



**HAL**  
open science

# Etude de la rupture d'aciers inoxydables austéno-ferritiques moulés, fragilisés par vieillissement à 400°C

Pierre Joly

► **To cite this version:**

Pierre Joly. Etude de la rupture d'aciers inoxydables austéno-ferritiques moulés, fragilisés par vieillissement à 400°C. Matériaux. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992. Français. NNT : . pastel-00915898

**HAL Id: pastel-00915898**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00915898>**

Submitted on 9 Dec 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE  
DES MINES DE PARIS**

**THESE**

présentée par

**Pierre JOLY**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR**

de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris  
Sciences et Génie des Matériaux

**ETUDE DE LA RUPTURE D'ACIERS INOXYDABLES  
AUSTENO-FERRITIQUES MOULES, FRAGILISES PAR  
VIEILLISSEMENT A 400°C**

**TABLEAUX - FIGURES - ANNEXES**

**Soutenance le 21 mai 1992**

**Jury**

<b>MM.</b>	<b>D.</b>	<b>FRANCOIS</b>	<b>Président</b>
	<b>A.</b>	<b>ZAOUI</b>	<b>Rapporteur</b>
	<b>J.B.</b>	<b>LEBLOND</b>	<b>Rapporteur</b>
	<b>Th.</b>	<b>BRETHEAU</b>	<b>Examineur</b>
	<b>S.H.</b>	<b>MASSON</b>	<b>Examineur</b>
	<b>Y.</b>	<b>MEYZAUD</b>	<b>Examineur</b>
	<b>R.</b>	<b>PELLOUX</b>	<b>Examineur</b>

**Directeur de thèse : A. PINEAU**

Mode de durcissement/ Auteur	Contrainte de cohérence	Effet de Module	Effet Chimique	Effet de friction de réseau	Effet magnétique
Williams ([1-4] [1-19], et [1-20]).	$\Delta\tau = E\epsilon f / \pi (1-\nu) \cdot (1 - 1/3 \cdot \ln(f))$	Non étudié	$\Delta\tau = f \gamma / 2\pi R$	Non étudié	Non évalué
Marcinkowski [1-10]	idem Williams	$\Delta\tau = \Delta G \cdot b / \Lambda$	$\Delta\tau = \sqrt{6} / \pi \cdot f \gamma / R$	$\tau = \tau_{Fe} + (\tau_{Cr} - \tau_{Fe}) f$	$\alpha'$ n'est pas antiferromagnétique
Kato [1-21]	$\Delta\tau = 1/2 A \eta Y$	$\Delta\tau = 1,2 \Delta G \cdot b / \Lambda$	Effet Faible (pas d'interface)	Effet Secondaire	Non Étudié
Park et al. [1-22]	$\Delta\tau = 0,19 \Delta C_{eff} \eta Y$	$b_{macle} < b_{glissement}$	Non étudié	Non Étudié	Non Étudié

Effet sur le Maclage	Même effet que pour le glissement	$b_{macle} < b_{glissement}$	Effet Nul (selon Marcinkowski)	Même effet que pour le glissement (Mais $\tau_{macle} < \tau_{glissement}$ selon [1-10])	Non étudié
----------------------	-----------------------------------	------------------------------	--------------------------------	--	------------

Effet de la température: type de durcissement	Mécanisme <u>athermique</u> . Contrainte à <u>longue portée</u>	Mécanisme <u>athermique</u> . Contrainte à <u>longue portée</u> .	Mécanisme <u>thermiquement activé</u> . Contrainte à <u>courte portée</u>	Mécanisme <u>thermiquement activé</u> . Contrainte à <u>courte portée</u>	Non étudié
---	--	--	--	--	------------

Tableau 1-1: Récapitulatif des différents modes de durcissement lors de la "fragilisation à 475°C". Effet du durcissement sur le maclage, et effet de la température d'essai sur le durcissement; (voir signification des paramètres et données numériques en Tableau 1-1 bis.).

$\Delta\tau$ =augmentation de la cission résolue critique.

$f$ =fraction volumique de précipités.

$R$ =rayon des précipités.

$\epsilon$ =écart à la cohérence des précipités.

$\eta = \partial L_{na} / \partial (\%Cr)$

$\Lambda$ =distance moyenne entre précipités, ou longueur d'onde de la décomposition.

$A=1/3$  de l'amplitude maximum de la décomposition.

$\Delta C_{eff}$  = moyenne des maxima locaux de la composition dans le plan de glissement.

$b$ =vecteur de Burgers, (le même dans les deux phases).

$Y = (C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12}) / C_{11} = E / (1 - \nu)$  (cas isotrope) pour la ferrite.

$\Delta G$ =différence de module de cisaillement entre matrice et précipité, ou amplitude des variations de  $G$  (Kato).

$\gamma$ =énergie par unité de surface, de l'interface précipité/matrice.

$\tau_{Fe}$  ou  $\tau_{Cr}$  = contrainte de friction de réseau du Fe ou du Cr (différent selon le mode de déformation (Marcinkowski)).

$\epsilon = 4.10^{-3}$

$\eta = 4.10^{-3}$  (Park)

$Y = 3,5 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> (Park).

$\Delta G = G_{Cr} - G_{Fe}$  (Marcinkowski).

$\Delta G = 0,7(G_{Cr} - G_{Fe}) / 2 = 120$  GPa. (Kato).

$\gamma = 230$ .mJ/m<sup>2</sup> (Williams).

$\gamma\{110\} = 322$ .mJ/m<sup>2</sup>

$\gamma\{112\} = 370$ .mJ/m<sup>2</sup> (Marcinkowski).

$\tau_{Fe}$  glissement = 48,2 MPa.

$\tau_{Cr}$  glissement = 482 MPa.

$\tau_{Fe}$  maclage = 241 MPa.

$\tau_{Cr}$  maclage = 344,8 Mpa. (Marcinkowski).

$b = 2,48 \cdot 10^{-10}$  m.

Tableau 1-1 bis: Signification des paramètres du tableau 1, et données numériques.

Type	Cr	Ni	Mo	Si	Mn	P	S	C	Fe
CF3	17,0- 21,0	8,0- 12,0	-----	2,0 max	1,5 max	0,04 max	0,04 max	0,03 max	Compl.
CF8	18,0- 21,0	8,0- 11,0	-----	2,0 max	1,5 max	0,04 max	0,04 max	0,08 max	Compl.
CF8M	18,0- 21,0	9,0- 12,0	2,0-3,0	1,5 max	1,5 max	0,04 max	0,04 max	0,08 max	Compl.

Tableau 1-2: Composition normalisée (en % du poids) des aciers inoxydables moulés des groupes CF3 et CF8 (dénomination ASME).

C	Mn	Si	S	P	Ni	Cr	Mo	Cu	Co	Nb	N
0.045	0.74	1.25	0.002	0.026	9.84	20.61	2.61	0.14	0.04	0.23	0.046

Tableau 2-1 : Composition pondérale du tube de la coulée Y4331.

C	Mn	Si	S	P	Ni	Cr	Mo	Cu	Co	N	Al	V
0.036	0.65	1.36	----	0.026	10.36	21.21	2.76	0.08	0.03	0.039	0.01	0.03

Tableau 2-2 : Composition pondérale du tube de la coulée Y3296.

Alliage	$N_{total}$	$N_{\delta^+}$ $N_{interface}$	$N_{interface}$	$\delta \%$
Y4331 grille 75 $\mu m$	960	216	50	19,9
Y3296 grille 75 $\mu m$	762	295	74	33,8
Y3296 grille 37,5 $\mu m$	2655	1041	216	35,1

Tableau 2-4 : Comptage de points sur une grille pour évaluer la fraction de ferrite

Alliage	$N_I$ T-R	$N_I$ L-R	$N_I$ R-T	$N_I$ T-L	Moyenne
Y4331	21,4	24,9	18,7	28,9	23,47
Y3296	24,9	26,7	27,4	24,9	25,97

Tableau 2-5 : Mesure de  $N_I$  en  $mm^{-1}$ , dans différents plans et dans différentes directions.

Alliage	d <sub>R-L</sub>	d <sub>L-R</sub>	δ %/Ni
Y4331	14,0	19,5	8,5
Y3296	14,5	25,0	11,5

Tableau 2-6: Valeurs moyennes de taille de ferrite en µm.

Élément	Ferrite	Austénite
Fe	0.7	0.7
Cr	0.7	0.8
Ni	1.6	1.3
Mo	1.5	2.0
Si	0.7	0.8

Tableau 2-7 : Erreur relative en % sur la composition mesurée à la microsonde.

Phase	Cr %	Ni %	Mo %	Si %	Mn %
Y4331 Ferrite	m=24,79 s=0,25	m=6,82 s=0,19	m=3,64 s=0,11	m=1,26 s=0,05	non dosé
Y4331 Austénite	m=19,75 s=0,13	m=10,96 s=0,25	m=2,27 s=0,06	m=1,13 s=0,05	non dosé
Y3296 Ferrite	m=25,84 s=0,28	m=7,45 s=0,21	m=3,57 s=0,11	m=1,26 s=0,023	m=0,68 s=0,03
Y3296 Austénite	m=20,47 s=0,19	m=11,5 s=0,16	m=2,18 s=0,07	m=1,12 s=0,018	m=0,75 s=0,038

Tableau 2-8: Teneurs pondérales en principaux éléments d'alliage, de la ferrite et de l'austénite pour les deux coulées. (m désigne la moyenne et s l'écart type).

Alliage/phase	vieilli	trempe
Y4331 $\delta$	m=516 s=130	m=276 s=38
Y4331 $\gamma$	m=196 s=16	m=226 s=19
Y3296 $\delta$	m=711 s=215	m=266 s=44
Y3296 $\gamma$	m=246 s=33	m=230 s=20

Tableau 2-9: Microdureté Vickers sous 50 g. Valeur moyenne m et écart type s, à l'état trempé et vieilli.

Alliage	Cr <sub>eq</sub>	Ni <sub>eq</sub>	$\delta\%$ (1)	R	$\delta\%$ (2)
Y4331	21,15	15,00	22,4	1,071	22,89
Y3296	22,12	15,06	26,86	1,155	26,95

Tableau 2-10 : Cr<sub>eq</sub> Ni<sub>eq</sub> et Teneur en ferrite calculée d'après les formules (1) de Ackhurst [2-18] et (2) de Bonnet et al. [2-19] pour les deux coulées de l'étude.



Alliage	Repère	KCU (J/cm <sup>2</sup> )
Y3296	2H1	6,9
"	2H2	6,2
"	2H3	6,8
"	2H4	8,7
"	2I1	7,7
"	2I2	5,6
"	Moyenne	7,0
Y4331[2-1]	non connu	28,0
"	non connu	32,0
"	non connu	30,0
"	Moyenne	30,0

Tableau 2-12: Essais de résilience Charpy U à l'ambiante, à l'état vieilli, sur les deux coulées.

Temp. °C	repère	Rp0,2 (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	Σ (%) *
20°C	3E	338	700	22,8	32,7
20°C	2G	326	700	16,6	non mesuré
20°C	2F	302	723	25,3	28,0
20°C	3A	326	744	19,5	34,7
20°C	6D	342	741	17,2	25,3
20°C	moyenne	326,8	721,6	20,2	30,2
320°C	5E	229	560	20,5	biseau
320°C	5F	244	589	20,3	biseau
320°C	moyenne	236,5	574,5	20,4	biseau

\*  $\Sigma = 2 \text{Log}(\Phi_0 / \Phi_r)$ , où  $\Phi_r$  est le diamètre de l'éprouvette rompue, moyenne de deux mesures à la lunette binoculaire, dans les sens R et L.

Tableau 2-13 : Propriétés de traction de l'alliage Y4331 dans le sens T.

Temp. °C	Repère	Rp0,2 (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	Σ (%) *
320°C	1BE	---	576,7	6,9	9,7
320°C	1BI	272,4	603,5	5,9	13,4
320°C	2FI	254,	594,	7,0	11,2
320°C	2FE	229,2	611,1	8,9	16,5
320°C	Moyenne	252,4	596,3	7,2	12,7
20°C	1AE	370	735	2,9	non mesuré

\*  $\Sigma = 2\text{Log}(\Phi_0/\Phi_r)$ , où  $\Phi_r$  est le diamètre de l'éprouvette rompue, moyenne de deux mesures à la lunette binoculaire, dans les sens R et L.

Tableau 2-14: Propriétés de traction de l'alliage Y3296 dans le sens T.

Alliage	Temp.	Rp0,2 (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	Σ (%)	KCU (J/cm <sup>2</sup> )
Y4331	20°C	313	622	44,7	65	172
Y4331	320°C	210	510	34,0	60	---
Y3296	20°C	360	653	33,0	53,5	187

Tableau 2-15 : Caractéristiques mécaniques à l'état non vieilli des deux alliages étudiés. ([2-1], [2-27]).

Type	Repère (Y4331)	$\varepsilon=2 \text{ Ln}(\Phi_0/\Phi)$ (%)
AE10	1C	14,9
AE10	5C	13,2
AE10	5B	6,9
AE4	4D	9,4
AE4	4E	9,4
AE2	4C	4,0
AE2	4A	5,4

Tableau 3-1 : Niveaux de déformation atteint pour les essais interrompus sur éprouvettes entaillées, sur l'alliage Y4331.

repère	prédéformation $\varepsilon_p$ (%)	Aire de la surface analysée (mm <sup>2</sup> )
2G1*	15,8	61,8
2G2*	15,8	80,0
6C	8,9	189,9
6E	11,7	178,7

\*L'éprouvette 2G s'est rompue pendant l'essai. Une demi-éprouvette a été utilisée pour ces observations. Le champ 2G1 avait un côté situé à 3,4 mm de la surface de rupture. Les champs 2G1 et 2G2 ne sont pas jointifs.

Tableau 3-2 : Niveaux de déformation atteints pour les essais interrompus sur les éprouvettes lisses, sur l'alliage Y4331.

Pas	Pas N° 1	Pas N° 2	Pas N° 3	Pas N° 4
$\epsilon_p$ (%)	3,64	7,24	10,7	11,9*

\*Déformation plastique à rupture.

Tableau 3-3 : Niveaux de déformation atteints lors de l'essai "pas à pas" sur l'éprouvette N° 9H1.

Eprouvette	7G	7D
Déformation	12 %	7 %

Tableau 3-4 : Niveaux de déformation moyenne obtenue sur les éprouvettes de type AE10, avant défragilisation et rupture.

Type	Repère	$\epsilon_T$ (%)*
Lisse	2G	15,8
"	3A	18,3
"	3E	21,6
"	2F	23,0
"	6D	15,9
"	moyenne	18,9
AE10	1A	16,7
"	1B	18,5
"	1D	12,3
"	5A	13,4
"	moyenne	15,8
AE4	1E	15,2
"	1G	15,7
"	2A	16,0
"	3G	1,8
"	moyenne	15,6
AE2	2B	12,1
"	2C	7,8
"	2D	10,5
"	2E	5,8
"	moyenne	9,0

\* Ductilité mesurée à l'extensomètre.  $\epsilon_T = \text{Log}(l_T/l_0)$  en traction, et  $\epsilon_T = 2\text{Log}(f_0/f_T)$  pour les éprouvettes entaillées

Tableau 4-1: Allongement à rupture et ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, sur l'alliage Y4331 à 20°C, dans le sens T.

Type	Repère	$\epsilon_r$ (%)*
Lisse	10Q1	23,8
"	10G2	25,85
"	10A	27,0
"	9J	22,0
"	moyenne	24,9
AE10	10F	19,0
"	10E	24,8
"	10B	22,7
"	9I8	23,3
"	moyenne	22,4
AE4	9I7	14,7
"	10C	15,0
"	9I6	14,1
"	10D	12,7
"	9I5	10,3
"	moyenne	14,24
AE2	9I4	10,3
"	9I3	15,2
"	9I2	12,6
"	9I1	10,4
"	moyenne	12,1

\* Idem sens Tg.

Tableau 4-2 : Allongement à rupture et ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, sur l'alliage Y4331 à 20°C, dans le sens R.

Type	Repère	$\epsilon_r$ (%)*
Lisse	10C4	22,39
"	10C2	19,22
"	10C3	20,13
"	10C1	20,62
"	moyenne	20,59
AE10	ZA1	21,7
"	ZA2	15,7
"	ZO	36,2
"	ZN	18,6
"	ZP	29,2
"	ZM	18,1
"	moyenne	23,2
AE4	ZA3	11,7
"	ZB1	13,7
"	moyenne	12,7
AE2	ZB2	11,9
"	ZB3	13,7
"	moyenne	12,8

\* Idem sens Tg.

Tableau 4-3 : Allongement à rupture et ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, sur l'alliage Y4331 à 20°C, dans le sens L.

Type	Repère	$\epsilon_T$ (%) <sup>*</sup>
Lisse	10G	32,8
"	10H	19,5
"	10J	32,5
"	10B1	22,3
"	10B2	20,13
"	moyenne	25,4
AE10	10K	36,3
"	10L	30,0
"	moyenne	33,15
AE4	10M	28,0
"	10N	26,6
"	moyenne	27,3
AE2	10Q	22,1
"	10P	13,2
"	moyenne	17,65

\* Idem sens Tg.

Tableau 4-4: Allongement à rupture et ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, sur l'alliage Y4331 à 20°C, dans le sens à 45° des axes T et R.



$\Phi_{\text{mini}}$	Repère	$\epsilon_r$ (%)*
6 mm	ZH1	32,1
"	ZH2	32,1
"	ZI1	13,1
"	ZI2	33,7
"	ZJ1	29,8
"	ZJ2	30,5
"	ZK1	24,9
"	ZK2	17,7
"	ZL1	23,6
"	ZL2	21,1
"	moyenne	25,8
"	ecart type	6,5
15 mm	ZD	19,6
"	ZE	17,8
"	ZF	15,3
"	ZG	20,3
"	moyenne	18,25
"	ecart type	2,23

\* Idem sens Tg.

Tableau 4-5: Ductilité des éprouvettes homothétiques d'éprouvettes AE10, sur l'alliage Y4331 à 20°C, suivant l'axe L du tube.

Type	Repère	$\epsilon_r$ (%) <sup>*</sup>
Lisse	1BE	6,7
"	1BI	5,8
"	2FI	6,8
"	2FE	8,5
"	Moyenne	7,0
AE10	1CE	>7,3
"	1CI	8,3
"	1BE	10,7
"	1BI	5,8
"	Moyenne	8,05
AE4	1DE	4,4
"	1DI	8,3
"	1EE	6,6
"	1EI	5,5
"	Moyenne	6,2
AE2	1FE	3,5
"	1FI	4,8
"	1GE	3,9
"	1GI	4,9
"	Moyenne	4,27

\* Idem sens Tg du Y4331.

Tableau 4-6 : Ductilité des éprouvettes lisses et entaillées sur l'alliage Y3296 à 320°C, dans le sens T.

Type	$\epsilon_{r\text{moyen}}$ %	$\epsilon_{r\text{min}}$ %	$\epsilon_{r\text{max}}$	$\Sigma(\epsilon_{r\text{moy}})$ MPa	$\Sigma(\epsilon_{r\text{min}})$ MPa	$\Sigma(\epsilon_{r\text{max}})$ MPa
Lisse	18,9	15,8	23,0	835	816	905
AE10	15,8	12,3	18,5	1000	942	1034
AE4	15,6	11,8	16,0	1132	1061	1137
AE2	9,0	5,8	12,1	1016	929	1083

Tableau 4-7 : Maximum de la plus grande contrainte principale au moment de la rupture dans les éprouvettes entaillées, dans le sens T. (Y4331, 20°C). Valeurs moyenne, maximum et minimum, obtenues sur les différentes éprouvettes d'une même géométrie.

Type	$\sigma_m/\sigma_{eq}$	$\epsilon^{P_{eq}}$ moyen	$\epsilon^{P_{eq}}$ min	$\epsilon^{P_{eq}}$ max	$(R/R_0)_c$ moyen	$(R/R_0)_c$ min	$(R/R_0)_c$ max
Lisse	0,33	0,189	0,158	0,23	1,091	1,076	1,11
AE10	0,6	0,158	0,118	0,221	1,11	1,085	1,16
AE4	0,84	0,156	0,091	0,123	1,12	1,094	1,13
AE2	1,12	0,09	0,057	0,272	1,06	1,04	1,09

Tableau 4-8: Triaxialité des contraintes, déformation équivalente et taux de croissance des cavités pour les éprouvettes entaillées de l'alliage Y4331 à 20°C dans le sens T. Valeurs moyenne, maximum et minimum, obtenues sur les différentes éprouvettes d'une même géométrie.

Point	r/a	z/a	$\Sigma_{\max}$	$\sigma_m$	$\sigma_{eq}$	$\epsilon_{eq}$
-------	-----	-----	-----------------	------------	---------------	-----------------

AE10;  $\epsilon=13,2\%$

A1	0,00	1,0	610	264	519	2,42
A2	0,5	0,98	639	296	564	3,79
A3	0,9	0,94	660	274	582	4,40

AE4;  $\epsilon=9,4\%$

B1	0,00	0,75	735	380	536	2,86
B2	0,5	0,65	740	377	544	3,09
B3	0,9	0,49	755	362	596	5,01

AE2;  $\epsilon=5,4\%$

C1	0,00	0,55	795	456	510	2,21
C2	0,5	0,48	807	464	535	2,83
C3	0,8	0,39	779	428	565	3,83

AE10;  $\epsilon=6,9\%$

A1*	0,00	0,73	623	283	510	2,21
A2*	0,5	0,69	641	284	535	2,83
A3*	0,9	0,61	628	253	565	3,83

Tableau 4-9: Paramètres mécaniques calculés par MEF le long de la ligne figurant le seuil de germination dans les sections d'éprouvettes entaillées de la figure (3.54).

N° amas	Nbre de fissures	Surface $\text{mm}^2$	Taux de germination $\text{mm}^{-2}$
1	7	0,105	422,15
2	47	1,075	276,5
3	13	0,116	708,8
4	11	0,136	510,1
5	18	0,184	618,9
6	10	0,055	1135,4

Tableau 4-10 (a) : Caractéristiques des amas de l'éprouvette 2G2.  
(Surface: 77,36  $\text{mm}^2$  - 202 fissures)

N° amas	Nbre de fissures	Surface mm <sup>2</sup>	Taux de germination mm <sup>-2</sup>
1	96	0,788	770,8
2	35	0,287	770,8
3	15	0,075	1262,6
4	45	0,282	1008,8
5	41	0,411	631,0
6	157	1,277	777,8
7	57	0,445	811,4
8	175	1,336	828,4
9	12	0,054	1407,6
10	34	0,224	960,7

Tableau 4-10 (b) : Caractéristiques des amas de l'éprouvette 2G1.  
(Surface: 61,85 mm<sup>2</sup> - 1027 fissures)

N° amas	Nbre de fissures	Surface mm <sup>2</sup>	Taux de germination mm <sup>-2</sup>
1	19	0,270	669,5
2	10	0,155	614,3
3	44	1,161	360,9
4	19	0,311	580,9
5	18	0,268	638,1
6	9	0,02	3528,5
7	7	0,048	1376,2
8	18	0,213	801,9
9	12	0,145	783,8

Tableau 4-10 (c) : Caractéristiques des amas de l'éprouvette 9H1.  
(Surface: 176,94 mm<sup>2</sup> - 253 fissures)

N° amas	Nbre de fissures	Surface mm <sup>2</sup>	Taux de germination mm <sup>-2</sup>
1	6	0,218	308,9
2	15	0,390	431,4
3	15	0,497	339,3
4	22	1,025	241,5
5	5	0,203	277,5
6	8	0,0951	946,1
7	5	0,068	816,8
8	16	0,651	276,4
9	31	0,804	432,5

Tableau 4-10 (d) : Caractéristiques des amas de l'éprouvette 6C.  
(Surface: 189,87 mm<sup>2</sup> - 202 fissures)

N° amas	Nbre de fissures	Surface mm <sup>2</sup>	Taux de germination mm <sup>-2</sup>
1	21	0,975	183,7
2	12	0,207	495,7
3	21	1,115	160,7
4	37	2,232	141,8
5	7	0,210	284,6
6	11	0,306	306,8
7	9	0,343	223,9
8	7	0,172	347,8
9	83	4,304	164,9
10	7	0,150	397,4
11	9	0,275	279,4

Tableau 4-10 (e) : Caractéristiques des amas de l'éprouvette 6E.  
(Surface: 177,32 mm<sup>2</sup> - 303 fissures)

échantillon	Zone endommagée			Zone non endommagée		
	nombre de points	moyenne Hv	écart type	nombre de points	moyenne Hv	écart type
2G1 25 g	30	663	70,5	30	589	94,3
2G2 50 g	31	615	52	33	520	66,6

Tableau 4-11: Dureté sous 25 et 50 g de la ferrite dans des zones endommagées et non endommagées.

déformation	12 %	7 %
aire moyenne	$1,559 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$	$1,210 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$
écart type	$1,752 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$	$1,2659 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$

Tableau 4-12: Moyenne et écart type des distributions d'aires de fissures de clivage après prédéformation.

Déformation	avec $D_R$	avec $D_L$	moyenne
$\epsilon = 7\%$ (85 valeurs)	$5.51 \cdot 10^{-4}$	$13.39 \cdot 10^{-4}$	$9.45 \cdot 10^{-4}$
$\epsilon = 12\%$ (357 valeurs)	$9.83 \cdot 10^{-4}$	$8.72 \cdot 10^{-4}$	$9.27 \cdot 10^{-4}$

Tableau 5-1: Facteur géométrique G calculé avec les diamètres tangents dans les directions R et L, en  $\text{mm}^2$ .

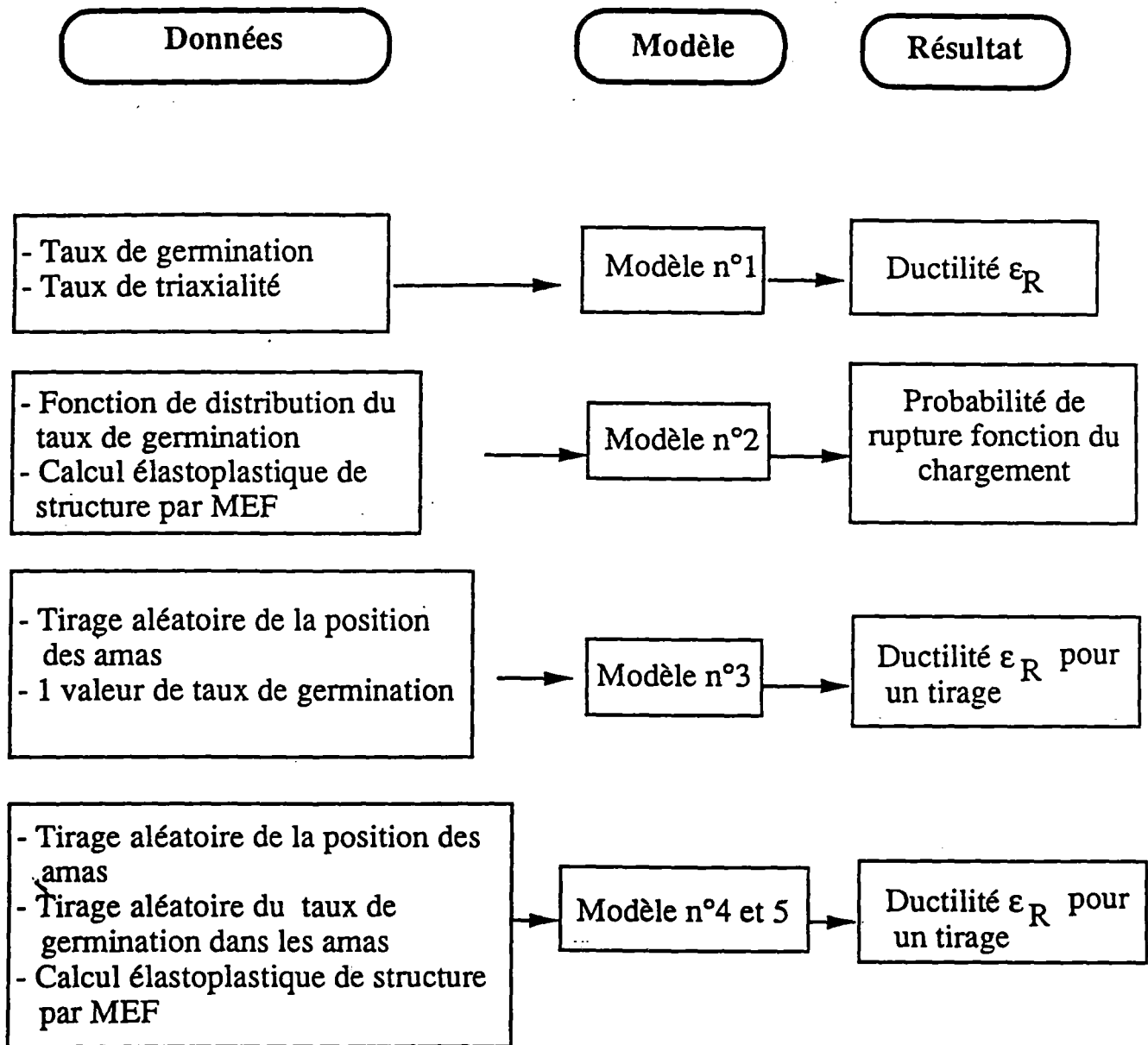


Tableau 5.2. Récapitulatif des différents modèles, de leurs données, et du type de résultats qu'ils fournissent.



Alliage	AE10	AE4	AE2
Y4331	0,60	0,90	1,20
Y3296	0,68	0,10	1,24

Tableau A1-1: Triaxialité des contraintes au centre des éprouvettes entaillées.

Hypothèse	AE10	AE4	AE2
Bridgman	0,556	0,818	1,144
Davidenkov et Spiridonova	0,583	0.958	1.583

Tableau A1-2 : Triaxialité des contraintes au centre des éprouvettes entaillées, selon Bridgman, ou selon Davidenkov et Spridonova

Système	$\sqrt{2} \cdot g_2$	$2 \cdot g_3$	$\sqrt{3} \cdot n_2$	$\sqrt{6} \cdot n_3$	$p \cdot 1/6\sqrt{2}$
A II	-1	-1	1	2	1>0
AIII	-1	-1	1	2	1>0
DIV	1	1	1	-2	-1<0
DI	1	1	1	-2	-1<0
CIII	-1	-1	1	0	-1<0
BII	-1	-1	1	0	-1<0

Tableau A2.1 : Coefficient géométrique p pour les six systèmes les plus sollicités en  $\langle 001 \rangle$ , autres que BIV et CI.

Système	$\sqrt{2} \cdot g_2$	$2 \cdot g_3$	$\sqrt{3} \cdot n_2$	$\sqrt{6} \cdot n_3$	$p \cdot 1/6\sqrt{2}$
CV	2	2	1	2	12>0
BV	2	2	1	2	12>0
DI	2	3	-1	0	6>0
DIV	2	3	-1	0	6>0

Tableau A2.2 : Coefficient géométrique p pour les quatre systèmes les plus sollicités en  $\langle -111 \rangle$ , autres que BIV et CI.

Axe de $\delta$	Triangle de $\gamma$	Angle $\langle 001 \rangle \gamma$	Angle $\langle 101 \rangle \gamma$	Angle $\langle 111 \rangle \gamma$
$\langle 100 \rangle$	AVI	10,53°	35,60°	45,00°
$\langle 010 \rangle$	AII	42,13°	5,26°	31,10°
$\langle 001 \rangle$	BV	42,13°	10,30°	25,90°

Tableau A2-3: Position des axes cubiques de la ferrite dans le triangle standard de l'austénite.

Couple 1	Couple 2	Couple 3	Couple 4	Couple 5	Couple 6
{2-1-1}<111>	{21-1}<1-11>	{-1-12}<111>	{-1-1-2}<11-1>	{-12-1}<111>	{-1-2-1}<1-11>
{211}<1-1-1>	{2-11}<11-1>	{1-12}<-111>	{1-1-2}<-11-1>	{12-1}<-111>	{1-2-1}<-1-11>

Tableau A2-4: Couples de systèmes de maclage se coupant dans le plan[100]

Couple N°	T=<100> $\delta$	T=<010> $\delta$	T=<001> $\delta$
1	0.4622	0.3536	0.4661
	0.4064	0.5893	0.3125
2	-0.0622	-0.0722	0.0054
	0.1364	0.0722	0.1589
3	-0.1188	-0.0685	-0.7018
	0.2069	0.0301	-0.3496
4	0.1512	0.3572	-0.5482
	0.3341	0.0758	-0.2411
5	-0.3433	-0.2850	0.2357
	-0.6133	-0.6194	0.0821
6	-0.2719	-0.0036	0.2357
	-0.2876	-0.4294	0.3893

Tableau A2-5: Rapport  $\frac{\tau^{compa}}{2\mu \frac{f_\gamma}{f_\delta} \epsilon^{app}}$ , donnant la cission

réduite de la contrainte de compatibilité sur les différents couples de systèmes de maclage, produisant du clivage.

Couple N°	T=<100> $\delta$	T=<010> $\delta$	T=<001> $\delta$
1	0.4714	0.4714	0.4714
	0.4714	0.4714	0.4714
2	0.4714	0.4714	0.4714
	0.4714	0.4714	0.4714
3	-0.2357	-0.2357	-0.2357
	-0.2357	-0.2357	-0.2357
4	-0.2357	-0.2357	-0.2357
	-0.2357	-0.2357	-0.2357
5	-0.2357	-0.2357	-0.2357
	-0.2357	-0.2357	-0.2357
6	-0.2357	-0.2357	-0.2357
	-0.2357	-0.2357	-0.2357

Tableau A2-6: Rapport  $\frac{\tau^{app}}{\sigma^{app}}$ , donnant la cission réduite, pour une unité de contrainte dans l'axe de traction, sur les différents couples de systèmes de maillage, produisant du clivage.

Alliage	Taille moyenne mm	Nombre de mesures
Y4331 (20°C)	12,25	719
Y3296 (320°C)	13,33	570

Tableau A-5.1 : Taille moyenne des intercepts de fissures de clivage.

Alliage	$\left(\frac{\bar{d}}{L}\right)_{\text{opt.}}$
Y4331	2.13
Y3296	1.58

Tableau A-5.2: Rapport d'élancement fournissant le minimum de l'écart quadratique entre la distribution théorique et la distribution expérimentale.



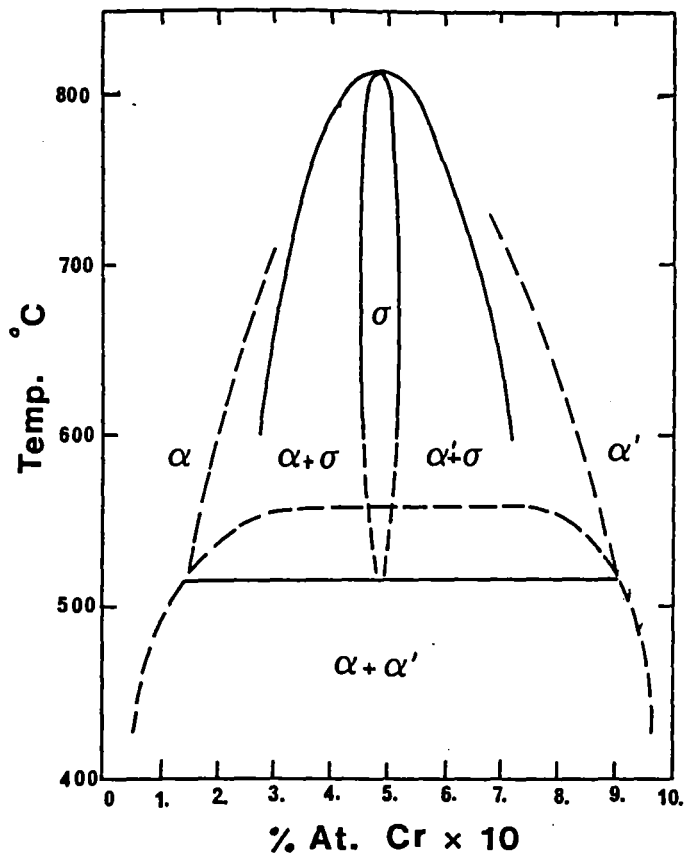


Figure (1.1): Diagramme de phase du système Fe-Cr. (Extrait de [1-20]).

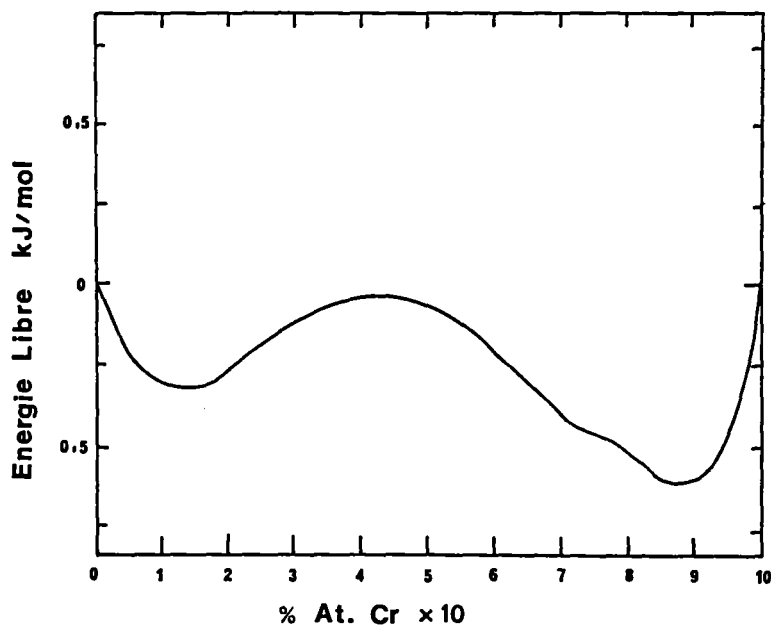


Figure (1.2): Variation de l'énergie libre de la solution solide Fe-Cr dans le domaine biphasé  $\alpha/\alpha'$ , à 482°C. (Extrait de [1-8]).

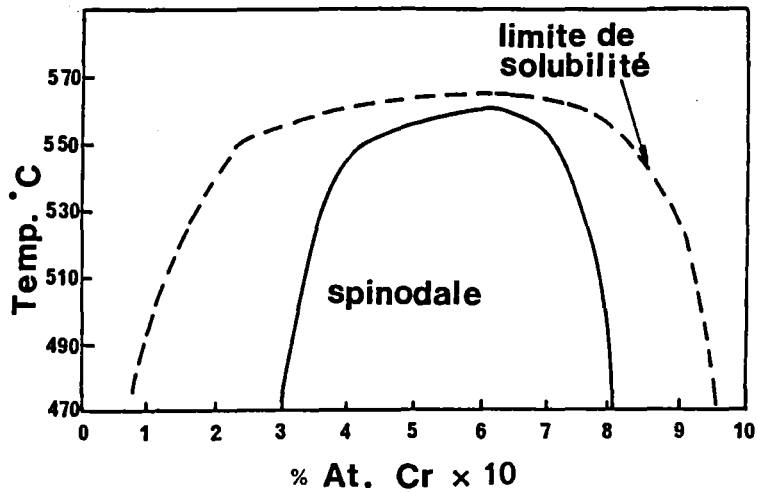


Figure (1.3): Diagramme de phase du système Fe-Cr, indiquant la limite de la décomposition spinodale. (Extrait de [1-9]).

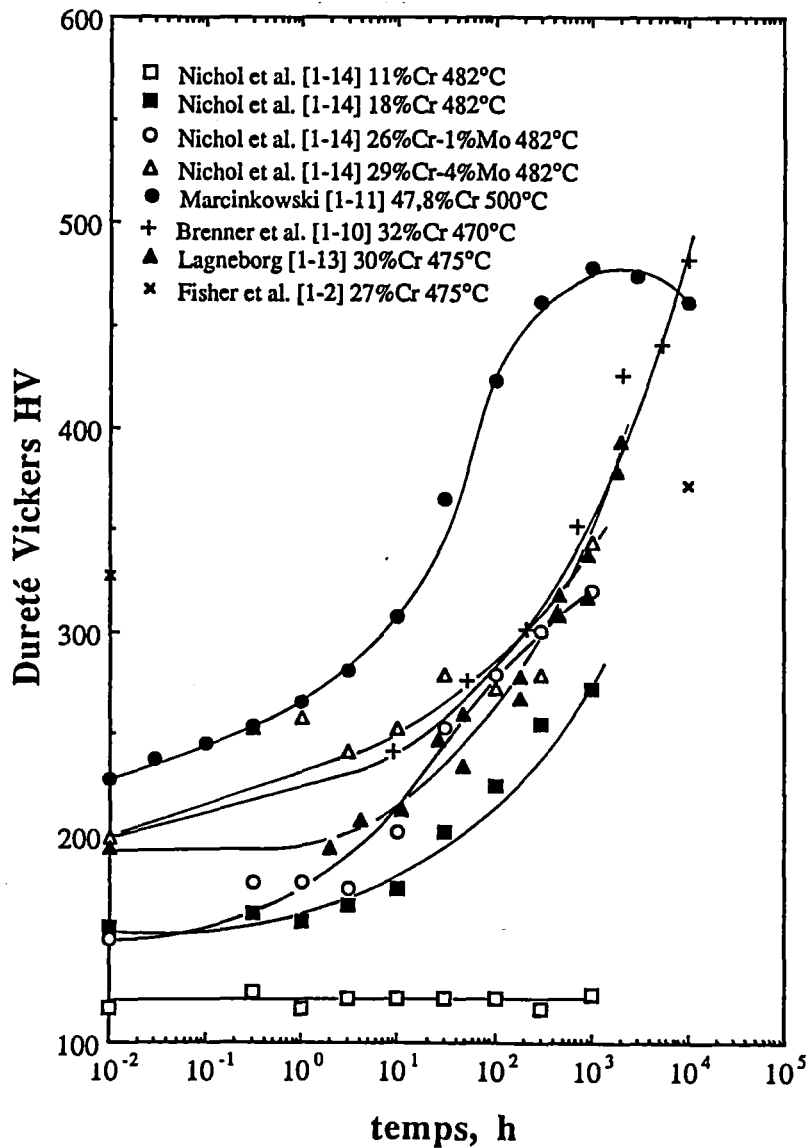
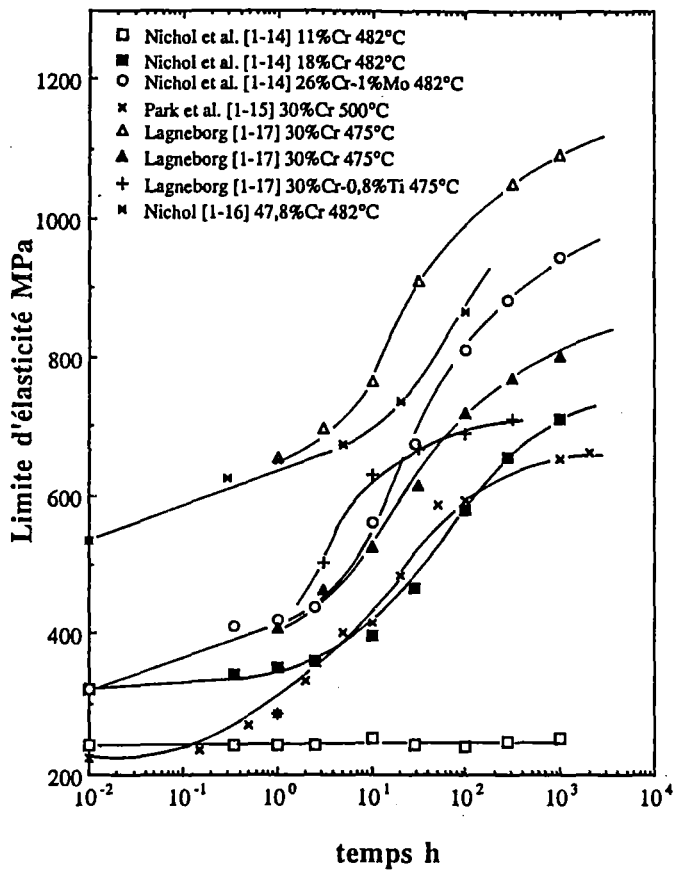
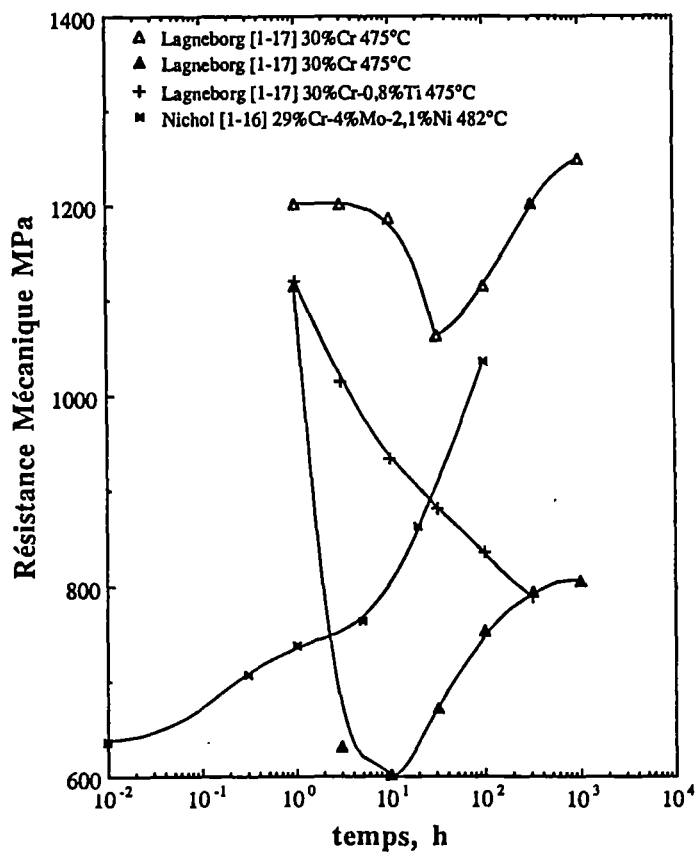


Figure (1.4): Compilation de données de dureté d'aciers ferritiques riches en Cr, pour un vieillissement à une température proche de 475°C.





**Figure (1.5):** Compilation de données de limite d'élasticité d'aciers ferritiques riches en Cr, pour un vieillissement à une température proche de 475°C.



**Figure (1.6):** Compilation de données de résistance mécanique d'aciers ferritiques riches en Cr, pour un vieillissement à une température proche de 475°C.

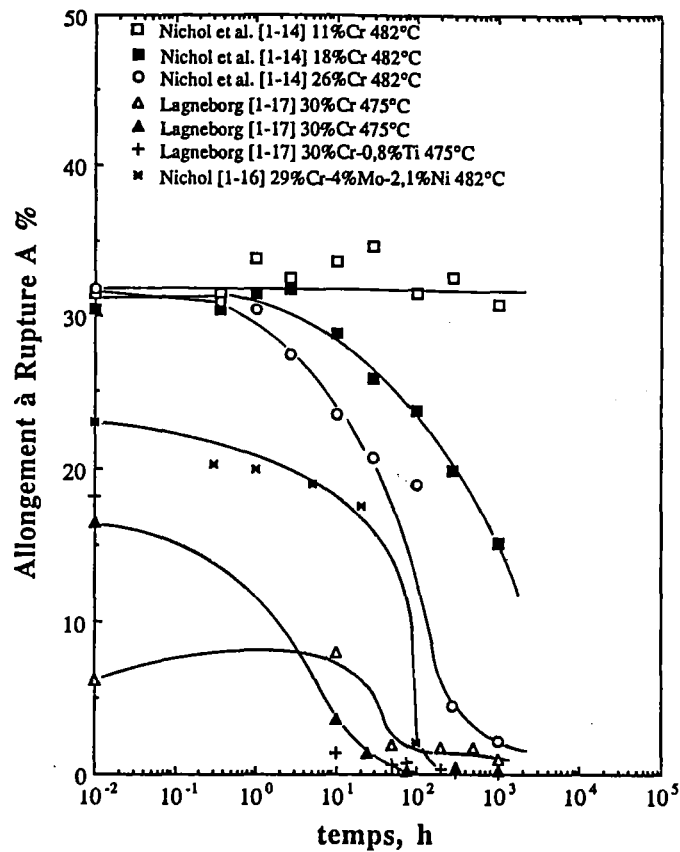


Figure (1.7): Compilation de données d'allongement à rupture d'aciers ferritiques riches en Cr, pour un vieillissement à une température proche de 475°C.

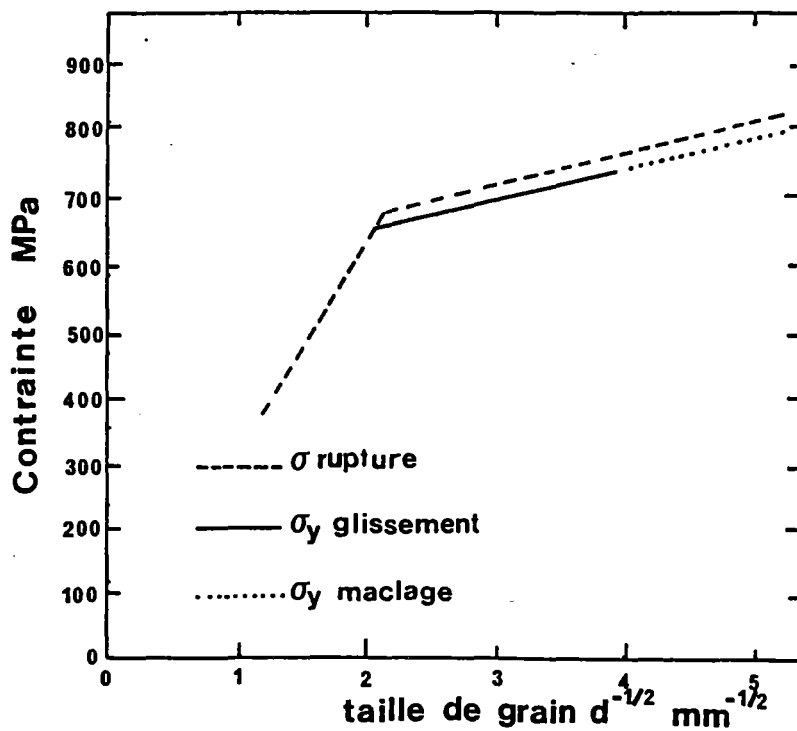
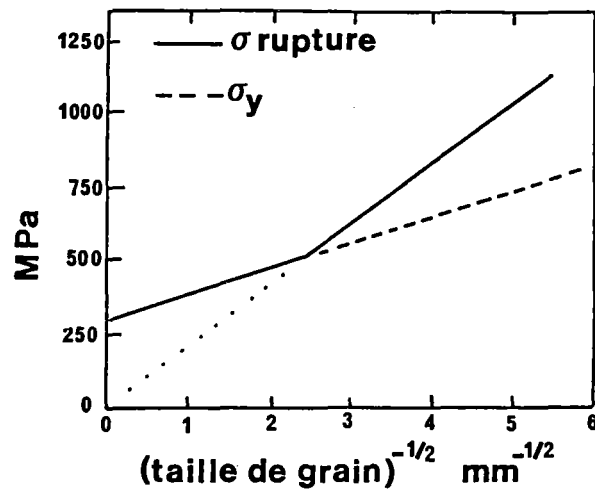
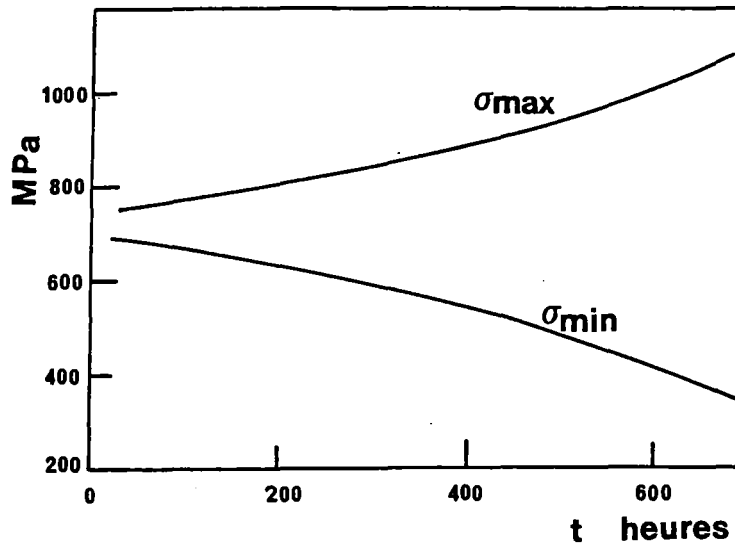


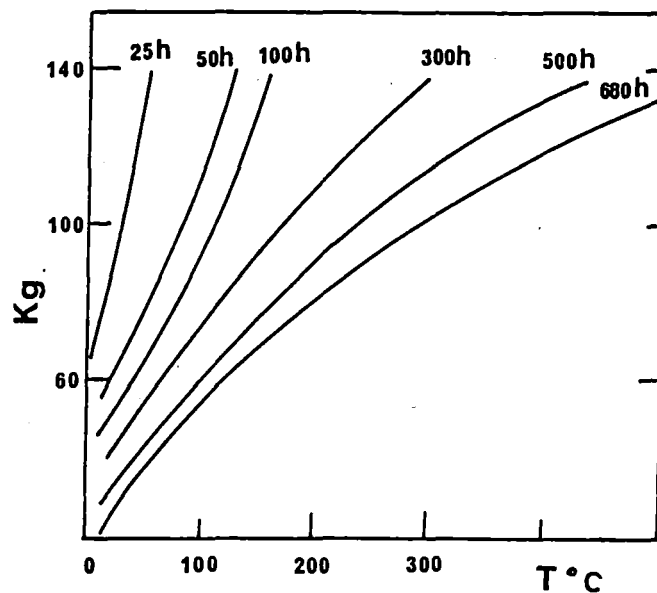
Figure (1.8): Limite d'élasticité et résistance mécanique d'un acier Fe 30% Cr vieilli 75 hr à 475°C, en fonction de la taille de grain. (Extrait de [1-17]).



**Figure (1.9):** Limite d'élasticité et résistance mécanique d'un acier à bas carbone fonction de la taille de grain. (Extrait de [1-18]).



**Figure (1.10):** Effet du temps de vieillissement à 480°C sur la contrainte maximum et minimum de maillage en compression pour un acier à 25% Cr. (Extrait de [1-19])



**Figure (1.11):** Evolution de la charge minimum pour produire du maillage sous un indenteur Vickers, en fonction de la température d'essai, pour différents temps de vieillissement à 480°C pour un acier à 25% Cr. (Extrait de [1-19]).

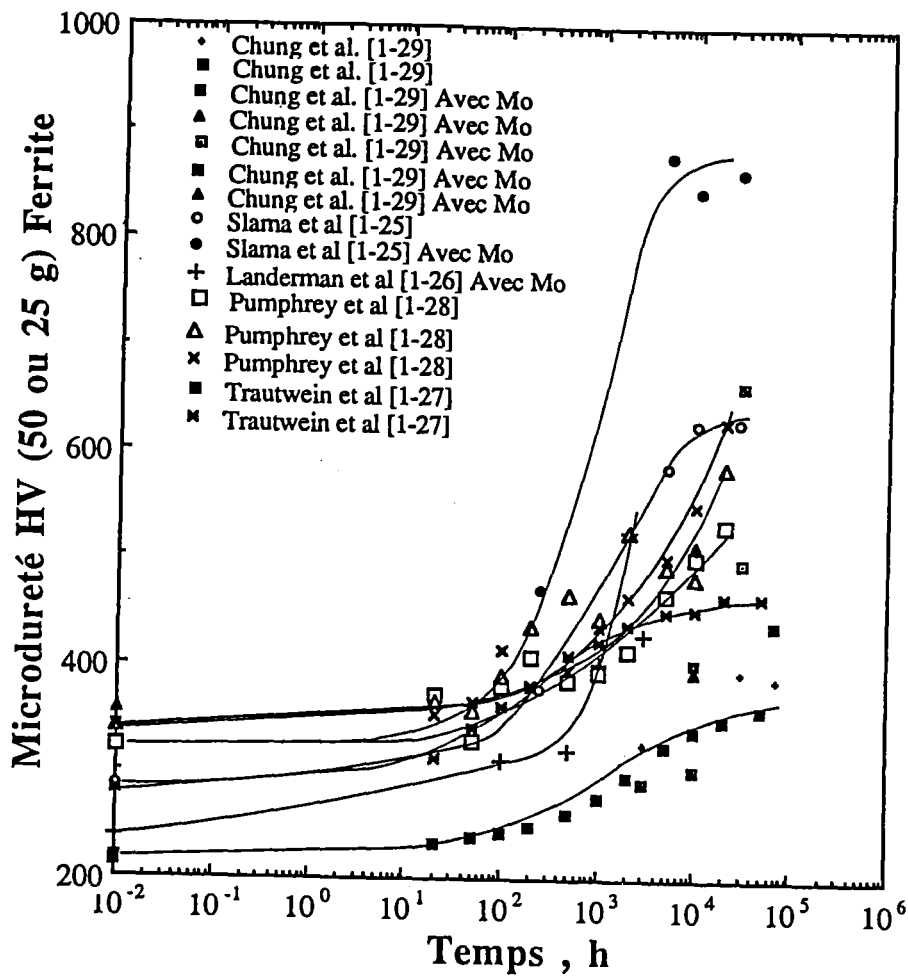


Figure (1.12): Compilation de données de microdureté de la ferrite d'aciers austéno-ferritiques, pour un vieillissement à 400°C.

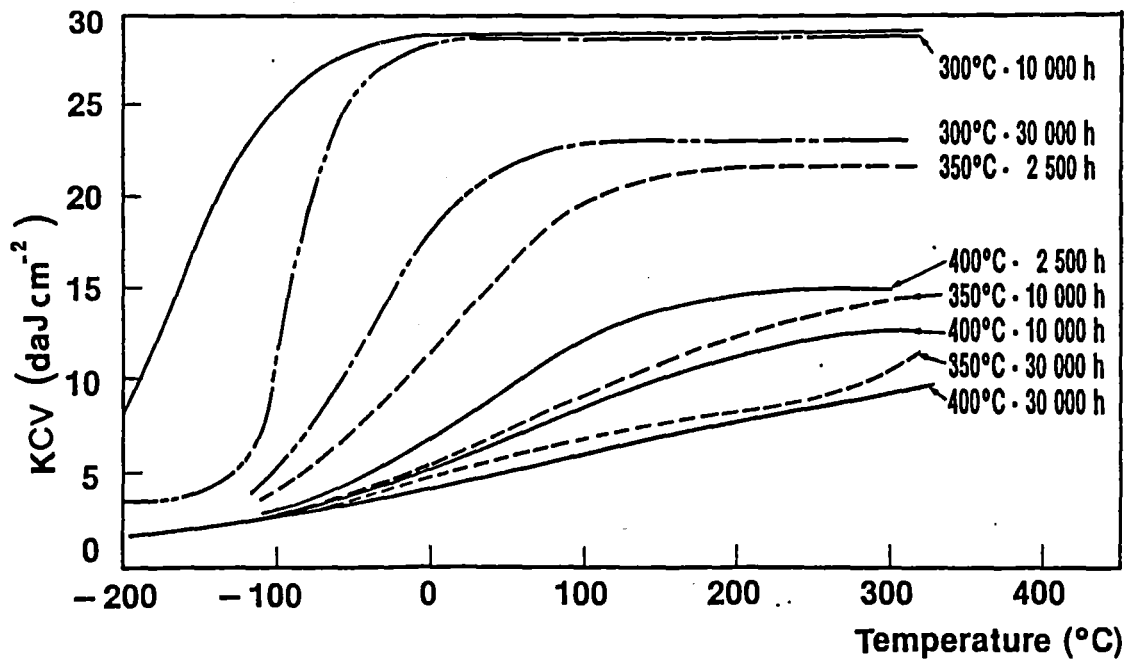


Figure (1.13): Evolution de la courbe de transition Charpy KCV, pour un acier austéno-ferritique au Mo, en fonction du vieillissement. (Extrait de [1-31]).

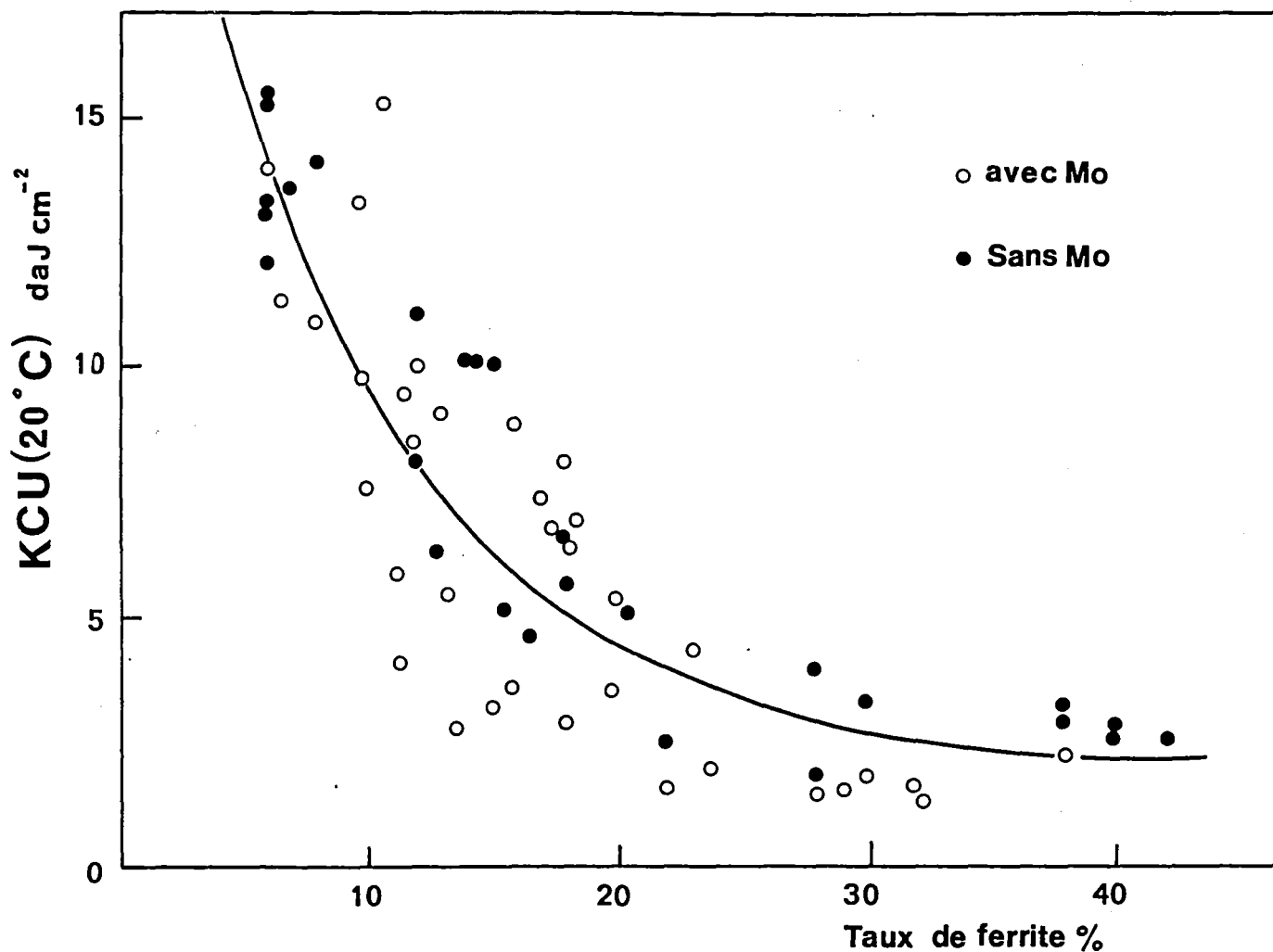


Figure (1.14): Variation de la résilience Charpy KCU avec la fraction volumique de ferrite, pour des aciers austéno-ferritiques vieillis 10 000 hr à 400°C. ( Extrait de [1-31]).

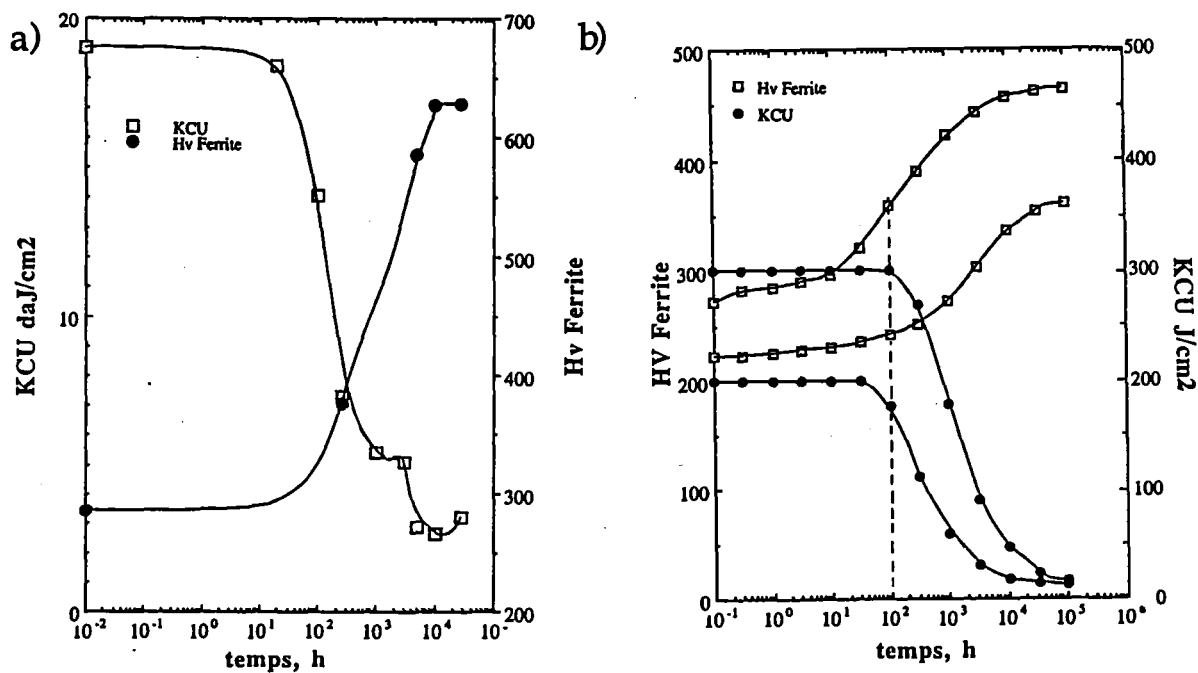


Figure (1.15): Variations de la microdureté de la ferrite et de la résilience, en cours de vieillissement à 400°C, pour un acier austéno-ferritique au Mo. (Données a) de [1-25] et b) de [1-27]).

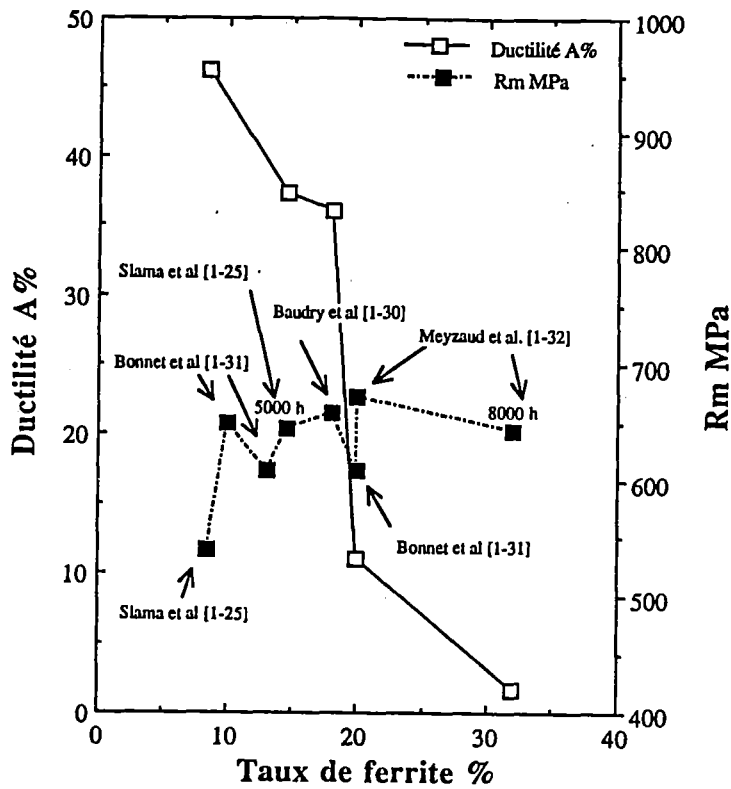


Figure (1.16): Variations de l'allongement à rupture et de la résistance mécanique en fonction de la fraction volumique de ferrite, pour des aciers austéno-ferritiques vieillis à 400°C pendant sensiblement 10 000 hr.

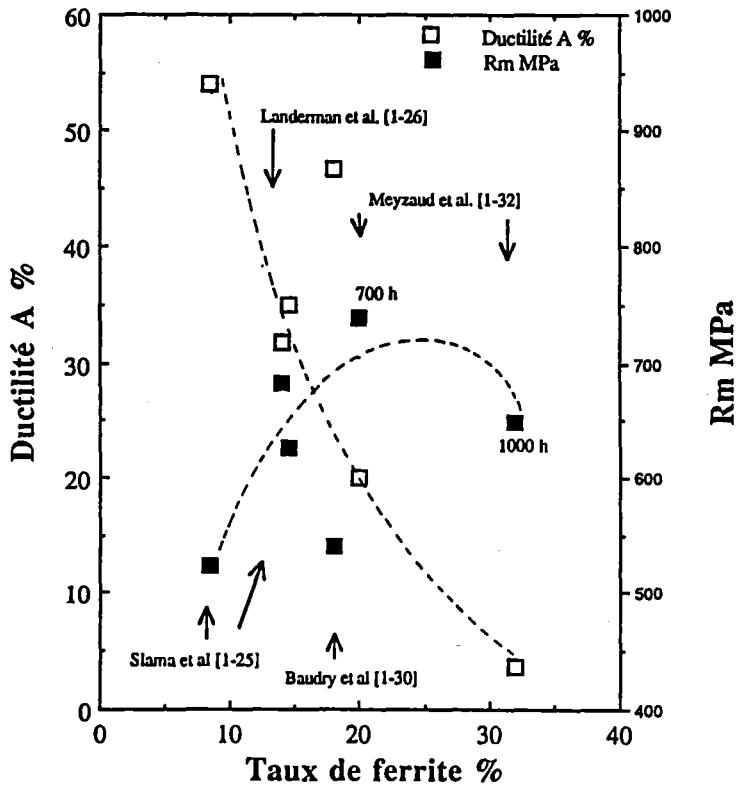


Figure (1.17): Variations de l'allongement à rupture et de la résistance mécanique en fonction de la fraction volumique de ferrite, pour des aciers austéno-ferritiques vieillis à 400°C pendant sensiblement 1000 hr.

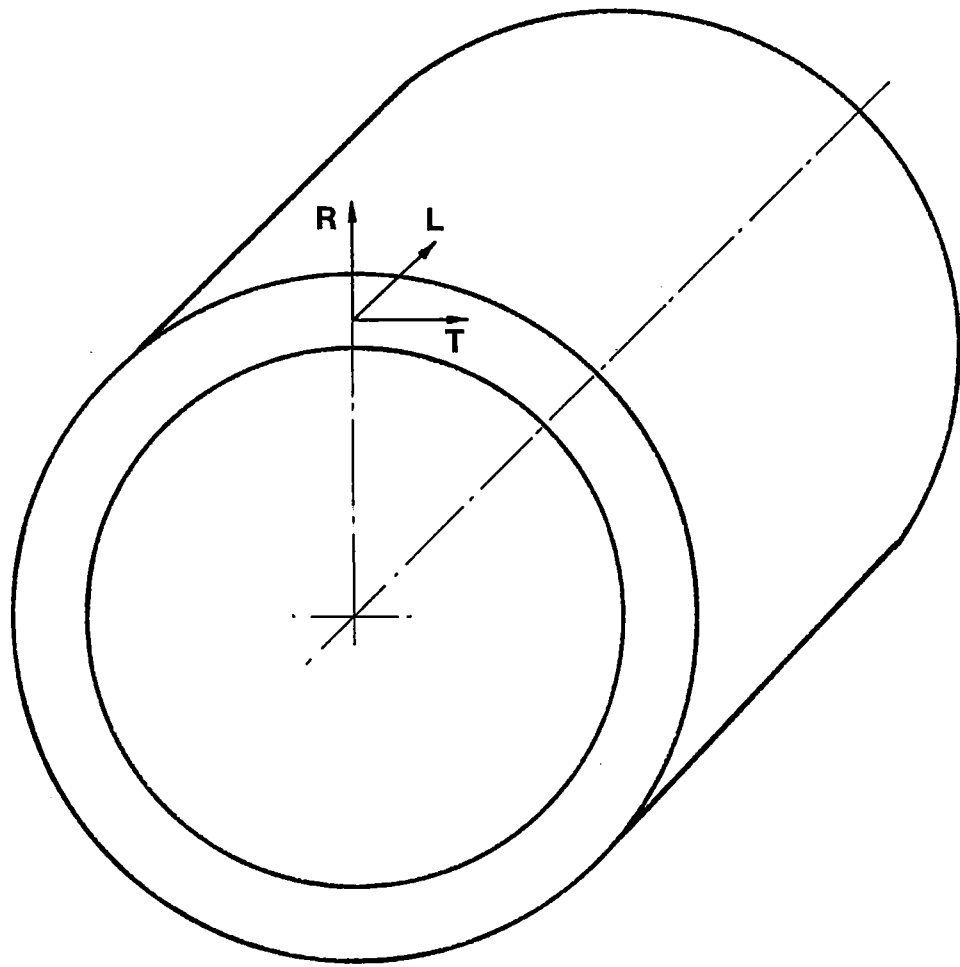


Figure (2.1): Convention de repérage des axes R, T et L, pour les deux tubes.

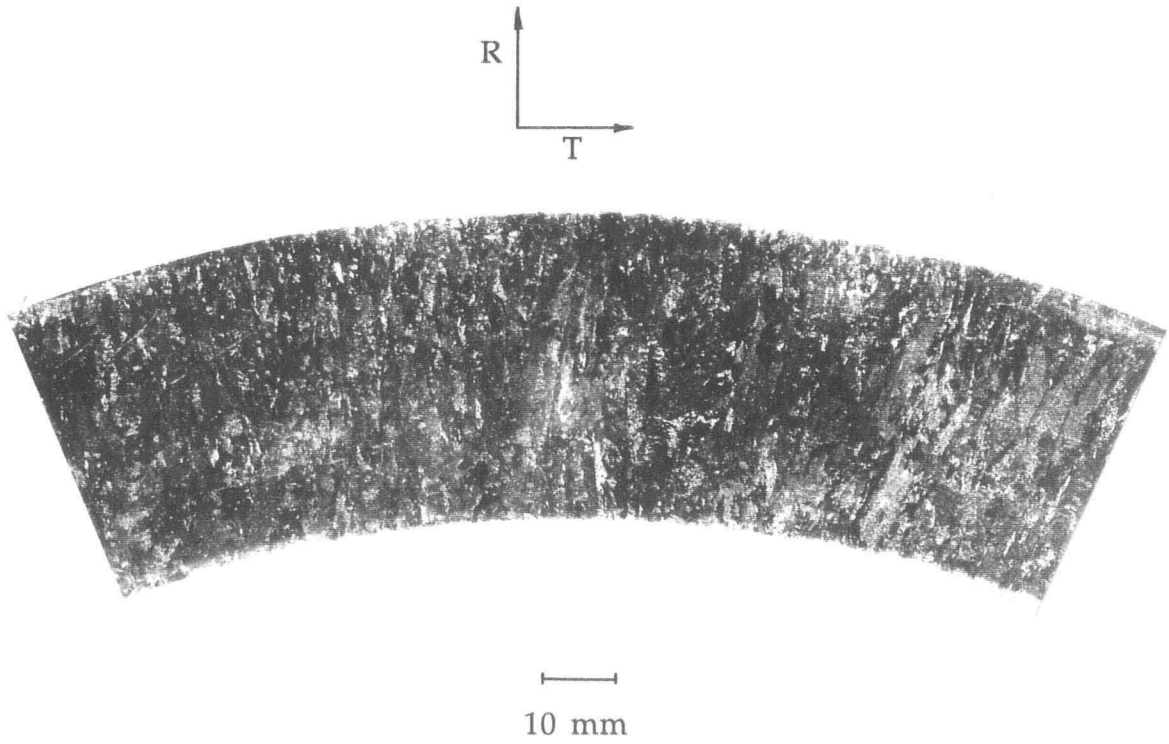


Figure (2.2) (a): Macrographie optique. Alliage Y4331.

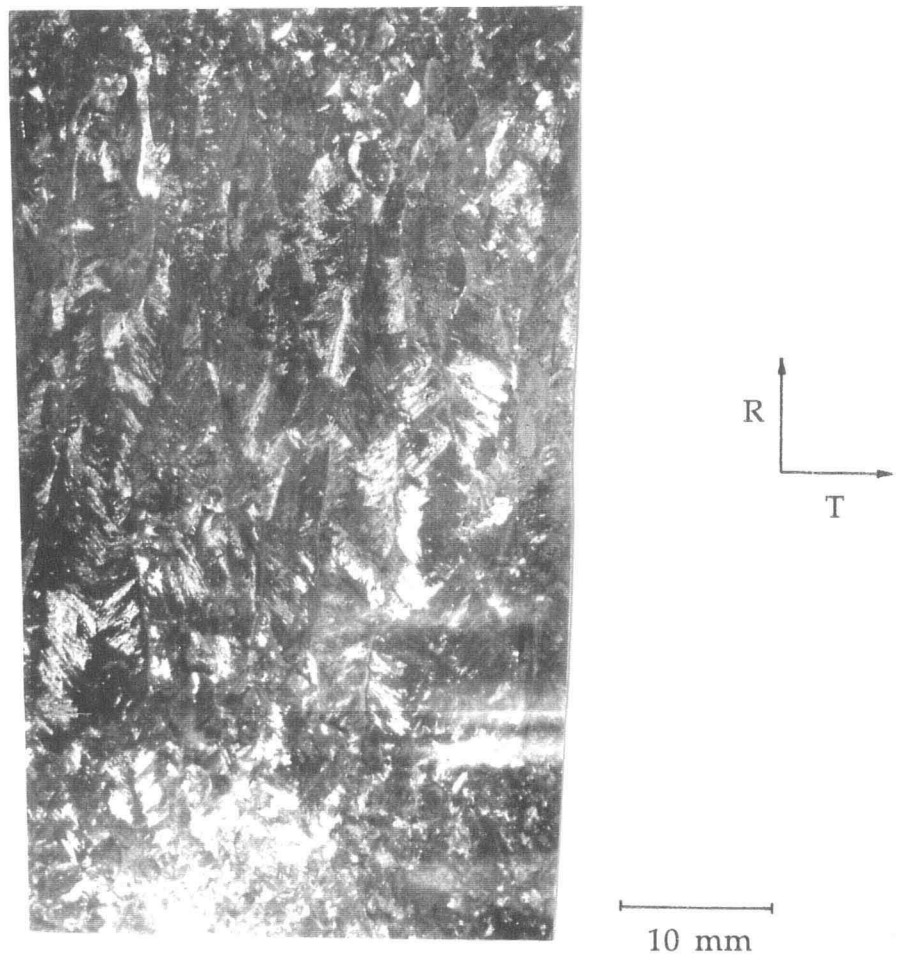
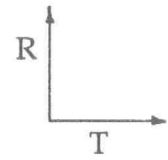
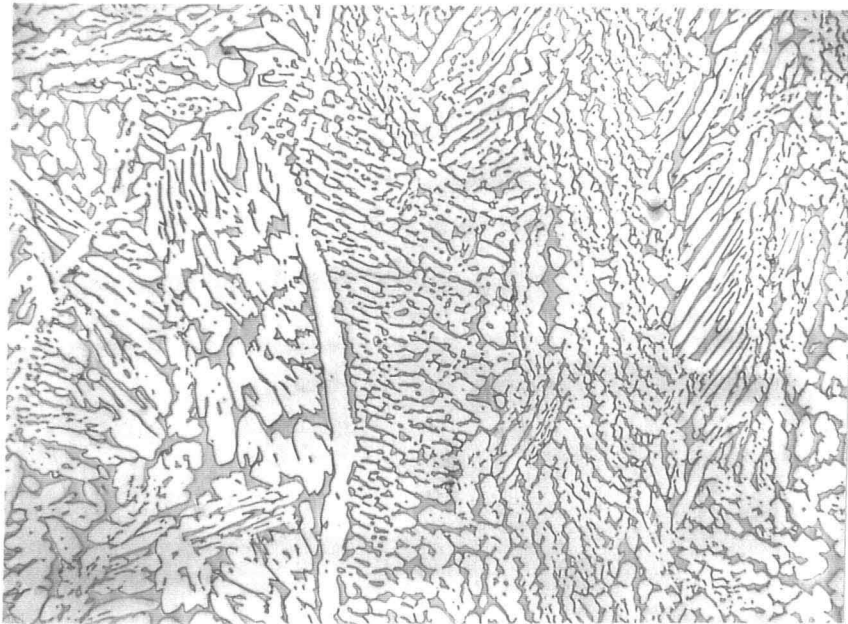


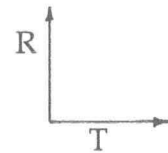
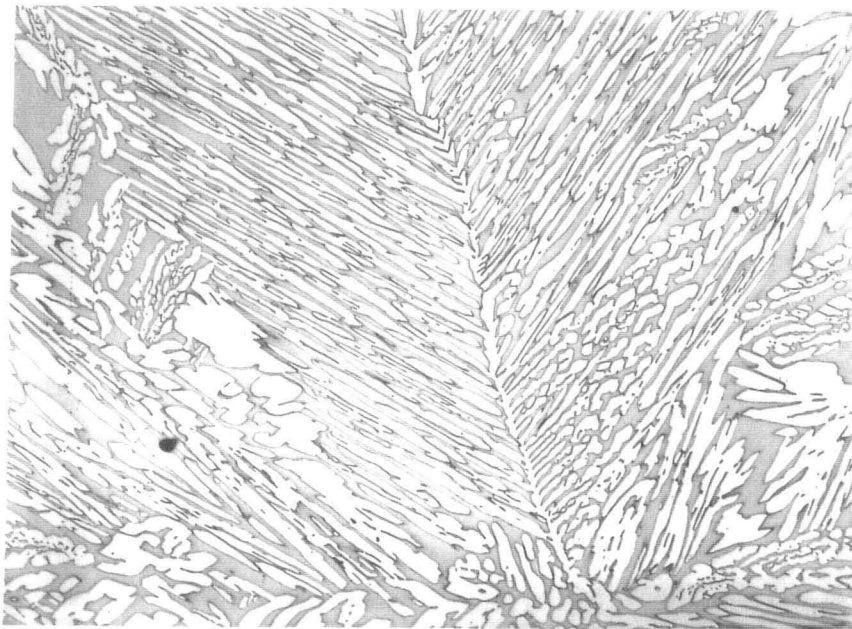
Figure (2.2) (b): Macrographie optique. Alliage Y3296.





—  
100  $\mu\text{m}$

Figure (2.3) (a): Micrographie optique de l'alliage Y4331. (Ferrite en sombre).



—  
100  $\mu\text{m}$

Figure (2.3) (b): Micrographie optique de l'alliage Y3296. (Ferrite en sombre).

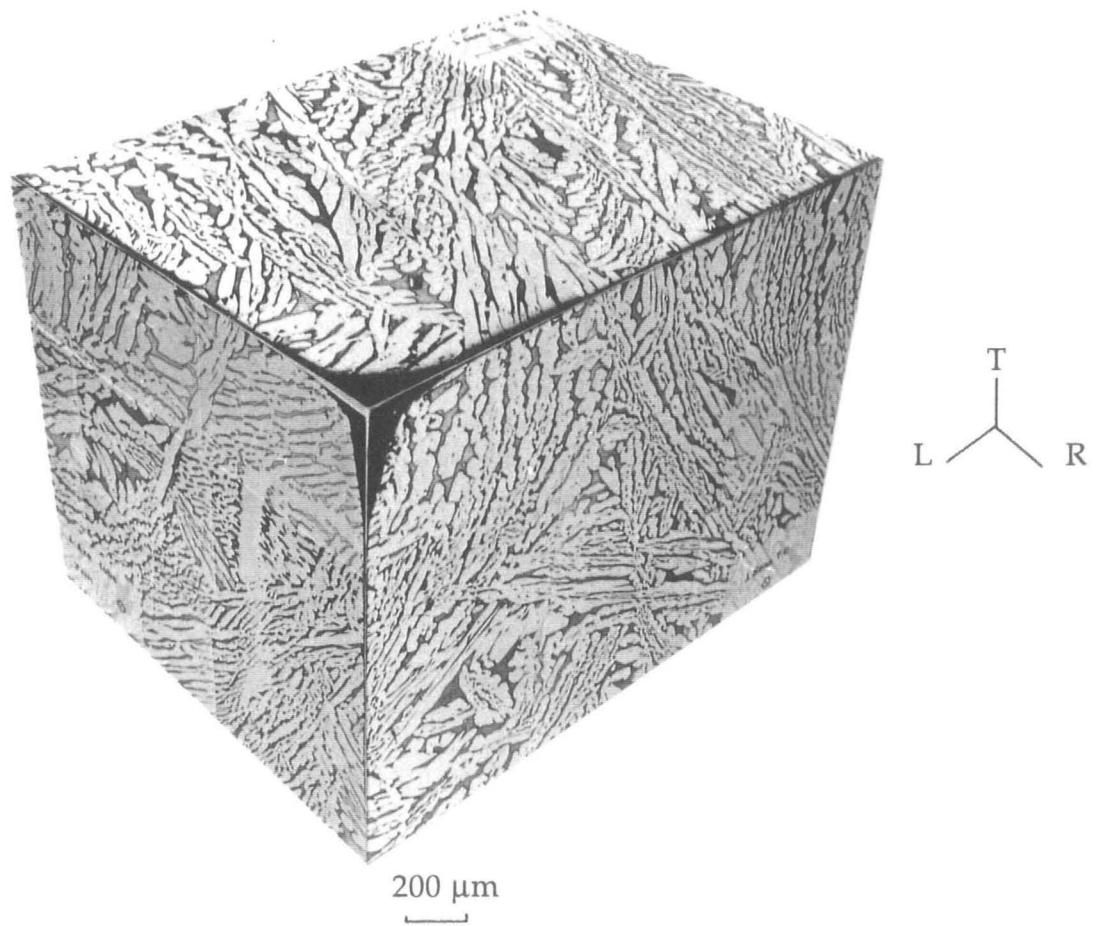


Figure (2.4) (a): Micrographie optique sur trois plans jointifs.  
Alliage Y4331.

