



HAL
open science

Optimisation de la gestion de l'énergie sur un site pétrochimique complexe

Brigitte Durand

► **To cite this version:**

Brigitte Durand. Optimisation de la gestion de l'énergie sur un site pétrochimique complexe. Automatique / Robotique. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1980. Français. NNT : . pastel-00833910

HAL Id: pastel-00833910

<https://pastel.hal.science/pastel-00833910>

Submitted on 13 Jun 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

en
Méthodes Mathématiques
de l'Automatique, de la Gestion et de l'Economie

PRÉSENTÉE À L' ECOLE DES MINES DE PARIS

PAR BRIGITTE DURAND

Sujet de la Thèse :

OPTIMISATION DE LA GESTION
DE L'ENERGIE SUR UN SITE
PETROCHIMIQUE COMPLEXE

Année de soutenance : 1980

Président du jury : P. BERNHARD (PARIS IX)
Directeur de la Thèse : G. COHEN (E.N.S.M.P.)
Examineurs : J.M. LASRY (PARIS IX)
C. FONDRAZ (ROHNE-POULENC)

R E M E R C I E M E N T S

Je tiens à remercier le Professeur BERNHARD pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence de mon Jury de soutenance. C'est d'ailleurs lui qui m'a accueillie, avec beaucoup de bienveillance, au centre d'Automatique et Informatique de l'Ecole des Mines où a été préparée cette thèse.

J'exprime ma vive gratitude à Monsieur COHEN, qui a dirigé mes recherches et qui, par son aide et ses encouragements amicaux, m'a permis de mener à bien ce travail.

Je remercie également Monsieur FONDRAZ, Ingénieur à Rhône Poulenc, qui a été un interlocuteur compétent et avisé tout au long de l'étude et m'a transmis toutes les données techniques nécessaires.

et le Professeur LASRY qui a bien voulu examiner ce travail et faire partie de mon Jury.

Tous mes camarades du Centre d'Automatique trouveront ici leur part de reconnaissance pour le climat amical et stimulant qu'ils ont contribué à créer.

Enfin, je tiens à remercier Madame LE GALLIC, qui avec beaucoup de gentillesse, a assuré la réalisation matérielle de ce document.

TABLE DES MATIERES

	Pages
CHAPITRE I : PRESENTATION DU PROBLEME	
1. description physique	1 - 3
2. conduite actuelle de la centrale	3 - 4
3. objectifs de l'étude	4 - 5
CHAPITRE II : FORMALISATION DU PROBLEME	
1. analyse du système dynamique	6 - 7
2. discrétisation	7 - 8
3. Les données techniques et leur formalisation	8 - 11
4. Analyse des contrats EDF et GDF	11 - 12
CHAPITRE III : MODELISATION DES DEMANDES EN VAPEUR	
1. Prévion de la demande	13
2. Erreurs de prévion	13 - 17
3. Différents types de modélisation des erreurs de prévion	18 - 22
4. Modélisation à la BOX et JENKINS	22 - 25
5. Chaînes de Markov	25 - 28
6. Combinaison des deux approches	28 - 34
CHAPITRE IV : OPTIMISATION STATIQUE	
1. Cas des chaudières	35 - 45
2. Turboalternateurs	45 - 46
3. Double utilisation de l'optimisation statique	46 - 47
CHAPITRE V : OPTIMISATION DYNAMIQUE	
1. Rappel des hypothèses	48 - 49
2. Formulation mathématique.	49 - 51
3. Couplage des sous-systèmes chaudières et turboalternateurs	51 - 52
4. Résolution	52 - 57
5. Choix de la profondeur de l'horizon glissant	57 - 60

CHAPITRE VI : RESULTATS ET CONCLUSIONS

1. Simulations	61 - 63
2. Résultats turboalternateurs	63 - 72
3. Résultats chaudières	72 - 78
4. Conclusions	78 - 81

BIBLIOGRAPHIE	83 - 84
---------------	---------

ANNEXES :

- I. Données techniques de Fonctionnement des chaudières et des turboalternateurs.
- II. Modélisation des demandes en vapeur.
- III. Optimisation statique des chaudières.
- IV. Optimisation statique des turboalternateurs.
- V. Optimisation dynamique.
- VI. Simulations.

1. Description physique.

1.1. Site industriel

L'usine de CHALAMPE (Haut-Rhin) sur laquelle porte la présente étude, est située à une vingtaine de kilomètres au Nord-Est de Mulhouse. Elle appartient à la division PETROCHIMIE du groupe RHONE-POULENC INDUSTRIES et emploie environ 1700 personnes.

Sur ce site industriel sont regroupés :

- un certain nombre d'ateliers qui produisent principalement des intermédiaires textiles (Sel Nylon; Acide Adipique), des intermédiaires polyesters et de l'Acide Oxalique destiné à la Chimie Fine et à la Chimie Minérale.

- une centrale thermique qui fournit une partie de l'électricité et la quasi-totalité de la vapeur -distribuée sous différents niveaux de pression : 60,50,25 et 6 bars- nécessités par la fabrication de ces produits.

1.2. La production de vapeur.

Si on excepte quelques ateliers où les réactions chimiques sont suffisamment exothermiques pour permettre de produire un tonnage non négligeable (10⁰% de la consommation totale) de vapeur renvoyée sur les réseaux, le reste de la production, soit 90⁰%, incombe à la centrale thermique qui est équipée de cinq chaudières aux capacités et rendements différents :

- deux chaudières au fuel de capacité 50 T/h.
- deux chaudières au fuel de capacité 120 T/h
- une chaudière mixte gaz-fuel de capacité 200 T/h.

La vapeur surchauffée à 425⁰C et 6² bars délivrée par ces chaudières est dirigée vers des barillets de répartition ; de là, 25⁰% partent directement vers l'usine, 5⁰% sont détendus à 50 bars, 27⁰% sont détendus à 25 bars et 43⁰% alimentent des turboalternateurs qui les convertissent en vapeur 6 bars et en électricité (cf. figure 1).

La Centrale

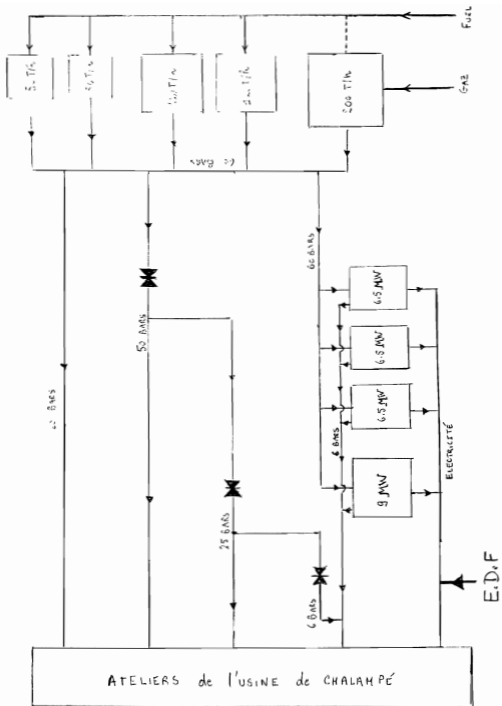


Figure 1

1.3. La production d'électricité.

Ainsi, environ 40 % de l'électricité totale consommée provient du turbinage de la vapeur 60 bars en vapeur 6 bars dans quatre turboalternateurs de caractéristiques différentes : trois de 6,5 MW et un de 9 MW sous 5500 V. Le complément - 60 % - est acheté à EDF sous très haute tension (220 000 V). En fait, comme il n'y a pas d'autres sources de production de vapeur 6 bars pour couvrir les besoins des ateliers, c'est la demande en vapeur 6 bars qui conditionne le niveau de cette autoproduction d'électricité.

2. Conduite actuelle de la centrale.

Pour la vapeur, la centrale doit non seulement maintenir en permanence l'équilibre entre consommation et production, mais aussi assurer une capacité de reprise de l'ordre de 60 tonnes/heure, au cas où certains ateliers appelleraient de façon imprévue un surplus de vapeur. En effet, le démarrage d'une nouvelle chaudière nécessite six heures de préchauffage au cours desquels la production reste nulle. Actuellement, les opérateurs se basent sur une information grossière concernant l'activité future des ateliers - prévisions globales à deux ou trois jours, voire renseignements informels - et font essentiellement confiance à leur expérience pour décider des arrêts ou des mises en service des générateurs et ainsi faire face en temps voulu aux fluctuations importantes de la demande qui dépasseraient la capacité de production des générateurs en fonctionnement. En outre, pour suivre les fluctuations instantanées, de faible amplitude, comme la puissance nominale est supposée être le point de fonctionnement à meilleur rendement, ils règlent à haut régime toutes les chaudières en fonctionnement (notamment celle au gaz, vu le prix avantageux de la thermie gaz) à l'exception d'une seule. Cette dernière fonctionne à régime intermédiaire ou bas, en régulation automatique sur la pression dans les barillets pour ajuster la production à la demande.

En ce qui concerne les turboalternateurs, dont la mise en fonctionnement ne prend qu'un quart d'heure, de manière analogue, les opérateurs décident des arrêts ou démarrages en fonction des variations prévues pour la demande en vapeur 6 bars et règlent le point de fonctionnement des turboalternateurs en marche, en s'efforçant de limiter l'apport extérieur EDF par une bonne autoproduction.

Si on regarde maintenant les quantités d'énergie mises en jeu, elles sont énormes : en 1979, la centrale a consommé 164 000 TEP dont approximativement 72 000 tonnes de fuel lourd BTS n°2 et 120 000 000 m³ de gaz naturel. Ces chiffres incluent non seulement les quantités de combustible brûlées par les chaudières lors de la production de vapeur 60 bars mais aussi l'énergie absorbée lors du démarrage de nouveaux générateurs ; cette dernière relativement faible pour les turboalternateurs, n'est pas négligeable pour les chaudières à cause des six heures de mise en température. Cette même année, la consommation en électricité de l'usine s'est élevée à 300 000 MWh électrique.

Aussi, à une période, où le coût de l'énergie ne cesse de croître (la tonne de fuel vaut actuellement plus de 800 F), a-t-on été incité à réfléchir sur l'amélioration de la gestion des chaudières et des turboalternateurs de la centrale.

3. Objectifs de l'étude.

Que recouvre précisément le terme "conduite optimale de la centrale" ? Au vu de la description précédente, cette optimisation se décompose en deux volets :

3.1. à chaque instant, répartition "optimale" de la charge sur les générateurs en fonctionnement, compte tenu de leurs caractéristiques technologiques : pour les chaudières, il s'agit de répondre à la demande $D_1(t)$ globale en vapeur 60 bars au moindre coût ; pour les turboalternateurs, il s'agit, corrélativement à la satisfaction de la demande $D_2(t)$ en vapeur 6 bars, de maximiser la quantité d'électricité produite. Nous dénommons ce problème "optimisation statique".

3.2. prise des meilleures décisions d'arrêt et de démarrage.

En l'absence de coûts de démarrage, on sélectionnerait, au fur et à mesure, les chaudières et les turboalternateurs, sur lesquels, tout en garantissant l'équilibre demande-production, on réaliserait la "répartition optimale 60 bars", la moins onéreuse et l'autoproduction en électricité la plus forte.

Par contre, avec les coûts de démarrage, le problème revêt un caractère dynamique : il faut, en plus éviter des démarrages inutiles, notamment pour les chaudières. Aussi l'avons nous baptisé "Optimisation dynamique", et on y reconnaît une situation de type "contrôle impulsionnel" fréquente en économie et en gestion (gestion de stocks, maintenance ...)

(cf. BENSOUSSAN [4]).

Dans les deux chapitres suivants nous nous proposons de "préparer" la formulation mathématique de ce problème ; toutes les options prises seront justifiées en égard aux conséquences voire aux simplifications qu'elles entraînent sur le plan méthodologique. Le chapitre II contient l'analyse, doublée éventuellement d'une formalisation, du système dynamique et des diverses contraintes -à caractère technique ou d'origine contractuelle- qui s'y rattachent. Au chapitre III, nous ferons "un tour d'horizon" des types de modélisation envisageables pour les demandes en vapeur 60 bars et en vapeur 6 bars, à partir du planning de prévisions, déterministe, élaboré par les services de Chalampé. Finalement, nous nous en tiendrons à une représentation sous forme de chaîne de Markov des erreurs de prévision à rajouter à ce planning.

Le chapitre IV sera consacré à la mise en équations et à la résolution du problème "d'optimisation statique" qui, en dehors de son utilisation temps réel, apparaît comme un sous problème de l'optimisation dynamique, servant à chiffrer le coût de production de la vapeur 60 bars ainsi que la quantité d'électricité autoproduite, lorsque la centrale se trouve dans un certain état de marche.

Nous serons alors en mesure d'aborder au chapitre V l'optimisation dynamique elle-même, conduite sur un horizon à préciser. Pour garder au problème une dimension raisonnable, nous optimiserons séparément, par une procédure de programmation dynamique, la gestion des chaudières et des turboalternateurs .

Les résultats obtenus et les conclusions à en retirer feront l'objet du dernier chapitre.

1. Analyse du système dynamique.

Le système dynamique, auquel nous nous intéressons, comprend la centrale ainsi que les différentes demandes en vapeur. Nous ne nous préoccupons pas de la demande en électricité $DE(t)$ puisqu'elle ne joue pas le rôle de contrainte.

1.1. La centrale.

La centrale se compose de deux sous-systèmes ; les chaudières et les turboalternateurs. A tout instant t son état, noté $C(t)$, est décrit par le "statut" $e_i(t)$ de chaque unité i ($i=1, \dots, 5$ pour les chaudières, $i=6, \dots, 9$ pour les turboalternateurs) : arrêt

marche à une certaine fraction $x_i(t)$ de la puissance nominale P_i .

instance de marche. Dans ce cas, il importe de savoir, étant donné le retard au lancement (six heures pour les chaudières et un quart d'heure pour les turboalternateurs), depuis combien de temps le démarrage a eu lieu, afin d'en déduire quand l'unité sera effectivement "productive". Pour mémoriser le délai écoulé, on est amené à rajouter une variable d'état continue, et à formuler un problème de contrôle avec retard (cf. ROBIN [29]).

De temps à autre, on modifie cet état en décidant d'allumer ou d'éteindre certaines unités. Les instants θ^i - "instants d'impulsion" - où C change en C' et les "sauts" $\Delta C = C' - C$, auxquels est attaché un coût de démarrage $f(\Delta C) = f(C' - C)$ - sont les variables de contrôle.

En outre, entre deux instants d'impulsion successifs θ^i et θ^{i+1} , on exerce un contrôle continu, à savoir la répartition - les $x_i(t)$. P_i - qui s'accompagne d'un coût intégral : coût de production de la vapeur 60 bars par les chaudières en marche augmenté du coût de l'apport EDF. Nous négligeons les coûts d'entretien du matériel arrêté ainsi que des coûts éventuels relatifs à des dispositions particulières prises à l'arrêt en vue de faciliter le redémarrage.

Nous supposons que les équipements ne subissent pas de pannes à caractère aléatoire. La dynamique de $C(t)$ est donc déterministe et peut s'écrire symboliquement sous la forme : $C(\theta^{i+1}) = C(\theta^i) + \Delta C^{i+1}$ $i=0, 1, 2, \dots$

$$\theta^0 = 0 \text{ et } C(\theta^0) = C_0$$

1.2. les demandes $D_1(t)$ en vapeur 60 bars et $D_2(t)$ en vapeur 6 bars perçues respectivement par les chaudières et les turboalternateurs à chaque instant t . Elles reflètent les besoins en énergie des ateliers. Si on agrège en $D_3(t)$ les besoins en vapeurs 60 bars-50 bars et 25 bars, comme une tonne de vapeur 6 bars provient du turbinage d'une tonne de vapeur 60 bars, on a la relation

$$D_1(t) = D_3(t) + D_2(t) \quad (1)$$

qui crée une dépendance entre le fonctionnement des chaudières et celui des turboalternateurs. Ces demandes sont observées parfaitement, mais non contrôlées. Elles sont des contraintes pour la centrale :

$$\sum_{i=1}^5 P_i x_i(t) = D_1(t) \quad (2)$$

$$\sum_{i=6}^9 S_i(x_i(t)) = D_2(t) \quad (3) \quad (S_i(x_i) = \text{quantité de vapeur turbinée au régime } x_i).$$

Nous repoussons au chapitre suivant la question concernant leur mode de représentation : déterministe ou stochastique. Toutefois, dès lors qu'on les assimile à des variables aléatoires, nous tenons à souligner que :

1. le critère à optimiser doit être remplacé par une espérance mathématique.

2. le degré de complexité dans la formulation mathématique du problème et, par suite, les difficultés rencontrées pour le résoudre, deviennent partiellement subordonnés au choix du modèle stochastique, la "mémoire" du processus introduisant notamment des variables d'état supplémentaires. Citons, à titre d'exemple, le cas d'une demande aléatoire modélisée par un processus de diffusion, abordé dans LEGUAY [26], qui met en œuvre la théorie des inéquations quasi variationnelles (BENSOUSSAN-LIONS [6]).

2. Discretisation.

Jusqu'à maintenant, nous avons évoqué le problème en temps continu. Par ailleurs, si l'état de la centrale est par nature discret et à valeurs dans un ensemble fini de cardinal NC - à priori $NC = 3^9$ de l'ordre de $2 \cdot 10^4$ -, les demandes, au contraire, sont des grandeurs continues. Or

quelle que soit la théorie mathématique à laquelle on se réfère pour traiter un problème formulé en continu, l'implémentation informatique nécessite ensuite une discrétisation temporelle et spatiale ainsi que la mise au point de méthodes de résolution numérique (on se reportera à COURSAT-MAURIN [18] pour l'étude numérique des inéquations variationnelles). C'est pourquoi nous préférons nous orienter d'emblée vers une formulation discrète de l'optimisation dynamique où l'horizon d'optimisation (dont la longueur sera discutée ultérieurement. cf. chapitre V § 5) est découpé en un nombre T d'intervalles et où les demandes en vapeur 60 bars et 6 bars sont respectivement digitalisées en NA_1 et NA_2 niveaux (NA_1 et NA_2 précisés au chapitre suivant). Comme pas de temps, nous fixons la journée car, d'une part l'usine de Chalampé établit des prévisions journalières (cf. Chapitre III §1), d'autre part, cette durée étant très supérieure aux délais de lancement, l'hypothèse simplificatrice H_1 :

(H_1) "coïncidence entre la mise en service et début de production d'une unité" se trouve justifiée. Le nombre des alternatives pour chaque générateur est réduit à deux -marche ou arrêt- et par suite le nombre à priori des états de la centrale n'est plus que $2^9 = 512$.

Dans ce contexte discret, la programmation dynamique est jugée comme une technique efficace pour les problèmes de contrôle impulsif : elle permet de parvenir à l'optimum réel, mais, sa faisabilité est très liée à la taille du système et bien souvent, on est obligé d'y renoncer à cause des temps de calcul inacceptables. On recourt alors à des procédures heuristiques : citons, entre autres, TURGEON [31] qui traite un problème de gestion de générateurs thermiques par une méthode variationnelle alliée à un algorithme de "Branch and Bound". Si donc nous voulons privilégier la programmation dynamique, comme méthode de résolution -dans une approche variationnelle, de toute façon, la construction préalable d'une grille de décisions, que l'on fait ensuite bouger, est requise- nous devons nous soucier de sa sensibilité à la dimension.

3. Les données techniques et leur formalisation.

Le fonctionnement des chaudières et des turboalternateurs est caractérisé par un certain nombre de paramètres techniques. Leurs valeurs numériques ainsi que les courbes graphiques sont consignées dans l'annexe I.

3.1. Place de production.

En marche normale, le régime x se situe entre $\underline{x} = 40$ % et $\bar{x} = 100$ % de la puissance nominale. Toutefois la borne supérieure peut être dépassée de quelques pourcents pour une durée limitée. Cette mesure exceptionnelle n'est pas retenue dans l'étude.

3.2. Courbe de rendement.

a. Turboalternateurs.

On a mené à Chalampé une campagne d'expériences pour établir ces courbes. Elles indiquent la consommation spécifique d'un turboalternateur i , exprimée en tonne de vapeur 60 bars turbinée par MWh électrique fourni, suivant le régime de marche x_i et ont une allure hyperbolique. Mais la donnée pertinente pour l'optimisation statique, c'est la consommation en vapeur turbinée S_i , exprimée en tonne par heure, en fonction du régime de marche x_i . Les points correspondants sont quasiment alignés. Nous avons donc cherché pour chaque turboalternateur, la droite des moindres carrés approximant ce nuage de points expérimentaux, soit :

$$S_i(x_i) = a_i x_i + b_i \quad (4)$$

b. Chaudières.

Les mesures de rendements des chaudières ont été confiées à un organisme officiel spécialisé. Elles sont entâchées d'imprécision, vu la difficulté d'évaluer les pertes et de reproduire certaines conditions de fonctionnement (pouvoir calorifique du combustible, arrivée d'air, vieillissement des brûleurs, etc...). Les courbes qui en résultent peuvent être approximées par des paraboles (estimation des coefficients par les moindres carrés) et on adoptera, dans la suite, la forme suivante du rendement suivant le régime x_i :

$$r_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \quad (5)$$

Remarques 1. Comme l'écart entre rendement maximum et minimum est faible (1,5 à 2 %) et avoisine l'ordre de précision sur les mesures, on simplifiera l'optimisation dynamique en évaluant le coût de la répartition optimale avec pour chaque chaudière l'hypothèse d'un rendement constant. Par contre la forme parabolique sera maintenue pour l'allocation en temps réel.

2. Il serait souhaitable ultérieurement de corriger quotidiennement les courbes de rendement en fonction de la température des fumées aux cheminées dont les variations modifient notablement le rendement. De plus, ces rendements pourraient être améliorés de façon sensible, en réglant de façon optimale l'excès d'air admis au niveau des brûleurs. - problème du ressort de l'automatique.

3.3. Consommations auxiliaires des chaudières.

Le fonctionnement des chaudières s'accompagne, d'une part de consommations électriques dîtes aux ventilateurs de tirage ou de soufflage, d'autre part de consommations en vapeur 6 bars pour préchauffer le fuel (pas de préchauffage pour le gaz) qui varient suivant le régime de marche x_i . Nous avons admis une représentation linéaire des consommations auxiliaires électriques notées $(C_{ae})_i(x_i)$ du type :

$$(C_{ae})_i(x_i) = (a_e)_i x_i + (b_e)_i \quad (6)$$

Quant aux consommations auxiliaires en vapeur $(C_{av})_i(x_i)$, elles sont proportionnelles à la quantité $F_i(x_i)$ de fuel à préchauffer :

$$(C_{av})_i(x_i) = K_i \cdot F_i(x_i) \quad (7) \quad \left\{ \begin{array}{l} K_i = 0 \text{ pour le gaz.} \\ K_i = 8,5 \cdot 10^{-2} \text{ pour le fuel.} \end{array} \right.$$

$(C_{av})_i$ et F_i sont exprimés en T/h).

3.4. Coûts de démarrage.

a. Turboalternateurs.

La mise en route d'un turboalternateur comprend deux étapes : une mise en température de la turbine par condensation de vapeur dans la turbine et une mise en pression et régime de la turbine par ouverture progressive de l'arrivée de vapeur 60 bars. Les coûts correspondants sont chiffrés en tonnes de vapeur 60 bars.

b. Chaudières.

Pour les chaudières, ces coûts de démarrage évaluent, en tonnes de fuel, l'énergie dépensée au cours des six heures de préchauffage.

Mais, à cause des chocs thermiques occasionnés par des changements d'état répétés, il existe une fréquence maximale des démarrages que l'on admet être de l'ordre de quinze jours. La prise en compte de cette

contrainte n'a de sens que sur un horizon d'optimisation dynamique long de plusieurs quinzaines. Comme l'horizon envisagé est bien plus court (cf. chapitre V § 5), on doit renoncer à en tenir compte directement. Toutefois, une façon indirecte de la répercuter consiste à augmenter suffisamment les coûts de démarrage de sorte que les solutions proposées la respectent.

4. Analyse des contrats E.D.F. et G.D.F.

Pour les fournitures d'électricité et de gaz, l'usine a souscrit des contrats qu'il faut essayer d'utiliser le plus avantageusement.

En ce qui concerne l'électricité, comme l'autoproduction et, par voie de conséquence le complément indispensable livré par EDF, est subordonnée au niveau de production en vapeur 6 bars, la seule action envisageable, vis à vis du contrat EDF, serait de rejeter de la vapeur 6 bars à l'atmosphère pour autoproduire davantage. Mais cette éventualité n'est pas actuellement, économiquement valable : le KWh ainsi produit revient deux fois plus cher que le KWh EDF.

En ce qui concerne le gaz, comme on a la latitude d'alimenter la grosse chaudière soit au fuel, soit au gaz, il s'agit, compte tenu des clauses contractuelles GDF de choisir le combustible le moins onéreux. Si ce choix était trivial jusqu'à maintenant, à cause du prix très inférieur de la thermie gaz, il risque de devenir plus problématique, depuis que se dessine une tendance à l'alignement sur le prix de la thermie fuel. Nous avons donc réfléchi à la manière de l'intégrer dans l'optimisation dynamique. En fait, par le jeu des provisions mensuelles, des pénalisations en cas de dépassement des limites inférieures ou supérieures de consommation, du plafonnement du prix de la thermie gaz par un prix indexé sur le prix du fuel et recalculé trimestriellement, le prix réel de la thermie gaz n'est connu qu'une fois l'année gazière écoulée. Cela conduit à la formulation d'un problème dynamique sur un horizon d'un an dans lequel l'état contient non seulement la quantité de gaz consommée depuis le début de l'année, mais aussi le prix instantané de la thermie gaz recalculé avec les pénalités. La commande en est la consommation de gaz ; le critère se compose d'un coût intégral chiffrant la différence de coût entre une consommation gaz et une consommation fuel et d'un coût final non nul en cas de non consommation d'un minimum annuel. Outre la difficulté de

formaliser la dynamique du prix de la thermie gaz (complexité du contrat), deux obstacles se posent :

- l'inadéquation des horizons de cette optimisation -l'année- et de l'optimisation dynamique -une, voire quelques semaines. Il est surmontable en imaginant une structure hiérarchisée : à un niveau supérieur, optimisation de l'utilisation du gaz avec un modèle agrégé du fonctionnement de la centrale au cours de l'année (et qui resterait à construire) qui renseignerait le niveau inférieur "optimisation dynamique" sur le combustible à employer.
- l'évolution du prix du fuel impossible à prévoir dans le contexte actuel. À cause de ce dernier point, nous avons renoncé à poursuivre cette étude annexe d'autant plus que le prix instantané du gaz après réajustement ne diffère que peu du prix instantané ordinaire.

Dans la suite, nous supposons que :

(H₂) "la grosse chaudière est alimentée au gaz."

1. Prévision de la demande.

Comme nous l'avons dit précédemment, il est impératif, pour prendre les décisions d'arrêt et de marche des équipements à bon escient, de prévoir la demande future globale en vapeur 60 bars et celle en vapeur 6 bars. Une procédure a été instaurée à Chalampé, dont voici les grandes lignes :

1.1. On connaît les prévisions de marche des ateliers, formulées en tonnes de produit, pour une période de trois mois, détaillées jour par jour pour les sept jours qui suivent, regroupées par semaine pour les trois semaines suivantes et enfin par mois. Ces prévisions sont remises à jour quotidiennement sur un horizon glissant de trois mois. Pour chaque atelier, on les convertit en prévisions de consommation en vapeur en les multipliant par un coefficient appelé "consommation spécifique de l'atelier". Cette grandeur est le rapport moyen entre le tonnage et la quantité de vapeur consommée sur une période donnée. Elle a été estimée grâce aux documents comptables des fabrications et contrôlée par mesure ; mais, ces consommations spécifiques, qui actuellement sont des constantes, semblent varier sensiblement avec le niveau de marche de l'atelier et il serait souhaitable ultérieurement de les faire dépendre du régime de marche.

1.2. On totalise ces prévisions pour tous les ateliers d'un même réseau et on les affecte d'un "coefficient de distribution" propre à chaque réseau et qui traduit l'écart entre les débits mesurés en entrée (centrale thermique pour la vapeur, EDF et turboalternateurs pour l'électricité) et les débits mesurés en sortie (consommateurs) dus aux incompétés, aux pertes diverses et aux erreurs de comptage. Ces coefficients sont réactualisés périodiquement.

On obtient ainsi les prévisions de la demande en vapeur 60 bars et en vapeur 6 bars (exemple de tableaux de prévision figure 1) notées respectivement DP_1 et DP_2 .

2. Erreurs de prévision.

De la confrontation de ces prévisions avec les enregistrements journaliers des débits instantanés mesurés à la sortie des générateurs, il ressort que :

PREVISIONS DE CONSOMMATIONS D'UTILITES

UTILITE	UNITE	DATES TRAVAILER				SEMAINES SUIVANTES				MOIS SUIVANTS										
		1	2	3	4	du 15/04 au 31/04	du 22/04 au 28/04	du 29/04 au 4/05	du 5/05 au 11/05	du 12/05 au 30/05										
ELECTRICITE TURBINES	KWH	8	9	10	11	12	13	14												
ELECTRICITE ENF. POUV. ELECTRICITE MOYENNES P. I	KWH	33079	319304	326910	321620	316416	316116	308164	311135	3304471	3370334	3451056	3703957							
ELECTRICITE MOYENNES	KWH	64326	42637	130936	130936	130936	130936	130936	94457	647498	573887	930924	3230954							
ELECTRICITE MOYENNES	KWH	331113	361841	357919	357919	357919	357919	357919	44049	3058902	2951969	2944274	3082880							
ELECTRICITE EDF : ACHETEE	KWH	310666	318877	407276	407276	569162	569162	569162	3996492	3702124	3604779	3943041	15506695							
PRODUCTION TOTALE V 60 SORTIE CHAUDIERE	M	5183	5755	4330	4330	4161	4161	5261	36480	38051	41662	36880	168752							
PRODUCTION TOTALE V 60 SORTIE CENTRALE	M	1738	1738	1403	1403	1403	1403	1693	11859	13699	14034	11859	54523							
PRODUCTION TOTALE V 50 SORTIE CENTRALE	M	712	185	712	712	712	712	712	504	504	504	504	2160							
PRODUCTION V 50 D. SORTIE CENTRALE	M	879	990	789	789	413	413	667	4672	5166	5313	4713	23098							
PRODUCTION V 6 P. SORTIE CENTRALE	M	2114	2700	1919	1919	2081	2081	2605	17908	19477	20045	18198	82062							

Figure 1

- le total journalier prévu diffère notablement de celui qui se réalise effectivement (l'écart pouvant atteindre 50 % en valeur absolue).

- la demande varie au cours de la journée (cf. figures 2 et 3) avec une amplitude maximale de 15 à 20 % par rapport à la moyenne de la journée. Ces dernières fluctuations peuvent être "épongées" en temps réel, par modification des points de consignes des générateurs en fonctionnement, si une marge de sécurité suffisante a été observée. Par contre, les écarts journaliers doivent être anticipés pour éviter une impasse ; ils sont dus, entre autres, à des mises en route ou arrêts différés de processus de fabrication entraînant une modification des besoins en énergie non connue en temps voulu, à des facteurs non maîtrisables influant sur la charge -conditions météorologiques par exemple-

Le planning de prévisions ne suffit donc pas à représenter les demandes journalières. Par contre, comme il résume certaines variables exogènes (carnets de commandes, plannings de fabrication ...), nous l'avons assimilé à la composante déterministe ("imprédictible") de la demande et nous lui avons superposé une erreur de prévision, modélisée de façon endogène.

