



Permanent settlement analysis of ballasted railway tracks - Dynamical approach

Ali Al Shaer

► To cite this version:

Ali Al Shaer. Permanent settlement analysis of ballasted railway tracks - Dynamical approach. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2005. English. NNT : . pastel-00001592

HAL Id: pastel-00001592

<https://pastel.hal.science/pastel-00001592>

Submitted on 7 Feb 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

présentée pour l'obtention du diplôme de

**DOCTEUR
DE
L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

Spécialité : Structures et Matériaux

présentée par

Ali AL SHAER

Sujet de la thèse :

**ANALYSE DES DEFORMATIONS PERMANENTES DES
VOIES FERREES BALLASTEES - APPROCHE DYNAMIQUE**

Le jury composé de :

K. SAB	Président
D. LE HOUEDÉC	Rapporteur
A. MODARESSI	Rapporteur
L. SCHMITT	Examineur
P. HORNYCH	Examineur
D. DUHAMEL	Directeur de Thèse

Remerciements

Permettez-moi...

Chères lectrices et chers lecteurs,

de laisser mon cœur parler au moins dans cette page à l'écart pour les autres pages purement scientifiques de cette thèse...

Je m'adresse avant tout à ma fiancée, une personne qui compte beaucoup pour moi, qui dégage du charme de l'amour et de l'intelligence, en bref de la vie avec toutes ses jolies couleurs... Une personne que les mots ne suffisent jamais pour décrire ses qualités... Merci Loubna pour ton soutien, il était vraiment indispensable pour terminer cette thèse...et encore merci...

Mes parents !

Toutes ma gratitude s'adresse à vous... Je vous remercie pour votre soutien qui n'a jamais cessé ! je suis très chanceux d'être membre de cette famille...

Mon directeur de thèse !

Monsieur Denis DUHAMEL, je suis vraiment ravi d'avoir été encadré par vous, quelqu'un de très bien tant au niveau scientifique qu'au niveau humain. Pendant la durée de ma thèse je n'ai eu que de plaisir de travailler avec vous... Merci pour votre disponibilité, votre aide, vos conseils et votre gentillesse.

J'adresse aussi ma gratitude à monsieur Karam SAB, le directeur du LAMI, et monsieur Laurent SCHMITT, représentant de la SNCF, le partenaire industriel, pour leurs conseils et leurs remarques précieuses.

Sans oublier bien sûr les efforts et la disponibilité de monsieur Gilles FORET et de l'équipe technique du LAMI constituée de Daniel CINTRA, Gilles MOREAU, Didier BERG et Christophe BERNARD qui m'ont aidé à réaliser la partie expérimentale de ma thèse. Je tiens aussi à remercier l'équipe du LCPC-Nantes, notamment messieurs Louis-Marie COTTINEAU, Pierre HORNYCH et Philippe TAMAGNY, qui m'ont permis d'analyser les données expérimentales des essais à échelle réelle.

Les membres du jury !

Je remercie les membres du jury constitué de monsieur Karam SAB, président, monsieur Donatien LE HOUEDDEC et madame Arézou MODARESSI, rapporteurs, messieurs Pierre HORNYCH et Laurent SCHMITT, examinateurs pour le temps précieux et la considération qu'ils m'ont accordé.

Je tiens aussi à remercier monsieur Pierre ARGOUL qui a été le responsable de mon stage de DEA, je suis vraiment ravi d'avoir travaillé avec lui.

Les collègues, les chercheurs, les secrétaires, les techniciens du LAMI... la liste est vraiment longue... je garde de bons souvenirs de vous et je vous remercie toutes et tous pour la bonne ambiance.

Résumé

Titre : **Analyse des déformations permanentes des voies ferrées ballastées - Approche dynamique**

L'étude du comportement des voies ferrées ballastées sous les passages de trains à grandes vitesses est une des recherches les plus importantes dans le domaine des transports. À cause du passage répété de trains à grandes vitesses, des tassements verticaux différentiels sont observés tout au long de la voie ferrée. Ces tassements dépendent de la qualité de la plate-forme, de la vitesse de roulement ainsi que du comportement dynamique de la voie. Ils peuvent menacer le confort et la sécurité des passagers et nécessiter des coûts élevés de maintenance pour rendre la voie à sa géométrie initiale. Pour progresser dans la compréhension du phénomène de tassement, un essai à échelle réduite constitué de trois traverses est proposé. Les traverses sont mises en charge à l'aide de trois vérins hydrauliques fournissant des signaux ayant la forme de la lettre M qui simulent les passages de bogies. Cet essai permet de mesurer plusieurs paramètres tels que les déplacements, les accélérations et les contraintes dans l'éprouvette. Il est modélisé par la méthode des éléments finis avec des comportements élastiques linéaires et avec deux zones différentes de ballast (compactée et non compactée). Les résultats numériques déterminés grâce à un modèle tridimensionnel sont comparés à ceux de la mesure. Le but essentiel de cet essai est d'établir une loi de tassement vertical pour un grand nombre de cycles dépendant d'un paramètre dynamique qui peut être déterminé par le modèle numérique tridimensionnel.

MOTS-CLÉS : voie ferrée - trains - ballast - grandes vitesses - essai - échelle réduite - dynamique - éléments finis - modèle élastique linéaire - tassement.

Abstract

Title : **Permanent settlement analysis of ballasted railway tracks - Dynamical approach**

The study of ballasted railway tracks behaviour under moving trains at high speeds is one of the most important researches in the domain of transport. Due to repeated passage of trains at high speeds, differential settlements are observed in the longitudinal direction of the railway track. These settlements depend on the platform quality, the rolling speed and the dynamical behaviour of the track. They can threaten the comfort and the security of passengers and need high costs of maintenance in order to return the track into its initial position. In order to progress in understanding the phenomenon of settlement, a reduced scale experiment of three sleepers is proposed. Sleepers are submitted into analytical forces of shape M by hydraulic jacks representing loads due to the passage of bogies. This experiment allows to measure several parameters such as displacements, accelerations and stresses in the embankment. It is modelled by the finite element method with linear elastic behaviours and two different zones of ballast (compacted and non compacted). Numerical results are determined by three-dimensional modeling and then compared to the experimental ones. The essential aim of this experiment is to establish a permanent settlement law

for a large number of cycles depending on a dynamical parameter that can be determined by the three-dimensional numerical model.

KEYWORDS : railway track - trains - ballast - high speeds - experiment - reduced scale - dynamics
- finite elements - elastic linear modeling - settlement.

Table des matières

Introduction	1
1 Généralités sur la voie ferrée ballastée	3
1.1 Constituants de voie ferrée	3
1.1.1 Le rail	3
1.1.2 Le système d'attache et la semelle	4
1.1.3 Les traverses	4
1.1.4 Les couches d'assise	5
1.1.4.1 Le ballast	5
1.1.4.2 La sous-couche	6
1.1.5 La plate-forme	6
1.2 Les efforts exercés sur la voie	6
1.2.1 La fonction de distribution de la charge	7
1.2.2 La force d'interaction roue-rail	8
1.3 Modélisation dynamique des voies ferrées	9
1.3.1 Modélisation des constituants de voie ferrée	9
1.3.2 Modèles globaux de voies	10
1.4 La modélisation du ballast	11
1.4.1 Modèle discret	11
1.4.1.1 Dynamique du contact	12
1.4.1.2 Dynamique moléculaire	12
1.4.2 Modèle continu	14
1.4.2.1 Définition des tenseurs des contraintes et des déformations	14
1.4.2.2 Lois de comportement	16
1.4.2.3 Cas unidimensionnel	16
1.4.2.4 Cas tridimensionnel	18
1.5 Tassement de la voie ferrée	20
1.6 Conclusion	23

2	Essai à échelle réelle LCPC-Nantes	25
2.1	Description générale de l'essai	25
2.2	Approche unidimensionnelle	27
2.3	Modélisation par éléments finis (CESAR-LCPC)	32
2.3.1	Essai de référence	32
2.3.2	Essai avec plate-forme	36
2.4	Modèle tridimensionnel	37
2.5	Etude expérimentale du tassement	40
2.6	Conclusions	50
3	Banc d'essai de voie ferrée à échelle réduite : Dimensionnement et Métrologie	51
3.1	Description générale de l'essai	51
3.2	Lois de similitude : Conservation du champ d'accélération	52
3.3	Force appliquée : Charge cyclique	53
3.4	Dimensionnement du banc d'essai	56
3.4.1	Critères de dimensionnement du banc d'essai	56
3.4.2	Analyse par éléments finis	57
3.4.3	Modélisations et résultats	58
3.4.3.1	Premier critère de dimensionnement	58
3.4.3.2	Deuxième critère de dimensionnement	62
3.4.3.3	Validation expérimentale	65
3.4.3.4	Approche unidimensionnelle	65
3.4.3.5	Comparaison numérique banc d'essai/voie réelle	68
3.5	Mise en place de l'éprouvette	77
3.6	Programme d'essais	79
3.7	Métrologie d'essai	81
3.7.1	Capteurs de mesure	81
3.7.2	Etalonnage des capteurs	82
3.7.3	Vérins hydrauliques	83
3.7.4	Cartes d'acquisition	83
3.7.5	Amplificateurs et conditionneurs	83
3.7.6	Logiciel de pilotage	83
3.7.7	Logiciel de post-traitement	85
3.7.8	Essais réalisés	85
3.8	Conclusion	87
4	Modélisation dynamique des essais à échelle réduite	89
4.1	Identification du sol	89
4.2	Identification de la structure complète	94
4.3	Calcul dynamique	97
4.4	Conclusion	105

5 Etude expérimentale du tassement	107
5.1 Effet de la charge mobile	107
5.2 Loi de tassement	112
5.3 Conclusion	124
Conclusions et perspectives	125
Bibliographie	127

Table des figures

1.1	Voie ferrée ballastée	3
1.2	Rail Vignole	4
1.3	La traverse bi-blocs	5
1.4	Courbe granulométrique du ballast S.N.C.F	5
1.5	Charge mobile sur un demi-espace	7
1.6	Chargement induit par une suite de roues	8
1.7	Modèle de Cundall	13
1.8	Cellules matérielles	15
1.9	Cellules d'espace	15
1.10	Problème granulaire ($1D$)	17
1.11	Expérience reproduisant le bourrage du ballast (BOUBA)	22
1.12	Banc d'essai à échelle réduite (BETTER)	22
2.1	Essai de référence : principe du dispositif et implantation des capteurs	26
2.2	Essai avec plate-forme	26
2.3	Modèle unidimensionnel : système masses-ressorts-amortisseurs	28
2.4	Contraintes principales σ_3	28
2.5	Modèle unidimensionnel : système masses-ressorts-amortisseurs	30
2.6	Modèle (3D)	32
2.7	Modèle axisymétrique	32
2.8	(a) : mode (3) $freq_3 = 27,85 \text{ Hz}$, (b) : mode (4) $freq_4 = 32,69 \text{ Hz}$	34
2.9	Ballast compacté à 0°	34
2.10	Ballast compacté à 45°	34
2.11	Essai de référence : Maillage (3D) d'un quart du modèle	35
2.12	Déplacement vertical du blochet : ballast compacté à 45° ($\nu_e = 0,49$)	35
2.13	Zone à 45° dans laquelle la charge est répartie dans la plate-forme	36
2.14	Maillage d'un quart d'essai sur plate-forme	36
2.15	Essai avec plate-forme : Maillage (3D) d'un quart du modèle	37
2.16	Déplacement en fonction de la fréquence d'excitation	38
2.17	Relation (force-déplacement) (essai avec plate-forme raide)	38
2.18	Courbe de tassement du blochet pour une force de forme "M" ($F_{max} = 45 \text{ kN}$, $v = 160 \text{ km/h}$)	41

2.19	Déroulement de l'essai 3	41
2.20	Loi de tassement (Essais avec une plate-forme raide)	42
2.21	Loi de tassement après l'élimination de résultats correspondant aux 350 km/h et 400 km/h	43
2.22	Déroulement de l'essai 7	43
2.23	Loi de tassement (Essais avec une plate-forme molle)	44
2.24	Loi de tassement après l'élimination de résultats correspondant aux 350 km/h et 400 km/h	44
2.25	Comparaison des lois de tassement	45
2.26	Comparaison des lois de tassement	45
2.27	Déplacement élastique en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)	46
2.28	Déplacement élastique en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)	46
2.29	Exemple de fonction de transfert en (1D) ($k = 1,17 \times 10^8$ N/m, $m = 119,7$ kg et $\xi = 10\%$)	46
2.30	Incrément de tassement en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)	47
2.31	Incrément de tassement en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)	47
2.32	Accélération maximale du blochet en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)	48
2.33	Accélération maximale du blochet en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)	48
2.34	Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet (Essais avec une plate-forme raide)	49
2.35	Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet (Essais avec une plate-forme molle)	49
2.36	Incrément de tassement en fonction de l'accélération	50
3.1	Traverse à échelle réduite (1/3)	51
3.2	Essai à échelle réduite (1/3)	52
3.3	La force de forme "M"	54
3.4	Passage d'un bogie sur un blochet	55
3.5	Passage des trois bogies sur un blochet	56
3.6	Les seuils d'accélération à plusieurs fréquences pour lesquels les sujets perçoivent la vibration ; la trouvent déplaisante ; ou refusent de la supporter. Expositions pour une durée de 5 à 20 min	57
3.7	Maillage du modèle (21233 nœuds, 19081 éléments)	58
3.8	Modes propres retenus (5 et 15) pour calculer la matrice d'amortissement	60
3.9	Passage d'une force "M" sur cinq traverses à l'échelle réduite (1/3) avec une vitesse $v_{1/3} = \frac{100}{\sqrt{3}}$ m/s, X=0,64 et Y=0,38	61

3.10	Déplacement vertical	62
3.11	Accélération verticale	62
3.12	Contrainte verticale (maximale) σ_{zz}	63
3.13	La vitesse et l'accélération en $x = 0$, base de la structure	64
3.14	Module de la transformation de Fourier de l'accélération	64
3.15	Valeurs efficaces d'accélération	65
3.16	Modèle unidimensionnel du banc d'essai	67
3.17	Maillage d'une moitié de la voie ferrée réelle (43646 nœuds)	69
3.18	Maillage d'une moitié du banc d'essai (27794 nœuds)	71
3.19	Calcul statique : Déplacement vertical	72
3.20	Cas dynamique : vitesse de chargement $v = 25 \text{ m/s}$	73
3.21	Cas dynamique : accélération verticale ($v = 25 \text{ m/s}$)	74
3.22	Cas dynamique : vitesse de chargement $v = 100 \text{ m/s}$	74
3.23	Cas dynamique : accélération verticale ($v = 100 \text{ m/s}$)	75
3.24	Déplacements et contraintes verticaux ($v = 100 \text{ m/s}$)	76
3.25	Accélération verticale ($v = 100 \text{ m/s}$)	77
3.26	La première couche de GNT compactée (0,2 m)	77
3.27	Mise en place de la deuxième couche de GNT (0,2 m)	77
3.28	Mise en place de la troisième couche de GNT (0,2 m)	78
3.29	Talus de GNT compacté (0,6 m)	78
3.30	Mise en place de la première couche du ballast compactée (0,1 m)	78
3.31	Mise en place des traverses par rapport aux positions des trois vérins hydrauliques	78
3.32	Mise en place des capteurs de déplacement (<i>LVDT</i>) sur les blochets	78
3.33	Mise en place des triangles en acier et des capteurs de forces sur les blochets . . .	78
3.34	Mise en place des accéléromètres (protégés par des tiges en aluminium) pour mesurer les accélérations dans le ballast entre les traverses	79
3.35	Des tiges sont indispensables pour éviter le déplacement horizontal des triangles en acier dans le cas d'une vitesse de roulement très élevée notamment à 400 <i>km/h</i> . .	79
3.36	Un essai d'identification sur le sol	80
3.37	Un exemple de courbes d'accélération, de vitesse et de déplacement	81
3.38	Logiciel de pilotage, présenté sur deux écrans	84
3.39	Logiciel de post-traitement sous <i>MATLAB</i> (7)	85
4.1	Courbes force-déplacement pour le sol au début de chaque essai	92
4.2	Energie dissipée par cycle	93
4.3	Energie totale de déformation	93
4.4	Variation du module d'Young en fonction de la force appliquée	94
4.5	Courbes force-déplacement pour le sol à la fin de chaque essai	94
4.6	Déroulement des essais (2) et (3)	95

4.7	Déroulement des essais (6) et (7)	95
4.8	Rigidité statique du système complet	95
4.9	Rigidité dynamique du système complet	96
4.10	Rigidités statiques et dynamiques (Essai 6)	96
4.11	Déplacement élastique du blochet gauche	97
4.12	Modèle (3D) : une moitié de l'éprouvette (41355 nœuds)	98
4.13	Force de forme "M" pour $v = 160 \text{ km/h}$	99
4.14	Force de forme "M" pour $v = 400 \text{ km/h}$	99
4.15	Essai à échelle réduite	99
4.16	Demi-espace infini soumis au déplacement sur une section circulaire	100
4.17	Sol : $\rho = 2100 \text{ kg/m}^3$, $E = 33 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,25$	101
4.18	Ballast compacté en dessous des blochets à 45° : $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,4$; blochets en béton armé : $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, $E = 25 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,2$; entretoises (éléments massifs : matériau ajusté) : $\rho = 4017 \text{ kg/m}^3$, $E = 146 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,28$	101
4.19	Ballast non compacté : $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,2$	101
4.20	Ballast non compacté : vue du bas	102
4.21	Comparaison des déplacements pour $\xi = 10\%$ et $\xi = 19,6\%$	102
5.1	Tassement du blochet gauche (1 vérin sollicité)	108
5.2	Force mesurée sur le blochet gauche de la traverse centrale	108
5.3	Tassement du blochet gauche en fonction du nombre de cycles	109
5.4	Tassement des blochets pour une vitesse $v = 400 \text{ km/h}$	109
5.5	Incrément de tassement	110
5.6	Déplacement élastique	110
5.7	Accélération du blochet	111
5.8	Accélération dans le ballast	111
5.9	Déplacement élastique	112
5.10	Incrément de tassement	112
5.11	Incrément de tassement (ZOOM)	113
5.12	Relation entre la vitesse et le déplacement élastique	114
5.13	Relation entre la vitesse et l'incrément de tassement	114
5.14	Déplacement élastique (essais de comparaison)	114
5.15	Accélération du blochet (vers le bas et vers le haut)	115
5.16	Relation entre la vitesse et l'accélération du blochet (vers le bas et vers le haut)	115
5.17	Accélération dans le ballast (vers le bas et vers le haut)	116
5.18	Relation entre la vitesse et l'accélération dans le ballast (vers le bas et vers le haut)	116
5.19	Incrément de tassement	117
5.20	Incrément ($v \leq 320 \text{ km/h}$)	117
5.21	Incréments de tassement avec un vérin sollicité	117

5.22	Incrément de tassement en fonction de l'accélération dans le ballast	118
5.23	Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet	118
5.24	Ecart-type en fonction de la vitesse de roulement	120
5.25	Ecart-type en fonction du déplacement élastique moyen	120
5.26	Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction de l'accélération dans le ballast	121
5.27	Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet . .	121
5.28	L'incrément de tassement moyen en fonction de son écart-type	122
5.29	Tassement du blochet gauche pour $v = 400 \text{ km/h}$	123
5.30	Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction du nombre de divisions	123

Liste des tableaux

1.1	Plage de fréquences et comportement du ballast associé	21
2.1	Module de déplacement vertical (mm) mesuré sous l'action d'une force quasi-statique $F = 16,03\sin(0,2\pi t) \text{ kN}$	29
2.2	Modules des déplacements sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(2\pi t) \text{ kN}$	30
2.3	Modules des déplacements sous l'action d'une force $F = 15,94\sin(30\pi t) \text{ kN}$	30
2.4	Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 12,07 \text{ kN}$ et $v = 160 \text{ km/h}$	31
2.5	Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,4 \text{ kN}$ et $v = 320 \text{ km/h}$	31
2.6	Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 45,32 \text{ kN}$ et $v = 340 \text{ km/h}$	31
2.7	Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ et $v = 360 \text{ km/h}$	32
2.8	Déplacement vertical du blochet avec différents coefficients de Poisson d'élastomère	33
2.9	Déplacement vertical du blochet (mm)	34
2.10	Déplacement vertical du blochet (mm)	35
2.11	Caractéristiques physiques et mécaniques	38
2.12	Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(0,2\pi t) \text{ kN}$	38
2.13	Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(2\pi t) \text{ kN}$.	39
2.14	Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 15,94\sin(30\pi t) \text{ kN}$	39
2.15	Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 12,07 \text{ kN}$ et $v = 160 \text{ km/h}$	39
2.16	Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,4 \text{ kN}$ et $v = 320 \text{ km/h}$	39
2.17	Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 45,32 \text{ kN}$ et $v = 340 \text{ km/h}$	39
2.18	Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ et $v = 360 \text{ km/h}$	40
3.1	Facteurs d'échelle pour l'équation fondamentale de la dynamique	53
3.2	Valeurs des "X" et "Y" en fonction du module d'Young du sol	54
3.3	Caractéristiques physiques et mécaniques	59
3.4	Propriétés géométriques	59

3.5	Les vingt premières fréquences propres du modèle	59
3.6	Déplacement vertical : modèles (1D) et (3D)	66
3.7	Module du déplacement vertical (m)	68
3.8	Premier invariant de contrainte sur un nœud situé sur la surface supérieure du blochet le plus chargé	72
3.9	Plan des essais 1, 4 et 5	86
3.10	Plan des essais 2, 3, 6 et 7	86
3.11	Plan des essais 8, 9 et 10	87
3.12	Plan des essais 11, 12, 13, 14 et 15	87
4.1	Essai d'identification sur le sol pour l'essai (2)	90
4.2	Essai d'identification sur le sol pour l'essai (3)	90
4.3	Essai d'identification sur le sol pour l'essai (6)	91
4.4	Essai d'identification sur le sol pour l'essai (7)	91
4.5	Pressions moyennes dans le sol, forces et modules d'Young correspondant	100
4.6	Déplacement élastique maximal du blochet gauche de la traverse centrale	103
4.7	Accélération maximale du blochet gauche de la traverse centrale vers le bas	103
4.8	Accélération maximale du blochet gauche de la traverse centrale vers le haut	103
4.9	Accélération maximale dans le ballast (côté gauche) vers le bas	104
4.10	Accélération maximale dans le ballast (côté gauche) vers le haut	104
4.11	Pressions verticales dans le sol sous le blochet gauche de la traverse centrale	104

Introduction

Lors du passage des trains à grandes vitesses, des tassements verticaux différentiels ont été observés tout au long de la voie. Ces tassements dépendent de la qualité de la plate-forme, de la vitesse de roulement ainsi que du comportement dynamique de la voie. Ils jouent un rôle capital dans le cadre des interventions de maintenance et de la durée de vie d'une voie. Ils peuvent engendrer des dégâts importants dans la voie qui peuvent menacer le confort et la sécurité des passagers et peuvent coûter cher aux sociétés des voies ferrées au niveau de la maintenance.

Ce problème préoccupe les chercheurs dans le domaine des voies ferrées ballastées dans le but de passer à des vitesses de plus en plus élevées en assurant toutefois la sécurité humaine. La difficulté de ce problème peut être attribuée à la complexité de la voie, une voie est un ensemble de composantes de milieux continus et granulaires avec des comportements plus ou moins non linéaires. Afin de comprendre le comportement de la voie, les chercheurs font appel à des essais à échelle réelle ou réduite. Ces essais aident à trouver des lois de tassement expérimentales qui relient le tassement à un ou plusieurs paramètres tels que le déplacement et l'accélération. Grâce à ce type de lois, le tassement peut être déduit suite à un modèle numérique capable de prédire les paramètres de la loi de tassement.

Cette thèse intitulée "Analyse des déformations permanentes des voies ferrées ballastées - Approche dynamique" traite le problème décrit précédemment, elle vise la dynamique et le tassement de la voie. Le but de ce travail qui est réalisé en collaboration avec la SNCF consiste à mieux comprendre le comportement dynamique de la voie ferrée ballastée du aux passages de trains à grandes vitesses et à élaborer une loi de tassement expérimentale. Cette thèse comporte des travaux expérimentaux représentés par la réalisation des essais à échelle réduite et des modélisations (3D) élastiques linéaires par la méthode des éléments finis en se servant du code de calcul "CESAR-LCPC" élaboré par le LCPC, laboratoire central des ponts et chaussées.

On commence la thèse par une étude bibliographique où on définit les constituants de la voie ferrée ballastée. On présente également les efforts exercés sur la voie surtout les efforts verticaux. On montre aussi une présentation succincte des modèles existants dans le domaine de la modélisation dynamique de la voie. Cette partie est conclue par une présentation des lois de tassement expérimentales existantes pour la voie ferrée.

Le deuxième travail de cette thèse concerne la modélisation des essais à échelle réelle menés par le LCPC-Nantes. Cet essai représente une portion de la voie avec un seul blochet à échelle réelle et est de forme axisymétrique. Le blochet entouré de ballast est posé sur du ballast compacté qui est lui-même supporté par une couche de sol représentant la plate-forme. On propose deux modèles unidimensionnel et tridimensionnel afin de prédire les résultats expérimentaux représentant la réponse dynamique de l'éprouvette. Il faut souligner que pour toutes les modélisations effectuées dans cette thèse on considère que tous les constituants de la voie sont des milieux continus qui suivent des lois de comportement élastiques linéaires. Pour la modélisation, le ballast est aussi considéré comme un milieu continu, on distingue entre deux types de ballast de différentes caractéristiques physiques et mécaniques : ballast compacté sous le blochet où les contraintes sont localisées et ballast non compacté ailleurs. À la fin, on essaie de valider la loi de tassement, déjà élaborée au LAMI reliant

le tassement au déplacement élastique maximal du blochet et à étendre cette loi pour des grandes vitesses.

Le troisième travail concerne le dimensionnement dynamique du banc d'essai à échelle réduite ($1/3$) et sa métrologie ainsi que les plans des essais à effectuer. Cet essai est représenté par une portion de voie constituée de trois traverses (bi-blocs) afin de simuler le passage d'une charge roulante sur la portion. Les traverses sont mises en charge à l'aide de trois vérins hydrauliques fournissant des signaux ayant la forme de la lettre "M" et appliqués sur les traverses avec un décalage en temps suivant la vitesse de roulement. Cette force de forme "M" représente le passage d'un bogie, à deux essieux, sur une traverse. Le dimensionnement dynamique du banc consiste à vérifier que le banc représente un demi-espace infini, à respecter les règles du confort humain afin d'éviter que l'essai lors du fonctionnement puisse avoir une influence gênante sur les gens dans les locaux voisins et à la fin de vérifier que ce banc est une bonne représentation de la voie réelle.

Le quatrième travail de cette thèse traite la modélisation dynamique tridimensionnelle de la portion de la voie à échelle réduite en se basant toujours sur l'hypothèse que tous les constituants de l'éprouvette sont des milieux continus qui suivent des lois de comportement élastiques linéaires y compris le ballast qui est un milieu granulaire très dissipatif. On étudie le comportement du sol et on essaie d'identifier le module d'Young, à introduire dans le modèle en éléments finis, grâce à des essais d'identification réalisés sur le sol sans ballast. Cette partie aborde également le comportement de l'éprouvette grâce à l'évolution de sa rigidité en fonction du nombre de cycles où chaque cycle signifie le passage d'un bogie. À la fin, les résultats numériques seront comparés avec ceux de la mesure.

La dernière partie aborde la loi de tassement vertical. Tout d'abord on essaie d'analyser les résultats expérimentaux et de comprendre le comportement de l'éprouvette. Grâce aux essais de comparaison (1 vérin/3 vérins) où pour chaque vitesse de roulement on effectue un essai avec trois traverses sollicitées et un autre avec uniquement la traverse centrale sollicitée, on évalue l'effet de la charge mobile sur le comportement dynamique et le tassement de l'éprouvette. À la fin on tente de trouver une loi de tassement qui peut être valable pour de grandes vitesses et fonction d'un paramètre dynamique (déplacement ou accélération). Grâce à une telle loi, le tassement peut être déduit en déterminant le paramètre de cette loi à l'aide d'un modèle numérique, dans cette thèse ce modèle est de type élastique linéaire simple avec des composantes qui sont des milieux continus.

Chapitre 1

Généralités sur la voie ferrée ballastée

1.1 Constituants de voie ferrée

La voie est constituée par un assemblage d'éléments d'élasticité variable qui transmettent à la plate-forme, elle-même déformable, la charge dynamique des roues. La voie classique comporte deux rails dont l'inclinaison et l'écartement sont maintenus par des traverses reposant sur une épaisseur variable de ballast, en principe isolé de la plate-forme par une sous-couche (figure 1.1).

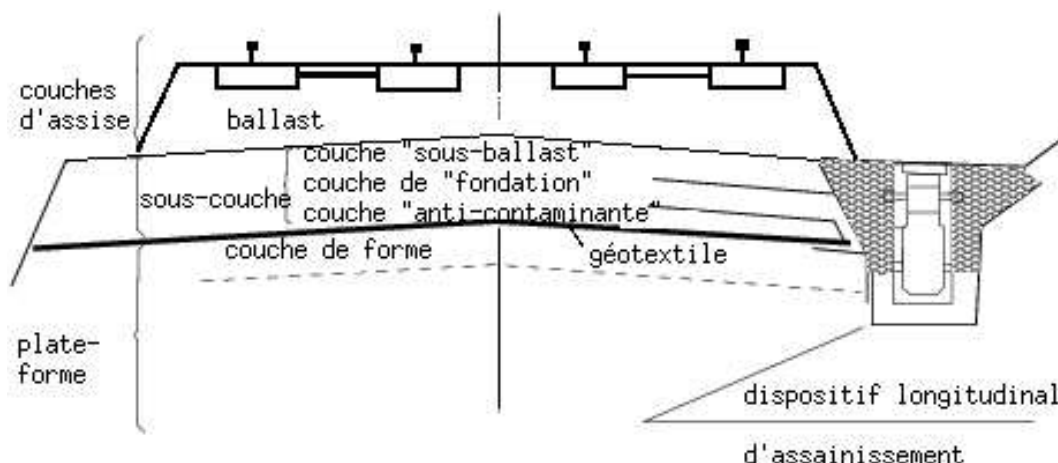


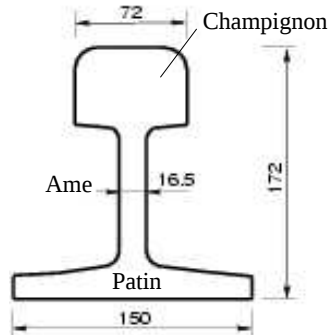
FIGURE 1.1. Voie ferrée ballastée

1.1.1 Le rail

C'est le premier élément en contact entre le véhicule et la voie. Plusieurs profils de rail ont été utilisés depuis l'existence des véhicules guidés mais il ne reste que deux profils utilisés qui sont le double champignon (rail symétrique) et le rail Vignole¹ (rail à patin).

Tous les profils possèdent en commun les éléments suivants : à la partie supérieure le champignon qui supporte les contacts des roues ; l'âme, partie médiane amincie ; le patin, partie inférieure ; les parties inclinées du champignon et du patin qui permettent le serrage des éclisses. Le champignon du profil à gorge, comporte en outre, l'équivalent d'un contre-rail qui permet la circulation en chaussée des boudins de roues.

¹Charles VIGNOLE (1793-1875) est un Ingénieur anglais qui a introduit en Europe le rail à patin de l'Américain STEVENS

FIGURE 1.2. *Rail Vignole*

La figure 1.2 montre la forme du rail à patin qui est convenable pour supporter les contraintes produites par la flexion du rail sous l'action d'une charge, autrement dit cette forme donne un rail avec une inertie élevée. L'épaisseur de l'âme est déterminée de manière à résister aux efforts tranchants.

La caractéristique essentielle d'un rail, en dehors de sa forme et de sa nature, est son poids au mètre linéaire. Ce paramètre joue un grand rôle en augmentant l'inertie verticale du rail. L'U.I.C² a standardisé deux profils : 54 et 60 *kg* par mètre linéaire selon le tonnage du trafic.

1.1.2 Le système d'attache et la semelle

C'est la partie qui transmet les charges entre le rail et les traverses. Plusieurs types et techniques d'attache, selon le type des traverses, sont utilisés toujours dans le but d'améliorer la fixation du rail sur les traverses et d'amortir la charge. L'attache la plus fréquente c'est l'attache élastique NABLA RNTN.

La semelle, généralement en élastomère (9 *mm* d'épaisseur), a une capacité d'amortissement importante qui peut réduire considérablement les charges exercées sur les traverses (surtout pour la partie en haute fréquence).

1.1.3 Les traverses

La transmission des efforts entre le rail et le ballast se fait par des traverses qui jouent un triple rôle :

- transmission des charges du rail au ballast.
- maintien de l'écartement des deux files de rails.
- maintien de l'inclinaison au 1/20 du rail Vignole.

Les forces exercées sur la traverse sont celles transmises par le rail et la réaction du ballast qui dépend de la condition d'appui entre la traverse et les grains de ballast.

La première traverse utilisée était en bois, après cette traverse a été remplacée par une autre en acier puis en béton armé pour des raisons de coût, de performances et de durée de vie. D'un point de vue structurelle, on distingue deux types de traverses : mono-bloc et bi-blocs. La traverse actuelle est constituée de 2 blochets en béton armé (bi-blocs) reliés par une entretoise en acier qui travaille normalement en traction (figure 1.3). La masse et la rigidité du blochet joue un rôle très important

²L'Union Internationale des Chemins de fer

pour assurer la stabilité de la voie. La distance (entraxe) entre deux traverses consécutives est 0.6 m .

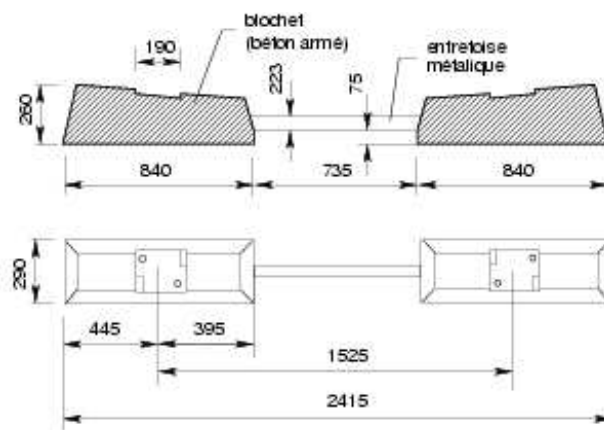


FIGURE 1.3. La traverse bi-blocs

1.1.4 Les couches d'assise

Les couches d'assise sont représentées par le ballast et la sous-couche.

1.1.4.1 Le ballast

C'est l'élément qui résiste à la plupart des efforts exercés sur la voie. Le ballast est un granulat $d/D = 25/50\text{ mm}$ provenant du concassage de roches extraites dans des carrières de pierres dures (granit, diorite, rhyolite, porphyre, quartzite...). Sa couche doit être compactée, lors de la mise en place de la voie, afin d'améliorer la stabilité du ballast. L'épaisseur minimale de cette couche pour les lignes à grandes vitesses est 300 mm .

Le ballast utilisé dans la voie doit avoir les caractéristiques géométriques et mécaniques suivantes :

- le ballast doit avoir une courbe granulométrique à l'intérieur des fuseaux montrés dans la figure suivante. Les fuseaux de contrôle et de refus minimaux et maximaux déterminent la zone de tolérance qu'il ne vaut pas dépasser.

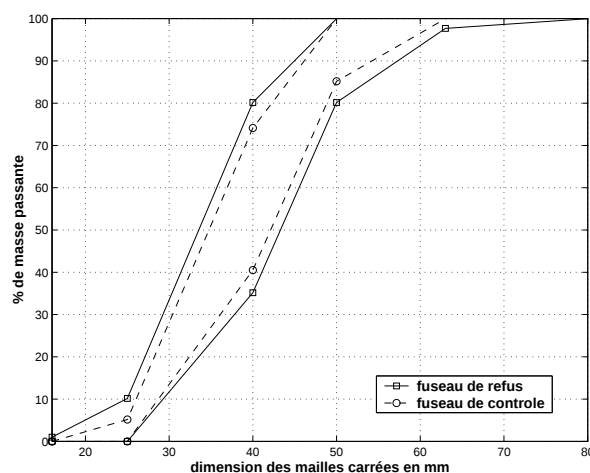


FIGURE 1.4. Courbe granulométrique du ballast S.N.C.F

- pour éviter les grains aiguilles, la masse de ces grains doit être inférieure à 7% de la masse totale des grains passant au tamis de 50 *mm* à la production et 10% à la réception.
- pour éviter les grains plats, la masse passante sur l'ensemble des grilles (l'ouverture dépend de la classe granulométrique d/D *mm*) ne doit pas dépasser 12% de la masse totale à la production et 14% à la réception.
- pour obtenir un ballast propre, la masse relative des éléments passant au tamis de 1,6 *mm* doit être inférieure à 0,5%.
- le ballast doit avoir certains DRG, coefficients de dureté globale obtenu à partir d'essais : Los Angeles (LA) et Micro-Deval (MD), qui dépend du trafic et de la nature des traverses.

1.1.4.2 La sous-couche

La sous-couche comprend, du haut vers le bas, une couche sous-ballast en grave (0/31,5 *mm*), puis une couche de fondation dans le cas de mauvais sols, et enfin s'il y a lieu, une couche anticon-taminante en sable complétée par une feuille géotextile.

Le rôle de la sous-couche est de protéger la partie supérieure de la plate-forme et de mieux répartir les charges transmises d'une manière compatible avec la portance du sol.

1.1.5 La plate-forme

La plate-forme est la partie supérieure de l'ouvrage en terre supportant les couches d'assise. La caractéristique essentielle de cet élément est sa capacité de portance. Son élasticité est relativement grande par rapport aux autres composants de la voie. La qualité de la plate-forme dépend de deux paramètres : la nature géotechnique du sol, les conditions hydrogéologiques et hydrologiques locales. On distingue, selon les conditions énoncées ci-dessus, quatre classes de qualité QSi de sols :

- $QS0$: sols "impropres" à la réalisation d'une plate-forme correcte, on procède à la substitution du matériau sur une certaine épaisseur.
- $QS1$: sols "médiocres" mais acceptables tels quels.
- $QS2$: sols "moyens".
- $QS3$: "bons" sols.

Pour plus d'information sur les constituants de la voie ferrée : les différents types de traverses et de systèmes d'attaches, les appareils de voie et la maintenance, le lecteur peut regarder la référence [1].

1.2 Les efforts exercés sur la voie

Les véhicules exercent sur la voie des efforts dans trois directions : longitudinale, verticale et transversale.

Les efforts longitudinaux, dus essentiellement aux accélérations et freinages, sont peu importants et ne posent d'éventuels problèmes que sur certains ouvrages d'art à fixation directe. Les efforts verticaux et transversaux, beaucoup plus importants, sont de natures différentes.

Les efforts verticaux sont représentés par des charges statiques (poids propres des véhicules) et des surcharges dynamiques dues à l'interaction roue-rail. La charge statique est distribuée sur les essieux du véhicule. En fonction des poids des rails et de l'espacement des traverses, l'U.I.C a classé les voies en trois catégories :

- A** : 16 *t* par essieu
- B** : 18 *t* par essieu
- C** : 20 *t* par essieu

Ces trois catégories sont elles-mêmes décomposées chacune en trois sous-groupes d'indice 2, 3, 4, caractérisés par le rapport entre le poids total du véhicule et la longueur mesurée entre ses deux extrémités :

sous-catégorie **2** : 6, 4 t/m

sous-catégorie **3** : 7, 2 t/m

sous-catégorie **4** : 8 t/m

L'ensemble des lignes de la S.N.C.F est classé en catégorie **C4**.

La surcharge dynamique dépend fortement de la vitesse des véhicules et des défauts des roues et des rails. On distingue deux types de défauts :

- défauts locaux au contact roue-rail : ces défauts sont représentés par l'existence de joints ou d'empreintes ou d'ondulations sur la surface du rail ou bien de modifications de la forme des roues.
- défaut global de la voie : c'est le défaut vertical du profil de rail avec la longueur. Ce type de défaut cause des vibrations en basses fréquences.

Les efforts transversaux sont définis par les forces centrifuges, provenant de l'existence d'un rail en courbe, et les forces d'origine thermique dues au blocage de la dilatation du rail (dans le cas des rails soudés). Ils sont moins importants que les efforts verticaux mais le ballast est beaucoup moins rigide dans la direction latérale.

Les vibrations induites par les passages des trains sont transmises dans la voie par les points de contact entre les rails et les roues. En général, la charge peut être décomposée en deux parties :

1. La première partie est reliée à la distribution de la charge d'essieux en passant un point fixe, et est donnée par $\phi(z - ct)$, où c est la vitesse du véhicule, z est la direction de mouvement et $\phi(z)$ représente la forme de distribution de la charge d'essieux. Cette partie est la source essentielle du spectre en basses fréquences.
2. La deuxième partie est générée par l'interaction roue-rail et est donnée par une fonction $f(t)$. Elle est indépendante de la direction du mouvement.

Donc la forme générale de la charge mobile peut être exprimée par la formule :

$$P(x, z, t) = \delta(x)\phi(z - ct)f(t) \quad (1.1)$$

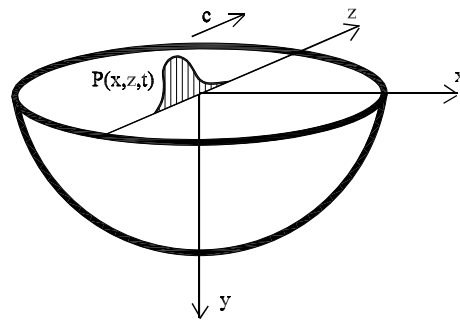


FIGURE 1.5. Charge mobile sur un demi-espace

1.2.1 La fonction de distribution de la charge

La fonction de distribution doit être déterminée en se reposant sur les informations obtenues sur les charges de roues. La plupart des travaux qui abordent l'étude des vibrations d'une voie

concernent le cas d'une charge mobile ponctuelle. Dans ce cas, cette fonction peut être écrite sous la forme d'une fonction de Dirac : $\delta(z)$.

En réalité, le lieu de contact roue-rail n'est pas un “*point*” mais une “*surface*”. Donc une représentation plus précise peut être définie par une charge uniformément distribuée :

$$\phi(z) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & -a \leq z \leq a; \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

où “*a*” est une constante qui est égale à la moitié de la largeur de la charge distribuée.

Comme le train est constitué d'un nombre fini (N) de wagons de même longueur L , chacun ayant deux bogies séparés par une distance b , et chaque bogie contenant deux essieux séparés par une distance a , une suite de charges mobiles doit être prise en compte. En considérant que chaque ensemble de roues a la même fonction de distribution $q(z)$, la fonction totale peut être écrite sous la forme :

$$\phi(z) = \sum_{n=0}^N [q(z - nL) + q(z - nL - a) + q(z - nL - a - b) + q(z - nL - 2a - b)]$$

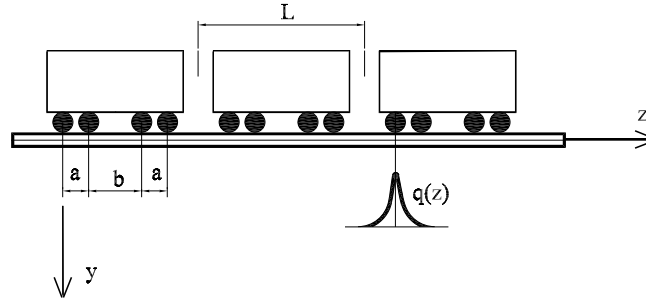


FIGURE 1.6. *Chargement induit par une suite de roues*

1.2.2 La force d'interaction roue-rail

En général, la force d'interaction roue-rail peut être simulée par la somme d'une partie quasi-statique de valeur constante et d'une partie dynamique de valeur variable dans le temps. La partie statique est donnée par les poids des roues tandis que la partie dynamique dépend de défauts locaux au contact roue-rail et d'un défaut global de la voie. Cette partie est complexe et peut avoir une forme harmonique $f(t) = e^{i\omega_0 t}$. Avec cette forme pour une valeur non nulle de ω_0 la charge mobile oscille avec une fréquence constante $f_0 = \omega_0/(2\pi)$. Les intervalles de fréquences qui peuvent être induits par un train en mouvement sont :

- masse suspendue : 0 – 20 Hz
- masse nonsuspendue : 0 – 125 Hz
- ondulation de la voie, soudage, roues plates : 0 – 2000 Hz

Alaoui et Naciri [2] ont proposé une formule analytique de la force verticale quasi-statique exercée par le rail sur un blochet lors du passage d'un bogie :

$$F(t, Q, c) = \frac{QY}{2} [X^{(\frac{ct-a}{d})^2} + X^{(\frac{ct-a-L}{d})^2}] \quad (1.2)$$

où : “ Q ” est la charge par essieu (N), “ c ” est la vitesse du train ($m.s^{-1}$), “ t ” est le temps (s), “ d ” est la distance entre les traverses ($d = 0,6 m$), “ a ” est une distance critique ($a = 3 m$ qui est équivalent à $5d$), “ X ”, “ Y ” sont des variables sans dimension comprises entre 0 et 1 qui dépendent du module d’Young E_s du sol. On va aborder cette force plus en détail dans le chapitre suivant.

Supposons que la charge est répartie uniformément sur les traverses dont la largeur est $2b = 2,415 m$, la charge en espace à chaque instant t peut être représentée par :

$$P(z, x, t) = \frac{QY}{2b} [X^{(\frac{ct-z-a}{d})^2} + X^{(\frac{ct-z-a-L}{d})^2}] H(b - |x|) \quad (1.3)$$

où $H(\cdot)$ est la fonction de Heaviside.

Cette formule montre que les forces ont la forme d’une lettre “**M**” en temps et en espace.

1.3 Modélisation dynamique des voies ferrées

L’étude du comportement dynamique d’une structure est toujours réalisée avec deux approches parallèles : l’expérience et la simulation. Pour la simulation numérique, la première étape consiste à modéliser la structure ainsi que l’excitation. Selon le problème auquel on s’intéresse, les composantes de la structure seront modélisées de façons plus ou moins détaillées, couplées avec les autres ou considérées indépendantes.

1.3.1 Modélisation des constituants de voie ferrée

Dans la modélisation dynamique des voies ferrées, les composants et leurs modèles proposés sont présentés comme suit :

Le véhicule et le contact roue-rail. Les constituants essentiels du véhicule sont le corps de la voiture, les bogies et les essieux. Si on est intéressé par l’étude de sa réponse (confort des voyageurs), le véhicule doit être modélisé par des modèles complexes (modèle à six degrés de liberté, modèle à dix degrés de liberté) sinon il est remplacé par la charge exercée sur la voie au niveau du contact roue-rail. Deux approches sont proposées pour simuler le contact roue-rail :

1. le contact rigide.
2. le modèle de **Hertz** (ressort non-linéaire de Hertz).

Le rail. La modélisation de cet élément par une poutre nous permet de reconnaître les modes de vibration en basses fréquences. Deux modèles de poutre sont proposés :

1. Modèle de poutre d’Euler-Bernoulli, dans ce modèle la section de la poutre reste toujours droite et perpendiculaire à la fibre moyenne de la poutre et l’effet de cisaillement est négligé. Il est valable pour des fréquences de valeurs inférieures à $500 Hz$.
2. Modèle de poutre de Timoshenko, dans ce modèle la section reste droite mais pas perpendiculaire à la fibre moyenne de la poutre et l’effet de cisaillement est pris en compte.

Dans le cas tridimensionnel, le rail peut être modélisé par des éléments massifs afin d’éviter la difficulté au niveau du couplage entre un milieu solide et un milieu curviligne.

La semelle. Les semelles sont souvent modélisées par des éléments visco-élastiques. Leurs masses peuvent être négligées. Dans le cas unidimensionnel, on peut les remplacer par des systèmes simples (ressort-amortisseur). Leur capacité d’amortissement importante peut réduire considérablement les charges exercées sur les blochets surtout pour la partie en haute fréquence.

La traverse. La masse et la rigidité des blochets sont très importantes dans la modélisation parce qu’elles assurent la stabilité de la voie. Dans le cas (1D) ou (2D), les blochets sont modélisés soit

par des corps rigides soit par des masses ponctuelles. Dans le cas (3D) trois modèles sont présentés pour la traverse :

1. Poutre de Timoshenko.
2. Éléments massifs.
3. Deux corps rigides liés par une poutre [3].

La première fréquence propre d'une traverse monobloc est d'environ 150 Hz tandis que la première fréquence propre d'une traverse bi-blocs est d'environ 500 Hz .

Le ballast. Le ballast est un matériau granulaire non-linéaire. Dans le cas (1D), il est modélisé par des systèmes simples (masse-ressort-amortisseur). Dans le cas (2D) et (3D), il est représenté soit par un modèle discret, soit par un modèle continu. Le paragraphe (§1.4) traite la modélisation du ballast qui est la partie essentielle de ce chapitre.

Les sous-couches et le sol. En général, ils sont modélisés par des modèles continus non-linéaires mais à cause de la non-linéarité du ballast qui est plus importante que celles des sous-couches et du sol, des modèles linéaires sont utilisés.

1.3.2 Modèles globaux de voies

Un modèle global de la voie est construit en combinant les hypothèses des composants : véhicules, rail, semelles, traverses, ballast, sous-couches et le sol. Deux familles principales de modèles sont définies :

1. Modèles 1D : l'infrastructure de la voie est représentée par un système de masses-ressorts-amortisseurs.
2. Modèles massifs : les constituants de la voie sont représentés par des éléments solides.

Ces modèles peuvent être décomposés en deux types : les modèles simples et les modèles complexes.

Les modèles simples. Ils ne représentent pas précisément la structure de la voie mais ils nous permettent de trouver les éléments privilégiés qui influencent la réponse dynamique du système comme la vitesse critique ou la fréquence critique par exemple. Quelques exemples de modèles simples peuvent être cités :

- Un massif multi-couches soumis à des charges mobiles [4].
- Une poutre (Euler-Bernoulli) posée sur la fondation de Winkler [5] et [6]. Ce type de modèles est convenable pour déterminer la réponse dynamique du rail mais pas des constituants au-dessous.
- Une poutre sur un demi-espace et soumise à des charges mobiles [7] et [8].

Les modèles complexes. Ils représentent les voies de façon plus réaliste. Les composantes de la voie comme les traverses, les semelles, le ballast, le sol...peuvent être introduites en fonction du niveau de complexité du problème.

Dans un modèle (1D) complexe le véhicule est représenté par un système de masses-ressorts-amortisseurs à dix degrés de liberté, le contact roue-rail est simulé par le ressort non-linéaire de Hertz, le rail est modélisé par une poutre de Timoshenko, l'infrastructure est remplacée par un système de plusieurs couches de masses-ressorts-amortisseurs, et des ressorts horizontaux sont ajoutés dans la couche de ballast afin de tenir compte de la présence des contraintes de cisaillement. Ce modèle donne de bons résultats au niveau de chaque composant de la voie et qui sont bien en accord avec les résultats de mesures.

Un modèle complexe en 3D doit tenir compte de la non-linéarité dans le ballast, les sous-couches et le sol. De plus, une loi de comportement bien adaptée doit être introduite pour définir le modèle continu du ballast.

Concernant les méthodes de calculs, deux méthodes sont utilisées dans l'étude de la dynamique des voies ferrées : la méthode semi-analytique et la méthode numérique. La méthode semi-analytique est limitée aux problèmes linéaires et de géométrie simple, par contre les méthodes numériques sont plus convenables pour les problèmes non-linéaires et avec des géométries plus complexes (la méthode des éléments finis). Dans les méthodes numériques, la structure doit être discrétisée de façon telle que les ondes peuvent se propager, et des frontières artificielles doivent être introduites pour permettre d'écrire l'influence des domaines extérieurs. Nguyen [9] présente dans sa thèse une étude plus vaste de la modélisation dynamique des voies ferrées.

1.4 La modélisation du ballast

Le ballast est un matériau granulaire. Dans la nature, les matériaux granulaires sont des milieux biphasiques constitués d'une phase solide dispersive et d'une phase fluide. La propriété essentielle qui distingue un milieu granulaire par rapport aux autres milieux solides multiphasiques est la nature discrète de la phase solide. Comme la distribution statique et dynamique des contraintes dépend de l'état des contacts entre les particules au moment considéré, le milieu granulaire est un milieu très non linéaire et dissipatif.

On va présenter dans la suite deux aspects pour modéliser le matériau granulaire : le **modèle discret** et le **modèle continu**.

1.4.1 Modèle discret

La méthode des éléments discrets est bien adaptée à l'étude de solides brisés (granulats $> 3\text{ mm}$). Suivant cette méthode on traite le ballast comme un milieu granulaire constitué de corps discrets et ensuite on passe à l'étude de leurs contacts. La DEM a été définie par Cundall [10] en se basant sur les hypothèses suivantes :

- autorisation des déplacements et des rotations finies des corps discrets.
- calcul de nouveaux contacts de façon automatique au fur et à mesure de la progression du calcul.

Walton a défini deux méthodes (corps déformables et indéformables) pour étudier les modèles discrets selon que l'on néglige ou pas les déformations locales aux points de contacts.

La méthode des corps indéformables est basée sur l'hypothèse de non-interpénétration des particules. Elle traite chaque collision comme instantanée ce qui génère des forces de contact très importantes. L'interaction entre les particules est considérée comme binaire sauf pour la Dynamique du Contact où des collisions multiples sont traitées.

La méthode des corps déformables est basée sur les hypothèses suivantes :

- l'autorisation d'une petite interpénétration entre deux corps.
- le contact est modélisé par un ressort (pour les forces de répulsion) et amortisseur (pour la dissipation d'énergie).
- les forces normales et tangentielles du contact ne dépendent que de la pénétration.
- la durée du contact est non-nulle et discrétisée en temps.
- le pas de temps doit être suffisamment petit devant la durée du choc, ce qui rend cette méthode coûteuse en temps de calcul.

Puis on peut calculer les accélérations, les vitesses et les déplacements des grains en appliquant l'équation fondamentale de la dynamique résolue par la formulation explicite.

Ces méthodes sont essentiellement représentées par deux algorithmes : la **Dynamique du Contact (DC)** et la **Dynamique Moléculaire (DM)**.

1.4.1.1 Dynamique du contact

Dans cette méthode, le temps de collision est très court. Moreau traite les contacts comme des percussions dont la durée est quasi-instantanée [11]. Cela entraîne des variations brusques de la vitesse et des forces au contact des particules avant et après le choc. Une solution exacte du problème d'un contact entre deux particules doit tenir compte de ces non-régularités.

Les accélérations, les vitesses et les positions des particules sont déterminées par la résolution de l'équation de la dynamique de Lagrange :

$$M(t, q)\ddot{q} = F(t, q, \dot{q}) + F_c \quad (1.4)$$

où :

- ▷ M : est la matrice de masse.
- ▷ F : sont les forces extérieures appliquées sur le milieu.
- ▷ F_c : sont les forces de contact.
- ▷ $q, \dot{q}, \ddot{q}$: sont respectivement les positions, les vitesses et les accélérations des particules.
- ▷ t : est le temps.

D'après Moreau, les particules sont considérées comme étant rigides et non interpénétrables. Chaque contact se caractérise par une composante normale de la force du contact, et une composante tangentielle. La composante normale est une force de répulsion et reliée à la vitesse relative normale entre deux particules par la condition de Signorini. La composante tangentielle est reliée à la vitesse relative tangentielle selon la loi de Coulomb (elle ne dépend que du coefficient de frottement de Coulomb). Ces relations posent un problème de discontinuité entre l'avant et l'après choc. De plus, les collisions étant instantanées, on n'a pas d'unicité de la vitesse à l'instant du choc. Pour cela, Moreau a défini une vitesse moyenne pondérée qui représente la vitesse du choc. Cette vitesse a été calculée en fonction des vitesses (avant et après le choc) et des coefficients de restitution. Les vitesses après le choc sont déterminées en appliquant la conservation de la quantité de mouvement.

En bref, la méthode de Dynamique du Contact dépend de trois paramètres :

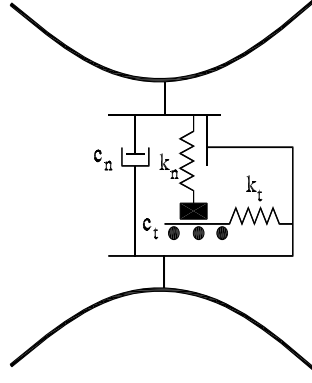
- le coefficient de frottement de Coulomb.
- le coefficient de restitution normale.
- le coefficient de restitution tangentielle.

1.4.1.2 Dynamique moléculaire

La Dynamique Moléculaire est une autre méthode (pour traiter les aspects non-linéaires liés au comportement des milieux granulaires) qui ne repose pas sur la solution exacte du problème mais sur des approximations régularisantes des relations qui expriment le contact entre deux corps.

Les hypothèses à suivre pour une approche discrète selon l'algorithme de la Dynamique Moléculaire sont :

- les particules sont considérées comme étant rigides.
- une faible interpénétration est autorisée aux points de contact.
- l'interpénétration est liée aux forces de contact par des lois de comportement au contact. D'après Cundall, le contact est modélisé par deux ressorts (un horizontal et un vertical) et deux amortisseurs (un horizontal et un vertical), conduisant à un modèle linéaire élastique (voir figure 1.7).

FIGURE 1.7. *Modèle de Cundall*

– les conditions de glissement entre les particules sont données par la loi de Mohr-Coulomb. Les aspects liés à la modélisation de deux particules en contact se résument à trois points :

1. **la géométrie des grains** : La plupart des modèles discrets utilisent les cercles (Cundall) ou les sphères pour la modélisation des particules ce qui rend la détection du contact facile. N.Guérin [12] a commencé à modéliser le ballast par des sphères de même rayon. Actuellement les grains de ballast sont représentés par des polygones (compte tenu de la convexité des grains, de leur taille et de leur angularité).
2. **l'algorithme de détection** : la procédure de détection et de gestion des contacts est résumée en trois étapes :
 - (a) confirmer l'existence d'un contact intergranulaire.
 - (b) identifier la nature de ce contact.
 - (c) déterminer l'interpénétration.

Oviedo [13] présente dans sa thèse des techniques de détection des particules voisines, des procédures de détection des contacts et des calculs des surfaces d'interpénétration pour plusieurs types de contacts.

