



HAL
open science

La théorie de l'arbitrage et l'évaluation des actifs financiers dans le cadre international

Patrice Fontaine

► **To cite this version:**

Patrice Fontaine. La théorie de l'arbitrage et l'évaluation des actifs financiers dans le cadre international. Economies et finances. HEC PARIS, 1986. Français. NNT : 1986EHEC0004 . pastel-00994968

HAL Id: pastel-00994968

<https://pastel.hal.science/pastel-00994968>

Submitted on 22 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**LA THÉORIE DE L'ARBITRAGE ET L'ÉVALUATION
DES ACTIFS FINANCIERS DANS LE CADRE INTERNATIONAL**

THÈSE

présentée et soutenue publiquement par

Monsieur Patrice FONTAINE

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DES HAUTES ÉTUDES COMMERCIALES

*Doctorat de Sciences de Gestion
conforme au nouveau régime défini par l'arrêté du 5 juillet 1984*

JURY

Président

Gérard CHARREAUX
Professeur à l'Université de Dijon

Directeur de recherche

Bruno SOLNIK
Professeur au Centre HEC-ISA

Suffragants

Michel CROUHY
Professeur au Centre HEC-ISA

Georges GALLAIS-HAMONNO
Professeur à l'Université d'Orléans

Bertrand JACQUILLAT
Professeur à l'Université de Paris-IX Dauphine

Date de la soutenance : 29 mai 1986

REMERCIEMENTS

Nous tenons, tout d'abord, à remercier Monsieur le Professeur Bruno SOLNIK qui a bien voulu diriger notre thèse.

Notre reconnaissance s'adresse aussi à Messieurs les Professeurs Gérard CHARREAUX, Michel CROUHY, Georges GALLAIS-HAMONNO et Bertrand JACQUILLAT qui ont bien voulu se pencher sur cette thèse et participer au jury.

Notre gratitude va également à Monsieur le Professeur Bernard DUMAS qui a contribué à notre formation de chercheur dans le cadre du doctorat d'HEC.

Elle va enfin à la Fondation Nationale pour l'Enseignement de la Gestion des Entreprises et à l'Ecole Supérieure de Commerce de Dijon pour leur soutien.

"Un fait n'est rien par lui-même, il ne vaut que par l'idée qui s'y rattache ou par la preuve qu'il fournit."

Introduction à l'étude de la médecine expérimentale.

C. BERNARD (1813-1878)

SOMMAIRE

Introduction Générale	p	6
Première Partie : le modèle d'arbitrage	p	17
. Introduction	P	18
. Chapitre I : Le cadre théorique du modèle d'arbitrage	p	19
I : Le modèle initial	p	21
II : L'approximation de la relation fondamentale	p	31
III : Une déviation limitée pour chaque actif	p	35
. Chapitre II : La testabilité du modèle d'arbitrage	p	44
I : La détermination des saturations	p	46
II : Les critiques du modèle d'arbitrage	p	57
. Chapitre III : L'analyse empirique	p	71
I : Liminaire	p	74
II : L'estimation des primes de risque	p	84
III : Les tests alternatifs	p	102
. Conclusion	p	114

Deuxième partie : l'approche internationale du modèle d'arbitrage	p	115
. Introduction	p	116
. Chapitre IV : L'approche traditionnelle des actifs financiers dans l'environnement international	p	117
I : La relation de change	p	121
II : La déviation de la parité des pouvoirs d'achat	p	129
III : Les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers	p	136
. Chapitre V : Un modèle international d'arbitrage	p	144
I : L'extension du modèle d'arbitrage au cadre international	p	146
II : La déviation du modèle international d'arbitrage dans une économie finie	p	160
III : Notes sur le modèle international d'arbitrage	p	175
. Chapitre VI : Une confrontation empirique du modèle international d'arbitrage	p	183
I : Une approche empirique de la spécificité internationale	p	185
II : Le test du modèle international d'arbitrage	p	195
. Chapitre VII : L'intégration financière	p	214
I : La segmentation et les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers	p	217
II : L'analyse de l'intégration financière	p	223
III : Un test de l'intégration financière	p	227
. Conclusion	p	233

Troisième partie : L'interprétation économique des facteurs	p 234
. Introduction	p 235
. Chapitre VIII: Les variables économiques influençant les rentabilités des actifs financiers	p 237
I : Le principe fondamental de l'évaluation	p 241
II : Les relations entre l'économie et les rentabilités des valeurs mobilières	p 246
III : Les variables internationales	p 259
IV : Le modèle d'arbitrage et l'explication des rentabilités des actions	p 265
. Chapitre IX : Une tentative empirique d'interprétation économique des facteurs	p 269
I : Les anticipations des variables économiques	p 271
II : Le principe du test	p 283
III : Les facteurs nationaux	p 291
IV : Les facteurs internationaux	p 299
. Conclusion	p 315
CONCLUSION GENERALE	p 316
BIBLIOGRAPHIE	p 325
ANNEXES	p 341

INTRODUCTION GENERALE

Quand l'électeur de Saxe voulut gratifier Luther de quatre Kuxen, actions minières rapportant 300 Gulden, celui-ci rétorqua: "Ich will kein Kuks haben! Es ist Spielgeld und will nicht wudden dasselbig Geld." ("Je ne veux pas d'actions! C'est de l'argent spéculatif et je ne veux pas faire prospérer cet argent-là.")

Spéculatif, mot significatif, voire trop significatif, qui, attaché aux transactions boursières, a toujours eu une image péjorative.

Pourtant, si l'on se réfère à sa définition, le mot "spéculation" signifie initialement: étude, recherche abstraite en philosophie. La spéculation fut ensuite définie en finance comme une opération financière ou commerciale consistant à profiter des fluctuations naturelles du marché, pour réaliser un profit.

Cette dernière définition correspond en fait à l'objet des modèles d'évaluation des rentabilités des actifs financiers créés ces dernières années.

Et avec le développement des différents marchés boursiers, ces modèles sont de plus en plus d'actualité.

Ainsi, si à l'époque de Johan Georg Büsh, auteur d'une histoire du commerce de Hambourg (1800), les complicités boursières d'Amsterdam et des autres grandes places " ne sont pas des affaires pour un homme raisonnable, mais pour un passionné de jeu ", les transactions boursières sont aujourd'hui de plus en plus des sujets de recherches scientifiques.

Nous nous proposons maintenant de présenter un résumé de ces recherches visant à quantifier le prix des valeurs mobilières, d'examiner plus précisément le modèle d'arbitrage et ensuite, de montrer la nécessité de concevoir un modèle international d'arbitrage. Enfin, nous développerons la démarche de notre étude.

L'évaluation traditionnelle des rentabilités des actifs financiers.

Pour tenter d'expliquer ou de prévoir le comportement des cours des valeurs mobilières, plusieurs méthodes existent. Nous pouvons citer, par exemple, l'analyse fondamentale et l'analyse graphique. L'analyse fondamentale consiste à rechercher pour chaque titre, sa valeur intrinsèque déterminée par les qualités et les caractéristiques physiques et financières de l'entreprise, à comparer cette valeur à celle donnée par le marché et en conséquence à vendre ou à acheter un titre si l'écart entre ces deux valeurs est négatif ou positif. Quant à l'analyse graphique, elle consiste à supposer que le passé tend à se répéter et qu'une manière de prévoir les cours est de se familiariser avec ces types de comportements passés, encore appelés configurations, dans le but de pouvoir identifier à l'avenir des comportements similaires.

Cependant, ces différentes méthodes vont à l'encontre d'une théorie largement admise maintenant, la théorie des marchés efficients.

Dans ce cadre, le prix d'un actif financier est à tout instant une bonne estimation de sa valeur intrinsèque. Il est totalement impossible de prévoir ses variations futures puisque tous les événements connus ou anticipés sont déjà intégrés dans les prix actuels; seul un événement imprévisible pourra les modifier et ce, instantanément. Or, les différents tests accomplis indiquent que les marchés sont efficients, les différentes méthodes explicitées auparavant seraient donc sans intérêt.

Aussi, fondé sur l'hypothèse que les marchés financiers sont efficients, le modèle de marché fut développé par MARKOWITZ (1952).

Dans ce type de modèle, les investissements sont toujours considérés en fonction de leur risque et de leur rentabilité.

La variance totale des rentabilités d'une action se décompose en deux parties:

- une partie due à l'influence du marché, c'est le risque systématique ou le risque non diversifiable.
- une partie due aux caractéristiques spécifiques de l'action, c'est le risque diversifiable.

En conséquence, un investisseur exigera une rentabilité plus élevée d'un actif risqué que d'un actif sans risque, par exemple, un bon du trésor. La différence entre ces deux rentabilités constitue la prime de risque exigée pour détenir l'actif considéré.

A partir de ce principe, on peut créer des portefeuilles "efficaces", c'est-à-dire des portefeuilles qui offrent pour une rentabilité donnée, la variance minimale, ou pour une variance donnée, l'espérance de rentabilité maximale. Pour un investisseur, le choix d'un portefeuille efficace est alors fonction de son aversion envers le risque.

Par la suite, fut développé par SHARPE (1964) et LINTNER (1965) le modèle d'équilibre des actifs financiers. Ce modèle se propose de déterminer les prix des valeurs mobilières qui permettent à l'offre et à la demande pour chacun des titres de s'équilibrer, et donc de dégager l'équilibre général du marché. On suppose, en particulier, dans ce modèle que les investisseurs ont les mêmes anticipations de rentabilité et de risque sur chaque actif, et que les marchés des capitaux sont parfaits.

Le modèle d'équilibre des actifs financiers indique en particulier que la prime de risque exigée pour détenir un actif financier risqué est fonction du coefficient de volatilité (le bêta) des rentabilités de cet actif face au marché représenté par les rentabilités du portefeuille de marché, le portefeuille de tous les actifs échangés.

Dans ce modèle, le risque d'un actif est donc évalué par rapport au risque du portefeuille de marché. La mesure du risque est dans ce cadre, unique et les fluctuations naturelles de l'économie sont représentées par le portefeuille de marché.

Cependant, la possibilité de tester ce modèle a été remise en question.

En effet, pour ROLL (1977), aucun test robuste du MEDAF n'existe après vingt ans de recherche, tout test du MEDAF se réduisant actuellement à un test de l'efficacité du portefeuille de marché. Ainsi, toute validation de la relation fondamentale du MEDAF est simplement une conséquence mathématique de l'efficacité moyenne-variance du portefeuille de marché.

C'est à la suite de ces différentes critiques concernant la possibilité de tester le MEDAF et non son contenu théorique que le modèle d'arbitrage (arbitrage pricing theory : APT) fut développé en 1976 par ROSS.

Le modèle d'arbitrage.

Ce nouveau modèle devait selon ROSS retenir la simplicité du MEDAF tout en évitant ses difficultés théoriques et empiriques.

Ce modèle suppose initialement que plusieurs facteurs économiques influencent les rentabilités des actifs financiers et que plusieurs types de risque existent :

- le risque systématique dû à l'influence sur toutes les valeurs de quelques facteurs économiques.
- le risque spécifique dû à des facteurs économiques qui influencent seulement une ou quelques entreprises.

Ensuite, pour obtenir la relation d'évaluation des rentabilités des actifs financiers, est utilisé le principe d'arbitrage qui se traduit ainsi : "Si on modifie un portefeuille d'actifs de telle façon que son risque ne soit pas changé, alors sa rentabilité attendue ne variera pas".

Et c'est grâce à ce principe que ROSS peut à partir de ses hypothèses, obtenir la relation suivante :

La rentabilité espérée d'un actif financier est une combinaison linéaire de la rentabilité de l'actif

sans risque et de ses coefficients de sensibilité aux facteurs économiques supposés influencer les marchés financiers.

Le développement de ce modèle est donc fondé sur le principe de l'arbitrage, concept fondamental en Finance.

En effet, il constitue le pivot de plusieurs théories: la théorie financière de l'entreprise de MODIGLIANI et MILLER (1958, 1961), la théorie des options de BLACK et SCHOLLES (1973) et les relations de change.

La nécessité de concevoir un modèle international d'arbitrage.

Par exemple, sur le marché des changes, l'arbitrage triangulaire permet d'illustrer ce principe. Supposons que l'on considère trois monnaies; le franc français, le dollar américain et le Yen, que le dollar soit égal à 8 FF, que 100 yens soient égaux à 4 FF et que le dollar soit égal à 204 yens.

Tout investisseur achètera un dollar avec 8 francs, le revendra pour acheter 204 yens et avec ces yens, il pourra obtenir 8,16 FF. En conclusion, avec 8 FF, l'investisseur obtient automatiquement 8,16 FF pratiquement au même instant. Il y a donc une opportunité d'arbitrage qui se traduit dans notre exemple par un profit sans risque de 0,16 FF.

Ce principe d'arbitrage s'applique aussi sur les marchés des titres et peut se formuler ainsi: "Si les caractéristiques de deux actifs (actions, obligations, devises, ...) sont identiques, leurs valeurs doivent être égales".

L'utilisation de ce concept dans le modèle d'arbitrage et son importance en Finance Internationale semblèrent alors des raisons suffisantes pour concevoir un modèle international d'évaluation des actifs financiers basés sur l'arbitrage.

De plus, le formidable développement des marchés financiers internationaux depuis quelques années ne

permet plus à l'investisseur de considérer uniquement les valeurs mobilières de son pays ou plutôt de ne pas se préoccuper des autres marchés financiers. Un modèle d'évaluation des actifs financiers dans le contexte international est donc d'un grand intérêt.

Les principaux modèles internationaux sont ceux de SOLNIK (1973) et de GRAUER, LITZENBERGER et STEHLE (1976), qui sont des extensions au niveau international du modèle d'équilibre des actifs financiers.

Ces deux modèles diffèrent essentiellement par le respect ou non de la parité des pouvoirs d'achat. En effet, si SOLNIK la récuse, elle est au contraire à la base du modèle de GRAUER, LITZENBERGER et STEHLE. En conséquence, leurs conclusions sont différentes. Ainsi, dans le premier modèle, la richesse d'un investisseur est répartie entre trois portefeuilles de base : un portefeuille de tous les actifs protégés contre le risque de change, un portefeuille d'actifs sans risque dans leur devise d'origine (mais risqués dans une autre monnaie) et l'actif sans risque domestique. Par contre, dans le deuxième modèle, l'investissement est réparti entre deux portefeuilles de base : le portefeuille de marché mondial et l'actif sans risque.

Ces différents modèles ont été cependant soumis à de nombreuses critiques :

- Premièrement, si l'on se réfère à la critique de ROLL concernant l'approximation du portefeuille de marché, les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers ne sont pas testables.

- Deuxièmement, les tests de ces différents modèles ne permettent pas selon SOLNIK (1977), de distinguer si l'évaluation des actifs financiers est nationale ou internationale; ceci étant dû à une faible corrélation des différents marchés nationaux.

- Troisièmement, d'après l'étude d'ADLER et DUMAS (1983), certaines variables d'état dans leur modèle international d'équilibre des actifs financiers ne sont pas observables.

Et comme la parité des pouvoirs d'achat n'est pas respectée, un modèle mondial d'équilibre des actifs financiers est difficile à défendre.

Supposer alors que plusieurs facteurs influencent les actifs financiers, par exemple, que certains reflètent les déviations par rapport à la parité des pouvoirs d'achat, qu'il y ait des facteurs internationaux et nationaux, ne paraît pas déraisonnable.

Pour ces différentes raisons, un modèle international d'arbitrage a été développé par SOLNIK (1983). Ce modèle sera présenté mais certaines conclusions seront discutées et exposées différemment; ceci résultant d'hypothèses distinctes.

La démarche de l'étude.

Avant de proposer un modèle international d'arbitrage, il est nécessaire d'analyser le modèle initial de ROSS et ses différents développements; ce qui constituera l'objet de notre première partie.

Nous préciserons les limites théoriques du modèle dans le premier chapitre. En effet, la relation fondamentale du modèle d'arbitrage n'est pas exactement vérifiée et nous développerons alors les approches qui permettent d'obtenir une relation exacte.

Nous nous préoccupons plus spécialement de la falsifiabilité du modèle dans le deuxième chapitre. A ce stade, nous verrons que les méthodes statistiques permettant d'extraire les facteurs censés influencer les valeurs mobilières peuvent être la source de nombreux problèmes lors des tests du modèle d'arbitrage.

Ensuite, une analyse empirique avec des échantillons d'actions de plusieurs pays, car n'oublions pas que notre étude est avant tout internationale, sera effectuée dans le troisième chapitre. La "méthodologie" utilisée dans cette analyse est celle proposée par ROLL et ROSS (1980). A ce niveau, les autres méthodologies utilisées dans les tests du modèle d'arbitrage seront développées.

Ainsi, tous les aspects, théoriques et

empiriques, du modèle d'arbitrage étant examinés, nous nous préoccupons uniquement dans la deuxième partie de l'intégration des spécificités de l'environnement international dans ce modèle.

Dans ce but, les caractéristiques de l'environnement international seront mises en évidence dans le quatrième chapitre. Ainsi, d'après notre examen, la parité des pouvoirs d'achat n'est pas respectée, ce qui indique qu'il existe un risque de change réel et qu'en l'occurrence, les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers de SOLNIK (1973), de STULZ (1981) et d'ADLER et DUMAS (1983) sont plus justifiés que celui de GRAUER, LITZENBERGER et STHELE (1976).

A partir de ces différentes caractéristiques et du modèle d'arbitrage, nous développerons un modèle international d'arbitrage. De plus, une approche basée sur celle de DYBVIIG (1983) devrait nous permettre d'estimer les erreurs d'évaluation des rentabilités attendues des actifs financiers par ce modèle.

Nous noterons alors que l'expression des rentabilités des actifs dans une autre monnaie met en évidence un facteur supplémentaire, le facteur change. De plus, selon les hypothèses faites dans ce modèle, une prime de risque est associée à ce facteur change.

Ceci constituera, en conséquence, le but du cinquième chapitre.

Une analyse empirique de ce modèle sera ensuite présentée dans le sixième chapitre.

Elle sera effectuée en deux étapes:

- la première sera consacrée à un test sur des actifs particuliers, les actifs sans risque et les devises; ce qui est important car dans notre modèle, comme nous le verrons, ces actifs ont un rôle essentiel.

- la deuxième sera constituée d'un test sur l'ensemble des actifs.

La méthodologie de cette analyse est initialement celle de ROLL et ROSS (1980) mais à cause de problèmes

liés à la taille de notre échantillon et de la méthode statistique utilisée, nous l'avons modifiée en utilisant certaines propositions de CHEN (1983).

Enfin, comme dans toute étude internationale, une définition ainsi qu'un test de l'intégration financière seront proposées dans le septième chapitre, et nous démontrerons que le marché financier mondial n'est pas intégré.

Dans la troisième partie, comme certaines questions concernant le contenu économique des facteurs influençant les rentabilités des actifs financiers ont été soulevées, une tentative d'interprétation économique de ces facteurs sera faite.

Cette analyse a aussi deux objectifs:

- répondre à certaines critiques semblant indiquer que le modèle d'arbitrage serait un modèle essentiellement statistique, sans contenu économique. Cette dernière réflexion est en fait surprenante si l'on se rappelle que ce modèle est basé sur le principe d'arbitrage, concept fondamental en Finance.

- satisfaire la curiosité de certains gestionnaires de portefeuilles d'actifs financiers quant à l'explication des fluctuations des rentabilités des valeurs mobilières.

Le huitième chapitre aura pour but de proposer un ensemble de variables économiques supposés agir en théorie sur les rentabilités des actifs financiers. Cette proposition sera essentiellement basée sur l'approche de la valeur de l'entreprise de MODIGLIANI et MILLER (1958, 1961) et l'analyse des rentabilités des actifs financiers de FAMA (1982).

Enfin, le neuvième chapitre sera consacré à l'analyse empirique du lien entre cet ensemble de variables et les facteurs communs. On mettra en évidence que l'inflation, le portefeuille de marché et la production influencent les rentabilités des actions.

En résumé, notre étude est composée de trois parties :

- une partie introductive où le modèle d'arbitrage est présenté et testé dans dix pays.

- une partie centrale où un modèle international d'arbitrage est proposé et mis à l'épreuve des faits; de plus, l'intégration financière est analysée dans ce cadre.

- une partie complémentaire où une tentative d'explication économique des facteurs est présentée.

PREMIERE PARTIE
LE MODELE D'ARBITRAGE

Avant d'intégrer la spécificité de l'environnement international dans un modèle, il est nécessaire que les limites du modèle soient connues. C'est donc le but de cette première partie; mettre en évidence les limites du modèle d'arbitrage.

Plusieurs types de problèmes se posent dans le cas du modèle d'arbitrage :

a) Les problèmes théoriques du modèle, c'est-à-dire ceux liés à la cohérence interne du modèle.

b) les problèmes de falsifiabilité du modèle. En l'occurrence, ces problèmes sont surtout dus à la méthode statistique utilisée pour extraire les facteurs communs influençant les rentabilités des actions. Cette méthode appelée "analyse factorielle" n'a certainement pas la rigueur des méthodes économétriques traditionnelles et a peut-être été la cause véritable des réticences de certains économistes envers le modèle d'arbitrage. Il est vrai que cette méthode implique souvent des indéterminations possibles quant aux solutions et en conséquence quelques problèmes lors des tests du modèle d'arbitrage proprement dit.

Les deux premiers chapitres auront alors pour objet d'exposer ces problèmes. Le troisième chapitre sera consacré au test du modèle d'arbitrage dans dix pays. Ce test est en effet nécessaire car si le modèle d'arbitrage n'est pas validé empiriquement au niveau national, il est douteux a priori qu'une extension simple de modèle d'arbitrage au niveau international soit justifiée empiriquement.

CHAPITRE 1

LE CADRE THEORIQUE DU MODELE D'ARBITRAGE

Le modèle d'arbitrage a été conçu initialement par ROSS (1973, 1976). Ce modèle a surtout été l'objet d'analyses empiriques. Cependant, de nombreux problèmes théoriques se posent. En particulier, l'équation fondamentale du modèle d'arbitrage n'est pas exactement vérifiée. Déjà, dans ses premiers travaux, ROSS (1976) était conscient de cette faiblesse du modèle et avait donc tenté d'évaluer l'erreur maximum d'évaluation de la rentabilité d'un actif avec le modèle d'arbitrage.

Ainsi, ce chapitre sera constitué de trois sections :

- la première sera consacrée à une présentation sommaire du modèle d'arbitrage,
- la deuxième section indiquera quelle est l'erreur d'évaluation possible du prix d'un actif financier,
- la dernière section aura le même but que la deuxième mais les modèles utilisés seront ceux que nous appellerons les modèles dérivés du modèle d'arbitrage.

I LE MODELE INITIAL, ROSS (1976).

Dans sa démarche la plus simple, le modèle d'arbitrage est développé en deux étapes:

- dans la première, en plus des hypothèses traditionnelles faites sur les marchés financiers, il est supposé que les rentabilités des actifs financiers suivent un modèle générateur à K facteurs.
- dans la deuxième, l'utilisation du principe d'arbitrage permet d'obtenir la relation fondamentale du modèle d'arbitrage.

1) L'hypothèse de base

Plusieurs facteurs économiques sont supposés avoir une influence générale sur le marché des actifs financiers tandis que d'autres facteurs sont supposés agir seulement sur une ou quelques actions. Le premier type de facteurs est appelé facteur commun alors que le second type de facteurs est appelé facteur spécifique. Selon le comportement de ces facteurs, la rentabilité réalisée d'un actif financier sera plus ou moins élevée. L'investisseur prévoit le comportement des facteurs d'une manière plus ou moins exacte et ce que l'investisseur a anticipé sur le comportement des facteurs est pris en compte dans le taux de rentabilité anticipée de l'actif considéré. Par contre, les événements non anticipés affectent le comportement des facteurs et donc la rentabilité réalisée de l'actif considéré.

La rentabilité constatée d'un actif est égale à la rentabilité anticipée de l'actif plus la rentabilité non anticipée.

Cette rentabilité non anticipée se décompose en deux parties :

- Une partie due aux mouvements non prévus des facteurs communs

- Une partie due aux mouvements non prévus des facteurs spécifiques.

De façon plus formelle, nous avons, en supposant qu'il y ait K facteurs f influençant la rentabilité d'une action :

$$(1-1) \quad \tilde{R}_{it} = E_i + b_{i1} \tilde{f}_{1t} + \dots + b_{iK} \tilde{f}_{Kt} + \tilde{\epsilon}_{it}$$

\tilde{R}_{it} = rentabilité réalisée de l'actif i en t.

E_i = rentabilité anticipée de l'actif i.

b_{i1} = coefficient de sensibilité (ou saturation) de l'actif i au facteur 1.

b_{iK} = coefficient de sensibilité (ou saturation) de l'actif i au facteur K.

\tilde{f}_{1t} = la valeur prise par le facteur 1 en t.

\tilde{f}_{Kt} = la valeur prise par le facteur K en t.

$\tilde{\epsilon}_{it}$ = la rentabilité non anticipée due au facteur spécifique en t.

$$\text{où } E(\tilde{f}_k) = 0 \quad k \in \langle 1, K \rangle$$

$$E(\tilde{\epsilon}_i, \tilde{\epsilon}_j) = 0 \quad i \in \langle 1, N \rangle$$

$$j \in \langle 1, N \rangle$$

N étant le nombre d'actifs.

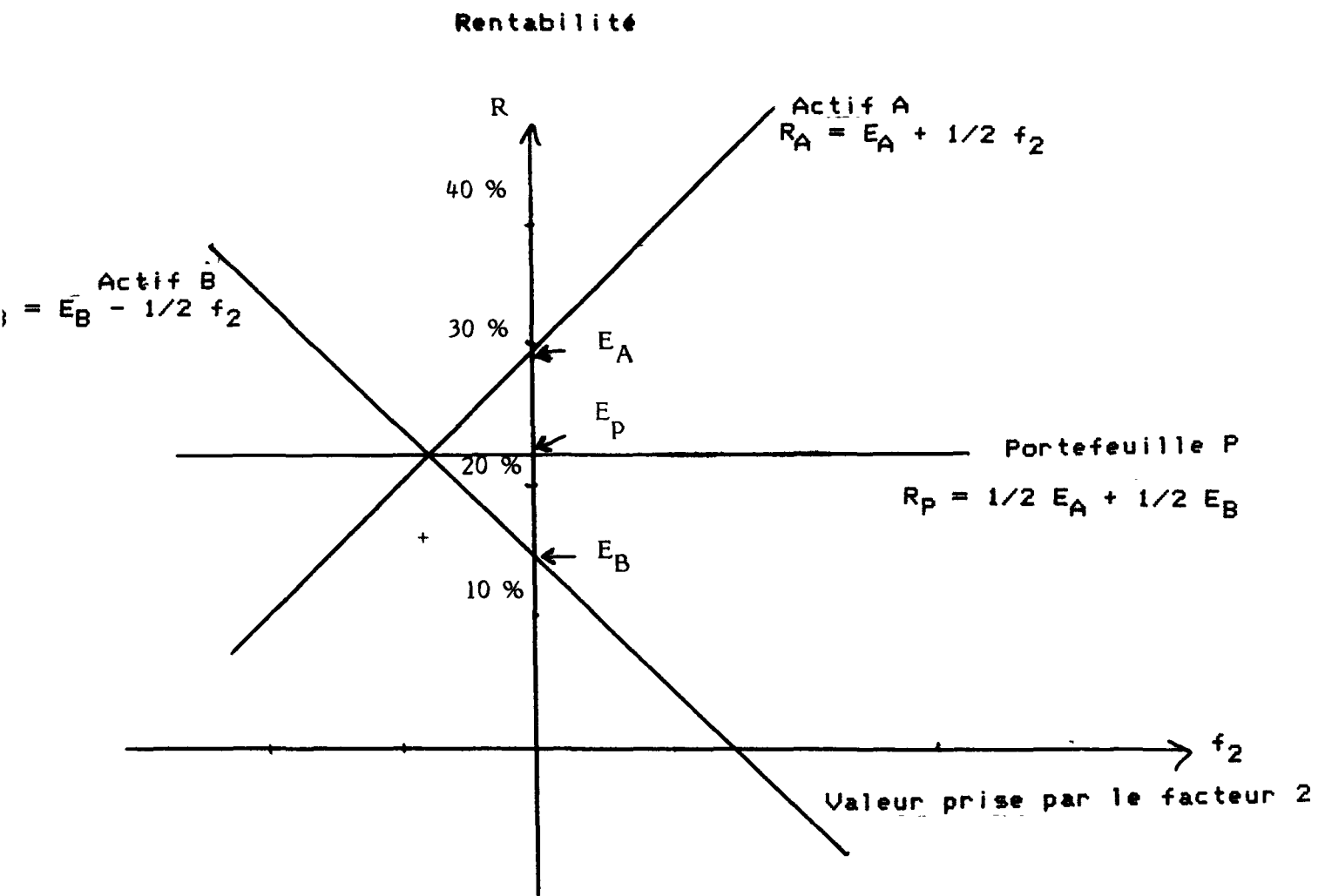
K étant le nombre de facteurs.

$$E(\tilde{\epsilon}_i) = 0$$

$$E(\tilde{\epsilon}_i, \tilde{f}_k) = 0 \quad i \in \langle 1, N \rangle \text{ et } k \in \langle 1, K \rangle.$$

Donnons un exemple graphique (figure I-1) indiquant le lien entre la rentabilité d'un actif ou d'un portefeuille et les facteurs. Ici pour simplifier, nous allons considérer des actifs dont les coefficients de sensibilité sont nuls par rapport aux facteurs autres que le facteur 2.

FIGURE I-1
Le lien entre la rentabilité d'un actif
et
le coefficient de risque à ce facteur.



L'actif A a une rentabilité anticipée de 30% et un coefficient de sensibilité au facteur 2 de 1/2 alors que l'actif B a une rentabilité anticipée de 15% et un coefficient de sensibilité au facteur 2 de -1/2.

L'actif A a donc une rentabilité réalisée supérieure à la rentabilité anticipée lorsque le facteur 2 prend une valeur supérieure à celle qui était prévue et inversement.

Par contre, dans ce cas l'actif B a une rentabilité réalisée inférieure à la rentabilité anticipée et inversement. Aussi, si l'investisseur veut limiter le risque lié au fait qu'il ne peut pas prévoir exactement comment va évoluer le facteur 2, il peut annuler ce risque en combinant l'actif A et l'actif B. Pour ceci il constitue le portefeuille P en investissant la même somme dans l'actif A que dans l'actif B.

La rentabilité du portefeuille P est, alors, égale à :

$$1/2 \tilde{R}_A + 1/2 \tilde{R}_B = 1/2 (E_A + \tilde{f}_2) + 1/2 (E_B - \tilde{f}_2)$$

$$\tilde{R}_P = 1/2 (E_A + E_B)$$

$$\tilde{R}_P = 1/2 (30\% + 15\%) = 22,5\%$$

L'investisseur a donc avec ce portefeuille P une rentabilité anticipée et certaine de 22,5%.

2) Le principe d'arbitrage

L'idée est de créer un portefeuille d'arbitrage \underline{m} de tous les actifs (nous avons N actifs).

\underline{m} est un vecteur ligne composé des montants des actifs détenus

$$\underline{m} = (m_1, \dots, m_i, \dots, m_N)$$

Ce portefeuille est tel :

- qu'il n'utilise pas de richesse $m_e = 0$
où $e' = (1, \dots, 1)$
- que \underline{m}_i (valeur détenue de l'actif i) est de l'ordre de $1/N$.

Le portefeuille est donc bien diversifié et sa rentabilité est égale à :

$$(1-2) \quad \underline{m\tilde{R}} = \underline{mE} + (\underline{mB}) \underline{\tilde{f}} + \underline{m\tilde{C}}$$

où

$\underline{\tilde{R}}$ est le vecteur des rentabilités réalisées des N actifs de dimension $N \times 1$ ou de dimension $(N \times T)$ s'il y a T périodes de temps.

\underline{E} est le vecteur des rentabilités anticipées des N actifs de dimension $N \times 1$.

\underline{B} est la matrice des saturations des N actifs aux K facteurs communs de dimension $N \times K$.
Il faut noter que les termes saturation, coefficient de risque, coefficient de sensibilité ont la même signification.

$\underline{\tilde{f}}$ est la matrice des réalisations des K facteurs de dimension $K \times 1$ ou de dimension $K \times T$ s'il y a T périodes de temps.

$\underline{\tilde{C}}$ est le vecteur des réalisations des N facteurs spécifiques de dimension $N \times 1$ ou de dimension $N \times T$ s'il y a T périodes de temps.

Or par la loi des grands nombres, pour N grand

$$\underline{m\tilde{C}} \approx 0$$

Il faut noter cette approximation qui existera jusqu'à la conclusion finale. Ceci est important car cette approximation est la source de nombreux problèmes qui seront étudiés ultérieurement.

(1-2) devient

$$(1-3) \quad \underline{mR} \approx \underline{mE} + (\underline{mB}) \tilde{f}$$

De plus, \underline{m} est déterminé de telle façon que le risque systématique des facteurs est éliminé, c'est-à-dire que l'impact des facteurs sur la rentabilité du portefeuille devient nul.

$$\underline{mB} = 0 \quad , \text{ quel que soit } k.$$

$$(1-4) \quad \underline{mR} \approx \underline{mE}$$

Or le portefeuille \underline{m} est un portefeuille d'arbitrage, la richesse investie est donc nulle et comme il n'y a plus de risque, sa rentabilité doit être nulle.

Ainsi, pour tout \underline{m} tel que $\underline{mB} = 0$ et $\underline{mE} = 0$, on a nécessairement $\underline{mE} = 0$. Ceci implique que \underline{E} est une combinaison linéaire de \underline{B} et de \underline{e} .

$$(1-5) \quad \underline{E} = \underline{e} \lambda_0 + \underline{B}\lambda$$

λ_0 est la rentabilité de l'actif sans risque s'il existe, de dimension 1 x 1.

λ est la matrice des primes de risque sur les facteurs communs, de dimension K x 1.

(1-5) s'écrit pour un actif i

$$(1-6) \quad E_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

La rentabilité anticipée de l'actif i est égale à la rentabilité de l'actif sans risque plus une prime de risque fonction des coefficients de sensibilité de l'actif i aux facteurs communs.

Cependant, cette relation n'est pas exactement vérifiée dans le cas général, elle l'est uniquement lorsqu'il n'y a pas de risque spécifique.

Dans le cas général, la relation (1-5) s'écrit alors

$$(1-5') E \approx e \lambda_0 + B\lambda$$

Si l'on reprend le même exemple que celui de la figure (I-1), nous mettons en évidence avec le graphique (figure I-2) la relation entre les rentabilités anticipées des actifs et les coefficients de sensibilité des actifs aux facteurs communs.

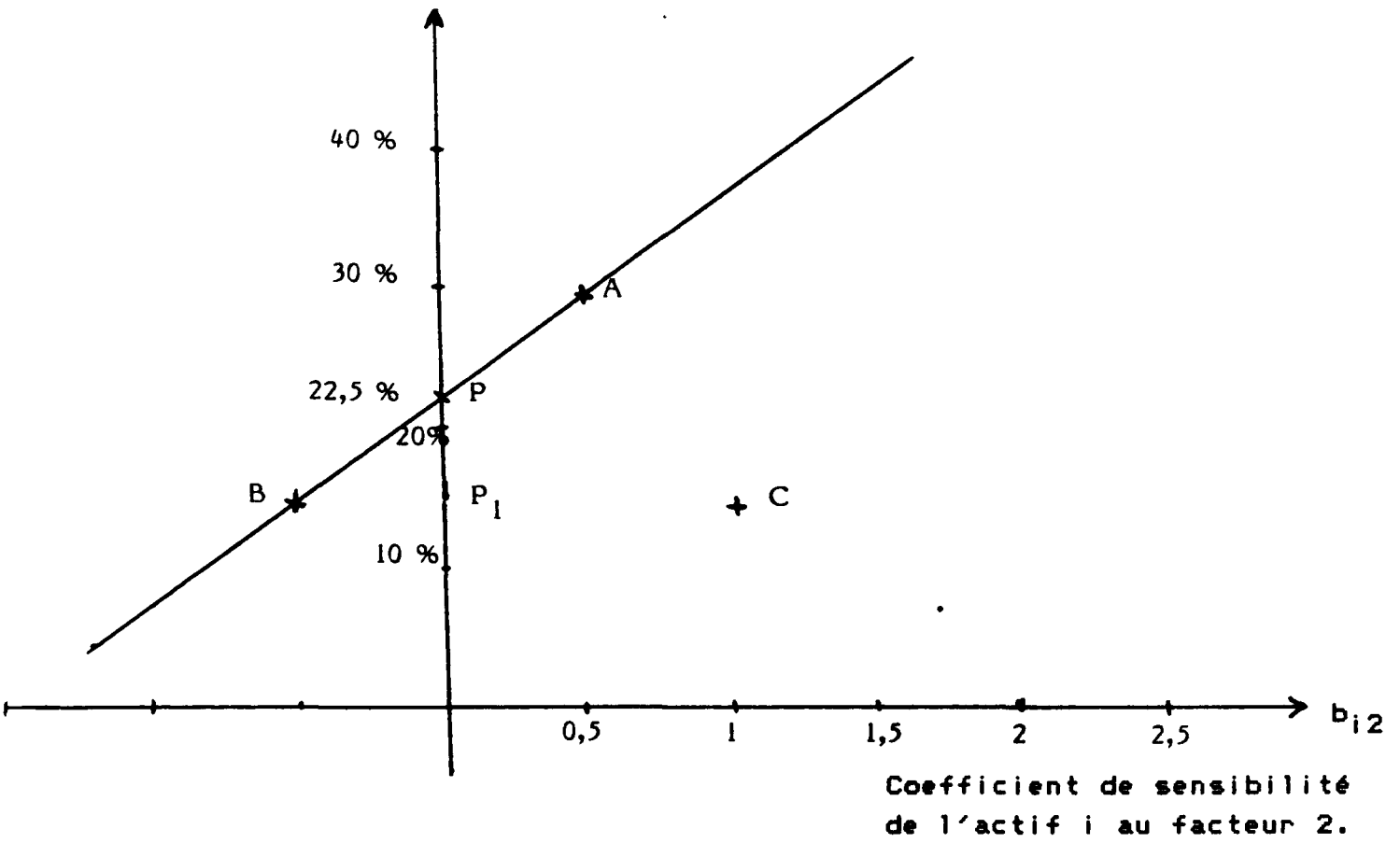
Si A est un actif de rentabilité anticipée de 30%, avec un coefficient de sensibilité au facteur 2 de 0,5, B un actif de rentabilité anticipée de 15% avec un coefficient de sensibilité au facteur 2 de - 0,5 et C un actif de rentabilité anticipée de 15% avec un coefficient de sensibilité au facteur 2 de 1, nous nous apercevons que les trois actifs ne sont pas sur la même droite. Il n'y a pas de relation linéaire entre les trois actifs.

Il y a donc une opportunité d'arbitrage. Les investisseurs essayeront de vendre leur actif C pour détenir des actifs A.

En conséquence, lorsqu'il n'y a plus d'opportunité d'arbitrage, la rentabilité anticipée d'un actif est une fonction linéaire des coefficients de sensibilité de l'actif aux différents facteurs économiques. Les liens entre la rentabilité anticipée et les coefficients de sensibilité sont des constantes appelées primes de risque. Notre prochaine étape est alors de savoir à quoi correspondent ces primes de risque ?

FIGURE I-2
Le lien entre la rentabilité anticipée
et les
coefficients de sensibilité aux
facteurs communs.

E (Rentabilité anticipée)



3) L'interprétation des primes de risque

Les équations (1-1) et (1-5) indiquent que les rentabilités anticipées et réalisées des actifs sont telles que

$$(1-1) \quad \tilde{R}_{it} = E_i + b_{i1}\tilde{f}_{1t} + \dots + b_{iK}\tilde{f}_{Kt} + \tilde{\epsilon}_{it}$$

et

$$(1-5) \quad E_i = E_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_K b_{iK}$$

Or, si nous prenons le portefeuille P, dont le coefficient de sensibilité est de 1 pour le facteur K et de 0 vis à vis des autres facteurs, nous obtenons alors

$$(1-1') \quad \tilde{R}_{Pt} = E_P + \tilde{f}_{Kt} + \tilde{\epsilon}_{Pt}$$

et

$$(1-5) \quad E_P = E_0 + \lambda_K$$

En conséquence,

$$\lambda_K = E_P - E_0$$

Et si le portefeuille P correspond exactement au facteur K sans risque spécifique, alors

$$\tilde{R}_K = E_K + \tilde{f}_K$$

et

$$\lambda_K = E_K - E_0$$

\tilde{f}_K correspond à la rentabilité non anticipée sur le facteur K et λ_K correspond à la prime de risque sur le facteur K.

Plus généralement, on a pour un actif i

$$E_i - E_0 = (E_1 - E_0) b_{i1} + \dots + (E_K - E_0) b_{iK}$$

La prime de risque sur l'actif i ($E_i - E_0$) est donc une combinaison des primes de risque sur les différents facteurs; les coefficients de pondération étant les coefficients de sensibilité de l'actif à ces facteurs.

Après avoir présenté simplement le modèle d'arbitrage, il est nécessaire maintenant de prendre en considération le problème soulevé lors de la démonstration de la relation fondamentale du modèle d'arbitrage, l'approximation de cette relation.

II L'APPROXIMATION DE LA RELATION FONDAMENTALE

La relation fondamentale du modèle d'arbitrage est donc la suivante

$$E_i \approx E_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

C'est-à-dire qu'il y a une approximation, et que le modèle d'arbitrage tiendra si et seulement si

$$E_i - E_0 - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} \leq A \leq \infty$$

Nous appellerons $E_i - E_0 - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$, la déviation par rapport à la relation fondamentale. Cette déviation devra avoir une limite finie pour que le modèle d'arbitrage soit viable.

Déjà, ROSS (1976) montre que cette déviation n'est pas forcément limitée dans certains cas. Les différentes approches permettant de résoudre ce problème seront alors développées; tout d'abord, l'approche initiale de ROSS (1976), ensuite celles basées sur la notion d'arbitrage, enfin dans la section suivante celles basées sur le concept d'efficience.

1) L'approche de ROSS.

Pour développer celle-ci, ROSS est obligé de prendre en considération les fonctions d'utilité des individus. Il suggère de considérer les agents averses au risque de type B pour lesquels les coefficients d'aversion au risque relatif sont uniformément limités, soit,

$$\text{Sup} (- U''(x) x / U'(x)) \leq R \leq \infty.$$

De plus, les variances des facteurs spécifiques doivent être bornées supérieurement

$$E(\tilde{\epsilon}_i)^2 \leq \sigma_i^2 \leq \infty$$

Cinq hypothèses sont alors introduites :

Hypothèse 1 : Il existe au moins un actif pour lequel la responsabilité est limitée ; c'est à dire qu'il y a une limite t (par unité investie) aux pertes subies par le détenteur de cet actif.

Hypothèse 2 : Il existe au moins un agent de type B qui croit que les rentabilités sont générées par un modèle de la forme de (1-1) et qui n'est pas asymptotiquement négligeable. Un agent est dit asymptotiquement négligeable si, lorsque le nombre d'actifs croît, la part de la richesse de l'agent dans la richesse totale devient nulle.

Hypothèse 3 : Tous les agents économiques ont les mêmes espérances sur \underline{E} . De plus, ils sont tous averses au risque.

Hypothèse 4 : Si δ_i est la demande pour le i ème actif, exprimée en pourcentage de la richesse totale; alors, seules les situations avec $\delta_i > 0$ seront considérées. Néanmoins, un actif peut être en offre excédentaire mais la demande générale de cet actif doit être positive.

Hypothèse 5 : La séquence $\langle E_i \rangle$ est uniformément limitée,

$$\|\underline{E}\| = \sup_i |E_i| < \infty$$

ROSS démontre alors le théorème suivant :

Théorème 1: Etant donné les hypothèses 1 à 5, il existe p, λ tel que

$$\sum_{i=1}^{\infty} (E_i - p - \sum_{k=1}^K b_{ik} \lambda_k)^2 < \infty$$

De plus, s'il y a un actif sans risque, alors p est son taux de rentabilité.

2) Les autres approches basées sur la notion d'arbitrage.

Une autre approche simple à ce problème est celle d'HUBERMAN (1982) qui considère comme donnée la condition de non arbitrage. HUBERMAN définit l'arbitrage et formalise la preuve intuitive de ROSS permettant d'affirmer qu'il y a une relation linéaire entre les rentabilités moyennes et les primes de risque. Comme ROSS, il utilise l'hypothèse de base sur l'expression des rentabilités et l'hypothèse que les variances des facteurs spécifiques sont bornées supérieurement.

Se basant sur les résultats de l'algèbre linéaire, le vecteur E (dont la i ème composante est E_i) est exprimé comme une combinaison linéaire du vecteur e (dont la i ème composante est 1), le vecteur B (dont la i ème composante est b_i) et un troisième vecteur c qui est orthogonal à la fois à e et à B .

En d'autres termes, pour HUBERMAN, on peut toujours trouver un vecteur c tel que

$$\underline{E} = \underline{e} \lambda_0 + \underline{B} \lambda + \underline{c} \quad \text{où } \underline{e}'\underline{c} = 0$$

et

$$\underline{B}'\underline{c} = 0$$

Ainsi, par rapport à ROSS, un terme supplémentaire \underline{c} est introduit. Si nous considérons maintenant un portefeuille qui est proportionnel à \underline{c} , soit $\alpha \underline{c}$, (α est un scalaire) qui ne coûte rien. Ce portefeuille est appelé portefeuille d'arbitrage et l'arbitrage est défini comme l'opportunité de créer une séquence de portefeuilles d'arbitrage dont les rentabilités croissent à l'infini tandis que les variances des rentabilités décroissent à l'infini.

Alors HUBERMAN démontre que si les rentabilités sur les investissements risqués satisfont les hypothèses données, alors, pour une économie finie n avec N actifs, il existe $\lambda_0^n, \lambda_1^n, \dots, \lambda_K^n$ et $0 < A < \infty$ tel que

$$\sum_{i=1}^N (E_i^n - \lambda_0^n - \sum_{k=1}^K b_{ik} \lambda_k^n)^2 < A$$

pour $i = 1, \dots, N$.

C'est-à-dire que la somme des carrés des déviations est bornée supérieurement et la moyenne des carrés des déviations tend donc vers 0 quand le nombre d'actifs est grand. Ceci est donc un résultat assez proche de celui de ROSS où les hypothèses faites sur les fonctions d'utilité sont faibles. Par contre, dans le modèle d'HUBERMAN, aucune hypothèse n'est faite à ce niveau.

Néanmoins, comme INGERSOLL (1984) l'indique, certaines hypothèses sous-jacentes mais faibles, sur les fonctions d'utilité des individus, existent. Ceci n'est pas dû particulièrement au modèle de HUBERMAN, mais plutôt lié à l'absence d'opportunité d'arbitrage. Ceci a été déjà brièvement abordé par ROSS (1976); en particulier, l'hypothèse selon laquelle les individus sont averses au risque est nécessaire à l'absence d'opportunité d'arbitrage.

Malheureusement, la forme générale de la fonction d'utilité dans ce cas n'a pas encore été mise en évidence. Par exemple, la fonction d'utilité d'un agent de type B, comme dans le cas de ROSS, est une catégorie de cet ensemble de fonctions d'utilité nécessaire à l'absence d'opportunités d'arbitrage. Nous pouvons donc déjà noter que l'hypothèse nécessaire sur les fonctions d'utilité ici, est beaucoup moins forte que celle permettant d'obtenir l'équation d'évaluation du MEDAF. Par ailleurs, lorsque le marché est à l'équilibre, il y a forcément absence d'arbitrage alors qu'en absence d'arbitrage, l'équilibre n'existe pas obligatoirement.

Cependant malgré ces faibles hypothèses, ROSS et HUBERMAN ont seulement démontré que la somme des carrés des déviations est limitée et donc que la moyenne des carrés des déviations tend vers 0 quand n est grand. Ceci n'empêche pas que les erreurs d'évaluation des rentabilités de certains actifs soient particulièrement élevées. Il est donc nécessaire de démontrer que cette déviation est limitée pour chaque actif.

Ceci est le but de CONNOR, GRINBLATT et TITMAN, et DYBVIIG. Il faut noter, avant de donner les résultats de ces auteurs, qu'INGERSOLL (1984) est arrivé aux mêmes conclusions que ROSS et HUBERMAN en abandonnant l'hypothèse selon laquelle les facteurs spécifiques des différents actifs sont indépendants.

III UNE DEVIATION LIMITEE POUR CHAQUE ACTIF

Tous les modèles permettant d'obtenir que l'approximation de la relation fondamentale soit limitée pour chaque actif sont des modèles dérivés du modèle d'arbitrage. Ils sont basés sur l'équilibre plutôt que sur l'arbitrage. Le premier de ce type est dû à CONNOR (1981). Ce modèle est assez contraignant au niveau des hypothèses et se situe dans un univers infini. Les deux autres modèles importants et assez proches l'un de l'autre sont ceux de TITMAN et GRINBLATT (1983) et DYBVIIG (1983). Ils se situent tous les deux dans un univers fini et donnent une explication et une valeur pour la déviation. Il existe enfin d'autres modèles où des hypothèses assez contraignantes sont faites pour que le modèle d'arbitrage tienne exactement, voir CHEN et INGERSOLL (1983). Aussi, allons-nous nous limiter ici à l'étude des deux premiers types de modèles.

Tout d'abord, le caractère plus général des modèles d'arbitrage de ROSS ou HUBERMAN par rapport aux modèles traditionnels d'équilibre disparaît dans ce type de modèles basés sur l'équilibre.

Cependant, éviter d'utiliser l'argument d'équilibre pour obtenir une déviation précise pour chaque actif n'a pas encore, à notre connaissance, été réalisé.

Ces modèles seront donc présentés en opposant celui de CONNOR à ceux de GRINBLATT et TITMAN (1983) et DYBVIIG (1983).

1) Un modèle dérivé du modèle d'arbitrage dans une économie infinie : CONNOR (1981).

CONNOR est surtout concerné par le développement de conditions suffisantes qui impliquent que l'équation d'évaluation du modèle d'arbitrage tienne exactement. Ceci nécessite une analyse des propriétés d'une économie avec un nombre infini d'actifs.

Par rapport aux hypothèses de ROSS, deux hypothèses sont ajoutées :

a) des restrictions sur la structure agrégée de l'économie

b) L'utilisation des propriétés de l'efficacité et de l'équilibre pareto-optimal.

Cette théorie suppose une économie factorielle dans laquelle un petit nombre de variables aléatoires, appelées facteurs de marché, influencent les rentabilités des actifs. L'analyse essaye alors de mettre en évidence les propriétés essentielles d'une séquence d'économies factorielles avec un nombre croissant d'actifs.

Ainsi, une séquence d'économies factorielles est régulière si elle possède deux propriétés :

a) Quand le nombre d'actifs croît, l'offre de chaque actif devient une petite proportion de l'offre totale des actifs.

b) Même quand le nombre d'actifs est très élevé, chaque facteur de marché a une influence importante dans l'économie.

De plus, une séquence d'économies factorielles est assurable s'il est possible d'assurer tous les investisseurs contre le risque spécifique à travers les négociations sur le marché. CONNOR montre alors que toute séquence d'économies est assurable si et seulement si elle est régulière.

En utilisant deux principes de base de l'équilibre général, l'efficacité et l'ajustement de l'offre à la demande grâce aux prix (compétitifs), CONNOR démontre alors sur une séquence assurable d'économies que la rentabilité anticipée d'un actif est exactement une fonction linéaire des coefficients de sensibilité de l'actif aux différents facteurs.

Ainsi comme nous le voyons, ce modèle nécessite beaucoup d'hypothèses afin que l'erreur d'estimation dans le modèle d'arbitrage soit la plus petite possible. De plus, au niveau des tests, le problème est de savoir lorsqu'il y a suffisamment d'actifs et aussi quand un actif a une offre relativement faible par rapport à l'offre globale de l'ensemble des actifs.

Compte tenu de ces critiques de CONNOR, GRINBLATT et TITMAN (1983) et DYBVIG (1983), ont introduit des modèles plus simples.

2) Des modèles dérivés du modèle d'arbitrage dans le cas d'une économie finie, GRINBLATT et TITMAN (1983) et DYBVIG (1983).

GRINBLATT et TITMAN ont, à notre avis, développé un modèle plus général que celui de DYBVIG. En effet, DYBVIG suppose en plus des hypothèses traditionnelles que dans l'économie tous les actifs sont négociés (et non GRINBLATT et TITMAN) et que les investisseurs ont une aversion absolue pour le risque du type ARROW - PRATT finie; GRINBLATT et TITMAN introduisant, quant à eux, l'aversion relative envers le risque.

Si les deux relations finales sont déduites de la maximisation des fonctions d'utilité des individus, DYBVIG utilise les propriétés de l'équilibre parétien alors que GRINBLATT et TITMAN basent leur démonstration sur la constitution de portefeuille d'arbitrage. A ce titre, GRINBLATT et TITMAN sont plus proches du modèle d'arbitrage de ROSS.

Ainsi, GRINBLATT ET TITMAN supposent :

a) qu'il est possible de construire K investissements sans coût (portefeuille de base), sans risque spécifique et que l'investissement K a une valeur en fin de période de

$$\tilde{\lambda}_K = \bar{\lambda}_K + \tilde{f}_K ; k = 1 , \dots , K$$

b) qu'il y a L investisseurs dans cette économie. Chaque investisseur j ($j = 1, \dots, L$) choisit un ensemble de positions sur les portefeuilles de base et un ensemble de positions sur les actifs négociés restants afin de maximiser la fonction d'utilité anticipée.

$$E(U_j(\tilde{w}_j))$$

$$\text{où } \tilde{w}_j = w_{0j} \sum_{i=0}^N x_{ji} \tilde{R}_i + \tilde{w}_{fj}$$

avec

w_{0j} est la richesse initiale de l'investisseur j.

x_{ji} est la fraction de la richesse initiale de l'investisseur j dans l'actif i.

\tilde{w}_{fj} est la valeur terminale de sa position dans les portefeuilles de base.

c) la fonction d'utilité U est deux fois différentiable avec $U' > 0$ et $-b < U'' < 0$.

Alors, l'erreur d'évaluation dans ce modèle est égale à

$$\tilde{R}_i - E_0 - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

et est inférieure ou égale à

$$b x_i \text{var}(\tilde{\epsilon}_i)$$

$$\text{où } b = \min b_j \quad \text{avec } b_j = -L_j w_{0j} / d_j$$

$$(j : x_{ij} < x_i)$$

$-L_j$ est la limite inférieure de U''

$$d_j = E(U'_j(\tilde{w}_j))$$

$$x_i = \sum_{j=1}^L x_{ij} w_{0j} / \sum_{j=1}^L w_{0j}$$

la proportion de la richesse de l'économie investie dans l'actif i.

On note que b est en fait la mesure de l'aversion relative envers le risque de l'investisseur.

En conséquence, avec des hypothèses raisonnables, selon lesquelles b est fini et la variance des facteurs spécifiques est limitée, lorsque le nombre d'actifs croît, la proportion de la richesse totale investie dans l'actif j devient petite et la limite tend vers 0.

Il faut signaler que la démonstration tient aussi dans le cas où le risque spécifique n'est pas totalement annulé.

Cependant, comme pour CONNOR, nous pouvons nous demander quel est le nombre d'actifs suffisant. Il nous reste alors à examiner le modèle de DYBVIIG.

Celui-ci, en supposant :

a) que chaque agent a une fonction d'utilité VNM (VON NEUMAN MORGENSTEN) croissante et strictement concave différentiable trois fois et dont l'aversion absolue pour le risque $A(x) = -(U''(x)) / (U'(x))$ est non croissante et limitée supérieurement par \bar{A} .

b) que chaque actif a une offre nette positive $\alpha_i > 0$, quel que soit i .

démontre que pour tout i , la déviation est inférieure ou égale à

$$e^{\hat{A} \alpha_i / L} \text{var} (\tilde{\epsilon}_i / p_i) \hat{A} p_i (\alpha_i / L)$$

où \hat{A} est la moyenne harmonique des limites des aversions absolues pour le risque des agents.

$$\hat{A} = \left((1/K) \sum_{k=1}^K (\bar{A}_k)^{-1} \right)$$

L le nombre d'investisseurs.

p_i le prix de l'actif i

Ainsi, pour que l'approximation ne soit pas trop grande, il faut que :

- l'aversion relative envers le risque ne soit pas trop élevée.
- l'offre d'actif par individu soit petite.
- la variance du risque spécifique ne soit pas trop élevée.

Aussi, après avoir exprimé les déviations dans les deux modèles, l'intérêt est maintenant de les quantifier. DYBVIIG, en se basant sur les travaux de BROWN et WENSTEIN (1983), estime que la déviation maximum est égale à 0,04% par an. Par contre, GRINBLATT et TITMAN se basant sur les travaux de FRIEND et BLUME (1973) estiment que la déviation maximum est égale à 0,2% par an.

Ainsi, l'appréciation de la déviation maximum est différente entre les deux modèles. Si les différents auteurs évaluent la variance du risque spécifique à 20%, par contre, GRINBLATT et TITMAN prennent comme mesure maximum de l'aversion relative envers le risque 10 alors que DYBVIIG prend 5 pour cette variable. Aussi, afin de mieux comparer les deux modèles, en prenant 5 dans le calcul de GRINBLATT et TITMAN, nous obtenons 0,1% par an. La différence restante est alors due aux expressions propres des deux déviations. En particulier, GRINBLATT et TITMAN utilisent la proportion de la richesse agrégée représentée par un actif et l'aversion relative envers le risque, alors que DYBVIIG prend en compte l'offre d'un actif par tête en dollar et l'aversion au risque absolue ($-U''/U'$ = aversion au risque relative/richeesse moyenne; ici, estimée à 100.000\$). Les deux derniers termes cités par DYBVIIG sont certainement difficiles à apprécier et sont donc plus contraignants que ceux donnés dans le modèle de GRINBLATT et TITMAN.

En résumé, le modèle de GRINBLATT et TITMAN est plus simple et s'inspire encore de la théorie de l'arbitrage alors que celui de DYBVIIG se base entièrement sur le concept d'équilibre de PARETO. Par ailleurs, l'explication de la déviation est beaucoup plus facile et mieux quantifiable dans le cas de GRINBLATT et TITMAN.

De plus, le modèle de GRINBLATT et TITMAN est testable sur un sous ensemble d'actifs alors que le modèle de DYBVIG nécessite que tous les actifs soient négociés. Cependant, comme nous n'avons pas exactement retracé les dérivations des différents modèles, il est juste de dire que dans leur démonstration, GRINBLATT et TITMAN (1983) sont obligés d'introduire l'hypothèse selon laquelle les rentabilités des actifs suivent une loi normale multivariée. Ceci leur est nécessaire pour obtenir une expression simple de leur limite.

CONCLUSION

Deux types de modèles s'opposent, les modèles d'arbitrage proprement dit de ROSS, HUBERMAN et INGERSOLL et les modèles dérivés du modèle d'arbitrage de CONNOR, GRINBLATT et TITMAN et DYBVIIG. Le premier type de modèle est essentiellement basé sur le principe d'arbitrage alors que le deuxième type de modèle est basé sur les conditions d'équilibre. L'absence d'opportunités d'arbitrage correspond à une hypothèse plus large que celle de l'existence de l'équilibre. A ce titre, le premier type de modèle est plus général que le deuxième type. Malheureusement, avec ces modèles d'arbitrage, la relation fondamentale est vérifiée théoriquement en moyenne sur l'ensemble des actifs alors que pour les modèles dérivés du modèle d'arbitrage, cette relation est valable pour chaque actif. Dans leur expression actuelle, les premiers modèles ne sont pas suffisants alors qu'avec les seconds, l'avantage du modèle d'arbitrage sur le MEDAF disparaît.

De ces derniers modèles, seul le modèle de GRINBLATT et TITMAN est encore proche du modèle d'arbitrage. A ce jour, aucun modèle basé sur l'arbitrage ne permet d'obtenir exactement la relation fondamentale pour chaque actif. A défaut, le modèle de GRINBLATT et TITMAN est actuellement le plus intéressant, par sa simplicité au niveau des hypothèses et de la dérivation, par le fait qu'il constitue encore un modèle d'arbitrage même s'il utilise le principe de maximisation des fonctions d'utilité, et aussi parce qu'il peut être testé sur un sous-ensemble d'actifs. Ce dernier point est important car n'oublions pas que ROSS en développant le modèle d'arbitrage voulait éviter les problèmes de testabilité du MEDAF.

En résumé, l'erreur d'évaluation pour un actif i est généralement bornée par l'expression suivante : l'aversion relative envers le risque, R , multipliée par la variance spécifique de l'actif, σ^2 , et la part en pourcentage de l'actif i dans la richesse totale, α_i .

Cette limite est donc $R \sigma^2 \alpha_i$, et elle est égale en valeur annuelle à 0.2% chez GRINBLATT et TITMAN (1983).

En fait, dans les différents modèles permettant d'obtenir une limite sur l'erreur d'évaluation du modèle d'arbitrage; ROSS (1976), CONNOR (1981), INGERSOLL (1981), CHEN et INGERSOLL (1983), DYBVIIG (1983), GRINBLATT et TITMAN (1983), de nombreuses hypothèses sont faites en plus de celles du modèle de base. Ce sont principalement, selon les modèles:

- Chaque actif a une petite variance spécifique, $\text{var}(\tilde{\epsilon})$ est petite.
- L'offre relative de chaque actif est petite.
- Il existe pour chaque facteur un portefeuille qui permet de le reproduire.
- Chaque individu peut détenir un portefeuille bien diversifié qui ne contient pas de risque spécifique.
- Il n'y a pas d'opportunité d'arbitrage.
- Le principe d'équilibre de PARETO.
- Il y a beaucoup d'actifs.
- Tous les actifs ont une offre nette positive.

Ainsi, pour obtenir (1-5) de façon précise à partir de (1-1), il est nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires non évidentes. Néanmoins, puisque ces hypothèses faites sur les négociations des actifs financiers sont plausibles, le modèle d'arbitrage devrait être validé empiriquement. En conséquence, la prochaine étape de notre étude devrait nous permettre de vérifier cette affirmation.

Auparavant, nous devons noter que l'ensemble de ces modèles ne nous indique pas quels sont les différents facteurs influençant les rentabilités des actifs financiers. Plusieurs étapes s'imposent donc :

- dériver un modèle essentiellement basé sur l'arbitrage permettant d'obtenir une relation exacte pour chaque actif.
- donner une explication économique aux différents facteurs communs.

CHAPITRE 2

LA TESTABILITE DU MODELE D'ARBITRAGE

Le test du modèle d'arbitrage est en fait celui de la linéarité de la relation (1-5)

$$(1-5) \quad E_i = E_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_K b_{iK} \quad i \in (1,N)$$

Cependant, pour obtenir l'équation (1-5), il est nécessaire de connaître les b_{iK} , pour $K \in (1,K)$ et $i \in (1,N)$, c'est-à-dire les saturations des variables sur les différents facteurs. Pour ceci, il faut estimer l'équation (1-1), les facteurs communs n'étant pas connus.

C'est l'objet de l'analyse factorielle. Aussi, l'analyse empirique du modèle d'arbitrage se déroule-t-elle en deux étapes :

- 1) la détermination des saturations.
- 2) le test de la relation linéaire (1-5).

Nous distinguerons dans ce chapitre deux parties :

- la détermination des saturations
- la testabilité du modèle d'arbitrage.

Les problèmes de testabilité du modèle d'arbitrage sont pour certains liés à l'analyse factorielle. Il nous a alors paru nécessaire de décrire cette méthode. Comme nous le verrons par la suite, il existe des problèmes de testabilité autres que ceux liés à l'analyse factorielle.

I LA DETERMINATION DES SATURATIONS

Le rôle de l'analyse factorielle est de représenter une variable en termes de plusieurs facteurs sous-jacents. Le plus simple modèle mathématique pour décrire une variable en termes de plusieurs autres est le modèle linéaire, c'est celui de la relation (5-1). Cependant, de nombreux modèles existent et un choix doit être effectué.

1) Le choix d'une méthode d'analyse factorielle.

Les différentes méthodes d'analyse factorielle peuvent être distinguées en fonction de leurs objectifs. Deux objectifs généraux existent :

- a) extraire la variance maximum
- b) mieux reproduire les corrélations observées.

a) Le premier type de méthode est essentiellement empirique. Elle est utilisée dans un rôle de description. L'ensemble de base des données est réduit de manière à conserver le maximum de la variance. C'est la méthode de l'analyse en composantes principales développée par HAROLD HOTTELING (1933).

Le modèle pour l'analyse en composantes principales est le suivant :

$$(2-1) \tilde{V}_i = a_{i1} \tilde{F}_1 + \dots + a_{iC} \tilde{F}_C \quad i \in (1, N)$$

Chaque variable observée est décrite linéairement en terme de C composantes principales $\tilde{F}_1, \dots, \tilde{F}_C$.

Le but de la méthode est que chaque composante principale prenne en compte la proportion maximum de la variance de l'ensemble des données. Ainsi, seules quelques composantes principales seront retenues si elles représentent une grande partie de la variance de l'ensemble des données.

Par exemple,

$$(2-2) \tilde{V}_i = a_{i1}\tilde{F}_1 + \dots + a_{iK}\tilde{F}_K \quad i \in (1,N)$$

K facteurs sont retenus dans ce modèle. Cependant, toutes les composantes sont nécessaires pour reproduire l'ensemble de la variance des données.

b) Par opposition, l'analyse factorielle classique a pour but de reproduire au maximum les corrélations entre les variables.

Le modèle est de la forme :

$$(2-3) \tilde{V}_i = b_{i1}\tilde{f}_1 + \dots + b_{iK}\tilde{f}_K + u_i \tilde{Y}_i \quad i \in (1,N)$$

où $u_i \tilde{Y}_i$ représente le $\tilde{\epsilon}_i$ de la relation (1-1).

Chacune des variables V observées est décrite linéairement par K facteurs communs et un facteur unique. Les facteurs communs prennent en compte les corrélations existantes entre les variables tandis que chaque facteur unique reflète la variance spécifique de la variable.

\tilde{f}_k = la valeur du facteur commun k ,

appelée encore la contribution du facteur k à la représentation linéaire de la variable.

b_{ik} = la saturation de la variable i sur le facteur k

$u_i \tilde{Y}_i$ = l'erreur résiduelle liée à l'actif i .

Dans ce modèle, les facteurs sont considérés comme des variables aléatoires définies par une fonction de densité de probabilité normale. Comme souvent les facteurs sont supposés indépendants dans ce modèle, il s'ensuit que les variables V ont une distribution normale multivariée.

D'après la description de ces deux types de modèles, il résulte que le deuxième type de modèle correspond plus au modèle de ROSS. En effet, ROSS suppose que les rentabilités suivent un modèle factoriel et l'utilise par la suite pour obtenir la relation fondamentale (1-5). Or, ce que nous désirons, c'est tester cette relation fondamentale. Nous ne sommes donc pas concernés par la description des rentabilités des actifs.

Il est seulement supposé que les rentabilités sont générées par un modèle factoriel, la réduction de l'ensemble des données comme le réalise une analyse en composantes principales n'est pas notre but. Le modèle mathématique supposé par ROSS correspond en réalité à celui d'une analyse factorielle classique.

Il est donc, à notre avis, préférable d'utiliser une analyse factorielle classique pour être le plus cohérent possible avec ROSS.

Il est vrai que pour certaines données, les saturations déterminées par l'analyse factorielle classique, sont proches de celles déterminées par l'analyse en composantes principales. Cela est vérifié dans le cas où l'analyse factorielle classique et l'analyse en composantes principales satisfont les deux objectifs :

- maximisation de la variance expliquée.
- reproduction fidèle de la matrice de corrélation.

Par ailleurs, si l'on suit les résultats de CHAMBERLAIN et ROTHCHILD (1983), les saturations sont très proches pour les deux méthodes si le nombre de variables est très grand.

La méthode d'analyse factorielle utilisée ici sera celle basée sur le maximum de vraisemblance. Cette méthode a l'avantage de fournir un test précis du nombre de facteurs.

Nous expliciterons cette méthode, comment déterminer le nombre de facteurs communs et aussi comment obtenir les réalisations (scores) des différents facteurs communs. Dans un dernier temps, nous mettrons en évidence quelques problèmes liés aux méthodes d'analyse factorielle.

2) L'analyse factorielle basée sur le maximum de vraisemblance.

a) Le modèle

Le modèle est de la forme suivante :

$$\tilde{x}_i = b_{i1}\tilde{f}_1 + \dots + b_{iK}\tilde{f}_K + \tilde{\varepsilon}_i$$

Pour être cohérent avec ROSS, nous avons pris $\tilde{\varepsilon}_i$ et non u \tilde{Y}_i comme dans (2-3).

Ceci n'enlève rien au développement du modèle.
 $i \in (1, N)$; N étant le nombre d'actifs.

\tilde{x}_i : variable aléatoire, les \tilde{x}_i ont une distribution multinormale.

\tilde{f}_k : facteur commun k dont la distribution est normale

$\tilde{\varepsilon}_i$: facteur spécifique de l'actif i
 soit sous forme matricielle

$$\tilde{X} = \underline{B}\tilde{f} + \tilde{\varepsilon}$$

où

$$\text{où } \tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_i \\ \tilde{x}_N \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} b_{11} \dots b_{1K} \\ b_{i1} \dots b_{iK} \\ b_{N1} \dots b_{NK} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{f} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \vdots \\ \tilde{f}_K \end{bmatrix} \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{\varepsilon}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \tilde{\varepsilon}_N \end{bmatrix}$$

Les K facteurs communs sont indépendants et normalement distribués de moyenne zéro et de variance 1. Les éléments de $\tilde{\varepsilon}$ sont indépendants et normalement distribués de moyenne zéro. Si on appelle D_i , la variance de la partie spécifique de l'actif i.

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_N \end{bmatrix}$$

la variance de la ième variable s'écrit comme suit:

$$\sigma_i^2 = b_{i1}^2 + \dots + b_{iK}^2 + D_i$$

et la covariance de la variable i et de la variable j est

$$\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1} + \dots + b_{iK}b_{jK}$$

soit sous forme matricielle, la matrice de covariance-variance de l'ensemble des variables V est telle que

$$V = BB' + D$$

Pour mémoire, les éléments de la diagonale de la matrice BB' sont appelés les communautés des variables.

Nous notons aussi que dans le cas où la matrice V est la matrice de corrélation, les saturations correspondent aux coefficients de corrélation des variables avec les facteurs communs. Pour passer d'une saturation tirée de la matrice de corrélation à une saturation tirée de la matrice de covariance, il suffit de multiplier la première par l'écart type de la variable correspondante, MORISSON (1976, p. 311)

Le but de l'analyse factorielle sera, sous l'hypothèse du nombre donné K de facteurs communs, d'obtenir les estimations des saturations des variables sur les différents facteurs de la population à partir de l'échantillon des N observations sur les variables.

Ainsi, si les covariances reproduites par le modèle linéaire à K facteurs ne reproduisent pas correctement les valeurs de l'échantillon, on rejette la linéarité du modèle ainsi que l'hypothèse que les K facteurs puissent reproduire la matrice de covariance de l'échantillon.

b) La détermination des saturations à partir du maximum de vraisemblance.

Il faut estimer la matrice de covariance de la population en utilisant les renseignements tirés de l'échantillon.

Selon WISHART (1928), si les variables de l'échantillon ont une distribution normale multivariée, alors la fonction de distribution actuelle des éléments de la matrice de covariance S de l'échantillon peut être déterminée et s'exprime comme suit:

$$dF = K |V|^{-1/2 (N-1)} |S|^{1/2 (N-n-2)} \exp -((N-1)/2) \text{tr } V^{-1} S)$$

où

K est une constante fonction seulement de N (le nombre d'observations) et de n (le nombre de variables).

V est la matrice de covariance de la population.

S est la matrice de covariance de l'échantillon.

tr est la trace d'une matrice.

Cette expression est considérée comme une fonction des éléments de V et est appelée la fonction de vraisemblance L de l'échantillon. Il faut donc trouver B et D tels que

$$\hat{V} = \hat{B} \hat{B}' + \hat{D}$$

Pour ceci, il faudra maximiser le logarithme de L en égalisant les dérivées de log L par rapport aux n(K + 1) éléments de B et D à zéro.

$$\text{Log L étant égal à } - (N-1)/2 (\log|V| + \sum_{j=1}^n \sigma^{jk} s^{jk})$$

plus une partie indépendante de V.

où

σ^{jk} est un élément de la matrice inverse V^{-1} .

s^{jk} est un élément de la matrice inverse S^{-1} .

En général, ceci est réalisé avec des matrices de corrélation. Alors, si P est la matrice de corrélation de la population, et R la matrice de corrélation de l'échantillon, nous obtiendrons les équations suivantes

$$\hat{P} = \hat{B} \hat{B}' + \hat{D}$$

$$\hat{B} = \hat{P} \hat{R}^{-1} \hat{B}$$

$$\hat{D} = I - \text{diag } \hat{B} \hat{B}'$$

et de plus, en général, la relation suivante est introduite,

$$\hat{B}' \hat{R} \hat{B} \text{ est diagonale.}$$

Cette dernière condition élimine le problème de l'indétermination de B . Nous reviendrons sur ceci, un peu plus loin.

Pour résoudre ces équations, une méthode itérative est alors utilisée. A chaque itération, B et D seront estimés jusqu'à ce qu'il y ait une convergence au degré de précision désiré.

c) La détermination du nombre de facteurs

Connaître le nombre de facteurs est nécessaire puisqu' implicite dans le développement du modèle. Ceci a été résolu en utilisant le principe de ratio de vraisemblance.

Dans ce test sur le nombre des facteurs, l'hypothèse nulle est :

$$H_0 : V = BB' + D$$

et l'hypothèse alternative est que plus de facteurs sont nécessaires pour reproduire la matrice de covariance de l'échantillon. Ainsi, le ratio de vraisemblance est égal à V/S et on sait d'après WILK (1936) que -2 multiplié par le logarithme du ratio de vraisemblance est approximativement distribué comme une statistique du X^2 quand N est grand.

Nous avons alors:

$$U_m = -2 \log \lambda = N \log |\hat{V}|/|S|$$

où λ dépend de la matrice de covariance de l'échantillon, de l'estimation de la matrice de covariance de la population et du nombre d'observations.

Si V n'est pas proche de S , alors λ approche de 0 et $\log \lambda$ tend vers l'infini. On rejette donc l'hypothèse H_0 si U_m dépasse la statistique du χ^2 au seuil α de confiance donné.

En conséquence, si $U_{m\alpha} > \chi^2$, alors, un plus grand nombre de facteurs est nécessaire pour reproduire les corrélations des variables.

La démarche de ce type de test est donc d'augmenter le nombre de facteurs jusqu'au moment où $U_{m\alpha} < \chi^2$ et nous aurons alors le bon nombre de facteurs. En général, selon HARMAN (1976), avec cette méthode, nous avons plutôt tendance à surestimer le nombre de facteurs. Il faut noter que le nombre de degrés de liberté de la statistique du χ^2 est égal à $1/2 ((n-k) - n - k)$.

Par ailleurs, selon LAWLEY et MAXWELL (1971), pour utiliser ce test, le nombre d'observations N doit être tel que $N - n > 50$ où n est le nombre d'actifs. Cette règle semble cependant excessive pour GEWEKE et SINGLETON (1980). De plus, pour des échantillons de petite taille, BARTLETT (1950) propose de remplacer dans le ratio de vraisemblance N par $N - n/3 - 2k/3 - 11/6$ afin que le test soit plus efficace.

3) Les réalisations des facteurs communs (scores).

Dans le test du modèle d'arbitrage, ceci n'est d'aucune utilité. Cependant, une partie de notre étude a pour but d'expliquer ces facteurs. La mesure de ces facteurs nous sera alors nécessaire.

L'équation factorielle est la suivante:

$$\underline{X} = \underline{B}f + \underline{\varepsilon}$$

Alors, pour calculer f à chaque période de temps t , BARTLETT (1937) propose une procédure où la réalisation de chaque facteur est telle que la somme des carrés des facteurs spécifiques divisée par leur variance estimée est minimisée à chaque instant t .

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_{i=1}^N D_i^{-1} e_{ti}^2 \\ & = \text{Min } (x_t - \hat{B}f_t)' \hat{D}^{-1} (x_t - \hat{B}f_t) \end{aligned}$$

On dérive alors par rapport à f et on obtient:

$$f_t = (\hat{B}' \hat{D}^{-1} \hat{B})^{-1} \hat{B}' \hat{D}^{-1} x_t$$

et la matrice totale des facteurs est :

$$F = X \hat{D}^{-1} \hat{B} (\hat{B}' \hat{D}^{-1} \hat{B})^{-1}$$

La matrice $\hat{D}^{-1} \hat{B} (\hat{B}' \hat{D}^{-1} \hat{B})^{-1}$ correspond à la matrice des poids de chaque variable i dans la détermination des facteurs f . Chaque facteur correspond alors à un portefeuille de valeurs indépendant du portefeuille des valeurs composant un autre facteur.

4) L'indétermination de la matrice des saturations

La matrice des saturations B est déterminée à une rotation orthogonale près. En effet, si on multiplie B par une matrice orthogonale T de dimension $K \times K$, la représentation de V devient

$$\begin{aligned} B T (BT)' + D &= B T T' B' + D \\ &= B B' + D \\ &= V \end{aligned}$$

Bien que la matrice des saturations soit différente, la matrice de covariance V reproduite par le modèle factoriel est identique. Ceci indique qu'il n'y a pas une seule matrice de saturation mais une infinité équivalente en analyse factorielle, ce qui peut provoquer des problèmes dans le cas de tests spécifiques sur les primes de risque dans le modèle d'arbitrage comme l'ont démontré GULTEKIN, DRHYMES et FRIEND, (1984); problèmes sur lesquels nous reviendrons un peu plus loin.

Cette indétermination est en partie levée par l'introduction dans le modèle de la contrainte suivante :

$$\hat{B}'\hat{D}^{-1}\hat{B} \text{ est diagonale.}$$

Ceci implique que les K racines caractéristiques sont extraites en ordre décroissant de grandeur. Les saturations sont alors déterminées uniquement au signe près.

5) Le lien entre le nombre de facteurs et le nombre de variables.

Le nombre de facteurs est déterminé à partir du test du ratio de vraisemblance. Ce test est valable pour de grands échantillons et des règles de correction existent dans le cas où le nombre d'observations est faible.

Rien sur le plan théorique ne permet de déduire un lien entre le nombre de facteurs et le nombre de variables. Cependant, une simulation réalisée par DRHYMES, FRIEND et GULTEKIN (1985) indique que le nombre de facteurs augmente avec le nombre de variables. Ainsi, le nombre de facteurs est de 5 pour un groupe de 30 valeurs, 8 pour un groupe de 60 valeurs et 13 pour un groupe de 90 valeurs. De plus, ce nombre de facteurs augmente avec le nombre d'observations. Il passe de 7 à 11 et à 18 facteurs selon la taille du groupe.

Si le nombre de facteurs augmente avec le nombre de variables ou d'observations, le contenu économique du modèle d'arbitrage peut être remis en question. En effet, dans ce modèle, ces facteurs sont avant tout des facteurs économiques et devraient être indépendants de la taille du groupe étudié. Toutefois, cette augmentation est logique du point de vue de l'analyse factorielle. Un facteur spécifique tiré de l'analyse factorielle d'un certain groupe de valeurs peut devenir commun si des nouvelles valeurs sont introduites. Il suffit que les nouvelles valeurs partagent cette "spécificité" et que leur poids soit important. En effet, les facteurs communs tirés de l'analyse factorielle sont communs à des sous-ensembles de valeurs mais rarement à toutes les valeurs.

Pour concilier cet aspect de l'analyse factorielle avec le cadre économique, il faut alors considérer que travailler sur un échantillon de valeurs ne permet pas de dégager tous les facteurs économiques. Les facteurs économiques restants seront mis en évidence au fur et à mesure que la taille de l'échantillon augmente. Comme nous le verrons dans la prochaine section, ceci n'invalide pas les tests du modèle d'arbitrage.

Néanmoins, l'analyse factorielle introduit de nombreux problèmes. Il nous faut alors voir leur impact sur les tests du modèle d'arbitrage. Ceux-ci constitueront une grande partie de notre discussion sur la testabilité du modèle d'arbitrage.

II LES CRITIQUES DU MODELE D'ARBITRAGE

Les critiques émises sur le modèle d'arbitrage sont souvent d'ordre empirique.

Néanmoins, certains doutes sur la cohérence interne du modèle sont soulevés par SHANKEN (1982).

Au niveau empirique, ce sont surtout DHRYMES, FRIEND et GULTEKIN (1984) qui ont émis des critiques liées principalement aux méthodes d'analyse factorielle. Un autre type de problème dans les tests est celui de la similitude possible des facteurs avec le portefeuille de marché. Enfin, nous pourrions discuter de l'impact sur les tests de l'approximation de la relation fondamentale.

1) Les problèmes induits par l'indétermination des matrices de saturations.

Les matrices de saturation dans l'analyse factorielle sont déterminées à une rotation orthogonale près, sauf si la condition de diagonalité de la matrice $B' D^{-1} B$ est imposée.

D, F, G* ont démontré que des tests sur des sous-ensembles de primes de risque n'étaient pas équivalents selon la matrice de saturation utilisée. Par contre, le test général en F est utilisable.

En analyse factorielle, comme nous l'avons démontré auparavant, les matrices de saturation B et T B sont équivalentes. (T est une matrice orthogonale et $TT' = I$)

Ainsi sous forme matricielle, nous avons

* DRHYMES, FRIEND et GULTEKIN pour des raisons de simplicité sont abrégés par DFG.

$$E = B^* ' \lambda$$

$$\text{où } B^* = \begin{bmatrix} e' \\ B \end{bmatrix}$$

e est un vecteur colonne de 1

$$\lambda = (B^* B^{*'})^{-1} B^* E$$

dont la matrice de covariance est $(B^* B^{*'})^{-1}$

Si au lieu de B , nous avons T B, alors

$$B_1^* = \begin{bmatrix} e' \\ B \ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e' \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

$$E = B_1^{*'} \lambda^*$$

$$E = \begin{bmatrix} e' \\ B \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \lambda^*$$

Alors

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \lambda^*$$

λ_0 est donc le même quelle que soit la rotation.

Par contre,

$$(\lambda_1, \dots, \lambda_K)' = T (\lambda_1^*, \dots, \lambda_K^*)'$$

Ainsi, les primes de risque sont distinctes selon la rotation utilisée pour calculer la matrice de saturation.

La matrice de covariance de λ est $(B^* B^{*'})^{-1}$

et

la matrice de covariance de λ^* est $(B_1^* B_1^{*'})^{-1}$

$$\text{soit } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} (B' B')^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}'$$

La matrice de covariance associée au taux sans risque est la même dans les deux cas. C'est une matrice diagonale, les matrices sont donc identiques.

La matrice de covariance des primes de risque λ^* est $T (B' B')^{-1} T'$ qui est fonction de T . Cette matrice de covariance est différente de celle de λ , sauf dans le cas où $T = I$.

Le test d'hypothèse $A \lambda = 0$ est-il équivalent au test d'hypothèse $A \lambda^* = 0$?

Ce test est basé sur le test statistique habituel :

dans le 1er cas

$$(A \hat{\lambda})' (A (B B')^{-1} A')^{-1} (A \hat{\lambda}) \sim \chi_r^2$$

r est le nombre de contraintes, A de dimension $r \times K$

et

dans le 2ème cas

$$(A T^{-1} \hat{\lambda})' (A (T^{-1} (B B') T^{-1})^{-1} A')^{-1} (A T^{-1} \hat{\lambda}) \sim \chi_r^2$$

or, en général

$$T^{-1} A' (A (T^{-1} (B B') T^{-1})^{-1} A')^{-1} A T^{-1}$$

\neq

$$A' (A (B' B)^{-1} A')^{-1} A$$

Sauf dans le cas où $T = I$

Ainsi, des tests spécifiques sur les primes de risque et en particulier les tests en t de student seront différents dans les cas où les matrices de saturation sont équivalentes à une rotation orthogonale près.