Notons que cette erreur de prévision n'est pas définie de manière unique, puisque une même journée t fait l'objet de plusieurs prévisions - à cinq dates de $[t-1, t-7]$ -. parfois considérablement différentes. (cf. tableau figure 4.).

Par souci d'homogénéité, nous convenons d'appeler "erreur de prévision" ou "aléa" du jour t la différence $A(t)$ entre la prévision de consommation la plus récente $DP(t)$ faite pour ce jour. (qui n'est pas forcément la plus exacte) et la consommation réelle $D(t)$ et nous écrivons :

$$(H) \quad "D(t) = DP(t) - A(t)"$$

Remarque : Nous nous sommes intéressés à l'écart $A(t)$ plutôt qu'au pourcentage d'erreur autour de la demande prévue $DP(t)$ car il y a, semble-t-il assez peu de corrélation entre la valeur absolue de cette erreur et la demande prévue, pour la vapeur 60 bars du moins (coefficient empirique de -0,25, alors que pour la vapeur 6 bars ce même coefficient est de -0,43.).

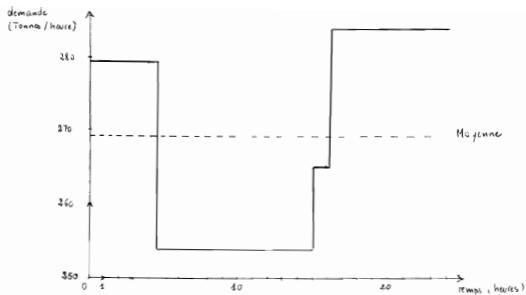


Fig 2. VAPEUR 60 BARS

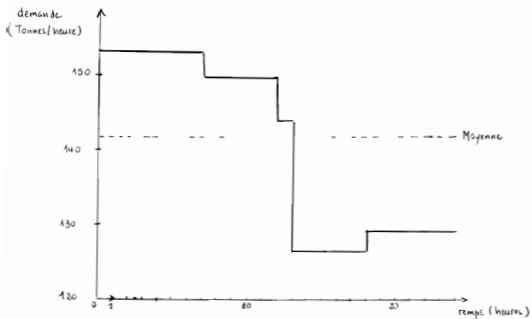


Fig 3 VAPEUR 6 BARS

REVISIONS A												
T-1	6940	7100	7353	7553	6059			4742	4350	5194		
T-2		7103	7248	7452	7452	6454			4349	5091		
T-3			7103	7448	7368	7152	5548			5091		
T-4	6304			7451	7364	6941	5203	4338				
T-5	7475	7114			7367	6236	4993	4594	4546			
T-6	7707	6464	7481			6940	6590	4524	4200	5276		
T-7	5014	6733	7462	7481			4333	4589	4200	4332		
REALISÉ	6370	5485	5910	5719	5402	6941	6314	5153	4572	4349		

Figure 4

3. Différents types de modélisation des erreurs de prévision.

A servi de base pour cette modélisation la série chronologique des erreurs de prévision $A_1(t)$ vapeur 60 bars et $A_2(t)$ vapeur 6 bars sur la période du 22 Octobre 1979 au 12 Octobre 1980.

3.1. Modèle non statistique

La façon la plus simpliste de modéliser l'erreur de prévision vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) est de se contenter de délimiter la plage $[A, \bar{A}]$ à l'intérieur de laquelle les aléas prennent leurs valeurs.

Chaque jour t , on considère que la demande en vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) est quelconque à l'intérieur du tube

$$T(t) = [DP(t) - \bar{A}, DP(t) - A]$$

et on est amené à aborder l'optimisation dynamique sous l'angle du "worst case design" (cf. BERNHARD et BELLEC [7]).

Vu la longueur de $[A, \bar{A}]$, de l'ordre de 5000 tonnes pour la vapeur 60 bars - respectivement 3700 tonnes pour la vapeur 6 bars - on risque, avec cette approche, de choisir des politiques de décision trop prudentes et donc peu performantes lorsqu'on les mettra en oeuvre. Il nous a paru préférable de regarder les aléas comme un processus stochastique dont la série chronologique est une réalisation et d'analyser cette série pour retirer toute la substance qu'elle apporte en elle-même.

3.2. Les modèles statistiques.

A partir du moment où on attribue un caractère stochastique aux demandes $D_1(t)$ et $D_2(t)$, c'est le processus stochastique bidimensionnel $(A_1(t), A_2(t))$ qui est mis en cause et, compte-tenu de la relation (1) page 7 il ne se résout sans doute pas à deux processus unidimensionnels indépendants :

$$\text{en effet } A_1(t) = A_3(t) + A_2(t)$$

$$(A_3(t) \text{ aléa sur } D_3(t))$$

d'où covariance $[A_1(t), A_2(t)] = \text{covariance } [A_3(t), A_2(t)] + \text{variance } [A_2(t)]$
 Ainsi, même si $A_3(t)$ et $A_2(t)$ sont indépendants, $A_1(t)$ et $A_2(t)$
 ne le sont pas.

La covariance empirique entre $A_1(t)$ et $A_2(t)$, de l'ordre de 0,72, confirme
 ces présomptions.

Toutefois, comme la représentation d'un processus stochastique bidimensionnel
 fait appel à davantage de paramètres et que nous ne disposons que d'un nombre
 relativement faible de données pour l'identifier, nous émettons l'hypothèse
 suivante :

(H₄) " $A_1(t)$ et $A_2(t)$ sont des processus stochastiques indépendants".

Cette hypothèse est d'ailleurs indispensable si on veut résoudre séparément
 les problèmes de gestion optimale pour les chaudières et les turboalternateurs.
 Ce point sera discuté plus loin.

- Remarques préliminaires sur le traitement statistique.

Pour le traitement statistique d'une série temporelle $(x_t)_{t=1, \dots, N}$
 il importe de savoir si la série est stationnaire et, dans la négative, de se
 ramener par des transformations simples (et inversibles) à une série
 stationnaire $(w_t)_{t=1, \dots, N}$ pour laquelle, en rajoutant l'hypothèse
 d'ergodicité, la moyenne, covariance ... peuvent être estimées par moyennage
 sur le temps. Les estimateurs auxquels nous ferons référence dans cette
 étude sont :

$$\text{pour la moyenne } \mu : \hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N w_t \quad (8)$$

pour les covariances

$$\gamma_k = \text{covariance } (w_t, w_{t-k}) : \hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=k+1}^N (w_t - \hat{\mu})(w_{t-k} - \hat{\mu}) \quad (9)$$

$$\text{pour les corrélations } \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} : \hat{r}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \quad (10)$$

(On discute cf. PARZEN [28], JENKINS AND WATTS [23] le choix du diviseur N
 ou $N-k$ dans l'estimation de γ_k ; telle qu'elle est donnée, l'estimation
 de γ_k est biaisée mais a une variance plus faible et la matrice de
 covariance qui lui est attachée est définie positive) ; nous appellerons
 "corrélogramme" l'ensemble des $r_{k=0,1,2, \dots}$.

Parmi les principaux facteurs de non stationnarité (cf. KENDALL [24] ou CRANGER [19]) citons- les tendances : elles s'éliminent par des différences finies successives sur la série : $x_t^1 = x_t - x_{t-1}$; $x_t^2 = x_t^1 - x_{t-1}^1$, etc... jusqu'à stationnarité.

- les saisonnalités de longueur L : elles sont résorbées par des différences à long terme sur la série $x_t^L = x_t - x_{t-L}$. En cas d'échec après combinaison simultanée de ces deux opérations, on peut recourir à des transformations plus complexes (transformation logarithmique ... BOX and COX [10]).

Les moyens de juger de la stationnarité, outre la nature même de la série, qui bien souvent, laisse présumer le caractère stationnaire ou non, sont :

- l'inspection visuelle du graphe de la série : par exemple une tendance en moyenne se caractérise par des oscillations autour d'une valeur croissant de manière continue ...
- le comportement du corrélogramme : on montre que pour une série stationnaire, les coefficients d'autocorrélation décroissent rapidement vers 0 en oscillant autour de cette valeur (cf. BOX et JENKINS [11]).
- la comparaison des variances des séries différenciées : la variance décroît tant que la stationnarité n'est pas atteinte et recroît si on surdifférencie.

L'application de ces critères à la série des aléas 60 bars comme à celle des aléas 6 bars justifie l'hypothèse :

(H₅) "A₁(t) et A₂(t) sont des processus stationnaires".

Parmi les modèles statistiques, le plus élémentaire est le modèle "bruit blanc" pour lequel les réalisations successives $x_1, x_2, \dots, x_t, x_{t+1}, \dots$ sont indépendantes ; son identification revient alors à estimer, en continu, la densité de probabilité, indépendante du temps (hypothèse de stationnarité) à support $[\underline{A}, \bar{A}]$.

$$\forall x \in [\underline{A}, \bar{A}], p(x) = \text{probabilité } \{A(t) \in [x, x + dx]\}.$$

voire, en discret, les probabilités p_i de chaque intervalle de discrétisation de $[\underline{A}, \bar{A}]$, l'estimateur du maximum de vraisemblance de p_i étant :

$$\hat{\rho}_i = \frac{n_i}{\sum_j n_j} = \frac{n_i}{n} \quad \text{où } n_i = \text{nombre d'observations dans le } i^{\text{e}} \text{ intervalle.}$$

Des tests pour déterminer si une série $(x_t)_{t=1, \dots, n}$ est ou non la réalisation d'un bruit blanc gaussien sont mentionnés dans GRENANDER-ROSENBLATT [20], HANNAN [21]. On peut exploiter aussi l'approximation de BARTLETT [3] relative à la variance des autocorrélations estimées d'un processus gaussien :

$$\text{si } \rho_k = 0 \text{ pour } k > q, \text{ alors variance } [r_k]_{k>q} = \frac{1}{n} \left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^q \rho_j^2 \right\} \quad (11)$$

ce qui pour un bruit blanc ($\rho_j = 0 \quad \forall j > 1$) se traduit par :

$$\text{variance } [r_k]_{k=1,2,\dots} = \frac{1}{n} \quad (12)$$

On définit ainsi un intervalle de confiance à 95 % de non significativité des coefficients d'autocorrélation donné par les limites $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$.

Cette technique, expérimentée sur chacune de nos séries, a révélé que les réalisations des aléas 60 bars ainsi que celles des aléas 6 bars sont statistiquement corrélés et nous appellerons ordre de ces processus le nombre des observations des jours précédents qui résument toute l'information contenue dans les observations passées. Pour représenter paramétriquement ces séries, (les représentations non paramétriques qui font l'objet de l'analyse spectrale cf. GRANGER [19] présentent peu d'intérêt dans le contexte de notre étude), nous avons trouvé dans la littérature principalement deux grandes directions d'approche :

• les modèles gaussiens linéaires :

- représentations markoviennes pour les modèles d'état (en temps discret ou continu) dont le problème de la réalisation est abordé dans FAURRE [16]-RUCKEBUSCH [30].
- ou modèles ARMA (Autoregressive moving average) dans les méthodes de BOX-JENKINS [11], utilisés fréquemment en économie. Notons que des travaux récents ont montré, que par des transformations mathématiques, on passait des uns aux autres et que les méthodes de prédiction faites avec les ARMA étaient en fait équivalentes au filtre de Kalman (BENSOUSSAN [5]).

Pour ces modèles linéaires, l'identification comporte à la fois la détermination de l'ordre du modèle et l'estimation des paramètres dans la sous-classe sélectionnée, l'objectif étant d'obtenir un modèle qui "colle" bien aux données, tout en utilisant un nombre aussi faible que possible de paramètres. (principe de "parsimonie").

. les modèles markoviens non linéaires : chaînes de Markov en discret dont l'équivalent continu est le processus de diffusion [cf. QUADRAT-DELBECQUE [5]].

Avec cette approche, aucune hypothèse sur la linéarité n'est faite à priori, mais on s'impose l'ordre du processus.

Nous avons exploré simultanément ces deux structures de modèles : ARMA et chaîne de Markov (comme nous travaillons en discret, il est peu recommandé d'identifier un processus de diffusion pour le digitaliser ensuite) afin de dégager les avantages et les inconvénients de l'utilisation de chacune dans l'optimisation dynamique.

4. Modélisation à la BOX et JENKINS.

4.1. Les modèles ARMA et leur identification.

Nous nous contentons ici d'exposer brièvement le principe de la méthode; pour plus de détails on se reportera soit à BOX-JENKINS [11] soit à ANDERSON [2]. Etant donné une série temporelle (z_t) stationnaire, gaussienne, de moyenne nulle, un modèle ARMA (p,q) est un mélange :

- d'un modèle autoregressif d'ordre p - AR(p) - qui explique la valeur z_t par la somme d'un terme purement aléatoire et d'une pondération des valeurs antérieures $z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-p}$.

- et d'un modèle moyenne mobile d'ordre q - MA(q) - qui, lui, explique la valeur z_t par la somme d'un terme aléatoire et d'une pondération des résidus des dernières observations $z_{t-1} - \theta_{t-1}, z_{t-2} - \theta_{t-2}, \dots, z_{t-q} - \theta_{t-q}$ (θ_i : valeur prévue pour l'instant i) ; sa forme générale s'écrit :

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \dots + \varphi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (13)$$

a_t variables aléatoires centrées, indépendantes, de variances σ_a^2 . En fait, tout AR(p) peut se mettre sous la forme d'un MA(∞). et vice-versa, tout MA(q) peut se mettre sous la forme d'un AR(∞). L'intérêt du ARMA (p,q) réside dans la minimalité du nombre des paramètres explicités.

Lorsqu'on se propose de déterminer le modèle (13) pour une série chronologique $(x_t)_{t=1, \dots, N}$ stationnaire, après avoir vérifié, en construisant son histogramme, que l'hypothèse de normalité était légitime, trois phases se succèdent, avec éventuellement des itérations voire des retours en arrière :

a. Choix de l'ordre p_0 de la partie AR et de l'ordre q_0 de la partie MA. Il est guidé par l'examen du graphe des autocorrélations estimées (noté A.C.F.) $\{\hat{r}_k\}_{k=1, 2, \dots, K}$ (cf. définition (10) de r_k page 19) et du graphe des autocorrélations partielles estimées (noté P.A.C.F) $\{\hat{\phi}_{kk}\}_{k=1, 2, \dots, K}$ (K de l'ordre de $\frac{N}{4}$ suffit pour N observations) obtenues en remplaçant ρ_i par r_i dans la ⁴ formule de définition :

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\text{dét} \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-4} & \rho_3 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & & \rho_1 & \rho_k \end{bmatrix}}{\text{dét} \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_{k-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & 1 \end{bmatrix}} \quad (14)$$

Il s'interprète comme la corrélation partielle entre x_t et x_{t-k} , les autres variables $x_{t-1}, \dots, x_{t-k+1}$ étant fixées.

On montre que si $\varphi_{kk} = 0$ pour $k > q$, alors variance $[\hat{\varphi}_{kk}]_{k > q} \approx \frac{1}{N}$ (15)

Par référence au comportement des A.C.F. et P.A.C.F. des modèles théoriques :

si les $(\hat{\varphi}_{kk})$ ressemblent à un bruit blanc de moyenne nulle et de variance $\frac{1}{N}$ au-delà d'un rang p , on opte pour un AR(p) : $\begin{cases} p_0 = p \\ q_0 = 0 \end{cases}$

si les $(r_k)_{k > q}$ sont analogues à un bruit blanc de moyenne nulle et de

variance $\frac{1}{N} (1 + 2 \sum_{l=1}^q r_l^2)$ (cf. formule (11) page 21), on sélectionne un

MA(q) $\begin{cases} p_0 = 0 \\ q_0 = q \end{cases}$.

si les (r_k) et les $(\hat{\varphi}_{kk})$ s'étendent à l'infini, on s'oriente vers un ARMA. Comme bien souvent en pratique, $p+q \leq 2$, on essaie d'abord un ARMA (1,1).

b. calcul des paramètres qui optimisent l'adéquation du modèle soit à la série observée elle-même, soit à la série $(x_t - \mu)$ si la moyenne estimée $\hat{\mu}$ (cf. (8) page 19) est significativement différente de 0.

c. vérification de la validité du modèle en s'assurant que, d'une part, les résidus du modèle estimé se comportent quasiment comme un bruit blanc et, d'autre part, une suridentification n'améliore pas la variance du bruit résiduel.

De plus, si plusieurs modèles sont en compétition, on peut recourir à certains critères caractérisant la qualité de l'identification (AKAIKE [1]).

4.2. Résultats et commentaires.

Nous nous sommes servis du programme d'identification que possède le centre de calcul de Rhône-Poulenc pour traiter les réalisations disponibles au moment où nous avons effectué les "passages machine". (224 observations).

Vapeur 60 bars : (cf. Annexe II.).

Les résultats doivent être considérés avec prudence du fait que l'histogramme ne ressemble pas à celui d'une loi normale, mais présente deux "bosses" (correspondant peut-être à un manque d'homogénéité dans la façon

d'établir les prévisions). Un modèle autoregressif d'ordre deux (éventuellement d'ordre trois ; dans le contexte actuel la suridentification est peu justifiée. Les coefficients du AR(3) ne diffèrent pas de façon significative de ceux du AR(2) et la variance des résidus n'est pas sensiblement diminuée) permet d'obtenir un bruit résiduel à peu près blanc mais de variance encore élevée $\sigma_a^2 = (518,5)^2$ comparée à celle de la série initiale

Vapeurs 6 bars : (cf. Annexe II.).

L'histogramme se rapproche davantage d'une allure gaussienne. Un modèle autoregressif d'ordre 1 semble, pour le moment, suffire.

La variance des résidus est $\sigma_a^2 = (411,8)^2$.

La largeur de la variance du bruit blanc résiduel s'explique par le peu de fidélité des prévisions faites : elle pourrait être réduite par une meilleure connaissance des consommations spécifiques et notamment l'utilisation de courbes de consommations spécifiques.

L'avantage de cette méthode réside dans le faible nombre de paramètres à estimer ce qui ne nécessite pas une série observée très longue (en principe une centaine d'observations suffit). Par contre l'ordre retenu pour la vapeur 60 bars (2 voire 3), quoique intrinsèquement guère élevé, risque d'alourdir considérablement l'optimisation dynamique [cf. chapitre V §1] et aucun profit, en revanche, n'est retiré de la structure linéaire. Aussi la seconde approche semble-t-elle plus attractive.

5. Chaînes de Markov

A notre connaissance, il n'existe pas de tests statistiques permettant de déterminer l'ordre d'une chaîne de Markov. On peut estimer l'entropie des lois de probabilité conditionnelles $p(x_t), p(x_t|x_{t-1}), p(x_t|x_{t-1}, x_{t-2})$ etc... et, compte-tenu des propriétés de l'entropie conditionnelle (cf. CALLAGER [17]) s'arrêter à l'ordre à partir duquel l'entropie cesse de décroître. Cependant, alors qu'avec un modèle linéaire les non linéarités éventuelles du processus sont compensées au prix d'un ordre élevé, il ne paraît pas déraisonnable -et les ordres 2 et 1 des modèles linéaires identifiés pour les vapeurs 60 bars et 6 bars respectivement nous réconfortent dans notre intention- de rendre compte des aléas avec une chaîne de Markov d'ordre 1. Il est nécessaire, en premier lieu, de discrétiser la plage $[A, \bar{A}]$ en un nombre NA d'intervalles avant d'identifier la chaîne de Markov stationnaire à NA états c'est à dire

les NA^2 coefficients p_{ij} de la matrice de transition

$$p_{ij} = \text{probabilité } (A(t) \in \text{classe } i | A(t-1) \in \text{classe } j)$$

Le pas de discrétisation doit être choisi de telle sorte que les décisions préconisées par l'optimisation dynamique ne soient pas trop sensibles au biais introduit par la quantification. Dans ce but, nous avons pris l'amplitude de l'intervalle de discrétisation de l'ordre du tiers de la plus petite capacité journalière des générateurs (480t pour la vapeur 60 bars et 600 t pour la vapeur 6 bars). La plage $[\underline{A}, \bar{A}]$ est aussi couverte avec

$$NA_1 = 11 \text{ intervalles pour la vapeur } 60 \text{ bars.}$$

$$NA_2 = 7 \text{ intervalles pour la vapeur } 6 \text{ bars.}$$

Le lemme suivant renseigne sur l'estimateur du maximum vraisemblance de la matrice de transition.

Lemme : étant donné une séquence observée $\{i(t); t=1, \dots, N\}$ où $i(t)$ prend ses valeurs dans $\{1, \dots, NA\}$, soit N_{ij} le nombre de fois où l'on a observé la séquence $\{i(t) = j, i(t+1) = i\}$, alors si on considère que cette séquence a été produite par une chaîne de Markov à NA états, l'estimateur \hat{p}_{ij} du maximum de vraisemblance est :

$$\hat{p}_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_i N_{ij}} \quad (15)$$

Preuve : La probabilité de la séquence observée connaissant $i(1)$ est :

$$P_{i(2)|i(1)} P_{i(3)|i(2)} \dots P_{i(n)|i(n-1)} = \prod_{ij} p_{ij}^{N_{ij}}$$

si $\{p_{ij}\}_{i=1, \dots, NA}$ est la matrice de transition inconnue.
 $j=1, \dots, NA$

Les estimateurs du maximum de Vraisemblance $(\hat{p}_{ij})_{i=1, \dots, NA}$ s'obtiennent en
 $j=1, \dots, NA$

$$\begin{aligned} \max_{p_{ij}} \prod_{i,j} p_{ij}^{N_{ij}} \quad \text{sous } \sum_i p_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, NA \\ p_{ij} > 0 \quad \forall i = 1, \dots, NA \\ \forall j = 1, \dots, NA \end{aligned}$$

Il est évident qu'à l'optimum $N_{ij} \neq 0 \Rightarrow p_{ij} \neq 0$

En posant $p_{ij} = 0$ si $N_{ij} = 0$, en prenant le logarithme du critère à maximiser et en dualisant les contraintes de normalisation (multiplicateurs λ_j), le lagrangien s'écrit

$$\sum_{i,j} N_{ij} \log p_{ij} + \sum_j \lambda_j (\sum_i p_{ij} - 1)$$

Les conditions de stationnarité en $p_{ij} > 0$ sont :

$$\frac{N_{ij}}{p_{ij}} + \lambda_j = 0 \Rightarrow p_{ij} = -\frac{N_{ij}}{\lambda_j}$$

en sommant : $1 = \sum_i p_{ij} = -\sum_i N_{ij} \times \frac{1}{\lambda_j} = \lambda_j = -\sum_i N_{ij}$

d'où $p_{ij} = +\frac{N_{ij}}{\sum_i N_{ij}}$ cqfd ■

A l'aide d'un programme, spécialement écrit à cet effet, nous avons estimé, avec 287 observations, les matrices de transition pour la vapeur 60 bars et pour vapeur 6 bars.

Vapeur 60 bars

	1,000								
	0,500		0,250	0,250					
0,071	0,214	0,429	0,143		0,071	0,071			
	0,095	0,452	0,405			0,024	0,024		
0,014	0,029	0,188	0,507	0,130	0,101	0,029			
	0,027	0,081	0,270	0,324	0,189	0,081		0,027	
	0,019	0,019	0,039	0,250	0,462	0,173	0,019	0,019	
0,059			0,029	0,029	0,353	0,324	0,176	0,029	
				0,056	0,111	0,111	0,556	0,167	
		0,100				0,500	0,100	0,200	0,
									1,000

0,5	0,5							
	0,615	0,154	0,231					
0,012	0,012	0,630	0,309	0,037				
	0,010	0,222	0,576	0,182	0,010			
	0,017	0,085	0,254	0,525	0,119			
			0,167	0,208	0,542	0,083		
				0,5	0,5			

La mauvaise "qualité" de ces matrices, notamment de celle des aléas 60 bars, fait ressortir l'inconvénient majeur de cette modélisation : un nombre élevé NA^2 de paramètres à identifier ce qui nécessite des séries chronologiques très longues. (On compte généralement une vingtaine de données par paramètre à estimer).

Toutefois, pour faciliter l'optimisation dynamique, c'est cette modélisation (H_5) " $A_1(t)$ et $A_2(t)$ sont des chaînes de Markov de matrices de transition respectives $M_1(NA_1 \times NA_1)$ et $M_2(NA_2 \times NA_2)$ ", que nous avons retenue, quitte à estimer M_1 et M_2 par d'autres techniques suggérées dans le paragraphe suivant.

6. Combinaison des deux approches.

L'obstacle venant du fait que la série chronologique analysée n'est pas suffisamment "étouffée" pour une identification robuste, pourrait être surmonté, en utilisant les modèles AR identifiés en vue de simuler des séries aussi longues que souhaitable et qui serviraient de base à l'estimation des coefficients de la chaîne de Markov. Nous n'avons pas expérimenté ce procédé. Par contre, nous avons établi, par des calculs analytiques les liens entre les deux types de modèles.

6.1. Passage d'un AR (1) à une chaîne de Markov.

Soit un processus stationnaire x_t de moyenne m , représenté par un modèle autoregressif d'ordre 1 d'équation :

$x_{t-m} = \varphi(x_{t-1-m}) + a_t$ où a_t est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart type σ : Probabilité $(a_t < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du$

Lemme : La loi invariante de x_t est une gaussienne de moyenne m et d'écart type Σ vérifiant :

$$\Sigma^2 = \varphi^2 \Sigma^2 + \sigma^2.$$

c à d
$$\Sigma^2 = \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2} \quad (16)$$

preuve :
$$\begin{aligned} \mathbb{E}[(x_{t-m})(x_{t-m})] &= \mathbb{E}[(\varphi(x_{t-1-m})+a_t)(\varphi(x_{t-1-m})+a_t)] \\ &= \varphi^2 \mathbb{E}[(x_{t-1-m})(x_{t-1-m})] + \mathbb{E}[a_t a_t] \\ &\quad + 2\varphi \mathbb{E}[a_t(x_{t-1-m})] \end{aligned}$$

du fait de la stationnarité $\mathbb{E}[(x_{t-1-m})(x_{t-1-m})] = \Sigma^2$

du fait de la non corrélation de a_t avec x_{t-1} $\mathbb{E}[a_t(x_{t-1-m})] = 0$

d'où
$$\mathbb{E}[(x_{t-m})(x_{t-m})] = \varphi^2 \mathbb{E}[(x_{t-m})(x_{t-m})] + \mathbb{E}[a_t a_t].$$

Lemme : La loi conditionnelle de x_t connaissant x_{t-1} est une gaussienne de moyenne $m + \varphi(x_{t-1}-m)$ et d'écart type σ .

Preuve : Probabilité $(x_t < x | x_{t-1} = y) = \text{Probabilité } (\varphi y - \varphi m + a_t + m < x)$

$$\begin{aligned} &= \text{Probabilité } (a_t < x - [m + \varphi(y-m)]) \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x - [m + \varphi(y-m)]} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{[u - m - \varphi(y-m)]^2}{2\sigma^2}} du \quad \text{qfd} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Reste à discrétiser cette loi conditionnelle pour calculer la matrice de transition de la chaîne de Markov qui lui est associée.

La méthode indiquée ci-dessous est valable pour une densité de probabilité conditionnelle $\Psi(x|y)$ gaussienne de moyenne $\psi(y)$ et de variance S^2 :

$$\Psi(x_0|y_0) = \text{probabilité } (x \in [x_0, x_0+dx] | y=y_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x_0 - \psi(y_0))^2}{S^2}}$$

Si l'intervalle de discrétisation $[\underline{A}, \bar{A}]$ est divisé en NA classes de longueur Δ telle que $NA \cdot \Delta = \bar{A} - \underline{A}$, nous avons :

$$\begin{aligned} \Psi^j(y_0) &= \text{Probabilité } (x \in \text{classe } j | y = y_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A} + (j-1)\Delta}^{\underline{A} + j\Delta} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x - \psi(y_0))^2}{S^2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A} + (j-1)\Delta - \psi(y_0)}^{\underline{A} + j\Delta - \psi(y_0)} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx \end{aligned}$$

Pour éviter les effets de bord on convient que :

$$\begin{aligned} \Psi^1(y_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{-\infty}^{\underline{A} - \psi(y_0)} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx. \\ \Psi^{NA}(y_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A} + (NA-1)\Delta - \psi(y_0)}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx. \end{aligned}$$

de sorte que

$$\sum_{j=1}^{NA} \Psi^j(y_0) = 1$$

Alors probabilité $(x \in \text{classe } j | y \in \text{classe } i) = \int_{\underline{A} + (i-1)\Delta}^{\underline{A} + i\Delta} \Psi^j(y) \frac{dy}{\Delta}$

$$\text{soit } p_{ji} = \frac{1}{\Delta} \int_{\underline{A} + (i-1)\Delta}^{\underline{A} + i\Delta} \Psi^j(y) dy$$

On est ramené à calculer l'intégrale de $\Psi^j(y)$ sur $[\underline{A} + (i-1)\Delta, \underline{A} + i\Delta]$

$\forall j = 1, \dots, NA$ et $\forall i = 1, \dots, NA$. On y parvient numériquement après avoir évalué $\psi^j(y)$ en un nombre suffisamment grand de points de discrétisation de l'intervalle $[\underline{A} + (i-1)\Delta, \underline{A} + i\Delta]$. (cf. annexe II).

6.2. Passage d'un AR(2) à une chaîne de Markov.

Soit un processus stationnaire x_t de moyenne m décrit par un modèle autorégressif d'ordre 2 d'équation :

$$x_t - m = \varphi_1(x_{t-1} - m) + \varphi_2(x_{t-2} - m) + a_t$$

avec a_t bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart-type σ .

