

La caractérisation de front d'onde dans un système de propagation à multi-illumination gérée par un modulateur spatial de lumière

Alexandre Mazine

▶ **To cite this version:**

Alexandre Mazine. La caractérisation de front d'onde dans un système de propagation à multi-illumination gérée par un modulateur spatial de lumière. Physics [physics]. Télécom ParisTech, 2006. English. NNT : . pastel-00001748

HAL Id: pastel-00001748
https://pastel.hal.science/pastel-00001748

Submitted on 22 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TELECOM PARIS
école nationale supérieure des télécommunications



École Doctorale d'Informatique, Télécommunications et Électronique de Paris

Thèse

présentée pour obtenir le grade de Docteur de
l'École Nationale Supérieure des Télécommunications

Spécialité : **Signal et Images**

Alexandre MAZINE

Caractérisation de front d'onde dans un système de propagation à multi-illumination gérée par un modulateur spatial de lumière

Soutenue le 5 janvier 2006 devant le jury composé de

Président:	Alain MARUANI	Adjoint du chef du Département TSI à l'ENST Paris, professeur
Rapporteur:	Pierre AMBS	Professeur de l'ESSAIM à l'Université de Haute Alsace
Rapporteur:	Gilles KERYER	Directeur de la recherche à l'ISEN de Brest, professeur
Examinateur:	Kevin HEGGARTY	Maître de conférences à l'ENST-Bretagne
Directeur de thèse:	Jean-Louis DE BOUGRENET DE LA TOCNAYE	Responsable du Département Optique à l'ENST-Bretagne, professeur

Résumé

La caractérisation de phase est la pierre angulaire de l'analyse de front d'onde. Devenant un secteur d'activité de plus en plus large, il nécessite de nouveaux moyens de contrôle plus efficaces, plus performants et meilleur marché. Les performances des techniques les plus utilisées dans ce domaine reposent en grande partie sur un équipement optique sophistiqué, alors que l'utilisation de la diffraction par propagation libre permet de simplifier au maximum le matériel et de reporter la charge aux algorithmes intelligents de traitement de données. L'objectif de ce travail est de mettre en valeur une technique d'analyse de front d'onde multivue ainsi que de construire une installation-prototype capable de caractériser les diverses cartes de phase. L'entité de l'étude réalisée consiste à proposer une méthode d'accès à la forme de la phase d'une onde inconnue à partir d'une séquence de ses figures de diffraction créées avec un modulateur spatial de lumière selon le principe des multiples ondes illuminantes. Pour contribuer au problème, un algorithme itératif de type IFTA (Iterative Fourier/Fresnel Transform Algorithm) dit la "multi-illumination" a été mis en œuvre en deux versions qui sous-entendent soit les conditions de l'imagerie cohérente combinée avec une propagation libre, soit une double propagation de Fresnel/Fourier. Le fonctionnement de l'algorithme a été vérifié aussi bien en simulation numérique qu'au sein d'un montage optique experimental gouverné par un logiciel artisanal de pilotage. Les résultats obtenus démontrent sa convergence sûre et particulièrement rapide.

Mots-clefs : analyse de front d'onde, reconstruction de phase, modulateur spatial de lumière, multivue, algorithmes iteratifs par transformée de Fourier/Fresnel discrète.

Abstract

Phase retrieval is a cornerstone of wavefront analysis, which is finding ever wider applications in many fields where it is met under two forms : wavefront reconstruction and surface analysis. Present techniques leave opportunities for novel methods : more powerful, more efficient and especially cheaper. Whereas the most popular techniques require sophisticated optical equipement, the use of a diffractive solution makes possible the use of low cost equipment combined with a powerful intelligent digital image-processing. The aim of this study is, on the one hand, to demonstrate the feasibility of a multiview principle dealing with phase retrieval of an unknown beam and on the other, to design an experimental setup that is able to determine the phase map from a small number of captured diffraction patterns. We propose a method, called here "multi-illumination", for extracting this phase-information with the aid of a spatial light modulator which produces a range of different illuminating beams. This method involves a digital image-processing based on the Iterative Fourier/Fresnel Transform Algorithm (IFTA) principle. Two versions are developped : the first using images grabbed in a coherent imaging system, the second works with diffraction patterns obtained in a double Fresnel/Fourier setup. The capacities of the algorithm are verified both in extensive digital simulations and in an experimental setup built up with a SLM and a CCD syncronously managed by a specifically developped software.

Key-words : wavefront analysis, phase retrieval, spatial light modulator, multiview, iterative Fourier/Fresnel transform algorithms.

Remerciement

Cette thèse de doctorat a été fructueuse grâce à l'accueil très hospitalier que j'ai reçu au sein du Département Optique de l'ENST-Bretange. J'exprime ma gratitude profonde au dirigeant, Monsieur Jean-Louis de Bougrenet de la Tocnaye, professeur, pour m'avoir accordé un poste de chercheur-doctorant ainsi que sa tutelle de directeur scientifique.

Je me réjouis de l'honneur faite à mon égard par Messieurs Pierre Ambs, Alain Maruani et Gilles Keryer qui ont accepté d'examiner ce travail en tant que membres du jury.

Mes remerciements de tous les registres s'adressent en particulier à Kevin Heggarty, mon encadrant infatigable et porte-conseil extrêmement compétent, auprès de qui j'ai acquis énormément tant au niveau scientifique qu'en matière de pédagogie. Il avait raison de me critiquer ou d'apaiser ma ferveur aveugle en la transformant en assiduité et rigueur logique lorsque je m'apprêtais à brûler les étapes. Pour moi c'était un vrai plaisir de le connaître et cotoyer à l'ENST-Bretagne.

Je sais cordialement gré à Monsieur Giovanni Leone de la Seconda Universita di Napoli et Monsieur Pascal Joffre de la société "Micromodule" pour les nombreux renseignements et discussions offerts au cours de cette thèse. Ce mot de grâce vise également mes anciens collègues Frédéric Berier et Vincent Nourrit qui ont eu l'aimabilité et la patience de m'initier à leur prototype expérimental au laboratoire d'optique. Leurs conseils donnés en profusion m'ont beaucoup aidé à mieux comprendre le sujet de la recherche maintenant accomplie.

Je ne manquerai pas d'exhaler ma reconnaissance personnelle à Annaïck, ange-gardient de tous ceux qui fréquentent le Département Optique à l'ENST-Bretagne. J'attribue une grande part de ma réussite à ses services rendus généreusement et toujours avec sympathie. Je réserve un merci distingué à Raymond Chevalier pour son assistance précieuse lors des travaux pratiques au GOSC, je n'oublie non plus Monsieur Zong-Yan Wu, Bruno Fracasso, Marie-Laure Moulinard, Laurent Dupont, Nicole Wolfer, Sylvie Grégoire, Michel Morvan et tous les autres permanents du Département Optique pour leur gentillesse au quotidien.

Je suis sensible à l'aide de Vincent Gras consacrée au perfectionnement de ce manuscrit.

C'est le moment de saluer vivement mes frères/sœurs thésards/thésardes y compris ceux/celles qui sont déjà partis(es) avant moi savourer la vie d'adulte à la grande cuillère ! Où que les temps à venir m'amènent, ils ne pourront sûrement pas vous effacer de mon cœur. Ces années mémorables de partage du bureau C-114 avec Kondo, le têtu cowboy Thiérryx, prince des bêtises, Xue Feng (notre discret compagnion Tanguy), et d'une salle au GOSC avec Mélodie, resteront une expérience sacrée. J'ai envie de dire un merci exceptionnel à Vivien, Mouss, Jean-Luc, brave "Coconut" Hary et à tout l'équipage de la Frégate (Cédric, Jérôme, Jérémie) pour les chouilles aux "caps" arrosées à flot, imprégnées d'humour pétillant que j'avais savourées chez eux.

Je tiens à remercier Seb, Mélanie, Tatiana, Carlos, Antoine, à qui je dois ma connais-

sance de la pétanque avec un palmarès de questions stupides et de phrases maladroites. Merci à Fred et Bébère, mes co-équipiers confirmés, pour leurs “grosses Berthas” au baby-foot (au fil du temps j'en ai appris plusieurs versions plus ou moins élégantes : bourrin, casse-croûte, claque à papa, petit Mouss, roulette royale, contre-bande, etc). Merci à Alex Figo et Weifeng d'avoir partagé de l'amitié et les repas au RAK.

Ma grattitude s'exprime inéluctablement envers tout le personnel de l'ENST-Bretagne, mais en particulier au Département des langues, à la maisel, à la Direction Scientifique avec généreuse Genevieve Larue en personne, qui ont beaucoup contribué à mon succès.

Enfin, je voudrais remercier chaleureusement mes amis/amies : Robinson et les fascinantes syrènes de Plouzenbourg (Nath, Lydia, Miss Ouk) pour leur convivialité magnifique, les soirées de délire, les sorties joyeuses inoubliables ; mais aussi Dmitry et Gabor (j'espère que nous aurons encore plein d'occasions de déguster du bon vin ensemble) sans l'entourage desquels mon parcours aurait été triste.

Merci à celle dont les traces à Paris me faisaient rêver tant d'années.

Merci affectueux à mes parents dont l'amour et le soutien m'inspiraient sans cesse.

Table des matières

Introduction **9**

1 Caractérisation de front d'onde : état de l'art **13**
1.1 Analyse par l'optique géométrique 14
1.1.1 Test de Shack-Hartmann 14
1.1.2 Microscopie confocale 19
1.2 Analyse d'interférogrammes 20
1.2.1 Obtention des franges d'interférences 20
1.2.2 Interféromètre à modulation temporelle 21
1.2.3 Profilomètre de phase à décalage progressif 22
1.2.4 Analyse spectrale de la porteuse spatiale 25
1.2.5 Profilomètre à réseau de diffraction 27
1.2.6 Interféromètre à décalage trilatéral 29
1.2.7 Profilomètre à résolution variable 32
1.3 Analyse de figures de diffraction 33
1.3.1 L'idée de l'ENST-Bretagne 35
1.4 Conclusion 35

2 Algorithmes de déconvolution **37**
2.1 Modèle numérique de propagation de Fresnel 38
2.1.1 Calibration optique du propagateur numérique 42
2.2 Algorithme IFTA 44
2.2.1 Unicité de solution 48
2.2.2 Problème de minima locaux 49
2.3 Extension "input-output" 50
2.4 Extension "bandwidth relaxation" 52
2.5 Technique "multiplan" 53
2.6 Technique "multi-illumination" en imagerie cohérente 56
2.6.1 Équivalence mathématique au régime "multiplan" 59
2.6.2 Système de multi-illumination 60
2.6.3 Limitation sur la distance de propagation 63
2.7 Technique "multi-illumination" en propagation libre 66
2.7.1 Principe général 66
2.7.2 Stabilité en présence du bruit 69
2.7.3 Robustesse vis-à-vis d'une erreur de distance de propagation 71
2.8 Conclusion 73

3 Vérification expérimentale **77**
3.1 Calibration du banc-prototype . . . 77
3.1.1 Fabrication d'une onde plane . . . 78
3.1.2 Contrôle de polarisation . . . 79
3.1.3 Calibration des distances de propagation . . . 84
3.1.4 Caractérisation du SLM . . . 87
3.2 Montage "multiplan" . . . 93
3.2.1 Montage sans SLM . . . 93
3.2.2 Montage avec SLM . . . 94
3.2.3 Pixélisation du front d'onde illuminant . . . 95
3.3 Montage "multi-illumination" par imagerie cohérente . . . 96
3.3.1 Problème d'alignement des cartes de phase . . . 97
3.3.2 Multi-illumination par un carré modulant . . . 97
3.3.3 Reconstruction combinée . . . 99
3.3.4 Multi-illumination par des réseaux modulants . . . 99
3.4 Montage "multi-illumination" par propagation libre . . . 101
3.5 Conclusion . . . 104

Conclusion générale **107**

Annexes **112**

A Théorie de régularisation **113**
A.1 Représentation du signal . . . 113
A.2 Interprétation vectorielle de la convergence . . . 114

B Calculs **116**
B.1 Estimation de la distance Z_{limite} . . . 116
B.2 Estimation de la résolution axiale d'une FZP . . . 117

C Fiches techniques **118**
C.1 SLM Developper Kit Specifications . . . 118
C.2 Cube séparateur polarisant . . . 120
C.3 Caméra CCD Kodak Mega Plus 1.4i . . . 121

Glossaire

BR :	Bandwidth Relaxation, 51
CCD :	Current Charge Device, 37
CMOS	Complementary Metal-Oxide Semiconductor, 79
DFT :	Discret Fourier Transform, 10
FFT :	Fast Fourier Transform, 37, 39
FLC :	Ferro-electric Liquid Crystal, 75
FLC :	Ferroelectric Liquid Crystal, 38
FZP :	Fresnel Zone Plate, 32
HSO (CGH) :	Hologramme Synthétisé par Ordinateur (Computer Generated Hologramm), 28
HSO(CGH) :	Hologramme Synthétisé par Ordinateur (Computer Generated Hologramm), 60
IFTA :	Iterative Fourier or Fresnel Transform Algorithm, 10
ITO	Indium Tin Oxide, 79
LASSAR :	Large Aperture Sub-wavelength Surface Analysis and Reconstruction, 9
LCD :	Liquid Crystal Display, 76
MSE :	Mean Square Error, 44
POCS :	Projection Onto Constraint Sets, 36
PZT	Piezo-Electric Transducer, 21
SLM :	Spatial Light Modulator, 10
SPCT :	Shear-Plate Collimation Test, 76
SSFLC	Surface Stabilized Ferroelectric Liquid Crystal, 79
TIE	Transport Intensity Equation, 27

Introduction

L'analyse/caractérisation de front d'onde au sens large du terme sous-entend la récupération de la phase d'une onde donnée dont l'intensité et les conditions de propagation sont connues. Cette activité couvre un secteur d'application très vaste partagé entre la caractérisation des surfaces soumises à une illumination prédéterminée, et la reconstruction de la forme d'un front d'onde arbitraire pris en considération. Au-delà de la topographie 3-D de composants optiques (lentilles, prismes, éléments holographiques, plaques, couches de substrats, etc) en métrologie des surfaces y compris l'inspection des surfaces dégradables à terme (compact-disques, cellules d'écrans à cristaux liquides etc.), la notion de *caractérisation* s'étend aux extensions plus ou moins traditionnelles. Les systèmes optiques dits adaptatifs l'associent à la mesure de déformations de la surface de phase appartenant à une onde troublée par une force extérieure. Par exemple, en astronomie, ce sont les turbulences atmosphériques puis les aberrations instrumentales qui affectent le front d'onde en propagation à partir d'un objet céleste au plan d'observation d'un téléscope. La prise en compte de ces facteurs permet de compenser dans un certain intervalle de tolérance leur présence indésirable. Encore voit-on le terme *caractérisation de front d'onde* apparaître lors d'une analyse déterminant la structure interne des faisceaux lasers propagés.

Souvent, pour les applications mentionnées ci-dessus on utilise des méthodes de caractérisation complémentaires voire communes. Cependant le progrès technique leur ouvre de nouveaux horizons en terme de nouvelles performances requises et/ou d'implémentation moins chère. On y poursuit notamment la création et le développement de moyens de contrôle industriel à bas coût, adaptés à la production en série. De nos jours, ce domaine de la science appliquée continue de prouver son actualité de pointe, étant donné que le coût du contrôle de qualité par des instruments modernes pèse parfois lourd sur la valeur marchande du produit commercial. Un enjeu économique important justifie donc l'intérêt porté par le monde industriel à la recherche liée à l'analyse de front d'onde. On connaît quelques initiatives innovantes (microscopie confocale, télémétrie laser) orientées vers les méthodes concurrentes de l'interférométrie classique, qui reste chère et délicate malgré ses atouts. C'est pourquoi le contexte de la présente étude doctorale est partagé entre un aspect scientifique pur et un défi d'ingénieur souhaitant rentabiliser son éventuelle mise en application.

Le sujet de notre investigation est né dans le cadre du projet européen LASSAR – *Large Aperture Sub-wavelength Surface Analysis and Reconstruction*, qui propose en particulier une étude de la caractérisation d'un front d'onde transformé par les surfaces d'un objet manufacturé de phase. Sa mise en valeur, rapportée en détails au sein de ce mémoire de thèse, puise les ressources fondamentalement dans la théorie scalaire de propagation de lumière aux conditions non-interférométriques (l'absence de brassage d'ondes). Elle comprend en sus deux idées générales que nous formulerons ainsi :

- Caractérisation (reconstruction) d'un front d'onde à partir des figures de diffraction groupées dans une série appelée la "multivue".

- Illumination successive de l'objet à caractériser avec maintes ondes prédéterminées prétraitées au sein d'un modulateur spatial programmable de lumière (SLM). Le concept de la multi-illumination prévoit une possibilité de reconstruire les images avec une multi-résolution.

Nous considérons la convolution d'une onde illuminante quelconque avec la fonction de transfert optique du milieu où elle se propage, comme le point de départ sur lequel reposent nos considérations ultérieures. Suivant l'approche analytique du phénomène de diffraction prise en compte, la caractérisation d'un front d'onde propagé représente une opération inverse soit sous la forme d'une déconvolution (approche de Fresnel), soit sous la forme de la transformée de Fourier inverse (approche de Fraunhofer). Les deux voies visent à remonter à la distribution de l'amplitude complexe de l'onde initiale à partir de ses figures d'intensité de diffraction fournies par un photodétecteur. Notre activité succédant à la révision du champ d'application poursuit l'élaboration d'une stratégie de reconstruction de phase qui sera formalisée dans un algorithme de calcul. Pour s'informer des méthodes de récupération de phase les plus courantes, le lecteur consultera le *chapitre 1* consacré à l'état de l'art en matière d'analyse de front d'onde. Il se familiarisera également avec l'expérience de l'ENST-Bretagne acquise dans certaines disciplines contiguës. Entre autre nous y détaillons les critères du choix méthodique ainsi que parlons des attentes inspirant nos partenaires industriels à donner leur soutien au projet LASSAR.

Au *chapitre 2* la discussion est entamée par aborder quelques procédures itératives de déconvolution numérique reconnues par plusieurs scientifiques comme un moyen puissant et efficace pour la reconstruction d'images. Exposées par ordre chronologique permettant de créer leur historique depuis l'algorithme IFTA le plus simple jusqu'aux versions évoluées, elles servent de base à la compréhension du principe de la technique mise en avant dans cette thèse. Les paramètres auxquels nous nous sommes intéressés incluent la précision de la mesure, la reconfigurabilité de l'illumination, puis encore la rapidité du calcul et la complexité du montage optique associé. Les facteurs cités déterminent le coût de la méthode de récupération de phase. En même temps nous n'omettons pas de décrire les problèmes attribués aux schémas algorithmiques proposés que nous avons mis à l'épreuve dans une série de modélisations assistées par ordinateur. Dans ce contexte, nous avons pris le soin d'apporter quelques renseignements sur les modalités de la transformée de Fourier discrète (DFT), la pierre angulaire de toutes les procédures itératives réalisées en numérique à base de l'IFTA. L'attention du lecteur est attirée par la suite au problème d'unicité de solution algorithmique, étant de première importance pour ce genre d'analyses. Celui-là est étroitement lié à la recherche du minimum global désiré du critère de convergence choisi pour l'algorithme de reconstruction de front d'onde. Les observations rapportées dans cette partie de la thèse sont d'autant plus intéressantes que les procédures itératives notamment de déconvolution ne disposent d'aucun modèle analytique rigoureux. Néanmoins nous faisons preuve de leur efficacité grâce à de multiples simulations sous des conditions diverses de propagation.

Le *chapitre 3* est réservé à la vérification expérimentale de principaux résultats apportés de la théorie par nos calculs numériques. À la différence des modèles de propagation cités au *chapitre 2*, un traitement d'images expérimentales tient compte des conditions

réelles sur la propagation (bruit et désalignements) ainsi que des propriétés physiques du matériel utilisé pour la mise en application des techniques de reconstruction de phase. C'est l'une des raisons pour lesquelles nous avons commencé l'explication des manipulations sur notre banc-prototype optique par la partie consacrée aux alignements et calibrations nécessaires. Plus précisément, au cours des préparations on s'occupe du contrôle de géométrie et de polarisation de la lumière incidente sur le SLM, de la conversion de la polarisation en modulation de phase, puis de la maîtrise des distances de propagation. Afin de garder l'exposé du *chapitre 3* dans la suite chronologique établie auparavant pour le *chapitre 2*, leurs sections ont été répertoriées conformément les unes aux autres.

Enfin, la *conclusion générale* contient une observation des perspectives éventuelles de l'analyse de front d'onde par la méthode "multi-illumination". Nous y énonçons quelques réflexions à propos de futures améliorations à donner à l'instrument de mesure conçu pour le projet LASSAR.

Chapitre 1

Caractérisation de front d'onde : état de l'art

Notre étude doctorale s'intéresse à deux applications d'analyse de front d'onde. D'une part il s'agit de déceler dans un plan (ξ, η) dit plan objet, la distribution de phase $\Phi(\xi, \eta)$ d'une onde inconnue $a(\xi, \eta)e^{i\Phi(\xi,\eta)}$, en s'appuyant sur ses différentes figures de diffraction obtenues dans plan d'observation fixe (x, y) lorsqu'elle illumine un élément diffractif reconfigurable (figure 1.1*a*). D'autre part on tâche de caractériser, à partir d'une multitude de figures de diffraction, un objet de phase $\Phi_{obj}(\xi, \eta)$ inconnu illuminé par une série de faisceaux-sondes connus (figure 1.1*b*).

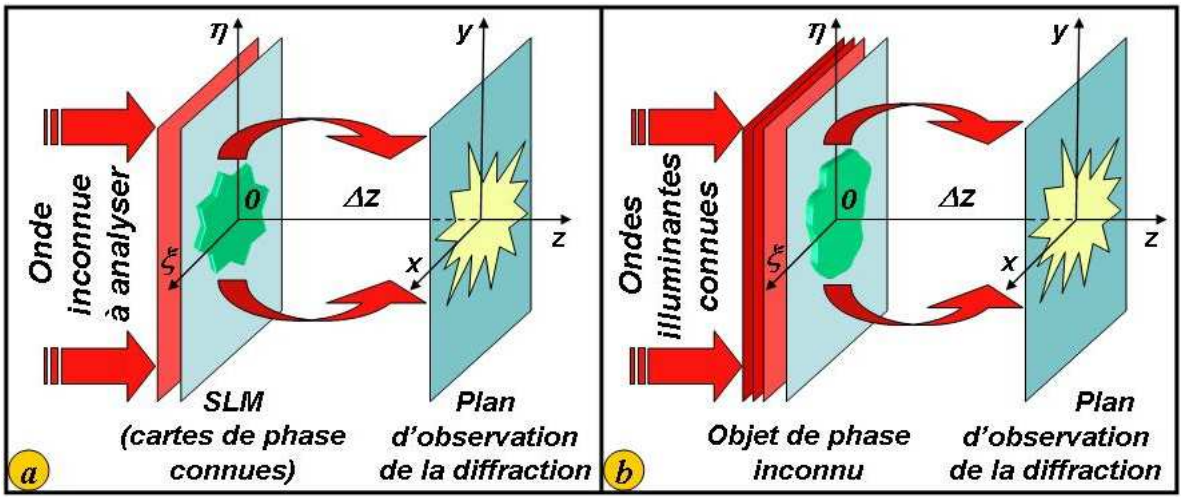


FIG. 1.1 – ***a*** *– problème de caractérisation d'une onde inconnue* $A(\xi, \eta) = a(\xi, \eta)e^{i\Phi(\xi,\eta)}$, ***b*** *– problème de caractérisation d'un objet de phase* $\Phi_{obj}(\xi, \eta)$ *inconnu.*

Actuellement il existe deux grands types d'analyse d'onde : la classe des méthodes interférométriques et la classe des méthodes non-interférométriques. Le second type regroupe les différentes méthodes diffractives, celles fournies par l'optique géométrique (microscopie confocale, test de Shack-Hartmann etc), mais aussi celles qui ne font partie d'aucun des groupes précités, par exemple la télémétrie laser ou encore le palpage mécanique. Du point de vue de l'accès aux informations sur la phase recherchée, on distingue les techniques de mesure qui s'expriment dans un modèle analytique rigoureux, ou les techniques de reconstruction à partir d'une estimation initiale. Les techniques de recons-

truction ne font qu'approcher le front d'onde inconnu avec plus ou moins de précision. La connaissance des conditions de propagation de plan en plan à l'intérieur du système optique ouvre la possibilité de renouveller l'estimation courante $\phi_k(\xi, \eta, 0)$ du front d'onde à chaque itération de l'algorithme. Si la convergence se dirige dans le sens désiré, l'erreur $[\Phi_{obj}(\xi, \eta, 0) - \phi_k(\xi, \eta, 0)]$ tend vers 0 jusqu'à ce que l'algorithme de reconstruction reproduise le profil exact[1] de la phase recherchée $\Phi_{obj}(\xi, \eta)$.

En interférométrie classique la topographie d'une surface est souvent présente sous la forme des coefficients de sa décomposition polynomiale sur une base orthonormée de fonctions. Pour cela les polynômes de Zernike sont les plus couramment utilisés, étant donné leur lien naturel aux aberrations optiques. De cette façon la détection des dislocations et des irrégularités du front d'onde associées aux fins détails sur la surface de l'échantillon se poursuit à travers l'examen des termes supérieurs de la décomposition. Or, il faut noter que les polynômes de Zernike, traditionnellement utilisés pour représenter les surfaces sphériques [1], sont inadaptés à l'analyse de la majorité des surfaces asphériques irrégulières. Dans ces circonstances on traite le front d'onde en tant que champ de données échantillonnées par la pixélisation du photodétecteur. C'est le cas typique notamment pour un grand nombre de méthodes de caractérisation de phase où il est question d'intégrer le champ de dérivées partielles d'un front d'onde $\frac{\delta\Phi(\xi,\eta)}{\delta\xi}$, $\frac{\delta\Phi(\xi,\eta)}{\delta\eta}$ pour accéder à la forme de ses variations spatiales.

1.1 Analyse par l'optique géométrique

1.1.1 Test de Shack-Hartmann

À travers sa longue histoire dans les laboratoires du monde entier, l'analyseur de Shack-Hartmann (matrice régulière de microlentilles) n'a pas changé énormement. Toutefois il a servi de base, pour beaucoup d'analyseurs plus sophistiqués, dont certains types sont décrits ci-dessous. Son champ d'application couvre les domaines d'activité tels que l'optique adaptative en astronomie [2], l'ophthalmologie [3], l'inspection des profils locaux

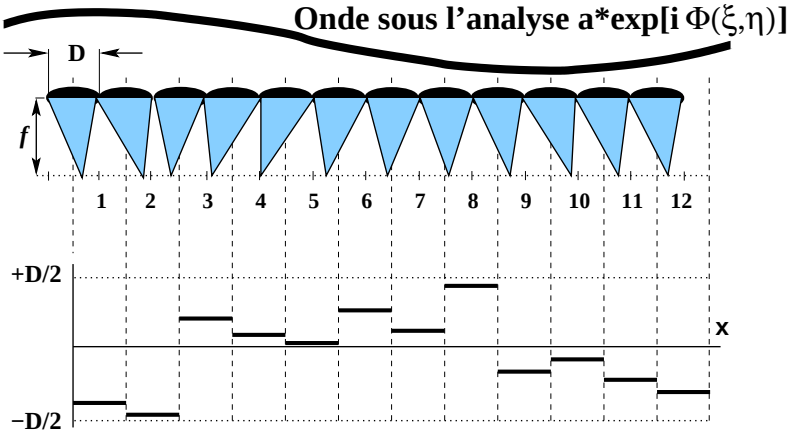


FIG. 1.2 – *Diagramme de décentrage des taches focales créé par un front d'onde incident inconnu* $a(\xi, \eta)^{i\Phi(\xi,\eta)}$.

[1]Plus pécisément, la reconstruction s'accomplit à un seuil d'erreur près déterminé par le bruit numérique de discrétisation ou par le critère d'arrêt de la procédure.

des surfaces étendues etc. L'analyseur classique de Shack-Hartmann, est un moyen de mesure achromatique techniquement simple. Il détermine le profil d'une onde inconnue par le biais de la mesure du décentrage des spots lumineux formés dans le plan focal d'une matrice de microlentilles (figure 1.2) par le front d'onde affecté par les aberrations. On appelle ce champ de spots décentrés un hartmanngramme (figure 1.3). Les écarts $\Delta x_{m,n}$, $\Delta y_{m,n}$ que possèdent les images pupillaires $(m, n = 1...N_{lens})$ par rapport à leurs positions en l'absence d'aberration traduisent les pentes locales sur la surface de phase à l'intérieur de la zone des ouvertures. Par exemple, lorsque la surface de l'onde incidente est

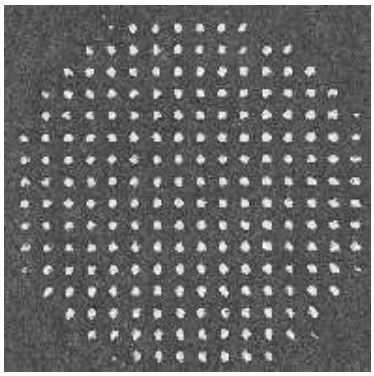


FIG. 1.3 – *Distribution d'intensité d'images pupillaires dans le plan focal (x,y) de la matrice de microlentilles.*

parfaitement plate, le décentrage des spots focalisés est nul, par conséquent leur séparation demeure régulière. Ce n'est pas le cas pour une onde plane déformée. Les variations locales de sa phase sont tout de même minuscules par rapport à la taille de la pupille d'une microlentille, si bien qu'on les prend pour dérivées partielles moyennes [3] du front d'onde incident $W(\xi, \eta) = \frac{\Phi(\xi,\eta)\lambda}{2\pi}$:

$$\Delta x_{m,n} = \frac{f \cdot \partial W_\xi(m,n)}{\sqrt{1+\partial W_\xi^2(m,n)}} \approx f \cdot \partial W_\xi, \qquad \Delta y_{m,n} = \frac{f \cdot \partial W_\eta(m,n)}{\sqrt{1+\partial W_\eta^2(m,n)}} \approx f \cdot \partial W_\eta,$$
$$\Delta W_\xi = \frac{\iint \frac{\partial W(m,n)}{\Delta x} dxdy}{d^2}, \qquad \Delta W_\eta = \frac{\iint \frac{\partial W(m,n)}{\Delta y} dxdy}{d^2}, \tag{1.1}$$

Dans cette expression le paramètre d représente la périodicité et f, la distance focale des microlentilles. Au niveau du photodétecteur mosaïque l'échantillonnage d'une image pupillaire se fait sur une certaine quantité de pixels, si bien que la position de son centre de gravité n'est pas toujours évidente. Sous l'influence des aberrations son pic énergétique peut se dégrader considérablement et ainsi diminuer la précision de la mesure du décentrage. Dans le cas où l'expérimentation exige une mesure très précise – analyse de faibles déformations – les microlentilles sont contraintes d'avoir une grande distance focale et, par conséquent, une ouverture réduite. Au contraire, on utilise des microlentilles à courte focale lorsqu'il s'agit de mesurer les grandes oscillations. Du point de vue de sa dynamique, le test de Shack-Hartmann est limité à la pente maximale mesurable, définie par l'ouverture numérique d'une microlentille. En effet les faisceaux diffractés sur les bords de certaines ouvertures où les pentes locales varient beaucoup, sont susceptibles d'être perturbés par les faisceaux voisins. Afin d'éviter la discontinuité du déphasage entre les pupilles, la différence de déplacement des deux spots conjoints (figure 1.4) doit être

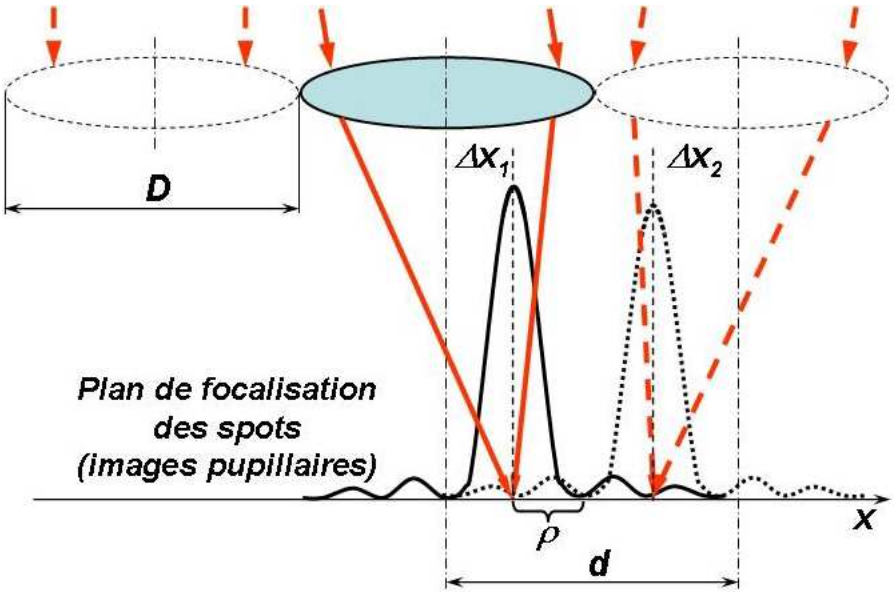


FIG. 1.4 – *Profil d'intensité de l'image pupillaire dans le plan focal de la microlentille.*

inférieure à la moitié de la période d du maillage [4] :

$$\left|\frac{\partial W(m,n)}{\partial \xi} - \frac{\partial W(m,n\pm 1)}{\partial \xi}\right| < \frac{d}{2f}. \tag{1.2}$$

Ceci explique l'intérêt d'avoir un échantillonnage aussi fin que possible, propriété nécessitant une implantation dense de microlentilles dans la matrice. Par ailleurs, pour détecter correctement le pic central de l'image pupillaire, ce dernier est censé avoir une taille ρ inférieure à la séparation des microlentilles, autrement dit correspondre à l'équation $\rho = \frac{f\lambda}{d}$. La dynamique maximale de l'analyseur classique de Shack-Hartmann s'exprime alors comme ceci :

$$\Delta W_{max} = \frac{(d/2-\rho)N_{lens}d}{f}, \tag{1.3}$$

où le paramètre N_{lens} compte le nombre de pupilles dans la matrice. Une fois que le champ de dérivées partielles est obtenu, rappelons le, la phase inconnue peut être approchée grâce à sa décomposition polynomiale (reconstruction "modale") ou encore intégrée numériquement (reconstruction "zonale").

Analyseur adaptatif de Shack-Hartmann

Une idée intéressante au sujet de l'analyseur de Shack-Hartmann marque la publication [5]. Les auteurs ont réussi à doter l'instrument conventionnel d'une sensibilité variable. Ils ont substitué les microlentilles statiques traditionnelles par un modulateur spatial programmable de lumière (SLM), capable de générer sur son écran à cristaux liquides (LCD) une matrice de lentilles diffractives de Fresnel ayant la distance focale f et la géométrie voulues. Les nouvelles propriétés acquises par l'instrument sont les suivantes :

- une grande flexibilité due au changement instantané des paramètres du front d'onde diffractant,
- une multirésolution en fonction de la distance focale choisie,

– la possibilité de corriger la forme des spots dégradés sans modifier leur position dans la pupille.

La dernière propriété citée est extrémement précieuse car elle contribue à la détection de la position exacte du spot. Finalement la résolution du dispositif dépend de la focale minimale affichable sur le SLM [5] :

$$f_{min} = \frac{Nd^2}{\lambda} \tag{1.4}$$

où N, d, λ sont respectivement le nombre de pixels constituant une microlentille de Fresnel, la périodicité des lentilles dans la matrice, la longueur d'onde de la lumière incidente.

Analyseur différentiel

Pour mesurer la courbure, c'est-à-dire la seconde dérivée d'un front d'onde passant la pupille d'un téléscope, F. Roddier a proposé un analyseur différentiel [6]. Celui-ci comprend un Hartmann-masque (une matrice de trous espacés régulièrement), une lentille de focale variable ainsi qu'une optique d'imagerie conjuguée avec un capteur CCD. La technique sous-jacente de caractérisation des variations de phase consiste à comparer, les écarts latéraux Δx, $\Delta x'$ des faisceaux lumineux traversant les plans de mesure *1* et *2* (figure 1.5) symétriques par rapport à la lentille. Cette configuration de l'analyseur permet de doubler sa sensibilité par rapport à l'instrument traditionnel à base d'un Hartmann-masque. Si l'on change la vergence de la lentille au milieu du système, les distributions d'intensité saisies dans les plans de mesure *1* et *2* peuvent être imagées dans le plan

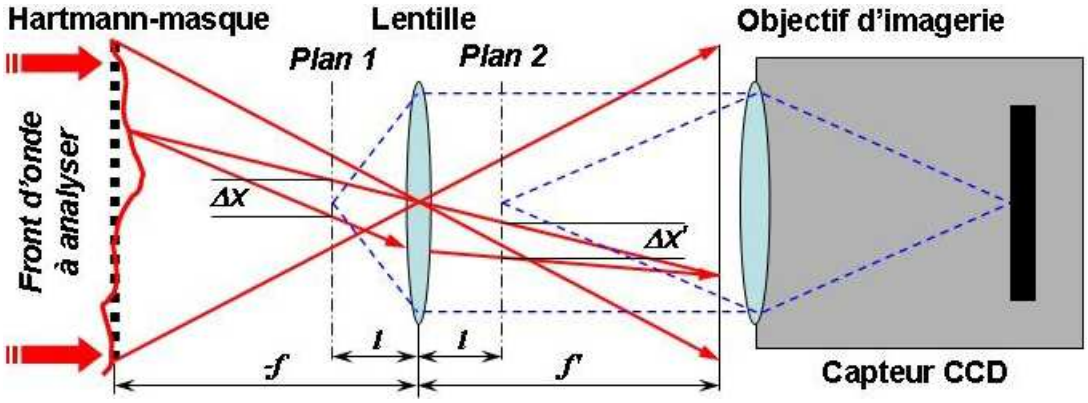


FIG. 1.5 – *Schéma optique de l'analyseur différentiel. La technique traditionnelle de caractérisation de front d'onde au moyen d'un Hartmann-masque y est combinée avec une comparaison des écarts des faisceaux de lumière mesurés dans deux plans symétriques* ***1*** *et* ***2****.*

du photodétecteur. En modifiant le paramètre l de défocalisation, on ajuste la sensibilité de l'analyseur à la dynamique de la matrice CCD – une qualité est très appréciée en astronomie où les téléscopes perçoivent les faisceaux de lumière soumis aux turbulences atmosphériques extrêmement variables.

Interféromètre à lentilles de Fresnel

La segmentation du front d'onde incident, caractéristique du test de Shack-Hartmann, a une dimension interférométrique dans le dispositif [7] à deux matrices de microlentilles

de Fresnel en configuration confocale (figure 1.6). Les franges d'interférence y apparaissent à la superposition de la lumière non-diffractée (ordre 0) avec une partie du front d'onde incident en double diffraction (ordres ±1). En accord avec la théorie optique, le front d'onde initial diffracté sur la matrice *I* se décompose en une multitude d'ordres, dont ceux ±1 ont le comportement des faisceaux *1* réfractés et inversés par une lentille ordinaire. Suite à leur seconde diffraction sur les ouvertures de la matrice *II*, les nouveaux ordres -1 ou +1 (faisceaux *3*) se propagent dans le même sens que les faisceaux *4* non-diffractés. La superposition des faisceaux *3* et *4* crée sur un écran déposé à une distance[2] *l* derrière l'analyseur, une distribution d'intensité interférométrique semblable à celle imprimée sur la partie droite de la figure 1.6.

