ECOLE DES MINES
DE PARIS

Collège doctoral

N° attribué par la bibliothèque

|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE DES MINES DE PARIS
Spécialité «Mécanique Numérique»

Laurent Terzolo

VERS UNE PREDICTION DE LA DUREE DE VIE DES OUTILS DE FORGE A CHAUD PAR LA DETERMINATION NUMERIQUE DU REGIME THERMIQUE ET DE L'USURE ABRASIVE

Directeur de thèse : K. Mocellin

Jury

J.C. Gelin	Rapporteur
S. Piperno	Rapporteur
M. Plateau	Examinateur
T. Dal Negro	Examinateur
F. Bay	Examinateur
K. Mocellin	Examinateur

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Centre de Mise en Forme des matériaux (CEMEF) de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, à Sophia-Antipolis.

Que Monsieur J.L. Chenot, directeur du CEMEF, trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Monsieur J.-C. Gelin, Directeur de l'ENSMM, Monsieur S. Pipernot, Responsable scientifique au CERMICS-INRIA, Monsieur M. Plateau, Ingénieur de recherche chez PSA et directeur du groupe d'étude 3, M. T. Dal Negro, Professeur assistant à l'université de Trente, Madame K. Mocellin, Chef de groupe adjoint au CEMEF, et Monsieur F. Bay, Chef de groupe au CEMEF, me font l'honneur de participer à mon jury de thèse. Je les prie de croire à ma respectueuse reconnaissance.

Je remercie bien sûr mes parents, sans qui je ne serais pas ici et mes grands-parents, sans qui eux, ne seraient pas ici.

Je tiens également à remercier PO (sans qui je n'aurais jamais commencé cette thèse) et Katia (sans qui je ne l'aurais jamais terminée).

Pour avoir collaborer avec moi, je remercie Anthony, Nicolas (vive le PSG), ainsi que Setforge, et surtout Josué Aristide Paul Barboza (Djérédjèf).

Je salue également tous mes collègues du bureau E23, pour m'avoir supporté plus ou moins longtemps au cours de ces années (par ordre d'apparition) : Serge, Béatrice, Karine, Laurent, Tommaso (gracie mille), Javier (gracias), Benoît, Cristian (multumesc), Danièle, Mariane et Séverine. Merci à tous (c'est en me remémorant cette liste que j'ai vu qu'ils ont été nombreux dans ce bureau et ça m'a fait me sentir vieux), et encore pardon pour tous les cris bizarres que j'ai pu pousser.

Je remercie également les gens d'autres bureaux : Céline et Arnaud (merci pour les gâteaux), Christian (merci pour m'avoir un rôle fantastique au théâtre), Mehdi 1 (merci pour tous ces matchs de foot sur grand écran), Audrey (pour l'année de DEA), Mehdi 2 (chouk' ran), Matthieu (merci pour les randonnées), Véronique (merci de m'avoir cité), MYP (merci pour avoir souvent critiqué ma coupe de cheveux) et M. Monasse (c'est toujours intéressant et enrichissant de parler avec vous).

Je salue également mes collègues de foot. Tout particulièrement les organisateurs : Xavier (le premier) et Olivier (le dernier).

Et aussi mes collègues de Volley : Delphine, Sylvie (dank je … j'adore la crème au chocolat) et Luisa (muito obrigado … j'adore les all-brans). Je vais soutenir avant vous ! ! !

Et enfin, last but not least, saranghae hanguk piul, jinja gomawae.

INTRODUCTION 1

I. Le modèle thermo-mécanique et sa résolution numérique 7

I.1. Le problème mécanique 7
I.1.1. Les équations d'équilibre et de conservation de la masse 7
I.1.2. Le comportement des matériaux – Rhéologie 8
I.1.2.1. Le comportement élastique 8
I.1.2.2. Le comportement élasto-plastique 9
I.1.2.3. Le comportement viscoplastique 10
I.1.2.4. Le comportement élasto-viscoplastique 10
I.1.3. Les problèmes d'interface 11
I.1.3.1. Le contact 11
I.1.3.2. Le frottement 12
I.1.3.2.1. Loi de Coulomb 12
I.1.3.2.2. Loi de Tresca 12
I.1.3.2.3. Loi de Norton 13
I.1.4. Résolution numérique 13
I.1.4.1. Discrétisation spatiale - Eléments finis 13
I.1.4.2. Discrétisation temporelle 17
I.2. Le problème thermique 17
I.2.1. L'équation de la chaleur 17
I.2.2. Les échanges thermiques aux interfaces 18
I.2.3. Résolution numérique 19
I.2.3.1. Discrétisation spatiale - Eléments finis 19
I.2.3.2. Discrétisation temporelle 19
I.2.3.3. Thermique asynchrone 21
I.3. Le couplage thermo-mécanique 21
I.3.1. La nature des couplages 21
I.3.1.1. Variables mécaniques thermodépendantes 21
I.3.1.2. Variables thermiques dépendant de la résolution mécanique 22
I.3.2. Le couplage thermomécanique dans Forge3® 22

II. Le Multicorps 25

II.1. Le couplage mécanique 25
II.1.1. Etude bibliographique 25
II.1.1.1. Couplage 25
II.1.1.1.1. Couplage faible 26
II.1.1.1.2. Couplage fort itératif ou méthode de point fixe 27
II.1.1.1.3. Couplage fort complet 27
II.1.1.2. Contact 28
II.1.1.2.1. Pénalisation 29
II.1.1.2.2. Les Multiplicateurs de Lagrange 30
II.1.1.2.3. Lagrangien augmenté 31
II.1.2. La solution retenue dans le cadre de notre travail 31
II.1.3. Les Conditions Limites 33
II.1.3.1. Le contact unilatéral 33
II.1.3.2. Le Frottement 34
II.1.4. Validation 36
II.2. Le couplage thermique 39
II.2.1. Etude bibliographique 39
II.2.2. La solution retenue 40

II.2.3. Les Conditions Limites 40
II.2.4. Validations 41
II.2.5. Thermique aux points d'intégrations 45
II.2.5.1. Principe 45
II.2.5.2. Résultats 46
II.3. Résultats 48
II.4. Conclusion 57

III. Stratégies pour des temps de calcul optimisés 59

III.1. Motivations de cette étude 59
III.2. Calcul mécanique périodique dans les outils 60
III.2.1. Principe de la méthode 61
III.2.2. Mise à jour des cellules de contact 63
III.2.3. Résultats 64
III.2.4. Conclusion 72
III.3. Cas des outils élastiques 72
III.3.1. Principe de la méthode 72
III.3.2. Résultats 73
III.3.3. Discussions 75
III.4. Remaillage Domaine par domaine 76
III.5. Parallélisation 77
III.5.1. Principe de la méthode 77
III.5.2. Résultats 78
III.5.3. Discussions 81

IV. Durée de vie des outils en forge à chaud 83
IV.1. Le cyclage et la fatigue 83
IV.1.1. Modélisation des cyclage thermique et mécanique 84
IV.1.1.1. Etude bibliographique 85
IV.1.1.2. Méthode de Miles 85
IV.1.1.3. Méthode de Mahjoub 87
IV.1.2. Méthode de cyclage retenue 87
IV.2. Usure 89
IV.2.1. Les modèles d'usure abrasive 90
IV.2.1.1. Loi d'Archard 90
IV.2.1.2. Etude bibliographique 90
IV.2.2. Les lois d'usure utilisées 91
IV.3. Résultats 93
IV.3.1. Forgeage d'un entraîneur 93
IV.3.2. Le cas du triaxe 98
IV.3.3. Ecrasement entre tas plats 99
IV.3.4. La rampe 104
IV.3.5. Le cas Estamfor 107

CONCLUSION 117
BIBLIOGRAPHIE 119
ANNEXE 125

Introduction

Le monde de la forge: un rapide état des lieux

Si le métier de la forge est relativement ancien, le passage à une fabrication industrielle constitue une évolution plus récente.
Cette fabrication industrielle a eu deux conséquences majeures :

- d'une part, elle a permis de rendre ce type de production moins pénible; en effet la forge était plongée dans le noir et emplie d'une chaleur étouffante due au brasier, ce qui rendait le travail épuisant et extrêmement physique.
- d'autre part, elle a réduit de façon très significative le nombre de forgerons artisans et conduit à des évolutions pilotées par la nécessité économique d'une réduction des coûts

En France, entre 1991 et 2001, le nombre de sites de production a diminué, mais les effectifs employés ont augmenté de 20% et dans le même temps, toutes activités confondues, les tonnages livrés aux clients, ainsi que les chiffres d'affaires facturés ont doublé.
Dans le Tableau 1, on peut voir les chiffres de production de la forge européenne pour l'année 2001. Ces chiffres sont comparés avec ceux de l'année 2000.

Chiffres de production d'Euroforge en 2001 - Forge par estampage (Forges indépendantes)

Pays	Livraisons (1 000 t)	Evolution par rapport à 2 000 (%)	Chiffre d'affaires (millions d'euros)	Evolution par rapport à 2000 (%)
Belgique	15	4,5	23	10,0
Rép. tchèque	110	4,8	130	4,5
France	360	1,0	980	2,0
Allemagne	1 119	3,6	2331	5,0
Italie	573	- 1,2	775	- 1,8
Pologne	132	- 4,3	175	- 13,1
Espagne	216	- 1,4	317	- 0,9
Suède	71	- 8,9	114	- 13,1
Royaume-Uni	220	- 3,0	419	- 3,0
Total	2 816	0,75 %	5264	1,5 %

Tableau 1 : Production 2001 de la forge européenne [FOR 2002]

En Europe, le secteur automobile consomme prêt de 60 % de la production de la forge. On peut voir le profil des clients européens dans le Tableau 2.

Profil des clients de la forge européenne (poids en pourcentage)

Voitures/Camions/Sous-traitants de premier rang	58 %
Autres	18 %
Construction mécanique	11 %
Machinisme agricole	8 %
Matériels miniers	2 %
Matériels ferroviaires	2 %
Industrie aérospatiale	1 %

Tableau 2 : Les clients de la forge européenne [FOR 2002]

Enjeux économiques liés aux outillages

La problématique de la réduction des coûts de production se fait ressentir à plusieurs niveaux de la fabrication.
Un point essentiel concerne la réduction du coût d'outillage par pièce forgée. En effet, le forgeron n'utilise plus aujourd'hui le marteau et l'enclume, mais de gros outils de presse pouvant peser jusqu'à plusieurs tonnes. On s'aperçoit donc que les enjeux économiques sont importants.
Le coût du changement d'outillage est en effet double. Il provient :

- d'une part du prix de la matière première nécessaire à la fabrication des outils, à leur traitement de surface et à leur usinage
- d'autre part, de l'arrêt des chaînes de production lors du changement de l'outillage.

Du point de vue des secteurs industriels, les causes du changement d'outillage peuvent être diverses.
Dans le domaine de l'automobile, la cadence des pièces forgées est très importante, donc les outils vont s'abîmer rapidement sous l'effet des phénomènes d'usure et de l'enchaînement de variations brutales de température. Au vu de la cadence de production des pièces forgées, un arrêt prolongé de la chaîne de production entraîne une perte économique pour l'entreprise.
En ce qui concerne la forge de précision, notamment en aéronautique, les pièces doivent respecter des cotes très précises. La cadence de forgeage n'est pas très rapide et donc l'outil s'usera moins, cependant les temps de forgeage peuvent être assez long et les matrices peuvent se déformer. Dans ce cas une faible perte de côte de l'outil peut entraîner son changement, contrairement à l'automobile où certaines pièces peuvent accepter une tolérance moins restrictive.

La simulation numérique dans le monde de la forge

La simulation numérique permet d'effectuer des études de faisabilité à coût réduit. Elle permet aux entreprises d'accroître leur compétitivité. D'abord réservée aux grands groupes, elle commence maintenant à être intégrée dans les PME.
Elle permet de mettre au point une nouvelle gamme de forgeage en remplaçant des essais longs et coûteux sur outils réels par des essais virtuels sur ordinateur. - ce qui n'empêchera pas par la suite d'effectuer des essais réels, mais permettra de réduire considérablement leur nombre.
Grâce à la simulation, on peut prévoir les propriétés des pièces forgées. Les calculs nous donnent de nombreux résultats concernant les propriétés thermique et mécanique de la pièce.
Enfin, la simulation permet d'optimiser une gamme de forgeage, du point de vue de la pièce.

Il y a encore quelques années, la simulation numérique de cas de forgeage était réservée aux spécialistes ayant des connaissances dans le domaine de la mécanique des milieux continus et de la méthode des éléments finis.
Les entreprises devaient également posséder des machines de calcul puissantes. Les calculs duraient alors plusieurs dizaines de jour.
Mais de nos jours, les progrès tant matériels que logiciels aidant, des simulations simples peuvent être effectuées en quelques heures.

Etat de l'art au démarrage de la thèse : le logiciel de modélisation Forge3® mono corps

C'est en Angleterre, en 1969 que des premiers calculs par éléments finis pour modéliser des procédés de mise en forme ont eu lieu. Ils concernaient des cas de laminage à chaud en modélisation 2D.
Au CEMEF, une première étude est engagée avec la SNECMA dès 1981 pour développer le code Forge2® qui permet d'effectuer des simulations de cas de forgeage pour des configurations axisymétriques.
L'étude de la faisabilité d'un code de simulation de forgeage pour des configurations tridimensionnelles a été initiée en 1983 pour aboutir en 1991 à une première version industrielle du logiciel Forge3®.
Forge3® est un logiciel métier dédier à la simulation de procédés de mise en forme assimilables au forgeage (matriçage, laminage, …). Il est facile d'utilisation et répond pleinement aux attentes industrielles. Fonctionnant à l'aide de menus, il permet à l'utilisateur de rentrer les données sans avoir nécessairement de connaissance dans le domaine du calcul numérique.
Forge3® permet aussi de résoudre des problèmes thermo-mécaniques au-delà du procédé de forgeage. Dans le cas du forgeage, on peut se contenter d'utiliser un couplage thermo-mécanique faible.
Un des points forts de Forge3® réside dans son remailleur automatique. La formulation du problème étant lagrangienne, le maillage suit donc la matière au cours de la simulation. Or, pour des cas de mise en forme, on se retrouve en présence de grandes déformations, et donc, le maillage utilisé peut très vite dégénérer. Un remaillage a donc lieu automatiquement pour éviter la dégénérescence du maillage lorsque cela s'avère nécessaire.
Forge3® permet d'avoir accès à des évolutions internes de la pièce (température, déformation, contraintes, …) mais aussi à des informations plus générales très importantes pour le forgeron : force de forgeage, effort sur les outils, …

Une démarche d'optimisation des outillages par simulation numérique

Deux facteurs essentiels pour comprendre et optimiser la durée de vie des outillages sont :

- les sollicitations thermomécaniques subies par les outils
- l'usure abrasive

Une démarche d'optimisation de la durée de vie des outillages devra donc intégrer ces deux facteurs.

L'optimisation des outillages d'une gamme de forgeage commencera donc tout d'abord par une étape d'analyse. On sélectionne les matériaux de l'outillage, les traitements thermiques et les traitements superficiels que l'on va appliquer.
On devra passer ensuite à la partie modélisation – qui nécessitera en particulier une description numérique de l'outillage.
On réalise ensuite une simulation numérique du procédé de forgeage lui-même, à partir de laquelle on détermine les contraintes mécaniques dans les outillages.
Une fois ces étapes réalisées, il faudra conduire un schéma d'optimisation global en reprenant toutes les étapes avec d'éventuelles modifications des outillages.

Un verrou de la modélisation réside dans le fait que la simulation numérique 3-D a été - du fait de son coût et des limitations liées à la puissance des machines de calcul – utilisée jusqu'à présent pour modéliser les déformations et contraintes dans la pièce forgée.
Mais de nos jours, la puissance des ordinateurs a suffisamment augmenté pour nous permettre de commencer à étudier le comportement des outils.
Le fait de modéliser les outils nous permettra de prendre en compte des effets de couplage thermo-mécanique entre la pièce et l'outillage - ce qui aura pour double effet de fournir des résultats plus précis sur la pièce, et de nous informer également sur les sollicitations subies par les outils. De ces sollicitations dépend en effet directement la durée de vie des outils.

Un exemple d'application nous est donné dans le domaine du matriçage, où la durée de vie des outillages est un facteur important du fait de son influence sur le prix de revient.
De fortes concentrations de contraintes mécaniques subies par l'outil peuvent entraîner une destruction localisée de celui-ci. La simulation numérique permet de prédire ces zones de fortes concentrations. Ainsi, une matrice d'ébauche légèrement différente peut être conçue, de manière à réduire les contraintes.
Elle permet donc de réduire les coûts des outillages et d'accroître leur durée de vie.

De nombreuses études ont été récemment menées pour augmenter la durée d'utilisation des outillages. Dans [BRU 1999], les auteurs utilisent une rhéologie élastique pour les outils. Ils modifient certains paramètres du procédé de forgeage (température des pièces, utilisation de lubrifiant, vitesse des outils), pour diminuer les contraintes thermiques dans les outils afin d'éviter qu'ils ne se fissurent. Toujours du point de vue de l'outil, dans [TSU 2002] et [KWO 2003], les auteurs poussent leur étude plus loin, en fournissant une loi d'usure pour les outils, qui leur permet ensuite d'estimer leur durée de vie.

Le cadre industriel de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet Simulforge financé par le Ministère de l'Industrie. Ce projet regroupe 16 entreprises de forge françaises, le CETIM (Centre Technique des Industries Mécaniques), 7 laboratoires de recherche et TRANSVALOR (société de valorisation, chargée d'intégrer les développements obtenus dans une version commerciale du logiciel Forge3®).

Ce projet vise à atteindre trois buts principaux :

- le premier but est de pouvoir simuler le procédé global de fabrication de pièces forgées (chauffage, forgeage, découpe, refroidissement, traitement thermique)
- le deuxième but quant à lui est de prévoir la structure métallurgique de la pièce en fin de fabrication
- enfin, le dernier but est de promouvoir l'utilisation de la simulation de pièces forgées dans des PME.

Notre étude s'inscrit dans le groupe d'étude portant sur le prédiction et l'amélioration de la durée de vie des outils de forge. Comme la plupart des actions du CEMEF dans ce projet, notre travail concernait la partie modélisation numérique et la simulation.
Les autres laboratoires de recherche – CROMEP (Centre de Recherche Matériaux et Procédés, laboratoire de l' Ecole des Mines d'Albi Carmaux), LSG2M (Laboratoire de Science et Génie des Matériaux et de Métallurgie de l'Ecole des Mines de Nancy), LAMIH (Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines de l'Université de Valenciennes), LMS (Laboratoire de mécanique des Solides de l'INSA de

Lyon), EPUN (Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes)- s'occupaient d'identifier de nouvelles lois rhéologiques et tribologiques utilisables par la suite dans le logiciel Forge3®. Les partenaires industriels, pour leur part, ont permis d'orienter les développements et de valider les résultats grâce à la mise en place de cas tests instrumentés.

La démarche suivie dans la thèse

Comme nous l'avons vu précédemment, l'état de l'art en simulation au début de la thèse nous permet de prédire les déformations et contraintes dans une pièce au cours de sa mise en forme sans modéliser les outillages - ces derniers étant supposés rigides et isothermes.

Le but de mon travail étant de progresser dans la démarche d'optimisation des outillages, il nous a donc fallu réaliser plusieurs étapes pour mener à bien ce travail.

Le premier chapitre rappelle les équations générales du problème thermo-mécanique dans le cas du forgeage, ainsi que la méthode de résolution par éléments finis choisie.

Il s'agit ensuite de mettre au point une modélisation thermomécanique couplée de l'ensemble pièce-outils. Le calcul sur les outils a été mis au point pour des configurations axisymétriques au milieu des années 90, suite aux travaux de Miles [MIL 1995] et Magny [MAG 1996]. A partir de cette époque, Forge2® a donc pu effectuer des calculs dans les outillages. Le but visé ici sera donc de parvenir à simuler des procédés de forgeage à l'aide du logiciel Forge3®, en discrétisant à la fois la pièce et les outils.
Après avoir rappelé les équations pour un cas monocorps, nous présentons donc dans le deuxième chapitre notre approche multicorps, qui va nous permettre de modéliser le comportement de la pièce ainsi que celui des outils de forge.

Le fait de discrétiser les outils en plus de la pièce va fortement augmenter la taille du problème à résoudre – et donc les temps de calcul. C'est pour cela que dans le troisième chapitre, nous présentons certaines méthodes mises au point pour réduire les temps de calcul. Ces stratégies ont été implémentées et testées avec succès ; elles s'appuient entre autres sur des algorithmes d'extrapolation adaptés, ainsi que sur des techniques de calcul parallèle.

Une fois le calcul multicorps mis en place, et la stratégie de réduction du temps calcul menée à bien, nous allons pouvoir exploiter les données thermomécaniques obtenues sur les outils, et à partir de ces données, tester et implémenter des critères sur la durée de vie des outils.

Le quatrième et dernier chapitre traite donc de ces aspects. Après présentation de quelques éléments sur la durée de vie des outils dans le domaine de la forge à chaud, nous montrons comment la stratégie mise en place permet d'obtenir avec succès des résultats sur des cas industriels.

L'outil ainsi mis au point pourra alors être utilisé dans une démarche d'optimisation numérique. Le concepteur d'une gamme de forgeage pourra exploiter les données thermomécaniques obtenues en testant différents critères sur la durée de vie de ces outils. Il pourra ensuite modifier les paramètres de ces outillages pour pouvoir augmenter leur durée de vie.

Chapitre I

Le modèle thermo-mécanique et sa résolution numérique

Dans ce chapitre, on rappelle les différentes équations du problème que l'on a à résoudre.

On précise tout d'abord qu'on se place ici à l'échelle macroscopique ; l'ensemble des matériaux intervenant dans le système (tant la pièce que les outillages) sont assimilés à des milieux continus et homogènes.

Le comportement thermomécanique de la matière forgée et du système d'outillages lors de la mise en forme vérifie les principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus que sont la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie.

Nous abordons dans une première partie la modélisation du problème mécanique. La deuxième partie traitera du problème thermique. Enfin, nous terminerons par une analyse des couplages entre ces deux problèmes.

I.1. Le problème mécanique

L'expression du problème mécanique est basée sur les deux premières lois de conservation de la mécanique des milieux continus :

- la conservation de la masse
- la conservation de la quantité de mouvement – qui donne les équations d'équilibre

Pour être complet, ce système d'équations nécessite l'ajout d'équations supplémentaires qui intègrent les comportement des matériaux et des interfaces

- les lois rhéologiques des matériaux
- les lois tribologiques des interfaces

Nous présentons ici l'ensemble de ces équations.

I.1.1. Les équations d'équilibre et de conservation de la masse

En mécanique des milieux continus, l'équation de conservation de la quantité de mouvement (I-1) s'écrit au moyen du tenseur des contraintes s :

$$div\ s + r\ f = r\ \frac{dv}{dt} \qquad \text{(I-1)}$$

où *?* désigne la masse volumique, f les forces volumiques et v le champ de vitesse.

Dans la majorité des cas de forge, on peut en première approximation négliger l'inertie. Les seules forces volumiques restantes sont les forces de gravité, qui peuvent être négligées au regard des efforts développés par ailleurs.

Dans la suite, on note Ω le volume du problème, $\partial\Omega$ la frontière de ce volume et $\partial\Omega_s$ la partie de cette frontière où un chargement est appliqué (surfaces en contact avec l'outillage).

A partir de (I-1), et de ces deux approximations, on obtient l'*équation d'équilibre* (I-2) :

$$div\ s = 0 \text{ sur } \Omega. \qquad \text{(I-2)}$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit dans sa forme générale :

$$\frac{dr}{dt} + div(r\,v) = 0 \qquad \text{(I-3)}$$

Dans le cas de la forge, on peut considérer que le matériau est homogène et incompressible. L'équation de conservation de la masse (I-3) se simplifie alors de la manière suivante :

$$\text{div } v = 0 \text{ sur } \Omega \qquad \text{(I-4)}$$

Aux équations (I-2) et (I-4), on peut ajouter les conditions limites suivantes :

- $s.n = T$ sur $\partial\Omega_s$; (surface où un effort est appliqué) (I-5.a)
- $v = v_0$ sur $\partial\Omega_v$; (surface où une vitesse imposée) (I-5.b)
- $s.n = 0$ sur $\partial\Omega/\partial\Omega_s/\partial\Omega_v$. (surface libre) (I-5.c)

Avec n la normale sortante au solide, T une contrainte appliquée sur $\partial\Omega_s$, et v_0 une vitesse imposée sur $\partial\Omega_v$.

I.1.2. Le comportement des matériaux – Rhéologie

La rhéologie concerne l'étude de l'écoulement et de la déformation de la matière lorsque des contraintes lui sont appliquées.
Suivant le cas, le comportement de la matière peut être de type élastique, élasto-plastique, élasto-viscoplastique ou viscoplastique. Nous présentons ci-dessous ces différents types de comportement.

I.1.2.1. Le comportement Elastique

Il se caractérise d'abord par le fait que c'est un comportement réversible. Il sera plutôt représentatif ici en première approximation du comportement des outils de forge. Dans ce cas, cette approximation ne permettra évidemment pas de prendre en compte les déformations permanentes irréversibles de l'outillage.

Le comportement élastique en petites déformations est modélisé par la Loi de Hooke :

$$s = l\ trace(e) + 2me \qquad \text{(I-6)}$$

où l et m désignent les coefficients de Lamé et e le tenseur des déformations linéarisé défini par :

$$e = \frac{1}{2}(grad\ u + (grad\ u)^T) \qquad \text{(I-7)}$$

où u est le champ de déplacement.

Il convient ici de préciser que par la suite, c'est une formulation en vitesses qui a été retenue dans Forge3® pour résoudre le problème mécanique.
La loi de Hooke est formulée en termes de dérivées (au sens de Jaumann) des champs de contraintes et de déformations.

On accède ensuite au champ de déplacements en utilisant le schéma d'intégration suivant:

$$u^{t+\Delta t} = u^{t} + v^{t+\Delta t} * \Delta t \qquad \text{(I-8)}$$

La relation (I-8) permet de mettre à jour le champ de déplacement en utilisant ?t, le pas de temps de l'incrément, ainsi que $v^{t+?t}$ le champ de vitesse obtenu au cours de l'incrément.

I.1.2.2. Le comportement Elasto-Plastique

Ce type de comportement est adapté pour modéliser :

- le comportement de la pièce en forge à froid
- un comportement plus approprié des outillages

En ce qui concerne ce dernier point, les outils sont souvent considérés comme étant élastiques, mais il s'avère qu'ils peuvent subir de faibles déformations plastiques localement, ce qui va donc entraîner leur dégradation prématurée.

La déformation totale se décompose en la somme des déformations élastiques et plastiques :

$$e = e^{e} + e^{p} \qquad \text{(I-9)}$$

On exprime la partie élastique à partir de la relation :

$$s = E.e^{e} \qquad \text{(I-10)}$$

Avec E, le module d'Young.

Pour modéliser l'évolution du seuil avec la déformation plastique, nous avons choisi d'utiliser la loi de Ramberg-Osgood [RAM 1943], qui s'exprime de la manière suivante :

$$s = K.(\bar{e})^{1/M} \qquad \text{(I-11)}$$

où $\bar{e}$ désigne la déformation équivalente et l'exposant M dépend de la température de la manière suivante :

$$M = a*T^2 + b*T + c \qquad \text{(I-12)}$$

où a, b et c sont des constantes qui doivent être déterminées.

Nous avons décidé d'utiliser cette loi car il est souvent plus réaliste de considérer une courbe de contrainte qui se sature en fonction de la déformation via une fonction puissance. En outre cette équation est facile à mettre en œuvre dans Forge3®.

Des études ont été menées pour identifier ces lois pour des aciers utilisés dans la réalisation d'outils de forge à chaud dans le cadre d'un projet performance : ACR2 qui s'est terminé en 1999 et auquel SIMULFORGE fait suite.

Cette étude nous a fourni les valeurs pour les coefficients *a*, *b* et *c*, dans le cas de l'acier à outil Z38CDV5.

I.1.2.3. Le comportement Visco-Plastique

Lorsque l'on considère les problèmes de mise en forme à chaud des métaux, le comportement de la pièce peut être considéré comme viscoplastique. En effet, la composante élastique est négligeable devant la composante visqueuse.
Dans le cas de la forge, la pièce subit de grandes transformations, on se trouve donc dans le domaine des grandes déformations. Par différentiation du problème et décomposition du temps de mise en forme en petits intervalles de temps, on peut se ramener à une formulation basée sur le tenseur des vitesses de déformation $\dot{e}$ pour décrire les phénomènes.

On utilise alors la loi de Norton-Hoff (I-13) pour modéliser ce comportement viscoplastique.

$$s = 2K(\sqrt{3}\dot{\bar{e}})^{m-1}\dot{e} \qquad \text{(I-13)}$$

où s désigne le déviateur des contraintes, K la consistance du matériau, m la sensibilité à la vitesse de déformation, $\dot{e}$ le tenseur des vitesses de déformation :

$$\dot{e} = \frac{1}{2}(grad\ v + (grad\ v)^T) \qquad \text{(I-14)}$$

et $\dot{\bar{e}}$, la vitesse de déformation équivalente :

$$\dot{\bar{e}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{e} : \dot{e}} \qquad \text{(I-15)}$$

Le déviateur des contraintes s est défini par :

$$s = s - pI \quad \text{avec} \quad p = -\frac{1}{3}Trace(s) \qquad \text{(I-16)}$$

où p désigne la pression hydrostatique et I la matrice identité.
Il faut noter que la consistance K peut dépendre de la température et de la déformation – dans ce dernier cas pour décrire les phénomènes d'écrouissage. Quelques lois d'écrouissage seront détaillées dans le paragraphe I.3.1.1.

I.1.2.4. Le comportement Elasto-Visco-Plastique

Cette rhéologie est en fait une généralisation des rhéologies précédentes.
La vitesse de déformation peut être exprimée comme la somme des vitesses de déformation élastique et viscoplastique :

$$\dot{e} = \dot{e}^e + \dot{e}^{vp} \qquad \text{(I-17)}$$

La fraction élastique s'exprime à partir de la loi de Hooke (I-10), tandis que la composante viscoplastique suit une loi de Norton-Hoff (I-13).

I.1.3. Les problèmes d'interface

I.1.3.1. Le contact

Pour définir le contact entre la pièce et les outils, nous avons besoin d'introduire les notations suivantes :

- n est la normale sortante par rapport à l'outil.
- v_{outil} et v sont la vitesse de l'outil et de la pièce.
- La vitesse normale relative Δv_n est définie par :

$$\Delta v_n = ((v - v_{outil}).n)\ n \qquad \text{(I-18)}$$

- On définit ensuite la vitesse tangentielle relative Δv_t :

$$\Delta v_t = (v - v_{outil}) - \Delta v_n \qquad \text{(I-19)}$$

Toutes ces notations sont représentées sur la Figure 1 :

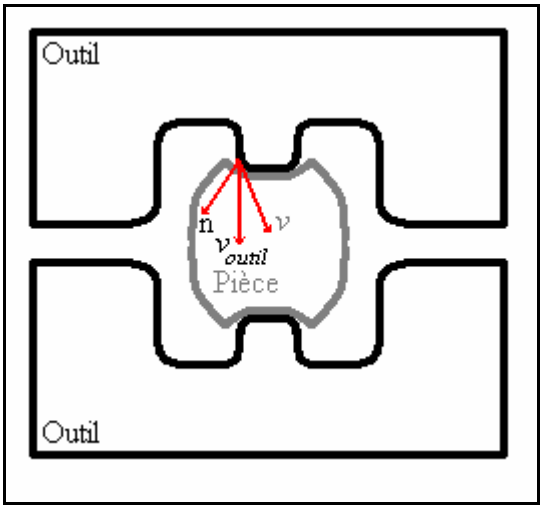


Figure 1 : Contact Pièce-Outil

Pour imposer les conditions de contact, il existe différentes formulations.
Tout d'abord, le contact peut être bilatéral. Dans ce cas, une fois le contact établi sur une portion de surface, il est impossible pour les nœuds de se décoller. Cette condition est principalement utilisée pour simuler des cas de traction.
Ensuite, on peut interdire un déplacement tangentiel des nœuds en contact, auquel cas le contact est dit collant. Cette condition se traduit par :

- Contact bilatéral collant : $v\text{-}v_{outil} = 0$ (I-20)

Si on autorise un déplacement tangentiel des nœuds en contact, ce dernier est dit glissant :

- Contact bilatéral glissant : $(v\text{-}v_{outil}).n = 0$ (I-21)

Si on veut autoriser les nœuds en contact à décoller, on utilise un contact unilatéral.

Dans ce cas aussi, le contact peut être collant (I-22) ou glissant (I-23).

- collant : $$\begin{cases}(v - v_{outil}).n \le 0 \\ s_n \le 0 \\ (v - v_{outil}) - [(v - v_{outil}).n]n = 0 \quad si \quad s_n < 0\end{cases} \qquad \text{(I-22)}$$

- glissant : $$\begin{cases}(v - v_{outil}).n \le 0 \\ s_n \le 0 \\ s_n (v - v_{outil}).n = 0\end{cases} \qquad \text{(I-23)}$$

Avec $s_n = s.n.n$, la contrainte normale.
Cette condition de contact est délicate à prendre en compte car elle est décrite par une inégalité.
Ce type de problème est appelé problème de Signorini [SIG 1963].

Enfin, lorsque la pièce n'est pas en contact avec un outil, elle n'est soumise à aucune contrainte. Cela s'exprime par la condition de surface libre: $s.n = 0$

I.1.3.2. Le frottement

Le frottement est l'existence de forces s'exerçant sur une interface entre deux corps, et tendant à s'opposer au mouvement tangentiel relatif entre eux. Cela se traduit par l'existence d'une contrainte tangentielle, appelée « cission de frottement » t .
Définir une loi de frottement c'est mettre en relation t et diverses grandeurs physiques qui vont l'influencer.
Certaines lois de frottement utilisent la notion de seuil (I-24). t_c représente la contrainte tangentielle critique, à partir de laquelle, le glissement s'établit entre différents corps.

$$\begin{aligned} &t < t_c \Rightarrow \Delta v_t = 0 \\ &t = t_c \Rightarrow \exists l_f \ge 0, \Delta v_t = -l_f t_c \\ &t > t_c \quad \text{impossible}\end{aligned} \qquad \text{(I-24)}$$

l_f étant un scalaire reliant linéairement la contrainte tangentielle critique à la vitesse de glissement.
Il existe différentes lois de frottement mettant en relation différents paramètres intervenant lors du contact. Nous allons en présenter quelques une dans cette partie.

I.1.3.2.1. Loi de Coulomb

Tout d'abord, la loi la loi de Coulomb fait dépendre la cission critique de glissement de la pression de contact p_c (I-25). Elle est définie comme suit :

$$t_c = m.p_c \qquad \text{(I-25)}$$

I.1.3.2.2. Loi de Tresca

La loi de Tresca dérive des lois de comportement plastique incompressible.
Elle exprime la cission de la manière suivante :

$$t_c = \overline{m} \frac{s_0}{\sqrt{3}} \qquad \text{(I-26)}$$

avec $0 < \overline{m} < 1$
Du point de vue de la plasticité, cette loi dérive des lois rigides-plastiques incompressibles.

I.1.3.2.3. Loi de Norton

Les lois précédentes présentent à la fois la notion de seuil et de critère : une fois le seuil de glissement atteint, la cission conserve le même module égal à t_c. Ceci est typique des lois de type plastique.

La loi de Norton a elle, été établie par analogie avec les lois viscoplastiques ; les lois viscoplastiques suppriment cette notion de seuil. Le glissement se produit même pour des valeurs de cission très petites.
Cette loi relie le vecteur cission de frottement t à la vitesse de glissement tangentielle relative entre la pièce et l'outil Δv_t de la manière suivante :

$$t = -a_f K \left\| \Delta v_t \right\|^{p-1} \Delta v_t \qquad \text{(I-27)}$$

Cette loi de frottement est bien adaptée aux fortes pressions de contact caractérisant les procédés de forgeage.

I.1.4. Résolution numérique

I.1.4.1. Discrétisation spatiale – Eléments finis

La méthode des Eléments Finis mixte [BRE 1991] est employée dans Forge3® pour discrétiser le problème à résoudre.
On approxime les espaces d'admissibilité de la vitesse V et de la pression Q par des espaces discrets de dimensions finies V_h et Q_h où h désigne la taille de maille. Il est bien évidemment nécessaire que les fonctions (v_h, p_h) convergent vers les solutions continues (v, p). Une condition nécessaire et suffisante pour obtenir cette convergence est que le problème soit consistant, c'est-à-dire que l'espace d'approximation «tende » vers l'espace continu quand h tend vers zéro. Ce sera le cas puisque les espaces d'approximation dans lesquels nous travaillerons sont des espaces de polynômes.
Du fait du couplage entre les champs de vitesse et de pression, la condition de consistance ne suffit plus, il faut lui adjoindre une condition de stabilité spatiale appelée condition de Brezzi-Babuska [BRE 1991]. Cette condition traduit le fait que les espaces V_h et Q_h ne peuvent pas être choisis indépendamment.
C'est pour satisfaire cette condition que nous utilisons des éléments tétraédriques de type P1+/P1. Pour plus de renseignements sur la discrétisation utilisée dans Forge3®, on peut lire [COU 1995].
On prend une interpolation de type P1+ pour la vitesse et P1 pour la pression.
Le « + » (terme bulle) provient du fait qu'on vient rajouter un nœud central au tétraèdre pour venir interpoler le champ des vitesses – comme montré sur la partie gauche de la Figure 2 qui dénote l'interpolation en vitesses.

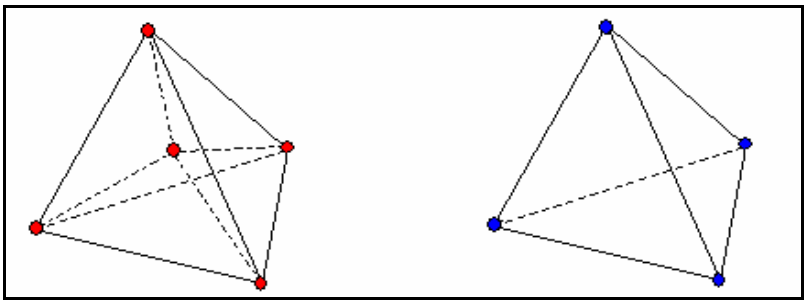


Figure 2 : Elément tétraédrique Vitesse / Pression

L'utilisation de ce terme bulle est nécessaire pour que la relation de Brezzi-Babuska soit vérifiée.
La surface quant à elle, sera discrétisée en triangles linéaires.

On peut écrire les équations de conservation de mouvement (I-2) et de conservation de la masse (I-4) sous forme variationnelle :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} s : \dot{\varepsilon}(v^*) d\Omega - \int_{\Omega} p \, div(v^*) d\Omega - \int_{\partial\Omega_c} \tau . v^* \, dS = 0 & \forall v^* \in V \\ \int_{\Omega} p^* \, div(v) d\Omega = 0 & \forall p^* \in Q \end{cases} \qquad \text{(I-26)}$$

où V désigne l'espace des champs de vitesses cinématiquement admissibles à zéro sur $\partial\Omega - \partial\Omega_c$.

On peut noter que l'existence et l'unicité de la solution sur l'espace V sont assurées en remarquant que l'équation (I-26) est équivalente à la condition de stationnarité de la fonctionnelle viscoplastique strictement convexe $?(v)$ [GER 1985] :

$$?(v) = \int_O \frac{K}{m+1} \left(\sqrt{3}\dot{e}\right)^{m+1} dO + \int_{\partial O_c} \frac{a_f K}{m+1} \left\| ?v_g \right\|^{m+1} dS \qquad \text{(I-27)}$$

Le problème (I-26) revient alors à un problème de minimisation sous contrainte. La fonctionnelle à minimiser est toujours la fonctionnelle viscoplastique (I-27) et la contrainte est l'incompressibilité ($div\, v = 0$) :

$$\begin{cases} \underset{v \in V^{ca}}{\text{Min}} \; ?(v) \\ div\, v = 0 \end{cases} \qquad \text{(I-28)}$$

Les fonctions de base linéaires et bulle étant notées N^l et N^b, les champs de vitesse et de pression discrets s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} v_h &= v_h^l + v_h^b = \sum_{k=1}^{nbnoe} V_k \, N_k^l + \sum_{j=1}^{nbelt} V_j \, N_j^b \\ p_h &= \sum_{k=1}^{nbnoe} P_k \, N_k^l \end{aligned} \qquad \text{(I-29)}$$

où *nbnoe* (respectivement *nbelt*) représente le nombre de nœuds (respectivement d'éléments) du maillage.
En remplaçant dans (I-26) les fonctions tests par les fonctions de base, nous obtenons la formulation faible discrétisée « éléments finis » de notre problème :

$$\begin{cases} \forall\, k = 1,..., nbnoe ; \forall\, i = 1,..., 3 \\ \quad \int_{O_h} s\left(v_h^l + v_h^b\right) : \dot{e}_h\left(N_k^l \, e_i\right) dO_h - \int_{O_h} p_h \, div\left(N_k^l \, e_i\right) dO_h = 0 \\ \forall\, e = 1,..., nbelt ; \forall i = 1,..., 3 \\ \quad \int_{O_h^e} s\left(v_h^l + v_h^b\right) : \dot{e}_h\left(N_k^b \, e_i\right) dO_h - \int_{O_h^e} p_h \, div\left(N_k^b \, e_i\right) dO_h = 0 \\ \forall\, k = 1,..., nbnoe \quad \int_{O_h} N^k \, div\left(v_h^l + v_h^b\right) dO_h = 0 \end{cases} \qquad \text{(I-30)}$$

où e_i est le vecteur unitaire dans la direction i de l'espace.

Résolution numérique :

Nous pouvons alors réécrire le système (I-30) sous format matriciel, de la manière suivante :

$$\mathrm{R}\left(v^l, v^b, p\right) = \begin{pmatrix} R_l\left(v^l, v^b, p\right) \\ R_b\left(v^l, v^b, p\right) \\ R_p\left(v^l, v^b, p\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(I-31)}$$

On utilise l'algorithme de Newton-Raphson pour résoudre (I-31) à chaque incrément de temps. L'algorithme de Newton-Raphson est appliqué pour cette résolution. Etant donné le triplet initial $\left(v_{init}^l, v_{init}^b, p_{init}\right)$, on cherche une correction $\left(?v^l, ?v^b, ?p\right)$ à apporter telle que :

$$R\left(v_{init}^l + ?v^l, v_{init}^b + ?v^b, p_{init} + ?p\right) = 0 \qquad \text{(I-32)}$$

On approche le résidu R à l'ordre un à l'aide d'un développement de Taylor :

$$R\left(v_{init}^l + ?v^l, v_{init}^b + ?v^b, p_{init} + ?p\right) \approx R\left(v_{init}^l, v_{init}^b, p_{init}\right) + \frac{\partial R}{\partial v^l} \, ?v^l + \frac{\partial R}{\partial v^b} \, ?v^b + \frac{\partial R}{\partial p} \, ?p \qquad \text{(I-33)}$$

Ce qui conduit à la résolution du système linéaire :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_l}{\partial v^l} & \frac{\partial R_l}{\partial v^b} & \frac{\partial R_l}{\partial p} \\ \frac{\partial R_b}{\partial v^l} & \frac{\partial R_b}{\partial v^b} & \frac{\partial R_b}{\partial p} \\ \frac{\partial R_p}{\partial v^l} & \frac{\partial R_p}{\partial v^b} & \frac{\partial R_p}{\partial p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ?v^l \\ ?v^b \\ ?p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_l \\ R_b \\ R_p \end{pmatrix} \qquad \text{(I-34)}$$

Le système (I-34) peut être nettement simplifié en remarquant que le terme $\frac{\partial R_p}{\partial p}$ de la matrice figurant dans le premier membre est nul [MOC 1999]. De plus, une propriété intéressante du champ « bulle » dans le cas linéaire (m = 1), nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial R_l}{\partial v^b} = \frac{\partial R_b}{\partial v^l} = 0 \qquad \text{(I-35)}$$

Le système ainsi simplifié s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_l}{\partial v^l} & 0 & \frac{\partial R_l}{\partial p} \\ 0 & \frac{\partial R_b}{\partial v^b} & \frac{\partial R_b}{\partial p} \\ \frac{\partial R_p}{\partial v^l} & \frac{\partial R_p}{\partial v^b} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ?v^l \\ ?v^b \\ ?p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_l \\ R_b \\ R_p \end{pmatrix} \qquad \text{(I-36)}$$

Si on extrait la seconde ligne du système (I-36), le champ de vitesse « bulle » peut s'exprimer en fonction du champ de pression.
Finalement, le système à résoudre se met sous la forme :

$$H \begin{pmatrix} ?v^l \\ ?p \end{pmatrix} = - R_{\text{modif}} \qquad \text{(I-37)}$$

où H est la matrice hessienne, symétrique et R_{modif} le second membre modifié par l'élimination du terme « bulle ».
Dans Forge3®, la résolution de (I-37) se fait de manière itérative par la méthode du résidu minimal. L'intérêt d'une méthode itérative vis à vis d'une méthode directe est énorme, non seulement en terme de temps de calcul mais aussi en terme de coût de stockage [MAR 1997].
Enfin, il est aussi possible d'utiliser différents types de préconditionneurs (diagonal, Cholesky incomplet, …) afin d'améliorer le conditionnement du système (I-37) et ainsi permettre une convergence plus rapide (voire même une convergence tout court dans certains cas où H est très mal conditionnée). Cela permettra aussi de rendre la parallélisation du solveur plus aisée.

I.1.4.2. Discrétisation temporelle

Pour prendre en compte l'évolution de la géométrie au cours du temps, il faut ajouter à notre problème l'équation d'évolution suivante :

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad \text{(I-38)}$$

On va discrétiser l'intervalle de temps correspondant au temps de forgeage en plusieurs pas de temps. $[t_{deb}, t_{fin}] = U_{i=1,N}[t_i, t_i + \Delta t_i]$, où t_{deb} et t_{fin} correspondent au temps de début et de fin de forgeage, N représente le nombre d'intervalles et Δt_i le pas de temps correspondant à chaque intervalle.
Dans Forge3®, on utilise un schéma d'intégration de type Euler explicite :

$$X^{t+\Delta t} = X^t + \Delta t.V^t$$

En utilisant ce schéma, on considère que la vitesse est constante au cours de l'incrément de temps [*t*,*t*+?*t*]. Pour une configuration donnée au temps t, on calcule V^t et on en déduit la configuration au pas de temps *t*+?*t*.
[TRA 2001] a montré qu'en laminage circulaire, où l'outil se déplace en rotation, une telle approximation pouvait entraîner des erreurs, et notamment des variations de volumes considérables. L'introduction d'un schéma d'ordre deux de type Runge-Kutta par [BOY 1999] dans FORGE3® a donné satisfaction pour ce type de procédés.

I.2. Le problème thermique

I.2.1. Equation de la chaleur

Les échanges thermiques entre la pièce, les outils et le milieu extérieur sont régis par l'équation de la chaleur, écrite ci-dessous :

$$r.c.\frac{dT}{dt} + div(q) = f_p.s : \dot{e} \qquad \text{(I-39)}$$

où r désigne la densité, c la chaleur massique, T le champ de température et f_p représente la fraction de puissance de déformation transformée en chaleur (elle est généralement comprise entre 0.9 et 1).

On utilise la loi de Fourier pour exprimer le flux q en fonction du gradient de la température. Cette loi nous donne la relation suivante :

$$q = -k.grad(T) \qquad \text{(I-40)}$$

où k désigne la conductivité thermique du matériau.

(I-39) se réécrit alors :

$$r.c.\frac{dT}{dt} - div(k.grad(T)) = f_p.s : \dot{e} \qquad \text{(I-41)}$$

I.2.2. Les échanges thermiques aux interfaces

Les conditions limites de ce problème peuvent être de plusieurs types.

Sur les surfaces libres $\partial\Omega_{cr}$, il y a un échange de chaleur dû aux phénomènes de *convection* et de *rayonnement*.

$$q.n = -k(grad(T)).n = h_{conv}(T - T_{ext}) + e\,s\,(T^4 - T_{ext}^4) \qquad \text{sur } \partial\Omega_{cr} \qquad \text{(I-42a)}$$

En regroupant les coefficients de transfert de convection et de rayonnement en un seul : h_{cr}, on peut réécrire (I-42.a) sous la forme linéarisée :

$$q.n = -k(grad(T)).n = h_{cr}(T - T_{ext}) \text{ avec } h_{cr} = h_{conv} + e\,s\,(T^2 + T_{ext}^2)(T - T_{ext})$$

Avec h_{conv} le coefficient de transfert, e l'émissivité , s la constante de Stefan-Bolzman et T_{ext} la température ambiante.