3. **la loi de comportement** : Hertz a commencé à modéliser le contact entre deux sphères élastiques, sans frottement [14]. Il suppose que le contact provoque des déformations localisées dans la zone du contact dont la taille est négligeable par rapport à l'échelle des corps. La force de répulsion entre les particules est de la forme [15] :

$$f_n = -k_n \delta^{\frac{3}{2}} \quad (1.5)$$

où δ est la distance de rapprochement des corps sphériques et k_n est représentatif de la raideur du matériau et est donné par la formule :

$$k_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*}$$

$$\text{avec : } \frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_j^2)}{E_j} \quad \text{et} \quad \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}$$

où E_i et E_j sont les modules d'Young des sphères i et j ; R_i et R_j sont les rayons des sphères i et j ; ν_i et ν_j les coefficients de Poisson des sphères i et j .

La loi de contact de Hertz peut être élargie à d'autres formes que des sphères en respectant l'hypothèse disant que la taille de la zone de contact est négligeable par rapport à la taille des grains.

Coulomb considère que la force tangentielle ne dépend que d'un coefficient μ : le coefficient de frottement de Coulomb.

$$f_{ij}^t = -\mu f_{ij}^n \quad \text{si} \quad v^t > 0 \quad ; \quad f_{ij}^t = \mu f_{ij}^n \quad \text{si} \quad v^t \leq 0 \quad (1.6)$$

où f_{ij}^t et f_{ij}^n sont respectivement la composante tangentielle et la composante normale de la force au contact entre les particules i et j , et v^t représente la vitesse relative tangentielle entre i et j .

En 1953 Mindlin et Deresiewicz [16] présentent la solution pour un contact élastique avec frottement en faisant appel aux interactions microscopiques. Ils supposent que l'introduction d'une composante tangentielle n'affecte pas la composante normale définie par Hertz. D'après Mindlin, la relation force-déplacement tangentielle s'écrit :

$$u_{ij}^t = \left(\frac{3\mu f_{ij}^n}{16G^*a} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{f_{ij}^t}{\mu f_{ij}^n} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \quad (1.7)$$

$$\text{avec : } \frac{1}{G^*} = \frac{(2-\nu_i)}{G_i} + \frac{(2-\nu_j)}{G_j}$$

où u_{ij}^t est le déplacement tangentiel relatif entre deux sphères en contact i et j ; $G_{(.)}$ est le module de cisaillement de la sphère $(.)$ et a est le rayon de la surface de contact.

D'autres travaux adaptés aux contacts non-élastiques et mettant en œuvre des phénomènes de viscosité et même de plasticité peuvent être trouvés dans [17].

Après le calcul des forces de contact, l'intégration des équations fondamentales de la dynamique nous permet d'obtenir les accélérations, les vitesses et les positions en translation et rotation de chaque particule. L'intégration numérique de ces équations s'effectue grâce à un schéma explicite, par exemple : le schéma des différences finies centrées, la méthode de Runge-Kutta et la méthode de Richardson. La méthode de dynamique moléculaire n'utilise que les informations propres à chaque particule pour modéliser le système. Elle est très coûteuse en temps de calcul et n'est pas convenable pour des systèmes contenant un nombre raisonnable de grains.

1.4.2 Modèle continu

L'idée de cette méthode consiste à considérer le milieu granulaire comme un milieu continu où la taille des particules est suffisamment petite par rapport à la dimension du domaine. Les contraintes et les déformations sont définies sur le domaine comme des variables fondamentales capables de déterminer l'état du matériau à chaque point. En général, les méthodes de milieu continu consistent à diviser le domaine étudié en un nombre fini d'éléments afin d'arriver à un ensemble d'équations différentielles [18] et [19]. Ces équations sont résolues à chaque instant " t " en se basant sur les valeurs obtenues à l'instant précédent " $t - \Delta t$ ". Ce type de méthodes nous permet de traiter promptement des systèmes de grande taille. Par contre, il n'est pas très convenable pour décrire le comportement d'une structure microscopique.

Le problème de cette méthode est de trouver la loi de comportement représentée par la relation entre les contraintes et les déformations. Cette loi dépend des propriétés spécifiques du matériau déterminées à l'aide de méthodes empiriques ce qui entraîne une limitation de la validité de la loi. Pour améliorer la relation entre les contraintes et les déformations deux solutions sont proposées : la première est de développer la forme mathématique de la loi, la deuxième est d'introduire des variables supplémentaires en plus des contraintes et des déformations.

1.4.2.1 Définition des tenseurs des contraintes et des déformations

La première question posée dans le cas d'un milieu granulaire, traité comme un milieu continu, est la définition des contraintes et des déformations. Bagi [20] a essayé de répondre à cette question. Les contraintes et les déformations sont déterminées en fonction des variables locales ; variables dépendant des forces de contact entre les grains, des positions et des caractéristiques géométriques des grains ; à l'aide de deux systèmes géométriques complémentaires.

Le système géométrique "**système de cellules matérielles**" est utilisé pour définir les contraintes. Ce système est défini par l'ensemble des domaines formés autour de chaque grain G et représentés par les points P qui vérifient la condition (figure 1.8) :

$$\overline{PG}_0 \leq \overline{PG}_k \quad (k \neq 0)$$

où :

- ▷ G_0 représente un grain.
- ▷ G_k représente les autres grains voisins de G_0 .
- ▷ $\overline{PG}$ est la distance entre le point P et le point de G le plus proche de P .

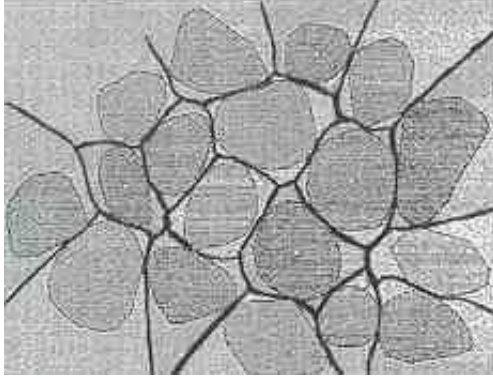


FIGURE 1.8. *Cellules matérielles*

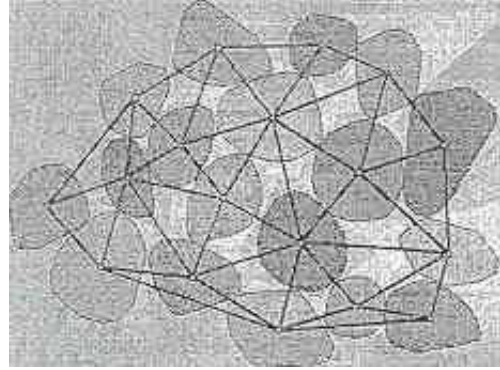


FIGURE 1.9. *Cellules d'espace*

Il est caractérisé par les propriétés suivantes :

- il y a un grain dans chaque domaine.
- les grains externes, qui forment la surface extérieure du milieu, ont des domaines infinis tandis que les domaines formés par les grains internes sont finis.
- les deux domaines correspondant à deux grains en contact ont un côté en commun qui passe par le point du contact dans le cas $2D$ et un plan en commun dans le cas $3D$.

Du fait que le milieu granulaire est maintenant équivalent à un milieu continu décomposé en un nombre fini de "cellules matérielles", on peut parler des contraintes moyennes données dans l'espace euclidien par l'équation [20] et [21] :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{(k)} V^k \bar{\sigma}_{ij}^k = \frac{1}{V} \sum_{(c)} l_i^c f_j^c \quad (1.8)$$

où :

- ▷ V : le volume total du milieu.
- ▷ V^k : le volume de la k ième "cellule matérielle".
- ▷ $\bar{\sigma}_{ij}^k$: la contrainte moyenne de la k ième "cellule matérielle".
- ▷ l_i^c : le vecteur reliant les deux centres correspondants aux deux "cellules matérielles" en contact.
- ▷ f_j^c : les forces de contact entre les "cellules matérielles" voisines.

Le système géométrique "**système de cellules d'espace**" est le système sur lequel les déformations sont définies. Il est représenté par des triangles dans le cas $2D$ (figure 1.9) et par des tétraèdres dans le cas $3D$. Il est obtenu par l'algorithme suivant :

1. les nœuds du système sont les centres des grains.
2. si deux "cellules matérielles" ont un côté ($2D$) ou un plan ($3D$) en commun, les centres des grains correspondants doivent être reliés par une droite. Cette droite représente une arête dans le "système de cellules d'espace".

3. trois arêtes correspondants aux trois "cellules matérielles" voisines forment un triangle.
4. la triangularisation est nécessaire pour construire des cellules fermées : triangles dans le cas (2D) et tétraèdres dans le cas (3D).

La déformation est représentée par le gradient moyen de déformation donné par la formule :

$$\bar{e}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{m < n} \Delta U_i^{mn} d_j^{mn} \quad (1.9)$$

où :

- ▷ m, n : sont les nœuds correspondant aux arêtes qui sont en commun entre plusieurs "cellules d'espace".
- ▷ ΔU_i^{mn} : est la différence entre les déplacements des nœuds "m" et "n".
- ▷ d_j^{mn} : vecteur d'aire complémentaire, c'est le vecteur qui caractérise la géométrie locale au voisinage de l'arête mn (surface et direction de contact "cellules matérielles").

S.Luding et al. [22] ont essayé d'étudier le passage entre le modèle discret et le modèle continu d'un milieu granulaire afin d'identifier son comportement dynamique. Pour cela, ils ont fait un essai en (2D) d'une cellule en cisaillement (deux cylindres de diamètres différents installés l'un dans l'autre ; des grains de forme circulaire avec deux diamètres différents sont mis, entre les deux cylindres, en cisaillement du à la rotation du cylindre intérieur).

D'autres comme Liao et Chan [23] ont déjà étudié les contraintes et les déformation d'un milieu granulaire en tenant compte de l'effet de la rotation des particules.

Toutefois cette approche ne permet pas à l'heure actuelle de proposer des lois de comportement exploitables en pratique car on ne sait pas exprimer la relation entre les contraintes et les déformations homogénéisées. C'est pourquoi dans la suite nous allons surtout considérer des lois de comportement plus classiques de la mécanique des milieux continus.

1.4.2.2 Lois de comportement

Elaborer un modèle de comportement pour un matériau consiste à construire une relation fonctionnelle permettant d'exprimer les efforts intérieurs, représentés par les contraintes, en fonction des grandeurs cinématiques décrivant la déformation du milieu étudié. L'écriture du modèle mathématique, exprimant la réponse du matériau à une sollicitation quelconque, est fondée sur l'analyse des résultats expérimentaux et sur la mise en évidence des mécanismes physiques. Toutefois la forme mathématique de ces modèles ne peut être écrite de n'importe quelle façon. Il existe, d'une part, des restrictions liées, soit à des principes physiques universels (principe de causalité, principe d'action locale, principe de la thermodynamique), soit à des conditions d'invariance dans un changement de repère ou dans son mouvement (invariance tensorielle, indifférence matérielle, objectivité). D'autre part, il est nécessaire d'apporter certaines restrictions afin de définir certains caractères particuliers de tel ou tel comportement, lié par exemple au respect des symétries particulières de la matière, à des liaisons internes éventuelles, etc [24].

Dans la suite on va présenter plusieurs lois qui décrivent le comportement d'un milieu granulaire dans les cas uni et tridimensionnel.

1.4.2.3 Cas unidimensionnel

La plupart des chercheurs commencent à étudier le cas unidimensionnel d'un milieu granulaire afin de trouver les lois de comportement ce qui présente une base pour traiter des cas bi et tridimensionnel.

En 1996, Clelland [25] a abordé un problème granulaire unidimensionnel (figure 1.10) en se reposant sur les hypothèses suivantes afin de trouver la loi de comportement :

- Un nombre fini (N) de particules est soumis à un choc (Le choc dans le modèle microscopique est défini par la petite région de l'espace dans laquelle la densité des particules varie rapidement).
- Les particules sont identiques et sont de forme circulaire de diamètre " d ".

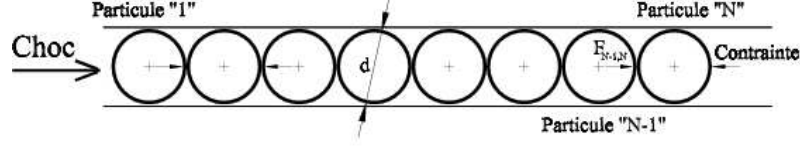


FIGURE 1.10. Problème granulaire (1D)

- Toutes les particules sont en contact.
- Le déplacement transversal des particules n'est pas permis.
- Le contact entre les particules est considéré comme étant ponctuel et la loi de comportement de ce contact est donnée par la formule suivante :

$$F_{ij} = \begin{cases} (k_1(d - r_{ij}) + k_2(d - r_{ij})^2 - \gamma_n \dot{r}_{ij} \cdot n) \cdot n & d > r_{ij}; \\ 0 & d \leq r_{ij}. \end{cases}$$

où : F_{ij} est la force exercée par la particule " i " sur la particule " j ", k_1 et k_2 sont des constantes, r_{ij} est la distance entre les centres de deux particules adjacentes après la déformation, γ_n est le coefficient d'amortissement, $\dot{r}_{ij}$ est la dérivée de r_{ij} par rapport au temps et n est le vecteur normal au point de contact. On observe que la force est donnée par la somme de trois parties : une partie linéaire, une partie non-linéaire et une partie amortie de la force.

Le problème présenté consiste à résoudre un système formé par un certain nombre d'équations ayant la forme suivante dans le cas (1D) :

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \epsilon \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v^2 - \sigma \\ -(1 - \epsilon)v \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

où : ρ est la densité du système, v est la vitesse, σ est la contrainte, $\epsilon = \frac{\delta u}{\delta x}$ est le gradient de déplacement, $[\cdot]_t$ et $[\cdot]_x$ représentent respectivement les dérivées par rapport à t et x .

La première équation représente la conservation de la masse et la deuxième représente la conservation de la quantité de mouvement. Ces deux équations sont toujours vérifiées par les deux méthodes : dynamique moléculaire et milieu continu. La dernière équation donne une relation entre les dérivées partielles en temps et en espace de la position d'un point (x).

On observe que ce système d'équations n'est pas fermé donc on a besoin d'une équation supplémentaire qui relie le gradient de déplacement avec la contrainte autrement dit une **loi de comportement**. Cette relation dans le cas (1D) peut être obtenue analytiquement. Clelland obtient la loi de comportement qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$\sigma = -k_1 d \left(1 - \frac{1}{1 - \epsilon}\right) - k_2 d^2 \left(1 - \frac{1}{1 - \epsilon}\right)^2 \quad (1.11)$$

Un autre type de lois de comportement peut être défini dans le cas unidimensionnel d'un milieu granulaire comme une loi de type unilatéral linéaire. Dans cette loi la non-linéarité apparaît par l'existence des deux rigidités différentes en compression et en traction :

$$\begin{aligned} \sigma &= E_c \epsilon & \epsilon &\leq 0 \\ \sigma &= E_t \epsilon & \epsilon &> 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

où E_c et E_t sont respectivement le module d'Young en compression et le module d'Young en tension.

Pour $E_t = 0$ on obtient la loi unilatérale linéaire non-tension, ce qui traduit le fait que le milieu granulaire ne travaille pas en traction.

1.4.2.4 Cas tridimensionnel

Dans ce cas on va aborder le modèle non-tension qui est un modèle bien adapté pour décrire le comportement d'un milieu granulaire. Ce modèle a été proposé depuis quelques années, surtout dans les travaux de modélisation des structures de type maçonnerie. Panzeca [26], Polizzotto et Del Piero [27] ont discuté de la loi de comportement et aussi de la compatibilité de la charge extérieure pour ce modèle où la déformation est décomposée en deux parties : l'une élastique et l'autre anélastique. Les hypothèses fondamentales de non-résistance en tension et d'existence de la densité d'énergie élastique demandent que le tenseur des contraintes soit défini négatif et que la contrainte et la déformation anélastique soient orthogonales.

En 2002 Vu-Hieu Nguyen et al.[28] proposent une loi de comportement du modèle non-tension des matériaux granulaires dérivée directement de la densité d'énergie de déformation qui s'exprime en fonction des déformations principales. Cette fonction s'annule en fonction du signe des déformations principales et aussi de la dilatation volumique. Le problème est traité comme dans le cas des matériaux hyperélastiques. La loi de comportement s'écrit dans la base principale des tenseurs des déformations à l'aide de la décomposition spectrale.

Afin de déterminer la loi non-tension, Nguyen se repose sur les hypothèses suivantes :

- Soit V un volume unité dans une structure de matériaux granulaires. En supposant que le nombre de grains dans V est suffisamment grand pour que les torsions locales puissent être négligées, la direction des forces de contact se distribue de façon isotrope. Le domaine peut être considéré comme un milieu isotrope et homogène.
- La déformation est infinitésimale.
- Le tenseur des contraintes est toujours défini négatif.

Pour décrire le comportement des matériaux élastiques normaux, il suffit d'introduire une fonction d'énergie des déformations qui est une forme quadratique positive convexe de la déformation $W(\epsilon) : S_3 \rightarrow \mathbb{R}^+$ (S_3 est l'espace des tenseurs du deuxième ordre de dimension 3) et qui s'exprime par :

$$W(\epsilon) = \mathbb{C}(\epsilon) : \epsilon : \epsilon \quad (1.13)$$

où $\mathbb{C}$ est un tenseur du quatrième ordre, dont les composantes sont les coefficients élastiques et $\epsilon \in S_3$ est le tenseur des déformations. Par définition, le tenseur des contraintes $\sigma \in S_3$ est obtenu à partir de la dérivée de l'énergie W :

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial \epsilon} \quad (1.14)$$

Comme σ doit être toujours défini négatif, il est préférable d'écrire W en fonction des valeurs principales de déformation. Pour s'adapter aux matériaux granulaires, Nguyen suppose qu'il existe une énergie non nulle dans une direction n si soit la déformation dans cette direction $(\epsilon_{ij}n_i n_j)$ soit la dilatation volumique est négative. Il propose alors une fonction $\hat{W}$ qui a la même forme que dans le cas élastique classique :

$$\hat{W} = \frac{1}{2} \lambda [(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3)^-]^2 + \sum_{a=1}^3 \mu [\epsilon_a^-]^2 \quad (1.15)$$

où ϵ_a ($a=1,2,3$) sont les déformations principales ; λ et μ sont deux paramètres élastiques ; la notation $(.)^-$ représente la partie négative de $(.)$ qui peut être définie par $\alpha^- = \frac{1}{2}(\alpha - |\alpha|)$.

Dans le cas élastique linéaire, λ et μ sont deux coefficients constants qui représentent les coefficients de Lamé.

Dans le cas élastique non-linéaire, λ est une fonction de la dilatation $tr\epsilon$ (la trace du tenseur des déformations) ($\lambda = \lambda(tr\epsilon)$) et μ dans chaque direction est une fonction de la déformation $\mu = \mu(\epsilon_i)$.

Les paramètres λ et μ sont déterminés à l'aide des essais expérimentaux. Dans le cas du ballast, Nguyen a fait des essais uniaxiaux avec des charges quasi-statiques en plusieurs cycles sur des grains à échelle réduite (1/3), mis dans un tube cylindrique en PVC, afin de déterminer ces paramètres.

En supposant que λ est une fonction de la dilatation $\lambda = \lambda(I_1) = \lambda(tr\epsilon)$ et μ dans chaque direction est une fonction de la déformation $\mu = \mu(\epsilon_i)$, les valeurs de ces coefficients peuvent être ajustées avec des polynômes du quatrième ordre qui représentent les valeurs moyennes sous la forme suivante :

$$\lambda = 7,1 \times 10^{11} I_1^4 + 3,18 \times 10^9 I_1^3 + 7,5 \times 10^6 I_1^2 + 1,54 \times 10^4 I_1 + 18,5 \text{ MPa} \quad (1.16)$$

$$2\mu = 1,8 \times 10^{11} \epsilon^4 + 9,51 \times 10^8 \epsilon^3 + 2,89 \times 10^6 \epsilon^2 - 5,94 \times 10^2 \epsilon + 14,2 \text{ MPa} \quad (1.17)$$

Il constate que l'on doit réaliser suffisamment de cycles (environ 60-80 cycles) afin d'obtenir un état stable et que la courbe de force déplacement au dernier cycle montre que le ballast est un matériau élastique non-linéaire.

On peut aussi citer dans ce domaine la loi de comportement de Boyce [29] décrivant le comportement élastique non linéaire des milieux granulaires isotropes en considérant que le module d'Young et le coefficient de Poisson sont fonctions d'invariants des contraintes. Ce modèle est très utilisé dans le domaine des chaussées. D'après Boyce, le module d'Young et le coefficient de Poisson peuvent être exprimés comme suit :

$$E = \frac{9G_a(\frac{p}{p_a})^{1-n}}{3 + \frac{G_a}{K_a}(1 - \beta\eta^2)} \quad , \quad \nu = \frac{\frac{3}{2} - \frac{G_a}{K_a}(1 - \beta\eta^2)}{3 + \frac{G_a}{K_a}(1 - \beta\eta^2)} \quad (1.18)$$

où G_a , K_a et n ($0 < n < 1$) sont les trois paramètres de ce modèle déterminés grâce à un essai triaxial, β dépend de ces trois paramètres ($\beta = (1 - n)\frac{K_a}{6G_a}$), p_a est une pression de référence ($p_a = 100 \text{ kPa}$) et $\eta = \frac{p}{q}$ est le rapport entre la partie sphérique p et la partie déviatorique q des contraintes.

V.Bodin dans sa thèse [3], considère le ballast comme un milieu continu élastique et linéaire. Le milieu granulaire est redéfini comme la coexistence de deux matériaux de différentes caractéristiques physiques et mécaniques : un matériau compacté et soumis au chargement, situé sous les blochets, et un matériau non compacté et également non chargé en-dehors des blochets. Les caractéristiques de ces deux zones sont identifiées par rapport aux résultats expérimentaux obtenus grâce à un essai à échelle réduite (1/3) constitué d'une traverse bi-blocs en béton noyée dans du mico-ballast supporté par une couche d'élastomère simulant le comportement élastique d'un demi-espace infini. La traverse est sollicitée par un vérin reproduisant le passage des trains. Les caractéristiques du ballast sont déterminées à l'aide d'une modélisation par éléments finis permettant d'approcher le déplacement vertical de la traverse obtenu par la mesure, et elles sont comme suit :

- ballast compacté : $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,4$;
- ballast non compacté : $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,2$.

Le modèle mis au point à échelle un tiers est incorporé dans un modèle à échelle réelle, reproduisant une portion de voie d'une quinzaine de mètres. La simulation du passage de bogies exerçant des efforts verticaux mesurés en voie permet de calculer les déplacements élastiques verticaux. D'après sa thèse, le modèle donne de résultats dans le même ordre de grandeur que ceux mesurés sur la voie.

1.5 Tassement de la voie ferrée

Quand la voie ferrée est chargée par le poids du train, le ballast et les couches en dessous peuvent subir une déformation non élastique. Dès que la voie est déchargée, elle ne revient pas exactement à sa position initiale mais à une position près de celle d'origine. Après plusieurs cycles de chargements dus aux passages des trains, les petites déformations non élastiques se seront accumulées dans les parties différentes de la voie qui vont avoir de nouvelles positions. Ce phénomène est appelé le "tassement différentiel de la voie". Le tassement se produit donc par le chargement cyclique et sa sévérité dépend de la qualité et du comportement du ballast, du sous-ballast et de la plate-forme.

Le tassement de la voie apparaît en deux phases :

- Directement après le bourrage, c'est l'étape de densification du ballast et de positionnement de la voie par des passages de trains à forte charge. Le tassement est relativement rapide jusqu'à ce que le ballast devienne bien compacté ;
- La deuxième phase du tassement est plus lente que la première phase et la relation entre le tassement et le temps (nombre de cycles de chargement) est plus ou moins linéaire.

Cette deuxième phase est la phase intéressante et le tassement peut être causé par plusieurs mécanismes de comportement du ballast et de la plate-forme :

- La continuation de la densification du ballast (après la première phase) dû au réarrangement des grains produit sous le passage des trains ;
- La pénétration de sol entre les grains de ballast réduit la hauteur de la couche de ballast et par suite change la position de la voie ;
- La réduction du volume de ballast due à la détérioration des grains de ballast sous l'action de la charge mobile et des facteurs de l'environnement tels que le gel et la pluie. Les grains de ballast peuvent se diviser en deux ou plusieurs parties ce qui favorise la réduction de volume de la couche de ballast ;
- Les fortes contraintes qui se localisent aux points de contact entre les grains font changer la forme des grains, ils deviennent moins anguleux ce qui réduit le volume occupé par le ballast ;
- Le comportement non élastique après déchargement qui, à cause de glissements entre les grains de ballast sous chargement, fera que la déformation ne disparaîtra pas totalement après déchargement ;
- La migration des grains de ballast qui se trouvent sous le blochet vers des régions moins chargées favorise l'enfoncement du blochet dans le ballast ;
- Les mouvements latéral et/ou longitudinal des traverses peuvent causer la sortie des grains de ballast situés sous la traverse et par suite faire enfoncer la traverse de plus en plus dans le ballast.

En bref, le tassement de la voie peut être produit par deux raisons essentielles : la densification du ballast et du sol par réarrangement des grains et le comportements non élastiques du ballast et du sol.

La prédiction du tassement présente un sujet de recherche très intéressant qui préoccupe les chercheurs et les organisations spécialistes dans le domaine des voies ferrées ballastées. La plupart des lois de tassement sont déterminées empiriquement grâce à des essais à échelle réelle ou réduite (au laboratoire) plus ou moins compliqués. Elles visent généralement la deuxième phase du tassement qui est plus ou moins linéaire. La première phase n'est pas intéressante et très difficile à déterminer car sa durée en nombre de cycles dépend fortement du bourrage.

Shenton (1978) [30] et Hettler (1987) ont déduit grâce à des essais avec un appareil triaxial, la loi de tassement qui est de la forme suivante :

$$\tau_N = \tau_1[1 + C_N \ln N] \quad (1.19)$$

Où C_N est une constante, τ_1 est le tassement obtenu au premier cycle de chargement et τ_N est le tassement au cycle N .

Le ballast utilisé par Shenton a une granulométrie qui s'étale de 13 à 38 *mm* pour une cellule triaxiale de 230 *mm* de diamètre et une hauteur inférieure au double du diamètre. Hettler utilise un ballast 25/50 *mm* et une cellule de 780 *mm* de diamètre et 450 *mm* de hauteur. Soulignons que les essais triaxiaux sont convenables pour des milieux granulaires fins tels que le sable et l'argile, les résultats obtenus sur le ballast avec ce type d'essais peuvent être perturbés.

Au Japon, Sato [31] a réussi à trouver une loi expérimentale grâce à des mesures effectuées par un véhicule pendant de nombreuses années. La vibration du rail a été utilisée pour prédire le tassement du ballast et la croissance de l'irrégularité de la voie :

$$S = 2,09.10^{-3} . T^{0,31} . V^{0,98} . M^{1,1} . L^{0,21} . P^{0,26} \quad (1.20)$$

Où S est la croissance moyenne de l'irrégularité (*mm*/100 jours), T est la charge (million tonnes/an), V est la vitesse moyenne de roulement (*km/h*), L est le facteur d'influence du rail ($L = 1$ pour des rails soudés et $L = 10$ pour des rails assemblés par des joints), P est le facteur d'influence du sol ($P = 1$ pour un bon sol et $P = 10$ pour un mauvais) et M est le facteur de la structure qui peut être exprimé comme suit :

$$M = P_b y_z S_i \quad (1.21)$$

Où P_b est la pression quasi-statique du ballast, y_z est l'accélération du rail et S_i est le coefficient d'impact qui est une fonction des propriétés du rail.

En Allemagne, suite à des essais au laboratoire à l'Université Technique de Munich (TUM) [32], trois équations ont été élaborées afin de déterminer le taux de tassement :

$$\tau_{opt} = 1,57.p.\Delta N_a + 3,04.p^{1,21}.\ln N_a \quad (1.22)$$

$$\tau_{pess} = 2,33.p.\Delta N_a + 15,2.p^{1,21}.\ln N_a \quad (1.23)$$

$$\tau_{med} = 1,89.p.\Delta N_a + 5,15.p^{1,21}.\ln N_a \quad (1.24)$$

Le tassement est classé en trois niveaux : niveau optimiste τ_{opt} , pessimiste τ_{pess} et moyen τ_{opt} . N_a est le nombre d'essieux passant sur la voie et p est la pression du ballast. La première partie de chaque équation décrit le tassement initial juste après l'étape de bourrage (première phase) et la deuxième partie décrit le tassement à long terme qui est plus ou moins linéaire (deuxième phase).

Au LAMI, laboratoire d'analyse des matériaux et identification, à l'école nationale des ponts et chaussées (ENPC) en France, l'étude de la voie ferrée ballastée a été commencée dans le but de comprendre le comportement du ballast lorsqu'on le soumet à des vibrations, en particulier lors de l'entretien de la géométrie de la voie par bourrage, la technique de nivellement qui soulève la voie par application simultanée de sollicitations de vibration et de compression sous le blochet. Oviedo [13] a mis en place une étude expérimentale à échelle réduite qui tente de reproduire l'action du bourrage sur les grains de ballast. Un essai appelé "BOUBA" reproduisant le bourrage du ballast a été proposé (figure 1.11). Cet essai est constitué d'une caisse en bois contenant du micro-ballast, un blochet en béton est posé au dessus du ballast en respectant un certain vide entre le blochet et le ballast. Ce vide est rempli par le ballast pendant le déroulement de l'essai où le ballast est soumis à une sollicitation latérale sinusoïdale d'un côté et une force statique de compression latérale de l'autre côté (force de serrage). Oviedo a conclu que le ballast a trois comportements différents selon la fréquence de sollicitation (tableau 1.1). Ces différents comportements ont été observés dus à la variation de la force de serrage en fonction de la fréquence de sollicitation.

Fréquences	Plage de variation à l'échelle réelle	Comportement du ballast associé
Faibles	$f < 15 \text{ Hz}$	Solide
Moyennes	$15 \text{ Hz} < f < 30 \text{ Hz}$	Visco-élastique
Hautes	$30 \text{ Hz} < f < 45 \text{ Hz}$	Liquéfié

TABLEAU 1.1. *Plage de fréquences et comportement du ballast associé*



FIGURE 1.11. *Expérience reproduisant le bourrage du ballast (BOUBA)*

N.Guérin (1998) [33] a élaboré une loi de tassement qui relie l'incrément de tassement avec le déplacement élastique maximal lors d'un cycle de chargement, passage d'un bogie, grâce à un essai "Microballast" à échelle réduite (1/3) en conservant les contraintes. Cet essai est représenté par un bloc en béton de section carrée ($500 \times 500 \text{ mm}^2$) et de 100 mm de hauteur (l'équivalent d'un blochet d'une traverse bi-blocs) posé sur une couche de micro-ballast compactée (100 mm) qui est elle-même supportée par une couche d'élastomère, l'équivalent du sol, afin de simuler le comportement élastique d'un demi-espace infini. L'éprouvette a un volume parallélépipédique confiné par quatre parois rigides dans le plan vertical. Les essais réalisés consistent à appliquer plusieurs cycles de chargement sur le bloc, simulant le passage d'un bogie à plusieurs vitesses de roulement ($\leq 250 \text{ km/h}$), avec plusieurs types de sols (raide et mou) en jouant sur le type d'élastomère, et de mesurer le déplacement élastique et le tassement du bloc. Les différents essais réalisés ont servi à établir une loi de tassement (deuxième phase) de la forme suivante :

$$\frac{d\tau}{dN} = \alpha d^\beta \quad (1.25)$$

Cette loi exprime l'incrément de tassement par cycle ($\frac{d\tau}{dN}$) comme un défaut de réversibilité de la déflexion élastique ballast-sol. Le paramètre α décrit l'évolution de l'assemblage granulaire sous un même chargement et β est une constante.



FIGURE 1.12. *Banc d'essai à échelle réduite (BETTER)*

Après N.Guérin, V.Bodin (2001) [3] propose deux lois de tassement vertical et latéral de la même forme que la loi précédente. Celles-ci ont été identifiées expérimentalement sur un banc d'essai à

échelle réduite (1/3) **"BETTER"** (**B**allast : **E**ssai de **T**assement **T**ransversal à **E**chelle **R**éduite) (figure 1.12), constitué d'une traverse bi-blocs en béton armé noyée dans du ballast, sollicitée par un vérin reproduisant le passage des trains. Le sol est remplacé par des couches d'élastomère ou de bois dépendant du module d'Young du sol à modéliser.

V.Bodin a constaté une remarque très intéressante. Dès que l'on dépasse certaines vitesses de roulement le ballast passe de l'état solide à l'état liquide et des tassements très élevés ont été observés. Pour cela, elle a effectué des essais avec des chargements sinusoïdaux à plusieurs modules et fréquences. Elle a trouvé que la fréquence critique pour laquelle un incrément de tassement très élevé se présente varie en fonction du module de chargement. Ceci fait penser plutôt à une accélération critique au lieu d'une fréquence.

On peut citer aussi dans ce domaine, la loi de tassement numérique élaborée par M.Abdelkrim et al. [34]. Cette loi donne le tassement en un point x (pour N cycles) d'une plate-forme en fonction de déformations permanentes ϵ_1^p et ϵ_2^p qui peuvent être déterminées à partir d'une loi de comportement permanent cyclique.

$$u^r(x, N) = - \int_{\chi=x}^{\chi=H} [\epsilon_1^p(\chi) + \frac{2\nu}{1-\nu} \epsilon_2^p(\chi)] d\chi \quad (1.26)$$

où ν est le coefficient de Poisson et H est la profondeur par rapport à la surface de la plate-forme à partir de laquelle les déformations permanentes pouvant être négligées.

En conclusion, les lois de tassement élaborées dans le domaine des voies ferrées ballastées ne sont pas nombreuses. En général, ce sont des lois empiriques et validées pour des trains à des vitesses de roulement relativement faibles. Dans le cas des essais à échelle réduite déjà présentés, les effets de la charge mobile et de la présence d'une plate-forme réelle n'étaient pas simulés.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une étude bibliographique a été présentée. Les constituants de la voie ferrée ballastée sont définis. Les efforts exercés sur la voie et surtout les efforts verticaux ont été abordés. Puis, on montre une présentation succincte des modèles existants dans la modélisation dynamique de la voie. La bibliographie est conclue par une présentation des lois de tassement expérimentales existantes de la voie ferrée.

Dans cette thèse, on va essayer :

- de mieux comprendre la mécanique de la voie ferrée ballastée. Comme la bibliographie le montre, le comportement de la voie reste toujours mal connu à cause de la variété des matériaux constituant la voie : des milieux continus et granulaires avec des comportements différents : linéaires et non linéaires, surtout le ballast ;
- de modéliser par des modèles simples (1D) et (3D) par la méthode des éléments finis, en se servant du code CESAR-LCPC, un essai à échelle réelle, représentant un blochet, mené par le LCPC-Nantes. Cet essai offre des résultats expérimentaux (déplacements, accélérations, pressions, etc..) à comparer avec ceux obtenus par les modèles numériques ;
- de réaliser un essai à échelle réduite (1/3) avec trois traverses dans le but d'étudier l'effet de la charge mobile sur le comportement et le tassement de la voie ;
- de trouver une loi de tassement expérimentale valable pour des vitesses de roulement atteignant 400 km/h et qui peut être fonction de paramètres dynamiques tels que l'accélération. Ces paramètres peuvent être déterminés par la méthode des éléments finis. Autrement dit, pour une voie ferrée donnée, on pourrait prédire le tassement suite à un calcul en éléments finis donnant la valeur du paramètre à introduire dans la loi de tassement à trouver.

Chapitre 2

Essai à échelle réelle LCPC-Nantes

2.1 Description générale de l'essai

Un des essais effectués dans le cadre de la circulation des trains à grande vitesse est l'essai du LCPC-Nantes. Cet essai représente une portion de la voie avec un seul blochet à échelle réelle et est de forme axisymétrique. La première partie de ce chapitre, qui a fait l'objet d'une communication [35], consiste à modéliser le banc d'essai par le code **CESAR-LCPC**, à interpréter les données des mesures et à essayer de trouver un modèle en éléments finis qui nous permet d'avoir des résultats numériques (déplacements et contraintes) du même ordre de grandeur que ceux obtenus par les mesures en considérant que tous les matériaux suivent des lois de comportement élastiques-linéaires. Nous tenterons aussi un modèle unidimensionnel qui peut nous offrir une idée préliminaire sur l'ordre de grandeur du déplacement.

La deuxième partie traite du tassement vertical du blochet, un facteur qui joue un rôle important dans l'évaluation de l'état de la voie. On essaie de valider une loi de tassement de type "puissance" qui relie l'incrément de tassement avec le déplacement élastique dans le domaine de sa validité (vitesses pas très élevées) et d'étendre cette loi pour de grandes vitesses de roulement. Tout cela exige l'interprétation des données expérimentales afin d'arriver à des résultats concluants.

Tous les essais sont réalisés sur un massif quasi-circulaire de 3,5 m de diamètre environ et avec du ballast sec provenant de la carrière de la Meilleraye. On peut distinguer entre deux types d'essais essentiels.

Le premier type est appelé l'essai de référence (figure 2.1). Il comporte, du bas vers le haut, une couche d'élastomère correspondant à un sol de 100 MPa de module d'Young, une couche de 0,3 m de ballast compactée à la "Mini-Jackson", un blochet de forme conique posé sur le ballast et entouré par une deuxième couche de ballast de 0,3 m de hauteur. Le blochet est chargé à l'aide d'un vérin hydraulique (100 kN de capacité) fournissant un signal de force.

Différents capteurs sont installés afin de mesurer les forces, les déplacements et les accélérations :

- un capteur de force (Fb) et deux capteurs de déplacement (Db1 et Db2) sur le blochet ;
- deux accéléromètres (Ab1 et Ab2) sur le blochet ;
- un capteur de force (Fv) et un capteur de déplacement (Dv) dans le vérin.

Les valeurs sont stockées à l'aide de sept voies d'acquisition et par une fenêtre de mesure de 1 seconde. Les fréquences d'échantillonnage utilisées sont de 300 Hz ou 600 Hz par voie, en fonction des vitesses de train (300 Hz à 220 km/h et 600 Hz à 320 km/h).

La force appliquée est une charge cyclique de forme "M" à échelle réelle qui a la même forme que celle déjà décrite dans le chapitre précédent avec deux vitesses différentes de roulement (220 km/h et 320 km/h).

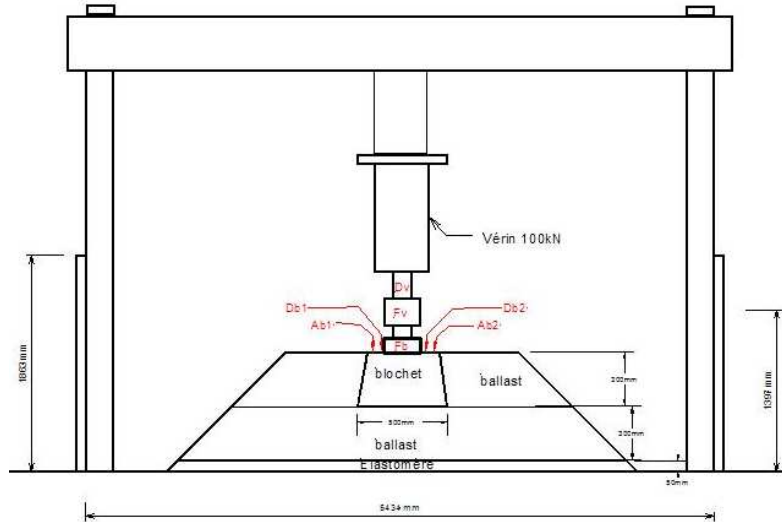


FIGURE 2.1. Essai de référence : principe du dispositif et implantation des capteurs

Le deuxième type d'essais, appelé "essai avec plate-forme", consiste à remplacer la couche d'élastomère dans l'essai de référence par des couches naturelles représentant la plate-forme dans le cas d'une voie réelle.

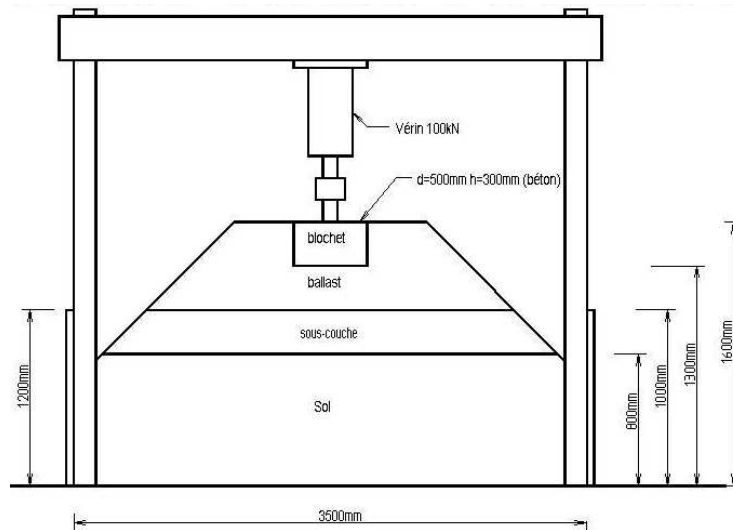


FIGURE 2.2. Essai avec plate-forme

Cet essai comporte, comme il est montré dans la figure 2.2, du bas vers le haut :

- une couche de sol de 0,8 m de hauteur, la nature du sol varie selon le module d'Young visé, il sera constitué de GNT (grave non-traité) (0/20 mm) avec 10 % de fines provenant de la carrière des maraîchères pour un module d'Young visé $E_{vise} = 200 \text{ MPa}$, de sable argileux ($E_{vise} = 100 \text{ MPa}$) ou de limon ($E_{vise} = 50 \text{ MPa}$). Le sol est mis en place par quatre couches (0,2 m d'épaisseur chacune) où chaque couche est compactée par 10 passes de pilonneuse ;
- 0,2 m de GNT représentant la sous-couche de la plate-forme et compactée par 10 passes de pilonneuse ;
- 0,3 m de ballast compactée par des machines "Mini-Jackson" ;

- un blochet en béton armé de 0,3 m de hauteur ayant une forme conique et entouré par des grains de ballast jusqu'à sa surface supérieure.

Les couches de ballast se terminent par un talus, autrement dit elles sont de forme conique, par contre la sous-couche et le sol sont de forme quasi-circulaire grâce à des planches en bois limitant leurs parois.

Différents capteurs sont placés dans le massif afin de mesurer les accélérations, les déplacements et les pressions :

- un capteur de force (F_v) et un capteur de déplacement (D_v) dans le vérin ;
- un capteur de force (F_b) et deux capteurs de déplacement ($Db1$ et $Db2$) sur le blochet ;
- deux accéléromètres ($Ab1$ et $Ab2$) sur le blochet ;
- un capteur de déplacement magnéto-strictif mesurant les déplacements à deux niveaux au centre du massif. Les mesures sont effectuées à l'interface GNT/sol ($Magn1$) et un peu en dessous de l'interface ballast/GNT ($Magn2$) ;
- deux capteurs LVDT ($Dif1$ et $Dif2$) de 0,2 m de longueur mesurant les déplacements verticaux dans les 0,2 m supérieur du sol ;
- quatre capteurs de pression pour mesurer la pression verticale, deux sont placés sous l'extrémité du blochet à 90° l'un de l'autre, au milieu de la couche de GNT ($Pt3$ et $Pt4$), et les deux autres sont placés à 0,1 m sous l'interface GNT/sol ($Pt1$ et $Pt2$) ;
- un capteur de pression pour mesurer la pression horizontale ($Pt5$) placé au milieu de la sous-couche à 1 m de distance horizontale par rapport à l'axe de révolution ;
- un accéléromètre ($Ap1$) sur une paroi d'une planche en bois limitant le massif de l'essai.

Les mesures sont stockées à l'aide de dix-sept voies d'acquisition suivant différentes fenêtres de mesure. La durée de chaque fenêtre est de 1 seconde. Les fréquences d'échantillonnage utilisées sont de 300 Hz ou 600 Hz par voie, en fonction des vitesses de train (300 Hz à 160 km/h et 600 Hz à 320 km/h).

Dix essais de chargement à un million de cycles sont programmés :

- un essai de référence avec une couche d'élastomère ;
- trois essais avec chaque type de sol.

Les essais sont réalisés avec des charges de forme "M" à un module maximal de 45 kN. Ils comprennent plusieurs cycles avec différentes vitesses de roulement qui varient entre 160 km/h et 400 km/h.

Pendant le montage d'un essai avec plate-forme, des essais supplémentaires sont réalisés sur la plate-forme (sans ballast) afin d'identifier le comportement du sol. On appelle ce type d'essais "essai sur plate-forme" où des chargements sinusoïdaux sont appliqués sur le blochet qui est posé directement sur la plate-forme. Les fréquences appliquées sont 0, 1, 1 et 15 Hz.

2.2 Approche unidimensionnelle

Dans les études dynamiques, nous avons toujours tendance à remplacer notre problème, que cela soit en (2D) ou en (3D), par un modèle unidimensionnel pour des raisons de simplicité. Ce modèle ne peut pas donner des résultats tout à fait identiques à ceux obtenus par les mesures mais il peut nous offrir une idée préliminaire sur les déplacements avec des valeurs qui restent dans le même ordre de grandeur que celles mesurées.

La difficulté dans un modèle unidimensionnel consiste à identifier les caractéristiques de chaque système (calcul des masses, des rigidités et des coefficients d'amortissement), autrement dit il s'agit de connaître la descente de la charge dans notre massif à modéliser. Ce travail n'est pas facile et fait l'objet de plusieurs articles, on peut citer le travail de W.M.Zhai et al où ils essayent de modéliser la voie ferrée par des systèmes masse-ressort-amortisseur [36].

Dans un premier temps, nous proposons de remplacer le banc d'essai (essai sur plate-forme) par un ensemble de systèmes (masse-ressort-amortisseur) en série (figure 2.3). Les rigidités (k_1 , k_2 et k_3) sont déterminées à partir des déplacements et pressions verticaux mesurés lors d'un essai quasi-statique avec un signal sinusoïdal de forme $F(t) = F \sin(\omega t)$ avec le module $F = 16,03 \text{ kN}$ et la fréquence $f = 0,1 \text{ Hz}$.

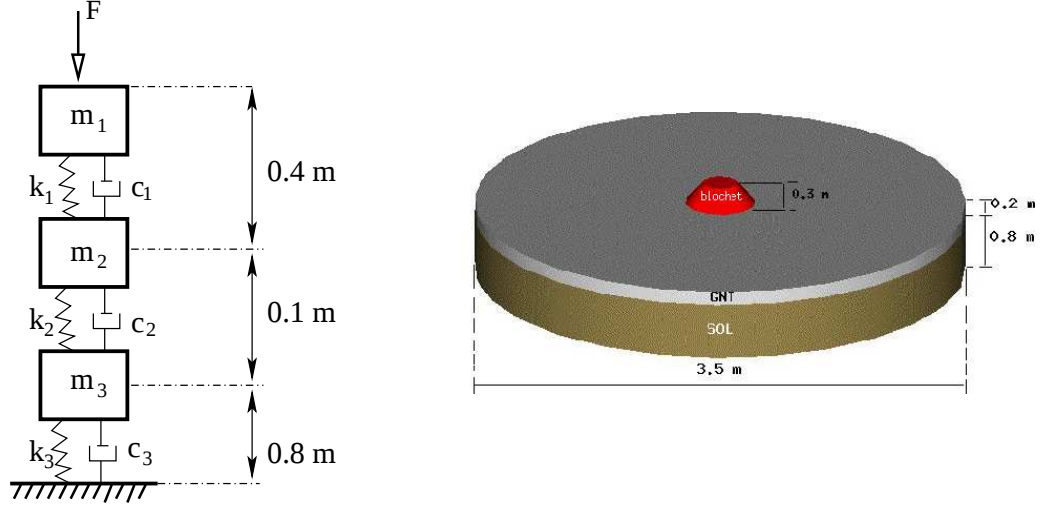


FIGURE 2.3. *Modèle unidimensionnel : système masses-ressorts-amortisseurs*

La rigidité k_i d'une partie du massif situé en dessous de la ligne de mesure sur laquelle les capteurs de déplacement et de pression sont placés peut être donnée par la formule :

$$k_i = \frac{\sigma_i S_i + \mu_l S_l}{u_i} = \frac{F}{u_i} \quad (2.1)$$

où σ_i est la pression verticale mesurée par le capteur de pression, u_i est le déplacement vertical mesuré par le capteur de déplacement et S_i est la surface sur laquelle la contrainte σ_i est répartie selon un angle de descente de 45° , μ_l peut être considéré comme un coefficient de perte de chargement par mètre carré de surface latérale S_l .

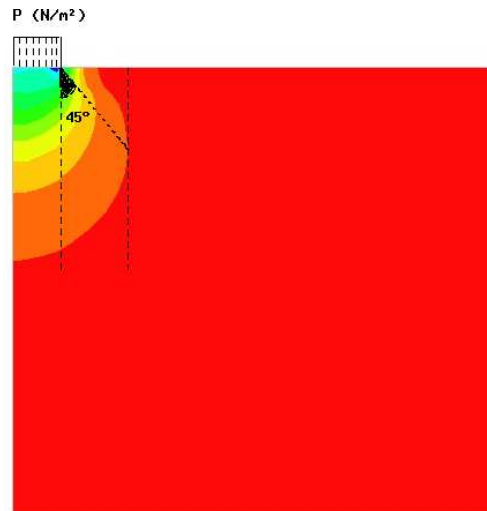


FIGURE 2.4. *Contraintes principales σ_3*

Dans la figure 2.4, on montre la distribution des contraintes principales verticales dans un milieu continu obtenue suite à un calcul statique tridimensionnel en éléments finis (élastique et linéaire) et sous un chargement de type pression uniformément répartie sur une section circulaire. Cette figure représente une moitié d'une coupe transversale d'un modèle (3D). La deuxième moitié est identique à la première grâce à la propriété de symétrie du modèle. On constate que les contraintes sont localisées sous la section sur laquelle est appliquée la charge avec un angle de descente de l'ordre de 45°.

Du fait que l'essai est quasi-statique et le modèle représente des systèmes en série, on peut considérer que la force résultante F_i est conservée dans toutes les couches et est égale à celle appliquée sur la surface supérieure du blochet $F_i = F$.

La rigidité k_p d'une partie située entre deux lignes de mesure " l_i " et " l_j " (une ligne de mesure est la ligne sur laquelle se trouvent un capteur de déplacement et un capteur de pression) où " l_j " est en dessous de " l_i " est déterminée à partir de la formule de rigidité globale des ressorts en série :

$$\frac{1}{k_i} = \frac{1}{k_j} + \frac{1}{k_p} \implies k_p = \frac{k_i k_j}{k_j - k_i} = \frac{F}{u_i - u_j} \quad (2.2)$$

Les masses de la sous-couche et du sol sont calculées à partir des volumes formés suivant un angle de descente de charge de 45°.

Le problème unidimensionnel consiste à résoudre trois équations d'équilibre à trois inconnues représentées par les déplacements correspondant à chaque masse. Ces équations peuvent être écrites sous une forme matricielle :

$$[-\omega^2 M + K + i\omega C][\hat{X}] = [\hat{F}] \implies [\hat{X}] = [D]^{-1}[\hat{F}] \quad (2.3)$$

La matrice d'amortissement C est donnée par la formule $C = A \times K + B \times M$ (amortissement de Rayleigh) où A et B sont des paramètres déterminés en considérant que le banc d'essai a un taux d'amortissement $\xi = 10\%$ pour les deux premiers modes verticaux calculés à partir d'une modélisation en éléments finis (3D) par le module d'exécution "MODE" de **CESAR** [37], [38] et [39]. M est la matrice de masse, c'est une matrice diagonale ($m_{ii} = m_i$, $i = 1, 2, 3$), K représente la matrice de rigidité (symétrique), $[\hat{F}]$ est un vecteur qui a comme composantes : $\hat{F}_1 = -F$ et $\hat{F}_i = 0$ ($i \neq 1$) et $[\hat{X}]$ est un vecteur dont les composantes sont les trois inconnues des déplacements (x_i , $i = 1, 2, 3$) (figure 2.3).

Le tableau 2.1 montre les valeurs de déplacements mesurées par le capteur magnéto-strictif dans la sous-couche (Magn1) et le sol (Magn2) et les deux capteurs de déplacement (Db1 et Db2) sur la surface du blochet.

Force (kN)	Fréquence (Hz)	Blochet (mm)	GNT (mm)	Sol (mm)
16,03	0,1 (sinus)	0,303	0,157	0,12

TABEAU 2.1. Module de déplacement vertical (mm) mesuré sous l'action d'une force quasi-statique $F = 16,03 \sin(0,2\pi t)$ kN

À partir des données de mesure du tableau 2.1, les paramètres (masses et rigidités) du modèle unidimensionnel sont identifiés ($k_1 = 1,1.10^8 \frac{N}{m}$, $k_2 = 4,33.10^8 \frac{N}{m}$ et $k_3 = 1,33.10^8 \frac{N}{m}$; $m_1 = 119,77$ kg, $m_2 = 520,1$ kg et $m_3 = 5,36.10^3$ kg).

Dans les tableaux 2.2 et 2.3, on présente les déplacements mesurés et calculés pour deux cas de chargements sinusoïdaux : $F = 16,03 \sin(2\pi t)$ kN et $F = 15,94 \sin(30\pi t)$ kN.

L'écart relatif est donné par la formule suivante :

$$Ecart = \frac{|q_m - q_c|}{q_m} \times 100 \quad (2.4)$$

où q est le paramètre à évaluer, m et c sont des indices qui signifient respectivement les paramètres mesurés et les paramètres calculés.

Les tableaux (2.2) et (2.3) présentent les résultats obtenus avec un angle de descente de 45° qui montrent une bonne estimation du déplacement avec un écart relatif qui ne dépasse pas 7%.

$ F = 16,03 \text{ kN}$	déplacement $ u \text{ mm}$		
fréquence=1 Hz	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,316	0,303	4 %
couche de GNT	0,16	0,157	1,75 %
sol	0,129	0,12	6,8 %

TABLEAU 2.2. Modules des déplacements sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(2\pi t) \text{ kN}$

$ F = 15,94 \text{ kN}$	déplacement $ u \text{ mm}$		
fréquence=15 Hz	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,369	0,354	4 %
couche de GNT	0,211	0,206	2,37 %
sol	0,17	0,168	1 %

TABLEAU 2.3. Modules des déplacements sous l'action d'une force $F = 15,94\sin(30\pi t) \text{ kN}$

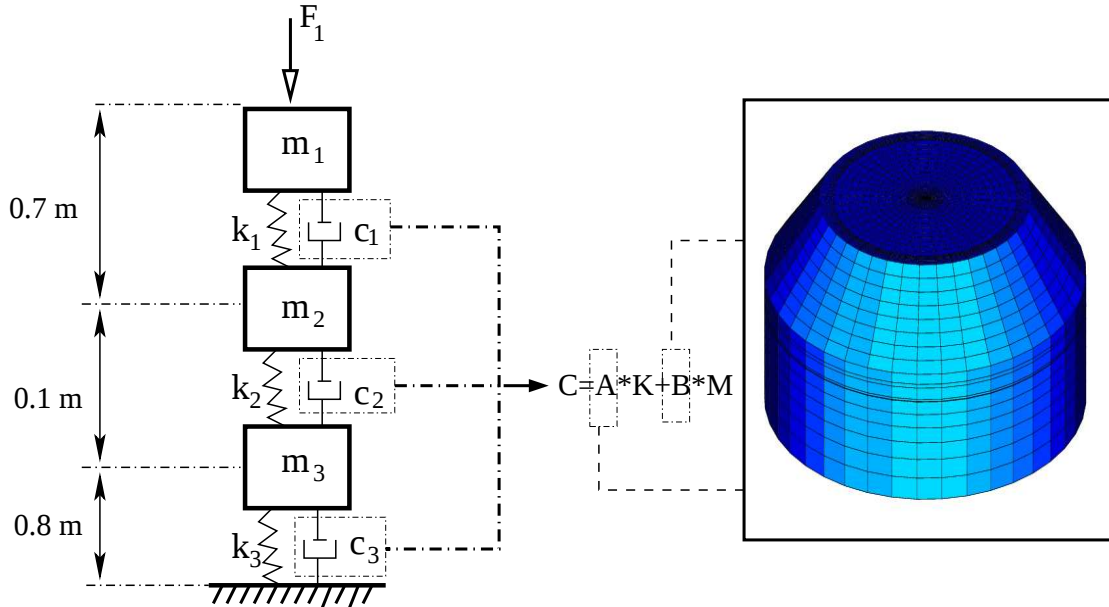


FIGURE 2.5. Modèle unidimensionnel : système masses-ressorts-amortisseurs

Suite aux bons résultats obtenus par le modèle (1D) dans le cas d'essai sur plate-forme, nous essayons de proposer un modèle (1D) pour l'essai avec ballast et plate-forme (figure 2.5). Les

paramètres ne seront pas identifiés exactement de la même manière que précédemment car les charges appliquées sont de forme "M". Pour cela, nous proposons de garder les mêmes valeurs des rigidités k_2 et k_3 et la supposition que l'angle de descente de charge est le même dans toutes les couches (45°). La rigidité k_1 qui représente la couche de ballast et la moitié supérieure de la couche de GNT est considérée comme la rigidité globale de deux ressorts en série. Elle peut être écrite sous la forme :

$$k_1 = \frac{k_b \times k_2}{k_b + k_2} \quad (2.5)$$

où k_b est la rigidité de la couche de ballast $k_b = \frac{E_b \times S_b}{h_b}$, E_b est le module d'Young du ballast, h_b est la hauteur de la couche de ballast et S_b est la surface sur laquelle les contraintes sont distribuées par rapport à un angle de 45° .

Les tableaux suivants montrent les résultats mesurés et calculés, pour les essais avec ballast et plate-forme, suivant différentes forces de forme "M" avec des vitesses variant de 160 km/h à 360 km/h.