Lemme : a) La loi stationnaire de x_t est une gaussienne de moyenne m et d'écart-type Σ .

$$\Sigma = \sigma \sqrt{\frac{1 - \varphi_2}{(1 + \varphi_2)(1 + \varphi_1 - \varphi_2)(1 - \varphi_2 - \varphi_1)}} \quad (17)$$

b) La loi conjointe de (x_t, x_{t-1}) est la loi normale bidimensionnelle de densité

$$p(x_t, x_{t-1}) = \frac{1}{2\pi \Sigma^2 (1 - \rho^2)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1 - \rho^2)} \left[\frac{(x_t - m)^2 + (x_{t-1} - m)^2 - 2\rho(x_t - m)(x_{t-1} - m)}{\Sigma^2} \right] \right\} \quad (18)$$

où ρ est le coefficient de corrélation entre x_t et x_{t-1} .

$$\rho = \frac{\varphi_1}{1 - \varphi_2} \quad (19)$$

Preuve : Revenons à la représentation d'état :

$$X_t = \begin{pmatrix} x_t - m \\ x_{t-1} - m \end{pmatrix}$$

Le modèle s'écrit :

$$X_t = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X_{t-1} + \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soit $X_t = F X_{t-1} + v_t$

$$v_t \text{ bruit blanc tel que : } Q = \mathbb{E}(v_t v_t') = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

L'équation vérifiée par $P = E[X_t \cdot X_t']$, matrice de covariance de X_t , est :

$$P = PFF' + Q$$

Posant

$$P = \begin{pmatrix} \Sigma^2 & \rho \Sigma^2 \\ \rho \Sigma^2 & \Sigma^2 \end{pmatrix}$$

on a :

$$\begin{pmatrix} \Sigma^2 & \rho \Sigma^2 \\ \rho \Sigma^2 & \Sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma^2 & \rho \Sigma^2 \\ \rho \Sigma^2 & \Sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 & 1 \\ \varphi_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d'où les 2 équations :

$$\begin{cases} \Sigma^2 = (\varphi_1(\varphi_1 + \rho\varphi_2) + \varphi_2(\rho\varphi_1 + \varphi_2)) \Sigma^2 = \sigma^2 \\ \rho \Sigma^2 = (\varphi_1 + \rho\varphi_2) \Sigma^2 \end{cases}$$

soit $\rho(1 - \varphi_2) = \varphi_1 \Rightarrow \rho = \frac{\varphi_1}{1 - \varphi_2}$

puis $\Sigma^2 = \sigma^2 \frac{(1 - \varphi_2)}{(1 + \varphi_2)(1 - \varphi_2 + \varphi_1)(1 - \varphi_2 - \varphi_1)}$

Le 2e résultat annoncé est classique, une fois ρ connu. c.q.f.d ■

Lemme : La loi conditionnelle de x_t connaissant x_{t-1} est une gaussienne de moyenne $m + \frac{\varphi_1}{1 - \varphi_2} (x_{t-1} - m)$ et de variance $S^2 = \frac{\sigma^2}{(1 + \varphi_2)(1 - \varphi_2)}$ (20)

Preuve : probabilité $(x_t = x | x_{t-1} = u) = \frac{\text{probabilité}(x, u)}{\text{probabilité}(x_{t-1} = u)}$ (loi des probabilités conditionnelles).

$$\text{probabilité}(x_t = x | x_{t-1} = u) =$$

$$\frac{\sqrt{2\pi} \Sigma}{2\pi \Sigma^2 (1 - \rho^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1 - \rho^2)} \frac{(x - m)^2 + (u - m)^2 - 2\rho(x - m)(u - m)}{\Sigma^2}\right\} + \frac{1}{2} \frac{(u - m)^2}{\Sigma^2} \}$$

probabilité $(x_t = x | x_{t-1} = u)$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Sigma (1-\rho^2)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \frac{(x-m)^2 + \rho^2(u-m)^2 - 2\rho(x-m)(u-m)}{\Sigma^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Sigma \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \frac{(x-m-\rho(u-m))^2}{\Sigma^2} \right\}$$

$$\text{posant } S^2 = (1-\rho^2) \Sigma^2 = \Sigma^2 \left(1 - \frac{\varphi_1^2}{(1-\varphi_2)^2}\right)$$

$$\text{soit } S^2 = \frac{\sigma^2}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2)}$$

on a le résultat annoncé cqfd ■

On est à nouveau ramené au problème du calcul des probabilités conditionnelles partant d'une loi conditionnelle continue gaussienne et la méthode décrite au §6.1 s'applique $\psi(y) = m + \frac{\varphi_1}{1-\varphi_2} (y-m)$.

$$S^2 = \frac{\sigma^2}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2)}$$

6.3. Résultats.

La discrétisation des modèles AR(2) et AR(1) retenus pour l'aléa vapeur 50 bars et l'aléa vapeur 6 bars respectivement conduisent aux matrices de transition suivantes :

vapeur 60 bars : modèle $(z_t - 57,28) = 0,6433(z_{t-1} - 57,28) + 0,2007(z_{t-2} - 57,28) + a_t$

avec $\hat{\sigma}_a = 518,53$.

0,346	0,339	0,224	0,0070	0,011															
0,134	0,277	0,331	0,189	0,052	0,007														
0,034	0,140	0,304	0,315	0,156	0,037	0,004													
0,006	0,044	0,173	0,324	0,291	0,125	0,025	0,002												
	0,008	0,061	0,207	0,336	0,261	0,097	0,017	0,001											
	0,001	0,013	0,082	0,241	0,339	0,228	0,073	0,011											
		0,002	0,020	0,107	0,273	0,333	0,194	0,054	0,007										
			0,003	0,029	0,136	0,301	0,317	0,160	0,039	0,005									
				0,05	0,042	0,169	0,322	0,294	0,128	0,029									
					0,008	0,059	0,203	0,335	0,265	0,120									
L					0,001	0,013	0,080	0,237	0,339	0,321									

vapeur 6 bars : modèle $(z_t - 241,3) = 0,722(z_{t-1} - 241,3) + a_t$

avec $\hat{\sigma}_a = 411,77$.

0,328	0,496	0,159	0,009																
0,074	0,402	0,427	0,086	0,003															
0,007	0,137	0,483	0,324	0,040															
	0,019	0,230	0,510	0,216	0,017														
	0,001	0,045	0,339	0,474	0,126	0,006													
		0,004	0,094	0,439	0,389	0,067													
			0,010	0,171	0,501	0,310													

Bien entendu, ces matrices sont beaucoup plus "régulières" mais la comparaison avec les matrices estimées par voie directe est difficile : il faudrait, peut-être, définir, en liaison avec les performances obtenues lorsqu'on les utilise dans l'optimisation dynamique, un critère caractérisant leur "qualité".

Elle vise à répartir "au mieux" la charge instantanée sur les générateurs (chaudières ou turboalternateurs) en fonctionnement. Nous raisonnons ici sur une période d'une heure au cours de laquelle la demande est supposée constante.

1. Cas des chaudières.

Le critère à minimiser est le coût de production de la demande D horaire en vapeur 60 bars avec la configuration C , le coût optimal résultant sera noté $\bar{G}(C,D)$.

1.1. Formulation.

Soit I l'ensemble des indices des chaudières en marche dans la configuration P_i la puissance nominale (en tonnes/h) de la chaudière i et x_i la fraction de cette puissance à laquelle on règle la chaudière ; x_i varie dans la plage $[\underline{x}, \bar{x}]$.

$F_i(x_i)$ la quantité de combustible consommée par tonne de vapeur produite au régime x_i

$$F_i(x_i) = \frac{(\Delta H_v)}{(PCI)_i} \times \frac{1}{r_i(x_i)}$$

(ΔH_v) = différence d'enthalpie unitaire entre la vapeur 60 bars produite et l'eau alimentaire = 670 thermies/tonne vapeur.

(PCI) = pouvoir calorifique inférieur du combustible = 9750 thermies/tonne de fuel.

$$= 7,680 \text{ thermies/Nm}^3$$

de gaz naturel.

(Nm^3) = "Normaux-m³" c'est à dire mesuré à 0°C et sous 76 cm de mercure).

$r_i(x_i)$ = rendement global de la chaudière.

Le problème d'optimisation statique s'énonce :

$$\min_{\substack{(x_i) \in [\underline{x}, \bar{x}] \\ i \in I}} \sum_{i \in I} ((P_c)_i \cdot F_i(x_i) \cdot P_i x_i - (P_e) \cdot (C_{ae})_i(x_i) + (P_G) \cdot (C_{av})_i(x_i))$$

sous $\sum_{i \in I} P_i x_i = D$

avec $(p_c)_i$ = prix du combustible utilisé.

(p_G) = prix de la tonne de vapeur 6 bars.

(p_e) = prix du kWh électrique.

Se reportant au chapitre II § 3.3 pour les expressions de $(C_{ae})_i(x_i)$ et $(C_{av})_i(x_i)$ on a à résoudre

$$(P) \quad \min_{(x_i) \in [\underline{x}, \bar{x}]} \sum_{i \in I} ((p_c)_i + K_i(p_G)) \frac{(\Delta H_v)}{(P \text{ CI})_i} \frac{P_i x_i}{r_i(x_i)} + p_e \cdot ((a_e)_i x_i + (b_e)_i)$$
$$i \in I$$
$$\text{sous } \sum_{i \in I} P_i x_i = D$$

1.2. Méthode générale de résolution.

Parmi les nombreuses méthodes de résolution des problèmes de minimisation sous contrainte, la méthode duale (cf LUENBERGER [27]) a retenu notre attention du fait de la forme additive du critère et de la contrainte. En effet le Lagrangien a alors lui-même la propriété de séparabilité.

Il s'écrit ici, en posant $J_i(x_i) = ((p_c)_i + K_i(p_G)) \frac{(\Delta H_v)}{(P \text{ CI})_i} \frac{P_i x_i}{r_i(x_i)} + p_e \cdot ((a_e)_i x_i + (b_e)_i)$

$$\mathcal{L}(x_i, \lambda) = \sum_{i \in I} J_i(x_i) + \lambda (\sum_{i \in I} P_i x_i - D)$$
$$= \sum_{i \in I} (J_i(x_i) + \lambda P_i x_i) - \lambda D$$

On sait que $(P) = \min_{(x_i) \in [\underline{x}, \bar{x}]} \max_{\lambda} \mathcal{L}(x_i, \lambda)$

Si on lui associe son problème dual (P^*)

$$(P^*) \quad \max h(\lambda) = \max_{(x_i) \in [\underline{x}, \bar{x}]} \min_{i \in I} \mathcal{L}(x_i, \lambda)$$

le calcul de la fonction duale $h(\lambda)$ se scinde en cardinal (I) minimisations unidimensionnelles et il suffit d'itérer sur le paramètre dual λ pour faire croître $h(\lambda)$.

Quelle que soit la structure de (P) , l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\min (P) - \max (P^*) > 0.$$

De plus la différence - saut de dualité - est nulle lorsque le Lagrangien admet un point-selle. C'est le cas notamment si le critère est convexe et la contrainte linéaire. Résoudre (P) équivaut alors à trouver un point-selle du Lagrangien.

Si le lagrangien $\mathcal{L}(x, \lambda)$ est strictement convexe en x , à λ fixé, la fonction duale est alors différentiable et un algorithme à deux niveaux (cf LASDON-SCHOEFFLER [25]) du type suivant est utilisable pour la recherche du point-selle (voir aussi COHEN [13]) :

1°) choisir λ^0 ; poser $k = 0$.

2°) au pas k résoudre.

$\min_{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \bar{x}]}$ $\mathcal{L}(x_i, \lambda^k)$ qui se décompose en cardinal (I) sous-problèmes indépendants à une variable.

$$(P_i)^k \quad \min_{x_i \in [\underline{x}, \bar{x}]} J_i(x_i) + \lambda^k P_i x_i.$$

Soit x_i^k la solution (unique grâce à l'hypothèse de stricte convexité).

Remarquons, à ce propos, que si deux chaudières de même type fonctionnent simultanément $-i_1$ et i_2 par exemple- alors $J_{i_1}(x) \equiv J_{i_2}(x)$

$$P_{i_1} = P_{i_2}$$

et nécessairement, $\forall k, x_{i_1}^k = x_{i_2}^k$; ceci diminue d'autant le nombre des sous-problèmes $(P_i)^k$ à traiter. A l'optimum, bien sûr, on aura $x_{i_1}^* = x_{i_2}^*$.

3°) ajuster λ^k -soit par une formule de gradient : l'Argument du Minimum de $L(x, \lambda)$ étant unique, le gradient de $h(\lambda)$ au point λ^k est $(\sum_{i \in I} P_i x_i^k - D)$, d'où la formule d'itération : $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho (\sum_{i \in I} P_i x_i^k - D)$. C'est l'algorithme d'UZAWA pour la recherche de point-selle.

- soit par dichotomie à l'intérieur d'un intervalle de variation de λ .

4°) Retourner à 2°) tant que la convergence n'est pas atteinte.

Dans le cas où les rendements $r_i(x_i)$ sont des constantes r_i , les fonctions $J_i(x_i)$ sont linéaires :

$$J_i(x_i) = \left[\frac{(p_e)_i + K_i \cdot (P_G)}{r_i} \cdot \frac{(\Delta H_V)}{(PCI)_i} + p_e \cdot \frac{(a_e)_i}{P_i} \right] P_i x_i + p_e \cdot (b_e)_i$$

Elles sont donc convexes, mais pas strictement convexes et l'unicité de l'argument du minimum de $L(x, \lambda)$ n'est plus garantie. Mais, sous cette hypothèse de rendements constants, il est inutile de recourir à un algorithme à deux niveaux, puisque on a une solution analytique du problème, que nous explicitons au paragraphe suivant.

Par contre, avec les rendements paraboliques $r_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i$, utilisés pour la répartition statique en temps réel, on se heurte à des problèmes de non convexité.

1.3. Résolution analytique pour des rendements constants.

Appelons R_i la quantité $\frac{(p_e)_i + K_i \cdot (P_G)}{r_i} \cdot \frac{(\Delta H_V)}{(PCI)_i} + (p_e) \cdot \frac{(a_e)_i}{P_i}$ et $\frac{1}{R_i}$

"rendement apparent".

$$(P) \Leftrightarrow \min_{(x_i)_{i \in I}} \sum_{i \in I} R_i P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i \in I} P_i x_i = D.$$

Dualisons toutes les contraintes-égalité et inégalité. Le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu, v) = \sum_{i \in I} R_i P_i x_i + \lambda (\sum_{i \in I} P_i x_i - D) + \sum_{i \in I} \mu_i (x_i - \bar{x}) + \sum_{i \in I} v_i (\underline{x} - x_i)$$

Les conditions nécessaires (et suffisantes) d'optimalité sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in I} P_i x_i^* = D \quad (21) \\ \forall i \in I \quad R_i P_i + \lambda^* P_i + \mu_i^* - v_i^* = 0. \quad (22) \\ \forall i \in I \quad \mu_i^* \geq 0 \quad \text{et} \quad \mu_i^* (x_i^* - \bar{x}) = 0. \quad (23) \\ \forall i \in I \quad v_i^* \geq 0 \quad \text{et} \quad v_i^* (\underline{x} - x_i^*) = 0. \quad (24) \end{array} \right.$$

Soit $I_1 = \{i \in I / \mu_i^* = v_i^* = 0\}$

$$I_2 = \{i \in I / \mu_i^* = 0 \text{ et } v_i^* > 0\} = \{i \in I, x_i^* = \underline{x}\}.$$

$$I_3 = \{i \in I / v_i^* = 0 \text{ et } \mu_i^* > 0\} = \{i \in I, x_i^* = \bar{x}\}.$$

(I_1, I_2, I_3) réalise une partition de I .

Si $\forall i \in I$ les R_i sont distincts et si on écarte les cas triviaux

$$\sum_{i \in I} P_i \bar{x} = D \quad \text{ou} \quad \sum_{i \in I} P_i \underline{x} = D, \quad \text{nécessairement } I_1 \neq \emptyset \text{ et est réduit}$$

à un seul élément puisque $\forall i \in I_1 \quad \lambda^* = -R_i$.

Donc $\exists! j \in I_1 \quad \text{et } \lambda^* = -R_j$.

De plus $\forall i \in I_2 \quad v_i^* = R_i P_i + \lambda^* P_i > 0 \Rightarrow R_i > R_j$

$$\forall i \in I_3 \quad \mu_i^* = R_i P_i - \lambda^* P_i > 0 \Rightarrow R_i < R_j$$

c'est à dire : $I_2 = \{i \in I, x_i^* = \underline{x}\} = \{i \in I / R_i > R_j\}$ (25)

$$I_3 = \{i \in I, x_i^* = \bar{x}\} = \{i \in I / R_i < R_j\} \quad (26)$$

x_j^* est déterminé par

$$x_j^* = \frac{D - \sum_{i \in I_2} P_i \underline{x} - \sum_{i \in I_3} P_i \bar{x}}{P_j} \quad (27)$$

D'où le lemme : Supposons les chaudières rangées par ordre de rendement apparent décroissant (strictement) et $(\sum_{i \in I} P_i) \underline{x} \neq D$ ainsi que

$(\sum_{i \in I} P_i) \bar{x} \neq D$ alors :

$$\exists! i \in I \quad x_i^* \in]\underline{x}, \bar{x}[$$

Alors (\bar{x}^*) constitue un minimum local de (ρ) .

Par ailleurs, notons, qu'avec les données actuelles, seule $J_2(x)$ n'est pas convexe sur $[\underline{x}, \bar{x}]$ (cf. tableau 3 Annexe III) mais pour les demandes telles que \bar{x}_2^* est situé dans la zone de non convexité (approximativement $[\underline{x}, 0.46]$), \bar{x}^* vérifie à coup sûr les conditions ((28) et (29)) nécessaires de minimum local ; ceci signifie que, dans les cas non immédiats $-x^* \neq \bar{x}^*$, on a une structure localement convexe et que l'introduction de α est inutile. Néanmoins, comme ces courbes de rendement sont susceptibles de subir des modifications, nous avons testé l'algorithme dual convexifié pour étudier l'influence du paramètre α . Nous la mettons en relief sur un exemple :

demande horaire 335 tonnes configuration (1,1,1)

$$v^0 = \begin{bmatrix} \bar{x}_1^* = 0,40 \\ \bar{x}_2^* = 0,9583 \\ \bar{x}_3^* = 1. \end{bmatrix} \text{ qui n'est pas un optimum local } (\lambda^0)^0 = -62,08$$

α	0	50	100	200	500
Nombre de pas k	1	4	5	7	12

$$\begin{cases} \bar{x}_1^* = 0,543 \\ \bar{x}_2^* = 0,898 \\ \bar{x}_3^* = 1 \end{cases}$$

pour chaque pas k, avec un réglage convenable de ρ , il y a quelques itérations en 1 (généralement moins de 5), qui prennent chacune environ 3 s.500 ms sur petit calculateur T1600.

Conformément à la théorie, le nombre de pas en k, et par suite le temps calcul, croît au fur et à mesure qu'on convexifie.

1.4.b. Autre méthode : gradient projeté.

Comme, dans le cas des rendements paraboliques, la méthode duale doit être "aménagée", à cause de la non convexité du critère, on peut se demander s'il n'est pas aussi efficace d'utiliser une méthode de gradient projeté (CEA [12])

$$\text{Posant } x = (x_i)_{i \in I} \text{ et } J(x) = \sum_{i \in I} J_i(x_i)$$

$$\nabla J(x) \text{ a pour composantes } (J'_i(x_i))_{i \in I}$$

$$\forall j < i \quad x_j^* = \bar{x}$$

$$\forall j > i \quad x_j^* = \underline{x}$$

L'algorithme de résolution consiste à saturer les chaudières par ordre de rendement apparent décroissant tant que la charge restant à répartir sur les autres n'est pas inférieure à la somme de leurs capacités minimale de production. (cf. Annexe III. 1.).

Si pour certains $i \in I$ les R_i sont égaux - c'est le cas pour des chaudières i_1, i_2 de même type - alors, ou bien $I_1 = \{j\}$ avec $\forall k \neq j \quad R_k \neq R_j$. Alors les indices i_1, i_2 sont regroupées dans un même ensemble I_2 ou I_3 et les chaudières i_1, i_2 se comportent comme une seule chaudière de capacité $2 P_{i_1} = 2 P_{i_2}$ réglée à \underline{x} ou \bar{x} .

$$\text{ou bien } I_1 = \{i_1, i_2\}. \quad \lambda^* = - R_{i_1} = R_{i_2}$$

Les relations ((25), (26)) subsistent. Par contre, $x_{i_1}^*$ et $x_{i_2}^*$ ne sont définies dans $]\underline{x}, \bar{x}[$ que par leur somme (relation (27)). Tout se passe comme si on avait une seule chaudière de capacité $2 P_{i_1} = 2 P_{i_2}$ réglée à

$\frac{x_{i_1}^* + x_{i_2}^*}{2}$. Il en résulte, qu'avant de commencer l'optimisation statique, on regroupera toujours les chaudières équivalentes.

1.4. Rendements paraboliques.

Les fonctions $J_i(x_i)$ ne sont plus nécessairement convexes sur $]\underline{x}, \bar{x}[$ et l'algorithme décrit en 1.2 ne permet pas de parvenir à l'optimum, en l'absence d'un paramètre dual λ^* pour lequel les $x_i^*(\lambda^*)$ vérifient la contrainte.

1.4.a. Procédures de convexification.

Pour tourner la difficulté, il existe des procédures de convexification :
- méthodes de pénalité (cf BERTSEKAS [9]) où on ajoute le carré de la contrainte, elles ne présentent qu'un intérêt relatif, car elles font perdre l'additivité. Plus intéressante est la procédure mentionnée chez BERTSEKAS [8] qui consiste à augmenter le critère d'un terme quadratique additif dont la dérivée s'annule à l'optimum. De façon évidente :

$$\forall \alpha > 0 \quad (\rho) = (\tilde{\rho}) \quad \min_{\substack{(x_i)_{i \in I} \in]\underline{x}, \bar{x}[\\ (v_i)_{i \in I} \in \mathbb{R} \\ \text{sous } \sum_{i \in I} P_i x_i = D.}} \sum_{i \in I} J_i(x_i) + \alpha \sum_{i \in I} \frac{1}{2} (x_i - v_i)^2$$

puisque le minimum en $v = (v_i)_{i \in I}$ est réalisé par $v^* = x^*$.

$$\text{Définissant } \Phi_\alpha(v) = \min_{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \bar{x}]} \sum_{i \in I} J_i(x_i) + \alpha \sum_{i \in I} \frac{1}{2} (x_i - v_i)^2$$

$$\text{sous } \sum_{i \in I} P_i x_i = D, (\alpha > 0)$$

il est possible, par un choix adéquat de α , de donner localement à ce problème une structure convexe et donc d'éviter un saut de dualité, ce qui permet de trouver par la méthode duale $\lambda^*(v)$ et un $x^*(v)$ correspondant vérifiant les contraintes. Reste ensuite à minimiser $\Phi_\alpha(v)$ par une méthode de gradient, voire une méthode de Newton. $(v_i)_{i \in I} \in \mathbb{R}^n$

En particulier, étant donné $(x_i^k)_{i \in I}$ l'optimum de $\Phi_\alpha(v^k)$, on peut itérer avec

$$v_i^{k+1} = x_i^k$$

qui s'interprète comme une itération de type gradient avec un pas $\rho = \frac{1}{\alpha}$. A α fixé, en initialisant "correctement" l'algorithme, on converge vers un point $x^*(\lambda^*)$ satisfaisant les conditions nécessaires d'optimalité.

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in I, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i}(x^*, \lambda^*)(x_i - x_i^*) > 0, \forall x_i \in [\underline{x}, \bar{x}] = (J_i'(x_i^*) + \lambda^* P_i)(x_i - x_i^*) > 0, \quad (28) \\ \forall x_i \in [\underline{x}, \bar{x}] \\ \sum_{i \in I} P_i x_i^* = D \quad (29) \end{array} \right.$$

x^* est un minimum local de (29). Faute de convexité globale, on ne peut évidemment affirmer que c'est l'optimum global. Mentionnons qu'étant donné (x^*) minimum local de (29), on élargit la sphère V^0 , centrée en x^* , des v^0 pour lesquels, l'algorithme converge vers x^* , en réduisant le coefficient de convexification α ; on améliore en même temps la vitesse de convergence (cf. COHEN [14]), mais, avec cette diminution de α , on risque de perdre la convexité. Dans la pratique, il convient donc de démarrer l'algorithme assez près d'un optimum local, afin de s'autoriser des α suffisants pour que $\Phi_\alpha(\cdot)$ ait une structure convexe, et, en outre, de ne pas choisir ce paramètre trop grand, en vue d'une convergence rapide.

L'algorithme consiste à :

1°) $(v^0), (\lambda^0)$ donnés.

2°) itération k résoudre $\phi_{\alpha}(v^k)$.

a. $(\lambda^0)^k = (\lambda^0)^0$ pour $k=0$

$(\lambda^*)^{k-1}$ pour $k > 0$.

b. Minimiser $J_i(x_i) + (\lambda^1)^k P_{1i} x_i + \frac{1}{2} \alpha (x_i - v_i^k)^2$ $i \in I$
 $x_i \in [\underline{x}, \bar{x}]$

l'optimum est $(x_i^1)^k$

c. $(\lambda^{1+l})^k = (\lambda^1)^k + \rho \left(\sum_{i \in I} P_{1i} \cdot (x_i^1)^k - D \right)$

d. si il n'y a pas convergence $l = l + 1$ et retourner à b.

sinon convergence vers $(x^*)^k$ et $(\lambda^*)^k$ aller en 3°.

3°) $v^{k+1} = (x^*)^k$.

4°) si il n'y a pas convergence $k = k+1$ et retourner à 2°.

1.4. b. Résultats expérimentaux.

Comme les rendements varient peu d'un point de fonctionnement à un autre, on peut penser disposer d'un (v^0) et d'un $(\lambda^0)^0$ satisfaisants en les choisissant égaux respectivement à

$v^0 = \bar{x}^*$ solution du problème de répartition optimale avec des rendements constants (rendements moyens),

$\lambda^0 = - \frac{J'_i(\bar{x}_i^*)}{P_i}$ i étant l'indice du groupe de chaudières ne

fonctionnant pas en butée lorsqu'on effectue cette répartition à rendements constants. Or, dans la majorité des cas, on constate que :

$$v_j \neq i \quad (J'_j(\bar{x}_j^*) + \lambda^0 P_{1j})(x_j - \bar{x}_j^*) > 0 \quad \forall x_j \in [\underline{x}, \bar{x}]$$

c'est à dire $J'_j(\underline{x}) + \lambda^0 P_{1j} > 0$ pour les j tels que $\bar{x}_j^* = \underline{x}$

$J'_j(\bar{x}) + \lambda^0 P_{1j} < 0$ pour les j tels que $\bar{x}_j^* = \bar{x}$

Ceci s'explique par le non recouvrement des intervalles de variation des $\frac{J'_j(x)}{P_{1j}}$
 (cf. Tableau 2 Annexe III).

Soit $\mathcal{B} = \{x/x_i \in [\underline{x}, \bar{x}] \quad \forall i \in I \text{ et } \sum_{i \in I} P_i x_i = D\}$

Partant de $x^k \in \mathcal{B}$, la méthode gradient conduit au point $z^k = x^k - \rho \nabla J(x^k)$ qu'il s'agit de projeter sur \mathcal{B} : $x^{k+1} = \text{Projection}_{\mathcal{B}} z^k$.

on est ramené à résoudre

$$\min_{x \in \mathcal{B}} \frac{1}{2} \|x - z^k\|^2.$$

Le lagrangien associé à ce problème convexe s'écrit :

$$\sum_{i \in I} \frac{1}{2} (x_i - z_i^k)^2 + \sigma (\sum_{i \in I} P_i x_i - D) + \sum_{i \in I} \tau_i (x_i - \bar{x}) + \sum_{i \in I} \pi_i (\underline{x} - x_i)$$

et, à l'optimum, les conditions nécessaires (et suffisantes) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i^{k+1} - z_i^k + \sigma P_i + \tau_i^* - \pi_i^* = 0 \\ \tau_i^* (x_i^{k+1} - \bar{x}) = 0 \quad \tau_i^* \geq 0. \quad \forall i \in I \\ \pi_i^* (\underline{x} - x_i^{k+1}) = 0 \quad \pi_i^* \geq 0. \\ \sum_{i \in I} P_i x_i^{k+1} = D \end{array} \right.$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} = \bar{x}\} = \{i \in I / \tau_i^* = 0\} = \{i \in I / x_i < z_i^k - \sigma P_i\}$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} = \underline{x}\} = \{i \in I / \pi_i^* = 0\} = \{i \in I / \underline{x} > z_i^k - \sigma P_i\}$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} \in]\underline{x}, \bar{x}[\} = \{i \in I / \tau_i^* = \pi_i^* = 0\} = \{i \in I / x_i^{k+1} = z_i^k - \sigma P_i\}$$

Une façon de calculer x^{k+1} consiste donc à chercher σ^* pour lequel

$$\sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\bar{x}, z_i^k - \sigma P_i)) = D. \quad (30)$$

cette recherche peut être menée par dichotomie à l'intérieur d'un segment

$$[\sigma_1, \sigma_2]. \quad \sigma_1 \text{ tel que } \sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\bar{x}, z_i^k - \sigma_1 P_i)) > D.$$

$$\sigma_2 \text{ tel que } \sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\bar{x}, z_i^k - \sigma_2 P_i)) < D.$$

$$\text{par exemple : } \sigma_1 = \inf_{i \in I} \frac{(z_i^k - \bar{x})}{P_i}$$

$$\sigma_2 = \inf_{i \in I} \frac{(z_i^k - \underline{x})}{P_i}$$

Sur le même exemple : demande horaire 335 tonnes - configuration (1,1,1)

on converge vers le même optimum local

$$\begin{cases} x_1^* = 0,543 & \text{au bout de} \\ x_2^* = 0,898 \\ x_3^* = 1 \end{cases}$$

5 pas de gradient, chacun nécessitant moins d'une dizaine d'itérations dichotomiques en σ (soit un temps calcul approximatif de 2s).

Cette méthode, finalement paraît moins lourde qu'une méthode duale lorsque l'introduction d'un coefficient de convexification est nécessaire.

2. Turboalternateurs.

Le critère à maximiser est, ici, la quantité d'électricité produite lorsqu'on turbine la demande D horaire en vapeur 6 bars, la quantité optimale est notée $\bar{Q}(C,D)$.

2.1. Formulation.

Le problème s'énonce :

$$\text{maximiser}_{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \bar{x}]} \sum_{i \in I} P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i \in I} S_i(x_i) = D$$

où I = ensemble des indices des turboalternateurs en fonctionnement.

P_i = puissance nominale du turboalternateur i exprimée en MW.

x_i = est le régime auquel on règle le turboalternateur dans la plage $[\underline{x}, \bar{x}]$.

$S_i(x_i)$ est la quantité horaire de vapeur 6 bars turbinée, de la forme $S_i(x_i) = a_i x_i + b_i$ (cf chapitre II § 3.2).

soit encore :

$$\text{maximiser}_{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \bar{x}]} \sum_{i \in I} P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i \in I} a_i x_i = D - \sum_{i \in I} b_i$$

2.2. Résolution

Critère et contrainte sont linéaires, et, le lemme énoncé à propos des chaudières à rendement constant se transpose dans ce contexte comme suit :

Lemme : Supposons les turboalternateurs rangés par ordre des $R_i = \frac{p_i}{a_i}$

croissant (ces termes sont tous différents) et que $\sum_{i \in I} S_i(\bar{x}) \neq D$ et

$\sum_{i \in I} S_i(\bar{x}) \neq D$, on produit le maximum d'électricité en les mettant successivement à régime maximal tant que la quantité de vapeur restant à turbiner reste supérieure à la somme des capacités minimales de turbinage des turboalternateurs non encore réglés. Le turboalternateur, pour lequel cette condition n'est plus réalisée, est réglé à régime intermédiaire et les suivants à régime minimal.

L'algorithme de résolution, très similaire à celui des chaudières avec rendements constants, est basé sur ce lemme et, on se reportera à l'annexe IV pour plus de détails.

Nous ne signalerons ici que sa rapidité d'exécution : environ 50 ms sur un petit calculateur T1600.

3. Double utilisation de l'optimisation statique.

L'optimisation statique est utilisée à deux niveaux

3.1. En temps réel, pour indiquer les points de consigne optimaux.

On peut faire tourner les programmes d'optimisation statique - celui avec rendements paraboliques pour les chaudières - aussi souvent que souhaité, en principe, chaque fois que, par suite d'une variation de la demande 60 bars ou 6 bars, les réglages en vigueur ne sont plus les meilleurs.

3.2. Dans l'optimisation dynamique (cf. Chapitre V § 4.2) pour évaluer le coût optimal journalier associé à une configuration C_1 des chaudières et un niveau de demande constant en vapeur 60 bars D_1 , ainsi que la plus forte quantité d'électricité journalière produite dans une configuration C_2 des turboalternateurs pour une demande constante D_2 en vapeur 6 bars. Ces deux grandeurs sont notées respectivement $G(C_1, D_1)$ et $Q(C_2, D_2)$ et elles sont reliées aux grandeurs horaires par :

$$G(C_1, D_1) = 24 \cdot \bar{G} \left(C_1, \frac{D_1}{24} \right) \quad (\text{calculé avec rendements constants}).$$

$$Q(C_2, D_2) = 24 \cdot \bar{Q} \left(C_2, \frac{D_2}{24} \right)$$

Elles ne reflètent que grossièrement la situation réelle, où $C_1(i=1,2)$ doit répondre à une demande fluctuante autour d'un niveau moyen journalier $D_1(i=1,2)$. On pourrait envisager un modèle plus fin de la demande journalière sous la forme $\tilde{D}_1 = D_1 + \sum_{j=1}^{24} d_1^j$ ($i=1,2$)

d_1^j variables aléatoires indépendantes de même loi d_1 où d_1 prend un nombre fini de valeurs $v_1^1 < \dots < v_1^{L_1}$ avec les probabilités respectives $P_1^1 \dots P_1^{L_1}$

$$P_k^1 = \text{probabilité } (d_1 = v_k^1)$$

$$\sum_{k=1}^{L_1} P_k^1 = 1.$$

Souhaitant évidemment $E(\tilde{D}_1) = D_1 = E(d_1) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{L_1} P_k^1 v_k^1 = 0$.