Par contre, dans le cas où on teste si l'ensemble des primes de risque est égal à 0, on a $A = I$ et le test en F est alors équivalent. En effet,

$$\begin{aligned} T^{-1} A' (A(T^{-1}(BB')T^{-1})^{-1} A')^{-1} A T^{-1} \\ = \\ T^{-1} (T^{-1}(BB') T^{-1}) T^{-1} \quad \text{si } A = I \\ = \\ B B' \end{aligned}$$

ce qui est le résultat désiré.

En conclusion, un test d'hypothèses réalisé sur un sous-ensemble de primes de risque n'est pas équivalent si on prend deux matrices de saturation équivalentes mais orthogonales. Par contre, un test réalisé sur l'ensemble des primes de risque est équivalent. Ainsi, si un test de la relation fondamentale du modèle d'arbitrage peut s'effectuer, la détermination du nombre de primes de risque significatives est, malheureusement, impossible. Cependant, cette erreur est limitée si l'on impose la condition de diagonalité.

2) Le test selon lequel la constante doit être égale au taux sans risque.

Un test en t de STUDENT peut parfaitement être appliqué à la constante. D'après le modèle de ROSS, cette constante doit être égale à la rentabilité de l'actif sans risque. Cependant, à partir des réflexions faites dans la partie théorique sur l'approximation de la relation fondamentale, il s'avère que

$$E_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + c_i$$

où c est la déviation entre la rentabilité anticipée d'un actif i et son estimation par le modèle d'arbitrage.

Cette déviation c n'est pas égale à zéro d'après les modèles d'arbitrage de ROSS, DYBVIIG, GRINBLATT et TITMAN. Pour DYBVIIG (1983), GRINBLATT et TITMAN (1983), ces déviations sont respectivement en terme annuel de 0,04% et de 0,2%.

Ainsi, en admettant qu'il y ait une déviation constante pour chaque actif, elle sera prise en compte dans le calcul de la constante dans le modèle. Le test direct de l'hypothèse d'égalité entre la constante et la rentabilité de l'actif sans risque est alors impossible. La solution serait alors d'intégrer l'erreur d'appréciation dans le test mais ceci est actuellement difficile puisque les estimations théoriques connues de c sont des estimations maximum. Néanmoins, c doit tendre vers zéro lorsque le nombre d'actifs devient grand. Le problème est alors de savoir quel est ce nombre d'actifs.

Il est donc a priori très difficile de tester l'hypothèse selon laquelle la constante est égale à la rentabilité de l'actif sans risque. Il est, par ailleurs, fondamentalement erroné de réaliser des tests du modèle d'arbitrage incluant l'erreur d'appréciation. Nous ne pouvons alors considérer un rejet de l'hypothèse selon laquelle la constante est égale au taux d'intérêt sans risque comme un rejet du modèle.

DYBVIIG et ROSS (1985) comparent ceci aux tests réalisés en sciences physiques où il est habituel de créer un modèle à partir d'une série de calculs et d'approximations et de tester le résultat final comme une égalité, bien entendu le modèle devant s'appliquer seulement lorsque les approximations seront raisonnables. Pour ROSS, dans les sciences sociales comme dans les sciences physiques, la testabilité de la théorie est indépendante de la précision des approximations utilisées dans les dérivations.

3) La cohérence interne du modèle.

La principale critique théorique du modèle d'arbitrage est celle de SHANKEN (1982). Celui-ci essaye de démontrer que le modèle d'arbitrage peut donner des implications contradictoires. SHANKEN appelle la relation (1-5) la version empirique du modèle d'arbitrage alors que la vraie version est, en réalité, une relation inexacte. C'est donc à partir de la version empirique que SHANKEN veut mettre en évidence certaines contradictions. Il part de l'idée que le même ensemble de facteurs doit être obtenu d'ensembles équivalents de valeurs; des ensembles de valeurs sont équivalents si les rentabilités obtenues par les différents ensembles sont identiques. En premier lieu, nous donnerons la démonstration de SHANKEN et ensuite la réponse de ROSS.

SHANKEN considère les deux actifs 1 et 2 suivants

$$\tilde{R}_1 = E_1 + \tilde{f} + \tilde{\epsilon}_1$$

et

$$\tilde{R}_2 = E_2 - \tilde{f} + \tilde{\epsilon}_2$$

où

$$\text{var}(\tilde{f}) = 1,$$

$$\text{var}(\tilde{\epsilon}_1) = \text{var}(\tilde{\epsilon}_2) = \sigma^2 > 0$$

Les deux actifs 1 et 2 sont alors transformés et on obtient R_1^* et R_2^* tels que

$$\tilde{R}_1^* = \tilde{R}_1$$

et

$$\tilde{R}_2^* = a \tilde{R}_1 + (1-a) \tilde{R}_2$$

$$\tilde{R}_2^* = (a E_1 + (1-a) E_2) + (2a-1) \tilde{f} + (a\tilde{\epsilon}_1 + (1-a)\tilde{\epsilon}_2)$$

et

$$\text{Cov} (\tilde{\epsilon}_1, a\tilde{\epsilon}_1 + (1-a) \tilde{\epsilon}_2) = a \sigma^2$$

En conséquence, si $a \neq 0$, $a\sigma^2 \neq 0$; \tilde{R}_1^* et \tilde{R}_2^* ne se conforment pas aux hypothèses du modèle d'arbitrage car le terme spécifique de \tilde{R}_2^* est un mélange de $\tilde{\epsilon}_1$ et $\tilde{\epsilon}_2$, il est donc corrélé avec $\tilde{\epsilon}_1$.

SHANKEN choisit alors a de telle manière que \tilde{R}_1^* et \tilde{R}_2^* ne soient pas corrélés.

$$\begin{aligned} \text{Cov} (\tilde{R}_1^*, \tilde{R}_2^*) &= a \text{var} (\tilde{R}_1) + (1-a) \text{cov} (\tilde{R}_1, \tilde{R}_2) \\ &= a (1+\sigma^2) + (1-a) (-1) \end{aligned}$$

Aussi,

$$\text{Cov} (\tilde{R}_1^*, \tilde{R}_2^*) = 0 \quad \text{si } a = 1/(2+\sigma^2)$$

Comme $a \neq 0$, les termes spécifiques sont donc corrélés. Alors, SHANKEN indique que \tilde{R}_1^* et \tilde{R}_2^* doivent se conformer au plus simple modèle factoriel, le modèle à 0 facteur, pour que cette dernière hypothèse soit vérifiée.

$$\tilde{R}_1^* = E_1^* + \tilde{\epsilon}_1^*$$

$$\tilde{R}_2^* = E_2^* + \tilde{\epsilon}_2^*$$

où

$$E_i^* = E(\tilde{R}_i^*)$$

et

$$\tilde{\epsilon}_i^* = \tilde{R}_i^* - E_i^*$$

En appliquant le modèle "empirique", SHANKEN conclut que les rentabilités anticipées transformées

sont égales; $E_1^* = \lambda_0$ et $E_2^* = \lambda_0$. Or, ceci est possible si et seulement si $E_1 = E_2$ car $R_1^* = R_1$.

En conséquence, les rentabilités doivent être égales dans ce cas.

Comme SHANKEN le souligne, ceci est une contradiction car deux ensembles possédant les mêmes rentabilités ne se conforment pas au même modèle factoriel. Ceci est dû à une erreur logique intrinsèque à la relation d'arbitrage comme elle est formulée pour les tests. SHANKEN conclut de cet exemple que les tests empiriques devraient prendre en compte les hypothèses supplémentaires utilisées pour obtenir la relation exacte du modèle d'arbitrage.

Pour DYBVIIG et ROSS (1985), la contradiction est due en fait à l'erreur d'appliquer le modèle d'arbitrage à des actifs transformés. Pour lui, affirmer que l'évaluation est expliquée par la structure factorielle des actifs ou affirmer que l'évaluation est expliquée par la structure factorielle d'actifs transformés est différent, surtout si ces actifs ont été choisis pour détruire la structure factorielle originale.

ROSS démontre alors que dans les situations dans lesquelles le modèle d'arbitrage s'applique, c'est à dire lorsqu'il y a beaucoup d'actifs, que tous les facteurs sont significatifs et que les variances spécifiques ne sont pas trop élevées, la transformation de SHANKEN amplifie énormément les variances des actifs transformés ou au contraire les annule.

Selon ROSS, la structure factorielle des actifs transformés est dégénérée dans l'exemple de SHANKEN. En effet, les actifs sont transformés de telle manière que les covariances sont égales à zéro; en l'occurrence, les facteurs communs sont éliminés et introduits au niveau des termes spécifiques. Comme ROSS l'indique, cette dégénérescence est mise en évidence si l'on se place dans le cas général où le nombre d'actifs est supérieur à deux. Ainsi, lorsque les actifs sont transformés comme dans la présentation de SHANKEN mais avec 1000 actifs, ROSS montre que les actifs transformés ont des variances égales à 500 fois les variances des actifs de base.

Il est alors évident que les implications théoriques du modèle d'arbitrage à partir de ces actifs transformés ne sont pas valables car ces actifs ne respectent pas les hypothèses du modèle d'arbitrage. La critique de SHANKEN est alors sujette à caution si l'on se réfère à ce contre-exemple de ROSS.

4) Le modèle d'arbitrage et le modèle d'équilibre des actifs financiers

Avant d'examiner les implications possibles de certains problèmes empiriques du MEDAF sur les tests du modèle d'arbitrage, nous présenterons l'approche de DYBVIIG et ROSS sur les liens théoriques entre le MEDAF et l'APT.

La première question est alors pour l'auteur de savoir si le MEDAF est vérifié quand les rentabilités des actifs sont générées selon un modèle factoriel du type (1-1). Le MEDAF indique que les rentabilités des actifs sont expliquées en coupe transversale par les covariances avec la rentabilité du portefeuille de marché, R_M .

$$E_i = r + \lambda \text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_M)$$

Si M est le portefeuille de marché,

$$\begin{aligned} \tilde{R}_M &= \sum_{i=1}^N a_{Mi} \tilde{R}_i \\ &= \sum_{i=1}^N a_{Mi} E_i + \sum_{i=1}^N a_{Mi} \left(\sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k \right) + \sum_{i=1}^N a_{Mi} \tilde{\epsilon}_i \\ &= E_M + \sum_{k=1}^K b_{Mk} \tilde{f}_k + \sum_{i=1}^N a_{Mi} \tilde{\epsilon}_i \end{aligned}$$

où

$$E_M = \sum_{i=1}^N a_{Mi} E_i ,$$

et

$$b_{Mk} = \sum_{i=1}^N a_{Mi} b_{ik}$$

En conséquence, la relation du MEDAF peut s'écrire de la façon suivante

$$E_i = r + \lambda \left(\sum_{k=1}^K b_{ik} b_{MK} + a_{Mi} \text{var}(\tilde{\xi}_i) \right)$$
$$\approx r + \sum_{k=1}^K b_{ik} (\lambda b_{MK}),$$

où il est supposé sans perte de généralité que la matrice de covariance des facteurs est I, et où l'approximation est bonne, étant donné que $\text{var}(\xi)$ n'est pas trop élevée et que a est petit. En conséquence, le MEDAF implique l'APT si les rentabilités des actifs suivent un modèle factoriel.

Ainsi, comme le MEDAF implique l'APT en présence d'une structure factorielle (à condition que l'offre relative des actifs et les variances spécifiques soient petites), il apparaît que le modèle d'arbitrage est plus général que le MEDAF dans ce contexte.

En effet, les prix des facteurs dans le modèle d'arbitrage n'ont pas une relation particulière avec les saturations du facteur de marché. Par contre, dans le cadre du modèle factoriel, le MEDAF exige que les prix des facteurs soient proportionnels aux saturations du portefeuille de marché.

$$\lambda_k = \lambda b_{MK}$$

Néanmoins, le MEDAF n'impose pas de restriction comme une structure factorielle du type de (1-1) sur les rentabilités des actifs; contrairement au modèle d'arbitrage.

A ce niveau, si l'on reprend les différentes équations, on s'aperçoit que dans le cas d'un seul facteur, si l'APT tient, le portefeuille de marché sera alors très proche de cet unique facteur, et les coefficients de sensibilité au portefeuille de marché et à ce facteur seront sensiblement les mêmes.

En conséquence, le MEDAF et le modèle d'arbitrage à un facteur sont empiriquement équivalents. Ceci nous amène tout naturellement à une autre critique de SHANKEN, mais auparavant il est nécessaire d'expliquer le principal problème au niveau des tests du MEDAF.

Selon ROLL (1977), le MEDAF n'est pas testable. En effet, quel que soit l'ensemble des actifs étudié, le portefeuille de marché observé est seulement une approximation du vrai portefeuille de marché. Alors, même si le portefeuille de marché est une mauvaise approximation du vrai portefeuille de marché, la relation linéaire du MEDAF sera mise en évidence, car il y a une équivalence mathématique entre la relation linéaire du MEDAF et l'efficienne moyenne-variance du portefeuille de marché.

Alors, selon SHANKEN (1982), si un facteur commun est le portefeuille de marché efficient moyenne-variance, l'hypothèse que la relation est linéaire entre les rentabilités anticipées et les saturations ne sera pas rejetée d'après ce que nous avons dit précédemment. Ceci devrait se vérifier en particulier avec le modèle d'arbitrage à un facteur.

Une réponse à cette critique de SHANKEN (1982) peut être tirée du développement de GRINBLATT et TITMAN (1983) sur la relation entre l'efficienne moyenne variance et le modèle d'arbitrage. Les auteurs démontrent que l'un des avantages du modèle d'arbitrage est que cette théorie est testable sur des sous-ensembles d'actifs et qu'il existe toujours des sous-ensembles de portefeuilles de référence localement efficients moyenne-variance (donc pour l'échantillon considéré), qui peuvent être utilisés pour expliquer les rentabilités moyennes de l'ensemble des valeurs de l'échantillon. Alors, pour des séries temporelles de données suffisamment longues, les portefeuilles de référence qui sont générés par l'analyse factorielle d'un nombre fini d'actifs sont localement efficients moyenne-variance si et seulement si le modèle d'arbitrage tient.

Il nous faut maintenant réfléchir à la testabilité du modèle d'arbitrage sur des sous-ensembles d'actifs, un des avantages du modèle d'arbitrage sur le MEDAF.

5) La testabilité du modèle d'arbitrage sur des sous-ensembles d'actifs.

Tout d'abord, il est intéressant de mentionner la critique de D.F.G (1984). Ces auteurs ont montré que le nombre de primes de risque significatives est lié au nombre de valeurs et donc à la taille de l'échantillon. En conséquence, selon D.F.G, le modèle d'arbitrage n'est pas testable sur un sous-ensemble d'actifs.

En fait, le modèle d'arbitrage est testable sur des sous-ensembles d'actifs et ceci est le principal intérêt, sur le plan empirique, du modèle d'arbitrage vis-à-vis du MEDAF.

Cependant, pour que la structure factorielle des rentabilités soit identifiable, il est nécessaire que chaque facteur soit présent dans un certain nombre d'actifs afin qu'il ne soit pas confondu avec le terme spécifique.

Par ailleurs, une des hypothèses du modèle d'arbitrage est qu'il doit y avoir assez de valeurs afin que l'on puisse créer des portefeuilles permettant de reproduire chaque facteur. En conséquence, si cette hypothèse est vérifiée, le modèle d'arbitrage est testable sur l'ensemble considéré.

Si l'on se réfère aux résultats de CHAMBERLAIN et ROTHCHILD (1983) et d'INGERSOLL (1984), ceci revient à ce que BB' ait K valeurs propres élevées. Il est intéressant maintenant d'étudier les cas particuliers où le sous-ensemble d'actifs considérés ne permet pas de reproduire les différents facteurs.

Par exemple, si un facteur n'est contenu dans aucun des actifs de l'ensemble considéré, BB' est singulière mais il n'y a aucune possibilité de confondre le facteur manquant avec un facteur spécifique. Ainsi, selon DYBVIIG et ROSS (1985), aussi longtemps que les facteurs extraits satisferont la condition que leurs valeurs propres soient grandes, les tests seront valides.

En effet, omettre un facteur dans (1-1) ne détruit pas le test, puisque dans ce cas il n'apparaît pas dans (1-5) non plus. Le modèle d'arbitrage est donc testable sur un sous-ensemble d'actifs si la matrice BB' (où B dépend de l'ensemble considéré) a des valeurs propres élevées, les autres valeurs étant égales à zéro. Néanmoins, dans ce cas, le test est plus faible mais toujours valable.

Il existe un cas cependant où le test est biaisé, c'est lorsqu'il y a un facteur représenté seulement dans un actif. Le test risque alors de rejeter le modèle d'arbitrage. Admettons qu'il y ait un facteur, appelé par exemple le facteur "terre", qui existe seulement dans un actif.

En conséquence, si un test est réalisé sur un ensemble d'actifs n'incluant pas le facteur "terre" et qu'il y ait un actif unique du type "bon du trésor" reflétant peut-être le facteur "taux d'intérêt", la variance du facteur "terre" peut se confondre avec la variance du facteur "taux d'intérêt". Alors, le facteur "taux d'intérêt" risque de ne pas être apprécié alors qu'il l'est en réalité. Aussi, risquons-nous de rejeter la significativité de certains facteurs et même le modèle.

Cependant, ceci n'empêche pas le modèle d'arbitrage d'être testable car dans le pire des cas, il sera rejeté alors qu'il aurait dû être accepté.

CONCLUSION

L'analyse factorielle est à l'origine de certaines difficultés lors du test du modèle d'arbitrage. En particulier, les tests sur des sous-ensembles de primes de risque ne sont pas équivalents selon la matrice de rotation utilisée. Une solution partielle à ce problème est alors d'introduire une contrainte de diagonalité sur la matrice $B' D^{-1} B$.

Par ailleurs, il semble difficile de pouvoir tester l'hypothèse selon laquelle la constante dans le modèle d'arbitrage doit être égale au taux d'intérêt sans risque. Cependant, cette difficulté devrait disparaître lorsque le nombre d'actifs croît. Néanmoins, les problèmes soulevés par l'analyse factorielle nous incitent à essayer le plus rapidement possible de nommer économiquement les facteurs communs.

Il faut noter, de plus, que les critiques sur la cohérence interne du modèle ont été rejetées par DYBVIIG et ROSS (1985).

Nous tenterons maintenant, suite à cette discussion sur la testabilité du modèle d'arbitrage, de l'analyser empiriquement.

CHAPITRE 3

L'ANALYSE EMPIRIQUE

Depuis les premiers tests du modèle d'arbitrage de GHER (1975) et de ROLL et ROSS (1980), de nombreuses études empiriques du modèle d'arbitrage ont été réalisées. Par analogie aux tests du MEDAF, deux types de tests ont été distingués: le premier ensemble basé sur la méthodologie de FAMA et MACBETH (1973), le deuxième ensemble basé sur la méthodologie de GIBBONS (1982). Cependant, une dimension supplémentaire due à l'hypothèse du modèle d'arbitrage où les rentabilités sont supposées générées par un modèle à k facteurs est introduite; ce qui, nous l'avons déjà signalé, entraîne des problèmes lors du test de la relation fondamentale.

Un test réalisé selon la méthodologie de CHEN (1983), ROLL et ROSS (1980) sera présenté. Ce test est réalisé sur des échantillons de valeurs de dix pays. Ainsi, les résultats de ce test du modèle d'arbitrage sur dix pays comparés à ceux d'autres études nous permettront d'aborder le test du modèle d'arbitrage dans un cadre international.

Rappelons qu'avant de tester le modèle d'arbitrage, une étape préliminaire est nécessaire. Il faut, en effet, déterminer les saturations et obtenir l'équation

$$(3-1) \tilde{R}_{it} = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_{it} \quad i \in (1, N), t \in (1, T)$$

Ensuite, il faut tester le modèle d'arbitrage; c'est-à-dire tester si l'ensemble des primes de risque $\underline{\lambda}$ déterminées dans l'équation (3-2) est différent de zéro.

$$(3-2) E_i = E_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

Ainsi, une première section sera consacrée à la présentation des données. Les saturations γ seront déterminées et comme elles reflètent, lorsqu'elles sont tirées d'une matrice de corrélation, les corrélations entre les facteurs communs et les variables, une description succincte des facteurs communs, même si ce n'est pas le but de l'analyse factorielle classique, sera réalisée. La troisième section aura pour but de tester le modèle d'arbitrage et certains problèmes économétriques seront soulevés. Enfin, dans la dernière section une présentation de tests différents de celui de ROLL et ROSS sera effectuée.

I : LIMINAIRE

1) Les données

Les données ont été tirées de la banque de données MACFI du Centre (HEC.ISA). L'échantillon est composé de 237 actions de dix pays; le tableau (III-1) nous donne la composition de cet échantillon et dans l'annexe 1, se trouve la liste de tous les titres. Les observations utilisées sont des cours mensuels de fin de période de janvier 1973 à décembre 1982, soit 120 observations par action. Les données ont été corrigées de tous les ajustements en capital et filtrées (aucune observation ne manque et aucun saut important d'une période à l'autre ne subsiste).

Pour chaque action, 119 rentabilités ont été calculées comme suit.

$$R_t = (P_t + D_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$$

où

R_t est la rentabilité entre $t - 1$ et t .

P_t est le prix de l'action en t .

P_{t-1} est le prix de l'action en $t - 1$.

D_t est le dividende distribué en cours du mois t

Il faut noter que l'affectation des dividendes pour les pays autres que la France et les ETATS-UNIS n'était pas connue; les rentabilités ont alors été calculées hors dividende.

Pour les taux d'intérêt sans risque, nous avons utilisé les taux d'intérêt à court terme trimestriel de début de période sur le marché des euro-devises. Ce taux d'intérêt n'existant pas pour l'Italie, nous avons retenu pour l'Italie le taux de l'argent au jour le jour. Parallèlement aux 119 observations sur les actions, 119 observations par taux d'intérêt sans risque sont retenues.

TABLEAU III-1 : Les données

PAYS	NOMBRE D'ACTIONS DE L'ECHANTILLON		TAUX D'INTERET SANS RISQUE
BELGIQUE (B)	14, mensuel fin de période		Taux d'intérêt à CT trimestriel début de période, marché des Eurodevises
CANADA (C)	15, "	"	"
ETATS UNIS (USA)	43	"	"
FRANCE (F)	23, "	"	"
GR. BRETAGNE (GB)	21, "	"	"
JAPON (J)	28, "	"	"
PAYS BAS (N)	24, "	"	"
REP. FED. D'ALLEMAGNE (RFA)	38, "	"	"
SUISSE (S)	21, "	"	"
ITALIE (I)	10, "	"	Moyenne mensuelle du taux de l'argent au jour le jour

2) La détermination des saturations des actifs aux différents facteurs communs.

La méthode employée pour déterminer les saturations est celle de l'analyse factorielle classique selon le maximum de vraisemblance décrite dans le deuxième chapitre. Le nombre de facteurs communs sera déterminé et ensuite, une description du lien entre les variables et les facteurs communs sera faite à partir des saturations.

Ceci correspond à une phase préliminaire du test du modèle d'arbitrage. Pour réaliser cette étape, nous avons retenu les observations impaires de nos données et en conséquence, les observations paires sont réservées au test du modèle d'arbitrage. Ceci est traditionnel en économétrie et a pour but d'éviter d'estimer avec des biais les primes de risque dans la deuxième étape. En effet, utiliser les mêmes observations pour estimer les saturations et les primes de risque, introduirait des biais d'estimation sur les primes de risque. L'organigramme III-2 résume notre démarche dans ce chapitre avant le test proprement dit.

a) La détermination du nombre de facteurs.

Selon le principe du test du ratio de vraisemblance présenté dans la deuxième partie, il est nécessaire de réaliser une analyse factorielle sur l'échantillon de base de chaque pays en supposant au départ qu'un seul facteur commun existe et ensuite d'augmenter le nombre de facteurs jusqu'au moment où la statistique U_m donnée par le logiciel sera inférieure ou égale à la statistique du X^2 au seuil de confiance désiré. Ceci a été répété pour chaque pays. Le tableau (III-3) résume nos résultats. Les deux ou trois dernières étapes dans la détermination du nombre de facteurs ont seulement été indiquées dans le tableau et le seuil de confiance a été fixé à 5%.

ORGANIGRAMME III-2
La démarche dans l'étape préliminaire
au test du modèle d'arbitrage.

ECHANTILLON DE BASE
D'UN PAYS

N actions, 119 observations

↓

ANALYSE FACTORIELLE

N actions, 60 observations impaires

↓

DETERMINATION DU
NOMBRE DE FACTEURS K

TEST DU X^2

↓

SATURATIONS DES

N actions pour K facteurs

↓

TEST

TABLEAU III-3
Nombre de facteurs déterminés
à partir du test du ratio de vraisemblance.

PAYS	Nombre de facteurs	U_m	X^2	PAYS	Nombre de facteurs	U_m	X^2
	8		644				
ETATS UNIS	9	883	607	CANADA	2	106	97
(43 valeurs)	10	825	571	(15 valeurs)	3	64	82
					3 retenues		
	4	220	197		4	225	218
FRANCE	5	182	176	PAYS BAS	5	196	196,7
(23 valeurs)	6	154	157	(24 valeurs)			
	6 retenues				5 retenues		
	2	65	38				
ITALIE	3	26	25	G.B.	5	144	140
(10 valeurs)	4	15	19	(21 valeurs)	6	113	123
	4 retenues				6 retenues		
	7	270	236		5	150	141
JAPON	8	229	214	SUISSE			
(28 valeurs)	9	186	192	(21 valeurs)	6	122	123
	9 retenues				6 retenues		
					8	687	476
BELGIQUE	2	110	106	RFA	9	641	444
(14 valeurs)	3	65	69	(38 valeurs)	10	590	413
	3 retenues						

Pour la RFA et les USA, le test du ratio de vraisemblance n'est pas concluant. Le nombre de facteurs n'a pas pu être déterminé.

Il est possible que notre nombre d'observations soit faible relativement à la taille des échantillons des USA et de la RFA. En effet, selon LAWLEY et MAXWELL (1970), il est souhaitable que la différence entre le nombre d'observations N et le nombre d'actions soit supérieure à 50. Même si cette règle est un peu contraignante d'après GEWEKE et SINGLETON (1980), la différence entre le nombre d'observations et le nombre d'actions est de 17 pour les Etats Unis (USA) et de 22 pour la RFA. Elle est peut-être insuffisante et expliquerait notre résultat. Nous avons retenu alors 10 facteurs, ce qui nous semble un chiffre maximum. Pour les autres pays, le nombre de facteurs a pu être déterminé.

En général, le nombre de facteurs est plus élevé lorsque le nombre d'actifs augmente. Cependant, nous ne pouvons pas en tirer une règle car contrairement à DRHYMES, FRIEND et GULTEKIN (1984); nos échantillons ne sont pas comparables car ils correspondent à des pays différents.

De plus, bien que le but de l'analyse factorielle classique soit de reproduire le mieux possible les corrélations entre les variables, un examen de l'explication de la variance des données par les différents facteurs peut se révéler intéressant. L'examen du tableau (III-4) indique que la variance expliquée pour les différents pays est assez élevée; elle varie de 68% à 74%. Le premier facteur explique 40% en moyenne de la variance, ce qui est assez important. Une conclusion rapide serait d'affirmer que le premier facteur correspond au facteur de marché. Ceci devra être vérifiée dans la troisième partie de l'étude. Maintenant que le nombre de facteurs est déterminé, les saturations peuvent être calculées.

TABLEAU III-4
Variance expliquée par les facteurs

PAYS	FACTEUR	VARIANCE EXPLIQUEE	PAYS	FACTEUR	VARIANCE EXPLIQUEE	PAYS	FACTEUR	VARIANCE EXPLIQUEE
JAPON	1	37,8%	ETATS UNIS	1	42,90%	R.F.A.	1	36,67%
	2	9,44%		2	9,90		2	10,21%
	3	7,19%		3	4,84%		3	7,58%
	4	5,88%		4	4,24%		4	6,17%
	6	2,46%		5	3,13%		5	2,69%
	7	2,32%		6	2,68%		6	2,19%
	8	2,18%		7	2,16%		7	1,77%
	9	1,74%		8	1,86%		8	1,42%
				9	1,41%		9	1,13%
				10	1,21%		10	1,06%
	Total	72,6%		Total	74,30%		Total	70,9%
ITALIE	1	49,16%	FRANCE	1	37,60%	B.B.	1	45%
	2	19,34%		2	10,40%		2	6,24%
	3	6,08%		3	6,46%		3	5,4%
	4	3,96%		4	3,64%		4	3,31%
				5	3,26%		5	2,86%
				6	2,62%		6	2,22%
	Total	77,06%		Total	63,90%		Total	65%
BELGIQUE	1	41,88%	PAYS BAS	1	31,99%	SUISSE	1	43%
	2	11,85%		2	8,07%		2	7,33%
	3	4,92%		3	4,62%		3	4,9%
	Total	58,66%		4	3,85%		4	2,47%
CANADA	1	43,00%		5	2,88%		5	2,02%
	2	7,86%		6			6	1,89%
	3	6,88%						
	Total	57,90%		Total	51,43%		Total	63,28%

b) Les saturations et une interprétation des facteurs.

Les saturations ont été calculées comme indiqué dans le chapitre II. De plus, la contrainte de diagonalité de la matrice $B'D^{-1}B$ a été introduite. Ceci implique que les premiers facteurs expliquent la plus grande partie de la variance totale des données; c'est effectivement ce que montre le tableau III-4.

Un exemple de ces saturations est donné pour les Etats-Unis et la France dans les tableaux III-5 et III-6. Les autres matrices de saturation se trouvent dans l'annexe 3. Elles reflètent ici les corrélations entre les variables et les facteurs. Il faut alors, pour les utiliser dans le test, les multiplier par l'écart-type de la variable correspondante. Cependant, sous la forme de corrélation, elles permettent de donner une interprétation plus simple des facteurs. Ainsi, le premier facteur, que ce soit pour la France ou les Etats-Unis, reflète une tendance générale car il est très lié avec toutes les valeurs.

Par contre, le deuxième facteur semble plutôt lié dans le cas des Etats-Unis, aux valeurs pétrolières (EXXON, GETTY OIL, MOBIL) tandis que c'est le troisième facteur qui est surtout lié pour la France aux valeurs pétrolières. Le facteur 2 est, par exemple, attaché dans le cas de la France aux valeurs du Printemps, Carrefour et la Générale des Eaux. Une analyse plus complète pourrait être réalisée en utilisant les différents secteurs économiques auxquels appartiennent les valeurs.

Un moyen complémentaire serait aussi l'utilisation des matrices varimax ou quartimax. Par exemple le critère varimax permet de créer une matrice de saturation où les colonnes contiennent un maximum de nombres extrêmes (0 ou 1). Ceci permet alors d'opposer différents groupes de valeurs et donc de mieux interpréter les facteurs. A priori, cet examen n'apporte pas de renseignements complémentaires dans notre cas.

Les saturations ayant été calculées, nous pouvons réaliser le test du modèle d'arbitrage.

TABLEAU III-5
SATURATIONS ETATS-UNIS.

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6	FACTOR 7	FACTOR 8	FACTOR 9	FACTOR 10
R 1	AETNA LIFE	0. 60220	0. 06484	-0. 32636	-0. 04647	-0. 37149	-0. 07949	0. 08470	0. 03801	0. 28045	0. 12455
R 2	ALUMINIUM CO OF AMERICA	0. 23756	-0. 17700	0. 64475	-0. 03684	0. 22272	-0. 22130	0. 15184	0. 11206	0. 02690	-0. 08666
R 3	AMERICAN EXPRESS	0. 78121	0. 30566	-0. 23255	-0. 00271	-0. 20608	-0. 05741	-0. 07475	-0. 02039	0. 15367	-0. 12336
R 4	AMERICAN HOME PRODUCTS	0. 69487	0. 35416	-0. 33736	0. 17455	0. 06065	0. 03894	-0. 16352	-0. 03946	-0. 05495	-0. 01850
R 5	AMERICAN HOSPITAL SUPPLY	0. 73486	0. 21157	-0. 11512	0. 13088	-0. 02148	-0. 05132	0. 14768	-0. 23618	-0. 03180	0. 18767
R 6	AMERICAN TEL et TEL	0. 57117	0. 01783	-0. 06852	-0. 05644	-0. 21058	0. 06600	0. 04697	-0. 09008	0. 16440	-0. 10228
R 7	ATLANTIC RICHFIELD	0. 62110	-0. 39364	-0. 21060	-0. 08020	0. 27543	-0. 10466	0. 06446	0. 12163	0. 27636	0. 02446
R 8	DAVON PRODUCTS	0. 72580	0. 18011	-0. 04326	0. 20713	-0. 09875	0. 14230	0. 31147	-0. 10037	0. 00952	-0. 03513
R 9	BAKER INT	0. 65262	-0. 14799	-0. 11017	-0. 15703	0. 34273	-0. 17973	-0. 03528	0. 10887	-0. 00451	-0. 25936
R 10	BAXTER TRAVENOL LABS	0. 81442	0. 29725	-0. 29579	0. 09864	0. 03551	0. 05145	0. 01803	-0. 16966	0. 04512	0. 11967
R 11	BLACK et DECKER	0. 81092	0. 20046	-0. 04362	0. 01825	0. 08202	-0. 04931	-0. 01658	0. 15345	-0. 13809	-0. 00211
R 12	BOEING	0. 58845	0. 19852	0. 25116	-0. 03613	0. 13595	0. 25901	0. 13023	0. 12130	0. 14541	-0. 03484
R 13	CATERPILLAR TRACTOR	0. 69376	0. 16661	0. 14047	0. 09205	-0. 21164	-0. 30510	0. 12922	0. 08602	-0. 06256	0. 01084
R 14	CITICORP	0. 67822	0. 32954	-0. 06877	-0. 59844	-0. 05443	0. 06732	-0. 02343	-0. 01491	-0. 06152	-0. 02018
R 15	COCA COLA	0. 74784	0. 30576	-0. 14912	0. 30270	-0. 04015	0. 02358	0. 16294	0. 01182	0. 10464	-0. 09258
R 16	CONTROL DATA	0. 70666	0. 18154	0. 32550	-0. 00402	0. 14595	0. 28872	-0. 18282	-0. 03205	0. 07774	0. 04846
R 17	DELTA AIR LINES	0. 57388	0. 24720	0. 29022	-0. 03627	-0. 28491	-0. 20573	-0. 28195	0. 31739	-0. 01558	0. 24265
R 18	DIGITAL EQUIPMENT	0. 49427	0. 08540	0. 53439	-0. 06425	0. 38230	0. 12612	-0. 18867	-0. 12046	0. 14935	-0. 12412
R 19	DOW CHEMICAL	0. 82493	0. 00788	0. 05523	-0. 00834	0. 08085	-0. 32155	0. 14755	-0. 14911	0. 13258	0. 01652
R 20	EASTMAN KODAK	0. 67847	0. 21139	0. 23057	0. 24052	0. 08780	0. 01764	0. 06309	-0. 19095	-0. 08757	-0. 15601
R 21	EXXON	0. 78374	-0. 58079	0. 02902	0. 02552	-0. 11314	0. 07397	-0. 06508	-0. 02866	-0. 02096	-0. 00194
R 22	GENERAL DYNAMICS	0. 37419	0. 10468	0. 30585	0. 02313	0. 48582	0. 25877	0. 06354	0. 04625	0. 14106	0. 14473
R 23	GENERAL ELECTRIC	0. 78344	0. 16450	0. 15185	0. 11851	-0. 19157	-0. 03010	0. 10775	0. 28527	0. 07700	0. 01464
R 24	GENERAL FOODS	0. 62835	0. 22578	0. 01253	0. 08123	-0. 15759	0. 11994	0. 03793	-0. 04509	0. 12237	0. 09468
R 25	GENERAL MOTORS	0. 40436	0. 16578	0. 56362	-0. 13062	-0. 34042	0. 19488	0. 29857	0. 09497	-0. 09158	-0. 10150
R 26	GETTY OIL	0. 50419	-0. 38103	-0. 35508	-0. 20761	0. 34411	0. 21475	0. 26537	0. 08928	-0. 17081	0. 13196
R 27	HALLIBURTON	0. 70471	-0. 18587	-0. 27331	-0. 01095	0. 22311	-0. 17022	0. 05963	0. 32098	0. 10579	-0. 11098
R 28	HEWLETT - PACKARD	0. 73697	0. 19430	0. 28316	0. 03645	0. 24127	0. 09079	-0. 08520	0. 05724	-0. 01602	-0. 11206
R 29	INTEL	0. 74998	0. 05192	0. 00568	0. 02559	0. 22366	-0. 29888	-0. 35577	-0. 09447	-0. 10865	0. 07080
R 30	IBM	0. 68894	0. 18017	0. 03331	0. 29430	-0. 06565	0. 08451	0. 05491	0. 21652	-0. 24970	-0. 05058
R 31	INTERNATIONAL PAPER	0. 67749	-0. 08782	0. 31445	-0. 06522	0. 08402	-0. 36260	0. 31536	-0. 05643	-0. 00348	0. 09495
R 32	JOHNSON et JOHNSON	0. 68271	0. 32440	0. 07518	0. 36069	0. 03195	0. 10268	-0. 08286	-0. 00090	0. 11701	-0. 04741
R 33	KERR Mc GEE	0. 74082	-0. 10970	-0. 28380	0. 07577	0. 19332	-0. 07317	0. 07649	0. 25926	0. 08994	0. 03557
R 34	LILLY (ELI)	0. 56043	0. 41413	-0. 27790	0. 28515	0. 01121	0. 12636	-0. 09846	0. 16370	-0. 20840	-0. 04718
R 35	LOCKHEED CORP	0. 50874	0. 33837	0. 02357	0. 04107	0. 16029	0. 38046	-0. 15755	0. 13865	0. 06806	0. 04965
R 36	Mc DONALD'S	0. 80977	0. 27662	0. 02738	0. 07897	0. 04900	-0. 13927	-0. 04196	-0. 14791	0. 06851	0. 06030
R 37	Mc GRAW-HILL	0. 42781	0. 28031	0. 22510	0. 12853	0. 04868	0. 43402	0. 11010	-0. 05702	0. 05872	0. 33015
R 38	MERCK	0. 74832	0. 29866	-0. 09795	0. 24186	-0. 03844	0. 14527	-0. 06807	0. 05681	-0. 18546	-0. 13429
R 39	MERRIL LYNCH	0. 55264	0. 15014	0. 35488	-0. 15213	0. 18566	0. 06083	0. 02374	0. 14706	0. 09069	0. 11451
R 40	MINNESOTA MINING	0. 80720	0. 23118	0. 12312	0. 23503	0. 02216	-0. 08430	0. 10727	-0. 12073	-0. 07253	-0. 07670
R 41	MOBIL CORP	0. 44394	-0. 53211	0. 01978	0. 01847	-0. 02677	0. 01847	-0. 00926	-0. 15436	0. 10058	-0. 08207
R 42	MONSANTO	0. 68994	0. 00661	0. 35224	-0. 08512	0. 08855	-0. 12181	0. 04556	-0. 13064	0. 04564	0. 13778
R 43	MORGAN S.P	0. 72674	0. 08862	-0. 10898	-0. 33357	-0. 18704	-0. 06706	0. 01055	-0. 14191	0. 15942	-0. 17249

FRANCE

TABLEAU III-6
SATURATIONS FRANCE.

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6
R 1	PRINTEMPS	0 70616	-0. 65282	0 01176	-0. 05990	-0 02694	0 02276
R 2	BSN-GERVAIS DANONE	0 66061	0. 28358	0 31805	-0. 06246	-0 28898	-0 15958
R 3	CARREFOUR	0 75232	0. 05267	-0 24035	0. 06539	0. 02045	0. 19437
R 4	CLUB MEDITERRANEE	0 55674	0. 41262	-0 00957	-0. 11719	-0. 12157	0. 27421
R 5	CREUSOT LOIRE	0 56688	-0. 07740	0. 02813	0. 07302	0 39161	-0. 19681
R 6	COMPAGNIE BANCAIRE	0 58004	0. 10227	-0 08530	-0. 02113	0. 39323	0 33000
R 7	FRANCAISE DES PETROLES	0 50625	0 11301	0. 57356	0 21987	-0. 05806	0 09262
R 8	GENERALE DES EAUX	0 59778	0. 52106	-0. 15607	-0. 18884	0 04078	-0 01813
R 9	MICHELIN	0 80652	0. 29787	-0. 00837	-0 19986	0. 07710	-0 18405
R 10	IMETAL	0 52088	-0. 07588	-0 03136	0. 08307	0 01959	-0. 07962
R 11	AIR LIQUIDE	0 67440	0 19939	-0. 00429	0. 07404	0 28526	-0. 13663
R 12	OREAL	0 82079	0. 03787	-0 26402	-0. 02066	0 13197	-0 10502
R 13	RADIO TECHNIQUE	0 54566	0. 18983	0 36662	-0. 29275	-0 10999	0. 20444
R 14	LAFARGE COPPEE	0 56326	0 10733	0 29327	-0. 19351	-0 06057	-0. 21969
R 15	LEGRAND	0 66430	0. 32534	-0. 15080	0 19637	-0 24362	-0 01077
R 16	MOET - HENNESSY	0 70919	0. 07049	-0 25242	0. 22521	-0 30666	0. 03172
R 17	PERNOD-RICARD	0 80130	0. 08967	-0 37173	0 18134	-0. 04508	-0 04637
R 18	PEUGEOT	0. 67105	0. 23987	0 20383	-0 24614	0 12743	0 18008
R 19	SKIS ROSSIGNOL	0 57800	0. 23024	-0. 23366	0. 00767	0 05891	0. 19240
R 20	PERRIER	0 69443	-0 03809	0 12328	0 12005	-0 13688	0 16537
R 21	GALERIES LAFAYETTE	0 60493	-0 26819	0. 22241	-0 27676	-0 09707	-0 10509
R 22	ELF AQUITAINE	0 55312	-0 01353	0 47961	0 42825	0 18376	-0 04978
R 23	EUROPE N° 1	0 30391	0 29009	0. 51602	0 11901	0 04158	0 07019

II L'ESTIMATION DES PRIMES DE RISQUE.

Pour estimer les primes de risque, il suffit d'après l'équation (1-2) de régresser les rentabilités moyennes sur les saturations. Ceci n'est pas si simple comme le démontrent ROLL et ROSS (1980). En effet, avec cette méthode, certains problèmes économétriques existent. Nous allons donc présenter la méthodologie que nous avons suivie et ensuite expliciter les résultats du test.

1 La méthodologie du test.

Nous avons

$$(3-1) \tilde{R}_t = \underline{E} + \underline{B} \tilde{f}_t + \tilde{\epsilon}_t$$

et

$$(3-2) \underline{E} = \underline{\lambda}_0 + \underline{B} \underline{\lambda}$$

où $\underline{\lambda}$ est le vecteur colonne des primes de risque de dimension $K \times 1$.

$\underline{\lambda}_0$ est la rentabilité de l'actif sans risque de dimension $N \times 1$.

\underline{E} est le vecteur des rentabilités anticipées de dimension $N \times 1$.

\tilde{R}_t est le vecteur colonne des rentabilités en t aléatoires des N actifs de dimension $N \times 1$.

\underline{B} est la matrice des saturations de dimension $N \times K$.

\tilde{f}_t est le vecteur des réalisations des facteurs communs de dimension $K \times 1$.

Tester le modèle d'arbitrage équivaut à tester si l'ensemble des primes de risque est égal à zéro et, lorsque $\underline{\lambda}_0$ est estimé dans le modèle, si $\underline{\lambda}_0$ est le taux de rentabilité de l'actif sans risque.

$$H_0 : \lambda = 0 \\ \lambda_0 \neq R_f$$

Pour estimer λ_0 et λ , il suffit de régresser \underline{E} sur \underline{B} par la méthode des moindres carrés ordinaires; \underline{E} étant estimé par $1/T (\sum \underline{R}_t)$ (T est égal au nombre d'observations).

Cependant, selon ROLL et ROSS (1980), en combinant (3-1') et (3-2'), nous nous apercevons que :

$$(3-1'') \quad \tilde{R}_t = \lambda_0 + \underline{B} \lambda + \underline{B} \tilde{f}_t + \tilde{\epsilon}_t$$

et
donc

$$(3-2'') \quad \underline{E} = 1/T \sum_{t=1}^T (\hat{R}_t) = \hat{\lambda}_0 + \hat{\underline{B}} \hat{\lambda} + \hat{\underline{B}} \bar{f} + \bar{\epsilon}$$

où $\bar{f} = 1/T \sum_{t=1}^T (\hat{f}_t)$

et

$$\bar{\epsilon} = 1/T \sum_{t=1}^T (\hat{\epsilon}_t)$$

Alors, estimer λ en régressant \underline{E} sur \underline{B} , c'est accomplir ceci

$$\hat{\underline{E}} = \hat{\lambda}_0 + \hat{\underline{B}} \hat{\lambda} + \hat{\underline{\eta}}$$

où

$$\hat{\underline{\eta}} = \hat{\underline{B}} \bar{f} + \bar{\epsilon}$$

λ sera correctement estimé si on régresse \underline{E} sur \underline{B} par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) si et seulement si les hypothèses de la méthode de moindres carrés ordinaires sont respectées.

Or, selon ROLL et ROSS (1980), pour l'échantillon considéré, $E(\hat{f}_t) = \bar{f}$ peut être différent de zéro. En effet, d'après les hypothèses de l'analyse factorielle de la première étape, $E(f_t)$ doit être égal à zéro.

Cependant, ceci est vérifié asymptotiquement (le nombre d'observations tendant vers l'infini) et il est possible que pour un échantillon donné, $E(f_t) \neq 0$.

Alors dans ce cas, un problème d'erreurs dans les variables est introduit. Ceci signifie qu'au lieu d'estimer λ , nous estimerons $\lambda + f$. Pour résoudre ce problème, ROLL et ROSS utilisent une méthode économétrique, proposée par FAMA et MAC-BETH (1973), où λ_t est estimé à chaque instant t .

Une série temporelle des λ_t est ainsi constituée et la moyenne des λ_t doit donc approcher la vraie valeur de λ . De plus, le résidu η à l'instant t est égal à $B f_t + \varepsilon_t$ et ne respecte pas l'hypothèse sur la méthode des moindres carrés ordinaires selon laquelle la matrice de covariance-variance des résidus est de la forme $\sigma^2 I$.

Ici, cette matrice est en fait égale à $BB' + D$ ($D = \varepsilon \varepsilon'$). ROLL et ROSS proposent alors d'appliquer à chaque instant t une méthode des moindres carrés généralisée (MCG) où la matrice de covariance des résidus V est connue et estimée par $BB' + D$.

Ils obtiennent alors une série temporelle des λ_t et calculent la moyenne des λ comme le proposent FAMA et MAC-BETH.

En fait, si on se réfère à l'article de ROLL et ROSS (1980), voir les équations (11) et (12) page 1090, on s'aperçoit qu'ils travaillent directement sur les moyennes. Ainsi, ils supposent implicitement que la matrice de covariance-variance des résidus est invariante et estiment λ par

$$(\hat{B}' \hat{V}^{-1} \hat{B})^{-1} \hat{B}' \hat{V}^{-1} \bar{r}$$
$$\text{où } \bar{r} = 1/T \sum_{t=1}^T (\hat{R}_t - \hat{\lambda}_0)$$

dans le cas où le taux d'intérêt sans risque λ_0 est connu.

Si le taux d'intérêt sans risque est estimé,

$$(\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}) = ((\underline{1} : \underline{B})' \underline{V}^{-1} (\underline{1} : \underline{B}))^{-1} (\underline{1} : \underline{B})' \underline{V}^{-1} \bar{R}$$

où $\bar{R} = 1/T \sum_{t=1}^T \hat{R}_t$

Dans notre étude, nous avons aussi utilisé les moyennes. En effet, une méthode comme celle de FAMA et MAC-BETH suppose un nombre d'observations important. Or, nous avons dans notre étude 59 observations pour le test proprement dit.

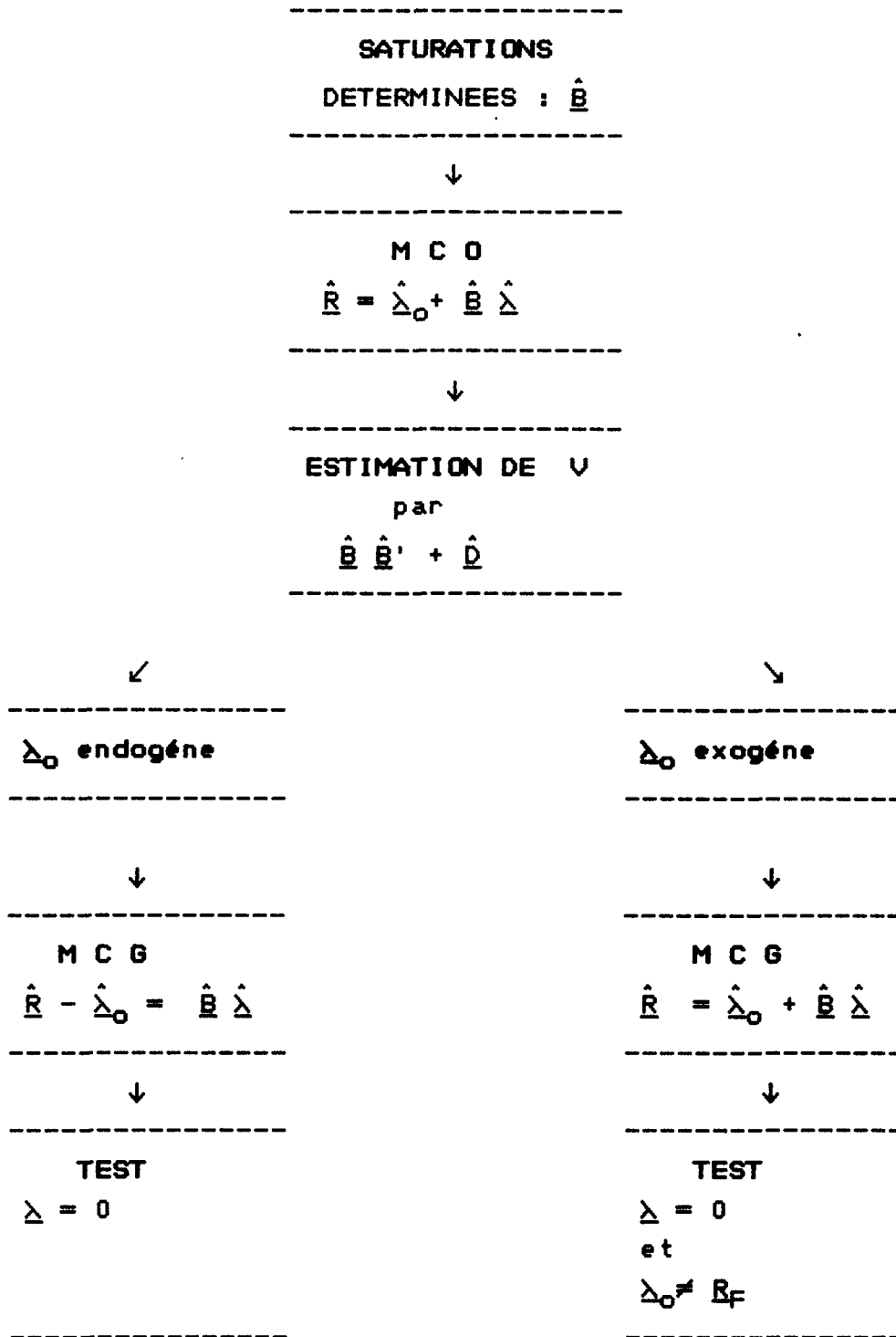
Nous avons, par ailleurs, toujours réalisé deux tests; l'un basé sur une méthode des moindres carrés ordinaires (MCO), et l'autre sur une méthode des moindres carrés généralisés (MCG).

Ceci permet, d'une certaine manière, de vérifier si la méthode des moindres carrés généralisés est appliquée correctement. En l'occurrence, les DURBIN-WATSON sont plus proches de 2 avec la méthode des moindres carrés généralisés; ce qui indique que la matrice de covariance des résidus est donc plus satisfaisante avec la deuxième méthode.

Nous présenterons, en conséquence, les résultats tirés de la méthode des moindres carrés généralisés.

L'organigramme (III-7) résume la méthodologie du test suivi.

ORGANIGRAMME III-7
Méthodologie du test



2 Les résultats.

Avant d'examiner les résultats, une première étape, compte tenu des problèmes déjà soulevés, consiste à savoir s'il faut estimer la rentabilité de l'actif sans risque dans le modèle.

a) Le choix entre l'estimation exogène ou endogène de la rentabilité de l'actif sans risque.

Dans leur étude, ROLL et ROSS (1980) indiquent qu'il est souhaitable d'utiliser une estimation exogène de la rentabilité de l'actif sans risque car lors de la détermination du nombre de primes de risque significativement différentes de zéro, il est nécessaire que la matrice de covariance des primes de risque soit diagonale. En effet, le test du t de student nécessite que les primes de risque soient indépendantes et donc que la matrice de covariance-variance soit diagonale. Ceci est un argument en faveur d'une estimation exogène de la rentabilité de l'actif sans risque.

Cependant, si l'on suit le raisonnement de DRHYMES, FRIEND et GULTEKIN (1984), autant estimer de façon endogène la rentabilité de l'actif sans risque, car un test en t de Student n'est pas valable, vu qu'il dépend de la rotation donnée à la matrice de saturation.

Dans le cadre de notre test, cet argument n'est pas valable car une contrainte supplémentaire a été fixée dans la détermination de la matrice de saturation. En effet, les facteurs sont extraits de telle manière que le premier explique la plus grande partie de la variance totale et ainsi de suite; ce que nous constatons dans le tableau III-4. De ce fait, la matrice de saturation est calculée au signe près et les matrices équivalentes, compte tenu de cette contrainte, donnent des tests en t de Student équivalents pour les facteurs les plus importants. Nous pouvons alors rejeter l'argumentation de D, F et G.

Plus grave est le problème développé dans la deuxième partie. En effet, le modèle théorique ne permet pas de donner une relation linéaire exacte pour chaque actif. Même si la moyenne des déviations pour l'ensemble des actifs tend vers zéro lorsque le nombre d'actifs est grand, il est probable que cette moyenne soit différente de zéro pour des échantillons de taille restreinte comme les nôtres.

Dans cette optique, il est alors préférable de réaliser une régression avec une constante. La constante estimée par le modèle prendra alors en compte la moyenne des déviations. Par contre, réaliser une régression sans constante obligerait notre droite de régression à passer par un point d'ordonnée égale à la rentabilité de l'actif sans risque déterminée de manière exogène et pourrait entraîner des erreurs d'estimation des primes de risque.

Ce dernier point amène les économètres à préférer l'utilisation des régressions où la constante est estimée aux régressions sans constante. Il suffit alors de tester si la constante estimée est égale à la constante théorique.

Malheureusement, cette constante n'est pas exactement donnée dans le modèle d'arbitrage.

Par ailleurs, l'intérêt de la régression sans constante est que la matrice de covariance-variance des primes de risque est diagonale dans le cas de la régression par les moindres carrés généralisés dans l'exemple précis de ROLL et ROSS. En effet, d'après les résultats de l'analyse factorielle, $B'V^{-1}B$ est diagonale.

Par contre, si nous estimons la constante, la matrice de covariance des primes de risque (y compris la constante) n'est plus diagonale et en conséquence, les t de student sont biaisés. Aussi, nous suivrons donc l'argumentation de ROLL et ROSS et privilégierons les résultats avec les régressions basées sur la méthode des moindres carrés généralisés sans la constante. Néanmoins, les résultats avec la constante seront donnés.

b) Les résultats

L'examen des tableaux III-8 et III-9 indique que les régressions sans constante donnent de meilleurs résultats. En particulier, le test en t de student indique que le premier facteur est significatif dans les régressions sans constante et qu'il est non significatif dans les autres régressions.

Alors, pour approfondir ce point, une simulation pour la FRANCE et les ETATS-UNIS sur les taux d'intérêt a été effectuée et les t de Student ont été calculés pour chaque simulation. Les tableaux (III-10, III-11) indiquent que pour les valeurs des taux d'intérêt sans risque proches de zéro, les t de Student pour le premier facteur ne sont pas significatifs.

De plus, ceci correspond aux résultats de ROLL et ROSS (tableau III, p 1092) où sur 42 groupes, dans les régressions sans constante, 76% des groupes ont le premier facteur apprécié alors que pour les régressions avec constante, 35% ont le premier facteur apprécié. Cette différence pourrait être due d'après ROLL et ROSS à une mauvaise estimation du taux d'intérêt sans risque. Il faut aussi noter que les problèmes de diagonalité de la matrice de covariance des primes de risque et d'approximation de la relation fondamentale peuvent se poser à ce niveau.

En conséquence, l'examen des résultats sera limité aux régressions sans constante car ce sont, à notre avis, les régressions les plus cohérentes avec la méthodologie de ROLL et ROSS que nous avons utilisée.

- BELGIQUE :

Les résultats sont très significatifs, que ce soit pour le test en F ou pour les différents t de student. Ainsi, deux primes de risque sont appréciées.

- CANADA :

Le modèle d'arbitrage n'est pas soutenu dans le cadre du CANADA. Ceci est en contradiction avec les conclusions de HUGHES (1981) mais n'oublions pas que notre échantillon pour ce pays est faible.

TABLEAU III-8
ESTIMATION DES PRIMES DE RISQUE
(moindres carrés généralisés)

BELGIQUE

$$R = - 0.400 B_1 - 0.190 B_2 + 0.130 B_3$$
$$(-9.80)^* \quad (- 2.00)^* \quad (1.00)$$
$$F = 6.9^* \quad R^2_a = 0.46 \quad DW = 2.20$$

CANADA

$$R = - 0.700 B_1 - 0.035 B_2 + 0.076 B_3$$
$$(1.30) \quad (- 0.22) \quad (0.42)$$
$$F = 1.0 \quad R^2_a = 0.06 \quad DW = 2.5$$

ETATS-UNIS

$$R = 0.114 B_1 + 0.016 B_2 + 0.121 B_3 - 0.033 B_4 + 0.300 B_5 + 0.250 B_6 - 0.380 B_7 + 0.093 B_8 + 0.260 B_9 + 0.590 B_{10}$$
$$(-2.65)^* \quad (0.11) \quad (1.24) \quad (-0.22) \quad (2.25)^* \quad (1.62) \quad (-2.23)^* \quad (0.55) \quad (1.33) \quad (2.84)^*$$
$$F = 5.9^* \quad R^2_a = 0.54 \quad DW = 2.30$$

FRANCE

$$R = - 0.155 B_1 + 0.013 B_2 + 0.023 B_3 + 0.160 B_4 + 0.075 B_5 + 0.140 B_6$$
$$(-3.40)^* \quad (0.10) \quad (0.19) \quad (1.00) \quad (-0.46) \quad (0.74)$$
$$F = 4.0^* \quad R^2_a = 0.46 \quad DW = 2.17$$

GRANDE-BRETAGNE

$$R = - 0.150 B_1 - 0.200 B_2 + 0.310 B_3 + 0.027 B_4 + 0.154 B_5 - 0.325 B_6$$
$$(-3.16)^* \quad (-1.13) \quad (1.60) \quad (0.17) \quad (0.81) \quad (1.50)$$
$$F = 1.0 \quad R^2_a = 0.29 \quad DW = 2.00$$

* H_0 rejeté au seuil de 5%

SUITE TABLEAU III-8

ITALIE

$$R = 0.030 B1 - 0.003 B2 + 0.008 B3 - 0.025 B4$$
$$(1.39) \quad (-0.07) \quad (-0.08) \quad (-0.19)$$
$$F = 1.0 \quad R^2_a = 0.10 \quad DW = 1.98$$

JAPON

$$R = -0.026 B1 - 0.053 B2 + 0.033 B3 - 0.064 B4 + 0.240 B5 - 0.002 B6 + 0.100 B7 + 0.044 B8 - 0.017 B9$$
$$(-1.11) \quad (-0.97) \quad (0.52) \quad (-0.79) \quad (2.71)^* \quad (-0.17) \quad (0.94) \quad (0.40) \quad (-0.16)$$
$$F = 1.2 \quad R^2_a = 0.10 \quad DW = 1.44$$

PAYS-BAS

$$R = -0.280 B1 + 0.180 B2 - 0.300 B3 + 0.128 B4 + 0.031 B5$$
$$(-0.70) \quad (1.80)^* \quad (-2.00)^* \quad (0.84) \quad (0.17)$$
$$F = 3.1^* \quad R^2_a = 0.33 \quad DW = 2.22$$

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

$$R = -0.088 B1 - 0.180 B2 - 0.045 B3 + 0.140 B4 + 0.077 B5 + 0.069 B6 - 0.252 B7 + 0.080 B8 - 0.243 B9 + 0.047 B10$$
$$(-2.50)^* \quad (1.76)^* \quad (-0.47) \quad (1.40) \quad (0.78) \quad (0.7) \quad (-2.00)^* \quad (0.60) \quad (1.66)^* \quad (0.34)$$
$$F = 2.0^* \quad R^2_a = 0.23 \quad DW = 2.3$$

SUISSE

$$R = -0.180 B1 + 0.001 B2 + 0.130 B3 + 0.038 B4 + 0.030 B5 + 0.330 B6$$
$$(-5.30)^* \quad (0.48) \quad (1.35) \quad (-0.28) \quad (0.23) \quad (-1.90)^*$$
$$F = 2.4^* \quad R^2_a = 0.32 \quad DW = 1.99$$

* : H_0 rejeté au seuil de 5%

TABLEAU III-9
ESTIMATION DES PRIMES DE RISQUE
(moindres carrés généralisés)
avec constante

BELGIQUE

$$R = 0.620 - 0.350 B_1 - 0.180 B_2 + 0.128 B_3$$

(0.50) (-3.00)^{*} (-1.90)^{*} (0.93)

$$F = 4.3^* \quad R^2 a = 0.37 \quad DW = 2.3$$

CANADA

$$R = - 0.212 - 0.090 B_1 + 0.032 B_2 + 0.155 B_3$$

(-1.31) (0.65) (0.20) (0.83)

$$F = 0.6 \quad R^2 a = 0.00 \quad DW = 2.4$$

ETATS-UNIS

$$R = - 0.534 + 0.130 B_1 + 0.061 B_2 + 0.188 B_3 - 0.004 B_4 + 0.180 B_5 + 0.380 B_6 - 0.340 B_7 + 0.120 B_8 + 0.170 B_9 + 0.520 B_{10}$$

(2.54)^{*} (1.25) (-0.45) (1.99)^{*} (-0.03) (1.34) (2.53)^{*} (-2.14)^{*} (0.77) (0.95) (2.74)^{*}

$$F = 4.7^* \quad R^2 a = 0.46 \quad DW = 2.3$$

FRANCE

$$R = 1.960 - 0.290 B_1 - 0.020 B_2 - 0.006 B_3 + 0.170 B_4 - 0.070 B_5 + 0.138 B_6$$

(0.80) (-1.64)^{**} (-0.14) (-0.05) (1.00) (0.43) (0.71)

$$F = 1.0 \quad R^2 a = 0.12 \quad DW = 2.2$$

GRANDE-BRETAGNE

$$R = 0.240 - 0.027 B_1 - 0.210 B_2 + 0.310 B_3 + 0.032 B_4 + 0.156 B_5 - 0.313 B_6$$

(-0.80) (-0.19) (-1.18) (1.56) (0.12) (0.02) (-1.45)

$$F = 0.8 \quad R^2 a = 0.09 \quad DW = 2.12$$

* : H₀ rejeté au seuil de 5%

SUITE TABLEAU III-9

ITALIE

$$R = 3.130 - 0.230 B1 + 0.001 B2 + 0.019 B3 + 0.016 B4$$

(2.60)^{*} (-1.40) (0.02) (0.23) (0.14)

$$F = 0.8 \quad R^2_a = 0.00 \quad DW = 2.6$$

JAPON

$$R = 0.720 - 0.036 B1 - 0.055 B2 + 0.035 B3 - 0.068 B4 + 0.238 B5 - 0.019 B6 + 0.094 B7 + 0.036 B8 - 0.168 B9$$

(0.01) (-0.34) (-0.92) (0.52) (0.75) (2.60)^{*} (-0.16) (0.75) (0.26) (0.15)

$$F = 1.0 \quad R^2_a = 0.01 \quad DW = 1.7$$

PAYS-BAS

$$R = 0.378 - 0.042 B1 + 0.180 B2 - 0.300 B3 + 0.200 B4 + 0.114 B5$$

(0.43) (-0.26) (1.78)^{*} (-2.30)^{*} (1.27) (0.63)

$$F = 3.2^* \quad R^2_a = 0.32 \quad DW = 2.13$$

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

$$R = 0.470 - 0.066 B1 - 0.170 B2 - 0.045 B3 + 0.140 B4 + 0.084 B5 + 0.071 B6 - 0.250 B7 + 0.080 B8 - 0.250 B9 + 0.052 B10$$

(-0.20) (-0.55) (-1.65)^{*} (-0.47) (1.31) (0.78) (0.70) (-1.90)^{*} (0.60) (-1.64)^{*} (0.36)

$$F = 1.8 \quad R^2_a = 0.18 \quad DW = 2.3$$

SUISSE

$$R = 0.039 - 0.108 B1 + 0.066 B2 + 0.165 B3 + 0.047 B4 + 0.015 B5 + 0.132 B6$$

(-2.00)^{*} (-1.30) (0.71) (1.58) (0.35) (0.10) (-1.80)^{*}

$$F = 2.5^* \quad R^2_a = 0.32 \quad DW = 1.87$$

* : H₀ rejeté au seuil de 5%

TABLEAU III-10
ETATS-UNIS : Simulation sur le taux d'intérêt sans risque.
 (Moindres carrés généralisés, MCG)

R_f	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	SSR	R_f	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	SSR
											SR												SR
-2	8,8	/	2,6	/	/	3,4	-1,7	/	/	2,2	1,28 0,82	-1	5,3	/	2,3	/	/	3	-2	/	/	3,6	1,08 0,34
-1,9	8,5	/	2,6	/	/	3,4	-1,8	/	/	2,3	1,26 0,78	-0,9	4,88	/	2,3	/	/	2,97	-2	/	/	2,7	1,07 0,29
-1,8	8,2	/	2,5	/	/	3,3	-1,8	/	/	2,3	1,23 0,72	-0,8	4,46	/	2,2	/	/	2,9	-2	/	/	2,7	1,06 0,25
-1,7	7,9	/	2,5	/	/	3,3	-1,8	/	/	2,4	1,2 0,68	-0,7	4	/	2,2	/	/	2,8	-2,1	/	/	2,7	1,06 0,20
-1,6	7,6	/	2,5	/	/	3,2	-1,9	/	/	2,4	1,18 0,63	-0,6	3,6	/	2,1	/	/	2,8	-2,1	/	/	2,8	1,05 0,15
-1,5	7,2	/	2,5	/	/	3,2	-1,9	/	/	2,5	1,15 0,58	-0,5	3,15	/	2	/	/	2,7	-2,2	/	/	2,8	1,05 0,10
-1,4	6,9	/	2,5	/	/	3,2	-1,9	/	/	2,5	1,13 0,53	-0,4	2,7	/	2	/	/	2,6	-2,2	/	/	2,8	1,06 0,05
-1,3	6,5	/	2,4	/	/	3,2	-2	/	/	2,6	1,12 0,49	-0,3	2,2	/	1,97	/	/	2,6	-2,2	/	/	2,8	1,06 0,01
-1,2	6,1	/	2,4	/	/	3,12	-2	/	/	2,6	1,1 0,44	-0,2	1,8	/	1,9	/	/	2,5	-2,2	/	/	2,9	1,07 -0,04
-1,1	5,7	/	2,4	/	/	3	-2	/	/	2,6	1,09 0,39	-0,1	/	/	1,8	/	/	2,4	-2,2	/	/	2,8	1,07 -0,07

SSR : Somme des carrés des résidus.

SR : Somme des résidus.

Les / indiquent que les t de student ne sont pas significatifs à un seuil de 5%.

SUITE TABLEAU III-10

R _F	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆	t ₇	t ₈	t ₉	t ₁₀	SSR	R _F	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆	t ₇	t ₈	t ₉	t ₁₀	SSR	
											SR													SR
0	/	/	1,8	/	1,8	2,3	-2,2	/	/	2,9	1,09 -0,14	1	-3	/	/	/	2,3	/	-2,3	/	/	2,8	1,31 -0,61	
0,1	/	/	/	/	1,9	2,3	-2,3	/	/	2,9	1,1 0,18	1,1	-3,4	/	/	/	2,3	/	-2,2	/	/	2,8	1,34 -0,66	
0,2	/	/	/	/	1,9	2,2	-2,2	/	/	2,9	1,1 -0,23	1,2	-3,8	/	/	/	2,4	/	-2,2	/	/	2,8	1,38 -0,71	
0,3	/	/	/	/	2	2,1	-2,3	/	/	2,9	1,13 -0,28	1,3	-4,12	/	/	/	2,4	/	-2,2	/	/	2,8	1,42 -0,76	
0,4	/	/	/	/	2	2	-2,3	/	/	2,9	1,15 -0,32	1,4	-4,4	/	/	/	2,4	/	-2,1	/	/	2,7	1,46 -0,8	
0,5	/	/	/	/	2	1,9	-2,2	/	/	2,9	1,17 -0,37	1,5	-4,7	/	/	/	2,44	/	-2,1	/	/	2,7	1,5 -0,8	
0,6	/	/	/	/	2	1,8	-2,2	/	/	2,9	1,2 -0,42	1,6	-5	/	/	/	2,5	/	-2,1	/	/	2,7	1,5 -0,9	
0,7	-2	/	/	/	2,2	1,8	-2,2	/	/	2,9	1,22 -0,47	1,7	-5,3	/	/	/	2,5	/	-2,1	/	/	2,7	1,6 -0,95	
0,8	-2,4	/	/	/	2,2	1,7	-2,2	/	/	2,8	1,25 -0,52	1,8	-5,6	/	/	/	2,5	/	-2,1	/	/	2,7	1,64 -1,06	
0,9	-2,7	/	/	/	2,2	/	-2,2	/	/	2,8	1,28 -0,56	1,9	-5,9	/	/	/	2,5	/	-2	/	/	2,6	1,65 -1,05	

TABLEAU III-11
FRANCE : simulation sur le taux d'intérêt sans risque.
(moindres carrés généralisés)

R_F	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	SSR	SR	R_F	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	SSR	SR
0	/	/	/	/	/	/	0.47	0.38	1.0	- 3	/	/	/	/	/	0.42	0.29
0.1	/	/	/	/	/	/	0.46	0.38	1.1	- 3,4	/	/	/	/	/	0.41	0.28
0.2	/	/	/	/	/	/	0.46	0.37	1.2	- 3,8	/	/	/	/	/	0.40	0.27
0.3	/	/	/	/	/	/	0.45	0.36	1.3	- 4,1	/	/	/	/	/	0.40	0.26
0.4	/	/	/	/	/	/	0.44	0.34	1.4	- 4,5	/	/	/	/	/	0.40	0.25
0.5	/	/	/	/	/	/	0.44	0.34	1.5	- 4,9	/	/	/	/	/	0.39	0.24
0.6	- 1,6	/	/	/	/	/	0.43	0.33	1.6	- 5,2	/	/	/	/	/	0.39	0.23
0.7	- 2	/	/	/	/	/	0.43	0.32	1.7	- 5,6	/	/	/	/	/	0.39	0.22
0.8	- 2,3	/	/	/	/	/	0.42	0.31	1.8	- 5,9	/	/	/	/	/	0.39	0.21
0.9	- 2,7	/	/	/	/	/	0.42	0.30	1.9	- 6,3	/	/	/	/	/	0.39	0.20

SSR : Somme des carrés des résidus.

SR : Somme des résidus.

Les / indiquent que les t de student ne sont pas significatifs à un seuil de 5%.

- ETATS UNIS :

Le test est assez probant. En effet, le test général en F est significatif. De plus, si l'on étudie le t de Student, avec la méthode des moindres carrés généralisés, 4 facteurs sont appréciés.

- FRANCE :

Le test en F indique que l'hypothèse selon laquelle les primes de risque sont égales, est rejetée et le t de student met en évidence un seul facteur, le premier. Ce résultat est donc moins significatif que celui de DOMEON (1984) qui avait cependant réalisé un test basé sur la méthode des moindres carrés ordinaires et avec un échantillon de 80 actifs.

- GRANDE-BRETAGNE :

Bien que le premier facteur soit apprécié, l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque est loin d'être rejetée ($F = 1$). Ce dernier résultat est donc en contradiction avec les résultats de CHAN et BEENSTOCK (1984).

- ITALIE :

Pour ce pays, les tests ne sont pas concluants mais, comme pour le CANADA, l'échantillon est faible.

- JAPON :

Seul, un t de student est significatif alors que le test en F est négatif. Il y a donc une contradiction entre le t de student et le test en F. En fait, ceci peut être dû, en général, (MADDALA, p 122) à un trop grand nombre de variables explicatives sans intérêt. Or, effectivement, dans le cas du JAPON, nous avons retenu 9 facteurs pour 28 variables; ce qui peut paraître élevé.

- PAYS-BAS :

Pour ce pays, deux facteurs sont appréciés et l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque est rejetée. Le modèle d'arbitrage n'est donc pas rejeté.

- REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE :

L'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque n'est pas rejetée, bien qu'à la limite. Par contre, quatre facteurs sont appréciés. Nous retrouvons, alors, le même problème que dans le cas du JAPON. En effet, lors de la détermination du nombre de facteurs, nous avons retenu 10 facteurs pour 39 variables.

Il faut noter, par ailleurs, que le test de WINKELMAN (1984) ne rejette pas le modèle d'arbitrage pour ce pays.

- SUISSE :

Nous avons ici le même type de résultat qu'avec le JAPON et la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE et donc le même problème. Pour ce pays, les facteurs appréciés sont au nombre de deux.

Conclusion : Nos tests révèlent que dans deux pays: le CANADA et l'ITALIE, le modèle d'arbitrage est rejeté. Deux autres pays ne soutiennent pas le modèle d'arbitrage si l'on s'en tient au test en F; ce sont la GRANDE-BRETAGNE et le JAPON. Cependant, les t de student indiquent que des facteurs sont appréciés. Cette opposition, selon MADDALA, pourrait être causée par un trop grand nombre de variables explicatives sans intérêt qu'il faudrait donc éliminer. Deux autres pays sont encore dans le même cas: ce sont la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE et la SUISSE, mais dans ce cas, les hypothèses de nullité conjointe des primes de risque sont pratiquement rejetées. Pour améliorer ces tests, il serait nécessaire d'avoir un nombre d'actifs plus élevé.

Ceci est plausible si on se base sur les résultats d'autres tests réalisés avec un plus grand nombre d'actifs, par exemple DOMEON (80 actifs).

En effet, notre échantillon est avant tout conçu pour un test international et si sa taille est satisfaisante dans ce cas, les échantillons de certains pays sont faibles et ceci peut expliquer les mauvais résultats du CANADA et de l'ITALIE.

Enfin, avant d'examiner le modèle d'arbitrage dans le cadre international, il est intéressant pour compléter notre étude empirique de présenter les méthodologies utilisées par d'autres auteurs pour tester le modèle d'arbitrage.

III LES TESTS PARALLELES.

Deux tests différents de celui de ROLL et ROSS seront présentés. Le premier de JOBSON (1982) utilise une régression multivariée, tandis que dans le deuxième de BROWN et WEINSTEIN (1983), une hypothèse différente de celle habituellement testée dans l'APT est postulée. Ces deux tests sont basés sur des régressions multivariées et dans cette optique, une présentation de ce type de régression est effectuée en premier à partir de l'article de GIBBONS (1982)

1) Les tests multivariés des modèles financiers.

Le test initialement présenté par GIBBONS (1982) concerne surtout le MEDAF mais il peut aussi s'étendre au cas de l'APT.

a) l'intérêt de ce type de test.

L'intérêt de ce type de test est que les problèmes d'erreurs dans les variables sont évités. En effet, les primes de risque et la mesure du risque appelé le Béta dans le MEDAF sont estimés simultanément dans ce type de modèle, contrairement aux tests de FAMA (1973) et de BLACK, JENSEN et SHOLES (1972) où ces paramètres sont estimés en deux étapes. Cette méthode, de plus, permet d'accroître la qualité de l'estimation de primes de risque.

b) Le test traditionnel du MEDAF

L'équation traditionnelle du MEDAF à tester est, par exemple, pour le modèle de Black (1972) :

$$(3-3) E(\tilde{R}_{it}) = \delta + B_i (E(\tilde{R}_{mt}) - \delta)$$

$$i \in (1, N)$$

$$t \in (1, T)$$

où $E(\tilde{R}_{it})$ est la rentabilité anticipée de l'actif i en période t .

δ est la rentabilité anticipée de l'actif sans risque ou d'un portefeuille à Béta zéro.

B_i est la mesure de risque de l'actif i relativement au portefeuille de marché m et est égal à

$$\text{Cov}(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{mt}) / \text{var}(\tilde{R}_{mt})$$

$E(\tilde{R}_{mt})$ est la rentabilité anticipée du portefeuille de marché en période t .

Il faudra donc estimer l'équation suivante :

$$(3-4) \hat{R}_{it} = \hat{\mu}_i + \hat{B}_i \hat{R}_{mt} + \hat{\eta}_{it}$$

et tester l'hypothèse suivante

$$H_0 : \hat{\mu}_i = \hat{\delta} (1 - \hat{B}_i) , \quad i \in (1, N)$$

Si H_0 n'est pas rejetée, alors le MEDAF est compatible avec les données.

c) Le test dans une approche multivariée.

Dans cette approche, l'équation testée est mise sous la forme d'un système de N équations.

(3-5)

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_1 \\ \vdots \\ \hat{R}_i \\ \vdots \\ \hat{R}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{I}_T : \hat{R}_m) & 0 \\ 0 & (\hat{I}_T : \hat{R}_m) \\ \vdots & \vdots \\ 0 & (\hat{I}_T : \hat{R}_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ - \\ - \\ - \\ \hat{B}_i \\ - \\ - \\ - \\ \hat{B}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\eta}_1 \\ - \\ - \\ - \\ \hat{\eta}_i \\ - \\ - \\ - \\ \hat{\eta}_N \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{où } \hat{R}_i &= (\hat{R}_{i1}, \dots, \hat{R}_{iT}) \\ I_T &= (1, \dots, 1) \\ \hat{R}_m &= (\hat{R}_{m1}, \hat{R}_{m2}, \dots, \hat{R}_{mN}) \\ \hat{\eta}_i &= (\hat{\eta}_{i1}, \dots, \hat{\eta}_{iT}) \end{aligned}$$

η suit une loi normale multivariée de moyenne 0 et d'écart type $\sigma^2 I$

Il y a T observations, $t \in (1, T)$, et N actifs, $i \in (1, N)$

Avec le changement de notations suivant où

$$\hat{R}'' = \begin{bmatrix} \hat{R}_1 \\ \vdots \\ \hat{R}_N \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\eta}'' = \begin{bmatrix} \hat{\eta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\eta}_N \end{bmatrix} \quad \text{alors,}$$

$$(3-6) \quad \hat{R}'' = | (I_T : \hat{R}_m) * I_N | \begin{bmatrix} \mu_1 \\ B_1 \\ - \\ \mu_N \\ B_N \end{bmatrix} + \hat{\eta}''$$

où * indique un opérateur de produit direct.

I est une matrice identité $N \times N$

et

$$E (\tilde{\eta}'' \tilde{\eta}''') = V * I_T$$

V est une matrice de covariance de dimension $N \times N$ d'éléments σ_{ij} . Cette matrice est supposée symétrique et définie positive.

η'' suit une loi normale multivariée de paramètres $(0; V * I)$.

L'hypothèse testée est toujours $\mu = \delta (1 - B)$; $i \in (1, N)$. Pour ceci, deux régressions sont effectuées, l'une sans contrainte, l'autre contrainte où $\mu = \delta (1 - B)$. Cette expression n'est pas linéaire et la deuxième régression ne peut être résolue.

Alors, on linéarise cette expression en utilisant un développement de Taylor où

$$\delta B_i \approx \delta \hat{B}_i + \hat{\delta} B_i - \hat{\delta} \hat{B}_i.$$

Cette linéarisation suppose une première estimation de δ et de B . Pour ceci, GIBBONS estime δ à partir de l'approche de BLACK, JENSEN et SHOLES et tire B de la régression non contrainte. Un modèle de régression apparemment non relié (SURM) peut alors être utilisé.

Il y aura donc un processus itératif qui jouera jusqu'au moment où les δ et les B convergeront. Ainsi, le problème des erreurs dans les variables ne se pose plus car l'estimation des δ et des B a lieu simultanément.

En conclusion, δ et B sont estimés deux fois : une fois où δ et B sont contraints par l'hypothèse nulle

$$H_0 (\mu_i = \delta (1 - B_i))$$

et une fois où δ et B sont estimés avec l'hypothèse alternative

$$H_1 (\mu_i \neq \delta (1 - B_i)).$$

Pour tester l'hypothèse, il faut donc comparer la capacité du modèle à reproduire les données avec l'hypothèse H_0 et celle du modèle avec l'hypothèse H_1 .

Pour ceci, la statistique employée est celle du ratio de vraisemblance de la forme

$$(3-7) \quad -2 \log \lambda = T (\log |\hat{V}_c| - \log |\hat{V}_n|)$$

où

$|\hat{V}_c|$ est le déterminant de la matrice de variance-covariance estimée à partir des résidus du système contraint.

$|\hat{V}_n|$ est le déterminant de la matrice de variance-covariance estimée à partir des résidus du système non contraint.

Et comme $-2 \log \lambda$ tend asymptotiquement vers la statistique du χ^2_{N-1} , si $-2 \log \lambda$ est inférieur à χ^2_{N-1} , pour le seuil de confiance désiré, l'hypothèse n'est alors pas rejetée.

Les résultats indiquent que la méthodologie suggérée accroît la qualité de l'estimation des primes de risque (comparées à celles estimées par BLACK, JENSEN et SHOLES) de 76%.

Par ailleurs, l'hypothèse

$$H_0 : \mu_i = \delta (1 - B_i)$$

est rejetée pour la période étudiée à un seuil de confiance de 1%.

2) Un test multivarié du modèle d'arbitrage, JOBSON (1982).

a) La conclusion du modèle d'arbitrage.

Le modèle d'arbitrage conclut que les rentabilités anticipées sont égales à la rentabilité anticipée de l'actif sans risque plus une prime de risque, la relation étant linéaire.

$$(3-8) \quad E_i = \lambda_0 + b_{i1}\lambda_1 + \dots + b_{iK}\lambda_K$$

Matriciellement

$$(3-9) \quad \underline{E} - \lambda_0 = \underline{B} \underline{\lambda}$$

où $\underline{E}' = (E_1, \dots, E_i, \dots, E_N)$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{1K} \\ \vdots & \vdots \\ B_{N1} & B_{NK} \end{bmatrix}$$

soit encore

$$\underline{\mu} = \underline{B} \underline{\lambda}$$

où

$$\underline{\mu} = \underline{E} - \lambda_0$$

Rappelons que l'hypothèse de base du modèle d'arbitrage est que le vecteur des rentabilités des actifs par excès sur l'actif sans risque est de la forme suivante

$$(3-10) \quad \tilde{r}_t = \underline{\mu} + \underline{B} \tilde{f}_t + \tilde{\epsilon}_t \quad t \in (1, T)$$

où

$\underline{\mu}$: le vecteur des rentabilités aléatoires par excès de dimension $N \times 1$.

\underline{B} : La matrice ($N \times K$) des saturations.

\tilde{f} : Le vecteur ($K \times 1$) des réalisations des facteurs communs.

$\tilde{\epsilon}$: le vecteur ($N \times 1$) des termes aléatoires.

Le test du modèle d'arbitrage pour JOBSON consiste alors à tester $\underline{\mu} = \underline{B} \lambda$.

b) Le test.