$F_{max} = 12,07 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$		
$v = 160 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,17	0,209	23 %
GNT	0,1	0,163	63 %
sol	0,077	0,135	75 %

TABLEAU 2.4. Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 12,07 \text{ kN}$ et $v = 160 \text{ km/h}$

$F_{max} = 44,4 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$		
$v = 320 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,659	0,553	16 %
GNT	0,433	0,47	8,5 %
sol	0,279	0,43	54 %

TABLEAU 2.5. Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,4 \text{ kN}$ et $v = 320 \text{ km/h}$

$F_{max} = 45,32 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$		
$v = 340 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,621	0,54	13 %
GNT	0,449	0,46	2,4 %
sol	0,29	0,43	48 %

TABLEAU 2.6. Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 45,32 \text{ kN}$ et $v = 340 \text{ km/h}$

$F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ $v = 360 \text{ km/h}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$		écart relatif
	mesuré	calculé	
blochet	0,686	0,51	25,6 %
GNT	0,471	0,44	6,5 %
sol	0,306	0,41	34 %

TABLEAU 2.7. *Déplacements maximaux sous l'action d'une force de forme "M" $F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ et $v = 360 \text{ km/h}$*

Ce modèle n'est pas aussi efficace qu'il était dans le cas d'essais sur plate-forme, mais il peut nous offrir une idée préliminaire sur le déplacement du blochet avec un écart relatif maximal de l'ordre de 25%. Les écarts importants observés pour une force de 12 kN peuvent être attribués à la non linéarité des matériaux (sol et ballast).

2.3 Modélisation par éléments finis (CESAR-LCPC)

2.3.1 Essai de référence

L'essai de référence est un essai qui peut être considéré comme simple car la plate-forme est remplacée par une couche d'élastomère. Cet essai nous permet d'identifier les deux zones occupées par le ballast comprimé et le ballast lâche. L'élastomère est un matériau incompressible, son module d'Young et sa masse volumique peuvent être déterminés à l'aide d'un essai de compression ($E_e = 1,5 \text{ MPa}$) et d'une balance électronique ($\rho_e = 572 \text{ kg/m}^3$) par contre le calcul exact de son coefficient de Poisson est délicat. Dans notre modèle en éléments finis, nous proposons un coefficient de Poisson $\nu_e = 0,49$, une valeur qui traduit la propriété incompressible de la couche d'élastomère.

L'introduction d'un coefficient de Poisson élevé dans les codes de calcul peut engendrer des problèmes numériques provenant de la division par une valeur très faible. A cause de ces problèmes, de mauvais résultats peuvent être obtenus. Afin de vérifier si le code **CESAR** est bien adapté pour affronter ce type de problème, nous avons réalisé différents calculs en utilisant le code **ABAQUS** dans le but de comparer les résultats avec ceux obtenus par **CESAR**. Avec le code **ABAQUS** il est possible de faire le cas avec un modèle élastique tel que $\nu = 0,49$ mais aussi avec un modèle d'élasticité incompressible (éléments incompressibles) qui peut servir de valeur de référence.

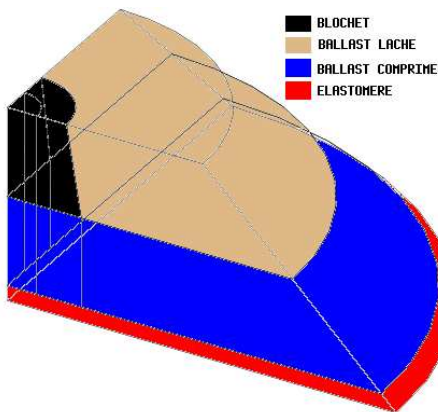


FIGURE 2.6. *Modèle (3D)*

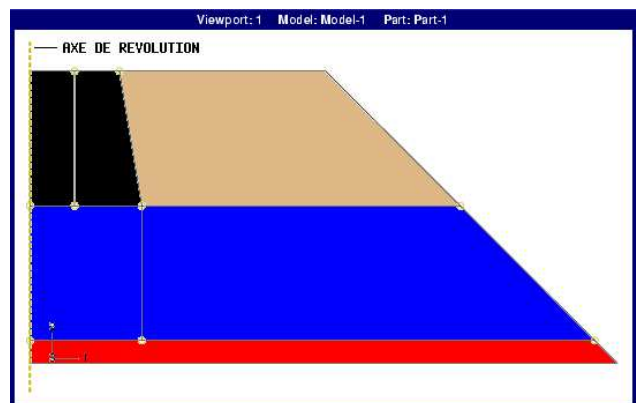


FIGURE 2.7. *Modèle axisymétrique*

Cette comparaison consiste à réaliser des calculs statiques avec différents coefficients de Poisson

pour la couche d'élastomère et en considérant que nous avons deux couches de ballast : une couche lâche ($\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$, $\nu = 0,2$) qui représente le ballast sur les côtés du blochet et une autre comprimée ($\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$, $\nu = 0,4$) qui représente le ballast au-dessous du blochet et de la première couche de ballast. Nous proposons un modèle (3D) (figure 2.6) (11300 nœuds, 9840 éléments : 240 MTP6 (pentaèdres à 6 nœuds) et 9600 MTH8 (hexaèdres à 8 nœuds)) pour le code **CESAR** et un modèle axisymétrique (2D) (figure 2.7) (3528 éléments axisymétriques quadrilatéraux à 4 nœuds avec une intégration réduite (CAX4R)) pour **ABAQUS**.

La charge appliquée est de type pression ($f = \frac{F}{S} = \frac{45,2 \times 10^3}{\pi(0,1)^2} = 1,438 \times 10^6 \text{ Pa}$) pour le modèle (**CESAR**) où S représente la surface circulaire sur laquelle la charge est répartie, et de type linéaire ($f = 1,438 \times 10^6 \text{ N/ml}$) pour le modèle (**ABAQUS**). Les déplacements verticaux des fonds des deux modèles sont bloqués. Du fait que nous modélisons dans le cas tridimensionnel un quart de notre modèle, nous avons besoin de bloquer les déplacements transversaux sur les deux plans verticaux limitant le début et la fin du maillage.

Calcul	$\nu_e = 0,2$	0,3	0,4	0,45	0,47	0,49	ELEM HYB
ABAQUS	-1,165	-1,066	-0,8607	-0,6735	-0,5654	-0,4203	-0,4203
CESAR (3D)	-1,1338	-1,0374	-0,8366	-0,6535	-0,5473	-0,404	
Différence (%)	2,68	2,68	2,8	2,97	3,2	3,878	

TABLEAU 2.8. Déplacement vertical du blochet avec différents coefficients de Poisson d'élastomère

Le tableau 2.8 montre les déplacements verticaux du blochet obtenus par les deux codes en variant le coefficient de Poisson de l'élastomère. "ELEM HYB" désigne l'utilisation des éléments de maillage incompressibles (CAX4H). On constate que les différences sont faibles entre les deux codes. En outre, en utilisant des éléments incompressibles on obtient le même résultat que celui dans le cas des éléments normaux avec $\nu_e = 0,49$.

Après l'identification des caractéristiques de l'élastomère, il nous reste ceux du ballast. Dans nos modèles nous considérons qu'il existe deux types de ballast :

- ballast lâche ($\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$, $\nu = 0,2$) ;
- ballast comprimé ($\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$, $\nu = 0,4$).

Notre problème donc consiste à déterminer les régions qui correspondent à chaque type de ballast afin de caler les résultats obtenus par modélisation en éléments finis avec les mesures.

Tout d'abord, on commence un calcul avec une couche de ballast lâche aux environs du blochet et une deuxième de ballast comprimé située au-dessous du blochet et de la première couche. Les résultats seront comparés avec les mesures obtenues sous l'action d'une charge de forme "M" ($F_{max} = 45,2 \text{ kN}$) à une vitesse ($v = 220 \text{ km/h}$).

Dans un premier temps, on détermine en utilisant le module d'exécution "MODE" de **CESAR** [37], [38] et [39], les vingt premières fréquences et modes propres. Pour le calcul des modes propres, on a modélisé le modèle entier par 10815 nœuds (10080 éléments : 560 MTP6 et 9520 MTH8). Du fait que l'on étudie la vibration verticale du modèle, en connaissant deux modes propres convenables (modes verticaux), on peut calculer la matrice d'amortissement globale d'un modèle de type Rayleigh en considérant que les taux d'amortissement qui correspondent à ces deux modes sont égaux ($\xi = 10\%$). La figure 2.8 montre les deux modes verticaux retenus pour calculer les paramètres de la matrice d'amortissement de type Rayleigh.



FIGURE 2.8. (a) : mode (3) $freq_3 = 27,85 \text{ Hz}$, (b) : mode (4) $freq_4 = 32,69 \text{ Hz}$

Maintenant, nous pouvons calculer le déplacement du blochet en se servant du module d'exécution dynamique "DYNI" de **CESAR** [37], [38] et [39] et en appliquant la force "M" mesurée par le capteur de force (Fb) sur la surface du blochet. Pour ce type de calculs, il suffit de modéliser un quart du modèle en respectant les conditions de symétrie.

On constate dans le tableau 2.9 que la couche de ballast située au-dessous du blochet et de la première couche de ballast est un peu raide ce qui aboutit à un déplacement du blochet inférieur à celui mesuré.

Mesure	0,49 mm
CESAR (ballast totalement compacté)	0,385 mm

TABLEAU 2.9. Déplacement vertical du blochet (mm)

Remarque : le déplacement mesuré dans le tableau 2.9 représente la moyenne de deux déplacements maximaux du blochet mesurés par les deux capteurs de déplacement (Db1) et (Db2).

Du fait que le ballast situé sous le blochet est plus compacté que le ballast en dehors de cette zone grâce aux cycles de stabilisation dans le cas du banc d'essai et aux bourrages et passages des stabilisateurs dans le cas de la voie réelle, on peut considérer qu'il existe deux types de ballast : un ballast compacté situé sous le blochet, soumis au chargement, et un ballast non comprimé en dehors de cette zone.

Donc pour cela, on lance un deuxième calcul en décomposant le ballast en deux parties : une partie compactée sous le blochet à 0° par rapport à l'axe vertical et une partie non compactée en dehors de cette zone (figure 2.9). Avec ce calcul on obtient un déplacement du blochet supérieur à celui mesuré (tableau 2.10).

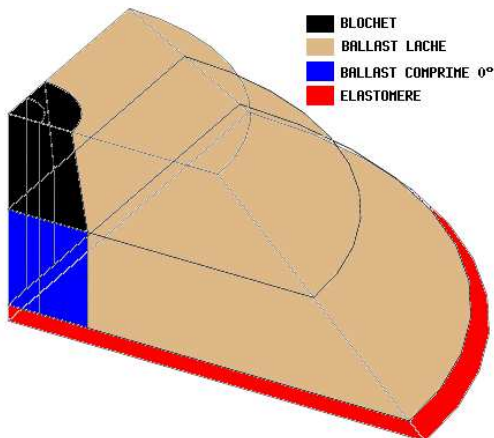


FIGURE 2.9. Ballast compacté à 0°

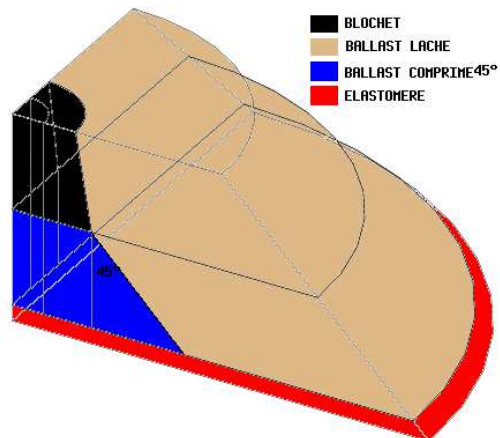


FIGURE 2.10. Ballast compacté à 45°

Mesure	0,49 mm
CESAR (Ballast compacté à 0°)	1,157 mm

TABLEAU 2.10. Déplacement vertical du blochet (mm)

Avec les deux calculs précédents nous obtenons des résultats inférieurs et supérieurs à ceux mesurés, ce qui nous conduit à modifier la zone de ballast compacté en mettant une zone à 45° avec l'axe vertical au lieu de 0° (figure 2.10). Le maillage du modèle est représenté par 15450 éléments : 2400 MTP6 et 13050 MTH8 (figure 2.11). La taille moyenne d'un élément de maillage est de 4 cm ce qui nous permet de modéliser notre essai correctement, par rapport à la vitesse des ondes de cisaillement dans la couche d'élastomère, pour des fréquences inférieures à 65 Hz.

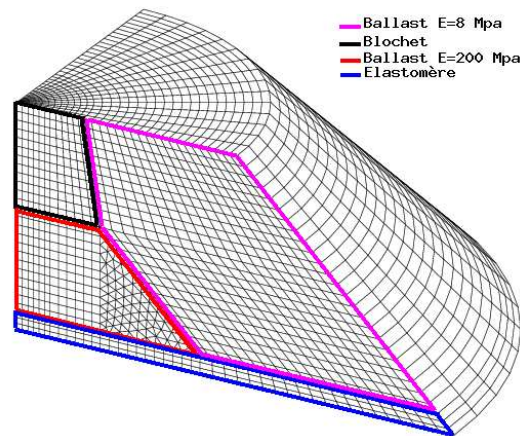
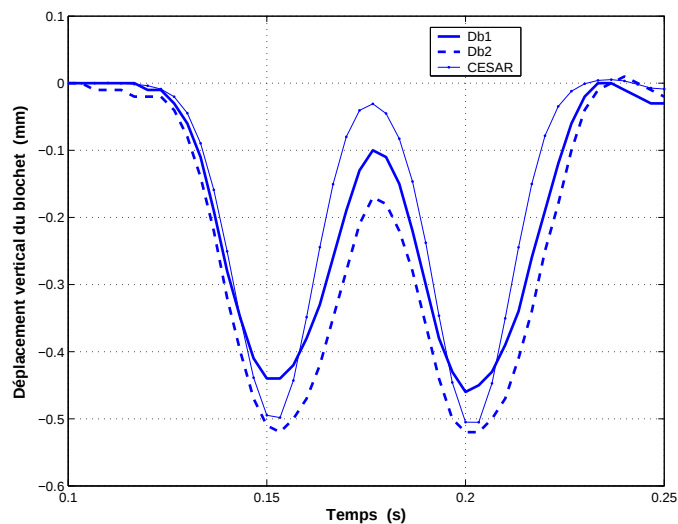


FIGURE 2.11. Essai de référence : Maillage (3D) d'un quart du modèle

FIGURE 2.12. Déplacement vertical du blochet : ballast compacté à 45° ($\nu_e = 0,49$)

Ce dernier calcul nous offre de bons résultats ce qui est bien montré dans la figure 2.12 où nous traçons les trois courbes de déplacements correspondant aux mesures de deux capteurs (Db1 et Db2) et au calcul en éléments finis (**CESAR**).

2.3.2 Essai avec plate-forme

Dans ce type d'essai, la plate-forme de la voie réelle est représentée par deux couches : une couche de GNT (sous-couche de fondation) à 0,2 m et une couche de sol à 0,8 m. Les deux couches ont le même module d'Young ($E = 200 \text{ MPa}$). Ce module d'Young a été déterminé par l'équipe du LCPC-Nantes à l'aide d'essais triaxiaux qui permettent de tracer la courbe contraintes-déformations. Du fait que le sol et la GNT sont des matériaux non-linéaires, il est évident d'avoir un module d'Young correspondant à chaque valeur de contrainte, donc $E = 200 \text{ MPa}$ est le module d'Young qui correspond aux valeurs de contraintes constatées dans la GNT et le sol pendant le fonctionnement des essais et qui peuvent atteindre 100 kPa.

L'essai de référence nous a permis d'identifier le ballast pour l'essai avec une plate-forme. Le module d'Young du sol sera identifié à partir de mesures enregistrées, dans le cas d'un essai sur plate-forme, au milieu de la couche de GNT sous l'action d'une force sinusoïdale quasi-statique appliquée sur le blochet $f(t) = F \sin(\omega t)$ où $F = 16,03 \text{ kN}$ et $\omega = 2\pi f$ avec $f = 0,1 \text{ Hz}$.

Si on considère que la rigidité de l'ensemble (sol + moitié de la couche de GNT) a la forme suivante :

$$k = \frac{E_p \times S_m}{h} = \frac{F}{u} \implies E_p = \frac{F \times h}{S_m \times u} \quad (2.6)$$

où F est le module de la charge appliquée, E_p est le module d'Young de la plate-forme, u est le déplacement vertical mesuré au milieu de la couche de GNT, h est la distance entre le fond d'essai et le milieu de la couche de GNT et S_m est la surface moyenne sur laquelle la charge est répartie par rapport à un angle de descente de charge de 45° (figure 2.13), elle peut être écrite sous la forme :

$$S_m = \frac{h}{\int_0^h \frac{dx}{S(x)}} = \pi R_{\min} R_{\max} \quad (2.7)$$

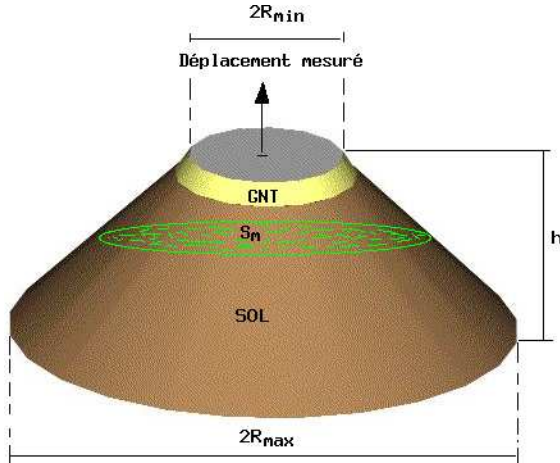


FIGURE 2.13. Zone à 45° dans laquelle la charge est répartie dans la plate-forme

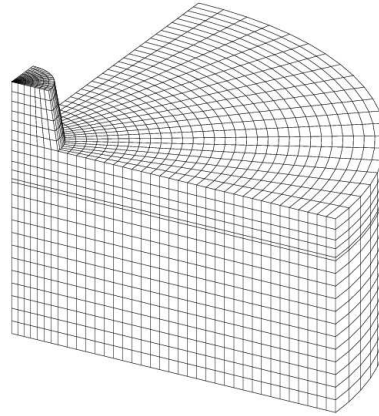


FIGURE 2.14. Maillage d'un quart d'essai sur plate-forme

Après l'identification du sol, un quart d'essai sur plate-forme est modélisé en éléments finis (3D) (figure 2.14) afin de déterminer les déplacements à comparer aux mesures. Les calculs en éléments finis sont réalisés par le module d'exécution "LINC" de **CESAR** qui nous permet de résoudre un problème dynamique sous l'action d'une force harmonique.

Pour l'essai avec plate-forme, on modélise un quart du modèle entier en respectant les conditions de symétrie et en bloquant les déplacements verticaux du fond. Le maillage comporte 23277 nœuds,

23120 éléments volumiques : 5380 MTP6 et 17740 MTH8 (figure 2.15). La taille moyenne d'un élément de maillage est de 6 cm ce qui nous permet de modéliser notre essai correctement, par rapport à la vitesse des ondes de cisaillement dans le ballast non-compacté, pour des fréquences inférieures à 65 Hz.

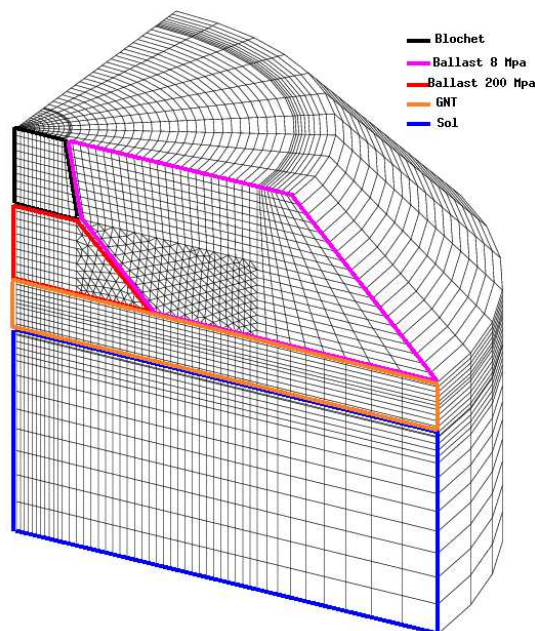


FIGURE 2.15. Essai avec plate-forme : Maillage (3D) d'un quart du modèle

Pour calculer les paramètres de la matrice d'amortissement de type Rayleigh, on modélise le modèle entier (20020 nœuds, 19000 éléments : 18240 MTH8 et 760 MTP6) et on considère de la même manière que dans l'essai de référence que les taux d'amortissement qui correspondent à deux modes verticaux sont $\xi_1 = \xi_2 = \xi = 10\%$.

2.4 Modèle tridimensionnel

Dans la figure 2.16, on présente les déplacements du blochet mesurés, dans un essai sur plate-forme, par rapport à des forces sinusoïdales de module $|F| = 16 \text{ kN}$ et à trois fréquences différentes (0, 1, 1 et 15 Hz). La variation du déplacement avec la fréquence justifie bien la nécessité d'adopter un calcul dynamique où on prend en compte la force d'inertie.

Dans la figure 2.17, on présente les déplacements du blochet mesurés, dans un essai avec plate-forme, sous l'action de forces de forme "M" de différents modules maximaux à une vitesse de 160 km/h. Les déplacements varient avec les forces d'une manière non-linéaire. Cette non-linéarité peut provenir du ballast, du sol et de l'état de contact entre les grains du ballast et le fond du blochet. Par une interpolation linéaire, on peut trouver une rigidité moyenne qui vaut $1,17 \times 10^8 \text{ N/m}$, sinon la relation entre la force et le déplacement peut être bien représentée par un polynôme du deuxième ordre. Toutefois cette non linéarité reste faible et nous ferons l'hypothèse dans la suite que le comportement est linéaire.

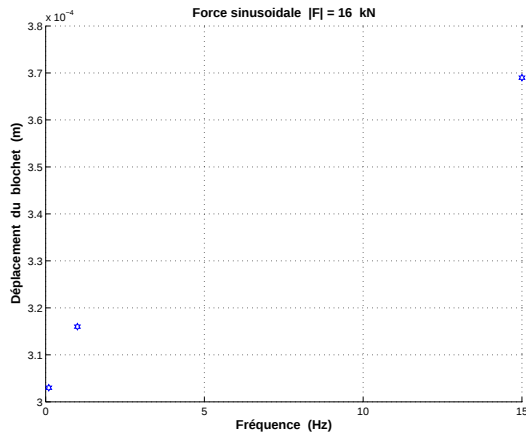


FIGURE 2.16. *Déplacement en fonction de la fréquence d'excitation*

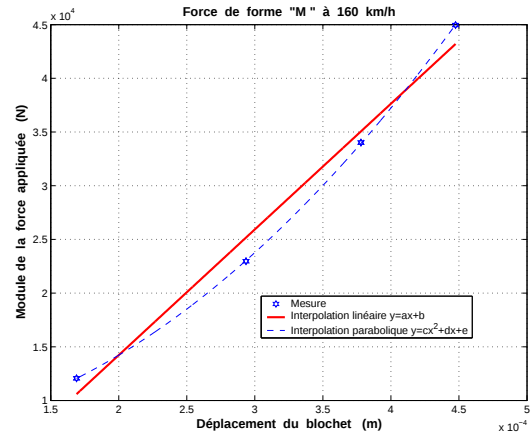


FIGURE 2.17. *Relation (force-déplacement) (essai avec plate-forme raide)*

Les essais de référence, les essais sur plate-forme seule et ceux avec ballast et plate-forme sont modélisés par des éléments finis tridimensionnels. Tout d'abord, on présente dans le tableau suivant toutes les caractéristiques physiques et mécaniques de tous les matériaux.

Matériau	Densité ρ (kg/m^3)	Module d'Young E (MPa)	Coefficient de Poisson ν
blochet (béton armé)	2500	$2,5 \times 10^2$	0,2
ballast compacté	1700	200	0,4
ballast non compacté	1300	8	0,2
élastomère	572	1,5	0,49
sol et GNT	2100	70	0,25

TABLEAU 2.11. *Caractéristiques physiques et mécaniques*

Le module d'Young du sol et de la GNT est déterminé à partir de l'équation 2.6 dans la sous section 2.3.2.

Le calcul en éléments finis (3D) dans le cas d'un essai de référence est bien décrit dans la sous section 2.3.1. Avec une force de forme "M" ($F_{max} = 45,2 \times 10^3 N$) à 220 km/h, on obtient par calcul 0,5 mm de déplacement maximal sur le blochet où le déplacement mesuré est 0,49 mm.

Les tableaux 2.12, 2.13 et 2.14 présentent les déplacements du blochet mesurés et déterminés par éléments finis (3D) dans le cas d'un essai sur plate-forme (sans ballast). L'écart relatif est de l'ordre de 7%.

$ F = 16,03 kN$	déplacement $ u $ mm		
fréquence=0,1 Hz	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,303	0,325	7%

TABLEAU 2.12. *Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(0,2\pi t)$ kN*

$ F = 16,03 \text{ kN}$	déplacement $ u \text{ mm}$		
fréquence=1 Hz	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,316	0,325	3%

TABLEAU 2.13. Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 16,03\sin(2\pi t) \text{ kN}$

$ F = 15,94 \text{ kN}$	déplacement $ u \text{ mm}$		
fréquence=15 Hz	mesuré	calculé	écart relatif
blochet	0,369	0,346	6%

TABLEAU 2.14. Modules de déplacement vertical sous l'action d'une force $F = 15,94\sin(30\pi t) \text{ kN}$

Dans le cas d'un essai avec plate-forme, d'après les tableaux suivants, on trouve de bons résultats au niveau des déplacements surtout le déplacement mesuré sur le blochet et celui mesuré au milieu de la couche de GNT. L'écart relatif ne dépasse pas 11% pour les déplacements (blochet et GNT) mais elle peut atteindre 33% pour les déplacements dans le sol.

$F_{max} = 12,07 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$			contrainte $\sigma_{max} \text{ kPa}$		
$v = 160 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif	mesurée	calculée	écart
blochet	0,17	0,168	1,2 %	-	-	-
GNT	0,1	0,11	10 %	14,15	13,2	6,7%
sol	0,077	0,089	15,6 %	6,15	9,46	54%

TABLEAU 2.15. Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M"
 $F_{max} = 12,07 \text{ kN}$ et $v = 160 \text{ km/h}$

$F_{max} = 44,4 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$			contrainte $\sigma_{max} \text{ kPa}$		
$v = 320 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif	mesurée	calculée	écart
blochet	0,659	0,672	2 %	-	-	-
GNT	0,433	0,472	1 %	90,75	52,47	42,2%
sol	0,279	0,372	33,33 %	38,8	39,5	2%

TABLEAU 2.16. Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M"
 $F_{max} = 44,4 \text{ kN}$ et $v = 320 \text{ km/h}$

$F_{max} = 45,32 \text{ kN}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$			contrainte $\sigma_{max} \text{ kPa}$		
$v = 340 \text{ km/h}$	mesuré	calculé	écart relatif	mesurée	calculée	écart
blochet	0,621	0,678	9 %	-	-	-
GNT	0,449	0,471	5 %	101	52	48,5%
sol	0,29	0,384	32,4 %	46,9	39,4	16%

TABLEAU 2.17. Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M"
 $F_{max} = 45,32 \text{ kN}$ et $v = 340 \text{ km/h}$

$F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ $v = 360 \text{ km/h}$	déplacement $u_{max} \text{ mm}$		écart relatif	contrainte $\sigma_{max} \text{ kPa}$		écart
	mesuré	calculé		mesurée	calculée	
blochet	0,686	0,674	2 %	-	-	-
GNT	0,471	0,468	10,6 %	106,5	52,2	51%
sol	0,306	0,384	25,5 %	47,2	38,9	17,5%

TABLEAU 2.18. *Déplacements et contraintes maximaux sous l'action d'une force de forme "M"*
 $F_{max} = 44,9 \text{ kN}$ et $v = 360 \text{ km/h}$

Au niveau des contraintes, la différence entre les mesures et les résultats numériques est significative. On constate que les contraintes mesurées dans la couche de GNT sont à peu près deux fois plus élevées que celles mesurées dans le sol ce qui n'est pas le cas dans le calcul numérique. Cela peut être justifié par les forces de contact entre les grains de ballast et la couche de GNT.

Remarque : Pour les essais avec un "sol mou", on a essayé de les modéliser suivant les mêmes démarches proposées pour les essais avec un "sol raide" (modèles (1D) et (3D)) mais sans réussite. Les lois de comportement élastiques linéaires ne sont pas appropriées pour prédire le comportement des essais avec un "sol mou". D'après les essais réalisés sur la plate-forme molle, les déplacements du blochet (posé directement sur la plate-forme) sont presque pareils sous des chargements sinusoïdaux de 0,1, 1 et 15 Hz. Cela met en évidence la propriété visqueuse et non linéaire du comportement de sol et rend les modèles élastiques linéaires inefficaces.

2.5 Etude expérimentale du tassement

Dans cette section, on étudie le tassement vertical du blochet, un paramètre qui joue un rôle très important dans l'évaluation de l'état de la voie. Les études précédentes ont proposé des lois expérimentales de tassement pour un grand nombre de cycles qui avaient la forme suivante :

$$\frac{d\tau}{dN} = \alpha d^\beta \quad (2.8)$$

où " τ " est le tassement du blochet, " N " est le nombre de cycles (chaque cycle correspond au passage d'un bogie) et " d " est le déplacement élastique lors d'un passage d'un bogie.

Cette équation relie l'incrément de tassement par cycle " $\frac{d\tau}{dN}$ " avec la déformation élastique maximale " d " du blochet lors d'un passage d'un bogie. Elle exprime l'incrément de tassement comme un défaut de réversibilité. α et β sont des paramètres à caler en se basant sur l'ensemble de points ($\log_{10}(d), \log_{10}(\frac{d\tau}{dN})$) obtenus par la mesure.

Cette loi de tassement a été déjà validée par N.Guérin lors d'un essai appelé "micro-ballast" [33], un bloc en béton armé reposant sur une couche de ballast à échelle réduite (1/3) et une couche d'élastomère, et par V.Bodin lors de l'essai "better" où le bloc est remplacé par une traverse bi-blocs [3], pour des vitesses inférieures à 350 km/h.

Dans la suite, on propose de retrouver cette loi dans le domaine où elle est validée et d'essayer de l'étendre dans le cas des hautes vitesses (fortes accélérations).

Il faut souligner que l'incrément de tassement par cycle correspond à une phase de stabilisation du tassement où le tassement augmente linéairement en fonction du nombre de cycles. La figure 2.18 montre deux phases de tassement pour un exemple de chargement à 160 km/h : une phase 1 et une phase 2. Dans la phase 1, on constate une pente de tassement très élevée qui correspond en réalité à la phase de bourrage (circulation des trains à fortes charges et à faibles vitesses). La longueur de cette phase en nombre de cycles est variable, elle dépend de type de bourrage par lequel le

ballast est densifié (densification par vibration ou par percussion). La phase 2 représente la partie intéressante où un incrément de tassement par cycle peut être déterminé.

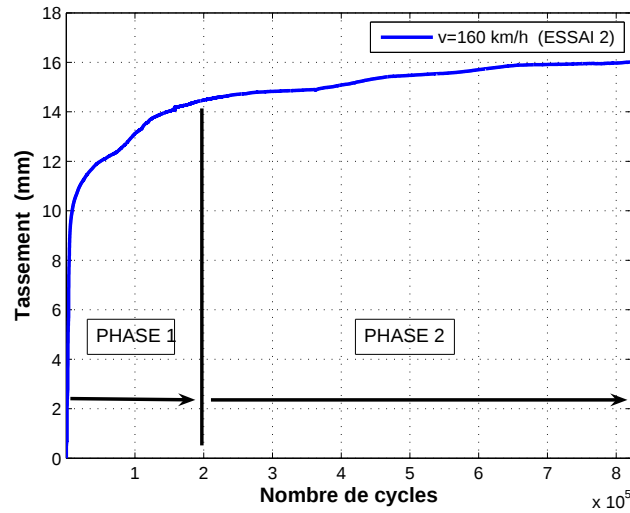


FIGURE 2.18. Courbe de tassement du blochet pour une force de forme "M" ($F_{max} = 45 \text{ kN}$, $v = 160 \text{ km/h}$)

La figure 2.19 présente un exemple de déroulement de l'essai 3 en fonction du nombre de cycles. On trace l'évolution du tassement et du déplacement élastique en fonction du nombre de cycles selon chaque vitesse de roulement.

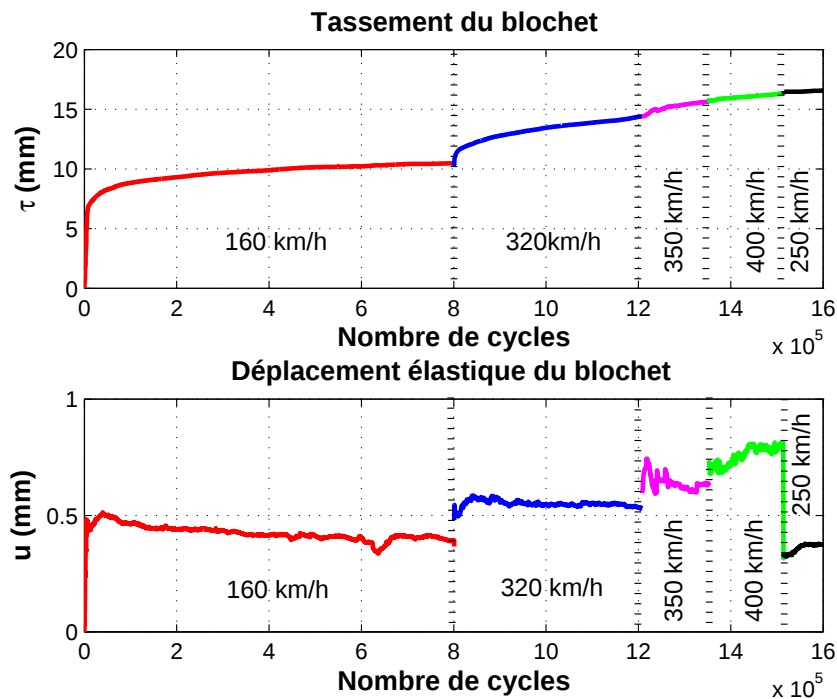


FIGURE 2.19. Déroulement de l'essai 3

Afin de déterminer les paramètres α et β , on exprime l'équation (2.8) par une forme linéaire

logarithmique de base 10 :

$$\log_{10}\left(\frac{d\tau}{dN}\right) = \beta \log_{10}(d) + \log_{10}(\alpha) \implies \log_{10}\left(\frac{d\tau}{dN}\right) = a \log_{10}(d) + b \quad (2.9)$$

Dans la figure suivante, on essaie de trouver les paramètres a et b en s'appuyant sur des points de mesures correspondant au passage d'une charge en "M" à 45 kN et à des vitesses de roulement allant de 160 km/h à 400 km/h.

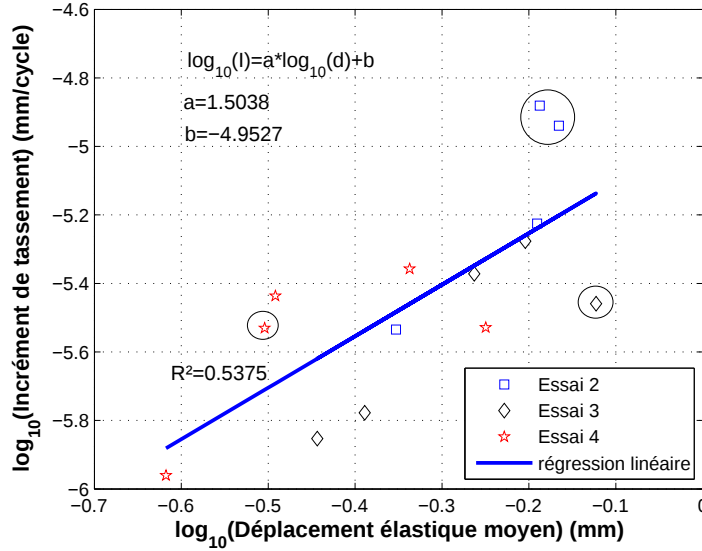


FIGURE 2.20. Loi de tassement (Essais avec une plate-forme raide)

Les légendes "Essai 2", "Essai 3" et "Essai 4" dans la figure représentent les essais effectués avec une plate-forme raide où la sous-couche, couche de fondation, est renouvelée dans chaque essai. Le coefficient de détermination de la régression linéaire est de 0,5, la corrélation entre l'incrément de tassement et la déflexion verticale n'est pas idéale, elle correspond à la loi de puissance suivante :

$$\frac{d\tau}{dN} = 1,1 \cdot 10^{-5} d^{1,5} \quad (2.10)$$

On propose d'éliminer les points correspondant à des vitesses élevées telles que 350 km/h et 400 km/h. Cette élimination est justifiée par les deux raisons suivantes :

1. La loi de tassement a été validée par N.Guérin et V.Bodin pour des vitesses inférieures à 350 km/h ;
2. L'incrément de tassement pour ces vitesses peut être mal estimé à cause de l'insuffisance du nombre de cycles effectué afin d'atteindre la phase 2.

Après l'élimination de ces points (points entourés par des cercles sur la figure 2.20), on constate dans la figure 2.21 une corrélation avec un coefficient de détermination de 0,6. Cette relation correspond à la loi de puissance suivante :

$$\frac{d\tau}{dN} = 9,67 \cdot 10^{-6} d^{1,46} \quad (2.11)$$

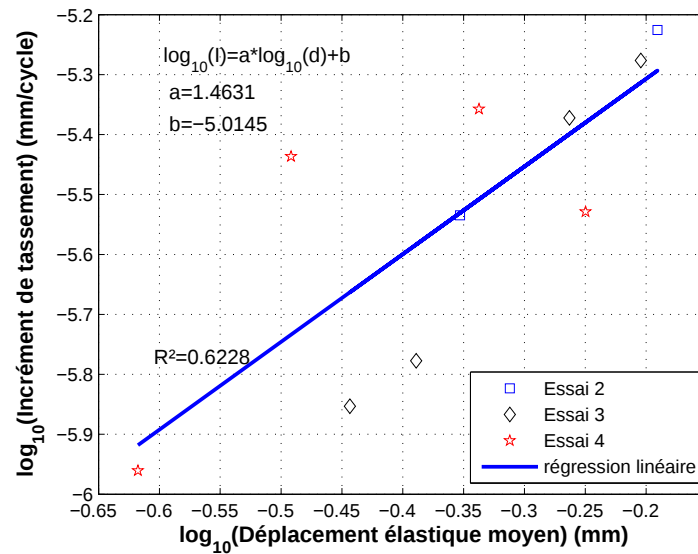


FIGURE 2.21. Loi de tassement après l'élimination de résultats correspondant aux 350 km/h et 400 km/h

On essaie également d'étudier la loi de tassement du blochet dans le cas d'essais avec une plate-forme molle (essais 6, 7 et 8). La plate-forme molle est représentée par un sol avec une teneur en eau très élevée. Dans la figure 2.22, on présente un exemple de déroulement d'un essai, toujours sous l'action d'une charge de forme "M" avec un module maximal de 45 kN.

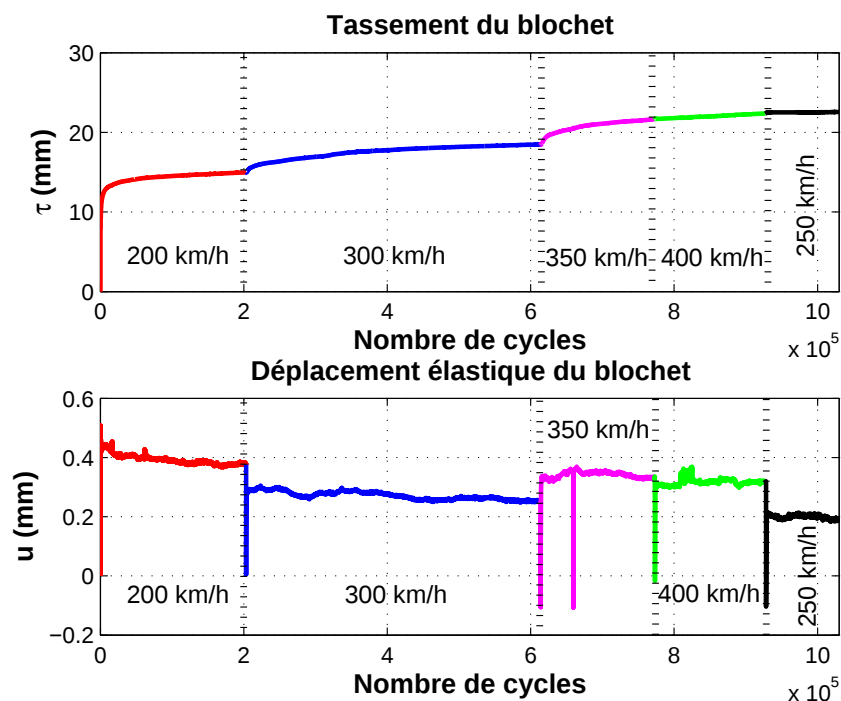


FIGURE 2.22. Déroulement de l'essai 7

On trouve dans la figure 2.23 un coefficient de détermination de l'ordre de 0,23, ce qui rend la

corrélation entre l'incrément de tassement et le déplacement très faible. Ceci indique que les points de mesure sont très dispersés. La relation est donnée par :

$$\frac{d\tau}{dN} = 13,27.10^{-6} d^{1,56} \quad (2.12)$$

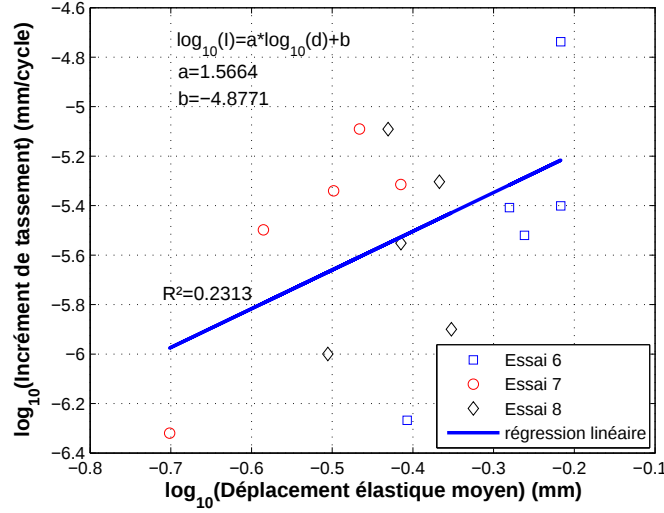


FIGURE 2.23. Loi de tassement (Essais avec une plate-forme molle)

En éliminant les points correspondant aux 350 et 400 km/h dans la figure 2.24, on arrive à améliorer cette corrélation, avec un coefficient de 0,44, mais elle reste toujours faible. Elle correspond à la relation suivante :

$$\frac{d\tau}{dN} = 30,52.10^{-6} d^{2,41} \quad (2.13)$$

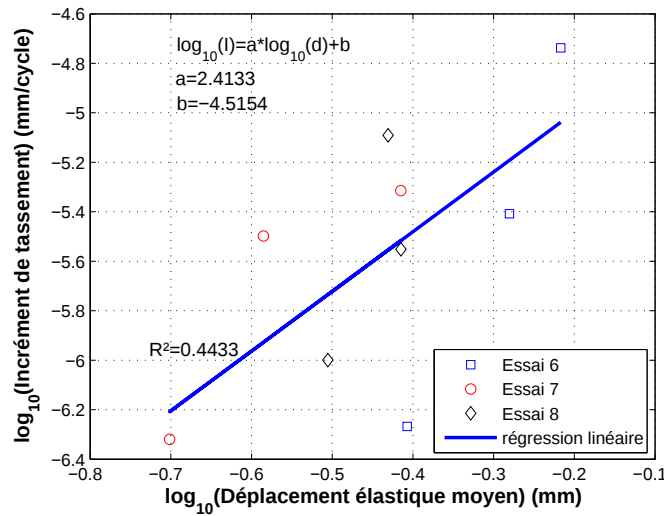


FIGURE 2.24. Loi de tassement après l'élimination de résultats correspondant aux 350 km/h et 400 km/h

D'après V.Bodin, la loi de puissance en passant de l'échelle réduite (1/3) à l'échelle réelle est écrite comme suit :

$$\frac{d\tau}{dN} = 2,5 \cdot 10^{-6} d^{1,17} \quad (2.14)$$

En superposant les deux relations linéaires (figure 2.25), on remarque que les incréments de tassement obtenus grâce à l'essai de Nantes sont plus élevés que ceux obtenus par l'essai "better". Cette différence peut être expliquée par la différence de géométrie entre les deux essais (Nantes/better), la présence du sol dans le cas de l'essai de Nantes au lieu d'une couche d'élastomère dans l'essai "better", la différence d'échelle et le nombre de cycles effectués qui est suffisant dans le cas d'essai "better", il atteint un million de cycles pour chaque vitesse de roulement. Il est important de signaler que le tassement du sol vaut à peu près 15% du tassement global au niveau du blochet.

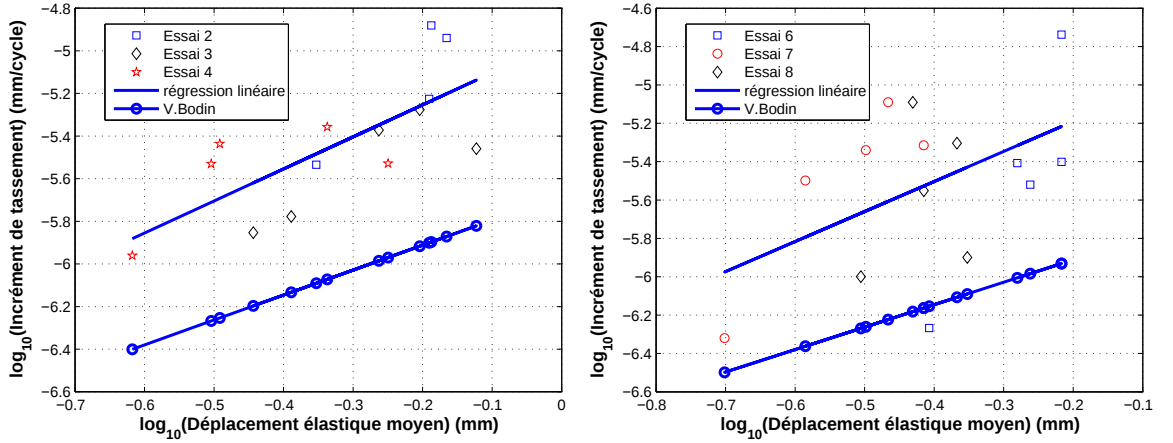


FIGURE 2.25. *Comparaison des lois de tassement*

Dans la figure 2.26, on trace tous les points de mesure obtenus par les essais avec les deux plates-formes raide et molle. Il est clair que les deux régressions linéaires sont très proches.

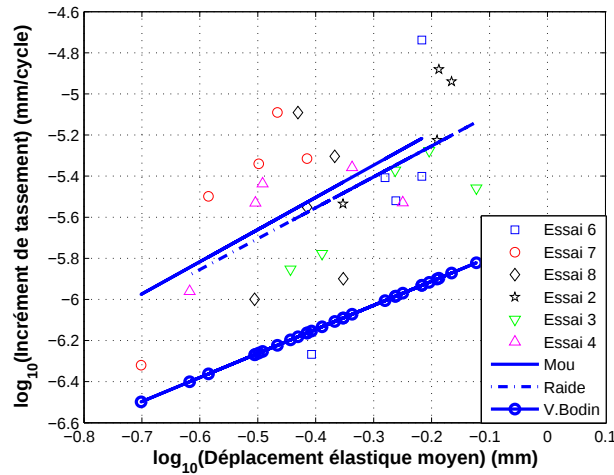


FIGURE 2.26. *Comparaison des lois de tassement*

Les figures 2.27 et 2.28 montrent que le déplacement varie en fonction de la vitesse de roulement (la fréquence) sous l'action du même module de force. Ceci met en évidence l'effet dynamique de

la structure. Il est clair qu'un calcul statique n'est pas suffisant et il est nécessaire d'adopter un calcul dynamique afin de prédire ces déplacements.

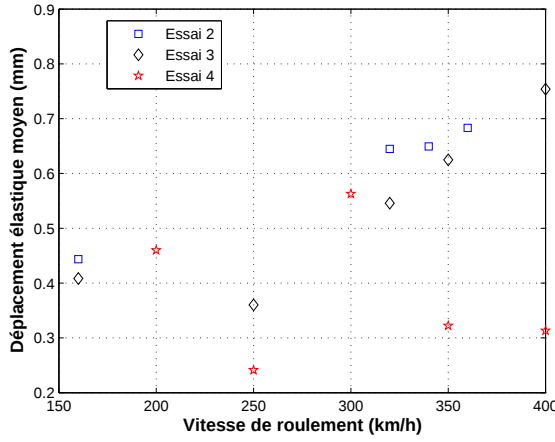


FIGURE 2.27. *Déplacement élastique en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)*

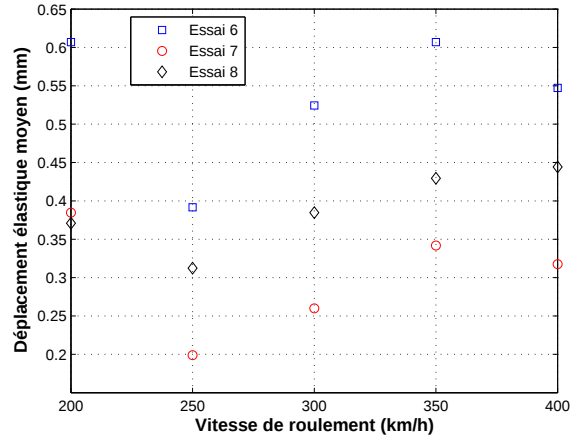


FIGURE 2.28. *Déplacement élastique en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)*

Si on considère que la structure a un comportement élastique linéaire, on s'attend à avoir des déplacements qui augmentent avec la fréquence si on est en dessous de la fréquence de résonance et qui diminuent si on est au dessus de cette fréquence (figure 2.29). Cela peut être bien clarifié en regardant le module de la fonction de transfert qui a la forme suivante :

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + C^2\omega^2}} \quad (2.15)$$

où " K ", " M " et " C " sont respectivement la rigidité, la masse et l'amortissement et ω est la pulsation.

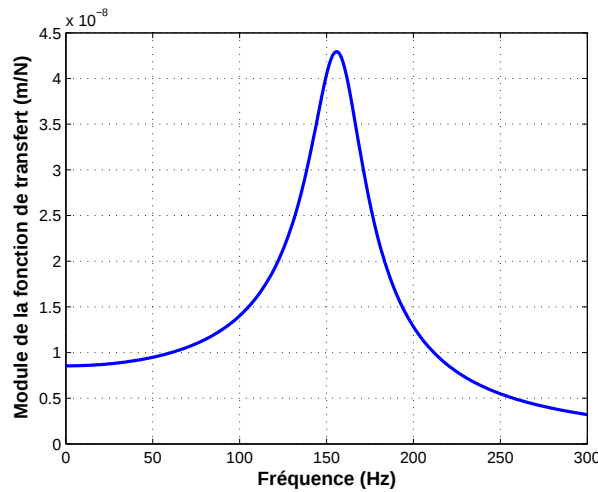


FIGURE 2.29. *Exemple de fonction de transfert en (1D) ($k = 1,17 \times 10^8$ N/m, $m = 119,7$ kg et $\xi = 10\%$)*

La fréquence maximale de sollicitation correspond à la vitesse de roulement de 400 km/h et elle vaut 37 Hz (fréquence du passage d'un essieu sur une traverse) tandis que la fréquence propre de la structure dans le cas d'un sol raide peut être écrite, en représentant la structure par un modèle simple (masse - ressort), sous la forme simplifiée suivante :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1,17 \times 10^8}{119,7}} = 157,3 \text{ Hz} \quad (2.16)$$

où "k" est la rigidité estimée de la structure par une régression linéaire de la relation (force-déplacement) pour une vitesse de 160 km/h et "m" est la masse du blochet.

Donc dans le cas d'un essai avec une plate-forme raide, on s'attend à avoir des déplacements qui augmentent avec la vitesse. Ceci est bien montré par les résultats des essais 2 et 3, une raison pour laquelle une modélisation en éléments finis avec une loi de comportement élastique linéaire peut donner des bons résultats. Les déplacements obtenus à la vitesse de 250 km/h sont plus faibles que ceux obtenus à d'autres vitesses. Cela ne nous surprend pas car les cycles associés à cette vitesse sont effectués à la fin après plusieurs milliers de cycles à des vitesses allant de 160 à 400 km/h où la structure peut devenir plus raide à cause du tassement.

Dans l'essai 4, on constate un déplacement élevé pour la vitesse de 200 km/h. Cela peut être expliqué par l'état du ballast qui n'était pas bien compacté à ce stade de déroulement de l'essai d'autant plus que cet essai a été démarré par des cycles à cette vitesse.

Lorsque l'on augmente la vitesse de roulement, il est normal d'obtenir des tassements ou des incréments de tassement plus élevés. Pour mieux comprendre cette augmentation, il suffit de remplacer la force de forme "M" à une vitesse "v" par une force sinusoïdale à une fréquence équivalente. Par contre, les résultats des figures 2.30 et 2.31 ne confirment pas cette croissance, cet échec peut provenir des raisons suivantes :

- avoir des incréments de tassement élevés à 200 km/h par rapport aux autres vitesses est expliqué par l'état du ballast qui semble mal compacté à ce stade de l'essai ;
- avoir des faibles incréments de tassement à 250 km/h paraît normal car ces essais sont effectués à la fin où la structure était plus raide ;
- avoir des faibles incréments aux 360 et 400 km/h n'est pas normal, il est possible que le nombre de cycles effectué à ces vitesses n'était pas suffisant.

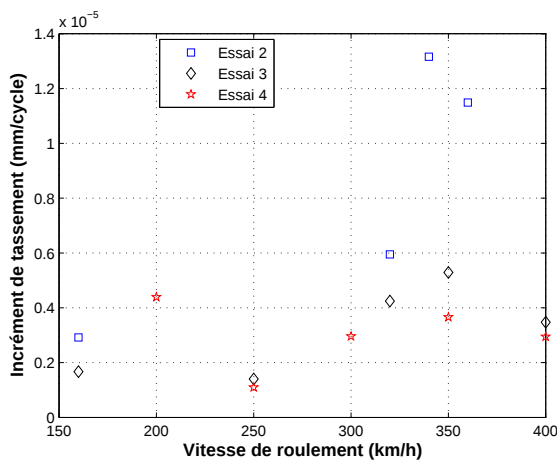


FIGURE 2.30. *Incrément de tassement en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)*

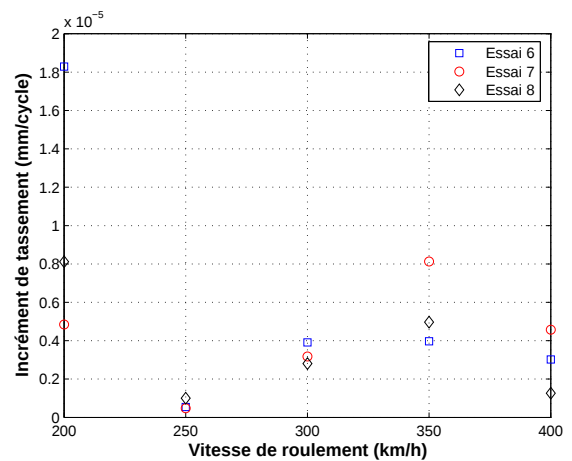


FIGURE 2.31. *Incrément de tassement en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)*

Une comparaison fiable des résultats au niveau de l'incrément de tassement exige d'avoir le même nombre de cycles effectué pour chaque vitesse de roulement sinon les résultats deviennent très difficiles à interpréter.

D'après N.Guérin la vitesse de chargement, dans la plage des grandes vitesses, n'a pas d'influence sur la loi de tassement. Cette remarque peut être correcte dès que l'on ne dépasse pas une certaine vitesse critique. Cette vitesse correspond à une fréquence de seuil où le ballast passe de l'état solide à l'état liquide. Une réorganisation des grains du ballast engendre des tassements élevés qui rendent la loi de puissance entre l'incrément de tassement et le déplacement incapable de prédire cet incrément. V.Bodin dans sa thèse a déjà constaté ce phénomène. Pour cela, elle a effectué des essais avec des chargements sinusoïdaux à plusieurs modules et fréquences. Elle a trouvé que la fréquence critique pour laquelle un incrément très élevé se présente varie en fonction du module de chargement. Ceci fait penser plutôt à une accélération critique au lieu d'une fréquence. Donc, une loi de tassement qui relie l'incrément avec l'accélération sera plus judicieux. L'intérêt de relier l'accélération avec l'incrément de tassement est de trouver une valeur critique de l'accélération en tant qu'un paramètre dynamique qui représente un seuil de danger traduit par un incrément de tassement très élevé menaçant le confort des passagers et la sécurité de la voie.

