réalisés avec pour seule différence la prise en compte ou non des grandes déformations (méthode Lagrangienne réactualisée).

Cette comparaison démontre que les courbes force/déplacement  $F(U)$  et aire de contact/force  $A(F)$  sont significativement différentes d'un cas d'étude à l'autre (voir figure 2.2) : le rapport entre l'aire de contact réelle  $A$  et la surface nominale  $A_0$  de l'aspérité en petites déformations présente des valeurs environ 35 % supérieures au calcul en grandes déformations pour une même charge appliquée. Les réponses force/déplacement présentent, quant à elles, un écart de l'ordre de 15 %.

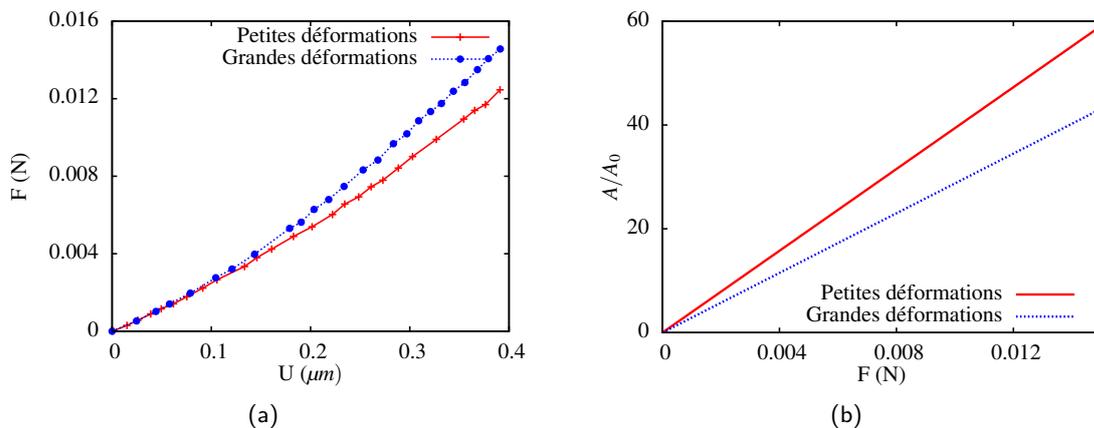


FIG. 2.2 – Comparaison entre petites et grandes déformations – a) Réponse en force/déplacement – b) Rapport aire de contact réelle  $A$ /aire nominale  $A_0$  en fonction de la charge appliquée.

### 2.2.2 Etude du frottement

Une analyse succincte a été menée pour estimer l'influence du frottement sur l'évolution du contact. La figure 2.3.a montre l'absence d'impact sur la réponse  $F(U)$ . L'observation de l'évolution du rapport entre le volume libre  $V$  (espace situé entre l'aspérité et le plan rigide) et le volume libre initial  $V_0$  en fonction de la charge appliquée (figure 2.3.b) aboutit également au même constat. Néanmoins, des différences concernant l'évolution de l'aire de contact en fonction du chargement sont présentes : l'aire de contact diminue d'environ 10% lorsque les frottements sont pris en compte (figure 2.3.c).

Pour cette étude, le coefficient de frottement a été pris égal à 0,15 ce qui correspond au frottement non lubrifié acier/saphir. Cette diminution de l'aire de contact pour une force donnée s'explique par l'apparition d'un effort tangentiel au niveau de la zone de contact. Cet effort naît des déformations plastiques qui apparaissent au niveau de la zone de contact et qui viennent s'opposer à la tendance naturelle de cette zone à s'agrandir.

Compte tenu des faibles conséquences de la prise en compte des frottements, ceux-ci seront négligés dans la suite de l'étude.

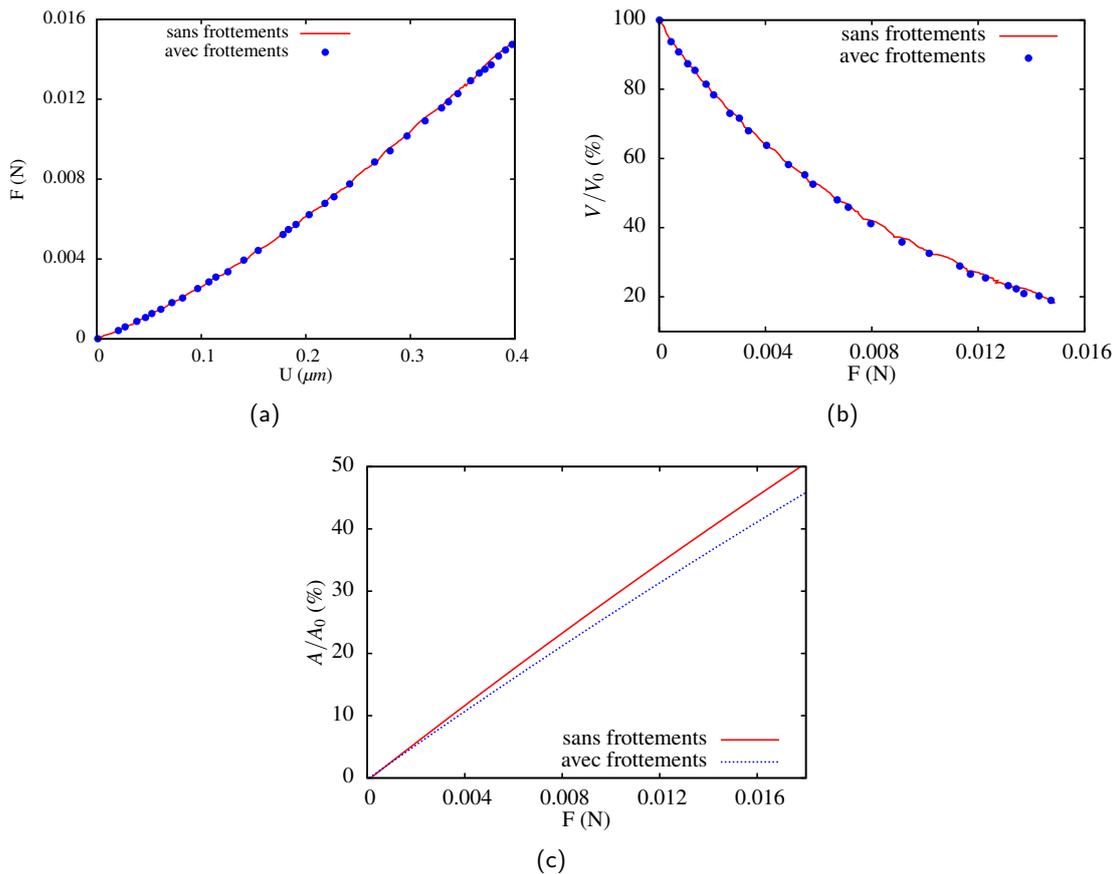


FIG. 2.3 – Influence du frottement – a) Réponse en force/déplacement – b) Rapport volume libre entourant l'aspérité  $V/volume\ initial\ V_0$  en fonction de la charge appliquée – c) Rapport de l'aire de contact réelle  $A/aire\ nominale\ A_0$  en fonction de la charge appliquée.

## 2.3 Comportement cristallin

L'échelle du problème étudié la plus pertinente est le micromètre. L'utilisation d'une loi macroscopique pour l'étude de l'écrasement d'une surface rugueuse peut donc être remise en cause. La taille caractéristique de la microstructure (taille de grain) est en effet largement supérieure, si bien que, par exemple, la plupart des aspérités sont en fait monocristallines. La déformation doit alors être représentée par un modèle de plasticité cristalline. C'est ce qui est fait dans ce paragraphe.

### 2.3.1 Modèle de comportement monocristallin

#### Formulation en petites déformations

A l'échelle microscopique, le comportement du matériau est régi par un modèle faisant intervenir les systèmes de glissement. Ceux-ci sont définis par un plan de glissement de normale  $\underline{n}^s$  et une direction de glissement  $\underline{m}^s$ . La surface de charge est le résultat d'une collection de critères scalaires portant sur chaque système,  $f^s$ , exprimés en fonction de la cission résolue  $\tau^s$ , calculée à partir du tenseur de contraintes  $\underline{\sigma}$ , et d'un seuil  $r^s$ . On a :

$$f^s = |\tau^s| - r^s \quad (2.5)$$

$$\tau^s = \underline{\sigma} : \underline{m}^s \quad (2.6)$$

où  $\underline{m}^s$  représente le tenseur d'orientation du système  $s$ .

$$\underline{m}^s = \frac{1}{2} (\underline{m}^s \otimes \underline{n}^s + \underline{n}^s \otimes \underline{m}^s) \quad (2.7)$$

En petites déformations, le tenseur de déformation  $\underline{\varepsilon}$  se décompose en une partie élastique et une partie plastique.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^p \quad (2.8)$$

Les modèles de plasticité cristalline font généralement l'hypothèse que le glissement des dislocations est le mécanisme de déformation prédominant. La vitesse de déformation plastique moyenne dans un grain est alors décrite comme étant la somme des vitesses de glissement  $\dot{\gamma}^s$  sur chacun des systèmes :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \sum_s \dot{\gamma}^s \underline{m}^s \quad (2.9)$$

#### Formulation en grandes déformations

En grandes déformations, le gradient de transformation  $\underline{\underline{F}}$  est basé sur une décomposition multiplicative introduisant une contribution élastique  $\underline{\underline{E}}$  et une contribution plastique  $\underline{\underline{P}}$ .

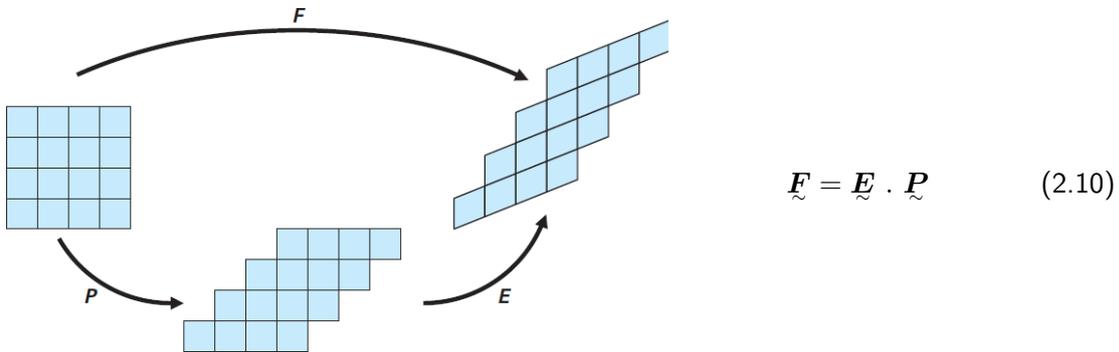


FIG. 2.4 – Plasticité du monocristal en grandes déformations : configuration initiale, isocline et courante [Forest et al., 2011].

Dans cette situation, on définit une configuration intermédiaire relâchée de l'élément de volume. La transformation plastique définit alors le passage de l'état initial à cet état

intermédiaire et la transformation élastique amène à la configuration courante (voir figure 2.4).

Dans le cadre de la modélisation continue de la plasticité cristalline en grandes déformations, la contribution des  $N$  systèmes de glissement à la déformation plastique s'écrit de la manière suivante :

$$\dot{\underline{\tilde{P}}} \cdot \underline{\tilde{P}}^{-1} = \sum_{s=1}^N \dot{\gamma}^s \underline{\mathbf{m}}^s \otimes \underline{\mathbf{n}}^s \quad (2.11)$$

Le tenseur  $\underline{\tilde{E}}$  peut se décomposer de sorte à distinguer la véritable déformation élastique  $\underline{\tilde{S}}^e$ , symétrique, de la rotation d'ensemble  $\underline{\tilde{R}}^e$ . Pour le cas des matériaux métalliques, la part élastique est généralement négligeable devant les déformations plastiques. Ainsi, on interprète usuellement la rotation d'ensemble comme étant la rotation du réseau cristallin par rapport à l'orientation de référence. De même, si l'on se ramène à l'hypothèse des petites déformations et des petites rotations, on peut introduire les parties symétriques  $\underline{\xi}^e$ ,  $\underline{\xi}^p$  et antisymétriques  $\underline{\omega}^e$  et  $\underline{\omega}^p$  des tenseurs  $\underline{\tilde{S}}^e$ ,  $\underline{\tilde{R}}^e$  et  $\underline{\tilde{P}}$  respectivement. La cinématique du monocristal peut alors se simplifier en :

$$\underline{\tilde{F}} = \underline{\tilde{S}}^e \cdot \underline{\tilde{R}}^e \cdot \underline{\tilde{P}} \approx (1 + \underline{\xi}^e) \cdot (1 + \underline{\omega}^e) \cdot (1 + \underline{\xi}^p + \underline{\omega}^p) \quad (2.12)$$

$$\approx 1 + \underline{\xi}^e + \underline{\omega}^e + \underline{\xi}^p + \underline{\omega}^p \quad (2.13)$$

En posant  $\underline{\dot{\xi}} = \underline{\dot{\xi}}^e + \underline{\dot{\xi}}^p$  et  $\underline{\dot{\omega}} = \underline{\dot{\omega}}^e + \underline{\dot{\omega}}^p$ , on obtient ainsi :

$$\dot{\underline{\tilde{F}}} \cdot \underline{\tilde{F}}^{-1} \approx \underline{\dot{\xi}} + \underline{\dot{\omega}} \quad (2.14)$$

Les expressions des taux de déformation et de rotation plastiques s'écrivent alors :

$$\underline{\dot{\xi}}^p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^N \dot{\gamma}^s (\underline{\mathbf{m}}^s \otimes \underline{\mathbf{n}}^s + \underline{\mathbf{n}}^s \otimes \underline{\mathbf{m}}^s) \quad (2.15)$$

$$\underline{\dot{\omega}}^p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^N \dot{\gamma}^s (\underline{\mathbf{m}}^s \otimes \underline{\mathbf{n}}^s - \underline{\mathbf{n}}^s \otimes \underline{\mathbf{m}}^s) \quad (2.16)$$

On actualise l'orientation du cristal par :

$$\dot{\underline{\mathbf{m}}}^s = \underline{\dot{\omega}}^e \cdot \underline{\mathbf{m}}^s \text{ et } \dot{\underline{\mathbf{n}}}^s = \underline{\dot{\omega}}^e \cdot \underline{\mathbf{n}}^s \quad (2.17)$$

### Loi de comportement du monocristal

Le modèle de monocristal utilisé dans ces travaux est le modèle Méric-Cailletaud ([Méric et al., 1991], [Méric and Cailletaud, 1991]), dans sa formulation viscoplastique. Dans ce cadre, un système est actif dès que  $f^s > 0$ , et sa vitesse s'écrit comme une fonction puissance :

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\nu}^s \text{sign}(\tau^s - x^s) \quad (2.18)$$

$$\dot{\nu}^s = \left\langle \frac{f^s}{K} \right\rangle^n \text{ avec } \begin{cases} \langle x \rangle = x & \text{si } x \geq 0 \\ \langle x \rangle = 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

où  $\dot{\nu}^s$  est la valeur absolue de la vitesse de glissement sur le système  $s$ , et où  $K$  et  $n$  sont les coefficients matériau de la loi de viscosité.

L'évolution de l'érouissage isotrope décrit l'augmentation de la cission critique sur un système en fonction des glissements cumulés sur tous les systèmes. Son expression introduit pour cela une matrice d'interaction de composantes  $h_{sr}$  :

$$r^s = r_0 + Q \sum_r h_{sr} \left(1 - e^{-bv^r}\right) \quad (2.20)$$

### 2.3.2 Modèle d'homogénéisation

La transition d'échelle entre le monocristal et le polycristal peut être réalisée au moyen de modèles à champ moyen comme le modèle de Kröner [Kröner, 1961], de Hill [Hill, 1965], de Berveiller-Zaoui (BZ) [Berveiller and Zaoui, 1979] ou de Cailletaud-Pilvin (règle en  $\beta$ ) [Cailletaud and Pilvin, 1994]. Dans notre étude, l'identification des paramètres de la loi monocristalline a été réalisée au moyen du modèle BZ et du modèle  $\beta$ .

Dans un calcul d'agrégat par éléments finis, un grain est caractérisé par son orientation cristalline et ses caractéristiques géométriques. Ce type de calcul peut être utilisé pour calibrer un modèle à champs moyens. Il suffit en effet d'effectuer à partir du résultat du calcul par éléments finis des moyennes de contraintes et de déformations sur tous les grains appartenant à la même classe d'orientation cristallographique  $i$  (définie par ses angles d'Euler) pour obtenir une estimation des contraintes et des déformations dans la classe correspondante du modèle à champs moyens, soit respectivement  $\underline{\sigma}^i$  et  $\underline{\xi}^i$ . En notant  $f_i$  la fraction volumique de cette phase, les valeurs macroscopiques de la contrainte  $\underline{\Sigma}$  et de la déformation  $\underline{E}$  peuvent s'évaluer simplement :

$$\underline{\Sigma} = \sum_i f_i \underline{\sigma}^i \quad \text{et} \quad \underline{E} = \sum_i f_i \underline{\xi}^i \quad (2.21)$$

Dans le cas où l'élasticité est uniforme dans l'agrégat, l'opération de moyenne est également valide sur la déformation plastique.

$$\underline{E}^p = \sum_i f_i \underline{\xi}^{p,i} \quad (2.22)$$

**Le modèle de Cailletaud-Pilvin** consiste à considérer chaque grain ou chaque phase comme une inclusion sphérique dans un milieu isotrope infini. L'estimation du comportement global se fait de façon heuristique en respectant un schéma autocohérent. La loi d'interaction, permettant la transition d'échelle, fait intervenir une variable tensorielle d'accommodation  $\beta^i$  :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\Sigma} + 2\mu(1 - \beta)(\underline{B} - \underline{\beta}^i) \quad (2.23)$$

$$\text{avec} \quad \beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad (2.24)$$

$$\text{et} \quad \underline{B} = \sum_i f_i \underline{\beta}^i \quad (2.25)$$

La variable d'accommodation  $\tilde{\beta}^i$  admet comme loi d'évolution :

$$\dot{\tilde{\beta}}^i = \dot{\tilde{\varepsilon}}^i - D(\tilde{\beta}^i - \delta \tilde{\varepsilon}^i) \|\dot{\tilde{\varepsilon}}^i\| \quad (2.26)$$

avec  $D$  et  $\delta$  des paramètres de la loi de transition d'échelles à déterminer.

**Le modèle de Berveiller-Zaoui** dérive du modèle autocohérent de Hill, pour le cas d'un chargement radial sur un matériau représenté par des inclusions sphériques à élasticité uniforme. Il considère une loi d'interaction du type :

$$\boldsymbol{\sigma}^i = \tilde{\Sigma} + 2\mu(1 - \beta) \alpha (\mathbf{E}^p - \boldsymbol{\varepsilon}^{p,i}) \quad (2.27)$$

$$\text{avec} \quad \beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad (2.28)$$

$$\text{et} \quad \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{3}{2} \mu \frac{\mathbf{E}^{Mises}}{\tilde{\Sigma}^{Mises}} \quad (2.29)$$

où  $\mathbf{E}^{Mises}$  et  $\tilde{\Sigma}^{Mises}$  sont respectivement la déformation et la contrainte équivalente de von Mises :

$$\mathbf{E}^{Mises} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^p} \quad \text{et} \quad \tilde{\Sigma}^{Mises} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.30)$$

Il n'y a aucun paramètre ajustable dans ce modèle. Il peut donc être utilisé pour produire une estimation rapide du comportement homogène équivalent, afin de calibrer les paramètres des transitions d'échelles du modèle en  $\beta$ . L'intérêt de ce dernier est de pouvoir être utilisé sous chargement quelconque.

### 2.3.3 Détermination des paramètres de la loi du monocristal

La première étape dans la détermination de la loi de comportement cristalline du Norem a donc été de déterminer les paramètres de la loi monocristalline. Nous considérerons une élasticité isotrope et ne prendrons en compte qu'un écrouissage isotrope. De plus, la viscosité du matériau n'est pas l'objet principal de l'étude, c'est pourquoi les paramètres de la loi de Norton seront fixés à des valeurs ( $K = 10$  et  $n = 25$ ) connues pour générer un comportement très peu sensible à la vitesse de sollicitation. La microstructure du Norem est composée de trois constituants, à savoir de l'austénite (CFC), des carbures et de la ferrite (CC). Pour le moment nous ne considérerons qu'une structure de type cubique à faces centrées (CFC). La matrice d'interaction propre au réseau CFC fait intervenir 6 coefficients. Nous prendrons ici tous ces coefficients égaux à 1 (hypothèse d'écrouissage isotrope de Taylor).

Compte tenu du manque de données expérimentales pour notre matériau, nous nous contenterons de déterminer un jeu de paramètres permettant d'obtenir la réponse macroscopique en traction simple. L'identification des paramètres de la loi du monocristal a été réalisée en utilisant le module d'optimisation du logiciel ZSET [Besson et al., 1998] (voir figure 2.5). Cette détermination passe par la simulation d'un essai de traction sur un point de Gauss.

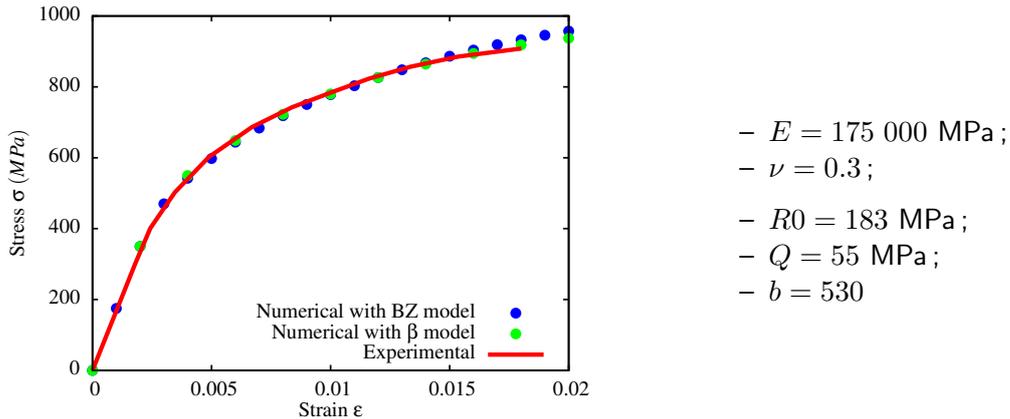


FIG. 2.5 – Modèle numérique du comportement monocristal (à gauche) et valeurs des paramètres (droite).

### 2.3.4 Prise en compte de l'anisotropie élastique

Dans sa thèse, C. Vallet a montré qu'en jouant sur le module d'Young du matériau, il est possible de réduire de manière considérable les écarts obtenus sur les estimations de la transmissivité du contact. La diminution de module introduite dans cette thèse est trop grande pour qu'on puisse considérer qu'elle constitue un remède acceptable pour améliorer la comparaison simulation-expérience. On peut néanmoins imaginer que le fait de ne pas négliger l'anisotropie élastique peut constituer une piste intéressante.

L'anisotropie d'un matériau à symétrie cubique se traduit par la présence de trois coefficients d'élasticité :  $y_{1111}$ ,  $y_{1212}$  et  $y_{1122}$ , le facteur d'anisotropie se définissant par la formule suivante :

$$Z = \frac{2y_{1212}}{(y_{1111} - y_{1122})} \quad (2.31)$$

Afin de déterminer ces trois coefficients, nous supposerons que le Norem possède un facteur d'anisotropie identique à la phase ferritique du fer. La littérature fournit les valeurs suivantes :  $y_{1111} = 237$  GPa,  $y_{1212} = 141$  GPa et  $y_{1122} = 116$  GPa.

Pour trouver les valeurs correspondant au Norem, il suffit alors de trouver le facteur multiplicatif permettant une bonne estimation du module d'Young. Pour y arriver, un calcul a été réalisé sur un calcul ZéBuLoN mettant en jeu cinquante orientations cristallines. Une méthode de type Hill [Martin et al., 2011] a été utilisée pour déterminer ces paramètres. Les valeurs obtenues sont :  $y_{1111} = 189.6$  GPa,  $y_{1212} = 112.8$  GPa et  $y_{1122} = 92.8$  GPa.

Il n'existe pas de modèle à champs moyens de formulation simple de type règle en  $\beta$  lorsque l'élasticité n'est pas isotrope. L'identification de la loi de comportement s'effectue alors directement sur un modèle de microstructure qui est calculé par éléments finis. On utilise pour cela plusieurs agrégats composés chacun d'une cinquantaine de grains (voir figure 2.6).

### 2.3.5 Validation par calcul éléments finis sur un agrégat polycristallin

Pour ce calcul, les conditions aux limites sont périodiques afin de représenter au mieux un volume élémentaire plongé dans un milieu infini, et d'éviter l'apparition de perturbations près des surfaces.

Une microstructure périodique tridimensionnelle a été générée en utilisant un maillage libre permettant un bon respect des joints de grains. Elle se compose de polyèdres de Voronoï non tronqués. Deux maillages ont été utilisés. Le premier contient 50 grains et 81141 éléments (voir figure 2.6.a). Le second contient 100 grains et 82240 éléments (voir figure 2.6.b). Les orientations cristallines sont choisies aléatoirement, afin de représenter un comportement plastique isotrope (voir figure 2.6.c).

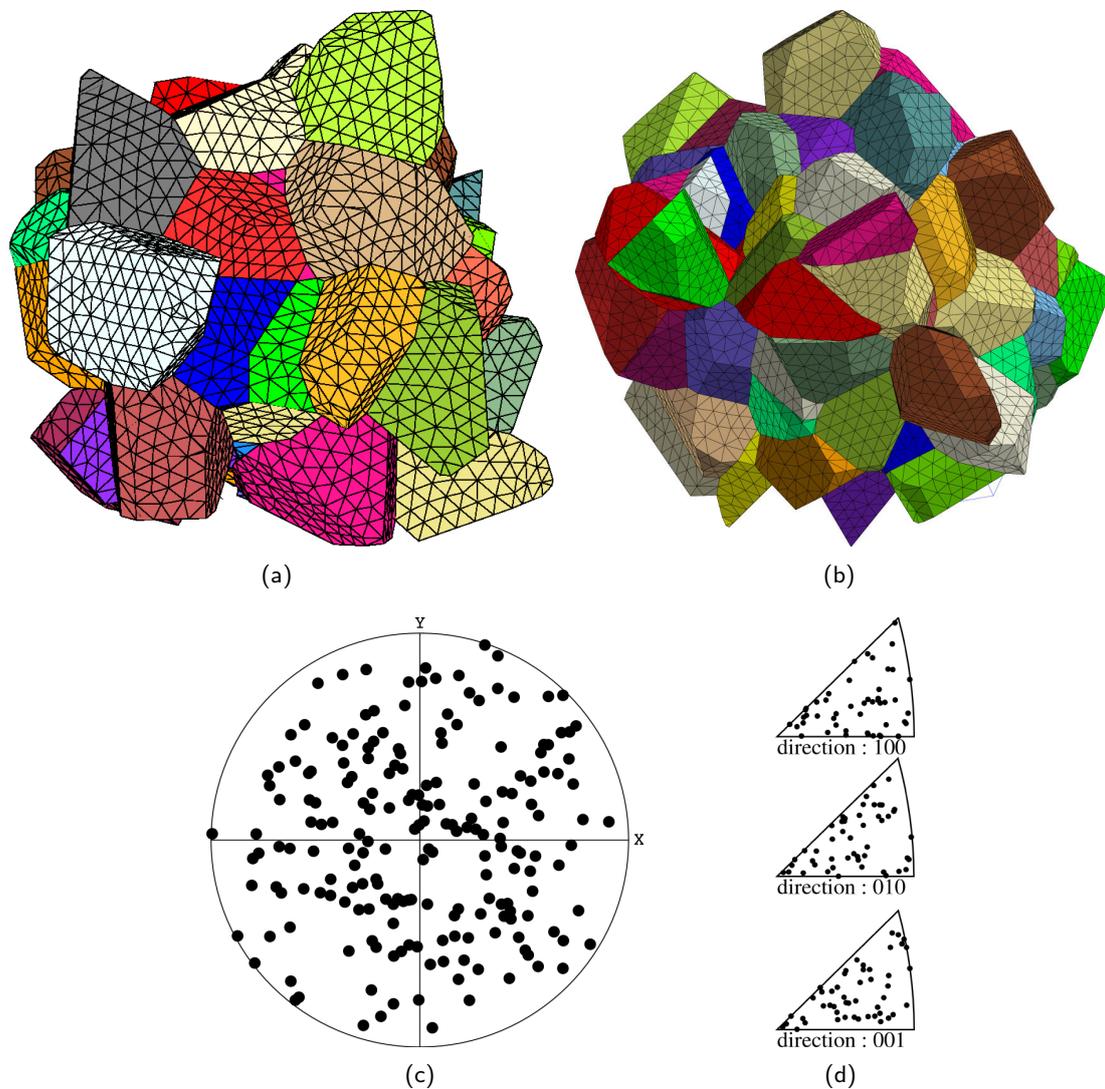


FIG. 2.6 – a) Maillage d'un agrégat cristallin composé de 50 grains – b) Maillage d'un agrégat cristallin composé de 100 grains – c) figures de pôle des textures cristallographiques pour le plan  $\{111\}$  pour le maillage à 50 grains.

La simulation d'un essai de traction selon l'axe  $z$  a été réalisée. La déformation globale imposée à l'agrégat polycristallin varie linéairement de 0 à 2%. La figure 2.7 montre les résultats obtenus à l'issue de la simulation. Elle représente les courbes de déformation de chacun des 50 grains ainsi que la réponse globale de l'agrégat. La réponse de l'agrégat est très proche de la courbe de traction expérimentale, ce qui permet la validation du jeu de paramètres de la loi de monocristal obtenue dans la section précédente.

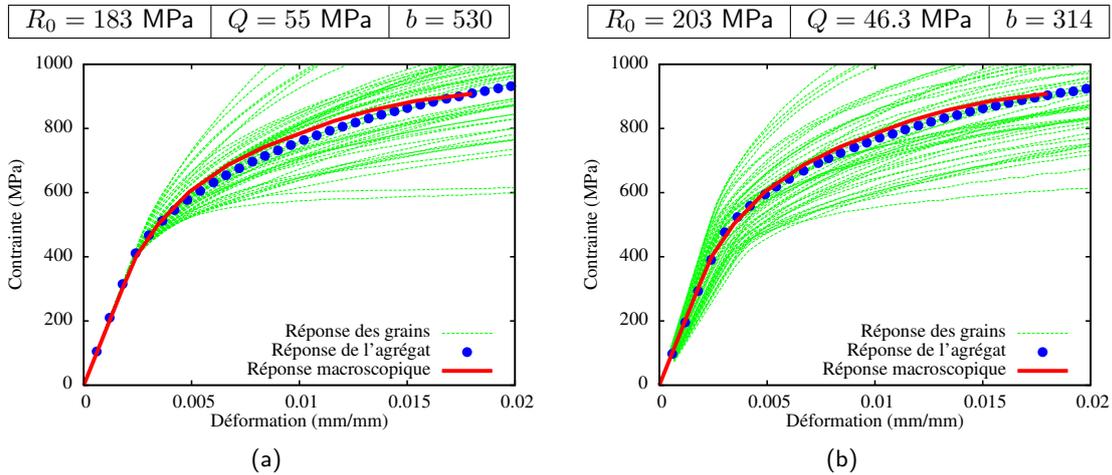


FIG. 2.7 – a) Réponses d'un agrégat composé de 50 grains avec un modèle de plasticité cristalline – b) Réponses d'un agrégat composé de 100 grains avec un modèle de plasticité cristalline à élasticité anisotrope.

## 2.4 Autres comportements matériaux

Parallèlement à ces modèles cristallins, nous avons considéré d'autres comportements matériau. Les approches cristallines tiennent compte de la microstructure locale, mais la morphologie et la cristallographie ne suffisent pas à caractériser pleinement l'état du matériau. Les procédés de fabrication peuvent induire un écrouissage local ; la température dégagée par le frottement et le travail plastique peuvent également avoir un impact conséquent sur le comportement.

### 2.4.1 Gradient de propriétés en profondeur

Les simulations numériques montrent que l'écrasement d'une surface rugueuse consiste en l'apparition progressive et successive de zones de contact correspondant à la mise en contact des aspérités d'altitudes les plus élevées. Il en résulte une forte plastification en leur sommet, les vallées de la surface restant très peu sollicitées.

Il est possible de trouver dans la littérature des travaux mettant en avant le fait qu'en surface un matériau peut présenter des variations de comportement. Cette considération aboutit généralement à un comportement plus rigide en surface qu'en profondeur, ce qui

peut jouer un rôle important dans notre étude en raison des forts gradients de déformation présents au niveau d'une aspérité en contact.

Un tel comportement matériau peut se justifier par le procédé de mise en forme de la pièce et l'érouissage superficiel qu'il engendre. Il pourrait également être lié à la présence de dislocations géométriquement nécessaires en raison des importants gradients de déformation, qui devraient en toute rigueur être pris en compte par des modèles de plasticité généralisée.

On choisit de n'effectuer qu'une représentation grossière du comportement en décomposant le maillage d'une surface rugueuse en plusieurs couches auxquelles nous attribuons un comportement spécifique (voir figure 2.8). Le gradient de comportement ne concerne ici que la limite d'élasticité. Nous espérons rendre les aspérités plus élastiques, ce qui apporterait un plus grand retour élastique en surface au cours de la décharge. La limite à la rupture du matériau est néanmoins préservée.

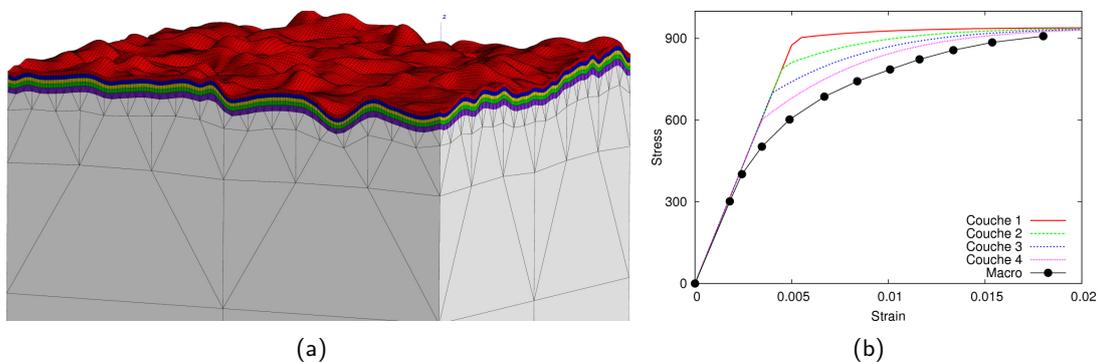


FIG. 2.8 – a) Maillage représentant les couches d'éléments correspondant à des comportements matériaux spécifiques – b) Réponses en traction associées à chacune des couches d'éléments (la couche 1 est la couche externe, la couche 4 est la plus profonde).

Le modèle élastoplastique non-linéaire à érouissage isotrope (équation 2.1) est à nouveau utilisé. Les comportements choisis diffèrent du point de vue du couple de paramètres  $R_0$  et  $Q$ . Les valeurs prises en compte pour ces paramètres sont reportées dans le tableau 2.2. Ce calcul simule le cas d'un matériau précroui en surface par le traitement thermomécanique : la différence entre les différentes couches se manifeste au niveau de la limite d'élasticité initiale, mais pas pour ce qui concerne la contrainte à la rupture. Si on voulait prendre en compte un durcissement lié au gradient de déformation, il faudrait au contraire admettre que la contrainte à rupture augmente au voisinage de la surface. Ce cas devra être envisagé dans le futur.

	Couche 1	Couche 2	Couche 3	Couche 4	Norem
$R_0$ (MPa)	900	800	700	600	441
$Q$ (MPa)	40	140	240	340	493

TAB. 2.2 – Valeurs des paramètres matériau utilisés par couche d'éléments.

### 2.4.2 Couplage thermomécanique

Une aspérité en contact avec un plan rigide va présenter une déformation très importante au niveau du sommet de l'aspérité : il est usuel de voir des valeurs dépassant 100 % de déformation. Le mécanisme de déformation plastique s'accompagne donc d'une dissipation d'énergie, qui se transforme en chaleur. Il est donc utile de vérifier que l'élévation de température n'altère pas de façon significative les conditions du contact. Nous avons donc identifié le modèle de comportement plastique macroscopique sur une gamme de température allant de l'ambiante à 600 °C . Comme le montre la figure 2.9, le Norem présente des réponses en traction variant fortement en fonction de la température.

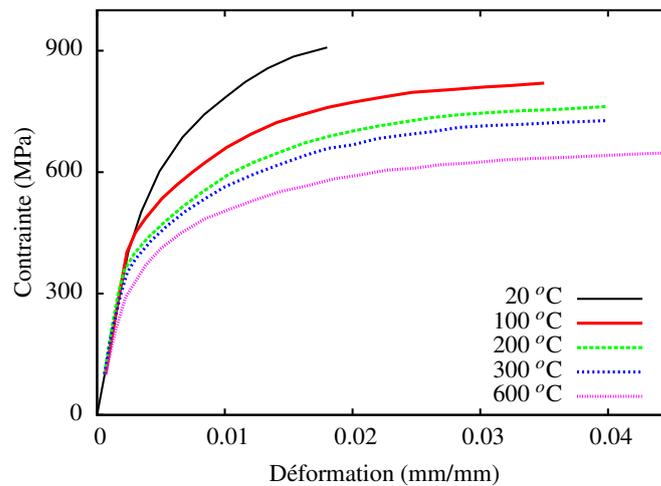


FIG. 2.9 – Courbes de traction du Norem à différentes températures – [Beaurin et al., 2011].

Dans le modèle à écrouissage isotrope non linéaire déjà présenté, les paramètres  $R_0$ ,  $Q$  et  $b$  dépendent maintenant de la température (voir figure 2.10). Les valeurs de ces paramètres sont rapportées dans le tableau de la figure 2.10 :

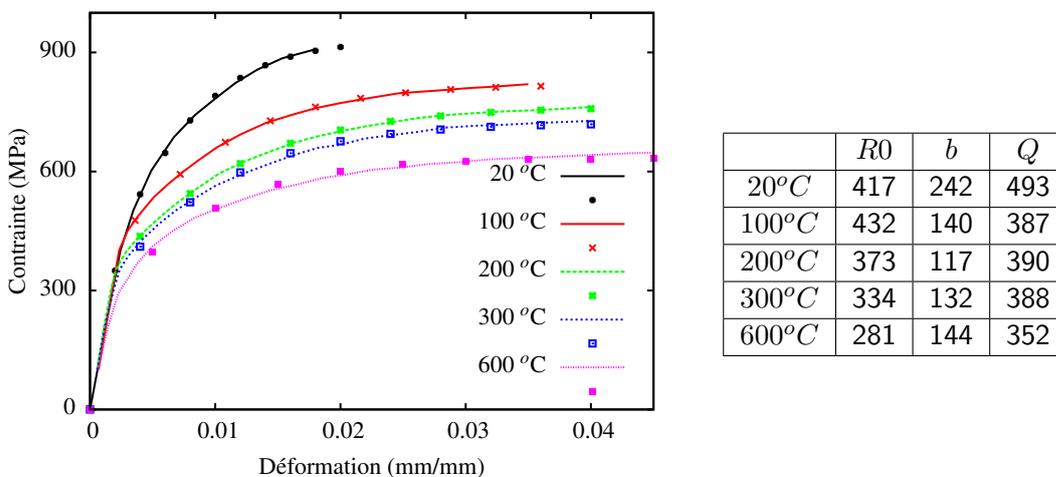


FIG. 2.10 – Loi de comportement du Norem à différentes températures (lignes) et leur approximation par le modèle numérique retenu (points) – **Tableau** : valeur des paramètres identifiés pour chaque température.

En condition adiabatique, la puissance dissipée est intégralement convertie en une élévation de température de l'élément de volume. On maximise l'effet produit en assimilant la dissipation à la puissance plastique, ce qui fournit la vitesse d'élévation locale de la température  $\dot{T}$  au moyen de l'équation 2.32 :

$$\rho C \dot{T} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\xi}}^p \quad (2.32)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du matériau et  $C$  sa capacité calorifique massique. L'élévation de température peut donc être calculée en chaque point de Gauss.

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre recense l'ensemble des comportements que nous utiliserons dans les chapitres suivants lors de nos approches du contact normal entre une surface rugueuse et un plan rigide. Un comportement élastoplastique non linéaire avec écrouissage isotrope a ainsi été déterminé à partir des réponses en traction du matériau de notre étude, le Norem. Ce modèle sera utilisé pour une première approche, qui sera comparée avec les résultats de C. Vallet, et qui fournira un cas d'étude de "référence" pour les modèles simplifiés et les études de cas qui suivront.

Ces autres modèles de comportement ont pour objectif une meilleure prise en compte du comportement local. Dans un premier temps, un modèle de plasticité cristalline a été présenté. Il offre la possibilité d'introduire explicitement la microstructure cristalline des surfaces rugueuses modélisées. La présence de grains d'orientations différentes conduit à un comportement plastique anisotrope du matériau. L'anisotropie élastique sera également introduite.

Enfin, deux autres identifications sont également présentées dans ce chapitre : un comportement "durci" pour représenter la surface du matériau, et un comportement dépendant de la température. L'un et l'autre seront utilisés pour essayer d'approcher au mieux les phénomènes très locaux (écrouissage surfacique, durcissement dû au gradient de déformation, "flash" thermique) présents lors de la mise en contact.



## Chapitre 3

# Contact mécanique entre surfaces rugueuses

*“ Ceux qui rêvent éveillés ont conscience de mille choses  
qui échappent à ceux qui ne rêvent qu’endormis. ”*  
- Edgar Allan Poe, 1809–1849 -

*Maintenant que les différents comportements matériaux ont été définis, ce chapitre vient présenter les approches numériques que nous avons pu faire du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide au moyen de la méthode des éléments finis.*

*Dans un premier temps, l’analyse d’une surface rugueuse mesurée expérimentalement sera détaillée. Puis, nous expliquerons les différentes étapes permettant d’arriver au maillage de la surface que nous considérerons comme représentative d’une portée d’étanchéité réelle. Les résultats obtenus par cette approche éléments finis ([Yastrebov et al., 2011] et [Durand et al., 2011]) sont d’abord présentés pour un comportement macroscopique de type von Mises (présenté en 2.1). Nous proposerons ensuite une analyse des résultats obtenus avec les différents comportements matériaux étudiés.*

### 3.1 Analyse d'une surface rugueuse

La première étape d'un calcul par éléments finis est bien entendu la réalisation du maillage. Comme mentionné à de nombreuses reprises dans la littérature ([Kogut and Etsion, 2002], [Pei et al., 2005]), la finesse de maillage est un paramètre critique pour atteindre une précision satisfaisante. Afin de quantifier cet effet, l'annexe A présente une étude du contact entre une aspérité et un plan rigide. Il y a donc un compromis à trouver entre finesse de maillage et taille de la surface qui sera considérée : le maillage doit être suffisamment précis, tout en préservant une taille assez grande pour que la surface soit représentative. Cette partie a pour but de proposer une réponse satisfaisante à ce problème.

#### 3.1.1 Analyse et traitement d'une surface rugueuse

De nombreux travaux ([Majumdar and Bhushan, 1990], [He and Zhu, 1997]) ont pu mettre en avant l'aspect fractal de la rugosité. Partant de ces considérations, une surface rugueuse est alors synthétisée artificiellement de manière à ce qu'elle respecte un spectre donné. Les surfaces rugueuses issues de ces approches répondent à des critères globaux de mesures de surfaces ( $R_a$ ,  $R_q$ , ...). D'un point de vue local, elles ne sont cependant pas strictement identiques aux mesures.

Dans nos travaux, le modèle géométrique choisi doit impérativement représenter la surface réelle mesurée si nous souhaitons que nos estimations numériques soient représentatives, comparables aux résultats expérimentaux disponibles [Vallet, 2008].

Nous partirons donc des différents relevés de rugosité réalisés dans le cadre de la thèse de C. Vallet. Chacun des quatre échantillons, de dimensions  $606 \mu m \times 460 \mu m$ , possède  $736 \times 480$  points de mesures. La précision des mesures selon l'axe  $z$  est de l'ordre de  $0.02 \mu m$ . La figure 3.1 montre les topographies des quatre surfaces.

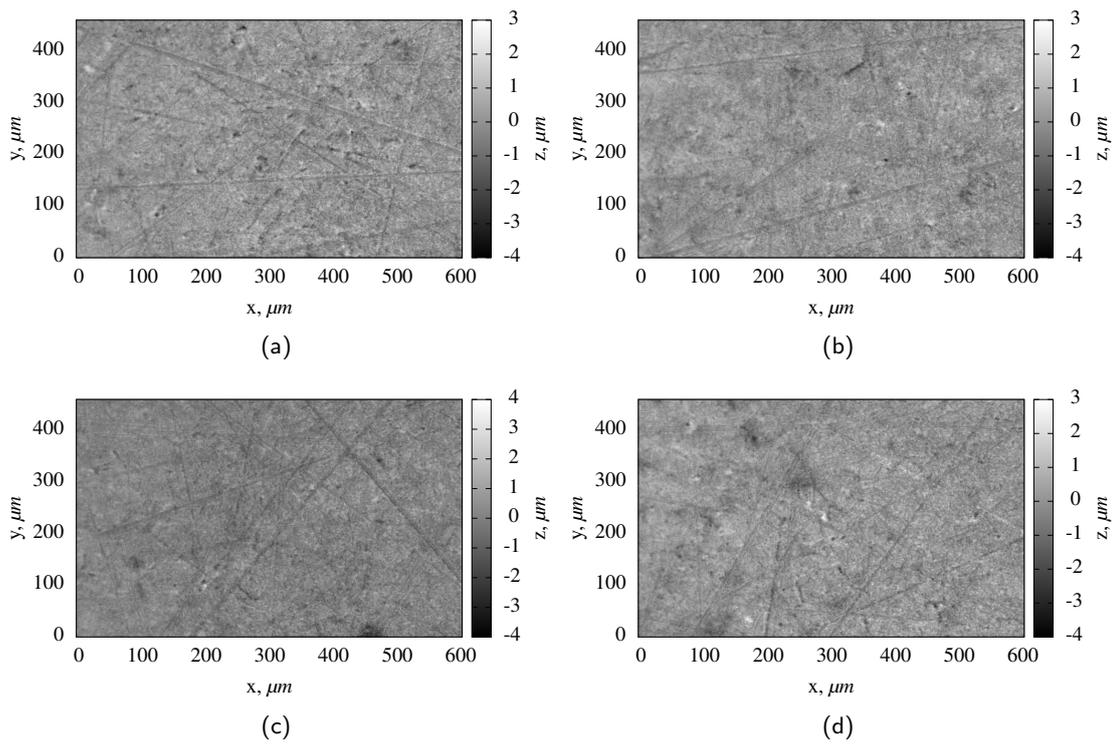


FIG. 3.1 – Image des surfaces rugueuses mesurées au cours de la thèse de C. Vallet – a) surface E – b) surface N – c) surface O – d) surface S.

L'observation des distributions des hauteurs de ces mesures (c'est-à-dire de la côte  $z$  de chaque point de mesure, l'origine étant définie par le point le plus bas de la surface) (voir figure 3.2) montre qu'elles suivent une loi de Gauss et non pas une distribution spécifique, relative à un procédé d'usinage ([Johnson, 1987]).

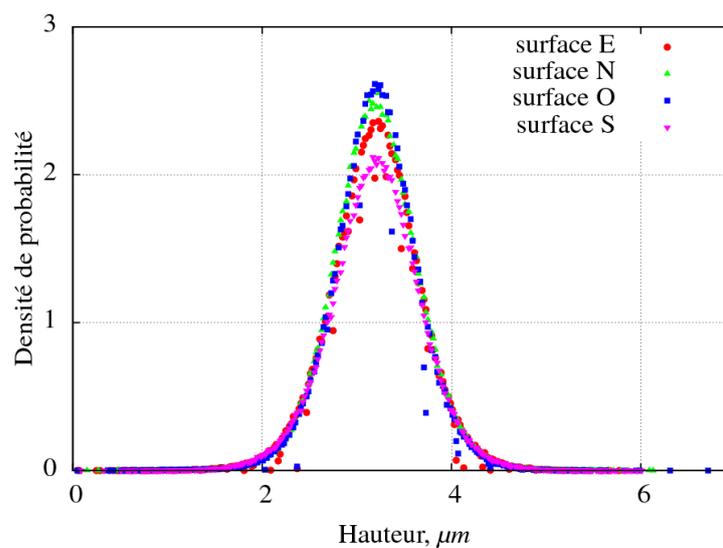


FIG. 3.2 – Distributions des hauteurs des quatre surfaces rugueuses mesurées.

Une simple application des équations 1.1 et 1.2, avec  $z = z(x, y)$  la hauteur et  $z_m$  le plan moyen d'une surface rugueuse, donne, pour ces surfaces, les rugosités arithmétiques  $R_a$  et les écarts standards moyens  $\sigma$  visibles dans le tableau 3.1.

	surface E	surface N	surface O	surface S
$R_a(\mu m)$	0.365	0.351	0.342	0.374
$\sigma(\mu m)$	0.470	0.450	0.443	0.482

TAB. 3.1 – Caractéristiques des quatre surfaces rugueuses mesurées.

**Remarque :** Nous étudierons tout au long de ce mémoire des surfaces rugueuses correspondant à des divisions de la surface S (figure 3.1.d). Pour plus de clarté, l'annexe B donne la nomenclature des différentes surfaces qui seront utilisées dans nos simulations numériques. Les surfaces E, N et O seront quant à elles utilisées pour certaines analyses présentées au chapitre 6.

Une méthode plus poussée d'analyse d'une surface rugueuse sera présentée au chapitre 4. Cette méthode permet notamment d'apporter des informations concernant l'altitude des sommets d'aspérité, la hauteur et la largeur moyenne d'une aspérité, ainsi que le ratio hauteur/largeur d'une aspérité. L'analyse détaillée de la surface S démontre que la distribution des sommets d'aspérité suit également une distribution normale avec  $z_m = 3.55\mu m$ ,  $R_a = 0.391\mu m$ ,  $\sigma = 0.589\mu m$  (voir figure 3.3).

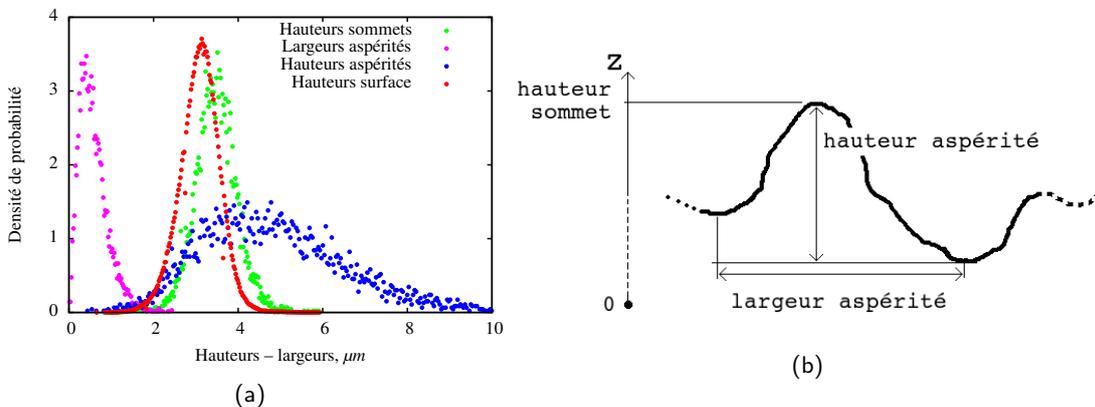


FIG. 3.3 – a) Schéma représentant les grandeurs caractéristiques d'une aspérité. – b) Distribution des grandeurs caractéristiques des aspérités composant la surface rugueuse.

Les distributions locales des hauteurs et largeurs d'aspérité suivent quant à elles une loi Gamma non-symétrique. Cet aspect peut être rattaché au caractère fractal des surfaces rugueuses. En effet, la dimension fractale d'une surface sous-entend que des petites aspérités sont localement définies par rapport à une aspérité plus grande. Une telle topographie est très compliquée à analyser. Il sera supposé ici que toutes les aspérités ont leur axe orthogonal au plan moyen.

La figure 3.4.a montre que la discrétisation expérimentale de la surface rugueuse mesurée est grossière. Localement, une aspérité ou une vallée peut être représentée par un seul point. Cependant, une aspérité doit être maillée très finement (étude détaillée en Annexe A) si l'on souhaite obtenir des résultats pertinents au moyen des éléments finis (voir également [Persson, 2006]).

Dans cette optique, il a été nécessaire de traiter les surfaces expérimentales afin d'améliorer leur discrétisation. Un code a ainsi été développé avec V.A. Yastrebov [Yastrebov et al., 2011] en utilisant un lissage de Bézier [Farin, 2002]. Ce code permet ainsi d'enrichir et de lisser, par une surface de Bézier bi-cubique, la rugosité de surface mesurée. Cette méthode ne modifie pas les points de mesures déjà existants mais vient ajouter de l'information entre ces points, ce qui enrichit la surface, et définit une certaine courbure entre les points au lieu d'une simple liaison linéaire.

Dans le cas présent, l'enrichissement permet d'obtenir une discrétisation de la surface 25 fois plus fine que celle obtenue initialement (un élément de l'ancien maillage se décompose en 25 éléments dans le nouveau). La figure 3.4 montre la topographie d'une partie de la surface rugueuse entière avant et après enrichissement (surface C54).

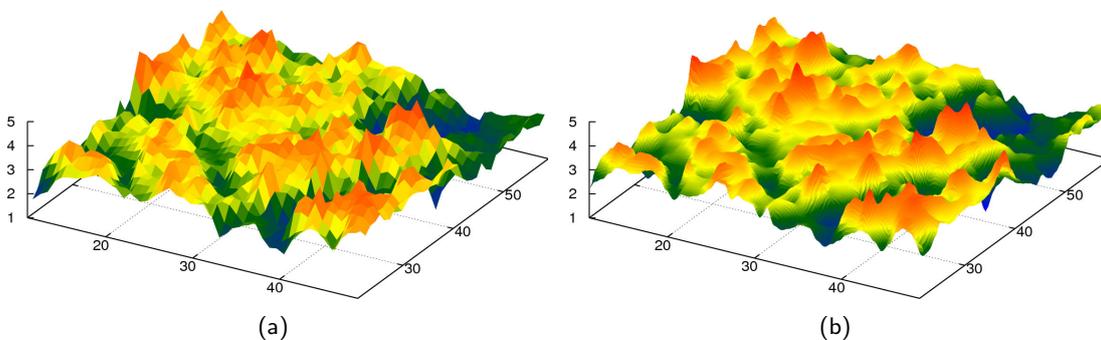


FIG. 3.4 – Représentation 3D d'une partie de la surface rugueuse mesurée avant (a) et après (b) les opérations d'enrichissement ( $\times 25$ ) et de lissage.

Il est important de noter (voir figure 3.5) que les opérations d'enrichissement et de lissage effectuées sur la surface mesurée n'entraînent pas de changements notables dans les distributions caractéristiques de la surface (hauteurs, altitude des sommets, largeurs et hauteurs d'aspérité). Seules les distributions des largeurs présentent de légères différences. L'enrichissement permet d'obtenir une discrétisation de la surface très supérieure, ce qui aboutit forcément à une estimation différente, mais plus précise, des largeurs d'aspérités. Ainsi, ce traitement numérique nous permet de contrôler la discrétisation des surfaces, ce qui sera très utile pour la création du maillage.

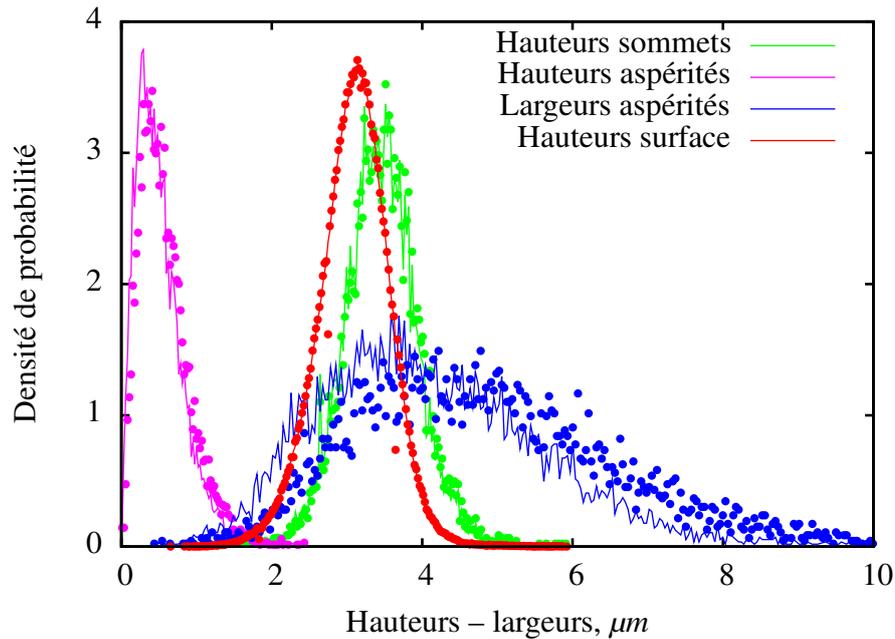


FIG. 3.5 – Distributions des différentes caractéristiques de la surface rugueuse entière. Les points correspondent à la surface rugueuse non traitée, les lignes à la surface rugueuse lissée et enrichie.

### 3.1.2 Surface élémentaire représentative (RSE)

Comme mentionné précédemment, il est important d'avoir une surface rugueuse finement discrétisée pour réaliser des calculs par éléments finis. Cependant, mailler l'ensemble de la surface rugueuse mesurée, en prenant soin de garder une information très précise de la géométrie, se révélerait extrêmement coûteux. Réaliser un calcul éléments finis d'une telle taille est, aujourd'hui, hors d'atteinte avec un temps CPU raisonnable. Il est alors essentiel de réduire la taille de la surface étudiée. Cependant, afin de pouvoir comparer nos résultats numériques à des résultats expérimentaux, la surface rugueuse que nous étudions doit être représentative de la surface réelle.

La représentativité est pour le moment considérée uniquement du point de vue de la géométrie avec, pour critère retenu, la distribution des hauteurs. La surface mesurée a été divisée en sous-domaines afin de déterminer la plus petite taille offrant une distribution des hauteurs identique à celle de la surface d'origine. Des divisions en  $3 \times 2$ ,  $5 \times 3$  et  $10 \times 7$  ont été réalisées (voir Annexe B). Chaque sous-domaine a été analysé en terme de distribution des hauteurs. Il s'avère que, au-delà d'une division en  $10 \times 7$ , les surfaces rugueuses obtenues sont trop petites pour être représentatives.

La figure 3.6 montre l'ensemble des distributions obtenues pour une division de la surface d'origine de type Cnn, en  $10 \times 7$  parties (la courbe en pointillés jaunes correspondant à la distribution de la surface d'origine). Dans cette situation, 23 sous-parties se sont révélées représentatives. Elles sont mentionnées en annexe B, figure B.3. Nous considérons ici une surface représentative à partir du moment où les lois normales associées aux distributions des hauteurs ne présentent pas d'écart entre elles supérieur à 2%. Les dimensions de ces

surfaces sont de  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ , ce qui est légèrement supérieur à un centième de la surface totale (voir Annexe B).

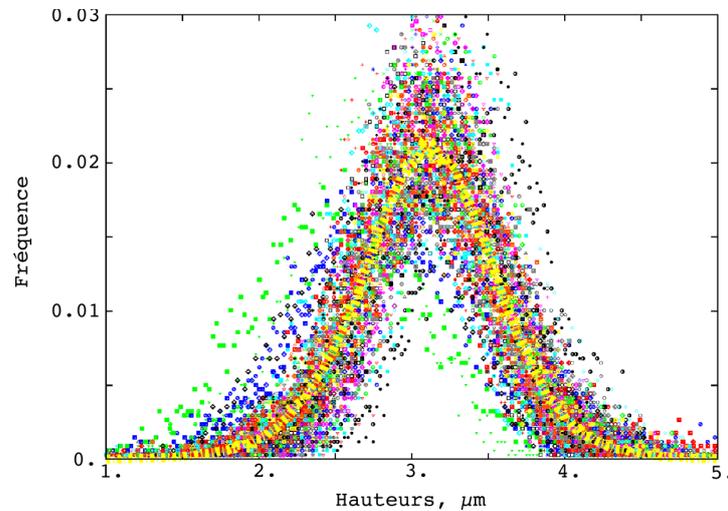


FIG. 3.6 – Distributions des hauteurs des 70 sous-parties Cnn de la surface rugueuse mesurée (points) et de la surface mesurée entière (ligne en jaune).

**Remarque :** L'utilisation d'une définition géométrique du RSE ne garantit pas que la surface considérée va être représentative pour le comportement de mécanique du solide (problème d'écrasement) ou pour la mécanique des fluides (problème d'écoulement, avec percolation). Si on souhaite rendre compte du comportement du matériau à l'échelle de quelques micromètres, il faut avoir recours à un modèle de plasticité cristalline ([Barbe et al., 2001a], [Barbe et al., 2001b]). Cependant, dans un premier temps, c'est le modèle de plasticité macroscopique, présenté au chapitre 2, qui sera utilisé. La question du RSE du point de vue de la mécanique des fluides reste ouverte dans cette étude et sera discuté un peu plus tard dans le manuscrit (pour plus de détails sur la percolation dans un contact se référer à Persson [Persson et al., 2005]). D'autre part, il est nécessaire d'étendre le RSE dans une troisième dimension afin d'obtenir un Volume Élémentaire Représentatif (RVE) permettant de représenter le volume de matière sous la surface. Deux dimensions pour le RVE sont déjà définies par les dimensions du RSE. La troisième, orthogonale à la surface, doit être choisie suffisamment grande pour représenter correctement la réponse du volume de matière et éviter les effets de bords venant des conditions aux limites imposées à la surface opposée de la surface rugueuse. Cette troisième dimension,  $h = 72\mu\text{m}$ , a été déterminée à partir de l'étude sur une aspérité seule en faisant varier le volume de matière sous la surface. Le maillage éléments finis utilisé dans notre problème de contact entre une surface rugueuse et un plan rigide est basé sur cette étude du RSE.

## 3.2 Simulation du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide

### 3.2.1 Maillage, conditions aux limites et résolution

Le maillage d'une surface rugueuse doit remplir plusieurs conditions pour effectuer une simulation réaliste et numériquement réalisable. Tout d'abord, le maillage doit être suffisamment fin au niveau de la surface rugueuse. Il doit également comprendre un volume suffisamment grand pour pallier les effets de bord générés par les conditions aux limites. Pour disposer d'un maillage très fin au voisinage de la surface et grossier partout ailleurs, une combinaison spéciale d'éléments (1 trapézoïde de 8 nœuds, 4 prismes de 6 nœuds et 4 pyramides de 5 nœuds) a été créée. Ceci produit un raffinement du maillage très rapide permettant le passage d'une couche de 9 éléments à  $9^n$  éléments pour la  $n$ -ème couche (voir figure 3.7).

Comme mentionné dans la section précédente, la surface rugueuse représentative utilisée dans nos calculs est de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$  et est discrétisée en  $325 \times 325$  nœuds. Ainsi, le maillage éléments finis utilisé pour l'analyse possède 541 869 nœuds, dont plus de 90 % sont situés dans les 4 premières couches d'éléments de la zone maillée régulièrement, adjacente à la surface de contact. Seulement 1.5% des éléments représentent le volume de matière sous-jacent où les contraintes sont pratiquement homogènes. La surface de contact utilise 105 625 nœuds dans sa totalité.

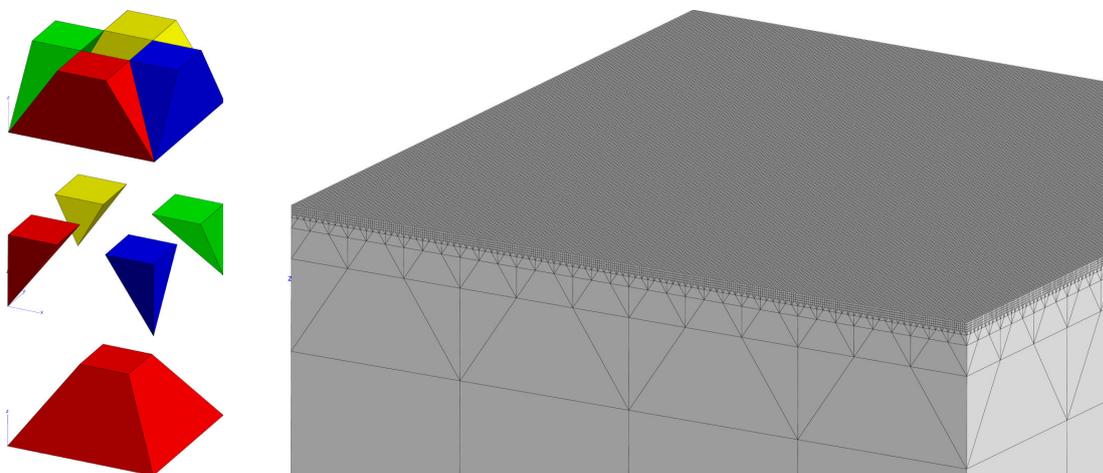


FIG. 3.7 – gauche : représentation du maillage transitoire composé de 9 éléments – droite : maillage d'une surface plane à l'aide maillage de transition.

A partir de l'analyse de la partie précédente, le maillage d'une surface rugueuse représentative de la surface mesurée est réalisé. Il s'agit de la surface C94 (voir Annexe B). Pour y parvenir, un code a été développé permettant de modifier un maillage existant en fonction d'un champ de point. Le maillage d'une surface plane (voir figure 3.7) sert de structure pour la création du maillage final de la surface rugueuse. Les coordonnées des points obtenus après enrichissement de la surface rugueuse sont appliqués sur ce maillage pour ainsi lui donner la rugosité "enrichie" (voir figure 3.8).

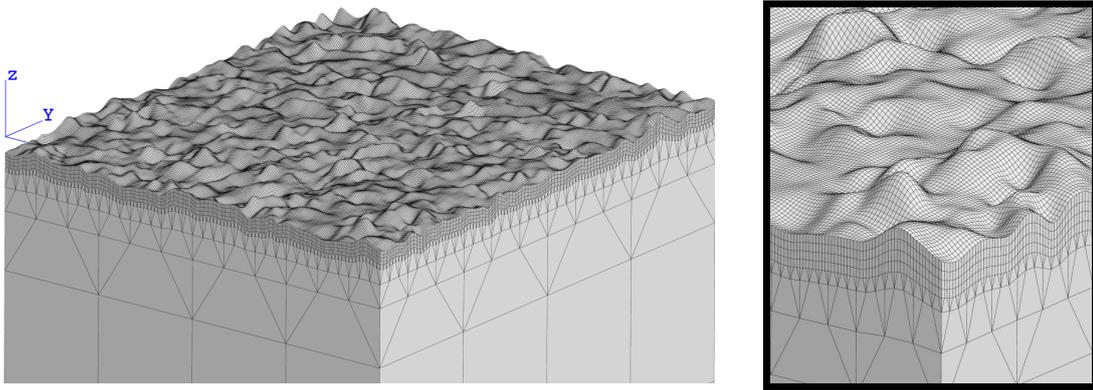


FIG. 3.8 – Maillage d'une surface élémentaire représentative (surface C94), de la surface rugueuse d'origine, possédant 105 625 nœuds en surface (dimensions :  $53\mu\text{m} \times 62\mu\text{m}$ ).

Pour traiter un problème d'une telle taille dans un temps raisonnable, l'utilisation du calcul parallèle est hautement conseillée. Ici, une méthode d'implémentation classique de FETI (Finite Element Tearing and Interconnection) [Farhat and Roux, 1994] est appliquée ainsi que le solveur DSCPACK pour les résolutions locales [Raghavan, 2002]. Le maillage éléments finis a été divisé en 16 sous-domaines (voir figure 3.9).

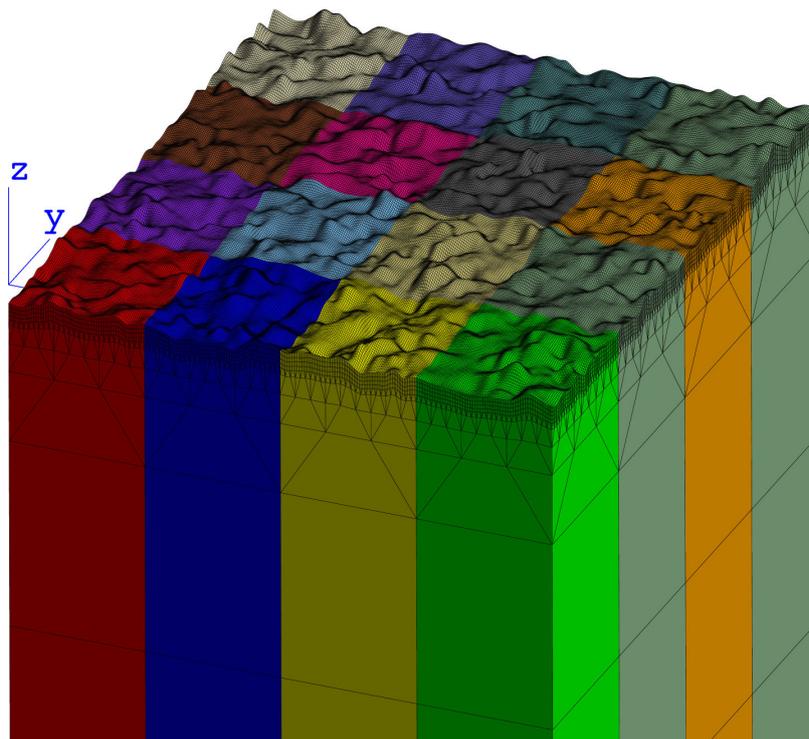


FIG. 3.9 – Décomposition de la surface rugueuse en 16 sous domaines.