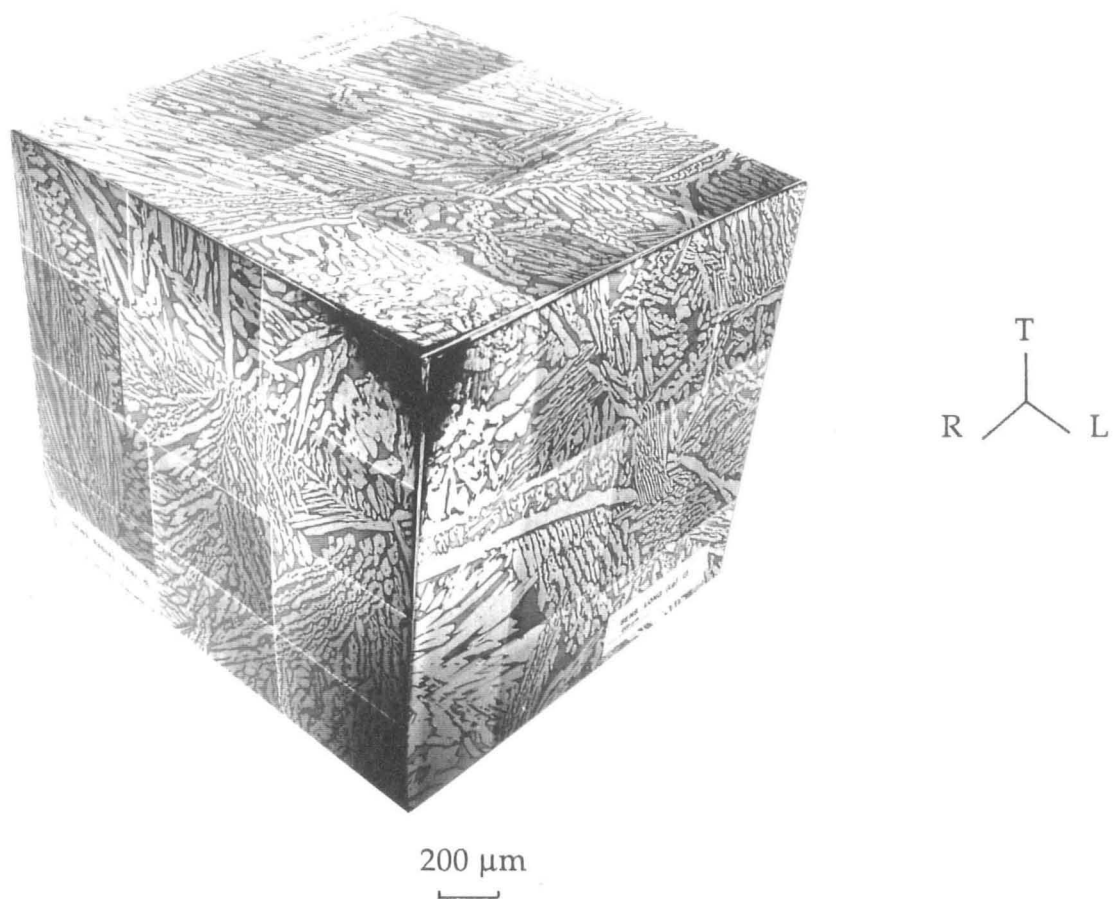
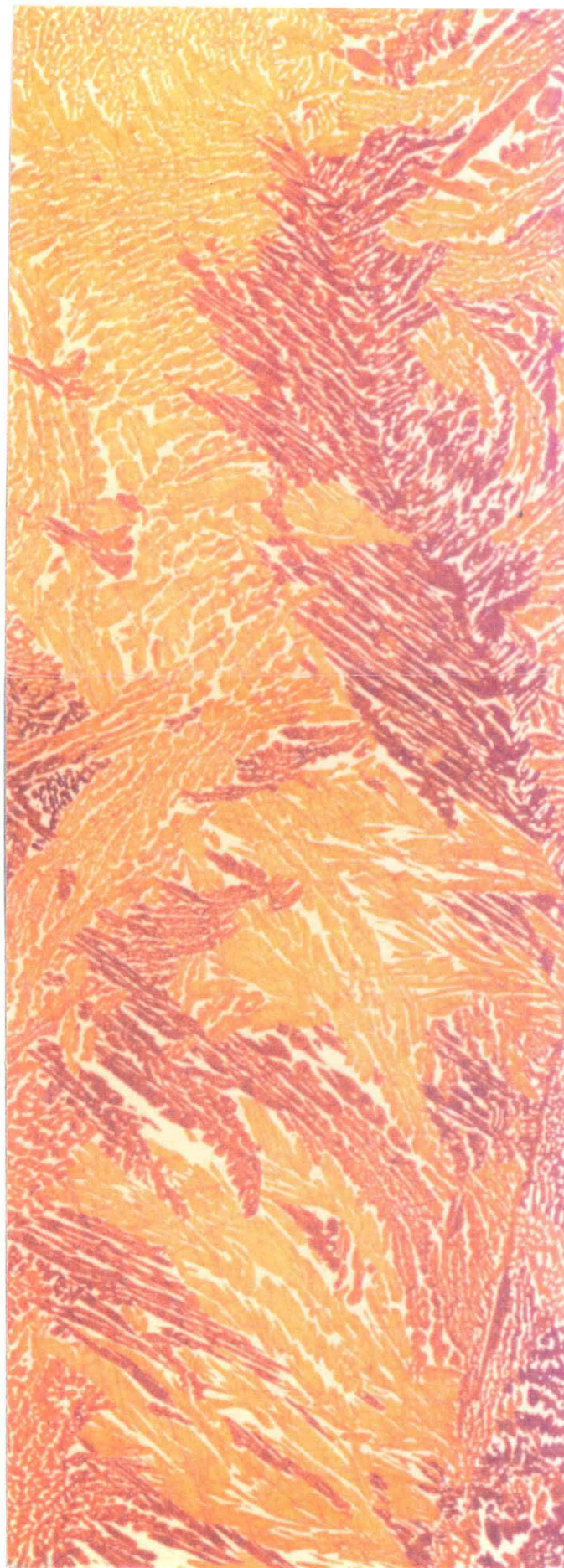
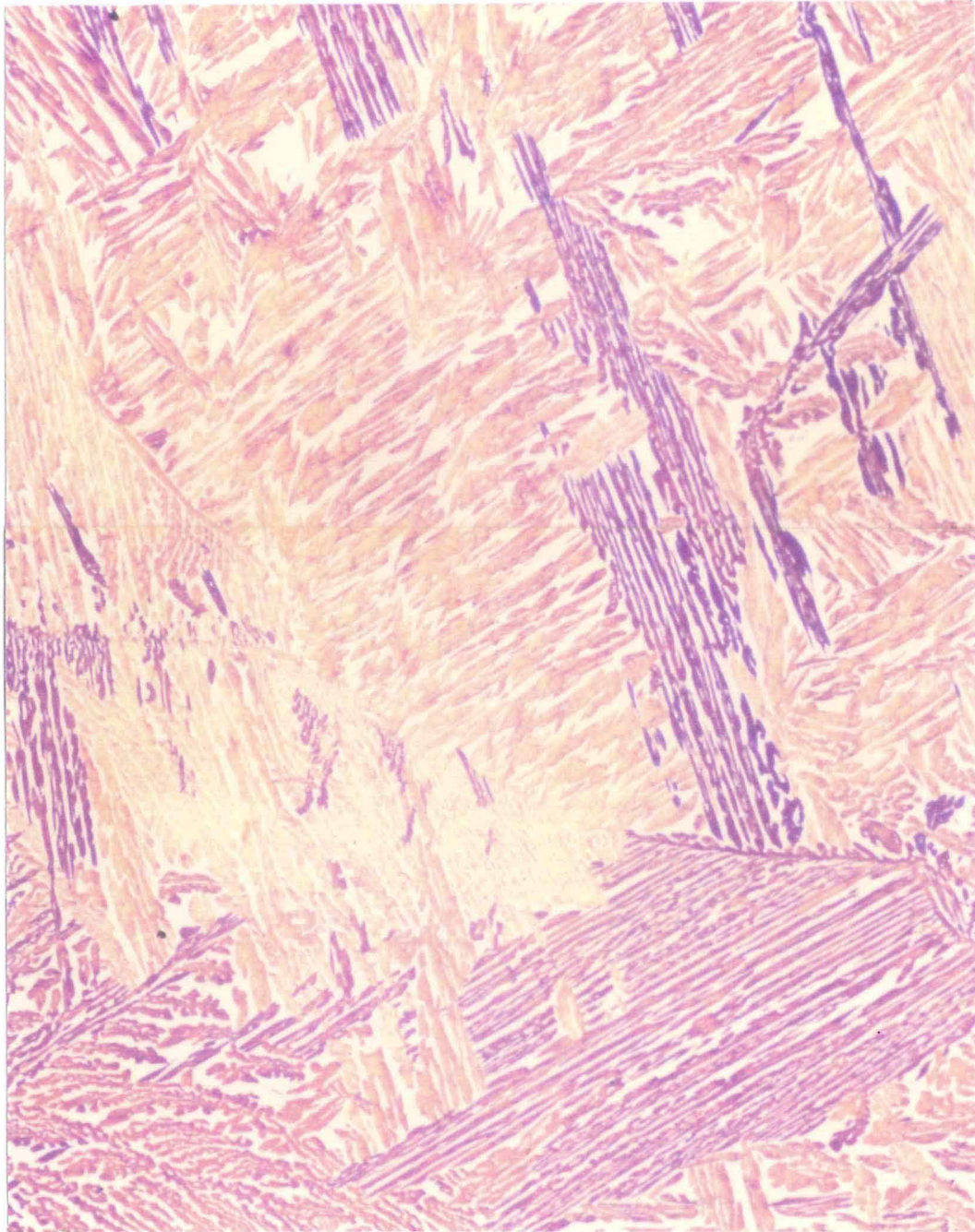


Figure (2.4) (b): Micrographie optique sur trois plans jointifs.  
Alliage Y3296.



500  $\mu\text{m}$

Figure (2.5) (a): Micrographie optique. Alliage Y4331. Attaque thermique. (Ferrite en jaune clair. Austénite en orange ou viol et).



500  $\mu\text{m}$

Figure (2.5) (b): Micrographie optique. Alliage Y3296. Attaque thermique. (Ferrite en jaune clair. Austénite en orange ou viol et).

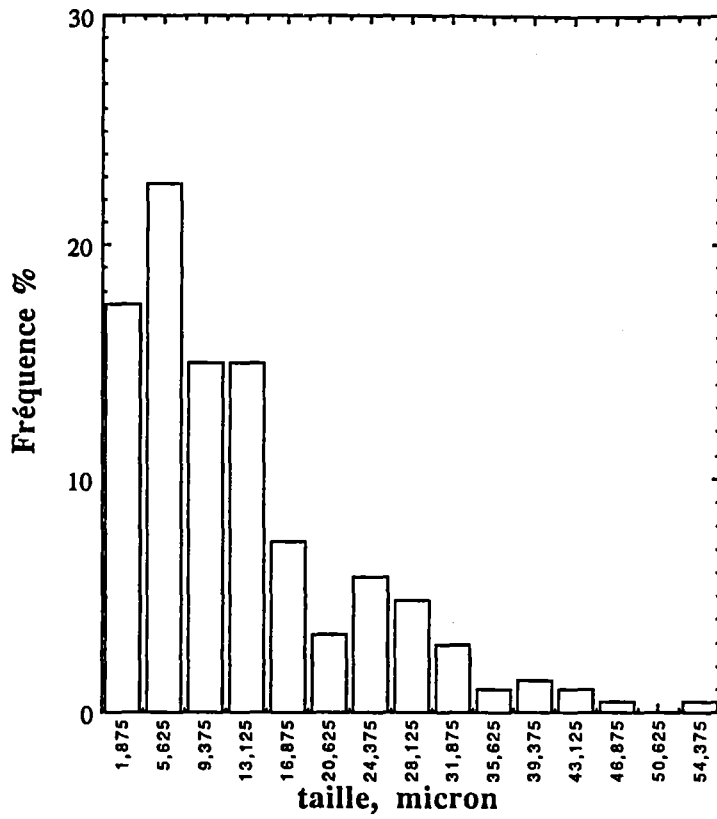


Figure (2.6) (a): Histogramme des tailles de ferrite mesurées dans le plan R, dans la direction L, pour l'alliage Y4331.

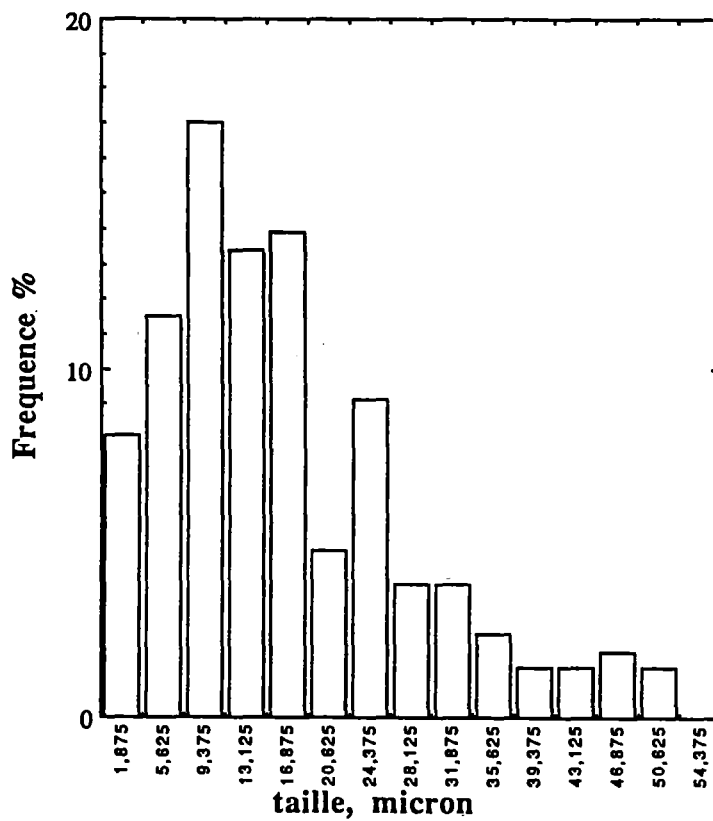


Figure (2.6) (b): Histogramme des tailles de ferrite mesurées dans le plan L, dans la direction R, pour l'alliage Y4331.

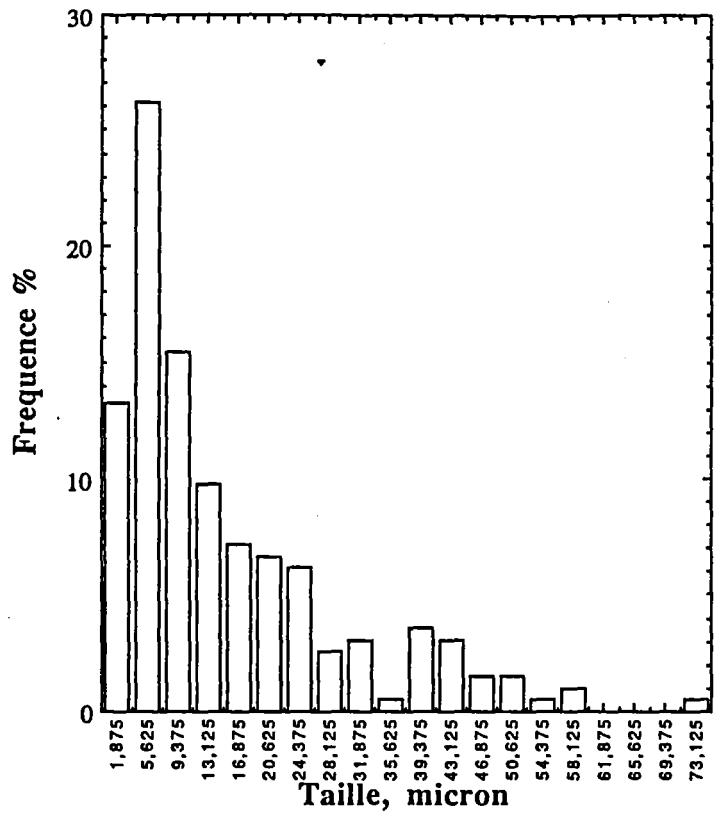


Figure (2.6) (c): Histogramme des tailles de ferrite mesurées dans le plan R, dans la direction L, pour l'alliage Y3296.

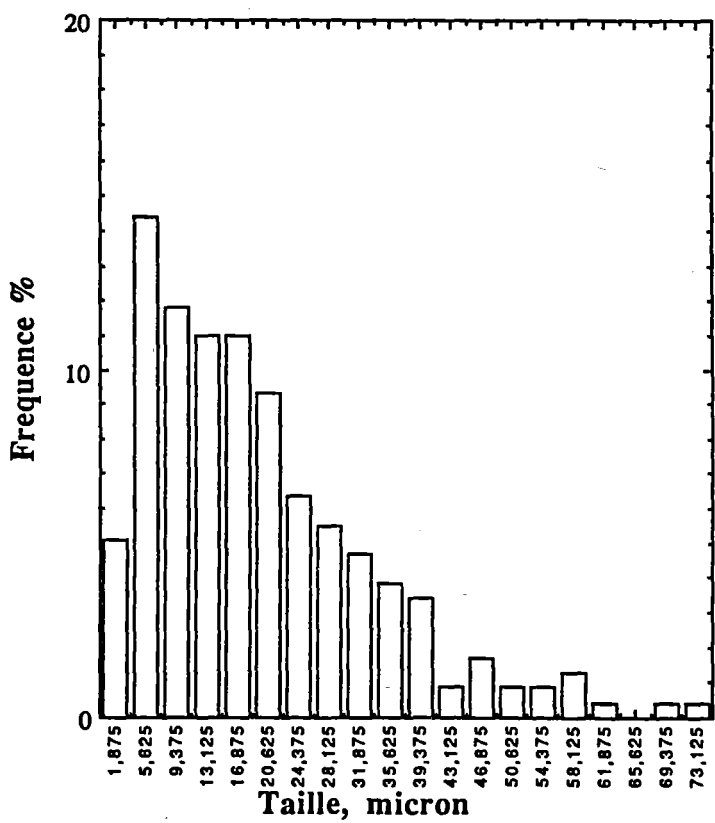
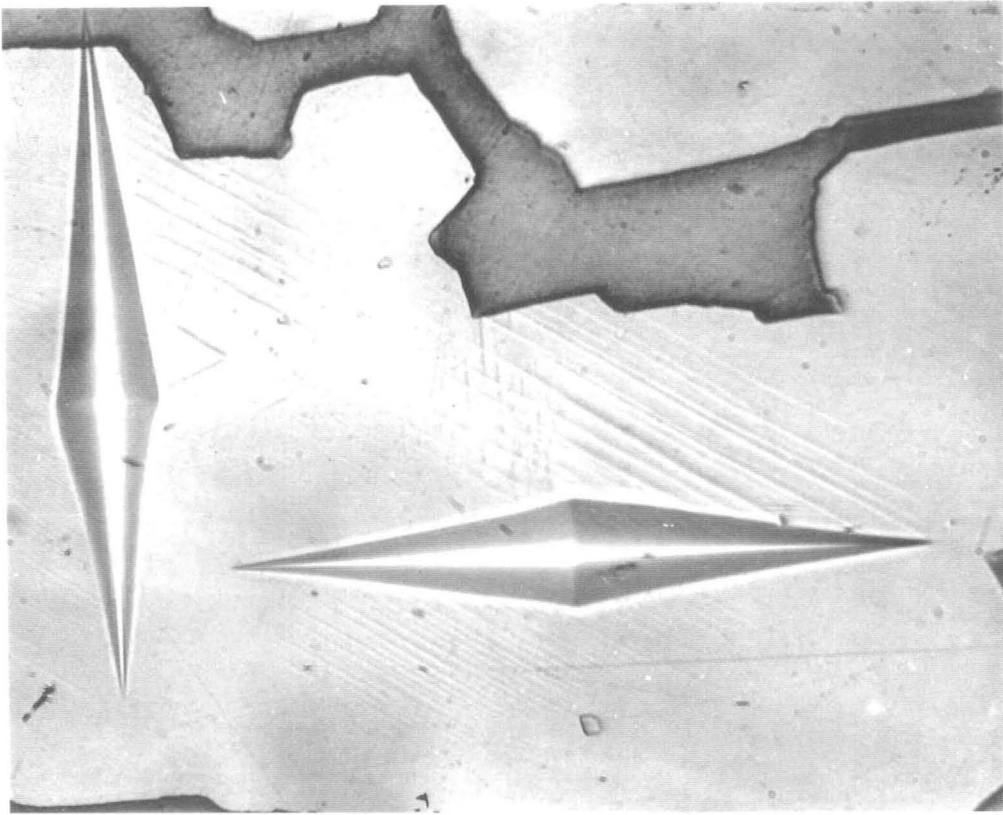
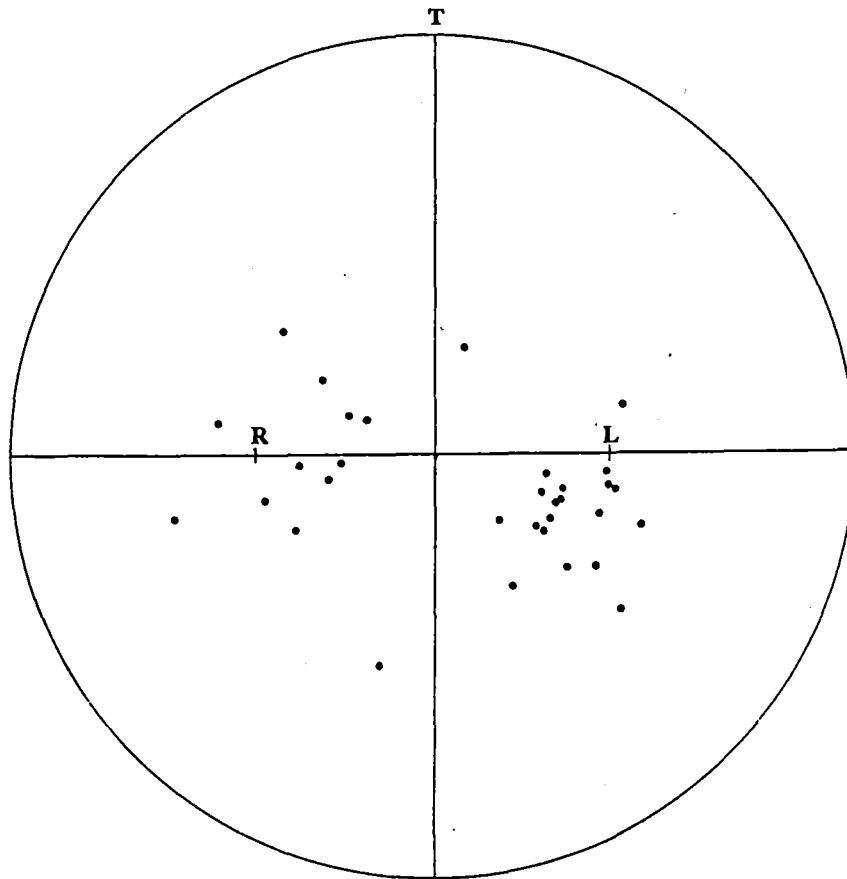


Figure (2.6) (d): Histogramme des tailles de ferrite mesurées dans le plan L, dans la direction R, pour l'alliage Y3296.

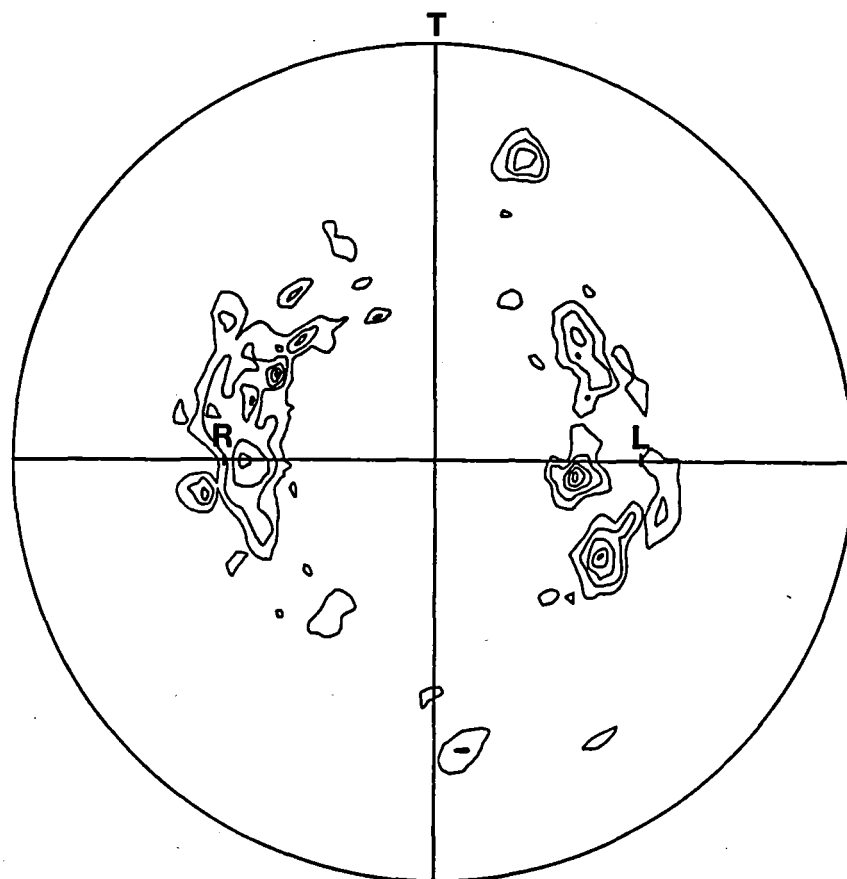


—  
10 μm

Figure (2.7) : Micrographie optique. Lignes de glissement déclenchées au voisinage d'une indentation de microdureté Knoop .



**Figure (2.8) (a):** Texture des pôles {100} de la ferrite, dans le repère du tube. Alliage Y4331.



**Figure (2.8) (b):** Texture des pôles {100} de la ferrite, dans le repère du tube. Alliage Y3296 [2-27].



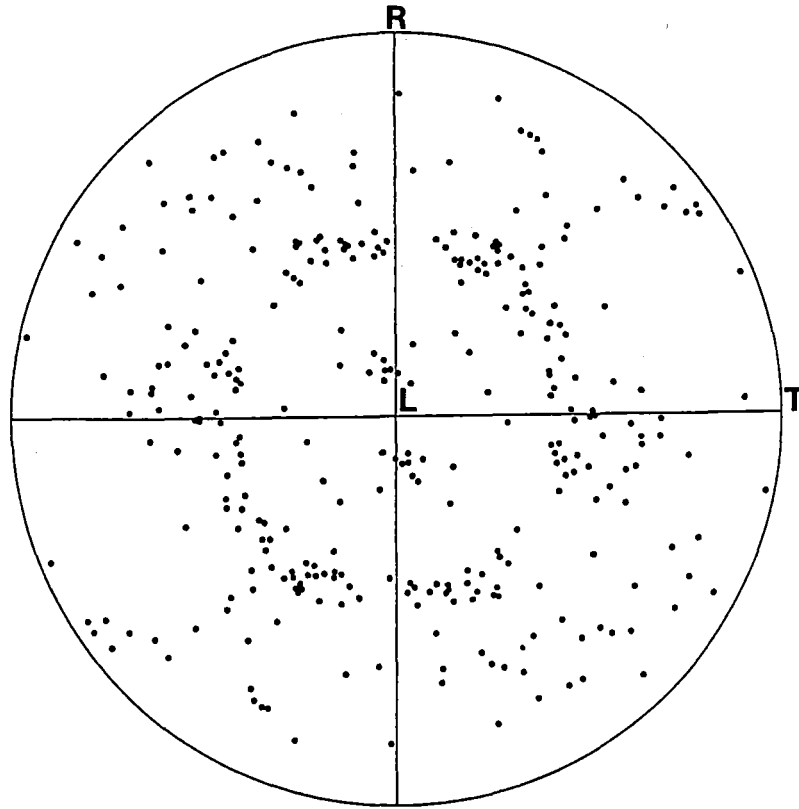


Figure (2.9) : Texture des pôles {100} de l'austénite dans le repère du tube. Alliage Y4331.

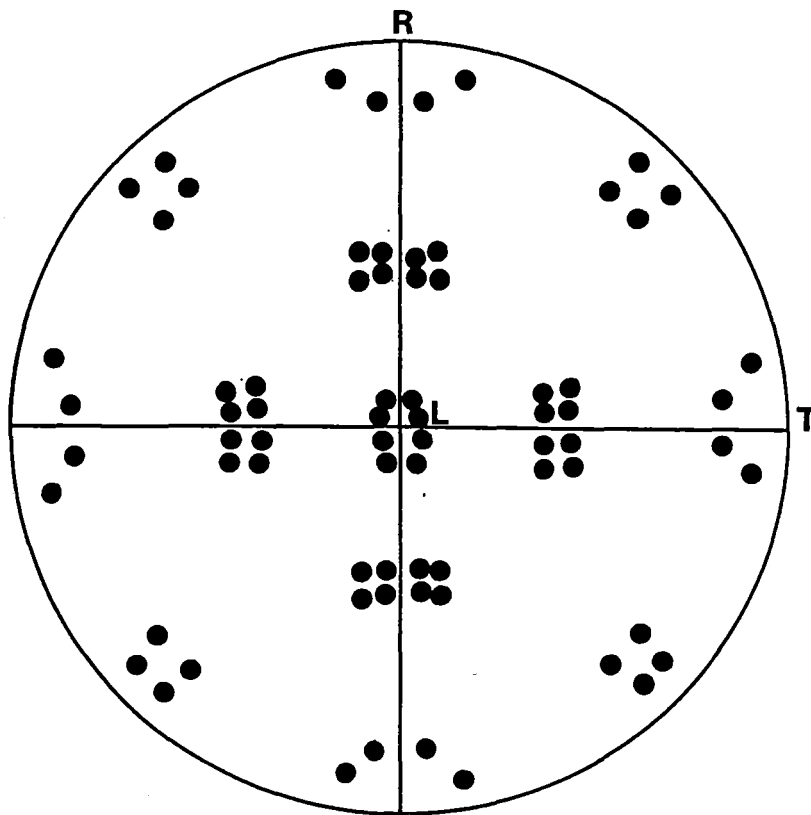


Figure (2.10) : Texture théorique de l'austénite, déduite des relations d'orientation Kurdjumov et Sachs, avec une ferrite parfaitement alignée selon les axes R, T et L.

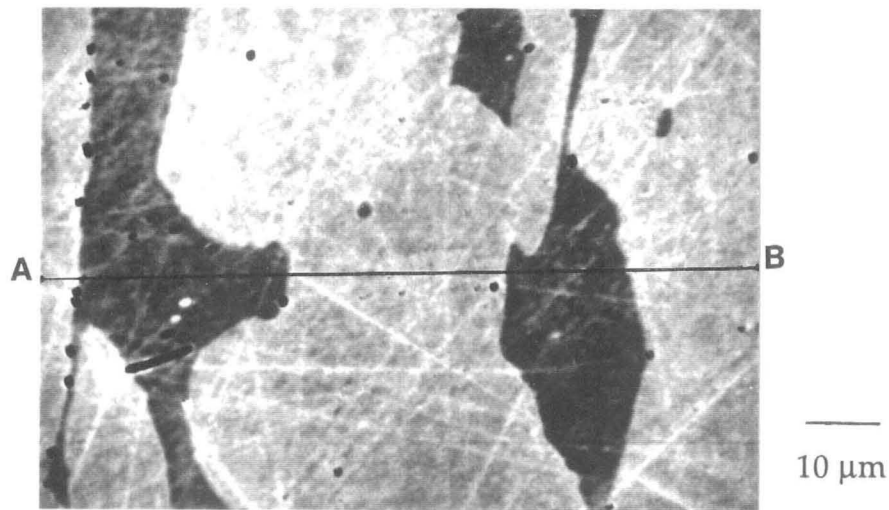


Figure (2.11) (a): Micrographie électronique à balayage (en électrons rétrodiffusés) ; zone analysée dans la figure (2.11) (b).

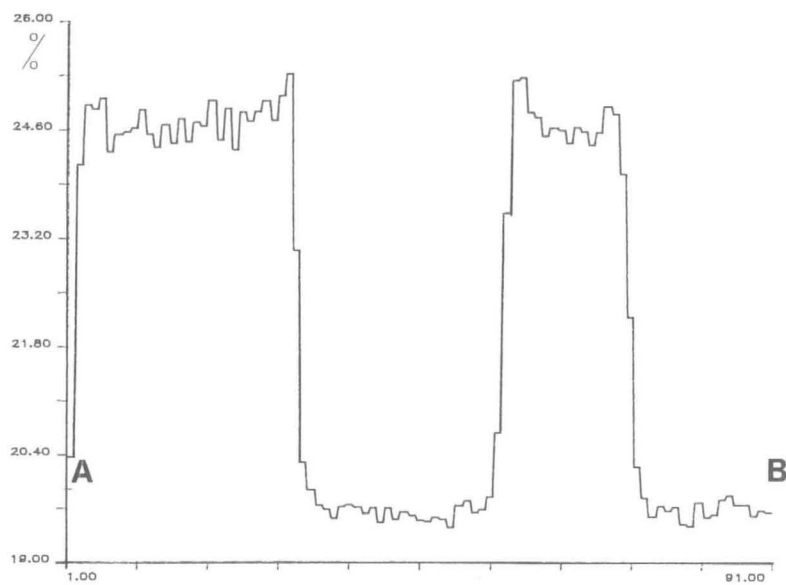


Figure (2.11) (b): Profil de la teneur en Cr, mesurée à la microsonde, le long du segment montré à la Figure (2.11) (a).

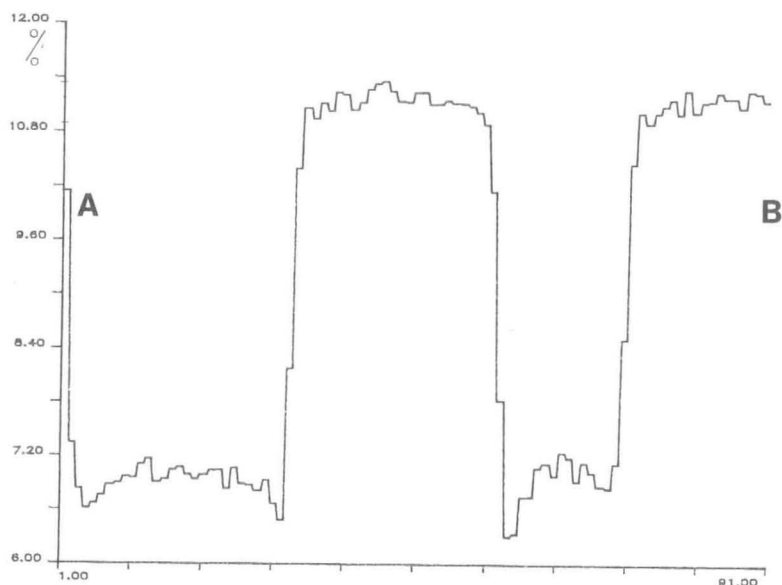


Figure (2.11) (c): Profil de la teneur en Ni, mesurée à la microsonde, le long du segment montré à la Figure (2.11) (a).

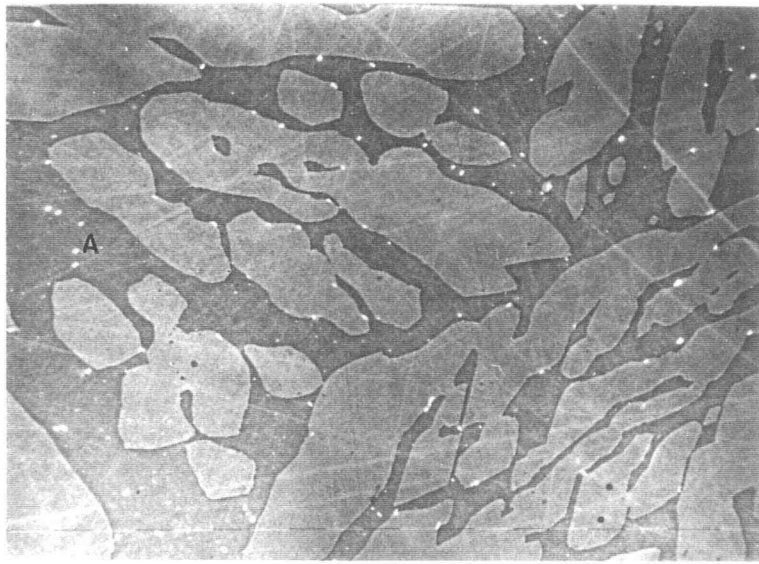


Figure (2.12) (a): Micrographie électronique à balayage (en électrons rétrodiffusés); champ montrant de nombreuses particules riches en Nb, surtout dans la ferrite et à l'interface.

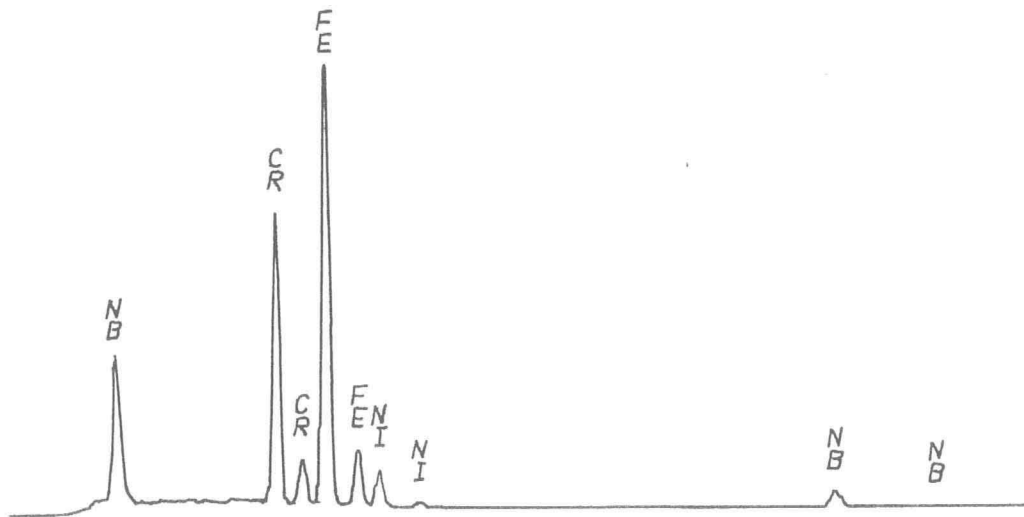


Figure (2.12) (b): Spectre de dispersion d'énergie des rayons X, obtenu sur la particule A de la Figure (2.12) (a), montrant un pic de Nb.

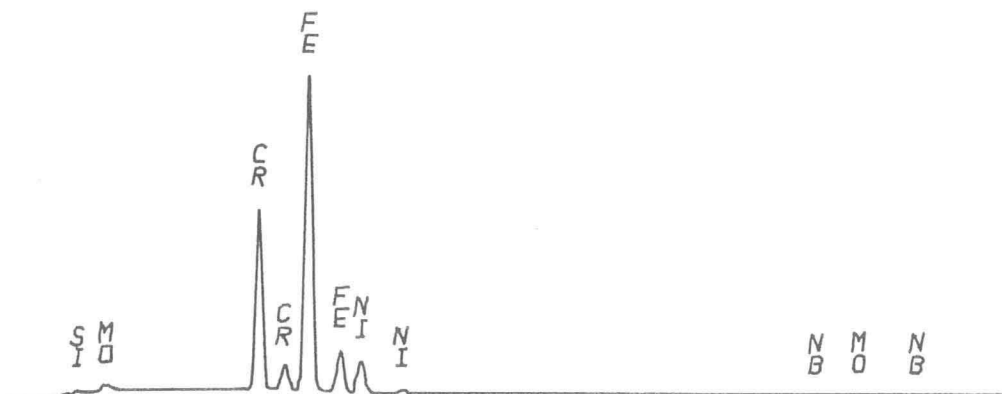


Figure (2.12) (c): Spectre de dispersion d'énergie des rayons X, obtenu dans la matrice de la Figure (2.12) (a).

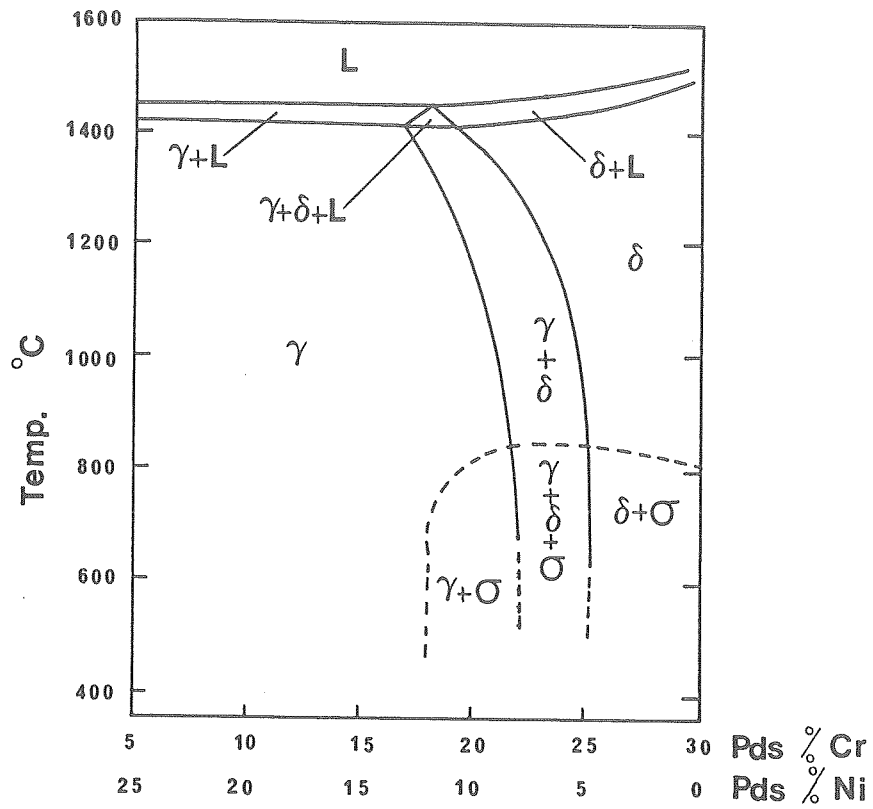


Figure (2.13): Section à 70% de Fe, du diagramme ternaire Fe-Ni-Cr. (Extrait de [2-2]).

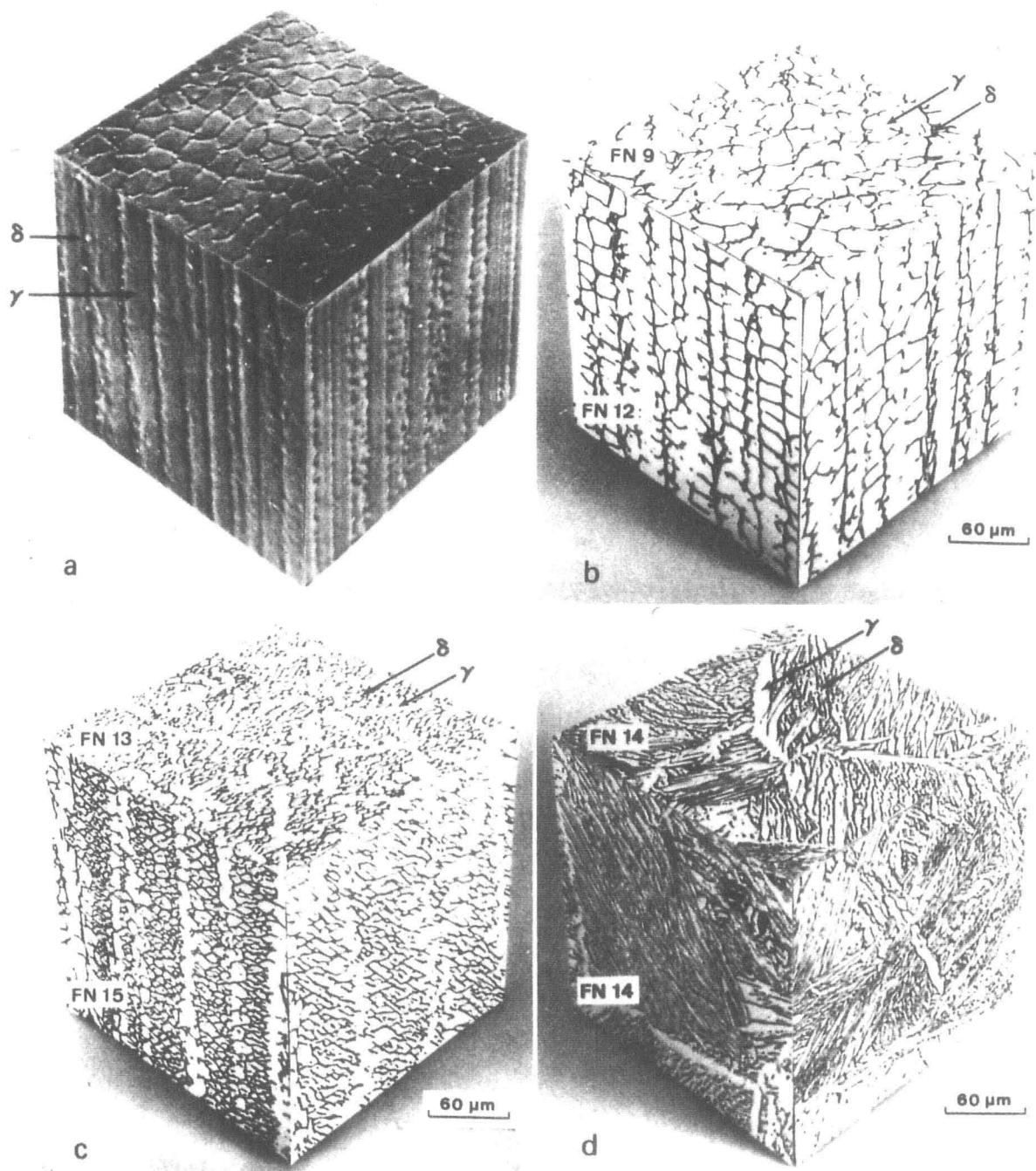


Figure (2.14): Morphologies de ferrite, lors de différentes séquences de solidification: (a) Ferrite cellulaire; (b) Ferrite squelettique; (c) Ferrite en latte; (d) Austénite de Widmanstätten. (Extrait de [2-2]).

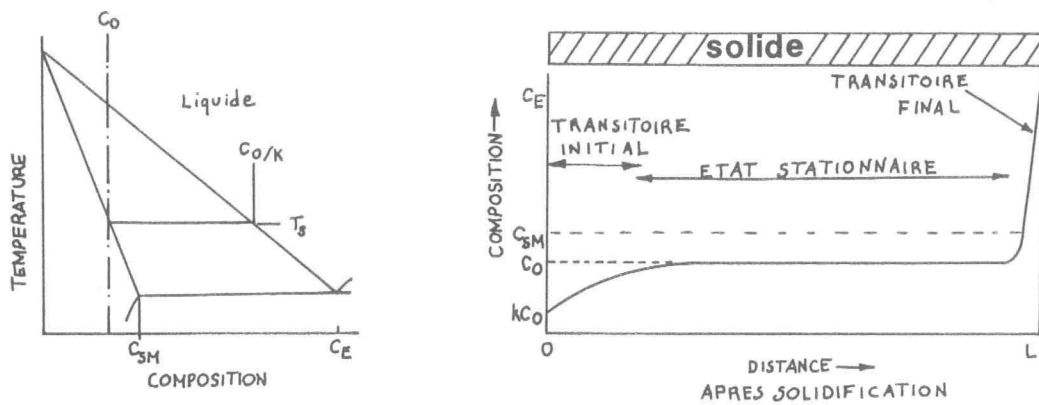


Figure (2.15): Profil théorique de teneur en soluté, le long d'un barreau, pour un coefficient de partage  $k < 1$ . (Extrait de [2-11]).

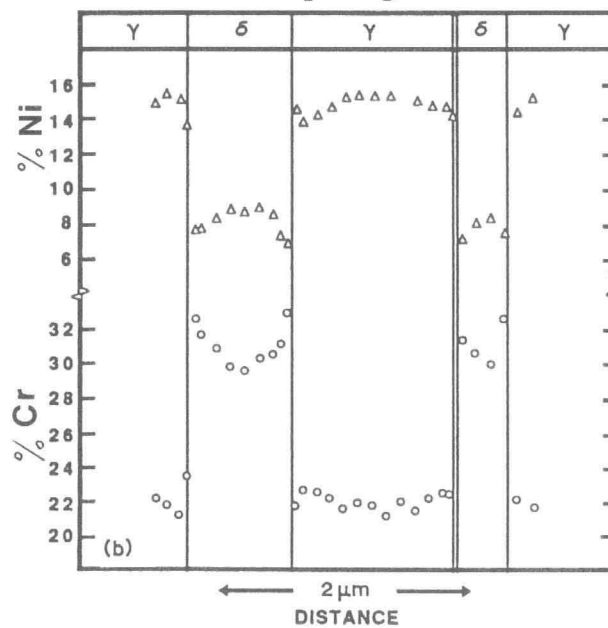


Figure (2.16): Profils de teneur en Cr et en Ni, à travers la ferrite et l'austénite d'une microstructure en latte. (Extrait de [2-7]).

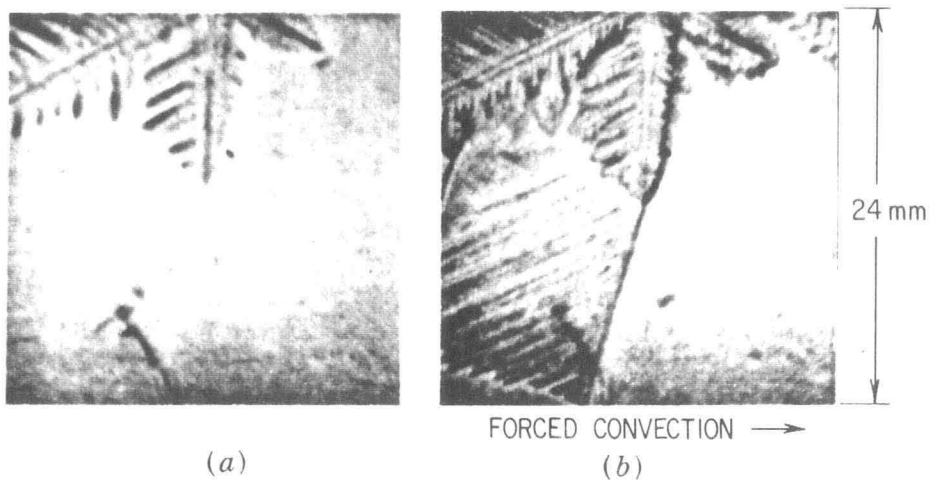


Figure (2.17): Croissance d'une dendrite de glace dans de l'eau au repos et dans de l'eau qui s'écoule. (Extrait de [2-21]).

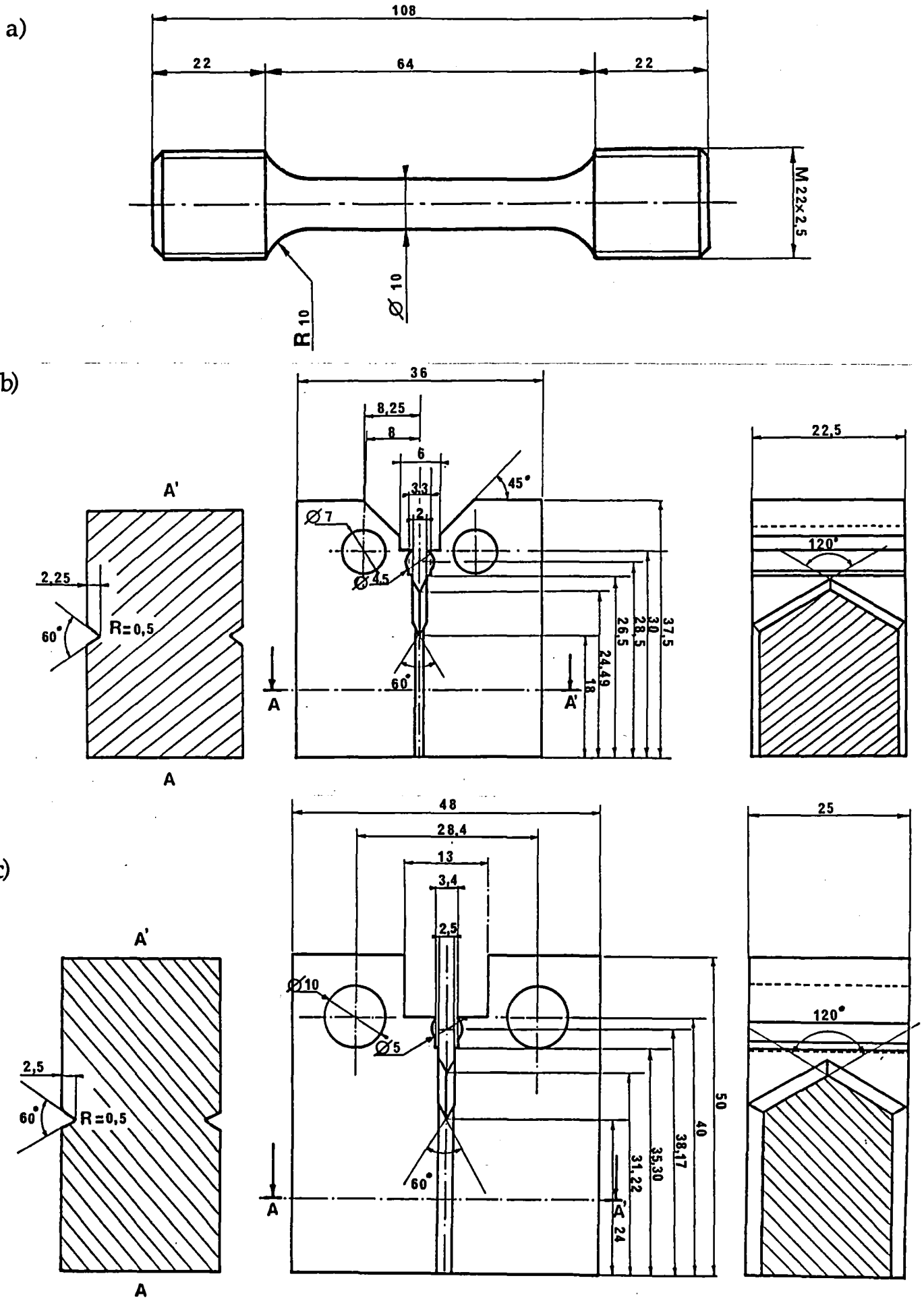


Figure (2.18): (a) Plan des éprouvettes de traction simple; plan des éprouvettes de ténacité pour l'alliage Y4331 (b), et pour l'alliage Y3296 (c).

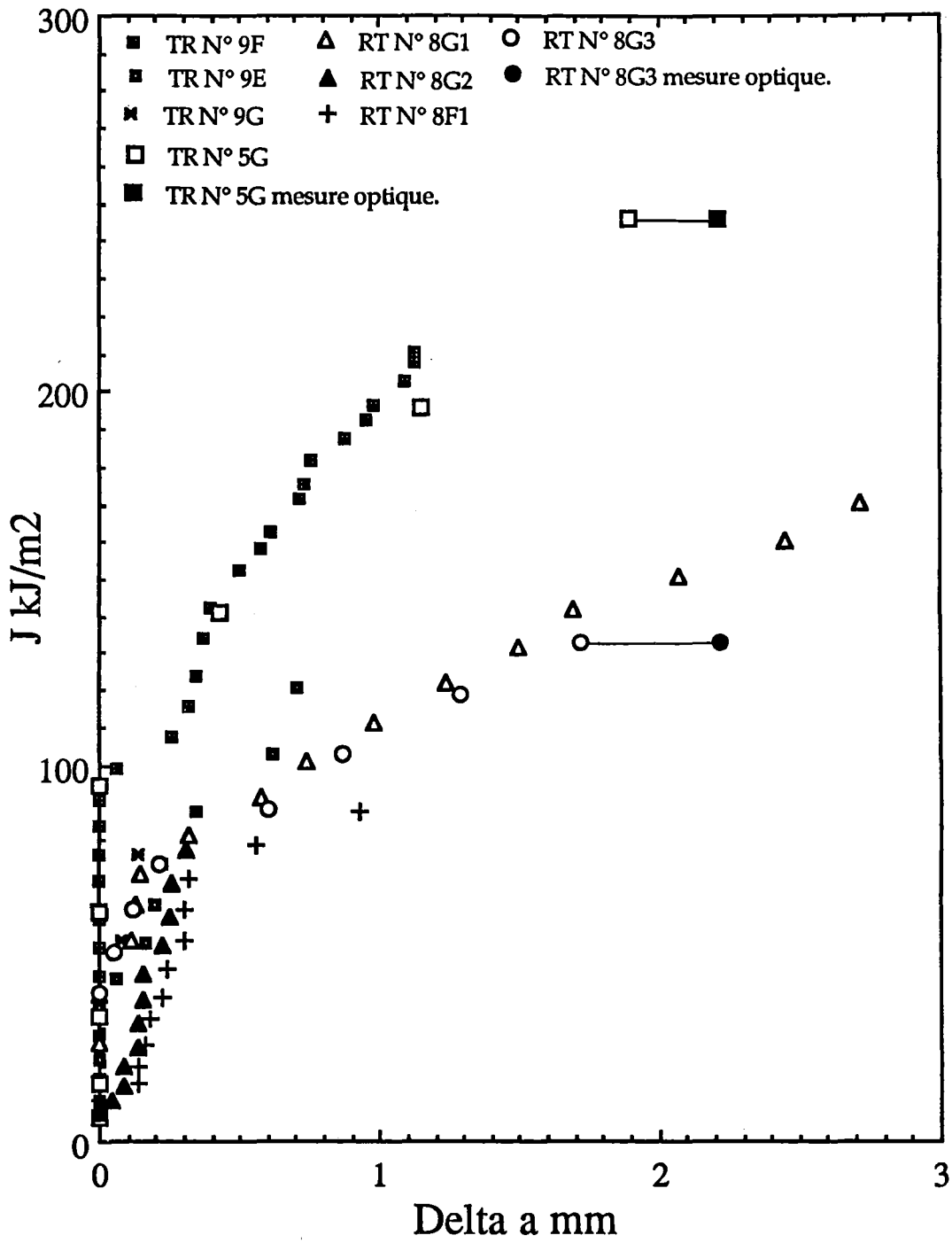


Figure (2.19) (a): Courbes de résistance à la déchirure de l'alliage Y4331, à 20°C, dans le sens T-R et R-T.



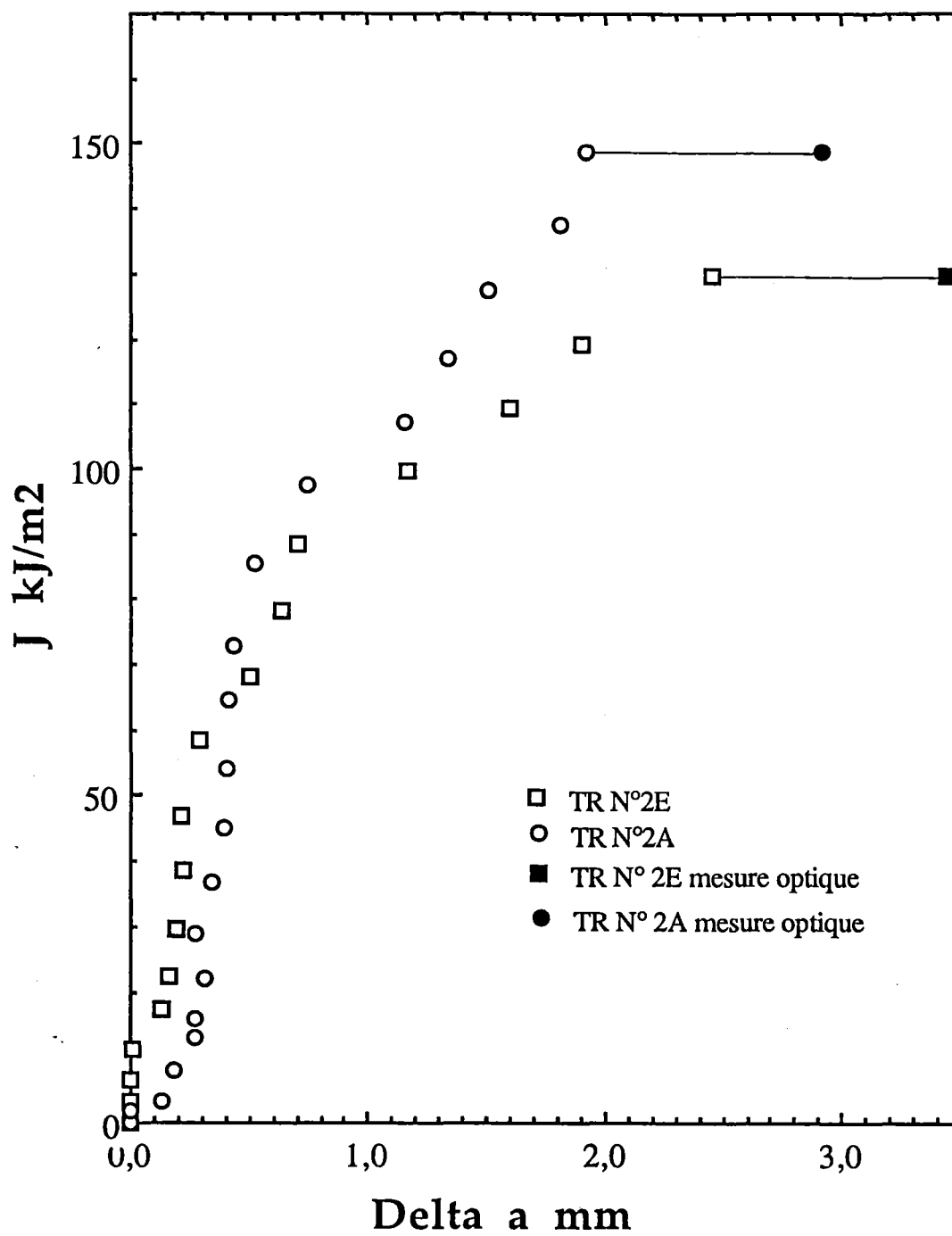
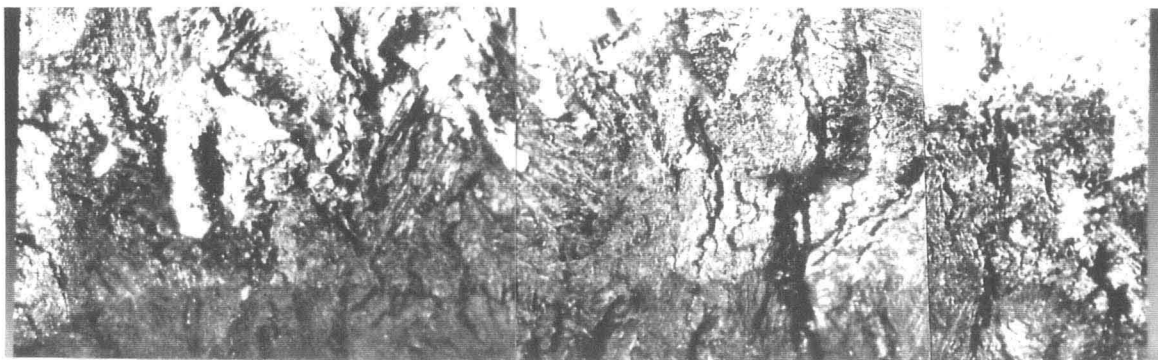
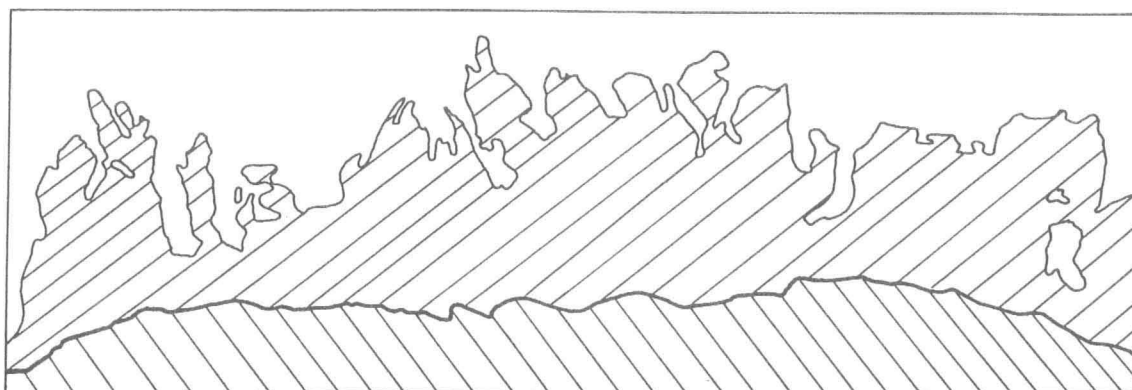


Figure (2.19) (b): Courbes de résistance à la déchirure de l'alliage Y3296 à 320°C, dans le sens T-R.



—  
1 mm

Figure (2.20) (a): Macrographie optique, d'une éprouvette de ténacité de l'alliage Y4331 dans le sens T-R, après bleuissement et rupture.





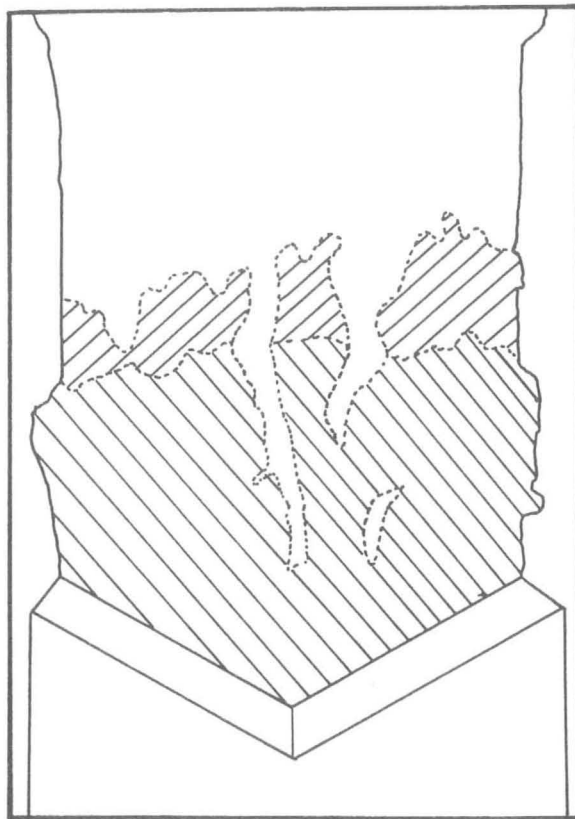
— Fissure de déchirure.   
1 mm Fissure de fatigue. 

Figure (2.20) (b): Profil du front de la fissure de fatigue, et de la fissure après déchirure, sur l'éprouvette montrée à la Figure (2.20) (a).



—  
2 mm

Figure (2.21) (a): Macrographie optique, d'une éprouvette de ténacité de l'alliage Y3296 dans le sens T-R, après bleuissement et rupture.



Fissure de déchirure. 

Fissure de fatigue. 

—  
2 mm

Figure (2.21) (b): Profil du front de la fissure de fatigue, et de la fissure après déchirure, sur l'éprouvette montrée à la Figure (2.21) (a).

a)

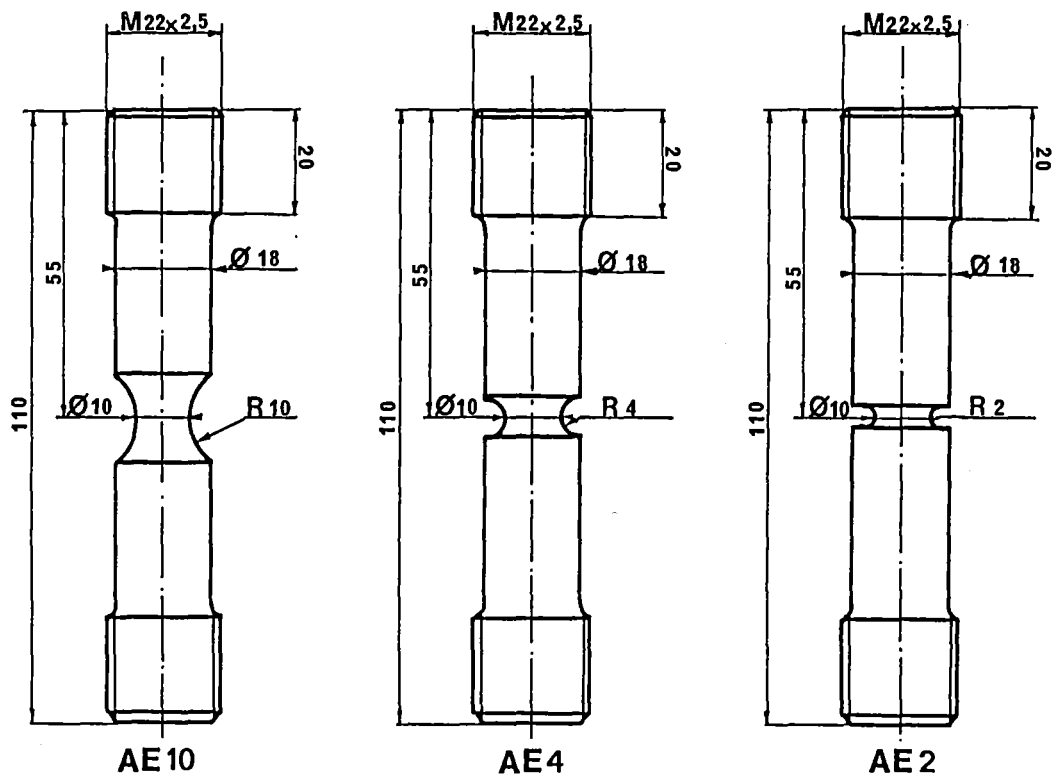


Figure (3.1) (a): Plan des éprouvettes entaillées utilisées suivant la direction T.

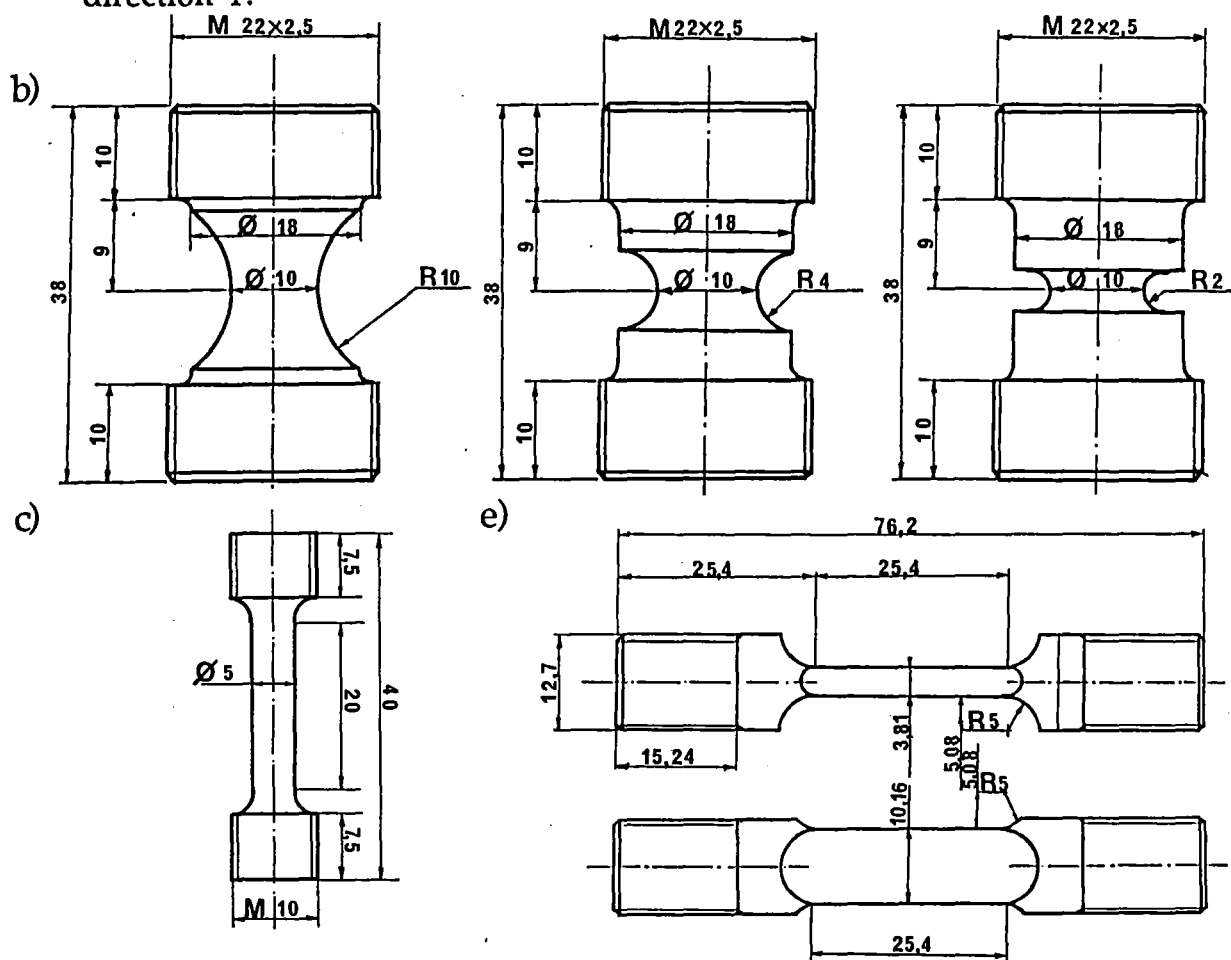


Figure (3.1) (b) et (c): Plan des éprouvettes entaillées et lisses, utilisées suivant les directions R, L et à 45° de R et T; e) éprouvette plate.

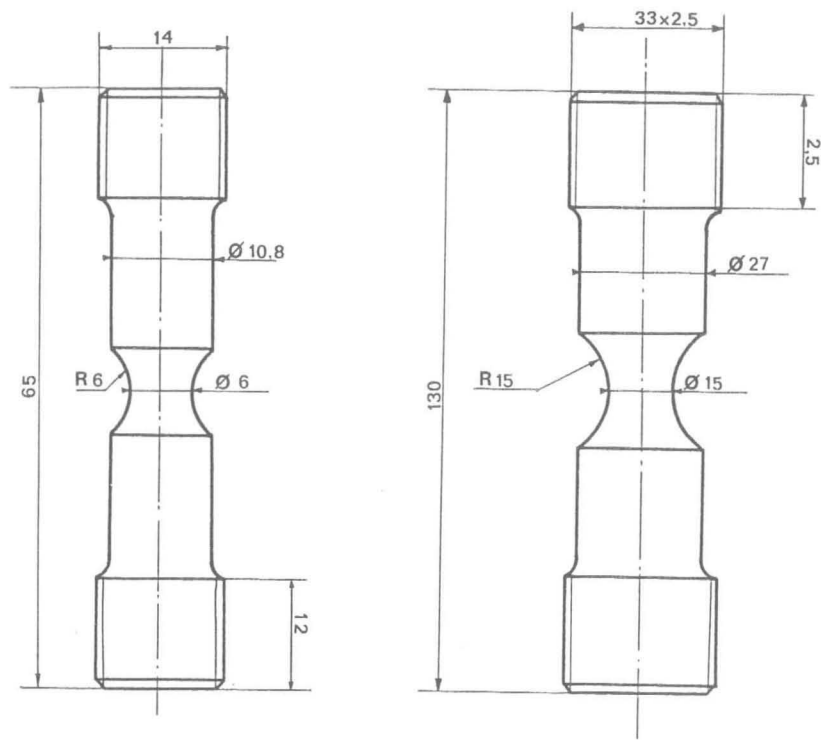


Figure (3.1) (d): Plan des éprouvettes entaillées pour l'étude des effets de taille dans la direction L.

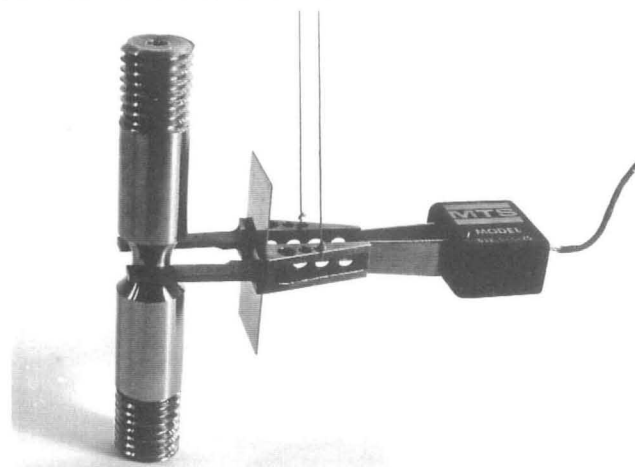


Figure (3.2): Illustration de la position de l'extensomètre dans la gorge d'une éprouvette entaillée (pour les essais à 20°C de l'alliage Y4331).

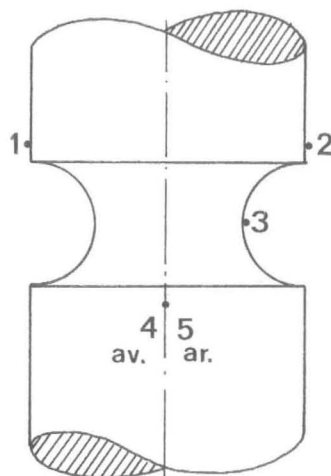


Figure (3.3): Schéma illustrant la position des thermocouples sur les éprouvettes entaillées, pour les essais à 320°C sur l'alliage Y3296.

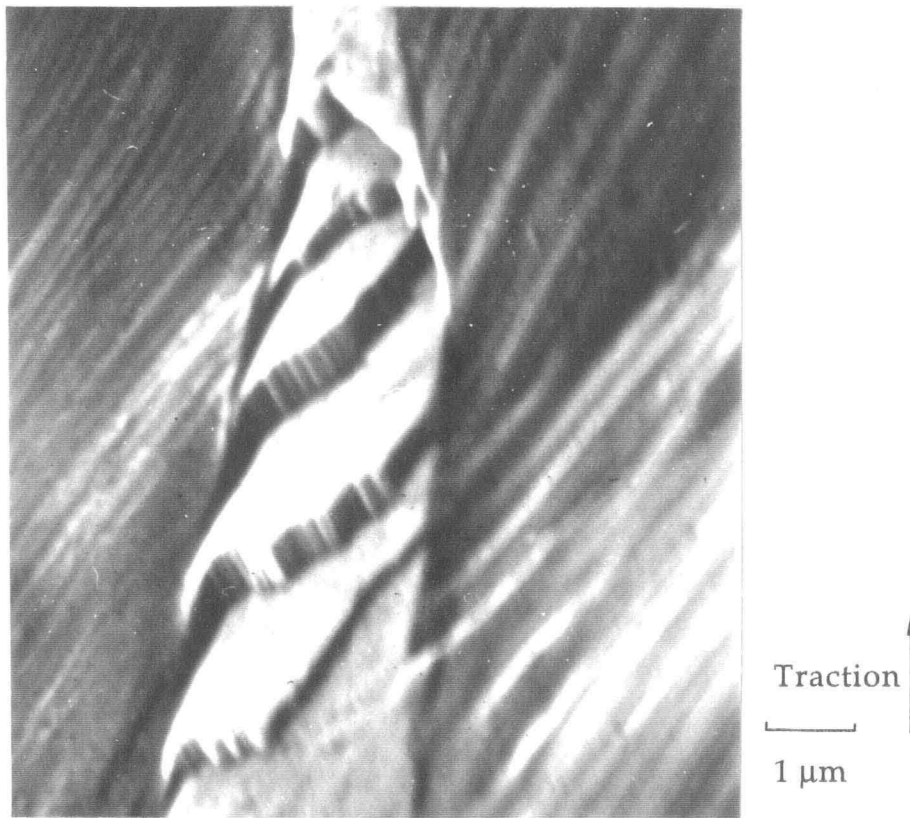


Figure (3.4): Micrographie électronique à balayage de la surface d'une éprouvette lisse après rupture (Alliage Y4331 déformé à 20°C). Exemple de glissement sinueux dans la ferrite ("pencil glide").

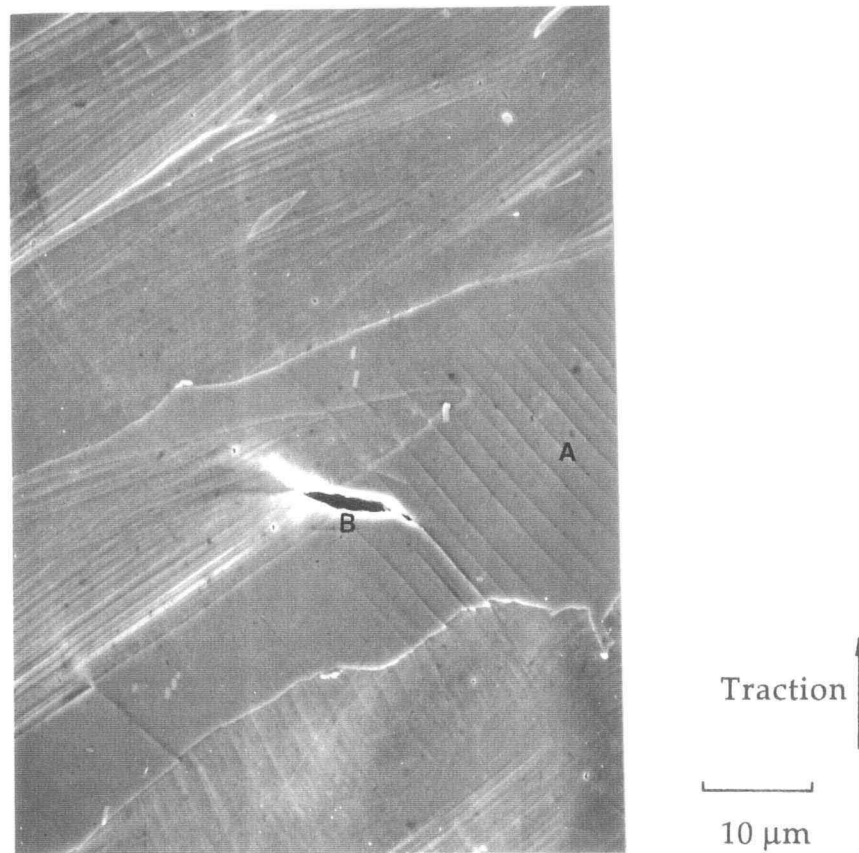


Figure (3.5): Micrographie électronique à balayage, de la surface d'une éprouvette plate (Alliage Y4331 déformé à 20°C). Exemple de glissement plan dans la ferrite en A, (avec une fissure de clivage en B).

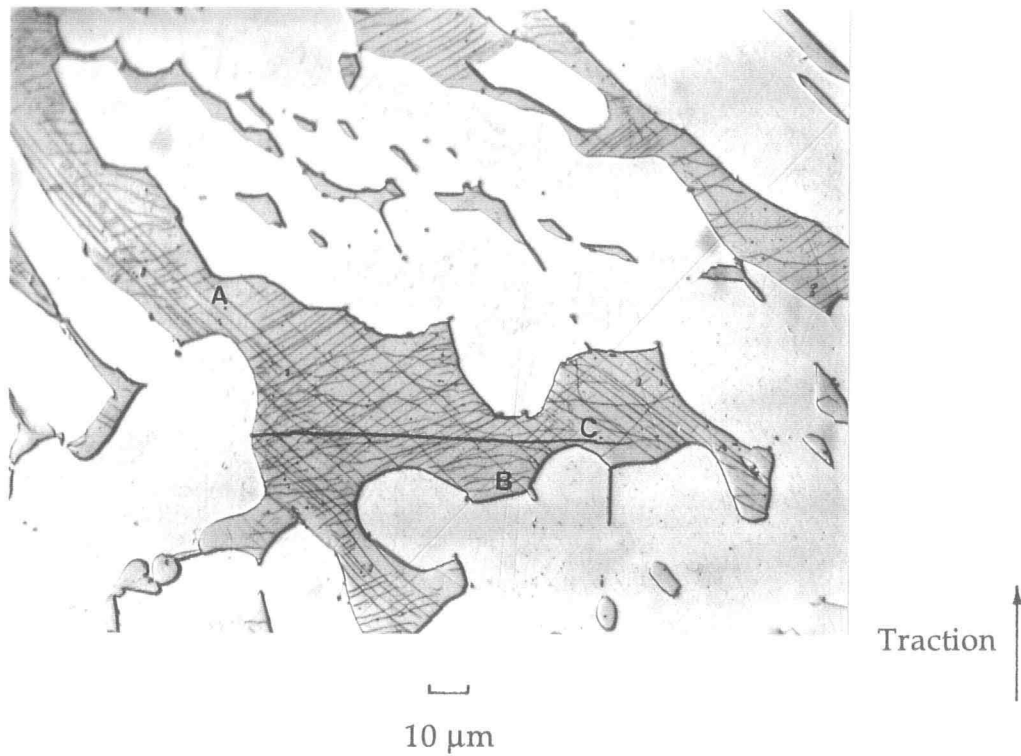


Figure (3.6): Micrographie optique. Echantillon martelé à 20°C ( $\epsilon^P=30\%$ ), puis déformé de 1,5% en traction. Glissement plan en A et sinueux en B, dans la ferrite. (avec une fissure de clivage en C).

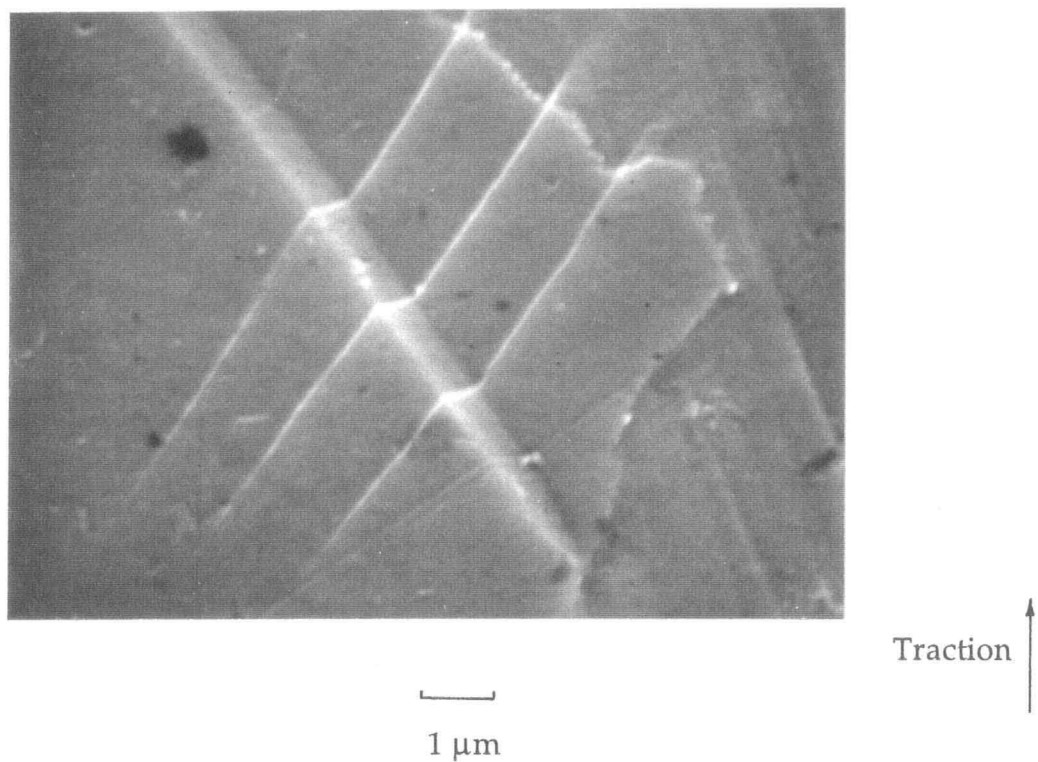
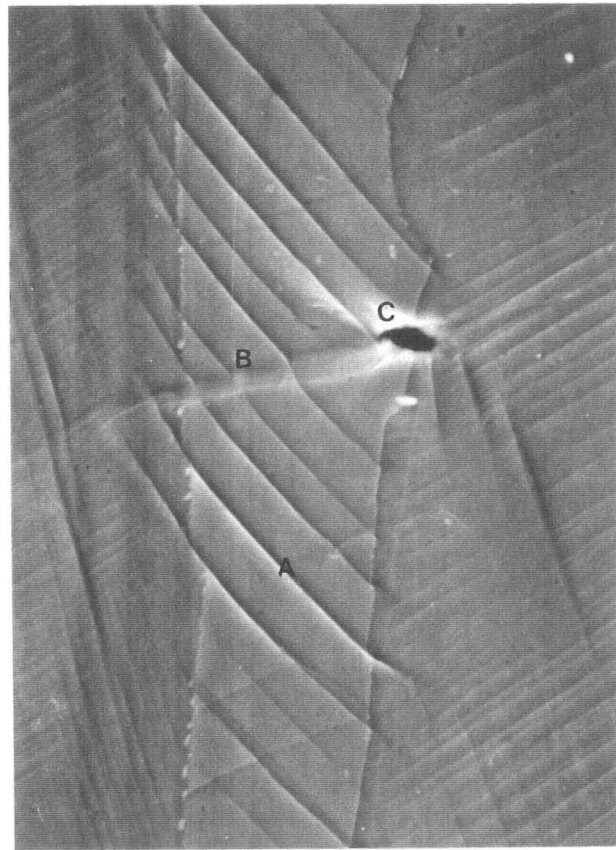


Figure (3.7): Micrographie électronique à balayage, de la surface d'une éprouvette plate. (Alliage Y4331 déformé à 20°C). Lignes de glissement déviées au passage d'une macule dans la ferrite.



5  $\mu\text{m}$

Traction ↑

Figure (3.8): Micrographie électronique à balayage de la surface d'une éprouvette plate. (Alliage Y4331 déformé à 20°C). Glissement (en A) et maillage (en B) dans la ferrite. Amorçage d'une microfissure en C.