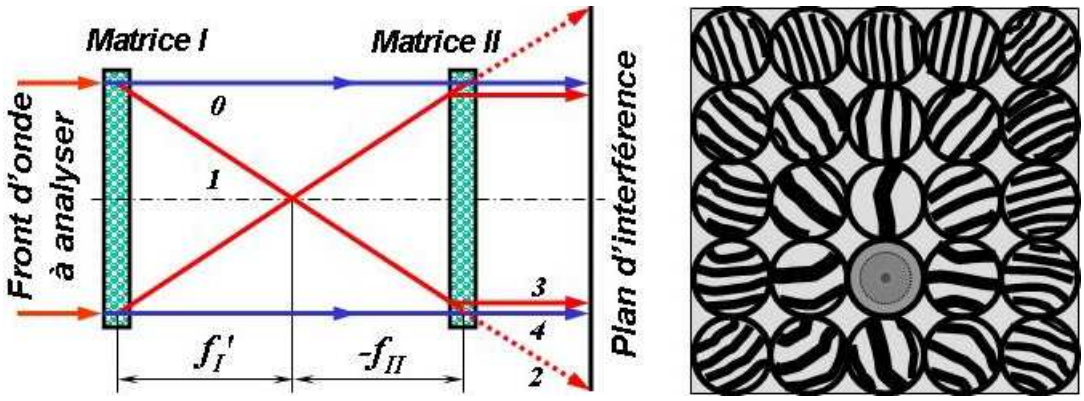


FIG. 1.6 – *Schéma optique de l'interféromètre à lentilles de Fresnel (partie gauche) et une vue typique des franges d'interférence d'une onde plane légèrement courbée (partie droite). composée par les ouvertures des matrices de microlentilles. La distribution d'intensité observée vient d'une double diffraction du front d'onde incident sur les pupilles des matrices I, II, étant à l'origine de l'interférence entre les faisceaux parallèles 3 et 4.*

En supposant en entrée du système une onde $A(x,y) = e^{i[\phi(x,y)+\Phi_i(x,y)]}$ aux distortions $\Phi_i(x,y)$ de sa surface. Segmentée dans la suite par les ouvertures élémentaires, elle aura en sortie de l'interféromètre, en l'absence d'interconnections parasites entre les pupilles, la distribution d'intensité [7] :

$$I(x,y) = \left| \sum_{m,n} p(x-md, y-nd)[e^{i\phi(md-\Delta_{xm}, nd-\Delta_{yn})} + e^{i\phi(md+\Delta_{xm}, nd+\Delta_{yn})} + e^{i\Phi_i}] \right|^2 . \quad (1.5)$$

En termes de l'interférométrie, à l'intérieur des zones pupillaires $(\Delta_{xm}, \Delta_{yn})$ régulièrement espacées avec le paramètre d et ayant chacune la fonction de transfert :

$$p(x-md, y-nd) = \begin{cases} 1 & : \quad (x,y) \in (\Delta_{xm}, \Delta_{yn}) \\ 0 & : \quad (x,y) \notin (\Delta_{xm}, \Delta_{yn}), \end{cases}$$

la superposition (1.5) d'une copie du front d'onde incident et de sa copie inversée se réécrira comme ci-dessous [7] :

$$\begin{aligned} I(x,y) =& 2 \sum_m \sum_n p(x-md, y-nd)\{1 + \cos[\phi(md+\Delta_{xm}, nd+\Delta_{yn}) - \\ & - \phi(md-\Delta_{xm}, nd-\Delta_{yn}) + \Phi_i(x,y)]\}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

[2]suffisante pour dissiper les ordres supérieures de diffraction

Si ensuite on développe en série la phase de cette distribution d'intensité [7] :

$$\phi(x,y) = \phi(md,nd)\{a_{xm}\Delta_{xm} + a_{yn}\Delta_{yn} + ... + \Phi_i(x,y)\}, \tag{1.7}$$

où a_{xm}, a_{yn} sont les coefficients de décomposition, on peut négliger ses termes supérieurs se donnant l'hypothèse que le front d'onde mis en caractérisation varie lentement. Les deux premiers termes et celui le dernier qui resteront entre les accolades représentent le gradient de la surface de l'onde de départ, à condition d'avoir la taille des microlentilles assez petite.

1.1.2 Microscopie confocale

Il s'agit d'un type particulier de microscope optique où un point de l'échantillon est vu sous le même angle par le condenseur et l'objectif. En microscopie optique classique, pour qu'une image soit nette, il faut que l'objet soit dans le plan focal du système optique. Lorsqu'un objet est épais, présente un relief important, ou bien lorsqu'il est incliné par rapport à l'objectif, seule une partie de l'objet est nette dans l'image. Pour résoudre ce problème, on éclaire la surface non plus par un faisceau de lumière blanche, mais par un rayon laser, focalisé par un objectif. Le principe essentiel [8] réside dans la présence du diaphragme "trou d'épingle" devant le détecteur (figure 1.7) conjugué au plan focal de l'objectif (plans confocaux). Ce diaphragme ayant une ouverture correspondant à la première tache d'Airy (résolution latérale $\delta_{x,y} = 0.46\lambda/NA$ [9]), autorise la détection de signaux de réflectance ne provenant que du plan focal. La lumière en provenance des autres plans est alors bloquée. De cette manière, les images obtenues ont une très faible profondeur de champ (de l'ordre de 0.6 μm dans les meilleures conditions) que l'on peut qualifier de sections optiques. L'image est constituée point par point en faisant varier pas à pas la mise au point en direction de l'axe z et en assurant le déplacement latéral du faisceau laser sur l'échantillon (système de balayage ou disque de Nipkow).

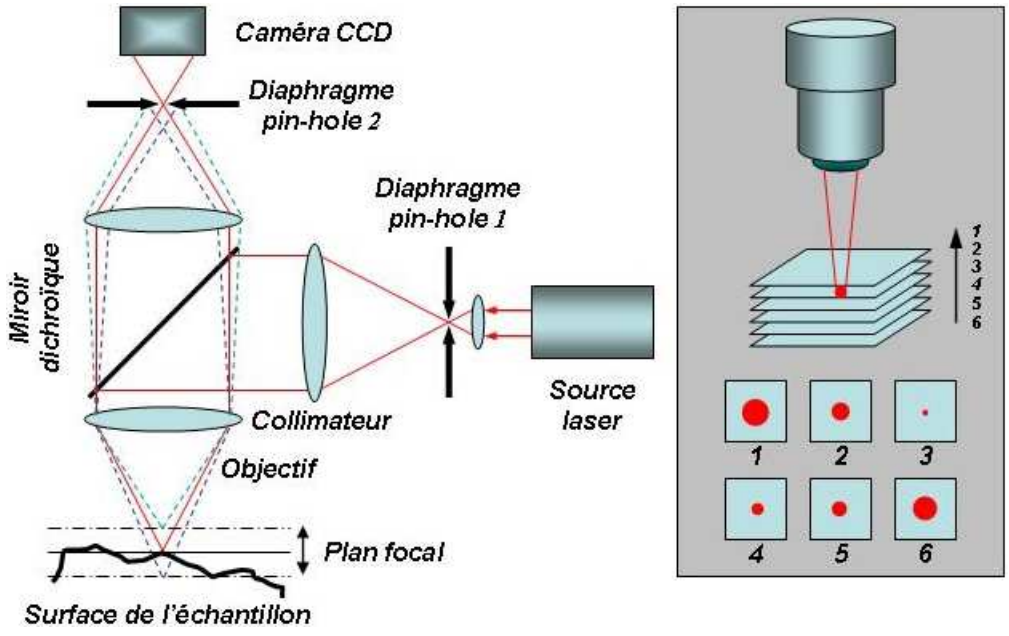


FIG. 1.7 – *Le principe de mesure par sections optiques réalisé dans le microscope confocal.*

L'objet n'est pas directement observé par l'utilisateur ; celui-ci voit une image recomposée en 3D par ordinateur à partir des acquisitions numérisées. La résolution de l'image est donnée par le grandissement et la taille des pixels du CCD. L'emploi d'une source lumineuse cohérente (généralement laser à argon λ=458, 477, 488, 514 nm ou à helium-néon λ=543, 633 nm) ainsi que la taille réduite du champ éclairé permettent d'obtenir une résolution latérale légèrement meilleure (180-160 nm) que celle attendue pour un microscope optique conventionnel (200 nm). La résolution en z est de l'ordre de 600 nm en microscopie confocale. Le positionnement du spot dans la profondeur de l'échantillon est généralement obtenue en déplaçant le long de l'axe z l'objectif à l'aide d'un quartz piezo-électrique par pas successifs de 200-300nm.

1.2 Analyse d'interférogrammes

1.2.1 Obtention des franges d'interférences

Les outils de l'interférométrie sont basés sur la comparaison de l'onde inconnue à sa copie déphasée (interférométrie à réseau) ou à une onde de référence. Considérés comme des moyens de caractérisation de première importance, ils offrent une précision de mesure supérieure à la longueur d'onde λ en exigeant généralement une faible quantité de calculs. La moindre inclinaison d'une plaque de verre ou le déplacement du miroir dans

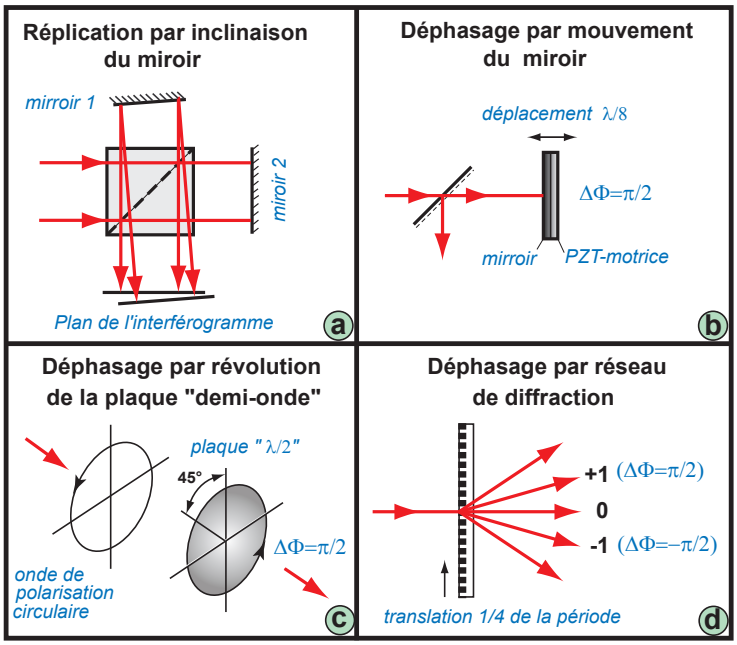


FIG. 1.8 – *Méthodes de création d'un déphasage entre les bras interférométriques.*

un bras interférométrique, la révolution d'une plaque demi-onde, l'insertion d'un réseau de diffraction (figure 1.8) mais aussi l'effet acousto- ou électro-optique sont susceptibles de créer une différence de marche optique entre les ondes mises en comparaison qui est la cause de l'apparition des franges d'interférence. Au cas où leur modulation relative de phase résulte d'un nombre pair de demi-longueurs d'onde, l'interférence est constructive. Sinon, un nombre impair de $\lambda/2$ dans la modulation de phase suscite une interférence

destructive. On peut décrire l'intensité dans le plan du capteur comme ceci :

$$I(x,y) = [a_1 e^{-i\psi(x,y)} + a_2 e^{-i\phi(x,y)}]^2 = A_1 A_1^* + A_2 A_2^* + 2A_1 A_2 \cos\{\psi(x,y) - \phi(x,y)\} \quad (1.8)$$

dont le terme en cosinus détermine la forme et la taille des franges. Pour extraire la carte de phase de l'objet inconnu il y a en principe deux sortes d'interféromètres, ceux qui utilisent la modulation temporelle de l'onde de référence ou ceux qui la modulent spatialement.

1.2.2 Interféromètre à modulation temporelle

La modulation temporelle de l'onde de référence a trouvé une application dans la génération d'un déphasage variable contrôlé, que l'on introduit dans l'interférogramme durant son acquisition séquentielle. Ce principe est réalisé notamment dans un speckle-interféromètre [10] utilisé pour la détection des déformations statiques et/ou dynamiques des surfaces optiquement diffusantes. La phase du faisceau-sonde y est codée par l'intensité de M interférogrammes comme une fonction de temps :

$$\begin{aligned} I(x,y,t) &= I_0(x,y,t) + I_m(x,y,t) \cdot \cos[\phi(x,y,t) + \psi t] = \\ &= I_0(x,y,t) + \frac{I_m(x,y,t)}{2}\left(e^{i[\phi(x,y,t)+\psi(t)]} + e^{-i[\phi(x,y,t)+\psi(t)]}\right), \end{aligned} \quad (1.9)$$

où $I_0(x,y,t)$ et $I_m(x,y,t)$ représentent respectivement le fond continu et la variation temporelle des franges, $\phi(x,y,t)$ est la phase à détecter, alors que ψ indique le déphasage linéaire introduit dans l'onde de référence au fil du temps entre deux acquisitions successives. Pour moduler la porteuse temporelle on envisage, par exemple un élément à effet Pockels qui produit le déphasage relatif $\psi = 0,\ \pi/2,\ \pi,\ 3\pi/2$ de manière répétitive. Puisque en l'occurence l'analyse des franges s'intéresse à leur évolution à travers le temps, le signal dans chaque pixel du capteur est traité indépendamment des autres. On lui applique une transformée de Fourier dans le but de séparer la porteuse temporelle des autres harmoniques dans le domaine fréquentiel. Si la fréquence de modulation de l'onde de référence est largement supérieure à la varition de phase recherchée, l'isolation de la porteuse $I^1(t) = \frac{I_m}{2} e^{i[\phi(t)+\psi(t)]}$ s'effectue facilement par un filtre passe-bas avant de subir une transformée de Fourier inverse. L'accès à la partie imaginaire du signal après le filtrage donne la phase :

$$\phi(t) + \psi(t) = \arctan\left\{\frac{Im[I^1(t)]}{Re[I^1(t)]}\right\}, \quad (1.10)$$

dont il faut déduire le déphasage relatif $\psi(t)$ en provenance du modulateur. L'évaluation de la phase dans tous les pixels de la séquence d'interférogrammes complète la topographie du front d'onde tout entier. Cependant la nature de la fonction *arctan()* utilisée dans l'extraction de données sur la phase de l'onde inconnue plie le profil de phase détecté. Or, il est possible d'effacer ses discontinuités en le soumettant à une procédure de dépliement.

Généralement l'interférométrie à modulation temporelle réalise la mesure de phase (échelle subnanométrique) de façon plus précise que les techniques à modulation spatiale. En revanche elle nécessite un équipement de modulation compliqué, capable de maintenir stables ses caractéristiques au cours de l'expérimentation (le temps de la séquence vidéo fait typiquement 120-500 ms en fonction du nombre d'images). Du point de vue de l'échantillonnage de Nyquist, la variation de phase introduite dans l'interféromètre entre deux acquisitions successives ne doit pas excéder la valeur $\pi/2$. Par ailleurs la modulation temporelle garde sa fonctionnalité en présence d'une source lumineuse étendue à moins que sa longueur de cohérence suffise à assurer le décalage des ondes.

1.2.3 Profilomètre de phase à décalage progressif

Parmi les interféromètres modulant spatialement le front d'onde il y a le profilomètre de phase à décalage progessif de l'onde de référence [11]. Ses principaux mérites résident dans la simplicité de la mesure de la phase (méthode dite "directe") ainsi que dans une précision exemplaire ($\sim \lambda/1000$ ou bien <1 nm), avantages qui lui ont apporté une réputation solide notamment dans l'industrie. L'accès à la forme de la phase portée par l'onde inconnue s'accomplit grâce à un calcul très simple comprenant au moins trois interférogrammes déphasés [12] :

$$I_i(x,y) = I_0(x,y)\{1 + \mu \cdot sinc(\Delta/2)\cos[\Phi(x,y) + \alpha_i]\}, \quad \alpha_i = \frac{i2\pi}{N}, \quad i = 1, ...N, \ (1.11)$$

car il y a trois inconnues : l'intensité du fond continu $I_0(x,y)$, la phase $\Phi(x,y)$ de l'onde à caractériser, la profondeur de la modulation des franges μ. Le paramètre α_i définit la phase moyenne relative introduite avant la $i^{-ème}$ acquisition, Δ est le déphasage réalisé au cours d'une acquisition. Étant donné que les vibrations peuvent fausser serieusement le décalage de l'onde de référence, souvent on adopte pour l'interféromètre une configuration stable de type Michelson (figure 1.9) ou Twyman-Green. Un tel profilomètre possède un

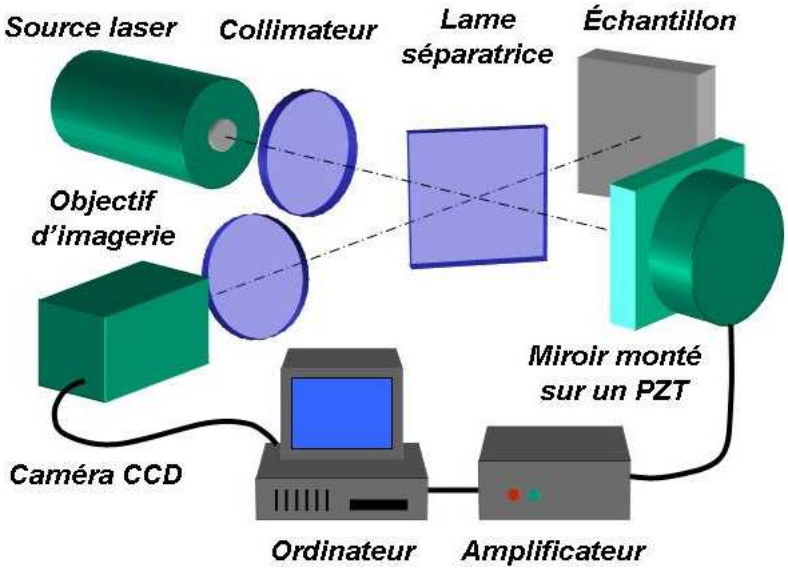


FIG. 1.9 – *Composition du profilomètre de phase à modulation progressive par pilotage du miroir de référence.*

bras ajustable au moyen d'un miroir mobile attaché au support piézo-éléctrique (PZT)) qui le déplace. Alimenté via un amplificateur de haute tension, l'élément PZT bouge le miroir sur une course de quelques μm, soit d'une façon linéaire continue (technique "integrating-bucket", $0<\Delta<\pi$) soit discrètement pas à pas (technique "phase stepping", $\Delta=0$). D'après la figure 1.10, le déphasage progressif continu introduit dans la figure d'interférence est intégré par le photodétecteur lors d'une acquisition. Puisque l'intensité de l'interférogramme dépend de la phase relative introduite, la caractéristique du moteur PZT a besoin d'être calibré.

Il résulte des travaux [13],[14] que la forme généralisée de la solution recherchée :

$$\Phi(x,y) = \arctan\left(\frac{\sum_i I_i(x,y)\sin(\alpha_i)}{\sum_i I_i(x,y)\cos(\alpha_i)}\right) \quad (1.12)$$

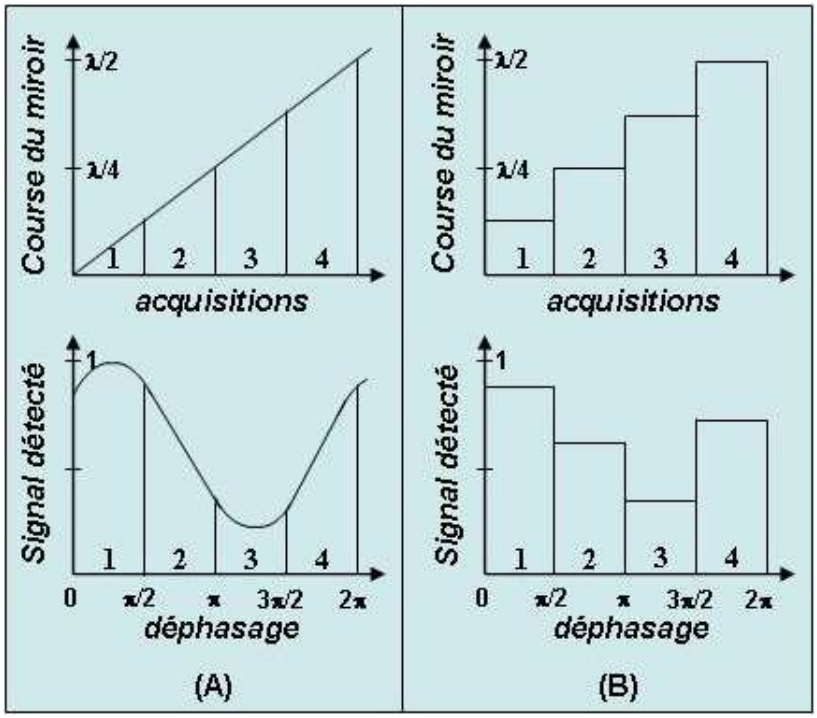


FIG. 1.10 – *Techniques de décalage progressif de l'onde de référence [12] :* ***A*** *– techniques de décalage continu,* ***B*** *– techniques de décalage discret.*

est une application de la méthode des moindres carrés. Selon le nombre d'acquisitions prises en compte dans le traitement, on citera tout un éventail d'algorithmes d'extraction de la phase inconnue. Leur comparaison détaillée est disponible dans l'ouvrage [12].

Méthode des trois intensités [15] : $\alpha_i = -\frac{2\pi}{3},\ 0,\ \frac{2\pi}{3}$

$$
\begin{aligned}
I_1(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)-\frac{2}{3}\pi\right)\right\},\\
I_2(x,y) &= I_0(x,y)\{1+\mu\cdot\cos(\Phi(x,y))\},\\
I_3(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)+\frac{2}{3}\pi\right)\right\},\\
\mu(x,y) &= \frac{\sqrt{3[I_3(x,y)-I_2(x,y)]^2+[2I_1(x,y)-I_2(x,y)-I_3(x,y)]^2}}{2I_0},\\
\Phi(x,y) &= \arctan\left(\sqrt{3}\,\frac{I_3(x,y)-I_2(x,y)}{2I_1(x,y)-I_2(x,y)-I_3(x,y)}\right);
\end{aligned}
$$

où I_1, I_1, I_3 sont les intensités interférométriques acquises.

Méthode des quatre intensités [16] : $\alpha_i = 0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}$

$$
\begin{aligned}
I_1(x,y) &= I_0(x,y)\{1+\mu\cdot\cos(\Phi(x,y))\},\\
I_2(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)+\frac{1}{2}\pi\right)\right\},\\
I_3(x,y) &= I_0(x,y)\{1+\mu\cos(\Phi(x,y)+\pi)\},\\
I_4(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)+\frac{3}{2}\pi\right)\right\},\\
\mu(x,y) &= \frac{\sqrt{[I_4(x,y)-I_2(x,y)]^2+[I_1(x,y)-I_3(x,y)]^2}}{2I_0},\\
\Phi(x,y) &= \arctan\left(\frac{I_4(x,y)-I_2(x,y)}{I_1(x,y)-I_3(x,y)}\right);
\end{aligned}
$$

Méthode de Carré [17] : indépéndante du déphasage α introduit entre les acquisitions

$$
\begin{aligned}
I_1(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)-\frac{3}{2}\alpha\right)\right\},\\
I_2(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)-\frac{1}{2}\alpha\right)\right\},\\
I_3(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)+\frac{1}{2}\alpha\right)\right\},\\
I_4(x,y) &= I_0(x,y)\left\{1+\mu\cdot\cos\left(\Phi(x,y)+\frac{3}{2}\alpha\right)\right\},\\
\mu(x,y) &= \frac{\sqrt{[(I_2-I_3)+(I_1-I_4)]^2+[(I_2+I_3)-(I_1+I_4)]^2}}{8I_0^2},\\
\Phi(x,y) &= \arctan\left(\tan\left(\frac{\alpha(x,y)}{2}\right)\frac{[I_2(x,y)-I_3(x,y)]+[I_1(x,y)-I_4(x,y)]}{[I_2(x,y)+I_3(x,y)]-[I_1(x,y)+I_4(x,y)]}\right),\\
\tan\left(\frac{\alpha(x,y)}{2}\right) &= \sqrt{\frac{3[I_2(x,y)-I_3(x,y)]-[I_1(x,y)-I_4(x,y)]}{[I_2(x,y)-I_3(x,y)]+[I_1(x,y)-I_4(x,y)]}}.
\end{aligned}
$$

La méthode de Carré, insensible aux fluctuations de la vitesse du miroir mobile, ne nécessite pas la calibration de la motrice PZT.

La nature de la fonction *arctan(...)* utilisée dans le calcul de la phase est à l'origine d'une ambiguité modulo π appropriée à la mesure de grands sauts de phase lorsque la séparation des franges est très petite. Quelques instruments résolvent ce problème en utilisant une seconde longueur d'onde du faisceau illuminant. Ainsi la phase recherchée est déduite comme une différence entre les valeurs calculées pour chaque longueur d'onde [11] :

$$\Phi_{eq}(x,y) = \Phi_1(x,y) - \Phi_2(x,y) = \frac{2\pi W(x,y)}{\lambda_{eq}}, \quad \lambda_{eq} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{|\lambda_1-\lambda_2|}. \tag{1.13}$$

D'autres profilomètres de phase se débarrassent de l'ambiguïté de mesure par la combinaison de l'interférométrie à décalage progressif avec des corrélogrammes de lumière blanche ("coherence-peak sensing") [18]. L'implémentation de ce type d'appareil consiste à comparer les valeurs de phase calculées à partir des interférogrammes captés d'abord dans

la position de meilleur contraste, ensuite dans la position du pic de corrélation. À titre d'illustration de ses performances nous faisons référence aux figures 1.11–1.12 qui montre deux profils de phase caractérisés par une technique combinée.

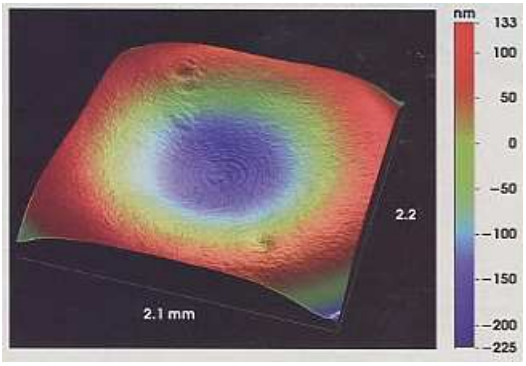


FIG. 1.11 – *Traçage de la sphère de meilleure interpolation par un profilomètre (Veeco Instruments) d'analyse "directe" pour un élément asphérique.*

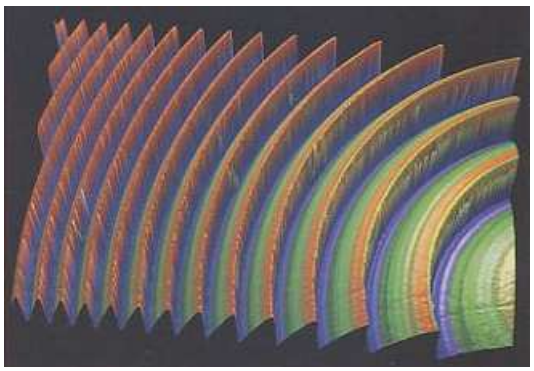


FIG. 1.12 – *Un élément diffractif caractérisé par un insrument de mesure "directe" combinée (Glimmerglass).*

Néanmoins les principaux composants de ces systèmes optiques : l'objectif de qualité, la motrice PZT avec son appareillage d'alimentation coûtent chère. Au prix de plusieurs dizaines de milliers d'euros sur le marché actuel des instruments il y a toute une gamme de profilomètres de phase à décalage progressif proposés, par exemple, chez *"ADE" [19], "Veeco Instruments Inc." [20], "Zygo" [21].*

1.2.4 Analyse spectrale de la porteuse spatiale

Malheureusement l'environnement expérimental n'est pas forcement stable à l'échelle nanométrique. Les fluctuations de la phase relative entre les bras interférométriques peuvent atteindre plusieurs dizaines voire des centaines de microns. Il est donc préférable de réduire au maximum le temps d'acquisition de données ou de stabiliser l'image des franges en les moyennant lors d'une exposition prolongée (∼5 ms). Le gain que l'on a en terme de complexité de calcul avec le traitement de plusieurs interférogrammes décalés entre eux est contrarié par la complexité du matériel et le temps d'acquisition élevé. En contrepartie l'analyse de la porteuse spatiale décrite dans les publications [22],[23] fait le bilan à l'invers. Elle se contente d'une figure d'interférence isolée mais exige un traitement de données plus soigneux qui considère l'image des franges échantillonnées au niveaux du capteur comme un dallage de petites fenêtres aux gradients individuels de phase. Une transformée de Fourier discrète appliquée aux franges numérisées reporte l'analyse des oscillations dans le domaine des harmoniques spatiales contenues dans le spectre de Fourier.

Lorsque une onde au sein de l'interféromètre est décalée d'une manière ou d'une autre par rapport à l'onde de référence, leurs amplitudes complexes $A_1(x,y)$ et $A_2(x,y)$ créent une distribution d'intensité des franges dans l'espace réel :

$$I(x,y) = I_0(x,y) + I_{12}(x,y)\cos\{2\pi\nu_0 x - \Phi(x,y)\} \qquad (1.14)$$
$$I_0(x,y) = A_1A_1^* + A_2A_2^*, \qquad I_{12}(x,y) = 2A_1A_2,$$

ou encore :

$$I(x,y) = I_0(x,y) + c(x,y)e^{i2\pi\nu_0 x} + c^*(x,y)e^{-i2\pi\nu_0 x} \tag{1.15}$$
$$c(x,y) = \frac{1}{2} I_{12} e^{-i\Phi(x,y)}.$$

La fréquence ν_0 détermine la quantité de décalage de la phase $\Phi(x,y)$ sur la plage des harmoniques spatiales. Après la transformée de Fourier directe, il vient :

$$\tilde{I}(\nu_x,\nu_y) = \tilde{I}_0\delta(\nu_x,\nu_y) + C(\nu_x - \nu_0,\nu_y) + C^*(\nu_x + \nu_0,\nu_y). \tag{1.16}$$

Si la phase $\Phi(x,y)$ varie lentement en comparaison avec la fréquence ν_0 de la porteuse,

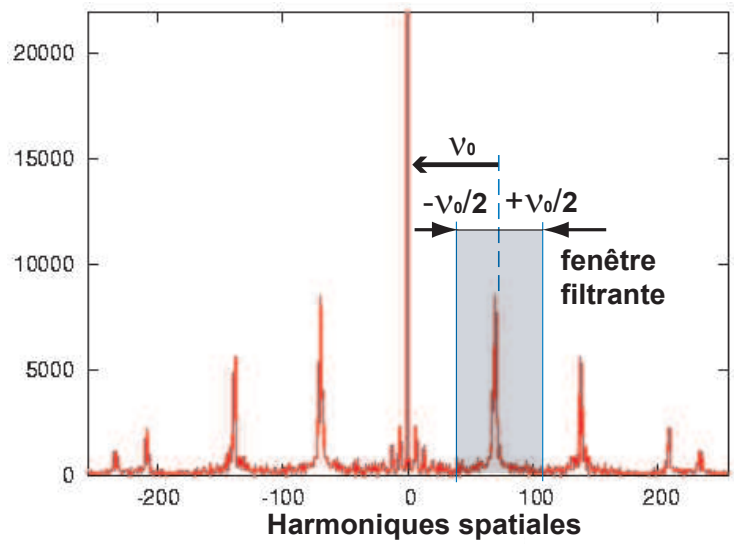


FIG. 1.13 – *Séparation d'harmoniques dans le spectre Fourier d'un réseau de phase.*

la translation latérale des composantes spectrales $C(\nu_x - \nu_0,\nu_y)$ et $C^*(\nu_x + \nu_0,\nu_y)$ les tire en dehors de la zone associée à l'harmonique fondamentale $\delta(\nu_x,\nu_y)$. Désormais il s'agit de filtrer la première harmonique du spectre (figure 1.13) et de la ramener à l'origine des fréquences, c'est-à-dire on cherche à retirer la porteuse spatiale. Il est également question d'isoler les oscillations concentrées autour de la composante désirée $C(\nu_x - \nu_0,\nu_y)$ et d'atténuer le bruit des fréquences élevées. Pour le faire on procède au filtrage numérique par une fenêtre apodisante dont la largeur est de $-\frac{\nu_x,\nu_y}{2}...+\frac{\nu_x,\nu_y}{2}$. Cette fenêtre rééchantillonne l'intensité spectrale recentrée sur $(N/d)^2$ pixels contre N^2 dans l'intensité de départ. Donc à cette étape la résolution de la mesure se diminue. Une fois que le filtrage est accomplie, il faut transférer les données rééchantillonnées dans l'espace réel par une transformée de Fourier inverse, puis en prendre le logarithme naturel népérien :

$$log[\mathbf{c}_{centré}(x,y)] = log[(1/2)I_{12}(x,y)] + i\Phi(x,y). \tag{1.17}$$

À ce stade la distribution de phase recherchée $\Phi(x,y)$, étant completement séparée de l'amplitude indésirable, demeure dans la partie imaginaire du tableau numérique. Elle est déterminée sur les intervalles modulo 2π.

À savoir que le filtrage étendu à 2 dimensions est plus délicat en comparaison avec le cas unidimensionnel. Il s'y agit non seulement de sélectionner les termes spectraux situés

sur deux axes orthogonaux mais aussi de prendre en compte les termes croisés correspondant aux oscillations dans les directions intermédiaires. Évidemment cette contrainte a un impact sur la largeur et la forme de la fenêtre apodisante, et rend le résultat du filtrage difficilement prévisible. D'autre part, l'extraction de la porteuse spatiale d'un hartmanngramme omets l'importance de la séparation et de la focalisation des spots pupillaires inhérente au calcul de décentrages. Toutefois elle possède un inconvénient significatif associé à des effets négatifs dans l'image reconstruite sur un support fini. La discontinuité des franges sur le bord de l'interférogramme produisent des ondulations dominant sa transformé de Fourier. C. Roddier et F. Roddier [24] préconisent de résoudre ce problème avec une extrapolation itérative des franges en dehors du support. De plus, ils ont étudié l'influence des fluctuations du fond continu de l'interférogramme sur la forme des franges [23]. Ils ont proposé une technique d'estimation du fond continu pour corriger la figure d'interférence et pallier le problème de résolution spatiale réduite de la méthode.

1.2.5 Profilomètre à réseau de diffraction

Dans la famille des interféromètres à décalage latéral on distingue les profilomètres de phase dans lesquels l'onde incidente inconnue traverse un réseau de diffraction qui la décompose en une multitude de répliques décalées. Ces répliques dirigées dans les sens de propagation déterminés par leurs numéros de l'ordre de diffraction, interfèrent entre elles dans les zones de recouvrement mutuelle. La mosaïque du capteur CCD placé à une certaine distance derrière le réseau (figure 1.14) capte la distribution d'intensité de l'interférogramme. Il existe des plans particuliers sur l'axe optique z où le contraste des franges d'interférence est le meilleur. Ils correspondent au phénomène d'auto-imagerie connu aussi sous le nom de l'effet Talbot [25],[26]. Celui-ci apparaît lorsqu'une onde monochromatique diffractée sur un objet périodique, traverse les plans d'observation $(x, y, z_{talbot,k} = 2kd^2M/\lambda),\ k = 1, 2, ...$ qui se succèdent régulièrement tout au long de l'axe z. Ici d traduit la périodicité du maillage de l'objet, $M = \frac{R+z_k}{R}$ est le facteur d'échelle attribué à l'illumination au rayon de courbure R et à la longueur d'onde λ. Dans ces plans particuliers on voit le motif de l'objet de départ se recomposer au sein d'une image de

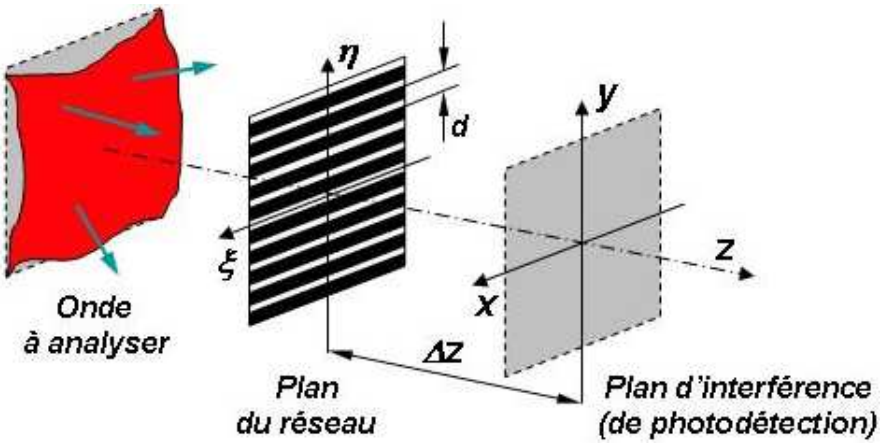


FIG. 1.14 – *Schéma principal de l'interféromètre à réseau de diffraction.*

Fresnel par superposition des ordres de diffraction. Projetés sur l'axe z, les ordres ont tous un décalage latéral multiple de la période d. Par contre, il y a d'autres plans parallèles

situés entre ceux d'auto-imagerie dans lesquels ce phénomène ne se produit que partiellement. Les figures d'intensité y sont soumises à *l'effet Talbot fractionnaire* [27],[28]. Dans la suite nous allons décrire ce type de profilomètre en terme de l'effet Talbot.

Comme K. Ichikawa et A. Lohmann [29] l'avaient montré en expérimentale, la périodicité d'un réseau de diffraction est utilisable pour résoudre l'équation (1.18) de transfert de l'intensité (TIE) aux conditions périodiques de bord. En effet, un réseau de diffraction peut être considéré comme un masque aux propriétés diffractives équivalentes à celles d'un test Shack-Hartmann [6],[30]. Pour un front d'onde $a(x,y)e^{i\Phi(x,y)}$ propagé dans la zone paraxiale, l'expression [29] :

$$-\frac{\partial I(x,y)}{\partial z} = \vec{\nabla} I(x,y) \cdot \vec{\nabla}\Phi(x,y) + I(x,y)\vec{\nabla}^2\Phi(x,y) \tag{1.18}$$

décrit l'évolution de son intensité à travers le milieu. Le signe $\vec{\nabla}=\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$ est l'opérateur de gradient dans le plan (x,y) perpendiculaire au sens de propagation de l'onde incidente. Le terme $\vec{\nabla} I \cdot \vec{\nabla}\Phi + I\vec{\nabla}^2\Phi$, décrit la variation de l'intensité ($\vec{\nabla} I = 0$ si l'onde est homogène) due au décalage latéral du front d'onde. Le terme $I\vec{\nabla}^2\Phi$ agit, à la manière d'une lentille, sur la concentration de l'intensité par convergence ou divergence de l'onde.

Tout de suite après le réseau de phase dont la transmittance optique est $h_{m,n}(\xi,\eta)$, placé au plan $(\xi,\eta,z=0)$ l'amplitude complexe de l'illumination se développe en série de Fourier :

$$A(\xi,\eta,0) = \sum_m \sum_n C_{m,n}\, e^{\frac{i2\pi(m\xi+n\eta)}{d}}, \qquad m,n = 0,\pm1,\pm2,\ldots \tag{1.19}$$

avec les coefficients de décomposition :

$$C_{m,n} = \frac{1}{d}\iint_{-d/2}^{d/2} h(\xi,\eta)\, a(\xi,\eta)\cdot e^{i\Phi(\xi,\eta)}\cdot e^{-\frac{i2\pi(m\xi+n\eta)}{d}}\, d\xi d\eta. \tag{1.20}$$

Dans le plan $(x,y,z=\Delta z)$ cette amplitude complexe a la notation suivante [31] :

$$\begin{aligned} A(x,y,\Delta z) &= A(\xi,\eta,0)\otimes K_{\Delta z}^{Fresnel} = \frac{e^{i2\pi\Delta z/\lambda}}{i\lambda\Delta z}\cdot a(\xi,\eta)e^{i\pi(x^2+y^2)/(\lambda\Delta z)}\times \\ &\times \sum_m\sum_n h_{m,n}\iint_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\xi+\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\eta\right)} e^{\frac{i\pi M(\xi^2+\eta^2)}{\lambda\Delta z}} e^{-\frac{i2\pi(x-m\lambda\Delta z/d)\xi+(y-n\lambda\Delta z/d)\eta}{\lambda\Delta z}}\, d\xi d\eta. \end{aligned} \tag{1.21}$$

Ici l'opérateur $\otimes$ indique la convolution avec le noyau de Fresnel $K_{\Delta z}^{Fresnel}$. Lorsque le capteur CCD occupe l'un des plans d'auto-imagerie, cette formule se simplifie jusqu'à ce que l'intensité détectée devienne proportionnelle à la distribution [31] :

$$I(x,y,\Delta z_{talbot}) = \gamma\sum_m\sum_n h_{m,n}h_{m,n}^* e^{\frac{i2\pi}{Md}[x+y-\Delta z_{talbot}\nabla\Phi(\xi-\frac{m\lambda\Delta z}{d},\eta-\frac{n\lambda\Delta z}{d})-\nabla\Phi(\xi+\frac{m'\lambda\Delta z}{d},\eta+\frac{n'\lambda\Delta z}{d})]} \tag{1.22}$$

où γ est une constante.