On suppose que la résultante verticale appliquée sur la surface va rester faible au cours de la mise en charge et conduire à un état de contrainte ne produisant aucun déplacement notable du matériau massif. Cette hypothèse se traduit par un déplacement nodal, orthogonal aux faces latérales ( $xz$ ) et ( $yz$ ), nul.

Au début du calcul le maillage est juste en contact avec le plan rigide au niveau de sa plus haute aspérité. Le plan rigide reste fixe au cours de la simulation. Le déplacement vertical relatif entre la surface rugueuse et le plan rigide est imposé sur la face inférieure du maillage de la surface rugueuse. Tous les autres déplacements nodaux de cette face sont bloqués. Le déplacement maximum atteint dans cette simulation s'élève à  $1,35 \mu m$ .

La cinématique du contact étant particulièrement simple, on n'utilise pas de conditions de contact, mais une "méthode des statuts" récemment développée dans le code ZéBuLoN [Yastrebov, 2011], qui traite la condition de contact en mettant à jour les conditions aux limites au cours des itérations de convergence (Neuman-Dirichlet). Pour résoudre le système par éléments finis, un poste de travail de 8 processeurs bi-core Intel Xeon X5550 2.67GHz et 160 Gb de RAM a été utilisé.

La résolution nécessite un nombre très élevé de pas de calcul, du fait des grands déplacements à l'interface des sous-domaines et, de façon secondaire, du fait de la non-linéarité de la géométrie et du matériau. Comme il a déjà été mentionné, la différence entre les petites et grandes déformations est notable. On utilise donc un algorithme de type Lagrangien réactualisé pour cette étude.

Dans un premier temps, le matériau pris en compte dans l'étude de l'écrasement d'une surface rugueuse correspond au modèle élastoplastique à écrouissage isotrope non-linéaire présenté au chapitre 2 section 2.1. Cinq cents incréments de temps ont été calculés. Chaque incrément converge en 3 ou 4 itérations et nécessite environ 45 minutes de temps de calcul. Le temps total de la simulation s'élève alors à environ deux semaines.

### 3.2.2 Réponses globales

L'analyse du calcul passe avant tout par l'observation des réponses globales. La figure 3.10 montre les courbes  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ ,  $A$  étant l'aire de contact réelle et  $A_0$  l'aire de contact apparente. Le premier point vérifié concerne la relation de linéarité entre l'aire de contact et le chargement appliqué, fréquemment mise en avant dans la littérature (voir figure 3.10.a). On peut également s'apercevoir que pour des chargements élevés (1 N correspond à une pression de contact apparente ( $P_{ca}$ ) de 304 MPa) l'aire de contact réelle ne représente en fait qu'un faible pourcentage de la surface nominale : à 0,9 N la surface de contact réelle atteint environ 9 % de la surface apparente.

L'évolution de la force en fonction du déplacement est fortement non linéaire (voir figure 3.10.b). Cette évolution correspond à l'apparition progressive des zones de contact, la rigidité du système augmente dans la mesure où il y a de plus en plus d'aspérités en contact, qui agissent comme autant de ressorts en parallèle. Le tracé en log-log nous indique que la puissance de la courbe est de l'ordre de 3 (voir figure 3.10.c).

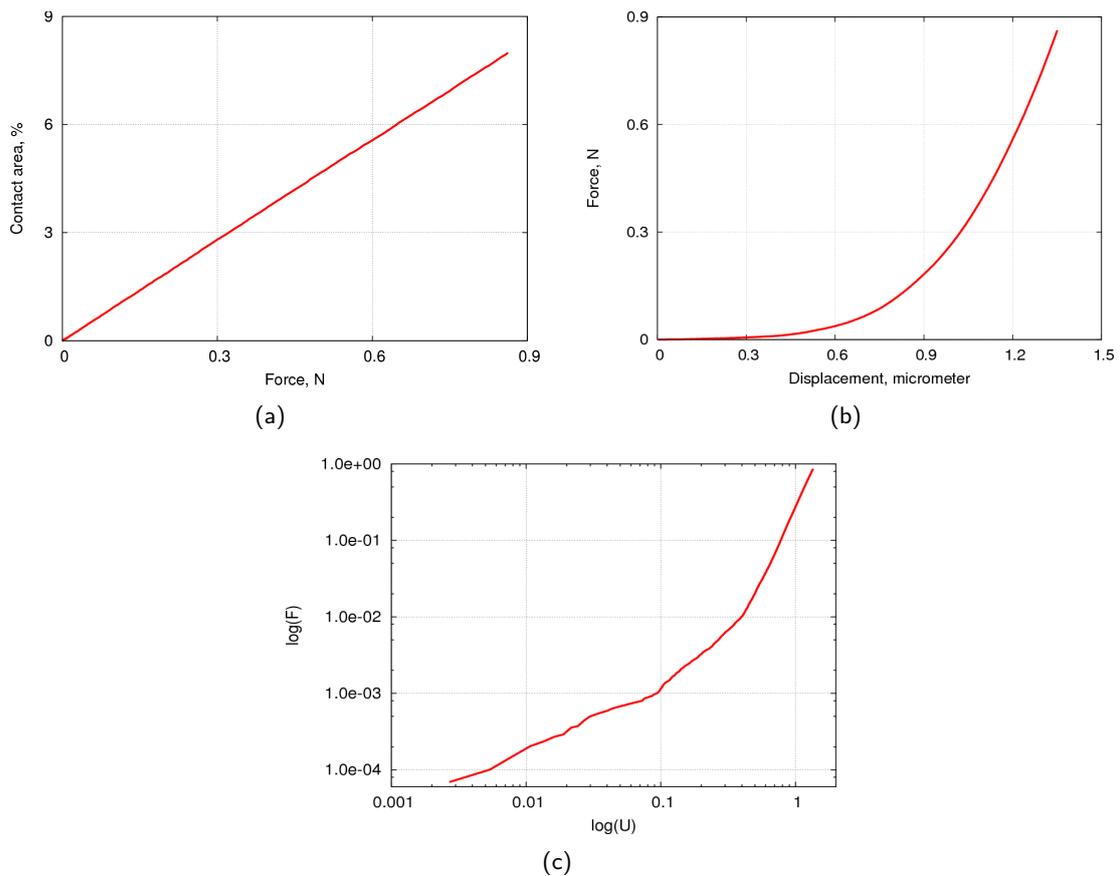


FIG. 3.10 – Réponses globales du contact entre un plan rigide et une surface rugueuse au comportement élastoplastique non-linéaire macroscopique : a)  $F - A/A_0$  ; b)  $U - F$ .

### Comparaison avec les modèles de la littérature

Les résultats obtenus par la méthode des éléments finis sont maintenant comparés à deux modèles de la littérature, à savoir le modèle de [Greenwood and Williamson, 1966] (GW) et celui de [Chang et al., 1987] (CEB) (voir figure 3.11). Pour cette comparaison, une surface rugueuse différente de l'étude précédente est prise en compte (surface C62 de l'annexe B). Ses dimensions sont de  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$  et elle est composée de 320 aspérités.

Les modèles GW et CEB se basent sur les hypothèses suivantes :

- les aspérités de la surface sont supposées sphériques près de leur sommet.
- les sommets des aspérités ont le même rayon de courbure mais leur hauteur est une variable aléatoire qui suit une loi de distribution Gaussienne.
- les interactions entre aspérités ne sont pas prises en compte.
- la déformation volumique n'est pas prise en compte, seules les aspérités se déforment au cours du contact.

A l'aide d'une méthode d'analyse précise (présentée en 4.2) nous avons un outil permettant de connaître la hauteur et la largeur de toutes les aspérités composant la surface rugueuse étudiée. Nous pouvons donc déterminer, pour chaque aspérité, le rayon de l'aspérité sphérique équivalente et ainsi déterminer le rayon moyen des aspérités de la surface

à prendre en compte dans ces modèles. De même, les paramètres matériaux  $E^*$ ,  $H$  et  $k$  (voir chapitre 1) utilisés dans cette étude sont pris identiques au comportement matériau introduit dans la simulation par éléments finis.

On s'aperçoit que les réponses obtenues par ces modèles (permettant une estimation du contact élastique-plastique entre une surface rugueuse et un plan rigide) sont supérieures à celles apportées par la méthode des éléments finis. Ce résultat est logique du fait des hypothèses qu'ils introduisent. En effet, il sera montré au chapitre 4 que la non prise en compte des interactions entre aspérités tend à surestimer les réponses  $F(U)$  et  $A(F)$  de manière considérable. De plus, les approximations faites sur la forme des aspérités peuvent jouer un rôle prépondérant dans ces mêmes réponses. L'annexe A montre par exemple des écarts importants entre la réponse  $F(U)$  d'une aspérité de forme sinusoïdale et d'une aspérité de forme ellipsoïdale.

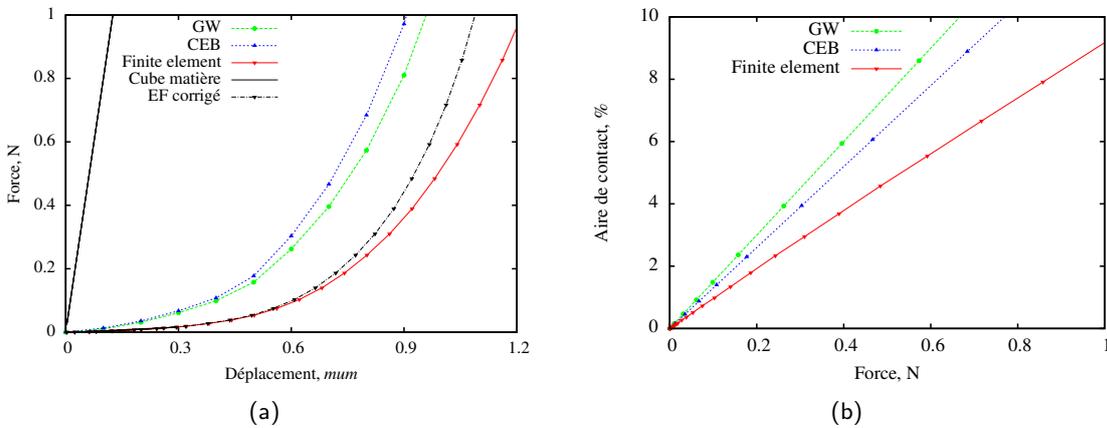


FIG. 3.11 – Comparaison des réponses  $F(U)$  (a) et  $A(F)$  (b) obtenues sur deux surfaces rugueuses différentes au moyen de la méthode des éléments finis ainsi que des modèles statistiques de [Greenwood and Williamson, 1966] et [Chang et al., 1987].

La surestimation par les modèles simplifiés subsiste lorsqu'on soustrait de la réponse du calcul par éléments finis le déplacement qui provient du cube de matière sur lequel se trouve la surface rugueuse. Cette correction est linéaire en fonction de la pression  $P$ , et utilise un module d'Young équivalent  $E^* = 175$  GPa. La hauteur du cube étant  $L = 72 \mu\text{m}$ , le déplacement à retrancher est simplement :

$$U = \varepsilon L = \frac{P}{R^*} \quad \text{avec} \quad R^* = \frac{E^*}{L} = 2433 \text{ MPa}/\mu\text{m} \quad (3.1)$$

Ainsi, les écarts obtenus par rapport à de tels modèles statistiques montrent l'intérêt de la méthode des éléments finis dans l'étude du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide.

### 3.2.3 Contraintes et plasticité

En raison du caractère discontinu du contact, on observe une répartition non-homogène des contraintes sur la surface (voir figure 3.13.b) : des zones fortement contraintes côtoient des régions très peu chargées. La figure 3.14 permet d'avoir une bonne idée de ce que

représente la surface de contact réelle. Elle donne la répartition de la plasticité cumulée sur la surface rugueuse. La valeur de la déformation plastique équivalente peut être supérieure à 150 % pour un déplacement imposé de  $1 \mu\text{m}$ . Ces observations pourraient d'ailleurs remettre en question le modèle de comportement utilisé dans cette approche : à de telles déformations, il pourrait sembler judicieux de faire intervenir des modèles d'endommagement ou de rupture.

Globalement, ces résultats permettent également d'affirmer que le matériau est majoritairement en régime élastique. Cette affirmation n'est cependant pas vraie pour le comportement en surface. La figure 3.12 fournit, au chargement maximum, des cartographies de la déformation plastique cumulée avec des échelles d'isovaleurs différentes. La figure 3.12.d permet de différencier nettement les zones les plus plastifiées (en rouge) des zones proches du régime élastique (en bleu) : plus de 50% de la matière en surface est déformée plastiquement.

L'intérêt de ces études porte également sur l'analyse du retour élastique de la surface. Du fait de la forte plastification, la surface rugueuse est le siège de très fortes contraintes résiduelles après décharge (voir figure 3.13.c). Ceci influence bien entendu le comportement ultérieur. Cependant, l'aspect cyclique ne fait pas l'objet de nos travaux de recherche. En revanche, la réouverture du contact après chargement présente un intérêt particulier car elle donne des indices sur la nature des phénomènes qui ont été actifs pendant la fermeture.

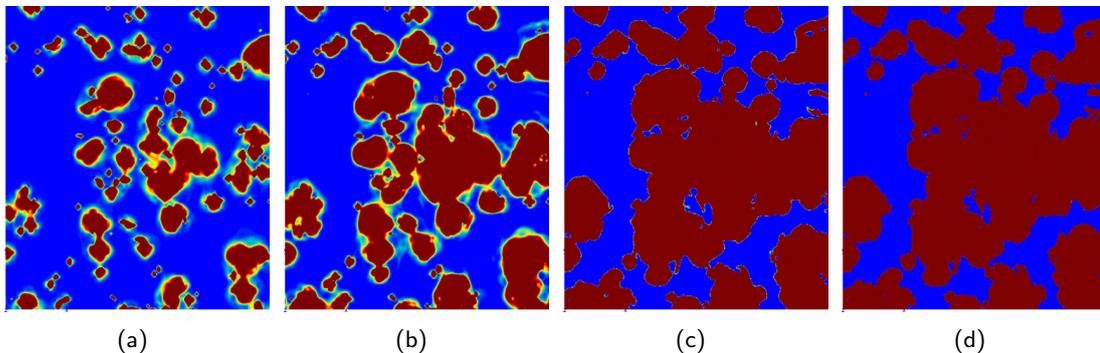


FIG. 3.12 – Déformations plastiques cumulées  $p$  au chargement maximal (270 MPa). Les zones en bleu présentent une déformation inférieure à : a)  $3.10^{-2}$  – b)  $3.10^{-3}$  – c)  $3.10^{-5}$  – d)  $3.10^{-9}$ .

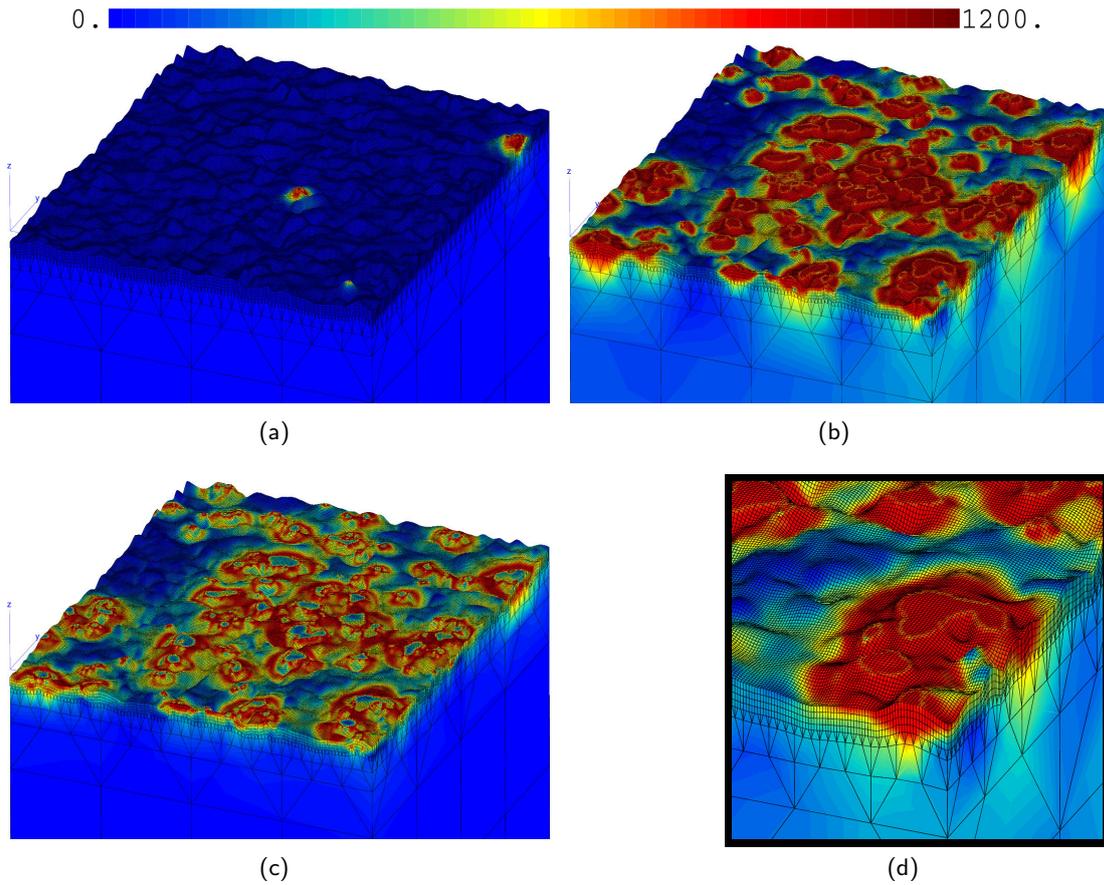


FIG. 3.13 – Distribution des contraintes de von Mises sur la surface rugueuse à trois chargements différents : a) premier contact – b) chargement maximum – c) après décharge – d) agrandissement pour le chargement maximum.

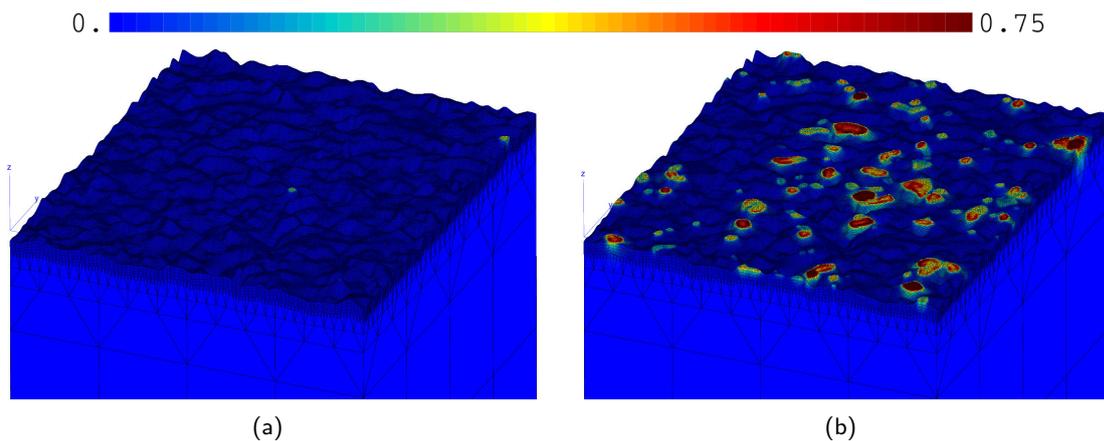


FIG. 3.14 – Distribution des déformations plastiques cumulées au moment du premier contact (a) et au chargement maximum (b).

### 3.2.4 Profils et distributions

La figure 3.15 montre un profil de la surface rugueuse aux trois étapes clés du calcul : état initial, chargement maximum et fin de décharge (perte du contact). Le retour élastique en surface après décharge apparaît comme quasi inexistant (écart maximal de  $0.04 \mu m$ ). Ceci traduit le fait que lors de la décharge, le retour élastique du RVE est essentiellement fourni par le volume de matière sous-jacent à la surface. Il y a donc bien une détente élastique mais celle-ci ne concerne pas, ou du moins très peu, la zone rugueuse, en raison de la très grande localisation de la déformation plastique.

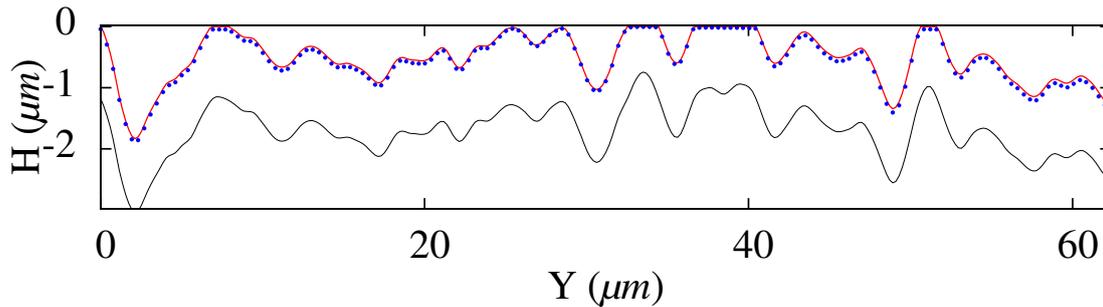


FIG. 3.15 – Image d'un profil de rugosité de la surface rugueuse à trois étapes du chargement : état initial (noir), chargement maximum (rouge) et après décharge (bleu).

Cette tendance est également observable si l'on analyse la distribution des distances entre les deux surfaces en contact au cours du chargement (voir figure 3.16). Comme attendu, lors du chargement, la distribution de ces distances se translate vers une valeur nulle du fait des zones de contact qui apparaissent. A la décharge, un retour élastique global de la surface voudrait que l'on revienne sur la distribution initiale. Or on observe que cette courbe ne se translate presque pas par rapport à la distribution obtenue au chargement final.

Il est également intéressant de remarquer que l'aspect de cette distribution reste gaussien au cours de la charge et de la décharge. Ceci signifie que, hors des zones de contact, la géométrie de la surface rugueuse garde le même aspect, les mêmes proportions, un peu comme si l'on se contentait de couper la surface rugueuse à l'altitude  $z = z_{max} - U_{impose}$ . Notons que cette première impression sera nuancée plus loin dans ce document, lorsque nous mettrons en évidence la nécessité de tenir compte de l'interaction entre les aspérités.

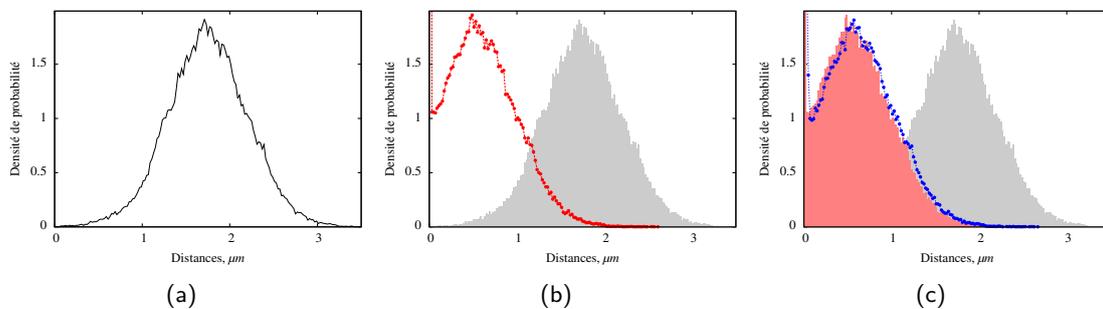


FIG. 3.16 – Distribution des distances entre les deux surfaces en contact à trois étapes du chargement : a) état initial - b) chargement maximum - c) après décharge.

La figure 3.17 apporte des informations supplémentaires concernant les contraintes et les déformations. Il s'agit de vues en coupe correspondant à  $x = 17.8 \mu m$  et  $x = 31.2 \mu m$ , comme indiqué que la figure 3.17.a. Ces deux coupes permettent de mettre en avant les énormes gradients au voisinage de la surface. On s'aperçoit que la zone où les contraintes de von Mises dépassent la limite d'élasticité comme celles qui présentent des déformations plastiques significatives ne s'étendent pas à des profondeurs importantes sous la surface : pour une pression de contact de 270 MPa, les déformations plastiques restent confinées à une profondeur de  $5 \mu m$ . Il apparaît clair qu'un corps rugueux en contact reste majoritairement en régime élastique.

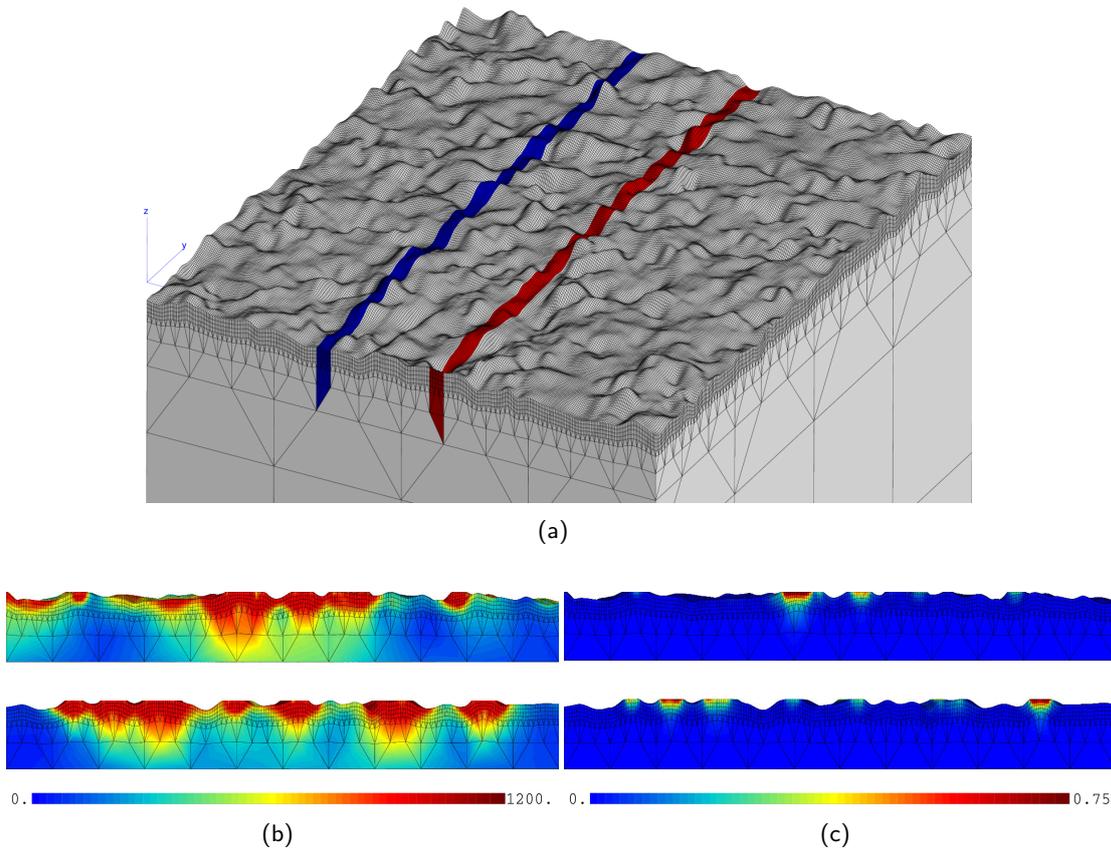


FIG. 3.17 – a) Position des coupes étudiées sur la surface rugueuse – Vue sur deux coupes différentes des contraintes de von Mises (b) et de la plasticité cumulée (c) pour une pression de contact apparente de 270 MPa.

**Remarque :** Il est fréquemment mentionné dans la littérature (e.g. [Johnson, 1987], [Persson, 2006]) que la contrainte normale sur la surface de contact d'un matériau élastoplastique est supposée être proportionnelle à la limite élastique. Cependant, les calculs éléments finis sur un RSE et sur une aspérité montrent clairement que les éléments du matériau au niveau de la surface de contact sont soumis à de la compression triaxiale, si bien que, même lorsque la limite d'élasticité est atteinte, les contraintes normales continuent de croître du fait de l'augmentation des contraintes dans le plan.

### 3.3 Gradient de propriété et température

Avant d'étudier le rôle de la plasticité cristalline dans le problème de contact entre une surface rugueuse et un plan rigide, deux modèles sont développés dans ce paragraphe dans le but d'affiner la représentation des conditions de calcul au voisinage de la surface. Le premier considère une augmentation progressive de la dureté du matériau au voisinage de la surface rugueuse. Le second cherche à estimer l'élévation de la température due à la dissipation plastique et modifie en conséquence les propriétés du matériau.

#### 3.3.1 Microstructure à gradient de propriété

Le comportement présentant une variation des propriétés mécaniques du matériau selon la distance à la surface est représentatif des phénomènes pouvant apparaître lors des procédés de mise en forme du matériau. Cela se traduit généralement par un écrouissage de la surface. De tels comportements peuvent être trouvés dans la littérature, faisant intervenir notamment une variation du module élastique ([Giannakopoulos and Suresh, 1997], [Paggi and Zavarise, 2011]). De ce fait, dans notre situation nous pouvons imaginer que l'introduction d'un tel matériau ralentisse la plastification en surface au profit de zones un peu plus profondes. Nous ferons dans cette approche la comparaison avec les résultats obtenus en comportement élastoplastique non-linéaire macroscopique (voir section 3.2).

Notre étude considère une variation de la limite d'élasticité du matériau en fonction de la distance à la surface. Pour prendre en compte un tel comportement, le maillage d'une surface est décomposé en couche d'épaisseur un élément. Nous affectons à chacune de ces couches une limite d'élasticité différente. Pour plus de détail concernant ce comportement, le lecteur est invité à se référer au chapitre 2, section 2.4.

L'analyse des réponses globales  $F(U)$  et  $A(F)$  montre l'absence de différence entre ces deux comportements (voir figure 3.18). Quelle que soit la réponse considérée, les courbes se superposent de façon très nette. L'introduction d'une microstructure en gradient de propriétés ne révèle donc pas de différences globales. Lorsqu'une aspérité entre en contact, les contraintes qui y sont appliquées sont immédiatement très fortes (notamment du fait des surfaces de contact de petites tailles) générant ainsi immédiatement une plastification très importante, qui vient saturer les courbes de la figure 2.8.

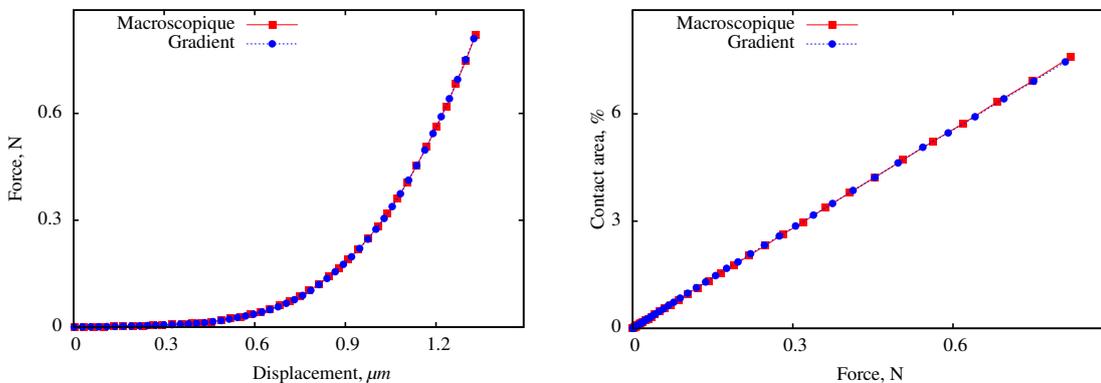


FIG. 3.18 – Réponses globales  $F(U)$  et  $A(F)$  d'un comportement macroscopique classique et d'un comportement en gradient de propriétés mécaniques dans la profondeur.

L'analyse de la répartition des contraintes et des déformations plastiques cumulées sur la surface rugueuse ne met en évidence que très peu de différences entre les deux comportements (voir figure 3.19) : les régions fortement contraintes restent localisées aux mêmes aspérités de la surface et l'intensité des contraintes y est similaire. Cependant, hors des zones de contact, le niveau de contrainte en surface est plus important dans le cas d'un comportement élastoplastique classique. L'analyse de la distribution des déformations plastiques cumulées révèle des zones plastifiées de forme sensiblement identique d'un cas à l'autre, mais l'intensité des déformations est plus importante pour le comportement en gradient. Pour une pression de contact de 250 MPa, les déformations plastiques atteignent des valeurs maximales avoisinant les 135 % pour ce cas d'étude au lieu de 113 % pour le cas élastoplastique uniforme.

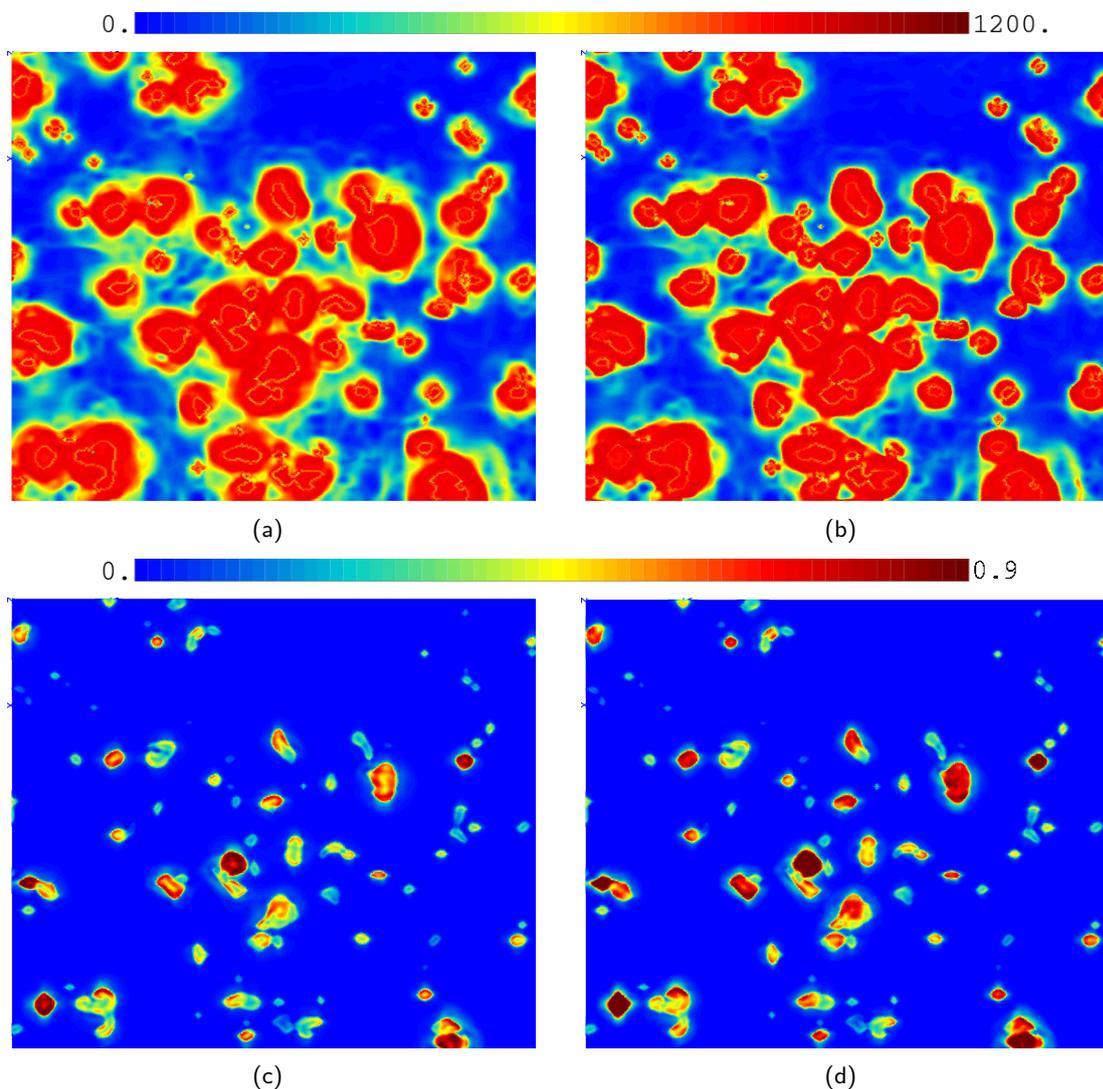


FIG. 3.19 – Distributions des contraintes de von Mises (a. et b.) et des déformations plastiques cumulées (c. et d.) obtenues sur la surface C94 pour un déplacement  $U = 1.2\mu m$  pour, respectivement, un comportement élastoplastique uniforme (a. et c.) et un matériau à gradient de propriété (b. et d.).

Ces différences restent cependant très localisées et l'introduction d'un gradient de propriété n'aboutit pas à une distribution des contraintes de von Mises et de la plasticité cumulée fondamentalement différente du comportement élastoplastique.

### 3.3.2 Couplage thermomécanique

Les premières études de notre problème de contact ont montré que certaines zones sont très déformées. Sans aller jusqu'à utiliser des modèles d'endommagement ou de rupture (qui ne font pas l'objet de l'étude), on cherche ici à quantifier l'influence locale de l'élévation de la température produite par la dissipation plastique.

L'intérêt ici est avant tout de quantifier les différences qui pourraient être engendrées par l'élévation de température dans nos problèmes de contact. Dans le but d'économiser le temps de calcul, le problème est formulé en petites déformations, et la surface rugueuse, extraite de la surface C94, est prise quatre fois plus petite que dans les calculs précédents. Les dimensions sont de  $26 \mu m \times 31 \mu m$ , mais la discrétisation reste inchangée ( $163 \times 163$  points).

Une nouvelle fois, nous imposons un déplacement orthogonal aux faces latérales nul, et nous considérons un plan rigide fixe sur lequel vient s'écraser la surface rugueuse. Le mouvement relatif entre ces deux corps est imposé sur la face inférieure du maillage. La valeur maximale de ce déplacement atteint  $1 \mu m$ , ce qui correspond à une pression de contact apparente de 225 MPa pour un comportement élastoplastique classique et de 455 MPa pour un comportement couplé.

La figure 3.20 montre les réponses globales obtenues pour les deux comportements matériaux. Des écarts très marqués sont visibles entre ce modèle couplé et le comportement macroscopique de référence. Comme l'indique la figure 3.20.a, les déformations plastiques peuvent entraîner une variation de température de plus de  $130 \text{ }^\circ\text{C}$  sur certaines aspérités. Comme la plasticité n'est présente que sur les aspérités en contact, le changement de comportement ne concerne pas les zones creuses de la surface. Ce sont donc les aspérités en contact qui vont générer les différences sur les réponses globales.

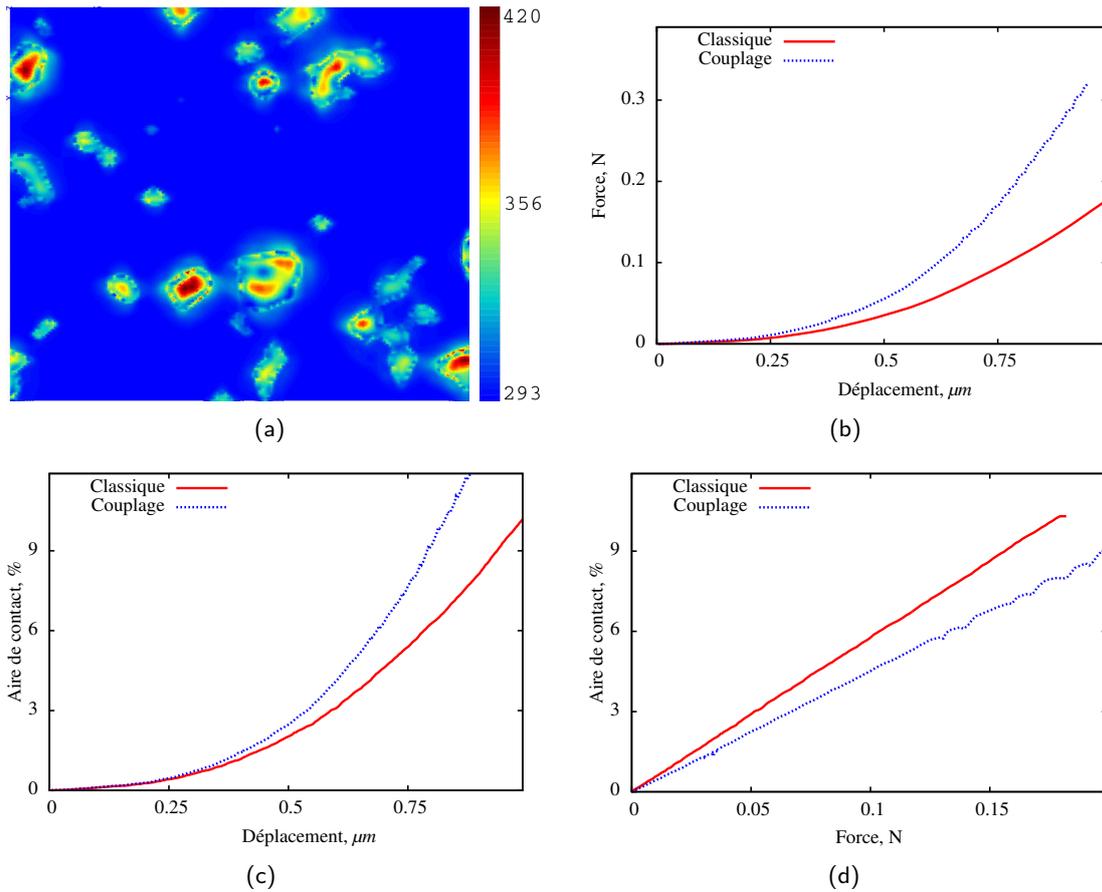


FIG. 3.20 – a. Température (Kelvin) en surface pour un déplacement imposé de  $0.8 \mu\text{m}$  – b., c. et d. Réponses globales  $F(U)$ ,  $(A/A_0)(U)$  et  $(A/A_0)(F)$  obtenues avec le comportement élastoplastique classique et le comportement avec couplage thermomécanique.

Pour un même déplacement imposé, l'aire de contact réelle est plus importante avec le comportement couplé (voir figure 3.20.c). La force déployée sur la surface rugueuse y est donc nettement plus élevée que dans le cas d'un comportement uniforme (voir figure 3.20.b). Ces constats aboutissent ainsi à une évolution de l'aire de contact en fonction du chargement appliqué moins importante lorsque la variation de la température est prise en compte dans le comportement matériau (voir figure 3.20.c).

Comme l'atteste la figure 3.21 les déformations plastiques en surface ne présentent pas de différences fondamentales entre les deux comportements. Cependant, les zones fortement impactées atteignent des déformations plastiques plus importantes dans le cas d'un comportement macroscopique classique. Le comportement prenant en compte la variation de température présente, quant à lui, des zones faiblement plastifiées plus étendues. Mais, la grande différence entre ces deux modèles concerne la distribution des contraintes de von Mises (voir figure 3.21). Pour un même déplacement imposé entre les deux surfaces en contact, les zones à fortes contraintes sont beaucoup plus étendues pour le comportement couplé notamment au niveau des parties creuses de la surface.

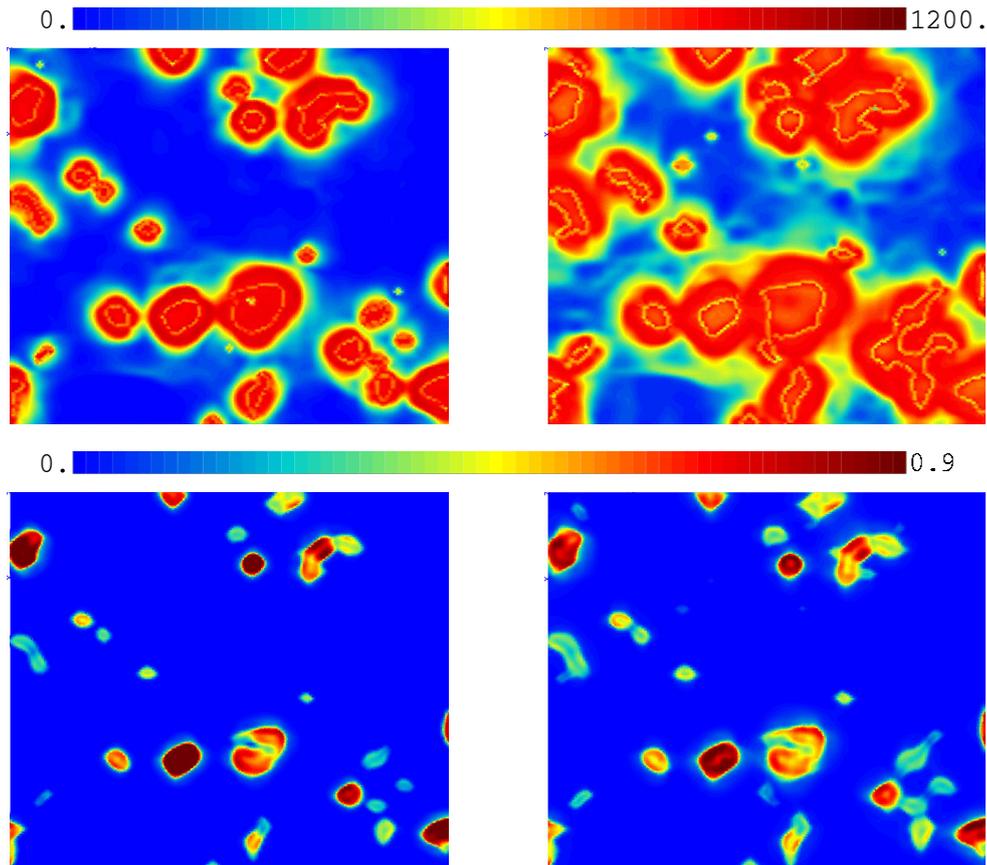


FIG. 3.21 – Distributions des contraintes de von Mises (haut) et des déformations plastiques cumulées (bas) en surface pour un comportement sans couplage (gauche) et un comportement avec couplage thermomécanique (droite).

La présence de ces contraintes au niveau des vallées de la surface rugueuse peut jouer un rôle important lors de la décharge, l'absence de déformations plastiques laissant supposer que ces zones présentent des déformations élastiques importantes selon l'axe  $z$ . La figure 3.22 montre un profil de la surface rugueuse obtenu à un même chargement (pression de contact de 170 MPa) pour les deux comportements différents. On observe que le volume libre est plus faible dans le cas d'un comportement macroscopique uniforme. De même, les zones de contact semblent y être légèrement plus grandes, ce qui est en accord avec l'observation des réponses globales.

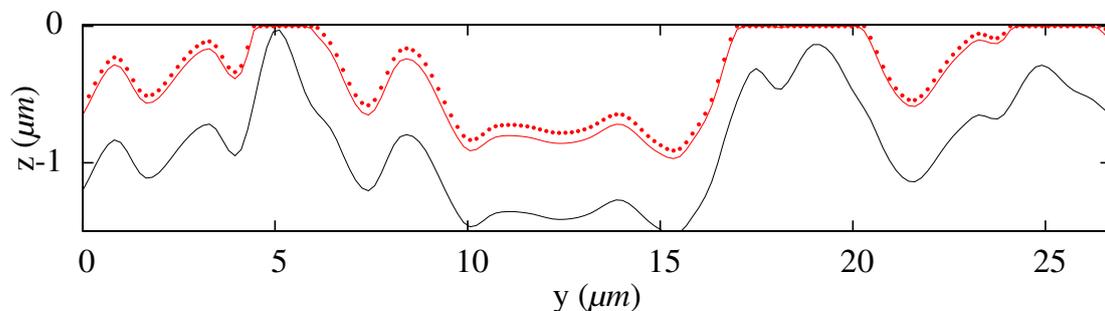


FIG. 3.22 – Profil de rugosité de la surface rugueuse obtenu pour le comportement macroscopique (points) et le modèle couplé (lignes) à une pression de contact de 170 MPa – (le profil noir correspond à l'état initial, avant chargement).

### 3.4 Modèle de plasticité cristalline

L'intérêt de cette approche repose sur l'introduction d'un comportement fortement anisotrope. La distribution des contraintes et donc des déformations sera dépendante de l'orientation cristalline locale. Nous allons étudier l'influence de l'anisotropie élastique et plastique sur la réponse mécanique, afin de savoir si le champ d'ouverture est notablement modifié.

#### 3.4.1 Maillages

Nos analyses précédentes montrent que, quelle que soit la loi de comportement prise en compte, la plasticité intervient seulement dans des régions très proches de la surface. Nous nous contenterons donc d'introduire le comportement cristallin dans les 6 couches fines d'éléments sous la surface rugueuse (voir figure 3.23).

Afin d'intégrer une microstructure réelle, des mesures EBSD [Beaurin et al., 2011] ont été réalisées sur une portée d'étanchéité de robinetterie (voir figure 3.23.a). Ces mesures nous renseignent sur la morphologie des grains ainsi que sur leur orientation. Certaines méthodes expérimentales comme la tomographie permettent de remonter aux informations microstructurelles en trois dimensions ([Ludwig et al., 2010] et [Ludwig et al., 2011]). Nous nous contenterons cependant de ces informations 2D pour notre étude car nous nous intéressons avant tout à la déformation en surface. Les mesures EBSD sont transposées sur le maillage d'une surface rugueuse en préservant la morphologie réelle des grains en surface. Ces grains sont ensuite extrudés dans la profondeur.

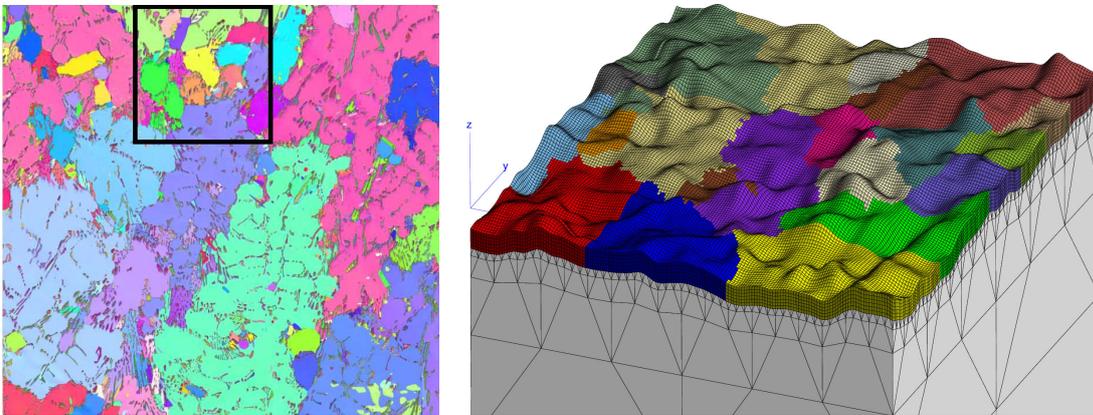


FIG. 3.23 – a) Mesure EBSD de la surface d'une portée d'étanchéité – b) Maillage de la surface D94 composée de 22 grains en surface.

En parallèle à cette approche, le cas du contact entre un plan rigide et une surface rugueuse monocristalline est également étudié. Nous nous plaçons ainsi dans les cas les plus critiques de la plasticité cristalline. Le Norem est un matériau composé principalement de trois constituants, à savoir de l'austénite, des carbures et de la ferrite. Par souci de simplification, nous ne considérerons que l'austénite, de structure cubique à faces centrées, dans nos calculs. Les orientations cristallines d'un tel réseau cristallin procurant les réponses plastiques les plus extrêmes sont alors les directions  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  (voir figure 3.25.a). L'influence de la plasticité cristalline dans notre problème de contact sera donc observée sur trois cas : deux surfaces monocristallines (orientations  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$ ) et une

surface polycristalline composée de 22 grains en surface. Bien entendu, tous ces cas d'étude utilisent le même maillage et des conditions de calcul identiques.

Dans le prochain paragraphe (3.4.2), le modèle de plasticité cristalline est combiné avec une élasticité isotrope, afin de pouvoir juger de la différence avec le modèle de plasticité classique. Le calcul complet (plasticité cristalline et élasticité anisotrope) est décrit au paragraphe 3.4.3.

### 3.4.2 Surfaces cristallines

L'observation des réponses globales fournies par chacun des cas étudiés montre que la plasticité cristalline génère des écarts en comparaison avec les résultats de l'approche qui utilise un modèle de type von Mises. Comme l'atteste la figure 3.24, les courbes  $F(U)$  issues des trois approches cristallines sont au-dessus de celle qui résulte de l'approche macroscopique. En outre, l'aire de contact obtenue par ces mêmes cas d'étude se révèle plus faible, et ce de manière constante au cours du chargement (environ 25 %). La linéarité de cette réponse n'est quant à elle pas impactée par le changement de comportement matériau.

Mais la plus importante remarque apportée par les cas cristallins se situe dans la comparaison de ces trois cas. En effet, qu'il s'agisse d'une surface mono ou polycristalline, les réponses globales de notre problème de contact n'affichent pas de différence entre elles malgré les fortes déformations plastiques présentes en surface. Ce constat pousse à considérer que les différences entre les cas cristallins et le cas macroscopique ne proviendraient finalement que de l'étape d'identification des modèles de comportement.

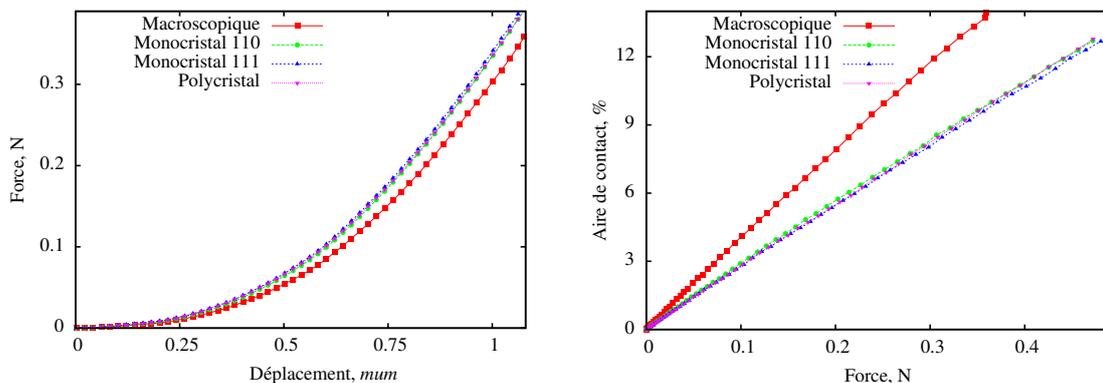


FIG. 3.24 – a) Courbes contraintes/déformations pour un comportement macroscopique et les comportements monocristallins – b) et c) Réponses globales  $F(U)$  et  $A(F)$  obtenues pour les quatre comportements étudiés.

En effet, le modèle de type von Mises et celui de plasticité cristalline présentent des courbes en bon accord avec les résultats expérimentaux (cf figures 2.1 et 2.7), et donc cohérents entre eux, dans la plage de déformation utilisée pour l'identification, qui va jusqu'à 2%. La comparaison des modèles numériques à des déformations plus importantes (10 %)

montre que le durcissement apporté par le modèle de plasticité cristalline est plus important (voir figure 3.25.b).

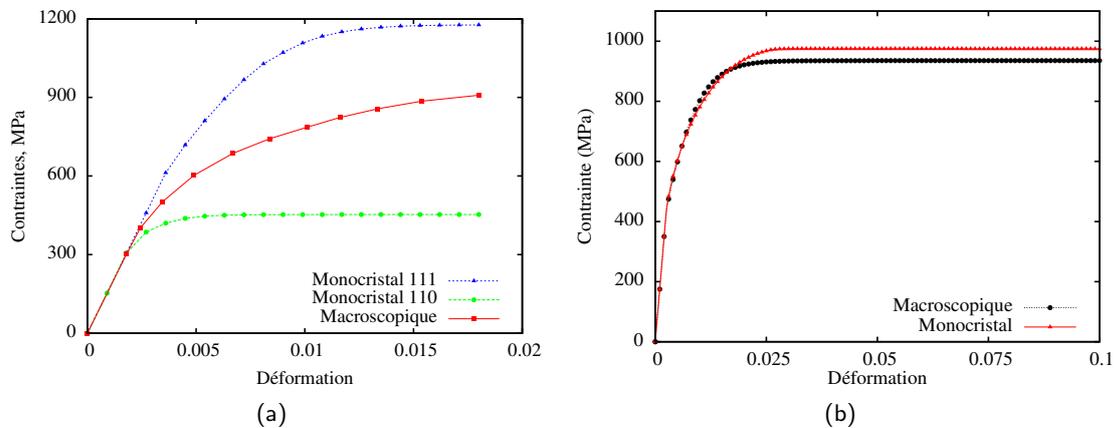


FIG. 3.25 – a) Courbes contraintes/déformations pour un comportement macroscopique et les comportements monocristallins – b) Réponses contrainte/déformation en traction uniaxiale des modèles de type von Mises et cristallin.

Les distributions des contraintes de von Mises et des déformations plastiques cumulées sur la surface rugueuse montrent quant à elles quelques différences par rapport au modèle macroscopique (voir figure 3.26). L'introduction d'un comportement cristallin amène à une localisation beaucoup plus forte des contraintes et à une distribution nettement plus complexe au niveau des zones de contact. Les approches cristallines présentent un plus fort contraste entre les zones de contact et les vallées de la surface, avec en particulier des contraintes de von Mises beaucoup plus fortes que pour l'approche macroscopique au niveau des zones de contact.

Concernant les déformations plastiques cumulées en surface, les différences apparentes sont plus légères. L'approche macroscopique aboutit à des zones plastifiées de plus grande taille, mais l'intensité des déformations est plus importante en comportement cristallin.

L'analyse de ces paramètres nous permet de mieux mettre en avant le caractère apporté par l'approche cristalline dans notre étude. Cependant, la plasticité cristalline ne remet pas en cause les études réalisées au moyen d'un comportement matériau macroscopique de type Mises, beaucoup plus simple.

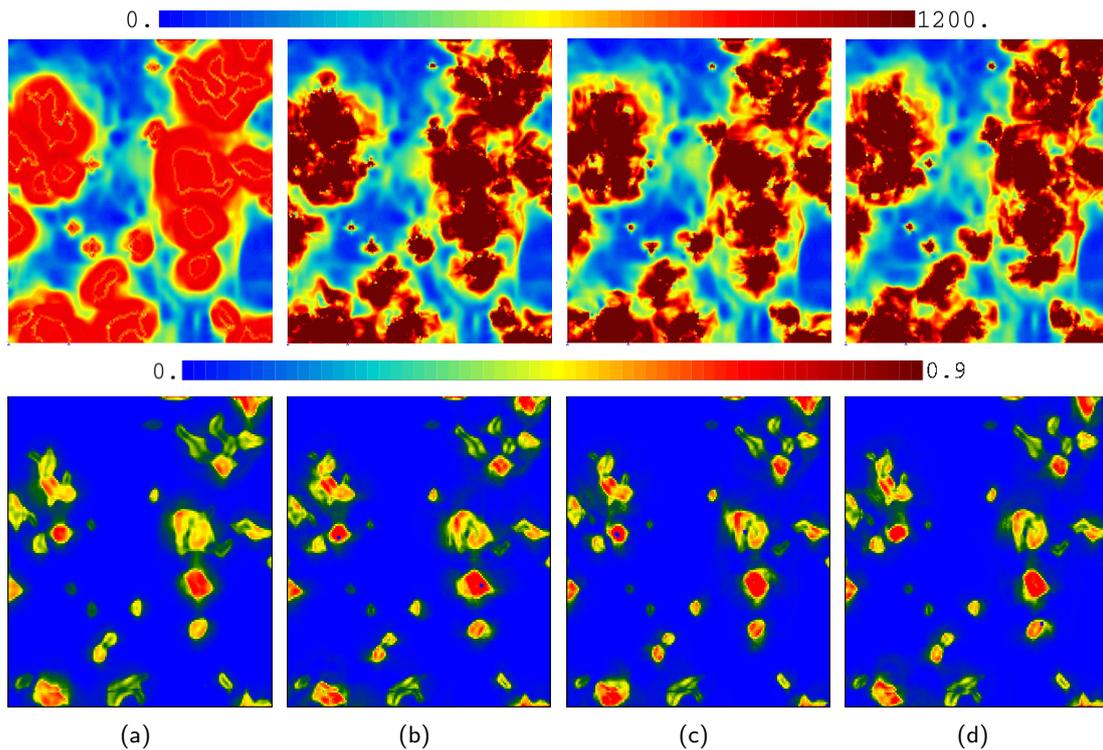


FIG. 3.26 – Distributions des contraintes de von Mises (en haut) et des déformations plastiques cumulées (en bas) obtenues à un déplacement  $U = 1.08\mu m$  pour : a) un comportement macroscopique – b) et c) un comportement monocristallin d'orientation cristalline  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  respectivement – d) un comportement polycristallin

Toutes les observations faites précédemment sont confirmées par les topologies obtenues pour chaque type de comportement (voir figure 3.27). L'aire de contact ainsi que le champ d'ouverture entre les deux surfaces en contact de nos quatre cas d'étude se révèlent très similaires. Des deux topologies, l'aire de contact est celle pouvant montrer le plus de différences. Le cas macroscopique est celui qui présente les aires de contact les plus grandes pour un déplacement imposé identique, ce qui est logique au regard des réponses globales. Les différents comportements pris en compte présentent des écarts (faibles) au niveau de la forme des zones de contact, mais en regardant la topologie du volume libre on comprend aisément que ces différences restent négligeables.

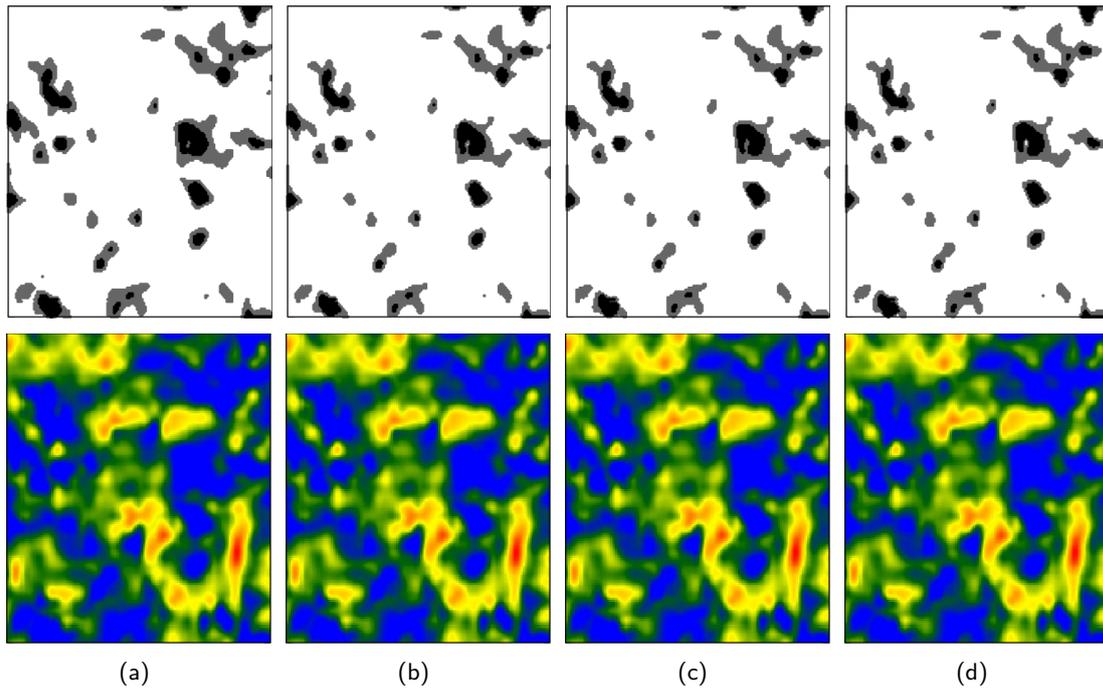


FIG. 3.27 – En haut : aires de contact obtenues pour  $U = 0.6\mu m$  (en noir) et  $U = 1.08\mu m$  (en gris) – en bas : volume libre obtenu pour  $U = 1.08\mu m$  – a) comportement macroscopique – b) monocristal d'orientation  $\langle 110 \rangle$  – c) monocristal d'orientation  $\langle 111 \rangle$  – d) polycristal composé de 22 grains en surface

### 3.4.3 Plasticité cristalline et élasticité anisotrope

Les travaux de thèse de C. Vallet ont mis avant l'influence du module d'Young d'un matériau sur l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux. Les écarts présents entre les estimations numériques et expérimentales de cette dernière se trouvaient corrigé pour des valeurs faibles et irréalistes de ce paramètre matériau (50 GPa). L'influence de la microstructure d'un matériau sur le comportement plastique a été étudiée dans la section précédente. Néanmoins, son influence ne se limite pas à la plasticité, elle peut également engendrer des différences de comportement en régime élastique.

Dans cette optique, nous cherchons à observer si l'anisotropie élastique seule peut influencer de façon significative sur les différents critères observés jusqu'à présent. A nouveau, quatre cas d'étude seront analysés et comparés : deux surfaces polycristallines, une surface monocristalline et le cas macroscopique. La première surface polycristalline est prise identique à celle de la section précédente, nous avons donc une microstructure prise en compte uniquement sur les couches fines d'éléments. La seconde considère quant à elle une anisotropie élastique sur le maillage entier de la surface rugueuse. Elle est ainsi composée de 100 grains dans tout son volume, dont 22 sont en surface. Le cas monocristallin correspond à une orientation cristalline définie par les angles d'Euler suivant :  $\varphi_1 = -21.59^\circ$ ;  $\Phi = 177.61^\circ$ ;  $\varphi_2 = 51.39^\circ$  (voir figure 3.28.a). Cette orientation fournit une réponse élastique bien plus faible que l'approche macroscopique (voir figure 3.28.b). Il a alors pour but de se placer dans la situation la plus favorable du point de vue de l'estimation de la transmissivité si l'on se réfère aux observations de C. Vallet.

L'analyse des réponses globales des trois nouveaux cas d'étude (voir figures 3.28.c et 3.28.d) confirme les conclusions de la section précédente. L'introduction d'une anisotropie élastique amène également à une surestimation de la courbe  $F(U)$  et une sous-estimation de la réponse  $A/A_0(F)$ . Cependant, on peut observer que la surface monocristalline fournit une réponse  $F(U)$  différentes des deux autres cas cristallins et quasiment identique à celle du comportement macroscopique. Cette observation montre, d'une part, que l'anisotropie élastique joue un rôle dans nos problèmes de contact mais, d'autre part, que son influence sur les réponses globales est rapidement annihilée par la présence de plusieurs grains d'orientations cristallines différentes.

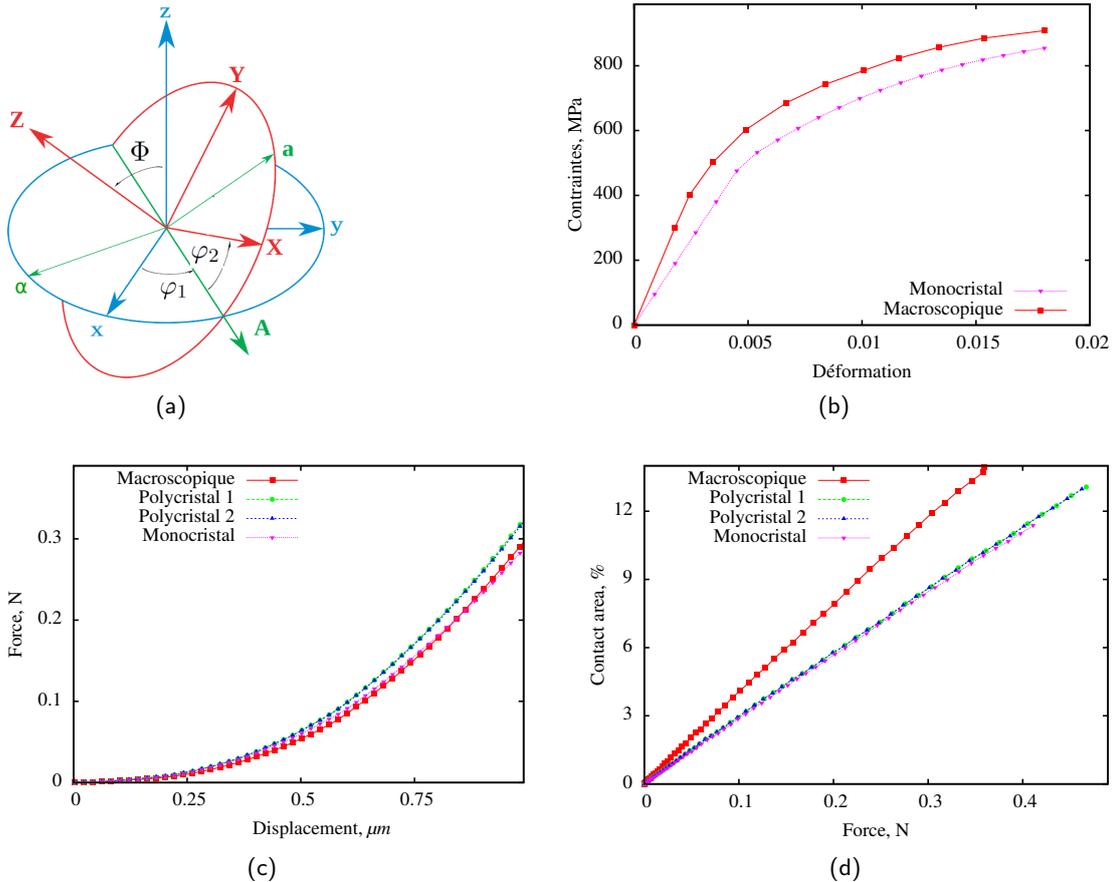


FIG. 3.28 – a) Angles d'Euler utilisés – b) Courbes contraintes/déformations pour un comportement macroscopique et monocristallin (angles d'Euler :  $\varphi_1 = -21.59^\circ$ ;  $\Phi = 177.61^\circ$ ;  $\varphi_2 = 51.39^\circ$ ) – c) et d) Réponses globales  $F(U)$  et  $A(F)$  obtenues pour les quatre comportements étudiés.