Sur la surface de contact entre deux corps $\partial\Omega_{cond}$, il y a transfert de chaleur par *conduction*. L'échange entre ces corps n'est pas parfait et il existe une certaine résistance thermique de contact qui est prise en compte par un coefficient de transfert h_c. On obtient alors :

$$q.n = -k(grad(T)).n = h_c(T - T_{en_face}) \quad \text{sur } \partial\Omega_{cond} \qquad \text{(I-42.b)}$$

Avec T_{en_face} la température du corps au point en face du point considéré.

On peut aussi imposer un flux constant ou variable sur une partie du bord $\partial\Omega_{flux}$

$$q.n = -k(grad(T)).n = -\Phi_{imp} \qquad \text{sur } \partial\Omega_{flux} \qquad \text{(I-42.c)}$$

Avec Φ_{imp} le flux que l'on veut imposer.

On peut étendre cette condition au cas où le flux n'est pas constant. Par exemple, lors d'un contact dynamique, le frottement dégage de la chaleur et crée un flux thermique entre la pièce et l'outil : $\Phi_{frott} = \Phi_{outil} + \Phi_{piece}$.

Avec, Φ_{frot} le flux de chaleur total dissipé par frottement à l'interface entre les deux corps.

On a $\Phi_{frott} = \Phi_{outil} + \Phi_{piece} = t\,\|\Delta v_t\|$, avec Φ_{piece} le flux de chaleur que reçoit la pièce et Φ_{outil} le flux de chaleur que reçoit l'outil.

Enfin, on peut également imposer une température sur d'autres bords du domaine $\partial\Omega_{tem}$

$$T=T_{imp} \qquad \text{sur } \partial\Omega_{tem} \qquad \text{(I-42.d)}$$

Sous forme variationnelle, l'équation (I-39) devient :

$$\begin{aligned} \forall T^*,\ & \int_\Omega rc\frac{dT}{dt}T^*dV + \int_\Omega k.grad(T).grad(T^*)dV + \int_{\partial\Omega_{cr}} h_{cr}(T - T_{ext})T^*dS \\ & + \int_{\partial\Omega_{cond}} h_c(T - T_{en_face})T^*dS + \int_{\partial\Omega_c} \Phi_{frot}T^*dS - \int_{\partial\Omega_{flux}} \Phi_{imp}T^*dS - \int_\Omega fs : \dot{e}.T^*dV = 0 \end{aligned} \qquad \text{(I-43)}$$

I.2.3. Résolution numérique

I.2.3.1. Discrétisation spatiale – Eléments finis

Dans la version standard de Forge3®, la discrétisation du problème thermique s'appuie sur le même maillage que pour le problème mécanique. On utilise le même type d'élément P1 pour effectuer l'interpolation.
La température au nœud est interpolée de la manière suivante :

$$T_h(x) = \sum_l T^l N^l(x) \qquad \text{(I-44)}$$

en utilisant cette interpolation, on peut réécrire (I-43) comme suit :

$$C(T)\frac{dT}{dt} + K.T = Q \qquad \text{(I-45)}$$

Avec $\forall i, j \in [1, \text{nombre de noeud}]$

$$C_{ij} = \int_{\Omega_h} rcN_i N_j dV$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega_h} k.grad(N_i).grad(N_j)dV + \int_{\partial\Omega_{hcr}} h_{cr} N_i N_j \, dS + \int_{\partial\Omega_{hc}} h_c N_i N_j \, dS$$

$$Q_i = \int_{\partial\Omega_{hc}} h_c N_i T_{en_face} \, dS - \int_{\partial\Omega_{hc}} N_i \Phi_{frot} \, dS + \int_{\partial\Omega_{hcr}} h_{cr} N_i T_{ext} \, dS$$
$$+ \int_{\partial\Omega_{hflux}} N_i \Phi_{imp} \, dS + \int_{\Omega_h} N_i fs : \dot{e} \, dV$$

C est appelée la matrice de capacité, *K* la matrice de conductivité et *Q* le vecteur chargement thermique.

I.2.3.2. Discrétisation temporelle

Tout comme on l'a fait avec les équations mécaniques, il faut discrétiser les équations thermiques en temps. Dans la version standard de Forge3®, on utilise un schéma de type différences finies à trois niveaux développé par Soyris [SOY 1990].
On définit :

$$t^* = a_1 t_{n-1} + a_2 t_n + a_3 t_{n+1} \qquad \text{(I-46)}$$

Avec t_{n-1}, t_n, t_{n+1} trois pas de temps successifs séparés par les durées $dt_0 = t_n - t_{n-1}$ et $dt = t_{n+1} - t_n$. Les coefficients a_1, a_2, a_3 sont choisis arbitrairement, mais leur somme doit être égale à 1.
Le champ de température au temps t^*, s'écrit alors :

$$T^* = a_1 T_{n-1} + a_2 T_n + a_3 T_{n+1} \qquad \text{(I-47)}$$

et sa dérivée par rapport au temps, au temps t^* donne :

$$\frac{dT^*}{dt} = \frac{b_1 T_{n-1} - b_2 T_n}{dt_0} + \frac{g_1 T_n - g_2 T_{n+1}}{dt} \qquad \text{(I-48)}$$

On a maintenant le choix sur $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, g_1, g_2$.
Soyris a montré que ce schéma est consistant pour :

$$\begin{cases} a_2 = 1 - a_1 + (\frac{1}{2} - a_1)\frac{dt_0}{dt} - \frac{1}{2}g_2(1 + \frac{dt_0}{dt}) \\ a_3 = (a_1 - \frac{1}{2})\frac{dt_0}{dt} + \frac{1}{2}g_2(1 + \frac{dt_0}{dt}) \end{cases}$$

Et inconditionnellement stable pour

$$\begin{cases} g_2 \geq \frac{1}{2} \\ a_3 > \frac{1}{2}g_2 \end{cases}$$

En injectant (I-47) et (I-48) dans (I-45), on obtient le système suivant :

$$C(\frac{b_1 T_{n-1} + b_2 T_n}{dt_0} + \frac{g_1 T_n + g_2 T_{n+1}}{dt}) + K.(a_1 T_{n-1} + a_2 T_n + a_3 T_{n+1}) = Q$$

$$\Leftrightarrow (C\frac{g_2}{dt} + K.a_3)T_{n+1} = Q - K.(a_1 T_{n-1} + a_2 T_n) - C(\frac{b_1 T_{n-1} + b_2 T_n}{dt_0} + \frac{g_1 T_n}{dt})$$

$$\Leftrightarrow GA.T_{n+1} = \frac{1}{a_3}(Q - K.(a_1 T_{n-1} + a_2 T_n) - C(\frac{b_1 T_{n-1} + b_2 T_n}{dt_0} + \frac{g_1 T_n}{dt}))$$

avec $GA = C\frac{g_2}{a_3.dt} + K$

$$GA\,T_{n+1} = \frac{1}{a_3}[Q + (C\frac{g_2}{a_3.dt} - GA).(a_1 T_{n-1} + a_2 T_n) - C(\frac{b_1 T_{n-1} + b_2 T_n}{dt_0} + \frac{g_1 T_n}{dt})]$$

$$\Leftrightarrow GA.\frac{T^*}{a_3} = \frac{1}{a_3}(Q + C(\underbrace{(\frac{a_1 g_2}{a_3.dt} - \frac{b_1}{dt_0})}_{C_0}T_{n-1} + \underbrace{(\frac{a_2 g_2}{a_3.dt} - \frac{b_2}{dt_0} - \frac{g_1}{dt})}_{C_1}T_n)) \qquad \text{(I-49)}$$

En prenant $dt=dt_0$, on obtient :

$$\begin{cases} g_1 = -g_2 \\ b_1 = -b_2 = g_2 - 1 \\ \\ a_1 + a_2 + a_3 = 1 \\ a_2 = \frac{3}{2} - 2.a_1 - g_2 \\ a_3 = a_1 - \frac{1}{2} + g_2 \end{cases}$$

Le système (I-49) est résolu par la méthode du gradient conjugué préconditionné par la diagonale.

On retrouve ensuite l'expression de T_{n+1} à partir de $T_{n+1} = \frac{T^*}{a_3} - (a_1 T_{n-1} + a_2 T_n)$

I.2.3.3. Thermique asynchrone

Dans le cas de la forge, le gradient thermique à l'interface pièce/outils peut être important. Pour éviter le problème de choc thermique, on peut utiliser des maillages très fins aux interfaces. Cela revient donc a augmenter le nombre de degrés de liberté du problème.
Dans notre cas, le maillage thermique correspond au maillage mécanique. En raffinant le maillage pour gérer les problèmes de choc thermique, on va grandement augmenter les temps de calcul nécessaire à la résolution du système mécanique.
Les maillages utilisés sont donc créés de manière à ne pas trop pénaliser la résolution du problème mécanique, ce qui peut parfois mener à des imprécisions lors de la résolution du problème thermique.
Des chocs thermiques importants entraînent des oscillations spatio-temporelles du champ de température. Ce problème est lié à la distance de pénétration, définie comme étant la distance à laquelle l'essentiel du choc thermique est ressenti et au temps de pénétration de la chaleur t_p. Si on se ramène à la discrétisation éléments finis de notre problème, le choc thermique ne pourra être représenté que lorsque le gradient thermique pourra être décrit sur l'élément frontière de longueur caractéristique *lcelt*, i.e. lorsque la profondeur de pénétration dépassera *lcelt*. Le choc sera ressenti sur cet élément à partir d'un temps caractéristique tel que :

$$\Delta t_{asyn} = \frac{rc}{k} lcelt \qquad \text{(I-50)}$$

Cette relation relie le pas de temps avec le pas d'espace.
Cette méthode a été intégrée dans Forge3® suite aux travaux menés par [ALI 2000].

I.3. Le couplage thermo-mécanique

I.3.1. La nature des couplages

I.3.1.1. Variables mécaniques thermodépendantes

Le couplage thermo-mécanique sera pris en compte par l'actualisation des variables mécaniques thermodépendantes à la fin de chaque incrément de temps.

On peux réécrire les équations (I-10), (I-11) et (I-13) de la manière suivante :

$$s = E(T).e^{e},\ s = K(T).(\bar{e})^{1/M},\ s = 2K(T).(\sqrt{3}\dot{\bar{e}})^{m-1}\dot{e}$$

Pour prendre en compte la dépendance de la consistance K à la température T, plusieurs modèles peuvent être utilisés.

$$\begin{cases} K(T,\bar{e}) = K_0 * (\bar{e} + e_0)^n * e^{b/T} & \text{(I-51-a)} \\ K(T,\bar{e}) = K_0 * (\bar{e} + e_0)^n * e^{-b*T} & \text{(I-51-b)} \\ s_f = A * e^{m1*T} * T^{m9} * e^{m2} * e^{m4/e} * (1+e)^{m5*T} e^{m7*e} * \dot{e}^{m3} * \dot{e}^{m8*T} & \text{(I-51-c)} \end{cases}$$

Avec K_0 une consistance de référence, e_0 un terme de régularisation, n le coefficient de sensibilité à l'écrouissage et $ß$ le coefficient de sensibilité à la température pour (I-51-a et b). (I-51-c) étant l'expression du déviateur des contraintes dans l'expression de la loi de type Hensel –Spittel [SPI 1978].

Dans le cas où on utilise une rhéologie de type Ramberg-Osgood [RAM 1943], on s'aperçoit que le problème mécanique va aussi dépendre de la température selon les relations (I-11) et (I-12).

I.3.2.2. Variables thermiques dépendant de la résolution mécanique

Le problème mécanique, va influencer le problème thermique de différentes manières.
Tout d'abord la pièce va s'échauffer en se déformant. Cela est pris en compte par le terme $f.s:\dot{e}$ dans l'équation (I-41).
Ensuite, de la chaleur sera aussi produite par le frottement entre les outils et la pièce. Le flux de chaleur dû au frottement sera pris en compte dans le second membre de l'équation (I-45) de la manière suivante:

$$f_{frott} = \frac{eff}{eff + eff_{en_face}} t(\Delta v_t).\Delta v_t \qquad \text{(I-52)}$$

où *eff* est l'effusivité de la pièce et eff_{en_face} l'effusivité du corps en face.

$$eff = \sqrt{krc} \qquad \text{(I-53)}$$

I.3.2. Le couplage thermomécanique dans Forge3®

Forge3® résout des problèmes thermo-mécaniques. Pour cela, il s'appuie sur un même maillage pour discrétiser le problème mécanique et le problème thermique.
Le couplage entre la partie mécanique et la partie thermique est faible. Cela signifie qu'on résout indépendamment les systèmes (I-2), (I-4) et (I-41) de façon séquentielle, en se contentant simplement de mettre à jour certaines variables. On n'effectue donc aucune itération de convergence lors de la résolution du problème couplé.
La Figure 3 résume l'algorithme de couplage utilisé.

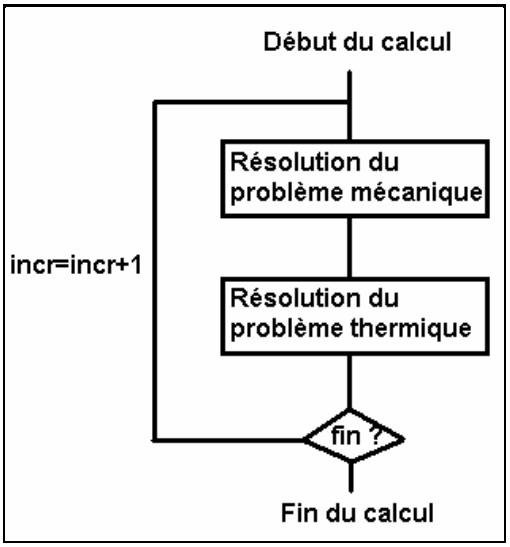


Figure 3 : Couplage thermo-mécanique

Chapitre II

Le Multicorps

La modélisation du comportement mécanique des outillages en service dans le procédé de forgeage constitue un point central de notre travail.
Les travaux de modélisation numérique dans ce domaine supposent dans leur grande majorité que les outils utilisés sont indéformables. Il est clair que cette hypothèse n'est valable qu'en première approximation. En réalité, les outils subissent des déformations élastiques, qui peuvent même devenir plastiques dans certaines configurations de forgeage.
Les conséquences peuvent en être une perte de côte de la pièce ou, dans les cas extrêmes, la rupture de l'outillage. Dans tous les cas, cela nécessite un changement de l'outil, ce qui entraîne une perte de rendement causée par l'interruption de la production, des coûts de remplacement d'outillage et donc des pertes financières importantes. L'enjeu industriel est donc très important.
Pour prendre en compte ces déformations au niveau de la modélisation, il faut considérer l'outillage comme un corps déformable. Ce qui nous intéresse par ailleurs est l'interaction de ces déformations avec la mise en forme de la pièce. Nous sommes donc confrontés à une thématique multicorps.
On décrira dans la suite de ce paragraphe les développements nécessaires à l'adaptation des modèles thermiques et mécaniques, pour obtenir un logiciel permettant le calcul des événements thermo-mécaniques dans les différents domaines constitués par la pièce et les outils. Dans sa version initiale, Forge3® simule le comportement du lopin durant le procédé de forgeage. Les outils sont alors supposés rigides, tandis que la pièce peut suivre un comportement élasto-plastique, viscoplastique ou élasto-viscoplastique en fonction des conditions opératoires (température de forgeage, temps de forgeage, cinétique des outils, …) et du procédé de mise en forme (forgeage, emboutissage, …).

II.1. Le couplage mécanique

Pour pouvoir modéliser les interactions entre les déformations de la pièce et de l'outillage, il faut introduire explicitement dans le modèle les relations de couplage.

II.1.1. Etude bibliographique

II.1.1.1. Couplage

Il existe plusieurs niveaux de couplages numériques pour rendre compte de ces interactions. Le choix de telle ou telle méthode peut être dicté par des considérations physiques ou des choix numériques. Les conditions de non-pénétration et de frottement entre les différents corps en présence permettent de rendre compte de ces interactions.

II.1.1.1.1. Couplage faible

Cette méthode revient à approximer l'équilibre sur les différents corps. On assemble donc le système matriciel issu de la discrétisation éléments finis indépendamment sur chacun des corps.
On effectue le calcul dans la pièce, en considérant les conditions aux limites imposées sur les outils rigides. Ensuite, on utilisera les contraintes transmises par la pièce aux outils, pour calculer leur déformation, comme l'illustre la Figure 4 .

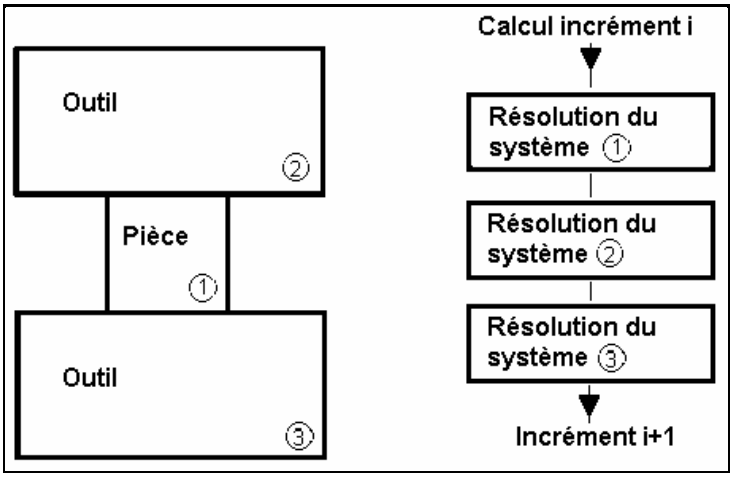


Figure 4 : Représentation schématique d'un couplage faible

Cette méthode est rapide et facile à implémenter. Mais les calculs manqueront de précision si le couplage est important physiquement. De plus, le calcul ne nous donne aucune indication sur l'influence de la déformation des outils sur la déformation de la pièce en temps réel. Les interactions sont prises en compte au début de l'incrément suivant.
C'est cette technique qui est utilisée pour le logiciel de simulation de refroidissement des pièces de fonderie Thercast® [JAO 1998].

Remarque :

On peut utiliser une résolution du problème en outils rigides pour extrapoler, de façon découplée la déformation des outils.
Dans [DIK 1992], les auteurs simulent un procédé de forgeage élasto-plastique par la méthode des éléments finis. Une fois les calculs effectués dans la pièce, ils effectuent un post-traitement des résultats en utilisant le code Eléments Finis LUCAS pour calculer la déformation élasto-plastique de l'outil.
Ce type de calcul est aussi possible avec le module de post-traitement du logiciel Forge3® [FOR 2001]. Le calcul est alors réalisable uniquement en considérant une rhéologie élastique pour les outils.
Les phénomènes de plastification ne peuvent donc pas être pris en compte et les contraintes calculées peuvent être non physiques.
Ce type de calcul est limité aux procédés où la déformation des outils est faible et influe peu sur la pièce.

II.1.1.1.2. Couplage fort itératif ou méthode de point fixe

On réutilise le couplage décrit précédemment en ajoutant une boucle permettant d'obtenir l'équilibre sur l'ensemble des sous domaines.
Cette méthode présente l'inconvénient de conduire à un processus divergent si l'équilibre entre les sous domaines n'est pas bien calculé.

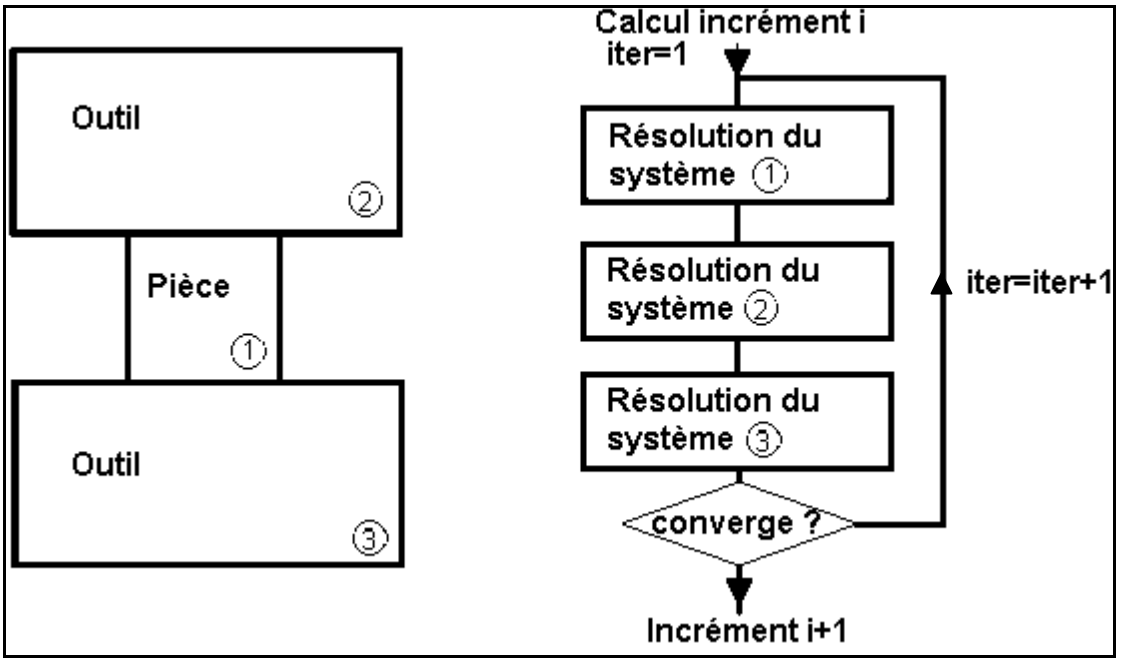


Figure 5 : Représentation schématique d'un couplage faible itératif

Cette méthode, qui s'avère rapide, ne pourra être fiable que si la déformation des outils est faible devant celle de la pièce. En outre, elle se prête mal à la parallélisation, car les opérations se déroulent séquentiellement dans le temps, comme l'illustre la Figure 5.
Cette technique est développée dans [YAM 1992], où les auteurs ont implémenté une méthode d'analyse couplée dans un code éléments finis permettant de modéliser des cas de laminage en 3D. Ce code permet donc de calculer la déformation de la pièce (ou brame) et des outils.

II.1.1.1.3. Couplage fort complet

Cette méthode revient à effectuer une résolution couplée des équations : on assemble et on résout un même système pour l'équilibre dans tous les corps.
On utilisera un couplage mécanique fort lorsque deux phénomènes physiques sont fortement liés, c'est-à-dire lorsque ce qui se passe dans un corps modifie significativement l'équilibre de l'autre.

Sur la Figure 6, on peut voir la matrice du système obtenue en cas de couplage fort entre une pièce et deux outils. Le premier bloc représentant, par exemple, la matrice de rigidité du système exprimé dans la pièce et les deux autres représentant celles des outils. On remarque la présence de termes extra-diagonaux provenant du contact et du frottement – termes qui assurent ainsi le couplage entre les différents corps.

Dans [PIC 2000] les auteurs utilisent le code Forge3® qui repose sur une résolution globale des équations. Les conditions de non-pénétration sont assurées par une méthode de pénalisation nodale, décrite dans le chapitre II.1.1.2.1.

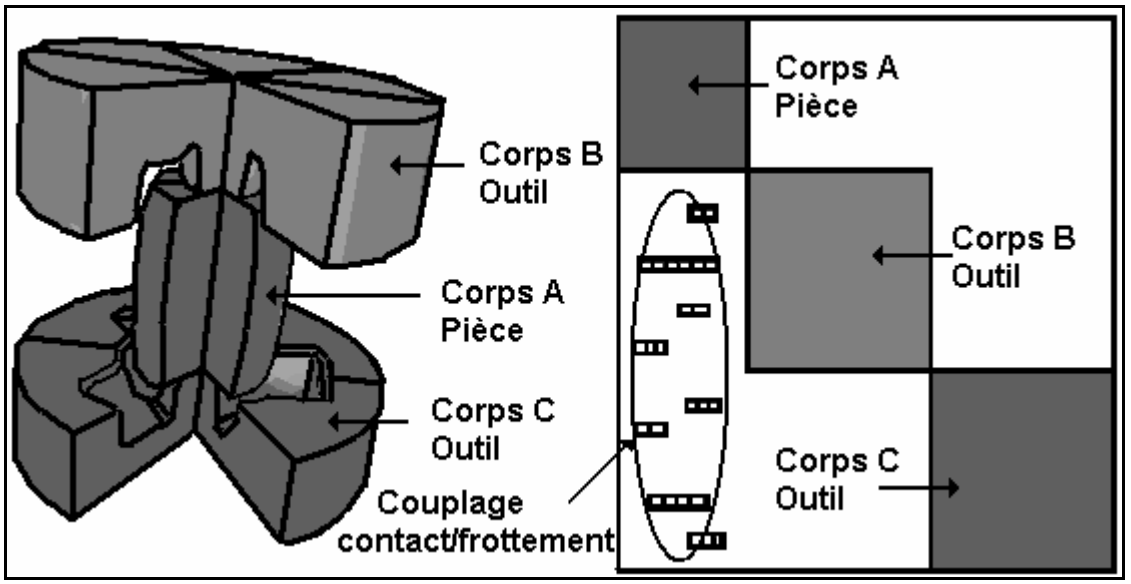


Figure 6 : Matrice hessienne obtenu avec un couplage fort

A gauche de la Figure 6, on peut voir un cas de forgeage de triaxe dans sa position initiale. Au cours du procédé de forgeage, l'outil supérieur va venir écraser la pièce alors que l'outil inférieur reste fixe.

Le principal inconvénient de cette méthode est le temps de calcul que nécessite l'inversion d'une telle matrice. En revanche, les équations sont fortement couplées et donc rendent parfaitement compte des phénomènes de couplage entre les différents domaines.

II.1.1.2. Contact

Une fois le niveau de couplage choisi, il faut décider du *type de contact* que l'on désire utiliser. Dans le cas du forgeage, le rôle du contact est essentiel car il va avoir une influence primordiale sur les sollicitations en surface – et par conséquent sur l'évolution de la déformation – de la pièce forgée.

Le contact peut être de différentes natures : unilatéral ou bilatéral, glissant ou collant.

La modélisation numérique du contact est un domaine déjà bien exploré, mais où il n'existe pas à l'heure actuelle de solution « miracle » donnant satisfaction dans tous les cas. C'est souvent un élément de limitation des logiciels industriels.

Dans [WRI 1995], Wriggers présente différents algorithmes Eléments Finis pour gérer des problèmes de contact.
Généralement, les conditions de contact sont exprimées en terme de distance entre les corps.
Avec les définitions de la Figure 7, Wriggers définit une fonction de pénétration de la manière suivante :

$$g_N = \begin{cases} \left\| x^1 - \bar{x}^2 \right\| & \text{pour} \quad [x^1 - \bar{x}^2].\bar{n}^2 < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

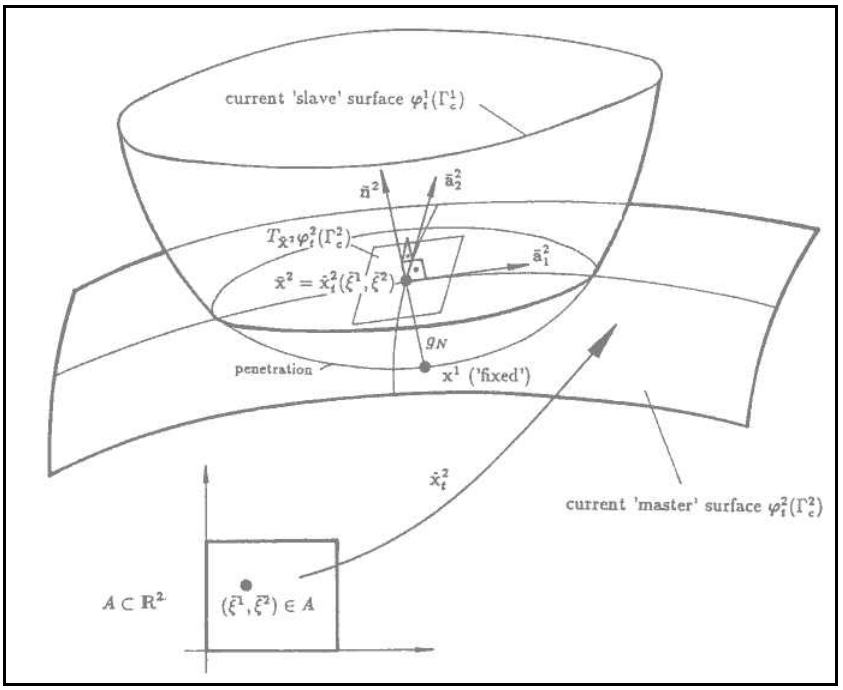


Figure 7 : contact [WRI 1995]

En ce qui nous concerne, nous avons préféré exprimer les conditions de contact en vitesse. Ce choix est dû au fait que dans Forge3®, nous résolvons le problème en vitesse et non pas en déplacement.
Nous pouvons alors écrire les conditions de contact unilatéral (ou relations de Signorini) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & s_n \le 0 \\ & \Delta v_n \le 0 \\ & (\Delta v_n) s_n = 0 \end{aligned} \qquad \text{(II-1)}$$

Avec s_n la contrainte normale et $Dv_n = (v\text{-}v_{vis}).n$. v_{vis} étant la vitesse du point en vis-à-vis.

II.1.1.2.1. Pénalisation

La méthode de Pénalisation consiste à exercer une force sur les nœuds potentiellement en contact pour empêcher toute interpénétration.
On obtient alors la relation suivante :

$$\forall v^*, \quad \int_\Omega s : \dot{e}^* dV - \int_{\partial\Omega c} t.v_t^* dS + \int_{\partial\Omega c} (K_p \Delta v_n) v_n^* dS = 0 \qquad \text{(II-2)}$$

Avec K_p le coefficient de pénalisation.

$$\text{On a alors} \quad K_p = 0 \ \text{ si } \ \Delta v_n < 0 \qquad \text{(II-3)}$$

Cette méthode a l'avantage de ne rajouter aucune inconnue au problème. En outre, elle est facile à implémenter. Mais la solution obtenue n'est qu'une estimation de la solution réelle.

Le choix de K_p n'est pas simple, car plus K_p est élevé, moins il y aura pénétration. Mais un K_p trop élevé entraînera un mauvais conditionnement de la matrice de raideur, ce qui perturbera la convergence si on utilise un solveur itératif.
C'est cette technique qui est utilisée dans le code Eléments Finis Forge3® [PIC 2000] et [CHE 2002] pour simuler des cas de mise en forme en modélisation 3D et dans le logiciel MAFAP® [YAN 1997] pour simuler des cas de mise en forme pour des modèles 2D axisymétriques.
Dans [GU 2002] les auteurs utilisent une fonction de pénalisation. Le coefficient de pénalisation n'est plus constant, mais il varie au cours des calculs. Cela permet de traiter des cas où la matrice de rigidité du système serait singulière (notamment les cas où les corps ne sont pas en contact dès le début du calcul). Les auteurs peuvent simuler des cas de contact multicorps élastique en 2D. [JAO 1998] utilise la même méthode pour le logiciel Thercast®, qui permet de simuler des cas de fonderie en 3D.

II.1.1.2.2. Les Multiplicateurs de Lagrange

On introduit N_c inconnues supplémentaires, où N_c est le nombre de nœuds en contact. Ces variables, notés l, sont les multiplicateurs de Lagrange. Physiquement ils représentent les pressions de contact.
On obtient le système suivant :

$$\forall v^*, \quad \int_\Omega s : \dot{e}^* dV - \int_{\partial\Omega c} t.v_t^* dS - \int_{\partial\Omega c} l.\Delta v_n^* dS = 0 \quad \text{avec } l > 0 \qquad \text{(II-4a)}$$

$$\forall l^*, \quad \int_{\partial\Omega c} l^*.\Delta v_n dS = 0 \qquad \text{(II-4b)}$$

En utilisant cette méthode, les conditions de contact sont parfaitement vérifiées, le décollement des nœuds est rigoureusement géré et le problème du mauvais conditionnement ne se pose plus. Mais en contrepartie, la taille du système augmente et le temps de calcul s'en trouve alors rallongé.
Dans [YAN 1992] les auteurs simulent un cas de laminage tridimensionnel et calculent les déformations élasto-plastiques de la pièce et des outils en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange.
Dans [HU 1997], l'auteur associe la méthode des multiplicateurs de Lagrange à un algorithme de Newmark modifié, pour pouvoir gérer plus facilement des problèmes de contact dynamique entre corps élastiques. En effet, l'algorithme de Newmark, qui sert à l'intégration temporelle, connaît des problèmes pour gérer efficacement les problèmes de contact, et spécialement pour des pas de temps très petits. Avec cette nouvelle méthode, l'auteur parvient à effectuer des calculs 2D d'écrasement de sphères.
Dans [PAP 1998], les auteurs utilisent des *éléments de contact* pour réaliser des calculs en 2D sur deux corps élastiques en contact. Cela leur permet d'avoir une non-coïncidence des nœuds à l'interface de contact. Les auteurs simulent l'écrasement de deux cylindres déformables en contact, ainsi que la déformation d'une plaque mince autour d'une barre.
Dans [BAI 2003], les auteurs utilisent PLAST2®, un code Eléments Finis en dynamique explicite 2D. Ils intègrent dans le logiciel, la méthode dite du *raccord intégral*. C'est une méthode de raccord de maillages à l'interface de contact. Cela leur permet de gérer des cas de contact avec frottement de Coulomb.

II.1.1.2.3. Lagrangien augmenté

Cette méthode combine les deux techniques précédentes afin d'en conserver les avantages.
On obtient alors le système suivant :

$$\forall v^*, \quad \int_{\Omega} s : \dot{e}^* dV - \int_{\partial\Omega_C} t.v_t^* dS - \int_{\partial\Omega_C} l.\Delta v_n^* dS + \int_{\partial\Omega_C} K_p \Delta v_n . \Delta v_n^* dS = 0 \qquad \text{(II-5)}$$

L'ajout de K_p ne change pas les valeurs obtenues pour les multiplicateurs de Lagrange *l*. Dans cette méthode, au lieu d'évaluer *l*, on le mettra à jour de manière itérative.
La convergence de cette méthode ne nécessite pas une valeur élevée pour K_p, ce qui évitera donc un mauvais conditionnement de la matrice de rigidité.
Dans [LAU 1993], les auteurs utilisent cette méthode pour traiter des problèmes de contact entre plusieurs corps élasto-plastiques avec frottements et en grande déformation (cf. Figure 8).

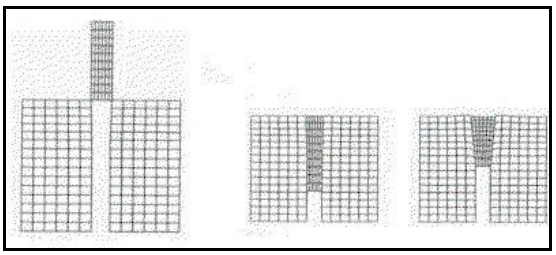


Figure 8 : Contact sans et avec frottement[LAU 1993]

Dans [PIE 1999] les auteurs présentent une méthode reposant sur le calcul Eléments Finis pour simuler le contact avec frottement de corps en 3D, dans le domaine des grandes déformations. Les corps peuvent être élastiques ou élastoplastiques.

II.1.2. La solution retenue dans le cadre de notre travail

Afin de n'avoir qu'un seul système à résoudre, nous avons choisi d'utiliser une méthode de couplage fort qui consiste à écrire l'équilibre sur l'ensemble des domaines contrairement à une technique de point fixe où l'on résout itérativement l'équilibre sur chaque domaine. Cette méthode se prête bien à notre cas, car les phénomènes physiques intervenant dans la pièce influent fortement sur les outils, et inversement.
Pour prendre en compte les interactions mécaniques entre les différents corps, il faut exprimer les conditions de contact et de frottement sur l'interface de contact de deux domaines. Pour gérer cela, nous utilisons un algorithme de type maitre-esclave qui consiste à privilégier un des deux domaines en vis-à-vis lors de l'écriture de la condition de contact.
Ces développements reposent sur l'utilisation d'éléments de contact, qui relient un nœud de la surface esclave, à la face du maître en vis-à-vis [PIC 2001].Ces éléments sont des tétraèdres qui ne possèdent pas de rigidité et sont uniquement un artifice numérique utilisé pour exprimer les conditions mécaniques sur la surface et pour faciliter l'implémentation des conditions de couplage. Nous supposons ici la pièce comme étant le corps esclave, tandis que les outils seront considérés comme étant les surfaces maîtres, comme le montre la Figure 9.

Ce choix est classique – on choisit en général le corps le plus rigide comme maître ; dans notre cas, il s'agit donc bien évidemment de l'outillage.
On utilisera ensuite les éléments de contact pour calculer la projection des valeurs utiles sur cette surface.

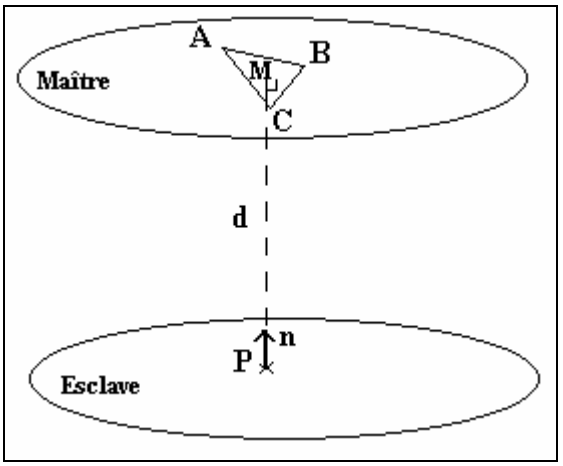


Figure 9 : Projection d'un nœud esclave sur la surface maître

Les conditions de surface sont écrites sur la surface de l'esclave. On utilisera ensuite les éléments de contact pour calculer la projection des valeurs utiles sur cette surface.
L'inconvénient de cette méthode est qu'on obtient une expression nodale des conditions de contact qui peut mener à une évaluation imprécise des termes de frottement.

On définit la normale *n* de la manière suivante :

$$n = -\frac{AB \wedge AC}{\left\| AB \wedge AC \right\|} \qquad \text{(II-6)}$$

On peut exprimer la vitesse du point en fonction des vitesses des nœuds A, B et C :

$$v_M = x_3 v_A + x_1 v_B + x_2 v_C \qquad \text{(II-7)}$$

avec :

$$\begin{cases} x_3 = 1 - x_2 - x_1 \\ x_1 = \dfrac{(AM \wedge n, AC)}{\left\| AB \wedge AC \right\|} \\ x_2 = \dfrac{(AM \wedge n, AB)}{\left\| AB \wedge AC \right\|} \end{cases} \qquad \text{(II-8)}$$

En général, les conditions de frottement sont intégrées en utilisant les points de Gauss de la surface. Le passage d'une expression aux points d'intégration à une expression aux nœuds peut mener à une évaluation imprécise des termes de frottement [BAR 2004].
Cette formulation permet tout de même de modéliser différentes sortes de contact entre les corps déformables : uni- ou bilatéral glissant ou collant. Pour imposer ces conditions de contact, nous avons conservé la méthode de pénalisation déjà utilisée dans Forge3®. Cette méthode a l'avantage, par rapport aux multiplicateurs de Lagrange, de ne rajouter aucune

inconnue au problème. Cependant la solution obtenue n'est qu'une estimation de la solution réelle.
En ce qui concerne la tribologie, plusieurs lois de frottement peuvent être prises en compte : Coulomb, Tresca ou Norton.

II.1.3. Les Conditions Limites

II.1.3.1. Le contact unilatéral

Nous avons choisi d'imposer le contact en utilisant la méthode de la pénalisation.
Dans cette partie, nous allons exprimer la mise à jour du gradient et de la matrice hessienne du système (cf. I.1.3) , pour venir prendre en compte la condition de contact pénalisé.
Nous ne développerons ici que le cas du contact unilatéral glissant.
Les cas de contact unilatéral collant et bilatéral se trouvent en annexe.

Pour le *contact unilatéral glissant*, on part du problème de minimisation (I-27) et on vient lui ajouter la fonctionnelle :

$$\Phi_c = \frac{1}{2} r \sum_p [h_p^+]^2 S_p \qquad \text{(II-9)}$$

Avec *?* le coefficient de pénalisation, S_p définie comme étant égale à un tiers des surfaces attenantes au point *p* (Figure 10), et la condition de pénétration suivante :

$$h_p^+ = \begin{cases} (v_p - v_M)n - \dfrac{d}{\Delta t} & si > 0 \\ 0 \quad si \quad \leq 0 \end{cases}$$

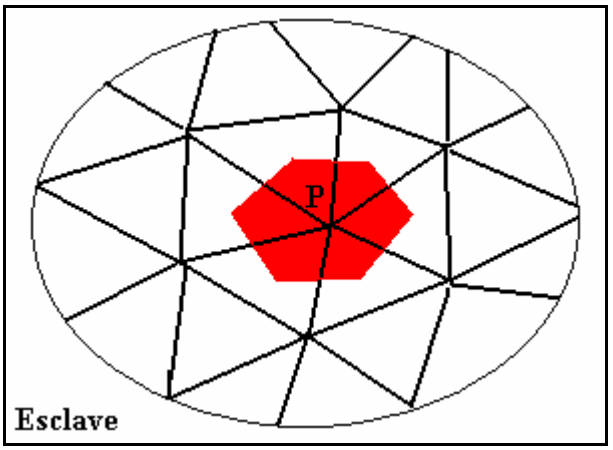


Figure 10 : Calcul de S_p

Le problème à minimiser est donc :

$$?(v) = \int_O \frac{K}{m+1} \left(\sqrt{3}\,\dot{\bar{e}}\right)^{m+1} dO + \int_{\partial O_c} \frac{a_f K}{m+1} \left\| ?v_g \right\|^{m+1} dS + \Phi_c \qquad \text{(II-10)}$$

Gradient :
On obtient la contribution au gradient en différenciant Φ_c par rapport à v_p et v_M.
Pour les trois directions de l'espace : $1 \le i \le 3$ et avec les notations définies sur la Figure 9.

$$\frac{\partial \Phi_c}{\partial v_{pi}} = rS_P.h_p^+ n_i$$
$$\frac{\partial \Phi_c}{\partial v_{Ai}} = -x_3\, rS_P.h_p^+ n_i$$
$$\frac{\partial \Phi_c}{\partial v_{Bi}} = -x_1\, rS_P.h_p^+ n_i$$
$$\frac{\partial \Phi_c}{\partial v_{Ci}} = -x_2\, rS_P.h_p^+ n_i$$

Hessien :
Pour obtenir la contribution au terme du hessien, il suffit de différencier le gradient obtenu une nouvelle fois par rapport à v_p et à v_M.
On s'aperçoit facilement que :

$$H = \rho S_P \begin{pmatrix} N & -\xi_3 N & -\xi_1 N & -\xi_2 N \\ & \xi_3^{\,2} N & \xi_3\xi_1 N & \xi_3\xi_2 N \\ & & \xi_1^{\,2} N & \xi_1\xi_2 N \\ & & & \xi_2^{\,2} N \end{pmatrix}$$

Avec la matrice N, définie telle que : $N_{ij}=n_i.n_j$

II.1.3.2. Le Frottement

Après avoir développé les termes de contact, il faut maintenant s'occuper des termes de frottement.

Plusieurs lois de frottement sont disponibles pour exprimer la condition de contact tangentielle à la surface de contact entre les sous domaines.

- Une loi viscoplastique (de type Norton) qui dépend de la vitesse de glissement et qui dérive d'un potentiel :

On définit le potentiel $\Phi_f = \frac{a_f}{p+1} K \left\| v_g \right\|^{p+1} S$ (II-11)

Avec v_g la vitesse de glissement définie entre le corps maître (de vitesse v_M) et le corps esclave (de vitesse v_e):

$$v_g = (v_e - v_M) - [(v_e - v_M).n]n \quad \text{(II-12)}$$

et $\left\| v_g \right\|^{p+1} = \left(v_{g1}^2 + v_{g2}^2 + v_{g3}^2 \right)^{\frac{p+1}{2}}$

Et avec $S = \frac{1}{3}\sum_f S^f$, S^f étant l'ensemble des faces auquel le nœud en contact appartient.

Gradient :
En différentiant la formule (II-11) par rapport à v_e et à v_M , on obtient le gradient.
Pour les trois directions de l'espace $1 \le i \le 3$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_f}{\partial v_{ei}} &= \frac{a_f}{p+1}\left(\frac{p+1}{2}\right)K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.\frac{\partial\left(v_{g1}^2+v_{g2}^2+v_{g3}^2\right)}{\partial v_{ei}} = a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.v_{gi}\\
\frac{\partial \Phi_f}{\partial v_{Ai}} &= \frac{a_f}{p+1}\left(\frac{p+1}{2}\right)K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.\frac{\partial\left(v_{g1}^2+v_{g2}^2+v_{g3}^2\right)}{\partial v_{Ai}} = a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(-x_3 v_{gi})\\
\frac{\partial \Phi_f}{\partial v_{Bi}} &= \frac{a_f}{p+1}\left(\frac{p+1}{2}\right)K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.\frac{\partial\left(v_{g1}^2+v_{g2}^2+v_{g3}^2\right)}{\partial v_{Bi}} = a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(-x_1 v_{gi})\\
\frac{\partial \Phi_f}{\partial v_{Ci}} &= \frac{a_f}{p+1}\left(\frac{p+1}{2}\right)K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.\frac{\partial\left(v_{g1}^2+v_{g2}^2+v_{g3}^2\right)}{\partial v_{Ci}} = a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(-x_2 v_{gi})
\end{aligned} \qquad \text{(II-13)}$$

Hessien :
Cette fois, on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\Phi}{\partial v_{ei}\partial v_{ej}} &= a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(d_{ij}-n_i.n_j)+a_f(p-1).K\left\|v_g\right\|^{p-3}S.v_{gi}.v_{gj}\\
\frac{\partial^2\Phi}{\partial v_{ei}\partial v_{Aj}} &= -x_3 a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(d_{ij}-n_i.n_j)-x_3 a_f(p-1).K\left\|v_g\right\|^{p-3}S.v_{gi}.v_{gj}\\
\frac{\partial^2\Phi}{\partial v_{Ai}\partial v_{Aj}} &= x^2{}_3 a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(d_{ij}-n_i.n_j)+x^2{}_3 a_f(p-1).K\left\|v_g\right\|^{p-3}S.v_{gi}.v_{gj}\\
\frac{\partial^2\Phi}{\partial v_{Ai}\partial v_{Bj}} &= x_3 x_1 a_f.K\left\|v_g\right\|^{p-1}S.(d_{ij}-n_i.n_j)+x_3 x_1 a_f(p-1).K\left\|v_g\right\|^{p-3}S.v_{gi}.v_{gj}
\end{aligned} \qquad \text{(II-14)}$$

- Un frottement de type *Tresca*, pour lequel on définit la scission t par:

$$t = \overline{m}\frac{s_0}{\sqrt{3}}\frac{v_g}{\left\|v_g\right\|} \qquad \text{(II-15)}$$

Avec $\overline{m}$ le coefficient de frottement et s_0 la contrainte d'écoulement.

Pour étendre cette loi au cas multicorps, il suffira donc d'utiliser la même méthode que pour le cas de frottement de type Norton (II-13) et (II-14).

- Un frottement de type Coulomb, où on définit la scission par :

$$t = m.p_c \frac{v_g}{\|v_g\|} \qquad \text{(II-16)}$$

Avec m le coefficient de Coulomb et p_c la pression de contact.

Pour étendre cette loi au cas multicorps, il suffira donc d'utiliser la même méthode que pour le cas de frottement de type Norton (II-13) et (II-14).

II.1.4. Validation

Nous avons testé les modifications apportées au logiciel, en simulant un cas d'écrasement de deux corps parallélépipédiques de dimensions identiques entre tas plat (Figure 11).