Pour extraire les pentes locales de la surface d'onde, deux approches sont envisageables. D'une part, on peut évaluer la dérivée partielle de l'intensité lumineuse dans le sens de l'axe optique z en déplaçant le photodétecteur du plan du réseau à une distance $z=\Delta z$

modérée. À force de s'éloigner peu du réseau, les ordres de diffraction accumulent un faible décalage latéral inférieur à la période spatiale d. Ce fait valorise le rapport ci-dessous tiré de la formule (1.18) :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial I}{\partial z} &= \sum_m \sum_n \left[i2\pi \frac{(m+n)}{d} \nabla\Phi(\xi,\eta) + \nabla^2\Phi(\xi,\eta) \right] \cdot I(\xi,\eta,0) \simeq \\ &\simeq \frac{I(x,y,\Delta z) - I(\xi,\eta,0)}{\Delta z}. \end{aligned} \tag{1.23}$$

Dès lors il est proposé d'analyser le spectre Fourier des interférogrammes $I(\xi,\eta,0)$ et $I(x,y,\Delta z)$ [29],[32]. Entre autre on doit filtrer la première harmonique de chacun puis les transférer dans le domaine de l'objet pour soustraire l'une de l'autre. Finalement le calcul des dérivées partielles du front d'onde se formalise ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Phi(x,y)}{\partial x} &= \frac{d}{2\pi m x} \Im m \left[\frac{FFT^{-1}\{T^1 \cdot FFT\{-\frac{\partial I(x,y,\Delta z)}{\partial z}\}\}}{FFT^{-1} \cdot FFT\{I(\xi,\eta,0)\}} \right], \\ \frac{\partial^2\Phi(x,y)}{\partial x^2} &= \Re e \left[\frac{FFT^{-1}\{T^1 \cdot FFT\{-\frac{\partial I(x,y,\Delta z)}{\partial z}\}\}}{FFT^{-1} \cdot FFT\{I(\xi,\eta,0)\}} \right], \end{aligned} \tag{1.24}$$

sachant que les opérateurs FFT/FFT^{-1} ont la charge d'effectuer une transformée de Fourier numérique directe et inverse, l'opérateur T^1 s'occupe de l'extraction de la première harmonique du spectre. Le profil de la phase $\Phi(x,y)$ apparaît suite à l'intégration du champ des dérivées (1.24). D'autre part, l'intensité $I(x,y,\Delta z)$ est explicite elle-même en ce qui concerne le décalage des ordres de diffraction. Cela veut dire qu'elle rapporte le gradient de phase :

$$\nabla\Phi(x,y) \simeq \frac{\left[\Phi\left(x - \frac{m\lambda\Delta z}{d},\, y - \frac{n\lambda\Delta z}{d}\right) - \Phi\left(x + \frac{m'\lambda\Delta z}{d},\, y + \frac{n'\lambda\Delta z}{d}\right)\right] d}{2\lambda\Delta z} \tag{1.25}$$

étant prise dans le traitement expliqué précédement dans la section "Analyse spectrale de la porteuse spatiale" du chapitre en cours.

Nous tenons à souligner que les expressions analytiques employées dans cette section s'approprient uniquement à des variations modérées de la phase $\Phi(x,y)$ qui affectent légérement le front d'onde propagé dans la zone paraxiale du milieu. La sensibilité de l'instrument, variable selon la séparation axiale Δz entre le réseau de diffraction et le photodétecteur, est limitée par le contraste d'images de Fresnel observées. Elle diminue au fur et à mesure que le capteur s'éloigne du réseau.

1.2.6 Interféromètre à décalage trilatéral

Ce type d'interféromètre [33] utilise le décalage latéral des trois répliques d'onde générées par un HSO (Hologramme Synthétisé par Ordinateur) de Fresnel ou de Fourier à partir d'un éclairement incident. Deux montages (figure 1.15) où il y a un plan de réplication $(\xi,\eta,0)$ et un plan d'interférence $(x,y,\Delta z)$ sont envisageables. Dans le premier montage (schéma en haut du dessin) l'échantillon se dispose entre le système de collimation et le plan de réplication. Dans ces conditions les grandes déformations du front d'onde à analyser peuvent créer des aberrations additionnelles. C'est pourquoi il est préférable de conjuguer l'échantillon avec l'HSO de réplication en le localisant derrière celui-ci (schéma

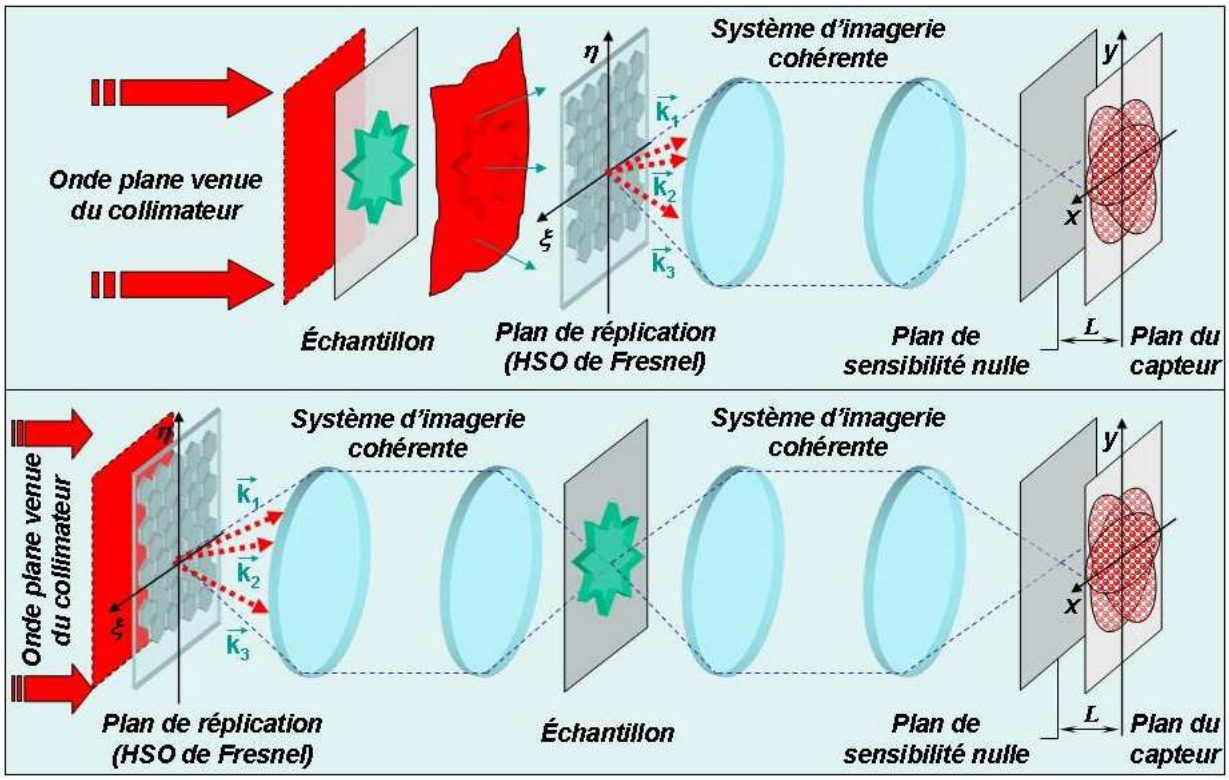


FIG. 1.15 – *Schéma des deux montages de l'interféromètre à décalage trilatéral.*

en bas du dessin). Cet élément diffractif, réseau à trois niveaux de phase [34], est conçu spécialement pour diviser l'onde incidente collimatée en 3 faisceaux-sondes basculés dans les directions privilégiées de propagation selon les vecteurs d'onde $\vec{\mathbf{k_1}}$, $\vec{\mathbf{k_2}}$, $\vec{\mathbf{k_3}}$. D'ailleurs les vecteurs cités n'occupent pas le même plan mais forment un trièdre isocèle, comme l'illustre la figure 1.16. Puisque l'HSO (ou bien l'échantillon s'il s'agit du second montage) est conjugué optiquement avec le plan d'interférence, les trois faisceaux-sondes sont réimagées dans le plan dit de sensibilité nulle[3]. C'est autour de ce dernier que le photodétecteur enregistre la figure d'interférence – un maillage périodique hexagonal[4] de taches pointues (figure 1.17). L'extraction du gradient de phase $\vec{\nabla}\Phi(\xi,\eta)$ se poursuit à partir d'une figure d'interférence exprimée analytiquement :

$$I_L(x,y) = I_{réplic}\left[P - \frac{P\cdot L}{kI_{réplic}}(\vec{\nabla}I_{réplic}\vec{\nabla}\Phi + I_{réplic}\vec{\nabla}^2\Phi) - \frac{L}{k}\vec{\nabla}P\vec{\nabla}\Phi\right] \qquad (1.26)$$

[3]C'est le plan de l'image du plan de réplication où les déphasages relatifs entres les 3 ondes restent les mêmes. Si l'on observe les franges dans un plan éloigne à une distance L du plan de réplication, on obtient, à partir de l'équation de transfert des 3 ondes [33] :
$\frac{\partial I_{réplic}(\xi,\eta)}{\partial z} = -\frac{1}{k}[\vec{\nabla}I_{réplic}(\xi,\eta)\cdot\vec{\nabla}\Phi(\xi,\eta) + I_{réplic}(\xi,\eta)\vec{\nabla}^2\Phi(\xi,\eta)]$, l'équation d'intensités suivante :
$I_L(x,y) = I_{rplic}(\xi,\eta) - \frac{L}{k}[\vec{\nabla}I_{réplic}(\xi,\eta)\cdot\vec{\nabla}\Phi(\xi,\eta) + I_{réplic}(\xi,\eta)\vec{\nabla}^2\Phi]$ valable uniquement dans l'hypothèse que $\frac{\partial I_{réplic}(\xi,\eta)}{\partial z}$ varie peut par rapport à $I_{réplic}(\xi,\eta)$, autrement dit, l'intensité des faisceaux-sondes varie peu entre le plan de réplication et le plan d'interférence. On peut toujours respecter cette condition en choisissant l'espacement L assez faible. La valeur de L est déterminé en fonction de l'échantillon. Plus la taille de ses défauts est importante moins il faut s'écarter du plan de sensibilité nulle. Au contraire le meilleur rapprot signal/bruit s'obtient avec les distances L maximales.

[4]Celui-ci est déterminé par la structure spatiale d'un élément du HSO périodique de diffraction.

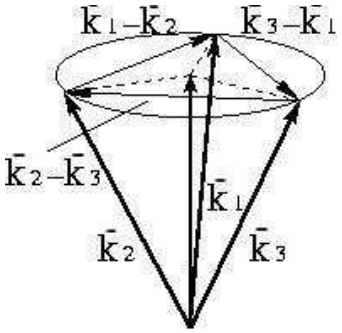


FIG. 1.16 – *La symétrie des 3 directions de propagation marquées par les vecteurs.*

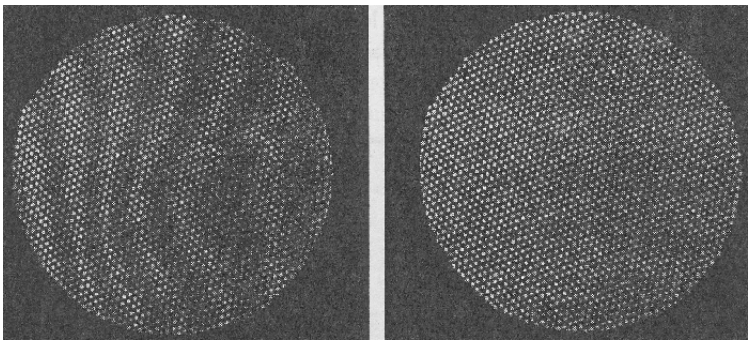


FIG. 1.17 – *Deux figures d'intensité produites avec/sans échantillon par l'interférence des 3 ondes décalées [33].*

que l'on simplifie car $\Delta I_L/I_L \ll \Delta z/z$ [33] :

$$I_L(x,y) = I_{réplic}\left[3 + \sum_{\substack{m,n=1;\\ m\neq n}}^{3}\left(1 - \frac{iL\|k_i - k_j\|}{k}\vec{\nabla}\Phi\right)e^{i(\vec{k_m}-\vec{k_n})r}\right]. \tag{1.27}$$

Elle est produite de l'intensité incidente $I_{réplic}(\xi,\eta)$ par l'opérateur P de modulation héxagonale :

$$P = 3 + \sum_{\substack{m,n=1;\\ m\neq n}}^{3} e^{i(\vec{k_m}-\vec{k_n})r} \tag{1.28}$$

$$\vec{\nabla}P = \sum_{\substack{m,n=1;\\ m\neq n}}^{3}\vec{\nabla}\left[e^{i(\vec{k_m}-\vec{k_n})r}\right] = \sum_{\substack{m,n=1;\\ m\neq n}}^{3} i\|\mathbf{k_m} - \mathbf{k_n}\|e^{i(\vec{k_m}-\vec{k_n})r}. \tag{1.29}$$

En examinant le spectre d'intensité de l'interférogramme, obtenu dans le domaine des fréquences spatiales par une transformée de Fourier numérique, on apperçoit un pic central entouré de six composantes latérales réparties sur un hexagone régulier (figure 1.18). L'orientation des harmoniques y correspond aux modulations spatiales dans la direction des vecteur $\vec{\mathbf{k_1}}-\vec{\mathbf{k_2}}$, $\vec{\mathbf{k_1}}-\vec{\mathbf{k_3}}$, $\vec{\mathbf{k_2}}-\vec{\mathbf{k_3}}$ (voir la figure 1.16). La procédure de filtrage numérique appliquée à l'interférogramme s'empare de trois pics latéraux symétriquiment disposés autour du pic central (fenêtres énumérées sur la figure 1.18). À condition que l'HSO introduise un décalage suffisant dans les 3 faisceaux-sondes qui interfèrent, les ocscillations avoisinant les fréquences spatiales $\dfrac{2\pi}{\|\mathbf{k_m} - \mathbf{k_n}\|}$ s'isolent en dehors du pied de l'harmonique fondamentale. Il faut les extraire du spectre puis rééchantillonner sur le support pupillaire du filtre et recentrer autour de l'origine des fréquences. Après cette manipulation on leur applique une transformée de Fourier inverse pour accéder aux dérivées de la phase $\Phi(\xi,\eta)$ suivant trois directions privilégiées de l'interféromètre. On doit combiner ces trois chapms entre eux à l'objectif de projeter les variation de phase sur les axes orthogonaux x, y. La reconstruction de la forme de la phase $\Phi(\xi,\eta)$ à base des dérivées partielles $\frac{\partial\Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$ se fait par l'intégration à la transformée de Fourier :

$$\Phi(\xi,\eta) = FFT^{-1}\left\{\frac{\nu_x FFT\left(\frac{d\Phi}{dx}\right) + \nu_y FFT\left(\frac{d\Phi}{dy}\right)}{i2\pi(\nu_x^2+\nu_y^2)}\right\},$$

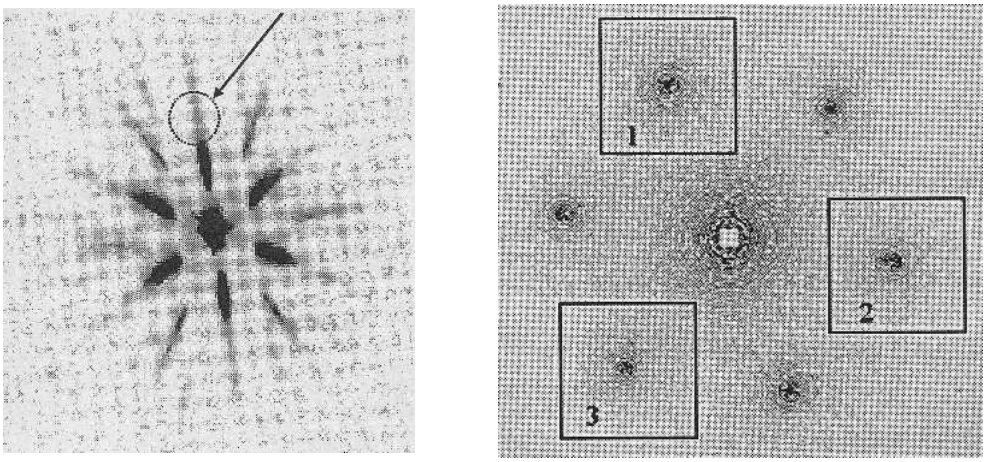


FIG. 1.18 – *Filtrage des harmoniques dans le domaine de Fourier [33].*

où les opérateurs FFT et FFT^{-1} portent la signification des transformées de Fourier directe et inverse.

1.2.7 Profilomètre à résolution variable

Un prototype de profilomètre de phase à résolution variable [27] a été construit au Département Optique de l'ENST-Bretagne. L'architecture de cet instrument à effet Talbot fractionnaire est inspirée de l'interféromètre à réseau de diffraction, dont il a retenu un principe de fonctionnement très similaire. Alors ici nous ne prêtons attention qu'aux aspects de la "multivue" qu'il possède. La majorité des interféromètres identifient la carte de phase inconnue à partir d'un seul interférogramme n'étant pas forcement explicite,

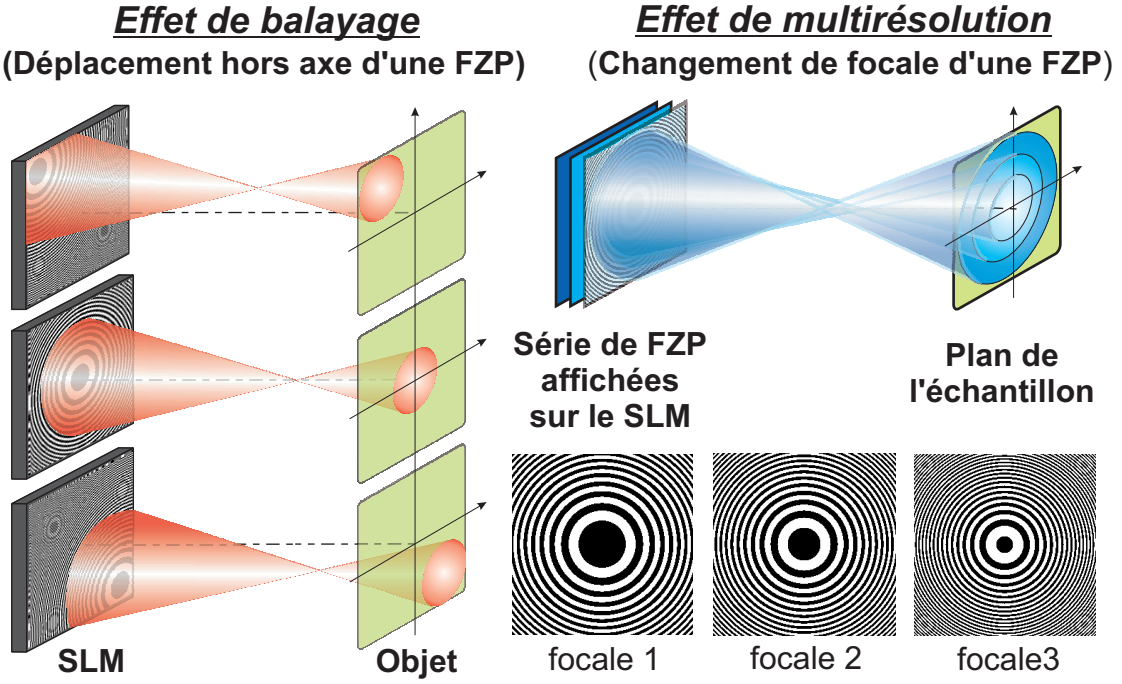


FIG. 1.19 – *L'effet de balayage/multirésolution réalisé par l'affichage des FZP sur le LCD d'un SLM.*

par exemple à cause du bruit excessif ou du mauvais contraste des franges. La prise en compte d'une multitude de vues (figures d'interférence) enregistrées avec un ou plusieurs paramètres différents crée une redondance d'information sur la structure interne de l'onde à analyser. Outre cela l'instrument en bénéficie d'une résolution variable (figure 1.19) car les faisceaux sphériques illuminants gérés par un SLM introduisent dans l'interférogramme les différents facteurs de grandissement. Ces faisceaux-sondes actifs sont fabriqués d'une onde plane modulée en phase par une lentille binaire de Fresnel (dite Fresnel Zone Plate – FZP). La distance focale de la FZP se modifie en fonction de l'HSO binaire affiché momentanément à l'écran du SLM. Du coup, lorsque le cœur de la FZP se déplace hors axe, cela provoque le déplacement du spot illuminant sur la surface de l'échantillon. Ainsi le changement de la taille et de la zone de focalisation du spot permet d'avoir une vue détaillée dans tout coin de l'échantillon. Grâce au recalage de plusieurs zones d'analyse, le profil du front d'onde peut être constitué en entier.

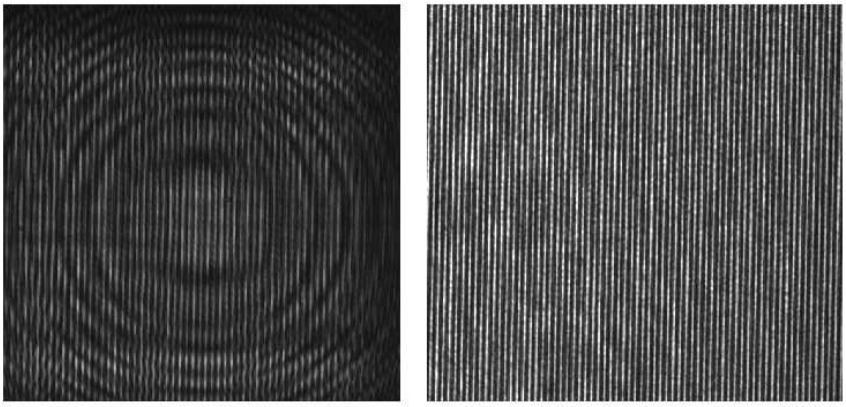


FIG. 1.20 – ***a*** *– un interférogramme ombré par les anneaux parasites en provenance de la binarité de la FZP,* ***b*** *– un interférogramme filtré.*

Cependant la binairité de la FZP due à deux niveaux de modulation de phase $0/\pi$ appropriés au SLM utilisé détermine l'apparition non seulement de l'ordre *+1* focalisant la lumière au foyer $f_{Fresnel}$ mais aussi de l'ordre divergent *-1* qui correspond à la focale $-f_{Fresnel}$. Leur interférence diminue le contraste de l'interférogramme principal émaillé d'anneaux parasites (figure 1.20). Pour empêcher les rayons inutiles de s'infiltrer dans l'illumination, on doit envisager un filtre spatial [35] au point de croisement des faisceaux. Or, la faiblesse de cette solution devient évidente dès que la lentille de Fresnel change de focale. Pour rattraper le "waist" du faisceau-sonde le filtre est contraint d'avoir un support motorisé.

1.3 Analyse de figures de diffraction

Aussi bien que l'interférométrie classique, la propagation libre de l'onde inconnue peut servir à détecter sa phase codée dans les franges de diffraction. La théorie scalaire de propagation de lumière détermine la distribution exacte du champ complexe d'une onde diffractée circulant entre deux plans arbitraires du milieu. Sachant la forme initiale de son amplitude et de sa phase, on retrouve leurs distributions à n'importe lequel éloignement

du point de départ avec le calcul d'une intégrale de Kirchhoff[36]. La rétropropagation au plan d'origine est une déconvolution, étant d'un point de vue mathématique une opération inverse de la convolution entre le front d'onde initial et le noyau de Fresnel du milieu. Selon l'approximation adoptée, la loi de propagation prend la forme soit de la transformée de Fresnel valable pour un champ proche, soit de la transformée de Fourier soumise aux conditions de Fraunhofer et applicable à un champ lointain. Dans les circonstances caractéristiques de la détection quadratique où la lumière manipulée n'est connue que par son intensité, elle peut être rétropropagée à base d'une estimation de sa phase inconnue. En effet, la taille et la géométrie de ses franges de diffraction comprennent implicitement toute l'information sur le front d'onde d'origine, nécessaire pour le reconstruire.

La caractérisation diffractive de phase se met en œuvre dans un système de propagation avec un plan d'analyse dans le domain de l'objet lié à un ou plusieurs plans d'analyse dans le domaine de diffraction par la transformée de Fresnel ou de Fourier. Afin de pouvoir remonter à la forme de l'onde de départ, les figures d'intensité de diffraction qu'on y enregistre doivent passer, après leur numérisation, par un traitement d'images spécial dit procédure de déconvolution. Celle-ci existe aussi bien d'origine analytique (par exemple, une analyse de l'équation de transfert d'intensité décrite dans [37]) que de nature purement numérique itérative. Dans le second cas elle a besoin de paramètres connus a priori du front d'onde en propagation, qui lui servent de contraintes algorithmiques.

Alors que les premiers algorithmes de déconvolution [38, 39, 40], œuvraient dans le domaine de Fourier, les techniques plus récentes [37, 41, 42, 43, 44] reconstruisent la phase en passant par le domaine de Fresnel. Parfois l'approche de Fresnel de la diffraction possède un avantage vis-à-vis de l'approche de Fraunhofer. Si bien qu'un champ proche se situe près de l'objet, il réalise une bande passante plus large qu'un champ éloigné où les harmoniques spatiales s'étendent jusqu'à l'infini dont certaines sont tronquées par les ouvertures du système optique. Il y a également une meilleure dynamique de prise de vue redistribuant équitablement la luisance de l'image sur l'échelle de sensibilité du photodétecteur, lorsque le flux limineux n'est pas trop concentrée dans un petit nombre de pics énergétiques. Encore une propriété utile de l'approche de Fresnel réside dans sa flexibilité permettant la mesure de l'intensité à plusieurs distances de propagation. Leur nombre varie au sein des traitements d'images d'une seule pour les techniques dites "monovue" (une figure de diffraction isolée prise en compte) jusqu'à plusieurs pour les techniques "multivue" (plusieurs figure de diffraction prise en compte).

Contrairement aux instruments interférométriques, les systèmes diffractifs sont généralement peu exigents en matériel sophistiqué, or s'appuient beaucoup sur des algorithmes à forte valeur intellectuelle et effectuent une grande quantité de calculs. Bien que ces algorithmes puissent consommer des ressources informatiques importantes, grâce à l'évolution des performances des ordinateurs modernes leur temps d'execution ne cesse de devenir de plus en plus court. Le champ d'application typique de ces techniques est vaste. Il couvre notamment l'analyse des faisceaux lasers, l'analyse d'aberrations et de turbulences atmosphériques pour les téléscopes en astronomie, la détermination des propriétés optiques d'un œil, la caractérisation des surfaces des échantillons, etc.

1.3.1 L'idée de l'ENST-Bretagne

En exerçant une analyse de figures de diffraction, nous voulions garder les avantages de la multivue et nous débarrasser de système d'acquisition encombrant. Á cet effet la proposition du Département Optique de l'ENST-Bretagne consiste à utiliser un élément diffractif reconfigurable – un SLM programmable – qui génère une séquence de figures de diffraction dans un plan d'observation fixe (celui de localisation du capteur CCD sur la figure 1.21). Son implémentation apporte à la technique de caractérisation trois grands avantages : la reconfigurabilité due à la variété de motifs diffractants affichables, une architectue simple et bas coût permettant d'exclure tout mouvement mécanique intérieur, la réactivité du système d'acquisition commandé électriquement en tandem avec le système d'illumination.

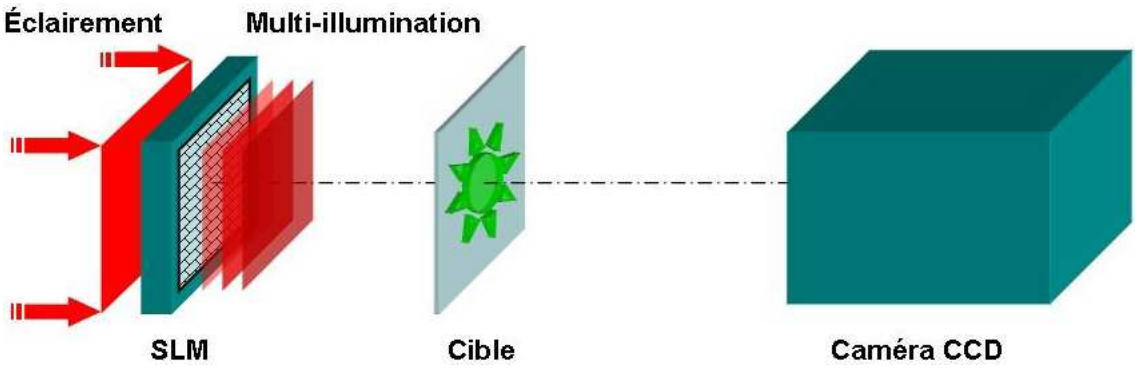


FIG. 1.21 – *Système de propagation à multivue gérée par un SLM.*

Nous avons envisagé deux façons d'intégrer le SLM dans le dispositif. Lors de l'analyse d'une onde inconnue le SLM modifie sa phase par une succession de cartes de phase affichées sur son écran. Cela produit dans un plan d'observation fixe une série de figures de diffraction. S'il s'agit de caractériser une surface inconnue, ces cartes de phase affichées font diffracter l'éclairement incident et en générer une succession de faisceaux-sondes à illuminer l'échantillon. Les deux applications mentionnées sont très proches idéologiquement, donc à partir de maintenant nous ne focalisons notre attention que sur le second cas.

1.4 Conclusion

Cette conclusion termine une brève revue sur les techniques d'analyse de front d'onde et de caractérisation de surface pratiquées actuellement. Parmi les méthodes citées dans ce *chapitre 1* il y en a de plusieures catégories : interférométriques, diffractives et d'autres. Par exemple, les méthodes basées sur les propriétés de l'optique géométrique et/ou de la mécanique sont assez simples à manipuler mais parfois nécessitent un équipement coûteux comme un microscope de haute résolution, palpeur mécanique. Autrement, les moyens traditionnels dont l'analyseur de Shack-Hartmann n'assurent pas toujours la résolution exigée de mesure, vu leur limitation physique à la pente maximale sur la variation de phase examinée. Les interféromètres à décalage spatial et temporel, réputées pour leur précision exceptionnelle de mesure et la simplicité algorithmique d'accès à la distribution de phase

recherchée, souffrent tout de même de l'instabilité de l'environnement expérimental capable d'affecter serieusement les franges dans la figure d'interférence. Pour s'affranchir de ce problème, on dote les techniques interférométriques conventionnelles d'une analyse du spectre Fourier suivie de filtrage de ses certaines harmoniques spatiales. Étant donné que le filtrage étendu à deux dimensions est une opération délicate, l'expérimentateur a la difficulté de sélectionner correctement les termes spectraux intermédiaires situés entre les axes latéraux orthogonaux. En ce qui concerne la possibilité de reconstruire le front d'onde inconnu à partir d'une ou plusieurs figures de diffraction, ce type de caractérisation de phase réalise plusieurs avantages. D'une part, nous pouvons toujours établir un système de propagation spécifique mieux adapté à telle ou telle application expérimentale. D'autre part, l'obtention de la phase recherchée s'y accomplie grâce à un traitement numérique d'images permettant de réduire au maximum la partie optique de l'instrument. En revanche, la plus grande contrainte de cette méthode réside dans un taux de calcul très élevé.

Chapitre 2

Algorithmes de déconvolution

La création d'une technique de déconvolution a pour objectif de décomposer les intensités $I_{obj}(\xi, \eta, 0)$, $I_F(x, y, \Delta z)$, mesurées au sein d'un système de propagation respectivement dans le plan objet $(\xi, \eta, 0)$ et dans un plan parallèle $(x, y, \Delta z)$ d'observation (voir la figure 2.1), en distributions complexes (l'amplitude plus la phase) d'une onde inconnue propagée :

$$A_{obj}(\xi, \eta, 0) = a_{obj}(\xi, \eta, 0)e^{i\Phi_{obj}(\xi,\eta,0)} \overset{Propagation}{\longleftrightarrow} A_F(x, y, \Delta z) = a_F(x, y, \Delta z)e^{i\Phi'_{obj}(x,y,\Delta z)}, \tag{2.1}$$

dont il serait possible d'extraire la phase recherchée Φ_{obj}. Le besoin d'identifier la phase d'une onde réfère au problème mathématique dit "inverse" qui est la raison d'être de toute caractérisation de front d'onde basée sur la diffraction. Du fait que la nature des photodétecteurs existants est quadratique, c'est-à-dire leur sensibilité ne s'applique qu'aux variations d'intensité, l'accès à la phase de l'onde n'est jamais directe. Il existe un certain

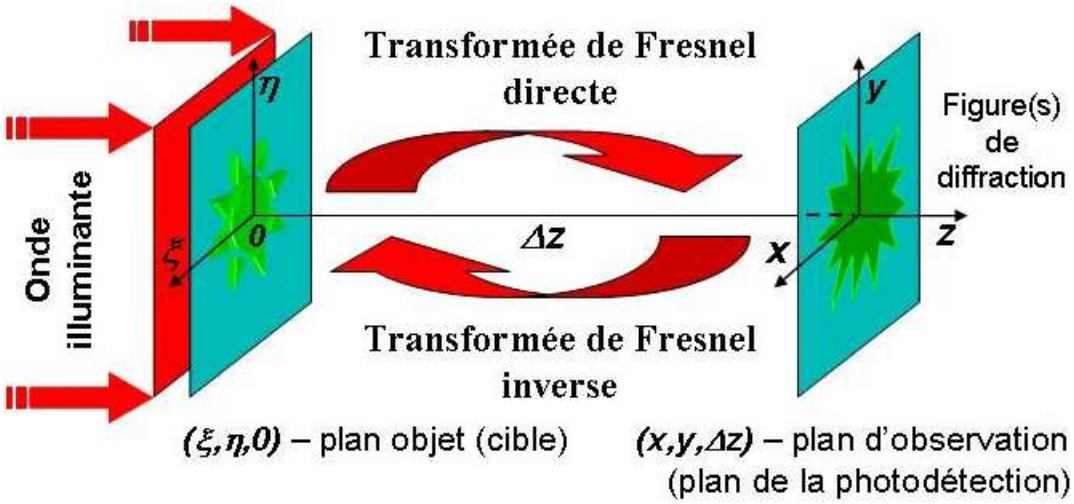


FIG. 2.1 – *Le modèle d'un système de propagation de Fresnel. L'onde à analyser circule entre le plan objet* $(\xi, \eta, 0)$ *et un plan parallèle* $(x, y, \Delta z)$ *d'observation de la diffraction qui servent à l'enregistrement des intensités* $A_{obj}(\xi, \eta, 0)$ *et* $A_F(x, y, \Delta z)$.

nombre de techniques de déconvolution. Nous citerons parmi les plus connues une analyse de l'équation de transfert de l'intensité [45],[30], la méthode de multigrilles [46, 47], une projection du signal sur une base convexe ou non-convexe des fonctions (POCS) [48], etc.

S'il ne s'agit pas de brassage interférométrique des ondes dont une porteuse optique de référence, l'évaluation de Φ_{obj} se fait par une reconstruction de front d'onde lui donnant une estimation à partir des figures d'intensité $A_{obj}(\xi, \eta, 0)$, $A_F(x, y, \Delta z)$ préenregistrées. Notre étude bibliographique comparative menée au sujet de la déconvolution résume d'une grande performance des procédures itératives. Vis-à-vis d'autres méthodes existantes ces procédures, généralement basées sur des algorithmes numériques de transformée de Fourier rapide (FFT – Fast Fourier Transform), sont particulièrement adaptées à la conception des techniques multivue.

Grâce à la puissance des moyens de calcul modernes, la reconstruction par ordinateur d'un front d'onde inconnu peut être efficace en terme de vitesse et de précision. En partant de son estimation initiale arbitraire, on induit dans un propagateur numérique la circulation d'une *onde de rapprochement* dont l'amplitude complexe se modifie progressivement sous l'influence de contraintes imposées. Celles-ci représentent les informations *a priori* sur l'onde à caractériser et proviennent dans la plupart des cas des figures d'intensité enregistrées par le photodétecteur dans les différents domaine de propagation. Si elles affectent seulement la partie d'amplitude de l'onde de rapprochement alors la partie de phase évolue librement. Les maintes propagations successives directes et inverses que l'on applique à l'amplitude complexe depuis l'introduction d'une estimation initiale font l'objet des transformations de l'estimation actuelle du front d'onde à reconstruire. À chaque incrémentation de l'algorithme itératif la procédure cherche à optimiser cette estimation instantanée du point de vue de l'approcher au plus vite de la forme de l'onde inconnue.

Étant donné l'impossibilité de donner à la propagation modélisée numériquement avec l'ordinateur une description analytique exacte, nous proposons ici une introspection du principe de fonctionnement de notre propagateur virtuel conçu pour générer et traiter les figures de Fresnel. Il est également intéressant de prospecter son attitude confrontée à l'ambiguïté connue en mathématiques sous le nom d'un problème "mal posé"[1]. En effet, la rétropropagation d'une onde à partir de sa distribution d'intensité, étant toujours soumise à l'intégrale (2.3), admet néanmoins tout un éventail de combinaisons innombrables d'amplitudes et de phases (solutions homologues plausibles) [38],[50] au lieu de s'en tenir à une solution unique $a_{obj}(\xi, \eta, 0)e^{i\Phi(\xi,\eta,0)}$. Par conséquent il est important d'étudier la sélectivité du modèle de déconvolution choisi face aux solutions indésirables. Un autre point de réflexion sur la propagation numérique consiste en une possibilité de représenter le signal optique dans un domaine à bande passante finie (consulter **Annexe A.1**). Puisque ce thème a été éxplicité par Leone et al. dans les travaux [50, 51], nous avons basé toutes nos considérations suivantes là-dessus.

2.1 Modèle numérique de propagation de Fresnel

La construction d'un instrument dont la partie optique s'en tient à une configuration simple et compacte : SLM $\overset{Propagation}{\longrightarrow}$ Échantillon $\overset{Propagation}{\longrightarrow}$ caméra CCD, se réalise naturellement dans un modèle de propagation qui utilise l'approche de Fresnel plutôt que de Fraunhofer. Cela signifie que l'amplitude complexe $A_{obj}(\xi, \eta, 0)$ d'une onde partant du plan objet $(\xi, \eta, 0)$, perpendiculaire à l'axe de propagation z (figure 2.1), arrive au plan

[1] La notion de *ill-posedness* a été pronocée par Hadamard [49] en 1902 en référence à la solution du problème de Cauchy i.e., au calcul du champ thermique dans les équations différentielles.

$(x, y, \Delta z)$ d'observation, étant transformée en distribution :

$$A_F(x, y, \Delta z) = A_{obj}(\xi, \eta, 0) \otimes K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta). \tag{2.2}$$

L'amplitude complexe de cette nouvelle distribution de lumière est définie par l'opérateur mathématique de convolution $\otimes$ entre l'onde $A_{obj}(\xi, \eta, 0) = a_{obj}(\xi, \eta, 0)e^{i\Phi_{obj}(\xi,\eta,0)}$ et le noyau de Fresnel $K_{\Delta z}^{Fresnel}(r) = \frac{e^{ikr}\cos\theta}{i\lambda r}[1 - \frac{1}{ikr}]$. Pour une longueur d'onde λ l'expression symbolique (2.2) représente dans la zone paraxiale[2] une intégrale double [36] :

$$A_F(x, y, \Delta z) = \frac{e^{ik\Delta z}}{i\lambda\Delta z} e^{\frac{i\pi}{\lambda\Delta z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\left[A_{obj}(\xi, \eta, 0)e^{\frac{i\pi}{\lambda\Delta z}(\xi^2+\eta^2)}\right]}_{A(\xi,\eta,0)} e^{-\frac{i2\pi}{\lambda\Delta z}(\xi x+\eta y)} d\xi d\eta, \tag{2.3}$$

à la transformée de Fourier :

$$\tilde{A}(\nu_\xi, \nu_\eta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} A(\xi, \eta, 0)e^{-\frac{2\pi i}{\lambda\Delta z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta, \qquad \nu_\xi = \frac{\xi}{\lambda\Delta z},\ \nu_\eta = \frac{\eta}{\lambda\Delta z}, \tag{2.4}$$

pourvue entre les crochets d'un terme quadratique supplémentaire de phase. Le noyau de Fresnel dans sa forme continue est donc $K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta) = \frac{e^{ik\Delta z}}{i\lambda\Delta z} \cdot exp\left[\frac{i\pi}{\lambda\Delta z}((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2)\right]$. À l'issue du calcul d'intensité $I_F(x, y, \Delta z) = A_F^* \cdot A_F$ nous omettons les facteurs exponentiels groupés devant l'intégrale, étant donné qu'ils sont imperceptibles à la photodétection quadratique. Les formules (2.2) et (2.3) permettent de voir l'effet de la diffraction de Fresnel sous deux angles différents :

- d'une part il est égal à la multiplication d'un noyau de Fresnel à la transformée de Fourier du produit entre le champ lumineux et un autre noyau de Fresnel :

$$A_{obj}(\xi, \eta, 0) \otimes K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta) = K_{\Delta z}^{Fresnel}(x, y) \cdot \mathcal{F}\left\{A_{obj}(\xi, \eta, 0) \cdot K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta)\right\}, \tag{2.5}$$

- de l'autre, la convolution des deux fonctions est équivalente à une transformée de Fourier inverse appliquée au produit de leurs transformées de Fourier directes :

$$A_{obj}(\xi, \eta, 0) \otimes K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\left\{A_{obj}(\xi, \eta, 0)\right\} \cdot \mathcal{F}\left\{K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi, \eta)\right\}\right\}. \tag{2.6}$$

L'illustration 2.1 visualise le modèle de propagation qui projette l'onde $A_{obj}(\xi, \eta, 0)$ [règles (2.5) – (2.6)] depuis le plan objet sur un plan parallèle d'observation éloigné à une distance $z = \Delta z$. La rétropropagation calculée dans le sens inverse correspond à la mutation du signe +/- auprès de la coordonnée z. Le front d'onde qui circule dans le propagateur de Fresnel est à l'origine des figures d'intensité que l'on compare avec les distributions d'intensité $A_{obj}(\xi, \eta, 0)$, $A_F(x, y, \Delta z)$ mésurées au préalable dans les conditions expérimentales.