Si l'on regarde maintenant les distributions des contraintes de von Mises obtenues pour chacun des cas étudiés (voir figure 3.29), on s'aperçoit que l'introduction d'une anisotropie élastique n'entraîne pas de différence fondamentale. Aucune variation n'est visible entre les deux cas polycristallins, ce qui à première vue pousse à affirmer que la prise en compte de l'anisotropie élastique dans tout le volume de matière n'est pas de première importance. Cette affirmation est toutefois modérée par le cas monocristallin. En effet, ce cas d'étude présente des distributions de contraintes moins fortes que les cas polycristallins. L'élasticité joue donc un rôle important, même au sein du volume, cependant l'effet de moyenne sur

toute la surface, ainsi que sur le volume, rend le comportement plus homogène et donc atténue l'influence de l'anisotropie.

Comme énoncé dans la section précédente, l'introduction de la plasticité cristalline, de même que l'anisotropie élastique, n'entraîne pas de profondes modifications de la topologie de l'aire de contact ni de celle du champ d'ouvertures (voir figure 3.29). Nous verrons au chapitre 5 si ces comportements peuvent tout de même corriger les écarts expérience/simulation obtenus lors de l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux.

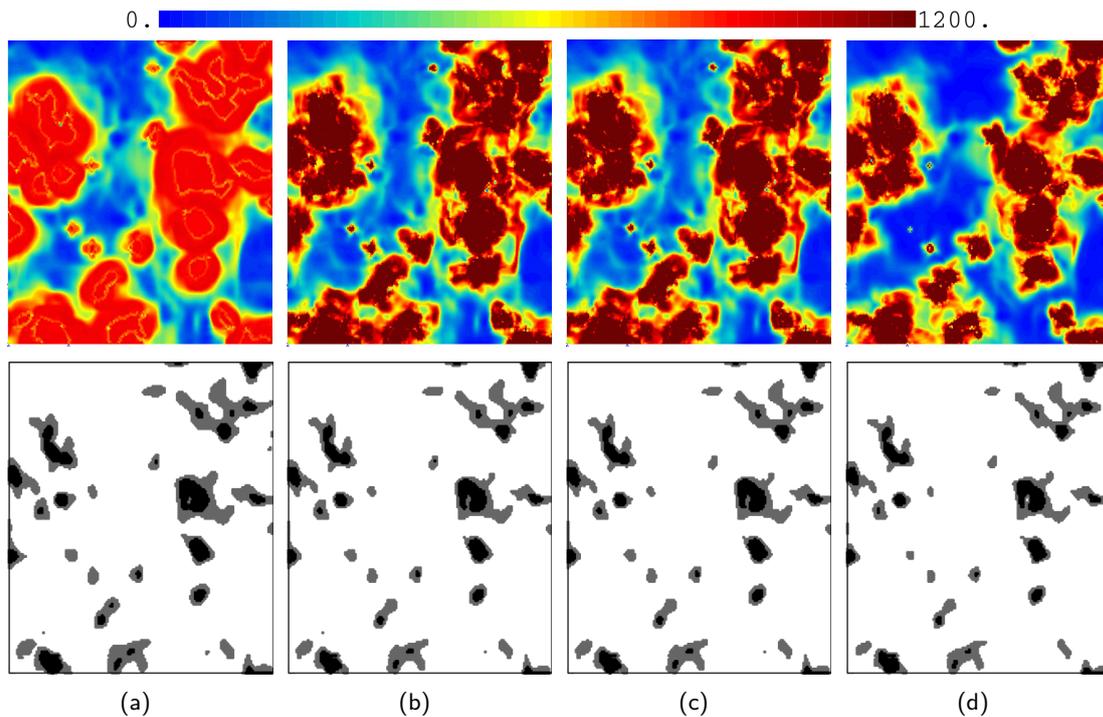


FIG. 3.29 – En haut : distributions des contraintes de von Mises obtenues pour un déplacement  $U = 1.08\mu m$  (correspondant à une pression de contact de 372 MPa) – En bas : Topologies de l'aire de contact obtenues pour  $U = 0.6\mu m$  (en noir) et  $U = 1.08\mu m$  (en gris) – a) comportement macroscopique – b) et c) comportement polycristallin d'orientation cristalline respectivement en surface et dans tout le volume de matière – d) comportement monocristallin d'orientation choisie (angles d'Euler :  $\varphi_1 = -21.59^\circ$  ;  $\Phi = 177.61^\circ$  ;  $\varphi_2 = 51.39^\circ$ ).

### 3.5 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre plusieurs analyses éléments finis du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide. Partant des relevés topographiques d'une surface rugueuse réelle, une analyse de la rugosité a été menée dans le but de déterminer une surface représentative d'un point de vue géométrique, avec pour critère la distribution des hauteurs de la surface.

Un outil numérique a été réalisé afin d'enrichir la discrétisation d'une surface rugueuse. Tout en préservant les points de mesures, il permet d'ajouter de l'information entre chacun d'eux de sorte à obtenir une résolution selon le plan  $(x, y)$  adaptée pour permettre la création un maillage suffisamment fin.

Le problème traité est celui du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide. Les réponses globales, la distribution des contraintes et des déformations, l'aire de contact et l'évolution du champ d'ouvertures présent entre les deux surfaces au cours du chargement sont ainsi observées et analysées.

Différents comportements matériau sont ensuite étudiés. Ni l'introduction d'un gradient de propriétés, ni la prise en compte du couplage thermomécanique, ni la simulation à l'aide d'un modèle de plasticité cristalline ne conduisent à des résultats notablement différents par rapport à la première simulation en comportement élastoplastique à l'aide d'un critère de von Mises et des propriétés uniformes.



## Chapitre 4

# Modèle réduit

*“ Il y a ceux qui voient les choses telles qu'elles sont et qui se demandent pourquoi.  
Moi je les vois telles qu'elles pourraient être et je me dis pourquoi pas ! ”*  
- Marc Levy -

*Les analyses éléments finis présentées dans le chapitre précédent permettent de décrire l'évolution de la géométrie d'une surface rugueuse au cours de l'écrasement par un plan rigide. Le champ des ouvertures présent entre les deux surfaces en contact est par conséquent connu. Le but de cette thèse est de venir estimer l'évolution de la transmissivité d'un contact rugueux au cours d'un chargement. Cette transmissivité est fortement dépendante de ce champ d'ouvertures (voir chapitre 5), et par conséquent de la rugosité initiale de la surface rugueuse. Il faut noter que, là où le problème de mécanique du solide s'intéressait au chargement vertical des aspérités, la mécanique des fluides va considérer les circulations horizontales entre celles-ci. Il s'établira par ailleurs des “rivières”, ou circulations à longue portée, qui concentreront le flux dans des zones très particulières de la surface. Ceci explique qu'il faille remettre en cause la notion de surface représentative.*

*On ne pourra donc pas par la suite se limiter au traitement d'un petit élément de surface comme on l'a fait jusqu'à présent pour l'aspect mécanique des solides : la taille de l'élément de surface représentatif au sens du fluide est bien plus grand que pour le solide. Il est donc nécessaire de réaliser, soit un grand nombre de calculs de taille moyenne, soit des calculs portant sur des domaines beaucoup plus vastes que ceux qui ont été considérés jusqu'à présent. Dans ce but, un nouveau modèle numérique (que l'on appellera modèle réduit) a été développé pour décrire les caractéristiques locales et globales du contact. Ce chapitre présente le principe du modèle réduit et quelques exemples d'utilisation. Après calibration, les résultats du modèle réduit seront comparés aux simulations obtenues par éléments finis.*

## 4.1 Modèle réduit : principe

L'idée principale du modèle repose sur la discrétisation d'une surface rugueuse en un champ d'aspérités, chacune d'entre elles étant ensuite considérée comme un élément unidimensionnel dont la réponse va dépendre de sa géométrie. La première étape du modèle consiste à analyser la surface rugueuse mesurée et discrétisée afin de remplacer chacune des aspérités par une aspérité *équivalente* et créer une surface rugueuse artificielle équivalente.

La seconde étape permet ensuite de simuler la mise en contact. En fonction de l'altitude du plan rigide, il est possible de déterminer les aspérités qui sont géométriquement en contact avec lui. Des modèles phénoménologiques des réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$  pour chaque géométrie d'aspérité sont préalablement déterminés par des analyses éléments finis du contact entre une aspérité isolée et un plan rigide. Connaissant la profondeur de contact présent pour chaque aspérité, il est alors possible de quantifier la force et l'aire de contact associées à chacune d'elles. La réponse globale de la surface est ensuite calculée comme la résultante des réponses de tous les éléments en contact. Les interactions entre aspérités sont également prises en compte dans ce modèle. Elles traduisent l'impact d'une aspérité en contact sur son voisinage proche, et donc sur les aspérités voisines.

De la sorte, nous sommes capable d'estimer à chaque position du plan rigide les caractéristiques générales du problème de contact (réponses  $F(U)$ ,  $(A/A_0)(F)$ ) ainsi que la géométrie de la surface. Ceci permet de comparer différentes topographies du problème et de récupérer le champ d'ouvertures présent entre les deux surfaces pour un chargement donné.

L'algorithme final du modèle réduit est le suivant :

- partant des données de la surface rugueuse lissée avec une surface de Bezier bicubique, toutes les aspérités sont caractérisées (position, hauteur globale, hauteur locale moyenne, rayon, surface locale) et enregistrées pour les étapes suivantes (section 4.2) ;
- chaque aspérité ainsi retenue est représentée par une aspérité axisymétrique de forme sinusoïdale et de dimensions équivalentes ;
- les largeurs d'aspérité sont normalisées de manière à ce que la surface totale soit égale à la surface de référence ;
- le plan rigide est progressivement déplacé face à la surface rugueuse ;
- dès que la hauteur d'une aspérité apparaît comme étant au-dessus de la position du plan rigide, cette aspérité se déforme selon les lois de comportement définies (section 4.3) ;
- les interactions entre aspérités sont prises en compte, ce qui vient modifier le voisinage d'une aspérité en contact (section 4.4) ;
- la force totale et l'aire de contact totale sont déterminées par la somme des forces sur toutes les aspérités en contact ;
- le volume libre est analysé par intégration des espaces (situés en dehors des aspérités en contact) entre la surface rugueuse et le plan rigide.

## 4.2 Analyse de la surface

### 4.2.1 Détection d'une aspérité

La première étape de l'analyse est la détection de tous les pics situés sur la surface rugueuse. Leur détection se fait en parcourant successivement chacun des points de la surface. Pour chaque point, on compare sa propre hauteur avec celles des voisins (au nombre de huit). Si tous les points voisins ont une hauteur inférieure ou égale à la sienne, ce point est alors considéré comme un maximum local (voir figure 4.1.b). Dans le cas où on détecte plusieurs points côte à côte à la même hauteur, un filtrage permet de n'en garder qu'un seul (voir figure 4.1.a).

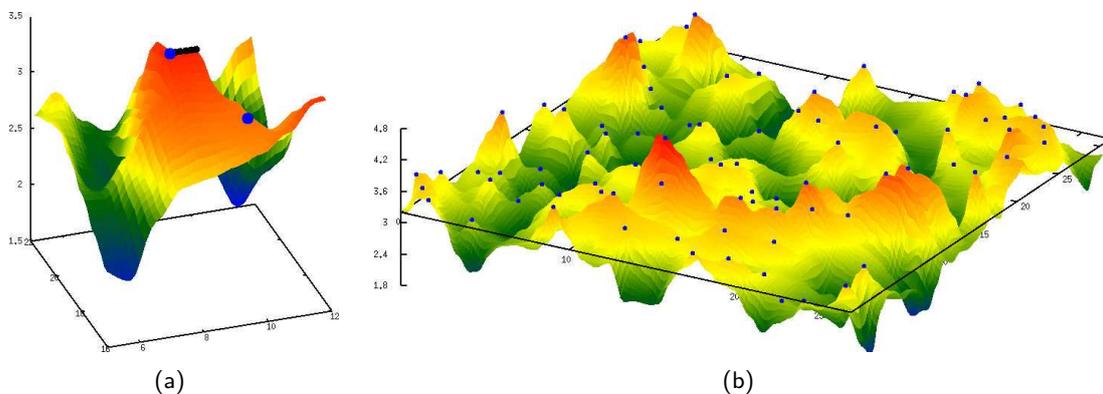


FIG. 4.1 – a. Exemple de sommets multiples pour une aspérité (noir : sommets initialement détectés, bleu : sommets retenus après filtrage) – b. Exemple d'une surface rugueuse (surface D62, voir Annexe B), les points bleus correspondent aux sommets détectés par le modèle réduit (dimensions en micromètres).

### 4.2.2 Dimensions d'une aspérité

Le modèle réduit construit une surface rugueuse artificielle composée d'aspérités axisymétriques sinusoïdales. Les dimensions caractéristiques de ces aspérités sont leur hauteur et leur largeur. La deuxième étape de l'analyse consiste à déterminer ces dimensions pour chaque aspérité détectée.

A partir d'un sommet, on parcourt la surface selon seize directions préalablement définies (voir figure 4.2.a) pour chercher les seize minima qui l'entourent. La hauteur moyenne et la largeur moyenne d'une aspérité sont calculées à partir de ces points.

Avec ces informations, nous avons ainsi à disposition toute les données nécessaires pour construire une surface artificielle composée d'aspérités axisymétriques sinusoïdales que nous considérerons comme représentative de la surface réelle (voir figure 4.2.b et .c).

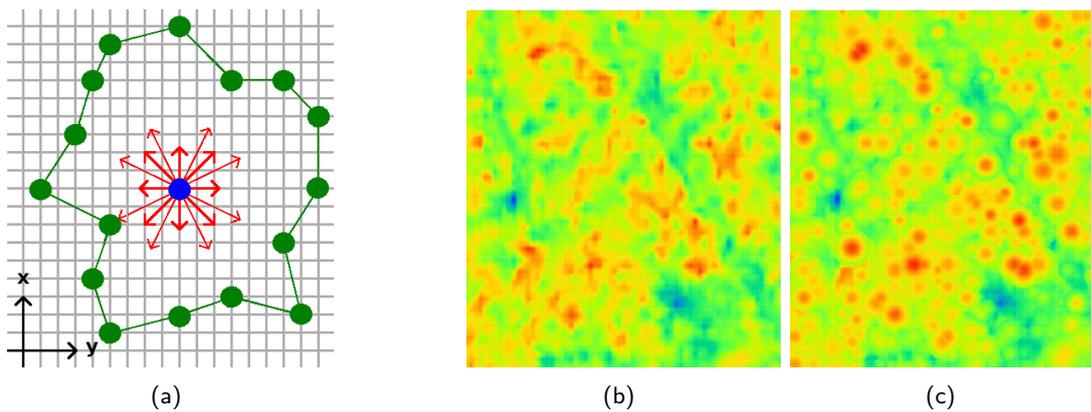


FIG. 4.2 – a. Schéma représentant la détermination du domaine d'une aspérité (point bleu : sommet, flèches rouge : directions de recherche des minima entourant l'aspérité, points verts : minima entourant l'aspérité) – b. Surface rugueuse réelle – c. Surface rugueuse artificielle équivalente.

### 4.2.3 Géométries particulières

Avant de traiter la partie contact mécanique du modèle réduit, il importe de discuter le cas de quelques géométries particulières. Dans une première version du modèle réduit, des écarts assez importants étaient constatés par rapport à la solution éléments finis. Une étude plus poussée a permis de mettre en avant l'origine de ces écarts, à savoir la présence d'"aspérités multiples". Celles-ci reflètent la complexité de la surface : en effet, les aspérités réelles ne sont pas axisymétriques, et encore moins sinusoidales (voir figure 4.3.a).

De telles géométries sont très difficiles à prendre en compte du fait de la présence de plusieurs sommets proches les uns des autres et d'altitudes  $z$  quasiment identiques. Tel qu'il a été décrit précédemment, le modèle réduit ne considère pas de telles géométries comme étant une aspérité à part entière. Au contraire, il va venir détecter plusieurs sommets puis, en déterminant le domaine de chacune d'entre elles, va créer des aspérités différentes pouvant présenter des intersections de domaines assez importantes (voir figure 4.3.b). La méthode retenue pour éviter cette difficulté consiste à considérer une aspérité équivalente globale.

Nous introduisons pour cela un traitement particulier lorsque deux aspérités sont suffisamment proches, que la différence entre les altitudes des sommets est faible devant leurs hauteurs, et que leurs domaines se chevauchent : on considère une seule aspérité qui les englobe toutes les deux (voir Fig. 4.3 b.).

Pour des surfaces de petite taille, peu d'aspérités entrent en contact, si bien que la réponse d'une aspérité impacte significativement la réponse de la surface globale. L'opération de fusion des aspérités multiples permet d'obtenir une description plus réaliste des dimensions de l'aspérité atypique puisque, même si plusieurs sommets sont présents, ils ne formeront plus qu'un dès que l'écrasement par le plan rigide aura commencé. On perd effectivement de l'information au niveau de la géométrie locale de la surface, néanmoins cette perte est compensée par une meilleure approximation globale de cette zone de la surface, tant du point de vue des réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$  que de la topographie de la surface lorsque le chargement a débuté.

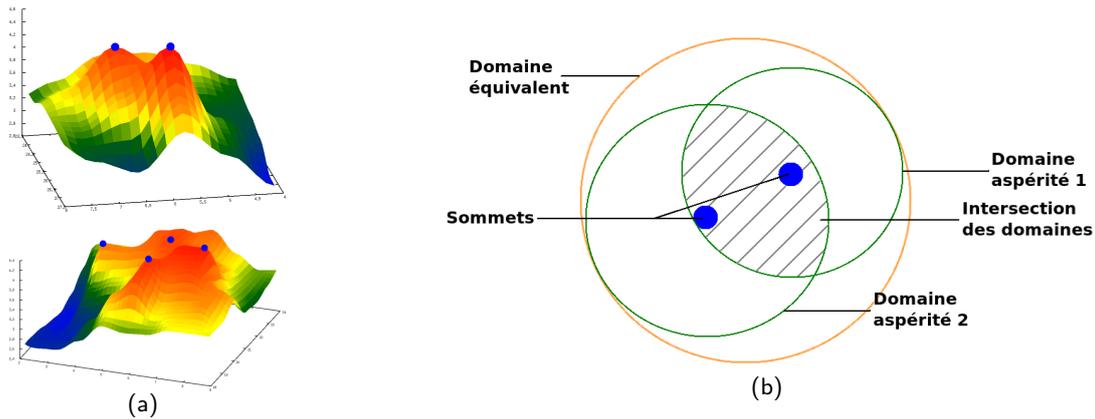


FIG. 4.3 – a) Exemples de géométries complexes d'une surface rugueuse b) Principe de détermination d'une aspérité équivalente.

### 4.3 Modèles phénoménologiques décrivant le comportement élastoplastique d'une aspérité

Le modèle réduit permet donc, dans un premier temps, de construire une surface rugueuse artificielle *équivalente* à une surface mesurée. Nous possédons un champ d'aspérités axisymétriques de dimensions différentes que nous considérerons comme sinusoïdales. Ainsi, une aspérité peut être caractérisée par deux paramètres : sa hauteur  $h$  et son diamètre  $L$  (voir figure 4.4). Nous introduirons par la suite le paramètre  $r$  qui correspond au rapport entre la hauteur et le diamètre d'une aspérité. Cette section est consacrée à la détermination des modèles de comportement équivalent propres à une géométrie d'aspérité donnée. Ces modèles sont issus d'analyses éléments finis du contact entre une aspérité et un plan rigide. Les détails concernant les conditions de calcul (maillage, conditions aux limites, forme d'aspérité, ...) sont donnés en Annexe A.

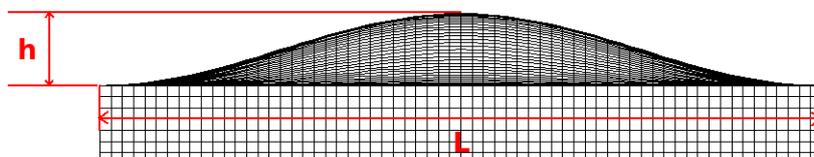


FIG. 4.4 – Dimensions caractéristiques d'une aspérité

Connaissant les caractéristiques géométriques de toutes les aspérités qui composent la surface rugueuse artificielle, il faut déterminer les réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ . Les figures 4.5.a et 4.5.b présentent les réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$  obtenues sur des aspérités de diamètre  $L = 6\mu\text{m}$  et de rapports  $r = h/L$  variables. En premier lieu, on s'aperçoit que l'évolution de l'aire de contact en fonction du chargement appliqué ne dépend pas du rapport  $r$  considéré. La pente de la courbe reste constante au cours du chargement et identique d'un rapport hauteur/diamètre à l'autre (exception faite du rapport  $r = 0.025$  qui présente une réponse  $(A/A_0)(F)$  légèrement supérieure aux autres). En revanche, la réponse  $F(U)$  présente de grandes variations selon le rapport pris en compte. Plus le rapport  $h/L$  est faible,

donc plus l'aspérité est "plane", plus la force à appliquer pour obtenir un déplacement du plan rigide donné, est grande.

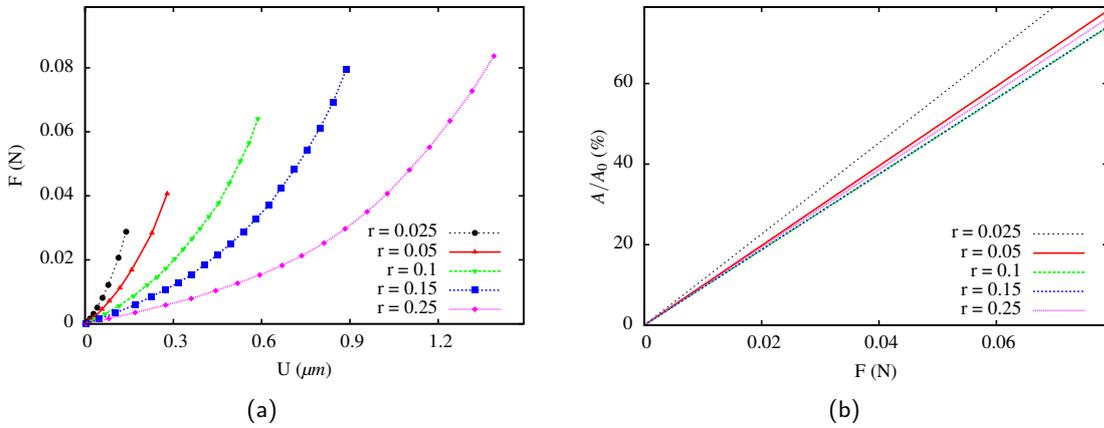


FIG. 4.5 – Comparaison des réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ , du contact entre un plan rigide et une aspérité isolée de largeur  $L = 6\mu\text{m}$ , obtenues pour plusieurs rapports  $r$  différents.

En changeant la valeur du diamètre  $L$  et en construisant des maillages homothétiques, les résultats obtenus sont évidemment homothétiques. Par conséquent, connaissant les réponses d'une aspérité d'un certain diamètre et d'un rapport  $h/L$  spécifique, il est possible d'en déduire simplement les réponses d'une aspérité possédant un même rapport  $h/L$  mais une largeur différente.

La simulation de l'avancement du plan rigide (d'altitude initiale  $z_0$ ) sur un réseau d'aspérités axisymétriques sinusoidales est gouvernée en déplacement. A chaque déplacement  $U_{tot}$  du plan, le modèle réduit vient comparer les altitudes  $z_i$  du sommet de chaque aspérité  $i$  à la position de ce plan. Si  $z_0 - U_{tot} < z$ , avec  $z$  la position du sommet de l'aspérité observée, celle-ci est considérée comme étant géométriquement en contact. On vient alors déterminer la profondeur du contact  $U$  (voir figure 4.6).

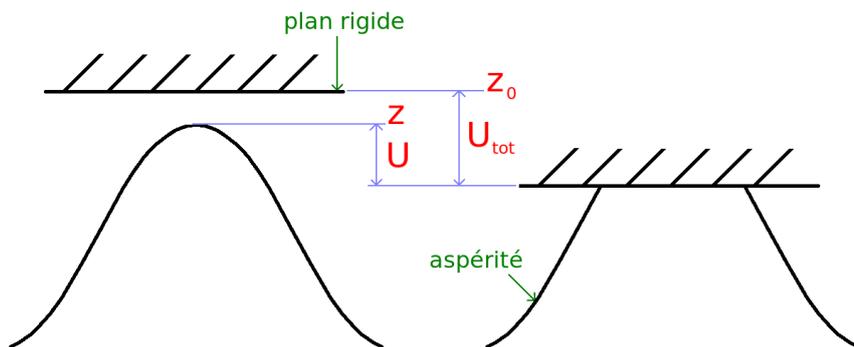


FIG. 4.6 – Schéma représentant les grandeurs mises en jeu dans le modèle réduit.

L'analyse du contact permet d'avoir en main les réponses caractéristiques ( $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ ) d'une aspérité possédant une géométrie spécifique. Connaissant le déplacement relatif entre le plan rigide et l'aspérité, il est aisé de retrouver la "profondeur" du contact. Grâce aux réponses globales, nous pouvons déduire de cette profondeur, la force appliquée

sur l'aspérité. Il est ensuite également simple de remonter à l'aire de contact réelle résultant de cet écrasement. Ainsi, toutes les aspérités de la surface sont analysées à chaque nouveau déplacement du plan rigide. De la sorte, nous récupérons les forces développées, ainsi que l'aire de contact réelle, de toutes les aspérités en contact. La réponse de la surface entière n'est alors que la somme de toutes les réponses élémentaires.

Le comportement des aspérités est ainsi basé sur des lois phénoménologiques obtenues, au préalable, par des simulations éléments finis de l'écrasement d'une aspérité isolée avec un plan rigide. Les modèles de comportement, valables pour des aspérités sinusoïdales sont de la forme suivante :

$$F(U) = a U^4 + b U^2 + c U \quad (4.1)$$

$$A(F) = A_0 d F \quad (4.2)$$

La prise en compte du comportement matériau dans le modèle réduit est faite de manière implicite en se basant sur des calculs éléments finis utilisant un modèle de comportement prédéfini. Ainsi, si l'on souhaite changer le comportement matériau de la surface rugueuse dans le modèle réduit, il est nécessaire de calibrer à nouveau tous les modèles phénoménologiques (équations 4.1 et 4.2) sur des analyses qui utilisent le comportement souhaité.

Les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  dépendent uniquement de la loi de comportement et de la géométrie de l'aspérité concernée. Il est bien entendu impensable de déterminer ces paramètres pour toutes les géométries d'aspérité possibles. A l'issue de l'analyse faite plus haut, il a été mentionné que, pour deux aspérités de même rapport  $h/L$ , il existe une relation permettant de déterminer les réponses globales d'une aspérité possédant une largeur  $L_1$  à partir de la réponse obtenue sur une aspérité de largeur  $L$ . Ainsi, les paramètres  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  et  $d_1$  des modèles de comportement de l'aspérité de largeur  $L_1$  peuvent s'écrire :

$$a_1 = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \times a \quad ; \quad b_1 = b \quad ; \quad c_1 = \frac{L_1}{L_2} \times c \quad \text{et} \quad d_1 = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 d \quad (4.3)$$

Par conséquent, nous focaliserons la détermination des modèles phénoménologiques  $F(U)$  et  $A(F)$  sur l'étude d'une seule largeur d'aspérité. De fait, la détermination des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  s'est opérée sur une aspérité de largeur égale à  $7\mu\text{m}$  avec cinq valeurs du rapport  $\frac{h}{L} : \{0.025, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25\}$  (voir figure 4.7.a et 4.7.b).

Lorsqu'une aspérité entre en contact, le modèle réduit déduit de son rapport  $r$  les valeurs des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  par interpolation linéaire des valeurs obtenues pour les cinq cas d'études précédents (voir figure 4.7.c, .d, .e et .f). Le code considère ensuite la largeur de l'aspérité en question pour calculer la valeur des paramètres finaux  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  et  $d'$  à l'aide des équations 4.3. Chaque modèle de comportement obtenu par cette démarche est alors spécifique à une géométrie d'aspérité donnée.

**Remarque :** Ces modèles de comportement ne permettent pas la détermination du volume libre entre les deux surfaces au cours du chargement. Le volume résiduel est évalué grâce à la connaissance des positions actuelles des nœuds de la surface. En d'autres termes, à

chaque avancée du plan rigide le modèle réduit vient modifier toutes les distances entre les deux surfaces en fonction de l'amplitude du déplacement du plan, exception faite des zones de contact imposées par les modèles phénoménologiques.

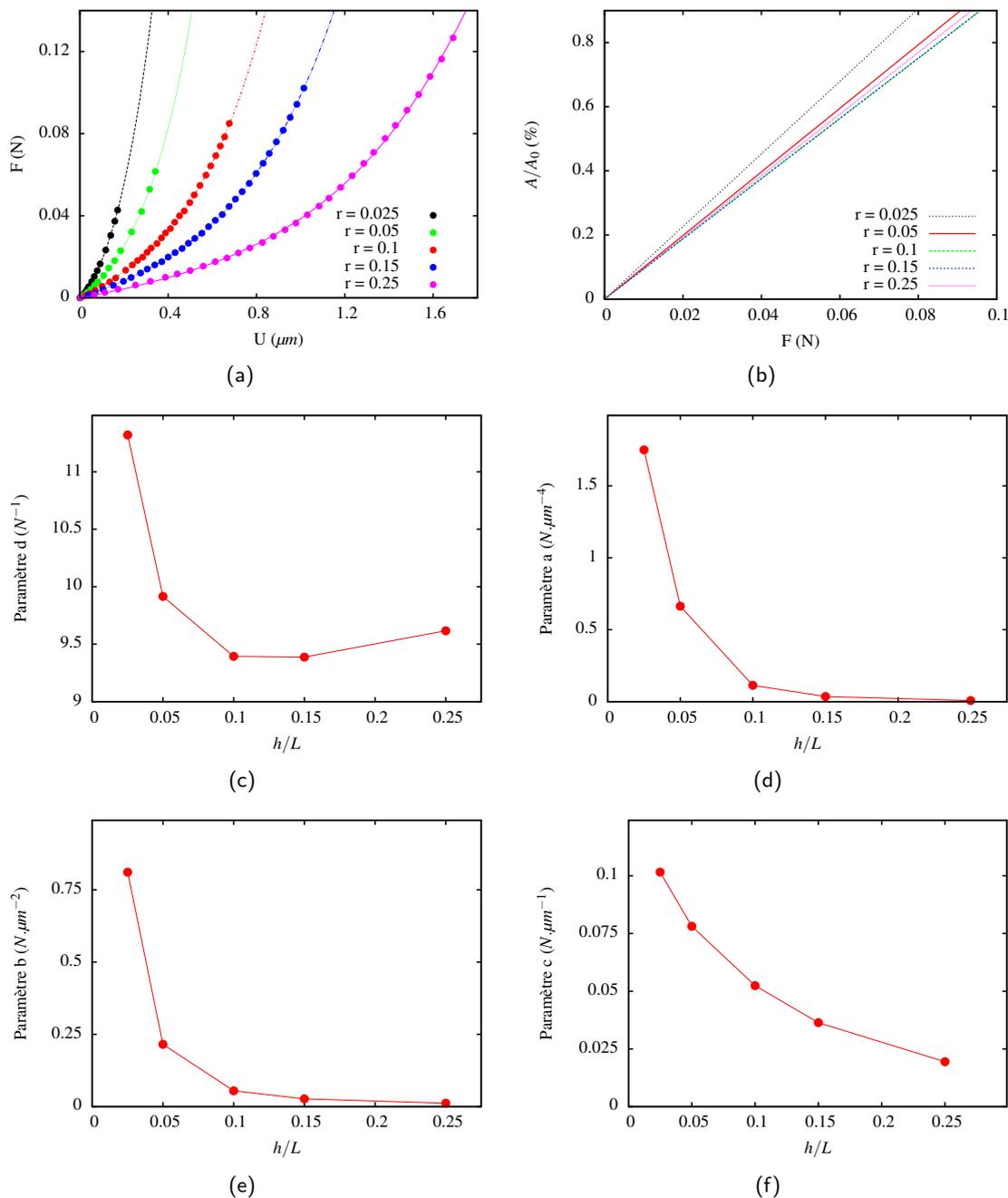


FIG. 4.7 – a. Modèle de comportement  $F(U)$  pour une largeur d'aspérité de  $7\mu\text{m}$  (points = résultats EF, lignes = modèle phénoménologique) – b. Modèle de comportement  $(A/A_0)(F)$  pour une largeur d'aspérité de  $7\mu\text{m}$  – c., d., e. et f. Interpolations linéaires des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  intervenant dans les modèles phénoménologiques de comportement  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ .

## 4.4 Interactions entre aspérités

Les modèles phénoménologiques de comportement précédemment exposés permettent de décrire le contact d'une aspérité avec un plan rigide. Cependant, ils ne permettent pas de prendre en compte les effets de ce contact sur la surface avoisinante de cette aspérité. Or, une aspérité en contact va générer des déplacements dans son voisinage proche, qui se traduisent essentiellement par un déplacement vertical des points voisins et influent fortement sur la topologie. La taille de la région impactée par ces interactions va dépendre de la taille de l'aspérité en contact. De plus, l'intensité des déplacements induits par ces interactions va dépendre de la distance à laquelle on se trouve de l'aspérité en contact.

Ainsi, la prise en compte des interactions aboutit à une entrée en contact plus tardive de l'aspérité voisine, puisque celle-ci tend à "descendre" en même temps que sa voisine. Dans cette étude, nous supposons que la forme des aspérités soumises aux interactions ne varie pas. Une estimation analytique de la déformation de la surface proche de l'aspérité en contact est une tâche compliquée dans le cadre des grandes déformations avec une loi de comportement non linéaire. C'est pourquoi la loi d'interaction est également définie de manière phénoménologique à partir de l'étude du contact entre une aspérité isolée et un plan rigide.

Soit une aspérité sinusoïdale isolée sur un demi-espace. Lorsque cette aspérité est écrasée par un plan rigide, les points de la surface adjacente se déplacent. A proximité du contact, le déplacement radial est du même ordre de grandeur que le déplacement vertical mais n'influe ni sur la pression de contact, ni sur l'aire de contact. L'influence de ce déplacement radial sur la topologie de l'aire de contact et du champ d'ouvertures est alors non significative, c'est pourquoi il sera négligé par la suite. Le déplacement vertical de la surface proche d'une aspérité en contact (largeur =  $4 \mu m$ , hauteur =  $0,4 \mu m$ ) est représenté en figure 4.8. Ce déplacement peut être approximé par la fonction :

$$u_z = au_z^0 \sqrt{\frac{2d}{L}} \exp\left(-b \frac{2d}{L}\right) \quad (4.4)$$

où  $u_z^0$  est le déplacement du sommet de l'aspérité,  $d$  la distance au centre de l'aspérité,  $L$  le diamètre de l'aspérité et  $a, b$  des coefficients du modèle (sans dimensions) qui peuvent dépendre du rapport  $h/L$  de l'aspérité. Dans l'étude courante, ces coefficients sont supposés constants. Pour des propriétés matériau données, les paramètres de la loi de déformation sont les suivants :  $a = 23,64 \cdot 10^{-3}$  ;  $b = 0,4367$ . L'annexe C présente une étude plus détaillée de ces interactions en montrant notamment l'influence de la géométrie d'une aspérité.

Ce lissage ne prend pas en compte la présence du bourrelet de matière dû à l'enfoncement de l'aspérité et à l'écoulement plastique annulaire autour du contact. Cela ne représente pas un grave inconvénient car on évite justement la présence d'une autre aspérité au voisinage d'un sommet, comme expliqué précédemment. La valeur du déplacement axial décroît ensuite relativement doucement et devient négligeable à une distance  $d$  environ égale à 16 fois le rayon  $L/2$  de l'aspérité.

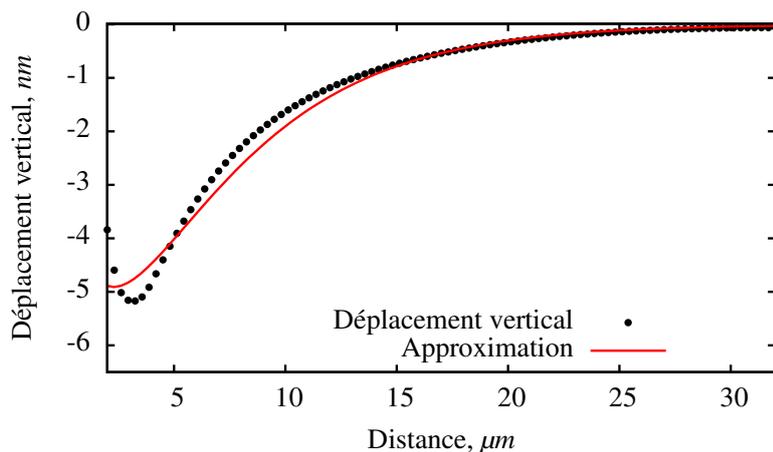


FIG. 4.8 – Déplacement vertical induit par une aspérité de dimensions  $L = 4 \mu m$  et  $r = 0,1$  sur son voisinage (points noir) et son approximation par la loi phénoménologique (ligne rouge).

Deux aspérités en contact peuvent ainsi s'influencer l'une l'autre et déformer la surface rugueuse située entre elles (voir figure 4.9). Pour prendre en compte une telle situation, le champ de déplacement résultant de chaque aspérité en contact est supposé additif. La loi d'interaction proposée a été validée pour la même aspérité sur plusieurs calculs axisymétriques : la frontière latérale fixée dans la direction radiale du problème éléments finis est placée à 4, 8 et 16 micromètres du centre de l'aspérité. De telles conditions aux limites supposent qu'il y ait un groupe de mêmes aspérités distribuées sur un cercle de rayon 8, 16 et 32  $\mu m$ .

Comme montré précédemment, le modèle d'interaction proposé donne une bonne approximation du déplacement en surface. Un exemple de déformation de surface selon la loi proposée pour différentes aspérités en contact est présenté en figure 4.9.

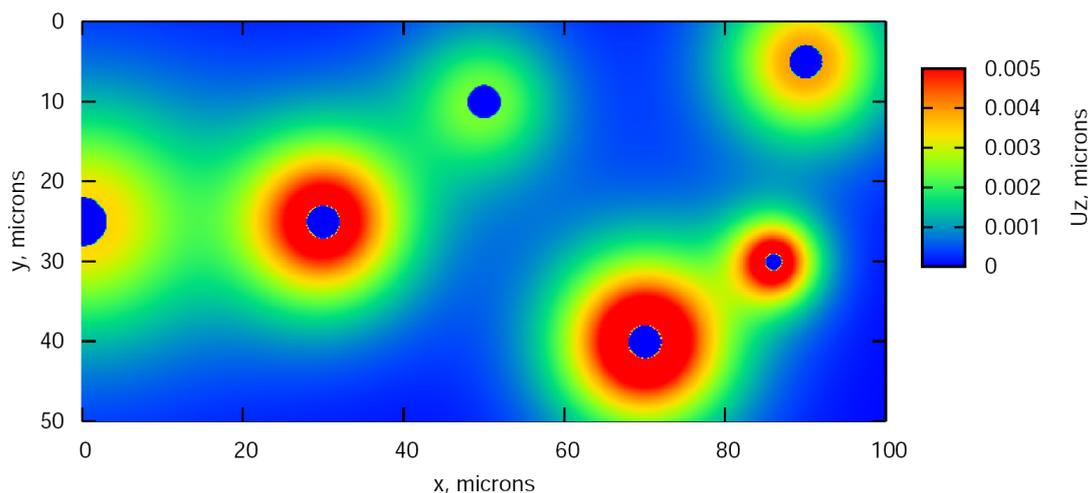


FIG. 4.9 – Exemple de déplacement en surface selon la loi d'interaction phénoménologique, les couleurs correspondent aux déplacements verticaux ; les cercles bleus entourés par des champ de couleur désignent les limites des aspérités.

A chaque incrément de déplacement du plan rigide, il est nécessaire de détecter les

aspérités en contact, celles qui entreront en contact et les zones impactées par ces interactions. Le déplacement du sommet d'une aspérité est ainsi décomposé en deux parties : le déplacement dû aux interactions  $U_i$  et le déplacement dû à la déformation locale  $U_d$  :  $U = U_i + U_d$ . Par conséquent, la loi force/déplacement devient  $F(U_d) = F(U - U_i)$ .

La force est une fonction monotone croissante du déplacement. Il apparaît donc que cette décomposition du déplacement aboutit qualitativement à une force plus faible pour des aspérités proches que pour les mêmes aspérités prises isolément ( $U_i = 0$ ).

**Remarque :** *Il a été mentionné plus haut que la détermination du volume libre se faisait par intégration des espaces locaux entre les deux surfaces. Le voisinage d'une aspérité est considérablement impacté par les interactions entre aspérités du fait de l'introduction d'un nouveau déplacement  $U_i$ . Par conséquent, le modèle réduit doit également prendre en compte ce nouveau déplacement lors de la détermination du volume libre.*

## 4.5 Comparaison modèle réduit vs éléments finis

Cette section est consacrée à une analyse des résultats du modèle réduit avec ceux de la méthode des éléments finis. La comparaison porte sur les réponses globales  $F(U)$  et  $A(F)$  ainsi que sur les topographies des surfaces.

### Définition du problème :

Le problème mécanique est gouverné en déplacement. Initialement, les deux corps sont placés de manière à présenter uniquement un point en contact. L'altitude initiale du plan rigide est donc prise égale à celle du point le plus haut de la surface rugueuse. Le déplacement total du plan rigide vers le corps rugueux est fixé à  $1,35 \mu m$ . L'évolution de la force appliquée est bien entendu non linéaire. Les conditions de calcul utilisées dans l'approche éléments finis sont strictement identiques au cas d'étude présenté au chapitre 3. La force maximale atteinte dans le calcul éléments finis s'élève à 2 N. La surface rugueuse prise en compte est de dimensions  $53 \mu m \times 62 \mu m$ . La force maximale atteinte correspond à une pression de contact apparente égale à 600 MPa, ce qui est légèrement supérieur à la limite d'élasticité du matériau utilisé. L'aire de contact est quant à elle strictement proportionnelle à la charge appliquée sur la surface. L'aire de contact atteinte pour le déplacement maximal correspond à environ 20 % de la surface nominale.

### Réponses globales :

La comparaison des réponses globales révèle l'importance des interactions entre aspérités. Les courbes force-déplacement (figure 4.10) obtenues par le modèle réduit avec ou sans prise en compte des interactions présentent des écarts pouvant s'élever à plus de 40% pour des chargements importants. Comme mentionné précédemment, les déplacements verticaux induits par les interactions tendent à réduire considérablement les efforts appliqués sur les aspérités en contact. Le modèle réduit intègre un déplacement relatif supplémentaire entre

les deux corps en contact qui s'oppose à leur rapprochement, ce qui réduit donc la force appliquée pour un déplacement donné.

De plus, si l'on compare ces résultats avec ceux obtenus par les éléments finis, on s'aperçoit que le modèle réduit fournit des réponses globales en très bon accord lorsque les interactions entre aspérités sont présentes. L'allure de la courbe  $F(U)$  est respectée et l'écart maximum est de 8%.

L'estimation de l'aire de contact en fonction du chargement appliqué présente quant à elle un écart globalement constant d'environ 5%. La linéarité de la relation entre l'aire de contact et la force appliquée est toujours vérifiée même si une légère courbure est visible sur les estimations obtenues à l'aide du modèle réduit. Elle s'explique essentiellement par les approximations sur la taille des aspérités (axisymétriques sinusoïdales) ainsi que sur leurs dimensions (hauteur et diamètre). Toutefois ces écarts ne remettent pas en cause l'efficacité du modèle numérique. En effet, celui-ci permet de passer d'un temps de calcul d'une dizaine de jours pour l'approche éléments finis à quelques minutes pour le modèle réduit.

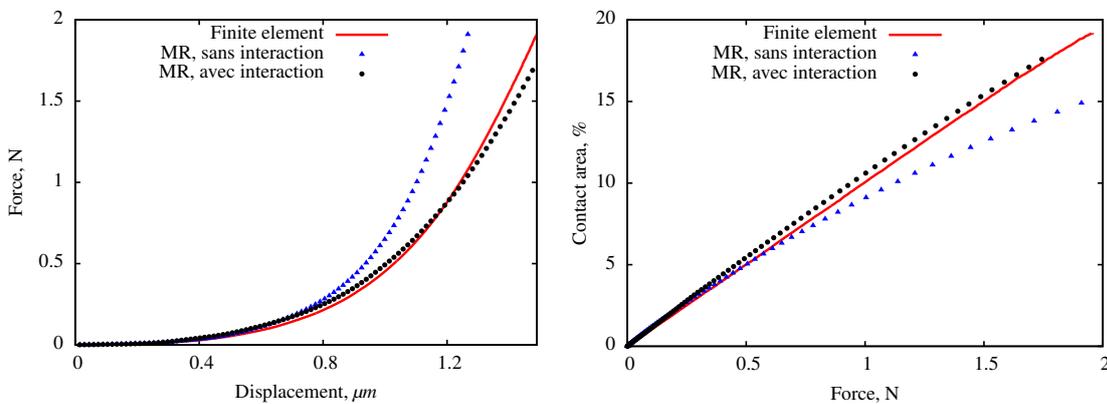


FIG. 4.10 – Comparaison des réponses  $F(U)$  et  $A/A_0(F)$  obtenues au moyen du modèle réduit (MR) avec les résultats de la méthode des éléments finis.

### Topologies :

Dans un premier temps, la topologie de l'aire de contact réelle de la surface rugueuse est présentée en figure 4.11. On y voit, à deux étapes du chargement différentes (pression de contact apparente : 123 MPa et 420 MPa, respectivement  $U = 0.89 \mu m$  et  $U = 1.35 \mu m$ ), la topologie de l'aire de contact obtenue au moyen de la méthode des éléments finis et du modèle réduit. Il est important de remarquer la très bonne détection des zones de contact par le modèle réduit.

On peut observer que la topologie obtenue à l'aide du modèle réduit va présenter deux types de zones de contact. Les zones circulaires (type 1) proviennent de l'approximation faite sur la taille et la forme des aspérités. Les zones de contact présentent ainsi de légers écarts du point de vue de leur forme et de leur taille par rapport aux zones équivalentes détectées par l'approche éléments finis. Ces écarts restent cependant faibles ce qui permet au modèle réduit de fournir une bonne approximation.

Comme il a été dit plus haut, à chaque incrément et en dehors de ces zones de contact de type 1, le modèle réduit reconstruit la surface rugueuse à partir de la topographie initiale en y introduisant les déplacements verticaux induits par le mouvement du plan rigide et par les interactions entre aspérités. De la sorte, les distances entre les deux surfaces en contact diminuent au cours du temps pour devenir nulles en certaines zones où le modèle réduit ne considèrerait pas de présence d'aspérité. Ces zones, beaucoup plus localisées et de taille réduite sont le deuxième type de zone de contact détectées par le modèle réduit. Elles se situent généralement à proximité des zones de contact de type 1.

La localisation géographique de ces zones ainsi que leur taille sont en très bon accord avec les résultats éléments finis et permettent une fois encore de mettre en avant le fort potentiel du modèle réduit.

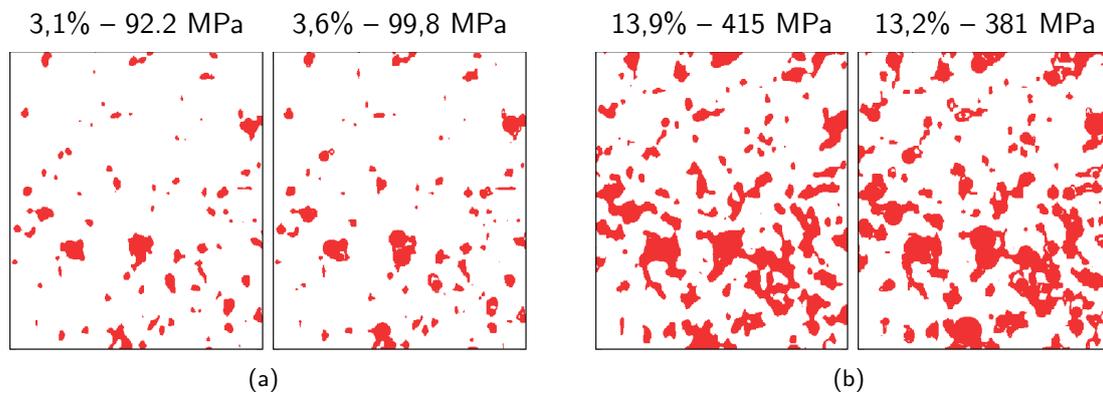


FIG. 4.11 – Comparaison des aires de contact obtenues avec les éléments finis (gauche) et le modèle réduit (droite) pour un déplacement imposé  $U$  égal à  $0.89 \mu\text{m}$  (a) et  $1.35 \mu\text{m}$  (b). La fraction de surface en contact ainsi que la pression de contact sont indiquées pour chaque planche.

La méthode la plus répandue pour estimer la transmissivité consiste à réaliser la simulation de l'écoulement d'un fluide au travers du contact dans le but de quantifier le débit de fuite (voir chapitre 5). La connaissance de la topologie de l'aire de contact réelle est importante car elle est la cause principale de l'existence de chemins préférentiels d'écoulement du fluide. Cependant, la quantification d'un débit de fuite va être essentiellement conditionnée par la topologie du champ d'ouverture.

C'est pourquoi, une étude concernant l'évolution du volume au cours du chargement est nécessaire. Les figures 4.12.a et 4.12.b montrent cette topologie pour les deux mêmes chargements que lors de l'observation de l'aire de contact. Le modèle réduit apporte une fois encore une estimation tout à fait correcte en comparaison de l'approche éléments finis. Les zones profondes sont très bien détectées et estimées. Les rayures de la surface sont, par exemple, facilement observables. On peut néanmoins reprocher au modèle réduit de masquer certaines zones par des aspérités du fait de l'approximation faite sur leur forme. Le problème n'est cependant pas fréquent, et la géométrie locale est donc bien reproduite, ce qui fait du modèle réduit un outil numérique très puissant et pertinent pour l'estimation des caractéristiques globales et locales de notre problème.

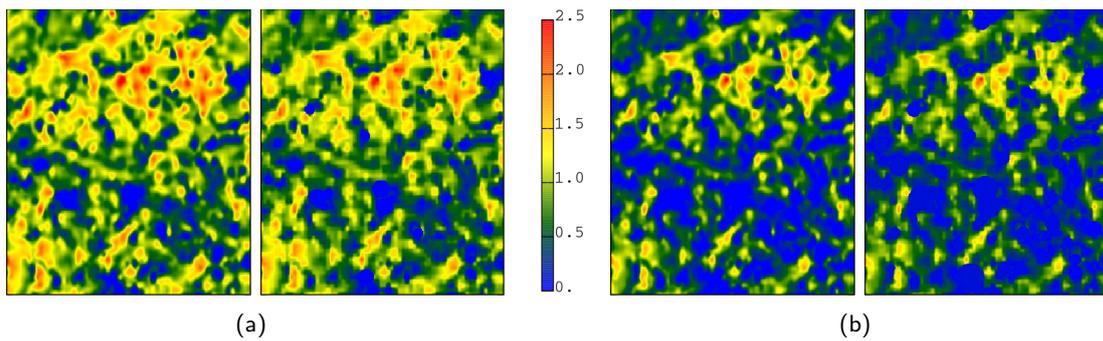


FIG. 4.12 – Comparaison des topologie des champs d’ouvertures obtenus avec les éléments finis (gauche) et le modèle réduit (droite) pour un déplacement imposé  $U$  égal à  $0.89\mu m$  (a) et  $1.35\mu m$  (b) – unités en  $\mu m$ .

## 4.6 Validation du modèle réduit

Après avoir réalisé l’étalonnage du modèle réduit, il est maintenant important de le valider sur de nombreuses surfaces rugueuses différentes. Cette section vient présenter les résultats obtenus sur neuf surfaces différentes, issues des relevés topographiques fournis par EDF pour notre étude. Il s’agit des surfaces D21, D22, D31, D32, D41, D42, D51, D52 et D62 de l’annexe B.

Ces surfaces ont été choisies de manière à présenter des géométries très différentes les unes des autres afin de tester un maximum de topographies réelles (voir figure 4.13). Nous étudions, ici, le contact entre un plan rigide et une surface rugueuse de dimensions  $26\mu m \times 31\mu m$  composée de 26 406 nœuds en surface. Le nombre moyen d’aspérités par surface étudiée est aux alentours de 90, et le problème complet comporte 83 178 nœuds. Le calcul éléments finis en multi-threading (8 threads) nécessite 50 heures.

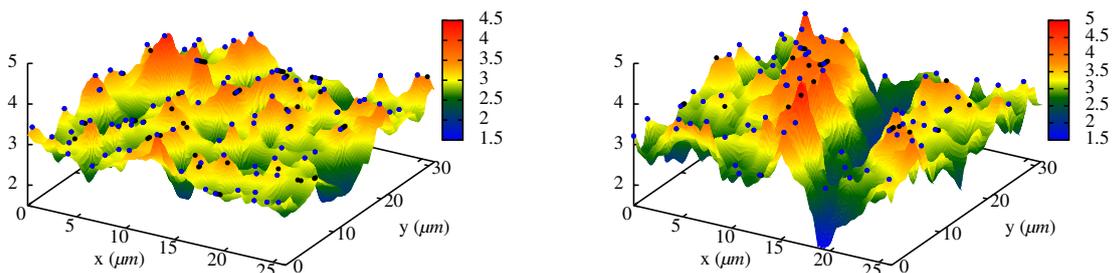


FIG. 4.13 – Représentation 3D de deux des neuf surfaces rugueuses étudiées. Il s’agit des surfaces D21 (gauche) et D41 (droite) de l’Annexe B.

La figure 4.14 présente les réponses globales  $F(U)$  obtenues pour chacun des neuf cas étudiés. Ces résultats s’avèrent être en très bon accord avec les résultats éléments finis. On remarque une fois de plus que la prise en compte ou non des interactions entre aspérités joue un rôle important. Leur non prise en compte engendre une surestimation importante de la courbe  $F(U)$  pour chacune des surfaces étudiées : selon le cas ces écarts varient de

8% à 50%. Si les interactions sont prises en compte, l'écart reste entre 5% et 20%, et les courbes obtenues par le modèle réduit sont globalement très proches de celles obtenues par éléments finis.

Il est également important de noter qu'il est plus difficile d'obtenir des bons résultats sur des petites surfaces que sur des grandes. En effet, plus la surface rugueuse prise en compte est petite, moins il y a d'aspérités. Le poids de chaque aspérité dans la réponse de la surface entière est alors beaucoup plus important. Les approximations faites sur chaque aspérité (forme et dimensions) engendrent alors des conséquences plus visibles dans la réponse de la surface entière. L'allure plus anguleuse de certaines réponses illustre très bien cet aspect : le changement de pente d'une courbe correspond à l'entrée en contact d'une nouvelle aspérité.

L'analyse des topologies du volume libre obtenues (voir figure 4.15) pour chacune de ces surfaces conduit également à des conclusions très favorables. Les zones de contact (représentées en bleu sur la figure 4.15) sont très bien détectées. L'approximation faite sur la forme des aspérités n'engendre pas d'écarts importants et le reste du volume libre est, lui aussi, estimé de façon correcte. Les régions profondes du volume libre sont bien détectées et leur évaluation est précise. Le modèle réduit amène ainsi à de très bonnes estimations, quelle que soit la surface rugueuse prise en compte, tant du point de vue des réponses globales que des topologies obtenues.

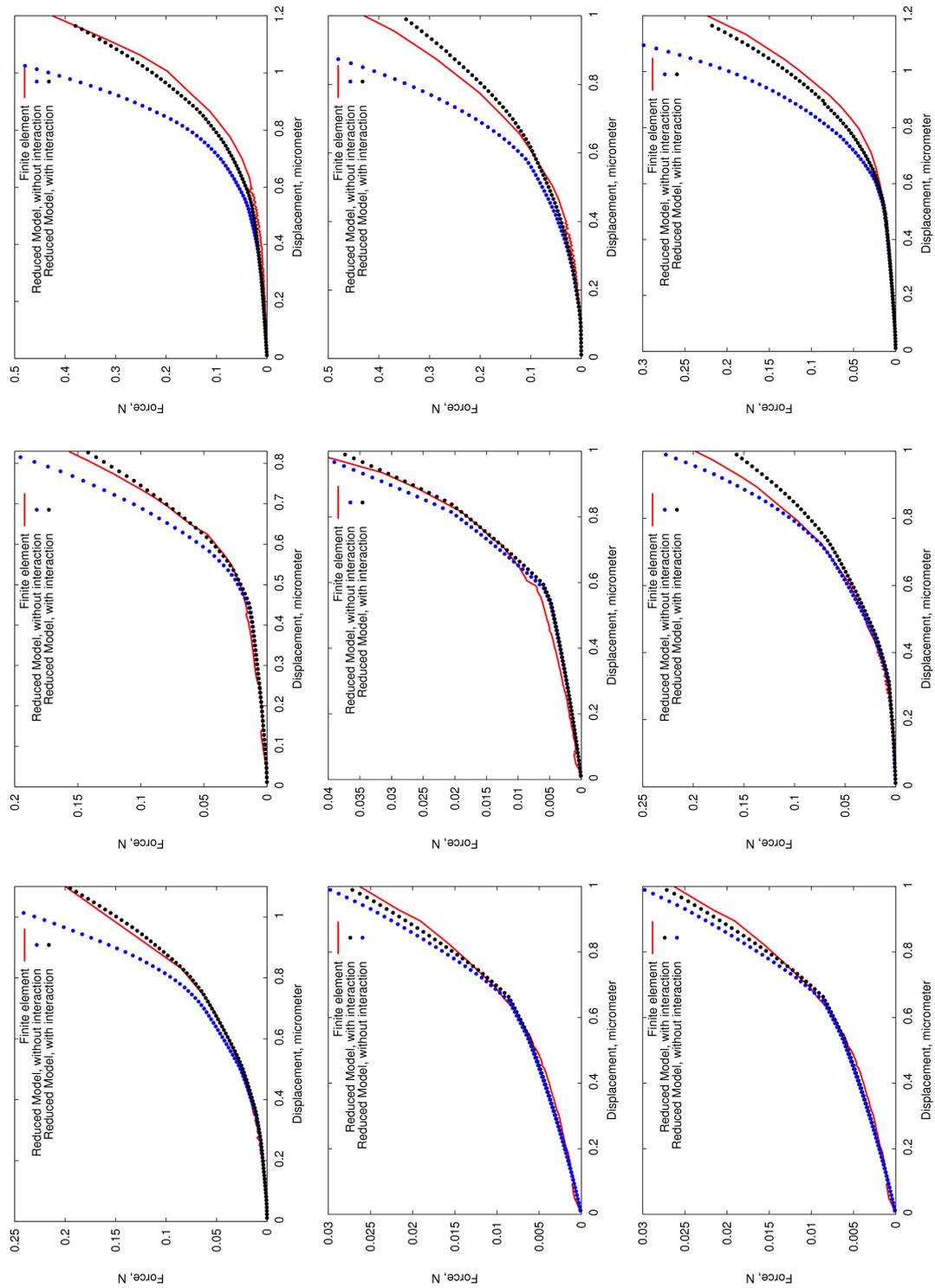


FIG. 4.14 – Comparaison des réponses  $F(U)$  obtenues par le modèle réduit pour chacune des 9 surfaces avec la solution éléments finis – Les surfaces correspondent (de haut en bas et de gauche à droite) aux surfaces C21, C22, C31, C32, C41, C42, C51, C52 et C62 de l'annexe B.

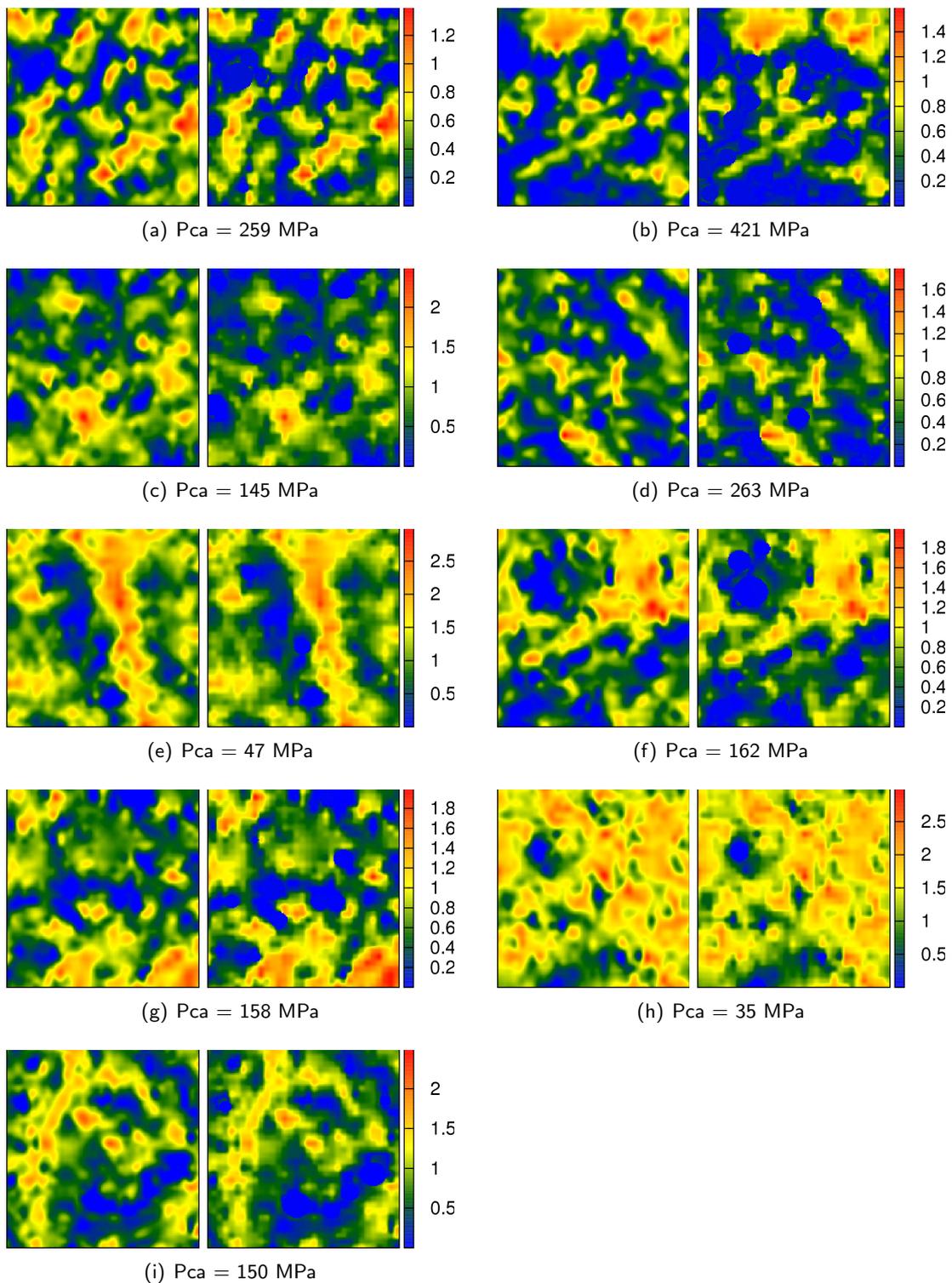


FIG. 4.15 – Comparaison des topologies du volume libre obtenues par FEA (gauche) et par le modèle réduit (droite) les 9 surfaces étudiées de dimensions  $26 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$  (l'unité des isovaleurs est le micromètre). – Les surfaces correspondent aux surfaces de l'annexe B : a) C21, b) C22, c) C31, d) C32, e) C41, f) C42, g) C51, h) C52 et i) C62.

## 4.7 Conclusion

L'intégralité de ce chapitre est dédiée à la présentation du modèle réduit développé au cours de la thèse. Il s'agit de proposer une alternative à la méthode des éléments finis pour l'étude du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide.

Ce modèle se décompose en deux étapes bien distinctes. La première consiste à réaliser une analyse statistique précise d'une surface rugueuse mesurée. Par cette étape, le modèle réduit permet de détecter et mesurer les aspérités présentes sur une surface rugueuse dans le but de construire une surface rugueuse artificielle équivalente, composée d'aspérités axisymétriques et sinusoïdales de dimensions variables. La seconde étape réalise la simulation de l'écrasement de ce champ d'aspérités par un plan rigide en utilisant des modèles phénoménologiques prédéterminés.

Ces modèles phénoménologiques sont obtenus au moyen d'analyses éléments finis qui fournissent les réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$ . Ainsi, connaissant les dimensions (hauteur et diamètre) d'une aspérité, ces lois phénoménologiques fournissent la force et l'aire de contact au cours de l'écrasement. La réponse à l'échelle de la surface entière est alors la somme de celles des aspérités en contact. Le modèle réduit permet également la prise en compte des interactions entre aspérités en se basant sur une loi phénoménologique obtenue au moyen d'analyses éléments finis.

Pour terminer, ce chapitre présente une comparaison du modèle réduit et de la méthode des éléments finis sur des surfaces rugueuses de topographies très variées. A l'issue de ces analyses, ce nouvel outil numérique s'avère être très robuste et fournit des résultats en très bon accord avec la méthode des éléments finis. De plus, les temps de calcul nécessaires pour étudier de tels contacts mécaniques sont réduits de 10 jours pour la méthode des éléments finis à quelques minutes pour le modèle réduit.

## Chapitre 5

# Transmissivité d'une surface rugueuse

*“ La connaissance scientifique possède en quelque sorte des propriétés fractales : nous aurons beau accroître notre savoir, le reste - si infime soit-il - sera toujours aussi infiniment complexe que l'ensemble de départ. ”*  
- Isaac Asimov -

*Le volume résiduel présent entre les deux surfaces laisse la possibilité à un fluide de s'écouler. La topologie de ce volume est très complexe à l'image d'un réseau de canaux reliés entre eux et qui, au fur et à mesure de l'écrasement, se déconnecteraient les uns des autres pour atteindre une situation critique : le seuil de percolation.*

*Ce chapitre est dédié à l'analyse de l'étanchéité d'un contact rugueux. Après un bref tour d'horizon de la littérature, il présentera les équations générales utilisées en mécanique des fluides. Il présentera ensuite les méthodes numériques employées dans ce travail de thèse pour approcher l'écoulement au sein du champ d'ouvertures résultant du contact [Durand et al., 2012]. Dans le même esprit que pour la résolution du problème mécanique, nous avons utilisé dans un premier temps un calcul 3D complet, puis une approche fluide 2D basée sur les équations de Reynolds. Pour finir, les premières estimations de la transmissivité  $K$  d'un contact rugueux seront présentées. De même l'influence du comportement des matériaux en contact du point de vue de cette transmissivité sera analysée.*

## 5.1 Etat de l'art des écoulements en film mince

### 5.1.1 Les origines de la lubrification

Historiquement, l'étude de l'écoulement d'un fluide au sein d'un milieu étroit est né du domaine de la tribologie, et plus précisément de celui la lubrification. La tribologie, du grec "Tribein" et "logos" est littéralement la science du frottement. Les multiples effets bénéfiques du frottement dans ce monde ne sont plus à démontrer ; ils nous permettent de marcher, aux voitures de rouler, à une allumette de s'enflammer. Cependant, les frottements créent également de l'usure, ils diminuent les rendements des machines si bien qu'ils ont fréquemment une image négative. Ainsi, les premiers mécanismes créés par l'homme ont fait naître le besoin de réduire les frottements, notamment pour des raisons de durée de vie.

Une des premières techniques visant à réduire les frottements consistait à remplacer les frottements de glissement par des frottements de roulement. La roue a ainsi vu le jour vers 4000 ans av. J.-C.. Pour transporter des charges lourdes, les Egyptiens les faisaient glisser sur des rondins de bois roulant sur le long d'un chemin en bois. Certaines fresques montrent ces techniques utilisées ; on y voit également un homme devant le cortège, versant un liquide pour faciliter le glissement de roulement des rondins : un des premiers contacts lubrifiés connus à ce jour.

### 5.1.2 Lubrification

Aujourd'hui, la lubrification touche un nombre important de secteurs industriels et a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux depuis plus d'un siècle. En 1882, "the Institution of Mechanical Engineers" engage Beauchamp Tower (1845-1904) pour réaliser toute une campagne d'essais sur la lubrification des paliers. Les résultats de ces travaux ont permis de montrer qu'ils correspondaient mieux aux lois du frottement liquide qu'à celles du frottement solide proposées par Coulomb. Pour la première fois, la présence à la fois d'un film mince (liquide), entre les surfaces en contact, et d'une pression au sein de ce film ont pu être observées.