Supposons qu'il existe un sous-ensemble de k portefeuilles linéairement indépendants dont le vecteur des rentabilités par excès de dimension $k \times 1$ r_{1t} et r_{2t} le vecteur de dimension $(N-K) \times 1$ des rentabilités par excès des $N - K$ actifs restants, l'hypothèse de base peut s'écrire en deux équations :

$$(3-11) \quad \tilde{r}_{1t} = \underline{\mu}_1 + \underline{B}_1 \tilde{f}_t + \tilde{\epsilon}_{1t}$$

et

$$(3-12) \quad \tilde{r}_{2t} = \underline{\mu}_2 + \underline{B}_2 \tilde{f}_t + \tilde{\epsilon}_{2t}$$

Comme \underline{B} est de plein rang K

$$(3-13) \quad \tilde{f}_t = \underline{B}_1^{-1} \tilde{r}_{1t} - \underline{B}_1^{-1} \underline{\mu}_1 - \underline{B}_1^{-1} \tilde{\epsilon}_{1t}$$

donc

$$(3-14) \quad \tilde{r}_{2t} = (\mu_2 - B_2 B_1^{-1} \mu_1) + B_2 B_1^{-1} r_{1t} + (\tilde{\epsilon}_{2t} - B_2 B_1^{-1} \tilde{\epsilon}_{1t})$$

or, d'après la conclusion du modèle d'arbitrage,

$$\mu_1 = B_1 \lambda \quad \text{donc} \quad \lambda = B_1^{-1} \mu_1$$

alors,

$$(3-15) \quad \mu_2 = B_2 \lambda = B_2 B_1^{-1} \mu_1$$

le modèle d'arbitrage est alors vérifié si

$$\mu_2 = B_2 B_1^{-1} \mu_1,$$

ce qui implique que la constante dans l'équation (3-14) doit être égal à zéro.

Le test du modèle d'arbitrage pour JOBSON se réduit à une régression multivariée de r_{2t} sur r_{1t} et de l'hypothèse selon laquelle la constante est égale à zéro.

Mais en effectuant la régression de r_{2t} sur r_{1t} , la constante ne sera pas correctement estimée car dans l'équation (3-14), $\tilde{\epsilon}_{1t}$ est corrélé avec r_{1t} .

Une approche par les variables instrumentales est alors nécessaire.

Cependant, plutôt que d'utiliser cette méthode traditionnelle en économétrie, JOBSON préfère créer K portefeuilles linéairement indépendants de telle manière que le terme spécifique $\tilde{\epsilon}_{1t}$ devienne négligeable.

Alors l'équation (3-14) se réduit à

$$(3-16) \quad \tilde{r}_{2t} = (\mu_2 - B_2 B_1^{-1} \mu_1) + B_2 B_1^{-1} r_{1t} + \tilde{\epsilon}_{2t}$$

et la constante $(\mu_2 - B_2 B_1^{-1} \mu_1)$ sera estimée correctement.

c) Une simplification du test

Pour JOBSON, tester le modèle d'arbitrage, c'est estimer la constante dans (3-16) en réalisant une régression linéaire multivariée de r_{2t} sur r_{1t} et tester si cette constante est égale à zéro.

Ceci peut encore se simplifier en une régression univariée d'après JOBSON.

Deux régressions avec des constantes nulles doivent alors être réalisées, la première consistant à régresser le vecteur unitaire I de dimension $T \times 1$ sur R_1 de dimension $T \times K$ soit

$$(3-17) \quad \underline{I} = \underline{R}_1 \underline{\delta}_1 + \underline{\eta}_1$$

La deuxième consistant à régresser le vecteur unitaire I de dimension $T \times 1$ sur R_1 et sur R_2 , de dimension $T \times K$, soit

$$(3-18) \quad \underline{I} = \underline{R}_1 \underline{\delta}_1 + \underline{R}_2 \underline{\delta}_2 + \underline{\eta}_2$$

Tester alors $\mu_2 = B_2 B_1^{-1} \mu_1$ revient à tester $\delta_2 = 0$ selon l'identité de RAO (1973).

Pour ceci, la statistique suivante en F est calculée

$$F = (\text{RRSS} - \text{URSS} / N - K) / (\text{URSS} / T - N - 1)$$

où RRSS est la somme des carrés des résidus de l'équation (3-18).

URSS est la somme des carrés des résidus de l'équation (3-17).

Alors, si le F calculé est inférieur au F théorique, l'hypothèse

$$H_0 : \mu_2 = B_2 B_1^{-1} \mu_1$$

ne sera pas rejetée et en conséquence, le modèle d'arbitrage ne sera pas rejeté non plus.

Le deuxième type de test du modèle d'arbitrage présenté maintenant est celui d'une hypothèse différente de celle traditionnellement testée dans le modèle d'arbitrage.

3) Une approche différente de la conclusion testable du modèle d'arbitrage.

a) une approche différente

Si pour BROWN et WEINSTEIN (1983), les primes de risque doivent être différentes de zéro, elles doivent aussi être identiques, quel que soit le groupe analysé.

La méthodologie proposée est alors basée sur une régression multivariée; l'hypothèse testée par les auteurs est que le taux sans risque et les primes de risque sont les mêmes dans les différents groupes analysés.

b) La méthodologie suivie

L'équation est la suivante

$$(3-19) \quad \begin{matrix} R & = & \lambda & B & + & u \\ (T \times N) & & (T \times (k+1)) & ((k+1) \times N) & & (T \times N) \end{matrix}$$

où $R =$

$$\begin{matrix} (T \times N) & \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & R_{tN} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{T1} & \dots & R_{TN} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

La matrice des rentabilités des actifs

$$\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_K)$$

(T x (k + 1))

Le vecteur des primes de risque

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ B_{11} & \dots & B_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{K1} & \dots & B_{KN} \end{bmatrix}$$

La matrice des saturations

Dans le cas où les actifs sont répartis en deux groupes, l'équation est alors

$$(3-20) \quad (R_1 : R_2) = (\lambda B_1 : \lambda B_2) + (U_1 : U_2)$$

Dans ce cas, les primes de risque sont identiques et le modèle d'arbitrage est vérifié.

Par contre, si λ est différent dans les deux groupes, l'équation sera

$$(3-21) \quad (R_1 : R_2) = (\lambda_1 B_1 : \lambda_2 B_2) + (U_1 : U_2)$$

et le modèle d'arbitrage sera rejeté.

Pour tester le modèle d'arbitrage, il faut estimer les régressions (3-20) et (3-21); ensuite, il faut maximiser la fonction de vraisemblance des observations pour les paramètres des équations (3-20) et (3-21) et former le ratio de vraisemblance.

Ce ratio multiplié par -2 suit une loi du χ^2 avec les degrés de liberté égaux au nombre de restrictions imposées sur le modèle alternatif (3-21) par la condition de bilinéarité, $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

En fait, ce test revient, pour des grands échantillons, à calculer un test en F général pour l'hypothèse $\lambda_1 = \lambda_2$.

La procédure normale pour estimer λ est une procédure itérative. Des valeurs initiales de B et U (la matrice des variances spécifiques) sont supposées et une régression en coupe transversale à chaque période de temps incorporant le problème d'hétéroscédasticité de la matrice de covariance des résidus est effectuée. Ceci donne une valeur pour λ (λ_1 et λ_2).

Alors, B est réestimé à partir des régressions pour l'ensemble des observations pour chaque actif.

Ensuite, D est recalculé et ces nouvelles estimations de B et D sont réutilisées pour estimer λ , (λ_1 et λ_2).

La procédure est donc répétée jusqu'à ce que la fonction de vraisemblance de B, D et λ (λ_1 et λ_2) soit maximisée, c'est-à-dire lorsqu'il y a convergence. La convergence n'est pas garantie mais si les estimations initiales de B et D sont celles tirées de l'analyse factorielle, celle-ci doit être rapide.

c) Les résultats

Les auteurs pour réaliser leur test, ont utilisé les mêmes données que ROLL et ROSS. De plus, ils ont effectué trois types de régressions

- sur les rentabilités journalières
- sur toutes les cinq observations
- sur les rentabilités composées sur 5 jours.

Les estimations sont déterminées pour des groupes de 60 valeurs et pour les deux sous-groupes de 30 valeurs composant le groupe de 60 valeurs. A partir de ces estimations, le F peut être calculé.

L'hypothèse testée est alors rejetée quand les F calculés sont grands relativement à leurs valeurs critiques.

Les résultats indiquent :

- que le modèle à 5 facteurs décrit mal les modifications des rentabilités.
- que l'hypothèse selon laquelle le taux d'intérêt sans risque est le même dans les sous-groupes est rejetée.
- que l'hypothèse selon laquelle le taux d'intérêt sans risque et les primes de risque sont identiques dans les sous groupes est rejetée.

Ces résultats ne valident pas le modèle d'arbitrage. Ainsi, avec les mêmes données que celles de ROLL et ROSS (1980), le test présenté rejette le modèle d'arbitrage. Ceci serait dû selon BROWN et WEINSTEIN à la non-adéquation du modèle à 5 facteurs et à la non normalité des composantes spécifiques.

CONCLUSION

Notre analyse empirique réalisée selon la méthode de ROLL et ROSS indique que pour six pays sur dix, le modèle d'arbitrage n'est pas rejeté.

De plus, il paraît nécessaire de réaliser toujours des régressions simples et de corriger les problèmes mis en évidence;

- soit à partir d'approches théoriques, par exemple de la matrice de covariance-variance des résidus, comme ROLL et ROSS le font.

- soit à partir des méthodes économétriques traditionnelles.

Une autre possibilité serait aussi de réaliser des tests du type de ceux de JOBSON ou BROWN et WEINSTEIN. Il faut noter que ce sont en fait des tests indirects qui ne permettent pas par exemple de déterminer le nombre de facteurs. Malgré tout, si leurs résultats n'étaient pas concluants, des tests plus spécifiques ne seraient certainement d'aucune utilité.

CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

L'approche théorique a permis de mettre en évidence le fait que la relation fondamentale du modèle d'arbitrage n'était pas exacte. En effet, dans le cas général, il existe un risque spécifique associé à chaque actif et ce risque ne peut être totalement annulé dans le portefeuille d'arbitrage permettant d'obtenir la dernière relation. Ceci entraîne alors une approximation dans l'évaluation des rentabilités des actifs financiers. Cependant, cette déviation est évaluée au maximum (voir le modèle de GRINBLATT et TITMAN (1983)) à 0.2% par an. Ceci est assez faible et le modèle est donc satisfaisant sur ce point.

Par ailleurs, certains reproches concernant la testabilité du modèle d'arbitrage ne paraissent pas justifiés d'après notre étude. Néanmoins, il existe des problèmes associés à l'utilisation d'une méthode d'analyse factorielle qui peuvent être éliminés en partie. Le modèle d'arbitrage constitue, en conséquence, une alternative satisfaisante au modèle d'équilibre des actifs financiers.

Enfin, nos tests soutiennent le modèle d'arbitrage dans six pays sur les dix étudiés. Cependant, il faut signaler que certains échantillons nationaux sont relativement faibles et que nos résultats doivent donc être accueillis avec prudence. Mais il faut noter qu'en règle générale, ils valident moins le modèle d'arbitrage que les résultats d'autres tests. Par ailleurs, étant donné certains problèmes économétriques, il est possible que le nombre de facteurs extraits soit trop grand pour plusieurs pays. Aussi est-il peut-être souhaitable de retenir, à l'avenir, moins de facteurs que ceux donnés par le test du ratio de vraisemblance.

A priori, les problèmes théoriques et empiriques soulevés dans cette partie seront toujours présents dans le cadre international. Cependant, ceci ne devrait pas nous empêcher d'intégrer les spécificités de l'environnement international dans le modèle d'arbitrage.

DEUXIEME PARTIE
L'APPROCHE INTERNATIONALE
DU MODELE D'ARBITRAGE

L'objet de cette partie est de présenter une extension du modèle d'arbitrage dans le cadre international. Ce modèle devra aussi intégrer les récents développements sur l'appréciation de l'erreur d'évaluation des prix des actifs financiers par le modèle d'arbitrage. Il est alors important de tester ce modèle international, c'est ce qui sera fait. De plus, savoir s'il y a segmentation des marchés financiers ou pas est une des priorités en finance internationale, un test sera donc effectué à partir du modèle d'arbitrage international. Cependant, avant de développer ces différentes parties, une revue de l'approche traditionnelle de l'évaluation internationale des actifs financiers est nécessaire.

CHAPITRE 4

L'APPROCHE TRADITIONNELLE DE L'EVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS DANS L'ENVIRONNEMENT INTERNATIONAL

Sur le marché international, les investisseurs se distinguent par leur appartenance à une nation. En finance, les nations se caractérisent par des zones où une unité monétaire a le même pouvoir d'achat. Ce critère de distinction est différent de celui donné par certains économistes. Par exemple, les monétaristes considèrent que la monnaie en tant qu'instrument de paiement sert à délimiter les nations.

La théorie financière moderne a vu se créer des modèles financiers internationaux dont l'une des hypothèses fondamentales était le respect ou non de la parité des pouvoirs d'achat (PPA). C'est pour cela que dans cette lignée de modèles, le respect ou non de la parité des pouvoirs d'achat est un point important de notre étude. Cependant, auparavant, une brève revue des différentes approches du cadre international est présentée. Dans le chapitre suivant, les deux modèles de base en finance internationale sont décrits. Ces deux modèles (SOLNIK (1973) et GRAUER, LITZENBERGER et STEHLE (1976)) se distinguent par le fait que le premier, contrairement au deuxième, suppose que la parité des pouvoirs d'achat n'est pas respectée.

Cette opposition entre ces deux modèles financiers a souvent été traduite par le fait que dans le premier type de modèle, le risque de change était dit réel alors que dans le deuxième type de modèle, le risque de change était dit nominal. Un examen des risques liés à la détention d'un actif financier semble alors nécessaire.

Considérons un investisseur américain achetant une action en France, cet investisseur va alors considérer la rentabilité réelle de son achat et son risque. Cette action A a une rentabilité nominale de R_A^{FF} en France et aux Etats Unis de R_A^{US} où

$$1 + R_A^{US} = (1 + R_A^{FF}) \times (S_{t+1}^{US}/S_t^{US});$$

S_t^{US} étant la valeur en dollars d'un franc français en t.

La rentabilité réelle de l'action est pour un investisseur américain de

$$r_A^{US} \text{ où } 1 + r_A^{US} = (1 + R_A^{FF}) (S_{t+1}^{US}/S_t^{US}) / (I_{t+1}^{US}/I_t^{US})$$

avec I_t^{US} l'indice des prix aux Etats Unis en t.

Ainsi, en résumé, la rentabilité réelle de l'action A pour un Américain r_A^{US} est telle que

$$1 + r_A^{US} = (1 + R_A^{FF}) \times (S_{t+1}^{US}/S_t^{US}) / (I_{t+1}^{US}/I_t^{US})$$

et la rentabilité réelle de l'action A pour un Français r_A^{FF} est telle que

$$1 + r_A^{FF} = (1 + R_A^{FF}) / (I_{t+1}^{FF}/I_t^{FF})$$

La rentabilité réelle sera donc la même dans les deux pays si et seulement si

$$(S_{t+1}^{US}/S_t^{US}) = (I_{t+1}^{US}/I_t^{US}) / (I_{t+1}^{FF}/I_t^{FF})$$

Cette relation est en fait celle de la parité des pouvoirs d'achat.

On peut donc considérer que le risque associé à la détention de cet actif financier pour l'investisseur américain est égal au risque associé à l'actif A en France plus l'incertitude sur l'indice des prix auxquels s'ajoute l'aléa associé au taux de change. Par contre, pour l'investisseur français, le risque est égal à celui associé à l'actif A en France plus l'incertitude sur l'indice des prix. Le premier type de risque est lié à l'actif A, il est fonction de la volatilité des flux dégagés par l'entreprise émettant l'actif A; dans le cas d'une action, ce risque est lié aux risques économiques et financiers de l'entreprise. Ce risque sera appelé le risque propre à l'actif.

Par contre, l'aléa associé au taux de change et l'incertitude sur l'indice des prix traduisent le risque monétaire de l'actif A; pour l'achat d'un actif domestique, le risque monétaire se réduit donc à l'incertitude sur les prix. Le risque monétaire est donc le même, quelle que soit la nationalité de l'investisseur, si et seulement si la parité des pouvoirs d'achat est respectée. Néanmoins, la déviation de la parité des pouvoirs d'achat étant la règle générale, le risque monétaire sera alors différent selon la nationalité de l'investisseur.

Ainsi, comme ADLER et DUMAS (1983) le précisent, plutôt que de parler de risque de change réel ou nominal, il est plus judicieux d'utiliser le terme risque monétaire car l'aléa sur le taux de change et l'incertitude sur les indices de prix ne peuvent pas être considérés séparément.

En conséquence, ce chapitre sera constitué de trois sections : la première consacrée aux différentes relations de change, la deuxième à la déviation de la PPA, la troisième aux modèles internationaux traditionnels d'équilibre des actifs financiers.

I : LA RELATION DE CHANGE

Deux types d'approche seront considérés, l'approche traditionnelle et l'approche avec ajustement retardé.

1) les relations traditionnelles

L'arbitrage est une notion très importante en finance internationale et nous permet de déduire de nombreuses relations.

Ainsi, dans un monde où les marchés financiers sont parfaits et où les échanges de biens peuvent se faire instantanément et sans coût ou droits de douane, le prix d'un bien doit être identique partout.

Ceci est une pure relation d'arbitrage. En effet, si le prix du bien i dans le pays 0, P_{i0} , est différent du prix du bien i dans le pays 1, P_{i1} , les deux prix étant exprimés dans la même monnaie, par exemple P_{i1} supérieur à P_{i0} , alors, tout individu aura intérêt à acheter le bien i dans le pays 0 et de le revendre dans le pays 1. Plus formellement,

Si S_t est le taux de change en t ,

$$P_{i0} = P_{i1} \times S_t$$

La relation suivante doit être vérifiée à tout instant t

$$(4 - 1) \quad P_{i0t} = P_{i1t} \times S_t$$

Le taux de change S_t doit être tel que la relation (4 - 1) soit vérifiée. Ceci traduit la loi du prix unique.

Cette relation est donc vérifiée à tout instant t et donc en $t + 1$, (4 - 1) s'écrit

$$P_{i0t+1} = P_{i1t+1} \times S_{t+1}$$

et alors

$$P_{i0t+1}/P_{i0t} = (P_{i1t+1}/P_{i1t}) \times (S_{t+1}/S_t)$$

Si I_{i0t+1} et I_{i1t+1} reflètent l'inflation sur les biens i dans les pays 0 et 1 entre t et $t + 1$, alors

$$(1 + I_{i0t+1}) = (1 + I_{i1t+1}) \times (S_{t+1}/S_t)$$

et donc

$$(4 - 2) \quad (1 + I_{i0t+1}) / (1 + I_{i1t+1}) = S_{t+1}/S_t$$

Cette dernière relation est en fait la relation de la parité des pouvoirs d'achat de CASSEL (1923) sous sa forme relative. Cette relation est une relation d'arbitrage si et seulement si les paniers de consommation sur lesquels sont calculés les indices généraux d'inflation (ou des prix) $I_{0,t+1}$ et $I_{1,t+1}$ sont identiques.

L'interprétation de (4 - 2) indique que la variation du taux de change sur une période donnée doit être égale à la différence d'inflation entre les deux pays. Il faut noter qu'une approche plus détaillée de la PPA est effectuée dans la troisième section.

De plus, selon le principe d'arbitrage et si les marchés financiers sont parfaits, le différentiel de taux d'intérêt entre deux pays doit être égal au différentiel du taux de change à terme (report ou déport).

$$(4 - 3) \quad (1 + R_1)/(1 + R_0) = (F_{01}^t/S_{01}^t)$$

En fait, le simple raisonnement d'arbitrage suivant permet d'obtenir la relation (4 - 3).

Un investisseur français (pays 0) empruntant 1000 FF au taux nominal R_0 et les convertissant en dollars obtient $1000 \times S_{01}^t$ \$. Il les prête aux Etats-Unis et doit obtenir $1000 \times S_{01}^t \times (1 + R_1)$ \$ en $t+1$. S'il s'est couvert à terme pour éliminer tout aléa de change, il aura en $t + 1$, $1000 \times (1 + R_1) \times (S_{01}^t/F_{01}^t)$ \$. Les deux expressions $1000 \times S_{01}^t \times (1 + R_1)$ et $1000 \times (1 + R_0) \times F_{01}^t$ doivent alors être égales sinon des gains ou des pertes sans risque seraient possibles. Nous avons alors,

$$1000 \times S_{01}^t \times (1 + R_1) = 1000 \times (1 + R_0) \times F_{01}^t$$

et donc,

$$(1 + R_1)/(1 + R_0) = F_{01}^t/S_{01}^t$$

Ce qui correspond à la relation (4 - 3).

Si, outre l'hypothèse que les marchés financiers sont parfaits, le futur est connu avec certitude, alors le taux de change à terme doit être égal au taux de change comptant futur.

$$(4 - 4) \quad S_{01}^{t+1} = F_{01}^t$$

Cette relation (4 - 4) est appelée relation à terme et résulte aussi de l'arbitrage. En effet, si S_{01}^{t+1} était supérieur à F_{01}^t , un achat à terme en $t+1$ et une vente au comptant en $t+1$ procureraient un gain sans investissement et sans risque.

La dernière relation traditionnelle est celle de FISHER (1930), elle indique que le taux d'intérêt nominal doit être égal au taux d'inflation futur plus le taux d'intérêt réel et ce pour chaque pays. Si de plus, les marchés des biens sont parfaits, alors les taux d'intérêts réels doivent être identiques.

$$(4 - 5) \quad 1 + R_1 = (1 + I_1) (1 + r_1)$$

En réalité, c'est plutôt une relation d'équilibre qu'une relation d'arbitrage.

Cependant, il faut signaler que le futur est connu avec certitude dans ces différentes relations. Aussi, l'étude de ces différentes relations dans un univers incertain peut se révéler intéressante. Une première approche de ces relations en univers incertain a été faite par ROLL et SOLNIK (1977). Ces nouvelles relations sont déduites de l'optimisation du choix d'un consommateur et indique qu'en univers incertain, la relation de FISHER, la relation à terme, et la parité des pouvoirs d'achat sont modifiées. En particulier, l'impact de l'incertitude se retrouve sous la forme de primes de risque. Aussi, les tests de ces différentes relations ne sont certainement pas aussi simples que ceux habituellement réalisés.

2) L'ajustement retardé des taux de change.

Dans cette approche, la parité des pouvoirs d'achat est respectée à long terme et constitue une valeur d'équilibre à long terme du taux de change. Par contre, cette relation ne serait pas vérifiée à court terme. Ceci serait dû au fait que les prix, sur les marchés des biens physiques, s'ajusteraient lentement. Selon DORNBUSH (1976a, 1976b), FRENKEL (1976), MUSSA (1974 et 1976), le taux de change à court terme serait fonction de l'offre et de la demande de monnaie. D'après cette théorie, les marchés financiers constituent en fait l'élément fondamental dans la détermination du taux de change.

Un cas simple illustrant cette théorie sera exposé. En effet, les généralisations du modèle ne modifient pas les résultats obtenus.

Dans sa plus simple forme, cette approche commence avec l'hypothèse que le pays considéré est petit par rapport au reste du monde et que tous les biens sont négociables. De plus, bien que les prix soient fixés, il est supposé que les marchés des actifs s'équilibrent instantanément et que les actifs exprimés en monnaie étrangère sont des substituts parfaits aux actifs nationaux, compte tenu du fait qu'une prime sert à compenser les changements des taux de change anticipés.

Cette prime est telle que

$$r = r^* + x$$

où r est le taux d'intérêt du pays considéré, r^* le taux d'intérêt mondial et x est le taux de dépréciation anticipé de la monnaie domestique.

Ce taux de dépréciation est déterminé par l'écart entre le logarithme du taux de change à long terme vers lequel tend le taux de change actuel, et le logarithme du taux de change courant, soit

$$x = a (\bar{s} - s)$$

où le trait surligné indique une variable à long terme, a étant la vitesse d'ajustement.

Le système est alors déterminé par une fonction de demande de monnaie log-linéaire, m de la forme suivante.

$$m - p = \theta y - \eta r$$

Où p est le logarithme du niveau des prix, y est le logarithme du revenu nominal, θ et η sont des constantes.

Et par substitution, on obtient

$$m - p = \theta y - \eta r^* - \eta_a (\bar{s} - s)$$

En supposant que le plein emploi est maintenu et que le revenu réel y est exogène, la neutralité à long terme de la monnaie combinée avec l'hypothèse de rationalité implique que $d\bar{s} = dm$.

Finalement, comme les prix sont fixés à court terme, $dp = 0$. Avec ces conditions, en dérivant la dernière équation par rapport à m , on obtient :

$$ds/dm = 1 + 1/\eta_a$$

Puisque η et a sont positifs, $ds/dm > 1 = ds/dm$. Ceci signifie que le taux de change à court terme sera plus élevé que la valeur d'équilibre à long terme lorsqu'il y aura un choc monétaire.

Le graphique IV-1 permet d'illustrer le comportement du taux de change lors d'un choc monétaire.

L'explication en est la suivante. Comme les prix sont fixés, le taux d'intérêt est la seule variable qui puisse équilibrer le marché monétaire. Si l'offre de monnaie croît, le taux d'intérêt doit baisser afin que la demande de monnaie croisse d'un montant égal. Il faut noter que c'est une baisse dans le taux réel qui est responsable de la baisse du taux nominal car si les anticipations inflationnistes sont affectées par l'augmentation de l'offre de monnaie, le taux nominal s'élèvera. Ainsi, si le taux d'intérêt domestique est inférieur à r^* , le taux au comptant doit s'apprécier à terme si le principe d'arbitrage s'applique entre les taux d'intérêt. Etant donnée la fonction d'anticipation, le taux au comptant s'appréciera à terme en fait si et seulement si au départ il était inférieur au taux d'équilibre à long terme.

Pour cette raison, l'équilibre sur le marché des actifs nécessite que le taux de change dépasse sa valeur d'équilibre en réponse à un choc monétaire.

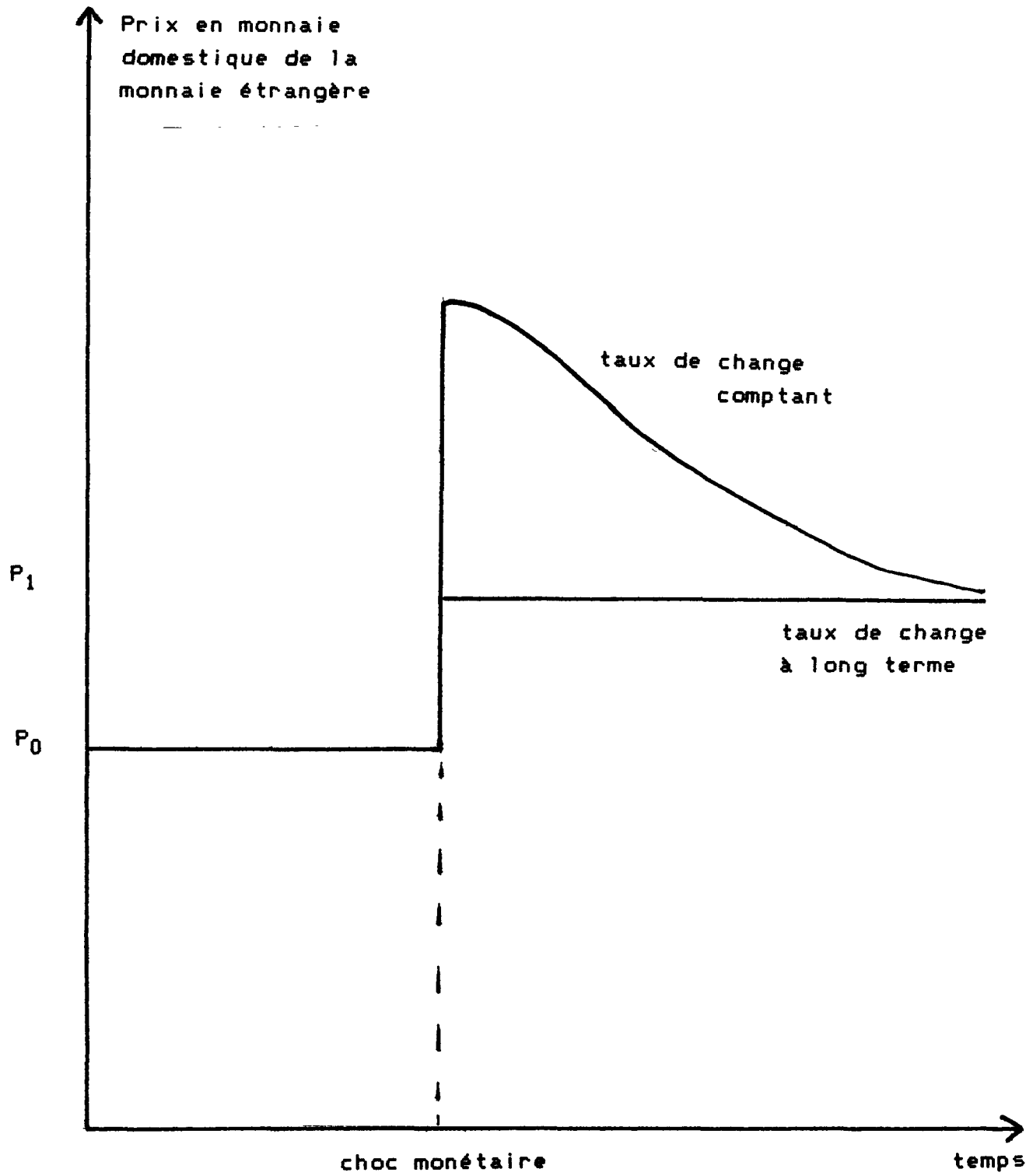


FIGURE IV-1
Ajustement du taux de change
à un choc monétaire.

La convergence à long terme vers la parité des pouvoirs d'achat est alors réalisée par l'ajustement du niveau des prix. L'accroissement dans le stock de monnaie cause une réponse inflationniste retardée. L'augmentation des prix entraîne une baisse dans l'offre réelle de monnaie et en conséquence un accroissement dans le taux d'intérêt domestique. Le taux d'intérêt domestique se rapproche donc de r^* et la dépréciation anticipée du taux de change n'a plus lieu d'être. En conséquence, à l'équilibre final, le stock réel de monnaie est revenu à son niveau initial et r est égal à r^* . Aussi, le seul impact à long terme du changement dans l'offre de monnaie est un changement proportionnel dans le niveau des prix et le taux de change.

Cependant, cette approche est limitée car elle ne prend pas en compte l'incertitude et l'attitude de l'individu face au risque. De plus, elle est basée initialement sur l'hypothèse que le taux de change est fixe à court terme sur le marché des actifs financiers et non sur le marché des biens physiques. Cette indépendance même à court terme entre les deux marchés peut être remise en question.

Comme nous l'avons déjà exprimé, la parité des pouvoirs d'achat est une relation primordiale en Finance Internationale. Il est alors nécessaire de la justifier ou de la réfuter.

II LA DEVIATION DE LA PARITE DES POUVOIRS D'ACHAT

Etant donnée l'importance de la parité des pouvoirs d'achat dans les différentes théories de change et les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers, il semble nécessaire de déterminer s'il y a ou pas déviation de la parité des pouvoirs d'achat. Dans un premier temps, les problèmes théoriques seront soulevés, puis les résultats des différents tests exposés.

1) Les problèmes d'ordre théorique

Comme ceci a déjà été précisé, cette relation a été proposée par CASSEL (1923). La fonction expliquant le taux de change chez CASSEL indique que la parité des pouvoirs d'achat est la plus importante variable explicative mais pas la seule. CASSEL, alors, considère qu'il existe certaines divergences pouvant être représentées par un bruit blanc. En fait, la théorie de la parité des pouvoirs d'achat consiste en deux définitions qui sont :

a) Le taux de change d'équilibre à court terme est une fonction du taux de change d'équilibre à long terme, c'est à dire que la première variable tend à approcher la deuxième.

b) La parité des pouvoirs d'achat donne le taux de change à long terme ou est le principal déterminant de celui-ci.

La forme générale de la parité des pouvoirs d'achat est alors

$$RS_t = f(PPA_t, \quad) \text{ où}$$

RS_t = taux de change d'équilibre à court terme
en période t.

$$PPA_t = PPA_t^{abs} \text{ ou } PPA_t^{rel}$$

avec

$$PPA_t^{abs} = PL_t^B / PL_t^A$$

PPA_t^{abs} , la parité absolue des pouvoirs d'achat.

PL_t , le niveau général des prix.

$$PPA_t^{rel} = (P_t^B / P_t^A) \times S_0$$

PPA_t^{rel} , la parité relative des pouvoirs d'achat.

P_t l'indice des prix en t.

S_0 le taux de change dans la période de base 0.

Pour CASSEL, les niveaux des prix utilisés dans la PPA absolue sont les niveaux des prix généraux représentant les prix de tous les biens et services vendus dans les différents pays; les prix des biens non vendus sur le marché sont liés aux prix des biens vendus et sont donc inclus indirectement dans ce niveau des prix.

La parité relative des pouvoirs d'achat correspond à celle donnée dans la première section sur les relations traditionnelles. Ainsi, selon CASSEL, la PPA relative dans la période courante est égale à la PPA absolue nouvellement calculée pour cette période si et seulement si les changements dans l'économie pendant la période de référence sont de nature monétaire. La PPA relative ne tiendra pas si des changements réels dans l'économie interviennent pendant la période de référence.

Ainsi, la parité des pouvoirs d'achat n'est pas respectée selon CASSEL lorsque :

a) Les restrictions sur le commerce sont plus sévères dans une direction que dans une autre. Par exemple, si les importations d'un pays sont plus limitées que les exportations, la valeur de change de la monnaie de ce pays peut excéder la PPA.

b) On spéculé sur la baisse de la monnaie d'un pays, ce qui peut réduire sa valeur de change sous la PPA. La question est alors de savoir si cette déviation est seulement temporaire.

c) L'anticipation de l'inflation par les agents économiques extérieurs au pays considéré est différente de celle faite par les agents de ce pays, la valeur de change de cette monnaie peut alors être différente de celle donnée par la PPA.

d) Les changements dans les prix relatifs à l'intérieur d'un pays indiquent des changements réels dans l'économie pendant la période étudiée, ce qui peut impliquer une divergence entre la PPA relative et le taux de change.

e) Les mouvements de capitaux à long terme peuvent entraîner une modification du taux de change par rapport à la PPA. Par exemple, une sortie nette de capitaux à long terme peut déprimer la monnaie d'un pays sous la PPA.

f) Le gouvernement intervient sur le marché des changes et fait monter le taux de change au dessus de la PPA en achetant un certain montant de monnaie du pays.

Par ailleurs, au niveau de la testabilité, le problème du choix de l'indice des prix se pose. En effet, selon l'indice des prix utilisé, la PPA calculée peut être différente. La seule exception, selon VANEK (1962) est lorsque :

- le rapport du prix d'un bien donné dans un pays et de son prix dans un autre pays est égal au taux de change (loi du prix unique).

- lorsque la pondération des différents biens est identique pour chaque pays.

Ceci amène à dire que la vérification de la PPA est très difficile car le panier de consommation n'est pas en général le même dans chaque pays. A ce niveau, la pratique habituelle est d'utiliser l'indice des prix proposé par FISHER (1930) qui est égal à la moyenne géométrique des parités calculées en utilisant alternativement les pondérations de l'un ou l'autre pays. Il faut examiner maintenant les différents tests de la PPA afin de la justifier ou non.

2) les résultats des tests de la PPA.

Pour que la PPA soit vérifiée, il est nécessaire selon VANEK que la loi du prix unique soit respectée; c'est à dire que le prix d'un bien doit être le même partout.

Or, la loi du prix unique n'est pas soutenue par les différents tests de GERBEG (1978), de RICHARDSON (1978) et de KRAVIS-LYPSEY (1978). Si les résultats plus récents de L. CROUHY-VEYRAC (1982) sont plus nuancés, il ne paraît pas raisonnable de considérer la loi du prix unique comme justifiée. Des explications basées sur le coût des transports ou les tarifs douaniers ont été avancées mais ces imperfections sont difficilement quantifiables. Néanmoins comme ADLER et DUMAS (1983) le soutiennent, les violations de la loi du prix unique sont la règle plutôt que l'exception.

La déviation à court terme de la parité des pouvoirs d'achat est aussi observée pour beaucoup de monnaies, KRAVIS (1978), STOCKMAN (1980) et GENBERG (1978). Ceci est illustré par l'exemple extrait de l'article de STOCKMAN, figure (IV-2). Par ailleurs, un test pratiqué par HODGSON et PHELPS (1974) avec 14 pays sur la période 1919 à 1925 en utilisant les indices de gros rejette la PPA à court terme.

Par contre, pour B. CORNELL, la principale raison pour rejeter la parité des pouvoirs d'achat est que la variance du taux de variation du taux de change excède généralement la variance du différentiel d'inflation, ce que résume le tableau (IV-3).

FIGURE IV-2
La déviation à court terme de la PPA.

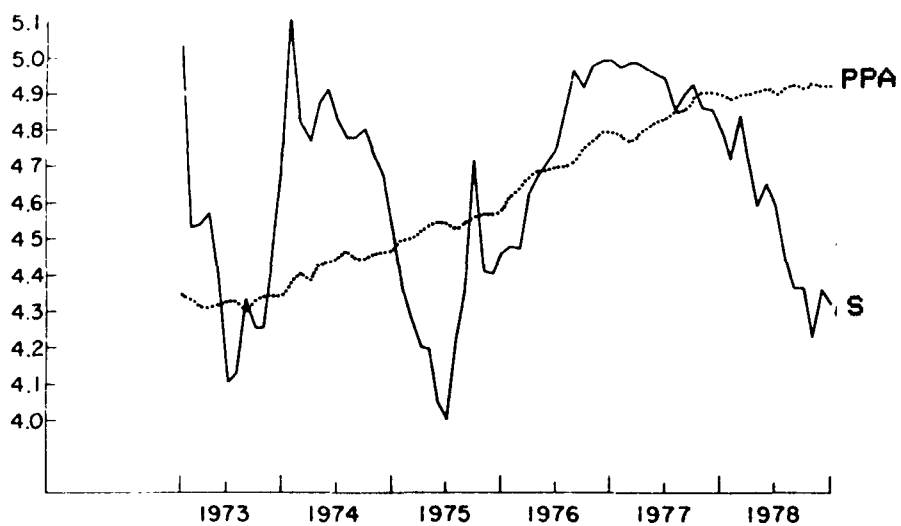


TABLEAU IV-3
Comparaison des variances du taux de change
et du différentiel d'inflation 1957-1976
 (extrait de B. CORNELL (1979))

PAYS	(1)	(2)	Ratio de (1) et (2)
	Ecart type de la variation du différentiel d'inflation	Ecart type de la variation du taux de change	
Afrique du Sud	4,4	18,8	4,3
Allemagne	5,1	21,2	4,2
Argentine	60,3	123,0	2,0
Autriche	11,2	18,8	1,2
Belgique	4,4	18,3	4,2
Bésil	17,9	76,5	4,3
Canada	3,6	8,4	2,3
Chili	79,2	199,0	2,3
Danemark	10,2	26,0	2,5
France	5,8	28,0	4,8
Indonésie	27,8	39,4	1,4
Iran	18,4	9,8	0,6
Israël	20,8	54,0	2,6
Italie	6,2	17,4	2,8
Japon	12,3	14,7	1,2
Norvège	7,4	16,4	2,2
Pays Bas	10,9	19,8	1,8
Royaume Uni	7,9	18,3	2,3
Suède	8,9	15,6	1,8
Suisse	5,7	20,6	3,6
Venezuela	13,4	25,2	1,9

De plus, si la déviation de la parité des pouvoirs d'achat à court terme est reconnue, ceci ne semble pas être le cas pour la déviation à long terme. Par exemple, HODGSON et PHELPS (1974) et GAILLIOT (1970) indiquent que la moyenne des déviations de la parité des pouvoirs d'achat tend vers zéro. En particulier, GAILLIOT en conclut que toute déviation négative de la PPA sera suivie par une déviation positive. Il y aurait, en conséquence, une corrélation sérielle des taux de change. A la suite de cette réflexion, ROGALSKI et VINSO (1977) ainsi que ROLL (1978) ont testé si le taux de change réel pouvait suivre une martingale, c'est-à-dire si la corrélation sérielle des taux de change réels était nulle. De plus, ADLER et LEHMAN (1982) ont proposé le même test en introduisant des retards. Les résultats de ces différents tests ne permettent pas de rejeter l'hypothèse selon laquelle les taux de change réels suivent une martingale.

Aussi, en résumé, les hypothèses sur lesquelles la parité des pouvoirs d'achat est basée ne semblent pas respectées. En l'occurrence, la loi du prix unique n'est pas vérifiée et les paniers de biens de consommation dans les différents pays sont différents. Par ailleurs, si les tests ne valident pas la parité des pouvoirs d'achat à court terme, ceux sur la parité des pouvoirs d'achat à long terme sont plus ambigus. En effet, si en moyenne, les déviations de la PPA tendent vers zéro à long terme, rien n'indique que les taux de change ne suivent pas une martingale. En conclusion, il paraît souhaitable de considérer qu'il y a effectivement une déviation de la parité des pouvoirs d'achat à court et à long terme. A partir de ceci, la présentation des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers sera donc plus favorable aux modèles ne se basant pas sur la parité des pouvoirs d'achat.

III LES MODELES INTERNATIONAUX D'EQUILIBRE DES ACTIFS FINANCIERS.

Les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers découlent de deux modèles, GRAUER, LITZENGERGER et STEHLE* (1976) et SOLNIK (1973, 1974).

Le premier modèle par opposition au deuxième suppose que la parité des pouvoirs d'achat soit respectée. Pour G.L.S, le risque de change est purement nominal tandis que pour SOLNIK, le risque de change est réel. En fait, dans le modèle de SOLNIK, l'inflation est nulle. Le risque monétaire défini dans l'introduction de ce chapitre est donc égal au risque réel chez SOLNIK.

Dans les deux modèles, les individus doivent choisir entre la consommation et l'investissement en période 0 afin de maximiser l'espérance d'utilité de leur consommation présente et future. Dans le modèle de G.L.S, il y a plusieurs biens consommés de façon identique par tous les individus. Rien ne distingue les individus de nations différentes, tandis que chez SOLNIK, les biens consommés par les individus de nations différentes ne sont pas les mêmes ou plutôt sont consommés selon des proportions différentes. Ceci serait dû à des préférences différentes selon les individus.

Alors, au moins une des deux hypothèses nécessaires à la vérification de la parité des pouvoirs d'achat selon CASSEL (1923) n'est pas vérifiée; cette hypothèse étant que les paniers de biens consommés sont les mêmes dans les différents pays. Ainsi, pour SOLNIK, le taux de change reflète les différences des prix relatifs entre les pays.

* Que nous abrègerons dorénavant par G.L.S.

Par ailleurs, pour mettre en évidence les différentes relations de son modèle, SOLNIK raisonne en temps continu et résoud le problème d'optimisation selon l'approche de MERTON (1973) tandis que G.L.S travaillent sur deux périodes de temps et utilisent le principe de LAGRANGE.

Les résultats de ces deux modèles seront alors présentés. Cependant, compte tenu de certaines hypothèses restrictives de SOLNIK et des approximations dans certains calculs, les résultats des modèles de SERCU (1980), ADLER et DUMAS (1983) seront donnés afin de compléter ceux de SOLNIK. Dans ces derniers modèles, l'inflation n'est plus égale à zéro et il n'y a plus d'indépendance entre les taux de change et les taux de rentabilité des actifs. De plus, ADLER et DUMAS (1983) supposent qu'il y a effectivement déviation de la parité des pouvoirs d'achat mais ne spécifient pas si elle provient des différences dans les goûts ou des déviations de la loi du prix unique. Pour compléter ceci, il est nécessaire de citer l'article de STULZ (1981) où est présenté un modèle international basé sur les différences entre les opportunités de consommation des différents pays.

1) L'évaluation des actifs financiers

Les deux équations données dans chaque modèle sont toutes deux proches de celle du MEDAF traditionnel. Ainsi, la prime de risque de l'actif considéré est fonction de la covariance entre la rentabilité de cet actif et la rentabilité du portefeuille de marché mondial. Cependant, dans le modèle de SOLNIK, la rentabilité par excès du portefeuille de marché est calculée par rapport au taux sans risque d'un portefeuille composé de tous les actifs sans risque (actif sans risque international) alors que dans celui de G.L.S, la rentabilité par excès du portefeuille de marché est calculée par rapport à l'actif sans risque domestique.

Ceci résulte du fait que pour G.L.S. le taux

d'intérêt réel est le même dans tous les pays; ce qui implique que l'évaluation des actifs financiers en termes réels est identique quelle que soit la nationalité de l'investisseur dans le modèle de G.L.S.

Dans le cadre plus général d'ADLER et DUMAS (1983), la prime de risque est fonction non seulement de la covariance entre la rentabilité de cet actif et la rentabilité du portefeuille de marché mais aussi de la covariance entre la rentabilité de l'actif considérée et l'inflation.

2) Les théorèmes de séparation

Implicitement, les relations de G.L.S indiquent que l'investissement des individus est réparti entre l'actif sans risque domestique et le portefeuille de marché mondial. Par contre, les résultats de SOLNIK sont plus élaborés et plus précis. Ainsi, le théorème de séparation postule que les investisseurs constitueront un portefeuille à partir de l'ensemble initial des actifs ou à partir de trois portefeuilles de base qui sont :

- Un portefeuille de tous les actifs protégés contre le risque de change.

- Un portefeuille d'obligations à caractère spéculatif.

- L'actif sans risque domestique.

Si les compositions des deux premiers portefeuilles sont indépendantes de la nationalité de l'investisseur, la répartition de la richesse de l'investisseur entre les différents fonds est fonction de son aversion au risque.

Suite à certaines critiques concernant l'hypothèse faite par SOLNIK sur l'indépendance entre les rentabilités des actifs et les taux de change*,

* : En fait, SOLNIK abandonne cette hypothèse dans un appendice, mais alors, ses résultats sont difficilement interprétables.

SERCU (1981) a étendu le modèle de SOLNIK et a redémontré la proposition de SOLNIK.

Dans ce modèle, l'investisseur répartit alors sa richesse entre deux fonds :

- L'obligation sans risque du pays de l'investisseur considéré. La richesse d'un investisseur avec une aversion au risque infinie serait entièrement investie dans cet actif.

- Un portefeuille qui contient toutes les actions et obligations appelé portefeuille logarithmique. Ce portefeuille logarithmique serait détenu par un investisseur dont la tolérance relative au risque est égale à un, sa fonction d'utilité est donc logarithmique. Ce portefeuille est indépendant de la nationalité de l'investisseur et correspond aux portefeuilles d'actions protégés contre le risque de change et au portefeuille spéculatif dans le modèle de SOLNIK.

Dans le cas où l'inflation est différente de zéro, ADLER et DUMAS (1983) montrent que l'investisseur détient une combinaison d'un portefeuille logarithmique identique à celui de SERCU et d'un portefeuille de protection contre l'inflation qui se réduit lorsqu'il n'y a pas d'inflation, à l'obligation sans risque de l'investisseur.

En conclusion, selon les modèles de SOLNIK, SERCU, ADLER et DUMAS, un investisseur répartira sa richesse en fonction de son aversion au risque entre :

- un portefeuille logarithmique pouvant se dédoubler en un portefeuille d'actions protégées contre le risque de change et un portefeuille d'obligations spéculatif. La proportion des deux portefeuilles dans le portefeuille logarithmique est fixe et la composition de ce dernier est indépendante de la nationalité de l'investisseur.

- un portefeuille de protection contre l'inflation dépendant de la nationalité de l'investisseur.

3) Les implications de ces modèles au niveau des relations de change.

En dehors du fait que SOLNIK et G.L.S s'opposent sur la parité des pouvoirs d'achat, les auteurs déduisent que le taux de change à terme est un estimateur biaisé du taux de change comptant futur. Néanmoins, même si les différents auteurs sont d'accord sur le fait qu'il y a un biais dans la relation à terme, ce biais n'est pas le même.

Le biais dans la relation à terme de G.L.S est fonction de la covariance principalement entre le taux de change comptant futur et le produit mondial brut réel. Par contre, ce biais chez SOLNIK est fonction des covariances entre les différents taux de change. Ceci correspond à la prime que les étrangers acceptent de payer pour protéger leur investissement contre le risque de change. Cependant, si on abandonne l'hypothèse de SOLNIK sur l'indépendance entre les rentabilités des actifs et les taux de change, alors cette prime de risque est composée de deux parties, SERCU (1980):

- la première partie est non plus liée à la covariance des taux de change (ou des rentabilités des obligations) mais à la covariance entre le taux de change du pays considéré (rentabilité de l'obligation de ce pays) et la rentabilité du portefeuille de marché mondial.

- La deuxième partie est liée à la covariance entre la rentabilité de l'obligation domestique et un portefeuille d'obligations où les poids des obligations des différents pays sont fonction des richesses nationales et des aversions nationales au risque.

Ces deux primes de risque sont multipliées, la première par l'aversion mondiale au risque, la deuxième par un, moins l'aversion mondiale au risque.

La première partie est, par contre, dans un monde avec inflation (ADLER et DUMAS, (1983)) fonction de la covariance du taux de change de la région considérée avec l'indice des prix (inflation) tandis que la deuxième partie est identique.

Dans l'analyse de G.L.S, même s'il se vérifie que le taux de change à terme est un estimateur biaisé du taux de change comptant futur, leur relation de change à terme donnée n'est d'aucune utilité. En effet, dans le monde de G.L.S, il existe un taux d'intérêt sans risque réel, commun à tous les investisseurs; ce qui implique que les contrats à terme sont sans intérêt.

4) La testabilité des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers.

SOLNIK (1977) a étendu la critique de ROLL aux MEDAF internationaux. Ainsi, si le portefeuille de marché est efficient, la relation linéaire du MEDAF sera vérifiée. Tout test de la relation linéaire du MEDAF est en fait un test de l'efficience du portefeuille de marché ex-post. Le même problème se repose donc au niveau international avec les modèles moyenne variance.

De plus, à partir de ces modèles, il est difficile de distinguer si l'évaluation des actifs financiers est nationale ou internationale. Si, par exemple, les actifs financiers sont évalués correctement au niveau national, les tests indiqueront automatiquement qu'ils le sont au niveau international, cela étant dû à la covariance faible entre les marchés nationaux.

Par ailleurs, la mise en place de ces tests est difficile à cause des difficultés d'observations de certaines variables telle que l'aversion relative envers le risque.

En conclusion, les tests des MEDAF internationaux semblent entraîner des problèmes difficilement solubles. Cependant, le modèle de STULZ (1981) où le portefeuille de marché mondial est remplacé par le taux de consommation réel mondial, peut constituer une alternative intéressante pour les tests.

CONCLUSION

L'extension du modèle moyenne variance a été réalisée par de nombreux auteurs. Cependant, compte tenu des conclusions données sur la déviation de la parité des pouvoirs d'achat dans la section II, les modèles proches de celui de SOLNIK (1973) sont certainement plus plausibles que ceux inspirés du modèle de G.L.S. Ainsi, avec ces modèles, la rentabilité anticipée par excès, sur l'actif sans risque d'un actif risqué, est fonction de la covariance entre la rentabilité de cet actif et la rentabilité du portefeuille de marché mondial; le prix du risque du marché étant calculé par rapport à une combinaison de tous les actifs sans risque. Dans ce cadre, un investisseur doit alors répartir sa richesse entre un portefeuille logarithmique composé d'actifs protégés contre le risque de change et d'obligations (spéculatives dans la dimension du risque de change) et un portefeuille de protection contre l'inflation, ceci en fonction de son aversion pour le risque.

De plus, dans ces modèles, la relation de change à terme est biaisée, ce biais résultant :

a) de la covariance entre le taux de change et l'indice des prix,

b) de la covariance entre la rentabilité de l'obligation domestique et la rentabilité d'un portefeuille d'obligations où le poids des obligations des différents pays est fonction des richesses nationales et des aversions nationales au risque.

Cependant, ces modèles internationaux semblent difficilement testables à cause des problèmes d'observation de certaines variables, par exemple, l'aversion au risque.

CHAPITRE 5

UN MODELE INTERNATIONAL D'ARBITRAGE

Si les tests des modèles d'équilibre des actifs financiers ont été remis en question (voir ROLL (1977)); les versions internationales de ces modèles le furent pour les mêmes raisons et aussi pour d'autres propres à ces modèles (voir SOLNIK (1977), STEHLE (1977) et ADLER et DUMAS (1983)).

Le modèle d'arbitrage proposé par ROSS (1976) comme une alternative au MEDAF fut alors étendu dans le cadre international par SOLNIK (1983).

L'objet de ce chapitre est donc tout d'abord de développer ce dernier modèle mais à partir d'hypothèses différentes et ensuite d'estimer les erreurs d'évaluation des rentabilités des actifs financiers de ce modèle.

I L'EXTENSION DU MODELE D'ARBITRAGE AU CADRE INTERNATIONAL.

A partir des hypothèses traditionnelles, la démarche du modèle d'arbitrage est constituée de deux étapes. La première consiste à supposer que tous les investisseurs croient que les rentabilités aléatoires sur un ensemble d'actifs sont générées par un modèle factoriel à K facteurs.

$$(5 - 1) \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i \quad i \in \langle 1, N \rangle$$

\tilde{r}_i : la rentabilité aléatoire de l'actif i.

b_{ik} : la saturation de l'actif i au facteur commun k.

\tilde{f}_k : la réalisation du facteur commun k.

E_i : la rentabilité anticipée du facteur spécifique de l'actif i.

$$E(\tilde{\epsilon}_i / \tilde{f}_k) = 0$$

$\tilde{\epsilon}_i$ est (presque) indépendant de $\tilde{\epsilon}_j$ pour tout i et tout j. Une dépendance trop forte impliquerait qu'il y ait plus que les K facteurs communs supposés.

La deuxième étape consiste à créer un portefeuille d'arbitrage X tel que

$$\underline{X} \cdot \underline{1} = 0 \quad \underline{X} \cdot \underline{b}_k = 0 \quad \underline{X} \cdot \underline{\tilde{\epsilon}} = 0$$

Cela signifie que ce portefeuille est créé sans richesse et qu'il est sans risque. Le terme $\underline{X} \cdot \underline{\tilde{\epsilon}}$ est approximativement éliminé en appliquant la loi des grands nombres.

$$\text{Alors, } \underline{X} \tilde{r} \approx \underline{X} E$$

Or, $\underline{X} E$ est égal à zéro car X est un portefeuille d'arbitrage.

Ainsi, $X.E = 0$, $X.l = 0$ et $X.b = 0$, E est décrit par l et b .

$$(5 - 2) \quad \underline{E} = \lambda_0 + \lambda b$$

où λ_0 , λ sont des constantes.

Cependant, dans le cadre international, il est nécessaire de considérer l'impact du taux de change sur les différentes hypothèses, sur la création du portefeuille d'arbitrage et sur la relation finale.

Si l'on se réfère à SOLNIK (1973), le taux de change reflète les différences de prix relatifs entre les différentes régions et est représenté par un mouvement brownien géométrique.

$$dS_j/S_j = E(S_j)dt + \sigma_j dZ_j$$

Où

$E(S_j)$ est le changement anticipé de la parité

et

σ_j est l'écart-type de la parité.

Dans notre modèle, nous verrons par contre que le taux de change est généré par un modèle factoriel.

1) Les hypothèses traditionnelles

a) Les marchés financiers sont parfaits

- Il n'y a pas de coûts de transaction, d'impôt ou d'indivisibilité des actifs.

- Il y a un nombre suffisant d'investisseurs avec un niveau comparable de richesse tel que les investisseurs peuvent acheter ou vendre autant d'actifs qu'ils le désirent au prix du marché.

b) Les ventes à découvert sont possibles.

c) Dans chaque pays, il existe un marché où l'on peut emprunter et prêter au même taux (cependant, ce taux n'est pas le même dans toutes les régions).

d) Les transactions sont continues.

e) Il n'y a pas de contrainte sur les flux de capitaux.

f) Les investisseurs anticipent de façon identique les variations des taux de change et les distributions des rentabilités des actifs, les rentabilités étant considérées dans les monnaies d'origine des actifs. En particulier, les investisseurs sont supposés croire de façon homogène que les rentabilités des actifs dans les monnaies des pays d'origine des actifs sont générées par un modèle factoriel.

$$(5 - 1)' \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\varepsilon}_i \quad i \in (1, N)$$

\tilde{r}_i : la rentabilité aléatoire de l'actif i .

b_{ik} : la saturation de l'actif i au facteur commun k .

\tilde{f}_k : la réalisation du facteur commun k .

$\tilde{\varepsilon}_i$: la réalisation du facteur spécifique de l'actif i .

E_i : la rentabilité anticipée de l'actif i .

Les rentabilités sont exprimées dans la monnaie du pays d'origine des actifs.

g) Dans chaque pays, un actif sans risque existe sinon un portefeuille d'actifs sans risque peut être créé. De plus, la rentabilité de cet actif sans risque convertie dans la monnaie d'un autre pays est supposée générée par le modèle factoriel du pays considéré.

Le problème est alors de savoir si cette structure factorielle est modifiée lorsque la rentabilité d'un actif est exprimée dans une autre monnaie.

2) L'objectif de l'étude.

SOLNIK (1983) convertit les rentabilités d'un ensemble d'actifs exprimées dans la même monnaie (par exemple, le franc français) dans une autre monnaie (par exemple, le dollar). Il étudie alors l'impact de cette conversion sur la structure factorielle des rentabilités des actifs et sur la relation d'évaluation du modèle. Sa conclusion est alors que le taux de change n'a aucun impact sur la relation d'évaluation.

Par contre, dans notre modèle, nous considérons dans une première étape que les rentabilités des différents actifs financiers sont exprimées dans la monnaie de leur pays d'origine. Par exemple, les rentabilités des valeurs françaises sont exprimées en francs français et celles des valeurs américaines en dollars.

Aussi, pour un investisseur d'un pays de référence appelé 0, il est intéressant de savoir quelle est la structure factorielle des actifs financiers dans la monnaie de ce pays de référence et la relation générale d'évaluation de ces actifs.

En particulier, notre objectif est de voir si le taux de change a un impact sur la relation d'évaluation dans ce cas plus général.

Nous supposons donc que les rentabilités nominales des différents actifs suivent un modèle factoriel dans la monnaie de leur pays respectif.

Ensuite, comme nous raisonnons sur des rentabilités nominales, les réalisations des facteurs communs représentent une partie de ces rentabilités nominales et doivent en conséquence dépendre de la monnaie considérée.

Enfin, il est possible que des facteurs économiques influencent les rentabilités d'actifs de certains pays et non celles d'autres pays. Le nombre de facteurs retenus K doit donc être assez large pour prendre en compte cette possibilité. Si ceci se vérifiait dans la réalité, les actifs de certains pays auraient des saturations nulles sur des facteurs.

3) Une note sur le modèle de SOLNIK (1983)

SOLNIK (1983) exprime la rentabilité d'un actif dans une autre monnaie que celle du pays considéré initialement. Cette nouvelle rentabilité est fonction des réalisations (rentabilités) des facteurs du pays d'origine mais dans la monnaie de ce pays d'origine.

La structure factorielle est alors modifiée, contrairement à ce que dit SOLNIK (1983, p 452). En effet, un facteur supplémentaire apparaît, c'est le facteur spécifique du taux de change, $\tilde{\epsilon}_j$.

Cependant, ce nouveau terme n'entraîne pas de modification de la relation fondamentale du modèle, déduite par SOLNIK. En effet, comme dans ce modèle, toutes les rentabilités sont au départ exprimées dans la même monnaie, ce terme apparaît avec le même coefficient 1 pour tous les actifs. Or, lorsqu'on crée le portefeuille d'arbitrage, cette nouvelle contrainte $X_i \tilde{\epsilon}_j = 0$ est équivalente à $X_i \cdot 1 = 0$ car $X_i \tilde{\epsilon}_j = X_i \cdot 1 \cdot \tilde{\epsilon}_j = 0$, $\tilde{\epsilon}_j$ étant le même quel que soit i .

Il n'y a donc pas de contrainte supplémentaire. La relation d'évaluation reste alors inchangée.

4) L'impact du change sur la structure factorielle des actifs

Pour l'ensemble des pays, $N + 1$ actifs sont considérés. Les rentabilités des actifs doivent être exprimées dans une monnaie de référence, 0 (en fait, dans la suite de notre étude, toute rentabilité exprimée dans la monnaie de référence ne sera pas indicée). L'actif 0 est l'actif sans risque dans la monnaie de référence. Il y a $L + 1$ monnaies et les $L + 1$ premiers actifs sont les $L + 1$ actifs sans risque dans leurs pays respectifs.

Si \tilde{r}_i est la rentabilité aléatoire de l'actif i dans la monnaie de référence et \tilde{s}_j la variation aléatoire du taux de change S_j permettant de passer de la monnaie de référence à la monnaie j , la rentabilité aléatoire de l'actif dans la monnaie j sera \tilde{r}_i^j .

où

$\tilde{r}_i = dP_i/P_i$; P_i le prix de l'actif i dans la monnaie de référence.

$\tilde{s}_j = dS_j/S_j$; S_j le taux de change de la monnaie j en unités de monnaie de référence.

Et si les périodes de temps considérées sont infimes (ceci correspond à l'idée de ROLL et ROSS (1980, p 1080), nous pouvons utiliser le lemme d'ITO.

$$\begin{aligned}\tilde{r}_i &= dP_i/P_i = d(P_i^j \cdot S_j) / (P_i^j \cdot S_j) \\ &= dP_i^j / P_i^j + dS_j / S_j + (dP_i^j / P_i^j)(dS_j/S_j).\end{aligned}$$

$$(5 - 3) \quad \tilde{r}_i = \tilde{r}_i^j + \tilde{s}_j + C_{ij}^j$$

où C_{ij}^j est la covariance entre \tilde{r}_i^j et \tilde{s}_j .

si i est l'actif sans risque j dans la monnaie j ,

$$\tilde{r}_j = \tilde{r}_j^j + \tilde{s}_j + C_{jj}^j$$

Or, $C_{jj}^j = 0$

donc

$$\tilde{r}_j = \tilde{r}_j^j + \tilde{s}_j$$

où

$\tilde{r}_j^j = \lambda_j^j$, la rentabilité certaine de l'actif sans risque du pays j dans la monnaie j .

Sa rentabilité aléatoire est en fait égale à sa rentabilité attendue, le taux d'intérêt sans risque du pays j .

D'après nos hypothèses, \tilde{r}_j dans la monnaie de référence suit un modèle factoriel tel que

$$\tilde{r}_j = E_j + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j = \lambda_j^j + \tilde{s}_j$$

alors

$$\tilde{s}_j = E_j - \lambda_j^j + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j$$

$$\tilde{s}_j = E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j$$

Par ailleurs, si l'on considère l'actif i du pays j , sa rentabilité suit un modèle factoriel dans la monnaie j

$$\tilde{r}_i^j = E_i^j + \sum_{k=1}^K b_{ik}^j \tilde{f}_k^j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Aussi, en remplaçant \tilde{r}_i^j et \tilde{s}_j par leurs valeurs, on obtient

$$\begin{aligned} (5-4) \quad \tilde{r}_i^j &= \tilde{r}_i^j + \tilde{s}_j + C_{ij}^j \\ &= E_i^j + \sum_{k=1}^K b_{ik}^j \tilde{f}_k^j + \tilde{\epsilon}_i^j \\ &\quad + E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j \\ &\quad + C_{ij}^j \end{aligned}$$

Or, puisque nous voulons exprimer toutes les rentabilités dans la monnaie de référence, il est préférable afin de pouvoir donner une formulation générale des rentabilités que tous les facteurs soient exprimés dans la même monnaie.

$$(5-5) \quad \tilde{f}_k^j = \tilde{f}_k - \tilde{s}_j - C_{kj} + \sigma_j^2$$

où

C_{KJ} est la covariance entre \tilde{f}_K et \tilde{s}_J
 σ_J^2 est la variance du taux de change
 donc

$$\begin{aligned}
 (5-6) \quad \tilde{r}_i &= E_i^j + E(\tilde{s}_j) + C_{iJ}^j \\
 &+ \sum_{K=1}^K b_{iK}^j (-E(\tilde{s}_j) - C_{KJ} + \sigma_J^2) \\
 &+ \sum_{K=1}^K (b_{iK}^j + b_{JK}(1 - (\sum_{K=1}^K b_{iK}^j))) \tilde{f}_K \\
 &+ (1 - \sum_{K=1}^K b_{iK}^j) \tilde{\epsilon}_j \\
 &+ \tilde{\epsilon}_i^j
 \end{aligned}$$

et par le changement de variables suivant

$$\begin{aligned}
 E_i &= E_i^j + \sum_{K=1}^K b_{iK}^j (-E(\tilde{s}_j) - C_{KJ} + \sigma_J^2) \\
 &+ C_{iJ}^j + E(\tilde{s}_j) \\
 b_{iK} &= b_{iK}^j + b_{JK}(1 - \sum_{K=1}^K b_{iK}^j) \\
 \tilde{\epsilon}_i &= \tilde{\epsilon}_i^j + (1 - \sum_{K=1}^K b_{iK}^j) \tilde{\epsilon}_j
 \end{aligned}$$

on obtient

$$(5-6') \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{K=1}^K b_{iK} \tilde{f}_K + \tilde{\epsilon}_i$$

Cette relation (5 - 6') est assez proche de la relation (5 - 1). En effet, $E(\tilde{\epsilon}_i / \tilde{f}_K) = 0$ d'après les hypothèses posées avec la relation 1.

Par contre $\tilde{\epsilon}_i$ n'est pas indépendant de $\tilde{\epsilon}_{i'}$ ($i \neq i'$) pour tout i et tout i' . En effet, la covariance de $(\tilde{\epsilon}_i, \tilde{\epsilon}_j)$ est différente de zéro car $\tilde{\epsilon}_j$ est commun aux actifs d'un même pays. De même, avec l'hypothèse moins restrictive selon laquelle la loi des grands nombres peut s'appliquer à $\tilde{\epsilon}_i$, nous nous apercevons que celle-ci ne pourra pas s'appliquer à $\tilde{\epsilon}_i$ pour la même raison.

Ainsi, pour que les hypothèses soient vérifiées, nous devons écrire l'équation (5 - 6') sous la forme suivante :

$$(5 - 7) \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + (1 - \sum_{k=1}^K b_{ik}^j) \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Si on pose,

$$d_{ij} = 1 - \sum_{k=1}^K b_{ik}^j$$

on obtient

$$(5-7') \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Nous nous apercevons alors que la structure factorielle est modifiée car le facteur spécifique du taux de change apparaît.

Ainsi, pour un investisseur, la rentabilité d'un actif étranger est composée non seulement des facteurs communs déjà mis en évidence dans le pays de l'actif, mais aussi d'un facteur supplémentaire, le facteur spécifique du taux de change. Nous pouvons l'appeler, en quelque sorte, le facteur change.

Il faut noter cependant que l'investisseur considéré peut voir apparaître des facteurs autres que ceux influençant les actifs de son pays. Ceci est pris en compte ici car comme nous l'avons déjà dit, les K facteurs représentent l'ensemble des facteurs influençant les rentabilités des actifs financiers des différents pays.

Et lorsqu'il y a L pays étrangers, la relation s'écrit

$$(5-8) \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Pour l'actif i du pays de référence, $j = 0$
 $d_{i0} \tilde{\epsilon}_0 = 0$ car $\tilde{\epsilon}_0 = 0$.

Pour l'actif i du pays j

$$d_{ij} = 1 - \sum_{k=1}^K b_{ik}^j$$

Pour l'actif i n'appartenant pas au pays j

$$d_{ij} = 0$$

et

$$E(\tilde{\epsilon}_i^j, \tilde{f}_k) = 0$$

$$E(\tilde{\epsilon}_i^j, \tilde{\epsilon}_j) = 0$$

$$E(\tilde{\epsilon}_j, \tilde{f}_k) = 0$$

La loi des grands nombres s'applique donc à $\tilde{\epsilon}_i^j$.

L'équation (5-8) correspond alors à l'hypothèse traditionnelle du modèle d'arbitrage et nous pouvons en déduire maintenant la relation fondamentale.

5) La constitution du portefeuille d'arbitrage international.

Pour obtenir la relation fondamentale, il faut construire un portefeuille d'arbitrage.

Soit X ce portefeuille d'arbitrage

$$\underline{X} \cdot \tilde{R} = \underline{X} E + \sum_{k=1}^K \underline{X} b_k \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L \underline{X} d_j \tilde{\epsilon}_j + \underline{X} \tilde{\epsilon}^j$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} \underline{X} \cdot 1 = 0 \quad \text{pas de richesse investie.} \\ \underline{X} \cdot b_k = 0 \quad \text{pas de risque systématique lié} \\ \quad \text{aux facteurs communs.} \\ \underline{X} \cdot d_j = 0 \quad \text{pas de risque systématique lié} \\ \quad \text{aux taux de change.} \\ \underline{X} \cdot \tilde{\epsilon}^j \approx 0 \quad \text{le risque spécifique est} \\ \quad \text{diversifié.} \end{array} \right.$$

La dernière condition est en fait une approximation due à la loi des grands nombres, la relation finale ne sera donc pas exactement vérifiée.

Il faut maintenant développer ces différentes conditions pour voir si certaines ne sont pas redondantes.

$$\underline{X.1} = 0$$

$$\underline{X.b_k} = \underline{X.b_k^j} + \underline{X.b_{jk}} - \underline{X.b_{jk} \sum_{j=1}^K b_k^j} = 0$$

$$\underline{X.d_j} = \underline{X.(1 - \sum_{k=1}^K b_k^j)} = 0$$

$$\underline{X.\tilde{E}^j} \approx 0$$

Aucune condition ne peut être déduite des autres.

Par exemple,

$$\underline{X.(1 - \sum_{k=1}^K b_k^j)} = 0 \text{ et donc } \underline{X.\sum_{k=1}^K b_k^j} = 0$$

ce qui n'implique pas que

$$\underline{X.b_{jk} \sum_{k=1}^K b_k^j} = 0$$

car b_{jk} varie avec les pays.

Pour la même raison, $\underline{X.1} = 0$ et $\underline{X.b_{jk}} = 0$

ne sont pas identiques.

Nous pouvons aussi noter que

$\underline{\sum_{k=1}^K b_k^j}$ varie avec i .

Aussi, toutes ces conditions sont nécessaires pour que

$$\underline{X.\tilde{R}} = \underline{X.E} = 0$$

et comme la dernière condition n'est pas exactement vérifiée

$$(5-9) \quad \underline{E} \approx \underline{c} + \sum_{k=1}^K \underline{\lambda_k b_k} + \sum_{j=0}^L \underline{M_j d_j}$$

et s'il existe un actif sans risque dans la monnaie de référence, sa rentabilité est λ_0 .

$$(5-9') \quad \underline{E} \approx \underline{\lambda_0} + \sum_{k=1}^K \underline{\lambda_k b_k} + \sum_{j=0}^L \underline{M_j d_j}$$

M_j est le prix du risque du
facteur change.

λ_k est le prix du risque du
facteur k.

Ainsi, cette relation indique qu'en dehors du fait que les coefficients de risque (saturations) et les prix des différents risques dépendent de la monnaie d'expression, un terme supplémentaire est apprécié. C'est le facteur spécifique lié au taux de change.

Avant d'examiner les implications de cette relation, il faut signaler que le portefeuille d'arbitrage nominale sans risque dans une monnaie l'est aussi dans une autre monnaie. Ceci a été démontré par SOLNIK (1983) et s'applique aussi dans notre cas.

6) La relation de change à terme

Le différentiel entre les taux d'intérêt de deux monnaies peut se déduire des relations d'évaluation. A partir de la rentabilité anticipée sur l'actif sans risque du pays j dans la monnaie de référence, nous avons

$$E_j = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk} + M_j$$

et

$$E_j = E(\tilde{s}_j) + \lambda_j^j$$

donc

$$\lambda_0 - \lambda_j^j = E(\tilde{s}_j) - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk} - M_j$$

DEFINITION V-1 :

Le différentiel d'intérêt ou la prime à terme, $\lambda_0 - \lambda_j^j$, est égale au changement du taux de change anticipé $E(\tilde{s}_j)$ plus une prime de risque. Cette prime de risque dépend des saturations du taux de change aux différents facteurs communs et du prix du risque du facteur change.

Ce résultat est, en fait, assez proche de celui obtenu à partir des modèles d'équilibre des actifs financiers internationaux.

7) Le lien entre les primes de risque exprimées dans des monnaies différentes

De l'équation (5 - 9), se déduit une relation entre les primes de risque évaluées dans des monnaies différentes.

Ainsi, si on considère l'actif i dans deux pays, nous avons

$$\begin{aligned} E_i &= \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + M_j d_{ij} \quad \text{pays de référence} \\ \text{et} \quad E_i^j &= \lambda_j^j + \sum_{k=1}^K \lambda_k^j b_{ik}^j \quad \text{pays d'origine} \end{aligned}$$

Si i est en particulier l'actif du pays j dont le coefficient de risque est 1 sur le facteur k et dont les autres coefficients sont nuls; alors, on obtient

$$\begin{aligned} E_k &= \lambda_0 + \lambda_k \\ E_k^j &= \lambda_j^j + \lambda_k^j \end{aligned}$$

D'après (5 - 6)

$$E_k = E_k^j - E(\tilde{s}_j) - C_{kj} + \sigma_j^2 + C_{kj}^j + E(\tilde{s}_j)$$

et comme

$$E_k - E_k^j = \lambda_0 - \lambda_j^j + \lambda_k - \lambda_k^j$$

$$\lambda_k - \lambda_k^j = \lambda_0^j - \lambda_0 - C_{kj} + \sigma_j^2 + C_{kj}^j$$

Définition V-2 :

$\lambda_k - \lambda_k^j$, la différence d'évaluation du risque du facteur k due à la monnaie utilisée dépend de la covariance entre le taux de change \tilde{s}_j et le facteur considéré, de la variance du taux de change et du différentiel d'intérêt.

Conclusion préliminaire :

Nous avons montré que les investisseurs d'un pays j voient le modèle générateur des rentabilités de tous les actifs dans leur monnaie comme un modèle factoriel à $K + 1$ facteurs où le facteur supplémentaire est le facteur spécifique du taux de change \tilde{s}_j . Il y a en fait autant de facteurs supplémentaires que de pays étrangers.

L'équation d'évaluation des actifs est linéaire mais pas exactement de la même forme que celle donnée par le modèle traditionnel d'arbitrage. En effet, les différents facteurs change sont eux aussi appréciés.

Enfin, comme dans les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers, le taux de change à terme est un estimateur biaisé du taux de change au comptant futur.

Ces différents résultats du modèle international d'arbitrage ne sont pas modifiés s'il n'existe pas d'actif sans risque par région. Il suffit alors pour revenir au cas général de créer pour chaque pays des portefeuilles sans risque.

II LA DEVIATION DU MODELE INTERNATIONAL D'ARBITRAGE DANS UNE ECONOMIE FINIE

Comme dans le cas du modèle d'arbitrage, la relation dérivée dans le modèle international d'arbitrage n'est pas exactement vérifiée. Nous devons donc estimer cette déviation, mais les différents modèles permettant de la calculer sont basés sur le concept de l'équilibre et non sur le principe de l'arbitrage. Le calcul de cette déviation au niveau international constitue une extension du résultat de DYBVIIG (1983) basé sur l'équilibre.

La seule différence est due à l'introduction du terme spécifique du taux de change $\tilde{\epsilon}_j$.

Le principe est développé en deux étapes:

- en premier lieu, une limite est estimée dans le cas d'une économie avec un seul agent.

- ensuite, le principe d'optimalité de PARETO est utilisé; ce qui nous permet de considérer un agent unique représentant l'ensemble des agents.

1) : Une économie à un seul agent

L'hypothèse de base dans le modèle international d'arbitrage est que les rentabilités des actifs risqués sont générées par un modèle factoriel

$$(5 - 11) \quad \tilde{r}_i = E(\tilde{r}_i) + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \sum_{j=1}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j, \\ i \in (1, N)$$

Les rentabilités sont exprimées dans la monnaie du pays 0, pays de référence.

Si l'actif i est un actif du pays j , alors

$$\sum_{j=1}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j = (1 - \sum_{k=1}^K b_{ik}^j) \tilde{\epsilon}_j$$

où $\tilde{\epsilon}_j$ est le facteur spécifique de \tilde{s}_j , le taux de change permettant de passer de la monnaie j à la monnaie 0.

Si l'actif i est un actif du pays o, alors

$$\sum_{k=1}^K d_{ij} \tilde{\epsilon}_j = 0$$

Si l'actif i est l'actif j, alors

$$\tilde{s}_j = E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j$$

Soit $\tilde{w} = \sum_{i=1}^N x_i p_i \tilde{r}_i$, la richesse finale d'un agent avec un portefeuille de composition x_i , le nombre d'actifs détenus par l'agent; p_i , le prix de l'actif i) et une fonction d'utilité VON NEUMAN MORGENSTEN.

Le problème n° 1 pour l'agent consiste à déterminer x_i . Pour ceci, il maximise

$$E U \left(\sum_{i=1}^N x_i p_i \tilde{r}_i \right)$$

sous la contrainte

$$\sum_{i=1}^N x_i p_i = w_0$$

N le nombre d'actifs.

w_0 la richesse initiale.

La condition de premier ordre est qu'il existe μ (l'utilité marginale de la richesse initiale), tel que, pour tout actif i

$$E(p_i \tilde{r}_i U'(\tilde{w})) = \mu p_i$$

$$E \left(\left(E(\tilde{r}_i) + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j \right) U'(\tilde{w}) \right) = \mu$$

Ici, i appartient au pays j , $j \in \{0, L\}$

$$\begin{aligned} E(\tilde{r}_i) &= E(U'(\tilde{w})) + \sum_{k=1}^K b_{ik} E(\tilde{f}_k U'(\tilde{w})) + d_{ij} E(\tilde{\epsilon}_j U'(\tilde{w})) \\ &\quad + E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) \\ &= \mu \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} E(\tilde{r}_i) &= (\mu / E(U'(\tilde{w}))) - \sum_{k=1}^K b_{ik} (E(\tilde{f}_k U'(\tilde{w})) / (E(U'(\tilde{w}))) \\ &\quad - \sum_{j=0}^L d_{ij} (E(\tilde{\epsilon}_j U'(\tilde{w})) / (E(U'(\tilde{w}))) \\ &\quad - (E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / (E(U'(\tilde{w}))) \end{aligned}$$

si on pose

$p^{-1} = \mu / (E(U'(\tilde{w})))$, le facteur d'actualisation sans risque implicite.

$\lambda_k = - p^{-1} E(\tilde{f}_k U'(\tilde{w})) / \mu$; le prix du risque du facteur k .

$M_j = - p^{-1} E(\tilde{\epsilon}_j U'(\tilde{w})) / \mu$; le prix du risque du facteur spécifique du taux de change.

$$\begin{aligned} (5 - 12) \quad E(\tilde{r}_i) &= p^{-1} + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + \sum_{j=0}^L M_j d_{ij} \\ &\quad - p^{-1} E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / \mu \end{aligned}$$

Or, la conclusion du modèle international d'arbitrage est que la rentabilité anticipée de l'actif i dépend linéairement du taux d'intérêt sans risque et des saturations b_{ik} et d_{ij} mais pas du facteur spécifique associé à l'actif i .

Alors, le terme $p^{-1} E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / \mu$ constitue l'erreur d'évaluation du modèle international d'arbitrage.

Par contre, si l'on reprend (5 - 12), le prix du risque lié au facteur du taux de change est égal en fait à l'erreur d'évaluation par le modèle international d'arbitrage de la rentabilité de l'actif particulier, le taux de change. Nous pouvons donc évaluer ce dernier terme, l'impact du change. En fait, l'erreur d'évaluation est égale à celle déduite par DYBVIIG (1983) sauf que l'on considère ici des actifs de pays différents et que l'agent représentatif est celui du pays de référence.

a) L'approximation de la relation fondamentale.

Comme $\tilde{\epsilon}_i^j$ a une moyenne nulle et une petite contribution à la variance agrégée, $p^{-1} E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / \mu$ est certainement petit. Cependant, plusieurs hypothèses sont nécessaires pour le prouver.

En effet, dans une économie avec plusieurs agents, il peut y avoir un individu qui détient un portefeuille où x_i est grand même si chaque actif représente une petite partie de l'offre agrégée. De plus, même s'il y a seulement un individu dans l'économie, un petit risque mesuré à partir de la variance peut ne pas être considéré comme petit par l'agent.

Aussi, dans le cadre d'une économie à un seul individu, il est nécessaire de déterminer les conditions qui permettent d'assurer que le risque $\tilde{\epsilon}_i^j$ est effectivement petit. Ce résultat doit ensuite être généralisé à une économie à plusieurs agents. Les deux hypothèses nécessaires sont que l'aversion relative pour le risque est bornée supérieurement et que $\tilde{\epsilon}_i^j$ n'est jamais plus petit que $-1/p_i$.

Cette hypothèse est tirée du développement de DYBVIIG où en terme de prix et non de rentabilité, $\tilde{\epsilon}_i^j > -1$.

Comme l'affirme DYBVIIG, ceci est une hypothèse faible; il suffit par exemple que les flux dégagés par l'actif ne soient jamais négatifs.

En l'occurrence, les responsabilités des détenteurs d'actifs sont limitées. Ceci nécessite en fait que $\tilde{\epsilon}_i^j$ soit borné inférieurement. Il suffit alors pour revenir à $-1/p_i$ d'agir sur le nombre d'actifs émis, soit en quelque sorte de normaliser la valeur de l'actif.

A partir des hypothèses suivantes

a) $E(\tilde{\epsilon}_i^j) = 0$ et en particulier $E(\tilde{\epsilon}_j) = 0$, $E(\tilde{f}_k) = 0$, les $\tilde{\epsilon}_i^j$ sont indépendants de \tilde{f}_k et des autres $\tilde{\epsilon}_i^j$ et $\text{Prb}(\tilde{\epsilon}_i^j > -1/p_i) = 1$

b) l'individu considéré a une fonction d'utilité VON NEUMANN-MORGENSTEN U qui est différentiable trois fois avec $U''' > 0$, a une aversion absolue envers le risque

$$A(\tilde{w}) = -U''(\tilde{w})/U'(\tilde{w})$$

uniformément borné supérieurement par \bar{A} .

c) Chaque actif a une offre nette positive, $x_i > 0$; le nombre d'actifs offerts par une société est positif.

Alors, il est possible de démontrer que

$p^{-1} E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / \mu$ est inférieur ou égal à

$$e^{\bar{A}} x_i \text{var}(\tilde{\epsilon}_i^j) \bar{A} x_i p_i$$

Démonstration :

$$p^{-1} (E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w})) / \mu = (E(\tilde{\epsilon}_i^j U'(\tilde{w}))) / (E(U'(\tilde{w}))) = D_i$$

D est égal à l'erreur d'évaluation.

comme

$$\tilde{w} = \sum_{i=1}^N x_i p_i \tilde{r}_i = \sum_{i=1}^N x_i p_i (E(\tilde{r}_i) + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j)$$

et que $\tilde{\varepsilon}_i^j$ n'est pas corrélé avec les autres variables aléatoires, nous pouvons écrire

$$\tilde{w} = \tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j$$

où \tilde{w}^* et $x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j$ sont indépendants.

alors

$$D_i = E(\tilde{\varepsilon}_i^j U'(\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j)) / E(U'(\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j))$$

Or, comme $E(\tilde{\varepsilon}_i^j) = 0$ et $\tilde{\varepsilon}_i^j \sim -1/p_i$, à partir du théorème de Taylor, pour toutes valeurs de $\tilde{\varepsilon}_i^j$,

$$U'(\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j) = U'(\tilde{w}^*) + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j U''(\eta)$$

où η est compris entre \tilde{w}^* et $\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j$.