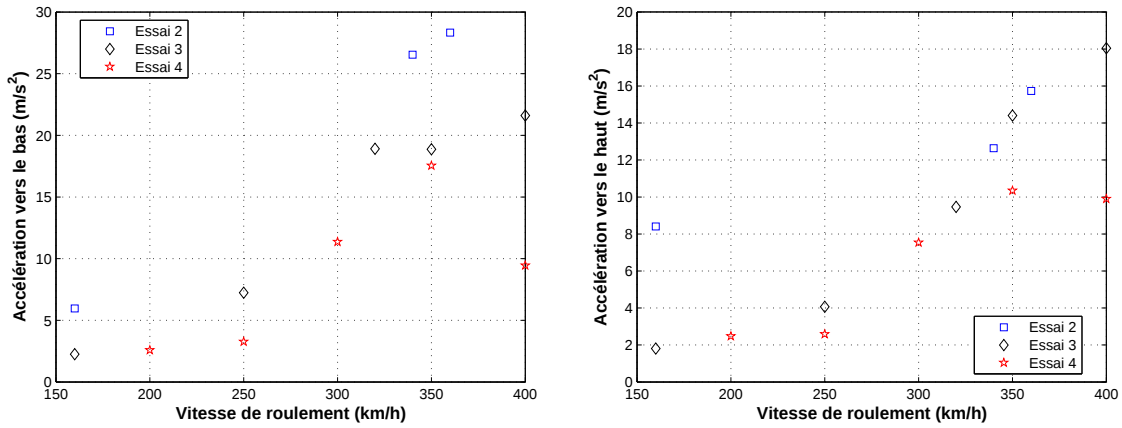


FIGURE 2.32. Accélération maximale du blochet en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme raide)

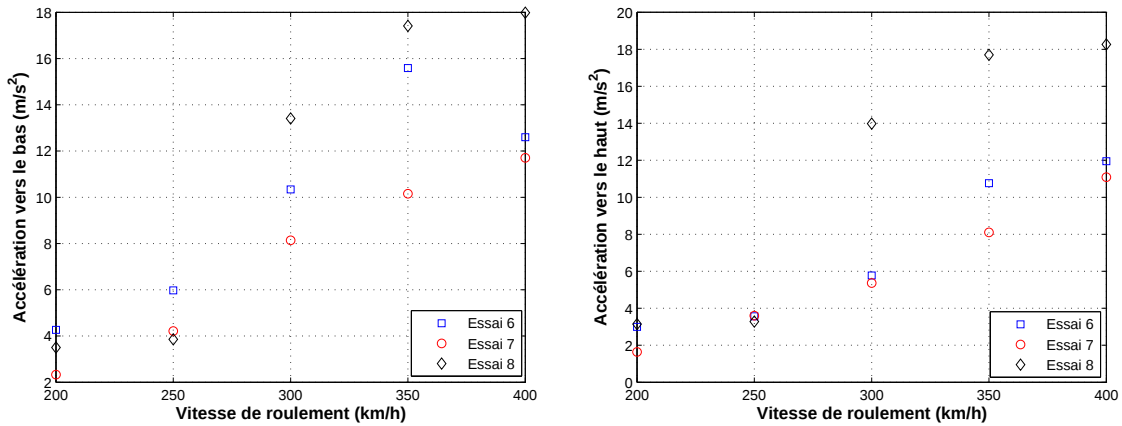


FIGURE 2.33. Accélération maximale du blochet en fonction de la vitesse de roulement (Essais avec une plate-forme molle)

Dans les figures 2.32 et 2.33, on présente l'accélération du blochet vers le bas et vers le haut en fonction de la vitesse de roulement. Les accélérations sont déterminées en dérivant deux fois par rapport au temps la courbe de déplacement à chaque vitesse de roulement. Il est rassurant d'avoir des accélérations qui augmentent avec la vitesse sauf dans les cas de résultats correspondant à 400 km/h ce qui n'est pas normal.

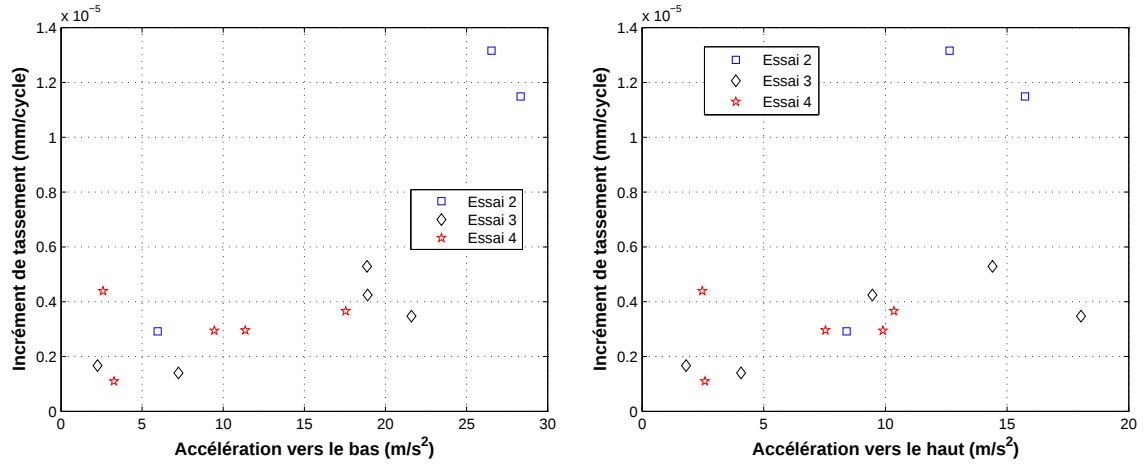


FIGURE 2.34. *Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet (Essais avec une plate-forme raide)*

Dans les figures 2.34 et 2.35, on montre l'incrément de tassement en fonction de l'accélération vers le haut et vers le bas. Dans le cas des essais avec une plate-forme molle (essais 6, 7 et 8) les points (accélération-incrément) sont très dispersés par contre dans le cas des essais avec une plate-forme raide (essais 2, 3 et 4) ils sont moins dispersés.

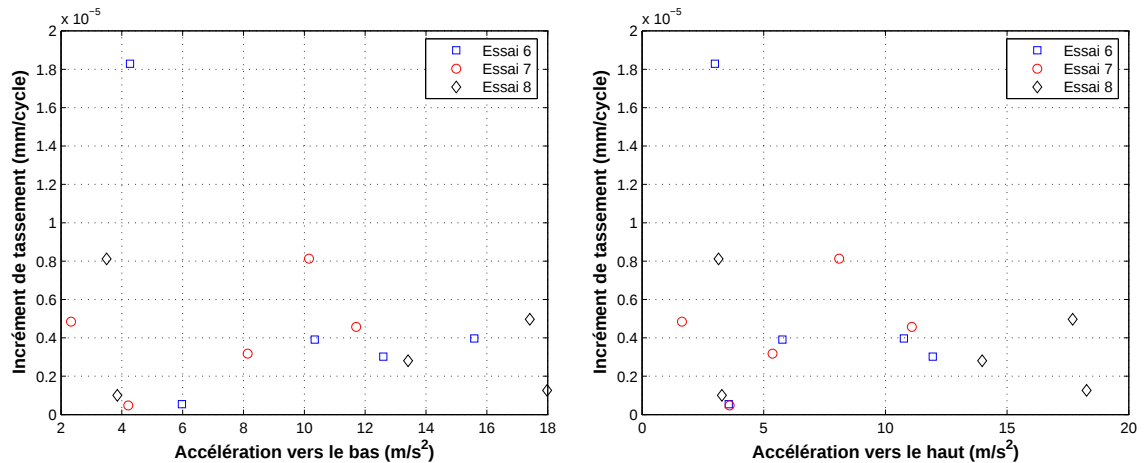


FIGURE 2.35. *Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet (Essais avec une plate-forme molle)*

Nous essayons de présenter ces points par une régression non-linéaire de deuxième ordre avec un coefficient de détermination $R^2 = 0,84$. Cette relation va être abordée plus en détail dans le cinquième chapitre avec les résultats de l'essai à échelle réduite (1/3) afin de trouver une loi de tassement (incrément - accélération).

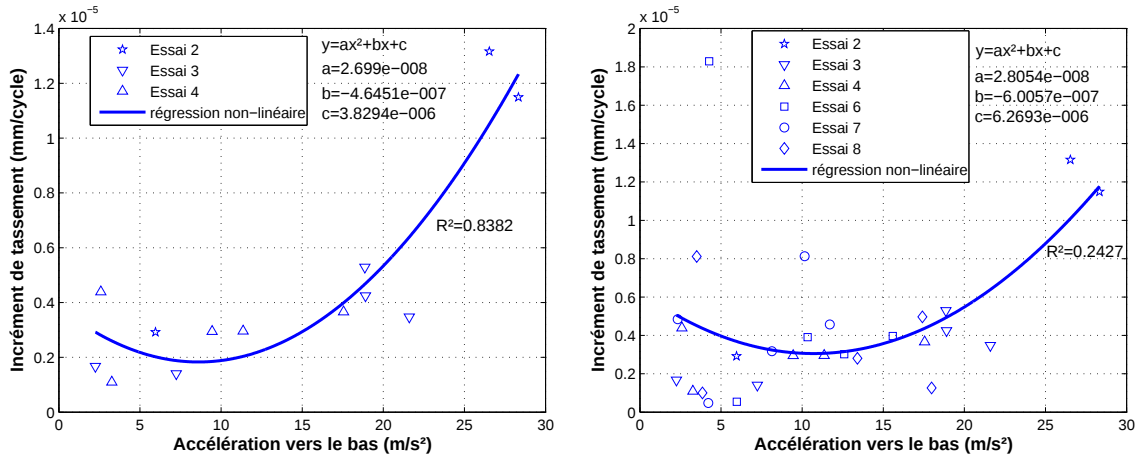


FIGURE 2.36. *Incrément de tassement en fonction de l'accélération*

2.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté un essai à échelle réelle avec un blochet. Nous avons proposé deux modèles simples afin de déterminer les réponses élastiques pour tous les constituants de l'essai. Avec un modèle unidimensionnel représenté par des systèmes (masse-ressort-amortisseur) en série, nous avons réussi à prédire des déplacements de même ordre de grandeur que ceux mesurés dans le cas d'un essai sur plate-forme (sans ballast). Les écarts relatifs ne dépassent pas 4%. Dans ce modèle, nous considérons que l'angle de descente de charge vaut 45° dans tous les matériaux. Pour l'essai avec plate-forme, ce modèle ne sera plus efficace mais il peut nous offrir une idée préliminaire sur le déplacement du blochet avec un écart relatif de l'ordre de 25%. Un modèle tridimensionnel est utilisé dans le cas d'essais de référence (avec une couche d'élastomère à la place de la plate-forme) et d'essais avec plate-forme. Nous supposons que tous les constituants d'essais sont des milieux continus qui suivent des lois de comportement élastiques et linéaires. Le ballast qui est un milieu granulaire non linéaire, est décomposé en deux parties : ballast compacté sous le blochet à 45° ($\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$, $\nu = 0,4$) et ballast non compacté ailleurs ($\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$, $\nu = 0,2$). Avec ce modèle, les résultats obtenus sous l'action de forces aux différentes vitesses (de 160 km/h à 360 km/h) sont convaincants surtout par rapport aux déplacements mesurés sur le blochet et au milieu de la couche de GNT.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons étudié le tassement du blochet. Tout d'abord, nous avons essayé de valider la loi de puissance qui relie l'incrément de tassement avec le déplacement élastique du blochet pour des faibles vitesses de roulement. Nous ne trouvons pas la même relation qui était élaborée par V.Bodin suite à des essais avec une traverse bi-bocs. Cette différence peut être expliquée par la différence de géométrie entre les deux essais (Nantes/better), la présence du sol dans le cas de l'essai de Nantes au lieu d'une couche d'élastomère dans l'essai "better", la différence d'échelle et le nombre de cycles effectués qui est suffisant dans le cas d'essai "better", il atteint un million de cycles pour chaque vitesse de roulement. Nous avons essayé aussi de trouver une relation qui peut être validée pour des grandes vitesses où des tassements élevés sont constatés, mais nous avons préféré aborder cette étude plus en détail dans le cinquième chapitre où plus de données expérimentales seront disponibles.

Chapitre 3

Banc d'essai de voie ferrée à échelle réduite : Dimensionnement et Métrologie

3.1 Description générale de l'essai

Le **LAMI** a élaboré, en collaboration avec la **SNCF** et d'autres unités du **LCPC**, un essai à échelle réduite (1/3), la nouvelle version de l'essai **BETTER**¹, qui est représenté par une portion de voie constituée de trois traverses (bi-blocs) afin de simuler le passage d'une charge roulante sur la portion. Ces traverses sont mises en charge à l'aide de trois vérins hydrauliques qui fournissent des signaux ayant la forme de la lettre "M" [2] et appliqués sur les traverses avec un décalage en temps.

Cette expérience représente la partie expérimentale de la thèse et elle permet d'évaluer les réponses dynamiques de la voie ferrée ballastée lors du passage des trains à grande vitesse et d'étudier les influences du sol et de la vitesse de la charge roulante sur le comportement de la voie, en particulier celui de la couche de ballast, la composante qui résiste à la plupart des efforts exercés sur la voie.

Dans ce chapitre, on va aborder deux parties essentielles. La première partie qui a fait l'objet d'une communication [40], traite le dimensionnement dynamique du banc d'essai plus précisément celui du massif qui supporte la portion de la voie à échelle réduite. La deuxième partie présente la mise en place et la métrologie de l'essai.



FIGURE 3.1. *Traverse à échelle réduite (1/3)*

¹Ballast : Essai de Tassement Transversal à Echelle Réduite, essai à une traverse

L'éprouvette comporte une couche de ballast à échelle un tiers (micro-ballast), reposant sur une couche de sable représentant la couche d'assise. Cinq traverses bi-blocs en béton armé, reproduction à échelle un tiers d'une traverse bi-bloc à échelle réelle (figure 3.1), sont posées sur 10 cm de micro-ballast (équivalent à 30 cm à échelle réelle), et sont entourées de micro-ballast jusqu'à leurs surfaces supérieures. L'ensemble est posé sur un massif contenant plusieurs couches de matériaux différents afin de bien simuler un demi-espace infini (figure 3.2). La couche de ballast est limitée sur les deux côtés par des plans inclinés (talus) qui représentent les bords libres du ballast. Le portique, solidaire de la dalle et supportant les vérins à paliers hydrostatiques, a été dimensionné par le **LCPC** Paris. Trois traverses sont chargées par l'intermédiaire de pièces de répartition en acier, de manière à pouvoir obtenir un niveau de chargement vertical identique sur les deux blochets de la même traverse. Le passage des trains est simulé par des signaux appliqués sur chaque traverse, avec un décalage en temps, à l'aide de vérins hydrauliques.

Le massif comprend, du haut vers le bas, une dalle en acier (0,07 m d'épaisseur), une couche de béton (1 m) entourée par des plaquettes de polystyrène, une ou plusieurs couche(s) à déterminer selon les critères du paragraphe (§3.4.1). Tous les constituants du banc d'essai (portion de voie + massif) sont supportés par une fondation en béton armé capable de porter le poids important du banc.

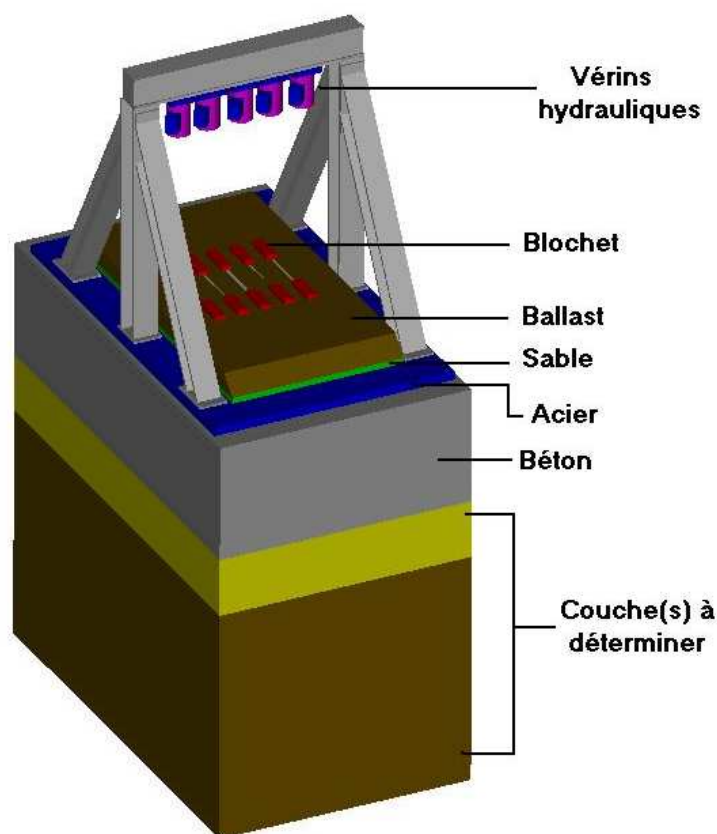


FIGURE 3.2. *Essai à échelle réduite (1/3)*

3.2 Lois de similitude : Conservation du champ d'accélération

Du fait que l'on s'intéresse au comportement dynamique de la voie, il est important d'adopter une similitude conservant le champ d'accélération. Dans cette loi de similitude, on se base sur deux contraintes :

- faire des essais à échelle réduite ($1/3$) ;
- réaliser des essais avec un matériau naturel dont la masse volumique et les caractéristiques intrinsèques sont conservées.

L'équation de la dynamique peut être écrite sous la forme :

$$\operatorname{div}(\sigma) + f_v = \rho \ddot{U} \quad \text{dans } (\Omega) \quad (3.1)$$

où :

ρ est la masse volumique.

$\ddot{U}$ représente l'accélération.

σ est le tenseur des contraintes.

$\operatorname{div}(\cdot)$ représente l'opérateur de divergence.

f_v est la force volumique.

Ω représente le domaine étudié.

L'homogénéité de la formule ci-dessus impose que le produit $\rho \ddot{U}$ (force d'inertie) soit dans le même rapport d'échelle que la force volumique f_v et que la dérivée des contraintes par rapport aux longueurs. La dimension de $\operatorname{div}(\sigma)$ est $\sigma \cdot L^{-1}$ et comme ρ et $\ddot{U}$ sont conservés, et L est divisé par 3, rapport de similitude des longueurs, le tenseur des contraintes doit être divisé par 3. Le temps doit être divisé par $\sqrt{3}$ à échelle réduite afin de conserver l'accélération.

Par un raisonnement simple, toutes les autres règles de similitude pour le respect des équations de la dynamique peuvent être déduites et sont résumées dans le tableau suivant.

Grandeur physique	Facteur d'échelle
Longueurs	$1/3$
Masses volumiques	1
Masses	$1/27$
Accélérations	1
Forces	$1/27$
Contraintes	$1/3$
Vitesses	$1/\sqrt{3}$
Temps	$1/\sqrt{3}$
Fréquences	$\sqrt{3}$

TABLEAU 3.1. Facteurs d'échelle pour l'équation fondamentale de la dynamique

Du fait que l'on utilise des matériaux naturels dont les caractéristiques intrinsèques sont conservées, on en déduit que le tenseur des contraintes doit être conservé, ce qui est en contradiction avec l'équation de la dynamique qui impose que ce tenseur doit être divisé par 3. En pratique deux phénomènes aident à s'affranchir de cette contradiction ; d'une part, le caractère non-linéaire du comportement du ballast est tel que le module tangent maximum apparent à échelle réduite est très inférieur à celui à échelle réelle puisque le niveau de chargement est 27 fois plus faible ; d'autre part les déformations dues au ballast sont faibles, c'est la raideur de la plate-forme qui gouverne essentiellement les déplacements mesurés.

3.3 Force appliquée : Charge cyclique

Les essais à réaliser consistent à simuler le passage d'un train sur trois traverses en appliquant un signal - sur chaque traverse avec un certain décalage en temps - reproduisant le passage d'un bogie. Comme le train comporte plusieurs bogies, il faut appliquer successivement plusieurs signaux. Chaque cycle correspond au passage d'un bogie.

Le signal appliqué a la forme de la lettre "M". Les pics du "M" représentent les essieux du bogie (figure 3.3). D'après les calculs de SAUVAGE² [41] qui ne tiennent pas compte des surcharges dynamiques, et leur adaptation par Alaoui et Naciri [2] sous forme d'une relation analytique continue, on peut représenter la force verticale exercée par le rail sur un blochet lors du passage d'un bogie par la forme analytique suivante :

$$F(t, Q, v) = \frac{QY}{2} [X^{(\frac{vt-a}{d})^2} + X^{(\frac{vt-a-L}{d})^2}] \quad (3.2)$$

où : "Q" est la charge par essieu (N) (17 tonnes), "v" est la vitesse du train ($m.s^{-1}$), "t" est le temps (s), "d" est la distance entre les traverses ($d = 0,6 m$), "a" est une distance critique ($a = 3 m$ qui est équivalent à $5d$), "L" est la distance entre les deux essieux d'un bogie ($L = 3 m$), "X", "Y" sont des variables sans dimension comprises entre 0 et 1 qui dépendent du module d'Young E_s du sol. Les valeurs de X et Y sont présentées dans le tableau (3.2).

E_s (MPa)	10	30	60	80	100
X	0,82	0,715	0,64	0,625	0,61
Y	0,23	0,32	0,38	0,41	0,43

TABLEAU 3.2. Valeurs des "X" et "Y" en fonction du module d'Young du sol

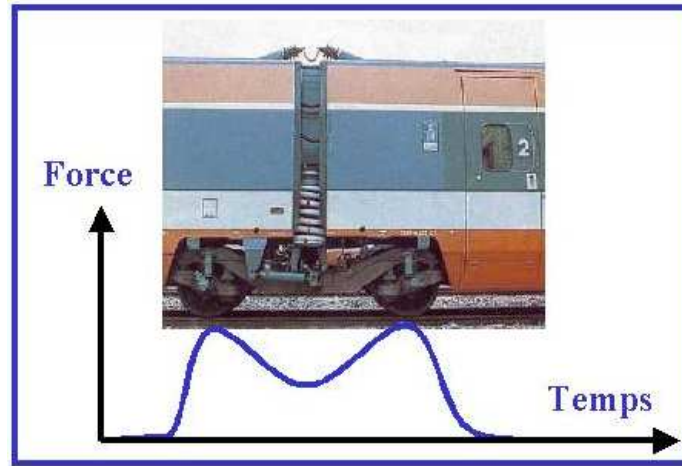


FIGURE 3.3. La force de forme "M"

Le coefficient "Y" ne dépend que de la raideur E_s du sol situé sous le ballast. Plus le sol est rigide, plus la charge exercée sur le rail est concentrée sur la traverse située au droit du blochet.

Les valeurs de "X" sont obtenues par calage de la fonction analytique $F(t, Q, v)$ sur les résultats de SAUVAGE pour plusieurs traverses consécutives à la traverse chargée. Le coefficient "X" rend compte de l'empatement du signal : plus le sol est souple plus le signal est étendu et donc moins la descente entre les deux pics est prononcée.

En supposant que la répartition de charge est la même sur les deux files de rail, l'expression de la force exercée par le vérin sur les deux blochets, dans la similitude conservant le champ d'accélération est donc :

$$F_{1/3}(t, Q, v) = \frac{QY}{27} [X^{(\frac{vt-a}{d})^2} + X^{(\frac{vt-a-L}{d})^2}] \quad t \in [0, T_{1/3}] \quad (3.3)$$

²SAUVAGE a estimé depuis la répartition de charge verticale sur les traverses en fonction de la raideur du sol.

$$T_{1/3} = \frac{T_{1/1}}{\sqrt{3}} = \frac{d_b}{\sqrt{3}v}$$

où $d_b = 18,7 \text{ m}$ représente la distance entre deux bogies consécutifs à l'échelle réelle.

La transformée de Fourier³ de la charge exercée sur un blochet (à l'échelle réelle) lors du passage d'un bogie est donnée par la formule :

$$\hat{F}(\omega, Q, v) = \frac{QYd.e^{-(\frac{\omega \cdot d}{2v\sqrt{-\ln X}})^2}}{2v\sqrt{-\pi \ln X}} \cos\left(\frac{\omega L}{2v}\right) e^{\frac{i\omega}{2v}(L+a)} \quad (3.4)$$

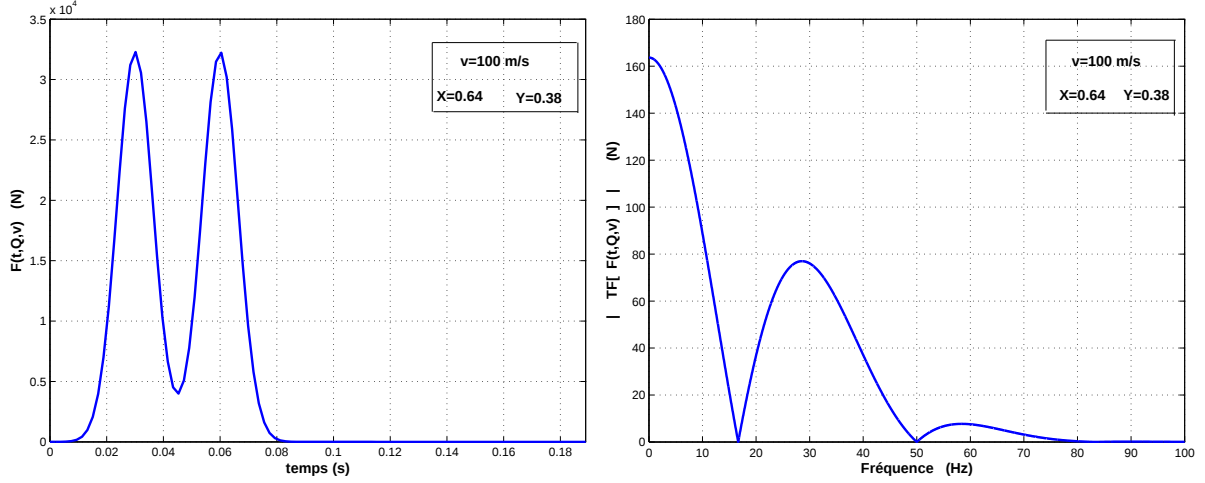


FIGURE 3.4. Passage d'un bogie sur un blochet

La figure 3.4 présente la force exercée sur un blochet lors du passage d'un bogie et sa transformée de Fourier pour $v = 100 \text{ m/s}$, $X = 0.64$ et $Y = 0.38$.

La fréquence correspondant au pic de la transformée de Fourier de la charge peut être estimée par la formule simplifiée suivante :

$$f_{max} \approx \frac{v}{L} \quad (3.5)$$

Cette fréquence correspond au passage des essieux du même bogie sur une traverse.

La charge exercée sur un blochet lors du passage de " N " bogies peut être écrite sous la forme :

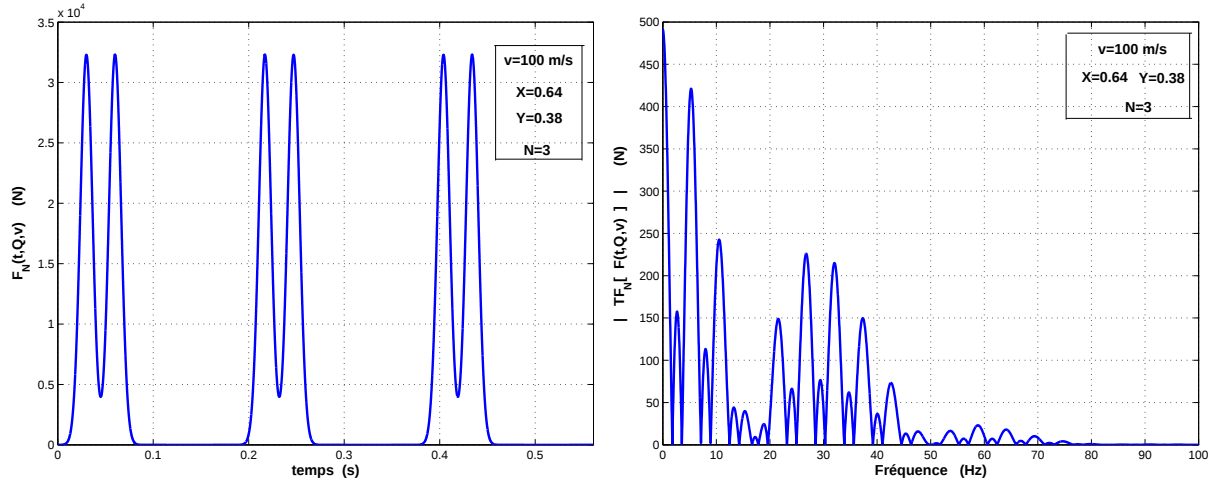
$$F_N(t, Q, v) = \sum_{n=0}^{N-1} F(t, Q, v, n) = \frac{QY}{2} \sum_{n=0}^{N-1} [X^{(\frac{vt-nd_b-a}{d})^2} + X^{(\frac{vt-nd_b-a-L}{d})^2}] \quad t \in [0, \frac{Nd_b}{v}] \quad (3.6)$$

La transformation de Fourier de la charge dans l'équation précédente est donnée par :

$$\hat{F}_N(\omega, Q, v) = \frac{QYd.e^{-(\frac{\omega \cdot d}{2v\sqrt{-\ln X}})^2}}{2v\sqrt{-\pi \ln X}} \cos\left(\frac{\omega L}{2v}\right) e^{\frac{i\omega}{2v}(L+a)} \sum_{n=0}^{N-1} e^{i\frac{\omega}{v}nd_b} \quad (3.7)$$

La figure 3.5 montre la charge exercée sur un blochet lors du passage des trois bogies et sa transformée de Fourier pour $v = 100 \text{ m/s}$, $X = 0.64$ et $Y = 0.38$.

³ $\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i\omega t} dt$

FIGURE 3.5. *Passage des trois bogies sur un blochet*

3.4 Dimensionnement du banc d'essai

3.4.1 Critères de dimensionnement du banc d'essai

Le dimensionnement du banc d'essai consiste à identifier la ou les couche(s) (matériau et épaisseur) située(s) sous la couche de béton afin de bien satisfaire les trois critères suivants.

1. La dalle en acier doit être rigide par rapport au comportement de la portion. Le rapport entre l'accélération sur la surface supérieure de la dalle et celle sur la surface chargée de la portion doit être faible. Dans ce but, on effectue des calculs simples en éléments finis (on suppose que tous les constituants de l'essai suivent des lois de comportement élastiques et linéaires) en appliquant deux types de forces (harmonique $F(t) = \hat{F}e^{i\omega t}$ et de forme "M") avec différentes couches sous le béton afin de déterminer l'accélération maximale sur la surface de la dalle en acier.

Le module de l'accélération sur la surface de la dalle ne doit pas dépasser 1% de l'accélération gravitationnelle, ce qui assure que la dalle et par suite les couches au-dessous restent à peu près rigides par rapport au comportement de la portion lors du fonctionnement de l'expérience.

2. La vibration induite par la propagation des ondes dans l'environnement, lors du fonctionnement de l'expérience, ne doit pas avoir d'influence gênante qui pourrait menacer le confort des gens dans les locaux voisins. Dans ce but, on détermine l'accélération dans le béton constituant la fondation de l'essai, situé sous le massif, en se servant d'un modèle unidimensionnel simple qui remplace la couche de béton. L'accélération est ensuite comparée avec les critères décrits ci-dessous afin d'évaluer l'influence de cette vibration.

Du fait que plusieurs paramètres comme l'accélération, la fréquence, le mode d'application, la durée et la situation du sujet sous vibration peuvent intervenir en évaluant l'influence de la vibration sur l'homme, il est difficile de trouver une méthode simple et définitive permettant de bien caractériser les résultats.

En général, il existe trois critères simples et approximatifs pour évaluer la réponse de l'homme à une vibration : le seuil de perception ou de sensibilité, le cas désagréable (déplaisant) et le seuil de tolérance [42] et [43]. La figure 3.6 présente les trois critères dans le cas d'une exposition à une vibration verticale pour une durée de 5 à 20 min.

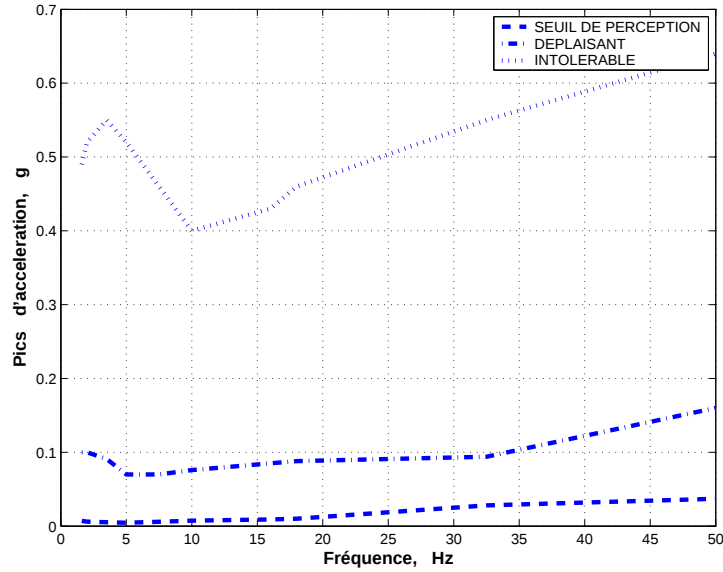


FIGURE 3.6. Les seuils d'accélération à plusieurs fréquences pour lesquels les sujets perçoivent la vibration ; la trouvent déplaisante ; ou refusent de la supporter. Expositions pour une durée de 5 à 20 min

3. Le massif, y compris la dalle en acier, qui supporte la portion de voie doit se comporter comme un demi-espace infini. Autrement dit, il faut bien vérifier qu'il n'y a pas d'ondes réfléchies pouvant perturber les mesures dans la portion de la voie, et s'il y en a, elles doivent avoir des influences négligeables sur la réponse dynamique de la portion.

Pour cela, une comparaison numérique entre la réponse de la portion et celle de la voie réelle en utilisant la méthode des éléments finis (les ondes sont absorbées par des couches absorbantes : éléments d'amortissement) sera utile afin de vérifier si la taille du massif est suffisante pour simuler un demi-espace infini et, par suite, si avec trois traverses sollicitées on reste dans le même ordre de grandeur de résultats que dans le cas de la voie réelle.

3.4.2 Analyse par éléments finis

Pourquoi la méthode des éléments finis ?

Le problème présenté consiste à déterminer les déplacements et les accélérations sur certains nœuds ou sur certaines surfaces. Ce genre de problème ne peut pas être résolu par des méthodes classiques issues de la théorie de Boussinesq. La limitation la plus générale de ces méthodes est de nature géométrique. Si la méthode de Boussinesq permet de résoudre des problèmes tridimensionnels, elle suppose que le milieu est infini dans deux directions planes. Elle paraît inacceptable dans notre cas où les couches sont bornées. La méthode des éléments finis nous permet de s'affranchir complètement de cette contrainte.

Du fait que l'on ne s'intéresse pas aux comportements des blochets, on peut éliminer les traverses dans notre modélisation en éléments finis pour des raisons de simplicité. Toutes les couches sont modélisées par des éléments volumiques de type **MTH8** (hexaèdre à 8 nœuds), avec trois degrés de liberté par nœud. Le portique, constitué d'un ensemble de poutres, est modélisé par des éléments des poutres (**PT2**) à six degrés de liberté par nœud. Les deux types d'éléments sont assemblés à l'aide de poutres, dix fois plus raide que celles du portique, qui servent à transformer les degrés de liberté de rotation (θ_x , θ_y et θ_z) en degrés de liberté de déplacement (u , v et w). Les vérins sont simulés par des éléments spéciaux de type masse (**SP3M**) (figure 3.7).

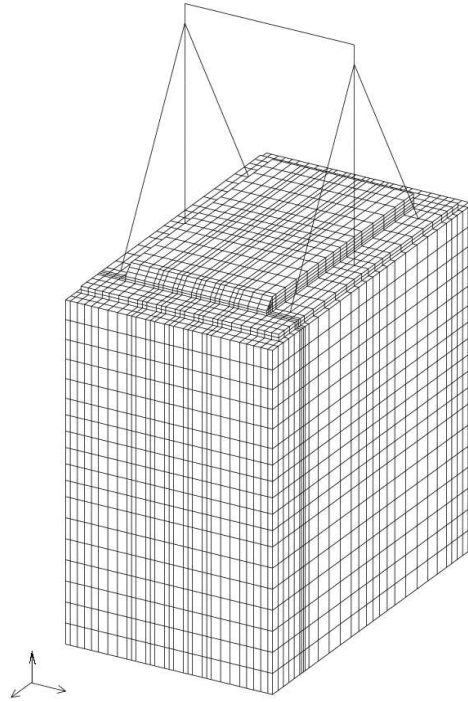


FIGURE 3.7. Maillage du modèle (21233 nœuds, 19081 éléments)

Conditions aux limites : On bloque tous les déplacements, selon les trois degrés de liberté (u , v et w), des nœuds qui constituent le fond du modèle (condition d'encastrement).

3.4.3 Modélisations et résultats

3.4.3.1 Premier critère de dimensionnement

Afin de dimensionner le banc on a commencé par une couche de polystyrène située au dessous de la couche du béton sur laquelle sont posées la dalle en acier et la portion de la voie à échelle réduite. Ce type de polystyrène a été choisi afin de donner une faible fréquence propre qui correspond au mode vertical autrement dit un polystyrène qui a un faible module d'Young. En outre, il doit être capable de supporter le poids du banc et la charge appliquée en restant dans le domaine élastique en petite déformation.

Les charges exercées sur le banc d'essai sont simulées par deux forces harmoniques et verticales ($F(t) = \hat{F}e^{i\omega t}$ avec $\hat{F} = 3 \times 10^4 \text{ N}$), selon le troisième degré de liberté w . On considère, dans le cas d'un bogie, que la traverse située au dessous d'un essieu supporte 75% de la charge exercée. Si on prend le cas d'une loi de similitude qui conserve les contraintes, on trouve que la force et la surface doivent avoir le même rapport de similitude. Autrement dit la force doit être divisée par 9. L'intérêt d'appliquer cette loi est juste de dimensionner le banc suivant une force plus élevée que celle dans le cas d'une loi conservant le champ d'accélération. Donc la charge supportée par la traverse est de l'ordre de 1,5 tonnes, si on prend en compte les deux traverses on doit appliquer une charge de l'ordre de 3 tonnes.

Une force concentrée est appliquée au nœud représentant le point central de la poutre horizontale (traverse du portique) et signifie la réaction exercée par les vérins sur le portique. La deuxième force est de type pression, force surfacique uniformément répartie sur une surface égale à celle du fond d'un blochet à une échelle réduite. La force concentrée et la résultante de la force surfacique

ont la même direction et le même module mais sont de sens opposés (leur résultante est égale à zéro).

En utilisant le module d'exécution "**LINC**" de CESAR, on peut calculer la valeur maximale de l'accélération sur la surface supérieure de la dalle en acier correspondant à chaque fréquence. En faisant le calcul avec plusieurs combinaisons de couches (polystyrène et polystyrène/sable) on n'a pas pu avoir une accélération inférieure à 10% de l'accélération gravitationnelle ce qui nous amène à être plus précis et donc à appliquer la force réelle qui a la forme de la lettre "**M**".

Dans tous les calculs qui suivent, on considère en premier lieu une couche de sable en se basant sur la loi de similitude conservant le champ d'accélération et en appliquant la charge mobile "**M**" à 100 m/s à l'échelle réelle. L'utilisation d'une couche de sable (2,5 m) permet d'avoir une plate-forme proche de la plate-forme réelle.

Les tableaux suivants présentent les caractéristiques physiques et mécaniques des matériaux et les propriétés géométriques des éléments du portique.

Matériaux	Densité (kg/m^3)	Module d'Young (Pa)	Coefficient de Poisson
Béton armé	2500	$2,5 \cdot 10^{10}$	0,2
Ballast	1700	$1,5 \cdot 10^8$	0,4
Acier	7800	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,28
Sable	1600	10^8	0,25

TABLEAU 3.3. *Caractéristiques physiques et mécaniques*

Élément du portique	Section droite S (m^2)	Moment d'inertie I_x (m^4)	Moment d'inertie I_y (m^4)
Poteau	$13,13 \cdot 10^{-3}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$	$10,64 \cdot 10^{-5}$
Poutre oblique	$13,13 \cdot 10^{-3}$	$10,64 \cdot 10^{-5}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$
Poutre horizontale	$53,1 \cdot 10^{-3}$	$43,7 \cdot 10^{-5}$	$14,68 \cdot 10^{-5}$

TABLEAU 3.4. *Propriétés géométriques*

Calcul des modes propres : Dans un premier temps, on détermine en utilisant le module d'exécution "**MODE**" de **CESAR** [37], [38] et [39], les vingt premières fréquences et modes propres. Les modes et les fréquences propres permettent d'avoir une idée sur la ou les fréquences avec lesquelles le système va être sollicité en appliquant certaines charges. De plus, comme on étudie la vibration verticale du système, en connaissant deux modes propres convenables (modes verticaux), on peut calculer la matrice d'amortissement globale d'un modèle de type Rayleigh.

Mode	Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence	Mode	Fréquence	Mode	Fréquence
1	3,99	2	5,66	3	8,48	4	14,23
5	14,88	6	16,93	7	25,79	8	32,79
9	36,26	10	38,63	11	40,32	12	43,12
13	45,76	14	53,92	15	55,17	16	55,31
17	58,11	18	58,13	19	58,19	20	58,4

TABLEAU 3.5. *Les vingt premières fréquences propres du modèle*

L'amortissement de type Rayleigh est donné par la formule :

$$C = A \times K + B \times M \quad (3.8)$$

où K et M sont respectivement la matrice de rigidité et la matrice de masse. A et B représentent les coefficients de Rayleigh.

En se basant sur l'analyse modale et en considérant que les vecteurs propres sont C-orthogonaux, on peut écrire :

$$\phi_i^T C \phi_j = 2\omega_i \xi_i \delta_{ij} \quad (3.9)$$

où ϕ_i et ϕ_j sont respectivement le i ème et le j ème vecteurs propres, $(.)^T$ représente la transposée, ω_i est l' i ème pulsation, ξ_i le taux d'amortissement qui correspond au i ème mode propre et δ_{ij} représente le symbole de Kronecker.

En substituant (3.8) dans (3.9) et en considérant le cas où $i = j$, on obtient :

$$\phi_i^T (A \times K + B \times M) \phi_i = 2\omega_i \xi_i \quad (3.10)$$

Du fait que les vecteurs propres sont K et M -orthogonaux, l'équation précédente peut être écrite sous la forme :

$$A\omega_i^2 + B = 2\omega_i \xi_i \quad (3.11)$$

Donc pour calculer A et B , il suffit de connaître deux fréquences propres convenables et les taux d'amortissement correspondants.

$$A = \frac{2(\omega_i \xi_i - \omega_j \xi_j)}{(\omega_i^2 - \omega_j^2)} \quad \text{et} \quad B = \frac{2\omega_i \omega_j (\omega_i \xi_j - \omega_j \xi_i)}{(\omega_i^2 - \omega_j^2)} \quad (3.12)$$

On considère que le modèle a le même taux d'amortissement $\xi = \xi_5 = \xi_{15} = 10\%$ pour le cinquième et le quinzième modes propres (figure 3.8).

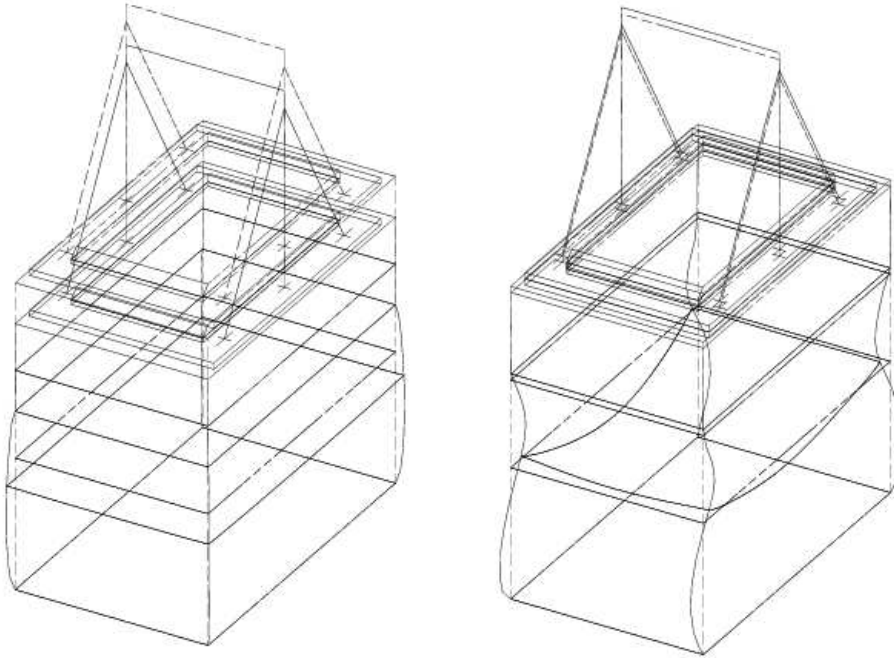


FIGURE 3.8. Modes propres retenus (5 et 15) pour calculer la matrice d'amortissement

Calcul en vibration forcée : Les forces exercées sur le banc d'essai par les vérins sont simulées par des forces verticales ayant la forme de la lettre "M", selon le troisième degré de liberté w . Deux types de force sont appliqués. Le premier type est représenté par des forces concentrées aux nœuds

sur lesquels les vérins sont situés (force de réaction). Le deuxième est de type pression, forces surfaciques uniformément réparties sur dix surfaces correspondant aux cinq traverses où chaque surface est égale à celle du fond d'un blochet à l'échelle réduite ($1/3$) ($0,28 \times 0,097 \text{ m}^2$). Toutes les forces ont le même module mais avec un décalage de temps (jd/v) où " j " représente le numéro de la traverse. La résultante de la force appliquée sur la traverse " j " (également sur la position du vérin " j ") lors du passage d'un bogie est donnée par la formule suivante (figure 3.9) :

$$F_{1/3}^j(t, Q, v) = \frac{QY}{27} [X^{(\frac{vt-jd-a}{d})^2} + X^{(\frac{vt-jd-a-L}{d})^2}] \quad (3.13)$$

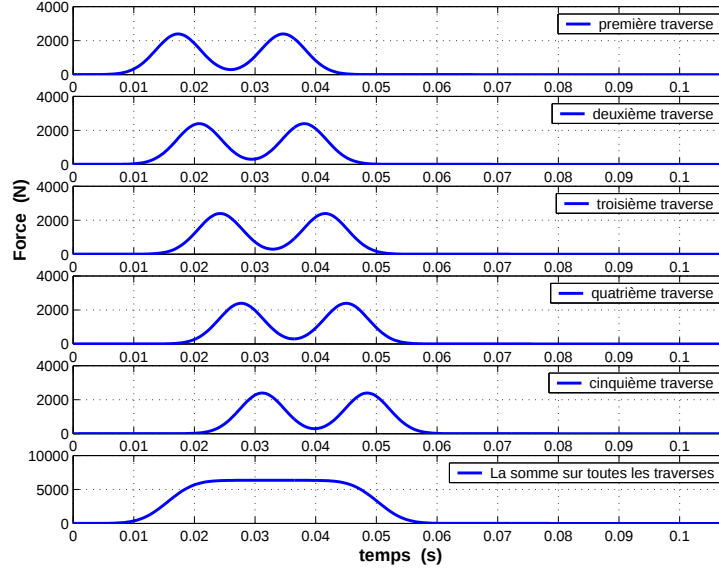


FIGURE 3.9. Passage d'une force " M " sur cinq traverses à l'échelle réduite ($1/3$) avec une vitesse $v_{1/3} = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ m/s}$, $X=0,64$ et $Y=0,38$

En utilisant le module d'exécution "**DYNI**" [37], [38] et [39], on peut calculer le déplacement, l'accélération et les contraintes sur n'importe quel nœud de notre système. Ce module effectue le calcul par intégration directe de la réponse d'une structure soumise à une sollicitation dynamique. Il permet de résoudre pas à pas l'équation d'équilibre dynamique :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F(t) \quad (3.14)$$

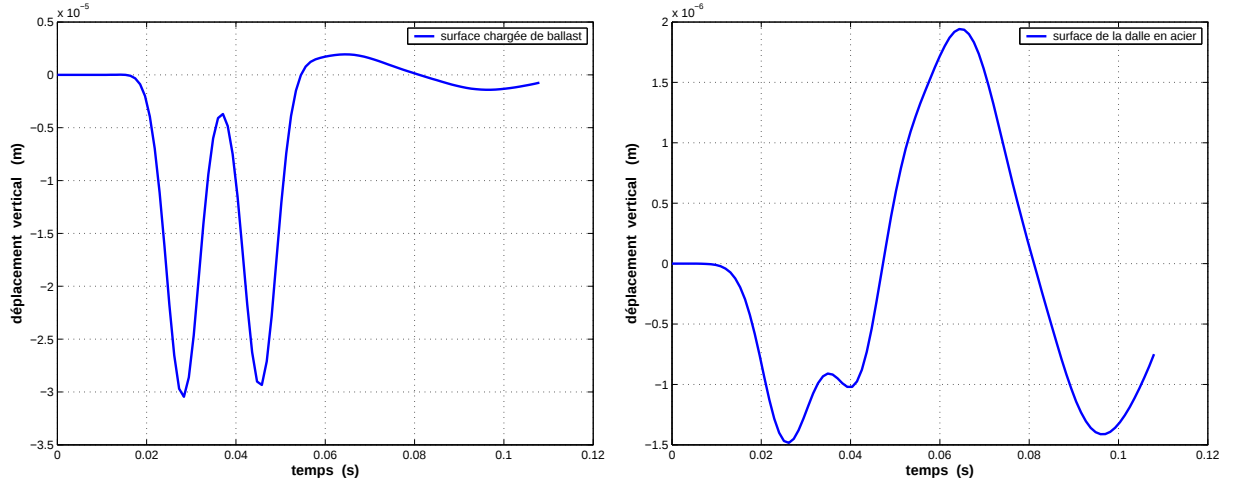
U , $\dot{U}$ et $\ddot{U}$ représentent le vecteur de déplacement, de vitesse et d'accélération respectivement ; $F(t)$ est le vecteur de chargement. Le module ne permet que la résolution des problèmes linéaires pour lesquels les matrices M , K et C sont constantes.

L'intégration dans le temps est basée sur l'algorithme de Newmark [44], un algorithme implicite et inconditionnellement stable, qui permet d'évaluer la solution au temps t_{n+1} à partir de celle à t_n :

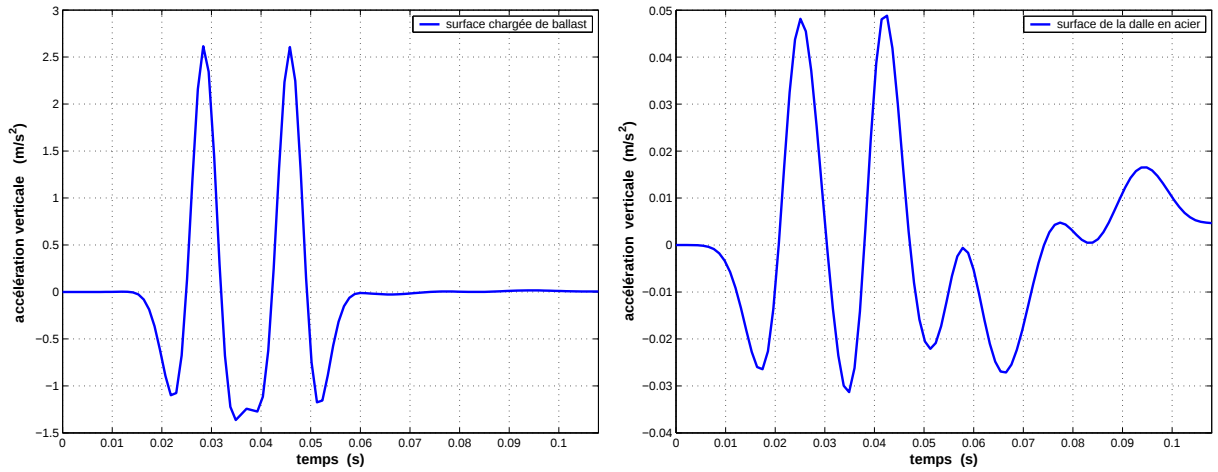
$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + [(1-\delta)\ddot{U}_t + \delta\ddot{U}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (3.15)$$

$$U_{t+\Delta t} = U_t + \dot{U}_t\Delta t + [(\frac{1}{2} - \alpha)\ddot{U}_t + \alpha\ddot{U}_{t+\Delta t}]\Delta t^2 \quad (3.16)$$

où $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, α et δ sont des paramètres qui peuvent être déterminés afin d'obtenir une intégration stable et précise.

FIGURE 3.10. *Déplacement vertical*

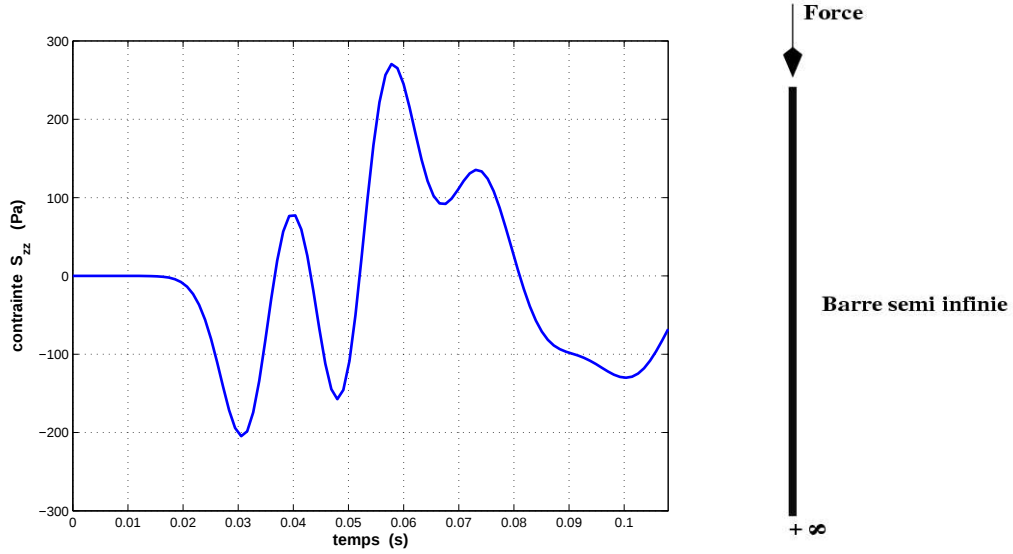
Le déplacement sur la surface chargée de ballast montre une forme de lettre “W” qui ne s’annule pas après le passage du bogie à cause des ondes réfléchies.

FIGURE 3.11. *Accélération verticale*

En regardant les courbes d’accélération, on trouve une accélération maximale de l’ordre de $2,6 \text{ m/s}^2$ (26% de l’accélération gravitationnelle) sur la surface chargée de ballast. Par contre, on a une valeur de l’ordre de $0,05 \text{ m/s}^2$ (0,5% de l’accélération gravitationnelle) sur la surface supérieure de la dalle en acier ce qui assure que la portion de la voie et la dalle ne se comportent pas d’une manière globale.

3.4.3.2 Deuxième critère de dimensionnement

Afin de répondre au critère (2), on va remplacer la fondation en béton qui supporte la structure, pour des raisons de simplicité, par une barre semi-infinie. Cette barre a les mêmes caractéristiques mécaniques que le béton. Une force longitudinale $F(t)$ est appliquée en $x = 0$ représentant les réactions sur le fond encastré du modèle. Cette force qui est fonction du temps peut être déterminée en multipliant la contrainte verticale (maximale) σ_{zz} sur le fond par sa surface S ($F(t) = \sigma_{zz}S$).

FIGURE 3.12. Contrainte verticale (maximale) σ_{zz}

La transformée de Fourier de l'accélération en $x = 0$ sera projetée sur les courbes présentées dans la figure 3.6 pour évaluer l'influence de la vibration verticale sur le confort humain.

L'équation d'équilibre dynamique d'une barre homogène dans le cas élastique linéaire à un point x s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad x \in [0, +\infty[\text{ et } t > 0 \quad (3.17)$$

$$\sigma(0, t) \cdot S = ES \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = F(t) \quad (\text{condition aux limites}) \quad (3.18)$$

où on désigne par $U(x, t)$ le déplacement longitudinal à l'instant t du point M situé en x et $\sigma(0, t)$ la contrainte à $(x = 0, t)$, c la célérité de l'onde $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. E et ρ sont respectivement le module d'Young et la densité de la barre, S la section de la barre.

Notons

$$\hat{U}(x, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, t) e^{i\omega t} dt \quad (3.19)$$

la transformée de Fourier de U . Alors $\hat{U}$ est solution du problème suivant :

$$\frac{\partial^2 \hat{U}(x, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{U}(x, \omega) = 0 \quad (3.20)$$

$$ES \frac{\partial \hat{U}(0, \omega)}{\partial x} = \hat{F}(\omega) \quad (\text{condition aux limites})$$

La solution peut être écrite sous la forme suivante :

$$\hat{U}(x, \omega) = \hat{u}(\omega) e^{i \frac{\omega}{c} x}$$

En se servant de la condition aux limites on peut écrire :

$$\begin{aligned} i\omega \hat{u}(\omega) &= \frac{\hat{F}(\omega)}{S\sqrt{\rho E}} \\ \Rightarrow \hat{u}(\omega) &= \frac{\hat{F}(\omega)}{S\sqrt{\rho E}} \end{aligned}$$

où $\hat{v}(\omega)$ est la transformée de Fourier de la vitesse en $x = 0$.

En faisant la transformée de Fourier inverse, on obtient la vitesse en $x = 0$ en fonction du temps :

$$v(t) = \frac{F(t)}{S\sqrt{\rho E}}$$

et l'accélération en $x = 0$ est donnée par la formule suivante :

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{S\sqrt{\rho E}} \frac{dF(t)}{dt}$$

Comme la force $F(t)$ est sous une forme numérique, l'accélération et sa transformée sont déterminées numériquement. L'accélération est obtenue en dérivant la vitesse par rapport au temps à l'aide de la fonction interpolée, sa transformée de Fourier est déterminée en utilisant la transformation de Fourier rapide.

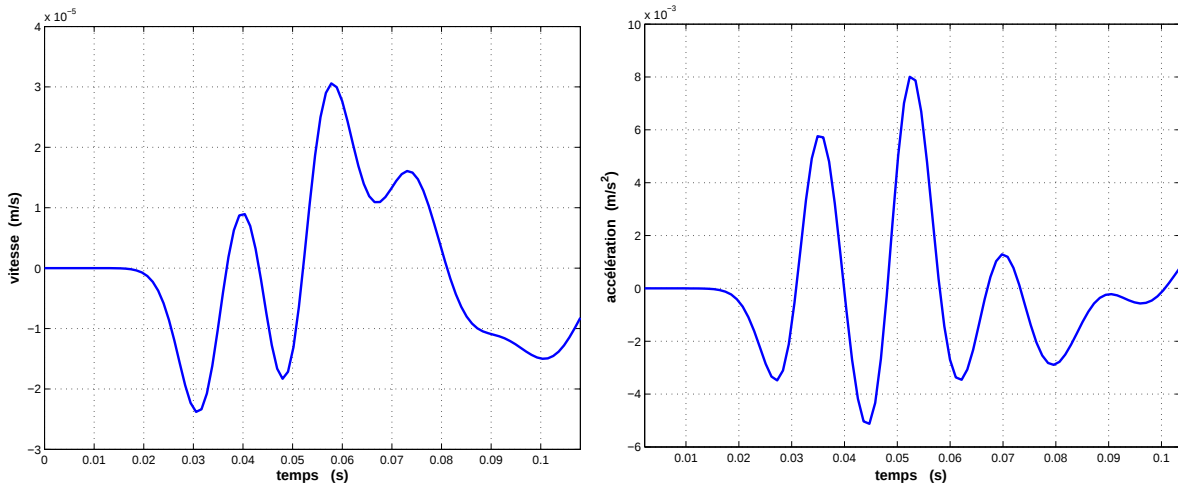


FIGURE 3.13. La vitesse et l'accélération en $x = 0$, base de la structure

En traçant le module de la transformée de Fourier de l'accélération en $x = 0$ sur la même figure représentant les courbes d'évaluation de la sensibilité humaine à une vibration verticale, on constate que cette accélération ou bien cette vibration ne sera pas perçue par l'homme (figure 3.14).