À chaque configuration C_1 (respectivement C_2) correspond alors l'espérance du coût optimal de production de \tilde{D}_1 notée $\bar{G}(C_1, \tilde{D}_1)$ (respectivement l'espérance de la quantité maximale d'électricité notée $\bar{Q}(C_2, \tilde{D}_2)$).

Raisonnons sur $\bar{G} : \bar{G}(C_1, \tilde{D}_1) = E[\sum_{j=1}^{24} \bar{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1^j)] = 24 \cdot E[\bar{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1)]$.

Appelons X_j la production horaire de la chaudière (ou du groupe) $j(C_1)$ qui ne fonctionne pas en butée. Il est évident que, tant que les v_k^1 restent dans la plage $[-X_j, P_j(C_1) - X_j]$, c'est la chaudière $j(C_1)$ qui reprendra la variation v_k^1 et donc le coût optimal dans cette plage est fonction linéaire de la demande. Alors :

$$E(\bar{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1)) = \bar{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + E d_1) = \bar{G}(C_1, \frac{D_1}{24})$$

la prise en compte de telles fluctuations n'apporte donc aucune précision supplémentaire.

Maintenant que tous les éléments sont réunis, nous allons formuler mathématiquement, en temps discret, notre problème de commande impulsienne sur un horizon de T jours.

1. Rappel des hypothèses.

(H₁) se traduit par $e_i(t) \in \{0,1\}$ $\forall i = 1, \dots, 9$

avec $e_i(t) = 0$ si arrêt le jour t.

$e_i(t) = 1$ si marche le jour t.

En fait comme parmi les cinq chaudières, on ne recense que trois types différents (deux chaudières d'un type 1, deux d'un type 2 et une d'un type 3) et qu'il est inutile de distinguer deux chaudières d'un même type l'une de l'autre, il suffit de décrire C(t), état de la centrale le jour t par 7 composantes :

. 3 pour l'état C₁(t) des chaudières, $e_i(t)$ = nombre de chaudières du type i allumées le jour t ; $e_i(t) \in \{0,1,2\}$ pour $i=1,2$;

$e_i(t) \in \{0,1\}$ pour $i=3$.

. 4 pour l'état C₂(t) des turboalternateurs $e_i(t) \in \{0,1\}$ pour $i=4,5,6,7$.

Si on exclut pour les chaudières et pour les turboalternateurs, l'état "0" -tout éteint- l'espace C des états de la centrale - désigné souvent dans la suite sous le terme "espace des configurations"- et qui est le produit

C₁ × C₂ des espaces des états chaudières et des états turboalternateurs -

a NC = NC₁ . NC₂ = (3² . 2 - 1) . (2⁴ - 1) Soit NC = 255 éléments.

(H₂) les chaudières des types 1 et 2 sont alimentés au fuel, celle du type 3 au gaz.

(H₃)-(H₆) Les demandes D₁(t) et D₂(t) en vapeur 60 bars et 6 bars respectivement sont des processus stochastiques indépendants modélisés par :

$$D_i(t) = DP_i(t) - A_i(t) \quad i = 1, 2$$

où $DP_1(t)$ est la prévision pour le jour t et $A_i(t)$ est une chaîne de Markov stationnaire, à NA_1 états et de matrice de transition

$$M_i = (P_{1m}^i)_{\substack{1=1, \dots, NA_1 \\ m=1, \dots, NA_1}}$$

Il en résulte que l'état du système dynamique le jour $t - E(i) -$ est résumé par, d'une part $C(t)$, d'autre part $A_1(t)$ et $A_2(t)$ ($A_1(t-1), \dots, A_1(t-r_1+1)$, $A_2(t-1), \dots, A_2(t-r_2+1)$), si on avait retenu des processus stochastiques d'ordres respectifs r_1 et r_2).

La dimension de l'espace des états est donc :

$$NA_1^{r_1} \times NA_2^{r_2} \times NC = 11 \times 7 \times 255 = 19635.$$

Remarquons qu'avec un ordre $r_1 = 2$ pour la vapeur 60 bars, ce nombre devient :

$$NA_1^2 \times NA_2 \times NC = 215985 !$$

2. Formulation Mathématique.

Soit $B(t) = (C_1(t), C_2(t), i_1(t), i_2(t))$ l'état du système dynamique le jour t , que l'on observe parfaitement $-i_k(t)$ ($k=1,2$) est l'intervalle de discrétisation associé à $A_k(t)$. On doit décider de la nouvelle configuration pour le jour suivant

$C(t+1) = (C_1(t+1), C_2(t+1))$, et donc de $\Delta C(t) = (\Delta C_1(t), \Delta C_2(t))$:

$$C_i(t+1) = C_i(t) + \Delta C_i(t) \quad (i=1,2) \quad (31)$$

connaissant seulement les distributions de probabilité conditionnelle de $A_1(t)$ et $A_2(t)$, et par suite de $D_1(t)$ et $D_2(t)$, c'est à dire les

probabilités $P_{ji_1}^1(t)$ ($j=1, \dots, NA_1$) (respectivement $P_{ji_2}^2(t)$ ($j=1, \dots, NA_2$))

que la demande en vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) prenne le jour $t+1$ les valeurs $D_1^j(t+1) = DP_1(t+1) - A_1^j$ (respectivement $D_2^j(t+1) = DP_2(t+1) - A_2^j$)

où A_k^j ($k=1,2$) est la valeur discrète de l'aléa pour la classe j . Les réalisations des $A_k(t+1)$ ($k=1,2$) étant postérieures à cette décision, c'est le point de vue "décision-hasard" que nous adoptons ici. Ceci reste cohérent

avec la présence des délais de mise en fonctionnement, même si nous négligeons les retards dans la formulation.

Le critère à minimiser est l'espérance de la somme sur T jours :

- des coûts de démarrage $f(\Delta C(t)) = f(C(t+1) - C(t))$.
- des coûts $g(C_1(t), D_1(t))$ encourus pour satisfaire la demande $D_1(t)$ en vapeur 60 bars.
- des coûts de l'électricité achetée à EDF, au prix unitaire (p_e) , du fait que l'autoproduction $q(C_2(t), D_2(t))$ est insuffisante pour couvrir les besoins $(DE)(t)$:

$$(p_e) \cdot ((DE)(t) - q(C_2(t), D_2(t))).$$

$$\text{minimiser } \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=1}^T f(\Delta C(t)) + g(C_1(t), D_1(t)) + (p_e) \cdot (DE)(t) - (p_e) \cdot q(C_2(t), D_2(t)) \right\}.$$

$$\text{partant de } \mathbb{E}(0) = (C(0), i_1(0), i_2(0)) \quad (32)$$

Les termes $(p_e) \cdot (DE)(t)$ font figure de constantes dans le critère, qui se réécrit donc :

$$\min_{\Delta C(\cdot)} \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=1}^T f(\Delta C(t)) \right\} + \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=1}^T g(C_1(t), D_1(t)) - (p_e) \cdot q(C_2(t), D_2(t)) \right\}$$

$$\text{partant de } \mathbb{E}(0) = (C_1(0), C_2(0), i_1(0), i_2(0)) \quad (33)$$

Remarque : Par abus de notation, nous continuons à écrire $\Delta C(t)$, même lorsque ces commandes sont définies en boucle fermée sur les aléas $i(t) : \Delta C(t) = \Delta C(i(t), t)$. Mais dans ce cas, elles deviennent stochastiques, et le symbole "espérance" doit être maintenu devant la partie correspondant aux coûts de démarrage.

Pour une politique de décisions $(\Delta C(t) = (\Delta C_1(t), \Delta C_2(t)))_{t=1, \dots, T}$ le second terme du critère s'explique compte-tenu de l'indépendance de $D_1(t)$ et $D_2(t)$, à l'aide des probabilités de transition $(p_{i,j}^1)$ et $(p_{i,j}^2)$ de $A_1(t)$ et $A_2(t)$ respectivement, par la formule récurrente de composition des espérances

$$\begin{aligned} t=0, \dots, T-1 \quad & \mathbb{E}_{(i_1(t), i_2(t))} \sum_{k=t+1}^T g(C_1(k), D_1(k)) - (p_e) \cdot q(C_2(k), D_2(k)) \\ & = \mathbb{E}_{i_1(t)} \sum_{k=t+1}^T g(C_1(k), D_1(k)) - \mathbb{E}_{i_2(t)} \sum_{k=t+1}^T (p_e) \cdot q(C_2(k), D_2(k)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=1}^{NA_1} p_{j1}^1(t) [E(C_1(t+1), D_1^j(t+1)) + E_j \sum_{k=t+2}^T E(C_1(k), D_1(k))] \\
&- \sum_{j=1}^{NA_2} p_{j2}^2(t) [E(C_2(t+1), D_2^j(t+1)) + E_j \sum_{k=t+2}^T (p_{e_j}) \cdot q(C_2(k), D_2(k))]
\end{aligned}$$

où E_j note l'espérance conditionnelle à la classe j de l'aléa.
Par ailleurs, $D_1(t)$ et $D_2(t)$ étant supposées indépendantes, les lois de commande, si elles sont en boucle fermée sont de la forme

$$\Delta C(i(t), t) = (\Delta C_1(i_1(t), t), \Delta C_2(i_2(t), t))$$

$$\begin{aligned}
\text{d'où } E(i_1(t), i_2(t)) f(\Delta C(t)) &= E_{i_1}(t) f_1(\Delta C_1(t)) + E_{i_2}(t) f_2(\Delta C_2(t)) \\
&= f_1(\Delta C_1(i_1(t), t)) + f_2(\Delta C_2(i_2(t), t))
\end{aligned}$$

où f_1 et f_2 caractérisent les coûts de démarrage des chaudières et des turboalternateurs respectivement.

Parvenus à ce stade, du fait que l'optimisation de la gestion des turboalternateurs se pose dans des termes analogues à celle de la gestion des chaudières et que le critère mesurant l'efficacité de la conduite de la centrale se scinde en deux parties relatives respectivement aux turboalternateurs et aux chaudières, la dernière question à débattre touche à la dépendance de ces deux sous-systèmes.

3. Couplage des sous-systèmes chaudières et turboalternateurs.

L'hypothèse (H_4), en supprimant le couplage statistique entre $A_1(t)$ et $A_2(t)$ a permis de séparer l'espérance conditionnelle $E(i_1(t), i_2(t))$ en deux espérances spécifiques à chacun des sous-systèmes; en réalité, on perd un peu d'information sur $D_1(t)$, en ne tenant compte que de $D_1(t-1)$ et non aussi de $D_2(t-1)$. De toute manière, d'autres facteurs de couplage entre les chaudières et les turboalternateurs subsistent, comme, par exemple, les coûts de démarrage des turboalternateurs (cf. chapitre II § 3.4 a.) ; exprimés en tonnes de vapeur 60 bars consommées, on ne les convertira "financièrement" dans $f_2(.)$ qu'à condition de connaître le prix marginal, aléatoire, de la tonne de vapeur 60 bars produite, donc d'avoir déjà solutionné la gestion des chaudières. Mais, vice-versa, certains éléments affectant le fonctionnement

des turboalternateurs -démarrages entre autres-se traduisent, en toute rigueur, par un surplus de vapeur 60 bars consommée, incomptée dans l'équivalent 6 bars turbiné et donc imposent de résoudre avant le problème turboalternateurs. Toutefois se contenter d'un prix moyen de la vapeur 60 bars produite pour évaluer $f_2(\cdot)$, et négliger ces consommations annexes en vapeur 60 bars faibles (quelques dizaines de tonnes !) ne paraît pas porter à lourde conséquence pour l'optimisation de la conduite de la centrale. Par contre, avec cette heuristique, les deux sous-systèmes chaudières et turboalternateurs deviennent découplés et on peut en optimiser séparément la gestion c'est à dire résoudre :

pour les chaudières :

$$\begin{aligned} \text{minimiser } & E \sum_{t=1}^T f_1(\Delta C_1(t)) + E \sum_{t=1}^T g(C_1(t), D_1(t)) \\ \Delta C_1(\cdot) & \\ \text{partant de } & (C_1(0), i_1(0)) \end{aligned} \quad (34)$$

pour les turboalternateurs :

$$\begin{aligned} \text{minimiser } & E \sum_{t=1}^T f_2(\Delta C_2(t)) - E \sum_{t=1}^T (p_e) \cdot q(C_2(t), D_2(t)) \\ \Delta C_2(\cdot) & \\ \text{partant de } & (C_2(0), i_2(0)) \end{aligned} \quad (35)$$

4. Résolution.

4.1. Méthode de résolution.

L'espace des états du système dynamique chaudières-demande vapeur 60 bars (respectivement turboalternateurs-demande vapeur 6 bars) ayant une taille raisonnable - $(3^2 \times 2 - 1) \times 11 = 187$ (respectivement $(2^4 - 1) \times 7 = 105$) - la programmation dynamique, appliquée au contrôle des chaînes de Markov, se révèle être une technique appropriée pour résoudre notre problème (cf. HOWARD [2]). En contexte aléatoire, le principe d'optimalité de Bellman est contenu dans l'équation récurrente de Bellman suivante :

Si $V_1(E_1(t), t)$ (resp. $V_2(E_2(t), t)$) désigne l'espérance du coût optimal de gestion des chaudières (resp. des turboalternateurs) pour les jours $t+1, \dots, T$ partant de l'état $E_1(t) = (C_1(t), i_1(t))$ (respectivement $E_2(t) = (C_2(t), i_2(t))$).

$$V_1(E_1(t), t) = \min_{\Delta C_1(t)} \{f_1(\Delta C_1(t)) + E_{i_1}(t) [\min(g(C_1(t+1)), D_1(t+1))) + V_1(C_1(t+1), i_1(t+1), t+1)]\} \quad (36)$$

$$V_2(E_2(t), t) = \min_{\Delta C_2(t)} \{f_2(\Delta C_2(t)) + E_{i_2}(t) [\min(-p_e \cdot q(C_2(t+1)), D_2(t+1))) + V_2(C_2(t+1), i_2(t+1), t+1)]\} \quad (37)$$

Les équations s'écrivent encore, à l'aide des matrices de transitions M_1 et M_2 :

$$V_1(E_1(t), t) = \min_{\Delta C_1(t)} \{f_1(\Delta C_1(t)) + \sum_{j=1}^{NA_1} P_{ji_1}^1(t) [\min(g(C_1(t+1)), D_1^j(t+1))) + V_1(C_1(t+1), j, t+1)]\} \quad (38)$$

$$V_2(E_2(t), t) = \min_{\Delta C_2(t)} \{f_2(\Delta C_2(t)) + \sum_{j=1}^{NA_2} P_{ji_2}^2(t) [\min(-p_e \cdot q(C_2(t+1)), D_2^j(t+1))) + V_2(C_2(t+1), j, t+1)]\} \quad (39)$$

La mise en oeuvre de cette méthode repose sur l'évaluation de proche en proche des $V_1(C_1(t), i_1(t), t)$ (respectivement $V_2(C_2(t), i_2(t), t)$) et corrélativement de la commande optimale $\Delta C_1^*(i_1(t), t)$ (respectivement $\Delta C_2^*(i_2(t), t)$) pour $t=T-1, T-2, \dots, 1, 0$ et tous les $E_1 \in \mathcal{C}_1 \times \{1, \dots, NA_1\}$ (respectivement $E_2 \in \mathcal{C}_2 \times \{1, \dots, NA_2\}$). Reste à détailler comment on procède numériquement pour calculer $f_1(\cdot)$ (respectivement $f_2(\cdot)$) et $\tilde{g}(\dots) = \min g(\dots)$ (respectivement $\tilde{q}(\dots) = \min(-p_e) \cdot q(\dots)$).

4.2. Calcul de la fonction de Bellman

Chiffrer $f_i(\Delta C_i)$ ($i=1$ ou 2) est aisé une fois qu'on dispose des coûts de démarrage f_i^j pour chaque unité ou type d'unités j :

$$(i=1, 2) \quad f_i(\Delta C_i(t)) = \sum_{j \in I_i} \max(0, e_j(t+1) - e_j(t)) \cdot f_i^j \quad (40)$$

$$I_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$I_2 = \{4, 5, 6, 7\}$$

Par contre, évaluer \tilde{g} et \tilde{q} soulève quelques difficultés de principe.

Du fait de la largeur de la plage $[\underline{A}_i, \overline{A}_i]$ ($i=1,2$) des aléas A_i , il peut arriver qu'une configuration C_i ne puisse répondre à coup sûr à toutes les demandes prévisibles pour un jour t , ou, en d'autres termes qu'ayant constaté la veille un aléa j , il existe des probabilités non nulles p_{kj}^i de transition vers des aléas k pour lesquels $D_i^k(t)$ ne se situe pas à l'intérieur de la plage de production $[(\text{CMIN})(C_i), (\text{CMAX})(C_i)]$ de la configuration C_i (qui est liée aux contraintes techniques de production des unités en marche). Si $D_i^k(t)$ est inférieure à $(\text{CMIN})(C_i)$, il est toujours possible de produire $(\text{CMIN})(C_i)$, quitte à mettre l'excédent de vapeur (60 bars ou 6 bars) au toit. Toutefois, pour les turboalternateurs, cette solution n'est acceptable qu'à condition de disposer d'un surplus $[(\text{CMIN})(C_2) - D_2^k(t)]$ en vapeur 60 bars à turbiner. Pour ne pas répercuter au sous-système chaudières cet accroissement de demande en vapeur 60 bars, nous convenons de rajouter, dans le sous-problème des turboalternateurs, le coût de production de ce supplément de vapeur 60 bars à fournir évalué avec le prix marginal moyen de production de la tonne de vapeur 60 bars - p_{60}).

Remarque 1 : Plutôt que de rejeter l'excédent 60 bars, on pourrait le turbiner en vapeur 6 bars et en électricité. Cette possibilité n'est pas retenue afin de préserver l'indépendance des deux sous-problèmes.

2. Pour le sous-système chaudières, C_1 est pénalisé au niveau coût de production, du fait de la surproduction.

Il est moins immédiat de remédier à la situation : " $D_1^j(t)$ supérieure à $(\text{CMAX})(C_1)$ ": Une première idée est d'écartier les configurations ayant une capacité maximale de production inférieure à la plus forte demande probable ; alors, à supposer que toute les demandes possibles ne dépassent pas la capacité maximale de production de l'ensemble des chaudières ou des turboalternateurs, la configuration "tout allumé" est toujours candidate et offre une sécurité totale. En fait, il est faux de penser que "la sécurité n'a pas de prix" et il paraît préférable d'introduire des coûts de défaillance qui pénalisent les configurations dont la capacité de production est insuffisante pour répondre à certaines demandes. L'avantage de cette approche est de ne pas restreindre l'ensemble des commandes admissibles le jour t , à un sous-ensemble de C_1 (qui dépendrait en fait de la réalisation j de $A_1(t)$). Dorénavant toute configuration de C_1 est "éligible". Mais comment chiffrer les coûts de défaillance ? Pour les turboalternateurs, on peut pallier la carence en vapeur 6 bars turbinée, suite à une insuffisance de la

capacité de production des turboalternateurs en service, en détendant directement la vapeur 60 bars ; le coût de défaillance unitaire correspond alors à la différence de prix entre la tonne de 6 bars détendue (63,10 F) et la tonne de 6 bars turbinée (57,036F). Bien entendu, la non récupération, sous forme d'énergie électrique, du travail de détente est un manque à gagner. Pour les chaudières, par contre, on ne peut recourir à une autre source de fourniture pour suppléer la défaillance constatée. Le coût de défaillance doit alors refléter le coût économique de la non fourniture d'une certaine quantité de vapeur 60 bars. Ceci rejoint le problème de délestage que nous n'abordons pas dans le cadre de cette étude : une analyse approfondie des multiples facteurs mis en jeu en cas de défaillance (pertes dues à des produits non fabriqués, préjudices encourus par certains ateliers suite à un arrêt brutal de matériel ...) s'avère indispensable pour fixer de façon réaliste ce coût de défaillance. Comme cette évaluation n'est pas actuellement terminée, nous avons pris, dans l'immédiat, comme coût de défaillance une valeur artificiellement élevée, de sorte que les configurations, dont le choix entraînerait un risque non négligeable de défaillance, soient systématiquement rejetées. A ce propos, remarquons que pour préférer des configurations évitant toute défaillance, mais plus coûteuses sur le plan production, à des configurations ayant un risque très faible de conduire à une défaillance, il faut attribuer à la défaillance un prix unitaire dont l'ordre de grandeur est comparable à $\frac{1}{\epsilon}$ fois celui de la vapeur produite.

En résumé, nous définissons donc une fonction de pénalisation h_i ($i=1,2$)

$$h_1(x) = 0 \quad \text{si } x \leq 0$$

$$h_1(x) > 0 \quad \text{si } x < 0$$

$$h_2(x) = (63,10 - 57,036) x$$

au stade actuel de notre étude $h_1(x) = (p_d) \cdot x$ où p_d = prix unitaire de défaillance. (elle sera à remplacer ultérieurement par une fonction plus objective : constante par morceaux ...).

Reprenons les notations utilisées au chapitre IV :

$G(C_1, D_1)$ = Coût optimal pour produire la quantité D_1 de vapeur 60 bars dans la configuration C_1 ($D_1 \in [(C_{MIN})(C_1), (C_{MAX})(C_1)]$).

$Q(C_2, D_2)$ = quantité maximale d'électricité produite lorsque les turboalternateurs de la configuration C_2 turbinent D_2 .
 $(D_2 \in [(CMIN)(C_2), (CMAX)(C_2)])$, ces deux valeurs résultants de "l'optimisation statique".

Alors :

$$\xi(C_1, D_1) = G(C_1, \min(\max(D_1, (CMIN)(C_1)), (CMAX)(C_1))) + h_1(D_1 - (CMAX)(C_1)) \quad (41)$$

$$\eta(C_2, D_2) = -p_0 \cdot Q(C_2, \min(\max(D_2, (CMIN)(C_2)), (CMAX)(C_2))) + h_2(D_2 - (CMAX)(C_2)) \quad (42)$$

Remarque : pour que $\xi(C_1, D_1^j(t))$ (respectivement $\eta(C_2, D_2^j(t))$) soit représentatif du coût optimal associé à un niveau de demande $DP_1^j(t) - A_1(t)$ (respectivement $DP_2^j(t) - A_2(t)$) avec $A_1(t)$ (respectivement $A_2(t)$) quelconque dans le j^{e} intervalle de discrétisation, nous ne l'évaluons pas en prenant la valeur médiane AM_1^j (respectivement AM_2^j) de cet intervalle et par suite la demande moyenne $DP_1^j(t) - AM_1^j$ (respectivement $DP_2^j(t) - AM_2^j$), mais à l'aide de la formule :

$$\xi(C_1, D_1^j(t)) = \frac{1}{2} [\xi(C_1, \underline{D}_1^j(t)) + \xi(C_1, \overline{D}_1^j(t))]$$

$$\text{(respectivement } \eta(C_2, D_2^j(t)) = \frac{1}{2} [\eta(C_2, \underline{D}_2^j(t)) + \eta(C_2, \overline{D}_2^j(t))])$$

$\underline{D}_1^j(t)$ (respectivement $\underline{D}_2^j(t)$) et $\overline{D}_1^j(t)$ (respectivement $\overline{D}_2^j(t)$) étant les demandes respectivement minimale et maximale pour un aléa appartenant à la classe j .

4.3. Commentaires sur la méthode.

4.3.a. Avec cette procédure de résolution, on obtient une "stratégie" de décisions c'est à dire une solution en boucle fermée $(\Delta C_i^*(E_i))(t)$ pour tout $E_i \in \mathcal{C}_i \times \{1, \dots, NA_i\}$ ($i=1,2$). En fait, comme on compte faire appel aux programmes d'optimisation chaque fois qu'on a de nouvelles prévisions à exploiter (les cinq premiers jours de la semaine), pour ces jours-là, seule la décision $\Delta C_i^*(E_i(0))(0)$ ($i=1,2$), issue de l'optimisation est utilisée. L'avantage de la programmation dynamique, qui réside dans la richesse d'informations à retirer de l'exploration systématique, chaque jour, de tout l'espace des états $\mathcal{C}_i \times \{1, \dots, NA_i\}$ ($i=1,2$), n'est prédominant que pour les samedi et dimanche, qui ne font pas l'objet de prévision la veille.

4.3.b. Son inconvénient majeur est l'augmentation du volume des calculs avec la taille du problème : pour chaque sous-problème $i(i=1,2)$, chaque jour, dans chaque état de $C_i \times \{1, \dots, NA_i\}$, on compare entre eux les coûts résultant de l'utilisation de chacune des configurations de C_i . Ceci impose, globalement de faire tourner environ $T \cdot NC_i \cdot (NA_i + 1)$ fois le programme "d'optimisation statique" (à l'exception des cas triviaux $G(C_1, (C_{MIN})(C_1))$, $G(C_1, (C_{MAX})(C_1))$, $Q(C_2, (C_{MIN})(C_2))$, $Q(C_2, (C_{MAX})(C_2))$)

et à calculer $T \cdot NC_i^2 \cdot NA_i$ coûts.

Cette croissance quadratique en NC_i justifie, à postériori, l'intérêt de l'approximation d'indépendance entre les deux sous-systèmes :

Par découplage on réduit la taille du problème dans le rapport

$$\frac{NA_1 \cdot NC_1^2 + NA_2 \cdot NC_2^2}{NA_1 \cdot NA_2 \cdot (NC)^2} = \frac{3179 + 1575}{5006925} \approx \frac{1}{1050} !$$

5. Choix de la profondeur de l'horizon glissant.

Limiter l'horizon à un nombre T de jours, c'est implicitement supposer que la prise en compte d'une information, même agrégée, pour les jours $T+1$, $T+2$, ... ne modifie pas la décision $\Delta C^*(0)$, voire les stratégies pour les deux jours suivants (les seules mises en oeuvre).

Etablissons un lemme qui nous renseigne sur la modulation de la fonction de Bellman $V_i(E_i, t)$, pour un même jour t , un même aléa, selon la configuration C_i de C_i ($i=1$ ou 2).

Lemme : dans $\tilde{C}_i = C_i + \{0\}$ ($0 =$ "tout éteint").

$C_i' \supset C_i$ \Rightarrow on passe de C_i à C_i' en allumant au moins un nouveau générateur : $C_i' = C_i + \Delta C_i$ et $f_i(\Delta C_i) > 0$.

1) \supseteq est une relation d'ordre partiel et \tilde{C}_i ainsi ordonné est un treillis complet qui a pour plus grand élément la configuration \bar{C}_i "tout allumé" et pour plus petit élément 0 (cf. figures 1-2).

2) $\forall C_i, C_i', C_i'' \in \tilde{C}_i$ $f_i(C_i' - C_i) < f_i(C_i' - C_i'') + f_i(C_i'' - C_i)$

3) $\forall C_i' \supset C_i$ $0 < V_i(C_i, j, t) - V_i(C_i', j, t) < f_i(\Delta C_i) \quad \forall t \in \{0, 1, \dots, T\}$

$$\forall j \in \{1, \dots, NA_i\} \quad (43)$$

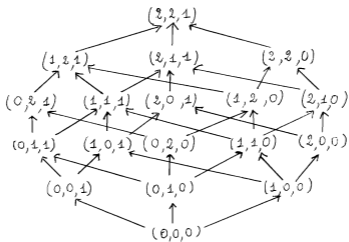


Figure 1

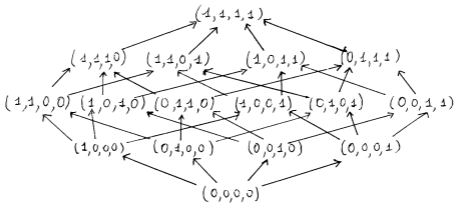


Figure 2

$$4) \forall C_1 \in \bar{C}_1 \quad V_1(\bar{C}_1, j, t) \leq V_1(C_1, j, t) \leq V_1(\bar{C}_1, j, t) + f_1(\bar{C}_1 - C_1) \quad (44)$$

$$\forall j \in \{1, \dots, NA_1\}, \forall t$$

preuve : 1) est immédiat.

Nous allons montrer 2)-4) pour les chaudières, le raisonnement étant similaire pour les turboalternateurs (nous oublions les indices $i=1$).

2) soit $(e_i)_{i=1,2,3}$, $(e_i^*)_{i=1,2,3}$, $(e_i^n)_{i=1,2,3}$ les composantes respectives de C , C^* , C^n :

$$f(C^* - C) = \sum_{i=1}^3 f_i^1 \max(0, e_i^* - e_i) \quad (\text{cf } (40))$$

$$\text{or } \forall i \quad \max(0, e_i^n - e_i) > 0 \text{ et } \max(0, e_i^* - e_i) > e_i^n - e_i$$

$$\max(0, e_i^* - e_i^n) > 0 \text{ et } \max(0, e_i^* - e_i^n) > e_i^* - e_i^n$$

$$\text{d'où } \max(0, e_i^n - e_i) + \max(0, e_i^* - e_i^n) > 0 \text{ et } \max(0, e_i^n - e_i) + \max(0, e_i^* - e_i^n) > (e_i^n - e_i) + (e_i^* - e_i^n)$$

$$\text{soit } \forall i, \max(0, e_i^n - e_i) + \max(0, e_i^* - e_i^n) > \max(0, e_i^* - e_i)$$

en multipliant par f_i^1 et en sommant en i :

$$\sum_{i=1}^3 f_i^1 \max(0, e_i^n - e_i) + \sum_{i=1}^3 f_i^1 \max(0, e_i^* - e_i^n) > \sum_{i=1}^3 f_i^1 \max(0, e_i^* - e_i) \quad \text{cqfd}$$

3) soit \bar{C} (respectivement \bar{C}^*) la configuration optimale pour le jour $t+1$, partant de l'état (C, j) (respectivement (C^*, j))

$$V(C, j, t) \leq f(\bar{C} - C) + \sum_1 P_{1j} (\bar{g}(\bar{C}^*, D^1(t+1)) + V(\bar{C}^*, 1, t+1))$$

$$\text{or } V(C^*, j, t) = f(\bar{C} - C^*) + \sum_1 P_{1j} (\bar{g}(\bar{C}^*, D^1(t+1)) + V(\bar{C}^*, 1, t+1))$$

d'où :

$$V(C, j, t) < V(C', j, t) + f(\bar{C}' - C) - f(\bar{C}' - C')$$

de même :

$$V(C', j, t) < V(C, j, t) + f(\bar{C} - C') - f(\bar{C} - C).$$

Utilisant le résultat 2) $f(\bar{C}' - C) < f(\bar{C} - C') + f(C' - C)$
 $f(\bar{C} - C') < f(\bar{C} - C) + f(C - C')$

on obtient : $V(C, j, t) < V(C', j, t) + f(C' - C)$
 $V(C', j, t) < V(C, j, t) + f(C - C')$

Comme $C \supset C' \Rightarrow f(C' - C) = f(\Delta C) > 0$ et $f(C - C') = 0$

soit $V(C, j, t) < V(C', j, t) + f(\Delta C)$

$$V(C', j, t) < V(C, j, t)$$

□ d'f d ■

4) se déduit de 3) compte tenu que $\bar{C} \supseteq C \quad \forall C \in \bar{C}$

Les prévisions de consommation ne sont détaillées jour par jour que pour une semaine et il est quasiment impossible d'établir un profil des consommations journalières des semaines suivantes sur la base de totaux hebdomadaires.