En conséquence, η est toujours compris entre $\tilde{w}^* - x_i$ et \tilde{w}^*

car

$\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j$ est compris entre ces deux valeurs. Alors,

$$E(\tilde{\varepsilon}_i^j U'(\tilde{w}^* + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j)) = |E(\tilde{\varepsilon}_i^j (U'(\tilde{w}^*) + x_i p_i \tilde{\varepsilon}_i^j U''(\eta)))|$$

$$= |E(x_i p_i (\tilde{\varepsilon}_i^j)^2 U''(\eta))|$$

car $E(\tilde{\varepsilon}_i^j) = 0$

$$\leq x_i p_i E(\tilde{\varepsilon}_i^j)^2 \sup |U''(\tilde{w})| \text{ où } \tilde{w} \geq \tilde{w}^* - x_i$$

par ailleurs,

$$- U''(\tilde{w}) / U'(\tilde{w}) \leq \bar{A}$$

soit $- U''(\tilde{w}) \leq \bar{A} U'(\tilde{w})$ avec $U'' \leq 0$

\bar{A} étant la limite supérieure de l'aversion au risque absolue.

donc

$$\begin{aligned} \sup \langle |U'(\tilde{w})|; \tilde{w} \geq \tilde{w}^* - x_j \rangle &\leq \bar{A} \sup \langle U'(\tilde{w}); \tilde{w} \geq \tilde{w}^* - x_j \rangle \\ &= \bar{A} U'(\tilde{w}^* - x_j) \end{aligned}$$

car $U'' \leq 0$, U est concave.

or,

$$\text{Log } U'(\tilde{w}^* - x_j)$$

=

$$\text{Log } U'(\tilde{w}^*) - \text{Log } U'(\tilde{w}^*) + \text{Log}(U'(\tilde{w}^* - x_j))$$

=

$$\text{Log } U'(\tilde{w}^*) - \int_{\tilde{w}^* - x_j}^{\tilde{w}^*} (U''(\tilde{w}) / U'(\tilde{w})) \, d\tilde{w}$$

$$\langle \text{Log } U'(\tilde{w}^*) + \int_{\tilde{w}^* - x_j}^{\tilde{w}^*} \bar{A} \, d\tilde{w}$$

$$= \text{Log } U'(\tilde{w}^*) + x_j \bar{A}$$

alors,

$$U'(\tilde{w}^* - x_j) \leq U'(\tilde{w}) e^{x_j \bar{A}}$$

donc

$$|E(\tilde{\mathcal{E}}^j | U'(\tilde{w}^* + x_j p_j \tilde{\mathcal{E}}^j))| \leq |E(\bar{A} x_j p_j \text{var}(\tilde{\mathcal{E}}^j) U'(\tilde{w}^*) e^{x_j \bar{A}})|$$

donc

$$|E(\tilde{\mathcal{E}}^j | U'(\tilde{w}^* + x_j p_j \tilde{\mathcal{E}}^j))| / |E(U'(\tilde{w}^*))|$$

\leq

$$\bar{A} x_j p_j \text{var}(\tilde{\mathcal{E}}^j) e^{x_j \bar{A}}$$

puisque

$E(U'(\tilde{w}^*))$ s'annule

En conclusion,

$$|D_i| \leq x_i p_i \bar{A} \text{var}(\tilde{\epsilon}_i^j) e^{x_i \bar{A}}$$

Ce qui est exactement le résultat de DYBVIIG, sauf que $\tilde{\epsilon}_i^j$ est tiré de la rentabilité et non du prix.

Le terme à gauche représente donc la limite de l'erreur d'évaluation de l'actif i à partir du modèle international d'arbitrage.

b) La valeur du prix du risque du facteur spécifique du taux de change.

$\tilde{\epsilon}_j$ correspond au risque spécifique de l'actif sans risque du pays j exprimé dans la monnaie de référence.

soit

$$\tilde{s}_j = E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j$$

et

$$E(\tilde{s}_j) = p^{-1} - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk} - p^{-1} (E(\tilde{\epsilon}_j U'(\tilde{w})) / \mu)$$

et par analogie avec l'actif i

$$|p^{-1} (E(\tilde{\epsilon}_j U'(\tilde{w})) / \mu) \leq \bar{A} x_j p_j \text{var}(\tilde{\epsilon}_j) e^{x_j \bar{A}}$$

Or, ce dernier terme correspond encore à la valeur maximum de M_j , le prix du risque du facteur spécifique du taux de change.

Nous pouvons alors énoncer le théorème suivant.

Théorème V-3 : Supposons que les rentabilités des actifs soient générées par l'équation factorielle 5 - 11 et que le seul individu dans l'économie face au problème 1 choisit de détenir à l'équilibre le portefeuille de marché avec les hypothèses suivantes :

a) $E(\tilde{\epsilon}_i^j) = 0$ et en particulier $E(\tilde{\epsilon}_j) = 0$, $E(\tilde{f}_k) = 0$,

les $\tilde{\epsilon}_i^j$ sont indépendants de \tilde{f}_k et des autres $\tilde{\epsilon}_i^j$

avec $\text{Prb}(\tilde{\epsilon}_i^j \geq -1/p_i) = 1$

b) l'individu a une fonction d'utilité VON NEUMAN MORGENSTEN croissante qui est trois fois différentiable avec

$U''(\tilde{w}) \geq 0$ et dont l'aversion absolue au risque est uniformément bornée supérieurement par \bar{A} .

c) Chaque actif a une offre nette positive, $x_i \geq 0$ pour tout i .

Alors pour tout i d'un pays j avec $j \in \{0, L\}$

$$E(\tilde{r}_i) = p^{-1} + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + \sum_{j=1}^L M_j d_{ij} + D_i$$

où

$p^{-1} = E(U'(\tilde{w})/\mu)$, le taux d'actualisation sans risque implicite.

$\lambda_k = p^{-1} E(\tilde{f}_k U'(\tilde{w}))/\mu$, le prix du risque du facteur k .

D_i l'erreur d'évaluation de l'actif i par le modèle international d'arbitrage satisfait la limite suivante.

$$|D_i| \leq x_i p_j \bar{A} \text{var}(\tilde{\epsilon}_i^j) e^{\bar{A} x_i}$$

de plus, M_j le prix du risque du facteur spécifique du taux de change est tel que

$$|M_j| \leq x_j p_j \bar{A} \text{var}(\tilde{\epsilon}_j) e^{\bar{A} x_j}$$

2 Une économie à plusieurs agents.

Pour étendre la limite sur la déviation du modèle international d'arbitrage, au cas à plusieurs agents, l'allocation doit être pareto-optimale. Alors, dans une économie à P agents, chaque agent P a une fonction d'utilité VON NEUMAN MORGENSTEN $U_p(\tilde{w}_p)$ qui est croissante et concave et une aversion absolue au risque bornée supérieurement par \bar{A}_p .

Dans une allocation pareto-optimale, l'allocation agrégée est la même que celle qui devrait être choisie par un seul agent dont les préférences VON NEUMAN MORGENSTEN sont données par la valeur de la solution au problème n° 2 suivant.

Maximiser l'utilité anticipée de l'agent 1 avec la contrainte que les niveaux d'utilité des autres individus restent constants revient à choisir $\tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_p$ pour maximiser $EU(\tilde{w}_1) = \tilde{w}_1$ sous les contraintes $EU_i(\tilde{w}_i) = \bar{U}_i$, quel que soit $i \neq 1$ et $1/P \sum_{p=1}^P \tilde{w}_p = \tilde{w}$

Les conditions de premier ordre pour ce maximum sont données par

$$E U'_i(\tilde{w}_i) = \mu_i E U'_1(\tilde{w}_1), \text{ quel que soit } i.$$

Ces conditions de premier ordre sont équivalentes aux conditions de premier ordre pour le problème suivant :

choisir $\tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_p$ afin de maximiser

$$E(\sum_{p=1}^P a_p U_p(\tilde{w}_p))$$

avec la contrainte

$$1/P \sum_{p=1}^P \tilde{w}_p = \tilde{w} \text{ pour } a_1 = 1 \text{ et } a_i = \mu_i \text{ pour } i \neq 1$$

Si $h_p(\tilde{w})$ est la solution à ce problème, $h_p(\tilde{w})$ est caractérisé par les conditions de premier ordre suivantes dans lesquelles $v(\tilde{w})$ est un multiplicateur de LAGRANGE.

$$(5 - 13) \quad a_p U'_p(h_p(\tilde{w})) = v'(\tilde{w})$$

$$\text{avec} \quad 1/P \sum_{p=1}^P h_p(\tilde{w}) = \tilde{w}$$

Il est nécessaire aussi d'avoir la définition de la fonction d'utilité d'un agent représentatif.

$$V(\tilde{w}) = \sum_{p=1}^P a_p U_p(h_p(\tilde{w}))$$

où V hérite de la monotonocité et de la concavité des U_p .

Le résultat suivant montre comment l'aversion au risque de l'agent représentatif est reliée à l'aversion au risque des individus.

LEMME V-4 : l'aversion absolue au risque de l'agent représentatif est donnée par

$$A(\tilde{w}) = (1/P \sum_{p=1}^P (A_p(h_p(\tilde{w})))^{-1})^{-1}$$

soit la moyenne harmonique des aversions au risque individuelles.

Alors la plus haute limite pour l'aversion absolue au risque de l'agent représentatif est donnée par

$$\bar{A} = (1/P \sum_{p=1}^P \bar{A}_p^{-1})^{-1}$$

ou la moyenne harmonique des limites individuelles.

Preuve : en prenant le logarithme de (5 - 12) et en différentiant chaque coté,

Pour tout p

$$- U''_p(h_p(\tilde{w})) / U'_p(h_p(\tilde{w})) = -v'(\tilde{w}) / v(\tilde{w})$$

donc

$$\begin{aligned} A_p(h_p(\tilde{w})) h_p'(\tilde{w}) &= -v'(\tilde{w}) / v(\tilde{w}) \\ &= -V'(\tilde{w}) / V(\tilde{w}) \\ &= A(\tilde{w}) \end{aligned}$$

En effet, $V'(\tilde{w}) = v(\tilde{w})$ puisque le multiplicateur de LAGRANGE $v(\tilde{w})$ dans un problème de maximisation est la dérivée de la fonction $V(\tilde{w})$.

donc

$$h_p'(\tilde{w}) = A(\tilde{w}) / A_p(h_p(\tilde{w}))$$

or

$$\begin{aligned} 1 &= 1/P \sum_{p=1}^P h_p'(\tilde{w}) \\ &= 1/P \sum_{p=1}^P (A(\tilde{w}) / A_p(h_p(\tilde{w}))) \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} A(\tilde{w}) &= P \left(\sum_{p=1}^P (A_p(h_p(\tilde{w}))^{-1}) \right)^{-1} \\ &= \left(1/P \sum_{p=1}^P (A_p(h_p(\tilde{w}))^{-1}) \right)^{-1} \\ &\leq \left(1/P \sum_{p=1}^P \bar{A}_p^{-1} \right)^{-1} \end{aligned}$$

si on appelle \bar{A} le dernier terme, alors

$$A(\tilde{w}) \leq \bar{A}$$

ce qui est le résultat désiré.

Aussi, en combinant le lemme U-4 et le théorème U-3, on obtient le théorème suivant.

Théorème V-5 : supposons que les rentabilités des actifs soient données par l'équation factorielle (5 - 11), que les individus doivent résoudre le problème 1 (avec U_p , \tilde{w}_p et x_p indicés par p) et qu'en agrégeant, ils obtiennent le portefeuille $x_1, \dots, x_i, \dots, x_N$.
 $i \in (1, N)$; N , le nombre d'actifs.
 $p \in (1, P)$; P , le nombre d'individus.

Si

a) l'hypothèse a du théorème V-3 tient.

b) chaque agent p a une fonction d'utilité VON NEUMANN MORGENSTEN croissante, strictement concave et différentiable trois fois, ainsi qu'une aversion absolue au risque non croissante et bornée supérieurement par A .

c) Chaque actif a une offre nette positive, $x_i > 0$; quel que soit i .

alors pour tout i provenant du pays j , $j \in (0, L)$
 (5-14)

$$E(\tilde{r}_i) = p^{-1} + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + \sum_{j=0}^L M_j d_{ij} + D_i$$

où p^{-1} , λ_k et M_j sont identiques à ceux donnés dans le théorème n°1 mais définis relativement à l'individu représentatif.

L'erreur d'évaluation D_i est telle que

$$|D_i| \leq e^{\tilde{A}x_i/P} \tilde{A} p_i(x_i/P) \text{ var}(\tilde{\epsilon}_i^j)$$

où \tilde{A} est la moyenne harmonique des limites des aversions absolues au risque des individus.

$$\tilde{A} = (1/P \sum_{p=1}^P (\tilde{A}_p)^{-1})^{-1}$$

Par ailleurs, le prix du risque sur le facteur spécifique du taux de change est tel que

$$|M_j| \leq e^{\tilde{A}x_j/P} \tilde{A} p_j(x_j/P) \text{ var}(\tilde{\epsilon}_j)$$

Nous nous apercevons que le modèle international d'arbitrage ne donnera pas de mauvaises estimations des rentabilités anticipées si :

- le taux d'actualisation sans risque implicite est raisonnable; par définition, $p < 1$.

- l'aversion au risque typique n'est pas trop élevée.

- l'offre d'actifs par individu est petite.

- la variance du risque spécifique n'est pas trop grande.

Ce qui est plausible si on se réfère à l'exemple suivant.

3) Une estimation de l'erreur d'évaluation

L'approximation est fonction du taux d'actualisation implicite sans risque, de l'aversion au risque absolue typique, du nombre d'actifs offerts par individu et de la variance du facteur spécifique de l'actif i .

D'après FRIEND et BLUME (1979), la mesure de l'aversion relative au risque est approximativement deux. Une estimation de cette aversion à 10 est alors grande. De même, des écart-types des facteurs spécifiques de 20% par an, un nombre d'actifs offerts par individu de 5 et une valeur de $x_i p_i$ de 200\$ par individu sont aussi des estimations larges. De plus, si l'on prend une richesse de 100000\$ pour l'agent représentatif, nous obtenons

$$D_i < e^{\bar{A}x_i/P} (20\%)^2 (10/100000) 200 = 0,08\%$$

L'erreur maximum est donc égale à 0,08%. Cet écart n'est donc pas élevé; de plus, il a été calculé à partir d'estimations élevées des différents termes de la limite. De même, une valeur extrême pour le prix du risque du facteur change est 0,08%.

Les évaluations des rentabilités anticipées par le modèle international d'arbitrage semblent correctes si on se base sur l'estimation des erreurs d'évaluation du modèle.

Conclusion préliminaire : Une limite simple à l'erreur d'évaluation des rentabilités des actifs financiers par le modèle international d'arbitrage a été déterminée. Cette limite est au maximum de 0,08%. Par ailleurs, la valeur maximum du prix du risque de change est de 0,08% par an.

III NOTES SUR LE MODELE INTERNATIONAL D'ARBITRAGE.

Plusieurs réflexions peuvent être faites sur le modèle international d'arbitrage :

1) Le nombre de facteurs apparaissant dans ce modèle est trop élevé.

En effet, le modèle d'arbitrage suppose implicitement que le nombre de facteurs influençant les rentabilités des actifs n'est pas grand. Nous sommes donc en contradiction avec l'approche initiale de ROSS.

Nous pouvons alors nous demander à quelles conditions les facteurs supplémentaires liés aux taux de change disparaissent.

A priori, la condition la plus évidente serait qu'il n'y ait pas de facteurs spécifiques associés aux taux de change. Ceci signifierait alors que seuls les facteurs communs à l'ensemble des rentabilités des actifs agissent sur les taux de change; ce dont on peut douter.

Pendant, nous pouvons noter que si un grand nombre de facteurs apparaît, seuls $K + 1$ facteurs agissent sur la rentabilité d'un actif. En conséquence, selon cette considération, il n'y aurait plus de contradiction puisqu'un seul facteur supplémentaire apparaît par actif.

2) les réalisations des facteurs communs sont indépendantes de la monnaie considérée.

Dans le modèle présenté dans les sections I et II, nous avons supposé que les réalisations des facteurs communs variaient avec la monnaie considérée. Cette hypothèse est néanmoins critiquable. En effet, nous pouvons considérer que les facteurs communs sont des facteurs exogènes, des facteurs économiques ou d'autres facteurs tels que les battements du coeur de Monsieur Reagan. Dans ce cas, considérer que les réalisations des facteurs communs sont indépendantes de la monnaie dans laquelle les rentabilités des actifs sont calculées est une hypothèse logique.

Il est donc intéressant de reconsidérer le modèle avec cette hypothèse. Pour ceci, il n'est pas utile de redévelopper le modèle en totalité mais il faut reprendre le modèle précédent à partir de l'équation (5-4).

L'équation (5-4) s'écrit alors

$$(5-15) \quad \tilde{r}_i = E_i^j + E(\tilde{s}_j) + C_{ij}^j + \sum_{k=1}^K (b_{ik}^j + b_{jk}) \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i^j + \tilde{\epsilon}_j$$

posons $E_i = E_i^j + E(\tilde{s}_j) + C_{ij}^j$

$$b_{ik} = b_{ik}^j + b_{jk}$$

Afin d'éviter les problèmes de colinéarité des facteurs spécifiques mis en évidence dans la section I, le terme spécifique du taux de change doit être considéré séparément du terme spécifique de l'actif i ; nous obtenons alors :

$$(5-16) \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i^j + \tilde{\epsilon}_j$$

En conséquence, dans ce modèle aussi, un facteur supplémentaire apparaît, c'est le facteur spécifique du taux de change. De plus, comme nous considérons $L+1$ pays, nous avons $L+1$ facteurs supplémentaires qui se réduisent en fait à L facteurs car pour l'investisseur du pays de référence il y a L pays étrangers.

$$(5-17) \quad \tilde{r}_i = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Il nous faut maintenant construire le portefeuille d'arbitrage X dont l'expression de la rentabilité est la suivante

$$X \cdot \tilde{r} = X \cdot E + \sum_{k=1}^K X \cdot b_k \tilde{f}_k + \sum_{j=0}^L X \cdot d_j \tilde{\epsilon}_j + X \cdot \tilde{\epsilon}^j$$

et qui respecte les conditions suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{X.1} = 0 \quad \text{pas de richesse investie.} \\ \underline{X.b_k} = 0 \quad \text{pas de risque systématique lié} \\ \quad \quad \quad \text{aux facteurs communs.} \\ \underline{X.d_j} = 0 \quad \text{pas de risque systématique lié} \\ \quad \quad \quad \text{aux taux de change.} \\ \underline{X.\tilde{\epsilon}^j} = 0 \quad \text{pas de risque spécifique} \end{array} \right.$$

soit encore

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{X.1} = 0 \\ \underline{X.b_k} = \underline{X.b_k^j} + \underline{X.1^j} b_{jk} \\ \underline{X.1^1} = 0 \quad \text{car } d_{ij} = 1 \text{ si } i \text{ appartient au pays } j \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{X.1^L} = 0 \\ \underline{X.\tilde{\epsilon}^j} = 0 \end{array} \right.$$

Si $\underline{X.1^1} = \dots = \underline{X.1^L} = 0$ et $\underline{X.1} = 0$, $\underline{X.1^0} = 0$.

Retenir alors comme condition,

$\underline{X.1^0} = \underline{X.1^1} = \dots = \underline{X.1^L} = 0$ est suffisant
on obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{X.1^0} = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{X.1^L} = 0 \\ \underline{X.b_k} = 0 \\ \underline{X.\tilde{\epsilon}^j} = 0 \end{array} \right.$$

et l'équation d'évaluation est alors

$$(5-18) \quad E = \sum_{j=0}^L \mu_j 1^j + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_k$$

dans le cas d'un actif i du pays de référence, on obtient

$$E_i = \mu_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

et $b_{ik} = 0$ si i est l'actif sans risque du pays de référence.

En conséquence, $\mu_0 = \lambda_0$

dans le cas d'un actif i d'un pays j , on obtient

$$E_i = \mu_j + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

et $b_{ik} = 0$ si $b_{ik}^j = -b_{jk}$, ceci étant possible seulement si i est l'actif sans risque du pays de référence.

Donc

$$\mu_j = \lambda_0$$

Ainsi, la relation d'évaluation des rentabilités des actifs devient :

$$(5-19) \quad E = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_k$$

λ_0 étant l'actif sans risque de la devise.

Cependant, il faut noter que

$$\underline{X} \cdot b_k = \underline{X} \cdot b_k^j + \underline{X} \cdot 1^j \tilde{c}_j$$

et en conséquence, les conditions deviennent

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{X} \cdot 1^0 = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{X} \cdot 1^L = 0 \\ \underline{X} \cdot b_k^j = 0 \\ \underline{X} \cdot \tilde{c}_j = 0 \end{array} \right.$$

donc

$$E = \sum_{j=0}^L \mu_j 1^j + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_k^j$$

Si l'on considère un actif i du pays de référence, on obtient

$$E_i = \mu_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

et $b_{ik} = 0$ si i est l'actif sans risque du pays de référence, donc

$$E_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

λ_0 : la rentabilité de l'actif sans risque du pays de référence.

Si l'on considère un actif i du pays j , on obtient

$$E_i = \mu_j + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}^j$$

et $b_{ik}^j = 0$ si i est l'actif sans risque du pays j .
alors

$$E_i = \lambda_j + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}^j$$

λ_j : la rentabilité de l'actif sans risque du pays j exprimée dans la monnaie de référence.

En conséquence, la forme générale de la relation d'évaluation est la suivante.

$$(5-20) \quad E = \sum_{j=0}^L \lambda_j \underline{1}^j + \sum_{k=1}^K \lambda_k \underline{b}_k^j$$

λ_j : la rentabilité de l'actif sans risque du pays j exprimée dans la monnaie du pays de référence.

Nous avons donc deux relations d'évaluation (5-19) et (5-20) pour le même modèle qui sont équivalentes car

$$b_{ik} = b_{ik}^j + b_{jk}$$

et

$$\lambda_j = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

La différence entre les relations d'évaluation données par ce modèle et celle du modèle précédent, est que dans ce modèle le risque dû au facteur spécifique du taux de change n'est pas apprécié.

Par ailleurs, si on examine les implications de ce modèle, on s'aperçoit que la relation de change à terme est modifiée.

$$\lambda_0 - \lambda_j^j = E(\tilde{s}_j) - \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk}$$

Il en est de même pour le lien entre les primes de risque exprimées dans des monnaies différentes.

En effet,

$$E_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

$$E_i^j = \lambda_j^j + \sum_{k=1}^K \lambda_k^j b_{ik}^j$$

Si l'on considère l'actif k avec $b_{ik} = 1$

$$E_k = \lambda_0 + \lambda_k$$

$$E_k^j = \lambda_j^j - \sum_{k=1}^K \lambda_k^j b_{jk}^j + \lambda_k^j$$

et avec la relation de change à terme

$$E_k^j = \lambda_0 - E(\tilde{s}_j) + \lambda_k^j$$

Or, d'après le changement de variables dans la relation (5-14)

$$E_k = E_k^j + E(\tilde{s}_j) + C_{kj}^j$$

et donc

$$\lambda_k - \lambda_k^j = C_{kj}^j$$

Ainsi, la différence d'évaluation du risque associé au facteur k, due à la monnaie utilisée, est égale à la covariance entre le taux de change et le facteur k considéré.

L'erreur d'évaluation dans ce modèle peut facilement être déduite à partir du développement réalisé dans la section II.

Elle est égale à

$$\langle E (\tilde{\epsilon}_j u'(\tilde{w})) \rangle / \langle E (u'(\tilde{w})) \rangle$$

+

$$\langle E (\tilde{\epsilon}_j^j u'(\tilde{w})) \rangle / \langle E (u'(\tilde{w})) \rangle$$

et l'erreur maximum D est telle que

$$|D| \leq e^{\bar{A}x_i/P} \bar{A} p_i (x_i/P) \text{var}(\tilde{\epsilon}_i^j)$$

+

$$e^{\bar{A}x_j/P} \bar{A} p_j (x_j/P) \text{var}(\tilde{\epsilon}_j)$$

ce qui d'après nos estimations des différents termes donne $|D| \leq 0.16 \%$, l'approximation est donc raisonnable.

CONCLUSION :

L'extension du modèle d'arbitrage au niveau international a permis de déduire certaines relations. D'abord, les rentabilités des différents actifs sont générées par un modèle factoriel à $K + L$ facteurs où les facteurs supplémentaires sont les facteurs spécifiques associés aux taux de change. Ces derniers facteurs sont de plus appréciés.

En dernier lieu, comme dans les modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers, le taux de change à terme est un estimateur biaisé du taux de change comptant futur.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, un calcul de l'erreur d'anticipation de la rentabilité d'un actif par le modèle international d'arbitrage a été effectué. L'approximation est au maximum de 0,08% par an. Ce chiffre est donc relativement faible.

Cependant, dans une troisième section, nous avons remis en question certaines de nos hypothèses. Par exemple, si l'on considère que les réalisations des facteurs communs sont invariantes à la monnaie considérée, les résultats sont profondément modifiés. Ainsi, si des facteurs supplémentaires apparaissent toujours, ces facteurs ne sont plus appréciés et l'erreur d'évaluation du modèle d'arbitrage est alors au maximum de 0,16%.

En conclusion, selon les hypothèses faites sur les facteurs communs, des primes de change existeront ou non. Les erreurs d'évaluation des rentabilités des actifs financiers par ce modèle étant infimes, nous devons tenter maintenant de réfuter empiriquement le modèle international d'arbitrage.

CHAPITRE 6

UNE CONFRONTATION EMPIRIQUE

Le test du modèle international d'arbitrage est assez proche de celui de ROLL et ROSS (1980). Par rapport aux tests nationaux, un facteur supplémentaire dû au changement de monnaie devrait exister. Il serait donc intéressant d'étudier la structure factorielle déterminée au niveau international afin de mettre en évidence ce facteur change où plutôt ces facteurs change. Cependant, cette analyse est très sommaire dans ce chapitre. Elle sera par contre beaucoup plus développée dans la troisième partie sur l'explication économique des facteurs.

Le but de ce chapitre est donc de tester le modèle international d'arbitrage. Cette analyse sera réalisée sur un portefeuille de devises et sur un autre d'actifs sans risque avant de l'effectuer sur un échantillon de 246 valeurs.

I UNE APPROCHE EMPIRIQUE DE LA SPECIFICITE DE L'ENVIRONNEMENT INTERNATIONAL DANS LE CADRE DU MODELE D'ARBITRAGE.

Il a paru nécessaire de tester le modèle avec des actifs particuliers avant de procéder à une analyse empirique plus approfondie. Ces actifs sont les devises et les actifs sans risque des différents pays de notre échantillon. Ces différents examens concernent implicitement les hypothèses faites sur les taux de change et les taux d'intérêt sans risque dans le cadre du modèle international d'arbitrage faites dans le modèle de SOLNIK (1983) et dans le modèle présenté dans le chapitre V. Cette première section constitue en fait une approche de la spécificité de l'environnement international dans le cadre du modèle international d'arbitrage.

En effet, les taux de change sont supposés suivre un modèle factoriel à K facteurs et donc un test préliminaire devrait mettre en évidence que le nombre de facteurs extraits du portefeuille de devises est différent de zéro. Un test de la nullité conjointe des primes de risque déterminées à partir du portefeuille de devises devrait alors être négatif, sinon la poursuite de cette étude internationale serait soumise à caution.

Quant aux taux d'intérêt sans risque domestiques, ils sont dans le cadre du modèle donné, supposés différents. Si cela n'était pas vérifié, les primes de risque déduites à partir de ce portefeuille d'actifs sans risque devraient être nulles. Les résultats de ce test nous permettront de soutenir ou non l'hypothèse selon laquelle un actif sans risque dans un pays est risqué dans un autre.

Il faut noter qu'en fait, ces deux tests sont à peu près équivalents car dire que les taux de change suivent un modèle factoriel résulte de l'hypothèse que les rentabilités des actifs domestiques sans risque exprimées dans la même monnaie sont différentes.

1) Les deux hypothèses testées

a) sur les différentes devises.

On considèrera un portefeuille de devises détenues par un investisseur américain, les rentabilités de ce portefeuille sont donc exprimées en dollars.

Les rentabilités de ce portefeuille seront positives si par exemple les devises voient leur cours augmenter vis à vis du dollar.

Dans le cadre de notre étude, le taux de change est représenté par un actif particulier (devises) dont la rentabilité suit une structure factorielle selon l'équation (5-5).

Dans notre exemple, l'investisseur américain peut acquérir neuf devises (Franc français, Franc belge, Franc suisse, Yen, Dollar canadien, Lire italienne, Livre anglaise, Mark, Florin) dont les rentabilités en dollar sont données par

$$(6 - 1) \quad \tilde{s}_{jt} = E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_{kt} + \tilde{\epsilon}_{jt}$$

$$j \in (1,9)$$

et selon le modèle d'arbitrage, nous aurons

$$(6 - 2) \quad E(\tilde{s}_j) = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk}$$

$$j \in (1,9)$$

Pour valider le modèle d'arbitrage avec ce portefeuille de devises, il faut tester l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque, $H_0: \underline{\lambda} = 0$.

b) sur les actifs sans risque.

Une des hypothèses importantes du modèle international d'arbitrage est que les rentabilités des actifs domestiques sans risque de pays différents sont différentes lorsqu'elles sont exprimées dans la même monnaie. Aussi, pour tester ceci, on peut créer un portefeuille d'actifs sans risque, en calculer les primes de risque et tester si elles sont égales à zéro. En effet, si les primes de risque sont égales à zéro, cela implique que les rentabilités des actifs sans risque sont égales à celle de l'actif sans risque des Etats Unis et donc identiques.

En conclusion, notre analyse empirique consistera à tester la nullité conjointe des primes de risque calculées à partir des deux portefeuilles d'actifs particuliers considérés.

2) La méthodologie et les données.

La méthodologie est identique à celle des tests effectués au niveau national. Son développement ayant été réalisé p 84, elle ne sera pas explicitée ici.

Néanmoins, l'organigramme VI-1 permet de visualiser cette méthodologie appliquée au portefeuille de devises et au portefeuille d'actifs sans risque.

Les données sont constituées :

a) Par les taux de change en fin de période, de janvier 1973 à décembre 1982, pour les neuf devises déjà citées.

Les 119 rentabilités sont calculées pour chaque devise de la manière suivante,

$$R_{jt} = (S_{jt+1} - S_{jt}) / (S_{jt})$$

ORGANIGRAMME VI-1 : METHODOLOGIE DU TEST
Portefeuille de devises et portefeuille
d'actifs sans risque

ECHANTILLON TOTAL

9 devises, 9 actifs sans risque
119 observations

↓

ANALYSE FACTORIELLE

9 devises, 9 actifs sans risque
Observations impaires

↓

TEST DU NOMBRE DE FACTEURS

2 facteurs

↓

DETERMINATION DES SATURATIONS

des 9 devises pour 2 facteurs

↓

$$\text{GLS } \hat{R} = \hat{B} \hat{\lambda} + \hat{\epsilon}$$

estimation des primes de risque

↓

TEST $H_0: \lambda = 0$

b) Pour les actifs sans risque, les rentabilités correspondent aux taux d'intérêt en début de mois sur le marché des euro-devises sauf pour l'Italie où nous avons utilisé le taux de l'argent au jour le jour. Par analogie avec les taux de change, les 119 taux d'intérêt sont observés de janvier 1973 à novembre 1982.

3) Les résultats.

Avant le test proprement dit, le nombre de facteurs et les saturations doivent être calculés. Aussi, examinerons-nous ces résultats en premier.

a) L'extraction des facteurs.

Cette étape se déroule en deux parties : la détermination du nombre de facteurs et ensuite, le calcul des saturations.

a-1) Le nombre de facteurs.

Pour déterminer le nombre de facteurs, le principe du ratio de vraisemblance est utilisé. Ce principe explicité p 52, permet de tester si le nombre de facteurs est suffisant pour reproduire la matrice de covariance. Il faut alors procéder de manière itérative à partir d'un facteur et comparer U_m qui traduit le ratio de vraisemblance (donné par le logiciel) à la statistique du χ^2 pour un seuil de confiance donné α à v degré de liberté.

Si $U_m > \chi^2$, alors un plus grand nombre de facteurs est nécessaire pour reproduire la matrice de covariance. α est ici fixé à 5%. Nous nous apercevons à la lecture du tableau VI-2 que quel que soit le portefeuille considéré, deux facteurs sont suffisants pour reproduire la matrice de covariance.

Etudions maintenant les saturations des actifs sur ces portefeuilles; le tableau VI-4 nous les résume pour les deux portefeuilles constitués.

TABLEAU VI-2 : nombre de facteurs

Nombre de facteurs	Portefeuille de devises		Portefeuille d'actifs sans risque	
	U_m	$X_{v,\alpha}$	U_m	$X_{v,\alpha}$
1	49,41	40	47	40
2	21,8	22 ^a	20	22 ^a

a-2) L'analyse des facteurs et des saturations.

Le tableau VI-3 indique que pour le portefeuille de devises, les deux facteurs expliquent 79% de la variance totale tandis que pour le portefeuille d'actifs sans risque, les deux facteurs expliquent 78,4% de la variance totale. Aussi selon ce critère qui, rappelons-le, n'est pas essentiel dans ce type d'analyse factorielle, les deux facteurs sont nettement suffisants.

TABLEAU VI-3 : variance expliquée

Facteur	Portefeuille de devises	Portefeuille d'actifs sans risque
1	69%	68%
2	10%	10,4%
	Total 79%	78,4%

Par ailleurs, les saturations données dans le tableau VI-4 indiquent que pour le portefeuille de devises, le premier facteur est fortement corrélé aux devises françaises, belges, suisses et allemandes, et faiblement aux devises anglaises, canadiennes et japonaises. Par contre, le deuxième facteur semble surtout lié aux devises japonaises et anglaises. Ainsi, le premier facteur opposerait une zone monétaire européenne à une zone monétaire anglo-saxonne et japonaise, le deuxième reflèterait, lui, un lien entre la livre anglaise et le yen. On peut noter aussi que la lire italienne, d'après l'examen de ces facteurs, est plus proche de la livre anglaise que des autres monnaies européennes.

Pour le portefeuille d'actifs sans risque, l'explication des deux facteurs est identique. Les deux facteurs reflètent les mêmes types d'opposition au niveau des actifs sans risque qu'au niveau des devises. Ceci est en accord avec la théorie car les seules différences entre les structures factorielles des taux de change et des rentabilités des actifs sans risque doivent se trouver au niveau des constantes, voir équation p 152; les saturations devant théoriquement être identiques. La seule différence notable se trouve au niveau des saturations sur le deuxième facteur dans le cas de la BELGIQUE.

En conclusion, les taux de change et les rentabilités des actifs sans risque suivent un modèle à K facteurs.

b) L'estimation des primes de risque

La méthode utilisée pour estimer les primes de risque est celle de ROLL et ROSS (1980) déjà présentée dans la première partie. Le tableau VI-5 donne ces estimations. Le test en F indique sans ambiguïté que l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque est rejetée. Par ailleurs, si l'on compare les primes de risque pour les deux types d'actifs, on s'aperçoit qu'elles ont le même ordre de grandeur et le même

TABLEAU VI-4 : Les saturations

PAYS	Portefeuille de devises		Portefeuilles d'actifs sans risque	
	FACTEUR 1	FACTEUR 2	FACTEUR 1	FACTEUR 2
FRANCE	0,895	0,194	0,904	0,188
ITALIE	0,712	0,352	0,703	0,331
JAPON	0,630	0,503	0,632	0,551
BELGIQUE	0,960	0,017	0,960	-0,008
CANADA	0,320	0,079	0,270	0,009
PAYS-BAS	0,980	-0,029	0,978	-0,051
ROYAUME-UNI	0,671	0,315	0,664	0,271
SUISSE	0,854	0,102	0,846	0,102
RFA	0,982	-0,083	0,978	-0,083

TABLEAU VI-5
Estimation des primes de risque
Portefeuille des devises
(moindres carrés généralisés)

λ_1	λ_2
-0,373 (-5,32)**	-0,591 (-1,39)
DW = 2,2	F = 22**

Estimations des primes de risque
Portefeuille d'actifs sans risque
(moindres carrés généralisés)

λ_1	λ_2
-0,207 (-8,5)**	-0,132 (-0,97)
DW = 2,3	F = 82**

t de student entre parenthèses

** H_0 rejeté à un seuil de 1%

signe. De plus, dans les deux cas, la prime de risque du premier facteur est significativement différente de zéro.

Conclusion :

Les résultats des deux tests réalisés sont favorables à la poursuite du test du modèle international d'arbitrage. En effet, quel que soit le portefeuille considéré, l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque est rejetée. De plus, les saturations et les primes de risque sont semblables pour les devises ou les actifs nationaux sans risque. Ceci est donc en accord avec la théorie.

II LE TEST DU MODELE INTERNATIONAL D'ARBITRAGE

Le test du modèle international d'arbitrage est à peu près équivalent à celui du modèle national d'arbitrage. La seule différence est due au fait que l'échantillon est composé de valeurs de différents pays et qu'il faut exprimer les rentabilités dans la même monnaie. La monnaie de référence est le dollar américain et donc le seul actif sans risque est celui des USA. Il suffit alors de réaliser une analyse factorielle pour extraire les facteurs et de tester si les primes de risque sont différentes de zéro. Malheureusement, la faiblesse des observations (119), par rapport aux variables (246) a rendu impossible la réalisation d'une analyse factorielle en facteurs communs et spécifiques sur l'ensemble des variables.

Une procédure un peu plus complexe a alors été mise en place. Cette nouvelle démarche étant dûe à la particularité de l'échantillon, il a paru nécessaire de décrire les données avant d'explicitier la méthodologie.

Il faut noter que le test présenté ici concerne le modèle élaboré dans les sections I et II du chapitre V. Par contre, si l'on considère le modèle développé dans la section III de ce même chapitre, on s'aperçoit que ce test ne permet pas de les différencier d'après les équations (5-9') et (5-19). En effet, l'analyse factorielle ne permet pas de distinguer s'il y a des facteurs change ou non. Il faudrait donc pour mettre en place un test spécifique au deuxième modèle considérer non pas l'équation (5-19) mais l'équation (5-20).

1) Les données.

Les données sont issues de la banque de données MACFI et sont identiques à celles du tableau III-1 p 75. Cependant, les rentabilités sont exprimées en dollars; les taux de change utilisés sont des taux de fin de période extraits des documents de l'International Financial Statistics. Il faut noter que les actifs sans risque des pays autres que les Etats-Unis ont maintenant leurs rentabilités exprimées en dollars, ces actifs sont maintenant risqués dans cette monnaie. Le nombre de rentabilités observées est de 119, de janvier 1973 à décembre 1982.

En conclusion, l'échantillon se compose de 246 valeurs risquées et d'un taux d'intérêt sans risque. 119 rentabilités sont calculées pour chaque valeur.

2) La méthodologie du test.

Le test a été réalisé selon la méthodologie de ROLL et ROSS (1980). Il se déroule en deux étapes. La première étape a pour but de déterminer les saturations des actifs sur les facteurs alors que la deuxième étape consiste à estimer les primes de risque associées aux facteurs et à tester si elles sont différentes de zéro.

Pour la première étape, les observations impaires (60) sont utilisées et pour la deuxième étape, les observations paires. En effet, les saturations sont estimées avec des biais dans la première étape, il faut donc pour éviter de réintroduire ces biais, utiliser d'autres observations dans la deuxième étape.

a) La constitution d'un sous-échantillon d'actions.

Une analyse factorielle basée sur le principe du maximum de vraisemblance ne pouvait pas s'effectuer sur le total des valeurs car même avec le nombre maximum d'observations, la matrice de covariance-variance est singulière. Comme 60 observations ont été retenues pour la première étape, le sous-échantillon a été limité à cinquante valeurs.

La sélection des valeurs a été réalisée en se basant sur l'importance des différents marchés et aussi sur l'idée que quatre pays dominent le marché mondial : les Etats-Unis, le Japon, la RFA, la Grande Bretagne. Pour chaque pays, les actions ont été sélectionnées par ordre alphabétique. En fait, deux sous-échantillons ont été créés, dont la composition détaillée est donnée dans le tableau (VI - 6). Les actifs domestiques sans risque dans leur pays respectif font partie de l'échantillon B. Aussi, le test du modèle international d'arbitrage sera-t-il effectué deux fois, avec l'échantillon A et avec l'échantillon B.

TABLEAU VI - 6
Composition des échantillons de base

PAYS	ECHANTILLON A	ECHANTILLON B
USA (43)	21 premières	21 dernières
JAPON (29)	12 premières	12 dernières
GB (22)	8 premières	8 dernières
RFA (39)	9 premières	9 dernières

b) La détermination des saturations.

Même si on ne peut pas accomplir l'analyse factorielle, basée sur le maximum de vraisemblance, sur l'ensemble des valeurs, les saturations de celui-ci peuvent cependant être déterminées à partir des saturations de l'échantillon de base.

b-1) La détermination des saturations de l'échantillon de base.

Une analyse factorielle basée sur le maximum de vraisemblance est réalisée. Compte tenu du nombre de facteurs communs déterminés pour les différents pays dans la première partie p 78, le nombre de facteurs communs a été fixé à sept. En effet, il n'était pas judicieux d'utiliser le principe du ratio du maximum de vraisemblance pour déterminer le nombre de facteurs communs, car la différence entre le nombre de valeurs et le nombre d'observations n'était pas suffisante.

Le principe du maximum de vraisemblance a pour but de reproduire la matrice de covariance-variance V de l'échantillon telle que :

$$\hat{V} = \hat{B} \hat{B}' + \hat{D}$$

où V est la matrice de covariance-variance reproduite par le modèle à $K + L$ facteurs (le $K + L$ ième facteur indiquant l'impact du change).

B est la matrice des saturations

D est la matrice diagonale composée des variances des facteurs spécifiques.

B la matrice des saturations de l'échantillon de base est alors calculée.

Il reste maintenant à calculer les saturations des autres valeurs.

b-2) La détermination des saturations sur les autres valeurs.

La méthode proposée est inspirée de celle de CHEN (1982). Les rentabilités des actifs sont exprimées sous la forme factorielle suivante :

$$\tilde{R}_i = E_i + \sum_{k=1}^{K+L} b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i^j$$

$$\begin{aligned} \text{où Cov} (\tilde{f}_k, \tilde{f}_{k'}) &= 0 && \text{si } k \neq k' \\ &= 1 && \text{si } k = k' \\ \text{Cov} (\tilde{\epsilon}_i, \tilde{\epsilon}_{i'}) &= 0 && \text{si } i \neq i' \\ &= 1 && \text{si } i = i' \end{aligned}$$

Le facteur K+L est en fait un facteur change.

Ainsi pour deux actifs distincts p et i la covariance est égale à :

$$\begin{aligned} (6 - 1) \quad \text{cov} (\tilde{R}_p, \tilde{R}_i) &= \text{Cov} (E_p + \sum_{k=1}^{K+L} b_{pk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_p^j, \\ &E_i + \sum_{k=1}^{K+L} b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i^j) \end{aligned}$$

Or, E_p et E_i ne sont pas des variables aléatoires;

$$(6 - 2) \quad \text{Cov} (\tilde{R}_p, \tilde{R}_i) = \sum_{k=1}^{K+L} b_{pk} b_{ik}$$

Comme la matrice de covariance des rentabilités de tous les actifs ainsi que celle des saturations des actifs de base sont connues, nous pouvons calculer la matrice des saturations des actifs restants.

Sous forme matricielle,

(6 - 3)

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1K+L} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{p1} & \dots & b_{pK+L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{i1} \\ \vdots \\ b_{iK+L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}(R_1, R_i) \\ \vdots \\ \text{cov}(R_p, R_i) \end{bmatrix}$$

Le nombre des actifs de base est de cinquante et celui des actifs restants de cent quatre vingt seize; or sept facteurs sont extraits, (6 - 3) s'écrit alors:

$$(6 - 4) \quad \begin{matrix} A & \times & B & = & C \\ (50 \times 7) & & (7 \times 196) & & (50 \times 196) \end{matrix}$$

et donc

$$(6 - 5) \quad B = A^{-1} \times C$$

Or A est une matrice rectangulaire. Pour l'inverser, la méthode de MOORE et PENROSE est utilisée. Ainsi :

$$(6 - 6) \quad A^{-1} = (A'A)^{-1} A'$$

si $(A'A)^{-1}$ est non singulière.

et donc

$$(6 - 7) \quad B = (A'A)^{-1} A' C$$

Les saturations sont connues, il faut maintenant estimer les primes de risque. Il faut signaler qu'une autre méthode possible pour calculer les saturations est d'estimer les réalisations des facteurs communs à partir des cinquante valeurs de base et ensuite de régresser les rentabilités (ici, impaires) sur ces facteurs.

c) L'estimation des primes de risque.

L'hypothèse de base étant justifiée,

$$(6 - 8) \quad \tilde{R}_t = \underline{E} + \underline{B} \tilde{f}_t + \tilde{\underline{E}}_t^j$$

\tilde{R}_t : Le vecteur colonne des rentabilités aléatoires de dimension $(N \times 1)$ en t , il y a N actifs risqués.

\underline{E} : le vecteur colonne des rentabilités anticipées de dimension $(N \times 1)$.

\tilde{f}_t : le vecteur colonne des réalisations des facteurs communs en t de dimension $(K + L) \times 1$ en t .

\underline{B} : la matrice des saturations de dimension $(N \times K+L)$

$\tilde{\underline{E}}_t^j$: le vecteur colonne des réalisations des facteurs spécifiques en t de dimension $(N \times 1)$.

La relation à tester d'après le modèle international d'arbitrage est :

$$(6 - 9) \quad \underline{E} = \lambda_0 + \underline{B} \lambda$$

où λ est le vecteur colonne des primes de risque de dimension $(K+L) \times 1$

et λ_0 la rentabilité de l'actif sans risque.

L'hypothèse à tester est donc :

$$H_0 : \lambda_0 \neq R_f$$

et

$$\lambda = 0$$

Une régression simple par la méthode des moindres carrés ordinaires de E sur B étant sujette à caution comme cela a été indiqué dans la première partie p 86, ROLL et ROSS (1980) ont proposé pour résoudre ce problème, d'utiliser une méthode de moindres carrés généralisés où V la matrice de covariance-variance des résidus est estimée par $BB' + D$.

Malheureusement, cette méthode n'est pas utilisable car V est une matrice singulière; le nombre d'observations (60) est inférieur au nombre de variables (246). Une méthode intermédiaire est donc proposée.

Dans un premier temps, nous effectuerons une régression simple des moindres carrés ordinaires et examinerons la matrice de covariance-variance des résidus, afin de vérifier si elle respecte les hypothèses traditionnelles des moindres carrés ordinaires.

En particulier, si l'on se base sur les travaux de ROLL et ROSS, il faut vérifier s'il existe une autocorrélation et une hétéroscédasticité des résidus. L'organigramme (VI - 7) donne un résumé de la méthodologie suivie et ainsi les résultats des tests peuvent être explicités.

ORGANIGRAMME VI - 7
Méthodologie du test

ECHANTILLON TOTAL
246 actifs risqués
1 actif sans risque
119 observations

↓

SELECTION
ECHANTILLONS DE BASE A et B
50 valeurs
119 observations

↓

ANALYSE FACTORIELLE
50 valeurs, observations impaires
DETERMINATION DES SATURATIONS
des 50 valeurs pour 7 facteurs

↓

DETERMINATION DES SATURATIONS
des 196 derniers actifs risqués

↓

MCO $\hat{R} = \hat{\lambda}_0 + \hat{B} \hat{\lambda} + \hat{\epsilon}$
estimation des primes de risque

↓

MCG $\hat{R} = \hat{\lambda}_0 + \hat{B} \hat{\lambda} + \hat{\eta}$
Correction de l'hétéroscédasticité
estimation des primes de risque

↓

TEST : $H_0 : \lambda = 0$
et
 $\lambda_0 = R_f$

3 : Les résultats

Avant de donner les résultats du test proprement dit, nous pouvons examiner les saturations.

a) Les saturations.

Deux points intéressants de l'étude des saturations et des facteurs doivent être examinés. Ce sont respectivement la variance de l'ensemble des données expliquée par les facteurs et les corrélations entre les facteurs et les variables.

a-1) La variance expliquée.

Le tableau VI-8 donne pour les échantillons A et B la variance expliquée par les facteurs. Comme dans le cadre national, le premier facteur a une part importante dans l'explication des données, 25%. Le deuxième facteur a, par contre, un poids plus important que dans les analyses nationales. Une tentative d'interprétation de ce dernier point sera donnée à propos de l'explication des liens entre les facteurs et les variables.

Les sept facteurs permettent d'expliquer 67,5% de la variance, dans les deux échantillons. A partir de l'examen de la variance, la décision de retenir seulement sept facteurs semble raisonnable. En effet, le septième facteur explique seulement 3% de la variance. Cependant, il est à noter que l'analyse factorielle utilisée n'a pas pour but de maximiser la variance expliquée mais plutôt de maximiser les corrélations entre les variables et les facteurs. C'est pour cela que l'étude des liens entre les facteurs et les variables est la plus importante.

b-2) Les liens entre les facteurs et les variables.

L'examen des deux matrices de saturation (tableaux VI-9 et VI-10) indique que le facteur 1 est

TABLEAU VI - 8
Variance de l'ensemble des données expliquée par
les facteurs

FACTEUR	ECHANTILLON A	ECHANTILLON B
1	24,7%	25,7%
2	16,2%	16,0%
3	8,5%	8,1%
4	7,3%	6,4%
5	4,1%	4,1%
6	3,6%	3,9%
7	3,2%	3,2%
total	67,5%	67,5%

TABLEAU VI-9
SATURATIONS ECHANTILLON A.

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6	FACTOR 7
R 1	AETNA LIFE	0.27454	0.62844	-0.11810	-0.30722	-0.13997	0.03306	0.37456
R 2	ALUMINIUM CO OF AMERICA	0.09577	0.07637	0.25770	0.23987	0.25570	0.34758	-0.12976
R 3	AMERICAN EXPRESS	0.51639	0.68770	-0.09492	-0.16482	-0.14585	-0.09029	0.04954
R 4	AMERICAN HOME PRODUCTS	0.52386	0.57916	-0.04841	-0.07332	-0.10752	-0.27865	-0.04814
R 5	AMERICAN HOSPITAL SUPPLY	0.36043	0.70489	0.05483	0.02883	-0.07144	-0.05435	0.00524
R 6	AMERICAN TEL et TEL	0.34082	0.48870	0.10321	-0.33059	0.16759	0.09857	0.10719
R 7	ATLANTIC RICHFIELDS	0.18824	0.55790	0.07190	0.26645	-0.01312	0.41959	0.20719
R 8	DAVON PRODUCTS	0.54182	0.51834	0.11664	-0.11348	-0.09685	-0.01824	0.03295
R 9	BAKER INT	0.31279	0.54998	-0.16799	0.27361	0.00867	0.41655	-0.17884
R 10	BAXTER TRAVENOL LABS	0.51650	0.72370	-0.03706	-0.04155	-0.17585	-0.16683	-0.03768
R 11	BLACK et DECKER	0.58537	0.57688	0.09559	0.04795	0.07170	-0.07929	-0.07106
R 12	BOEING	0.46933	0.36185	0.26498	-0.04429	-0.00413	0.21327	-0.21919
R 13	CARTERPILLAR TRACTOR	0.43012	0.51598	0.17775	-0.13694	0.04836	0.03407	0.15400
R 14	CITICORP	0.34652	0.59564	0.03012	-0.12386	0.03237	-0.03209	-0.30559
R 15	COCA COLA	0.55490	0.57422	0.10805	-0.10472	-0.21847	-0.08484	-0.00338
R 16	CONTROL DATA	0.55684	0.39646	0.36663	0.18083	0.14187	-0.01643	-0.20428
R 17	DELTA AIR LINES	0.40000	0.37169	0.17959	-0.05733	0.12828	-0.10124	0.06145
R 18	DIGITAL EQUIPMENT	0.35429	0.24341	0.43365	0.19843	0.15046	0.29152	-0.34389
R 19	DOW CHEMICAL	0.45881	0.66907	0.06321	0.15979	0.10972	0.04073	-0.00849
R 20	EASTMAN KODAK	0.51714	0.42649	0.26856	0.14435	-0.00553	-0.10171	-0.15392
R 21	EXXON	0.40361	0.50549	0.07277	0.21514	0.27387	0.30263	0.27950
R 22	AJINOMOTO	0.65182	-0.43845	0.25786	-0.17158	-0.00474	-0.24573	0.06590
R 23	CANON	0.28040	-0.35536	0.32769	-0.41574	0.19605	0.07581	-0.15223
R 24	DAIICHI SEIYAKU	0.39885	-0.27708	0.07530	0.25598	-0.36639	0.09969	-0.18142
R 25	FUJI ELECTRIC	0.48511	-0.25310	0.06786	-0.45150	0.17656	0.23545	0.07306
R 26	FUJI PHOTO	0.37341	-0.16994	0.45546	-0.51083	-0.02400	-0.02657	-0.10943
R 27	FUJI JAWA PHARMACEUTICAL	0.50053	-0.36872	0.28134	0.22223	-0.00265	-0.10100	-0.05173
R 28	FUJITJU	0.57786	-0.30500	0.32621	-0.36752	-0.02170	-0.21005	-0.09068
R 29	HITACHI	0.53460	-0.30955	0.28181	-0.52685	0.32486	0.01589	0.01440
R 30	KASHIYAMA	0.55556	-0.48961	0.45183	0.21098	-0.33817	0.07892	0.07957
R 31	KYOWA FERMENTATION	0.33505	-0.28195	0.09652	-0.23374	-0.00867	0.05727	0.05570
R 32	MARUI	0.58105	-0.33685	0.28032	-0.01630	-0.36251	-0.08579	-0.03974
R 33	HASUSHITA ELECTRIC IND	0.44087	-0.26607	0.43201	-0.37511	0.13225	0.08512	-0.07791
R 34	BARCLAYS BANK	0.53859	-0.29857	0.21197	0.38350	0.27057	-0.23031	0.00026
R 35	BEECHAM GROUP	0.58947	-0.08967	0.10771	0.36343	0.26486	-0.27991	0.05165
R 36	BRITISH PETROLEUM	0.34488	-0.02276	0.29215	0.49048	0.12750	0.17297	0.22118
R 37	BURMAN OIL	0.41917	-0.08587	0.18831	0.13282	0.19864	0.00996	0.28958
R 38	CONSILDATET GODFIELDS	0.23305	-0.01777	0.27536	0.20509	0.16520	-0.00985	0.18458
R 39	DELARUE	0.25708	-0.30062	0.22122	0.28116	0.14236	-0.05885	0.20137
R 40	DISTILLERS	0.55924	-0.09093	0.07524	0.34074	0.49237	-0.16316	0.07095
R 41	FIJONS	0.34443	-0.08170	0.13895	0.46683	0.24029	-0.32075	0.00592
R 42	ALLIANZ VERSICHERUNG	0.73891	-0.23237	-0.37348	0.06584	-0.04183	0.01030	0.04016
R 43	BADISHE ANILIN et SODA	0.50190	-0.18058	-0.46724	0.02535	0.10684	0.03719	0.09662
R 44	BAYER	0.50825	-0.30424	-0.35838	-0.04452	0.06027	-0.09670	0.09626
R 45	BAYER HIPO et N. BANK	0.66347	-0.32807	-0.47379	0.09511	0.06822	0.01653	-0.07556
R 46	BMW	0.55729	-0.10966	-0.30702	0.05519	0.14949	-0.04664	-0.04406
R 47	BAYERISHE VEREINSBANK	0.62005	-0.21860	-0.58691	-0.00815	-0.02964	0.15661	-0.07744
R 48	BHE - BANK	0.66143	-0.25384	-0.47616	0.03015	0.02131	0.12791	-0.14144
R 49	AIRFINGER	0.38454	-0.06371	-0.17142	-0.21584	-0.00698	0.15490	0.51163
R 50	COMMERIBANK	0.64893	-0.29108	-0.62693	-0.03291	-0.05262	-0.01324	-0.00960

TABLEAU VI-10
SATURATIONS ECHANTILLON B.

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6	FACTOR 7
R 1	GENERAL ELECTRIC	0 58489	-0 57272	-0 10787	0 17593	0 13274	0 03809	0 05693
R 2	GENERAL FOODS	0 52957	-0 37564	0 02755	0 20921	0 26322	0 18597	-0 21743
R 3	GENERAL MOTORS	0 31284	-0 23910	-0 32445	0 16761	0 33792	0 08223	0 21438
R 4	GETTY OIL	0 27635	-0 28990	-0 08492	-0 16276	-0 54847	0 41370	-0 14961
R 5	HALLIBURTON	0 56846	-0 37017	0 20060	0 04030	-0 37347	0 30477	-0 01265
R 6	HEWLETT - PACKARD	0 58722	-0 50147	-0 07903	-0 03577	0 10852	0 03492	0 08651
R 7	INTEL	0 53412	-0 54337	0 11044	-0 33246	-0 05379	-0 01819	0 02550
R 8	IBM	0 69692	-0 33408	0 00575	-0 14628	0 04984	-0 10932	-0 10546
R 9	INTERNATIONAL PAPER	0 38966	-0 56240	-0 02127	-0 06057	0 07809	0 30903	0 26710
R 10	JOHNSON et JOHNSON	0 65652	-0 38591	-0 05853	0 15890	0 21781	-0 15523	-0 05252
R 11	KERR Mc GEE	0 60155	-0 42675	0 14301	-0 00782	-0 36801	0 21173	-0 08060
R 12	LILY	0 57939	-0 32992	-0 01236	0 13106	-0 05867	-0 26095	-0 36235
R 13	LOCKHEED CORP	0 46481	-0 27288	-0 25435	-0 04098	0 00750	-0 14012	-0 11148
R 14	Mc DONALD'S	0 56847	-0 62842	0 01102	-0 04798	0 05837	-0 13799	0 10751
R 15	Mc GRAWHILL	0 54970	-0 05867	-0 22176	0 04702	0 22997	0 00835	-0 02265
R 16	MERCK	0 70216	-0 42925	-0 12259	0 04497	-0 06021	-0 31813	-0 20901
R 17	MERRYL LYNCH	0 40175	-0 39427	-0 22361	-0 04975	0 23052	0 30980	-0 00165
R 18	MINNESOTA MINING	0 61305	-0 58020	-0 02182	0 10965	0 02115	-0 17953	0 12818
R 19	MOBIL CORP	0 20615	-0 24250	0 04695	-0 17296	-0 12555	0 28313	0 21707
R 20	MONJANTO	0 51224	-0 41584	-0 21123	-0 06729	0 14864	0 16061	0 21267
R 21	MOREAU J-P	0 36351	-0 54453	-0 15919	0 01671	-0 11609	0 05342	0 02746
R 22	NIPPON KOKAN	0 42137	0 37109	0 03626	0 17482	0 19824	0 03010	0 10991
R 23	RICOH	0 40308	0 34313	-0 50700	0 24712	0 07786	0 21419	-0 00407
R 24	SHARP	0 41219	0 28231	-0 13314	0 42729	0 34662	0 39720	-0 01304
R 25	SONY	0 55914	0 13889	-0 04601	-0 01926	0 11665	-0 08796	0 19443
R 26	SHIMADZU SEISAKUSHO	0 43978	0 46902	0 04760	0 42310	0 04636	0 00277	-0 21915
R 27	SOMITOMO ELECTRIC	0 38496	0 40106	-0 04320	0 29784	0 23314	-0 07242	-0 01698
R 28	TDK ELECTRONICS	0 32005	0 17957	-0 39177	0 13112	0 38873	0 30413	0 04430
R 29	TOKIO MARINE et FIRE	0 46461	0 52920	-0 16780	0 10062	0 11388	-0 09149	-0 22641
R 30	TOSHIBA CORP	0 45078	0 39271	-0 12699	0 18894	0 45920	-0 00805	0 03577
R 31	TORAY	0 40433	0 40736	0 09952	0 26820	0 29874	-0 12304	-0 01308
R 32	TOYOTA MOTOR	0 46121	0 42200	-0 69042	-0 01568	-0 25563	-0 03268	0 05721
R 33	ACTIF SANS RISQUE JAPON	0 35459	0 48145	0 12661	0 30370	-0 09602	-0 07620	-0 25451
R 34	ICL	0 34671	0 19577	0 16887	-0 40414	0 14940	0 39247	-0 14699
R 35	IMPER CHEMICAL INDUSTRIES	0 55828	0 38754	0 00085	-0 54065	0 21370	0 08306	-0 12254
R 36	IMPERIAL GROUP	0 54670	0 25143	0 36098	-0 32172	0 27399	0 06713	-0 02024
R 37	LAND SECURITIES	0 46539	0 42281	0 20055	-0 48032	-0 01750	-0 02703	0 18682
R 38	MARKS et SPENCER	0 52083	0 18950	0 07800	-0 57295	0 02636	-0 31179	0 00338
R 39	PLESSEY	0 52691	0 20861	0 09244	-0 37787	0 13715	-0 01959	-0 06434
R 40	ROYAL BANK OF SCOTLAND	0 54708	0 29686	0 07007	-0 51675	0 14745	0 00483	0 08053
R 41	ACTIF SANS RISQUE GB	0 40341	0 39607	0 40707	-0 06071	-0 05914	0 11605	-0 41796
R 42	PREUSSAG	0 46785	0 24629	0 32743	0 06575	-0 26644	0 17320	0 28806
R 43	R.W.E.	0 56906	0 32968	0 49840	0 08684	-0 14135	0 05878	-0 03545
R 44	SCHERING	0 58525	0 21366	0 50300	0 16446	-0 03337	0 00672	0 18718
R 45	SIEMENS	0 59390	0 30765	0 43110	0 11584	-0 11906	-0 01562	0 10499
R 46	THYSSEN	0 44284	0 24083	0 42330	0 14510	-0 02361	-0 15875	0 13368
F 47	VEBA	0 54883	0 29621	0 39625	0 20752	-0 09724	0 08564	0 09954
R 48	VER-EL-WERKE WESTFALEN	0 56159	0 18870	0 41665	0 26426	-0 01039	-0 08827	0 20996
R 49	VOLKSWAGEN	0 31924	0 36576	0 27433	0 21774	-0 18664	-0 24239	0 50368
R 50	ACTIF SANS RISQUE RFA	0 35894	0 39693	0 46573	0 27906	-0 31060	0 00667	-0 19482

un facteur général. Toutes les rentabilités se modifient dans le même sens lorsque la réalisation du facteur 1 change. Par contre, le facteur 2, quel que soit l'échantillon, indique qu'il y a une opposition entre les rentabilités des valeurs américaines et les rentabilités des autres valeurs. De plus, ce facteur explique 16% de la variance des données alors qu'habituellement dans les analyses nationales, le deuxième facteur explique 9% de la variance des données.

Or, toutes les rentabilités sont exprimées en dollars. Les rentabilités des valeurs non américaines ont donc été converties. Il est possible que ce deuxième facteur reflète le comportement spécifique du dollar par rapport aux autres monnaies. Théoriquement, seuls les facteurs spécifiques des taux de change pourraient modifier la structure factorielle. En conséquence, il devrait y avoir autant de facteurs supplémentaires que de facteurs spécifiques associés au taux de change. Ce deuxième facteur traduit peut-être l'ensemble (ou certains) de ces facteurs spécifiques. Ce problème soulevé constitue déjà une première étape dans l'explication économique des facteurs.

Quant aux autres facteurs, leur interprétation est beaucoup plus difficile. Par exemple, le facteur 3 pour l'échantillon A et le facteur 5 pour l'échantillon B sont corrélés négativement aux valeurs allemandes et à quelques valeurs américaines, et positivement aux autres. Les autres facteurs sont difficilement explicables. La troisième partie de l'étude permettra peut-être une interprétation plus fine.

b) Le test.

$E \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{R}_t \right)$ a été régressé sur les saturations

déterminées dans la première étape. Les observations utilisées sont les 59 observations paires. Cette première régression par la méthode des moindres carrés ordinaires a révélé la présence d'hétéroscédasticité. Les autres problèmes tels que la multicollinéarité des variables explicatives et l'autocorrélation des résidus ne se posent pas. Le test de l'homoscedasticité est celui de GLESSER où on régresse la valeur absolue des résidus sur les variables explicatives et ensuite, on teste si les coefficients de régression sont égaux à zéro. Pour corriger l'hétéroscédasticité, l'estimation théorique de la matrice de covariance-variance des résidus par $BB' + D$ est utilisée. Ainsi la diagonale de $BB' + D$ est composée de variances estimées des différentes variables. Il suffit alors de diviser les variables par leur écart-type respectif.

Ainsi, une simplification satisfaisante de la méthode des moindres carrés généralisés de ROLL et ROSS est obtenue. Pour les échantillons A et B, les résultats sont donnés respectivement dans les tableaux VI-11 et VI-12. Afin d'éviter certaines critiques sur la faiblesse des échantillons des pays tels que l'Italie, le Canada et la Belgique, les régressions sont répétées sur l'ensemble des valeurs des autres pays.

Le test se subdivise en deux parties : un test de la linéarité de la relation (6 - 9) et un test selon lequel la constante est égale à la rentabilité de l'actif sans risque.

b-1) Le test de nullité conjointe des primes de risque.

Les deux tableaux indiquent que le test général en F permet de rejeter l'hypothèse de nullité conjointe des primes de risque. La relation (6 - 9) du modèle international d'arbitrage est donc vérifiée. Des tests en t de STUDENT permettant de tester si une

TABLEAU VI-11 GLS ECHANTILLON A

ECHANTILLON	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
ENSEMBLE	0,288 (5,50)* F=5*	-0,076 (-2,49)*	-0,011 (-0,47)	0,157 (5,07)* DW =1,65	-0,024 (-0,63)	-0,053 (-1,19)	0,020 (0,45)	0,052 (1,11)
50	-0,089 (2,70)* F=2,5*	0,029 (0,34)	-0,021 (-0,72)	0,103 (2,56)* DW =1,89	-0,071 (-1,58)	-0,065 (-0,95)	0,179 (2,34)*	0,086 (1,20)
ENSEMBLE -IT-CAN	-0,069 (5,45)* F=3,04*	0,0065 (0,15)	-0,012 (-0,5)	0,138 (4,25)* DW =1,68	-0,025 (-0,64)	-0,069 (-1,45)	0,062 (1,22)	0,046 (0,92)
ENSEMBLE -IT-CAN -BEL	0,247 (3,70)* F=3,5*	-0,053 (-1,23)	-0,022 (-0,95)	0,136 (4,49)* DW =1,93	-0,008 (-0,21)	-0,095 (-2,10)*	0,0213 (0,45)	0,026 (0,55)

* H_0 rejetée à un seuil de 5%

pour $H_0 : \lambda_0 = R_F$

$\lambda = 0$

TABLEAU VI-12 GLS ECHANTILLON B

ECHANTILLON	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
ENSEMBLE	0,317 (5,16)* F=5*	-0,067 (-2,15)*	-0,008 (-0,33)	-0,044 (-1,18) DW = 1,69	-0,036 (-1,08)	0,155 (3,60)*	0,097 (2,22)*	-0,073 (-1,62)*
50	0,121 (2,06)* F=0,53	-0,010 (0,11)	0,028 (0,77)	-0,031 (-0,49) DW = 1,89	0,077 (1,49)	0,115 (1,55)	0,180 (2,17)*	-0,148 (-1,75)*
ENSEMBLE -IT-CAN	-0,025 (5,26)* F=2,78*	0,005 (0,121)	0,005 (0,197)	-0,039 (-0,96) DW = 1,70	-0,008 (-0,23)	0,117 (2,49)*	0,118 (2,42)*	-0,071 (-1,49)
ENSEMBLE -IT-CAN -BEL	0,293 (3,28)* F=2,84*	-0,061 (-1,38)	-0,009 (-0,36)	-0,032 (-0,85) DW = 1,91	-0,011 (-0,35)	0,134 (3,00)*	0,052 (1,10)	-0,074 (-1,62)*

* H_0 rejetée à un seuil de 5%.

pour λ_0 , $H_0 : \Delta_0 = R_F$

$\Delta = 0$

prime de risque est différente de zéro indiquent que plusieurs primes de risque sont différentes de zéro. Ces résultats sont donnés avec les réserves faites par DHRYMES, FRIEND et GULTEKIN (1984).

Pour l'échantillon A, le facteur 3 est systématiquement apprécié alors que selon les valeurs étudiées, les facteurs 1, 5 et 6 sont appréciés. Le deuxième facteur apparemment lié aux taux de change n'est pas apprécié quel que soit l'échantillon.

Pour l'échantillon B, le facteur 1 est aussi apprécié sur l'ensemble des valeurs. Les facteurs 5, 6 et 7 le sont trois fois sur quatre. Ces résultats soutiennent le modèle international d'arbitrage.

Ils sont en général plus significatifs que ceux donnés au niveau national. Ceci est dû à notre avis à la taille nettement supérieure de l'échantillon international, car ce modèle est basé sur le principe d'arbitrage qui s'applique de façon plus satisfaisante lorsque le nombre d'actifs est grand.

b-2) La constante.

Le test d'hypothèse $H_0 : \lambda_0 = R_f$ indique que pour les deux échantillons, cette hypothèse est rejetée avec l'estimation exogène du taux d'intérêt sans risque R_f dont la rentabilité mensuelle moyenne est de 0,87%.

CONCLUSION :

Dans une première section de ce chapitre, nous avons vérifié si les taux de change et les rentabilités des actifs sans risque suivaient, comme supposé dans le chapitre V, un modèle factoriel. Cette hypothèse étant plausible d'après l'examen de nos différents tests, nous avons pu procéder à l'analyse empirique du modèle international d'arbitrage proposé dans le chapitre V; ceci sur deux échantillons.

Après certaines corrections des problèmes économétriques soulevés lors de l'estimation des primes de risque, cette analyse a été réalisée et nos résultats indiquent que le modèle n'est pas rejeté. Ces résultats sont en fait plus satisfaisants que ceux obtenus dans le cadre national. Cependant, ces tests rejettent l'hypothèse selon laquelle la constante est égale à la rentabilité de l'actif sans risque. Il est possible que ceci soit lié à l'approximation de la relation fondamentale du modèle d'arbitrage.

CHAPITRE 7

L'INTEGRATION FINANCIERE

Lorsqu'un bien n'a pas le même prix dans des pays différents, les marchés sont dits segmentés. La loi du prix unique n'est donc pas vérifiée dans ce cas. Ceci peut être dû à des droits de douane, à des coûts de transport, etc.. Souvent, ces distinctions sont faites au niveau des nations. Cependant, la segmentation peut exister au niveau national. Il suffit en fait que certains groupes d'individus n'aient pas accès aux différents biens dans les mêmes conditions. La segmentation peut exister aussi bien sur les marchés de biens que sur les marchés financiers. Néanmoins, les marchés financiers peuvent être segmentés sans que les marchés des biens le soient; ceci étant dû, par exemple, à des contraintes imposées par les gouvernements sur la circulation des capitaux.

Savoir si les marchés financiers sont segmentés ou intégrés est un objectif important des recherches en finance internationale.

Dans ce but, plusieurs types d'études existent. Les deux approches importantes sont celles basées sur l'analyse de la formation des prix des actifs et celles basées sur la consommation des individus. Nous proposerons alors une méthode qui découle de celles basées sur les prix des valeurs.

Il est nécessaire tout d'abord de définir l'intégration financière sous la forme la plus générale. Aussi, les marchés des actifs financiers seront dits parfaitement intégrés si deux actifs (existants ou hypothétiques) dont les rentabilités sont parfaitement corrélées dans une monnaie donnée, mais appartenant à des pays différents, ont des rentabilités anticipées identiques dans cette monnaie. A contrario, les marchés sont dits segmentés.

Le chapitre sera divisé en trois sections. La première section consacrée à une présentation générale des analyses de l'intégration à partir des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers, la

deuxième à un développement de l'approche de l'intégration à partir du modèle international d'arbitrage et la dernière à un test de cette approche.

I LA SEGMENTATION ET LES MODELES INTERNATIONAUX D'EQUILIBRE DES ACTIFS FINANCIERS

Le but est de savoir si les actifs financiers sont mieux évalués par un modèle international que par un modèle national. Le test consiste donc à opposer le MEDAF international au MEDAF traditionnel. En effet, tout MEDAF national est basé implicitement sur le fait que les marchés financiers sont segmentés. Par opposition, tout test d'un MEDAF international est alors un test de l'intégration financière. Respectivement, SOLNIK (1974) et STHELE (1977) ont testé si les actifs risqués étaient évalués internationalement ou nationalement. Afin d'avoir un exemple de ce type de test, nous présenterons celui de STHELE.

La méthodologie du test de STHELE est la suivante. Tout d'abord, si l'on reprend les deux modèles, nous avons les deux relations suivantes :

- Dans le cadre international, l'équilibre entre les actifs est caractérisé par une relation linéaire entre les rentabilités anticipées $E(\tilde{R}_i)$ des actifs d'un pays L et les coefficients de volatilité de ses actifs vis-à-vis du portefeuille de marché international.

Soit pour l'actif i

$$(7 - 1) \quad E(\tilde{R}_i) = R_f + B_{iM}(E(\tilde{R}_M) - \tilde{R}_f)$$

$$\text{avec } B_{iM} = \text{Cov}(\tilde{R}_M, \tilde{R}_i) / \text{Var}(\tilde{R}_M),$$

appelé le Bêta international.

\tilde{R}_M : la rentabilité sur le portefeuille de marché international.

R_f : la rentabilité de l'actif sans risque supposé identique pour tous les pays.

\tilde{R}_i : la rentabilité de l'actif i.

- Par contre, au niveau national, les rentabilités anticipées des actifs sont linéairement reliées à leurs coefficients de volatilité vis-à-vis du portefeuille de marché domestique.

$$(7 - 2) \quad E(\tilde{R}_i) = R_f + B_{iD}(E(\tilde{R}_D) - R_f)$$

avec $B_{iD} = \text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_D) / \text{Var}(\tilde{R}_D)$,
appelé le Bêta domestique.

\tilde{R}_D : la rentabilité sur le portefeuille
de marché domestique.

Le rejet d'un modèle en faveur de l'autre est alors effectué comme suit :

a) L'intégration est rejetée si un bêta domestique (orthogonal au bêta international) est apprécié en plus dans l'équation (7 - 1).

b) La segmentation est rejetée si un bêta international (orthogonal au bêta domestique) est apprécié en plus dans l'équation (7 - 2).

Ainsi, l'intégration sera rejetée si δ_2 est significativement différent de zéro dans l'équation.

$$(7 - 3) \quad \hat{R}_i = \hat{\delta}_0 + \hat{B}_{iM}\hat{\delta}_1 + \hat{B}_{i2}\hat{\delta}_2$$

$$\hat{B}_{i2} = \text{Cov}(\hat{e}_{iM}, \hat{R}_D) / \text{Var}(\hat{R}_D)$$

\hat{e}_{iM} : le vecteur des résidus de la régression.

$$(7 - 4) \quad \hat{R}_{it} = \hat{\alpha} + \hat{B}_{iM} \hat{R}_{Mt} + \hat{e}_{it}$$

Par contre, la segmentation sera rejetée si $\hat{\alpha}_3$ est significativement différent de zéro dans l'équation

$$(7 - 5) \quad \hat{R}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{B}_{iD} \hat{x}_1 + \hat{B}_{i3} \hat{x}_3$$

$$\text{où } \hat{B}_{i3} = \text{Cov}(\hat{e}_{iD}, \hat{R}_M) / \text{Var}(\hat{R}_M)$$

et \hat{e}_{iD} est le vecteur des résidus de la régression.

$$(7 - 6) \quad \hat{R}_{it} = \hat{\alpha} + \hat{B}_{iD} \hat{R}_{Dt} + \hat{e}_{it}$$

Les résultats de STEHLE sont les suivants :

$$(7 - 3') \quad \hat{R}_i = 0,00437 + 0,00096 \hat{B}_{iM} - 0,0017 \hat{B}_{i2}$$

(1,97) (0,23) (-0,5)

et

$$(7 - 5') \quad \hat{R}_i = 0,0422 + 0,00117 \hat{B}_{iD} + 0,0028 \hat{B}_{i3}$$

(1,73) (0,27) (0,92)

Les deux coefficients $\hat{\alpha}_2$ et $\hat{\alpha}_3$, d'après les t de Student donnés entre parenthèses, ne sont pas significativement différents de zéro. Le test ne permet donc pas de trancher entre l'intégration et la segmentation.

De plus, comme le fait remarquer SOLNIK (1977), les tests des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers sont soumis à la même critique que les tests du MEDAF; c'est à dire qu'ils se réduisent en fait à un test de l'efficacité du portefeuille de marché utilisé, ROLL (1977). Cependant, dans le cas du test de l'intégration et de la segmentation, un deuxième problème se pose selon SOLNIK (1977), les tests ne permettront pas de choisir entre ces alternatives.

Pour démontrer ceci, SOLNIK explique que si l'on suppose que l'évaluation des actifs financiers est exactement domestique et donc que les marchés financiers sont strictement segmentés, comme d'autre part les covariances entre les différents marchés sont faibles, tout test de l'intégration ne sera pas rejeté.

Alors, pour éviter ceci, SOLNIK propose que les tests soient basés sur des modèles où le type de segmentation et leur impact sur le choix du portefeuille soient explicités. C'est ce qu'ont réalisé BLACK (1975), BANZ (1976) et plus récemment STULZ (1981).

Pour ce dernier, il serait surprenant que les marchés soient totalement intégrés comme les MEDAF internationaux le supposent ou totalement segmentés comme dans le cas des MEDAF. Aussi, dans son modèle, STULZ représente la segmentation par un coût attaché à la détention et la vente à découvert d'un actif étranger. Ce coût peut alors se moduler selon les hypothèses faites sur la segmentation; par exemple, s'il n'y a pas de segmentation, ce coût est nul. Ce modèle est donc plus général que celui de BLACK où le coût est lié à la position nette sur les actifs étrangers.

Dans le cas particulier où ce coût existe uniquement pour les investisseurs domestiques et sur les actifs étrangers, les conclusions de STULZ sont les suivantes :

a) En présence de barrière à l'investissement international, il existe des actifs étrangers risqués qui ne sont pas négociés, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas détenus par les investisseurs domestiques même dans le cas où leurs rentabilités anticipées augmenteraient légèrement.

b) Dans chaque région, tous les investisseurs ont le même portefeuille d'actifs risqués.

c) L'équation d'évaluation des actifs est la suivante

$$(7 - 7) \quad B^m (R_m - R_f - I_m) = R_i - R_f \cdot 1 - I_d$$

B^m : vecteur des bêtas des différents actifs i

$$\text{où } B_i = \text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m) / \text{Var}(\tilde{R}_m)$$

R_m : la rentabilité anticipée du portefeuille de marché mondial

R_f : la rentabilité de l'actif sans risque.

R_i : le vecteur des rentabilités anticipées des N actifs

I_m et I_d sont respectivement le coût de détention du portefeuille de marché mondial et la moyenne pondérée des coûts de détention des différents actifs pour l'investisseur domestique.

Ainsi, s'il n'y a pas de coût de détention, cette relation se réduit au MEDAF domestique.

A partir de cette relation générale, STULZ démontre qu'il existe une droite de marché pour les actifs domestiques, une droite de marché pour les ventes à découvert d'actifs risqués étrangers située sous la droite de marché domestique, une droite de marché pour les achats d'actifs risqués étrangers située sur la droite de marché domestique, les actifs risqués étrangers non négociés se trouvant entre ces deux dernières droites.

d) Si en fait, la relation (7 - 7) est validée et non pas la droite de marché domestique, et que l'on appelle α la différence entre la vraie rentabilité anticipée de l'actif i et celle donnée par le MEDAF domestique, α pourra s'exprimer pour tout actif risqué négocié, domestique ou étranger, comme une fonction décroissante du bêta de l'actif. Ceci a alors certains résultats empiriques qui sont :

- un portefeuille d'actifs domestiques risqués avec un bêta de un, aura une rentabilité anticipée différente de celle du portefeuille de marché mondial.

- un portefeuille domestique à bêta nul aura une rentabilité anticipée égale à celle de l'actif sans risque, ce qui ne se vérifiera pas par contre pour un portefeuille étranger à bêta nul.

e) Pour les investisseurs subissant le coût associé à leur détention (segmentation), le portefeuille du marché mondial n'est pas efficient.

f) Il existe un bêta (fini) B^* tel que tous les actifs dont la pente est plus grande que B^* sont négociés.

Un modèle basé sur la segmentation existe donc et devrait permettre de tester une hypothèse alternative à celle de l'intégration, sans que certains problèmes de testabilité soulevés par SOLNIK (1977) ne se posent. Malheureusement, aucun test de ce modèle n'a été effectué, ceci constitue alors une application possible dans le cadre des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers. Cependant, une alternative existe avec le modèle international d'arbitrage.

II L'ANALYSE DE L'INTEGRATION FINANCIERE.

En se référant à la loi du prix unique, un bien doit avoir le même prix dans les différents pays. Or, en finance, les actifs sont toujours caractérisés par leur risque et leur rentabilité anticipée. En l'occurrence, si la loi du prix unique est vérifiée, la rentabilité anticipée doit être la même pour deux actifs possédant le même risque ou dont les rentabilités sont parfaitement corrélées.

Dans le cadre du modèle international d'arbitrage, la rentabilité est mesurée à partir de l'équation suivante :

$$(7 - 8) \quad \tilde{R}_i = E_i + \sum_{k=1}^{K+L} b_{ik} \tilde{f}_k + \tilde{\varepsilon}_i^j$$

Il y a donc plusieurs sources de risques dans le cadre du modèle international d'arbitrage. Ces sources de risque sont les facteurs communs \tilde{f}_k et leurs mesures sont données par b_{ik} et d'après le modèle, la relation entre la rentabilité anticipée d'un actif et les saturations mesurant le risque est linéaire.

$$(7 - 9) \quad E_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^{K+L} \lambda_k b_{ik}$$

Donc, si la loi du prix unique est vérifiée, deux actifs dont les rentabilités sont exprimées dans la même monnaie et qui possèdent le même risque, soit b_{ik} identique pour les deux actifs, devront avoir la même rentabilité anticipée E_i . Les primes de risque λ_k devront alors être les mêmes pour les deux actifs.

D'une façon plus directe, si l'on considère les actifs dont les saturations sont égales à 1 sur le facteur k et à zéro sur les autres facteurs, alors, (7 - 8) s'écrit

$$(7 - 8') \quad \tilde{R}^k = E^k + \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_i^j$$

et (7 - 9) s'écrit

$$(7 - 9') \quad E^k = \lambda_0 + \lambda_k$$

Aussi, si deux actifs de ce type ont le même risque, soit $b_{ik} = 1$ si $i = k$ et $b_{ik} = 0$ si $i \neq k$, ces deux actifs doivent alors avoir la même rentabilité anticipée dans les deux pays, E^k .

En conséquence, λ_k doit être identique. Et comme ceci peut se répéter pour tous les facteurs, nous retrouvons notre proposition.

Par ailleurs, si l'on se réfère à l'équation (7-8), on considère la structure factorielle des rentabilités et donc les différents facteurs économiques influençant les prix des actifs financiers. En conséquence, à partir de cette équation, nous pourrions appeler intégration économique, le cas où les mêmes facteurs influencent les rentabilités. Il faut noter que dans le modèle présenté, cela signifierait que les facteurs spécifiques des taux de change seraient nuls ou plutôt que les saturations des différents actifs sur les facteurs change ne seraient pas significativement différentes de zéro.

Nous pouvons à partir de ceci énoncer deux définitions.

Définition VII-1 : Les marchés financiers sont intégrés économiquement si et seulement si ce sont les mêmes facteurs économiques qui influencent les rentabilités des actifs financiers sur l'ensemble des marchés.

et la définition de l'intégration financière est alors :

Définition VII-2 : Les marchés financiers sont intégrés financièrement si et seulement si les primes de risque des facteurs, exprimées dans la même monnaie, sont identiques sur tous les marchés.