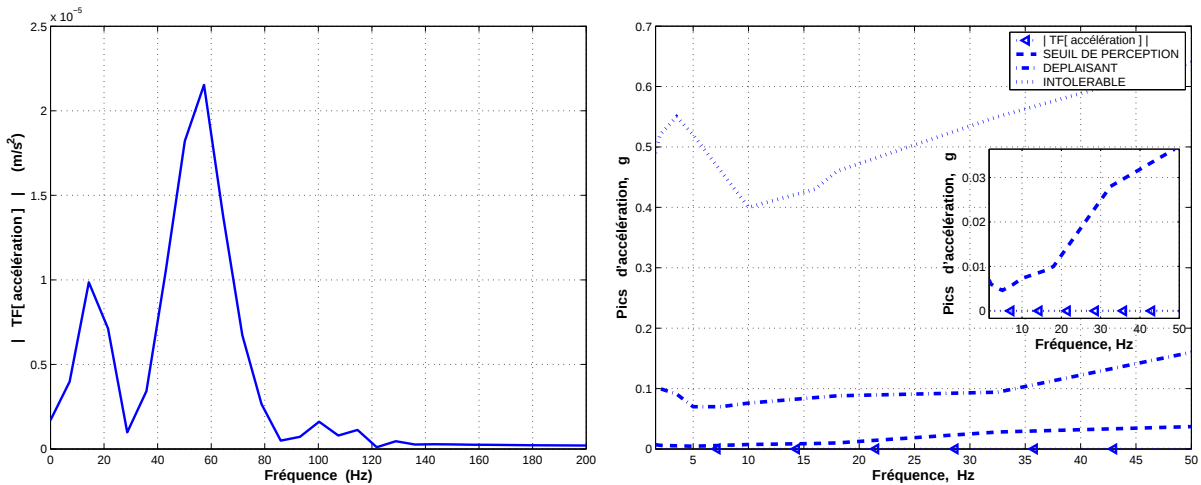


FIGURE 3.14. Module de la transformation de Fourier de l'accélération

3.4.3.3 Validation expérimentale

La validation expérimentale consiste à vérifier les deux premiers critères de dimensionnement dynamique par rapport à des résultats expérimentaux obtenus par la mesure lors du fonctionnement du banc d'essai. Ces résultats peuvent être mesurés soit par le logiciel de pilotage soit par des outils externes. On a choisi d'utiliser un logiciel indépendant de celui du pilotage appelé "Pulse", logiciel de mesure de vibration et de bruit élaboré par Brüel & Kjær [45], afin de mesurer l'accélération de la dalle en acier et de la terre à côté du banc d'essai. Ce logiciel est installé sur un ordinateur portable, ce qui offre une liberté de mouvement, avec un analyseur (pulse lite pocket analyzer) "FFT" (Fast Fourier Transform) à deux voies. Dans notre mesure, nous n'avons besoin que d'une seule voie dont l'entrée est un accéléromètre.

Pendant le déroulement d'un essai à 380 km/h avec trois vérins sollicités, nous avons mesuré les accélérations de la dalle en acier et de la terre à côté de la manip.

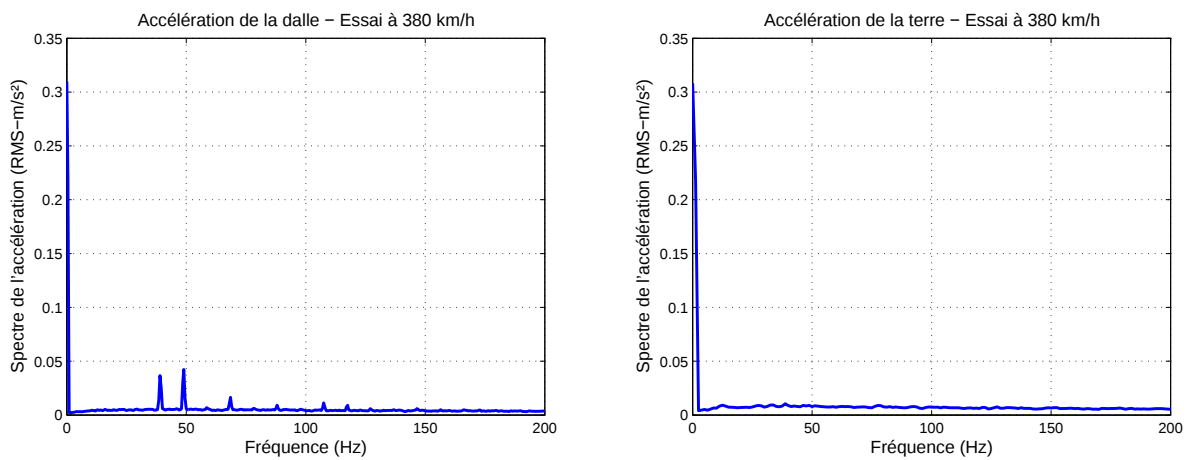


FIGURE 3.15. Valeurs efficaces d'accélération

Dans ces figures, on présente les valeurs efficaces (RMS : Root Mean Square) des accélérations mesurées sur la dalle en acier et sur la terre. La valeur efficace maximale de l'accélération de la dalle en acier est de l'ordre de $0,042 \text{ m/s}^2$ tandis que l'accélération maximale (mesurée) du blochet vers le bas vaut $8,8 \text{ m/s}^2$. Ceci confirme que la dalle en acier est rigide par rapport au comportement de la portion de voie. Au niveau de la terre à côté de la manip, l'accélération efficace maximale est de l'ordre de $10,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$, cette valeur est largement en dessous de la courbe de seuil de perception évaluant la sensibilité de l'homme à la vibration.

3.4.3.4 Approche unidimensionnelle

Du fait que l'on s'intéresse au mouvement vertical du système, le banc d'essai peut être modélisé par un modèle unidimensionnel qui peut nous permettre d'avoir une idée préliminaire sur l'ordre de grandeur du déplacement dans le cas statique ainsi que dans le cas dynamique. Ce modèle permet aussi de valider rapidement les résultats numériques obtenus par le modèle tridimensionnel.

Dans le cas statique, le banc d'essai est représenté par une masse "M" supportée par un ensemble de ressorts en série. Cette masse désigne la masse totale du banc d'essai y compris celle du portique. Chaque couche du banc d'essai est remplacée par un ressort linéaire de rigidité " k_i ". À partir de la loi de Hooke ($F = K \cdot \Delta l$), on peut trouver que la rigidité du ressort qui remplace la couche "i" peut être définie par :

$$k_i = \frac{E_i \cdot S_i}{h_i} \quad (3.21)$$

où :

E_i est le module d'Young du matériau constituant la couche " i ";

S_i représente la surface de la couche " i ";

h_i est l'épaisseur de la couche " i ".

L'ensemble de ressorts en série peut être remplacé par un ressort équivalent " K_e " tel que :

$$\frac{1}{K_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \quad (3.22)$$

En appliquant une force " F " qui a un module égal à celui obtenu par la somme des forces appliquées sur les cinq traverses dans la figure 3.9 ($F = 6348 \text{ N}$), le déplacement du système est déterminée par la formule :

$$\Delta x = \frac{F}{K_e} \quad (3.23)$$

Remarque : La masse n'intervient pas dans le calcul du déplacement parce que l'on néglige le poids propre du système.

En se servant du maillage déjà fait dans la section précédente (figure 3.7), on peut lancer un calcul statique en (3D). Le module d'exécution "**LINE**" (calcul statique en élasticité linéaire) de **CESAR** nous permet de déterminer les déplacements et les contraintes sur tous les nœuds de notre modèle. On applique une force de type pression sur dix surfaces correspondant aux cinq traverses où chaque surface est égale à celle du fond d'un blochet à l'échelle réduite. La résultante de pression sur une surface est égale à la force " F " appliquée dans le modèle (masse-ressort) divisée par dix.

Du fait que le modèle 1D (masse-ressort) représente un mouvement global du banc d'essai, il est immédiat de comparer le déplacement obtenu avec les déplacements correspondant à la surface supérieure de la couche de ballast dans le modèle 3D.

Modèle	Déplacement vertical (m)
1D	$2,135 \times 10^{-5}$
3D	varie entre $1,84 \times 10^{-5}$ et $2,685 \times 10^{-5}$

TABLEAU 3.6. *Déplacement vertical : modèles (1D) et (3D)*

En dynamique, chaque couche est remplacée par un système (masse-ressort-élément d'amortissement) et la fondation en béton armée est représentée par une barre semi-infinie (figure 3.16).

L'équation d'équilibre d'une masse " m_i " est donnée comme suit :

$$m_i \ddot{x}_i + k_i(x_i - x_{i+1}) + k_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1}) + c_{i-1}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) = f_i(t) \quad (3.24)$$

où :

m_i est la masse de la couche " i ";

k_i est la rigidité du ressort " i ";

k_{i-1} est la rigidité du ressort " $i - 1$ ";

c_i est le coefficient d'élément d'amortissement " i ";

c_{i-1} est le coefficient d'élément d'amortissement " $i - 1$ ";

$f_i(t)$ est la force extérieure appliquée sur la masse m_i ;

x_{i-1} , x_i et x_{i+1} sont les déplacements qui correspondent respectivement aux masses m_{i-1} , m_i

et m_{i+1} ;

$\dot{x}_{i-1}$, $\dot{x}_i$ et $\dot{x}_{i+1}$ sont les vitesses qui correspondent respectivement aux masses m_{i-1} , m_i et m_{i+1} ;

$\ddot{x}_i$ est l'accélération de la masse m_i .

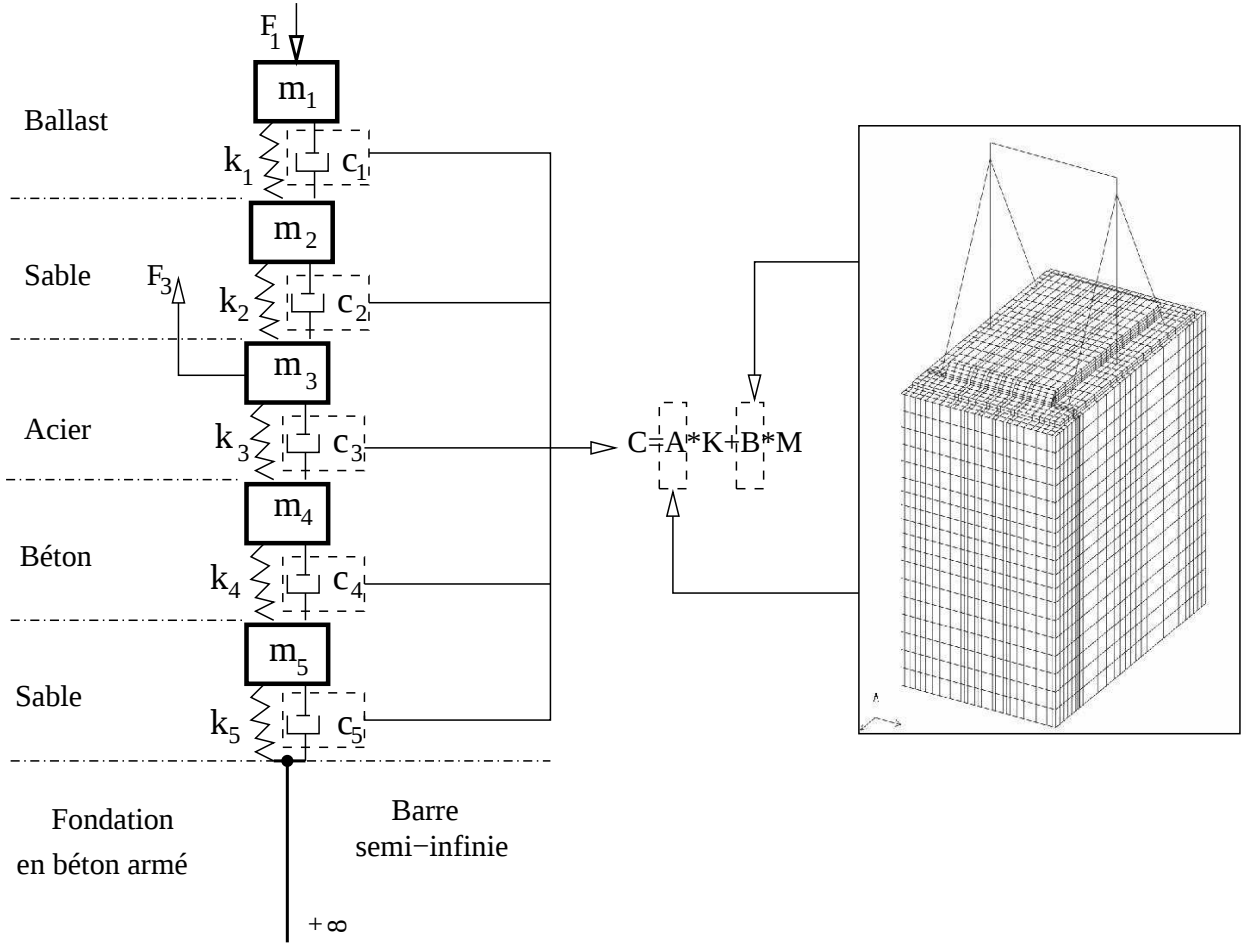


FIGURE 3.16. Modèle unidimensionnel du banc d'essai

Si on écrit cette équation en fréquence, on obtient :

$$-m_i \omega^2 \hat{x}_i + k_i (\hat{x}_i - \hat{x}_{i+1}) + k_{i-1} (\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}) + i \omega c_i (\hat{x}_i - \hat{x}_{i+1}) + i \omega c_{i-1} (\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}) = \hat{f}_i \quad (3.25)$$

L'équation d'équilibre d'une barre en fréquence peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \hat{U}_b(x, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c_b^2} \hat{U}_b(x, \omega) = 0 \quad (3.26)$$

où c_b désigne la vitesse des ondes dans la barre.

En substituant la solution de cette équation qui a la forme $\hat{U}_b(x, \omega) = \hat{u}(\omega) e^{i \frac{\omega}{c_b} x}$ dans l'équation qui exprime les conditions aux limites :

$$-E_b S_b \frac{\partial \hat{U}_b(0, \omega)}{\partial x} = \hat{F}_5(\omega) \quad (3.27)$$

où E_b est le module d'Young de la barre, S_b est la section de la barre et $\hat{F}_5(\omega)$ est la transformée de Fourier de la force exercée par le système masse-ressort (5) sur la barre (figure 3.16), on obtient

l'équation suivante :

$$-\hat{x}_5(k_5 + i\omega c_5) + \hat{u}_b(k_5 + i\omega c_5 - i\frac{\omega E_b S_b}{c_b}) = 0 \quad (3.28)$$

où $\hat{u}_b = \hat{u}(0)$ représente la transformée de Fourier du déplacement au point reliant la barre avec le système masse-ressort (5).

Ce problème consiste à résoudre six équations à six inconnues représentées par les déplacements ($\hat{x}_i$, $i = 1 : 5$ et $\hat{u}_b$). Ces équations peuvent être écrites sous une forme matricielle :

$$[-\omega^2 M + K + i\omega C][\hat{X}] = [\hat{F}] \implies [\hat{X}] = [D]^{-1}[\hat{F}] \quad (3.29)$$

La matrice d'amortissement C est donnée par la formule $C = A \times K + B \times M$ (amortissement de Rayleigh) où A et B sont les mêmes paramètres déterminés auparavant dans la modélisation du banc d'essai en éléments finis (3D). $[\hat{F}]$ est un vecteur qui a comme composantes : $\hat{F}_1 = F$, $\hat{F}_3 = -F$ ($F = 6348 \text{ N}$ représente la réaction du portique) et $\hat{F}_i = 0$ ($i \neq 1, 3$). La fréquence qui nous intéresse est celle qui correspond au passage d'un bogie à 300 km/h sur une traverse ($f = 28 \text{ Hz}$ à l'échelle réelle, $f_{1/3} = 48,5 \text{ Hz}$). Alors il suffit de calculer l'inverse de la matrice (D) afin de pouvoir déterminer les six déplacements.

En utilisant le module d'exécution "LINC" de **CESAR**, on peut lancer un calcul dynamique sur le maillage (3D) du banc d'essai avec un chargement harmonique. Deux types de force sont appliqués. Le premier est représenté par des forces concentrées aux nœuds sur lesquels les vérins sont situés ($F = 6348 \text{ N}$ représente la réaction du portique). Le deuxième est de type pression, forces surfaciques uniformément réparties sur dix surfaces. Les deux types de forces ont la forme harmonique $F e^{i\omega t}$ où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et $f = 48,5 \text{ Hz}$ est la fréquence.

Dans le tableau suivant, on présente les modules des déplacements déterminés par le modèle (1D) et ceux obtenus par le modèle (3D). Les modules des déplacements d'une couche dans le modèle (3D) correspond au nœud situé dans cette couche.

Modèle	Ballast	Sable	Acier	Béton	Sable(2.5m)
1D	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$0,755 \cdot 10^{-6}$	$0,032 \cdot 10^{-6}$	$0,032 \cdot 10^{-6}$	$0,032 \cdot 10^{-6}$
3D	$1,72 \cdot 10^{-6}$	$0,251 \cdot 10^{-6}$	$0,04 \cdot 10^{-6}$	$0,04 \cdot 10^{-6}$	$0,04 \cdot 10^{-6}$

TABLEAU 3.7. Module du déplacement vertical (m)

En conclusion, un modèle unidimensionnel ne peut pas bien représenter le banc d'essai mais il peut nous permettre d'avoir une idée préliminaire sur l'ordre de grandeur des déplacements surtout de celui du ballast.

3.4.3.5 Comparaison numérique banc d'essai/voie réelle

Une des difficultés qui se présentent dans la réalisation d'un essai à échelle réduite est l'application des mêmes conditions aux limites que dans la réalité. La structure de la voie ferrée ballastée est défini par l'ensemble des constituants supportés par un demi-espace infini. Un demi-espace infini peut être obtenu par la réalisation d'un essai d'une taille énorme qui permet d'absorber toutes les ondes avant qu'elles arrivent aux bords. Avec ce type d'essais, la manipulation devient très coûteuse en temps, difficile à contrôler sinon impossible. Pour cela, le banc d'essai au LAMI traite une portion de la voie où les bords sont limités.

Dans la suite, une comparaison numérique, en utilisant la méthode des éléments finis (**CESAR**) est envisagée entre une voie réelle et le banc d'essai à échelle réduite (avec des bords limités). L'intérêt de cette comparaison est de vérifier si on reste toujours dans le même ordre de grandeur

de déplacement, de contrainte et d'accélération en passant de l'échelle réduite (1/3) à l'échelle réelle.

La voie réelle dans la figure 3.17 est représentée par quarante-huit traverses. Des couches absorbantes constituées d'éléments d'amortissement sont utilisées dans le calcul dynamique afin d'absorber les ondes incidentes et les ondes réfléchies. Les ondes qui entrent dans ces couches seront atténuées beaucoup plus rapidement d'une manière qu'il n'y aura pas de réflexion. L'évolution de l'amortissement dans la couche absorbante a la forme d'un polynôme de deuxième ordre [46] :

$$\eta(x) = \eta_0 \left(\frac{x}{d}\right)^2 \quad (3.30)$$

où x est la distance entre le point considéré et le bord intérieur de la couche absorbante, d est l'épaisseur de la couche et η_0 désigne la valeur maximale d'amortissement aux points se trouvant à la frontière extérieure (η_0 vaut 1% du module d'élasticité du milieu).

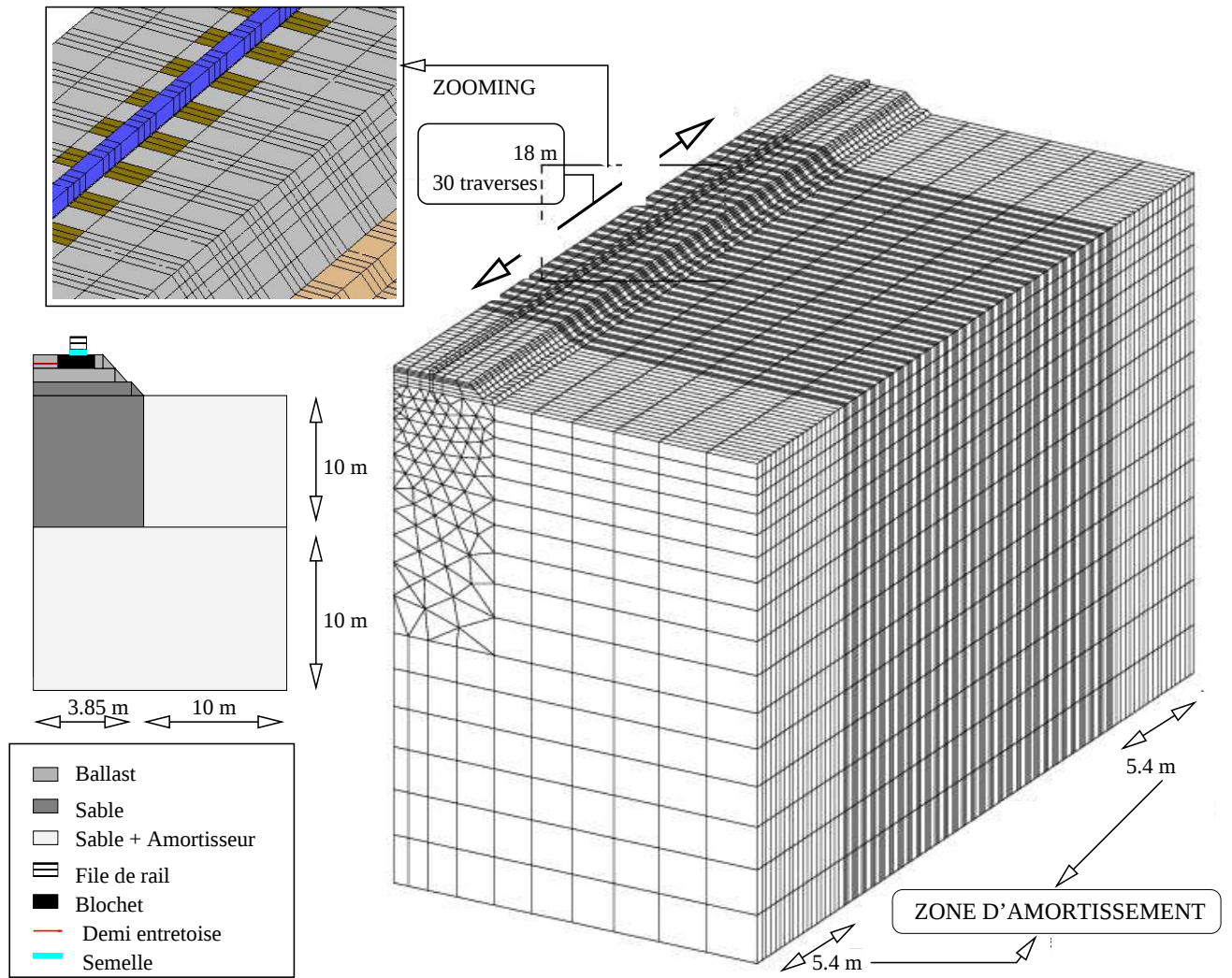


FIGURE 3.17. Maillage d'une moitié de la voie ferrée réelle (43646 nœuds)

Les amortissements introduits dans la couche absorbante doivent vérifier les deux critères suivants :

- ils sont suffisamment visqueux pour que l'influence des frontières soit négligeable ;
- ils évoluent suffisamment lentement pour qu'il n'y ait pas d'ondes réfléchies à cause des changements brusques d'amortissements.

Afin de valider que les éléments d'amortissement peuvent être utilisés pour modéliser un demi-espace infini, des calculs en éléments finis en (2D) et (3D) sous chargements harmonique fixe et mobile sont effectués par V.H.Nguyen [47]. Ces calculs permettent d'avoir les déplacements verticaux à comparer avec ceux déterminés analytiquement.

- le déplacement obtenu par le modèle d'éléments finis est cohérent avec la solution analytique. On s'intéresse surtout au déplacement vertical ;
- les résultats numériques sont validés avec plusieurs valeurs de fréquences de la charge (dans le cas d'une charge harmonique fixe) et de vitesses (dans le cas d'une charge mobile).

D'autres méthodes sont utilisées pour simuler un demi-espace infini. On peut citer dans ce domaine le travail de O.Laghrouche [48] où dans le cas d'un problème en déformations planes le domaine fini étudié est soumis aux efforts nodaux exercés sur les parois verticales permettant d'éviter les réflexions d'ondes sur celles-ci. Dans le cas d'un problème tridimensionnel cette méthode semble difficile à adapter, pour cela la méthode retenue par O.Laghrouche est l'utilisation du modèle couplé : éléments finis - éléments infini.

En considérant que la voie est symétrique par rapport à un plan perpendiculaire à l'entretoise et situé au milieu entre deux blochets correspondant à la même traverse, une moitié de la voie est traitée pour la voie réelle ainsi que pour le banc d'essai à échelle réduite afin de diminuer la taille du problème. Les déplacements normaux au plan de symétrie sont bloqués afin de simuler cette symétrie.

La file du rail et les entretoises sont modélisées par des éléments massifs en conservant leurs rigidités en flexion ($EI = E'I'$) et la distribution de leurs masses ($\rho S = \rho'S'$). Les fonds des deux modèles (voie réelle et banc d'essai) sont bloqués selon les trois degrés de liberté (condition d'encastrement).

Les entretoises et le rail ont les caractéristiques géométriques suivantes :

Pour les entretoises à l'échelle réelle :

- $S = 12.10^{-4} \text{ m}^2$
- $I_x = 2,44.10^{-6} \text{ m}^4$
- $I_y = 9,2.10^{-7} \text{ m}^4$
- $I_z = 1,52.10^{-6} \text{ m}^4$

Pour les entretoises à l'échelle réduite :

- $S = 4.10^{-4} \text{ m}^2$
- $I_x = 3,15.10^{-8} \text{ m}^4$
- $I_y = 1,15.10^{-8} \text{ m}^4$
- $I_z = 2.10^{-8} \text{ m}^4$

Pour le rail :

- $S = 7,5.10^{-3} \text{ m}^2$
- $I_x = 1.10^{-5} \text{ m}^4$
- $I_y = 5.10^{-6} \text{ m}^4$
- $I_z = 3.10^{-5} \text{ m}^4$

La semelle dans le modèle à échelle réelle a les caractéristiques physiques et mécaniques suivantes :

- $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$
- $E = 4.10^6 \text{ Pa}$
- $\nu = 0.45$

Le massif du banc d'essai étant entouré par les parois de la fondation, les déplacements transversaux ont été bloqués. Pour la portion de la voie (la partie située au dessus de la dalle en acier), on bloque les déplacements normaux aux deux plans verticaux représentant le début et la fin de la portion (figure 3.18).

Dans un premier temps, on commence par une comparaison statique entre les deux modèles en utilisant le module d'exécution "**LINE**" (calcul statique en élasticité linéaire) de **CESAR**. Quatre cas de calculs sont traités :

1. Une voie réelle sans couches absorbantes (calcul statique) avec deux forces concentrées, appliquées sur le rail (voie réelle : 2 forces). Ces forces représentent le chargement dû à un bogie stationné sur le rail ($F_1 = F_2 = 8,5 \times 10^4 \text{ N}$). La distance entre ces forces est égale à celle entre les deux essieux d'un bogie (3 m) ;
2. Une voie réelle avec une seule force concentrée ($F_1 = 8,5 \times 10^4 \text{ N}$) (voie réelle : 1 force) ;
3. Le banc d'essai avec des matériaux naturels constituant la portion de la voie (banc d'essai : E) et une force surfacique appliquée sur les cinq traverses et ayant la forme suivante :

$$F_i = \frac{QY}{27} \left[X^{\left(\frac{x_i-a}{d}\right)^2} + X^{\left(\frac{x_i-a-L}{d}\right)^2} \right] \quad (3.31)$$

où l'indice "*i*" appartient à la traverse numéro "*i*" et x_i est la position de la traverse "*i*" ($x_i = (i-1)d$) ;

4. Le banc d'essai avec des matériaux artificiels constituant la portion de la voie (banc d'essai : E/3) ayant des modules d'Young trois fois plus faibles que ceux des matériaux naturels afin de bien satisfaire l'équation d'équilibre dans la section 3.2.

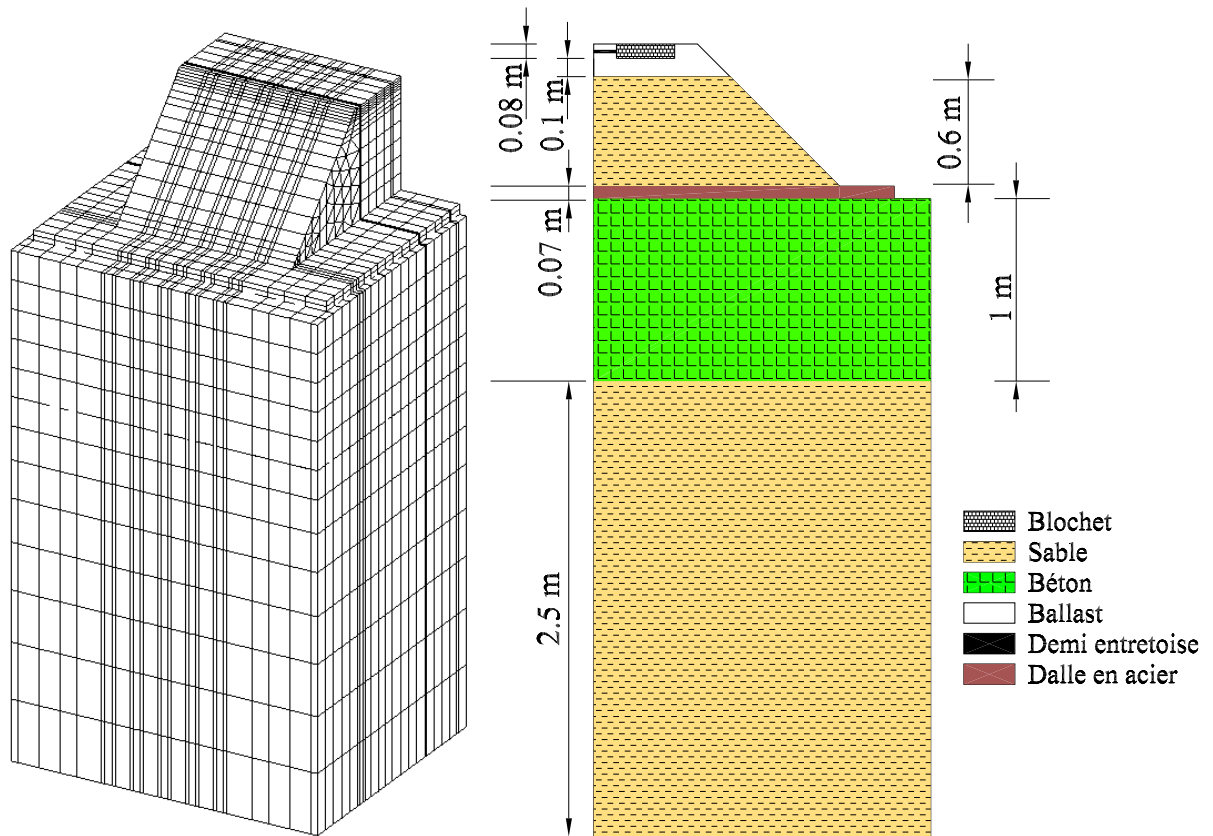


FIGURE 3.18. Maillage d'une moitié du banc d'essai (27794 nœuds)

Dans la figure suivante on trace les déplacements verticaux en fonction des abscisses des nœuds qui se trouvent sur une ligne parallèle à l'axe principal d'une file de rail et tangente aux fonds des blochets.

Remarque : Il faut bien clarifier que les déplacements, les contraintes et les temps dans le cas du banc d'essai sont corrigés selon les facteurs d'échelle. Cela nous permet d'avoir la même échelle afin de faire la comparaison avec la voie réelle.

On constate sur la figure 3.19, dans le cas d'une voie réelle à deux forces, que le déplacement a la forme de la lettre "W". Plus le sol est souple plus le pic entre les deux créniaux est prononcé. Dans le cas du banc d'essai avec E/3, du fait que le modèle est moins raide, il est évident d'obtenir un déplacement plus élevé que celui dans le cas du banc d'essai avec E. Le déplacement obtenu dans le cas (voie réelle : 1 force) coïncide avec celui obtenu dans le cas (banc d'essai : E/3), donc au niveau du déplacement, on obtient des résultats dans le cas (banc d'essai : E/3) meilleurs que ceux dans le cas (banc d'essai : E).

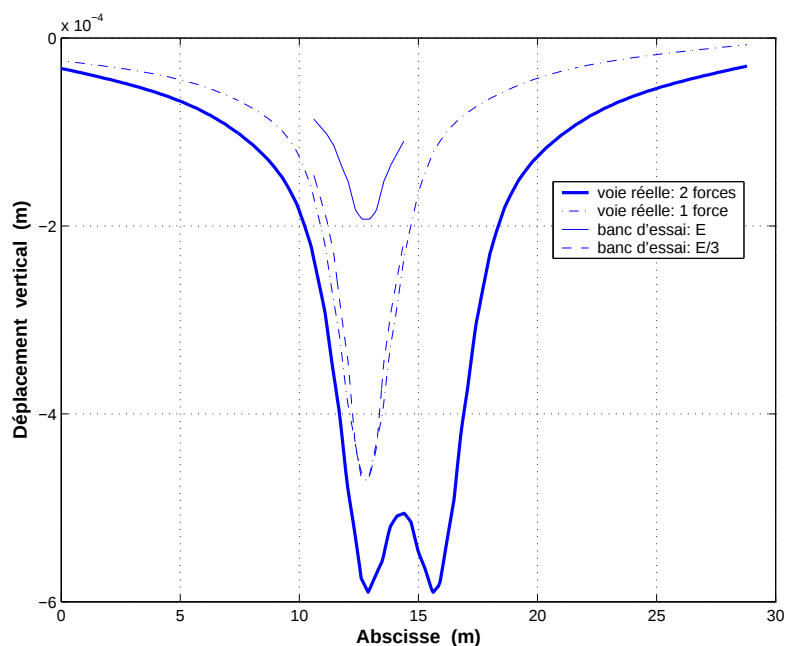


FIGURE 3.19. Calcul statique : Déplacement vertical

En regardant les valeurs du premier invariant de contrainte dans le tableau (3.8), on trouve que I_1 dans le cas (banc d'essai : E) est proche de celui dans le cas (banc d'essai : E/3). Cela peut être expliqué par le fait que dans le cas (banc d'essai : E/3) les modules d'Young sont divisés par 3 par contre la déformation est multipliée par 3 ce qui nous rapporte au cas (banc d'essai : E). Les premiers invariants de contrainte dans le cas du banc d'essai sont à peu près 1,3 fois plus élevés que ceux dans le cas de la voie réelle. Cela peut être expliqué par le fait que la force de forme M est une approximation de la force réelle appliquée sur la traverse.

Modèle	Premier Invariant de contrainte I_1 (kPa)
voie réelle : 2 forces	97
voie réelle : 1 force	107
banc d'essai : E	128
banc d'essai : E/3	128

TABLEAU 3.8. Premier invariant de contrainte sur un nœud situé sur la surface supérieure du blochet le plus chargé

Dans le cas dynamique, on utilise le module d'exécution "DYNi" de **CESAR** qui permet de

calculer les déplacements, les contraintes et les accélérations sur tous les nœuds. Quatre cas sont traités :

1. Une voie réelle avec des couches absorbantes et deux forces concentrées (voie réelle : 2 forces) qui se déplacent avec une vitesse constante sur une distance de 15 m de rail (25 traverses). Les techniques utilisées pour définir la charge mobile sur le rail et pour introduire les éléments d'amortissement dans les couches absorbantes sont présentées dans [49] ;
2. Une voie réelle avec des couches absorbantes et une seule force concentrée qui se déplace avec une vitesse constante sur une distance de 15 m de rail (voie réelle : 1 force) ;
3. Le banc d'essai avec des matériaux naturels (banc d'essai : E) et une force surfacique de forme "M" appliquée sur les trois traverses avec des décalages en temps ;
4. La même description que le cas (3) mais avec des matériaux artificiels (banc d'essai : E/3).

Les calculs dynamiques sont réalisés avec deux vitesses différentes : l'une faible ($v = 25 \text{ m/s}$) et l'autre élevée ($v = 100 \text{ m/s}$). La matrice d'amortissement de la voie réelle est déterminée par la formule $C = A \times K + B \times M$ (amortissement de Rayleigh) où les paramètres A et B sont déduits à partir des paramètres calculés dans le cas du banc d'essai en passant de l'échelle réduite à l'échelle réelle.

La figure 3.20 montre le déplacement à l'instant "t" sur une ligne passant par le fond des blochets et parallèle à l'axe de déplacement de la charge. "t" représente, pour le banc d'essai, l'instant auquel le deuxième pic de la force "M" arrive à la troisième traverse ($t = 0,266 \text{ s}$ pour $v = 25 \text{ m/s}$ et $t = 0,0665 \text{ s}$ pour $v = 100 \text{ m/s}$). Pour la voie réelle avec deux forces, "t" est l'instant auquel la deuxième force concentrée arrive à la onzième traverse parmi les traverses chargées ($t = 0,36 \text{ s}$ pour $v = 25 \text{ m/s}$ et $t = 0,0915 \text{ s}$ pour $v = 100 \text{ m/s}$). Pour le cas d'une voie réelle avec une seule force concentrée, "t" désigne le temps auquel la force arrive à la onzième traverse chargée ($t = 0,24 \text{ s}$ pour $v = 25 \text{ m/s}$ et $t = 0,0615 \text{ s}$ pour $v = 100 \text{ m/s}$). Autrement dit, la traverse 11 (parmi les traverses chargées) dans le cas d'une voie réelle est représentée par la traverse 3 dans le cas du banc d'essai.

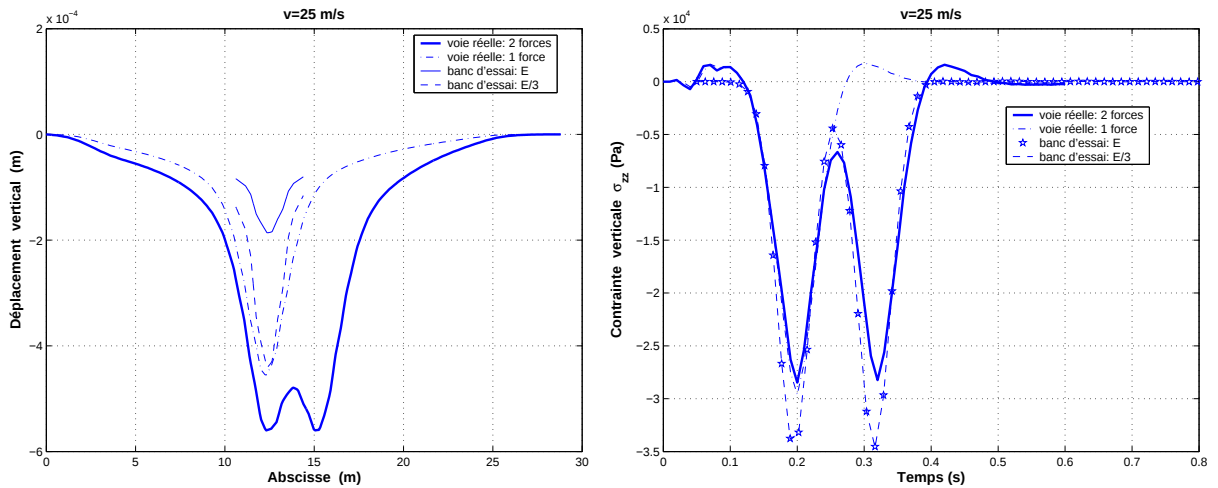


FIGURE 3.20. Cas dynamique : vitesse de chargement $v = 25 \text{ m/s}$

En dynamique avec une vitesse ($v = 25 \text{ m/s}$) (figure 3.20), la différence entre le déplacement obtenu dans le cas (banc d'essai : E/3) et celui dans le cas (voie réelle : 1 force) ne dépasse pas 6% du déplacement (voie réelle : 1 force). Dans le cas (voie réelle) on obtient des déplacements qui sont légèrement plus faibles que ceux obtenus en statique à cause de l'existence des couches absorbantes. Les déplacements obtenus dans le cas (banc d'essai : E/3) sont toujours mieux que ceux obtenus dans le cas (banc d'essai : E).

Les courbes des contraintes et des accélérations appartiennent au nœud situé sur le fond du blochet numéro (3) dans le cas du banc d'essai et sur le fond du blochet numéro (11) dans le cas d'une voie réelle.

Les contraintes verticales dans les cas (banc d'essai : E/3) et (banc d'essai : E) sont presque pareilles.

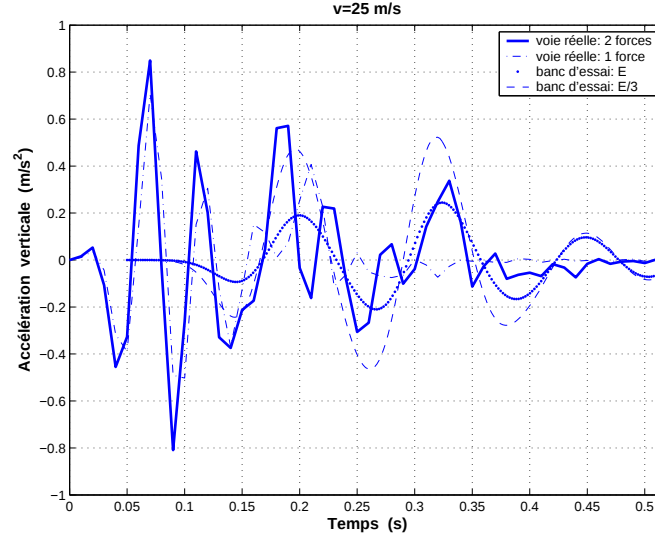


FIGURE 3.21. Cas dynamique : accélération verticale ($v = 25 \text{ m/s}$)

Au niveau de l'accélération (figure 3.21), la partie qui nous intéresse est celle correspondant à l'intervalle de temps allant de $0,15 \text{ s}$ jusqu'à $0,4 \text{ s}$. Comme l'accélération est déterminée en dérivant le déplacement deux fois par rapport au temps, les accélérations obtenues pour $t < 0,15 \text{ s}$ peuvent être incorrectes dues à l'existence d'irrégularités dans la courbe du déplacement. Les valeurs des accélérations obtenues pour $t > 0,4 \text{ s}$ dépendent de l'amortissement. Pour le cas (banc d'essai : E) on trouve des résultats plus proches de ceux dans le cas (voie réelle : 2 forces) par rapport aux résultats obtenus dans le cas (banc d'essai : E/3). Cela est tout à fait normal car on applique une loi de similitude qui conserve l'accélération.

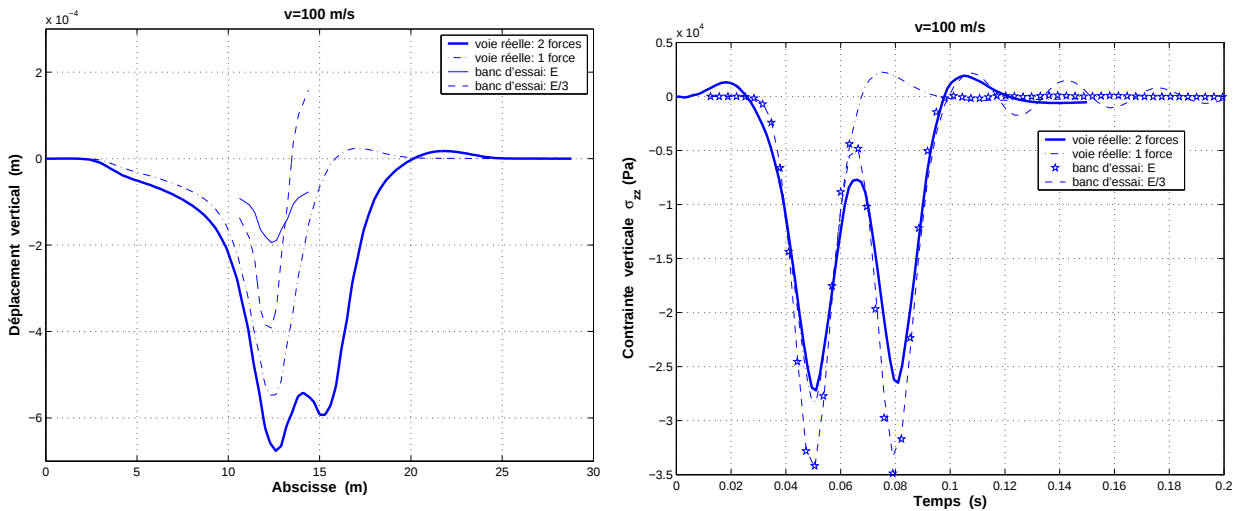


FIGURE 3.22. Cas dynamique : vitesse de chargement $v = 100 \text{ m/s}$

En dynamique avec une vitesse ($v = 100 \text{ m/s}$), les déplacements dans le cas de la voie réelle ont tendance à augmenter quand la vitesse de la charge mobile augmente ce qui est tout à fait normal. Dans le cas (banc d'essai : E/3), on constate des déplacements positifs (figure 3.22) et des accélérations qui dépassent l'accélération gravitationnelle (figure 3.23). Cela peut être expliqué par le fait que l'on utilise des matériaux avec des modules d'Young trois fois plus faibles ce qui rend le modèle moins raide et aboutit à avoir une vitesse de cisaillement dans la couche de ballast inférieure ou égale à la vitesse de la charge mobile. En outre, on obtient un bon accord entre les accélérations dans le cas (banc d'essai : E) et celles dans le cas (voie réelle : 2 forces).

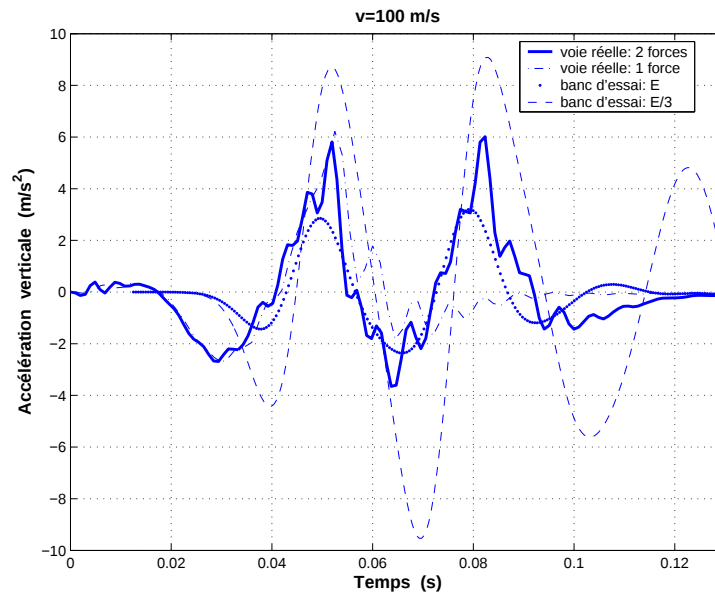


FIGURE 3.23. Cas dynamique : accélération verticale ($v = 100 \text{ m/s}$)

La différence entre les résultats dans le cas de la voie réelle et ceux obtenus dans le cas du banc d'essai avec des matériaux naturels peuvent s'expliquer par les raisons suivantes :

- L'utilisation d'une force de forme "M" qui est une approximation analytique des efforts supportés par un blochet lors du passage des trains à grande vitesse ;
- L'adoption d'une loi de similitude qui conserve les champs d'accélération avec des matériaux naturels permet d'avoir des bons résultats au niveau de l'accélération mais pas au niveau du déplacement, les résultats peuvent être améliorés en augmentant le nombre de traverses dans le banc d'essai à échelle réduite ;
- Le banc d'essai représente une portion de la voie réelle avec des bords limités ce qui favorise la réflexion des ondes ;
- Le problème numérique qui peut provenir d'un maillage qui n'est pas assez fin et/ou du choix du pas de temps et qui peut être aussi imposé par la capacité optimale de la machine et par la durée du calcul. La taille moyenne d'un élément de maillage est choisie d'une manière qu'elle soit inférieure à la longueur d'onde de Rayleigh divisée par 5.

A la fin, il est intéressant d'évaluer l'effet du nombre de traverses sollicitées dans le cas du banc d'essai sur les résultats obtenus par rapport à ceux obtenus dans le cas d'une voie réelle. Pour cela, on présente trois calculs différents :

1. banc d'essai (matériaux naturels) avec une seule traverse sollicitée (la troisième traverse) par une force mobile "M" à 100 m/s (banc d'essai : 1 traverse) ;
2. banc d'essai avec trois traverses sollicitées (la deuxième, troisième et quatrième traverse) par la force "M" à 100 m/s avec des décalages en temps (banc d'essai : 3 traverses) ;

3. banc d'essai avec cinq traverses sollicitées par une force "M" à 100 m/s avec des décalages en temps (banc d'essai : 5 traverses).

Au niveau du déplacement, la figure 3.24 montre que l'on se rapproche du déplacement dans le cas de la voie réelle quand on augmente le nombre de traverses sollicitées.

Les courbes des contraintes et des accélérations appartiennent au nœud situé sur le fond d'un blochet de la traverse numéro (3) dans le cas du banc d'essai et sur le fond d'un blochet de la onzième traverse (parmi les traverses chargées) dans le cas de la voie réelle.

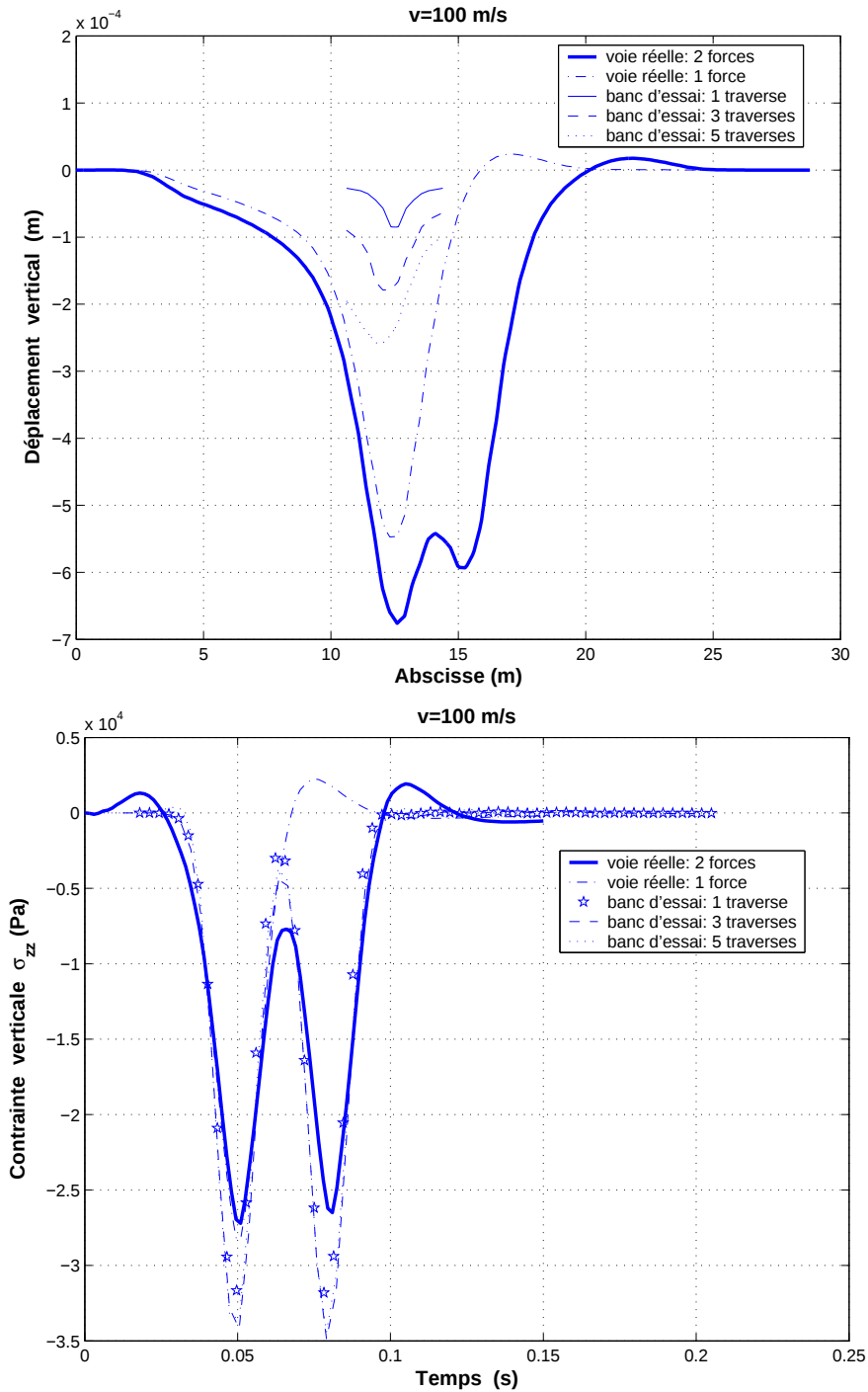
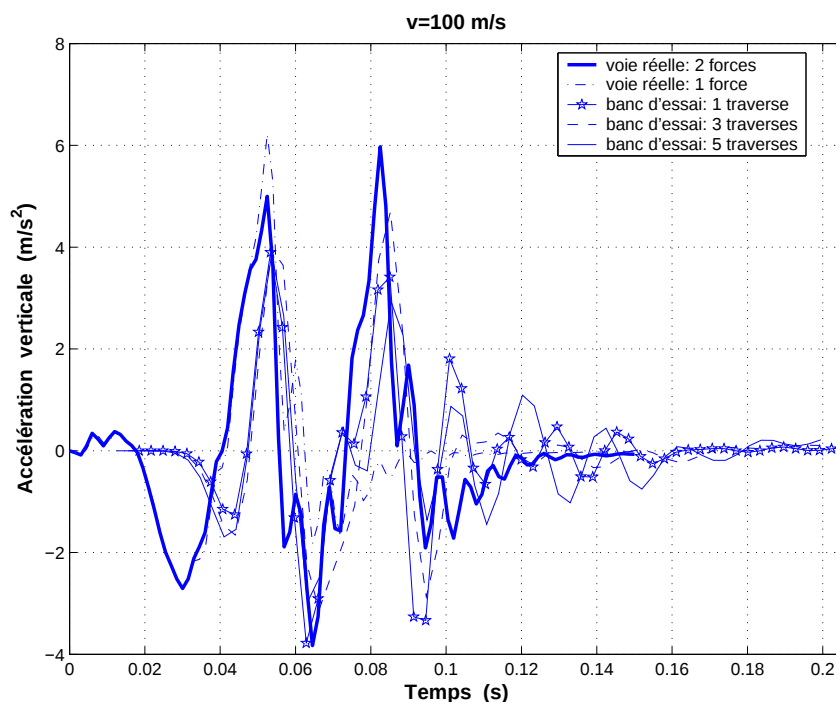


FIGURE 3.24. Déplacements et contraintes verticaux ($v = 100 \text{ m/s}$)

FIGURE 3.25. Accélération verticale ($v = 100 \text{ m/s}$)

3.5 Mise en place de l'éprouvette

Un essai comporte du bas vers le haut, une couche de GNT de $0,6 \text{ m}$ de hauteur compactée en trois couches de $0,2 \text{ m}$ chacune par un instrument appelé "Kongo", une couche de ballast compactée à $0,1 \text{ m}$ sur laquelle les trois traverses sont posées par rapport aux positions des vérins hydrauliques, puis on installe les capteurs de déplacement et les capteurs de force sur chaque blochet, des triangles en acier (20 kg) sont posés sur chaque traverse afin de transmettre les charges appliquées par les vérins sur les blochets, après on met les accéléromètres sur le ballast entre les traverses et finalement on ajoute la dernière couche de ballast non compactée jusqu'à la surface supérieure des blochets ($0,08 \text{ m}$). Les étapes de montage sont bien montrées dans les figures suivantes.

FIGURE 3.26. La première couche de GNT compactée ($0,2 \text{ m}$)FIGURE 3.27. Mise en place de la deuxième couche de GNT ($0,2 \text{ m}$)



FIGURE 3.28. *Mise en place de la troisième couche de GNT (0,2 m)*



FIGURE 3.29. *Talus de GNT compacté (0,6 m)*



FIGURE 3.30. *Mise en place de la première couche du ballast compactée (0,1 m)*



FIGURE 3.31. *Mise en place des traverses par rapport aux positions des trois vérins hydrauliques*

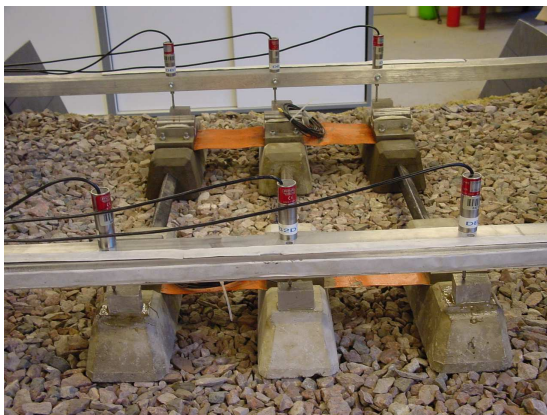


FIGURE 3.32. *Mise en place des capteurs de déplacement (LVDT) sur les blochets*



FIGURE 3.33. *Mise en place des triangles en acier et des capteurs de forces sur les blochets*



FIGURE 3.34. *Mise en place des accéléromètres (protégés par des tiges en aluminium) pour mesurer les accélérations dans le ballast entre les traverses*

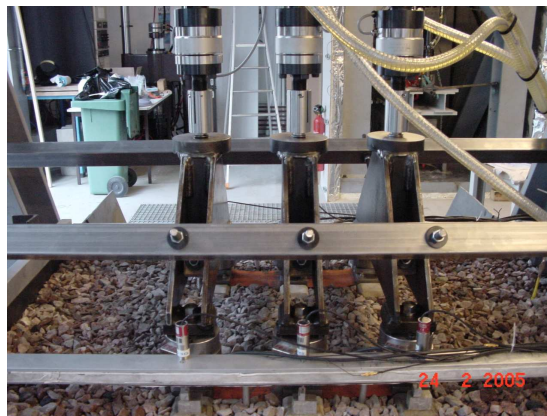


FIGURE 3.35. *Des tiges sont indispensables pour éviter le déplacement horizontal des triangles en acier dans le cas d'une vitesse de roulement très élevée notamment à 400 km/h*

Il faut souligner que la portion de la voie est supportée par un massif qui comporte du haut vers le bas, une dalle en acier (0,07 m), une couche de béton armé (1 m) et une couche de sable (2,5 m). Ce massif a été bien abordé dans la première partie de ce chapitre afin de satisfaire les critères de dimensionnement dynamique du banc d'essai.