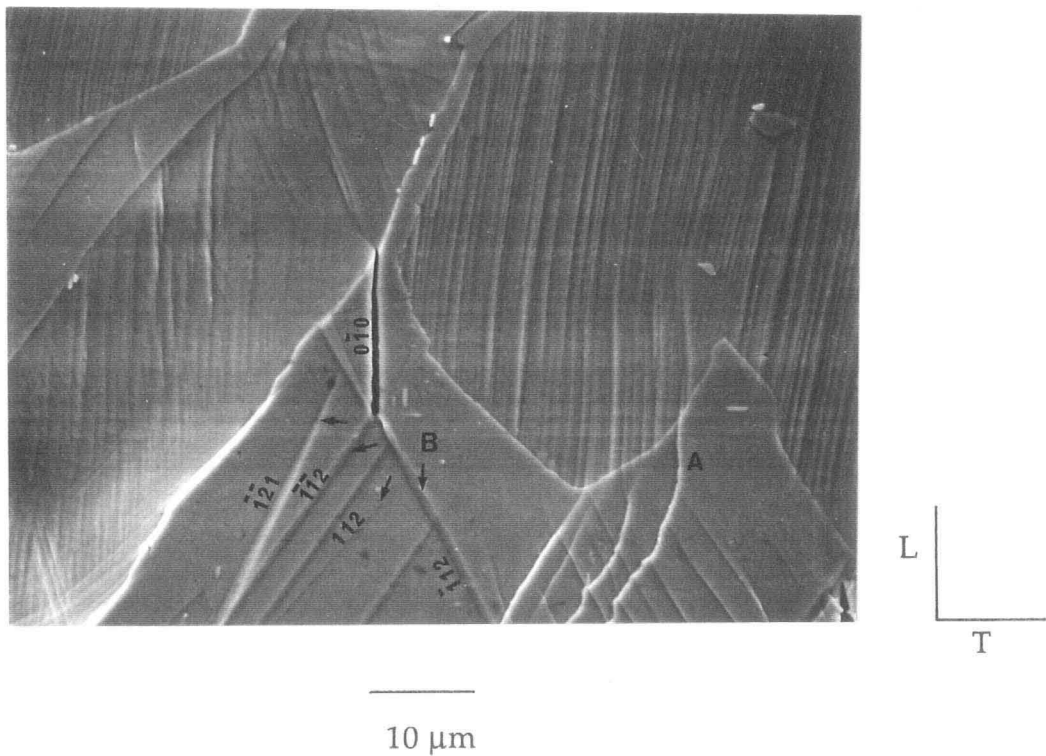


Figure (3.9) (a): Micrographie électronique à balayage, de la surface d'une éprouvette plate. (Alliage Y4331 déformé à 20°C). Glissement (en A) et différentes macles (en B), dans la ferrite. Amorçage d'une fissure de clivage en C.

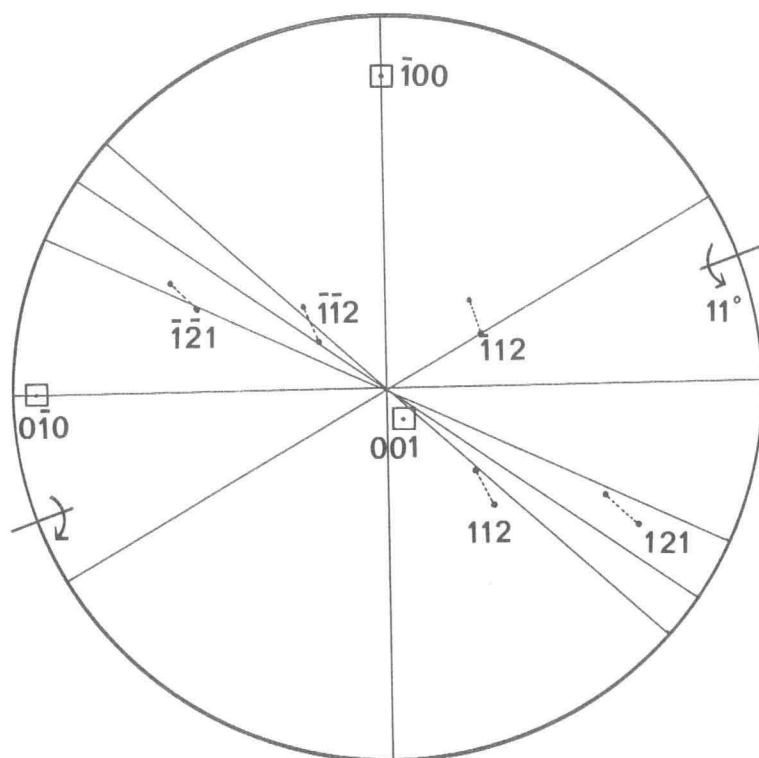
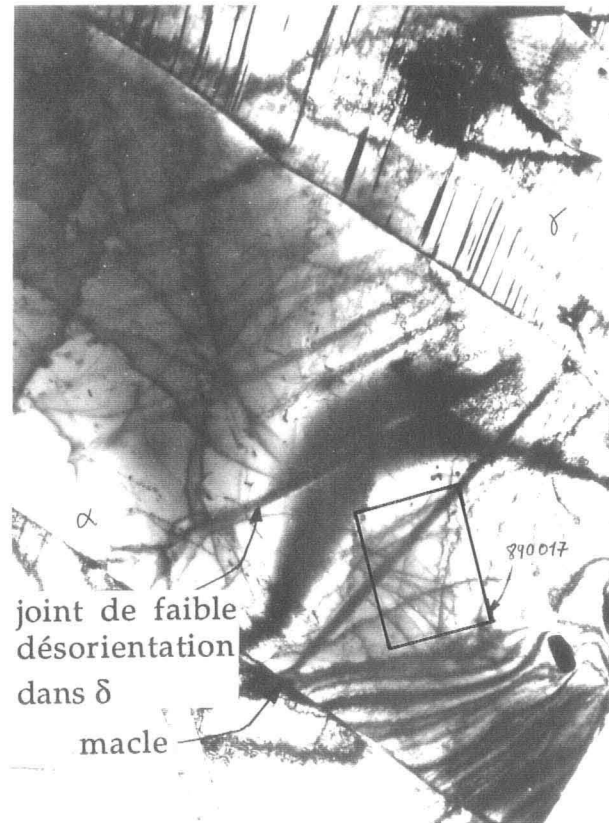


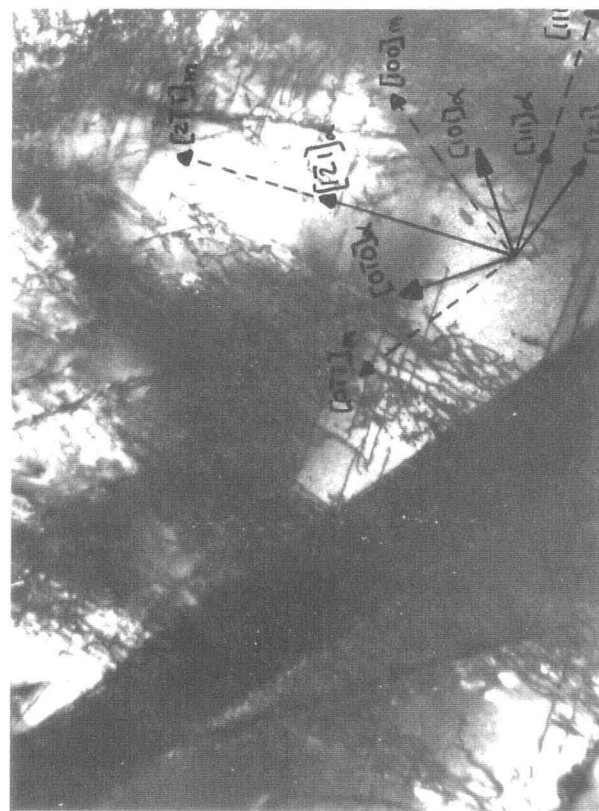
Figure (3.9) (b): Interprétation stéréographique de la Figure (3.9) (a).

a)



2 μm

b)



200 nm

Figure (3.10) (a): Microscopie électronique à transmission [3-3], Alliage Y4331 rompu à 20°C. Bande de ferrite traversée par une macle. (b): Détail de la macle de la Figure (a).

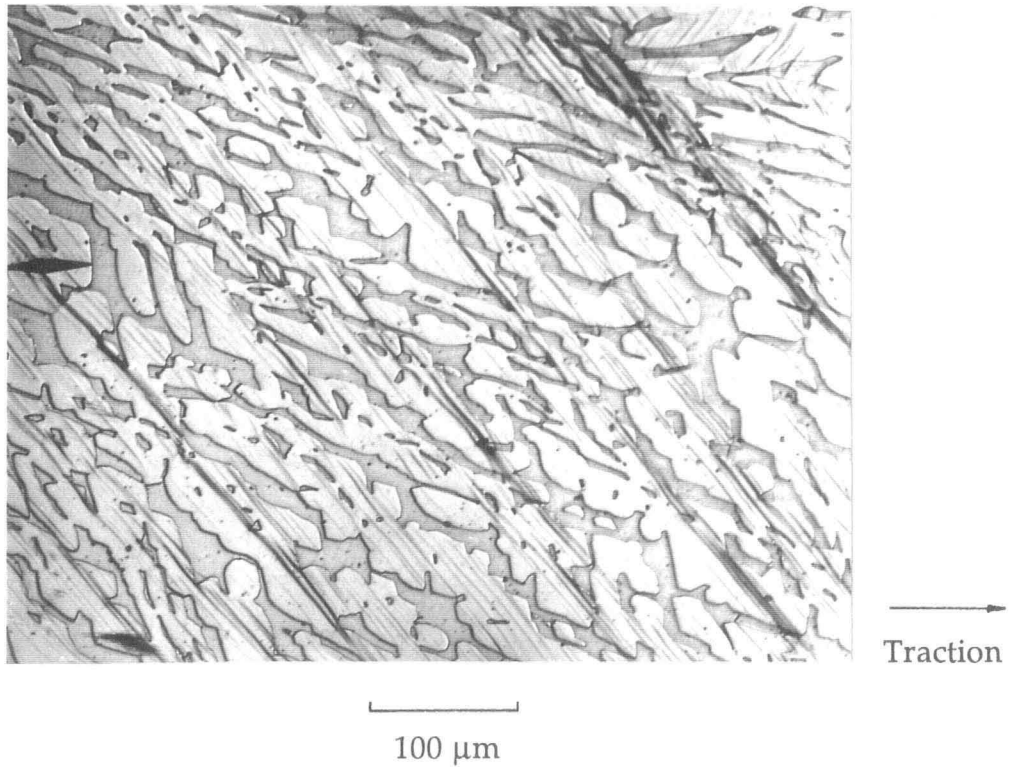


Figure (3.11) : Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Grande zone où l'austénite est en glissement simple.

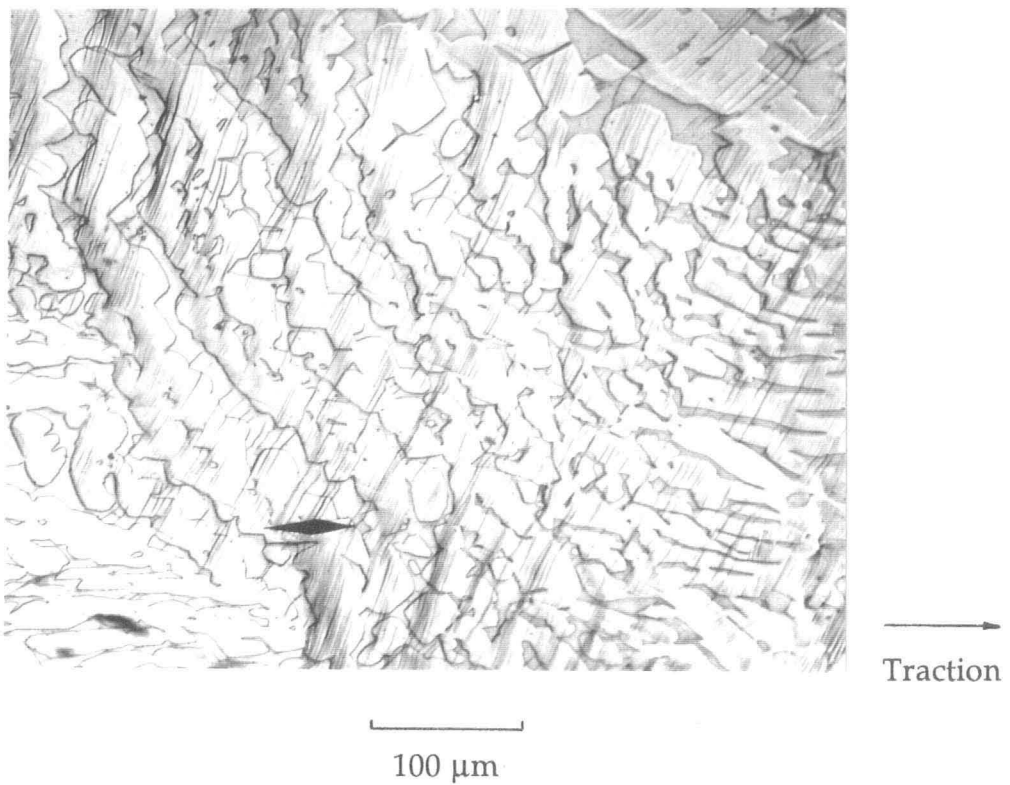


Figure (3.12) : Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Grande zone où l'austénite est en glissement simple.

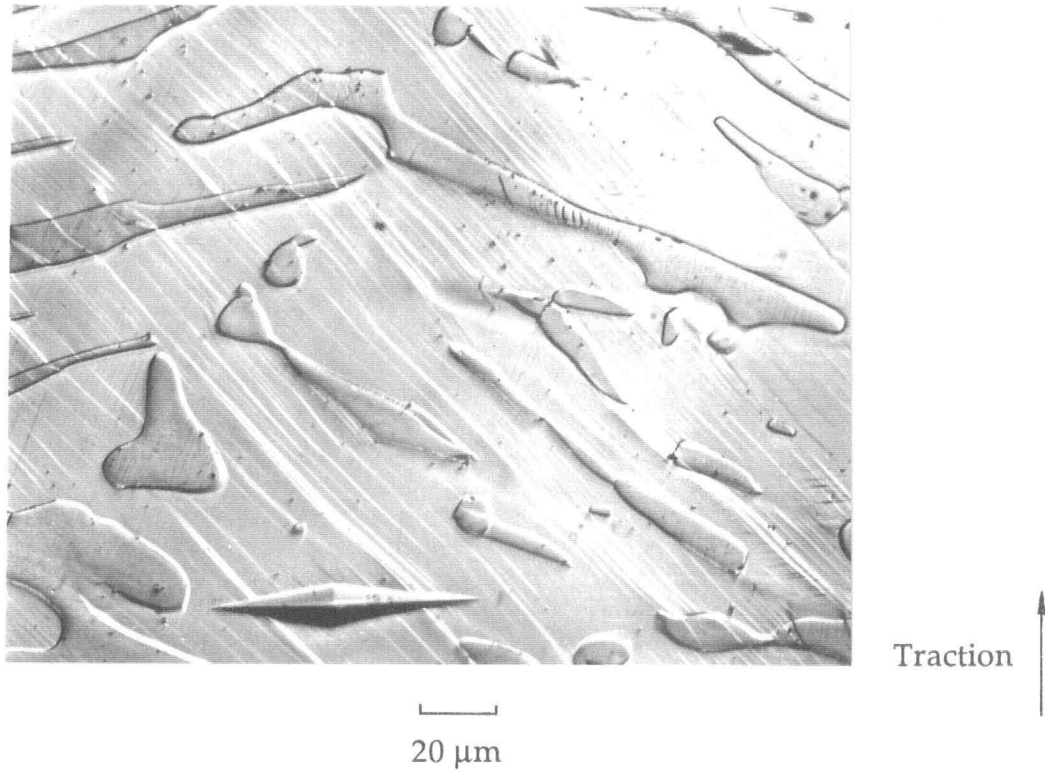


Figure (3.13): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Détail d'une zone en glissement simple.

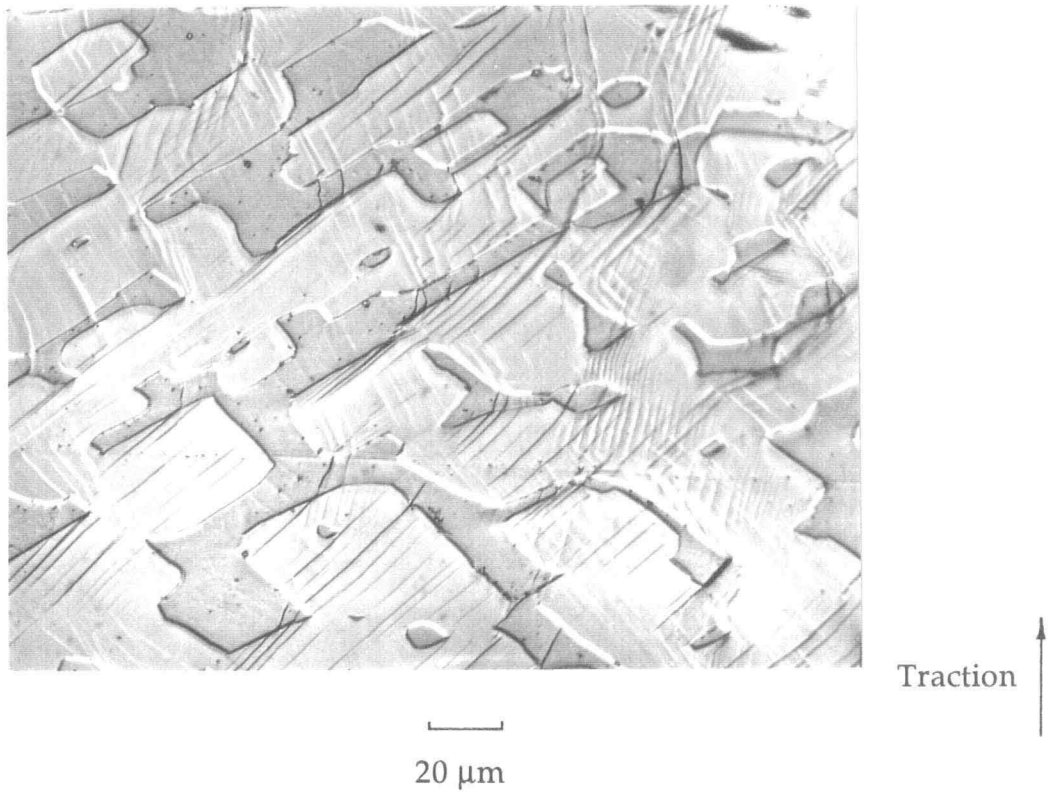


Figure (3.14): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Détail d'une zone en glissement multiple.

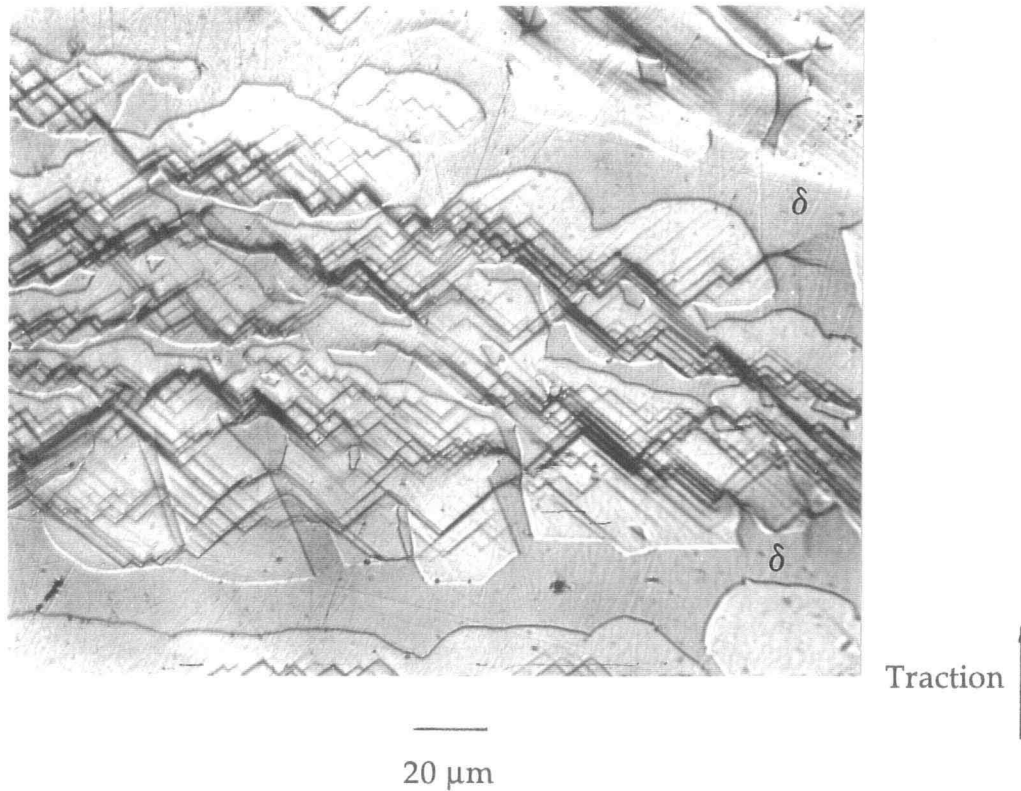


Figure (3.15): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,6\%$ . Détail d'une zone en glissement double.

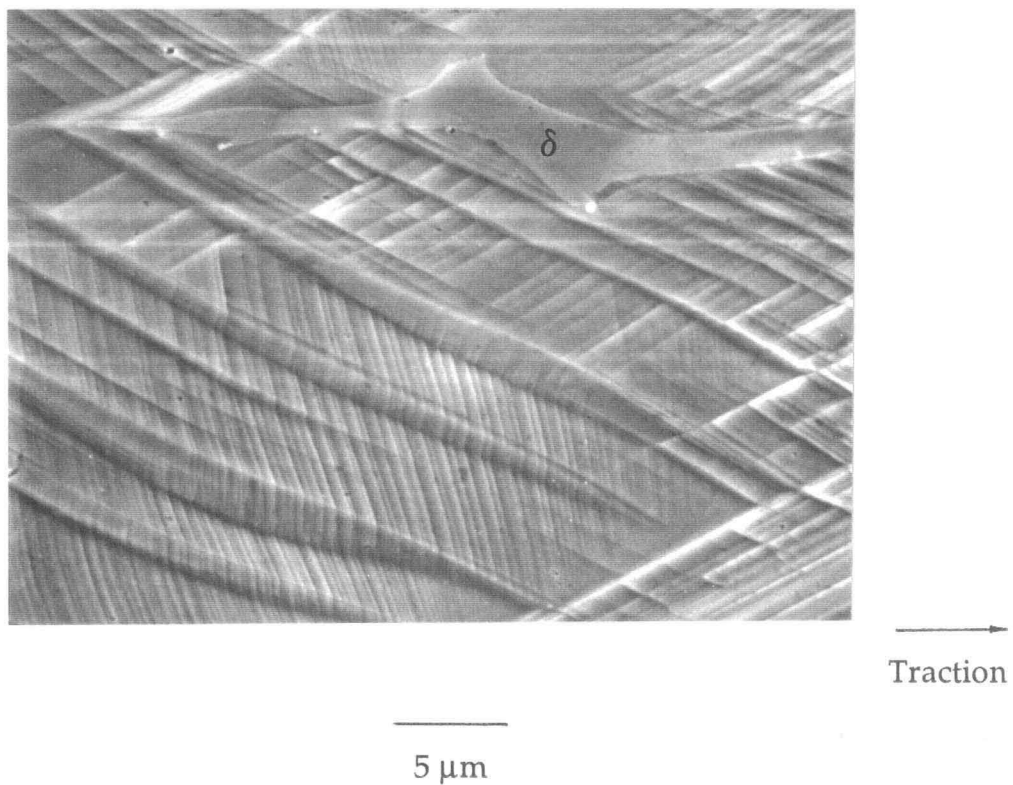


Figure (3.16): Micrographie électronique à balayage Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 10,7\%$ . Macles mécaniques "lenticulaires" dans l'austénite.

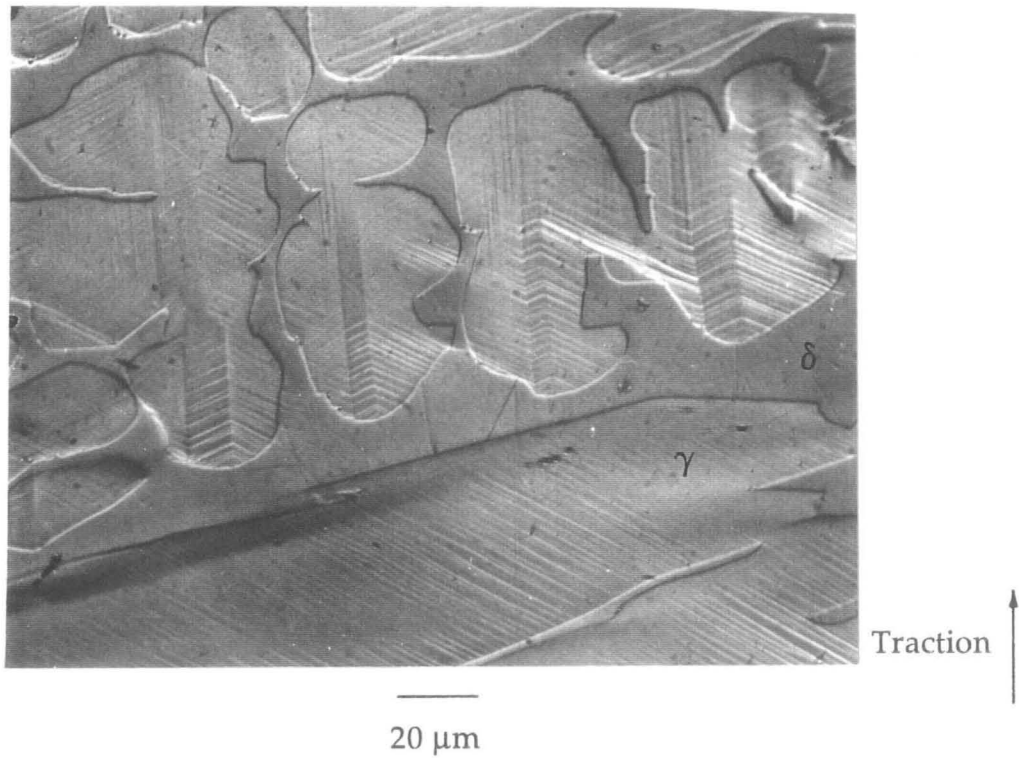


Figure (3.17): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,6\%$ . Macles de recuit dans l'austénite, à travers lesquelles le glissement est dévié.

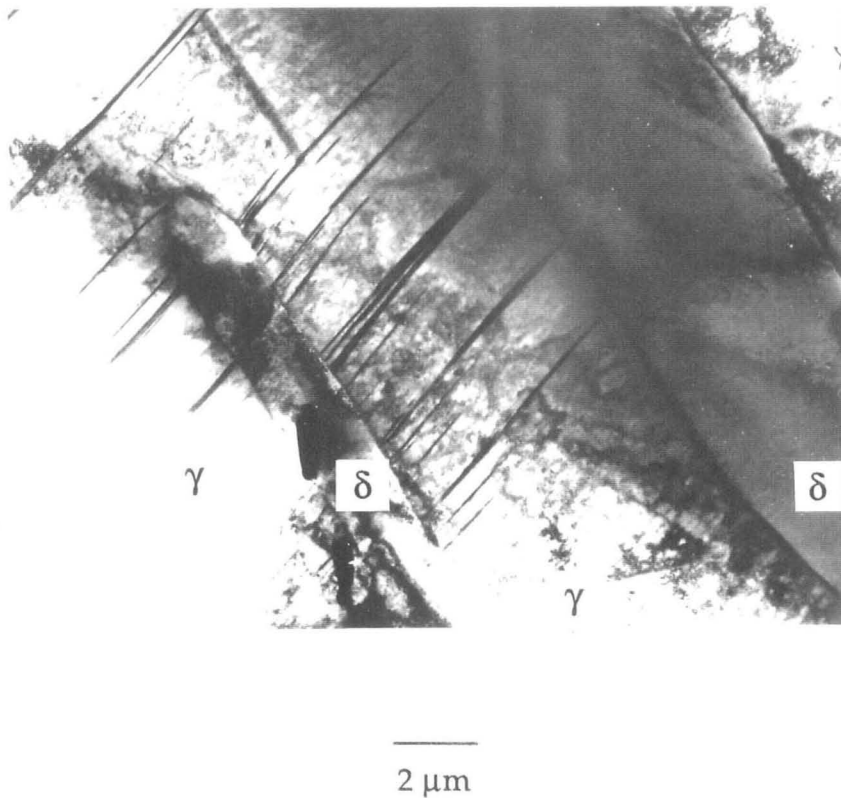
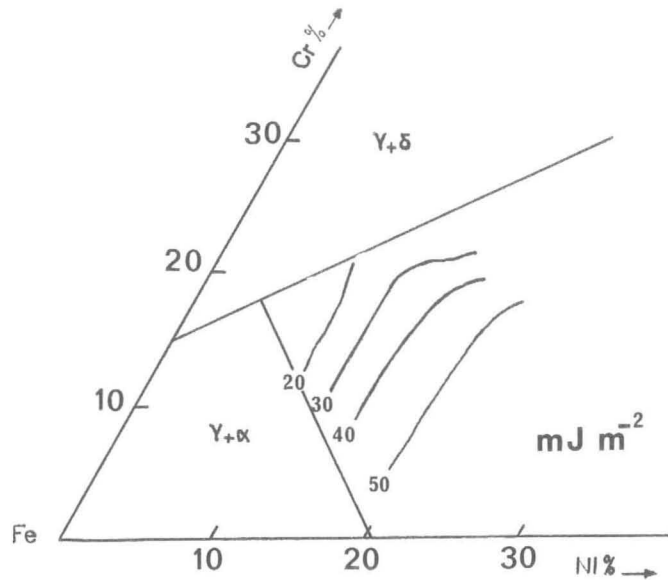
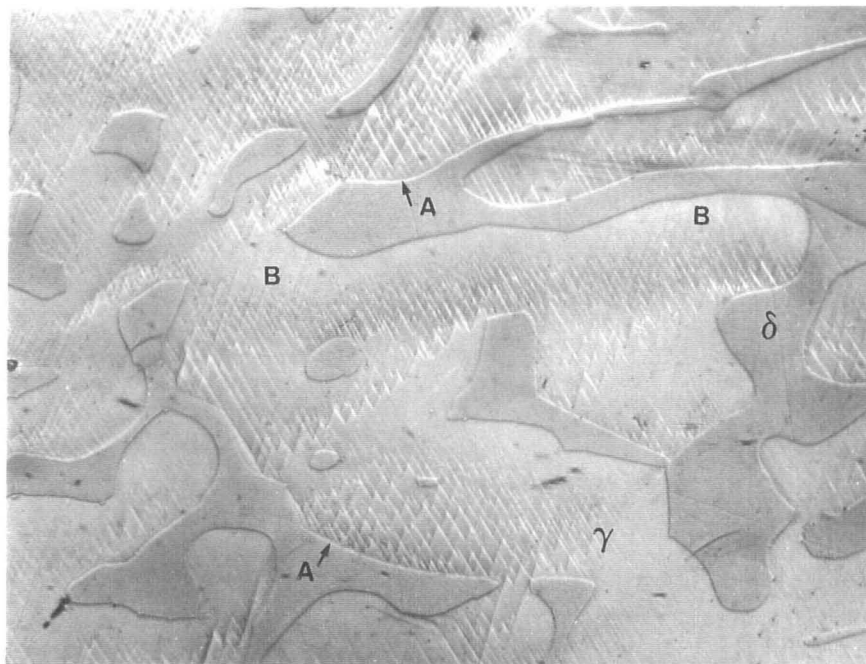


Figure (3.18): Microscopie électronique à transmission [3-3], Alliage Y4331 rompu à 20°C. Macles dans l'austénite.

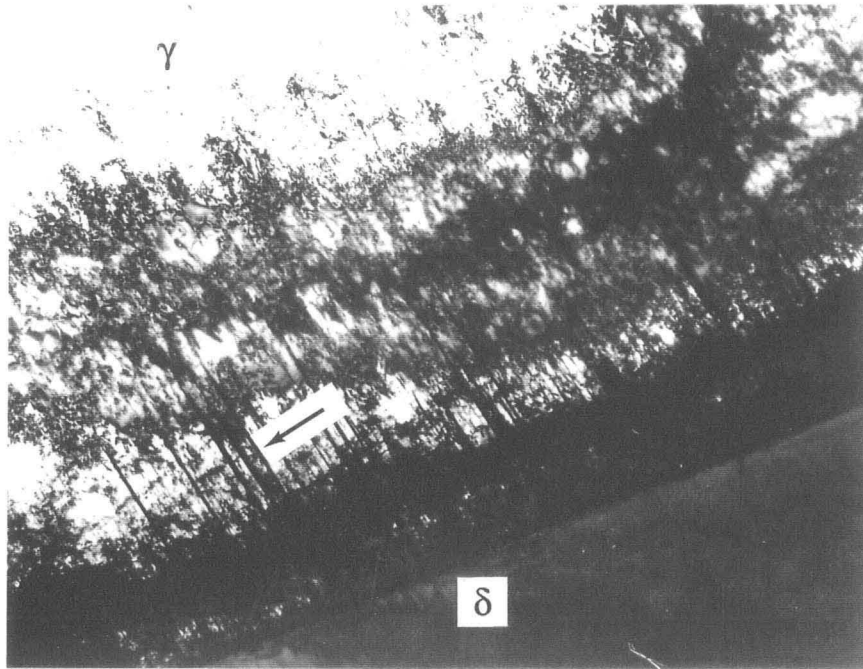


Figures (3.19): Energie de faute d'empilement fonction de la teneur en Cr et Ni dans les alliages Fe-Cr-Ni. ( Extrait de [3-5]).



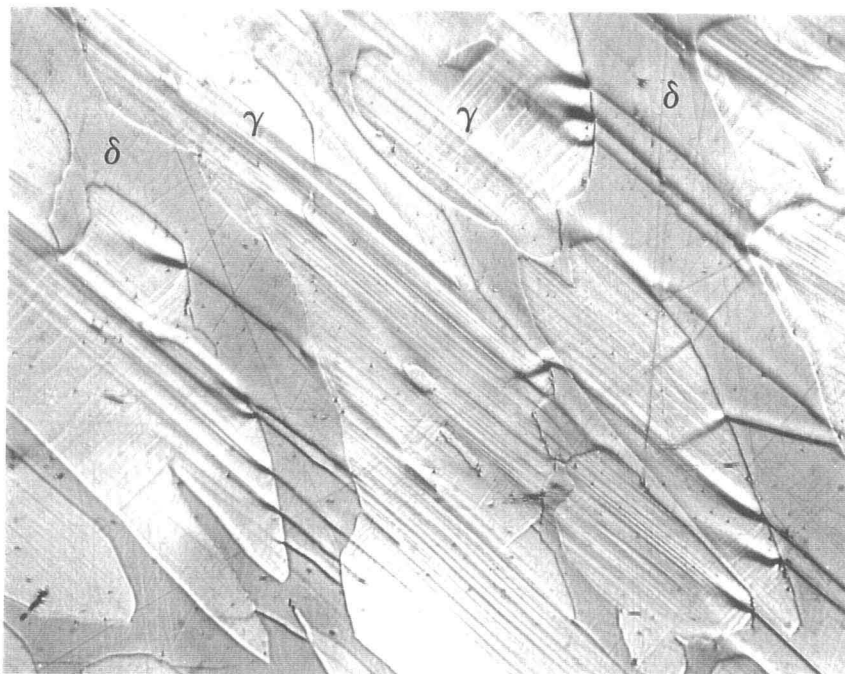
Traction ↑

Figure (3.20): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à  $20^\circ\text{C}$ ,  $\epsilon^P = 3,6\%$ . Détail d'une zone en glissement double. Noter en A: les lignes de glissement de l'austénite s'arrêtent à l'interface; en B: Les lignes de glissement s'arrêtent avant l'interface.



500 nm

Figure (3.21): Microscopie électronique à transmission [3-3], Alliage Y4331 rompu à 20°C. Forte densité de macles dans l'austénite, à l'interface. (→)



Traction ↑

25 μm

Figure (3.22): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 7,2\%$ . Passage du glissement de l'austénite à travers la ferrite.



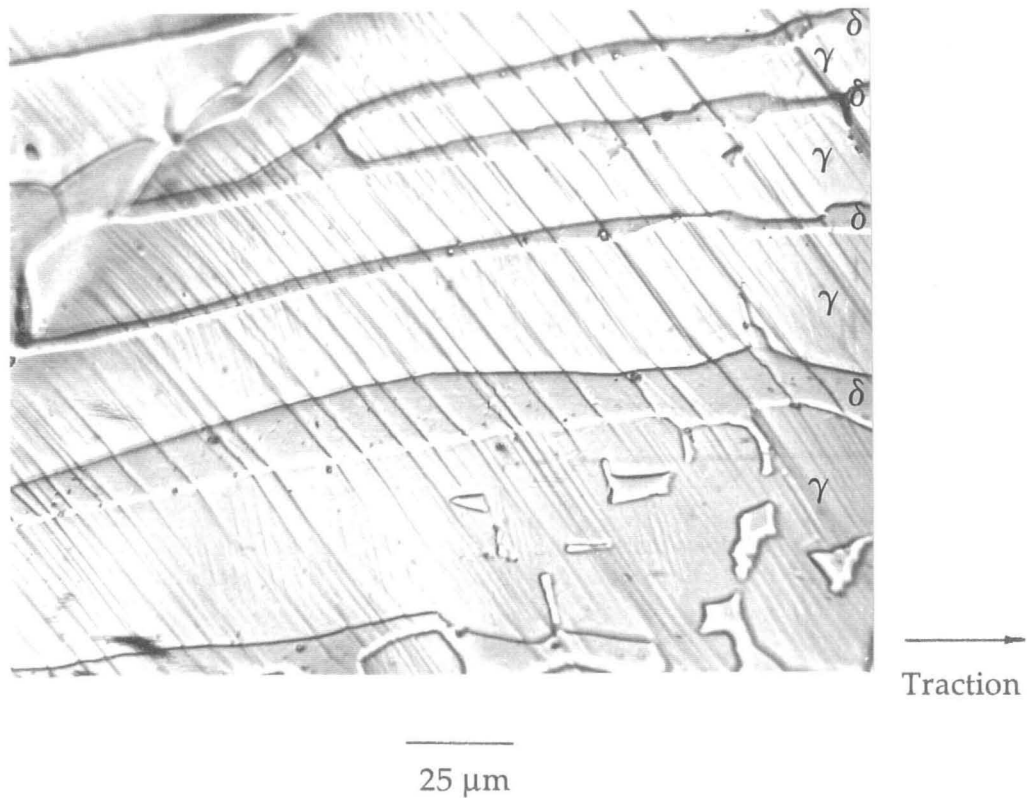


Figure (3.23): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Passage du glissement de l'austénite à travers la ferrite, et localisation "en cascade" d'un brin de ferrite à l'autre.

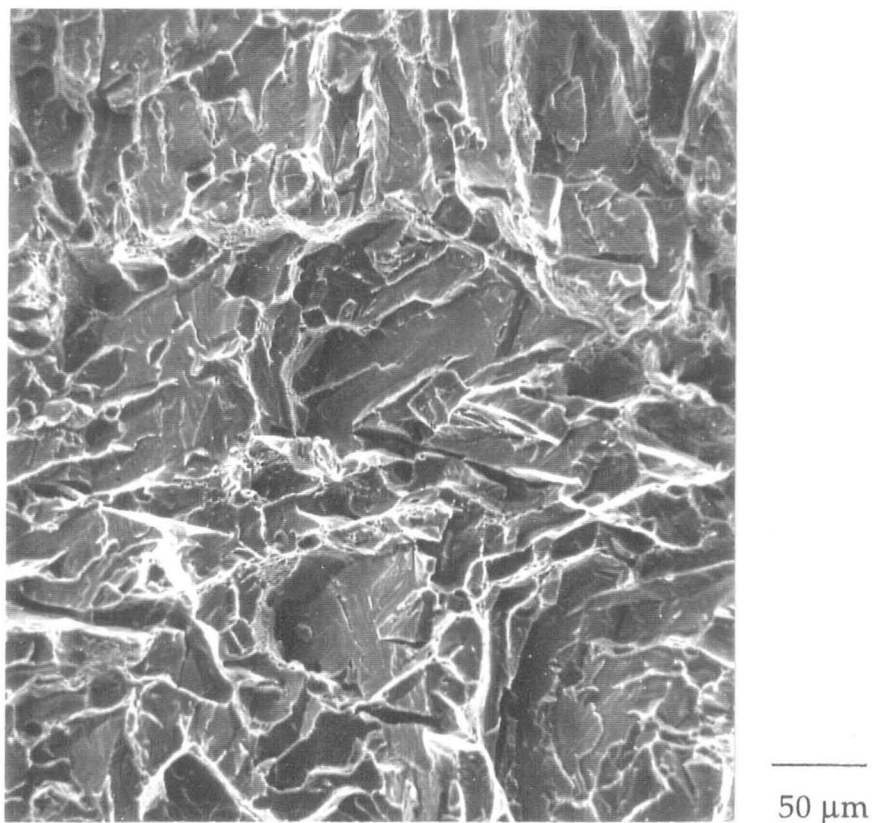


Figure (3.24): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C.

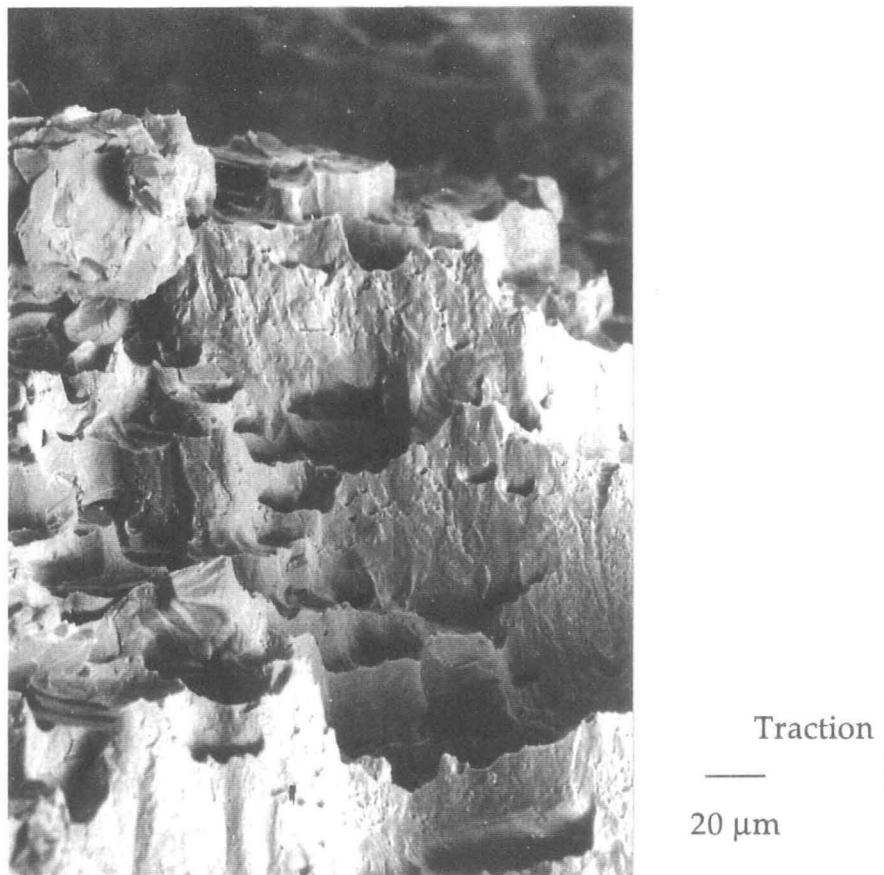


Figure (3.25): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C. (Vue presque perpendiculaire à l'axe de traction T).

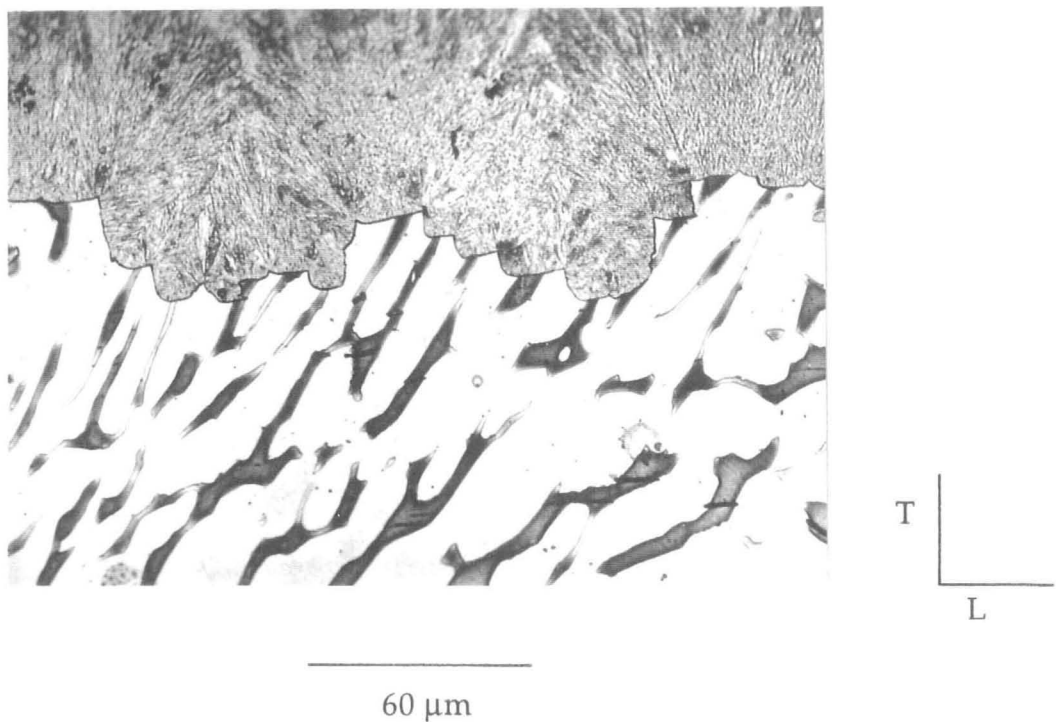


Figure (3.26): Micrographie optique. Section de la surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C, suivant l'axe T.

a)

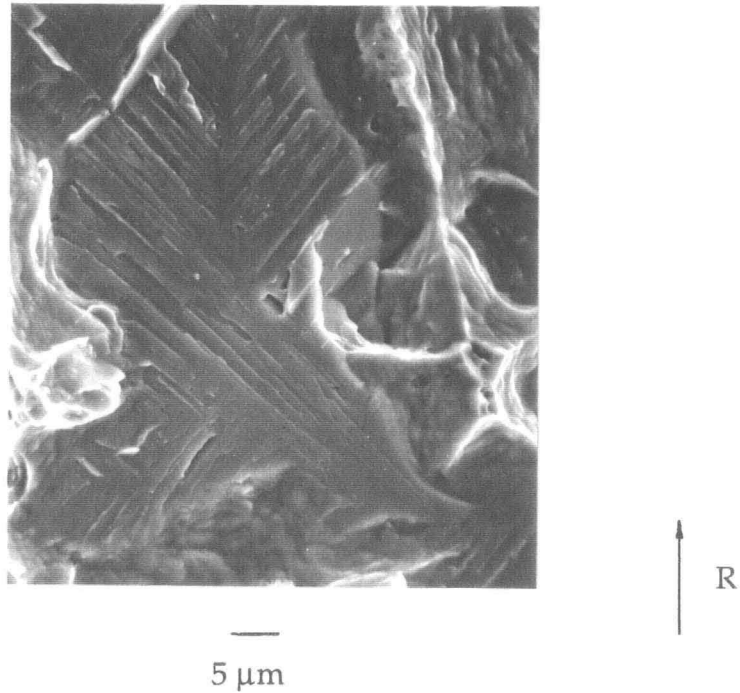
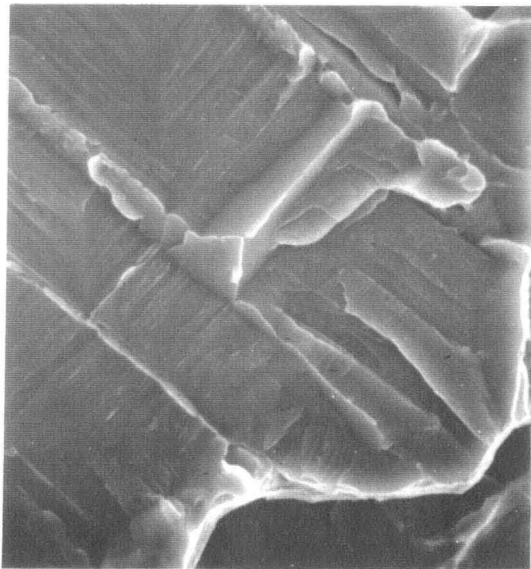


Figure (3.27) (a): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C. Détail du plan de clivage de la ferrite.

b)



c)

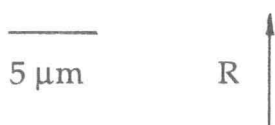
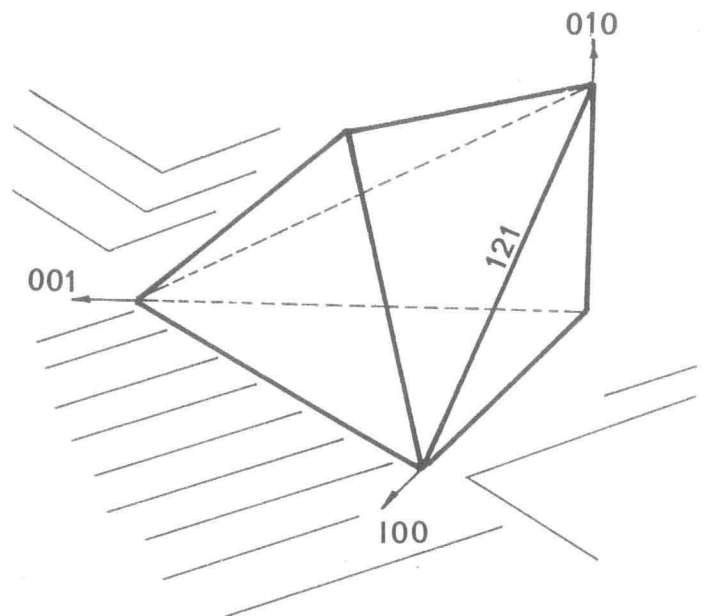
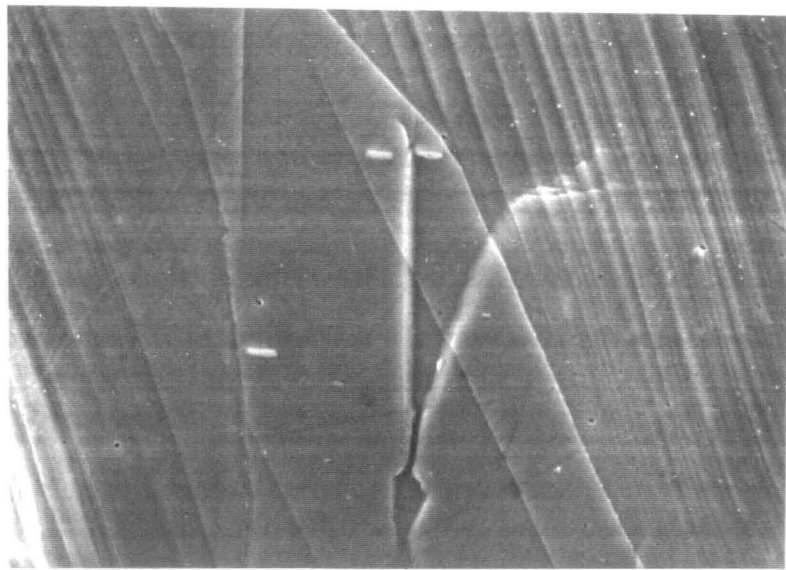


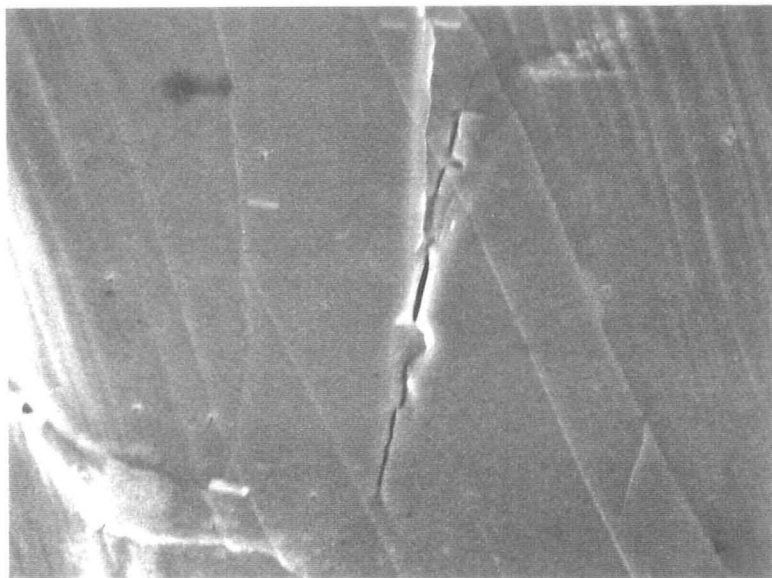
Figure (3.27) (b): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C. "Languette" dans la ferrite. (c): Interprétation de la languette montrée en (b).

a)



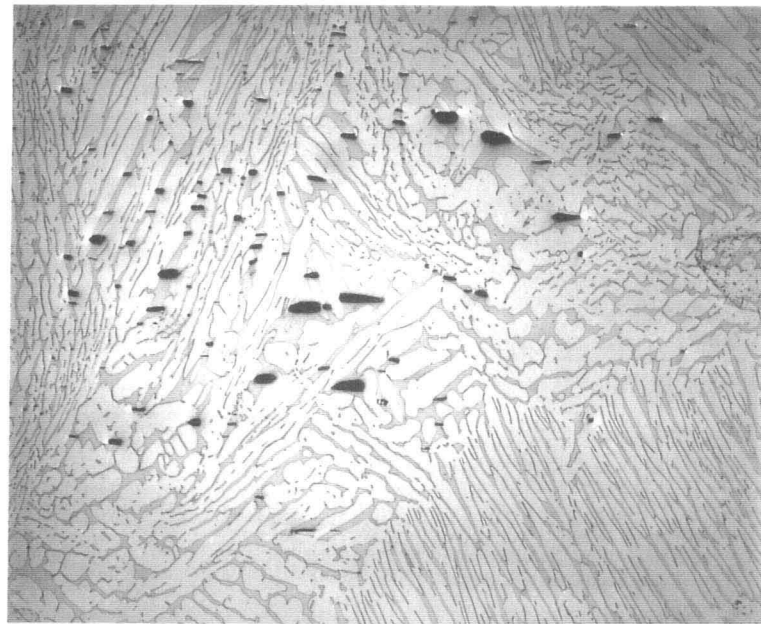
5  $\mu\text{m}$

b)



5  $\mu\text{m}$

Figure (3.28): Micrographie électronique à balayage. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C. (a)  $\epsilon^P = 10,7\%$ . Germination d'un "embryon" de fissure de clivage à l'intersection de deux macles. (b)  $\epsilon^P = 11,9\%$ . Croissance de la fissure de clivage, montrée en (a).



100  $\mu\text{m}$

Figure (3.29): Micrographie optique. Section d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C, suivant l'axe T. Amas de fissures voisin de zones non endommagées.



20  $\mu\text{m}$

Figure (3.30): Micrographie optique. Surface d'une éprouvette plate. Alliage Y4331 déformé à 20°C,  $\epsilon^P = 3,5\%$ . Début de la croissance plastique d'une fissure par glissement de l'austénite.

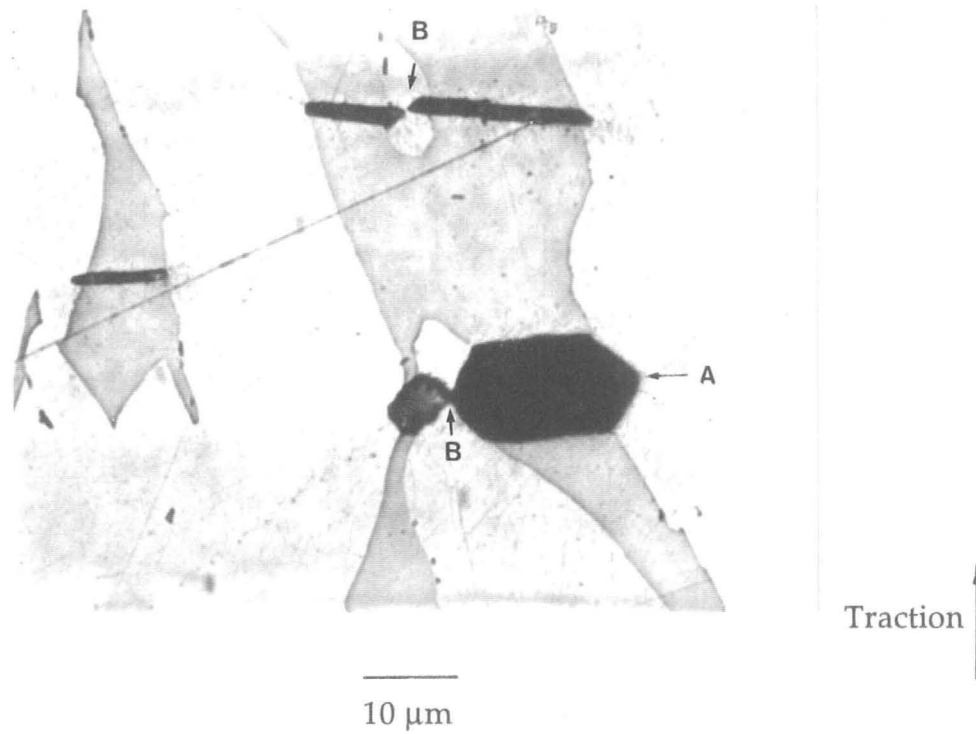


Figure (3.31): Micrographie optique. Alliage Y4331 rompu à 20°C. Croissance de fissure dans l'austénite, au coeur d'une éprouvette lisse. (Noter le point anguleux en A, et la coalescence de deux fissures voisines en B).

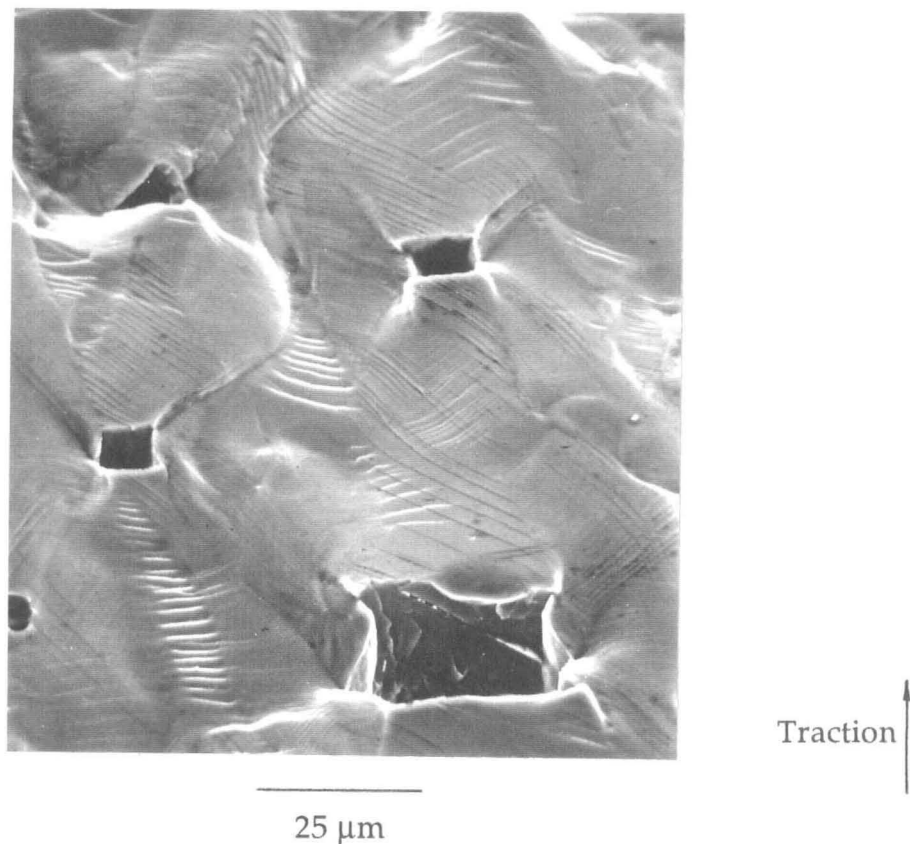
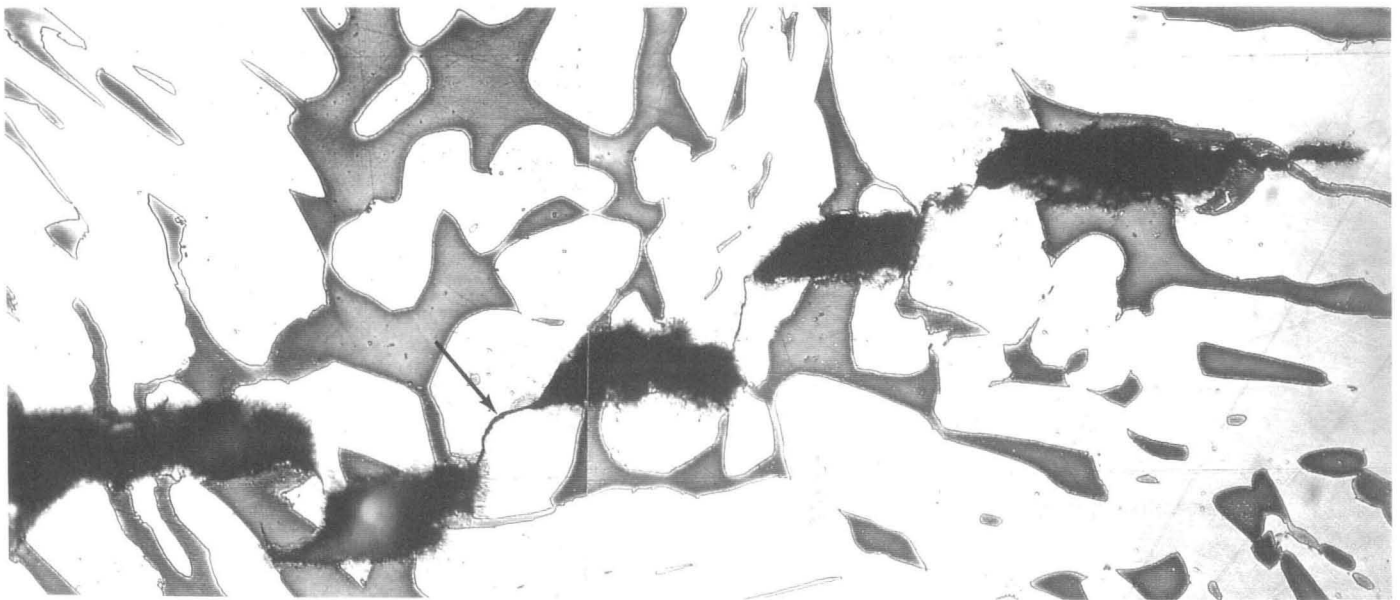


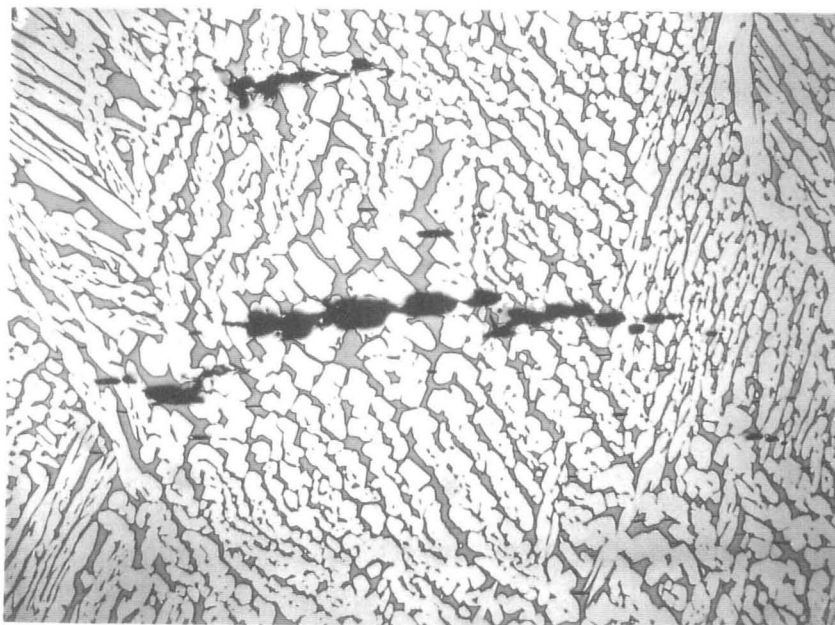
Figure (3.32): Micrographie électronique à balayage. Surface d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 20°C. Noter la faible croissance latérale des fissures.



50  $\mu\text{m}$

Traction ↑

Figures (3.33): Micrographie optique. Alliage Y4331 déformé à 20°C; pointe d'une fissure dans une éprouvette de type CT. Amorçage d'une fissure. Coalescence de cavités par localisation de la déformation dans l'austénite. (→)



100  $\mu\text{m}$

Traction ↑

Figures (3.34): Micrographie optique. Alliage Y4331, éprouvette de type AE4 déformée à 20°C jusqu'à  $\epsilon^P = 9,4\%$ . Amorçage d'une fissure macroscopique, par coalescence des cavités.

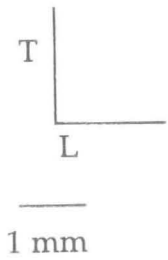
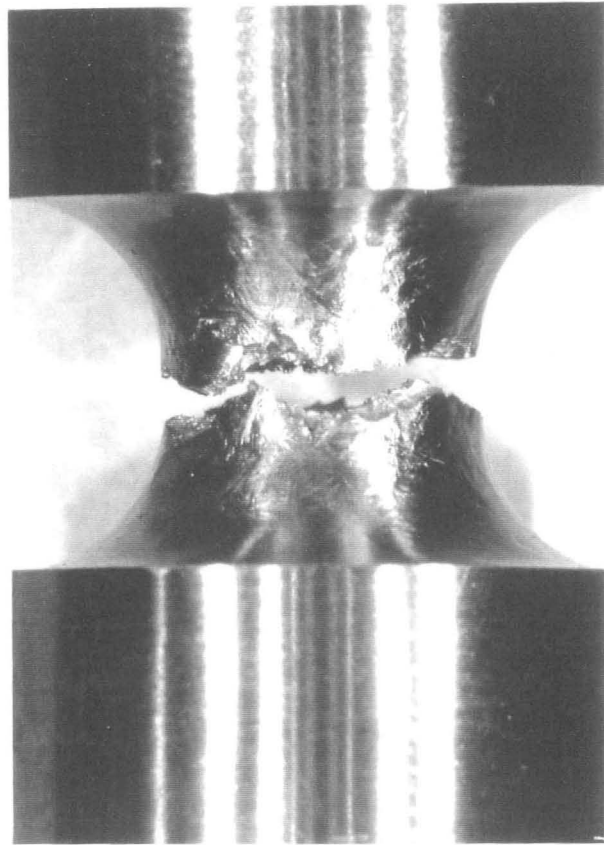


Figure (3.35): Macrographie optique de l'éprouvette AE4 N° 1G, (Alliage Y4331, rompu à 20°C, suivant l'axe T).

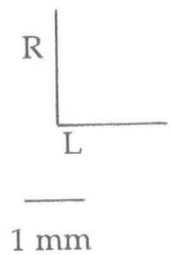
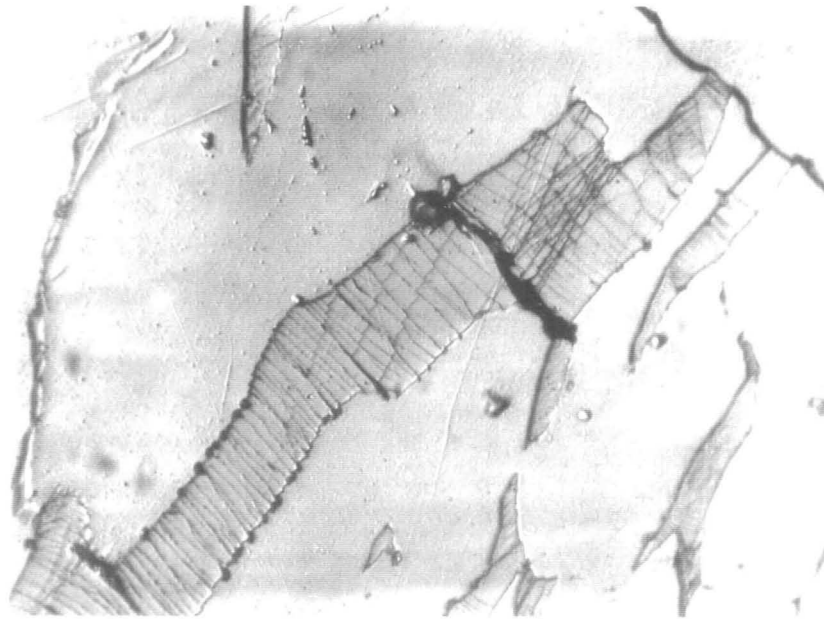


Figure (3.36): Macrographie optique de l'éprouvette AE4 N° 1G, (Alliage Y4331, rompu à 20°C, suivant l'axe T). Grains ferritiques clivés, traversant l'éprouvette de part en part dans la direction R.

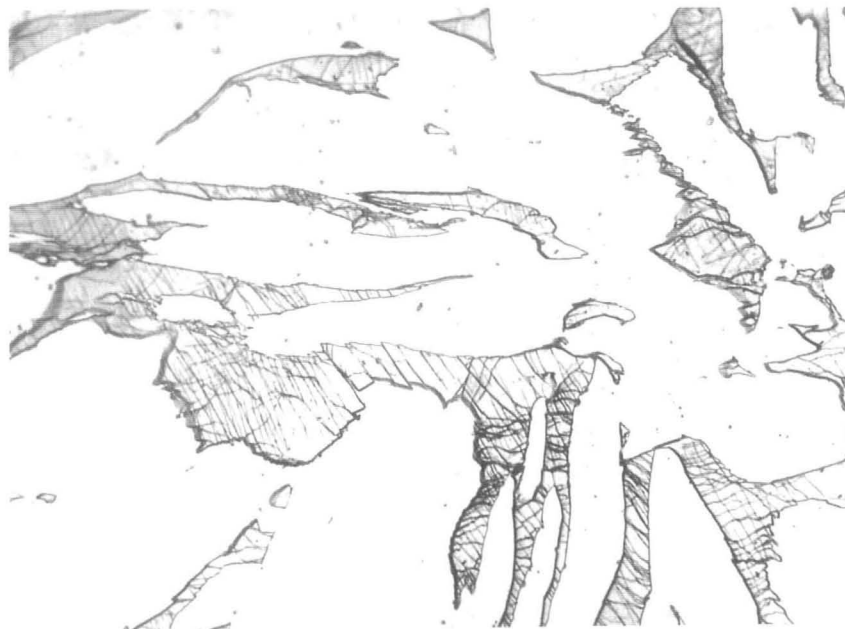




—  
20  $\mu\text{m}$

Traction ↑

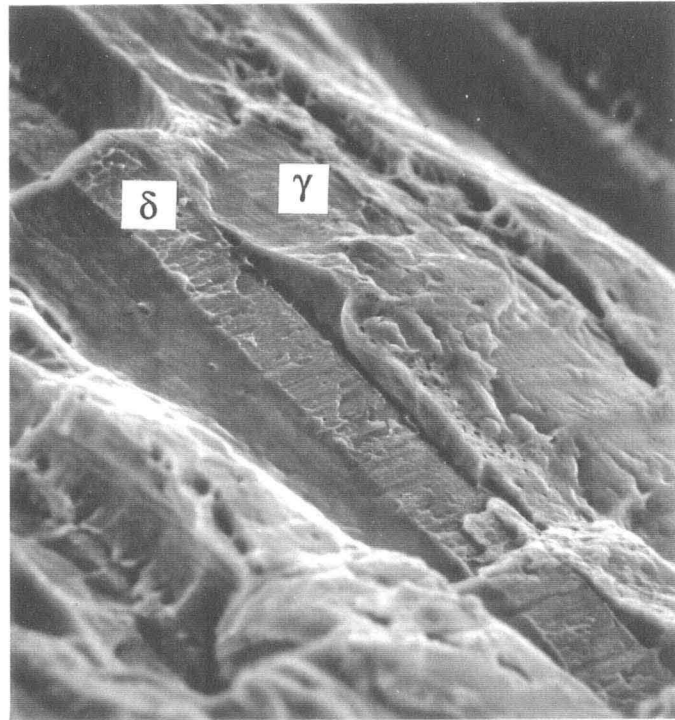
Figure (3.37): Micrographie optique. Alliage Y4331 rompu à 320°C. Glissement sinueux dans la ferrite et cavitation à l'interface.



—  
10  $\mu\text{m}$

Traction ↑

Figure (3.38): Micrographie optique. Alliage Y4331 rompu à 320°C. Glissement intense dans la ferrite.



10 μm

Figure (3.39): Micrographie électronique à balayage Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y4331 rompu à 320°C. Noter la bande de ferrite rompue en cisaillement.

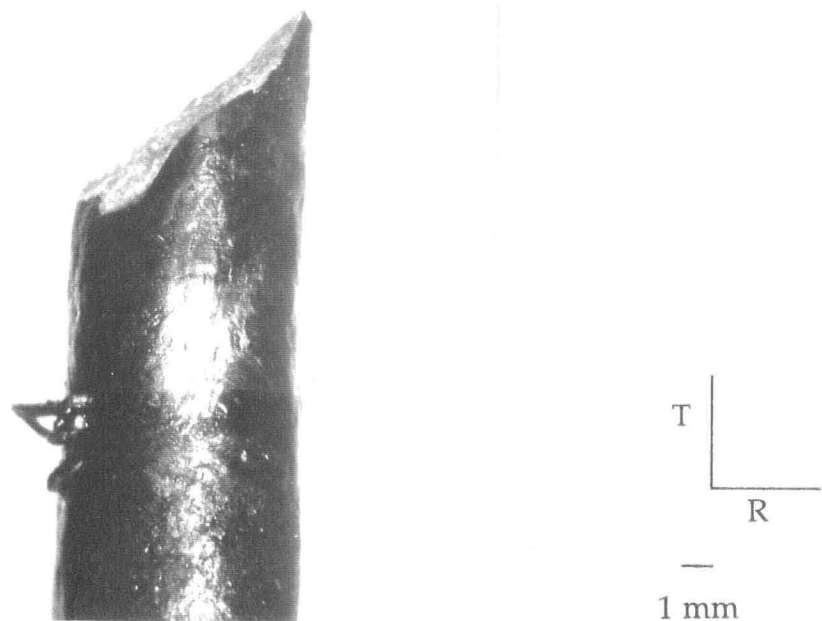


Figure (3.40): Macrographie optique d'une éprouvette lisse, (Alliage Y4331, rompu à 320°C, suivant l'axe T).

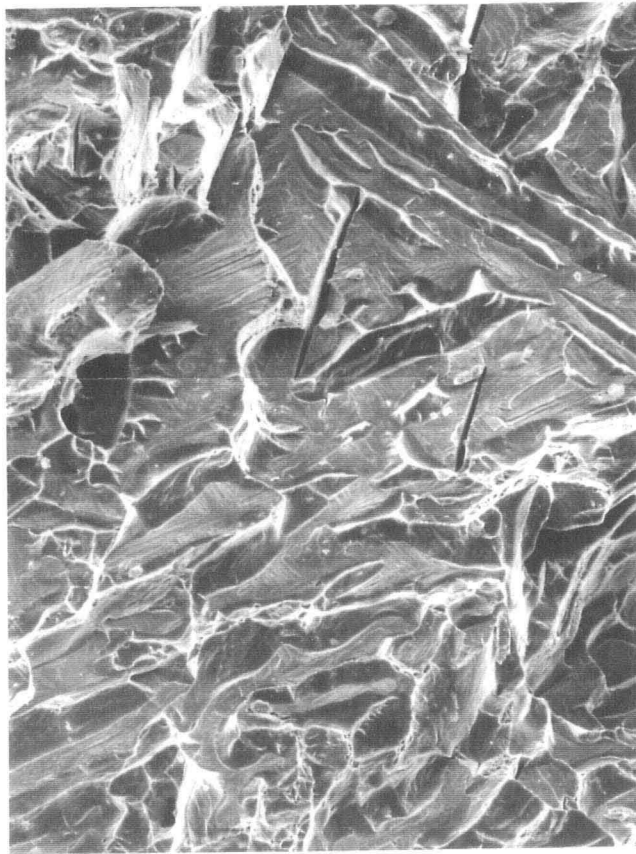
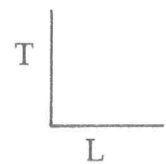
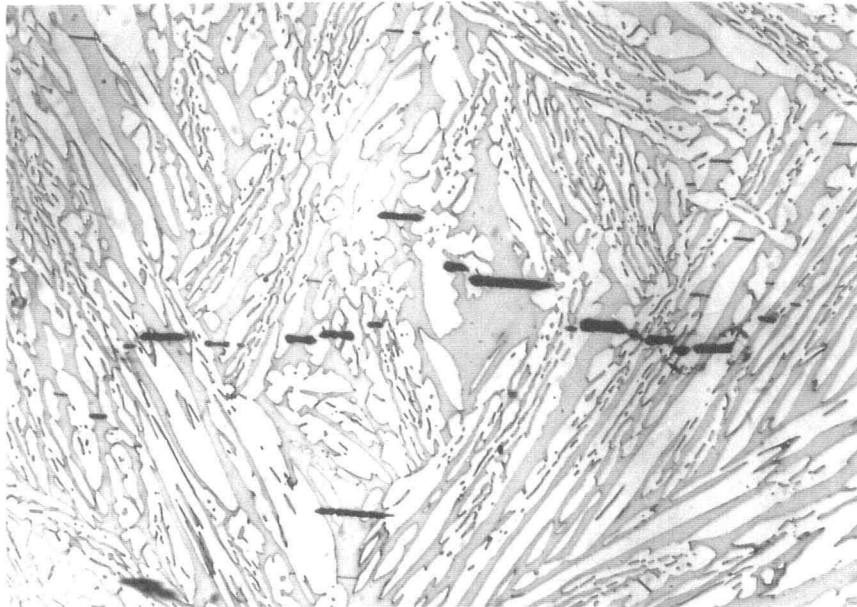
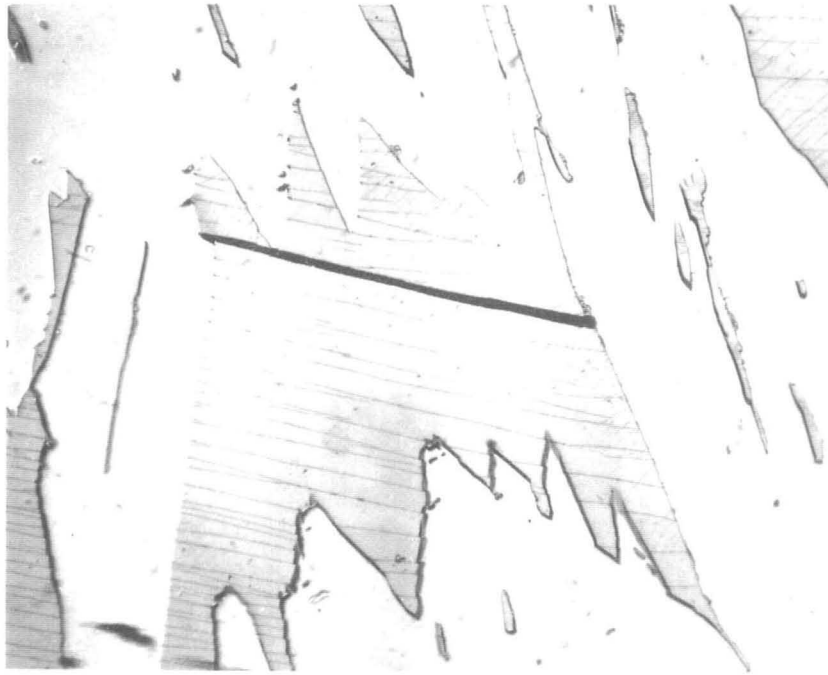


Figure (3.41): Micrographie électronique à balayage, Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y3296 rompu à 320°C. Vue générale.



100 μm

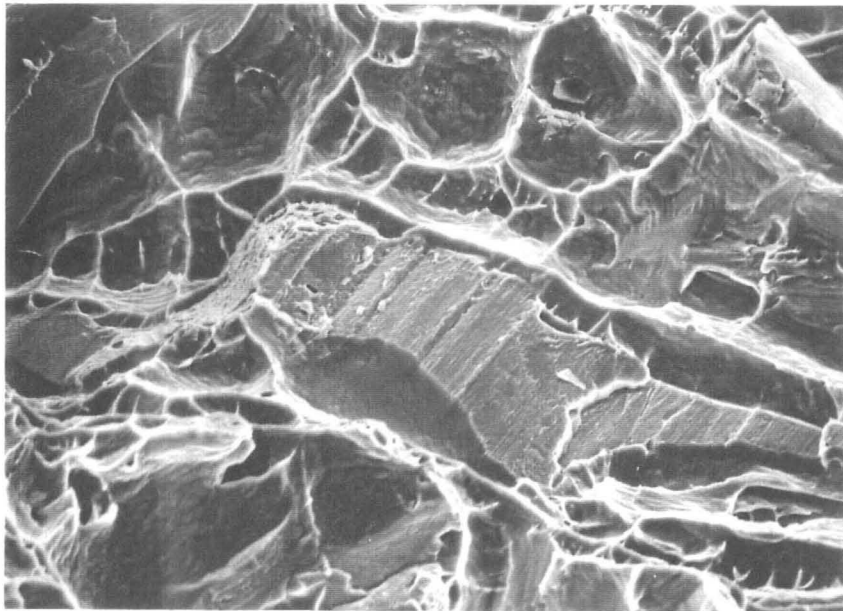
Figure (3.42): Micrographie optique. Alliage Y3296 rompu à 320°C. Section de la surface de rupture, montrant un amas de fissures.



Traction

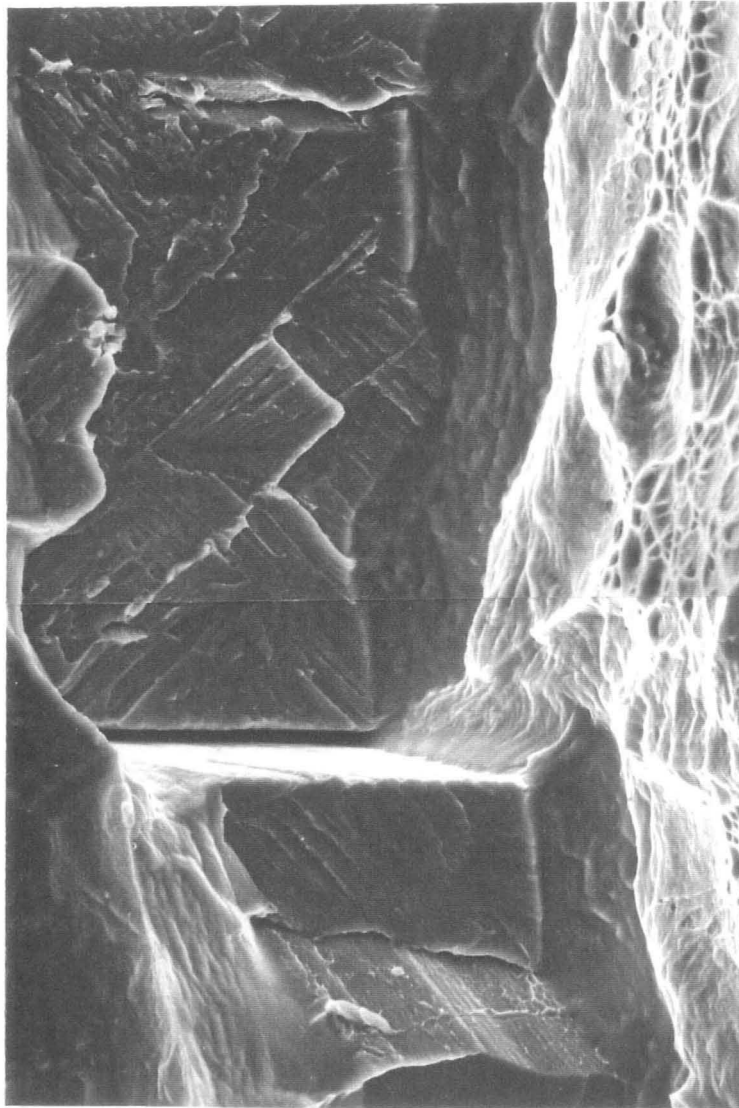
10  $\mu\text{m}$

Figure (3.43): Micrographie optique. Alliage Y3296 rompu à 320°C. Rupture de la ferrite le long d'un plan de glissement.



10  $\mu\text{m}$

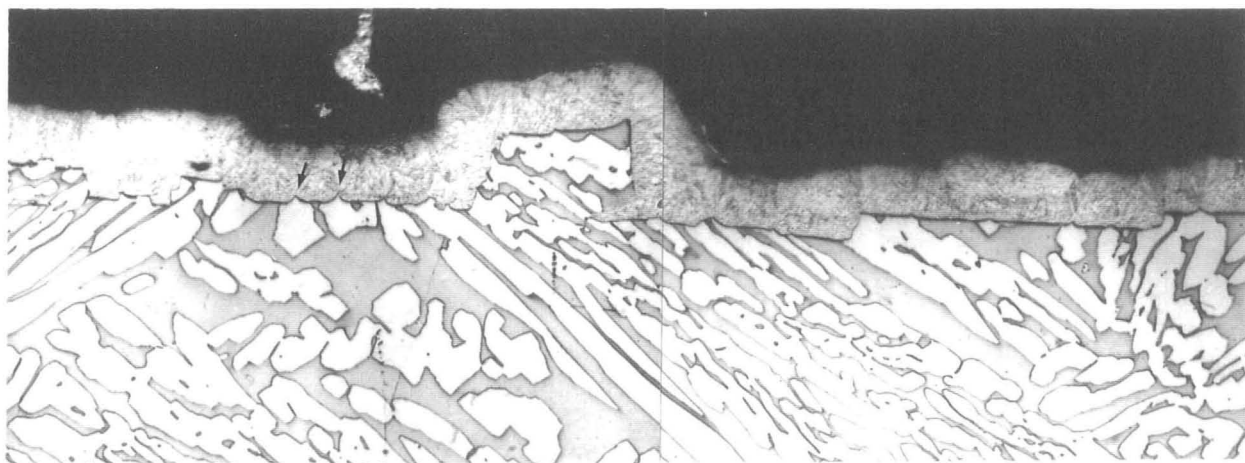
Figure (3.44): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y3296 rompu à 320°C. Ferrite rompue en cisaillement.



—  
4  $\mu\text{m}$

R  
L

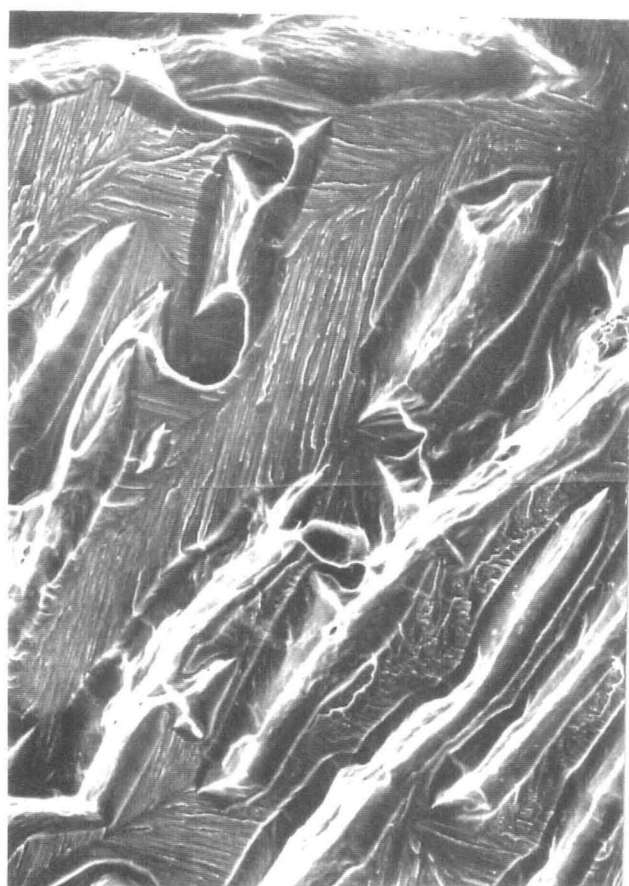
Figure (3.45): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y3296 rompu à 320°C. Ferrite rompue en clivage et en cisaillement.