Ceci nous incite à poser $T=7$ et par suite $V_1(C_1, j, 7) \equiv 0$ sur $C_1 \times \{1, \dots, NA_1\}$, alors qu'avec un horizon de T' jours $T' > 7$, la fonction de Bellman $V_1^*(\dots)$ au jour 7 serait modulée, conformément à la relation (44), par :

$$V_1^*(C_1, j, 7) < V_1^*(\bar{C}_1, j, 7) + f_1(\bar{C}_1 - C_1)$$

Nous avons donc procédé à des expériences numériques sur un horizon de la semaine en initialisant successivement l'équation récurrente de Bellman avec

$$V_1(C_1, j, 7) \equiv 0 \quad \forall C_1 \in C_1 \quad \text{et} \quad \forall j \in \{1, \dots, NA_1\}$$

puis $V_1(C_1, j, 7) = f_1(\bar{C}_1 - C_1) \quad \forall C_1 \in C_1 \quad \text{et} \quad \forall j \in \{1, \dots, NA_1\}$

La décision optimale $\Delta C_1^*(E_1(0))(0)$ ($i=1, 2$) semble robuste et pour les stratégies $\Delta C_1^*(E_1(t))(t)_{t=1, 2}$ les basculements à d'autres configurations ne se produisent que lorsque les coûts correspondants sont proches.

Aussi avons nous retenu $T=7$, c'est à dire un horizon d'optimisation de la semaine.

Nous appuyant sur l'analyse précédente des diverses étapes que recouvre la résolution du problème d'optimisation dynamique, nous avons conçu et mis au point deux algorithmes :

OPTIMA : algorithme d'optimisation dynamique turboalternateurs.

OPTIMB : algorithme d'optimisation dynamique chaudières.

Leurs structures, très similaires, ainsi que les quelques particularités de programmation sont décrites dans l'annexe V.

Sur le plan de calcul, OPTIMA est exécuté approximativement en 17 secondes sur calculateur T1600 et OPTIMB prend environ 50 secondes.

Rien ne s'oppose donc à exploiter chaque fois qu'ils sont disponibles, c'est à dire les cinq premiers jours de la semaine, les tableaux indiquant les prévisions de consommations pour les sept jours à venir, et à "faire tourner" avec ces données les deux programmes d'optimisation qui renseigneront ainsi sur les meilleures décisions de démarrage voire d'arrêt à prendre le lendemain.

Reste à juger maintenant de l'impact de cette optimisation sur la conduite de la centrale.

1. Simulations

Afin de dégager les gains éventuels apportés par l'introduction de cette procédure nous avons développé plusieurs outils de simulation : (cf. Annexe VI).

1.1. Simulation de la gestion optimale des chaudières (respectivement des turboalternateurs) : chaque jour on se réfère à la politique préconisée par le programme d'optimisation OPTIMB (respectivement OPTIMA) pour mettre en service ou éteindre des chaudières (respectivement des turboalternateurs) et, au cours de la journée, on règle de façon optimale - programme d'optimisation statique-, heure par heure, les points de consigne des générateurs en fonctionnement, pour suivre les fluctuations de la demande. On évalue, ainsi, sur une certaine période, le coût de la "politique optimale" - "coût optimal"- ventilé en :

coûts de démarrage

coûts de défaillance (s'il y en a)

coûts de production de la vapeur 60 bars (respectivement gain dû à l'électricité autoproduite).

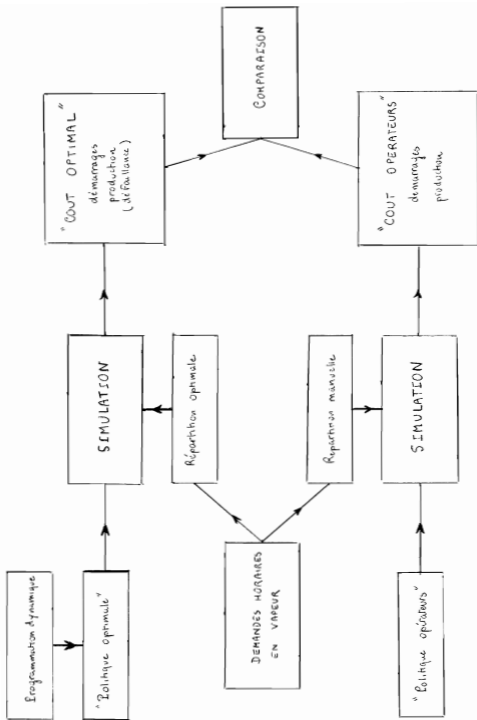


Figure 1

1.2. Simulation de la politique de gestion des *générateurs* pratiquée par les opérateurs :

Pour les turboalternateurs, cette simulation est triviale, puisque l'autoproduction (MWh) est récapitulée dans les "tableaux de production et consommations réelles". En la multipliant par le prix du MWh électrique, on obtient immédiatement le gain résultant. Il suffit de recenser ensuite le nombre de démarrages au cours de la période envisagée afin d'évaluer le coût lié aux démarrages.

Pour les chaudières, grâce à des tableaux journaliers dans lesquels sont consignés les niveaux de production horaire de chaque chaudière, nous sommes en mesure de calculer le coût engendré par la production proprement dite. En y rajoutant les coûts de démarrages, nous avons une estimation du coût encouru avec la conduite actuelle de la centrale - "coût opérateurs" .

Effectuées sur les réalisations réelles de la demande, ces simulations permettent de comparer poste par poste (coûts de démarrage - coût de production ou gain en électricité) et globalement les politiques manuelle et automatique. Le schéma de la figure 1. résume l'enchaînement de ces simulations, dans le cas des chaudières.

Remarque : Il serait également révélateur de confronter la consommation réelle en combustible (fuel et gaz) avec celle calculée lors de la simulation de la politique des opérateurs. Ce serait en effet un moyen de valider les courbes de rendement utilisées .

2. Résultats Turboalternateurs :

Pour les turboalternateurs, les simulations entreprises recouvrent actuellement la période s'étendant du 24 Octobre 1979 au 16 Décembre 1979, sur laquelle les demandes prévues et réalisées sont celles représentées à la figure 2. Les diagrammes de la figure 3 schématisent les politiques d'arrêt et de démarrage préconisées respectivement par le programme d'optimisation et les opérateurs.

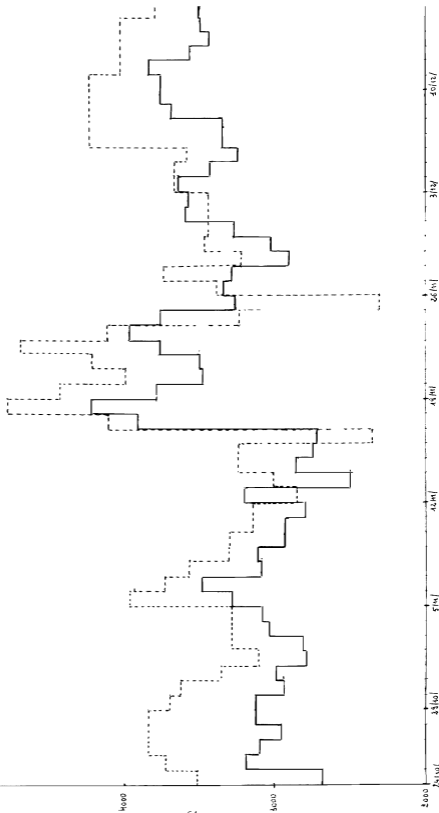
Les tableaux de la figure 4 rassemblent, jour par jour, les éléments pertinents pour la confrontation de ces deux politiques. Sur cette période, on a les résultats globaux suivants :

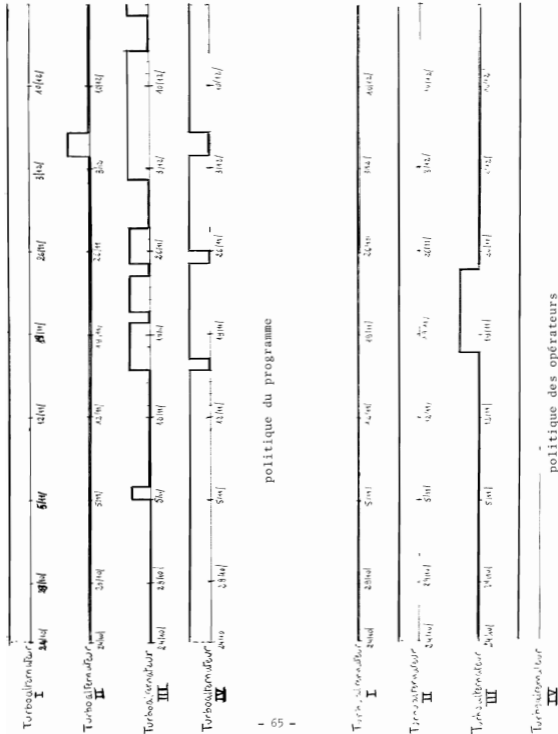
Demandes en vapeur 6 bars

Fig 2

Aligues/jour

----- demande prévue
—— demande réalisée





. Politique des opérateurs :

électricité autoproduite :	15 697 MWh	(à 162 F. le MWh)
gain financier :	2 542 914 F.	
coût de démarrage :	- 512,5 F.	
Gain global :	2 542 401,5 F.	

. Politique "optimale" :

électricité autoproduite	17 714 MWh	
gain financier :	2 850 668 F.	
coûts de démarrage :	- 5 783 F.	
coût de défaillance :	- 4 077 F.	

Gain global : 2 859 808 F Soit 12,5 % de plus.

Remarque : Le gain financier à retirer de l'optimisation statique n'est pas exactement le gain en électricité autoproduite, car la marche à régime plus élevé des turboalternateurs s'accompagne d'une baisse d'enthalpie de la vapeur 6 bars à la sortie des turbines ainsi que probablement d'une diminution de la quantité d'énergie récupérée dans les circuits de refroidissement des appareils. Toutefois ce dernier terme est faible.

On constate que le gain majeur provient essentiellement de l'optimisation statique et que, dans la mesure où, à la fois les coûts de démarrage et le coût unitaire de défaillance sont faibles, le programme d'optimisation "suggère" de changer de configuration dès lors que l'aléa réalisé laisse prévoir des niveaux de demandes pour lesquels avec les turboalternateurs en service jusqu'à ce moment là, même en les réglant au mieux, on ne produirait pas autant d'électricité qu'avec la nouvelle configuration.

Ainsi au début de la période étudiée, du 24/10 au 15/11 79, la configuration proposée est (1,0,0,1) (excepté le 5/11 où on pouvait s'attendre à une demande plus importante) et non (0,1,0,1) :

avec (0,1,0,1) les opérateurs ont produit 6098 MWh.

avec (1,0,0,1) l'autoproduction est de 6984. MWh, soit 14,5 % en plus. Si on adopte la configuration 0101 sur cette période et si on répartit la charge de façon optimale, la quantité d'électricité produite ne s'élève qu'à 6774 MWh soit 3 % de moins qu'avec (1,0,0,1) mais par contre, 11 % de plus qu'avec l'allocation des opérateurs. Cette amélioration consécutive

Fig 4. a

	24/10/79	25/10/79	4/11/79	21/10/79	29/10/79	29/10/79	30/10/79	31/10/79
Electricité produite (Mwh)	262,05	325,98	315,58	298,05	318,78	349,02	286,57	302,34
Coûts de démarrage (en Francs)								
Coût de défallance (en Francs)	83,6							

Electricité produite (Mwh)	224	245			286	261	269
Coûts de démarrage (en Francs)			917				

	21/11/79	21/11/79	30/11/79	7/12/79	5/11/79	6/11/79	7/11/79	8/11/79
Electricité produite (Mwh)	218,05	281,72	308,57	313,85	313,94	360,27	313,60	318,44
Coûts de démarrage (en Francs)					542,5			
Coût de défallance (en Francs)								

Electricité produite (Mwh)		208			305	315	279	283
Coûts de démarrage (en Francs)								

Q
P
O
N
M
L
K
J
I
H
G
F

	9/11/79	10/11/79	11-11/79	12/11/79	13/11/79	14/11/79	16/11/79	17/11/79	18/11/79
Electricite produite (MWh)	242,21	244,95	278,95	327,20	243,46	287,03	273,11	306,76	423,81
Coût de démarrage (en Francs)								731,2	
Coût de déballance (en Francs)								35714	

Fig. 4

O
P
Q
R
S

Electricite produite (MWh)	75,2	247	229	995	512,5
Coût de démarrage (en Francs)					

P
Q
O
N
M
L
K
J
I
H
G
F

	19/11/79	20/11/79	21/11/79	22/11/79	23/11/79	24/11/79	25/11/79	26/11/79	27/11/79	28/11/79
Electricite produite (MWh)	371,18	350,01	338,97	369,83	394,77	353,67	316	320,48	313,4	282
Coût de démarrage (en Francs)			512,5				512,5	732,1		
Coût de déballance (en Francs)		486,3				2047,4	1293,6			

O
P
Q
R
S

Electricite produite (MWh)	330	296	295	331	295	291	239
Coût de démarrage (en Francs)							

	29/11/79	30/11/79	1 ^{re} /12/79	2/12/79	3/12/79	4/12/79	5/12/79	6/12/79
Electricite produite (MWh)	306,83	316,48	317,76	348,46	355,66	374,74	374,74	352,83
Coûts de démarrage (en Francs)						542,5		732,1
Coût de défaislance (en Francs)			315,6					

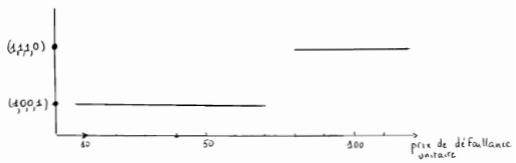
Fig 4.c

Electricite produite (MWh)	256	283	633		324	286	271	258
Coûts de démarrage (en Francs)								

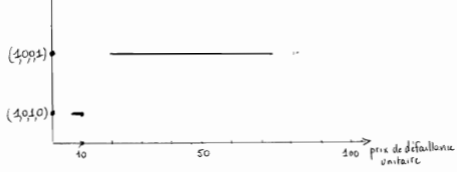
	29/11/79	30/11/79	1 ^{re} /12/79	2/12/79	3/12/79	4/12/79	5/12/79	6/12/79	15/12/79	16/12/79
Electricite produite (MWh)	323,15	360,76	368,90	370,43	378,86	386,59	354,59	362,04	363,89	318,21
Coûts de démarrage (en Francs)										542,5
Coût de défaislance (en Francs)										

Electricite produite (MWh)		950		325	334	324	314			
Coûts de démarrage (en Francs)									833	

Le 24/11/78



Le 25/11/78



Le 1/12/78

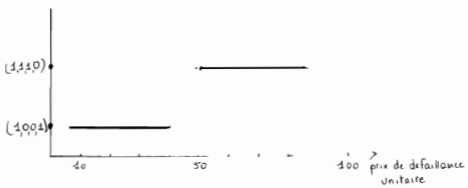


Fig 5 Influence du prix unitaire de défaillance

au choix de la configuration proprement dit n'a pas lieu, lorsque les décisions prises sont trop "prudentes" vis à vis de la demande effectivement réalisée (un turboalternateur allumé en trop); néanmoins la répartition optimale, avec la configuration retenue, accroît de façon déjà importante l'autoproduction en électricité. A titre d'exemple, au cours de la semaine du 3/12 au 9/12/79, on produit 2380 MWh avec la politique "optimale" contre 2447 MWh produits en optimisant avec (0,0,1)-politique des opérateurs- mais cette autoproduction est supérieure de 11 % à celle des opérateurs.

Quant aux défaillances observées sur cette période, elles s'expliquent par l'un des phénomènes suivants :

. Il est globalement plus avantageux de détendre directement la vapeur 60 bars en vapeur 6 bars plutôt que d'avoir un turboalternateur supplémentaire allumé ce qui oblige à réduire le régime de marche des turboalternateurs de meilleur rendement. C'est le cas pour la journée du 20/11/79.

Si on maintient le turboalternateur III allumé, le manque à gagner en électricité 14 MWh, soit 2274,5 F, est supérieur aux coûts de redémarrage du turboalternateur III le lendemain et de la défaillance - au total 1000 F.

. La demande fluctue de façon trop importante au cours de la journée ; Ainsi, pour le 16/11/79, la demande horaire passe de 102 tonnes à 148 tonnes (moyenne de la journée 114 tonnes). Ceci est en accord avec le fait qu'il faudrait chiffrer la défaillance unitaire à plus de 700 F pour que l'on préfère la configuration (1,0,0,1) à la configuration (1,0,1,0).

. Les demandes réelles avaient une probabilité assez faible de se produire et comme le prix de défaillance est très faible, elles ont eu peu de "poids" dans la procédure de programmation dynamique. Ceci a lieu les 24 et 25/11/79 et le 1/12/79. Pour ces jours là, nous avons fait une étude de sensibilité au prix de défaillance (cf. figure 5).

Remarque : Lorsque le programme conseillait, pour le premier jour de la période d'optimisation, un choix de configuration, qui une fois mis en œuvre, ne permettait pas de satisfaire la demande en vapeur 6 bars, et, qu'une faible variation du prix unitaire de la tonne de vapeur non produite (10F au lieu de 6,05 F) entraînait le basculement à une solution de plus forte capacité de turbinage, c'est cette dernière configuration que nous avons conservée ; elle était d'ailleurs, déjà préférée pour certains états initiaux de marche des turboalternateurs. Cette sorte d'"instabilité"

peut donc être détectée à la lecture du listing : si on remarque que, pour le premier jour, les coûts de démarrage président au choix entre une configuration et une autre capable de répondre à des demandes plus élevées, nous jugeons plus "sûr" de recommencer l'optimisation dynamique en augmentant légèrement le prix de défaillance, pour voir si la même politique est maintenue.

3. Résultats chaudières

Nous n'avons commencé les simulations qu'à partir du 15 janvier 1980, car, antérieurement, certaines répartitions journalières nous faisaient défaut. Les résultats présentés ici s'arrêtent au 2 mars 1980; la politique optimale a été élaborée en fixant à 1000 F le prix de défaillance pour une tonne de vapeur 60 bars non fournie, soit à peu près 15 fois le prix moyen de production de la tonne de vapeur 60 bars surchauffée (de l'ordre de 70 F).

La figure 6 montre l'évolution de la demande (prévue et réalisée) au cours de cette période. On se reportera à la figure 7 pour la visualisation des politiques du programme et des opérateurs respectivement, ainsi qu'aux tableaux de la figure 8 pour la comparaison, jour par jour, des divers coûts encourus avec ces deux politiques.

Globalement les chiffres sont :

. pour les opérateurs :

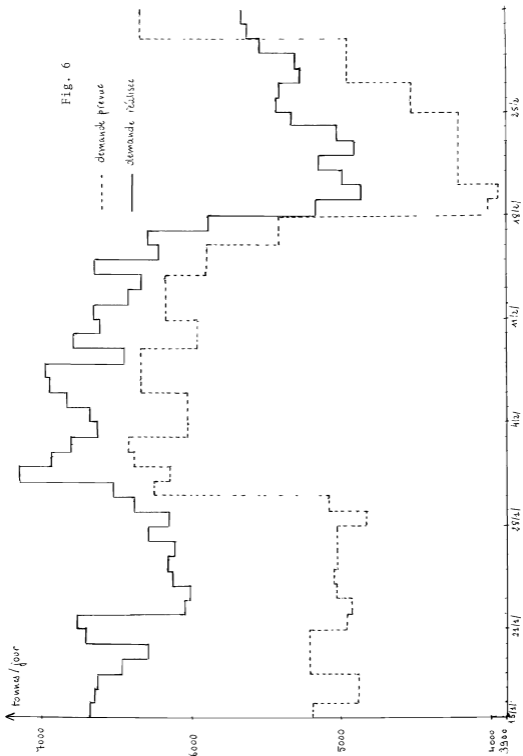
coût de production :	16 627 787 F.
coût de démarrage : +	<u>5 868 F.</u>
coût global	16 633 655 F.

. avec le programme :

coût de production :	16 578 27 F.
coûts de démarrage : +	<u>205 38 F.</u>
	16 599 165 F.

Le gain global est beaucoup plus faible que pour les turboalternateurs : de l'ordre de 0,2 %. Ceci s'explique par le fait que, les rendements variant assez peu en fonction du régime, et, en outre, ne différant pas notablement d'une chaudière à l'autre, l'optimisation statique contribue peu à l'amélioration de la gestion des chaudières : ainsi pour la période du 15/1/80 au 29/1/80, les opérateurs ne s'écartent que de 0,14 % du comportement optimal. On constate d'ailleurs, que lorsque, suite à une augmentation du

Demandes en vapeur 60 bars



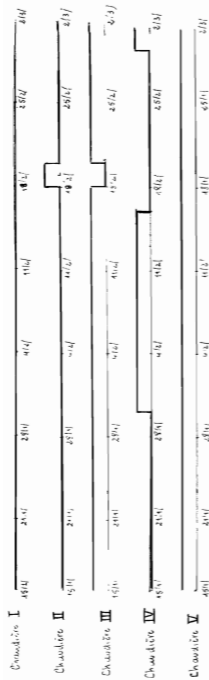
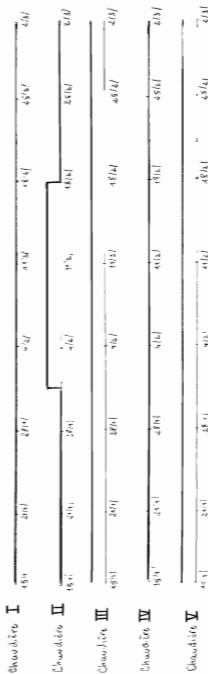


Fig 7

politique du programme



politique des opérateurs

Fig. 8.a

	1977-78	1978-79	1979-80	1980-81	1981-82	1982-83	1983-84	1984-85	1985-86
P									
R									
O									
L									
K									
R									
A									
P									
M									
E									
<hr/>									
O									
L									
K									
P									
L									
O									
D									
R									
L									
O									
L									
R									
S									
<hr/>									
O									
L									
K									
P									
L									
O									
L									
R									
S									
<hr/>									
O									
L									
K									
P									
L									
O									
L									
R									
S									

Fig. 8.b.

P	31/12/80	31/12/81	31/12/82	4/12/83	5/12/83	6/12/83	7/12/83
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							
47							
48							
49							
50							
51							
52							
53							
54							
55							
56							
57							
58							
59							
60							
61							
62							
63							
64							
65							
66							
67							
68							
69							
70							
71							
72							
73							
74							
75							
76							
77							
78							
79							
80							
81							
82							
83							
84							
85							
86							
87							
88							
89							
90							
91							
92							
93							
94							
95							
96							
97							
98							
99							
100							

Fig 8.c

	48/1/80	49/1/80	48/1/80	47/1/80	46/1/80	21/2/80	34/2/80	23/2/80
Coût de production (en Francs)	352398	328629	285688	268940	218304	288542	273283	279065
Coût de démarrage (en Francs)			5868					
Coût de fabrication (en Francs)								

	25/1/80	33/5/80	29/6/80	23/7/80	28/6/80	28/1/80	27/5/80	28/2/80
Coût de production (en Francs)	357142	333559	293664	23472	280625	288476	275127	282082
Coût de démarrage (en Francs)								

	25/1/80	28/2/80	36/3/80	27/2/80	28/2/80	28/2/80	40/3/80	2/3/80
Coût de production (en Francs)	236645	302484	300096	283279	295049	308590	309892	320608
Coût de démarrage (en Francs)								
Coût de fabrication (en Francs)							4890	

	20/8/80	30/1/80	30/4/80	28/5/80	28/2/80	31/3/80	31/5/80	11/5/80
Coût de production (en Francs)	209582	304086	304825	285438	287201	310362	315272	316537
Coût de démarrage (en Francs)								

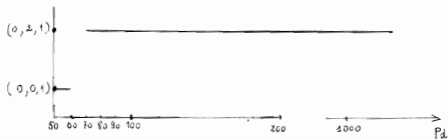
du niveau de la demande, il est nécessaire de mettre en route une chaudière supplémentaire, le programme d'optimisation retient, parmi les configurations répondant à des plages de demandes sensiblement voisines, celles pour laquelle le coût de démarrage est le moins pénalisant plutôt que celle qui consomme le moins de combustible, car, précisément, il y a très peu d'écart entre les coûts de production proprement dits : ainsi, au cours de la période du 31 Janvier au 15 Février 1980, le programme ne suggère la politique (0,2,1) que lorsque la configuration de la veille est (0,2,1) ou (0,2,0); sinon il choisit la configuration (1,1,1). En fait, sur cette même période en répartissant de façon optimale la charge sur les chaudières II-III-V au lieu des chaudières III-IV-V on ne réalise que 0,2 % d'économie.

Le coût de défaillance adopté semble suffisamment élevé, puisqu'on est toujours capable, avec la politique "optimale", de répondre à la demande en vapeur 60 bars. Pour les journées, où le programme propose des configurations un peu trop "prudentes", nous avons analysé l'influence du prix unitaire de défaillance (p_d). (Cf figure 9). Remarquons que si ce prix devient inférieur au prix marginal de la tonne de vapeur 60 bars produite, on a alors intérêt à sous-produire avec la configuration de meilleur rendement c'est à dire avec (0,0,1). C'est ce qui a lieu pour la journée du 30/1/80. Cette hypothèse étant peu réaliste, nous avons, dans la suite, limité inférieurement (p_d) à 100.F. On retrouve, sur ces exemples, le fait que le basculement à une configuration de plus forte capacité de production se produit pour un prix de défaillance d'autant plus grand que le risque de ne pas répondre à la demande, dans tous les cas statistiquement possibles, est plus réduit. Aussi déterminer empiriquement - c'est à dire par des expériences numériques de sensibilité - un ordre de grandeur raisonnable de ce prix de défaillance n'est envisageable que si les matrices de transition de la chaîne de Markov ne sont pas à remettre en cause.

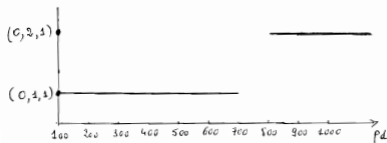
4. Conclusions

De toute évidence, la discussion qui précède manque de généralité dans la mesure où les deux politiques ne sont comparées que sur une seule réalisation de la demande. Par ailleurs, à l'heure actuelle, les simulations ne portent pas sur des périodes suffisamment longues pour en tirer des conclusions définitives, et, en particulier, justifier de façon objective la rentabilité de l'implantation d'un ordinateur muni du

Le 30/1/80



Le 15/2/80



Les 1^{re}/3/80 et 2/3/80

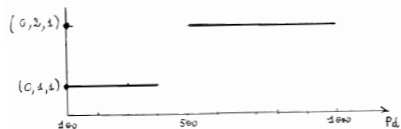
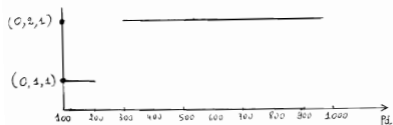


Figure 9. Influence du prix unitaire de défaillance

Programme d'optimisation; c'est pourquoi il a été décidé de les poursuivre. Toutefois, d'ores et déjà, certains résultats positifs peuvent être entrevus :

- nette amélioration de l'optimisation statique des turboalternateurs.
- tendance à réagir plus rapidement face à des variations de la demande.

Ceci est bénéfique lorsque, suite à une baisse de la demande, il devient inutile de maintenir en service une des unités.

Il ressort également de cette campagne de simulations que l'efficacité de l'optimisation dynamique est étroitement liée à la qualité de la prévision des demandes et du modèle stochastique des aléas. Par conséquent, il importe de continuer à "affiner" l'identification des chaînes de Markov pour les aléas 60 bars et 6 bars, en incorporant à la base de données déjà disponible de nouvelles réalisations. En outre, remplacer ultérieurement les constantes caractérisant les consommations spécifiques des ateliers par des fonctions du régime de marche contribuerait certainement à rendre le planning prévisionnel plus précis; on s'orienterait alors vers une identification adaptative des demandes en vapeur. Mérite également d'être approfondie la question du délestage en cas d'incidents graves, puisqu'elle est sous-jacente au chiffrage d'un prix de défaillance vapeur 60 bars réaliste. Le problème que nous avons traité ouvre donc encore de larges perspectives d'études complémentaires, voire même de recherche comme par exemple le contrôle et la régulation de l'excès d'air au niveau des brûleurs des chaudières.

Ce travail accompli en collaboration avec un industriel important s'est révélé intéressant sous de multiples aspects. Sur le plan scientifique, nous avons mis en oeuvre, à l'occasion d'un exemple concret de problème de contrôle stochastique mêlant des variables continues et des variables entières, les techniques de programmation dynamique. Nous avons essayé d'intégrer au mieux l'ensemble des données collectées par le Bureau d'études de l'usine de Chalampé, et, notamment d'en extraire des renseignements statistiques pertinents pour modéliser les demandes en vapeur.

Ceci s'est concrétisé par l'élaboration de tables de décision et la mise au point d'outils de simulation, utilisables comme aide à la décision, par le

personnel de la centrale. Par ailleurs, cette étude qui a exigé la coopération active du personnel de Chalampé a eu, indirectement, des retombées fructueuses sur l'usine, tant sur le plan technique que sur le plan humain, compte-tenu de l'intérêt croissant accordé aux problèmes d'économie d'énergie.

Post-Scriptum

Postérieurement à la rédaction de cette thèse, il est apparu que le coût de défaillance unitaire défini page 55, pour pénaliser l'obtention d'une tonne de vapeur 6 bars par détente directe d'une tonne de vapeur 60 bars et non par turbinage, chiffrait, "en moyenne", le manque à gagner dû à l'absence d'auto-production électrique ; or, ce dernier est déjà pris en compte dans le critère de l'optimisation statique. Par conséquent, en ce qui concerne la vapeur 6 bars, lorsque la capacité de trubinage des turboalternateurs en fonctionnement est insuffisante, on détend alors directement le surplus de vapeur 60 bars mais cette solution de remplacement ne s'accompagne d'aucun coût de défaillance ($p_d = 0$).

- [1] H. AKAIKE : A new look at the statistical model identification, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-19, n°6, December 1974.
- [2] O.D. ANDERSON : Time Series Analysis and Forecasting : The Box-Jenkins Approach, Butterworths.
- [3] W.S. BARTLETT : On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series, Jour. Royal Stat. Soc., B.8, 27, 1946.
- [4] A. BENSOUSSAN : Introduction to the theory of Impulse Control, Reprint from "Control Theory and Topics in fonctionnal analysis" Vol.III.
- [5] A. BENSOUSSAN : Utilisation du filtre de Kalman pour la prédiction des séries économiques, Archives de l'I.S.E.A, Tome XXVII, 1974 n°2-3.
- [6] A. BENSOUSSAN-J.L. LIONS : Nouvelles méthodes en contrôle impulsif, J. of Appl. Math. and Opt., Vol.1, 1975.
- [7] P. BERNHARD-G.BELLEC : On the evaluation of worst-case design with an application to the quadratic synthesis technique, Proc. IFAC Symp. on Sensitivity, Adaptivity and Optimality, Ischia, Italy 1973.
- [8] D.P. BERTSEKAS : Convexification procedure and decomposition methods for non convex optimization problems, Jal. of Opt. Theory and Appl., Vol.29, n°2, 1979.
- [9] D.P. BERTSEKAS : On penalty and multiplier methods for constrained minimization, SIAM Jal on Control and Opt. Vol. 14, n°2, February 1976.
- [10] G.E.P. BOX-D.R. COX : An analysis of transformations, Jour. Royal Stat. Soc., B-26, 211, 1964.
- [11] G.E.P. BOX-G.W. JENKINS : Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, 1976
- [12] J. CEA : Optimisation : Théorie et algorithmes, Dunod, Paris 1971. Paris, 1971.
- [13] G. COHEN : Optimization by decomposition and coordination : a unified approach, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, n°2, April 1978.
- [14] G. COHEN : Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems, Jal of Opt. Theory and Appl., Vol. 32, n°3, 1980.
- [15] F. DEBECQUE-J.P. QUADRAT : Sur l'estimation des caractéristiques locales d'un processus de diffusion avec sauts, IRIA Rept. 311, Le Chesnay, France 1978.