Jusqu'à présent nous nous intéressions aux transformations des signaux optiques continus. Cependant les traitements réels en utilisent des versions discrètes ou bien échantillonnées, composées d'une multitude d'éléments isolés. Une fraction de signal est appellée ainsi "pixel" lorsque l'on parle de sa représentation visuelle ou encore d'un élément virtuel d'un tableau numérique. L'utilité de cette notion pour notre investigation est d'autant plus grande que le montage optique sous-jacent du propagateur inclut à la fois un SLM programmable à cristaux liquides férro-électriques et une caméra CCD qui pixellisent naturellement le front d'onde incident sur leur surface photosensible. La mosaïque d'un tel

[2]Compte tenu de l'approximation : $r = z\left[1 + \frac{(\xi'-\xi)^2+(\eta'-\eta)^2}{2z^2} - \frac{[(\xi'-\xi)^2+(\eta'-\eta)^2]^2}{8z^4} + ...\right]$, $\cos\theta \approx 1$.

dispositif échantillonne le front d'onde selon la localisation de ses cellules FLC (Ferroelectric Liquid Crystal) ou photovoltaïques. De cette façon un pixel de l'image numérisée correspond à l'intensité lumineuse enregistrée par un élément de la matrice CCD. Compte tenu de cette particularité technique, notre modèle numérique de propagateur de Fresnel calcule la convolution (2.5) – (2.6) par le biais d'une transformée de Fourier discrète (DFT – Discret Fourier Transform) exprimée sur $N \times N$ pixels par l'équation :

$$\tilde{A}(m,n) = \sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} A(i,j)e^{-\frac{2\pi\sqrt{-1}}{N}(im+jn)}, \qquad i,j,m,n = 0,1,2,...,N-1; \tag{2.7}$$

à la place de sa version continue (2.4). Prenons soin de remarquer que ce calcul de 2.7 assisté par ordinateur s'accomplit avec un algorithme spécial connu sous le nom de "transformée de Fourier rapide" (FFT – Fast Fourier Transform). Afin de garantir une échelle équivalente des deux formulations du signal, il faut établir une stricte correspondance de coordonnées physiques ξ, η, x, y aux intervalles d'échantillonnage $i\delta_0$, $j\delta_0$, $m\delta_z$, $n\delta_z$ [52], respectivement à la taille d'un pixel δ_0 dans le plan objet et δ_z dans le plan d'observation du propagateur. La mise à égalité $\xi = i\delta_0, \quad \eta = j\delta_0, \quad x = m\delta_z, \quad y = n\delta_z$ a le sens d'un redimensionnement du noyau de Fresnel dans le plan d'observation $(x, y, \Delta z)$:

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(x,y,\Delta z) = \gamma \cdot exp\left\{\frac{\pi\delta_z^2\sqrt{-1}}{\lambda\Delta z}(m^2+n^2)\right\}, \qquad \gamma = \frac{e^{ik\Delta z}}{i\lambda\Delta z}, \tag{2.8}$$

par rapport à lui-même au plan $(\xi, \eta, 0)$ de départ :

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(\xi,\eta,0) = \gamma \cdot exp\left\{\frac{\pi\delta_0^2\sqrt{-1}}{\lambda\Delta z}(i^2+j^2)\right\}, \qquad \gamma = \frac{e^{ik\Delta z}}{i\lambda\Delta z}. \tag{2.9}$$

Autrement dit, les pas d'échantillonnage δ_0, δ_z en amont et en aval de la propagation sont contraints de préserver l'équation ci-dessous [53] :

$$\delta_0\delta_z = \frac{\lambda\Delta z}{N}\,. \tag{2.10}$$

Alors le recours à la DFT appliquée aux opérateurs intégraux (2.5) – (2.6) fait apparaître les opérateurs de transformée de Fresnel discrète :

$$A_F(m\delta_z, n\delta_z, \Delta z) = \gamma \cdot e^{\frac{\pi\delta_z^2\sqrt{-1}}{\lambda\Delta z}(m^2+n^2)} \sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} A_{obj}(i\delta_0, j\delta_0, 0)e^{\frac{\pi\delta_0^2\sqrt{-1}}{\lambda\Delta z}(i^2+j^2)}e^{-\frac{2\pi\sqrt{-1}}{N}(im+jn)} \tag{2.11}$$

$$A_F(m\delta_z, n\delta_z, \Delta z) =$$
$$= \gamma \sum_{i'=0}^{N-1}\sum_{j'=0}^{N-1}\left\{\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} A_{obj}(i\delta_0, j\delta_0, 0)e^{-\frac{2\pi\sqrt{-1}}{N}(im+jn)} \sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{\pi\lambda\Delta z\sqrt{-1}}{N^2\delta_0^2}(m^2+n^2)}\right\} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{N}(i'm+j'n)} \tag{2.12}$$

ayant une échelle spatiale différente. Dans l'expression (2.11) l'onde du propagateur est échantillonnée d'abord avec la taille d'un pixel δ_0 puis avec la taille d'un pixel δ_z de la sorte que la dimension de la figure de Fresnel calculée dépende de la distance de propagation Δz. À son tour, l'expression (2.12) est invariable vis-à-vis de la distance de propagation

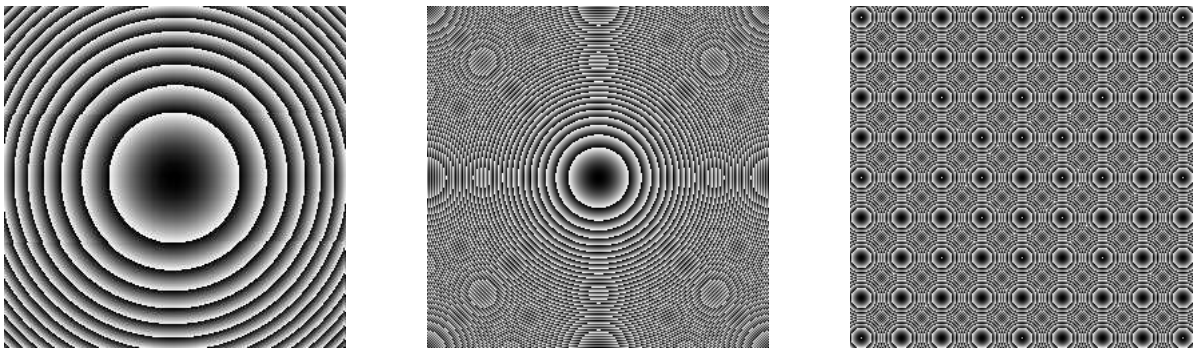
parce qu'elle utilise la même taille d'un pixel à l'échantillonnage dans les deux plans concernés. Ainsi la figure de diffraction calculée ne change pas de dimension. Or, avant de convoluer une amplitude complexe avec le noyau de Fresnel, il faut bien les accorder l'une à l'autre en terme d'échantillonnage. Autrement dit, on doit définir leurs valeurs sur les intervalles spatiaux communs. À ce sujet, David Mas et al. [54] ont introduit la notion de la fréquence optimale d'échantillonnage tributaire, d'après la formule (2.10), à la fois du paramètre Δz et de la quantité N^2 de pixels disponibles. Sachant que dans un environnement expérimental les paramètres δ_0, Δz, λ, N représentent certaines propriétés physiques de l'équipement, nous les gardions inchangés pour tout l'ensemble de nos modélisations numériques. Puisque les valeurs δ_0 et δ_z déterminent la fréquence optimale d'échantillonnage, leur fixation à un certain niveau s'associe à une distance limite $Z_{limite} = \delta_0^2 N/\lambda$ (pour plus de détails consulter **Annexe B.1**) correspondant à l'entassement maximal des anneaux de phase du noyau de Fresnel[3] (figure 2.2). Au fur et à mesure que la distance Δz augmente, les anneaux de phase se dilatent pour :

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(i,j) = \gamma \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} exp\left[\frac{\pi \delta_0^2 \sqrt{-1}}{\lambda \Delta z}(i^2 + j^2)\right],$$

alors qu'ils se rétrécissent pour :

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(m,n) = \gamma \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} exp\left[\frac{\pi \Delta z \lambda \sqrt{-1}}{N^2 \delta_0^2}(m^2 + n^2)\right].$$

Voici pourquoi quand $z > Z_{limite}$, le calcul de la transformée de Fresnel numérique s'attache à l'opérateur (2.11), sinon l'opérateur (2.12) est utilisable quand $z \leq Z_{limite}$. Le lecteur peut satisfaire sa curiosité portée aux aspects de l'échantillonnage des images, en se renseignant davantage auprès des travaux de A. Vanderlugt [53] et de R. Rolleston [41].



a ***b*** ***c***

FIG. 2.2 – *Trois cas de figure du noyaux de Fresnel :* ***a*** *– la phase échantillonnée correctement,* ***b*** *– la phase à la limite de la résolution spatiale,* ***c*** *– la phase sous-échantillonnée.*

Notre exposé du paragraphe serait plutôt incomplet sans évoquer le sujet de centrage des tableaux numériques stockés dans la mémoire de l'ordinateur [52]. Comment doit-on traiter l'origine des coordonnées de ces images virtuelles ? Alors que la transformée

[3]La période d'oscillation du noyau de Fresnel doit reposer au minimum sur 2 pixels conjoints dont un minimum et un maximum.

de Fourier optique la fixe naturellement au centre de l'image physique à l'intersection avec l'axe optique z, une procédure informatique équivalente à base de la DFT l'attribue par défaut à l'élément $[0, 0]$ du tableau sauvegardé, autrement dit, au coin de l'image. Pendant la visualisation d'une image virtuelle le souci est inverse, il faut rétablir son motif en redistribuant le flux numérique en ordre autour du point $\left(\frac{N-1}{2}, \frac{N-1}{2}\right)$. Face au problème abordé, il y a deux façons d'arranger les pixels pertinemment :

1. les quatres quarts de l'image reçoivent une transposition, ensuite ils sont regroupés au centre autour du point $\left(\frac{N-1}{2}, \frac{N-1}{2}\right)$;
2. les pixels de l'image sont multipliés par un terme linéaire positif de phase avant l'application de la DFT. Suite à la transformation ils sont à nouveau multipliés par le même terme négatif.

Comparé au premier, le second moyen a l'avantage de faire le recentrage à une fraction de pixel près. Logiquement nous l'avons favorisé pour traiter nos images génériques des simulations ainsi que les figures d'intensité saisies sur le banc expérimental.

2.1.1 Calibration optique du propagateur numérique

Le défi de modéliser à l'ordinateur l'effet de diffraction de Fresnel aussi parfaitement que dans la nature met en évidence le besoin de rendre notre propagateur numérique conforme au banc expérimental sur lequel cet effet optique s'observe en temps réel. Une manière de les compatibiliser en pratique consiste à comparer l'intensité de diffraction issue d'une simulation à celle enregistrée sur une installation optique au laboratoire. Une fois que l'accord des paramètres du propagateur est correct, l'ordinateur sait esquisser à l'écran les franges de diffraction à la taille et la forme de leurs copies réelles. Voici sur la figure 2.3 un exemple de telle vérification. On y reconnaît les parties ***a,b,c*** consacrées respectivement à une image d'un objet non-périodique de phase et à ses figures de diffraction de Fresnel : simulée et expérimentale. Par analogie la partie ***d*** montre un réseau périodique de phase auquel ont été mis en correspondance les intensités de diffraction ***e,f***. Ces images prouvent notre maîtrise du calcul de la transformée de Fresnel pour une distance de propagation Δz donnée. Alors il n'était plus difficile de voir si la réponse du modèle numérique restait adéquate sur toute une longueur de distances praticables. Par la suite nous avons réitéré cet examen face aux différents degrés d'entassement des anneaux de phase dans le noyau de Fresnel provoqués par une évolution du paramètre Δz. Les résultats obtenus ont confirmé une fois de plus les bonnes performances du propagateur en question. On voudrait souligner l'usage particulièrement intéressant des motifs périodiques en association avec le phénomène d'auto-imagerie décrit auparavant au *chapitre 2* sous le nom d' "effet Talbot". Celui-ci se montre bien utile quand nous tâchons de calibrer la profondeur du milieu qui sépare spatialement le plan d'observation de celui de l'image. En l'occurence il est chargé de jalonner sur l'axe optique les plans quart-, demi- et vrai Talbot (figure 2.4) dont la localisation exacte est indiquée analytiquement. La calibration est associée aux distances Δz multiples de $Z_{Talbot}/4$, $Z_{Talbot}/2$, Z_{Talbot}, ... etc, auxquelles un réseau quelconque de diffraction, placé sous une onde monochromatique uniforme, restitue soit son motif de départ, soit le même motif en double fréquence (l'effet Talbot fractionnaire). On s'attend normalement à ce que la précision de la méthode s'améliore avec l'amincissement du pas du motif périodique. Cependant celle-ci est contrariée par le mauvais contraste des images au plan d'observation qui s'estompent progressivement pendant la propagation. C'est pourquoi l'auto-imagerie convient mal à la mesure des dis-

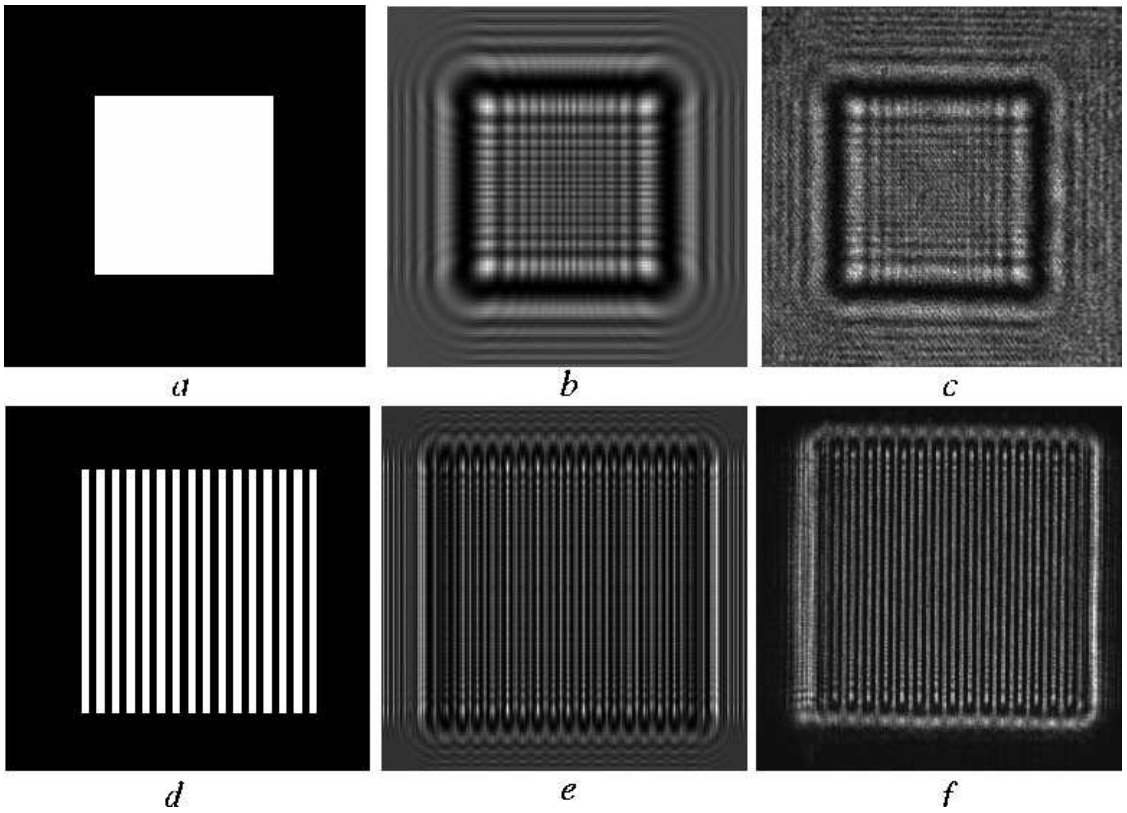


FIG. 2.3 – *Comparaison des effets de propagation optique à la transformée de Fresnel numérique :* ***a*** *– image d'un carré de phase (*128×128 *éléments de* $15\mu m$*/pixel),* ***b*** *– sa figure de diffraction simulée,* ***c*** *– intensité équivalente à* ***b*** *obtenue expérimentalement ;* ***d*** *– image d'un réseau binaire de phase (*256×256 *éléments* $15\mu m$*/pixel),* ***e*** *– vue de sa figure de diffraction simulée,* ***f*** *– intensité équivalente à* ***e*** *obtenue expérimentalement. Les figures* ***b,c,e,f*** *ont été réalisées sur une distance commune.*

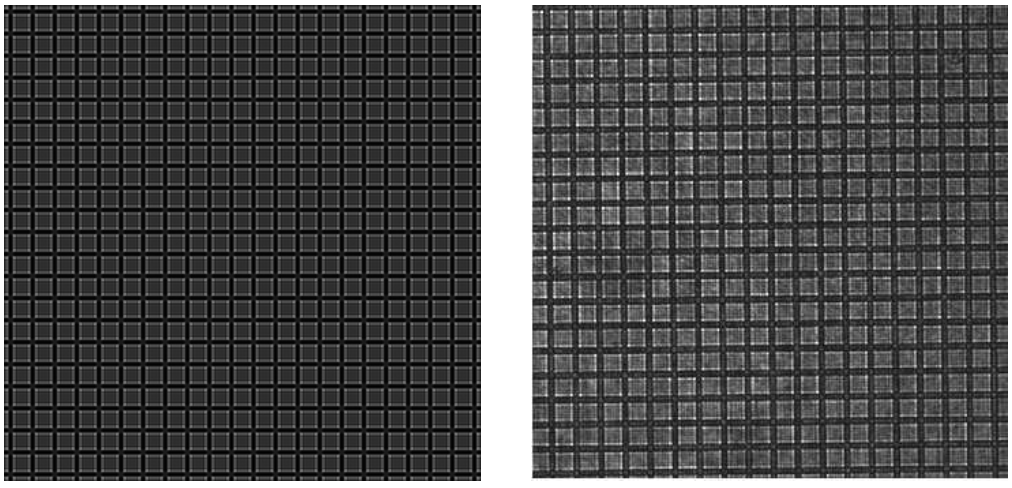


FIG. 2.4 – *Une image Talbot générique (à gauche) et sa copie expérimentale (à droite) reproduite aux mêmes paramètres de propagation sur un banc optique.*

tances $z = \Delta z$ relativement longues.

Un recours aux traitements expérimentaux à l'aide de l'opérateur (2.11) ou (2.12) révèle un éventuel problème de rééchantillonnage d'images postérieur à la numérisation. Celui-là est nécessaire si le banc optique échantillonne le front d'onde propagé avec une fréquence différente en amont et en aval. Dans un cas typique, au niveau du SLM la lumière incidente a $\delta_0 \neq \delta_z$ qu'elle a sur le photodétecteur. Par conséquent, les plans $(\xi, \eta, 0)$, $(x, y, \Delta z)$ n'en seront pas compatibles sans y rééchantillonner avec un facteur d'échelle $K = \frac{\delta_0}{\delta_z}$ les images capturées. Malheureusement, pour la diffraction d'un objet périodique cela apporte un inconvénient. Sa figure de diffraction numérisée perd la périodicité régulière des franges si K n'est pas un nombre entier.

2.2 Algorithme IFTA

Lorsqu'en 1971 R.W. Gerchberg et W.O. Saxton avaient proposé [38] de reconstruire les cartes de phase à l'intérieur d'une boucle dénommée IFTA[4] (Iterative Fourier Transform Algorithm), ils envisageaient cet algorithme en application à la microscopie électronique et à la cristallographie à rayon X. Depuis lors, notamment en optique, un bon nombre d'auteurs [24, 39, 40, 50, 55, 56] ont publié sur les thèmes référant à leur idée originale. De manière générale ces travaux s'appliquent à la diffraction de Fraunhofer qui décrit par la transformée de Fourier la propagation d'une onde en champ lointain. Son amplitude complexe de départ se décompose à l'infini en spectre angulaire d'harmoniques spatiales. Au début de notre initiation aux méthodes itératives de déconvolution, il s'agissait de reproduire l'algorithme IFTA en tenant compte des restrictions du projet LASSAR sur le gabarit du futur instrument. Étant donné que nous étions en train de modéliser le système optique qui se contentait de distances de propagation Δz relativement courtes, de l'ordre de quelques centimètres, nous avons préféré travailler dans l'approche de Fresnel de la diffraction. Rappelons au lecteur que les deux espèces de propagation diffèrent en écriture mathématique par un terme quadratique de phase se réduisant à l'unité quand $\Delta z \to \infty$. Au-delà, nos simulations numériques plus évoluées profitaient de l'expérience exprimée dans les travaux [40, 41, 42, 51, 57, 58] à l'objectif d'adapter l'algorithme de R.W. Gerchberg et W.O. Saxton aux conditions de la diffraction de Fresnel. Les extensions mentionnées conservent en gros l'architecture de l'algorithme classique, c'est pourquoi elles se résument traditionnellement à deux intensités : $I_{obj}(\xi, \eta, 0)$ et $I_F(x, y, \Delta z)$ retenues respectivement dans le domaine de l'objet puis dans le domaine de Fresnel. À dessein d'alléger les notations analytiques, nous pourvoyons les opérateurs $\mathcal{F}$, $\mathcal{F}^{-1}$ partout dans le manuscrit des propriétés de la transformée de Fresnel directe/inverse en accord avec l'expression (2.3). Mis à part le schéma 2.1 qui reflète les aspects physiques de la propagation entre les plans $(\xi, \eta, 0)$ et $(x, y, \Delta z)$, nous nous appuyons sur l'illustration 2.5 afin de mettre en vue l'organisation interne de l'algorithme IFTA. La boucle itérative approche graduellement une estimation renouvelable appelée ici l'onde de rapprochement :

$$\left[A_k(\xi, \eta, 0) = a_k(\xi, \eta, 0) \cdot e^{i\phi_k(\xi,\eta,0)}\right] \underset{\mathcal{F}^{-1}}{\overset{\mathcal{F}}{\rightleftarrows}} \left[A_k(x, y, \Delta z) = a'_k(x, y, \Delta z) \cdot e^{i\phi'_k(x,y,\Delta z)}\right] \quad (2.13)$$

du front d'onde à analyser. Cette estimation se calcule à partir des distributions d'amplitude $\begin{matrix} a_{obj}(\xi, \eta, 0) = \sqrt{I_{obj}(\xi, \eta, 0)} \\ a_F(x, y, \Delta z) = \sqrt{I_F(x, y, \Delta z)} \end{matrix}$ extraites des figures d'intensité préenregistrées $I_{obj}(\xi, \eta, 0)$,

[4] IFTA est un exemple de la technique généralisée "Projection Onto Constraint Sets" (POCS) [48] qui s'occupe à projeter numériquement l'onde incidente en aller et retour entre le domain objet et celui de Fourier.

$I_F(x, y, \Delta z)$ et des informations connues *a priori* sur l'onde de départ.

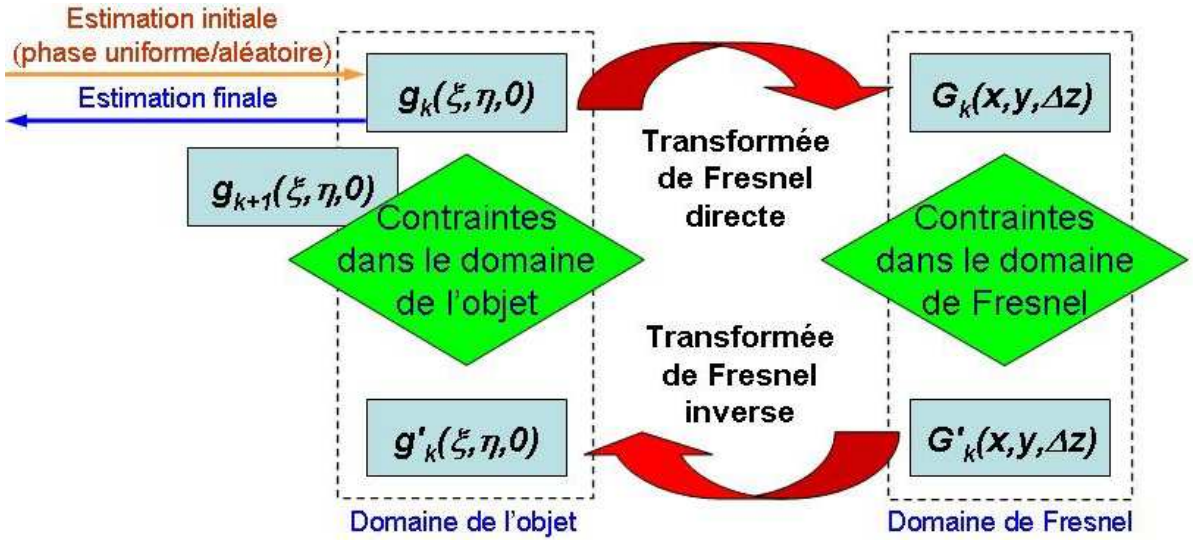


FIG. 2.5 – *Organigramme de l'algorithme IFTA. Les estimations renouvelables* g_k, g'_k, g_{k+1}, G_k, G'_k *de front d'onde se calculent d'après les expressions (2.14).*

Pour initialiser la boucle on y introduit dans le domaine objet une première estimation dont la phase $\phi_0(\xi, \eta, 0)$ est uniforme ou aléatoire[5]. En l'occurence nous l'avons toujours posée égale à une constante de nature π/n, où n est un nombre entier. Transférée dans le domaine de Fresnel par une transformée de Fresnel directe, l'estimation courante doit satisfaire les contraintes imposées : son intensité doit avoir la distribution telle qu'elle est dans la figure de diffraction $I_F(x, y, \Delta z)$. Pour qu'il en soit ainsi on remplace son amplitude calculée numériquement par les valeurs mesurées $a_{obj}(\xi, \eta, 0)$, tout en gardant la phase libre, et on lui applique une transformée de Fresnel inverse pour la renvoyer au domaine objet. La nouvelle estimation courante obtenue y est soumise aux contraintes qui sont les informations *a priori* sur l'onde approché (par exemple, le fait que l'onde est venue d'un objet pur de phase), or la phase évolue toujours librement[6]. Si la procédure de déconvolution est correctement programmée et les contraintes sont suffisantes, au fur et à mesure de l'incrémentation, l'estimation courante exprimée analytiquement aux différents endroits de la boucle :

$$\begin{aligned}
&g_k(\xi,\eta,0) = a_{obj}(\xi,\eta,0)e^{i\phi_k(\xi,\eta,0)},\\
&G_k(x,y,\Delta z) = \mathcal{F}\{g_k(\xi,\eta,0)\} = a'_k \cdot e^{i\phi'_k(x,y,\Delta z)},\\
&G'_k(x,y,\Delta z) = a_F(x,y,\Delta z)e^{i\phi'_k(x,y,\Delta z)},\\
&g'_k(\xi,\eta,0) = \mathcal{F}^{-1}\{G'_k(x,y,\Delta z)\} = a''_k \cdot e^{i\phi''_k(\xi,\eta,0)},\\
&g_{k+1}(\xi,\eta,0) = a_{obj}(\xi,\eta,0)e^{i\phi''_k(\xi,\eta,0)},
\end{aligned} \tag{2.14}$$

converge lors de la $k^{-ème}$ itération vers la solution désirée. Dès que l'onde de rapprochement (2.13) satisfait simultanément les contraintes dans les deux domaines à un seuil

[5]Certains expérimentateurs [38],[59] affirment que la convergence de la reconstruction est meilleure au démarrage si $\phi_0(\xi, \eta, 0)$ est uniforme. Quelquefois on l'accepte aussi statisiquement aléatoire aux valeurs n'excédant pas la fourchette $[-\pi, +\pi]$.

[6]Dans des cas particuliers les contraintes peuvent s'appliquer aussi à la phase de l'onde. Par exemple, en astronomie on se sert de la non-négativité de l'amplitude ainsi que de la phase nulle en dehors des contours de l'objet à caractériser [39].

d'erreur acceptable près, la procédure de déconvolution s'arrête. Le moyen de connaître le degré de rapprochement de l'estimation courante de l'onde à reconstruire et donc gérer l'algorithme au mieux est de choisir un critère d'arrêt (un critère de convergence) appelé dans la littérature scientifique la *fonction de coût*. Parmi les indicateurs fréquemment utilisés pour les calculs itératifs nous avons retenu l'erreur moyenne au carré (MSE – Mean Square Error) de rapprochement de l'estimation courante de l'onde à reconstruire (2.1). D'après le fameux théorème de Parseval ce critère :

$$\begin{aligned} < E_k^2 >_{intensité} &= \frac{1}{N^2} \sum_{\xi} \sum_{\eta} \{I_{obj}(\xi,\eta,0) - |g'_k(\xi,\eta,0)|^2\}^2 = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{x} \sum_{y} \{I_F(x,y,\Delta z) - |G_k(x,y,\Delta z)|^2\}^2, \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned} < E_k^2 >_{phase} &= \frac{1}{N^2} \sum_{\xi} \sum_{\eta} \{\Phi_{obj}(\xi,\eta,0) - arg[g'_k(\xi,\eta,0)]\}^2 = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{x} \sum_{y} \{\Phi_{obj}(x,y,\Delta z) - arg[G_k(x,y,\Delta z)]\}^2 \end{aligned} \tag{2.16}$$

peut s'évaluer aussi bien dans l'espace réel que dans l'espace des fonctions de Fresnel (domaine des ondes diffractées). Si la propagation a lieu seulement entre deux plans isolés il a la vertu de ne pas grandir d'itération à itération [38, 39] :

$$|g_{k+1}(\xi,\eta,0) - g'_k(\xi,\eta,0)| \leq |g_k(\xi,\eta,0) - g'_k(\xi,\eta,0)|, \tag{2.17}$$

$$|G_{k+1}(x,y,\Delta z) - G'_{k+1}(x,y,\Delta z)| \leq |G_{k+1}(x,y,\Delta z) - G'_k(x,y,\Delta z)|, \tag{2.18}$$

parce que dans l'espace de Hilbert la projection occupe une base convexe des fonctions [55].

Pour un meilleur suivi de la convergence il est souhaitable de surveiller à la fois la MSE (2.15) d'intensité et la MSE (2.16) de phase, ce qui n'est possible qu'en simulation car

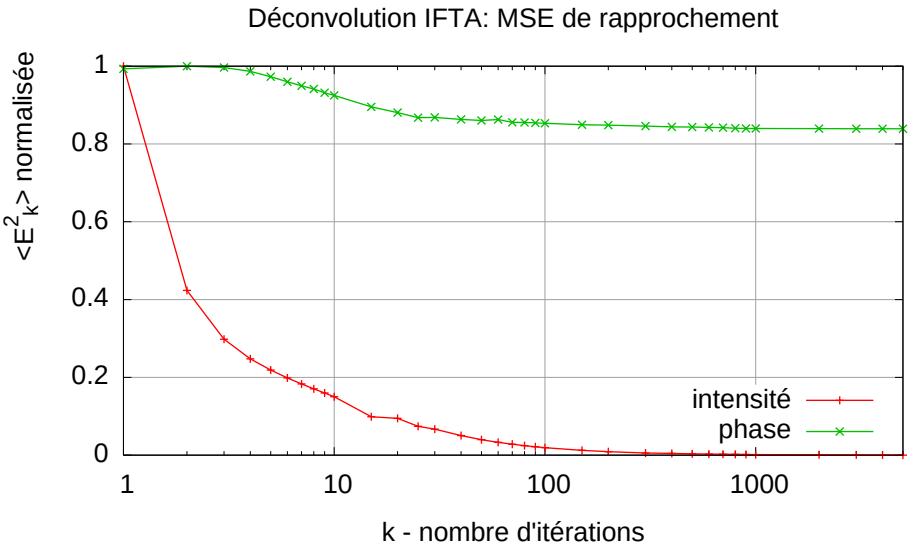


FIG. 2.6 – *MSE (2.15) – (2.16) tracées d'après une déconvolution IFTA modélisée pour une distance de propagation* $\Delta z = 35mm$.

l'ordinateur garde en mémoire la forme de la cible sur laquelle on teste l'algorithme. Par contre une reconstruction d'images expérimentales ne laisse d'habitude aucune présomption sur le phase Φ_{obj}. Alors le dépistage de la MSE s'en tient exclusivement à l'erreur moyenne $< E_k^2 >_{intensité}$ d'intensité. Or, en réalité nous avons constaté que le critère d'arrêt basé uniquement sur la MSE (2.15) n'était pas tout à fait fiable. Nous proposons à présent de prêter l'attention aux courbes 2.6 créées à l'issu d'une déconvolution IFTA simulée. Leur allure témoigne d'une forte réduction de la MSE pendant les premières

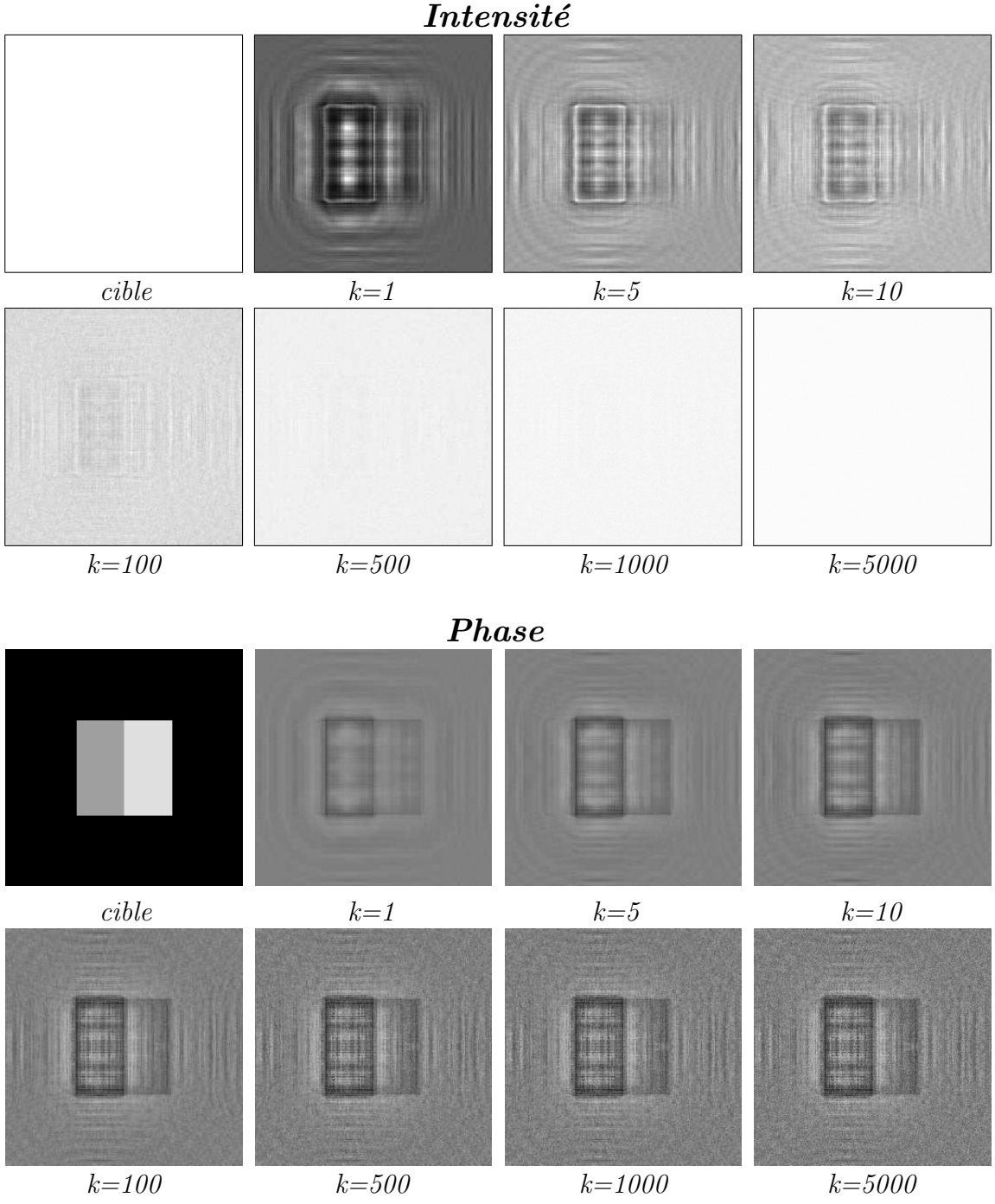


FIG. 2.7 – *L'intensité (images du haut) et la phase (images du bas) d'une cible pure de phase (3 niveaux :* $[0; \frac{5}{4}\pi; \frac{7}{4}\pi]$*) ainsi que de l'onde de rapprochement visualisée après le nombre k d'itérations au sein d'une déconvolution IFTA simulée. La figure de diffraction de Fresnel prise en compte par l'algorithme a été enregistrée à* $\Delta z = 35mm$ *de la cible.*

itérations. Cependant à long terme les courbes $< E_k^2 >_{intensité}$, $< E_k^2 >_{phase}$ montrent un comportement différent. Suite à une descente précipitée, l'erreur d'intensité ralentit rapidement puis glisse au pied du zéro de façon asymptotique tandis que la diminution de l'erreur de phase se poursuit modérément jusqu'à se stabiliser à un niveau largement au-dessus du niveau nul. Les images 2.7 retenues à certaines étapes de la reconstruction dévoilent les difficultés de la version basique de la procédure IFTA dans les circonstances où une figure de diffraction est prise en compte et la forme de l'onde à caractériser est totalement indéterminée. On aurait dit que du point de vu du critère d'arrêt $< E_k^2 >_{intensité}$, la déconvolution a abouti correctement – on se rend compte de la bonne correspondance entre l'intensité uniforme de la cible et celle de l'estimation courante. En même temps, la valeur de $< E_k^2 >_{phase}$ et la forme de la phase reconstruite l'infirment, en faisant parler d'une solution indésirable. Voici nous avons démontré qu'au sein de simple la boucle IFTA la convergence correcte n'était pas garantie. Par ailleurs J.R. Fienup [39] s'interrogea sur la relation conséquente quoique peu claire existant entre la qualité de la reconstruction et la réduction de la MSE d'intensité. D'une part, une convergence contradictoire pourrait s'expliquer par le manque d'information *a priori* sur l'onde inconnue issue de la cible. Ainsi la sélectivité de l'algorithme, qui dépend du degré de liberté attribué aux contraintes imposées, n'est pas suffisante pour distinguer la solution désirée parmi ses innombrables homologues capables de satisfaire la contrainte :

$$I_F(x,y,\Delta z) = \left| \mathcal{F} \left\{ \begin{array}{l} a_{obj}(\xi,\eta,0) \cdot e^{i\phi_{obj,1}(\xi,\eta,0)}, \\ a_{obj}(\xi,\eta,0) \cdot e^{i\phi_{obj,2}(\xi,\eta,0)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_{obj}(\xi,\eta,0) \cdot e^{i\phi_{obj,M}(\xi,\eta,0)} \end{array} \right\} \right|^2 \tag{2.19}$$

D'autre part, il y a un impact de la nature numérique du traitement des données. Celui-là a été identifié dans [56] comme un cumul de problèmes : *de double image*, *de rayures*, *de troncatures*, etc., conduisant à la stagnation du processus dans les minima locaux. Notons tout de même que les deux causes présumées se manifestent avec le même symptôme : l'estimation courante (2.14) cesse de varier à l'incrémentation de la boucle. De cette façon nous ne pouvons déterminer la situation exacte en cours.