50 μm

T  
L

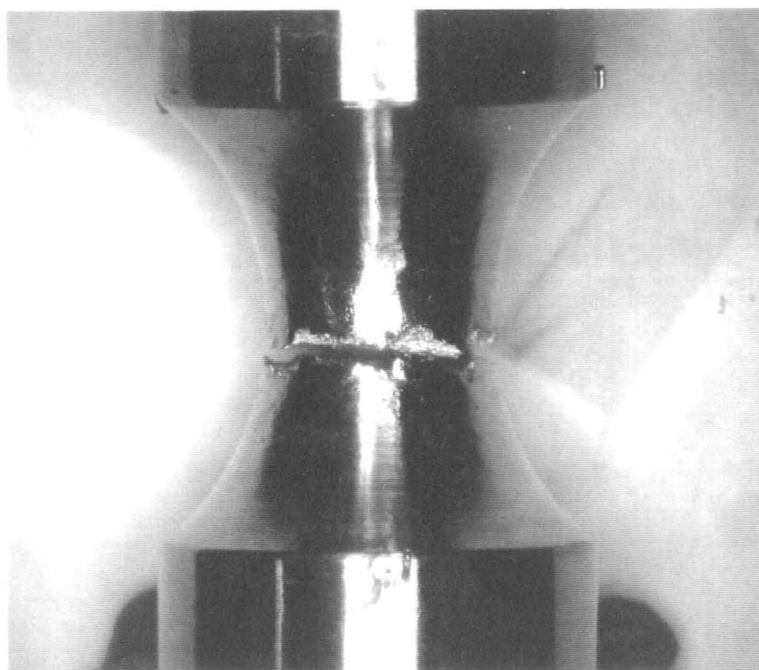
Figure (3.46): Micrographie optique. Alliage Y3296 rompu à 320°C.  
Section de la surface de rupture.



R  
20 μm

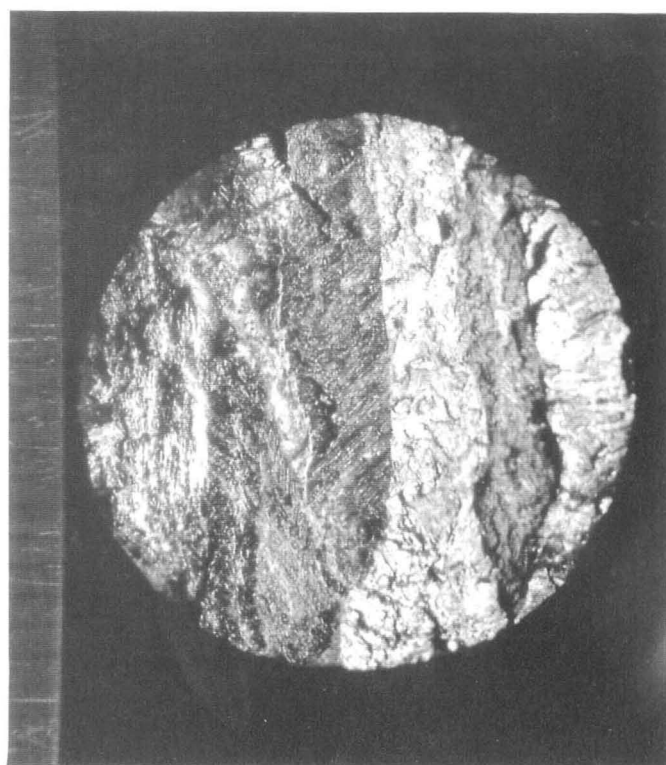
Figure (3.47): Micrographie électronique à balayage. Surface de rupture d'une éprouvette lisse. Alliage Y3296 rompu à 320°C.

a)



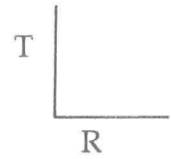
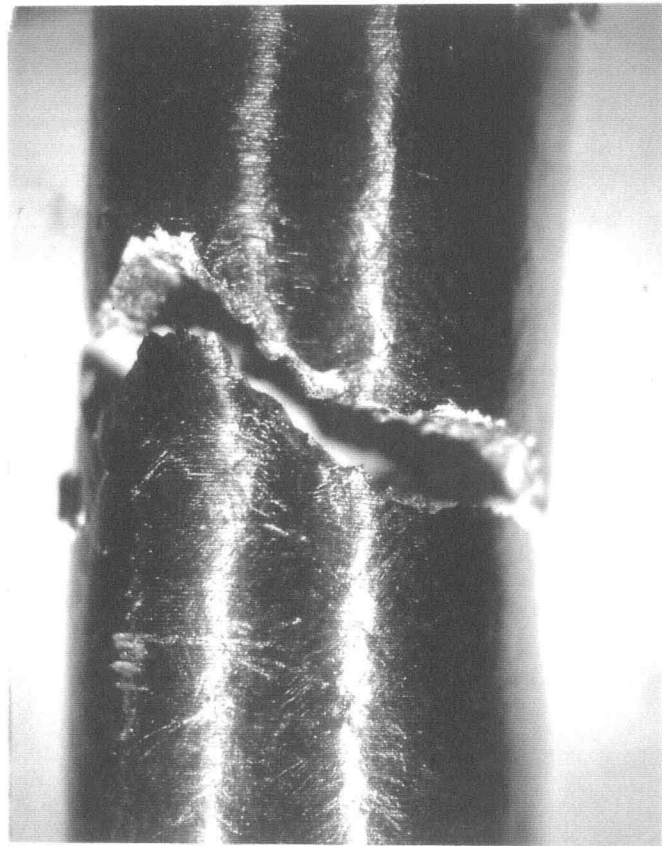
1 mm

b)



1 mm

Figure (3.48) (a): Macrographie optique de l'éprouvette AE10 N° 1FE, (Alliage Y3296, rompu à 320°C, suivant l'axe T). (b): Vue suivant l'axe de traction. Noter le grain ferritique traversant la section de part en part.



—  
2 mm

Figure (3.49) Macrographie optique de l'éprouvette lisse N° 2FI, (Alliage Y3296, rompu à 320°C, suivant l'axe T), seule éprouvette ayant donné un facies incliné par rapport à l'axe de traction.



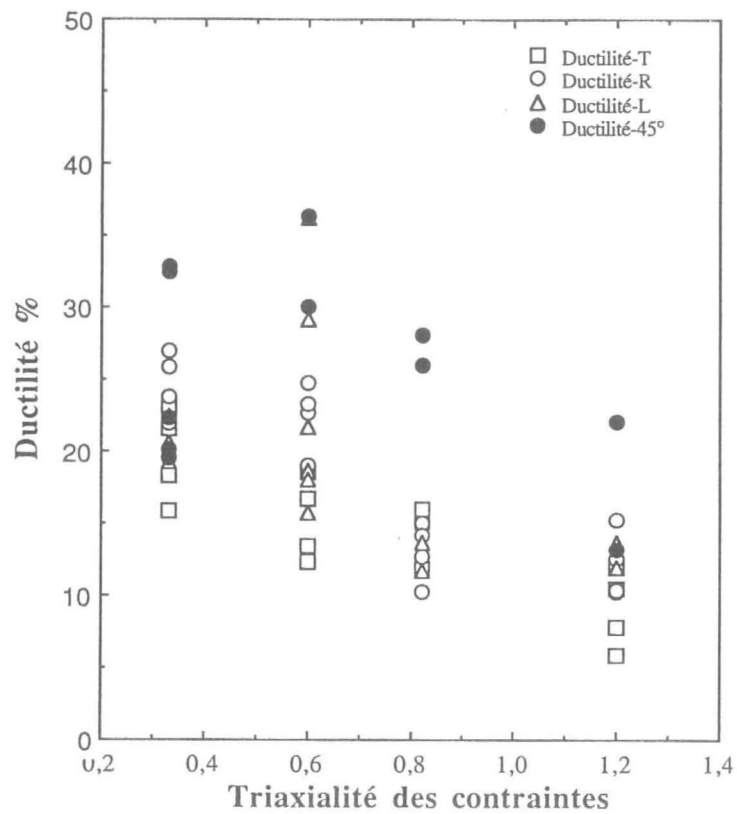


Figure (4.1): Ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, en fonction du rapport de triaxialité des contraintes  $\sigma_m/\sigma_{eq}$ , calculé par éléments finis au centre des éprouvettes, pour les quatre directions de traction. Alliage Y4331 à 20°C

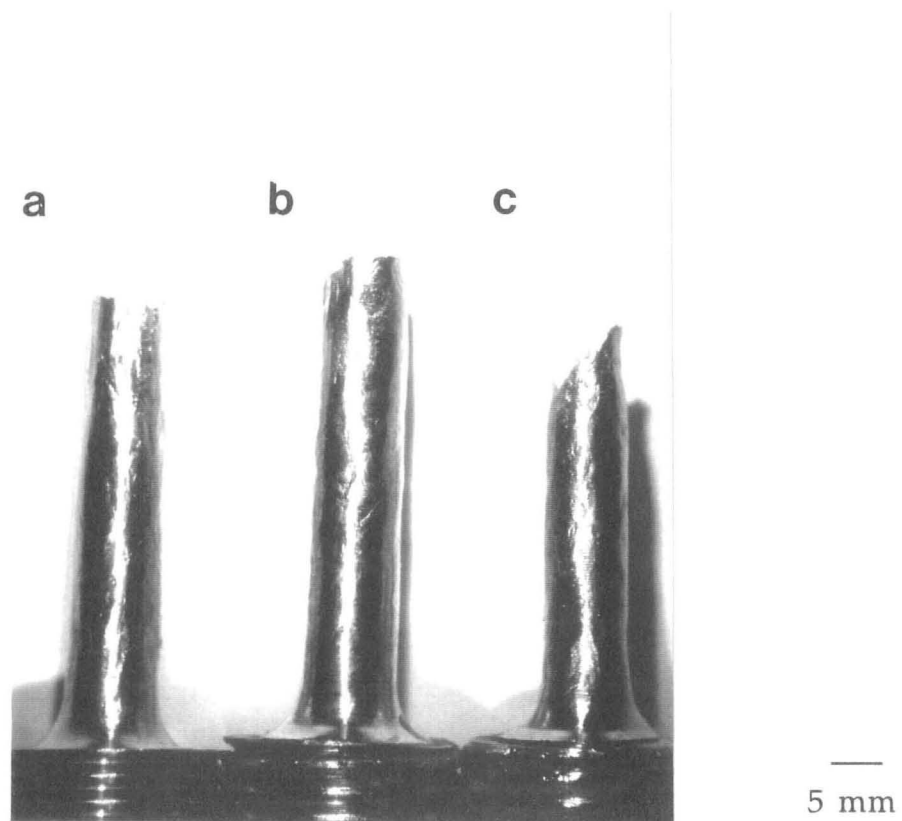


Figure (4.2): Macrographie optique d'éprouvettes lisses rompues en sens R, et à 45° de R et T; Alliage Y4331 à 20°C; (a) sens R,  $\epsilon_r = 22,0 \%$  (b) sens 45°,  $\epsilon_r = 19,5 \%$  (c) sens 45°,  $\epsilon_r = 32,8 \%$ .

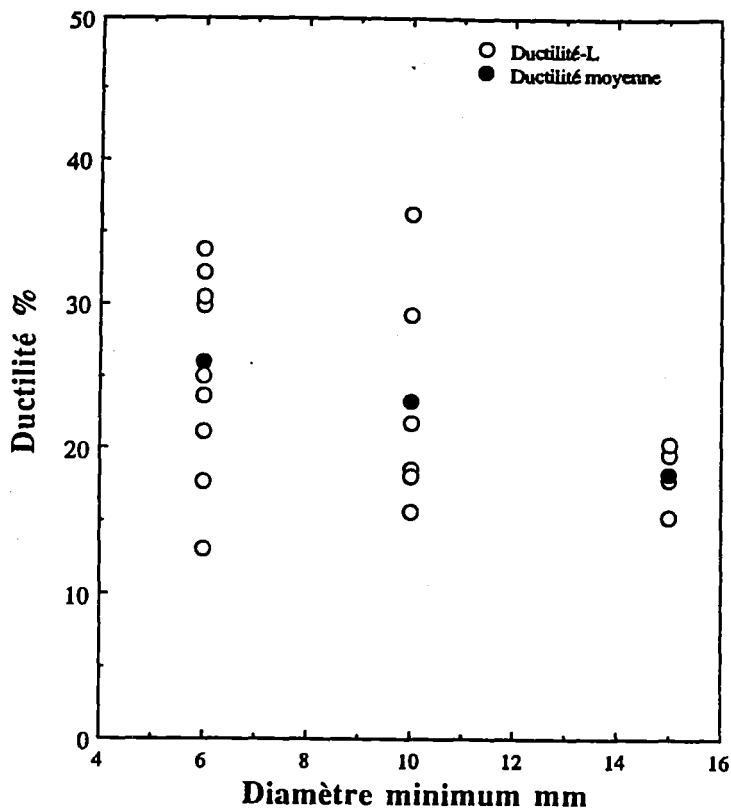


Figure (4.3): Illustration des effets d'échelle sur l'alliage Y4331 à 20°C: Ductilité des éprouvettes entaillées homothétiques, fonction du diamètre minimum de la gorge.

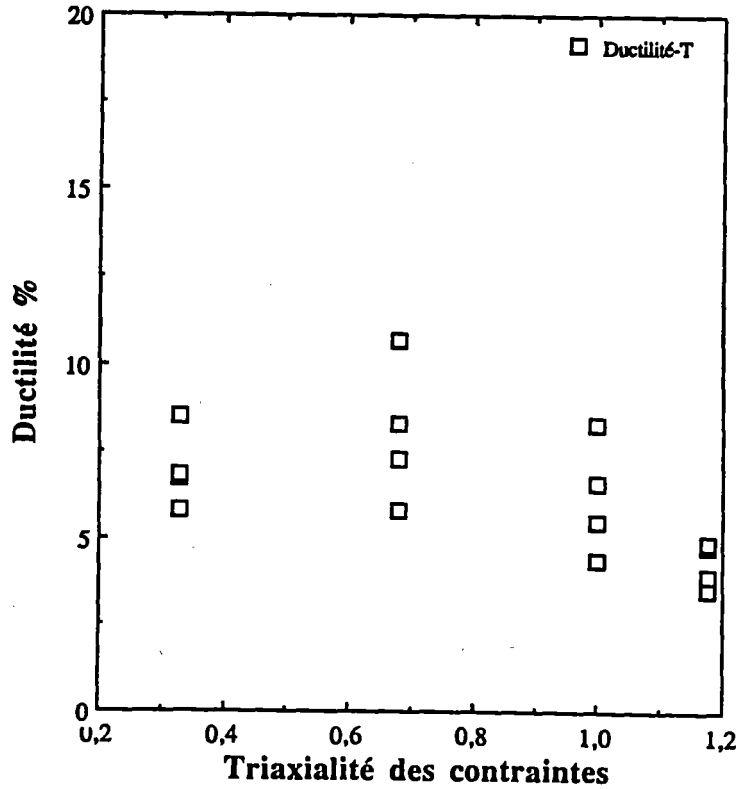
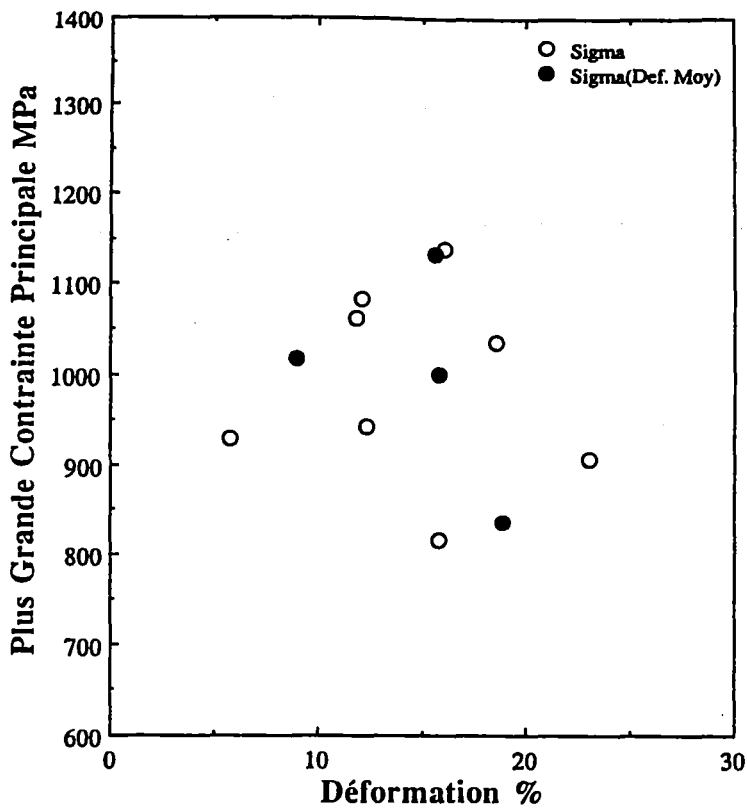
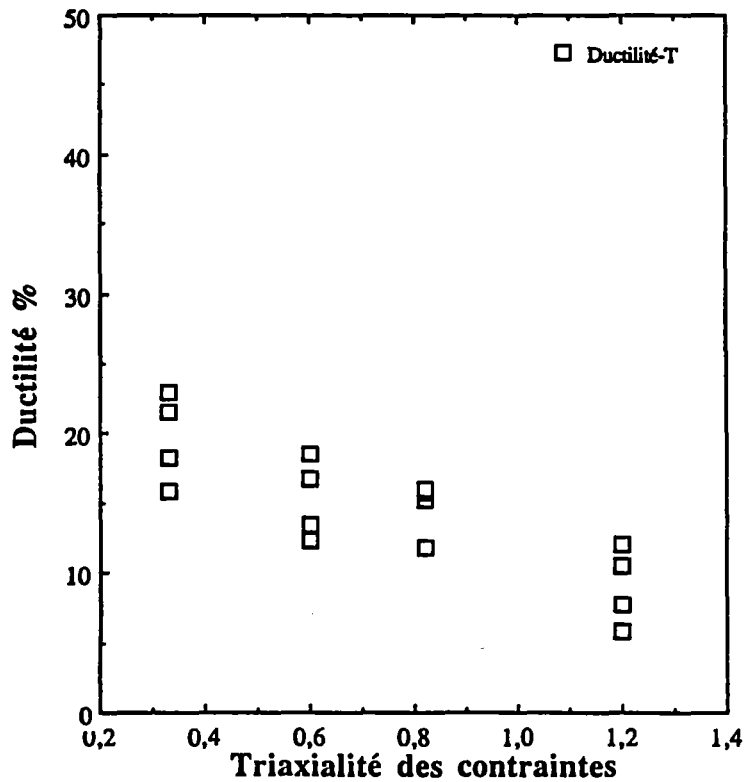


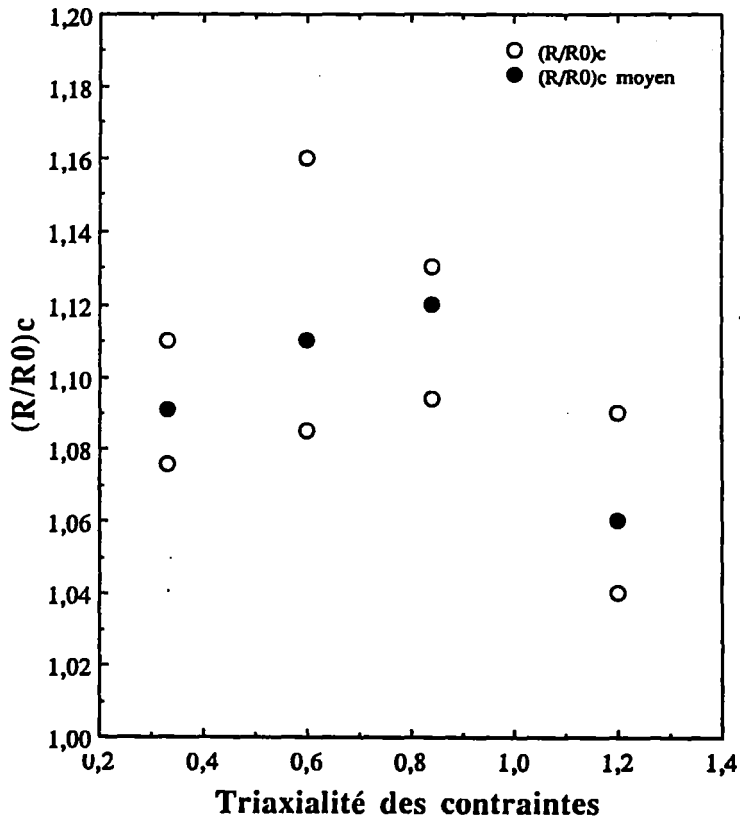
Figure (4.4): Ductilité des éprouvettes lisses et entaillées, en fonction du rapport de triaxialité des contraintes  $\sigma_m/\sigma_{eq}$ , calculé par éléments finis au centre des éprouvettes. Alliage Y3296 à 320°C, traction suivant l'axe T.



**Figure (4.5):** Corrélation entre le maximum de la plus grande contrainte principale rencontrée dans les entailles et la ductilité des éprouvettes. Alliage Y4331 rompu à 20°C suivant la direction T.

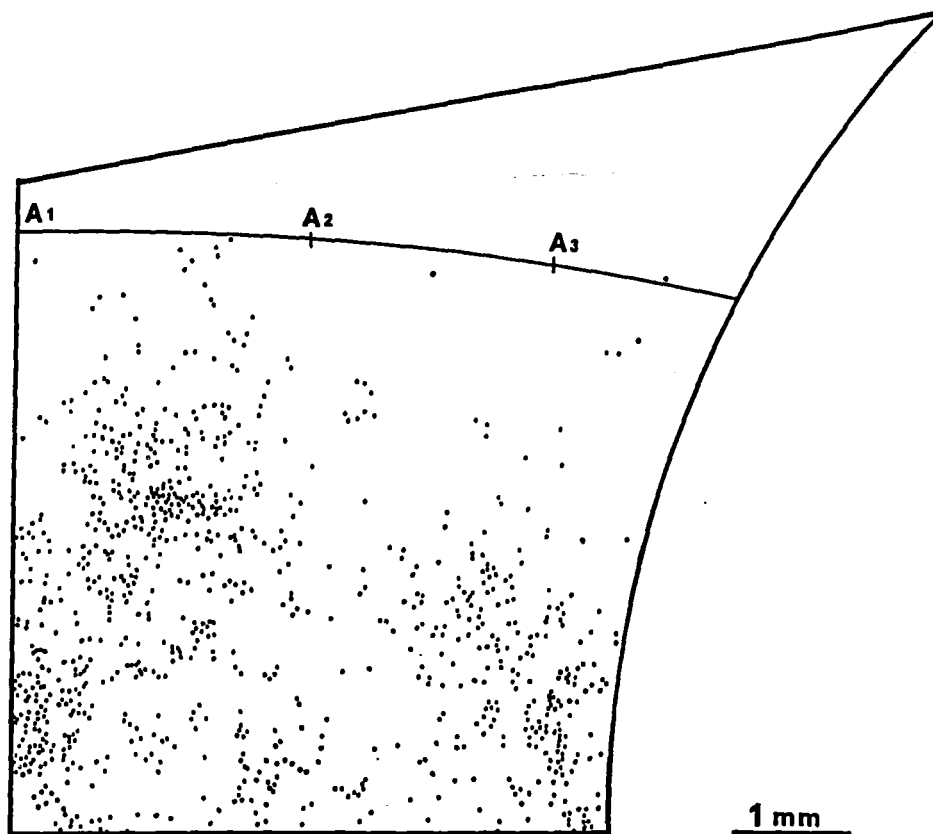


**Figure (4.6):** Ductilité des éprouvettes lisses et entailées, en fonction du rapport de triaxialité des contraintes  $\sigma_m/\sigma_{eq}$ , calculé par éléments finis au centre des éprouvettes. Alliage Y4331 à 20°C, traction suivant l'axe T.

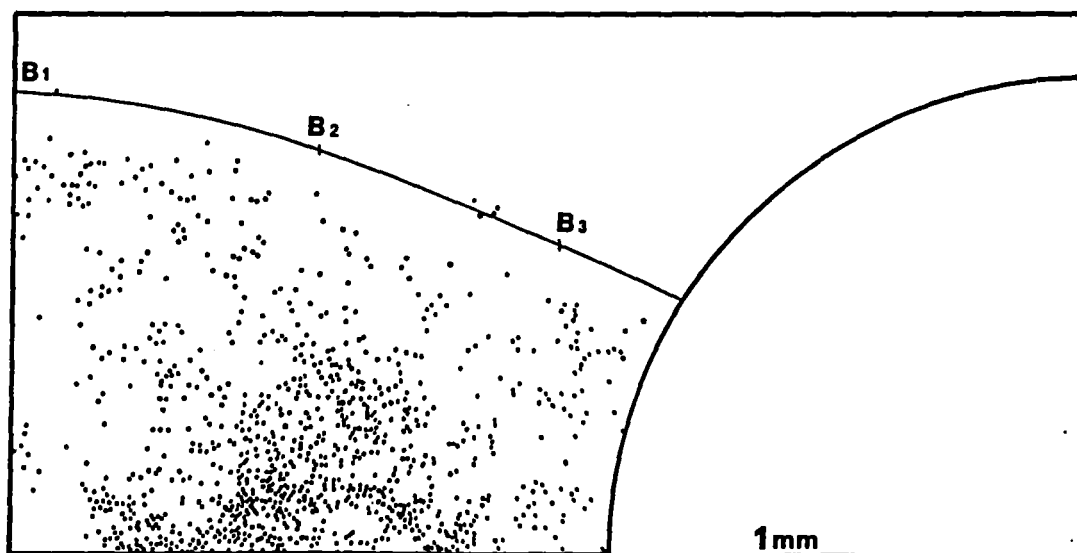


**Figure (4.7):** Corrélation entre le taux de croissance des cavités (calculé selon la formule de Rice et Tracey [4-3]) et la ductilité des éprouvettes entaillées. Alliage Y4331 rompu à 20°C suivant la direction T.

a)

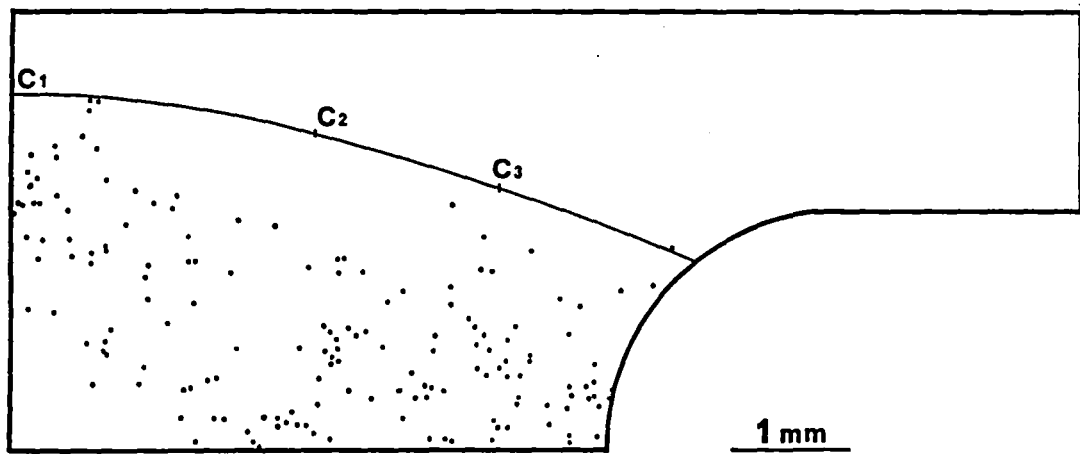


b)

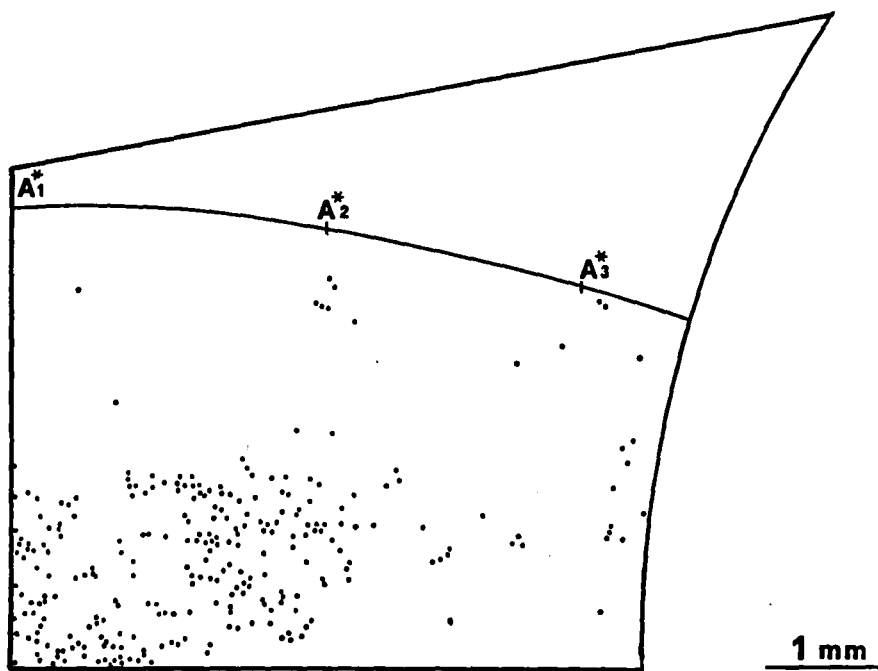


**Figure (4.8):** Position des fissures de clivage dans les entailles, après interruption de la déformation, sur l'alliage Y4331 déformé à 20°C; (a) éprouvette AE10,  $\epsilon = 13,2 \%$ ; (b) éprouvette AE4,  $\epsilon = 9,4 \%$

c)



d)



**Figure (4.8):** Position des fissures de clivage dans les entailles, après interruption de la déformation, sur l'alliage Y4331 déformé à 20°C; (c) éprouvette AE2,  $\epsilon = 5,4 \%$ ; d) éprouvette AE10,  $\epsilon = 6,9 \%$ .

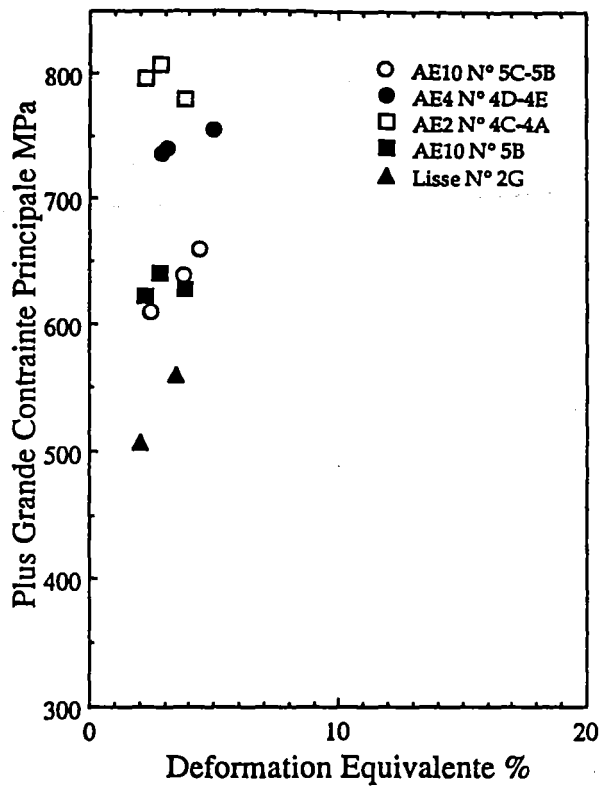


Figure (4.9): Valeurs de la plus grande contrainte principale, et de la déformation plastique cumulée, correspondant au seuil de germination des fissures de clivage, illustrés à la Figure (4.8). (Alliage Y4331 déformé à 20°C)

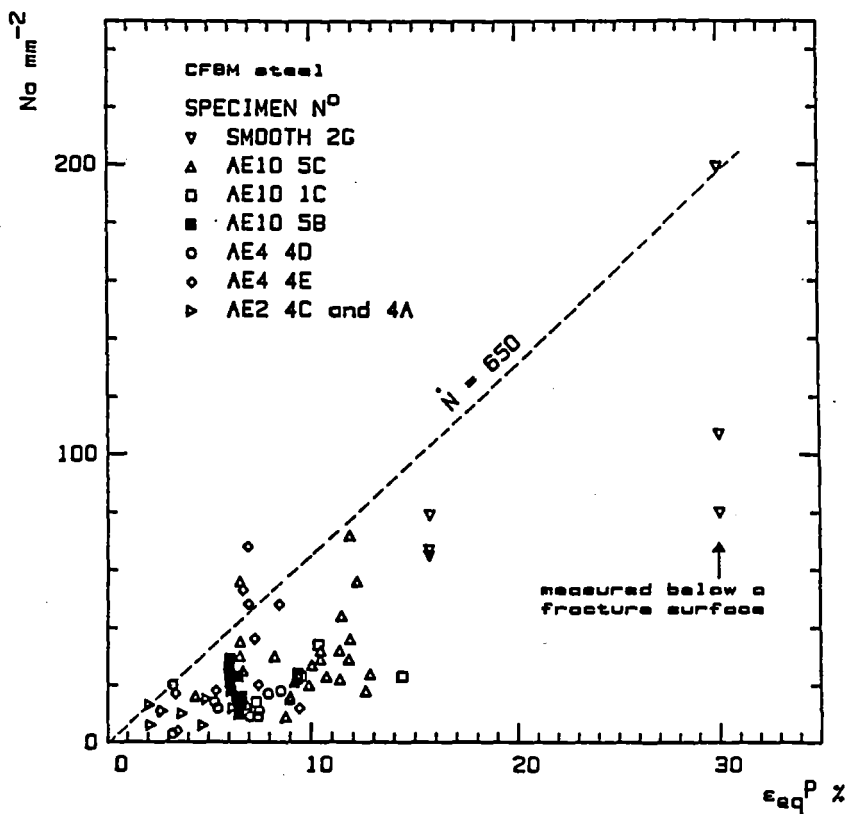
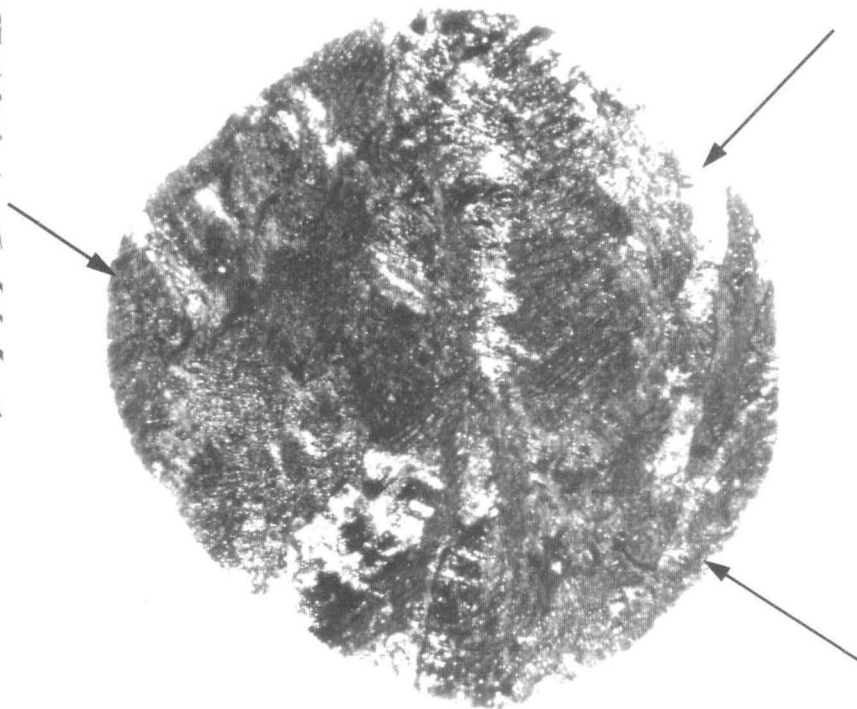
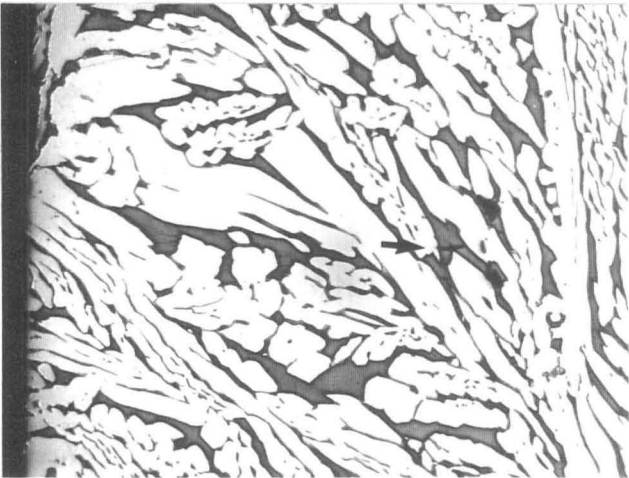


Figure (4.11): Densité surfacique de fissures, mesurée sur un masque de  $1 \text{ mm}^2$ , fonction de la déformation plastique. (Alliage Y4331, 20°C)

10  $\mu\text{m}$

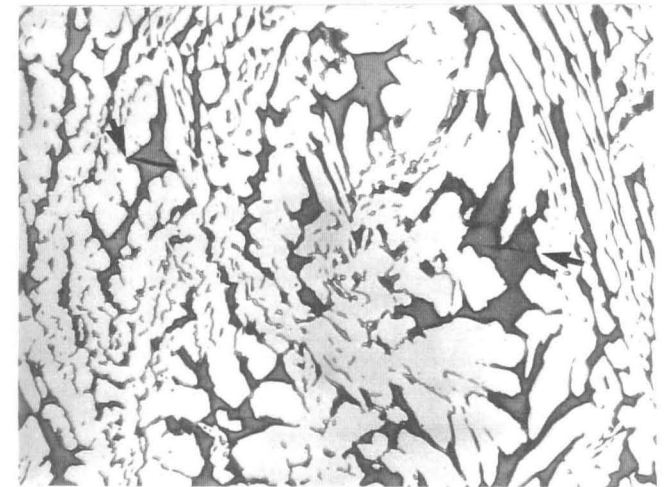
-



R

L

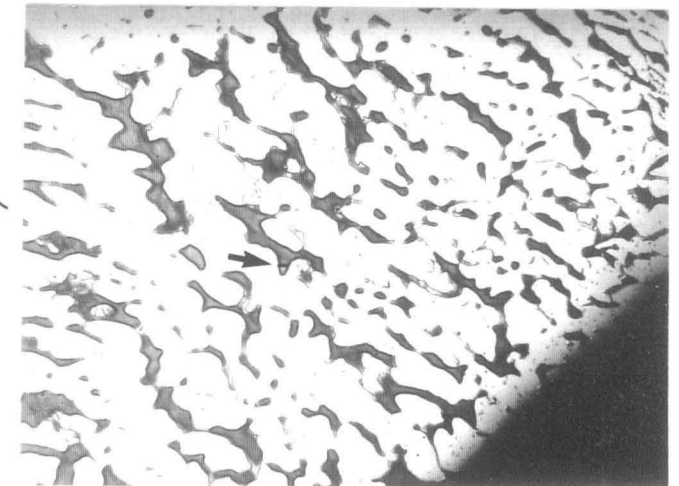
5 mm



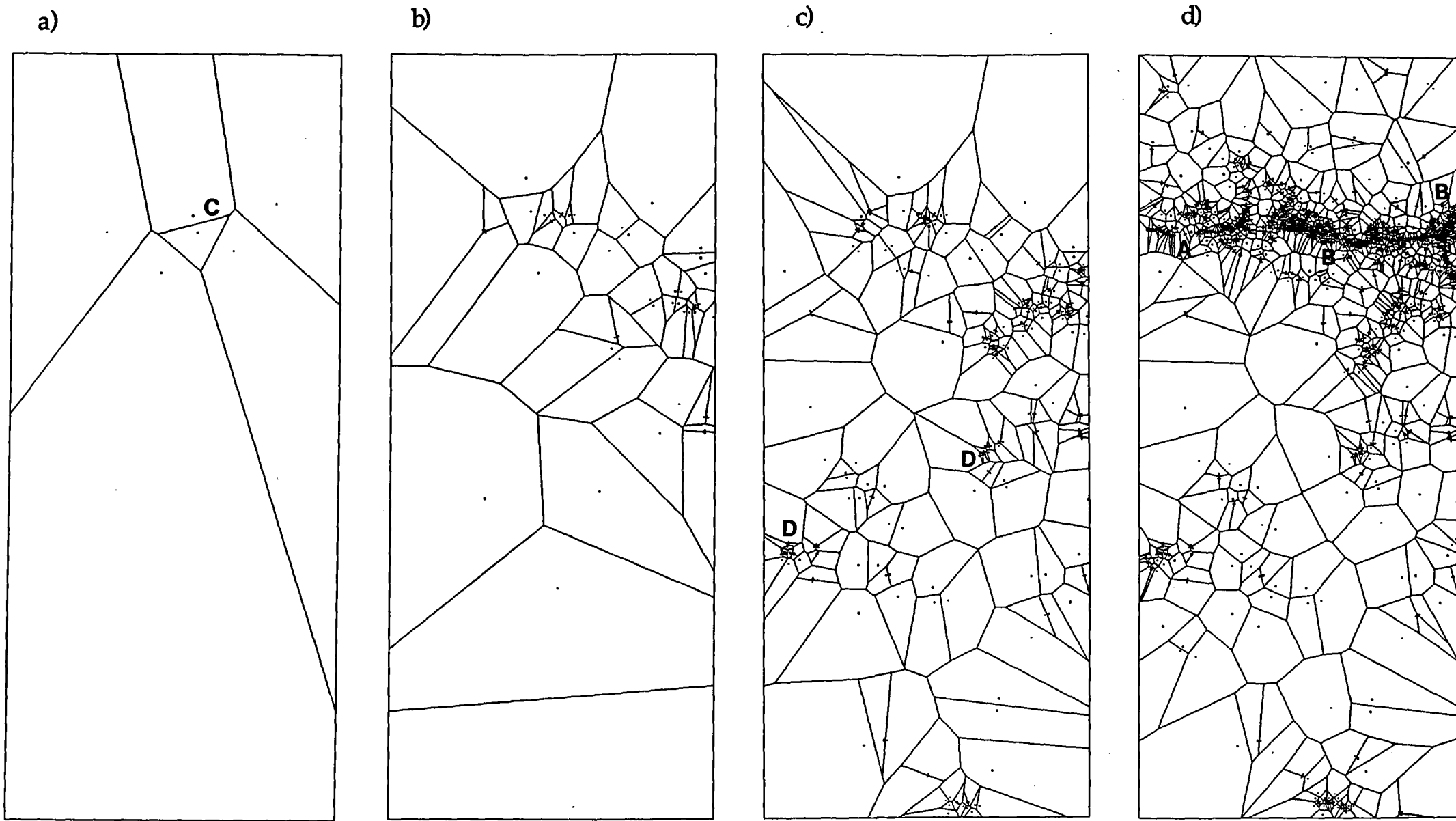
10  $\mu\text{m}$

-

10  $\mu\text{m}$

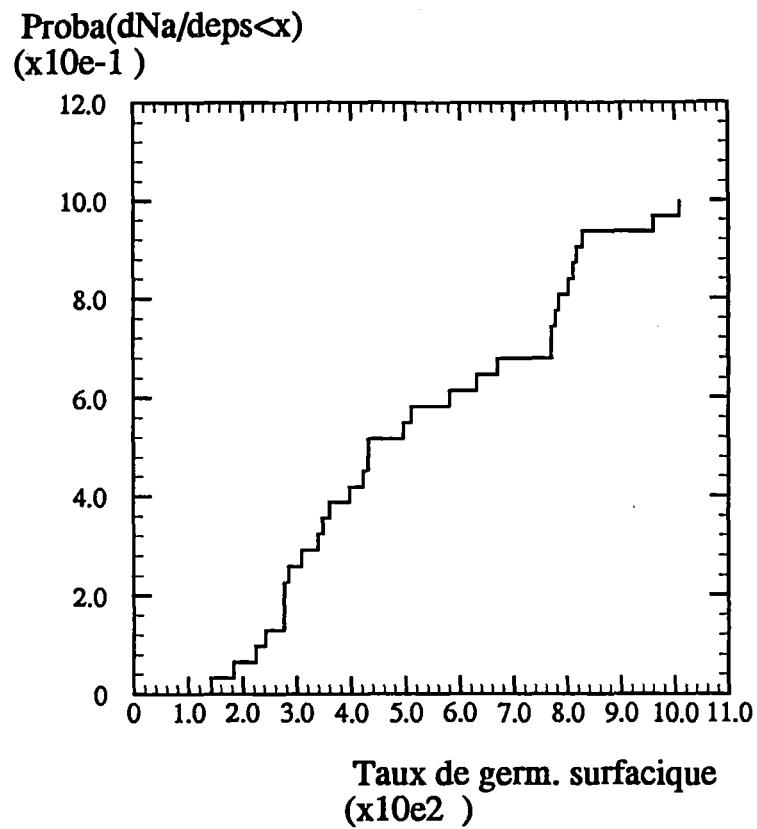






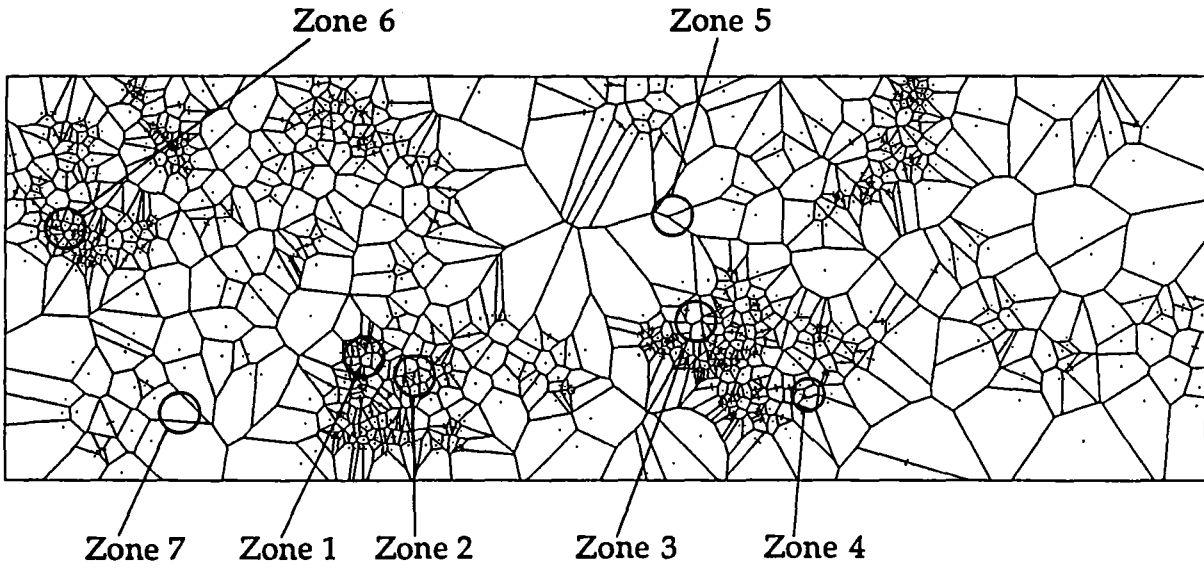
1 mm  
 —

**Figure (4.12):** Cellules de Voronoi d'une même zone de la surface d'une éprouvette plate: (a) après  $\epsilon = 3,6 \%$ ; (b) après  $\epsilon = 7,2 \%$ ; (c) après  $\epsilon = 10,7 \%$ ; (d) après  $\epsilon = 11,9 \%$  (rupture).



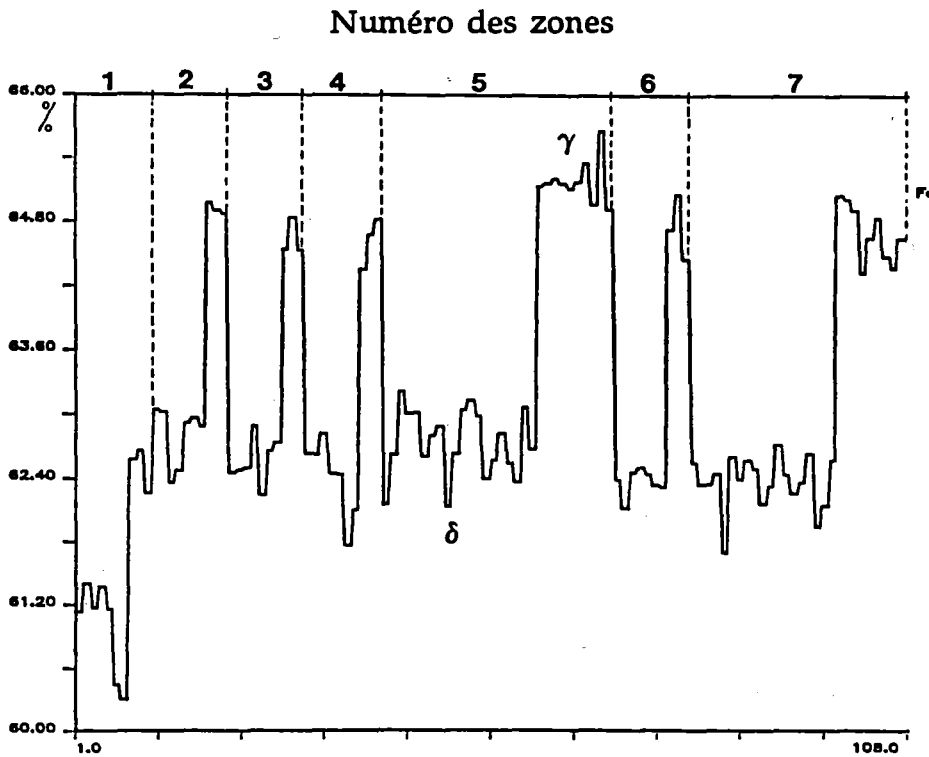
**Figure (4.13):** Fonction de répartition du taux de germination surfacique moyen dans les amas ( $N_a/\epsilon P$ ), déterminée par filtrage des cellules de Voronoi (Alliage Y4331 déformé à 20°C).

1 mm



**Figure (4.14):** Cellules de Voronoi de l'éprouvette 2G1; Localisation des zones, endommagées ou non, où ont été effectués les dosages à la microsonde de la Figure (4.15).

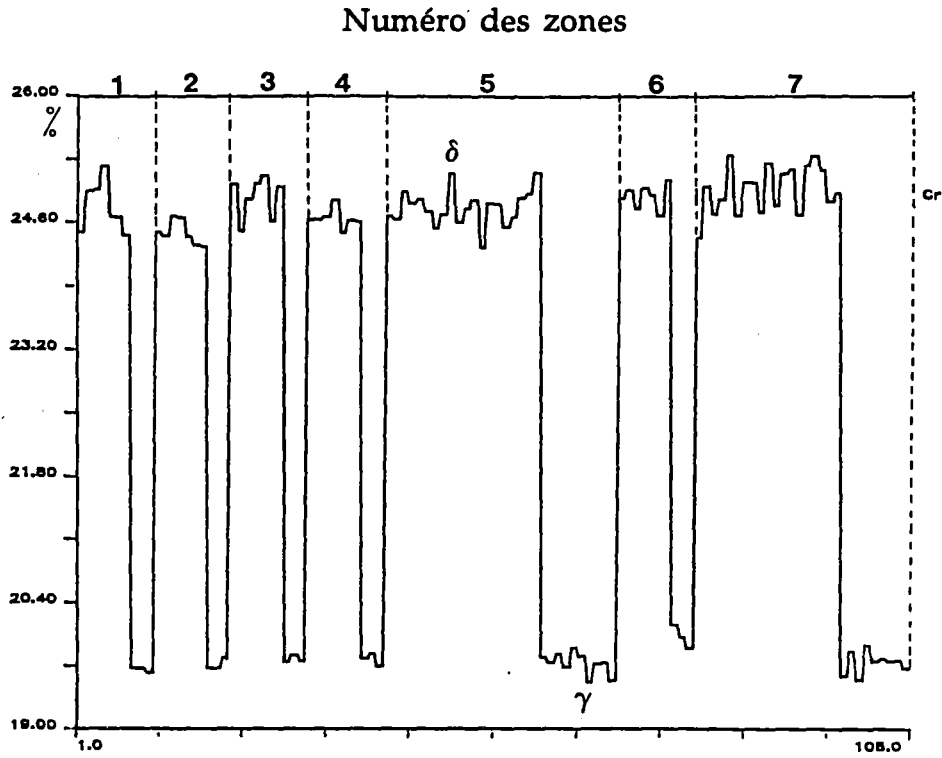
a)



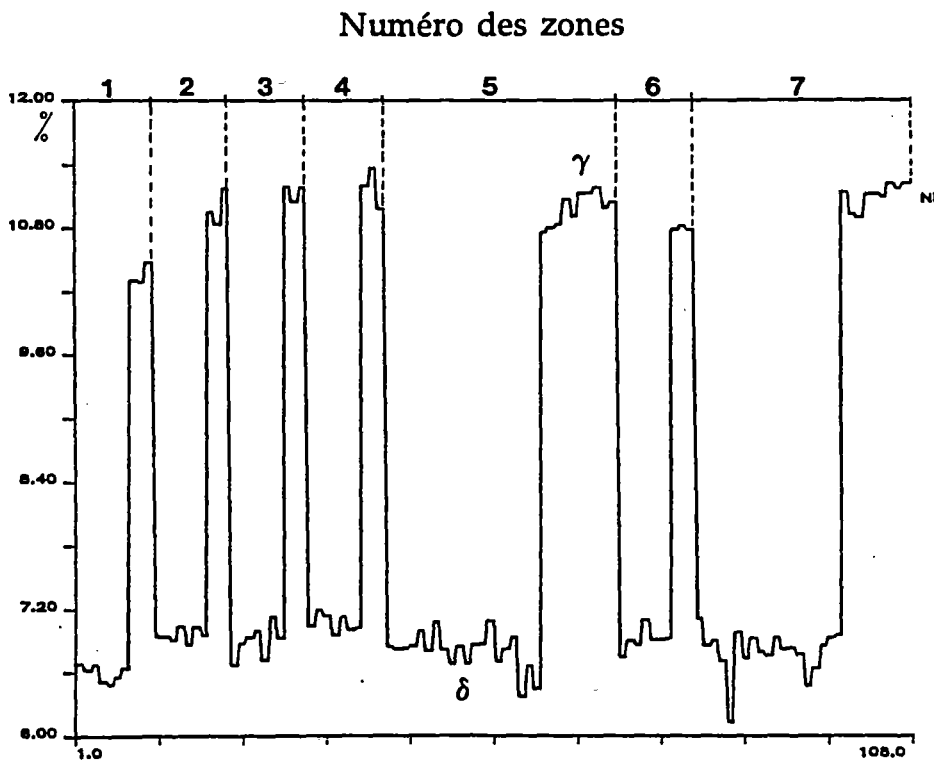
**Figure (4.15):** Teneurs pondérales mesurées à la microsonde dans la ferrite et dans l'austénite des zones illustrées à la Figure (4.14).

(a) Teneur en Fe.

b)



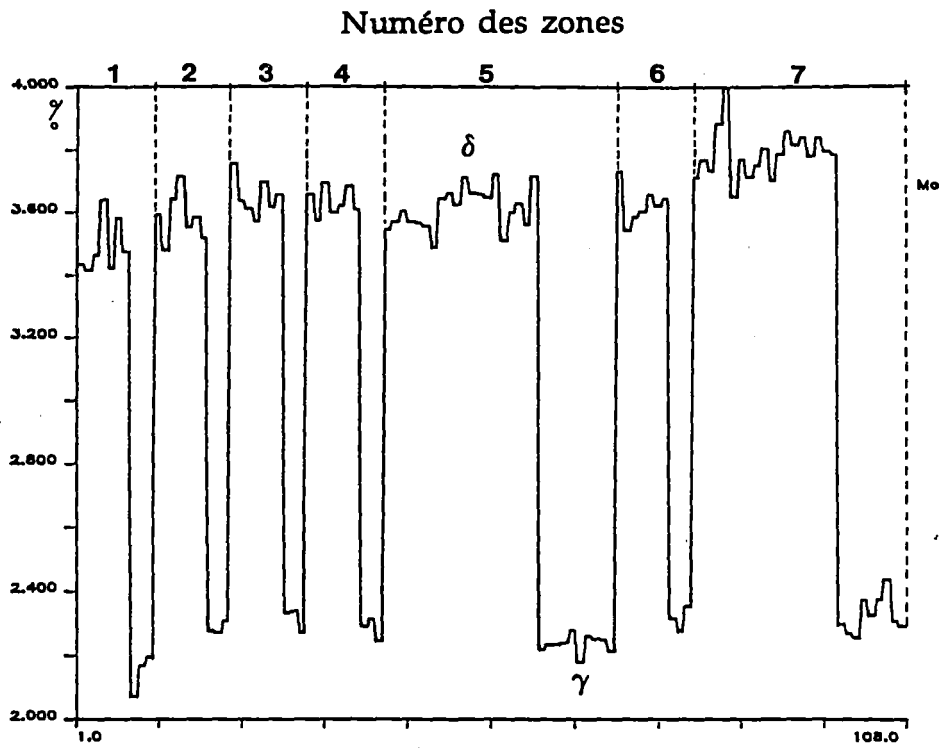
c)



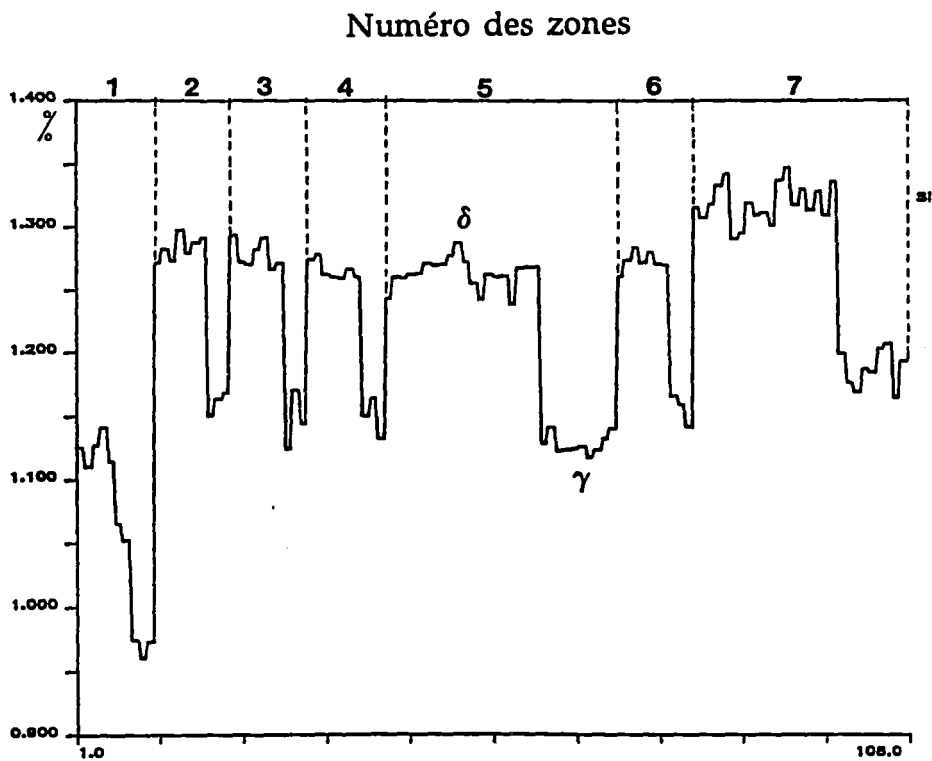
**Figure (4.15):** Teneurs pondérales mesurées à la microsonde dans la ferrite et dans l'austénite des zones illustrées à la Figure (4.14).

(b) Teneur en Cr; (c) Teneur en Ni.

d)

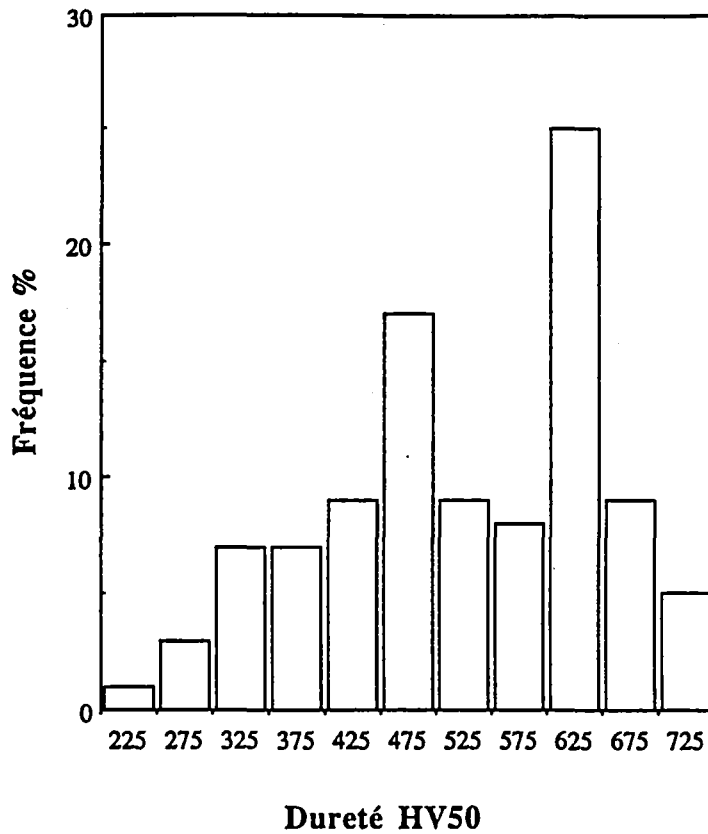


e)

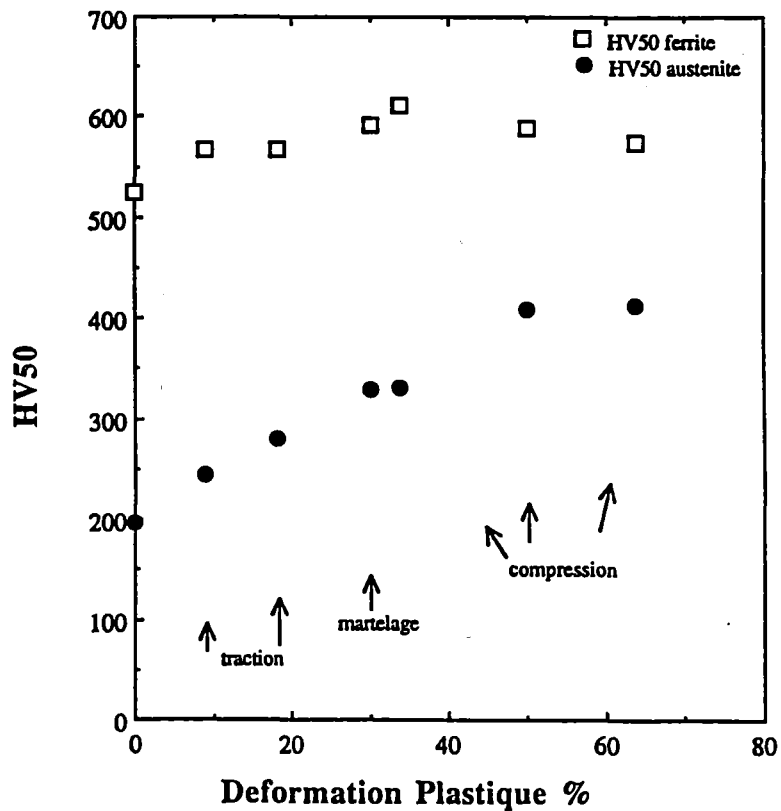


**Figure (4.15):** Teneurs pondérales mesurées à la microsonde dans la ferrite et dans l'austénite des zones illustrées à la Figure (4.14).

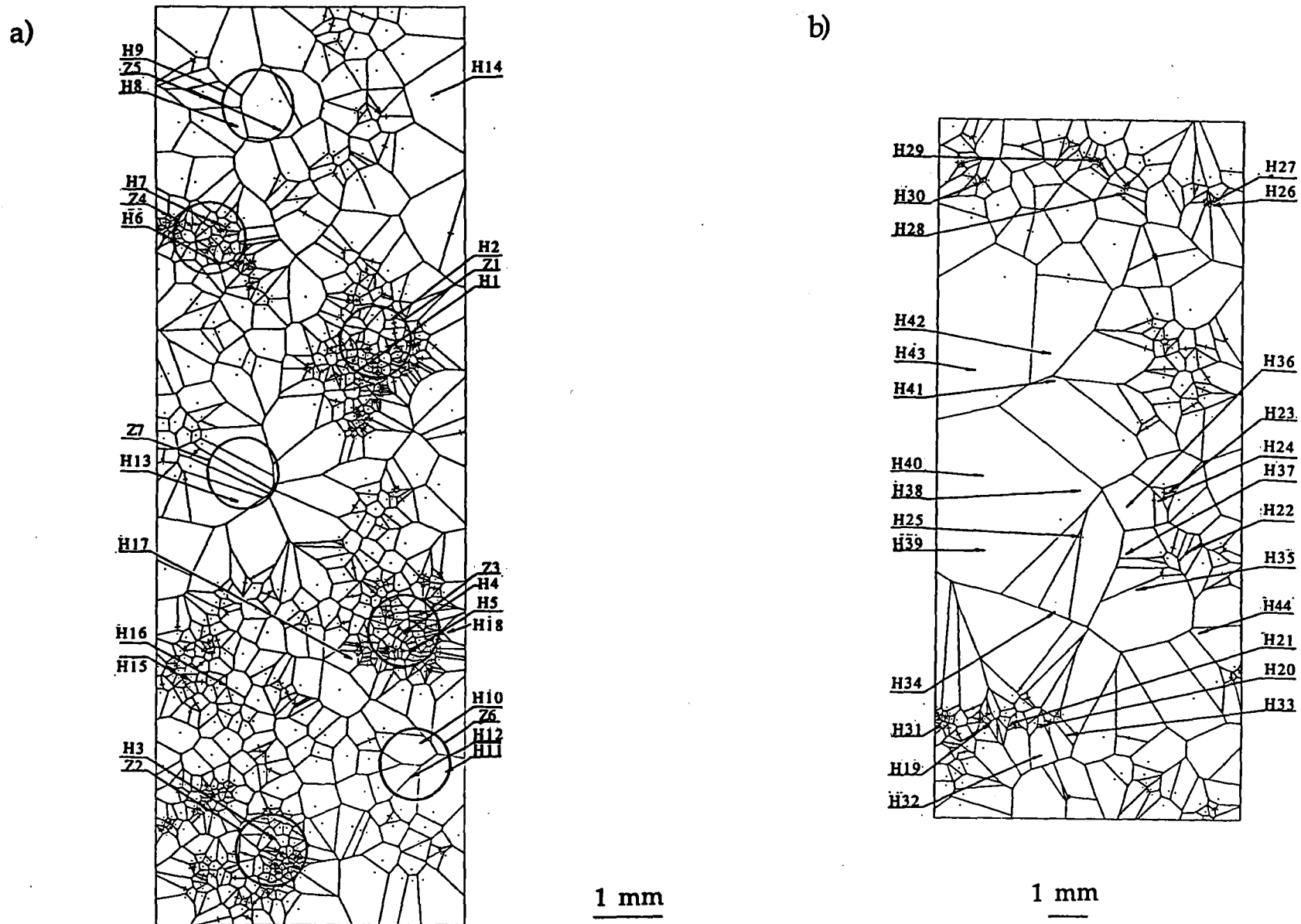
(d) Teneur en Mo; (e) Teneur en Si.



**Figure (4.16):** Histogramme de mesures de microdureté dans la ferrite, pour l'alliage Y4331, à l'état vieilli.

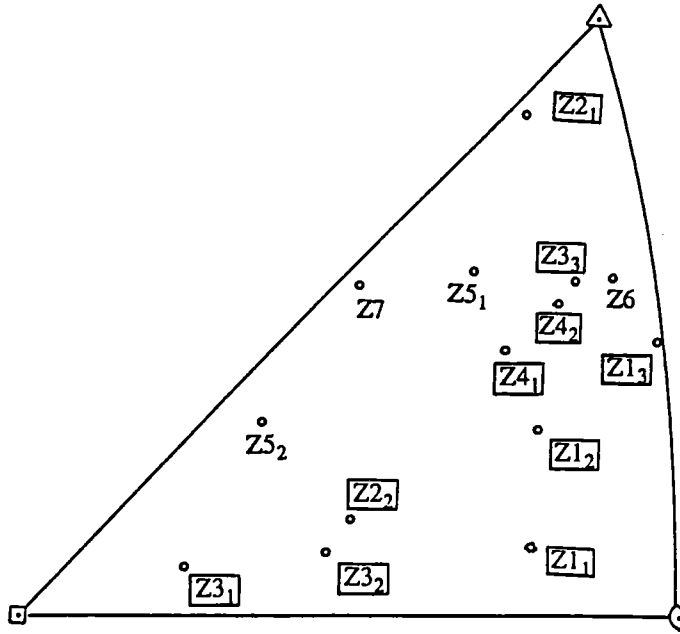


**Figure (4.17):** Variation de la microdureté de la ferrite et de l'austénite de l'alliage Y4331 vieilli, avec la déformation (déformation appliquée à 20°C).



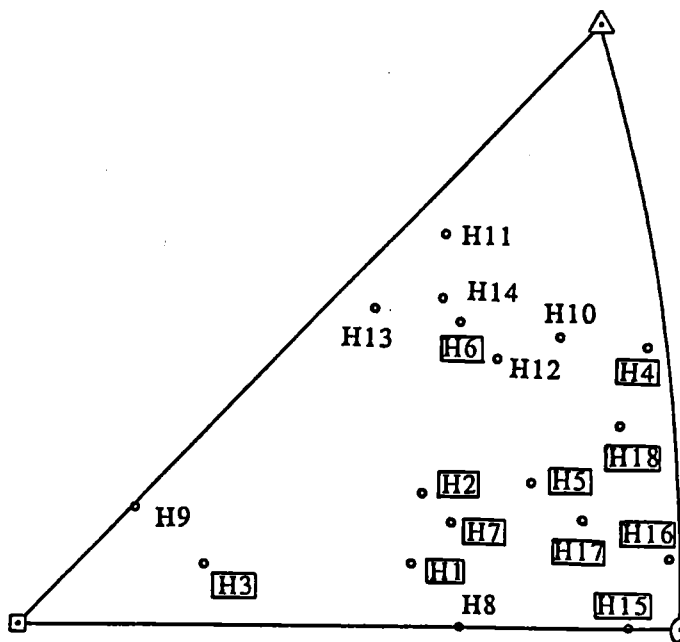
**Figure (4.18):** Localisation des zones orientées par rayons X (Cercles), et par méthode métallographique (points): (a) Eprouvette N° 2G; (b) Eprouvette N° 6E.

zone endommagée      **Z11**  
 zone non endommagée      Z7



**Figure (4.19) (a):** Orientation par RX de l'axe de traction de l'éprouvette 2G, dans le triangle standard de l'austénite.

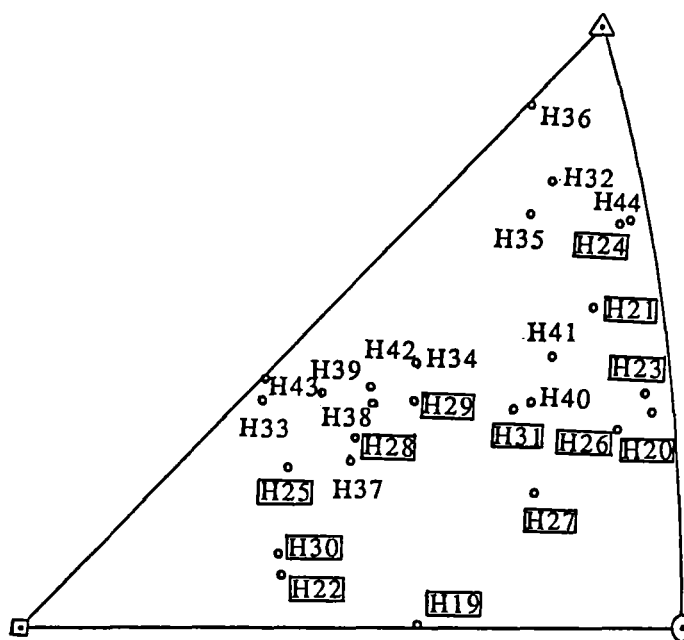
zone endommagée      **H15**  
 zone non endommagée      H13



**Figure (4.19) (b):** Orientation par la méthode métallographique de l'axe de traction de l'éprouvette 2G, dans le triangle standard de l'austénite.

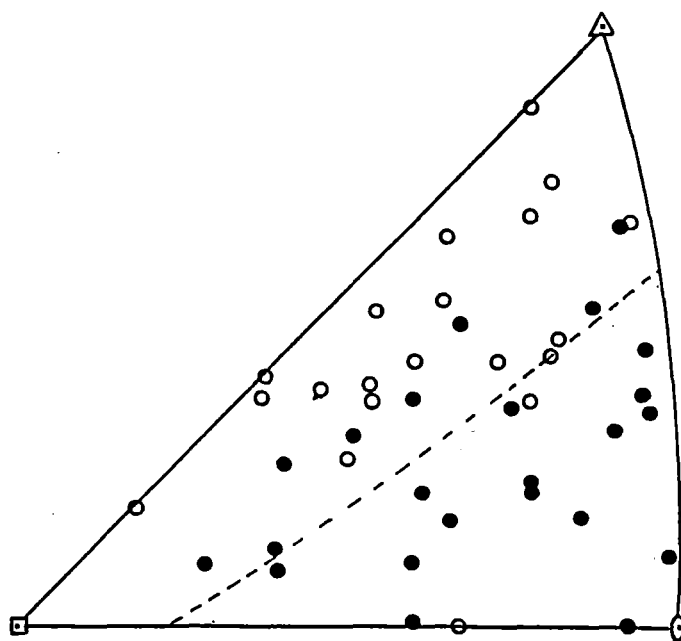


zone endommagée H19  
 zone non endommagée H36

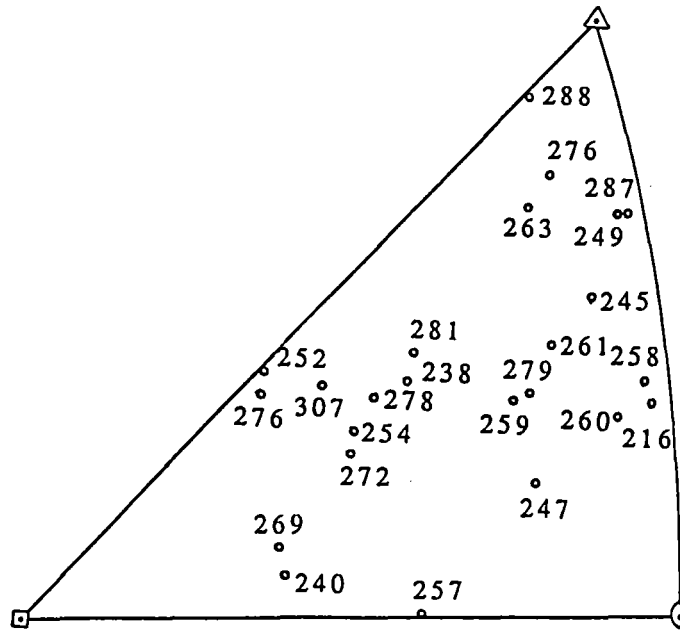


**Figure (4.20):** Orientation par la méthode métallographique de l'axe de traction de l'éprouvette 6E, dans le triangle standard de l'austénite.

zone endommagée ●  
 zone non endommagée ○

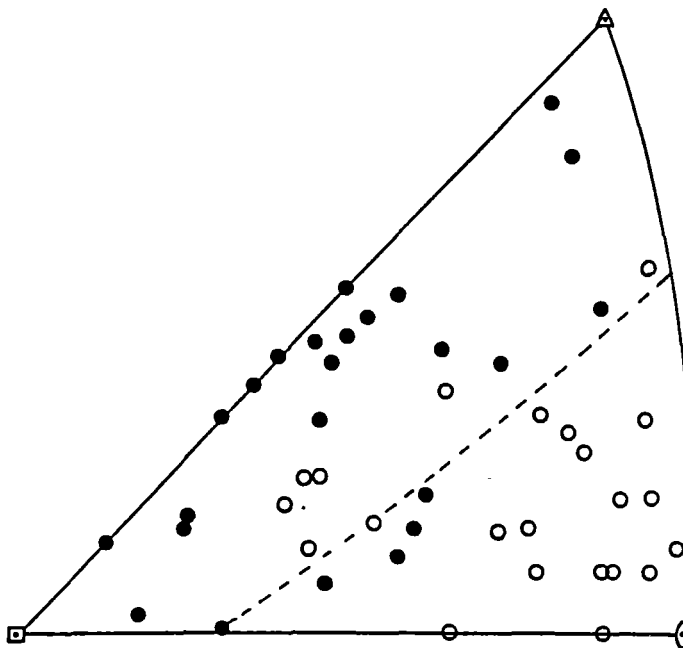


**Figure (4.21):** Synthèse des orientations de l'axe de traction des éprouvettes 2G et 6E, dans le triangle standard de l'austénite.



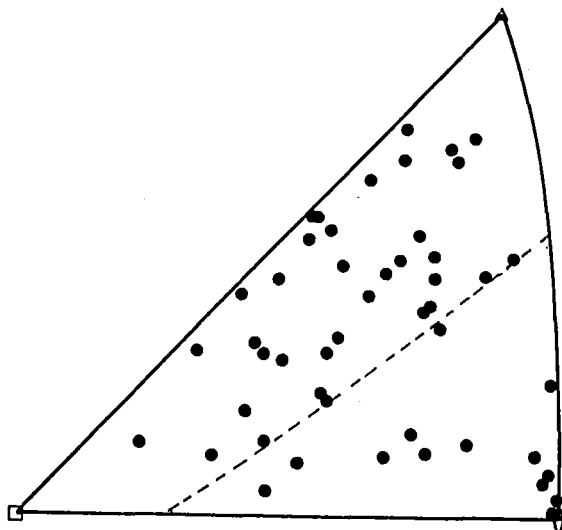
**Figure (4.22):** Microdureté Vickers HV50 de l'austénite de l'éprouvette 6E ( $\epsilon^P = 11,7\%$ ), fonction de la position de l'axe de traction dans le triangle standard de l'austénite, (moyenne de 4 mesures).

glissement simple ○  
 glissement multiple ●

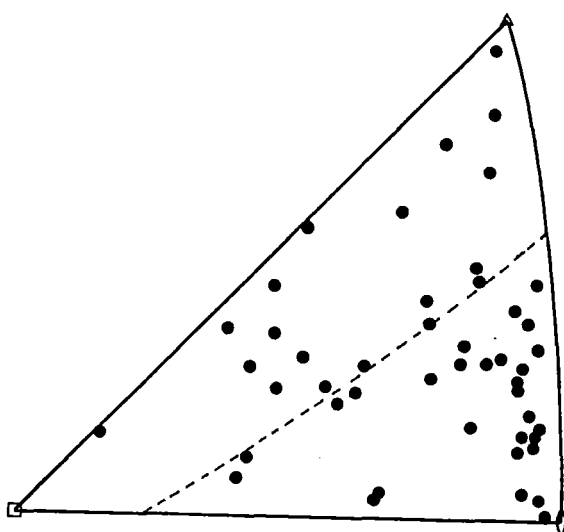


**Figure (4.23):** Position de l'axe de traction dans le triangle standard de l'austénite pour des grains en glissement simple ou en glissement multiple après une déformation plastique  $\epsilon^P = 3,5\%$ .

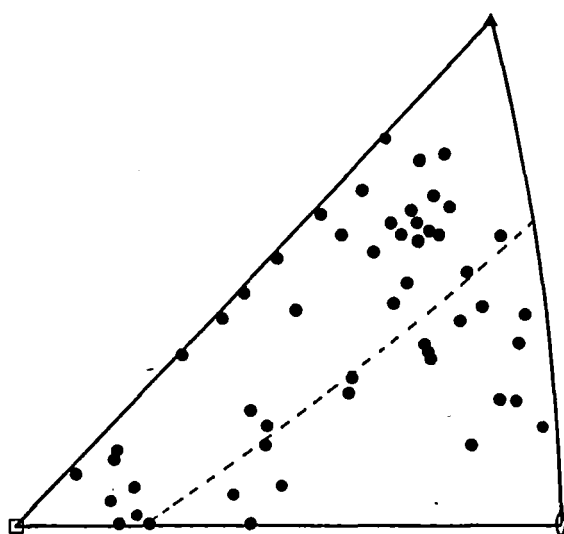
a)



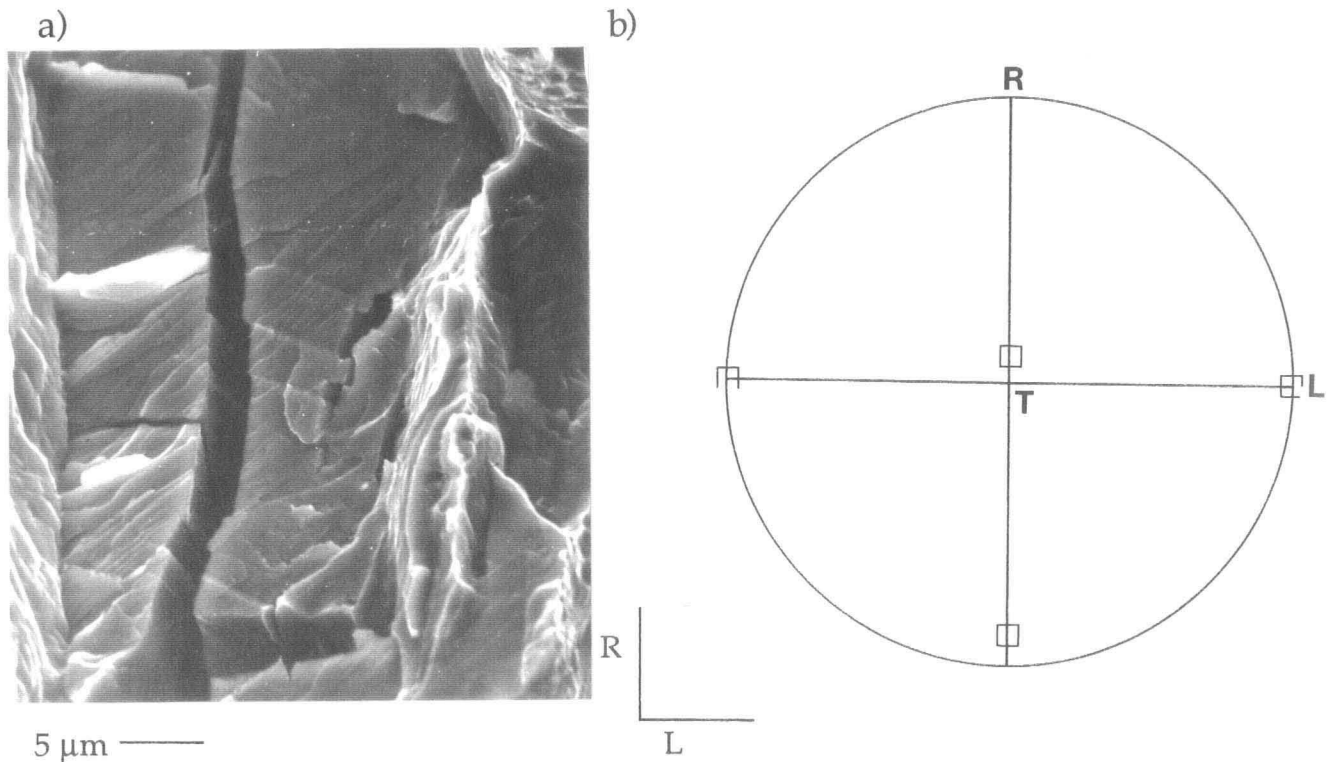
b)



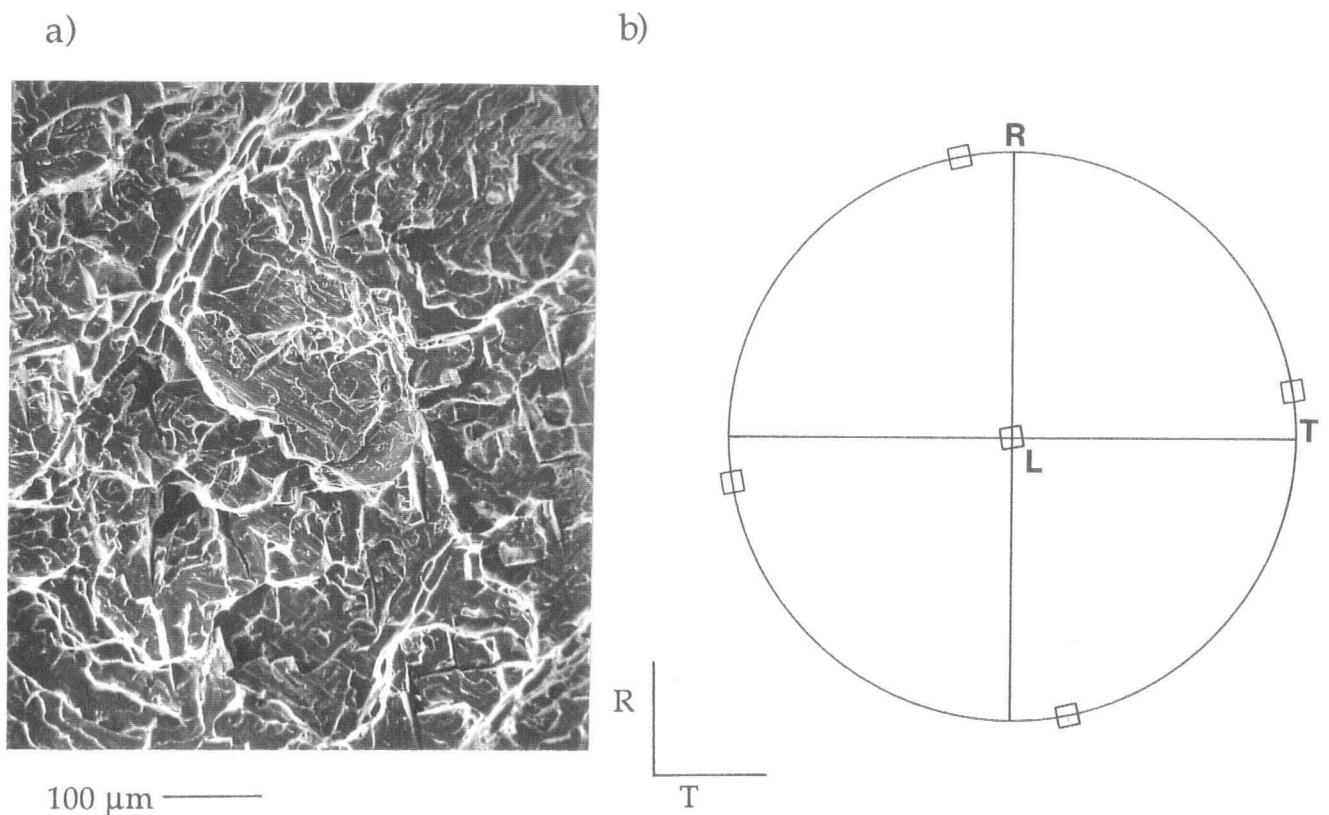
c)



**Figure (4.24):** Position des axes du tube dans le triangle standard de l'austénite, pour les grains ayant servi à établir la texture de l'austénite (alliage Y4331): (a) axe T; (b) axe R et (c) axe à 45° de T et R.