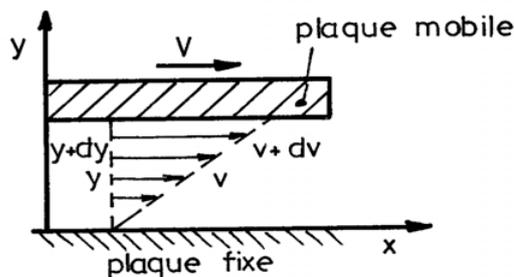
De son côté, le mathématicien Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) présenta, en 1822, un rapport visant à proposer les équations générales du mouvement d'un fluide en prenant en considération les frottements présents au sein même du fluide (c'est-à-dire la viscosité). Ces équations, aujourd'hui connues sous le nom d'équations de Navier-Stokes, constituent les fondements de la mécanique des fluides actuelle.

D'autres travaux ont suivi, notamment ceux de Jean Louis Marie Poiseuille (1799-1869) qui chercha à expliquer l'écoulement du sang dans les vaisseaux sanguins. Les lois issues de ses études, et validées par Hagen, sont aujourd'hui connues sous le nom de loi d'Hagen-Poiseuille. Enfin, c'est avec Osborne Reynolds, voulant expliquer les résultats expérimentaux de Tower, que les bases de la lubrification hydrodynamique ont été établies en 1886. Ces travaux ont notamment permis de mettre en avant l'importance de la viscosité d'un fluide ainsi que de caractériser le phénomène de portance généré dans le coin d'huile lors de l'écoulement d'un fluide entre deux plans parallèles, puis inclinés. De même, c'est avec lui que l'importance de la rugosité a été mise en avant, au niveau des zones d'épaisseur de film faible.

Aujourd'hui, plusieurs modes de lubrification sont répertoriés à partir de la courbe de Stribeck (courbe montrant l'évolution du frottement en fonction de l'épaisseur du film). Quatre types de lubrification y sont définis. Dans le cas des contacts à basse pression (0.1 à 50 MPa), la lubrification est dite lubrification limite. La séparation des surfaces est assurée par des molécules d'huile absorbées par les surfaces. Le deuxième type correspond à la lubrification mixte. L'effet hydrodynamique décrit par l'équation de Reynolds tend à séparer les deux surfaces en contact. On se retrouve alors avec un film lubrifiant discontinu où certaines zones de contact restent visibles (du fait de la rugosité). Lorsque le film mince présent entre les deux surfaces devient suffisamment épais devant la rugosité des surfaces, nous entrons dans le domaine de la lubrification hydrodynamique en régime laminaire, dont l'étude peut être réalisée au moyen de l'équation de Reynolds. Enfin, le dernier mode correspond à la lubrification hydrodynamique en régime non laminaire (tourbillon de Taylor et turbulence).

### 5.1.3 Viscosité d'un fluide

La viscosité d'un fluide est l'un des paramètres les plus importants en lubrification et a fait l'objet de nombreux travaux. Dans la lubrification hydrodynamique, les pertes par frottement, l'épaisseur du film mince ou encore la capacité de charge d'un palier sont directement liés à cette viscosité. Elle caractérise la résistance d'un fluide à une force tendant à déplacer par glissement les molécules au sein du fluide. Cette force peut être déterminée par la formule de Newton propre à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface fixe et une surface mobile (à une vitesse  $V$ ), ou écoulement de Couette (voir figure 5.1). Dans cette situation, le fluide va présenter un écoulement par couche où chacune de ces couches sera animée par une vitesse variant de 0 à  $V$ . Du fait du gradient de vitesse, la résistance de l'écoulement au déplacement de la surface mobile sera caractérisée par le cisaillement  $\tau$  déterminé selon l'équation 5.1.



$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (5.1)$$

où  $\mu$  est appelé viscosité dynamique du fluide

FIG. 5.1 – Ecoulement de Couette.

Cette relation de linéarité entre la contrainte de cisaillement et la vitesse d'un fluide est valable pour les fluides dits Newtoniens. Elle n'est cependant plus vérifiée lorsque les conditions appliquées au problème sont très sévères ou lorsque des macromolécules sont présentes : on parlera alors de fluides non Newtoniens.

Plusieurs appareils de mesure permettent aujourd'hui de caractériser la viscosité d'un fluide. Sans entrer dans le détail, ces viscosimètres peuvent utiliser la relation d'un écoulement de Couette (viscosimètre de Couette) ou d'un écoulement de Poiseuille (viscosimètre à capillaire). Ils peuvent également faire intervenir l'écoulement d'un fluide entre deux disques en rotation (viscosimètre à disque ou à cônes) ou la chute d'une bille dans un fluide (viscosimètre à chute de bille). Récemment, des travaux ont développé un nouveau

viscosimètre permettant de quantifier les propriétés d'un fluide (newtonien ou non) à l'aide de la force générée par ce dernier sur un cylindre présent dans le tube où s'écoule le fluide [Noël et al., 2011].

La viscosité d'un fluide n'est pas constante. Elle diminue avec la température ([Hasse et al., 2009], [Fröba et al., 2008]), et augmente avec la pression. Ces observations sont de première importance, surtout dans le domaine de la lubrification où l'on peut atteindre des pressions très importantes dans le film d'huile.

#### 5.1.4 Écoulement fluide en lubrification

En lubrification hydrodynamique, un fluide visqueux newtonien sépare les deux surfaces en présence. Selon les conditions de ce contact (vitesse relative des surfaces, différentiel de pression) l'écoulement du fluide résulte de la superposition de deux écoulements simples bien connus : l'écoulement de Couette et l'écoulement de Poiseuille (voir figure 5.2). Généralement, l'étude de l'écoulement fluide en lubrification hydrodynamique se base sur l'équation de Reynolds pouvant prendre plusieurs formes selon les conditions appliquées au cas étudié. Ces équations proviennent des équations générales de la mécanique des milieux continus appliquées à l'écoulement d'un fluide (ces équations seront plus amplement détaillées en sections 5.2 et 5.3).

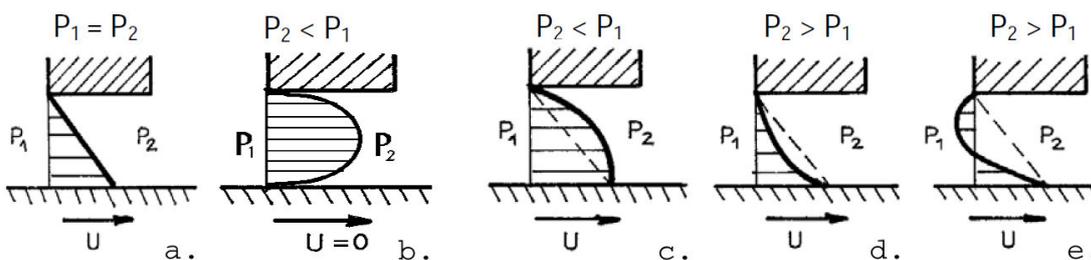


FIG. 5.2 – Type d'écoulements en hydrodynamique : a) Écoulement de Couette – b) Écoulement de Poiseuille – c), d) et e) Écoulements résultants [Frêne et al., 1990].

Ces cas modèles ne sont malheureusement pas les plus répandus. Du fait des améliorations perpétuelles dans l'industrie, les dimensions des systèmes de palier ou de butées présents dans les assemblages mécaniques sont de plus en plus petites et, par conséquent, aboutissent à des conditions d'utilisation de plus en plus sévères. De la sorte, il est fréquent de voir apparaître des contacts entre les surfaces, on parle alors de régime de lubrification mixte.

Partant des équations de Reynolds, beaucoup de travaux ont permis d'estimer l'écoulement d'un fluide en lubrification mixte ou hydrodynamique. Ils ont également pu mettre en avant l'influence de la rugosité de surface sur l'écoulement. Cette influence est étudiée depuis plus de quarante ans et a conduit au développement de nombreux modèles, tels ceux de Christensen [Christensen and Tonder, 1971], qui considèrent l'influence d'une rugosité longitudinale et transverse, et ceux de Patir et Cheng ([Patir and Cheng, 1978] et [Patir and Cheng, 1979]), qui introduisent des facteurs d'écoulement pour un profil de rugosité plus général.

Les trois facteurs d'écoulement introduits par Patir et Cheng traduisent les effets de la rugosité sur l'écoulement de Poiseuille ( $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$ ) et l'écoulement de Couette ( $\Phi_s$ ). A partir

de leur résultats déterministes ils proposent ainsi d'intégrer ces facteurs d'écoulement dans l'équation de Reynolds et résumant leurs résultats au moyen d'abaques. D'autres travaux ont ensuite exploité ce modèle pour certains types de contact lubrifié en régime mixte ([Tripp, 1983], [Bayada and Chambat, 1988], [Sahlin et al., 2009]).

Le modèle de Patir et Cheng propose une détermination empirique des facteurs d'écoulement en simulant des modèles de paliers dont les rugosités de surface suivent des lois statistiques. De nouveaux modèles proposent de déterminer ces facteurs en utilisant des techniques d'homogénéisation ([Sahlin et al., 2007]). Ces méthodes, également utilisées pour traiter les phénomènes de cavitation ([Bayada et al., 2005], [Harp and Salant, 2001] et [Harp and Salant, 2002]), présentent l'avantage d'être applicables à une surface rugueuse réelle arbitraire, notamment en utilisant directement des mesures de rugosité en 2D ou en 3D. De même, elle est plus efficace en terme de rapidité et s'affranchit des ambiguïtés présentes dans le modèle originel puisque seule la rugosité est prise en compte dans la détermination des coefficients d'écoulement.

### 5.1.5 Ecoulement fluide en fracture rugueuse

Notre application ne se place pas exactement dans le domaine de la lubrification. En effet, le volume libre laissé par la rugosité est plus petit que dans les problèmes de lubrification. Par ailleurs, il n'a pas de mouvement relatif de translation. En ce sens, notre problème présente des analogies avec le cas de l'écoulement d'un fluide au sein d'un milieu multi fissuré ou encore d'un milieu poreux ([Bear, 1972]).

Durant de nombreuses années, l'écoulement d'un fluide entre les deux plans rugueux d'une fissure était considéré comme équivalent à l'écoulement entre deux plaques lisses et parallèles. Cette hypothèse présentait l'avantage de pouvoir utiliser la solution simplifiée de l'équation de Navier-Stokes, appelée équation de Reynolds ou encore loi cubique, écrite sous la forme :

$$Q = -\frac{W\rho g e^3}{12\mu} \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (5.2)$$

où  $W$  est la largeur de la fissure,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $g$  la constante gravitationnelle,  $e$  l'ouverture de la fissure,  $\mu$  la viscosité du fluide,  $\Delta h$  le gradient hydraulique (représentant la variation de la pression du fluide) et  $\Delta L$  la longueur de fissure.

De bonnes estimations du débit de fuite réalisées par le biais de l'équation 5.2 sont obtenues lorsque l'on introduit l'ouverture hydraulique  $e_h$  à la place de l'ouverture apparente  $e$ . Elle est généralement calculée à partir de mesures de débit de fuite. Cependant, lorsqu'on essaie d'intégrer directement des ouvertures mesurées dans la Loi Cubique, les estimations du débit amènent à des surestimations, notamment parce que les effets de rugosité de surface et de variation du champ d'ouvertures ([Moreno et al., 1988]) sont négligés. L'erreur commise par l'approximation de Reynolds est difficile à estimer analytiquement. Partant des résultats de [Hagesawa and Izuchi, 1983], les travaux de [Zimmerman et al., 1991] ont montré que, dans le cas d'une fissure sinusoïdale, les estimations obtenues avec l'équation de Reynolds différaient de moins de 10 % en comparaison à celles obtenues par le modèle de Stokes. Le premier traitement analytique d'une fissure 3D se trouve dans les travaux de [Mourzenko et al., 1995]. Plus pessimistes, ils mettent en évidence une surestimation systématique d'un facteur 2 de l'approximation de Reynolds, toujours en comparaison avec la loi de Stokes.

Ces résultats sont complétés par de nombreuses autres études visant à améliorer les estimations de fuite faites au moyen de l'équation de Reynolds. Partant de mesures topographiques, de nouvelles définitions de l'ouverture hydraulique  $e_h$  ont été proposées ([Neuzil and Tracy, 1981], [Tsang and Witherspoon, 1981], [Brown, 1987]). Des moyennes sur les champs d'ouvertures ont ainsi pu être testées (moyenne arithmétique, harmonique, géométrique, ...) et sont notamment référencées dans [Konzuk and Kueper, 2004]. De même, des méthodes introduisant des facteurs permettant de prendre en compte d'autres caractéristiques de la fissure ont été développées ([Patir and Cheng, 1978], [Zimmerman et al., 1991]).

Ces nouvelles méthodes ont effectivement permis une amélioration des estimations obtenues au moyen de la loi cubique. Cependant, outre que l'aspect physique de ces méthodes peut être critiqué, elles n'expliquent pas la totalité des écarts observables. En effet, plusieurs facteurs influent sur l'écoulement du fluide (voir figure 5.3). La présence de la rugosité modifie le profil parabolique de la vitesse d'un fluide (zone A), comme observé dans [Schlichting, 1979]. Le changement de direction de la fissure, ainsi que la convergence (ou la divergence) de ses lèvres peuvent causer un différentiel dans l'accélération du fluide engendrant ainsi une variation du profil de vitesse (zone C et E) ([Brown et al., 1995]). De même, des tourbillons ou des zones stagnantes peuvent apparaître au sein de l'écoulement lorsque l'ouverture de la fissure présente des variations fortes (zone B et D). Tous ces facteurs mènent à une augmentation de l'énergie dissipée dans le fluide, conduisant ainsi à un débit moins important que dans le cas idéal d'un écoulement laminaire.

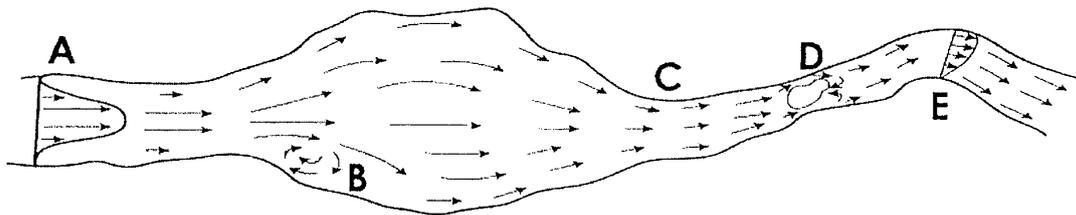


FIG. 5.3 – Schématisation des différents phénomènes rencontrés dans l'écoulement d'un fluide au sein d'un volume rugueux [Konzuk and Kueper, 2002] – A : profil de vitesse moins "raide" du fait de la rugosité ; B et D : apparition de tourbillons ou zones stagnante causés par les variations du champ d'ouvertures ; C et E : profil de vitesse variable induit par les variations fortes du champ d'ouvertures et de la direction d'écoulement.

## 5.2 Méthodes de calcul de l'écoulement fluide

La transmissivité caractérise la possibilité d'établir l'écoulement d'un fluide entre deux surfaces. Pour un fluide newtonien et un écoulement laminaire, elle ne dépend que de la géométrie des surfaces concernées. Au cours de la thèse de C. Vallet, l'estimation de la transmissivité a été réalisée au moyen d'un outil numérique développé par le laboratoire du TREFLE de Bordeaux. Dans ce travail de thèse, cet outil a permis de faire des estimations sur plusieurs surfaces rugueuses. Cependant, afin de disposer d'éléments de comparaison et de pouvoir visualiser l'écoulement, nous avons par la suite réalisé nos propres simulations par la méthode des éléments finis.

### 5.2.1 Eléments de mécanique des fluides

La description de l'écoulement d'un fluide newtonien est communément réalisée au moyen de l'équation de Navier-Stokes (5.3) et de l'équation de conservation de masse (5.4) :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (5.4)$$

Avec  $p$  et  $\mathbf{v}$  respectivement la pression et la vitesse locales du fluide,  $\rho$  sa masse volumique et  $\mu$  sa viscosité dynamique.

Nous nous positionnons dans le cas d'un écoulement permanent, les équations précédentes se réécrivent alors sous la forme suivante :

$$\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5.6)$$

De la sorte, la détermination de l'écoulement fluide au sein du volume présent entre les deux surfaces en contact passe par la résolution de ces équations au travers du champ d'ouverture  $h(x, y)$ .

La complexité de ce genre d'étude provient essentiellement de la présence d'un terme non-linéaire, le terme convectif  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v}$ , et d'un terme du second ordre, lié à la viscosité  $(\mu \nabla^2 \mathbf{v})$ , dans l'équation de Navier-Stokes. Dans de nombreux cas, l'un des termes est généralement négligeable devant l'autre. Tout l'enjeu est alors de connaître le poids de chacun d'entre eux.

Dans cette optique, et de façon identique aux travaux de thèse de C. Vallet [Vallet, 2008], on peut introduire les paramètres adimensionnés  $x^* = \frac{x}{l^0}$ ,  $y^* = \frac{y}{l^0}$ ,  $z^* = \frac{z}{h^0}$ ,  $v_{x,y}^* = \frac{v_{x,y}}{u^0}$  et  $v_z^* = \frac{v_z}{w^0}$ , où  $l^0$  et  $h^0$  sont les dimensions caractéristiques dans les directions  $(x, y)$  et  $z$  respectivement, tandis que  $u^0$  et  $w^0$  sont les vitesses caractéristiques dans les directions  $(x, y)$  et  $z$  respectivement. Avec ces notations, l'équation de conservation de la masse (5.6) se réécrit sous la forme adimensionnée suivante :

$$\frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + \frac{l^0 w^0}{h^0 u^0} \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (5.7)$$

Pour que le dernier terme soit du même ordre de grandeur que les deux premiers (principe de moindre dégénérescence) nous supposons que :

$$w^0 = \frac{h^0}{l^0} u^0 = \varepsilon u^0 \quad (5.8)$$

L'introduction des termes adimensionnés dans l'équation de quantité de mouvement 5.5 donne :

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\rho u^0 h^0}{\mu} \left( v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y^*} + v_z^* \frac{\partial v_x^*}{\partial z^*} \right) &= -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \varepsilon \frac{\rho u^0 h^0}{\mu} \left( v_x^* \frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + v_z^* \frac{\partial v_y^*}{\partial z^*} \right) &= -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ \varepsilon \frac{\rho u^0 h^0}{\mu} \left( v_x^* \frac{\partial v_z^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial v_z^*}{\partial y^*} + v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} \right) &= -\frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) \end{aligned} \quad (5.9)$$

où  $p^*$  est défini par :  $p^* = \frac{(h^0)^2}{\mu l^0 u^0} p$

Ces équations font intervenir le terme  $\frac{\rho u^0 h^0}{\mu}$  qui est identifié comme étant le nombre de Reynolds  $Re$ . Ce nombre sans dimension permet mesurer le poids relatif des termes visqueux et inertiel de l'équation de Navier-Stokes. Il joue un rôle très important en mécanique des fluides car il permet de classer les écoulements selon plusieurs types. Dans le cas d'un écoulement en conduite circulaire, nous avons :

**Écoulement laminaire :** Il correspond à des nombres de Reynolds  $Re \lesssim 2000$ . Si  $Re \gg 1$ , le terme de viscosité peut être négligé car il ne jouera un rôle important que sur les bords. On parle alors d'écoulement laminaire parfait et l'équation de Navier-Stokes devient :

$$\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p \quad (5.10)$$

Si  $Re \ll 1$ , le terme inertiel devient négligeable devant la viscosité. On parle alors d'écoulement laminaire visqueux, rampant ou de Stokes qui correspond à un écoulement lent dans un milieu étroit. L'équation de Navier-Stokes devient :

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (5.11)$$

**Écoulement turbulent :** Il correspond à des nombres de Reynolds  $Re \gtrsim 2000$ . Dans cette situation, le problème n'est analytiquement pas résoluble. Il faut avoir recours à des lois phénoménologiques associées à une analyse dimensionnelle ou au calcul par éléments finis ou différences finies.

### 5.2.2 Maillage du volume libre

Nous avons réalisé la simulation de l'écoulement d'un fluide incompressible dans le volume libre défini par les chapitres précédents au moyen du logiciel éléments finis Abaqus/CFD. Il se base sur l'équation de Navier-Stokes, pour un fluide incompressible, présentée dans la partie précédente. La réalisation d'une telle simulation nécessite la création d'un maillage éléments finis. Connaissant les coordonnées cartésiennes, pour chaque niveau de chargement, des nœuds en surface, il est très simple de déterminer le champ des distances entre la surface rugueuse et le plan rigide.

En reprenant le principe de l'outil numérique permettant d'appliquer une rugosité mesurée sur un maillage régulier, un autre outil a été développé dans le cadre du logiciel Zset/ZéBuLoN afin de créer le maillage du volume libre situé entre les deux surfaces en contact. En raison du niveau de pression dans le calcul fluide, qui reste inférieur à 20 MPa, il n'est pas nécessaire d'introduire un couplage fluide-structure. C'est bien la résolution du problème mécanique des solides qui impose la frontière.

Les maillages représentés en figure 5.4 correspondent au cas de la surface rugueuse D82 de dimensions  $26 \mu m \times 31 \mu m$  en contact avec un plan rigide. Le comportement matériau utilisé pour la surface rugueuse lors des calculs mécaniques correspond au modèle macroscopique de type von Mises présenté au chapitre 2. Lors de ces calculs de contact mécanique, la discrétisation de la surface rugueuse était de  $163 \times 163$  nœuds en surface. Par conséquent, les volumes libres maillés sont également discrétisés en  $163 \times 163$  dans le plan (xy).

Une étude (non présentée dans ce manuscrit) concernant le nombre de couches d'éléments à utiliser dans l'épaisseur des volumes a permis de montrer qu'une convergence raisonnable des résultats s'obtient pour un nombre de couches égal à 10. Le maillage complet du volume libre, correspondant à un chargement donné, possède ainsi presque 300 000 nœuds pour les cas présentés dans ce chapitre. Dans ces maillages, les zones de contacts détectées lors de l'approche mécanique correspondent désormais aux trous, puisqu'il s'agit de zones où le fluide ne peut pas s'écouler. Plus le chargement considéré est important, plus les zones de contact seront grandes et donc plus le maillage du volume libre sera petit.

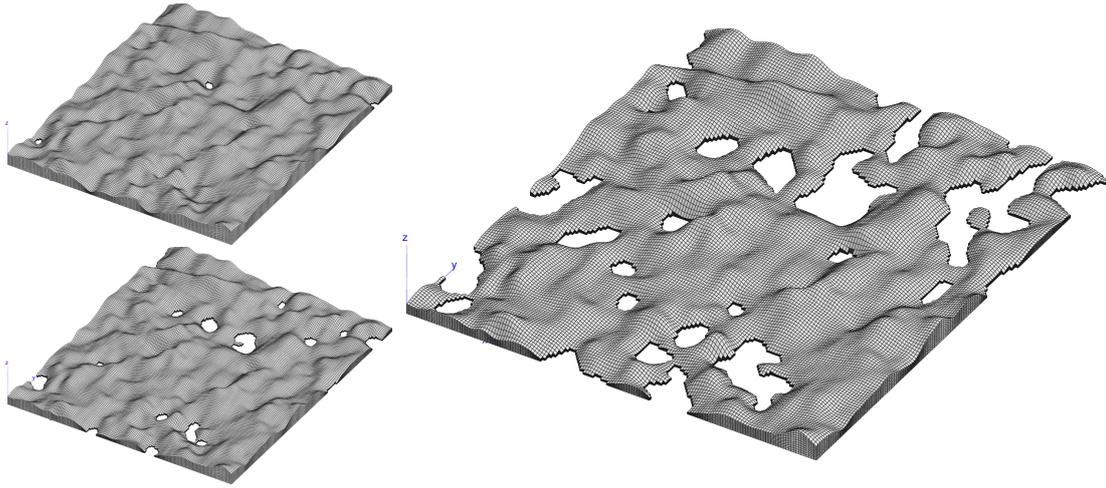


FIG. 5.4 – Représentation de 3 maillages du volume libre présent entre deux surfaces en contact pour 3 chargements appliqués différents.

**Remarque :** Les surfaces rugueuses de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$  et discrétisées par  $325 \times 325$  nœuds en surface ont également fait l'objet de l'étude de l'écoulement fluide qui est présentée dans ce chapitre. Les maillages des volumes libres correspondant sont ainsi composés de plus de 1 000 000 de nœuds. Il ne sont pas présentés dans ce chapitre par souci de clarté des images et de concision.

### 5.2.3 Simulation de l'écoulement d'un fluide

#### Note sur les résultats expérimentaux

Les essais expérimentaux réalisés dans le cadre de la thèse de C. Vallet [Vallet, 2008] permettaient de quantifier le débit de fuite associé à l'écoulement d'un fluide (butanol) au travers du contact formé par une portée d'étanchéité et un plan saphir. Les résultats typiques obtenus dans ces travaux sont présentés en figure 5.5. La viscosité du fluide est  $\mu = 2,7 \cdot 10^{-3}$  Pa.s, la masse volumique  $\rho = 808 \text{ kg/m}^3$ , le gradient de pression  $\Delta P_{\text{butanol}}$  varie entre 0,1 et 0,4 bars et les dimensions de la portée sont  $L = 147 \text{ mm}$  et  $l = 1 \text{ mm}$ .

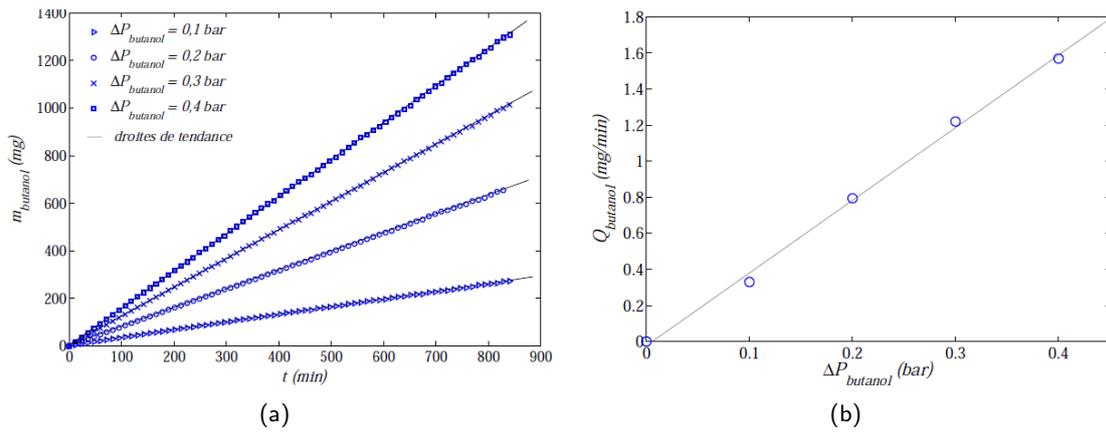


FIG. 5.5 – a) Evolution de la masse de butanol  $m_{butanol}$  au cours du temps  $t$  en fonction de la pression relative de butanol  $\Delta P_{butanol}$  pour une pression de contact  $P_{ca} = 20$  MPa – b) Evolution du débit de fuite massique  $Q_{butanol}$  en fonction de la pression relative de butanol  $\Delta P_{butanol}$  pour une pression de contact  $P_{ca} = 20$  MPa. – [Vallet, 2008].

Si l'on considère les résultats obtenus pour un gradient de pression  $\Delta P_{butanol} = 0.1$  bar, le débit massique est :

$$Q_m = \frac{300}{900} \text{ mg/min} \approx 5,55 \cdot 10^{-5} \text{ g/s} \quad (5.12)$$

ce qui correspond à un débit volumique de :

$$Q_v \approx 6,87 \cdot 10^6 \text{ } \mu\text{m}^3/\text{s} \quad (5.13)$$

En considérant les dimensions du problème étudié, et en posant l'ouverture moyenne du contact égale à  $1 \mu\text{m}$ , nous obtenons une vitesse moyenne  $V$  du fluide dans le champ d'ouverture égale à :

$$V \approx 46.7 \text{ } \mu\text{m}/\text{s} \quad (5.14)$$

Cela signifie que le fluide met environ 20 secondes pour traverser la fracture rugueuse. Cette condition ainsi que la linéarité des courbes 5.5.a permettent de confirmer le caractère stationnaire de la fuite. Notre étude se placera donc également en régime stationnaire.

### Simulations numériques de l'écoulement fluide

Dans ce type de calcul, le mouvement fluide est gouverné par le gradient de pression imposé entre l'entrée et la sortie du canal. Sur les domaines définis en figure 5.4, toutes les faces sont imperméables, sauf la face  $y = 0$ , sur laquelle on a imposé une pression de 1 Pa, et la face  $y = 62 \mu\text{m}$ , où la pression est nulle. La figure 5.6 illustre la complexité de l'écoulement, pour une viscosité de  $2,7 \cdot 10^{-3}$  Pa.s. Contrairement au cas classique de l'écoulement d'un fluide entre deux plans parallèles, la géométrie du maillage engendre ici un profil de pression perturbé.

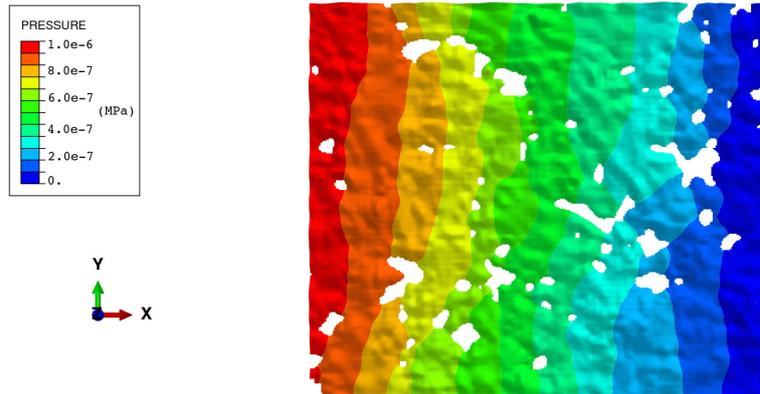


FIG. 5.6 – Représentation de la répartition de la pression du fluide (dans le plan  $(x, y)$ ) au sein du contact entre la surface C94 et le plan rigide (dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ ).

La circulation du fluide est soumise au phénomène de percolation, qui a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Étudié pour la première fois par le mathématicien anglais Hammersley [Broadbent and Hammersley, 1957], la percolation correspond à un phénomène de seuil décrivant la transition d'un état vers un autre d'un système. Il définit la possibilité de transmission d'une *information* au travers d'un réseau. L'exemple le plus couramment utilisé pour imager ce phénomène est celui du passage de l'eau dans le percolateur de la machine à café. L'étude du passage d'un fluide au travers d'un contact rugueux est également un bon exemple de ce phénomène de percolation et a fait l'objet de nombreuses études ([Lorenz and Persson, 2009], [Bottiglione et al., 2009b], [Bottiglione et al., 2009a]).

La figure 5.7 représente les vitesses nodales (légende en  $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) du fluide obtenues dans le volume pour trois pressions de contact apparentes imposées (0 MPa, 47 MPa et 300 MPa). On observe la localisation des lignes de courant due à la fermeture de certains chemins.

A l'état initial, les chemins préférentiels empruntés par le fluide sont assez nombreux et le champ de vitesses relativement uniforme. Les zones peu profondes du volume disparaissent au cours du chargement, coupant ainsi les liaisons entre plusieurs zones profondes. Seules quelques zones restent alors connectées et permettent au fluide de traverser.

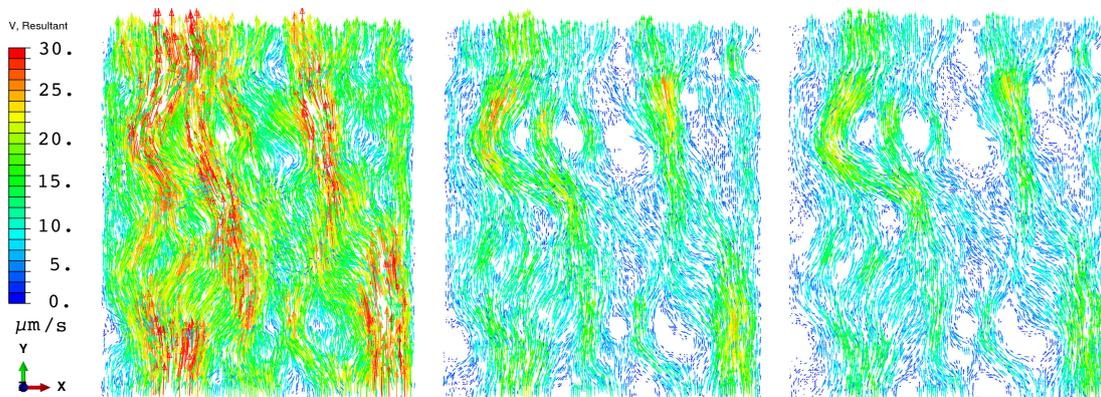


FIG. 5.7 – Représentation des vitesses nodales obtenues lors de la simulation de l'écoulement d'un fluide dans un contact rugueux de dimension  $27 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$  dans le plan  $(x, y)$ .

### 5.3 Approche 2D, loi de Darcy

La méthode précédente, permettant de simuler l'écoulement d'un fluide incompressible au sein d'un contact rugueux, contraint à utiliser de gros maillages si bien que les temps de calcul sont importants (une demi-journée par volume rugueux). Nous proposons d'utiliser ici une seconde approche, basée sur la loi de Darcy, qui permet de traiter notre problème en 2D.

#### 5.3.1 Principe

Les travaux de thèse de C. Vallet [Vallet, 2008] ont permis montrer que les conditions présentes dans l'étude de l'écoulement d'un fluide incompressible au travers d'un contact rugueux étaient cohérentes pour se placer dans le cas d'un écoulement de Stokes. En prenant le cas d'un écoulement de Stokes (équation 5.11), les équations (5.9), présentées dans la section précédentes, deviennent alors :

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} \right) &= 0 \\
 -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} \right) &= 0 \\
 -\frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

De même, si l'on considère que le champ d'ouverture est à faibles variations (également montré dans le travail de C. Vallet), en d'autres termes si  $\varepsilon = \frac{w^0}{u^0} = \frac{h^0}{l^0} \ll 1$ , le système d'équations (5.15) se simplifie en :

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} &= 0 \\
 -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} &= 0 \\
 -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} &\approx 0
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

On en déduit alors que  $p$  est indépendant de  $z$ . Le modèle de Stokes se réduit ainsi à une forme 2D ( $\mathbf{v}(v_x, v_y)$ ) qui équivaut localement à un écoulement de Poiseuille dans les directions  $x$  et  $y$  :

$$\nabla p(x, y) = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} \tag{5.17}$$

Ainsi, en intégrant ce profil de vitesse parabolique sur une section de hauteur  $h(x, y)$  et de largeur  $dy$  ou  $dx$ , on arrive aux équations de Reynolds, ou loi cubique, donnant l'expression du débit linéique dans les directions  $x$  et  $y$  suivantes :

$$\begin{aligned}
 q_{vx} &= \frac{dQ_{vx}(x,y)}{dy} = -\frac{h^3(x,y)}{12\mu} \frac{\partial p(x,y)}{\partial x} \\
 q_{vy} &= \frac{dQ_{vy}(x,y)}{dx} = -\frac{h^3(x,y)}{12\mu} \frac{\partial p(x,y)}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Soit :

$$\vec{\mathbf{q}}_v = -\frac{h^3}{12\mu} \vec{\text{grad}}(P) \tag{5.19}$$

Comme mentionné en section 5.1, ces équations de Reynolds ont souvent été utilisées pour étudier l'écoulement d'un fluide dans un milieu étroit, notamment dans le domaine de la lubrification. Elles sont également la base des nouvelles théories faisant intervenir des facteurs d'écoulement pour prendre en compte les effets de la rugosité ([Patir and Cheng, 1978], [Sahlin et al., 2009]).

### 5.3.2 Comparaison 2D/3D

La figure 5.8 permet de comparer les flux obtenus au moyen des approches éléments finis 2D et 3D. Qualitativement, on observe que les flux obtenus par ces deux méthodes sont tout à fait équivalents. Les chemins percolants visibles sur les deux approches (zones où les flux sont importants) sont similaires et évoluent de façon identique au cours du chargement. Cette première comparaison sera complétée, dans le paragraphe suivant, par une comparaison quantitative portant sur la transmissivité  $K$  d'un contact rugueux.

Le passage du maillage 3D à un maillage 2D permet de réduire considérablement la taille du problème (11 fois moins de nœuds) et donc les temps de calcul : une simulation numérique nécessite environ 15 minutes par cette approche contre environ deux heures par le calcul 3D. De plus, l'approche 2D, basée sur les équations de Reynolds, offre une meilleure maniabilité vis-à-vis des pré/post traitements à réaliser.

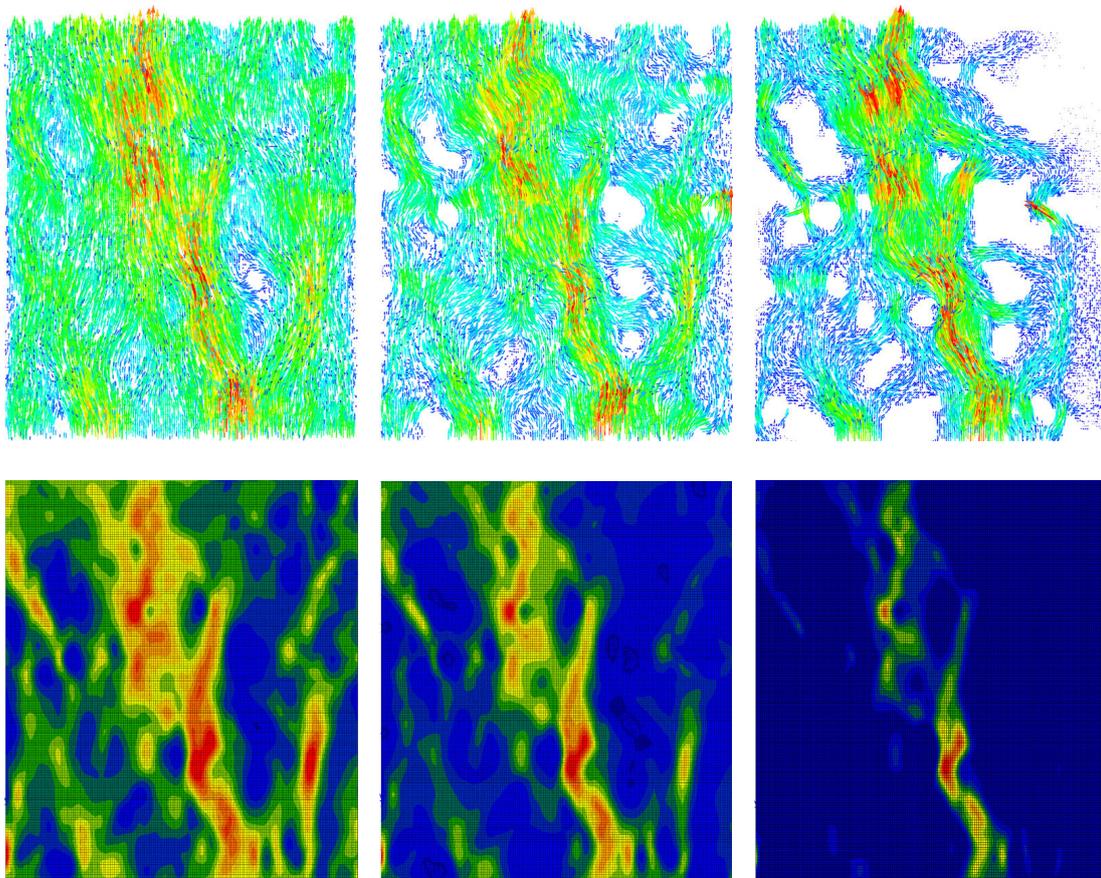


FIG. 5.8 – Comparaison qualitative des flux (surface D82) – Haut : représentation des vitesses nodales obtenues au moyen de l'approche fluide 3D Abaqus/CFD pour trois chargements différents (0, 106 et 260 MPa) – Bas : représentation des flux obtenus par la méthode 2D pour les trois mêmes chargements.

### 5.3.3 Estimation de la transmissivité d'une surface

L'intérêt des deux approches présentées dans ce chapitre concerne la détermination de la transmissivité d'une surface. Si l'on s'intéresse à l'écoulement d'un fluide incompressible entre deux plans lisses et parallèles, la configuration du problème (lignes de courant parallèles, vitesse du fluide uniquement dépendante de  $z$ ) permet de réduire l'équation de Navier-Stokes à l'équation de Reynolds et fournit une solution exacte au problème :

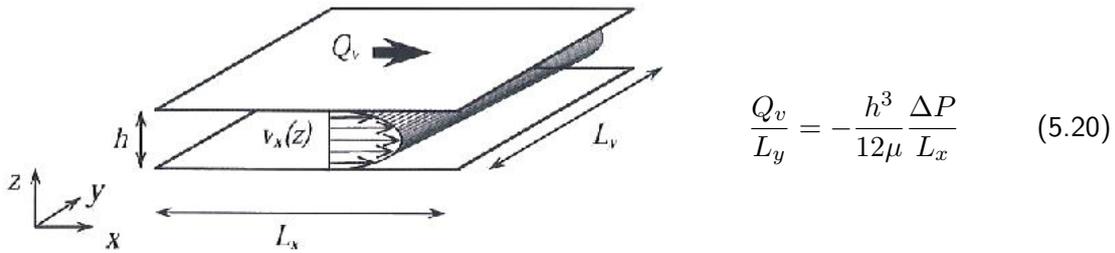


FIG. 5.9 – Approximation de Reynolds pour l'écoulement entre deux plans parallèles

Comme énoncé au paragraphe précédent, si le champ d'ouverture est à faibles variations, l'écoulement d'un fluide au travers d'un volume rugueux peut-être approximé, localement, par l'équation de Reynolds. Cependant, la détermination du débit à l'échelle du volume libre ne se réduit pas à une simple moyenne sur les hauteurs locales  $h$ . En effet, à cette échelle, les lignes de courant ne sont plus parallèles et l'écoulement suit des chemins préférentiels. Dans ce cas, l'équation de Reynolds permet de définir une ouverture hydraulique  $h_H$  prenant en considération les effets de la géométrie. Le débit  $Q_v$  dépend de la géométrie du système ( $L_x$  et  $L_y$  en figure 5.9) et de la différence de pression appliquée  $\Delta P$  :

$$Q_v = -\frac{h_H^3}{12\mu} \frac{L_y}{L_x} \Delta P \quad (5.21)$$

Le terme  $\frac{h_H^3}{12}$  est communément défini comme étant la transmissivité effective  $K$  du contact. Par conséquent, connaissant le débit, le différentiel de pression ainsi que la géométrie du problème étudié, il est facile de remonter à la transmissivité du contact dans nos simulations éléments finis présentées précédemment :

$$K = Q_v \times \frac{L_x}{L_y} \frac{\mu}{\Delta P} \quad (5.22)$$

Partant des résultats obtenus au moyen des approches fluide 2D et 3D (vitesses nodales du fluide), il est aisé de déterminer le débit de fuite à l'échelle du volume rugueux considéré. La formule 5.22 permet ensuite l'estimation de  $K$  pour un maillage donné. La figure 5.10 montre les évolutions de la transmissivité  $K$  du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide en fonction de la pression de contact imposée entre ces deux entités. On s'aperçoit que ces deux approches fournissent une estimation de  $K$  identique, ce qui valide le passage par des simulations 2D.

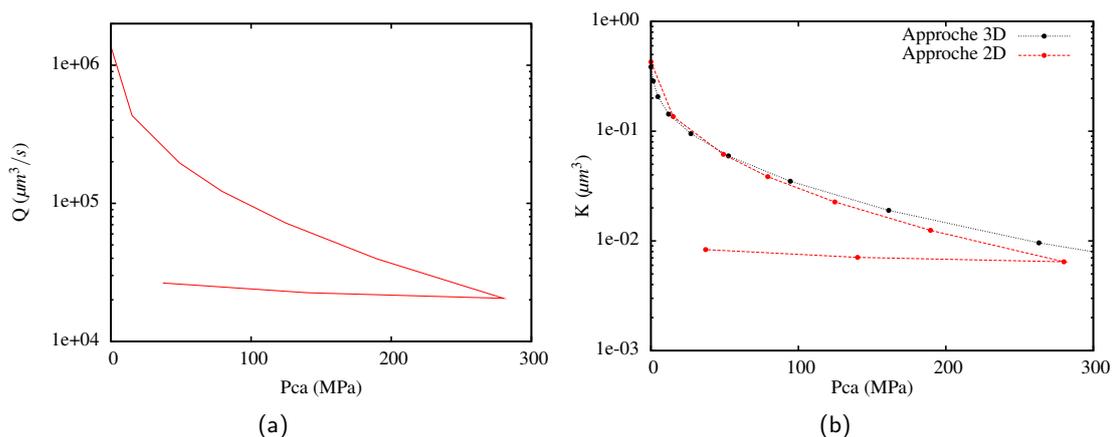


FIG. 5.10 – a) Evolution du débit de fuite au travers du contact rugueux en fonction de la pression de contact – b) Evolutions de la transmissivité  $K$  d'un contact rugueux, en fonction de la pression de contact, obtenues au moyen des approches fluide 2D et 3D.

La transmissivité effective  $K$  est dépendante de la distribution des transmissivités locales  $k_i = \frac{h_i^3}{12\mu}$ , mais également de leur distribution spatiale. Des travaux ont pu montrer la possibilité d'encadrer cette transmissivité effective par la simple considération de la distribution des transmissivités locales ([Zimmerman and Bodvarsson, 1996]). Ces valeurs extrêmes sont les moyennes arithmétique et harmonique du cube des hauteurs composant le champ d'ouverture :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^3 \geq K \geq \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_i^3}} \quad (5.23)$$

Elles correspondent à des configurations où les transmissivités locales seraient disposées respectivement en parallèle ou en série par rapport au sens d'écoulement d'un fluide. En réalité, la transmissivité effective du contact correspond à une combinaison de transmissivités locales placées en parallèle et en série. Beaucoup de travaux ont porté sur l'établissement d'une relation permettant de relier la transmissivité effective à la distribution du champ d'ouverture. De nombreuses moyennes sur  $h$ , regroupées dans [Konzuk and Kueper, 2004], ont été proposées afin de déterminer  $K$ , mais n'aboutissent cependant qu'à des valeurs approchées.

## 5.4 Estimation de la transmissivité vs approche mécanique du contact

### 5.4.1 Modèle réduit vs éléments finis

Avant de discuter de l'influence des différents modèles de comportement présentés au chapitre 2 sur la transmissivité, on présente la comparaison des résultats obtenus avec le modèle réduit et l'approche éléments finis.

Dans cette optique, l'écrasement d'une même surface rugueuse (surface C12 de l'annexe B), de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ , par un plan rigide a été simulé au moyen de la méthode des éléments finis et du modèle réduit. Les champs d'ouvertures obtenus par ces deux approches pour plusieurs pressions de contact sont utilisés pour calculer  $K$  en utilisant l'approche fluide 2D, basée sur la loi de Darcy. La figure 5.11.a montre les tracés de l'évolution de la transmissivité  $K$  obtenus par les deux approches : sans surprise, les estimations de  $K$  sont les mêmes. L'utilisation de la chaîne modèle réduit/approche fluide 2D ramène le temps de travail de 20 jours à 1 jour pour une estimation de  $K$ . La précision et la robustesse du modèle réduit sont donc à nouveau confirmées.

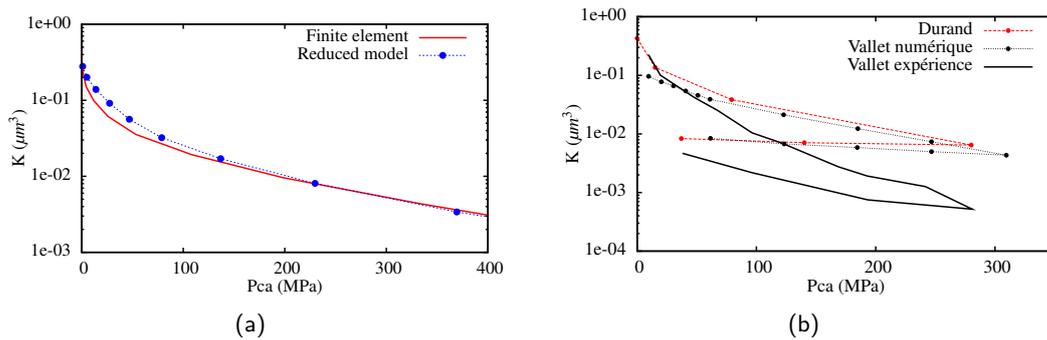


FIG. 5.11 – a) comparaison des estimations de la transmissivité obtenues par la méthode des éléments finis et du modèle réduit – b) Comparaison des résultats avec ceux de la thèse de C. Vallet.

Notre estimation est en accord avec les résultats obtenus au cours de la thèse de C. Vallet (voir figure 5.11.b). Par conséquent, notre approche conserve également la surestimation de  $K$  lorsque l'on atteint des pressions de contact de l'ordre de 100 MPa, amenant ainsi à des écarts d'un facteur 10 et plus pour la pression de contact maximum. De plus, au cours de la décharge, le retour de la courbe  $K(F)$  n'est pas suffisant dans les deux approches numériques en comparaison avec les résultats expérimentaux. Ceci résulte de la forte plastification observée dans le calcul, qui annihile le retour élastique (voir chapitre 3).

#### 5.4.2 Comportements matériaux

Le chapitre 2 liste et détaille les principaux modèles de comportement matériau utilisés dans ces travaux de thèse. La confrontation de ces comportements dans l'étude du contact mécanique entre un plan rigide et une surface rugueuse a été réalisée dans le chapitre 3. A l'issue de ces analyses, le changement de loi de comportement a montré, localement et globalement, quelques différences d'un comportement à l'autre. Ce paragraphe résume l'influence de ces comportements, notamment la plasticité cristalline, sur les estimations de la transmissivité d'une surface. Les cas étudiés sont ceux qui ont été présentés dans le chapitre 3.

**Plasticité cristalline :**

Dans la mesure où le calcul de plasticité cristalline laisse des espaces libres plus grands que la plasticité classique, l'estimation de  $K$  qui s'ensuit tend à surestimer encore un peu plus la courbe expérimentale (figure 5.4.2.a). De même, l'anisotropie élastique sur une surface polycristalline n'apporte pas de différences notables.

Cette conclusion est confirmée avec les résultats obtenus sur des surfaces monocristallines (figure 5.4.2.b). Les orientations cristallines choisies correspondent aux orientations présentant les courbes contraintes/déformations les plus critiques (orientations  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$ ). Si la plasticité cristalline devait jouer un rôle prépondérant dans l'étude du contact entre surfaces rugueuses, ce sont bien ces cas d'études qui devraient procurer les résultats les plus remarquables. Ici encore, les estimations faites de  $K(F)$  restent supérieures au comportement macroscopique, et identiques pour tous les cas monocristallins. Les mêmes observations peuvent être faites pour l'anisotropie élastique : qu'il s'agisse d'une surface mono ou polycristalline, l'anisotropie élastique n'apporte pas d'amélioration dans nos estimations de  $K$ .

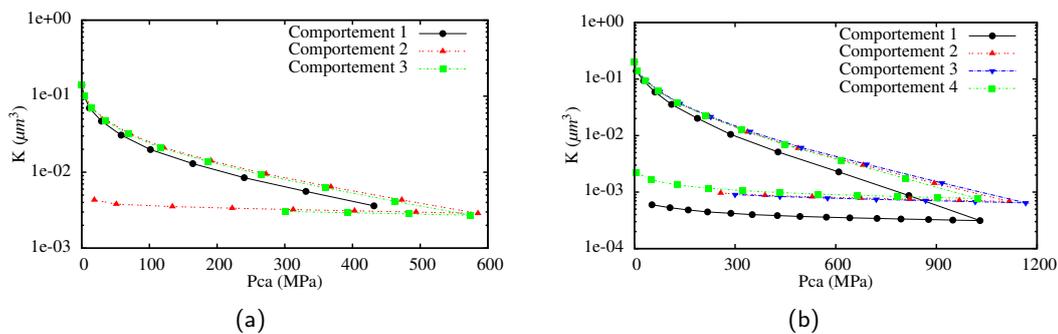


FIG. 5.12 – a) Comparaison des estimations de  $K(F)$  pour des surfaces polycristallines (comportements : 1. macroscopique de type Mises, 2. plasticité cristalline, 3. plasticité cristalline et élasticité anisotrope) – b) comparaison des estimations de  $K(F)$  pour des surfaces monocristallines (comportements : 1. macroscopique de type Mises, 2. monocristal 110, 3. monocristal 111, 4. plasticité cristalline et élasticité anisotrope).

**Gradient de propriété et calculs thermomécaniques couplés :**

Nous considérons ici les courbes  $K(F)$  obtenues pour des surfaces rugueuses présentant un gradient de propriété et celles où l'on a pris en compte le couplage thermomécanique (chapitre 2). Les figures 5.13.a et 5.13.b montrent les estimations de  $K(F)$  obtenues avec ces deux modèles.

Une fois de plus ces estimations n'améliorent pas les écarts avec les résultats expérimentaux de C. Vallet. Le modèle à gradient de propriété n'engendre aucune différence sur la transmissivité. La force atteinte au déplacement imposé maximal entre les deux surfaces est inférieure à celle qui est générée par un comportement de type von Mises mais le volume libre pour une même force imposée ne semble pas être suffisamment différent pour modifier significativement l'estimation de  $K$ .

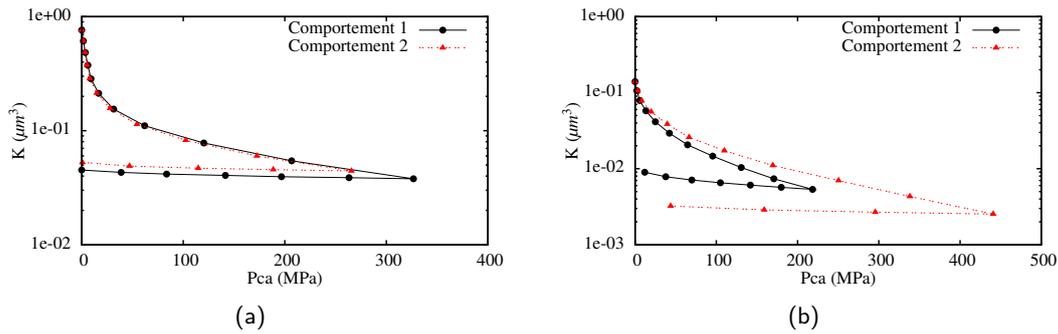


FIG. 5.13 – a) Comparaison des estimations de  $K(F)$  entre un comportement macroscopique de type von Mises (Comportement 1) et le modèle qui introduit un gradient de propriété mécanique (Comportement 2) – b) Comparaison des estimations de  $K(F)$  entre un comportement macroscopique de type von Mises (Comportement 1) et un comportement prenant en compte le couplage thermomécanique (Comportement 2).

Le modèle permettant la prise en compte de la variation de température au niveau des zones plastifiées amène, quant à lui, à des différences notables dans l'estimation de  $K(F)$ . Cependant, à l'image de la plasticité cristalline, ces différences tendent à augmenter les écarts avec l'expérience puisque la courbe  $K(F)$  obtenue avec un tel comportement reste supérieure à celle d'un comportement macroscopique.

De la sorte, à l'issue de ces analyses, nous pouvons affirmer que les comportements matériau utilisés dans ces travaux ne sont pas responsables des écarts expérience/simulation obtenus au cours de la thèse de C. Vallet. L'introduction d'un modèle de comportement plus représentatif du matériau à l'échelle microscopique aurait même tendance à augmenter les écarts simulation/expérience. De nouvelles pistes d'étude ont ainsi fait l'objet de notre attention et seront discutées dans le chapitre suivant.

## 5.5 Conclusion

Après un tour d'horizon des différentes méthodes proposées dans la littérature pour approcher l'écoulement d'un fluide dans un milieu étroit, la détermination de la transmissivité d'un contact rugueux est effectuée dans ce chapitre.

Dans un premier temps, des simulations numériques de l'écoulement d'un fluide dans le volume résiduel présent entre deux surfaces en contact sont réalisées. Utilisant les champs d'ouvertures obtenus, à différents niveaux de chargement, par les approches mécaniques du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide, des premières estimations de l'évolution de la transmissivité  $K$  d'un contact rugueux sont présentées. Cette étape permet d'ailleurs de valider du point de vue des transmissivités l'utilisation du modèle réduit.

Une seconde approche, basée sur les équations de Reynolds, est présentée. Cette méthode permet notamment de passer d'une approche éléments finis 3D à une approche 2D. Les maillages ainsi que les temps de calculs sont ainsi fortement réduits pour des estimations de transmissivité tout à fait similaires.

Dans un dernier temps, ce chapitre vient ensuite donner une comparaison des transmissivités obtenues pour les différents comportements matériaux utilisés dans l'approche du contact mécanique. A l'issue de ces résultats, il s'avère que les écarts expérience/simulation obtenus au cours de la thèse de C. Vallet ne sont pas réduits par l'utilisation de modèles de comportement plus proches des phénomènes physiques présents à l'échelle de la rugosité de la surface.



## Chapitre 6

# Discussion

*“ La recherche est un processus sans fin  
dont on ne peut jamais dire comment il évoluera.  
L'imprévisible est dans la nature même de la science. ”*  
- François Jacob -

*Les chapitres précédents ont permis d'apporter une estimation numérique de l'étanchéité d'un contact rugueux. A l'issue de ces chapitres, les estimations obtenues sur des surfaces rugueuses différentes ont montré des écarts importants, en comparaison aux estimations expérimentales, pour des pressions de contact dépassant 100 MPa. L'introduction de lois de comportement complexes faisant intervenir, notamment, la plasticité cristalline n'ont pas permis de réduire ces écarts. La question sur l'origine physique de ces écarts reste ainsi ouverte.*

*Ce dernier chapitre apporte un nouvel éclairage sur les travaux réalisés, en discutant les hypothèses utilisées et en proposant des pistes originales. Dans un premier temps, la vérification de l'hypothèse d'un plan rigide sera faite. De nouveaux éléments expérimentaux apportant un support de comparaison supplémentaire à nos approches numériques seront ensuite présentés. De nouvelles pistes d'étude pour comprendre les phénomènes physiques complexes liés au contact entre surfaces rugueuses seront proposées. La seconde partie de ce chapitre est ensuite orientée sur l'approche numérique de l'écoulement du fluide au sein du volume libre. La représentativité de la surface vis-à-vis du problème d'écoulement fluide ainsi que la validité des modèles utilisés seront notamment discutées.*

## 6.1 Vérification de l'hypothèse d'un plan rigide

L'hypothèse visant à remplacer le plan saphir utilisé dans les travaux expérimentaux de C. Vallet [Vallet, 2008] par un plan rigide dans nos simulations numériques doit être vérifiée, afin de s'assurer que l'élasticité du saphir ne modifie pas l'évolution du champ d'ouvertures entre les deux surfaces en contact. Lors des travaux expérimentaux de C. Vallet, des mesures post-essai de l'état de surface du plan saphir ont permis d'affirmer la non-plastification de ce dernier au cours du chargement (absence de traces d'indentation). Cependant, rien dans ces travaux ne permet de justifier que l'élasticité de ce plan puisse être négligée.

### 6.1.1 Définition du problème

Le problème est simplement traité en 2D. Deux aspérités de mêmes dimensions (hauteur :  $1 \mu m$ ; largeur :  $4 \mu m$ ) sont en contact avec un plan lisse (voir figure 6.1). La distance fixée entre les deux aspérités est prise égale à  $20 \mu m$ , ce qui est supérieur à une valeur typique de la distance observée dans nos calculs entre deux aspérités en contact. Dans cette étude, nous cherchons à observer si, pour un même chargement, le volume libre présent entre ces deux aspérités et le plan lisse peut présenter des variations significatives en fonction du comportement du plan.

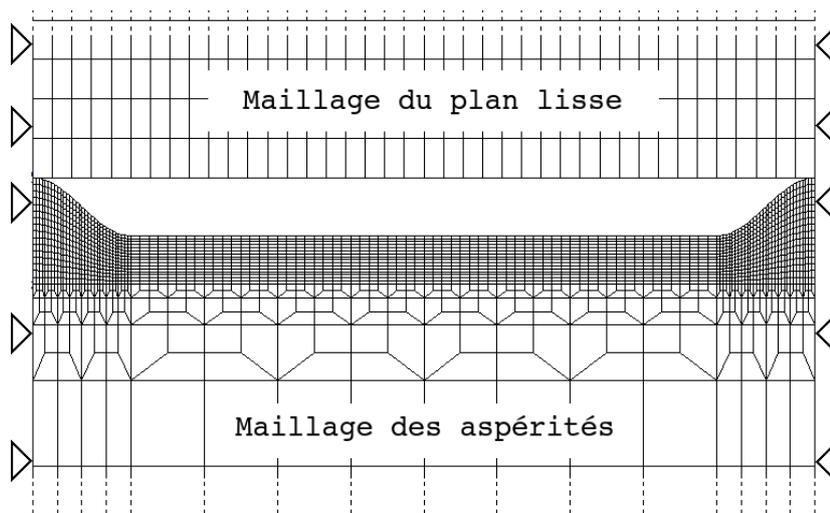


FIG. 6.1 – Maillage utilisé pour le problème de contact entre deux aspérités et un plan lisse élastique.

Deux cas sont comparés. Le premier introduit un plan lisse purement élastique dont le module d'Young est pris égale à  $345 \text{ GPa}$ , ce qui est représentatif de l'élasticité du saphir. Le second cas considère le plan rigide. Les éléments utilisés pour le maillage sont des éléments linéaires et les conditions aux limites du problème sont imposées en déplacement. Des déplacements nuls sont imposés dans la direction horizontale (voir figure 6.1). Les maillages du plan lisse et des aspérités sont pris suffisamment grands dans la direction verticale pour éviter les effets de bords du problème. Le calcul est effectué en déformations planes.

### 6.1.2 Résultats

Dans cette étude, le déplacement relatif entre les deux corps est imposé sur le plan lisse. C'est donc lui qui vient au contact des aspérités. La carte des valeurs des déplacements nodaux en fin de chargement (voir figure 6.2) montre le champ de déplacement. L'échelle des isovaleurs a été ajustée de sorte à bien visualiser la flèche obtenue qui est de  $0.012 \mu\text{m}$ .

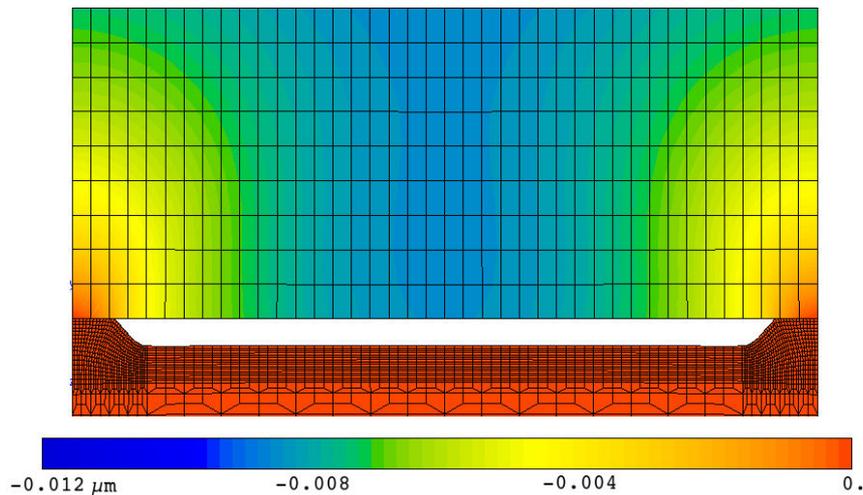


FIG. 6.2 – Champ de déplacement vertical pour une pression de contact de 270 MPa.

La figure 6.3 donne, pour une même pression de contact de 270 MPa, les profils du plan rigide et des deux aspérités obtenus dans les deux situations étudiées. L'écart maximal entre les profils est de l'ordre du centième de micromètre ce qui représente moins de 1% de la hauteur initiale des aspérités. La très faible différence entre les calculs avec le plan élastique ou rigide est confirmée par la figure 6.4, qui montre des agrandissements sur les déformées au niveau d'une aspérité et en milieu de portée.

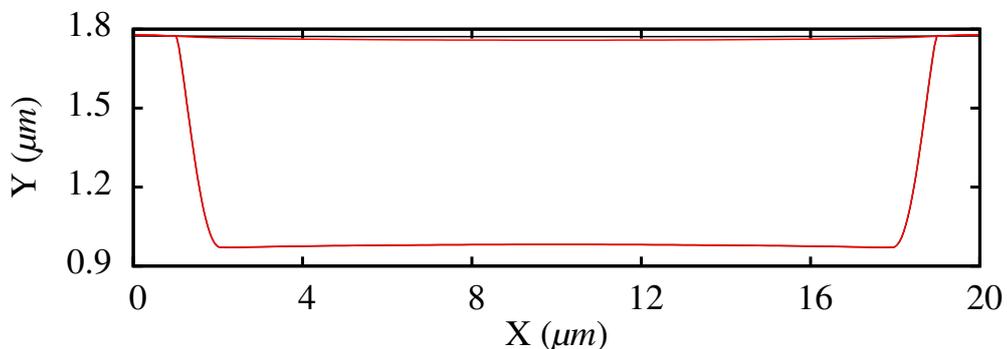


FIG. 6.3 – Volume libre entre les aspérités et le plan élastique obtenu pour une même pression de contact imposée (270 MPa). Les tracés noirs correspondent au cas du plan rigide et ceux en rouge correspondent au cas du plan élastique de module d'Young  $E = 345 \text{ GPa}$ .

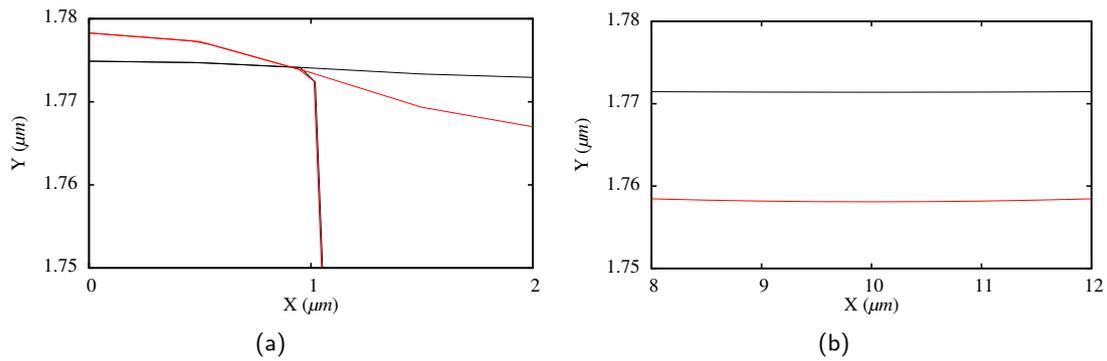


FIG. 6.4 – Agrandissements : a) au niveau de l'aspérité de gauche et b) autour du point milieu.

### 6.1.3 Conclusion

Les écarts introduits par la prise en compte de l'élasticité du plan saphir restent extrêmement faibles en comparaison des géométries initiales mises en jeu. La géométrie du volume libre présent entre les aspérités et le plan lisse n'est pas suffisamment modifiée pour impacter les estimations de  $K(F)$ .

L'hypothèse du plan rigide est donc bien acceptable, d'autant plus que la distance de 20 μm est plutôt une valeur haute au regard de nos simulations.

## 6.2 Mesures de rugosité avant et après écrasement par un plan saphir

L'utilisation de courbes  $K(F)$  comme seul critère de validation de l'approche mécanique du contact est indirecte, et cumule trop de questions en série pour rester à terme la seule validation de l'approche mécanique du contact rugueux. Dans cette optique, la réalisation de mesures de la rugosité d'une portée vierge d'un robinet de centrale nucléaire (voir Annexe D) avant et après écrasement par un plan saphir a été réalisée.

### 6.2.1 Analyse des mesures expérimentales

La portée a été soumise successivement à des mesures topographiques, à un écrasement par un plan saphir (avec une pression de contact apparente égale à 300 MPa), puis à de nouvelles mesures topographiques. Les mesures topographiques ont été réalisées sur deux zones de la portée d'étanchéité (zone EST et zone SUD). Les relevés topographiques bruts obtenus pour chacune de ces zones sont présentés dans les figures 6.5 et 6.6.

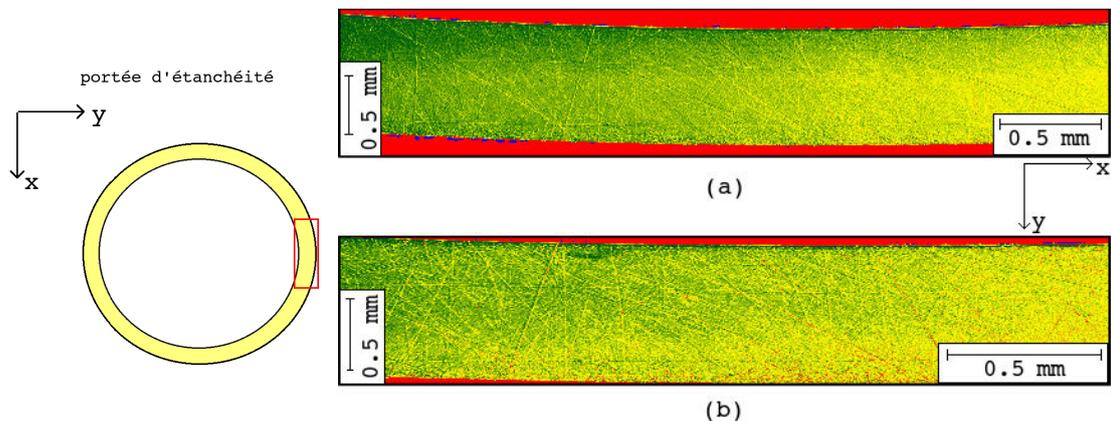


FIG. 6.5 – Relevés topographiques bruts de la zone d'étude EST avant (a) et après (b) l'opération d'écrasement.