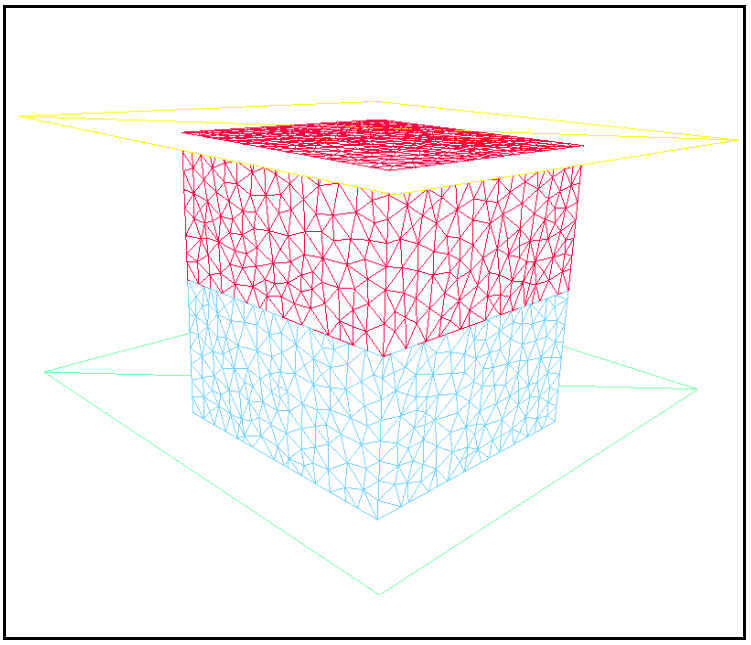


Figure 11 : Ecrasement de deux corps entre tas plats.

Dans un premier temps, nous avons écrasé deux lopins ayant la même rhéologie. Ces lopins sont disposés l'un sur l'autre et suivent tous deux la même rhéologie élasto-visco-plastique. Les données rhéologiques sont disponibles dans le Tableau 3. Elles correspondent à de l'aluminium.

K	m	Module d'Young	Coefficient de Poisson	Frottement de coulomb : μ
1625000 kPA	0.139	7.10^7 kPA	0.3	0.4

Tableau 3 : données rhéologiques pour la rhéologie elasto-visco-plastique.

Le résultat de l'écrasement est visible sur la Figure 12. On y visualise la contrainte selon la direction zz s_{zz}.

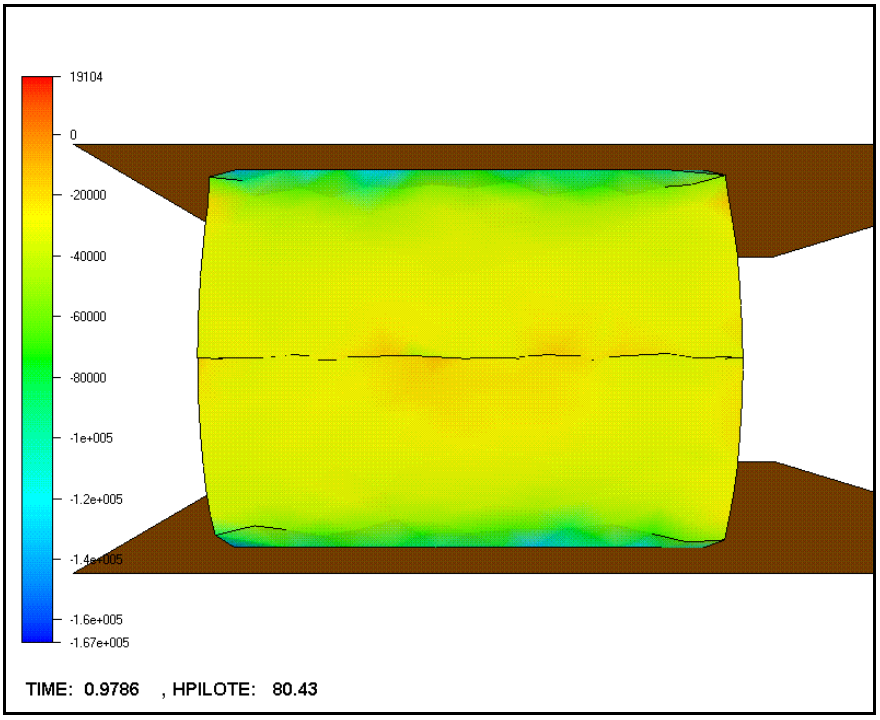


Figure 12 : Ecrasement entre tas plats

Comme on pouvait s'y attendre, on remarque que les déformations des deux lopins sont symétriques.

Dans un deuxième temps, nous avons effectué l'écrasement de deux lopins possédant des rhéologies différentes entre deux tas plats. Le corps supérieur est élastique (acier) tandis que le corps inférieur est élasto-visco-plastique (aluminium).
Les données rhéologiques sont contenues dans le Tableau 4.

	K	m	Module d'Young	Coefficient de Poisson	Frottement de coulomb : μ
Haut			21.10^7 kPA	0.3	0.4
Bas	1625000 kPA	0.139	7.10^7 kPA	0.3	0.4

Tableau 4 : données rhéologiques pour les rhéologies élasto-visco-plastique et élastiques.

Nous avons alors voulu vérifier la continuité de la contrainte normale à l'interface.
Dans ce cas l'interface est relativement horizontale, on peut approximer la contrainte normale par la contrainte s_{zz}.
On peut voir le résultat de l'écrasement sur la Figure 13, où on visualise les deux corps.
La Figure 14 est une coupe de la Figure 13, avec une modification de l'échelle (échelle de droite), permettant de vérifier que la contrainte normale est bien continue à l'interface des deux corps.

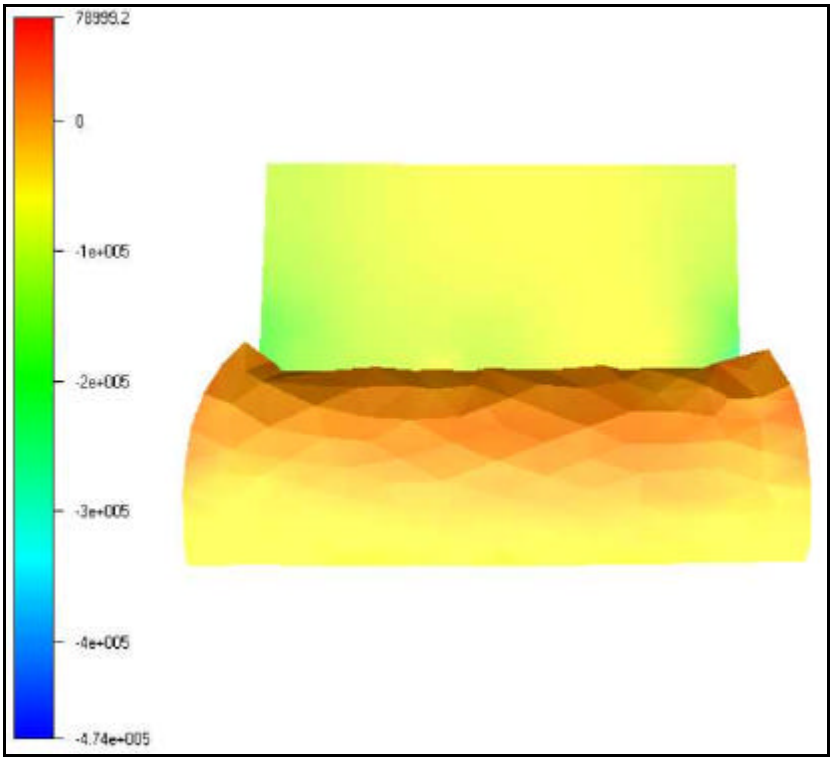


Figure 13 : Contrainte normale entre deux lopins.

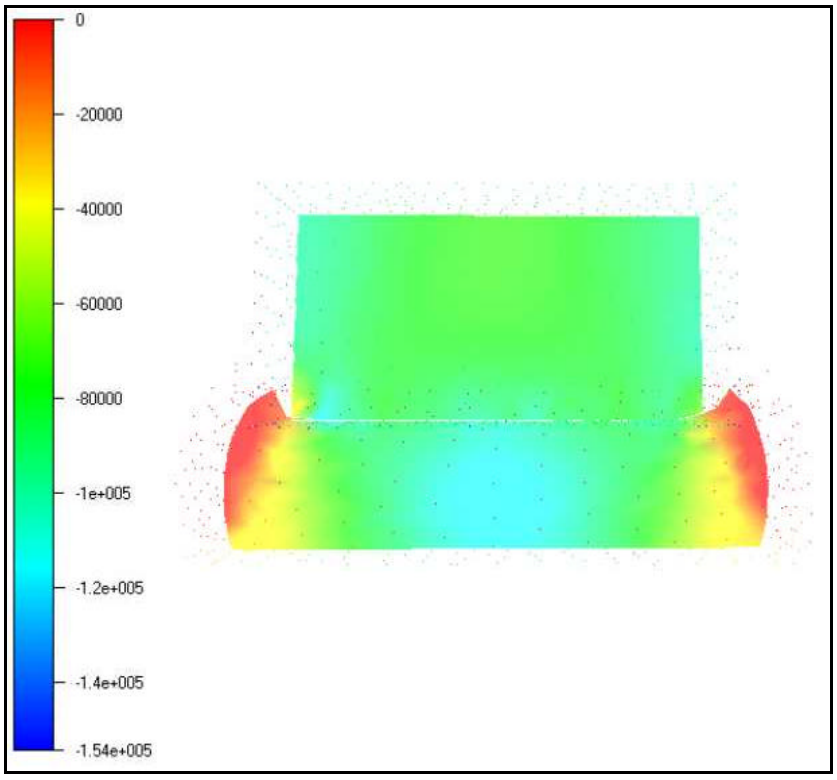


Figure 14 : Contrainte normale – Changement d'échelle

II.2. Le couplage thermique

Lorsque deux corps entrent en contact, des échanges thermiques interviennent. L'évolution thermique de chacun d'eux va influencer celle de l'autre. C'est ce qu'on appelle le couplage thermique multicorps.
Dans le cas de la forge, le champ de température de la pièce va influencer celui de l'outillage et inversement.
Le couplage est principalement fonction du gradient de température entre la pièce et l'outil mais aussi des conditions d'interface et de frottement entre les différents corps.

II.2.1. Etude bibliographique

Dans le cas de la forge à chaud, la température de la pièce va fortement influer sur la température des outils et inversement. C'est pour cette raison que nous allons nous orienter vers une méthode de couplage fort.

L'équation de la chaleur est une équation quasi-linéaire parabolique. De nombreuses études mathématiques ont déjà été menées pour résoudre ce genre de problème.

Maillage unique et 2D :
Les premières simulations permettant un calcul thermique sur les outils datent de la fin des années 60. Un seul maillage est utilisé pour représenter les différents corps. Les problèmes sont en deux dimensions.
Dans [ALT 1968], les auteurs simulent l'échauffement des outils pour un cas de filage axisymétrique. Ils utilisent la méthode des différences finies pour discrétiser leur problème.
Dans [REB 1980], les auteurs utilisent la méthode des éléments finis pour modéliser le cas d'un écrasement de lopin axisymétrique. Le calcul prend en compte la chaleur engendrée par la déformation du lopin, les frottements et les échanges thermiques pièce/outils.

Maillage par corps 2D:
Dans [MIC 1993], l'auteur utilise un maillage par corps. Mais l'inconvénient de la méthode, c'est que les nœuds d'interface doivent rester coïncidents. Dans ce cas, le maillage thermique et le maillage mécanique sont différents. L'auteur peut simuler un cas d'écrasement de lopin 2D axisymétrique.
Pour remédier au problème de la coïncidence des maillages, [ZAV 1992] proposent d'utiliser des éléments de contact. Ce sont des éléments d'épaisseur quasi-nulle, qui viennent relier les nœuds en contact des différents maillages.
Dans [MIL 1995], l'auteur compare deux méthodes de couplage (itératif et incrémental) sur le logiciel éléments finis de mise en forme 2D Forge2®. Il trouve que le couplage thermique itératif est le plus performant.

Maillage en 3D :
En ce qui concerne la modélisation tridimensionnelle, certains codes ont déjà la possibilité d'effectuer des calculs thermo-mécaniques couplés pièce/outils.

[HAL 1982] a développé le code LS-DYNA3D. De nos jours, ce logiciel éléments finis permet de simuler des cas de forgeage, d'hydroformage, d'emboutissage et d'estampage. Il est notamment utilisé dans l'industrie automobile, l'aéronautique et pour des applications militaires.
ABAQUS®, créé en 1978, est un des codes de calcul les plus répandus dans l'industrie. Très souple d'utilisation, il est employé dans de nombreux domaines tels que l'automobile, la médecine et la mise en forme [PRI 1994].
Le logiciel POLYFORM® [DAN 1993] a été développé par le Laboratoire de Mécanique Appliquée de Besançon. Le logiciel utilise un module thermique, qui permet d'évaluer la répartition de température dans les produits mis en forme ainsi que dans les outillages. Les calculs sont soit couplés, soit séquentiels avec actualisation.

II.2.2. La solution retenue

Tout comme pour la résolution du problème mécanique, nous avons choisi d'effectuer un couplage fort entre les différents corps. Nous n'avons alors qu'un seul système global à résoudre. Au niveau des interfaces, nous nous appuierons également sur l'utilisation de la méthode maître-esclave basée sur les éléments de contact, qui ont été présentés au chapitre II.1.2.

II.2.3. Les Conditions Limites

Aux équations du chapitre I.2.2., nous devons rajouter des termes de couplage aux interfaces de contact multicorps. Ces échanges multicorps sont de deux ordres.
Pour prendre en compte la contribution provenant de la conduction entre les deux corps, il faut ajouter le terme $\int_{\partial\Omega_{hc_md}} h_c (T_{pièce} - T_{outil}).T^* \, dS$ à la matrice de raideur *K*.
Et on viendra ajouter le terme provenant du frottement entre les corps déformables $\int_{\partial\Omega_{hc_md}} \Phi_{frot_md}.T^* \, dS$ dans le second membre *Q*.

L'équation (I-43) devient donc :

$$\forall T^*, \quad \int_\Omega rc\frac{dT}{dt}T^* dV + \int_\Omega k.grad(T).grad(T^*)dV + \int_{\partial\Omega_{cr}} h_{cr}(T - T_{ext})T^* dS$$
$$+ \int_{\partial\Omega_{hc_md}} h_c(T_{pièce} - T_{outil}).T^* \, dS + \int_{\partial\Omega_{cond}} h_c(T - T_{en_face})T^* dS + \int_{\partial\Omega_c} \Phi_{frot}T^* dS \qquad \text{(II-24)}$$
$$- \int_{\partial\Omega_{flux}} \Phi_{imp}T^* dS - \int_\Omega fs : \dot{e}.T^* dV + \int_{\partial\Omega_{hc_md}} \Phi_{frot_md}.T^* \, dS = 0$$

Ce qui donne sous forme discrétisée :

$$\sum_{n=1}^{Nbnoe}\left[\left(\int_\Omega rcN^jN^n d\Omega\right)\frac{dT_n}{dt}+\left(\int_\Omega k\ grad(N^j).grad(N^n)d\Omega+\int_{\partial\Omega cr}h_{cr}N^jN^n dS+\int_{\partial\Omega cond}h_cN^jN^n dS\right)T_n\right.$$
$$\left.\pm T_n\int_{\partial\Omega_{hc_md}}hN^jN^n dS\right]+\int_{\partial\Omega_c}f_{frot}N^j dS+\int_{\partial\Omega_{hc_md}}f_{frot_md}N^j dS-\int_\Omega fs:\dot{e}N^j d\Omega$$
$$-\int_{\partial\Omega_{flux}}f_{imp}N^j dS-\int_{\partial\Omega cr}h_{cr}N^jT_{ext}dS-\int_{\partial\Omega cond}h_{cond}N^jT_{en_face}dS=0$$

Avec $\int_{\partial\Omega_{hc_md}}hN^jN^n d\Sigma=\sum_{X_i\in\Sigma^s}hS_iN^j(X_i)N^n(X_i)$

où Σ^s est la discrétisation de la surface de contact du domaine esclave.
Soient j et n les nœuds du domaine esclave, on a alors :
$hN^j(X_i)N^n(X_i)=hd_{ij}d_{in}$.

Si *j* et *n* appartiennent au domaine maître (les outils), $hN^j(X_i)N^n(X_i)=hx_{ij}x_{in}$ si le nœud *n* appartient au triangle dans lequel le nœud *i* est orthogonalement projeté. ξ_{ij} et ξ_{in} sont les coordonnées barycentriques de la projection de *i* dans le triangle maître.

Remarque : Le terme de rayonnement n'est pas pris en compte, car dans le cas de la forge, il peut être négligé devant le terme de conduction : les corps vont plus s'échauffer par conduction lors du contact, que par rayonnement lors de la phase d'approche, avant que les corps ne soient en contact.

II.2.4. Validations

Nous avons repris le cas d'écrasement entre tas plat, pour deux corps ayant une même rhéologie (cf. Tableau 3), mais à des températures différentes : 1260 °C pour le lopin du bas et 350 °C pour celui du haut. Le coefficient de transfert thermique est de 2000 $W.m^{-2}.K^{-1}$.Les résultats de l'écrasement sont visibles sur la Figure 15.

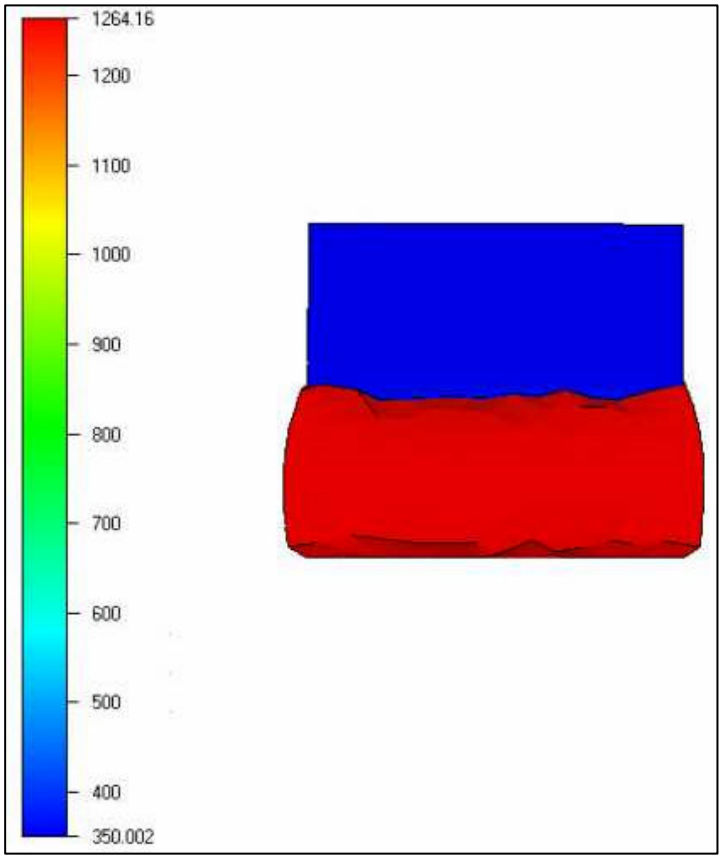


Figure 15 : Contact anisotherme

On remarque la déformation bien plus importante du lopin inférieur, ce qui est normal du fait de la rigidité plus importante à froid du matériau. En effet, nous avons utilisé une loi en exponentielle beta (cf. l'équation I.51-b) et donc plus la température augmente, plus la consistance du matériau diminue.

La trop grande différence de température entre les deux corps ne permet pas de visualiser correctement, l'échange thermique avec une même échelle.
Pour pouvoir visualiser l'effet de cet échange, nous avons représenté le champ thermique obtenu sur le lopin inférieur (Figure 16).
On voit apparaître un gradient de température : la partie la plus froide étant celle en contact avec le lopin supérieur.
On remarque donc qu'un échange de chaleur s'est établi entre les deux corps en contact : le corps le plus chaud se refroidissant en donnant de la chaleur au plus froid.

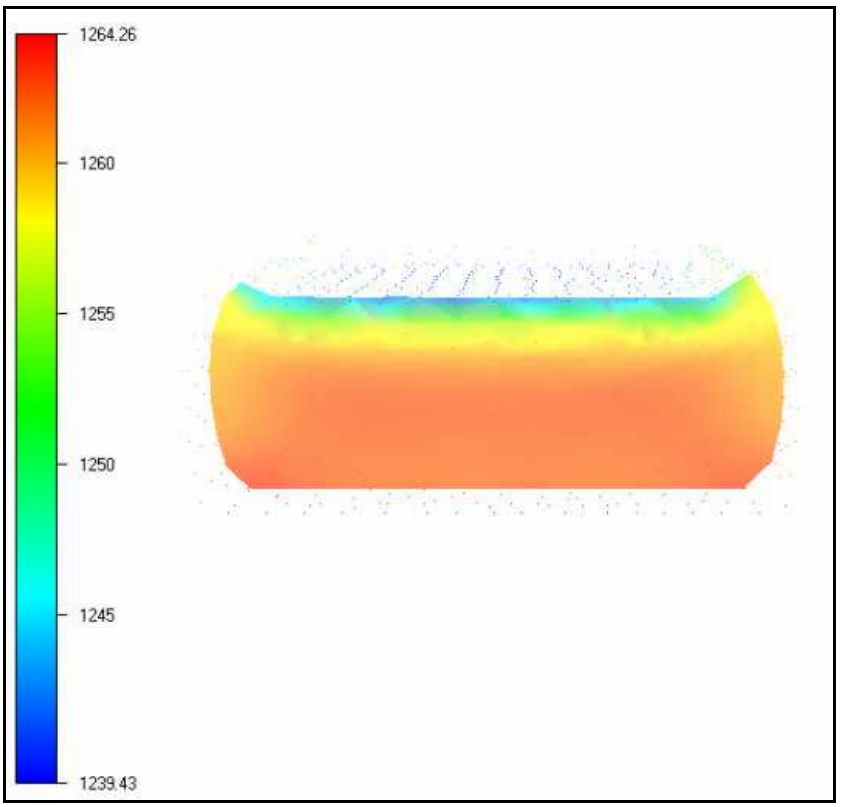


Figure 16 : Gradient de température

Nous avons également effectué un autre test, qui nous permettait de comparer nos résultats avec ceux d'autres logiciels de calcul. Ce test consistait à mettre en contact deux corps cylindriques à différentes températures : 30 °C et 1300 °C. Le coefficient de transfert thermique entre ces deux corps est de 2000 $W.m^{-2}.K^{-1}$.
Sur la Figure 17, on a tracé la température obtenue sur des capteurs placés au centre de chaque cylindre.

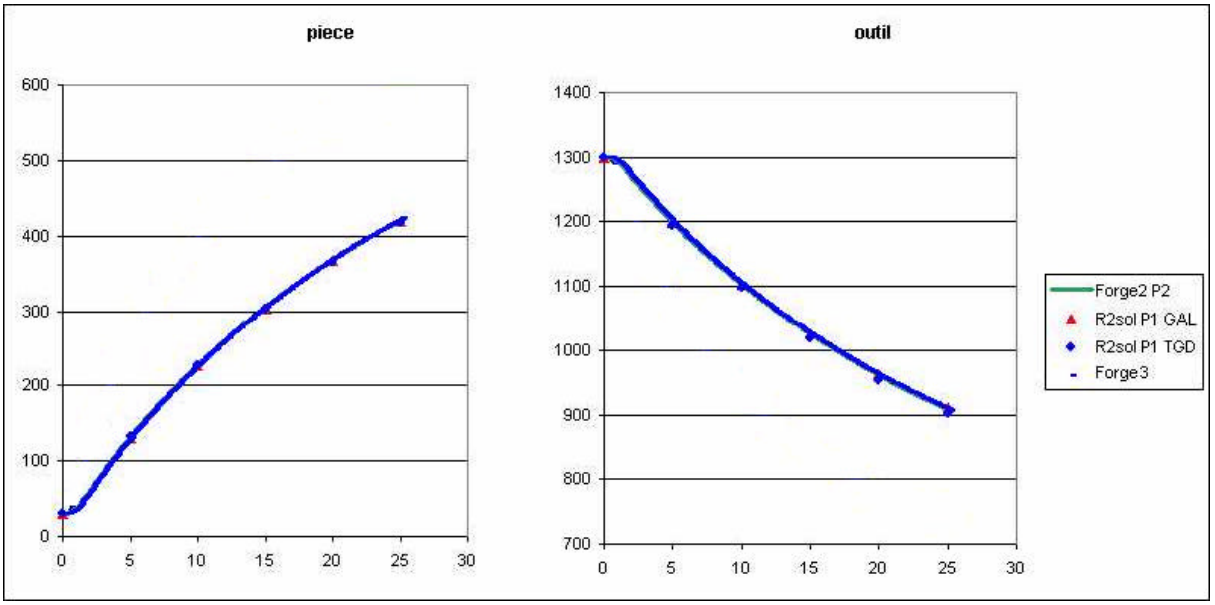


Figure 17 : Comparaison : température au cours du temps.

Sur cette figure, on s'aperçoit que les résultats obtenus avec Forge3® sont en accord avec ceux obtenus avec Forge2® et R2Sol®.

Forge2® est un logiciel de calcul qui utilise la méthode des éléments finis pour simuler des cas de mise en forme en deux dimensions (plan ou axisymétrique), tandis que R2Sol® est un logiciel de refroidissement thermo-mécanique fin apte à modéliser les phénomènes thermo-métallo-mécaniques en deux dimensions (plan ou axisymétrique).

Sur la Figure 18, on peut voir une coupe des lopins mis en contact. On remarque la non coïncidence des maillages.

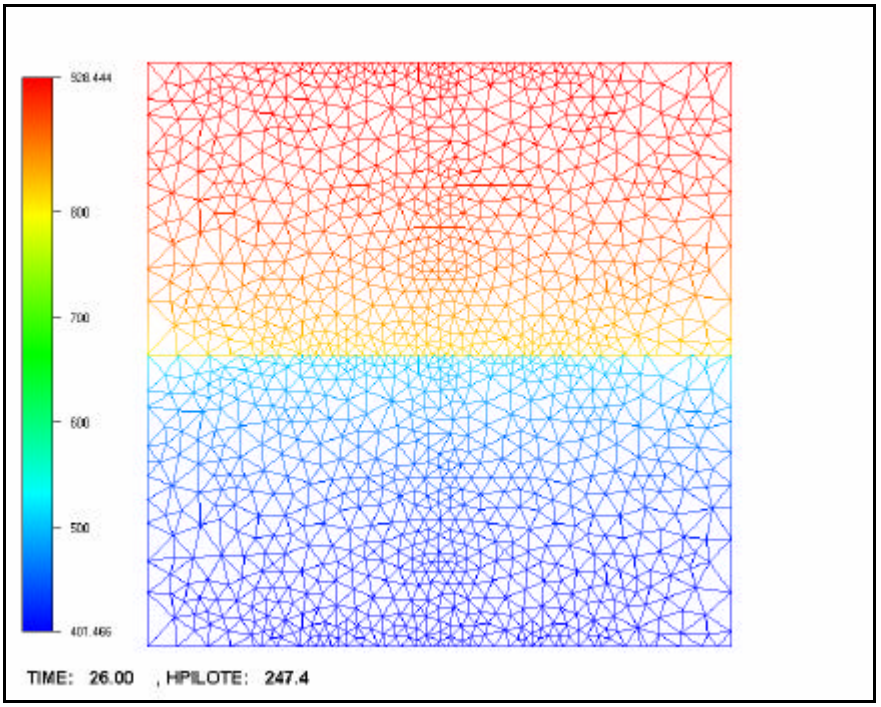


Figure 18 : Lopins en contact

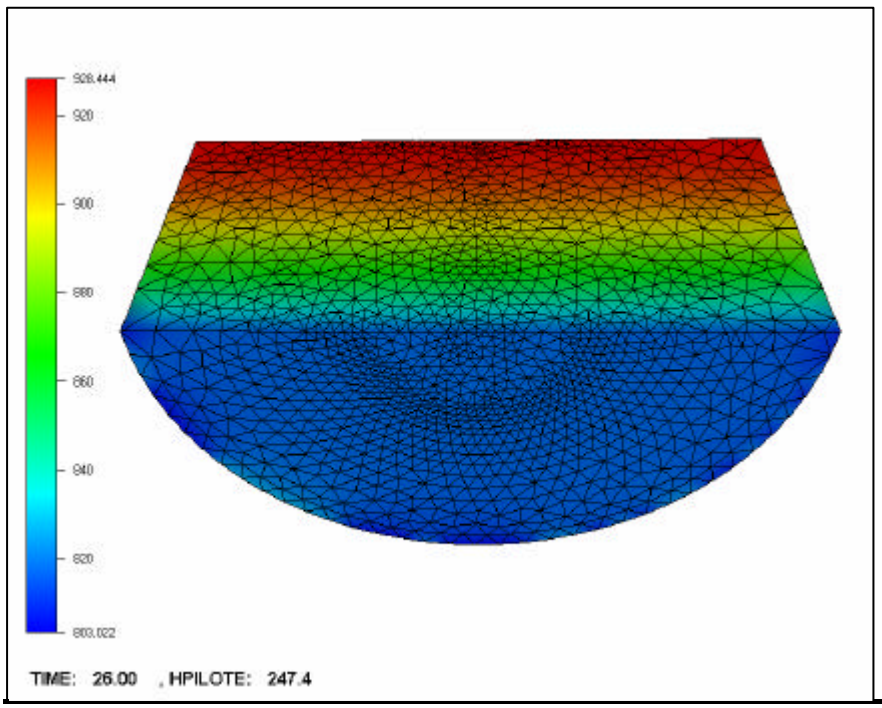


Figure 19 : Température du lopin supérieure (vue de dessous)

Sur la Figure 19, on peut voir le champ de température obtenu sur le lopin supérieur.

II.2.5. Thermique aux points d'intégrations

En fait, si dans le cas précédent on regarde le champ de température sur le corps supérieur (corps maître, Figure 19), on remarque que la température n'est pas uniforme, mais présente des variations localisées qui ne sont pas d'origine physique.
Ces artéfacts numériques sont dus à l'utilisation de nos éléments de contact : à chaque nœud de l'esclave, on associe la face du maître en vis-à-vis. Or, le maillage de ce dernier étant grossier, certaines face du corps maître ne seront pas prises directement en considération.

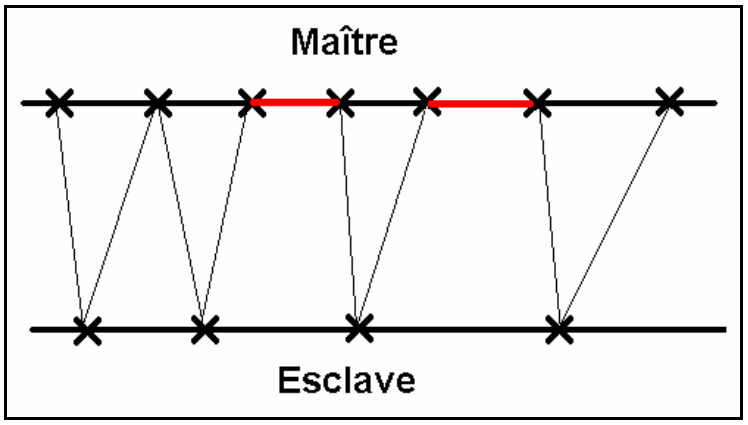


Figure 20 : Discrétisation maître-esclave

Sur la Figure 20, on s'aperçoit que dans certain cas, des faces du corps Maître peuvent être « invisibles » (en rouge sur la figure).

Jusqu'à présent, les échanges thermiques multicorps s'appuyaient sur une formulation nodale. Et le passage de la formulation nodale à la formulation intégrée engendrait une perte de précision des résultats. Pour éviter les imprécisions dues à ce transport d'information, nous avons décidé d'utiliser une formulation intégrée. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur les travaux de Barboza [BAR 2004], qui avait développé cette méthode dans le cadre du problème mécanique multicorps dans Forge3®.

II.2.5.1. Principe

La résolution du problème Eléments Finis (I-43) repose sur le calcul d'intégrales. Le calcul d'intégration devenant rapidement irréalisable pour des formes intégrales complexes, on a recours à la méthode de Gauss. Celle-ci consiste à évaluer la fonction à intégrer en des points (dits *points de Gauss*) judicieusement choisis dans l'élément de référence. Et si, au lieu d'évaluer nos fonctions aux points de Gauss, nous les évaluons aux nœuds de nos éléments (méthode plus rapide et plus simple à implémenter), alors nous obtenons seulement une approximation de l'intégrale cherchée.

$$\int_{\Gamma} f(x)dx = \sum_{G=1}^{\text{pt de gauss}} f(x_G)w_G \approx \sum_{i=1}^{nbnoe} f(x_i)S_i$$

où w_G représente les points de Gauss et S_i des fonctions de pondérations.

Problème : les échanges n'utilisent plus les éléments de contact, reliant un nœud du corps esclave avec une face du corps maître. Il faut introduire un *élément de frottement* pour exprimer le différentiel aux points de Gauss. Cet élément met en relation une face du corps esclave avec les faces en vis-à-vis du corps maître, comme le montre la Figure 21.

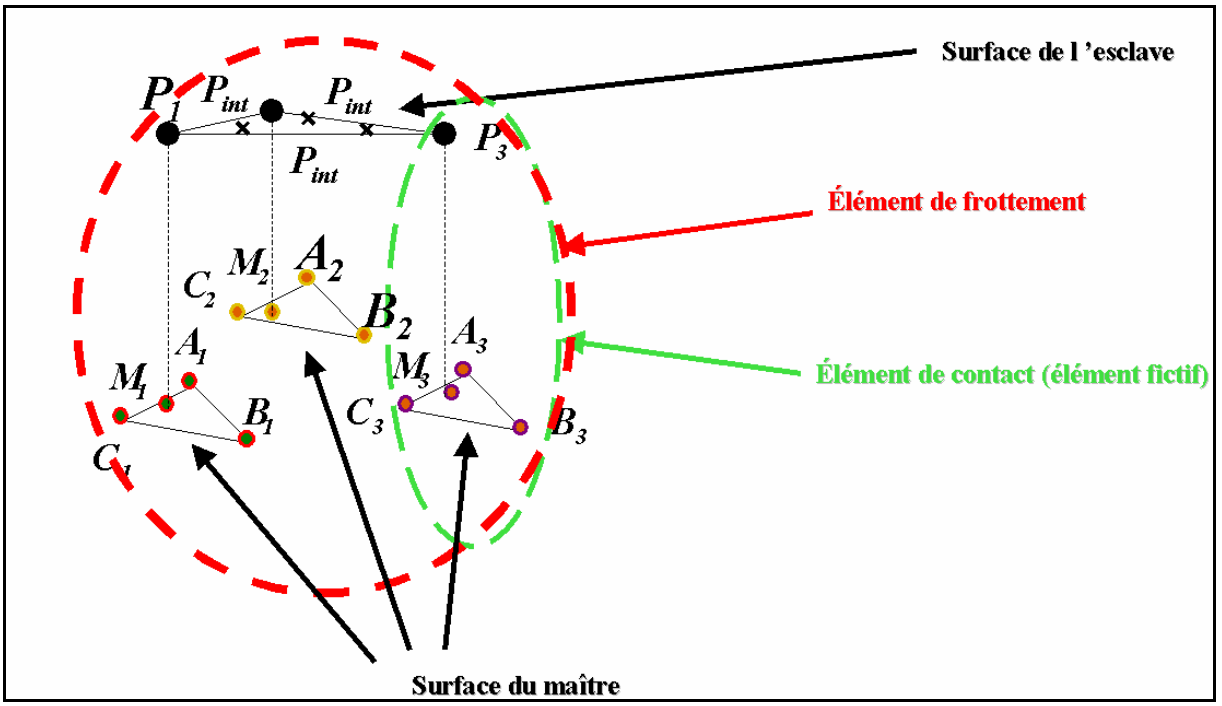


Figure 21 : Eléments de frottement [BAR 2004]

II.2.5.2. Résultats

Pour valider nos travaux, nous avons à nouveau utilisé le cas test qui consistait à mettre en contact deux corps cylindriques à différentes températures : 30 °C et 1300 °C. Le coefficient de transfert thermique entre ces deux corps est de 2000 $W.m^{-2}.K^{-1}$.

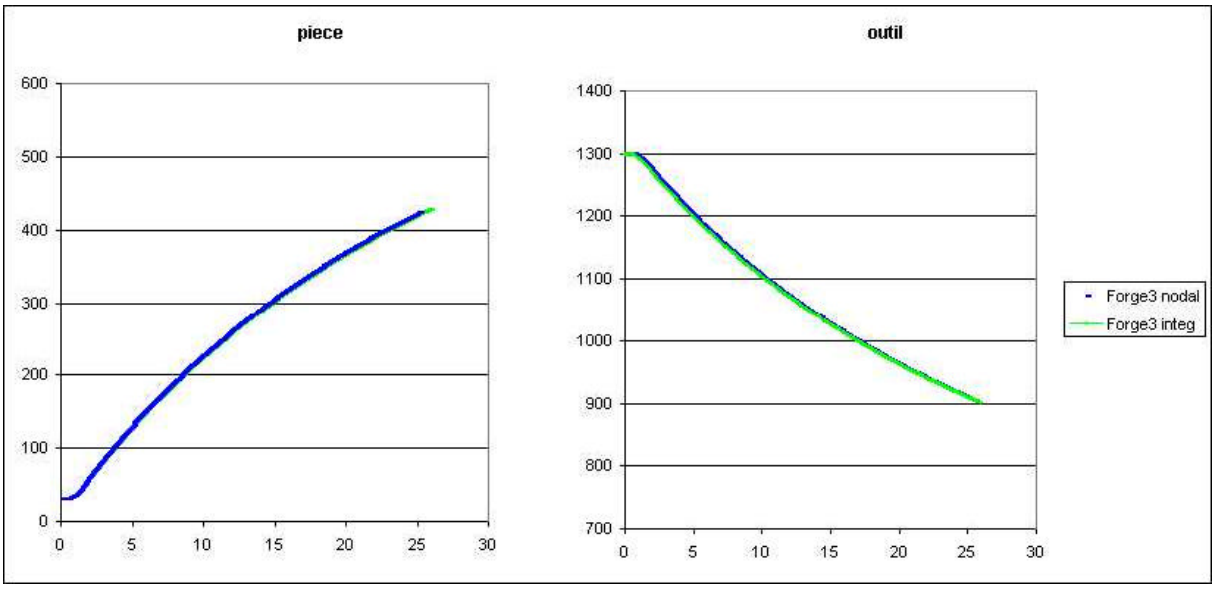


Figure 22 : comparaison entre la formulation intégrée et la formulation nodale

Les résultats obtenus (Figure 22) par comparaison entre la version nodale et la version intégrée de Forge3® sont satisfaisants.

Dans le cas précédent, nous ne testions que la conduction. Pour tester le frottement intégré, nous reprenons le cas du tas plat, en empêchant tout transfert thermique entre les deux corps. Pour cela, nous fixons le coefficient de transfert h à 0 $W.m^{-2}.K^{-1}$.
Le corps inférieur suit une rhéologie élasto-viscoplastique (aluminium), tandis que le corps supérieur est élastique (acier). Les deux corps en contact sont à 1200°C. Les données rhéologiques concernant ce cas se trouvent dans le Tableau 5.

Corps	K(kPa)	m	Young (kPa)	Poisson	Masse volumique ($kg.mm^{-3}$)	Chaleur massique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	Conductivité ($W.mm^{-1}.K^{-1}$)
Haut			21.10^{7}	0.3	$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$
Bas	1625000	0.139	7.10^{7}	0.3	$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$

Tableau 5 : rhéologie pour le cas du tas plat

Nous avons fait varier les coefficients de frottement, pour un frottement de type coulomb.
Dans le Tableau 6, nous pouvons trouver la température maximale atteinte sur chacun des corps lors de la simulation. On compare la formulation nodale et la formulation intégrée.

Temp. °C	μ = 0.1	μ = 0.5	μ = 0.9
Haut - nodale	1200.8	1203.62	1205.25
Haut - intégrée	1200.42	1201.78	1202.59
Bas - nodale	1207.05	1212.02	1215.1
Bas - intégrée	1206.99	1212.23	1214.78
CPU - nodale	17 min	13 min	13 min
CPU - intégré	18 min	15 min	15 min

Tableau 6 : Température maximale obtenue sur les corps

En comparant les deux dernières lignes du Tableau 6, on s'aperçoit aussi que le calcul demande plus de temps lorsqu'on utilise une formulation intégrée du problème. Cela s'explique par le fait qu'en utilisant les éléments de frottement, on rajoute de nouvelles connexions entre nœuds. La largeur de bande du système est donc agrandie et l'algorithme de résolution mettra alors plus de temps à converger.

II.3. Résultats

Premier cas :

Avant tout, on souhaite mesurer le temps nécessaire au calcul du cas du triaxe avec la version monodomaine de Forge3® (première ligne du Tableau 7).
On teste les deux versions du logiciel (monocorps et multicorps) sur un même cas de calcul (une pièce + des outils rigides), pour s'assurer que nos développements ne dégradent ni les performances et ni la qualité des résultats.
Les résultats concernant la version monocorps du logiciel se trouve dans la première ligne du Tableau 7, tandis que les résultats concernant la version multicorps se trouvent dans la seconde ligne.
En considérant les symétries du problème, on se contente d'effectuer les calculs sur seulement 1/6 des corps.
Dans ces deux cas, le nombre de nœuds du problème s'élève à 1737, la température initiale du lopin est de 1200°C, les outils rigides sont isothermes et adiabatiques tandis que le frottement est viscoplastique (cf. l'équation I-19) avec $p = 0.139$ et $a_f = 0.1$.
Cette comparaison nous permet de mettre en évidence le coût en temps de calcul des modifications relatives au passage au multicorps.
Les temps CPU étant quasiment les mêmes, on en déduit que les développements propres au multicorps n'ont pas alourdi la version de référence.

Monocorps	93 incréments	23 remaillages	47 min
Multicorps Pièce + outils rigides	93 incréments	23 remaillages	48 min

Tableau 7 : Temps de calcul dans les cas monocorps

Afin de montrer que les résultats obtenus avec les deux versions sont rigoureusement identiques, nous avons placé deux capteurs dans le lopin : un premier en peau, à la surface de contact avec l'outil supérieur, et un second en plein milieu du lopin.
On peut ainsi visualiser l'évolution de la température (Figure 23) et de la pression (Figure 24) sur chaque capteur, pour les deux versions du logiciel.

Sur les visualisations qui suivent, on peut suivre l'évolution de :
- TEMP1 et PRESS1 = température et pression sur le premier capteur pour la version monocorps du logiciel.
- TEMP2 et PRESS2 = température et pression sur le deuxième capteur pour la version monocorps du logiciel.
- TEMP1 MD et PRESS1 MD = température et pression sur le premier capteur pour la version multicorps du logiciel.

- TEMP2 MD et PRESS2 MD = température et pression sur le deuxième capteur pour la version multicorps du logiciel.

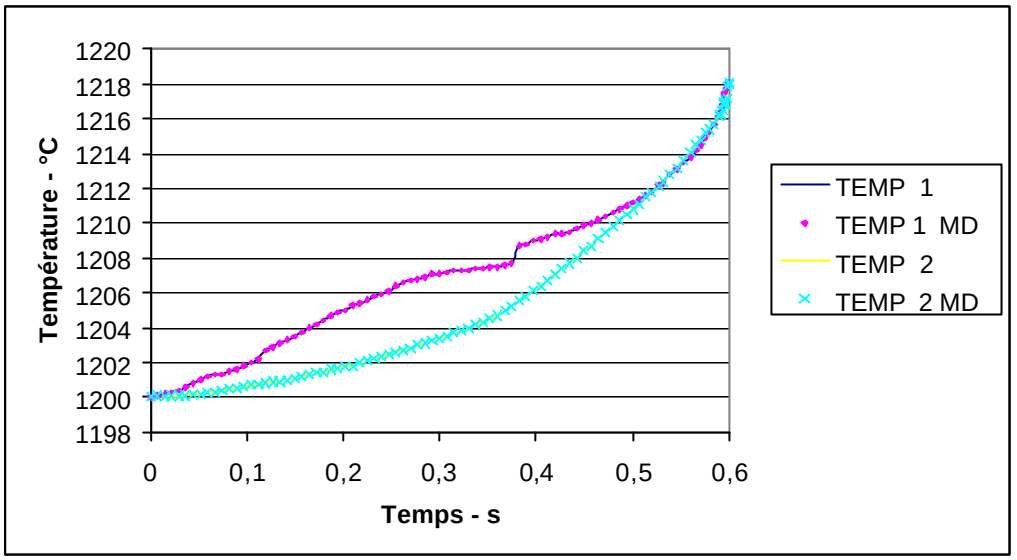


Figure 23 : Température aux capteurs

Les courbes TEMP 1 et TEMP 1 MD sont strictement superposées et il en va de même que pour les courbes TEMP 2 et TEMP 2 MD. Cela explique pourquoi on ne visualise que deux courbes au lieu d'en visualiser quatre.

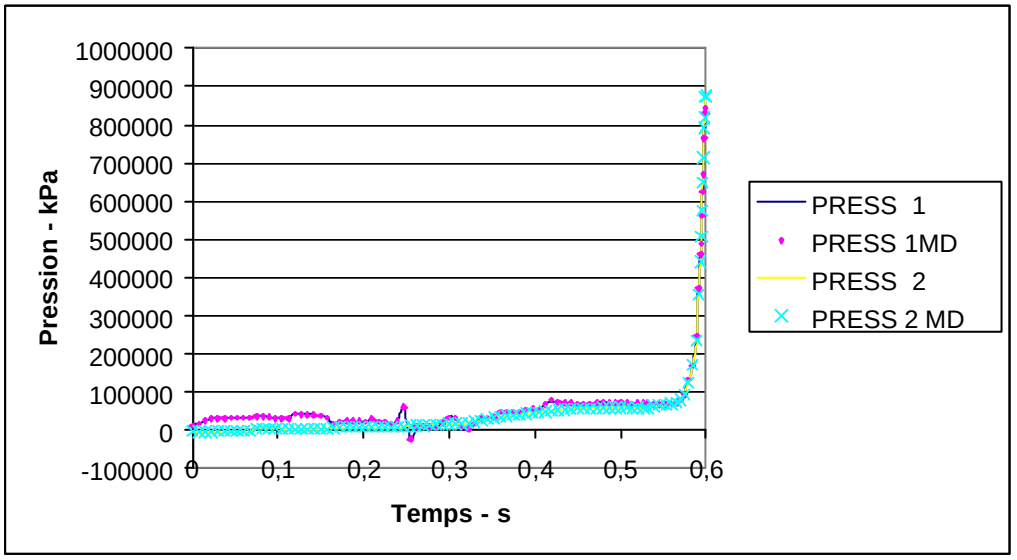


Figure 24 : Pression aux capteurs

Comme pour les courbes de température, les courbes de pressions sont superposées sur chaque capteur.

Le passage de la structure monocorps à la structure multicorps a donc entraîné une légère augmentation du temps de calcul, mais sans perte d'information.

Deuxième cas :

Nous avons ensuite repris le cas du triaxe, mais cette fois en utilisant la version multicorps de Forge3®. Le cas est maintenant composé de trois corps : un lopin cylindrique écrasé entre deux outils (Figure 25).

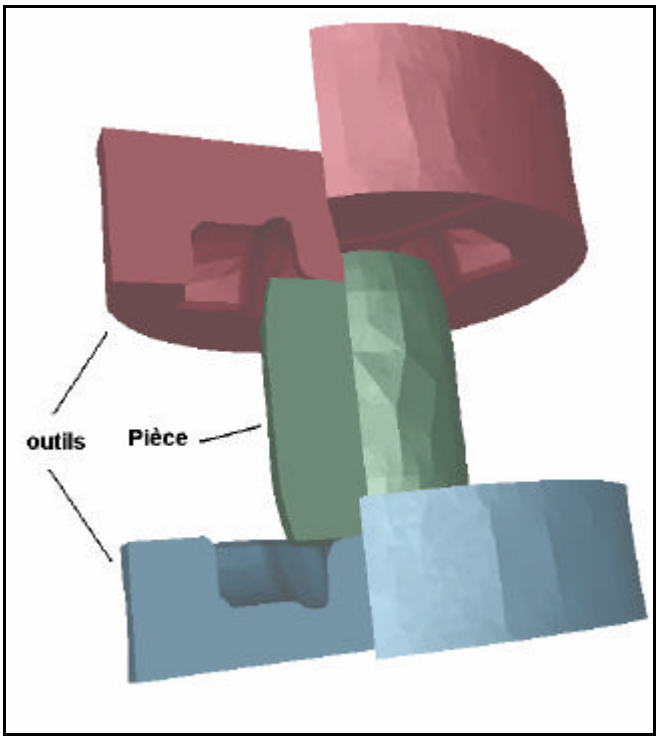


Figure 25 : coupe d'un cas de triaxe

En considérant les symétries du problème, on se contente d'effectuer les calculs sur seulement 1/6 des corps.
La pièce a un comportement élasto-viscoplastique tandis que les outils seront élastiques. Les données rhéologiques sont disponibles dans le Tableau 8.