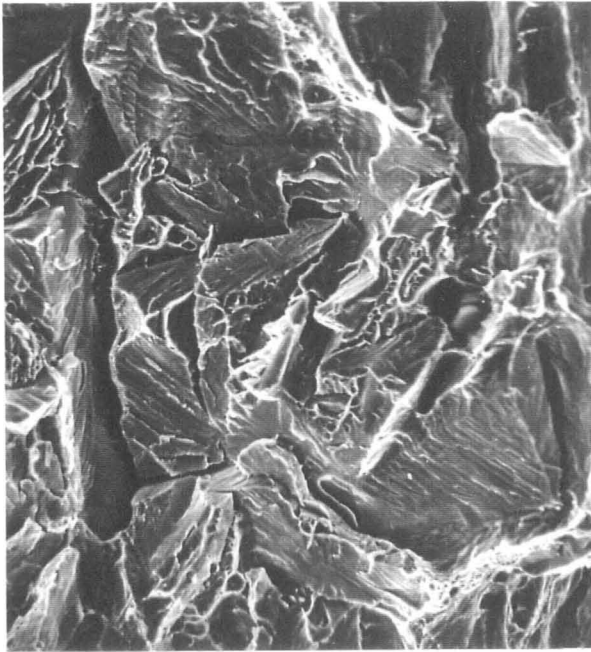


**Figure (4.25):** (a) Micrographie électronique à balayage, échantillon rompu suivant la direction T (alliage Y4331 à 20°C). (b) Schéma d'orientation des plans cubiques de la ferrite d'après les plans de clivage secondaires.

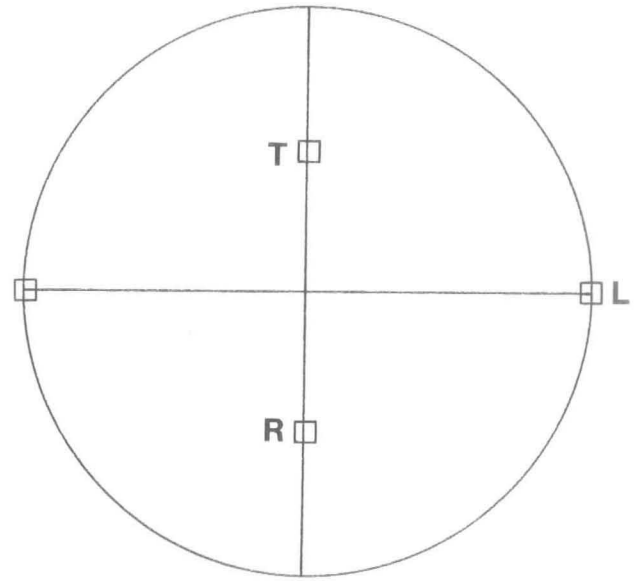


**Figure (4.26):** (a) Micrographie électronique à balayage, échantillon rompu suivant la direction L (alliage Y4331 à 20°C). (b) Schéma d'orientation des plans cubiques de la ferrite d'après les plans de clivage secondaires.

a)



b)

10  $\mu\text{m}$  —

L

Figure (4.27): (a) Micrographie électronique à balayage, échantillon rompu suivant la direction à  $45^\circ$  de T et R (alliage Y4331 à  $20^\circ\text{C}$ ). (b) Schéma d'orientation des plans cubiques de la ferrite d'après les plans de clivage secondaires.

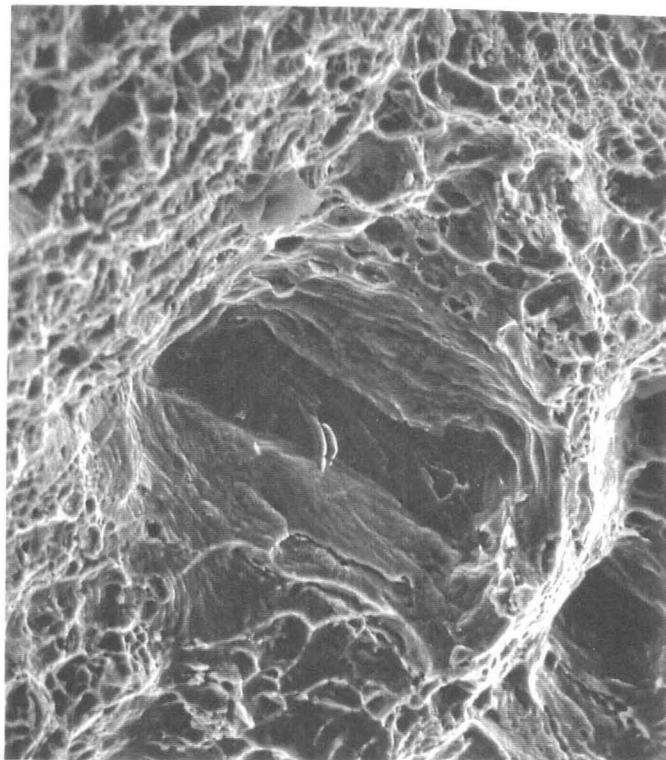
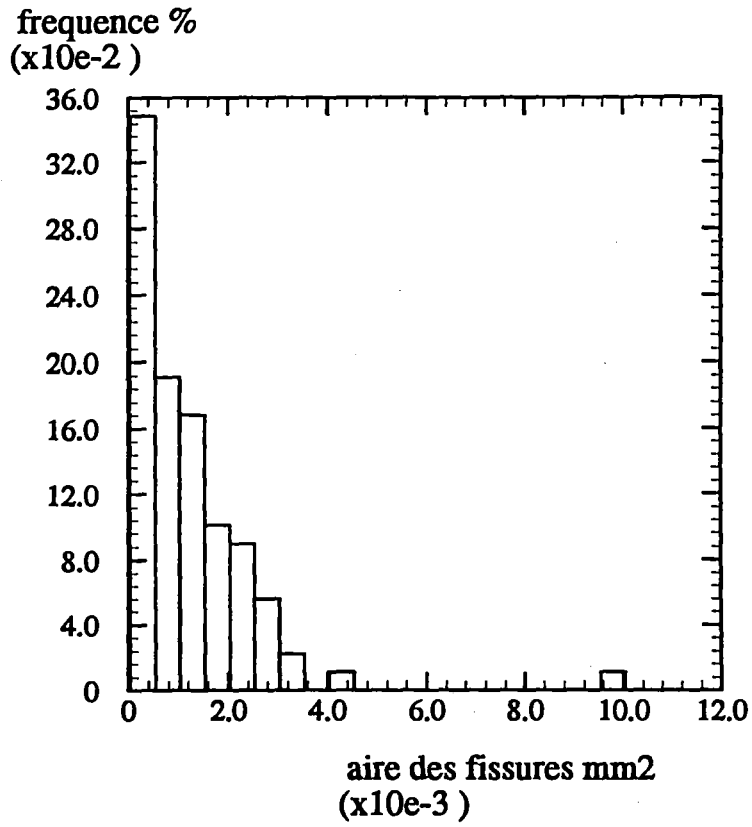
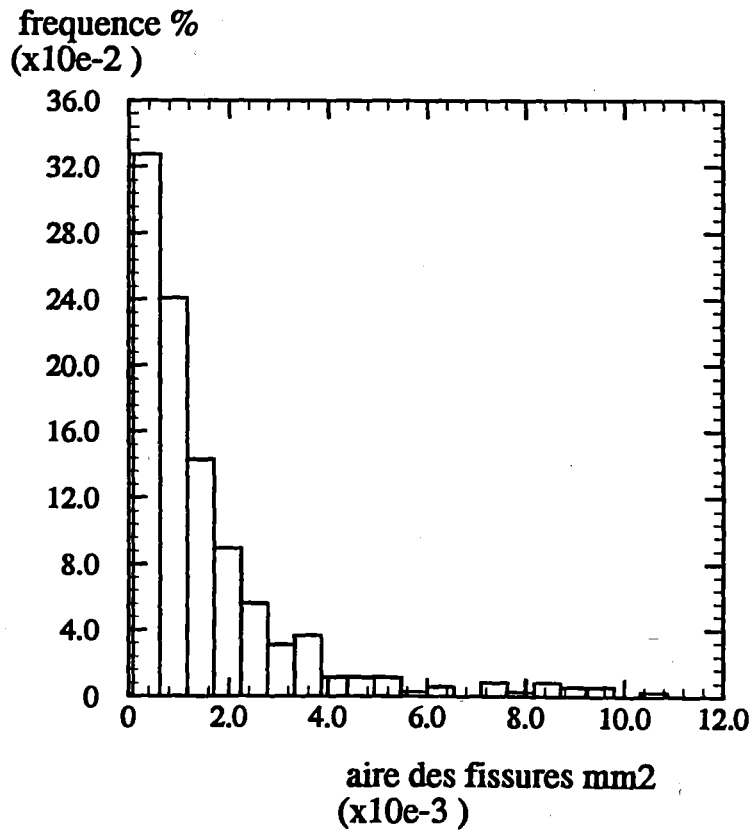
10  $\mu\text{m}$ 

Figure (4.28): Exemple de plage de clivage entourée de facies ductile; échantillon prédéformé de 12% avant traitement de 1hr à  $600^\circ\text{C}$ , puis rupture.

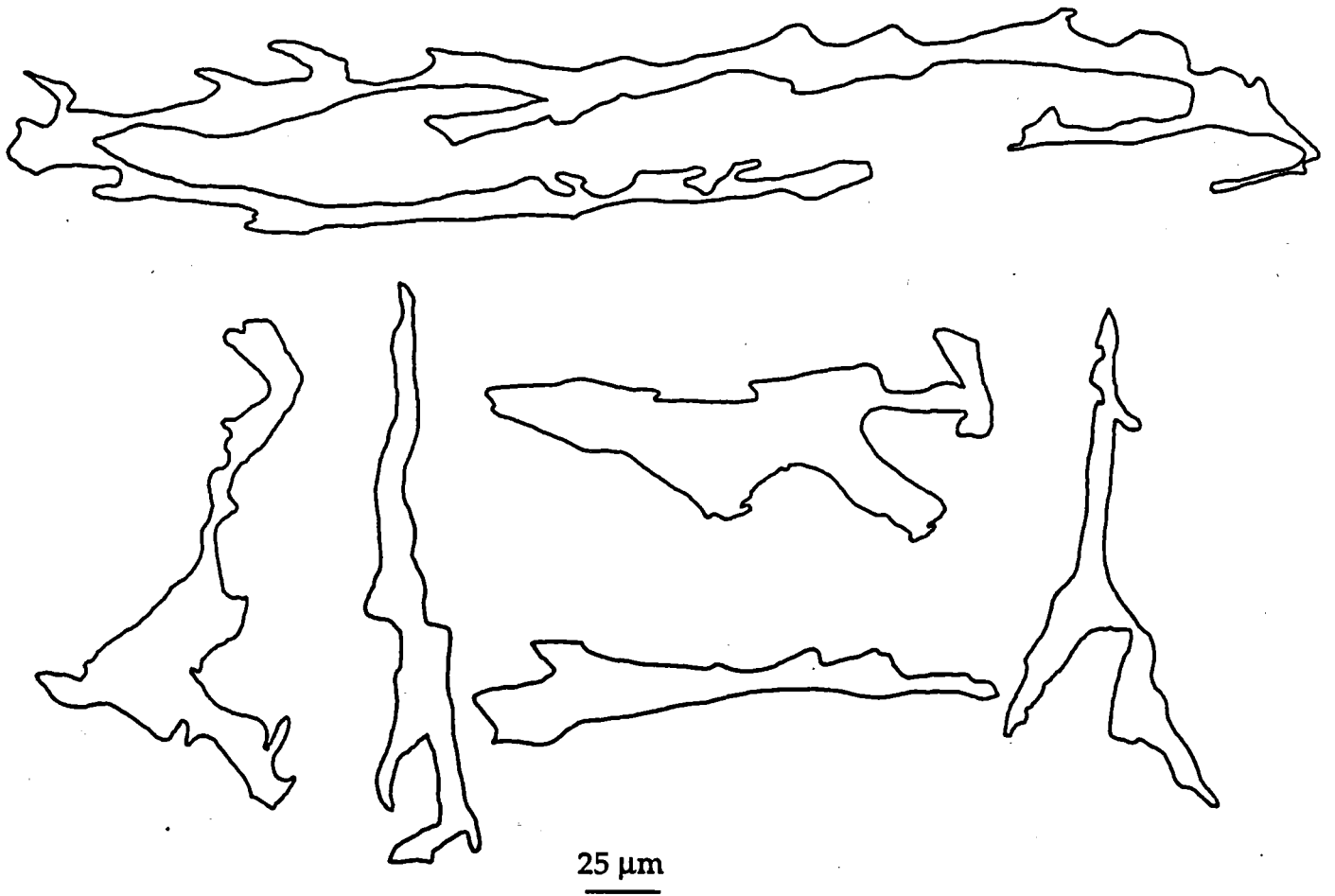
a)



b)



**Figure (4.29):** Histogramme de l'aire des fissures de clivage après prédéformation à 20°C : (a) Prédéformation de 7%; (b) Prédéformation de 12%.



**Figure (4.30):** Quelques exemples de formes de fissures de clivage.

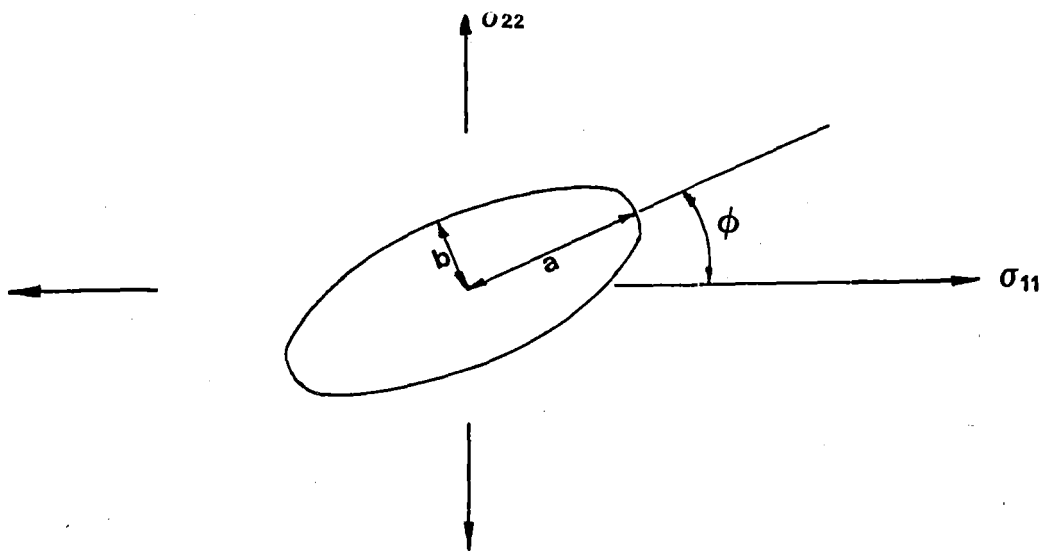


Figure (5.1): Position de la cavité elliptique étudiée par Berg [5-4].

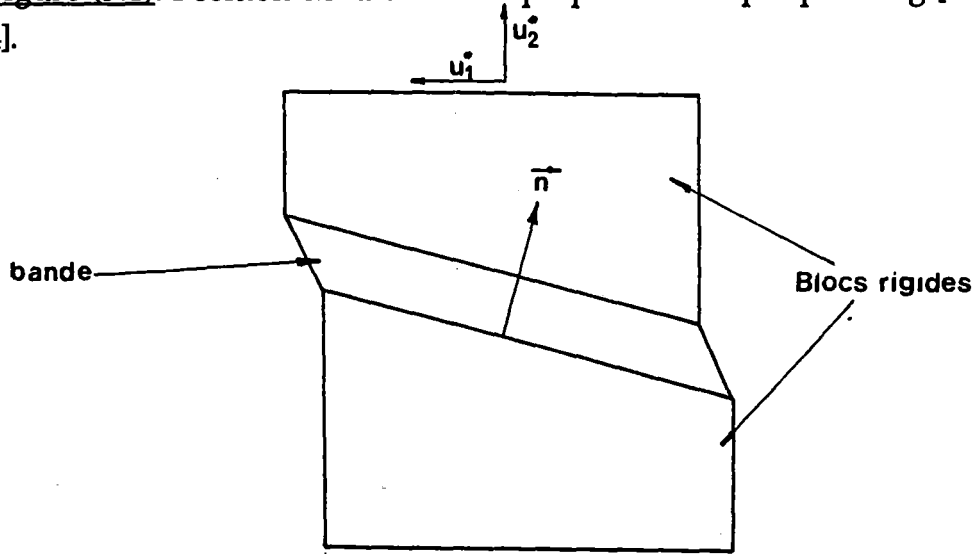


Figure (5.2): Illustration schématique d'une bande de localisation de la déformation.

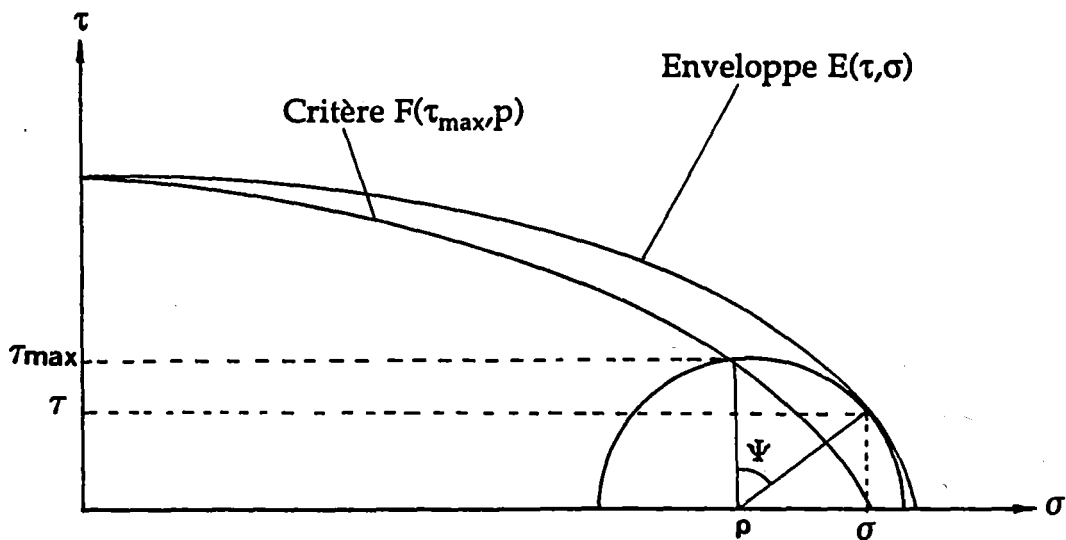
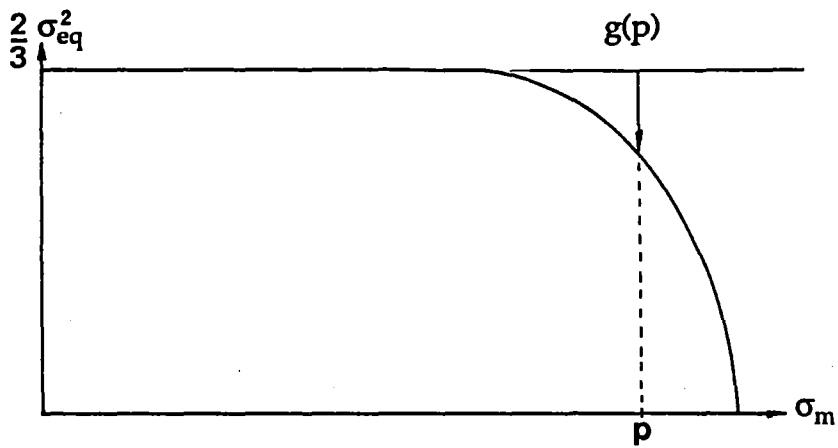
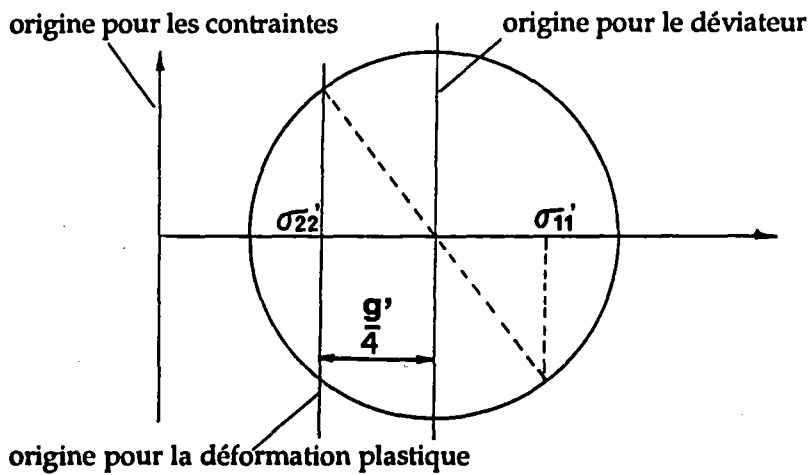


Figure (5.3): Illustration du critère de plasticité et de l'enveloppe des cercles de Mohr, pour un matériau dont la plasticité dépend de la tension hydrostatique. (Extrait de [5-34]).

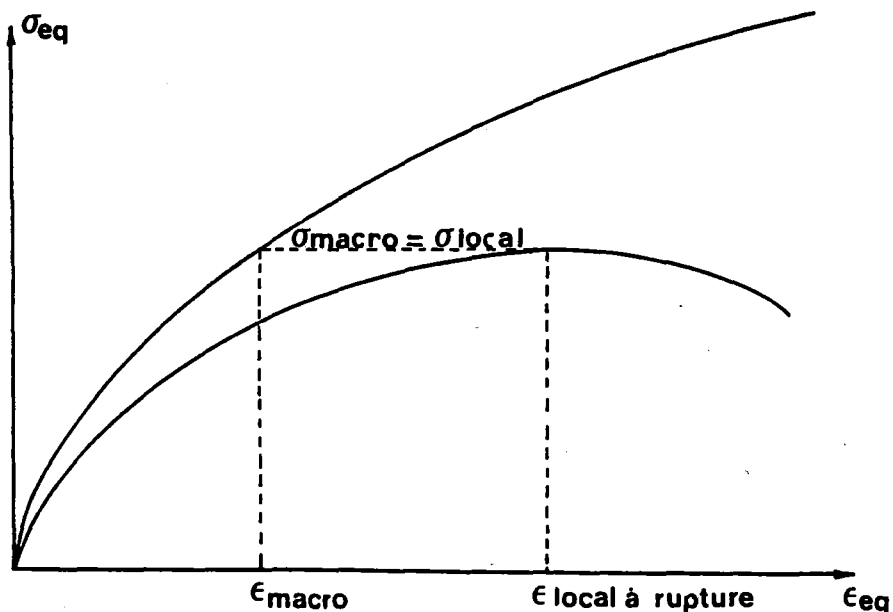




**Figure (5.4):** Illustration schématique du critère de plasticité pour un matériau dont l'écoulement dépend de la tension hydrostatique  $p$ . (Extrait de [5-35]).



**Figure (5.5):** Cercles de Mohr, des contraintes, du déviateur des contraintes, et de la déformation plastique, pour un matériau dont l'écoulement dépend de la tension hydrostatique. (Extrait de [5-35]).



**Figure (5.6):** Illustration schématique du critère de rupture ductile selon Mudry (Extrait de [5-29]).

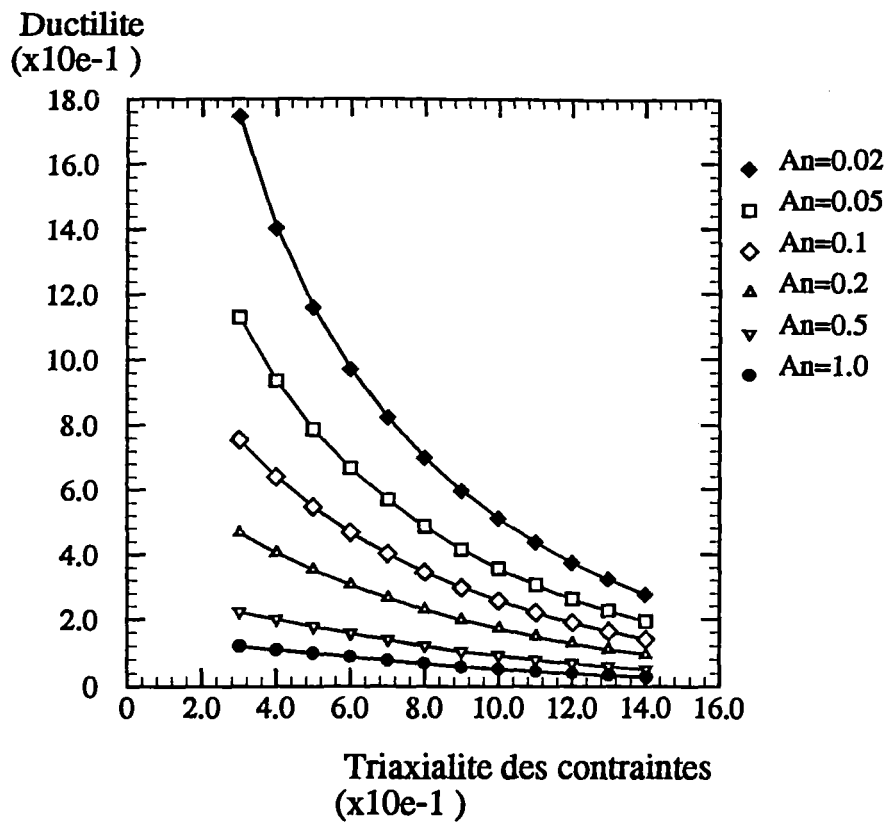


Figure (5.7): Résultats du modèle élémentaire. Variations de la ductilité en fonction du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_y}$  pour différents taux de germination.

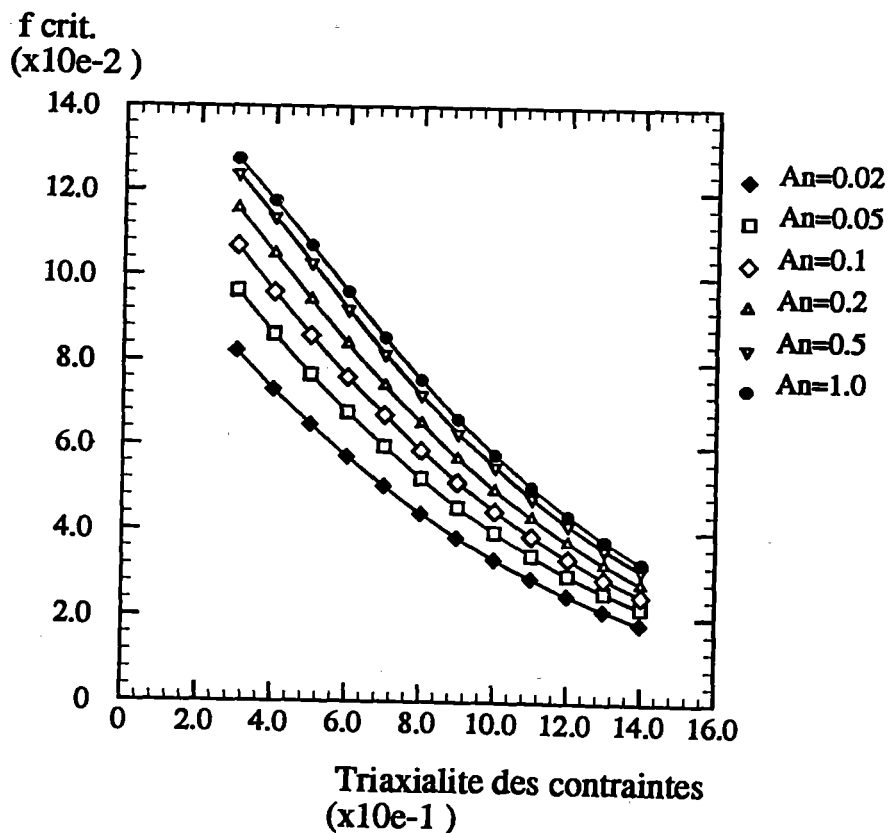


Figure (5.8): Résultats du modèle élémentaire. Variations de la porosité à rupture en fonction du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_y}$  pour différents taux de germination.

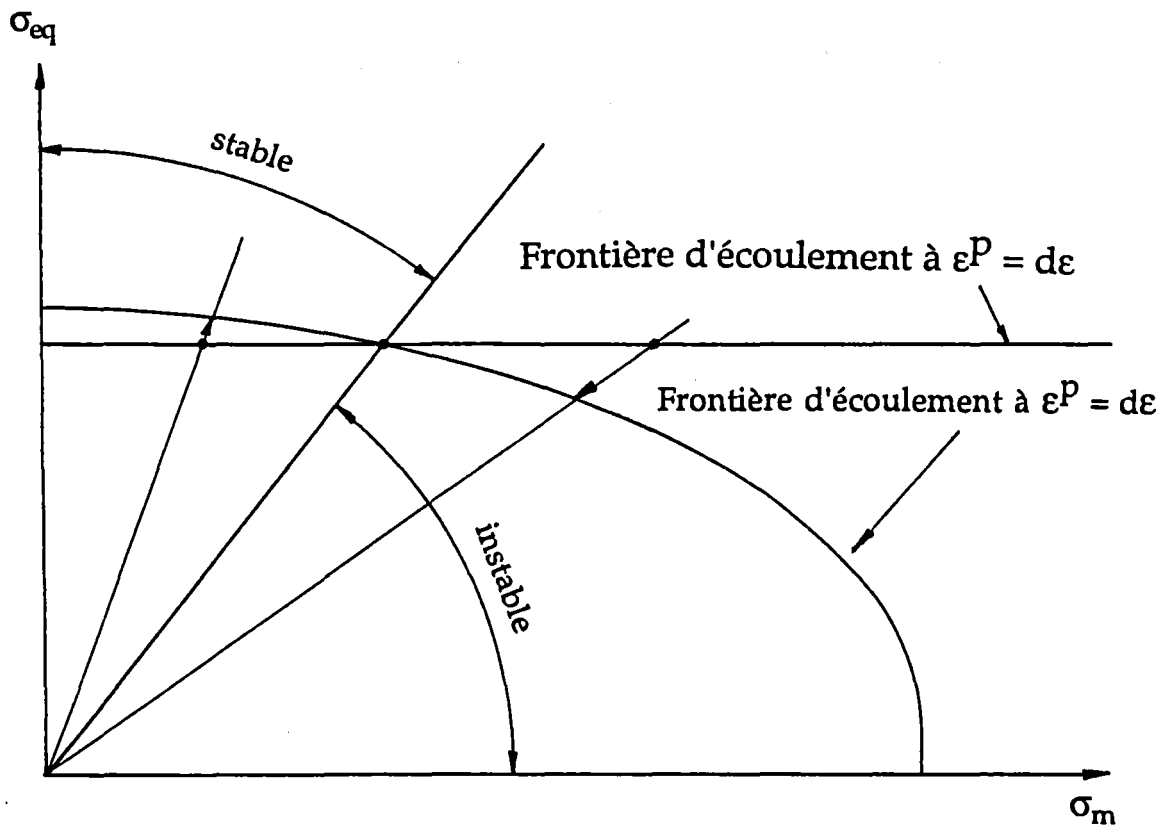


Figure (5.9): Schéma illustrant l'effet de la triaxialité des contraintes sur la stabilité d'un incrément de déformation.

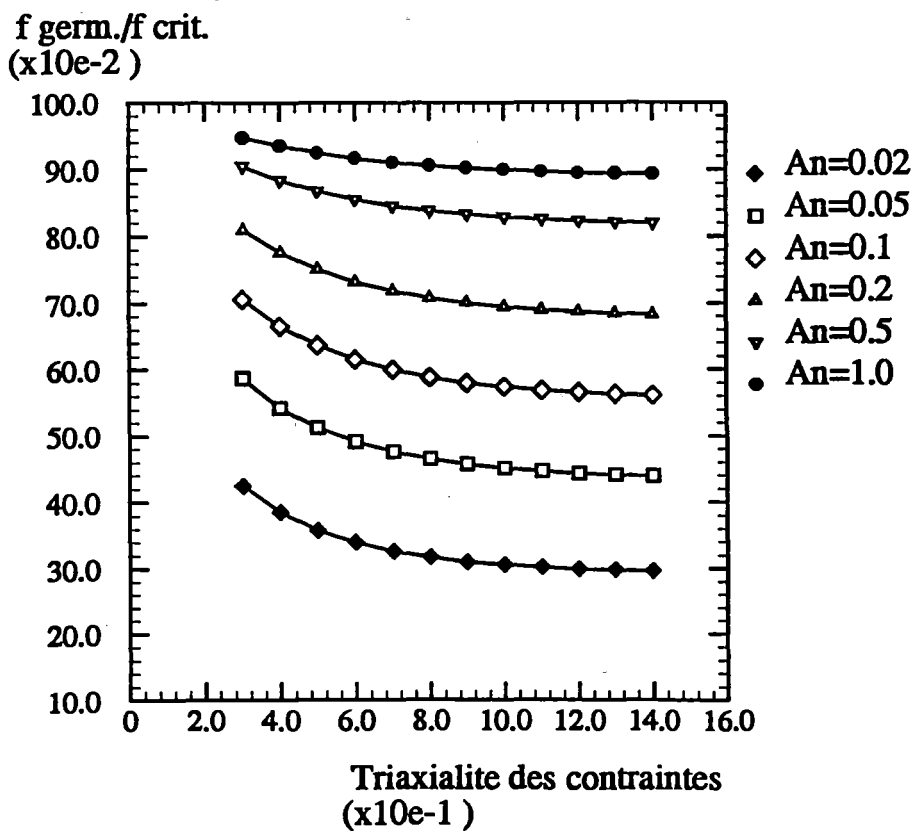
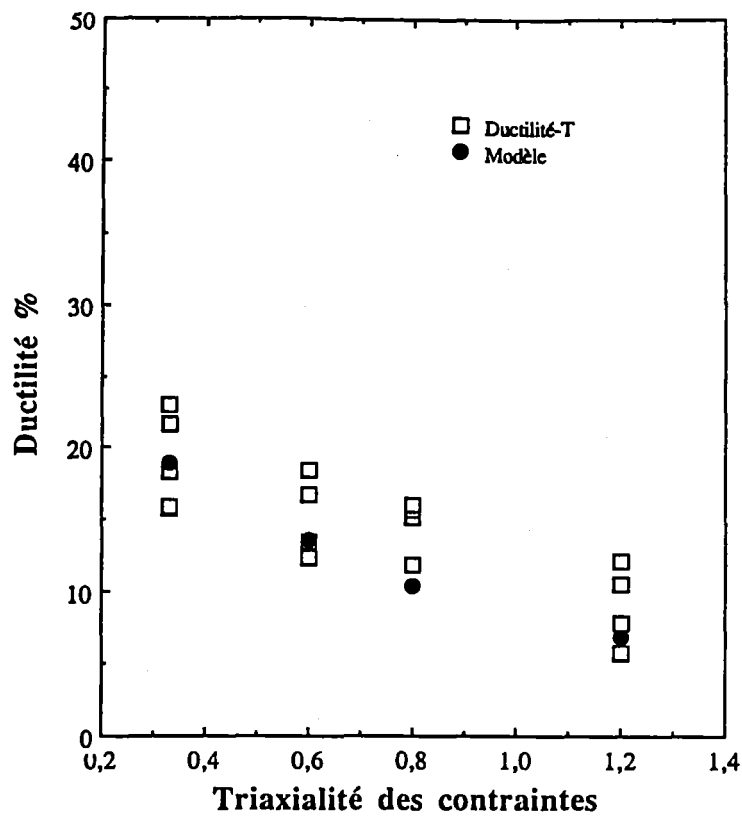
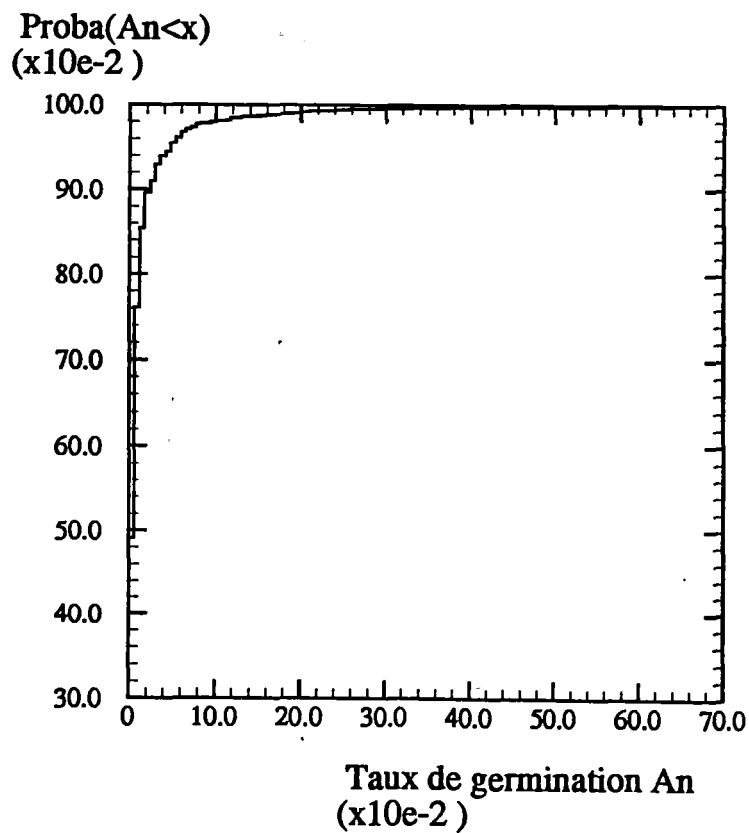


Figure (5.10): Résultats du modèle élémentaire. Variations de la fraction de la porosité apparue par germination en fonction de la triaxialité pour différents taux de triaxialité.



**Figure (5.11):** Variation de la ductilité d'un volume élémentaire ayant un taux de germination  $A_n = 0,6$  avec la triaxialité des contraintes; comparaison avec les résultats expérimentaux de l'alliage Y4331 à 20°C dans le sens T.



**Figure (5.12):** Fonction de répartition du taux de germination défini à l'intérieur de chaque cellule de Voronoi par  $\frac{G}{S_i \epsilon_{eq}^p}$  déterminée sur l'échantillon N° 2G.

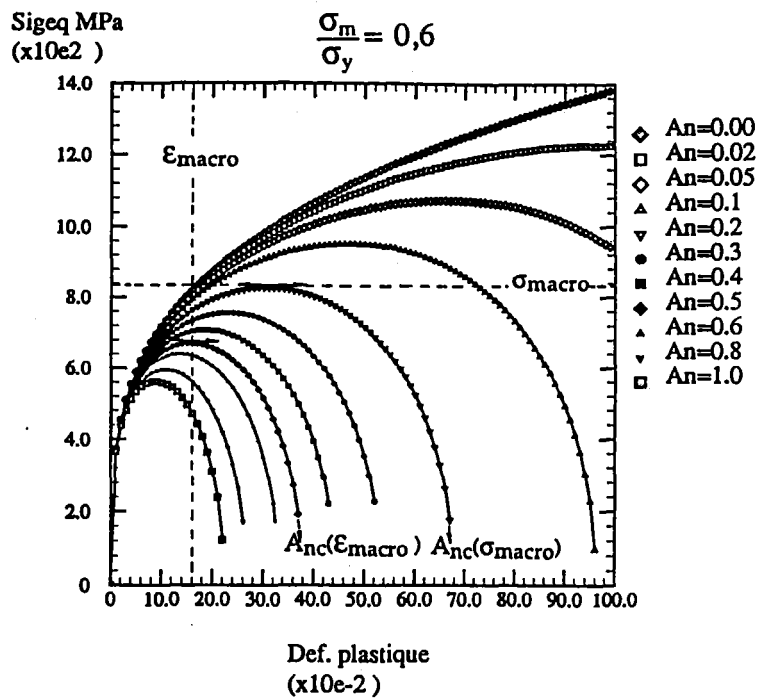


Figure (5.13): Exemple de courbe de comportement macroscopique et locale avec différents taux de germination, et illustration de la recherche du maximum passant par la contrainte ou par la déformation macroscopique.

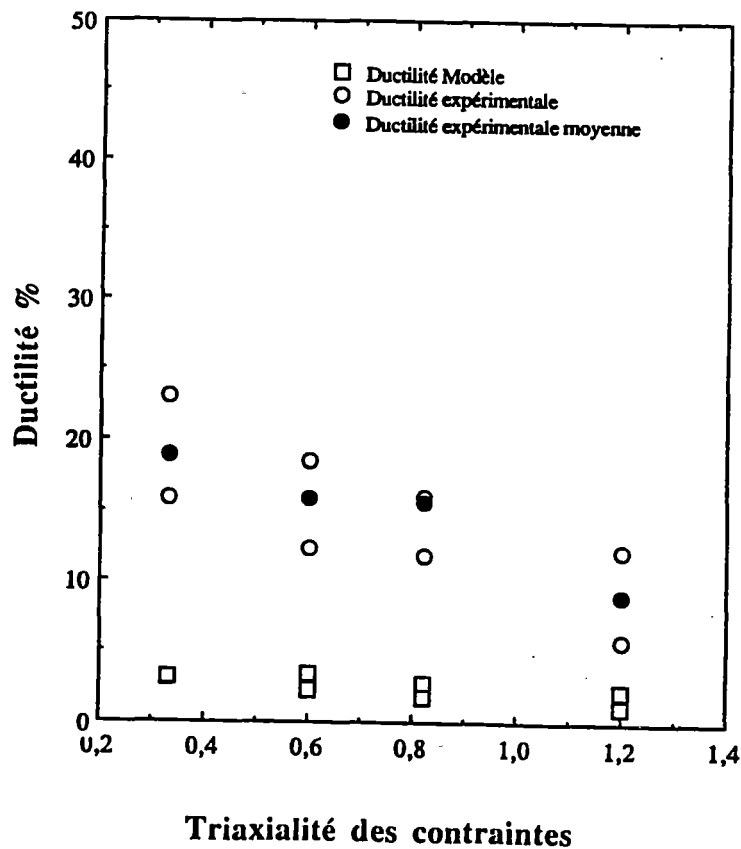
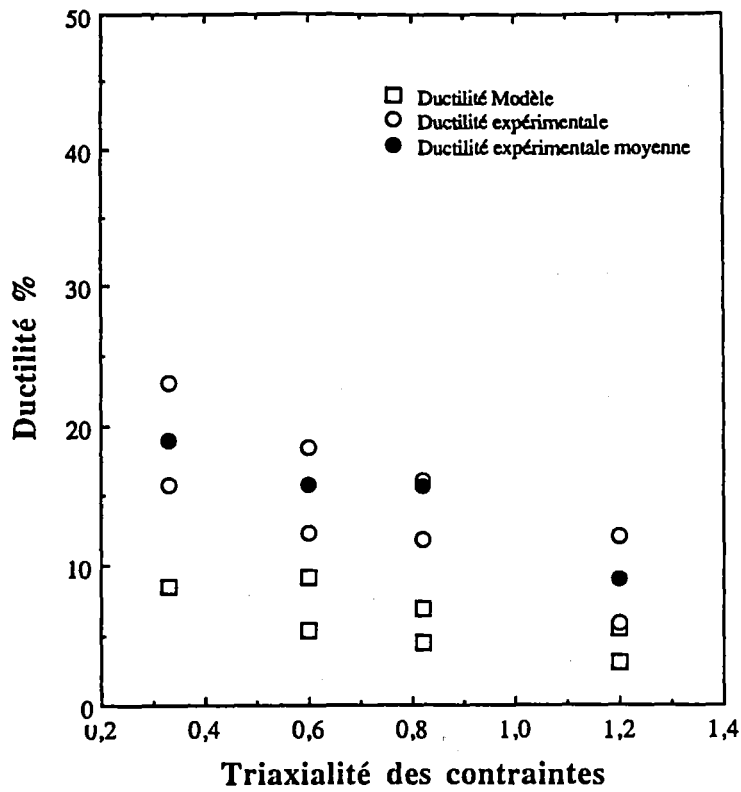
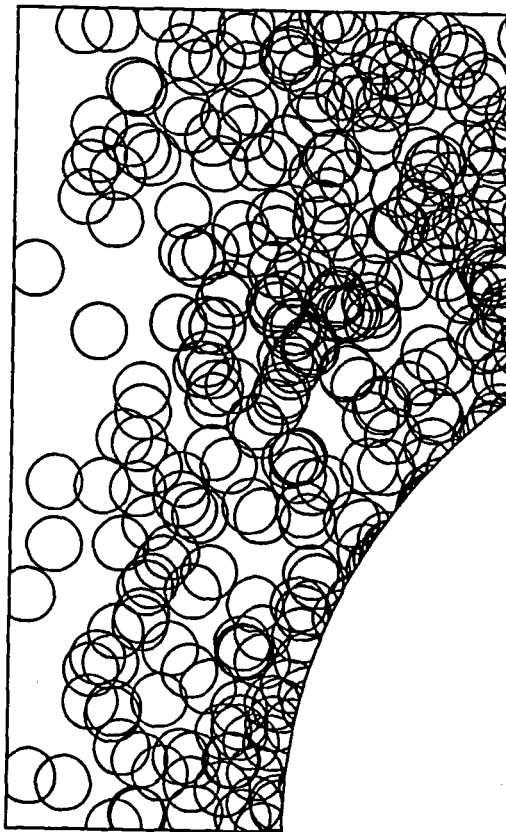


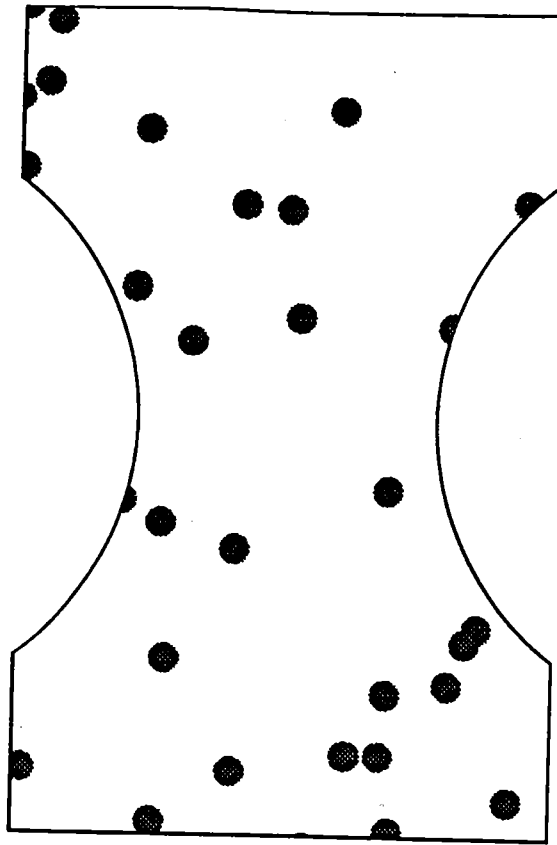
Figure (5.14): Résultats du modèle statistique; hypothèse de Sachs. Variation de la ductilité (la bande de dispersion représente l'intervalle  $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à 20°C suivant l'axe T).



**Figure (5.15):** Résultats du modèle statistique; hypothèse de Taylor. Variation de la ductilité (la bande de dispersion représente l'intervalle  $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à 20°C suivant l'axe T).

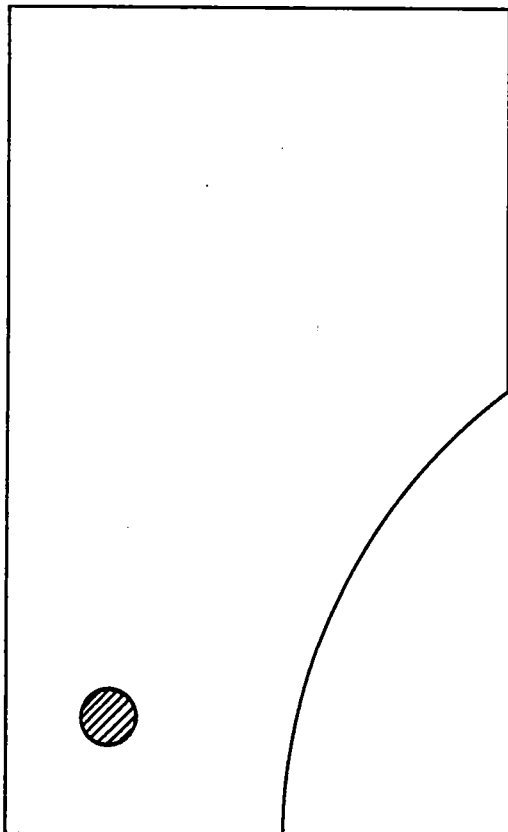


**Figure (5.16):** Exemple de la position dans un plan méridien d'une éprouvette AE10, d'amas sphériques de diamètre 1 mm, tirés aléatoirement avec un densité moyenne de  $57 \text{ cm}^{-3}$ .

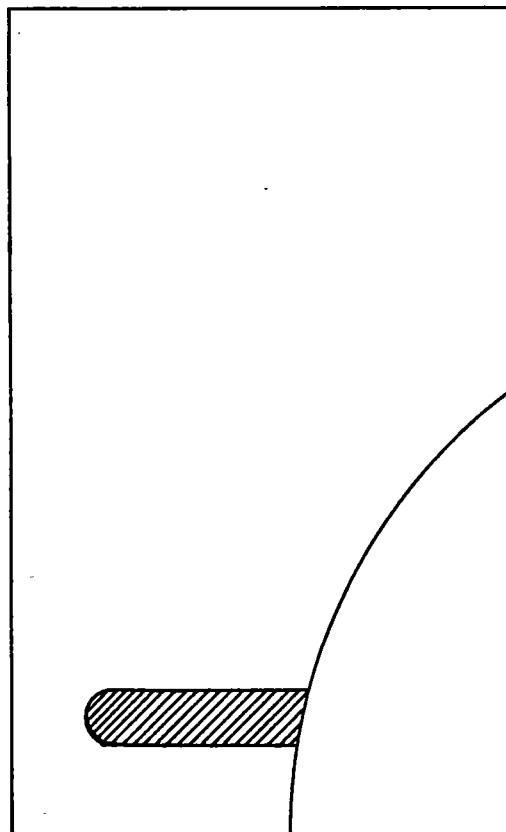


**Figure (5.17):** Exemple de la position dans le plan méridien perpendiculaire au sens R d'une éprouvette AE10, d'amas cylindriques de diamètre 1 mm, tirés aléatoirement avec un densité moyenne de  $5,7 \text{ cm}^{-2}$  dans le plan R.

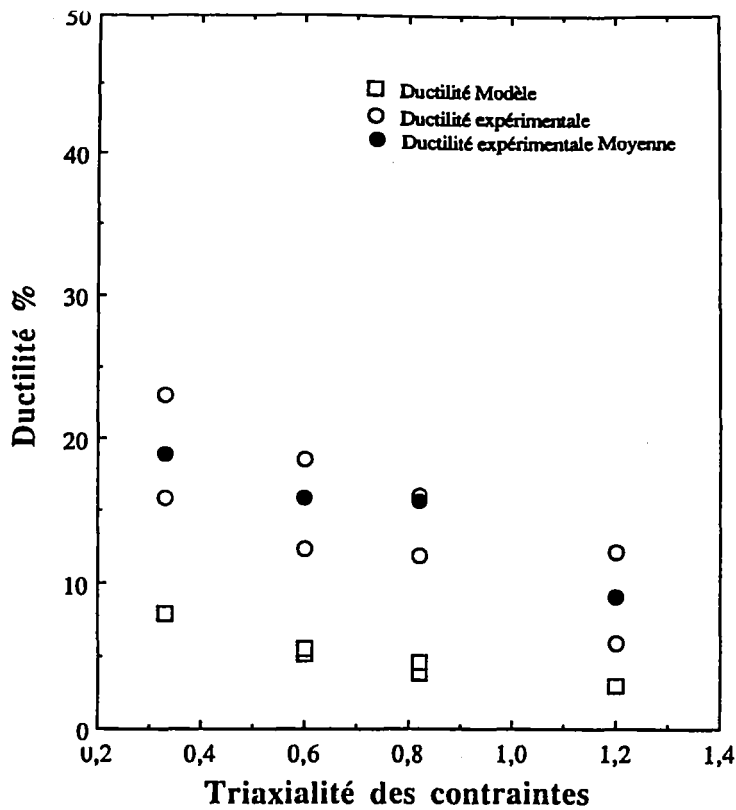
a)



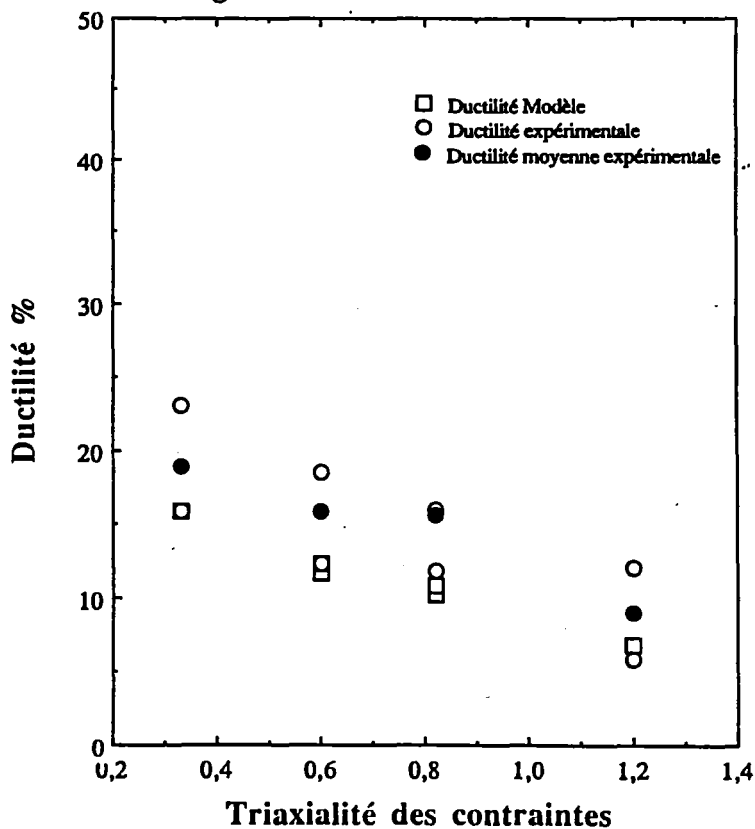
b)



**Figure (5.18):** Exemple illustrant les points de Gauss affectés par un amas: a) sphériques et b) colonnaire .

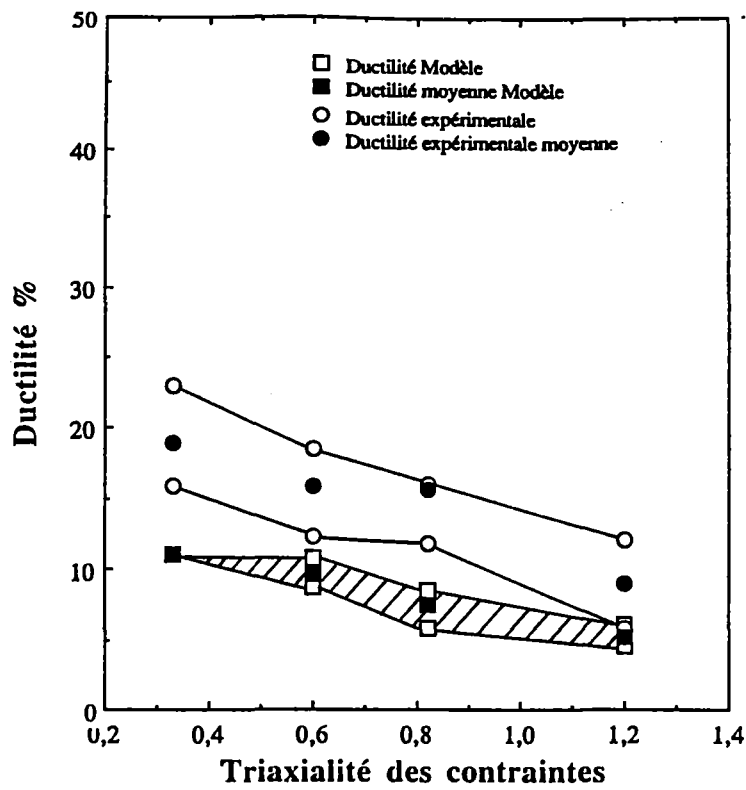


**Figure (5.19):** Résultats du modèle statistique d'amas sphériques;  $An = 0,6$  et hypothèse de Sachs. Variation de la ductilité (la bande de dispersion représente l'intervalle  $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à  $20^{\circ}\text{C}$  suivant l'axe T).

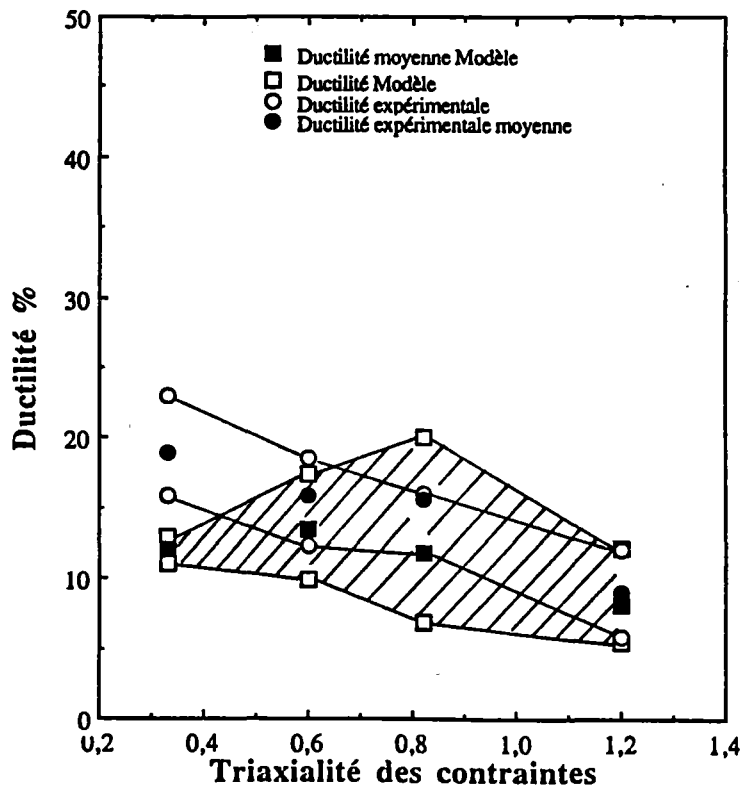


**Figure (5.20):** Résultats du modèle statistique d'amas sphériques;  $An = 0,6$  et hypothèse de Taylor. Variation de la ductilité (la bande de dispersion représente l'intervalle  $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à  $20^{\circ}\text{C}$  suivant l'axe T).



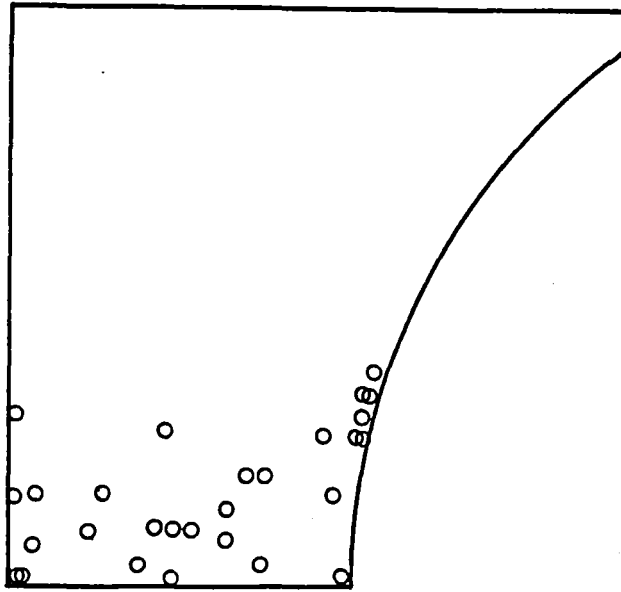


**Figure (5.21):** Résultats du modèle statistique d'amas sphériques; An aléatoire et hypothèse de Taylor. Variation de la ductilité moyenne et de la bande de dispersion ( $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à 20°C suivant l'axe T).

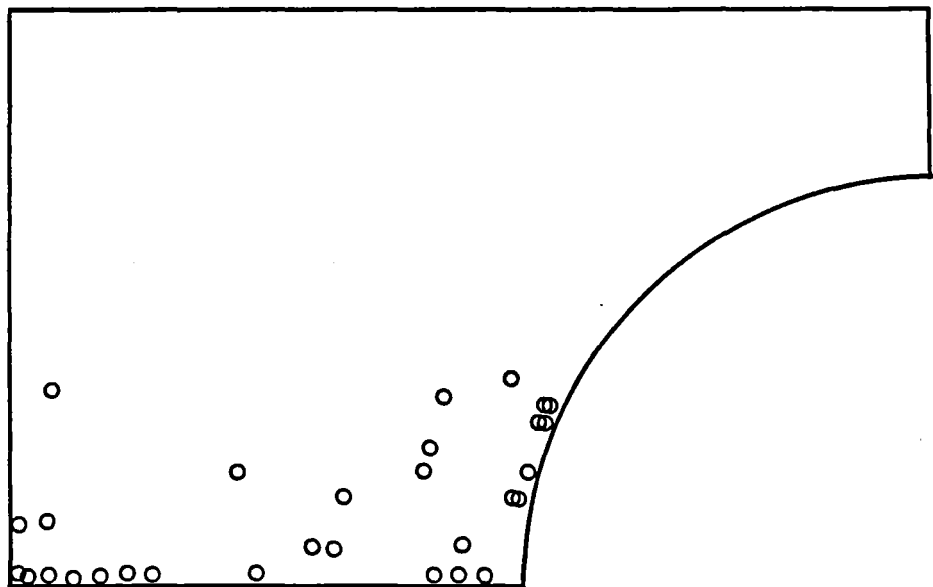


**Figure (5.22):** Résultats du modèle statistique d'amas colonnaires; An aléatoire et hypothèse de Taylor. Variation de la ductilité moyenne et de la bande de dispersion ( $0,1 < PR < 0,9$ ), avec la triaxialité des contraintes, et comparaison avec les résultats expérimentaux (Alliage Y4331 à 20°C suivant l'axe T).

a)

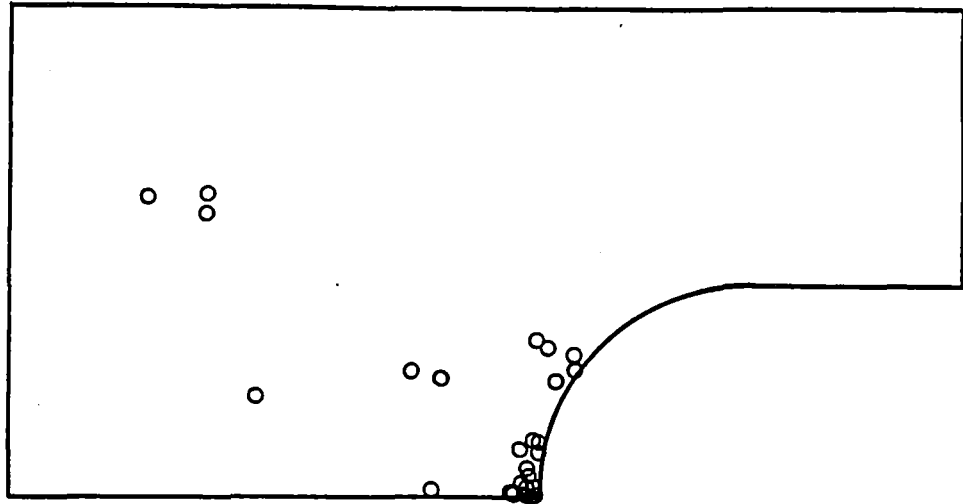


b)

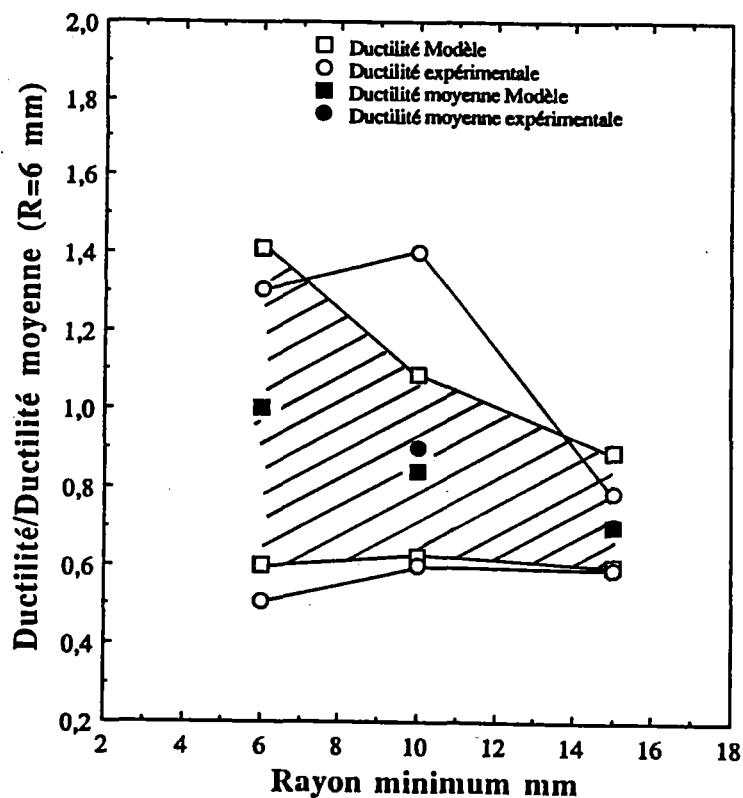


**Figure (5.23):** Résultats du modèle statistique d'amas colonnaires; An aléatoire et hypothèse de Taylor. Position des points d'amorçage par simulation (a) dans les éprouvettes AE10, (b) dans les éprouvettes AE4,

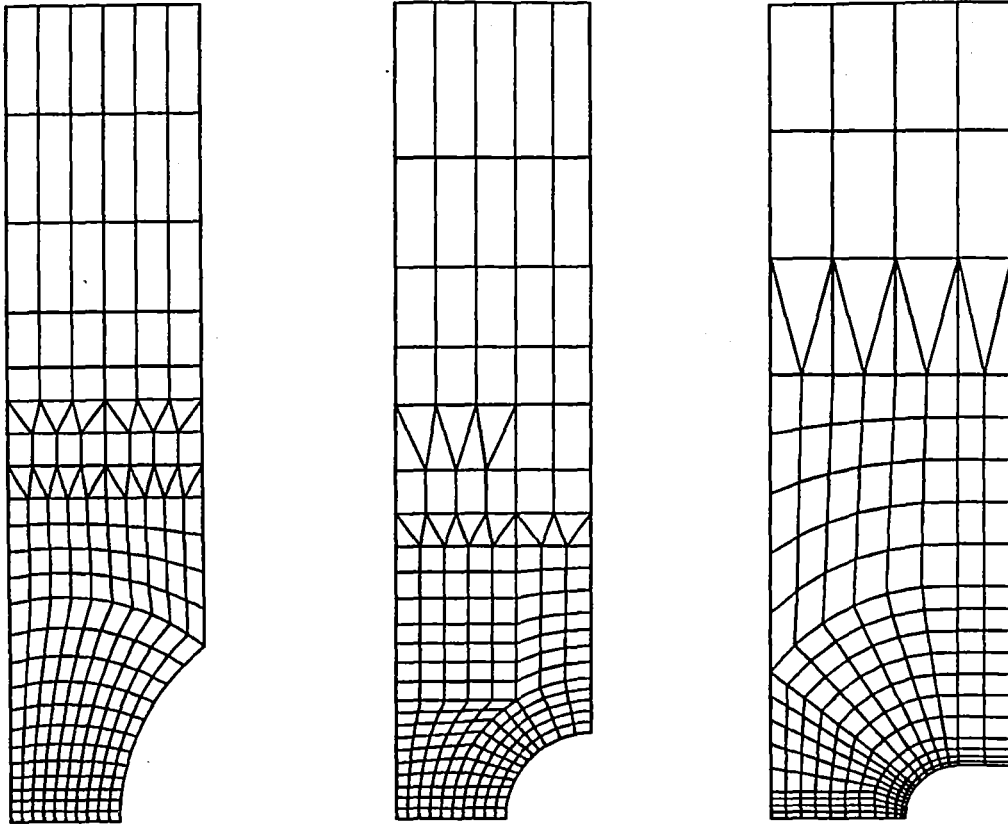
c)



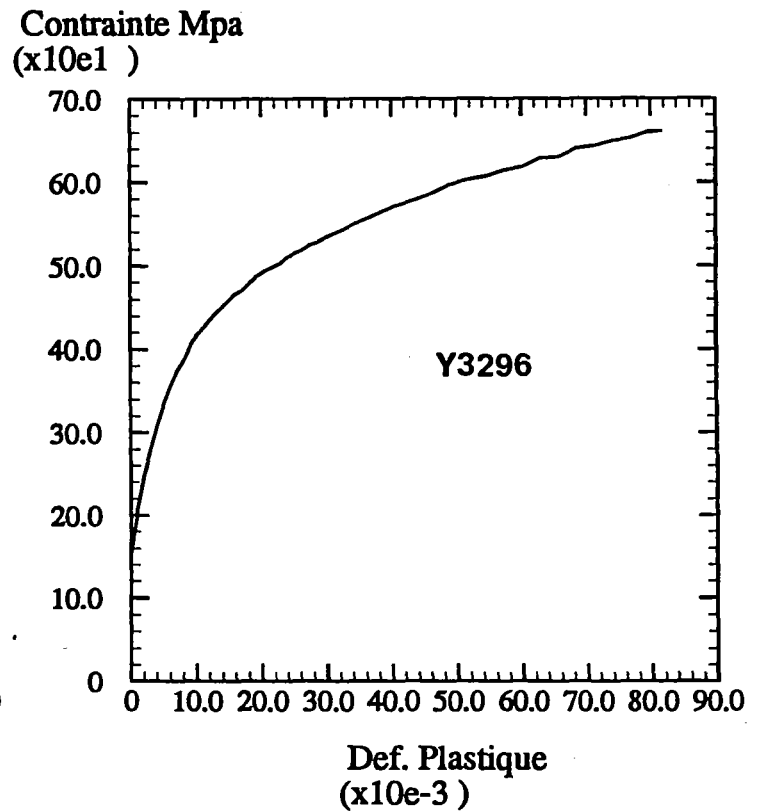
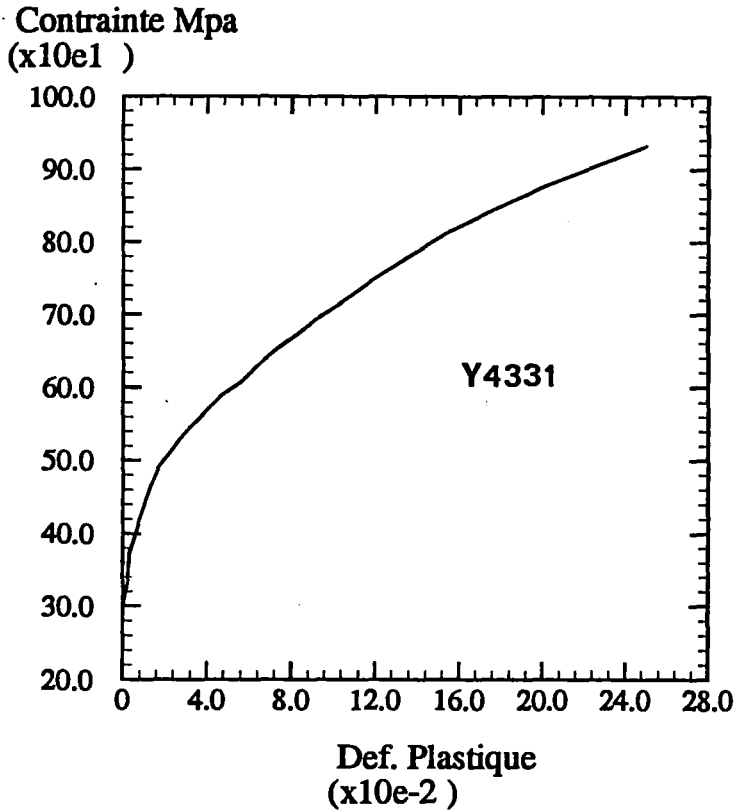
**Figure (5.23) (c):** Résultats du modèle statistique d'amas colonnaires; An aléatoire et hypothèse de Taylor. Position des points d'amorçage par simulation dans les éprouvettes AE2



**Figure (5.24):** Résultats du modèle statistique d'amas colonnaires; An aléatoire et hypothèse de Taylor, pour des éprouvettes homothétiques de type AE10. Variation de la ductilité moyenne et de la bande de dispersion ( $0,1 < PR < 0,9$ ), avec le rayon minimum de l'éprouvette. Comparaison avec les données expérimentales (Alliage Y4331 à 20°C, suivant le sens L).

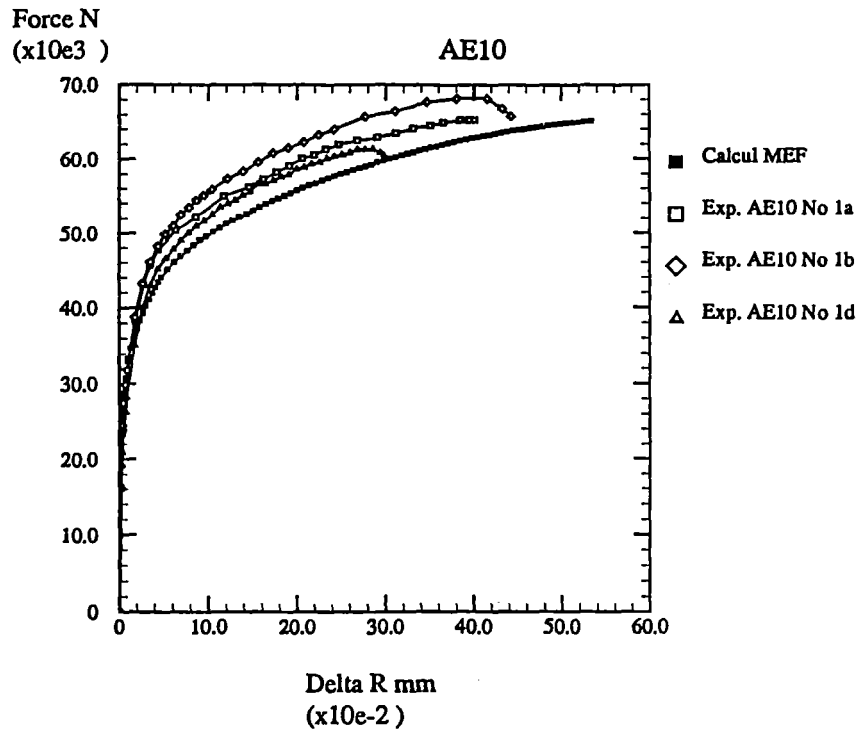


**Figure (A1.1):** Maillages des éprouvettes entaillées. (a) éprouvette AE10; (b) éprouvette AE4; (c) éprouvette AE2.

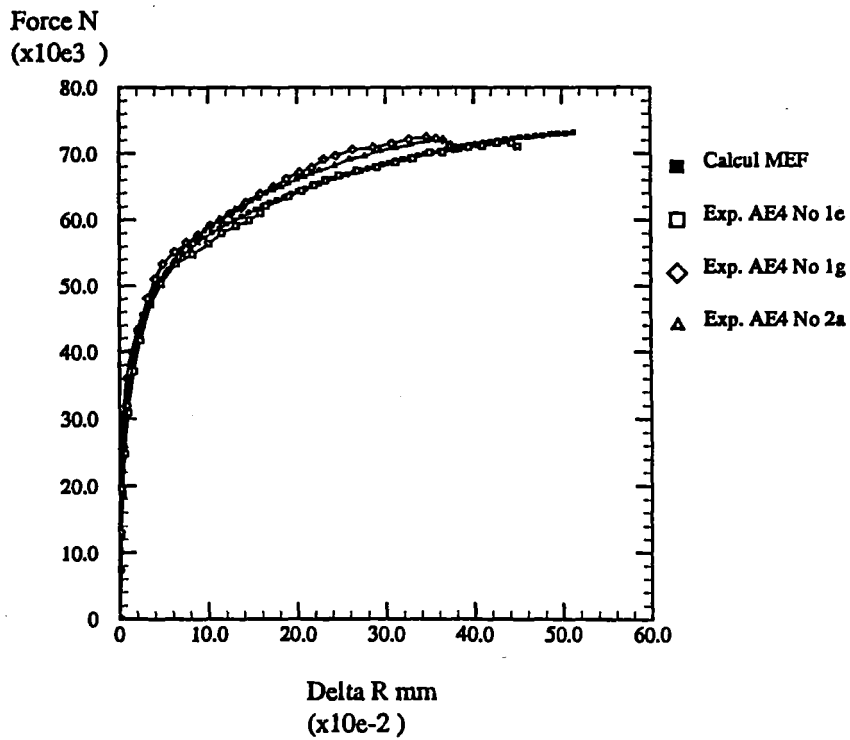


**Figure (A1.2):** Courbes de traction rationnelles, pour l'alliage Y4331 à 20°C et pour l'alliage Y3296 à 320°C.

a)

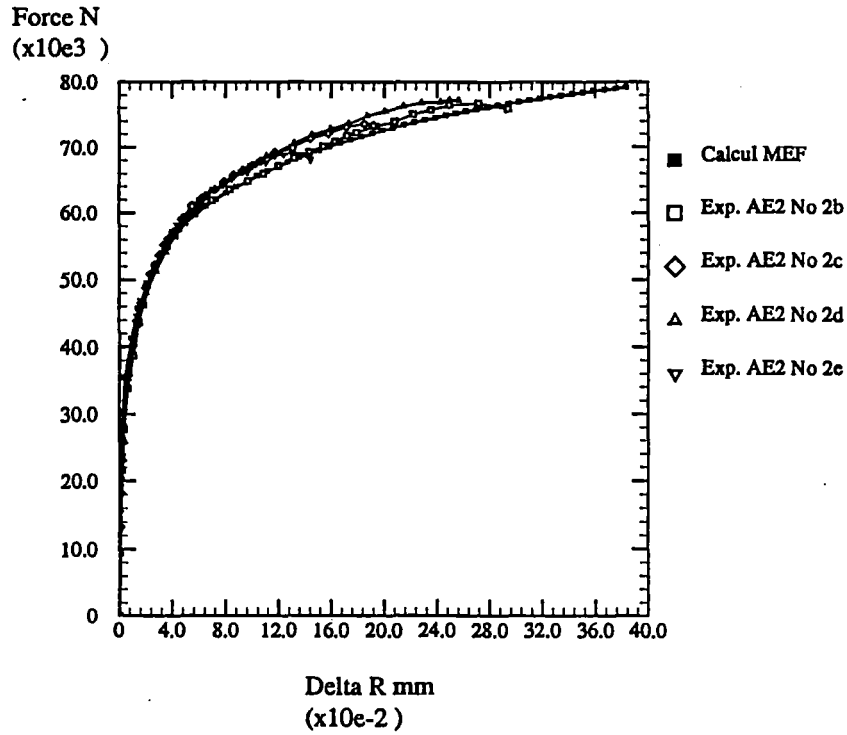


b)

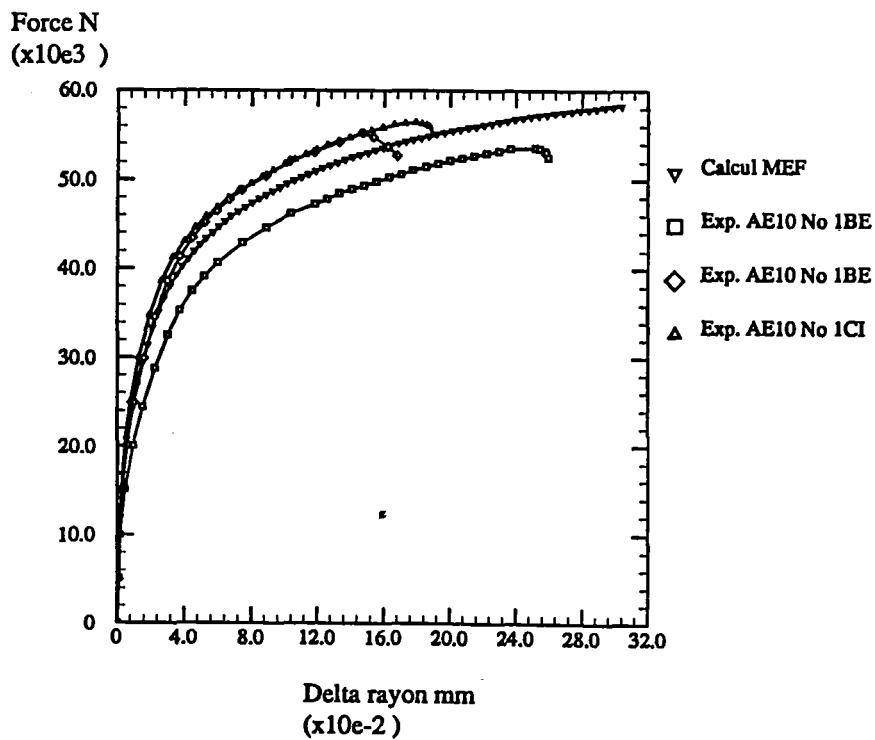


**Figure (A1.3):** Courbes charge/contraction diamétrale, expérimentales, et résultat du calcul par la MEF: (a) alliage Y4331 éprouvette AE10; (b) alliage Y4331, éprouvette AE4.

c)

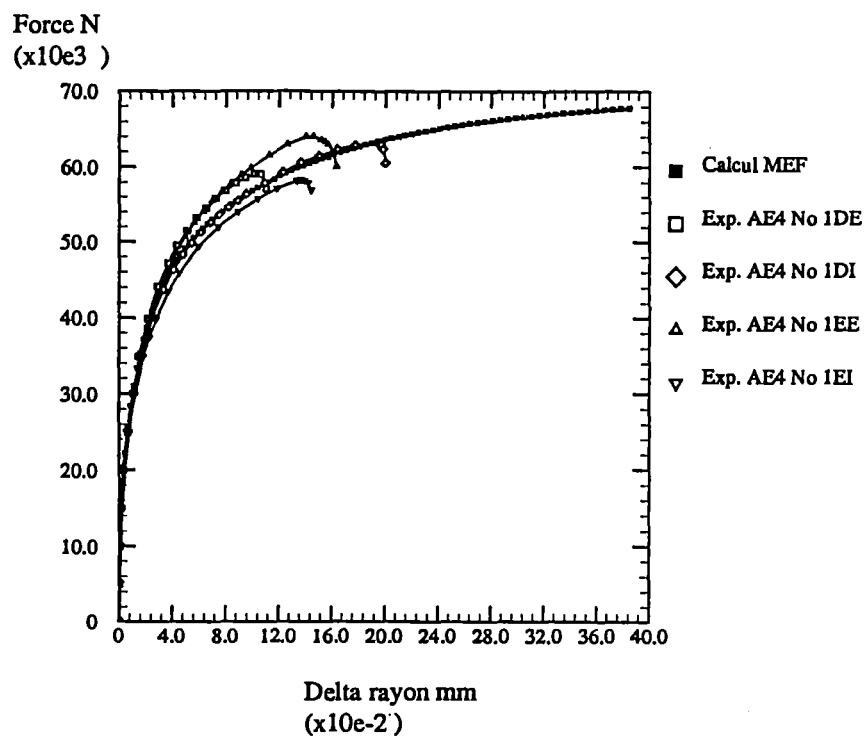


d)

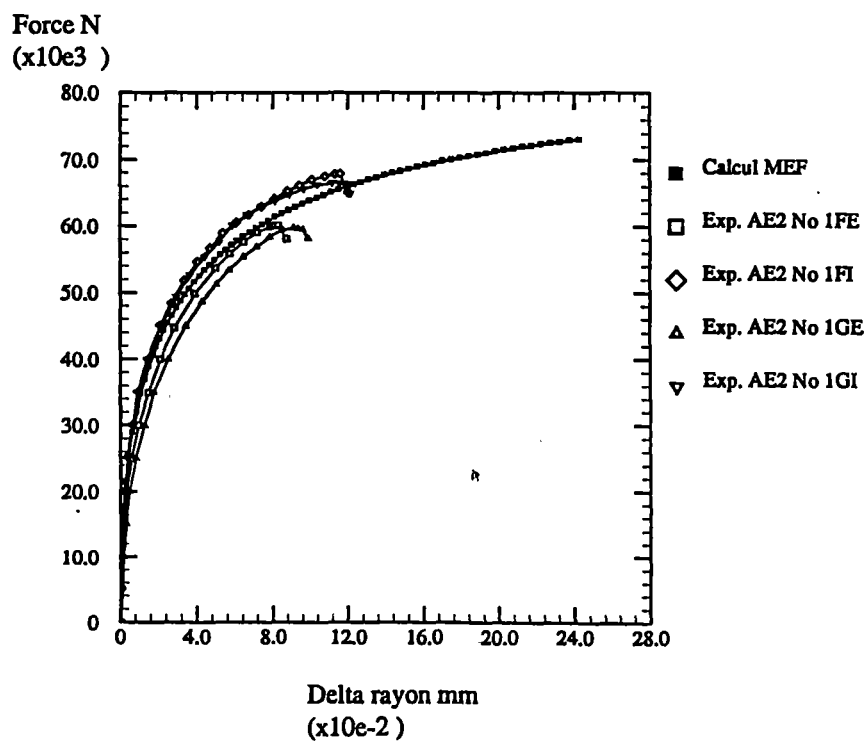


**Figure (A1.3):** Courbes charge/contraction diamétrale, expérimentales, et résultat du calcul par la MEF: (c) alliage Y4331 éprouvette AE2; (d) alliage Y3296, éprouvette AE10.

f)



g)



**Figure (A1.3):** Courbes charge/contraction diamétrale, expérimentale, et résultat du calcul par la MEF: (f) alliage Y3296 éprouvette AE4; (g) alliage Y3296, éprouvette AE2.

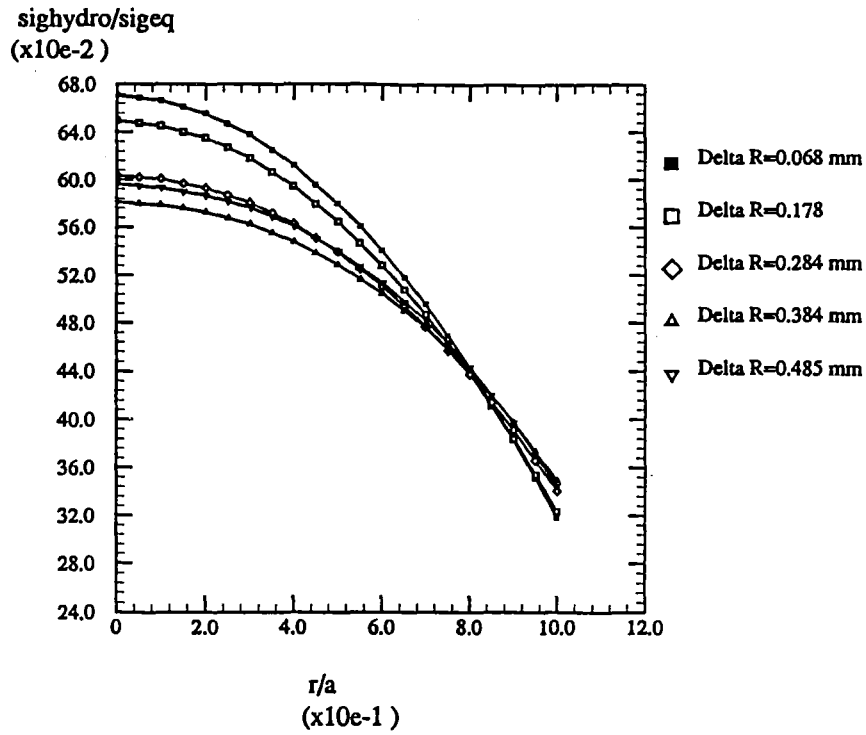


Figure (A1.4) (a): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.

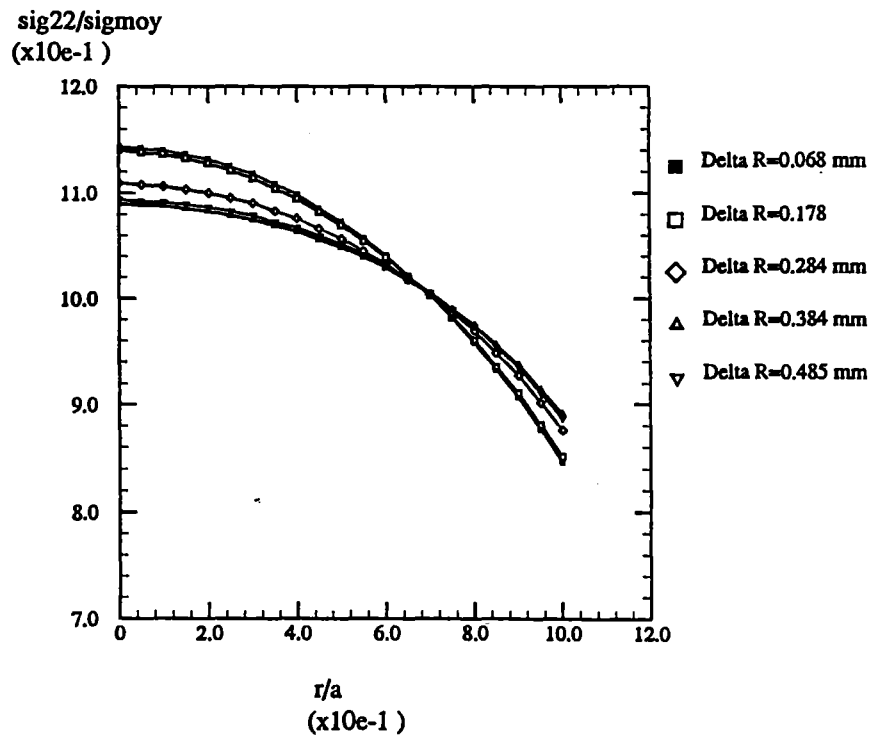


Figure (A1.4) (b): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.