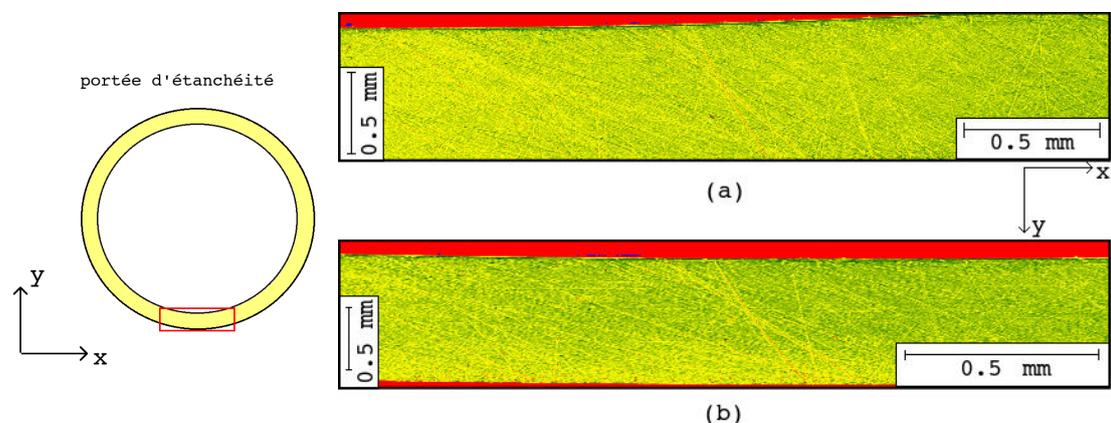


FIG. 6.6 – Relevés topographiques bruts de la zone d'étude SUD avant (a) et après (b) l'opération d'écrasement.

Dans un premier temps, nous effectuons un recadrage de ces relevés topographiques de manière à faire correspondre géographiquement les relevés faits avant et après écrasement. De la sorte, nous éliminons les bords des mesures et réduisons la taille des données à traiter. Les figures 6.7 et 6.8 montrent les relevés topographiques “rognés” des zones EST et SUD avant et après l’opération d’écrasement. Sur ces figures, l’axe  $y$  correspond à la direction radiale sur la portée et l’axe  $x$  à la direction orthoradiale.

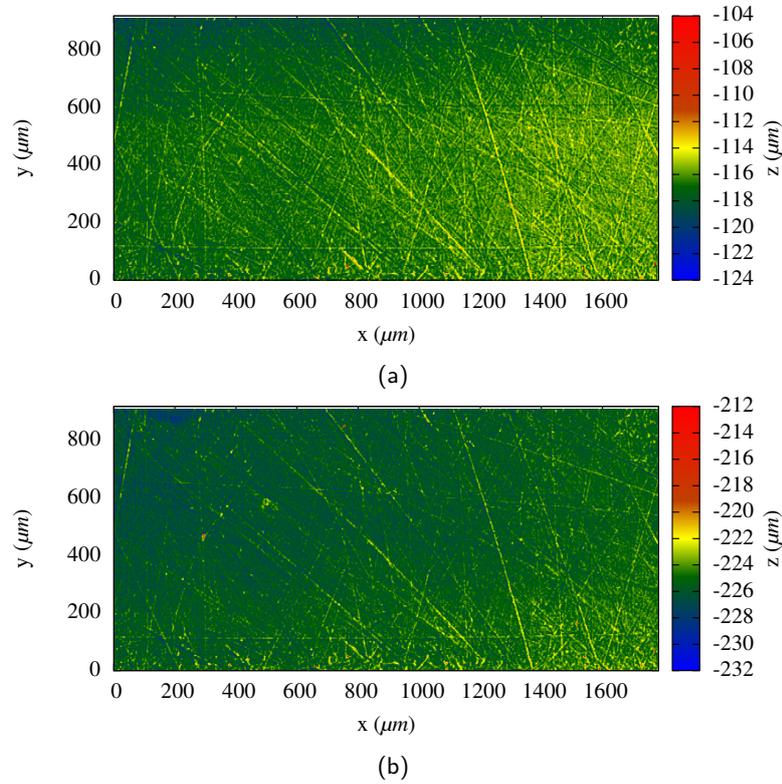


FIG. 6.7 – Relevés topographiques, après élimination des bords et recadrage extraits de la zone d’étude EST avant (a) et après (b) écrasement par un plan saphir.

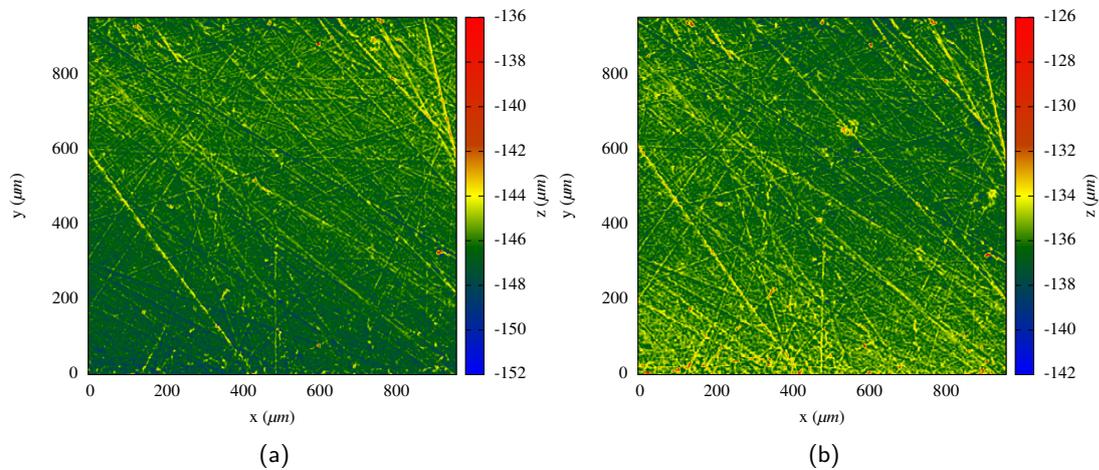


FIG. 6.8 – Relevés topographiques, après élimination des bords et recadrage extraits de la zone d’étude SUD avant (a) et après (b) écrasement par un plan saphir.

Le positionnement, variable, de la portée d'étanchéité par rapport au repère de la machine de mesure amène inévitablement à une désorientation entre les mesures faites avant et après écrasement. Cela se traduit notamment par un défaut d'orientation dans le plan  $(x, y)$  et un défaut d'inclinaison du plan moyen des relevés, variables d'une mesure à l'autre.

Nous corrigeons dans un premier temps les défauts d'orientation dans le plan  $(x, y)$ . Pour cela, nous utilisons pour chaque zone d'étude les invariants des mesures de rugosités. Il peut s'agir de marques d'indentation (faites avant les mesures), mais également d'invariants naturels comme le croisement de deux rayures. Grâce à ces invariants nous déterminons l'angle de rotation entre les deux relevés de chaque zone d'étude. La figure 6.9 schématise le principe de ce traitement.

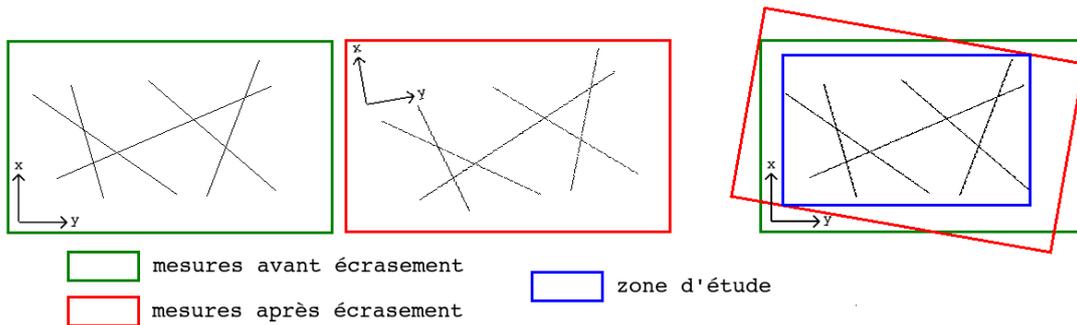


FIG. 6.9 – Principe de la correction du défaut de rotation dans le plan  $(x, y)$ . Les tracés vert et rouge correspondent aux mesures effectuées avant et après écrasement. Certains traits caractéristiques présents sur les deux relevés (lignes en noirs) permettent de déterminer l'angle de rotation dans le plan  $(x, y)$ . Après correction, on obtient la zone d'étude (bleue) sur laquelle la comparaison des rugosités pourra être effectuée.

**Remarque :** Il convient de noter que ce traitement ne modifie en rien les informations concernant les hauteurs mesurées. Il permet seulement un recadrage spatial dans le plan  $(x, y)$ .

Dans un second temps, nous corrigeons le défaut d'inclinaison en déterminant le plan moyen pour chaque mesure, au moyen d'un lissage par moindres carrés. Le tableau 6.1 liste les coefficients des plans moyens, d'équation  $z = a x + b y + c$ , de ces quatre mesures.

	Zone EST avant	Zone EST après	Zone SUD avant	Zone SUD après
a	4.3044084e-04	3.476619e-04	1.934010e-04	-1.684773e-04
b	-0.001199	-0.001062	0.00119554	-8.112463e-04
c	-0.249328	-0.161891	-0.71814453	0.521998

TAB. 6.1 – Valeurs des coefficients des plans moyens de chaque relevé topographique.

Nous effectuons ensuite le redressement de chacun des relevés topographiques par rapport à son plan moyen :

$$z' = z - (a x + b y + c) \quad (6.1)$$

où  $z$  correspond à l'altitude des points mesurés et  $z'$  à l'altitude des points corrigés.

### 6.2.2 Etude de sensibilité

Avant d'exploiter les résultats expérimentaux, nous avons cherché à caractériser le type d'artefact qui pourrait être lié à un mauvais positionnement. En effet, la discrétisation des mesures dans le plan  $(x, y)$  est assez grossière. Les aspérités détectées ne sont discrétisées en moyenne que par 3 ou 4 points de mesure. De plus, les traitements réalisés sur les données expérimentales brutes ne garantissent pas une correspondance géographique au pixel près des mesures faites avant et après écrasement. La figure 6.10 montre la différence entre la topographie de la zone d'étude EST avant écrasement avec elle-même, décalée de deux pixels selon l'axe  $x$ . D'un point de vue global, ce décalage n'engendre pas de conséquences importantes (hauteurs globalement nulles), mais peut amener localement à des artefacts importants (apparition d'une crête au voisinage d'une rayure par exemple).

Cet aspect est également confirmé par la figure 6.11 : on y voit trois profils linéiques parallèles décalés de deux pixels, correspondant à un décalage de  $1 \mu m$ . L'observation de ces profils montre une forte variation, qui donne une idée quantitative du manque de précision des mesures.

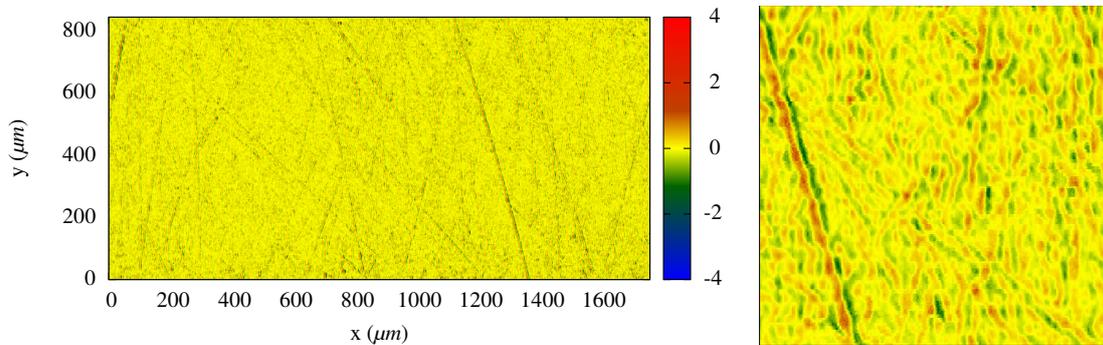


FIG. 6.10 – Représentation de la différence entre la topographie de la zone EST avant écrasement avec la même topographie décalée de 2 pixels selon l'axe  $x$ .

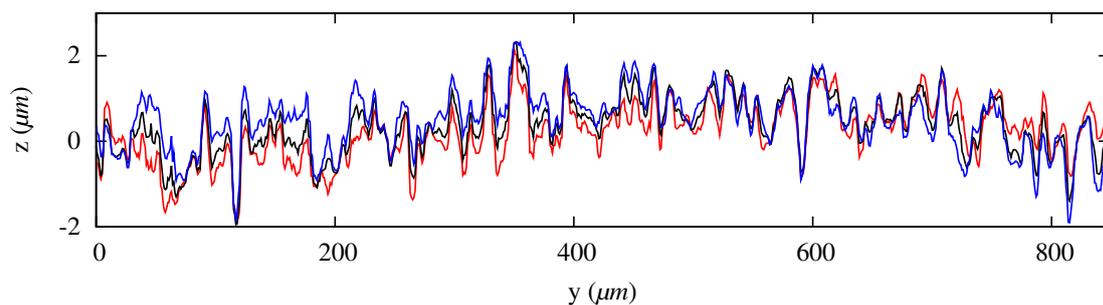


FIG. 6.11 – Profils linéiques décalés de deux pixels, soit  $1 \mu m$  entre chaque profil.

### 6.2.3 Résultats obtenus

Nous avons donc en main des relevés topographiques des deux zones d'étude présentant une bonne correspondance géographique. Les figures 6.12 et 6.13 montrent ces relevés finaux, que nous utiliserons par la suite pour comparer les rugosités avant et après l'opération d'écrasement.

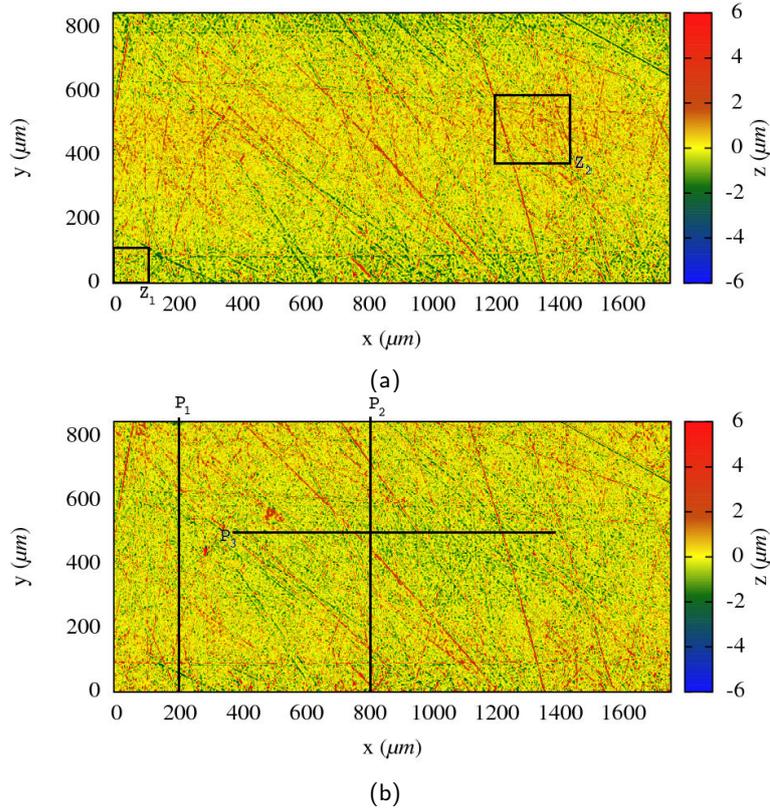


FIG. 6.12 – Relevés topographiques finaux de la zone EST : a) avant écrasement ; b) après écrasement. – Les carrés  $Z_1$  et  $Z_2$  ainsi que les lignes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  représentent les zones géographiques utilisées pour les études locales présentées plus loin.

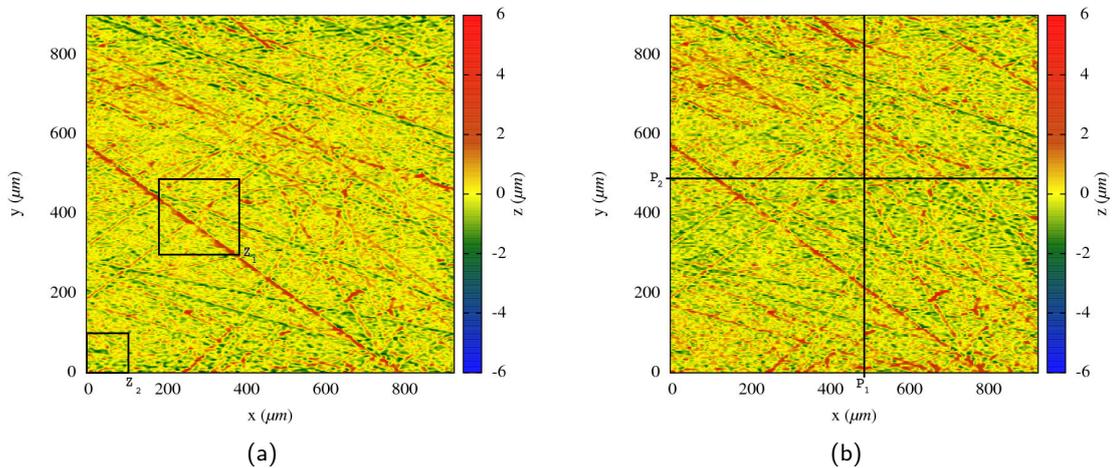


FIG. 6.13 – Relevés topographiques finaux de la zone SUD : a) avant écrasement ; b) après écrasement. – Les carrés  $Z_1$  et  $Z_2$  ainsi que les lignes  $P_1$  et  $P_2$  représentent les zones géographiques utilisées pour les études locales présentées plus loin.

Les dimensions des relevés de la zone EST sont de  $1759 \mu\text{m} \times 847 \mu\text{m}$  (pour  $3518 \times 847$  points de mesures) et ceux de la zone SUD sont de  $931 \mu\text{m} \times 900 \mu\text{m}$  (pour  $1863 \times 900$  points de mesures). La résolution des mesures est de  $0.5 \mu\text{m}$  selon l'axe X et  $1 \mu\text{m}$  selon l'axe Y. La résolution selon l'axe  $z$  est quant à elle égale à  $0.02 \mu\text{m}$ .

L'observation de ces relevés montre que les surfaces présentent une ondulation dans la direction radiale  $y$  à plus grande échelle que celle des rugosités, en particulier sur la zone d'étude EST (voir figure 6.12.a). De manière surprenante, ce défaut est inversé après l'opération d'écrasement (figure 6.12.b), ce qui est difficilement explicable.

Cette observation est encore plus nette sur les figures 6.14.a et 6.14.b, qui montrent la différence des hauteurs entre les relevés après et avant écrasement des deux zones d'étude. Les différences sont plus marquées pour la zone EST que pour la zone SUD. Ceci conforte le fait que la zone SUD ne présente par de défaut de forme aussi important que la zone EST. On montrera au paragraphe 6.3.1 que la coupe de la surface EST selon une droite parallèle à l'axe  $y$  peut se lisser par une parabole.

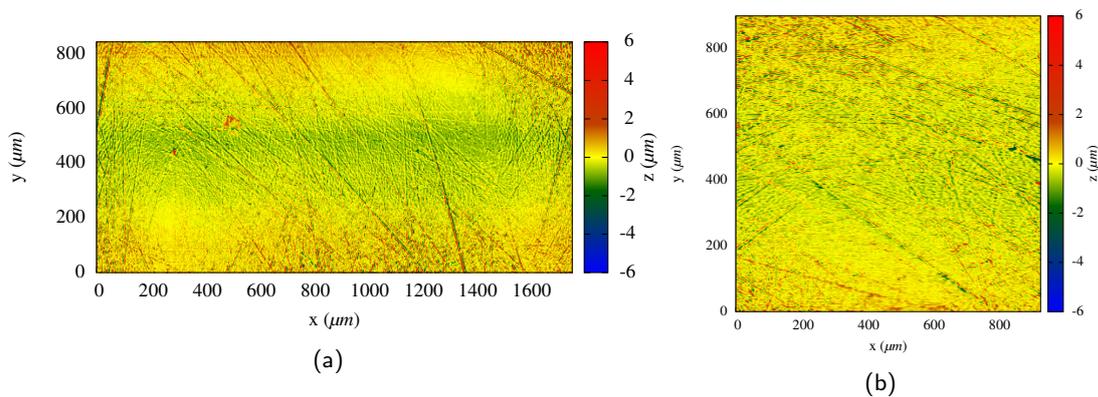


FIG. 6.14 – Différence entre les relevés après et avant écrasement de la zone EST (a) et de la zone SUD (b).

L'analyse des distributions (voir figures 6.15.a et 6.15.b) montre des différences importantes entre les distributions des deux zones d'étude avant écrasement. Les hauteurs de valeur centrale, c'est-à-dire proche du plan moyen, sont en densité plus importante pour la zone SUD. A l'inverse, la zone EST présente une plus forte densité des hauteurs de valeurs extrêmes, c'est-à-dire éloignées du plan moyen. Ces deux aspects illustrent parfaitement la présence de défauts (de plus grande échelle que la rugosité) mentionnés dans le paragraphe précédent.

Les distributions des hauteurs obtenues après écrasement sont quant à elles quasiment identiques d'une zone d'étude à l'autre. Ces mêmes densités de probabilité traduisent ainsi un "redressement" général identique pour les deux surfaces. L'opération d'écrasement tend donc à gommer les défauts (d'ondulation, de forme) observés initialement.

Si l'on s'attarde maintenant sur les évolutions des distributions des zones d'études, on s'aperçoit que les zones de hauteurs élevées sont en densité plus importante après l'opération d'écrasement pour les deux zones d'étude. Ceci témoigne de la présence de déformations plastiques. Les zones profondes (hauteurs négatives) ne suivent cependant pas la même évolution d'une zone d'étude à l'autre. La zone SUD ne présente pas de variation importante tandis que la zone EST montre des variations fortes : les zones profondes tendent à disparaître après l'opération d'écrasement. Il est à noter également que la zone SUD montre une densité des hauteurs situées autour du plan moyen supérieure de 15 % avant écrasement en comparaison au relevé topographique fait après écrasement.

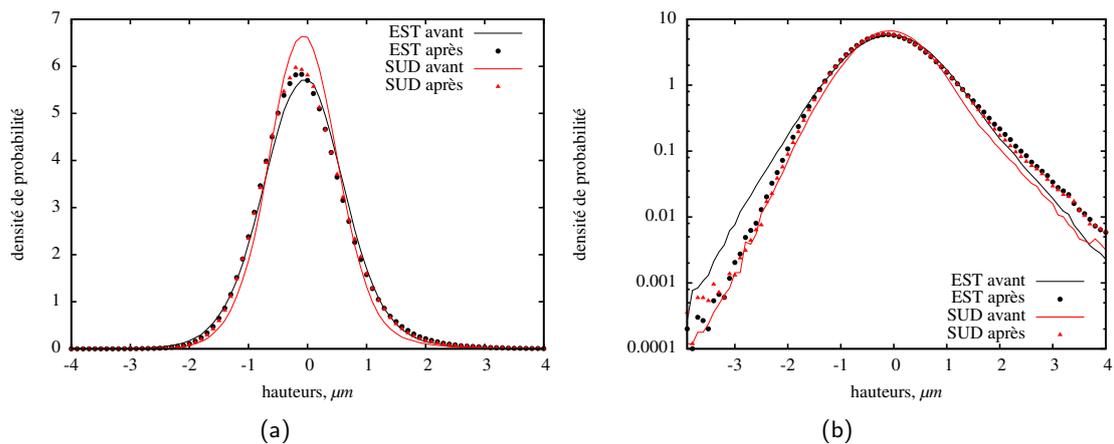


FIG. 6.15 – Distribution des hauteurs des relevés topographiques : a) échelle normée ; b) échelle logarithmique.

### 6.2.4 Analyse locale

L'analyse locale des relevés topographiques permet d'accéder à des informations très importantes dans la validation de nos approches numériques du contact entre surfaces rugueuses. Les figures 6.16 et 6.17 montrent des vues 3D d'une même portion de la zone d'étude EST et de la zone d'étude SUD. Les positions géographiques des portions étudiées sur les zones d'étude sont visibles sur les figures 6.12.a et 6.13.a (zones  $Z_1$  et  $Z_2$ ). De même, des comparaisons de profils linéiques des zones d'étude sont présentées en figures 6.18 et 6.19. Leurs positions géographiques sur les zones d'étude sont repérables sur les figures 6.12.b et 6.13.b (lignes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ ).

En premier lieu, l'analyse des topographies locales (figures 6.16 et 6.17) montre que l'opération d'écrasement par un plan saphir n'amène pas à des modifications importantes de la rugosité. On ne retrouve pas les sommets aplatis après chargement qui sont visibles sur les simulations numériques. De même, l'analyse des profils linéiques (figures 6.18 et 6.19) ne permet pas d'observer une hauteur limite qui refléterait la présence du plan saphir lors de l'écrasement.

Cependant, les topographies des zones d'études montrent des variations plus globales induites par l'écrasement. Les surfaces de la figure 6.16 obtenues après écrasement présentent un plan moyen (local à ces portions) d'altitude inférieure en comparaison avec les surfaces obtenues avant écrasement. La même étude portant sur des portions différentes (voir figure 6.17) montrent la tendance inverse : après écrasement le plan moyen se trouve à une altitude supérieure. Ces observations justifient une déformation par "zone" et non par "aspérité" qui peut s'expliquer notamment par la présence de l'ondulation millimétrique. Les profils linéiques montrent également les mêmes tendances : la rugosité initiale est globalement préservée après l'opération d'écrasement, et des variations à plus grande échelle peuvent-être observées (notamment le premier profil de la figure 6.18).

### 6.2.5 Conclusion

L'analyse des mesures de rugosité faites dans cette section ne sont pas déterminantes pour valider nos simulations numériques. L'aplatissement calculé des aspérités qui ont été

en contact avec le plan rigide n'est pas observé sur ces mesures. Néanmoins, des différences entre les mesures avant et après écrasement ont tout de même pu être mises en avant et témoignent, vraisemblablement, des conséquences apportées par le contact avec un plan saphir.

Plusieurs questions peuvent être soulevées par l'analyse qui a été proposée. La première concerne la qualité, ou plutôt la précision, des mesures réalisées. La question d'un contact non-homogène sur la portée d'étanchéité est également soulevée : certaines portions d'une même zone d'étude semblent avoir été plus déformées que d'autres. La présence de défauts à plus grande échelle que la rugosité a été observé et pourrait expliquer ces écarts. Ces suppositions sont confirmées par l'analyse du plan saphir post-essai : ce dernier ne montre pas de marque d'indentation (non plastification), de défauts de forme ou d'ondulation, et possède une rugosité très inférieure à celle de la portée d'étanchéité.

Ainsi, si d'autres mesures de rugosité avant et après écrasement étaient réalisées, il serait utile d'améliorer la résolution spatiale pour permettre l'observation de la géométrie des aspérités de façon précise. Des méthodes comme la microscopie à force atomique (AFM) pourraient apporter une telle précision.

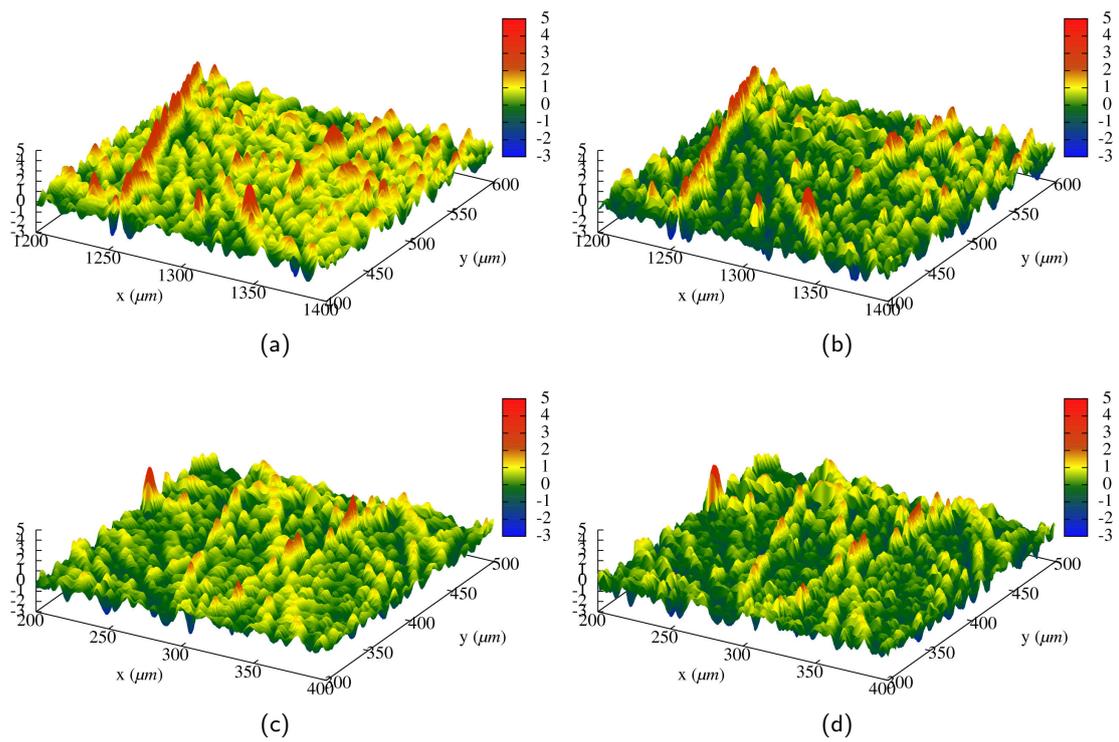


FIG. 6.16 – Vue 3D d'une portion de la zone d'étude EST (a. et b.) et de la zone SUD (c. et d.) avant (a. et c.) et après (b. et d.) écrasement. Les positions de ces portions sont repérées par les carrés noirs  $Z_1$  sur les figures 6.12.a et 6.13.a.

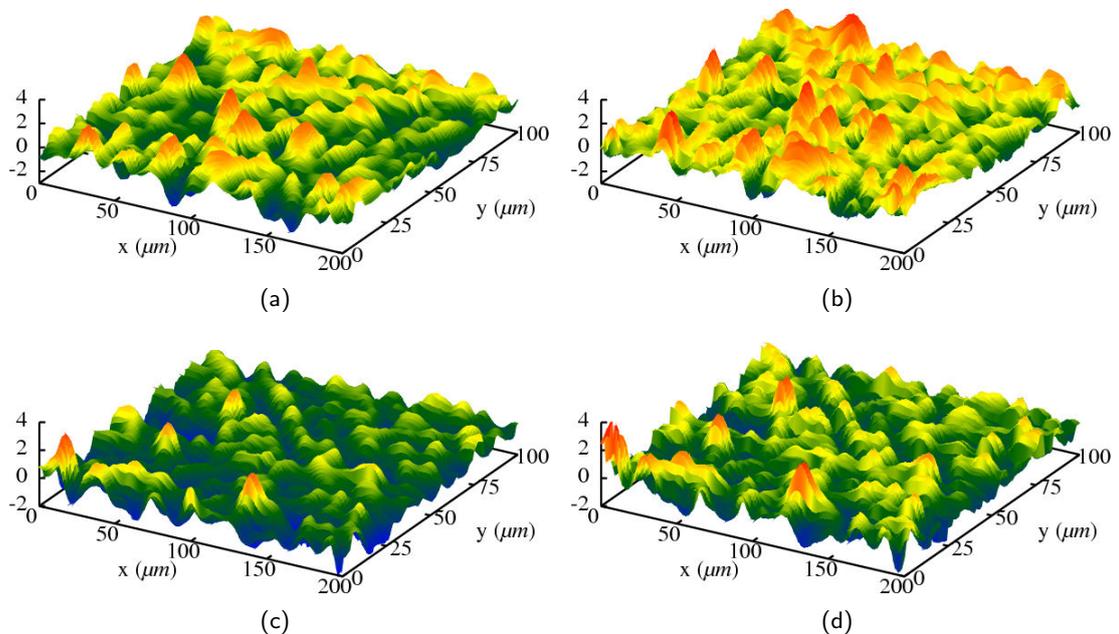


FIG. 6.17 – Vue 3D d'une portion de la zone d'étude EST (a. et b.) et de la zone SUD (c. et d.) avant (a. et c.) et après (b. et d.) écrasement. Les positions de ces portions sont repérées par les carrés noirs  $Z_2$  sur les figures 6.12.a et 6.13.a.

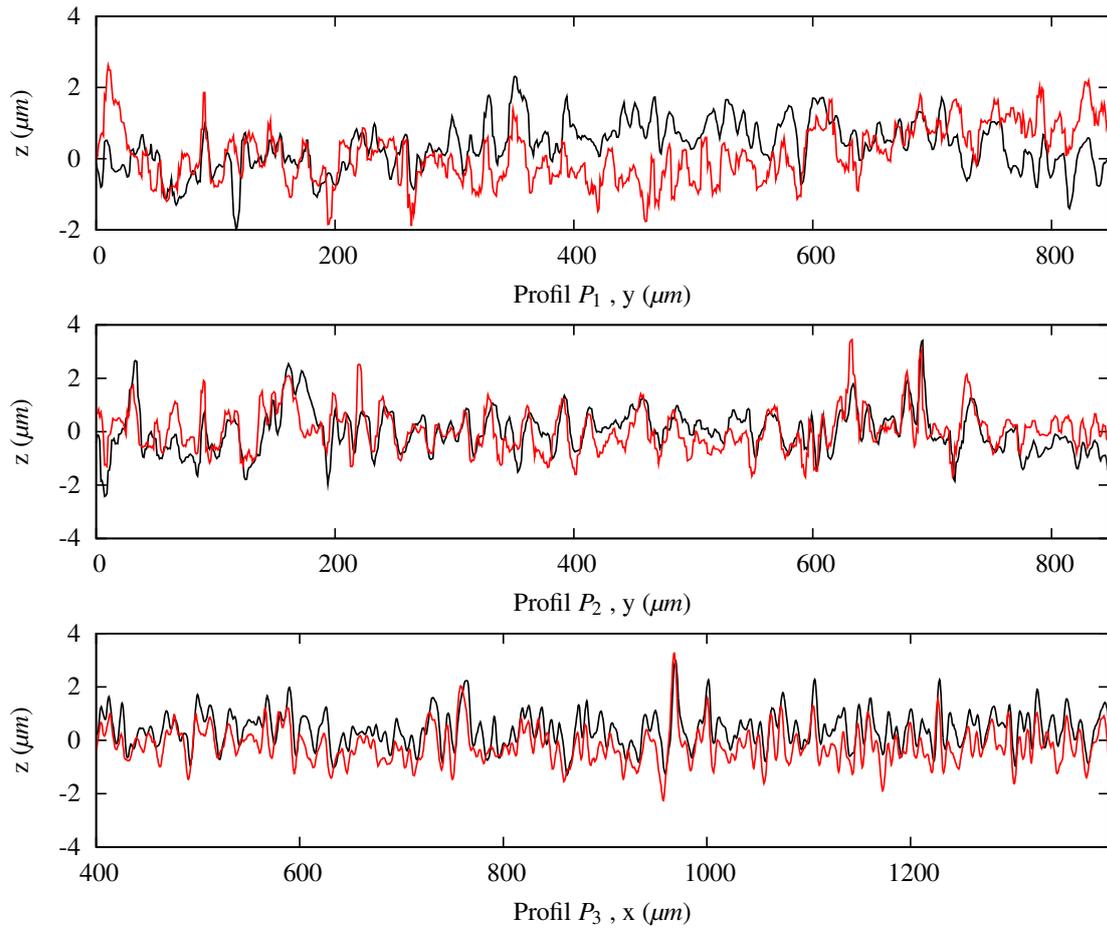


FIG. 6.18 – Profils linéiques de la zone d'étude EST. Leur position géographique sur la zone d'étude est visible sur la figure 6.12.b (dans l'ordre : ligne  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ ).

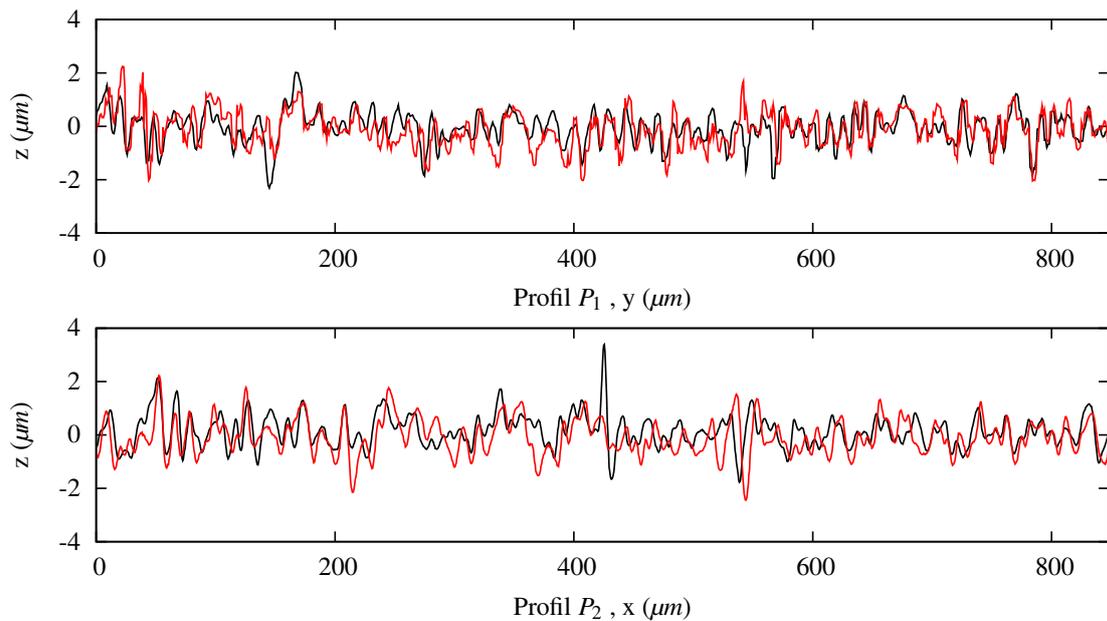


FIG. 6.19 – Profils linéiques de la zone d'étude EST. Leur position géographique sur la zone d'étude est visible sur la figure 6.13.b (dans l'ordre : ligne  $P_1$  et  $P_2$ ).

## 6.3 Problème de positionnement macroscopique de grande longueur d'onde

On s'intéresse dans cette section aux conséquences que pourrait engendrer une ondulation à grande échelle (plusieurs millimètres) sur les estimations de la transmissivité  $K$  d'une surface. Un tel défaut produit une pression de contact non uniforme sur toute la portée d'étanchéité. L'échelle d'étude à laquelle nous nous plaçons dans nos simulations numériques avec rugosité ne permet pas de prendre en compte de tels défauts. De la sorte, la pression de contact apparente vue dans nos calculs peut ne pas être représentative de la pression de contact à l'échelle d'une portée entière dans le cas où celle-ci ne serait pas parfaitement plane. Ainsi, cette étude permet de comparer la pression de contact apparente à l'échelle d'une portée entière avec la pression appliquée sur une zone de taille plus petite, correspondant à celle des surfaces présentées aux chapitres 3 et 5.

### 6.3.1 Définition du problème étudié

La section précédente a permis de mettre en avant un défaut de planéité de la zone d'étude EST (voir figure 6.12.a). La figure 6.20.a montre que la ligne moyenne d'une coupe parallèle à l'axe  $y$  est une parabole dont l'équation est fournie sur la figure. La parabole est indépendante de l'ordonnée de la coupe, si bien que la surface peut être approchée par la nappe de la figure 6.20.b. Nous cherchons à étudier l'influence d'un tel défaut sur pression de contact appliquée à l'échelle d'une portée d'étanchéité.

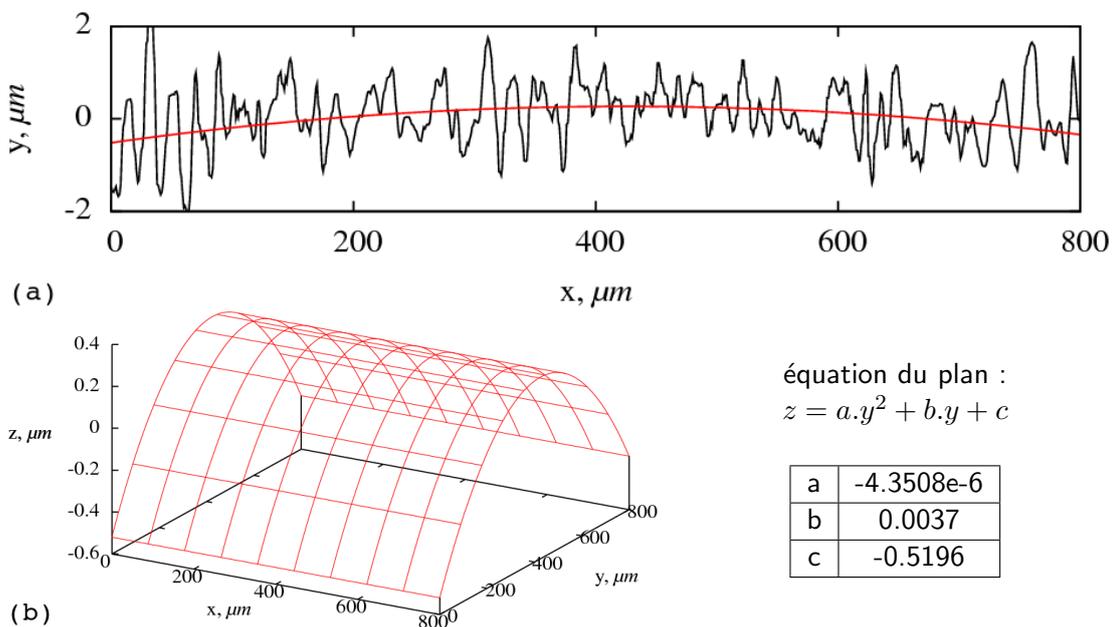


FIG. 6.20 – Représentation 3D du plan parabolique moyen de la zone d'étude EST.

Le défaut mesuré correspond à une variation globale selon  $z$  de presque de  $1 \mu m$  sur la largeur de la portée. Avec une telle forme, la pression locale au centre de la portée va être plus grande que la pression moyenne. C'est ce que nous étudions maintenant, en considérant une géométrie axisymétrique. Le maillage utilisé est composé d'éléments linéaires. Comme le montre la figure 6.21, la portée a une largeur égale à  $1 \text{ mm}$  et est discrétisée de manière suffisamment fine pour que le gradient de pression généré par le défaut puisse être capté

sur une zone de  $50 \mu\text{m}$  (taille moyennes des surfaces rugueuses étudiées jusqu'à présent dans ce manuscrit).

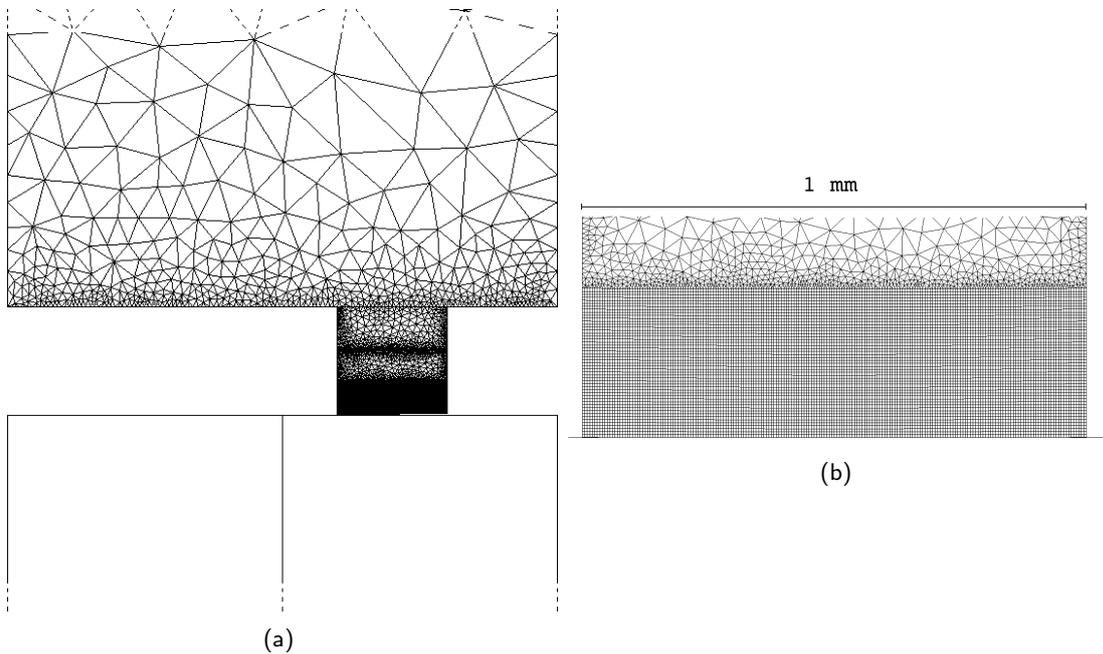


FIG. 6.21 – Maillage du problème de contact étudié – a) Vue d'ensemble ; b) Agrandissement sur la zone de contact (le défaut n'est pas visible à cette échelle).

Nous fixons des conditions aux limites uniquement au niveau de la face supérieure de la portée (déplacement vertical imposé) et de la face inférieure du plan d'appui (déplacement nul des nœuds dans toutes les directions). Toutes les autres faces du problème sont laissées libres de tout mouvement. Le problème est gouverné en déplacement pour des raisons de rapidité de convergence.

Nous nous plaçons une fois encore dans la situation où une des deux pièces en contact est supposée rigide. Nous affectons à la portée d'étanchéité le comportement élastoplastique non-linéaire macroscopique qui a été utilisé tout au long de nos travaux (voir 2.1). Bien entendu la rugosité du matériau n'est pas prise en compte dans cette étude.

### 6.3.2 Résultats

Le but du calcul est d'observer la différence entre la pression de contact apparente  $P_{ca}$  sur toute la portée d'étanchéité avec la pression de contact réelle  $P_{cr}$  sur la partie de la portée qui entre effectivement en contact avec le plan rigide. La pression de contact apparente sur la portée est obtenue en divisant la résultante verticale sur sa face supérieure par sa surface. On la compare avec la pression de contact appliquée sur une zone de  $50 \mu\text{m}$  de large dans le contact.

La figure 6.22.a montre les évolutions de ces deux pressions de contact, qui présentent des différences importantes au cours du chargement. En effet,  $P_{ca}$  évolue de façon quasiment linéaire au cours du chargement, alors que  $P_{cr}$  croît plus fortement dès le début du chargement.

La figure 6.22.b donne l'évolution du rapport  $P_{cr}/P_{ca}$  en fonction de la pression de  $P_{ca}$ , qui indique que la pression locale est presque deux fois plus forte que la pression apparente lorsque cette dernière atteint 200 MPa.

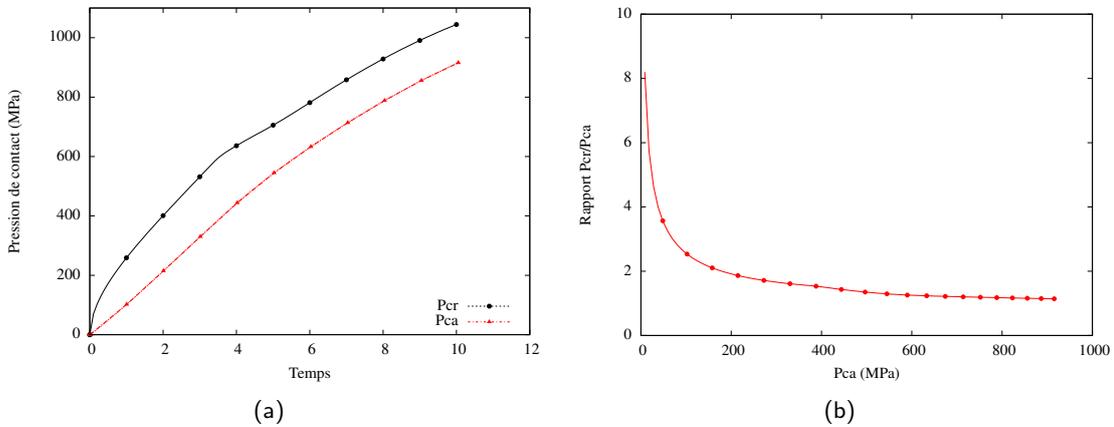


FIG. 6.22 – a) Evolution de la pression de contact appliquée sur la zone de  $50 \mu m$  ( $P_{cr}$ ) et sur la portée d'étanchéité entière ( $P_{ca}$ ) – b) Evolution du rapport entre  $P_{cr}$  et  $P_{ca}$  en fonction de  $P_{ca}$ .

La présence d'un tel gradient de pression sur la portée invite à penser que l'étanchéité du contact est pilotée par la zone centrale. Ainsi, dans nos calculs éléments finis du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide, il faut appliquer la pression  $P_{ca}$  et non  $P_{cr}$  pour juger du degré de la "fermeture".

Ainsi, si l'on part de la courbe  $K(F)$  obtenue lors de nos approches mécaniques du contact entre une surface rugueuse de  $53 \mu m \times 62 \mu m$  et que l'on introduit le rapport de la figure 6.22.b, la nouvelle estimation s'en trouve totalement changée (voir figure 6.23).

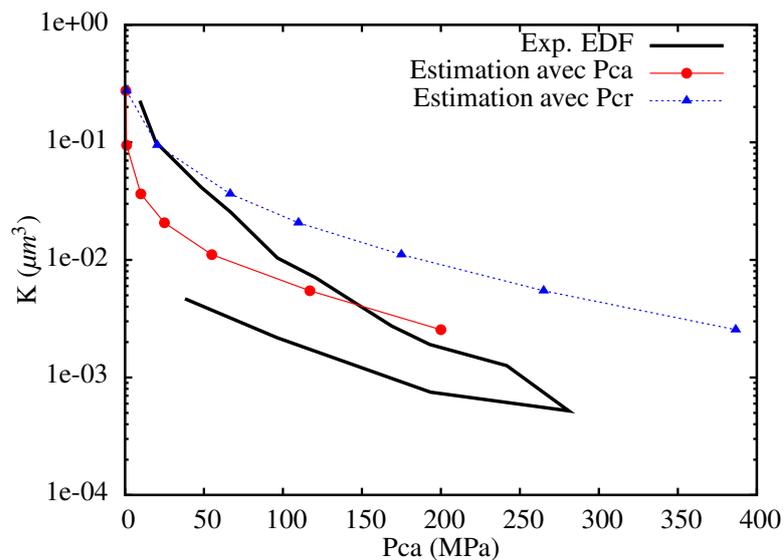


FIG. 6.23 – Evolution de la transmissivité  $K$  d'une surface rugueuse en fonction de la pression de contact appliquée (rouge) et en fonction de la pression de contact à l'échelle de la portée d'étanchéité entière présentant un défaut de planéité.

### 6.3.3 Conclusion

Cette étude permet de mettre en avant les conséquences engendrées par un léger défaut de planéité, sur l'estimation de la courbe  $K(F)$  d'un contact rugueux. Le calcul à l'échelle de la portée permet de prévoir une importante élévation locale de la pression sur le sommet de l'ondulation.

L'objectif de cette étude est de sensibiliser le lecteur face à l'importance des défauts de plus grande échelle que la rugosité. Elle montre le danger qu'il peut y avoir à se focaliser sur une surface trop petite. L'application d'une approche multi-échelles impose de représenter fidèlement la géométrie à tous les niveaux, depuis le micromètre jusqu'à la structure complète.

La qualification et la quantification des défauts (inclinaisons, ondulations, ...) que peuvent présenter les surfaces en contact chargées d'assurer l'étanchéité interne des appareils de robinetterie, voire l'étude du système complet, sont des axes d'investigation pertinents. Les jeux présents dans l'assemblage peuvent en effet aboutir à des contacts imparfaits entre les surfaces chargées d'assurer l'étanchéité interne.

## 6.4 Modèle géométrique

Tout au long de notre travail, il a clairement été mis en avant que le modèle de comportement matériau utilisé pour la surface rugueuse n'amène pas à des modifications notables de l'estimation de la transmissivité. Le but de ce paragraphe est d'évaluer une solution extrême dans laquelle la géométrie finale après écrasement est déterminée sans loi de comportement, en se basant uniquement sur l'hypothèse de conservation du volume de la matière en raison de l'incompressibilité plastique. La redistribution de la matière au cours de l'enfoncement suit alors une simple règle géométrique.

### 6.4.1 Principe

Nous réutilisons ici les surfaces rugueuses D21, D41, D82 et D94 qui ont déjà été étudiées aux paragraphes 3.3 et 4.6. La géométrie initiale de ces surfaces sera ainsi prise identique aux maillages avant écrasement.

La surface rugueuse est initialement comprise entre deux plans lisses parallèles d'altitudes respectives  $z_{max}$  (plan de découpe) et  $z_{min}$  (plan de remplissage), correspondant respectivement à l'altitude maximale et minimale (voir figure 6.24). Pour simuler la modification de géométrie au cours de l'écrasement, le modèle géométrique vient ensuite découper, de manière incrémentale, la surface rugueuse par un plan orthogonal à l'axe  $z$ , à l'altitude  $z = z_{max} - U$ . Un certain volume de matière (en rouge sur la figure 6.24) est ainsi enlevé de la surface. Connaissant la position  $z$  du plan de découpe, on peut calculer le volume de matière découpé  $V_1$ , et la surface de contact  $A$ . Nous pouvons alors déterminer, au moyen de la réponse  $A(F)$  du calcul élément finis portant sur la même surface rugueuse, la charge nécessaire pour obtenir une telle surface de contact.

Le modèle géométrique vient ensuite déterminer l'altitude  $z' = z_{min} + U'$  du plan de remplissage permettant d'avoir un volume de matière rempli  $V_2$  (en vert sur la figure 6.24) égal à  $V_1$ . Le champ d'ouvertures résultant de ces opérations, dans lequel un fluide peut s'écouler, correspond alors au volume présent entre les altitudes  $z$  et  $z'$ .

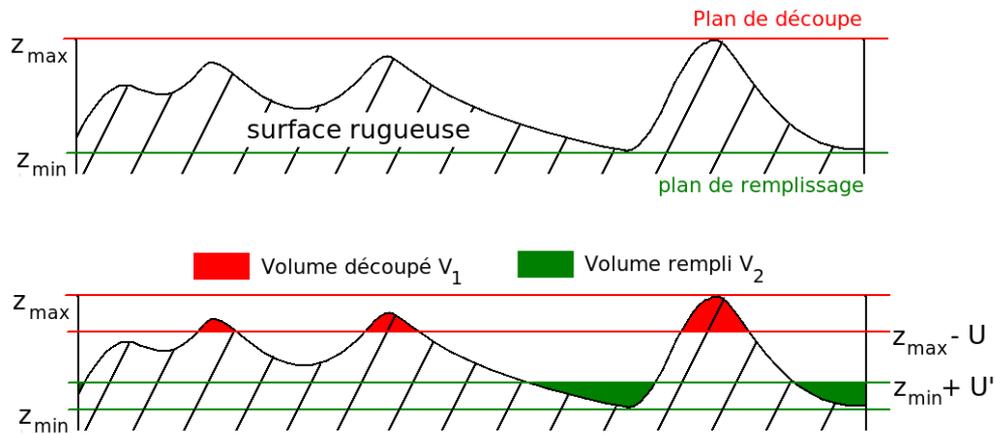


FIG. 6.24 – Schéma 2D du principe du modèle géométrique – en haut : instant initial ; en bas : principe de découpe de cette surface rugueuse pour un déplacement  $U$  donné.

Le report de la matière au niveau des zones profondes de la surface, et non pas sur les bords d'une aspérité comme le prévoit une approche classique, est destiné à produire un impact maximal sur la transmissivité, dans la mesure où l'on réduit les valeurs les plus grandes de  $h$ , qui intervient au cube dans cette détermination. Le but recherché, ici, est de réduire les zones profondes du champ d'ouvertures qui correspondent aux chemins percolants du fluide. Comme ces chemins sont majoritairement responsables du débit de fuite associé à l'écoulement d'un fluide au travers du volume rugueux, cela permet de diminuer la vitesse du fluide dans ces zones.

## 6.4.2 Résultats

Ce modèle a ainsi été appliqué sur quatre surfaces rugueuses différentes de dimensions  $26 \mu m \times 31 \mu m$ . Ces quatre surfaces sont représentées en figure 6.25. Il s'agit des surfaces C21, C41, C82 et C94 de l'Annexe B.

Nous récupérons ainsi, pour plusieurs chargements, les champs d'ouvertures de ces quatre surfaces obtenus par ce modèle géométrique. Nous utilisons ensuite l'approche fluide 2D, basée sur la loi de Darcy (présentée en 5.3), pour estimer la transmissivité de ces surfaces rugueuses au cours du chargement.

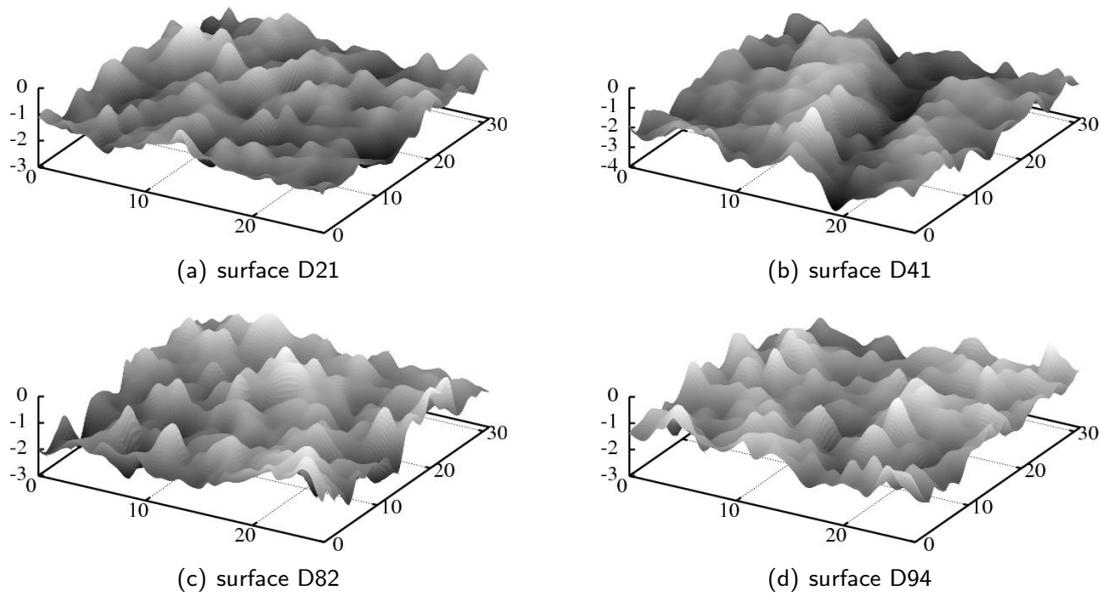


FIG. 6.25 – Représentation 3D des quatre surfaces rugueuses utilisées pour le modèle géométrique.

Ces transmissivités  $K$  obtenues sont comparées à celles issues de l'approche éléments finis en figure 6.26.b. Les résultats sont tout à fait remarquables : les estimations obtenues par cette approche géométrique ne présentent pas de différence notable avec l'approche éléments finis. Ceci démontre une faible sensibilité à la manière dont est redistribuée la matière des zones en contact, et confirme que le comportement matériau ne peut pas être la cause des écarts expérience/simulation présents sur l'évolution de  $K(F)$ .

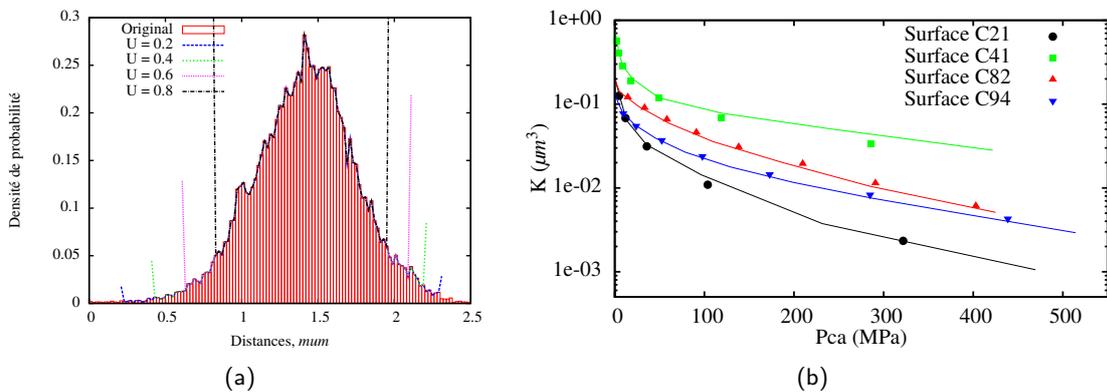


FIG. 6.26 – a) Distributions des hauteurs selon l'avancement du plan de découpe pour la surface rugueuse D21 – b) Comparaison de l'estimation de la transmissivité des 4 surfaces en fonction de la pression de contact obtenue au moyen de l'approche éléments finis (traits pleins) et du modèle géométrique (points).

Il devient donc nécessaire de trouver d'autres pistes de recherche qui permettraient de les expliquer. Une étude de sensibilité des modèles d'écoulement fluide est donc effectuée dans le prochain paragraphe.

## 6.5 Représentativité à l'échelle du fluide

Tout au long de ce manuscrit, la représentativité d'une surface rugueuse a été considérée uniquement d'un point de vue géométrique. Cependant, la question de la représentativité de nos études se pose à plusieurs échelles. Ainsi, nous cherchons, dans cette section à vérifier l'influence sur l'écoulement du fluide du critère de distribution des hauteurs.

La présence de chemins percolants dans l'écoulement d'un fluide (voir figure 6.27) montre la forte dépendance de cet écoulement face à la géométrie du volume résiduel. La distribution des ouvertures mais également leur distribution spatiale sont alors des paramètres importants.

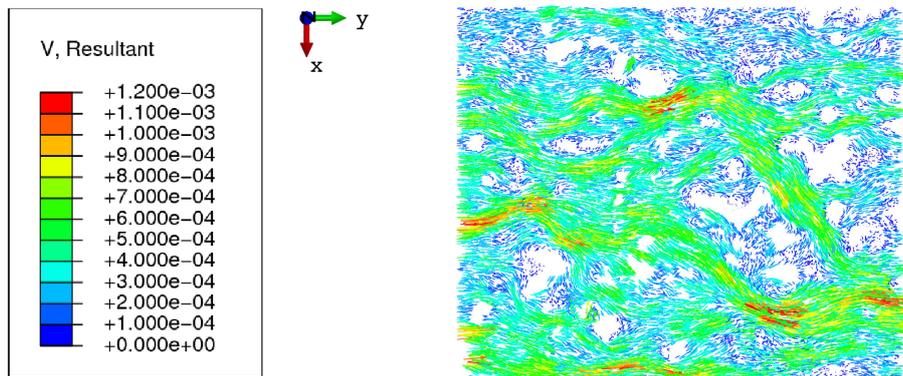


FIG. 6.27 – Vitesses nodales d'un fluide s'écoulant entre la surface C94 de dimensions  $53 \mu m \times 62 \mu m$  et un plan rigide (vitesses en mm/s).

### 6.5.1 Influence de la taille d'une surface

Dans un premier temps, nous cherchons à étudier l'influence de la taille d'une surface rugueuse sur l'estimation de la transmissivité. Nous utiliserons ici les surfaces A00, B41 et C82 de l'annexe B qui présentent des distributions de hauteurs sensiblement identiques (voir figure 6.28.a). Leurs tailles sont respectivement :  $53 \mu m \times 62 \mu m$ ,  $107 \mu m \times 124 \mu m$  et  $164 \mu m \times 192 \mu m$ .

La simulation du contact entre la surface rugueuse, de dimensions  $164 \mu m \times 192 \mu m$  (cas 3), et un plan rigide ne peut être réalisée au moyen de la méthode des éléments finis du fait de la taille du maillage que cela impliquerait (plus de 5 000 000 d'éléments). Afin que les différences éventuelles entre surfaces ne proviennent pas d'un changement de méthode, nous utiliserons donc, dans cette partie, le modèle réduit présenté au chapitre 4 pour le calcul mécanique des trois surfaces. Le comportement utilisé est ainsi un comportement macroscopique de type von Mises.

La figure 6.28.b présente les transmissivités obtenues pour chacune de ces surfaces. Le calcul de  $K$  est effectué en utilisant l'approche fluide 2D basée sur la loi de Darcy, présentée en 5.3. La taille de la surface n'a pas d'effet marquant sur le résultat. Ainsi, la proximité des résultats (écart maximum inférieur à 20% pour un chargement de 280 MPa) s'explique par les distributions des hauteurs de ces surfaces qui peuvent être considérée comme identiques

(écart maximum de 1.6% pour une densité de probabilité égale à 1). La limite de cette analyse tient dans le fait qu'on utilise des profils mesurés, qu'il est difficile de comparer quantitativement. On pourrait aussi voir dans ces courbes une légère dépendance à la taille (avec  $K$  décroissant lorsque la taille augmente), la surface A00 se retrouvant au dessus de B41 car sa distribution des hauteurs est différente des deux autres.

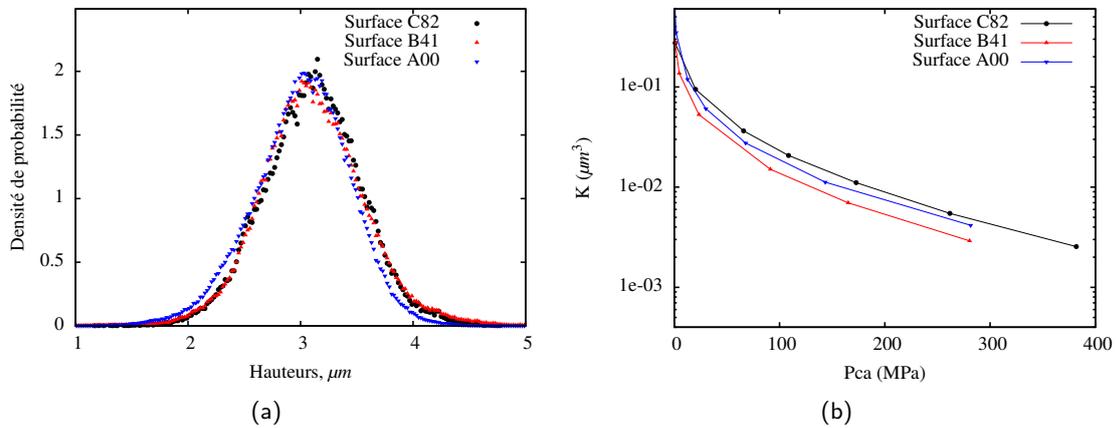


FIG. 6.28 – a) Distributions des hauteurs des trois surfaces étudiées — b) Evolution des transmissivités obtenues pour chacun des trois cas d'étude.

### 6.5.2 Influence de la distribution des hauteurs d'une surface

Nous considérons maintenant des surfaces de même taille mais présentant des distributions de hauteurs variées. Nous utiliserons dans cette étude les surfaces B01, B02, B10, B40 et B42 de l'annexe B. Leurs dimensions sont de  $107 \mu m \times 124 \mu m$ .

Les figures 6.29.a et 6.29.b montrent les distributions obtenues avec chacune de ces surfaces. On peut noter qu'elles présentent des écarts importants sur toutes les plages de hauteurs disponibles. La population prise en compte dans cette étude est donc bien variée.

La figure 6.29.c présente les estimations des transmissivités de ces surfaces obtenues par les mêmes méthodes numériques qu'au paragraphe précédent. A la différence de l'étude précédente, les courbes  $K(F)$  présentent ici des variations très fortes. Les écarts obtenus entre les courbes extrêmes (surfaces B10 et B01) atteignent quasiment un facteur 10 pour une pression de contact de 350 MPa.

Comme on pouvait s'y attendre, la distribution des hauteurs a une grande influence sur la transmissivité. Cependant, on peut également observer que des surfaces présentant des distributions identiques (surfaces B02 et B42) fournissent des réponses  $K(F)$  assez différentes (facteur 2.5 pour une pression de contact de 300 MPa). Ces écarts s'expliquent par la différence de répartition spatiale des hauteurs.