3.6 Programme d'essais

Le nombre d'essais à réaliser est vingt. On peut distinguer entre trois types d'essais où chaque type peut être répété trois à quatre fois afin de vérifier que l'on obtient des mesures ayant les mêmes ordres de grandeur à chaque fois. Chaque essai consiste en plusieurs paquets à deux cent milles cycles chacun pour une vitesse de roulement désirée.

1. Essai de comparaison 3 vérins/ 1 vérin : dans ce type d'essais, on fait passer des paquets de cycles avec trois et un vérin afin d'évaluer l'effet de la charge mobile sur le tassement de la traverse centrale. Un cycle est représenté par un signal de forme "M" correspondant à un passage d'un bogie sur une traverse. Cette comparaison est faite pour les vitesses de roulement suivantes : 160, 220, 320 et 400 km/h à l'échelle réelle. Le déroulement de l'essai est le suivant :
 - (a) Identification sur le sol (sans ballast et traverses) ;
 - (b) Identification sur le système complet ;
 - (c) 200 000 cycles à 160 km/h (avec trois puis un vérin) ;
 - (d) Identification sur le système complet ;
 - (e) 200 000 cycles à 220 km/h (avec trois puis un vérin) ;
 - (f) Identification sur le système complet ;
 - (g) 200 000 cycles à 320 km/h (avec trois puis un vérin) ;
 - (h) Identification sur le système complet ;
 - (i) 200 000 cycles à 400 km/h (avec trois puis un vérin) ;
 - (j) Identification sur le système complet ;

(k) Identification sur le sol.

Les essais d'identification sont réalisés sur le sol au début et à la fin de chaque essai (figure 3.36) ainsi que sur la portion complète entre les paquets de cycles. Ces essais nous permettent d'identifier le comportement du sol et la variation de la rigidité de la portion avec le nombre de paquets. Ils seront utiles pour déterminer le module d'Young du sol.



FIGURE 3.36. *Un essai d'identification sur le sol*

Un essai d'identification est réalisé avec des signaux fournis par le vérin central :

- (a) Plusieurs cycles de signaux sinusoïdaux à 10, 1 et 0.1 Hz avec des modules $\frac{F}{3}$, $\frac{2F}{3}$ et F pour chaque fréquence, où F représente le module d'un signal de force de forme "M" ;
 - (b) Rampes de charge avec un module maximal F .
2. Essai typique : il consiste à lancer des paquets de cycles avec les trois vérins à 160, 210, 270, 320, 360, 380 et 400 km/h . Le déroulement d'un essai est le suivant :
- (a) Identification sur le sol ;
 - (b) Identification sur le système complet ;
 - (c) 200 000 cycles à 160 km/h ,
 - (d) Identification sur le système complet ;
 - (e) 200 000 cycles à 210 km/h ,
 - (f) Identification sur le système complet ;
 - (g) 200 000 cycles à 270 km/h ,
 - (h) Identification sur le système complet ;
 - (i) 200 000 cycles à 320 km/h ,
 - (j) Identification sur le système complet ;
 - (k) 200 000 cycles à 360 km/h ,
 - (l) Identification sur le système complet ;
 - (m) 200 000 cycles à 380 km/h ,
 - (n) Identification sur le système complet ;
 - (o) 200 000 cycles à 400 km/h ,
 - (p) Identification sur le système complet ;

(q) Identification sur le sol.

3. Essai à accélération contrôlée : il consiste à piloter le signal à partir de valeurs d'accélération imposées. On peut définir librement les valeurs minimales et maximales de l'accélération par la formule suivante :

$$a(t) = \begin{cases} a_{max} & \text{pour } 0 < t \leq \tau T; \\ a_{min} & \text{pour } \tau T < t \leq (1 - \tau)T; \\ a_{max} & \text{pour } (1 - \tau)T < t \leq T. \end{cases}$$

T est la période du signal correspondant au passage d'un essieu sur une traverse à l'échelle réduite.

$$T = c \times \frac{d_e}{v} \quad (3.32)$$

où c est le facteur d'échelle ($c = \frac{1}{\sqrt{3}}$), d_e est la distance entre deux essieux d'un bogie ($d_e = 3 \text{ m}$) et v est la vitesse de roulement de trains à l'échelle réelle.

Il faut respecter la condition $2\tau T a_{max} + T(1 - 2\tau)a_{min} = 0$; soit encore $\tau = -\frac{a_{min}}{2(a_{max} - a_{min})}$ pour que le déplacement et la vitesse soient nuls au temps $t = T$. Les courbes représentées dans les figures suivantes montrent l'accélération, la vitesse et le déplacement (la courbe de pilotage) pour $T = 1 \text{ s}$, $a_{max} = 1 \text{ m.s}^{-2}$ et $a_{min} = -4 \text{ m.s}^{-2}$.

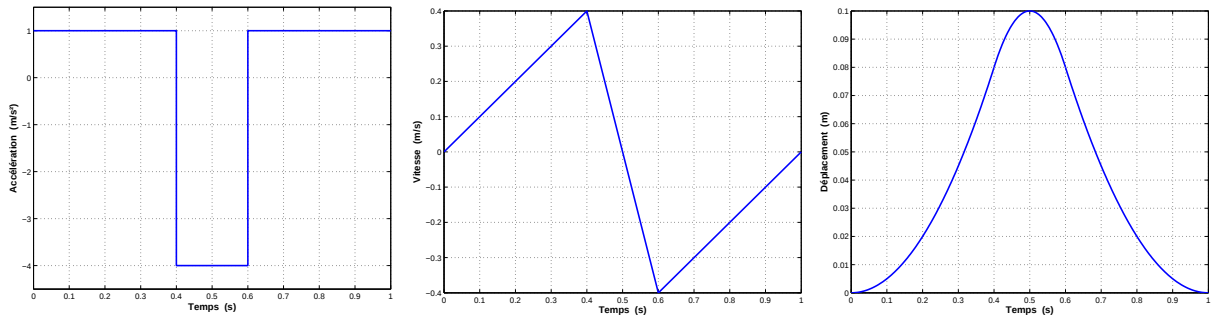


FIGURE 3.37. Un exemple de courbes d'accélération, de vitesse et de déplacement

Les essais seront réalisés pour des accélérations (maximale et minimale) fixées en augmentant la vitesse tous les 200000 cycles allant de 160 km/h à 400 km/h .

On peut par exemple avoir le même signal d'accélération pour plusieurs vitesses de roulement afin d'évaluer si les tassements des blochets sont sensibles au changement de vitesses pour un signal d'accélération identique.

3.7 Métrologie d'essai

3.7.1 Capteurs de mesure

Différents capteurs sont installés dans la portion de la voie à échelle réduite afin de mesurer les forces, les accélérations, les déplacements et les pressions :

Capteurs de force :

1. trois capteurs de force de type (*HBM*) intégrés dans les trois vérins hydrauliques (*FV1*, *FV2* et *FV3*) (force nominale $\pm 20 \text{ kN}$) ;
2. six capteurs de force de type (*TC4*) [50] situés sur les blochets des traverses pour mesurer les efforts verticaux :
 - (a) *FB1D* capteur de force sur le blochet droit de la première traverse ;

- (b) *FB1G* capteur de force sur le blochet gauche de la première traverse ;
- (c) *FB2D* capteur de force sur le blochet droit de la deuxième traverse ;
- (d) *FB2G* capteur de force sur le blochet gauche de la deuxième traverse ;
- (e) *FB3D* capteur de force sur le blochet droit de la troisième traverse ;
- (f) *FB3G* capteur de force sur le blochet gauche de la troisième traverse.

Capteurs de déplacement :

1. trois capteurs de déplacement de type (*LVD*T) intégrés dans les trois vérins hydrauliques (*DV1*, *DV2* et *DV3*) (course ± 50 mm) ;
2. six capteurs de déplacement de type (*LVD*T) [51], de ± 25 mm de course, sont installés sur les blochets de trois traverses afin de mesurer les déplacements verticaux :
 - (a) *DB1D* capteur de déplacement sur le blochet droit de la première traverse ;
 - (b) *DB1G* capteur de déplacement sur le blochet gauche de la première traverse ;
 - (c) *DB2D* capteur de déplacement sur le blochet droit de la deuxième traverse ;
 - (d) *DB2G* capteur de déplacement sur le blochet gauche de la deuxième traverse ;
 - (e) *DB3D* capteur de déplacement sur le blochet droit de la troisième traverse ;
 - (f) *DB3G* capteur de déplacement sur le blochet gauche de la troisième traverse.
3. deux capteurs magnéto-strictifs à deux aimants chacun [52] nous permettent de mesurer les déplacements verticaux en deux positions dans le sol en dessous des blochets appartenant à la traverse centrale.

Accéléromètres :

1. deux accéléromètres de type 4393 V [53] sont installés sur le blochet droit et le blochet gauche de la traverse centrale (*AB2D* et *AB2G*) pour mesurer les accélérations verticales ;
2. quatre accéléromètres de type 4374 L sont noyés dans le ballast au même niveau que celui des fonds des blochets en aval et en amont de chaque blochet. Ces accéléromètres ainsi que leurs câbles noyés dans le ballast sont protégés par des tubes en aluminium :
 - (a) *A1&2D* et *A1&2G* entre les blochets de la première traverse et ceux de la deuxième (traverse centrale) ;
 - (b) *A2&3D* et *A2&3G* entre les blochets de la deuxième traverse et ceux de la troisième.

Capteurs de pression :

1. deux capteurs de pression (pression nominale 0/50 MPa) sont installés dans le sol à 0.06 m de la surface supérieure et en dessous de chaque blochet de la traverse centrale (*PD* et *PG*) afin de mesurer les pressions verticales.

Capteur de température :

1. Un capteur thermocouple est installé à mi-hauteur dans le sol afin de mesurer la température.

3.7.2 Etalonnage des capteurs

Les accéléromètres sont étalonnés, autrement dit leurs sensibilités sont re-identifiées, à l'aide d'un excitateur d'étalonnage qui envoie une accélération sinusoïdale de 9.91 m/s^2 de valeur efficace à une pulsation de 1000 rds^{-1} [54].

Les capteurs de forces sont étalonnés par rapport à un capteur de référence qui était déjà étalonné à l'aide d'une presse. Dans le cas des capteurs de force, il est nécessaire d'identifier la sensibilité et l'offset.

Les capteurs de déplacement de type (*LVD*T) sont étalonnés par un instrument d'étalonnage avec lequel on peut imposer un déplacement connu de la tige du capteur.

3.7.3 Vérins hydrauliques

Le vérin hydraulique est un instrument qui nous permet d'exciter la structure à étudier. On commande un vérin hydraulique par un clapet qui fait varier la pression de l'huile dans ce vérin. Ce clapet est asservi à un capteur de force. Un vérin permet de générer de grandes forces qui peuvent dépasser 100 kN , dans notre cas les vérins sont de capacité de $24,19\text{ kN}$ en statique et de $18,1\text{ kN}$ en dynamique ce qui est largement suffisant pour appliquer des forces avec une loi de similitude conservant le champ d'accélération. L'intérêt d'utiliser un vérin hydraulique est sa capacité d'exciter les basses fréquences ($0,5$ à 200 Hz). Une pompe sert à pomper l'huile, vers les vérins, de la centrale hydraulique qui fait circuler et refroidir l'huile pendant le fonctionnement.

3.7.4 Cartes d'acquisition

La carte d'acquisition est le système responsable d'enregistrer les données mesurées par les capteurs et de les transférer vers un ordinateur où se trouve un logiciel spécialisé qui a comme fonction le traitement et la visualisation des données [55].

Quatre cartes d'acquisition sont utilisées. La première carte est de type NI PCI-CAN/2 séries 2 à deux (I/O) portes qui est compatible avec les signaux fournis par les capteurs magnéto-strictifs, avec un bus de 1 Mb/s de débit maximal. Une porte sert à transférer les données et les instructions à la carte et l'autre assure le transfert avec l'ordinateur. Un code binaire à 11 bit , extensible à 29 bit , est utilisé dans le processus de conversion analogue-digital (ADC). Les trois autres cartes sont de type NI PCI 6023 permettant d'enregistrer les données fournies par les accéléromètres et les capteurs de force, de déplacement et de pression, en plus elles servent à transférer les instructions de pilotage aux vérins hydrauliques. Ce type a un convertisseur binaire (ADC) à 12 bit et il nous offre 16 entrées analogiques multi-fonctionnelles.

3.7.5 Amplificateurs et conditionneurs

L'amplificateur et le conditionneur ont comme fonction de transformer les signaux des capteurs en un signal exploitable par le système d'acquisition (v , N , m/s^2 , etc...). Pour les accéléromètres, nous utilisons deux conditionneurs à 3 chaînes ENDEVCO MODEL 133 [56], qui convertissent le signal de charge en entrée, fourni par un accéléromètre, en une tension électrique. Ce type d'amplificateurs a des filtres passe-haut (10 Hz) et passe-bas (10 kHz) pour éliminer les composantes indésirables. Dans notre cas de mesure, le filtre passe-bas est activé. Des filtres électroniques (de types résistances) sont utilisés pour filtrer les fréquences inférieures à $0,5\text{ Hz}$. Tous les autres capteurs sont dotés des conditionneurs avec une sortie en voltage bien compatible avec les cartes d'acquisition en service. Les capteurs de pression sont des capteurs à sortie en Ampères pour cela une résistance est ajoutée afin de transformer la sortie en voltage.

3.7.6 Logiciel de pilotage

Le logiciel de pilotage est élaboré sous LABVIEW (figure 3.38), un environnement recommandé par "National instruments" qui est compatible avec les cartes d'acquisition. Ce logiciel est élaboré grâce à l'équipe technique du LAMI. Il nous permet d'envoyer des signaux (excitations) en pilotant la boîte électronique des vérins et de recevoir d'autres signaux (réponses) par l'intermédiaire de cartes d'acquisition sur lesquelles sont branchés les capteurs.

Avant de commencer un essai, l'éprouvette passe dans une étape d'approche programmée par le logiciel qui est conçu pour piloter en déplacement. Cette approche consiste à déterminer la rigidité préliminaire de l'éprouvette afin de deviner le signal de déplacement à imposer par les vérins pour arriver à un signal de force désiré. Le calcul de la rigidité nécessite deux points $P_i(u_i, f_i)$ où u_i est

le déplacement imposé par le vérin et f_i est la force mesurée par le capteur de force intégré dans le vérin.

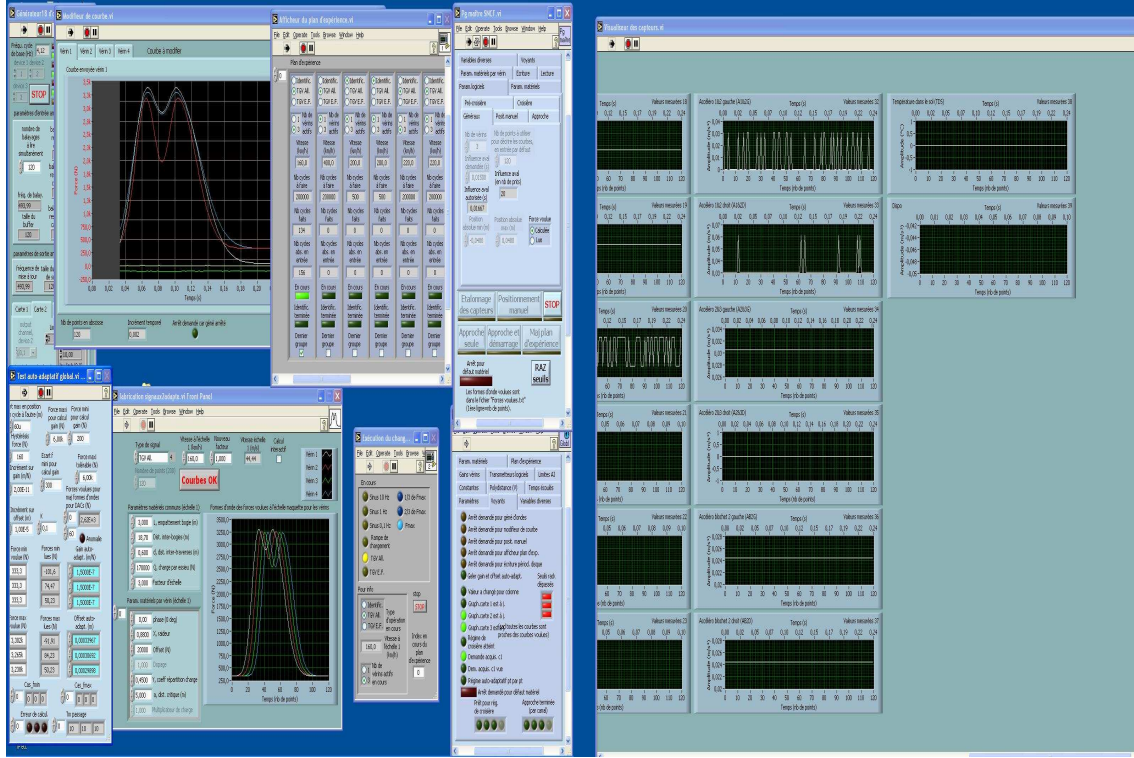


FIGURE 3.38. Logiciel de pilotage, présenté sur deux écrans

L'essai à réaliser peut être programmé grâce à une fenêtre d'interface graphique où on peut choisir plusieurs blocs à lancer. Dans chaque bloc on peut choisir le type de signal à appliquer (sinusoïdal ou de forme "M"), le nombre de vérins à solliciter (1 vérin ou trois vérins), la vitesse de train à l'échelle réelle et le nombre de cycles dans le cas d'un signal en "M".

Le logiciel présente une courbe pour chaque vérin où on a trois signaux de force superposés dont deux sont mesurés par les capteurs de force dans le vérin et sur les blochets et le troisième représente celui de forme analytique. Un facteur "rigidité artificielle" nous permet de caler la force mesurée par le vérin avec celle voulue (signal analytique de forme "M").

Au niveau de l'enregistrement, les mesures enregistrées par chaque capteur sont sauvegardées dans un fichier ayant le même nom que celui du capteur. Une mesure est effectuée chaque cinq minutes dans le cas d'une force de type "M" et chaque deux secondes dans le cas d'une force sinusoïdale. Chaque fenêtre de mesure est représentée par une période correspondant à un passage d'un bogie avec cent vingt points de discrétisation. Le nombre de points est un paramètre réglable, à choisir selon les fréquences d'excitation. Dans notre cas, cent vingt points de discrétisation semblent très convenable car on a des fréquences d'échantillonnage qui varient de 494 Hz pour une vitesse de roulement de 160 km/h à 1235 Hz pour 400 km/h . Il est bien clair que les fréquences d'échantillonnage sont largement supérieures à 10 fois les fréquences de roulement (de 26 Hz à 64 Hz à l'échelle réduite).

La fréquence d'échantillonnage peut être écrite sous la forme suivante :

$$f_e = \frac{N}{T_m} = \frac{c_f \times N}{T_b} \quad (3.33)$$

où N est le nombre de points de discrétisation d'une fenêtre de mesure ($N = 120$), T_m est la période de la fenêtre, T_b est la période du passage d'un bogie sur une traverse à l'échelle réelle ($T_m = T_b/c_f$) et c_f est le facteur d'échelle associé à la fréquence selon la loi de similitude ($c_f = \sqrt{3}$).

La fréquence de roulement peut être exprimée par la formule :

$$f_r = \frac{c_f}{T_e} \quad (3.34)$$

où T_e est la période du passage d'un essieu sur une traverse ($T_e \simeq \frac{T_b}{6}$).

Des courbes représentant les mesures enregistrées par chaque capteur sont affichées sur un écran supplémentaire afin de surveiller les capteurs. Une coupure de pression est prévue pour des forces accidentelles supérieures à 5 kN afin de préserver l'éprouvette.

3.7.7 Logiciel de post-traitement

Le logiciel de post-traitement est élaboré sous MATLAB (7) avec des interfaces graphiques (figure 3.39). Ce logiciel comporte des boutons dont chacun correspond à un capteur et fait appel aux fichiers déjà enregistrés par le logiciel de pilotage. Il nous permet de tracer des courbes pour un numéro de mesure donné, de filtrer ces courbes dans le cas d'un signal bruité en prenant des moyennes d'un nombre de points à introduire, de faire la transformée de Fourier de la courbe en question, de tracer des courbes de tassement en fonction du nombre de cycles dans le cas d'une mesure de déplacement, de déterminer l'incrément de tassement et de faire des régressions linéaires et non linéaires. En plus, il présente des informations complètes concernant chaque mesure telles que la date, l'heure, la vitesse de roulement, la fréquence, le nombre de vérins sollicités, etc... Toutes les informations traitées ou extraites peuvent être sauvegardées dans des fichiers binaires FILE.MAT et utilisées ultérieurement.



FIGURE 3.39. Logiciel de post-traitement sous MATLAB (7)

3.7.8 Essais réalisés

Le tableau suivant montre les essais de comparaison (3 vérins/ 1 vérin) réalisés avec une plateforme raide. L'intérêt de ce type d'essais est d'évaluer l'effet de la charge mobile. Pour cela, on

compare les champs mécaniques et les tassements de la traverse centrale obtenus avec 3 vérins sollicités avec ceux obtenus avec un vérin sollicité.

Essai	Étapes et conditions de l'essai
Essais 1, 4 et 5 (Essai avec une plate-forme raide)	Essai de comparaison (1 vérin/3 vérins) - Identification sur le sol ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 160 <i>km/h</i> (3 vérins sollicités) ; - 200000 cycles à 160 <i>km/h</i> (1 vérin sollicités) ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 220 <i>km/h</i> (3 vérins sollicités) ; - 200000 cycles à 220 <i>km/h</i> (1 vérin sollicités) ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 320 <i>km/h</i> (3 vérins sollicités) ; - 200000 cycles à 320 <i>km/h</i> (1 vérin sollicités) ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 400 <i>km/h</i> (3 vérins sollicités) ; - 200000 cycles à 400 <i>km/h</i> (1 vérin sollicités) ; - Identification sur le système complet ; - Identification sur le sol.

TABLEAU 3.9. *Plan des essais 1, 4 et 5*

Le tableau 3.10 montre les essais réalisés avec une plate-forme raide où 3 vérins sont sollicités et pour les vitesses de roulements suivantes : 160, 210, 270, 320, 360, 380 et 400 *km/h*.

Essai	Étapes et conditions de l'essai
Essais 2, 3, 6 et 7 (Essai avec une plate-forme raide)	Essai typique (3 vérins sollicités) - Identification sur le sol ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 160 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 210 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 270 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 320 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 360 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 380 <i>km/h</i> (essais 6 et 7) ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 400 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - Identification sur le sol.

TABLEAU 3.10. *Plan des essais 2, 3, 6 et 7*

Le tableau 3.11 montre les essais réalisés avec une plate-forme molle où 3 vérins sont sollicités et pour les vitesses de roulements suivantes : 160, 210, 270, 320, 360, 380 et 400 *km/h*.

Essai	Etapes et conditions de l'essai
Essais 8, 9 et 10 (Essai avec une plate-forme molle)	Essai typique (3 vérins sollicités) - Identification sur le sol ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 160 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 210 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 270 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 320 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 360 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 380 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 400 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - Identification sur le sol.

TABLEAU 3.11. *Plan des essais 8, 9 et 10*

Le tableau 3.12 montre les essais réalisés avec une plate-forme raide où 3 vérins sont sollicités avec des vitesses de roulement très élevées allant de 300 *km/h* jusqu'à 400 *km/h*.

Essai	Etapes et conditions de l'essai
Essais 11, 12, 13, 14 et 15 (Essai avec une plate-forme raide)	Essai typique (3 vérins sollicités) - Identification sur le sol ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 300 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 360 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 370 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 380 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 390 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - 200000 cycles à 400 <i>km/h</i> ; - Identification sur le système complet ; - Identification sur le sol.

TABLEAU 3.12. *Plan des essais 11, 12, 13, 14 et 15*

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, une description générale du banc d'essai à échelle réduite (1/3) a été présentée. La loi de similitude a été abordée. Cette loi consiste à conserver les champs d'accélération. Le

passage des trains à grande vitesse est simulé par une force ayant la forme de la lettre "M". Puis, on étudie le dimensionnement du banc d'essai, plus précisément le massif qui supporte la portion de la voie à échelle réduite. Le dimensionnement repose sur trois critères qui consistent à vérifier que la dalle en acier, supportant l'éprouvette, et les couches en dessous simulent un demi-espace infini (il faut vérifier que la dalle en acier a une faible accélération), à respecter les règles du confort humain et à faire une comparaison numérique entre le banc d'essai et la voie réelle. Pour cela, on a fait des calculs avec des modèles simples en considérant que tous les constituants de la voie suivent des lois de comportement élastiques et linéaires. Avec une couche de sable de 2,5 m de hauteur, on trouve des résultats satisfaisants. Lors du passage d'un bogie simulé par le signal en "M", l'accélération maximale sur la surface supérieure de la dalle en acier ne dépasse pas 0,5% de l'accélération gravitationnelle. L'accélération dans la fondation en béton armé reste toujours en dessous du seuil de perception de l'homme et avec trois traverses sollicitées à une vitesse de 100 m/s à l'échelle réelle, on obtient une accélération très proche de celle obtenue dans le cas de la voie réelle. Cela est bien justifié par la loi de similitude adoptée et assure que le banc d'essai à échelle réduite est une bonne représentation de la voie réelle. Les résultats montrent une différence entre le banc d'essai et la voie réelle au niveau des déplacements et des contraintes qui peut provenir des effets de la loi de similitude qui conserve le champ d'accélération, de la force approximative de forme "M" et d'un essai avec des bords limités. Les critères de dimensionnement sont aussi validés expérimentalement grâce à la mesure d'accélération pendant le déroulement de l'essai. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la mise en place et à la métrologie du banc d'essai.

Chapitre 4

Modélisation dynamique des essais à échelle réduite

Dans ce chapitre, nous étudions le comportement dynamique de la portion de la voie à échelle réduite ($1/3$). Nous proposons un modèle (3D) en éléments finis. Nous n'allons pas chercher ou utiliser des lois de comportement compliquées ou non linéaires par contre nous considérons pour la modélisation que tous les constituants de l'éprouvette suivent des lois de comportement élastiques et linéaires. Cela constitue bien sûr une approximation mais qui permet d'appréhender l'essentiel des phénomènes physiques et qui pourra être complété par la suite. Le ballast qui est un milieu granulaire et non linéaire est considéré comme un milieu continu. Nous distinguons entre deux types de ballast : un ballast compacté en dessous des blochets où les contraintes sont localisées et un ballast non compacté ailleurs.

Nous consacrons deux sections de ce chapitre pour l'identification du sol et de la structure complète (sol, ballast, et traverses). À partir des essais d'identification sur le sol, nous pouvons mieux comprendre son comportement en statique et en dynamique et déterminer le module d'Young de ce sol à introduire dans le modèle tridimensionnel. Les essais d'identification sur la structure complète permettent aussi de comprendre son comportement et son évolution en fonction du nombre de cycles. En se servant du code d'éléments finis CESAR-LCPC, nous effectuons des calculs dynamiques permettant de prédire les déplacements et les accélérations dans l'éprouvette correspondant à chaque vitesse de roulement. À la fin nous comparons les résultats numériques avec ceux de la mesure.

4.1 Identification du sol

Cette section consiste à identifier le sol de notre banc d'essai. Cette identification permet de comprendre le comportement du sol et de déterminer son module d'Young. Grâce aux essais d'identification sur le sol nous obtenons des déplacements correspondant aux forces appliquées, ces résultats sont les outils nécessaires afin de pouvoir proposer un modèle pour le sol. Un essai d'identification est réalisé avec des signaux fournis par le vérin central :

1. Plusieurs cycles de signaux sinusoïdaux à 10, 1 et 0,1 Hz avec des modules $\frac{F}{3}$, $\frac{2F}{3}$ et F pour chaque fréquence, où F représente le module d'un signal de force de forme "M", elle est de l'ordre de 3000 N ;
2. Rampes de charge avec un module maximal F .

Pour chaque essai qu'il soit typique ou un essai de comparaison (1 vérin / 3 vérins), deux essais d'identification sont réalisés sur le sol : un au début après la mise en place de la plate-forme et un à la fin de l'essai après l'enlèvement de tout ce qui est en dessus du sol.

Dans les tableaux suivants, on montre les déplacements mesurés sur la surface supérieure du sol correspondant aux forces statiques et dynamiques appliquées par le vérin central lors des essais d'identification sur le sol pour les essais (2), (3), (6) et (7). Les déplacements et les forces sont mesurés respectivement par les capteurs de déplacement et de force intégrés dans le vérin central. Les essais (2), (3), (6) et (7) sont des essais typiques où 200000 passages de bogies sont simulés par les trois vérins pour chaque vitesse de roulement.

Essai (2)	au début de l'essai			à la fin de l'essai		
	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (séquent) (kN/mm)	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)
statique	0,55	0,122	4,48	—	—	—
	1,23	0,223	5,52	1,18	0,2	5,91
	2,51	0,342	7,34	2,25	0,3	7,49
sinus (0,1 Hz)	0,54	0,122	4,43	—	—	—
	1,2	0,22	5,55	1,195	0,2	5,98
	2,4	0,342	7	—	—	—
sinus (1 Hz)	0,53	0,125	4,23	—	—	—
	—	—	—	1,192	0,2	5,96
	—	—	—	2,17	0,3	7,25
sinus (10 Hz)	0,66	0,125	5,31	0,66	0,112	5,93
	1,45	0,244	5,96	1,42	0,22	6,48
	2,61	0,36	7,24	2,36	0,31	7,62

TABLEAU 4.1. *Essai d'identification sur le sol pour l'essai (2)*

Le tableau 4.1 montre que le comportement du sol en dynamique est plus raide à la fin de l'essai (2) qu'il était au début, pour la même valeur de force appliquée (0,66 kN à 10 Hz) on obtient un déplacement au début de l'essai 1,1 fois supérieure à celui mesuré à la fin. Pour le comportement du sol au début de l'essai, on constate l'effet dynamique où pour une charge de (0,53 kN) à 1 Hz on a un déplacement plus élevé que celui mesuré sous un chargement statique de module plus élevé (0,55 kN). Le sol en dynamique (1 Hz) est moins raide qu'en statique.

Essai (3)	au début de l'essai			à la fin de l'essai		
	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)
statique	—	—	—	0,41	0,104	3,94
	1,41	0,234	6,03	1,28	0,22	5,81
	2,29	0,342	6,71	2,56	0,342	7,48
sinus (0,1 Hz)	0,53	0,125	4,27	—	—	—
	1,42	0,262	5,41	1,19	0,22	5,41
sinus (1 Hz)	0,54	0,132	4,1	0,37	0,098	3,74
	3,08	0,387	7,95	2,41	0,345	6,98
sinus (10 Hz)	1,03	0,164	6,25	1,47	0,244	6,04
	2,01	0,261	7,71	2,45	0,352	6,96
	3,39	0,415	8,16	—	—	—

TABLEAU 4.2. *Essai d'identification sur le sol pour l'essai (3)*

D'après le tableau 4.2, le sol dans le cas de l'essai (3) devient plus raide à la fin de l'essai qu'il était au début. Cela est constaté en statique où pour la même valeur du déplacement (0,342 mm)

la force mesurée à la fin est 1,1 fois plus élevée que celle mesurée au début de l'essai. En dynamique, comme on n'a pas les mêmes valeurs mesurées au niveau de la force ni au niveau du déplacement, il est difficile d'évaluer le changement de la rigidité. L'effet dynamique peut être aussi constaté en comparant le déplacement mesuré sous l'action du chargement de module 2558,6 N en statique avec ceux correspondant à 2408 N à 1 Hz et à 2451,2 N à 10 Hz pour le sol à la fin de l'essai. Bien que la charge appliquée en statique soit plus élevée que celle en dynamique, le déplacement mesuré en dynamique est supérieur à celui mesuré en statique. Le sol devient moins raide en dynamique (pour des fréquences de 1 et 10 Hz) qu'en statique.

Essai (6)	au début de l'essai			à la fin de l'essai		
	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)
statique	0,42	0,118	3,57	—	—	—
	1,2	0,237	5,07	1,32	0,22	6
	2,15	0,342	6,28	—	—	—
sinus (0,1 Hz)	—	—	—	0,59	0,122	4,84
	1,22	0,234	5,22	1,3	0,22	5,91
	2,13	0,331	6,43	2,58	0,342	7,54
sinus (1 Hz)	0,43	0,122	3,54	0,59	0,122	4,87
	1,22	0,234	5,22	—	—	—
	—	—	—	2,56	0,345	7,44
sinus (10 Hz)	0,63	0,146	4,35	0,68	0,146	4,68
	1,42	0,268	5,32	1,52	0,23	6,62
	2,27	0,366	6,22	2,69	0,366	7,36

TABLEAU 4.3. Essai d'identification sur le sol pour l'essai (6)

Le tableau 4.3 présente plusieurs mesures, pour le sol au début et à la fin de l'essai (6), ayant les mêmes ordres de grandeurs des déplacements mesurés sous chargements statiques et dynamiques. Cela permet de mieux comparer le comportement du sol au début et à la fin de l'essai. On constate que les forces mesurées à la fin, en statique et en dynamique, sont à peu près 10% supérieures à celles mesurées au début pour le même déplacement.

Essai (7)	au début de l'essai			à la fin de l'essai		
	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)	force (kN)	déplacement (mm)	raideur (kN/mm)
statique	0,87	0,244	3,56	—	—	—
	1,91	0,366	5,23	—	—	—
	—	—	—	2,64	0,342	7,71
sinus (0,1 Hz)	0,96	0,27	3,54	—	—	—
	1,88	0,366	5,15	1,17	0,22	5,33
sinus (1 Hz)	0,24	0,146	1,67	0,39	0,0977	4
	0,95	0,268	3,53	—	—	—
	1,95	0,391	5	2,38	0,342	6,97
sinus (10 Hz)	0,45	0,146	3,08	0,58	0,123	4,76
	1,09	0,27	4,05	1,37	0,24	5,7
	1,97	0,391	5,04	2,2	0,366	6

TABLEAU 4.4. Essai d'identification sur le sol pour l'essai (7)

Dans le tableau 4.4 on constate aussi que le sol à la fin de l'essai (7) est plus raide qu'il était au début. Le sol à la fin de l'essai est moins raide en dynamique qu'en statique, pour un chargement sinusoïdal à 10 Hz on obtient un déplacement supérieur à ceux obtenus en statique et à 1 Hz pour des chargements plus élevés. Pour la même valeur de déplacement (0,342 mm) obtenu en statique et en dynamique à 1 Hz , on constate que le comportement du sol en statique est 1,1 fois plus raide que celui en dynamique à 1 Hz .

La figure 4.1 présente des courbes force-déplacement correspondant aux rampes de chargement (en statique) et aux chargements sinusoïdaux à 10 Hz pour le sol au début de chaque essai. Comme le type du sol est toujours le même dans les quatre essais typiques, il est normal que les courbes force-déplacement aient la même allure. Le changement entre les quatre courbes dépend de l'état de compactage du sol effectué pour chaque essai. En statique, on constate que le sol de l'essai (2) est le plus raide, le sol de l'essai (3) est plus raide que ceux de l'essai (6) et (7) qui semblent avoir la même rigidité. En statique, le sol a un comportement sous chargement plus raide qu'en déchargement. Pour une force de valeur 1500 N appliquée sur le sol pour les quatre essais, la rigidité du sol de l'essai (2) est 1,1 fois plus élevée que celle du sol de l'essai (3), le sol de l'essai (3) est aussi 1,1 fois plus raide que celui de l'essai (6), les sols des essais (6) et (7) ont la même rigidité.

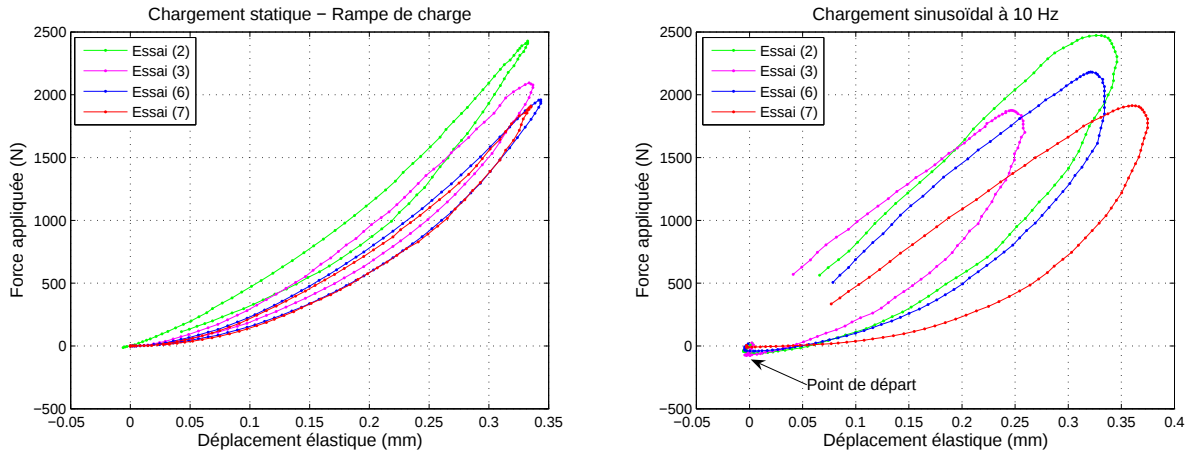


FIGURE 4.1. Courbes force-déplacement pour le sol au début de chaque essai

Il est important de signaler que la sollicitation sinusoïdale exercée par le vérin est la résultante de deux signaux ($F = F_1 + F_2 \sin(\omega t)$) : une précharge statique de l'ordre de 250 N (F_1) et un signal sinusoïdal ($F_2 \sin(\omega t)$).

En dynamique sous sollicitation sinusoïdale à 10 Hz , on remarque que les boucles d'hystérésis sont plus grandes que celles en statique. Plus la boucle est grande plus la capacité d'amortissement du sol est grande. Les boucles correspondant aux quatre essais semblent avoir la même surface. On constate que le sol de l'essai (3) est le plus raide. Les sols des essais (2) et (6) semblent avoir à peu près la même rigidité qui est supérieure à celle du sol de l'essai (7). Le sol semble moins raide sous l'action d'un chargement que sous l'action d'un déchargement.

À partir d'une boucle (force-déplacement) correspondant à une période de chargement sinusoïdal à 10 Hz , on peut estimer le taux d'amortissement du sol suivant la formule [57] :

$$\xi = \frac{D}{4\pi U_d} = 19,6\% \quad (4.1)$$

où " D " représente l'énergie dissipée par cycle ($D = \int_{1cycle} F du$), sa valeur est égale à la surface de la boucle (figure 4.2) et " U_d " représente l'énergie totale de déformation ($U_d = \int_{1cycle} F u dt$)

(figure 4.3).

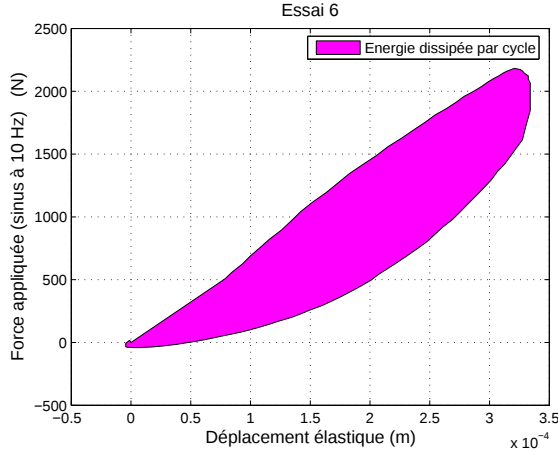


FIGURE 4.2. *Energie dissipée par cycle*

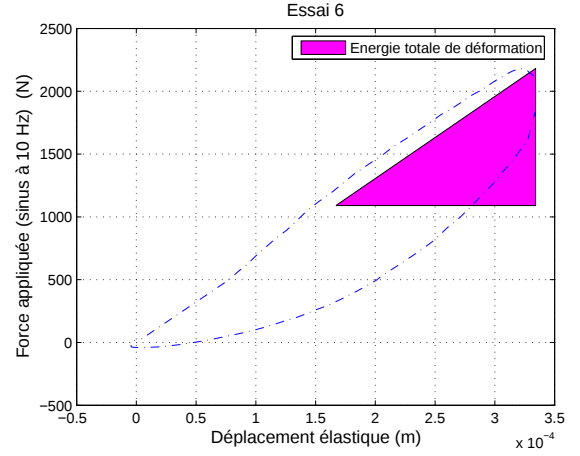


FIGURE 4.3. *Energie totale de déformation*

Comme le talus du sol du banc d'essai représente un demi-espace infini, le module d'Young du sol peut être exprimé selon la formule suivante [58] :

$$E_s = \frac{\pi(1 - \nu^2)P_0 \cdot a}{\bar{u}} = \frac{(1 - \nu^2)F}{2a\bar{u}} \quad (4.2)$$

où " $\bar{u}$ " est le déplacement vertical du sol imposé par le vérin sur une section circulaire de rayon " a " et " ν " est le coefficient de Poisson, " P_0 " est la pression minimale appliquée sur la section circulaire due au déplacement uniforme imposé. La pression appliquée sur la section circulaire a la forme suivante :

$$P(r) = \frac{P_0}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}} \quad (4.3)$$

La force totale " F " peut être déterminée en intégrant la pression " $P(r)$ " sur la surface circulaire de la section, elle est donnée par la formule suivante :

$$F = \int_0^a \frac{2\pi r P_0}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}} dr = 2\pi a^2 P_0 \quad (4.4)$$

Il est clair que le comportement du sol en statique et en dynamique d'après les courbes force-déplacement est non linéaire. Le rapport force-déplacement autrement dit la rigidité n'est pas constante. Plus la force est élevée plus la rigidité correspondante est élevée. Alors le module d'Young du sol n'est pas constant, il est proportionnel à la rigidité.

Dans la figure 4.4, on présente les modules d'Young du sol en fonction de la force statique appliquée au début et à la fin de chaque essai. Ces modules sont déterminés par l'équation 4.2. La relation entre le module d'Young et la force est non linéaire et à partir de 500 N elle est plus ou moins linéaire. Au début de l'essai, pour une force de 500 N on a un module d'Young moyen de 25 MPa tandis que pour une force 4 fois plus élevée on a un module d'Young de 35,5 MPa ($E_{(2000 \text{ N})} \approx 1,4 \times E_{(500 \text{ N})}$). À la fin de l'essai, pour une force de 500 N on a un module d'Young moyen de 26,5 MPa tandis que pour une force 4 fois plus élevée on a un module d'Young de 38 MPa ($E_{(2000 \text{ N})} \approx 1,4 \times E_{(500 \text{ N})}$).

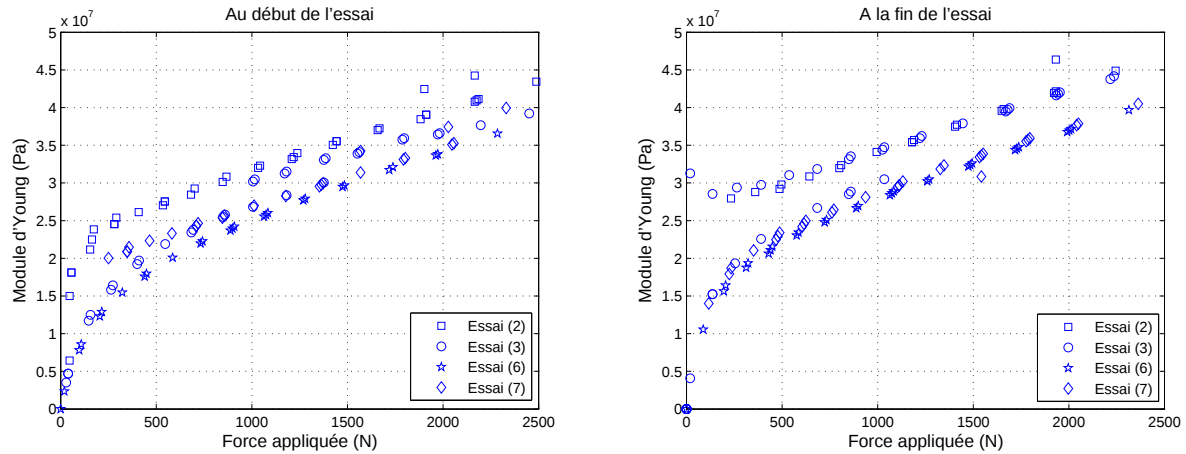


FIGURE 4.4. *Variation du module d'Young en fonction de la force appliquée*

À la fin des essais (figure 4.5), les sols des essais (2) et (3) ont les mêmes rigidités statiques. En dynamique, le sol de l'essai (2) semble plus raide que celui de l'essai (3). Les sols des essais (6) et (7) ont les mêmes rigidités statiques et dynamiques.

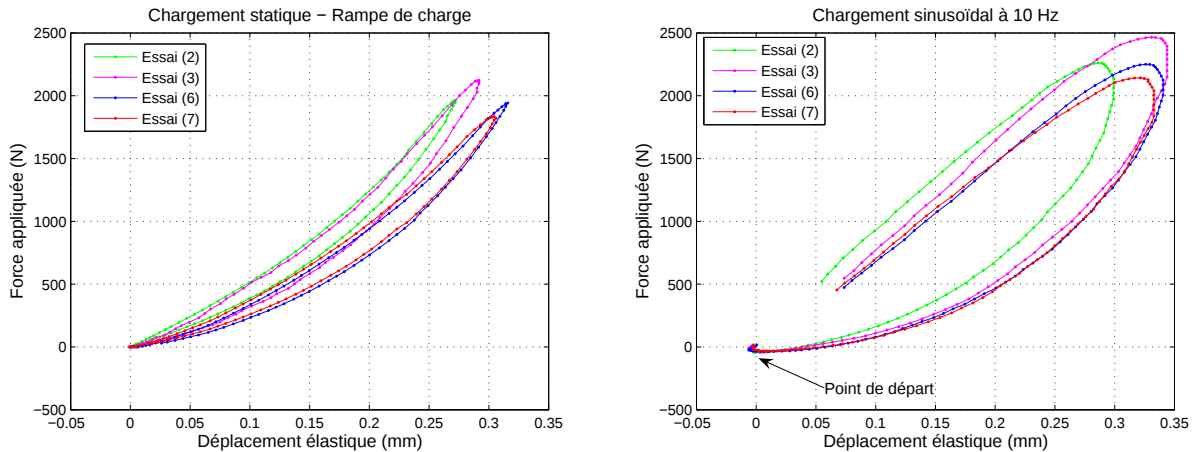


FIGURE 4.5. *Courbes force-déplacement pour le sol à la fin de chaque essai*

4.2 Identification de la structure complète

L'identification de la structure complète (sol, ballast et traverses) consiste à étudier l'évolution des rigidités statiques et dynamiques de l'éprouvette pour chaque essai en fonction du nombre de cycles, à comparer les rigidités statiques et dynamiques entre les quatre essais et à expliquer les différences entre les déplacements mesurés. Les outils qui permettent d'avoir les données nécessaires afin d'atteindre le but de cette section sont les essais d'identification réalisés sur le système complet.

Les figures 4.6 et 4.7 présentent les déroulements des essais typiques (2), (3), (6) et (7). Dans le cas des essais (6) et (7), 200000 cycles sont effectués à 380 km/h ce qui explique la différence au niveau du nombre de cycles total entre les deux figures.

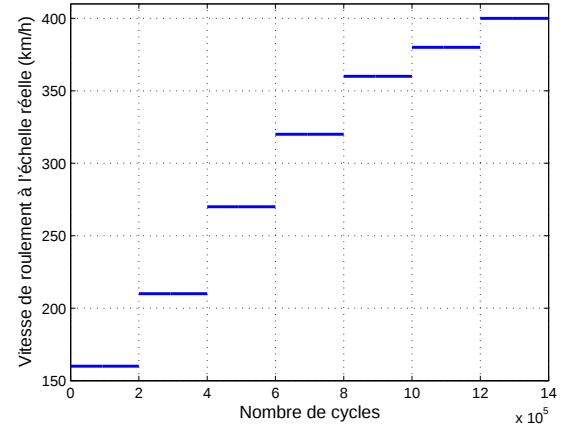
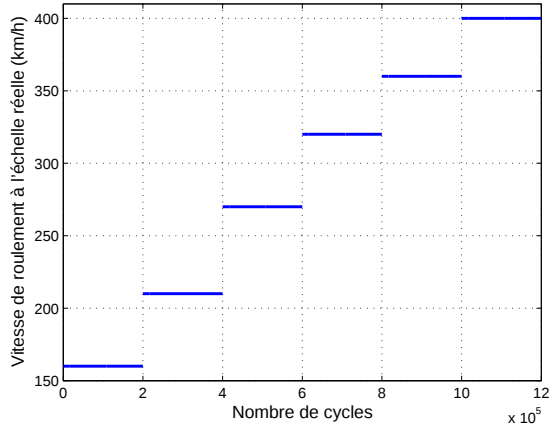


FIGURE 4.6. Déroulement des essais (2) et (3) FIGURE 4.7. Déroulement des essais (6) et (7)

Comme les essais d'identification consistent à appliquer des signaux à l'aide du vérin central, tous les paramètres et les résultats expérimentaux présentés dans la suite correspondent au blochet gauche de la traverse centrale.

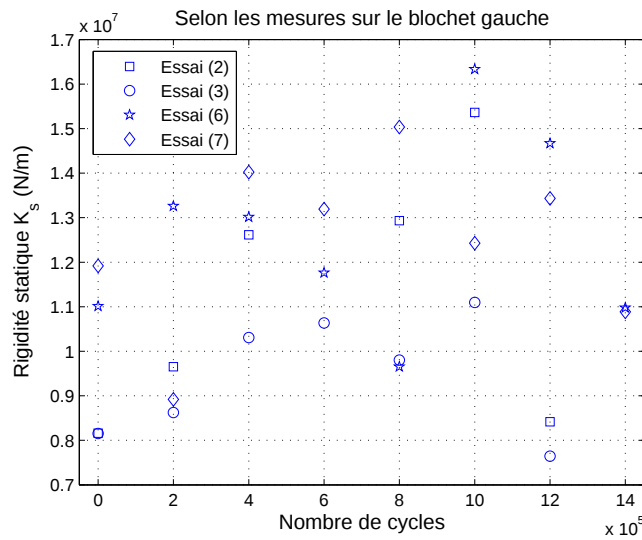


FIGURE 4.8. Rigidité statique du système complet

La rigidité statique (figure 4.8) pour chaque essai est très variable en fonction du nombre de cycles. D'après les essais (3) et (6), par exemple, la rigidité augmente jusqu'à une certaine valeur puis elle diminue et elle augmente à nouveau pour atteindre une valeur maximale à un million cycles et à la fin elle descend à une valeur qui peut être près de celle de la rigidité de départ du système à zéro cycle. À la fin de chaque essai, le système complet a une rigidité faible contrairement à ce que l'on attend.

La rigidité statique maximale atteinte est à peu près 1,88, 1,36, 1,48 et 1,26 fois plus élevée que celle de départ pour les essais (2), (3), (6) et (7) respectivement.

Au départ à zéro cycle, les essais (2) et (3) ont la même rigidité statique. L'écart entre leurs rigidités commence à augmenter avec le nombre de cycles où on obtient un rapport maximal de 1,4 à un million cycles et à la fin ce rapport atteint 1,06.

Au départ, l'essai (7) a une rigidité 1,08 fois plus élevée que celle de l'essai 6 et 1,46 fois plus élevée que celle de l'essai 2. À la fin les deux essais (6) et (7) ont presque la même rigidité.

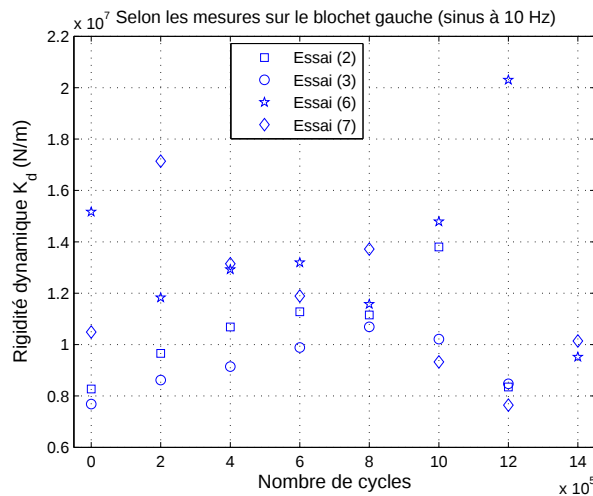


FIGURE 4.9. *Rigidité dynamique du système complet*

La figure 4.9 montre la rigidité dynamique en fonction du nombre de cycles pour les quatre essais typiques et selon des mesures (force,déplacement) au niveau du blochet gauche de la traverse centrale. Cette rigidité dynamique correspond à un chargement sinusoïdal à 10 Hz avec un module de l'ordre de 1500 N .

La rigidité dynamique des essais (2) et (3) ont plus ou moins la même tendance à augmenter en fonction du nombre de cycles jusqu'à 800000 cycles. À un million cycles le rapport entre les deux rigidités atteignent 1,35. Les essais (2) et (3) ont à peu près la même rigidité dynamique au départ et à la fin de chaque essai. Les rigidités des essais (6) et (7) sont très variables en fonction du nombre de cycles. Ces derniers essais ont presque la même rigidité dynamique à la fin de chaque essai.

La rigidité dynamique maximale atteinte est à peu près 1,67, 1,4, 1,34 et 1,63 fois plus élevée que celle de départ pour les essais (2), (3), (6) et (7) respectivement.

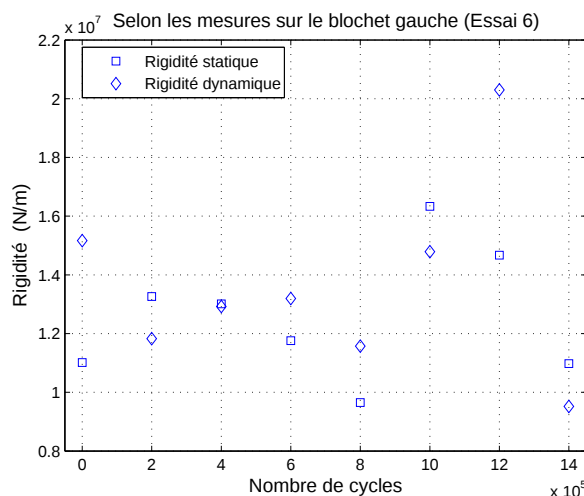


FIGURE 4.10. *Rigidités statiques et dynamiques (Essai 6)*

Pour évaluer l'effet dynamique, il suffit de comparer les rigidités statiques et dynamiques (10 Hz) d'un essai. Dans la figure 4.10, on montre la différence entre les deux rigidités pour des résultats correspondant au même niveau de force (1500 N). Le rapport le plus élevé entre les deux rigidités dans l'exemple présenté sur cette figure est de l'ordre de 1,4.

Dans la figure 4.11 on présente les déplacements élastiques du blochet gauche de la traverse centrale, en fonction de la vitesse de roulement, sous le passage d'un bogie. Ce déplacement est la moyenne des déplacements élastiques maximaux mesurés pendant le passage de 200000 bogies.

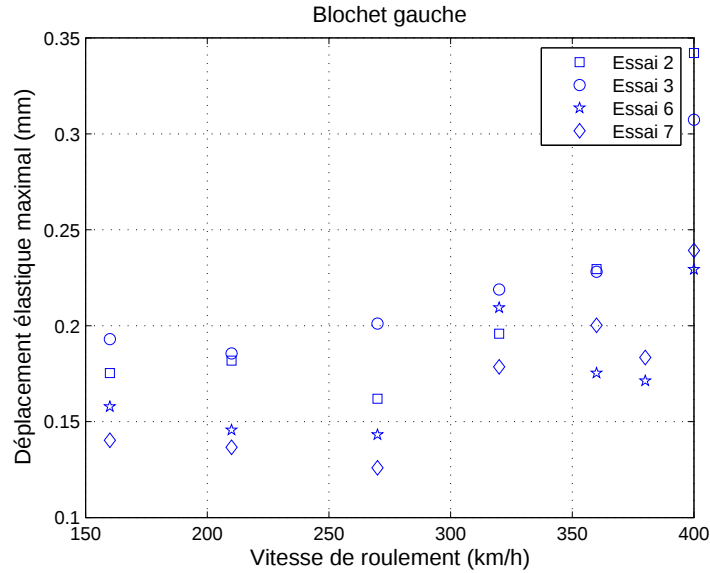


FIGURE 4.11. *Déplacement élastique du blochet gauche*

Nous essayons d'expliquer les différences entre les déplacements mesurés par rapport à chaque essai en se basant sur les courbes de rigidités statiques et dynamiques. Les courbes de rigidités permettent d'avoir des idées préliminaires sur les différences au niveau du déplacement mais ne permettent pas de quantifier le rapport entre les déplacements car la rigidité de la structure peut avoir une variation pendant les 200000 passages d'un bogie pour la même vitesse de roulement et car les rigidités dynamiques sont identifiées par rapport à une fréquence de 10 Hz , donc quand le système est sollicité par d'autres fréquences sa rigidité peut être dépendante de la fréquence. Il est clair que les essais d'identification offrent des informations sur la structure avant et après chaque 200000 cycles mais pour savoir ce qui se passe pendant chaque cycle il est nécessaire de surveiller la variation du déplacement pendant ces cycles.