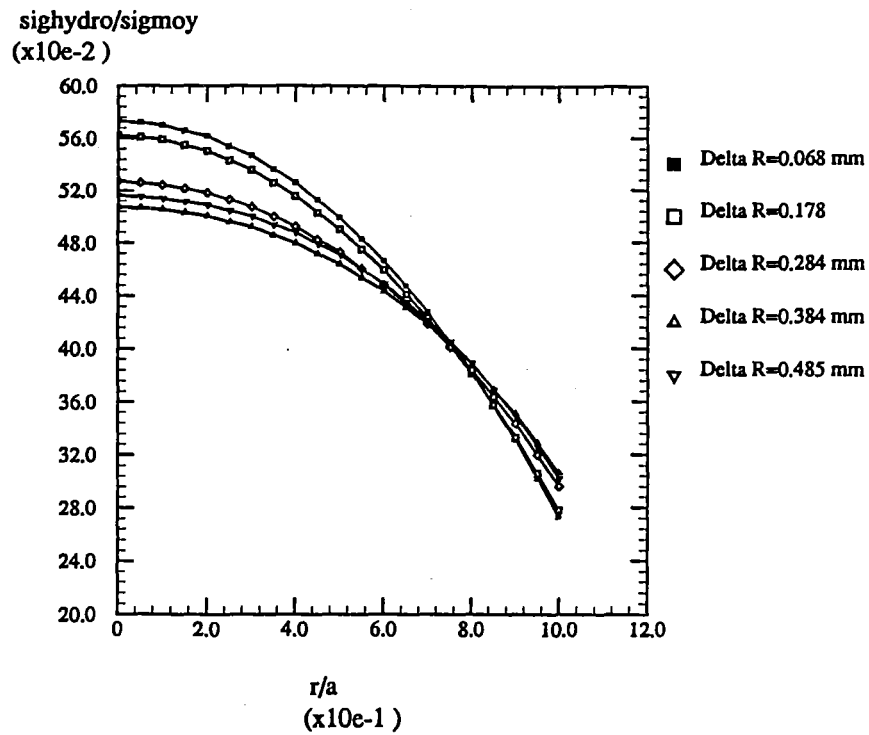


Figure (A1.4) (c): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.

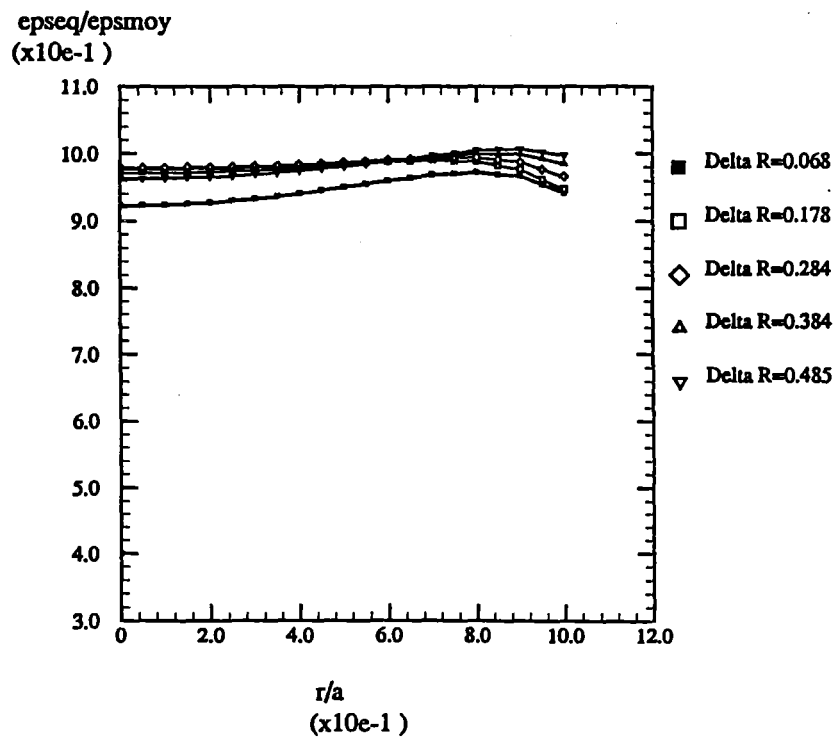
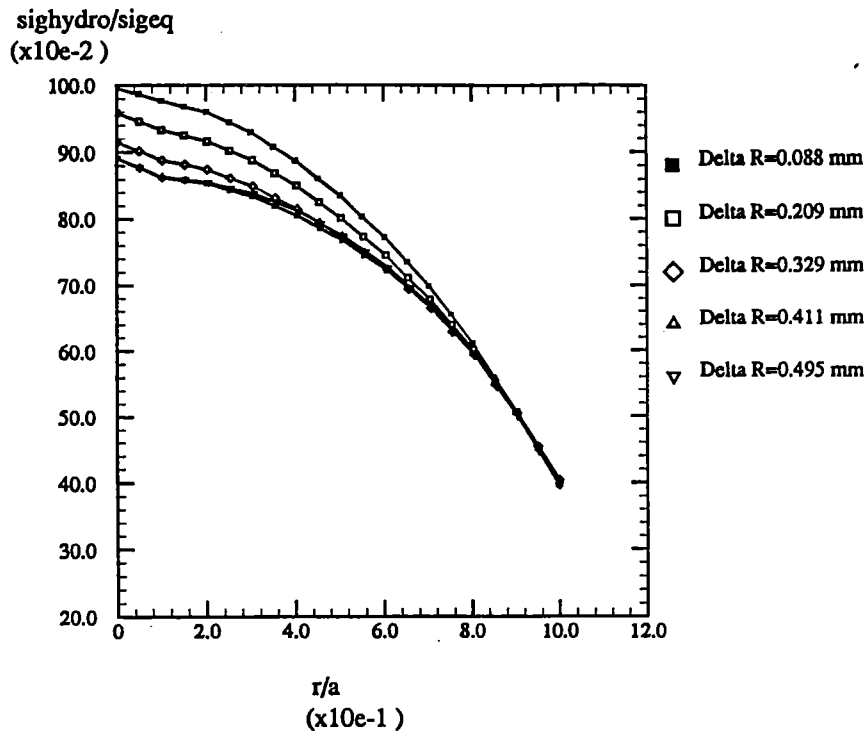
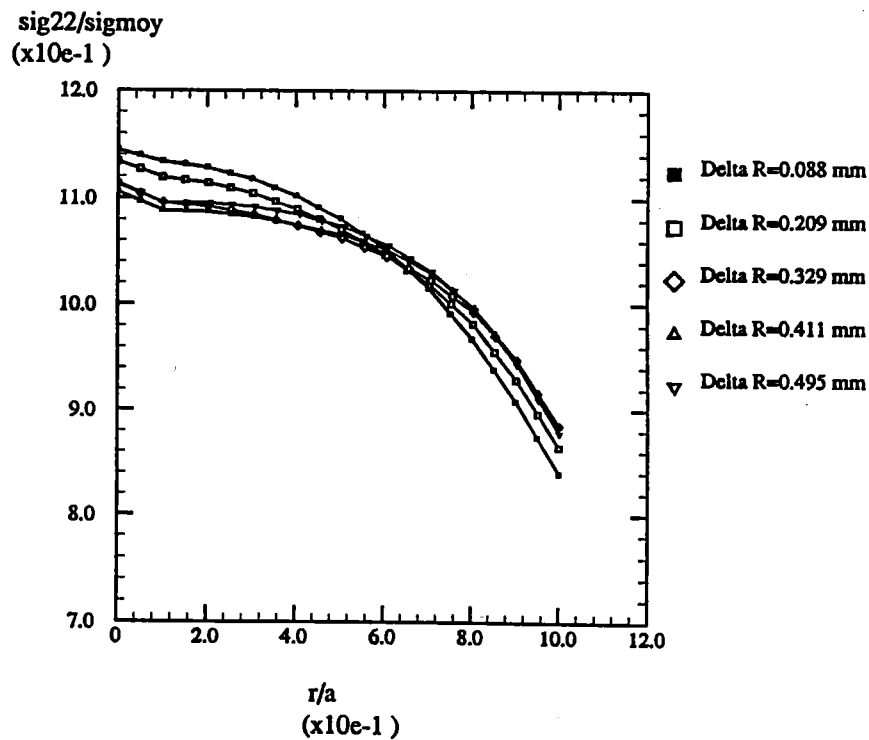


Figure (A1.4) (d): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.4) (e):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.4) (f):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.

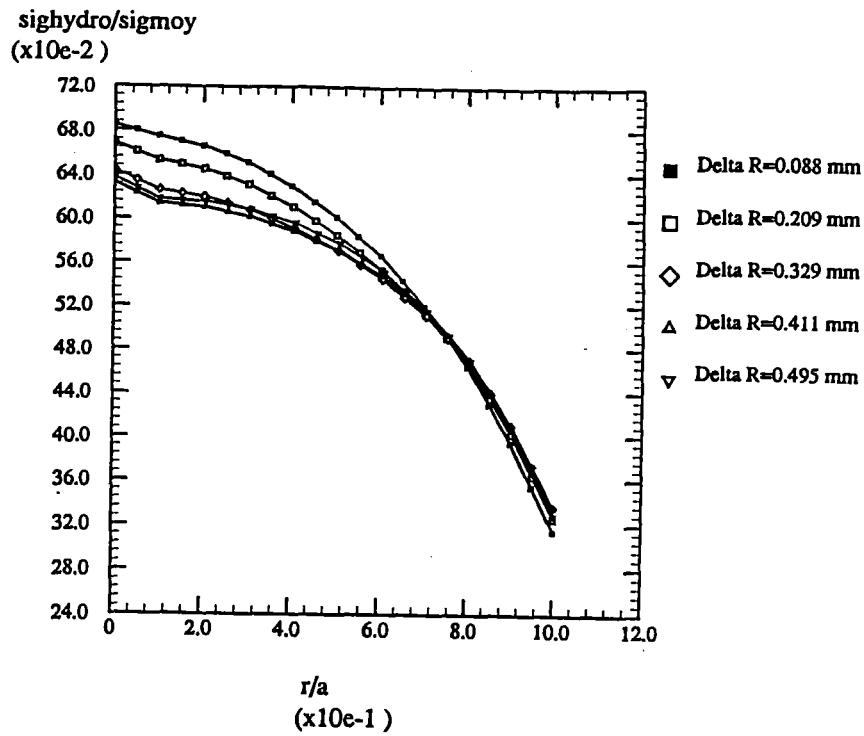


Figure (A1.4) (g): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.

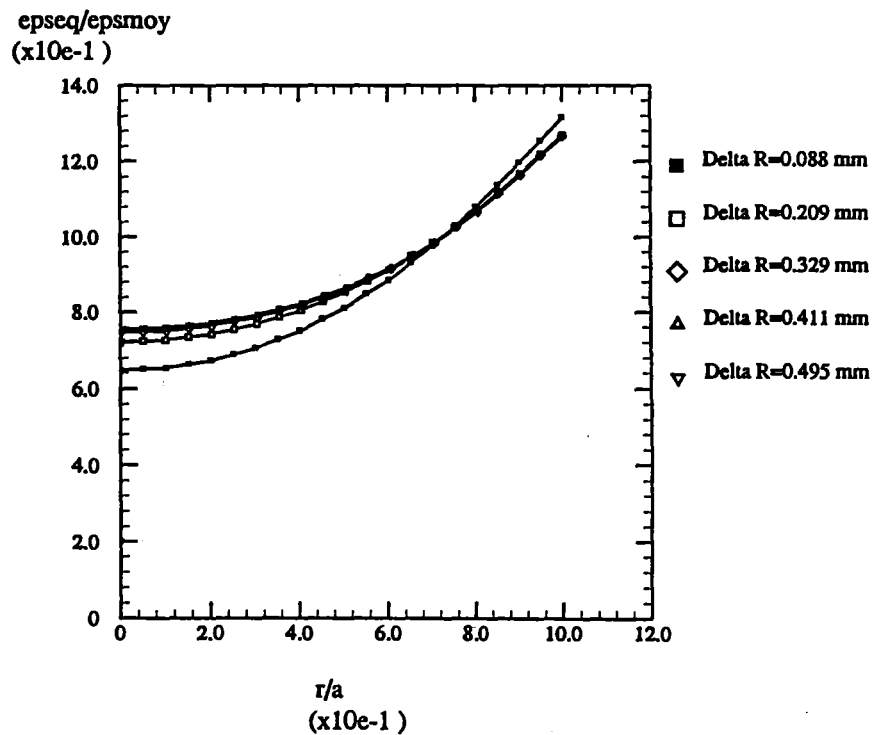
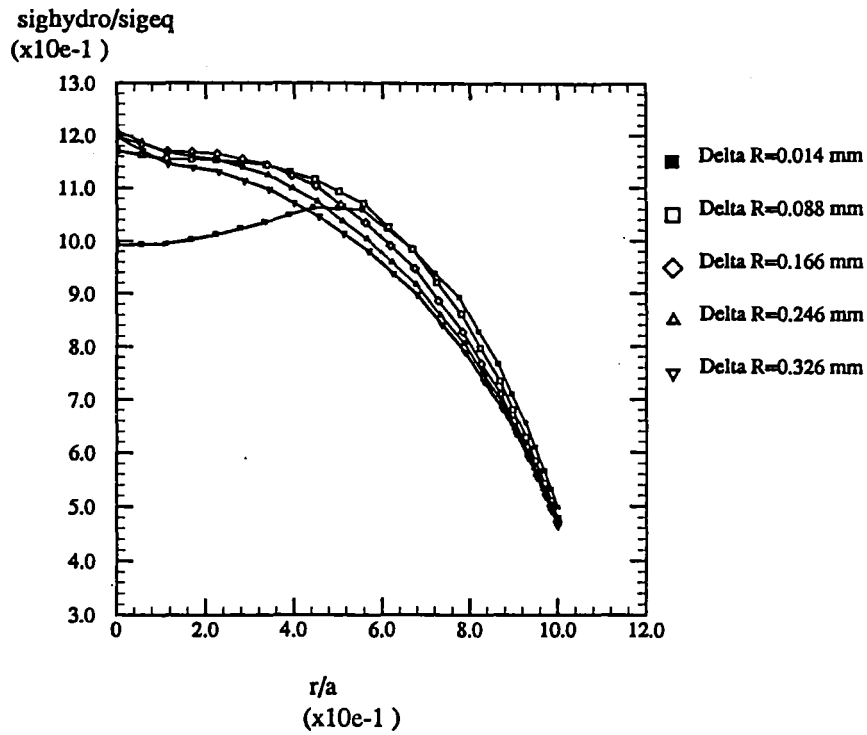
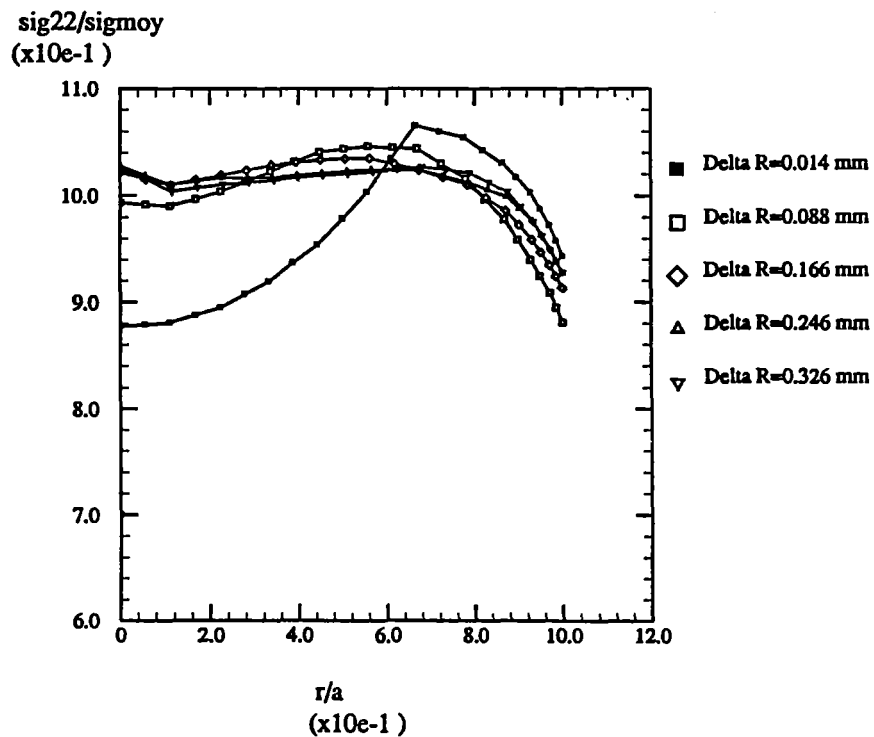


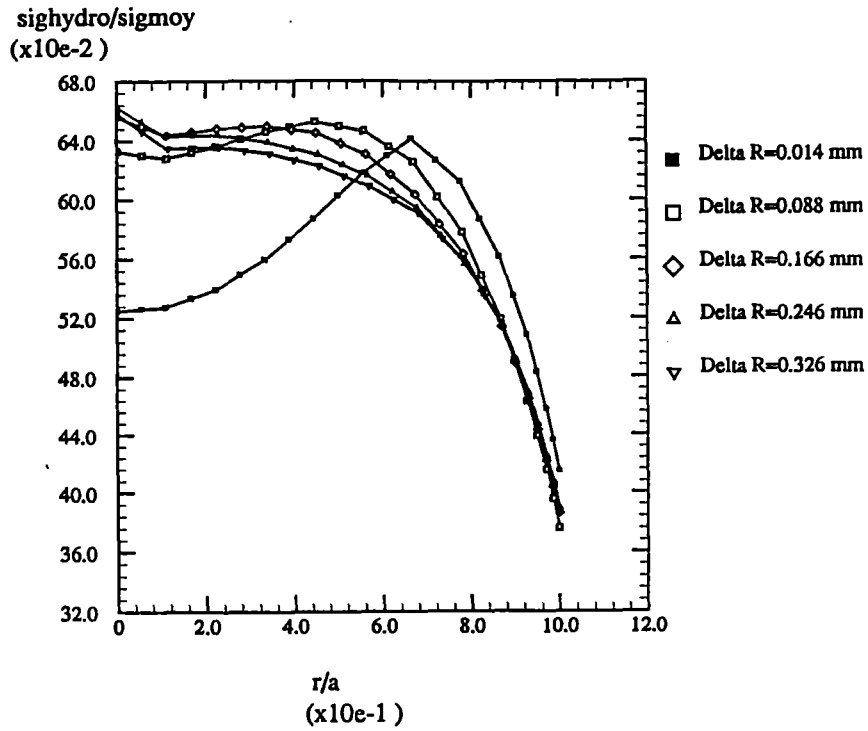
Figure (A1.4) (h): Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.



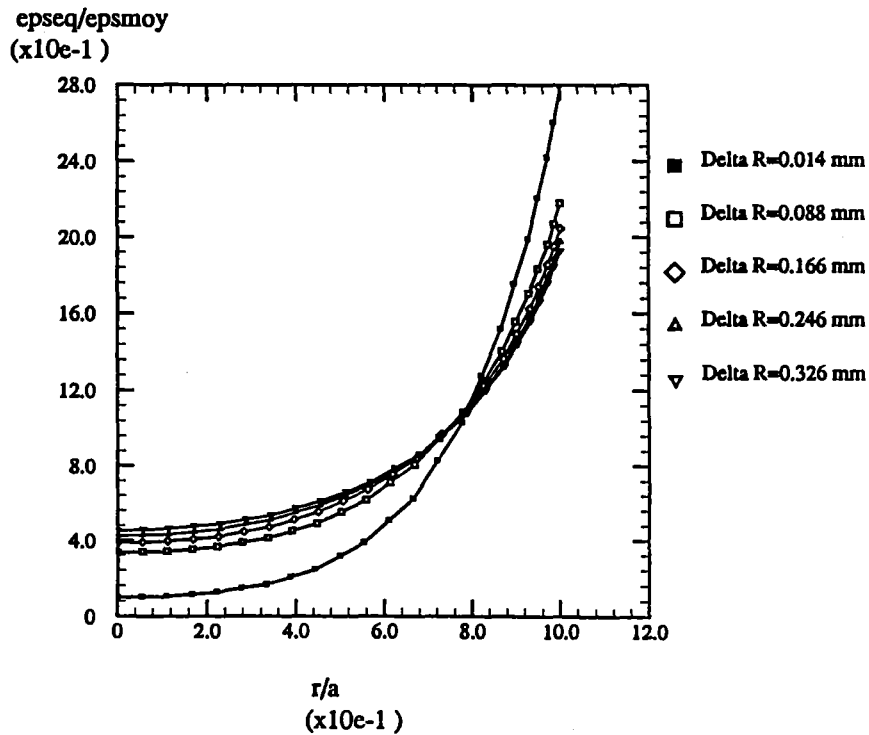
**Figure (A1.4) (i):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.4) (j):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.4) (k):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.4) (l):** Alliage Y4331 à 20°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.

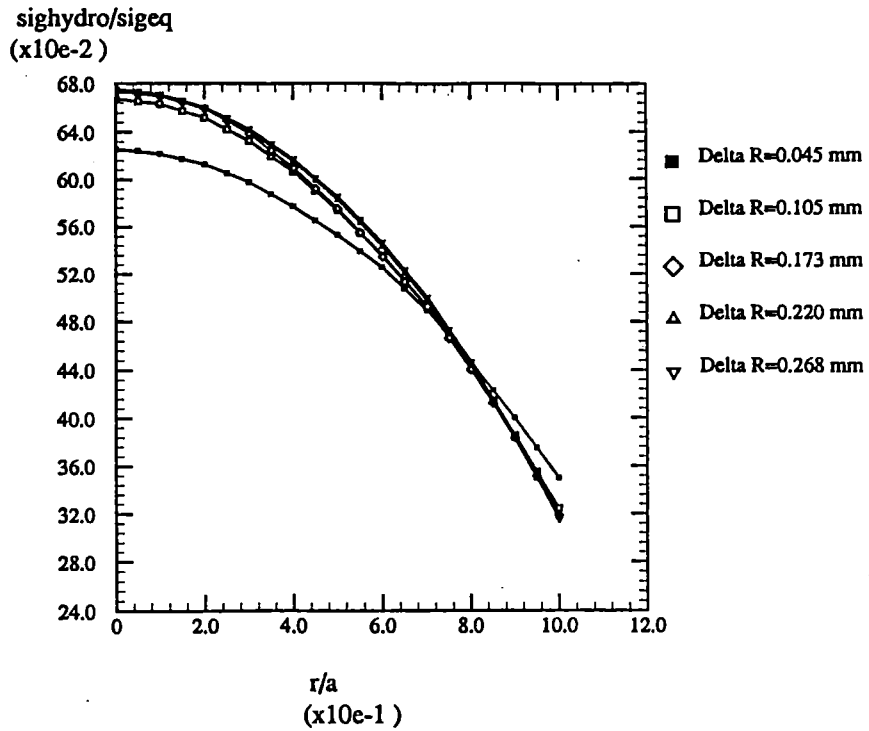


Figure (A1.5) (a): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.

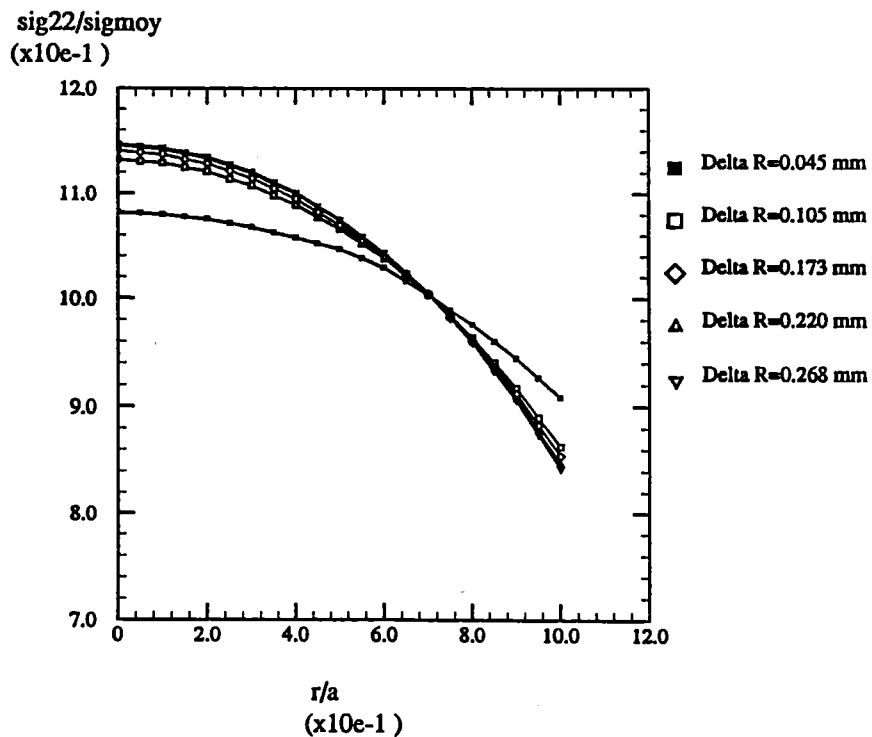


Figure (A1.5) (b): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.

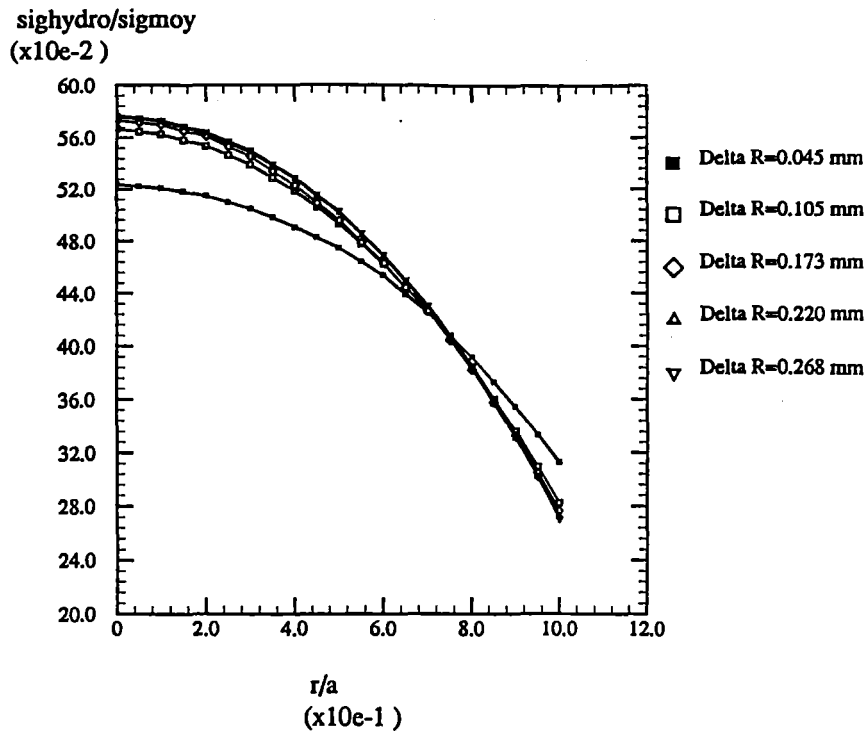


Figure (A1.5) (c): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.

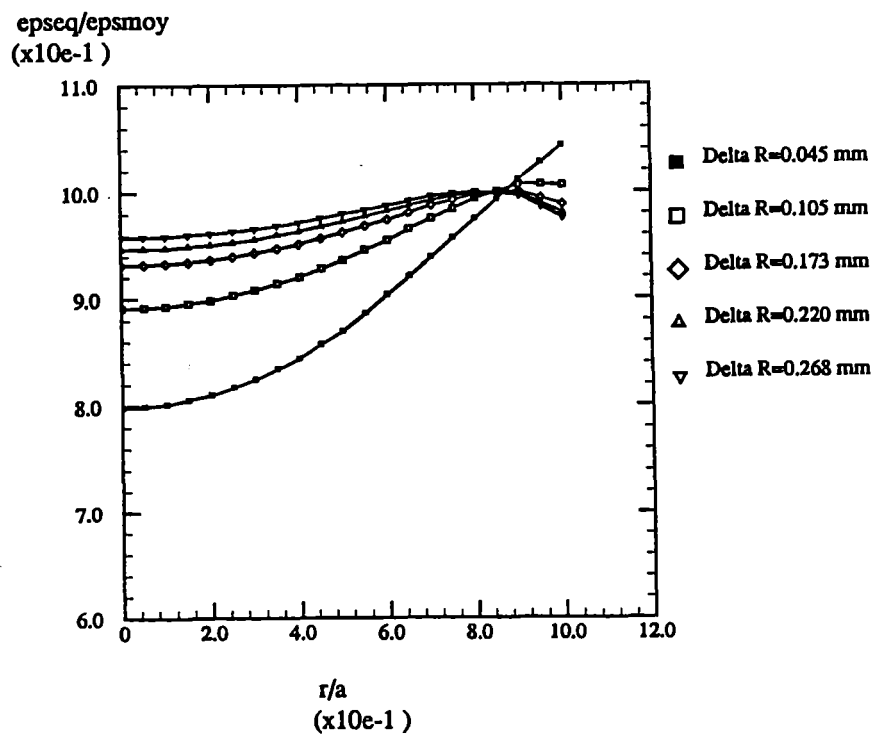
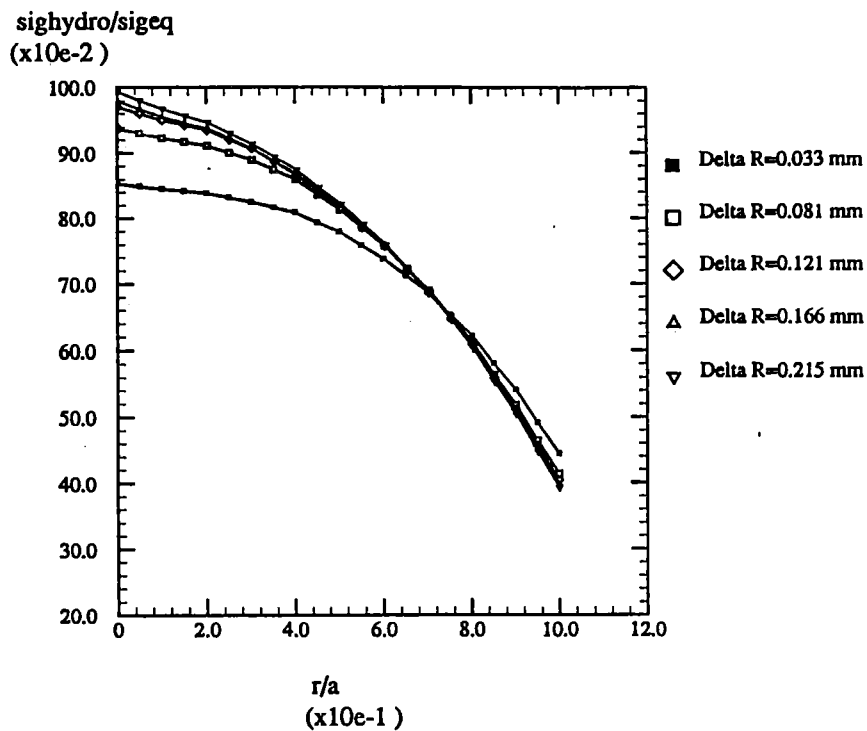
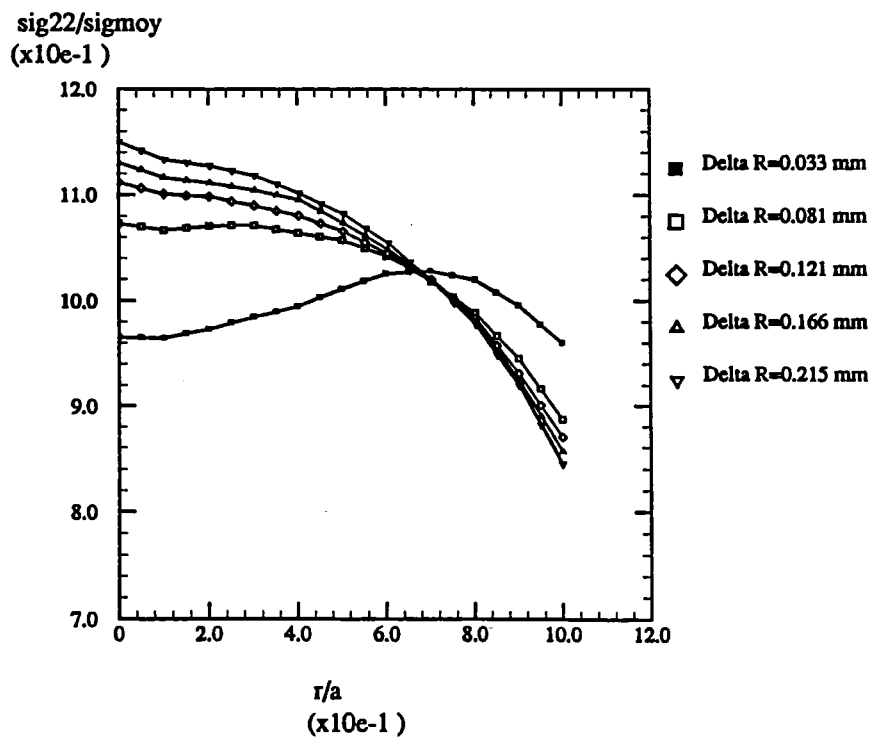


Figure (A1.5) (d): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE10, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.5) (e):** Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.



**Figure (A1.5) (f):** Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.



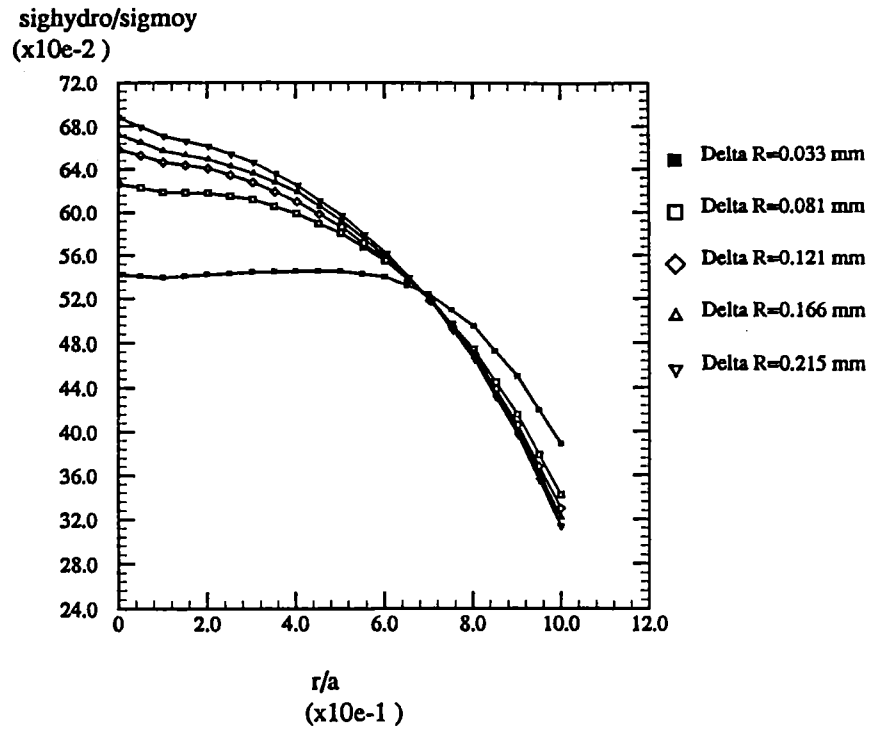


Figure (A1.5) (g): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.

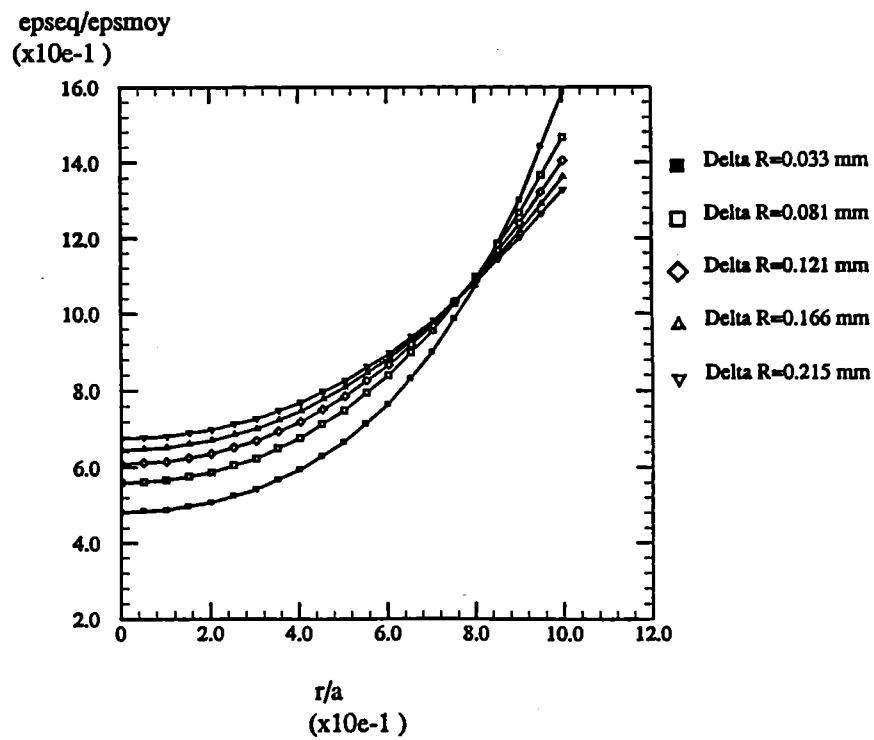


Figure (A1.5) (h): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE4, pour différents niveaux de déformation.

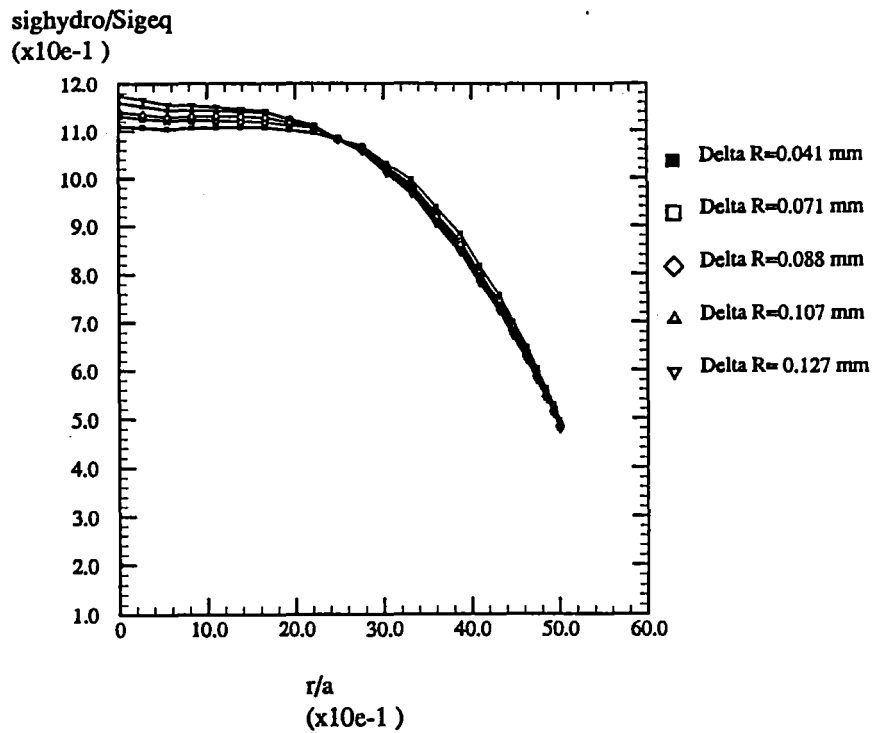


Figure (A1.5) (i): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.

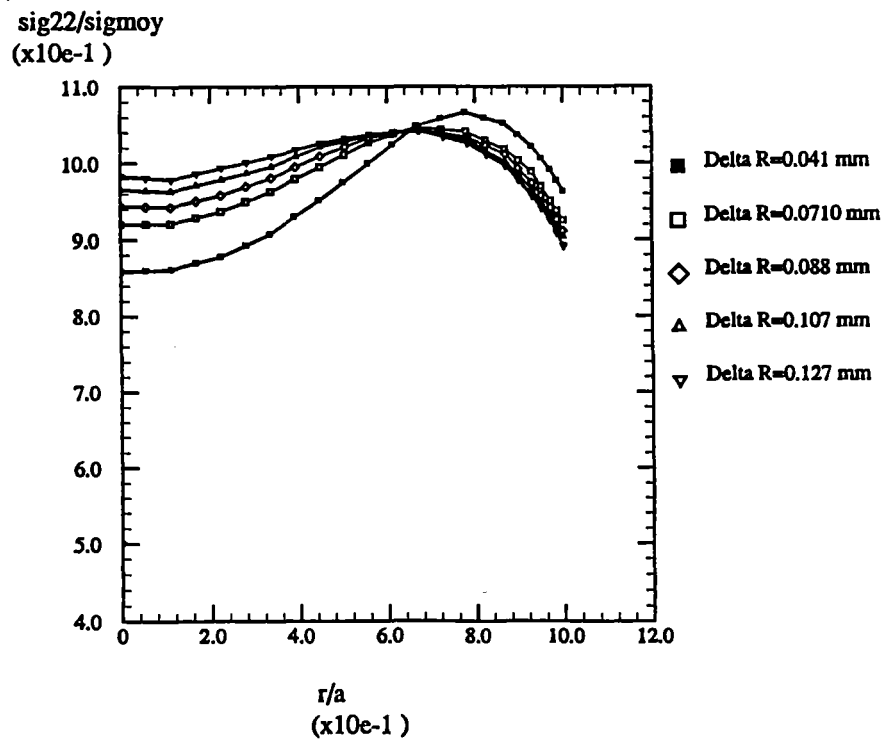


Figure (A1.5) (j): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.

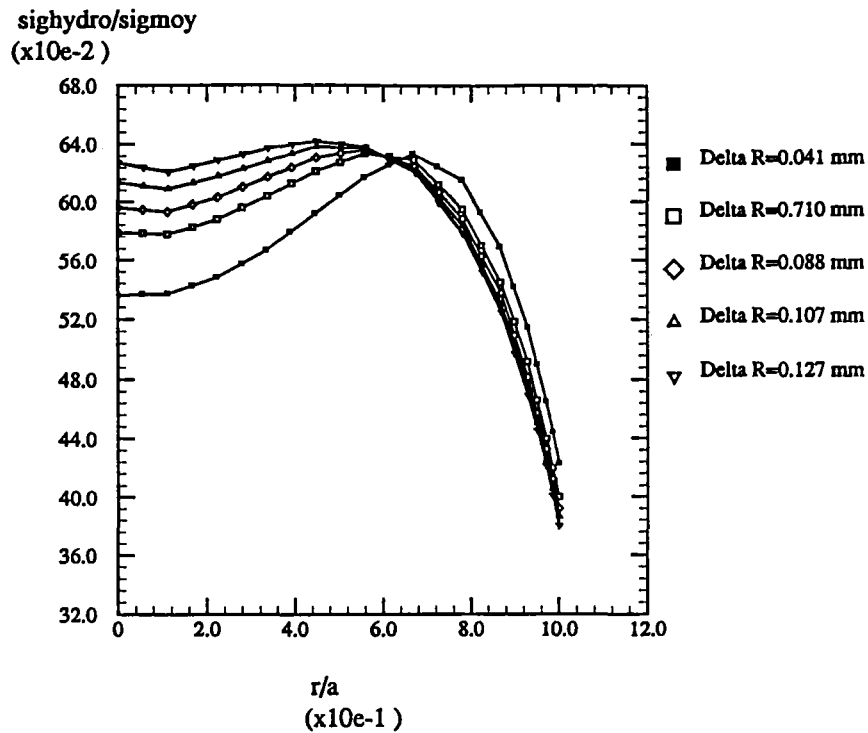


Figure (A1.5) (k): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.

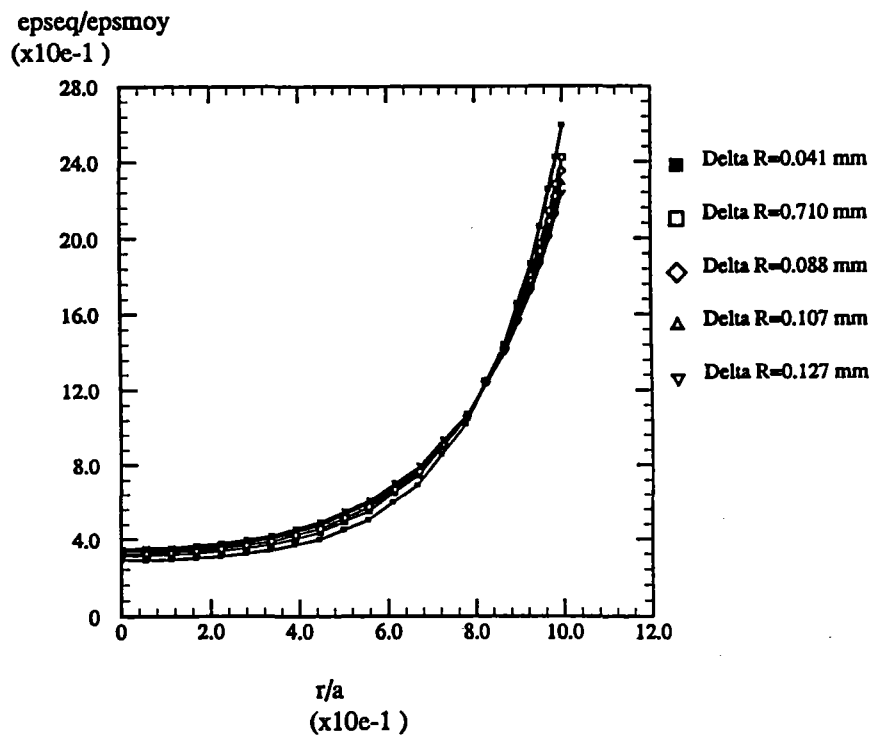
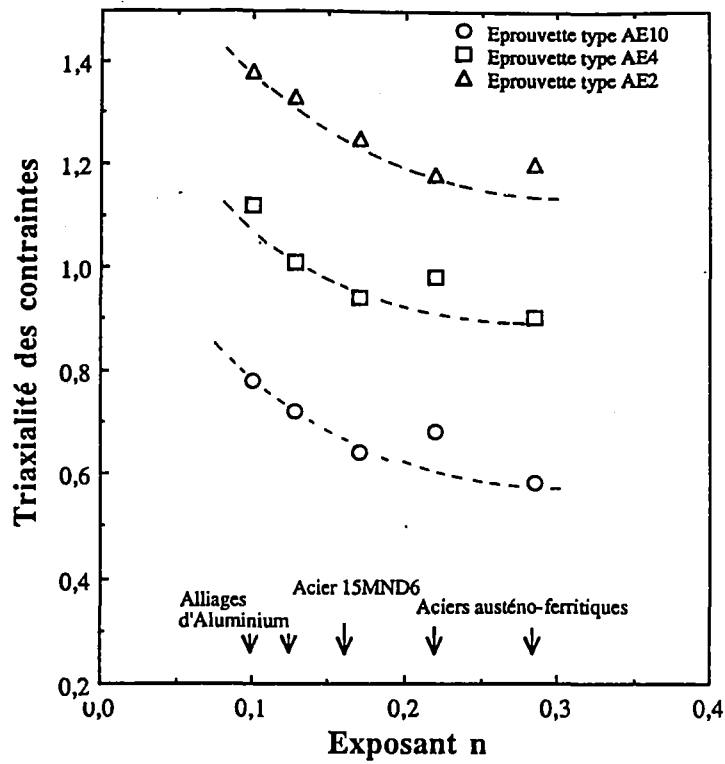
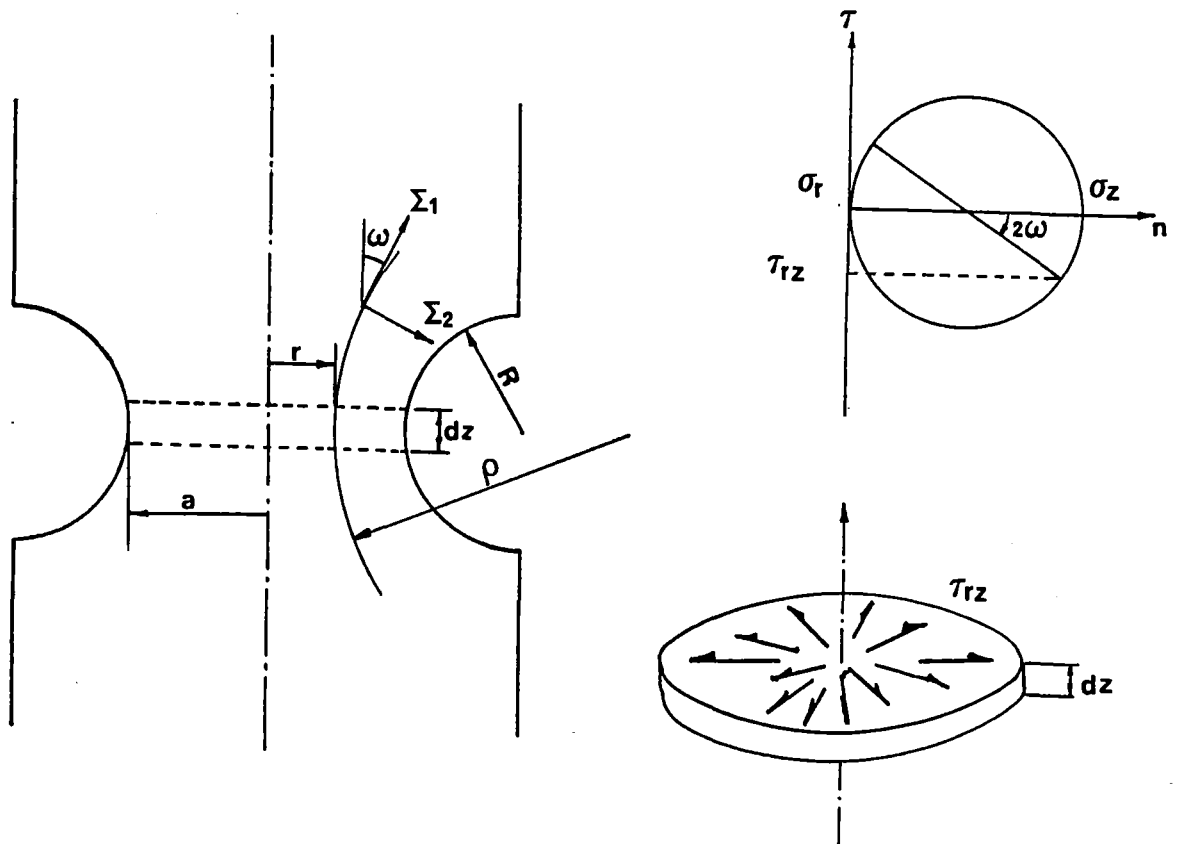


Figure (A1.5) (l): Alliage Y3296 à 320°C. Variations du rapport  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$  dans la section minimum d'une éprouvette AE2, pour différents niveaux de déformation.

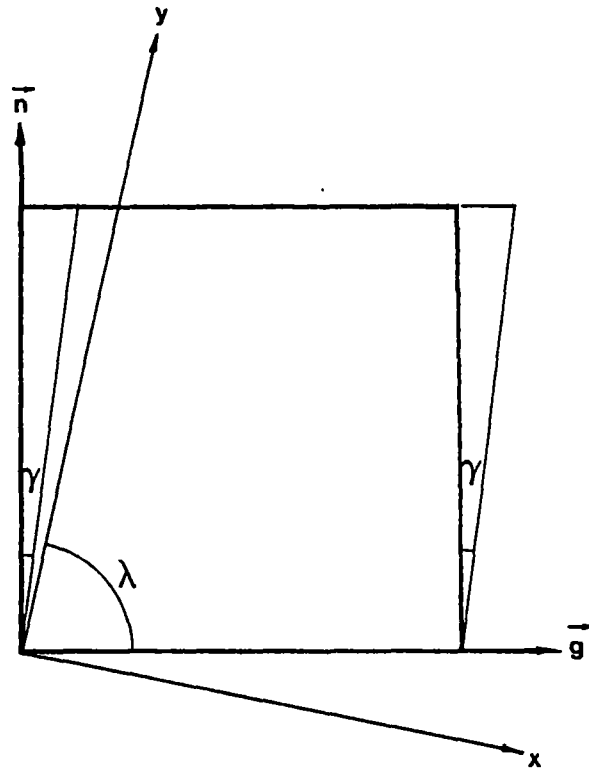


**Figure (A1.6):** Variations du rapport de triaxialité des contraintes

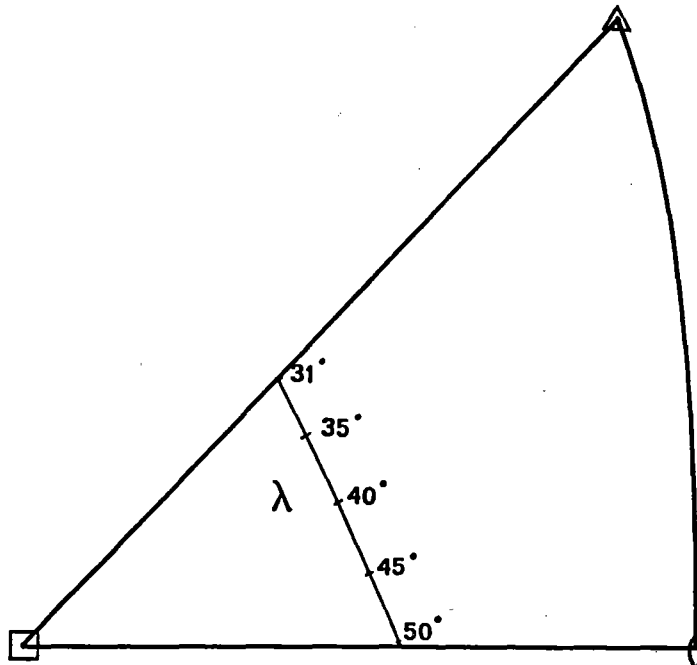
$\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  au centre des éprouvettes en fonction de l'exposant d'érouissage de la loi de comportement.



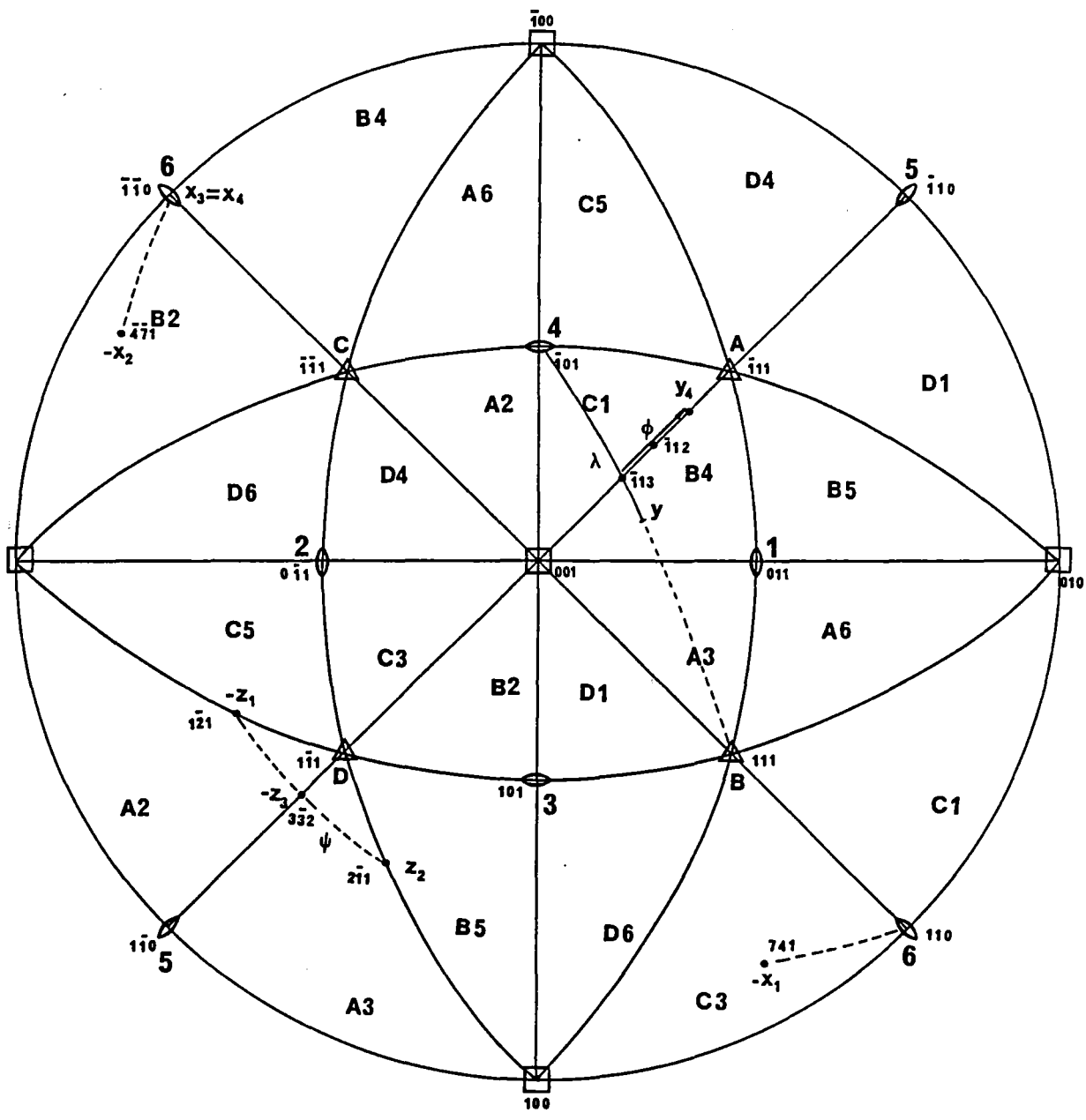
**Figure (A1.7):** Schéma illustrant le principe des éprouvettes entaillées: (a) géométrie de l'entaille. (b) Cercle de Mohr des contraintes sur une face du disque d'épaisseur dz. (c) Contrainte de cisaillement sur une face du disque.



**Figure (A2.1):** Illustration du glissement dans le cas où la normale au plan de glissement et la direction de glissement sont dans le même plan.

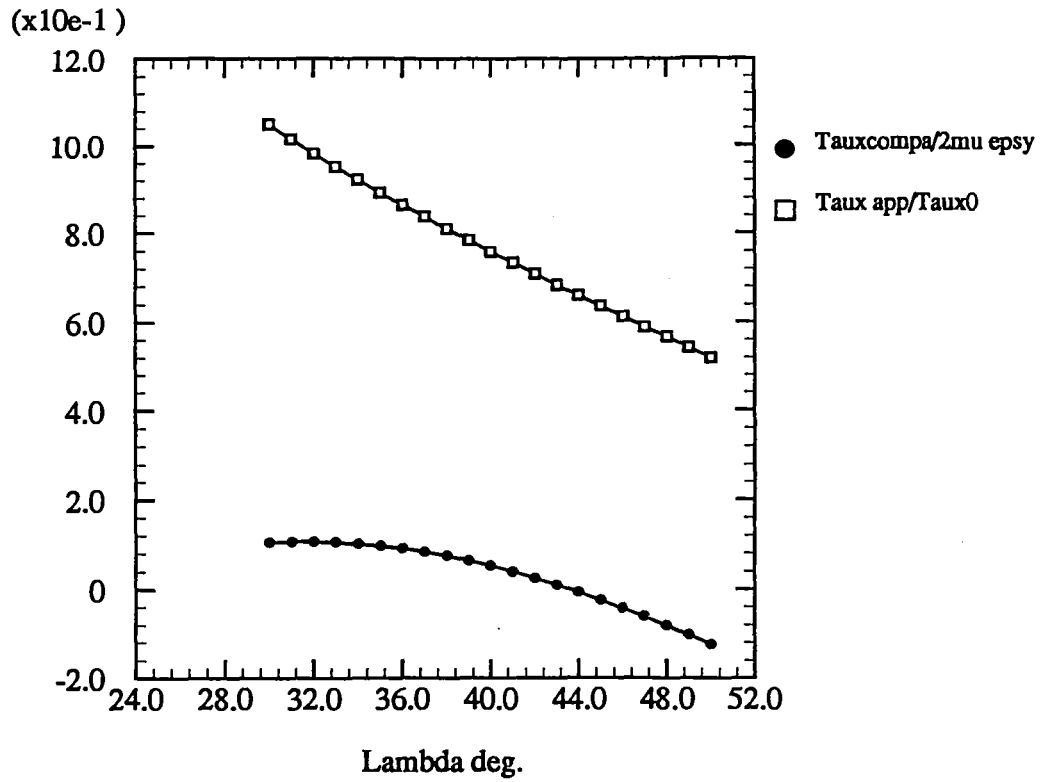


**Figure (A2.2):** Position du plan commun à la normale et à la direction de glissement dans le triangle standard.

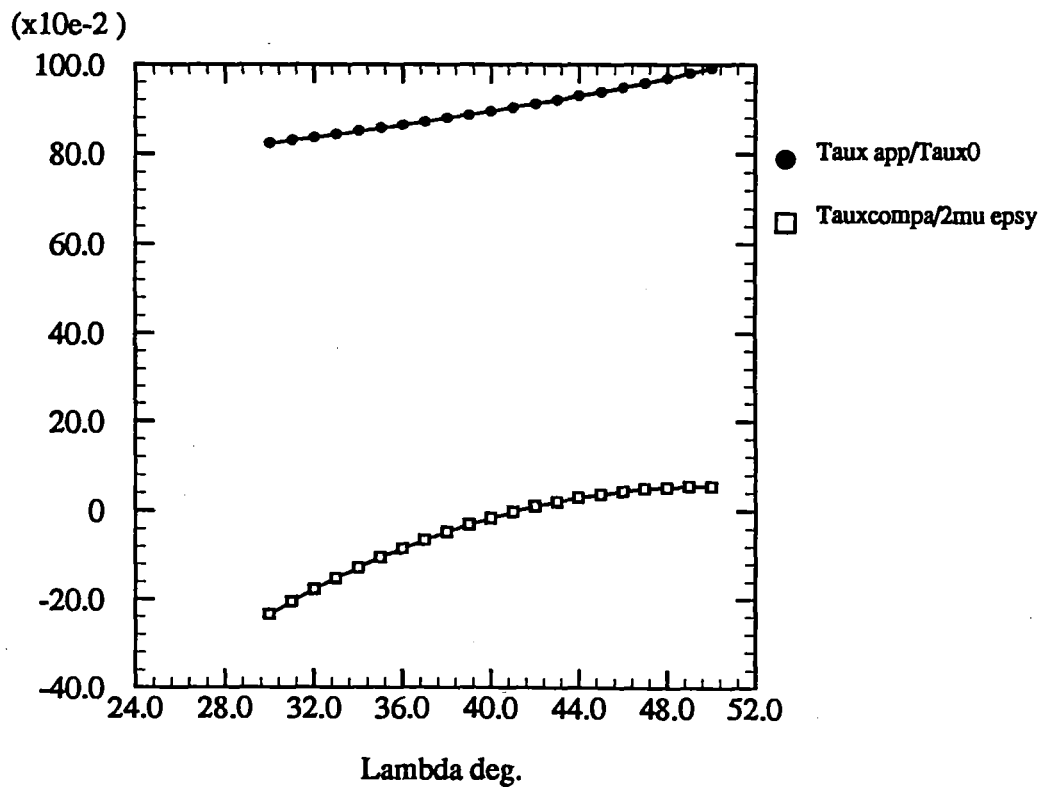


**Figure (A2.3):** Projection stéréographique d'un cristal cubique, et convention d'appellation des différents systèmes de glissement.

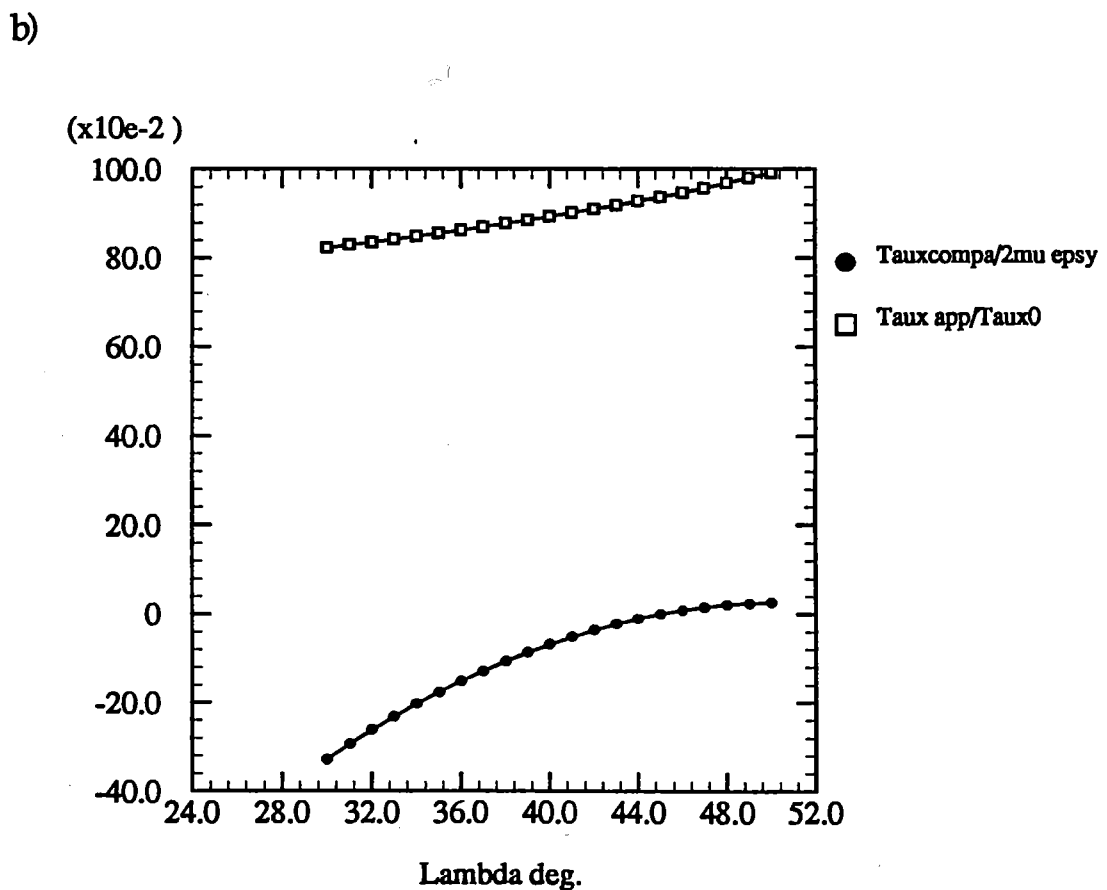
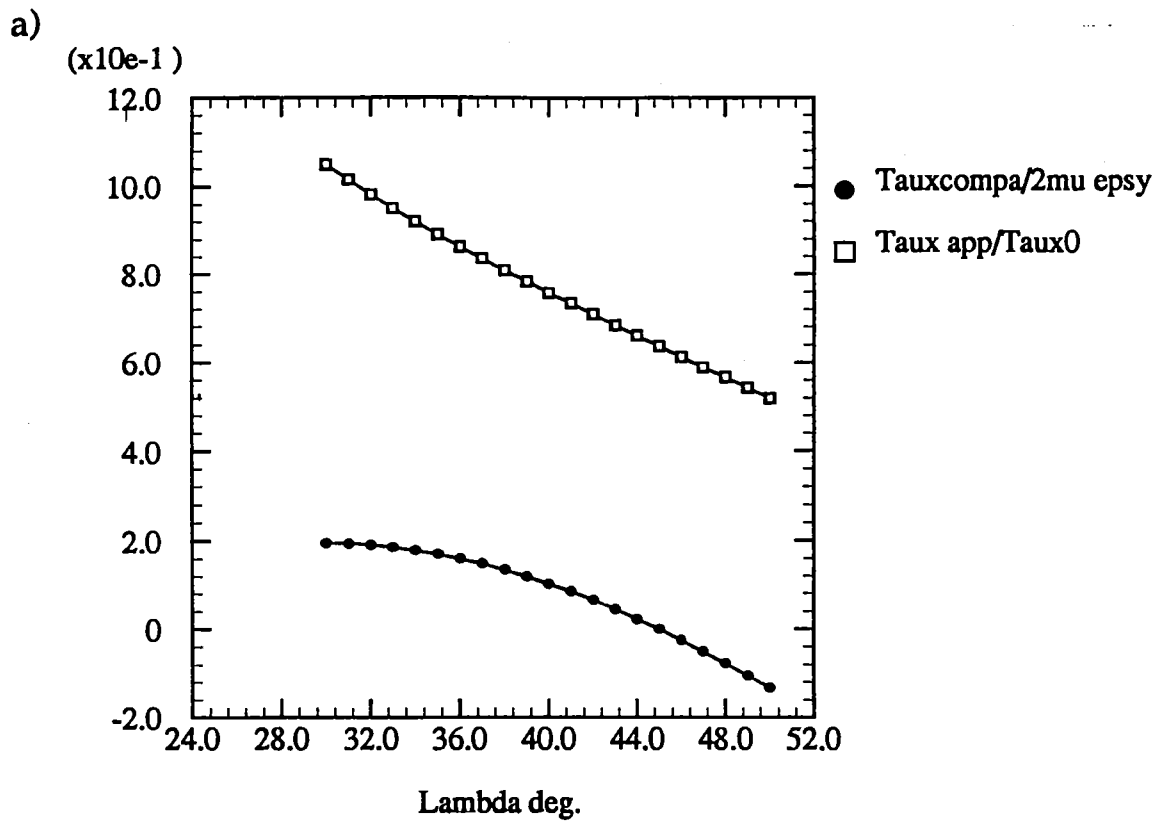
a)



b)

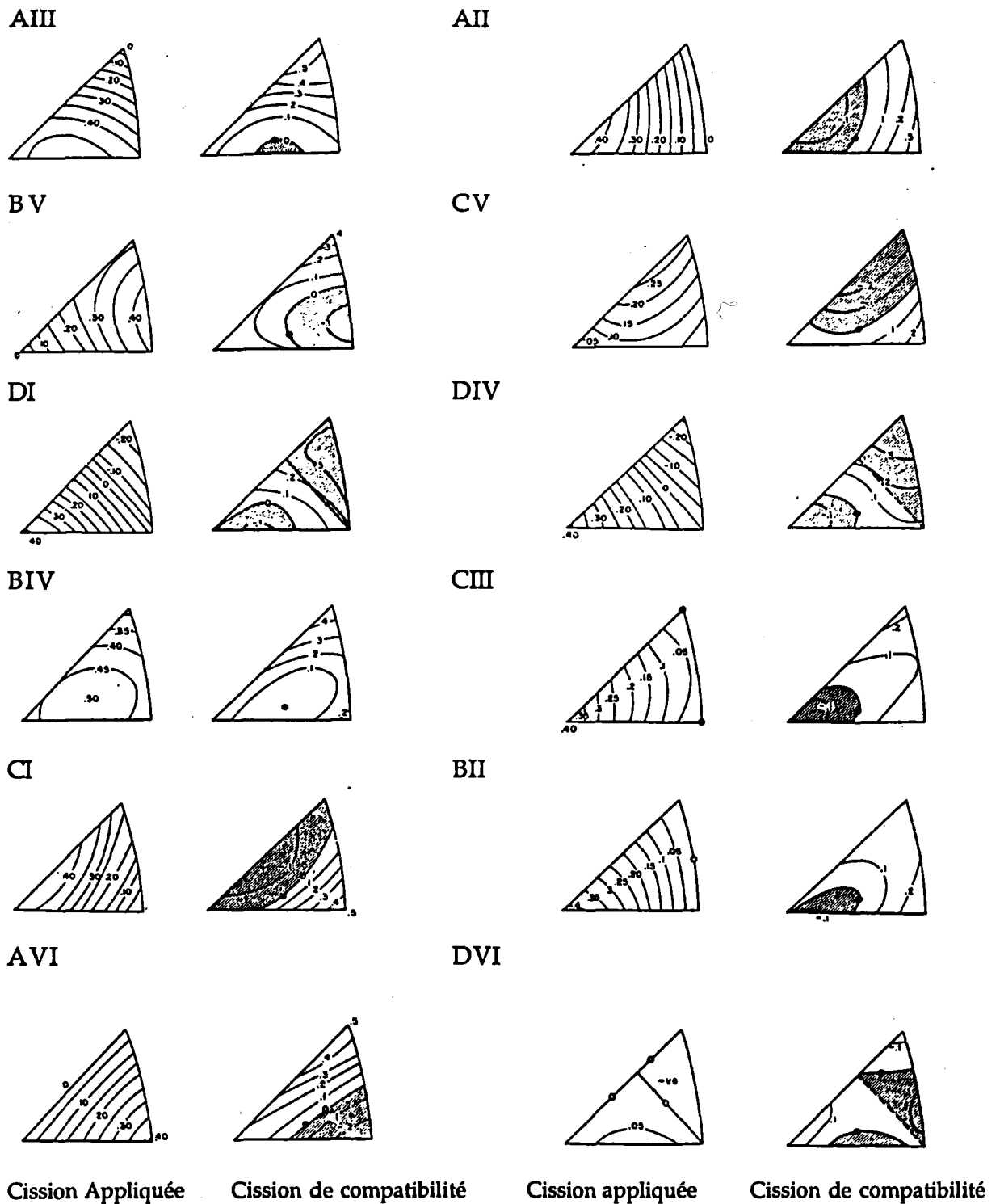


**Figure (A2.4):** Variations de la cission appliquée et de la cission de compatibilité en fonction de l'angle  $\lambda$ , dans le cas du glissement simple avec  $\chi=\lambda$ ; (a) sur le système CI; (b) sur le système AIII.

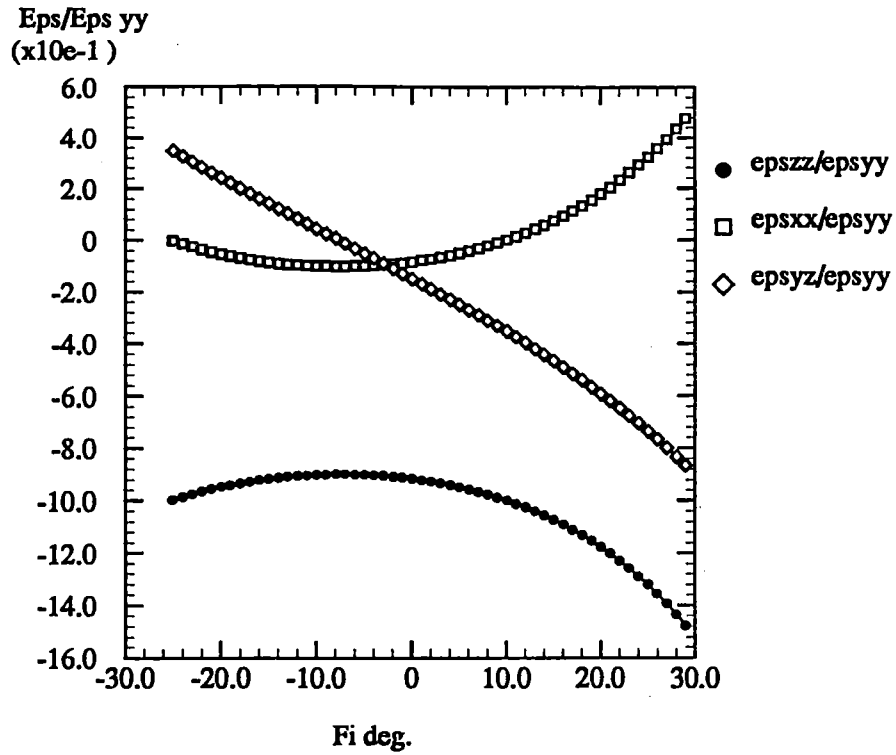


**Figure (A2.5):** Variations de la cission appliquée et de la cission de compatibilité en fonction de l'angle  $\lambda$ , dans le cas du glissement simple avec  $\chi=\lambda$ , en négligeant l'effet de Poisson; (a) sur le système CI; (b) sur le système AIII.

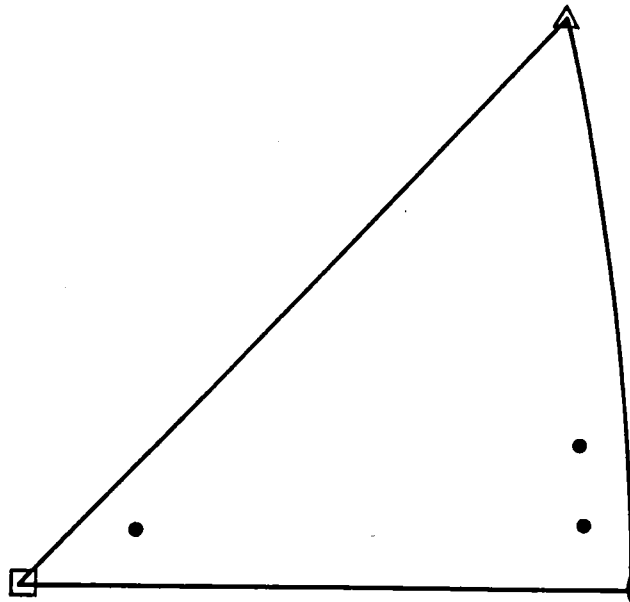




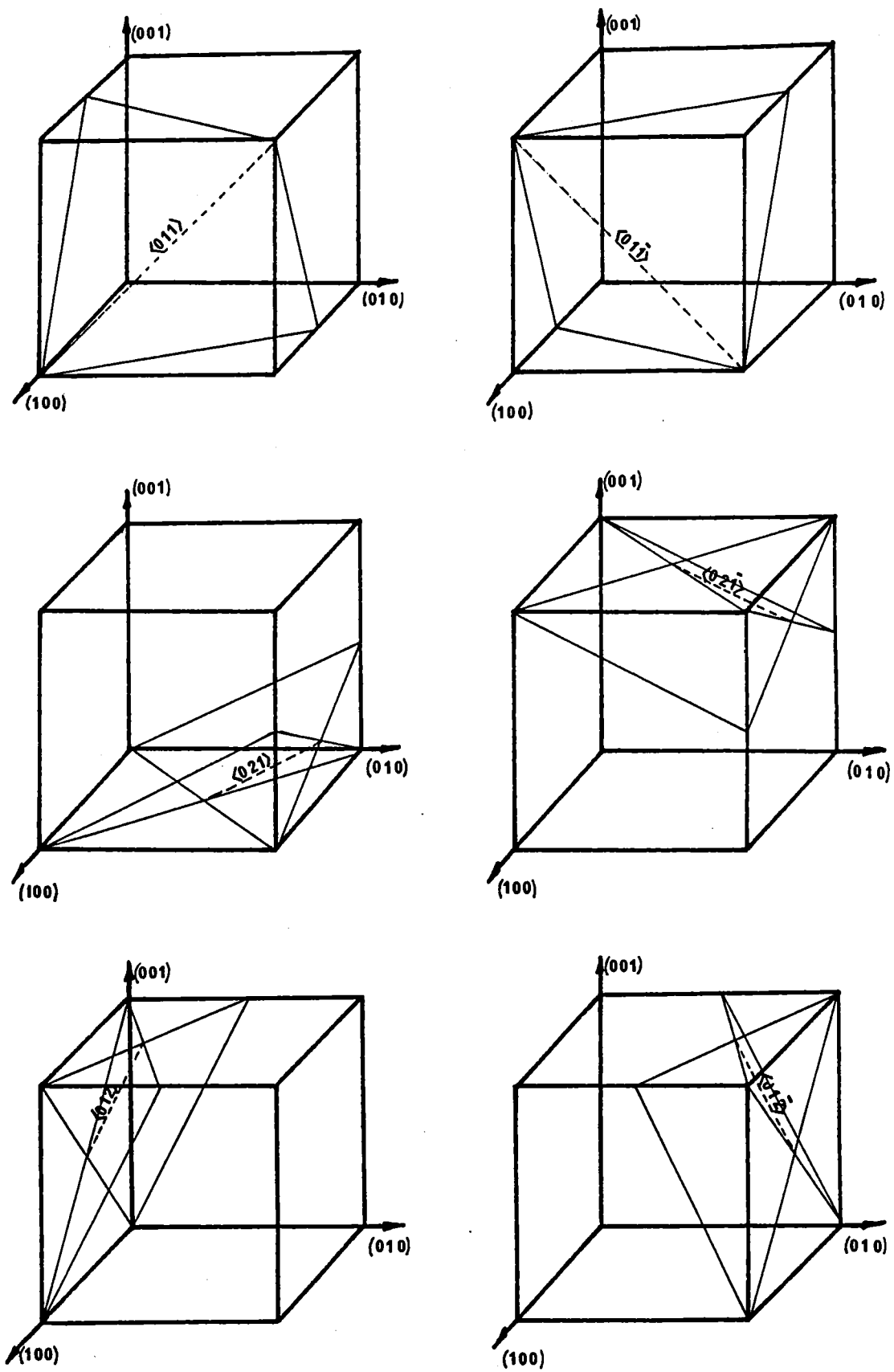
**Figure (A2.6):** Cission appliquée, et cission de compatibilité pour une unité de glissement sur le système principal, en fonction de la position de l'axe de traction dans le triangle standard. (Les zones hachurées sont les zones où la cission de compatibilité agit dans le même sens que la cission appliquée). (Extrait de [A2-5]).



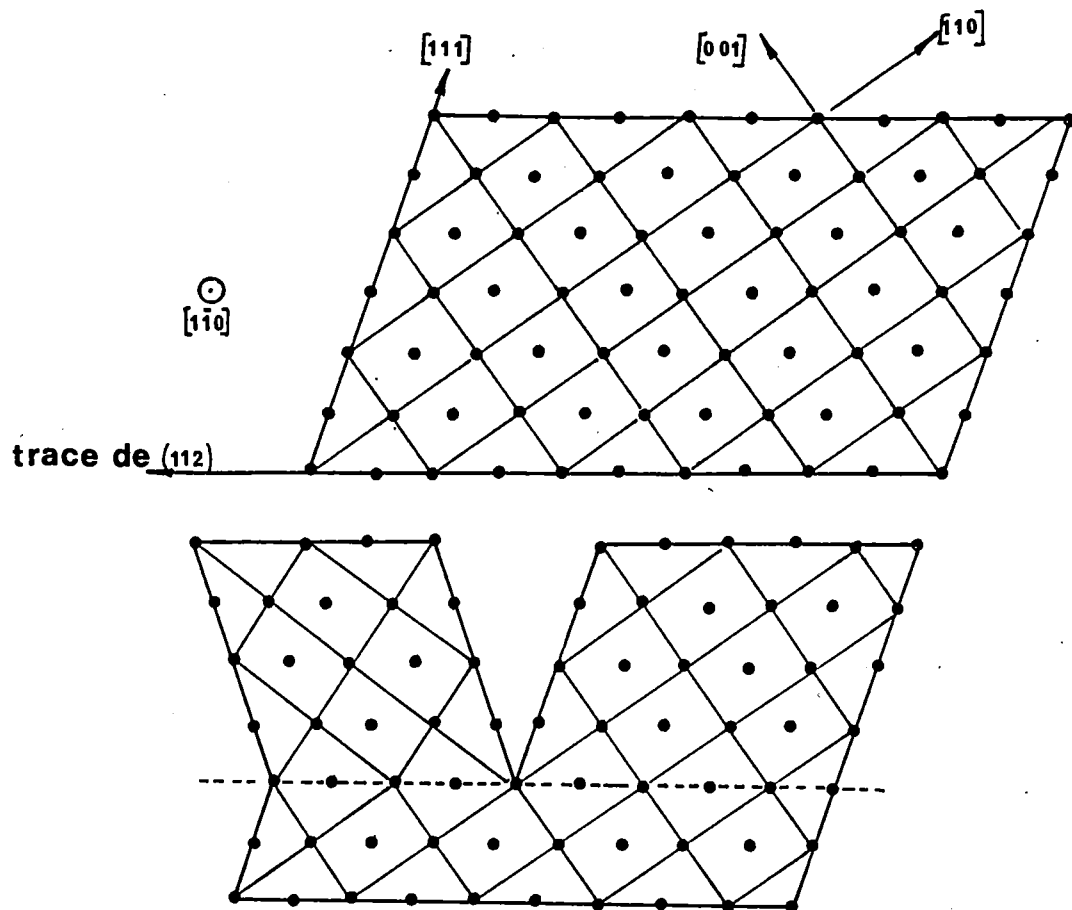
**Figure (A2.7):** Variation des termes de contraction latérale et de cisaillement dans le repère R4, dans le cas du glissement double, en fonction de l'angle  $\phi$ , pour une unité d'allongement dans l'axe y.



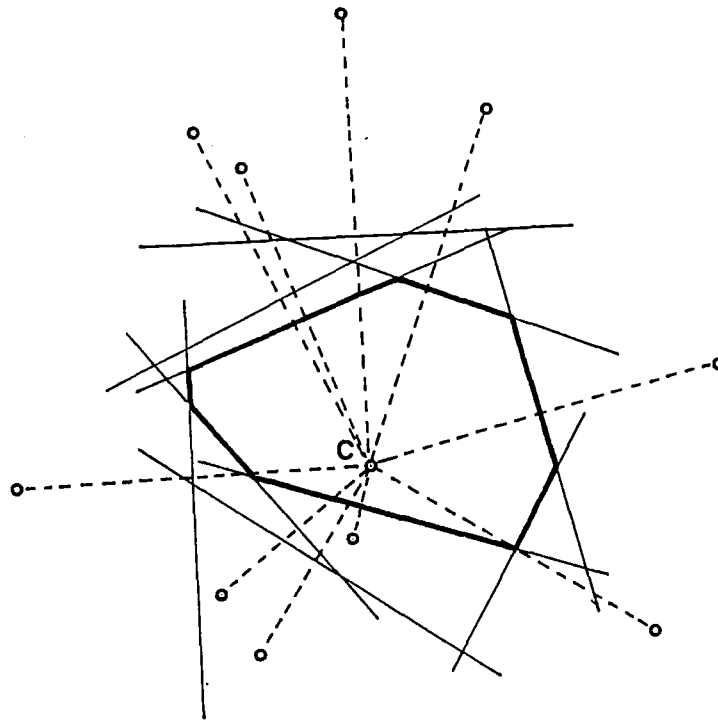
**Figure (A2.8):** Position des axes cubiques de la ferrite dans le triangle standard de l'austénite, lorsque les deux réseaux sont liés par une relation de Kurdjumov-Sachs.



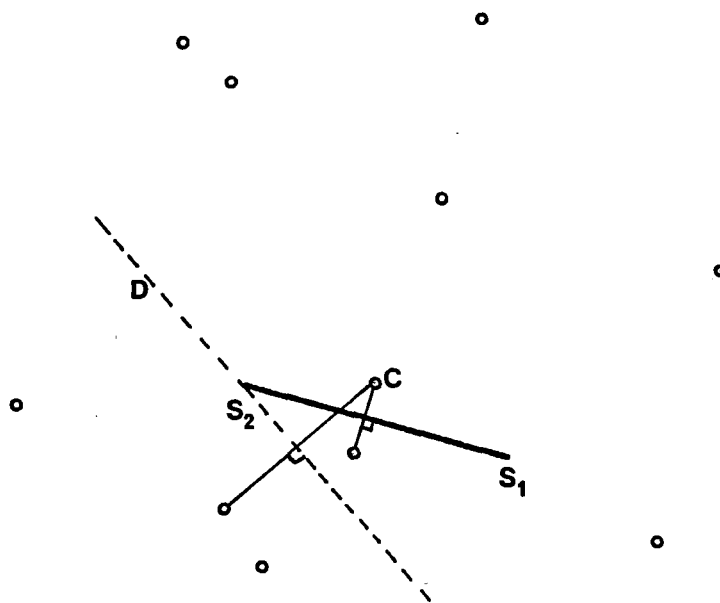
**Figure (A2.9):** Illustration de l'ensemble des positions que peuvent prendre deux plans de maillage de la famille (112), pour donner une intersection dans le plan {100}.