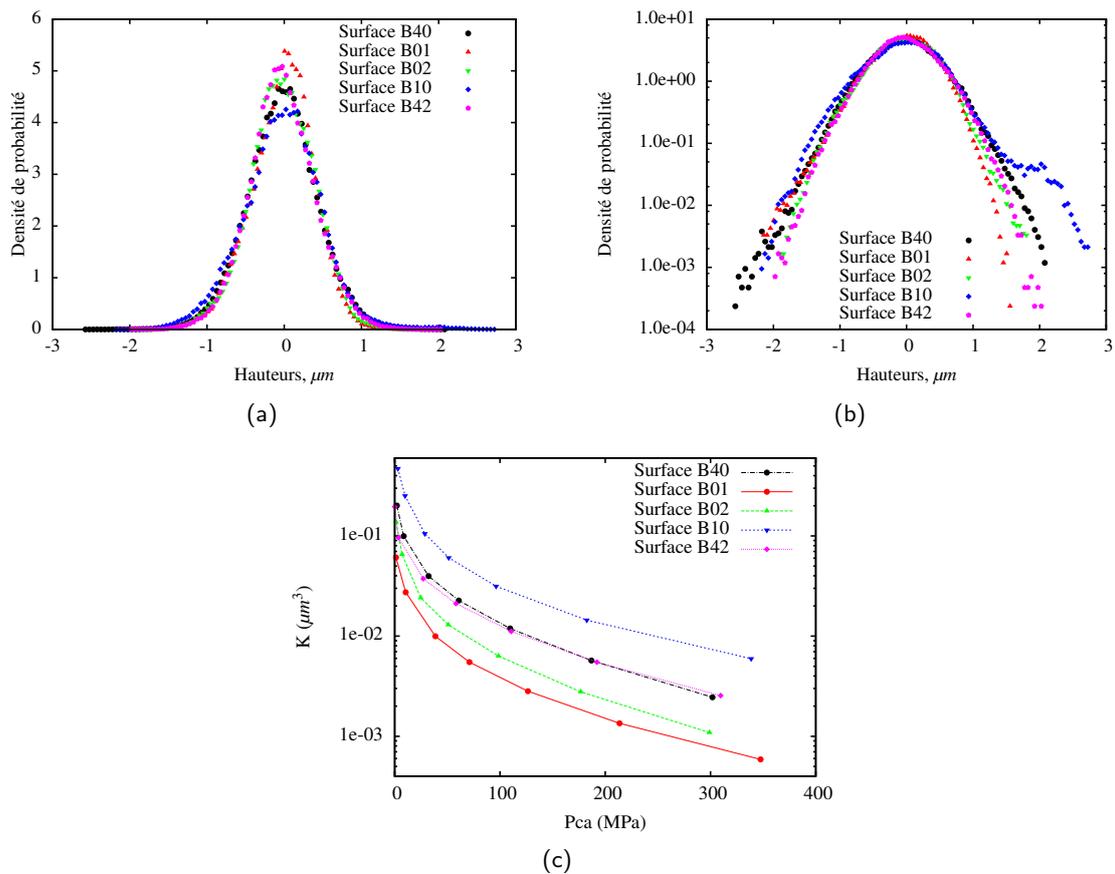


FIG. 6.29 – a) et b) Distributions des hauteurs des 5 surfaces étudiées — c) évolution des transmissivités obtenues pour chacun des cinq contact rugueux étudiés.

### 6.5.3 Effet de la morphologie d'une surface

Suite aux deux paragraphes précédents nous proposons ici de regarder l'effet de la morphologie d'une surface sur l'estimation de la transmissivité. Nous reprenons les mêmes surfaces que dans l'étude précédente, à savoir les surfaces B01, B02, B10, B40 et B42 de l'annexe B. La figure 6.30 montrent les représentations 3D de ces surfaces. Elles proposent des topographies variées : rainures (surfaces B02 et B10), trous (surface B01) ou encore "grosse aspérité" (surface B10) peuvent être observés. Des surfaces montrant une rugosité beaucoup plus homogène sont également présentes (surfaces B40 et B42).

Les figures 6.31, 6.32, 6.33, 6.34 et 6.35 montrent les topologies des volumes libres pour une pression de contact aux alentours de 300 MPa ainsi que les flux associés à l'écoulement d'un fluide incompressible au sein de ces volumes rugueux. De telles pressions de contact correspondent à un pourcentage d'aire de contact réelles de : 2.73 %, 2.76 %, 1.97 %, 3.26 % et 2.53 % respectivement pour les surfaces B01, B02, B10, B40 et B42. Les échelles des iso-valeurs sont prises identiques pour chacune des surfaces afin de permettre une meilleure comparaison des résultats.

Les morphologies variées des surfaces étudiées amènent à des topologies du contact, pour un chargement sensiblement identique, très différentes d'un cas d'étude à l'autre. Ainsi,

certaines surfaces (B02 et B10) vont présenter des zones profondes transverses marquées à la différence des surfaces dont la rugosité est beaucoup homogène (B40 et B42).

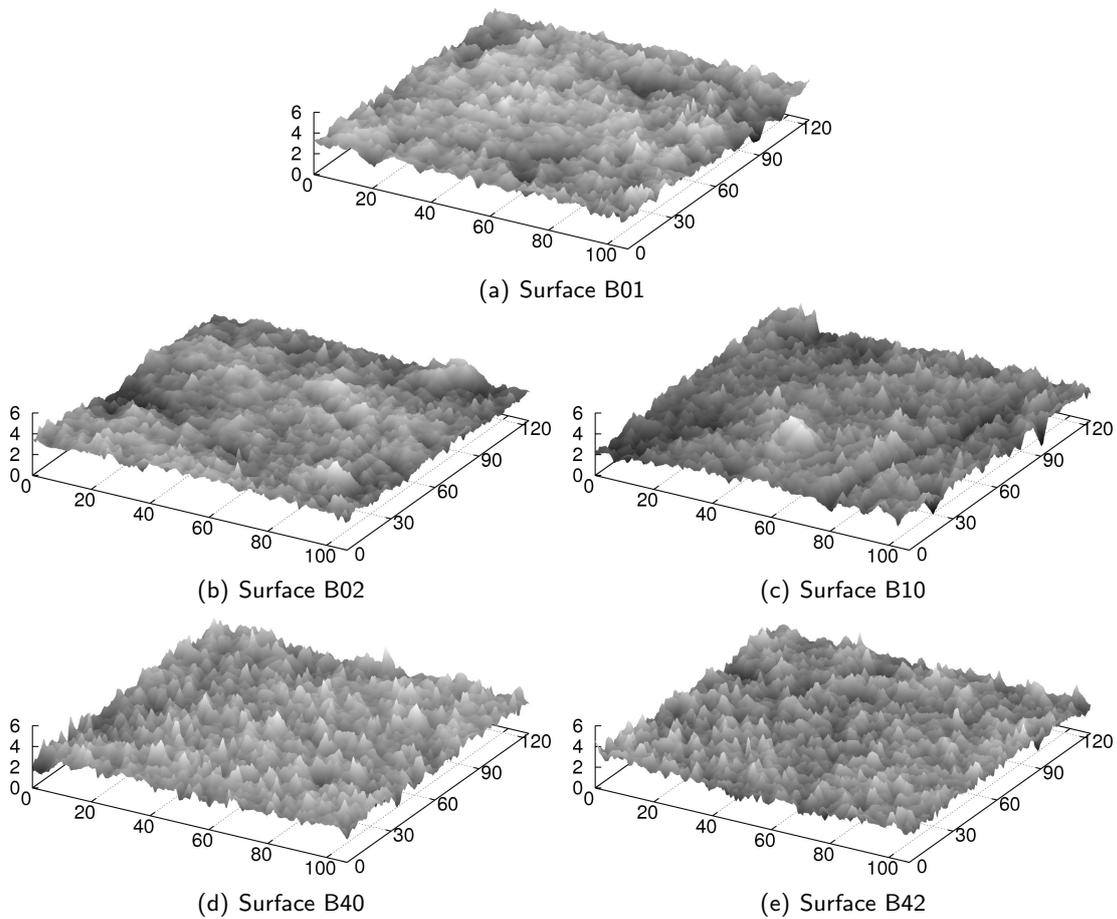


FIG. 6.30 – Représentation 3D des cinq surfaces étudiées.

La surface B10 (figure 6.33), dont la morphologie est très irrégulière, présente deux chemins percolants de taille importante. Ces chemins vont permettre au fluide de s'écouler facilement amenant ainsi à un débit fuite important. On comprend donc bien pourquoi cette surface conduit à la courbe  $K(F)$  la plus élevée de ces cas d'étude.

A l'inverse, la surface B01 (figure 6.31) présente une densité importante de zones de contact. De même, les régions profondes sont en petit nombre et très localisées. Ainsi, les chemins percolants visibles sont de petite taille. Le fluide montre alors des difficultés à s'écouler, minimisant ainsi le débit de fuite. C'est pourquoi cette surface montre une courbe  $K(F)$  très faible.

La rugosité beaucoup plus homogène des surfaces B40 et B42 (figures 6.34 et 6.35 respectivement) aboutit à une répartition homogène des zones de contact et des zones creuses. De nombreux chemins percolants sont présents. Cependant, ces chemins restent de taille très inférieure à ceux de la surface B10, par exemple. Le fluide a ainsi suffisamment d'espace pour s'écouler, mais il ne peut atteindre des vitesses élevées. Le débit de fuite résultant est alors moins fort que pour la surface B10 mais plus important que pour la surface B01.

La surface B02 présente quant à elle une topologie se rapprochant de celle de la surface B10. On y voit une concentration des zones de contact assez marquée ainsi que la présence de chemins percolants de taille considérable. Cependant l'orientation de ces chemins est transverse au sens de l'écoulement du fluide. Ce dernier est donc contraint de contourner les zones de contact présentes au milieu (figure 6.32), ce qui ne facilite pas son écoulement. C'est pour cela que la transmissivité de cette surface est faible.

Par cette étude, nous comprenons que la morphologie d'une surface joue un rôle essentiel dans la quantification de l'écoulement d'un fluide au travers d'un contact rugueux. Les irrégularités géométriques d'une surface, comme les rainures ou des variations de moins haute fréquence que la rugosité, vont donner naissance à des chemins percolants. Leur taille ainsi que leur nombre vont ainsi être les paramètres clés dans l'estimation de la transmissivité.

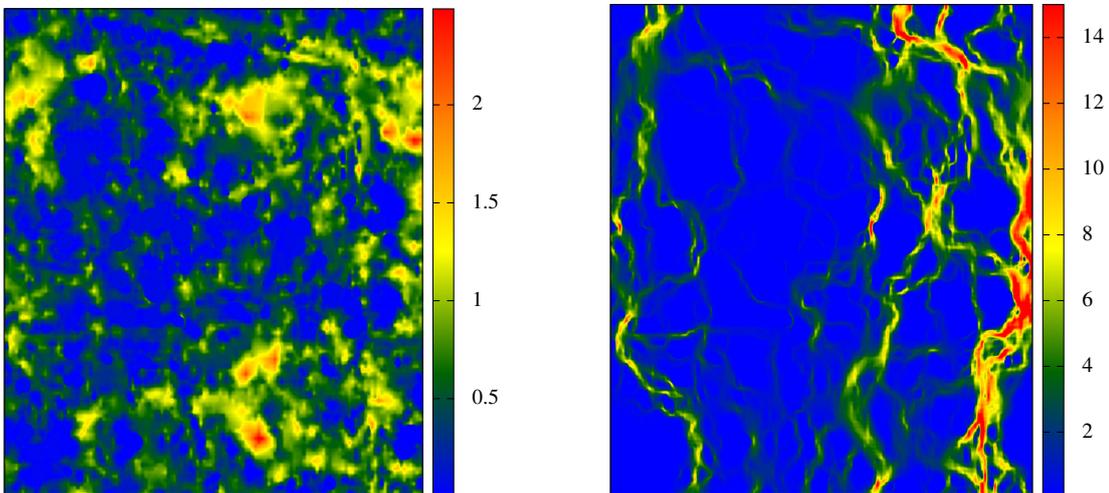


FIG. 6.31 – Surface B01, pression de contact de 350 MPa : topologie du volume libre en micromètre (gauche) et vitesse du fluide en  $\mu\text{m}/\text{s}$  (droite).

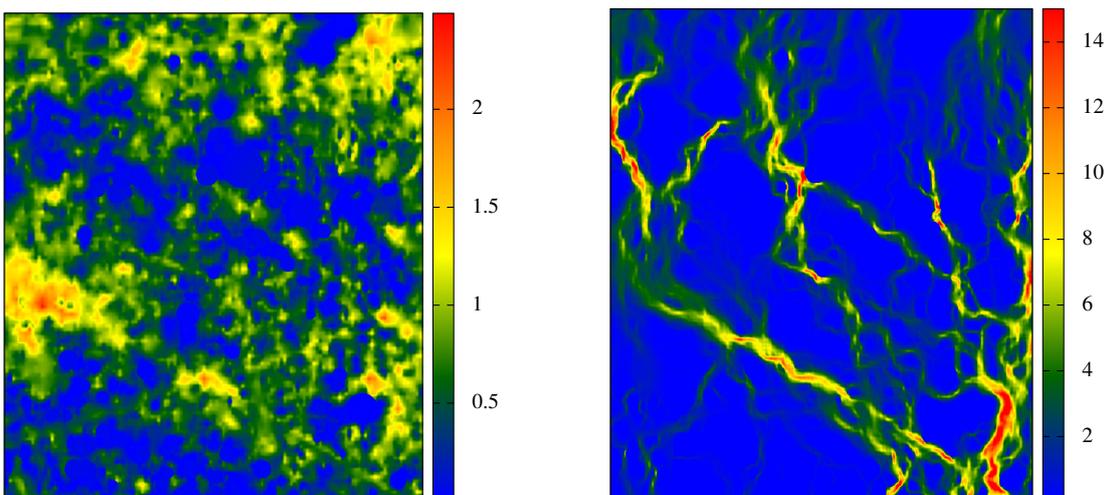


FIG. 6.32 – Surface B02, pression de contact de 301 MPa : topologie du volume libre en micromètre (gauche) et vitesse du fluide en  $\mu\text{m}/\text{s}$  (droite).

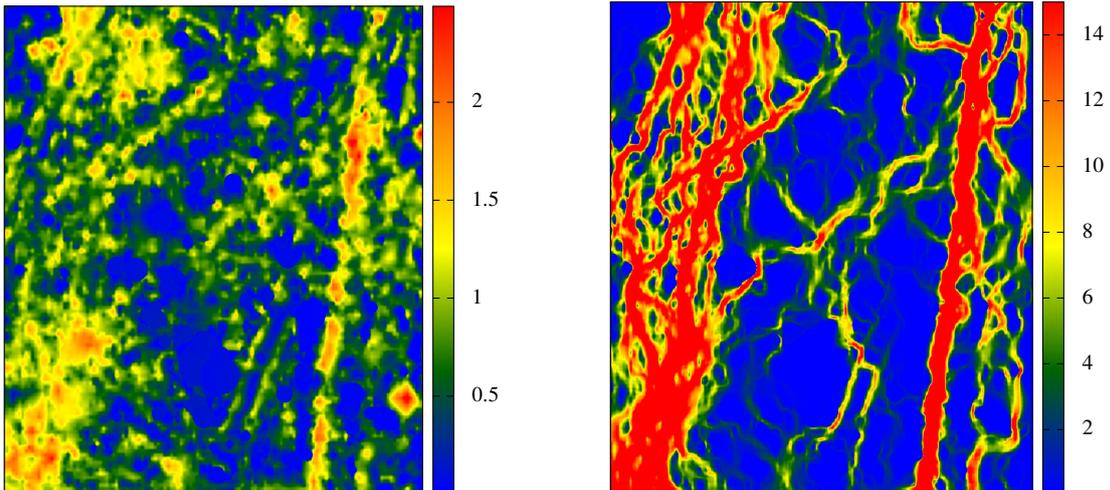


FIG. 6.33 – Surface B10, pression de contact de 341 MPa : topologie du volume libre en micromètre (gauche) et vitesse du fluide en  $\mu m/s$  (droite).

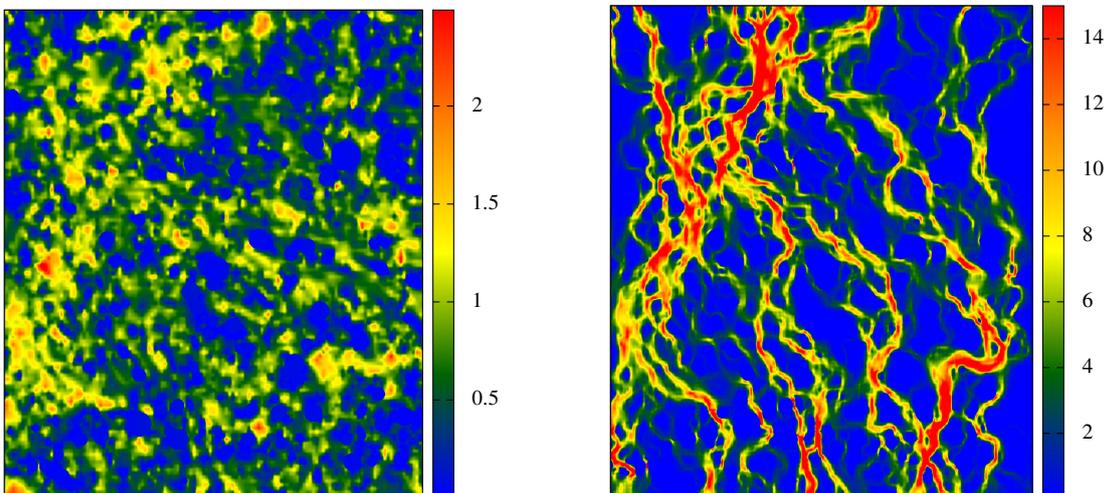


FIG. 6.34 – Surface B40, pression de contact de 304 MPa : topologie du volume libre en micromètre (gauche) et vitesse du fluide en  $\mu m/s$  (droite).

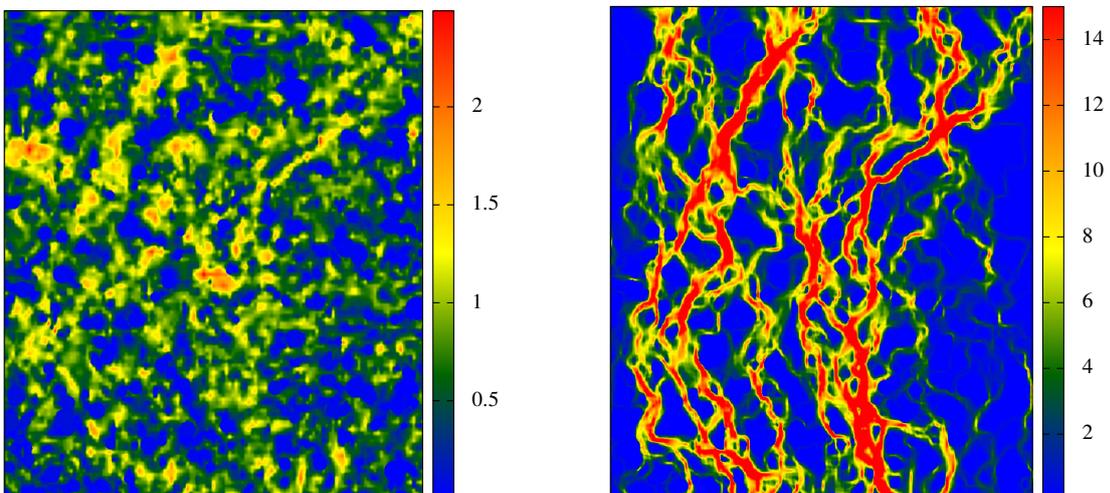


FIG. 6.35 – Surface B42, pression de contact de 312 MPa : topologie du volume libre en micromètre (gauche) et vitesse du fluide en  $\mu m/s$  (droite).

### 6.5.4 Conclusion

La question de la représentativité d'une surface rugueuse du point de vue de l'écoulement d'un fluide est complexe. Pour une distribution de hauteurs donnée, la taille n'a pas une influence déterminante. Par contre, le fait de considérer des surfaces de plus grande taille peut conduire à avoir des modifications dans la distribution des hauteurs, paramètre qui se révèle être un critère beaucoup plus sensible pour l'estimation de la transmissivité.

Cependant, cette distribution ne permet pas d'estimer localement la géométrie d'une surface. Ainsi, des surfaces identiques du point de vue des distributions ne fournissent pas forcément les mêmes courbes  $K(F)$ . L'étude morphologique d'une surface rugueuse devient alors un point incontournable pour comprendre et estimer sa transmissivité.

## 6.6 Transmissivité d'une surface à grande échelle

La morphologie d'une surface est donc déterminante dans la quantification d'une transmissivité. La taille d'une surface semble quant à elle moins représentative du problème. Cependant, plus une surface sera grande, plus elle comportera des morphologies variées. La taille peut ainsi permettre de regrouper, par exemple, les cinq cas d'étude du paragraphe précédent dans une seule et même surface.

Nous avons développé au cours de nos travaux des outils numériques (modèle réduit, approche fluide 2D) nous offrant la possibilité de travailler sur des surfaces rugueuses de tailles extrêmement grandes. Nous les utiliserons maintenant pour estimer l'étanchéité d'un contact rugueux à la plus grande échelle possible.

### 6.6.1 Surface microscopique à grande échelle

Dans cette optique, nous proposons ici des analyses à l'échelle des mesures topographiques entières fournies par EDF en début de thèse (voir figure 3.1 du chapitre 3). Dans un premier temps, nous étudions la surface rugueuse  $S$  (de dimensions  $606 \mu m \times 460 \mu m$ ). Toutefois, il convient de noter que le modèle réduit ne peut considérer que des surfaces discrétisées identiquement dans les directions  $x$  et  $y$ . La surface  $S$  ne peut donc pas être étudiée dans sa globalité. La surface utilisée ici, de dimensions  $280 \mu m \times 330 \mu m$ , possède une discrétisation selon  $x$  et  $y$  de 1 700 points (après lissage et enrichissement). La surface étudiée est ainsi composée de 2 890 000 points.

**Remarque :** *Dans ce manuscrit, toutes les études proposées jusqu'à présent portaient sur des surfaces rugueuses extraites de cette surface  $S$ . La présente analyse permet donc de considérer quasiment toutes les morphologies rencontrées jusqu'à maintenant.*

A de telle échelle, la topologie initiale de la surface rugueuse (voir figure 6.36) peut être considérée comme représentative. Elle compte 13 327 aspérités, ainsi que des zones très variées, rayures, creux localisés (bleu), ou encore zones d'altitude élevées (rouge).

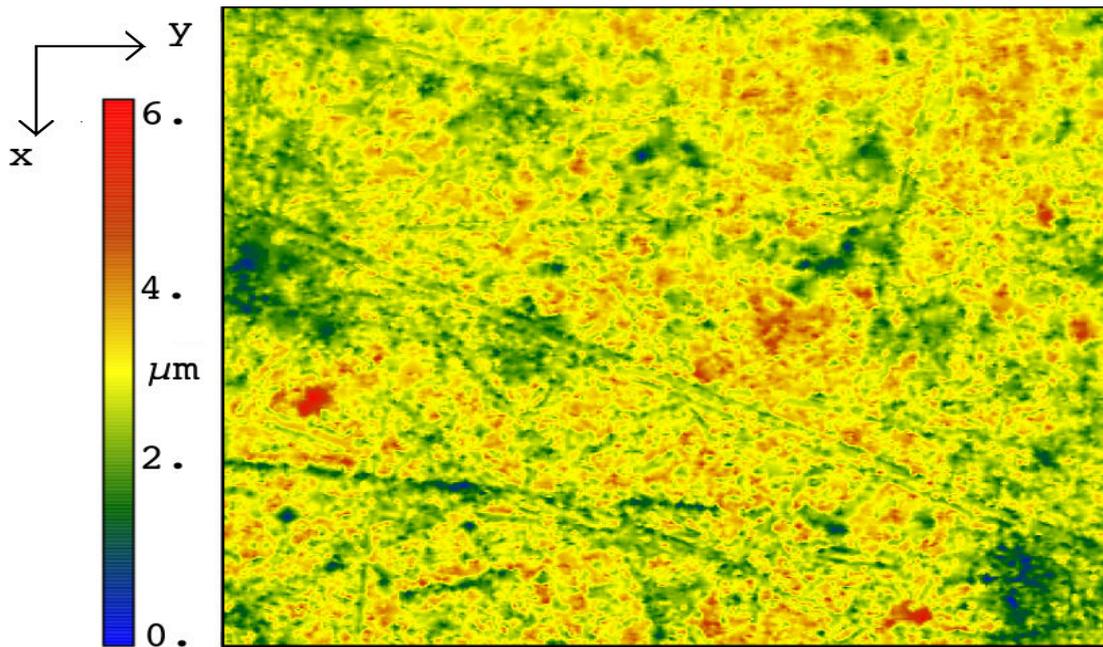


FIG. 6.36 – Topologie de la surface rugueuse étudiée de dimensions  $280 \mu\text{m} \times 330 \mu\text{m}$  et composée de 2 890 000 de points – les zones creuses sont représentées en bleu, les altitudes élevées en rouge.

Le modèle réduit permet ensuite de déterminer l'évolution de la topologie pour différents chargements imposés. Les figures 6.37.a montrent la topologie du volume libre présent entre cette surface et un plan rigide pour deux chargement différents (78 MPa et 360 MPa). Les figures 6.37.b présentent le flux associé à ces volumes.

Grâce à ces outils, il nous est possible de visualiser l'écoulement d'un fluide à l'échelle d'une surface très grande. On peut ainsi observer les chemins percolants empruntés par le fluide. Pour un chargement de 78 MPa, ces chemins sont en très grand nombre, avec trois chemins principaux, qui correspondent aux rayures sur la surface. Deux d'entre eux (sur la moitié droite des figures 6.37.b) correspondent aux grandes rayures visibles sur les topologies des volumes libres (6.37.a).

On observe également que ces trois chemins percolants principaux sont alimentés par d'autres chemins de tailles inférieures. Ces derniers sont les premiers à disparaître lorsque le chargement augmente. Cet aspect illustre très bien l'apparition du seuil de percolation local. A l'échelle de la surface, la percolation subsiste pour un chargement de 367 MPa. Néanmoins, l'intensité des flux diminue fortement même au niveau des trois chemins principaux.

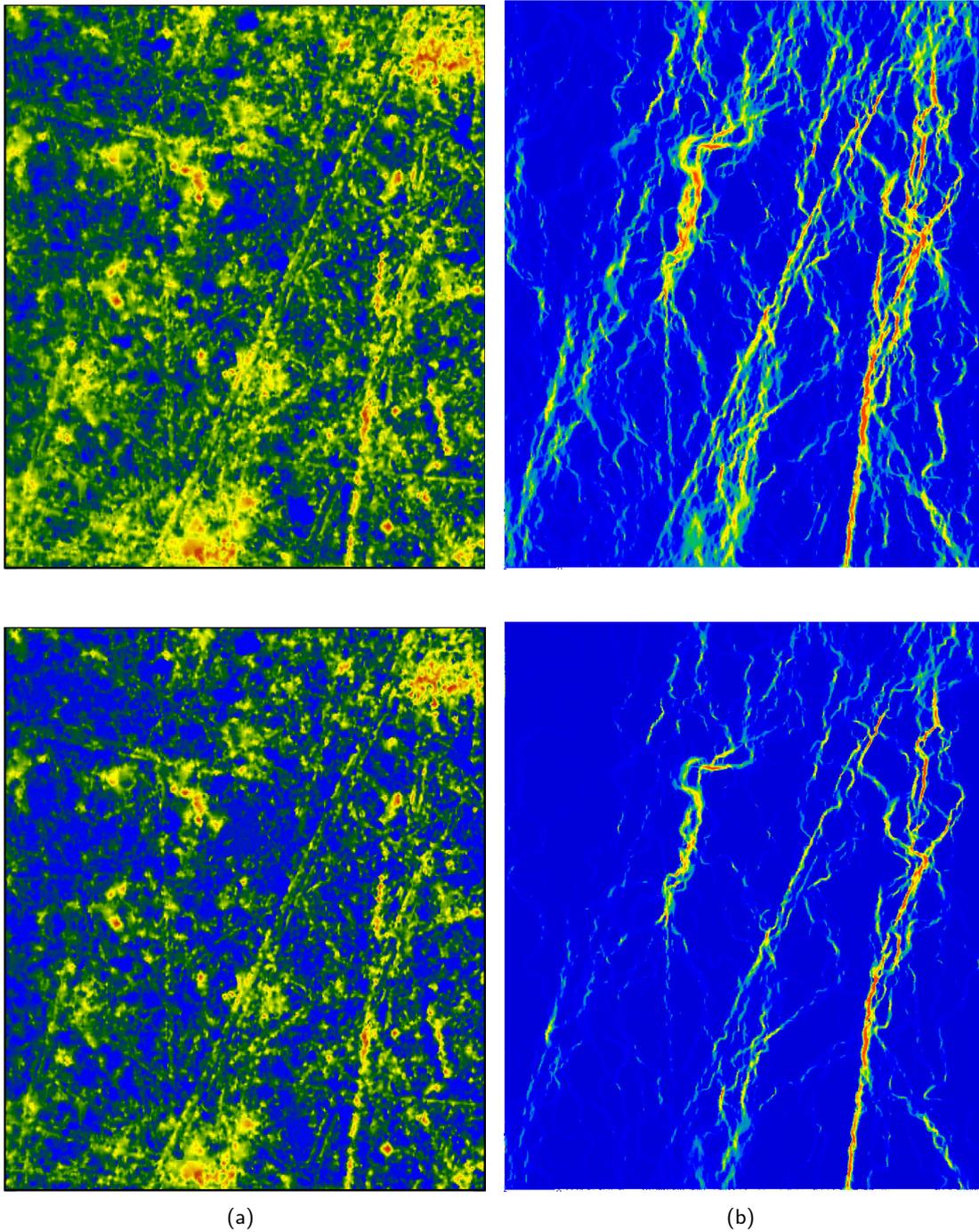


FIG. 6.37 – a) Topologies des volumes libres correspondant à différents chargements (haut : 78 MPa ; bas : 367 MPa), les zones bleues correspondent aux zones de contact, les rouges aux zones creuses — b) Flux correspondant à l'écoulement d'un fluide au sein de ces volumes libres.

### 6.6.2 Application aux surfaces d'une portée d'étanchéité

Cette étude a ensuite porté sur les surfaces E, N et O issues des relevés topographiques d'une même portée. L'annexe E montre les topologies des volumes libres de ces surfaces à différents chargements ainsi que les flux correspondants. Les estimations de leur transmissivité  $K$  en fonction du chargement appliqué sont présentées en figure 6.38.

Ces estimations présentent peu de différences d'une surface à l'autre, ce qui permet d'affirmer qu'elles proposent des morphologies équivalentes. L'allure de ces courbes ne distingue pas nettement de toutes celles qui ont été évaluées dans le chapitre 5 si bien que les estimations numériques de  $K$  sont trop grandes en comparaison avec les résultats expérimentaux.

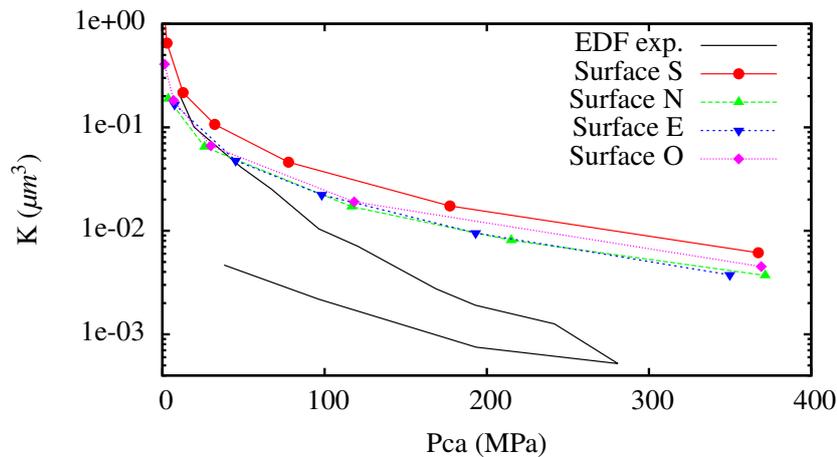


FIG. 6.38 – Estimations des transmissivités  $K$  en fonction du chargement appliqué pour chacune des quatre surfaces rugueuses (dimensions :  $280 \mu\text{m} \times 330 \mu\text{m}$ ) issues des mesures topographiques d'une même portée d'étanchéité de robinetterie de centrale nucléaire.

Cette étude a permis de montrer, dans un premier temps, que les outils numériques développés au cours de la thèse sont exploitables sur des surfaces de dimensions très importantes ( $280 \mu\text{m} \times 330 \mu\text{m}$ ). Cependant, l'étude de l'écoulement fluide sur de telles surfaces n'amène pas à des estimations différentes de  $K$  en comparaison avec celles qui ont déjà été obtenues sur des surfaces plus petites. Nous avons atteint ici la taille maximale des surfaces rugueuses possible au regard des relevés topographiques fournis par EDF. Nous ne pouvons donc pas étudier des surfaces rugueuses plus grandes par manque de données expérimentales.

## 6.7 Estimation à l'échelle d'une portée de robinetterie

Pour estimer la transmissivité d'une portée d'étanchéité entière, nous proposons ici une approche statistique basée sur les réponses  $K(P)$  déterminées sur des surfaces rugueuses de dimensions  $107 \mu\text{m} \times 124 \mu\text{m}$  (voir paragraphe 6.5.3). La morphologie des surfaces rugueuses entraîne des variations importantes sur les courbes  $K(P)$  (voir figure 6.29.c). L'étude qui suit cherche ainsi à estimer l'étanchéité d'une surface composée d'un grand nombre de telles surfaces, dont les réponses  $K(P)$  sont a priori connues.

### 6.7.1 Principe

En se référant aux dimensions d'une portée circulaire d'étanchéité réelle (voir annexe D) nous considérons ici une portée "déroulée" de largeur  $1\text{ mm}$  et de longueur égale à  $147.6\text{ mm}$ . Une telle surface se décompose alors, approximativement, en  $10 \times 100$  surfaces de dimensions  $107\text{ }\mu\text{m} \times 124\text{ }\mu\text{m}$  (voir figure 6.39).

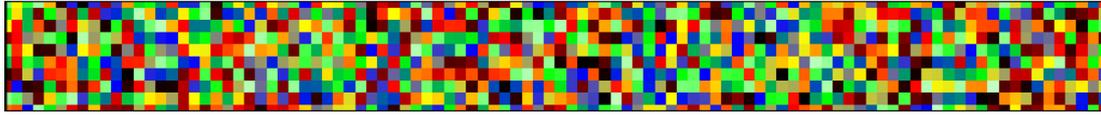


FIG. 6.39 – Portée d'étanchéité "déroulée" composée de  $10 \times 100$  surfaces élémentaires de dimensions  $107\text{ }\mu\text{m} \times 124\text{ }\mu\text{m}$ .

Chacune des surfaces élémentaires qui composent la portée possèdent une réponse  $K(P)$  spécifique,  $P$  étant la pression de contact. Nous savons que certaines configurations géométriques particulières permettent une détermination de la transmissivité équivalente par le biais de moyennes simples. En effet, lorsque l'on place des éléments en série (selon la direction de l'écoulement), il est possible d'estimer la transmissivité de l'ensemble  $K$  par la moyenne harmonique des transmissivités locales  $k_i$ . De même, dans une association parallèle, la transmissivité de l'ensemble peut être obtenue par une moyenne arithmétique (voir figure 6.40).

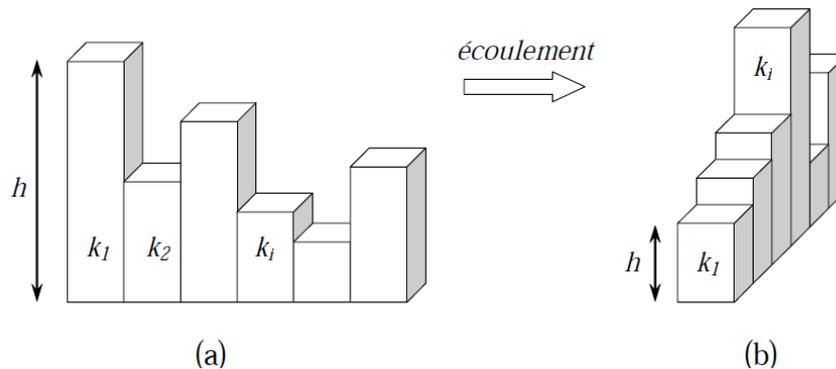


FIG. 6.40 – a) Configuration où les transmissivités locales  $k_i$  sont placées en série – b) configuration où les transmissivités locales  $k_i$  sont placées en parallèle. [Vallet, 2008]

De la sorte, il est possible d'estimer la transmissivité d'une portée d'étanchéité entière. On calcule, en premier lieu, les transmissivités des surfaces placées en série. Puis on associe ces surfaces en parallèle (toujours selon la direction d'écoulement) ce qui permet alors d'estimer la transmissivité de la portée entière (moyenne arithmétique).

**Remarque :** Une telle opération de moyenne serait discutable lorsque l'on se plaçait à des échelles très petites car elle ne permet pas de prendre en compte les chemins préférentiels empruntés par le fluide. Cependant, à l'échelle des surfaces rugueuses composant la portée d'étanchéité, et compte tenu des analyses des écoulements présentées précédemment, nous pouvons considérer l'influence de ces chemins préférentiels comme incluse dans nos "super-éléments".

### 6.7.2 Modèles $K(P)$

Les transmissivités locales  $k_i$  des surfaces de dimensions  $107 \mu\text{m} \times 124 \mu\text{m}$  sont obtenues à l'aide d'un modèle permettant d'estimer les réponses classiquement observées sur la figure 6.29.c. Ce modèle est le suivant :

$$k_i(P) = K_0 \frac{1 - \frac{P}{P_{lim}}}{1 + \frac{P}{5}} \quad (6.2)$$

où  $P$  correspond à la pression de contact appliquée sur la surface.  $K_0$  correspond à la transmissivité de la surface pour une pression de contact nulle. Le terme  $P_{lim}$  renvoie quant à lui à la notion de percolation : lorsque l'on atteint une pression de contact  $P$  importante, le seuil de percolation est atteint et se traduit par une transmissivité nulle (voir figure 6.41). Cette valeur  $P_{lim}$  est propre à chaque surface et sera prise égale à :

$$P_{lim} = 600 + 125K_0 \quad (6.3)$$

L'intérêt de ce modèle est d'avoir à disposition une seule variable, ici  $K_0$ , permettant d'ajuster les réponses  $k_i$ . Ainsi, des valeurs de  $K_0$  comprises entre 0.08 et 0.75 permettent de retrouver les courbes calculées avec les surfaces B01, B02, B10 et B40 (voir figure 6.41) lors de notre étude sur l'influence de la morphologie d'une surface (section 6.5.3).

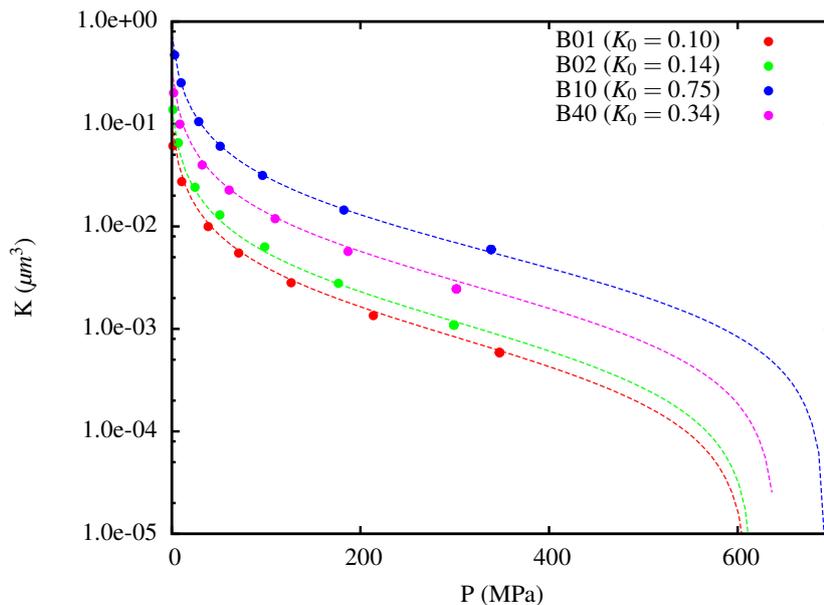


FIG. 6.41 – Les courbes  $K(P)$  obtenues avec le modèle (équation (6.2)), pour quatre valeurs différentes de  $K_0$  (courbes en traits plein), reproduisent bien les données (points) sur les surfaces B01, B02, B10 et B40 obtenues avec nos outils numériques (modèle réduit, approche fluide 2D).

### 6.7.3 Application à notre cas d'étude

Nous avons donc en main une population de surfaces  $i$  qui composent la portée d'étanchéité déroulée. Nous réalisons un tirage aléatoire sur la variable  $K_0$  de sorte à affecter

une réponse  $k_i(P)$  propre à chacune de ces surfaces. De même nous considérons dans un premier temps que la pression de contact  $P$  appliquée sur la portée est uniforme si bien que toutes les surfaces  $i$  sont également soumises à  $P$ .

Nous sommes donc capable de déterminer les transmissivités  $k_i$  des surfaces pour une pression donnée  $P$ . Ainsi, en incrémentant  $P$ , nous pouvons estimer l'évolution de la transmissivité  $K$  de la portée entière au cours du chargement à l'aide du calcul explicite précédemment.

La figure 6.42 montre l'estimation de  $K$  obtenue à l'échelle de la portée. Cette évolution reste très similaire à toutes celles qui ont été présentées tout au long de ce mémoire : l'estimation est bonne pour des pressions inférieures à 100 MPa, mais est surestimée de façon importante pour des chargements importants. De plus, son allure (pente, courbe) n'est pas améliorée par la présence de surfaces limitantes (réponse  $k_i(P)$  faible) dans l'opération de moyenne.

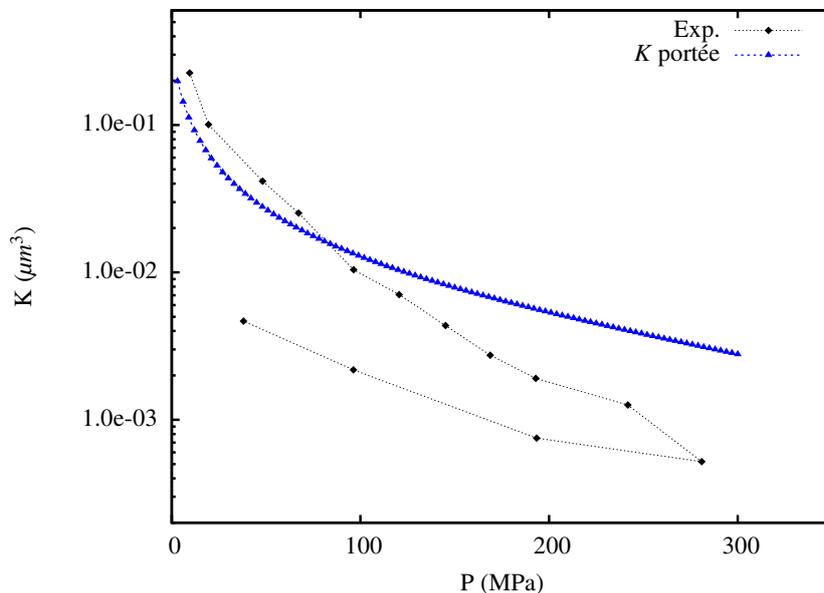


FIG. 6.42 – Estimation de la transmissivité  $K$  de la portée déroulée.

Cependant, l'hypothèse de pression  $P$  uniforme sur la portée n'est pas réaliste, puisqu'elle revient à nier l'existence d'ondulations, et à supposer que chaque surface élémentaire a la même réponse force-déplacement.

#### 6.7.4 Pressions appliquées non homogènes

En fait, pour un même déplacement imposé  $U$ , la force appliquée (et donc la pression de contact apparente à l'échelle de la surface) peut varier de façon considérable (voir figure 6.43.a). Dans un premier temps, nous considérons ici une portée d'étanchéité sans défaut géométrique, c'est-à-dire que toutes les surfaces  $i$  sont initialement en contact avec le plan rigide au niveau de leur pic le plus haut.

Lorsque l'écrasement a lieu, pour un même déplacement imposé la pression de contact  $p_i$  appliquée sur une surface  $i$  est donc dépendante de la rugosité/morphologie de cette surface.

Pour cela, nous introduisons une relation entre le déplacement imposé  $U$  et la pression de contact appliquée. Cette relation est la suivante :

$$U = U_{\infty} \frac{p_i}{p_i + b} + \frac{p_i}{2433} \quad (6.4)$$

Elle permet de représenter les évolutions calculées pour les surfaces B01, B02, B10 et B40 prises comme références. Le terme linéaire représente le déplacement qui provient de l'élasticité du cube situé sous la surface (module équivalent  $E^* = 175$  GPa, hauteur  $L = 72 \mu m$ , si bien que  $U = P/(E^*/L)$  et  $E^*/L = 2433$  MPa/ $\mu m$ ). La fonction homographique correspond au déplacement dû à la section rugueuse. Lorsque la pression tend vers l'infini, la valeur maximale du déplacement vaut  $U_{\infty}$ . Physiquement, cette valeur est atteinte lorsque toute la matière de la surface rugueuse est redistribuée en une bande horizontale aplatie. Le paramètre  $b$  dont la valeur vaut 22 MPa, caractérise la vitesse à laquelle  $U$  tend vers  $U_{\infty}$ . On pourrait améliorer les lissages de la figure 6.43.a en faisant varier  $b$  (28.561 pour B01, 16.967 pour B02, 19.074 pour B10 et 22.641 pour B40), mais nous préférons conserver une valeur unique pour toutes les courbes par souci de simplicité.

Le paramètre  $U_{\infty}$  présente une relation de linéarité (voir figure 6.43.b) avec le paramètre  $K_0$  précédemment introduit, lui aussi spécifique à une rugosité/morphologie d'une surface. Cette relation s'écrit :

$$U_{\infty} = 0.8 + 1.5K_0 \quad (6.5)$$

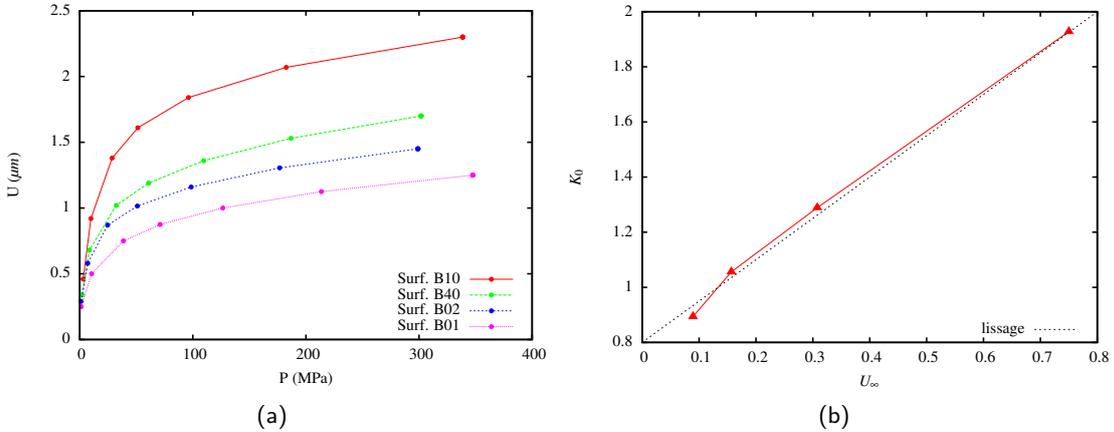


FIG. 6.43 – a) Réponses  $U(P)$  des surfaces rugueuses utilisées dans l'étude de l'effet de la morphologie d'une surface (voir section 6.5.3). — b) Relation de linéarité entre les paramètres  $U_{\infty}$  et  $K_0$  propres à une surface donnée.

Désormais, nous estimons la transmissivité de la portée en introduisant des lois  $U(P)$  et  $K(P)$  spécifiques à chaque surface  $i$  par l'intermédiaire de l'unique paramètre  $K_0$ . A chaque incrément de déplacement du plan rigide, nous sommes en mesure d'en déduire la pression de contact  $p_i$  puis la transmissivité  $k_i$  d'une surface  $i$  possédant un paramètre  $K_0$  donné. Nous déterminons ainsi pour plusieurs déplacements la transmissivité  $K$  de la portée par les mêmes opérations de moyenne que précédemment. La pression de contact à l'échelle de la portée est déterminée par la moyenne de toutes les pressions locales  $p_i$ .

La figure 6.44 présente l'évolution de la transmissivité  $K$  de la portée déroulée obtenue par cette méthode. Cette courbe est en très bon accord avec les résultats expérimentaux. Le fait de considérer les pressions de contact locales  $p_i$  permet d'atteindre des pressions importantes sur certaines surface pour une même profondeur de contact à l'échelle de la portée, si bien que le seuil de percolation est atteint et que le canal se bouche.

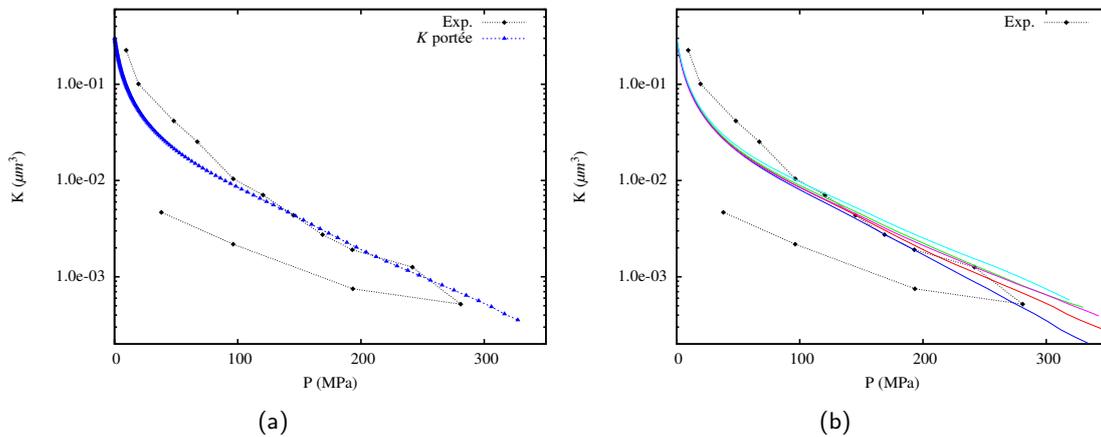


FIG. 6.44 – a) Estimation de la transmissivité  $K$  de la portée déroulée en tenant compte des réponses  $U(P)$  propres à chaque surface  $i$ . — b) Estimations de  $K$  obtenues pour 5 tirages aléatoires de  $K_0$ .

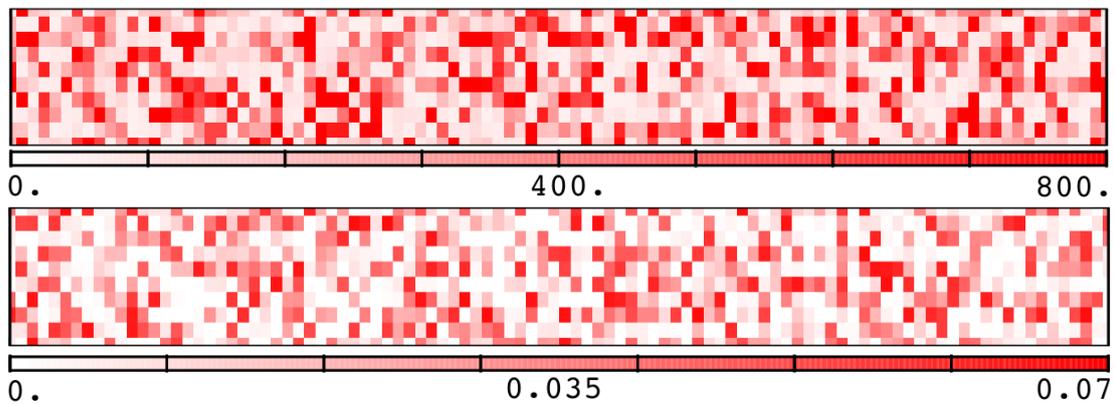


FIG. 6.45 – Représentations des pressions  $p_i$ , en MPa (haut), et des transmissivités  $k_i$ , en  $\mu m^3$  (bas), des surfaces  $i$  composant la portée d'étanchéité, pour le tirage aléatoire de  $K_0$  correspondant à la courbe 6.44.a.

Néanmoins, en toute rigueur, l'hypothèse que toutes les surfaces soient initialement en contact avec le plan rigide n'est pas réaliste. Sans forcément parler de défaut significatifs, la portée d'étanchéité peut présenter des ondulations faibles interdisant le contact initial sur certaines zones. L'étude suivante cherche à caractériser l'influence d'un tel décalage de positionnement des surfaces  $i$ .

### 6.7.5 Introduction de défauts

La prise en compte d'un "défaut d'alignement" des surfaces  $i$  composant la portée se fait par l'introduction d'une distance  $d_i$  entre le plan rigide et le plus haut pic de chaque surface  $i$ . Cette distance est bien entendu variable d'une surface  $i$  à l'autre.

Dans cette situation, la transmissivité  $k_i$  d'une surface va dépendre de sa réponse  $k_i(p_i)$  et de cette distance  $d_i$  qui évolue au cours du chargement. En pratique, à chaque incrément de déplacement  $dU$ , nous vérifions pour chaque surface  $i$  si elle est en contact ou non (condition  $U > d_i$ ). La transmissivité associée à chaque surface  $i$  est alors :

- Si  $U > d_i$ , la surface  $i$  est en contact.  
On prend alors  $p_i = p_i(U - d_i)$  et  $k_i = k_i(p_i)$ .
- Si  $U < d_i$ , la surface  $i$  n'est pas en contact.  
On prend alors  $p_i = 0$  et  $k_i = K_0 + \frac{(d_i - U)^3}{12}$ .

**Remarque :** Le terme  $\frac{(d_i - U)^3}{12}$  correspond à la transmissivité associée à l'écoulement de Poiseuille entre deux plans parallèles séparés par une distance  $d_i - U$ .

En pratique, nous effectuons un tirage aléatoire des variables  $d_i$  comprises entre 0 et  $0.5 \mu m$ . Nous affectons donc à chaque surface  $i$  une variable  $d_i$  unique. En reprenant les mêmes valeurs aléatoires de  $K_0$  que dans le paragraphe précédent (figure 6.44.a), nous obtenons l'évolution de la transmissivité  $K$  de la portée déroulée présentée en figure 6.46.

L'introduction d'un contact initial non homogène, entre les surfaces qui composent la portée d'étanchéité, n'engendre pas de changements importants dans l'évolution de  $K$  en comparaison à l'estimation obtenue pour le cas où toutes les surfaces  $i$  sont initialement en contact avec le plan rigide (figure 6.44). De tels défauts d'ondulation ne jouent donc pas un rôle prépondérant dans l'estimation de  $K$ .

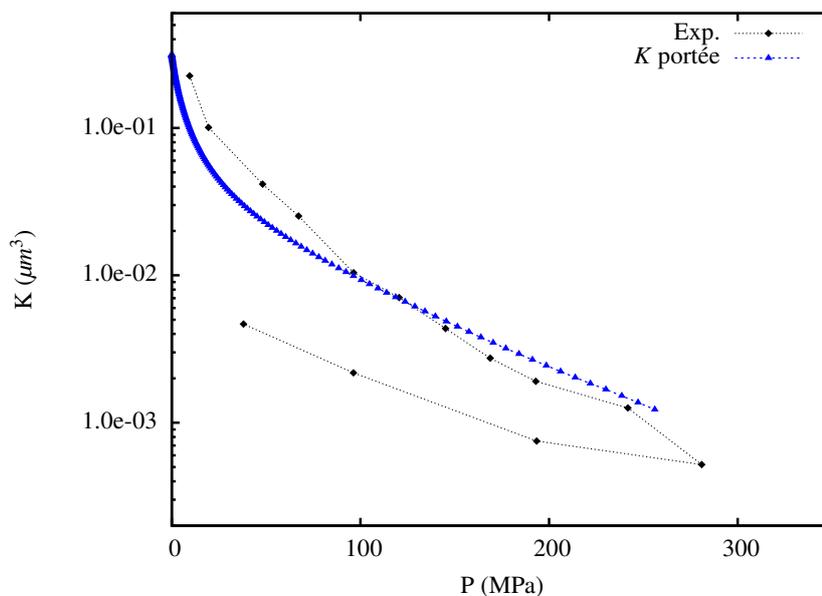


FIG. 6.46 – Estimation de la transmissivité  $K$  de la portée déroulée en tenant compte des réponses  $U(P)$  propres à chaque surface  $i$ .

**Remarque :** Il convient de noter que l'estimation de la transmissivité  $K$  d'une portée issue de cette étude a porté sur de nombreux tirages aléatoires de  $K_0$  et de  $d_i$  (de même pour les études des paragraphes 6.7.3 et 6.7.4). Les résultats n'ont pas montré de fortes variations d'un tirage aléatoire à l'autre.

### 6.7.6 Conclusion

Nous avons proposé une méthode permettant d'estimer la transmissivité à l'échelle d'une portée. Par des opérations de moyenne cette étanchéité est caractérisable au moyen de résultats obtenus sur des surfaces microscopiques. Cependant, une simple moyenne ne s'avère pas suffisante pour corriger les évolutions de  $K$  obtenues jusqu'à présent. Néanmoins, si l'on introduit une pression de contact  $p_i$  spécifique à chaque surface  $i$ , nous arrivons à atteindre des estimations macroscopiques tout à fait correctes vis-à-vis de l'expérience.

Nous donnons à cette pression non homogène deux origines possibles. La première considère des réponses  $F(U)$  propres à la rugosité de chaque surface élémentaire (voir figure 6.47, cas 1). La seconde considère l'ondulation de la surface qui se traduit par une entrée en contact différente d'une surface élémentaire à l'autre (voir figure 6.47, cas 2).

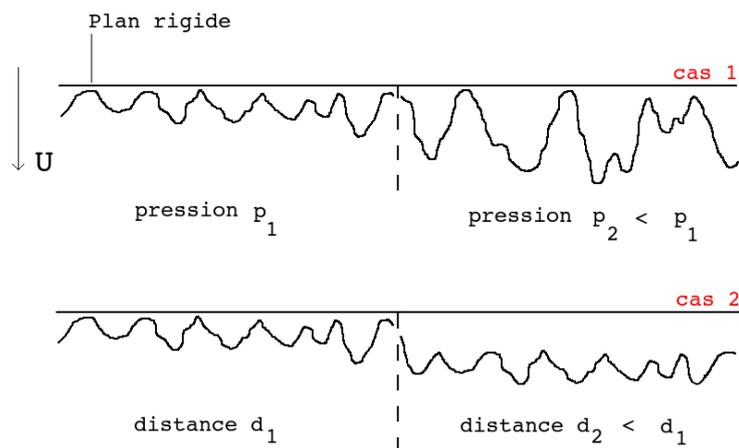


FIG. 6.47 – Schéma représentant les causes d'une pression non homogène sur la portée : influence de la rugosité (cas 1) et ondulation de la portée (cas 2).

Une telle démarche permet ainsi de considérer que nous pouvons atteindre le seuil de percolation à l'échelle d'une surface  $i$ . De plus, nous montrons également que la variation de pression due à la rugosité/morphologie d'une surface (réponses  $p_i(U)$  propres à chaque surface) est bien plus importante que la variation due à un défaut d'ondulation à l'échelle de la portée (introduction des distances  $d_i$ ).

**Remarque :** L'introduction du seuil de percolation dans les modèles  $k_i(P)$  (variable  $P_{lim}$  dans l'équation (6.2)) mériterait, en toute rigueur, une étude approfondie sur chacune des surfaces de référence utilisée (B01, B02, B10 et B40) afin de déterminer numériquement ces pressions limites  $P_{lim}$ .

## 6.8 Introduction d'une hauteur critique dans l'écoulement d'un fluide

Les estimations sur de très grandes zones de la portée qui introduisent une pression variable sur chaque surface élémentaire constituent une voie possible pour expliquer la grande efficacité de la fermeture du contact. A côté de cette solution, nous développons ici une possibilité de correction sur la partie fluide du modèle.

Dans des domaines d'étude assez proche du nôtre, certains modèles d'écoulement différents peuvent être proposés. Les travaux de Persson, travaillant sur des thématiques très proches de ce sujet de thèse, considèrent, par exemple, que la majorité du volume de fuite passera par le chemin percolant le plus grand [Persson and Yang, 2008]. Il va également proposer des modèles permettant de moyenniser la contribution de l'ensemble des chemins percolants [Persson, 2012] ou encore d'introduire des facteurs d'écoulement [Persson, 2010] pour quantifier le débit de fuite associé à un contact rugueux.

### 6.8.1 Principe de l'étude

L'espace libre entre les deux surfaces en contact est un milieu extrêmement étroit. La viscosité du fluide joue donc un rôle prépondérant. Si le cheminement est trop tortueux, il est assez facile d'imaginer que l'écoulement ne sera pas uniforme dans le volume.

Notre hypothèse de travail est que la section hydraulique efficace est plus petite que la section réelle. Dans un premier temps, on propose d'éliminer les portions de l'espace pour lesquelles les hauteurs sont trop petites, situées en dessous d'un certain seuil  $h_c$  (voir figure 6.48).

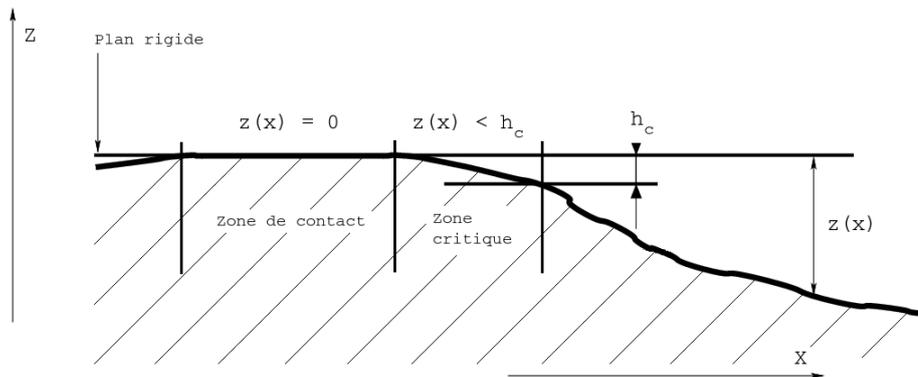


FIG. 6.48 – Schéma représentatif d'une zone de contact. Le fluide ne peut pas circuler dans les zones dont la hauteur est inférieure à la valeur seuil  $h_c$ .

### 6.8.2 Application à notre cas d'étude

La mise en pratique de l'hypothèse de section efficace est très simple puisqu'il suffit dans l'approche fluide 2D d'attribuer une hauteur nulle aux éléments dont l'épaisseur est inférieure à  $h_c$ .

Les figures 6.49.a et 6.49.b présentent le champ de hauteurs d'une surface rugueuse (obtenu pour un chargement donné) modifié selon plusieurs valeurs critiques  $h_c$  (0., 0.2, 0.4, 0.6 et 0.8  $\mu\text{m}$ ). Plus la valeur de  $h_c$  est importante, plus la zone critique à considérer dans notre calcul fluide 2D est grande. Initialement, la zone critique se résume aux zones de contact (en noir sur les figures 6.49.a et .b). L'introduction de  $h_c$  érode progressivement les chemins percolants, jusqu'à boucher un certain nombre de canaux.

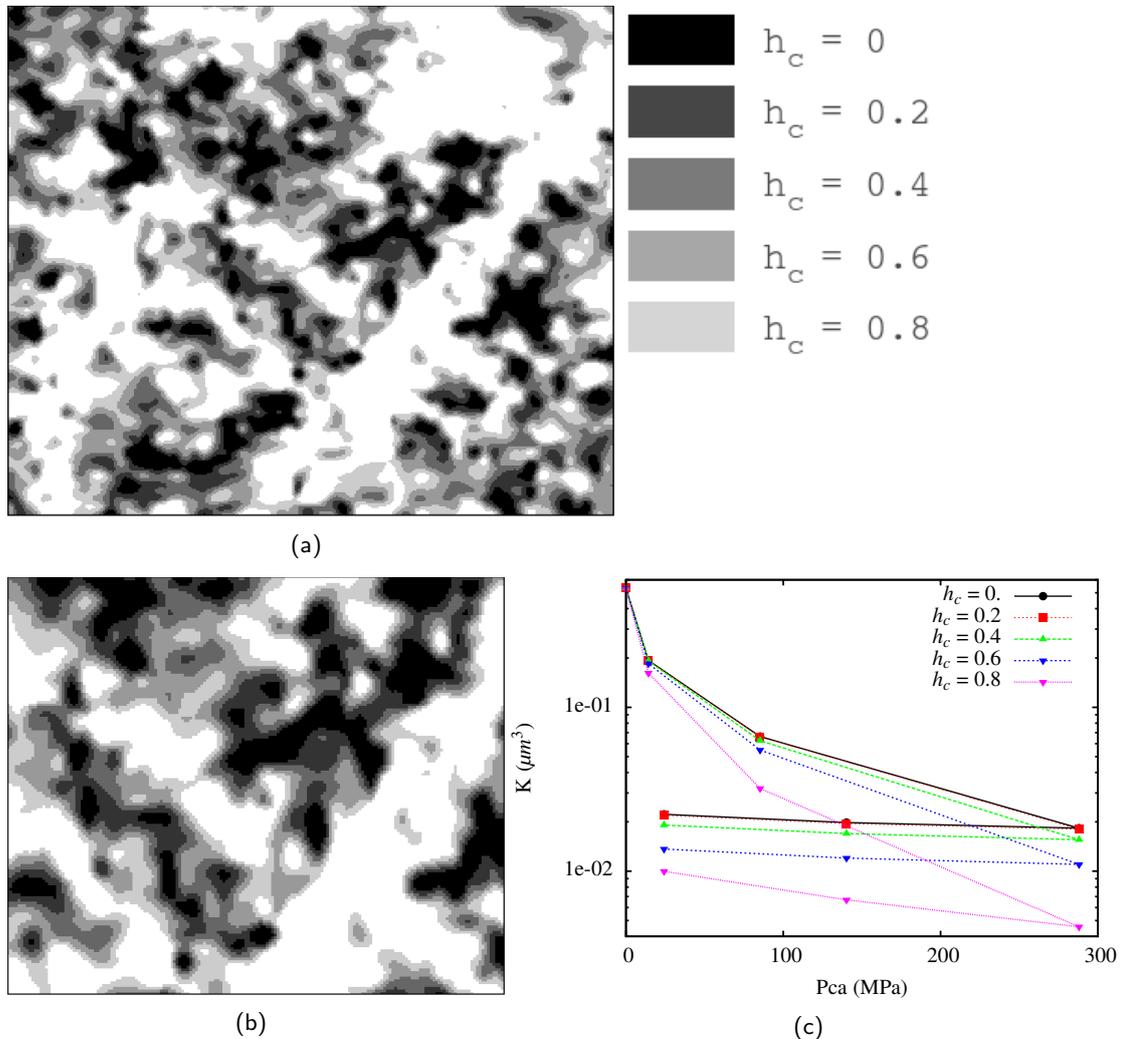


FIG. 6.49 – Représentation des zones critiques induites par l'introduction d'une hauteur limite d'écoulement  $h_c$  égales à : 0.2, 0.4, 0.6 et 0.8  $\mu\text{m}$  : a) surface rugueuse entière ; b) agrandissement sur une zone de la surface. La zone critique obtenue pour  $h_c = 0$  (zones noires) correspond aux zones de contact (à un chargement donné) déterminées lors de l'approche mécanique du contact entre une surface rugueuse et un plan rigide — c) Estimations de la transmissivité  $K$  de la surface rugueuse C62 (dimensions 53  $\mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ ) pour différentes valeurs de  $h_c$ .

Comme le montre la figure 6.49.c les estimations de la courbe  $K(F)$  d'une même surface rugueuse, obtenues pour différentes valeurs critiques  $h_c$ , présentent de grandes variations. Les valeurs faibles de  $h_c$  n'amènent pas à des estimations des courbes  $K(F)$  significativement différentes. Cependant, pour des valeurs assez importantes (0.6 et 0.8  $\mu\text{m}$  dans ce cas d'étude), de nettes améliorations sont visibles sur les estimations de la transmissivité.

Une étude supplémentaire portant sur plusieurs surfaces rugueuses, toujours de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$  mais présentant des topologies différentes, a été menée dans le but de vérifier ces premiers résultats.

**Remarque :** Les représentations des flux de fluide au sein de ces contact rugueux peuvent être observées en annexe F. Cette annexe présente également les flux obtenus sur des surfaces rugueuses de tailles plus importantes.

La figure 6.50 montre les différentes estimations de  $K(F)$  obtenues sur les surfaces C82 et C94 pour des valeurs de  $h_c$  variables. Ces résultats, vérifiés sur de nombreuses surfaces confirment que l'introduction d'une hauteur critique  $h_c$  amène à des réductions significatives de l'estimation du débit de fuite au sein d'un volume rugueux.

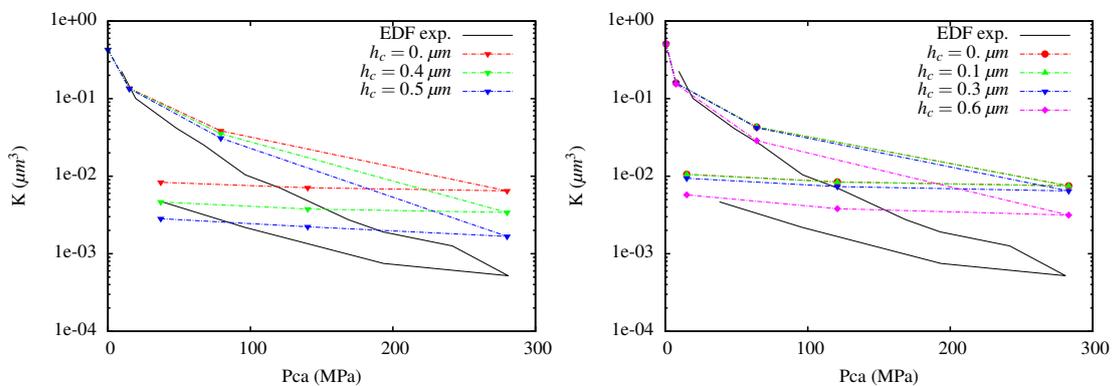


FIG. 6.50 – Estimation de la transmissivité  $K(F)$  des surfaces rugueuses C82 (gauche) et C94 (droite) de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$  pour différentes valeurs de  $h_c$ .