- [16] P. FAURRE : Réalisations Markoviennes de processus stationnaires, Thèse de doctorat d'état, Université de Paris VI, 1972.
- [17] R. CALLAGER : Information theory and reliable communication, John Wiley, 1968.
- [18] M. GOURSAT-S. MAURIN : Méthodes de résolution numérique des inéquations variationnelles, LAB. 7412 (IRIA/LABORIA).
- [19] C.W. GRANGER : Analyse spectrale des séries temporelles en économie, Dunod, Paris, 1969.
- [20] U. GREANDER-M.ROSENBLATT : Statistical Analysis of stationary Time Series Analysis, Wiley, 1957.
- [21] E.J. HANNAN : Time Series Analysis, Science Paperbacks, Chapman and Hall (London).
- [22] R.A. HOWARD : Dynamic programming and Markov Processes, MIT Press, Cambridge, 1960.
- [23] G.M. JENKINS-D.G. WATTS : Spectral Analysis and its applications, Holden Day, San Francisco, 1968.
- [24] M.G. KENDALL-A.STUART : The advanced theory of Statistics, Griffin, London 1968.
- [25] L.S. LASDON-J.D. SCHORFFLER : A multilevel technique for optimization, Proc. JACC, Troy, N.Y. 1965.
- [26] C. LECUAY : Application du contrôle stochastique à un problème de gestion optimale d'énergie, thèse de docteur-ingénieur, Université de Paris IX, 1975.
- [27] D.G. LUENBERGER : "Optimization by Vector Space methods", New-York, Wiley, 1969.
- [28] E. PARZEN : Mathematical considerations in the estimation of spectra, Technometrics, Vol.3, 1961, pp 167-190.
- [29] M. ROBIN : Contrôle impulsif des processus de Markov, Thèse de doctorat d'état, Université de Paris, 1978.
- [30] G. RUCKEBUSCH : Théorie géométrique de la représentation markovienne, Thèse de doctorat d'état, université de Paris VI, 1980.
- [31] A. TURBEON : Optimal scheduling of thermal generating units, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, n°6, December 1978.

A N N E X E I

Données techniques de Fonctionnement
des chaudières et des Turboalternateurs

ANNEXE I.

I. Chaudières :

I.1. Rendements globaux :

Chaudières I et II : P = 50t/h

Regime	38%	59%	91%	102%
Rendement	91,06%	91,33%	91,02%	90,40%

Approximation parabolique : $r(x) = -0,0493 x^2 + 0,0583 x + 0,8957$.

Rendement moyen : $r_1 = 0,9095$.

Chaudières III et IV P = 120t/h

Regime	39%	60%	90%	101%
Rendement	93,14%	93,67%	93,45%	93,13%

Approximation parabolique : $r(x) = -0,0494 x^2 + 0,0679 x + 0,9127$

Rendement moyen $r_2 = 0,9335$.

Chaudière V P = 200 t/h.

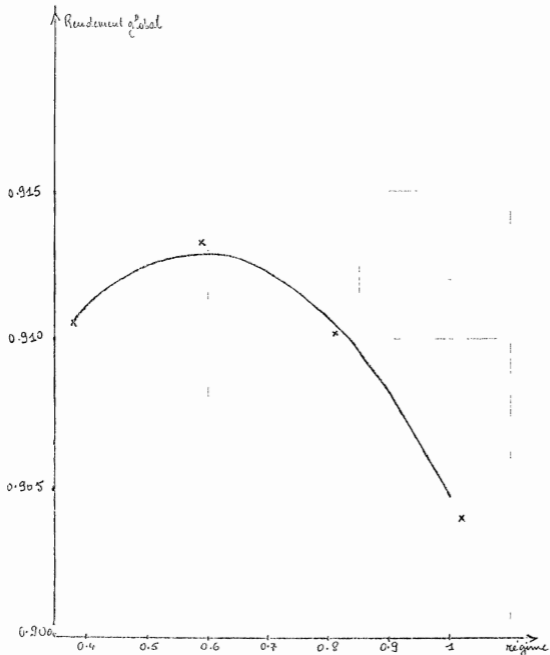
Regime	40%	61%	91%	101%
Rendement	94,51%	94,04%	93,19%	92,45%

Approximation parabolique $r(x) = -0,0244 x^2 + 0,9490$.

Rendement moyen $r_3 = 0,9357$.

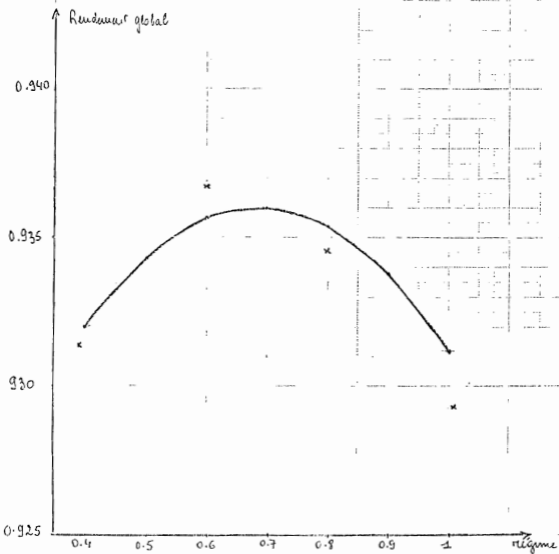
RENDMENT (HAUBERES 1-2)

(50 T/h)



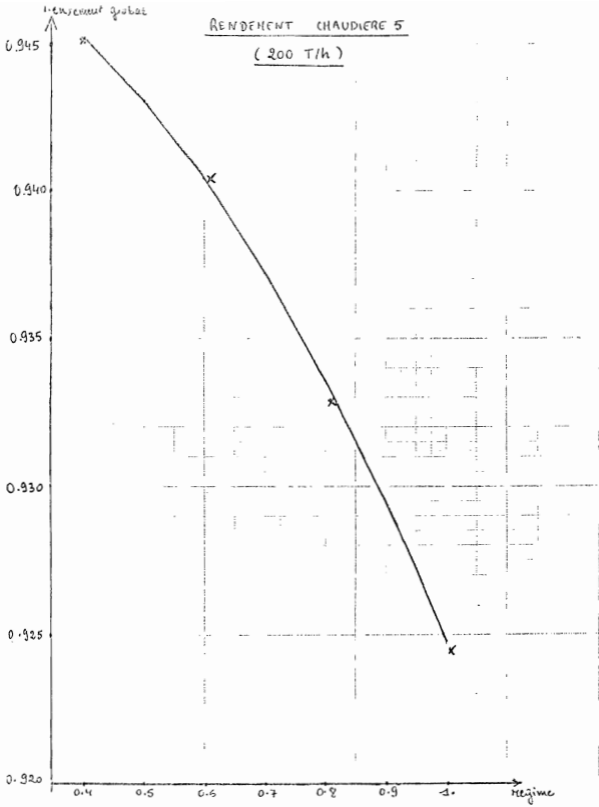
RENDMENT CHAUDIERES 3-4

(120 T/h)



RENDIMENT CHAUDIERE 5

(200 T/h)



I.2. Consommations auxiliaires électriques.

Chaudières I et II.

Production Vapeur (T/h)	30	40
Puissance Electrique consommée (KW)	100	122

$$(C_{ae})(x) = 110 x + 34.$$

Chaudières III et IV.

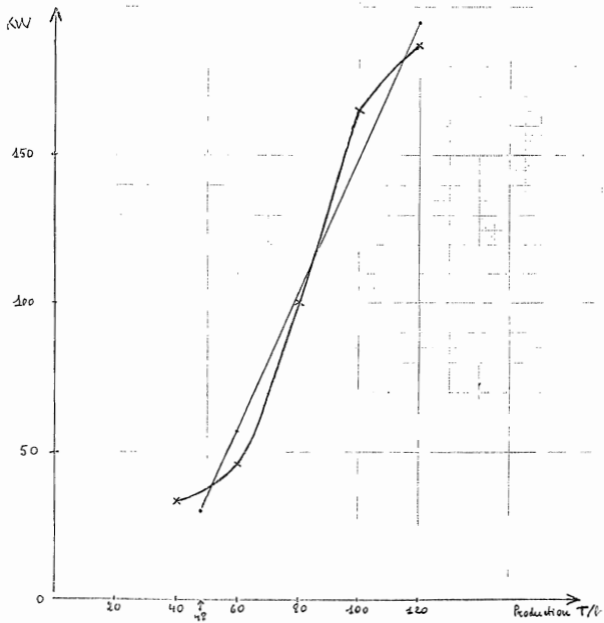
Production Vapeur (T/h)	40	60	80	100	120
Puissance Electrique consommée (KW)	34	46	100	165	187

$$(C_{ae})(x) = 275,09 x - 80,06$$

Chaudière V.

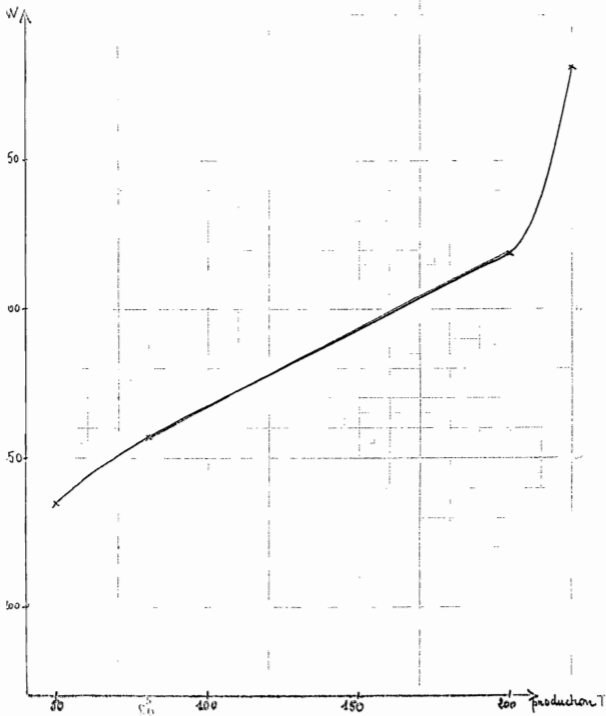
Production Vapeur (T/h)	50	80	100	120
Puissance Electrique consommée (KW)	235,2	257,25	319,125	382,2

$$(C_{ae})(x) = 104,125 x + 215,60.$$

Chaudières 3-4 (120t/h)

CONSUMATIONS AUXILIAIRES ELECTRICITE'

Chaudière 5 (200t/h)



I.3. Coûts de démarrage.

	CHAUDIÈRES I et II	CHAUDIÈRES III et IV	CHAUDIÈRE V
Coût de démarrage en Tonnes de fuel	7,2	6	12
Coût de démarrage en Francs	5868	4890	9780
Frequente maximale admise	15 jours	15 jours	15 jours

II Turboalternateurs.

II.1. Rendements.

Consommation spécifique (Tonne de vapeur/h)/MW

Régime	TURBO I 6,5 MW	TURBO II 6,5 MW	TURBO III 6,5 MW	TURBO IV 9 MW
40%	11,50	12,35	12,10	11,75
60%	10,35	10,60	10,80	10,60
80%	10,00	10,25	10,40	10,10
100%	9,70	10,20	10,25	9,70

Turboalternateur	S(x)
I	54,4 x + 7,520
II	58 x + 7,725
III	58,4 x + 7,185
IV	77 x + 10,971

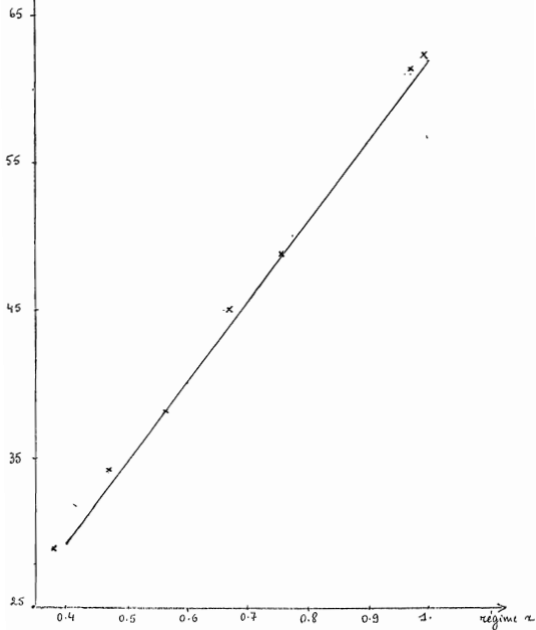
II.2. Coûts de démarrage.

	TURBOS I - II - III	TURBO IV
Coût de démarrage en tonnes de vapeur	7	10
Coût de démarrage en Francs	512,47	732,4

RENDMENT TURBOALTERNATEUR 1

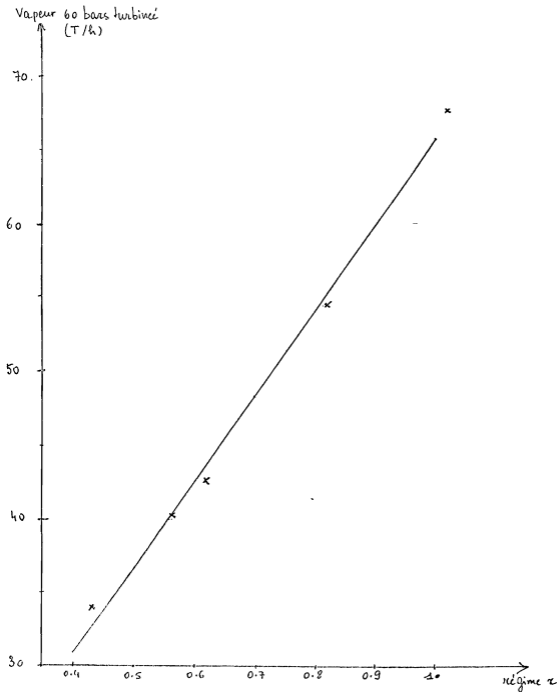
6.5 MW

Vapeur 60 bars turbine
(T/h)



RENDIMENT TURBOALTERNATEUR 2

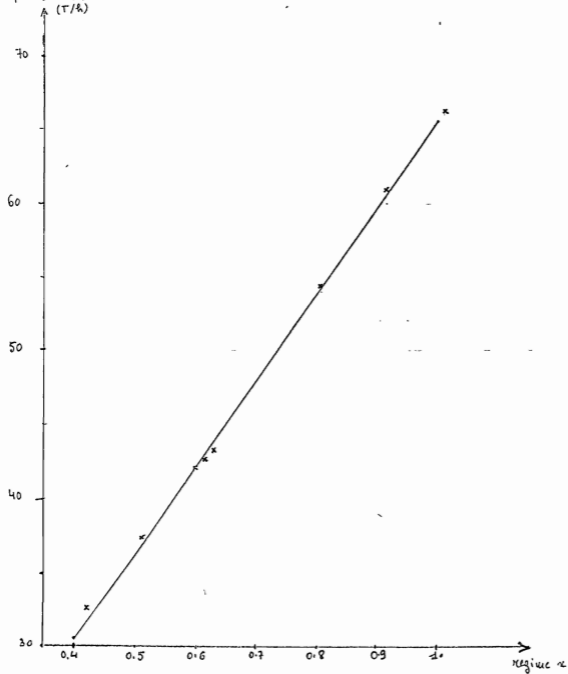
6.5 MW



RENDIMENT TURBOALTERNATEUR 3

6.5 MW

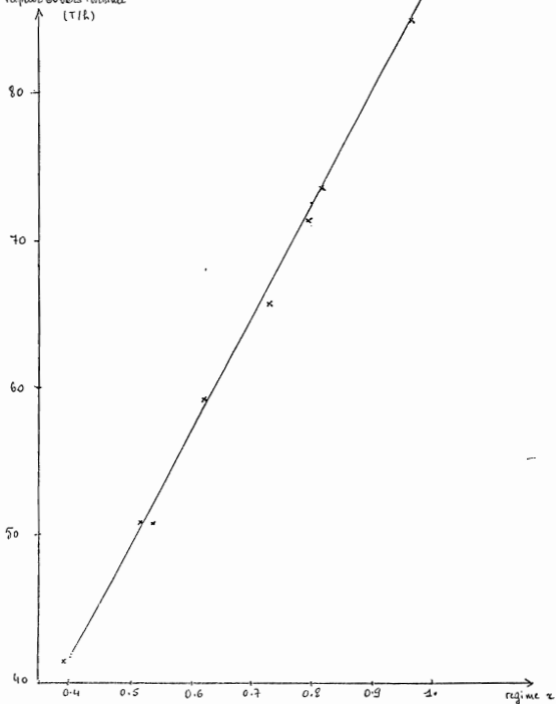
Vapeur 60 bars turbine
(T/h)



RENDÉKENT TURBOALTERNÁTOR 4

9 MW

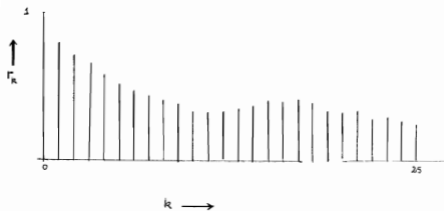
Vapour Góbers turbinái
(T/R)



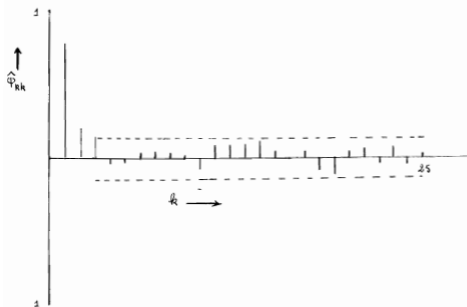
A N N E X E I I

Modélisation des demandes en vapeur

VAPEUR 60 BARS



Autocorrelations



Autocorrelations partielles

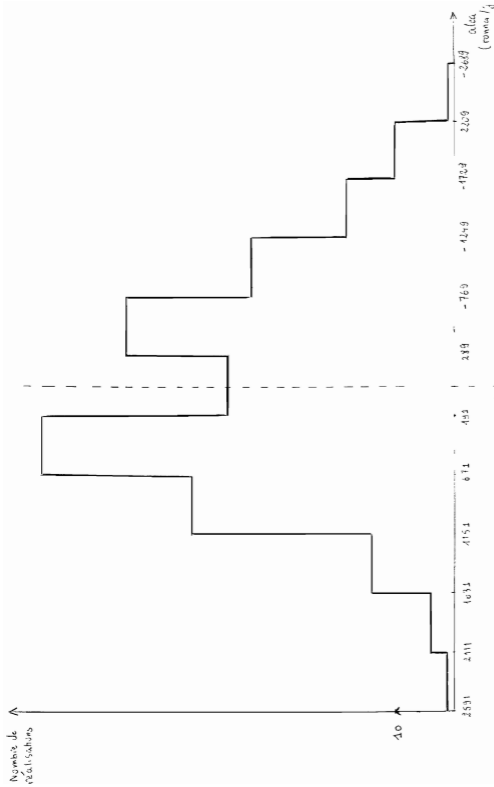
ALEAS VAPEUR 60 BARS

Série initiale $\mu = 45,38$ (224 observations)
 $\sigma = 881,8$

MODÈLE	PARAMETRES			SCAAR-TYPE des RÉSIDUS $\hat{\sigma}_a$	χ^2_{22}
	Estimation	Borne inférieure \bar{x} à 95%	Borne Supérieure \bar{a} à 95%		
AR(1)	$\varphi_1 = 0,8048$ $\mu = 58,01$	0,7246 -294,93	0,8849 410,94	526,94	38,01
AR(2)	$\varphi_1 = 0,6433$ $\varphi_2 = 0,2007$ $\mu = 57,28$	0,5106 0,0680 -377,83	0,7760 0,3334 492,40	518,53	29,22
AR(3)	$\varphi_1 = 0,6110$ $\varphi_2 = 0,1045$ $\varphi_3 = 0,1524$ $\mu = 27,32$	0,4778 -0,0520 0,0190 -492,01	0,7442 0,2642 0,2859 546,66	510,28	23,33
ARMA(1,1)	$\varphi_1 = 0,9047$ $\theta_1 = 0,3016$ $\mu = 67,58$	0,8345 0,1457 -433,70	0,9749 0,4574 568,85	514,30	26,44

Remarque Le ARMA(1,1) s'écrit sous forme AR(∞).

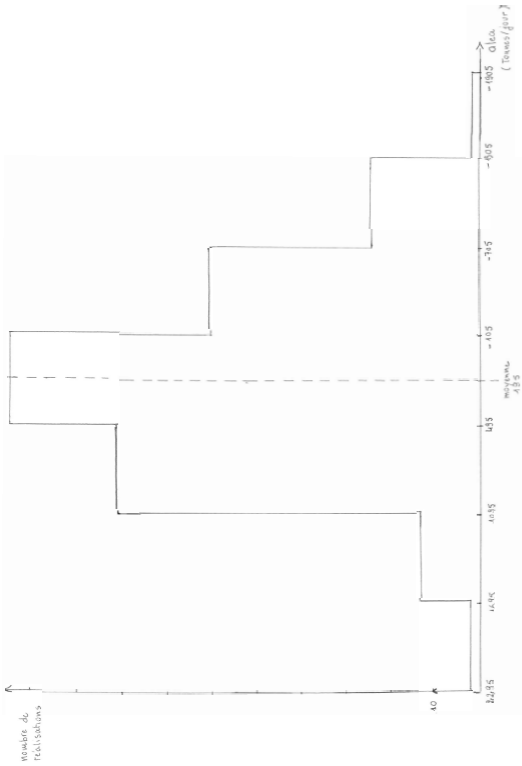
$$a_t = (y_t - \mu) - 0,6031(z_t - \mu) - 0,1818(z_{t-2} - \mu) - 0,055(z_{t-3} - \mu) - \dots$$



Moyenne
 = 49

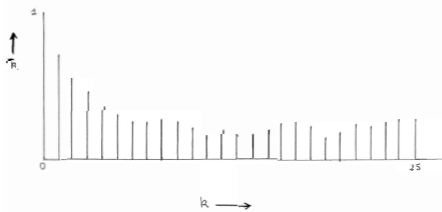
HISTOGRAMME DES ALEAS VAPEUR 60 BARS

(287 observations)

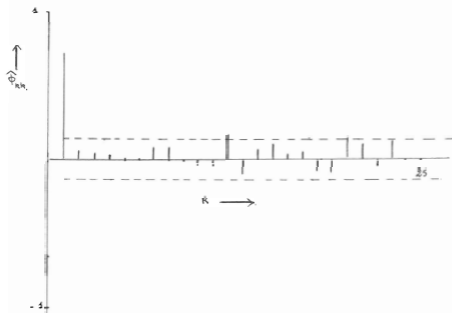


HISTOGRAMME DES ALEAS VAPEUR 6 BARS
(287 observations)

VAPEUR 6 BARS



Autocorrélations



Autocorrélations partielles

ALEAS VAPEUR 6 BARS

Série initiale $\mu = 232,84$

(224 observations)

 $\sigma = 595,3$

MODÈLE	PARAMÈTRES			EGART - TYPE des RÉSIDUS: $\hat{\sigma}_w$
	Estimation	Borne inférieure à 95%	Borne Supérieure à 95%	
AR(1)	$\phi_1 = 0,7225$ $\mu = 241,30$	0,6299 44,33	0,8152 438,88	411,77
AR(2)	$\phi_1 = 0,6788$ $\phi_2 = 0,0634$ $\mu = 236,27$	0,5441 - 0,0708 31,37	0,8135 0,1980 441,16	412,11

Le programme permet de traiter des observations sur des périodes de temps discrètes

données

NP : nombre de périodes

NS : hauteur de dimension, NP indiquant le nombre de semaines dans chaque période

MINX : nombre maximum de classes d'états autres (≤ 12)

PAS : amplitude (en jours/heure) d'une classe

LC : ($LC-1$) est le nombre de calculs réalisés pour la série temporelle

NRPE : variable la plus haute = 60 jours 60 élan

6 : pour élan

VER : hauteur du dimensionnement ; $VER(1) = I^2$ réalisation

VCP : hauteur du dimensionnement ; $VCP(I, 1) =$ période pour le jour ($I-1$)

pour la période $I+1$

Formet de lecture ($1 \leq 10 \leq 5$) de sorte que :

Avec une ligne registre les deux autres réalisations au sein d'une semaine

avec une autre réalisation les réalisations pour les jours suivants

COF : coefficient multiplicatif pour les périodes

COF 1 : pour le volume 60 jours

COF = 4,12326 pour le volume élan : tout compte de l'écart

entre les deux "autres" (périodes) et les deux "autres" (périodes)

Antéa

VCA : hauteur du élan : élan = différence entre période et réalisation

$VCA(I) = I^2$ observation de l'élan, $VCA(I)$ n'est pas définie si $VCA(I)$ n'est pas défini

et aucun des $VCA(I-1, 1)$ ($I=1, \dots, 7$) n'est défini. Tous élan en fait, pour

la période, $VCA(1) = 0.5$ et l'observation I n'est pas définie ($5(I) = 0.7$) - la élan

pour élan, pour chaque période, semaine par semaine.

VHIN : élan minimum réalisé

VHAX : élan maximum réalisé

AVER : moyenne de la plus des élan

SD : écart-type de la plus des élan

NA : nombre de classes d'élan, chaque élan a pour longueur PERS = PAS x 24

VDEB, VFIN : pour réaliser l'ajustement de la plage réalisée

- IFREQ tableau $NA \times NA$ des fréquences conditionnelles
- I tableau $NA \times NA$ des probabilités conditionnelles, $P(I, j)$ probabilité (alés i et classe J | alés $i \in$ classe J)
 - CTR valeur médiane de l'alés pour cette classe
 - $NAC(I)$ nombre d'observations dans cette classe
 - STATS(1, I) somme des valeurs prises par les alés de la classe
 - STATS(2, I) moyenne des alés dans la classe
 - STATS(3, I) écart-type des alés dans la classe
- PI tableau de dimension NA des probabilités stationnaires
- R tableau des corrélations, $R(I, J)$ corrélation d'ordre $J-1$

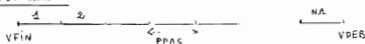
Variables internes

- NO nombre total d'observations
- $NO1, NO2$ points repétant respectivement le début et la fin de chaque période
- S tableau de sélection des observations
 - $S(I) = 1$ si observation utilisée
 - $S(I) = 0$ si observation éliminée

Sous programmes appelés

- TALLY (A, S, TOTAL, AVER, SD, VMIN, VMAX, NO, NV) sous programme de la bibliothèque T1600 calcule pour chaque variable i ($i \in \{1, NV\}$) d'un lot d'observations (matrice A $NO \times NV$) sélectionnées (par S de longueur NO) le total (TOTAL), la moyenne (AVER), l'écart type (SD), le maximum (VMAX), le minimum (VMIN)
- TFREQ (A, S) calcule les fréquences conditionnelles et les pourcentages de fréquences pour un lot d'observations (matrice A de longueur NO) sélectionnées par S (longueur NO) Les autres arguments sont faites en COMMON (voir NO, NA, VDEB, VFIN, PPAR, NP, NS (à définir par l'utilisateur)
NAC1, STATS, IFREQ, E, PI (paramètres de retour)

numérotation des classes



On a adopté cette numérotation du fait que

- alés + demande prévue = demande réelle


```

WRITE(100,50) JJ,C
401 FORMAT(5Y,14HORDER/LATITUDE D*DDMM,1X,3X,17,4)
17 CONTINUE
STOP
END

SUBROUTINE TFFQ(A,S)
COMMON/1/SD,HA,VDFN,VFIN,PPAS
COMMON/2/NA(12),STAT1(3,12),TFFQ(12,12),P(12,12),PT(12)
COMMON/3/HP,PS(4)
IMTFGR NAC2(12)
RFAI A(400)
RFAI S(400)
DO 10 I=1,HA
PI(I)=0.
NAC1(I)=0
NAC2(I)=0
DO 15 J=1,HA
IFREQ(J,I)=0
P(J,I)=0.
15 CONTINUE
DO 16 J=1,3
STAT1(J,I)=0.
16 CONTINUE
14 CONTINUE
NOP=0
NO1=0
DO 1 IP=1,HP
L=0
NO2=(NS(IP)*7)+NO1
NO1=NO1+1
DO 1 Y=NO1,NO2
IF(S(I))3,2,3
3 K=INT((VF1)-A(I))/PPAS)+1
NAC1(K)=NAC1(K)+1
STAT1(1,K)=STAT1(1,K)+A(I)
STAT1(3,K)=STAT1(3,K)+A(I)*A(I)
NOP=NOP+1
IF(L)5,4,5
5 IFREQ(K,L)=IFREQ(K,L)+1
NAC2(L)=NAC2(L)+1
4 L=K
GO TO 1
2 L=0
1 CONTINUE
NO1=NO2
9 CONTINUE
DO 7 I=1,HA
PI(I)=FLOAT(NAC1(I))/FLOAT(NOP)
IF(NAC1(I))6,7,6
6 STAT1(2,I)=STAT1(1,I)/FLOAT(NAC1(I))
STAT1(3,I)=STAT1(3,I)-(FLOAT(NAC1(I))*STAT1(2,I)+STAT1(2,I))
STAT1(3,I)=(STAT1(3,I)/FLOAT(NAC1(I)-1))*0.5
DO 8 J=1,HA
P(J,I)=FLOAT(IFREQ(J,I))/FLOAT(NAC1(I))
7 CONTINUE
RETURN
END

```

```

COMMOD/1/40,PA,VDF,VT1,PPAS
COMMOD/2/PAAC1(12),STAT1(3,12),IFRFD(12,12),P(12,12),PI(12)
COMMOD/3/MP,PS(4)
REAL VCA(400)
REAL VCI(400,7)
REAL S(400)
REAL VCM(400)
REAL R(40)
LFC=7 (= le nombre de lettres)
RFAD(LEC,202) JNP(= imprimeur)
202 FORMAT(12)
READ(1 EC,202) NP
RFAD(1 EC,202) NVAP
RFAD(1 EC,202) P*MAX
RFAD(1 EC,202) LC
RFAD(1 EC,200) (%S(1),I=1,10)
200 FORMAT(413)
RFAD(1 EC,203) PAS
203 FORMAT(F9,5)
NO=0
DO 15 I=1,NP
15 NO=NO+(%S(1)*7)
READ(LEC,201)((VCP(I,J),J=1,7),I=1,NO)
READ(1 EC,201) (VCR(I),I=1,NO)
201 FORMAT(7F10,5)
RFAD(1 EC,204) COF
204 FORMAT(F9,4)
PPAS=PAS*20.
WRITE(IMP,100) NVAP
100 FORMAT(2X,2PHSTATISTIQUES POUR LA VAPPEUR ,12,6H MARS1,/)
C
C GENERATION DES ALEAS
WRITE(IMP,102)
102 FORMAT(3X,14HLES ALEAS SONT)
NO1=0
DO 1 IP=1,1P
NO2=(%S(IP)*7)+NO1
NO1=NO1+1
DO 1 I=NO1,NO2
IF(VCR(I))16,6,16
16 K=1
L=1
4 IF(VCP(K,L)) 3,2,3
2 IF(K,EQ,NO1) GO TO 6
K=K-1
IF(I,FQ,7) GO TO 6
L=L+1
GO TO 4
6 S(I)=0.
VCA(I)=0,5
GO TO 1
3 S(I)=1.
VCA(I)=VCP(K,L)*COF-VCR(I)
1 CONTINUE
WRITE(IMP,111) IP
111 FORMAT(//,2Y,7HPENJUGE,12)
WRITE(IMP,103) (VCA(I),I=NO1,NO2)
103 FORMAT(7(%S,F12,5))
NO1=NO2
18 CONTINUE
C
C STATISTIQUES FLEMENTAIRES
CALL TALLY(VCA,S,TOTAL,AVER,SD,VMIN,VMAX,NO,1)
WRITE(IMP,104) AVER,SD,VMIN,VMAX
104 FORMAT(//,5X,PHOYI'VE=,F14,7,/,5X,PHOYI'V'='=,F14,7,/,
-10H'=',F14,7,/,5X,PHOYI'V'='=,F14,7,/)
C
C DETERMINATION DU NOMBRE DE CLASSES
X=VMAX-AVER
Y=AVER-VMIN