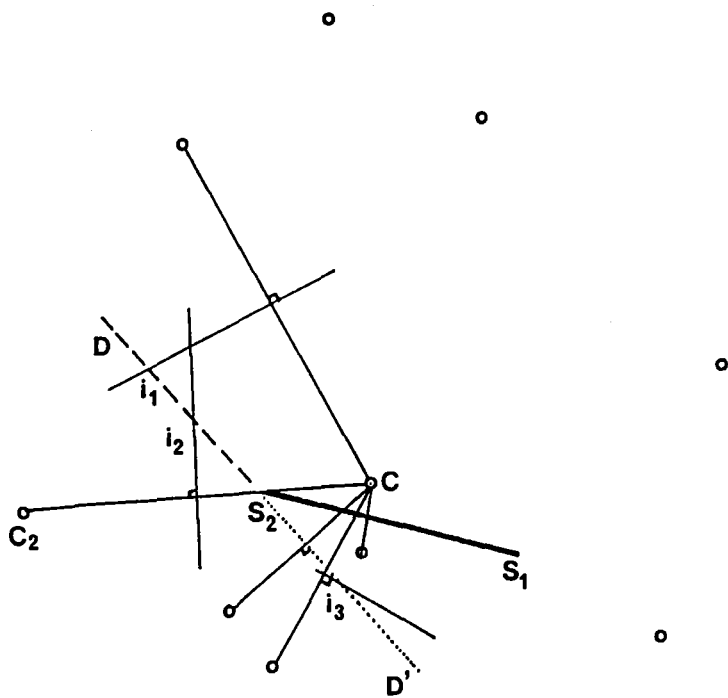
**Figure (A2.10):** Illustration de la déformation du réseau de ferrite par du maillage.



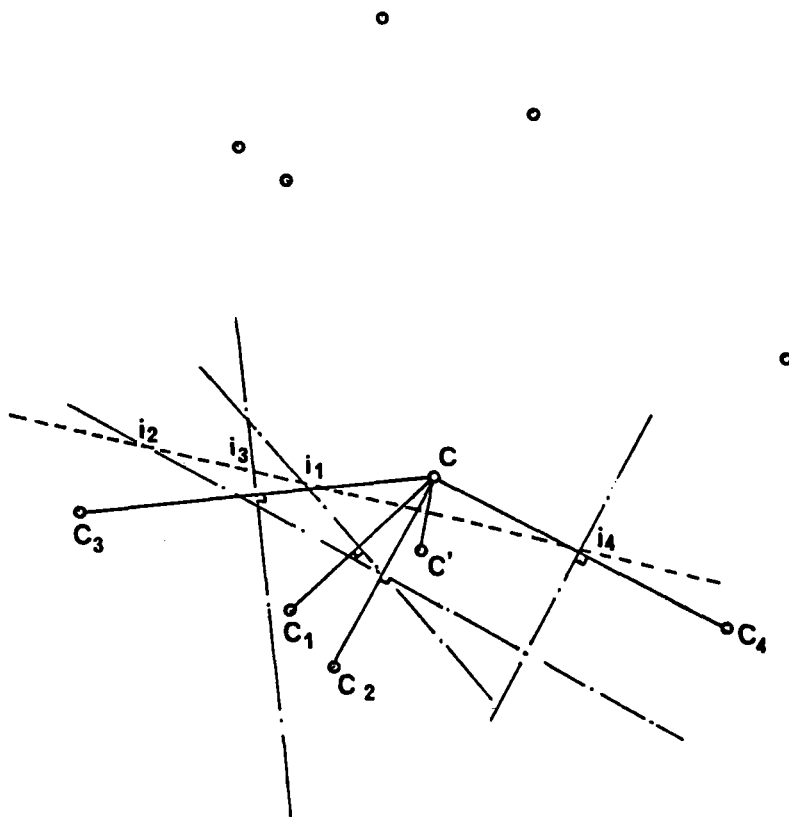
**Figure (A3.1):** Illustration d'une cellule de Voronoi autour d'un centre C.



**Figure (A3.2):** Etape 1 du processus d'obtention de la cellule de Voronoi du centre C: une arête  $S_1S_2$  est connue, et la direction de l'autre arête passant par  $S_2$  est connue.

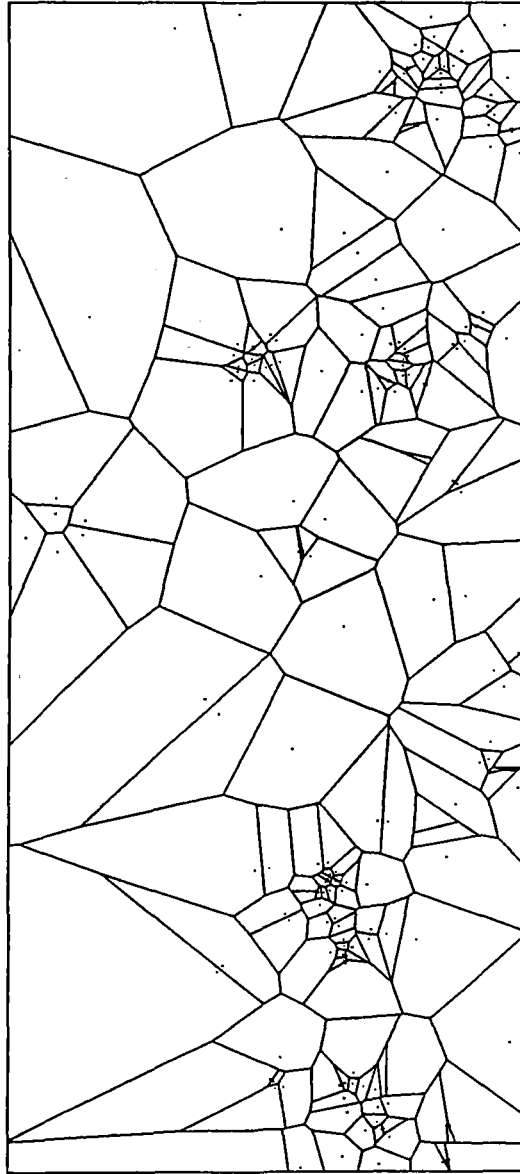


**Figure (A3.3):** Etape 2: construction du sommet consécutif à  $S_2$ :  $i_2$ .

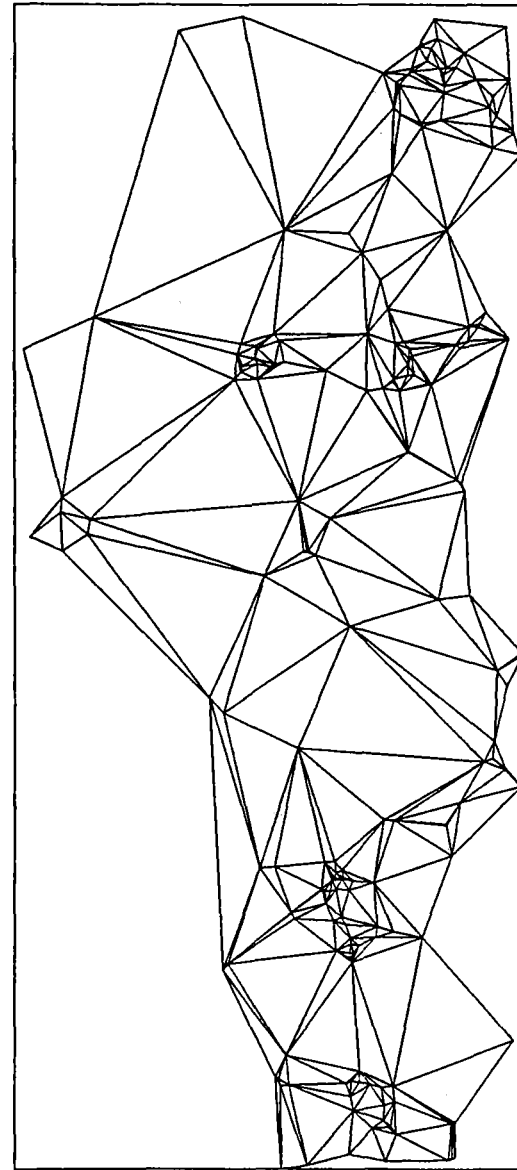


**Figure (A3.4):** Point de départ du processus: milieu  $m$  entre  $C$  et son plus proche voisin  $C'$ , et médiatrice du segment  $CC'$ .

a)



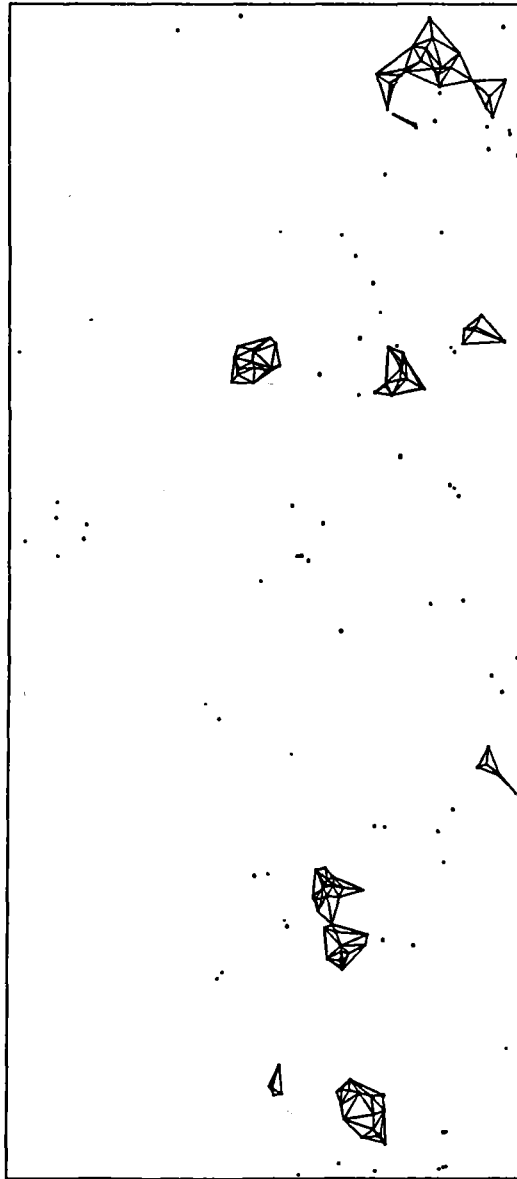
b)



—  
1 mm

**Figure (A3.5):** (a) Cellules de Voronoi de l'échantillon N° 6C ( $\epsilon^P = 8,9 \%$ ). (b) Triangulation de Delaunay correspondante.

c)



d)

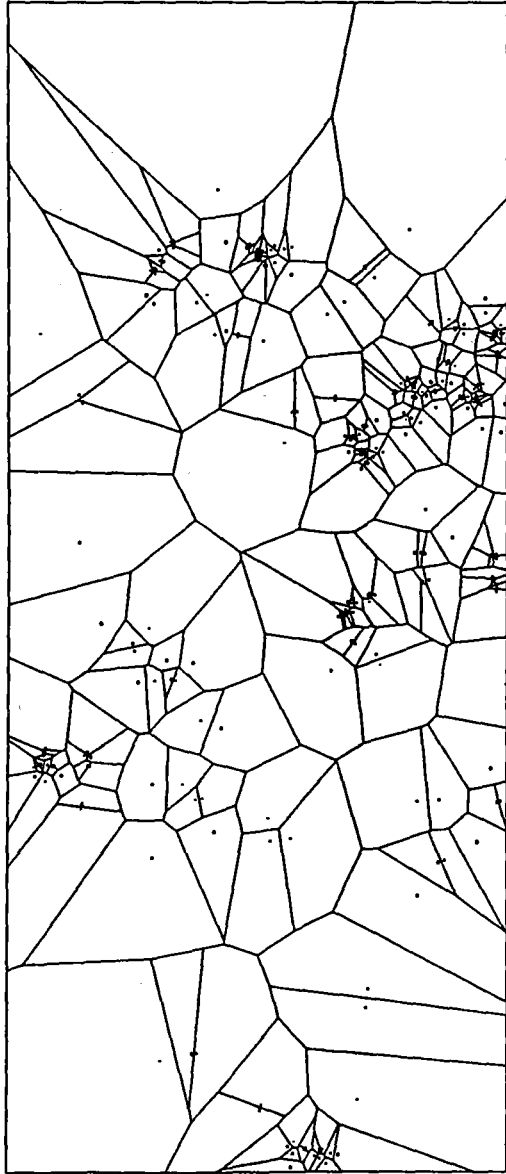


1 mm

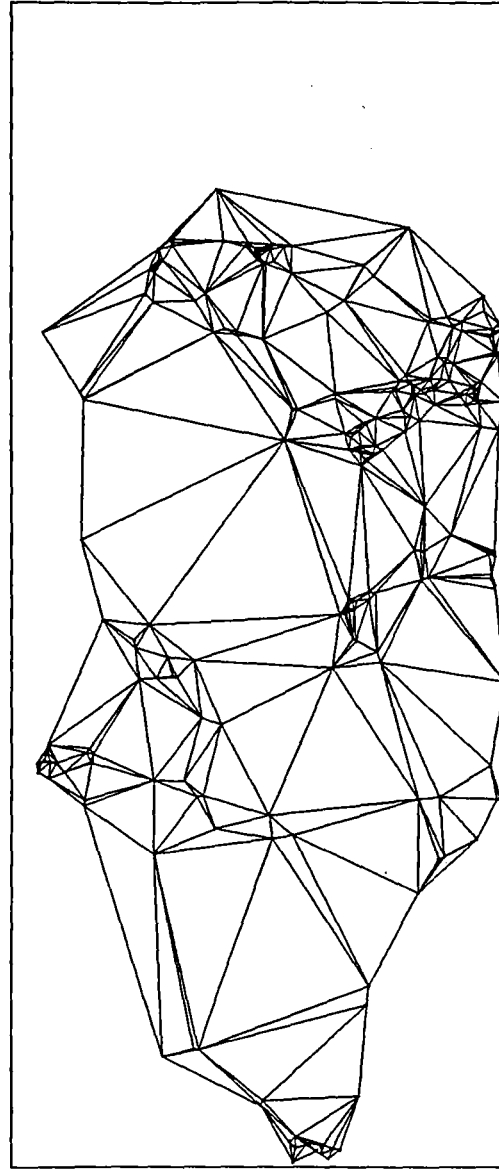
**Figure (A3.5):** (c) Triangulation des points retenus après filtrage avec  $d_0=0,6$  mm. (d) Filtrage final retenu après extraction des groupements aléatoires.



a)



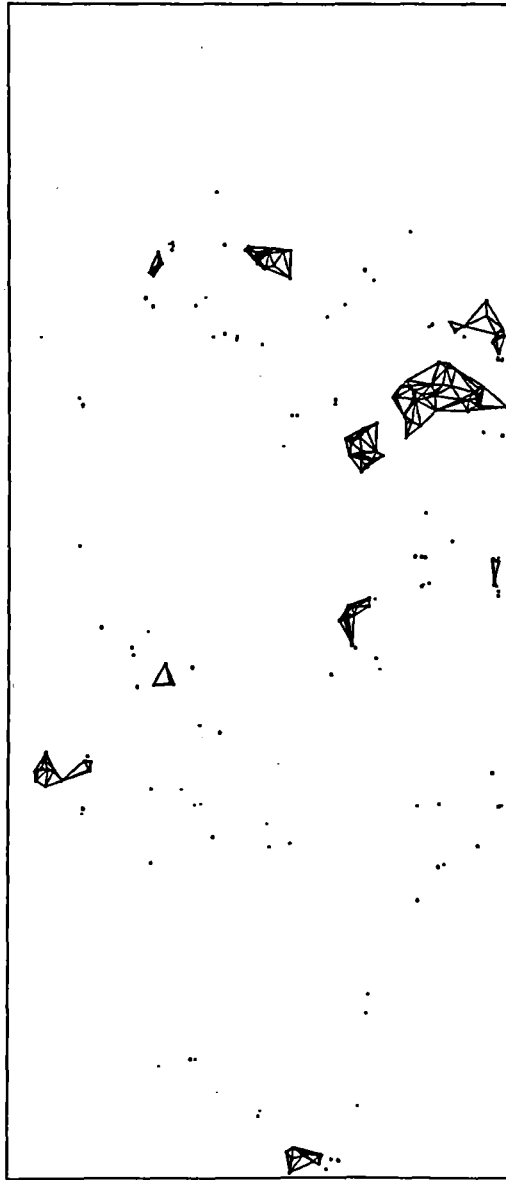
b)



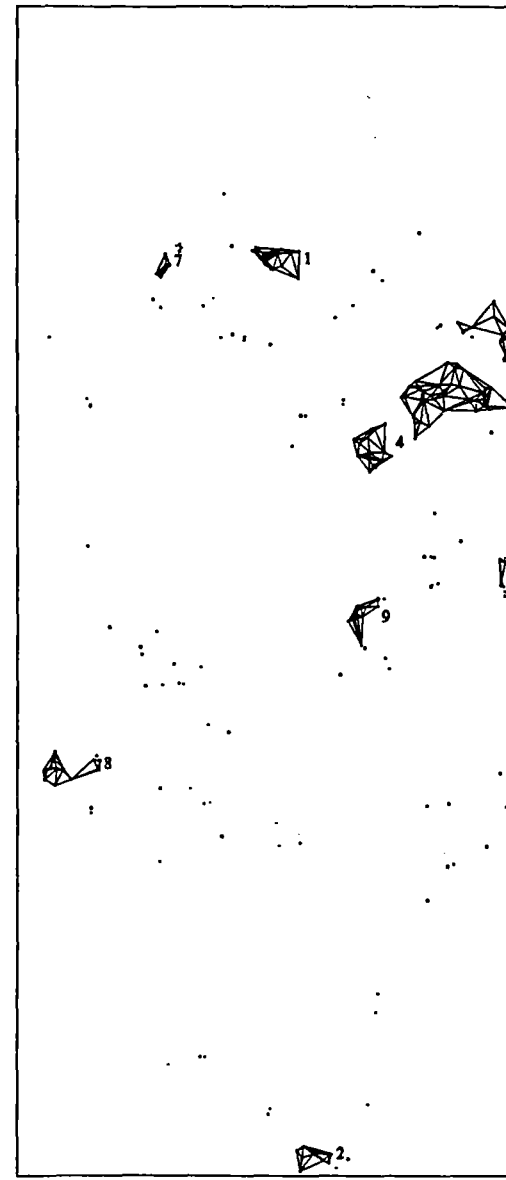
1 mm

**Figure (A3.6):** (a) Cellules de Voronoi de l'échantillon N° 9H1 (pas n° 3) ( $\epsilon^P = 10,5 \%$ ).  
(b) Triangulation de Delaunay correspondante.

c)



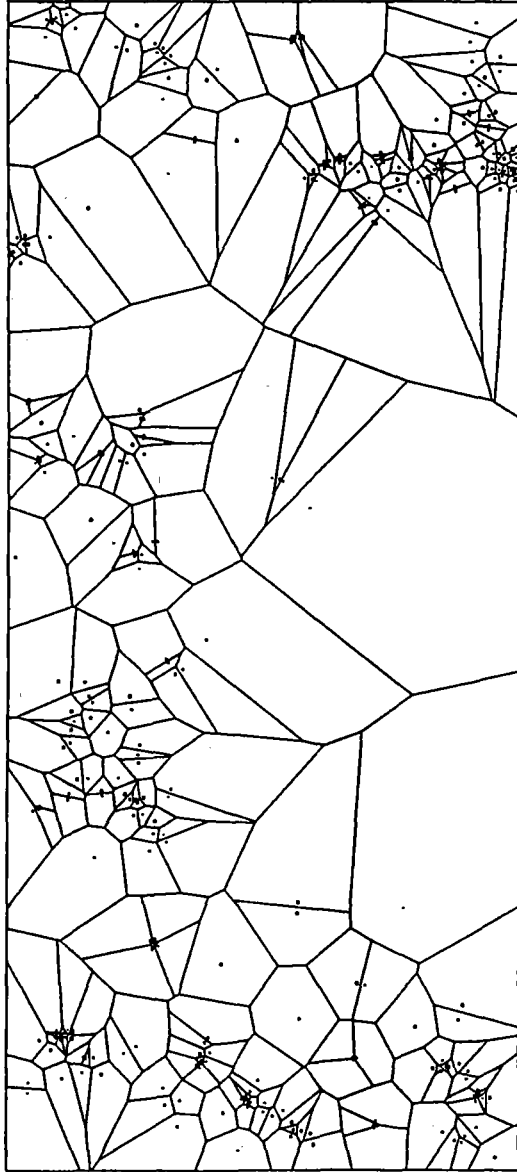
d)



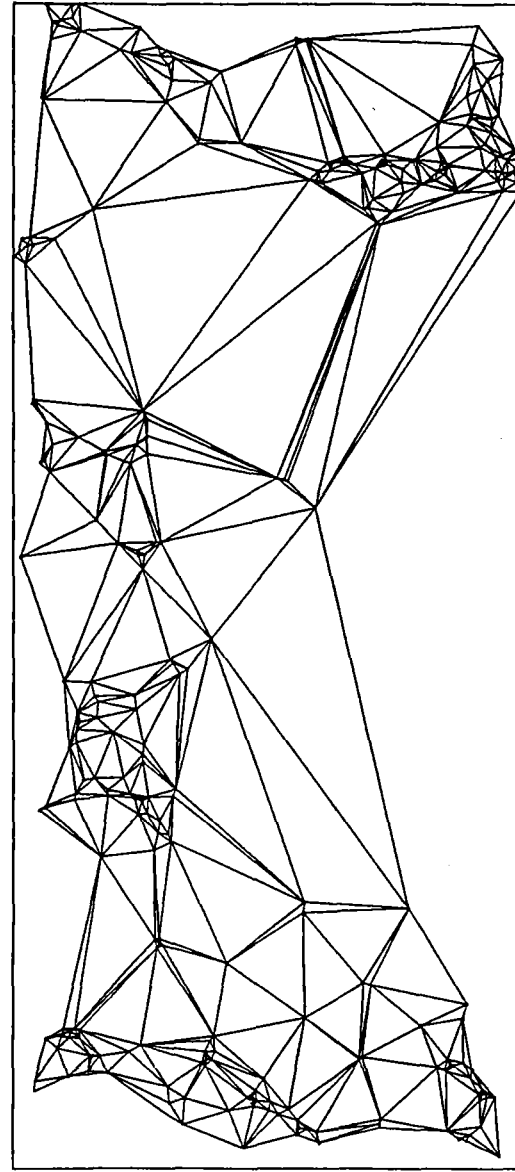
—  
1 mm

Figure (A3.6): (c) Triangulation des points retenus après filtrage avec  $d_0=0,5$  mm. (d) Filtrage final retenu après extraction des groupements aléatoires.

a)



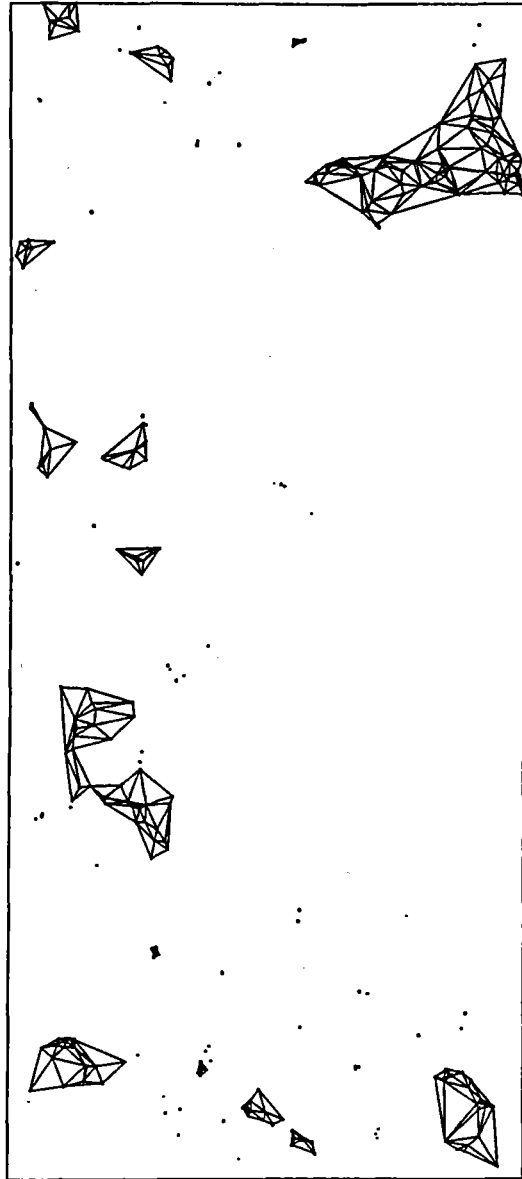
b)



1 mm

**Figure (A3.7):** (a) Cellules de Voronoi de l'échantillon N° 6E ( $\epsilon^P = 11,7 \%$ ). (b) Triangulation de Delaunay correspondante.

c



d

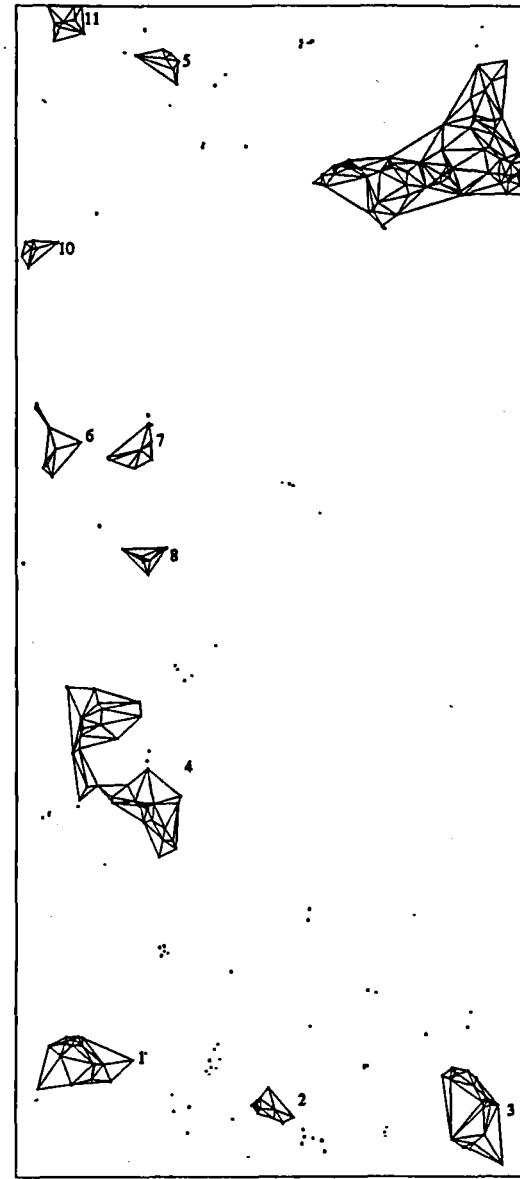
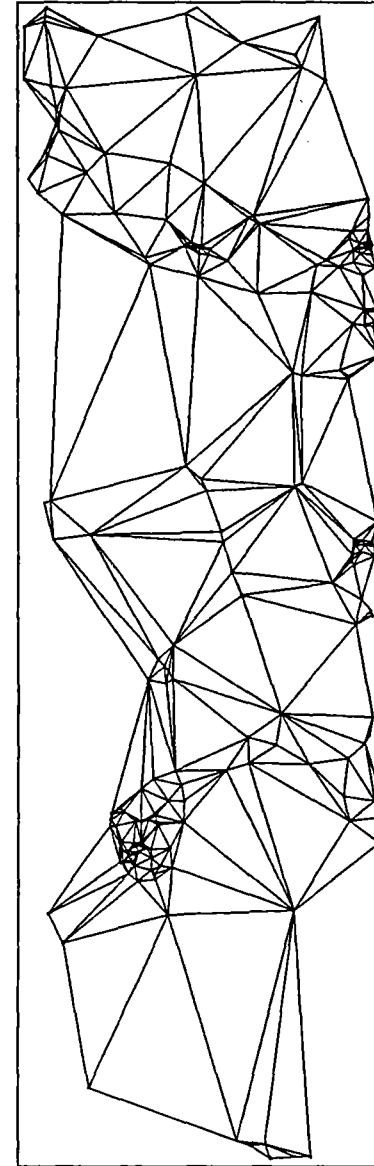


Figure (A3.7): (c) Triangulation des points retenus après filtrage avec  $d_0=0,7$  mm. (d) Filtrage final retenu après extraction des groupements aléatoires.

a)



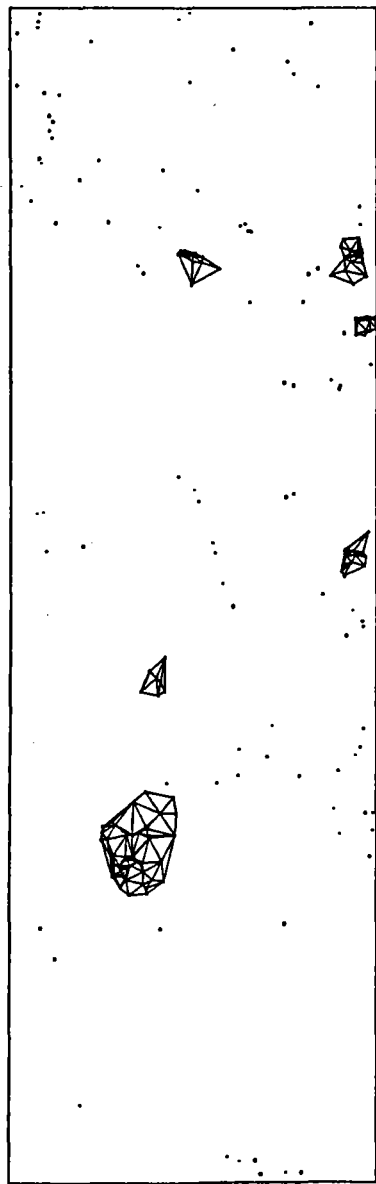
b)



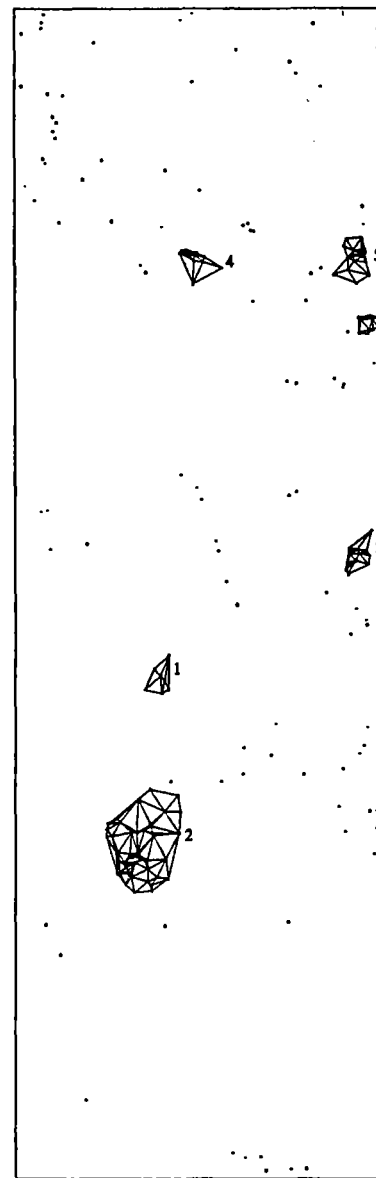
1 mm

Figure (A3.8): (a) Cellules de Voronoi de l'échantillon N° 2G2 ( $\epsilon^P = 15,8 \%$ ). (b) Triangulation de Delaunay correspondante.

c)



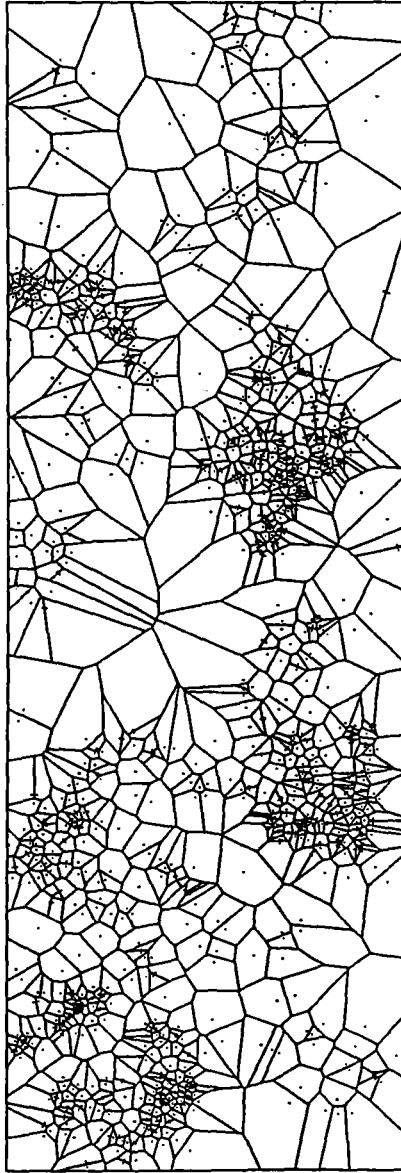
d)



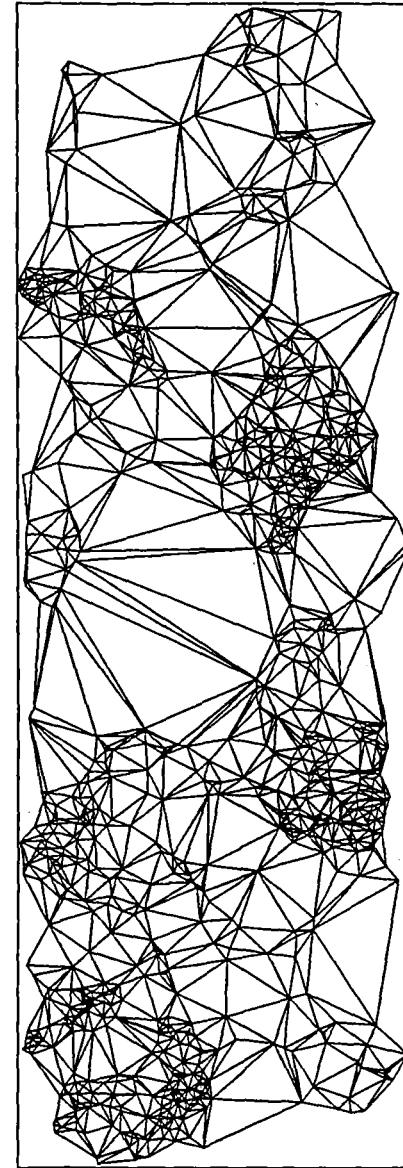
1 mm

**Figure (A3.8):** (c) Triangulation des points retenus après filtrage avec  $d_0=0,4$  mm. (d) Filtrage final retenu après extraction des groupements aléatoires.

a)



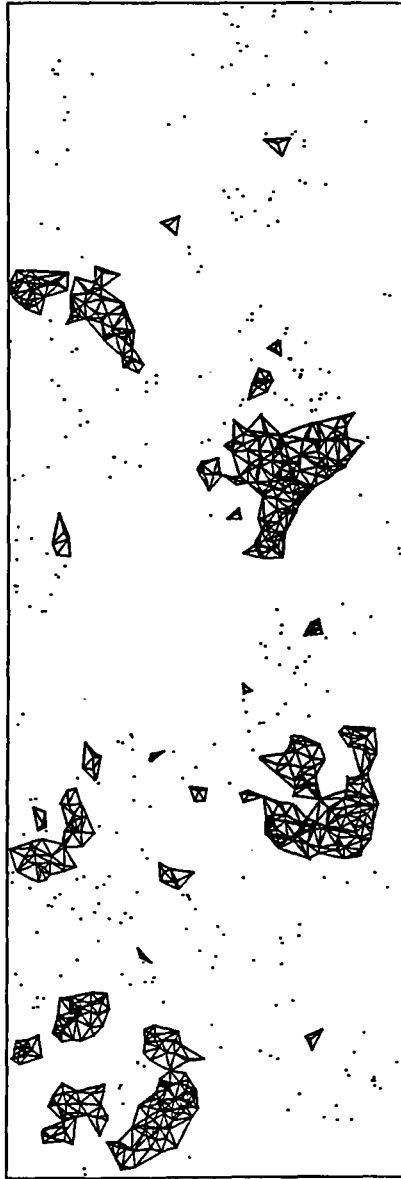
b)



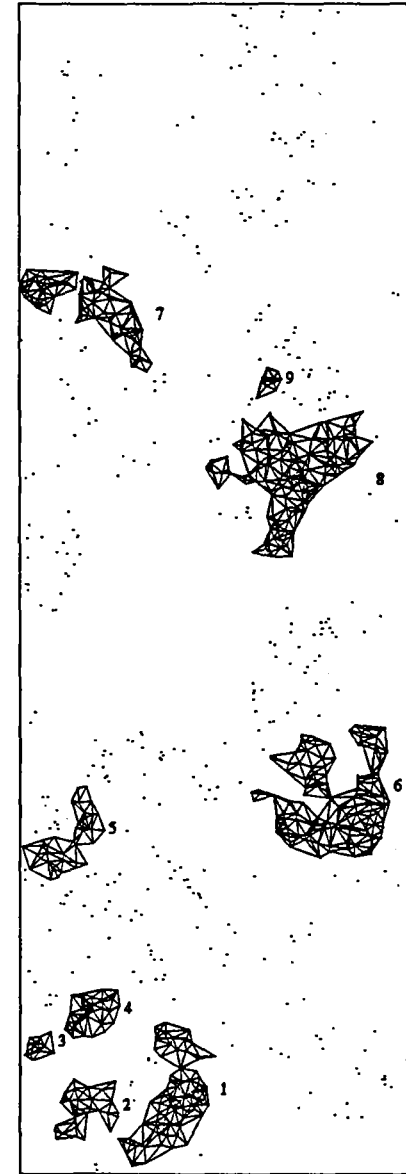
1 mm

Figure (A3.9): (a) Cellules de Voronoi de l'échantillon N° 2G1 ( $\epsilon^P = 15,8\%$ ). (b) Triangulation de Delaunay correspondante.

c)



d)



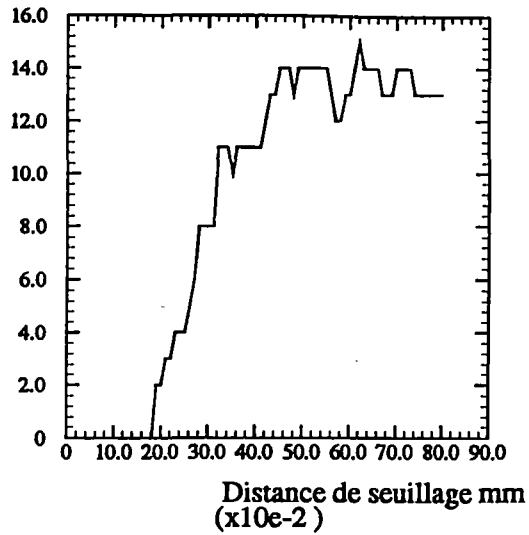
1 mm

Figure (A3.9): (c) Triangulation des points retenus après filtrage avec  $d_0=0,225$  mm. (d) Filtrage final retenu après extraction des groupements aléatoires.



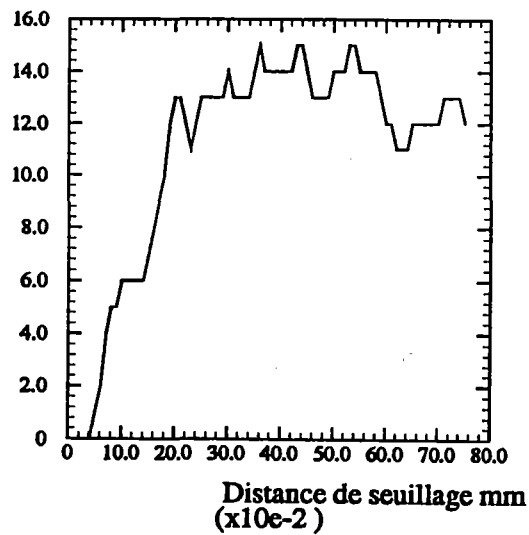
a)

Nombre d'amas



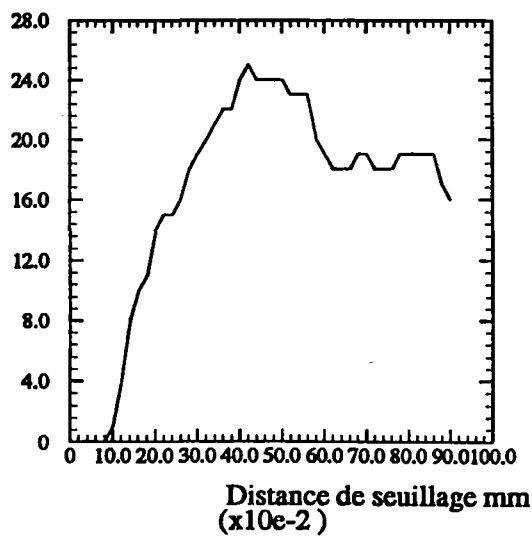
b)

Nombre d'amas



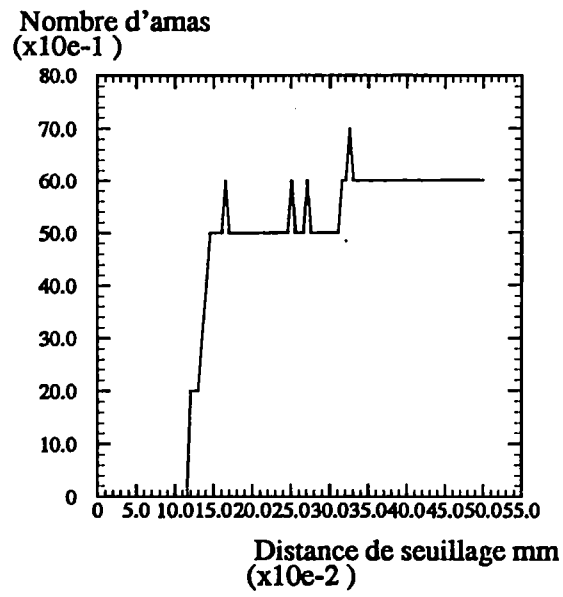
c)

Nombre d'amas

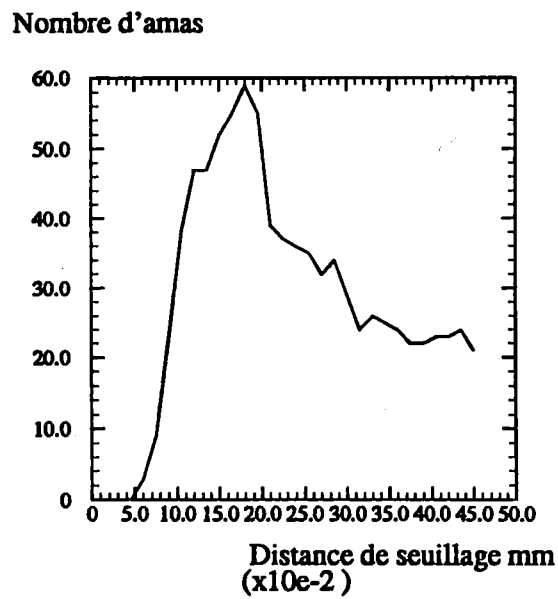


**Figure (A3.10):** Variation du nombre d'amas en fonction de la distance de seuillage  $d_0$ . (a) Echantillon N° 6C. (b) Echantillon N° 9H1 (pas n° 3). (c) Echantillon N° 6E.

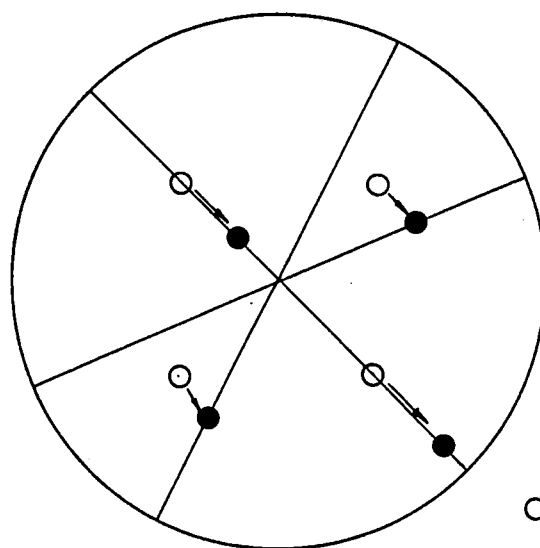
d)



e)



**Figure (A3.10):** Variation du nombre d'amas en fonction de la distance de seuillage  $d_0$ . (d) Echantillon N° 2G2. (e) Echantillon N° 2G1.

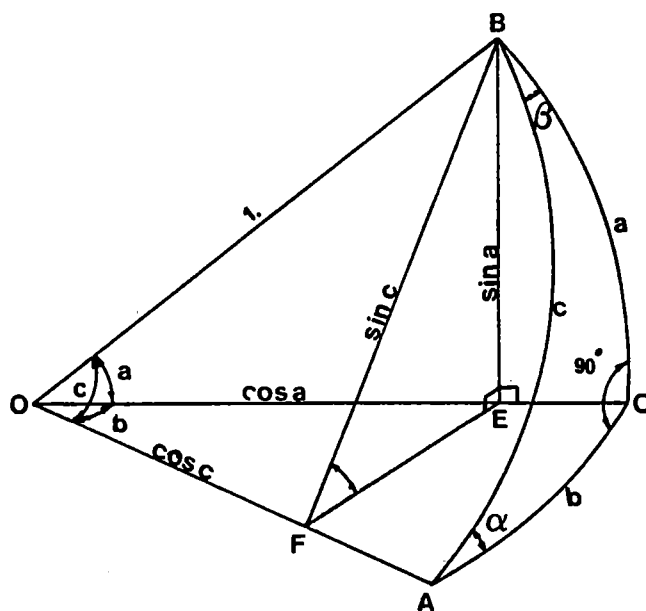


○ Pôles {111} de la projection standard.

● Pôles {111} après rotation.

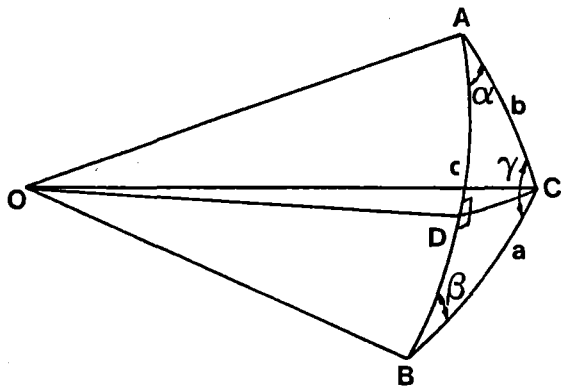
— Normales aux lignes de glissement.

**Figure (A4.1):** Illustration de la méthode d'orientation utilisant la projection stéréographique. (extrait de [3-2]).



**Figure (A4.2):** Triangle sphérique rectangle.

a)



b)

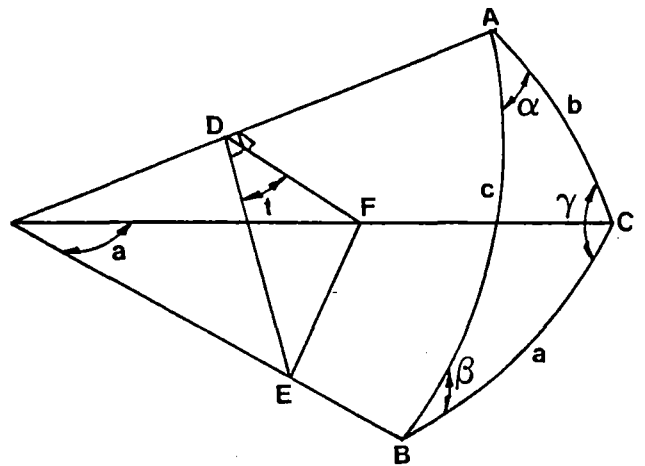


Figure (A4.3) (a) et (b): Triangles sphériques obliques.

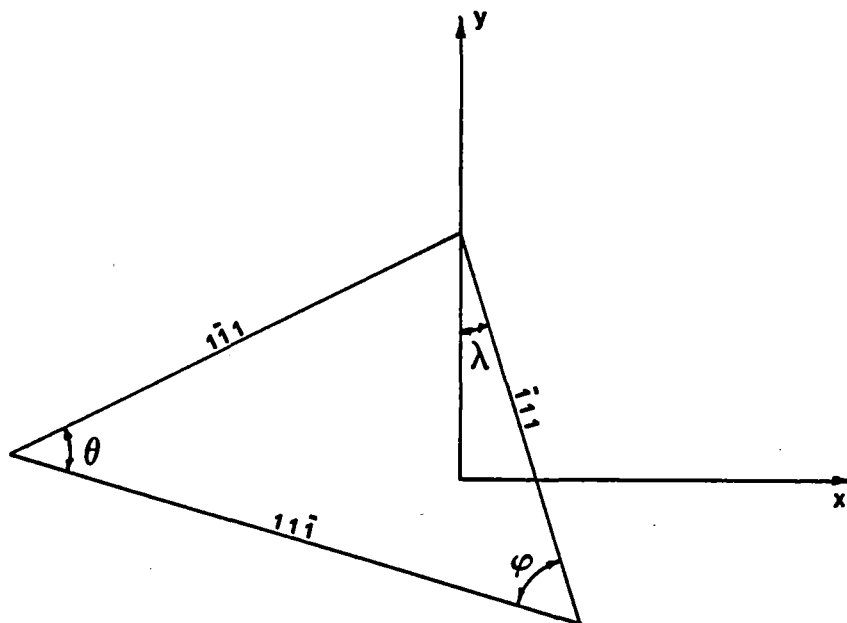
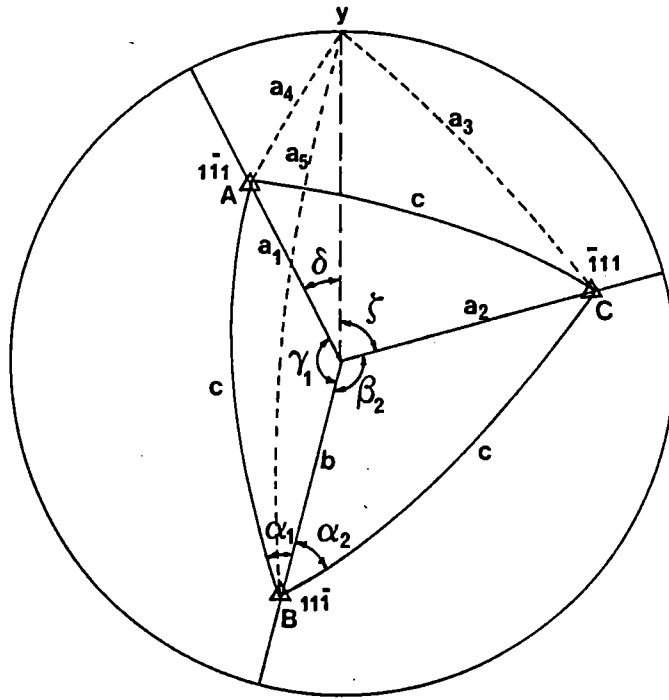
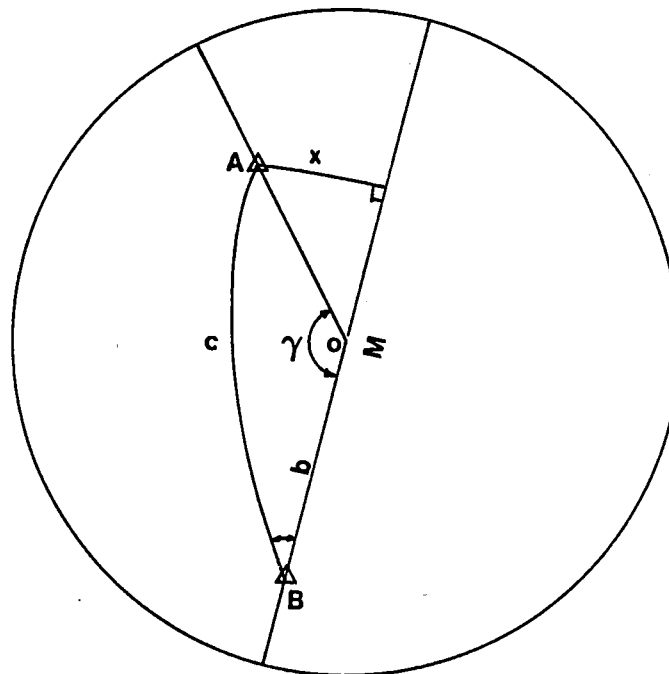


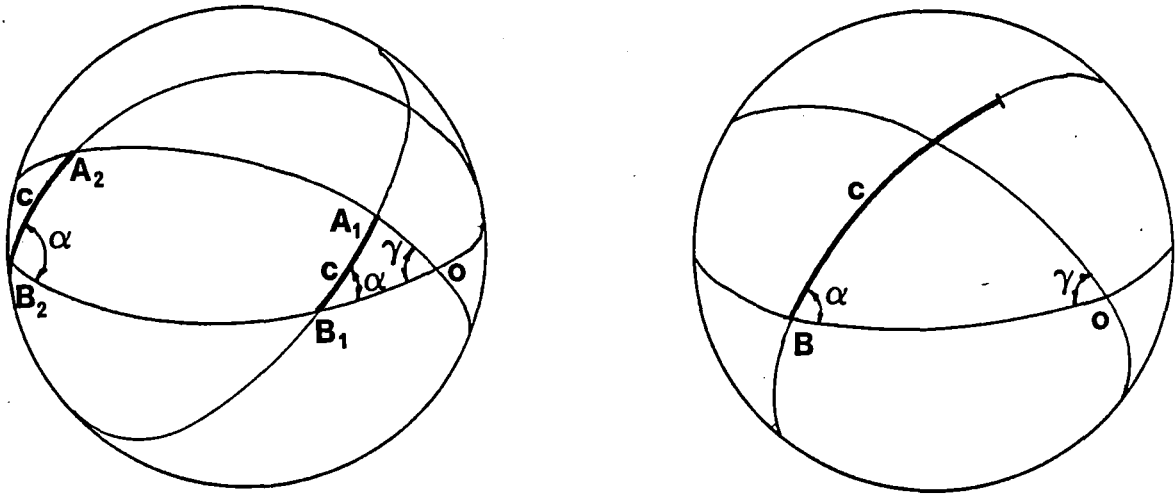
Figure (A4.4): Angles entre les traces de plans (111) observées dans un plan de section métallographique.



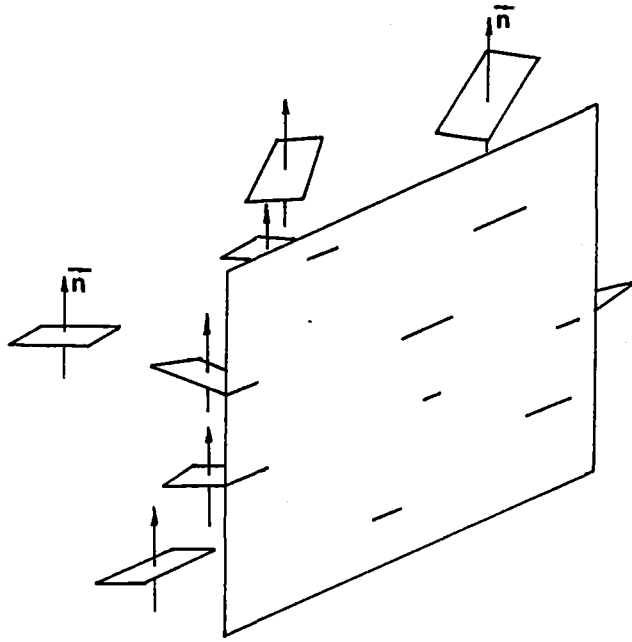
**Figure (A4.5):** Représentation stéréographique de la position des plans donnant les intersections de la figure (A4.4).



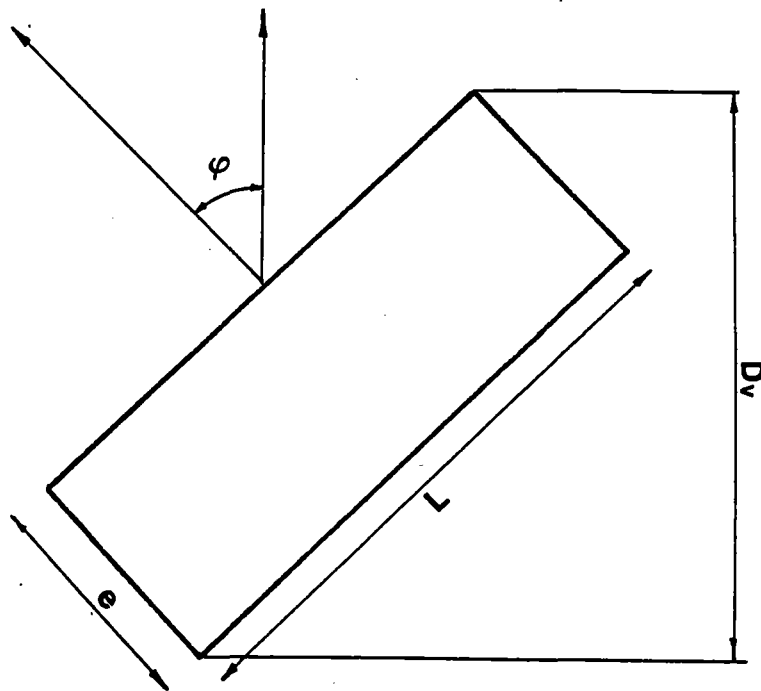
**Figure (A4.6):** Résolution du triangle BOA en introduisant un triangle rectangle.



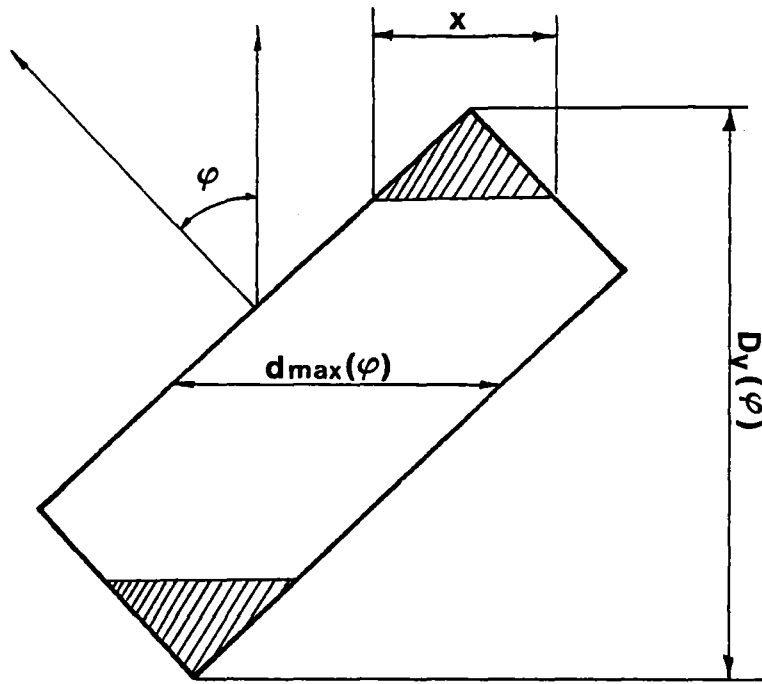
**Figure (A4.7):** Exemple illustrant la possibilité d'avoir 0 ou 2 solutions lors de l'inversion du sinus des relations (k) et (m).



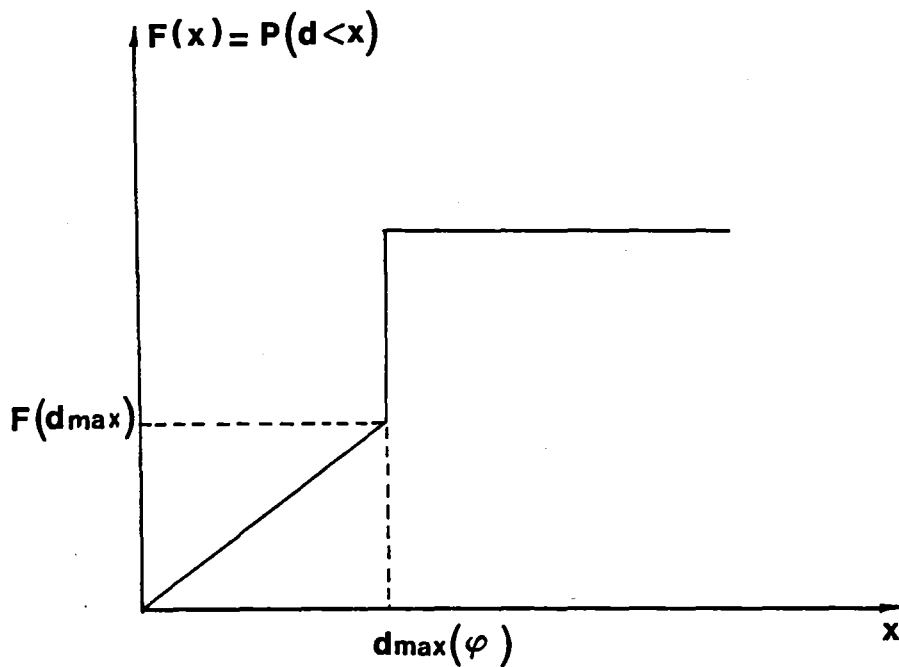
**Figure (A5.1):** Représentation schématique de la section de fissures rectangulaires parallèles par un plan de coupe métallographique.



**Figure (A5.2):** Position de la fissure par rapport à la direction du plan de section.

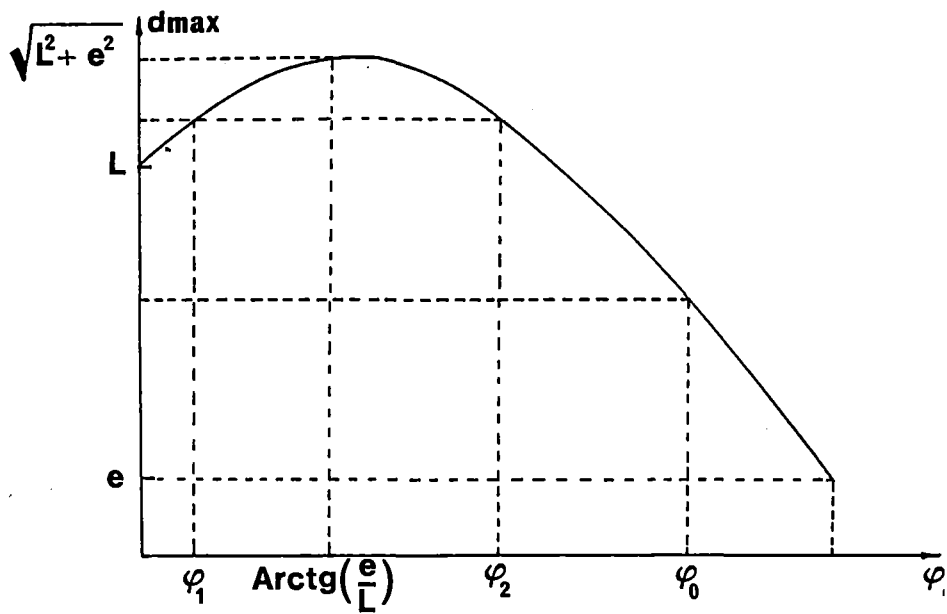


**Figure (A5.3):** Illustration du domaine dans lequel l'intersection a une taille inférieure à  $x$ .

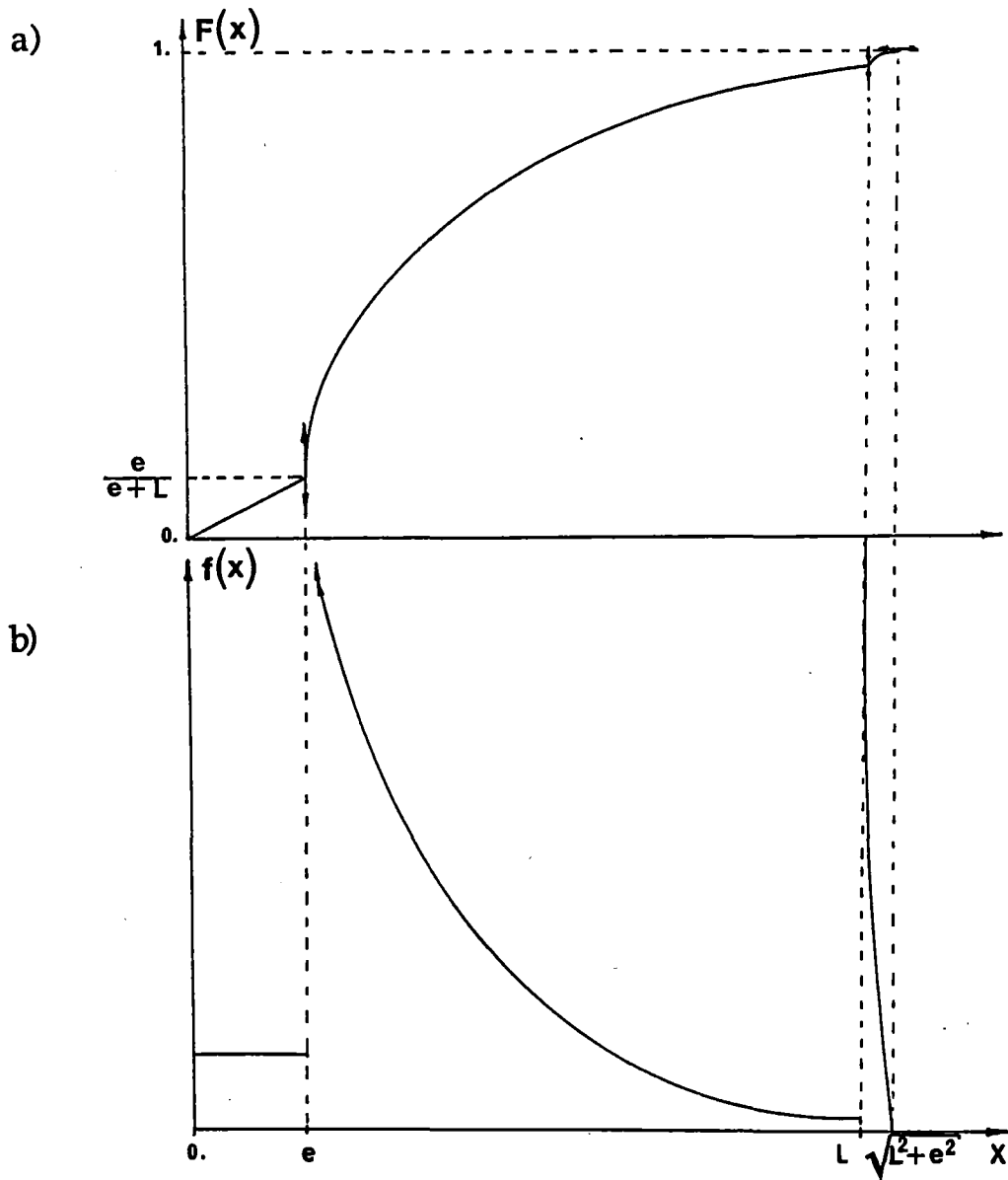


**Figure (A5.4):** Fonction de répartition de la taille d'intercept pour une orientation  $\phi$  donnée.



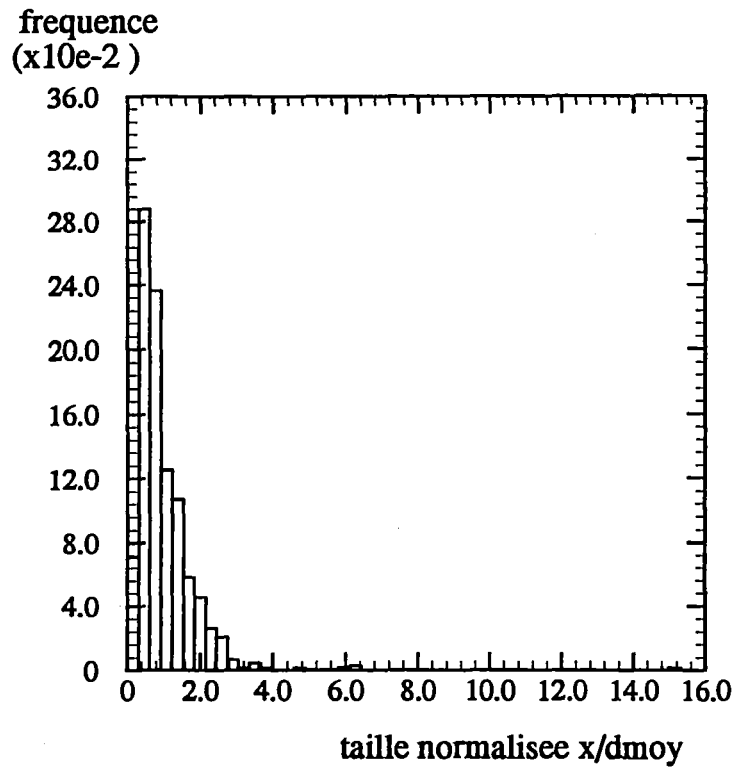


**Figure (A5.5):** Variation de  $d_{\max}$  avec l'angle d'orientation du rectangle par rapport au plan de section.



**Figure (A5.6):** Allure schématique (a) de la fonction de répartition et (b) de la fonction de densité de longueur d'intercept.

a)



b)

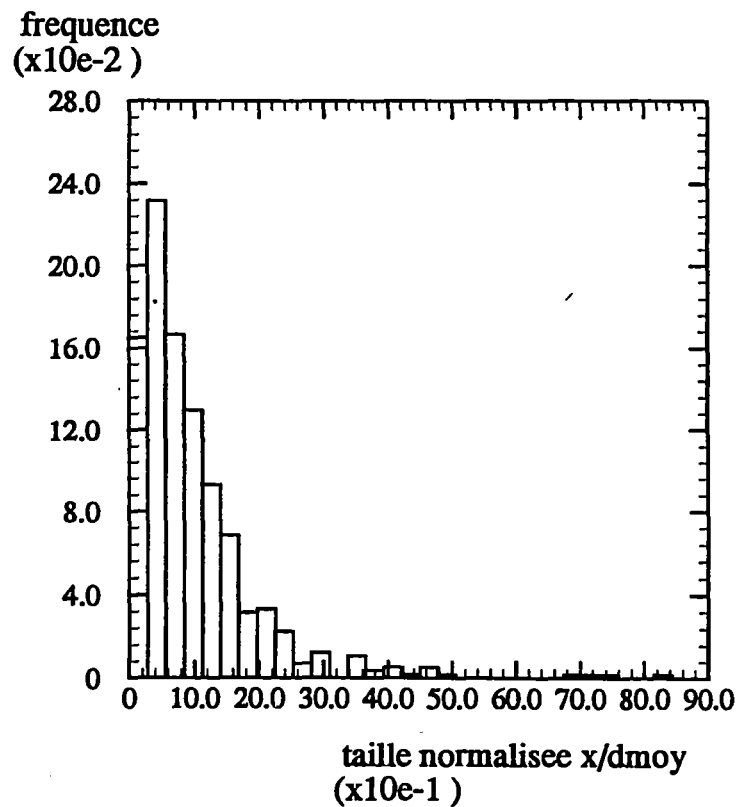


Figure (A5.7): Histogrammes expérimentaux de tailles d'intercept de fissures de clivage; (a) Alliage Y4331 déformé à 20°C; interclasse =  $0,306 \bar{d}$ ; (b) Alliage Y3296 déformé à 320°C; interclasse =  $0,281 \bar{d}$ .

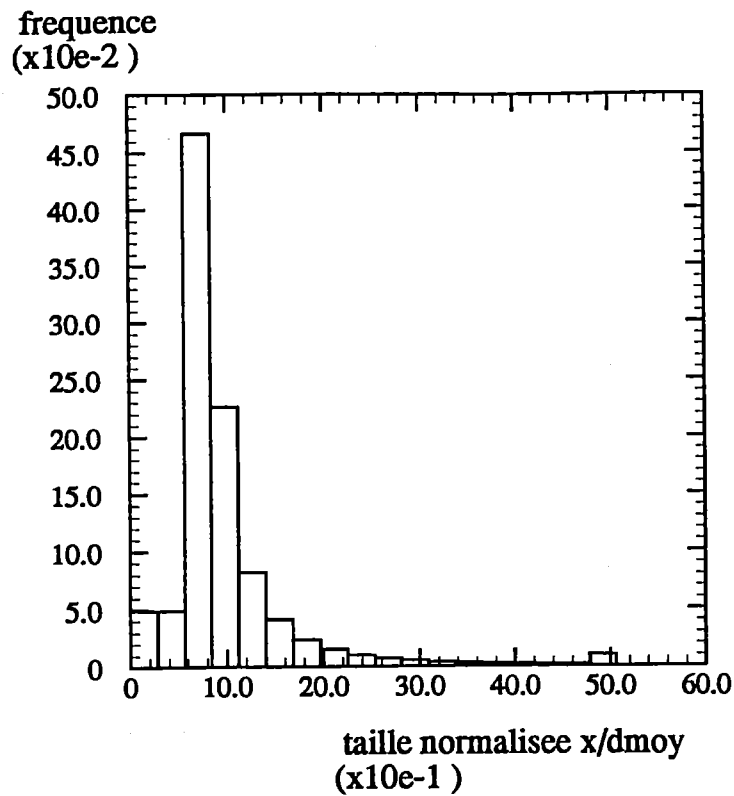


Figure (A5.8): Histogramme théorique de tailles d'intercept, obtenu pour un rapport d'élanement  $\frac{L}{d} = 5,0$ ; interclasse =  $0,281 \bar{d}$ .

a)

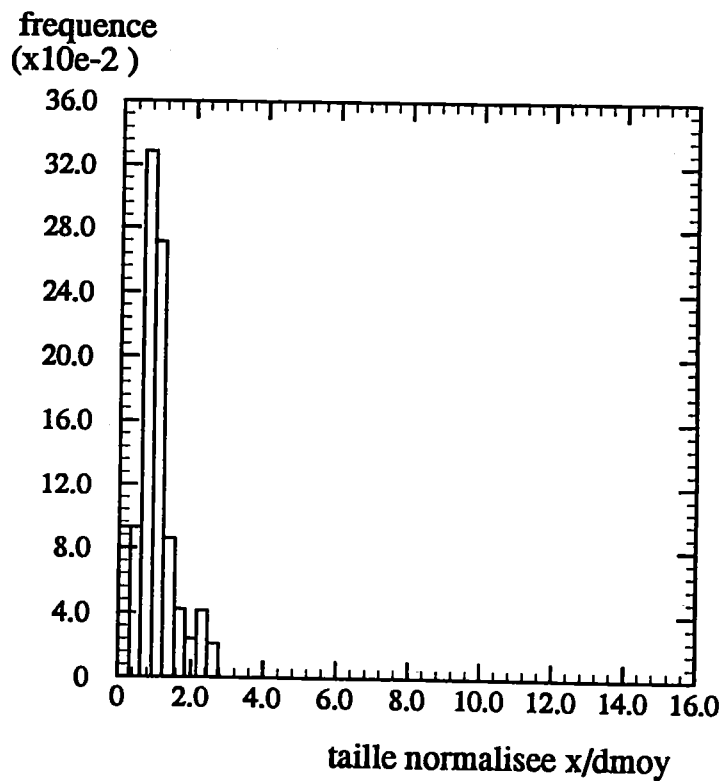


Figure (A5.9)(a): Histogramme théorique obtenu par minimisation de l'écart quadratique avec la distribution expérimentale; Alliage Y4331,  $\frac{L}{d} = 2,43$  interclasse =  $0,306 \bar{d}$ .

b)

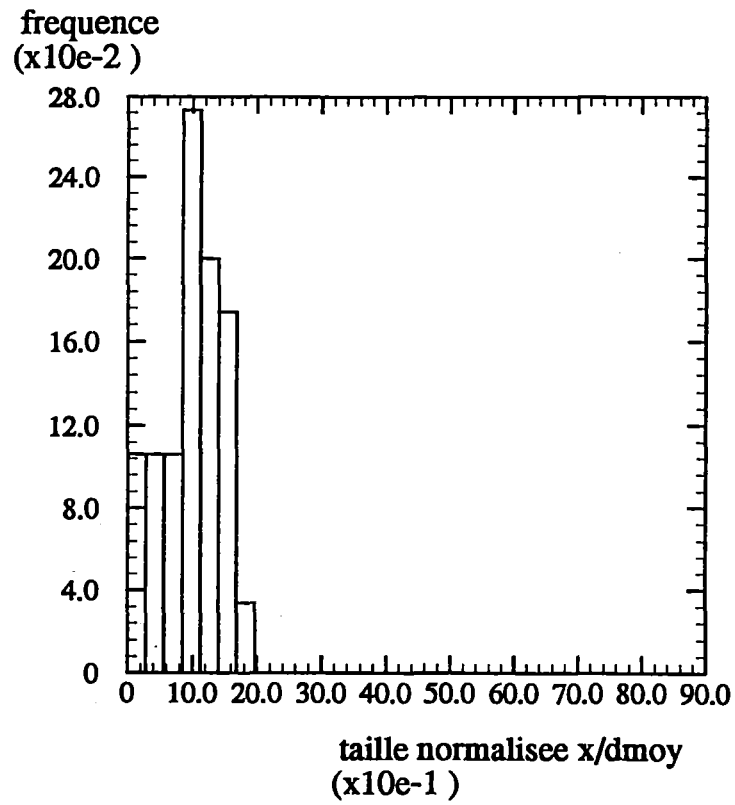


Figure (A5.9)(b): Histogramme théorique obtenu par minimisation de l'écart quadratique avec la distribution expérimentale; Alliage Y3296,  $\frac{L}{d} = 1,58$  interclasse =  $0,281 \bar{d}$ .

ANNEXE N° 1 :  
CALCUL PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS  
DES EPROUVETTES ENTAILLEES.

A1-1. Introduction.

Les éprouvettes axisymétriques entaillées, ont deux intérêts principaux.

En premier lieu, de part leur géométrie axisymétrique, elles peuvent être modélisées exactement par un calcul en deux dimensions, donc rapide et peu coûteux. De plus, en diminuant le rapport du rayon de l'entaille à celui de la section minimum, on augmente le niveau de tension hydrostatique régnant au centre de l'éprouvette.

Pour ces deux raisons, ce type d'éprouvette est très utile dans l'étude de l'effet de la plus grande contrainte principale ou du rapport de triaxialité des contraintes, sur les mécanismes de rupture.

Des calculs détaillés des géométries que nous avons utilisées, ont déjà été présentés par Mudry [A1-1], pour l'acier 16MND5 à 100°C. Cependant, comme la solution dépend légèrement de l'érouissage, les calculs ont été refaits pour les lois de comportement des deux aciers inoxydables utilisés dans cette étude, qui s'érouissent plus que l'acier faiblement allié étudié par Mudry. Dans un premier temps nous donnerons donc les résultats obtenus sur les trois géométries, pour les deux matériaux de notre étude. Puis nous discuterons brièvement de l'effet de l'érouissage sur la triaxialité des contraintes au centre de l'éprouvette.

A1-2. Méthode et résultats.

A1-2.1. Géométries et lois de comportement.

Les dessins des trois types d'éprouvette ont été montrés sur la Figure (3.1) (a) du chapitre 3. Par raison de symétrie, seul un quart de la section a été maillé.

Les maillages sont montrés sur la Figure (A1.1). Les éléments utilisés sont des éléments quadratiques rectangles ou triangles, isoparamétriques, sous-intégrés.

Les lois de comportement des deux matériaux, l'alliage Y4331 à 20°C et l'alliage Y3296 à 320°C, étaient rentrées point par point. Elles étaient déduites directement de la courbe de traction rationnelle obtenue lors d'un essai de traction jusqu'à rupture, sans correction pour la localisation de la déformation puisque ces essais ne donnèrent pas lieu à de la striction. Les courbes de traction sont données sur la Figure (A-1.2).

Le code de calcul utilisé était Zébulon, code de calcul du Centre des Matériaux de l'école des Mines. Il peut aisément accomplir un calcul bidimensionnel en élastoplasticité. Le critère de Von Mises, associé à la règle de normalité de l'écoulement plastique étaient utilisées dans ce calcul. L'écrouissage était supposé isotrope. A la fin de chaque incrément de calcul, la géométrie était réactualisée, pour tenir compte des déformations finies.

#### A1-2.2. Résultats.

##### -a Comparaison expérience/calcul.

La charge totale sur l'éprouvette, fonction de la contraction diamétrale de la section minimum peut être comparée aux valeurs expérimentales déduites des essais de traction. La comparaison obtenue pour les deux alliages est montrée sur la Figure (A-1.3) (a) à (g). Sauf pour les éprouvettes AE10 de la coulée Y4331, pour lesquelles un écart allant jusqu'à 8% sur la charge est visible entre le calcul et l'expérience, l'accord est très bon entre les valeurs expérimentales et le calcul.

##### -b Champs de contraintes et de déformations dans la section minimum.

Mudry [A-1.1], a montré l'existence d'une solution stabilisée, si l'on divise toutes les contraintes par  $\bar{\sigma}$ , rapport de la charge totale par la section courante de l'éprouvette, soit  $\bar{\sigma} = 4P/\pi \phi^2$ , et toutes les déformations par  $\bar{\epsilon}$ , déformation

moyenne de la section de l'éprouvette, égale à  $2 \text{Ln}\left(\frac{\phi_0}{\phi}\right)$  où  $\phi_0$  est le diamètre

initial de l'éprouvette et  $\phi$  le diamètre courant. Comme nous l'avons vu dans l'introduction, la contrainte hydrostatique et le rapport de triaxialité des contraintes, défini par  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$ , sont des paramètres importants dans l'analyse des mécanismes de rupture. La forme de la distribution de la contrainte de traction  $\sigma_z$ , ainsi que celle de la déformation équivalente de Von Mises, sont également importants, du point de vue de l'étude des micromécanismes. Nous verrons plus loin que l'analyse mécanique de l'entaille repose sur l'hypothèse d'uniformité de la déformation équivalente dans la section minimum, ainsi que sur la forme des lignes tangentes aux contraintes principales. Cette dernière hypothèse a des conséquences directes sur la forme du profil des contraintes dans la section minimum. Nous présenterons donc les paramètres suivants pour toutes les géométries :  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$ ,  $\frac{\sigma_z}{\sigma}$ ,  $\frac{\sigma_m}{\sigma}$ , ainsi que  $\frac{\epsilon_{eq}}{\epsilon}$ . Les courbes indiquant les variations de ces quatre paramètres pour les deux alliages sont données, à différents niveaux de déformation sur les Figures (A1.4) et (A1.5). Le niveau de triaxialité des contraintes au centre des éprouvettes, après stabilisation, est donné dans le Tableau A1-1.

### A1-3 Discussion.

Comme nous nous pouvons le voir sur le tableau A1-1, la triaxialité des contraintes est plus faible pour l'alliage Y4331 à 20°C que pour l'alliage Y3296 à 320°C. Cet effet est probablement dû au plus fort taux d'érouissage de l'alliage Y4331.

La Figure (A1.6) montre la triaxialité des contraintes au centre d'éprouvettes de même géométrie, fonction de l'exposant d'érouissage  $n$ , dans une loi du type  $\sigma = k \epsilon^n$ , pour des alliages d'aluminium à haute résistance 7075 [A1-4], l'acier peu allié étudié par Mudry [A1-1], et les deux alliages de cette étude (cf. §2-8.3). On note, en effet, une nette tendance à la décroissance de la triaxialité des contraintes quand l'érouissage augmente. Avant de donner

une explication qualitative à ce phénomène, nous allons brièvement rappeler le principe de fonctionnement des éprouvettes entaillées.

### A1-3.1- Rappels sur la mécanique des éprouvettes entaillées.

Des études analytiques du champ de contraintes dans la section minimum d'une entaille ont été effectuées par Bridgman [A1-2], et Davidenkov et al. [A1-3], puis reprises par Mudry, qui étend la solution de Davidenkov hors de la section minimum.

Dans le cas axisymétrique, les équations d'équilibre et les déformations s'écrivent de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)$$

Dans le cas où le matériau suit un critère de plasticité de Von Mises  $\sqrt{\frac{3}{2} \cdot s_{ij} \cdot s_{ij}} = \sigma_0$ , la loi d'écoulement s'écrit  $\varepsilon_{ij} = \lambda \frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}}$ . On a alors les expressions suivantes pour la déformation radiale et tangentielle:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \frac{3}{2} (\sigma_r - \sigma_m) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \frac{3}{2} (\sigma_\theta - \sigma_m) \end{aligned}$$

Pour aller plus avant, Bridgman [A1-2] ainsi que Davidenkov et Spiridonova [A1-3] expriment deux hypothèses:

*Hypothèse N°1 : La déformation dans la section minimum est homogène.*

(Mudry [A1-1] ajoute à cette hypothèse que la déformation dans toutes les sections horizontales de l'entaille est uniforme, et ne dépend que de z).



Dans la section minimum, le déplacement  $u$  est alors linéaire en fonction de  $r$ , et on en déduit que  $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta$ . Par application de la loi d'écoulement, on trouve également que  $\sigma_r = \sigma_\theta$ . Enfin, le critère de plasticité s'écrit alors simplement sous la forme :

$$\sigma_z - \sigma_r = \sigma_0. \quad (2)$$

Considérons maintenant la trajectoire des contraintes principales. Du fait de la courbure de la surface libre, la trajectoire des contraintes principales va également être courbée, sauf le long de l'axe de symétrie (cf Figure (A1.7)). Cette courbure est à l'origine directe de l'augmentation des contraintes latérales vers le centre de l'éprouvette. En effet, par application de la première équation d'équilibre et de (2), en utilisant un cercle de Mohr on trouve immédiatement que  $\frac{\partial \sigma_r}{\partial z} = (\sigma_r - \sigma_z) \frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{\sigma_0}{\rho}$ , et on a alors en  $z=0$  :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_0}{\rho} = 0,$$

où  $\rho$  est le rayon de courbure de la trajectoire des contraintes principales, au point de rayon  $r$ .

En termes plus simples, un disque d'épaisseur  $dz$  dans la section minimale est soumis sur ses faces à une contrainte de cisaillement  $\tau_{rz}$ , qui tend à étirer le disque. (cf Figure (A1.7)).

Connaissant  $\rho(r)$ , le rayon de courbure de la trajectoire des contraintes principales en un point de la section minimum, on en déduit une équation, gouvernant la contrainte radiale:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_0} = \int_r^a \frac{dr}{\rho(r)}$$

C'est là qu'intervient une seconde hypothèse pour poursuivre le calcul:

*Hypothèse N°2 : Selon Bridgman, les trajectoires des contraintes principales sont perpendiculaires à des cercles coupant la surface libre et l'axe de*

*symétrie à angle droit. Selon Davidenkov et al. , le rayon de courbure de la trajectoire est proportionnel à 1/r.*

Mudry [A1-1], utilisera un hypothèse identique à celle de Davidenkov et al. , qu'il étend en dehors de la section minimum en utilisant la deuxième équation d'équilibre.

Ces deux hypothèses concernant la courbure des lignes de contraintes principales conduisent à des résultats légèrement différents :

Dans le cas de l'hypothèse de Bridgman, on a  $r^2 + 2rp = cte$ ; la contrainte radiale et la triaxialité des contraintes obéissent aux lois suivantes (dans la section minimum):

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_0} = \text{Ln} \left( \frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \text{ et } \frac{\sigma_m}{\sigma_0} = \frac{1}{3} + \text{Ln} \left( \frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right),$$

(où  $a$  est le rayon de la section minimum et  $R$  le rayon de l'entaille).

Tandis que Davidenkov et al. , avec  $\rho = R \frac{a}{r}$ , obtiennent:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_0} = \frac{a^2 - r^2}{2aR} \text{ et } \frac{\sigma_m}{\sigma_0} = \frac{1}{3} + \frac{a^2 - r^2}{2aR} .$$

Le tableau A1-2 donne la triaxialité des contraintes au centre des entailles étudiées pour les deux hypothèses.

On note que la solution de Bridgman est assez proche des solutions obtenues par éléments finis, sur l'alliage Y4331 notamment.