2.2.1 Unicité de solution

D'un point de vue de la résolution du problème "mal posé" associé à la reconstruction de phase, l'aboutissement à la solution désirée dépend entre autre de la position du point de départ, c'est-à-dire, de la forme de l'estimation initiale. Dans ce contexte une distribution statistiquement aléatoire appropriée à $\phi_0(\xi,\eta,0)$ a la même probabilité de converger à l'estimation $a_k e^{i\phi_k}$ qu'à son conjugué complexe $a_k e^{-i\phi_k}$ [56]. D'ailleurs, on n'exclut pas l'existance d'une approximation $\phi_0(\xi,\eta,0)$ capable de pousser l'algorithme d'emblée dans la direction de Φ_{obj}. À cette fin J. Fienup proposa d'initialiser la déconvolution avec une phase partiellement reconstruite, tout en soulignant le besoin de paramètres connus supplémentaires, sans lesquels l'algorithme IFTA de Gerchberg et Saxton ne privilégie aucune solution globale authorisée (figure 2.8). La régularisation de l'ambiguïté caractéristique d'un problème "mal posé" tend en général à l'élimination des solutions invraisemblables au prix d'une redondance de paramètres connus de la propagation. Le pouvoir d'établir un système analytique à solution unique ne se réfère pas exclusivement à une base convexe des fonctions [48],[55]. La régularisation différente cette sorte de projection semble être moins sensible à la stagnation dans les minima locaux [60]. Leone et

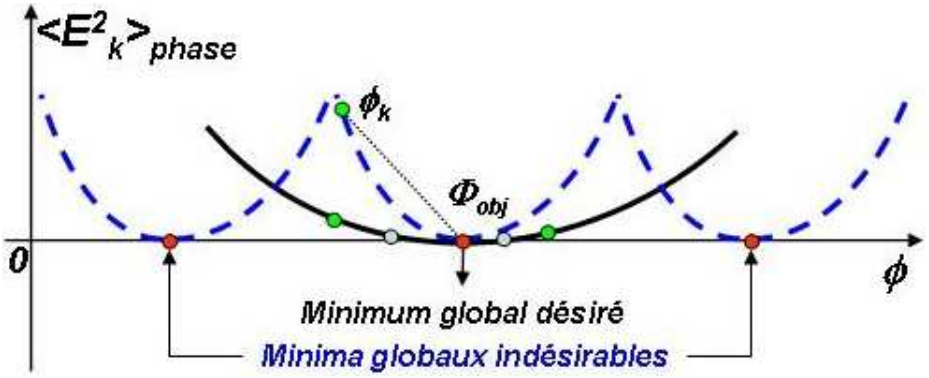


FIG. 2.8 – *Paysage énergétique d'un système analytique à multiples minima globaux (courbe pointillée). Sa modification poursuit l'objectif d'éliminer les solutions indésirables.*

al. [50],[51] décrivent la solution recherchée à l'intérieur d'un espace de dimension finie des fonctions discrètes intégrables. Alors la propagation d'une onde inconnue n'a plus la notion d'une intégrale de Kirchhoff isolée mais obéit à un système d'équations intégrales paramétrées (par exemple, en fonction de la distance Δz) qui lui suggèrent une solution unique.

2.2.2 Problème de minima locaux

À défaut d'une amplitude complexe privilégiée à l'intérieur du propagateur, la reconstruction reste tiraillée parmi plusieurs solutions homologues qu'elle tente de développer simultanément. Or, quelle que soit leur combinaison linéaire y compris les conjugués complexes, $t \cdot a_{obj} e^{i\phi_k} + (1-t) \cdot a_{obj} e^{-i\phi_k}$, sa transformée de Fresnel ne donne jamais le module $|A_F|$ jusqu'à ce qu'une onde s'impose aux autres (t=0 ou 1) [56]. Cela a pour conséquence la création d'un environnement stable avec des zones de stagnation correspondant aux minima locaux du paysage énergétique (figure 2.8). Dans ces zones la convergence se met en position intermédiaire entre l'estimation initiale et un minimum global autorisé. Toutefois la transformation du paysage énergétique de la convergence ne la protège pas contre une éventuelle projection "plate" lorsqu'une faible erreur causée par le bruit d'intensité dans les franges de diffraction peut l'écarter du minimum global recherché. Celui-ci se trouve alors séparé des solutions rapprochées par une marge d'erreur mince[7]. Ombré par elles, le minimum global reste inapperçu pour l'algorithme quelle que soit l'estimation initiale. Certains modes de stagnation sont provoqués par les artefacts numériques dûs au support limité des tableaux numériques de données, d'autres sont causés par la troncature d'images suite aux désalignements des plans de propagation. Néanmoins pour une procédure de déconvolution le risque de tomber en stagnation se réduit considérablement au moyen du centrage des tableaux numériques ainsi que de leur mise en correspondance pixel à pixel précédant la convolution avec le noyau de Fresnel.

Les problèmes abordés dans deux dernières sous-sections indiquent l'imperfection de la technique conventionnelle IFTA, vulnérable face à la stagnation. Leone et al. [50],[51] ont mené une étude approfondie du problème inverse concernant la reconstruction des signaux complexes. Ils y proposent de contourner les minima locaux en s'appuyant sur une projection dont les paramètres connus dominent les paramètres inconnus (redondance

[7]Il s'agit du *"problem of stripes"* caractérisé dans [56].

d'informations) par une supériorité numérique. Le principe de leur analyse repose sur la théorie de minimisation d'une fonction quadratique de coût (consulter **Annexe A.2**) à laquelle ils ont donné une interprétation vectorielle. Celle-ci considère la convergence comme un modèle géométrique où l'existence d'un minimum local est déterminé par un angle inférieur à 20° entre le vecteur générique de paramètres inconnus et la direction générique de minimisation de la fonction de côut. Il en suit la conclusion que le système de propagation permettant une redondance d'informations sur l'onde à caractériser garantit l'aboutissement correct de la déconvolution. Pour avoir les paramètres connus en profusion, on doit bénéficier d'au moins deux figures de diffaction différentes enregistrées à partir de la même onde. De plus, il est important qu'elles réalisent des franges de diffraction les plus différentes possibles afin de rendre maximal leur contribution à la convergence. Nous pouvons couvrir ce besoin avec un série de mesure de l'intensité de diffraction aussi bien auprès de multiples plans d'observation décalés qu'en utilisant des illuminations préfabriquées. Cette conclusion de Leone ouvre la perspective d'étudier les procédures itératives que nous avons baptisées dans ce manuscrit les techniques "multivue" par distinction des versions "monovue". Mais avant de s'y intéresser nous allons d'abord porter le regard aux extensions "input-output" (reconstruction à réinsertion de phase) et "bandwith relaxation" (reconstruction à bande passante relâchée) de la technique conventionnelle IFTA, engendrées par le besoin d'assurer et d'accélérer la convergence à la solution recherchée.

2.3 Extension "input-output"

Connu depuis la fin des années 1970, l'algorithme "input-output" a apporté à son créateur J.R. Fienup une bonne réputation en matière de reconstruction de front d'onde. Cet algorithme diffère de la technique IFTA de R.W. Gershberg et W.O. Saxton par la non-obligation pour l'estimation $g_k(\xi, \eta, 0)$ en entrée de la boucle de satisfaire les contraintes imposées dans l'espace réel [39]. Son aménagement interne formalisé sur la figure 2.9 fait voir que l'entrée et la sortie de la boucle itérative sont liées par un paramètre accordable

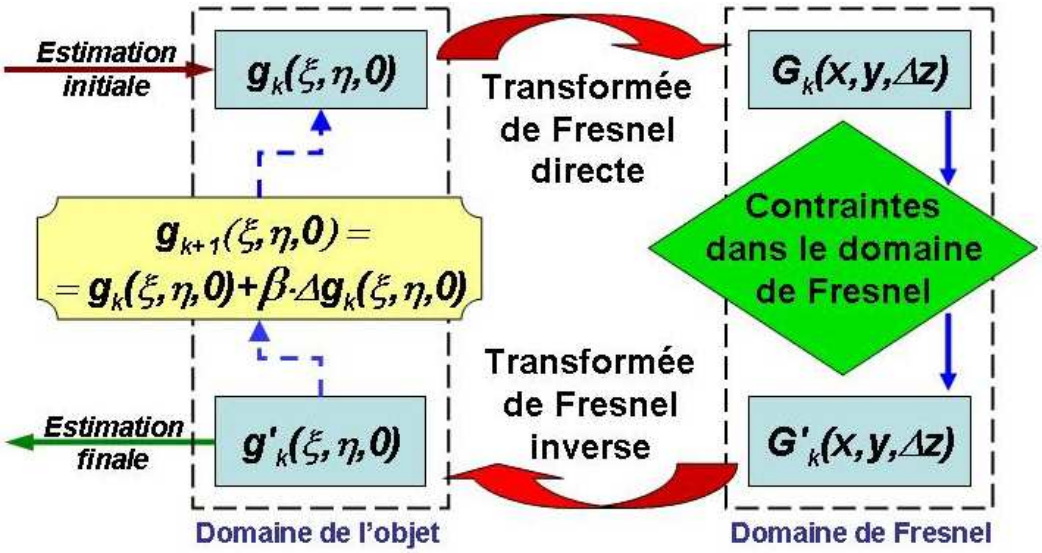


FIG. 2.9 – *Diagramme d'organisation interne de la boucle itérative "input-output".*

β de réinsertion qui participe au calcul de la nouvelle estimation :

$$g_{k+1}(\xi,\eta) = g_k(\xi,\eta) + \beta\Delta g_k(\xi,\eta) = \begin{cases} g_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \in \Omega, \\ g_k(\xi,\eta,0) - \beta g'_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \notin \Omega, \end{cases} \tag{2.20}$$

à chaque incrémentation. La zone Ω dans l'espace réel inclut les points d'échantillonnage de l'onde de rapprochement (l'estimation courante) susceptibles des contraintes du domaine objet. Dorénavant $g_k(\xi,\eta,0)$ n'est plus considéré comme la meilleure estimation de l'onde dans le plan objet (elle l'était dans l'algorithme IFTA) mais joue le rôle d'une fonction non-linéaire avec laquelle on obtient en sortie de la boucle une nouvelle estimation $g'_k(\xi,\eta,0)$ évoluée dans la direction générale désirée. De cette façon on voudrait que le changement $\Delta g_k(\xi,\eta,0)$ programmé en amont de l'itération en cours puisse aider l'estimation courante à satisfaire mieux les contraintes dans le domaine de Fresnel. Ce mode de gestion propre à l'extension "input-output" offre une grande marge de manœuvre concernant le choix du paramètre de réinsetion pour calculer une nouvelle estimation $g_{k+1}(\xi,\eta,0)$. Néanmoins un caractère non-linéaire du lien entre les estimations $g_k(\xi,\eta,0)$ et $g'_k(\xi,\eta,0)$ rend le changement $\Delta g_k(\xi,\eta,0)$ peu prévisible. Il est encore instructif d'observer le déroulement de la reconstruction de phase lorsque la sortie de la boucle itérative est branchée directement à l'entrée. Alors on en aura à poser $g_{k+1}(\xi,\eta,0) = g'_k(\xi,\eta,0)$, ce qui signifie que l'onde de rapprochement $a_{k+1}(\xi,\eta,0)e^{i\phi_{k+1}(\xi,\eta,0)}$ satisfait déjà les contraintes imposées dans le domaine de Fresnel. Elle traverse donc intacte le propagateur. Compte tenu de la dépendance du signal de sortie de sa distribution en entrée, nous pouvons reformaliser le calcul de l'estimation (2.20) :

$$g_{k+1}(\xi,\eta) = g'_k(\xi,\eta) + \beta\Delta g_k(\xi,\eta) = \begin{cases} g'_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \in \Omega, \\ g'_k(\xi,\eta,0) - \beta g'_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \notin \Omega. \end{cases} \tag{2.21}$$

Ceci nous conduit à l'extension "output-output" de l'algorithme IFTA de base. D'ailleurs, il faut souligner qu'au risque d'une instabilité croissante, souvent on suggère aux estimations concernées un changement de grande ampleur nécessaire pour outrepasser les zones de stagnation de l'algorithme. En même temps c'est un point faible de toute la famille d'extensions "input-output", car une intervention humaine est indispensable pour corriger le paramètre de réinsertion et ainsi stabiliser le processus. Ce trait d'imperfection a poussé J.R. Fienup à rechercher un algorithme de déconvolution apte à atténuer le défaut en question, tout en étant efficace. La tâche a été résolue réussie pour certaines applications en astronomie, avec un algorithme hybride décrit symboliquement :

$$g_{k+1}(\xi,\eta,0) = \begin{cases} g'_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \in \Omega, \\ g_k(\xi,\eta,0) - \beta g'_k(\xi,\eta,0) & : \quad (\xi,\eta,0) \notin \Omega. \end{cases} \tag{2.22}$$

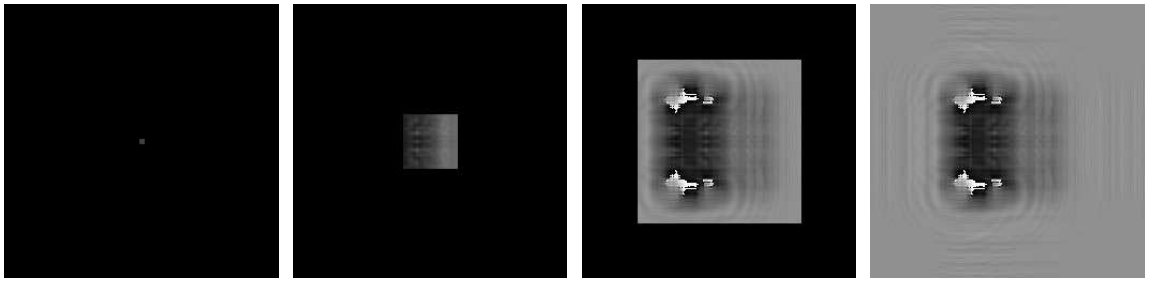
Au-delà, son idée consistait à combiner les différentes méthodes de déconvolution sous la forme de groupes d'itérations. Par exemple, on envisageait de mettre en œuvre une série de quelques itérations "input-output" suivie d'une rectification à la technique IFTA.

Le paramètre modifiable β mérite une attention à part. Sa valeur optimale proche de l'unité ($\beta = 1$ retourne à l'algorithme IFTA de R.W. Gerchberg et W.O. Saxton) varie au fur et à mesure de l'avancement de la reconstruction. La réinsertion réduite sert à stabiliser la convergence en dépit de sa vitesse alors qu'un taux augmenté la met en danger en multipliant les confrontations aux minima locaux. De toute évidence on préférerait avoir un β mis constamment à l'échelle optimale. Malheureusement, ce paramètre est difficilement

prévisible, faute d'avoir l'instruction comment le choisir. Donc pour ajuster la déconvolution parfois il faut de multiples corrections manuelles ce qui réduit fortement notre intérêt à l'adaptation de la méthode "input-output" à la caractérisation expérimentale pour le projet LASSAR.

2.4 Extension "bandwidth relaxation"

À l'instar de la technique "input-output", l'extension "bandwidth relaxation" (BR) – reconstruction à bande passante relâchée, est inspirée de la méthode conventionnelle IFTA. On y cherche à favoriser la solution globale désirée avec une introduction progressive de contraintes qui se réalise au moyen de réduction provisoire du nombre de paramètres inconnus de la propagation. L'idée de supériorité numérique des paramètres connus face aux paramètres inconnus a été prononcée pour la première fois par J.R. Fienup [39], puis développée en détail par R. Vincent [59]. Notamment elle trouve son application aux composantes de phase de l'onde de rapprochement située dans le domaine de Fresnel. En effet, le propagateur numérique échantillonne la figure de diffraction $I_F(x, y, \Delta z)$ sur $N \times N$ pixels d'où l'onde 2.13 possède N^2 éléments connus $a_F(x, y, \Delta z)$ attachés à N^2 éléments inconnus $\phi'_k(x, y, \Delta z)$. Après l'initialisation de la procédure de reconstruction par une première estimation $a_{obj}e^{i\phi_0(\xi,\eta,0)}$ dans le domaine de l'objet, l'algorithme annule dans l'espace des composantes de Fresnel tous les éléments de la phase $\phi'_k(x, y, \Delta z)$ à l'extérieur d'un certain périmètre imposé (figure 2.10). Désormais le système de propagation a $L \times L$ $(1 \leq L \leq N)$ paramètres indéterminés gardés libres durant l'itération actuelle, contre $2N^2 - L^2$ paramètres définies par les contraintes sur l'intensité et la BR. La mise à zéro des composantes de phase en dehors du périmètre équivaut au filtrage passe-bas qui suprime les variations rapides de la phase entre les extrémités de chaque intervalle élémentaire $\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta x, \Delta y$ d'échantillonnage. Cet effet est maximal pour une restriction extrême $L = 1$. Dans ce cas l'amplitude complexe $a_k e^{i\phi_k(\xi,\eta,0)}$ représente une approximation constante uniforme aux translation et défocalisation indéterminées de la cible, donc tout simplement un fond continu. En l'absence relative de hautes fréquences à propager, les estimations



L/N=0.0004 *L/N=0.04* *L/N=0.36* *L/N=1*

FIG. 2.10 – *Vu de la phase d'une onde de rapprochement dans le plan d'observation de la diffraction de Fresnel $(x, y, \Delta z)$ à différentes étapes d'une reconstruction simulée IFTA + BR. Le facteur L/N indique le taux de relaxation de la bande passante utilisée.*

2.14 du front d'onde se modifient dans une marge de manœuvre étroite, en vue de la restriction sur la bande passante. Cela fait que momentanément les paramètres connus dominent dans la reconstruction, en faisant se rétrécir l'espace des solutions plausibles. Alors la convergence est stimulée de se dérouler dans le sens de la vraie solution Φ_{obj}

jusqu'à un certain moment. Or, la distribution de phase ϕ_k partiellement mise à zéro ne lui correspond pas encore. À ce stade on doit relâcher davantage la bande passante afin d'introduire dans l'algorithme des composantes manquantes et de rectifier la forme de l'estimation courante. Au fur et à mesure que le profil de l'onde de rapprochement se précise, la procédure de reconstruction en rajoute étape par étape, en élargissant le périmètre de la zone des paramètres libres. Aussi longtemps que la superficie de $L \times L$ pixels comprenant les composantes de phase inconnue reste inférieure à celle de $N \times N$ pixels de l'échantillonnage, l'erreur (2.15 – 2.16) n'est pas capable de descendre à zéro. C'est pourquoi à la dernière étape de la BR la reconstruction se poursuit avec la bande passante maximale.

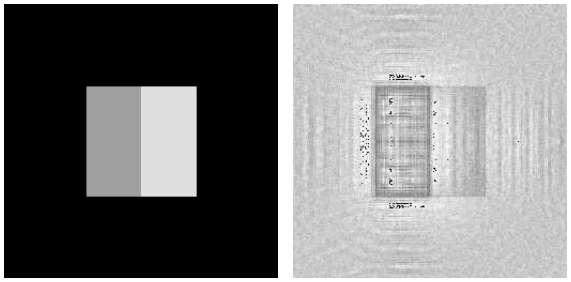


FIG. 2.11 – *Résultat de la reconstruction simulée IFTA + BR d'une cible à 3 niveaux de phase* $\left[0, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\right]$. *L'image de la cible (à gauche) est mise en comparaison avec la distribution de phase reconstruite après k=500 itérations, dont le facteur de relaxation était L/N=0.0004 pour k=1...5, L/N=0.04 pour k=6...10, L/N=0.36 pour k=11...20, L/N=1 pour k=21...500.*

Malgré le soin avec lequel nous accomplissions les formalités de l'extension "bandwidth relaxation", sa mise en application aux objets purs de phase n'a pas donné de résultat véritablement satisfaisant en terme d'efficacité. Sur la figure 2.11 on peut voir à coté d'une image de la cible celle de la phase reconstruite en simulation numérique. On se rend clairement compte que la convergence n'a pas atteint le minimum global visé. Pour comprendre cette réalité il faut accepter le fait que dans un système de propagation "monovue" les contraintes procurées par une seule figure de diffraction sont faibles, à moins qu'elles soient renforcées par des connaissances supplémentaires sur l'onde à analyser (par exemple, les contours grossiers de la cible). En outre, nous avons examiné l'extension "bandwidth relaxation" réduisant de la bande passante dans la partie d'amplitude du signal. Cette version de l'algorithme a été reconnue instable tendant à diverger, en application aux objets purs de phase, étant donné une forte perturbation de contraintes sur l'intensité de l'onde de rapprochement.

2.5 Technique "multiplan"

Une analyse des travaux [37, 50, 51] nous a fait conclure l'importance de la redondance de paramètres connus pour la meilleure contribution à la convergence d'une déconvolution itérative. Il s'est avéré que celle-là venait naturellement de l'utilisation d'une multitude de figures de diffraction de Fresnel à laquelle nous avons attribuée le terme la "multivue". Une série de n acquisitions numériques faites dans le domaine de Fresnel procure en abondance de l'information sur l'intensité de l'onde propagée. Il y en a nN^2 pixels considérés

comme des paramètres connus, contre N^2 pixels dans une figure de diffraction isolée, dont on pourrait se servir pour trouver la solution désirée.

Les Australiens L.J. Allen et M.P. Oxley de l'Université de Melbourne ont proposé en 2001 un système de propagation "multiplan" [37] ayant multiples plans d'observation (figure 2.12) séparés spatialement le long de l'axe optique. Les figures de diffraction $I_{F,1}(x, y, \Delta z_1)$, $I_{F,2}(x, y, \Delta z_2)$, ..., $I_{F,M}(x, y, \Delta z_M)$ (figure 2.13) s'y obtiennent au prix d'un déplacement longitudinal du photodétecteur qui se met successivement en positions $\Delta z_m = \Delta z_1, \Delta z_2, \Delta z_3, ..., \Delta z_M$ à partir du plan objet $(\xi, \eta, 0)$. Grâce à cette configuration le codage la même phase Φ_{obj} au sein des franges de diffraction de Fresnel se fait différemment en fonction de la distance Δz_m parcourue par le faisceau-sonde. L'inconvénient du modèle "multiplan" est le besoin de donner au capteur des déplacements importants à

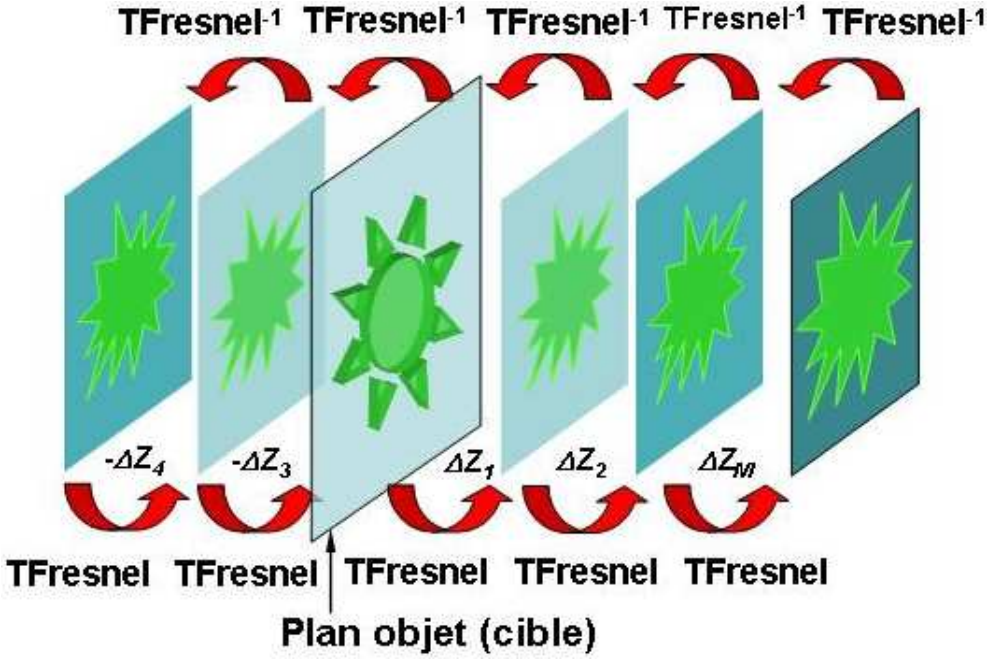
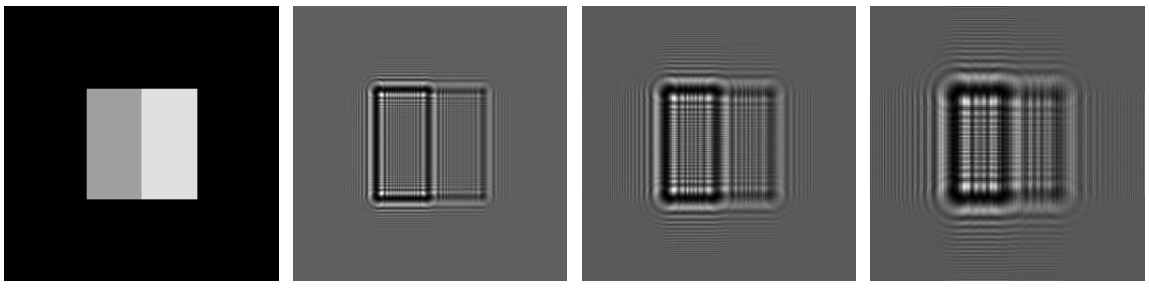


FIG. 2.12 – *Schéma principal de l'algorithme "multiplan" (version d'Allen et Oxley). L'onde de rapprochement du front d'onde inconnu évolue entre les plans voisins de l'image $I_{obj}(\xi, \eta, 0)$ défocalisée dans le sens de circulation $\Delta z > 0$ puis $\Delta z < 0$, et ainsi de suite.*



cible $\Delta z_1 = 15mm$ $\Delta z_2 = 35mm$ $\Delta z_3 = 65mm$

FIG. 2.13 – *Cible à 3 niveaux de phase $\left[0, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\right]$ à côté des figures de diffraction de Fresnel simulées numériquement pour les distances Δz_m indiquées.*

dessein d'avoir les figures de diffraction assez distinctes entre elles. Du coup, nous avons appris par le biais des simulations que l'efficacité de reconstruction dépendait beaucoup de la façon dont l'onde (2.13) circulait parmi les plans du système de propagation. L'algorithme de L.J. Allen et M.P. Oxley, réempruntée plus tard par Pedrini [44], prévoit sa progression de plan en plan d'abord dans le sens $\Delta z > 0$ puis dans le sens inverse $\Delta z < 0$, et ainsi de suite en alternance, mais uniquement entre les plans voisins. Après chaque propagation l'onde de rapprochement $a_k e^{i\phi_k}$ est contrainte d'échanger son amplitude calculée à la transformée de Fresnel numérique contre les valeurs $a_{F,1}(x, y, \Delta z_1) = \sqrt{I_1(x, y, \Delta z_1)}$, $a_{F,2}(x, y, \Delta z_2) = \sqrt{I_2(x, y, \Delta z_2)}$,...,$a_{F,M}(x, y, \Delta z_M) = \sqrt{I_M(x, y, \Delta z_M)}$ extraites des figuress de diffraction de Fresnel préenregistrées. Sa phase se modifie librement du début à la fin de la procédure. Cependant nos modélisations présentées à la fin de cette section réservent au système de propagation "multiplan" une meilleure résistance à la stagnation due à une modification de l'itinéraire de l'onde $a_k e^{i\phi_k}$. Désormais après chaque propagation d'un plan de diffraction à un autre, la boucle IFTA renvoie l'amplitude complexe de l'estimation courante au plan objet $(\xi, \eta, 0)$. Cette démarche a une explication logique ce qu'elle rend équilibrée l'application des contraintes dans les deux domaines. En conséquence nous trouvons le schéma algorithmique de L.J. Allen et M.P. Oxley (figure 2.12) sous-optimal du point de vue de son efficacité.

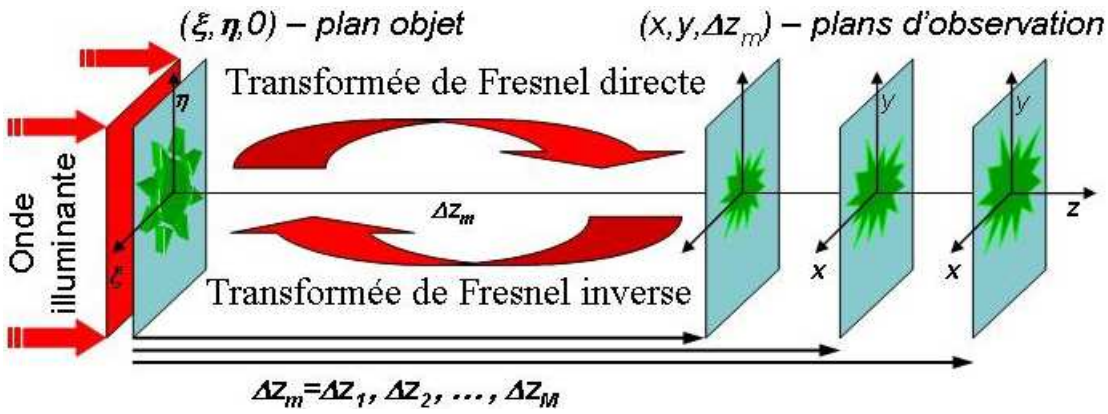


FIG. 2.14 – *Schéma de l'algorithme "multiplan" (version de l'ENST-Bretagne).*

Suite à la modification expliquée ci-dessus, le nouveau schéma "multiplan" (figure 2.14) a été donc mis à l'épreuve en simulation. Avant tout nous voulions nous rassurer d'un rôle positif de la "multivue" dans la résolution du problème de stagnation, néfaste pour les techniques de caractérisation "monovue". Il était intéressant de surveiller la reconstruction d'une cible inconnue en espace de quelques itérations pour révéler son comportement. À l'aide d'une séquence d'images groupées sur la figure 2.15 nous l'avons comparé pour trois procédures de déconvolution "multiplan" différentes par le nombre de figures de diffraction de Fresnel prises en compte. Cette illustration fait remarquer une efficacité croissante de la reconstruction au fur et à mesure que l'algorithme bénéficie des figures de diffraction supplémentaires. En particulier la déconvolution "multiplan" gagne un ordre de grandeur en vitesse de la convergence par rapport à la technique originale IFTA de R.W. Gerchberg et W.O. Saxton. Toutefois précisons que parfois ce processus numérique rend le profil de phase reconstruite décalé en mesure absolue de sa répartition véritable sur la cible. Ceci arrive parce que l'algorithme récupère une distribution de phase relative. La marge du

décalage dépend de la position occupée par l'estimation initiale $\phi_0(\xi, \eta, 0)$ sur la voie de la convergence. En outre, il n'est pas rare qu'à l'affichage ou à l'impression la surface de phase recupérée apparaisse pliée. Un pli indique le dépassement du seuil de 2π par la phase codée sur une échelle numérique de 8 bits équivalente à 256 niveaux de gris.

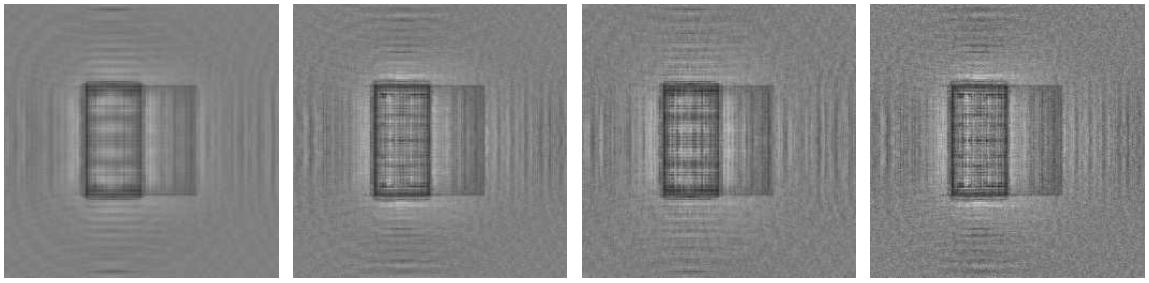
De plus nous avons tracé deux familles de courbes 2.16 – 2.17 à partir des valeurs de la MSE (2.15) – (2.16) calculées pour toutes les trois procédures pendant 300 itérations. Elles permettent de relever deux tendances importantes. La première s'exprime sur la qualité de la "multivue" : plus les figures de diffraction impliquées à la reconstruction sont nombreuses, moins d'itérations l'achèvent. La seconde attribue une meilleure sélectivité à la redondance de paramètres connus, en dépit d'un bilan allégé en paramètres inconnus par la réduction de la bande passante. La version de l'algorithme "multiplan" avec une BR se distingue des autres, car au tout début de son déroulement (courbe bleue claire) elle fait trois mouvements de 10 itérations chargés de réduire les zones éventuelles de stagnation. Au cours de ces mouvements la bande passante des composantes de phase dans le domaine de Fresnel évolue d'un facteur de relaxation L/N=0.0004 au premier mouvement (1...10 itérations) jusqu'à L/N=0.04 au deuxième (11...20 itérations) puis L/N=0.36 au troisième (21...30 itérations). Depuis $31^{ème}$ itération la bande passante est gardée maximale, L/N=1.0, permettant d'accélérer la convergence jusqu'à atteindre un niveau de MSE inférieur à celui de la version à 2 figures de Fresnel sans BR.

Comme il a été déjà noté au début de la section, la multiplication des plans d'observation dans le domaine des franges de la diffraction de Fresnel aide à procurer à la reconstruction une redondance d'informations indirèctes sur le front d'onde propagé, nécessaire pour échapper les minima locaux. En pratique, il s'agit de diversifier au maximum la forme des franges des figures de diffraction interprétant les variations de la phase à caractériser. Contrairement à une onde plane habituellement utilisée pour illuminer la cible, l'adoption d'un faisceau sphérique semble plus avantageuse, car même une faible séparation des plans d'observation $\Delta z_1, \Delta z_2, \Delta z_3, ..., \Delta z_M$, fait varier les franges de diffraction aussi bien en motif qu'en taille (voir la figure 2.18) grâce à un facteur de grossissement. D'après Quiney et al. [43] une telle illumination, convergente dans un sens de propagation mais divergente dans le sens inverse, augmente la sélectivité de la procédure de reconstruction d'autant plus que la courbure de la sphéricité est grande. Expérimentalement elle s'obtient au moyen du système optique de collimation dans lequel la source d'ondes sphériques (diaphragme pin-hole éclairé) est décalée longitudinalement du premier plan focal de l'objectif. Selon la direction du décalage, l'onde plane obtient une légère divergence ou convergence. On calcule le rayon de courbure de l'illumination à la méthode mise en détail dans [61],[62].

2.6 Technique "multi-illumination" en imagerie cohérente

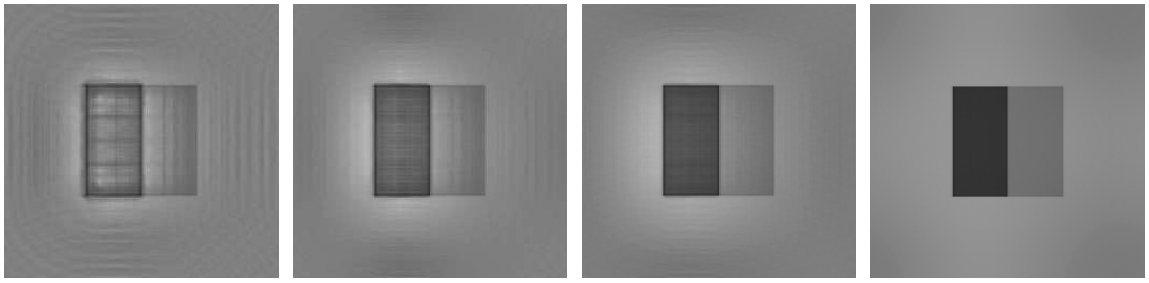
Une série de figures de diffraction de Fresnel, complétant la "multivue" par un plan d'observation mobile dans la direction de propagation de l'onde incidente, réalise l'opérateur de convolution (2.3) sur un système d'équations aux conditions particulières (l'ensemble de contraintes). Puisque le principe de fonctionnement de la technique "multiplan" s'attache à un déplacement du photodétecteur, il aurait fallu prévoir dans le futur disposi-

Reconstruction simulée "multiplan" à 1 figure de Fresnel



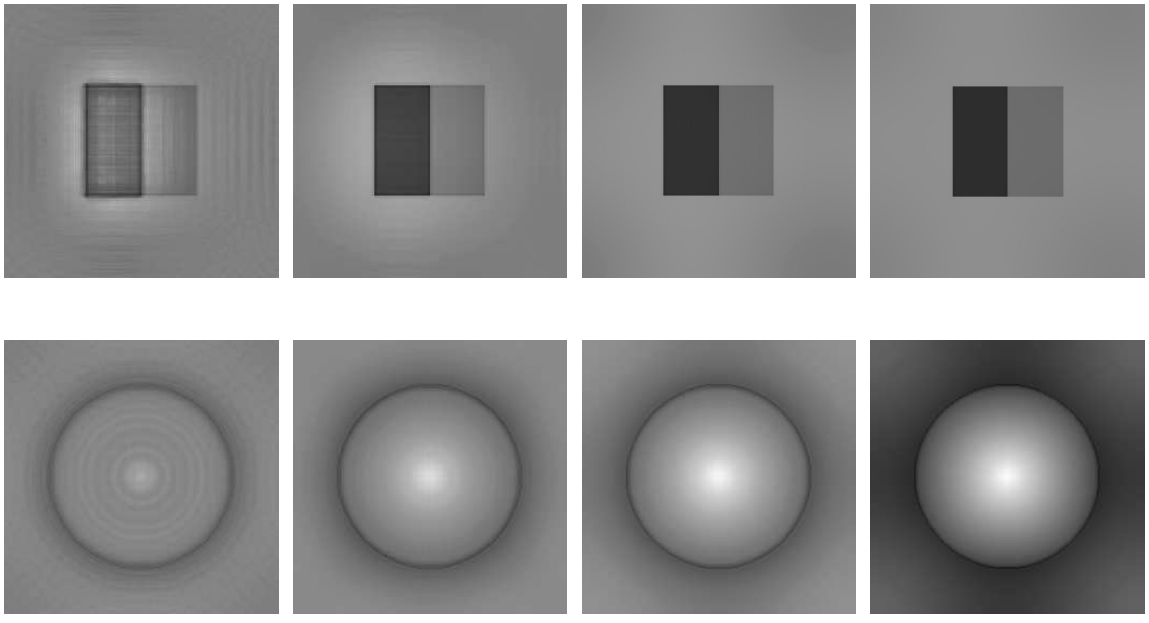
k=10 *k=50* *k=100* *k=300*

Reconstruction simulée "multiplan" à 2 figures de Fresnel



k=10 *k=50* *k=100* *k=300*

Reconstruction simulée "multiplan" à 3 figures de Fresnel



k=10 *k=50* *k=100* *k=300*

FIG. 2.15 – *Images de phase reconstruites en simulation par la technique "multiplan" en fonction du nombre d'itérations k. La rangée supérieure appartient à la version à 1 figure de Fresnel (IFTA de base), celle du milieu vient d'une version à 2 figures de Fresnel. Les images dans les deux rangées inférieures représentent la reconstruction des cibles à profil discret/continu dans une version à 3 figures de Fresnel.*

tif expérimental un support motorisé qui est une pièce potentiellement chère. Par contre, depuis sa mise en route, le projet LASSAR exprimait l'idée d'un instrument de mesure : performant, rapide, à bas coût donc dépourvu de matériel sophistiqué. C'est pourquoi nous

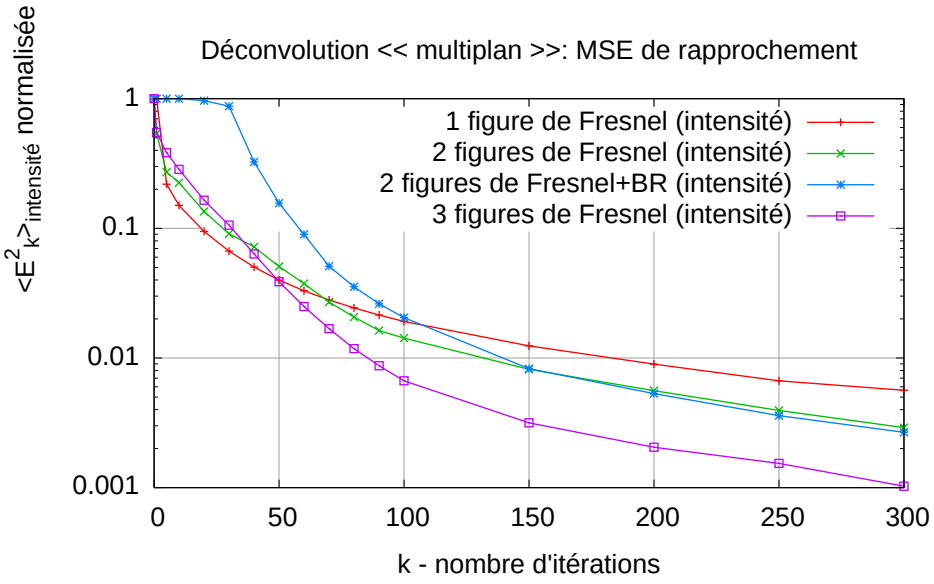


FIG. 2.16 – *Reconstruction "multiplan" : MSE d'intensité en fonction du nombre d'itérations k pour les procédures à 1,2,3 figures de Fresnel sans BR et à 2 figures de Fresnel avec BR.*

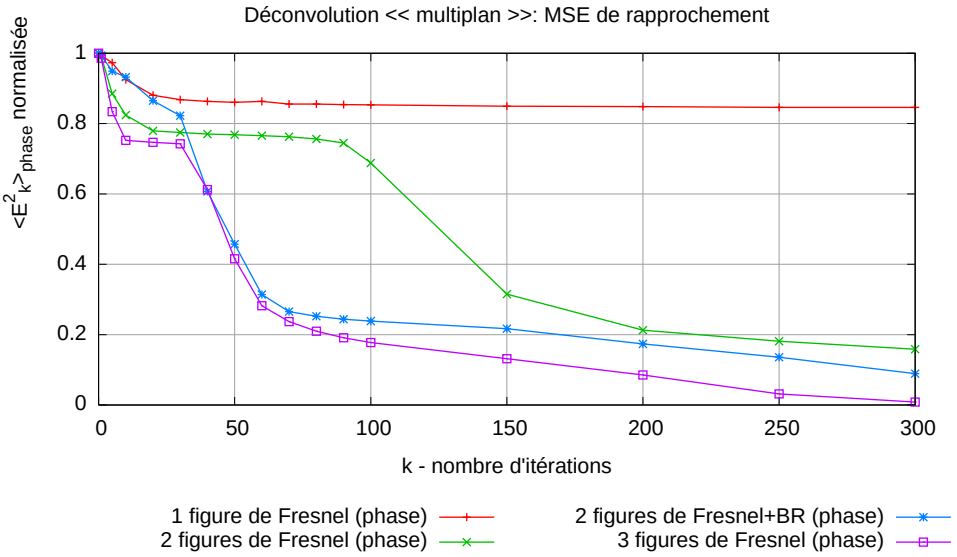
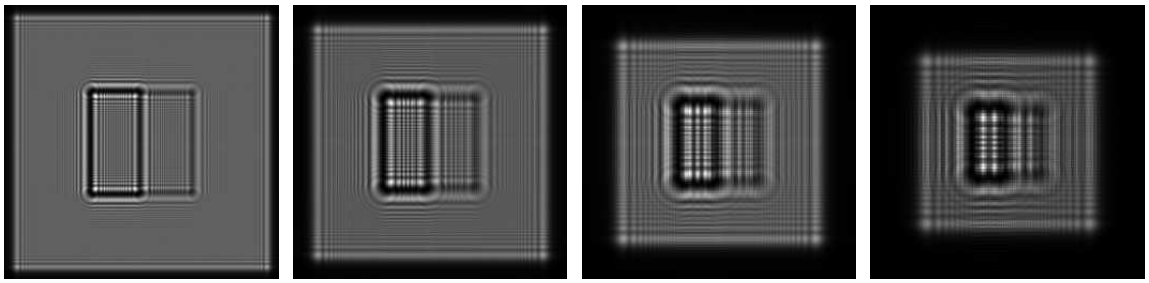


FIG. 2.17 – *Reconstruction "multiplan" : MSE de phase en fonction du nombre d'itérations k pour les procédures à 1,2,3 images de Fresnel sans BR et à 2 figures de Fresnel avec BR.*

envisagions plutôt une "multivue" réalisable dans un système de propagation statique. Pour cela, nous avons remplacé le principe "multiplan" par une autre façon de fabriquer les figures de Fresnel. Cette nouvelle technique dénommée la "multi-illumination", étant donné qu'elle repose sur la propagation d'une série d'ondes illuminantes reconfigurables (les faisceaux-sondes) à travers une cible à caractériser, génère toutes les figures de diffraction de Fresnel dans un plan d'observation fixe. Son point-clé réside dans la modulation de phase d'un éclairement incident par des motifs de phase affichés sur un modulateur spatial de lumière.