```

```

HAL=INT((Y-PAS*12.)/PPAS)+1
MAP=INT((X-PAS*12.)/PPAS)+1
NA=NA1+MAP+1
VDEF=AVFR-(PAS*12.)-(FLOAT(MA1)*PAS*20.)
VFIN=AVFR+(PAS*12.)+(FICAT(HAP)*PAS*20.)
WRITE(IMP,100) 'A,PPAS,VM,NA,VFIN
104 FORMAT(//,2X,12,20H INTERVALLES DE LONGUEUR,F6.1,20H COMMENCANT A L'ALEA,F
-L'ALFA,F10.3,13,10HFINISSANT A L'ALFA,F10.3)
IF(MA.GT.NA*NA) GO TO 10

```

C

C REPARTITION DANS LES CLASSES
C CALCUL DES PROBABILITES CONDITIONNELLES

```

CALL TRFO(VCA,S)
WRITE(IMP,105)
105 FORMAT(///,2X,21HTABLEAU DE FREQUENCES,/)
DO 20 J=1,NA
20 WRITE(IMP,110) (FH0(I,J),I=1,NA)
110 FORMAT(6X,12F10.3)
WRITE(IMP,107)
107 FORMAT(///,2X,46HTABLEAU DE POURCENTAGES DE FREQUENCE,/)
DO 21 J=1,NA
21 WRITE(IMP,106) (P(I,J),I=1,NA)
106 FORMAT(6X,12E10.3)
WRITE(IMP,112)
112 FORMAT(///,2X,21HREPARTITION DES ALEAS)
CTR=VFIN+(PAS*12.)
DO 8 I=1,NA
CTR=CTR-PPAS
IF(AC1(I).EQ.0) GO TO 12
WRITE(IMP,108) I,CTR,AC1(I)
108 FORMAT(/,5X,10HCLASSE ,I2,3X,11HCONTRE EN ,F13.6,4X,13,9H ELEMENTS)
-)
WRITE(IMP,109) (STAT1(J,I),J=1,3)
109 FORMAT(6X,6HTOTAL ,F13.6,2X,8HMOYENNE ,E13.6,2X,11HFCART-TYPE ,E13.6)
-)
GO TO 8
12 WRITE(IMP,113) I
113 FORMAT(4X,28HPAS D'ELEMENT DANS LA CLASSE,I2)
8 CONTINUE
WRITE(IMP,115)
115 FORMAT(///,2X,22HPROBABILITES INITIALES,/)
WRITE(IMP,106) (PI(I),I=1,NA)
GO TO 7
14 WRITE(IMP,114)
114 FORMAT(//,2X,23HTROP DE NIVEAUX D'ALEAS,/)

```

C

C CALCUL DES AUTOCORRELATIONS

```

7 DO 9 J=1,LC
R(J)=0.
NN=0
NO1=0
DO 19 IP=1,NP
NO2=NO1+(RS(IP)*7)-J+1
NO1=NO1+1
DO 10 J=NO1,NO2
IF(S(J))1,10,11
11 JJ=1+J-1
IF(S(JJ))13,16,13
13 R(I)=R(I)+((VCA(J)-AVE0)*(VCA(JJ)-AVFR))
NN=NN+1
10 CONTINUE
NO1=NO2+1-1
19 CONTINUE
R(I)=R(I)/NN
9 CONTINUE
WRITE(IMP,116)
116 FORMAT(///,2X,16HAUTOCORRELATIONS)
DO 17 J=2,LC
C=R(J)/R(1)
JJ=J-1

```

```

REAL T(11*10)
REAL T(10)
REAL M(11)
LC=10* (Leueur de cartes)
IMP=100 (Imprimante)
READ(5,*)M(1:10)
300 FORMATT(1)
FORMAT(1F,5E10)
READ(5,*)M(11)
301 FORMATT(2)
M(11)=M(1)
NX=1F10+100*100
READ(5,*)M(2),M(3),M(4),M(5),
      M(6),M(7),M(8),M(9),M(10)
100 FORMATT(3)
X=ACHTM(1)-(1+10000)
DO 2 J=1,NX
  X=X+NX
  AA=ACHTM(1)-M(1)+ACHTM(2)
  Y=AA*(B-X)
  YF=Y/SB
  CALL FIBONUM(B,X,YF)
  T(J,D)=F
  TS=FC
  DO 3 K=1,NM
    Y=Y+FA5
    YF=Y/SB
    CALL FIBONUM(C,YF,R)
    T(K,D)=R*F
  FC=R
  TS=TS+T(K,D)
3 CONTINUE
T(NM+J)=1.-TS
2 CONTINUE
DO 5 K=1,NM
  DO 6 J=1,NY
    TT(J)=T(K,D)
    CALL FIBONUM(TT,10000000000000000000)
    M(K+J)=YFAB
5 CONTINUE
MSQ=MSQ+M(1)*M(1)
10A FORMATT(4)
PRINT(5)M(1:10)
101 FORMATT(5)
4 CONTINUE
END

```

Décomposition d'une loi de probabilité conditionnelle de densité $\Psi(x|y)$

$\Psi(x|y)$ gaussienne de moyenne $m + \varphi(y-m)$
d'écart-type σ

Données

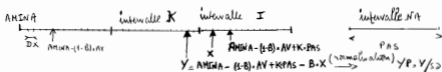
- NA nombre d'intervalles de décomposition
PAS amplitude de d'un intervalle
AMINA borne inférieure de la plage de décomposition
AV paramètre m
B paramètre φ
SD paramètre σ
DX pas de décomposition a l'intérieur d'une classe

Sorties

- V tableau $NA \times NA$ des probabilités conditionnelles
V(I,T) = probabilité ($x \in$ intervalle I | $y \in$ intervalle J)

Variables internes

- NX nombre de points X de décomposition de chaque intervalle $NX \cdot DX = PAS$
T mémoire, successivement pour chaque intervalle I, les probabilités $T(I,K)$
T(J,K) probabilité ($x \in$ intervalle J | $y = K^e$ point de décomposition de l'intervalle I)
IT mémoire pour ce même intervalle I et successivement pour chaque classe d'écarts T
les T(J,K) des divers points de décomposition (dimension NX)



Autre programmes affilés

- $F2NORH(X, PAS, B)$ sous programme de la bibliothèque (IS) qui calcule

$$PAS = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

- $INTAB(Y, N, XX, R, KOD)$ sous programme de la bibliothèque (IS) qui calcule l'intégrale R d'une fonction définie par ses valeurs (tableau Y) en N points espacés de XX (KOD = compte rendu d'échange: nul si l'intégration est normale, NOUT 1 si il y a erreur)

A N N E X E I I I

Optimisation statique des chaudières

OPTIMISATION STATIQUE
DES CHAUDIÈRES

1. Rendements constants:

	Type I	Type II	Type III
P (T/h)	50	120	200
PCI	9750	9750	7,580
P _c (Francs)	815	815	0,576
a _c	110	275,09	104,125
$\frac{1}{R}$	0,04605	0,04647	0,04859

Tableau 1

Ceci indique l'ordre des $\frac{1}{R}$ décroissant type III - type II - type I

Pour que l'algorithme de répartition optimale soit transparent à cet ordre, nous l'avons fait précéder d'un sous-programme de classement appelé RANGD

RANGD (A, RG) classe les éléments de la matrice A par ordre décroissant
R(I) = indice dans la matrice A de l'élément classé en position I.

REOPTB (I, D, IK, X) sous-programme de répartition optimale

Arguments en entrée:

- I = configuration des chaudières
- D = demande à fournir (tonnes/heure)

Arguments en sortie:

- IK = type de(s) chaudière(s) ne fonctionnant pas en brûle
- X = tableau des régimes x^* optimale.

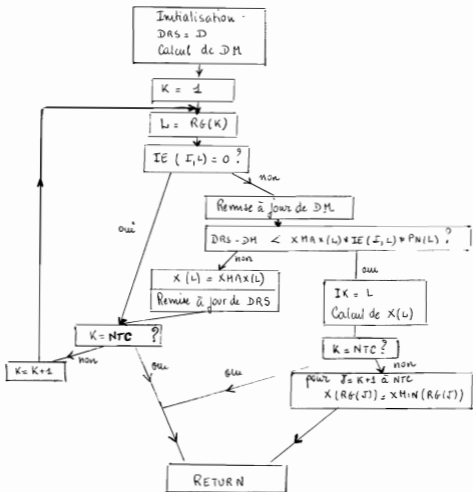
Autres données (passés au sous-programme à l'aide de COMMON)

Utilisés par le programme d'optimisation dynamique, elles sont décrites dans l'annexe V.

Variables intermédiaires

DRS: demande restante lorsqu'on a chargé un certain nombre de chaudières

DM: demande minimale compatible avec les capacités minimales des chaudières non encore chargées




```

SUBROUTINE REOPT3(T,D,IK,X)
COMMON/ZE2/XMIN(3),XMAX(3),PN(3),RD(3),NR(3)
COMMON/FE3/JF(17,3),NTC
REAL X(3)
DRS=D
DM=0.
DO 1 K=1,NTC
X(K)=0.
DM=DM+X*IN(I,K)*FLOAT(JF(T,K))*PN(K)
1 CONTINUE
DO 2 K=1,NTC
L=NR(K)
IF (JF(I,L))3,2,3
3 DM=DM-X*IN(I,L)*FLOAT(JE(T,L))*PN(L)
IF (DRS-DM.LT.XMAX(L)*FLOAT(JE(I,L))*PN(L)) GO TO 5
X(L)=XMAX(L)
DRS=DRS-X(L)*FLOAT(JE(T,L))*PN(L)
2 CONTINUE
GO TO 4
5 X(L)=(DRS-DM)/(FLOAT(JE(I,L))*PN(L))
IK=L
IF (K=NTC)6,4,6
6 KY=K+1
DO 7 J=KY,NTC
L=NR(J)
IF (JE(T,L))8,7,8
8 X(L)=XMIN(L)
7 CONTINUE
4 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE RANGD(A,RG)
REAL A(3)
INTEGER RG(3)
DO 1 I=1,3
N=0
DO 2 J=1,3
IF (A(I)-A(J))3,3,2
3 N=N+1
2 CONTINUE
RG(I)=I
1 CONTINUE
RETURN
END

```

	$J'(x) / P$	$J'(x) / P$	$J'(x) / P$
Regime x	TYPE I	TYPE II	TYPE III
0,4	61,684	60,088	53,628
0,5	61,796	60,076	54,050
0,6	62,109	60,252	54,507
0,7	62,617	60,622	55,055
0,8	63,331	61,176	55,696
0,9	64,265	61,927	56,429
1	65,405	62,882	57,264

Tableau 2.

x	0,4	0,45	0,46	0,46 \rightarrow 1
$J''_2(x)$	-128,80	-14,67	8,08	> 0

Tableau 3.

STAAPT (IC, D, XV) sous-programme de résolution optimale avec recensements paraboliques - méthode de pénalisation locale - (se référer au chapitre IV § 1.4-a)

Arguments en entrée

IC : configuration du chaudron
 D : demande horaire

Arguments en sortie :

XV : tableau des régimes optimaux

au cours du déroulement du programme, XV sert à mémoriser les $(x^k)^h$ argument du minimum de $\sum_{i \in I} \pi_i(x) + (x^k)^h (\sum_{i \in I} \pi_i x_i - D) + \frac{1}{2} \alpha \sum_{i \in I} (x_i - v_i^0)^2$

Autres données transmises au sous programme par COMMON

XMIN, XMAX, PN, RD, NTC, IS

A, B, C, AE, BE, EC, CC, PE

} cf description annexe V

COF = tableau des coefficients de pénalisation (α)

RHO = pas de gradient pour l'évolution du paramètre dual λ

EPS1, EPS3 seuils de convergence

Variables intermédiaires

SK : paramètre dual λ associé à la contrainte $\sum_{i \in I} \pi_i x_i = D$

XK = tableau des $(x_i^k)^h$ solutions de $\Phi_{x_i}(v^k)$

YK = tableau des $(w_i^k)^h$

SOH = $\sum_{i \in I} \pi_i (x_i^k)^h$

AN = mémoire temporaire A(I)

BN = " " B(I)

CN = " " C(I)

AEN = " " AE(I)

BEN = " " BE(I)

I = 1, ..., NTC

CCN = " " CC(I) * PCL(I)

COFN = " " COF(I) / N(I)

PEM = " " PE / P(I)

XN = " " XK(I)

Sous-programmes appelés :

• REOPTB (IC, D, IK, XK) pour initialiser ($h=0$) XK et SK.

• RTHS (X, F, FCT, XLI, XRI, EPS, IEND, IER) sous programme de la bibliothèque

T1600 résolvant l'équation non linéaire FCT(X) = 0 par la méthode d'itération de

de Hillier X en est la racine dans l'intervalle $[XLE, XRE]$. EPS est le tolérance sur X et JEND le nombre d'itérations autorisées. IER compte rendu vaut 0 si pas d'erreur, 1 si pas de convergence, 2 si $FCT(XLE) + FCT(XRE)$ n'est pas négatif ou nul

Fonctions appelées

- R(X) calcul du rendement $r(x) = a x^2 + b x + c$ d'une chaudière
- CNE(X) calcul de la consommation auxiliaire électrique $(a_0) + (b_0)$ d'une chaudière
- DER(X) calcul de la dérivée de $\frac{X}{R(X)}$
- DERP(X) calcul de la dérivée de $\frac{1}{P_0} \left(T_0(z_1) + \lambda P_0 z_1 + \frac{1}{2} \alpha (z_1 - v_1)^2 \right)$ pour une chaudière c

```

R(X)=A*(X**2)+B*X+C
CNE(X)=A0+(B0/X)
DER(X)=(X**2-R(X))/(X**3)
DERP(X)=(T0*(Z1)+LAMBDA*P0*Z1+.5*ALPHA*(Z1-V1)**2)/P0
REAL XK(1)
REAL XV(3)
REAL XK(1)
ITER=3      { Imprimante }

```

```

100 PTE D. LA SOLUTION A RENDEMENTS CONSTANTS
CALL RESO1TB(IE,D,X,XN)
WRITE (IMP,400) XK
400 FORMAT (1//,2X,18HSOLUTION INITIALE=,3(1X+E11.4))

C VERIFICATION DES CONDITIONS NECESSAIRES DE MINIMUM LOCAL
M=A*(IO)
B=B*(IO)
C=C*(IK)
SR=-((C*(IK)+P*(IK)+DER(XK*(IK))) / (P*(AE*(IK)/PN*(IK)))
DO 13 K=1,ITE
IF ((IE*(IC+K).EQ.0.OR.K.EQ.IK) GO TO 13
M=A*(K)
B=B*(K)
C=C*(K)
Gamma=(C*(K)+P*(K)+DER(XK*(K)))+SR+(P*(AE*(K)/PN*(K)))
IF ((B.EQ.0..AND.XK*(K).EQ.XMIN*(K)) GO TO 13
IF ((B.EQ.0..AND.XK*(K).EQ.XMAX*(K)) GO TO 13
GO TO 17
13 CONTINUE
CULT=0.
PD 14 K=1+NTE
XV(K)=XK(K)
M=A*(K)
B=B*(K)
C=C*(K)
MCH=ME*(K)
MCH=BE*(K)
COST=COST+(C*(XV(K)+P*(XV(K))+M*(XV(K)+PN*(XV(K))+FLOAT(IE*(IC+K)))/R(XV(K)))+(P*(AE*(XV(K)))*FLOAT(IE*(IC+K)))
15 CONTINUE
GO TO 18

```

```

      ***** DE CONVERGENCE LOCALLE
      DO 10 I=1,NTC
      WRITE (IMP,403)
      WRITE (IMP,404) VI
      FORMAT (2X,E11.4,2X,F10.5 (IX,E11.4)

```

```

      ***** SOLUTION DU PROBLEME CONVERTI LE ASSUCIE A YK
      WRITE (IMP,405) SK

```

```

      FORMAT (2X,E11.4,3X,F10.5)

```

```

      SDI=0.

```

```

      CONT=0.

```

```

      DO 1 I=1,NTC

```

```

      YI (IE (IC,I))

```

```

      XI=Z (CI)

```

```

      XI=X (CI)

```

```

      XI=Z (CI)

```

```

      XI=YK (CI)

```

```

      XI=XK (CI)

```

```

      XI=ZK (CI)

```

```

      CDM=Z (CI)*PC

```

```

      CDFI=CDF (CI)/PN (I)

```

```

      FDER=PE/PN (I)

```

```

      FDER=DERP (CQI (I))

```

```

      XI (I)=XMIN (I)

```

```

      F=DERP (CQI (I))

```

```

      WRITE (IMP,406) XI (I),F

```

```

      GO TO 6

```

```

      IF (DERP (CQI (I))) S=S+7

```

```

      XI (I)=XMAX (I)

```

```

      F=DERP (CQI (I))

```

```

      WRITE (IMP,406) XI (I),F

```

```

      GO TO 6

```

```

      CALL RTNI (CQI (I),DERP,PHIN (I),XMAX (I),LPS2+50,LEI0)

```

```

      WRITE (IMP,406) XK,F

```

```

      FORMAT (2X,E11.4,2X,E11.5)

```

```

      XI (I)=XK

```

```

      SDI=SDI+ (XV (I)*PN (I))*FLOWT (IE (IC,I))

```

```

      CONT=CONT+ ((CG (I)*PC (I)+XV (I)*PH (I))*FLOWT (IE (IC,I)))/R (XV (I))+ (PE*CAE (X)

```

```

      +CAE (XV (I))*FLOWT (IE (IC,I)

```

```

      CONTINUE

```

```

      WRITE (IMP,404) SDI

```

```

      FORMAT (2X,11#CONTRAINTE=11F5.1)

```

```

      DO 8 I=1,NTC

```

```

      IF (ABS (XV (I))-XR (I) > LPS1) GO TO 9

```

```

      CONTINUE

```

```

      IF (ABS (SDI-D)/D.L1.(LPS3)) GO TO 10

```

```

      SK=SK+SDI (SDI-D)

```

```

      DO 11 I=1,NTC

```

```

      XK (I)=XV (I)

```

```

      GO TO 12

```

```

      ***** DE CONVERGENCE GLOBALE

```

```

      DO 16 I=1,NTC

```

```

      IF (ABS (XV (I))-YK (I) > LPS1) GO TO 17

```

```

      CONTINUE

```

```

      RETURN

```

```

      END

```

```
FUNCTION DER(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
DNUM=CN-(AN*X**2)
DEN=R(X)**2.
RETURN
END
```

```
FUNCTION DER(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
DNUM=CN-(AN*X**2)
DEN=R(X)**2.
DER=DNUM/DEN
RETURN
END
```

```
FUNCTION DERP(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
COMMON/C2/SK,CCN,COFN,PEN,XN
COMMON/C3/AEN,BEN
DERP=CCN*DER(X)+SK+(COFN*(X-XN))+PEN*AEN
RETURN
END
```

```
FUNCTION CAE(X)
COMMON/C3/AEN,BEN
CAE=AEN*X+BEN
RETURN
END
```

A N N E X E I V

Optimisation statique des Turboalternateurs

OPTIMISATION STATIQUE

DES TURBOALTERNATEURS

Avec les données actuelles les $R_i = \frac{P_i}{a_i}$ définis chapitre IV § 2.2 ont les valeurs suivantes :

	TURBO I	TURBO II	TURBO III	TURBO IV
I_i (MW)	6,5	6,5	6,5	9
a_i	54,4	58	58,4	77
R_i	0,1195	0,1121	0,1113	0,1169

Ce qui induit l'ordre croissant suivant : Turbo III, Turbo II, Turbo IV, Turbo I.

La suite, pour que la logique du programme soit indépendante de cet ordre imposé par les données, nous insérons un sous-programme de classement appelé RANGC :

RANGC (A, NR) : classe les éléments de la matrice A par ordre croissant

NR(I) = indice dans la matrice A de l'élément classé en position I

REOPTA (I, D, GE, XT) : sous programme de répartition optimale

Arguments en entrée

D : demande horaire en vapeur & bars

I : configuration des turboalternateurs

Arguments en sortie :

GE : quantité d'électricité turbinée

XT : tableau des régimes ω^* optimaux

Autres données :

Commence à ce sous-programme et au programme d'optimisation dynamique, elles sont explicitées dans le chapitre V

Ce sont : NTA, IET, XMIN, XMAX, PNT, RDT, AT, BT.

Variables nombre de cases

$$\left. \begin{aligned} DRS &= \left(D - \sum_{k=1}^{NR} IET(I, k) * BT(k) - \sum_{k=1}^i XT(k) * AT(k) \right) \\ DM &= \sum_{k=i+1}^{NR} (IET(I, k) * XMIN(k) * AT(k)) \end{aligned} \right\} \text{à l'étape } i$$

l'ordinogramme d'aut assez semblable à celui de REOPTB, nous nous contenter de donner le listing

```

SUBROUTINE REOPTA (I, D, QE, XT)
COMMON/E2/XMIN(4), XMAX(4), PNT(4), RDT(4), NR(4), AT(4), DT(4)
COMMON/E3/IET(15,4), NTA
REAL XT(4)
QE=0.
DRS=D
DM=0.
DO 1 K=1,NTA
XT(K)=0.
DRS=DRS-BT(K)*FLOAT(IET(I,K))
DM=DM+XMIN(K)*FLOAT(IET(I,K))*AT(K)
1 CONTINUE
DO 2 K=1,NTA
L=NR(K)
IF (IET(I,L)) 3,2,3
3 DM=DM-XMIN(L)*AT(L)
IF (DRS-DM*LT*AT(L)*XMAX(L)) GO TO 5
XT(L)=XMAX(L)
QE=QE+XT(L)*PNT(L)
DRS=DRS-XT(L)*AT(L)
2 CONTINUE
GO TO 4
5 XT(L)=(DRS-DM)/AT(L)
QE=QE+XT(L)*PNT(L)
IF (K-NTA) 6,4,6
6 KK=K+1
DO 7 J=KK,NTA
L=NR(J)
IF (IET(I,L)) 8,7,8
8 XT(L)=XMIN(L)
QE=QE+XT(L)*PNT(L)
7 CONTINUE
4 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE RANGC (A, NR)
REAL A(4)
INTEGER NR(4)
DO 2 I=1,4
N=0
DO 3 J=1,4
IF (A(I)-A(J)) 4,4,3
4 N=N+1
3 CONTINUE
NR(I)=J
2 CONTINUE
RETURN
END

```

A N N E X E V

Optimisation dynamique

Un programme d'optimisation dynamique classique (OPTM3) et d'optimisation dynamique - transitoire (OPTM4) ont une structure analogue. Nous nous concentrons de discuter OPTM3 mais, pour chaque variable de ce programme nous pouvons en évaluer l'impact lorsqu'il varie dans OPTM4.

Éléments relatifs au seul système

OPTM3
 NTC nombre de types de candidats (NTC=3)
 dans NTC fonctionnant au full (NTCF=2)

NTF nombre de configurations de candidats (NTF=11)

de votes par le tableau (NTCF*NTC) IE

IE (I, J) = nombre de candidats de type I appartenant dans

la configuration candidat I (I=1, NTC)

NH nombre de classe de votes (en tous/jours)

NTNH leur importance de la classe de votes (en tous/jours)

NTNH leur importance de la classe de votes (en tous/jours)

ND longueur d'une classe de votes (en tous/jours)

F tableau NH * NH des probabilités de haut niveau de la classe de votes appartenant

en votes : F(I, J) = probabilité (vote I et classe J)

IAO des votes

NT nombre de jours de la période d'observation (NT=7)

DT tableau de dimension NT du demandeur précis pour chaque jour de cette période

Données relatives au fonctionnement des générateurs

OPTM4

PN tableau (dimension NTC) des probabilités normales

PT tableau (dimension N: N) des probabilités normales

GA tableau (dimension NTC) du coût de démarrage

(en tous de fuel)

PT tableau (dimension N: N) du coût de démarrage

(en tous de votes écrites)

MIN tableau du volume maximum de fonctionnement

MAX tableau des volumes maxima de fonctionnement

ROH tableau du rendement moyen (dim. NTC)

A tableau du a_i dans l'équation de rendement

B tableau du b_i dans l'équation de rendement

C tableau du c_i (dimension NTC)

A tableau du a_i dans l'équation de la quantité de votes

B tableau du b_i dans l'équation de la quantité de votes

AE tableau des $(a_c)_c$ } dans l'expression de la consommation auxiliaire électrique
 BC tableau des $(b_c)_c$ } $(Cac)_c(x_c) + (a_c)_c x_c + (b_c)_c$ (unité kWh)
 $CF = \frac{\Delta HV}{PCI}$ pour le fuel } $\Delta HV =$ différence d'enthalpie unitaire entre la vapeur
 $CG = \frac{\Delta HV}{PCI}$ pour le gaz (m^3 /roue) } 60 bars produite et l'eau alimentaire
 $PC.I.$ pouvoir calorifique inférieur du combustible

Données économiques

OPTIMB

OPTIMA

PF	prix du fuel (en Francs/roue)		
PG	prix du gaz (en Francs/ m^3)		
PV6	prix de la tonne de vapeur 6 bars (en Francs)	PV60	prix de la tonne de vapeur 60 bars (en Francs)
PD	prix unitaire de défaillance (en Francs)	PDT	prix unitaire de défaillance (en Francs)
	PE	prix de kWh électrique (en Francs)	
VF	coût final éventuel (dimension NCF)	CF	coefficient multiplicatif pour les pénalités

Sorties des programmes :

$V(I, J, T)$ (respectivement $VT(I, J, T)$ pour OPTIMA) (tableau $NCF \times NA \times NT$) : espérance du coût optimal de production pour les jours $T+1, \dots, N$ partant de la configuration I et de l'aléa J le jour T
 $PO(I, J, T)$ (respectivement $POLT(I, J, T)$) (tableau $NCF \times NA \times (NT-1)$) : décision optimale à prendre pour le jour $T+1$, partant de la configuration I et de l'aléa J le jour T
 VO (respectivement VTO) : tableau de dimension NCF : espérance du coût optimal de production sur l'horizon des NT jours, selon la configuration de départ et avec l'aléa initial IAO
 $POLO$ (respectivement $POLTO$) : tableau de dimension NCF : décision optimale à prendre pour le premier jour, en fonction de la configuration initiale, l'aléa initial étant IAO

Variables caractéristiques calculées

OPTIMB

OPTIMA

RD	tableau (dim. NTC) des rendements apparents	RDT	tableau (dim. NTA) des PNF/AT
NR	tableau de classement des types de chaudières par ordre d'incrimination des RD	NR	tableau de classement des turbo par ordre croissant des RDT
PC	tableau (dim. NTC) du prix de l'énergie utilisée par chaque type de chaudières		
CC	tableau (dim. NTC) des $\frac{\Delta HV}{PCI}$ pour chaque type de chaudières		

CHIN tableau (dim. NC) des capacités minimales journalières de production des configurations
CHAX maximales

ED(I, J, T) (respectivement CD(I, J, T) dans OPTIMA) coût évolutif de défaillance lorsque

la demande du jour T est entraînée de l'aléa J et que la configuration de production est I
CP(I, J, T) coût de production résultant de la répartition optimale de la demande du jour T entraînée de l'aléa J avec la capacité de la configuration I
CET(I, J, T) : $(-CET(I, J, T))$ est le gain résultant de l'auto-production maximale pour une demande de jour T soumise à l'aléa J et pour la configuration I
XV (respectivement XT) mémorise la répartition optimale chaque fois qu'on fait l'optimisation statique ; tableau de dimension NTC (respectivement NTA)

Sous-programmes appelés :

- CAND1 (IT, NC, COU)

Lorsque le jour (IT-1) on choisit une configuration J pour le lendemain, l'espérance de coût optimal de production sur l'horizon [IT, NT] se décompose en deux : une partie reflétant le coût de démarrage et qui ne dépend que de la configuration du jour (IT-1) et une partie abstrait

E_{abs, jour (IT-1)} (coût de production optimal le jour IT avec J + revenu optimal pour [IT+1, NT] face de la configuration J)

C'est précisément cette partie qui est calculée et stockée dans COU(T) (tableau COU de dimension NC). Les probabilités conditionnelles à l'aléa du jour (IT-1) sont transmises en COMMON par PT (tableau de dimension NTA). Sont également passés en COMMON les revenus et coûts de production (gains en déduisant l'auto-production pour OPTIMA)

- CAND2 (I, NC, COU, IR, VR)

Pour tout des COU(T) $T=1, \dots, NC$ ce sous-programme choisit la meilleure configuration IR pour le lendemain (coût optimal VR) si on est dans la configuration I. On nécessite la connaissance des coûts de démarrage en COMMON

Fonctions appelées par OPTIMB :

- R(X)
- GNE(X) (cf STROPT) pour calculer le coût d'une répartition optimale

Remarques concernant la programmation

- les configurations $I \in \{1, \dots, NC\}$ sont classées par ordre décroissant de capacité maximale de production, car, ainsi, si, un jour, pour un aléa J la demande associée ne peut être satisfaite par les capacités en fonctionnement dans la configuration I, $\forall I' \geq I$ I' ne pourra répondre aux demandes correspondantes pour les aléas J'

- Les $CP(I, J, T)$ (respectivement $CD(I, J, T)$) ainsi que les $CD(I, J, T)$ (respectivement $EDF(I, J, T)$) sont calculés systématiquement pour tout $(I, J, T) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, NT\}$ du fait que leurs valeurs sont exigées à plusieurs reprises lors de l'évaluation de la fonction "revenue".

Nous rappelons, à cette occasion, que ces coûts ne correspondent pas à la demande moyenne correspondants à l'état médian dans la classe J mais sont la moyenne des coûts associés aux demandes correspondant respectivement à la borne inférieure et à la borne supérieure de I allés dans la classe J .