Pour une vitesse de roulement de 160 km/h , les différences entre les déplacements pour les quatre essais peuvent être expliquées par les différences entre les rigidités statiques. Pour des vitesses de 210 km/h et 270 km/h , les différences entre les rigidités dynamiques peuvent expliquer les différences au niveau du déplacement. À partir de 320 km/h il est difficile d'expliquer cette différence selon la rigidité dynamique ou autrement dit la variation de la rigidité devient très aléatoire pour des grandes vitesses.

4.3 Calcul dynamique

D'après l'identification du sol et de la structure complète, il est clair que les comportements du sol et du système complet sont non linéaires et qu'un calcul dynamique est indispensable pour modéliser ces essais.

Dans notre modélisation, nous considérons que tous les constituants de l'éprouvette sont des milieux continus et suivent des lois de comportement linéaires élastiques. Le ballast qui est un milieu granulaire et non linéaire est considéré comme un milieu continu. Nous proposons de distinguer entre deux types de ballast :

- un ballast compacté dans la zone de localisation des contraintes en dessous des blochets à 45° ;
- un ballast non compacté ailleurs.

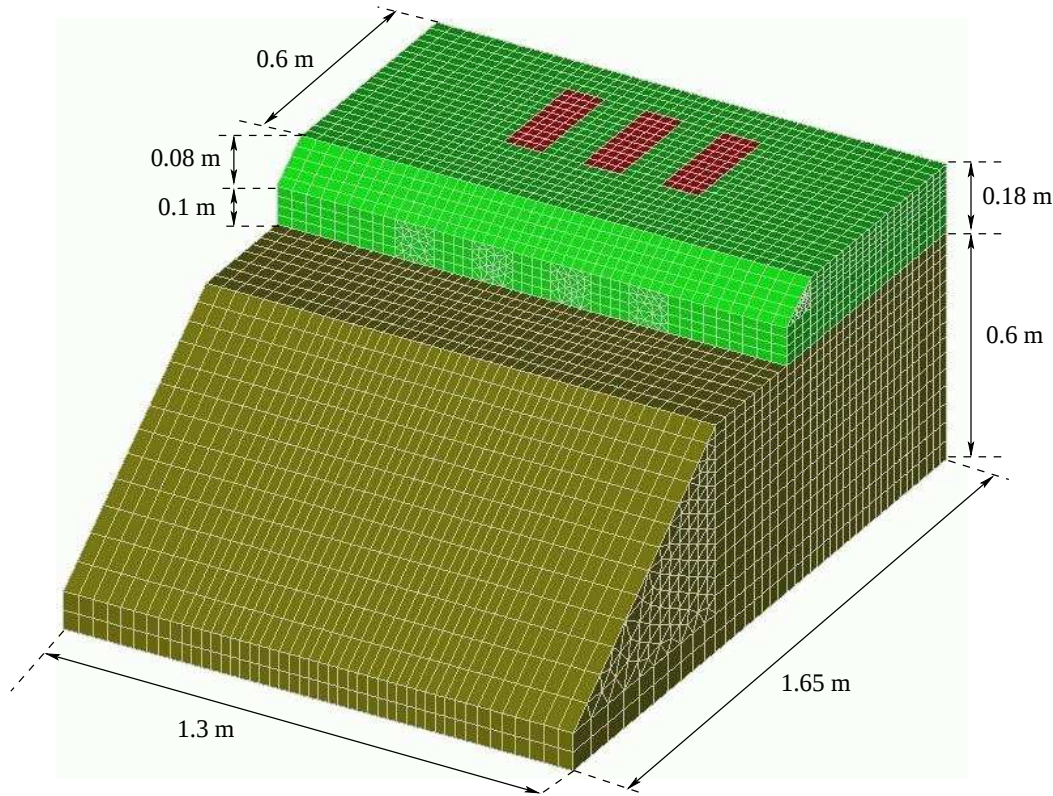


FIGURE 4.12. *Modèle (3D) : une moitié de l'éprouvette (41355 nœuds)*

L'éprouvette est simulée par un modèle tridimensionnel (figure 4.12) en se servant du code d'éléments finis CESAR-LCPC. Comme elle est symétrique, une moitié est modélisée et les déplacements transversaux du plan de symétrie sont bloqués. Dans notre modèle, les triangles en aciers qui servent à distribuer la charge sur les deux blochets de chaque traverse ne sont pas modélisés pour des raisons de simplicité et surtout car les forces appliquées par l'intermédiaires de ces triangles sont mesurées par des capteurs de force situés sur chaque blochet au dessous de l'appui de chaque triangle. Le portique en acier, supportant les vérins, et tout ce qui est au dessous de la couche de sol ne sont pas modélisés parce que les résultats numériques et expérimentaux du dimensionnement dynamique de notre banc d'essai ont montré que la dalle en acier supportant l'éprouvette est très rigide lors du fonctionnement de l'essai. Comme la dalle est rigide nous bloquons les déplacements verticaux du fond de l'éprouvette. Les plaques en acier (raidisseurs) limitant les bords verticaux de l'éprouvette sont remplacées par le blocage des déplacements transversaux des bords.

Les entretoises sont modélisées par des éléments massifs en conservant leurs rigidités en flexion ($EI = E'I'$) et la distribution de leurs masses ($\rho S = \rho'S'$).

Les forces appliquées sur le modèle sont des signaux de forme "M" mesurés par les trois capteurs de force sur les trois blochets constituant une moitié de l'éprouvette. Les forces mesurées sont réparties sur des sections rectangulaires ($0,11 \times 0,097 \text{ m}^2$) au milieu de chaque blochet. Nous

essayons avec ce modèle de prédire les réponses de cette éprouvette (déplacements, accélérations et pressions) sous les passages des trains avec des vitesses de roulement allant de 160 km/h à 400 km/h . Les figures 4.13 et 4.14 montrent la qualité des signaux appliqués par un vérin hydraulique par rapport à ceux analytiques. Plus la vitesse de roulement est élevée plus la vibration est forte et plus il est difficile d'appliquer un signal de bonne qualité.

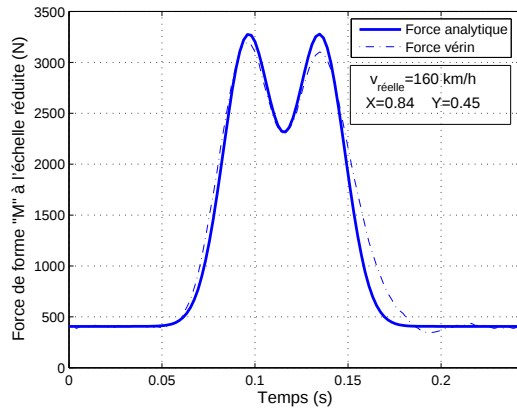


FIGURE 4.13. Force de forme "M" pour $v = 160 \text{ km/h}$

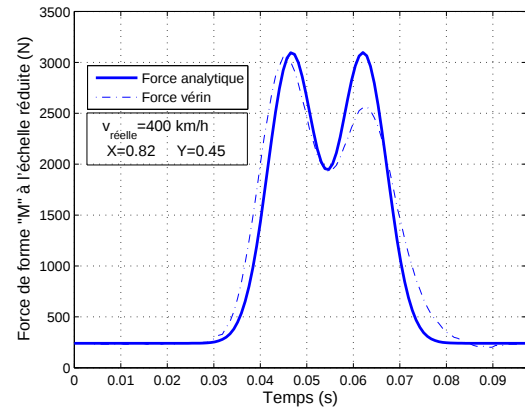


FIGURE 4.14. Force de forme "M" pour $v = 400 \text{ km/h}$

La figure 4.15 présente le banc d'essai à échelle réduite et ses constituants.

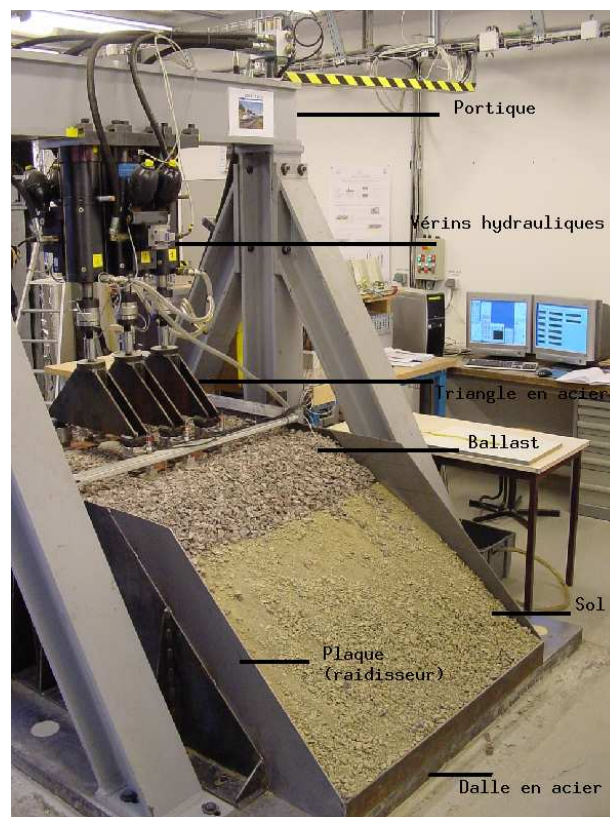


FIGURE 4.15. Essai à échelle réduite

Afin de trouver le module d'Young du sol, on a besoin de connaître le module de la force exercée sur le sol. En se servant des mesures de pressions dans le sol à 6 cm de la surface supérieure lors des passages des signaux de forme "M" sur les trois traverses, on peut déterminer la force totale F exercée sur la surface suite à un déplacement imposé, dans le cas des essais d'identification, sur le sol pour avoir le même ordre de grandeur des pressions mesurées.

En connaissant la formule donnant la contrainte verticale en un point (x,y,z) sous une charge concentrée sur la surface d'un demi-espace infini (solution de Boussinesq) [58] :

$$\sigma_{zz} = \frac{-3F_c z^3}{2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}} \quad (4.5)$$

où $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$, on peut déduire la formule de la contrainte verticale obtenue pour un déplacement imposé sur une section circulaire (figure 4.16) :

$$\sigma_{zz} = P_m = -3P_0 \int_0^a \frac{r z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2} (1 - \frac{r^2}{a^2})^{1/2}} dr \quad (4.6)$$

où P_m est la pression mesurée (contrainte verticale σ_{zz}).

Comme dans notre cas $x = 0$, $y = 0$ ($r = 0$), $z = 0,06$ m et le rayon $a = 0,08$ m, à partir de l'équation précédente on peut déduire la pression minimale P_0 appliquée sur la section circulaire et ensuite la force totale F par les équations :

$$P_0 = \frac{P_m}{1,1} \Rightarrow F = \frac{2\pi a^2 P_m}{1,1} \quad (4.7)$$

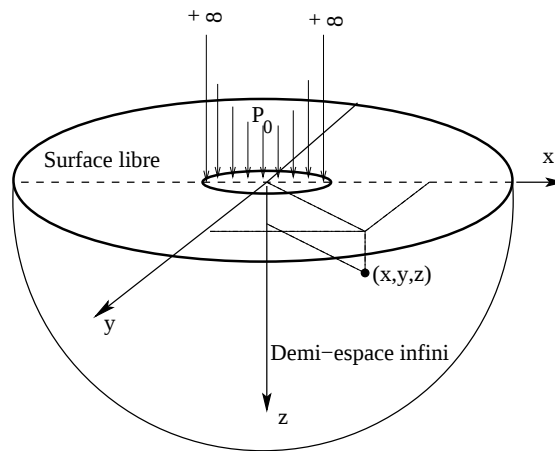


FIGURE 4.16. *Demi-espace infini soumis au déplacement sur une section circulaire*

Vitesse (km/h)	160	210	270	320	360	380	400
Pression moyenne (Pa)	27609	29105	32339	39212	41190	43819	52711
Force (N)	1009	1064	1182	1433	1506	1602	1927
E_s (MPa)	varie de 28,6 à 38,4 MPa ($E_{moyen} = 33$ MPa)						

TABLEAU 4.5. *Pressions moyennes dans le sol, forces et modules d'Young correspondant*

Le tableau 4.5 présente les pressions moyennes mesurées dans le sol à 6 cm de sa surface supérieure lors des passages de cycles à des vitesses allant de 160 à 400 km/h (essais typiques :

(1), (2), (6) et (7)). Les forces représentent les charges totales déterminées par l'équation (4.7) afin de produire les pressions mesurées dans le sol. Le module d'Young du sol est déterminé par l'équation (4.2) en se basant sur les déplacements obtenus grâce aux essais d'identification sur le sol.

Les différents groupes du modèle et leurs caractéristiques physiques et mécaniques :

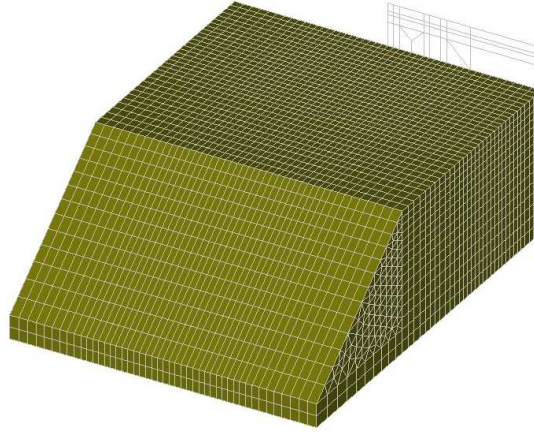


FIGURE 4.17. Sol : $\rho = 2100 \text{ kg/m}^3$, $E = 33 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,25$

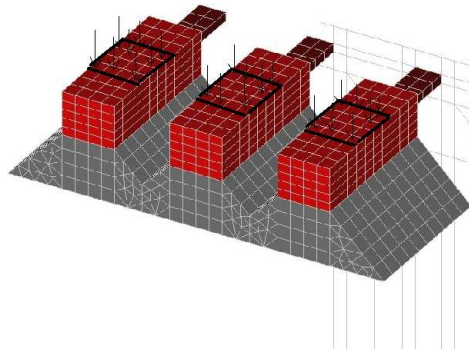


FIGURE 4.18. Ballast compacté en dessous des blochets à 45° : $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,4$; blochets en béton armé : $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, $E = 25 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,2$; entretoises (éléments massifs : matériau ajusté) : $\rho = 4017 \text{ kg/m}^3$, $E = 146 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,28$.

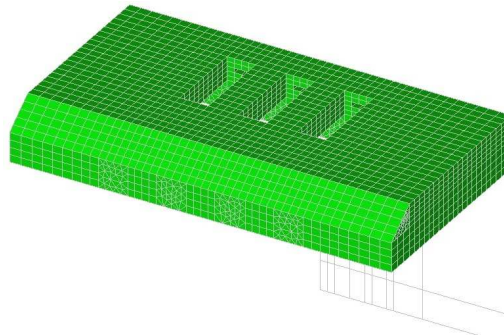
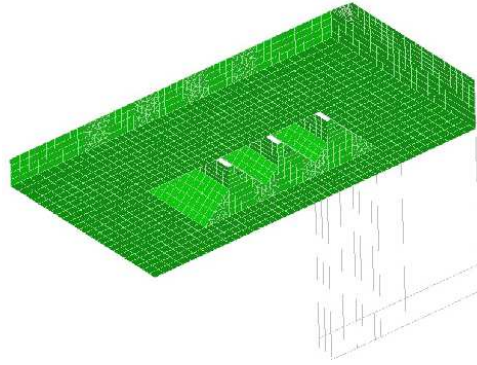
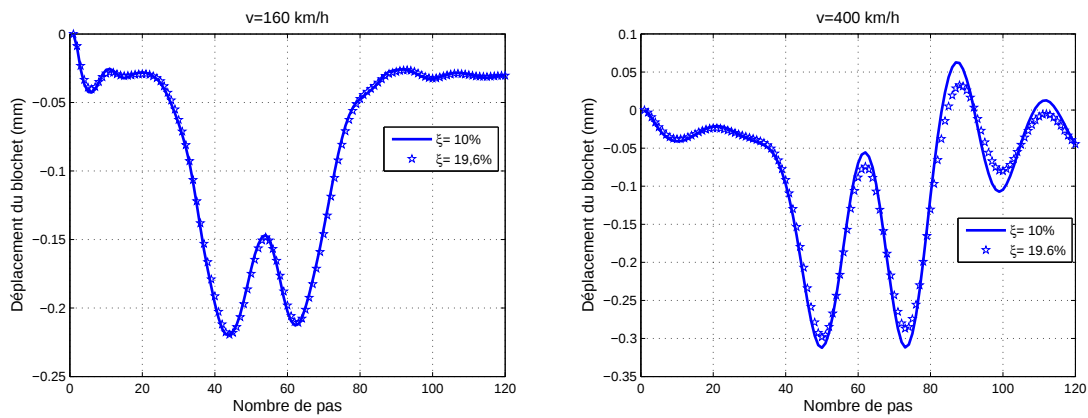


FIGURE 4.19. Ballast non compacté : $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,2$

FIGURE 4.20. *Ballast non compacté : vue du bas*

La matrice d'amortissement utilisée est de type Rayleigh, elle est donnée par la formule $C = A \times K + B \times M$ où A et B sont des paramètres déterminés en considérant que le banc d'essai a un taux d'amortissement $\xi = 10\%$ pour les deux premiers modes verticaux calculés à partir d'une modélisation en éléments finis (3D) par le module d'exécution "MODE" de **CESAR**. Les deux paramètres sont déjà déterminés dans le chapitre 3 pour le dimensionnement dynamique du banc d'essai. Comme on a déjà trouvé dans la section traitant l'identification du sol que le sol a un taux d'amortissement $\xi = 19,6\%$, on a fait des calculs dynamiques afin d'évaluer l'influence de l'amortissement sur le déplacement. Le module d'exécution "DYNI" de **CESAR** permet de calculer les déplacements, les contraintes et les accélérations sur tous les nœuds sous une sollicitation dynamique.

FIGURE 4.21. *Comparaison des déplacements pour $\xi = 10\%$ et $\xi = 19,6\%$*

La figure 4.21 montre des déplacements obtenus par le code CESAR-LCPC pour une vitesse de roulement de 160 km/h et 400 km/h et pour deux taux d'amortissement différents (10% et 19,6%). Il est clair que pour $v = 160 km/h$, les courbes de déplacements obtenues avec $\xi = 10\%$ et $\xi = 19,6\%$ sont identiques. Pour $v = 400 km/h$, la différence augmente légèrement due à la fréquence de sollicitation et comme on s'intéresse aux valeurs maximales on constate que cette différence est très faible. Alors, prendre $\xi = 10\%$ ou $\xi = 19,6\%$ ne change pas les résultats.

Dans les tableaux suivants on compare les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle en éléments finis (CESAR). Les résultats de mesures sont obtenus grâce à des essais typiques (essais 2, 3, 6 et 7) où trois traverses sont sollicitées pour des vitesses de roulement allant de 160 km/h jusqu'à 400 km/h . Ils représentent les valeurs moyennes appartenant au blochet

gauche de la traverse centrale.

L'écart relatif est donné par la formule suivante :

$$Ecart = \frac{|q_m - q_c|}{q_m} \times 100 \quad (4.8)$$

où q est le paramètre à évaluer, m et c sont des indices qui signifient respectivement les paramètres mesurés et les paramètres calculés.

Essai 2, 3, 6 et 7		Déplacement élastique (mm)		
F_{max} (N)	v (km/h)	mesuré	déterminé (CESAR)	écart relatif (%)
1656	160	0,1666	0,1875	12,5
1717	210	0,1624	0,1751	8
1799	270	0,158	0,211	33,5
2033	320	0,2007	0,2381	18,6
2172	360	0,2083	0,2517	21
2460	400	0,2795	0,2811	0,6

TABLEAU 4.6. *Déplacement élastique maximal du blochet gauche de la traverse centrale*

D'après le tableau 4.6, le modèle d'éléments finis donne des bons résultats au niveau du déplacement élastique maximal. L'écart relatif varie de 8% à 21% sauf pour la vitesse de roulement de 270 km/h où elle atteint 33,5%. Cela peut être expliqué par la variation de la rigidité de l'éprouvette qui n'est pas prise en compte dans notre modèle linéaire élastique.

Essai 2, 3, 6 et 7		Accélération du blochet vers le bas (m/s^2)		
F_{max} (N)	v (km/h)	mesurée	déterminée (CESAR)	écart relatif (%)
1656	160	1,148	1,2	4,5
1717	210	1,915	1,361	29
1799	270	3,174	3,703	16,7
2033	320	8,705	5,23	40
2172	360	13,29	8,046	39
2460	400	29,69	12,85	57

TABLEAU 4.7. *Accélération maximale du blochet gauche de la traverse centrale vers le bas*

Le tableau 4.7 montre que le modèle donne une bonne estimation de l'accélération du blochet vers le bas pour les vitesses de 160 et 270 km/h. Pour les autres vitesses, les écarts relatifs sont élevées.

Essai 2, 3, 6 et 7		Accélération du blochet vers le haut (m/s^2)		
F_{max} (N)	v (km/h)	mesurée	déterminée (CESAR)	écart relatif (%)
1656	160	1,105	0,9467	14
1717	210	1,546	1,704	10
1799	270	2,337	3,426	46,6
2033	320	4,943	5,459	10
2172	360	8,606	8,352	3
2460	400	17,65	16,29	8

TABLEAU 4.8. *Accélération maximale du blochet gauche de la traverse centrale vers le haut*

Au niveau de l'accélération maximale du blochet vers le haut (tableau 4.8), le modèle élastique linéaire semble efficace. Il est capable de donner des valeurs proches de celles mesurées avec un écart relatif qui ne dépasse pas 14% sauf pour la vitesse de 270 km/h où il atteint 46,6%.

Essai 2, 3, 6 et 7		Accélération dans le ballast vers le bas (m/s^2)		écart relatif (%)
F_{max} (N)	v (km/h)	mesurée	déterminée (CESAR)	
1656	160	0,9857	1,114	13
1717	210	1,631	1,702	4
1799	270	2,78	3,308	19
2033	320	6,08	4,235	30
2172	360	8,497	6,33	25,5
2460	400	21,51	10,43	51,5

TABLEAU 4.9. Accélération maximale dans le ballast (côté gauche) vers le bas

Au niveau de l'accélération dans le ballast qu'elle soit vers le bas (tableau 4.9) ou vers le haut (tableau 4.10), le modèle élastique linéaire ne semble pas efficace. Cela ne nous surprend pas car la décomposition du ballast en deux zones (compactée et non compactée) a été identifiée par rapport au déplacement du blochet dans le deuxième chapitre.

Essai 2, 3, 6 et 7		Accélération dans le ballast vers le haut (m/s^2)		écart relatif (%)
F_{max} (N)	v (km/h)	mesurée	déterminée (CESAR)	
1656	160	0,7414	1,119	51
1717	210	1,114	1,588	42,5
1799	270	2,065	3,255	57,6
2033	320	4,44	5,667	27,6
2172	360	6,968	7,938	14
2460	400	27,49	15,18	45

TABLEAU 4.10. Accélération maximale dans le ballast (côté gauche) vers le haut

Au niveau de la pression verticale à 6 cm de la surface du sol sous le blochet gauche de la traverse centrale (tableau 4.11), la différence entre les mesures et les résultats numériques est significative, elle a tendance à augmenter avec la vitesse de roulement. Cette différence peut être justifiée par les forces de contact entre les grains de ballast et la surface du sol.

Essai 2, 3, 6 et 7		Pression verticale dans le sol (kPa)		écart relatif (%)
F_{max} (N)	v (km/h)	mesurée	déterminée (CESAR)	
1656	160	27,61	17,8	35,5
1717	210	29,1	17,6	39,5
1799	270	32,34	19,2	40,6
2033	320	39,21	21,4	45
2172	360	41,19	21,8	47
2460	400	52,71	24,6	53

TABLEAU 4.11. Pressions verticales dans le sol sous le blochet gauche de la traverse centrale

4.4 Conclusion

À la fin de ce chapitre, nous arrivons aux conclusions suivantes :

- D’après les essais d’identification sur le sol, nous constatons que son comportement est plus ou moins identique pour les quatre essais typiques. La différence la plus élevée entre les rigidités correspondantes à deux essais différents est de l’ordre de 20% pour une charge appliquée de 1500 N . Grâce aux résultats expérimentaux (forces-déplacements) obtenus pour une sollicitation dynamique à 10 Hz , on a pu estimer le taux d’amortissement du sol qui est de l’ordre de 19,6%. Il est clair que le sol a un comportement non linéaire. Son module d’Young dépend du module de la force appliquée. En se basant sur les solutions d’un demi-espace infini et pour des charges statiques allant de 900 N jusqu’au 2000 N , on a identifié un module d’Young moyen du sol $E_s = 33 \text{ MPa}$ à introduire dans le modèle élastique linéaire. À la fin de chaque essai typique, la rigidité du sol est augmentée de 10%.
- D’après les essais d’identification sur la structure complète (sol, ballast et traverses), l’évolution de la rigidité (dynamique et statique) est très variable en fonction du nombre de cycles. On peut trouver une rigidité statique maximale 88% plus élevée que celle de départ, et une rigidité dynamique maximale 67% plus élevée que celle de départ. L’effet dynamique peut être constaté en comparant les deux rigidités statique et dynamique, on peut atteindre une différence de 40%.
- Avec un modèle tridimensionnel simple (linéaire élastique) en utilisant la méthode des éléments finis (CESAR-LCPC) et en considérant qu’il existe deux zones de ballast :
 1. ballast compacté sous les blochets à 45° : $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,4$;
 2. ballast non compacté ailleurs : $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $E = 8 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,2$.

On a de bonnes estimations au niveau du déplacement élastique maximal et de l’accélération du blochet (traverse centrale) vers le haut sauf pour la vitesse de 270 km/h où cela peut être expliqué par l’évolution variable de la rigidité de la structure complète en fonction du nombre de cycle. Par contre, ce modèle ne semble pas efficace pour estimer les accélérations dans le ballast ni les pressions dans le sol. Comme le modèle est élastique linéaire et qu’il ne prend pas en compte l’aspect granulaire du ballast ni la non linéarité des matériaux, on peut le considérer comme un outil préliminaire permettant de prédire le déplacement et l’accélération du blochet vers le haut.

Pour mettre au point un modèle plus précis il faut tenir compte de la non linéarité des différents matériaux mais aussi de l’évolution de leurs propriétés en fonction des cycles de chargements ce qui semble particulièrement difficile à mettre en œuvre. Cela justifie à posteriori l’adoption d’un modèle linéaire dans une première approche du phénomène.

Chapitre 5

Etude expérimentale du tassement

Dans les chapitres précédents, nous avons abordé la modélisation de la réponse élastique des bancs d'essais. Cette modélisation permet de déterminer les déplacements des blochets et les accélérations. Dans ce chapitre, nous essayons de traiter le problème ferroviaire du point de vue du tassement. Nous visons plus précisément le tassement des blochets, un facteur qui joue un rôle capital dans le cadre des interventions de maintenance et de la durée de vie d'une voie ferrée. Ce facteur engendre des dégâts importants dans la voie qui coûtent cher à la SNCF au niveau de la maintenance et menacent le confort des passagers.

D'un point de vue préliminaire, le tassement peut être présenté comme du à deux raisons essentielles. La première raison est dédiée aux grains du ballast. L'accélération des grains atteint une valeur critique qui rend le ballast comme un fluide ce qui favorise l'enfoncement des blochets et aboutit à des dégâts importants. La deuxième raison peut être attribuée au tassement du sol. Le tassement du sol dépend de sa qualité et de la présence de cavités. Il ne faut pas oublier que le tassement dépend également du comportement global de la structure (ballast-sol).

Notre étude dans ce chapitre est complètement expérimentale. Nous présentons les tassements des blochets en fonction de la vitesse de roulement et de l'accélération que cela soit celle du blochet ou celle du ballast. Nous allons chercher à trouver une relation expérimentale entre l'incrément de tassement et l'accélération (un paramètre qui incarne bien l'effet dynamique). Pour déterminer le tassement de la voie, il suffit de déterminer le paramètre dynamique, par un modèle en éléments finis et de le substituer dans la relation expérimentale.

Les points essentiels visés dans ce chapitre consistent à :

- étudier l'effet de la charge mobile sur le tassement et le comportement de la voie ;
- trouver une relation expérimentale entre l'incrément de tassement et un paramètre dynamique capable de prédire cet incrément pour de faibles vitesses ainsi que pour de grandes vitesses.

5.1 Effet de la charge mobile

Les essais de type comparaison (3 vérins/ 1 vérin) consistent à réaliser des cycles de chargement à plusieurs vitesses de roulement une fois avec une traverse sollicitée (traverse centrale) et une autre fois avec les trois traverses. Ces essais ont comme intérêt d'étudier l'effet de la charge mobile sur le comportement de l'éprouvette, un des buts de notre banc d'essai. Une traverse est-elle suffisante pour simuler le comportement de la voie ferrée ?

Pour répondre à cette question, on compare les résultats expérimentaux (déplacement élastique, accélération et tassement) obtenus sur la traverse centrale avec une et trois traverses sollicitées.

Une première remarque constatée est l'effet de la vitesse sur le tassement que cela soit avec une ou trois traverses sollicitées. Dans la figure 5.1, on présente les tassements du blochet gauche

de la traverse centrale, en fonction du nombre de cycles, obtenus grâce à un essai avec un vérin (essai 1). Il est clair que le tassement dépend fortement de la vitesse de roulement. Plus la vitesse est élevée plus le tassement est important.

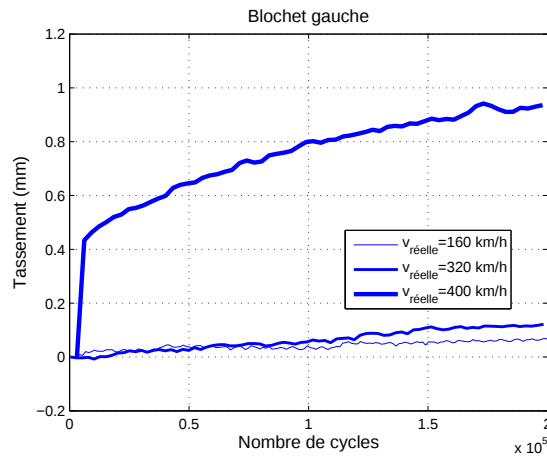


FIGURE 5.1. *Tassement du blochet gauche (1 vérin sollicité)*

Pour étudier l'effet de la charge mobile sur le tassement, on compare les tassements de la traverse centrale par rapport à un et à trois vérins sollicités. On rappelle que la charge appliquée a la forme de la lettre "M". Dans le cas de trois vérins, les signaux sont appliqués sur chaque traverse avec un décalage en temps :

$$t_j = \frac{c_t \times j d}{v} \quad (5.1)$$

où " c_t " est le facteur d'échelle du temps ($c_t = \sqrt{3}/3$), " j " est le numéro de la traverse ou le vérin en question, " d " est la distance entre deux traverses à l'échelle réelle (0,6 m) et " v " est la vitesse de roulement à l'échelle réelle.

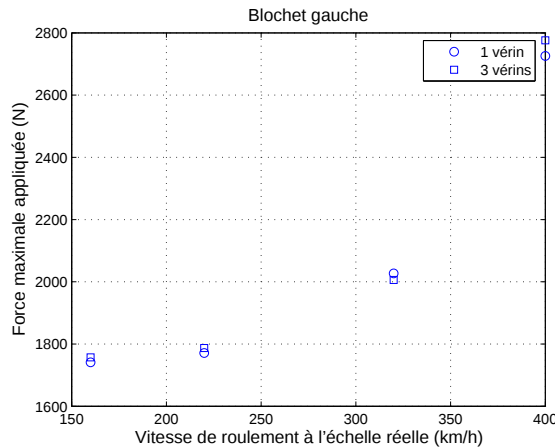


FIGURE 5.2. *Force mesurée sur le blochet gauche de la traverse centrale*

Le module maximal de cette charge est le même dans les deux types d'essais, une condition nécessaire afin que la comparaison soit correcte. La figure 5.2 montre le module maximal de cette force mesurée par le capteur de force (par cycle) sur le blochet droit dans les cas des deux types d'essais. Il est clair que la force augmente avec la vitesse de roulement ce qui peut être expliqué par

la force d'inertie due à la masse du triangle en acier distribuant la charge sur les deux blochets de la traverse centrale. Plus la vitesse est élevée (fréquence d'excitation élevée) plus la force d'inertie est importante.

La figure 5.3 montre les tassements du blochet gauche de la traverse centrale en fonction du nombre de cycles avec 1 et 3 vérins sollicités pour les vitesses de roulement de 160 et 320 km/h . On trouve que les tassements avec trois vérins sollicités sont supérieurs à ceux obtenus avec un vérin, d'où vient l'importance d'un essai simulant la charge mobile. Cette remarque est aussi constatée pour une vitesse de 400 km/h où la différence entre les deux tassements est plus significative (figure 5.4).

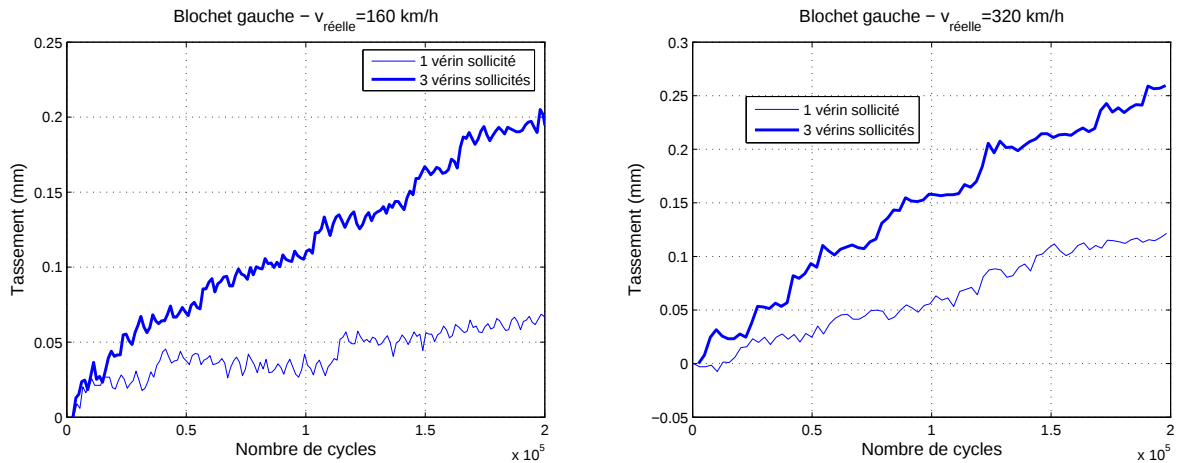


FIGURE 5.3. Tassement du blochet gauche en fonction du nombre de cycles

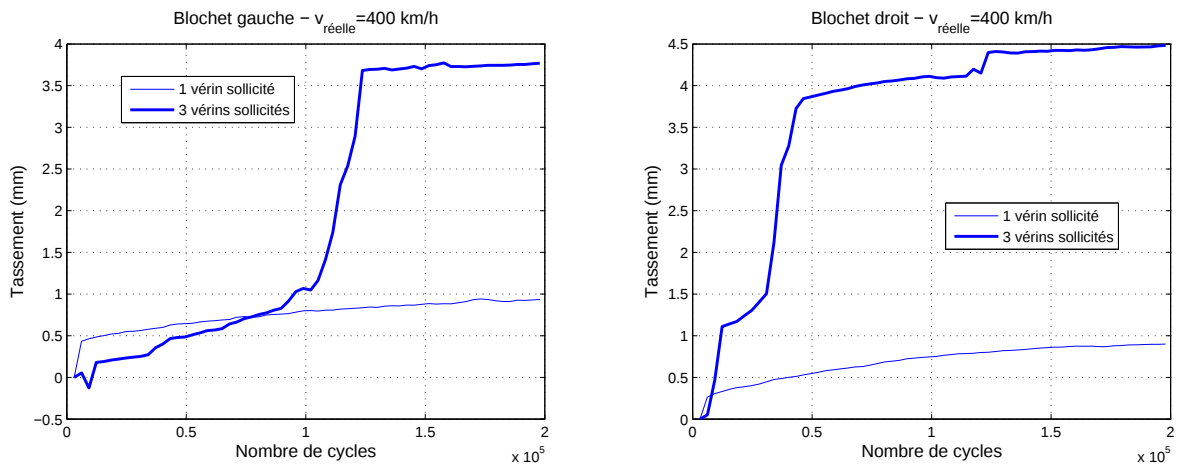


FIGURE 5.4. Tassement des blochets pour une vitesse $v = 400 km/h$

Une remarque très intéressante est constatée dans le cas d'un essai à 400 km/h (à l'échelle réelle) avec trois vérins. Les blochets de la traverse centrale ont des courbes de tassement avec des paliers. Ces paliers sont précédés par des tassements très élevés (figure 5.4). Chaque tassement élevé est traduit physiquement par la réorganisation des grains de ballast et leurs interpénétrations dans la plate-forme. Au niveau du logiciel de pilotage, comme on pilote en déplacement, l'existence de ce phénomène est accompagnée par un fort déplacement afin d'atteindre le module de la force

voulue. Plus la structure est molle plus le déplacement à imposer est élevé pour avoir la force désirée.

Avant de continuer à comparer les déplacements et les accélérations des blochets, il est important de définir les significations de ces paramètres :

- Le déplacement élastique d'un blochet sous le passage d'un bogie à une vitesse de roulement " v " est la moyenne des déplacements élastiques maximaux mesurés pendant le passage de 200000 bogies ;
- L'accélération d'un blochet sous le passage d'un bogie à une vitesse de roulement " v " est la moyenne des accélérations maximales mesurées pendant le passage de 200000 bogies, on distingue entre deux accélérations : une accélération vers le haut (positive) et une autre vers le bas (négative) ;
- Le tassement est défini par un incrément de tassement par cycle. Cet incrément, dans le cas d'une courbe de tassement classique en fonction du nombre de cycles (tassement élevé du au bourrage puis un tassement linéaire par rapport au nombre de cycles), représente la pente de la partie linéaire de la courbe de tassement (deuxième phase de tassement). Dans le cas des courbes avec plusieurs paliers, l'incrément doit tenir compte des paliers afin qu'il représente bien le tassement élevé. On prendra dans ce cas le tassement total après la première phase de stabilisation divisé par le nombre de cycles associé à cette partie.

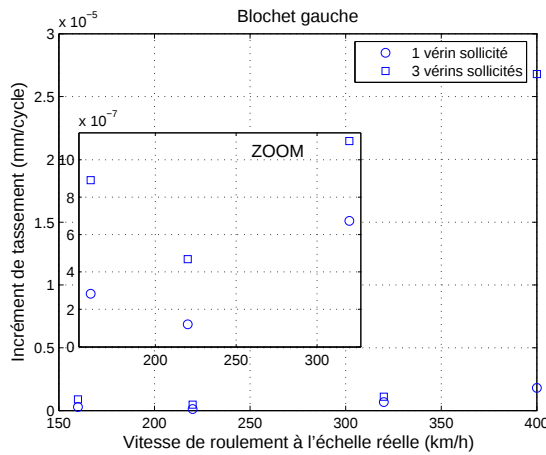


FIGURE 5.5. *Incrément de tassement*

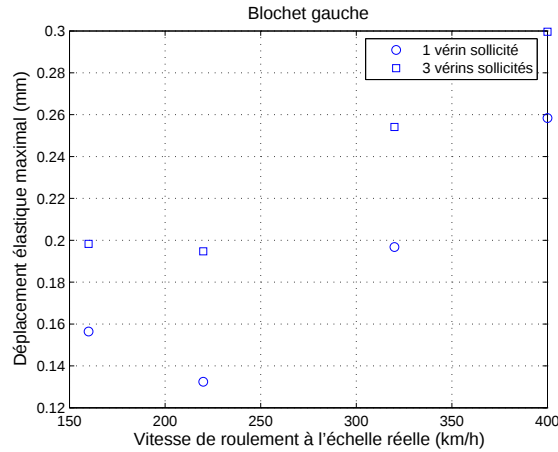


FIGURE 5.6. *Déplacement élastique*

La figure 5.5 présente les incréments de tassement du blochet gauche de la traverse centrale, obtenus dans le cas de l'essai (1), en fonction de la vitesse de roulement. L'incrément avec trois vérins sollicités est 2 à 4 fois plus élevé que celui avec un vérin pour des vitesses inférieures ou égales à 360 km/h . Cette différence devient beaucoup plus élevée pour $v = 400 \text{ km/h}$, l'incrément avec trois vérins sollicités peut être 10 fois plus élevé que celui avec un vérin.

Au niveau du déplacement élastique, il est plus élevé avec trois vérins que celui avec un. On trouve des déplacements 1, 3 fois plus élevés (figure 5.6).

Concernant les accélérations, que cela soit celle du blochet (figure 5.7) ou celle du ballast (figure 5.8), vers le haut ou vers le bas, elles sont aussi plus élevées avec trois vérins que celles avec un. Le rapport entre les deux accélérations varie en fonction de la vitesse de roulement. Bien que l'accélération du blochet vers le bas pour $v = 400 \text{ km/h}$ avec un vérin est supérieure à celle avec trois vérins sollicités, l'accélération dans le ballast avec trois vérins reste toujours supérieure à celle avec un vérin sollicité. Il faut souligner que dans les cas d'autres essais de comparaisons (3 vérins/1 vérin) les accélérations dues aux trois vérins sont toujours supérieures à celles dues à un vérin.

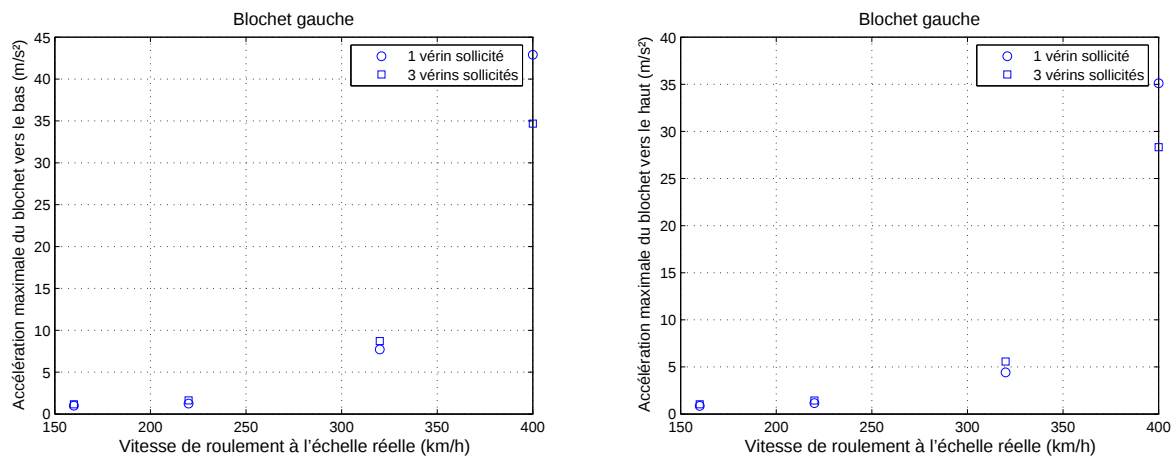


FIGURE 5.7. Accélération du blochet

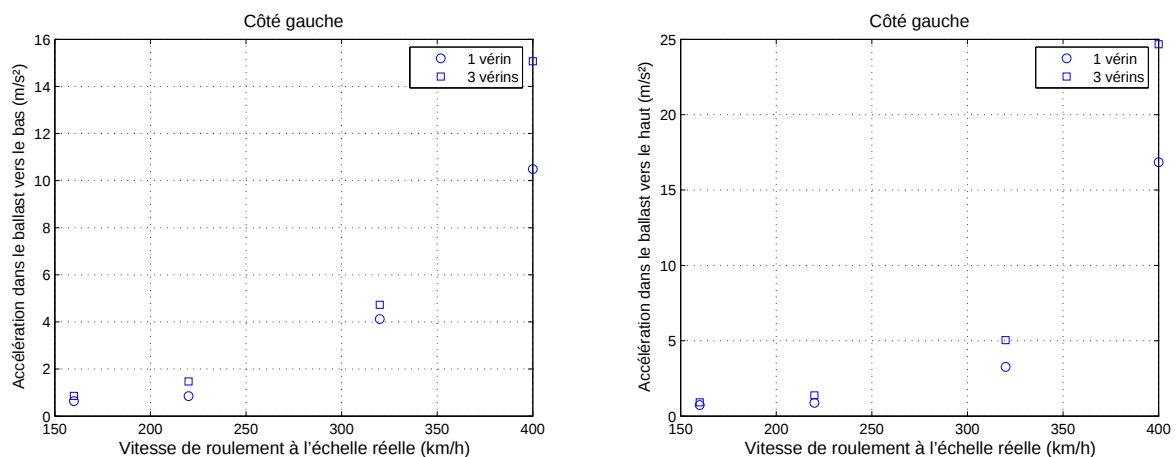


FIGURE 5.8. Accélération dans le ballast

En conclusion, un banc d'essai simulant le passage des trains est indispensable pour bien représenter le comportement de la voie à l'échelle réelle sinon les résultats obtenus sont sous estimés par rapport à ceux constatés à l'échelle réelle. Cela est bien expliqué par les conclusions suivantes :

- les incréments de tassement, de la traverse centrale, obtenus grâce à des essais avec trois vérins sollicités sont 2 à 4 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin pour $v \leq 360 \text{ km/h}$ et 10 fois plus élevés pour $v = 400 \text{ km/h}$;
- les déplacements élastiques maximaux, de la traverse centrale, obtenus grâce à des essais avec trois vérins sollicités sont à peu près 1,3 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin ;
- les accélérations mesurées sur les blochets de la traverse centrale et dans le ballast, obtenues grâce à des essais avec trois vérins sollicités sont plus élevées que celles obtenues avec un vérin. Le rapport entre les deux accélérations augmente avec la vitesse de roulement.

Ces conclusions sont déduites par rapport aux résultats de l'essai (1), et elles sont confirmées par d'autres essais de types comparaison (3 vérins/ 1 vérin) (essais (4) et (5)).

Avec trois traverses sollicitées, on n'arrive pas à avoir les deux essieux du bogie en même temps sur la portion de la voie. Pour cela, il sera intéressant de simuler un essai avec six traverses (l'équivalent de la distance entre les deux essieux d'un bogie) afin de prendre compte ce facteur.

5.2 Loi de tassement

Dans cette section, tout d'abord nous essayons d'analyser les résultats expérimentaux tels que les déplacements, les accélérations et les tassements avant de chercher à trouver une relation expérimentale (incrément de tassement - déplacement ou accélération). Cette analyse est indispensable afin de comprendre le comportement de l'éprouvette. Les résultats à traiter dans la suite sont extraits de onze essais effectués. Ces essais sont définis comme suit :

- Essais 2, 3, 6 et 7 sont des essais typiques. Un essai typique consiste à lancer des paquets de cycles avec les trois vérins à 160, 210, 270, 320, 360, 380 et 400 km/h avec une plate-forme raide (GNT : grave non-traité de la carrière des Maraichères) ;
- Essais 1, 4 et 5 sont des essais de comparaison 3 vérins/ 1 vérin avec une plate-forme raide dont les vitesses de roulement sont 160, 220, 320 et 400 km/h ;
- Essai 11, 12, 13 et 15 est un essai avec trois traverses sollicitées pour les vitesses suivantes : 300, 360, 370, 380, 390 et 400 km/h ;

Il est important de signaler que tous les paramètres dans les figures présentées sont à l'échelle réduite (à l'échelle du banc d'essai) sauf la vitesse de roulement que l'on préfère présenter à l'échelle réelle. Les résultats appartiennent à la traverse centrale qui représente la traverse de référence grâce à sa position entre les deux traverses.

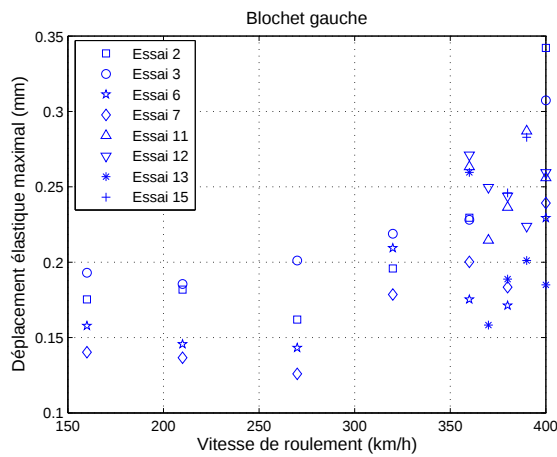


FIGURE 5.9. *Déplacement élastique*

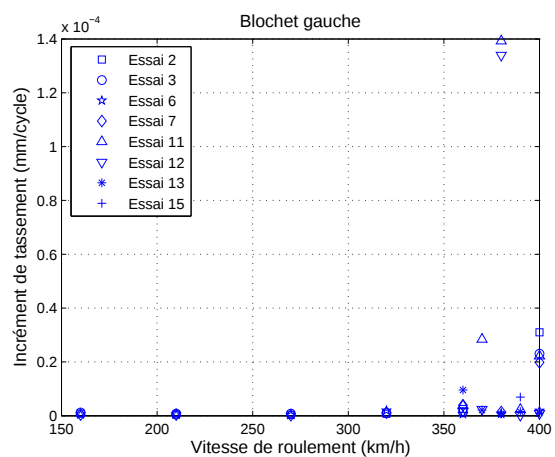


FIGURE 5.10. *Incrément de tassement*

On présente dans la figure 5.9 le déplacement élastique maximal du blochet gauche de la traverse centrale en fonction de la vitesse de roulement pour les essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15. En général, les déplacements ont tendance à augmenter en fonction de la vitesse de roulement, autrement dit en fonction de la fréquence d'excitation. Pour cela, il est possible de prédire ces déplacements avec un modèle linéaire élastique en éléments finis.

Dans les essais 3 et 6, on constate des déplacements élevés pour la vitesse de 160 km/h par rapport aux déplacements obtenus pour la vitesse de 210 km/h . Ceci peut être expliqué par l'état du ballast, au début de chaque essai on peut s'attendre à avoir des déplacements légèrement élevés.

Les résultats obtenus grâce aux essais 11, 12, 13 et 15 pour $v = 300 km/h$ ne sont pas présentés car on considère qu'à ce stade de l'essai la structure passe dans un état de densification ce qui peut fournir des résultats très élevés au niveau du déplacement et de l'incrément de tassement difficilement comparables avec les résultats obtenus pour les autres vitesses surtout car cette vitesse est élevée. Par contre, on présente les résultats obtenus à 160 km/h pour les autres essais car à

cette vitesse les résultats ne peuvent pas être très élevés par rapport à ceux obtenus pour des vitesses plus importantes même si la structure est dans un état de densification.

D'après l'essai 6, le déplacement obtenu pour la vitesse de 320 km/h est supérieur à ceux obtenus pour les vitesses de 360 et 380 km/h mais il est inférieur à celui de 400 km/h . Les résultats de l'essai 7 montrent aussi que le déplacement correspondant à la vitesse de 360 km/h est plus élevé que celui correspondant à 380 km/h . Il n'y a que deux raisons pour expliquer ces deux remarques :

1. Si on considère que la structure est linéaire élastique, il peut exister une fréquence de résonance qui se trouve entre les deux fréquences correspondant aux deux vitesses pour lesquelles on a une décroissance du déplacement sinon la structure est non-linéaire ;
2. La structure peut se rigidifier ce qui peut bien expliquer un déplacement moins élevé.

La première raison est peu probable car cette remarque n'était pas observée dans les cas d'essais 2 et 3. Donc la deuxième raison sera plus favorable. Le raidissement peut être expliqué par un tassement considérable du blochet qui rend le ballast beaucoup plus compacté. Pour renforcer cette hypothèse on va regarder la courbe représentant l'incrément de tassement en fonction de la vitesse de roulement (figure 5.10).

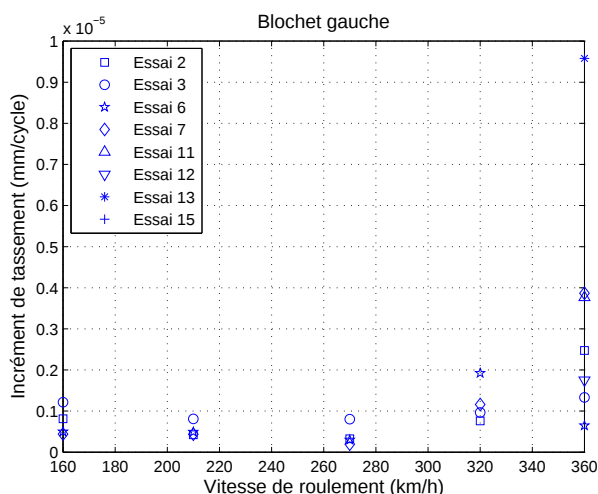


FIGURE 5.11. *Incrément de tassement (ZOOM)*

La figure 5.11 montre des incréments de tassement considérablement élevés pour les vitesses de 320 km/h dans le cas de l'essai 6 et 360 km/h dans le cas de l'essai 7. Ces incréments élevés sont expliqués par l'apparition des paliers au niveau des courbes de tassement en fonction du nombre de cycles.

Dans les figures 5.12 et 5.13, on montre que l'on peut relier la vitesse de roulement au déplacement élastique et à l'incrément de tassement du blochet par une régression non linéaire représenté par des polynômes de deuxième ordre avec une bonne corrélation. Les déplacements élastiques et les incréments de tassement présentés dans ces figures représentent les valeurs moyennes par rapport aux essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15.

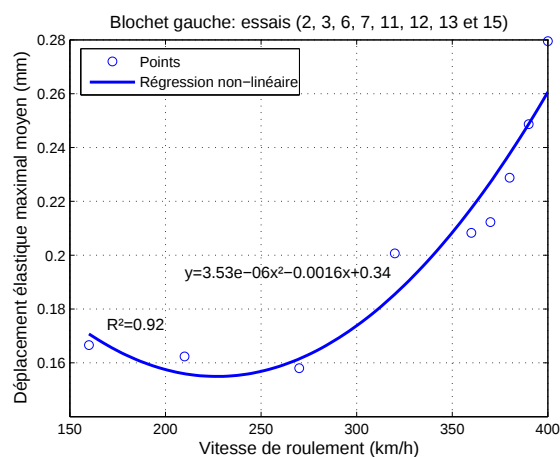


FIGURE 5.12. Relation entre la vitesse et le déplacement élastique

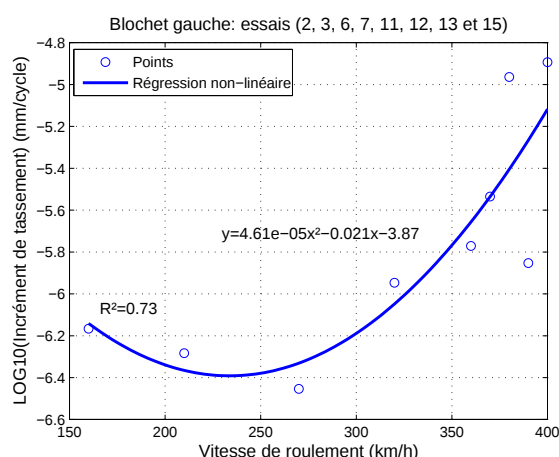


FIGURE 5.13. Relation entre la vitesse et l'incrément de tassement

D'après les résultats obtenus dans le cas d'essais de comparaison 3 vérins/ 1 vérin (figure 5.14), les déplacements correspondant aux essais 1 et 4 sont normaux, ils augmentent avec la vitesse.

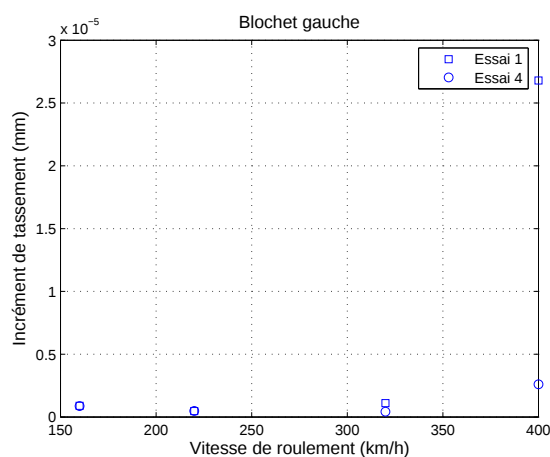
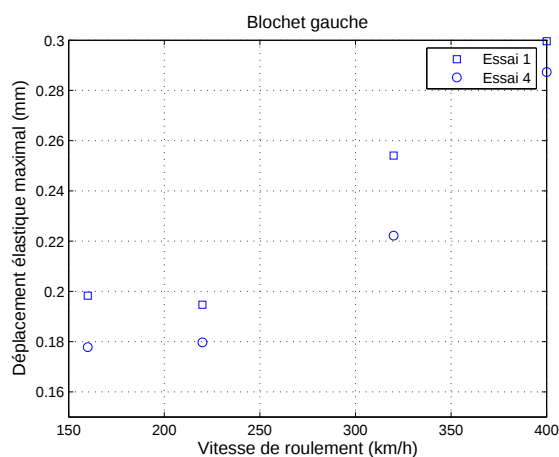


FIGURE 5.14. Déplacement élastique (essais de comparaison)

Au niveau de l'accélération du blochet que cela soit vers le bas ou vers le haut (figure 5.15), elle augmente avec la vitesse de roulement (fréquence d'excitation). Les accélérations du blochet vers le bas sont supérieures à celles vers le haut et cette différence est sensible à la vitesse de roulement, plus la vitesse est haute plus la différence est élevée.