Corps	K(kPa)	m	Young (kPa)	Poisson	Masse volumique ($kg.mm^{-3}$)	Chaleur massique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	Conductivité ($W.mm^{-1}.K^{-1}$)
Outils			21.10^{7}	0.3	$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$
Pièce	1625000	0.139	7.10^{7}	0.3	$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$

Tableau 8 : Données rhéologiques pour le cas du triaxe

Le problème multicorps comporte 10688 nœuds.
En ce qui concerne l'outillage, l'outil supérieur descend à une vitesse de 100 mm/s pendant 0.6 s. L'outil inférieur reste immobile.
La Figure 26 représente un demi-cas de triaxe.

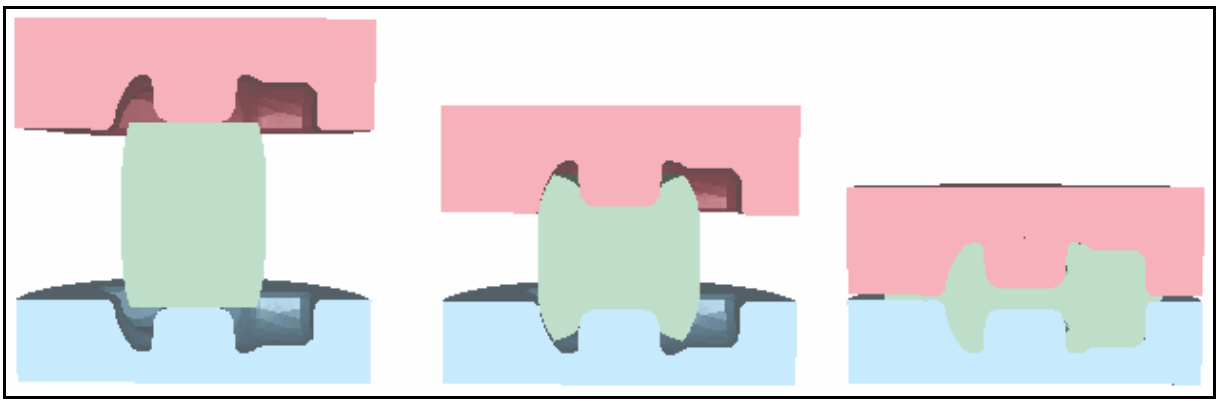


Figure 26 : Différentes étapes du forgeage d'un cas de triaxe

Désormais, on peut obtenir des informations mécaniques (Figure 27) et thermiques (Figure 28) sur les outils. Sur la Figure 27, on peut visualiser le champ de pression (en kPa) - qui n'était évidemment pas accessible lorsqu'on utilisait des outils rigides.

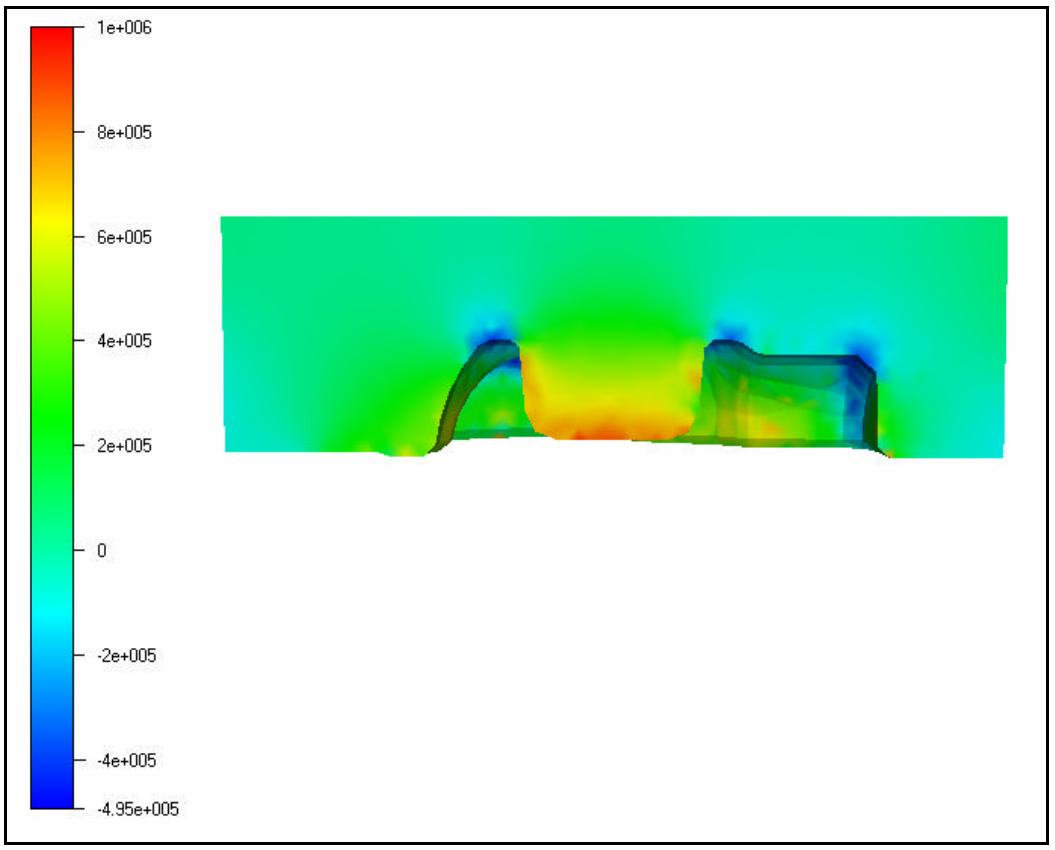


Figure 27 : Pression (kPa) observée sur une moitié d'outil supérieur

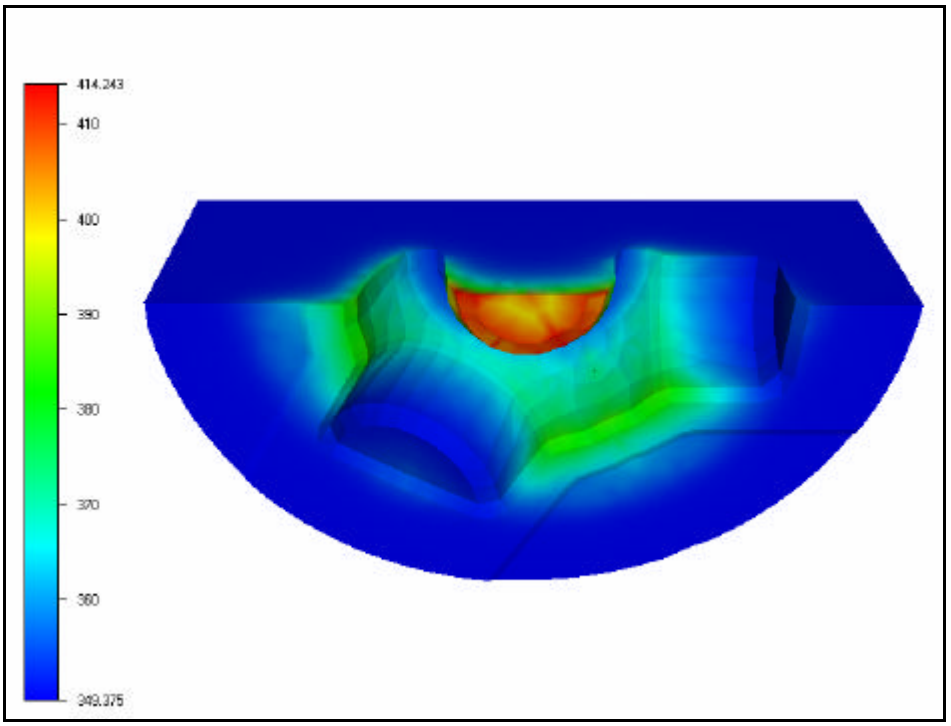


Figure 28 : Champ thermique observé sur une moitié d'outil supérieur

Sur la Figure 28, on s'aperçoit que les outils, initialement à 350 °C, se sont échauffés au cours du calcul. Ceci montre encore une fois tout l'intérêt de disposer d'un calcul couplé complet en termes de précision des résultats

Troisième cas :

Dans le cas précédent, étant donné que les outils suivaient une rhéologie élastique, aucune déformation n'était observable. Pour ce nouveau cas, nous avons alors choisi une rhéologie élasto-plastique (cf. équation I-11).

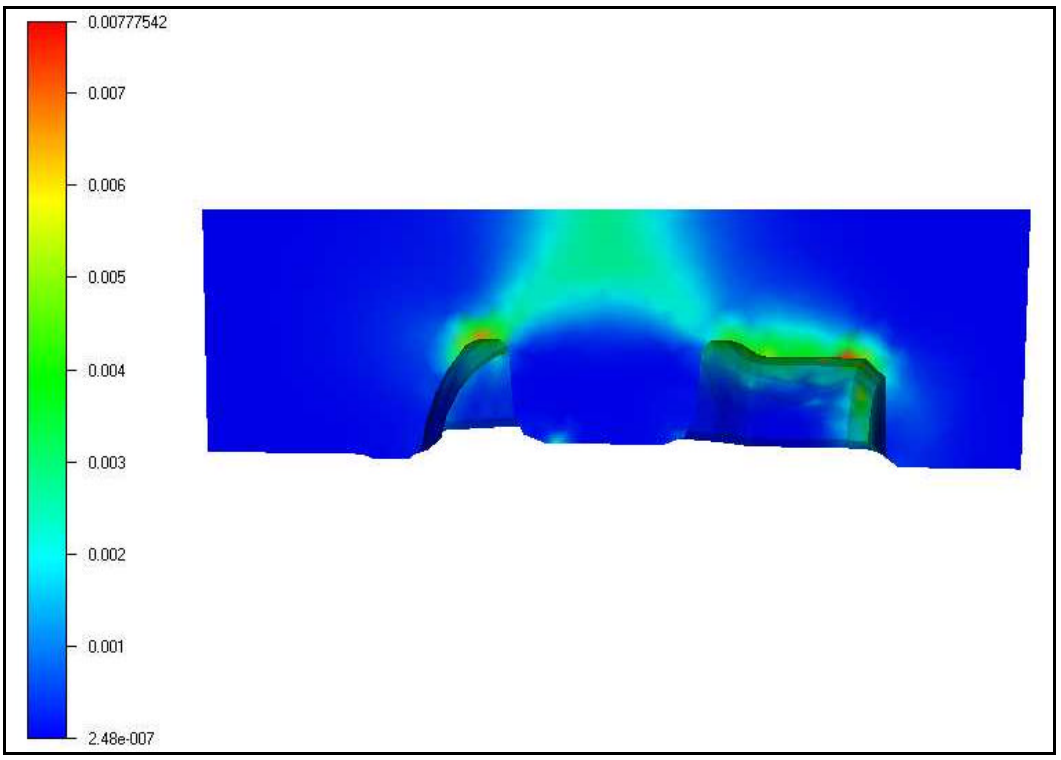


Figure 29 : Déformation équivalente observée sur une moitié de l'outil supérieur

Les déformations visualisées sur la Figure 29, n'étaient pas observables lorsque les outils étaient supposés élastiques, et montrent que l'on rentre dans le domaine plastique Grâce à ces nouvelles informations, le forgeron pourra modifier les paramètres du procédé de mise en forme, afin de rester si possible dans le domaine élastique.

Quatrième cas :

Formulation intégrée du problème thermo-mécanique :
Les résultats obtenus précédemment utilisaient une formulation nodale pour traiter le contact, le frottement et les échanges thermiques.
Nous avons ensuite refait les calculs, mais cette fois en utilisant la formulation intégrée, décrite au chapitre II.2.5.1.

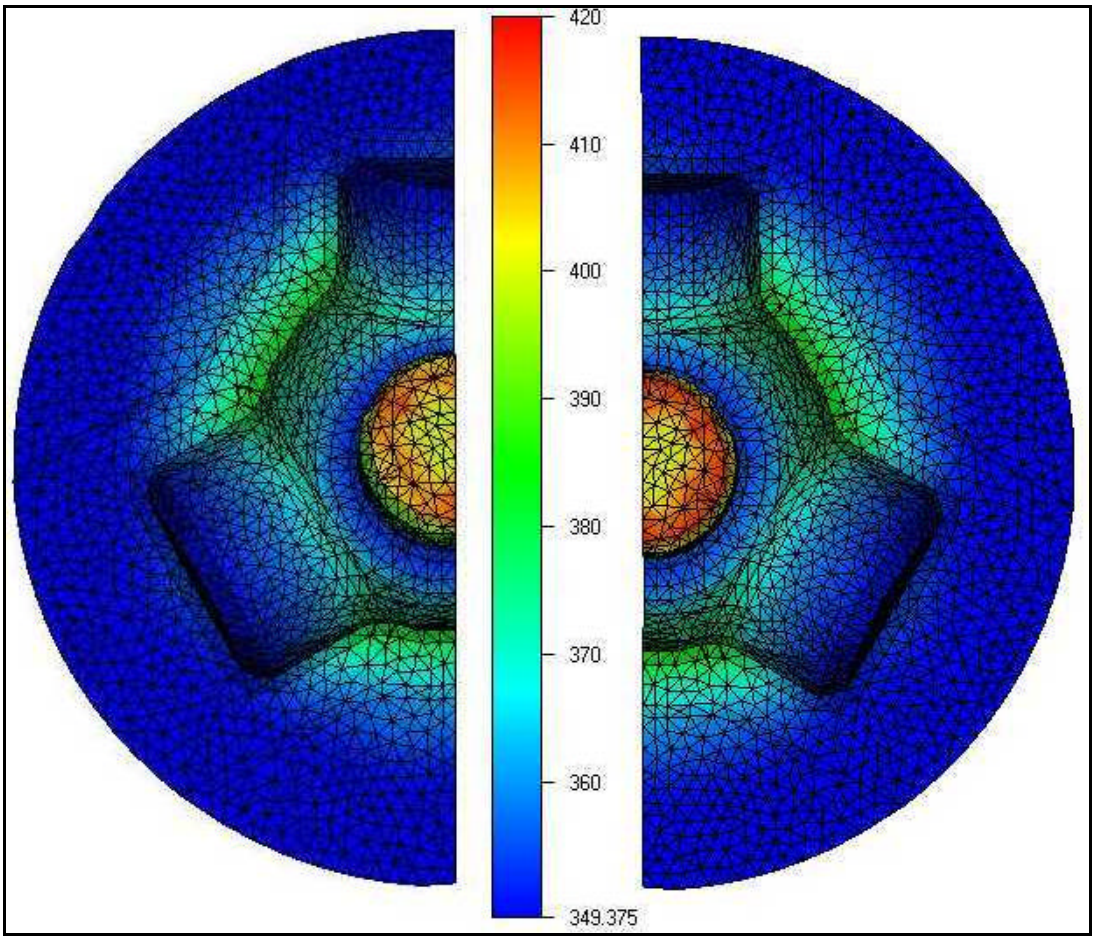


Figure 30 : Comparaison thermique nodale / thermique intégrée

A gauche de l'image on peut voir le champ thermique obtenu à partir de la formulation nodale du problème, tandis qu'à droite de l'image on visualise le résultat obtenu avec la formulation intégrée. D'un point de vue thermique, sur ce cas, on ne distingue pas de grosse différence entre les deux formulations.

Cinquième cas :

Voici maintenant les résultats obtenus avec un cas d'étude (fourni par le Trinity College).
Ce cas est composé de 3 corps (une pièce et deux outils), représentés sur la Figure 31.

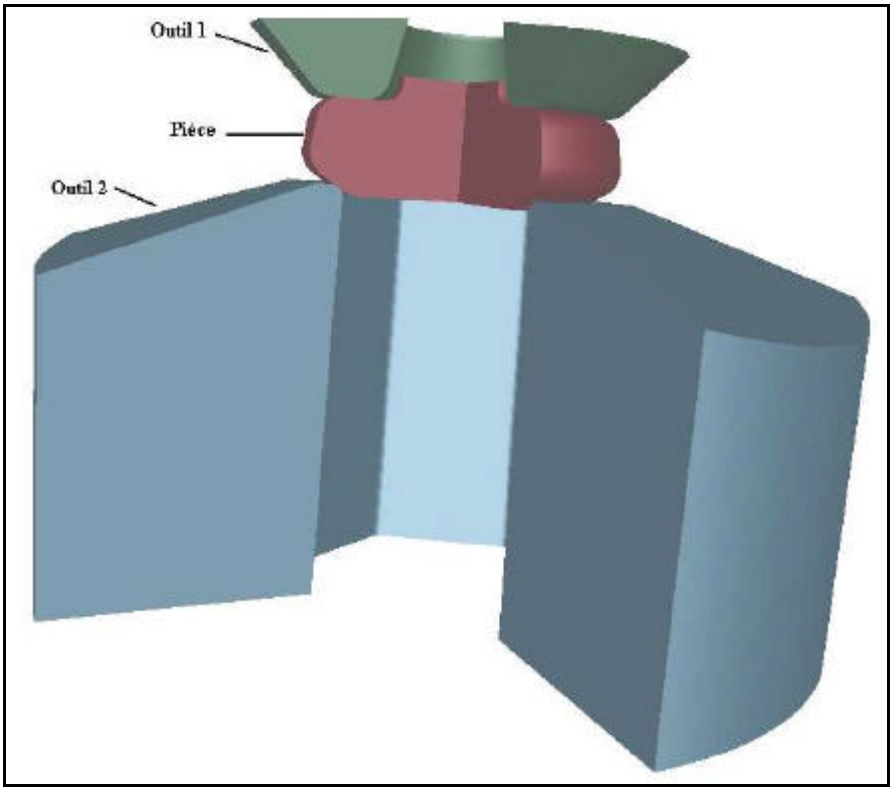


Figure 31 : Vue en coupe du cas du Trinity Collegue

En considérant les symétries du problème, on peut se contenter d'effecteur les calculs sur un quart du problème global. Le problème est tout de même composé de 28382 nœuds.
L'outil supérieur reste immobile, tandis que l'outil inférieur monte à une vitesse de 3 $mm.s^{-1}$.
Les 3 corps sont à une température initiale de 30 °C et le coefficient de transfert thermique est de 1000 $W.m^{-2}.K^{-1}$.
La pièce suit une rhéologie viscoplastique (K = 624089.5425 kPa et m=0), tandis que les outils sont élastiques (module d'Young = 21.10^7 kPa et coefficient de poisson = 0.3).
Le frottement entre les corps est un frottement de coulomb, avec μ=0.15.
Les données thermiques sont les mêmes pour tous les corps et sont disponibles dans le Tableau 9.

Masse volumique ($kg.mm^{-3}$)	Chaleur massique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	Conductivité ($W.mm^{-1}.K^{-1}$)
$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$
$7.5.10^{-6}$	$6.69.10^{8}$	$2.758.10^{4}$

Tableau 9 : Données thermiques pour le cas du Trinity College

Sur la Figure 32, on visualise la température de la pièce, vue de dessus.

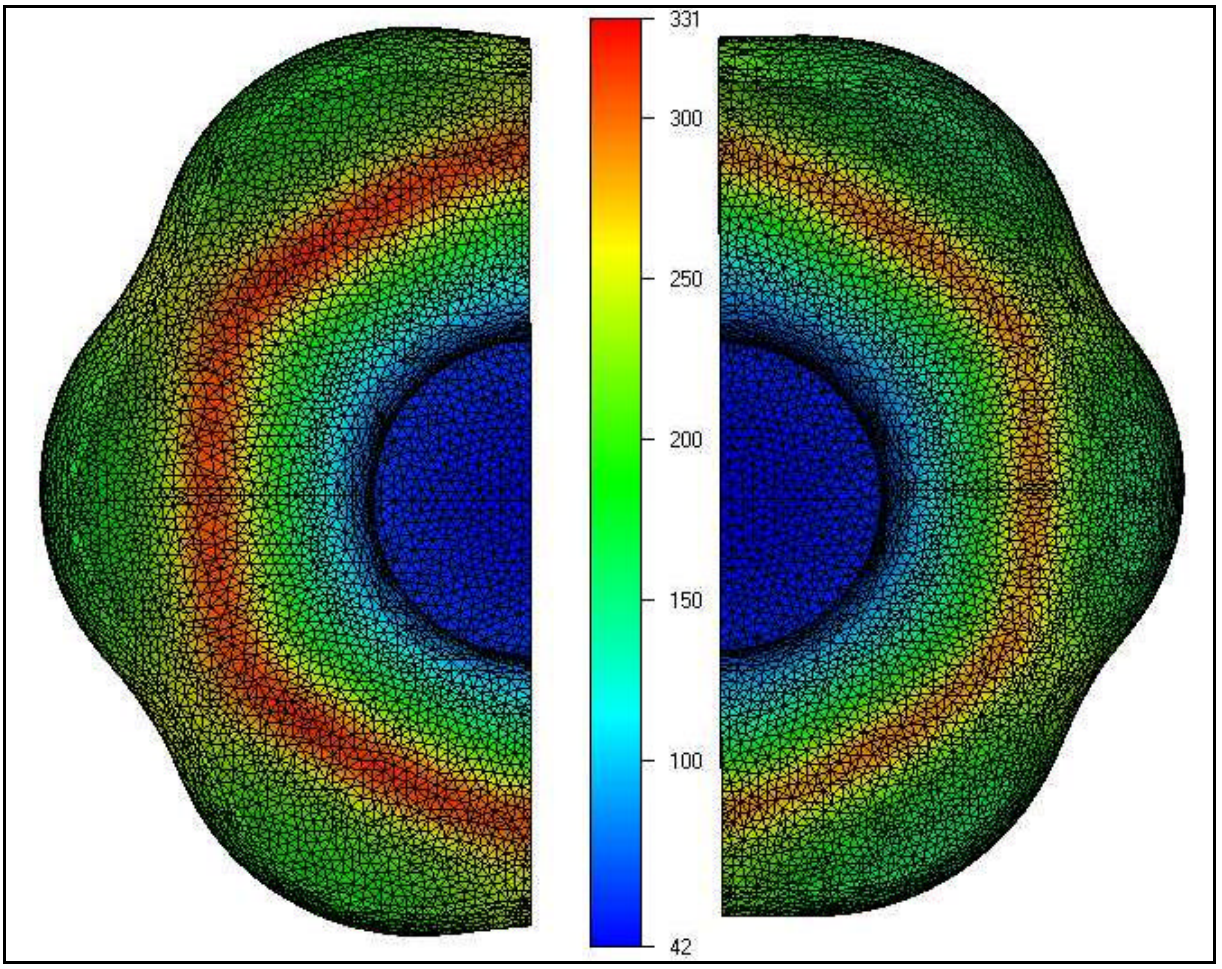


Figure 32 : Comparaison thermique nodale / thermique intégrée

A gauche de l'image on peut voir le champ thermique obtenu à partir de la formulation nodale du problème, tandis qu'à droite de l'image on visualise le résultat obtenu avec la formulation intégrée. On peut remarquer que la température obtenue avec la formulation nodale est légèrement supérieure à celle obtenue avec la formulation intégrée.

	CPU
Formulation nodale	61h45
Formulation intégrée	65h42

Tableau 10 : temps de calcul pour les deux formulations du problème

Dans le Tableau 10, on s'aperçoit que le temps mis pour résoudre le problème intégré est légèrement supérieur à celui du problème nodal.

En ce qui concerne les outils, on s'aperçoit, sur la Figure 33, que la température obtenue avec la formulation intégrée est légèrement supérieure à celle obtenue avec la version nodale. On remarque aussi, que pour un même maillage (il n'y a pas eu de remaillage sur les outils) les températures sont plus lisses dans le cas intégré (à droite de la Figure 33) que dans le cas nodal (à gauche), ce qui justifie complètement l'utilisation de la nouvelle formulation.

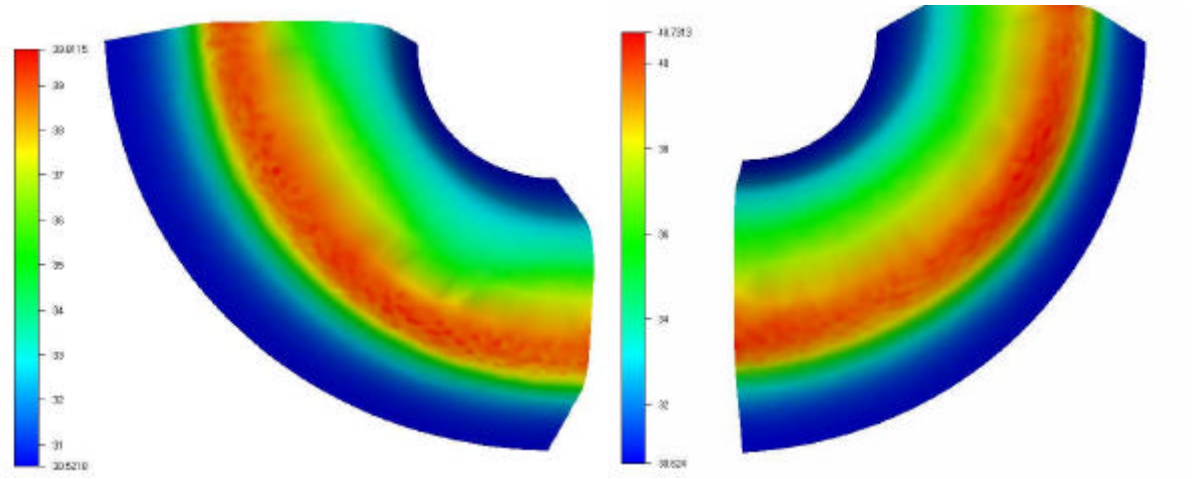


Figure 33 : Echauffement sur l'outil supérieur

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre approche multicorps. Grâce à cette méthode, il nous est possible d'effectuer des calculs thermo-mécaniques à la fois dans la pièce et dans les outils. Pour cela, il nous faut donc aussi discrétiser les outils, et donc augmenter la taille du problème à résoudre

Les différents résultats que nous avons présentés justifient pleinement le développement et l'utilisation d'une formulation complète couplée si nous voulons parvenir à des résultats intéressants pour la conception des outillages.

D'un point de vue mécanique, on voit l'intérêt d'avoir une description générale du comportement de l'outillage ; un comportement purement élastique s'avère dans certains cas insuffisant.
Le calcul thermique montre l'importance que peut prendre l'échauffement des outils.
De plus, la nouvelle formulation en thermique permet de supprimer certains artéfacts numériques qui pouvaient nuire à une compréhension fine des phénomènes.
[BAR 2004] montrait qu'il y avait une grande différence du point de vue mécanique entre une formulation nodale et une formulation intégrée. Du point de vue thermique, la différence est moins visible.

Dans le chapitre suivant, nous allons donc présenter différentes techniques nous permettant d'effectuer des calculs multicorps en des temps industriellement acceptables.

Chapitre III

Stratégies pour des temps de calculs optimisés

III.1. Motivations de cette étude

Rappelons tout d'abord que l'objectif de cette thèse est la mise au point d'un modèle numérique efficace pour permettre de mieux comprendre et analyser :

- les sollicitations thermomécaniques subies par les outils
- les phénomènes d'usure abrasive des outils

Nous avons présenté dans le chapitre précédent le modèle mécanique multi-corps qui sera utilisé pour modéliser et mieux comprendre ces phénomènes.
On a vu en particulier que le fait de discrétiser et modéliser les outils va augmenter de façon notable la taille du problème à résoudre et va donc aussi entraîner une augmentation du temps de calcul.
Il faut cependant que la durée d'une simulation de forgeage reste acceptable si on veut pouvoir atteindre les objectifs précédemment cités.
Le but de ce chapitre est donc de faire le point sur les différentes stratégies mises au point et testées pour permettre de ramener le temps calcul à des limites raisonnables.

Nous avons vu que le modèle mécanique du procédé de forgeage conduit à la résolution d'un problème non linéaire.
La résolution numérique de ce problème est basée sur l'utilisation d'un algorithme de minimisation de Newton-Raphson. Cet algorithme ramène en fait la résolution du problème non linéaire à la résolution d'une suite de problèmes linéaires jusqu'à convergence des itérations.
Les systèmes linéaires ainsi obtenus sont résolus par utilisation d'un algorithme de Résidu Minimal. Or, la complexité de cet algorithme n'est pas en O(N), mais en $O(N^{3/2})$. Cela signifie que le temps de calcul n'évolue pas linéairement par rapport au nombre de degrés de liberté du problème. Par exemple, en multipliant le nombre de nœuds dans le problème par un facteur 5, (ce qui est assez représentatif en première approximation d'un problème multi-corps si on veut discrétiser les outils), on va multiplier le temps de calcul par un facteur 11 ($5^{3/2}$) - et non pas 5.

Dans le Tableau 11, ci-dessous, on trouve les temps de calcul obtenus pour le cas du triaxe, présenté dans le chapitre précédent. La pièce est supposée avoir un comportement visco-plastique, tandis que les outils ont un comportement élastique. Le problème mécanique sera alors linéaire sur les outils et non linéaire sur la pièce.

	Nombre de nœuds	Temps de calcul (min)
Monocorps : Pièce	1737	25
Multicorps : Pièce + outils	1738 + 8950 = 10688	206

Tableau 11 : Temps de calcul

Le nombre d'inconnus du problème a donc été multiplié par un facteur 6 (10688/1738 = 6.15), alors que le temps de calcul a été multiplié par environ un facteur 8 (206/25 = 8.24).
On remarque bien que le temps de calcul n'a pas évolué de manière linéaire avec l'évolution du nombre de nœuds. Cependant, on se serait plutôt attendu à un temps de calcul de l'ordre de 381 min ($25*(6.15)^{3/2}$).
Or le calcul multicorps s'est effectué en « seulement » 206 min. Cela s'explique par le fait que le problème dans les outils est déjà linéaire, et donc l'algorithme de Newton-Raphson prendra moins de temps à linéariser le problème global et sera d'autant plus rapide.

Un temps de calcul de 206 min est parfaitement acceptable. Mais, le cas du triaxe est un cas simple. Il en sera autrement pour un cas industriel fortement non linéaire, possédant plusieurs dizaines de milliers de degrés de liberté. En effet, pour des cas industriels, la géométrie des outils, leur rhéologie et les événements de contact sont plus complexes et donc le problème est d'autant plus non linéaire.

On voit donc que, pour analyser des problèmes industriels concrets, il nous faut développer différentes méthodes permettant de diminuer ces temps de calcul.
Une première méthode permettant de traiter des comportements généraux pour les outillages va en fait reposer sur un calcul périodique découplé entre thermique et mécanique. Le choix de la période est essentiel et conditionne le compromis entre le niveau de précision souhaité pour les calculs et le temps de résolution.
Dans le cas particulier – et néanmoins très répandu industriellement – où le comportement de l'outillage reste élastique, nous verrons qu'une adaptation spécifique de l'algorithme permet d'obtenir la solution complète sans perte de précision en un temps réduit.
Le remaillage découplé entre pièces et outils va également permettre de réduire les temps de calculs.
En dernier lieu, la mise au point d'une version parallèle sera le dernier élément dans le cadre de l'objectif de réduction significative des temps calcul.

III.2. Calcul mécanique périodique dans les outils

La méthode qui va être décrite ci-dessous repose sur le fait que dans le domaine de la forge à chaud, les outils subissent très peu de déformation. Cette méthode ne pourra donc être utilisée que dans ce cadre.

III.2.1. Principe de la méthode

Dans le domaine de la forge à chaud, l'outillage subissant peu de déformation, nous avons pensé qu'il était inutile de résoudre le problème mécanique sur les outils à chaque pas de temps. Les phénomènes thermiques intervenant sur ces derniers étant importants, le problème thermique, lui, devra toujours être résolu à tous les pas de temps.
L'idée de cette méthode est donc de choisir une *période de calcul mécanique*. A l'instant initial, le problème mécanique est résolu sur l'ensemble pièce+outils. Ensuite, le problème mécanique sera résolu seulement sur la pièce, sauf lorsque le numéro de l'incrément sera un multiple de la *période de calcul mécanique* choisie, auquel cas, il sera résolu sur l'ensemble pièce+outils. Le problème thermique, quant à lui, sera résolu sur l'ensemble des corps à chaque incrément de calcul.
Plus tard, on pourra déclencher un calcul dans les outils en se basant non pas sur le numéro de l'incrément, mais sur des critères plus physiques, tels que le temps absolu du calcul ou la déformation plastique des outils.
En dehors de la *période de calcul mécanique*, les outils sont alors considérés comme des corps rigides, comme le montre la Figure 34.

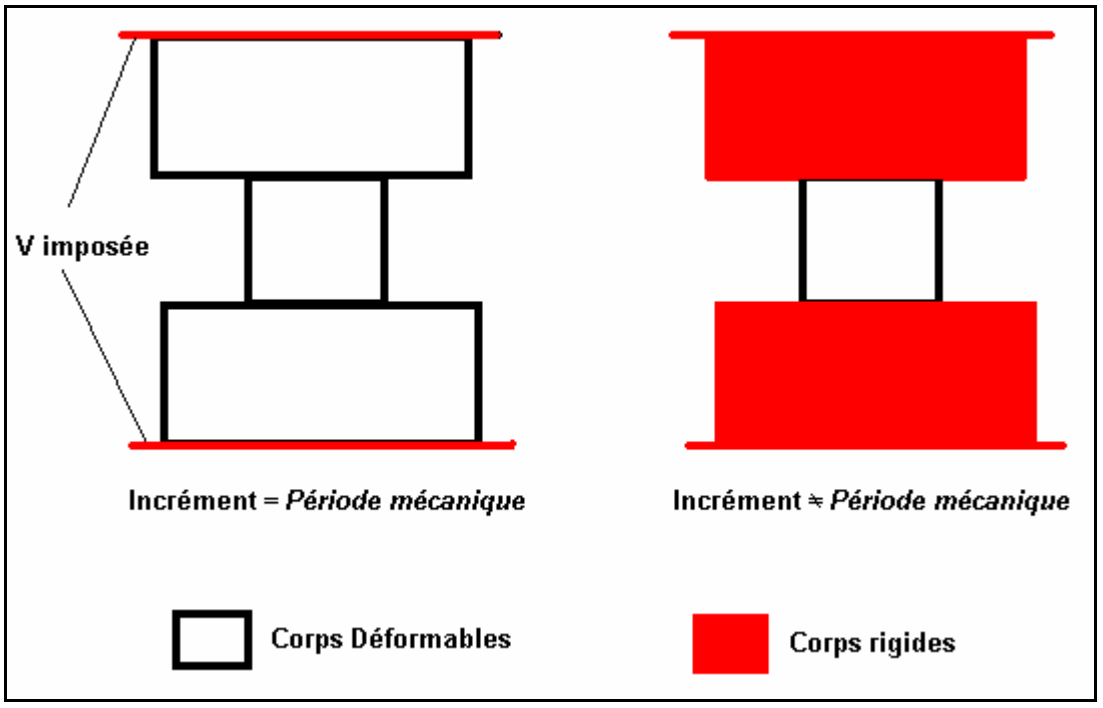


Figure 34 : Calcul sur les corps

En dehors d'une *période de calcul mécanique*, le problème mécanique n'étant pas résolu sur les outils déformables, il est impossible d'obtenir la vitesse sur chaque nœud de leur maillage. Comme on considère les outils rigides, pour mettre à jour la vitesse de leurs nœuds, on leur affectera alors simplement la valeur du champ de vitesse de l'outils rigide en contact.

Entre deux *périodes de calcul mécanique*, la plupart des variables mécaniques (pression, champ de contrainte) sont transportées telles quelles. Cela permet de visualiser ces champs, même lorsqu' aucun calcul mécanique n'a été effectué. Cependant, il faut tout de même intégrer la déformation à tous les incréments entre chaque période de calcul.

On retrouve un résumé du principe de cette méthode d'approximation, dans le Tableau 12.

Incrément	Pièce	Pièce+outils
1 iter 1 iter 2 iter 3 Therm.		 X X X X
2 iter 1 iter 2 iter 3 Therm	 X X X	 X
3 iter 1 iter 2 iter 3 Therm		 X X X X

Tableau 12 : Résolution du problème mécanique.

Dans cet exemple, la *période de calcul mécanique* choisie est égale à 2. De cette manière, on ne résout le problème mécanique sur le système complet pièce+outils, qu'un pas de temps sur deux. Par contre le problème thermique (en rouge dans le tableau) est résolu sur l'ensemble des corps à chaque pas de temps.

Le cas extrême de cette méthode est évidemment celui d'éviter tout calcul mécanique dans les outils déformables ; ces derniers sont alors considérés comme des outils rigides tout au long de la simulation.
On trouve un résumé de cette méthode dans le Tableau 13.

Tout comme dans la version monocorps de Forge3®, on n'effectue aucun calcul mécanique sur les outils, qui sont donc supposés rigides. Mais l'avantage de cette méthode, est qu'elle permet :

- de prendre en compte l'échauffement des outils,
- et par voie de conséquence, de mieux estimer les échanges thermiques à l'interface
- et donc d'obtenir une meilleure description de l'évolution du champ thermique dans la pièce.
- et une meilleur description des déformations de la pièce si la rhéologie est thermo-couplée.

Incrément	Pièce	Pièce+outils
1		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3	X	
Therm.		X
2		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3	X	
Therm		X
3		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3	X	
Therm		X

Tableau 13 : Aucun calcul mécanique sur les outils

III.2.2. Mise à jour des cellules de contact

La détection du contact utilise un algorithme de tri hiérarchique pour détecter les faces d'outils rigides en vis à vis. Ces faces sont classées dans des «cellules de contact » dont la cellule élémentaire est une sphère contenant une face de l'outil. La détermination de cet arbre de recherche est coûteuse. Dans le cas d'un calcul avec outils rigides, elle est faite uniquement en début de calcul puis simplement réactualisée en fonction de l'avancée de l'outil.
Dans un cas multicorps, cette procédure doit être effectuée sur un nombre de faces plus important (faces des outils rigides + faces des outils déformables) (voir Figure 35 : Cellules de contact). De plus l'arbre hiérarchique doit être actualisé en cas de déformation de l'outil déformable.
En parallèle à l'utilisation d'une période mécanique décrite au chapitre III.2.1., on ne lance la construction des cellules de contact que lorsque l'outil se déforme. Dans le cas contraire, on actualise le centre des cellules par simple translation.

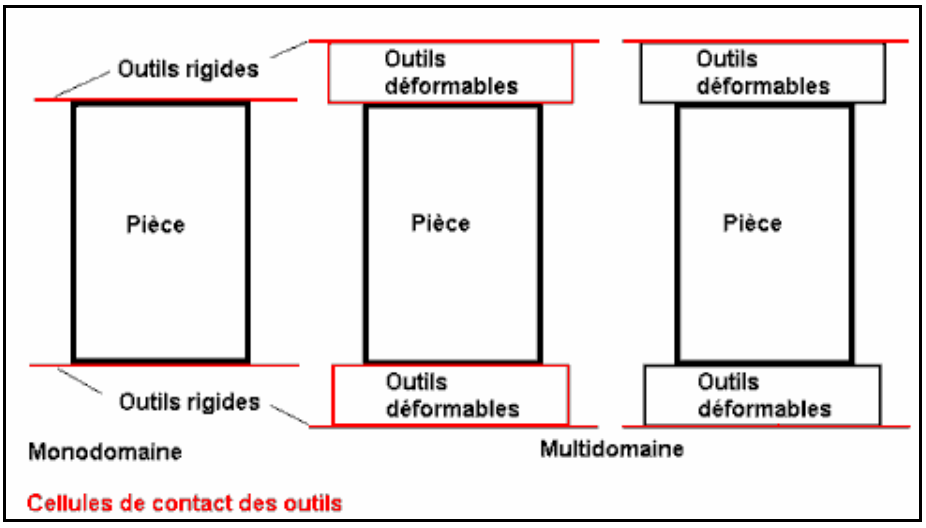


Figure 35 : Cellules de contact

Dans le cas d'un calcul multicorps classique, les cellules de contact sont recalculées à la surface des outils déformables à tous les incréments (image du milieu sur la Figure 35). Mais lorsqu'on utilise la méthode précédemment décrite (image de droite sur la Figure 35), on s'aperçoit que seules les cellules des faces des outils rigides ont besoin d'être recalculées.

Pour avoir une idée du gain en terme de temps de calcul de cette méthode, on a fait tourner 100 fois la routine d'assemblage des cellules dans différents cas de triaxe (Tableau 14). Tout d'abord, on effectue le calcul des cellules sur un problème monocorps. Puis sur un cas multicorps complet. Et enfin sur un cas multicorps en utilisant une période de calcul mécanique dans les outils déformables, afin d'éviter de recalculer les cellules pour chaque face des outils déformables.
Voici les résultats obtenus dans le cas du triaxe : 1737 nœuds dans la pièce et 8901 nœuds dans les outils.

Monodomaine	Multidomaine	Période Mécanique (pas de calcul dans les outils)
35 secondes	264 secondes	40 secondes

Tableau 14 : Temps mis pour créer les cellules de contact (*100)

On s'aperçoit qu'en cas d'utilisation d'une période mécanique (dernière colonne du tableau), le temps mis pour calculer les cellules de contact, tend vers le cas où on utilise des outils rigides (première colonne du tableau).

III.2.3. Résultats

Nous avons effectué nos premiers tests sur le cas du triaxe. Le temps de forgeage est de 0.6 seconde. Le coefficient de transfert thermique est de 2000 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Les frottements utilisés sont de type Coulomb avec un coefficient $\mu = 0.4$.
Afin de visualiser l'évolution de la pression et de la température au cours du calcul, nous avons placé un capteur sur l'outil du haut (Figure 36).

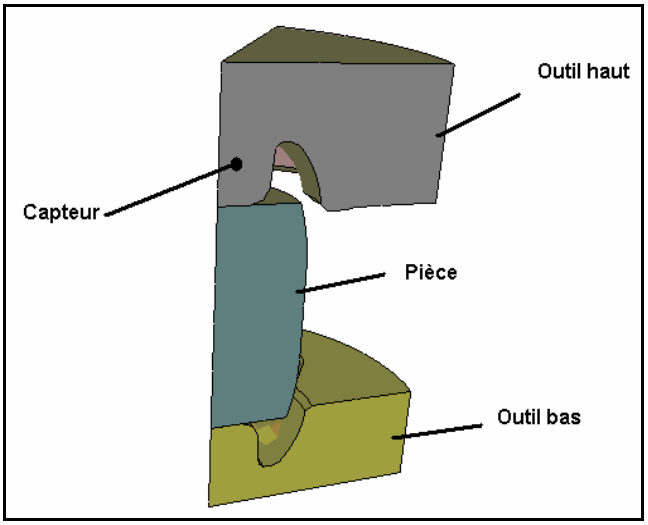


Figure 36 : 1/6 du problème du Triaxe : pièce-outil-capteur

En utilisant les symétries des différentes pièces, il nous a été possible de ne modéliser qu'un sixième du problème complet.
Les maillages de la pièce et des outils sont composés respectivement de 1737 et 8901 nœuds.

Pour tester l'efficacité de cette stratégie sur la réduction du temps de calcul et la précision des résultats, nous avons effectué une série de cinq tests.
Nous avons tout d'abord effectué un calcul mécanique dans les outils à tous les incréments. Cela constitue notre cas de référence. Pour les quatre autres cas, nous effectuerons un calcul mécanique dans les outils tous les 2, 10, 100 et 150 incréments. Le dernier cas correspond à ne faire qu'un calcul mécanique dans les outils au premier incrément.
Les rhéologies utilisées sont tirées des bases de données matériau de Forge2 ®. La pièce est élasto-visco-plastique (aluminium) et les outils sont élastiques (acier).
Dans le tableau ci-dessous (Tableau 15), on peut trouver les valeurs des différents coefficients des lois utilisées.

Objet	Rhéologie	Consistance (kPa)	sensibilité vitesse déformation	Module d'Young (kPa)	Coef. Poisson
Pièce	EVP	1.625e+06	1.390e-01	70000.0e+03	0.30
Outils	élastique			210000.0e+03	0.30

Tableau 15 : Coefficients des rhéologies utilisées.

Au cours du forgeage, l'outil supérieur va venir écraser la pièce pour lui donner sa forme finale (Figure 37).

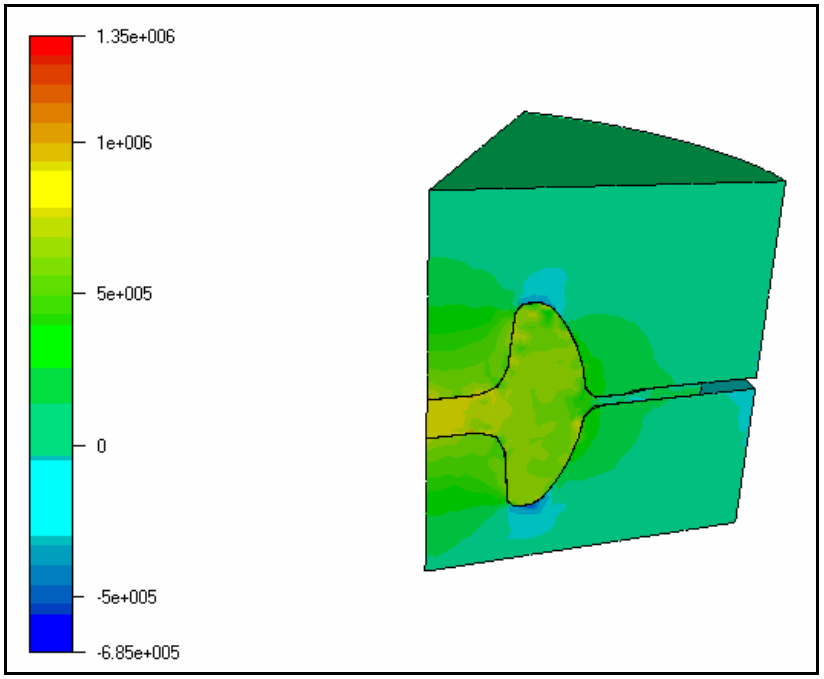


Figure 37 : 1/6 du cas de triaxe – isovaleur de pression (kPa)

En ce qui concerne la thermique, nous pouvons, grâce au capteur, comparer le champ de température en un point de l'outil supérieur au cours du calcul (Figure 38).

Légende des figures :
Période = 1 : couplage couplé complet
Période = 2 : on effectue une calcul mécanique dans les outils tous les 2 incréments.
Période = 10 : on effectue une calcul mécanique dans les outils tous les 10 incréments.
Période = 100 : on effectue une calcul mécanique dans les outils tous les 100 incréments.