- la valeur ∞ est symbolisée par 5×10^9

Comment utiliser les tables de décision :

DEMANDE	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
3644	11	11	11	11	11	11	11	11	101	11
3924	1407876.0	1482872.0	1471276.0	1412876.0	1471276.0	1471276.0	1471276.0	1471276.0	1482872.0	1471276.0
3924	11	11	11	11	11	11	11	11	201	11
4404	1554900.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0	1574000.0
4404	111	111	11	111	111	111	111	111	111	111
4804	1533400.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0	1573500.0
4804	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
5244	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0	1533487.0
5244	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
5844	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0
5844	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
6324	1668410.0	1668410.0	1672870.0	1668410.0	1668410.0	1672870.0	1668410.0	1668410.0	1672870.0	1668410.0
6324	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
6324	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
6824	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0	1799977.0
6824	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
7284	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0	1819725.0
7284	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
7284	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
7744	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0	1930757.0
7744	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
8244	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0	1871436.0
8244	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
8244	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111
8724	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0	1937657.0
8724	111	111	21	111	111	111	111	111	111	111

Exemple : le jour 2, la demande réalisée est 6100 tonnes et tout est en état de marche. La chaudière III et V. Alors, on aura à obtenir le lendemain la chaudière I (ou la chaudière II) et l'espérance du coût optimal pour le rest de la période (jours 3 à 7) est 1 672 478 F.

```

COMMON/FP/CP(17,12,7),CD(17,12,7),V(17,11,7)
COMMON/FP2/XMIN(5),XMAX(3),P1(5),RD(4),NR(5)
COMMON/NTX/II(17,5),NTC
COMMON/PA/CA(4),PF
COMMON/PV/PV(11),PA
COMMON/CL/AL(10),DD,EN
COMMON/CS/SAFN,IBN
REAL A(5)
REAL B(5)
REAL C(5)
REAL PC(3)
REAL CC(5)
REAL AC(5)
REAL NT(5)
REAL DP(7)
INTEGER PDL(17,11,6)
REAL CMN(17)
REAL CMAX(17)
REAL P(11,11)
REAL QD(5)
REAL XV(5)
REAL COMT(17)
REAL VF(17)
INTEGER PDL0(17)
REAL VDF(17)
INTEGER NJJ(17)
LFC=7 (lecture de cartes)
IMP=0 (impédance)

```

C

C LECTURE DES DONNEES

```

NCF=17
NTC=3
NTCF=2
NT=7
READ(LEC,106) NA
106 FORMAT(I2)
READ(LEC,106) IAO
READ(LEC,100) (DP(I),I=1,NT)
100 FORMAT(7E10,5)
READ(LEC,100) VF
READ(LEC,101) ((IF(I,J),J=1,NTC),I=1,NCF)
101 FORMAT(3I1)
DO K J=1,NA
8 READ(LEC,103) P(I,J),I=1,NA)
103 FORMAT(11F5,3)
READ(LEC,102) PN,XMIN,XMAX
102 FORMAT(3E4,3)
READ(LEC,102) CA
READ(LEC,105) AMINA,AMAXA,DD
105 FORMAT(F8,2)
READ(LEC,107) PF,PF,PC,PV6,CF,CG
107 FORMAT(F10,5)
READ(LEC,107) PD
READ(LEC,111) RDN
111 FORMAT(3E9,4)
READ(LEC,111) A,R,C
READ(LEC,112) AF,DF
112 FORMAT(3F11,6)
NT1=NT+1
NT2=NT-1
NAP=NA+1

```

C

C CALCUL DE CERTAINS PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT

```

DO 500 I=1,NTCF
PC(I)=PF+(0.005*PV6)
CC(I)=CF
300 CONTINUE
IF(NTCF,FD,NTC) GO TO 501
NTCC=NTCF+1

```

```

DO 302 I=1,NCF
PC(I)=PC
CC(I)=CC
302 CONTINUE
301 DO 503 J=1,NFC
NR=(CC(I)*PC(I)/RDN(I))+((AI(I)*PE)/PN(I))
RD(I)=1./NR
303 CONTINUE
CALL RANQD(PN,NR)

```

C CALCUL DES CAPACITES JOURNALIERES MIN ET MAX DE PRODUCTION

```

DO 4 I=1,NCF
CMIN(I)=0.
CMAX(I)=0.
DO 5 K=1,NFC
CMIN(I)=CMIN(I)+IE(I,K)*PI(K)*XM(I)(K)*20.
CMAX(I)=CMAX(I)+IE(I,K)*PI(K)*XMAX(F)*20.
5 CONTINUE

```

C INITIALISATION

```

DO 6 J=1,NA
DO 6 K=1,N1
6 V(I,J,K)=0.
DO 7 K=1,N1P
7 PUL(I,J,K)=0
V(I,J,N1)=VF(1)
4 CONTINUE
DO 1 I=1,NCF
DO 1 J=1,NAP
DO 1 K=1,NT
CP(I,J,K)=0.
CD(I,J,h)=0.
1 CONTINUE

```

C CALCUL DES COÛTS DE PRODUCTION

```

DO 10 I=1,NT
DR=DP(IT)-AMAXA-DD
DO 11 N=1,NAP
DR=DR+DD
DO 13 I=1,NCF
IF (DR-CMIN(I))14,14,15
14 DO 16 K=1,FTC
XV(K)=XM(I)(K)
GO TO 17
15 IF (DR-CMAX(I))19,14,16
19 DR=DR/20.
CALL RANQD(I,DRN,IK,XV)
DO 27 K=1,NFC
AN=A(K)
BN=B(K)
CN=C(K)
AEN=AF(K)
BEN=BE(K)
CP(I,N,IT)=CP(I,N,IT)+((CC(F)*PC(K)*XV(K)+PI(K)/R(XV(K)))+(PE*CALF
-XV(K))))*FLDPT(IE(I,K))
27 CONTINUE
CP(I,N,IT)=CP(I,N,IT)+20.
13 CONTINUE
GO TO 11
18 DO 20 J=1,NCF
DO 20 K=1,FTC
AN=A(F)
BN=B(K)
CN=C(F)
AEN=AF(K)
BEN=BE(F)
CP(J,F,IT)=CP(J,F,IT)+((CC(F)*PC(K)*XMAX(K)+PI(K)/R(XMAX(K)))+(PE*CALF
-CALF(XMAX(K))))*FLDPT(IE(J,K))
20 CONTINUE

```



```

      CP(J,N,I)=CP(J,N,I)+?R.
      CD(J,N,I)=(DE-CDIAX(J))*PD
20 CONTINUE
11 CONTINUE
   DO 2 I=1,NCF
   DO 2 N=1,NA
      NNN=N+1
      CP(I,N,I)=(CP(I,N,I)+CP(I,NN,I))/2.
      CD(I,N,I)=(CD(I,N,I)+CD(I,NN,I))/2.
   2 CONTINUE
10 CONTINUE
C
C OPTIMISATION DYNAMIQUE
   DO 21 I=1,NTP
      IT1=NI-IT
      WRITE(I'P,401) IT1,DP(IT1)
401 FORMAT(///,2X,4HJOUR,1P,2X,10HETALE DE P'VUE,2X,F4.0)
      IJ=I+1+I
      DO 22 N=1,NA
      DO 23 L=1,NA
23 PT(L)=P(L,I)
      CALL CANO1(ITP,NCF,COUT)
      DO 24 I=1,NCF
      CALL CANO2(I,NCF,COUT,IR,VR)
      V(I,N,IT1)=VR
      POL(I,N,IT1)=IP
24 CONTINUE
22 CONTINUE
C
C IMPRESSION DES TABLES DE DECISION
      IJ=1
      IP=9
25 WRITE(I'P,402) ((IE(I,J),J=1,NTC),I=1,I2)
402 FORMAT(///,2X,4HETALE*,9(3X,31,4X,1H*))
      D2=DP(IT1)-AMAXA
      DO 30 N=1,NA
      D1=D2
      D2=D1+DD
      DO 31 I=1,I2
      II=POL(I,N,IT1)
      NUM(I)=100*IF(II,1)+10*IE(II,2)+IF(II,3)
31 CONTINUE
      WRITE(I'P,403) D1,(NUM(I),I=1,I2)
403 FORMAT(//,2X,F4.0,2H *,9(3X,13,4X,1H*))
      WRITE(I'P,404) D2,(V(I,N,IT1),I=1,I2)
404 FORMAT(2X,F4.0,2H *,9(F10.1,1H*))
30 CONTINUE
      IF(I2,ED,NCF) GO TO 21
      II=I2+1
      IP=NCF
      GO TO 25
21 CONTINUE
C
C ELABORATION DE LA DECISION INITIALE
   DO 25 L=1,NA
25 PT(L)=P(L,IA0)
      CALL CANO1(I,NCF,COUT)
      WRITE(I'P,405) IA0
405 FORMAT(///,2X,40H "ALFA DE LA VEILLE ETAIT DANS LA CLASSE,13,2X,4
-SULES DECISIONS A PRENDRE LE PREMIER JOUR SONT:)
      DO 26 J=1,NCF
      CALL CANO2(I,NCF,COUT,IP,VR)
      V(I)=VR
      POL(I)=IP
      W(I,I'P,406) (IE(I,K),K=1,NTC),E(I'P,K),K=1,NTC),VR
406 FORMAT(//,2X,24HCHOIX INITIALIS DE DEPART,31,141,5X,311,5H COUT,F12.1)
      -1)
26 CONTINUE
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE CADD1(I1,NC,COUT)
COMMON/1/CP(17,12,7),C0(17,12,7),V(17,11,7)
COMMON/2/SP1(11),QA
REAL COUT(17)
DO 1 J=1,NC
COUT(J)=0.
DO 2 M=1,NA
IF(P1(M)) 5,2,5
3 COUT(J)=COUT(J)+(PT(M)*(V(J,1,1T)+CP(J,M,1T)+C0(J,M,1T)))
2 CONTINUE
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CADD2(I,NC,COUT,IS,VR)
COMMON/3/1(17,5),IIC
COMMON/4/CA(3),PF
REAL COUT(17)
VR=5000000000.
DO 1 J=1,NC
TCOUT=COUT(J)
DO 2 K=1,6IC
2 TCOUT=TCOUT+APAYD(0,IF(J,K)-IE(I,K))*CA(K)*PF
IF(VR=TCOUT)1,1,3
3 VR=TCOUT
IR=J
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

COMMON/1/LET(15,9,7),CP1(15,9,7),VT(15,8,7)
COMMON/2/XTMIN(8),XMAX(8),PMT(4),PDT(4),PB(4),AT(4),RT(4)
COMMON/3/IFT(15,4),NTA
COMMON/4/CAT(4),PV60
COMMON/5/P1(8),NA
PVAL DP(7)
1HTFGR DP(15)
INTTGR PDI(15,8,6)
REAL CMT(15)
REAL CMAX(15)
REAL P(A,8)
REAL Y1(4)
REAL CMT(15)
REAL VT(15)
REAL POLID(15)
IMP=A
LFC=7
C
C LECTURE DES DONNEES
NTA=4
NCF=15
NT=7
READ(IEC,106) NA
106 FORMAT(1P)
READ(IEC,106) IAD
READ(IEC,100) (DP(I),I=1,NT)
100 FORMAT(7E10,5)
READ(IEC,101) ((JET(I,J),J=1,NTA),I=1,NCF)
101 FORMAT(8I1)
READ(IEC,102) PMT,XMIN,XMAX,CAT
102 FORMAT(4E8,3)
DO 1 J=1,NA
  1 READ(IEC,103) (P(I,J),I=1,NA)
103 FORMAT(2F5,3)
READ(IEC,105) AMINA,AMAXA,DD
105 FORMAT(F8,2)
READ(IEC,107) PE,PV60,PDT
107 FORMAT(F10,5)
READ(IEC,110) AT,RT
110 FORMAT(4F10,5)
READ(IEC,104) COF
104 FORMAT(F12,7)
NT1=NT+1
NT2=NT-1
NAP=NA+1
C
C CALCUL DES CAPACITES JOURNALIERES MIN ET MAX DE TURBINAGE
DO 5 I=1,NCF
  CMIN(I)=0.
  CMAX(I)=0.
  DO 6 K=1,NTA
    CMIN(I)=CMIN(I)+FIPAT(IFT(I,K))*(AT(K)+XMIN(K)+B1(K))*24.
    CMAX(I)=CMAX(I)+FLDPT(IFT(I,K))*(AT(K)+XMAX(K)+B1(K))*24.
  6 CONTINUE
C
C INITIALISATION
DO 5 J=1,NA
  DO 7 K=1,NT
    7 VT(I,J,K)=0.
    DO 8 K=1,NTA
      8 PMT(I,J,K)=0
    5 CONTINUE
  DO 4 J=1,IAD
    DO 4 I=1,NCF
      DO 4 K=1,NT
        COT(I,J,K)=0.
        CFI(I,J,K)=0.
      4 CONTINUE

```

```

C
C CALCUL DES EFFORTS
  DO 4 K=1,15A
  9 ROT(K)=POT(K)/AT(K)
  CALL RADGC(PD1,DR)
C
C CALCUL DES GAINS EN ELECTRICITE AUTOPRODUITE
  DO 10 IT=1,17
  DR=DP(IT)*COF-AMAXA-DD
  DO 11 N=1,NA
  DR=DR+DR
  DO 13 I=1,NCF
  IF (DR-C*P(IT))14,15,16
  14 COT(I,N,IT)=(COT(I,N)-DR)*PV60
  15 GO 17 K=1,15A
  17 CET(I,N,IT)=CET(I,N,IT)-PT*FLOAT(IT)(I,K)*XMIN(K)*PNT(K)*20.
  GO TO 13
  16 IF (DR-C*MAX(IT))18,19,19
  18 DRH=DR/24.
  CALL REOPTA(I,DRH,DF,XT)
  CET(I,N,IT)=-PT*DF*24.
  13 CONTINUE
  GO TO 11
  19 DO 20 J=1,NCF
  DO 27 K=1,15A
  27 CET(J,N,IT)=CET(I,N,IT)-PT*FLOAT(IET(J,K))*XMAX(K)*PNT(K)*20.
  COT(J,N,IT)=(DR-C*MAX(IT))*POT
  20 CONTINUE
  11 CONTINUE
  DO 2 I=1,NCF
  DO 3 N=1,NA
  NN=N+1
  CET(I,N,IT)=(CET(I,N,IT)+CET(I,NN,IT))/2.
  COT(I,N,IT)=(COT(I,N,IT)+COT(I,NN,IT))/2.
  3 CONTINUE
  2 CONTINUE
  10 CONTINUE
C
C OPTIMISATION DYNAMIQUE
  DO 21 IT=1,NT2
  IT1=NT-IT
  O1=P(IT1)*COF
  WRITE (11P,401) IT1,O1
  401 FORMAT (///,3X,OHJOUR,12,2X,14HEUREMANDE PREVUE,2X,F6.0)
  IT2=IT1+1
  DO 22 N=1,NA
  DO 23 L=1,NA
  23 P1(L)=P(L,N)
  CALL CAND1(IT2,NCF,COU1)
  DO 24 I=1,NCF
  CALL CAND2(I,PCF,COHT,IP,VR)
  VT(I,N,IT1)=VR
  POLT(I,N,IT1)=IR
  24 CONTINUE
  22 CONTINUE
C
C IMPRESSION DES RESULTATS
  I1=1
  I2=R
  30 WRITE (11P,402) (IET(I,J),J=1,NA),I=I1,I2)
  402 FORMAT (///,2X,REPONSE,*,9(3X,9I1,5X,10*))
  O2=DP(IT1)*COF-AMAXA
  DO 30 N=1,NA
  O1=O2
  O2=O1+DR
  DO 31 I=1,I2
  I1=POL(I,I,IT1)
  NUM(I)=1000*IET(I1,1)+100*IET(I1,2)+10*IET(I1,3)+IET(I1,4)
  31 CONTINUE

```

```

WRITE(IMP,403) 01, (PHT(I), I=11,12)
403 FORMAT(//,2X,F6.0,2P 1, '(SY,10,3X,10*)')
WRITE(IMP,404) 02, (VI(I), I=11,12)
404 FORMAT(2X,F6.0,2P *,9(F10.1,10*))
30 CONTINUE
IF (J2,EN,MCF) GO TO 21
I1=I2+1
I2=MCF
GO TO 32
21 CONTINUE
C
C ELABORATION DES DECISIONS INITIALES
DO 25 L=1,NA
25 P(L)=P(L,IA0)
CALL CAMP1(L,MCF,COUT)
WRITE(IMP,405) IAD
405 FORMAT(////,2X,40H 'ALEA DE LA VEILLE ETANT DANS LA CLASSE,I2,2X,4
-SHLS DECISIONS A PPRENDRE LE PREMIER JOUR SONT:)'
DO 26 I=1,MCF
CALL CAD2(I,MCF,COUT,IR,VR)
VTO(I)=VP
POLTO(I)=JR
WRITE(IMP,406) (IET(I,K),K=1,NTA), (IFT(IR,K),K=1,NTA),VR
406 FORMAT(/,2X,20H CONFIGURATION DE DEPART ,4I1,1H:,5X,4I1,5H COUT,F12.1)
-,1)
26 CONTINUE
STOP
END

```

A N N E X E V I

Simulations

Simulation de la politique "optimale" (CHAUDIÈRES)

Pour ce programme, on raisonne par type de chaudières. On rétrocède donc les mêmes paramètres techniques caractérisant les chaudières que dans OPTIMIS
NT, NTCF, NCF, IE, PN, XMIN, XMAX, CA, RDM, A, B, C, AE, BE en tant que données
PC, CC, RD, NR en tant que variables intermédiaires de calcul

Figurent aussi au nombre des données PE, PF, PG, PG, CF, CG, PD

Comme la répartition statique est effectuée avec le sous-programme STADPT, doivent être précisés au départ : RHO, EPS1, EPS2, EPS3, COF (cf ANNEXE III 2.)

données propres au programme

NT nombre de jours de la période simulée ($NT \leq 7$), on suppose la semaine

NPH tableau de dimension NT indiquant, chaque jour, le nombre de niveaux de demande horaire différents

DH et DUR tableaux $NT \times 24$: $DH(J, K) = K^e$ demande au cours de la journée J qui reste constante DUR(J, K) : $\sum_{K=1}^{NPH(J)} DUR(J, K) = 24 \quad \forall J \in \{1, \dots, NT\}$

format de lecture : 7 (F5.1, 1X, F4.1) pour une journée J autant de lignes que :
 \downarrow DH(J,.) \downarrow DUR(J,.)
(Part. entière (NPH(J):7) + 1)

POL : tableau de dimension NT définissant la politique "optimale" en terme de configuration $\forall J \in \{1, \dots, NT\} \quad POL(J) \in \{1, \dots, NC\}$

format de lecture : 7(I3)

ICP configuration initiale (I2)

sorties :

chaque jour pour chaque période au cours de laquelle la demande reste constante :
régimes optimaux XV et coût de production CP
éventuellement, de surproduction (ou la sous production) est signalé ainsi que le coût de défaillance correspondant CD

Ces chiffres sont totalisés au niveau de la journée dans COST coût global voulu en :

COST P production
COST A démarrage
COST D défaillance

Ils sont regroupés à l'échelle de la semaine dans TCOST avec la même répartition en :

TCOST P, TCOST A, TCOST D

Variables internes

ICP est retenu pour mémoriser la configuration du jeu précédant
CMINH et CHAXH (tableaux de dimension NCF) évaluent respectivement minimale et maximale de production linéaire des chaudières

Sous programme appelé et fonctions utilisés

- STABET et les sous programmes ou les fonctions auxquels il se réfère
- R1X) et CAEX)
- RAN6D

```
COMMON/E1/A(3),B(3),C(3),AE(3),BE(3),PC(3),CC(3),COF(3)
COMMON/F1/PE,RHO,FPS1,EPSP,EPSS
COMMON/E2/XMIN(3),XMAX(3),PU(3),RD(3),NR(3)
COMMON/F3/IE(17,3),NTC
COMMON/C1/AN,RN,CN
COMMON/C2/SK,CCN,COFN,PFN,XH
COMMON/C3/AFN,BEN
REAL RDM(3)
REAL XV(3)
REAL DH(7,24)
INTGGR NPH(7)
REAL DUR(7,24)
REAL CMINH(17)
REAL CHAXH(17)
REAL CA(3)
REAL POL(7)
EXTERNAL R
EXTERNAL DER
EXTERNAL DERP
EXTERNAL CAE
IMP=R (impédance)
LFC=7 (le jeu de cartes)
NCF=17
NTC=3
NTCF=2
READ(LEC,106) NT
READ(LEC,104) (NPH(I),I=1,NT)
DO 15 J=1,NT
KK=NPH(J)
READ(LEC,100) ((DH(J,K),DUP(J,K)),K=1,KK)
100 FORMAT(7(F5.1,1X,F4.1))
15 CONTINUE
READ(LEC,101) ((TF(I,J),J=1,NTC),I=1,NCF)
101 FORMAT(3T1)
READ(LEC,102) PU,XMIN,XMAX
102 FORMAT(4F8.3)
READ(LFC,102) CA
READ(LEC,100) (POL(I),I=1,NT)
104 FORMAT(1T2)
READ(LFC,106) ICP
106 FORMAT(12)
```



```

107 FORMAT(10,5)
RFAH(LFC,107) PD
PCAH(LFC,107) RHO,EP51,EP5P,EP53
TEAH(LFC,111) RDM
111 FORMAT(30,4)
RFAH(LFC,111) A,B,C
REAH(LFC,111) CDF
RFAH(LFC,112) AG,BE
112 FORMAT(5F11,6)
DO 300 I=1,NTCF
PC(I)=PF*F0,0RS*PVA)
CC(I)=CF
300 CONTINUE
IF(NTCF,CO,NTC) GO TO 401
NTCG=NTCF+1
DO 302 I=NTCG,NTC
PC(I)=PG
CC(I)=CG
3 → CONTINUE
301 DO 303 I=1,NTC
RR=(CC(I)*PC(I))/RDP(I)+((AG(I)*PF)/PN(I))
RD(I)=1./RP
03 CONTINUE
CALL DANGO(RD,RR)
DO 304 I=1,NTCF
CMINH(I)=0.
CMAXH(I)=0.
DO 305 K=1,NTC
CMINH(I)=CMINH(I)+FLOAT(IF(I,K))*PH(K)*XMIN(K)
CMAXH(I)=CMAXH(I)+FLOAT(IF(I,K))*PH(K)*XMAX(K)
305 CONTINUE
304 CONTINUE
TCOUT=0.
TCOUP=0.
TCOUTD=0.
TCOITA=0.
DO 1 IT=1,NT
COUT=0.
COUP=0.
COUTD=0.
IC=POL(IT)
N=NPH(IT)
WRITE(IMP,200) IT, FIE(IC,K),K=1,NTC)
200 FORMAT(///,3X,4HJOUR,12,5X,14HCONFIGURATION ,311)
DO 2 IH=1,N
WRITE(IMP,201) DUP(IT,IH),DH(IT,IH)
201 FORMAT(/,5X,F4.1,12H HEURE(S) A ,F5.1,3HT/H)
CP=0.
CD=0.
IF(DH(IT,IH)-CMINH(IC))3,4,5
3 WRITE(IMP,202)
202 FORMAT(10X,31HSURPRODUCTION DE VAPEUR 60 PARS)
4 DO 6 K=1,NTC
A=AA(K)
B=BB(K)
C=CC(K)
AF=AA(K)
BE=BB(K)
CP=CP+(CC(K)*PC(K)*X**12-(K)*PH(K)/P(XMIN(K)))+(PF*CAE(XMIN(K)))*)
-FLOAT(IF(IC,K))
6 CONTINUE
CP=CP+DUP(IT,IH)
WRITE(IMP,203) CP
203 FORMAT(10X,18HCOU DE PRODUCTION,F10.1)
GO TO 1)
9 IF(DH(IT,IH)-CMAXH(IC))8,7,9
8 CALL STAGEE(IC,DH(IT,IH),XV,CP)
CP=CP+DUP(IT,IH)

```

```

WRITE (IMP, 204) ((K, IE(IC, K), XV(K)), K=1, N1C)
204 FORMAT (10X, 3(4HTYPE, 1P, 2X, 11, 23H CHAUDIERE(S) AU REGIME, F7.4))
WRITE (IMP, 205) CP
GO TO 1P
9 CD=(DPEIT, IH)-DMAYH(IC)*APD
CD=C1*DUR(11, IH)
WRITE (IMP, 205) CD
205 FORMAT (10X, 3PHOUSPRODUCTIONS DE VAP[UR 60 BARS, 3X, 26HOUT DE DEFAILLANCE ,
-LLANCE , F10.1)
7 DO 11 K=1, N1C
AN=A(K)
BN=B(K)
CN=C(K)
AFN=AF(K)
BFN=BF(K)
CP=CP+((GC(K)*PC(K)*MAY(K)*PN(K)/R(XMAY(K)))+(PE*CAE(XMAY(K))))*
-FLOAT(IE(IC, K))
11 CONTINUE
CP=CP*DUR(11, IH)
WRITE (IMP, 203) CP
12 COHTD=COHTD+CD
COHTP=COHTP+CP
2 CONTINUE
COHTA=0.
DO 13 K=1, N1C
13 COHTA=COHTA+AMAX0(0, IE(IC, K)-IE(JCP, K))*CA(K)*PF
COHT=COHTA+COHTP+COHTD
WRITE (IMP, 206) COHT, COHTP, COHTD, COHTA
206 FORMAT (//, 4X, 11HCOHT TOTAL , F10.1, 17H DONT PRODUCTION , F10.1, 3X, 12HDEFAI
-DEFAILLANCE , F10.1, 3X, 11HCHARGES , F10.1)
TCOHT=TCOHT+COHT
TCOHTA=TCOHTA+COHTA
TCOHTD=TCOHTD+COHTD
TCOHTP=TCOHTP+COHTP
ICP=IC
1 CONTINUE
WRITE (IMP, 207) TCOHT
207 FORMAT (///, 3Y, 21HCOHT POUR LA SEMAINE , F10.1, 5H DONT)
WRITE (IMP, 208) TCOHTP, TCOHTD, TCOHTA
208 FORMAT (10X, 11HPRODUCTIONS , F10.1, 3X, 12HDEFAILLANCE , F10.1, 3X, 11HNEVARR
-ARRAGES , F10.1)
STOP
END

```

Fonctions appelées

. R(x)

. CAE(x)

cf nouv. programme STAOPT dans Annexe III e

(passage des arguments par COMMON, à l'aide des variables AN, BN, CN pour la fonction R et AEN, BEN pour la fonction CAE)

XN est le régime de fonctionnement lorsque la demande brute est PH(.,.) et la puissance de la chaudière PK(.)

```

COMMON/C1/AN,BN,CN
COMMON/C3/AFN,BEN
REAL PN(5)
REAL A(5)
REAL B(5)
REAL C(5)
REAL AE(5)
REAL BE(5)
REAL PC(5)
REAL CC(5)
REAL CA(5)
INTEGER CONF(5,7)
INTEGER CONFP(5)
INTEGER NPH(5,7)
REAL PH(5,7,7)
REAL DUR(5,7,7)
NC=5
LFC=7 (facteur deertes)
IMP=8 (impression)
NCFU=4
READ(LEC,106) NT
106 FORMAT(I2)
DO 10 J=1,NT
DO 10 I=1,NC
READ(LEC,100) NPH(I,J),((PH(I,J,K),DUR(I,J,K)),K=1,7)
10 CONTINUE
100 FORMAT(I2,7(F5.1,1X,F4.1))
READ(LEC,101) (CONF(I,J),I=1,NC),J=1,NT)
101 FORMAT(7(5I11))
READ(LEC,101) CONFP
READ(LEC,102) PN,CA
102 FORMAT(SEA.3)
READ(LEC,103) A,B,C
103 FORMAT(SE9.4)
READ(LEC,104) AF,BE
104 FORMAT(SE11.6)
READ(LEC,107) PE,PF,PG,PV6,CF,CG
107 FORMAT(E10.5)
TCOUT=0.
TCOUTP=0.
TCOUTA=0.
DO 1 K=1,NCFU
PC(K)=PF+(0.095*PV6)
CC(K)=CF
1 CONTINUE
IF(NCFU.EQ.NC) GO TO 2
NCG=NCFU+1
DO 3 K=NCG,NC
PC(K)=PG
CC(K)=CG
3 CONTINUE

```

Simulation de la politique des opérateurs (CNUDIÈRES)

Dans ce programme, les chaudières de même type ne sont pas regroupées du fait qu'elles peuvent fonctionner simultanément à des régimes différents.

données propres au programme

- NC nombre de chaudières (NC=5) dont NCFU (NCFU=4) fonctionnent au fuel
- NT nombre de jours de la période de simulation, en principe la semaine (NT=7)
- CONF tableau NC x NT des politiques des opérateurs

CONF(I, J) = 1 si chaudière I allumée le jour J
0 si chaudière I éteinte le jour J

Exemple.

0 1 0 1 1
512

0 0 1 0 1
jour J

0 0 1 0 1
jour NT

CONF(1, J) = CONF(3, J) = CONF(4, J) = 0
CONF(2, J) = CONF(5, J) = 1

CONF tableau de dimension NC de l'état initial des chaudières

NPH tableau NC x NT, NPH(I, J) indique le nombre de niveaux de production différents au cours de la journée J, pour la chaudière I (en pratique limité à 7)

PH(I, J, K) tableau NC x NT x 7 PH(I, J, K) = K^e (ordonne dans le temps)

niveau de production (parmi les NPH(I, J)) horaire pour la chaudière I, le jour J;

ce niveau dure DUR(I, J, K), donc $\sum_{k=1}^{NPH(I, J)} DUR(I, J, K) = 24$ $\forall I \in \{1, \dots, NC\}$
 $\forall J \in \{1, \dots, NT\}$

format de lecture.

1 carte par journée J et par chaudière I constant

$\underbrace{I2 \quad F5 \quad 1 \quad 1 \quad F4 \quad 1}_{NPH(I, J)} \quad \underbrace{F5 \quad 1 \quad 1 \quad F4 \quad 1}_{PH(I, J, K)} \quad \underbrace{1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1}_{DUR(I, J, K)} \quad K \leq NPH(I, J)$

acronymes communs à ce programme et à OPTIMO

en données : PN, CA, A, B, C, AE, BE pour le fonctionnement des chaudières, la seule différence est, qu'au, ce sont des tableaux dimensionnés NC (au lieu de NFC)
PE, PF, PG, PV6, CF, CG

au cours du programme : PC, CC de dimension NC aux

Sorties chaque jour COV - coût global ventiler en COVTP production
COVA démarrages
sur la période TCOV - coût total ventiler en TCOVTP production
TCOVA démarrage

Remarque CONF sera aux, au cours du programme, à mémoriser l'état des chaudières la veille

```

2 DO 4 IT=1,NT
  COUT=0.
  COUTP=0.
  COUTA=0.
  WRITE (IMP,200) IT,(CONF(K,IT),K=1,NC)
200 FORMAT (///,3X,4HJOUR,I2,5X,14HCONFIGURATION ,5I1)
  DO 5 K=1,NC
    IF (CONF(K,IT))6,8,6
  6 N=NP(K,IT)
    WRITE (IMP,201) K
201 FORMAT (/,5X,9HCHAUDIERE,I2)
    AM=A(K)
    BN=B(K)
    CN=C(K)
    AFN=AF(K)
    BEN=RE(K)
    DO 7 J=1,N
      WRITE (IMP,202) DUR(K,IT,J),PH(K,IT,J)
202 FORMAT (10X,F5.1,12H HEURE(S) A ,F6.1,3HT/h)
      XN=PH(K,IT,J)/PN(K)
      COUTP=COUTP+((PC(K)*CC(K)*PH(K,IT,J)/R(XN))+
        (PE*CAE(XN)))*DUR(K,IT,J)
    7 CONTINUE
    COUTA=COUTA+AMAX0(0,CONF(K,IT)-CONF(K))*PF*CA(K)
  8 CONF(K)=CONF(K,IT)
  5 CONTINUE
  COUT=COUTA+COUTP
  TCOUT=TCOUT+COUT
  TCOUTP=TCOUTP+COUTP
  TCOUTA=TCOUTA+COUTA
  WRITE (IMP,203) COUT,COUTP,COUTA
203 FORMAT (/,5X,11HCOUT TOTAL ,F10.1,17H DONT PRODUCTION ,F10.1,3X,11HDEMA
  -DEMARRAGES ,F10.1)
  4 CONTINUE
  WRITE (IMP,204) TCOUT
204 FORMAT (///,3X,21HCOUT POUR LA SEMAINE ,F10.1,5H DONT)
  WRITE (IMP,205) TCOUTP,TCOUTA
205 FORMAT (10X,11HPRODUCTION ,F10.1,3X,11HDEMARRAGES ,F10.1)
  STOP
  END

```