La première définition concerne donc les types de facteurs déterminés, nationaux et internationaux donc sur la structure de (7 - 8), tandis que la deuxième concerne les primes de risque, donc la validité de (7 - 9).

Comme nous l'avons déjà dit, une hypothèse plausible sur la structure factorielle serait que des facteurs internationaux et nationaux influencent les rentabilités des actifs.

$$(7 - 10) \quad \tilde{R}_i = E_i + \sum_K^{KI} b_{ik}^I \tilde{f}_{KI}^I + \sum_{K'}^{KD} b_{ik}^{D'} \tilde{f}_{KD}^D + \tilde{\epsilon}_i^D$$

Pour deux pays A et B, (7 - 10) s'écrirait ainsi, les rentabilités étant exprimées dans la même monnaie,

$$\tilde{R}_i^A = E_i^A + \sum_K^{KI} b_{ik}^I \tilde{f}_{KI}^I + \sum_{K'}^{KA} b_{ik}^{A'} \tilde{f}_{KA}^A + \tilde{\epsilon}_i^A$$

et

$$\tilde{R}_i^B = E_i^B + \sum_K^{KI} b_{ik}^I \tilde{f}_{KI}^I + \sum_{K'}^{KB} b_{ik}^{B'} \tilde{f}_{KB}^B + \tilde{\epsilon}_i^B$$

Et par le principe d'arbitrage, on obtient

$$E_i^A = \lambda_0^A + \sum_K^{KI} \lambda_K^I b_{ik}^I + \sum_{K'}^{KA} \lambda_{K'}^A b_{ik}^{A'}$$

et

$$E_i^B = \lambda_0^B + \sum_K^{KI} \lambda_K^I b_{ik}^I + \sum_{K'}^{KB} \lambda_{K'}^B b_{ik}^{B'}$$

Dans ce cas, on est en présence d'une segmentation économique. Mais ceci ne nous empêche pas de tester l'intégration financière car il ne nous est pas interdit de créer des actifs hypothétiques dans des pays différents représentant le même risque.

S'il y a intégration financière, ces actifs hypothétiques doivent en conséquence avoir la même rentabilité anticipée, ce qui implique que les risques liés aux différents facteurs ont le même prix. Les primes de risque des différents facteurs, nationaux et internationaux, doivent donc être égales, bien que le prix du risque d'un facteur national du pays A ne préoccupe pas un investisseur du pays B.

En conséquence, pour qu'il y ait intégration financière, il faut que l'ensemble des facteurs aient le même prix sur les différents marchés. Si un facteur national a une prime de risque différente de zéro, l'intégration financière n'est pas rejetée. Mais si ce risque est évalué dans un autre pays et dans la même monnaie, alors son prix doit être égal à celui déterminé dans le pays d'origine.

Il faut donc que tout facteur dont le risque est évalué dans des pays différents mais dans la même monnaie, ait le même prix. De plus, d'après notre modèle, ceci implique que la rentabilité de l'actif sans risque exprimé dans la même monnaie soit la même.

L'hypothèse à tester est donc, pour L+1 pays

$$H_0 : \lambda_k^0 = \dots = \lambda_k^L ; \text{ quel que soit } k \in (1, K+L).$$

et

$$\lambda_0^0 = \dots = \lambda_0^L$$

Le principe est donc différent de celui de BERGES (1982) car pour cet auteur, il faut que les primes de risque des facteurs internationaux soient égales et celles des facteurs nationaux nulles pour qu'il y ait intégration financière. Il faut noter que les facteurs change devront aussi avoir des primes de risque identiques.

III UN TEST DE L'INTEGRATION FINANCIERE

Dans le cadre du modèle international d'arbitrage, le test de l'intégration financière consiste à tester si les primes de risque des différents facteurs sont identiques sur les différents marchés.

Cependant, dans notre test, nous ne chercherons pas à distinguer les facteurs nationaux des facteurs internationaux car ceci n'a aucune importance dans notre approche. Nous présenterons en conséquence dans la première section la méthodologie suivie et dans la deuxième les résultats.

1) La méthodologie

Le test se déroule en deux étapes :

- la détermination des facteurs et des saturations des valeurs sur ces facteurs.
- Le test de l'égalité des primes de risque.

a) La détermination des facteurs et des saturations.

Les facteurs communs ont été considérés ici comme les facteurs communs à l'ensemble des valeurs des différents pays. Or, pour les raisons déjà développées dans le test du modèle international, il était impossible de réaliser une analyse factorielle sur l'ensemble des valeurs. Les facteurs communs déterminés à partir des échantillons de base sont alors appelés les facteurs communs à l'ensemble des facteurs. Il faut cependant prendre conscience que ces facteurs communs aux valeurs américaines, japonaises, anglaises et allemandes sont plutôt des facteurs internationaux que des facteurs nationaux. En effet, si l'on se rapporte aux saturations calculées et données p 206, on s'aperçoit qu'il n'y a pas de distinction nette entre les pays et donc, aucun facteur n'est vraiment attaché à un pays. Les données sont celles décrites p 75. Le test est alors répété pour l'échantillon A et l'échantillon B.

b) Le test de la constance des primes de risque.

Le test utilisé est un test en F ou un test de CHOW permettant de tester la stabilité des coefficients de régression pour des populations différentes.

Par exemple, dans notre cas où les rentabilités anticipées sont estimées par les moyennes des rentabilités passées et que deux pays A et B sont considérés, nous avons pour l'ensemble des pays.

$$(7 - 13) \quad \begin{matrix} \bar{R} \\ (Nx1) \end{matrix} = \begin{matrix} \hat{B} \\ (Nx(K+L)) \end{matrix} \begin{matrix} \hat{\lambda} \\ ((K+L)x1) \end{matrix} + \begin{matrix} \hat{e} \\ (Nx1) \end{matrix}$$

Pour le pays A

$$(7 - 14) \quad \begin{matrix} \bar{R} \\ (N_Ax1) \end{matrix} = \begin{matrix} \hat{B} \\ (N_Ax(K+L)) \end{matrix} \begin{matrix} \hat{\lambda} \\ ((K+L)x1) \end{matrix} + \begin{matrix} \hat{e} \\ (N_Ax1) \end{matrix}$$

Pour le pays B

$$(7 - 15) \quad \begin{matrix} \bar{R} \\ (N_Bx1) \end{matrix} = \begin{matrix} \hat{B} \\ (N_Bx(K+L)) \end{matrix} \begin{matrix} \hat{\lambda} \\ ((K+L)x1) \end{matrix} + \begin{matrix} \hat{e} \\ (N_Bx1) \end{matrix}$$

Où N est le nombre total des valeurs financières des pays A et B.

N_A est le nombre total des valeurs financières du pays A.

N_B est le nombre total des valeurs financières du pays B.

Il y a $K + L + 1$ facteurs dont la constante.

Pour tester l'hypothèse selon laquelle les primes de risque sont les mêmes pour les deux pays, le test en F suivant est utilisé.

$$F = ((RRSS - URSS)/(K+L+1)) / (URSS/N_A + N_B - 2(K+L+1))$$

$$\sim F_{K+L+1, N_A + N_B - 2K - 2L - 2}$$

RRSS : somme des carrés résiduels de l'équation (7 - 13).

URSS : somme des carrés résiduels de l'équation (7 - 14) et des carrés résiduels de l'équation (7 - 15)

Alors, si $F > F_{0.01}$, l'hypothèse selon laquelle les marchés étudiés sont intégrés financièrement est rejetée au seuil de confiance de 1%.

2) Les résultats

Le tableau VII-1 nous donne les résultats de ce test.

Au niveau mondial, l'hypothèse selon laquelle les marchés financiers sont intégrés est rejetée. Cependant, il existe une intégration financière entre les USA et des pays tels que le CANADA, la G.B. et le JAPON. De plus, l'hypothèse d'une intégration financière entre trois pays n'est pas rejetée au seuil de 1% avec l'échantillon A pour les pays suivants: USA, GB, CANADA. L'intégration financière des pays tels que les USA et le CANADA paraît logique. Si nous acceptons les résultats de ce test, nous pourrions distinguer dans un premier temps un marché intégré nord-américain (USA + CANADA), puis un marché intégré anglo-saxon (CANADA + G.B. + USA) et enfin, un lien entre les USA et le JAPON.

TABLEAU VII - 1
L'intégration financière des différents marchés

MARCHES	TEST EN F	
	ECHANTILLON A	ECHANTILLON B
ENSEMBLE	F = 27,28	F = 30
ENSEMBLE IT-CAN	F = 22,27	F = 23,30
ENSEMBLE IT-CAN-BEL	F = 16,05	F = 14,98
US, CAN	F = 1,02**	F = 1,34**
US, JAP	F = 1,79**	F = 1,29**
US, GB	F = 1,56**	F = 1,79**
US, CAN, GB	F = 2,51*	F = 3,73
US, JAP, RFA	F = 4,23	F = 3,68
US, JAP, GB	F = 3,12	F = 3,57
FF, US, GB, RFA	F = 5,65	F = 5,7
FF, GB, SUI, RFA	F = 2,63*	F = 5,47
FF, BE, ND, GB, SUI, RFA	F = 19,6	F = 23,2
BE, NL, SUI, RFA	F = 11,6	F = 13,11
FF, BE, NL, SUI, FRA	F = 17	F = 16,8
FF, BE, NL, SUI, GB, RFA	F = 15	F = 24,27

** H_0 non rejetée à un seuil de 5%

* H_0 non rejetée à un seuil de 1%

ENSEMBLE = Total des valeurs, IT (Italie) CAN (Canada), JAP (Japon), GB (Grande Bretagne), SUI (Suisse), NL (Pays Bas), US (Etats Unis), FF (France), BE (Belgique).

Par contre, sur le marché européen, l'intégration financière n'est pas rejetée seulement avec l'échantillon A pour l'ensemble France, Belgique, Suisse et Allemagne. En général, nos résultats n'indiquent pas que le marché financier européen est intégré. Ces différents résultats sont en accord avec ceux de BERGES (1982).

CONCLUSION :

Une définition de l'intégration financière dans le cadre du modèle international d'arbitrage a été proposée dans un premier temps et en conséquence, a été effectué un test de l'intégration. Ce test ne permet pas de rejeter l'hypothèse selon laquelle le marché nord-américain et les marchés anglo-saxons sont intégrés financièrement. Quant aux autres marchés, les tests rejettent généralement l'hypothèse selon laquelle ils sont intégrés. En particulier, les tests sur des échantillons multinationaux indiquent que le marché financier mondial n'est pas intégré.

CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

Compte tenu des problèmes de falsifiabilité du MEDAF international, SOLNIK (1983) a proposé un modèle international d'évaluation des actifs financiers basé sur l'arbitrage. Ce modèle a alors été développé selon des objectifs différents dans cette partie et nous avons alors mis en évidence que, contrairement à SOLNIK, le facteur change modifie la structure factorielle des rentabilités des actifs financiers. De plus, avec le modèle présenté dans les sections I et II du chapitre V, on s'aperçoit qu'une prime de risque est associée à ce facteur change.

Ensuite, ce modèle a été testé et les résultats ne permettent pas alors de rejeter le modèle proposé. Enfin, nous avons défini l'intégration financière et testé celle-ci. Nos résultats indiquent en particulier que le marché mondial n'est pas intégré.

Etant données certaines interrogations soulevées sur le rôle des facteurs, il paraît intéressant maintenant de donner une interprétation économique des facteurs communs influençant les rentabilités des actifs financiers.

TROISIEME PARTIE
L'INTERPRETATION ECONOMIQUE
DES FACTEURS

Si le MEDAF est considéré comme un modèle économique, le modèle d'arbitrage est plutôt considéré comme un modèle statistique. En effet, le MEDAF désigne le portefeuille de marché comme la variable explicative, alors que le modèle d'arbitrage ne nomme par les facteurs économiques supposés agir sur les rentabilités des actifs.

Certaines questions concernant ces facteurs se sont déjà posées au cours des tests aussi bien du modèle d'arbitrage que de son extension au niveau international. Par exemple, le portefeuille de marché est-il lié au premier facteur ou bien la partie spécifique du taux de change est-elle liée à un des facteurs du modèle international d'arbitrage ?

Aussi, cette troisième partie a pour but d'éclaircir le rôle économique de ces facteurs. Par ailleurs, si le cadre de cette étude est avant tout international, cette partie n'est plus strictement internationale, car avant d'essayer d'extraire les variables économiques influençant les rentabilités au niveau international, il faut le tenter au niveau national.

Dans ce type d'étude, plusieurs démarches peuvent se concevoir :

a) Soit faire certaines hypothèses sur les variables économiques qui influencent les rentabilités et tester le modèle d'arbitrage ainsi que le modèle international d'arbitrage, non plus en partant de l'extraction des facteurs par une méthode statistique, mais directement de ces variables économiques.

b) Soit extraire les facteurs par une méthode d'analyse factorielle et étudier le lien entre ces facteurs et les variables économiques supposées.

La démarche suivie ici est la deuxième, elle est composée de deux étapes :

a) Emettre des hypothèses sur les variables économiques

b) Extraire les facteurs communs et tester le lien entre les facteurs et les variables économiques supposées.

Cette troisième partie se partagera, en conséquence, en deux chapitres :

- le chapitre VIII consacré aux hypothèses sur les variables économiques,

- le chapitre IX axé sur le test de la significativité de ces variables.

CHAPITRE 8

LES VARIABLES ECONOMIQUES INFLUENCANT LES RENTABILITES DES ACTIFS FINANCIERS

Notre but est de déterminer théoriquement les variables économiques influençant les rentabilités des actifs financiers. En général, trois types de marchés sont distingués: le marché des biens et services traduisant l'activité réelle de l'économie, les marchés financiers, et le marché monétaire.

Le prix des actions se fixant sur le marché boursier, il nous faut étudier les relations existant entre le marché financier et les autres secteurs de l'économie. De nombreuses théories économiques existent et mettent en évidence les relations entre ces différents marchés, avec quelquefois des conclusions opposées. Il n'est pas du tout dans l'objet de cette étude de décrire l'ensemble de ces différentes théories. Nous essayerons plutôt de prolonger les études déjà réalisées en finance sur le lien entre les cours boursiers et certaines variables économiques; en particulier FAMA ET SCHWERT (1977), FAMA (1981,1982), GESKE et ROLL (1983) pour les Etats-Unis, DE FREITAS (1985), MANDELKER et TANDON (1985), SOLNIK (1985) au niveau international. Nous pourrions aussi citer le travail de PRAT (1982) pour la FRANCE. L'étude la plus proche de celle-ci est en fait celle de CHEN, ROLL et ROSS (1983). Comme ces derniers auteurs, on peut considérer que les interactions entre le marché financier et le reste de l'économie sont permanentes et que vraisemblablement à court terme, le marché financier est très sensible aux modifications de l'économie. Par contre, son impact sur les autres grandeurs économiques est certainement effectif à long terme. Ceci provient du fait que les variables financières réagissent très rapidement et même anticipent toutes les modifications de l'environnement économique (principe d'anticipation du marché) alors que les autres variables économiques s'ajustent beaucoup plus lentement à tout changement externe.

Nous considérons plus particulièrement l'impact des variables économiques sur les marchés financiers.

Pour déterminer ces variables économiques, plusieurs possibilités existent:

a) Soit procéder entièrement de façon empirique et donc utiliser toutes les variables économiques imaginables.

b) Soit se baser sur l'approche générale de la formation des prix des valeurs financières et en déduire les variables économiques essentielles.

La deuxième méthode a naturellement été préférée car elle correspond davantage à la démarche scientifique traditionnelle. Plusieurs méthodes d'évaluation des valeurs financières existent. Nous partirons ici de l'approche traditionnelle de MODIGLIANI et MILLER (1958, 1961) mais cette approche microéconomique ne nous permet pas d'identifier les variables macroéconomiques influençant les rentabilités des actions. Aussi, nous nous baserons plutôt sur les travaux de FAMA (1977, 1982) et de CHEN, ROLL et ROSS (1983).

Avant de poursuivre, il semble nécessaire de rappeler l'expression générale de la rentabilité d'un actif dans le cadre du modèle d'arbitrage.

$$(8-1) \quad \tilde{R}_{it} = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_{kt} + \tilde{\epsilon}_{it}$$

\tilde{R}_{it} la rentabilité aléatoire de l'actif i en t

E_i la rentabilité anticipée de l'actif i

b_{ik} la saturation de l'actif i sur le facteur k

\tilde{f}_{kt} la réalisation du facteur commun k en t

$\tilde{\epsilon}_{it}$ la réalisation du facteur spécifique en t

Ainsi, cette relation met en évidence que les rentabilités constatées se décomposent en une partie anticipée et en une autre non anticipée. Les facteurs communs f expliquent la partie non anticipée de la rentabilité de l'actif i . En conséquence, si les facteurs communs sont remplacés par des variables économiques, seules les parties non anticipées de ces variables économiques seront considérées. Ceci est l'essence même du modèle d'arbitrage; si un petit nombre de variables d'état peut décrire les caractéristiques significatives du marché financier, alors des changements non prévus dans ces variables sont alors à l'origine des risques systématiques appréciés par le marché, ROSS (1976).

Une autre possibilité dans les modifications des rentabilités peut être due à une modification de la rentabilité anticipée, donc à une modification des anticipations faites sur les variables économiques retenues.

Aussi, après avoir déterminé les variables économiques agissant sur les prix des actions, il nous faudra construire les parties non anticipées de ces variables économiques et prendre en considération les changements d'anticipation sur ces variables. Cependant, dans ce chapitre, nous nous préoccuperons uniquement du lien entre les variables économiques et le cours des actions. Nous essayerons enfin de prendre en compte la spécificité du cadre international au niveau de certaines variables.

La première partie sera donc consacrée à l'évaluation traditionnelle des actions, la deuxième aux propositions faites par FAMA (1982), la troisième aux variables internationales supposées influencer les rentabilités des actifs financiers selon SOLNIK (1985) et enfin, la quatrième consacrée à l'approche de CHEN, ROLL et ROSS (1983) dans le cadre du modèle d'arbitrage. La conclusion devrait alors nous permettre de proposer un ensemble de variables économiques influençant théoriquement les rentabilités des actifs financiers.

I LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE L'EVALUATION.

Ce principe énoncé par MODIGLIANI et MILLER (1958, 1961) est le suivant:

"Si deux entreprises sont identiques quant à leur risque et à leur revenu et si le marché est efficient, leur valeur doit être identique."

Ainsi, le prix des actions d'entreprises de même risque (notion de classe de risque) est tel que le taux de rentabilité (dividendes plus gain en capital par dollar investi) sur chaque action doit être le même sur le marché à un instant donné.

A partir des hypothèses suivantes:

- Les marchés des capitaux sont parfaits.

Aucun acheteur ou vendeur ne peut faire varier le prix du marché lors de ses transactions. Le coût des transactions est nul.

- Les investisseurs sont rationnels.

- Tous les revenus d'exploitation annuels après impôts peuvent être représentés par une seule variable aléatoire X. Tous les investisseurs ont les mêmes estimations sur la fonction de probabilité associée à X.

- Les entreprises peuvent être classées par catégorie de risque d'exploitation identique.

On égalise le cours d'une action à la somme actualisée des flux futurs associés à cette action.

$$(8 - 2) \quad C_0 = \sum_{t=0}^{T-1} (E(\tilde{F}_t) / (1+k)^t) + C_T$$

\tilde{X}_t : Les flux associés à l'action en t.

C_0 : le cours de l'action en période 0.

k : le taux d'actualisation ou la rentabilité attendue par les investisseurs sur une entreprise de même risque.

Si plus spécifiquement, on considère que les flux associés à une action sont les dividendes, alors, on obtient le modèle suivant.

1) Le modèle d'évaluation par les dividendes

$$(8 - 3) \quad C_0 = \sum_{t=0}^{T-1} (E(\tilde{D}_t) / (1+k)^t) + \tilde{C}_T$$

Et si on applique la même formule à C_T et ceci jusqu'à l'infini, on obtient

$$(8 - 4) \quad C_0 = \sum_{t=0}^{\infty} (E(\tilde{D}_t) / (1+k)^t)$$

Si maintenant, nous remplaçons les dividendes par la différence bénéfice moins investissement, nous avons:

2) Le modèle d'évaluation par les bénéfices

D'une façon simple, si X' est la part du bénéfice associée à chaque action, X' peut être décomposé en une partie distribuée, les dividendes D' , et une partie réinvestie, l'investissement I' , (8 - 4) s'écrit alors

$$(8 - 5) \quad C_0 = \sum_{t=0}^{\infty} ((E(\tilde{X}'_t) - \tilde{I}'_t) / (1+k)^t)$$

Dans le cas où aucun investissement n'est effectué, on obtient

$$(8 - 6) \quad C_0 = \sum_{t=0}^{\infty} (E(\tilde{X}'_t) / (1+k)^t)$$

A partir de cette approche et en privilégiant les investissements, nous obtenons le modèle suivant.

3) Le modèle d'évaluation par les investissements

En supposant que le taux de rentabilité r d'un investissement soit constant et que le bénéfice engendré pour toutes les périodes postérieures à t par l'investissement I' soit égal à $r I'$, la valeur actualisée à la fin de la période t des flux monétaires engendrée par l'investissement I' est égale à :

$$\sum_{j=0}^{\infty} ((E(\tilde{I}'_t) r_t) / (1+k)^t) = E(\tilde{I}'_t) ((r_t - k) / k)$$

(8-5) s'écrit alors

$$(8-7) \quad C_0 = (E(\tilde{X}'_0) / k) - E(\tilde{I}'_0) ((r_t - k) / k)$$

Ceci suppose que X' soit généré à perpétuité par les investissements antérieurs à la période 0.

Enfin une relation entre différentes variables telles que la rentabilité des investissements, la croissance des dividendes peut être mise en évidence avec le modèle dit de croissance.

4) Le modèle de croissance

$$\text{Soit } \tilde{I}'_t = \alpha \tilde{X}'_t \quad \text{avec } \alpha > 0$$

La rentabilité de I est r et elle est constante. Comme les flux générés par les investissements antérieurs à la période zéro sont supposés l'être à perpétuité, un bénéfice minimum X' existe à chaque période, alors

$$\begin{aligned} \tilde{X}'_1 &= \tilde{X}'_0 + r \tilde{I}'_0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \tilde{X}'_t &= \tilde{X}'_0 (1+r\alpha) \end{aligned}$$

donc

$$C_0 = \sum_{t=0}^{\infty} ((E(\tilde{X}_t) (1-\alpha)) / (1+k)^t)$$

et si $k \geq r\alpha$

$$(8-8) \quad C_0 = E(\tilde{X}'_0) \sum_{t=0}^{\infty} (((1+r\alpha)(1-\alpha)) / (1+k)^t)$$

Si de plus, on fait l'hypothèse d'une part que le financement des investissements est exclusivement interne, α est alors égal au taux de rétention des bénéfices d .

$$C_0 = E(\tilde{X}'_0) (1-d) / (k-dr) \quad ; \quad d < 1$$

et d'autre part que les dividendes ont un taux de croissance constant égal à g .

$$E(\tilde{D}'_t) = E(\tilde{D}'_0) (1+g)^t$$

alors

$$C_0 = E(\tilde{D}'_0) / (k-g)$$

et

$$(8-9) \quad C_0 = E(\tilde{X}'_0) ((1-d) / (k-g))$$

Par analogie avec (8-8), on s'aperçoit que g le taux de croissance des dividendes est égal au taux de rétention des bénéfices multiplié par le taux de rentabilité des investissements.

En conclusion, le cours boursier dépend donc d'une ou de plusieurs variables parmi celles-ci: les bénéfices, les dividendes, les investissements, le taux de rétention des bénéfices, la rentabilité des investissements et le taux de croissance des dividendes.

Or, la politique des dividendes représentée ici par le montant des dividendes versés chaque année, et le taux de croissance des dividendes, sont sans effet d'après MODIGLIANI et MILLER, sur la valeur de l'entreprise.

A ce titre, cette variable n'est donc pas vitale ou déterminante dans le cours des actions. Il reste alors à opérer un choix entre l'investissement et les bénéfices, comme variable essentielle du processus de formation des prix des valeurs. En fait, comme l'investissement représente une partie des bénéfices, certains considèrent que ceux-ci doivent être retenus; par contre, d'autres retiennent les investissements car les bénéfices en sont le résultat. Le choix n'est donc pas aisé.

Les principales variables influençant les cours des actions sont donc :

- l'investissement ou le bénéfice.
- le taux d'actualisation.

Ces différentes variables sont des variables microéconomiques, spécifiques à l'entreprise considérée. Elles ne nous sont d'aucune utilité dans une explication économique générale. Malgré ceci, nous verrons dans la quatrième section que cette approche est utilisée par CHEN, ROLL et ROSS (1983). Auparavant, nous allons considérer l'approche plus générale de FAMA.

II LES RELATIONS ENTRE L'ECONOMIE ET LES RENTABILITES DES VALEURS MOBILIERES

Les premiers, FAMA et SCHWERT (1977) se sont préoccupés du lien existant entre l'inflation et les rentabilités des actions. Se fondant sur la théorie de FISHER, ils mirent en évidence dans leurs tests que contrairement à ce que laissait supposer le développement de cette théorie, le lien entre l'inflation et les rentabilités des actions était négatif.

Par la suite, différentes études furent réalisées dans ce domaine. Parmi celles-ci, on peut citer celles de FAMA (1981, 1982), GESKE et ROLL (1983), DE FREITAS (1985), MANDELKER et TANDON (1985), et SOLNIK (1985).

Mais c'est plutôt FAMA (1981, 1982) qui tenta de donner une interprétation théorique à cette relation anormale et mit ainsi en évidence l'influence d'autres variables sur les rentabilités des actions, ce qui nous intéresse particulièrement.

En conséquence, nous suivrons la démarche de FAMA et nous expliciterons :

- dans une première partie, le lien positif qui devrait exister entre l'inflation et les rentabilités des actions selon le développement de la théorie de FISHER (1930).
- dans une deuxième partie, la tentative d'explication théorique du lien négatif mis en évidence par les tests.
- dans une troisième partie, la proposition d'un certain nombre de variables internationales faite par SOLNIK (1985).

1) Les implications de l'équation de FISHER (1930) dans le cadre de la théorie des marchés efficients.

FISHER est l'un des premiers auteurs à avoir analysé les relations qui s'établissaient entre le taux d'intérêt nominal, le taux d'intérêt réel et le taux d'inflation anticipé. Cette analyse est conduite dans le cadre d'un modèle retenant comme hypothèse la prévision parfaite ou la certitude du futur (modèle déterministe).

L'équation de FISHER est alors la suivante:

$$(8-10) \quad R_{it} = r_{it} + E(I_t)$$

R_{it} : le taux d'intérêt nominal.
de l'actif i .

r_{it} : le taux d'intérêt réel.
de l'actif i .

$E(I_t)$: le taux d'inflation anticipée.

Alors, si les marchés sont efficients et que l'on raisonne dans un univers incertain, la rentabilité nominale attendue sur l'actif i pour la période $t-1, t$ est égale à la somme de la rentabilité réelle de l'actif i et de l'inflation attendue pour la période $t-1, t$, d'après les informations utilisables en $t-1$.

$$(8-11) \quad E\{\tilde{R}_{it}/\theta_{t-}\} = E\{\tilde{r}_{it}/\theta_{t-}\} + E\{\tilde{I}_t/\theta_{t-}\}$$

Le marché utilise donc toute l'information disponible en $t-1$ pour prévoir le taux de rentabilité réel adéquat et le taux d'inflation sur la période $t-1, t$. Le taux d'intérêt réel est supposé constant et est déterminé selon FISHER par des facteurs réels tels que la productivité du capital et les préférences temporelles des investisseurs. De plus, selon l'actif considéré, le taux d'intérêt réel sera plus ou moins grand, la différence étant due à la prime de risque associée à l'actif i . Enfin, le taux d'intérêt réel anticipé est indépendant de l'inflation anticipée, hypothèse très intéressante car elle permet d'examiner la relation entre l'inflation et le taux de rentabilité nominale sans se préoccuper du processus de formation du taux d'intérêt réel.

Il faut noter que l'hypothèse selon laquelle le taux d'intérêt réel est constant, est utilisée seulement dans l'étude de FAMA et SCHWERT (1977).

Après avoir mesuré le taux d'inflation anticipée, nous pouvons tester l'hypothèse jointe que le marché est efficient et que, le taux de rentabilité réel attendu et l'inflation anticipée sont indépendants, à partir de la régression suivante :

$$(8-12) \quad \tilde{R}_{it} = a_i + b_i E\{\tilde{I}_t/\theta_{t-1}\} + \tilde{\epsilon}_{it}$$

Comme le taux d'intérêt réel anticipé et le taux d'inflation anticipé ne sont pas reliés, le coefficient b ne doit pas être statistiquement différent de un.

Et si l'on considère l'inflation non anticipée, nous aurons la régression suivante

$$(8-13) \quad \tilde{R}_{it} = a_i + b_i E\{\tilde{I}_t/\theta_{t-1}\} + c_i(I_t - E\{\tilde{I}_t/\theta_{t-1}\}) + \tilde{\epsilon}_{it}$$

Cependant, si le modèle de FISHER indique que b ne doit pas être statistiquement différent de un, il ne nous indique pas quel doit être le signe de c . Aussi, FAMA et SCHWERT se fondant sur l'idée généralement admise que les actions constituent une bonne protection contre l'inflation, supposent que c doit être supérieur à zéro et même égal à un, si les actions constituent une bonne protection contre l'inflation non anticipée.

En résumé, les régressions du type de (8-13) doivent indiquer que b et c ne sont pas statistiquement différents de un, selon FAMA et SCHWERT (1977).

Leurs tests indiquent que dans le cas des actions, b est inférieur à zéro et que c est aussi négatif mais ce dernier point semble moins évident.

Ces résultats sont donc en contradiction avec ce que laissait supposer la théorie. La suite de l'exposé sera, en conséquence, consacrée par FAMA, aux explications de ce résultat contradictoire.

2) L'explication d'une relation négative entre les rentabilités des actions et l'inflation.

En tentant d'expliquer cette relation, FAMA (1981, 1982) met en évidence une double relation :

- d'une part, un lien positif entre l'activité réelle et les rentabilités des actifs.

- d'autre part, un lien négatif entre l'activité réelle et l'inflation.

L'explication relativement simple de cette double relation est :

- pour la première, liée au principe de l'accélérateur flexible où l'on démontre théoriquement, et ceci est validé par les tests, que l'activité réelle est la variable essentielle expliquant l'investissement. Or, l'investissement est lié positivement, d'après le modèle d'évaluation de base, au cours boursier et donc par transitivité, l'activité réelle influence les cours boursiers.

- pour la deuxième, basée sur le phénomène de stagflation qui indique qu'il y a un rapport négatif entre l'activité réelle et l'inflation. L'idée sous-jacente est dans ce cas, que si, par exemple, l'activité réelle augmente, en général la quantité de monnaie offerte ne s'ajuste pas et en conséquence, il y a une baisse de l'inflation.

a) le lien positif entre l'activité réelle et les rentabilités des actions

La variable explicative est ici l'investissement. A ce sujet, la théorie la plus développée par les économistes est celle de l'accélérateur.

Cette théorie a pour principal mérite de montrer que l'investissement net (investissement brut moins investissement de remplacement) est un phénomène de déséquilibre qui a lieu lorsque le stock de capital diffère (K) du stock de capital désiré (K^*).

Dans le modèle initial, on a

$$(8-14) \quad K_t - K_{t-1} = K_t^* - K_{t-1}^*$$

La variation du capital réel est égale à la variation du capital désiré; le coefficient d'ajustement est donc égal à un. De plus, le capital désiré est ici fonction de la production. Cependant, depuis de nombreuses années, cette théorie s'est développée sous le nom d'accélérateur flexible. En particulier, des déterminants autres de l'investissement ont été introduits et de plus, le coefficient d'ajustement n'est plus égal à un, comme dans le modèle initial.

Pour retracer les différents modèles théoriques mais surtout pour mettre en évidence leurs conclusions empiriques, car c'est ce qui nous intéresse surtout, nous avons utilisé la revue de littérature de JORGENSON (1971).

Plusieurs divergences existent entre les différents modèles sur les déterminants de l'investissement. Cependant, elles sont toutes d'accord sur le mécanisme de l'accélérateur flexible que nous allons décrire maintenant.

Soit K , le niveau actuel du capital et K^* le niveau désiré, le capital est ajusté vers son niveau désiré selon une proportion constante de la différence entre le capital actuel et le capital désiré.

$$(8-15) \quad K_t - K_{t-1} = (1-\lambda) (K_t^* - K_{t-1})$$

Si de plus, le capital actuel est représenté par une moyenne pondérée de tous les niveaux passés du capital désiré, les poids déclinant géométriquement .

$$(8-16) \quad K_t = (1-\lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i K_{t-i}$$

Dans ce cas, l'accélérateur flexible se présente comme une fonction à retards échelonnés reliant le niveau actuel du capital à des niveaux passés et désirés du capital. Par exemple, dans le modèle initial, $(1-\lambda)$ est égal à un; la variation du capital actuel est égale à la variation du capital désiré et l'investissement net est proportionnel au changement dans le capital désiré.

Une première divergence existe sur la forme de la fonction à retards échelonnés; par exemple, de type arithmétique ou géométrique. Une deuxième par contre est liée à la représentation du capital désiré.

Ainsi, dans une certaine classe de modèles de l'accélérateur flexible, le capital désiré est proportionnel à la production ou au revenu national. Dans un deuxième corps de modèles, l'investissement dépend du niveau des profits (des bénéfices) et donc d'une certaine manière, des liquidités internes. D'autres modèles enfin introduisent le coût des financements externes par opposition au deuxième type de modèles qui se base sur le financement interne. Aussi, selon le type de modèle, trois variables : la production, l'autofinancement et le coût du financement externe, peuvent représenter le niveau désiré de capital.

Enfin, une dernière distinction entre les différents modèles est liée à l'introduction de l'investissement de remplacement. En effet, pour transformer le mécanisme de l'accélérateur flexible en une théorie complète de l'investissement, il a fallu intégrer l'investissement de remplacement.

Par définition, la variation du capital sur une période est égale à l'investissement brut moins l'investissement de remplacement. En règle générale, l'investissement de remplacement représente une part constante du capital existant.

La variation de capital devient alors égale à :

$$(8-17) \quad K_t - K_{t-1} = A_t - a K_{t-1}$$

A : l'investissement brut

a : le taux de remplacement, une constante.

Cette dernière relation combinée avec un modèle à retards échelonnés donne une fonction d'investissement de la forme suivante.

$$(8-18) \quad A_t = (1-\lambda) (K_t^* - K_{t-1}) + a K_{t-1}$$

Le coefficient d'ajustement de l'investissement de remplacement dans ce modèle est égal à l'unité, ce qui explique que la vitesse d'ajustement soit beaucoup plus rapide pour l'investissement brut que pour l'investissement net. Il faut noter que certains modèles se différencient aussi selon la valeur de a.

En résumé, les différents modèles se distinguent selon :

- la structure temporelle du processus d'investissement.
- les déterminants du capital désiré.
- l'hypothèse faite sur le taux de remplacement du capital.

Les tests de ces différents modèles indiquent que :

- le modèle d'accélération simple (coefficient d'ajustement égal à un) est rejeté
- de toutes les spécifications du capital désiré, c'est la production qui est la variable la plus significative et ensuite, le coût du financement externe. Par contre, le profit, le bénéfice et les liquidités internes ne sont pas essentielles.

En conclusion, nous pouvons retenir comme variables influençant l'investissement et donc les cours boursiers :

- la production réelle.
- le coût du financement externe.

b) le lien négatif entre l'activité réelle et l'inflation

Le fondement théorique de cette analyse est une version basée sur les anticipations rationnelles de la théorie quantitative de la monnaie de FISHER (1911). La fonction de la demande de la monnaie est représentée en termes de variations sous la forme suivante

$$\begin{aligned} (8-19) \quad \Delta \ln m_t &= \Delta \ln M_t - \Delta \ln P_t \\ &= a + b \Delta \ln A_t + c \ln R_t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

où

m_t et M_t sont les quantités de monnaie réelle et nominale.

P_t , le niveau des prix

A_t , la mesure de l'activité réelle anticipée

R_t , un plus le taux d'intérêt nominal

Δ , la variation de la variable considérée

La théorie postule que c est négatif, soit que la demande de monnaie en t est reliée négativement au taux d'intérêt en t , et que b est positif, c'est-à-dire que la demande de monnaie réelle en t est plus forte si on anticipe une hausse de l'activité réelle et donc des encaisses de transactions.

Si on adopte une simple version basée sur les anticipations rationnelles de la théorie quantitative de la monnaie de FISHER, l'activité réelle est déterminée à l'extérieur du secteur monétaire.

Par contre, à l'intérieur du secteur monétaire, le niveau des prix est la principale variable endogène tandis que le taux d'intérêt et la monnaie sont exogènes par respect au niveau des prix. On obtient alors l'équation suivante :

$$\begin{aligned} (8-20) \quad \Delta \ln P_t &= -a - b \Delta \ln A_t - c \Delta \ln R_t + d \Delta \ln M_t - \varepsilon_t \end{aligned}$$

où $d = 1$

Si on réinterprète la fonction de la demande de monnaie selon le point de vue de la théorie quantitative de la monnaie décrite ci-dessus, on s'aperçoit que pour des valeurs données du taux d'intérêt et de l'activité réelle anticipée, la demande de monnaie réelle n'est pas affectée par des changements exogènes de la monnaie nominale, et qu'en conséquence, c'est le niveau des prix qui est modifié dans les mêmes proportions. Le coefficient d est donc bien égal à un.

De plus, si la monnaie nominale et l'activité réelle anticipée ne varient pas, comme d'après (8-19), le lien entre la demande de monnaie réelle et le taux d'intérêt est négatif, la relation entre le taux d'inflation et le taux d'intérêt doit être positive.

Enfin, d'après (8-19), la demande de monnaie réelle est positivement liée à l'activité réelle. Alors, si la monnaie nominale et le taux d'intérêt sont constants, dans (8-21), la relation entre l'activité réelle anticipée et l'inflation devra être négative.

Ce dernier point permet alors selon FAMA (1982) d'expliquer le phénomène de stagflation.

Les différents tests effectués par FAMA (1982) indiquent que l'inflation est reliée négativement à l'activité réelle courante et à l'activité réelle anticipée. De même, la monnaie a un impact sur l'inflation mais inférieur à un, contrairement à ce que laissait supposer la théorie. Enfin, les coefficients des taux d'intérêt ne sont pas statistiquement différents de zéro, ce qui est contraire à la théorie. Ceci, selon FAMA, ne serait pas très gênant car le taux d'intérêt est la variable la plus faible dans les équations de demande de monnaie.

Ainsi, en résumé, une relation négative devrait exister entre l'inflation et les rentabilités des actions alors que l'activité réelle devrait influencer positivement sur les rentabilités des actions.

Cette dernière relation n'est pas rejetée par les tests de FAMA (1977, 1981), GESKE et ROLL (1983) pour les USA. Ces deux relations semblent aussi vérifiées sur les autres pays industrialisés et le BRESIL d'après les travaux de DE FREITAS (1985), MANDELKER et TANDON (1985) et SOLNIK (1985).

3) Quelques observations.

a) Le lien entre la monnaie et l'activité réelle.

Si pour certains économistes, il semble difficile d'affirmer que la monnaie n'affecte pas l'activité économique réelle, il leur faut alors rechercher par quels moyens et quels mécanismes les impulsions et déséquilibres monétaires peuvent se transmettre à l'activité réelle. Un de ces moyens privilégiés est en fait le coût du capital qui est normalement défini comme la moyenne pondérée du coût de la dette et du coût des fonds propres.

Aussi, pour ces économistes, une variation de la masse monétaire agit directement sur le coût du capital et donc sur le cours des actions et ensuite sur l'activité réelle via le coût du capital.

BRUNNER et MELTZER (1972) en font une analyse précise. Selon celle-ci, la production se décompose en quatre catégories;

- la production de biens de consommation réelle.
- la production de biens de capital de type I; ces biens ont deux prix de marché: le prix des droits de propriété sur le capital existant (actions...etc) et le prix des biens de production nouveaux.
- la production de biens de capital du type II (logements, automobiles).
- la production de biens de capital du type III (biens de consommation durables; équipement électrique domestique par exemple).

Dans ce cadre, les mécanismes de transmission sont alors multiples. Une variation du stock de monnaie modifie les prix relatifs de tous ces actifs les uns par rapport aux autres, aussi bien le prix des actifs physiques que celui des actifs financiers qui représentent un droit de propriété sur les actifs physiques. Lorsque le stock de monnaie de base augmente, le prix des actifs financiers du type I augmente par rapport à leur prix de production, augmentant alors les investissements dans ce type de biens. De même les prix des biens de type II augmentent et en conséquence, leur production augmente. Normalement, comme le prix des actifs financiers représentatifs du capital réel augmente, ceci entraîne une baisse du taux de rendement des actifs purement financiers (obligations privées, bons du trésor, etc ...) et donc augmente la valeur du marché de la richesse en actifs financiers des agents et finalement, par ce biais, accroît l'acquisition des biens de capital de type III et des biens de consommation courante.

L'effet total de la monnaie est la somme de ces diverses composantes. Il est en fait mécanique; le stock de capital physique augmente lorsque le stock de monnaie s'accroît, abaissant le prix relatif de la base monétaire et de ses substituts proches (les actifs purement financiers), augmentant la demande des autres actifs (réels) qui sont dominés par le capital physique de type III.

Aussi, la monnaie est-elle liée de façon positive avec le cours des actions (prix des actifs financiers représentant un droit de propriété sur les actifs physiques dans cette analyse).

Or, ce résultat est contraire à celui de FAMA (1982), qui à partir d'une équation de demande de monnaie simple correspondant à une version basée sur les anticipations rationnelles de la théorie de la monnaie de FISHER, montre que la monnaie est liée négativement aux cours boursiers et surtout ne rejette pas cette hypothèse dans ses tests.

En dernier lieu, si l'on reprend la définition du taux d'intérêt monétaire chez KEYNES, c'est-à-dire le prix qui équilibre le désir de détenir la richesse sous forme de monnaie et la quantité de monnaie disponible, on devrait s'attendre à une hausse du taux monétaire et donc à une hausse de la rentabilité attendue de l'action.

Ainsi, il existe plusieurs possibilités quant à l'impact de la monnaie sur les cours boursiers; cependant, l'effet n'est pas toujours le même selon la théorie considérée.

b) le lien entre les différents secteurs de l'économie.

Nous avons toujours envisagé l'effet du secteur réel et de la monnaie sur le marché des actions, mais jamais l'inverse. Ceci ne signifie par que nous récusons toute relation inverse; par exemple, du marché financier sur l'activité économique. En effet, il n'y a certainement pas de succession chronologique simple d'un marché vers l'autre.

Aussi, dans cet ordre d'idées, on peut retracer le travail de BLANCHARD (1981) qui développe un modèle sur la détermination de la production et de la valeur des actifs financiers. Pour l'auteur, les valeurs des actifs, plutôt que les taux d'intérêt, sont les principaux déterminants de la production tandis que les productions courantes et anticipées sont elles-mêmes les principaux déterminants de la valeur des actifs.

Le but de BLANCHARD est alors d'analyser cette interaction et plus précisément l'impact d'un changement dans l'environnement tel que l'annonce de changements dans la politique monétaire et fiscale sur le marché des actions et la production.

L'effet d'un changement dans la politique courante ou prévue entraîne dans ce cadre d'analyse une variation de la valeur des actions due à une modification dans la séquence prévue des projets d'investissements et des taux d'intérêt réel; ce qui affecte alors les dépenses et la production.

Par ailleurs, le fait que les politiques soient prévues ou non est important; en effet, l'annonce seule conduira normalement à une modification dans les profits espérés et le taux d'actualisation; ce qui fait varier les cours boursiers et aussi la production. Ainsi, bien que dans ce cas, les fluctuations du marché boursier et l'accroissement de production précèdent la mise en place de la nouvelle politique, ils sont cependant causés par celle-ci.

Néanmoins, les développements de BLANCHARD sont basés sur l'effet MUNDELL; c'est-à-dire que si les taux d'inflation anticipés s'accroissent, les taux réels anticipés baissent. Or, cet effet n'est pas validé par les tests de FAMA (1982). Ceci nous conduit en conséquence à accueillir les conclusions de BLANCHARD avec certaines réserves.

Pendant, l'intérêt de cette étude est aussi de mettre en évidence le rôle d'anticipation du marché boursier. Or, il est évident que si nous considérons des variables macroéconomiques pour expliquer les facteurs communs, nous risquons de ne pas prendre en compte les réactions très rapides des cours boursiers à l'environnement économique. Ainsi, comme CHEN, ROLL et ROSS (1983), il a paru intéressant de considérer une variable intégrant toutes les informations disponibles à un instant donné, le portefeuille de marché. Alors, par analogie, le taux de consommation individuelle donné dans le cadre du MEDAF de BREEDEN (1979) a été retenu.

Après avoir déduit que certaines variables influençaient les rentabilités des actions et comme notre étude est plus particulièrement située dans l'environnement international, il est nécessaire d'examiner s'il existe ou pas des variables spécifiques à cet environnement.

III LES VARIABLES INTERNATIONALES

Jusqu'à présent, dans cette tentative d'explication des cours boursiers, la spécificité internationale n'a pas été introduite. Il est donc nécessaire de prendre en compte ceci pour tenter d'interpréter les facteurs internationaux extraits dans la partie II.

Tout d'abord, il est intéressant de savoir ce qu'on entend par facteur international. Dans le cadre du modèle international d'arbitrage, un facteur international est un facteur commun influençant les rentabilités des actifs financiers de tous les pays. D'un point de vue économique, ceci est assez ambigu. Par exemple, si l'on considère que l'économie américaine est l'économie dominante dans le monde occidental, et si la production américaine a un impact sur les autres économies, nous devons la considérer comme une variable internationale. On pourrait aussi considérer que c'est la production mondiale qui influence l'ensemble des actifs financiers. En fait, à ce niveau, seuls les tests nous permettront de distinguer si certaines variables économiques nationales sont liées à des facteurs internationaux ou si par contre, ce sont plutôt les variables économiques agrégées au niveau mondial qui expliquent les facteurs internationaux.

Cependant, la première étape dans la définition de variable internationale consiste à considérer le caractère spécifique du marché international par rapport au marché national, le taux de change et sa formation. Pour SOLNIK (1985), le taux de change est une variable monétaire internationale si la parité des pouvoirs d'achat n'est pas vérifiée. Or, d'après le développement réalisé dans le chapitre IV, tout indique que cette relation n'est pas vérifiée. SOLNIK (1985) tente alors d'expliquer et de tester les variables déterminant le taux de change. L'approche théorique des variables liées au taux de change n'ayant encore été faite, il paraît opportun de le faire maintenant.

Dans ce but, le résumé des différentes théories concernant ce sujet réalisé par SOLNIK (1985) sera utilisé. Deux approches sont ainsi distinguées : l'approche réelle et l'approche monétaire.

1) L'approche réelle.

Ce type de modèle, par exemple, LUCAS (1982), est basé sur une approche micro-économique de la décision d'investissement et de consommation. La monnaie est introduite par une simple fonction de demande dans chaque pays. C'est donc le secteur réel qui joue le rôle essentiel avec le commerce international et l'investissement.

Dans un cas simple où les hypothèses sont les suivantes :

- la monnaie est utilisée uniquement pour des motifs de transaction.
- tous les individus ont la même fonction d'utilité et ils reçoivent une dotation, de façon aléatoire, de chaque bien en début de période.
- deux régions sont considérées qui diffèrent par leurs biens et non par leurs préférences. Elles produisent chacune un bien unique et différent.

le prix relatif de deux biens est alors obtenu à partir de la maximisation de la fonction d'utilité du consommateur.

Par ailleurs, comme le marché est parfait, les individus mettent en commun les risques et obtiennent donc le même portefeuille de marché, ils consomment de plus le même panier de biens.

Ceci permet alors d'obtenir la relation suivante

$$(8-21) \quad S = (M_1/M_2) \times (Q_2/Q_1) \times (U_2/U_1)$$

S : le prix en monnaie du pays 1 d'une unité de monnaie du pays 2.

M_1 et M_2 : les stocks de monnaie pour les
pays 1 et 2.

Q_1 et Q_2 : les productions des pays 1 et 2

U_1 et U_2 : les dérivées de la fonction d'
utilité $U(Q_1, Q_2)$.

Comme M_1 et M_2 sont supposées fixes, cette relation indique que S dépend de (Q_1/Q_2) et de (U_1/U_2) , soit directement ou indirectement des productions des pays 1 et 2.

Et comme le secteur monétaire est sans effet dans cette approche, on en déduit que la variable "change" dépend des productions des pays considérés.

2) L'approche monétaire.

Initialement basée sur le fait que le taux de change devait uniquement refléter la parité des pouvoirs d'achat, cette approche a été étendue par DORNBUSCH (1980). Dans cette optique, les prix ne bougent pas ou très lentement ; en conséquence, un ajustement dans le taux d'intérêt réel est nécessaire pour que le marché s'équilibre.

L'analyse est alors la suivante.

- dans le secteur réel, la demande pour la production domestique vient à la fois des résidents et de l'extérieur, on a alors :

$$(8-22) \quad Y = A(i, Y) + X(Y, SP/P^*)$$

Y : la production domestique.

$A(i, Y)$: la part demandée par les résidents, fonction du taux d'intérêt réel et de la production elle-même.

$X(Y, SP/P^*)$: les exportations diminuées des importations (balance commerciale), liées à la production et au taux de change réel. $dX/ds < 0$ car les exportations augmentent si le taux de change réel diminue.

- dans le secteur monétaire, l'équilibre nécessite que dans chaque région, la demande réelle pour la monnaie égale l'offre de monnaie.

$$(8-23) \quad M/P = L(i, Y),$$

L : la demande de monnaie est une fonction décroissante du taux d'intérêt domestique i et une fonction croissante de l'activité économique Y .

Par ailleurs, la balance des paiements BP est égale à la balance commerciale X plus les entrées nettes de capitaux C .

$$(8-24) \quad BP = X(Y, s) + C(i - i^*)$$

C est une fonction croissante du différentiel de taux d'intérêt $(i - i^*)$, i^* taux d'intérêt du reste du monde.

Dans le cas simple où la balance des paiements est supposée stable ($BP = 0$) et que l'on n'ait pas d'influence à court terme sur la production Y , si i augmente, C augmente. Alors, $X(Y, s)$ baisse, ce qui est uniquement dû à une augmentation du taux de change réel car les prix des biens sont rigides à court terme tandis que les taux de change et les taux d'intérêt s'ajustent immédiatement, vu qu'ils sont les prix d'équilibre sur des marchés monétaires efficients. Aussi, dans le court terme, des changements dans les prix relatifs sont seulement causés par les mouvements des taux de change nominaux tandis que les changements dans les différentiels de taux d'intérêt sont uniquement causés par des changements dans les taux d'intérêt réels. Ensuite, dans le long terme, les prix des biens s'ajustent.

Ainsi, les conclusions sont différentes selon les modèles considérés. Dans les modèles monétaires, la variation du taux de change réel est principalement causée par une variation du taux de change nominal (en réaction aux flux de capitaux) et par des changements dans les différentiels des taux d'intérêt (dus à des changements dans la politique monétaire); cette variation affectant par la suite le secteur réel (la production). Alors que dans les modèles réels, c'est l'inverse qui se produit : un mouvement du taux de change réel est causé par un changement dans l'activité économique qui affecte les prix relatifs.

Le modèle réel ne nous apporte rien quant à l'impact du taux de change sur les prix des actions. Par contre, si comme nous l'avons vu auparavant, les cours des actions sont affectés par l'activité réelle (production), toute variable intervenant sur la production doit être retenue pour tenter d'expliquer les facteurs et dans ce sens, l'approche monétaire nous intéresse. Les variables monétaires internationales influençant la production sont donc le taux de change nominal et le différentiel d'inflation.

De plus, d'après l'approche de la balance de paiements, l'équation (8-18) indique qu'une dépréciation du taux de change réel améliore la balance commerciale et en conséquence entraîne une augmentation temporaire de la production. En résumé, si on lie la balance commerciale à la production et la production aux marchés des actions, toute amélioration de la balance commerciale devrait entraîner une amélioration du cours des actions.

En conclusion, l'approche monétaire nous permet de distinguer au moins trois variables internationales : deux monétaires et une réelle :

- le taux de change
- le différentiel des taux d'intérêt
- la balance commerciale.

Cependant, dans un marché efficient, les différentiels des taux d'intérêt devraient refléter les mouvements anticipés des taux de change si on se réfère à l'approche monétariste. Etant donné que le marché des changes s'ajuste rapidement et que nous travaillons seulement au niveau des tests sur des périodes mensuelles, ces deux variables font alors double emploi. Nous nous sommes donc limités au taux de change. Quant à la balance commerciale, elle représente l'aspect international du secteur réel de l'économie et à ce titre, nous l'avons retenue.

Deux variables sont en fin de compte retenues pour représenter l'aspect international proprement dit, ce sont le taux de change et la balance commerciale. Les variables agrégées au niveau mondial sont aussi retenues mais elles ne sont pas le résultat d'une théorie, mais plutôt d'une extension au niveau international des résultats nationaux.

IV LE MODELE D'ARBITRAGE ET L'EXPLICATION ECONOMIQUE DES RENTABILITES DES ACTIONS.

CHEN, ROLL et ROSS (1983) présentent un ensemble de variables économiques censées influencer les rentabilités des actions mais la justification de cette proposition est très succincte. Comme ils sont les seuls à avoir accompli ceci, nous exposerons leur approche et leur résultat.

1) Le cadre théorique.

Ils se fondent sur la théorie présentée dans la première section qui indique que les prix des actions s'expriment selon la formulation suivante :

$$(8-25) \quad C = E(D)/K$$

où C est le cours d'une action

D est le flux de dividende

K est le taux d'actualisation

Ceci implique que les rentabilités actuelles sur une période sont données par

$$(8-26) \quad dD/D + D/C = d(E(D))/E(D) - dk/K + D/C$$

Il s'ensuit que les variables économiques qui influencent les rentabilités sont celles qui modifient le taux d'actualisation et le flux des dividendes espérés.

Il faut noter que les deux équations précédentes sont tirées d'une approche microéconomique et qu'en fait, CHEN, ROLL et ROSS (1983) les utilisent pour en déduire les variables macroéconomiques influençant les rentabilités des actions.

Or, comme nous l'avons déjà dit, la théorie n'indique rien sur cet ensemble de variables. La manière de procéder de ces auteurs est donc à ce niveau intuitive.

Pour CHEN, ROLL et ROSS, le taux d'actualisation change avec le niveau des taux d'intérêt et avec la structure à terme, c'est-à-dire l'écart entre les taux d'intérêt à court terme et les taux d'intérêt à long terme.

Le taux d'actualisation dépend aussi du prix du risque. Par ailleurs, si l'on considère la demande des actifs, les changements de l'utilité marginale indirecte de la richesse réelle que l'on pourrait mesurer par les changements de la consommation réelle, devraient affecter les cours des actions.

De plus, en dehors du cas où l'évaluation des valeurs s'effectuerait en termes réels, l'inflation doit avoir une influence sur les rentabilités. En conséquence, il faudrait prendre en compte les changements dans l'inflation anticipée et l'inflation non anticipée, ces deux parties de l'inflation influençant aussi bien le taux d'actualisation que les dividendes.

En dernier lieu, les auteurs retiennent la production réelle car cette variable influence les flux de liquidités associés à une action. La justification de ceci est succincte et on peut penser qu'ils se rattachent aux travaux de FAMA (1977, 1982) à ce niveau.

En résumé, les auteurs retiennent le taux d'inflation, le niveau des taux d'intérêt, la structure à terme des taux d'intérêt, la production industrielle, la prime de risque, la consommation réelle, le portefeuille de marché et le prix du pétrole.

Ces deux dernières variables sont retenues, afin de comparer le modèle d'arbitrage au modèle d'équilibre des actifs financiers et, afin de voir l'incidence des chocs des prix du pétrole sur les rentabilités des valeurs mobilières.

On peut donc remarquer que les justifications théoriques sont faibles.

2) Les résultats des tests.

Les tests présentés par CHEN, ROLL et ROSS (1983) ont deux objectifs :

- expliquer les facteurs communs à partir de l'ensemble des variables économiques présentées auparavant.

- tester si les variables économiques significatives dans la première partie du test sont appréciées.

Ces tests sont réalisés sur un échantillon de valeurs mobilières des ETATS-UNIS.

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction du chapitre VIII, nous devons considérer dans les tests de ce type sur le modèle d'arbitrage, les parties non anticipées des variables économiques et les changements d'anticipations sur ces variables économiques. Nous n'explicitons pas dans cette section la construction de ces différentes parties des variables économiques puisque nous le développerons en détail en nous basant sur la méthodologie suivie par CHEN, ROLL et ROSS, lors de notre analyse empirique.

Les auteurs montrent alors que la production industrielle, les changements dans la prime de risque, la partie non anticipée de la structure à terme des taux d'intérêt, la partie non anticipée de l'inflation ainsi que le portefeuille de marché expliquent significativement les facteurs communs.

Par contre, on s'aperçoit que si le portefeuille de marché a un pouvoir explicatif lors de l'explication des facteurs communs, la prime de risque du portefeuille de marché calculé dans la deuxième partie du test n'est pas significativement différente de zéro. En effet, dans la deuxième partie du test, les auteurs mettent en évidence que seules les variables citées plus haut, sauf le portefeuille de marché, ont une influence significative sur l'appréciation et la détermination des rentabilités des actifs financiers considérés. CHEN, ROLL et ROSS notent de plus que la consommation, une variable mise en évidence par les modèles traditionnels d'évaluation des actifs financiers, n'est pas significative, que ce soit pour expliquer les facteurs ou pour l'appréciation des rentabilités des actifs financiers.

CONCLUSION

Nous avons mis en évidence certaines variables agissant sur le cours des actions.

Le tableau VIII-1 nous permet de récapituler les variables susceptibles théoriquement d'influencer les cours et les rentabilités des actions.

TABLEAU VIII - 1
Variables influençant les rentabilités des actions.

VARIABLES	INFLUENCE
production	positive
prime de risque	positive
niveau des taux d'intérêt	positive
inflation	négative
structure à terme des taux d'intérêt	positive
monnaie	dépend
taux de change	négative
balance commerciale	négative
rentabilité du portefeuille de marché	dépend
taux de consommation individuelle	dépend
variables agrégées au niveau mondial	voir résultats nationaux

Nous avons en conséquence repris l'ensemble des variables proposé par CHEN, ROLL et ROSS (1983) et FAMA (1981, 1982). S'il paraît justifié pour certaines de ces variables de les retenir d'après la théorie, le choix des autres variables est plutôt intuitif et pour certaines, fondé sur le désir de confronter le modèle d'arbitrage à des modèles traditionnels d'évaluation des actifs financiers.

CHAPITRE 9
UNE TENTATIVE EMPIRIQUE
D'INTERPRETATION ECONOMIQUE
DES FACTEURS

Après avoir proposé un ensemble de variables économiques censées influencer théoriquement les rentabilités des actifs financiers, il nous faut tester cette proposition. Nous tenterons d'expliquer les facteurs internationaux et les facteurs nationaux avec cet ensemble de variables économiques.

Cependant, pour les facteurs nationaux, nous avons uniquement considéré les facteurs nationaux des pays composant les échantillons internationaux de base, en l'occurrence, les Etats-Unis, la France, la Grande-Bretagne, le Japon et la République Fédérale d'Allemagne.

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction du chapitre VIII, les facteurs communs correspondent aux parties non anticipées ou aux changements d'anticipation des variables économiques liés aux marchés des actifs financiers.

Aussi, avant de procéder au test proprement dit, les mouvements non anticipés des variables économiques doivent être estimés.

I LES ANTICIPATIONS DES VARIABLES ECONOMIQUES

Pour estimer ces anticipations, plusieurs moyens existent :

- a) se baser sur un modèle théorique.
- b) procéder de manière purement empirique en utilisant une méthode basée sur les séries temporelles du type BOX-JENKINS.
- c) supposer que la variable considérée suit une marche au hasard.

Tout d'abord, lorsque cela était possible, la théorie a été utilisée. C'est en particulier le cas de l'estimation de l'inflation anticipée. Ensuite, plutôt qu'utiliser des modèles de séries temporelles malgré tout assez arbitraires, nous avons préféré faire une hypothèse simple, en l'occurrence, supposer que les variables économiques suivent une marche au hasard. Ceci revient en fait à la supposition que les taux de variation mensuels des variables économiques sont sériellement non corrélés. Cependant, dans certains cas, ceci n'est pas exactement vérifié.

1) L'inflation

L'anticipation de l'inflation a été l'objet de nombreuses études en finance. En particulier, deux approches ont largement été développées, ce sont les modèles d'anticipation de l'inflation par le taux d'intérêt nominal et les modèles de séries temporelles.

a) Les modèles de séries temporelles

Dans ce cadre, l'inflation anticipée résulte de l'application de la méthode de BOX et JENKINS (1970) aux observations passées du taux d'inflation; on suppose ainsi que le comportement du taux d'inflation observé dans le passé sera reproduit dans le futur.

En général, le coefficient d'autocorrélation est élevé pour les retards d'ordre inférieur et diminue lentement jusqu'à des niveaux très faibles pour les retards les plus éloignés. Etant donnée cette condition et sa non stationnarité, la série peut être représentée par un modèle autorégressif à moyenne mobile, ARIMA.

Plus spécifiquement, les travaux récents se basent sur la forme particulière suivante ARIMA (0, 1, 1); le modèle s'écrit alors

$$I_t = I_{t-1} + \theta_0 + \epsilon_t \theta \epsilon_{t-1}$$

I_t est l'inflation en t.

et avec un opérateur de décalage arrière

$$(1-B) I_t = \theta_0 + (1-\theta B) \epsilon_t$$

Où

ϵ_t peut s'interpréter comme la partie de I qui ne peut pas être prédite par les observations précédentes. Autrement dit, il s'agit de l'estimation de l'inflation non anticipée en t.

b) Le modèle d'anticipation de l'inflation par le taux d'intérêt nominal.

Le modèle théorique à la base est celui de FISHER (1930); dans ce modèle, le taux d'intérêt nominal est égal au taux d'intérêt réel anticipé plus le taux d'inflation anticipé, soit

$$1 + R_t = (1 + E(\tilde{r}_t)) (1 + E(\tilde{I}_t))$$

R_t : rentabilité nominale en t.

$E(\tilde{r}_t)$: rentabilité réelle anticipée.

$E(\tilde{I}_t)$: inflation anticipée.

A partir de ceci, FAMA (1975) a le premier développé un modèle permettant d'estimer l'inflation anticipée à partir du taux d'intérêt nominal. Pour une analyse complète de ces méthodes d'estimation, on peut se référer aux travaux de DE FREITAS (1985). Nous allons, en conséquence, les présenter brièvement.

Compte tenu de la relation de FISHER et de l'hypothèse d'efficacité du marché, le taux d'intérêt nominal établi en $t-1$, lequel est valable en t , doit incorporer toutes les informations disponibles sur l'inflation anticipée et sur le taux d'intérêt réel anticipé. Comme selon FISHER le taux d'intérêt réel ne fluctue pas à court terme, la modification du taux d'intérêt nominal est uniquement due à l'inflation anticipée. Alors, le taux d'intérêt nominal établi en $t-1$ valable en t est une bonne mesure du taux d'inflation anticipée en t .

Le modèle est alors

$$E(I_t) = \alpha_t + B R_t + \tilde{\epsilon}_t$$

où

$$\alpha_t = - E(\tilde{r}_t)$$

$\tilde{\epsilon}_t$ est un bruit blanc

Deux hypothèses sont donc testées:

- l'hypothèse d'efficacité de marché.
- l'hypothèse d'indépendance du taux d'intérêt réel et du taux d'inflation anticipée.

Alors, si le marché est efficace, cette régression doit produire des résidus significativement proches de zéro. En conséquence, si le marché est efficace et le taux réel indépendant de l'inflation, le coefficient de la variable explicative dans le modèle doit être égal à 1.

L'inflation non anticipée dans ce modèle est égale à

$$\tilde{\epsilon}_t = E(\tilde{I}_t) - R_t + E(\tilde{r}_t)$$

Ce dernier modèle est en général plus performant que celui basé sur les séries temporelles; ceci étant essentiellement dû à la volatilité du taux d'inflation dans certains pays.

Cependant, le modèle de base de FISHER a été critiqué par KEYNES (1935) et MUNDELL (1963) pour son hypothèse sur la constance du taux d'intérêt réel, et en conséquence la théorie d'ajustement total du taux d'intérêt nominal au taux d'inflation anticipé est remise en question.

De plus, les tests de NELSON et SCHWERT (1977) rejettent l'hypothèse d'invariabilité du taux d'intérêt réel. Plus récemment, les résultats de FAMA et GIBBONS (1982) sont eux aussi favorables à l'hypothèse de variabilité du taux d'intérêt réel. Pour ceci, ils ont utilisé une procédure qui suppose dans le modèle que la constante, le taux d'intérêt réel, suit une marche au hasard.

Se basant alors sur ces travaux, nous pouvons estimer l'inflation anticipée et donc l'inflation non anticipée..

Si

$$R_t = E(\tilde{r}_t) + E(\tilde{I}_t)$$

$R_t - I_t$ mesure alors la rentabilité réelle ex-

post de la période considérée. Une série temporelle des r_t est donc obtenue et une analyse de cette série temporelle permet alors d'obtenir $E(r_t)$.

Il reste ensuite à soustraire $E(r_t)$ de R_t pour obtenir $E(I_t)$.

En fait, dans cette étude, nous utiliserons la première méthode basée sur un taux d'intérêt réel constant pour calculer l'inflation anticipée.

En conclusion, l'inflation non anticipée D est égale à $I_t - E(I_t)$ et le changement dans l'inflation anticipée K est égal à $E(I_t|t-1) - E(I_{t-1}|t-2)$ où $I(I_t|t-1) = \alpha_t + B R_t$. Cette dernière variable est retenue car elle peut contenir de l'information n'existant pas dans l'inflation non anticipée, ce qui correspond à ce que nous avons dit dans l'introduction du chapitre VIII. Ceci peut survenir selon CHEN, ROLL et ROSS (1983) quand, par exemple, les prévisions de l'inflation sont influencées par des facteurs économiques autres que les erreurs de prévisions passées.

2) Les autres variables économiques

Comme CHEN, ROLL et ROSS (1983), nous faisons l'hypothèse de base que les autres variables suivent une marche au hasard. Cependant, il faut noter que les facteurs sont extraits des rentabilités des actions. Or, certaines variables économiques influencent les cours; il faudra donc pour être exact prendre leur taux de variation mensuelle pour estimer la partie non anticipée de ces variables économiques.

a) La structure à terme

Pour mesurer l'influence de la structure à terme, nous avons pris la variable suivante :

$$E(t) = L(t) - C(t)$$

où $L(t)$ est la rentabilité sur une obligation de première catégorie

$C(t)$ est le taux d'intérêt à court terme (ici, sur le marché des euro-devises)

Si on suppose qu'il n'y a pas de risque sur l'obligation de première catégorie, l'anticipation sur la rentabilité de cette obligation pour les mois $t - 1$, t est égal à $C(t)$ qui est connu en $t-1$. En conséquence, $E(E(t)|t-1) = 0$. $E(t)$ est alors égal à la rentabilité non anticipée de l'obligation de première catégorie. Cette hypothèse d'absence de risque nous a permis d'isoler l'effet de la structure à terme. Il nous faut maintenant déterminer la prime de risque.

b) La prime de risque

Une mesure possible de l'impact sur les rentabilités des mouvements non anticipés dans la prime de risque est la variable suivante

$$S(t) = L_1(t) - L_2(t)$$

où

$L_1(t)$ est la rentabilité sur une obligation de première catégorie.

$L_2(t)$ est la rentabilité sur une obligation de deuxième catégorie.

En effet, si nous prenons deux obligations de même durée et de rang différent, l'obligation de première catégorie aura un rendement inférieur à celle de deuxième catégorie. Or, dans cet exemple, la seule distinction entre les deux obligations est uniquement due au risque de non-paiement plus élevé pour le deuxième type d'obligation que pour le premier type.

La différence est donc égale à la rentabilité supplémentaire demandée par les acheteurs du deuxième type d'obligation pour compenser le risque plus élevé.

Dans notre étude, nous n'avons pu obtenir les données relatives aux obligations de deuxième catégorie pour les différents pays, nous avons alors pris comme prime de risque celle donnée par le MEDAF.

$$S(t) = R_M(t) - TB(t - 1)$$

$R_M(t)$: la rentabilité du portefeuille de marché sur la période $t - 1, t$.

$TB(t)$: le taux d'intérêt à court terme donné en $t - 1$ valable pour la période $t - 1, t$.

On peut supposer que cette variable suit une marche au hasard et qu'en conséquence, la variation de cette variable, appelée $s(t)$, est la partie non anticipée de cette variable.

c) La production industrielle

Si $P(t)$ représente la production industrielle pour le mois t , alors le taux de croissance mensuelle est égal à

$$G(t) = \log P(t) - \log P(t - 1)$$

Mais comme les prix des valeurs impliquent l'évaluation de cash-flows sur de longues périodes dans le futur, il est possible que les rentabilités mensuelles des actions ne soient donc pas très liées aux variations mensuelles contemporaines de la production. Par contre, le marché des actions est certainement lié aux changements dans l'activité industrielle à long terme.

En effet, le marché des actifs financiers anticipe l'activité économique. Par exemple, FAMA (1981, 1982) indique que les rentabilités mensuelles des actions en t sont liées au taux de croissance annuel de la production pour le mois $t + 12$, $Y(t + 12)$.

Il est donc nécessaire de retenir le taux de croissance annuelle;

$$Y(t) = \log P(t) - \log P(t - 12)$$

Et si on suppose que la production industrielle suit une marche au hasard, $G(t)$ et $Y(t)$ représentent alors les variations inattendues des productions mensuelles et annuelles.

Il faut noter que nous aurions pu, comme l'ont fait CHEN, ROLL et ROSS (1983) à ce niveau, prévoir les productions à partir des données passées.

Par ailleurs, on peut supposer que ce soit non pas la production industrielle qui suit une marche au hasard mais son taux de croissance. Dans ce cas, les variations non anticipées seraient

$$DG(t) = G(t) - G(t - 1)$$

et

$$DY(t) = Y(t) - Y(t - 1)$$

d) La monnaie

La monnaie n'est pas une variable réelle mais certaines théories considèrent qu'elle a un impact sur l'activité réelle.

De même qu'au niveau de la production, c'est le taux de croissance de la monnaie qui agit sur les rentabilités des actifs financiers, et si on suppose que la monnaie suit une marche au hasard, alors il sera égal à l'innovation de la variable

$$H(t) = \log M(t) - \log M(t-1)$$

où $M(t)$ est la monnaie appelée M_2 (monnaie fiduciaire plus dépôts à vue) dans notre étude.

A ce niveau, nous pourrions ainsi plutôt supposer que c'est le taux de croissance qui suit une marche au hasard et en conséquence, la variable retenue serait la variation du taux de croissance.

$$DH(t) = H(t) - H(t - 1)$$

e) La balance commerciale

La balance commerciale est égale au solde des exportations et des importations. C'est à cause de son lien avec la production que cette variable a été retenue. La partie non anticipée de la variable est alors la variation de la balance commerciale.

$$B(t) = XM(t) - XM(t-1)$$

où XM est égal au solde des exportations et des importations

3) Les implications d'autres modèles

a) L'indice de marché

Si l'on suppose que cette variable suit une marche au hasard, la partie non anticipée de cette variable sera alors ;

$$A(t) = \log IM(t) - \log IM(t - 1)$$

où IM est l'indice du marché

b) La consommation

Avec les variables présentées, nous examinerons aussi l'influence de la consommation réelle et retiendrons les variations de cette variable.

$$T(t) = \log C(t) - \log C(t - 1)$$

où C est la consommation réelle par habitant.

4) La construction de grandeurs économiques mondiales

Pour calculer la production mondiale, par exemple, il est logique d'agréger les différentes valeurs des productions nationales. Cependant, si pour ceci, on convertit toutes les valeurs dans la même monnaie, nous risquons d'introduire le problème associé au taux de change lors de l'explication des différents facteurs. En effet, admettons que les différentes productions nationales restent identiques en termes réels, qu'on les convertisse et qu'ensuite, on les agrège pour obtenir la production mondiale, il est possible que nous trouvions une liaison significative entre un facteur et la production mondiale due non pas aux variations de la production réelle, mais aux fluctuations du taux de change.

Aussi, la solution retenue pour calculer ces variables mondiales est celle donnée par les statistiques financières internationales. Les valeurs des productions sont exprimées en monnaie nationale et la valeur mondiale est égale à la moyenne géométrique de ces différentes valeurs; les coefficients de pondération utilisés étant les PIB en dollars des Etats Unis. En effet, la moyenne géométrique assure que si les taux d'accroissement de toutes les séries sont constants, quoique différents, le taux d'accroissement de leur moyenne sera constant.

Les variables mondiales sont en conséquence calculées et leurs parties non anticipées estimées comme dans le cadre national.

5) Le facteur change

Avec le modèle international d'arbitrage, nous avons démontré que l'impact du taux de change sur les rentabilités exprimées en monnaie de référence, se traduisait sous la forme du facteur spécifique associé au taux de change.

D'après les équations suivantes données dans le chapitre VI

$$(9 - 1) \quad \tilde{s}_{jt} = E(\tilde{s}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} \tilde{f}_k + \tilde{\epsilon}_j$$

et

$$(9 - 2) \quad \tilde{R}_{it} = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \tilde{f}_k + d_{ij} \tilde{\epsilon}_j + \tilde{\epsilon}_i^j$$

Le facteur spécifique associé au taux de change apparaît donc comme un facteur commun à tous les actifs i du pays j . A ce titre, ce facteur spécifique doit apparaître comme une variable explicative des facteurs internationaux.

Quant aux parties non anticipées du taux de change, elles sont représentées par les facteurs communs extraits de l'analyse factorielle de taux de change réalisée dans le chapitre VI.

En conclusion, les parties non anticipées ont été estimées, soit à partir de la théorie (l'inflation), soit à partir de l'hypothèse que la variable économique suivait une marche au hasard. Cependant, pour la production et la monnaie, nous avons de plus fait l'hypothèse que c'était le taux de croissance de la variable qui suivait une marche au hasard.

Pour simplifier, les différentes estimations des parties non anticipées des variables ont été codées de V1 à V16; ce que le glossaire IX-1 résume.

TABLEAU IX-1 : GLOSSAIRE

CODE	VARIABLE REPRESENTEE
V1	le taux de croissance annuelle de la production.
V2	le taux de croissance mensuelle de la production.
V3	l'inflation non anticipée.
V4	le changement dans l'inflation anticipée.
V5	la structure à terme des taux d'intérêt.
V6	le taux de croissance de la consommation réelle par tête.
V7	la rentabilité du portefeuille de marché.
V8	le taux de croissance de la masse monétaire.
V9	le facteur spécifique du taux de change.
V10	la variation de la balance commerciale.
V11	le premier facteur commun des taux de change.
V12	le deuxième facteur commun des taux de change.
V13	la prime de risque.
V14	la variation du taux de croissance annuelle de la production.
V15	la variation du taux de croissance mensuelle de la production.
V16	la variation du taux de croissance de la masse monétaire.

Il faut aussi noter les codes des différents pays. Nous avons les ETATS-UNIS (US), la FRANCE (FF), la GRANDE-BRETAGNE (GB), LE JAPON (JP), la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE (RFA) et le MONDE (MO). Ainsi, la combinaison des deux codes permet de spécifier entièrement une variable; par exemple, V1JP indique le taux de croissance annuelle de la production japonaise.

De plus, les facteurs nationaux sont par exemple pour la FRANCE codés de FF1 à FF6. Les facteurs internationaux sont eux codés ainsi, pour les échantillons A et B, respectivement de A1 à A7 et de B1 à B7.

II LE PRINCIPE DU TEST

Le test consiste en une régression des différents facteurs communs sur les parties non anticipées des variables économiques supposées agir sur les rentabilités des actifs financiers. Cependant, un rappel de la composition des données sera effectué avant d'explicitier le test proprement dit.

1) Les données

Deux types de données sont nécessaires dans le test, les variables économiques et les réalisations des facteurs communs.

a) Les réalisations des facteurs communs

Les facteurs nationaux ont été extraits dans la première partie de cette étude alors que les facteurs communs extraits des échantillons multinationaux A et B sont considérés comme des facteurs internationaux. Pour l'ensemble des facteurs, les réalisations des facteurs communs sont obtenues selon la méthode présentée p 198. Ainsi, comme la période d'observation est de janvier 1973 à décembre 1982 et que les analyses factorielles sont réalisées sur les données impaires, 60 observations sur les facteurs communs sont obtenues.

Seuls, les pays composant les échantillons internationaux de base ainsi que la France (pour des raisons compréhensibles) seront analysés.

b) Les variables économiques

Les données sont exprimées en terme mensuel. Elles correspondent aux rentabilités des actions analysées. Ainsi, si on considère les rentabilités des actions sur la période $t - 1, t$, le taux de croissance de la production sera lui aussi calculé sur la période $t - 1, t$.

De plus, nous retiendrons les observations impaires de ces variables, afin d'être en accord avec les observations retenues pour les facteurs.

La plupart des données sont tirées de la bande des données FMI (statistiques financières internationales). Cependant, d'autres sources ont été utilisées pour certaines variables.

- Le taux d'intérêt à court terme;

C'est le taux d'intérêt sur les euro-devises, publié par la banque des règlements internationaux jusqu'en 1978 et ensuite par la Morgan Guaranty Trust Company; le taux valable pour la période $t - 1$, t est donné en $t - 1$.

- L'indice de marché des actions;

C'est l'indice de prix des actions établi en fin de mois procuré par une banque financière internationale; indice F.A.Z (Allemagne), indice A.S.E (Etats-Unis), indice de la C.A.C (France), indice Financial Times (Grande-Bretagne), indice du T.S.E (Japon).

- La consommation;

La consommation réelle par tête est approchée par les ventes au détail corrigées des variations saisonnières; origine: "principaux indicateurs économiques" de l'OCDE.

- La production;

Ce sont les productions industrielles mensuelles corrigées des variations saisonnières; origine, Statistiques financières internationales.

- Le taux de change;

Ce sont les taux de change en fin de mois exprimant une unité de monnaie étrangère en unités de dollar des Etats-Unis; origine, Statistiques financières internationales.

- La monnaie;

C'est la masse monétaire M2 (monnaie fiduciaire plus dépôts à vue); origine, statistiques financières internationales.

- L'indice des prix;

Pour chaque prix, c'est l'indice des prix mensuel publié par les statistiques financières internationales.

2) La démarche

Le principe est par définition très simple. Si l'on considère un facteur F et l'ensemble des variables V, il suffit de régresser F sur V et de tester si les coefficients de régression sont significativement différents de zéro. La régression est donc

$$F_k = \sum_{i=1}^N \alpha_i V_i$$

et l'hypothèse à tester

$$H_0 : \underline{\alpha} = 0 .$$

$$H_1 : \underline{\alpha} \neq 0 .$$

Cependant, avant de réaliser l'ensemble des régressions, il est important d'examiner les corrélations des variables et ensuite de proposer un ensemble de régressions.

La méthode économétrique utilisée sera celle des moindres carrés généralisés de Cochrane-Orcutt.

3) Les corrélations des variables.

La matrice de corrélation donnée dans l'annexe 3 indique qu'en règle générale, quel que soit le pays observé, la rentabilité du portefeuille du marché est très corrélée avec la prime de risque utilisée (de l'ordre de 0,98). Ceci est assez compréhensible si l'on se souvient que la prime de risque calculée dans cette étude (certaines informations sur les rentabilités des obligations de deuxième catégorie nous manquaient) est égale à la différence entre la rentabilité du portefeuille de marché et la rentabilité du taux d'intérêt sans risque. Or, si la rentabilité du portefeuille de marché fluctue beaucoup d'un mois sur l'autre, celle de l'actif sans risque est assez stable; en conséquence, la prime de risque est forcément corrélée avec la rentabilité du portefeuille de marché. Il nous est donc très difficile d'examiner le lien entre la prime de risque et les différents facteurs.

Par ailleurs, une certaine corrélation existe entre des variables de même type; par exemple, entre les taux de croissance de la production annuelle et de la production mensuelle ou entre le taux de croissance de la production et sa variation. On peut observer aussi un lien entre les variables monétaires suivantes : la monnaie, la structure à terme et l'inflation.

Il faut noter aussi une relation entre la composante spécifique du taux de change et les éléments du taux d'intérêt (par exemple, l'inflation); ceci pourrait être dû dans une certaine limite à l'ajustement du taux de change au différentiel d'intérêt ou au différentiel d'inflation.

En fait, ces remarques sont plus ou moins pertinentes selon le pays considéré; ainsi, pour la GRANDE-BRETAGNE, aucune corrélation supérieure à 0,3 n'existe sauf dans le cas de la prime de risque; ce qui est donc assez faible.

Ainsi, cette brève étude indique que la prime de

risque et la rentabilité du portefeuille du marché sont trop corrélées pour être introduites simultanément dans une régression. En l'occurrence, la variable représentant la prime de risque ne sera pas utilisée car elle n'apporte rien par rapport à la rentabilité du portefeuille de marché.

En conclusion, en dehors de cette variable, nous pouvons introduire toutes les variables ensemble dans une régression. Néanmoins, rien ne nous indique que la multicolinéarité ne soit pas élevée dans certains pays. Aussi, il nous faudra examiner les différentes régressions pour savoir si ce problème existe.

Il faut signaler que, comme attendu, le lien entre les variables mondiales et les variables nationales est important, vu le principe d'agrégation. Mais comme nous n'avons aucune raison de réaliser des régressions à la fois sur les variables nationales et les variables mondiales, cela ne nous gêne pas.

Il nous faut maintenant proposer un ensemble de régressions à effectuer.

4) Les différentes régressions.

Chaque facteur national est régressé sur les variables économiques du pays correspondant alors que chaque facteur international est régressé sur les variables économiques mondiales mais aussi sur les variables des différents pays. En fait, les différents objectifs de ces régressions sont:

- Mettre en évidence ou non la multicolinéarité. On examine alors les coefficients des mêmes variables dans des régressions différentes.

- Etudier le lien entre les facteurs communs des échantillons d'actions et les facteurs du portefeuille de devises.

- Mettre en évidence l'impact des facteurs spécifiques associés aux différents taux de change.

- Distinguer, lorsqu'il y a plusieurs représentations d'une grandeur économique, quelle est la plus significative.

- Voir l'influence des différents ensembles de variables traduisant le secteur réel de l'économie, le secteur monétaire et le secteur financier.

Les différentes régressions sont alors effectuées sur :

a) le taux de croissance annuelle de la production, V1, l'inflation non anticipée, V3, le changement dans l'inflation anticipée, V4, et la structure à terme, V5.

b) idem à a) mais V1 est remplacé par le taux de croissance mensuelle de la production, V2.

c) idem à a) mais V1 est remplacé par la variation du taux de croissance annuelle de la production, V14.

d) idem à a) mais V1 est remplacé par la variation du taux de croissance mensuelle de la production, V15.

e) idem à a) mais la rentabilité du portefeuille de marché est ajoutée, V7.

f) idem à a) mais le taux de croissance de la consommation individuelle est introduit, V6.

g) idem à a) plus le taux de croissance de la masse monétaire, V8.

h) idem à a) plus la variation du taux de croissance de la masse monétaire, V16.

i) idem à a) à laquelle on ajoute la rentabilité du portefeuille de marché, V7, le taux de croissance de la masse monétaire, V8 et le taux de croissance de la consommation individuelle, V6.

j) idem à i) mais V1 est remplacé par le taux de croissance mensuelle de la production, V2.

k) idem à i) mais V1 est remplacé par la variation du taux de croissance annuelle, V14.

l) idem à i) mais V1 est remplacé par la variation du taux de croissance mensuelle, V15.

m) sur les facteurs communs, V11 et V12, extraits du portefeuille de devises et sur le facteur spécifique du taux de change pour le pays concerné. Il faut noter que d'après le modèle international d'arbitrage, seul le facteur spécifique du taux de change doit apparaître. Il n'est donc pas utile de régresser sur le taux de change lui-même.

n) idem à m) plus le taux de croissance de la balance commerciale, V10.