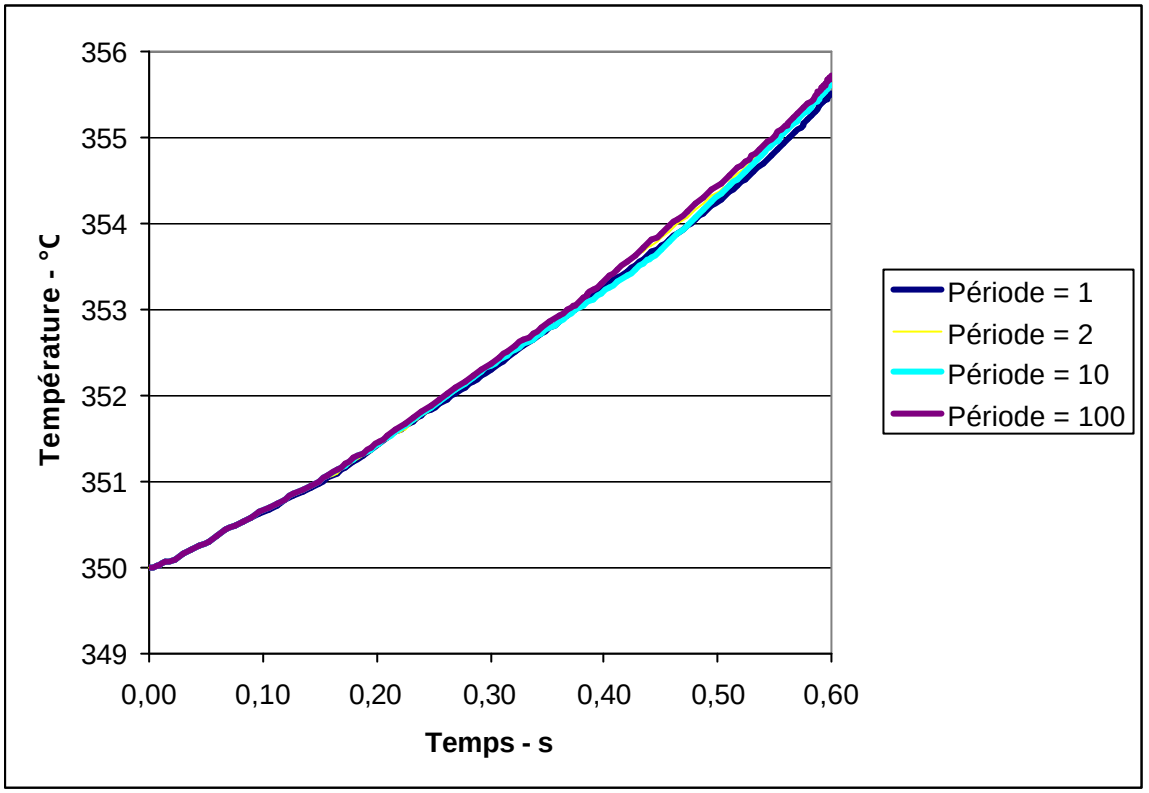


Figure 38 : Température obtenue pour différente *périodes mécaniques*

Nous avons remarqué que ce champ de température était le même dans tous les cas, ce qui est normal vu que la résolution du problème thermique est faite à tous les incréments.
On en déduit ainsi qu'il n'y a pas eu perte d'information lors des modifications du code.
La similitude des différentes courbes de température met aussi en évidence le fait que le calcul mécanique n'influe aucunement sur le calcul thermique dans ce cas.
Cela s'explique, d'une part, par le fait qu'on ne calcule pas de déformation plastique dans l'outillage, car la rhéologie utilisée est élastique. Et d'autre part, les coefficients d'échanges thermiques utilisés sont constants au cours des calculs et ne dépendent donc pas de la pression de contact.

Comparons maintenant les résultats en ce qui concerne les calculs mécaniques.
Sur la Figure 39, on a tracé la pression obtenue sur un capteur se trouvant sur le nez de l'outil supérieur.
On compare le cas de référence (courbe Période = 1) avec les pressions obtenues pour les cas où les calculs mécaniques dans les outils sont effectués tous les 2, 10 et 100 incréments.

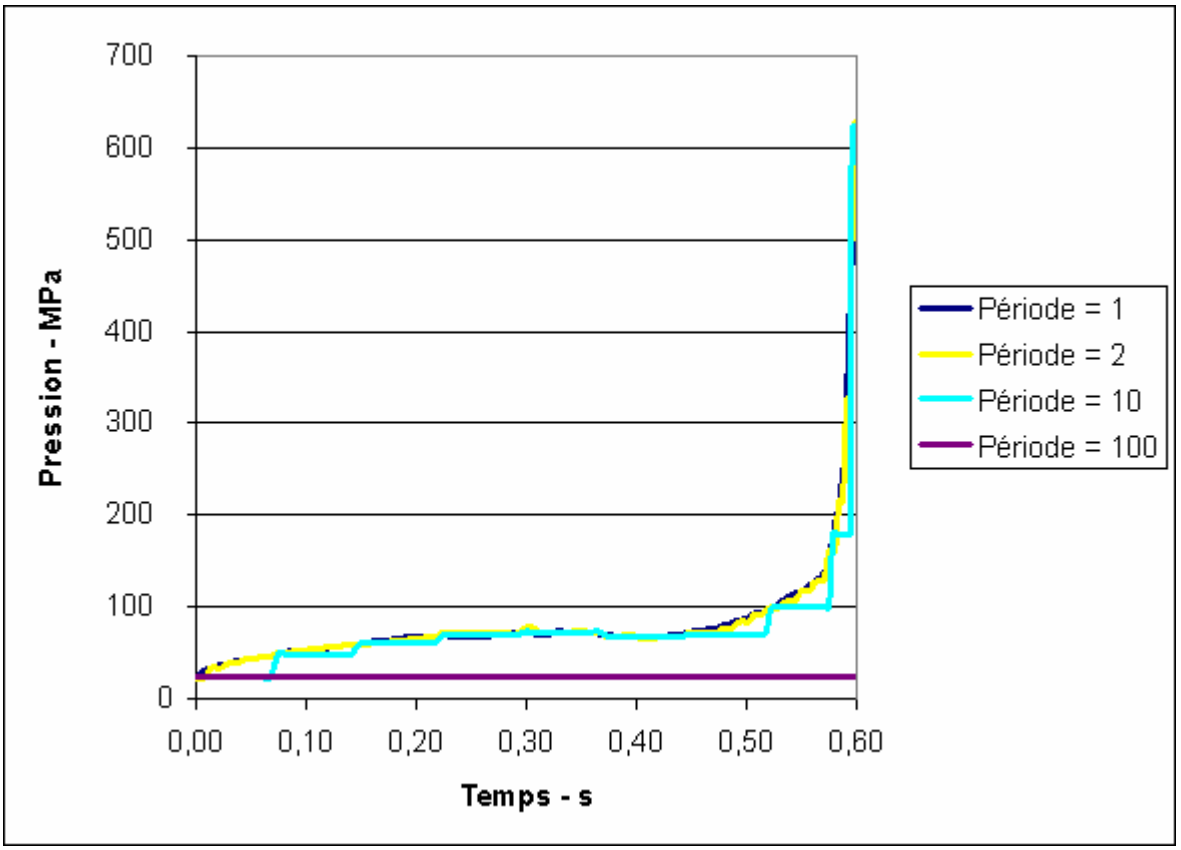


Figure 39 : Pression obtenue pour différente *périodes*

On observe qu'en effectuant un calcul mécanique dans les outils une fois sur deux (courbe Période = 2) la pression obtenue est relativement semblable à celle obtenue dans le cas de référence. Dans le cas où l'on utilise une *période de calcul mécanique* égale à 10 (courbe Période = 10), on s'aperçoit que la forme générale de la courbe de pression est respectée. On note cependant l'apparition de paliers. Ces paliers sont dus au fait que l'on transporte la pression sans la recalculer, entre deux calculs dans les outils.
Enfin, sur la dernière courbe (une *période de calcul mécanique* égale à 100), on s'aperçoit que la valeur de la pression reste constante au cours des calculs et égale à la valeur calculée lors du premier incrément.

Sur la Figure 40, on a fait un zoom sur la dernière partie de la Figure 39, afin de mieux visualiser les paliers de pression.

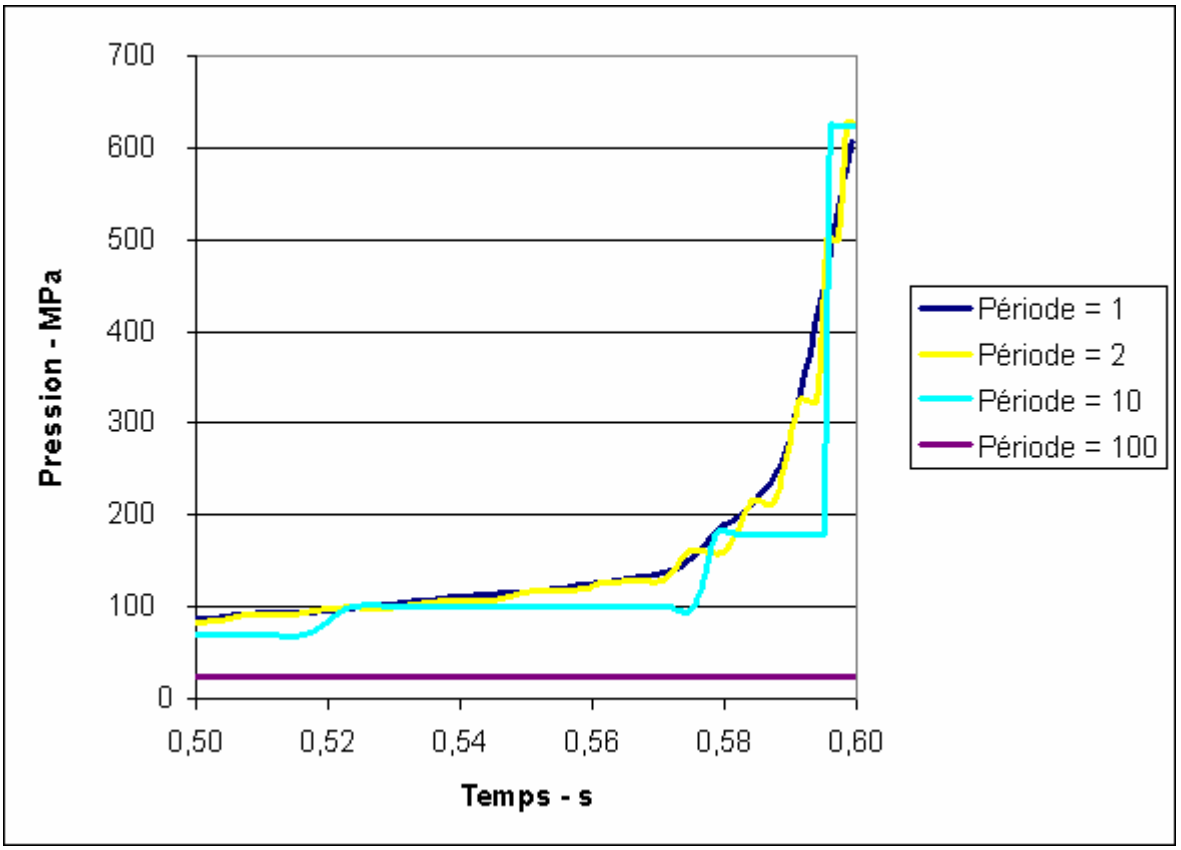


Figure 40 : Zoom sur les pressions en fin de forgeage

On remarque qu'avec une *période mécanique* égale à 2, on reste proche de la courbe de référence, même en fin de calcul, lorsque la pression augmente brusquement. Cependant, avec une *période mécanique* égale à 10, on constate une perte d'information en certain points de la courbe.
On peut tout de même remarquer que lorsqu'un calcul mécanique est effectué dans les outils, on recolle à la courbe de référence, et ce, pour n'importe qu'elle valeur de *période mécanique*, ce qui prouve qu'on recalcule bien l'équilibre mécanique.

En termes de comparaison de temps de calcul, on a tracé les temps de calcul obtenus pour différentes valeurs de *période mécanique* (Figure 41).

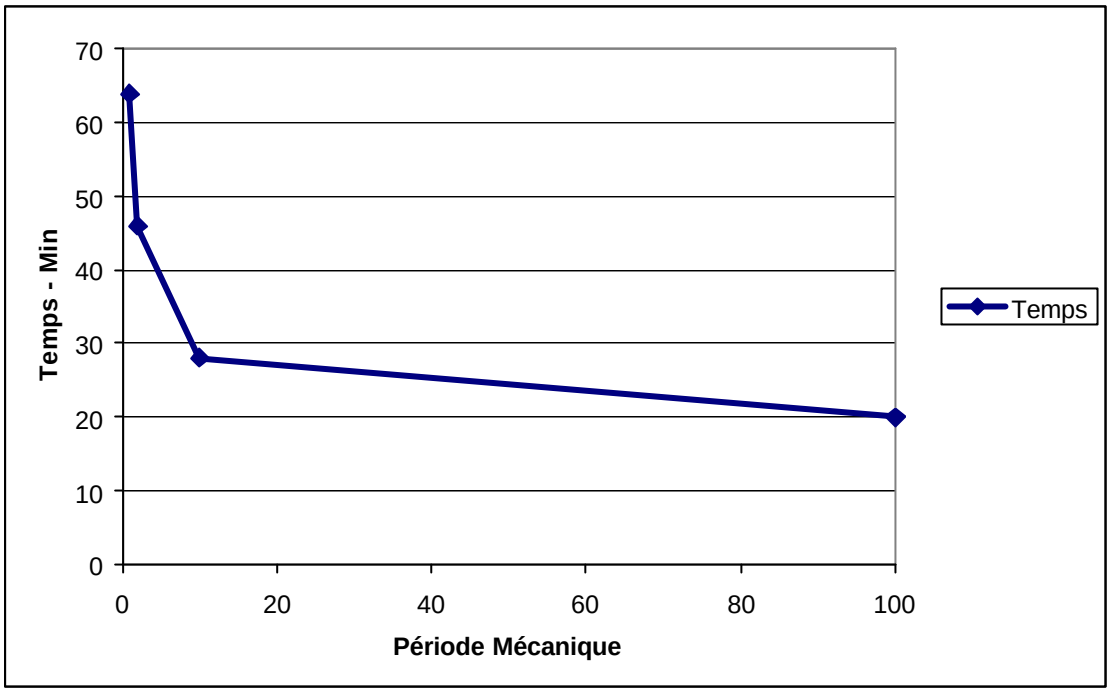


Figure 41 : Temps de calcul en fonction de la période choisie

On remarque une forte réduction de temps de calcul pour une *période mécanique* égale à 2. Dans ce cas là, les résultats obtenus sont encore précis. Cependant, on s'aperçoit que pour des *périodes mécaniques* plus importantes, on perd beaucoup de précision par rapport au temps de calcul gagné.

Nous allons maintenant tester la méthode permettant d'utiliser des outils rigides anisothermes. L'utilisateur peut utiliser cette méthode lorsqu'il n'a pas besoin d'avoir des renseignements *mécaniques* sur les outils. Ce qui va donc nous intéresser ici, ce sont essentiellement les résultats concernant la thermique.

Nous avons testé le cas du triaxe, en effectuant seulement la résolution du problème thermique sur les outils. Le temps de calcul est alors de 16mn. On est proche des 20mn obtenues avec une *période mécanique* égale à 100. La seule différence entre ces deux cas réside dans le fait que, pour le cas de la *période mécanique* égale à 100, la résolution du problème mécanique sur les outillages est effectuée uniquement à l'instant initial.

Sur la Figure 42, on visualise le champ de température obtenu sur les outils supérieurs.

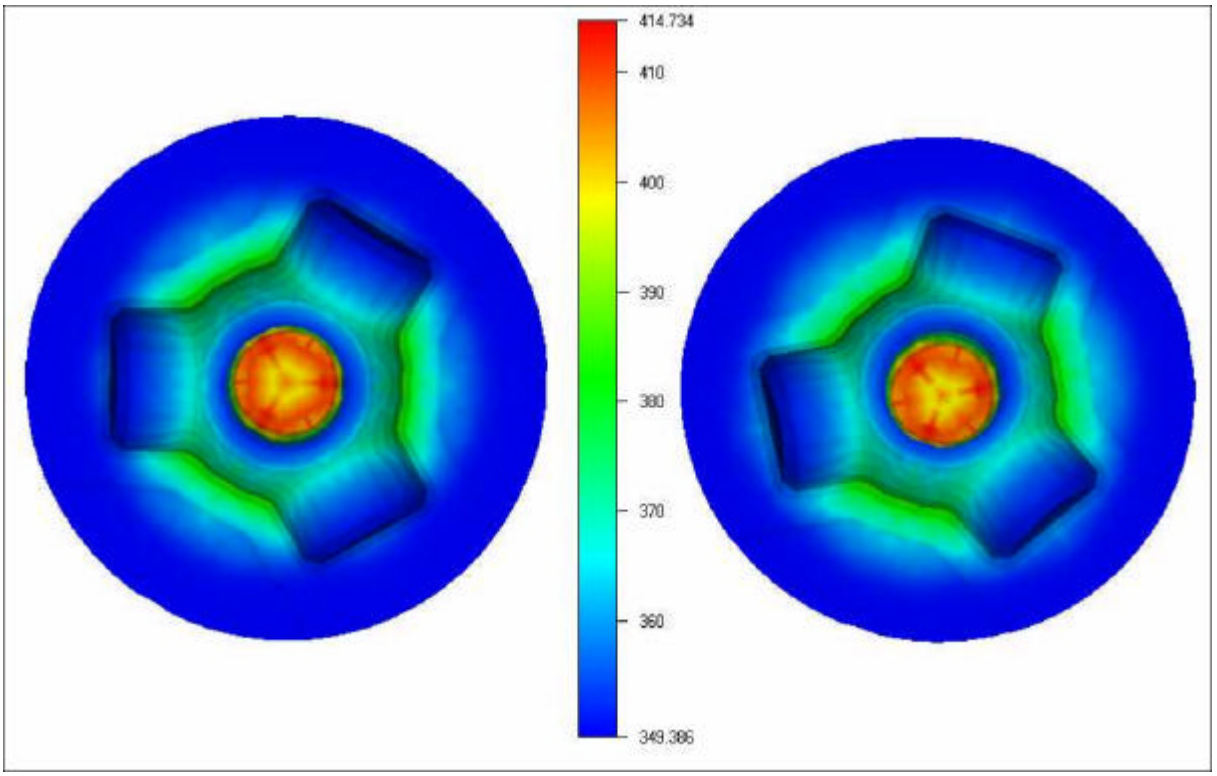


Figure 42 : température observée sur l'outil supérieur (vue de dessous)

Sur l'image de gauche, on visualise la température sur l'outil supérieur, dans le cas de référence - c'est-à-dire, lorsqu'on effectue la résolution du problème thermo-mécanique sur les outils à tous les incréments.
Sur l'image de droite, on visualise toujours le champ de température, mais cette fois, obtenu sans effectuer de calcul mécanique dans les outils. On s'aperçoit que les résultats obtenus sont identiques. On peut donc en déduire, que le problème mécanique influe très peu sur le problème thermique dans ce cas.
Cela est sans doute dû au fait qu'on ne calcule pas la déformation plastique et que le coefficient de transfert thermique ne dépend pas de la pression de contact.

A noter, que lorsqu'on utilise la version monocorps de Forge3®, les outils rigides restent isothermes à 350 °C.

Sur la Figure 43, on visualise maintenant les champs de températures obtenus sur la pièce.

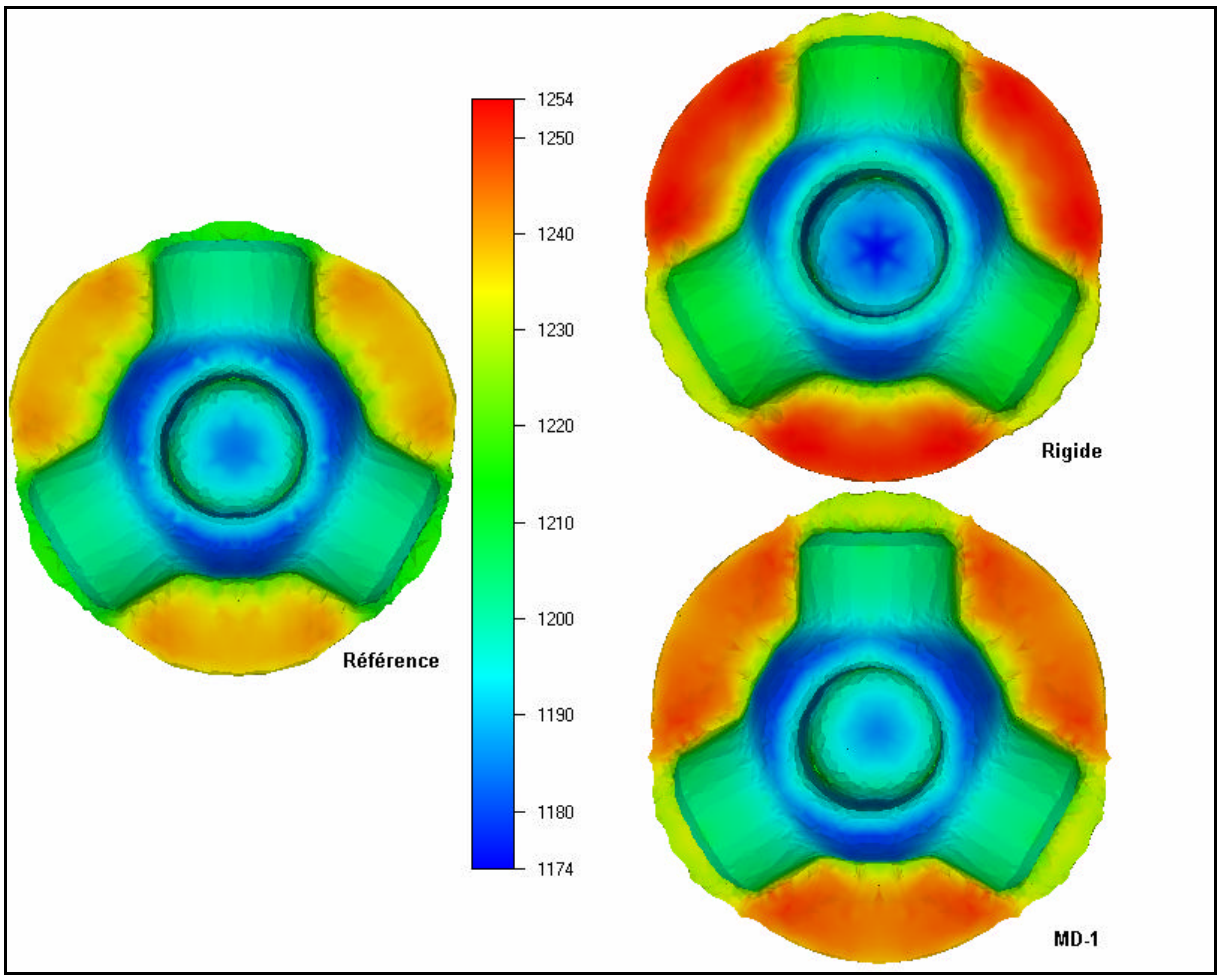


Figure 43 : champ de température obtenu sur la pièce

Sur la Figure 43 à gauche on visualise le champ de température sur la pièce (vue de dessus) en fin de simulation dans notre cas de référence : multicorps avec calcul mécanique dans les outils à tous les incréments.
On le compare avec le champ obtenu en utilisant la version monocorps de Forge3® (outils rigides et isothermes), visible sur l'image en haut à droite, et avec celui obtenu dans le cas où aucun calcul mécanique n'est effectué dans les outils, visible en bas à droite.
On s'aperçoit que lorsque les outils sont rigides et isothermes, la pièce est plus chaude et a donc fourni moins de chaleur aux outils. En effet, s'il y a un calcul thermique dans les outils, leur température doit augmenter et l'échange thermique doit donc être réduit. La pièce va donc refroidir moins rapidement.
Pour remédier à ce problème, on pourrait adapter les coefficients de transfert thermique, afin qu'ils évacuent plus de chaleur, ou alors choisir une température plus élevée (température moyenne au cours du temps) pour les outils rigides.

Cela met en évidence le fait qu'il faut utiliser de bonnes valeurs pour les coefficients de transfert thermique. Les coefficients utilisés avec la version monocorps du logiciel sont peut-être obsolètes et il serait bon d'en identifier de nouveaux, mieux adaptés à notre version multicorps. Les coefficients de transfert thermique utilisés ici sont constants au cours des calculs, alors qu'il a été montré qu'ils peuvent dépendre de différentes variables [MAL 1994]. Les auteurs utilise un coefficient de transfert thermique qui dépend de la pression, de la température et du temps de mise en contact.

III.2.4. Conclusion

On s'aperçoit bien que cette méthode ne pourra donc nous fournir qu'une approximation de la solution mécanique réelle. Il s'agira donc dans chaque cas de privilégier la précision des résultats ou le temps de calcul. Pour faire son choix, l'utilisateur pourra s'appuyer sur la Figure 41.

III.3. Cas des outils élastiques

Dans un certain nombre de cas de forgeage, les outils ont un comportement élastique – au contraire de la pièce qui a un comportement non linéaire (élasto-plastique, viscoplastique, …). Le problème mécanique sur la pièce sera donc non-linéaire tandis qu'il sera linéaire sur les outils si on ne considère pas la gestion du contact.
Nous allons voir ici comment nous pouvons nous ramener à une méthode plus économique en temps calcul – tout en gardant la même précision sur les résultats.

III.3.1. Principe de la méthode

Nous avons vu que nous utilisons la méthode de Newton-Raphson pour linéariser les problèmes non-linéaires. A chaque itération de cet algorithme, on se ramène à la résolution d'un problème linéaire tangent [MAR 1997].

Dans le cas où l'outillage a un comportement élastique (il ne subit pas de déformation plastique), le problème à résoudre est donc linéaire sur les outils.
Ces remarques nous ont donc conduit à proposer une seconde méthode de réduction du temps calcul. L'idée de cette méthode repose sur le fait de n'utiliser qu'une itération de l'algorithme Newton-Raphson sur les outils. On résout le problème sur la pièce seule en laissant l'algorithme de Newton-Raphson se dérouler classiquement. Une fois la convergence atteinte, on effectue une itération de Newton-Raphson supplémentaire pour le système complet pièce-outils.

Cette méthode est résumée dans le Tableau 16.

Deuxième méthode (itération de Newton-Raphson)		
Incrément	Pièce	Pièce+outils
1		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3	X	
iter 4		X
Therm		X
2		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3		X
Therm		X
3		
iter 1	X	
iter 2	X	
iter 3	X	
iter 4	X	
iter 5		X
Therm		X

Tableau 16 : deuxième méthode d'approximation

III.3.2. Résultats

Nous avons effectué des tests sur le cas du triaxe. Nous avons comparé les résultats obtenus dans le cas de référence, avec ceux obtenus en employant cette nouvelle méthode de diminution du temps de calcul.
Sur la Figure 44, on compare le champ de température obtenu sur un capteur placé dans l'outil supérieur, dans le cas de référence (courbe MD) et dans le cas où on utilise la méthode d'approximation (courbe NR).

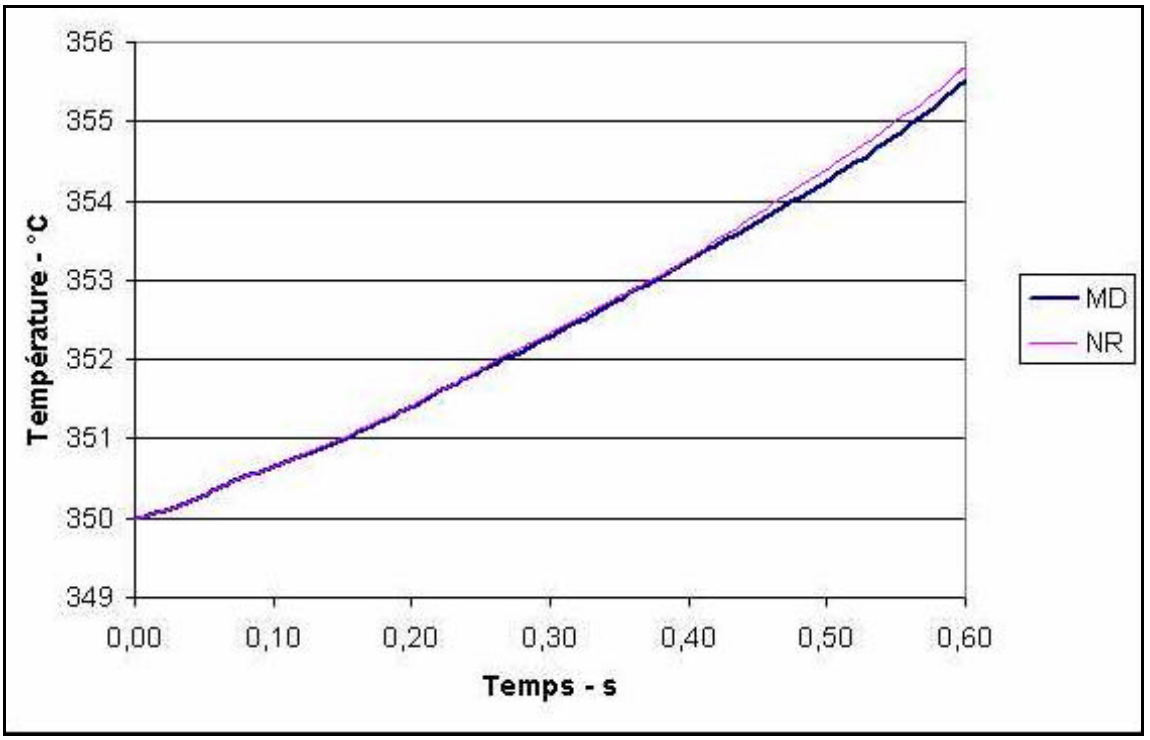


Figure 44 : Comparaison des températures obtenues entre la méthode couplée et la deuxième méthode d'approximation

La Figure 45 nous montre les champs de température à la surface des outils et sur la pièce.

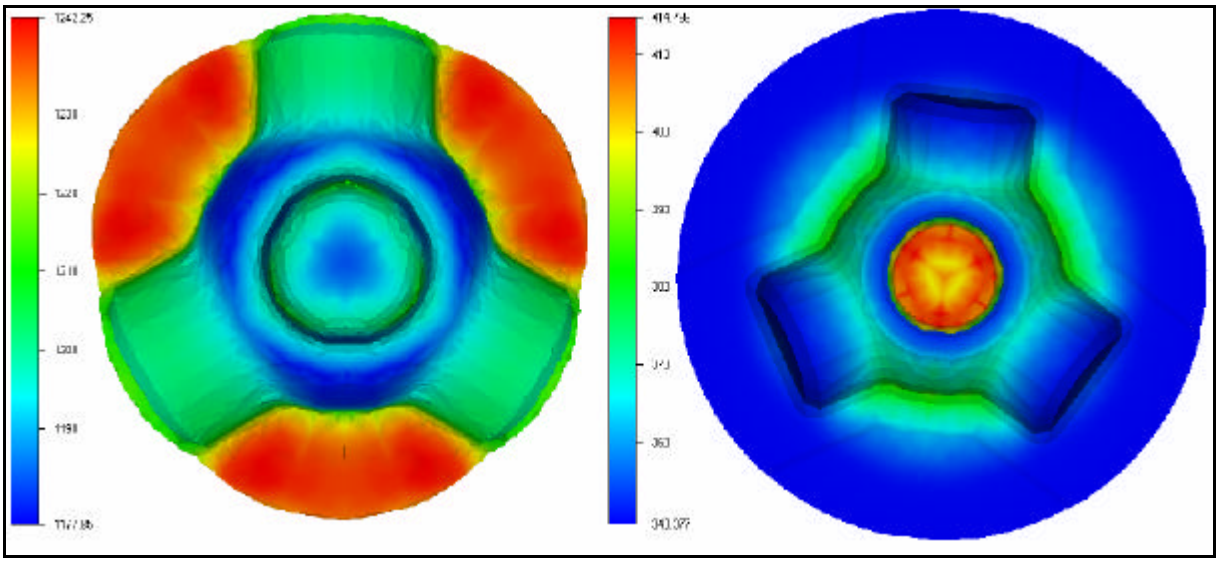


Figure 45 : Température de la pièce et de l'outil supérieur

En ce qui concerne la partie thermique, les résultats obtenus avec cette nouvelle méthode sont satisfaisants.

Enfin, la Figure 46, nous montre les résultats concernant les pressions sur les outils.

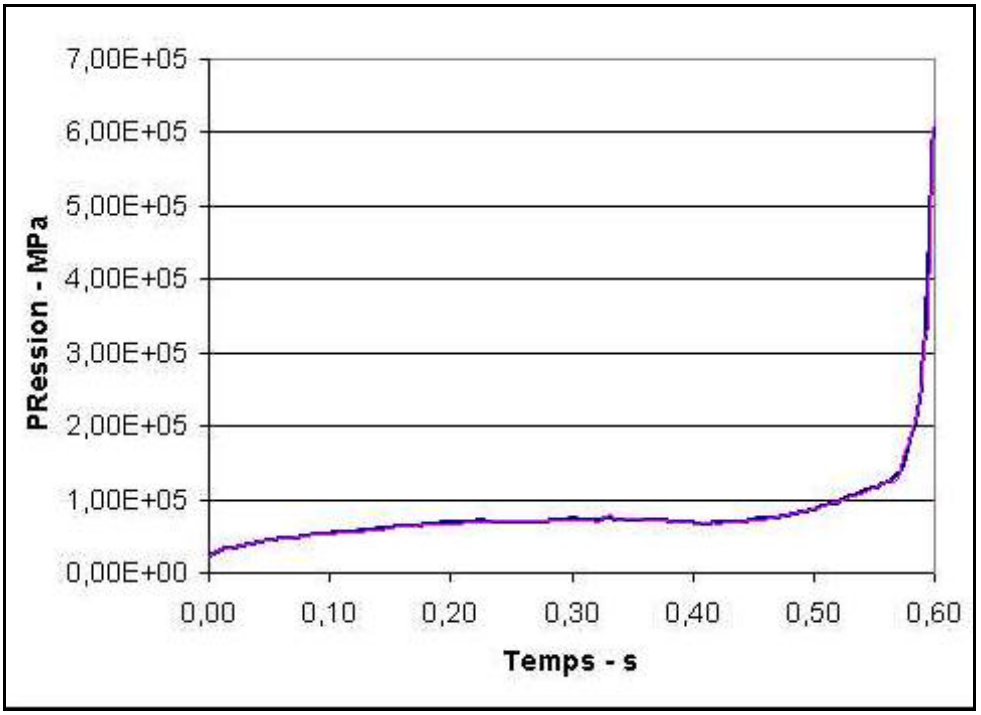


Figure 46 : Courbes de pression obtenues avec la deuxième méthode d'approximation

Sur cette figure, on s'aperçoit que la pression obtenue en utilisant la méthode de l'itération élastique dans les outils est la même que celle obtenue dans le cas de référence. Cette méthode permet d'obtenir des résultats mécaniques identiques au cas de référence à chaque incrément de calcul (contrairement à la méthode présentée au chapitre III-2).

III.3.3. Discussions

Nous avons testé nos différentes méthodes sur un cas de triaxe. Dans le Tableau 17, on peut trouver les temps de calculs obtenus, ainsi que les spécificités de chaque méthode.

Cas	**mono**	**MD-1**	**MD10**	**NR**	**MD2**	**MD**
CPU (min)	27	42	54	81	99	168
Calcul méca. dans les outils	Non	Non	1/10	Oui	1/2	Oui
Calcul therm. dans les outils	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

Tableau 17 : Temps de calcul pour les méthodes d'approximation

La première colonne de ce tableau correspond à la version monocorps de Forge3®, qui ne permet pas de faire des calculs thermo-mécaniques dans les outils.
La deuxième colonne correspond au cas, où l'on effectue seulement des calculs thermiques sur les outils.
La troisième (respectivement cinquième) colonne, correspond au cas où la résolution thermique est effectuée à tous les incréments et la résolution mécanique un incrément sur 10 (respectivement 2).
La quatrième colonne correspond à la méthode exposée dans le chapitre III-3. Elle permet d'avoir des temps de calculs raisonnables, tout en résolvant le problème thermo-mécanique

sur les outils. Cependant, l'inconvénient de cette méthode, c'est que les outils doivent suivre une rhéologie élastique.
Dans la dernière colonne, on trouve les résultats pour la version multicorps, utilisée sans méthode d'approximation de calcul. On effectue donc des calculs couplé-complet pièce-outils.
L'utilisateur peut donc choisir la méthode qu'il souhaite, en fonction de ses besoins : nécessité des calculs mécaniques ou thermiques sur les outils, précision des résultats.

III.4. Remaillage domaine par domaine

Au cours d'une opération de forgeage, la pièce va grandement se déformer. La description Lagrangienne du problème adoptée dans Forge3®, amène le maillage à se déformer avec la matière et donc à subir aussi de grandes transformations. Pour éviter une trop grande imprécision des calculs, il faut reconstruire un nouveau maillage dès que le maillage précédent est trop dégénéré.
Il faut alors transporter les informations de l'ancien maillage vers le nouveau. On utilise pour cela une technique d'interpolation inverse. Cette méthode est précise et raisonnable en temps de calcul.
Dans Forge3®, il existe deux types de variables à transporter.

Tout d'abord les variables de type P1, stockées aux nœuds des éléments.
Pour chaque nœud k' du nouveau maillage W', on cherche l'élément e de l'ancien maillage W qui le contient. Soient Q la quantité nodale à transporter, Q' la quantité transportée et J l'opérateur linéaire de transport par interpolation inverse, nous avons :

$$Q' = J\,Q$$

$$\forall k' \in O',\ Q^{k'} = \sum_{k \in e} Q^{k}\ N^{k}_{pond}$$

Les $\left(N^{k}_{pond}\right)_{k=1,\dots,4}$ sont des fonctions de pondération. On vérifie bien que $\sum_{k=1}^{4} N^{k}_{pond}(k') = 1$ et que si k' est l'un des quatre nœuds du tétraèdre alors $N^{k}_{pond}(k') = d_{k\,k'}$ ($d_{k\,k'}$ symbole de Kronecker).

Il faut aussi transporter des variables de type P0, constante sur chaque élément et stockées au centre de gravité.
Soit f la quantité P0 à transporter. Afin de nous ramener à un transport P1, nous réalisons une extrapolation nodale f_n à partir des valeurs aux éléments f_{elt} par la méthode des moindre-carrés. Nous devons minimiser dans l'espace L^2 la fonctionnelle suivante :

$$?_{L^2}(f_n) = \left\| \sum_{n} f_n\ N_n - \sum_{elt} f_{elt}\ 1_{elt} \right\|^2_{L^2}$$

où N_n désigne les fonctions de base éléments finis et 1_{elt} la fonction indicatrice valant un dans l'élément et zéro en dehors.
Les quantités nodales f_n sont ensuite transportées par le transport P1.

Une première méthode de remaillage automatique a été mise au point par [COU 1991], et améliorée par une approche d'optimisation locale [COU 1994]. Enfin, la parallélisation de cette opération a été introduite par [COU 1996] afin de diminuer les temps de calcul.

Dans la version Multicorps de Forge3®, nous avons choisi d'effectuer un remaillage corps à corps. Ceci est rendu possible par le choix qui a été fait de considérer des maillages indépendants pour chaque domaine. Dans le cas du forgeage, les outils auront moins tendance à se déformer, et ils nécessiteront donc moins de remaillages. Cela permet d'éviter de remailler les outils à chaque fois qu'on remaillera la pièce.

Dans notre exemple du triaxe, la pièce a subi 12 remaillages. Les deux outils, eux, n'ont pas été déformés, il est donc inutile de les remailler. Le fait de remailler indépendamment la pièce et les outils, nous a donc permis d'économiser dans ce cas : 2*12=24 remaillages.

III.5. Parallélisation

Les deux méthodes présentées précédemment reposent sur des stratégies numériques adaptées – et pour la première méthode sur une approximation ; l'utilisateur peut gagner du temps au détriment de la précision des résultats.
Il est clair que pour des calculs importants en temps et en taille mémoire – comme ceux auquel on a affaire ici -, le recours au calcul parallèle s'impose tout naturellement.
Nous allons présenter ici la stratégie de parallélisation retenue. La parallélisation permet de diminuer le temps de calcul et d'augmenter la taille des cas traités : on va répartir différentes tâches sur différents processeurs, afin que les calculs s'effectuent de manière parallèle.
Cette stratégie de parallélisation est basée ici sur une méthode de type SPMD.
Nous exposons d'abord le principe de la méthode, puis nous présenterons quelques résultats obtenus avec cette méthode.
Je souhaite préciser ici que le travail de parallélisation du code s'est déroulé conjointement avec Barboza [BAR 2004]. Barboza s'est plus particulièrement chargé de mettre en place et de distribuer la nouvelle enveloppe surfacique pour gérer le contact. Je me suis pour ma part plutôt concentré sur les aspects liés au remaillage et à la thermique.

III.5.1. Principe de la méthode

Le logiciel Forge3® utilise la méthode SPMD (Single Program Multiple Data). Cette méthode consiste à partager les données, c'est à dire le maillage, en plusieurs sous-domaines. Chaque sous-domaine sera affecté à un processeur ; chaque processeur exécutera Forge3® sur la fraction de maillage qui lui est attribuée.
Nous avons conservé cette stratégie pour notre version multi-domaines. Dans ce cas, on attribuera à chaque processeur, un morceau de tous les maillages : on répartit équitablement les tâches entre les différents processeurs. Chaque domaine sera partagé sur les différents processeurs (Figure 47). Ainsi, même si aucun calcul n'est effectué dans les outils, tous les processeurs continueront à travailler équitablement.

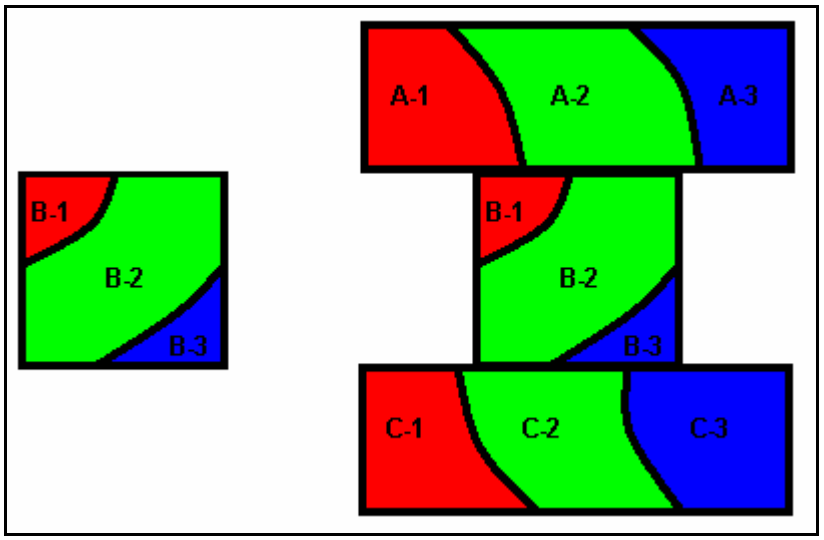


Figure 47 : schéma de répartition des tâches sur les processeurs

A gauche de la Figure 47, nous avons représenté un cas mono-domaine partagé entre trois processeurs.
Nous avons gardé le même principe pour les cas multi-domaines. A droite de la Figure 47, on remarque que trois processeurs (une couleur différente par processeurs (1, 2, 3)) se partagent chaque corps (A, B, C).
La principale difficulté vient des communications interprocesseurs.
Si on prend ici l'exemple des communications entre les processeurs 1 et 2, on s'aperçoit qu'il va y avoir des interactions entre : A-1 et A-2, B-1 et B-2, C-1 et C-2, mais aussi entre B-1 et A-2.
Notre travail a consisté à étendre la structure monodomaine pour qu'elle puisse gérer le multidomaines, notamment au niveau de la gestion des contacts. Auparavant, l'enveloppe surfacique des outils rigides était envoyée sur chaque processeur, désormais on envoie également l'enveloppe surfacique des outils déformables. Ainsi, l'analyse de contact entre corps déformables, peut se faire correctement.

III.5.2. Résultats

Pour mesurer les performances d'un programme parallèle, on utilise principalement deux variables.
Tout d'abord, on définit le Speed-Up qui donne l'accélération d'un programme parallèle :

$S = \frac{t_{seq}}{t_{Nproc}}$, avec t_{seq} le temps d'exécution de l'algorithme sur un processeur et t_{Nproc} le temps mis sur *Nproc* processeurs.

On définit aussi l'efficacité, qui donne le « taux de parallèlisme » d'un algorithme.

$$e = \frac{S}{Nproc}$$

Nous avons effectué quelques tests sur le cas du triaxe.

Sur la Figure 48, on compare la température de la pièce, lorsque que le calcul a été effectué séquentiellement (à gauche) et lorsqu'il a été effectué sur 2 processeurs (à droite).

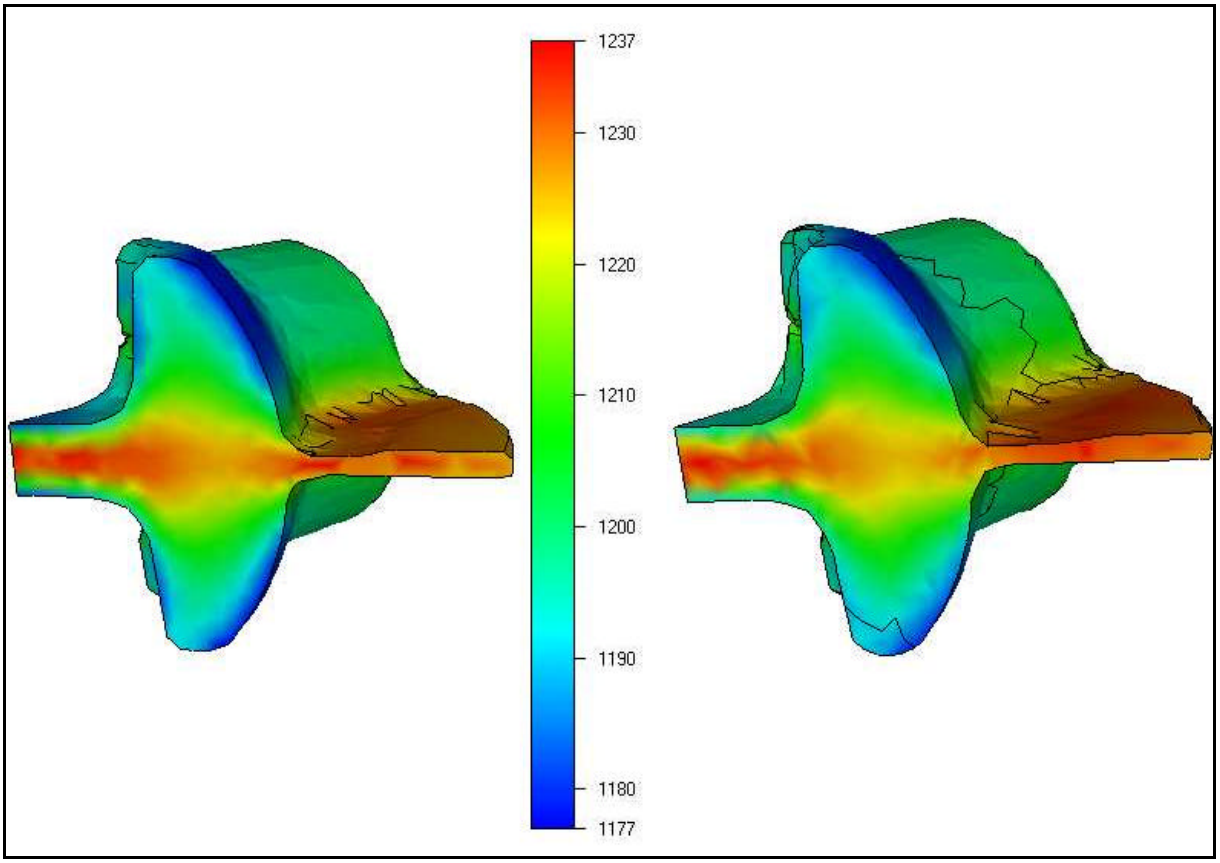


Figure 48 : température obtenue sur la pièce : séquentiellement et sur 2 processeurs

Sur la Figure 48, on s'aperçoit de deux choses.
D'une part, la pièce s'est refroidie au contact des outils ; cela est dû au phénomène de conduction.
D'autre part, la pièce s'est échauffée au niveau de la bavure. Ce réchauffement est dû au frottement pièce/outils.
Les résultats obtenus pour ces deux cas sont similaires.

De la même manière, sur la Figure 49, on peut voir la température obtenue sur l'outil supérieur en séquentiel (à gauche) et en parallèle sur deux processeurs (à droite).