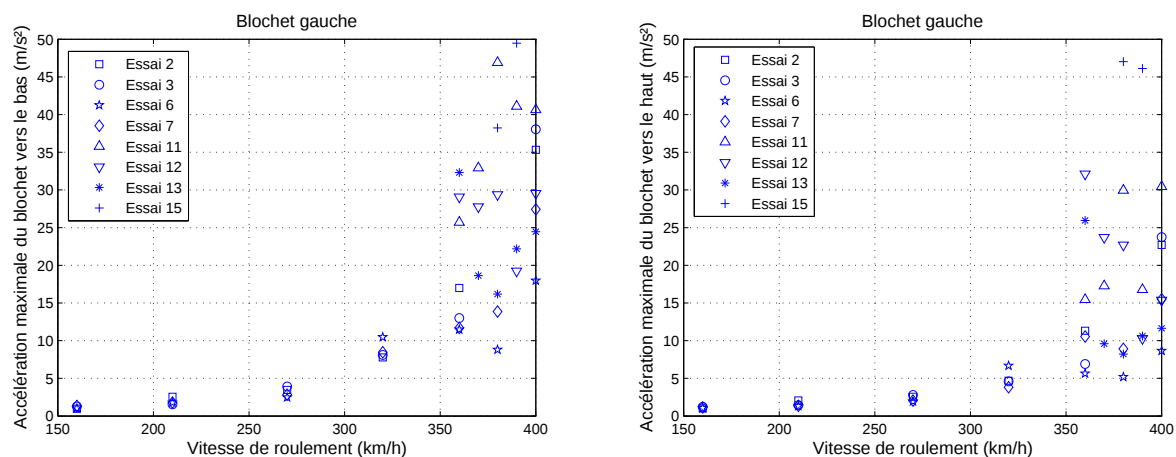


FIGURE 5.15. Accélération du blochet (vers le bas et vers le haut)

La figure 5.16 présente la relation entre la vitesse de roulement et l'accélération du blochet gauche vers le bas et vers le haut en fonction de la vitesse de roulement. Les accélérations sont les valeurs moyennes par rapport aux essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15.

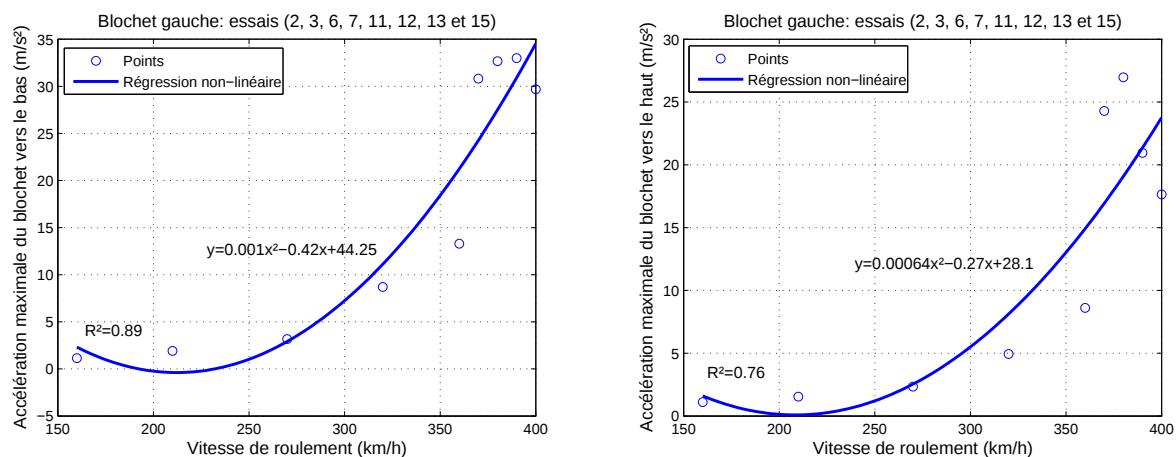


FIGURE 5.16. Relation entre la vitesse et l'accélération du blochet (vers le bas et vers le haut)

Au niveau de l'accélération dans le ballast, on montre dans la figure 5.17 les accélérations du côté gauche au niveau du fond de blochet entre le blochet gauche de la première traverse et le blochet gauche de la traverse centrale. Les accélérations augmentent toujours avec la vitesse. Les accélérations vers le bas sont supérieures à celles vers le haut.

La figure 5.18 présente la relation entre la vitesse de roulement et l'accélération dans le ballast (côté gauche entre le blochet gauche de la première traverse et le blochet gauche de la traverse centrale) vers le bas et vers le haut. Les accélérations sont les valeurs moyennes par rapport aux essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15.

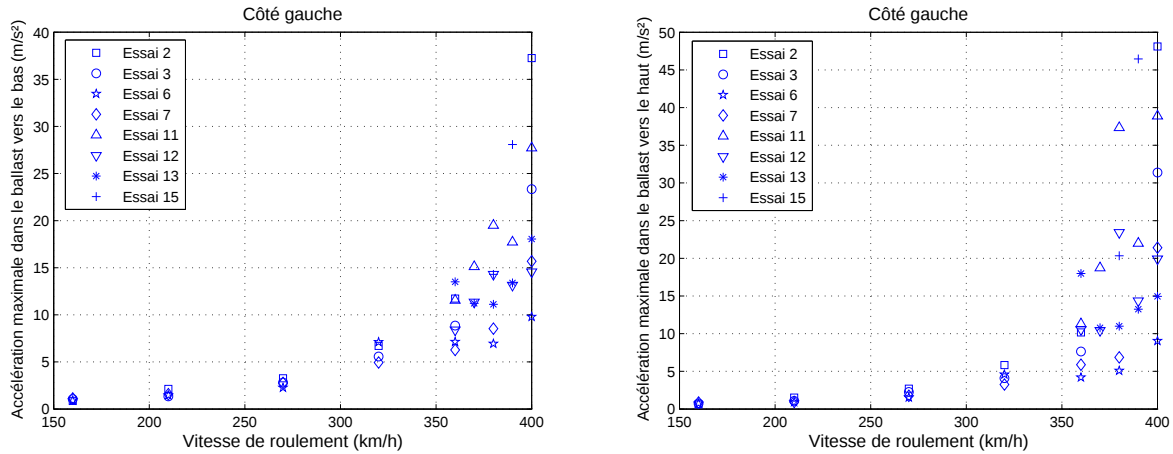


FIGURE 5.17. Accélération dans le ballast (vers le bas et vers le haut)

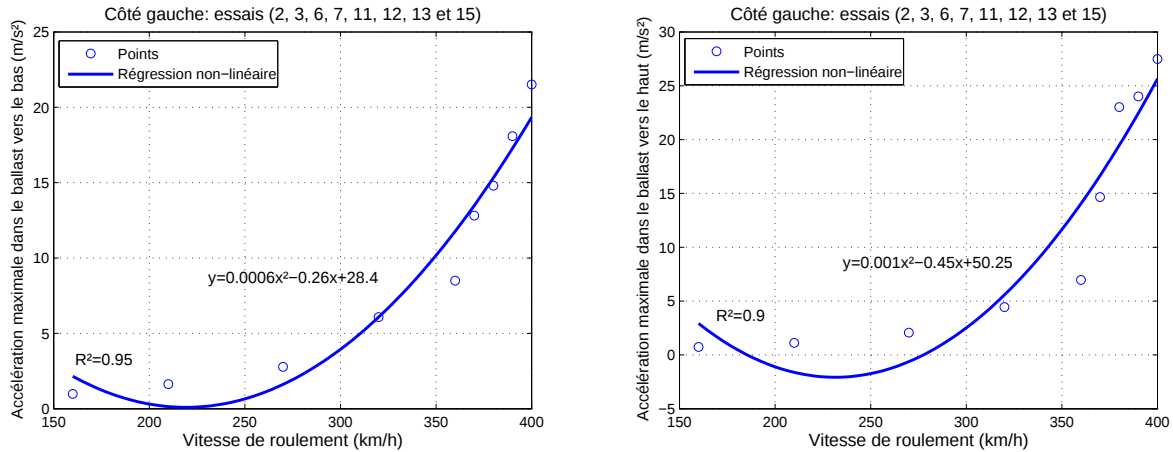
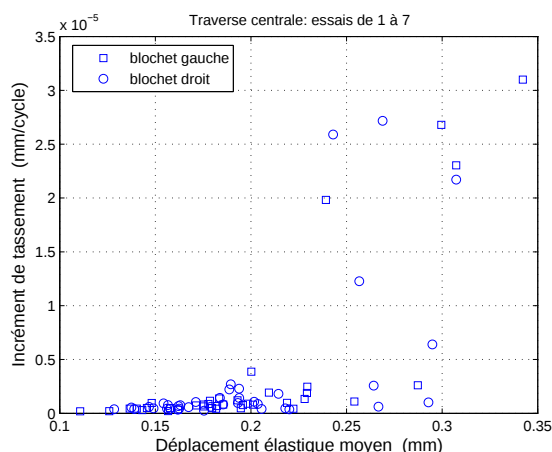
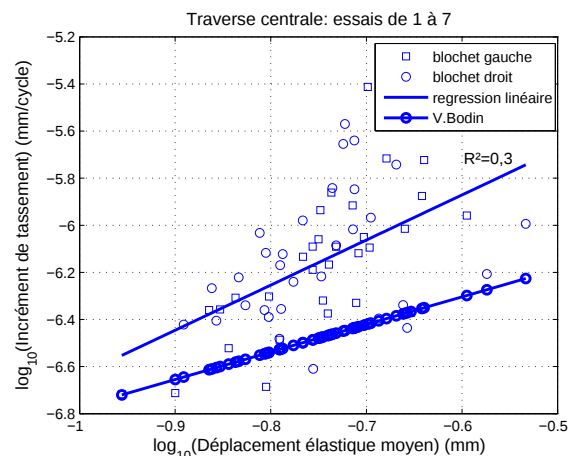


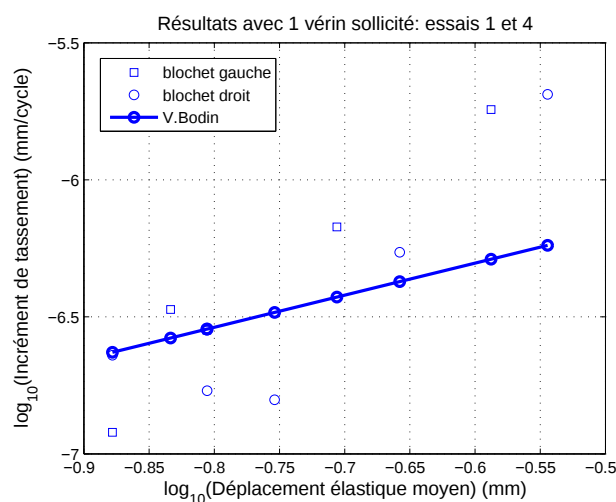
FIGURE 5.18. Relation entre la vitesse et l'accélération dans le ballast (vers le bas et vers le haut)

Les accélérations peuvent être exagérées par rapport à celles observées sur la voie réelle dans le cas des courbes de tassement ayant plusieurs paliers. Lors des tassements élevés le vérin, piloté en déplacement, essaie d'avancer pour assurer le contact avec la pièce distribuant la charge sur les blochets afin d'appliquer le signal. Ce cas est accompagné par des séries de choc qui produisent des accélérations élevées. Comme l'accélération représente la moyenne des accélérations par rapport au nombre de cycles, l'accélération est plus élevée pour des courbes avec plusieurs pentes de tassements précédant les paliers.

Dans un premier temps, on essaie de trouver une relation linéaire qui relie les logarithmes de base 10 de l'incrément de tassement avec ceux du déplacement élastique maximal du blochet lors d'un passage d'un bogie. Comme ce type de lois a été validé par V.Bodin [3] suite à un essai à échelle réduite avec des vitesses qui ne dépassent pas 320 km/h on essaie de trouver une loi similaire correspondant aux résultats obtenus par rapport à des vitesses inférieures à 320 km/h (accélération du blochet inférieure à 10 m/s^2).

FIGURE 5.19. *Incrément de tassement*FIGURE 5.20. *Incrément ($v \leq 320$ km/h)*

Dans la figure 5.19, on présente les incréments de tassement des blochets (gauche et droit) de la traverse centrale en fonction des déplacements élastiques maximaux pour des vitesses allant de 160 km/h à 400 km/h. La figure 5.20 montre que la relation entre $\log_{10}(\text{incrément})$ et $\log_{10}(\text{déplacement})$ n'est pas linéaire. Les points $(\log_{10}(\text{incrément}), \log_{10}(\text{déplacement}))$ sont très dispersés ce qui aboutit à un coefficient de détermination faible pour une régression linéaire, il est de l'ordre de 0,3. Il est clair dans ce cas qu'il est difficile de trouver une bonne corrélation entre l'incrément de tassement et le déplacement élastique maximal du blochet. Les incréments de tassement obtenus par nos essais avec trois vérins sollicités sont plus élevés que ceux pouvant être déduits par la loi élaborée par V.Bodin. Cela peut être expliqué par l'effet de la charge mobile et par la présence du sol.

FIGURE 5.21. *Incréments de tassement avec un vérin sollicité*

Une comparaison entre les incréments de tassement déterminés par la loi de V.Bodin et ceux obtenus grâce à des essais avec un vérin sollicité montre que les incréments se trouvent autour de la droite qui représente cette loi (figure 5.21). Cette droite ne représente pas une régression linéaire de ces valeurs qui sont très dispersées. La seule différence entre les deux essais est la présence d'une plate-forme réelle au lieu d'une plate-forme artificielle représentée par une couche de bois ou d'élastomère dans les essais de V.Bodin.

Un des buts de nos essais est de trouver une loi expérimentale de tassement qui peut être valable pour de grandes vitesses. D'après la thèse de V.Bodin, sa loi de tassement n'est plus valable dès que l'on dépasse une accélération critique qui est de l'ordre de $1,4 g$ (g =accélération gravitationnelle) où les incréments de tassement peuvent être multipliés par 10. Pour cela on insiste sur le fait que la loi de tassement doit comprendre un paramètre dynamique telle que l'accélération. Dans les figures 5.22 et 5.23, on présente l'incrément de tassement des blochets (gauche et droit) de la traverse centrale en fonction de l'accélération mesurée dans le ballast et sur les blochets vers le haut et vers le bas. On essaie à partir de ces figures de trouver une corrélation entre l'incrément de tassement et l'accélération.

D'après les courbes reliant l'incrément avec l'accélération dans le ballast (figure 5.22), on peut dire que dès que les accélérations maximales vers le bas et celles vers le haut dépassent à peu près $1,4 g$ et $2 g$ respectivement les incréments deviennent beaucoup plus dispersés et peuvent atteindre une valeur à peu près quinze fois plus élevée que celle obtenue pour des accélérations inférieures à $1,4 g$ vers le bas et $2 g$ vers le haut.

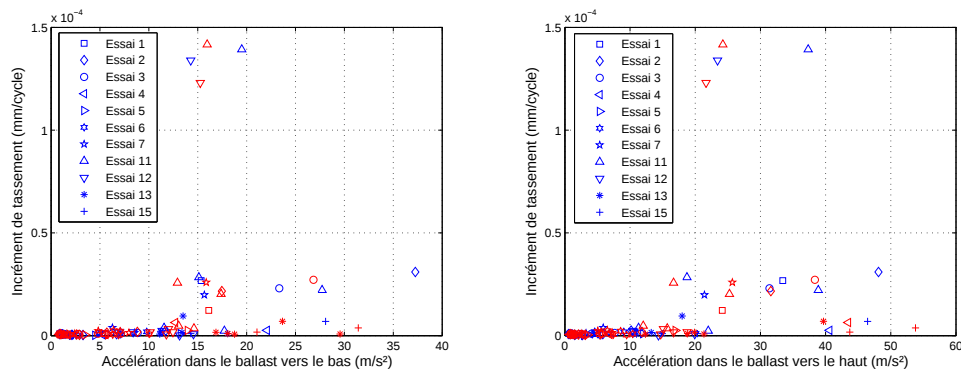


FIGURE 5.22. *Incrément de tassement en fonction de l'accélération dans le ballast*

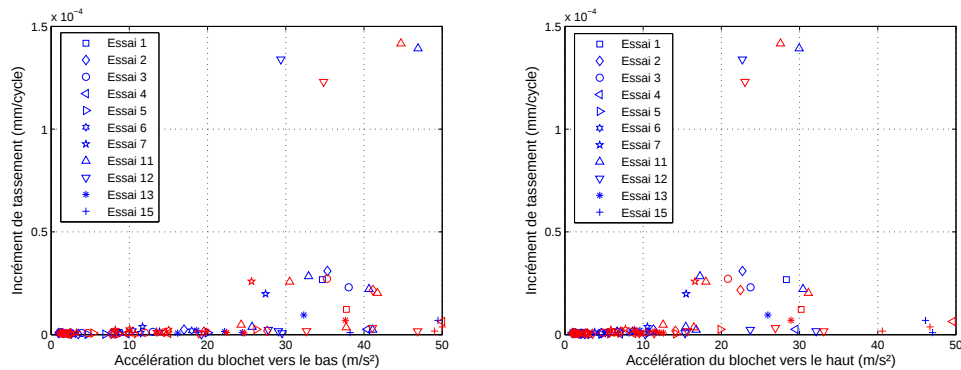


FIGURE 5.23. *Incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet*

D'après les courbes reliant l'incrément avec l'accélération du blochet (gauche et droit) (figure 5.23), on peut dire que dès que les accélérations maximales vers le bas et celles vers le haut dépassent à peu près $2 g$ et $1 g$ respectivement les incréments deviennent beaucoup plus dispersés et peuvent atteindre une valeur à peu près quinze fois plus élevée que celle obtenue pour des accélérations inférieures à $2 g$ vers le bas et $1 g$ vers le haut.

Après plusieurs tentatives, on n'arrive pas à trouver une relation entre l'incrément de tassement et l'accélération avec une forte corrélation. Cette difficulté est due à la dispersion des données

expérimentales, un phénomène intéressant qui aussi lui-même dépend de paramètres dynamiques telle que l'accélération. Pour cela on s'intéresse à l'évaluation de cette dispersion en fonction d'un paramètre qui peut être déterminé grâce à une modélisation par éléments finis (par exemple).

Dans la suite, on vise à étudier l'écart-type de l'incrément de tassement et son évolution en fonction de la vitesse de roulement comme un paramètre indépendant de la structure dans un premier temps et en fonction du déplacement élastique du blochet et de l'accélération qui est un paramètre incarnant l'identité dynamique de la structure dans un deuxième temps.

Pour étudier la dispersion des résultats expérimentaux, il est important de traiter des données expérimentales obtenues par des essais identiques au niveau du déroulement de l'essai. Pour cela, dans la suite, on ne traite que les résultats obtenus grâce aux essais typiques représentés par les essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15.

L'écart-type, un paramètre capable d'évaluer la reproductibilité ou la répétitivité de nos essais, est déterminé par la formule suivante [59] :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (5.2)$$

où " n " représente le nombre de mesures, " x_i " est l' i ème valeur obtenue sur une série de " n " mesures d'un paramètre tel que le déplacement élastique, l'accélération ou l'incrément de tassement, " $\bar{x}$ " est la valeur moyenne sur la série de " n " mesures ($\bar{x} = \sum_1^n x_i/n$).

Il est important de définir la signification de chaque paramètre présenté dans les figures suivantes :

- l'écart-type d'un paramètre (incrément de tassement, déplacement ou accélération) est l'écart-type de toutes les valeurs de ce paramètre obtenues pour les blochets gauche et droit de la traverse centrale pour une vitesse de roulement donnée grâce aux essais typiques 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15, concernant l'écart-type de l'accélération et du déplacement les valeurs des accélérations et des déplacements correspondant à chaque essai sont des valeurs moyennes par rapport à 200000 cycles ou passages d'un bogie ;
- l'incrément de tassement moyen est la valeur moyenne de tous les incréments obtenus sur les blochets (gauche et droit) de la traverse centrale grâce aux essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15 pour une vitesse donnée, l'accélération moyenne et le déplacement moyen sont les valeurs moyennes, par rapport aux essais 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13 et 15, des valeurs moyennes par rapport au nombre de cycles, pour une vitesse donnée ;
- pour une vitesse de roulement donnée, grâce aux quatre essais typiques, on a $8 = 4 \times 2$ mesures pour chaque paramètre (deux valeurs par essai dues aux blochets de la traverse centrale), il est clair que 8 valeurs ne sont pas suffisantes pour étudier la dispersion des résultats expérimentaux, pour cela des essais supplémentaires, du même type, seront utiles afin d'augmenter le nombre de mesures et de confirmer les résultats obtenus.

Dans toutes les figures suivantes (figures 5.24, 5.25, 5.26, 5.27 et 5.28), les points correspondant aux 160 km/h et 300 km/h ne sont pas présentés pour la raison que ces points ont des valeurs un peu élevées par rapport aux autres vitesses car à ce stade de l'essai le ballast passe dans un état de densification.

Dans la figure 5.24 on présente le logarithme de base 10 de l'écart-type de l'incrément de tassement) et celle de l'écart-type de l'accélération dans le ballast vers le bas en fonction de la vitesse de roulement. On constate que l'on peut trouver une régression linéaire entre $\log_{10}$ (écart-type de l'incrément de tassement) et la vitesse avec un bon coefficient de détermination pour des vitesses inférieures à 360 km/h. On peut considérer qu'on a un seuil à 360 km/h, dès que l'on dépasse cette vitesse les incréments de tassement deviennent très dispersés. On peut trouver également une relation linéaire entre le logarithme de base 10 de l'écart-type de l'accélération dans le ballast vers le bas et la vitesse de roulement. À 400 km/h l'écart-type de l'incrément de

tassement peut avoir une valeur très élevée qui peut être à peu près 10 fois plus élevée que celle correspondant à 360 km/h . Au niveau de l'écart-type de l'accélération dans le ballast vers le bas, à 400 km/h il peut avoir une valeur à peu près 5 fois plus élevée que celle correspondant à 360 km/h .

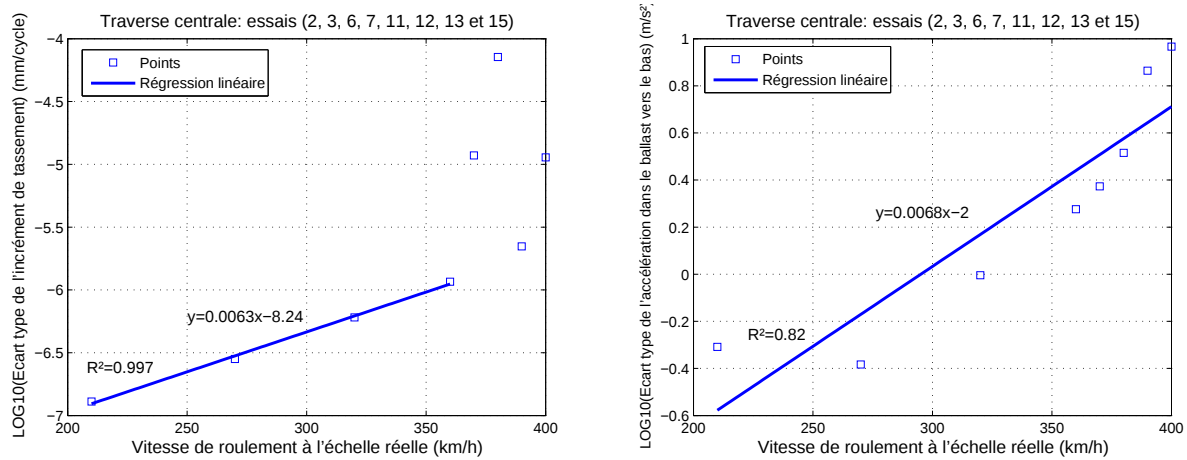


FIGURE 5.24. *Ecart-type en fonction de la vitesse de roulement*

La figure 5.25 montre l'écart-type du déplacement et celui de l'incrément de tassement en fonction du déplacement élastique moyen. Les écart-types du déplacement sont dispersés en fonction du déplacement élastique et il est difficile de trouver une relation avec une bonne corrélation. Par contre, la relation entre $\log_{10}$ (l'écart-type de l'incrément de tassement et le déplacement moyen peut être représentée par une régression linéaire. En connaissant le déplacement élastique d'un blochet on peut prédire l'écart-type de l'incrément de tassement.

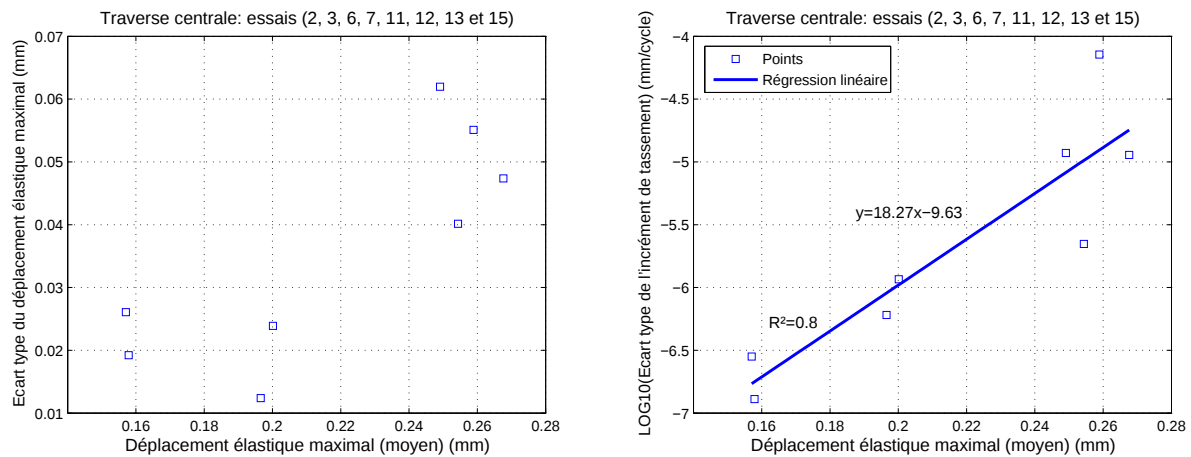


FIGURE 5.25. *Ecart-type en fonction du déplacement élastique moyen*

Les figures 5.26 et 5.27 montrent les relations entre le logarithme de base 10 de l'écart-type de l'incrément de tassement et les accélérations moyennes des blochets et dans le ballast, vers le haut et vers le bas. Les relations peuvent être représentées par des régressions linéaires avec de forts coefficients de détermination. Ceci veut dire qu'à partir du moment où l'on connaît l'accélération du blochet ou dans le ballast, vers le haut ou vers le bas, on est capable de prédire l'écart-type de l'incrément de tassement.

Comme toutes les relations (régressions linéaires) ont de bons coefficients de détermination, il est difficile de choisir un paramètre qui peut être mieux que les autres paramètres pour prédire la valeur de l'écart-type de l'incrément de tassement. Le choix du paramètre dépend du modèle capable de déterminer sa valeur. Autrement dit, si on a un modèle en éléments finis, par exemple, qui permet de mieux prédire l'accélération du blochet vers le bas que celle vers le haut ou le déplacement ou l'accélération dans le ballast, il est judicieux de choisir la relation entre l'accélération du blochet vers le bas et l'écart-type de l'incrément afin de prédire cet écart-type.

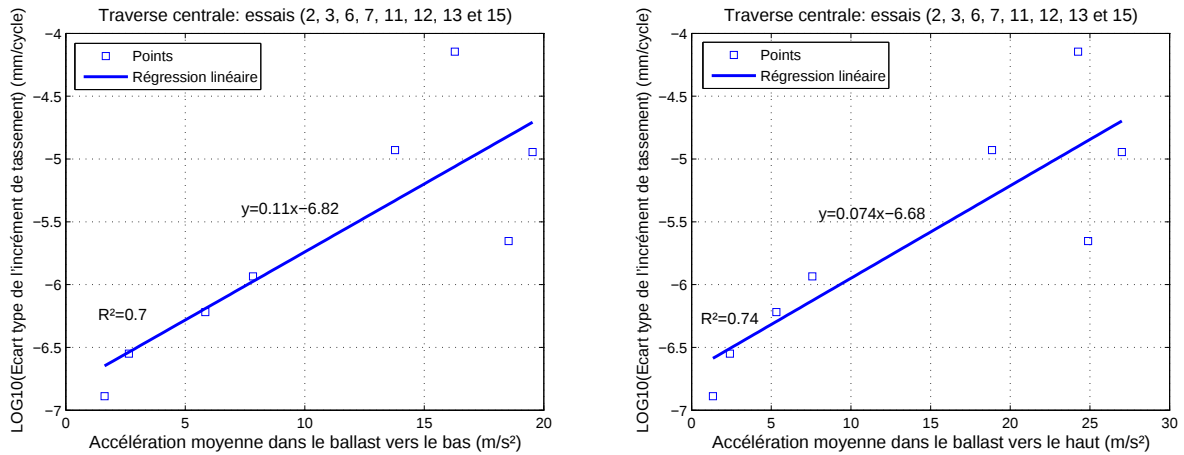


FIGURE 5.26. *Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction de l'accélération dans le ballast*

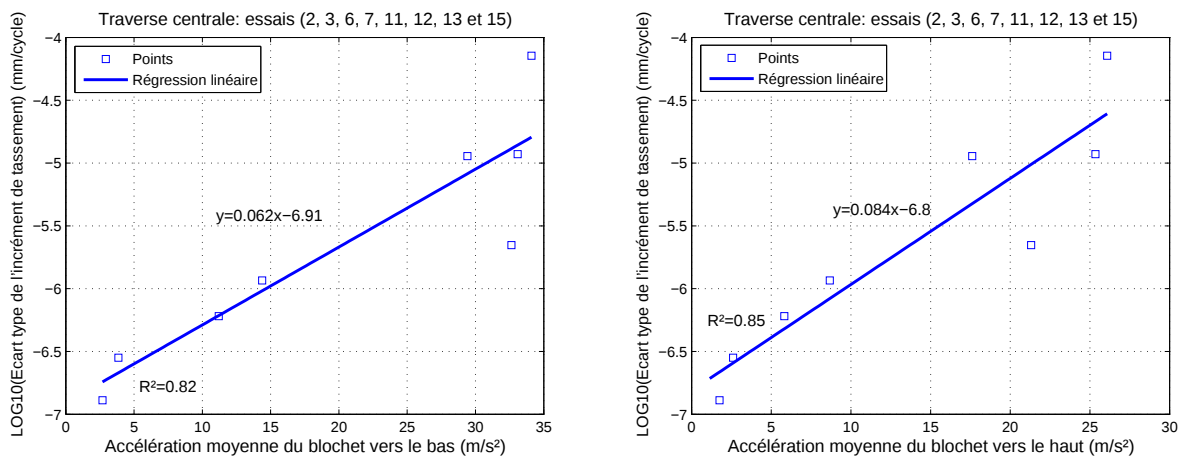


FIGURE 5.27. *Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction de l'accélération du blochet*

Comme la figure 5.28 montre qu'il peut exister une relation linéaire entre le logarithme de base 10 de l'incrément de tassement moyen et celle de son écart-type et comme les figures précédentes montrent qu'il y a une relation aussi linéaire entre $\log_{10}$ (écart-type de tassement) et les autres paramètres tels que les accélérations et le déplacement, il est donc possible de trouver une relation directe qui peut être représentée par une loi de puissance entre l'incrément de tassement et les autres paramètres pouvant être déterminés numériquement.

À la fin il reste quelques remarques à souligner :

1. Toutes les relations qui ont été présentées sont des relations entre des paramètres moyens, ceci fait penser à des incertitudes ou à des intervalles de confiance, si l'on suppose une distribution

normale des résultats, l'intervalle de confiance sur une valeur x_i est donné par :

$$x_i \pm ts \quad (5.3)$$

où " s " est l'écart-type et " t " est un coefficient dépendant de la précision souhaitée, en général ce coefficient correspond à 95% des mesures.

2. Les relations présentées peuvent être améliorées et confirmées en effectuant des essais supplémentaires afin d'obtenir un plus grand nombre de mesures.

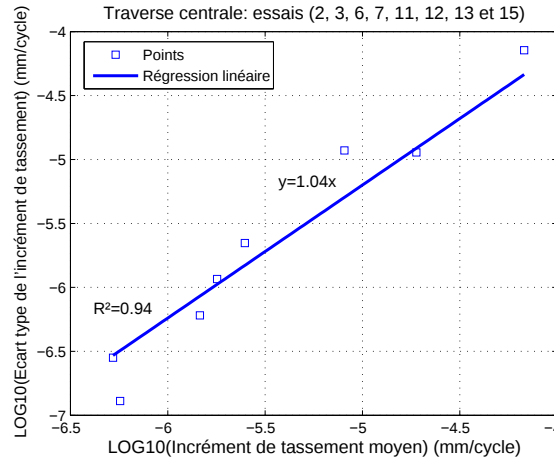


FIGURE 5.28. *L'incrément de tassement moyen en fonction de son écart-type*

Comme dans le quatrième chapitre, grâce à un modèle tridimensionnel (élastique linéaire) de l'éprouvette, on a pu avoir de bonnes estimations au niveau du déplacement élastique et de l'accélération du blochet vers le haut, on présente dans la suite les deux relations reliant l'incrément de tassement I_t au déplacement élastique d_e et à l'accélération du blochet vers le haut a_{blh} .

La relation (incrément-déplacement) à l'échelle réduite (1/3) peut avoir une forme qui ressemble à la forme suivante :

$$I_t(1/3) = 5,5 \cdot 10^{-10} (3,7 \cdot 10^{17})^{d_e(1/3)} \quad (5.4)$$

où $I_t(1/3)$ et $d_e(1/3)$ sont respectivement l'incrément de tassement et le déplacement élastique du blochet à l'échelle réduite en mm .

La relation (incrément-déplacement) à l'échelle réelle peut être de la forme suivante :

$$I_t(1/1) = 16,5 \cdot 10^{-10} (7,18 \cdot 10^5)^{d_e(1/1)} \quad (5.5)$$

où $I_t(1/1)$ et $d_e(1/1)$ sont respectivement l'incrément de tassement et le déplacement élastique du blochet à l'échelle réelle en mm .

La relation entre l'incrément de tassement et l'accélération du blochet vers le haut à l'échelle réduite (1/3) peut avoir une forme qui ressemble à la forme suivante :

$$I_t(1/3) = 2,9 \cdot 10^{-7} (1,2)^{a_{blh}} \quad (5.6)$$

où $I_t(1/3)$ est l'incrément de tassement à l'échelle réduite en mm et a_{blh} est l'accélération du blochet vers le haut en m/s^2 (l'accélération est conservée par rapport à l'échelle).

Pour passer à l'échelle réelle, comme l'accélération est conservée, il suffit de multiplier l'incrément de tassement à l'échelle réduite par 3.

À la fin, comme les allures des courbes de tassement pour les vitesses élevées telle que 400 km/h sont très variables (figure 5.29), on peut avoir un nombre de palier très variable par rapport au nombre de cycles, on a voulu regarder la dispersion de l'incrément de tassement pour une vitesse donnée en fonction du nombre de cycles autrement dit en fonction du nombre de divisions. La courbe de tassement peut être divisée en certain nombre de divisions où pour chaque nombre de divisions on peut calculer l'écart-type de l'incrément de tassement par cycle.

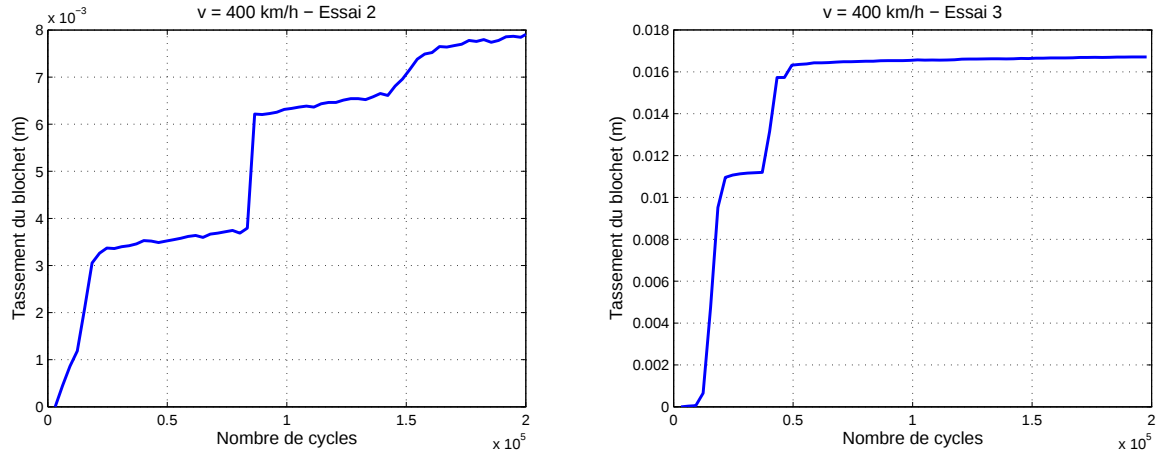


FIGURE 5.29. Tassement du blochet gauche pour $v = 400 \text{ km/h}$

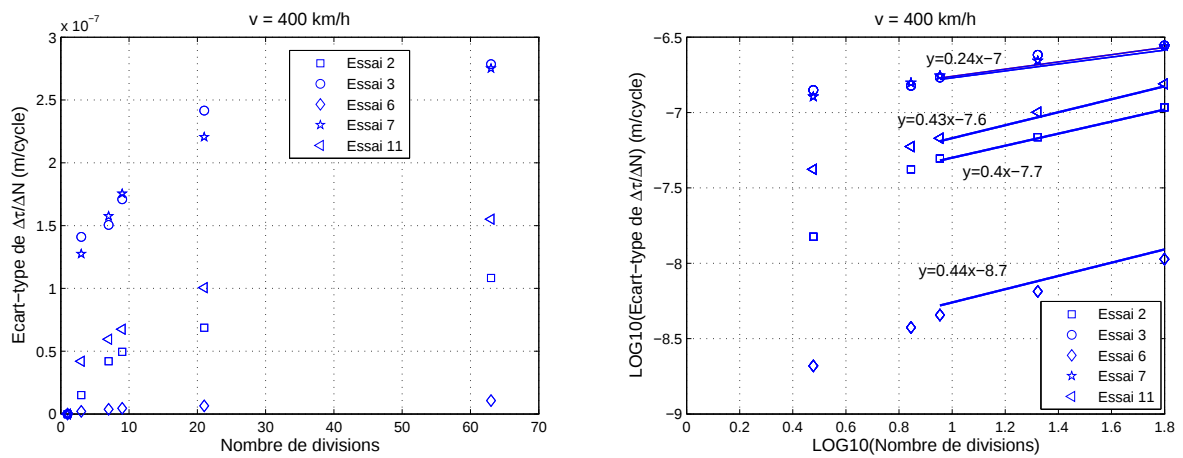


FIGURE 5.30. Ecart-type de l'incrément de tassement en fonction du nombre de divisions

Dans la figure 5.30 on essaie de trouver une relation entre l'écart-type de l'incrément de tassement, déterminé par rapport à un certain nombre de divisions, et le nombre de divisions pour la vitesse de 400 km/h . Comme dans nos essais la courbe de tassement pour 200000 cycles à 400 km/h est représentée par 64 points de mesures, le nombre maximal de divisions est 63 où chaque division comporte à peu près 3174 cycles. L'idée visée consiste à vérifier si l'écart type de l'incrément de tassement converge vers une valeur constante en augmentant le nombre de divisions et à voir si cette étude permet de fournir des informations identiques indépendantes de l'échantillon auquel le tassement correspond. Les relations entre l'écart-type et le nombre de divisions ne nous permettent pas d'arriver à atteindre notre but mais il offre une information intéressante qui mérite d'être étudiée beaucoup plus en détail et qui est représentée par le fait que les régressions linéaires

entre $\log_{10}(\text{écart-type})$ et $\log_{10}(\text{nombre de divisions})$ de chaque essai pour des nombres élevés de divisions ont plus au moins la même pente, ce qui semble traduire une loi de puissance entre l'écart type et le nombre de divisions.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé deux points importants :

1. le premier point est représenté par l'effet de la charge mobile sur le tassement et le comportement de la voie. Grâce aux essais de comparaison (1 vérin/ 3 vérins), on a pu constater les remarques suivantes :
 - les incréments de tassement, de la traverse centrale, obtenus grâce à des essais avec trois vérins sollicités sont 2 à 4 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin pour $v \leq 360 \text{ km/h}$ et 10 fois plus élevés pour $v = 400 \text{ km/h}$;
 - les déplacements élastiques maximaux de la traverse centrale obtenus avec trois vérins sont à peu près 1,3 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin ;
 - les accélérations mesurées sur les blochets de la traverse centrale et dans le ballast avec trois vérins sont plus élevées que celles mesurées avec un vérin, le rapport entre les deux accélérations augmente avec la vitesse de roulement.

Il est important de signaler que l'incrément de tassement a tendance à augmenter avec la vitesse de roulement, et pour de grandes vitesses on constate que la courbe de tassement en fonction du nombre de cycles peut avoir plusieurs paliers contrairement à ce que l'on observe pour de faibles vitesses où la courbe a une seule phase de stabilisation (tassement élevé) et une deuxième phase plus ou moins linéaire.
2. le deuxième point vise la loi de tassement. La loi de tassement élaborée par V.Bodin suite à des essais avec une traverse sur du micro-ballast supporté par une couche d'élastomère ou de bois simulant le comportement élastique d'un demi-espace infini, n'est pas valable pour notre banc d'essai à cause de la présence du sol dans le cas d'un essai avec un vérin sollicité et aussi de la charge mobile dans le cas d'un essai typique avec trois vérins sollicités. La vitesse de roulement peut être reliée à d'autres paramètres tels que le déplacement élastique, l'accélération et l'incrément de tassement avec de bonnes corrélations. Des lois de puissance reliant l'incrément de tassement moyen à l'accélération moyenne et au déplacement moyen, ont été trouvées. Ces relations sont déterminées par l'intermédiaire de l'écart-type et elles montrent une bonne corrélation entre l'incrément de tassement et le paramètre en question que ce soit l'accélération du blochet ou dans le ballast, vers le haut ou vers le bas ou même le déplacement élastique maximal du blochet. Comme notre modèle tridimensionnel du quatrième chapitre donne de bons résultats au niveau du déplacement élastique du blochet et de l'accélération maximale du blochet vers le haut, il est judicieux de choisir la loi reliant l'incrément au déplacement ou à l'accélération du blochet vers le haut pour prédire l'incrément de tassement.
3. On constate une augmentation très importante de l'incrément de tassement et de son écart type au delà de la vitesse de 360 km/h . L'incrément de tassement moyen à 400 km/h est 10,5 fois plus élevé que celui à 360 km/h , l'incrément à 360 km/h est 1,2 fois plus élevé que celui à 320 km/h . Au niveau de l'écart type de l'incrément de tassement, on a un écart type à 400 km/h 9,8 fois plus élevé que celui à 360 km/h , l'écart type à 360 km/h est 1,9 fois plus élevé que celui à 320 km/h .

Conclusions et perspectives

Lors du passage des trains à grandes vitesses, des tassements verticaux différentiels ont été observés tout au long de la voie. Ces tassements peuvent engendrer des dégâts importants dans la voie qui peuvent menacer le confort et la sécurité des passagers et peuvent coûter cher aux sociétés de voies ferrées au niveau de la maintenance. Une réponse idéale à ce problème consiste à trouver une loi capable de prédire le tassement de la voie. Dans ce but, on propose un essai à échelle réduite simulant les passages de trains et prenant compte la présence d'une plate-forme réelle.

Le dimensionnement dynamique de ce banc d'essai a été effectué selon trois critères qui consistent à vérifier que la structure supportant l'éprouvette représente un demi-espace infini, à respecter les règles du confort humain, autrement dit lors du fonctionnement de l'essai il faut éviter des influences gênantes sur les gens dans les locaux voisins et à réaliser une comparaison numérique entre un modèle à échelle réduite représentant l'éprouvette, et un autre à échelle réelle afin de vérifier que le banc est une bonne représentation de la voie ferrée réelle. Avec des modèles simples élastiques linéaires (unidimensionnel et tridimensionnel) on a pu répondre à ces critères et valider les résultats expérimentalement.

Grâce aux résultats expérimentaux offerts par un essai axisymétrique à échelle réelle mené par le LCPC-Nantes avec un seul blochet, on a pu identifié le ballast qui est un milieu granulaire et non linéaire comme la coexistence de deux matériaux de différentes caractéristiques physiques et mécaniques : un matériau compacté soumis au chargement, situé sous le blochet à 45° (angle de descente de chargement dans le ballast), et un matériau non compacté et également non chargé en-dehors du blochet. Avec un modèle élastique linéaire tridimensionnel on a réussi à prédire des déplacements élastiques du blochet du même ordre de grandeur que ceux de la mesure.

Le modèle (3D) mis au point pour l'essai à échelle réelle est incorporé dans un modèle représentant l'éprouvette du banc d'essai à échelle réduite constituée de trois traverses. La comparaison entre les résultats numériques et ceux mesurés montre que le modèle peut être efficace pour prédire le déplacement élastique maximal et l'accélération maximale vers le haut du blochet de la traverse centrale pour différents chargements allant de 160 à 400 km/h .

D'après les essais d'identification sur le sol sans ballast, on est arrivé à estimer un module d'Young moyen (le module d'Young du sol dépend de la force appliquée) pour le sol correspondant aux pressions mesurées dans le sol lors des passages de bogies ainsi que son taux d'amortissement. D'après les essais d'identification sur la structure complète (sol, ballast et traverses), on constate que l'évolution de la rigidité (dynamique et statique) du système global est très variable en fonction du nombre de cycles (chaque cycle correspond au passage d'un bogie). On peut trouver une rigidité statique maximale 88% plus élevée que celle de départ, et une rigidité dynamique maximale 67% plus élevée que celle de départ. L'effet dynamique peut être constaté en comparant les deux rigidités statique et dynamique, on peut atteindre une différence de 40%.

Les essais à échelle réduite de comparaison (1 vérin/ 3 vérins) permettent d'étudier l'effet de la charge mobile sur le comportement et le tassement de l'éprouvette. Les incréments de tassement, de la traverse centrale, obtenus grâce à des essais avec trois vérins sollicités sont 2 à 4 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin pour $v \leq 360 km/h$ et 10 fois plus élevés pour $v = 400 km/h$.

Les déplacements élastiques maximaux de la traverse centrale obtenus avec trois vérins sont à peu près 1,3 fois plus élevés que ceux obtenus avec un vérin. Les accélérations mesurées sur les blochets de la traverse centrale et dans le ballast avec trois vérins sont plus élevées que celles mesurées avec un vérin, le rapport entre les deux accélérations augmente avec la vitesse de roulement.

Finalement, la loi de tassement élaborée par V.Bodin [3] suite à des essais avec une traverse sur du micro-ballast supporté par une couche d'élastomère ou de bois simulant le comportement élastique d'un demi-espace infini, doit être adaptée pour notre banc d'essai à cause de la présence du sol dans le cas d'un essai avec un vérin sollicité et de plus il y a une différence due à la charge mobile dans le cas d'un essai typique avec trois vérins sollicités. À de grandes vitesses, des tassements très élevés peuvent être observés et les courbes de tassement en fonction du nombre de cycles peuvent avoir plusieurs paliers où chaque palier est précédé par un tassement très élevé. On constate une augmentation très importante de l'incrément de tassement et de son écart type au delà de la vitesse de 360 km/h. L'incrément de tassement moyen à 400 km/h est 10,5 fois plus élevé que celui à 360 km/h, l'incrément à 360 km/h est 1,2 fois plus élevé que celui à 320 km/h. Au niveau de l'écart type de l'incrément de tassement, on a un écart type à 400 km/h 9,8 fois plus élevé que celui à 360 km/h, l'écart type à 360 km/h est 1,9 fois plus élevé que celui à 320 km/h. Des lois de puissance, reliant l'incrément de tassement moyen à l'accélération moyenne et au déplacement moyen, ont été trouvées. Ces relations montrent une bonne corrélation entre l'incrément de tassement et le paramètre en question que ce soit l'accélération du blochet ou dans le ballast, vers le haut ou vers le bas ou même le déplacement élastique maximal du blochet. Des relations reliant le logarithme de base 10 de l'écart-type de l'incrément de tassement à l'accélération moyenne et au déplacement moyen ont été présentées. Comme notre modèle tridimensionnel élastique linéaire donne de bons résultats au niveau du déplacement élastique et de l'accélération maximale du blochet vers le haut, il est judicieux de choisir la loi reliant l'incrément au déplacement ou à l'accélération du blochet vers le haut pour prédire l'incrément de tassement.

Les perspectives de ce travail se situent à deux niveaux :

Au niveau de la modélisation, on propose un modèle simple linéaire élastique qui peut être considéré comme un outil préliminaire permettant d'avoir une idée sur les ordres de grandeur du déplacement et de l'accélération. Dans la modélisation on utilise une matrice d'amortissement globale de type Rayleigh, ce modèle peut être amélioré en attribuant à chaque matériaux de l'éprouvette son propre amortissement. D'autres modèles non linéaires peuvent être utilisés afin d'approcher les résultats obtenus par la mesure tels que le modèle non-tension élaboré par V.H.Nguyen [28] et le modèle discret-continu élaboré par L.Ricci où le ballast est modélisé par des réseaux constitués d'éléments de barre et le sol est considéré comme un milieu continu [60].

Au niveau de l'expérience, on propose d'étudier l'effet du sol sur le comportement et le tassement de l'éprouvette en utilisant d'autres types de sols plus ou moins raide. Cette proposition demande un contrôle du sol permettant de surveiller par exemple la variation de sa teneur en eau. Avec trois traverses sollicitées, on n'arrive pas à avoir les deux essieux du bogie en même temps sur la portion de la voie. Pour cela, il sera intéressant de simuler un essai avec six traverses, l'équivalent de la distance entre les deux essieux d'un bogie, afin de prendre compte ce facteur. Un plan d'essai en pilotant en accélération a été proposé et programmé dans le logiciel de pilotage. Il sera intéressant d'effectuer ce type d'essais qui permet par exemple d'avoir le même signal d'accélération pour plusieurs vitesses de roulement afin d'évaluer si les tassement des blochets sont sensibles au changement de vitesses pour un signal d'accélération identique.

Bibliographie

- [1] J. Alias. *La voie ferrée*. Eyrolles, 1977.
- [2] A. Alaoui and T. Naciri. Les voies ballastées. Technical report, Rapport EURO-BALT,CERAM,ENPC, 1995.
- [3] V. Bodin. *Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Juin 2001.
- [4] H.H. Hung and Y.B. Yang. Elastic waves in visco-elastic half-space generated by various vehicle loads. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 21(1) :1–17, January 2001.
- [5] A.V. Metrikine and K. Popp. Vibration of a periodically supported beam on an elastic half-space. *European journal of mechanics and solids*, 18(4) :679–701, July 1999.
- [6] L. Andersen. *Wave propagation in infinite structures and media*. PhD thesis, Aalborg University, 2002.
- [7] X. Sheng, C.J.C. Jones, and M. Petyt. Ground vibration generated by a load moving along a railway track. *Journal of sound and vibration*, 228(1) :129–156, November 1999.
- [8] B. Picoux R. Rotinat, J.P. Regoin, and D. Le Houédec. Prediction and measurements of vibrations from railway track lying on a peaty ground. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 267 :575–589, May 2003.
- [9] V.H. Nguyen. *Comportement dynamique de structures non-linéaires soumises à des charges mobiles*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Mars 2002.
- [10] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geo-technique*, 29 :47–65, 1979.
- [11] J.J. Moreau. Une formulation du contact à frottement sec, application au calcul numérique. *European journal of machanics*, 20 :93–114, 1994.
- [12] N. Guérin. *Approche expérimentale et numérique du comportement du ballast des voies ferrées*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1996.
- [13] X. Oviedo-Marlot. *Etude du comportement du ballast par un modèle micromécanique*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [14] H. Hertz. On the contact of elastic solids. *J. reine und angewandte mathematik*, 92 :156–171, 1882.
- [15] M. Oda and K. Iwashita. *Mechanics of granular materials, an introduction*. A.A.Balkema publishers, Rotterdam, Brookfield, 1999.
- [16] R.D. Mindlin and H. Deresiewicz. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of applied mechanics*, 20 :327–344.
- [17] O.R. Walton. *Force models for particle-dynamics simulations of granular materials*. Mobile particulate system, 1995.
- [18] G. Dhatt and G. Touzot. *Une présentation de la méthode des éléments finis*. 1984.
- [19] Zienkiewicz and Taylor. *The finite element method*. McGraw-Hill, 1991.

- [20] K. Bagi. Stress and strain in granular assemblies. *Mechanics of materials*, 22(3) :165–177, March 1996.
- [21] N.P. Kruyt. Statics and kinematics of discrete cosserat-type granular materials. *International journal of solids and structures*, 40(3) :511–534, February 2003.
- [22] S. Luding, M. Latzel, W. Volk, S. Diebels, and H.J. Herrmann. From discrete element simulations to a continuum model. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, December 2000.
- [23] C.L. Liao and T.C. Chan. A generalized constitutive relation for a randomly packed particule assembly. *Computers and Geotechnics*, 20(3-4) :345–363, 1997.
- [24] Ph. Mestat. *Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis*. Laboratoire centrale des ponts et chaussées, 1993.
- [25] R.B. Clelland. *Simulation of granular and fluid systems using combined continuous and discrete methods*. PhD thesis, Duke University, 1996.
- [26] T. Panzeca and G.Del Piero. Constitutive equations for no-tension materials. *Meccanica*, 1988.
- [27] G.Del Piero. Constitutive equation and compatibility of external loads for linear elastic masonry-like materials. *Meccanica*, 1989.
- [28] V.H. Nguyen, D. Duhamel, and B. Nedjar. A continuum model for granular materials taking into account the no-tension effect. *Mechanics of materials*, 35(10) :647–661, Octobre 2003.
- [29] H.R. Boyce. A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. *International symposium on soils under cyclic and transient loading*, 1980.
- [30] M.J. Shenton. *Deformation of railway ballast under repeated loading conditions*. Pergamon press, Oxford, 1978.
- [31] Y. Sato. Japanese studies on deterioration of ballasted track. *Vehicule system dynamics*, 24, 1995.
- [32] S. Iwnicki, S. Grassie, and W. Kik. Track settlement prediction using computer simulation tools. *The rail technology unit*.
- [33] N. Guérin, K. Sab, and P. Moucheron. Identification expérimentale d’une loi de tassement du ballast. *Canadian geotechnical journal*, 36 :523–532, December 1998.
- [34] M. Abdelkrim, G. Bonnet, and P. Buhan. A computational procedure for predicting the long term residual settlement of a platform induced by repeated trafic loading. *Computers and geotechnics*, 30 :463–476, January 2003.
- [35] A. Al Shaer, D. Duhamel, K. Sab, L.M. Cottineau, P. Hornych, and L. Schmitt. Dynamical experiment and modeling of a ballasted railway track bank. *EYRODYN 2005 : sixth european conference on structural dynamics*, 3 :2065–2070, 4-7 September 2005.
- [36] W.M. Zhai, K.Y. Wang, and J.H. Lin. Modelling and experiment of railway ballast vibrations. *Journal of sound and vibration*, 270(4-5) :673–683, March 2004.
- [37] LCPC-Service mécanique, section modèles numériques. *Code CESAR-LCPC 3.3 - Mode d’emploi (deuxième partie)*, Juillet 2001.
- [38] LCPC-Service mécanique, section modèles numériques. *Code CESAR-LCPC 3.1 - Manuel théorique*, 1983.
- [39] K.J. Bathe. *Finite element procedures in engineering analysis*. Prentice Hall, 1982.
- [40] A. Al Shaer, D. Duhamel, K. Sab, G. Foret, and L. Schmitt. Dimensionnement dynamique d’un banc d’essai de voie ferrée à échelle réduite par le code cesar-lcpc. *XIV ème Colloque Vibrations, chocs et bruit, Ecully*, 16-18 Juin 2004.
- [41] G. Sauvage. Railway track vertical static behaviour. *INRETS / LTN*, January 1993.

- [42] M. Harris and E. Crede. *Shock and vibration handbook*. McGraw-Hill, 1961.
- [43] G.A. Athanasopoulos and P.C. Pelekis. Ground vibrations from sheetpile driving in urban environment : measurements, analysis and effects on buildings and occupants. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 19(5) :371–387, July 2000.
- [44] K.J. Bathe and E.L. Wilson. *Numerical methods in finite element analysis*. Printice-Hall, 1976.
- [45] [http ://www.bksv.com/2013.asp](http://www.bksv.com/2013.asp).
- [46] U. Basu and A.K. Chopra. Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains : theory and finite-element implementation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(11-12) :1337–1375, March 2003.
- [47] V.H. Nguyen. Analyse de voies ferrées en dynamique non-linéaire par la méthode des éléments finis. *rapport post-doctoral*, Décembre 2003.
- [48] O. Laghrouche. *Simulation numérique de propagations d’ondes dans les sols - Application à l’isolation vibratoire*. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, 1996.
- [49] A. Al Shaer, D. Duhamel, K. Sab, V.H. Nguyen, G. Foret, E. Merliot, and L. Schmitt. Dimensionnement dynamique d’un banc d’essai de voie ferrée à échelle réduite par la méthode des éléments finis (cesar-lcpc). *Numéro spécial du bulletin des laboratoires des ponts et chaussées - Développements et application récentes du logiciel (CESAR-LCPC)*, (256-257), Octobre 2005.
- [50] [http ://www.audin.fr/pdf/documentations/gefran/capteurs/force/TC.pdf](http://www.audin.fr/pdf/documentations/gefran/capteurs/force/TC.pdf).
- [51] [http ://www.rdpe.com/displacement/lvdt/lvdt-principles.htm](http://www.rdpe.com/displacement/lvdt/lvdt-principles.htm).
- [52] [http ://www.mtsensors.com/pdfs/550992.pdf](http://www.mtsensors.com/pdfs/550992.pdf).
- [53] [http ://www.bksv.com/3065.asp](http://www.bksv.com/3065.asp).
- [54] [http ://www.bksv.com/pdf/BP0184.pdf](http://www.bksv.com/pdf/BP0184.pdf).
- [55] J.W. Dally and W.F. Riley. *Experimental stress analysis*. McGraw-Hill, 1991.
- [56] [http ://www.bksv.com/pdf/133.pdf](http://www.bksv.com/pdf/133.pdf).
- [57] Ch. Lalanne. *Vibrations sinusoïdales*, volume 1. Hermès science publication, 1999.
- [58] K.L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1992.
- [59] A. Halder and S. Mahdevan. *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*. John Wiley & Sons, Inc, 2000.
- [60] L. Ricci, V.H. Nguyen, K. Sab, D. Duhamel, and L. Schmitt. Dynamic behaviour of ballasted railway tracks : A discrete/continuous approach. *Computers and Structures*, 83(28-30) :2282–2292, November 2005.