De plus, pour les facteurs internationaux, des régressions ont été effectuées sur :

o) les facteurs communs des taux de change. A priori, d'après les modèles factoriels, il devrait y avoir une similitude entre certains facteurs internationaux et les facteurs communs des taux de change.

p) sur des combinaisons des différentes variables mondiales (V1, V2, V6, V7, V8, V14, V15, V16) donc sans les variables liées au taux d'intérêt (V3, V4, V5).

q) sur des combinaisons de toutes les variables de façon identique à ce qui a été fait au niveau national.

Enfin, lorsque cela se révélait nécessaire, nous avons réalisé des régressions permettant de confronter certaines variables.

Naturellement, nous ne redonnerons pas ici l'ensemble de ces régressions, car la lecture en serait trop fastidieuse. En conséquence, pour chaque facteur national, l'équation la plus significative sera décrite; par contre, pour les facteurs internationaux, nous le ferons pour chaque pays. Cependant, quand des variables internationales (V9, V10, V11, V12) seront significatives, nous indiquerons leur t de student.

Enfin, nous tenons à préciser que lorsque le test en F et le t de student ne sont pas significatifs, aucune régression ne sera mentionnée pour le facteur considéré.

Examinons maintenant les différents résultats, tout d'abord pour les facteurs nationaux et ensuite pour les facteurs internationaux.

III LES FACTEURS NATIONAUX

Pour chaque pays, les régressions significatives se trouvent dans le tableau IX-2 et un résumé dans le tableau IX-6. Une lecture des résultats est effectuée pour chaque pays.

1) Les ETATS-UNIS.

Les régressions indiquent pour le premier facteur un très important pouvoir explicatif du portefeuille de marché et du taux de croissance de la production annuelle, les t de student sont respectivement de - 8,43 et de 3,06. Le coefficient de détermination est égal à 0,59.

Le deuxième facteur est lié à l'inflation non anticipée, à la structure à terme des taux d'intérêt et au taux de consommation réelle par tête.

La production a deux fois une liaison significative avec le troisième facteur, par la variation du taux de croissance de la production annuelle et par le taux lui-même, mais c'est la variation qui explique le mieux ($t = 4,19$).

De façon assez étonnante, les quatrième, cinquième et sixième facteurs ne sont pas expliqués de façon significative. On peut, cependant, noter que la régression du quatrième facteur sur le premier facteur commun tiré des taux de change donne un t de student positif (2,16).

Par contre, le septième facteur est significativement relié au taux de croissance annuelle tandis que la variation du taux de croissance annuelle et la structure à terme expliquent le huitième facteur.

Comme nous le constatons, tous les facteurs n'ont pas pu être interprétés mais en réalité, ceci n'est pas surprenant et nous le montrerons dans la conclusion de cette section.

Les variables importantes sont donc : le

**TABEAU IX-2 : EXPLICATION DES FACTEURS NATIONAUX
(méthode de Cochrane-Orcutt)**

1) FRANCE : régressions des facteurs français sur les variables françaises.

$$\text{FF1} = -0.028 + 0.015 \text{ V1} + 0.280 \text{ V3} + 1.214 \text{ V4} + 0.244 \text{ V5} + 0.161 \text{ V7}$$

(-0.28) (0.96) (0.97) (0.77) (0.66) (9.26)^{*}
 F = 19.4^{*} R² a = 0.62 DW = 2.00 ; V10 (-2.58)

$$\text{FF2} = 0.075 - 0.025 \text{ V1} - 0.343 \text{ V3} + 0.979 \text{ V4} + 0.224 \text{ V5} + 0.084 \text{ V7}$$

(0.52) (-1.18) (-0.83) (0.43) (0.43) (3.33)^{*}
 F = 2.21^{*} R² a = 0.16 DW = 1.99

$$\text{FF3} = -0.122 + 0.011 \text{ V1} - 3.968 \text{ V4} + 0.091 \text{ V5} - 0.641 \text{ V6} + 0.085 \text{ V16}$$

(-0.66) (0.04) (-1.68)^{*} (0.21) (-1.09) (1.56)
 F = 1.44 R² a = 0.04 DW = 1.95

$$\text{FF4} = -0.348 + 0.048 \text{ V1} - 0.330 \text{ V3} - 2.380 \text{ V4} - 1.180 \text{ V5} + 0.089 \text{ V16}$$

(2.38) (2.36)^{*} (-0.94) (-1.24) (-2.52)^{*} (2.02)^{*}
 F = 3.59^{*} R² a = 0.19 DW = 2.06

$$\text{FF6} = 0.040 - 0.028 \text{ V1} - 0.200 \text{ V3} + 0.349 \text{ V4} + 0.511 \text{ V5} + 0.015 \text{ V6} + 0.007 \text{ V7} + 0.092 \text{ V16} - 0.205 \text{ V9} + 0.007 \text{ V10}$$

(-0.25) (-1.57) (-0.53) (0.17) (1.11) (0.49) (0.03) (2.04)^{*} (-2.44)^{*} (0.80)
 F = 2.49^{*} R² a = 0.07 DW = 2.00

* : H₀ rejeté à un seuil de 5%

2) ETATS-UNIS : régressions des facteurs américains sur les variables américaines

$$\text{US1} = -0.053 - 0.035 \text{ V1} + 0.208 \text{ V3} + 1.609 \text{ V4} + 0.139 \text{ V5} + 0.120 \text{ V7}$$

(-0.05) (-2.58)^{*} (0.69) (0.74) (0.29) (8.43)^{*}
 F = 17.1^{*} R² a = 0.59 DW = 1.97

$$\text{US2} = -0.073 - 0.006 \text{ V1} - 0.737 \text{ V3} - 1.387 \text{ V4} - 1.438 \text{ V5} + 0.176 \text{ V6}$$

(-0.59) (-0.34) (-1.79)^{*} (-0.46) (-2.24)^{*} (2.05)^{*}
 F = 2.34^{*} R² a = 0.19 DW = 2.02

$$\text{US3} = 0.074 + 0.296 \text{ V14} - 0.199 \text{ V3} - 2.210 \text{ V4} + 0.575 \text{ V5}$$

(0.59) (4.19)^{*} (-0.55) (-0.87) (0.94)
 F = 8.73^{*} R² a = 0.36 DW = 1.94

$$\text{US4} = 0.021 - 0.002 \text{ V10} + 0.300 \text{ V11} - 0.047 \text{ V12}$$

(0.18) (-1.42) (2.16)^{*} (-0.87)
 F = 1.85 R² a = 0.04 DW = 1.87

$$\text{US7} = 0.001 + 0.216 \text{ V2} + 0.233 \text{ V3} + 2.103 \text{ V4} + 0.455 \text{ V5}$$

(0.01) (2.75)^{*} (0.69) (0.81) (1.00)
 F = 2.93^{*} R² a = 0.12 DW = 2.09

$$\text{US8} = 0.012 - 0.077 \text{ V14} + 0.124 \text{ V3} + 1.820 \text{ V4} + 0.932 \text{ V5}$$

(0.15) (-1.93)^{*} (0.42) (0.77) (2.14)^{*}
 F = 2.83^{*} R² a = 0.12 DW = 2.12

* : H₀ rejeté à un seuil de 5%

3) GRANDE-BRETAGNE : régressions des facteurs anglais sur les variables anglaises.

$$GB1 = -0.184 - 0.001 V1 - 0.089 V3 - 0.423 V4 + 0.049 V5 + 0.126 V7$$

(-2.98) (-0.13) (-1.14) (-0.91) (1.63) (14.2)^{*}
 F = 45.9^{*} R² a = 0.80 DW = 1.99

$$GB2 = -0.030 - 0.028 V1 + 0.275 V3 - 0.020 V4 + 0.031 V5 + 0.160 V6 + 0.006 V7 - 0.010 V8 + 0.055 V9 + 0.689 V10$$

(-0.18) (-1.19) (1.58) (-0.02) (0.47) (2.26)^{*} (0.32) (-0.17) (0.69) (0.21)
 F = 1.15 R² a = 0.02 DW = 2.02

$$GB3 = -0.096 + 0.040 V14 + 0.273 V3 - 0.650 V4 - 0.068 V5 - 0.024 V6 + 0.055 V7 + 0.032 V16 + 0.035 V9 - 0.002 V10$$

(-0.79) (0.98) (1.68)^{*} (-0.68) (-1.12) (-0.38) (3.10)^{*} (2.90)^{*} (0.50) (-1.01)
 F = 2.31^{*} R² a = 0.17 DW = 1.92

$$GB4 = 0.228 + 0.038 V1 + 0.254 V3 + 0.204 V4 + 0.005 V5 - 0.136 V8$$

(1.40) (1.59) (1.78)^{*} (0.258) (0.08) (-3.15)^{*}
 F = 3.05^{*} R² a = 0.23 DW = 1.88

$$GB5 = 0.013 - 0.033 V14 + 0.246 V3 + 1.063 V4 + 0.066 V5 - 0.147 V6 + 0.008 V7 + 0.021 V16 + 0.077 V9 + 0.002 V10$$

(-0.16) (-0.99) (1.84)^{*} (1.40) (1.35) (-2.76)^{*} (0.51) (2.33)^{*} (1.35) (0.96)
 F = 2.71^{*} R² a = 0.21 DW = 2.04

$$GB6 = 0.071 - 0.007 V1 - 0.040 V3 - 1.519 V4 - 0.100 V5$$

(0.08) (-0.49) (-0.32) (-2.05)^{*} (-2.04)^{*}
 F = 2.52^{*} R² a = 0.10 DW = 1.81

4) JAPON : régressions des facteurs japonais sur les variables japonaises.

$$JP1 = -0.070 - 0.020 V1 + 0.062 V3 + 0.221 V4 - 0.449 V5 + 0.237 V7$$

(-1.01) (-1.71)^{*} (0.75) (0.31) (-0.86) (11.9)^{*}
 F = 30.7^{*} R² a = 0.73 DW = 2.02

$$JP2 = 0.146 - 0.049 V1 + 0.121 V3 - 0.046 V4 + 0.094 V5$$

(0.99) (-2.06)^{*} (0.85) (-0.04) (0.08)
 F = 2.03 R² a = 0.07 DW = 1.99

$$JP3 = 0.012 + 0.093 V14 + 0.097 V3 + 0.622 V4 - 1.354 V5$$

(0.12) (1.83)^{*} (0.69) (0.58) (-2.31)^{*}
 F = 3.03^{*} R² a = 0.13 DW = 2.04 ; V12 (1.95)^{*}

$$JP4 = -0.004 + 0.032 V1 - 0.366 V3 - 1.568 V4 - 0.680 V5 + 0.059 V7$$

(-0.04) (1.72)^{*} (-2.82)^{*} (-1.41) (-0.84) (1.90)^{*}
 F = 3.38^{*} R² a = 0.17 DW = 2.00 ; V11 (3.33)^{*}

$$JP6 = 0.015 - 0.060 V9 - 0.001 V10 + 0.254 V11 - 0.100 V12$$

(0.09) (-0.73) (-0.43) (1.96)^{*} (-0.69)
 F = 2.13^{*} R² a = 0.07 DW = 1.91

$$JP8 = -0.114 + 0.016 V1 + 0.354 V3 + 0.438 V4 - 0.019 V5 + 0.056 V7$$

(-0.98) (0.86) (3.51)^{*} (0.45) (-0.02) (2.10)^{*}
 F = 4.10^{*} R² a = 0.22 DW = 2.16

$$JP9 = -0.211 + 0.023 V1 + 0.068 V3 + 0.144 V4 - 1.407 V5 + 0.124 V6$$

(-1.47) (1.31) (0.53) (0.13) (-1.89) (1.59)
 F = 1.51 R² a = 0.04 DW = 2.05

^{*} : H₀ rejeté à un seuil de 5%

5) REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE : régressions des facteurs allemands sur les variables allemandes.

$$\text{RFA1} = -0.032 - 0.031 \text{ V1} + 0.049 \text{ V3} + 6.140 \text{ V4} + 0.122 \text{ V5} - 0.076 \text{ V6} + 0.261 \text{ V7} + 0.032 \text{ V8} - 0.025 \text{ V9} + 0.005 \text{ V10}$$

$$(-0.41) \quad (-2.95)^* \quad (0.25) \quad (1.93)^* \quad (0.38) \quad (-0.48) \quad (20.53)^* \quad (0.62) \quad (-0.22) \quad (2.96)^*$$

$$F = 54.5^* \quad R^2 = 0.89 \quad DW = 1.95$$

$$\text{RFA3} = 0.087 - 0.116 \text{ V15} - 0.733 \text{ V3} + 6.810 \text{ V4} - 1.031 \text{ V5}$$

$$(0.59) \quad (-2.43)^* \quad (-1.74)^* \quad (0.82) \quad (-1.40)$$

$$F = 3.75^* \quad R^2 = 0.16 \quad DW = 1.87$$

$$\text{RFA4} = 0.055 + 0.043 \text{ V1} + 0.897 \text{ V3} - 6.160 \text{ V4} - 1.493 \text{ V5} + 0.150 \text{ V16}$$

$$(0.41) \quad (2.02)^* \quad (2.08)^* \quad (-0.62) \quad (-2.47)^* \quad (1.63)$$

$$F = 3.77^* \quad R^2 = 0.20 \quad DW = 2.11 \quad ; \text{ V10 } (2.09)$$

$$\text{RFA6} = 0.174 + 0.027 \text{ V1} + 0.448 \text{ V3} - 7.497 \text{ V4} - 1.563 \text{ V5}$$

$$(1.21) \quad (1.05) \quad (1.04) \quad (-0.77) \quad (-2.05)^*$$

$$F = 1.31 \quad R^2 = 0.02 \quad DW = 1.95$$

$$\text{RFA7} = 0.123 - 0.018 \text{ V1} - 0.067 \text{ V3} + 16.841 \text{ V4} - 1.081 \text{ V5} + 0.058 \text{ V16}$$

$$(0.72) \quad (-0.67) \quad (-0.15) \quad (1.84)^* \quad (-1.31) \quad (0.64)$$

$$F = 1.40 \quad R^2 = 0.04 \quad DW = 1.97$$

$$\text{RFA8} = 0.223 + 0.024 \text{ V1} + 0.447 \text{ V3} - 25.343 \text{ V4} - 0.648 \text{ V5} - 0.203 \text{ V16}$$

$$(1.71) \quad (1.14) \quad (1.08) \quad (-2.74)^* \quad (-1.06) \quad (-2.34)$$

$$F = 2.23^* \quad R^2 = 0.10 \quad DW = 1.92 \quad ; \text{ V12 } (-2.38)$$

* H_0 rejeté à un seuil de 5%

portefeuille de marché, les productions annuelles et mensuelles, l'inflation non anticipée, la structure à terme des taux d'intérêt et la consommation.

2) La FRANCE

Six facteurs composent la structure factorielle des données françaises.

Le premier facteur est fortement relié à la rentabilité du portefeuille de marché, mais aussi à la variation de la balance commerciale. Or, comme d'après la théorie monétariste, la balance commerciale a un impact sur la production, nous devrions avoir une influence sur ce facteur de la production, mais ce n'est pas le cas.

De même, pour le deuxième facteur, c'est la rentabilité du portefeuille de marché qui se révèle significative. Le troisième facteur est lui lié au changement dans l'inflation anticipée.

Par contre, trois variables traduisent le quatrième facteur. Ce sont le taux de croissance annuelle de la production, la structure à terme et la variation du taux de croissance de la masse monétaire.

Quant au cinquième facteur, nous ne pouvons pas lui attacher une seule variable.

Le dernier facteur est expliqué significativement par la variation du taux de croissance de la masse monétaire.

En résumé, les variables significatives sont : le portefeuille de marché, la production, le changement dans l'inflation anticipée, la structure à terme et la masse monétaire.

3) La GRANDE-BRETAGNE

Comme dans le cas de la FRANCE, six facteurs doivent être interprétés.

Nous retrouvons encore pour le premier facteur un impact important de la rentabilité du portefeuille de marché mais aucune autre variable. En fait, la variation du taux de croissance de la production est

apparue dans une régression, mais lorsqu'elle est confrontée à la rentabilité du portefeuille de marché, elle s'efface.

Par contre, c'est le taux de consommation individuelle qui permet de donner une interprétation satisfaisante du deuxième facteur.

Trois variables expliquent le troisième facteur; ce sont la rentabilité du portefeuille de marché, la variation du taux de croissance de la masse monétaire.

Le quatrième facteur est éclairci par le taux de croissance de la masse monétaire et pratiquement par l'inflation non anticipée.

Quant au cinquième facteur, l'inflation non anticipée, le taux de consommation individuelle et la variation du taux de croissance de la masse monétaire permettent de l'interpréter correctement.

Enfin, le sixième facteur est lié de façon significative à deux composantes du taux d'intérêt : le changement dans l'inflation anticipée et la structure à terme.

Notons avec surprise qu'aucune variable internationale et surtout aucune représentation de la production ne sont attachées à un facteur.

Nous avons donc comme variables explicatives : le portefeuille de marché, les différentes composantes du taux d'intérêt, la consommation et la masse monétaire.

4) Le JAPON

La rentabilité du portefeuille de marché explique de façon importante le premier facteur, alors que le taux de croissance annuelle de la production explique à la fois les premier et deuxième facteurs.

Par contre, c'est la variation du taux de croissance annuelle de la production qui traduit le troisième facteur. Ce facteur est aussi relié au taux de consommation individuelle et au deuxième facteur commun du portefeuille de devises.

Ce sont l'inflation non anticipée et la rentabilité du portefeuille de marché qui permettent d'interpréter le quatrième facteur, mais deux

variables internationales, le facteur spécifique et le premier facteur commun du taux de change, sont aussi significatives.

Les cinquième, sixième et septième facteurs n'ont aucune liaison avec les différentes variables économiques. Cependant, le premier facteur du taux de change est attaché au sixième facteur.

Pour le huitième facteur, le portefeuille de marché apparaît encore ainsi que l'inflation non anticipée. On remarque que le facteur spécifique et le premier facteur du taux de change sont aussi quasiment liés à ce facteur.

Enfin, c'est la structure à terme qui permet d'éclaircir le neuvième facteur.

En résumé, les rentabilités japonaises peuvent s'interpréter à partir du portefeuille de marché, de la production, de l'inflation non anticipée et de la structure à terme des taux d'intérêt.

5) La REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

Quatre variables expliquent le premier facteur, ce sont : la rentabilité du portefeuille de marché, le taux de croissance annuelle de la production, l'inflation non anticipée et la variation de la balance commerciale.

Pour le deuxième facteur, aucune liaison significative n'existe.

Par contre, la variation du taux de croissance annuelle de la production est liée significativement au troisième facteur et dans une certaine mesure, l'inflation non anticipée.

Une interprétation satisfaisante du quatrième facteur est donnée par le taux de croissance annuelle de la production, l'inflation non anticipée, la structure à terme et par la variation du taux de croissance de la masse monétaire. Nous pouvons enfin indiquer l'influence significative de la variation de la balance commerciale.

Par contre, rien ne permet d'expliquer le cinquième facteur.

Quant aux sixième et septième facteurs, ils sont respectivement reliés à la structure à terme des taux d'intérêt et au changement dans l'inflation anticipée.

Le huitième facteur est quant à lui éclairci par le changement dans l'inflation anticipée et la variation du taux de croissance de la masse monétaire. On peut noter aussi une influence significative du deuxième facteur commun du taux de change.

Les neuvième et dixième facteurs restent, eux, sans interprétation.

En résumé, nous retenons comme variables : le portefeuille de marché, la production, l'inflation non anticipée, le changement dans l'inflation non anticipée et la masse monétaire.

Conclusion préliminaire

En règle générale, les mêmes types de variables économiques apparaissent pour les différents pays : le portefeuille de marché, la production, l'inflation non anticipée et dans une moindre mesure, la monnaie, la consommation. Par ailleurs, les variables internationales sont surtout significatives dans les cas du JAPON et de la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE.

Nous avons aussi remarqué que plusieurs facteurs restaient sans explication. Ceci peut se comprendre de la façon suivante : les échantillons nationaux sont relativement petits et le nombre de facteurs extraits est par contre grand, il est donc possible que certains facteurs reflètent des tendances particulières à des groupes d'actifs qui ne sont pas prises en compte par des variables économiques aussi générales que celles que nous avons retenues.

IV LES FACTEURS INTERNATIONAUX

L'examen des facteurs internationaux se fera en plusieurs étapes. En premier lieu, les résultats des régressions des facteurs internationaux sur les facteurs communs des taux de change seront analysés; de plus, à ce niveau, nous montrerons les liens des facteurs internationaux avec les facteurs spécifiques des taux de change et les variations des balances commerciales. Nous expliciterons enfin les différents facteurs internationaux en fonction des variables économiques nationales et des variables économiques mondiales.

Toutes ces interprétations seront faites à la fois pour les échantillons A et B.

1) Les facteurs internationaux et les variables internationales.

Le test en F dans le tableau IX-3 indique que pour l'échantillon A, les trois premiers facteurs sont expliqués par les facteurs communs des taux de change alors que pour l'échantillon B, ce sont les cinq premiers facteurs. Les deux derniers facteurs internationaux supplémentaires mis en évidence avec l'échantillon B sont en fait reliés au premier facteur commun du taux de change. Rien ne permet d'expliquer cette différence si ce n'est que dans l'échantillon B, nous avons l'ensemble des actifs sans risque. Il faut noter que, soit avec l'échantillon A, soit avec l'échantillon B; les deux facteurs communs des taux de change traduisent les trois premiers facteurs internationaux.

Pour les liaisons avec les facteurs spécifiques et les taux de croissance des balances commerciales, il faut se reporter aux différents appendices des tableaux IX-4 et IX-5. Ceux-ci nous indiquent que:

- pour l'échantillon A,

le quatrième facteur est relié au facteur spécifique japonais alors que le cinquième facteur est expliqué significativement par les facteurs spécifiques japonais et anglais.

TABLEAU IX-3
FACTEURS INTERNATIONAUX
ET
FACTEURS COMMUNS DES TAUX DE CHANGE
(méthode de Cochrane-Orcutt)

ECHANTILLON A	ECHANTILLON B
$A1 = 0.039 + 0.520 V11 + 0.295 V12$ (0.38) (4.33) [*] (2.08) [*] $F = 11.6^*$ $R^2 a = 0.27$ $DW = 1.91$	$B1 = 0.021 + 0.349 V11 + 0.348 V12$ (0.24) (3.02) [*] (2.46) [*] $F = 9.88^*$ $R^2 a = 0.24$ $DW = 1.91$
$A2 = 0.009 - 0.303 V11 - 0.299 V12$ (0.08) (-2.28) [*] (-1.90) [*] $F = 4.03^*$ $R^2 a = 0.09$ $DW = 1.98$	$B2 = -0.007 + 0.417 V11 + 0.275 V12$ (-0.06) (3.31) [*] (1.85) [*] $F = 6.69^*$ $R^2 a = 0.17$ $DW = 1.94$
$A3 = 0.011 - 0.246 V11 + 0.402 V12$ (0.07) (-1.97) [*] (2.94) [*] $F = 8.12^*$ $R^2 a = 0.20$ $DW = 1.85$	$B3 = 0.021 + 0.523 V11 - 0.125 V12$ (0.19) (4.16) [*] (-0.85) $F = 8.63^*$ $R^2 a = 0.21$ $DW = 1.99$
$A4 = 0.015 + 0.153 V11 + 0.130 V12$ (0.14) (1.17) (0.82) $F = 1.00$ $R^2 a = 0.00$ $DW = 1.87$	$B4 = -0.026 + 0.056 V11 - 0.062 V12$ (-0.29) (2.48) [*] (-0.43) $F = 4.43^*$ $R^2 a = 0.11$ $DW = 1.97$
$A5 = 0.005 - 0.091 V11 - 0.015 V12$ (0.04) (-0.68) (0.09) $F = 0.36$ $R^2 a = -0.02$ $DW = 1.99$	$B5 = 0.035 - 0.242 V11 + 0.136 V12$ (0.26) (-1.84) [*] (0.92) $F = 2.77$ $R^2 a = 0.06$ $DW = 2.01$
$A6 = -0.012 + 0.082 V11 + 0.018 V12$ (-0.11) (0.65) (0.12) $F = 0.78$ $R^2 a = -0.01$ $DW = 2.02$	$B6 = -0.014 + 0.026 V11 + 0.065 V12$ (-0.10) (0.19) (0.42) $F = 0.19$ $R^2 a = -0.03$ $DW = 1.94$
$A7 = 0.012 + 0.229 V11 + 0.027 V12$ (0.12) (1.87) [*] (0.18) $F = 1.90$ $R^2 a = 0.03$ $DW = 1.89$	$B7 = 0.006 - 0.185 V11 - 0.218 V12$ (0.05) (-1.49) (-1.53) $F = 2.03$ $R^2 a = 0.04$ $DW = 1.99$

^{*} H_0 rejeté à un seuil de 5%.

- pour l'échantillon B,

les troisième, quatrième et septième facteurs sont attachés au facteur spécifique anglais tandis que le facteur spécifique japonais se reflète dans les quatrième et sixième facteurs.

Ainsi, seuls les facteurs spécifiques anglais et japonais apparaissent. Ceci n'est pas en contradiction avec les conclusions du modèle international d'arbitrage. En effet, nous devrions voir en plus des facteurs traditionnels autant de facteurs spécifiques que de pays étrangers, or ce n'est pas le cas, mais n'oublions pas qu'il y a cinq pays et seulement sept facteurs.

Quant à la variation de la balance commerciale, elle apparaît uniquement avec la FRANCE pour les deuxième et septième facteurs de l'échantillon A, et pour le deuxième facteur de l'échantillon B.

2) L'impact des variables économiques.

La description se fera échantillon par échantillon.

a) L'échantillon A.

Le premier facteur est représenté par les différentes rentabilités des portefeuilles de marché; ceci pour tous les pays et au niveau mondial. Par ailleurs, nous retrouvons le taux de croissance annuelle de la production pour les ETATS-UNIS et le JAPON alors qu'au niveau mondial, c'est la variation du taux de croissance annuelle de la production qui est significative.

Les portefeuilles de marché des ETATS-UNIS et du JAPON sont encore retenus avec le deuxième facteur. De plus, les taux de croissance mensuelle des productions américaines et allemandes ainsi que la variation du taux de croissance annuelle de la production mondiale et le changement dans l'inflation mondiale anticipée sont mis en évidence avec ce facteur.

TABLEAU IX-4
EXPLICATION DES FACTEURS INTERNATIONAUX
ECHANTILLON A
(méthode de Cochrane-Orcutt)

FACTEUR 1

$$A1 = 0.062 - 0.026 V1FF - 0.177 V3FF - 2.234 V4FF - 0.006 V5FF + 0.057 V7FF$$

(0.47) (-1.31) (-0.42) (-0.97) (-0.01) (2.20)^{*}

F = 2.29^{*} R²a = 0.10 DW = 1.98

$$A1 = 0.137 - 0.033 V1US - 0.176 V3US + 0.489 V4US - 0.153 V5US + 0.156 V6US + 0.070 V7US - 0.216 V8US$$

(0.69) (-1.89)^{*} (-0.44) (0.17) (-0.24) (1.94)^{*} (3.69)^{*} (-1.28)

F = 4.02^{*} R²a = 0.27 DW = 1.89

$$A1 = -0.163 + 0.011 V16B - 0.014 V36B - 0.689 V46B + 0.067 V56B + 0.085 V76B$$

(-2.06) (0.80) (-0.11) (-0.92) (1.39) (5.79)^{*}

F = 8.59^{*} R²a = 0.40 DW = 1.94

$$A1 = -0.016 - 0.035 V1JP + 0.127 V3JP + 0.340 V4JP - 0.480 V5JP + 0.177 V7JP$$

(-0.14) (-1.90) (1.11) (0.32) (-0.58) (6.11)^{*}

F = 8.65^{*} R²a = 0.40 DW = 2.03

$$A1 = -0.119 - 0.030 V1RFA - 0.131 V3RFA - 2.250 V4RFA + 0.996 V5RFA + 0.150 V7RFA$$

(-1.11) (-1.52) (-0.37) (-0.27) (1.79)^{*} (4.73)^{*}

F = 7.36^{*} R²a = 0.36 DW = 1.99

$$A1 = -0.075 + 0.211 V1M10 + 0.148 V7M10$$

(-0.79) (2.80)^{*} (5.31)^{*}

F = 22.0^{*} R²a = 0.46 DW = 1.93

^{*} : H₀ rejeté à un seuil de 5%.

FACTEUR 2.

$$A2 = -0.042 + 0.018 V1FF - 0.602 V3FF - 4.917 V4FF - 1.063 V5FF + 0.065 V6FF + 0.049 V7FF - 0.042 V8FF$$

(-0.23) (0.85) (-1.35) (-2.05)^{*} (-2.05)^{*} (1.78)^{*} (1.88)^{*} (-0.47)

F = 1.80 R²a = 0.09 DW = 2.04 ; V10 (-2.31)^{*}

$$A2 = -0.061 - 0.008 V1US + 0.259 V3US + 0.832 V4US - 0.174 V5US - 0.097 V6US + 0.078 V7US + 0.008 V8US$$

(-0.03) (-0.42) (0.59) (0.27) (-0.24) (-1.13) (3.97)^{*} (0.04)

F = 2.75^{*} R²a = 0.18 DW = 1.97

$$A2 = 0.237 - 0.033 V14JP - 0.030 V3JP - 0.727 V4JP + 0.770 V5JP + 0.007 V6JP + - 0.108 V7JP - 0.143 V16$$

(1.84) (-0.59) (-0.22) (-0.64) (0.11) (0.12) (-3.00)^{*} (-2.01)^{*}

F = 2.60^{*} R²a = 0.13 DW = 1.92

$$A2 = 0.060 + 0.168 V2RFA + 0.168 V2RFA - 0.158 V3RFA + 14.421 V4RFA - 0.531 V5RFA$$

(0.40) (2.48)^{*} (-0.37) (1.59) (-0.68)

F = 2.21 R²a = 0.08 DW = 1.95

$$A2 = -0.081 + 0.232 V1M10 + 0.509 V3M10 + 0.098 V4M10$$

(-0.73) (2.49)^{*} (0.90) (2.42)^{*}

F = 3.81^{*} R²a = 0.14 DW = 2.04

^{*} : H₀ rejeté à un seuil de 5%.

FACTEUR 3.

$$A3 = 0.152 - 0.147 V2FF - 0.187 V3FF - 1.533 V4FF + 0.586 V5FF$$

(0.84) (-2.12)^{*} (-0.42) (-0.68) (0.97)

$$F = 2.76^* \quad R^2_a = 0.11 \quad DW = 1.76$$

$$A3 = 0.067 + 0.190 V14US + 0.122 V3US - 0.172 V4US + 0.606 V5US - 0.023 V6US + 0.045 V7US - 0.161 V16US$$

(0.41) (2.20)^{*} (0.28) (-0.06) (0.77) (-0.27) (2.29)^{*} (-1.21)

$$F = 2.48^* \quad R^2_a = 0.15 \quad DW = 1.74$$

$$A3 = -0.031 - 0.039 V16B + 0.135 V36B + 0.368 V46B + 0.001 V56B + 0.043 V76B$$

(-0.19) (-1.47) (0.83) (0.39) (0.02) (2.50)^{*}

$$F = 2.59^* \quad R^2_a = 0.12 \quad DW = 1.69$$

$$A3 = -0.025 - 0.005 V1JP - 0.037 V3JP - 0.495 V4JP - 0.258 V5JP + 0.109 V7JP$$

(-0.19) (-0.19) (-0.26) (-0.39) (-0.26) (3.09)^{*}

$$F = 2.07 \quad R^2_a = 0.09 \quad DW = 1.65$$

$$A3 = 0.168 - 0.012 V1RFA + 0.234 V3RFA - 13.856 V4RFA - 1.090 V5RFA - 0.091 V7RFA$$

(0.95) (-0.41) (0.55) (-1.64) (-1.18) (-2.61)^{*}

$$F = 2.65^* \quad R^2_a = 0.13 \quad DW = 1.76$$

$$A3 = -0.128 + 0.335 V2M0 + 0.069 V7M0$$

(-0.90) (2.44)^{*} (2.07)^{*}

$$F = 6.16^* \quad R^2_a = 0.17 \quad DW = 1.63$$

* : H₀ rejeté à un seuil de 5%

FACTEUR 4.

$$A4 = -0.118 - 0.029 V1FF + 0.522 V3FF - 4.180 V4FF - 0.917 V5FF$$

(-0.90) (-1.49) (1.28) (-1.86)^{*} (-1.86)^{*}

$$F = 2.15 \quad R^2_a = 0.04 \quad DW = 1.84$$

$$A4 = -0.168 - 0.087 V146B + 0.035 V36B + 2.005 V46B + 0.033 V56B + 0.187 V66B + 0.067 V76B - 0.006 V16$$

(-1.91) (-2.63)^{*} (0.27) (2.62)^{*} (0.66) (3.54)^{*} (4.52)^{*} (-0.66)

$$F = 6.50^* \quad R^2_a = 0.41 \quad DW = 2.12$$

$$A4 = 0.011 + 0.104 V14JP + 0.135 V3JP + 1.630 V4JP - 1.230 V5JP$$

(0.11) (2.00)^{*} (0.99) (1.50) (-2.01)^{*}

$$F = 2.28 \quad R^2_a = 0.08 \quad DW = 1.88 \quad ; \quad VJP (-2.30)[*]$$

$$A4 = -0.019 + 0.231 V15M0 - 0.184 V6M0$$

(-0.16) (1.84)^{*} (-1.74)^{*}

$$F = 3.12^* \quad R^2_a = 0.08 \quad DW = 1.87$$

* H₀ rejeté à un seuil de 5%.

FACTEUR 5

$$A5 = 0.032 + 0.355 V15US - 0.199 V3US - 0.257 V4US + 0.333 V5US$$

(0.25) (2.38)^{*} (-0.49) (-0.09) (0.54)

$$F = 1.64 \quad R^2_a = 0.04 \quad DW = 2.00$$

$$A5 = -0.064 + 0.016 V16B - 0.019 V36B - 0.143 V46B - 0.029 V56B + 0.047 V76B$$

(0.52) (0.74) (-0.13) (-0.15) (-0.49) (2.65)^{*}

$$F = 1.68 \quad R^2_a = 0.06 \quad DW = 2.00 \quad ; \quad V96B (2.08)$$

$$A5 = -0.019 + 0.027 V1JP - 0.277 V4JP - 0.277 V4JP - 1.022 V5JP$$

(-0.15) (1.21) (-2.02)^{*} (-0.22) (-1.03)

$$F = 1.11 \quad R^2_a = 0.001 \quad DW = 1.97 \quad ; \quad V9JP (-2.62)[*]$$

* : H₀ rejeté à un seuil de 5%.

FACTEUR 6

$$A6 = -0.035 + 0.122 V14US + 0.263 V3US + 3.367 V4US + 0.720 V5US - 0.071 V6US + 0.038 V7US + 0.222 V16US$$

(-0.32) (1.91)^{*} (0.75) (1.22) (1.27) (-0.91) (2.05)^{*} (1.44)

$$F = 2.21 \quad R^2_a = 0.13 \quad DW = 2.06$$

$$A6 = -0.061 - 0.007 V16B + 0.253 V36B + 1.389 V46B + 0.038 V76B + 0.222 V166B$$

(-0.67) (-0.43) (1.82)^{*} (1.71)^{*} (0.71) (2.38)^{*}

$$F = 2.75^* \quad R^2_a = 0.21 \quad DW = 2.11$$

$$A6 = 0.856 - 0.004 V1RFA + 0.390 V3RFA + 9.655 V4RFA + 1.039 V5RFA - 0.307 V8RFA$$

(-2.39) (-0.19) (0.83) (1.06) (1.76)^{*} (-2.35)^{*}

$$F = 2.39 \quad R^2_a = 0.11 \quad DW = 2.05$$

$$A6 = 0.137 + 0.034 V1M0 - 0.099 V8M0$$

(0.90) (1.91)^{*} (-1.51)

$$F = 2.07 \quad R^2_a = 0.07 \quad DW = 2.02$$

* : H₀ rejeté à un seuil de confiance de 5%

FACTEUR 7

$$A7 = 0.115 - 0.147 V14US + 0.975 V3US - 0.022 V4US + 1.619 V5US$$

(1.04) (-2.20)^{*} (2.71)^{*} (-0.09) (2.88)^{*}

$$F = 4.16^* \quad R^2_a = 0.18 \quad DW = 1.94$$

$$A7 = -0.276 + 0.056 V1RFA - 0.329 V3RFA + 1.411 V4RFA - 0.280 V5RFA + 0.283 V8RFA$$

(-1.50) (2.41)^{*} (-0.66) (0.16) (-0.41) (2.10)^{*}

$$F = 2.26 \quad R^2_a = 0.10 \quad DW = 1.97$$

$$A7 = 0.039 - 0.255 V2M0 + 0.072 V7M0$$

(0.43) (-2.47)^{*} (2.33)^{*}

$$F = 6.07 \quad R^2_a = 0.17 \quad DW = 1.99$$

* : H₀ rejeté à un seuil de confiance de 5%

L'interprétation du troisième facteur est aussi liée aux rentabilités des portefeuilles de marché américain, anglais, allemand et mondial. Nous pouvons noter une liaison avec les taux de croissance mensuelle des productions françaises et mondiales ainsi que l'effet de la variation du taux de croissance annuelle de la production américaine.

Le quatrième facteur international n'est pas du tout rattaché aux variables des ETATS-UNIS et de la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE. Par contre, nous pouvons remarquer une forte liaison avec les variables anglaises; en l'occurrence, la variation du taux de croissance annuelle de la production, le changement dans l'inflation anticipée, le taux de croissance de la consommation et la rentabilité du portefeuille de marché. Enfin, nous pouvons distinguer des effets du changement dans l'inflation française anticipée et de la structure à terme des taux d'intérêt français.

Aucun test en F ne permet de rejeter l'hypothèse d'une liaison nulle entre le cinquième facteur et les variables considérées. A la limite, si l'on se base sur les t de student, nous pourrions considérer la variation du taux de croissance mensuelle de la production américaine et la rentabilité du portefeuille de marché anglais.

Par contre, l'explication du sixième facteur peut se faire à partir de la variation du taux de croissance annuelle de la production américaine, de l'inflation anglaise non anticipée, du taux de croissance de la consommation anglaise, du taux de croissance de la masse monétaire allemande et du taux de croissance annuelle de la production mondiale.

Enfin, le dernier facteur serait plutôt lié aux économies américaines et allemandes, vu les effets positifs de la variation du taux de croissance annuelle de la production, de l'inflation américaine non anticipée, de la structure à terme des taux d'intérêt américains, du taux de croissance annuelle de la production allemande et du taux de croissance de la masse monétaire allemande. Cependant, il faut signaler les liens significatifs avec la variation du

taux de croissance annuelle de la masse monétaire mondiale et avec la rentabilité du portefeuille de marché mondial.

En conclusion, avec l'échantillon A, le même type de variables apparaît qu'au niveau national. Il faut noter, cependant, que la masse monétaire et l'inflation non anticipée apparaissent peu. Par ailleurs, certains facteurs ne sont pas liés aux valeurs de certains pays. Ainsi, le deuxième facteur n'est pas lié aux valeurs anglaises, le quatrième aux valeurs américaines, le cinquième aux valeurs allemandes, françaises et mondiales, le sixième aux valeurs françaises et le septième aux valeurs japonaises, françaises et anglaises. A la limite, nous pourrions opposer les valeurs américaines et allemandes aux valeurs japonaises et anglaises.

b) l' échantillon B

Comme pour l'échantillon A, le premier facteur est surtout décrit par les différents portefeuilles de marché, nationaux et mondial. Nous remarquons aussi le rôle des taux de croissance annuelle des productions américaine, japonaise et mondiale.

Pour le deuxième facteur, nous notons toujours l'influence des rentabilités des portefeuilles de marché américain, japonais et mondial. Par ailleurs, la variation du taux de croissance mensuelle de la production française, le changement dans l'inflation française anticipée, la structure à terme des taux d'intérêt français, le taux de croissance annuelle de la production américaine, le changement dans l'inflation allemande anticipée, le taux de croissance de la consommation individuelle allemande et la variation du taux de croissance annuelle de la production mondiale ont une certaine influence.

Le troisième facteur est, par contre, mal expliqué par les diverses variables. Seul, le taux de croissance mensuelle de la production mondiale a un pouvoir explicatif. A la limite, nous pouvons citer l'inflation américaine non anticipée et la rentabilité du portefeuille de marché japonais.

TABLEAU IX-5
EXPLICATION DES FACTEURS INTERNATIONAUX
 (méthode de Cochrane-Orcutt)
ECHANTILLON B

FACTEUR 1

$$B1 = 0.027 - 0.028 V1FF - 0.209 V3FF - 3.118 V4FF - 0.246 V5FF + 0.069 V7FF$$

(0.25) (-1.66)^{*} (-0.58) (-1.54) (-0.57) (2.98)^{*}

F = 4.62^{*} R² a = 0.24 DW = 2.08

$$B1 = 0.135 - 0.032 V1US + 0.007 V3US + 0.001 V4US - 0.146 V5US + 0.165 V6US + 0.085 V7US - 0.024 V8US$$

(0.77) (-2.08)^{*} (0.02) (0.01) (-0.26) (2.31)^{*} (5.02)^{*} (1.59)

F = 6.83^{*} R² a = 0.42 DW = 1.92

$$B1 = -0.150 + 0.005 V1GB + 0.016 V3GB - 0.699 V4GB + 0.009 V5GB + 0.085 V7GB$$

(-2.20) (0.43) (0.15) (-1.04) (0.23) (6.47)^{*}

F = 11.83^{*} R² a = 0.49 DW = 1.99

$$B1 = 0.006 - 0.041 V1JP + 0.199 V3JP + 0.763 V4JP - 0.291 V5JP + 0.143 V7JP$$

(0.07) (2.73)^{*} (1.63) (0.80) (-0.45) (5.31)^{*}

F = 9.62^{*} R² a = 0.44 DW = 2.03

$$B1 = -0.099 - 0.028 V1RFA + 0.036 V3RFA - 1.876 V4RFA + 0.828 V5RFA + 0.117 V7RFA$$

(-0.97) (-1.47) (0.10) (-0.20) (1.56) (3.60)^{*}

F = 5.79^{*} R² a = 0.30 DW = 1.87

$$B1 = -0.090 + 0.143 V1M0 + 0.174 V7M0$$

(-1.08) (2.15)^{*} (7.11)^{*}

F = 33.48^{*} R² a = 0.56 DW = 1.97

^{*} : H₀ rejeté au seuil de 5%.

FACTEUR 2

$$B2 = 0.061 + 0.088 V15FF + 0.574 V3FF + 4.344 V4FF + 1.084 V5FF$$

(0.44) (2.79)^{*} (1.43) (1.94)^{*} (2.05)^{*}

F = 3.15^{*} R² a = 0.13 DW = 1.96

$$B2 = -0.073 + 0.033 V1US - 0.143 V3US + 0.595 V4US + 0.334 V5US - 0.048 V7US$$

(-0.05) (1.81)^{*} (-0.34) (0.19) (0.52) (-2.36)^{*}

F = 2.41^{*} R² a = 0.11 DW = 1.98

$$B2 = -0.257 - 0.195 V14JP + 0.075 V3JP + 1.346 V4JP + 0.316 V5JP + 0.014 V6JP + 0.117 V7JP + 0.127 V16JP$$

(-2.00) (-0.07) (0.57) (1.22) (0.46) (0.28) (3.38)^{*} (1.86)^{*}

F = 2.76^{*} R² a = 0.18 DW = 1.87

$$B2 = -0.085 + 0.044 V1RFA - 0.161 V3RFA - 17.650 V4RFA - 0.057 V5RFA - 0.116 V6RFA$$

(-0.58) (1.76)^{*} (-0.38) (-1.94)^{*} (-0.08) (-2.63)^{*}

F = 2.74 R² a = 0.13 DW = 1.94

$$B2 = 0.124 - 0.195 V1M0 - 0.862 V3M0 - 0.099 V4M0$$

(1.08) (-2.09)^{*} (-1.54) (-2.56)^{*}

F = 3.93^{*} R² a = 0.15 DW = 2.01

^{*} : H₀ rejeté au seuil de 5%.

FACTEUR 3

$$B3 = -0.006 - 0.056 V14US + 0.969 V3US - 0.565 V4US + 0.059 V5US$$

$$(-0.03) \quad (-0.62) \quad (2.11)^* \quad (-0.19) \quad (0.07)$$

$$F = 1.88 \quad R^2_a = 0.06 \quad DW = 1.82$$

$$B3 = 0.010 + 0.153 V9GB - 0.001 V10GB + 0.478 V11GB - 0.153 V12GB$$

$$(0.09) \quad (2.30)^* \quad (-0.43) \quad (3.87)^* \quad (-1.05)$$

$$F = 5.90^* \quad R^2_a = 0.26 \quad DW = 2.00$$

$$B3 = 0.022 + 0.017 V1JP - 0.135 V3JP - 0.805 V4JP - 0.290 V5JP - 0.071 V7JP$$

$$(0.13) \quad (0.65) \quad (-0.97) \quad (-0.60) \quad (0.25) \quad (-1.93)^*$$

$$F = 1.27 \quad R^2_a = 0.02 \quad DW = 1.84$$

$$B3 = -0.028 - 0.274 V2MO + 0.086 V16MO$$

$$(-0.14) \quad (-1.80)^* \quad (1.05)$$

$$F = 3.36 \quad R^2_a = 0.09 \quad DW = 1.91$$

* : H_0 rejeté au seuil de 5%.

FACTEUR 4

$$B4 = 0.115 + 0.015 V1FF - 0.641 V3FF + 3.96 V4FF + 0.888 V5FF$$

$$(1.29) \quad (0.98) \quad (-1.90)^* \quad (2.08)^* \quad (2.27)^*$$

$$F = 5.14^* \quad R^2_a = 0.23 \quad DW = 2.02$$

$$B4 = -0.021 + 0.009 V1US - 0.608 V3US + 3.004 V4US - 0.108 V5US + 0.348 V16US$$

$$(-1.13) \quad (0.63) \quad (-1.73)^* \quad (1.09) \quad (-0.22) \quad (2.23)^*$$

$$F = 3.49^* \quad R^2_a = 0.18 \quad DW = 1.98$$

$$B4 = 0.097 + 0.083 V14GB - 0.037 V3GB - 1.264 V4GB + 0.027 V5GB - 0.043 V6GB - 0.074 V7GB - 0.003 V8GB$$

$$(1.39) \quad (2.92)^* \quad (-0.34) \quad (-1.94)^* \quad (0.65) \quad (-0.94) \quad (-5.56)^* \quad (-0.38)$$

$$F = 9.09^* \quad R^2_a = 0.50 \quad DW = 1.98 \quad ; V9GB (-2.32)$$

$$B4 = -0.052 - 0.040 V2JP - 0.053 V3JP - 1.774 V4JP + 0.98 V5JP$$

$$(-0.06) \quad (-0.61) \quad (-0.42) \quad (-1.97)^* \quad (2.07)^*$$

$$F = 4.55^* \quad R^2_a = 0.20 \quad DW = 2.07 \quad ; V9JP (3.41)^*$$

$$B4 = -0.032 + 0.070 V14RFA - 0.645 V3RFA + 14.085 V4RFA - 0.095 V5RFA$$

$$(-0.29) \quad (1.58) \quad (-1.84)^* \quad (1.64) \quad (-0.17)$$

$$F = 3.96^* \quad R^2_a = 0.17 \quad DW = 1.92$$

$$B4 = -0.038 + 0.037 V1MO - 0.100 V7MO$$

$$(-0.47) \quad (2.55)^* \quad (-3.31)^*$$

$$F = 11.29^* \quad R^2_a = 0.29 \quad DW = 1.91$$

* : H_0 rejeté à un seuil de 5%.

FACTEUR 5

$$B5 = 0.294 - 0.088 V2FF - 0.507 V3FF - 0.843 V4FF + 1.142 V5FF$$

(2.05) (-1.37) (-1.24) (-0.37) (2.18)^{*}

F = 3.00^{*} R² a = 0.12 DW = 1.97

$$B5 = 0.079 + 0.279 V14US - 0.348 V3US + 0.401 V4US + 0.034 V5US$$

(0.76) (4.31)^{*} (-0.99) (0.16) (0.06)

F = 5.57^{*} R² a = 0.25 DW = 1.96

$$B5 = 0.001 + 0.012 V1JP - 0.276 V3JP - 1.420 V4JP - 0.382 V5JP + 0.093 V7JP$$

(0.01) (0.59) (-2.24)^{*} (-1.23) (-0.40) (2.92)^{*}

F = 3.52^{*} R² a = 0.18 DW = 1.88

$$B5 = 0.275 - 0.022 V1RFA + 0.807 V3RFA - 0.355 V4RFA - 0.540 V5RFA - 0.186 V16RFA$$

(1.35) (-0.68) (1.84)^{*} (-0.45) (-0.54) (-2.16)^{*}

F = 1.78 R² a = 0.06 DW = 2.02

$$B5 = -0.021 + 0.209 V2MO + 0.193 V6MO$$

(-0.67) (1.56) (1.77)^{*}

F = 4.16^{*} R² a = 0.11 DW = 1.95

* : H₀ rejeté au seuil de 5%.

FACTEUR 6

$$B6 = -0.073 + 0.003 V1US + 0.202 V3US + 2.209 V4US + 0.258 V5US + 0.062 V7US$$

(-0.52) (0.16) (0.49) (0.74) (0.40) (3.15)^{*}

F = 2.12 R² a = 0.09 DW = 1.97

$$B6 = -0.029 - 0.005 V16B + 0.316 V36B + 1.777 V46B + 0.001 V56B + 0.022 V166B$$

(-0.25) (-0.25) (2.03)^{*} (1.98)^{*} (0.06) (2.05)^{*}

F = 2.31 R² a = 0.11 DW = 1.88

$$B6 = -0.059 - 0.156 V14MO + 0.058 V7MO$$

(-0.46) (1.57) (1.72)^{*}

F = 2.48 R² a = 0.06 DW = 1.95 ; V9JP (-2.25)^{*}

* : H₀ rejeté au seuil de 5%.

FACTEUR 7

$$B7 = -0.021 - 0.051 V1FF + 0.143 V3FF + 1.106 V4FF + 0.458 V5FF + 0.131 V8FF$$

(0.13) (-2.68)* (0.36) (0.53) (0.98) (1.72)*

$$F = 2.61^* \quad R^2 a = 0.12 \quad DW = 1.98$$

$$B7 = -0.153 - 0.028 V16B + 0.182 V36B - 1.938 V46B + 0.006 V56B + 0.105 V86B$$

(-1.21) (-1.66)* (1.36) (-2.43)* (0.11) (2.12)*

$$F = 2.88^* \quad R^2 a = 0.14 \quad DW = 1.96 \quad ; \quad V96B (-3.19)^*$$

$$B7 = 0.068 - 0.028 V1RFA + 0.990 V3RFA - 1.111 V4RFA + 0.537 V5RFA - 0.007 V6RFA + 0.110 V7RFA - 0.856 V8$$

(0.47) (-1.53) (2.38)* (-0.13) (1.04) (-0.18) (3.52)* (-0.076)

$$F = 3.83^* \quad R^2 a = 0.26 \quad DW = 2.01$$

$$B7 = 0.088 + 0.110 V14JP - 0.015 V3JP - 0.953 V4JP - 0.929 V5JP$$

(0.86) (2.16)* (-0.11) (-0.91) (-1.50)

$$F = 1.57 \quad R^2 a = 0.04 \quad DW = 2.00$$

$$B7 = -0.283 + 0.036 V1M0 - 0.180 V6M0 + 0.020 V7M0 + 0.116 V8M0$$

(-1.68) (1.62) (-1.61) (0.62) (1.65)

$$F = 1.82 \quad R^2 a = 0.06 \quad DW = 1.98$$

* : H_0 rejeté au seuil de 5%.

Quant au quatrième facteur, de nombreuses variables y sont attachées. Ce sont particulièrement le changement dans l'inflation anticipée pour la FRANCE, la GRANDE-BRETAGNE et le JAPON ainsi que la structure à terme des taux d'intérêt pour le premier et le troisième pays déjà cités. Enfin, nous pouvons recenser l'inflation française non anticipée, la variation du taux de croissance de la masse monétaire américaine, la variation du taux de croissance annuelle de la production anglaise, la rentabilité du portefeuille de marché anglais et enfin, le taux de croissance annuelle de la production mondiale.

Il existe plusieurs liaisons significatives entre le cinquième facteur et certaines variables mais aucune n'est du même type. Nous pouvons extraire la structure à terme des taux d'intérêt français, la variation du taux de croissance annuelle de la production américaine, la variation du taux de croissance de la masse monétaire allemande, l'inflation japonaise non anticipée, la rentabilité du portefeuille de marché japonais et pratiquement, le taux de croissance de la consommation mondiale.

Pour le sixième facteur, nous remarquons plusieurs liaisons avec des variables anglaises : l'inflation non anticipée, le changement dans l'inflation anticipée et la variation du taux de croissance de la masse monétaire. Par ailleurs, nous pouvons mettre en évidence les rentabilités des portefeuilles de marché américain et mondial.

Enfin, pour le dernier facteur, nous distinguons des liens avec trois pays : la FRANCE, la GRANDE-BRETAGNE et la REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE. Les variables significatives sont les suivantes : le taux de croissance annuelle de la production française, le changement dans l'inflation anglaise anticipée, le taux de croissance de la masse monétaire anglaise, l'inflation allemande non anticipée et la rentabilité du portefeuille de marché allemand.

Si les variables sont assez proches de celles déterminées pour l'échantillon A, il faut signaler que les différentes composantes des taux d'intérêt sont

plus significatives. Ceci pourrait être dû à l'inclusion dans l'échantillon A des différents taux d'intérêt. De manière identique à l'échantillon A, plusieurs facteurs ne sont pas reliés aux variables de certains pays. Nous pouvons citer, par exemple : le troisième facteur non lié aux valeurs françaises, de même pour le cinquième avec les valeurs anglaises et pour le septième avec les valeurs américaines.

En résumé, pour les deux échantillons A et B, tous les facteurs sont expliqués. Ceci est assez compréhensible si l'on considère que le nombre de facteurs (sept) pour un ensemble de 246 valeurs n'est pas grand ; sachant que le nombre de variables économiques est environ cinq à six fois celui des variables retenues dans le cadre national. En contrepartie, l'interprétation se révèle plus difficile que pour les différents pays. En particulier, nous ne savons pas quand il vaut mieux retenir une variable nationale plutôt que mondiale pour représenter un facteur.

En effet, quand plusieurs variables nationales de même type sont significatives, la variable mondiale apparaît aussi.

TABLEAU IX-6 : SYNTHESE
EXPLICATION DES FACTEURS NATIONAUX

PAYS	FACTEUR	VARIABLES EXPLICATIVES *
FRANCE	1	V7FF, V10FF
	2	V7FF
	3	V4FF
	4	V1FF, V5FF, V16FF
	5	
	6	V16FF, V9FF
ETATS-UNIS	1	V1US, V7US
	2	V3US, V5US, V6US
	3	V14US
	4	V11US
	5	
	6	
	7	V2US
	8	V14US, V5US
	9	
	10	
GRANDE- BRETAGNE	1	V7GB
	2	V6GB
	3	V3GB, V7GB, V16GB
	4	V3GB, V8GB
	5	V3GB, V6Gb, V16GB
	6	V4GB, V5GB
JAPON	1	V1JP, V7JP
	2	V1JP
	3	V14JP, V5JP, V12JP
	4	V1JP, V3JP, V7JP, V11JP
	5	
	6	V11JP
	7	
	8	V3JP, V7JP
	9	V5JP
REPUBLIQUE FEDERALE D' ALLEMAGNE	1	V1RFA, V4RFA, V7RFA, V10RFA
	2	
	3	V15RFA, V3RFA
	4	V1RFA, V3RFA, V5RFA, V10RFA
	5	
	6	V5RFA
	7	V4RFA
	8	V4RFA, V16RFA, V12RFA
	9	
	10	

* Variables dont le t de student est significatif.

**TABLEAU IX-7 : SYNTHÈSE
EXPLICATION DES FACTEURS INTERNATIONAUX**

ECHANTILLON A

FACTEUR	VARIABLES EXPLICATIVES*
1	V7FF, V1US, V6US, V7US, V7GB, V1JP, V7JP, V5RFA, V7RFA, V14MO, V7MO
2	V4FF, V5FF, V6FF, V7FF, V10FF, V7US, V7JP, V16JP, V2RFA, V14MO, V4MO
3	V2FF, V14US, V7US, V7GB, V7JP, V7RFA, V2MO, V7MO
4	V4FF, V5FF, V14GB, V4GB, V6GB, V7GB, V9JP, V14JP, V5JP, V15MO, V6MO
5	V15US, V7GB, V9GB, V4JP, V9JP
6	V14US, V7US, V3GB, V4GB, V16GB, V5RFA, V8RFA, V1MO
7	V14US, V5US, V1RFA, V8RFA, V2MO, V7MO

ECHANTILLON B

FACTEUR	VARIABLES EXPLICATIVES *
1	V1FF, V7FF, V1US, V6US, V7US, V7GB, V1JP, V3JP, V7JP, V7RFA, V14MO, V7MO
2	V15FF, V4FF, V5FF, V1US, V7US, V7JP, V16JP, V1RFA, V4RFA, V6RFA, V14MO, V4MO
3	V3US, V9GB, V11GB, V7JP, V2MO
4	V3FF, V4FF, V5FF, V3US, V16US, V14GB, V4GB, V7GB, V9GB, V4JP, V5JP, V9JP, V3RFA, V4RFA, V1MO, V7MO
5	V5FF, V14US, V3JP, V7JP, V3RFA, V16RFA, V6MO
6	V7US, V3GB, V4GB, V16GB, V7MO
7	V1FF, V8FF, V1GB, V4GB, V8GB, V9GB, V3RFA, V7RFA, V14JP, V8MO

* variables significatives au seuil de 5%.

CONCLUSION

Les variables économiques retenues expliquent plus ou moins les différents facteurs communs. Cependant, certains facteurs nationaux ne sont pas expliqués. Ceci peut être dû :

- soit, à l'omission de certaines variables économiques.

- soit, au fait que le nombre de facteurs nationaux est trop important par rapport au nombre de variables et qu'en conséquence, des facteurs nationaux reflètent des tendances trop spécifiques pour être prises en compte par des variables économiques générales.

Les variables importantes sont, dans l'ordre: le portefeuille de marché, la production, l'inflation non anticipée, la structure à terme des taux d'intérêt et dans une moindre mesure, la consommation et la monnaie.

Nos tests ne nous permettent pas de distinguer si les variables économiques d'un pays ont plus d'influence que celles d'un autre pays. Par ailleurs, les variables mondiales ne sont pas plus pertinentes que les variables nationales dans cette tentative d'explication.

Dans deux cas, les facteurs spécifiques des taux de change expliquent les facteurs internationaux, ce qui nous permet de ne pas rejeter le fait que les facteurs spécifiques des taux de change modifieraient la structure factorielle supposée initialement dans le modèle d'arbitrage.

CONCLUSION DE LA TROISIEME PARTIE

Dans le chapitre VIII, nous avons présenté un ensemble de variables supposées agir sur les rentabilités des actions. Ensuite, les différents facteurs communs, nationaux et internationaux, extraits dans les première et deuxième parties ont été régressés sur ces variables.

Nous constatons alors que le portefeuille de marché, la production et les composantes du taux d'intérêt sont les variables les plus significatives. Ceci est vérifié au niveau national aussi bien qu'international. Cependant, les facteurs internationaux sont difficilement interprétables car il est difficile d'opérer un choix entre les variables nationales et mondiales.

Enfin, cette analyse a montré que des facteurs internationaux étaient reliés à des facteurs spécifiques des taux de change comme l'indiquait le modèle international d'arbitrage.

CONCLUSION GENERALE

Avant de présenter les résultats de notre étude et les développements possibles de celle-ci, il nous semble nécessaire de rappeler les différents problèmes posés par le modèle d'arbitrage.

En effet, si le modèle international d'arbitrage et le modèle d'arbitrage sont des bonnes alternatives aux différents modèles, internationaux et nationaux, d'équilibre des actifs financiers, le modèle d'arbitrage n'en est pas moins sujet à certaines critiques.

Les critiques du modèle d'arbitrage.

Après une présentation du modèle d'arbitrage, nous avons montré que plusieurs problèmes se posaient dans le cadre de ce modèle :

a) l'approximation de la relation fondamentale du modèle d'arbitrage; en effet, la relation linéaire entre la rentabilité espérée d'un actif et les coefficients de saturation de cet actif aux différents facteurs, n'est pas exactement vérifiée. Cette erreur est évaluée par exemple par DYBVIIG (1983) à 0,04 % en valeur annuelle, ce qui est en réalité très faible.

b) la cohérence interne du modèle; ceci a été soulevé par SHANKEN (1982) mais si l'on se réfère à la réponse de DYBVIIG et ROSS (1985), cette critique doit être considérée avec précaution.

c) la falsifiabilité du modèle. En l'occurrence, ces problèmes sont surtout dus à la méthode statistique utilisée pour extraire les facteurs communs influençant les rentabilités des actions. Cette méthode appelée "analyse factorielle" n'a certainement pas la rigueur des méthodes économétriques traditionnelles et a peut-être été la cause véritable des réticences de certains économistes envers le modèle d'arbitrage. Il est vrai que cette méthode implique souvent des indéterminations possibles quant aux solutions, et en conséquence, quelques problèmes lors des tests du modèle d'arbitrage proprement dit.

Les autres critiques telles que la proximité possible entre un facteur commun et le portefeuille de marché, ainsi que les tests avec un échantillon et non avec l'ensemble des actifs ne paraissent pas fondées, d'après les réponses données à ce niveau.

Examinons maintenant plus précisément les résultats de nos différents tests du modèle d'arbitrage, ainsi que l'extension de ce modèle d'arbitrage dans le contexte international.

Les apports de l'étude.

Tout d'abord, dans le troisième chapitre, des tests du modèle d'arbitrage ont été réalisés avec des échantillons d'actions de dix pays. Cette analyse empirique était nécessaire, car avant de réaliser une extension au niveau international, il est important de savoir si le modèle d'arbitrage est validé empiriquement au niveau national. Nos résultats sont mitigés; seuls, six pays sur dix nous permettent de soutenir le modèle. Ceci n'est pas inquiétant, car notre échantillon était avant tout constitué pour une analyse internationale. Si sa taille globale est respectable (247 valeurs dont 10 actifs sans risque), la taille de chaque échantillon national peut paraître faible à certains, car n'oublions pas que le modèle d'arbitrage est basé sur l'hypothèse que le nombre d'actifs doit être grand. Cette faiblesse relative peut alors expliquer nos résultats.

La partie la plus importante de notre étude est celle consacrée à l'extension du modèle d'arbitrage.

Tout d'abord, nous avons mis en évidence que la parité des pouvoirs d'achat n'était pas respectée, que ce soit à court terme ou à long terme. Aussi, à notre avis, tout modèle international d'évaluation des actifs financiers doit prendre en compte la déviation de la parité des pouvoirs d'achat.

Compte tenu de ceci, nous avons alors développé un modèle international d'arbitrage. Ce modèle diffère quelque peu de celui proposé par SOLNIK (1983) à cause de la modification d'une hypothèse. SOLNIK considère en effet que l'ensemble des rentabilités des actifs financiers est généré par un modèle factoriel et que ces rentabilités sont exprimées dans la même monnaie. Il considère l'impact du passage d'une monnaie à une autre sur la structure factorielle des rentabilités des actifs et sur la relation fondamentale du modèle d'arbitrage. Par contre, dans notre cas, nous considérons un individu pour qui les rentabilités des actifs financiers des différents pays suivent un modèle factoriel et ceci dans la monnaie de leur pays respectif.

Le problème est alors de savoir ce qui se passe lorsque cet investisseur exprime les rentabilités des actifs financiers des différents pays dans sa monnaie. On s'aperçoit alors que plusieurs facteurs supplémentaires apparaissent. Ce sont les facteurs spécifiques liés aux différents taux de change permettant de passer de la monnaie d'un pays à celle du pays de référence. De plus, si une relation linéaire existe toujours entre les rentabilités anticipées des actifs et les saturations exprimées dans la monnaie de référence, nous voyons que les facteurs supplémentaires sont eux aussi appréciés. Cependant, si l'on considère que les réalisations des facteurs communs sont invariantes à la monnaie utilisée, les facteurs supplémentaires existent toujours mais ne sont pas appréciés.

D'autres implications apparaissent aussi en

développant le modèle; par exemple, la différence entre les valeurs des primes de risque associées à un facteur, l'une exprimée dans une monnaie 1 et l'autre dans la monnaie 2, est fonction de la covariance entre le taux de change et le facteur considéré. De plus, le différentiel d'intérêt ou la prime à terme est égal à la fluctuation du taux de change plus une prime de risque dépendant des coefficients de sensibilité du taux de change aux différents facteurs communs. Enfin, nous avons montré que l'erreur d'évaluation des rentabilités des actifs financiers par ce modèle était au maximum de 0,08%. Par analogie, les prix du risque (et non pas la prime de risque) des différents facteurs liés aux changements de monnaie sont au maximum de 0.08%.

Ensuite, ce modèle a été testé avec l'échantillon présenté plus haut. En réalité, pour des problèmes associés à l'analyse factorielle, nous avons été obligés d'extraire les facteurs de deux échantillons de cinquante actifs avant de pouvoir calculer les matrices de saturation de l'ensemble des actifs. Aussi, comme nous avons deux matrices de saturations, nous avons réalisé le test deux fois.

Cette analyse empirique est assez favorable; à la limite, les résultats sont plus probants que ceux des tests nationaux. Ceci nous reporte en fait à la critique faite auparavant sur la faiblesse de nos échantillons nationaux. Nous avons, en résumé, retenu sept facteurs et déterminé que deux à quatre facteurs étaient appréciés selon l'échantillon considéré.

Enfin, il a paru intéressant comme dans toute étude internationale de tester si les marchés financiers étaient intégrés ou pas. Tout d'abord, est présentée une discussion des différents tests de la segmentation à partir des modèles internationaux d'équilibre des actifs financiers. Ensuite, une définition de l'intégration financière est proposée, qui est la suivante: "Les marchés financiers sont intégrés financièrement si et seulement si les primes de risque des facteurs, exprimées dans la même monnaie, sont identiques sur tous les marchés". En conséquence, nous avons testé l'intégration financière.

Les résultats de cette analyse indiquent que le marché financier mondial n'est pas intégré; ceci correspond en fait aux résultats obtenus à partir des analyses basées sur les MEDAF internationaux. Néanmoins il est quand même intéressant de noter que le marché financier nord-américain (ETATS-UNIS + CANADA) est intégré, ce qui paraît logique.

Dans la dernière partie de cette étude, nous avons émis une hypothèse sur l'ensemble des différentes variables économiques influençant les prix des actifs financiers. Pour ceci, le principe d'évaluation de l'entreprise de MODIGLIANI et MILLER (1958) ainsi que l'approche de FAMA (1982) et celle de CHEN, ROLL et ROSS (1983) sont essentiellement utilisés. De plus, les implications des modèles d'équilibre des actifs financiers traditionnels (le portefeuille de marché et la consommation) sont introduits dans l'ensemble des variables retenues. Ensuite, est étudié le lien entre ces différentes variables économiques et les différents facteurs communs extraits auparavant.

Cependant, avant ce test proprement dit, il a été nécessaire pour être cohérent avec le modèle d'arbitrage, de construire les parties non anticipées de ces variables économiques. Nous avons utilisé les modèles existants pour anticiper l'inflation et supposé pour les autres variables qu'elles suivaient une marche au hasard.

Cette analyse a alors été réalisée pour les pays suivants: ALLEMAGNE, ETATS-UNIS, FRANCE, JAPON, ROYAUME-UNI, ainsi que sur les deux échantillons internationaux.

Nous nous apercevons que certains facteurs ne sont pas expliqués. Ceci peut provenir :

- d'une insuffisance de variables explicatives, par exemple : des comportements spécifiques des rentabilités des actions ne seraient pas pris en compte par les variables utilisées.
- d'une mauvaise estimation des anticipations des variables économiques considérées.

En règle générale, nos résultats indiquent que la production, l'inflation non anticipée, le changement dans l'inflation anticipée et le portefeuille de marché sont les principales variables liées de façon significative aux facteurs communs.

Ceci nous amène à considérer les développements possibles de cette étude.

Les développements possibles de l'étude.

D'abord, dans le cadre plus précis de notre étude, l'évaluation internationale des rentabilités des actifs financiers, il faudrait prendre en compte le fait que les marchés financiers des différents pays ne sont pas intégrés. L'étape suivante serait donc d'intégrer les problèmes de segmentation dans le modèle international d'arbitrage, par exemple, un coût associé à la détention de valeurs mobilières étrangères.

Deuxièmement, au niveau de l'analyse empirique du modèle d'arbitrage, on pourrait tester si les coefficients de saturation sont stables dans le temps ; ce qui nécessiterait des observations journalières ou à la limite, des observations hebdomadaires.

Enfin, il faudrait intégrer directement dans le modèle d'arbitrage les variables économiques mises en évidence et tester si elles sont appréciées. En effet, il ne faut pas oublier qu'un facteur a un intérêt dans le modèle d'arbitrage si et seulement s'il est apprécié. Nous aurions en quelque sorte des modèles économiques d'arbitrage, bien que le modèle d'arbitrage soit par essence un modèle économique.

Cela n'est en fait pas si simple car cela suppose que l'on puisse indiquer quels sont les liens théoriques qui existent entre l'économie nationale et internationale, et les rentabilités des actifs financiers. Or, si l'inflation et la production semblent influencer, en théorie et d'après les tests, les rentabilités des valeurs mobilières, ceci paraît insuffisant pour expliquer les rentabilités. Même si

l'on procède de façon purement empirique , en l'occurrence, prendre des variables économiques au hasard, cela ne nous permet pas d'éviter le dernier problème rencontré dans ce type d'étude, calculer les anticipations des variables économiques. En effet, si l'on peut supposer dans une première approche comme nous l'avons fait, que les variables économiques autres que l'inflation suivent une marche au hasard, il sera nécessaire par la suite d'utiliser des méthodes plus élaborées.

En conclusion, il faudrait développer les tests de modèles que nous pourrions appeler "modèles économiques d'arbitrage", mais ceci implique auparavant de concevoir un modèle macro-économique explicitant les liens entre l'économie et les marchés financiers, et aussi de formaliser les anticipations des principales variables économiques.

BIBLIOGRAPHIE

ADLER, M. ; DUMAS, B. (1975) "Optimal international Acquisitions" - Journal of finance, 20, mars 1975, p 1-19.

ADLER, M. ; DUMAS, B. (1977) "Default risk and the demand for forward exchange" in H. Levy and M. Sarnat (eds) - Financial decising making under uncertainty, New York Academic Press.

ADLER, M. ; DUMAS, B. (1976) "Portfolio choice and the demand for forward exchange." - American Economic Review Proceeding, 66, mai 1976, p 332-339.

ADLER, M. ; DUMAS, B.(1983) "International portfolio choice and corporation finance : A synthesis" - Journal of Finance, 38, juin 1983, p 925-984.

ADLER, M. ; LEHMANN B. (1983) "Déviations from purchasing power parity in the long run." - Journal of Finance, 38, décembre 1983, p 1471-1487.

ALIBER, R. (1973) "The interest rate parity theorem : a reinterpretation" - Journal of Political Economy, 81, novembre 1973, p 1451-1459.

BERGES, A. (1982) "An empirical study on international asset pricing models and capital market integration" - Conférence de l'Association Européenne de Finance.

BLACK, F. (1972) "Capital market equilibrium with restricted borrowing" - Journal of Business, 45, juillet 1972, p 444-454.

BLACK, F. (1974) "International market equilibrium with investment barriers" - Journal of Financial Economics, 1, décembre 1974, p 337-352.

BLACK, F. ; JENSEN, M.C. ; SCHOLES, M. (1972) "The capital asset pricing model : Some empirical tests." - In Jensen, M. eds. "Studies in the theory of capital markets" New York Praeger, p 79-121.

BLACK, F. ; SHOLES, M. (1973) "The pricing of options and corporate liabilities" - Journal of Political Economy, 81, mai 1973, p 637-659.

BLANCHARD, O.J. (1981) "Output, the stock market, and interest rates" - The American Economic Review, 71, mars 1981, p 132-143.

BLUME, M. ; FRIEND, I. (1975) "The demand for risky assets" - The American Economic Review, 65, décembre 1975, p 900-922.

BOWER, D.M.; BOWER, R.S.; LOGUE, D.E. (1984) "Arbitrage pricing theory and utility Stock returns" - Journal of Finance, 39, septembre 1984, p 1041-1054.

BREEDEN, D. (1979) "An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities" - Journal of Financial Economics, 7, septembre 1979, p 265-296.

BROWN, D. ; GIBBONS, M. (1982) "A simple econometric approach for utility based asset pricing models" - Cahier de Recherche, Business School, Stanford.

BROWN, D. ; WEINSTEIN, M.I. (1983) "A new approach to testing asset pricing models : The bilinear paradigm" - Journal of Finance, 38, juin 1983, p 711-743.

BRUNNER, K. ; MELTZER, A. (1972) "Money, debt and economic activity" - Journal of Political Economy, 80, septembre 1972, p 951-977.

CARLSON, J. (1977) "Short-term interest rates as predictors of inflation : Comment - The bilinear paradigm" - The American Economic Review, 67, juin 1977, p 469-475.

CASSEL, G. (1923) "The World's Monetary Problems", London, Constable & Co.

CHAMBERLAIN, G. ; ROTSCCHILD, M. (1983) "Arbitrage and mean-variance analysis on large asset markets." - *Econometrica*, 51, septembre 1983, p 1305-1323.

CHAN, K.F. ; BEENSTOCK, M. (1984) "Testing the arbitrage pricing theory in the U.K. 1961-1982." - *Conférence de l'Association Européenne de Finance*.

CHEN, N.F. (1983) "Some empirical tests of the theory of arbitrage pricing" - *Journal of Finance*, 38, décembre 1983, p 1393-1414.

CHEN, N.F. ; INGERSOLL, J. (1983) "Exact pricing in linear factor models with finitely many assets: A note" - *Journal of Finance*, 38, juin 1983, p 985-988.

CHEN, N.F. ; ROLL, R. ; ROSS, S. (1983) "Economic forces and the stock market : testing the APT and alternative asset pricing theories" - *Cahier de Recherche UCLA*.

CHO, C. (1984) "On testing the arbitrage pricing theory: inter battery factor analysis." - *Journal of Finance*, 39, décembre 1984, p 1485-1502.

CHO, C. ; ELTON, E. ; GRUBER, M. (1984) "On the robustness of the Roll and Ross arbitrage pricing theory." - *Journal of Financial and Quantitative analysis*, 19, mars 1984, p 1-10.

CONNOR, G. (1981) "A factor pricing theory for capital assets" - *Cahier de Recherche Northwestern University*.

CORNELL, B. (1977) "Spot rates, forward rates and exchange market efficiency." - *Journal of Financial Economics*, 5, août 1977, p 55-65.

CORNELL, B. (1979) "Relative price changes and deviations from purchasing power parity." - *Journal of Banking and Finance*, 3, septembre 1979, p 263-279.

COSSET, J.C. (1984) "On the presence of risk premiums in foreign exchange assets." - Journal of International Economics, 16, février 1984, p 139-154.

CROUHY-VEYRAC, L.; CROUHY, M.; MELITZ, J. (1982) "More about the law of one price." - European Economic Review, 18, juillet 1982, p 325-344.

CUMBY, R. ; OBSTFIELD M. (1981) "A note on exchange rate expectations and nominal interest differentials: A test of the Fisher Hypothesis." - Journal of Finance, 36, juin 1981, p 697-703.

DE FREITAS, A.(1985) "Rentabilité des actions, inflation et activité réelle au niveau international." - Thèse de Doctorat - Faculté des Sciences Economiques d'Orléans.

DOMÉON, M.(1984) "Une analyse empirique du modèle d'arbitrage sur le marché boursier français." - Thèse de Doctorat de 3^e cycle - Faculté des Sciences Sociales de Toulouse.

DORNBUSCH, R. (1976) "The theory of flexible exchange rate regimes and macroeconomics policy" - Scandinavian Journal of Economics, 78, mars 1976, p 254-275.

DORNBUSCH, R. (1976) "Expectations and exchange rate dynamics" - Journal of Political Economics, 78, décembre 1976, p 1161-1176.

DORNBUSCH, R. ; JAFFEE D. (1978) "Purchasing power parity and exchange rate problems introduction." - Journal of International Economics, 8, mai 1978, p 157-161.

DHRYMES, P. ; FRIEND, I. ; GULTEKIN, B. (1984) "A critical examination of the empirical evidence on the arbitrage pricing theory" - Journal of Finance, 39, juin 1984, p 323-350.

DHRYMES, P. ; FRIEND, I. ; GULTEKIN, B. (1984) "New tests of the APT and their implications" - Conférence de l'association européenne de finance.

DUMONTIER, P.(1984) "Les modèles d'évaluation multi-facteurs: une étude empirique sur le marché de Paris de 1973 à 1980." - Conférence de l'association française de finance.

DYBVIIG, P. (1983) "An explicit bound on individual assets' deviations from APT pricing in a finite economy" - Journal of Financial Economics, 12, décembre 1983, p 483-496.

DYBVIIG, P. ; INGERSOLL, J. (1982) "Mean variance theory in complete markets" - Journal of Business, 55, mars 1982, p 233-251.

DYBVIIG, P. ; ROSS, S. (1985) "Yes, the APT is testable" - Journal of Finance, 40, septembre 1985, p 1173-1188.

ELTON, E. ; GRUBER, M. ; RENTZLER J. (1983) "The arbitrage pricing model and returns on assets under inflation" - Journal of Finance, 38, mai 1983, p 525-537.

EUN, C. (1981) "Global Purchasing power view of exchange risk" - Journal of Financial and Quantitative Analysis, 16, décembre 1981, p 639-649.

FAMA, E. (1975) "Short-term interest rates as prediction of inflation" - The American Economic Review, 65, juin 1975, p 269-282.

FAMA, E. (1977) "Interest rates and inflation : The message in the entrails." - The American Economic Review, 67, juin 1977, p 487-496.

FAMA, E. (1981) "Stocks returns, real activity, inflation and money." - The American Economic Review, 71, septembre 1981, p 545-565.

FAMA, E. (1982) "Inflation, output and money." - Journal of Business, 55, avril 1982, p 201-231.

FAMA, E. (1984) "Forward and spot exchange rates" - Journal of Monetary Economics, 14, novembre 1984, p 319-338.

FAMA, E. ; FARBER, A. (1979) "Money, bonds and Foreign exchange" - The American Economic Review, 69, septembre 1979, p 639-649.

FAMA, E. ; GIBBONS, M. (1982) "Inflation, real returns and capital investment" - Journal of Monetary Economics, 9, mai 1982, p 297-323.

FAMA, E. ; MAC BETH, J. (1973) "Risk, return and equilibrium : Empirical tests" - Journal of Political Economy, 81, mai 1973, p 607-636.

FAMA, E. ; SCHWERT, G. (1977) "Asset returns and inflation" - Journal of Financial Economics, 5, novembre 1977, p 115-146.

FEIGER, G. ; JACQUILLAT B. (1982) "Finance Internationale" - Dalloz.

FISHER, I. (1930) "The theory of interest" - Clifton, A.M. Kelley.

FONTAINE, P. (1983) "La théorie de l'arbitrage et l'évaluation des actifs financiers dans un cadre international : une synthèse et les implications." - Mémoire de D.E.A - Faculté des Sciences Economiques d'Orléans.

FONTAINE, P. (1985) "Un test du modèle international d'arbitrage et de l'intégration financière." - Finance, 6, juin 1985, p 121-142.

FONTAINE, P. (1986) "La théorie de l'arbitrage et

l'évaluation des actifs financiers : une alternative au MEDAF, une application à la gestion du portefeuille." - Revue du Financier - à paraître.

FRANKE, G. (1980) "On multiple factor arbitrage pricing" - cahier de recherche Justus Liebig Universitat.

FRANKE, G. (1982) "What can we learn from APT tests?" - Cahier de recherche Justus Liebig Universitat.

FRENKEL, J. (1976) "A monetary approach to the exchange rate : Doctrinal aspects and empirical evidence" - Scandinavian Journal of Economics, 78, mars 1976, p 200-224.

FRENKEL, J. (1978) "Purchasing Power Parity : Doctrinal perspective and evidence from the 1920's" - Journal of International Economics, 8, mai 1978, p 169-191.

FRENKEL, J. (1981) "Flexible exchange rates, prices and the role of "News": Lessons from the 1970's" - Journal of Political Economy, 89, août 1981, p 665-703.

GAILLIOT, H. (1970) "Purchasing power parity as an explanation of long term changes in exchange rates" - Journal of Money, Credit and Banking, 2, août 1970, p 348-357.

GENBERG, H. (1978) "Purchasing power parity under fixed and flexible exchange rates" - Journal of International Economics, 9, mai 1978, p 247-276.

GESKE, R. ; ROLL, R. (1983) "The fiscal and monetary linkage between stocks returns and inflation" - Journal of Finance, 38, mars 1983, p 1-33.

GEHR, A. (1975) "Some tests of the arbitrage pricing theory" - Journal of the Midwest Finance Association, décembre 1975, p 91-105.

GIBBONS, M.R. (1981) "Empirical examination of the return generating process of the arbitrage pricing theory." - Cahier de recherche, Stanford University.

GIBBONS, M.R. (1982) "Multivariate tests of financial models" - Journal of Financial Economics, 10, mars 1982, p 3-27.

GRINBLATT, M. ; TITMAN, S. (1983) "Factor pricing in a finite economy" - Journal of Financial Economics, 12, décembre 1983, p 497-507.

GRINBLATT, M. ; TITMAN, S. (1983) "The relationship between mean variance efficiency and arbitrage pricing" - Cahier de Recherche UCLA.

GRAUER, L.A. ; LITZENBERGER, H. ; STHELE, E. (1976) "Sharing rules and equilibrium in an international capital market under uncertainty" - Journal of Financial Economics, 3, juin 1976, p 233-256.

GULTEKIN B.N. ; ROGALSKI R.J. (1985) Government bond returns, measurement of interest rate risk, and the arbitrage pricing theory - Journal of Finance, 40, mars 1985, p 43-62.

HAKKIO C. (1984) "A re-examination of purchasing power parity a multi-country and multi-period study" - Journal of International Economics, 17, novembre 1984, p 265-277.

HARMAN H.(1976) "Modern Factor Analysis Chicago", the University of Chicago press.

HEDGE K.(1982) "An empirical test of the arbitrage pricing theory." - Cahier de Recherche , Ohio state University.

HODGSON, J. ; PHELPS, P. (1975) "The distributed impact of price level variation on floating exchange rates" - Review of Economics and Statistics, février 1975, p 58-64.

HUBERMAN, G. (1982) "A simple approach to arbitrage pricing theory." - Journal of Economic theory, 28, octobre 1982, p 183-191.

HUGHES-BRENNAN P.(1981) "A test of the arbitrage pricing theory" - Cahier de recherche - University of British Columbia.

INGERSOLL, J. (1984) "Some results in the theory of arbitrage pricing" - Journal of Finance, 39, septembre 1984, p 1021-1039.

INTRILIGATOR, M. (1978) "Econometric models, techniques and applications" - Prentice Hall, Inc.

JACQUILLAT, B. ; SOLNIK, B. (1981) "Les marchés financiers et la gestion de portefeuille." - Dunod.

JOBSON, J.D. (1982) "A multivariate linear regression test for the arbitrage pricing theory" - Journal of Finance, 37, septembre 1982, p 1037-1042.