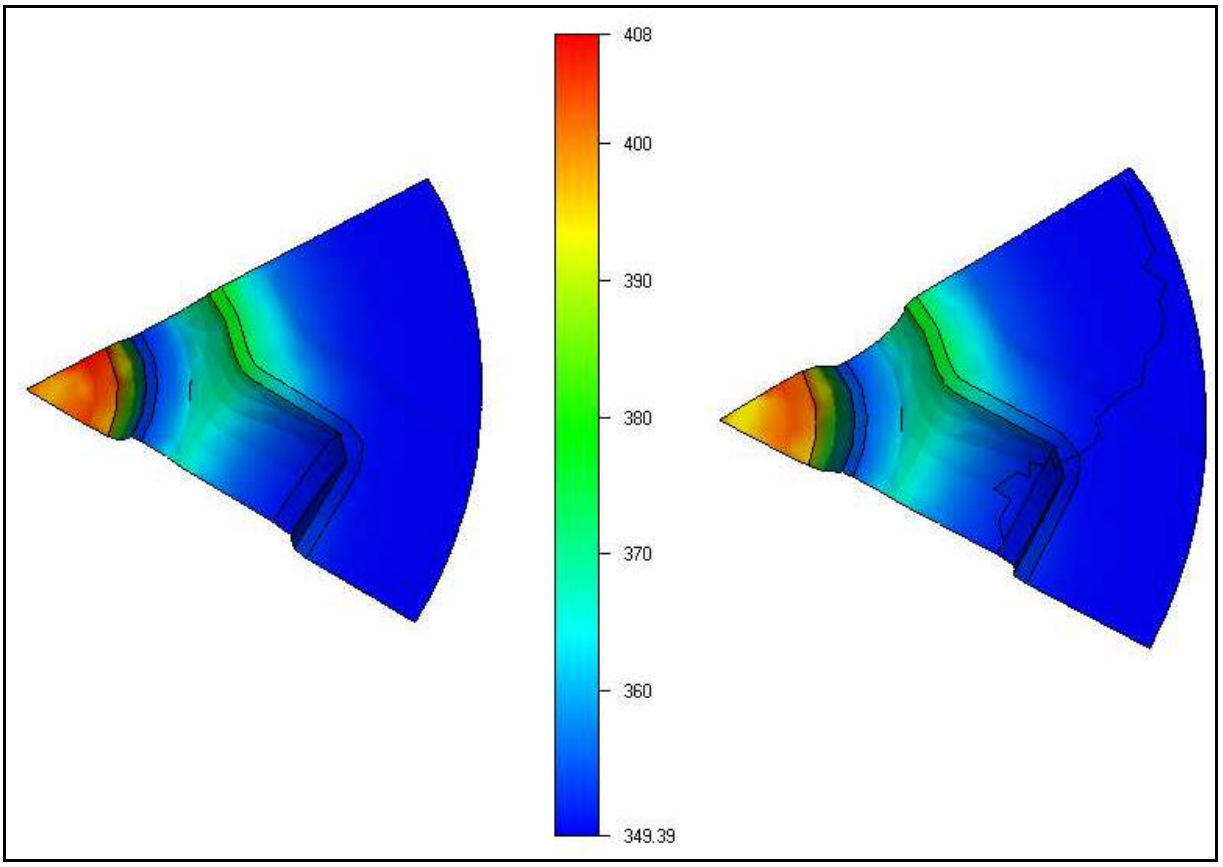


Figure 49 : température obtenue sur l'outil supérieur : séquentiellement et sur 2 processeurs

Sur cette image, on voit une coupe de 1/6 de l'outil supérieur, vu de dessous. On remarque que le champ de température est identique dans les deux cas.

Dans le Tableau 18, on trouve les Speed Up et les efficacités pour le cas du triaxe, partagé entre 2 ou 3 processeurs.

	1 processeur	2 processeurs	3 processeurs
Temps (min)	222	168	116
Speed Up	1	1.3	1.9
Efficacité	1	0.66	0.64

Tableau 18 : Speed Up et efficacité

On remarque que l'efficacité est la même sur 2 ou 3 processeurs. On reste en accord avec les résultats concernant le multicorps, trouvés par [BAR 2004]. L'implémentation de la thermique parallèle n'a donc pas dégradé le taux de parallélisme du logiciel.

III.5.3. Discussions

Les premiers résultats parallèles trouvés sont encourageants. Cependant, il reste des tests à effectuer avec un nombre plus important de processeurs. En augmentant le nombre de processeur, il faut s'attendre à une diminution de l'efficacité, due à l'augmentation des communications inter-processeurs. Il faudra aussi penser à paralléliser les méthodes de diminution précédemment décrite dans ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous avons montré les différentes méthodes que nous avons utilisé pour diminuer le temps de calcul. Suivant les cas sur lesquels il travaille, l'utilisateur pourra choisir la méthode la mieux adaptée.
On peut séparer ces méthodes en deux familles . D'une part, il y a les méthodes qui vont approcher la solution réelle du problème, car elles reposent sur des approximations de calcul. Ce sont les méthodes décrites aux paragraphes III.2. et III.3. D'autres part, il y a les méthodes qui vont donner la solution réelle, sans utiliser d'approximation. Ce sont les méthodes décrites aux paragraphes III.4 et III.5.

Chapitre IV

Durée de vie des outils en forge à chaud

Dans le domaine du forgeage, parvenir à prédire et à augmenter la durée de vie des outils peut permettre à l'entreprise de réaliser d'importantes économies. Lorsqu'un outil est cassé ou trop usé, il faut non seulement le changer, mais il faut aussi parfois changer son support. En outre il faut arrêter la chaîne de production et mettre les pièces au rebut.
Un arrêt programmé de la chaîne de production avant casse de l'outil, permettrait donc de diminuer les coûts de maintenance.
Dans [WIS 1991], les auteurs montrent qu'en moyenne le coût d'un outillage représente 10% du coût de la pièce finie. Le prix élevé d'un outil provient du prix de l'acier nécessaire à sa fabrication, du prix coûteux des traitements de nitruration et surtout de son usinage.
Dans la littérature, il existe de nombreux modèles de prédiction de la durée de vie des outils. Ils peuvent prendre en compte l'usure, le faïençage thermique ou encore la fissuration des outils.
Au cours du forgeage, différents modes d'endommagement peuvent entraîner un changement d'outillage. Des études ont été menées, notamment [MOT 2003]. On distingue principalement l'usure, la fatigue et la déformation plastique. Nous nous intéresserons plus particulièrement ici aux problèmes d'usure et de fatigue.
En ce qui concerne la déformation plastique des matrices, elle peut être évaluée en utilisant une loi élastoviscoplastique pour les outillages. Pour affiner la localisation de ces déformations, le taux de déformation local peut être associé à un algorithme de remaillage adaptatif [BOU 2004].
Nous ne parlerons pas non plus ici de fissuration, les lecteurs intéressés peuvent se rapporter aux travaux de [BEH 2002] qui comparent deux modèles d'endommagement (Model of Effective Stresses et Integral Damage Criteria) avec des tests expérimentaux. Les auteurs peuvent alors modifier les paramètres de simulation afin de minimiser l'apparition des fissures, pour pouvoir ensuite modifier les conditions de forgeage en conséquence.
Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord parler du cyclage permettant de simuler la succession d'un grand nombre de passe de forgeage. Puis dans une deuxième partie, nous allons parler de l'usure des matrices de forgeage. Enfin, nous présenterons différents cas d'application.

IV.1. Le cyclage et la fatigue

Lors de grandes séries de production en forgeage, les outillages sont soumis à deux types de fatigue.
D'une part, la *fatigue mécanique* qui résulte de la répétition des cycles de contraintes induites par la distribution de contraintes normales. Elle se traduit par une fissuration pouvant amener la rupture de l'outil. Ce type de fatigue se manifeste principalement en fond de gravure.
D'autre part, en forgeage à chaud, les outils sont soumis à une *fatigue thermique*. Le mécanisme d'endommagement par fatigue thermique provient principalement des contraintes d'origine thermique alternées en compression et en traction à la surface active des outils. Ces

dernières résultent des dilatations/contractions différentielles qui apparaissent lors des variations brutales de température à la surface de travail des outils lors du contact outil/pièce. Dans ces conditions de travail, la surface des outils est endommagée par un processus de fatigue oligocyclique anisotherme.
Des études expérimentales concernant la fatigue thermique des aciers à outils de forge à chaud sont menées depuis longtemps. Dans [ROU 1975], les auteurs étudient l'apparition et la propagation de fissures au cours des cycles répétés de chauffage et de refroidissement alternés, pour différentes nuances d'acier à outil.
Plus récemment, [STA 1997] montrent qu'un revêtement dur permet de mieux résister à la fatigue thermique.
Dans le cadre de Simulforge, le CROMeP étudie la fatigue (isotherme et thermique) [DAF 2004] et travaille sur la tribologie et l'usure [BAR 2003] de l'acier X38CrMoV5 nitruré et non-nitruré.

IV.1.1. Modélisation des cyclages thermique et mécanique

Le forgeage est souvent réalisé en grandes séries où plusieurs opérations se succèdent. Les outils s'échauffent pendant le forgeage, puis sont refroidis entre les passes. Ce phénomène est causé par la convection avec l'air ambiant, mais surtout par la lubrification (cf. Figure 50).

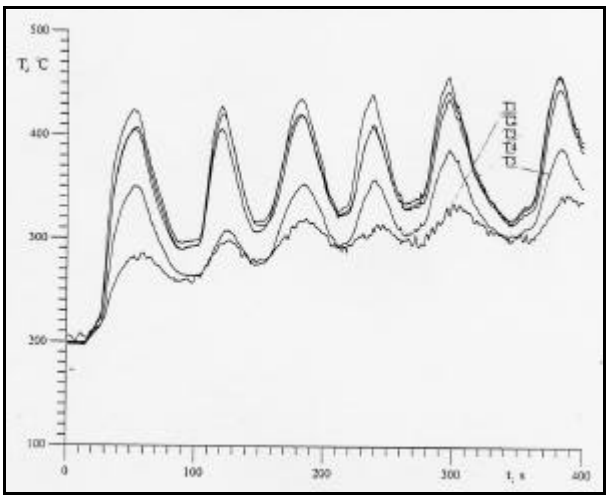


Figure 50 : Température relevée par cinq thermocouples (lubrifiant au graphite) [GIE 1995].

Sur cette figure, on peut voir l'évolution de la température sur sept passes de forgeage, grâce à cinq thermocouples placés dans les outils. Le lubrifiant utilisé est un lubrifiant au graphite.

La température maximale des outils va évoluer pendant les premières passes pour se stabiliser par la suite. C'est dans cet état de régime « stabilisé » que les phénomènes d'usure peuvent se développer.

IV.1.1.1. Etude bibliographique

Cette étude porte sur la simulation numérique des cyclages thermique et mécanique en mise en forme.

Dans [BER 1999], les auteurs ne s'intéressent qu'à la fatigue mécanique des aciers à outil. Ils comparent une série de tests sur un acier à outil martensitique pour différentes températures et différentes déformations. Ils identifient alors les différents paramètres de leur modèle. Ils peuvent ensuite utiliser ce modèle pour avoir une idée de la durée de vie de l'outil.

Dans [KAT 1990] et [KAW 1990], les auteurs travaillent dans le domaine du filage inverse à froid répété. Ils utilisent un modèle thermique mathématique pour obtenir l'état stationnaire. Le but de l'étude est de déterminer les conditions d'opération optimales qui permettent de maîtriser la distribution de température dans les outils.

Dans [REV 1998], les auteurs simulent expérimentalement la fatigue thermique d'une pièce massive (un cylindre de coulée continue). Pour cela, ils utilisent un simulateur expérimental à l'échelle 1/5. Ils procèdent à des essais mixtes : chocs thermiques puis fatigue mécanique. Ils complètent leur étude avec des calculs Eléments Finis [REV 2000]. Ils utilisent une méthode de calcul inverse pour déterminer les coefficients d'échange thermique et de convection. La simulation numérique du procédé permet de réaliser des essais de laminage grandeur nature.

Dans les deux sous-chapitres qui suivent, nous allons parler de deux autres méthodes permettant d'obtenir le régime stationnaire. Ce sont deux méthodes qui ont été développées pour des problèmes très similaires au nôtre. On vise en effet à connaître l'état thermique des outils en régime stabilisé pour estimer la durée de vie des outillages de forge à chaud. Ces travaux ont été effectués dans le cadre de modélisation axisymétriques avec le logiciel Forge2®.

IV.1.1.2. Méthode de Miles

La première méthode est utilisée par Miles [MIL 1995]. Elle consiste à simuler le régime transitoire.

Dans cette méthode, on effectue une simulation thermo-mécanique complète d'un cycle de forgeage : mise en forme de la pièce, puis refroidissement de l'outillage, avant de mettre en forme une autre pièce. A chaque incrément de temps, on stocke les maillages ainsi que toutes les informations relatives aux conditions de contact et les puissances dissipées par frottement et par déformation plastique. Ces données seront alors utilisées comme conditions limites pour résoudre uniquement le problème thermique couplé sur le système pièce-outil.

Les puissances dissipées par déformation (IV-1) et par frottement (IV-2) s'expriment de la manière suivante pour un matériaux viscoplastique (cf. le paragraphe I.1.2.3.) :

$$\dot{w}_{rheol} = s : \dot{e} = K(\sqrt{3}\dot{e})^{m+1} \qquad \text{(IV-1)}$$

Le frottement s'exprime de la manière suivante :

$$f_{frott} = t . ? v_t = a_f K \| ? v_t \|^{p+1} \qquad \text{(IV-2)}$$

avec t la contrainte tangentielle définie en (I-27).

Avec par exemple, $K = K_0 e^{ß/T}$ (K_0 et ß des paramètres de la consistance et T le champ de température) et en supposant que les vitesses de déformation et de glissement sont sensibles à la température, ces valeurs peuvent être mises à jour entre chaque simulation i (pour chaque incrément de temps) en utilisant les relations (IV-3) et (IV-4) :

$$\dot{w}^{i}_{rheol} = \dot{w}^{i-1}_{rheol}.\exp\left\{ß(\frac{1}{T^{i}} - \frac{1}{T^{i-1}})\right\} = \dot{w}^{1}_{rheol}.\exp\left\{ß(\frac{1}{T^{i}} - \frac{1}{T^{1}})\right\} \quad \text{(IV-3)}$$

$$f^{i}_{frott} = f^{i-1}_{frott}.\exp\left\{ß(\frac{1}{T^{i}} - \frac{1}{T^{i-1}})\right\} = f^{1}_{frott}.\exp\left\{ß(\frac{1}{T^{i}} - \frac{1}{T^{1}})\right\} \quad \text{(IV-4)}$$

On effectuera alors autant de simulations que nécessaire pour l'obtention du régime thermique stationnaire. Les calculs prendront fin lorsque la température maximale sur les outils, ne variera plus d'une simulation à l'autre. En ce qui concerne le critère d'arrêt, Miles a choisi d'arrêter les calculs lorsque la variation de température est inférieure à 5 °C.

La Figure 51 résume cette méthode.

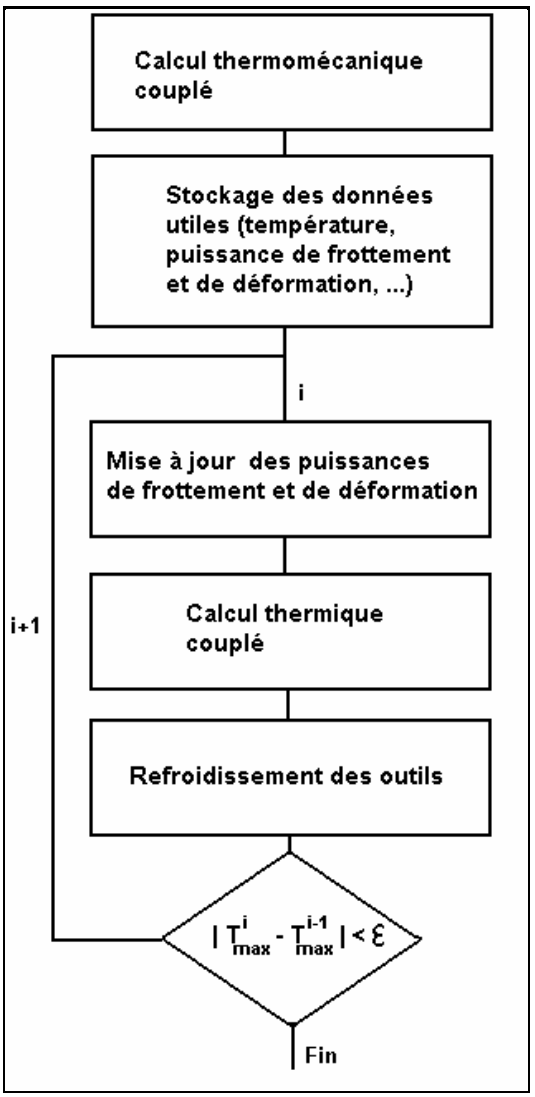


Figure 51 : Schéma de la méthode employée par Miles pour le calcul du régime stationnaire

IV.1.1.3. Méthode de Mahjoub

Cette méthode a été implémentée par Mahjoub [MAH 1999]. Il propose une méthode basée sur une analyse physique du régime établi. Le régime thermique est établi, lorsque les flux pénétrants et sortants de l'outil sont en équilibre.
Pour un cycle de durée *t*, cela se traduit par :

$$\int_0^t \Delta T \, dt = 0 \Leftrightarrow \int_{\partial\Omega} \overline{\Phi} \, dS = 0 \qquad \text{(IV-5)}$$

Avec $\overline{\Phi} = -\frac{l}{t}\int_0^t grad\, T.\vec{n}\, dt$, T la température, *?* la conductivité thermique de l'outil et $\partial\Omega$ la surface de l'outil.
En un point de l'outil, on trouve le flux moyen égal à :

$$\overline{\Phi} \approx \overline{\Phi}_{cst} + \overline{h}(T - T_{ext}) \qquad \text{(IV-6)}$$

On obtient $\overline{\Phi}_{cst}$ et $\overline{h}$ en faisant l'inventaire des différents types de flux à la surface de l'outil, en début de calcul (cf. utilisation de la loi de Fourier au paragraphe I.2.1). On utilise ensuite ces données comme conditions aux limites pour les calculs thermo-mécaniques dans Forge2®.

Cette méthode permet d'obtenir le régime thermique établi - sans passer par le régime transitoire.

IV.1.2. Méthode de cyclage retenue pour déterminer le régime thermique établi

Sur des problèmes industriels, la simulation sur un calculateur parallèle d'un cas de forgeage avec l'option multicorps peut prendre plusieurs heures - voire plusieurs jours. Il est donc inconcevable de simuler un grand nombre de passes de forgeage, les unes à la suite des autres, jusqu'à obtention du régime thermique établi.
C'est pourquoi, pour la suite, nous avons décidé de développer une méthode moins coûteuse. Nous avons choisi de limiter le nombre de résolution du problème mécanique qui est la partie la plus coûteuse en terme de temps de calcul. Une première méthode utilisant le découplage du calcul thermique dans les outils est d'abord présentée. Cependant les différents calculs mécaniques dans la pièce restent coûteux si le régime thermique stabilisé est atteint après plusieurs dizaines de passes. La méthode utilisée par Miles (voir IV.1.1.2.) afin de limiter le nombre de résolutions du problème mécanique a donc aussi été implémentée.

Chaque méthode consiste en la simulation d'une séquence d'opérations qui sont le reflet des conditions de production. Tout d'abord, on effectue un calcul thermo-mécanique classique sur la pièce et l'outillage pendant le forgeage. Ensuite, on enlève la pièce et on replace l'outillage à sa position initiale en tenant compte du refroidissement dû à la lubrification et enfin on simule une nouvelle passe de forgeage. On néglige dans cette approche l'étape où le lopin est positionné sur la matrice inférieure et attend d'être forgé.

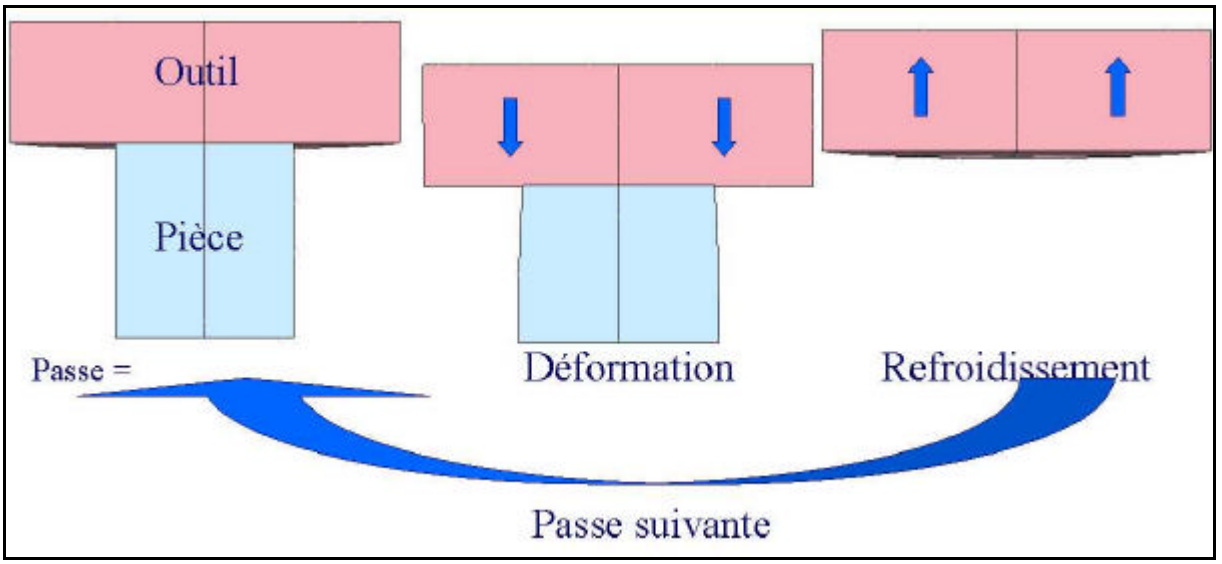


Figure 52 : Résumé de la méthode de cyclage

La première méthode, qu'on appellera *méthode exacte*, consiste à effectuer une série de passes de forgeage, les unes à la suite des autres, en passant par une étape de refroidissement entre chaque étape. Dans ce cas, on effectue des calculs thermo-mécanique à la fois dans la pièce et dans les outils.
Cette méthode est la plus longue, mais elle donne les résultats reflétant la réalité. La série d'opération a été automatisée. Cette méthode ne peut être envisagée que pour des cas académiques, ou à titre exceptionnel, pour fournir des cas de validation des deux autres méthodes.

Pour la deuxième méthode, seule la première passe de forgeage sera calculée de manière couplée complète. Pour les passes suivantes, on effectuera un calcul thermo-mécanique dans la pièce et seulement thermique dans les outils.
Cette méthode est plus rapide que la précédente, car elle permet d'éviter d'effectuer des calculs mécaniques sur les outils. Elle repose sur une méthode d'accélération du temps de calcul développée dans la première partie de cette thèse.

Enfin, la dernière méthode est la méthode de Miles. C'est cette méthode qui est la plus rapide, car elle ne nécessite que des calculs thermiques sur la pièce et l'outillage. C'est par contre la méthode la moins précise.

Dans le tableau suivant (Tableau 19), on visualise quels calculs thermiques ou mécaniques sont effectués sur la pièce et les outils en fonction de la passe et de la méthode utilisée.

		Exact		intermédiaire		Miles	
		Méca.	Therm.	Méca.	Therm.	Méca.	Therm.
Passe 1	Pièce	O	O	O	O	O	O
	Outils	O	O	O	O	O	O
Passe 2	Pièce	O	O	O	O	MAJ	O
	Outils	O	O	X	O	MAJ	O
Passe i	Pièce	O	O	O	O	MAJ	O
	Outils	O	O	X	O	MAJ	O

Tableau 19 : résumé des trois méthodes de détermination du régime thermique établi (O : calcul effectué, X : calcul non effectué, MAJ : mise à jour des données uniquement)

Une mise à jour consiste simplement à incrémenter le calcul des équations (IV-3) et (IV-4).

Une quatrième méthode de calcul :
Dans cette méthode, nous faisons une approximation supplémentaire : on suppose que l'échauffement dû à la déformation est négligeable par rapport à l'échauffement dû au contact entre le lopin et les outils.
On va donc éviter d'effectuer les calculs mécaniques. L'étape de forgeage, correspondra alors à une étape de mise en contact de la pièce et de l'outillage, où seuls les calculs thermiques seront effectués. Le maillage utilisé pour la pièce, sera le maillage obtenu lors d'un calcul mécanique préalable.

IV.2. Usure

On estime que l'usure est la principale cause de mise hors service des outils de forge à chaud [BOU 1991]. Il existe différents types d'usure.
Il y a tout d'abord *l'usure par écaillage ou égrènement* de la matière de l'outil, qui se produit après faïençage et propagation de fissures en sous-couches par fatigue.
Ensuite, *l'usure par adhésion* locale entre les deux surfaces de contact. Ce type d'endommagement provient des phénomènes de réactivité de surface, d'oxydation et d'adhérence locale du métal oxydé aux outils.
Enfin, il y a *l'usure par abrasion* qui provient de la pénétration, puis du déplacement de particules dures au niveau du contact outil/matière forgée. Ces particules sont constituées essentiellement des oxydes des métaux mis en forme qui rayent la surface de l'outil en formant des sillons ou stries d'usure. La répétition de ce phénomène finit par entraîner une perte de matière. C'est à ce type d'usure que nous nous intéresserons.

IV.2.1. Les modèles d'usure abrasive

IV.2.1.1. Loi d'Archard

Des lois d'usure sont développées depuis longtemps [ARC 1953]. Dans ses travaux, Archard montre que la perte de matière liée à l'usure dh, est proportionnelle à la pression de contact p, à la longueur de glissement l, et inversement proportionnelle à la dureté du matériau HV.

$$dh = K_w \frac{p}{HV}.l \qquad \text{(IV-7)}$$

K_w est un coefficient d'usure déterminé par des essais tribologiques.

Cette loi est simple et permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour des dispositifs simples. C'est pourquoi elle est largement utilisée que ce soit sous cette forme ou sous une forme dérivée.

Le principal inconvénient de cette loi est qu'elle ne prend en compte ni l'adoucissement de l'outil dû à la chaleur, ni l'utilisation d'un lubrifiant lors de la mise en forme [SOB 1992].

IV.2.1.2. Etude bibliographique

Beaucoup de lois d'usure utilisées aujourd'hui découlent des travaux d'Archard [ARC 1953]. C'est pourquoi j'ai décidé de séparer cette étude bibliographique en deux parties distinctes:

- d'une part, les lois d'usure découlant de la loi (IV-7)
- d'autre part, les autres lois.

Les lois d'Archard modifiées :

Dans [SOB 1992], les auteurs n'effectuent que des calculs sur la pièce. Ils transfèrent ensuite les informations cinématiques et mécaniques de la surface de la pièce vers les outils. Ces informations seront alors utilisées comme conditions limites pour analyser la fissuration des outils. A l'aide d'Abaqus®, les auteurs simulent l'écrasement d'un lopin cylindrique en 2D.

Pour décrire le taux d'usure linéaire $W_{l/s}$ (profondeur d'usure par unité de longueur), les auteurs utilisent la formule suivante, qui découle de la formule (IV-7) :

$$W_{l/s} = \left(\frac{K_w}{HV}\right).p \qquad \text{(IV-8)}$$

Dans [TRO 1992], les auteurs utilisent un modèle d'usure abrasive, décrit par (IV-9). Ils l'intègrent dans le logiciel Forge3® pour estimer la perte de côte sur les outils. Ils utilisent les données calculées sur la pièce, pour les projeter sur leurs outils rigides.

$$dh = \frac{K_F K_w}{HV^{2.1}}.\int_0^t \sigma_n.|?\ u|dt \qquad \text{(IV-9)}$$

Avec σ_n la contrainte normale à l'outil et ? u la vitesse de glissement entre la pièce et l'outil.

Le coefficient K_F, quant à lui, décrit de manière empirique l'influence des films interfaciaux (lubrifiants ou abrasifs).

Cette étude ne tient pas compte de l'adoucissement des outils en fonction de l'augmentation de température. A noter, qu'ici, les outils sont considérés comme étant isothermes.

Dans [KIR 1999] les auteurs utilisent une loi se rapprochant de la loi (IV-9).

$$dh = K_F K_w . \int_0^t \frac{p.? u}{HV(T)^m} dt \qquad \text{(IV-10)}$$

Le terme HV est désormais thermo-dépendant. m est un coefficient d'usure déterminé par des essais tribologiques. Les auteurs utilisent cette formule pour simuler l'usure des outillages de forge à chaud, à l'aide du logiciel Forge2®. La température dans les outils est déterminée par un calcul numérique du cycle thermique stabilisé à l'aide du logiciel Systus®.

Dans [KAN 1999] les auteurs prennent en compte dans les outils le radoucissement thermique et le durcissement obtenu par traitement de surface. Ils appliquent leur loi d'usure sur des outils ayant atteint le régime stationnaire. La loi d'Archard ainsi modifiée donne :

$$dh = \frac{H}{HV(T, t)} . \int_0^t \frac{K_w p.? u}{3H} dt \qquad \text{(IV-11)}$$

où H désigne la dureté de l'outil à la température obtenue lors de l'état stationnaire.
En utilisant cette loi d'usure sur des outils de forgeage à chaud, les auteurs parviennent à retrouver le même profil d'usure que celui observé expérimentalement.

Autres types de lois d'usure :

Dans [KOJ 2002], les auteurs ont développé le logiciel WEAR® (Wear Evaluating AlgoRithm) qui permet d'évaluer la distribution de l'usure à la surface des outils pour des cas 2D axisymétrique. Ils utilisent la formule suivante pour calculer l'usure :

$$W = p.V.\Delta t.t_c^2 \qquad \text{(IV-12)}$$

Avec V la vitesse du matériau le long de la surface de l'outil, ? t la durée du contact et t_c le temps où le matériau et l'outil sont en contact. Ils utilisent le logiciel Eléments Finis Deform® pour obtenir p, V et t. A l'aide de WEAR® les auteurs optimisent le procédé de forgeage d'un moyeu de roue avant de voitures.

Dans [TSU 2002], les auteurs ont développé un outil numérique permettant de prédire la durée de vie des outils de forge à chaud. Pour cela, ils expriment l'usure après un nombre N de passes de forgeage, de la manière suivante :

$$W = (N - N_c).C.\frac{E_f^a}{\left(\sqrt{3}k\right)^b} \qquad \text{(IV-13)}$$

Où N_c est le nombre de passe de forgeage avant que l'usure n'apparaisse, E_f le travail des frottements cumulés, k la contrainte d'écoulement et a, b, C des coefficients déterminés expérimentalement.

IV.2.2. Les lois d'usure utilisées

Dans notre étude, nous avons choisi d'utiliser une loi d'Archard modifiée, qui s'écrit de la manière suivante [MAH 1999] :

$$dh = \int K_W . K_F . \frac{p.\Delta u}{HV^m} . f\left(\frac{HV}{HVc}\right) . dt \qquad \text{(IV-14)}$$

où

- K_W est un coefficient empirique dépendant de la composition chimique de l'acier de l'outil.
- K_F est un coefficient représentant l'influence du film de transfert (calamine + lubrifiant).
- Δu : vitesse de glissement du métal sur l'outil.
- P : pression de contact.
- HV : dureté superficielle de l'outil.
- HV_c : dureté de la calamine.
- m est un exposant empirique décrivant le comportement de l'outil.

$$\text{et } f\left(\frac{HV}{HVc}\right) = 1 - \exp\left(-(\ln 2).\left(\frac{HVc}{n.HV}\right)^{1+2n} \right) \text{ avec } n = \sqrt{p} \text{ , [MAG 1993]} \qquad \text{(IV-15)}$$

Nous avons choisi d'utiliser cette loi, car elle découle de la loi d'Archard qui est simple et facile à utiliser, mais tout de même restreinte pour notre étude. On la modifie alors pour prendre en compte l'adoucissement de l'outillage et le comportement de la calamine à l'interface pièce/outils.

Calcul de la dureté des oxydes :

Pour des températures surfaciques de la pièce supérieures à 0,4 Tf_i $(1 \le i \le 3)$, la dureté des oxydes est calculée selon la relation suivante [LUN 1994] :

$$HV = a_i.\exp\left(- b_i \frac{T}{Tf_i} \right) \qquad \text{(IV-16)}$$

avec
a_1 = 13623, b_1 = 9,83 et Tf_1 = 1651 K (1378°C) pour l'oxyde FeO
a_2 = 20329, b_2 = 9,19 et Tf_2 = 1870 K (1597°C) pour l'oxyde Fe_3O_4
a_3 = 52919, b_3 = 9,8 et Tf_3 = 1730 K (1457°C) pour l'oxyde Fe_2O_3

Calcul de HVc :

HVc est calculée selon la relation suivante :

$$HVc = \left(\sum_{i=1,3} a_i.\exp\left(- b_i \frac{?_i}{Tf_i} \right) \right) \dot{\bar{e}}^{m_c} \text{ avec } m_c = 0,3 \qquad \text{(IV-17)}$$

Le comportement visco-plastique de la calamine est pris en compte grâce au terme $\dot{\bar{e}}$.
Cette loi est détaillée dans [MAH 1999].

Dans (IV-14), on constate que pour calculer l'usure à la surface des outils, on a besoin de connaître la pression à l'interface de contact, ainsi que la température.
Si on effectue un calcul thermomécanique sur la pièce et les outils, on peut calculer tous les paramètres, mais ce type de calcul est coûteux.
Nous avons vu dans le paragraphe III.2. que lorsque l'on utilise certaines méthodes de diminution du temps de calcul, aucun calcul mécanique n'est effectué sur les outils, et il est donc alors impossible d'avoir accès à la pression sur les outils.

C'est pourquoi deux versions de cette loi d'usure ont été implémentées. La première, utilisée dans un cadre multicorps complet, utilisera les données mécaniques et thermiques calculées sur les outils. Tandis que la deuxième, est utilisée dans le cadre d'une *période mécanique* (cf. paragraphe III.2.) afin d'obtenir des résultats plus rapidement. Or, avec cette technique, le problème mécanique n'est pas résolu sur les outils à tous les incréments. Pour remédier à ce problème, la vitesse de glissement et la pression de contact sont calculées à la surface de la pièce puis projetées ensuite sur les nœuds des outils en vis-à-vis. Les données thermiques, quant à elles, seront directement récupérées sur les outils, étant donné que le problème thermique est résolu sur les outils à chaque incrément.
Si la projection s'appuie directement sur les éléments de contact (cf. paragraphe II.1.2), on s'aperçoit que des faces de l'outil pourront ne pas être traitées (cf. paragraphe II.2.5). Les résultats obtenus alors sur les outils ne seront pas continus à cause de ces zones non traitées.
Pour résoudre ce problème, nous avons effectué l'analyse de contact non pas en reliant les nœuds de la pièce à leur face en vis-à-vis sur les outils, mais en reliant les nœuds des outils à leur face en vis-à-vis sur la pièce. Ainsi, tous les nœuds des outils sont traités et les résultats obtenus sont plus lisses.

Cependant, avant de pouvoir utiliser la loi (IV-14), il faut pouvoir en identifier les différents coefficients. C'est ce qu'a fait Mottu pour un acier de type X38CrMoV5 [MOT 2003].

IV.3. Résultats

IV.3.1. Forgeage d'un entraîneur

L'entraîneur est une pièce produite en grande série. On peut voir la configuration de production sur la Figure 53. Le poinçon vient mettre en forme la matière à l'intérieur de la filière. Le phénomène d'usure abrasive est observé sur l'extrémité du poinçon.
Ce cas est proposé pour valider la localisation et la prévision des phénomènes d'usure.

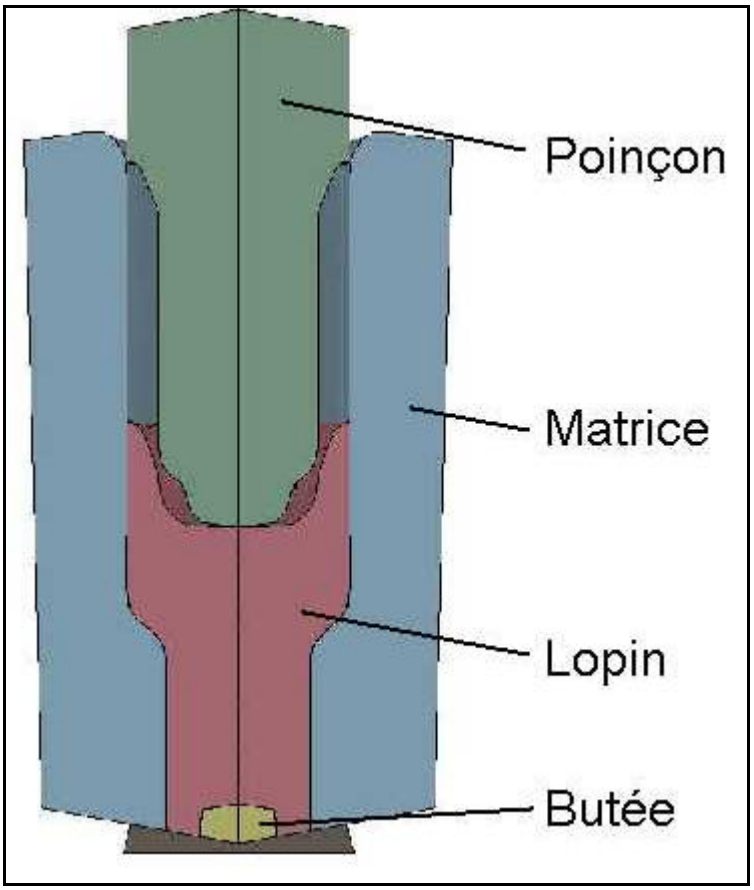


Figure 53 : Cas de l'entraîneur (vue en coupe)

Au vu de la géométrie du problème, nous pouvons nous contenter de ne mailler qu'un tiers de la pièce et des outils et introduire des conditions de symétrie. Cela nous permet d'avoir un maillage pour la pièce composé de 4261 nœuds.

La pièce est en acier. Les données rhéologiques concernant cet acier sont confidentielles.

Presse :
La presse utilisée pour forger cette pièce est une presse à vis.

Loi de frottement :
Le lubrifiant utilisé pour limiter les frottements entre la pièce et les outils est un mélange eau+graphite. Ce contact est alors modélisé par la loi de Coulomb limité Tresca avec $\mu = 0,15$ et mbarre = 0,3.

Trois étapes ont été nécessaires au calcul de l'usure sur l'entraîneur. Ces trois étapes correspondent aux tests de trois lois d'usure différentes, améliorées au fur et à mesure afin d'obtenir finalement des résultats satisfaisants.

Loi d'usure abrasive :

Dans un premier temps, nous avons testé la loi d'usure de la version monocorps de Forge3®. L'usure dépend essentiellement de la vitesse de glissement et de la pression de contact. Dans ce cas, seule la pièce est discrétisée. Tous les outils sont rigides et isothermes à 200°C. Les résultats obtenus sont donnés sur la Figure 54.

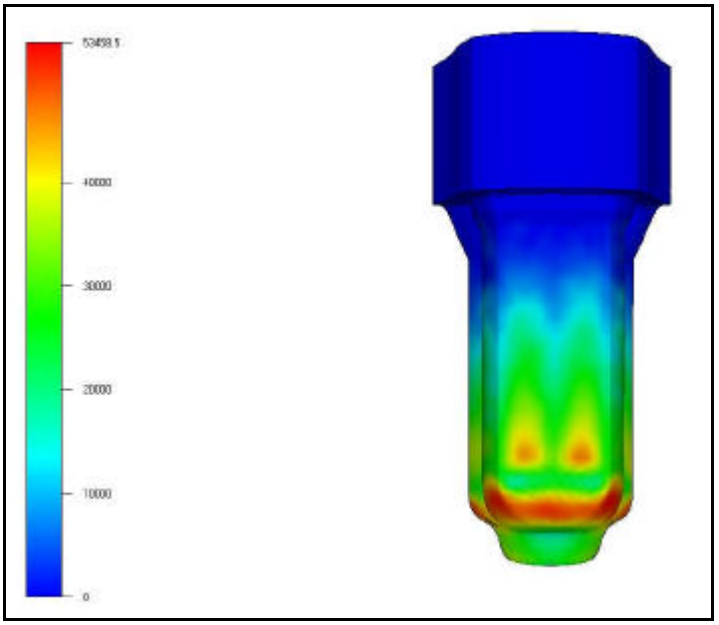


Figure 54 : Usure mesurée sur le poinçon en post-processing par la version monocorps de Forge3®

Les résultats obtenus par la simulation sont différents de œux obtenus expérimentalement puisque l'usure n'est pas localisée au niveau de l'extrémité du poinçon. Cette méthode n'est donc pas satisfaisante.

Loi d'usure avec prise en compte de l'adoucissement :

Dans un deuxième temps, nous avons utilisé la loi d'usure (IV-10). Cette loi prend en compte les données thermo-mécaniques calculées sur l'outillage. On va pouvoir prendre en compte la dureté des outils.
Or, ce qui nous intéresse, c'est l'usure au niveau du poinçon, donc on va discrétiser le poinçon en plus de la pièce. Les deux autres outils (la butée et la filière) seront considérés rigides et isothermes.
On se retrouve alors avec un problème composé de 47699 nœuds (43438 pour le poinçon et 4261 pour la pièce).

La dureté de l'outil dépend, dans ce cas, de la température. La dureté est considérée constante jusqu'à une température critique, ensuite la dureté décroît linéairement avec la température.
Pour ce modèle, sont rentrés dans le fichier de données :
- le coefficient $K_W * K_F$ (fixé à 1 dans ce cas)
- la dureté pour une température inférieure à la température critique (350 kg /mm^2)
- le coefficient m (2,3 dans ce cas)
- la température critique (300°C dans ce cas)
- la pente de la droite (-0,833 dans ce cas)

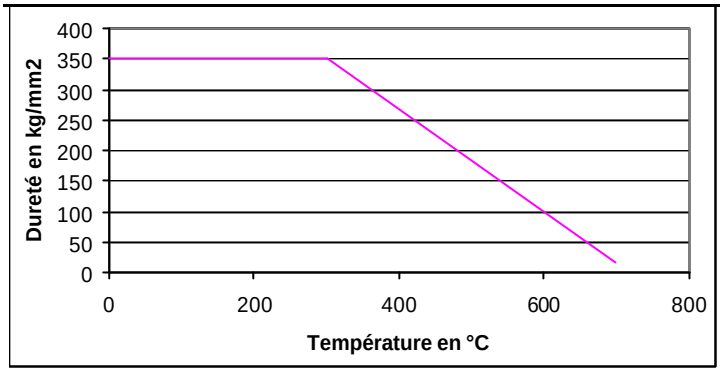


Figure 55 : Dureté de l'outil en fonction de la température

Enfin, le coefficient d'échange thermique du poinçon avec la pièce est de 15000 W.m-2.K-1
On peut visualiser l'usure obtenue sur la Figure 56.

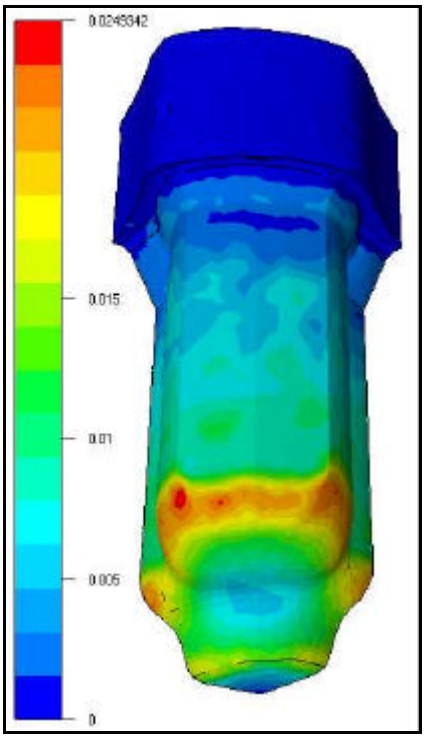


Figure 56 : Usure observée en utilisant l'équation (IV-4)

Le coefficient Kw étant de 1, ce critère a une signification plus qualitative que quantitative dans ce cas.
Malgré ce nouveau critère d'usure, l'usure apparaît toujours maximale au niveau du congé formant la voûte. Ainsi, ce critère indique que les zones endommagées par abrasion sont les mêmes que celles présentées dans le cas précédent.
Ainsi, aucun critère d'usure ne semble indiquée que l'extrémité du poinçon est fortement sollicitée par l'usure par abrasion. Or en réalité, c'est cette zone qui est la plus usée par abrasion.

Loi d'usure avec prise en compte de l'adoucissement et de la dureté de la calamine :

Dans un troisième temps, nous avons utilisé la loi d'usure (IV-14). On a pris en compte la dureté de la calamine selon l'équation IV-17, avec les données suivantes :

Oxyde	***Indice i***	a_i	b_i	Tf_i
FeO	1	13623	9,83	1651 K (1378°C)
Fe_3O_4	2	20329	9,19	1870 K (1597°C)
Fe_2O_3	3	52919	9,8	1730 K (1457°C)

Tableau 20 : données concernant les oxydes formant la couche de calamine

Dans ce cas, nous obtenons une usure bien mieux localisée, comme le montre la Figure 57.

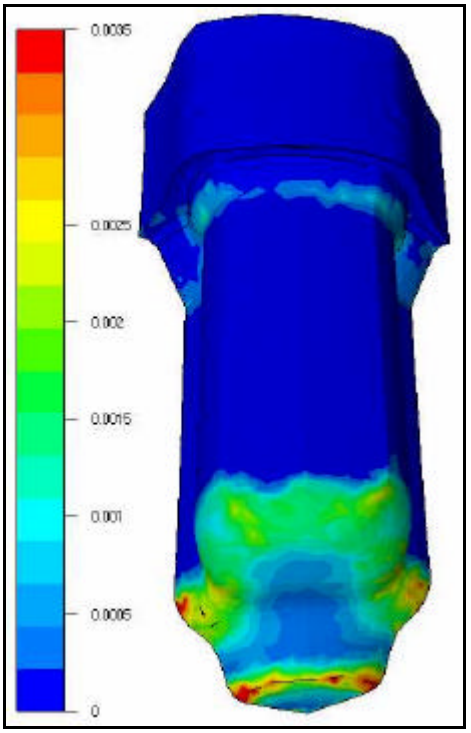


Figure 57 : localisation de l'usure une fois la dureté de l'outil et de la calamine prises en compte

Plus la température surfacique de la pièce est faible, plus la dureté du métal forgé augmente. Or si la température surfacique de la pièce diminue lors de l'opération, cela implique une augmentation de température du poinçon assez élevée donc une dureté du poinçon plus faible. En conséquence, plus l'échange thermique entre la pièce et le poinçon est important (coefficient d'échange thermique élevé), plus le ratio HVc/HV augmente. Plus le ratio HVc/HV est grand, plus la fonction f se rapproche de 1 ce qui signifie que la calamine est très abrasive.
La prise en considération de la dureté superficielle du métal forgé permet de mettre en évidence l'usure sur l'extrémité du poinçon.

IV.3.2. Le cas du triaxe

Pour ce deuxième cas de test, nous avons comparé l'usure calculée dans deux cas différents de triaxe. Le premier cas, qui sert de cas de référence, consiste à calculer l'usure avec notre loi classique (IV-14) lorsque l'on résout le problème thermo-mécanique à la fois sur la pièce et les outils. Le deuxième cas, consiste à utiliser la même loi, mais adaptée au cas où on utilise la méthode d'approximation décrite au paragraphe III.2.1., i.e. calcul mécanique sur la pièce et thermique à la fois sur la pièce et les outils.
Dans le deuxième cas, ne possédant aucune information mécanique concernant les outils, nous avons dû adapter notre loi. Pour cela, nous avons dû utiliser les résultats mécaniques obtenus sur la pièce avant de les projeter sur les outils, mais nous avons pu utiliser les résultats thermiques des outils.