$\Delta z_1 = 15mm$ $\Delta z_2 = 35mm$ $\Delta z_3 = 65mm$ $\Delta z_4 = 95mm$

FIG. 2.18 – *Figures de diffraction de Fresnel obtenues en simulation avec une illumination sphérique convergente pour les distances de propagation $z = \Delta z_m$ indiquées.*

2.6.1 Équivalence mathématique au régime "multiplan"

Il n'est pas difficile d'établir l'équivalence mathématique entre une multi-illumination et l'intensité de diffraction prise dans quelques plans parallèles séparés sur l'axe optique dans la direction de propagation de l'onde incidente. Afin de l'illustrer analytiquement on part d'un éclairement sphérique $A_o(\xi, \eta, 0)$ diffracté sur la cible située dans le plan objet $(\xi, \eta, 0)$. Cette onde se propage jusqu'à un plan d'observation $(x_2, y_2, \Delta z_{02})$ via un autre intermédiaire $(x_1, y_1, \Delta z_{01})$, en traversant librement le milieu. La figure 2.19 offre un point de vue graphique de la situation prise en considération. L'amplitude complexe

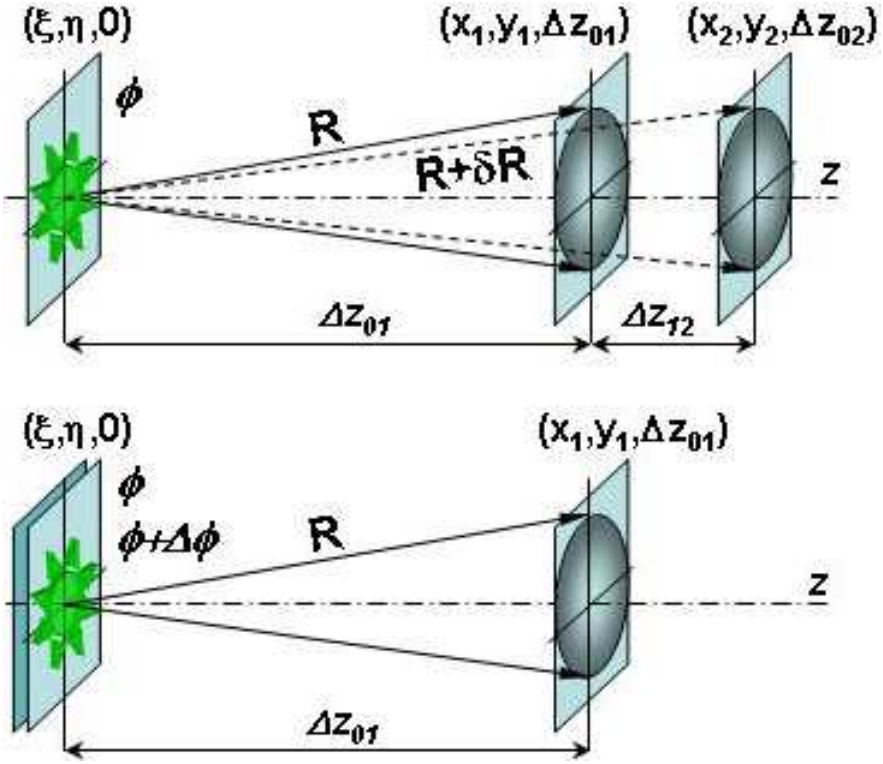


FIG. 2.19 – *Illustration du principe d'équivalence entre les approches "multi-illumination" et "multiplan" de la "multivue".*

du faisceau-sonde dans les plans concernés se décrit comme suit :

$$\begin{aligned} A_o(\xi,\eta,0) &= a_o(\xi,\eta,0)e^{i[kR(\xi,\eta,0)+\Phi_{obj}]}, \\ A_F(x_1,y_1,\Delta z_{01}) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} a_o(\xi,\eta,0)e^{\frac{i2\pi R(\xi,\eta,0)}{\lambda}} \cdot e^{i\Phi_{obj}} \cdot e^{\frac{i\pi[(\xi-x_1)^2+(\eta-y_1)^2]}{\lambda\Delta z_{01}}} d\xi d\eta, \\ A_F(x_2,y_2,\Delta z_{02}) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} a_o(\xi,\eta,0)e^{\frac{i2\pi R(\xi,\eta,0)}{\lambda}} \cdot e^{i\Phi_{obj}} \cdot e^{\frac{i\pi[(\xi-x_2)^2+(\eta-y_2)^2]}{\lambda(\Delta z_{01}+\Delta z_{12})}} d\xi d\eta, \end{aligned} \tag{2.23}$$

où Δz_{01}, Δz_{12} sont les écarts entre les plans, $R(\xi,\eta,0)$ est le rayon-vecteur de la surface sphérique appartenant au front du faisceau-sonde. Si l'on veut reproduire dans le même plan fixe $(x_1,y_1,\Delta z_{01})$ aussi bien la distribution d'intensité de Fresnel $I_F(x_1,y_1,\Delta z_{01})$ que celle $I_F(x_2,y_2,\Delta z_{02})$, on doit pouvoir compenser le terme quadratique additionné à la phase du faisceau-sonde sur un parcours $z=\Delta z_{12}$. C'est possible en choisissant une modulation appropriée de la phase de l'éclairement de départ. Sa variation du rayon de courbure $\delta R(\xi,\eta,0)$ assurera l'égalité des ondes $A_F(x_1,y_1,\Delta z_{01})$ et $A_F(x_2,y_2,\Delta z_{02})$. On en a la conformité :

$$e^{\frac{i2\pi[R(\xi,\eta,0)+\delta R(\xi,\eta,0)]}{\lambda}} \cdot e^{\frac{i\pi[(\xi-x_1)^2+(\eta-y_1)^2]}{\lambda\Delta z_{01}}} = e^{\frac{i2\pi R(\xi,\eta,0)}{\lambda}} \cdot e^{\frac{i\pi[(\xi-x_2)^2+(\eta-y_2)^2]}{\lambda(\Delta z_{01}+\Delta z_{12})}}. \tag{2.24}$$

Après avoir pris le logarithme népérien de cette équation, elle se réduit à une notation plus compacte de modulo 2π :

$$2\cdot\delta R(\xi,\eta,0) + \frac{(\xi-x_1)^2+(\eta-y_1)^2}{\Delta z_{01}} = \frac{(\xi-x_2)^2+(\eta-y_2)^2}{\Delta z_{01}+\Delta z_{12}}. \tag{2.25}$$

On peut parler de l'identité des coordonnées x_1,y_1 et x_2,y_2, vue qu'elles corresponent à la même figure de diffraction observée dans les plans $(x_1,y_1,\Delta z_{01})$ et $(x_2,y_2,\Delta z_{02})$ grâce à la multi-illumination. Aussitôt que certains termes de l'expression 2.25 s'annulent mutuellement, la variation locale $\delta R(\xi,\eta,0)$ du rayon de courbure prend définitivement la forme suivante :

$$\delta R(\xi,\eta,0) = \frac{\Delta z_{12}[(x_1-\xi)^2+(y_1-\eta)^2]}{2(\Delta z_{01}^2+\Delta z_{01}\Delta z_{12})}. \tag{2.26}$$

Elle correspond notamment à un redimensionnement de la phase locale rajoutée à l'onde sphérique $A_o(\xi,\eta,0)$ proportionnellement aux distances de propagation $z=\Delta z_{01}$, Δz_{12}. Depuis que nous avons appris en théorie l'équivalence d'une multi-illumination aux faisceaux sphériques à un déplacement du plan de la saisie photographique des figures de Fresnel, il est judicieux d'étendre ce principe aux autres configurations spatiales des ondes illuminantes. Nous proposons d'en confectionner en modulant un éclairement de base (onde plane ou sphérique de source) avec des cartes de phase diverses. Leur usage apporte à la caractérisation une grande flexibilité à force d'adopter leur affichage dynamique à l'écran d'un SLM programmable lors de l'expérimentation.

2.6.2 Système de multi-illumination

La question abordée à présent est communément cruciale pour toutes les architectures basées sur la multi-illumination. Il s'agit de connaître à un instant donné l'amplitude complexe :

$$A_m^{illum}(\xi,\eta,0) = \left\{ \begin{array}{l} a_1^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_1^{illum}(\xi,\eta,0)], \\ a_2^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_2^{illum}(\xi,\eta,0)], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_M^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_M^{illum}(\xi,\eta,0)] \end{array} \right\}_{m=1,\ldots,M} \tag{2.27}$$

d'une série d'ondes illuminantes émises une après une pour diffracter sur l'objet de caractérisation (une cible). Une solution envisageable est de les imager depuis le plan de modulation (figure 2.20) directement au plan objet superposé avec la cible. Ce schéma réfère au montage expérimental de R.G. Dorsch et A.W. Lohmann [42] conçu pour transférer un éclairement simple modulé par un hologramme HSO (Hologramme Synthétisé par Ordinateur) via un système dit "$4f$" d'imagerie cohérente. En l'occurrence nous l'avons transformé à dessein de transférer les illuminations (2.27) d'un SLM d'affichage à la cible conjugués optiquement, et au-delà jusqu'au photodétecteur placé au plan d'observation $(x, y, \Delta z)$. Alors chaque faisceau-sonde incident sur la cible additionne à sa phase celle

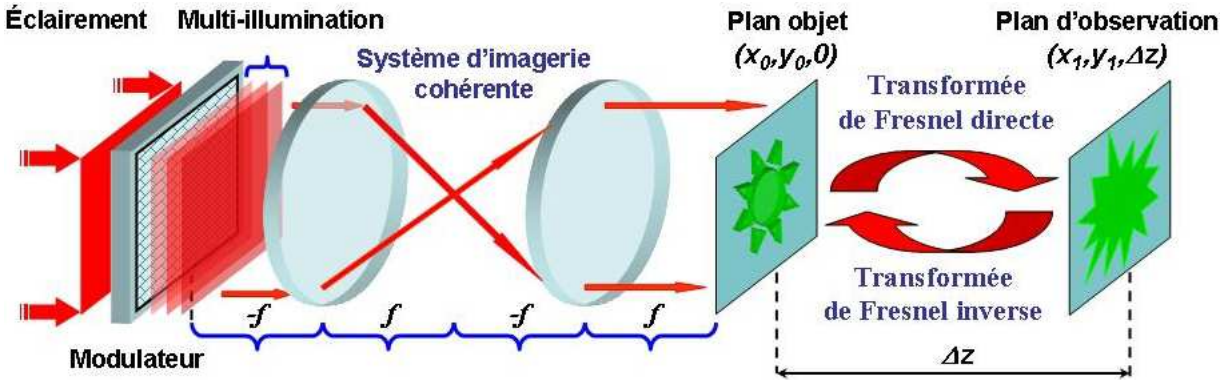


FIG. 2.20 – *Schéma de reconstruction de phase basée sur une "multi-illumination" en imagerie cohérente.*

Φ_{obj} inconnue. L'amplitude complexe de la multi-illumination propagée au domaine de Fresnel a dans le plan $(x, y, \Delta z)$ une distribution qui s'exprime comme ci-dessous :

$$A_{F,m}(x,y,\Delta z) = \left\{ \begin{array}{l} a_1^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_1^{illum}(\xi,\eta,0)+i\Phi_{obj}], \\ a_2^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_2^{illum}(\xi,\eta,0)+i\Phi_{obj}], \\ ....., \\ a_M^{illum}(\xi,\eta,0)\cdot exp[i\phi_M^{illum}(\xi,\eta,0)+i\Phi_{obj}] \end{array} \right\}_{m=1,\ldots,M} \otimes K_{\Delta z}^{Fresnel}, \tag{2.28}$$

dont l'indice m indique le numéro du faisceau-sonde dans la série émise.

La partie droite du schéma 2.20 regroupe les éléments de l'architecture à la manière du propagateur, présenté auparavant sur la figure 2.1, associé aux techniques "monovue". Mais il en diverge au niveau du traitement numérique postérieur appliqué aux figures de Fresnel. Toujours est-il qu'à chaque incrémentation de la boucle itérative les estimations (2.14) se renouvellent dans les deux espaces opposés. En revanche, l'onde de rapprochement contient désormais la phase ϕ_m^{illum} venue de l'illumination. Rajoutée provisoirement au début de chaque itération à la phase $\phi_{k,m}$ librement modifiable, celle-ci doit en être soustraite :

$$\phi_{k,m}(\xi,\eta,0) = \left\{ \begin{array}{l} \phi''_{k,1}(\xi,\eta,0) - \phi_1^{illum}(\xi,\eta,0), \\ \phi''_{k,2}(\xi,\eta,0) - \phi_2^{illum}(\xi,\eta,0), \\ ....., \\ \phi''_{k,M}(\xi,\eta,0) - \phi_M^{illum}(\xi,\eta,0) \end{array} \right\} \tag{2.29}$$

avant que l'itération actuelle soit close. Faute de le faire, l'impact de l'illumination sur la phase déconvoluée n'est pas neutralisé. En théorie nous pouvons nous servir de la multi-illumination composée de toute sorte de motifs spatiaux qui modulent l'éclairement de

base pourvu qu'ils soient parfaitement connus et correctement échantillonnés. Malgré un embarras de choix, nous étions contraints de réduire la modélisation des faisceaux-sondes à ceux ayant seulement deux niveaux de phase, car cela correspondait à la résolution binaire $0/\pi$ d'un SLM disponible dans notre laboratoire. Après avoir établi les équations (2.27) – (2.29) mettant en profil les étapes principales de l'algorithme en question : la multi-illumination, la prise en image des intensités $I_{F,1}(x, y, \Delta z)$, ..., $I_{F,M}(x, y, \Delta z)$, la reconstruction itérative de la phase Φ_{obj}, il est utile de leur donner une illustration adéquate. À cet objectif nous avons fait quelques simulations numériques avec différents motifs de

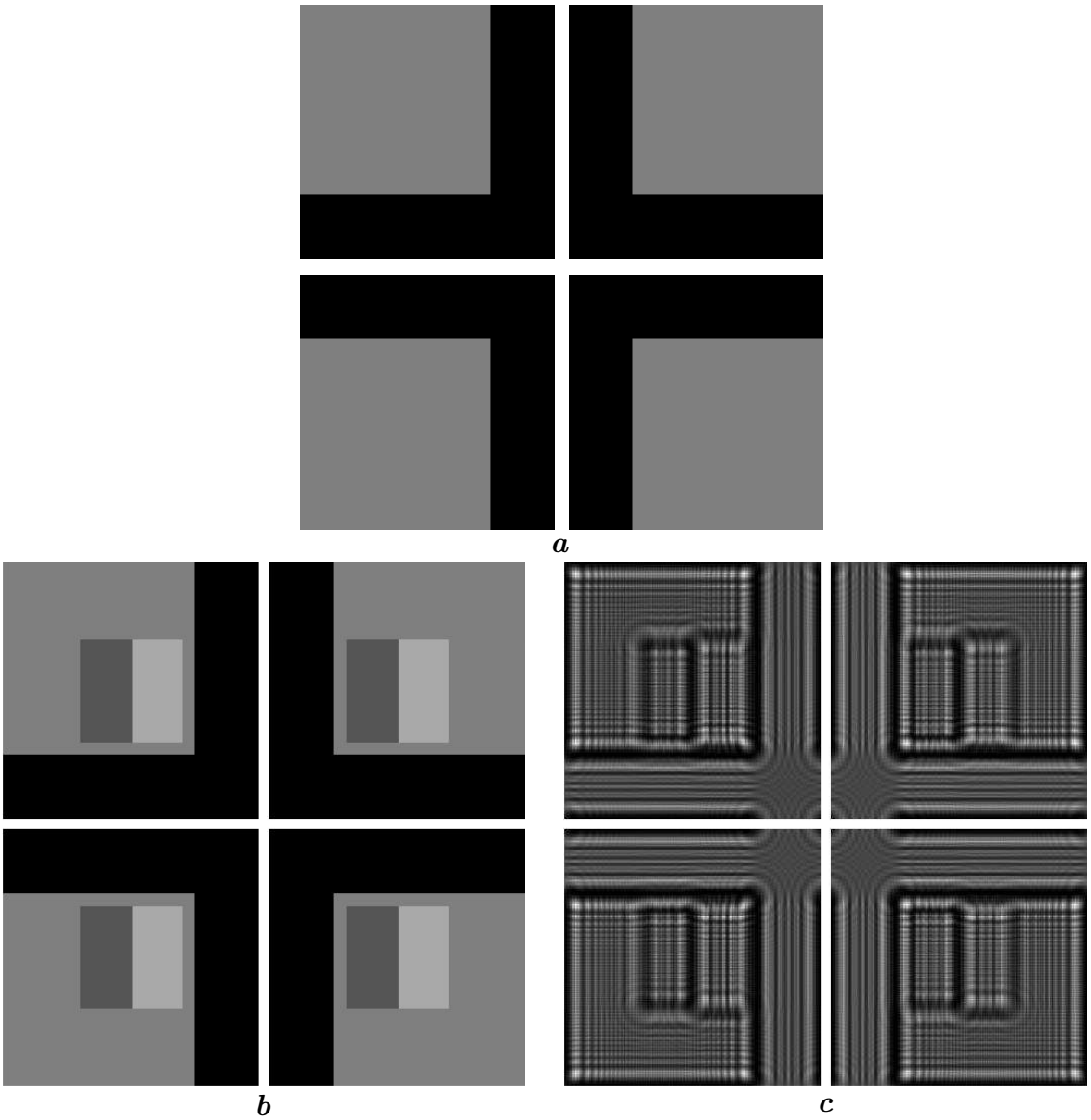


FIG. 2.21 – ***a*** – *La répartition de phase des 4 ondes illuminantes dans le plan de modulation ;* ***b*** – *la même chose dans le plan de l'objet avec une cible à 3 niveaux de phase* $\left[0, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\right]$ *;* ***c*** – *intensités de diffraction des faisceaux-sondes enregistrées en simulation à la distance* $\Delta z = 35mm$.

phase choisis pour moduler une onde plane. Dans un premier temps une série de 4 ondes illuminantes a été complétée à l'aide des cartes de phase (figure 2.21*a*) en forme d'un carré

proéminent au-dessus du niveau inférieur de phase. Leur affichage était organisé de façon à ce que le carré balaye la surface de la cible (figure 2.21*b*) par un mouvement circulaire pendant que les faisceaux-sondes se suivent à l'émission. Les figures de Fresnel correspondant à la propagation de ceux-ci à la distance $\Delta z = 35$ mm font l'objet de la figure 2.21*c*. La vue de franges témoigne de leur certaine variété spatiale. Malheureusement elle s'est avérée insuffisante pour stimuler la convergence dans le sens souhaité. Cette observation nous a poussé à rechercher d'autres motifs pour une modulation plus efficace.

2.6.3 Limitation sur la distance de propagation

La qualité de reconstruction d'une onde aux variations rapides de phase dépend de la résolution spatiale accessible pour l'algorithme. Les facteurs qui la limitent sont la période spatiale de modulation rapportée à l'éclairement incident, la taille δ_z d'un pixel au niveau du photodétecteur, puis la distance $z = \Delta z$ de propagation parcourue par le faisceau-sonde diffracté sur la cible. Maintenant essayons de clarifier le besoin d'un compromis entre la fréquence spatiale de la multi-illumination et la distance d'observation, requis pour la meilleur résolution de l'instrument que nous sommes en train de concevoir. Si le front d'onde échantillonné par un modulateur avec la taille d'un pixel δ_0 repose sur une

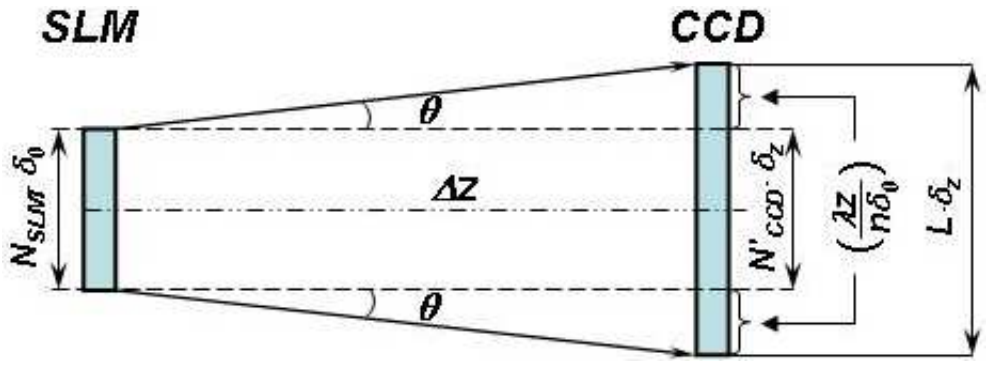


FIG. 2.22 – *Dilatation d'un faisceau-sonde provoquée par sa diffraction.*

surface de $N \times N$ pixels, on suppose que sa carte de phase peut avoir la période spatiale minimale $n\delta_0$, où $1 \neq n \neq \frac{N}{2}$ est un entier. La même surface occupera dans le domaine de Fresnel $N' \times N' = \left(\frac{N\delta_0}{\delta_z}\right)^2$ pixels en terme d'échantillonnage local δ_z/pixel. À force de se dilater avec la diffraction elle obtiendra une extension linéaire $\dfrac{2\lambda z}{n\delta_0}$ dans les deux sens des coordonnées x, y. Pourtant la taille enregistrable d'une figure d'intensité ne dépasse pas celle du détecteur optique qui compte $L \times L$ éléments photosensibles. C'est-à-dire sa prise en photo se produira sans troncature seulement si la distance d'observation reste inférieure ou égale à $\Delta z = \frac{n\delta_0\delta_z(L-N')}{2\lambda}$. Quant aux cartes de phase chargées de moduler un éclairement simple, nous avons réalisé après de nombreux essays par modélisation numérique que l'usage des profils spatiaux provoquant une forte diffraction des faisceaux-sondes était préférable afin de créer en profusion les figures de diffraction de Fresnel très différentes. Par exemple, les réseaux binaires de phase (figure 2.23) que nous combinions avec une amplitude uniforme font partie de telles structures permettant une nette accélération de la convergence à la reconstruction. Les praticiens les connaissent depuis longtemps grâce aux propriétés physiques étudiées et décrites analytiquement notamment dans les travaux

de K. Patorski [25, 26, 63] mais aussi d'autres [27, 28],[64].

Prenons à titre d'illustration des performances de la technique "multi-illumination" une reconstruction simulée d'une cible à phase continue répertoriée entre $0 - 2\pi$, puis une autre d'une cible à 3 niveaux de phase $\left[0, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\right]$. Chacun des deux objets génériques à caractériser a été soumis à la multi-illumination des quatre ondes successives modulées par des réseaux binaires $0/\pi$ de phase sélectionnés parmi les pas discrets 960, 480, 240, 120, 60, 30 μm/période (figure 2.23). Ceux-ci nous avons groupés en paires par deux orientations

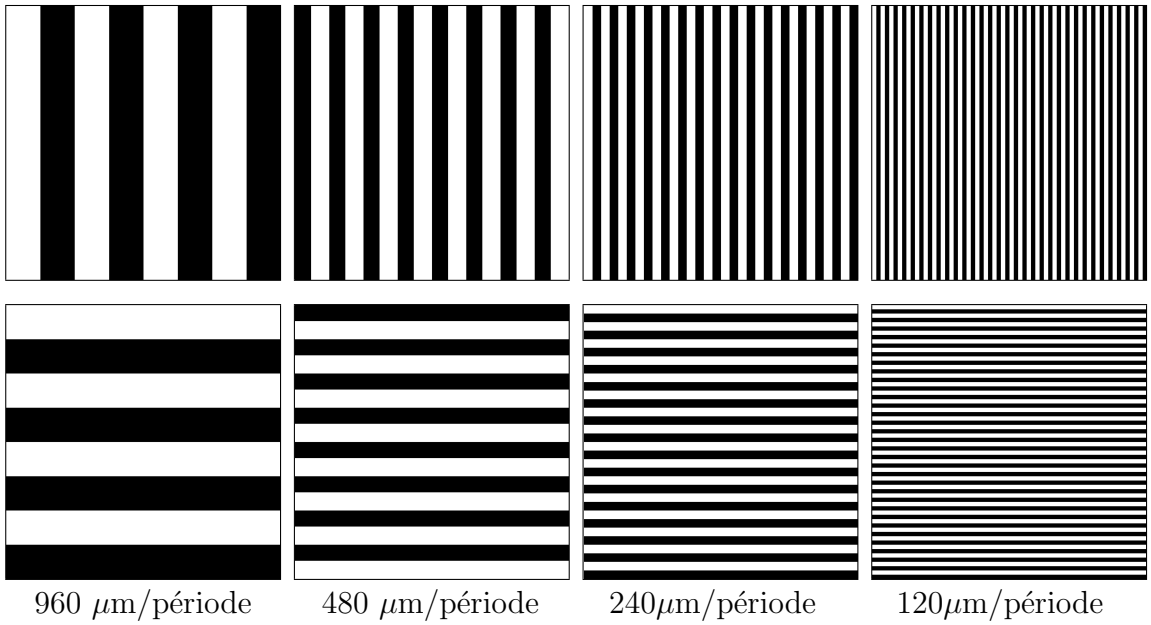


FIG. 2.23 – *Exemple des réseaux binaires de phase utilisés pour moduler un éclairement simple.*

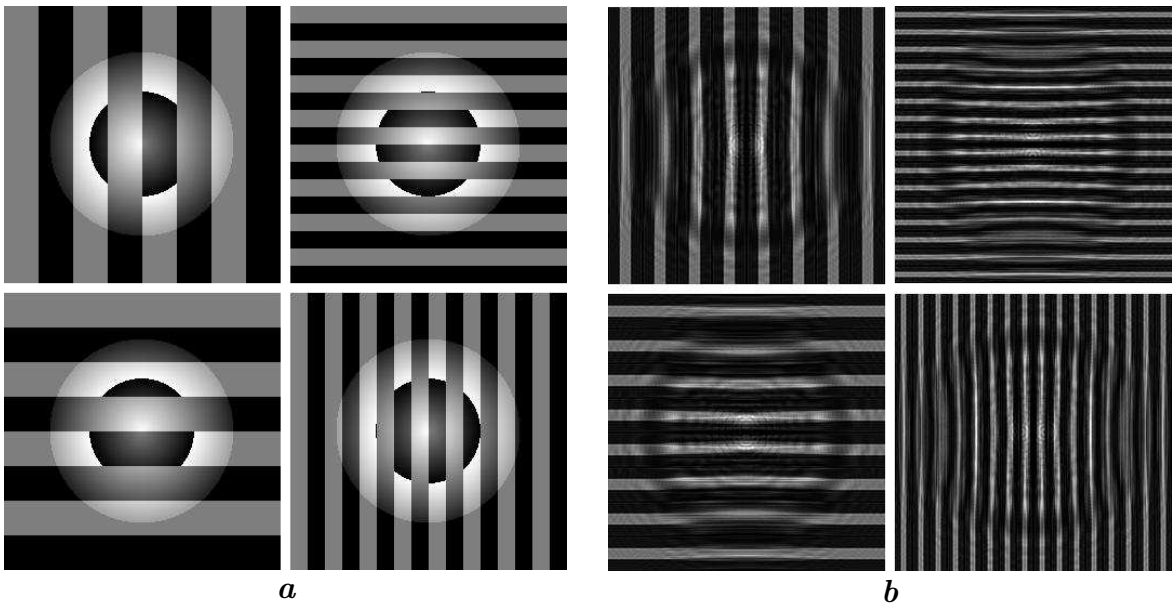


FIG. 2.24 – ***a*** *– Distributions de phase dans le plan objet (cible conique de phase* $0 - 2\pi$*),* ***b*** *– figures de Fresnel créées par les faisceaux-sondes à la distance* $\Delta z = 35$ *mm.*

orthogonales de leurs traits. Les figures 2.24a, b visualisent respectivement les distributions de phase des ondes de la multi-illumination sur la cible puis les intensités de diffraction de Fresnel causées par les faisceaux-sondes à la distance de propagation $\Delta z = 35$ mm. Une orientation orthogonale et les pas divers des traits des réseaux rendent les figures de diffraction générées bien différentes entre elles. La diffraction divise le front d'onde illuminant en deux répliques inclinées à l'axe optique z d'un angle $\pm\theta_m = \arcsin(\lambda/p_m)$, où p_m signifie la période spatiale de modulation. Compte tenu de leur écart latéral croissant avec la distance Δz, la zone de leur chevauchement est différente pour les intensités $I_{F,1}(x, y, \Delta z) \ldots I_{F,M}(x, y, \Delta z)$. Bien que l'imagerie/projection des réseaux de phase sur un objet de caractérisation ne soit pas une invention moderne, – elle est beaucoup pratiquée dans la profilométrie 3D à effet moiré et l'interférométrie classique [65, 66, 67] – à notre connaissance, elle n'a jamais été employée pour la déconvolution itérative des figures de Fresnel.

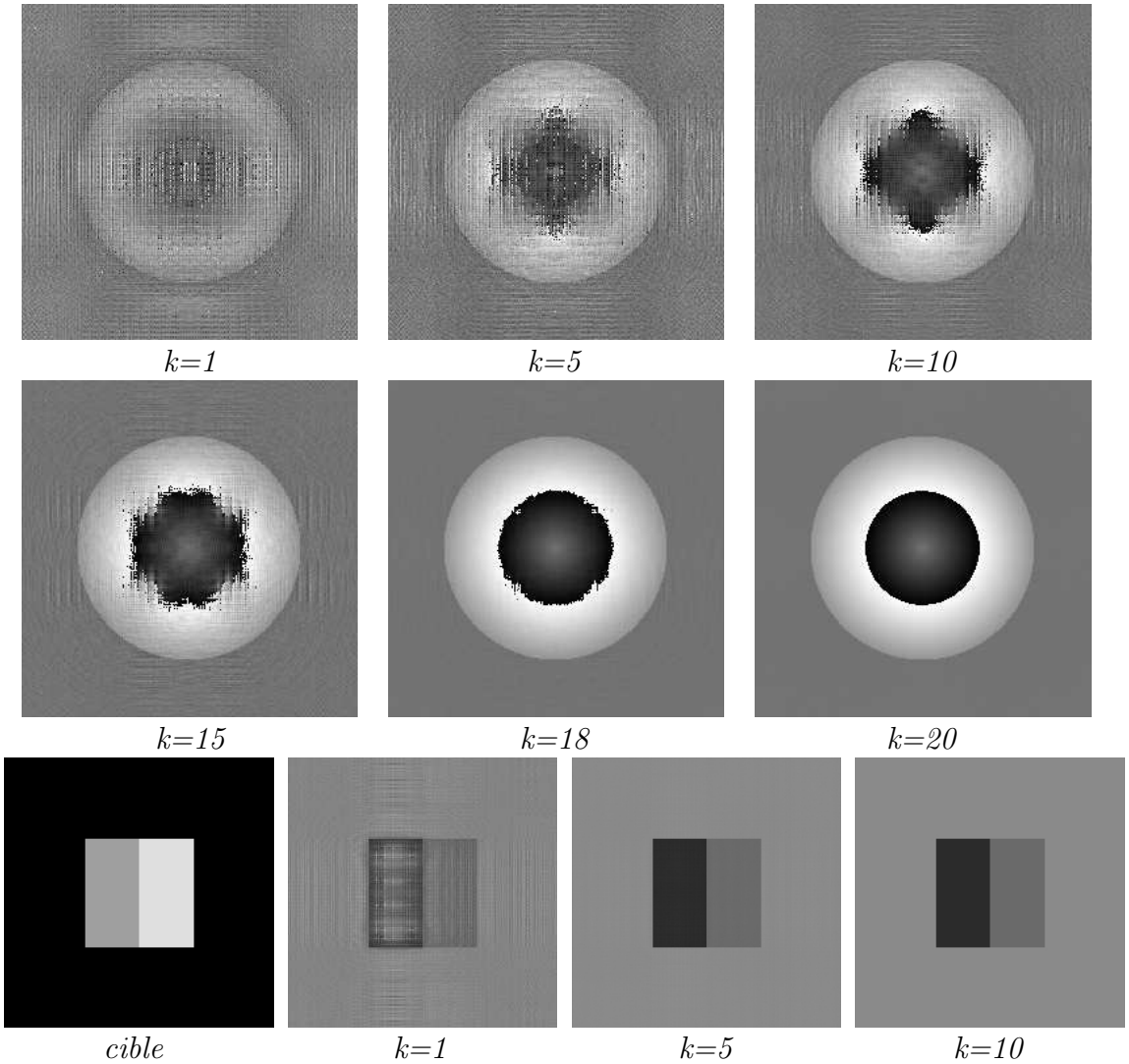


FIG. 2.25 – *Technique "multi-illumination" en imagerie cohérente : la progression de la reconstruction d'un objet à phase continue et d'un objet à phase discrète en fonction du nombre k d'itérations.*

Une déconvolution de ce type modélisée en numérique parvient à récupérer correctement la phase inconnue Φ_{obj} en moyenne après 5-25 itérations, ayant obtenu un seuil d'erreur MSE comparable au bruit numérique. C'est un processus manifestement moins longue qu'une reconstruction IFTA "monovue" nécessitant typiquement plusieurs centaines voire des milliers d'itérations sans aucune garantie de trouver la solution satisfaisante. En général la quantité d'incrémentations est réduite pour la caractérisation d'une cible dont les niveaux de phase sont peu nombreux alors qu'un objet plus ou moins irrégulier contenant des variations rapides de phase en nécessite davantage. Ce même principe est caractéristique du besoin des faisceaux-sondes à haute fréquence spatiale de modulation. Sur la figure 2.25 on voit nettement que la même série d'illuminations (par les réseaux de 120 et de 240 μm/période) achèvent la reconstruction d'une cible à faibles variations de phase plus vite qu'elle ne le fait à l'occasion d'un profil monotone multiniveaux.

2.7 Technique "multi-illumination" en propagation libre

2.7.1 Principe général

Au lieu de transférer la multi-illumination du plan de modulation au plan objet en imagerie cohérente, il est avantageux de le faire par projection parce que d'un point de vue expérimental la propagation libre permet une réalisation technique moins compliquée et coûteuse que l'adoption d'un montage $4f$. D'autre part, le passage à un système optique à double diffraction (figure 2.26) signifie non seulement la suppression de tous les éléments optiques dans l'espace entre le plan $(\alpha, \beta, 0)$ et celui $(\xi, \eta, \Delta z_{01})$ mais aussi une complexité accrue du modèle analytique sous-jacent. Sachant que la technique "multi-illumination" en propagation libre a beaucoup en commun avec sa version en imagerie cohérente, la question de la détermination exacte du champ illuminant transféré au plan objet est essentielle pour son fonctionnement. On lui trouve une réponse venue du calcul de l'amplitude complexe

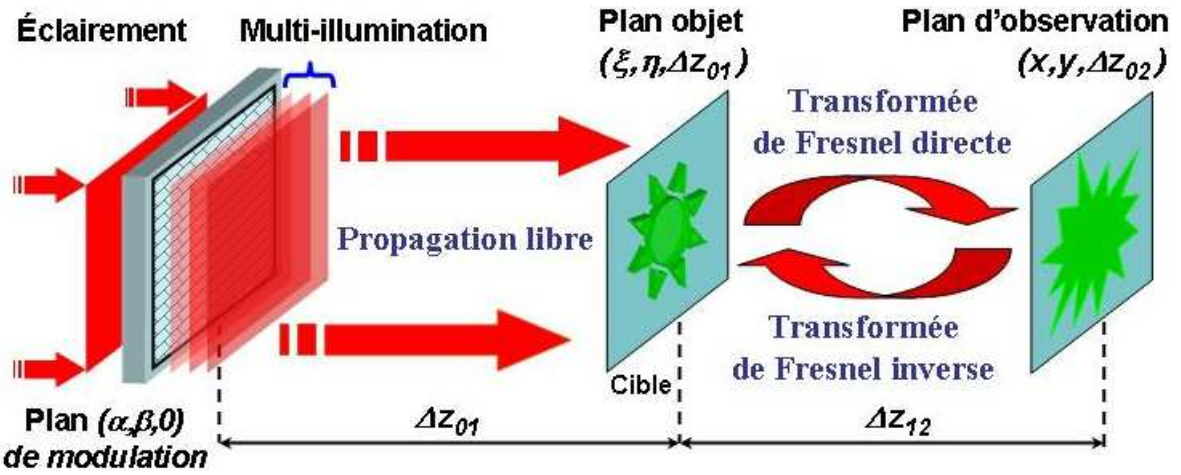


FIG. 2.26 – *Système de propagation à double diffraction utilisé par l'algorithme de déconvolution "multi-illumination" en propagation libre.*

de la multi-illumination :

$$A_m^{illum}(\xi,\eta,\Delta z_{01}) = \left\{ \begin{array}{l} a_1^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_1^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \\ a_2^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_2^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \\ ..... \\ a_M^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_M^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \end{array} \right\}_{m=1,...,M} \times e^{i\Phi_{obj}(\xi,\eta,\Delta z_{01})}, \tag{2.30}$$

à la transformée de Fresnel numérique. Ceci rend nécessaire la connaissance de la distance de propagation $z = \Delta z_{01}$. Au cours des simulations, ayant pour but de tester les performances de cette technique, la distance $z = \Delta z_{01}$ a été désignée avec précision ainsi que nous nous sommes resservis des réseaux binaires de phase (figure 2.23) vus dans la

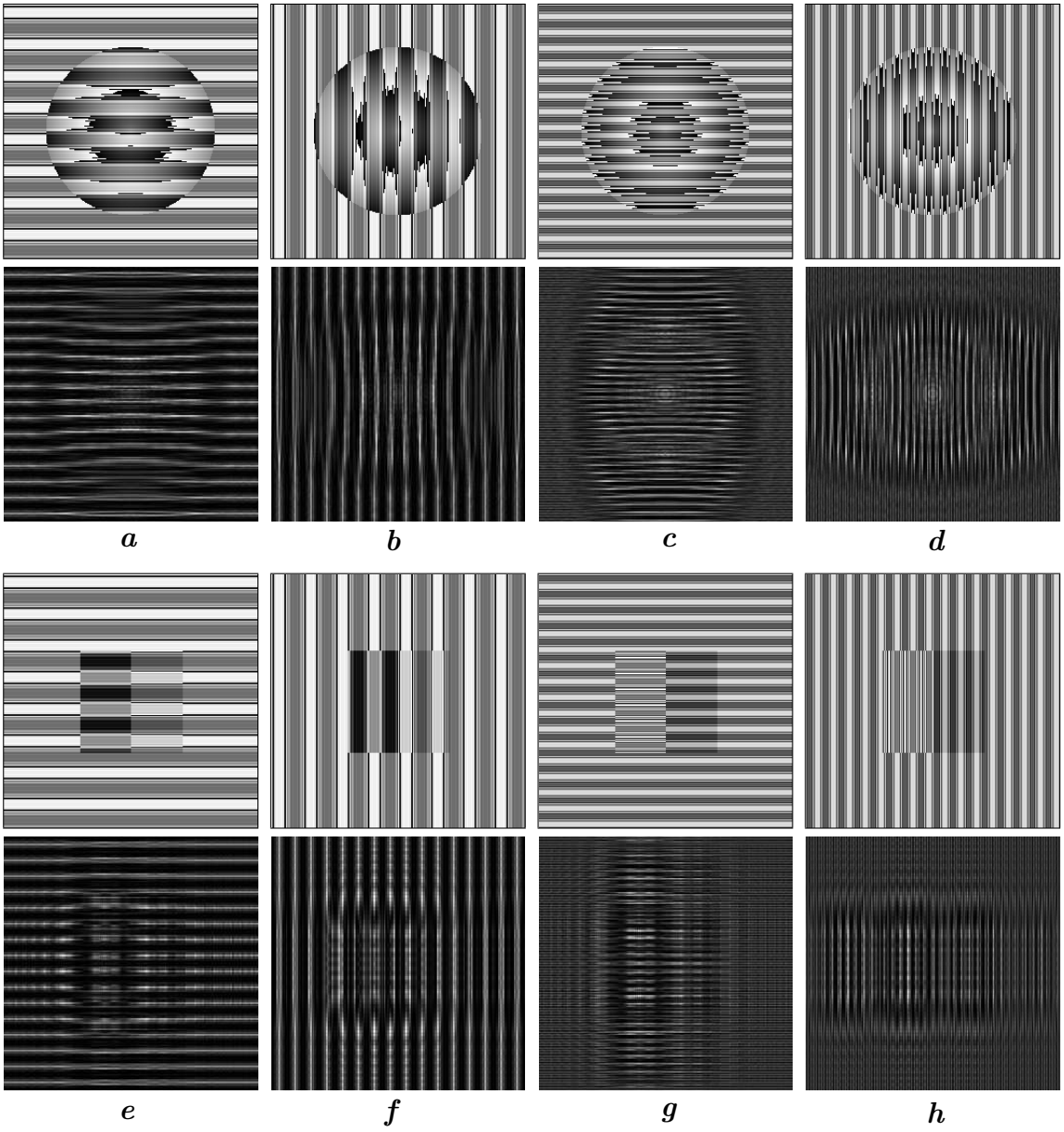


FIG. 2.27 – *Les cartes de phase (images du haut) des faisceaux-sondes dans le plan objet ainsi que les figures de Fresnel (images du bas) correspondant à leur propagation au plan d'observation* $(x, y, \Delta z_{12} = 35mm)$. *Les exemples* ***a***,***b***,***c***,***d*** *sont produits par une cible à profil continu, ceux* ***e***,***f***,***g***,***h*** *sont faits à partir d'une cible à 3 niveaux de phase.*

section précédente. Quant à la description des faisceaux-sondes (2.30) traversant la cible puis repropagés à la distance $z = \Delta z_{12}$, dans le plan d'observation $(x, y, \Delta z_{02})$ ils ont une distribution de l'amplitude complexe notée comme ci-dessous :

$$A_{F,m}(x,y,\Delta z_{02}) = \left\{ \left\{ \begin{array}{l} a_1^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_1^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \\ a_2^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_2^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_M^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_M^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{Fresnel} \end{array} \right\} e^{i\Phi_{obj}(\xi,\eta,\Delta z_{01})} \right\} \otimes K_{\Delta z_{12}}^{Fresnel}. \tag{2.31}$$

Les images $2.27a - h$ fabriquées en simulation offrent un exemple de figures de Fresnel créées par ces ondes avec deux cibles de différentes espèces.