On observe qu'une même valeur  $h_c$  ne permet pas d'améliorer les écarts expérience/simulation de façon identique pour chaque surface. A ce stade les surfaces choisies ne sont pas représentatives. Il faut donc passer à des tailles plus importantes. Dans la suite, on utilise des surfaces de dimensions  $164 \mu\text{m} \times 192 \mu\text{m}$  correspondant à des portions des surfaces S, E et O (voir figure 6.51), qui apportent des éléments très intéressants. En effet, à de telles échelles, de très bonnes estimations de  $K(F)$  sont atteintes pour une même valeur  $h_c$ , en comparaison aux résultats expérimentaux de EDF. Cette valeur se situe aux alentours de  $0.5 \mu\text{m}$ . Le modèle d'écoulement apporte donc maintenant des résultats stables et indépendants de la surface rugueuse considérée.

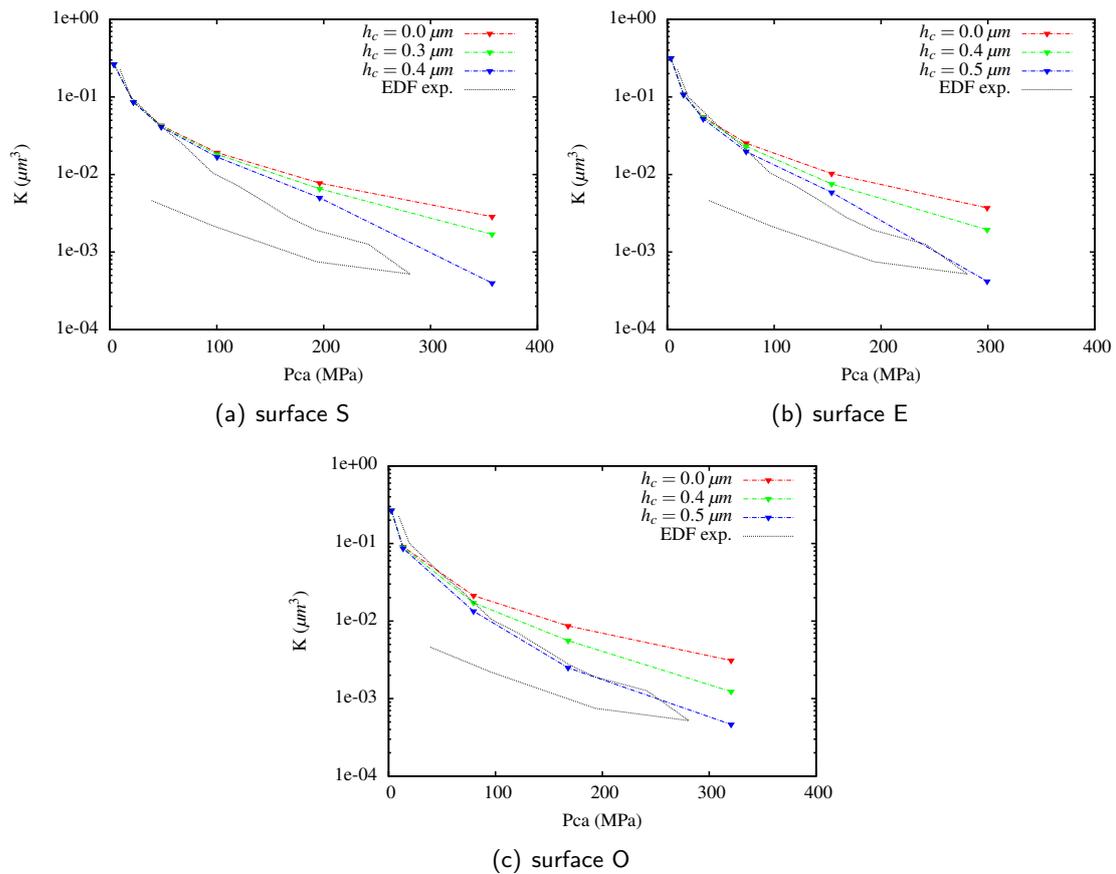


FIG. 6.51 – Estimations de  $K(F)$  obtenues pour trois surfaces différentes, de dimensions  $164.8 \mu\text{m} \times 192.3 \mu\text{m}$ , avec des hauteurs limites d'écoulement  $h_c$  égales à  $0.4$  et  $0.5 \mu\text{m}$ .

### 6.8.3 Influence des hauteurs sur l'écoulement

L'introduction d'une hauteur critique dans l'écoulement d'un fluide au sein d'un volume rugueux, justifiée par la viscosité d'un fluide, peut être une piste d'étude intéressante pouvant expliquer les écarts expérience/simulation. La littérature recense également de nombreux travaux discutant de l'influence de la rugosité dans l'écoulement d'un fluide entre des surfaces. L'écoulement rampant du fluide présente un profil de vitesse parabolique dans l'épaisseur du volume. La vitesse du fluide au niveau des parois est alors nulle.

Compte tenu de la complexité géométrique du volume et du caractère multi-échelles de la rugosité, nous considérons ici que l'écoulement d'un fluide peut présenter des microrégimes dissipatifs au niveau des parois, qui font obstacle à l'écoulement. Une telle hypothèse conduit à exclure de l'espace disponible pour l'écoulement une "peau" adjacente aux parois d'épaisseur faible et constante dans tout le volume (voir figure 6.52), où la vitesse du fluide sera nulle.

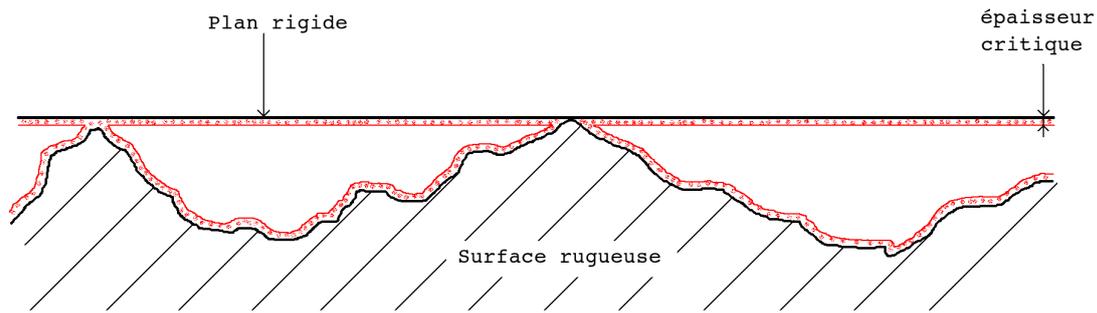


FIG. 6.52 – Représentation 2D de la zone de vitesse nulle, adjacente aux parois solides.

Pour observer la correction apportée par l'introduction d'une telle zone de vitesse nulle, il suffit de soustraire à toutes les hauteurs, composant un champ d'ouvertures donné, une épaisseur critique  $e_c$ . Nous ne cherchons pas ici à appliquer une valeur  $e_c$  issue d'une étude théorique ou expérimentale. Notre objectif est, dans un premier de temps, d'observer les conséquences générées par une telle zone sur l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux, et dans un second temps de déterminer une valeur de  $e_c$  qui permettrait d'annihiler les écarts expériences/simulations.

Dans cette optique, trois surfaces rugueuses de dimensions  $164 \mu m \times 192 \mu m$  sont étudiées. Elles correspondent aux mêmes surfaces que celles présentées dans la section précédente. Pour chacune d'entre elles, nous appliquons successivement plusieurs valeurs de  $e_c$  ( $0.05 \mu m$ ,  $0.1 \mu m$  et  $0.2 \mu m$ ) aux champs d'ouvertures résultants de différentes pressions de contact appliquées. Les estimations de l'évolution de  $K(F)$  obtenues dans cette étude sont présentées en figure 6.53.

Comme attendu, la considération d'une zone de vitesse nulle rapproche les estimations de la courbe  $K(F)$  des résultats expérimentaux. A la différence de l'étude précédente visant à introduire une hauteur limite d'écoulement, la zone de non écoulement permet de réduire considérablement le débit de fuite estimé numériquement pour des valeurs  $e_c$  faibles. En effet, l'introduction d'une valeur de  $e_c = 0.05 \mu m$  réduit les écarts expérience/simulation de presque 25% pour un chargement de 300 MPa. Lorsque cette valeur atteint  $0.1 \mu m$  ces écarts sont réduits de 50% et pour une valeur de  $0.2 \mu m$  les écarts deviennent négligeables en fin de chargement.

Néanmoins, il convient de remarquer que cette zone de vitesse nulle tend à altérer les estimations numériques de  $K(F)$  pour des chargements inférieurs à 100 MPa. Pour  $e_c = 0.05 \mu m$  et  $e_c = 0.1 \mu m$ , ces moins bonnes estimations de  $K$  en début de chargement ne sont pas significatives, mais elles le deviennent pour  $e_c = 0.2 \mu m$ . Les améliorations sur l'allure de la courbe  $K(F)$  (pente, courbure) ne sont donc pas aussi bonnes que lors de l'introduction d'une hauteur critique. Peut-être faut-il y voir la marque du fait que le régime perturbé n'est actif que lorsque la fermeture est déjà avancée. Ceci conduirait à appliquer progressivement la correction au cours du chargement.

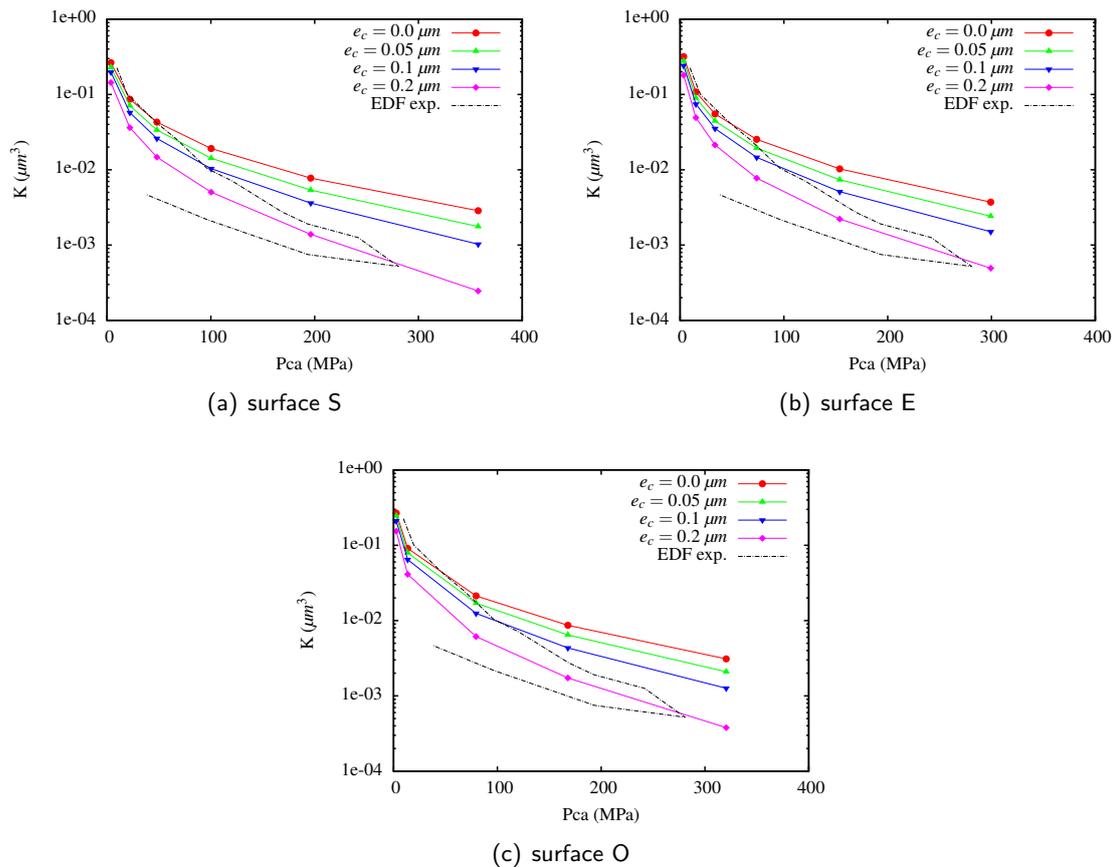


FIG. 6.53 – Evolutions de la transmissivité au cours du chargement obtenues pour trois surfaces rugueuses différentes (dimensions  $164 \mu\text{m} \times 192 \mu\text{m}$ ) en introduisant différentes valeurs de  $e_c$ .

## 6.9 Conclusion

Ce chapitre a présenté une discussion des différents résultats obtenus au cours de nos travaux. Dans un premier temps, l'hypothèse consistant à remplacer le plan saphir, utilisé au cours des travaux expérimentaux de C. Vallet, par un plan rigide dans nos simulations a été vérifiée. Il s'avère que l'élasticité du saphir n'engendre pas de modification significative du champ d'ouverture entre les deux surfaces en contact.

Des mesures expérimentales de la rugosité d'une portée d'étanchéité ont ensuite été présentées. L'analyse de la rugosité de cette portée avant et après un écrasement par un plan saphir n'a pas permis d'observer les profils caractéristiques d'aspérités déformées obtenus dans nos simulations. Elles ont cependant permis de mettre en avant des ondulations de la surface à une échelle millimétrique.

Par la suite, deux études ont permis de quantifier les conséquences de la présence d'un défaut de forme de la portée dans notre problème d'étude, et de montrer que le

comportement matériau n'est pas responsable des écarts expérience/simulation obtenus lors de l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux.

Nous nous sommes ensuite intéressé à l'écoulement fluide. L'influence de la taille de la surface-échantillon, mais également de sa morphologie, sur les courbes  $K(F)$  ont ainsi été étudiées.

Des simulations portant sur des surfaces de très grandes dimensions, correspondant à des mesures topographiques entières d'une portée d'étanchéité de robinetterie de centrales nucléaires, ont ensuite été réalisées. A de telles échelles, aucune amélioration visible des estimations de  $K(F)$  n'ont pu être mises en avant. La pertinence du modèle d'écoulement utilisé dans ces travaux a alors été discutée notamment à l'aide d'études proposant de considérer un écoulement non homogène dans le volume rugueux.

---



# Conclusion

Nos travaux ont concerné les problèmes d'étanchéité interne des appareils de robinetterie de centrales nucléaires. Chargés de contrôler l'écoulement d'un fluide dans les différents circuits d'une centrale, ces organes font intervenir un contact direct entre deux pièces en acier. Les imperfections des pièces en contact, et plus précisément la rugosité de la surface, rendent cette étanchéité imparfaite et provoquent des micro-fuites. Des premiers travaux (thèse C. Vallet) avaient permis de quantifier expérimentalement celles-ci, mais les premières estimations numériques avaient fait apparaître un écart expérience/simulation important. Notre objectif principal était donc de proposer de nouvelles approches numériques permettant une meilleure estimation de ces fuites.

Nous avons considéré deux directions de recherche. La première est l'étude du contact mécanique entre deux surfaces. L'objectif recherché est alors de modéliser au mieux l'évolution de la microgéométrie locale du volume présent entre ces deux surfaces au cours d'un chargement, en partant de mesures topographiques de portées d'étanchéité réelles. Nous avons donc étudié par éléments finis le contact normal et sans frottement entre une surface rugueuse et un plan rigide. Bien que très robuste et pertinente, cette méthode coûteuse en temps de calcul limite l'étude à des surfaces rugueuses de dimensions  $53 \mu m \times 62 \mu m$  si l'on souhaite préserver une discrétisation fine des surfaces. Un modèle réduit a donc été développé, afin de pouvoir traiter des zones de bien plus grande taille.

Se basant sur les résultats éléments finis du contact entre une aspérité et un plan rigide, ce modèle considère alors une surface rugueuse comme un champ d'aspérités de tailles variables. La somme de toutes leurs réponses individuelles caractérise alors la réponse de la surface entière. Cet outil numérique précis et puissant permet d'étudier le contact entre une surface rugueuse et un plan rigide à des échelles quasiment macroscopiques. Les surfaces mesurées sont alors exploitables dans leur totalité, mettant ainsi la question de la représentativité d'une surface de côté, tout en préservant une précision locale extrêmement fine.

La seconde direction de recherche concerne l'étude de l'écoulement d'un fluide au travers du volume résiduel présent dans le contact rugueux. La méthode des éléments finis est une nouvelle fois adoptée pour approcher un tel écoulement fluide laminaire et permanent. Des premières estimations du débit de fuite sont réalisées au moyen de simulations 3D se basant sur les équations de Navier-Stokes. Ces simulations sont ensuite réduites à des simulations 2D en se basant sur les équations de Reynolds utilisées pour étudier l'écoulement d'un fluide dans un milieu étroit. En récupérant les champs des ouvertures obtenus au moyen des approches mécaniques du contact, de nombreuses estimations de la transmissivité  $K$  de différents contact sont ainsi proposées.

Les estimations de la transmissivité d'une surface rugueuse apportées par ces approches numériques ont amené à des résultats en très bon accord avec les résultats expérimentaux pour des pressions de contact apparentes entre les deux surfaces inférieures à 100 MPa. Passé cette valeur, les estimations présentent néanmoins des écarts assez importants avec l'expérience. Le premier remède qui a été envisagé pour expliquer cette différence est l'introduction d'une représentation plus fine du matériau. Au lieu d'un simple comportement élasto-plastique de type von Mises, on a pris en compte les effets générés par la présence d'une microstructure cristalline. Nous avons par ailleurs quantifié l'influence de l'élévation locale de température causée par les fortes déformations plastiques en surface. A l'issue de ces études, aucune amélioration sensible n'a pu être apportée aux estimations d'étanchéité.

Notre contribution principale tient donc dans le dernier chapitre de discussion, où sont réalisées des études supplémentaires de validation, et où nous analysons en détail de nouvelles mesures expérimentales. La relation indépendante de l'étanchéité vis-à-vis du comportement matériau est confirmée par le fait qu'un simple modèle géométrique de redistribution de matière donne des résultats similaires à ceux de la plasticité classique ou cristalline. Nous faisons donc appel à deux autres interprétations nouvelles pour rapprocher les simulations des résultats expérimentaux :

- au moyen de modèles simplifiés utilisés à l'échelle de la structure, nous montrons que la simulation en vraie grandeur est indispensable pour expliquer le comportement du système ;
- nous posons la question de l'écoulement fluide dans un conduit étroit et tortueux, qui pourrait faire appel à une hauteur hydraulique équivalente modifiée par rapport à la hauteur réelle.

A l'issue du projet de recherche, un certain nombre de perspectives d'étude peuvent être dégagées.

Dans un premier temps, il convient de mettre en avant la nécessité de recourir à des études expérimentales supplémentaires afin de valider, ou non, l'approche matériau qui a été proposée tout au long de ce manuscrit. En effet, la démarche numérique visant à estimer l'étanchéité d'un contact rugueux est longue et se décompose en deux approches majeures, une approche matériau et une approche fluide. La validation de l'approche matériau uniquement par les courbes expérimentales de la transmissivité du contact n'est pas suffisante

pour permettre une conclusion certaine sur le rôle du comportement matériau dans l'estimation des courbes  $K(F)$ . Il est important de posséder un outil de comparaison beaucoup plus proche de nos simulations du contact normal entre une surface rugueuse et un plan rigide. Des essais de micro/nano-indentation, dans lesquels l'observation microscopique de l'état de surface d'un matériau serait possible, apporteraient, par exemple, une base expérimentale très intéressante pour notre étude. Savoir comment se déforment les aspérités d'une surface, au cours de son écrasement par un plan rigide, apparaît comme indispensable dans la validation de l'approche matériau.

De même, comme cela a pu être soulevé au cours du dernier chapitre, l'estimation de l'étanchéité d'un contact à l'échelle d'une portée de robinetterie entière est influencée par la présence de défauts à plus grande échelle que celle de la rugosité microscopique. Nos essais expérimentaux, consistant en la mesure d'un état de surface d'une portée avant et après avoir été soumise à un écrasement par un plan saphir, ont soulevé des questions concernant les ondulations présentes sur la surface totale. Celles-ci doivent absolument être caractérisées de façon plus précise, ce qui oblige à étudier la surface à toutes les échelles, depuis le micromètre jusqu'au millimètre. De même, une analyse précise de la répartition de la pression de contact sur toute une portée d'étanchéité pourrait apporter des renseignements utiles à la caractérisation locale du problème.

Enfin, nos hypothèses concernant l'écoulement fluide doivent être réanalysées. Les effets de la rugosité ont déjà fait l'objet de nombreux travaux dans le domaine de la lubrification, et des modèles introduisant des facteurs d'écoulement qui réduisent le débit de fuite associé à un écoulement de Reynolds peuvent être trouvés dans la littérature. Des vérifications expérimentales portant sur des défauts calibrés pourraient apporter des informations complémentaires dans ce domaine.



# Bibliographie

- [Abbott and Firestone, 1933] Abbott, E. and Firestone, F. (1933). Specifying surface quality - a method based on accurate measurement and comparison. *Mech. Eng.*, 55 :569–572.
- [Anciaux and Molinari, 2009] Anciaux, G. and Molinari, J.-F. (2009). Contact mechanics at the nanoscale, a 3d multiscale approach. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 79 :1041–1067.
- [Anciaux and Molinari, 2010] Anciaux, G. and Molinari, J.-F. (2010). Sliding of rough surfaces and energy dissipation with a 3D multiscale approach. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 83 :1255–1271.
- [Aramaki et al., 1993] Aramaki, H., Cheng, H., and Chung, Y. (1993). The contact between rough surfaces with longitudinal texture. Part I. Average contact pressure and real contact area. *ASME J. of Tribology*, 115 :419–424.
- [As et al., 2008] As, S., Skallerud, B., and Tveiten, B. (2008). Surface roughness characterization for fatigue life predictions using finite element analysis. *International Journal of Fatigue*, 30 :2200–2209.
- [Barbe et al., 2001a] Barbe, F., Decker, L., Jeulin, D., and Cailletaud, G. (2001a). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part I : FE model. *Int. J. of Plasticity*, 17(4) :513–536.
- [Barbe et al., 2001b] Barbe, F., Forest, S., and Cailletaud, G. (2001b). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part II : Results. *Int. J. of Plasticity*, 17(4) :537–563.
- [Bayada and Chambat, 1988] Bayada, G. and Chambat, M. (1988). New models in the theory of the hydrodynamic lubrication of rough surfaces. *J. of Tribology*, 110 :402–407.
- [Bayada et al., 2005] Bayada, G., Martin, S., and Vasquez, C. (2005). An average flow model of the Reynolds roughness including a mass-flow preserving cavitation model. *J. of Tribology*, 127 :793–802.
- [Bear, 1972] Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover.
- [Beaurin et al., 2011] Beaurin, G., Mathieu, J.-P., Gauthier, E., Nelias, D., Coret, M., and Arnoldi, F. (2011). Microstructural and mechanical properties evolutions of plasma transferred arc deposited norem02 hardfacing alloy at high temperature. *Mat. Sci. Eng. A.*, 528 :5096–5105.
- [Berthe and Vergne, 1987] Berthe, D. and Vergne, P. (1987). An elastic approach to rough contact with asperity interactions. *Wear*, 117 :211–222.
- [Berveiller and Zaoui, 1979] Berveiller, M. and Zaoui, A. (1979). An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystals. *J. Mech. Phys. Sol.*, 26 :325–344.
- [Besson et al., 2001] Besson, J., Cailletaud, G., Chaboche, J.-L., and Forest, S. (2001). *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermès-Lavoisier.

- [Besson et al., 1998] Besson, J., Le Riche, R., Foerch, R., and Cailletaud, G. (1998). Application of object-oriented programming techniques to the finite element method. Part II- Application to material behaviors. *Revue Européenne des Elements Finis*, 7 :567–588.
- [Bhushan, 1998] Bhushan, B. (1998). Contact mechanics of rough surfaces in tribology : multiple asperity contact. *Tribology Letters*, 4 :1–35.
- [Bhushan, 2000] Bhushan, B. (2000). Surface roughness analysis and measurement techniques. in *Modern tribology handbook CRC Press*, 1 :49–119.
- [Bottiglione et al., 2009a] Bottiglione, F., Carbone, G., Mangialardi, L., and Mantriota, G. (2009a). Leakage mechanism in flat seals. *J. Appl. Phys.*, 106 :104902, 7p.
- [Bottiglione et al., 2009b] Bottiglione, F., Carbone, G., and Mantriota, G. (2009b). Fluid leakage in seals : An approach based on percolation theory. *Tribol. Int.*, 42 :731–737.
- [Broadbent and Hammersley, 1957] Broadbent, S. R. and Hammersley, J. M. (1957). Percolation processes. i. crystals and mazes. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 53 :629–641.
- [Brown, 1987] Brown, S. (1987). Fluid-flow through rock joints - the effect of surface-roughness. *J. Geophys. Res.*, 92 :1337–1347.
- [Brown et al., 1995] Brown, S., Stockman, H., and Reeves, S. (1995). Applicability of the Reynolds equation for modeling fluid flow between rough surfaces. *Geophys. Res. Lett.*, 18 :2537–2540.
- [Buczowski and Kleiber, 1999] Buczowski, R. and Kleiber, M. (1999). A stochastic model of rough surfaces for finite element contact analysis. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng*, 169 :43–59.
- [Bush et al., 1975] Bush, A., Gibson, R., and Thomas, T. (1975). The elastic contact of a rough surface. *Wear*, 35 :87–111.
- [Cailletaud and Pilvin, 1994] Cailletaud, G. and Pilvin, P. (1994). Utilisation de modèles polycristallins pour le calcul par éléments finis. *Revue européenne des éléments finis*, 3 :515–541.
- [Carbone and Bottiglione, 2008] Carbone, G. and Bottiglione, F. (2008). Asperity contact theories : Do they predict linearity between contact area and load? *J. Mech. Phys. Sol.*, 56 :2555–2572.
- [Cha et al., 2004] Cha, P.-R., Srolovitz, D., and Vanderlick, T. (2004). Molecular dynamics simulation of single asperity contact. *Acta Materialia*, 52 :3983–3996.
- [Chang et al., 1987] Chang, W., Etsion, I., and Bogy, D. (1987). An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *J. of Tribology*, 109 :257–263.
- [Christensen and Tonder, 1971] Christensen, D. and Tonder, K. (1971). The hydrodynamic lubrication of rough bearing surfaces of finite width. *J. Lubr. Technol.*, 93 :324–330.
- [Ciulli et al., 2008] Ciulli, E., Ferreira, L., Pugliese, G., and Tavares, S. (2008). Rough contacts between actual engineering surfaces. Part II. Contact mechanics. *Wear*, 264 :1116–1128.
- [Dia et al., 2004] Dia, K., Villegas, J., Stone, Z., and Shaw, L. (2004). Finite element modeling of the surface roughness of 5052 al alloy subjected to a surface severe plastic deformation process. *Acta Materialia*, 52 :5771–5782.
- [Dubois et al., 2012] Dubois, G., Cesbron, J., Yin, H., and Anfosso-Lédée, F. (2012). Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach. *Int. J. Mech. Sci.*, 54 :84–94.

- [Durand et al., 2012] Durand, J., Proudhon, H., and Cailletaud, G. (2012). Contact between rough surfaces : Crystal plasticity influence on the contact tightness estimation. *Proceedings, 10<sup>th</sup> World Congress on Computational Mechanics 2012, São Paulo, July 8–13*.
- [Durand et al., 2011] Durand, J., Yastrebov, V., Proudhon, H., and Cailletaud, G. (2011). Finite element analysis of the contact between rough surfaces. *Proceedings, Advances in Heterogeneous Material Mechanics 2011, Shanghai Univ, Shanghai, May 22–26*.
- [Duvivier, 2010] Duvivier, P.-Y. (2010). *Étude expérimentale et modélisation du contact électrique et mécanique quasi statique entre surfaces rugueuses d'or : application aux micro-relais MEMS*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines Saint-Etienne.
- [Eid et al., 2011] Eid, H., Adams, G., McGruer, N., Fortini, A., Buldyrev, S., and Srolovitz, D. (2011). A combined molecular dynamics and finite element analysis of contact and adhesion of a rough sphere and a flat surface. *Tribology Transactions*, 54 :920–928.
- [EPRI, 1999] EPRI (1999). Performance of norem hardfacing alloys. Palo Alto.
- [Fang et al., 2012] Fang, X., Yan, W., Gao, H., Yue, Z., Liu, J., and Wang, F. (2012). Finite element simulation of surface deformation of polycrystal with a rough surface under repeated load. *Finite Elements in Analysis and Design*, 60 :64–71.
- [Farhat and Roux, 1994] Farhat, C. and Roux, F.-X. (1994). Implicit parallel processing in structural mechanics. *Computational Mechanics Advances*, 2 :1–124.
- [Farin, 2002] Farin, G. (2002). *Curves and surfaces for CAGD : a practical guide, 5th edition*. Morgan Kaufmann.
- [Forest et al., 2011] Forest, S., Ponchet, A., and Thomas, O. (2011). *Mechanics of Nano-Objects*. Presses des Mines.
- [Frêne et al., 1990] Frêne, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., and Godet, M. (1990). *Lubrification hydrodynamique : paliers et butées*. collection de la Direction des Etudes et recherches d'Electricité de France, Editions Eyrolles.
- [Fröba et al., 2008] Fröba, A., Kremer, H., and Leipertz, A. (2008). Density, Refractive Index, Interfacial Tension, and Viscosity of Ionic Liquids [EMIM][EtSO<sub>4</sub>], [EMIM][NTf<sub>2</sub>], [EMIM][N(CN)<sub>2</sub>], and [OMA][NTf<sub>2</sub>] in Dependence on Temperature at Atmospheric Pressure. *J. Phys. Chem. B*, 112 :12420–12430.
- [Giannakopoulos and Suresh, 1997] Giannakopoulos, A. and Suresh, S. (1997). Indentation of solids with gradients in elastic properties : Part I. Point force. *Int. J. Solids Struct.*, 34 :2357–2392.
- [Greenwood and Tripp, 1970] Greenwood, J. and Tripp, J. (1970). The contact of two nominally flat rough surfaces. *Proc Instn Mech Engrs*, 185 :625–633.
- [Greenwood and Williamson, 1966] Greenwood, J. and Williamson, J. (1966). Contact of nominally flat surfaces. *Proc. Royal Soc. London*, A295 :300–319.
- [Guilhem, 2011] Guilhem, Y. (2011). *Étude numérique des champs mécaniques locaux dans les agrégats polycristallins d'acier 316L sous chargement de fatigue*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Hagesawa and Izuchi, 1983] Hagesawa, E. and Izuchi, H. (1983). On steady flow through a channel consisting of an uneven wall and a plane wall - Part 1. Case of no relative motion in two walls. *Bulletin of JSME*, 26 :514–520.
- [Harp and Salant, 2001] Harp, S. and Salant, R. (2001). An average flow model of rough surface lubrication with inter-asperity cavitation. *J. of Tribology*, 43 :123–134.

- [Harp and Salant, 2002] Harp, S. and Salant, R. (2002). Inter-asperity cavitation and global cavitation in seals : An average flow analysis. *Tribol. Int.*, 35 :113—121.
- [Hasse et al., 2009] Hasse, B., Lehmann, J., Assenbaum, D., Wasserscheid, P., Leipertz, A., and Fröba, A. (2009). Viscosity, Interfacial Tension, Density, and Refractive Index of Ionic Liquids [EMIM][MeSO<sub>3</sub>], [EMIM][MeOHPO<sub>2</sub>], [EMIM][OcSO<sub>4</sub>], and [BBIM][NTf<sub>2</sub>] in Dependence on Temperature at Atmospheric Pressure. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 54.
- [He and Zhu, 1997] He, L. and Zhu, J. (1997). The fractal character of processed metal surfaces. *Wear*, 208 :17–24.
- [Hendircks and Visscher, 1995] Hendircks, C. and Visscher, M. (1995). Accurate real area of contact measurements on polyurethane. *ASME J. of Tribology*, 117 :607–611.
- [Hill, 1965] Hill, R. (1965). Continuum micro-mechanisms of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Sol.*, 13 :89–101.
- [Hyun et al., 2004] Hyun, S., Pei, L., Molinari, J.-F., and Robbins, O. (2004). Finite-element analysis of contact elastic self affine surfaces. *Physical Review E*, 70.
- [Jackson and Green, 2005] Jackson, R. and Green, I. (2005). A finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat. *ASME J. Tribol.*, 127 :343–354.
- [Jeng and Wang, 2003] Jeng, Y. and Wang, P. (2003). An elliptical microcontact model considering elastic, elastoplastic, and plastic deformation. *J. of Tribology*, 125 :232–240.
- [Johnson, 1987] Johnson, K. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge University Press.
- [Kogut and Etsion, 2002] Kogut, L. and Etsion, I. (2002). Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat. *J. Appl. Mech.*, 69 :657–662.
- [Komvopoulos and Ye, 2002] Komvopoulos, K. and Ye, N. (2002). Elastic-plastic finite element analysis for the head-disk interface with fractal topography description. *J. of Tribology*, 124 :775–784.
- [Konzuk and Kueper, 2002] Konzuk, J. and Kueper, B. (2002). A study on the use of cubic-law based models for simulating flow through discrete rough-walled fractures. *Proceedings, Fractured Rock Aquifers, National Ground Water Association, Denver, CO, March 13 – 15*.
- [Konzuk and Kueper, 2004] Konzuk, J. and Kueper, B. (2004). Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fractured. *Water Resour. Res.*, 40 :1–17.
- [Kral et al., 1993] Kral, E., Komvopoulos, K., and Boggy, D. (1993). Elastic-plastic finite element analysis of repeated indentation of a half-space by a rigid sphere. *ASME J. Appl. Mech.*, 60, :829–841.
- [Krim, 2002] Krim, J. (2002). Surface science and the atomic-scale origins of friction : what once was old is new again. *Surface science*, 500 :741–758.
- [Kröner, 1961] Kröner, E. (1961). Zur plastischen Verformung des Vielkristalls. *Acta Metall.*, 9 :155–161.
- [Kucharski et al., 1994] Kucharski, S., Klimczak, T., Polijaniuk, A., and Kaczmarek, J. (1994). Finite-elements model for the contact of rough surfaces. *Wear*, 177 :1–13.
- [Lephilibert, 1993] Lephilibert, J. (1993). *Robinetterie industrielle. la maîtrise des éléments. SNRI*.
- [Lorenz and Persson, 2009] Lorenz, B. and Persson, B. (2009). Leak rate of seals : Comparison of theory with experiment. *Europhysics Letters*, 86 :44006.

- [Love, 1929] Love, A. (1929). Stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary. *Philos. Trans. R. Soc. London*, 228 :377–420.
- [Ludwig et al., 2010] Ludwig, W., King, A., Herbig, M., Reischig, P., Marrow, J., Babout, L., Lauridsen, E., Proudhon, H., and Buffière, J. (2010). Characterization of polycrystalline materials using synchrotron X-Ray imaging and diffraction techniques. *JOM*, 62 :22–28.
- [Ludwig et al., 2011] Ludwig, W., King, A., Herbig, M., Reischig, P., Marrow, J., Babout, L., Proudhon, H., Lauridsen, E., and Buffière, J.-Y. (2011). The three-dimensional microstructure of polycrystalline materials unravelled by synchrotron light. *Actualité Chimique*, 356-357 :62–67.
- [Majumdar and Bhushan, 1990] Majumdar, A. and Bhushan, B. (1990). Role of fractal geometry in roughness characterisation and contact mechanics of surfaces. *J. of Tribology*, 112 :205–216.
- [Majumdar and Bhushan, 1991] Majumdar, A. and Bhushan, B. (1991). Fractal model of elastic-plastic contact between rough surface. *J. of Tribology*, 113 :1–11.
- [Majumdar and Bhushan, 1992] Majumdar, A. and Bhushan, B. (1992). Elastic-plastic contact model of bifractal surfaces. *Wear*, 35 :87–111.
- [Mandelbrot, 1982] Mandelbrot, B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Co.
- [Martin et al., 2011] Martin, G., Nazé, L., and Cailletaud, G. (2011). Numerical multi-scale simulations of the mechanical behavior of beta-metastable titanium alloys Ti5553 and Ti17. *Procedia Engineering*, 10 :1803–1808.
- [Moreno et al., 1988] Moreno, L., Tsang, Y., Tsang, C., Gale, M., and Neretnieks, I. (1988). Flow and tracer transport in a single fracture - a stochastic-model and its relation to some field observation. *Water Resour. Res.*, 24 :2033–2048.
- [Mourzenko et al., 1995] Mourzenko, V., Thovert, J.-F., and Adler, P. (1995). Permeability of a single fracture ; validity of the Reynolds equation. *J. Phys. II*, 5 :465–482.
- [Mulakaluri and Persson, 2011] Mulakaluri, N. and Persson, B. (2011). Adhesion between elastic solids with randomly rough surfaces : Comparison of analytical theory with molecular-dynamics simulations. *EPL-Europhys Lett*, 96 :66003, 6p.
- [Méric and Cailletaud, 1991] Méric, L. and Cailletaud, G. (1991). Single crystal modeling for structural calculations : Part 2 – finite element implementation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113 :171–182.
- [Méric et al., 1991] Méric, L., Poubanne, P., and Cailletaud, G. (1991). Single crystal modeling for structural calculations : Part 1 – model presentation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113 :162–170.
- [Neuzil and Tracy, 1981] Neuzil, C. and Tracy, J. (1981). Flow through fractures. *Water Resour. Res.*, 17 :191–199.
- [Noël et al., 2011] Noël, M., Semin, B., Hulin, J., and Auradou, H. (2011). Viscometer using drag force measurements. *Rev. Sci. Instrum.*, 82 :023909, 7p.
- [Paggi and Zavarise, 2011] Paggi, M. and Zavarise, G. (2011). Contact mechanics of microscopically rough surfaces with graded elasticity. *Eur. J. Mech. A-Solid.*, 30 :696–704.
- [Patir and Cheng, 1978] Patir, N. and Cheng, H. (1978). Average flow model for determining effects of 3-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication. *J. Lubrication Technol.*, 100 :12–17.

- [Patir and Cheng, 1979] Patir, N. and Cheng, H. (1979). Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces. *J. Lubrication Technol.*, 101 :220–230.
- [Pei et al., 2005] Pei, L., Hyun, S., Molinari, J., and Robbins, M. (2005). Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53 :2385–2409.
- [Persson, 2001] Persson, B. (2001). Theory of rubber friction and contact mechanics. *J. Chem. Phys.*, 115 :3840–3861.
- [Persson, 2006] Persson, B. (2006). Contact mechanics for randomly rough surfaces. *Surface Science Reports*, 61 :201–227.
- [Persson, 2010] Persson, B. (2010). Fluid dynamics at the interface between contacting elastic solids with randomly rough surfaces. *J. Phys. : Condens. Matter*, 22 :265004.
- [Persson, 2012] Persson, B. (2012). Contact mechanics for layered materials with randomly rough surfaces. *J. Phys. : Condens. Matter*, 24 :095008.
- [Persson et al., 2005] Persson, B., Albohr, O., Tartaglino, U., Volokitin, A., and Tosatti, E. (2005). On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17 :R1–R62.
- [Persson and Yang, 2008] Persson, B. and Yang, C. (2008). Theory of the leak-rate of seals. *J. Phys. : Condens. Matter*, 20 :1–11.
- [Pugliese et al., 2008] Pugliese, G., Tavares, S., Ciulli, E., and Ferreira, L. (2008). Rough contacts between actual engineering surfaces part I. simple models for roughness description. *Wear*, 264 :1116–1128.
- [Raghavan, 2002] Raghavan, P. (2002). Dscpack : Domain-separator codes for the parallel solution of sparse linear systems. *Tech. Rep. CSE-02-004, Department of Computer Science and Engineering, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802.*
- [Sahlin et al., 2007] Sahlin, F., Almqvist, A., Larsson, R., and Glavatskih, S. (2007). Rough surface flow factors in full film lubrication based on a homogenization technique. *Tribol. Int.*, 40 :1025–1034.
- [Sahlin et al., 2009] Sahlin, F., Larsson, R., Almqvist, A., Lugt, P., and Marklund, P. (2009). A mixed lubrication model incorporating measured surface topography. Part 1 : theory of flow factors. *Proc. IMechE Part J : J. Engineering Tribology*, 224 :335–351.
- [Sahoo and Ghosh, 2007] Sahoo, P. and Ghosh, N. (2007). Finite element contact analysis of fractal surfaces. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 40 :4245–4252.
- [Schlichting, 1979] Schlichting, H. (1979). *Boundary-layer Theory*. 7<sup>th</sup> Ed., McGraw-Hill.
- [Schuller et al., 1999] Schuller, T., Beckert, W., and Lauke, B. (1999). A finite element model to include interfacial roughness into simulations of micromechanical tests. *Computational Materials Science*, 15 :357–366.
- [Sellgren et al., 2003] Sellgren, U., Björklund, S., and Andersson, S. (2003). A finite element-based model of normal contact between rough surfaces. *Wear*, 254 :1180–1188.
- [Spijker et al., 2011] Spijker, P., Anciaux, G., and Molinari, J.-F. (2011). Dry sliding contact between rough surfaces at the atomistic scale. *Tribol Lett*, 44 :279–285.
- [Spijker et al., 2012] Spijker, P., Anciaux, G., and Molinari, J.-F. (2012). The effect of loading on surface roughness at the atomistic level. *Comput Mech*, 50 :273–283.
- [Tao et al., 2001] Tao, Q., Lee, H., and Lim, S. (2001). Contact mechanics of surfaces with various model of roughness descriptions. *Wear*, 249 :539–545.

- [Thompson, 2011] Thompson, M. (2011). A comparison of methods to evaluate the behavior of finite element models with rough surfaces. *Scanning Vol.*, 33 :353–369.
- [Tripp, 1983] Tripp, J. (1983). Surface roughness effects in hydrodynamic lubrication : The flow factor method. *J. Lubrication Technol.*, 105 :458–465.
- [Tsang and Witherspoon, 1981] Tsang, Y. and Witherspoon, P. (1981). Hydromechanical behavior of a deformable rock fracture subject to normal stress. *J. Geophys. Res.*, 86 :9287–9298.
- [Vallet, 2008] Vallet, C. (2008). *Fuite liquide au travers d'un contact rugueux : application à l'étanchéité interne d'appareils de robinetterie*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [Vallet et al., 2009a] Vallet, C., Lasseux, D., Sainsot, P., and Zahouani, H. (2009a). Real versus synthesized fractal surfaces : Contact mechanics and transport properties. *Tribology International*, 42 :250–259.
- [Vallet et al., 2009b] Vallet, C., Lasseux, D., Zahouani, H., and Sainsot, P. (2009b). Sampling effect on contact and transport properties between fractal surfaces. *Tribology International*, 42 :1132–1145.
- [Vergne et al., 1985] Vergne, P., Villechaise, B., and Berthe, D. (1985). Elastic behavior of multiple contacts : Asperity interaction. *J. Tribol.*, 107 :224–228.
- [Yang et al., 2006] Yang, C., Tartaglino, U., and Persson, B. (2006). A multiscale molecular dynamics approach to contact mechanics. *Eur. Phys. J. E*, 19 :47–58.
- [Yastrebov et al., 2011] Yastrebov, V., Durand, J., Proudhon, H., and Cailletaud, G. (2011). Rough surface contact analysis by means of the Finite Element Method and of a new reduced model. *C. R. Mecanique*, 339 :473–490.
- [Yastrebov, 2011] Yastrebov, V. A. (2011). *Computational contact mechanics : geometry, detection and numerical techniques*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Yeo et al., 2010] Yeo, C., Katta, R., Lee, J., and Polycarpou, A. (2010). Effect of asperity interactions on rough surface elastic contact behavior : Hard film on soft substrate. *Tribology International*, 43 :1438–1448.
- [Zahouani and Sidoroff, 2001] Zahouani, H. and Sidoroff, F. (2001). Rough surfaces and elasto-plastic contacts. *CR Acad. Sci. IV-Phys.*, 4 :709–715.
- [Zhao and Chang, 2001] Zhao, Y. and Chang, L. (2001). A model of asperity interactions in elastic-plastic contact of rough surfaces. *J. of Tribology*, 123 :857–864.
- [Zhao et al., 2000] Zhao, Y., Maietta, D., and Chang, L. (2000). An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformations to fully plastic flow. *J. of Tribology*, 122 :86–93.
- [Zimmerman and Bodvarsson, 1996] Zimmerman, R. and Bodvarsson, G. (1996). Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media*, 23 :1–30.
- [Zimmerman et al., 1991] Zimmerman, R., Kumar, S., and Bodvarsson, G. (1991). Lubrication theory analysis of the permeability of rough-walled fractures. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, 28 :325–331.



# ANNEXES



## Annexe A

# Contact aspérité/plan rigide

Cette section est consacrée à l'analyse par éléments finis du contact entre une aspérité élastoplastique et un plan rigide. L'intérêt d'une telle étude est double. Elle permet, d'une part, de justifier les maillages utilisés dans le chapitre 3 pour étudier le contact entre une surface rugueuse et un plan rigide, en proposant une analyse de l'influence du maillage ou encore des conditions aux limites. Et elle permet, d'autre part, de servir de base à la détermination des modèles phénoménologiques utilisés pour caractériser le comportement d'une aspérité dans le modèle réduit.

Les calculs qui suivent porteront sur un contact normal sans frottement avec prise en compte des grandes déformations. Le corps rugueux possède les propriétés mécaniques macroscopiques du Norem définies au chapitre 2.

### A.1 Influence du maillage

Cette partie vient comparer plusieurs calculs réalisés sur une aspérité présentant des finesses de maillage différentes. Dans ce genre de problème de contact, les zones intéressantes pour l'étude des champs de contraintes et de déformations restent localisés en sommet d'aspérité, le volume sous-jacent restant très peu sollicité. En conséquence, l'analyse du maillage ne portera que sur la discrétisation de l'aspérité. Dans un premier temps, six maillages différents sont étudiés ( $2 \times 1$ ,  $4 \times 2$ ,  $8 \times 4$ ,  $16 \times 8$ ,  $32 \times 16$  et  $64 \times 32$  éléments – voir figure A.1). Ces discrétisations sont choisies de manière à préserver la forme des éléments, identique dans chacun des cas. Les simulations réalisées sont des simulations sur une géométrie axisymétrique, qui utilisent des éléments linéaires.

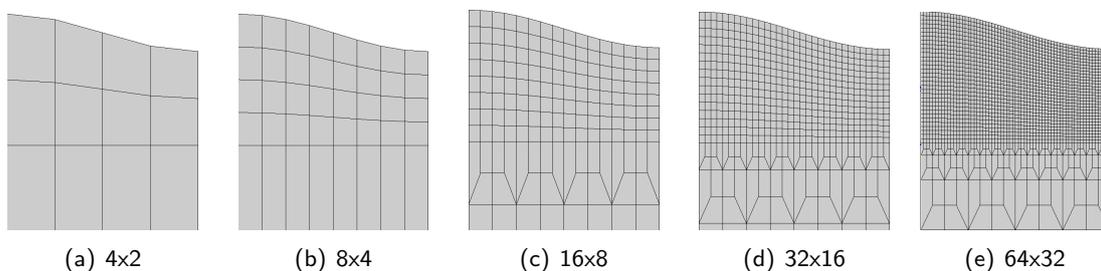


FIG. A.1 – Maillages à nombre d'éléments variables pour la discrétisation de l'aspérité.

La figure A.2 montre les réponses  $F(U)$  et  $(A/A_0)(F)$  obtenues pour chacun des maillages étudiés. Comme attendu, on observe une convergence des résultats lorsque l'on

atteint le maillage le plus fin. Si l'on prend la réponse  $(A/A_0)(F)$ , la convergence des calculs n'est pas facilement observable. La surface de contact est déterminée par le nombre de nœuds sur la surface de l'aspérité présentant une distance nulle avec le plan rigide. La surface de contact déterminée est donc directement dépendante de la taille de maille utilisée. Plus le maillage sera fin, plus l'estimation sera précise. La réponse  $F(U)$  permet d'observer plus facilement cette convergence. Celle-ci est atteinte pour l'utilisation du maillage composé de  $8 \times 4$  éléments. Dans nos calculs, nous considérerons dans notre étude que la convergence est atteinte pour une discrétisation en  $32 \times 16$  éléments pour le sommet de l'aspérité.

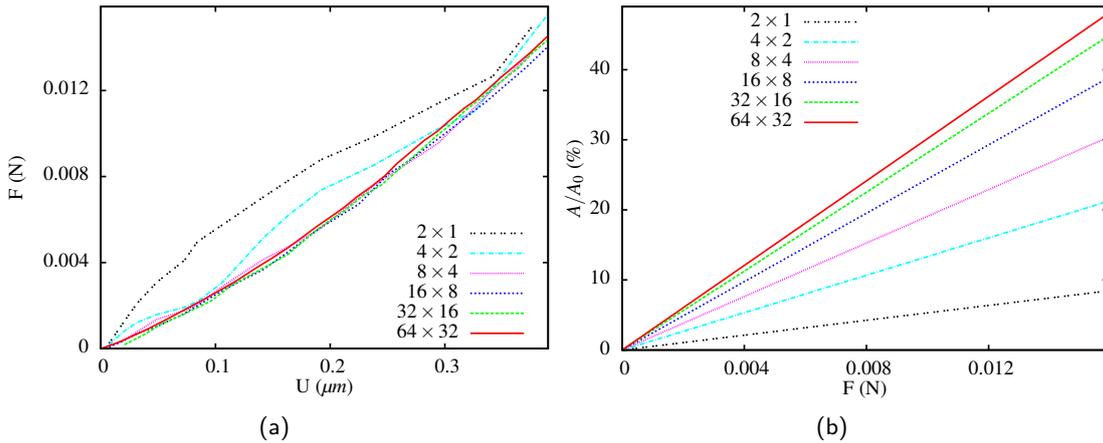


FIG. A.2 – Influence de la finesse de maillage. a) Réponse Force/Déplacement. b) Réponse Aire de contact/Force.

Dans un deuxième temps, une analyse concernant le nombre de couches fines d'éléments prises en compte sous la surface est réalisée. Pour cette étude, plusieurs maillages faisant varier le nombre de ces couches sont testés (taille des maillages :  $32 \times 2$ ,  $32 \times 4$ ,  $32 \times 8$ ,  $32 \times 16$ ,  $32 \times 32$  et  $32 \times 64$  – voir figure A.3). Le nombre de nœuds répartis sur la largeur d'une aspérité est, quant à lui, gardé constant entre tous ces cas d'études.

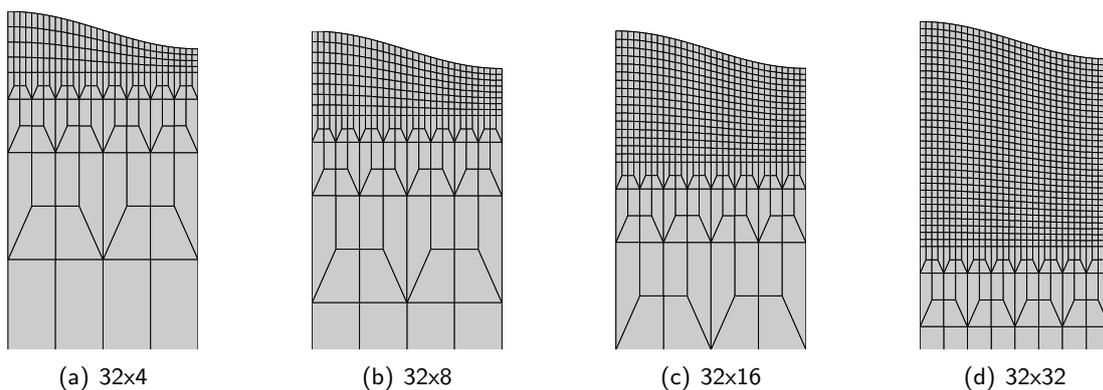


FIG. A.3 – Maillages faisant varier le nombre de couches fines d'éléments en deçà de la surface de l'aspérité.

Pour chaque cas, les courbes  $F(U)$ ,  $(A/A_0)(F)$  et  $(V/V_0)(F)$  sont tracées (voir figure A.4).  $V/V_0$  correspond au rapport entre le volume libre mesuré  $V$ , présent entre l'aspérité et le plan rigide, et le volume libre initial  $V_0$ . Pour chacune des courbes, on s'aperçoit

que le nombre de couches fines d'éléments utilisées n'apporte pas de différences notables entre les différents cas d'étude. Ce résultat est intéressant, car une surface rugueuse de taille importante peut facilement se composer de quelques centaines d'aspérités. La discrétisation radiale d'une aspérité impose un nombre de nœuds important. Par souci de réduction de taille du problème, le nombre de couches d'éléments dans la profondeur peut ainsi être restreint au maximum, compte tenu de son impact négligeable sur les réponses globales.

Cette étude justifie les maillages utilisés dans les approches éléments finis faites au chapitre 3 où nous utilisons seulement 4 couches d'éléments fins.

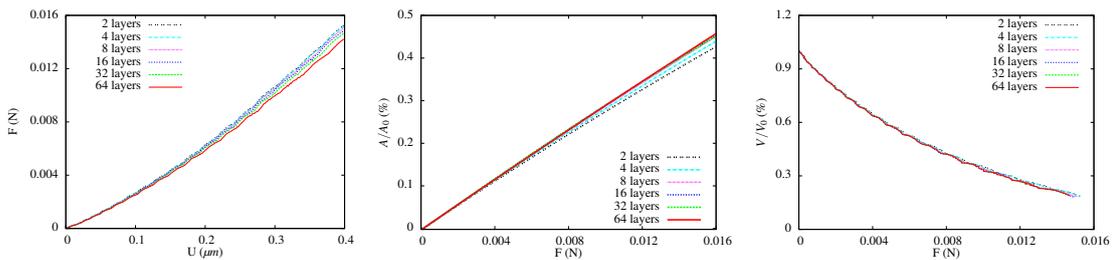


FIG. A.4 – Influence du nombre de couches d'éléments.

## A.2 Influence des conditions aux limites (BC)

Les conditions aux limites sont de première importance dans un problème mécanique. Dans les cas d'étude présentés ci-après, ces conditions aux limites consistent à bloquer les nœuds des faces de l'aspérité dans les directions qui leur sont orthogonales. Les nœuds appartenant à la surface de l'aspérité sont laissés libres. Ici, les aspérités sont considérées comme étant axisymétriques, ainsi de telles conditions aux limites sous-entendent une périodicité du problème étudié (voir figure A.7.b et A.7.d).

Dans un premier temps, trois calculs axisymétriques 2D sont analysés. Dans les trois cas, les dimensions de l'aspérité sont identiques. Seule la distance  $d$  entre les frontières du problème et le centre de l'aspérité varie d'un cas à l'autre. Ces valeurs sont prises égales à  $L$ ,  $2L$  et  $4L$  (voir figure A.5) avec  $L$  qui représente le rayon de l'aspérité (ou plus précisément la demi-période de la sinusoïde).

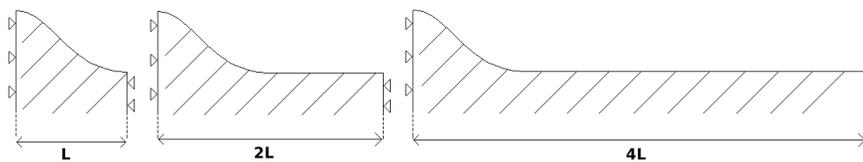


FIG. A.5 – Schéma représentant les différents cas axisymétriques étudiés

Les réponses globales  $F(U)$ ,  $(A/A_0)(F)$  et  $(A/A_0)(U)$  montrent une forte influence de cette distance  $d$  (voir figure A.6). Pour un même déplacement imposé entre l'aspérité et le plan rigide, on s'aperçoit que plus la distance  $d$  est grande, plus la force déployée sur l'aspérité est grande également. La même remarque peut être faite sur l'évolution de l'aire de contact en fonction du déplacement  $U$ . La distance  $d$  ne joue cependant aucun rôle

sur la réponse  $(A/A_0)(F)$ . Lorsque l'on se place dans la situation où  $d = L$ , c'est-à-dire quand les conditions aux limites sont au plus proche de l'axe de l'aspérité, celles-ci jouent un rôle prépondérant sur l'état de contrainte du matériau. Plus la distance  $d$  est grande, plus les effets de bords sont faibles. Par conséquent, plus cette distance  $d$  est grande, plus la répartition des contraintes et des déformations se concentre sur l'aspérité.

On peut également remarquer une certaine convergence des courbes  $F(U)$  et  $(A/A_0)(U)$ . Cette convergence est le résultat des interactions entre aspérités. Les conditions aux limites que nous utilisons sous-entendent implicitement une symétrie du maillage et donc la présence d'une couronne d'aspérités identiques à une distance  $2d$  de l'aspérité étudié. Par conséquent, plus la distance  $d$  sera grande, moins les effets de cet ensemble d'aspérités seront visibles et plus on se rapprochera du cas d'un contact entre une aspérité isolée et un plan rigide. Cette question des interactions entre aspérités sera plus amplement détaillée en section 4.4.

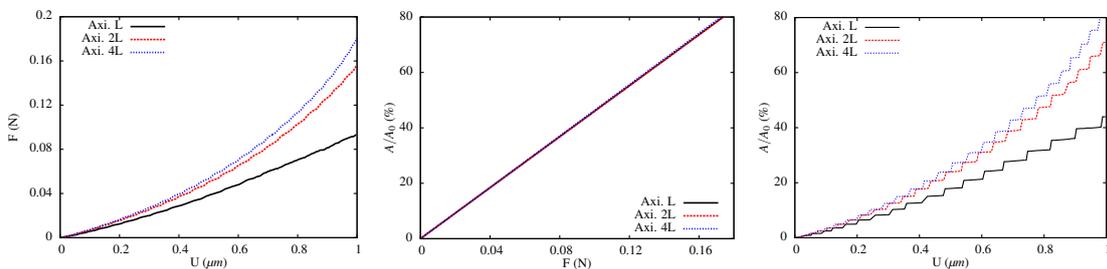


FIG. A.6 – Influence de la distance entre les frontières du problème et le centre de l'aspérité sur les réponses globales  $F(U)$ ,  $A/A_0(F)$  et  $A/A_0(U)$  (calculs axisymétriques 2D).

Trois types de conditions aux limites sont comparées : le calcul axisymétrique 2D avec  $d = L$  et deux calculs 3D. Dans ces deux calculs, l'aspérité est entièrement maillée avec une densité correspondant à celle du calcul axisymétrique 2D (voir figure A.7.a et .b). Du fait des conditions aux limites appliquées sur ces maillages, ces deux problèmes 3D correspondent à des réseaux d'une même aspérité axisymétrique. Ces réseaux sont respectivement cubique et hexagonal (voir figure A.7.b et .d).

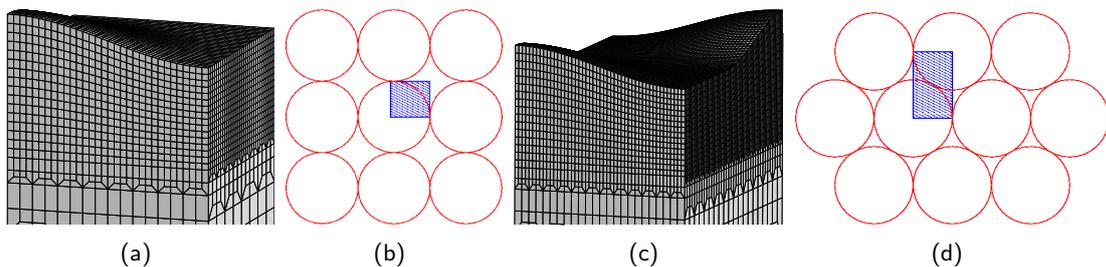


FIG. A.7 – Influence des conditions limites – a) Représentation cubique 3D b) Réseau cubique d'aspérités identiques c) Représentation Hexagonale 3D d) Réseau hexagonal d'aspérités identiques

La figure A.8 présente les réponses  $F(U)$ ,  $A/A_0(F)$  et  $V/V_0(F)$  obtenues dans chacun des cas d'étude. Ces trois courbes sont identiques pour chaque cas. De légères différences sont toutefois visibles entre les cas 3D et le cas axisymétrique mais elles sont dues essentiellement aux approximations faites sur la géométrie du cas axisymétriques. Elles restent donc

négligeables. Grâce à ces résultats, nous pouvons affirmer qu'une simulation axisymétrique fournit une excellente approximation de la simulation 3D. Les études suivantes se baseront donc sur des calculs axisymétriques 2D.

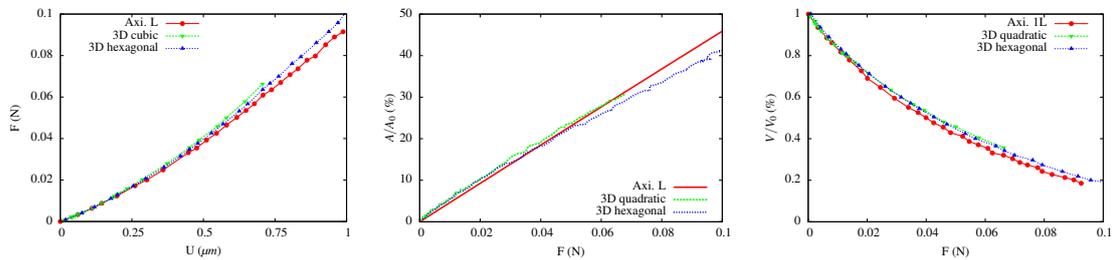


FIG. A.8 – Influence du type de conditions aux limites utilisé sur les réponses globales  $F(U)$ ,  $A/A_0(F)$  et  $V/V_0(F)$

### A.3 Influence de la forme de l'aspérité

Les modèles de contact entre surfaces rugueuses trouvés dans la littérature utilisent généralement une forme d'aspérité spécifique. Le modèle GW ([Greenwood and Williamson, 1966]) utilise, par exemple, des aspérités sphériques de même rayon, le modèle de Bush et al. ([Bush et al., 1975]) vient approximer les aspérités à l'aide d'ellipses et le modèle ZMC [Zhao et al., 2000] vient définir des aspérités en forme de paraboloïde. Cependant, l'influence de ces formes sur les réponses du matériau n'a jamais été étudiée en détail. On se propose donc de comparer les résultats obtenus avec quatre formes différentes : sinusoïdale, parabolique, elliptique et conique (voir figure A.9.a).

Les réponses sont reportées en figure A.9.a et A.9.c. Tous les cas d'étude mettent en scène le contact entre un plan rigide et une aspérité possédant une largeur et un rapport hauteur/largeur identiques. Comme on pouvait l'imaginer, les courbes  $V/V_0(F)$  sont évidemment différentes selon la forme d'aspérité utilisée. Le simple fait d'avoir un volume libre initial différent rend naturel de trouver des évolutions différentes. De même pour la réponse  $F(U)$  (non présentée ici), il est naturel d'obtenir une force différente puisque pour un même déplacement  $U$ , la surface de contact ne sera pas identique d'un cas d'étude à l'autre. Cependant, on remarque que l'évolution de l'aire de contact en fonction de la charge appliquée reste linéaire et indépendante de la forme utilisée.

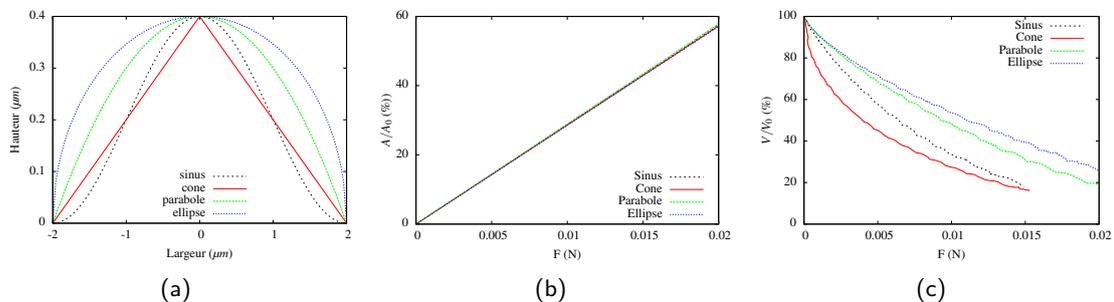


FIG. A.9 – Influence de la forme d'aspérité : a) Différentes formes utilisées. b) Evolution de l'aire de contact. c) Evolution du volume libre.



## Annexe B

# Nomenclature des surfaces rugueuses étudiées

Cette annexe donne la nomenclature des surfaces rugueuses utilisées au cours de ces travaux. Ces surfaces sont des divisions de la surface réelle mesurée  $S$  provenant des travaux de C. Vallet (chapitre 3, figure 3.1.d). Il convient de noter que les surfaces issues de ces divisions possèdent une discrétisation identique dans les directions  $x$  et  $y$ . De plus, pour des raisons de lissage et de taille de maillage, les dimensions de ces surfaces ne correspondent pas exactement aux dimensions des divisions effectuées de la surface d'origine. Elles sont légèrement inférieures.

### Surfaces de dimensions $164 \mu m \times 192 \mu m$ , Ann

Division de la surface  $S$  en trois selon l'axe  $x$ . Le nom de ces surfaces commencera par la lettre A. Les deux chiffres suivants cette lettre correspondent au repère de la surface en question comme présenté sur les figures.

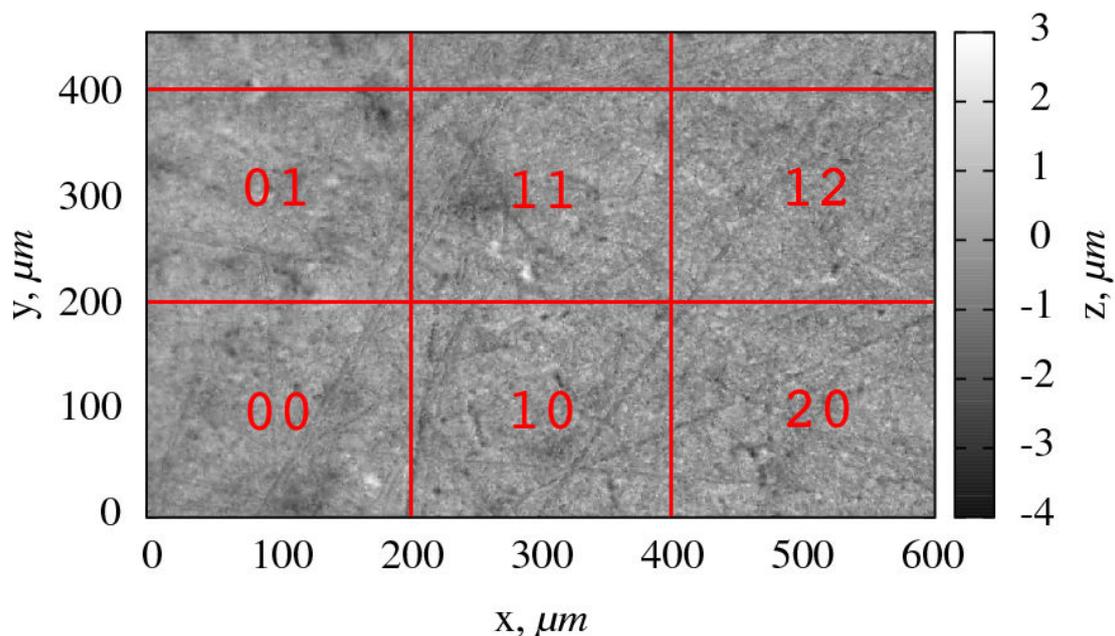


FIG. B.1 – Surface de type Ann, dimensions :  $164 \mu m \times 192 \mu m$ .

**Surfaces de dimensions  $107 \mu\text{m} \times 124 \mu\text{m}$ , Bnn**

Division de la surface S en cinq selon l'axe  $x$ . Le nom de ces surfaces commencera par la lettre B. Les deux chiffres suivants cette lettre correspondent au repère de la surface en question comme présenté sur les figures.

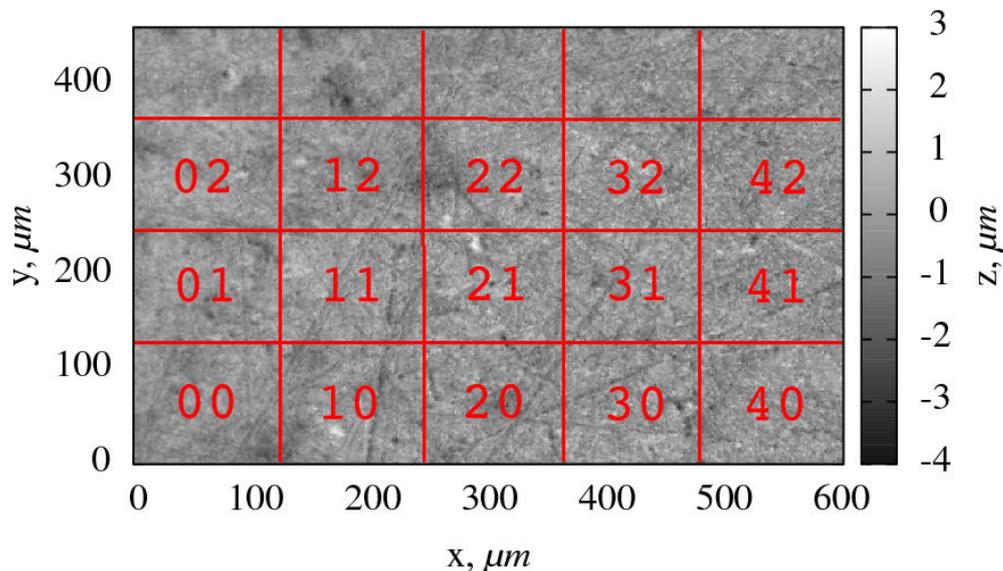


FIG. B.2 – Surface de type Bnn, dimensions :  $107 \mu\text{m} \times 124 \mu\text{m}$ .