JOINES, D. (1977) "Short term interest rates as predictors of inflation : Comment" - The American Economic Review, 67, juin 1977, p 476-477.

JORESOG, K. (1963) "Statistical Estimation in factor analysis" - Almqvist and Wiksell, Stockholm.

JORESOG, K. (1969) "Efficient estimation in factor analysis" - Psychometrica, 34, mars 1969, p 51-75.

JORESOG, K. (1969) "A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis" - Psychometrica, 34, juin 1969, p 183-202.

JORGENSON, D.W. (1971) "Econometrics studies of investment behavior: A survey." - Journal of Economic Literature, 9, décembre 1971, p 1111-1147.

KEYNES, J.M. (1936) "Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie" - Londres - Harcourt, Brace and World; traduction française, Payot.

KRAVIS, I. ; LIPSEY, R. (1978) "Price behavior in the light of balance of payments theory" - Journal of International Economics, 8, mai 1978, p 193-246.

LACQUE-LABARTHE, D. (1980) "Analyse monétaire" - Modules Economiques - Dunod.

LAWLEY, D. ; MAXWELL, A. (1971) "Factor analysis as a statistical method" - American Elsevier Publishing Company, New York.

LEE C.; WEI J. (1984) "Multiple Factor, multi-indicator approach to asset pricing: methods and empirical evidence." - Conférence de l'Association Européenne de Finance.

LEHMANN, B. ; MODEST, D. (1984) "Mutual fund performance evaluation : a comparison of benchmarks and benchmark comparisons" - Conférence de l'Association Européenne de Finance.

LINTNER, J. (1965) "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets" - Review of Economics and Statistics, 47, février 1965, p 13-37.

LITZINGERBER, R.H. ; ROLFO, J. (1984) "Arbitrage pricing, transaction costs and taxation of capital gains" - Journal of Financial Economics, 13, septembre 1984, p 337-351.

LUCAS, R.E. (1973) "Asset prices in an exchange economy" - Econometrica, 46, novembre 1973, p 1429-1446.

LUCAS, R.E. (1982) "Interest rates and currency prices in a two country world." - Journal of Monetary Economics, 10, novembre 1982, p 335-360.

MADDALA, G.S. (1977) "Econometrics" - Mac Graw Hill

MAC-KINNON, R. (1981) "The exchange rate and macroeconomic Policy : changing positive perceptions" - Journal of Economic Litterature, 29, juin 1981, p 531-557.

MANDELKER, G. ; TANDON, K. (1985) "Common stock returns, real activity, money, and inflation: some international evidence." - Journal of International Money and Finance, 4, décembre 1985, p 267-286.

MARKOWITZ, H. (1952) "Portfolio selection" - Journal of Finance, 7, mars 1952, p 77-91.

MERTON, R.C. (1971) "Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model" - Journal of Economic Theory, 3, décembre 1971, p 373-413.

MERTON, R.C.(1973) "An intertemporal capital asset pricing model" - Econometrica, 41, septembre 1973, p 867-887.

MODIGLIANI, F. ; MILLER, M.H. (1958) "The cost of capital, corporation finance and the theory of investment." - The American Economic Review, 48, juin 1958, p 261-297.

MODIGLIANI, F. ; MILLER, M.H. (1961) "Dividend policy, growth, and the valuation of shares." - Journal of Business, 34, octobre 1961, p 411-433.

MORISSON, D. (1976) "Multivariate statistical methods." - Mac Graw Hill.

MUNDELL, R. (1963) "Inflation and real interest rate." - Journal of Political Economy, 59, juin 1963, p 280-283.

MUSSA, M. (1974) "A monetary approach to balance of payments analysis." - Journal of Money, Credit and Banking, 6, août 1974, p 333-351.

MUSSA, M. (1976) "The exchange rate, the balance of payments and monetary and fiscal policy under a regime of controlled floating." - Scandinavian Journal of Economics, 78, mars 1976, p 229-248.

NELSON, C.R. ; SCHWERT G.W. (1977) "Short-terms interest rates as predictor of inflation: on testing the hypothesis that the real rate of interest is constant." - The American Economic Review, 3, juin 1977, p 478-486.

OFFICER, L. (1976) "The purchasing power parity theory of exchange rates : a review article." - International monetary fund staff papers, 23, mars 1976, p 1-60.

OLDFIELD, G. ; ROGALSKI, R. (1981) "Treasury bill factors and common stocks returns." - Journal of Finance, 36, mai 1981, p 337-350.

RAO C.R. (1973) "Linear statistical inference and its applications." - New York - John Wiley and Sons.

REINGANUM, M.R. (1980) "A simple test of the arbitrage pricing theory" - Cahier de Recherche - UCLA.

RICHARDSON, J. (1978) "Some empirical evidence on commodity arbitrage and the law of one price" - Journal of International Economics, 8, mai 1978, p 341-352.

ROGALSKI, R. ; VINSO, J. (1977) "Price level variations as predictors of flexible exchange rates" - Journal of International Business Studies, été, p 71-81.

ROLL, R. (1977) "A critique of the asset pricing theory's test; part 1: On past and potentiability testability of the theory" - Journal of Financial Economics, 4, mars 1977, p 129-176.

ROLL, R. (1978) "Violation of purchasing power parity and their implication for efficient international commodity markets." - Cahier de Recherche - UCLA.

ROLL, R. ; ROSS, S. (1980) An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. - Journal of Finance, 35, décembre 1980, p 1073-1103.

ROLL, R. ; ROSS, S. (1984) "The arbitrage pricing theory approach to strategic portfolio planning" - Financial Analyst Journal, 14, mai 1984, p 14-26.

ROLL, R. ; SOLNIK B. (1977) "A pure foreign exchange asset pricing model" - Journal of International Economics, 7, mai 1977, p 161-179.

ROLL, R ; SOLNIK, B. (1978) "Système monétaire international et risque de change" - Economica.

ROSS, S. (1973) "Return, risk and arbitrage" - Cahier de Recherche - Wharton.

ROSS, S. (1976) "The arbitrage theory of capital asset pricing" - Journal of Economic Theory, 13, décembre 1976, p 341-360.

SERCU, P. (1980) "A generalisation of the international asset pricing model" - Finance, 1, Juin 1980, p 91-135.

SHANKEN, J. (1982) "The arbitrage pricing theory: Is it testable?" - Journal of Finance, 37, décembre 1982, p 1129-1140.

SHANKEN, J. (1985) "Multi-beta CAPM or equilibrium-APT ? : A reply." - Journal of Finance, 39, septembre 1985, p 1189-1196.

SHARPE, W. (1964) "Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risks" - Journal of Finance, 19, septembre 1964, p 425-442.

SOLNIK, B. (1973) "European capital markets" - Lexington books.

SOLNIK, B. (1973) "Note on the validity of The random walk for european stock prices" - Journal of Finance, 28, décembre 1973, p 1151-1159.

SOLNIK, B. (1974) "The international pricing of risk : an empirical investigation of the world capital market structure" - Journal of Finance, 29, mai 1974, p 365-378.

SOLNIK, B. (1977) "Testing international asset pricing : some pessimistic views" - Journal of Finance, 32, mai 1977, p 503-512.

SOLNIK, B. (1983) "International arbitrage pricing theory" - Journal of Finance, 38, mai 1983, p 449-457.

SOLNIK, B. (1985) "Capitals markets and international monetary variables, some preliminary evidence." - Cahier de recherche - Centre HEC-ISA.

STAMBAUGH, R. (1982) "On the exclusion of assets from tests of the two parameters model : a sensitivity analysis." - Journal of Financial Economics, 10, novembre 1982, p 237-268.

STEHLE, R. (1977) "An empirical test of the alternative hypotheses of national and international pricing of risky assets" - Journal of Finance, 32, mai 1977, p 493-501.

STOCKMAN, C. (1980) "A theory of exchange rate determination" - Journal of Political Economy, 88, août 1980, p 673-697.

STULZ, R. (1981) "A model of international asset pricing" - Journal of financial Economics, 9, septembre 1981, p 383-406.

STULZ, R. (1981) "On the effects of barriers to international asset pricing" - Journal of Finance, 36, septembre 1981, p 383-406.

STULZ, R. (1982) "The forward exchange and macroeconomics" - Journal of International Economics, 12, mai 1982, p 285-289.

THEIL, H. (1971) "Principles of econometrics" - John Wiley and Sons, Inc.

VANEK, J. (1962) "International Trade Theory and Economic Policy" - Homewood, Illinois.

WINKELMAN, M. (1984) "Testing APT for the german stock market" - Conférence de l'association Européenne de Finance.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Liste des titres

FRANCE

- 1 : PRINTEMPS
- 2 : BSN-GERVAIS DANONE
- 3 : CARREFOUR
- 4 : CLUB MEDITERRANEE
- 5 : CREUSOT LOIRE
- 6 : COMPAGNIE BANCAIRE
- 7 : FRANCAISE DES PETROLES
- 8 : GENERALE DES EAUX
- 9 : MICHELIN
- 10 : IMETAL
- 11 : AIR LIQUIDE
- 12 : OREAL
- 13 : RADIOTECHNIQUE
- 14 : LAFARGE COPPEE
- 15 : LEGRAND
- 16 : MOET-HENNESSY
- 17 : PERNOD-RICARD
- 18 : PEUGEOT
- 19 : SKIS ROSSIGNOL
- 20 : PERRIER
- 21 : GALERIES LAFAYETTE
- 22 : ELF AQUITAINE
- 23 : EUROPE N° 1

CANADA

- 1 : ABITIBI
- 2 : BELL CANADA
- 3 : CANADIAN PACIFIC
- 4 : COMINGO
- 5 : DENISON MINES
- 6 : DOME PETROLEUM
- 7 : GULF OIL CANADA
- 8 : IMPERIAL OIL
- 9 : Mc.MILLAN BLOEDEL

- 10 : MOLSON'S A
- 11 : NORANDA
- 12 : ROYAL BANK OF CANADA
- 13 : SEAGRAMS
- 14 : SIEEL CO OF CANADA
- 15 : TRANSCANADA PIPELINES

BELGIQUE

- 1 : BANQUE BRUXELLES-LAMBERT
- 2 : CIMENTERIES C.B.R.
- 3 : ELECTROBEL
- 4 : DELHAIZE
- 5 : GB-INNO-BM
- 6 : KREDIETBANK
- 7 : PETROFINA
- 8 : ROYALE BELGE VIE
- 9 : GENERALE DE BANQUE
- 10 : SOCIETE GENERALE BELGIQUE
- 11 : INTERCON
- 12 : E.B.E.S.
- 13 : U.C.B.
- 14 : ARBED

JAPON

- 1 : AJINOMOTO
- 2 : CANON
- 3 : DAIICHI SEIYAKU
- 4 : FUJI ELECTRIC
- 5 : FUJI PHOTO
- 6 : FUJISAWA PHARMACEUTICAL
- 7 : FUJITSU
- 8 : HITACHI
- 9 : KASIHAYAMA
- 10 : KYOWA FERMENTATION
- 11 : MARUI
- 12 : MATSUSHITA ELECTRIC IND
- 13 : MATSUSHITA ELECTRIC WORKS

- 14 : MITSUBISHI HEAVY
- 15 : MITSUI
- 16 : NIPPON ELECTRIC
- 17 : NIPPON KOGAKU
- 18 : NIPPON KOKAN
- 19 : RICOH
- 20 : SHARP
- 21 : SONY
- 22 : SHIMADZU SEISAKUSHO
- 23 : SOMITOMO ELECTRIC
- 24 : TDK ELECTRONICS
- 25 : TOKIO MARINE AND FIRE
- 26 : TOSHIRA CORP
- 27 : TORAY
- 28 : TOYOTA MOTOR

ITALIE

- 1 : ASSICURAZIONI GENERALI
- 2 : BANCA COMMERCIALE ITA
- 3 : FIAT (ORD)
- 4 : LE PETIT (ORD)
- 5 : LE PETIT (PRIV)
- 6 : OLIVETTI (PRIV)
- 7 : MEDIANCA
- 8 : MONDADORI (PRIV)
- 9 : MONTEDISON
- 10 : PIERREL

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

- 1 : ALLIANZ VERSICHERUNG
- 2 : BADISCHE ANILIN ET SODA
- 3 : BAYER
- 4 : BAYER-HYPO ET W.BANK
- 5 : B.M.W.
- 6 : BAYERISCHE VeREINSBANK
- 7 : BHE-BANK
- 8 : BILFINGER
- 9 : COMMERZBANK
- 10 : DAIMLER BENZ
- 11 : DEUTSCHE BABCOCK
- 12 : DEUTSCHE BANK
- 13 : DEGUSSA
- 14 : LUFTHANSA
- 15 : D.L.W
- 16 : DRESDNER BANK
- 17 : HOECHST
- 18 : GIRMES
- 19 : GUTEHOFFNUNGSHUTTE
- 20 : HEIDELBERGER ZEMENT
- 21 : HOCHTIEF
- 22 : HOESCH
- 23 : HOLZMANN
- 24 : HORTEN
- 25 : KARSTADT
- 26 : KAUFHOF
- 27 : KLOCKNER-HUMBOLDT-DEUTL
- 28 : LINDE
- 29 : MANNESMAN
- 30 : MAN
- 31 : PREUSSAG
- 32 : R.W.E.
- 33 : SCHERING
- 34 : SIEMENS
- 35 : THYSSEN
- 36 : VEBA
- 37 : VER-EL-WERKE WESTFALEN
- 38 : VOLKSWAGEN

SUISSE

- 1 : BANQUE LEU (PORT)
- 2 : BANQUE POPULAIRE (NOM)
- 3 : CREDIT FONCIER VAUDOIS
- 4 : CREDIT SUISSE
- 5 : STE DE BANQUE SUISSE
- 6 : UN.BQUES SUISSSES (PORT)
- 7 : DARR ET TESSIN
- 8 : ALUMINIUM SUISSE (NOM)
- 9 : ALUMINIUM SUISSE (PORT)
- 10 : CHARMILLES A (PORT)
- 11 : GRAND PASSAGE
- 12 : CIBA-GEIGY (PORT)
- 13 : CIBA-GEIGY (NOM)
- 14 : CIBA-GEIGY (BP)
- 15 : HERO CONSERVES LENZBOURG
- 16 : REASSURANCES (PORT)
- 17 : REASSURANCES (NOM)
- 18 : ELECTRICITE LAUFENBOURG
- 19 : ELECTROWATT
- 20 : FIN-DE-PRESSE (PORT)
- 21 : FISHER (PORT)

PAYS BAS

- 1 : AHOLD
- 2 : AKZO
- 3 : ALGEMENE BANK NEDERLAND
- 4 : A.M.E.V.
- 5 : AMSTERDAN ROTTERDAM BANK
- 6 : KALIS
- 7 : BUHRMANN TETTERODE
- 8 : ELSEVIER NDU
- 9 : GIST BROCADES
- 10 : HEINEKEN
- 11 : BOLLS
- 12 : K.L.M.
- 13 : HOOGOVENS

- 14 : WESSANEN
- 15 : MAARDEN
- 16 : NATIONALE NEDERLANDEN
- 17 : NED MIDDENSTANDSBANK
- 18 : OCE VAN DER GRINTEN
- 19 : PAKHOEV
- 20 : PHILIPS
- 21 : ROYAL DUTcH
- 22 : UNILEVER
- 23 : OMMEREN
- 24 : VNU

GRANDE BRETAGNE

- 1 : BARCLAYS BANK
- 2 : BEECHAM GROUPE
- 3 : BRITISH PETROLEUM
- 4 : BURMAH OIL
- 5 : CONSOLIDATET GOLDFIELDS
- 6 : DE LA RUE
- 7 : DISTILLERS
- 8 : FISON'S
- 9 : G.E.C.
- 10 : GLAXO
- 11 : GRANADA
- 12 : GRAND METROPOLITAN
- 13 : G.K.N.
- 14 : HAWKER DIDDELEY
- 15 : ICL
- 16 : IMPER CHEMICAL INDUSTRIES
- 17 : IMPERIAL GROUP
- 18 : LAND SECURITIES
- 19 : MARKS AND SPENCER
- 20 : PRESEY
- 21 : ROYAL BANK OF SCOTLAND

ETATS UNIS

- 1 : AETNA LIFE
- 2 : ALUMINIUM CO OF AMERICA
- 3 : AMERICAN EXPRESS
- 4 : AMERICAN HOME PRODUCTS
- 5 : AMERICAN HOSPITAL SUPPLY
- 6 : AMERICAN TEL AND TEL
- 7 : ATLANTIC RICHFIELD
- 8 : DAVON PRODUCTS
- 9 : BAKER INT
- 10 : BAXTER TRAVENOL LABS
- 11 : BLACK AND DECKER
- 12 : BOEING
- 14 : CITICORP
- 15 : COCA-COLA
- 16 : CONTROL DATA
- 17 : DELTA AIR LINES
- 18 : DIGITAL EQUIPMENT
- 19 : DOW CHEMICAL
- 20 : EASTMAN KODAK
- 21 : EXXON
- 22 : GENERAL DYNAMICS
- 23 : GENERAL ELECTRIC
- 24 : GENERAL FOODS
- 25 : GENERAL MOTORS
- 26 : GETTY OIL
- 27 : HALLIBORTON
- 28 : HEWLETT-PACKARD
- 29 : INTEL
- 30 : IBM
- 31 : INTERNATIONAL PAPER
- 32 : JOHNSON AND JOHNSON
- 33 : KERR MC GEE
- 34 : LILLY (ELI)
- 35 : LOCKHEED CORP
- 36 : MC DONALD'S
- 37 : MC GRAW-HILL
- 38 : MERCK
- 39 : MERRILL LYNCH

- 40 : MINNESOTA MINING
- 41 : MOBIC CORP
- 42 : MONSANTO
- 43 : MORGAN JP.

ANNEXE 2: MATRICES DE SATURATIONS

**BELGIQUE
CANADA
GRANDE-BRETAGNE
ITALIE
JAPON
PAYS-BAS
RFA
SUISSE**

BELGIQUE

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3
R 1	BANQUE BRUXELLES - LAMBERT	0. 72820	0. 11950	0. 41227
R 2	CIMENTERIES C.B.R.	0. 78349	0. 14385	0. 14648
R 3	ELECTROBEL	0. 69671	0. 19801	0. 07189
R 4	DELHAIZE .	0. 59834	0. 01032	0. 15900
R 5	GB - INNO - BM	0. 56293	-0. 42916	0. 15833
R 6	KREDIETBANK	0. 59237	-0. 02393	0. 32902
R 7	PETROFINA	0. 41043	-0. 05006	0. 17159
R 8	ROYALE BELGE VIE	0. 69380	0. 11819	-0. 10115
R 9	GENERALE DE BANQUE	0. 66537	-0. 15387	0. 20067
R 10	SOCIETE GENERALE BELGIQUE	0. 56493	0. 23660	-0. 07289
R 11	INTERCOM	0. 92184	-0. 20968	-0. 20706
R 12	E.B.E.S.	0. 84904	-0. 27658	-0. 01551
R 13	U.C.B.	0. 72234	0. 12965	0. 43646
R 14	ARBED	0. 45817	0. 81335	-0. 12452

CANADA

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3
R 1	ARBITIBI	0. 57478	0. 10015	0. 01634
R 2	BELL CANADA	0. 29533	0. 05483	0. 62005
R 3	CANADIAN PACIFIC	0. 79718	0. 31344	0. 00748
R 4	COMINGO	0. 77239	0. 24481	-0. 35969
R 5	DENISON MINES	0. 70694	-0. 06908	-0. 14827
R 6	DOME PETROLEUM	0. 44630	-0. 32943	-0. 08917
R 7	GULF OIL CANADA	0. 79197	-0. 42477	-0. 09663
R 8	IMPERIAL OIL	0. 74658	-0. 37983	-0. 09812
R 9	Mc MILLAN BLOEDEL	0. 68355	0. 34164	-0. 08429
R 10	MOLSON'S A	0. 55345	-0. 05336	0. 14374
R 11	NORANDA	0. 79124	0. 11629	-0. 06272
R 12	ROYAL BANK OF CANADA	0. 72523	0. 16556	0. 32326
R 13	SEAGRAMS	0. 55399	-0. 28430	0. 40518
R 14	SIEEL CO OF CANADA	0. 75355	0. 16403	0. 21514
R 15	TRANSCANADA PIPELINES	0. 70229	0. 04079	0. 24391

GRANDE-BRETAGNE

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6
R 1	BARCLAYS BANK	0. 86019	0. 24997	-0. 36577	-0. 04119	-0. 04120	0. 02385
R 2	BEECHAM GROUP	0. 83994	-0. 06973	0. 20487	-0. 17513	-0. 08297	-0. 17416
R 3	BRITISH PETROLEUM	0. 42250	-0. 11359	-0. 00462	0. 31454	-0. 02438	0. 14676
R 4	BURMAN OIL	0. 37634	-0. 23346	0. 18782	0. 35677	0. 20959	0. 27495
R 5	CONSOLIDATED GOLD FIELDS	0. 28345	-0. 05475	-0. 06582	0. 10196	-0. 28070	0. 22886
R 6	DE LA RUE	0. 45378	0. 27156	0. 29139	0. 17988	0. 16745	0. 21736
R 7	DISTILLERS	0. 73343	0. 05773	0. 27621	0. 15380	-0. 23761	-0. 23925
R 8	FISONS	0. 59719	0. 09637	-0. 01433	-0. 01539	0. 00804	-0. 17412
R 9	G.E.C.	0. 77448	0. 12502	0. 16452	-0. 24924	0. 31158	-0. 00434
R 10	GLAXO	0. 73538	-0. 58813	-0. 16658	-0. 06464	0. 01356	-0. 01594
R 11	GRANADA	0. 77191	0. 00581	0. 27566	0. 08158	0. 25258	-0. 05818
R 12	GRAND METROPOLITAN	0. 81387	0. 19745	0. 14519	0. 03532	0. 06147	0. 09853
R 13	G.K.N.	0. 70309	-0. 08476	0. 13525	0. 22030	-0. 25714	0. 22497
R 14	HAWKER SIDDELEY	0. 73300	-0. 19725	0. 14186	0. 00683	0. 17366	0. 05429
R 15	I.C.L.	0. 39711	-0. 01554	0. 14375	0. 54813	0. 11037	-0. 22857
R 16	IMPER CHEMICAL INDUSTRIES	0. 76852	-0. 05558	0. 01263	0. 31318	-0. 03951	-0. 05873
R 17	IMPERIAL GROUP	0. 66551	0. 07512	-0. 07423	0. 07082	0. 19905	0. 01278
R 18	LAND SECURITIES	0. 75219	0. 27174	0. 05633	-0. 00840	0. 12386	-0. 21723
R 19	MARKS et SPENCER	0. 78980	0. 06075	0. 36122	-0. 16702	-0. 25925	0. 08819
R 20	PLESSEY	0. 71612	0. 01995	0. 19868	-0. 13469	0. 13880	0. 27701
R 21	ROYAL BANK OF SCOTLAND	0. 81316	0. 07097	-0. 20348	0. 25117	0. 00686	0. 00604

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4
R 1	ASSICURAZIONI GENERALI	0. 82496	0. 47491	0. 01149	-0. 17174
R 2	BANCA COMMERCIALE ITA	0. 65342	0. 25690	0. 30144	0. 02644
R 3	FIAT (ORD)	0. 59706	0. 39227	0. 41925	0. 28082
R 4	LEPETIT (ORD)	0. 80494	-0. 53430	0. 01916	-0. 01092
R 5	LEPETIT (PRIV)	0. 81726	-0. 50492	-0. 04803	0. 00901
R 6	OLIVETTI (PRIV)	0. 63130	0. 31524	0. 43224	0. 25460
R 7	MEDIANCA	0. 69259	0. 38437	-0. 00361	-0. 29705
R 8	MONDADORI (PRIV)	0. 69414	0. 18427	0. 00618	0. 27941
R 9	MONTEDISON	0. 72019	0. 29503	0. 12984	-0. 00278
R 10	PIERREL	0. 61861	0. 40511	-0. 53770	0. 21035

JAPON

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6	FACTOR 7	FACTOR 8	FACTOR 9
R 1	AJINOMOTO	0. 65465	0. 31651	0. 25614	0. 15556	-0. 16198	0. 08832	0. 23974	0. 13433	0. 14560
R 2	CANON	0. 66796	-0. 15890	-0. 23228	-0. 14564	-0. 09682	-0. 05543	0. 25375	-0. 07838	0. 20848
R 3	DAIICHI SEIYAKU	0. 01454	0. 35189	0. 19975	-0. 05501	0. 32372	0. 18786	-0. 14682	0. 43322	0. 03223
R 4	FUJI ELECTRIC	0. 59080	-0. 28585	0. 34176	0. 04728	0. 14096	-0. 09367	0. 13876	-0. 06126	0. 07244
R 5	FUJI PHOTO	0. 69816	0. 03260	-0. 19900	-0. 35472	-0. 07315	0. 27500	0. 34132	-0. 14024	0. 02220
R 6	FUJIJAWA PHARMACEUTICAL	0. 39682	0. 42027	0. 14048	0. 26894	-0. 07026	0. 29795	-0. 18432	0. 34678	0. 15520
R 7	FUJITJU	0. 80295	0. 10040	0. 03824	-0. 02298	0. 19813	0. 20361	-0. 10343	-0. 21909	-0. 15280
R 8	HITACHI	0. 88477	-0. 28369	0. 25074	-0. 02694	-0. 08476	0. 10583	-0. 03892	-0. 01814	-0. 07526
R 9	KASHIYAMA	0. 46697	0. 51558	0. 06615	0. 02566	0. 29200	0. 09538	0. 14322	0. 37624	-0. 02175
R 10	KYOWA FERMENTATION	0. 33005	-0. 20078	0. 10049	0. 11290	0. 28840	-0. 02099	0. 30520	0. 05186	0. 02623
R 11	MARUI	0. 49592	0. 53271	-0. 02187	0. 22267	0. 17805	0. 18761	-0. 01478	0. 11719	-0. 23294
R 12	MATSUSHITA ELECTRIC IND	0. 80466	0. 07100	-0. 04535	-0. 42978	-0. 08151	-0. 25888	-0. 10289	0. 09277	-0. 04447
R 13	MATSUSHITA ELECTRIC WORKS	0. 58310	0. 68916	0. 03131	0. 24734	-0. 12360	-0. 11145	-0. 00867	-0. 17083	0. 00011
R 14	MINIBISHI HEAVY	0. 64286	-0. 43956	0. 29388	0. 24039	0. 01697	-0. 04333	-0. 01004	-0. 01781	0. 18290
R 15	MITSUI	0. 50618	0. 19398	0. 43528	0. 28491	-0. 12803	0. 04297	-0. 16678	0. 07416	0. 13622
R 16	NIPPON ELECTRIC	0. 80661	-0. 12853	0. 10196	-0. 01693	-0. 05524	0. 06906	-0. 04827	-0. 05966	0. 00572
R 17	NIPPON KOGAKU	0. 54327	-0. 23254	-0. 65120	0. 38564	-0. 06193	-0. 01505	-0. 05947	0. 02241	0. 03839
R 18	NIPPON KOKAN	0. 53991	-0. 37943	0. 15839	0. 24902	0. 16466	0. 04353	-0. 04844	0. 10824	0. 22174
R 19	RICOH	0. 60798	-0. 05240	-0. 54936	-0. 12094	0. 05210	0. 17421	0. 00883	0. 06230	-0. 08645
R 20	SHARP	0. 65791	0. 08668	-0. 15646	0. 01260	0. 58273	-0. 06662	-0. 09536	-0. 11867	-0. 10523
R 21	SONY	0. 48488	0. 49311	0. 19141	-0. 01185	-0. 12968	0. 01677	-0. 01867	-0. 14526	0. 26427
R 22	SHIMADZU SEISAKUSHO	0. 40147	0. 00094	-0. 04485	0. 21699	0. 17810	-0. 36794	0. 52004	0. 18948	-0. 12361
R 23	SOMITOMO ELECTRIC	0. 53277	-0. 21645	0. 04610	0. 38355	0. 09361	-0. 11899	0. 26190	0. 09497	-0. 01293
R 24	TDK ELECTRONICS	0. 61374	0. 19665	-0. 22473	-0. 39814	0. 30821	0. 02268	-0. 06884	-0. 00918	0. 32795
R 25	TOKIO MARINE et FIRE	0. 59707	0. 07097	0. 06208	-0. 14194	-0. 21666	-0. 14339	0. 15985	0. 21528	-0. 04850
R 26	TOSHIBA CORP	0. 80984	-0. 35107	0. 21685	0. 13434	0. 05529	-0. 13288	-0. 07439	0. 00966	0. 05958
R 27	TORAY	0. 49475	-0. 15461	0. 36997	0. 40248	0. 09253	-0. 07171	0. 12468	0. 02415	-0. 18846
R 28	TOYOTA MOTOR	0. 60266	0. 10060	-0. 36701	-0. 14452	-0. 38117	0. 09620	-0. 08014	0. 23490	-0. 14389

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5
R 1	AHOLD	0. 65648	0. 14171	-0. 00574	0. 23850	-0. 18648
R 2	AKZO	0. 62723	0. 48995	0. 02623	-0. 33745	0. 00436
R 3	ALGEMENE BANK NEDERLAND	0. 73157	-0. 38482	0. 33795	-0. 06854	-0. 03647
R 4	A.M.E.V.	0. 73660	0. 01041	-0. 24713	0. 25965	-0. 13930
R 5	ASTERDAM ROTTERDAM BANK	0. 75830	-0. 46203	0. 13168	-0. 10026	0. 17238
R 6	KALIS	0. 41508	-0. 01597	-0. 10423	0. 15169	0. 20518
R 7	BUHRMANN TETTERODE	0. 42448	0. 07255	-0. 00875	-0. 09013	-0. 10568
R 8	ELSEVIER NDV	0. 51536	0. 04786	0. 32676	0. 28133	-0. 01028
R 9	GIST BROCADES	0. 40922	0. 33726	-0. 27427	0. 34787	0. 05639
R 10	HEINEKEN	0. 55588	0. 23784	0. 15436	0. 11521	-0. 27430
R 11	BOLS	0. 65361	0. 12647	-0. 04547	0. 12443	-0. 07075
R 12	K.L.M.	0. 39442	0. 43478	-0. 00822	0. 04763	0. 18408
R 13	HOOGOVS	0. 46600	0. 42351	-0. 07642	-0. 44671	-0. 11700
R 14	WESSANEN	0. 45300	0. 01555	0. 10767	0. 21497	-0. 02157
R 15	MAARDEN	0. 63424	0. 11204	-0. 03636	-0. 12178	-0. 02389
R 16	NATIONALE NEDERLANDEN	0. 81328	-0. 21756	-0. 40579	-0. 09006	-0. 01519
R 17	NED MIODENS TANDSBANK	0. 52734	-0. 32669	0. 07418	-0. 02254	-0. 25281
R 18	OCE VAN DER GRINTEN	0. 55637	-0. 00010	0. 10831	-0. 03384	-0. 13278
R 19	PAKHOEP	0. 37053	0. 30454	0. 17080	0. 11142	0. 24538
R 20	PHILIPS	0. 76531	0. 45128	0. 17462	-0. 01140	0. 10142
R 21	ROYAL DUTCH	0. 23839	0. 13935	-0. 28234	0. 25193	0. 40579
R 22	UNILEVER	0. 66746	0. 04498	0. 11069	0. 19058	0. 19729
R 23	OMMEREN	0. 48614	-0. 03616	-0. 00135	0. 17155	0. 23046
R 24	VNU	0. 65661	0. 04689	0. 13195	0. 26591	-0. 30101

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6	FACTOR 7	FACTOR 8	FACTOR 9	FACTOR 10
R 1	ALLIANZ VERSICHERUNG	0. 71589	-0. 01564	0. 15845	0. 11780	0. 29351	0. 07686	0. 07943	-0. 11069	0. 01796	-0. 25644
R 2	BADISCHE ANILIN et SODA	0. 61518	0. 33859	-0. 03986	0. 26728	-0. 28452	0. 00583	-0. 04443	-0. 21061	-0. 18535	0. 06505
R 3	BAYER	0. 66674	0. 21852	-0. 37233	0. 38625	-0. 08425	-0. 08164	-0. 06055	-0. 05093	0. 04448	0. 11179
R 4	BAYER - HYPO et W. - BANK	0. 74514	0. 17674	0. 14427	-0. 11884	0. 19549	-0. 07106	-0. 04739	-0. 02701	0. 16387	-0. 01464
R 5	B.M.W.	0. 74749	-0. 59350	-0. 18538	-0. 16430	-0. 04730	-0. 06545	0. 00519	-0. 02160	-0. 01013	-0. 00220
R 6	BAYERISCHE VEREINSBANK	0. 70477	0. 10940	0. 53731	-0. 14371	-0. 00234	-0. 16218	0. 04905	-0. 05140	0. 01080	-0. 24588
R 7	BHE - BANK	0. 71477	0. 10029	0. 33630	-0. 02273	0. 00721	-0. 09867	0. 08040	-0. 15869	0. 05200	0. 01065
R 8	BILFINGER	0. 28415	0. 03559	0. 10871	0. 16816	0. 11393	0. 23869	-0. 02343	0. 16446	0. 02917	0. 02783
R 9	COMMERZBANK	0. 79490	0. 14274	0. 30007	0. 10712	0. 25648	-0. 25597	-0. 03087	0. 13628	0. 00703	0. 09149
R 10	DAIMLER BENZ	0. 75712	-0. 23028	-0. 01657	0. 04731	-0. 14271	0. 10017	0. 03871	0. 32061	-0. 13437	0. 02429
R 11	DEUTSCHE BABCOCK	0. 53626	0. 05121	0. 02286	-0. 01420	0. 00910	0. 23781	-0. 27142	-0. 19043	0. 26602	-0. 06388
R 12	DEUTSCHE BANK	0. 75710	0. 20271	0. 52869	-0. 11194	-0. 08926	-0. 02241	0. 04061	-0. 12065	-0. 05718	0. 07716
R 13	DEGUSSA	0. 61657	0. 24544	-0. 06564	0. 12598	0. 32444	0. 10078	0. 05069	0. 24362	0. 10321	0. 09503
R 14	LUFTHANSA	0. 63260	-0. 05146	-0. 29389	0. 07890	0. 22419	0. 04219	-0. 10204	0. 02546	0. 20984	0. 08556
R 15	D.L.W	0. 56923	-0. 08813	-0. 12247	0. 11429	0. 42953	0. 18092	0. 38068	-0. 07493	-0. 00593	-0. 06227
R 16	DRESDNER BANK	0. 70564	0. 20349	0. 45530	0. 09134	-0. 01804	-0. 26411	-0. 16951	0. 06590	-0. 00312	0. 14015
R 17	HOECHST	0. 70865	0. 24242	-0. 36135	0. 50687	-0. 07872	-0. 06067	0. 00009	-0. 06796	-0. 01611	-0. 02165
R 18	GIRMES	0. 48571	-0. 14106	-0. 09533	-0. 07281	0. 34641	0. 36449	-0. 00696	-0. 14640	0. 20584	0. 28114
R 19	GUTEHOFFNUNGSHUTTE	0. 77636	0. 11731	-0. 03683	0. 01575	0. 09710	0. 18011	-0. 31887	0. 24764	0. 01552	-0. 07298
R 20	HEIDELBERGER ZEMENT	0. 51168	-0. 03686	-0. 04410	-0. 03826	0. 36595	-0. 15401	0. 27006	-0. 02187	0. 39965	0. 04724
R 21	HOCHTIEF	0. 27758	-0. 41743	0. 05655	0. 03782	0. 24438	0. 14152	-0. 16858	0. 07700	-0. 11594	-0. 02779
R 22	HOESCH	0. 29980	0. 60256	-0. 42582	-0. 56016	-0. 03227	-0. 08787	0. 05422	0. 01088	-0. 00824	0. 00946
R 23	HOLZMANN	0. 40989	-0. 23001	0. 01543	0. 05910	0. 19646	0. 17356	0. 23278	0. 04557	0. 03731	0. 19388
R 24	HORTEN	0. 55367	0. 23246	0. 13580	0. 18920	-0. 05726	0. 19753	0. 37842	0. 18744	0. 14827	-0. 09747
R 25	KARSTADT	0. 63697	0. 01826	0. 23575	0. 03384	-0. 30834	0. 28000	0. 17762	0. 24379	0. 06437	-0. 05042
R 26	KAUFHOF	0. 70652	0. 12658	0. 19093	0. 06949	-0. 44817	0. 14835	0. 26433	0. 12656	0. 13409	0. 02797
R 27	KLOCKNER - HUMBOLDT - DEUTL	0. 75000	-0. 04892	-0. 06464	-0. 09180	-0. 10477	0. 30979	-0. 12976	0. 02943	-0. 05762	0. 12406
R 28	LINDE	0. 64992	-0. 04434	0. 18409	-0. 17627	0. 05265	0. 25739	0. 07150	-0. 00157	-0. 01947	0. 30944
R 29	MANNESMAN	0. 68986	0. 10327	0. 13350	-0. 14989	-0. 14488	0. 13218	-0. 27898	0. 27923	-0. 06202	-0. 14491
R 30	MAN	0. 76486	0. 03300	0. 06938	-0. 16132	-0. 01228	0. 18446	-0. 24996	-0. 07301	0. 01576	-0. 06292
R 31	PREUSSAG	0. 49585	-0. 00035	-0. 01692	0. 20048	0. 09605	0. 19845	0. 16571	-0. 00986	-0. 22912	-0. 11781
R 32	R.W.E.	0. 47283	0. 29383	-0. 00260	0. 06840	0. 28934	0. 03899	-0. 16290	0. 11965	-0. 12768	-0. 05501
R 33	SCHERING	0. 67086	0. 11017	0. 11763	-0. 12228	0. 26067	0. 25209	0. 16692	-0. 05736	-0. 37632	0. 10348
R 34	SIEMENS	0. 81424	0. 22016	0. 02519	-0. 15440	0. 03844	0. 29213	-0. 18275	-0. 18959	0. 08809	-0. 06896
R 35	THYSSEN	0. 59892	0. 30434	-0. 40844	-0. 01294	0. 10224	0. 04185	-0. 12795	0. 23557	-0. 03680	-0. 07635
R 36	VEBA	0. 55439	0. 20790	-0. 00018	0. 14204	0. 31204	0. 19719	0. 02285	0. 01462	-0. 08359	-0. 04824
R 37	VER-EL-WERKE WESTFALEN	0. 54786	0. 06147	-0. 29301	0. 16849	0. 40362	-0. 02240	0. 27757	0. 08581	-0. 14834	-0. 15846
R 38	VOLKSWAGEN	0. 67582	-0. 16462	-0. 15121	0. 06557	0. 10075	-0. 28012	-0. 04131	0. 13226	0. 07872	0. 03023

		FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5	FACTOR 6
R 1	BANQUE LEU (PORT)	0. 51921	0. 37910	0. 07306	0. 13239	-0. 03294	0. 09620
R 2	BANQUE POPULAIRE (NOM)	0. 53840	0. 45128	-0. 00974	-0. 10946	-0. 13683	-0. 07500
R 3	CREDIT FONCIER VAUDOIS	0. 10528	0. 23138	0. 26450	0. 51487	0. 16469	0. 33370
R 4	CREDIT SUISSE	0. 53658	0. 49205	0. 39548	-0. 05915	-0. 03815	0. 00596
R 5	STE DE BANQUE SUISSE	0. 65912	0. 47179	0. 27936	-0. 00740	-0. 07559	0. 00444
R 6	UNION DES BANQUES SUISSES (PORT)	0. 55245	0. 52413	0. 43595	-0. 09163	-0. 04699	0. 00373
R 7	DARR et TESSIN	0. 32243	0. 23761	0. 28656	-0. 31884	0. 15331	-0. 44252
R 8	ALUMINIUM SUISSE (NOM)	0. 58982	0. 48102	-0. 48557	-0. 09680	-0. 06925	0. 10187
R 9	ALUMINIUM SUISSE (PORT)	0. 68951	0. 33906	-0. 47978	-0. 11055	0. 01010	-0. 14577
R 10	CHARMILLES A (PORT)	0. 40624	0. 08384	-0. 20693	-0. 08675	0. 59003	0. 20650
R 11	GRAND PASSAGE	0. 35410	0. 25768	0. 18661	0. 15344	-0. 02069	0. 21454
R 12	CIBA - GEIGY (PORT)	0. 95629	-0. 20149	0. 02014	-0. 05928	0. 02614	0. 07924
R 13	CIBA - GEIGY (NOM)	0. 83039	-0. 19994	-0. 10965	-0. 10338	0. 07223	-0. 03702
R 14	CIBA - GEIGY (BP)	0. 92798	-0. 23483	0. 04670	0. 12526	-0. 07039	-0. 09825
R 15	HERO CONSERVES LENSBURG	0. 50546	0. 32209	0. 12365	-0. 27271	-0. 04576	0. 30094
R 16	REASSURANCES (PORT)	0. 58692	0. 25212	0. 20513	0. 14338	0. 10676	-0. 29173
R 17	REASSURANCES (NOM)	0. 46906	0. 31280	0. 14106	0. 18042	0. 50658	-0. 14963
R 18	ELECTRICITE LAUFENBOURG	0. 11430	0. 30060	0. 16208	-0. 04758	-0. 07254	0. 04769
R 19	ELECTROWATT	0. 30857	0. 54082	0. 28556	0. 23848	0. 05083	-0. 05706
R 20	FIN. DE PRESSE (PORT)	0. 48303	0. 19490	0. 39244	-0. 17283	-0. 22916	0. 16516
R 21	FISHER (PORT)	0. 52120	0. 34985	-0. 40176	0. 44577	-0. 11085	0. 01300

ANNEXE 3
MATRICE DE CORRELATION
DES
VARIABLES ECONOMIQUES.

	V8RFA	V1RFA	V2RFA	V17RFA	V7RFA	V10RFA
V8RFA	1. 00000	-0 173803	0. 704456E-02	0. 189989E-03	0. 354585E-03	0. 595205E-01
V1RFA	-0. 173803	1. 00000	-0 104367	-0. 256907	-0. 282769	0. 873221E-01
V2RFA	0 704456E-02	-0 104367	1. 00000	-0. 519635E-01	-0. 685106E-01	0 143141E-01
V13RFA	0. 189989E-03	-0 256907	-0 519635E-01	1. 00000	0. 997468	-0. 467655E-01
V7RFA	0. 354585E-03	-0. 282769	-0. 685106E-01	0. 997468	1. 00000	-0 553771E-01
V10RFA	0. 595205E-01	0. 873221E-01	0. 143141E-01	-0. 467655E-01	-0. 553771E-01	1. 00000
	-0. 372264E-01	-0 338295	-0 229021	0. 824363E-01	0. 150525	-0. 122127
V3RFA	0. 550564	-0. 151339	0. 891471E-01	-0. 449908E-01	-0. 461280E-01	0. 572902E-01
V4RFA	-0. 438759E-01	0. 191981	-0 194064E-01	-0. 134016	-0. 144750	-0. 125389
V5RFA	0. 162334E-01	0 226542	0 225246	-0. 315269E-01	-0. 895652E-01	0. 129866
V9RFA	0. 126431	-0 105792	0. 458685E-01	-0. 121987	-0. 125060	0. 271075E-01
V6RFA	-0 194764	0 417867E-01	0. 230608	-0. 178986	-0. 186215	-0 463763E-01
V14RFA	0. 453470E-01	-0 117879	0. 595750E-01	0. 561243E-02	-0. 112564E-01	0. 211396E-02
V15RFA	0. 174120	-0 213035	-0 131381	-0. 166037	-0. 159276	-0 319285E-01
V16RFA	0 520838	-0 223663E-01	-0. 471517E-01	-0. 269062E-01	-0. 260115E-01	0. 175360
V8GB	0. 289971	-0. 123407E-02	0. 510755E-01	0. 364304E-01	0. 318554E-01	-0. 300780
V1GB	-0 129889	0 638298	0. 877324E-01	-0. 309214E-01	-0. 638824E-01	0 223884
V2GB	0. 269651E-01	0 215491	0. 516536E-01	0. 920395E-01	0. 835294E-01	-0 417245E-01
V13GB	0. 325896	-0 188347	-0 221596E-01	0. 359559	0. 361566	-0. 128889
V7GB	0. 328419	-0. 193635	-0. 284518E-01	0. 360902	0. 363949	-0. 135177
V10GB	-0 247239	-0. 896374E-01	-0. 602866E-01	-0. 102105	-0. 925768E-01	0 205842E-01
V3GB	0. 312162	-0 140854	-0. 796589E-02	0. 105533	0. 958291E-01	0. 111447
V4GB	-0. 142808	0 336287	0. 258801E-01	-0. 435083	-0. 426148	0. 132476E-01
V5GB	0. 882607E-01	-0 119406	0. 258010	0. 227702E-01	0. 118393E-01	-0 246756E-01
V9GB	-0 835071E-01	0 331128	-0. 313364E-02	0. 770415E-01	0. 676747E-01	0. 943250E-02
V6GB	-0. 114002	-0. 162843E-01	-0. 133150	0. 191539E-02	0. 322083E-03	-0. 453283E-01
V14GB	0. 263345E-01	-0. 107210	-0. 564218E-01	-0. 164029	-0. 168583	-0. 260535E-01
V15GB	-0. 188260	0. 769054E-02	0. 515209E-01	0. 164116	0. 159744	-0. 134337
V16GB	-0. 698090	0. 324486E-01	0. 132981	-0. 198325	-0. 198993	-0. 229271E-01
V8JP	0. 498868	-0. 163766	-0. 160273E-01	-0. 901398E-02	-0. 840038E-02	-0. 466653E-01
V1JP	-0. 240196	0. 888887	-0. 154480	-0. 306313	-0. 326196	-0. 166008E-01
V2JP	-0. 277695E-01	-0. 240721	0. 351155	-0. 674609E-02	-0. 160651E-01	0. 876302E-01
V13JP	0. 162182	0. 348918E-01	-0. 514850E-01	0. 441212	0. 436444	0. 470405E-02
V7JP	0. 172934	-0. 822422E-02	-0. 570575E-01	0. 453564	0. 510445	-0. 854946E-02
V10JP	-0. 247239	-0. 896374E-01	-0. 602866E-01	-0. 102105	-0. 925768E-01	0. 205842E-01
V3JP	0. 115199	0 207072	-0. 113271	-0. 121707	-0. 124748	0. 494260E-01
V4JP	-0. 117993	0 240206	0. 265051E-01	-0. 100715	-0. 874065E-01	-0. 169288
V5JP	-0. 111582	0 653178	0. 101408	-0. 168565	-0. 202176	0. 294549
V9JP	-0. 698093E-01	-0. 157094	-0. 107280E-03	-0. 173352	-0. 164176	0 224088E-01
V6JP	-0. 101950	0. 110623	0. 622577E-01	0. 394789E-01	0. 303219E-01	0. 179273
V14JP	0 630877E-01	-0. 331618E-01	0 153905	0. 226332	0. 209325	0. 286689
V15JP	0. 108572	0. 788414E-03	-0 737484E-01	-0. 226072	-0. 230262	0. 227045
V16JP	0. 570959	0. 400978E-01	-0. 685244E-01	-0. 117227	-0. 109086	-0. 106490
V8FF	0. 586161	-0. 125092	0. 170682E-01	-0. 135247	-0. 134687	0. 103535E-01
V1FF	-0. 151485	0. 803463	-0 139214	-0. 257121	-0. 272369	0. 104393
V2FF	0 153294E-01	-0 238841	0. 171761	0. 209107	0. 220622	0. 631496E-01
V13FF	-0. 490345E-01	0 102974	0. 134820	0. 446064E-01	0. 248458E-01	-0. 156348E-02
V7FF	-0. 431521E-01	0. 800117E-01	0. 134681	0. 488860E-01	0. 320029E-01	-0. 449960E-02
V10FF	-0 977726E-01	-0 110213	-0 102105	-0. 626672E-01	-0. 556459E-01	0. 499597E-01
V3FF	-0. 273882E-01	0 499400E-01	-0. 291202	0. 313318E-01	0. 583514E-01	0. 102162
V4FF	-0. 290574	0 241500	-0. 714522E-01	-0. 449453E-01	-0. 428241E-01	-0. 301699E-02
V5FF	0. 691443E-01	-0 719462E-01	-0. 414652E-01	0. 769798E-01	0. 547713E-01	-0. 758899E-01
V9FF	0. 218731	-0 164503	-0. 908578E-01	-0. 539054E-01	-0. 581528E-01	-0. 368029E-01
V6FF	-0. 134817	-0. 998745E-01	-0. 763332E-02	0. 317977	0. 325164	0. 373513E-01
V14FF	0 770458E-01	-0. 248219	-0. 211326	0. 217761	0. 213967	-0. 217571E-02
V15FF	0. 105411	0. 324061	-0. 534441E-01	-0. 910707E-01	-0. 102296	0. 165372
V16FF	0. 535746	-0. 153760	-0. 507033E-01	0. 468330E-01	0. 526289E-01	0. 561690E-03
V8US	0. 137227	-0. 126197	0. 512349E-01	-0. 458829E-01	-0. 497052E-01	-0. 149695
V1US	-0. 169573	0 775861	-0. 895557E-01	-0. 245257	-0. 268389	0. 250940
V2US	-0 131374	-0. 347416E-01	0. 416972	0. 189389	0. 176592	0. 141427E-01
V7US	0 157043	0 117606	0. 177841	0. 223059	0. 222080	-0. 169130
V10US	0. 337736E-01	0 122444	0. 750475E-01	-0. 134489	-0. 146609	0. 112211
V3US	-0 612322E-01	0 111977	0. 181966E-01	-0. 226239	-0. 213170	-0. 617473E-01
V4US	-0. 335628	0. 139913	0. 282318E-02	-0. 181401	-0. 192878	0. 394671
V5US	0 111362	0 141968	0. 938867E-01	-0. 149339E-01	-0. 594548E-01	-0. 448588E-01
V13US	0 160109	0 131813	0. 181334	0. 219917	0. 215903	-0. 159205
V6US	0 857158E-01	0. 441427E-02	-0 296200E-01	0. 171389	0. 149236	-0. 735221E-01
V14US	0 126526	-0. 325298	-0. 261166E-01	0. 204522	0. 187529	-0. 122625
V15US	-0. 986366E-01	0 101221	-0. 388563	0. 192736	0. 194097	0. 410755E-01
V16US	-0 152290	-0 454614E-02	0. 462297E-01	0. 145161	0. 144571	-0. 307009
V1MO	0. 619853E-01	-0 897307E-01	0. 311362	0. 160904	0. 109467	-0. 508442E-01
V8MO	0 552440	-0 708448E-01	-0. 327688E-02	-0. 541543E-01	-0. 545615E-01	-0. 850558E-01
V7MO	0 188906	0 275656E-01	0. 129554	0. 429029	0. 426396	-0. 158405
V6MO	0 106973E-01	0 109928	0. 311823E-01	0. 170876	0. 152450	0. 201035E-01
V2MO	-0. 680155E-01	0 210118	-0 170476	-0. 854769E-01	-0. 109856	0. 168420
V14MO	0 151994	-0 373106	0. 311505	0. 116144	0. 124156	-0. 762283E-01
V15MO	0 103675	-0 252732	-0. 243526E-01	0. 176298	0. 173676	-0. 177452
V3MO	0 402346	0 463372E-01	-0 168509	-0. 119458	-0. 106908	0. 136710E-01
V4MO	-0 101164	0 227525	0 186510E-01	-0. 151406	-0. 162846	-0. 703655E-01
V16MO	0 574441	-0 379861E-01	-0. 475057E-01	-0. 156661E-01	-0. 124179E-01	-0. 165010

	V3RFA	V4RFA	V5RFA	V9RFA	V6RFA
V8RFA	0. 550564	-0. 438759E-01	0. 162334E-01	0. 126431	-0. 194764
V1RFA	-0. 151339	0. 191981	0. 226542	-0. 105792	0. 417867E-01
V2RFA	0. 891471E-01	-0. 194064E-01	0. 225246	0. 458685E-01	0. 230608
V13RFA	-0. 449908E-01	-0. 134016	-0. 315269E-01	-0. 121987	-0. 178986
V7RFA	-0. 461280E-01	-0. 144750	-0. 895652E-01	-0. 125060	-0. 186215
V10RFA	0. 572902E-01	-0. 125389	0. 129866	0. 271075E-01	-0. 463763E-01
V3RFA	1. 00000	0. 255942	0. 510985E-01	0. 347431	-0. 157194
V4RFA	0. 255942	1. 00000	-0. 140755	0. 403270E-01	-0. 164592E-01
V5RFA	0. 510985E-01	-0. 140755	1. 00000	0. 108477	0. 159744
V9RFA	0. 347431	0. 403270E-01	0. 108477	1. 00000	-0. 541081E-01
V6RFA	-0. 157194	-0. 164592E-01	0. 159744	-0. 541081E-01	1. 00000
V14RFA	0. 127347	-0. 989387E-01	0. 244951	0. 119019	0. 204590
V15RFA	0. 304374	0. 221785E-01	-0. 233313E-01	0. 187175	0. 192611E-01
V16RFA	0. 320465	-0. 190151	0. 514183E-01	-0. 844445E-01	-0. 300820E-01
V8GB	0. 343855	0. 195707	0. 121206	0. 243323	0. 288190E-01
V1GB	-0. 663799E-02	0. 118796	0. 362472	-0. 954345E-01	0. 382124E-01
V2GB	0. 734014E-01	0. 186521	0. 813887E-01	-0. 109766	-0. 244509
V13GB	0. 232801E-01	-0. 324004	-0. 730752E-03	-0. 187207	-0. 513277E-01
V7GB	0. 266984E-01	-0. 323999	-0. 149969E-01	-0. 191134	-0. 581950E-01
V10GB	-0. 135590	-0. 980612E-01	-0. 129033	0. 661807E-01	-0. 805593E-01
V3GB	0. 461428	-0. 126123	0. 166423	0. 289938E-01	-0. 611387E-01
V4GB	-0. 129809	0. 259343	-0. 144999	-0. 961557E-01	0. 261378
V5GB	0. 143306	-0. 182632	0. 138143	0. 407905	-0. 737429E-01
V9GB	-0. 162808	0. 214019E-01	0. 491173E-02	-0. 816547E-01	-0. 161234
V6GB	-0. 170886	0. 348699E-01	-0. 588484E-01	-0. 304670E-01	-0. 590911E-01
V14GB	0. 266203E-01	-0. 445732E-01	0. 313394E-01	0. 132962	0. 170475
V15GB	-0. 192078	-0. 123235	0. 135228	-0. 161119	0. 106550
V16GB	-0. 463883	0. 506365E-01	0. 678498E-01	-0. 118414E-01	0. 165089
V8JP	0. 368461	-0. 371143E-02	0. 103586E-01	0. 159520	-0. 356592E-01
V1JP	-0. 926164E-01	0. 218606	0. 144825	0. 474382E-01	0. 870586E-01
V2JP	-0. 768721E-01	-0. 150786	0. 116092	-0. 929734E-01	-0. 114165
V13JP	-0. 619953E-01	-0. 202351	-0. 773944E-01	-0. 176816	-0. 758864E-01
V7JP	-0. 552517E-01	-0. 209670	-0. 911632E-01	-0. 178385	-0. 849810E-01
V10JP	-0. 135590	-0. 980612E-01	-0. 129033	0. 661807E-01	-0. 805593E-01
V3JP	0. 969089E-01	-0. 172188	0. 189847	0. 872860E-01	0. 192671
V4JP	-0. 323381E-01	0. 129051	-0. 227186	-0. 109544	-0. 151121
V5JP	-0. 579598E-01	0. 733592E-01	0. 215233	0. 397604E-01	0. 136907
V9JP	0. 535065E-02	-0. 118709	-0. 130606	0. 335315	0. 187356
V6JP	0. 190250E-01	-0. 221658	0. 224280	0. 145104E-01	-0. 166616
V14JP	0. 408322E-01	-0. 105637	0. 183168	-0. 110172	-0. 728866E-01
V15JP	0. 551329E-01	-0. 612204E-01	0. 492546E-01	0. 682742E-01	-0. 163747
V16JP	0. 567589	0. 247665	-0. 132192	0. 151764	-0. 248586
V8FF	0. 433583	-0. 519304E-01	0. 603491E-01	0. 153096	-0. 155883
V1FF	-0. 679218E-01	0. 149267	0. 189771	-0. 480584E-01	0. 974446E-03
V2FF	0. 571718E-01	-0. 390324E-01	-0. 136649	0. 601281E-01	-0. 209609
V13FF	-0. 582645E-01	0. 208870E-01	0. 173303	0. 854849E-01	0. 192109
V7FF	-0. 557043E-01	0. 129017E-01	0. 141678	0. 786967E-01	0. 187555
V10FF	0. 693063E-03	-0. 943935E-01	0. 455329E-01	-0. 190331	-0. 201103E-01
V3FF	-0. 102584	-0. 207469	-0. 244664	0. 956858E-01	-0. 549267E-01
V4FF	-0. 356252	-0. 351216E-01	-0. 341945E-01	-0. 186503	0. 110304
V5FF	0. 143691	-0. 696151E-02	0. 191649	0. 344396	-0. 143492E-01
V9FF	0. 170002	-0. 281148	0. 284838	0. 263752	-0. 184202
V6FF	-0. 138855	-0. 206460	-0. 932021E-01	-0. 149343	0. 178184
V14FF	-0. 728237E-01	0. 110847	-0. 760916E-01	0. 136418	-0. 239703
V15FF	0. 434960E-01	0. 247827E-01	0. 942863E-01	-0. 174326	-0. 193096
V16FF	0. 329400	0. 139190	-0. 108972	0. 246564	-0. 193331
V8US	0. 101218	0. 189478	0. 114227	0. 190946	-0. 248874E-01
V1US	-0. 928010E-01	0. 109069	0. 224241	0. 873858E-01	0. 116991
V2US	-0. 186737	-0. 160068	0. 234708	-0. 964690E-01	-0. 768850E-01
V7US	0. 825199E-01	0. 271045E-01	-0. 634663E-01	0. 231213E-01	0. 693696E-01
V10US	0. 110375	-0. 154314	0. 377479	0. 534007	0. 136007E-01
V3US	-0. 264748E-01	0. 147241	-0. 211821	0. 131040E-01	-0. 139421
V4US	-0. 129174	0. 264952	0. 237488E-01	0. 150687	-0. 106430
V5US	-0. 617945E-01	-0. 168136	0. 563506	-0. 155006	0. 114220
V13US	0. 805065E-01	0. 293425E-01	-0. 253721E-01	0. 193605E-01	0. 725137E-01
V6US	-0. 183848	-0. 149896	0. 188643	-0. 150711	0. 213805
V14US	0. 130264E-01	-0. 897007E-01	0. 176206	-0. 357469E-01	-0. 154268E-01
V15US	-0. 192363E-01	0. 349090E-01	-0. 414712E-01	0. 194918	-0. 242628
V16US	0. 276496E-01	0. 196397	-0. 338515E-01	0. 340255	-0. 125749
V1MO	-0. 770705E-01	-0. 103915	0. 587882	-0. 306223E-01	0. 627531E-01
V8MO	0. 396319	0. 128548	-0. 244352E-01	0. 146731	-0. 735026E-01
V7MO	0. 532004E-01	-0. 737083E-01	-0. 576791E-01	-0. 404063E-01	0. 302923E-01
V6MO	-0. 143871	-0. 810568E-01	0. 191704	-0. 211608	0. 346509
V2MO	-0. 144351	0. 506423E-01	0. 227890	0. 474164E-01	0. 155644
V14MO	0. 758691E-01	-0. 214838	0. 319665E-01	0. 813999E-01	-0. 148905
V15MO	-0. 967355E-01	-0. 104859E-01	-0. 156318E-01	-0. 820545E-01	0. 103124
V3MO	0. 380371	-0. 153623	-0. 904043E-01	0. 141829	-0. 500302E-01
V4MO	0. 239117	0. 976921	-0. 133545	0. 179658E-01	-0. 310903E-02
V16MO	0. 551170	0. 282877	-0. 958339E-01	0. 360540	-0. 313027

	VI4RFA	VI5RFA	VI6RFA	V8GB	VIGB	V2GB
V8RFA	0. 453470E-01	0. 174120	0. 520838	0. 289971	-0. 129889	0. 269651E-01
VI4RFA	-0. 117879	-0. 213035	-0. 223663E-01	-0. 123407E-02	0. 638298	0. 215491
V2RFA	0. 595750E-01	-0. 131381	-0. 471517E-01	0. 510755E-01	0. 877324E-01	0. 516536E-01
VI3RFA	0. 561243E-02	-0. 166037	-0. 269062E-01	0. 364304E-01	-0. 309214E-01	0. 920395E-01
V7RFA	-0. 112564E-01	-0. 159276	-0. 260115E-01	0. 318554E-01	-0. 638824E-01	0. 835294E-01
VI0RFA	0. 211396E-02	-0. 319285E-01	0. 175360	-0. 300780	0. 223884	-0. 417245E-01
V3RFA	0. 127347	0. 304374	0. 320465	0. 343855	-0. 663799E-02	0. 734014E-01
V4RFA	-0. 989387E-01	0. 221785E-01	-0. 190151	0. 195707	0. 118796	0. 186521
V5RFA	0. 244951	-0. 233313E-01	0. 514183E-01	0. 121206	0. 362472	0. 813887E-01
V9RFA	0. 119019	0. 187175	-0. 844445E-01	0. 243323	-0. 954345E-01	-0. 109766
V6RFA	0. 204590	0. 192611E-01	-0. 300820E-01	0. 288190E-01	0. 382124E-01	-0. 244509
VI4RFA	1. 00000	0. 737991E-01	0. 374615E-01	0. 902382E-01	-0. 189598	-0. 119493
VI5RFA	0. 737991E-01	1. 00000	0. 341306E-01	0. 152169	0. 341475E-01	-0. 584833E-01
VI6RFA	0. 374615E-01	0. 341306E-01	1. 00000	-0. 848866E-01	-0. 553402E-01	0. 129126
V8GB	0. 902382E-01	0. 152169	-0. 848866E-01	1. 00000	0. 164076	0. 457517E-01
V1GB	-0. 189598	0. 341475E-01	-0. 553402E-01	0. 164076	1. 00000	0. 847314E-01
V2GB	-0. 119493	-0. 584833E-01	0. 129126	0. 457517E-01	0. 847314E-01	1. 00000
VI3GB	-0. 282182E-01	0. 502265E-01	0. 217343	-0. 138611E-01	-0. 124113	0. 811921E-01
V7GB	-0. 392036E-01	0. 503348E-01	0. 221070	-0. 120379E-01	-0. 132104	0. 845338E-01
VI0GB	0. 607477E-01	0. 169975	-0. 161694	-0. 160672	-0. 184355	-0. 262038
V3GB	0. 209607	0. 129722	0. 743931E-01	0. 584785E-01	-0. 118075	0. 215185
V4GB	0. 100141	-0. 107908	-0. 976437E-01	0. 758718E-01	0. 401633E-01	0. 128771E-01
V5GB	0. 333167	0. 244216	-0. 784549E-01	0. 361284E-01	0. 543273E-01	-0. 115848
V9GB	-0. 304406	-0. 158688	0. 566735E-01	-0. 150357	0. 264629	0. 227346
V6GB	0. 776177E-01	0. 576716E-01	-0. 289113	0. 109228	-0. 208460E-01	0. 194926
VI4GB	0. 257418	0. 964543E-01	0. 572316E-01	-0. 178915E-01	-0. 284537	-0. 109570
VI5GB	0. 113184	0. 398587E-01	0. 433031E-01	-0. 373321E-01	0. 933156E-01	-0. 398814E-01
VI6GB	0. 625388E-01	-0. 193586	-0. 516074	-0. 213970	-0. 956429E-01	-0. 244960E-01
V8JP	0. 264752E-01	0. 102479	0. 151508	0. 358652	-0. 837818E-01	-0. 160132
VI1JP	-0. 319523E-01	-0. 247087	-0. 507579E-01	0. 674006E-01	0. 545461	0. 109183
V2JP	-0. 426149E-01	0. 111092	-0. 274595E-02	0. 513284E-02	-0. 128295	0. 289853
VI3JP	0. 177919	-0. 101657	-0. 349217E-01	-0. 474266E-01	-0. 711636E-02	-0. 212595
V7JP	0. 173182	-0. 939832E-01	-0. 292597E-01	-0. 460339E-01	-0. 475731E-01	-0. 216396
VI0JP	0. 607477E-01	0. 169975	-0. 161694	-0. 160672	-0. 184355	-0. 262038
V3JP	0. 544798E-01	-0. 458260E-01	0. 411830	0. 792590E-01	0. 191395	0. 106681
V4JP	-0. 124084	-0. 241286	0. 104343	-0. 187692	-0. 511422E-01	0. 315228
V5JP	0. 107430	-0. 690030E-01	-0. 868139E-02	-0. 686237E-01	0. 551607	-0. 210004E-01
V9JP	0. 121772	0. 170860	-0. 630826E-01	0. 983071E-01	-0. 126177	-0. 446448
V6JP	0. 438884E-02	-0. 108348	0. 581732E-01	-0. 168556	0. 214338E-01	0. 998814E-01
VI4JP	0. 323334	0. 352732E-01	-0. 634376E-01	-0. 162768	-0. 951594E-01	0. 102277
VI5JP	-0. 140763	0. 388859	-0. 704703E-02	0. 174013E-01	0. 845962E-01	0. 846327E-01
VI6JP	0. 920973E-01	0. 101008	0. 969828E-01	0. 517824	-0. 574513E-01	0. 257238E-01
V8FF	0. 220527	0. 131854	0. 238210	0. 342705	-0. 856804E-01	-0. 362642E-01
VI1FF	-0. 148793	-0. 141220	-0. 103258E-01	0. 545973E-01	0. 646824	0. 445692E-01
V2FF	-0. 503971E-01	0. 530383E-02	0. 302902E-01	0. 192070	-0. 454293E-01	0. 200091
VI3FF	-0. 172219E-01	0. 614137E-01	0. 118911	-0. 767577E-01	-0. 790478E-02	0. 184536
V7FF	-0. 395430E-01	0. 861906E-01	0. 125882	-0. 770630E-01	-0. 154625E-01	0. 184047
VI0FF	0. 159336	0. 151994	0. 121885	0. 108976	-0. 131784E-01	-0. 122053
V3FF	-0. 565897E-01	-0. 547573E-01	0. 477505E-01	0. 773069E-01	-0. 114921	-0. 463094E-01
V4FF	0. 124547	-0. 297843	-0. 124241	-0. 658570E-01	-0. 166971E-01	-0. 699930E-01
V5FF	0. 258448	-0. 136468	-0. 339491E-01	0. 231592E-01	-0. 238628	-0. 158625
V9FF	0. 119165	0. 951747E-01	0. 110406	0. 245160E-01	-0. 153988	0. 164901
V6FF	-0. 114456	-0. 333886	0. 160507E-01	-0. 195191	-0. 704217E-01	-0. 149057
VI4FF	0. 270410	-0. 628529E-02	-0. 485394E-01	-0. 516287E-01	-0. 439982	0. 773201E-01
VI5FF	0. 574911E-01	0. 223033	-0. 632944E-01	0. 161235	0. 460299	0. 956554E-01
VI6FF	-0. 310188E-02	0. 254040	0. 103233	0. 310258	-0. 125463	-0. 126375E-01
V8US	0. 673416E-01	0. 137530	-0. 463550	0. 385811	-0. 633643E-01	-0. 180051
VI1US	-0. 510376E-01	-0. 124778	-0. 517673E-01	-0. 145243E-01	0. 632936	-0. 871448E-01
V2US	-0. 419755E-01	0. 509283E-01	-0. 399042E-01	-0. 925875E-01	0. 103856	0. 176366
V7US	-0. 132443	0. 151888	-0. 140745	0. 169848	-0. 199345E-01	0. 258984
VI0US	0. 387347	0. 100142	-0. 467294E-01	0. 193109	0. 166181	0. 104141E-01
V3US	-0. 310339	-0. 117609	-0. 195159E-01	-0. 295445E-01	-0. 240126E-01	0. 191733
V4US	0. 316623E-01	-0. 204101	-0. 103657	-0. 297402	0. 474988E-01	-0. 190629E-01
V5US	0. 206267	0. 114393	0. 288579E-01	0. 451939E-01	0. 206291	-0. 117234
VI3US	-0. 122589	0. 152233	-0. 141217	0. 171364	0. 267652E-03	0. 257286
V6US	0. 217760	0. 499485E-01	-0. 497780E-01	-0. 694772E-01	0. 449817E-02	-0. 181794
VI4US	0. 384682	-0. 111990	0. 151034E-01	-0. 731936E-01	-0. 393598	-0. 157917
VI5US	-0. 147524	0. 228546	-0. 104131	-0. 182892E-01	0. 914308E-01	0. 144877
VI6US	-0. 233627E-02	0. 390602E-01	-0. 370930	0. 176534	-0. 162322E-01	0. 795029E-01
VI1MO	0. 309727	0. 216143E-01	0. 192901E-01	-0. 109202E-01	-0. 283305E-02	-0. 824885E-02
V8MO	0. 107438	0. 131361	0. 363794E-01	0. 470721	-0. 586915E-01	-0. 863761E-01
V7MO	-0. 883477E-01	0. 103333	-0. 568356E-01	0. 113486	-0. 555896E-01	0. 206581
V6MO	0. 179720	-0. 164889	-0. 189013E-01	-0. 187383	0. 900471E-02	-0. 222938
V2MO	0. 281043	-0. 237810	-0. 195605	-0. 953588E-01	-0. 274209E-01	-0. 319575E-01
VI4MO	-0. 339530E-01	0. 268789	0. 128661	0. 199292	-0. 894979E-01	-0. 139185
VI5MO	0. 153503	-0. 322702	-0. 785294E-01	0. 510083E-03	-0. 281506	-0. 633022E-01
V3MO	-0. 604250E-02	0. 965783E-01	0. 429020	0. 123853	-0. 118081	0. 201946
V4MO	-0. 893765E-01	0. 190098E-01	-0. 189801	0. 117973	0. 161351	0. 183077
VI6MO	0. 554666E-01	0. 131465	0. 193232E-01	0. 543923	-0. 718939E-01	0. 668986E-01

	V13GB	V7GB	V10GB	V3GB	V4GB
V8RFA	0 325896	0 328419	-0 247239	0 312162	-0 142808
V1RFA	-0 188347	-0 193635	-0 896374E-01	-0 140854	0 336287
V2RFA	-0 221596E-01	-0 284518E-01	-0 602866E-01	-0 796589E-02	0 258801E-01
V13RFA	0 359559	0 360502	-0 102105	0 105533	-0 435083
V7RFA	0 361566	0 363949	-0 925768E-01	0 958291E-01	-0 426148
V10RFA	-0 128889	-0 135177	0 205842E-01	0 111447	0 132476E-01
V3RFA	0 232801E-01	0 266984E-01	-0 135590	0 461428	-0 129809
V4RFA	-0 324004	-0 323999	-0 980612E-01	-0 126123	0 259343
V5RFA	-0 730752E-03	-0 149969E-01	-0 129033	0 166423	-0 144999
V9RFA	-0 187207	-0 191134	0 661807E-01	0 289938E-01	-0 961557E-01
V6RFA	-0 513277E-01	-0 581950E-01	-0 805593E-01	-0 611387E-01	0 261378
V14RFA	-0 282182E-01	-0 392036E-01	0 607477E-01	0 209607	0 100141
V15RFA	0 502265E-01	0 503348E-01	0 169975	0 129722	-0 107908
V16RFA	0 217343	0 221070	-0 161694	0 743931E-01	-0 976437E-01
V8GB	-0 138611E-01	-0 120379E-01	-0 160672	0 584785E-01	0 758718E-01
V1GB	-0 124113	-0 132104	-0 184355	-0 118075	0 401633E-01
V2GB	0 811921E-01	0 845338E-01	-0 262038	0 215185	0 128771E-01
V13GB	1 00000	0 999329	-0 473812E-01	0 689903E-01	-0 255016
V7GB	0 999329	1 00000	-0 418544E-01	0 694908E-01	-0 265884
V10GB	-0 473812E-01	-0 418544E-01	1 00000	-0 120346	-0 368904E-01
V3GB	0 689903E-01	0 694908E-01	-0 120346	1 00000	-0 166445
V4GB	-0 255016	-0 265884	-0 368904E-01	-0 166445	1 00000
V5GB	-0 159356E-02	-0 108406E-01	0 139857	0 128067	-0 729022E-02
V9GB	0 117515	0 120162	0 156452	-0 241825	-0 271342E-02
V6GB	-0 300444E-01	-0 360708E-01	0 640175E-01	0 135537	0 272487E-01
V14GB	-0 931062E-01	-0 103094	-0 503015E-01	-0 514123E-01	0 257908
V15GB	0 860012E-02	0 951421E-02	-0 590231E-01	-0 800833E-01	-0 818855E-01
V16GB	-0 276829	-0 281404	0 153204	-0 241328	0 187905
V8JP	0 178834	0 178165	-0 121132	0 255163	-0 159134
V1JP	-0 234022	-0 236702	-0 708433E-01	-0 243654	0 336093
V2JP	0 141999E-01	0 140759E-01	0 245471	0 125757	-0 180361
V13JP	0 447456	0 448508	0 961529E-02	0 184179	-0 283960
V7JP	0 458407	0 460681	0 221139E-01	0 190505	-0 301117
V10JP	-0 473812E-01	-0 418544E-01	1 00000	-0 120346	-0 368904E-01
V3JP	-0 127988	-0 125994	-0 234366	-0 242642E-01	0 131786
V4JP	0 577726E-01	0 692629E-01	-0 301611E-01	-0 474843E-01	0 138093
V5JP	-0 141034	-0 159198	-0 260157	-0 275466E-01	0 162609
V9JP	-0 929912E-01	-0 958772E-01	0 145406	-0 260253	-0 131899
V6JP	-0 128607	-0 132393	0 697301E-01	0 305325	-0 113413
V14JP	0 266649	0 248776	-0 876884E-01	0 318125	0 999944E-01
V15JP	-0 411725E-01	-0 458025E-01	0 904567E-01	-0 136975E-02	0 512362E-02
V16JP	-0 996770E-02	-0 679375E-02	-0 766464E-01	0 255978	0 926987E-01
V8FF	0 107215	0 110481	-0 403964E-01	0 235563	-0 946412E-01
V1FF	-0 355388	-0 353404	-0 127918	-0 144956	0 273888
V2FF	-0 757793E-01	-0 699993E-01	-0 150072E-01	0 111410	-0 675488E-01
V13FF	0 382064	0 375736	0 806410E-01	-0 423286E-01	-0 614905E-01
V7FF	0 394263	0 388750	0 827663E-01	-0 459919E-01	-0 642398E-01
V10FF	-0 230556	-0 225864	0 109755E-02	-0 371944E-01	0 146682
V3FF	0 420814E-01	0 542483E-01	0 184428	0 451009E-01	0 145636
V4FF	-0 195289	-0 201080	0 609915E-02	-0 244477	0 287833
V5FF	0 104406	0 999928E-01	0 138708	0 166341	-0 202749
V9FF	0 548198E-01	0 569214E-01	-0 107687	0 336064	-0 213734
V6FF	0 116746	0 115460	-0 298893	0 375539E-01	-0 605251E-01
V14FF	0 120213	0 113318	0 936980E-01	-0 181000E-01	0 533470E-01
V15FF	-0 317829E-01	-0 322206E-01	0 123915	0 153888	0 576992E-02
V16FF	0 734782E-02	0 122196E-01	-0 130674	0 138933	-0 981646E-01
V8US	-0 205194	-0 205001	-0 398343E-01	0 224691	-0 563460E-01
V1US	-0 296545	-0 308985	-0 199763	-0 304921	0 264405
V2US	-0 295470E-01	-0 355713E-01	0 352193E-01	-0 240513E-01	-0 182332
V7US	0 332761	0 336241	0 300365E-01	0 232507	-0 808041E-01
V10US	-0 115208E-01	-0 175951E-01	-0 105011E-01	-0 119170E-01	-0 759740E-02
V3US	-0 971907E-01	-0 907428E-01	-0 244953	-0 827923E-01	0 190240
V4US	-0 336848	-0 338519	0 236230E-01	-0 153076	0 192849
V5US	0 190486	0 175578	0 835694E-01	0 227561	-0 220852
V13US	0 332935	0 335592	0 309897E-01	0 243786	-0 877479E-01
V6US	0 202003	0 195786	-0 103859E-01	0 672426E-01	-0 329061
V14US	0 156636	0 152303	0 128341	0 178810	-0 207085
V15US	0 767203E-01	0 815887E-01	0 126048	-0 253496E-01	-0 383015
V16US	-0 261472	-0 262460	-0 134599	-0 107584E-01	-0 189717E-01
V1MO	0 236929	0 218276	0 724515E-01	0 232636	-0 252366
V8MO	0 776975E-01	0 794047E-01	-0 499945E-01	0 280668	-0 100745
V7MO	0 565032	0 567865	0 164295E-01	0 227711	-0 126545
V6MO	0 289960E-01	0 211629E-01	-0 121262	0 109088	-0 102711
V2MO	-0 322593E-01	-0 425365E-01	-0 111761	-0 362214E-01	0 300361E-01
V14MO	0 102766	0 105683	0 172778E-01	0 135441	-0 427374E-01
V15MO	0 241531	0 239895	-0 121018	0 661568E-02	-0 571284E-01
V3MO	0 119702	0 131059	-0 187037	0 378240	-0 503036E-01
V4MO	-0 313716	-0 313783	-0 125659	-0 161826	0 261411
V16MO	-0 452483E-01	-0 407156E-01	-0 232172	0 222678	-0 267009E-01

	V5GB	V9GB	V6GB	V14GB	V15GB	V16GB
V8RFA	0. 882607E-01	-0. 835071E-01	-0. 114002	0. 263345E-01	-0. 188260	-0. 698090
V1RFA	-0. 119406	0 331128	-0. 162843E-01	-0. 107210	0. 769054E-02	0. 324486E-01
V2RFA	0. 258010	-0. 313364E-02	-0. 133150	-0. 564218E-01	0. 515209E-01	0. 132981
V13RFA	0. 227702E-01	0. 770415E-01	0. 191539E-02	-0. 164029	0. 164116	-0. 198325
V7RFA	0. 118393E-01	0 676747E-01	0. 322083E-03	-0. 168583	0. 159744	-0. 198993
V10RFA	-0. 246756E-01	0. 943250E-02	-0. 453283E-01	-0. 260535E-01	-0. 134337	-0. 229271E-01
V3RFA	0. 143306	-0 162808	-0 170886	0. 266203E-01	-0. 192078	-0. 463883
V4RFA	-0. 182632	0 214019E-01	0. 348699E-01	-0. 445733E-01	-0. 123235	0. 506365E-01
V5RFA	0. 138143	0 491173E-02	-0. 588484E-01	0. 313394E-01	0. 135228	0. 678498E-01
V9RFA	0. 407905	-0. 816547E-01	-0. 304670E-01	0. 132962	-0. 161119	-0. 118414E-01
V6RFA	-0. 737429E-01	-0. 161234	-0. 590911E-01	0. 170475	0. 106550	0. 165089
V14RFA	0. 333167	-0 304406	0. 776177E-01	0. 257418	0. 113184	0. 625388E-01
V15RFA	0. 244216	-0 158688	0. 576716E-01	0. 964543E-01	0. 398587E-01	-0. 193586
V16RFA	-0. 784549E-01	0. 566735E-01	-0. 289113	0. 572316E-01	0. 433031E-01	-0. 516074
V8GB	0. 361284E-01	-0 150357	0 109228	-0. 178915E-01	-0. 373321E-01	-0. 213970
V1GB	0. 543273E-01	0. 264629	-0. 208460E-01	-0. 284937	0. 933156E-01	-0. 956429E-01
V2GB	-0 115848	0 227346	0. 194926	-0. 109570	-0. 398814E-01	-0. 244960E-01
V13GB	-0 159356E-02	0. 117515	-0. 300444E-01	-0. 931062E-01	0. 860012E-02	-0. 276829
V7GB	-0. 108406E-01	0. 120162	-0. 360708E-01	-0. 103094	0. 951421E-02	-0. 281404
V10GB	0. 139857	0. 156452	0 440175E-01	-0. 503015E-01	-0. 590231E-01	0. 153204
V3GB	0. 128067	-0. 241825	0. 135537	-0. 514123E-01	-0. 800833E-01	-0. 241328
V4GB	-0 729022E-02	0 271342E-02	0. 272487E-01	0. 257908	-0. 818855E-01	0. 187905
V5GB	1. 00000	-0. 592364E-01	-0. 415482E-01	0. 163884	0. 165715	-0. 186028E-01
V9GB	-0 592364E-01	1 00000	-0. 474687E-01	-0. 199569	0. 840628E-01	0. 127700E-01
V6GB	-0. 415482E-01	-0 474687E-01	1. 00000	-0. 287351E-01	-0. 226063	0. 161226
V14GB	0 163884	-0 199569	-0. 287351E-01	1. 00000	-0. 120875	0. 696248E-01
V15GB	0. 165715	0. 840628E-01	-0. 226063	-0. 120875	1. 00000	-0. 489825E-02
V16GB	-0. 186028E-01	0. 127700E-01	0. 161226	0. 696248E-01	-0. 489825E-02	1. 00000
V8JP	0 164858E-01	-0 360134	0. 561433E-01	0. 483638E-01	-0. 217657	-0. 285240
V1JP	-0. 120298E-01	0. 256436	-0. 115939	0. 518299E-01	-0. 202927E-01	0. 788453E-01
V2JP	-0. 961432E-01	0 109569	0. 203507	0. 354806E-01	-0. 304631E-01	0. 138824E-01
V13JP	0 813068E-01	0. 505475E-02	0. 692668E-01	-0. 320743E-01	0. 180454	-0. 316154
V7JP	0. 772761E-01	-0. 369116E-02	0. 662314E-01	-0. 376882E-01	0. 189042	-0. 319961
V10JP	0 139857	0. 156452	0. 640175E-01	-0. 503015E-01	-0. 590231E-01	0. 153204
V3JP	0 155709E-01	-0 304067E-01	-0 274132	0. 111813	-0. 557851E-01	-0. 263957
V4JP	-0. 194861	0. 136592	-0. 688515E-01	-0. 189346	-0. 141365	0. 733228E-01
V5JP	0 504473E-01	0 770001E-01	-0. 625143E-02	0. 785879E-01	-0. 229761E-01	-0. 108859E-01
V9JP	0 184283	-0 241628	-0. 210167	0. 170357	-0. 748455E-01	0. 382022E-02
V6JP	0 189316	0 110778	0. 225132E-01	0. 205964E-03	0. 201474	0. 639554E-01
V14JP	0 887868E-01	-0 160554	0 124501	-0. 862634E-01	0. 414786E-01	-0. 884125E-01
V15JP	0. 747894E-01	0 282365	0. 173834	0. 116767	-0. 180851	0. 435536E-01
V16JP	-0 395893E-01	-0 109637	0. 643755E-01	0. 225626E-01	-0. 190525	-0. 362715
V8FF	0 773438E-01	-0 194100	-0 187657E-01	0. 211645E-01	-0. 174070	-0. 324617
V1FF	0 182195E-01	0. 209489	-0. 577160E-01	-0. 248209E-01	0. 767764E-01	-0. 452949E-01
V2FF	0 424922E-01	-0 112878	-0. 462984E-01	-0. 262426	0. 192161	-0. 150004
V13FF	0 928322E-01	0 260615	-0. 218861E-01	0. 170415	0. 949772E-01	-0. 143109E-01
V7FF	0. 912366E-01	0 263914	0 155027E-01	0. 161267	0. 969353E-01	0. 465508E-02
V10FF	-0 185770	-0 237526	-0. 202473E-01	0. 776643E-01	0. 167481E-01	-0. 193341E-01
V3FF	-0. 679376E-01	-0 108345	0. 677440E-01	-0. 611512E-02	-0. 124884	-0. 102052
V4FF	-0 134001	-0 216856E-01	0. 524591E-01	0. 198912	0. 833960E-01	0. 311524
V5FF	0 275179	-0 115045	-0. 798193E-01	0. 104887	0. 102386	-0. 855373E-01
V9FF	0 719136E-01	-0 332957	0. 304335	-0. 497523E-01	-0. 389054E-01	-0. 129959
V6FF	-0. 832965E-01	-0. 547974E-02	-0. 629742E-01	-0. 613888E-01	0. 153940	-0. 309173E-01
V14FF	-0 566873E-01	0 991838E-01	0. 131842	0. 209325	-0. 678495E-02	0. 702379E-01
V15FF	0. 112952	0. 137583	0. 219918	-0. 579670E-01	-0. 319901E-01	-0. 145898
V16FF	0. 419089E-01	0 785132E-01	0. 135815E-01	-0. 310253E-01	0. 739434E-01	-0. 451743
V8US	0. 220781E-01	-0 291665	0. 307416	-0. 481967E-01	-0. 776003E-01	0. 123784
V1US	0. 662502E-02	0 122417	-0. 844458E-01	0. 132088	-0. 109508	0. 751196E-01
V2US	0 198415	0 871398E-02	0. 558693E-01	-0. 261275	0. 258930	0. 259036
V7US	0 223548	0 175613	0. 109770	-0. 150533	0. 426196E-02	-0. 179705
V10US	0 275027	-0 230783E-01	0. 104908	-0. 232624E-01	0. 302255E-01	0. 121671
V3JS	-0. 284118	0 174187	-0. 111816	-0. 231038E-01	-0. 133830	0. 142722
V4US	0 100213	0 115830	-0. 216822E-01	0. 210812	0. 105768	0. 350313
V5US	0. 144933	0 544759E-01	0. 518937E-01	0. 351845E-01	0. 120328	-0. 893999E-01
V13US	0 232543	0 180308	0. 112529	-0. 147611	0. 107766E-01	-0. 178587
V6US	0 197752	0 848617E-02	0. 108710	0. 224036	0. 454226E-01	-0. 494024E-01
V14US	0 117502	-0 166256	0. 120365E-01	0. 267095	0. 215230	-0. 459734E-01
V15US	0 400261E-01	0 166543	0. 351390	-0. 151656	0. 100442	-0. 114166
V16US	0 129764	0 496529E-01	0. 742490E-01	-0. 379716E-01	0. 108232	0. 463848E-01
V1MO	0 247758	-0 405792E-01	0. 837608E-01	0. 301072E-01	0. 119923	-0. 973118E-02
V8MO	0 252225E-01	-0 307120	0 113153	0. 227825E-01	-0. 241816	-0. 264540
V7MO	0 137492	0 187090	0 939700E-01	-0. 124204	0. 592766E-01	-0. 257646
V6MO	0 993272E-01	0 139517	0. 150588	0. 124721	0. 153629	0. 195706E-01
V2MO	0 949450E-01	-0 242938E-01	0. 160994	0. 125308	-0. 242142E-01	0. 171964
V14MO	0 315156	-0 118947	-0 163803	0. 253243E-01	0. 293788	-0. 108832
V15MO	0 553288E-01	-0 185242	0 812585E-01	-0. 782082E-01	0. 121622E-01	-0. 664629E-01
V3MO	-0 738468E-01	-0 130475	-0 266425	-0 642743E-01	-0. 816251E-01	-0. 369845
V4MO	-0 163657	0 494831E-01	0 988250E-02	0. 467627E-02	-0. 972211E-01	0. 770260E-01
V16MO	0 990190E-01	-0 823485E-01	0 188175E-01	0 162241E-01	-0. 107213	-0. 442971