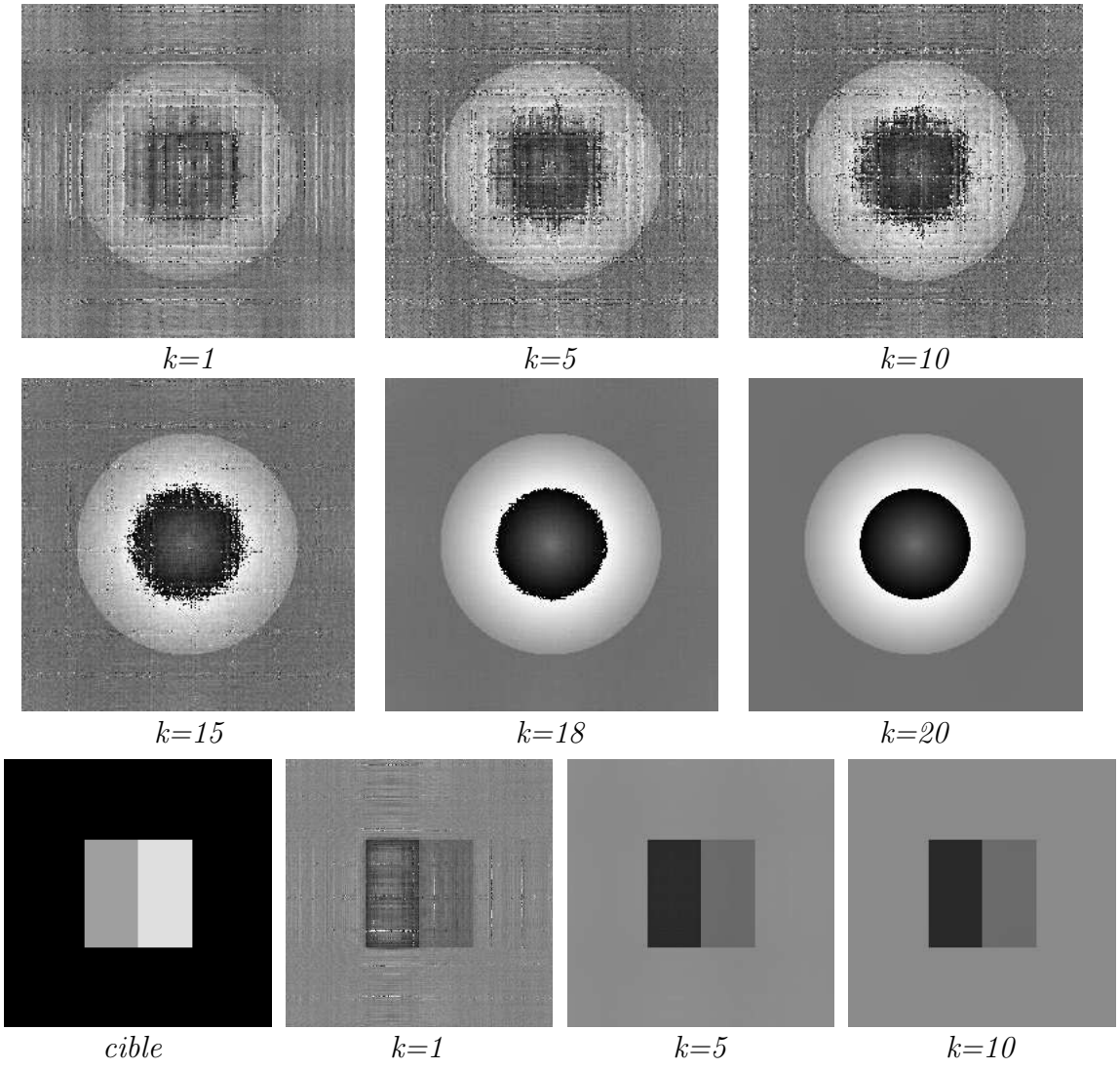


FIG. 2.28 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : la progression de la reconstruction des 2 objets purs de phase en fonction du nombre k d'itérations.*

Toutes les étapes de la reconstruction postérieures à la récupération des figures de Fresnel recopient en entier celles de la procédure homologue "multi-illumination" en imagerie cohérente. C'est pourquoi il faut penser à soustraire, avant l'incrémentation de la

boucle IFTA, le déphasage apporté à l'estimation actuelle du front d'onde inconnu par chaque onde l'illuminante. Alors la phase ϕ_k de l'estimation courante se présente à la fin d'une itération de façon suivante :

$$\phi_{k,m}(\xi,\eta,\Delta z_{01}) = \left\{ \begin{array}{l} \phi''_{k,1}(\xi,\eta,\Delta z_{01}) - arg\left[a_1^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_1^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{fresnel}\right], \\ \phi''_{k,2}(\xi,\eta,\Delta z_{01}) - arg\left[a_2^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_2^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{fresnel}\right], \\ ....., \\ \phi''_{k,M}(\xi,\eta,\Delta z_{01}) - arg\left[a_M^{illum}(\alpha,\beta,0)e^{i\phi_M^{illum}(\alpha,\beta,0)} \otimes K_{\Delta z_{01}}^{fresnel}\right] \end{array} \right\}. \quad (2.32)$$

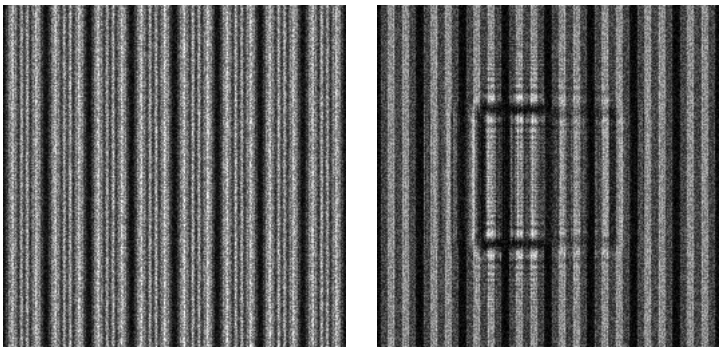
Compte tenu du lien de parenté entre les deux versions de la méthode "multi-illumination", nous nous attendions judicieusement au déroulement de leurs algorithmes marqué par un caractère proche voire commun. Les images des figures 2.25 et 2.28 le dévoilent nettement en exemple de reconstruction en 5-20 itérations d'une cible à profil continu de phase $0 - 2\pi$ (un cône) ainsi que d'une marche à 3 niveaux de phase. Rappelons que la carte de phase reconstruite numériquement est souvant décalée de la distribution de phase recherchée Φ_{obj} d'un déphasage constant[8]. De plus, le résultat atteint montre une forte augmentation de la vitesse de la convergence qui gagne deux ordres de grandeur en comparaison avec l'algorithme IFTA original.

2.7.2 Stabilité en présence du bruit

Un traitement réel d'images est confronté à des nuisances de l'environnement expérimental qui influencent l'intensité de la lumière pendant son enregistrement sur le banc optique. Plus précisément on parle du bruit photonique des faisceaux-sondes dû à la source laser, du bruit termique né au cœur des éléments photosensibles du capteur. Le bruit affecte le signal codé par les franges de diffraction en modifiant les données destinées au calcul de l'estimation courante 2.13 du front d'onde à caractériser. Malgré cela l'algorithme de déconvolution est censé ne pas égarer le minimum global correspondant à la solution désirée. Aussi avons-nous intérêt à vérifier à quel point la procédure garde sa stabilité face au bruit. Afin de le savoir nous avons introduit dans nos modèles numériques un générateur de bruit uniforme capable d'en additionner aussi bien dans le plan objet $(\xi,\eta,\Delta z_{01})$ (figure 2.29*a*) que dans le plan d'observation $(x,y,\Delta z_{02})$ (figure 2.29*b*). Quand l'ordinateur calcule à la transformée de Fresnel discrète les intensités génériques $\sum_{m=1}^{M} I_{obj,m} = \sum_{m=1}^{M} |A_{obj,m}|^2$ puis $\sum_{m=1}^{M} I_{F,m} = \sum_{m=1}^{M} |A_{F,m}|^2$, il ajoute au signal des pixels de tous les tableaux une part de bruit distribué uniformement sur l'intervalle $0 \ldots \alpha \leq 1$ par rapport au niveau maximal du signal. En autres termes, la densité du bruit contenu dans le signal auprès du photodétecteur a une probabilité égale pour toute valeur comprise entre 0 et α.

Il faut noter que le simple fait d'exercer la multivue est propice pour la stabilité du traitement d'images car les fluctuations d'intensité s'y moyennent statistiquement sur tout l'ensemble des figures de Fresnel qui participent à la reconstruction de phase. Nous

[8]L'effet en question apparaît flagrammment à la visualisation du profil de phase déconvolée. Codée avec 8 bits pour ses variations 0-2π, l'image de phase est répartie sur une échelle de 256 niveaux de gris, au-delà desquels les valeurs supérieures se replient tous les modulo 2π. Cela conduit à une inversion des niveaux de gris dans l'image visualisée.



a ***b***

FIG. 2.29 – *Exemple de figures de diffraction bruitées :* ***a*** *– l'intensité d'un éclairement prise en photo dans le plan image* $(\xi, \eta, \Delta z_{01})$*,* ***b*** *– une distribution d'intensité observée dans le plan* $(x, y, \Delta z_{02})$ *du domaine de Fresnel.*

en avons fait la preuve au travers d'une série d'essais simulés lors desquels la part du bruit d'intensité α sur le capteur augmentait progressivement de reconstruction en reconstruction. Nous y avons observé par la suite l'évolution de l'erreur moyenne au carré de rapprochement (2.16) sur un parcours plafonné à 50 itérations. Pour rendre ces simulations compatibles avec d'autres plus récentes, elles conservaient les mêmes quatre ondes

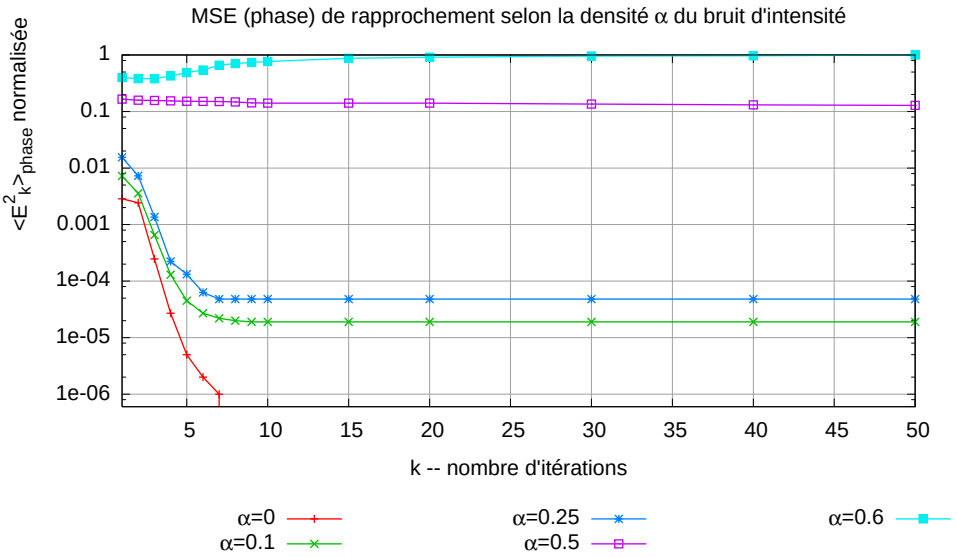
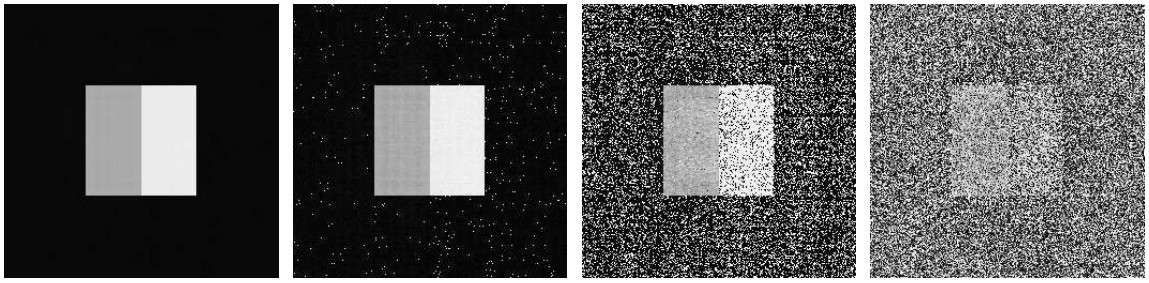


FIG. 2.30 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : l'évolution de la MSE de phase tracée en fonction du nombre d'itérations* k *pour la densité* α *du bruit d'intensité.*

illuminantes modulées par les réseaux binaires de phase (figure 2.23) de 240 et 480 μm par période, connus depuis la mise en examen de la multi-illumination en imagerie cohérente. Les résultats obtenus ont permis de tracer les courbes 2.30 pour les valeurs de α allant du 0 à 0.6. On en voit qu'une densité du bruit supérieure au seuil $\alpha = 0.6$ noie l'image de phase reconstruite dans un maillage aléatoire de pixels, donc le minimum global recherché de la convergence ne peut plus être atteint. Aussi bien que les courbes 2.30, les images de reconstruction vues sur la figure 2.31 témoignent de la bonne robustesse de l'algoritme

"multi-illumination" face au bruit d'intensité contenu dans les figures de diffraction de Fresnel.



$\alpha = 0.1$ $\alpha = 0.25$ $\alpha = 0.5$ $\alpha = 0.6$

FIG. 2.31 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : les images de phase reconstruite en 50 itérations (cible à 3 niveaux de phase* $[0, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi]$*) en fonction de la puissance* α *du bruit d'intensité sur le capteur. Pour* $\alpha = 0.6$ *la procédure s'en tient à 4 itérations au-delà desquelles l'algorithme diverge.*

2.7.3 Robustesse vis-à-vis d'une erreur de distance de propagation

Dans une manipulation exercée sur un banc optique expérimental il y a toujours une incertitude sur la position d'éléments-clés mis au point avec une erreur méthodique $\epsilon_{\Delta z}$. Spécifiée dans notre manuscrit comme une erreur de distance de propagation, elle se produit naturellement à l'assemblage du dispositif en question, étant donné de la résolution limitée des moyens de mesure avec lesquels on contrôle les espacements. Pour une raison de simplicité, nous l'avons définie pour un parcours du front d'onde dans un sens unique. Compte tenu des deux distances de propagation Δz_{01}, Δz_{12} (voir la figure 2.26) susceptibles d'avoir une plus- ou moins-value par rapport à leurs longueurs nominales, le besoin de vérifier la robustesse de l'algorithme de déconvolution face à une erreur $\epsilon_{\Delta z}$ semble justifié.

En nous servant des mêmes figures de diffraction de Fresnel que nous avions utilisées pour simuler les reconstructions portées par la figure 2.28, nous avons relancé la procédure "multi-illumination" en propagation libre après avoir introduit d'abord une erreur $\epsilon_{\Delta z_{01}}$ puis une erreur $\epsilon_{\Delta z_{12}}$ dans la valeur nominale des distances de propagation Δz_{01} et Δz_{12}. Nous avons laissé la procédure exercer son calcul de la phase de la cible pendant 30 itérations bien suffisantes dans les conditions idéales (les erreurs $\epsilon_{\Delta z_{01}}$, $\epsilon_{\Delta z_{12}}$ sont égales à zéro). Aux résultats de ces simulations les graphiques 2.32 – 2.33 traduisent le développement de la convergence exprimé en termes d'une erreur MSE de phase en fonction de l'erreur de distance de propagation prise en compte. On s'aperçoit que l'impact de l'intervalle $\Delta z_{01} \pm \epsilon_{\Delta z_{01}}$ sur la reconstruction de la cible diffère de celui de $\Delta z_{12} \pm \epsilon_{\Delta z_{12}}$. Alors que la déconvolution n'est quasiment pas influencée de la part de l'erreur $\epsilon_{\Delta z_{01}}$ (les courbes $\Delta z_{01} = 10mm \pm \epsilon_{\Delta z_{01}}$ et $\Delta z_{01} = 45mm \pm \epsilon_{\Delta z_{01}}$) [9], l'erreur $\epsilon_{\Delta z_{12}}$ est très conséquente. Les courbes $\Delta z_{12} = 35mm \pm \epsilon_{\Delta z_{12}}$, $\Delta z_{12} = 60mm \pm \epsilon_{\Delta z_{12}}$, $\Delta z_{12} = 90mm \pm \epsilon_{\Delta z_{12}}$ sur le

[9] À l'exception des distances Δz_{01} liées très probablement aux images Talbot des réseaux modulant l'éclairement incident. En l'occurrence il s'agit de leurs pas périodiques δ_0=90 et 120 μm (Z_{Talbot}=25.6

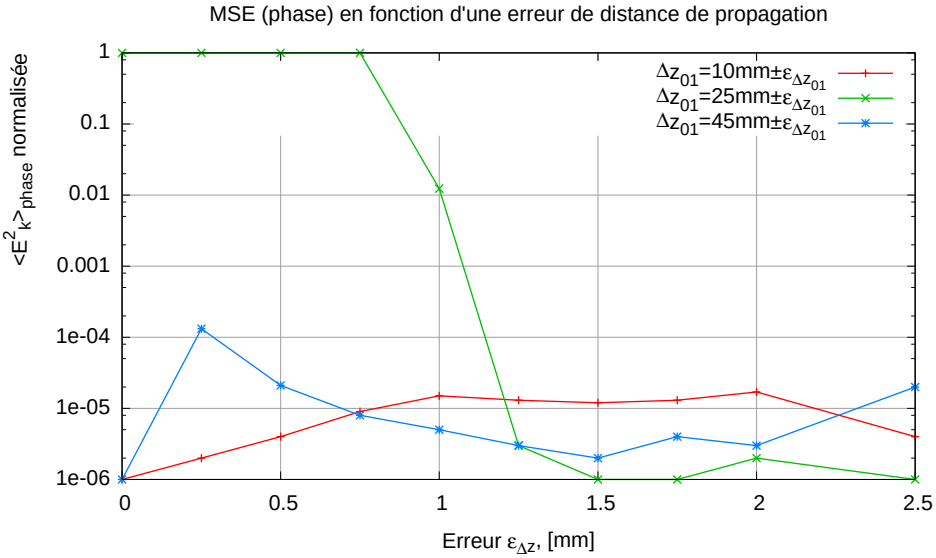


FIG. 2.32 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : l'évolution de l'erreur MSE (phase) de rapprochement pendant 30 itérations en fonction de l'erreur* $\epsilon_{\Delta z_{01}}$.

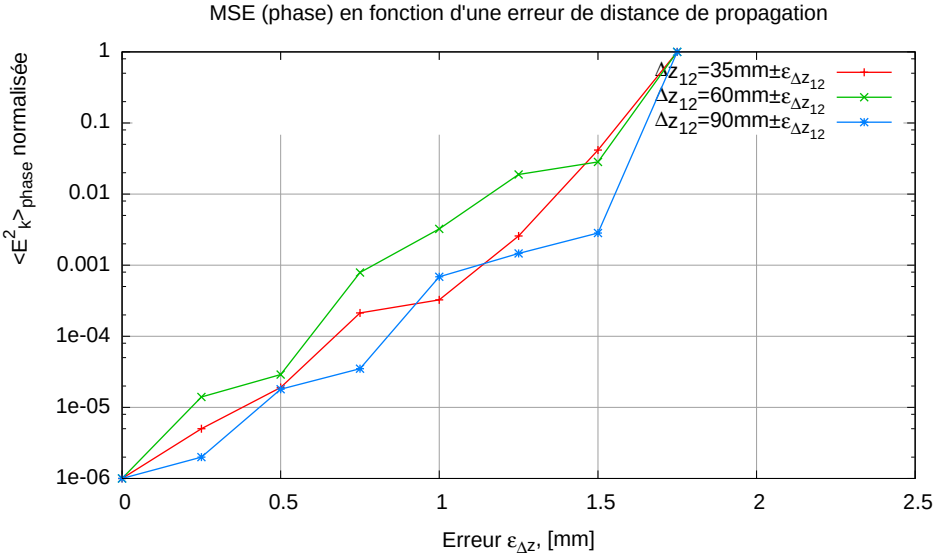


FIG. 2.33 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : l'évolution de l'erreur MSE (phase) de rapprochement pendant 30 itérations en fonction de l'erreur* $\epsilon_{\Delta z_{12}}$.

graphique 2.33 s'envolent vers le le niveau maximal de la MSE au-delà du seuil de 1.5 mm, ce qui signifie la divergence de la déconvolution. Les cartes de phase sorties à la fin de chaque reconstruction aident à estimer l'incertitude maximale tolérée sur la séparation

puis 45.51 mm respectivement) appartenant à 4 ondes illuminantes parmi les deux orientations orthogonales de traits de réseau. Dans ce cas, dans une certaine profondeur autour des positions Z_{Talbot}, $Z_{Talbot/2}$ le contraste des franges de diffraction diminue fortement, en réduisant la sélectivité de la reconstruction – la courbe $\Delta z_{01} = 25mm \pm \epsilon_{\Delta z_{01}}$ signale que l'algorithme diverge jusqu'à $\epsilon_{\Delta z_{01}} = 1.25$ mm. Il est possible de compenser cet inconvénient par l'utilisation des faisceaux-sondes supplémentaires dont les pas de modulation ne sont pas multiples des ceux des autres motifs.

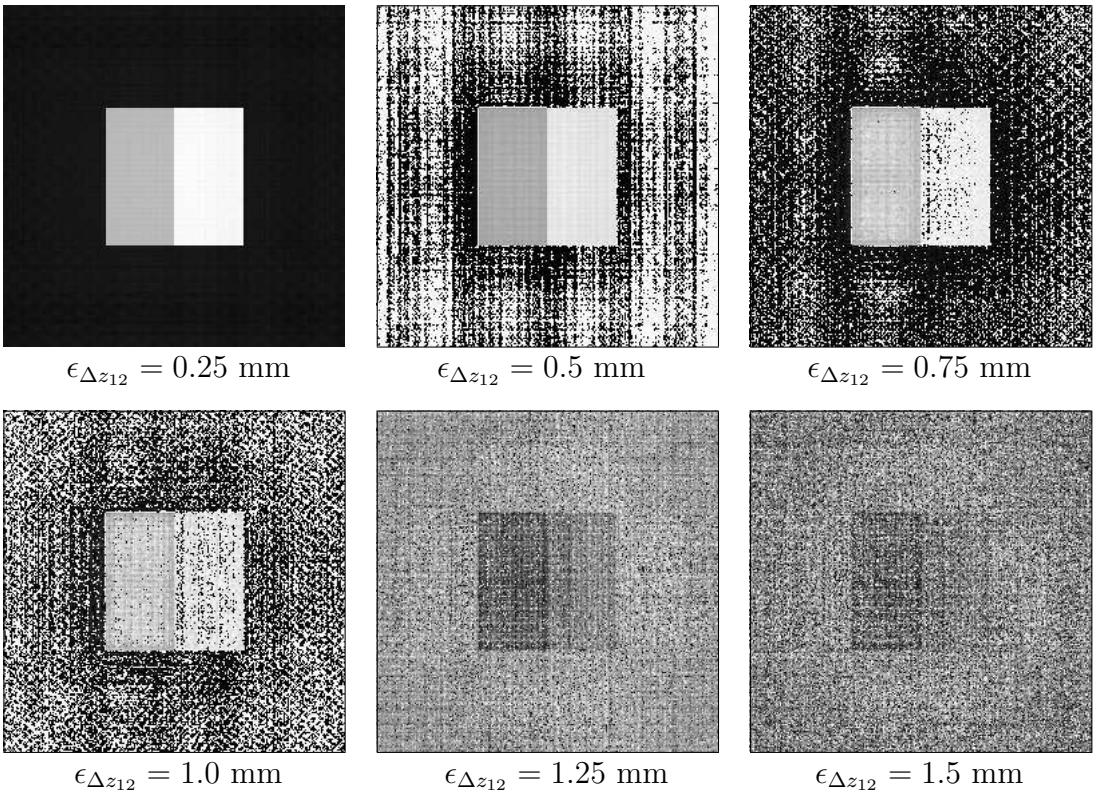


FIG. 2.34 – *Technique "multi-illumination" en propagation libre : une cible à 3 niveaux de phase reconstruite en présence d'une erreur de distance de propagation* $\epsilon_{\Delta z_{12}}$.

spatiale des plans $(\xi, \eta, \Delta z_{01})$, $(x, y, \Delta z_{02})$ dans la direction de la propagation. D'après les apparences des images mises en vue sur la figure 2.34, ce niveau se trouve aux alentours de ± 0.5 mm pour $\epsilon_{\Delta z_{12}}$. Obtenue avant de passer à la vérification expérimentale de la technique "multi-illumination", cette valeur indique l'imprécision acceptable de la mise au point des éléments-clés qui constituent la chaîne optique du dispositif expérimental.

2.8 Conclusion

Ce chapitre a exposé par ordre chronologique les principales étapes jalonnant notre étude consacrée à des algorithmes de déconvolution. En particulier les procédures itératives, ayant à la base un algorithme IFTA de R.W. Gerchberg et W.O. Saxton, sont souvent reconnues dans la littérature scientifique parmi les méthodes les plus efficaces. Au respect des restrictions technologiques imposées par le projet LASSAR sur les modalités d'implémentation de la caractérisation de phase, nous avons mis en priorité le fonctionnement correct de ces méthodes dans l'approche de Fresnel de la diffraction. La question abordée par la suite prend en considération leur efficacité en reconstruction d'un front d'onde placé sous l'analyse. Cet aspet est étroitement lié au problème de convergence à la solution unique qui représente une approximation idéale de l'onde inconnue. La nature quadratique de la détection d'un signal optique ne permet pas l'accès direct aux informations sur la phase du front d'onde. Ainsi l'expérimentateur, œuvrant dans les conditions non-interférométriques, possède un moyen de la caractériser qui consiste à estimer le front d'onde à partir d'une ou plusieurs distributions d'intensité saisies dans certains plans du

système de propagation. Cette estimation existe sous la forme d'une amplitude complexe appelée également une onde de rapprochement, et se forge progressivement dans un propagateur numérique où elle circule en propagation/rétropropagation entre le domaine objet et celui de Fresnel. Une quantité innombrable d'ondes dont le module au carré de l'amplitude complexe correspond parfaitement à l'intensité du champ lumineux observé dans un plan fixe du domaine des franges de diffraction, est à l'origine d'une ambiguïté à laquelle la théorie mathématique a désigné le nom un *problème mal posé*. Pour une raison de rigueur toutes ces solutions plausibles doivent être qualifiées comme des minima globaux autorisés par les contraintes du système analytique. Cependant au sein du propagateur numérique plusieurs solutions se développent simultanément, car en l'absence d'informations *a priori* aucune d'elles n'est privilégiée. En expérimental d'autres facteurs tels que les imperfections du montage optique (désalignements), le bruit éventuel peuvent enrayer voire remettre en cause la convergence correcte de la procédure itérative. Lorsque celle-ci se trouve bloquée auprès d'une fausse solution, il s'agit soit de l'aboutissement à un minimum global indésirable, soit de sa stagnation dans un minimum local. Les simulations numériques que nous avons accomplies pour analyser la sélectivité des algorithmes dits "monovue" (IFTA et ses extensions améliorées : "input-output" et "bandwidth relaxation") ont démontré leur tendance à stagner par manque de contraintes suffisament fortes. Ces méthodes basées sur une analyse d'une seule figure de diffraction sont incapables de garantir la conduite de la reconstruction de front d'onde dans le sens désiré. Contrairement à elles les techniques dites "multivue" ("multiplan" et "multi-illumination") bénéficient d'une redondance de paramètres connus qui renforcent les contraintes appliquées à l'onde de rapprochement dans le propagateur numérique. Le principe de multivue se décrit par une intégrale de Kirchhoff aux variations de certains de ses paramètres et peut être considérée comme un ensemble concerté de fugures de diffraction obtenues à partir de la même cible. On change par exemple, les conditions de l'illumination : la forme et la quantité de faisceaux-sondes ; ou la distance de propagation à l'objectif de créer des figures de diffraction très différentes. La redondance de paramètres connus de la propagation augmente la sélectivité de la procédure de déconvolution en faisant disparaître les minima globaux indésirables.

Pour mettre en avant les propriétés avantageuses d'une multi-illumination utilisée à la place de la technique "multiplan", l'accent de ce chapitre a été mis sur la possibilité d'avoir un système statique de propagation où une série de faisceaux-sondes successivement envoyés vers une cible s'observe dans un plan fixe dans le domaine de Fresnel. Cette approche permet d'envisager la gestion des ondes illuminantes confectionnées d'un éclairement simple (onde plane ou sphérique modulée par un SLM progammable qui affiche sur son écran des cartes de phase diverses) pour créer une multivue. Nous avons déduit une équivalence en termes mathématiques entre la saisie de l'intensité des figures de Fresnel dans les plans d'observation parallèles séparés spatialement sur l'axe optique et une multi-illumination propagée à une seule distance. Les modalités du projet LASSAR favorisent une architecture statique du futur analyseur d'onde pour deux raisons essentielles. D'abord parce qu'elle se défait de tout mouvement mécanique des composants à l'intérieur de l'installation expérimentale, ensuite parce qu'elle procure une grande flexibilité à la technique de reconstruction de phase grâce à la variété des faisceaux-sondes constituant la multi-illumination. La technique, dont il est question dans les sections 2.6 – 2.7 du chapitre 2, existe en deux versions distinctes par leur mode d'éclairement de l'objet de caractérisation (cible) : en imagerie cohérente ou en propagation libre. Dans le cadre de cette technique nous utilisons une modulation de phase des faisceaux illuminant qui

provoque leur forte diffraction avec un maximum de différences dans les franges des figures de Fresnel. Étant le moyen de renforcer les contraintes de l'algorithme de déconvolution, c'est le point-clé de la meilleure efficacité de reconstruction de phase. En particulier nous avons proposé de générer les faisceaux-sondes avec l'affichage d'une série de réseaux binaires de phase ayant une périodicité différente. Après avoir analysé et testé en simulation les points forts et les points faibles inhérents aux méthodes itératives abordées dans ce chapitre, nous pouvons constater que la technique "multi-illumination" en propagation libre est la plus prometteuse pour faire face aux applications expérimentales, car elle réalise les principaux avantages que nous nous sommes fixés au début de la thèse. En outre, son modèle numérique a été induit dans des simulations assistées par ordinateur, ayant à vérifier sa robustesse en présence du bruit d'intensité mais aussi à démontrer sa stabilité face à des erreurs de distance de propagation.

La partie suivante de notre étude s'adresse à la mise en pratique de la technique de déconvolution "multi-illumination" au sein d'une installation-prototype expérimentale. Elle traite les aspets ingénieurs de la construction du dispositif de caractérisation de phase en application aux objets purs de phase.

Chapitre 3

Vérification expérimentale

3.1 Calibration du banc-prototype

Tous nos montages expérimentaux ont été réalisés à l'intérieur d'une installation-prototype (profilomètre de phase) dont l'architecture est représentée sur la figure 3.1. Ce dispositif optique comprend une source laser He-Ne non-polarisée émettant à la longueur d'onde λ=632.8 nm dotée en sortie d'un polariseur, un épurateur de faisceau sous forme d'un filtre spatial "pin-hole" (diamètre du trou =10 μm) conjugué à un micro-objectif, un objectif de collimation, un cube séparateur non-polarisant, un SLM *Displaytech* [68] à cristaux liquides ferro-électriques FLC (matrice de 256×256 cellules de 15 μm/période) fonctionnant en réflexion, un polariseur-analyseur, un capteur CCD *Kodak Mega Plus 1.4i* (1315×1037 pixels de 6.8 μm/période)[1]. On y distingue deux bras qui se croisent

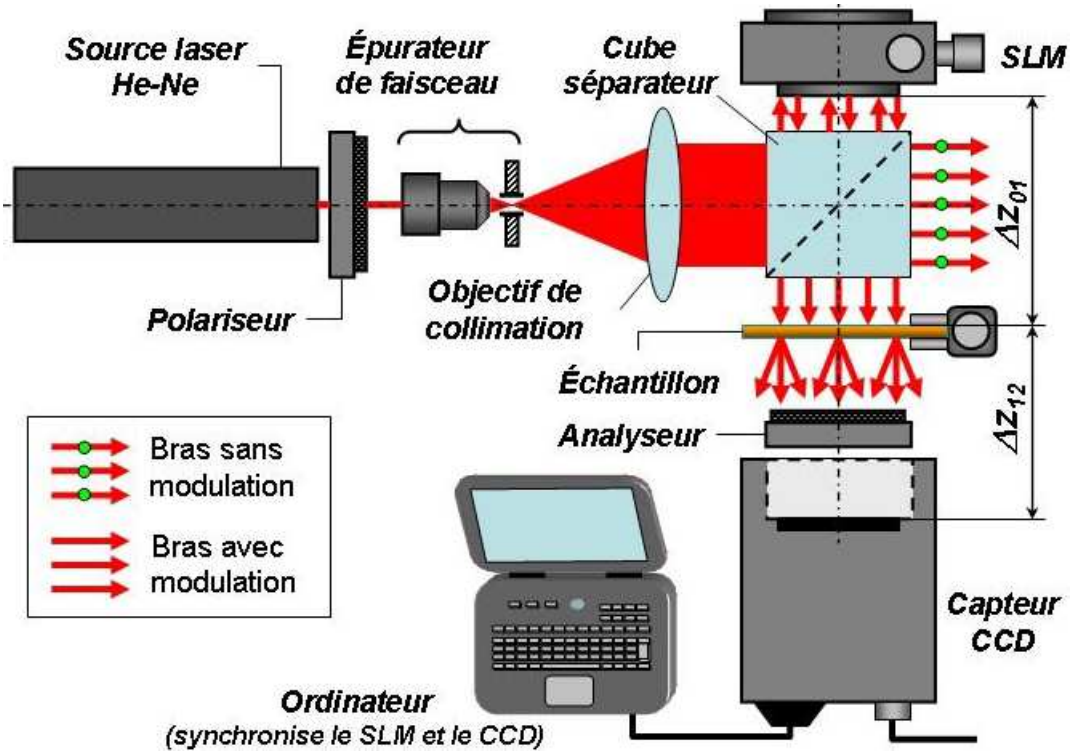


FIG. 3.1 – *Schéma principal du prototype de profilomètre de phase à double diffraction.*

orthogonalement selon les sens de propagation de la lumière dupliquée sur la paroi séparatrice du cube. Le bras avec modulation est chargé de véhiculer les ondes illuminantes sortant du SLM jusqu'au plan objet, c'est-à-dire à la distance $z = \Delta z_{01}$, mais aussi de récupérer des figures de diffraction à la distance $z = \Delta z_{01} + \Delta z_{12}$ dans le domaine de Fresnel. Le bras sans modulation existe en guise de référence pour tester certaines techniques de reconstruction de phase qui se contentent d'une onde plane continue à la place d'une illumination modulée par le SLM.

Dans un premier temps notre travail consistait à créer un gestionnaire informatique de pilotage chargé d'assurer l'interconnexion synchronisée entre le SLM et la caméra CCD intégrés au prototype, puis à mettre en marche tout le système avec l'échange des données numériques répertoriées sur le disque dur d'un ordinateur. Ce logiciel muni d'une interface graphique, a été élaboré à base de l'environnement "CVI Labwindows" commercialisé par *National Instruments*. Parmi ses diverses fonctionnalités la plus importante est la gestion de l'écran à cristaux liquides (LCD) du SLM *Displaytech*. Par le biais de l'affichage d'une carte de phase le SLM modifie la configuration spatiale de l'éclairement incident afin qu'il devienne un faisceau-sonde. En fonction du besoin de l'expérimentation, cela peut se faire en mode synchronisé ou non-synchronisé avec le déclencheur sur l'appareil CCD d'acquisition. Outre la saisie photographique en mode manuel, l'usager peut commander au gestionnaire de pilotage une prise automatique de vue tenant compte du nombre d'acquisitions par image.

Enfin ce prototype du profilomètre de phase se met en état opérationnel à condition que le contrôle de polarisation de la lumière auprès de ses composants optiques, la calibration des intervalles de propagation Δz_{01}, Δz_{12} et l'évaluation des fluctuations de phase dans les distributions affichées sur le SLM soient faits. Nous élucidons ces points importants dans les sous-sections qui viennent.

3.1.1 Fabrication d'une onde plane

Avant de faire le point sur les propriétés de l'élément central du montage – le SLM, nous nous interrogeons sur la planéité de l'onde en sortie de l'objectif de collimation. Ceci est une démarche facile à faire grâce à une méthode très simple expliquée au grand public sur le site internet [61] de l'entreprise "Melles Griot". Succintement, le procédé d'obtention d'une onde plane consiste à faire passer la lumière collimatée à travers une lame à faces quasi parallèles SPCT (Shear-Plate Collimation Test), inclinée de 45° par rapport à sa position perpendiculaire à l'axe optique z (voir la figure 3.2). La manipulation a le but de visualiser les franges interférométriques équidistantes qui deviennent parallèles en direction z dès que le foyer objet de l'objectif de collimation occupe le centre du filtre "pin-hole" (trou circulaire d'épingle). À ce moment la lumière propagée derrière l'objectif représente effectivement une onde plane.