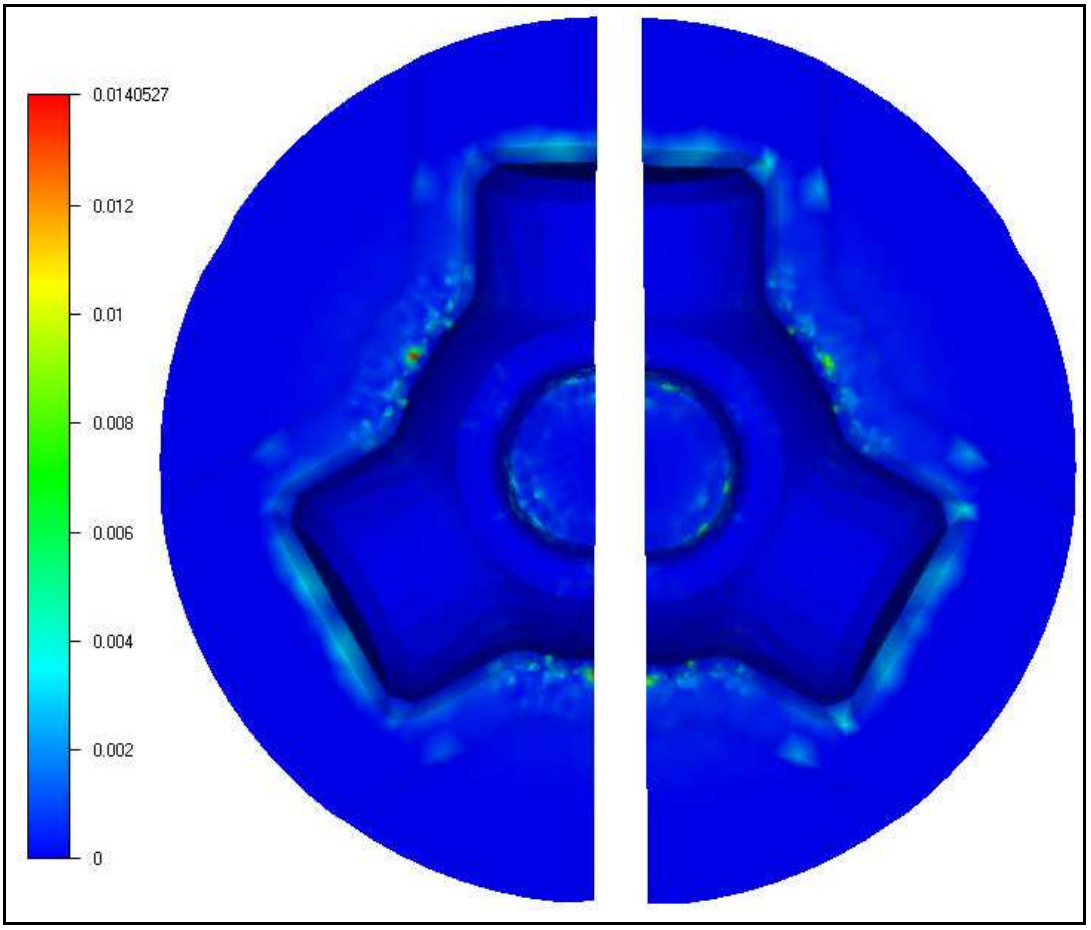


Figure 58 : Usure calculée dans deux différents cas

A gauche de la figure, on visualise l'usure calculée à partir des données mécaniques calculées sur les outils. Tandis qu'à droite, on visualise l'usure calculée à partir des données mécaniques calculées sur la pièce puis projetées ensuite sur les outils.
On s'aperçoit que pour ce cas, les résultats obtenus sont relativement semblables : même ordres de grandeur et même localisation.

A noter qu'avec un maillage de l'outil plus grossier, les résultats obtenues avec les deux méthodes sont différents. Donc pour pouvoir utiliser le calcul d'usure avec la méthode

d'approximation, il faut mailler finement les outils si on veut obtenir des résultats exploitables.

IV.3.3. Ecrasement entre tas plat

Nous avons décidé d'effectuer des tests de validations concernant les méthodes de cyclage, sur un cas simple d'écrasement de cylindre (Figure 59), pour que la méthode exacte, qui est très coûteuse en temps de calcul, puisse donner des résultats en un temps raisonnable.
L'outil est un cylindre de rayon 48mm et de hauteur 30 mm.
La pièce est un cylindre de rayon 30 mm et de hauteur 48 mm.
L'outil écrase la pièce avec une vitesse de 30 $mm.s^{-1}$.
En prenant en compte les symétries du cas, on s'est contenté de représenter seulement un quart des corps. Le problème est alors composé de 6205 nœuds.

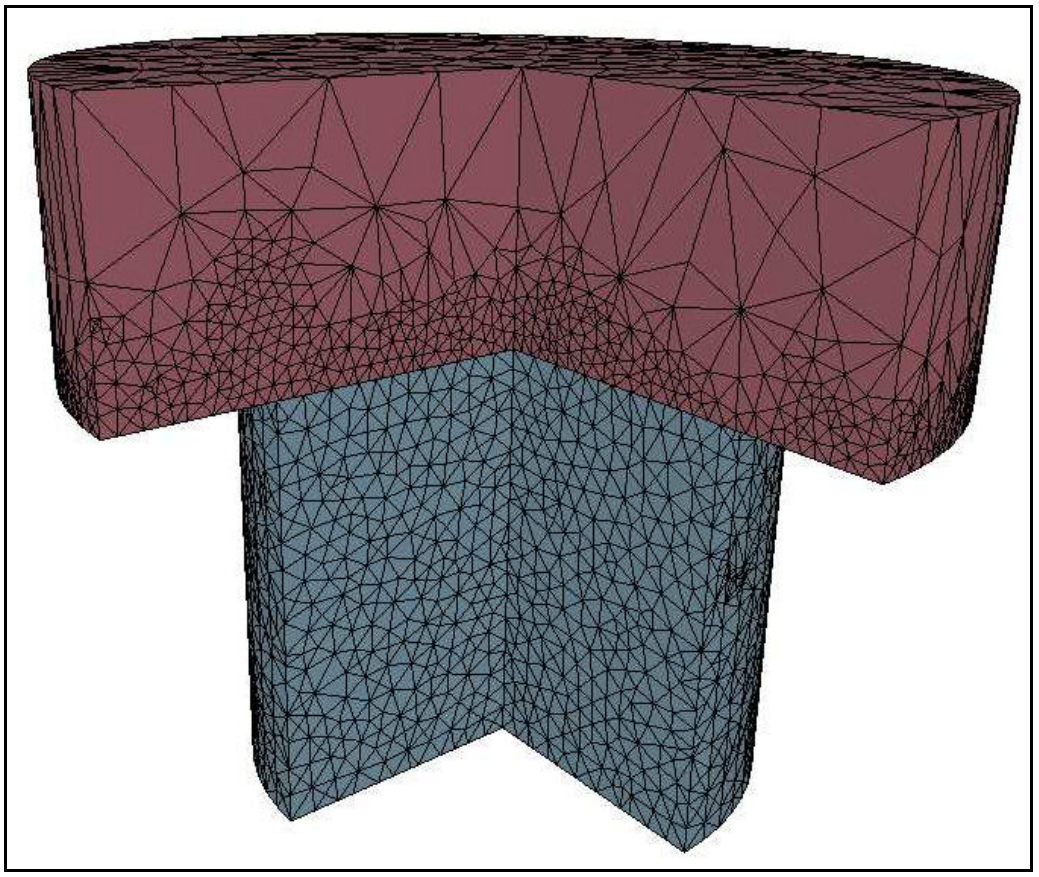


Figure 59 : cyclage sur un cas d'écrasement de cylindre (vue en coupe)

La température initiale de la pièce est de 1050 °C et celle des outils est de 300 °C.
La pièce a une rhéologie viscoplastique (acier) tandis que l'outil est élastique (acier).
On peut trouver les données rhéologiques concernant ce cas dans le Tableau 21.

	K : consistance	M : sensibilité à la vitesse	module d'young	Coef. Poisson	Masse volumique	Chaleur massique	Conductivité
Pièce	$1.6.10^6$ kPa	0.1			$7.8\ 10^{-6}$	$7\ 10^8$	$2.3\ 10^4$
Outil			21.10^7 kPa	0.3	$7.8\ 10^{-6}$	$7\ 10^8$	$2.3\ 10^4$

Tableau 21 : Rhéologie du cas de l'écrasement de cylindre

On utilise un frottement viscoplastique entre les corps avec p = 0.1, a = 0.1
Nous avons décidé d'arrêter les calculs lorsque la différence de température maximale sur les outils entre deux passes est inférieure à 1 °C.

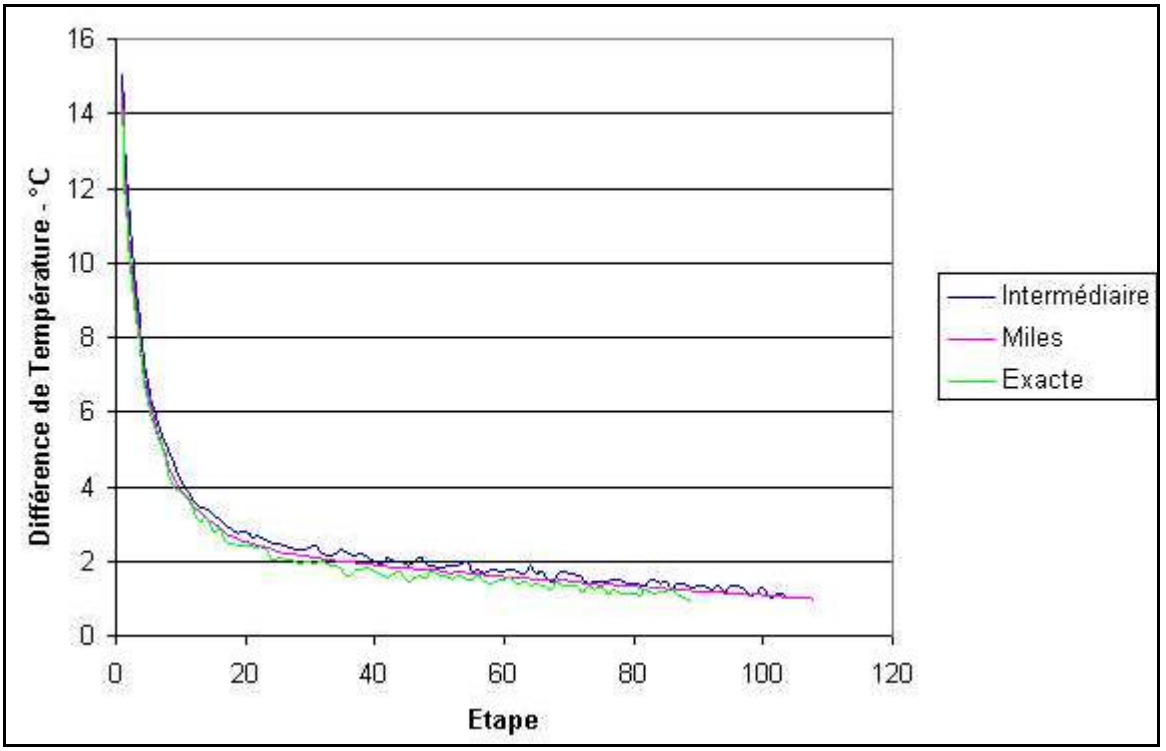


Figure 60 : Critère d'arrêt :différence de température maximale dans les outils après refroidissement

Sur la Figure 60, on compare les différences de température maximale dans les outils après refroidissement pour les 3 méthodes implémentées. C'est cette variable qui constitue notre critère d'arrêt.

Dans le Tableau 22 ci-dessous, on visualise les temps mis par le calcul pour atteindre une différence de température sur les outils de 1°C entre deux passes.

	Méthode exacte	Méthode intermédiaire	Méthode Miles
Nombre d'incrément	87	104	108
Temps CPU	134h	31h30	8h

Tableau 22 : Temps de calcul des différentes méthodes

Pour le cas simple du tas plat, on s'aperçoit que le nombre d'incrément nécessaire à la convergence est sensiblement le même pour les trois méthodes. On s'aperçoit également que, même si la première méthode est plus exacte que la troisième, cette dernière est beaucoup plus rapide.

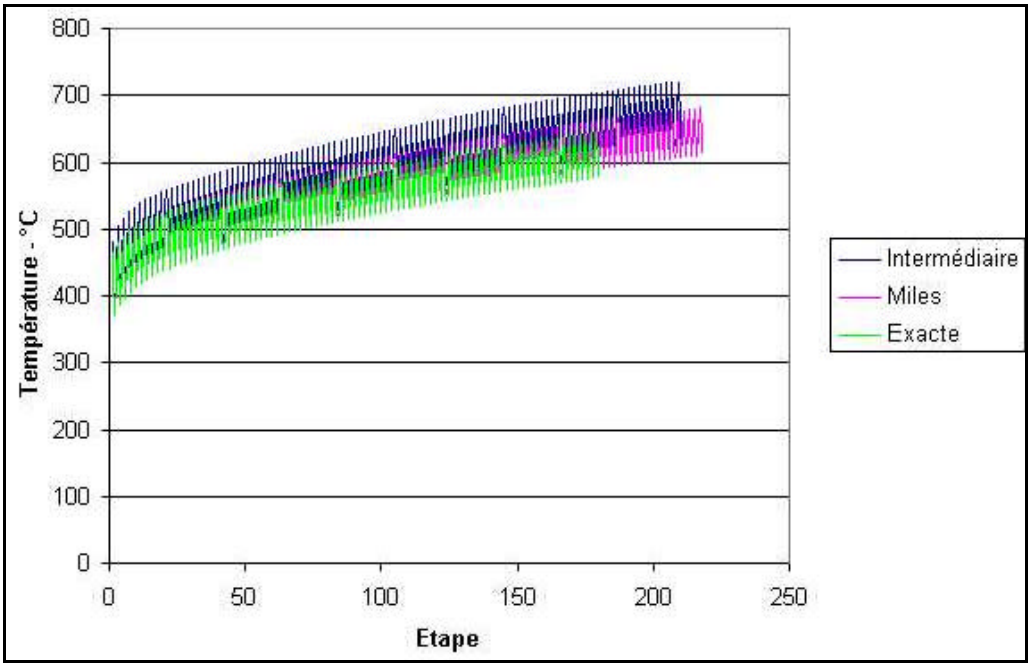


Figure 61 : variation de la température maximale dans les outils

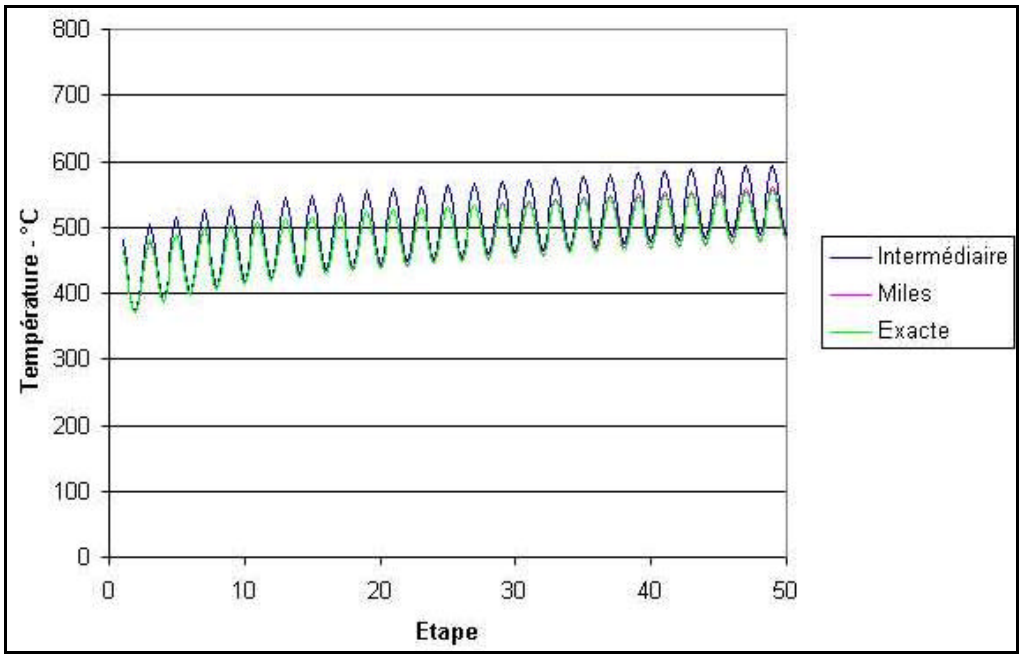


Figure 62 : Zoom sur les 50 premières étapes

Sur la Figure 61 et la Figure 62, on compare l'évolution de la température maximale dans les outils, pour nos trois différentes méthodes de cyclage. On s'aperçoit que les résultats obtenus avec les trois méthodes semblent équivalents au début, puis divergent sensiblement par la suite.

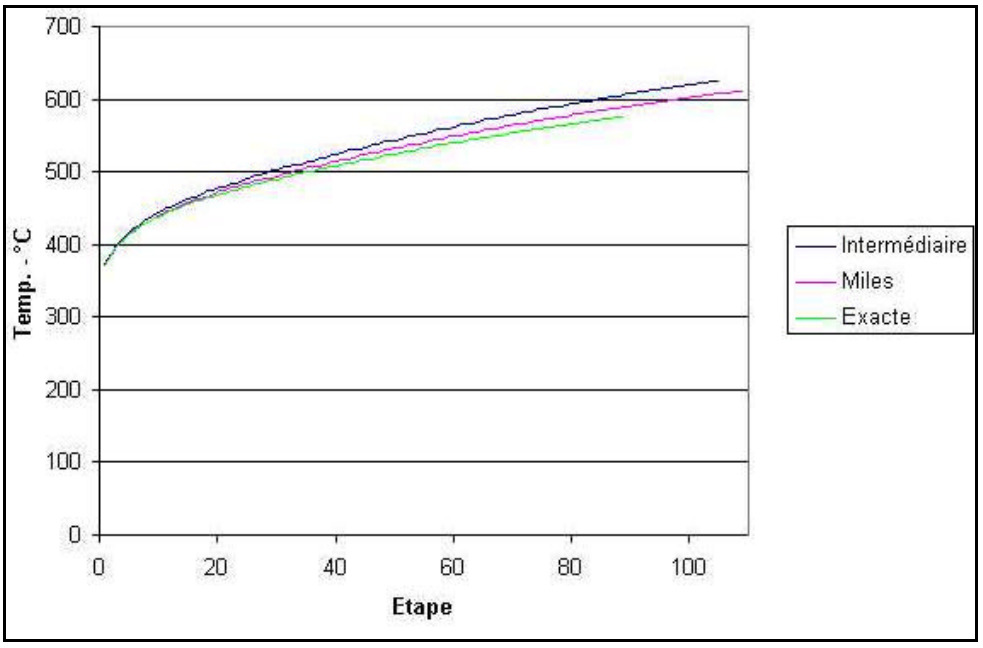


Figure 63 : Température maximale dans les outils en fin de forgeage.

Sur la Figure 63, on peut voir la température maximale atteinte par les outils en fin de forgeage, après refroidissement, pour les trois différentes méthodes implémentées.
On peut remarquer que même si la différence de température maximale dans les outils entre deux passes est inférieure à 1 °C, les outils semblent tout de même continuer à s'échauffer; le régime thermique stabilisé n'est pas encore parfaitement atteint.

En regardant dans le Tableau 22, on s'aperçoit que la méthode exacte converge en 87 passes. A ce moment, la température maximale atteinte par les outils est d'environ 577 °C (Figure 63). Alors que pour la méthode de Miles, la convergence est atteinte en 108 passes, et à ce moment la température maximale atteinte par les outils est de 611 °C. Cela fait donc une différence de 34 °C. Mais si pour les deux méthodes, on regarde la température maximale des outils au bout de 87 étapes, avec la méthode de Miles on obtient une température maximale des outils de 590 °C, ce qui ne fait plus qu'une différence de 13 °C.

Sur la Figure 64 on peut voir l'intérêt qu'apporte le cyclage thermique. Sur l'image de gauche, on visualise la température à la surface de l'outil à la fin de la première passe. Sur celle de droite, on visualise le champ de température obtenu une fois le régime stationnaire atteint (en utilisant la méthode Miles). On s'aperçoit que les températures obtenues en début et en fin de cyclage sont totalement différentes. Donc les calculs d'usure qu'on voudra effectuer par la suite donneront des résultats différents.

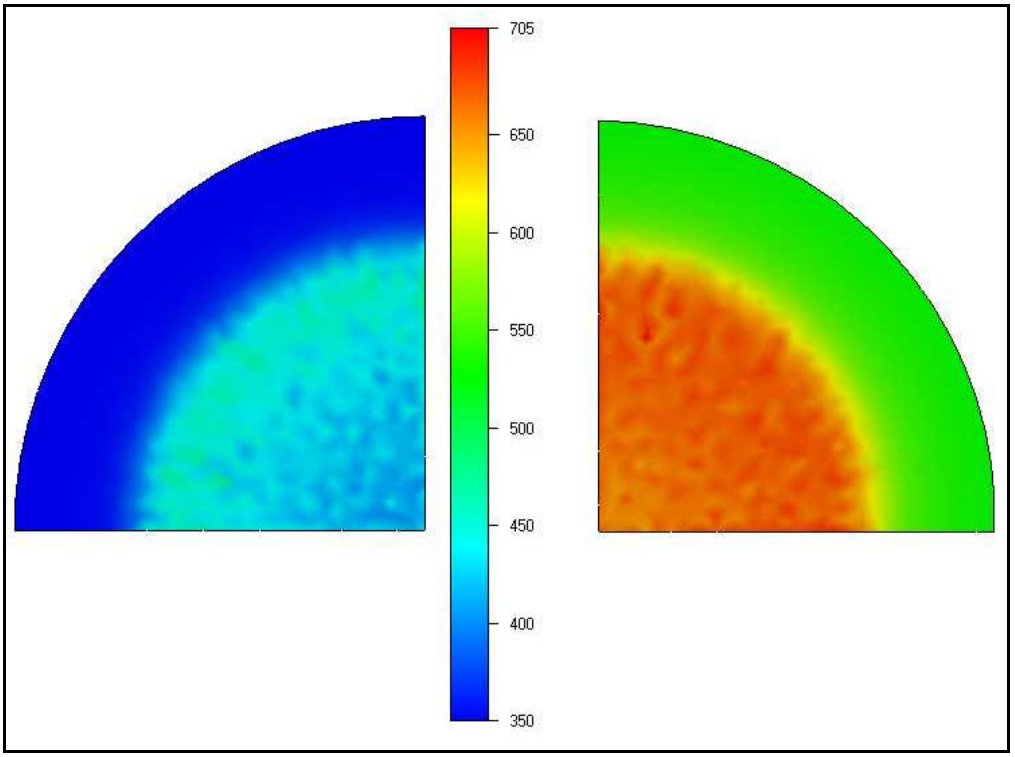


Figure 64 : Comparaison du champ de température entre la première et la dernière passe.

On utilisera alors les données thermiques obtenues sur la dernière passe, pour effectuer un calcul d'usure plus précis (Figure 65).

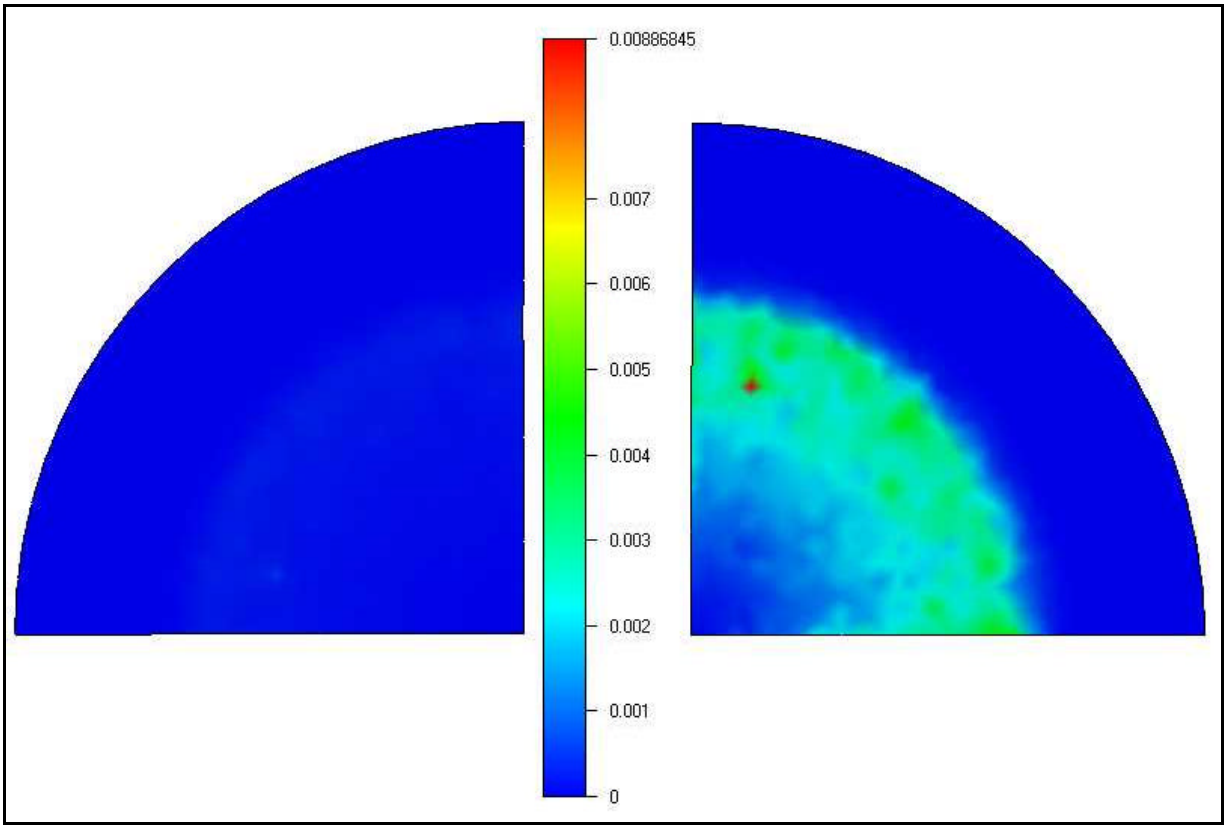


Figure 65 : Calcul d'usure sur l'outil

Sur l'image de gauche, on visualise l'usure calculée à la première passe de forgeage. Sur l'image de droite, on visualise l'usure calculée sur les outils qui ont atteints le régime thermique stabilisé.
On remarque donc que l'usure calculée est complètement différente dans les deux cas. Cela met bien en évidence la nécessité de calculer un champ de température correct, si on souhaite obtenir un calcul d'usure précis.

Sur la série d'image suivante (Figure 66), on peut voir les champs de température obtenus sur les outils en fonction des méthodes utilisées.

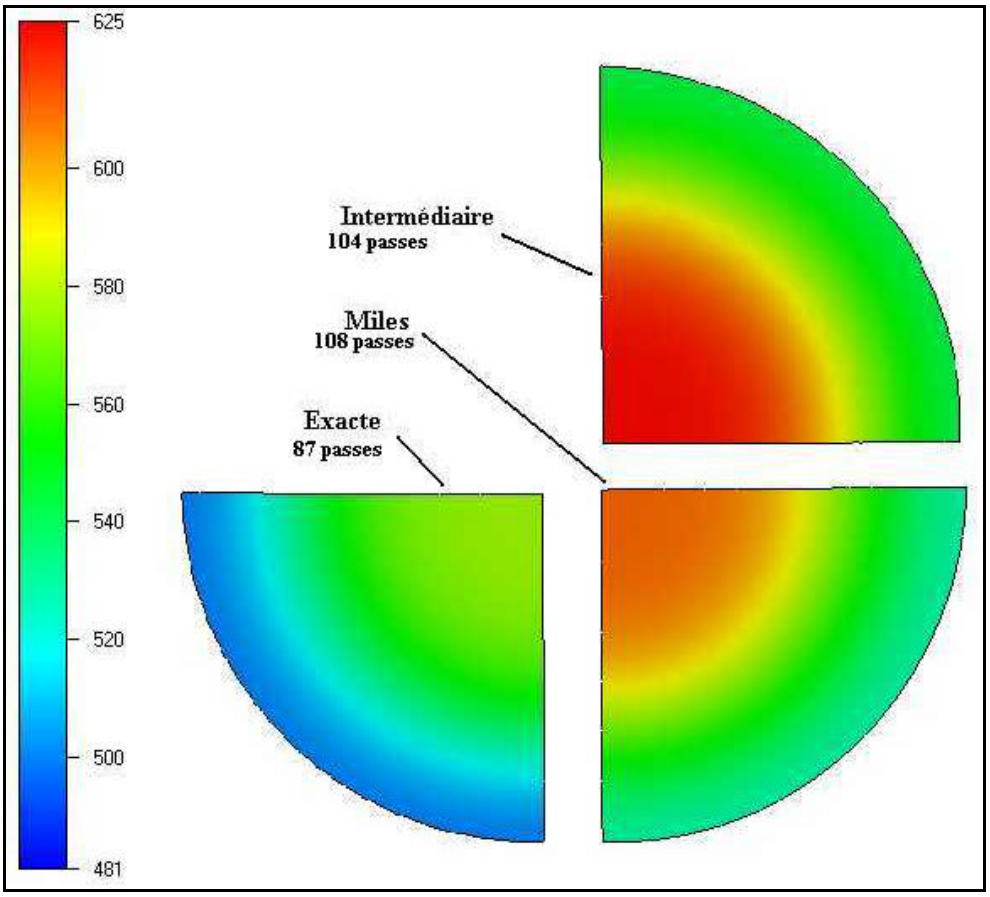


Figure 66 : Température de l'outil une fois le régime stationnaire atteint.

La méthode qui, qualitativement, se rapproche la plus de la méthode exacte c'est la méthode de Miles. C'est également cette méthode qui prend le moins de temps calcul pour atteindre le régime thermique stationnaire.

IV.3.4. La rampe

Ce cas porte sur l'étude d'un outil d'estampage à chaud de composants de moteur automobile [ALA 2003] (Figure 67).

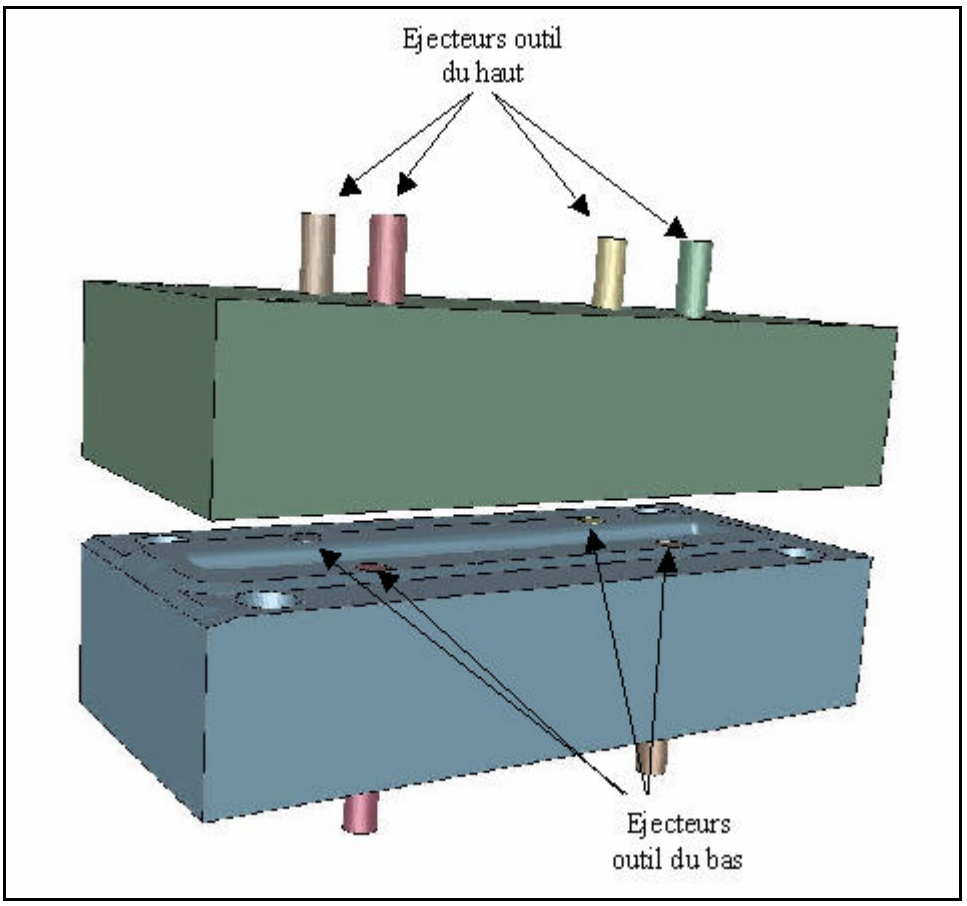


Figure 67 : Outil supérieur (vert) et inférieur (bleu)

Dans ce cas, on suppose que l'échauffement dû à la déformation est négligeable par rapport à l'échauffement dû au contact entre le lopin et les outils [ALA 2003]. On va donc utiliser la *quatrième méthode de cyclage* décrite au chapitre IV.1.2.
Ce cas a été instrumenté en atelier de forgeage. Différents thermocouples ont été placés dans la matrice inférieure à différentes positions et différentes hauteurs de pénétration. Les relevés ont été effectués pendant la production. Le but de cette étude est de montrer la validité de notre hypothèse la plus forte (on néglige tout autre phénomène thermique que l'échange par conduction pendant le forgeage). Il a donc fallu identifier principalement les coefficients d'échange thermique pendant les 2 étapes : le forgeage et la lubrification.

Voici les paramètres identifiés durant la simulation :
- Paramètres de simulation pour la phase de chauffage
  - $h_{lopin/air}$=10 W/m²K
  - $h_{lopin/outil\ déformable}$ varie linéairement entre deux valeurs.
- On laisse les corps en contact pendant quelques secondes
- Paramètres de simulation pour la phase de refroidissement
  - $h_{outil/air}$= valeur confidentielle
- La température de l'air est de 100°C
  - On laisse refroidir l'outil pendant quelques secondes
- Paramètres matériau pour l'outillage
- Chaleur massique : 669 J/kg.K

- Conductivité thermique : 27 W/m.K

Dans la phase de chauffage, on veut faire varier la valeur du coefficient $h_{lopin/outil\ déformable}$, comme cela a été observé expérimentalement. Pour cela, on va augmenter ce coefficient de manière linéaire entre chaque passe.

Sur la Figure 68, on peut comparer le champ de température calculé avec celui obtenu expérimentalement, pour les 30 premiers cycles de forgeage.

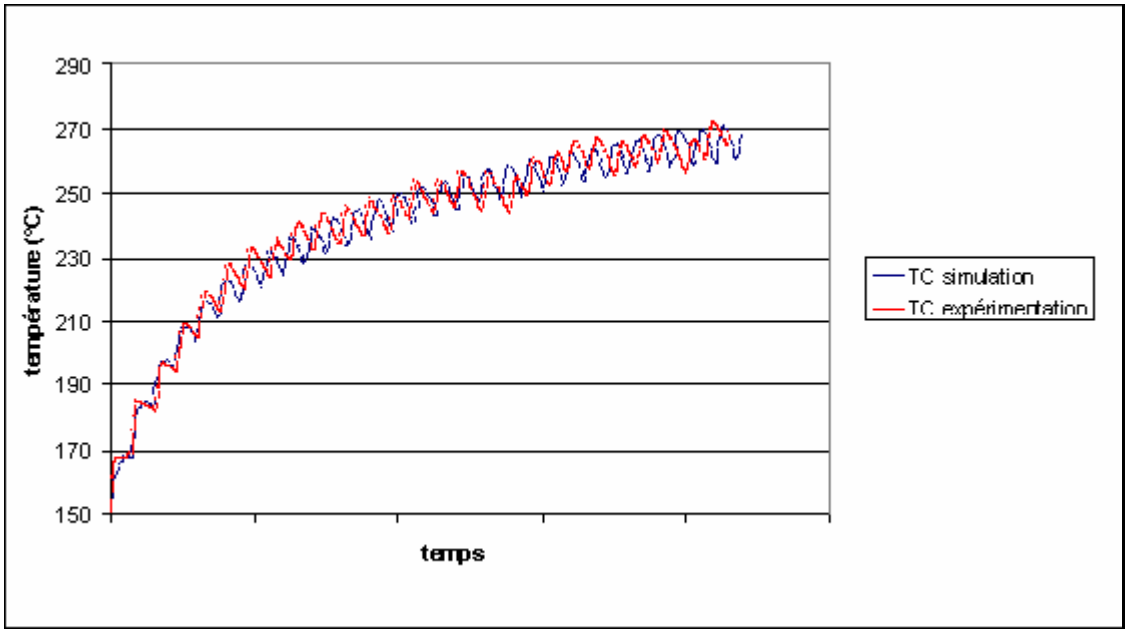


Figure 68 : Comparaison des courbes de température de simulation et d'expérimentation

On arrive donc bien à reproduire les résultats expérimentaux.
On peut voir le champ de température obtenu sur l'outil inférieur (Figure 69).

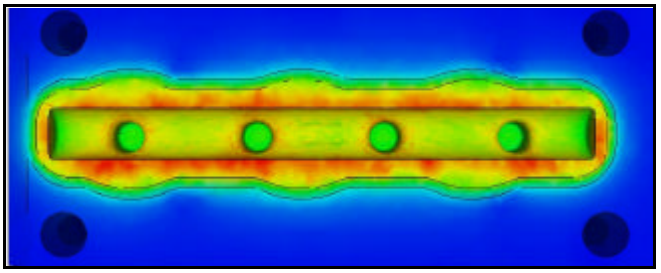


Figure 69 : Température sur l'outil inférieur, vue de dessus

A noter que les même paramètres ont permis de faire du cyclage sur d'autres pièces de même type.

IV.3.5. Le cas Estamfor

L'entreprise estamfor nous a fourni un cas composé de trois étapes de forgeage : écrasement, ébauche et finition.
La première étape étant un simple écrasement entre tas plat, nous nous sommes intéressés aux deux étapes suivantes pour tester notre code multicorps.

On peut trouver les rhéologies utilisées pour les différents corps, dans le tableau suivant :

	Rhéologie (mm-Mpa)	Thermique (mm.kg.s)
Pièce Norton-Hoff	Hansel Spittel A1=1326.6255, m1=-0.00257, m2=-0.1941, m3=0.1468, m4=-0.06521, m5=m6=m7=m8=m9=eps_ss=0	Densité= 7.85e-006 Chaleur massique= 7.78e+008 Conductivité = 3.55e+004
Outils Elastiques	Module Young = 210.0e+06 Coeff Poisson = 0.3	Densité= 7.5e-006 Chaleur massique= 6.69e+008 Conductivité = 2.758e+004
Outils Ramberg-Osgood pour du Z38CDV5	K=1918000.0 Module Young = 190.0e+06 Coeff Poisson =0.3 $M = -0.00002*T^2 + 0.0015*T + 12.65$ [EMAC]	Densité= 7.790000e-006 Chaleur massique= 4.60000e+008 Conductivité = 2.650000e+004

Tableau 23 : rhéologies des différents corps pour le cas fourni par Estamfor

On utilise une presse mécanique de 2500 T. Les paramètres du procédé sont les suivants :
Rpm : 60 T/min
R/L : 0.1591
Rayon : 175mm

Le lopin est initialement à 1250 °C, les outils à 200 °C et l'air ambiant à 50 °C.
Le coefficient d'échange thermique avec les outils est de 10000 W/m².K et de 10 W/m².K avec l'air.
Les frottements entre les outils sont des frottement de coulomb, avec : mu=0.2 mbar=0.4

Nous avons discrétisé les outils afin de réaliser un calcul multicorps. Grâce aux symétries du problème, nous nous sommes contentés de discrétiser un quart du problème.
Vu que la première passe de la simulation était simplement un cas d'écrasement entre tas plats, nous avons décidé de nous concentrer plutôt sur les passes d'ébauche et de finition.

1- L'ébauche :

Voici les résultats obtenus en ce qui concerne l'ébauche :
Sur l'image suivante (Figure 70), on peut voir le champ de température sur l'outil inférieur pour deux cas différents. Sur l'image de gauche, on observe le résultat d'un calcul thermo-mécanique couplé sur la pièce et les outils. Tandis sur l'image de droite, on visualise le champ

thermique obtenu en utilisant la méthode de diminution de temps de calcul implémentée lors de mes précédents travaux. Cette méthode consiste à effectuer un calcul thermo-mécanique sur la pièce et essentiellement un calcul thermique sur les outils. On trouvera un récapitulatif des temps de calcul dans le Tableau 24.

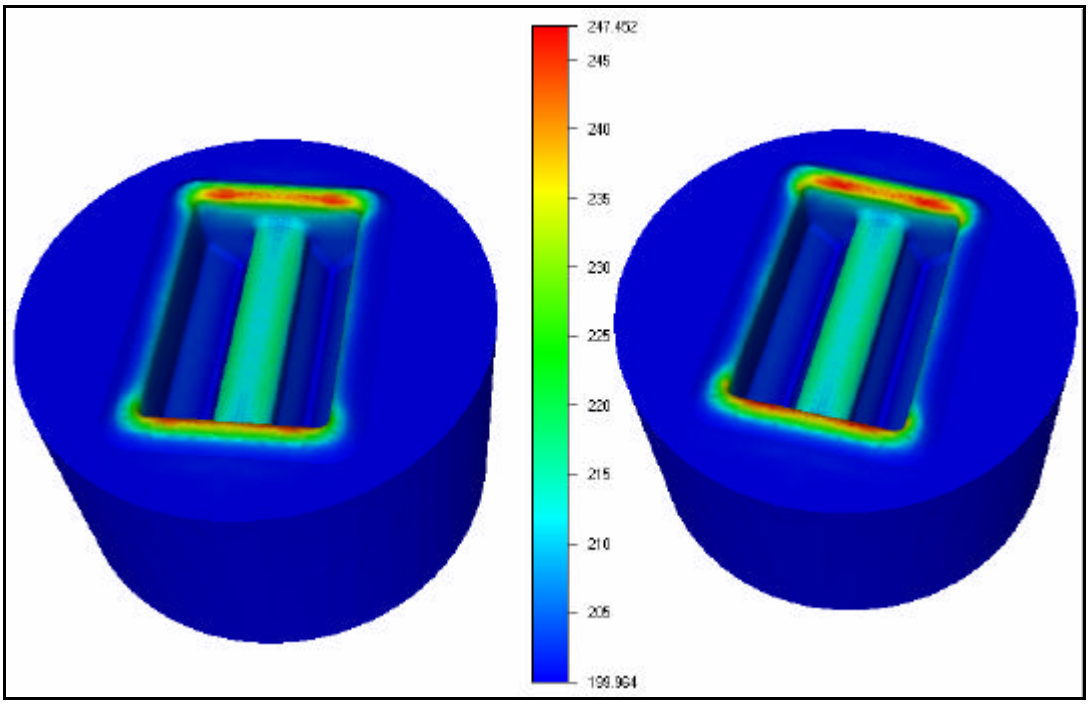
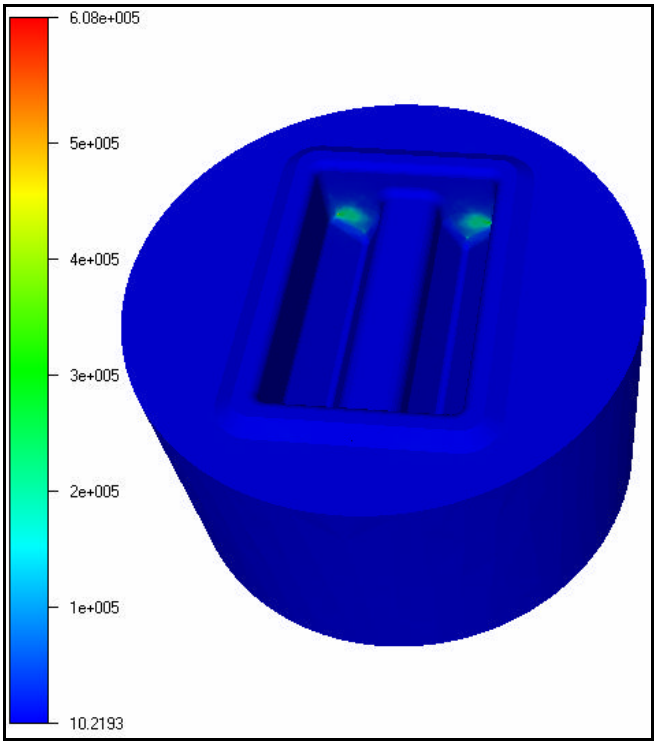


Figure 70 : Champ de température sur l'outil inférieur

On visualise maintenant la contrainte équivalente obtenue dans le cas thermo-mécanique couplé pièce-outils :



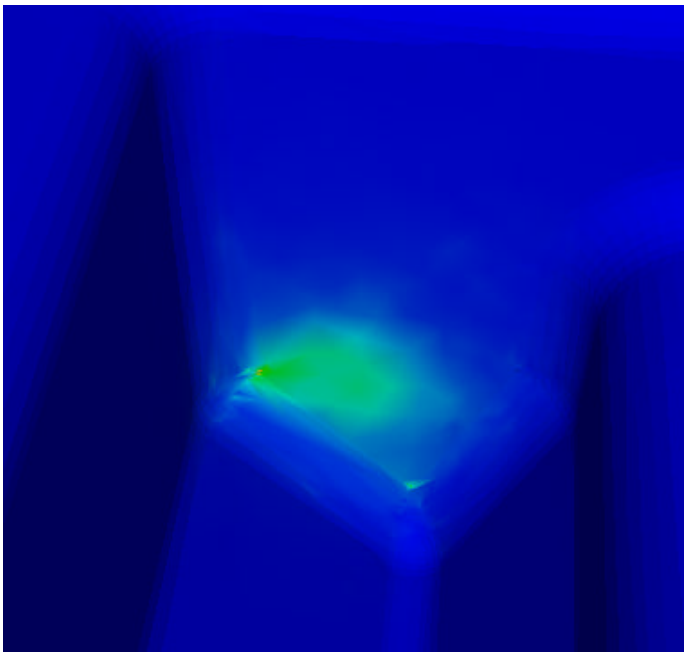


Figure 71 : Contrainte équivalente sur l'outil inférieur **Zoom**

La pression est localisée dans le congé. Cette information n'était pas disponible dans le cas précédent, où l'on n'effectuait aucun calcul mécanique sur les outils.
On visualise enfin la localisation de l'usure (loi d'Archard modifiée) obtenue en terme de perte de cote :

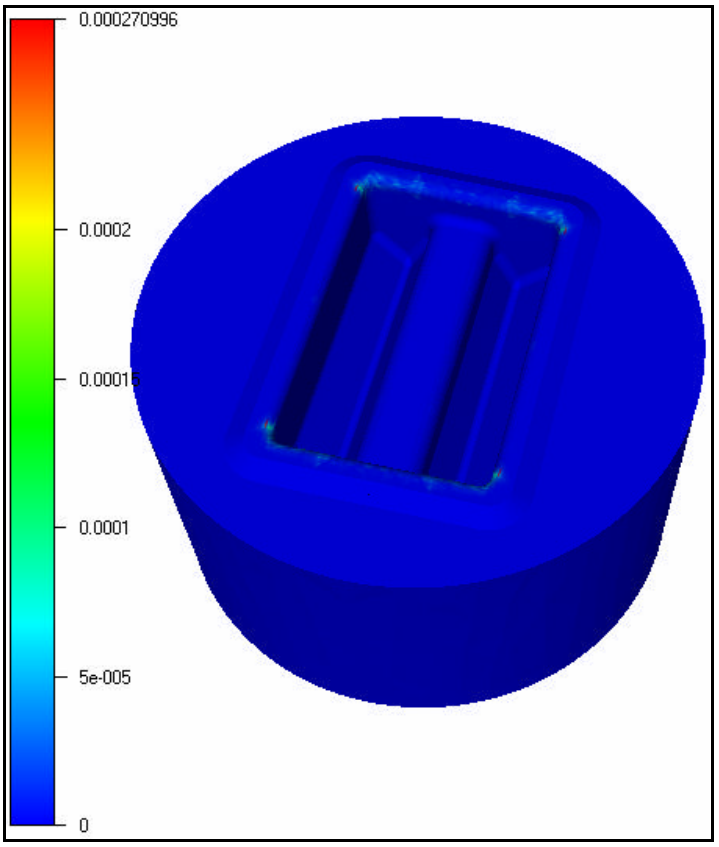


Figure 72 : Usure calculée sur l'outil inférieur

Tout comme dans le premier paragraphe, les paramètres de la loi utilisée sont : $K_w = 1$ et $m = 2.3$.
En comparant la Figure 71 et la Figure 72, on remarque que la localisation de l'usure ne correspond pas à la localisation de la pression. L'usure est localisée à l'endroit où les outils et la pièce sont le plus longtemps en contact.

Dans les cas précédents, la rhéologie utilisée pour les outils était élastique. Sur les images qui suivent, on visualise la température, l'usure et la déformation plastique obtenues lorsqu'on utilise une rhéologie elasto-plastique (Ramberg-Osgood) pour les outils.