**Surfaces de dimensions  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ , Cnn**

Division de la surface S en dix selon l'axe  $x$ . Le nom de ces surfaces commencera par la lettre C. Les deux chiffres suivants cette lettre correspondent au repère de la surface en question comme présenté sur les figures.

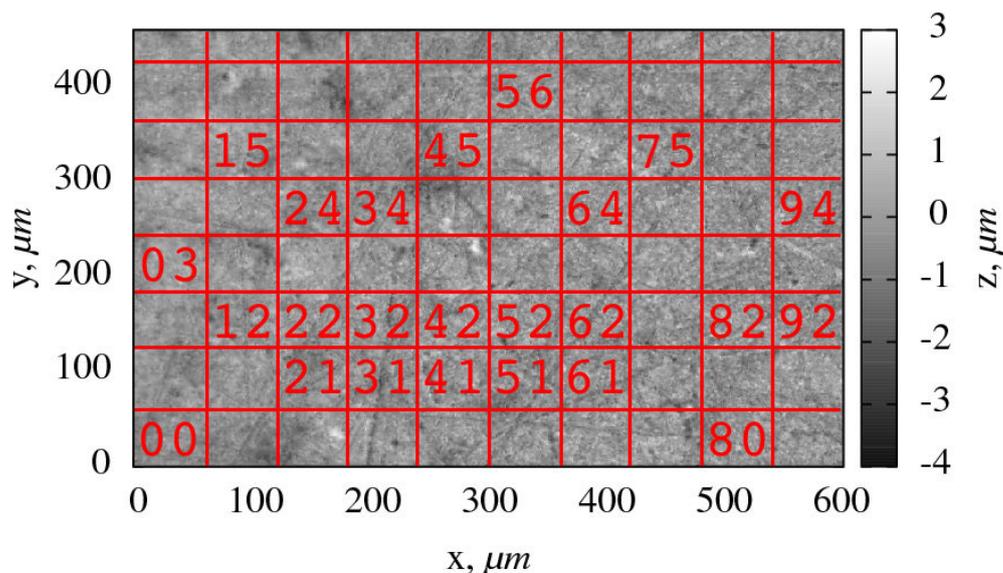


FIG. B.3 – Surface de type Bnn, dimensions :  $53 \mu\text{m} \times 62 \mu\text{m}$ .

---

**Surfaces de dimensions  $26 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$ , Dnn**

Ce manuscrit présente également des surfaces de dimensions  $26 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$ . Elles correspondent à un quart des surfaces de type Cnn (voir figure B.4). Leur nomenclature est sera prise identique à celle des surfaces Cnn. La seule différence entre les surfaces de type Cnn et de type Dnn concernera donc la taille de l'échantillon.

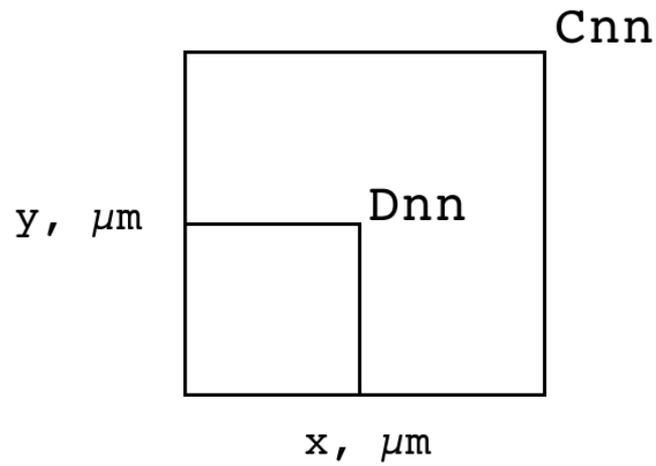


FIG. B.4 – Surface de type Bnn, dimensions :  $26 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$ .



## Annexe C

# Interactions entre aspérités

Les interactions entre aspérités jouent un rôle extrêmement important dans l'étude du contact rugueux. En effet, une aspérité en contact va générer des déplacements dans son voisinage, qui vont modifier de façon considérable l'entrée en contact des aspérités voisines. Cette annexe apporte une étude plus précise de ces interactions, qui sont introduites dans le modèle réduit présenté au chapitre 4.

### C.1 Déplacements induits

Dans un premier temps, l'influence de ces interactions sur le voisinage d'une aspérité en contact est tout d'abord quantifiée en étudiant une aspérité de dimensions fixées, en contact avec un plan rigide afin d'identifier les paramètres qui jouent un rôle important.

Nous considérons ainsi une aspérité de diamètre  $L = 4 \mu m$  et de hauteur  $h = 0.6 \mu m$ . Compte tenu des symétries du problème nous réduisons notre étude à un cas axisymétrique (voir figure C.1). De même les dimensions du maillage sont prises suffisamment grandes dans les directions  $x$  et  $y$  pour éviter les effets de bords du problème. L'aspérité est alors à considérer comme une aspérité isolée dans l'espace. Le plan lisse entrant en contact avec cette aspérité est rigide. Son mouvement vertical est gouverné en déplacement.

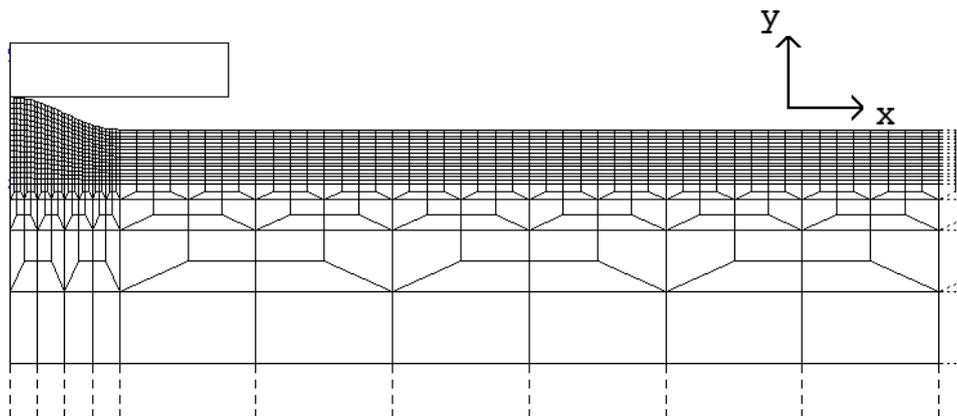


FIG. C.1 – Maillage utilisé pour l'étude des interactions causées par le contact entre une aspérité isolée et un plan rigide.

Le chapitre dédié à la présentation du modèle réduit, dans lequel ces interactions sont de première importance, a mentionné le fait que ces interactions engendrent un déplacement vertical sur le voisinage d'une aspérité. Ce déplacement tend alors à retarder l'entrée en contact d'une aspérité avec le plan rigide.

Ce déplacement vertical dépend de plusieurs paramètres. La figure C.2 montre leur valeur à l'échelle sur le maillage entier. La figure C.3 présente quand à elle les valeurs de ces déplacements uniquement pour les points voisins à l'aspérité en contact, dont le maillage vient d'être présenté. Elle montre, à plusieurs niveaux de chargement, leur variation en fonction de la distance au centre de l'aspérité. Comme observé, plus le chargement est élevé, plus ces déplacements s'accroissent. Par souci de simplification, nous considérons uniquement les déplacements au voisinage de l'aspérité. Les déformations des zones de l'aspérité qui ne sont pas encore en contact ne sont donc pas étudiées ici.

Plusieurs aspects sont intéressants à observer. Tout d'abord on s'aperçoit que, quel que soit le chargement que l'on applique sur l'aspérité, l'allure des déplacements du voisinage est préservée. On peut également observer que plus le chargement est élevé, plus cette "même" courbe est décalée vers des valeurs de  $X$  importantes. Cette observation provient simplement du fait qu'avec le chargement, la surface de contact augmente, ce qui tend à décaler le phénomène d'interaction.

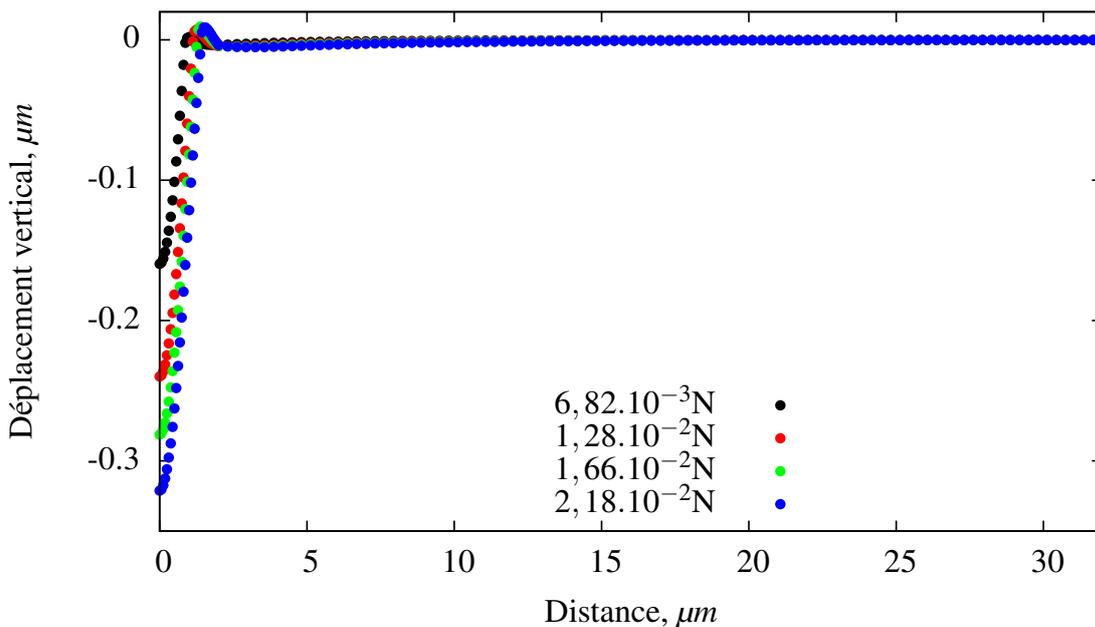


FIG. C.2 – Déplacement vertical des nœuds en surface pour différents chargements.

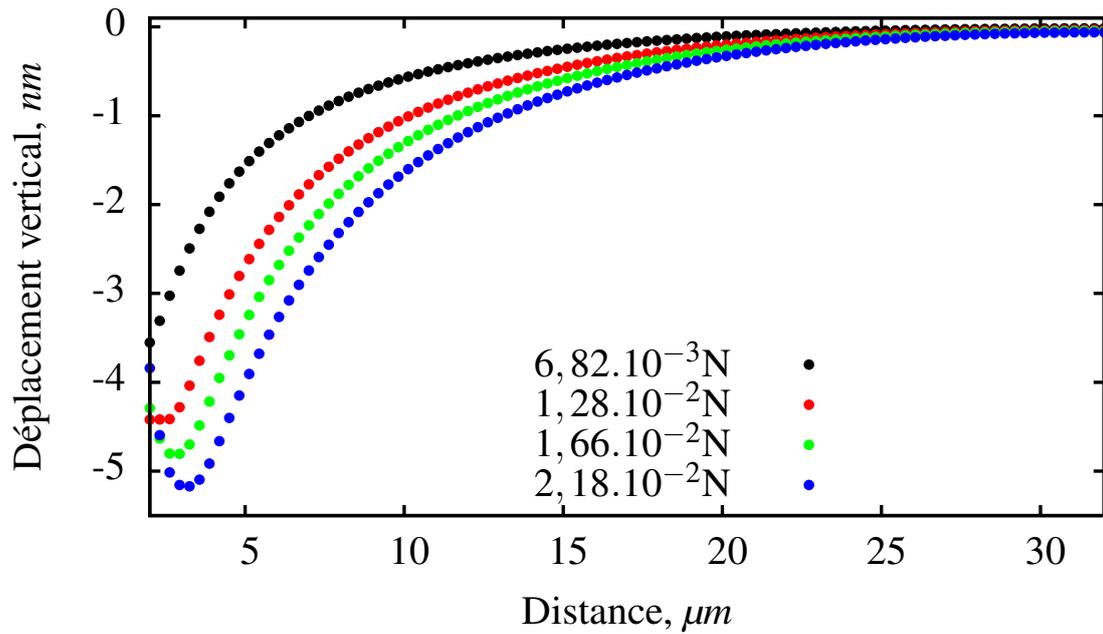


FIG. C.3 – Agrandissement : déplacement vertical des nœuds voisins à l'aspérité en contact pour différents chargements.

On peut également observer que la courbe du déplacement généré par les interactions admettent toutes un minimum, à partir duquel les déplacements décroissent avec la distance. Avant ce point, on observe une remontée forte de ces déplacements qui atteignent des valeurs positives. Ce phénomène est issu du processus de déformation d'une aspérité. Comme le montre la figure C.4, une aspérité en compression va présenter un gradient de déformation fort au voisinage de la surface de contact. Ainsi, les déformations de la matière, située sous la zone de contact, vont générer des efforts en tractions sur la zone adjacente qui n'est pas encore en contact. Ainsi, localement, la matière va présenter des déformations  $\varepsilon_{22}$  positive.

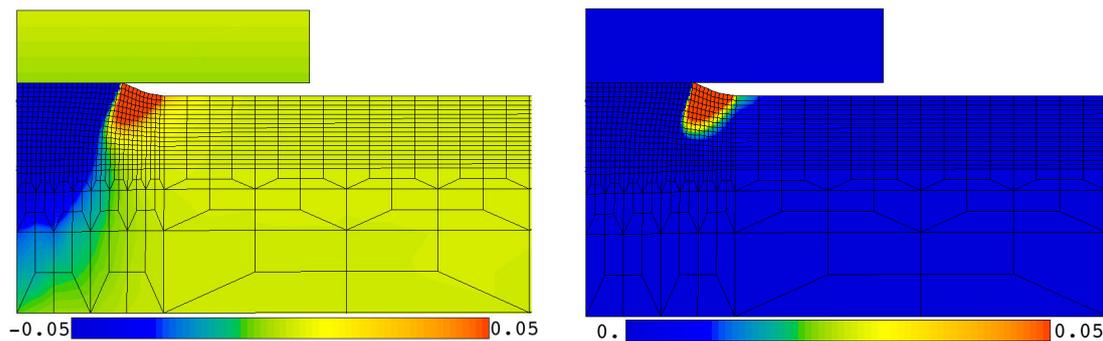


FIG. C.4 – Isovaleurs des déformations  $\varepsilon_{22}$  lors du contact entre une aspérité isolée et un plan rigide.

## C.2 Influence des dimensions d'une aspérité

Dans un premier temps, la figure C.5 montre les déplacements induits par le contact entre un plan rigide et une aspérité de dimension égale à  $4 \mu\text{m}$ . Dans cette situation,

plusieurs rapport  $r = \frac{h}{L}$  sont étudiés. Ils correspondent ainsi à des aspérités présentant des hauteurs différentes. Le modèle mathématique utilisé dans le modèle réduit pour prendre en compte ces interactions se réfère à la profondeur de pénétration du plan rigide sur l'aspérité. C'est pourquoi ces cas d'étude sont comparés pour un même déplacement imposé entre le plan rigide et l'aspérité.

Ces résultats montrent que, pour une même largeur d'aspérité et un même déplacement imposé, les aspérités de plus faible hauteur génèrent des déplacements beaucoup plus importants sur leur voisinage. Ce résultat vient du fait que, pour un même déplacement, les aspérités de hauteur faible présentent nécessairement une aire de contact plus élevée que les aspérités de grande hauteur.

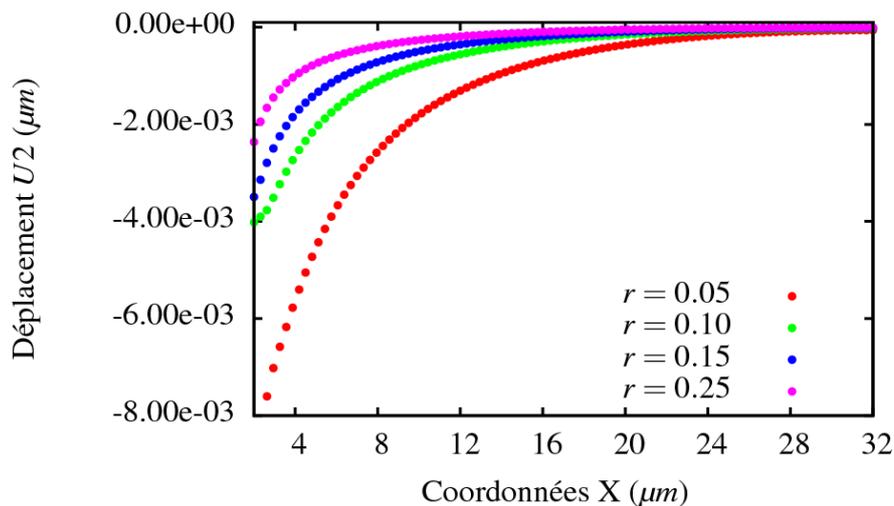


FIG. C.5 – Déplacements verticaux induits par le contact entre un plan rigide et des aspérités de même largeur  $L = 4 \mu m$  mais de hauteurs différentes, pour un même déplacement imposé  $U = 0.2 \mu m$ .

Si l'on regarde maintenant les déplacements obtenus pour des aspérités de même rapport  $r$  mais de largeurs différentes, les résultats peuvent sembler surprenants (voir figure C.6). Ces cas d'étude représentent des aspérités de géométries équivalentes mais de tailles différentes. Les résultats obtenus montrent que, quelle que soit l'aspérité observée, les déplacements induits, pour un même déplacement imposé, sont identiques pour chacune des aspérités. Ainsi, il apparaît que, au regard du déplacement imposé, la largeur d'une aspérité n'engendre pas une évolution des déplacements verticaux de son voisinage différente.

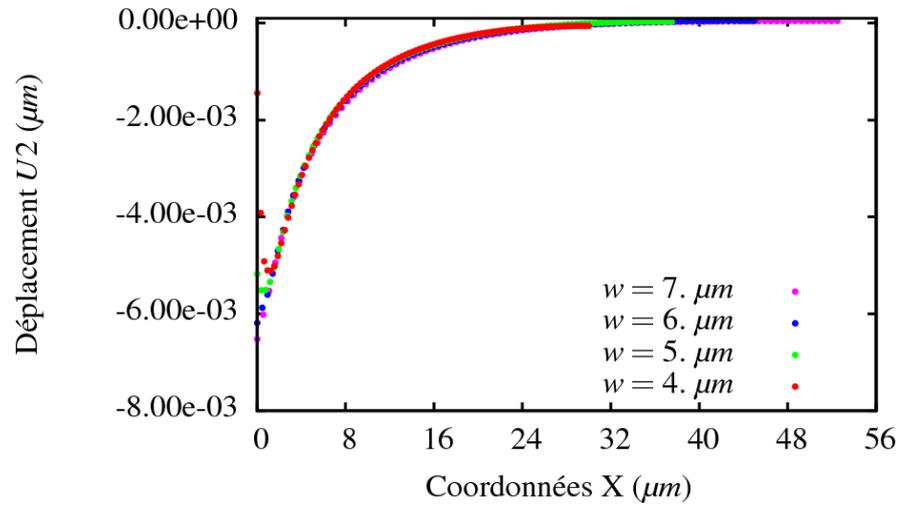
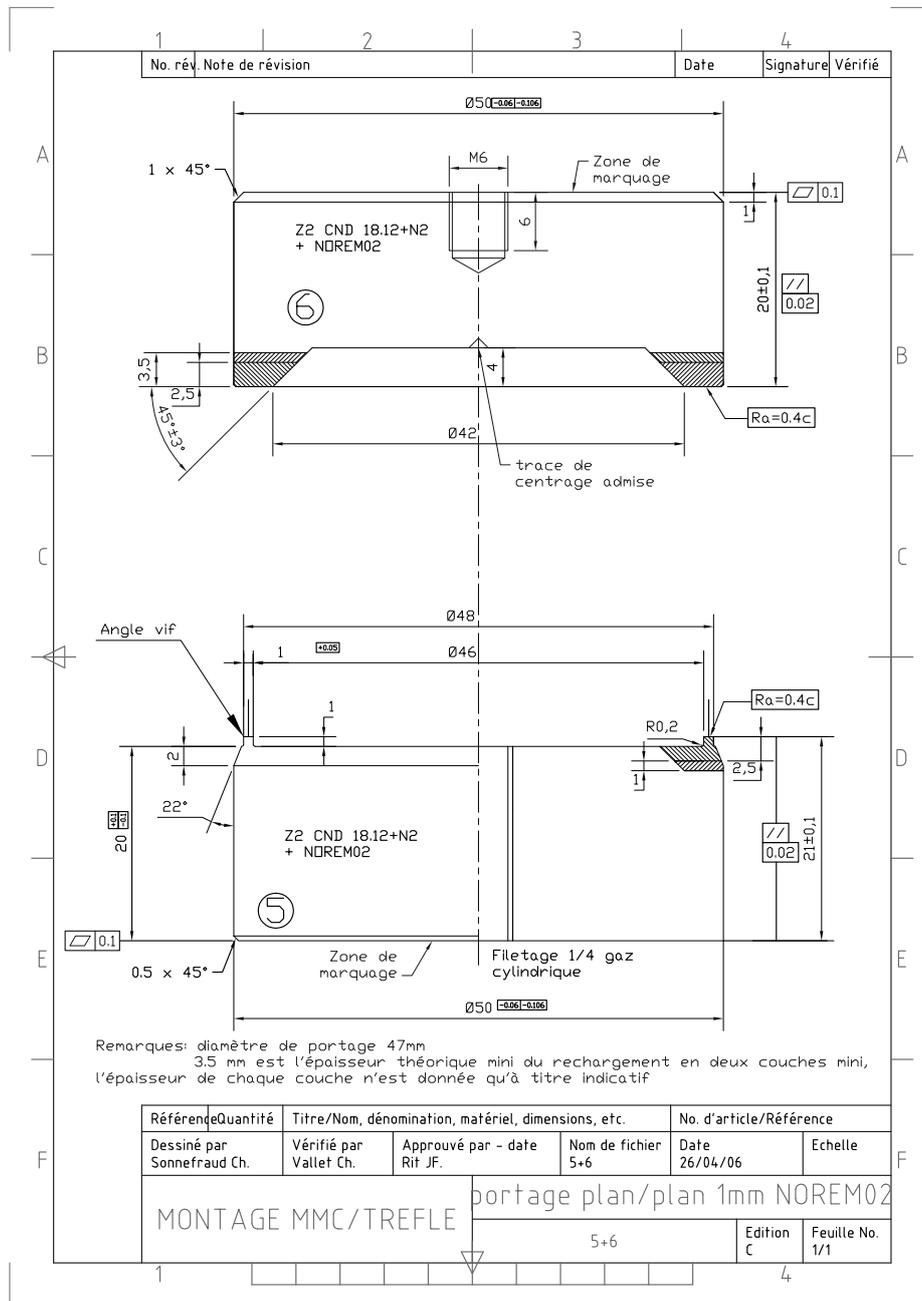


FIG. C.6 – Déplacements verticaux induits par le contact entre un plan rigide et des aspérités de même rapport  $r = \frac{h}{L} = 0.15$  mais de largeurs différentes, pour un même déplacement imposé  $U = 0.43 \mu\text{m}$ .



# Annexe D

## Plan d'une portée d'étanchéité





## Annexe E

# Ecoulement sur des surfaces rugueuses de grandes dimensions

Cette annexe présente les surfaces rugueuses issues des mesures de rugosités faites sur une portée d'étanchéité. Elle présente également les résultats obtenus par l'étude de l'écoulement fluide au sein du contact formé par ces surfaces rugueuses et un plan rigide. Ces trois surfaces de grandes tailles sont utilisées pour l'étude menée en 6.6.2 où sont présentées les évolutions de leur transmissivité.

### E.1 Topographies des surfaces

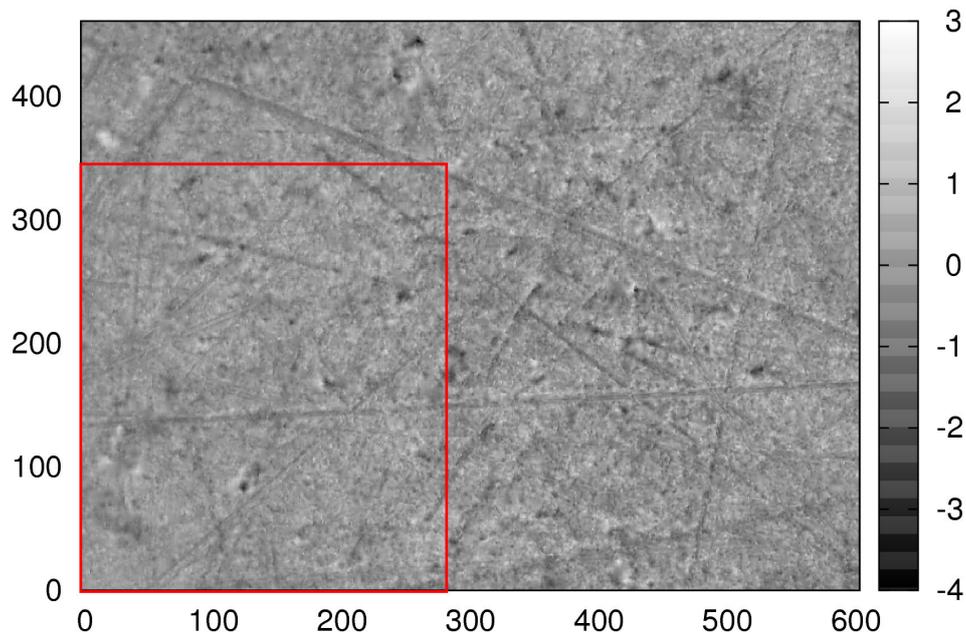


FIG. E.1 – Topographie de la surface rugueuse E mesurée – le cadre rouge correspond à la zone d'étude prise en compte pour la simulation du contact mécanique et de l'écoulement fluide au travers du contact formé par cette surface et un plan rigide.

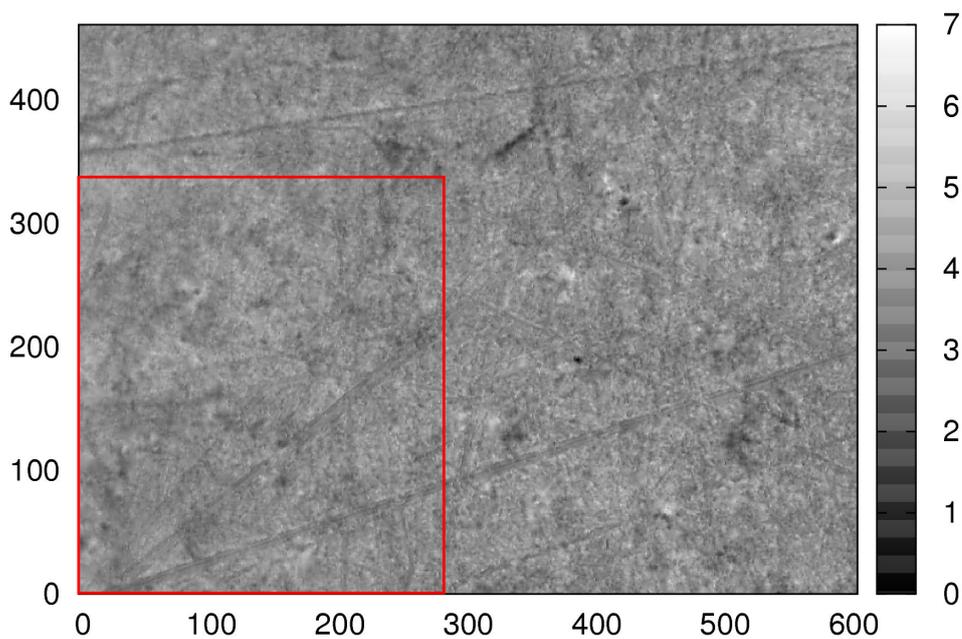


FIG. E.2 – Topographie de la surface rugueuse N mesurée – le cadre rouge correspond à la zone d'étude prise en compte pour la simulation du contact mécanique et de l'écoulement fluide au travers du contact formé par cette surface et un plan rigide.

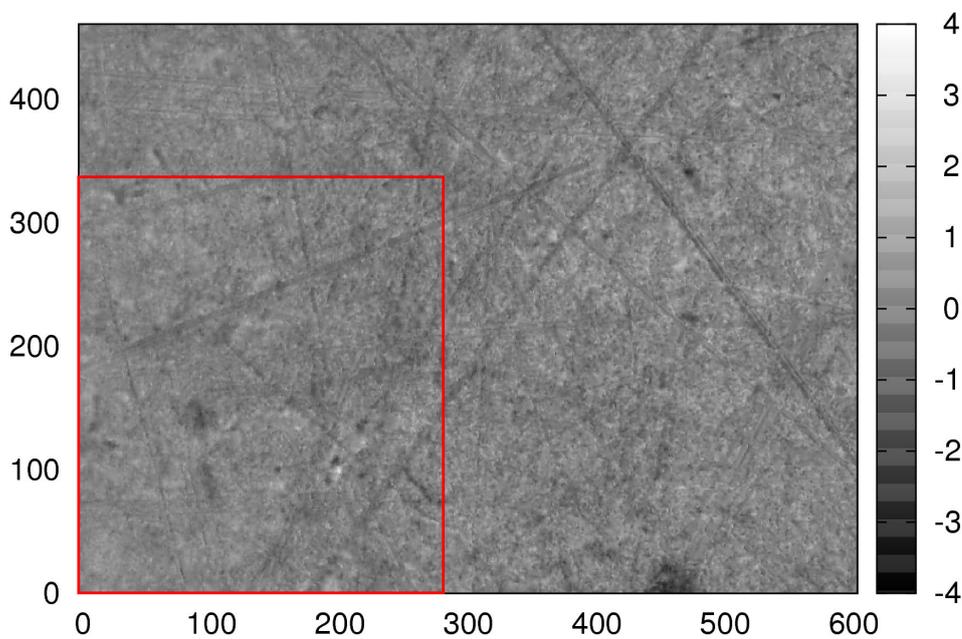


FIG. E.3 – Topographie de la surface rugueuse O mesurée – le cadre rouge correspond à la zone d'étude prise en compte pour la simulation du contact mécanique et de l'écoulement fluide au travers du contact formé par cette surface et un plan rigide.

## E.2 Ecoulement fluide

Surface E :

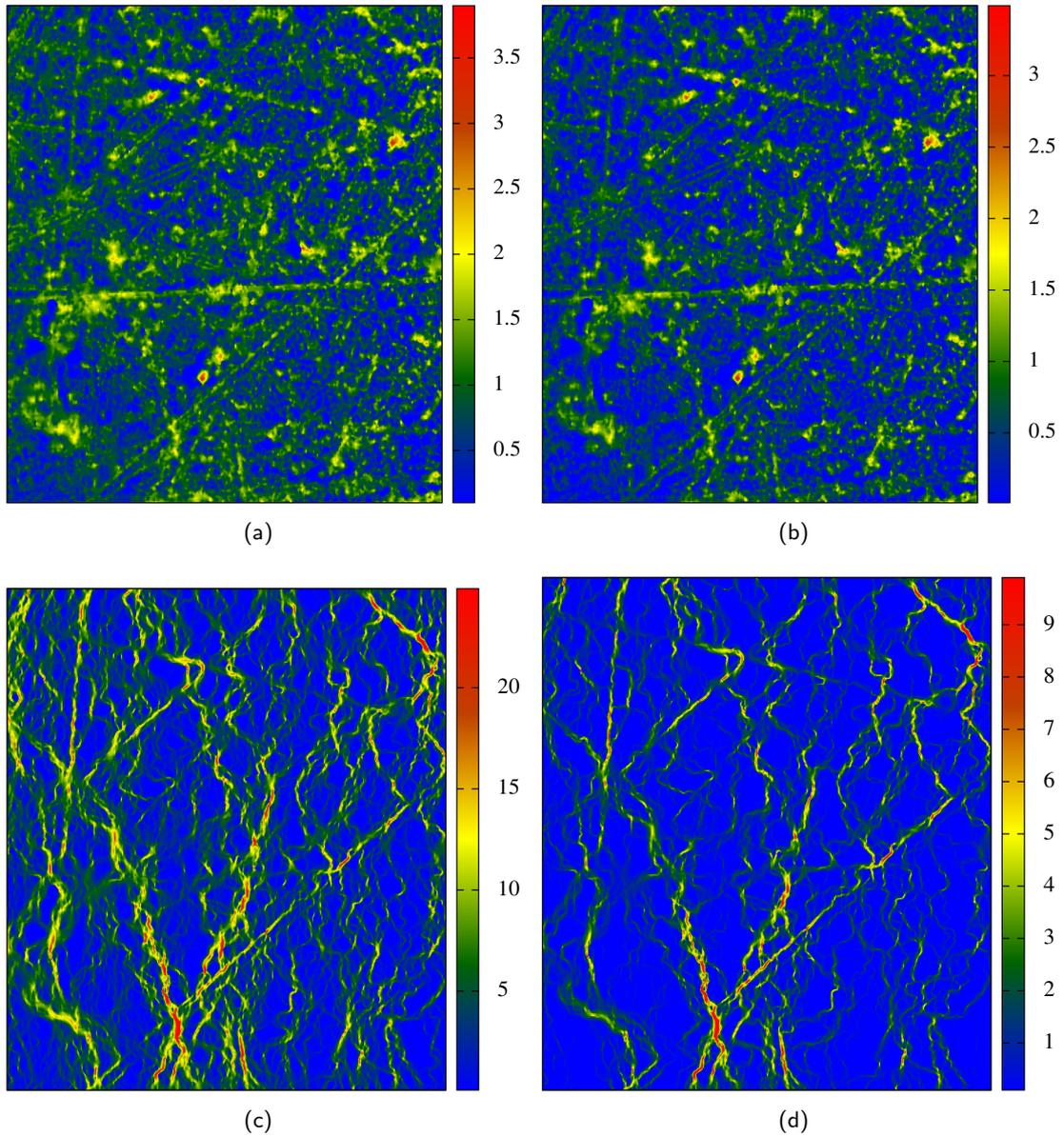


FIG. E.4 – Représentation du champ des ouvertures (a) (b) et des vitesses nodaes du fluide ( $\mu\text{m/s}$ ) (c) (d) — (a) et (c) : pression de contact de 98 MPa — (b) et (d) : pression de contact de 350 MPa.

Surface N :

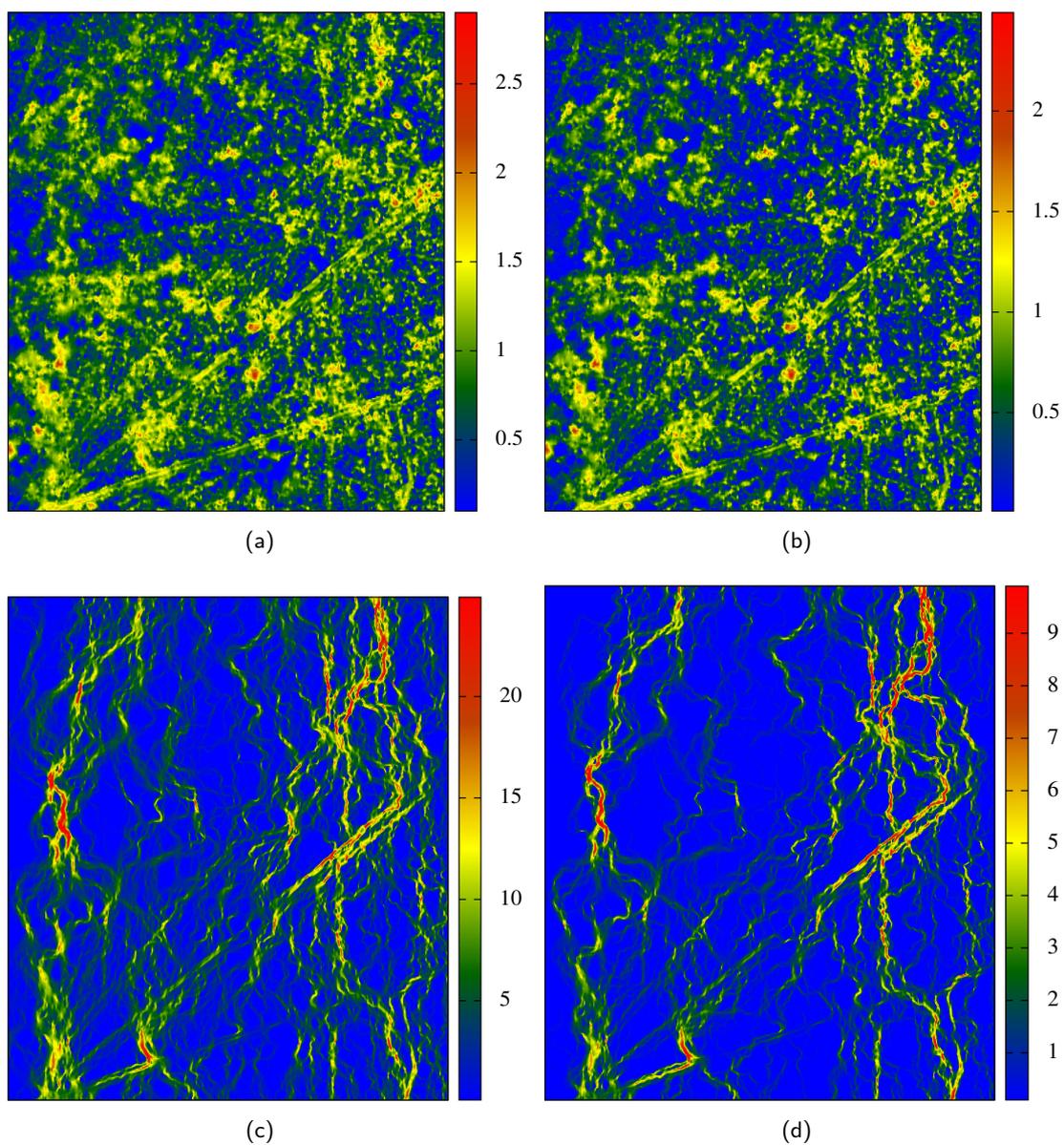


FIG. E.5 – Représentation du champ des ouvertures (a) (b) et des vitesses nodales du fluide ( $\mu m/s$ ) (c) (d) — (a) et (c) : pression de contact de 117 MPa — (b) et (d) : pression de contact de 372 MPa.

Surface O :

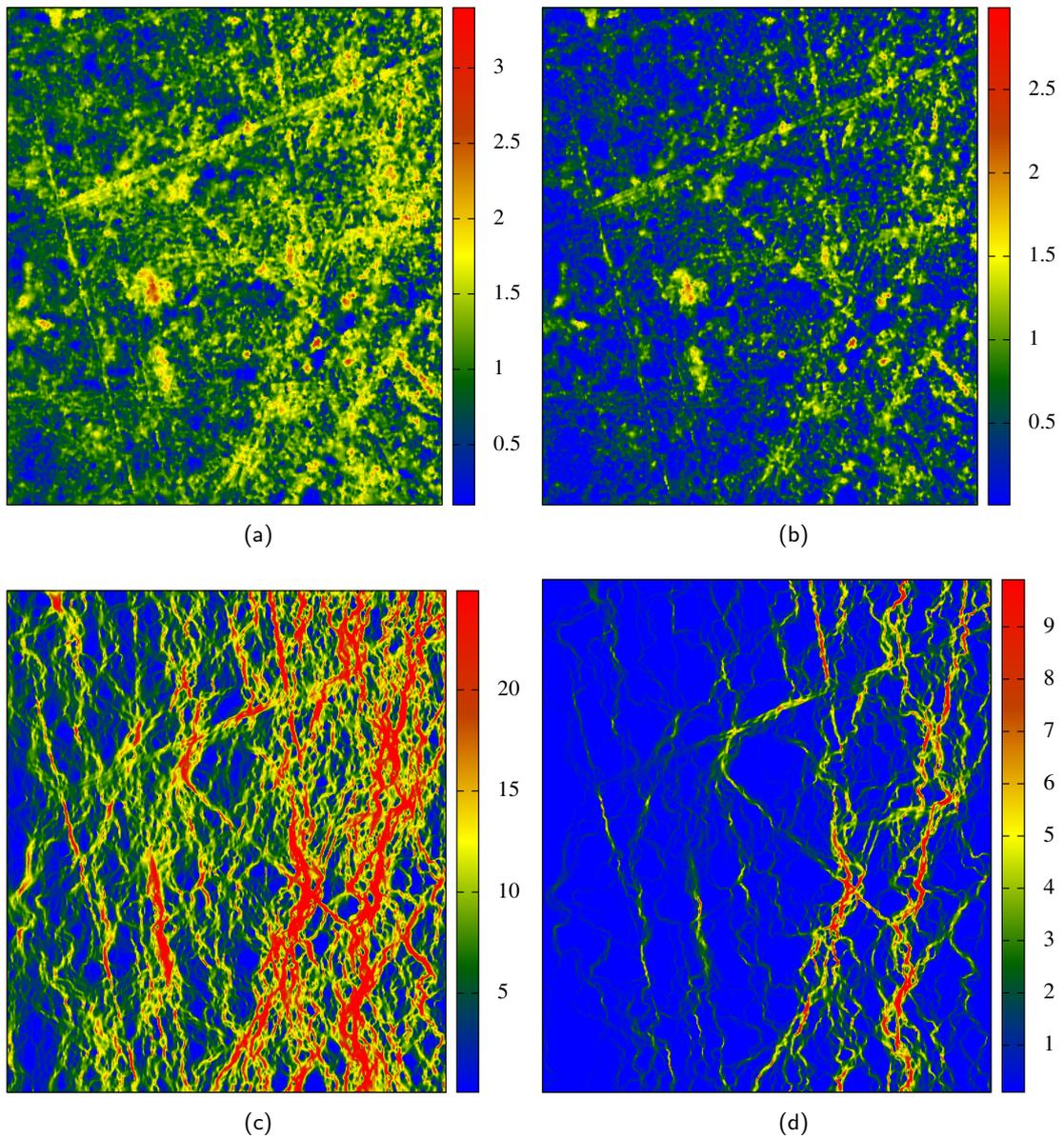


FIG. E.6 – Représentation du champ des ouvertures (a) (b) et des vitesses nodales du fluide ( $\mu\text{m/s}$ ) (c) (d) — (a) et (c) : pression de contact de 30 MPa — (b) et (d) : pression de contact de 370 MPa.



## Annexe F

# Introduction d'une hauteur critique dans l'écoulement d'un fluide

Cette annexe vient présenter quelques résultats concernant l'écoulement fluide au sein de différents contacts rugueux étudiés au cours de ces travaux de thèse.

Les figures ci-après représentent les flux nodaux obtenus au moyen de l'approche fluide 2D présentée en 5.3. Ces débits locaux d'écoulement ont pour unité le  $\mu m/s$ .

Les figures F.1 et F.2 correspondent aux flux obtenus sur des contacts rugueux entre un plan rigide et une surface rugueuse de dimensions  $53 \mu m \times 62 \mu m$ .

Les figures F.3 et F.4 correspondent aux flux obtenus sur des contacts rugueux entre un plan rigide et une surface rugueuse de dimensions  $107 \mu m \times 124 \mu m$ .

Les figures F.5 et F.6 correspondent aux flux obtenus sur des contacts rugueux entre un plan rigide et une surface rugueuse de dimensions  $164 \mu m \times 192 \mu m$ .

Pour chacun des cas d'étude présentés dans cette annexe, l'introduction d'une hauteur critique  $h_c$  (voir en 6.8) a également été faite. Ainsi, chacune de ces figures présente sur leurs colonnes 2 et 3 les flux correspondant à l'introduction d'une hauteur limite spécifique.

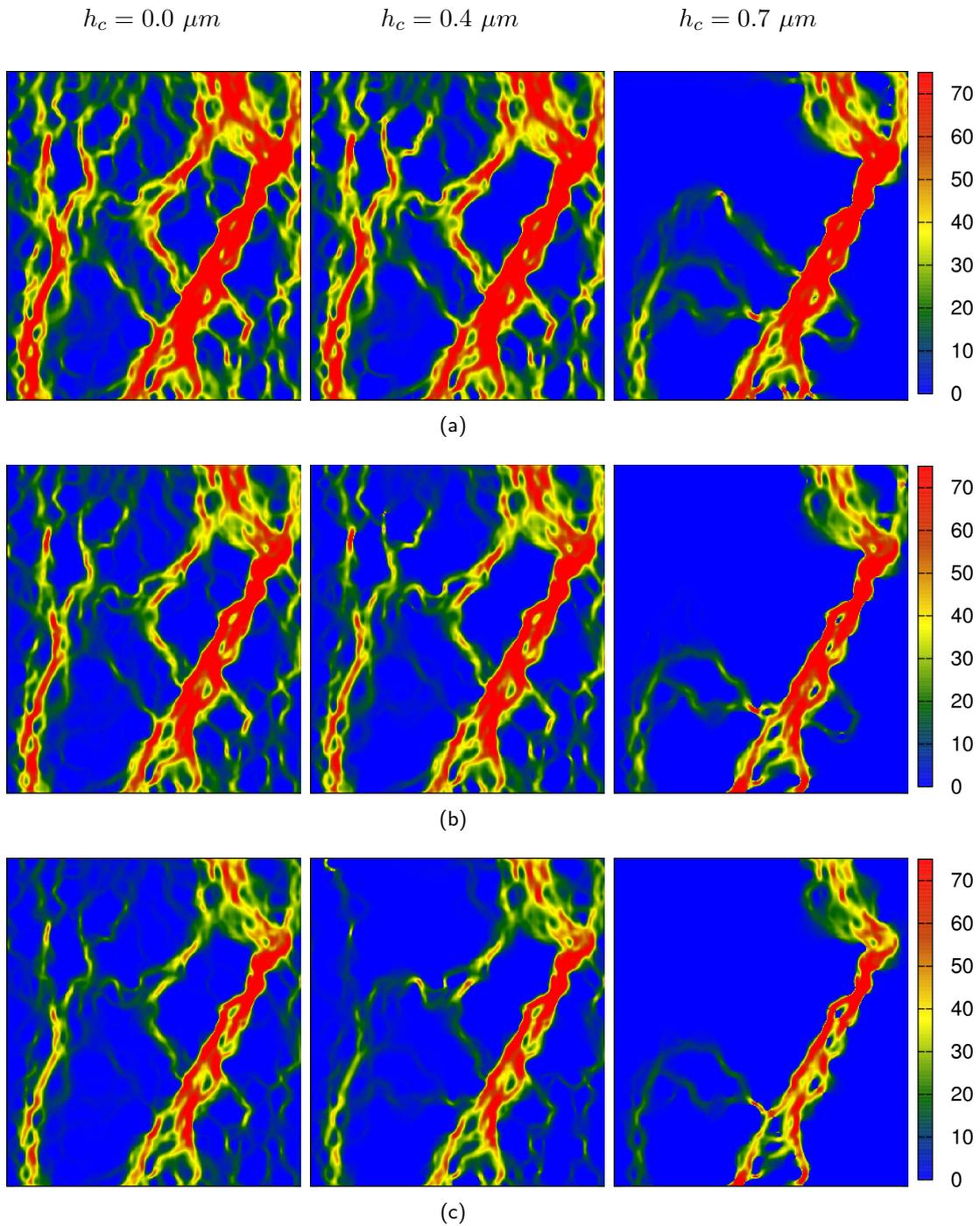


FIG. F.1 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse C62 (dimensions :  $53 \mu m \times 62 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 133 MPa – b) 203 MPa – c) 292 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  imposées (de gauche à droite).

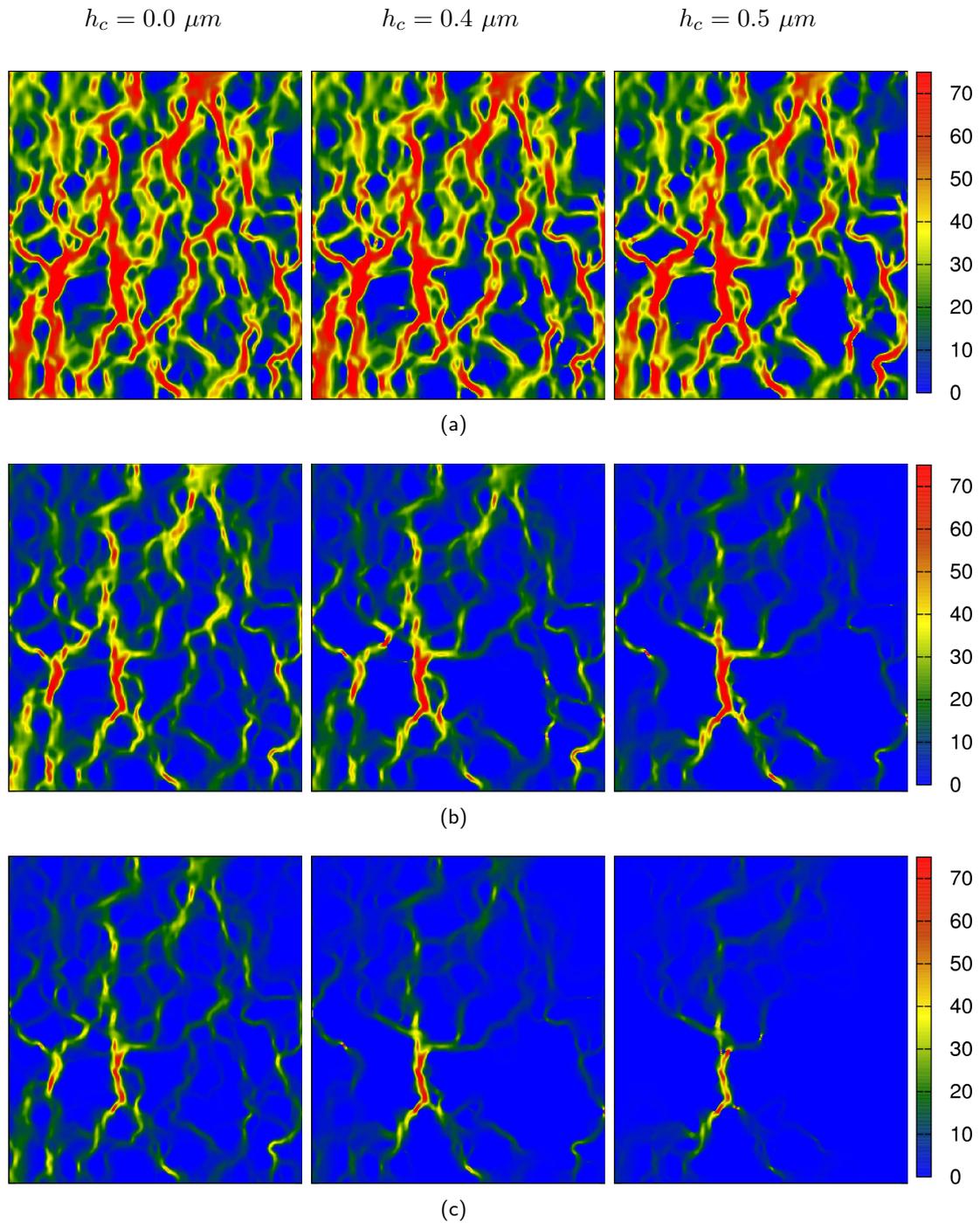


FIG. F.2 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse C82 (dimensions :  $53 \mu m \times 62 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 80 MPa – b) 192 MPa – c) 284 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  différentes (de gauche à droite).

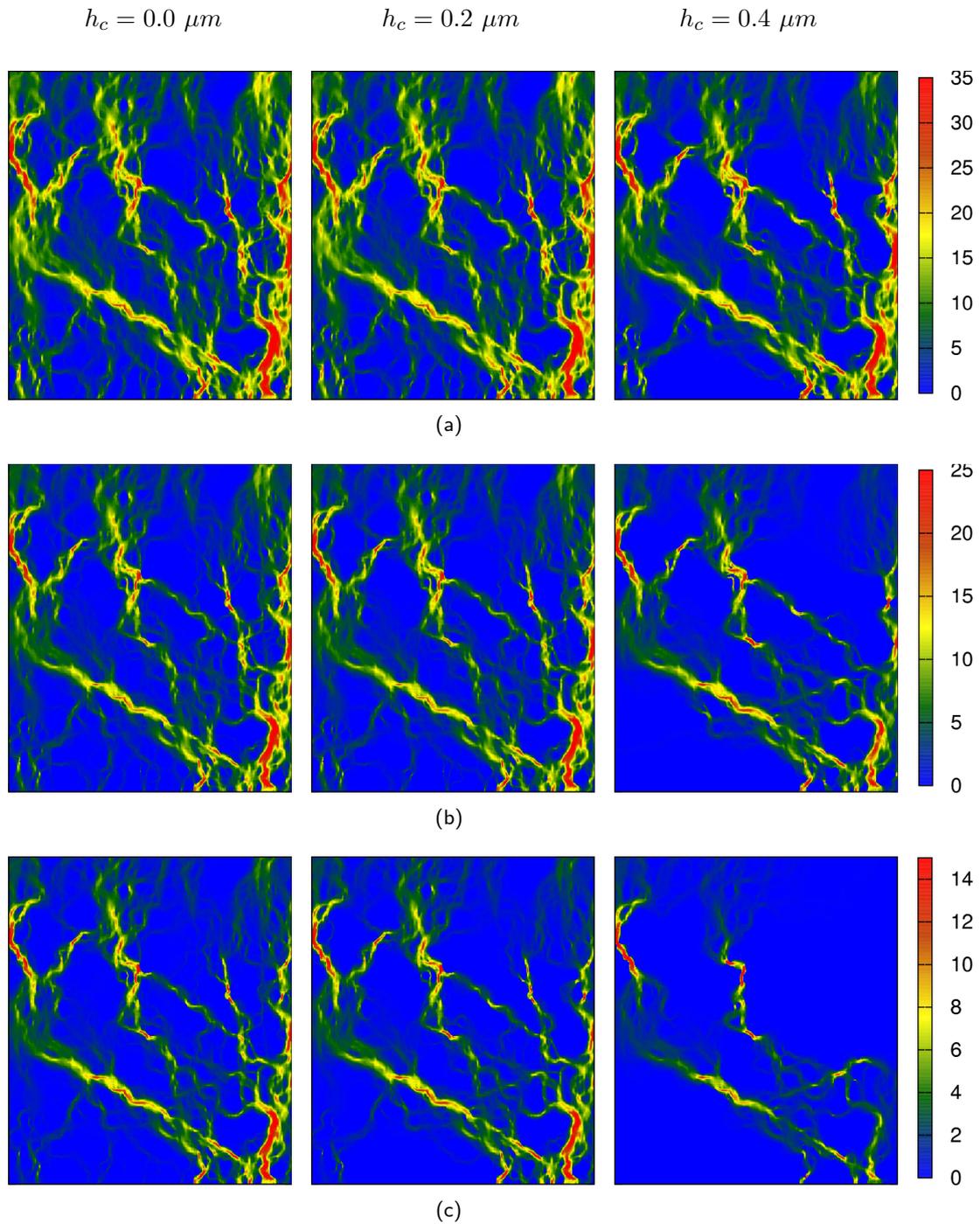


FIG. F.3 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse B02 (dimensions :  $107 \mu m \times 124 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 99 MPa – b) 178 MPa – c) 301 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  différentes (de gauche à droite).

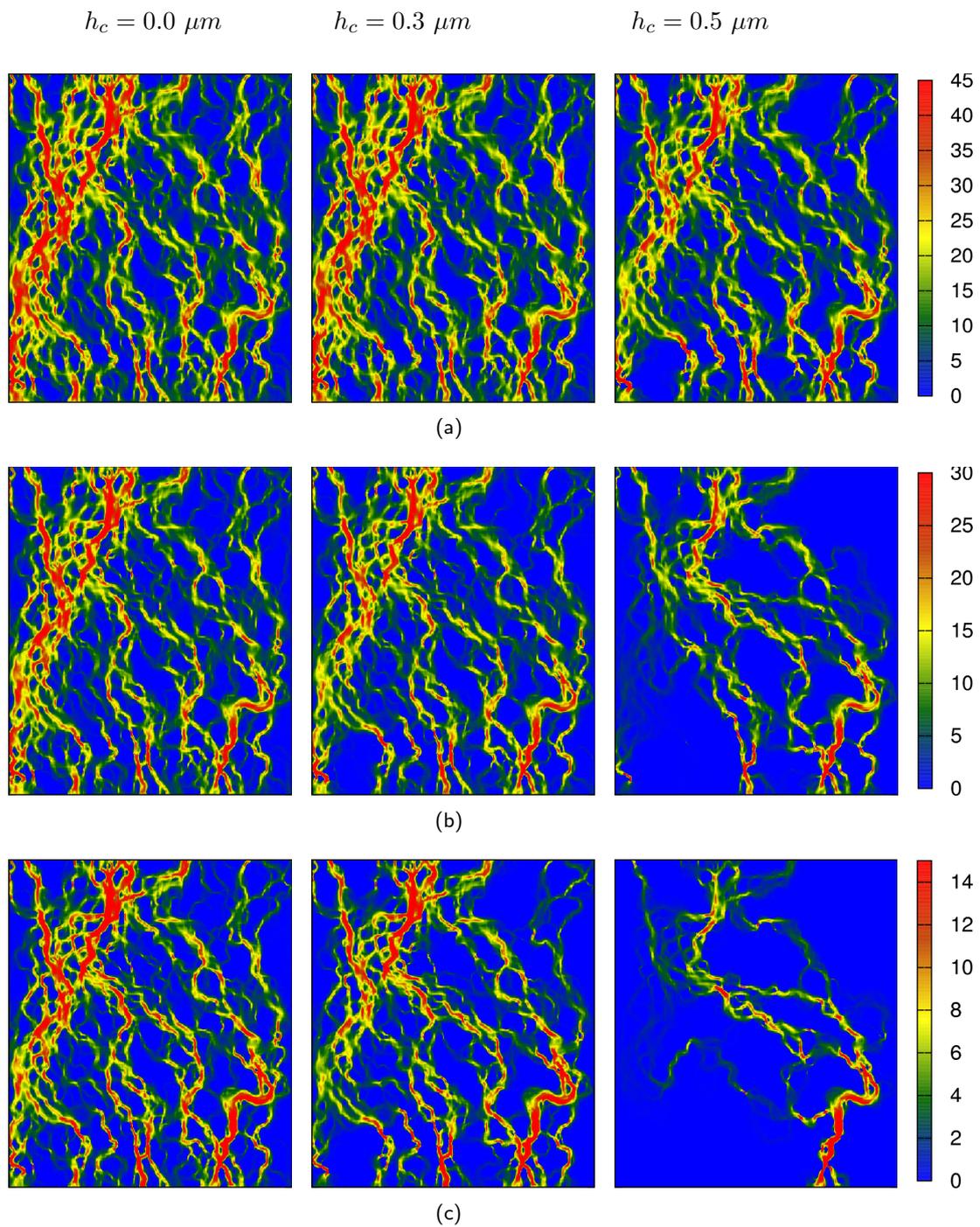


FIG. F.4 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse B40 (dimensions :  $107 \mu m \times 124 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 110 MPa – b) 188 MPa – c) 304 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  différentes (de gauche à droite).

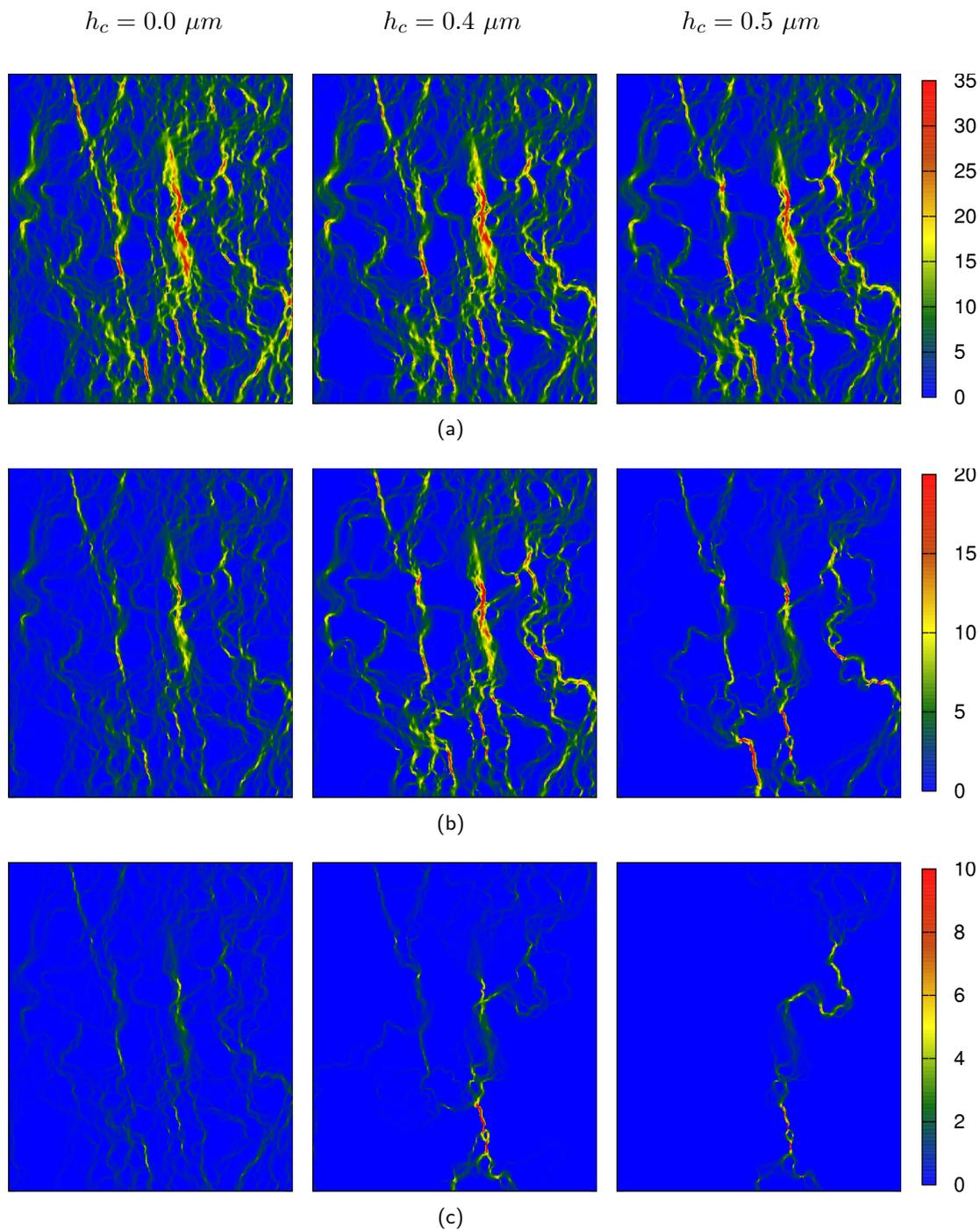


FIG. F.5 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse O (dimensions :  $164 \mu m \times 192 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 80 MPa – b) 169 MPa – c) 321 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  différentes (de gauche à droite).

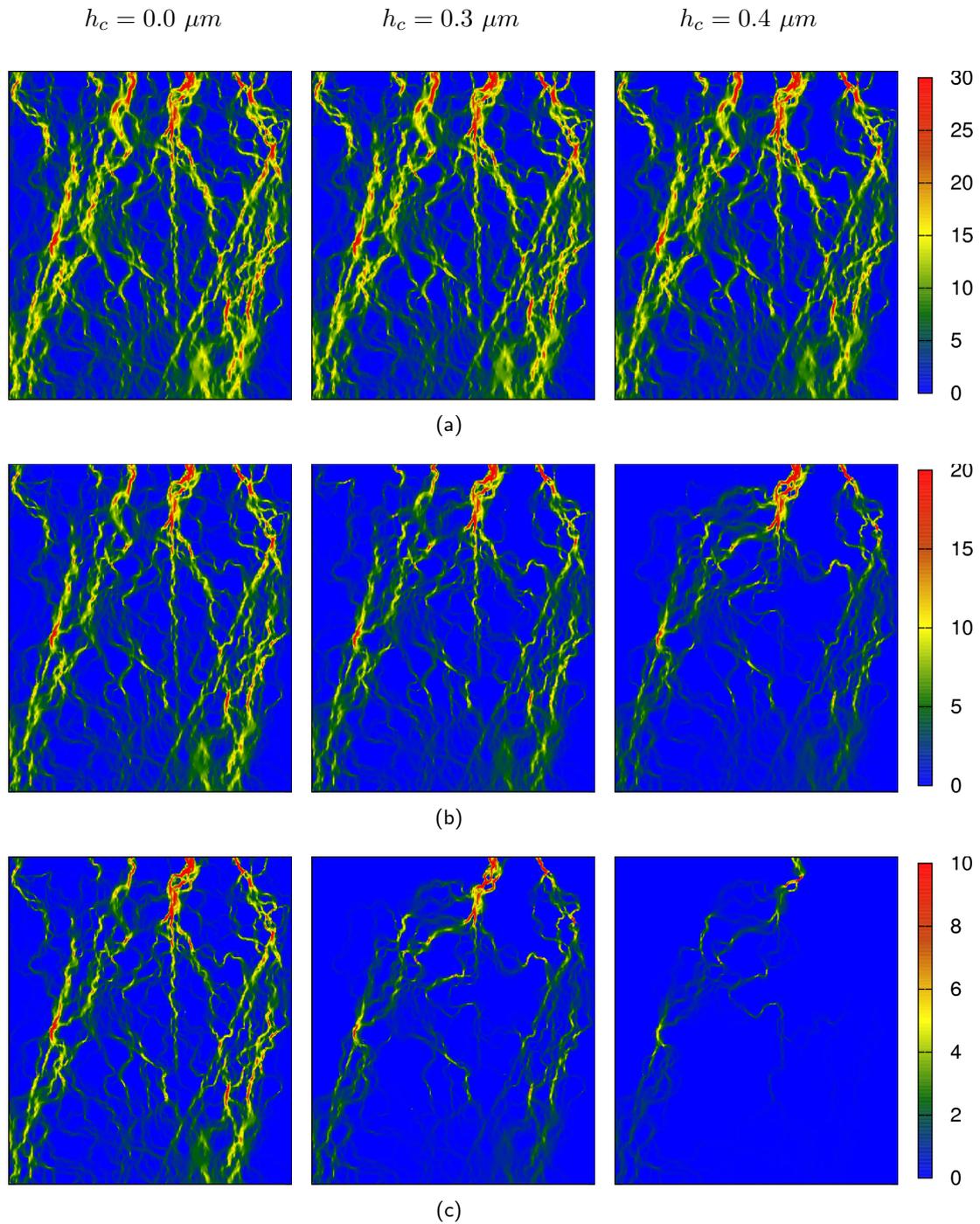


FIG. F.6 – Vitesse d'écoulement d'un fluide au travers d'un contact entre un plan rigide et la surface rugueuse A00 (dimensions :  $164 \mu m \times 192 \mu m$ ) à trois chargements différents (a) 100 MPa – b) 197 MPa – c) 360 MPa), et pour trois hauteurs critiques d'écoulement  $h_c$  différentes (de gauche à droite).



## Approche multi-échelles des problèmes de contact et d'étanchéité

**Résumé :** Il est communément admis aujourd'hui que le contact entre deux surfaces se compose en réalité d'une multitude de contact ponctuels entre des aspérités. Cette considération amène à une surface de contact réelle significativement différente de l'aire de contact parfaite supposée dans la théorie de Hertz. De même, elle implique également la présence d'un espace libre entre les deux surfaces en contact. Dans cette situation, l'objectif principal de ces travaux de thèse est de développer des approches numériques permettant l'analyse du contact mécanique entre surfaces rugueuses dans le but de qualifier/quantifier l'étanchéité de ce contact rugueux. Deux approches différentes sont étudiées. La première consiste à analyser le contact mécanique entre une surface rugueuse et un plan rigide au moyen de la méthode des éléments finis et d'un nouveau modèle numérique. La seconde concerne l'estimation de la transmissivité d'un contact rugueux en considérant des simulations de l'écoulement d'un fluide au sein du champ des ouvertures présent entre les deux surfaces en contact. La comparaison de ces estimations numériques avec les résultats expérimentaux révèle des écarts importants. Dans le but de comprendre ces écarts, l'influence du modèle de comportement matériau dans de telles simulations est étudiée. La plasticité cristalline, mais également l'élévation de la température dégagée par déformation plastique seront considérés. La question de la représentativité de notre problème vis-à-vis de l'approche fluide sera également discutée.

**Mots clés :** surface rugueuse, contact mécanique, écoulement fluide, plasticité cristalline.

## Multi-scale approach of contact and watertightness problems

**Abstract:** It is now widely accepted that the contact between two surfaces is in fact a one-to-one contact between many asperities, depending on the roughness of the contact pair. This represents a strong deviation from the perfect contact assumed in engineering approaches, with the real contact area being significantly smaller than the apparent contact area. In addition, such an approach also implies the presence of a free space between surfaces in contact. Thus, the purpose of our study is the development of numerical tools to analyse the mechanical contact between rough surfaces and the tightness of such a contact. Two different approaches are studied. The first one is devoted to the observation of the mechanical contact between a rough surface and a rigid plane by means of the finite element method and a new numerical model. The second approach is related to the estimation of the contact transmissivity by considering simulations of the fluid flow in the resulting free space between surfaces in contact. The comparison between experimental and numerical estimations of the resulting flow rate shows significant deviations. In order to understand these deviations, the influence of material models on contact simulations is studied. In particular, the effect of using crystal plasticity and the effect of including plasticity-driven temperature changes are considered. The question of problem representation in fluid flow approaches is also addressed.

**Keywords:** rough surface, mechanical contact, fluid flow simulation, crystal plasticity.