### A1-3.2. Discussion.

D'après les profils obtenus par la MEF, il semble que la déformation est d'autant plus hétérogène que le rayon de l'entaille est faible, dans la section minimum; il y a une concentration de déformation à la surface de l'entaille. Ceci n'est pas surprenant. Rice et Johnson [A1-4] ont calculé par la méthode des lignes de glissement, l'état de contrainte et de déformation pour une fissure émoussée, ayant donc la forme d'une entaille de section circulaire de faible épaisseur. La déformation d'allongement en pointe de l'entaille est

très hétérogène, et croît fortement quand on s'approche de la surface, en

$$\text{Ln} \left( \frac{x}{\delta} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{x}{\delta}\right)^2}} \right) \text{ où } \delta \text{ est le diamètre de de l'entaille.}$$

Plus l'entaille est fine par rapport au diamètre et plus la solution approchée en supposant la déformation homogène, risque d'être erronée.

L'écouissage a un effet important, car il aténue les gradients de déformation [A1-5]. D'une part la section minimum se déformant en premier va plus se durcir, ce qui va forcer les sections voisines à se déformer plus. Les contraintes  $\tau_{rz}$  à l'origine de la triaxialité des contraintes, exercées par les sections supérieures et inférieures sur la section minimum vont donc diminuer quand l'écouissage augmente et, par conséquent, la triaxialité va diminuer.

ANNEXE N°2:  
ETUDE CRISTALLOGRAPHIQUE DE  
L'INCOMPATIBILITE DE DEFORMATION ENTRE  
L'AUSTENITE ET LA FERRITE.

A2-1 Introduction.

Dans ce paragraphe, nous nous proposons d'étudier la géométrie de la déformation de l'austénite, lorsqu'elle est en glissement simple ou en glissement multiple. L'objectif de cette courte étude est de donner des éléments de réponse aux questions suivantes:

- Comment expliquer que l'austénite reste en glissement simple lorsque l'axe de traction est situé proche d'un axe  $\langle 110 \rangle$  de l'austénite.
- Pourquoi observe-t-on plus de fissures de clivage dans la ferrite lorsque l'axe de traction est proche d'une direction  $\langle 110 \rangle$  de l'austénite.

En supposant l'austénite en glissement simple, nous allons chercher à savoir, en fonction de l'orientation de l'axe de traction, si la contrainte d'incompatibilité entre la ferrite et l'austénite peut se relaxer plus ou moins facilement. Enfin, dans le cas où elle ne le peut pas, nous tenterons de voir en quoi cette contrainte est susceptible de favoriser le clivage de la ferrite.

Le principe du calcul est le suivant:

Un calcul complet des contraintes d'incompatibilité entre deux phases de dureté différente est très complexe, et ne peut être mené que dans le cas simple où la géométrie des phases est ellipsoïdale [A2-1]. Nous allons donc simplifier grandement l'analyse en supposant que les déformations totales de chaque phase sont égales. De plus, nous supposerons que la ferrite s'adapte parfaitement à la déformation macroscopique. L'austénite, en revanche, se déforme par glissement. Nous prendrons deux cas relativement simples de glissement, simple et double.

Dans un premier temps, nous calculons le tenseur de déformation total, nécessaire pour produire l'allongement plastique requis dans le sens de l'axe de traction. Cette déformation comporte d'autres composantes que

celles de l'allongement simple. Nous supposons alors que ces composantes sont annulées par une déformation de nature élastique, que nous appellerons déformation de compatibilité. Nous avons donc les relations suivantes :

$$\epsilon^{\text{compa}} + \epsilon^{\text{gl}} = \epsilon^{\text{app}} \quad (1)$$

$$\epsilon^{\text{compa}} = \epsilon^{\text{app}} - \epsilon^{\text{gl}} \quad (2)$$

$$\sigma^{\text{compa}} = 2\mu (\epsilon^{\text{app}} - \epsilon^{\text{gl}}) \quad (3)$$

Dans un second temps, nous allons résoudre cet état de contrainte de compatibilité sur différents systèmes de glissement secondaires, susceptibles d'être activés facilement, étant donnée leur orientation par rapport à la contrainte macroscopique, et nous discuterons la possibilité de glissement simple stable au voisinage de l'axe  $\langle 001 \rangle$ .

Enfin, nous verrons en quoi cette contrainte de compatibilité peut favoriser le clivage de la ferrite. Pour cela, nous calculerons le changement de repère nécessaire pour exprimer la contrainte de compatibilité dans le repère de la ferrite, en supposant que les deux phases sont en relation d'orientation de Kurdjumov-Sachs. Puis, en considérant une traction dans le sens d'un axe  $\langle 100 \rangle$  de la ferrite, nous discuterons des effets possibles de cette contrainte de compatibilité sur le clivage de la ferrite.

## A2-2 Etude géométrique du glissement de l'austénite.

### A2-2.1. Nature des incompatibilités de déformation étudiées.

Il y a de nombreuses sources d'incompatibilité de déformation dans un alliage hétérogène.

Tout d'abord, selon l'échelle à laquelle on se place: On peut par exemple étudier les interactions entre une phase dure et une phase plus molle à l'aide de modèles d'empilements de dislocations, comme le fait Argon pour des inclusions rigides [A2-2]. Mais, compte tenu de la microstructure grossière des alliages étudiés et de la relative homogénéité du glissement que nous avons observée dans l'austénite, nous considérerons que le problème relève plus de la mécanique des milieux continus que de celle des dislocations.

D'autre part, lorsqu'un matériau cristallin est soumis à un allongement, ses plans cristallins tournent, et sa direction de glissement tend à s'aligner avec l'axe de traction. Si cette rotation est contrainte, comme cela peut être le cas pour un monocristal pris dans des mordaches rigides, ou pour la matrice d'un matériau au voisinage d'une inclusion dure, il y a alors flexion des plans cristallins, comme le montre Ashby [A2-3]. Cette flexion est à l'origine de contraintes de compatibilité, qui peuvent être relaxées par l'émission de dislocations "géométriquement nécessaires". Le calcul de la déformation de compatibilité dans ce cas est complexe car il dépend de la géométrie, aussi bien pour une structure macroscopique comme une éprouvette de traction monocristalline [A2-4] que pour des microstructures. Ainsi Ashby [A2-3] montre l'effet de la forme et de l'espacement des particules dures sur la quantité de dislocations nécessaires. De plus, il montre que cette flexion de réseau est équivalente à une hétérogénéité de la déformation plastique.

Dans le cas qui nous intéresse, nous avons adopté l'hypothèse simplificatrice selon laquelle les deux phases sont déformées de manière homogène. Si incompatibilité il y a, elle sera relaxée par l'austénite dans son ensemble, et non par un glissement local au voisinage de l'interface.

#### A2-2.2. Etude du glissement simple; principe de calcul.

Nous avons vu au chapitre 3 que l'austénite se déforme par glissement et par maclage. Le glissement est cependant prépondérant. Nous allons donc étudier la géométrie de la déformation de l'austénite uniquement dans le cas où ce mécanisme est actif.

Considérons un cristal d'austénite. Soit  $\chi$  tel que  $(\pi/2 - \chi)$  est l'angle que fait la normale au plan de glissement avec la direction de traction, et  $\lambda$ , l'angle que fait la direction de traction avec la direction de glissement.

Dans ce paragraphe, nous nous placerons dans le cas simple où  $\chi = \lambda$ . On traite alors un problème plan, où la normale au plan de glissement, la direction de glissement et la direction de traction sont dans un même plan (cf Figure (A2.1)). L'axe de traction vérifiant cette relation peut balayer un plan. La position de ce plan dans le triangle standard de l'austénite est illustrée sur la Figure (A2.2).

Dans le repère lié au cristal, considérons un glissement sur le système primaire, d'angle  $\gamma$ . La déformation s'exprime alors dans ce repère par le tenseur suivant:

$$\varepsilon^{gl} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\gamma}{2} & 0 \\ \frac{\gamma}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Par simple changement de repère, on peut également l'exprimer dans le repère de l'éprouvette :

$$\varepsilon^{gl} = \frac{\gamma}{2} \cdot \begin{pmatrix} -\sin 2\lambda & -\cos 2\lambda & 0 \\ -\cos 2\lambda & \sin 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Supposons maintenant que, dans le repère de l'éprouvette, la ferrite a une déformation égale à la déformation appliquée qui vaut:

$$\varepsilon^{app} = \varepsilon_{yy} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

On en déduit alors, toujours dans le repère de l'éprouvette, la déformation de compatibilité, d'après l'équation (3):

$$\varepsilon^{compa} = \begin{pmatrix} -\frac{\varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\gamma}{2} \sin 2\lambda & \frac{\gamma}{2} \cos 2\lambda & 0 \\ \frac{\gamma}{2} \cos 2\lambda & \varepsilon_{yy} - \frac{\gamma}{2} \sin 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\varepsilon_{yy}}{2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Comme nous l'avons dit plus haut, nous considérons que l'allongement est le même dans les deux phases. On a alors :

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\gamma}{2} \cdot \sin 2\lambda \quad (6)$$

On utilise alors (6) dans (5), et on fait le changement de repère inverse, pour exprimer finalement la contrainte de compatibilité dans le repère du glissement:

$$\sigma^{\text{compa}} = 2\mu \varepsilon_{yy} \cdot \begin{pmatrix} \left( \frac{\sin\lambda^2}{2} + \cos 2\lambda \right) & \left( -\frac{\sin 2\lambda}{4} - \frac{\cos 2\lambda^2}{\sin 2\lambda} \right) & 0 \\ \left( -\frac{\sin 2\lambda}{4} - \frac{\cos 2\lambda^2}{\sin 2\lambda} \right) & \left( \frac{\cos\lambda^2}{2} - \cos 2\lambda \right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Une fois munis de cette expression, nous pouvons calculer la cission résolue sur n'importe quel système de glissement secondaire, de cet état de contrainte "parasite". Soit  $\vec{n}$  et  $\vec{g}$  les vecteurs normale au plan de glissement et direction de glissement du système secondaire. (Les  $n_i$  et  $g_i$  sont les cosinus directeurs de ces directions, dans les axes du glissement primaire). La cission résolue de la contrainte de compatibilité s'écrit alors:

$$\frac{\tau^{\text{compa}}}{2\mu \cdot \varepsilon_{yy}} = \left( \frac{\sin\lambda^2}{2} + \cos 2\lambda \right) n_1 \cdot g_1 - \left( \frac{\sin 2\lambda}{4} + \frac{\cos 2\lambda}{\sin 2\lambda} \right) \cdot (n_2 \cdot g_1 + n_1 \cdot g_2) + \dots \\ \dots + \left( \frac{\cos\lambda^2}{2} - \cos 2\lambda \right) n_2 \cdot g_2 - \frac{n_3 \cdot g_3}{2}$$

Il sera utile dans la discussion, de la comparer à la cission de la contrainte macroscopique appliquée, sur le même système. Considérons l'état de contrainte appliquée suivant, exprimé dans le repère de l'éprouvette:

$$\sigma^{\text{app}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La contrainte  $\sigma^{\text{app}}$  doit vérifier la loi de Schmid pour plastifier le premier système. On a donc la relation suivante:

$$\sigma^{\text{app}} = \frac{\tau_0}{\sin\lambda \cdot \cos\lambda} \quad (7)$$

où  $\tau_0$  est la cission critique sur le système primaire.



En utilisant (7) puis le changement de repère, on peut exprimer l'état de contrainte appliquée dans le repère du glissement primaire:

$$\sigma^{\text{app}} = \tau_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{\text{tg}\lambda} & 1 & 0 \\ 1 & \text{tg}\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement, la cission résolue de cet état de contrainte sur un système secondaire s'écrit:

$$\tau^{\text{app}} = \tau_0 \left( \frac{n_1 g_1}{\text{tg}\lambda} + n_2 \cdot g_2 \text{tg}\lambda + n_2 \cdot g_1 + n_1 \cdot g_2 \right)$$

### A2-2.3. Glissement simple. Résultats et discussion.

Le long de la zone  $\chi=\lambda$ , nous nous intéresserons plus spécialement à deux systèmes secondaires. Lorsque  $\lambda=31^\circ$ , le système CI (voir la carte des systèmes à la Figure(A2.3)) est soumis à la même cission que le système principal BIV. En revanche pour  $\lambda=51^\circ$ , c'est le système AIII qui est sollicité comme BIV. Sur la Figure (A2.4) (a) et (b), on peut voir  $\frac{\tau^{\text{compa}}}{2\mu \cdot \epsilon_{yy}}$  et  $\frac{\tau^{\text{app}}}{\tau_0}$  pour les deux systèmes CI et AIII. Ces courbes appellent deux remarques principales.

**-Remarque 1:** On trouve dans la littérature un résultat analogue, mais plus général que le nôtre. Hauser et al. [A2-5] ont en effet calculé ce qu'ils appellent "l'effet de mordache" (grip effect), pour un monocristal en traction simple. Il s'agit d'un calcul très semblable au nôtre, à la différence que le cristal qu'ils considèrent n'étant pas confiné latéralement, il n'y a pas d'effet de Poisson sur la contrainte d'incompatibilité; celle-ci provient uniquement du cisaillement sur le plan perpendiculaire à l'axe de traction. Si on reprend l'équation (5) donnant la déformation de compatibilité on peut la réécrire en négligeant les contractions latérales:

$$\varepsilon^{\text{compa}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\gamma}{2} \cos 2\lambda & 0 \\ \frac{\gamma}{2} \cos 2\lambda & \varepsilon_{yy} - \frac{\gamma}{2} \sin 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Après changement de repère, on résout cet état de contrainte sur un glissement secondaire comme précédemment, et on trouve :

$$\frac{\tau^{\text{compa}}}{2\mu \cdot \varepsilon_{yy}} = \cos 2\lambda n_1 \cdot g_1 - \frac{\cos 2\lambda}{\text{tg} 2\lambda} \cdot (n_2 \cdot g_1 + n_1 \cdot g_2) + \cos 2\lambda n_2 \cdot g_2$$

Les nouvelles courbes obtenues sont montrées à la Figure (A2.5) (a) et (b). On note une légère différence lorsque l'on considère ou non l'effet de Poisson, mais on peut dire que, au moins sur ces deux systèmes, la *cission de compatibilité résulte essentiellement d'une incompatibilité de cisaillement*. Hauser et al. [A2-5] ont mené ces calculs sur tous les systèmes secondaires, pour une orientation quelconque de l'axe de traction dans le triangle standard de l'austénite. Leurs résultats sont montrés à la Figure (A2.6), où les zones hachurées correspondent aux cas où la cission de compatibilité agit dans le même sens que la cission de la contrainte appliquée. Ils nous permettent d'élargir le raisonnement ébauché plus haut pour  $\chi=\lambda$  à l'ensemble du triangle.

On note alors une situation analogue à celle du système AIII, pour les systèmes BV et AVI. En effet, pour ces deux systèmes, lorsque l'axe de traction est proche de la frontière du triangle, le facteur de Schmid est élevé et la cission de compatibilité agit dans le même sens que la contrainte appliquée. Pour les autres systèmes secondaires, la cission appliquée est généralement faible dans les zones hachurées.

**-Remarque 2:** Lorsque la cission de compatibilité agit dans le même sens que la cission appliquée, on s'attend à ce qu'une faible déformation plastique soit suffisante pour faire céder le second système. Si tel était le cas, nous ne pourrions pas donner une explication satisfaisante aux observations du chapitre 4. En effet, lorsque l'axe de traction est proche de  $\langle 011 \rangle$ , la cission parasite pourrait se relaxer aisément sur les systèmes AIII, AVI ou BV dont nous venons de parler, et produirait ainsi du glissement multiple. Il faut donc faire intervenir un autre phénomène.

avec :

$$\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{-\sin 2\lambda \cos \psi^2}{\sin 2\lambda (\cos^2 \phi - \sin \psi^2 \cdot \sin^2 \phi) - \cos 2\lambda \sin \psi \sin 2\phi}$$

$$\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{\cos 2\lambda \sin \psi \sin 2\phi + \sin 2\lambda \sin^2 \phi - \sin 2\lambda \sin \psi^2 \cos^2 \phi}{\sin 2\lambda (\cos^2 \phi - \sin \psi^2 \cdot \sin^2 \phi) - \cos 2\lambda \sin \psi \sin 2\phi}$$

$$\frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{-\{\sin \phi \cos \phi \sin 2\lambda \cdot (1 + \sin \psi^2) + \cos 2\lambda \sin \psi \cos 2\phi\}}{\sin 2\lambda (\cos^2 \phi - \sin \psi^2 \cdot \sin^2 \phi) - \cos 2\lambda \sin \psi \sin 2\phi}$$

Ces rapports sont donnés en fonction de  $\phi$  à la Figure (A2.7).

Comme on s'y attend le cisaillement est nul pour un angle légèrement négatif, ce qui correspond au cas où l'axe de traction est dans le plan bissecteur des plans formés par les normales au plan de glissement et les directions de glissement.

Nous cherchons maintenant à savoir si l'état de contrainte de compatibilité associé peut se relaxer rapidement sur un des multiples systèmes sollicité le long de cette zone.

Calculer la cission résolue de cet état de contrainte, sur les 10 systèmes secondaires possibles (6 quand  $y_4$  est proche de  $\langle 001 \rangle$  et 4 quand il est proche de  $\langle -111 \rangle$ ) serait assez fastidieux. Nous n'avons donc fait de calcul que dans deux cas extrêmes: quand l'axe de traction est en  $\langle 001 \rangle$  et quand il est en  $\langle -111 \rangle$ .

Négligeant à nouveau les contractions latérales, nous pouvons écrire que la contrainte de compatibilité à la forme suivante, dans le repère  $R_4$ :

$$\sigma^{\text{compa}} = -2\mu \varepsilon_{yz} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

et la contrainte appliquée s'écrit:

$$\sigma^{\text{app}} = \sigma \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Comme dans le paragraphe précédent, considérons un système de glissement secondaire ( $\vec{n}$ ,  $\vec{g}$ ). Nous nous bornerons, dans ces deux cas, à

vérifier la condition géométrique selon laquelle les deux cisssions résolues agissent dans le même sens. Cette condition s'écrit :

$$- \epsilon_{yz} (n_3 g_2 + n_2 g_3) . n_2 g_2 > 0$$

Lorsque l'axe de traction est dirigé selon  $\langle 001 \rangle$ , on a  $\epsilon_{23} > 0$ ; on doit donc avoir  $p = n_2 g_2 (n_3 g_2 + n_2 g_3) < 0$  pour que les deux cisssions agissent ensemble. Le tableau A2-1 donne ce paramètre géométrique  $p$  pour les six systèmes les plus sollicités en  $\langle 001 \rangle$ .

Lorsque l'axe de traction est orienté en  $\langle -111 \rangle$ , on a  $\epsilon_{23} < 0$ , et donc la condition géométrique s'exprime par  $p = n_2 g_2 (n_3 g_2 + n_2 g_3) > 0$ . Le Tableau A2.2 donne ce coefficient pour les quatre systèmes les plus sollicités en  $\langle -111 \rangle$ .

On note tout de suite que, dans les deux orientations, quatre systèmes de glissement relaxeront la contrainte de compatibilité rapidement. Ce résultat n'est pas surprenant car ces deux orientations du cristal sont des axes de haute symétrie, autour desquels de nombreux systèmes sont également sollicités.

#### A2-2.5. Conclusions.

Nous pouvons donc conclure de cette étude que la stabilité du glissement simple que nous avons observée dans le chapitre 4, peut être attribuée à la rotation du réseau austénitique. Cette rotation a pour effet de décharger les systèmes secondaires AIII AVI et BV, lorsque l'axe de traction est initialement proche de  $\langle 011 \rangle$ . En revanche lorsque l'axe de traction est proche de la zone  $\langle 011 \rangle \langle -111 \rangle$ , le système conjugué CI est de plus en plus chargé quand la déformation augmente, car la contrainte de compatibilité agit sur lui dans le même sens que la contrainte appliquée, sans que la rotation de réseau diminue cet effet. Le cisaillement de compatibilité sera, dans ce cas, rapidement seillé par le déclenchement du système CI, puis par le déclenchement d'autres systèmes également fortement sollicités dans cette zone du triangle.

Dans le cas contraire, l'orientation de l'austénite n'est pas favorable à une relaxation sur un système secondaire. La contrainte de compatibilité de cisaillement continue à augmenter avec la déformation. La ferrite, qui est à

l'origine de cette contrainte de compatibilité est alors de plus en plus sollicitée par ce cisaillement. Dans le paragraphe suivant nous allons étudier quelques aspects des effets de cette contrainte sur la ferrite.

### A2-3 Relations d'orientation entre l'austénite et la ferrite. Effet de la contrainte de compatibilité sur la ferrite.

#### A2-3.1. Changement de repère.

Pour pouvoir exprimer l'état de contrainte de compatibilité dans le repère de la ferrite, il est nécessaire d'avoir les matrices de passage d'un repère à l'autre. Nous avons vu au chapitre 2, que l'orientation des deux phases suit des relations de Kurdjumov-Sachs.

Soit  $B_1 = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3\}$  une base de la ferrite, où  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont respectivement les vecteurs de type  $\langle 101 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  en relation K-S avec l'austénite. Appelons  $B_{n\delta}$  et  $B_{n\gamma}$  les bases "naturelles" de  $\delta$  et de  $\gamma$ , dont les vecteurs sont portés par les cotés de la maille cubique:  $\langle 100 \rangle, \langle 010 \rangle$  et  $\langle 001 \rangle$ . Soit  $P_1$ , la matrice de passage qui donne un vecteur dans la base  $B_1$ , quand on connaît ses indices de Miller.

$$\vec{u}_{B_1} = P_1 \cdot \vec{u}_{B_{n\delta}}$$

Ensuite, connaissant le variant des relations K-S, suivant lequel les deux réseaux sont accolés, on peut exprimer aisément la matrice de passage entre le repère  $B_1$  et la base naturelle de l'austénite  $B_{n\gamma}$ . Soit  $P_2$  cette matrice:

$$\vec{u}_{B_{n\gamma}} = P_2 \cdot \vec{u}_{B_1} \quad (8)$$

Un vecteur de la base naturelle de  $\delta$  s'exprime alors dans la base naturelle de  $\gamma$  de la manière suivante:

$$\vec{u}_{B_{n\gamma}} = P_2 P_1 \vec{u}_{B_{n\delta}} \quad (9)$$

On en déduit alors que un tenseur qui s'exprime  $\epsilon^\gamma$  dans le repère de  $\gamma$  s'exprime  $\epsilon^\delta$  dans le repère naturel de  $\delta$ , avec:

$$\epsilon_\delta = (P_2 P_1)^{-1} \cdot \epsilon_\gamma \cdot (P_2 P_1) \quad (10)$$

**A2-3.2. Application 1: Orientation des axes <001> de la ferrite dans le triangle standard de l'austénite.**

Orienter les axes <001> de la ferrite dans le triangle standard de l'austénite est une application directe de l'équation (8). Pour avoir toutes les positions possibles, il suffit seulement d'étudier un seul variant. En effet, la position de la ferrite dans les autres variants se déduit du premier par des opérations de rotation ou de symétrie miroir qui conservent le cristal d'austénite.

Prenons le variant suivant:

$$\begin{aligned} & \{-101\}_\delta // \{111\}_\gamma \\ & \langle 1-11 \rangle_\delta // \langle 0-11 \rangle_\gamma \end{aligned}$$

Soient  $\vec{u}_1$ ,  $\vec{u}_2$  et  $\vec{u}_3$  respectivement les vecteurs <100>, <010> et <001>. Les matrices P1 et P2 sont données ci dessous.

$$P_1 = \begin{pmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

Par application de la formule (9), on trouve immédiatement l'expression des vecteurs  $\vec{u}_1$ ,  $\vec{u}_2$  et  $\vec{u}_3$  dans le repère de  $\gamma$ , puis on recherche les axes de type <100> $\gamma$ , <110> $\gamma$  et <111> $\gamma$  dont cet axe est le plus proche. Le numéro du triangle et les angles que  $u_i$  fait avec les sommets sont donnés dans le Tableau A2-3. Ces trois positions sont illustrées sur la Figure (A2-8).

**A2-3.3. Application 2: Calcul de la contrainte de compatibilité dans le repère de la ferrite. Cission résolue sur les systèmes de maillage.**

a- Dénombrement des couples de systèmes de maillage, dont la ligne d'intersection se trouve dans un plan [100] donné.

Avant de calculer la contrainte de compatibilité et de la résoudre sur des systèmes de macles particuliers, il faut d'abord dénombrer combien de ces systèmes sont susceptibles de se couper dans un plan de clivage [100].

Selon Priestner [A2-7], des systèmes de maclage, de type  $\{-211\}\langle 111\rangle$ , peuvent se couper selon une direction  $\langle 110\rangle$  ou  $\langle 120\rangle$ . Cependant, il n'y a pas accord complet dans la littérature, pour affirmer que toutes ces intersections peuvent donner lieu à du clivage dans le plan d'intersection (cf discussion du § 4-7). Selon Levasseur [A2-8], seuls les croisements le long de  $\langle 110\rangle$  peuvent donner naissance à une fissure de clivage.

Nous allons donner, pour information les cissions de compatibilité sur tous les couples possibles. Pour un plan de type  $\langle 100\rangle$ , on trouve 2 intersections le long de  $\langle 011\rangle$  et 4 intersections le long de  $\langle 012\rangle$ . Les couples en question sont donnés dans le Tableau A2-4, et une illustration des positions possibles est montrée à la Figure (A2-9). Une attention particulière doit être portée à l'orientation du plan de composition et de la direction de cisaillement de chaque système, car le cisaillement est orienté. Comme on peut le voir sur la Figure (A2-10), le maclage ne peut avoir lieu que pour un sens de la cission.

Dans le Tableau A2-4, on a pris soin d'orienter la normale au plan de composition et la direction de maclage de telle sorte que le maclage soit rendu possible pour une cission  $\tau$  positive, avec :  $\tau = \tilde{\sigma} : \vec{n} \cdot \vec{g}$ .

Les couples se coupant dans les plans  $[010]$  ou  $[001]$  se déduisent des premiers par simple permutation circulaire d'indices.

#### b. Calcul de la contrainte de compatibilité dans la ferrite.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents comment calculer le tenseur de contrainte de compatibilité dans le repère de l'austénite. Dans la ferrite, ce tenseur est de signe opposé. En effet, si on adopte une simple loi des mélanges pour la contrainte, sachant que la moyenne de la contrainte de compatibilité doit être nulle on obtient:

$$\sigma_{\text{compa}}^{\delta} = - \frac{f_{\gamma}}{f_{\delta}} \sigma_{\text{compa}}^{\gamma}$$

où  $f_{\gamma}$  et  $f_{\delta}$  sont respectivement les fractions volumiques d'austénite et de ferrite.

soit:

$$\sigma_{\text{compa}}^{\delta} = \frac{f_{\gamma}}{f_{\delta}} 2\mu (\epsilon^{\text{gl}} - \epsilon^{\text{app}})$$

Le principe du calcul est le suivant: on calcule d'abord dans le repère du glissement  $\epsilon_{\gamma}^{\text{gl}}$ . Soit  $P_3$  la matrice de passage du repère naturel de  $\gamma$  au repère du glissement, on exprime alors  $\epsilon_{\delta}$  dans le repère naturel de l'austénite par la relation:

$$\epsilon_{n\gamma}^{\text{gl}} = P_3^{-1} \cdot \epsilon_{\gamma}^{\text{gl}} \cdot P_3$$

où  $\epsilon_{\gamma}^{\text{gl}}$  est le tenseur de déformation du glissement exprimé dans le repère du glissement:

$$\epsilon_{\gamma}^{\text{gl}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\gamma}{2} & 0 \\ \frac{\gamma}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Puis, par application de (10), on l'exprime enfin dans le repère de la ferrite:

$$\epsilon_{n\delta}^{\text{gl}} = (P_2 P_1)^{-1} \cdot (P_3^{-1} \cdot \epsilon_{n\gamma}^{\text{gl}} \cdot P_3) \cdot (P_2 P_1) \quad (11)$$

Nous ne considérerons que trois cas particuliers pour la position de l'axe de traction dans le réseau de ferrite. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, la traction suivant l'une des directions principales du tube correspond, d'après les données de texture de la ferrite, à une traction dans un axe  $\langle 100 \rangle$  de  $\delta$ . En conséquence, nous n'étudierons que les trois cas de traction dans  $\langle 100 \rangle \delta$ , pour le même variant K-S que nous avons évoqué dans le paragraphe précédent. (Les autres variants donnent les mêmes positions de  $\langle 100 \rangle \delta$  dans le cristal d'austénite). Dans chaque cas, la matrice  $\epsilon^{\text{app}}$  s'exprime aisément dans le repère de la ferrite; par exemple :

$$\epsilon^{\text{app}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

pour une traction en  $\langle 100 \rangle \delta$ . (On obtient les deux autres cas par permutation).

Enfin, comme nous l'avons fait dans l'étude du glissement de l'austénite, nous annulons l'incompatibilité de déformation dans la direction de la



Ce phénomène peut être la rotation du réseau cristallin, dont nous avons supposé qu'elle n'était pas gênée par la ferrite. Dans ce cas, lorsque la déformation augmente, l'axe de traction tourne dans le triangle, vers la direction de glissement  $\langle -101 \rangle$ . La vitesse de rotation est donnée par la relation suivante [A2-6]:

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = \text{tg}\lambda$$

Cette rotation peut être de  $1^\circ$  par % d'allongement lorsque l'axe de traction est situé en  $\langle 011 \rangle$ . On note alors sur la Figure (A2.5) que, pour le système secondaire AIII, plus la rotation est grande, plus le système se décharge, et ce pour deux raisons:

-D'une part, la cission appliquée diminue.

-D'autre part, lorsque le cristal tourne, la cission de compatibilité croît de moins en moins pour ne plus croître du tout en  $\lambda=45^\circ$ . Elle va ensuite s'inverser, et s'opposer à la cission appliquée. D'après les données de Hauser et al. [A2-5] de la Figure (A2.6), il en va de même pour les systèmes BV et AVI. En revanche, pour le système CI, on a le phénomène inverse: quand le cristal tourne, le système secondaire est plus sollicité. Les conditions sont alors réunies pour que le système CI soit plastifié très rapidement, spécialement pour  $\lambda > 45^\circ$ , où cission appliquée et cission de compatibilité agissent dans le même sens.

On sait cependant que deux glissements ne suffisent pas pour accommoder une déformation quelconque, aussi nous allons voir dans le paragraphe suivant si un glissement simultané sur CI et BIV engendre également un fort cisaillement, et si ce cisaillement peut être relaxé par d'autres systèmes.

#### A2-2.4. Etude du glissement double.

Dans ce paragraphe nous considérons que les deux systèmes BIV et CI sont actifs et que la quantité de glissement  $\gamma$  est égale sur les deux systèmes. Considérons dans un premier temps que l'axe y du repère est situé en  $\langle -113 \rangle$ . On peut exprimer le tenseur de déformation dans une première base pour chaque système d'après l'équation (4). On opère ensuite un

changement de repère qui amène l'axe z de chaque repère, en coïncidence

avec l'axe <-33-2> (cf Figure (A2.3)). Le repère  $R_3 = \left( \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$  est alors

symétrique pour les deux systèmes. On exprime ensuite le tenseur des déformations de chaque glissement dans ce repère et on additionne les deux contributions. Dans le repère  $R_3$ , la déformation s'exprime de la manière suivante:

$$\varepsilon^{g1} = \varepsilon_{yy} \begin{pmatrix} -\cos^2\psi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{\sin\psi}{\operatorname{tg}\lambda^2} \\ 0 & -\frac{\sin\psi}{\operatorname{tg}\lambda^2} & -\sin^2\psi \end{pmatrix}$$

avec  $\cos\psi = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}$  et  $\sin\psi = \frac{1}{\sqrt{12}}$ , ainsi que  $\cos\lambda = \frac{4}{\sqrt{22}}$ , et  $\sin\lambda = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{22}}$

On note tout de suite que, pour cette position de l'axe de traction, le cisaillement parasite est considérablement diminué par rapport à du glissement simple, puisqu'il est multiplié par  $\sin\psi=0.28$ . Nous allons maintenant voir ce qu'il en est lorsque l'axe de traction balaye la zone <001><-111>.

Pour ce faire, introduisons une nouvelle rotation autour de  $x_3$ , amenant l'axe de traction  $y_3$  en  $y_4$  à un angle  $\phi$  de l'axe <-113> (cf Figure (A2.3));

$\phi > 0$  si  $y_4$  est entre <-113> et <-111>,

$\phi < 0$  si  $y_4$  est entre <001> et <-113>.

On utilise l'expression du tenseur de déformation dans le repère  $R_3$ , et on l'exprime dans le repère  $R_4$ . On trouve alors:

$$\varepsilon^g = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ 0 & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

traction. On peut alors écrire le tenseur de contrainte de compatibilité vue par la ferrite, dans le repère naturel de la ferrite. Par exemple, pour une traction dans le sens  $\langle 100 \rangle_\delta$ , ce tenseur s'écrit:

$$\sigma_{\text{compa}}^\delta = 2\mu \frac{f_\gamma \varepsilon^{\text{app}}}{f_\delta \varepsilon_{xx}^{\delta 1}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{xy}^{\delta 1} & \varepsilon_{xz}^{\delta 1} \\ \varepsilon_{xy}^{\delta 1} & \varepsilon_{yy}^{\delta 1} & \varepsilon_{yz}^{\delta 1} \\ \varepsilon_{xz}^{\delta 1} & \varepsilon_{yz}^{\delta 1} & \varepsilon_{zz}^{\delta 1} \end{pmatrix} \quad (12)$$

où les  $\varepsilon_{ij}^{\delta 1}$  sont les déformations de glissement exprimées dans le repère de  $\delta$  d'après (11).

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, nous devons traiter le glissement de  $\gamma$  dans les trois systèmes différents:

- traction en  $\langle 100 \rangle_\delta$ : glissement sur BV de  $\gamma$
- traction en  $\langle 010 \rangle_\delta$ : glissement sur AII de  $\gamma$
- traction en  $\langle 001 \rangle_\delta$ : glissement sur AVI de  $\gamma$ ,

chacun de ces cas donnant une matrice P3 différente. Une fois ce calcul achevé, on peut aisément calculer la cission réduite de cet état de contrainte sur tous les systèmes de macles correspondant à un plan de clivage perpendiculaire à l'axe de traction.

Ce calcul a été effectué, et les cissions pour une unité de déformation appliquée, sont données dans le Tableau A2-5.

Il est également intéressant pour la discussion de donner la cission réduite produite par une unité de contrainte appliquée dans la direction de traction. On la trouvera dans le Tableau A2-6.

Comme on peut le voir sur la Figure (A2.8), lorsque l'axe de traction est dans la direction  $\langle 100 \rangle_\delta$ , il se trouve dans le triangle AVI, proche d'un axe  $\langle 001 \rangle_\delta$  de  $\gamma$ . Nous avons vu précédemment que, dans cette position, la contrainte de compatibilité se relaxait aisément sur de nombreux systèmes de glissement de l'austénite. Nous nous intéresserons donc plus spécialement aux deux autres directions.

Nous avons dit plus haut que le maclage n'a lieu que si la cission réduite est positive. Comme on peut le voir sur le Tableau A2-5, la contrainte de compatibilité agit favorablement sur 4 couples de systèmes de maclage, dont deux vérifient la condition de Levasseur, lorsque l'axe de traction est

orienté en  $\langle 001 \rangle \delta$ . En revanche, lorsqu'il est en  $\langle 010 \rangle \delta$ , seulement 2 couples de systèmes de maclage sont favorisés, dont un seulement vérifie la condition de Levasseur.

Comme l'apparition d'une fissure de clivage est liée à la probabilité que deux macles d'un même couple se coupent, il paraît logique que, dans le second cas, le nombre de fissures créées sera moins important que dans le premier. On peut probablement trouver là une interprétation à la grande dispersion du taux de germination dans les amas de fissure.

Cependant, dans tous les cas, comme nous postulons qu'il n'y a pas d'incompatibilité de déformation dans le sens de la traction, comme on peut le comprendre d'après l'équation (12),  $\sigma^{\text{compa}}$  n'a aucune composante d'ouverture des fissures de clivage.

#### A2-3.4. Discussion.

De nombreuses hypothèses utilisées pour faire ces calculs sont très criticables.

En premier lieu, le passage à l'échelle microscopique, en admettant que les deux phases ont la même déformation, n'est soutenu par aucune évidence expérimentale, pas plus que celle qui consiste à supposer que les allongements plastiques des deux phases doivent être égaux. Il s'agit d'une hypothèse très forte car c'est elle qui nous empêche de trouver un quelconque effet de l'incompatibilité de déformation sur la contrainte d'ouverture des microfissures.

L'hypothèse selon laquelle la ferrite est soumise à un allongement simple est également audacieuse. Compte tenu de sa faible proportion vis à vis de l'austénite, et donc avec des contraintes de compatibilité

proportionnelles à  $2\mu \frac{f_\gamma}{f_\delta} \varepsilon^{\text{app}}$ , il est probable que la ferrite cède et relaxe une partie de ces contraintes en suivant l'austénite dans son glissement. Le

rapport  $\frac{f_\gamma}{f_\delta}$  des fractions volumiques est en effet plus important que le rapport de la dureté de la ferrite à celle de l'austénite. De plus, si la ferrite cède, elle peut le faire par glissement plutôt que par maclage, et ce d'autant plus facilement que l'état de vieillissement est moins avancé. Cependant, il est important de rappeler que *le réseau de ferrite, formé à partir de grains*

*ferritiques de grande taille, est continu, et qu'il s'étend sur des distances supérieures à la taille du grain austénitique (cf chapitre 2). Le haut degré d'imbrication des deux phases, et le fait que la ferrite s'étale sur des distances plus grandes parait favoriser l'uniformisation de la déformation, imposée par la ferrite.*

Il serait possible de faire un calcul plus complet, toujours basé sur les mêmes hypothèses, pour savoir laquelle de l'austénite ou de la ferrite cède en premier aux contraintes de compatibilité. Mais sans données microscopiques (autres que de la microdureté), sur les cissions critiques dans chaque phase, et surtout sur la contrainte de maillage, ce calcul ne permettra pas de trancher.

ANNEXE N° 3 :  
CELLULES DE VORONOI ET METHODE DE DETERMINATION  
D'AMAS DE POINTS.

**A3-1. Introduction.**

Considérons une dispersion de points (que nous appellerons "centres"), dans un plan. Les cellules de Voronoi sont des polygones tracés autour de ces centres. Leur définition est la suivante: tout point à l'intérieur d'un polygone doit être plus proche du centre de ce polygone que de n'importe quel autre centre (cf Figure (A3.1)).

Chaque côté de ce polygone, équidistant du centre de la cellule et d'un centre voisin, est donc la médiatrice du segment joignant le centre à son voisin.

Pour une distribution donnée, l'ensemble de ces polygones recouvrent complètement le plan (ils ne laissent pas de "vide"), ne se chevauchent pas, sont convexes, et ne contiennent qu'un seul centre.

Dans la littérature, on les rencontre également sous le nom de cellule de Dirichlet (Dirichlet tessellation).

Pour chaque centre, on peut donc définir une zone "d'influence": sa cellule de Voronoi. On peut donc en déduire des grandeurs locales, telles que :

- nombre de centres par unité d'aire =  $1/\text{aire de la cellule}$ .
- grandeur surfacique = grandeur liée au centre/aire de la cellule.

De plus, les cellules de Voronoi permettent de définir de manière unique les proches voisins d'un centre : Ce sont les points dont la cellule a un bord commun avec le centre considéré.

**A3-2. Rappels bibliographiques.**

Ces propriétés intéressantes ont amené Spitzig et al. [A3-1], à introduire les cellules de Voronoi en sciences des matériaux. Ces auteurs utilisent cette méthode pour déterminer des fractions d'aire locales, occupées par des carbures ou des inclusions de sulfure dans des aciers à carbures sphéroïdisés, où par des fibres de carbone dans un composite à

matrice d'aluminium. Il donnent des fonctions de répartition de fraction surfacique locale, et montrent clairement la grande dispersion qu'on obtient sur ces valeurs locales.

Un avantage important que présente cette méthode d'analyse, est qu'elle permet de définir la dispersion sur les valeurs locales, sans avoir recours à une grandeur arbitraire, comme la taille de masque, lorsque l'on utilise la méthode de la moyenne mobile, dont elle dépend beaucoup.

Enfin, Wray et al. [A3-2] se posent le problème de l'agglomération (clustering), des points.

Lorsque la distribution de points est uniforme mais aléatoire (également appelée distribution de Poisson), certains proches voisins peuvent se trouver à une distance inférieure à la distance moyenne. Ce phénomène porte le nom de "regroupement aléatoire" (random clumping). Les fonctions de répartition de distances entre voisins pour une distribution uniforme étant connues, Wray et al. [A3-2] donnent des expressions analytiques du nombre de groupements de taille donnée, fonction de la densité du groupement, et de la densité moyenne de la distribution. Mais ce phénomène concerne une distribution uniforme. Lorsque la distribution n'est plus uniforme, le regroupement des points peut être beaucoup plus marqué, et ils peuvent former des amas de taille importante. Dans ce cas, Schwartz et Exner [A3-3] proposent d'étudier la distribution des distances entre les plus proches voisins, pour différencier une distribution uniforme d'une autre formant des amas. On sait calculer l'espérance et la variance de la distance entre plus proches voisins pour une distribution uniforme de points. Soit  $E(r_1)$  et  $E(s_1^2)$  ces deux valeurs. On sait que dans le plan, pour une distribution uniforme de densité  $N_a$ , on a :

$$E(r_1) = \frac{0,5}{\sqrt{N_a}}$$

$$E(s_1^2) = \frac{4 - \pi}{4\pi} \cdot \left(\frac{1}{N_a}\right)$$

Schwartz et al. [A3-3] proposent alors de calculer les deux rapports suivants :

$$Q = \frac{r_1}{E(r_1)}$$

$$S = \frac{s_1^2}{E(s_1^2)}$$

et de classer les distributions de points en fonction de leurs valeurs:

- $Q \approx 1$  et  $R \approx 1$  la distribution est une distribution uniforme.
- $Q > 1$  et  $R < 1$  la distribution est régulière (i.e. quasi-périodique).
- $Q < 1$  et  $R < 1$  la distribution est formée d'amas de points.
- $Q < 1$  et  $R > 1$  la distribution est formée d'amas superposés à un fond aléatoire.

Spitzig et al. [A3-1], appliquent cette classification à leurs matériaux, et montrent que les carbures de l'acier spheroidisé sont dispersés aléatoirement, tandis que les sulfures sont distribués en amas dans un fond aléatoire. Il ne donnent cependant pas de méthode pour extraire ces amas du "bruit de fond" aléatoire.

A cet effet, Schwartz [A3-3] propose un "filtre" basé sur la distance au plus proche voisin, ou sur la distance au second plus proche voisin. Par simulation de distributions uniformes ou en amas, il estime que le filtre basé sur le plus proche voisin accepte trop de points qui ne sont pas des amas, et lui préfère le critère du second voisin.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons présenter une méthode originale basé sur l'utilisation des cellules de Voronoi pour détecter les amas de point.

### A3-3. Méthode d'obtention des cellules de Voronoi.

Nous n'allons pas faire une description détaillée du programme utilisé pour tracer les cellules, mais nous rappellerons brièvement les principes utilisés.

Nous supposons que nous connaissons les coordonnées de tous les points de la distribution.

Soit à tracer la cellule de Voronoi relative au centre C, (cf Figure (A3.1)).

L'algorithme se décompose de la manière suivante:

Supposons que l'on connaisse déjà un côté complet de la cellule (i.e. 2 sommets consécutifs  $S_1$  et  $S_2$ ), ainsi que la direction D du côté adjacent (cf Figure (A3.2)). Comment peut on trouver la position du deuxième sommet de cette arête? Ce point doit vérifier deux conditions:

- respecter la concavité de la cellule.
- de tous les sommets possibles vérifiant la première condition, il doit être le plus proche du dernier sommet calculé.



L'algorithme consiste alors à calculer l'intersection des médiatrices des segments joignant le centre  $C$  à tous les autres centres de la distribution, avec la droite  $D$ . La condition de concavité nous amène à rejeter tous les points d'intersection situés sur la demi-droite  $D'$ , dans le demi-plan limité par l'arrête connue  $S_1S_2$ , ne contenant pas le centre  $C$ ; (par exemple  $i_3$  sur la Figure (A3.3)). Parmi tous les autres points, nous ne prenons que le plus proche du dernier sommet calculé; ( $i_2$  sur la Figure (A3.3)).

Nous avons ainsi défini un nouveau sommet  $i_2$ , un nouveau voisin de  $C$ ,  $C_2$ , et une nouvelle direction d'arrête  $D_2$ .

Nous pouvons ainsi recommencer le processus jusqu'à ce qu'on ferme la cellule, en retrouvant le premier sommet calculé.

On peut "initialiser" le processus en se donnant comme premier voisin  $C'$ , le plus proche voisin de  $C$ , qui fait forcément partie des voisins au sens de Voronoi, et qui est facile à trouver. Le premier sommet calculé peut alors être le sommet le plus proche du point milieu  $m$  de  $C-C'$ , par exemple  $i_1$  sur la Figure (A3.4); (en effet, le milieu  $m$  de  $C$  et de son plus proche voisin appartient forcément au côté de la cellule séparant  $C$  de  $C'$ ). Le processus est alors amorcé.

Un traitement particulier est réservé aux bords du cadre. Ils sont considérés comme des "miroirs", et seront donc des médiatrices de segments joignant tout centre à leur "image". Ils pourront donc servir de bords à certaines cellules.

Le reste est un problème d'organisation consistant à classer dans des tableaux, les liaisons de voisinage déjà établies pour ne pas refaire plusieurs fois le même calcul.

Nous avons développé un programme informatique traçant ces cellules pour toutes les distributions de fissures observées en microscopie optique.

De plus, on peut superposer à ces distributions, la triangulation de Delaunay correspondante. Il s'agit de l'ensemble des segments joignant entre eux les centres qui sont voisins au sens de Voronoi. Les cellules et les triangulations correspondantes sont données dans les Figures (A3.5) à (A3.9) en (a) et (b). (Pour les triangulations, les liaisons avec les bords du cadre n'ont pas été prises en compte).

#### A3-4. Méthode de filtrage des amas de points.

Il nous a paru qu'une bonne définition d'un amas de points pouvait être la suivante:

*Un point fait partie d'un amas, si le plus éloigné de ses voisins de Voronoi, est à une distance inférieure à  $d_0$ .*

Par extension, pour avoir la "couche" externe de points d'un amas, qui ont des voisins éloignés, nous dirons également que *tous les points ayant, à une distance inférieure à  $d_0$ , un voisin qui remplit la première condition, fait également partie de l'amas.*

$d_0$  doit être une caractéristique objective de la distribution de points. D. Jeulin [A3-4] nous a suggéré une méthode pour déterminer cette distance critique: Si l'on trace le nombre d'amas dans la distribution en fonction de  $d_0$ , si les points sont réellement distribués en amas, ce nombre doit se stabiliser à partir d'une distance, caractéristique de la densité de points dans les amas, puis chuter lorsque les amas existants coalescent pour des valeurs de  $d_0$  supérieures à la distance qui les sépare. Un bon choix de la distance  $d_0$  de filtrage devra donc se faire dans la zone plateau située entre la fin de la formation des amas et le début de leur coalescence.

Cette définition d'un amas offre des avantages par rapport à celle de Schwartz, basée sur le plus proche voisin, ou le second plus proche voisin.

- Il ne peut pas y avoir d'amas inférieurs à quatre points. Ceci élimine directement tous les groupes aléatoires de deux ou trois points qui peuvent être acceptés par la méthode de Schwartz.

- Le critère sur la distance du plus éloigné des voisins fixe un majorant à la surface de la cellule, et pourrait donc s'exprimer également en terme d'aire de cellule maximum (ou encore en *densité locale critique*). Mais il en est cependant un peu différent. En effet on peut avoir une cellule de petite surface mais très aplatie, et donc avec certains voisins assez éloignés. On évite ainsi des amas trop longiformes, pour ne garder que ceux dans lesquels au moins un point est entouré de toutes parts par des voisins proches. Dans le cas où les centres symbolisent la position de particules provenant de la fragmentation d'inclusions lors d'opération de forgeage ou de laminage, les particules forment alors des trainées étirées, avec rarement plus de deux particules dans l'épaisseur [A3-5]. Ce type de groupement très anisotrope sera mal pris en compte par le critère que nous proposons.

#### A3-5. Résultats et discussion.

Un travail de filtrage d'amas a été mené sur les distributions de fissures obtenues sur l'alliage Y4331. Les courbes donnant le nombre d'amas fonction de la distance de seuillage  $d_0$  sont données à la Figure (A3.10) (a) à (e).

Tous les cas présentent clairement un palier, comme prévu. Le fait que la courbe passe dans certains cas par un maximum avant de descendre au palier, montre qu'il y a sans doute une "sous-structure" de petits amas à l'intérieur des gros.

Le cas le plus critique est celui du champ 2g1, pour lequel le palier n'est pas bien marqué; certains amas sont trop près les uns des autres, et quand  $d_0$  augmente ces amas coalescent entre eux. Cependant, la rupture de pente est suffisamment nette pour fixer la distance de seuillage à 0,225 mm.

Après filtrage, on peut voir les points des amas, liés entre eux par leur connection de voisinage, sur les Figures (A3.8) à (A3.9) en (c). Dans certains cas, le filtrage est très bon du premier coup. Dans d'autres cas, on note que le filtre conserve quand même quelques petits groupes aléatoires de quelques points.

A l'aide d'un générateur de nombres aléatoires, nous avons alors simulé des distributions de Poisson de même densité moyenne, que nous avons filtrées avec la même distance seuil  $d_0$ . Ces distributions, théoriquement sans amas, comportent quand même quelques groupes aléatoires.

Nous avons alors retiré des distributions réelles, tous les groupements de taille inférieure à la taille maximum rencontrée sur les distributions de Poisson. Ces groupements font partie du "bruit de fond" aléatoire, et ne représentent pas la germination des fissures dans des grains d'orientation favorable, de taille très supérieure à ces petits groupes.

Le résultat final de ce filtrage est montré sur les Figures (A3.8) à (A3.9) en (d). L'exploitation de ce filtrage est expliquée en fin de chapitre 4.

ANNEXE N°4 :  
METHODES DE DETERMINATION DE L'ORIENTATION DES  
GRAINS D'AUSTENITE D'APRES TROIS TRACES DE PLANS  
DANS UNE COUPE.

**A4-1 Introduction.**

Lors de certaines expériences, nous avons observé à la surface des échantillons des traces de plans de glissement. Ces glissements étaient activés lors d'un essai de traction, puis observés sur une des surfaces libres de l'éprouvette, ou bien déclenchés par une indentation de microdureté réalisée sur une section polie. Dans tous les cas, rarement plus de trois traces de plans étaient visibles simultanément. Lorsque trois traces au moins étaient visibles, nous avons tenté de trouver l'orientation du cristal d'austénite par rapport aux axes du plan de coupe.

Deux méthodes différentes ont été appliquées dans ce mémoire. La première méthode, suggérée par Barrett [3.2] est manuelle et utilise une projection de Wulff. Elle sera décrite dans le paragraphe A4.2. La seconde méthode, plus originale, se ramène à la résolution de deux équations de trigonométrie sphérique qui peut être programmée aisément sur un micro-ordinateur. Elle sera exposée au paragraphe A4.3.

Ces deux méthodes ont en commun les points suivants :

- la seule information disponible étant l'orientation relative de trois intersections de plans (111) avec le plan d'observation, nous ne pouvons pas distinguer deux positions du cristal symétriques par rapport à ce plan d'observation. En effet, ces deux positions donnent, par définition, des traces de plans identiques dans le plan d'observation.

Notre but étant de trouver la position d'un axe particulier (l'axe de traction) par rapport au cristal d'austénite, il faut impérativement que cet axe soit inclus dans le plan d'observation. De cette façon, sa position par rapport au cristal est identique dans les deux cas symétriques, et est donc déterminée sans ambiguïté.

- La solution du problème peut ne pas être unique. En effet, le problème théorique de l'orientation d'un cristal d'après trois traces de plans (111) a été abordé par Drazin et Otte [A4-1]. Leur méthode de résolution est lourde et complexe. Cependant, comme l'explique Barrett [3.2], elle permet de montrer que le problème peut avoir soit une, soit trois solutions.

Dans notre cas, quand nous avons appliqué la méthode manuelle, lorsqu'une solution était trouvée, elle était adoptée et nous n'en avons pas recherché d'autre. En revanche, la seconde méthode permet de rechercher toutes les solutions dans le domaine de définition des équations et donc de déterminer clairement les cas de solution multiple. Ces cas n'étaient alors pas retenus pour une analyse ultérieure.

#### A4-2. Méthode manuelle d'utilisation de la projection stéréographique.

Cette méthode est exposée par Barrett et al. dans [3-2]. Son principe est brièvement rappelé ici.

De chacun des plans (111) considérés sur la micrographie, nous ne connaissons qu'une droite: la trace dans le plan de la micrographie. Le pôle de chaque plan (111) est donc situé dans un plan perpendiculaire à cette droite. Dans une projection stéréographique, ce plan est représenté par une droite perpendiculaire à la trace de la micrographie. Le but de la méthode est, à l'aide d'une abaque de Wulff et d'une projection standard du cristal cubique, de trouver un jeu de trois rotations amenant trois des directions (111) de la projection standard, sur les trois droites perpendiculaires aux traces de la micrographie. Ces trois rotations comprennent : Une rotation de la projection du cristal par rapport aux traces de la micrographie, une rotation de l'ensemble par rapport à l'abaque de Wulff, et enfin, une rotation le long des méridiens de la projection de Wulff. Ce principe est illustré sur la Figure (A4.1).

Ce procédé ne permet cependant pas de trouver systématiquement toutes les solutions, lorsqu'il y en a plus d'une.

#### A4-3. Méthode de résolution semi-analytique.

La méthode semi-analytique exposée dans ce paragraphe est basée sur des relations de trigonométrie sphérique qui nous ont été suggérées par le professeur Ogilvie du MIT [A4-2]. La trigonométrie sphérique, bien que dérivée de la trigonométrie plane, n'étant plus très utilisée, nous allons

dans un premier temps faire les rappels nécessaires à la compréhension des relations utilisées. Ces théorèmes peuvent être trouvés dans [A4-3]. Selon Ogilvie [A4-2], les formules utilisées pour la résolution du problème (cf dans le § A4-3.2, les formules (k) et (l)), ne sont publiées que dans un seul ouvrage [A4-4], sans démonstration. Nous avons jugé utile d'exposer ici une manière d'y arriver.

#### A4-3.1. Rappels de trigonométrie sphérique.

La trigonométrie sphérique traite des relations entre les différentes parties de triangles sphériques, i.e. de triangles formés à la surface d'une sphère par des arcs de grands cercles.

Le triangle est formé par l'intersection d'un trièdre avec la sphère de rayon unité. Les côtés du triangle mesurent les angles dans chaque plan du trièdre, qui interceptent ces côtés. Quant aux angles du triangle, ils sont égaux aux angles de chaque dièdre. Un triangle sphérique quelconque comprend donc trois côtés et trois angles. Quand trois de ces paramètres sont connus, on peut, en général, déterminer les trois autres [A4-4].

##### a- Triangle sphérique rectangle.

Soit le triangle sphérique ABC rectangle en C de la Figure (A4-2). On a alors :

$$FE = EB \cdot \cot \alpha = \sin a \cdot \cot \alpha \quad (a)$$

$$FE = FB \cdot \cos \alpha = \sin c \cdot \cos \alpha \quad (b)$$

$$FE = OE \cdot \sin b = \cos a \cdot \sin b \quad (c)$$

$$FE = OF \cdot \operatorname{tg} b = \cos c \cdot \operatorname{tg} b \quad (d)$$

Donc d'après (a) et (c) on obtient :

$$\sin b = \operatorname{tg} a \cdot \cot \alpha \quad (e)$$

avec (b) et (d) on a :

$$\cos \alpha = \operatorname{tg} b \cdot \cot c \quad (f)$$

Et on a également d'après (a) et (b) :

$$\sin a = \sin \alpha \cdot \sin c \quad (g)$$

**b-Triangle oblique.**

**b-1. Loi des sinus.**

Soit le triangle sphérique oblique ABC de la Figure (A4-3) (a), abaissons un arc de grand cercle CD formant deux triangles rectangles en D. En appliquant (g) on obtient :

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin h / \sin b, \text{ et } \sin \beta = \sin h / \sin a, \text{ soit :} \\ \sin \alpha / \sin a &= \sin \beta / \sin b. \end{aligned}$$

On montre de la même manière :

$$\underline{\sin \alpha / \sin a = \sin \beta / \sin b = \sin \gamma / \sin c}$$

**b-2. Loi des cosinus.**

Soit ABC le triangle sphérique de la Figure (A4.2) (b). En tout point D de OA, traçons un plan DEF perpendiculaire à OA, et soit t l'angle de ce triangle en D. On a bien sûr t=a. Dans le triangle DEF on a :

$$EF^2 = FD^2 + DE^2 - 2 \cdot DE \cdot DF \cdot \cos t$$

De même, dans le triangle EOF, on a :

$$EF^2 = OE^2 + OF^2 - 2 \cdot OE \cdot OF \cdot \cos a$$

En égalant ces deux quantités, et en utilisant le fait que ODE et ODF sont rectangles en D, on trouve :

$$\cos a = OD/ED \cdot OD/OF + ED/OE \cdot FD/OF \cdot \cos t \text{ soit :}$$

$$\underline{\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha}$$

On obtient deux autres relations par permutation de a, b, c et de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .

### A4-3.2. Résolution du problème.

#### a- Données du problème.

Soit les traces de trois plans octaédraux sur un plan de coupe; considérons que ces traces sont celles des plans (11-1) (1-11) et (-111). (Toute autre combinaison de trois plans parmi les quatre est "cristallographiquement " équivalente, car elle est déduite de la première par une opération de symétrie qui conserve le cristal).

Soit  $\theta$  et  $\phi$  les angles que fait la trace de (11-1) avec respectivement les traces de (1-11) et (-111), et  $\lambda$  l'angle entre la trace de (-111) et l'axe y d'un repère du plan (cf Figure (A4.4)).

Nous allons d'abord rechercher les indices de Miller de l'axe z, perpendiculaire au plan d'observation, puis les indices des axes y et x.

#### b- Calcul des indices du plan d'observation.

La Figure (A4.5) représente en projection stéréographique la position des pôles des plans octaédraux considérés. Ils forment avec l'axe z deux triangles sphériques (OAB) et (OBC) qui ont un côté commun. Nous connaissons les angles suivants :

$$\gamma_1 = 180 - \theta$$

$$\beta_2 = 180 - \phi$$

$$c = 109.47^\circ$$

et nous avons la relation :

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 120^\circ$$

Dans le cas général d'un triangle sphérique, quand on connaît trois données du triangle, on peut calculer toutes les autres. Nous allons donc paramétrer le problème avec  $\alpha_1$ , et calculer la longueur b du côté commun de deux manières. La solution sera trouvée pour  $\alpha_1$  tel que les longueurs du côté commun b sont égales dans les deux triangles.



Considérons le triangle (BOA), et abaissons en A un côté perpendiculaire à BO, (cf Figure (A4.6)). Dans le triangle rectangle BDA on peut appliquer la relation (f) :

$$\cos \alpha_1 = \text{tg } M \cdot \cot c \quad (\text{h})$$

ainsi que (e) :

$$\sin M = \text{tg } x \cdot \cot \alpha_1 \quad (\text{i})$$

Dans le triangle rectangle ODA, on applique à nouveau la relation (e) :

$$\sin (M-b) = \text{tg } x \cdot \cot (\pi-\gamma_1) \quad (\text{j})$$

Donc (j) et (i) donnent :

$$\frac{\sin (b-M)}{\sin M} = \text{tg } \alpha_1 \cdot \cot \gamma_1 \quad (\text{k})$$

avec 
$$M = \text{Arctg } \cos \alpha_1 \cdot \text{tg } c \quad (\text{l})$$

On pourra noter au passage que le choix M ou M+180° ne change pas l'équation (k). On aura de même, dans le triangle BOC, les relations suivantes :

$$\frac{\sin (b-N)}{\sin N} = \text{tg } (120^\circ - \alpha_1) \cdot \cot \beta_2 \quad (\text{m})$$

avec 
$$N = \text{Arctg } (\cos (120^\circ - \alpha_1) \cdot \text{tg } c) \quad (\text{n})$$

La résolution du problème passe donc par la résolution numérique de ce système (k),(l),(m),(n).

Tout d'abord, remarquons que l'inversion des équations (k) et (m) donne soit 0 solution, (si  $\sin M \cdot \text{tg } \alpha \cdot \cot \gamma > 1$ ), soit deux solutions (ce qui se conçoit aisément en regardant l'exemple de la Figure (A4.7)). Les valeurs de b négatives ou supérieures à 180° sont rejetées.

La méthode de résolution choisie est une méthode de bisection:

On se donne  $\alpha_1$ , qu'on fait varier par incrément entre deux bornes. A chaque incrément on calcule  $b_1$  en inversant (k) et  $b_2$  en inversant (m), et on calcule  $b_2 - b_1$ . Quand  $b_2 - b_1$  change de signe cela signifie que l'on a encadré la solution par deux valeurs de  $\alpha_1$ . On repart alors en arrière en divisant l'incrément de  $\alpha_1$  par deux, et ainsi de suite jusqu'à convergence avec une précision suffisante.

Comme les équations (k) et (m) peuvent avoir deux solutions il faut répéter quatre fois cette opération en comparant chaque solution de l'une avec les deux solutions de l'autre, (quand elles existent).

D'autre part, quand  $\alpha_1$  tend vers  $90^\circ$ , le calcul de  $\text{tg } \alpha_1$  peut poser des problèmes numériques. Cependant, analytiquement, comme  $M$  tend vers  $0^\circ$ ,  $\sin(b-M)$  reste fini et continu.

Les bornes de la recherche doivent vérifier la symétrie du tétraèdre si l'on ne veut pas trouver plusieurs fois des solutions équivalentes. Quand le tétraèdre a tourné de  $120^\circ$  autour du pôle (11-1), il retrouve une position symétrique. On a donc pris les bornes suivantes :

$$0^\circ < \alpha_1 < 120^\circ$$

et toutes les solutions possibles dans cet intervalle ont été recherchées, par pas de  $0,2^\circ$ .

Une fois une solution  $(\alpha_1, b)$  trouvée, on peut calculer d'après la loi des cosinus:

$$\begin{aligned}\cos a_1 &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha_1 \\ \cos a_2 &= \cos c \cdot \cos b + \sin c \cdot \sin b \cdot \cos (120^\circ - \alpha_1).\end{aligned}$$

Les indices de Miller du plan d'observation sont donc solutions du système linéaire:

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \cos b &= h+k-l \\ \sqrt{3} \cos a_1 &= h-k+l \\ \sqrt{3} \cos a_2 &= -h+k+l\end{aligned}$$

soit:

$$\begin{aligned}h &= \sqrt{3}/2(\cos a_1 + \cos b) \\ k &= \sqrt{3}/2(\cos a_2 + \cos b) \\ l &= \sqrt{3}/2(\cos a_3 + \cos a_2)\end{aligned}$$

c- Calcul des indices des autres axes du repère.

Revenons à la Figure (A4.5). Nous avons :

$$\begin{aligned}\delta &= \theta + \phi + \lambda - 90^\circ \\ \zeta &= 90^\circ - \lambda\end{aligned}$$

D'après la loi des cosinus dans le triangle AOy, on a :

$$\begin{aligned}\cos a_3 &= \cos a_2 \cdot \cos 90^\circ + \sin a_2 \cdot \sin 90^\circ \cdot \cos \zeta \quad \text{soit} \\ \cos a_3 &= \sin a_2 \cdot \cos \zeta\end{aligned}$$

et, d'après la loi des sinus:

$$\sin a_2 = \sin \alpha_2 \cdot \sin c / \sin \beta_2.$$

Donc on obtient :

$$\cos a_3 = \sin \alpha_2 \cdot \sin c \cdot \cos \zeta / \sin \beta_2$$

De la même manière on obtient dans le triangle OCy :

$$\cos a_4 = \sin \alpha_1 \cdot \sin c \cdot \cos \delta / \sin \gamma_1.$$

Enfin, dans le triangle BOy, avec la loi des cosinus on obtient :

$$\cos a_5 = \sin b \cdot \cos (\beta_2 + \zeta)$$

Les indices de Miller de l'axe y sont solutions du système linéaire suivant :

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \cos a_5 &= h + k - 1 \\ \sqrt{3} \cos a_4 &= h - k + 1 \\ \sqrt{3} \cos a_5 &= -h + k + 1\end{aligned}$$

c'est à dire :

$$\begin{aligned}h &= \sqrt{3}/2 \cdot (\cos a_4 + \cos a_5) \\ k &= \sqrt{3}/2 \cdot (\cos a_3 + \cos a_5) \\ l &= \sqrt{3}/2 \cdot (\cos a_3 + \cos a_4)\end{aligned}$$

Les indices de l'axe x sont déduits par produit vectoriel de y et z.

Une fois les indices de Miller des trois axes du repère connus, il est facile de calculer la position des axes cubiques par rapport au repère, et de tracer leur position dans une projection stéréographique. On peut trouver, à cet effet, les équations de la projection de Wulff dans la référence [A4-5].

ANNEXE 5:  
CALCULS STEREOLOGIQUES: DETERMINATION DE LA  
FONCTION DE DISTRIBUTION DE LA TAILLE D'INTERCEPT  
DANS UNE SECTION PLANE, POUR UNE POPULATION DE  
FISSURES RECTANGULAIRES PARALLELES.

A5-1 Introduction.

Considérons un volume de matière contenant des fissures parallèles, de forme rectangulaire, toutes de la même taille, et dont l'orientation dans leur plan est aléatoire. Considérons maintenant un plan de section contenant la normale au plan des fissures. Ce plan de section coupe un certain nombre de fissures. L'orientation de celles-ci par rapport au plan de section étant aléatoire, la longueur de la trace de chaque fissure dans le plan, que nous appellerons longueur d'intercept, est variable (cf Figure (A5.1)). Comme nous n'avons pas trouvé de résultats concernant ce problème dans la littérature, nous proposons dans ce paragraphe un calcul original de la fonction de distribution de la longueur d'intercept, pour une famille de fissures rectangulaires de taille donnée. Dans un second temps, nous verrons si ce modèle simple d'une famille de fissures parallèles de taille et de forme unique peut être appliqué au cas des fissures de clivage dans la ferrite des aciers austéno-ferritiques vieillis, étudiés dans ce mémoire.

A5-2 Calcul du nombre moyen de fissures par unité de surface, et de la longueur moyenne d'intercept.

En appliquant des théorèmes de stéréologie bien connus, on peut déduire certaines grandeurs moyennes mesurées dans le plan de section.

A5-2.1. Nombre de fissures par unité de surface.

Supposons que les fissures sont distribuées en volume avec une densité  $N_v$  par unité de volume. Soit  $D_v$ , le diamètre tangent d'une fissure, dans la direction perpendiculaire au plan de section. Un théorème de stéréologie (cf [A.5-1] pour en avoir la démonstration), nous indique que le

nombre de fissures par unité de surface dans le plan de section  $N_a$ , est lié à  $N_v$  par la relation:

$$N_a = N_v \cdot \overline{D_v}$$

où  $\overline{D_v}$  est la moyenne de  $D_v(\phi)$  sur toutes les orientations possibles de la fissure.

Considérons une fissure d'orientation quelconque par rapport au plan, comme sur la Figure (A5-2); son diamètre tangent vaut :

$$D_v(\phi) = L \cdot \sin\phi + e \cdot \cos\phi$$

On en déduit donc :

$$N_a = \frac{2}{\pi} (e+L) \cdot N_v \quad (1)$$

#### A5-2.2. Intercept moyen.

Considérons maintenant sur la Figure (A.5-2), que les fissures contenues dans une unité d'épaisseur, se projettent sur le plan de la figure. Le nombre de fissures par unité d'aire, projetées dans le plan de section,  $N_a^P$  est égale à  $N_v$ . Le plan de section apparaît comme une ligne, qui coupe les rectangles. Le nombre d'intercepts par unité de longueur de ligne,  $N_l^P$ , est égal à  $N_a$ . Dans le plan de la figure, la fraction d'aire du plan de la figure occupée par des rectangles vaut

$$A_a = N_a^P \cdot e \cdot L \quad (2)$$

D'après un second théorème de stéréologie ( cf [5.4-2]), on montre que  $A_a$  est égale à  $L_l$ , la fraction de ligne occupée par des intercepts de rectangle. Or l'intercept moyen  $\bar{d}$  s'écrit en fonction de  $L_l$  et de  $N_l$  :

$$\bar{d} = \frac{L_l}{N_l} \quad (3)$$

En utilisant le théorème précédent dans (3), et la relation (1), sachant que  $N_v = N_a^P$  et  $N_a = N_l^P$ , on montre alors que

$$\bar{d} = \frac{\pi eL}{2 e+L} \quad (4)$$

Nous reviendrons plus loin sur une autre méthode de calcul de la moyenne de l'intercept, qui mène au même résultat.

### A5-3 Fonction de distribution d'intercept.

#### A5-3.1. Probabilité de couper une fissure d'orientation donnée.

Soit  $N_v$  le nombre total de fissures par unité de volume. Si toutes les orientations sont équiprobables, le nombre de fissures orientées par rapport au plan de section avec un angle  $\phi$ , à  $d\phi$  près, est égal à  $n_v d\phi$ , où  $n_v$  est une constante.

Le nombre de fissures d'orientation  $\phi$  à  $d\phi$  près par unité de surface, intersectées par le plan de section est donc :

$$dn_l = D_v(\phi) n_v d\phi \quad (5)$$

Le nombre total de fissures intersectées par le plan de section est alors :

$$n_l \text{ tot} = \int_0^\pi dn_l = \pi n_v \bar{D}_v \quad (6)$$

La proportion de fissures intersectées par le plan, ayant une orientation  $\phi$  à  $d\phi$  près, que nous appellerons  $dp(\phi)$  vaut donc :

$$dp(\phi) = \frac{dn_l}{n_l \text{ tot}} = \frac{D_v}{\bar{D}_v} \cdot \frac{d\phi}{\pi} \quad (7)$$

#### A5-3.2. Longueur d'intercept pour une famille de fissures d'orientation unique.

Considérons un rectangle d'orientation  $\phi$ , comme on peut le voir sur la Figure (A-5.3). Sachant que le plan de section coupe cette fissure, la probabilité que l'intercept ait une longueur inférieure à  $x$ , est égale à :

$$\text{Proba}(d < x) = \frac{2 \cdot h(x)}{D_v}$$

Cette probabilité va augmenter linéairement jusqu'à  $d_{\max}$ , en partant de 0 pour  $x=0$ . En  $d_{\max}$ , elle fait un saut et passe à 1, car l'intercept ne pouvant pas avoir une longueur supérieure à  $d_{\max}$ , la probabilité qu'il lui soit inférieur est 1.

On peut distinguer 2 cas, selon l'orientation de la fissure ( cf Figure (A-5.3) (a) et (b)):

-si  $\phi < \arctg(e/L)$ .

$$d_{\max} = \frac{L}{\cos \phi}$$

alors 
$$F(d_{\max}) = \frac{2 L \sin \phi}{L \sin \phi + e \cos \phi}$$

et donc 
$$F(x) = \frac{x}{L} \cdot \frac{2 L \sin \phi \cos \phi}{D_v(\phi)} \text{ pour } x < d_{\max}.$$

-si  $\phi > \arctg(e/L)$ .

$$d_{\max} = \frac{e}{\sin \phi}$$

$$F(d_{\max}) = \frac{2 e \cos \phi}{L \sin \phi + e \cos \phi}$$

et alors 
$$F(x) = \frac{x}{L} \cdot \frac{2 L \sin \phi \cos \phi}{D_v(\phi)}$$

On a donc quelque soit  $\phi$  la même expression pour  $F_{\phi}(x)$  pour  $x < d_{\max}$ :

$$F(x) = \frac{x}{L} \cdot \frac{2 L \sin \phi \cos \phi}{D_v(\phi)} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{avec} \quad d_{\max} &= \frac{L}{\cos \phi} && \text{si } \phi < \arctg(e/l) \\ \text{et} \quad d_{\max} &= \frac{e}{\sin \phi} && \text{si } \phi > \arctg(e/l) \end{aligned}$$

La fonction de répartition "élémentaire",  $F_{\phi}(x) = \text{Proba}(d < x)$  pour un angle  $\phi$  donné, est illustrée schématiquement en Figure (A-5.4).

### A5-3.3. Distribution de la longueur d'intercept pour une orientation aléatoire.

Lorsque l'orientation de la fissure est aléatoire, la probabilité d'avoir un intercept de longueur inférieure à  $x$ , est la probabilités d'avoir un intercept inférieur à  $x$  avec un angle  $\phi$  donné, pondérée par la probabilité d'avoir une orientation  $\phi$  à  $d\phi$  près. On a alors la formule suivante pour  $F(x)$ :

$$F(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F_{\phi}(x) \cdot dp(\phi) \quad (9)$$

Le principal problème vient de ce que la fonction  $F_{\phi}(x)$  est discontinue en  $d_{\max}(\phi)$ . La fonction  $d_{\max}(\phi)$  est montrée schématiquement sur la Figure (A-5.5). Nous envisagerons donc les cas suivants :

- Si  $x < e$  : Pour tout  $\phi$ , on a la même expression de  $F_{\phi}(x)$ . On a alors :

$$F(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2x \sin \phi \cos \phi}{D_v(\phi)} \cdot \frac{D_v(\phi)}{\frac{2}{\pi} \cdot (e + L)} \cdot \frac{2}{\pi} d\phi \quad \text{soit}$$

$$F(x) = \frac{x}{e + L} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2\phi) d\phi$$

et on trouve :

$$F(x) = \frac{x}{e + L}$$



-Si  $e < x < l$  : Il existe un angle  $\phi_0$  tel que  $d_{\max}(\phi_0) = x$ . On note que, comme cet angle est supérieur à  $\arctg(e/L)$ , alors  $\phi_0 = \arcsin(e/x)$ .

Si  $\phi < \phi_0$  alors 
$$F_\phi(x) = \frac{x \sin(2\phi)}{D_v(\phi)},$$

et si  $\phi > \phi_0$  on a :  $F_\phi(x) = 1$ .

On a alors pour  $F(x)$  :

$$F(x) = \int_0^{\arcsin(e/x)} \frac{x \sin(2\phi)}{D_v(\phi)} \cdot \frac{D_v(\phi)}{e+L} d\phi + \int_{\arcsin(e/x)}^{\pi/2} \frac{D_v(\phi)}{e+L} d\phi$$

qui se simplifie en :

$$F(x) = \frac{e}{e+L} + \frac{L \sqrt{1 - \left(\frac{e}{x}\right)^2}}{(e+L)}.$$

-Si  $L < x < \sqrt{e^2 + L^2}$ , comme on peut le voir sur la Figure (A5.5), il y a deux angles  $\phi_1$  et  $\phi_2$  pour lesquels  $d_{\max}(\phi) = x$ . Soit  $\phi_1$  le plus petit des deux.

Comme  $\phi_1 < \arctg(e/L)$ , on a  $\phi_1 = \arccos(L/x)$ .

Comme  $\phi_2 > \arctg(e/L)$ , on a  $\phi_2 = \arcsin(e/x)$ .

Il y a donc trois expressions possibles pour  $F_\phi(x)$ , et  $F(x)$  s'écrit de la manière suivante :

$$F(x) = \int_0^{\arccos(L/x)} \frac{D_v(\phi)}{e+L} d\phi + \int_{\arccos(L/x)}^{\arcsin(e/x)} \frac{x \sin(2\phi)}{D_v(\phi)} \cdot \frac{D_v(\phi)}{e+L} d\phi + \int_{\arcsin(e/x)}^{\pi/2} \frac{D_v(\phi)}{e+L} d\phi$$

Après calcul et simplification on trouve :

$$F(x) = \frac{1}{e+L} \cdot \left\{ -x + L + e + e \sqrt{1 - \left(\frac{L}{x}\right)^2} + L \sqrt{1 - \left(\frac{e}{x}\right)^2} \right\}$$

En récapitulant, nous pouvons donc écrire la fonction de répartition  $F(x)=\text{Proba}(d<x)$ , de la longueur d'intercept  $d$ , pour des fissures rectangulaires parallèles mais d'orientation aléatoire :

$$\text{Si } x < e : \quad F(x) = \frac{x}{e+L}$$

$$\text{Si } e < x < l : \quad F(x) = \frac{e}{e+L} + \frac{L\sqrt{1-\left(\frac{e}{x}\right)^2}}{(e+L)} \quad (10)$$

$$\text{Si } l < x < \sqrt{e^2+L^2} : \quad F(x) = \frac{1}{e+L} \cdot \left\{ -x + L + e + e\sqrt{1-\left(\frac{L}{x}\right)^2} + L\sqrt{1-\left(\frac{e}{x}\right)^2} \right\}$$

#### A5-3.4. Fonction de densité.

La fonction de densité se déduit de la fonction de répartition par dérivation:  $f(x)dx=\text{Proba}(d=x \text{ à } dx \text{ près})$ , soit  $f(x)=dF(x)/dx$ . D'après les formules (10), on déduit immédiatement :

$$\text{Si } x < e : \quad f(x) = \frac{1}{e+L}$$

$$\text{Si } e < x < l : \quad f(x) = \frac{Le^2}{(e+L)x^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{e}{x}\right)^2}} \quad (11)$$

$$\text{Si } l < x < \sqrt{e^2+L^2} : \quad f(x) = \frac{1}{e+L} \cdot \left\{ -1 + \frac{eL^2}{x^3\sqrt{1-\left(\frac{L}{x}\right)^2}} + \frac{Le^2}{x^3\sqrt{1-\left(\frac{e}{x}\right)^2}} \right\}$$

L'allure générale des fonctions  $F(x)$  et  $f(x)$  est montrée sur la Figure (A5.6). La forme de la fonction  $f$  est proche de celle de l'histogramme de tailles d'intercept que l'on obtient expérimentalement en rangeant chaque intercept dans une classe de taille finie. Elle appelle quelques commentaires.

La probabilité d'avoir  $d < e$  est constante mais faible. Elle correspond à une coupure par un coin du rectangle, et la probabilité correspondante est faible (cf Figure (A5.3)).

En revanche, pour  $d$  faible mais supérieur à  $e$ , la probabilité est beaucoup plus élevée. Ce cas correspond à une intersection, soit par  $d_{\max}$  lorsque le rectangle est presque perpendiculaire au plan de section, soit par un coin lorsque la rectangle est presque aligné dans le sens de ce plan. La contribution du premier cas est très forte, car les rectangles ont une forte

probabilité d'être intersectés à cause de leur orientation, (i.e.  $dp(\phi)$  est élevée), et de plus, la hauteur relative occupée par des intercepts de taille  $d_{\max}$  peu supérieure à  $e$  est importante (i.e.  $F_{\phi}(d)$  est également forte. En revanche les valeurs proches de  $L$  ne proviennent que de la contribution de rectangles allongés parallèlement au plan de section et dont la probabilité d'intersection ( $dp(\phi)$ ) est faible. Ainsi la fonction de densité décroît de  $e$  à  $L$ .

Entre  $L$  et  $\sqrt{e^2+L^2}$ , on retrouve une forme de fonction de densité similaire à celle entre  $e$  et  $L$ , avec un pic en  $L^+$ . Cependant, pour des rapports d'élanement  $L/e$  supérieurs à 5, la probabilité d'avoir un intercept supérieur à  $L$  est inférieur à 5%.

#### A5-3.5. Retour à la valeur moyenne.

La valeur moyenne de l'intercept peut être évaluée sans l'aide des théorèmes vus ci-dessus, en appliquant directement la formule de l'espérance mathématique:

$$\bar{d} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} d(h) \cdot dh \, dp(\phi) \quad (12)$$

On montre sans difficulté que, quelque soit l'angle  $\phi$  d'orientation du rectangle, la moyenne de l'intercept pour cette orientation s'écrit:

$$\frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} d(h) \cdot dh = \frac{e \cdot L}{e \cdot \cos\phi + L \cdot \sin\phi}$$

En utilisant cette expression ainsi que l'expression (7) donnant  $dp(\phi)$ , on trouve finalement :

$$\bar{d} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e \cdot L}{e \cdot \cos\phi + L \cdot \sin\phi} \cdot \frac{Dv(\phi)}{Dv} \, d\phi = \frac{1}{Dv} \cdot \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} e \cdot L \, d\phi$$

soit : 
$$\bar{d} = \frac{\pi \cdot e \cdot L}{2 \cdot e + L}$$

ce qui correspond bien à la valeur trouvée plus haut par une autre méthode.

#### A5-4 Méthode d'identification et applications aux cas des fissures de clivage dans les deux alliages vieillis.

##### A5-4.1. Identification des paramètres de la loi statistique.

Les fonctions statistiques vues plus haut contiennent deux paramètres, qui sont évidemment la longueur  $L$  et l'épaisseur  $e$  du rectangle. Un moyen simple pour identifier ces deux paramètres consiste à exprimer la fonction de distribution  $F(x)$  en normalisant  $x$  par la valeur moyenne de l'intercept  $\bar{d}$ , et en faisant apparaître le second paramètre sous la forme d'un rapport adimensionnel  $\bar{d}/L$ . Avec la valeur moyenne exprimée en (4), et les formules (10) donnant la fonction de répartition, on trouve finalement les nouvelles expressions suivantes pour la fonction de répartition:

$$\text{Si } x < e : \quad F(x) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{x}{\bar{d}} \right) \cdot \frac{\bar{d}}{L} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\bar{d}}{L} \right)$$

$$\text{Si } e < x < l : \quad F(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\bar{d}}{L} + \left( 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\bar{d}}{L} \right) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\bar{d}}{x} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\bar{d}}{L}} \right)^2} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } l < x < \sqrt{e^2 + L^2} : \quad F(x) = 1 - \frac{2}{\pi} \left( \frac{x}{\bar{d}} \right) \frac{\bar{d}}{L} + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\bar{d}}{L} \sqrt{1 - \left( \frac{\bar{d}}{x} \cdot \frac{L}{\bar{d}} \right)^2} + \dots \\ \dots + \left( 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\bar{d}}{L} \right) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\bar{d}}{x} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\bar{d}}{L}} \right)^2} \end{aligned}$$

La méthode d'identification consiste alors à calculer la valeur moyenne de la distribution observée, puis à répartir les valeurs observées en classes d'histogramme, dont les bornes sont elles-aussi normalisées par la valeur moyenne mesurée. Un histogramme théorique peut alors être tracé avec le même interclasse que l'histogramme expérimental, et qui ne dépend plus

que du seul paramètre adimensionnel  $\bar{d}/L$ . Cet histogramme est tel que la valeur attribuée à une classe vaut :

$$\text{classe } p_1 < x/\bar{d} < p_2 : \text{ hauteur de la classe} = F(p_2) - F(p_1)$$

On peut alors ajuster l'histogramme théorique à l'histogramme expérimental à l'aide du seul paramètre  $\bar{d}/L$ . Une procédure "visuelle", ou par minimisation de l'écart quadratique peut être utilisée. On trouve alors

la valeur  $\left(\frac{\bar{d}}{L}\right)_{\text{opt.}}$ .

Une fois cette étape franchie, on connaît  $\bar{d}$  expérimentalement et  $\bar{d}/L$ , par ajustement de l'histogramme théorique à l'histogramme expérimental. D'après l'équation (4) on peut en déduire  $e$  et  $L$ . On trouve finalement:

$$L = \frac{\bar{d}}{\left(\frac{\bar{d}}{L}\right)_{\text{opt.}}}$$

$$e = \frac{\left(\frac{\bar{d}}{L}\right)_{\text{opt.}}}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\bar{d}}{\left(\frac{\bar{d}}{L}\right)_{\text{opt.}}} - \bar{d}}$$

#### A5-4.2. Application aux cas des fissures de clivage des aciers-austéno ferritiques vieillis. Résultats et discussion.

La méthode de mesure des fissures de clivage était la suivante. Deux sections d'une éprouvette rompue tirée dans le sens Tg, ont été polies mécaniquement jusqu'à 1 $\mu$ m (au diamant), puis légèrement attaquées au réactif de Murakami. L'une était perpendiculaire au sens Rd et l'autre au sens Lg. Dans chacune d'elle, une zone contenant de nombreuses fissures (un amas) a été sélectionnée puis cartographiée en microscopie optique au grandissement X200. Les clichés ont ensuite été agrandis à X400. La taille de la ferrite clivée pouvait alors être mesurée à l'aide d'une loupe graduée (précision 1/10 mm), directement sur les clichés. Cette expérience a été effectuée sur l'alliage Y4331 rompu à 20 °C, et sur l'alliage Y3296 rompu à 320 °C.

Les résultats des deux directions n'étant pas fondamentalement différents, nous avons regroupé les résultats pour ne présenter qu'un seul histogramme par alliage. Les valeurs moyennes sont données dans le Tableau A-5.1, et les histogrammes en  $\frac{d}{d}$  sont montrés sur la Figure (A-5.7). Comme nous l'avons dit plus haut, les histogrammes présentent qualitativement la forme de l'histogramme théorique, avec un maximum proche de 0 mais cependant pas dans la première classe, suivie d'une décroissance, donnant une allure non symétrique à la fonction de densité. On pourrait donc les interpréter comme des histogrammes d'intercept d'objets longs et minces, pour lesquels la probabilité de les couper par un petit côté est très supérieure à celle de les couper en long.

Cependant, l'identification des lois statistiques vues ci-dessus est difficile. La Figure (A-5.8) illustre bien le problème qui se pose lorsque l'on veut appliquer quantitativement le modèle présenté ci-dessus. Si l'on désire amener le pic dans une position à  $\frac{x}{d} < 1$ , comme on le voit sur les histogrammes expérimentaux de la Figure (A-5.7), la hauteur du pic augmente considérablement. La procédure de recherche du minimum de l'écart quadratique entre la distribution théorique et la distribution expérimentale, fournit des rapports d'élancement des rectangles faibles, qui donnent un pic moins haut mais pas à la bonne position. Les résultats de cette "optimum" sont montrés dans le Tableau A-5.2, et on peut voir les distributions théoriques associées sur la Figure (A-5.9).

Ces distributions ne sont pas satisfaisantes, car l'optimum a été atteint au prix du décalage du pic et de la déformation de l'histogramme vers une forme qui ne ressemble plus à l'histogramme expérimental. Le modèle ne paraît donc pas efficace pour reproduire la forme réelle des fissures de clivage. Toutes les hypothèses de base peuvent être critiquées :

-La forme rectangulaire, choisie pour sa simplicité, est trop simple. Comme nous l'avons vu dans le texte, les fissures ont des formes tortueuses, et souvent non convexes. Ainsi une même fissure peut présenter plusieurs traces en section. De tels cas, ont été observés lors des mesures de l'aire des fissures (cf § 4-7.1.1)

-Les fissures n'ont pas toutes la même forme. Comme c'est la ferrite qui leur impose leur forme, elles ont la complexité et la variété de la forme de cette phase en section.

-Toutes les fissures n'ont pas la même taille. Cela a été démontré par l'expérience de mesure directe de l'aire des fissures, exposée dans le chapitre 4. C'est en levant cette hypothèse qu'on peut se rapprocher le plus facilement de l'histogramme expérimental. En se donnant des classes de tailles prédéfinies, on pourrait à l'aide de l'histogramme expérimental retrouver la proportion de fissures de taille donnée. Chaque classe de l'histogramme expérimental peut être considérée comme la somme de contributions des fissures de toutes les tailles. En prenant autant de classes de taille qu'il y a de classes dans l'histogramme, on trouve un système linéaire simple ayant pour inconnues la proportion de fissures dans chaque classe de taille. La solution globale n'est cependant pas unique.

ANNEXE 6:  
LISTE DES ATTAQUES METALLOGRAPHIQUES.

- Attaque au réactif de Murakami: 10g de soude, 10g de ferricyanure de potassium, 80 cl d'eau. 80°C pendant ≈ 1 mn 30 s. (Colore la ferrite en brun).
- Attaque à l'acide oxalique: Attaque électrolytique dans de l'acide oxalique à 10%, sous une tension de 1,4V, à 20°C, pendant quelques secondes. (Met la ferrite légèrement en relief).
- Attaque thermique: Mettre un échantillon parfaitement poli à 400°C sous air pendant 1h 30'. (Colore la ferrite en jaune clair. L'austénite se colore en rouge, orange ou violet selon son orientation cristalline).
- Attaque macrographique: 38 ml d'acide chlorhydrique 1,19, 12 ml d'acide sulfurique 1,84, dans 50 ml d'eau distillée. 15 à 45 mn au voisinage du point d'ébullition. (Attaque N° 53 du De Ferri Metallographia [A6-1]). Laver le dépôt noir sous l'eau courante.