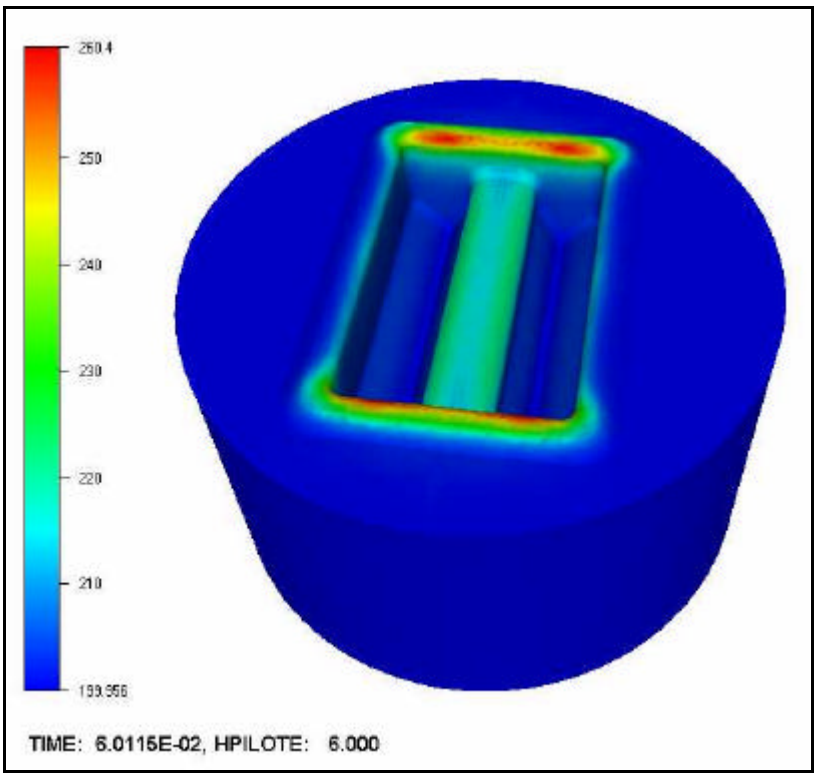


Figure 73 : Température sur l'outil elasto-plastique.

On remarque que la température des outils peut s'élever jusqu'à 260 °C dans les endroits où la pièce est les outils sont restés longtemps en contact. Cette élévation de température est supérieure à celle obtenue lorsqu'on utilisait la méthode de diminution du temps de calcul (Figure 70). Les phénomènes mécaniques influent donc un peu sur les phénomènes thermiques dans ce cas.

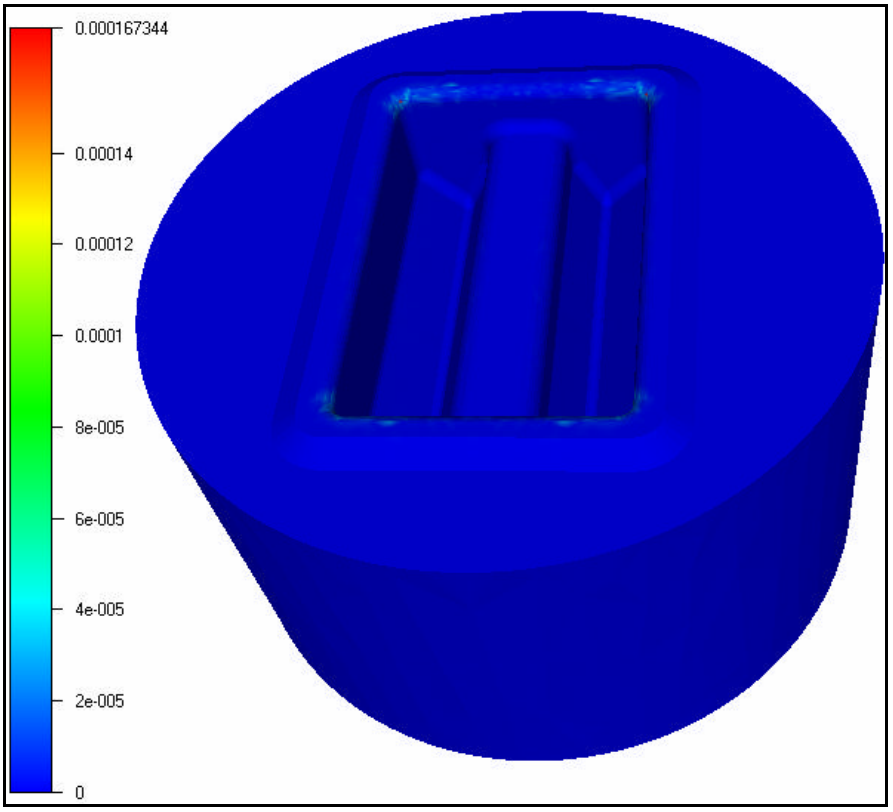


Figure 74 : Usure sur l'outil elasto-plastique.

On remarque que l'usure est localisée au même endroit que dans le cas où les outils sont élastiques. Les pertes de cote sont également du même ordre.

Dans ce cas, la limite de plasticité n'a pas été atteinte et donc on n'observe aucune déformation plastique sur les outils. La rhéologie de Ramberg-Osgood n'est donc pas nécessaire.

Voici un tableau indiquant les temps de calcul pour le cas de l'ébauche, pour des outils élastiques ou élasto-plastique (colonne R.O.).

Temps CPU	Elastique	R.O
Couplé / Complet (21404 nœuds)	116 h	103 h
Calcul thermique sur les outils (6100 nœuds)	26 h	xx

Tableau 24 : Temps de calcul dans le cas de l'ébauche.

Les temps de calcul sont sensiblement les mêmes dans les cas où l'on utilise une rhéologie différente pour les outils. Les calculs sont bien entendu plus rapide lorsque seul le problème thermique est résolu sur les outils.

2 - La finition :

Voici les résultats obtenus en ce qui concerne l'étape de finition.

Sur l'image suivante, on peut comparer le champ de température obtenu sur l'outil inférieur dans nos deux cas de calcul.

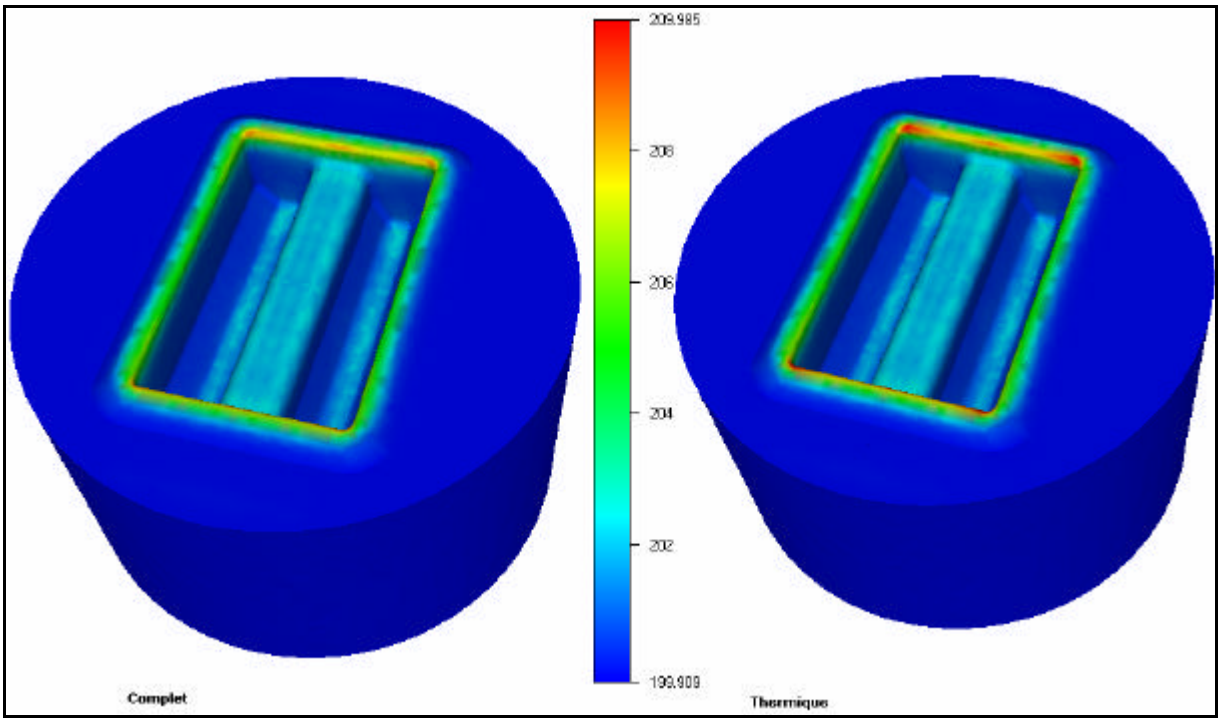


Figure 75 : Température de l'outil inférieur élastique- Calcul thermo-mécanique ou thermique sur les outils

Voici maintenant la contrainte équivalente obtenue sur l'outil inférieur. On ne visualise pas de contrainte équivalente, lorsqu' aucun calcul mécanique n'est effectué sur les outils.

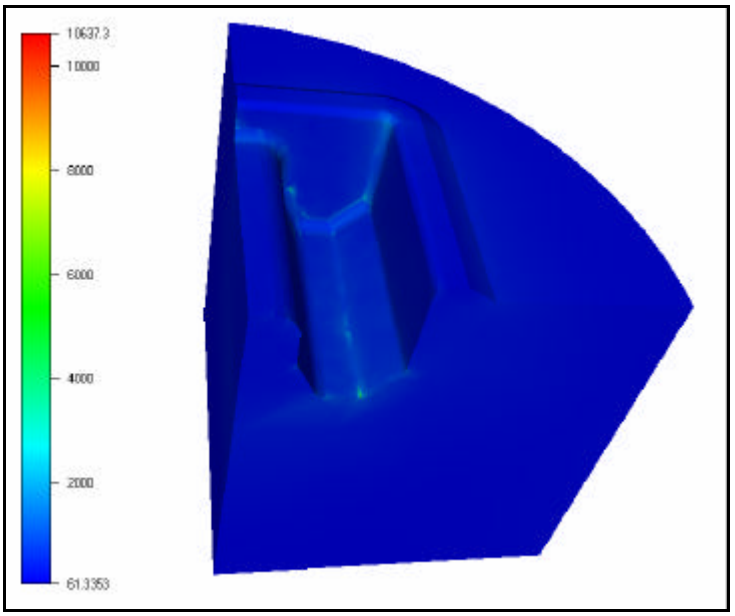


Figure 76 : Contrainte équivalente sur l'outil inférieur

Sur l'image suivante, on peut voir la perte de cote due à l'usure dans nos deux configurations de calcul.

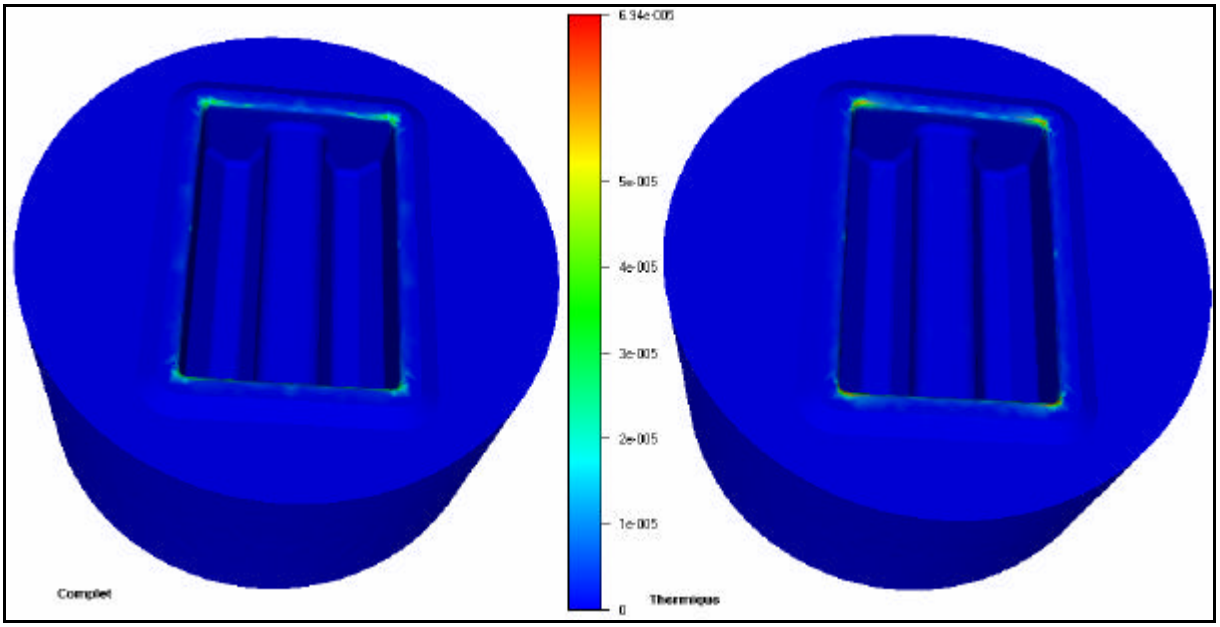
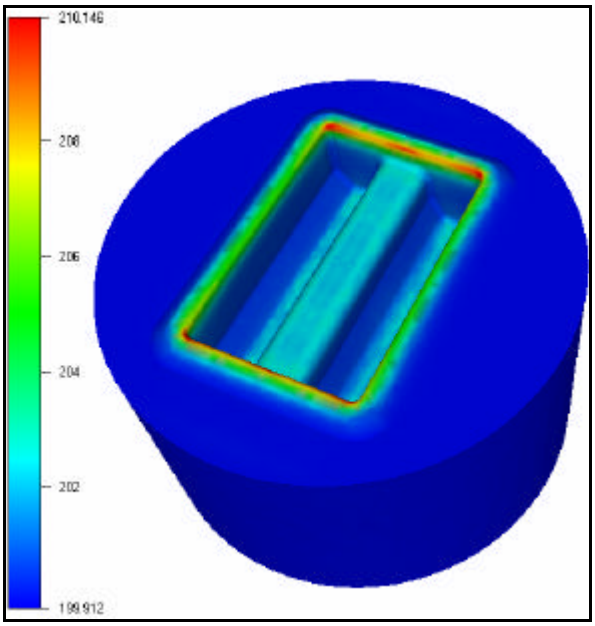


Figure 77 : usure calculée sur les outils – Calcul thermo-mécanique ou thermique sur les outils

Les résultats précédents ont été obtenus avec des outils élastiques. Voici maintenant les champs de température, de contrainte équivalente et d'usure obtenus avec des outils suivant une rhéologie de type Ramberg-Osgood :



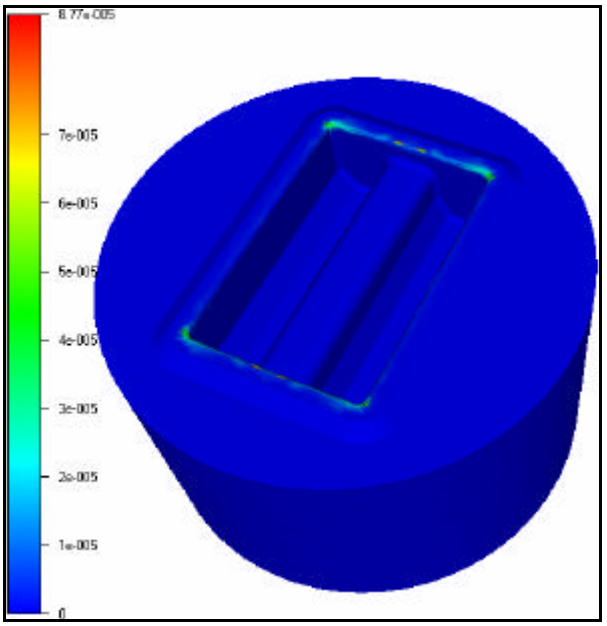


Figure 78 : température obtenue sur l'outil inférieur Figure 79 : usure obtenue sur l'outil inférieur

Dans les trois cas, l'usure est localisée au même endroit, avec des pertes de cote du même ordre de grandeur. Les températures aussi sont du même ordre de grandeur, même lorsqu' aucun calcul mécanique n'est effectué dans les outils. Pour ce cas, on peut donc dire que les phénomènes mécaniques intervenant dans les outils n'influent pas les phénomènes thermiques.

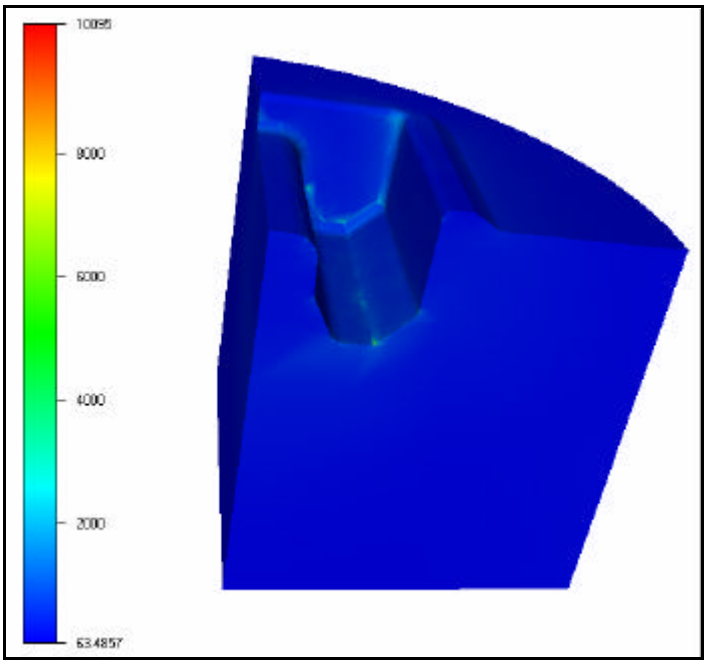


Figure 80 : contrainte équivalente calculée sur l'outil inférieur

L'ordre de grandeur et la localisation des contraintes sont donc identiques sur les outils élastiques et sur les outils élasto-plastiques.

Remarque : Aucune déformation plastique n'est observée sur les outils. La rhéologie de Ramberg-Osgood n'est donc pas utile pour ce cas.

Dans le tableau ci-après, on peut trouver les temps de calculs dans le cas de la finition avec des outils élastiques ou élasto-plastiques.

Temps CPU	Elastique	R.O
Couplé / Complet (19920 nœuds)	30 h	30 h
Calcul thermique sur les outils (5940 nœuds)	9 h	xx

Tableau 25 : temps de calcul dans le cas de la finition

Cyclage :

Nous avons ensuite testé notre méthode de cyclage sur ce cas. Nous avons comparé la méthode exacte avec la méthode de Miles.

Nous avons de bonnes corrélations numériques, mais malheureusement pas de résultats expérimentaux.

Sur la Figure 81, on peut observer la différence de température maximale entre deux passes. Le critère d'arrêt est fixé à 1°C.

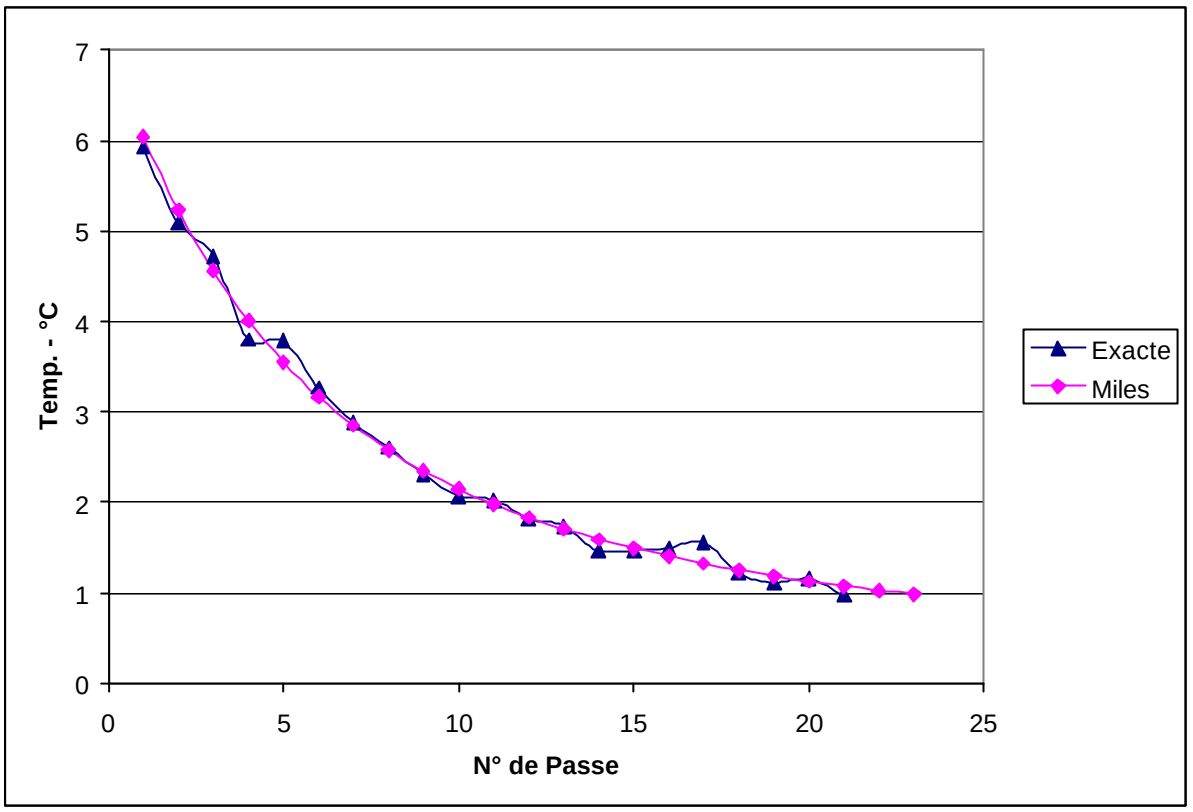


Figure 81 : Différence de température maximale sur les outils entre deux simulation

Sur l'image, on s'aperçoit que la méthode exacte (courbe bleue) converge en 21 passes alors que la méthode de Miles (courbe rose) a besoin de 23 passes pour s'arrêter.

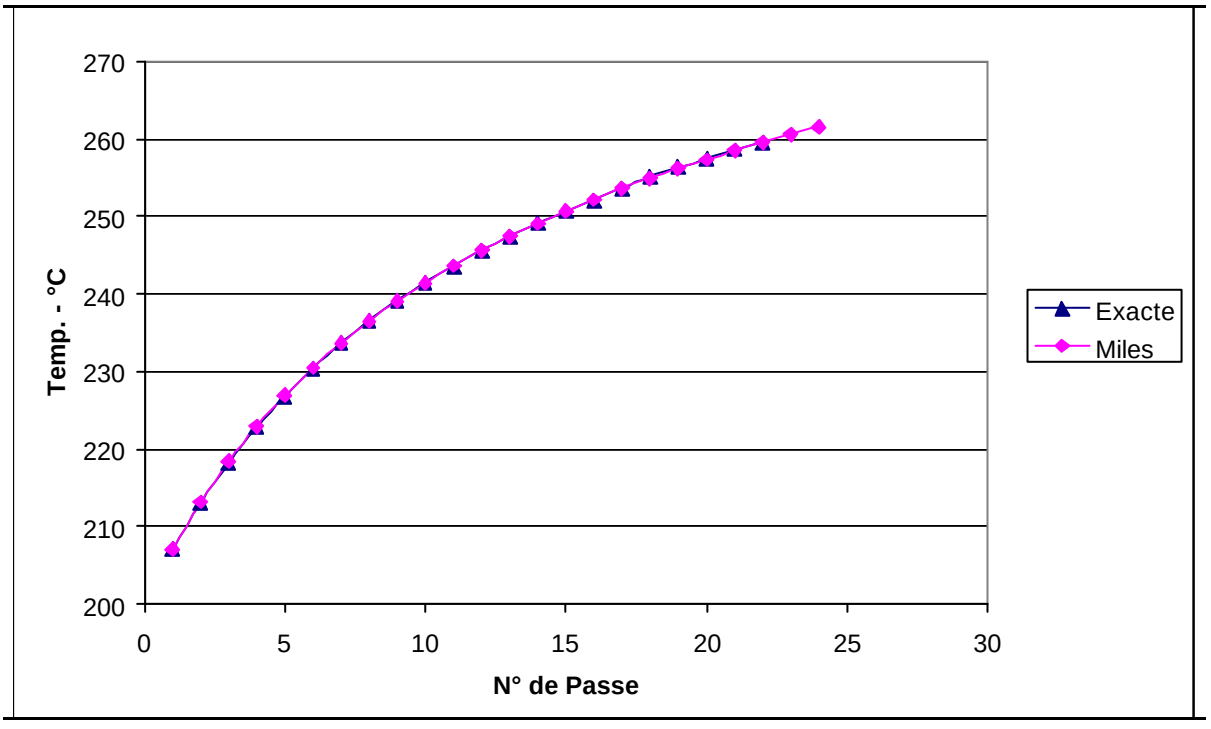


Figure 82 : température maximale sur les outils

Sur la Figure 82, on a tracé l'évolution de la température maximale dans les outils en fin de passe. Les deux méthodes donnent des résultats identiques.

Enfin, dans le Tableau 26, on peut trouver les temps de calcul pour chaque méthode.

Méthode	Temps
Exacte	131h
Miles	5h17min

Tableau 26 : comparaison des temps mis pour les deux méthodes de cyclage

Dans ce cas, en utilisant la méthode de cyclage de Miles, on a gain de temps de 25 (131/5.25).

Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont donc encourageants. Cependant, si on regarde la fin des courbes, on remarque que la température peut encore varier sur les passes suivantes et donc que le régime thermique stationnaire semble ne pas être atteint.
On peut donc s'interroger sur la pertinence du critère d'arrêt. Dans ce cas, 1°C de différence ne semble pas suffisant.
On pourrait peut être resserrer encore ce critère – voire le changer. Par exemple, au lieu de prendre la température maximale sur les outils, on pourrait prendre la température moyenne sur l'ensemble des nœuds.

Conclusion

L'amélioration de la durée de vie en service des outillages de forge à chaud est une préoccupation constante des industries de la forge.

Dans ce cadre, l'objectif de ma thèse a été la mise au point d'un modèle numérique permettant de mieux comprendre et d'analyser les facteurs influençant la durée de vie des outils de forge a chaud. Plus précisément, il s'est agi de permettre de déterminer précisément et dans un temps calcul raisonnable le régime thermique et l'usure abrasive.

Nous avons donc du mettre en place et réalisé un certain nombre de développements pour parvenir à cet objectif.

Nous avons d'abord mis au point une formulation thermo-mécanique et numérique du problème thermo-mécanique couplé sur le système complet pièces-outillages. La résolution de ce problème multi-corps nous a permis de modéliser le comportement des outils au cours du procédé de forgeage à chaud.

Les temps calculs importants générés par ce type d'approche nous ont conduit à mettre au point et à tester différentes stratégies algorithmiques pour permettre de réduire les temps de calcul. Ces stratégies sont maintenant utilisables et leur comparaison a mis en évidence leurs avantages relatifs. Il s'agira en fait dans la plupart des cas de faire un compromis entre la durée des calculs et la précision souhaitée. Les résultats présentés ici permettront aux futurs modélisateurs de faire le choix entre ces différentes méthodes.

Les résultats thermo-mécaniques obtenus sur les outillages nous ont permis de mettre en place un modèle de calcul d'usure, ainsi qu'une stratégie de calcul pour obtenir dans des temps raisonnables des résultats sur des cas de cyclage.

Le calcul de l'usure repose sur l'utilisation d'une loi d'Archard. Cette loi est assez intuitive et permet de bien rendre compte des phénomènes d'usure. Cependant, dans sa forme originelle, elle n'est pas toujours satisfaisante. C'est pourquoi, nous avons utilisé une forme modifiée de cette loi, de telle sorte qu'elle puisse prendre en compte la dureté des outils et de la couche d'oxyde à leur surface.

Le schéma de cyclage, quant à lui, repose sur les travaux de Miles [MIL 1995]. Nous avons sélectionné cette méthode, car elle a l'avantage d'être rapide tout en conservant une précision acceptable sur les résultats. Elle ne nécessite que la résolution du problème thermique, en se contentant de mettre à jour certaines variables mécaniques. C'est donc la méthode la mieux adaptée pour nos problèmes tridimensionnels.

A chaque étape de développement, nous avons validé ces différentes méthodes sur des cas simples (écrasement entre tas plats, triaxe) , puis sur des cas plus complexes (bielle, entraîneur, estampage). Nous avons obtenu des résultats satisfaisants même s'il n'a pas toujours été simple de les comparer avec des résultats industriels. Nous avons néanmoins pu

tester les schémas d'usure et de cyclage grâce à des études en collaboration avec des industrielles.

Il faut souligner que la version multicorps de Forge3® est maintenant mise à disposition des entreprises par Transvalor SA, et qu'elle est également utilisée intensivement pour d'autres études au CEMEF. Les différents tests menés à ce jour mettent en évidence la fiabilité de cette version.

En ce qui concerne les perspectives de ce travail, nous pouvons citer quelques axes de recherche qu'il conviendrait d'approfondir.

Dans la formulation du problème multicorps, on pourrait essayer de gérer le contact en utilisant la méthode du Lagrangien augmenté. Cette méthode permet de gérer le contact parfaitement, sans autoriser de pénétration, comme c'est le cas pour la méthode de la pénalisation. Des études ont déjà été menées dans ce sens au CEMEF.

En ce qui concerne la réduction du temps de calcul, des validations plus avancées de la version parallèle du code seraient nécessaires. On pourrait utiliser des cas comportant plus de corps, partagés sur plus de processeur.

D'autre part, il pourrait être intéressant pour les industriels de disposer à terme d'une variable *durée de vie de l'outillage*. Cette variable intégrerait les concentrations de contraintes et la localisation de l'usure. Après une simulation d'un cas de forgeage, le logiciel fournirait à l'utilisateur le nombre de passe possible avant le changement de l'outillage. L'utilisateur pourrait alors modifier certains paramètres du procédé de forgeage, pour atténuer ces contraintes et cette usure.

A plus long terme, l'intégration d'un tel outil dans une approche complète d'optimisation numérique serait certainement très fructueuse en termes d'amélioration sensible de la durée de vie des outillages.

Bibliographie

[ALI 2000] C. Aliaga, Thèse de doctorat, ENSMP, CEMEF, 2000.

[ALT 1968] T. Altan, S. Kobayashi, *A numerical method for estimating the temperature distributions in extrusion through conical dies,* Journal of Engineering for Industry, 1968.

[ARC 1953] J.F. Archard, *Contact and Rubbing of Flat Surfaces.* Journal of Applied Physics, vol. 24, n° 8, 1953.

[BAI 2003] L. Baillet, T. Sassi, *Simulations numériques de différentes méthodes d'éléments finis pour les problèmes de contact avec frottement*, C.R. Mecanique 331, 789-796, 2003.

[BAR 2003] O. Barrau, C. Boher, R. Gras, F. Rezai-Aria, *Analysis of the friction and wear behaviour of hot work tool steel for forging.* Wear 255, 1444-1454, 2003.

[BAR 2004] J. Barboza, Thèse de doctorat, ENSMP, CEMEF, 2004.

[BEH 2002] A. Behrens, H. Just, *Verification of the damage model of effective stresses in cold and warm forging operations by experimental testing and FE simulations.* Journal of Materials Processing Technology, 125-126, p295-301, 2002.

[BER 1999] G. Bernhart, G. Moulinier, O. Brucelle, D. Delagnes, *High Temperature Low Cycle Fatigue Behaviour of a Martensitic Forging Tool Steel.* International Journal of Fatigue 21, 179-186, 1999.

[BOU 1991] C. Bournicon, *Sollicitations et modes d'endommagement des outillages de forge à chaud*, Traitement Thermique 246, 1991.

[BOU 2004) R. Boussetta, L. Fourment, *A Posteriori Error Estimation And Three-dimensional Adaptive Remeshing: Application To Error Control Of Non-Steady Metal Forming Simulations*, Numiform 2004.

[BOY 1999] E. Boyère. Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 1999.

[BRE 1991] F. Brezzi, M. Fortin. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer-Verlarg, New-York Berlin Heidelberg, 1991.

[BRE 1992] H. Brezis. *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*. Masson, Paris, 1992.

[BRU 1999] O. Brucelle, G. Bernahrt, *Methodology for Service Life Increase of Hot Forging Tools* .Journal of Materials Processing Technology 87, 237-246, 1999.

[CHE 2002] J-L. Chenot, L. Fourment, K. Mocellin, *Numerical treatment of contact and friction in FE simulation of forming processes,* Journal of Materials Processing Technology 125-126, 45-52, 2002.

[COU 1991] T. Coupez. Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 1991.

[COU 1994] T. Coupez. *A mesh improvement method for 3D automatic remeshing*. In N.P. Weatherill et al., editor, Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields, pp. 615-626, Pineridge Press, 1994.

[COU 1995] T. Coupez. *Stable stabilized finite element for 3D forming calculation*. ENSMP, Sophia-Antipolis, 1995.

[COU 1996] T. Coupez. *Parallel adaptative remeshing in 3D moving mesh finite element*. In B.K. Soni et al., editor, Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, Vol. 1, pp. 783-792, Mississipi State University, 1996.

[DAF 2004] C. Daffos. Thèse de l'INSA Toulouse, 2004.

[DAN 1993] J.L. Daniel, J.C. Gelin, P. Paquier, *Polyform – logiciel 3d pour la simulation du forgeage et l'emboutissage des matériaux,* Colloque national en calcul des structures, 1166-1178, Giens, 1993.

[DIK 1992] F. Diko, MS.J. Hashami, *Finite Element Simulation of Metal Forming Processes ans Die Design.* Numerical Methods in Industrial Forming Process, 1992, p. 601-603.

[FOR 2001] Manuel d'utilisation Forge3®, Transvalor SA, 2001.

[FOR 2002] La Forge, journal professionnel trimestriel édité par le Centre d'Information de la Forge (CIFORGE), n° 10, octobre 2002.

[GER 1985] Y. Germain. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1985.

[GIE 1995] M. Gierzynska-Dolna, M. Pietrzyk, P. Lacki, *Influence of the lubricant on temperature distribution in the forging dies.* Steel Research 66, n° 10, p424-429, 1995.

[GU 2002] R.J. Gu, P. Murty, Q. Zheng, *Use of penalty variable in finite element analysis of contacting objects,* Computers and Structures 80, 2449-2459, 2002.

[HAL 1982] J.O. Hallquist, *Theoretical Manual for Dyna3D,* Lawrence Livermore National Laboratory, 1982.

[HU 1997] N. Hu, A solution method for dynamic contact problems, Computers & Structures, 63 – 6, 1053-1063, 1997.

[JAO 1998] O. Jaouen. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1998.

[KAN 1999] J.H. Kang, I.W. Park, J.S. Jae, S.S. Kang, *A study on die wear model considering thermal softening (II) : Application of the suggested wear model.* Journal of Materials Processing Technology, 94, 183-188, 1999.

[KAT 1990] T. Kato, T. Kawabe, *Process Dynamics and Optimum Operating Condition of Repeated Backward Cold Extrusion.* Advanced Technology of Plasticity, 1, 1990.

[KAW 1990] T. Kawabe, T. Kato, T. Wada, *Development of a Mathematical Model for Thermal Analysis During Repeated Backward Cold Extrusion.* Advanced Technology of Plasticity, 1, 1990.

[KIR 1999] D. Kircher, H. Michaud, G. Emond, *Application of Numerical Simulation for Analyse of Hot Forging Tool's Wear.* Bulletin du Cercle d'Etude des Métaux, 1999.

[KOJ 2002] H. Kojima, S. Fujikawa, *Development of forging process optimization system using wear model.* Advanced Technology of Plasticity, vol. 1, p223-228, Proceedings of the 7th ICTP, Oct. 28-31, Yokohama, Japan, 2002.

[KWO 2003] Y. Kwon, G. W. Fisher, *A novel approach to quantifying tool wear and tool life measurements for optimal tool management,* International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43, 359-368, 2003.

[LAU 1993] T.A. Laursen, J.C. Simo, *A Continuum-Based Finite Element Formulation for the Implicit Solution of Multibody, Large Deformation Frictionnal Contact Problems.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1993, 36, p. 3451-3485.

[LOY 2002] A. Loyer, *Rapport Mastère,* Sophia Antipolis : Ecole des Mines de Paris, 2002.

[LUN 1994] S.E. Lundberg, *The influence of rolling temperature on roll wear, investigated in a new high temperature test rig,* Journal of Materials Processing Technology, 42, 239-291, 1994.

[MAG 1993] A. Magnée, *Modelisation of damage by abrasion,* Wear, 162-164, 848-855, 1993.

[MAG 1996] C. Magny, Thèse de doctorat, ENSMP, 1996.

[MAH 1999] K. Mahjoub. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1999.

[MAL 1994] Malinkowski Z., Lenard J.G., Davies M.E., *A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure.* Journal of Materials Processing Technology, 41, 125-142, 1994.

[MAR 1997] S. Marie. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1997.

[MIC 1993] B. Michel, Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1993.

[MIL 1995] M. Miles, Thèse de doctorat, ENSMP, 1995.

[MOC 1999] K. Mocellin. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1999.

[MOT 2003] N. Mottu, *Usure des matrices de forgeage à chaud.* Post-Doc, Sophia-Antipolis : Ecole des Mines de Paris, 2003.

[PAP 1998] P. Papadopoulos, J.M. Solberg, *A lagrange multiplier method for the finite element solution of frictionless contact problems,* Mathl. Comput., Modeling, 28, 373-384, 1998.

[PER 2000] E. Perchat. Thèse de Doctorat, ENSMP, 2000.

[PIC 2000] E. Pichelin, L. Fourment, J.L. Chenot, *A Master-Slave Algorithm for Solving Contact Problem Between Deformable Bodies.* Soumis à Computers & Structure en janvier 2000.

[PIC 2001] E. Pichelin, K. Mocellin, L. Fourment, J.L. Chenot, An application of a master slave algorithm for solving 3D contact problems between deformable bodies in forming processes, Revue Européenne des Eléments finis, vol 10, n°8, pp 857-880, 2001.

[PIE 1999] G. Pietrzak, A. Curnier, *Large deformation frictional contact mechanics : continuum formulation and augmented lagrangian treatment*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 177, 351-381, 1999.

[PRI 1994] A.M. Prior, *Applications of implicit and explicit finite element techniques to metal forming*, Journal of Materials Processing Technology, 45, 649-656, 1994.

[RAM 1943] W. Ramberg, W.R. Osgood, *NACA Technical Note N° 902*, 1943.

[REB 1980] N. Rebelo, S. Kobayashi, *A coupled analysis of viscoplastic deformation and heat transfert – I,* Int. J. Mech. Sci. , 22, 699-705, 1980.

[REV 1998] P. Revel, K. Necib, G. Béranger, H. Michaud, *Simulation expérimentale de la Fatigue Thermique d'un Cylindre Revêtu par un Dépôt en Acier Inoxydable Martensitique.* La Revue de la Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux, 1998.

[REV 2000] P. Revel, D. Kircher, V. Bogard, *Experimental and numerical simulation of a stainless steel coating subjected to thermal fatigue.* Materials Science and Engineering, A290, 25-32, 2000.

[ROU 1975] D. Rousseau, J.P. Riegert, L. Séraphin, R. Tricot, *Fatigue Thermique des Aciers à Outils pour Travail à Chaud.*, Revue de Métallurgie, 1975.

[SIG 1963] A. Signorini, *Sopra alcune questioni di Elastostatica,* Atti della Soc. Ital. Per il Progresso della Scienze, 1963.

[SOB 1992] T. Sobis, U. Engel, M. Geiger, *A theoretical study on wear simulation in metal forming processes*, Journal of Materials Processing Technology, 34, 233-240, 1992.

[SOY 1990] N. Soyris. Thèse de Doctorat, ENSMP, 1990.

[SPI 1978] T . Spittel, A. Hensel, Kraft- und Arbeitsbedarf bildsamer Formgebungsverfahren. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1978.

[STA 1997] C.M.D. Starling, J.R.T. Branco, *Thermal fatigue of hot work tool steel with hard coatings*. Thin Solid Films 308-309, p 436-442, 1997. Journal of Materials Processing Technology, 113, p22-27, 2001.

[TRA 2001] K. Traoré. Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 2001.

[TRO 1992] Y. Tronel, J.L. Chenot, *Prediction of Tool Wear Using Finite-Element Software for the Three-Dimensional Simulation of the Hot-Forging Process.* Journal of Materials Processing Technology, 31 255-263, 1992.

[TSU 2002] Y. Tsuchiya, K. Nakanishi, T. Tanaka, M. Matsui, T. Suzuki, Y. Nogami, T. Akashi, *Development of a CAE system on prediction of hot forging die life.* Advanced Technology of Plasticity, vol. 1, Proceedings of the 7th ICTP, Oct. 28-31, Yokohama, Japan, 2002.

[WIS 1991] H.J. Wissmeier, U. Engel, M. Geiger, *Critère de rupture applicable à la conception des matrices de frappe en métal dur*, Le Tréfilé, 41, 49-53, 1991.

[WRI 1995] P. Wriggers, *Finite Element Algorithms for Contact Problems.* Computational Methods in Engineering, 1995, 4, p. 1-49.

[YAM 1992] K. Yamada, S. Ogawa, M. Ataka, *Three-Dimensional Analysis of Flat Rolling Using Rigid-Plastic Finite Element Method Coupled with Roll Deformation Analysis.* Numerical Methods in Industrial Forming Process, 1992, p. 755-761.

[YAN 1992] J. Yanagimoto, M. Kiuchi, *Three-Dimensional Simulation System for Coupled Elastic/Rigid-Plastic Deformations of Rolls and Workpieces in Strip Rolling Processes.* Numerical Methods in Industrial Forming Process, 1992, p. 763-768.

[YAN 1997] Q. Yang, S. Qu, Q. Zhu, N. Min, *FE Simulation for a forging system.* Journal of Materials Processing Technology, 63 p 678-683, 1997.

[ZAV 1992] G. Zavarise, P. Wriggers, E. stein, B.A. Schrefler, *Real contact mechanisms and finite element formulation – a coupled thermomechanical approach,* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 35, 767-785, 1992.

Annexe

Annexe du chapitre II.1.3. :

Pour le *contact bilatéral collant*, on part du problème de minimisation (I-28) et on vient lui ajouter la fonctionnelle :

$$\Phi = \frac{1}{2} r \sum_p [h_p^2] S_p$$

Avec, pour chaque nœud p en contact, h_p la condition de non pénétration :

$h_P = v_p - v_M - \frac{d}{\Delta t} n$, le coefficient de pénalisation r et S_p le terme de dimensionnement.

Gradient :

On obtient la contribution au gradient en différenciant Φ par rapport à v_p et v_M.
Pour les trois directions de l'espace, on obtient :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_p} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_p} S_p = r.h_p.S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_A} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_A} S_p = r.h_p(-x_3).S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_B} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_B} S_p = r.h_p(-x_1).S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_C} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_C} S_p = r.h_p(-x_2).S_p$$

Hessien :

Pour obtenir la contribution au terme du hessien, il suffit de différencier le gradient obtenu une nouvelle fois par rapport à v_p et à v_M.
Pour $1 \leq i, j \leq 3$:
Ex :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{p_i} \partial v_{p_j}} = r \frac{\partial h_{p_i}}{\partial v_{p_j}} S_p = r S_p d_{ij}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{Ai} \partial v_{p_j}} = r \frac{\partial h_{p_i}}{\partial v_{p_j}} (-x_3) S_p = r S_p (-x_3) d_{ij}$$

Finalement, en posant I, le tenseur identité 3x3, on obtient la contribution suivante :

$$H = r S_p \begin{pmatrix} I & -x_3 I & -x_1 I & -x_2 I \\ & x_3{}^2 I & x_3 x_1 I & x_3 x_2 I \\ & & x_1{}^2 I & x_1 x_2 I \\ & & & x_2{}^2 I \end{pmatrix}$$

Pour un *contact bilatéral glissant*, on utilise la condition de non pénétration suivante :

$$h_p = (v_p - v_M).n - \frac{d}{\Delta t}$$

Gradient :

Pour les trois directions de l'espace :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_p} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_p} S_p = r.h_p.n.S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_A} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_A} S_p = r.h_p(-x_3.n).S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_B} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_B} S_p = r.h_p(-x_1.n).S_p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_C} = \frac{1}{2} r.2.h_p.\frac{\partial h_p}{\partial v_C} S_p = r.h_p(-x_2.n).S_p$$

Hessien :

Cette fois-ci, en différenciant le gradient par rapport à v_p et à v_M.

Pour $1 \leq i, j \leq 3$:

Ex :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{pi} \partial v_{pj}} = r \frac{\partial h_p}{\partial v_{pj}}.n_i S_p = r.n_i.n_j.S_p$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{Ai} \partial v_{pj}} = r \frac{\partial h_p}{\partial v_{pj}}(-x_3 n_i) S_p = r S_p(-x_3 n_{i.n_j}) d_{ij}$$

En définissant la matrice M, avec $m_{ij}=n_i.n_j$, on trouve finalement, la contribution au hessien suivante :

$$H = rS_p \begin{pmatrix} M & -x_3 M & -x_2 M & -x_2 M \\ & x_3{}^2 M & x_3 x_1 M & x_3 x_2 M \\ & & x_1{}^2 M & x_1 x_2 M \\ & & & x_2{}^2 M \end{pmatrix}$$

Pour un *contact unilatéral collant*, on part de la fonctionnelle définie comme suit :

$$\Phi = \frac{1}{2} r_n \sum_p [h_p^+]^2 S_p + \frac{1}{2} r_t \sum_p [h_{pt}]^2 S_p$$

Avec les conditions de non pénétration suivantes :

$$h_p^+ = \begin{cases} (v_p - v_M).n - \dfrac{d}{\Delta t} & si > 0 \\ 0 \quad si \quad \leq 0 \end{cases}$$

$$h_{pt} = v_p - v_M - [(v_p - v_M).n]n = \begin{pmatrix} v_{p1} - v_{M1} - [\sum_{j=1}^{3} (v_{pj} - v_{Mj}).n_j]n_1 \\ v_{p1} - v_{M1} - [\sum_{j=1}^{3} (v_{pj} - v_{Mj}).n_j]n_2 \\ v_{p1} - v_{M1} - [\sum_{j=1}^{3} (v_{pj} - v_{Mj}).n_j]n_3 \end{pmatrix}$$

Gradient :

Cette fois-ci, on obtient :

Pour $1 \leq i \leq 3$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_{pi}} = S_p \left\{ r_n n_i h_p^+ + r_t [(v_{pi} - v_{Mi}) - \sum_j n_i . n_j (v_{pj} - v_{Mj}) \right\}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_{Ai}} = S_p \left\{ -x_3 r_n n_i h_p^+ - x_3 r_t [(v_{pi} - v_{Mi}) - \sum_j n_i . n_j (v_{pj} - v_{Mj}) \right\}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_{Bi}} = S_p \left\{ -x_1 r_n n_i h_p^+ - x_1 r_t [(v_{pi} - v_{Mi}) - \sum_j n_i . n_j (v_{pj} - v_{Mj}) \right\}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_{Ci}} = S_p \left\{ -x_2 r_n n_i h_p^+ - x_2 r_t [(v_{pi} - v_{Mi}) - \sum_j n_i . n_j (v_{pj} - v_{Mj}) \right\}$$

Hessien :

Pour $1 \leq i, j \leq 3$:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{p_i} \partial v_{p_j}} = S_p \left\{ r_n n_i n_j + r_t [d_{ij} - n_i n_j] \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{Ai} \partial v_{p_j}} = S_p \left\{ -x_3 r_n n_i n_j - x_3 r_t [d_{ij} - n_i n_j] \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{Bi} \partial v_{p_j}} = S_p \left\{ -x_1 r_n n_i n_j - x_1 r_t [d_{ij} - n_i n_j] \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_{Ci} \partial v_{p_j}} = S_p \left\{ -x_2 r_n n_i n_j - x_2 r_t [d_{ij} - n_i n_j] \right\}$$

En définissant les matrices N et T telles que $n_{ij}=S_p r_n . n_i . n_j$ et $t_{ij}=S_p r_t (d_{ij} - n_i . n_j)$, on obtient la contribution suivante :

$$H = rS_p \begin{pmatrix} N+T & -x_3(N+T) & -x_2(N+T) & -x_2(N+T) \\ & x_3{}^2(N+T) & x_3x_1(N+T) & x_3x_2(N+T) \\ & & x_1{}^2(N+T) & x_1x_2(N+T) \\ & & & x_2{}^2(N+T) \end{pmatrix}$$