	V8JP	V1JP	V2JP	V13JP	V7JP	V10JP
V8RFA	0.498868	-0.240196	-0.277695E-01	0.162182	0.172934	-0.247239
V1RFA	-0.163766	0.888887	-0.240721	0.348918E-01	-0.822422E-02	-0.896374E-01
V2RFA	-0.160273E-01	-0.154480	0.351155	-0.514850E-01	-0.570575E-01	-0.602866E-01
V13RFA	-0.901398E-02	-0.306313	-0.674609E-02	0.441212	0.453564	-0.102105
V7RFA	-0.840038E-02	-0.326196	-0.160651E-01	0.436444	0.451045	-0.925768E-01
V10RFA	-0.466653E-01	-0.166008E-01	0.876302E-01	0.470405E-02	-0.854946E-02	0.205842E-01
V3RFA	0.368461	-0.926164E-01	-0.768721E-01	-0.619953E-01	-0.552517E-01	-0.135590
V4RFA	-0.371143E-02	0.218606	-0.150786	-0.202351	-0.209670	-0.980612E-01
V5RFA	0.103586E-01	0.144825	0.116092	-0.773944E-01	-0.911632E-01	-0.129033
V9RFA	0.159520	0.474382E-01	-0.929734E-01	-0.176816	-0.178385	0.661807E-01
V6RFA	-0.356592E-01	0.870586E-01	-0.114165	-0.758864E-01	-0.849810E-01	-0.805593E-01
V14RFA	0.264752E-01	-0.319523E-01	-0.426149E-01	0.177919	0.173182	0.607477E-01
V15RFA	0.102479	-0.247087	0.111092	-0.101657	-0.939832E-01	0.169975
V16RFA	0.151508	-0.507579E-01	-0.274595E-02	-0.349217E-01	-0.292597E-01	-0.161694
V8GB	0.358652	0.674006E-01	0.513284E-02	-0.474266E-01	-0.460339E-01	-0.160672
V1GB	-0.837818E-01	0.545461	-0.128295	-0.711636E-02	-0.475731E-01	-0.184355
V2GB	-0.160132	0.109183	0.289853	-0.212595	-0.216396	-0.262038
V13GB	0.178834	-0.234022	0.141999E-01	0.447456	0.458407	-0.473812E-01
V7GB	0.178165	-0.236702	0.140759E-01	0.448508	0.460681	-0.418544E-01
V10GB	-0.121132	-0.708433E-01	0.245471	0.961529E-02	0.221139E-01	1.00000
V3GB	0.255163	-0.243654	0.125757	0.184179	0.190505	-0.120346
V4GB	-0.159134	0.336093	-0.180361	-0.283960	-0.301117	-0.368904E-01
V5GB	0.164858E-01	-0.120298E-01	-0.961432E-01	0.813068E-01	0.772761E-01	0.139857
V9GB	-0.360134	0.256436	0.109569	0.505475E-02	-0.366116E-02	0.156452
V6GB	0.561433E-01	-0.115939	0.203507	0.692668E-01	0.662314E-01	0.640175E-01
V14GB	0.483638E-01	0.518299E-01	0.354806E-01	-0.320743E-01	-0.376882E-01	-0.503015E-01
V15GB	-0.217657	-0.202927E-01	-0.304631E-01	0.180454	0.189042	-0.590231E-01
V16GB	-0.285240	0.788453E-01	0.138824E-01	-0.316154	-0.319961	0.153204
V8JP	1.00000	-0.163683	0.405899E-02	0.242184E-01	0.291519E-01	-0.121132
V1JP	-0.163683	1.00000	-0.388073	0.134452E-01	-0.291653E-01	-0.708433E-01
V2JP	0.405899E-02	-0.388073	1.00000	0.210643E-01	0.280864E-01	0.245471
V13JP	0.242184E-01	0.134452E-01	0.210643E-01	1.00000	0.998159	0.961529E-02
V7JP	0.291519E-01	-0.291653E-01	0.280864E-01	0.998159	1.00000	0.221139E-01
V10JP	-0.121132	-0.708433E-01	0.245471	0.961529E-02	0.221139E-01	1.00000
V3JP	0.116592	0.301715	-0.235283	-0.227412	-0.235380	-0.234366
V4JP	-0.125551	0.280883	-0.353534E-01	-0.167343E-01	-0.205921E-01	-0.301611E-01
V5JP	-0.106452	0.607581	-0.588391E-01	0.211881	0.157304	-0.260157
V9JP	0.891578E-01	0.781331E-01	-0.136843	0.195989E-01	0.179541E-01	0.145406
V6JP	-0.182439E-01	0.329267E-01	0.301346	0.198825	0.197414	0.697301E-01
V14JP	0.529604E-02	-0.198159	0.103454	0.238402	0.230363	-0.876884E-01
V15JP	-0.853758E-01	-0.757387E-01	0.200146	-0.831805E-01	-0.859347E-01	0.904567E-01
V16JP	0.396707	0.369463E-01	0.430895E-01	0.983473E-01	0.983547E-01	-0.766464E-01
V8FF	0.648987	-0.917660E-01	0.315521E-01	-0.660928E-01	-0.618816E-01	-0.403964E-01
V1FF	-0.120699	0.767992	-0.381099	-0.839659E-01	-0.114988	-0.127918
V2FF	0.717760E-01	-0.235483	0.192378	-0.995646E-01	-0.892858E-01	-0.150072E-01
V13FF	-0.181580E-01	0.831729E-01	0.211252	0.113697	0.104184	0.806410E-01
V7FF	-0.136590E-01	0.597301E-01	0.219690	0.110408	0.102296	0.827663E-01
V10FF	-0.487235E-01	-0.222294E-01	0.174111	-0.655158E-02	-0.340759E-02	0.109755E-02
V3FF	0.203016	0.457514E-01	0.179330E-01	0.167385E-01	0.278106E-01	0.184428
V4FF	-0.247691	0.255321	-0.258883	0.310652E-01	0.181994E-01	0.609915E-02
V5FF	0.461455E-01	0.492379E-01	-0.456509E-01	0.210742	0.210839	0.138708
V9FF	0.437113E-01	-0.229699	0.471477E-01	-0.261578E-01	-0.127698E-01	-0.107687
V6FF	0.738145E-01	-0.800014E-01	-0.380973	0.624720E-01	0.649820E-01	-0.298893
V14FF	0.822782E-01	-0.233074	0.861612E-01	0.101133	0.110509	0.936980E-01
V15FF	0.287852E-01	0.291276	0.230181E-01	0.216848	0.199789	0.123915
V16FF	0.229305E-01	-0.186260	0.539616E-01	0.242817	0.253436	-0.130674
V8US	0.468159	0.193740	0.535875E-01	0.222260E-01	0.302427E-01	-0.398343E-01
V1US	-0.855672E-01	0.770558	-0.319059	-0.489199E-01	-0.950046E-01	-0.199763
V2US	-0.972239E-01	-0.213696	0.209370	-0.100009	-0.958828E-01	0.352193E-01
V7US	0.739040E-01	0.321494E-01	0.536841E-01	0.251591	0.252266	0.300365E-01
V10US	0.101007E-01	0.221354	-0.207637	-0.212826E-01	-0.283240E-01	-0.105011E-01
V3US	0.292449E-01	0.869914E-01	-0.259887E-01	-0.322633	-0.327057	-0.294953
V4US	-0.276942	0.226707	-0.777228E-01	-0.110983	-0.121468	0.236230E-01
V5US	0.114734	0.555743E-02	0.205277	0.309764	0.301257	0.835649E-01
V13US	0.769169E-01	0.390437E-01	0.572961E-01	0.258417	0.258372	0.309897E-01
V6US	0.676710E-01	-0.200278E-01	0.139907	0.443465	0.437364	-0.103859E-01
V14US	0.560123E-01	-0.295618	0.214539	0.374003	0.388323	0.128341
V15US	-0.511753E-01	0.191970E-01	0.547498E-01	0.137856	0.140945	0.126048
V16US	-0.452175	0.105110E-01	-0.577406E-01	0.103051	0.104429	-0.134599
V1MO	0.333966E-01	-0.153544	0.338371	0.258848	0.249874	0.724515E-01
V8MO	0.864055	-0.764791E-01	0.327224E-01	0.580373E-01	0.585738E-01	-0.499945E-01
V7MO	0.734736E-01	-0.486545E-01	0.712693E-01	0.492400	0.495785	0.164295E-01
V6MO	-0.821179E-01	0.571611E-01	-0.115226	0.368622	0.361830	-0.121262
V2MO	-0.726387E-02	0.242436	-0.115826	0.167228	0.150852	-0.111761
V14MO	0.121531	-0.434973	0.128801	-0.506414E-01	-0.297483E-01	0.172778E-01
V15MO	0.143536	-0.208524	-0.126799	0.146153	0.157314	-0.121018
V3MO	0.400877	0.223907E-01	-0.446760E-01	-0.144409	-0.138014	-0.187037
V4MO	-0.761307E-01	0.269498	-0.166226	-0.172060	-0.182252	-0.125659
V16MO	0.255001	0.228603E-02	-0.266674E-01	0.184074	0.186463	-0.232172

	V3JP	V4JP	V5JP	V9JP	V6JP
V8RFA	0 115199	-0. 117993	-0. 111582	-0. 698093E-01	-0. 101950
V1RFA	0. 207072	0. 240206	0. 653178	-0. 157094	0. 110623
V2RFA	-0 113271	0. 265051E-01	0. 101408	-0 107280E-03	0. 622577E-01
V13RFA	-0. 121707	-0. 100715	-0. 168565	-0. 173352	0. 394789E-01
V7RFA	-0. 124748	-0. 874065E-01	-0. 202176	-0. 164176	0. 303219E-01
V10RFA	0 494260E-01	-0. 169288	0. 294549	0. 224088E-01	0. 179273
V3RFA	0. 969089E-01	-0. 323381E-01	-0. 579598E-01	0. 535065E-02	0. 190250E-01
V4RFA	-0 172188	0. 129051	0. 733592E-01	-0. 118709	-0. 221658
V5RFA	0. 189847	-0. 227186	0. 215233	-0. 130606	0. 224280
V9RFA	0. 872860E-01	-0. 109544	0. 397604E-01	0. 335315	0. 145104E-01
V6RFA	0 192671	-0. 151121	0. 136907	0. 187356	-0. 166616
V14RFA	0. 544798E-01	-0. 124084	0. 107430	0. 121772	0. 438884E-02
V15RFA	-0 458260E-01	-0. 241286	-0. 690030E-01	0. 170860	-0. 108348
V16RFA	0. 411830	0 104343	-0. 868139E-02	-0. 630826E-01	0. 581732E-01
V8GB	0. 792590E-01	-0. 187692	-0. 686237E-01	0. 983071E-01	-0. 168556
V1GB	0 191395	-0. 511422E-01	0. 551607	-0. 126177	0. 214338E-01
V2GB	0 106681	0. 315228	-0. 210004E-01	-0. 446448	0. 998814E-01
V13GB	-0 127988	0. 577726E-01	-0. 141034	-0. 929912E-01	-0. 128607
V7GB	-0 125994	0. 692629E-01	-0. 159198	-0. 958772E-01	-0. 132393
V10GB	-0. 234366	-0. 301611E-01	-0. 260157	0. 145406	0. 697301E-01
V3GB	-0 242642E-01	-0. 474843E-01	-0. 275466E-01	-0. 260253	0. 305325
V4GB	0. 131786	0. 138093	0. 162609	-0. 131899	-0. 113413
V5GB	0 155709E-01	-0. 194861	0. 504473E-01	0. 184283	0. 189316
V9GB	-0 304067E-01	0. 136592	0. 770001E-01	-0. 241628	0. 110778
V6GB	-0 274132	-0. 688515E-01	-0. 625143E-02	-0. 210167	0. 225132E-01
V14GB	0 111813	-0. 189346	0. 789879E-01	0. 170357	0. 205964E-03
V15GB	-0 557851E-01	-0. 141365	-0. 229761E-01	-0. 748455E-01	0. 201474
V16GB	-0. 263957	0. 733228E-01	-0. 108859E-01	0. 382022E-02	0. 639554E-01
V8JP	0. 116592	-0. 125551	-0. 106452	0. 891578E-01	-0. 182439E-01
V1JP	0. 301715	0. 280883	0. 607581	0. 781331E-01	0. 329267E-01
V2JP	-0 235283	-0. 353534E-01	-0. 588391E-01	-0. 136843	0. 301346
V13JP	-0 227412	-0. 167343E-01	0. 211881	0. 195989E-01	0. 198825
V7JP	-0. 235380	-0. 205921E-01	0. 157304	0. 179541E-01	0. 197414
V10JP	-0. 234366	-0. 301611E-01	-0. 260157	0. 145406	0. 697301E-01
V3JP	1 00000	0 868363E-01	0. 277730E-01	0. 137814E-01	-0. 524447E-01
V4JP	0. 868363E-01	1. 00000	-0. 472929E-01	-0. 298903	-0. 964066E-01
V5JP	0. 277730E-01	-0. 472929E-01	1. 00000	0. 141416	0. 207071
V9JP	0 137814E-01	-0. 298903	0. 141416	1. 00000	-0. 775858E-01
V6JP	-0 524447E-01	-0. 964066E-01	0. 207071	-0. 775858E-01	1. 00000
V14JP	-0. 117359	-0. 120765	0. 219869	-0. 123628	0. 126000
V15JP	0 718158E-01	-0. 295125	0. 506356E-01	-0. 559661E-01	0. 168180
V16JP	-0 192746	-0. 297061E-02	0. 689306E-01	-0. 230142E-01	0. 423424E-01
V8FF	0. 123195	-0. 546990E-01	-0. 994508E-01	-0. 168370E-01	0. 624602E-01
V1FF	0 281657	0. 213124	0. 434024	-0. 476802E-01	0. 611890E-01
V2FF	0 272687E-02	0. 170141	-0. 197529	-0. 125076	0. 211172
V13FF	0 402538E-01	0. 136850	0. 150759	-0. 219267	-0. 264737E-01
V7FF	0 340340E-01	0. 140481	0. 131032	-0. 217890	-0. 279914E-01
V10FF	1 0. 256023	0. 886217E-01	-0. 383866E-01	0. 913304E-01	0. 716192E-01
V3FF	0. 271196	0. 357764E-01	-0. 198956	-0. 940069E-01	0. 946690E-01
V4FF	0 856976E-01	0. 145387	0. 171256	0. 193811E-01	-0. 896316E-01
V5FF	-0 762694E-01	-0. 251622	0. 911905E-01	0. 223446	0. 151509
V9FF	0 131711	0. 458991E-02	-0. 221048	-0. 303127	0. 644298E-01
V6FF	0. 152044	-0 661878E-01	-0. 871350E-02	0. 323186E-01	0. 462642E-01
V14FF	-0 923841E-01	-0. 439542E-01	-0. 169803	-0. 127943	-0. 159150
V15FF	0. 171908	0. 114480	0. 229433	-0. 104267	0. 801265E-01
V16FF	-0. 134644	-0. 214686	-0. 607157E-02	0. 536856E-01	-0. 122506E-01
V8US	-0. 235894	-0. 357154	-0. 733880E-01	0. 971625E-01	0. 679476E-01
V1US	0. 197735	-0. 202512E-01	0. 745125	0. 219125	0. 515810E-01
V2US	-0. 255861	-0. 102452	-0. 388561E-01	-0. 932853E-01	0. 215946
V7US	-0 105237	0. 679231E-01	0. 116563E-01	-0. 245623	0. 214194E-01
V10US	0 163444	-0. 150699E-01	0. 749234E-01	0. 145778	0. 119391
V3US	0 458912E-01	0. 336105	-0. 114676E-01	-0. 220172	-0. 240365
V4US	-0 124885	0. 188314	0. 191216	-0. 206385E-01	0. 569759E-01
V5US	-0 280720E-01	-0. 422171	0. 209479	0. 899960E-01	0. 210155
V13US	-0. 103302	0. 502894E-01	0. 228358E-01	-0. 248840	0. 289340E-01
V6US	-0 129529	-0. 311177	0. 225400	0. 303755	0. 173762
V14US	-0 118840	-0. 312647	-0. 147108	0. 965011E-02	0. 134323
V15US	-0 156440	-0 379737E-01	0. 188507E-01	-0. 938475E-01	0. 114182
V16US	-0 190865	0. 622334E-01	0. 136834E-01	0. 112338E-01	-0. 112140
V1MO	-0 213605	-0. 246578	0. 208424	0. 104117E-01	0. 226875
V8MO	-0 291089E-01	-0. 162467	-0. 875645E-02	0. 795018E-01	0. 534210E-01
V7MO	-0 151365	0. 689271E-01	0. 503174E-02	-0. 241242	0. 219925E-01
V6MO	-0 897604E-01	-0 310392	0. 272249	0. 132758	0. 320970
V2MO	-0 123440E-01	-0 202776	0. 304015	0. 139922	0. 155745
V14MO	-0 622284E-01	-0 151041	-0. 319384	-0. 133940	0. 264127E-01
V15MO	-0 100933	-0 741141E-01	-0. 217727	0. 145105E-01	-0. 850136E-01
V3MO	0 479775	0 105795	-0 915325E-01	-0. 799251E-01	-0. 760120E-02
V4MO	-0 149330	0 154458	0. 129350	-0. 106638	-0. 208617
V16MO	-0 150682	-0 520557E-03	0 506930E-01	0. 202962E-01	-0. 752664E-02

	V14JP	V15JP	V16JP	V8FF	V1FF	V12FF
V8RFA	0.630877E-01	0.108572	0.570959	0.586161	-0.151485	0.153294E-01
V1RFA	-0.331618E-01	0.788414E-03	0.400978E-01	-0.125092	0.803463	-0.238841
V2RFA	0.153905	-0.737484E-01	-0.685244E-01	0.170682E-01	-0.139214	0.171761
V13RFA	0.226332	-0.226072	-0.117227	-0.135247	-0.257121	0.209107
V7RFA	0.209325	-0.230262	-0.109086	-0.134687	-0.272369	0.220622
V10RFA	0.286689	0.227045	-0.106490	0.103535E-01	0.104393	0.631496E-01
V3RFA	0.408322E-01	0.551329E-01	0.567589	0.433583	-0.679218E-01	0.571718E-01
V4RFA	-0.105637	-0.612204E-01	0.247665	-0.519304E-01	0.149267	-0.390324E-01
V5RFA	0.183168	0.492546E-01	-0.132192	0.603491E-01	0.189771	-0.136649
V9RFA	-0.110172	0.682742E-01	0.151764	0.153096	-0.480584E-01	0.601281E-01
V6RFA	-0.728866E-01	-0.163747	-0.248586	-0.155883	0.997446E-03	-0.209609
V14RFA	0.323334	-0.140763	0.920973E-01	0.220527	-0.148793	-0.503971E-01
V15RFA	0.352732E-01	0.388859	0.101008	0.131854	-0.141220	0.530383E-02
V16RFA	-0.634376E-01	-0.704703E-02	0.969828E-01	0.238210	-0.103258E-01	0.302902E-01
V8GB	-0.162768	0.174013E-01	0.517824	0.342705	0.545973E-01	0.192070
V1GB	-0.951594E-01	0.845962E-01	-0.574513E-01	-0.856804E-01	0.646824	-0.454293E-01
V2GB	0.102277	0.846327E-01	0.257238E-01	-0.362642E-01	0.445692E-01	0.200091
V13GB	0.266649	-0.411725E-01	-0.996770E-02	0.107215	-0.355388	-0.757793E-01
V7GB	0.248776	-0.458025E-01	-0.679375E-02	0.110481	-0.353404	-0.699993E-01
V10GB	-0.876884E-01	0.904567E-01	-0.766464E-01	-0.403964E-01	-0.127918	-0.150072E-01
V3GB	0.318125	-0.136975E-02	0.255978	0.235563	-0.144956	0.111410
V4GB	0.999644E-01	0.512362E-02	0.926587E-01	-0.946412E-01	0.273888	-0.675488E-01
V5GB	0.887868E-01	0.747894E-01	-0.395893E-01	0.773438E-01	0.182195E-01	0.424922E-01
V9GB	-0.160554	0.282365	-0.109637	-0.194100	0.209489	-0.112878
V6GB	0.124501	0.173834	0.643755E-01	-0.187657E-01	-0.577160E-01	-0.462984E-01
V14GB	-0.862634E-01	0.116767	0.225626E-01	0.211645E-01	-0.248209E-01	-0.262426
V15GB	0.414786E-01	-0.180851	-0.190525	-0.174070	0.767764E-01	0.192161
V16GB	-0.884125E-01	0.435536E-01	-0.362715	-0.324617	-0.452949E-01	-0.150004
V8JP	0.529604E-02	-0.853758E-01	0.396707	0.648987	-0.120699	0.717760E-01
V1JP	-0.198159	-0.757387E-01	0.369463E-01	-0.917660E-01	0.767992	-0.235483
V2JP	0.103454	0.200146	0.430895E-01	0.315521E-01	-0.381099	0.192378
V13JP	0.238402	-0.831805E-01	0.983473E-01	-0.660928E-01	-0.839659E-01	-0.995646E-01
V7JP	0.200363	-0.859347E-01	0.893547E-01	-0.618816E-01	-0.114982	-0.892858E-01
V10JP	-0.876884E-01	0.904567E-01	-0.766464E-01	-0.403964E-01	-0.127918	-0.150072E-01
V3JP	-0.117359	0.718158E-01	-0.192746	0.123195	0.281657	0.272687E-02
V4JP	-0.120765	-0.295125	-0.297061E-02	-0.546990E-01	0.213124	0.170141
V5JP	0.219869	0.506356E-01	0.689306E-01	-0.994508E-01	0.434024	-0.197529
V9JP	-0.123628	-0.559661E-01	-0.230142E-01	-0.168370E-01	-0.476802E-01	-0.125076
V6JP	0.126000	0.168180	0.423424E-01	0.624602E-01	0.611890E-01	0.211172
V14JP	1.00000	0.634412E-01	-0.785243E-01	0.324227E-01	-0.265337	0.156206
V15JP	0.634412E-01	1.00000	-0.766913E-01	0.519231E-01	-0.352325E-01	-0.557319E-01
V16JP	-0.785243E-01	-0.766913E-01	1.00000	0.537663	0.186398E-01	-0.241792E-03
V8FF	0.324227E-01	0.519231E-01	0.537663	1.00000	-0.586235E-01	0.286374
V1FF	-0.265337	-0.352325E-01	0.186398E-01	-0.586235E-01	1.00000	-0.151003
V2FF	0.156206	-0.557319E-01	-0.241792E-03	0.286374	-0.151003	1.00000
V13FF	0.166161	0.134575	-0.121636	-0.413284E-01	-0.964646E-01	-0.577708E-01
V7FF	0.155936	0.141098	-0.122671	-0.392839E-01	-0.112289	-0.388326E-01
V10FF	0.725872E-01	0.245693E-01	-0.464859E-01	0.130844	0.439801E-02	0.206940
V3FF	-0.125165	-0.108339E-01	0.432525E-03	0.262014	0.109462	0.273317
V4FF	-0.512925E-01	-0.748650E-01	-0.244287E-02	-0.217152	0.271655	-0.212300
V5FF	0.269419	-0.102948	-0.302211E-01	0.938820E-01	-0.183288	-0.780791E-01
V9FF	0.137032	0.944135E-01	-0.302255E-01	0.139881	-0.975523E-01	0.110993
V6FF	0.220043	-0.188711	-0.267888	-0.778803E-01	-0.174332E-01	0.213440
V14FF	0.266708	0.188811	-0.637750E-01	-0.200524E-01	-0.411748	-0.882057E-01
V15FF	-0.115434E-01	0.293631	0.118198	0.746384E-01	0.365970	-0.140572E-01
V16FF	-0.398599E-01	0.875665E-01	0.613153	0.179394	-0.144103	0.210460E-01
V8US	0.118668E-01	-0.488005E-01	0.385220	0.376010	-0.351642E-01	-0.593860E-01
V1US	-0.125161	0.182796E-01	0.257162E-01	-0.707838E-01	0.740714	-0.352097
V2US	0.241560	0.189508E-02	-0.350863	-0.105177	-0.133944	0.217878
V7US	0.119260	0.112240	0.106497	0.315178E-01	-0.572648E-01	0.797233E-01
V10US	0.780934E-01	0.137749	0.304208E-01	0.231905	0.152020	0.136229
V3US	-0.129747	0.899950E-01	-0.518769E-02	-0.610126E-01	0.131962	0.157612
V4US	-0.607098E-01	-0.111918	-0.220071	-0.283175	0.219004	-0.153706E-01
V5US	0.165813	0.205913	-0.100661E-01	0.285745E-02	-0.330472E-01	-0.344522
V13US	0.124743	0.120284	0.103190	0.293045E-01	-0.463554E-01	0.631877E-01
V6US	0.552595E-01	-0.874400E-02	-0.700599E-01	-0.126324E-01	0.363151E-02	-0.383502
V14US	0.297051	0.459953E-01	-0.172019E-01	-0.255848E-01	-0.398305	-0.161521
V15US	0.119857E-01	0.241092E-01	0.427469E-02	-0.114297	0.795597E-01	-0.463747E-03
V16US	-0.966348E-01	-0.575966E-01	0.137050	-0.406984	0.177224E-01	-0.191336E-01
V1MO	0.439497	-0.335661E-01	-0.100976	0.305544E-01	-0.331123	-0.419252E-01
V8MO	-0.496326E-02	-0.557522E-01	0.615811	0.788226	-0.521238E-01	0.125358
V7MO	0.205955	0.514452E-01	0.719456E-01	-0.496548E-02	-0.166523	0.512962E-01
V6MO	0.169599	-0.295081E-01	-0.404741E-01	-0.815165E-01	0.105639	-0.319239
V2MO	0.241768	0.758646E-02	-0.102947	-0.219273E-01	0.746446E-01	-0.226030
V14MO	0.253856E-01	0.337512E-01	-0.837773E-01	0.122137	-0.130118	0.290508
V15MO	0.182504	-0.370285	-0.474511E-01	0.134426	-0.261963	0.715565E-01
V3MO	-0.393156E-01	0.548545E-01	0.164382	0.368306	0.530353E-01	0.184661
V4MO	-0.920822E-01	0.544716E-01	0.189502	-0.925629E-01	0.187366	-0.596333E-01
V16MO	-0.813313E-01	-0.541381E-01	0.851241	0.376885	0.328171E-02	0.840061E-01

	V5FF	V9FF	V6FF	V14FF	V15FF	V16FF
V8RFA	0 691443E-01	0 218731	-0. 134817	0. 770458E-01	0. 105411	0. 535746
V1RFA	-0. 719462E-01	-0 164503	-0. 998745E-01	-0. 248219	0. 324061	-0 153760
V2RFA	-0. 414652E-01	-0 908578E-01	-0. 763332E-02	-0. 211326	-0. 534441E-01	-0 507033E-01
V13RFA	0 769798E-01	-0 539054E-01	0. 317977	0. 217761	-0. 910707E-01	0. 468330E-01
V7RFA	0. 547713E-01	-0 581528E-01	0. 325164	0. 213967	-0. 102296	0. 526289E-01
V10RFA	-0. 758899E-01	-0 368029E-01	0. 373513E-01	-0. 217571E-02	0. 165372	0. 561690E-03
V3RFA	0 143691	0 170002	-0. 138855	-0 728237E-01	0. 434960E-01	0. 329400
V4RFA	-0. 696151E-02	-0 281148	-0. 206460	0 110847	0 247827E-01	0. 139190
V5RFA	0 191649	0 284838	-0. 932021E-01	-0. 760916E-01	0. 942863E-01	-0. 108972
V9RFA	0 344396	0 263752	-0. 149343	0. 136418	-0. 174326	0. 246564
V6RFA	-0 143492E-01	-0 184202	0. 178184	-0. 239703	-0. 193096	-0. 193331
V14RFA	0. 258448	0. 119165	-0. 114456	0. 270410	0. 574911E-01	-0. 310188E-02
V15RFA	-0. 136468	0 951747E-01	-0. 333886	-0. 628529E-02	0. 223033	0. 254040
V16RFA	-0. 339491E-01	0 110406	0 160507E-01	-0. 485394E-01	-0. 632944E-01	0 103233
V8GB	0 231592E-01	0 245160E-01	-0. 195191	-0. 516287E-01	0. 161235	0 310258
V1GB	-0 238628	-0 153982	-0. 704217E-01	-0. 439982	0. 460299	-0. 125463
V2GB	-0 158625	0 164901	-0. 149057	0. 773201E-01	0. 956554E-01	-0. 126375E-01
V13GB	0 104406	0 548198E-01	0 116746	0 120213	-0. 317829E-01	0. 734782E-02
V7GB	0 999928E-01	0 569214E-01	0. 115460	0. 113318	-0. 322206E-01	0. 122196E-01
V10GB	0 138708	-0. 107687	-0. 298893	0. 936980E-01	0. 123915	-0. 130674
V3GB	0. 166341	0 336064	0. 375539E-01	-0. 181000E-01	0. 153888	0. 138933
V4GB	-0 202749	-0. 213734	-0 605251E-01	0. 533470E-01	0. 576992E-02	-0. 981646E-01
V5GB	0 275179	0 719136E-01	-0. 832965E-01	-0. 566873E-01	0. 112952	0. 419089E-01
V9GB	-0. 115045	-0 332957	-0 547974E-02	0. 991838E-01	0. 137583	0. 785132E-01
V6GB	-0. 798193E-01	0 304335	-0. 629742E-01	0. 131842	0. 219918	0. 135815E-01
V14GB	0 104887	-0 497523E-01	-0. 613888E-01	0. 209325	-0. 579670E-01	-0. 310253E-01
V15GB	0 102386	-0 389054E-01	0. 153940	-0. 678495E-02	-0. 319901E-01	0. 739434E-01
V16GB	-0 855373E-01	-0. 129959	-0. 309173E-01	0. 702379E-01	-0. 145898	-0. 451743
V8JP	0. 461455E-01	0 437113E-01	0. 738145E-01	0. 822782E-01	0. 287852E-01	0. 229305E-01
V1JP	0. 492379E-01	-0 229699	-0. 800014E-01	-0. 233074	0. 291276	-0. 186260
V2JP	-0 456509E-01	0. 471477E-01	-0. 380973	0. 861612E-01	0. 230181E-01	0. 539616E-01
V13JP	0 210742	-0 261578E-01	0. 624720E-01	0. 101133	0. 216848	0. 242817
V7JP	0 210839	-0 127698E-01	0. 649820E-01	0. 110509	0. 199789	0. 253436
V10JP	0. 138708	-0. 107687	-0. 298893	0. 936980E-01	0. 123915	-0. 130674
V3JP	-0 762694E-01	0. 131711	0. 152044	-0. 923841E-01	0. 171908	-0. 134644
V4JP	-0 251622	0. 458991E-02	-0. 661878E-01	-0. 439542E-01	0. 114480	-0. 214686
V5JP	0 911905E-01	-0. 221048	-0. 871350E-02	-0. 169803	0. 229433	-0. 607157E-02
V9JP	0 223446	-0. 303127	0. 323186E-01	-0. 127943	-0. 104267	0. 536856E-01
V6JP	0 151509	0 644298E-01	0. 462642E-01	-0. 159150	0. 801265E-01	-0. 122506E-01
V14JP	0. 269419	0. 137032	0. 220043	0. 266708	-0. 115434E-01	-0. 398599E-01
V15JP	-0 102948	0. 944135E-01	-0. 188811	0. 188811	0. 293631	0. 875665E-01
V16JP	-0. 302211E-01	-0. 302255E-01	-0. 267888	-0. 637750E-01	0. 118198	0. 613153
V8FF	0 938820E-01	0 139881	-0. 778803E-01	-0. 200524E-01	0. 746384E-01	0. 179394
V1FF	-0 183288	-0 975523E-01	-0. 174332E-01	-0. 411748	0. 365970	-0. 144103
V2FF	-0 780791E-01	0. 110993	0. 213440	-0. 882057E-01	-0. 140572E-01	0. 210460E-01
V13FF	0 135455	0 693716E-01	0. 331345E-01	0. 161376	-0. 575778E-01	-0. 492297E-01
V7FF	0 106227	0. 606616E-01	0. 354138E-01	0. 151777	-0. 571247E-01	-0. 468912E-01
V10FF	-0. 977380E-01	0. 210915E-01	-0. 144709	0. 622057E-01	0. 135722	-0. 215675E-01
V3FF	-0 550622E-01	0. 166515	-0. 186435E-01	-0. 262554E-01	0. 131662E-01	-0. 105542
V4FF	-0 315541	-0. 190557	0. 158781	0. 119765	0. 117848	-0. 298698E-01
V5FF	1. 00000	0 217637	0. 335170E-01	0. 146143	-0. 313832	0. 191095E-01
V9FF	0 217637	1 00000	-0. 855099E-01	0. 216531E-01	-0. 143332	0. 441794E-01
V6FF	0 335170E-01	-0 855099E-01	1. 00000	-0. 457254E-01	-0. 310042	-0. 141922
V14FF	0 146143	0. 216531E-01	-0. 457254E-01	1. 00000	-0. 676831E-01	0. 167445
V15FF	-0 313832	-0 143332	-0. 310042	-0. 676831E-01	1. 00000	0. 411486E-01
V16FF	0 191095E-01	0. 441794E-01	-0. 141922	0. 167445	0. 411486E-01	1. 00000
V8US	0 275068E-01	0 762359E-01	-0. 316669E-01	0. 540187E-01	0. 165787E-01	0. 294934
V1US	-0. 108041	-0 238665	-0. 717307E-01	-0. 287164	0. 227164	-0. 159731
V2US	0 220910E-01	0 119824	0. 504906E-01	-0. 477940E-01	-0. 853615E-01	-0. 257450
V7US	0 954979E-01	0 424940E-01	0. 564026E-01	-0. 556886E-01	0. 110711	0. 815638E-01
V10US	0 104564	0 270684	-0. 106784	0. 111264E-01	0. 185089	0. 638407E-01
V3US	-0 341923	-0 809506E-01	0. 119169	0. 834398E-01	-0. 129457	-0. 623429E-01
V4US	0 301763E-01	-0 136106	-0. 128410E-01	0. 208977	0. 104751E-01	-0. 500658E-01
V5US	0 220122	-0 206788E-02	-0 108996	-0. 486558E-01	0. 225224	0. 219370E-01
V13US	0 103356	0 440012E-01	0. 506582E-01	-0. 558590E-01	0. 127252	0. 824106E-01
V6US	0 234256	-0 203183	-0. 712753E-01	-0. 882284E-01	0. 155517	0. 167972E-01
V14US	0 572633	0 110422	-0. 577494E-02	0. 382710	-0. 149299	0. 809365E-01
V15US	0 141854	0 168730	-0. 686735E-01	0. 126473E-01	0. 827757E-01	0. 124339
V16US	-0 633117E-04	0 154861	-0. 105281	0. 343712E-01	-0. 104602	0. 406843
V1MO	0 484094	0 100766	-0. 775599E-01	0. 139643	-0. 272510E-01	0. 130945E-01
V8MO	0 878558E-01	0 157596E-01	-0 743285E-01	0. 487564E-02	0. 925044E-01	0. 219307
V7MO	0 142782	0 466136E-01	0. 121438	0. 369829E-01	0. 870270E-01	0. 119732
V6MO	0 192615	-0 295253	0 352957	-0. 135229	0. 457907E-01	0. 880270E-01
V2MO	0 503229	0 104328	0. 812886E-01	0. 660670E-01	-0. 189138	-0. 167354
V14MO	-0 702939E-02	0 263754	0. 756403E-02	0. 561759E-02	-0. 110576	0. 589616E-01
V15MO	0 434538	1 212015	0 260942	-0. 638017E-02	-0. 507455	-0. 967368E-01
V3MO	0 782368E-01	0 295516	-0 542554E-02	-0. 189385E-01	-0. 982196E-01	0. 329690E-01
V4MO	-0 233666E-01	-0 323209	-0 189879	0. 625044E-01	0. 467709E-01	0. 108240
V16MO	0 883415E-01	0 122506	-0 182070	0. 384841E-01	0. 190287E-01	0. 785581

	V13FF	V7FF	V10FF	V3FF	V4FF
V8RFA	-0.490345E-01	-0.431521E-01	-0.977726E-01	-0.273882E-01	-0.290574
V1RFA	0.102974	0.800117E-01	-0.110213	0.499400E-01	0.241500
V2RFA	0.134820	0.136481	-0.125473	-0.251202	-0.714522E-01
V13RFA	0.446064E-01	0.488860E-01	-0.626672E-01	0.313318E-01	-0.449453E-01
V7RFA	0.248458E-01	0.320029E-01	-0.556459E-01	0.583514E-01	-0.428241E-01
V10RFA	-0.156348E-02	-0.449760E-02	0.499597E-01	0.102162	-0.301699E-02
V3RFA	-0.582645E-01	-0.557043E-01	0.693063E-03	-0.102584	-0.356252
V4RFA	0.208870E-01	0.129017E-01	-0.943935E-01	-0.207469	-0.351216E-01
V5RFA	0.173303	0.141678	0.455329E-01	-0.244664	-0.341945E-01
V9RFA	0.854849E-01	0.786967E-01	-0.190331	0.956858E-01	-0.186503
V6RFA	0.192109	0.187555	-0.201103E-01	-0.549267E-01	0.110304
V14RFA	-0.172219E-01	-0.395430E-01	0.159336	-0.565897E-01	0.124547
V15RFA	0.614137E-01	0.861906E-01	0.151994	-0.547573E-01	-0.297843
V16RFA	0.118911	0.125882	0.121885	0.477505E-01	-0.124241
V8GB	-0.767577E-01	-0.770630E-01	0.108976	0.773069E-01	-0.658570E-01
V1GB	-0.790478E-02	-0.154625E-01	-0.131784E-01	-0.114921	-0.166971E-01
V2GB	0.184536	0.184047	-0.122053	-0.463094E-01	-0.699930E-01
V13GB	0.382064	0.394263	-0.230556	0.420814E-01	-0.195289
V7GB	0.375736	0.388750	-0.225864	0.542483E-01	-0.201080
V10GB	0.806410E-01	0.827663E-01	0.109755E-02	0.184428	0.609915E-02
V3GB	-0.423286E-01	-0.459919E-01	-0.371944E-01	0.451009E-01	-0.244477
V4GB	-0.614905E-01	-0.642398E-01	0.146682	0.145636	0.287833
V5GB	0.928322E-01	0.912366E-01	-0.185770	-0.679376E-01	-0.134001
V9GB	0.260615	0.263914	-0.237526	-0.108345	-0.216856E-01
V6GB	0.218861E-01	0.155027E-01	-0.202473E-01	0.677440E-01	0.524591E-01
V14GB	0.170415	0.161267	0.776643E-01	-0.611512E-02	0.198912
V15GB	0.949772E-01	0.969353E-01	0.167481E-01	-0.124884	0.833960E-01
V16GB	0.143109E-01	0.465508E-02	-0.193341E-01	-0.102052	0.311524
V8JP	-0.181580E-01	-0.136590E-01	-0.487235E-01	0.203014	-0.247691
V1JP	0.831729E-01	0.597301E-01	-0.222294E-01	0.457514E-01	0.255321
V2JP	0.211252	0.219690	0.174111	0.179330E-01	-0.258883
V13JP	0.113697	0.110408	-0.655158E-02	0.167385E-01	0.310652E-01
V7JP	0.104184	0.102296	-0.340759E-02	0.278106E-01	0.181994E-01
V10JP	0.806410E-01	0.827663E-01	0.109755E-02	0.184428	0.609915E-02
V3JP	0.402538E-01	0.340340E-01	0.256023	0.271196	0.856976E-01
V4JP	0.136850	0.140481	0.886217E-01	0.357764E-01	0.145387
V5JP	0.150759	0.131032	-0.383866E-01	-0.198956	0.171256
V9JP	-0.219267	-0.217890	0.913304E-01	-0.940069E-01	0.193811E-01
V6JP	-0.264737E-01	-0.279914E-01	0.716192E-01	0.946690E-01	-0.896316E-01
V14JP	0.166161	0.155936	0.725872E-01	-0.125165	-0.512925E-01
V15JP	0.134575	0.141098	0.245693E-01	-0.108339E-01	-0.748650E-01
V16JP	-0.121636	-0.122671	-0.464859E-01	0.432525E-03	-0.244287E-02
V8FF	-0.413284E-01	-0.392839E-01	0.130844	0.262014	-0.217152
V1FF	-0.964646E-01	-0.112289	0.439801E-02	0.109462	0.271655
V2FF	-0.577708E-01	-0.388326E-01	0.206940	0.273317	-0.212300
V13FF	1.00000	0.998076	-0.280319	0.736767E-01	-0.334999E-01
V7FF	0.998076	1.00000	-0.276955	0.862536E-01	-0.559197E-01
V10FF	-0.280319	-0.276955	1.00000	0.129004	0.275986E-01
V3FF	0.736767E-01	0.862536E-01	0.129004	1.00000	-0.132734
V4FF	-0.334999E-01	-0.559197E-01	0.275986E-01	-0.132734	1.00000
V5FF	0.135455	0.106227	-0.977380E-01	-0.550622E-01	-0.315541
V9FF	0.693716E-01	0.606616E-01	0.210915E-01	0.166515	-0.190557
V6FF	0.331345E-01	0.354138E-01	-0.144709	-0.186435E-01	0.158781
V14FF	0.161376	0.151777	0.622057E-01	-0.262554E-01	0.119765
V15FF	-0.575778E-01	-0.571247E-01	0.135722	0.131662E-01	0.117848
V16FF	-0.492297E-01	-0.468912E-01	-0.215675E-01	-0.105542	-0.298698E-01
V8US	-0.260362	-0.264917	0.310817E-01	-0.165944E-02	0.883728E-02
V1US	-0.395395E-01	-0.599602E-01	-0.363178E-01	-0.277102E-01	0.300623
V2US	-0.458603E-01	-0.387360E-01	-0.320691E-01	-0.256476	-0.197451
V7US	0.467220	0.482171	-0.500143	0.155172	-0.226982
V10US	-0.521438E-01	-0.647400E-01	0.345531E-01	0.776380E-01	0.509865E-02
V3US	-0.113410	-0.831051E-01	0.179743	0.229022	0.435708E-01
V4US	0.297960E-01	0.446385E-01	-0.555228E-01	0.987931E-01	-0.108941E-02
V5US	0.203151E-01	0.342338E-02	0.375019E-02	-0.913539E-01	0.197424
V13US	0.134064	0.110845	-0.183001	-0.239889	-0.498281E-01
V6US	0.474649	0.487689	-0.511423	0.141870	-0.223786
V14US	0.108911	0.996732E-01	-0.260087E-01	-0.192880	-0.344870E-01
V15US	0.578651E-01	0.334059E-01	0.983467E-01	-0.179252	-0.646286E-01
V16US	0.202206	0.201907	-0.122891	0.143234	-0.132738
V1MO	-0.103191	-0.109902	-0.132102	-0.280063	0.203211
V8MO	0.259329	0.233377	-0.576355E-01	-0.392917	-0.158047
V7MO	-0.894324E-01	-0.870610E-01	-0.125911E-01	0.150021	-0.198533
V6MO	0.564326	0.578056	-0.448739	0.133863	-0.198968
V2MO	0.54747E-01	0.531703E-01	-0.658591E-01	-0.246440	0.111361
V14MO	0.311734E-01	-0.893849E-03	-0.823571E-01	-0.146278	0.727892E-01
V15MO	0.314171E-01	0.107987	0.334503E-01	0.158711	-0.216062
V3MO	0.354780E-01	-0.101078	-0.112923	-0.801558E-01	-0.559170E-01
V4MO	0.434274E-01	0.553411E-01	0.563880E-02	0.475333	-0.303727
V16MO	0.454074E-01	0.372143E-01	-0.911147E-01	-0.217923	0.279774E-02
V1MO	0.120921	-0.123086	-0.695229E-01	-0.127936	-0.324556E-01

	V3US	V4US	V5US	V13US	V6US	V14US
V8RFA	-0. 612322E-01	-0. 335628	0. 111362	0. 160109	0. 857158E-01	0. 126526
V1RFA	0. 111977	0. 139913	0. 141968	0. 131813	0. 441427E-02	-0. 325298
V2RFA	0. 181966E-01	0. 282318E-02	0. 938867E-01	0. 181334	-0. 296200E-01	-0. 261166E-01
V13RFA	-0. 226239	-0. 181401	-0. 149339E-01	0. 219917	0. 171389	0. 204522
V7RFA	-0. 213170	-0. 192878	-0. 594548E-01	0. 215903	0. 149236	0. 187529
V10RFA	-0. 617473E-01	0. 394671	-0. 448588E-01	-0. 159205	-0. 735221E-01	-0. 122625
V3RFA	-0. 264748E-01	-0. 129174	-0. 617945E-01	0. 805065E-01	-0. 183848	0. 130264E-01
V4RFA	0. 147241	0. 264952	-0. 168136	0. 293425E-01	-0. 149896	-0. 897007E-01
V5RFA	-0. 211821	0. 237488E-01	0. 563506	-0. 253721E-01	0. 188643	0. 176206
V9RFA	0. 131040E-01	0. 150687	-0. 155006	0. 193605E-01	-0. 150711	-0. 357469E-01
V6RFA	-0. 139421	-0. 106430	0. 114220	0. 725137E-01	0. 213805	-0. 154268E-01
V14RFA	-0. 310339	0. 316623E-01	0. 206267	-0. 122589	0. 217760	0. 384682
V15RFA	-0. 117609	-0. 204101	0. 114393	0. 152233	0. 499485E-01	-0. 111990
V16RFA	-0. 195159E-01	-0. 103657	0. 288579E-01	-0. 141217	-0. 497780E-01	0. 151034E-01
V8GB	-0. 295445E-01	-0. 297402	0. 451939E-01	0. 171364	-0. 694772E-01	-0. 731936E-01
V1GB	-0. 240126E-01	0. 474988E-01	0. 206291	0. 267652E-03	0. 449817E-02	-0. 393598
V2GB	0. 191733	-0. 190629E-01	-0. 117234	0. 257286	-0. 181794	-0. 157917
V13GB	-0. 971907E-01	-0. 336848	0. 190486	0. 332935	0. 202003	0. 156636
V7GB	-0. 907428E-01	-0. 338519	0. 175578	0. 335592	0. 195786	0. 152303
V10GB	-0. 294953	0. 236230E-01	0. 835694E-01	0. 309897E-01	-0. 103859E-01	0. 128341
V3GB	-0. 827923E-01	-0. 153076	0. 227561	0. 243786	0. 672426E-01	0. 178810
V4GB	0. 190240	0. 192849	-0. 220852	-0. 877479E-01	-0. 329061	-0. 207085
V5GB	-0. 284118	0. 100213	0. 144933	0. 232543	0. 197752	0. 117502
V9GB	0. 174187	0. 115830	0. 544759E-01	0. 180308	0. 848617E-02	-0. 166256
V6GB	-0. 111816	-0. 216822E-01	0. 518937E-01	0. 112529	0. 108710	0. 120365E-01
V14GB	-0. 231038E-01	0. 210812	0. 351845E-01	-0. 147611	0. 224036	0. 267095
V15GB	-0. 133830	0. 105768	0. 120328	0. 107766E-01	0. 454226E-01	0. 215230
V16GB	0. 142722	0. 350313	-0. 893999E-01	-0. 178587	-0. 494024E-01	-0. 459734E-01
V8JP	0. 292449E-01	-0. 276942	0. 114734	0. 769169E-01	0. 676710E-01	0. 560123E-01
V1JP	0. 869914E-01	0. 226707	0. 555743E-02	0. 390437E-01	-0. 200278E-01	-0. 295618
V2JP	-0. 259887E-01	-0. 777228E-01	0. 205277	0. 572961E-01	0. 139907	0. 214539
V13JP	-0. 322633	-0. 110983	0. 309764	0. 258417	0. 443465	0. 374003
V7JP	-0. 327057	-0. 121468	0. 301257	0. 258372	0. 437364	0. 388323
V10JP	-0. 294953	0. 236230E-01	0. 835694E-01	0. 309897E-01	-0. 103859E-01	0. 128341
V3JP	0. 458912E-01	-0. 124885	-0. 280720E-01	-0. 103302	-0. 129529	-0. 118840
V4JP	0. 336105	0. 188314	-0. 422171	0. 502894E-01	-0. 311177	-0. 312647
V5JP	-0. 114676E-01	0. 191216	0. 209479	0. 228358E-01	0. 225400	-0. 147108
V9JP	-0. 220172	-0. 206385E-01	0. 899960E-01	-0. 248840	0. 303755	0. 965011E-02
V6JP	-0. 240365	0. 569759E-01	0. 210155	0. 289340E-01	0. 173762	0. 134323
V14JP	-0. 129747	-0. 607098E-01	0. 165813	0. 124743	0. 552595E-01	0. 297051
V15JP	0. 899950E-01	-0. 111918	0. 205913	0. 120284	-0. 874400E-02	0. 459953E-01
V16JP	-0. 518769E-02	-0. 220071	-0. 100661E-01	0. 103190	-0. 700599E-01	-0. 172019E-01
V8FF	-0. 610126E-01	-0. 283175	0. 285745E-02	0. 293045E-01	-0. 126324E-01	-0. 255848E-01
V1FF	0. 131962	0. 219004	-0. 330472E-01	-0. 463554E-01	0. 363151E-02	-0. 398305
V2FF	0. 157612	-0. 153706E-01	-0. 344522	0. 31877E-01	-0. 383502	-0. 161521
V13FF	0. 297960E-01	0. 203151E-01	0. 134064	0. 474649	0. 108911	0. 578651E-01
V7FF	0. 446385E-01	0. 342338E-02	0. 110845	0. 487689	0. 996732E-01	0. 334059E-01
V10FF	-0. 555288E-01	0. 375019E-02	-0. 183001	-0. 511423	-0. 260087E-01	0. 983467E-01
V3FF	0. 987931E-01	-0. 913539E-01	-0. 239889	0. 141870	-0. 192880	-0. 179252
V4FF	-0. 108941E-02	0. 197424	-0. 498281E-01	-0. 223786	-0. 344870E-01	-0. 646286E-01
V5FF	-0. 341923	0. 301763E-01	0. 220122	0. 103356	0. 234256	0. 572633
V9FF	-0. 809506E-01	-0. 136106	-0. 206788E-02	0. 440012E-01	-0. 203183	0. 110422
V6FF	0. 119169	-0. 128410E-01	-0. 108996	0. 506582E-01	-0. 712753E-01	-0. 577494E-02
V14FF	0. 834398E-01	0. 208977	-0. 486558E-01	-0. 558590E-01	-0. 88284E-01	0. 382710
V15FF	-0. 129457	0. 104751E-01	0. 225224	0. 127252	0. 155517	-0. 149299
V16FF	-0. 623429E-01	-0. 500658E-01	0. 219370E-01	0. 824106E-01	0. 169792E-01	0. 809365E-01
V8US	-0. 127595	-0. 125251	0. 156745	0. 483435E-02	0. 211515	0. 865236E-01
V1US	-0. 305319E-01	0. 204609	0. 102311	-0. 120840	0. 154033	-0. 418852
V2US	-0. 248166	-0. 868451E-01	0. 175241	0. 119510	0. 644760E-01	-0. 618140E-01
V7US	-0. 699999E-02	-0. 358669	0. 130571	0. 998511	0. 661869E-01	-0. 136499
V10US	-0. 126401E-01	0. 746170E-01	0. 784031E-02	-0. 860514E-01	-0. 162917	-0. 698227E-01
V3US	1. 00000	0. 158922	-0. 397644	-0. 231255E-01	-0. 382478	-0. 258439
V4US	0. 158922	1. 00000	-0. 274482	-0. 351979	-0. 188554	-0. 652162E-01
V5US	-0. 397644	-0. 274482	1. 00000	0. 176537	0. 504780	0. 354032
V13US	-0. 231255E-01	-0. 351979	0. 176537	1. 00000	0. 854105E-01	0. 122612
V6US	-0. 382478	-0. 188554	0. 504780	0. 854105E-01	1. 00000	0. 373299
V14US	-0. 258439	-0. 652162E-01	0. 354032	-0. 122612	0. 373299	1. 00000
V15US	-0. 960489E-02	0. 257370E-01	-0. 311458E-01	0. 199289	0. 146194	-0. 236321E-01
V16US	0. 127594	0. 420345E-01	-0. 541785E-01	0. 112766	-0. 128233	-0. 452188E-01
V1MO	-0. 447195	-0. 324762E-01	0. 689792	0. 133501	0. 382604	0. 454886
V8MO	-0. 704547E-01	-0. 295922	0. 578748E-01	0. 116838	0. 151745	0. 215257E-01
V7MO	-0. 100168	-0. 359395	0. 180393	0. 933115	0. 175487	0. 632603E-02
V6MO	-0. 332164	-0. 110602	0. 395662	0. 997388E-01	0. 742966	0. 327281
V2MO	-0. 190817	0. 157473	0. 193685	0. 100964E-01	0. 328102	0. 324440
V14MO	0. 551924E-01	-0. 991795E-01	-0. 515965E-01	0. 163878	-0. 154513	-0. 339197E-01
V15MO	0. 225537	-0. 761096E-01	0. 853692E-02	-0. 189006E-01	0. 857826E-01	0. 300377
V3MO	0. 365437	-0. 201575	-0. 161597	0. 117278	-0. 243795	-0. 571512E-01
V4MO	0. 132626	0. 344173	-0. 176342	0. 212769E-02	-0. 156609	-0. 970065E-01
V16MO	0. 659776E-01	-0. 965592E-01	-0. 798820E-01	0. 141854	-0. 793535E-01	0. 147113E-02

	V8US	V1US	V2US	V7US	V10US
V8RFA	0 137227	-0 169573	-0. 131374	0. 157043	0. 337736E-01
V1RFA	-0. 126197	0 775861	-0. 347416E-01	0. 117606	0. 122444
V2RFA	0. 512349E-01	-0. 895557E-01	0. 416972	0. 177841	0. 750475E-01
V13RFA	-0 458829E-01	-0 245257	0. 189389	0. 223059	-0. 134489
V7RFA	-0. 497052E-01	-0 268389	0. 176572	0. 222080	-0. 146609
V10RFA	-0. 149695	0 250940	0. 141427E-01	-0. 169130	0. 112211
V3RFA	0 101218	-0. 928010E-01	-0. 186737	0. 825199E-01	0. 110375
V4RFA	0 189478	0 109069	-0. 160068	0. 271045E-01	-0. 154314
V5RFA	0 114227	0. 224241	0. 234708	-0. 634663E-01	0. 377479
V9RFA	0. 190946	0. 873858E-01	-0 964690E-01	0. 231213E-01	0. 534007
V6RFA	-0 248874E-01	0 116991	-0. 768850E-01	0. 693696E-01	0. 136007E-01
V14RFA	0. 673416E-01	-0 510376E-01	-0. 419755E-01	-0. 132443	0. 387347
V15RFA	0 137530	-0 124778	0. 509283E-01	0. 151888	0. 100142
V16RFA	-0. 463550	-0 517673E-01	-0. 399042E-01	-0. 140745	-0. 467294E-01
V8GB	0. 385811	-0 145243E-01	-0. 925875E-01	0. 169848	0. 193109
V1GB	-0 633643E-01	0 632936	0 103856	-0. 199345E-01	0. 166181
V2GB	-0 180051	-0 871448E-01	0. 176366	0. 258984	0. 104141E-01
V13GB	-0. 205194	-0. 296545	-0. 295470E-01	0. 332761	-0. 115208E-01
V7GB	-0. 205001	-0. 308985	-0. 355713E-01	0. 336241	-0. 175951E-01
V10GB	-0 398343E-01	-0 199763	0. 352193E-01	0. 300365E-01	-0. 105011E-01
V3GB	0. 224691	-0. 304921	-0. 240513E-01	0. 232507	-0. 119170E-01
V4GB	-0 563460E-01	0. 264405	-0. 182332	-0. 808041E-01	-0. 759740E-02
V5GB	0. 220781E-01	0. 662502E-02	0. 198415	0. 223548	0. 275027
V9GB	-0. 291665	0 122417	0. 871398E-02	0. 175613	-0. 230783E-01
V6GB	0 307416	-0. 844458E-01	0. 558693E-01	0. 109770	0. 104908
V14GB	-0 481967E-01	0. 132088	-0. 261275	-0. 150533	-0. 232624E-01
V15GB	-0. 776005E-01	-0. 109508	0. 258930	0. 426196E-02	0. 302255E-01
V16GB	0. 123784	0. 751196E-01	0. 259036	-0. 179705	0. 121671
V8JP	0. 468159	-0. 855672E-01	-0. 972239E-01	0. 739040E-01	0. 101007E-01
V1JP	-0. 193740	0. 770558	-0. 213696	0. 321494E-01	0. 221354
V2JP	0 535875E-01	-0 319059	0. 209370	0. 536841E-01	-0. 207637
V13JP	0. 222260E-01	-0 489199E-01	-0. 100009	0. 251591	-0. 212826E-01
V7JP	0. 302427E-01	-0 950046E-01	-0 958828E-01	0. 252266	-0. 283240E-01
V10JP	-0. 398343E-01	-0. 199763	0. 352193E-01	0. 300365E-01	-0. 105011E-01
V3JP	-0 235894	0. 197735	-0. 255861	-0. 105237	0. 163444
V4JP	-0. 357154	-0 202512E-01	-0. 102452	0. 679231E-01	-0. 150699E-01
V5JP	-0 733880E-01	0 745125	-0. 388561E-01	0. 116563E-01	0. 749234E-01
V9JP	0 971625E-01	0. 219125	-0. 932853E-01	-0. 245623	0. 145778
V6JP	0. 679476E-01	0. 515810E-01	0. 215946	0. 214194E-01	0. 119391
V14JP	0. 118668E-01	-0 125121	0. 241560	0. 119260	0. 780934E-01
V15JP	-0. 488005E-01	0 182796E-01	0. 189508E-02	0. 112240	0. 137749
V16JP	0 385220	0. 257162E-01	-0. 350863	0. 106497	0. 304208E-01
V8FF	0 376010	-0. 707838E-01	-0. 105177	0. 315178E-01	0. 231905
V1FF	-0. 351642E-01	0. 740714	-0. 133944	-0. 572648E-01	0. 152020
V2FF	-0 593860E-01	-0. 352097	0. 217878	0. 797233E-01	0. 136229
V13FF	-0 260362	-0 395395E-01	-0. 458603E-01	0. 467220	-0. 521438E-01
V7FF	-0 264917	-0. 599602E-01	-0. 387360E-01	0. 482171	-0. 647400E-01
V10FF	0. 310817E-01	-0 363178E-01	-0. 320691E-01	-0. 500143	0. 345531E-01
V3FF	-0 165944E-02	-0 277102E-01	-0. 256476	0. 155172	0. 776380E-01
V4FF	0. 883728E-02	0 300623	-0. 197451	-0. 226982	0. 509865E-02
V5FF	0. 275068E-01	-0 108041	0. 220910E-01	0. 934979E-01	0. 104564
V9FF	0. 762359E-01	-0. 238665	0. 119824	0. 424940E-01	0. 270684
V6FF	-0 316669E-01	-0. 717307E-01	0. 504906E-01	0. 564026E-01	-0. 106784
V14FF	0. 540187E-01	-0. 287164	-0. 477940E-01	-0. 556886E-01	0. 111264E-01
V15FF	0 165787E-01	0. 227614	-0. 853615E-01	0. 110711	0. 189089
V16FF	0. 294934	-0. 159731	-0. 257450	0. 815638E-01	0. 638407E-01
V8US	1. 00000	-0. 369455E-01	0. 722113E-01	-0. 411113E-02	0. 420806E-01
V1US	-0. 369455E-01	1. 00000	-0. 575875E-01	-0. 132795	0. 144023
V2US	0. 722113E-01	-0. 575875E-01	1. 00000	0. 112814	-0. 161876E-01
V7US	-0. 411113E-02	-0. 132795	0. 112814	1. 00000	-0. 924518E-01
V10US	0 420806E-01	0 144023	-0. 161876E-01	-0. 924518E-01	1. 00000
V3US	-0 127595	-0 305319E-01	-0. 248166	-0. 699999E-02	-0. 126401E-01
V4US	-0 125251	0 204609	-0. 868451E-01	-0. 358669	0. 746170E-01
V5US	0 156745	0 102311	0. 175241	0. 130571	0. 784031E-02
V13US	0. 483435E-02	-0 120840	0. 119510	0. 998511	-0. 860514E-01
V6US	0 211515	0 154033	0. 644760E-01	0. 661869E-01	-0. 162917
V14US	0 865236E-01	0 418852	-0. 618140E-01	-0. 136499	-0. 698227E-01
V15US	-0 417437E-02	0 328335E-01	-0. 861893E-02	0. 199769	0. 97262E-01
V16US	0 833033E-01	-0 510255E-03	-0. 461566E-01	0. 114942	0. 156985
V1MO	0 769543E-01	-0. 141979	0. 353556	0. 101202	0. 424211E-01
V8MO	0 639076	-0 291199E-01	-0. 104057	0. 116998	0. 506879E-01
V7MO	-0. 764394E-01	-0 203137	0. 761822E-01	0. 933359	-0. 105550
V6MO	0 204659	0 176349	0. 894814E-01	0. 831120E-01	-0. 980125E-01
V2MO	0 125044	0 247872	-0. 556723E-01	-0. 172555E-02	0. 987984E-01
V14MO	0 117467	-0 377482	0. 322489	0. 167493	-0. 153843E-01
V15MO	0 148466	-0 272576	-0 405590E-02	-0. 165497E-01	-0. 101907
V3MO	-0 117058	-0 121069	-0 300273	0. 127621	0. 497343E-01
V4MO	0 116797	0 157844	-0 188192	-0. 517444E-03	-0. 125567
V16MO	0 376745	-0 337524E-01	-0. 324657	0. 145984	0. 122792

	V5US	V16US	V1MO	V8MO	V7MO	V6MO
V8RFA	-0. 986366E-01	-0. 152290	0. 619853E-01	0. 552440	0. 188906	0. 106973E-01
V1RFA	0. 101221	-0. 454614E-02	-0. 897307E-01	-0. 708448E-01	0. 275656E-01	0. 109928
V2RFA	-0. 388563	0. 462297E-01	0. 311362	-0. 327688E-02	0. 129554	0. 311823E-01
V13RFA	0. 192736	0. 145161	0. 160904	-0. 541543E-01	0. 429029	0. 170876
V7RFA	0. 194097	0. 144571	0. 109467	-0. 545615E-01	0. 426396	0. 152450
V10RFA	0. 410755E-01	-0. 307009	-0. 508442E-01	-0. 850558E-01	-0. 158405	0. 201035E-01
V3RFA	-0. 192363E-01	0. 276496E-01	-0. 770705E-01	0. 396319	0. 532004E-01	-0. 143871
V4RFA	0. 349090E-01	0. 196397	-0. 103915	0. 128548	-0. 737083E-01	-0. 810568E-01
V5RFA	-0. 414712E-01	-0. 338515E-01	0. 587882	-0. 244352E-01	-0. 576791E-01	0. 191704
V9RFA	0. 194918	0. 340255	-0. 306223E-01	0. 146731	-0. 404063E-01	-0. 211608
V6RFA	-0. 242628	-0. 125749	0. 627531E-01	-0. 735026E-01	0. 302923E-01	0. 346509
V14RFA	-0. 147524	-0. 233627E-02	0. 309727	0. 107438	-0. 883477E-01	0. 179720
V15RFA	0. 228546	0. 390602E-01	0. 216143E-01	0. 131361	0. 103333	-0. 164889
V16RFA	-0. 104131	-0. 370930	0. 192901E-01	0. 363794E-01	-0. 568356E-01	-0. 189013E-01
V8GB	-0. 182892E-01	0. 176534	-0. 109202E-01	0. 470721	0. 113486	-0. 187383
V1GB	0. 914308E-01	-0. 162322E-01	-0. 283305E-02	-0. 586915E-01	-0. 555896E-01	0. 900471E-02
V2GB	0. 144877	0. 795029E-01	-0. 824885E-02	-0. 863761E-01	0. 206581	-0. 222938
V13GB	0. 767203E-01	-0. 261472	0. 236929	0. 776975E-01	0. 565032	0. 289960E-01
V7GB	0. 815887E-01	-0. 262460	0. 218276	0. 794047E-01	0. 567865	0. 211629E-01
V10GB	0. 126048	-0. 134599	0. 724515E-01	-0. 499945E-01	0. 164295E-01	-0. 121262
V3GB	-0. 255496E-01	-0. 107584E-01	0. 232636	0. 280668	0. 227711	0. 109088
V4GB	-0. 383015	-0. 189717E-01	-0. 252366	-0. 100745	-0. 216545	-0. 102711
V5GB	0. 400261E-01	0. 129764	0. 247758	0. 252225E-01	0. 187492	0. 993272E-01
V9GB	0. 166543	0. 496529E-01	-0. 405792E-01	-0. 307120	0. 187090	0. 139517
V6GB	0. 351390	0. 742490E-01	0. 837608E-01	0. 113153	0. 939700E-01	0. 150588
V14GB	-0. 151656	-0. 379716E-01	0. 301072E-01	0. 227825E-01	-0. 124204	0. 124721
V15GB	0. 100442	0. 108232	0. 119923	-0. 241816	0. 592766E-01	0. 153629
V16GB	-0. 114166	0. 463848E-01	-0. 973118E-02	-0. 264540	-0. 257646	0. 195706E-01
V8JP	-0. 511753E-01	-0. 452175	0. 333966E-01	0. 864055	0. 734736E-01	-0. 821179E-01
V1JP	0. 191970E-01	0. 105110E-01	-0. 153544	-0. 764791E-01	-0. 486545E-01	0. 571611E-01
V2JP	0. 547498E-01	-0. 577406E-01	0. 338371	0. 327224E-01	0. 712693E-01	-0. 115226
V13JP	0. 137856	0. 103051	0. 258848	0. 580373E-01	0. 492400	0. 368622
V7JP	0. 140945	0. 104429	0. 249874	0. 585738E-01	0. 495785	0. 361830
V10JP	0. 126048	-0. 134599	0. 724515E-01	-0. 499945E-01	0. 164295E-01	-0. 121262
V3JP	-0. 156440	-0. 190865	-0. 213605	-0. 291089E-01	-0. 151365	-0. 897604E-01
V4JP	-0. 379737E-01	0. 622334E-01	-0. 246578	-0. 162467	0. 689271E-01	-0. 310392
V5JP	0. 188507E-01	0. 136834E-01	0. 208424	-0. 875645E-02	0. 503174E-02	0. 272249
V9JP	-0. 938475E-01	0. 112338E-01	0. 104117E-01	0. 795018E-01	-0. 241242	0. 132758
V6JP	0. 114182	-0. 112140	0. 226875	0. 534210E-01	0. 219925E-01	0. 320970
V14JP	0. 119857E-01	-0. 966348E-01	0. 439497	-0. 496326E-02	0. 205955	0. 169599
V15JP	0. 241092E-01	-0. 575966E-01	-0. 335661E-01	-0. 557522E-01	0. 514452E-01	-0. 295081E-01
V16JP	0. 427469E-02	0. 137050	-0. 100976	0. 615811	0. 719456E-01	-0. 404741E-01
V8FF	-0. 114297	-0. 406984	0. 305544E-01	0. 788226	-0. 496548E-02	-0. 815165E-01
V1FF	0. 795597E-01	0. 177224E-01	-0. 331123	-0. 521238E-01	-0. 166523	0. 105639
V2FF	-0. 463747E-03	-0. 191336E-01	-0. 419252E-01	0. 125358	0. 512962E-01	-0. 319239
V13FF	0. 202206	-0. 103191	0. 259329	-0. 894324E-01	0. 564326	0. 664747E-01
V7FF	0. 201907	-0. 109902	0. 233377	-0. 870610E-01	0. 578056	0. 531703E-01
V10FF	-0. 122891	-0. 132102	-0. 576355E-01	-0. 125911E-01	-0. 448739	-0. 658991E-01
V3FF	0. 143234	-0. 280063	-0. 392917	0. 150021	0. 133863	-0. 246440
V4FF	-0. 132738	0. 203211	-0. 158047	-0. 198533	-0. 198968	0. 111361
V5FF	0. 141854	-0. 633117E-04	0. 484094	0. 878558E-01	0. 142782	0. 192615
V9FF	0. 168730	0. 154861	0. 100766	0. 157596E-01	0. 466136E-01	-0. 235353
V6FF	-0. 686735E-01	-0. 105281	-0. 775599E-01	-0. 743285E-01	0. 121438	0. 352957
V14FF	0. 126473E-01	0. 343712E-01	0. 139643	0. 487564E-02	0. 369829E-01	-0. 135229
V15FF	0. 827757E-01	-0. 104602	-0. 272510E-01	0. 925044E-01	0. 870270E-01	0. 457907E-01
V16FF	0. 124339	0. 406843	0. 130945E-01	0. 219307	0. 119732	0. 880270E-01
V8US	-0. 417437E-02	0. 833033E-01	0. 769543E-01	0. 639076	-0. 764394E-01	0. 204659
V1US	0. 328335E-01	-0. 510255E-03	-0. 141979	-0. 291199E-01	-0. 203137	0. 176349
V2US	-0. 861893E-02	-0. 461566E-01	0. 353556	-0. 104057	0. 761822E-01	0. 894814E-01
V7US	0. 199769	0. 114942	0. 101202	0. 116998	0. 933359	0. 831120E-01
V10US	0. 967262E-01	0. 156985	0. 424211E-01	0. 506879E-01	-0. 105550	-0. 980125E-01
V3US	-0. 960489E-02	0. 127594	-0. 447195	-0. 704547E-01	-0. 100168	-0. 332164
V4US	0. 257370E-01	0. 420345E-01	-0. 324762E-01	-0. 295922	-0. 359395	-0. 110602
V5US	-0. 311458E-01	-0. 541785E-01	0. 689792	0. 578748E-01	0. 180393	0. 395662
V13US	0. 199289	0. 112766	0. 133501	0. 116838	0. 933115	0. 997388E-01
V6US	0. 146194	-0. 128233	0. 382604	0. 151745	0. 175487	0. 742966
V14US	-0. 236321E-01	-0. 452188E-01	0. 445486	0. 215257E-01	0. 632603E-02	0. 327281
V15US	1. 00000	0. 207972	-0. 783124E-01	-0. 946356E-01	0. 235343	0. 665775E-01
V16US	0. 207972	1. 00000	-0. 439747E-01	-0. 352656	0. 872323E-01	-0. 774428E-01
V1MO	-0. 783124E-01	-0. 439747E-01	1. 00000	0. 442359E-01	0. 200114	0. 273366
V8MO	-0. 946356E-01	-0. 352656	0. 442359E-01	1. 00000	0. 811177E-01	0. 135633E-01
V7MO	0. 235343	0. 872323E-01	0. 200114	0. 811177E-01	1. 00000	0. 150270
V6MO	0. 665775E-01	-0. 774428E-01	0. 273366	0. 135633E-01	0. 150270	1. 00000
V2MO	0. 217922	-0. 377507E-01	0. 243159	0. 574389E-01	-0. 917881E-02	0. 342894
V14MO	-0. 150093	0. 106737E-01	0. 733601E-01	0. 691083E-01	0. 168385	-0. 243075
V15MO	0. 226555E-01	-0. 314124E-01	0. 252223	0. 157287	0. 483517E-01	0. 899044E-01
V3MO	-0. 486366E-01	-0. 241670	-0. 280597	0. 325093	0. 732851E-01	-0. 347139
V4MO	0. 228605E-01	0. 186123	-0. 108518	0. 452111E-01	-0. 863848E-01	-0. 781932E-01
V16MO	0. 112223	0. 461035	-0. 599794E-01	0. 467462	0. 130983	-0. 796117E-01

	V2MO	V14MO	V15MO	V3MO	V4MO	V16MO
V8RFA	-0. 680155E-01	0 151994	0. 103675	0. 402346	-0. 101164	0 574441
V1RFA	0 210118	-0. 373106	-0. 252732	0 463372E-01	0 227525	-0 379861E-01
V2RFA	-0 170476	0 311505	-0. 243526E-01	-0. 168509	0 186510E-01	-0. 475057E-01
V13RFA	-0. 854769E-01	0. 116144	0. 176298	-0. 119458	-0. 151406	-0. 156661E-01
V7RFA	-0. 109856	0. 124156	0. 173676	-0. 106908	-0. 162846	-0. 124179E-01
V10RFA	0 168420	-0. 762283E-01	-0 177452	0. 136710E-01	-0. 703655E-01	-0 165010
V3RFA	-0 144351	0 758691E-01	-0. 967355E-01	0. 380371	0 239117	0 551170
V4RFA	0 506423E-01	-0. 214838	-0. 104859E-01	-0. 153623	0 976921	0 282877
V5RFA	0 227890	0 319665E-01	-0. 156318E-01	-0. 904043E-01	-0. 133545	-0 958339E-01
V9RFA	0 474164E-01	0 813999E-01	-0. 820545E-01	0. 141829	0 179658E-01	0 360540
V6RFA	0 155644	-0. 148905	0 103124	-0. 500302E-01	-0. 310903E-02	-0. 313027
V14RFA	0 281043	-0 339530E-01	0 153503	-0. 604250E-02	-0. 888965E-01	0 554666E-01
V15RFA	-0 237810	0 268789	-0 322702	0 965783E-01	0 190098E-01	0 131465
V16RFA	-0 195605	0 128661	-0 785294E-01	0 429020	-0. 189801	0 193232E-01
V8GB	-0 953588E-01	0 199292	0 510083E-03	0 123853	0 117973	0 543923
V1GB	-0 274209E-01	-0. 894979E-01	-0. 281506	-0. 118081	0 161351	-0 718939E-01
V2GB	-0 319575E-01	-0 139185	-0 633022E-01	0 201946	0 183077	0 668986E-01
V13GB	-0 322593E-01	0 102266	0 241531	0 119702	-0 313716	-0 452483E-01
V7GB	-0 425365E-01	0 105683	0 239895	0 131059	-0 313783	-0 407156E-01
V10GB	-0 111761	0 172778E-01	-0 121018	-0 187037	-0 125659	-0 232172
V3GB	-0 362214E-01	0 135441	0 661568E-02	0 378240	-0 161826	0 222678
V4GB	0 300361E-01	-0 427374E-01	-0 571284E-01	-0 503036E-01	0 261411	-0 267009E-01
V5GB	0 949450E-01	0 315156	0 553288E-01	-0 738468E-01	-0 163657	0 990190E-01
V9GB	-0 242938E-01	-0 118947	-0 185242	-0 130475	0 494831E-01	-0 823485E-01
V6GB	0 160994	-0 163803	0 812585E-01	-0 266425	-0 988250E-02	0 188175E-01
V14GB	0 125308	0 253243E-01	-0 782082E-01	-0 642743E-01	0 467627E-02	0 162241E-01
V15GB	-0 242142E-01	0 293788	0 121622E-01	-0 816251E-01	-0 972211E-01	-0 107213
V16GB	0 171964	-0 108832	-0 664629E-01	-0 369845	0 770260E-01	-0 442971
V8JP	-0 726387E-02	0 121531	0 143536	0 400877	-0 761307E-01	0 255001
V1JP	0 242436	-0 434973	-0 208524	0 223907E-01	0 269498	0 228603E-02
V2JP	-0 115826	0 128801	-0 126799	-0 446760E-01	-0 166226	-0 266674E-01
V13JP	0 167228	-0 506414E-01	0 146153	-0 144409	-0 172060	0 186074
V7JP	0 150852	-0 297483E-01	0 157314	-0 138014	-0 182252	0 186463
V10JP	-0 111761	0 172778E-01	-0 121018	-0 187037	-0 125659	-0 232172
V3JP	-0 123440E-01	-0 622284E-01	-0 100933	0 479775	-0 149330	-0 150682
V4JP	-0 202776	-0 151041	-0 741141E-01	0 105795	0 154458	-0 520557E-03
V5JP	0 304015	-0 319384	-0 217727	-0 915325E-01	0 129350	0 506930E-01
V9JP	0 139922	-0 133940	0 145105E-01	-0 799251E-01	-0 106638	0 202962E-01
V6JP	0 155745	0 264127E-01	-0 850136E-01	-0 760120E-02	-0 208617	-0 752664E-02
V14JP	0 241768	0 253856E-01	0 182504	-0 393156E-01	-0 920682E-01	-0 813313E-01
V15JP	0 758646E-02	0 337512E-01	-0 370285	0 548545E-01	-0 544716E-01	-0 541381E-01
V16JP	-0 102947	-0 837773E-01	-0 474511E-01	0 164382	0 189502	0 851241
V8FF	-0 219273E-01	0 122137	0 134426	0 368306	-0 925629E-01	0 376885
V1FF	0 746446E-01	-0 130118	-0 261963	0 530353E-01	0 187366	0 328171E-02
V2FF	-0 226030	0 290508	0 715565E-01	0 184661	-0 596333E-01	0 840061E-01
V13FF	0 311724E-01	0 814171E-01	-0 856780E-01	0 484274E-01	0 464074E-01	-0 120521
V7FF	-0 893849E-03	0 107987	-0 101078	0 553411E-01	0 372143E-01	-0 123086
V10FF	-0 823571E-01	0 334503E-01	-0 112923	0 563880E-02	-0 911147E-01	-0 695229E-01
V3FF	-0 146278	0 158711	-0 801558E-01	0 475333	-0 217923	-0 127936
V4FF	0 727892E-01	-0 216062	-0 559170E-01	-0 303727	0 279774E-02	-0 324556E-01
V5FF	0 503239	-0 702939E-02	0 434538	0 782368E-01	-0 233662E-01	0 888415E-01
V9FF	0 104328	0 263754	0 212015	0 295516	-0 323209	0 122506
V6FF	0 812886E-01	0 756403E-02	0 260942	-0 542554E-02	-0 189879	-0 182070
V14FF	0 660670E-01	0 561759E-02	-0 638017E-02	-0 189385E-01	0 625044E-01	0 384841E-01
V15FF	-0 189138	-0 110576	-0 507455	-0 982196E-01	0 467709E-01	0 190287E-01
V16FF	-0 167354	0 589616E-01	-0 967368E-01	0 329690E-01	0 108240	0 785581
V8US	0 125044	0 117467	0 148466	-0 117058	0 116797	0 378743
V1US	0 247872	-0 377482	-0 272576	-0 121069	0 157844	-0 337524E-01
V2US	-0 556723E-01	0 322489	-0 405590E-02	-0 300273	-0 188192	-0 324657
V7US	-0 172555E-02	0 167493	-0 165497E-01	0 127621	-0 517444E-03	0 145984
V10US	0 987984E-01	-0 153843E-01	-0 101907	0 497343E-01	-0 125567	0 122792
V3US	-0 190817	0 551924E-01	-0 225537	0 365437	0 132626	0 659776E-01
V4US	0 157473	-0 991795E-01	-0 761096E-01	-0 201575	0 344173	-0 965592E-01
V5US	0 193685	-0 515965E-01	0 853692E-02	-0 161597	-0 176342	-0 798820E-01
V13US	0 100964E-01	0 163878	-0 189006E-01	0 117278	0 212769E-02	0 141854
V6US	0 328102	-0 154513	0 857826E-01	-0 243795	-0 156609	-0 793535E-01
V14US	0 324440	-0 339197E-01	0 300377	-0 571512E-01	-0 970065E-01	0 147113E-02
V15US	0 217922	-0 150093	0 226555E-01	-0 486366E-01	0 228605E-01	0 112223
V16US	-0 377507E-01	0 106737E-01	-0 314124E-01	-0 241670	0 186123	0 461035
V1MO	0 243159	0 733601E-01	0 252223	-0 280597	-0 108518	-0 599794E-01
V8MO	0 574389E-01	0 691083E-01	0 157287	0 325093	0 452111E-01	0 467462
V7MO	-0 917881E-02	0 168385	0 483517E-01	0 732851E-01	-0 863848E-01	0 130983
V6MO	0 342894	-0 243075	0 899044E-01	-0 347139	-0 781932E-01	-0 796117E-01
V2MO	1 00000	-0 389056	0 622514	-0 527109E-01	0 688206E-01	-0 246487E-01
V14MO	-0 389056	1 00000	-0 432173E-01	0 127036	-0 238295	0 250881E-01
V15MO	0 622514	-0 432173E-01	1 00000	-0 660812E-02	-0 220630E-01	0 549485E-01
V3MO	-0 527109E-01	0 127036	-0 660812E-02	1 00000	-0 183912	0 130458
V4MO	0 688206E-01	-0 238295	-0 220630E-01	-0 183912	1 00000	0 226834
V16MO	-0 246487E-01	0 250881E-01	0 549485E-01	0 130458	0 226834	1 00000