[1]Les fiches techniques de ses principaux composants sont disponibles en **Annexe C**

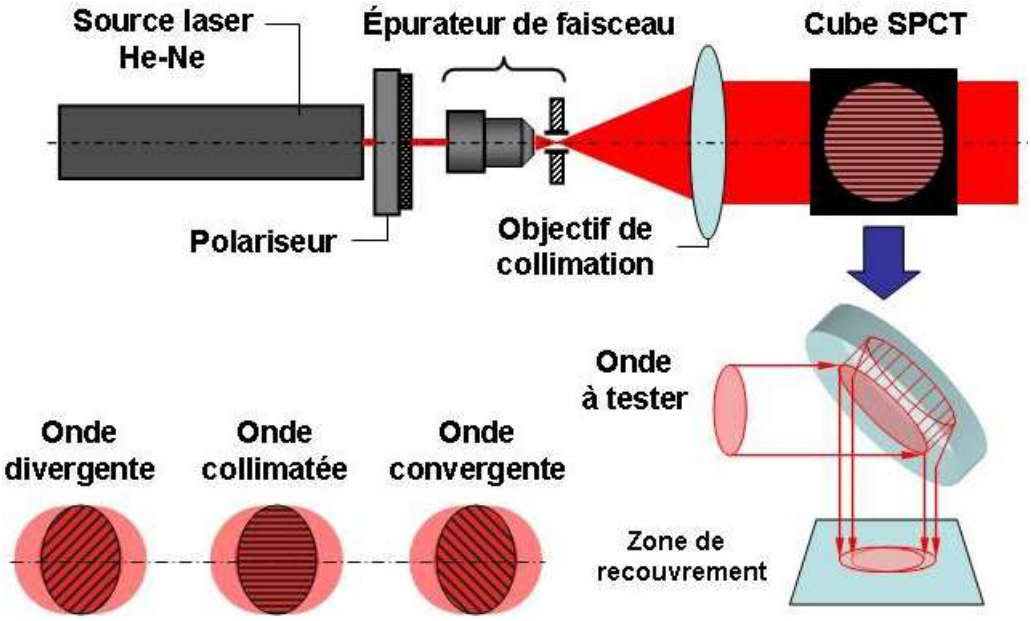


FIG. 3.2 – *Obtention d'une onde plane/convergente/divergente avec un cube SPCT.*

3.1.2 Contrôle de polarisation

Dès la fabrication d'une onde plane la question qui se pose concerne la transformation du profil uniforme de sa phase en une surface plus compliquée. L'idée née au Département Optique de l'ENST-Bretagne était de le faire à l'aide d'un SLM programmable fonctionnant en refléxion. Proprement dit, le principe de la transformation proposée repose sur l'inversion du vecteur $\vec{P_0}$ de polarisation linéaire de la lumière collimatée incidente, laquelle on peut judicieusement interpréter comme un déphasage binaire $0/\pi$ introduit par les pixels à cristaux liquides ferro-électriques du modulateur. De cette façon le vecteur de polarisation fait, avant que la lumière réfléchie quitte le SLM, une demi-révolution de 180° (figure 3.3) par rapport à l'état de polarisation de la lumière incidente. La rotation du vecteur $\vec{P_0}$ s'obtient grâce à l'anisotropie du matériau biréfringent (FLC) confiné dans la cellule à pixels dont dispose le LCD du SLM *Displaytech*. Sous une tension électrique appliquée aux bornes des électrodes de la cellule, les molécules du cristal liquide changent d'orientation dans le milieu, ce qui provoque un changement d'orientation des axes macroscopiques d'anisotropie du matériau biréfringent. En fonction de la direction du champ électrique extérieur (figure 3.4) résultant des tensions créées entre les électrodes d'un pixel, les molécules du FLC s'alignent selon deux orientations "ON" ou "OFF", les seules autorisées par les propriétés physiques de la cellule et du milieu anisotrope. Un tel système à deux états d'équilibre à champ continu est qualifié de quasi bistable [69].

À savoir que dans la configuration particulière du SLM *Displaytech* que nous utilisions, l'axe rapide du milieu biréfringent en état "ON" est séparé de la position qu'il occupe en état "OFF" par un angle $2\theta = 2 \times 22.5°$. Physiquement le basculement des axes d'anisotropie d'un état à l'autre suit le changement de polarité de la tension entre les électrodes de la cellule. Une inversion périodique de la tension est également une mesure de prévention

contre un effet de “mémoire” caractéristique des FLC à cause de l’hystérèse[2].

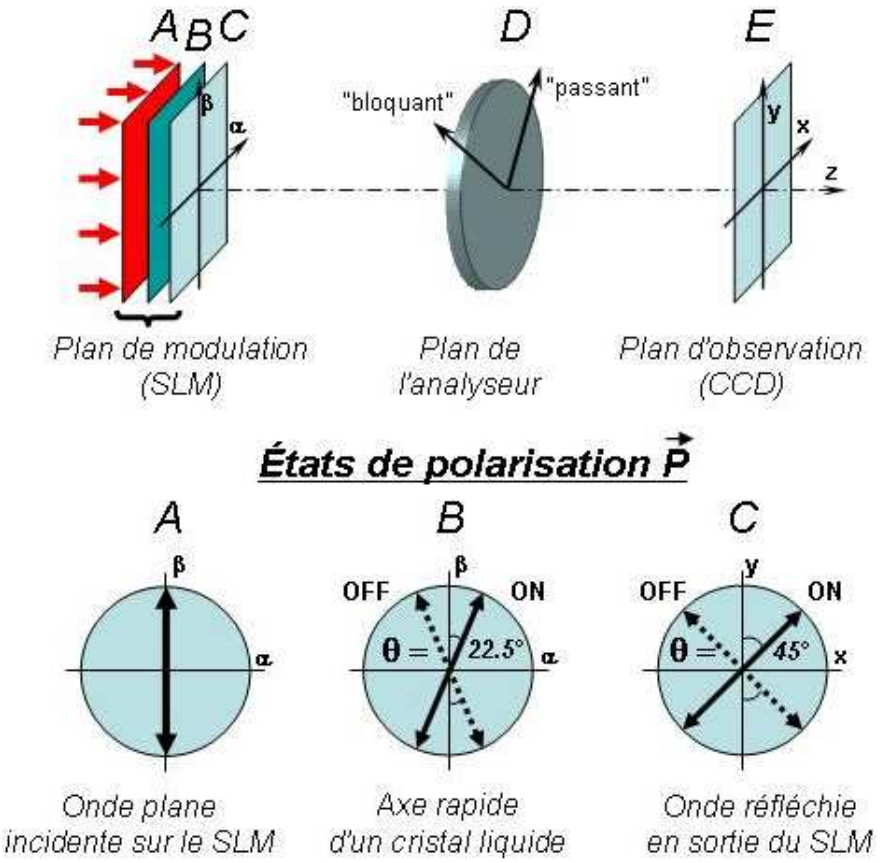


FIG. 3.3 – *Révolution du vecteur de polarisation de lumière dans le SLM Displaytech.*

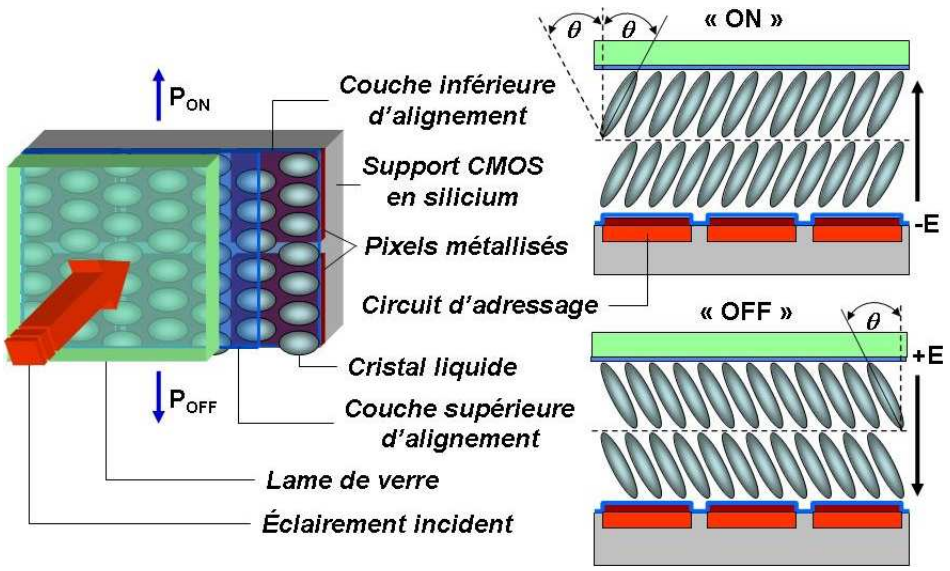


FIG. 3.4 – *Cellule d’un SLM Displaytech à cristaux liquides FLC en états de commutation “ON” et “OFF”.*

[2] À champ électrique nul à travers la cellule, les molécules du cristal liquide ne reviennent pas forcement à l’orientation “OFF” de départ.

Pour initier le lecteur à l'effet électro-optique engendré au cœur du modulateur spatial *Displaytech*, la figure 3.4 aide à mieux comprendre l'architecture interne de ce type d'appareils qui représentent en effet un dispositif à FLC stabilisés en surface [70] (SSFLC). En général, celui-ci comprend plusieurs couches optiques, dont les suivantes :

1. une matrice CMOS en silicium de pixels métallisés connectés au support d'adressage individuel,
2. une couche inférieure d'alignement[3],
3. une couche de cristal liquide FLC de 1.2 μm d'épaisseur
4. une couche supérieure d'alignement,
5. une plaque de verre au dépôt conducteur ITO sur sa face inférieure.

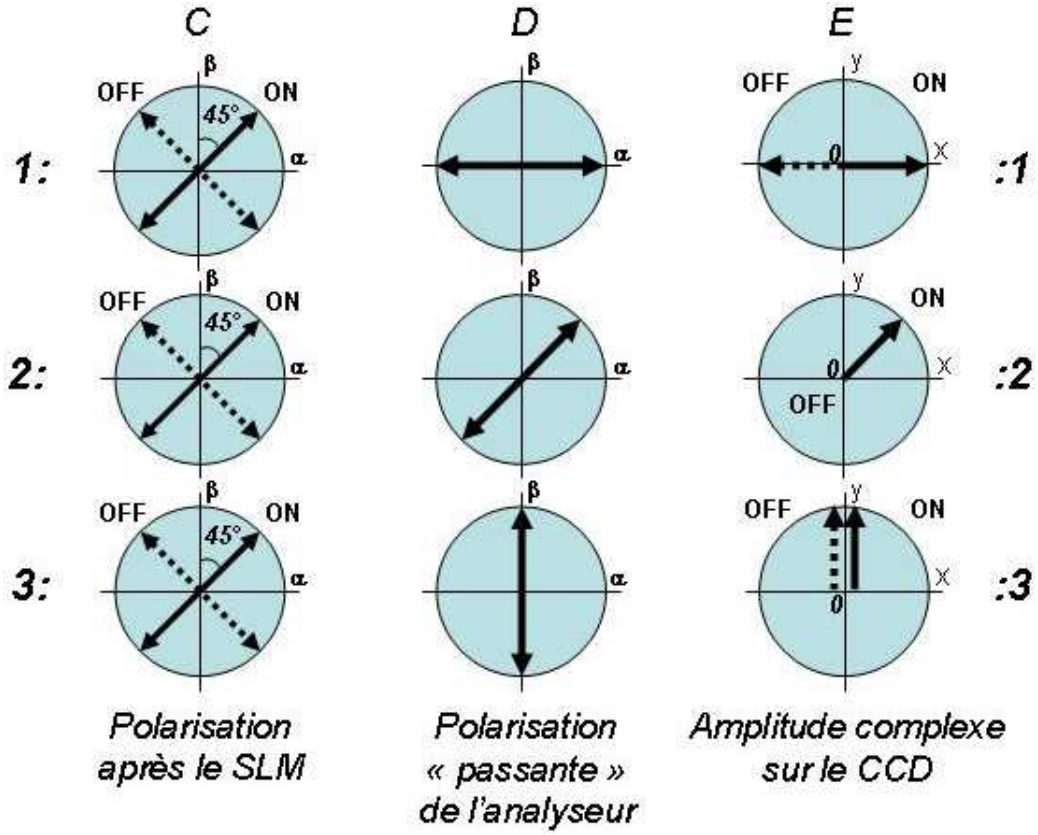


FIG. 3.5 – *Cas de modulation d'un faisceau-sonde obtenus par les différentes orientations de l'analyseur : rang* ***1 :*** *– en phase, rang* ***2 :*** *– en amplitude, rang* ***3 :*** *– aucune.*

Sachant le but de l'intégration d'un SLM au prototype de profilomètre, – obtenir une pure modulation de phase de l'éclairement, le flux lumineux incident doit attaquer le LCD du SLM de manière à ce que le vecteur $\vec{P_0}$ de polarisation linéaire initiale fasse la bissectrice de l'angle 2θ. Pour qu'il en soit ainsi, les axes du polariseur, que la lumière issue de la source laser traverse avant de s'introduire dans l'épurateur de faisceau, ont été fixés de manière appropriée. Dès lors la direction convenable du vecteur $\vec{P_0}$ est établie. En même temps ceci fait que les défauts de surface du polariseur sont filtrés et n'affectent plus la structure de l'éclairement en sortie du système de collimation. Étant donné la propriété biréfringente

[3]Le peignage (polissage mécanique orienté) de sa surface aide les molécules du cristal liquide à s'orienter naturellement vis-à-vis du plan des électrodes soit parallèlement (si ancrage planaire), soit perpendiculairement (si ancrage homéotrope)

des FLC, le vecteur $\vec{P}_0$ tourne, en aller et retour à cause de la réflexion, d'un angle total de 45°. Finalement on se rend compte que le LCD du SLM *Displaytech* agit à la manière d'une lame "demi-onde" électriquement commutable. Avec un polariseur-analyseur situé devant la caméra CCD, ce fait a servi pour transformer le changement de polarisation accumulé par l'onde réfléchie en modulation de sa phase ϕ_m^{illum}. Ce ledit analyseur, ayant le rôle de projeter sur ses axes d'anisotropie dénommés "passant" et "bloquant" le vecteur de polarisation $\vec{P}$ du faisceau modulé, se soumet à trois cas de figure généraux (figure 3.5), en ce qui concerne son orientation en coordonnées cartésiennes α, β. Supposons d'abord l'axe "passant" être dans une position où l'analyseur ne laisse se propager que la lumière polarisée dans le sens 0α – situation ***1 :***. La projection du vecteur $\vec{P}$ sur l'axe 0α fait naître une composante $\vec{P}_\alpha$ qui représente une onde possédant amplitude complexe modulée en phase (rappelons-nous la rotation à 180° du vecteur de polarisation $\vec{P}_0$ équivalente à un déphasage de π). On passe maintenant à la situation ***2 :*** où l'analyseur est en état de maintenir son axe "passant" incliné de 45° par rapport aux directions orthogonales 0α et 0β. À ce moment, seule la commutation "ON" produit une composante non-nulle de l'onde propagée derrière l'analyseur, car la commutation "OFF" l'annule. Cela se traduit en pratique par une modulation d'amplitude du faisceau-sonde. Enfin dans la situation ***3 :*** l'axe "passant" de l'analyseur est fixé parallèlement à la direction 0β. À présent aucune modulation de lumière n'est plus détectée : le faisceau observé dans le plan $(x, y, \Delta z_{02})$ n'évolue ni en commutation "ON" ni en commutation "OFF". Toute autre orientation de l'analyseur intermédiaire aux trois mentionnées ci-dessus ne convertit le changement de polarisation qu'en une combinaison de modulations d'amplitude et de phase.

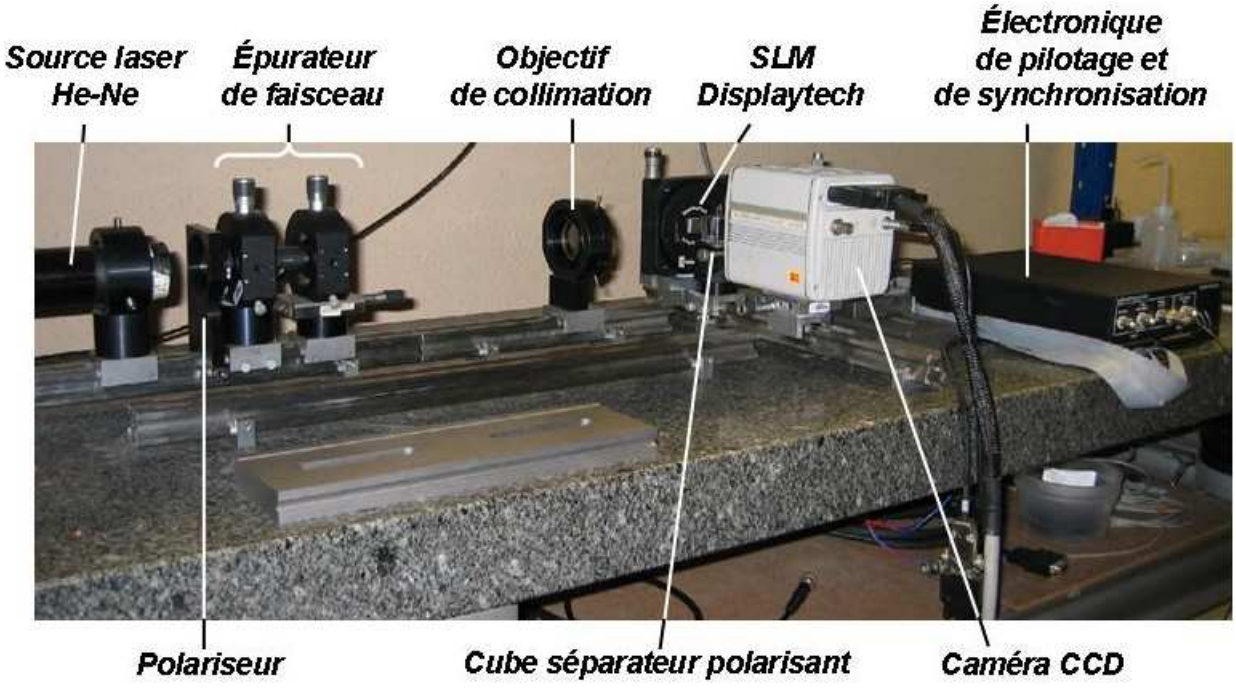


FIG. 3.6 – *Vue générale de l'installation-prototype expérimentale.*

Il est facile de s'assurer que l'outil à deux polariseurs croisés mis en place pour contrôler la polarisation de lumière au sein du banc-prototype n'est pas idéal – le polariseur-analyseur qui sépare la caméra CCD de l'échantillon à caractériser empêche de les rap-

procher jusqu'à les mettre en contact, alors que cette opération peut s'avérer nécessaire. Or, après avoir remplacé le cube séparateur ordinaire par un cube polarisant, l'analyseur est devenu inutile, et nous l'avons donc supprimé. Puisque les axes d'anisotropie du cube demeurent fixes, cette nouvelle configuration du banc optique expérimental effectue en permanence une modulation de phase. Du coup, elle interdit toute utilisation de la modulation d'amplitude, très pratique pour les alignements et les vérifications du SLM, à moins que la matrice de pixels du SLM ne soit tournée de 22.5° autour de l'axe optique. Les photos 3.6 – 3.7 dans le document offrent une vue générale de notre installation-prototype de profilomètre de phase dans sa version ultime.

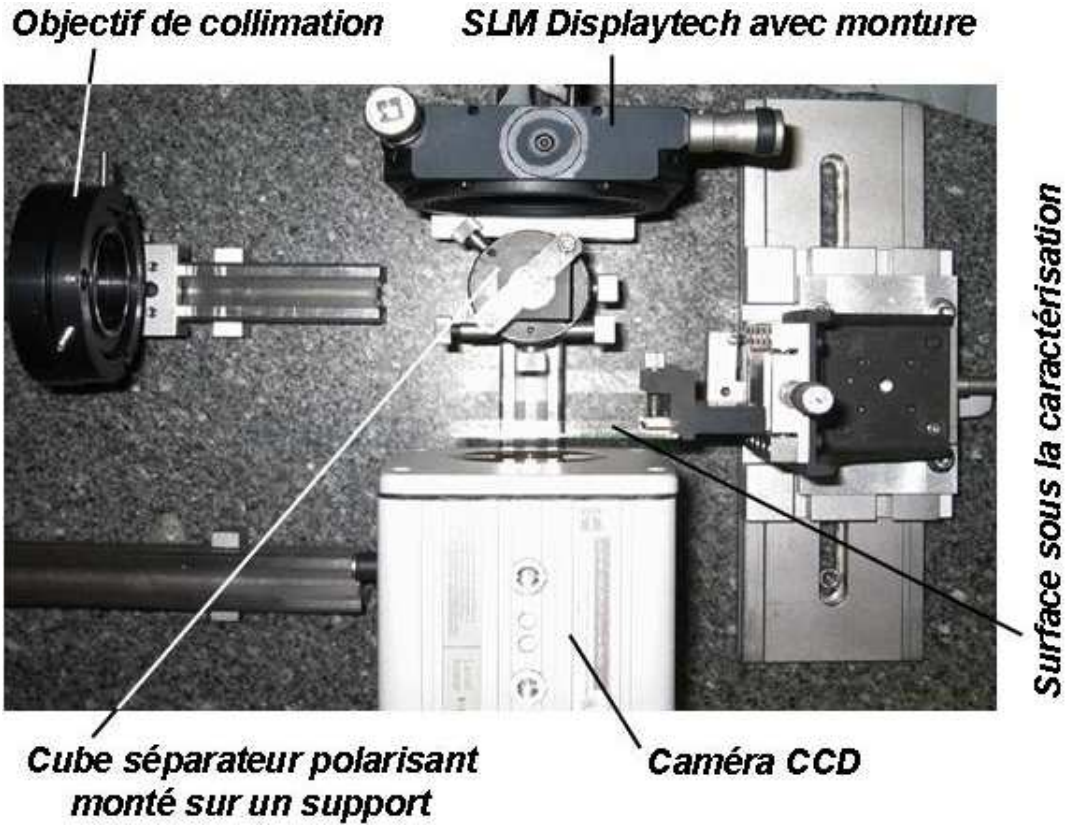


FIG. 3.7 – *Montage expérimental du profilomètre de phase avec un cube polarisant.*

En guise d'une vérification finale nous soumettons le faisceau-sonde modulé par un réseau binaire de phase à une propagation de Fraunhofer. Sous réserve d'un alignement correct du premier polariseur par rapport à l'orientation verticale du SLM, la théorie prévoit que l'ordre 0 du spectre de Fourier de l'intensité de diffraction du faisceau s'atténue jusqu'à sa disparition. En réalité l'ordre 0 laisse une faible trace – la tache lumineuse au centre du spectre sur les photos de la figure 3.8 en fait la preuve. Ce résidu de lumière existe à cause d'une modulation incontrôlable, très probablement mixte, dans l'espace interpixels de la matrice LCD, puis à cause d'un taux d'extinction du polariseur inférieur à 100%. Au contraire, une modulation d'amplitude du faisceau rend l'ordre 0 ostensiblement apparent. Dans le cas d'une onde ayant un profil binaire d'amplitude, la répartition de lumière dans le spectre de Fourier concentre dans l'ordre 0 quatre fois plus d'énergie que dans les ordres ± 1. Compte tenu de cette nuance, notre tactique pour mettre au point le



FIG. 3.8 – *Spectre de Fourier d'un éclairement modulé par un SLM Displaytech. Un alignement optimal du vecteur $\vec{P}_0$ signifie une modulation presque pure de phase (photo à gauche), tandis qu'un alignement imparfait de $\vec{P}_0$ donne une modulation mixte d'amplitude et de phase (photo à droite).*

polariseur consiste à réduire au minimum la brillance de l'ordre 0 dans le spectre de l'illumination. Une fois que l'objectif est atteint, nous sommes sûrs d'avoir en sortie du SLM une illumination modulée en phase aussi mieux que possible. Dès ce moment le contrôle de polarisation est maîtrisé. Maintenant on doit procéder à la calibration des distances de propagation Δz_{01}, Δz_{12} dont nous avons appris au cours des simulations numériques que leurs fluctuations excessives étaient en mesure de troubler la reconstruction.

3.1.3 Calibration des distances de propagation

Le bon fonctionnement du propagateur numérique emparé de traitements d'images de Fresnel en provenance du banc optique au laboratoire, exige la connaissance des intervalles de propagation Δz_{01}, Δz_{12}. Il a été démontré auparavant au *chapitre 2* qu'avec la mise en place d'une multi-illumination, notre système de propagation parvenait à estimer la phase d'une onde inconnue avec une faible erreur de convergence si ces intervalles avaient une incertitude de mise au point inférieure approximativement à 0.5 mm. Or, aussi longtemps que nous les mesurions au moyen d'une simple réglette millimétrique, la mise au point des principaux composants de l'installation n'avait pas de précision meilleure que $\epsilon_{\Delta z} = \pm 1$ mm. À cette époque nous étions quasiment persuadés, que la plupart de nos essais expérimentaux échouaient essentiellement à cause d'une mauvaise maîtrise de la mesure des distances de propagation. La solution au problème semblait venir d'une mise au point plus fine que l'incertitude maximale acceptable établie. La première tentative d'obtenir la précision requise s'appuyait sur l'idée de comparer visuellement les figures de diffraction

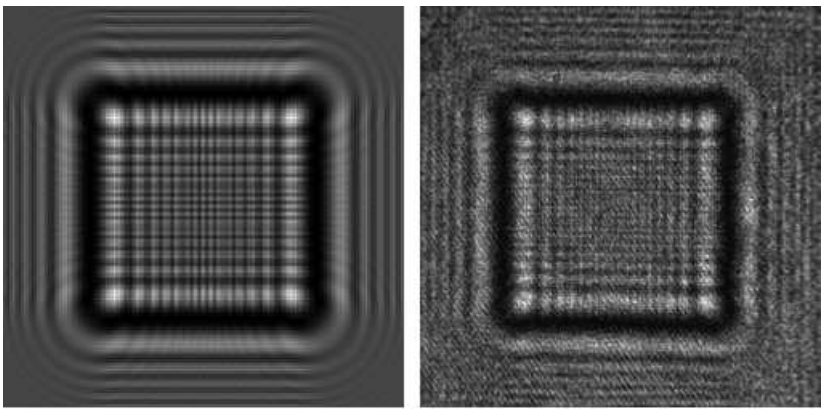


FIG. 3.9 – *Comparaison des figures de diffraction simulée (à gauche) et expérimentale (à droite) peut servir à déduire empiriquement la distance de propagation réelle.*

de Fresnel confectionnées : une – expérimentalement par l'affichage sur le SLM d'une certaine carte de phase, l'autre – calculée à l'ordinateur pour la même forme géométrique de la cible de phase facilement reconnaissable (un carré, un rond, une croix) à partir de sa figure de diffraction (figure 3.9). Puisqu'on connaît la taille d'un pixel aussi bien sur le photodétecteur que sur le motif affiché, la comparaison permet de rendre identiques les mensurations des franges de diffraction simulées à celles que l'on observe expérimentalement. Après avoir accompli cette manipulation, on déduit la distance de propagation Δz comme un paramètre du calcul de la propagation de Fresnel. Malheureusement, la technique decrite ci-dessus diminue sa précision au fur et à mesure que le plan d'observation s'éloigne du plan d'affichage, parce que les contours des franges de diffraction s'épaississent dans le mauvais contraste. Pour les intervalles de propagation relativement grands cela signifie le manque de précision de mise au point.

Nous avons trouvé un moyen d'affiner la calibration des intervalles Δz_1, Δz_2 en améliorant le procédé de mise au point. Maintenant le SLM modifie l'onde plane de l'éclairement avec un HSO binaire de Fresnel affiché sur le LCD. Cet hologramme est calculé spécialement pour focaliser la lumière modulée par le SLM dans un plan prédéfini où les faisceaux

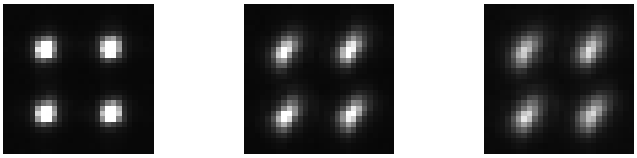


FIG. 3.10 – *Image de repère d'un HSO binaire affiché sur le SLM :* **a** *– focalisée,* $\Delta z = \Delta z_{HSO} = 100$ *mm ;* **b** *– défocalisée,* $\Delta z = \Delta z_{HSO}+0.25$ *mm ;* **c** *– défocalisée,* $\Delta z = \Delta z_{HSO}+0.5$ *mm.*

forment un groupement de spots ponctuels. Comme le montre la figure 3.10, en dehors de ce plan les images se défocalisent légérement, en devenant floues donc moins intenses.

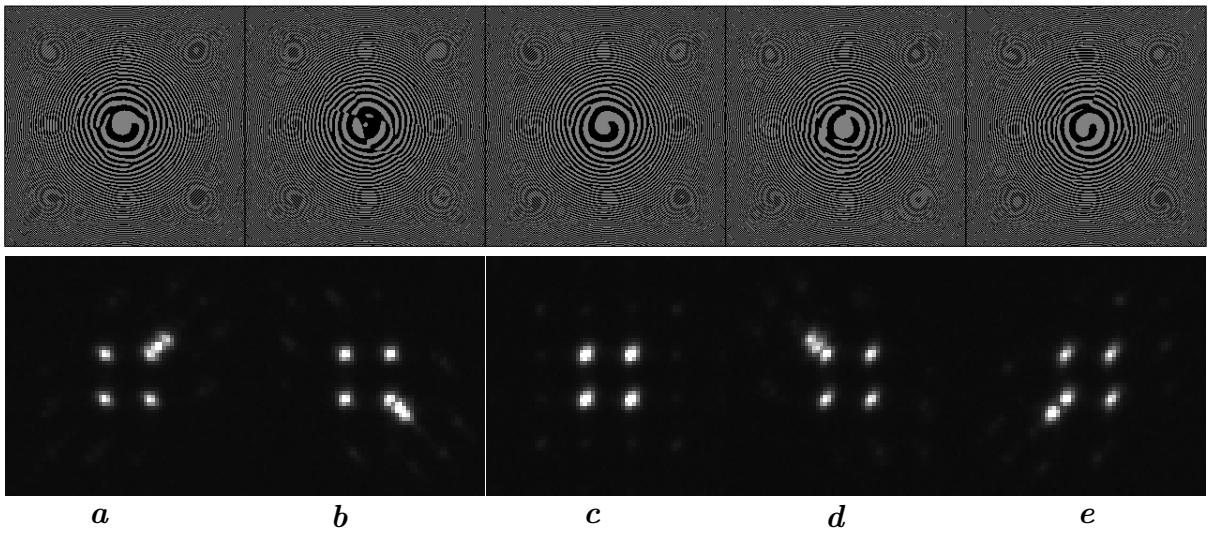


FIG. 3.11 – *Hologrammes binaires HSO (en haut) calculés pour focaliser l'illumination aux distances :* **a** *–* $\Delta z_{HSO} = 99.5$ *mm,* **b** *–* $\Delta z_{HSO} = 99.75$ *mm,* **c** *–* $\Delta z_{HSO} = 100.0$ *mm,* **d** *–* $\Delta z_{HSO} = 100.25$ *mm,* **e** *–* $\Delta z_{HSO} = 100.5$ *mm. Leurs figures de diffraction (en bas) jouent le rôle d'images de repère.*

Mieux qu'un HSO isolé, la position du plan visé est détectable plus précisément avec une séquence d'hologrammes exposés sur la figure 3.11, dont ils occupent la rangée supérieure. Calculés pour avoir tous, sauf un qui marque le plan d'ancrage, une focale très peu décalée des autres, ils génèrent à l'affichage des images particulières. Ces images dites "de repère" sont reproduites en bas de la figure 3.11. Chacune d'elles contient un groupement varié de 4 ou 5 taches lumineuses extrêmement fines qui permettent de distinguer à travers un "viseur" (un microscope de mise au point) les plans de focalisation de tous les HSO de

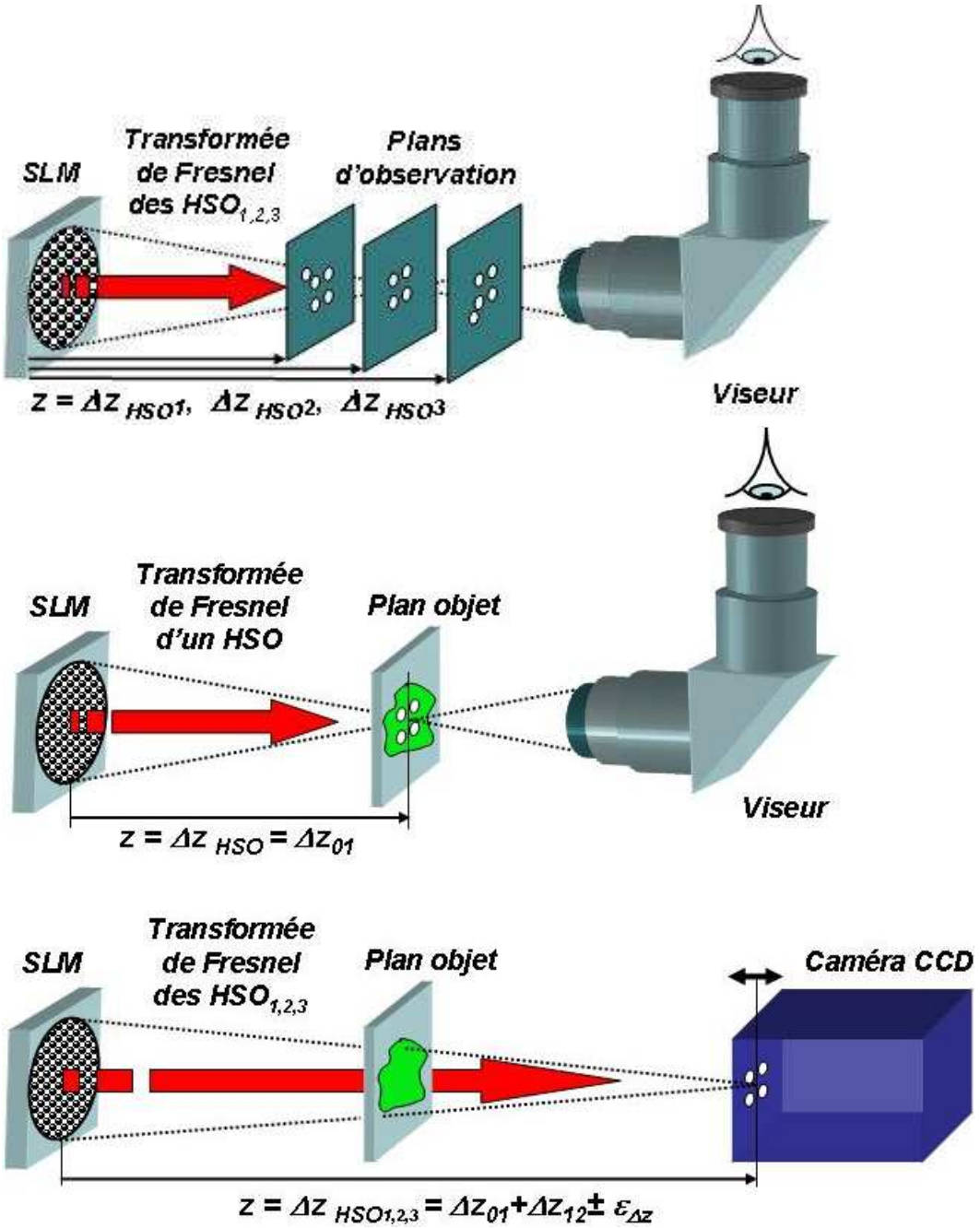


FIG. 3.12 – *Les trois phases de la calibration des distances de propagation entre le SLM, l'échantillon et la caméra CCD :* ***I*** *– la visée du plan de l'échantillon* $(\xi, \eta, \Delta z_{01})$ *par le biais de l'affichage des spots de repère,* ***II*** *– l'affinement de contours de l'échantillon superposé avec taches focalisées,* ***III*** *– la visée du plan d'observation* $(x,y,\Delta z_{02})$ *et le positionnement du photodétecteur.*

la séquence. La netteté des spots de repère se dégrade rapidement dans la profondeur de foyer $\Delta f = \frac{\epsilon f^2}{N \cdot \delta_0}$ (où ϵ est la résolution de la visualisation, f est la focale d'un HSO, $N \cdot \delta_0$ est la taille linéaire d'un HSO) égale approximativement à 0.65 mm. Cela nous offre un moyen nécessaire pour nous accrocher optiquement au plan recherché $(\xi, \eta, \Delta z_{01})$ (figure 3.12), car nous pouvons ajuster la position du viseur sur l'axe z en fonction du maximum de brillance des spots du HSO $\Delta z_{HSO,m} = \Delta z_{01} \pm \epsilon_{\Delta z_m}$. Vis-à-vis d'eux, les spots de repère données par les autres HSO auront une brillance visiblement attenuée. À ce moment on bloque le viseur en retenant ainsi la position du plan objet.

Lors d'une étape suivante l'échantillon destiné à la caractérisation est superposé avec l'image de repère focalisée qui correspond au plan objet. Dans le champ de vision du microscope de mise au point celui-là reçoit une telle position longitudinale sur l'axe optique qui rend ses contours les plus fins et nets que possible. À ce stade la calibration de la distance $z = \Delta z_{01}$ s'achève réussie. En l'occurrence la résolution spatiale d'un HSO binaire est limitée à la taille d'un pixel δ_0=15 μm avec laquelle il est reproduit par le SLM. Ceci impose une restriction sur la séparation minimale en direction de l'axe z des plans de Fresnel voisins. D'après notre estimation (consulter **Annexe B.2**), elle ne peut s'executer mieux que de $\pm$0.25 mm auprès de la longueur nominale. Une mise au point réalisant une incertitude encore plus petite ne s'obtient qu'après une analyse quantitative de brillance des spots focalisés.

Le dernier épisode de la calibration des distances de propagation c'est le calage du plan de photodétection $(x, y, \Delta z_{02})$. Par analogie avec les manipulations précedentes, il est question de s'accrocher optiquement à ce plan au moyen de l'affichage d'une série d'HSO de Fresnel qui focalisent la lumière modulée à des distances $\Delta z_{HSO,m} = \Delta z_{01} + \Delta z_{12} \pm \epsilon_{\Delta z_m}$. Puis on cherche à visualiser les images de repère à l'écran de l'ordinateur via la caméra CCD *Kodak Mega Plus 1.4i*. La position du plan de photodétection se trouve où la focalisation des spots à partir du $HSO_\Delta z_{02}$ est la plus nette. En somme l'incertitude de la mise au point des composants du profilomètre est ramenée à une valeure comprise entre 0 et 0.5 mm.

3.1.4 Caractérisation du SLM

Malgré la cause infime du bruit (section "Stabilité en présence du bruit", *chapitre 2*) et la maîtrise de l'incertitude sur les distances de propagation à un niveau acceptable, nos reconstructions expérimentales appliquées aux échantillons purs de phase convergeaient toujours mal en comparaison avec les mêmes routines lancées en simulations. Dans ces circonstances nous nous sommes donnés l'hypothèse d'une défaillance éventuelle du module d'affichage *Displaytech* intégré dans le prototype. Il se pouvait que le SLM responsable de la conversion de la polarisation en modulation de phase ne fonctionnait pas correctement. C'est-à-dire, le déphasage entre les pixels commutés en état "ON" et ceux gardés en état "OFF" n'était plus $0/\pi$. Autrement si l'une des nombreuses couches optiques du SLM est abimée ou déformée cela suscite une perturbation incontrolée dans le front d'onde du faisceau illuminant réfléchi. Vu le nombre limité d'outils à notre disposition, nous avons compté sur deux procédés complémentaires de caractérisation du LCD du SLM. Premièrement nous l'avons testé dans un interféromètre de Michelson d'abord avec tous les pixels mis en état "ON" ensuite avec tous les pixels commutés en état "OFF". Le front d'onde échantillonné par la matrice du modulateur a été mis en comparaison avec la surface

d'une onde étalonnée venue d'un miroir de référence. Deuxièmement nous avons appliqué une méthode qui faisait appel à la technique diffractive "multiplan" de reconstruction de phase. Durant ce test une variété de motifs affichés successivement sur le SLM a permis de vérifier isolément les différentes parties du LCD.

Caractérisation interférométrique

D'après une règle notoire de l'interférométrie classique, tout contrôle d'échantillons n'est possible que si la planéité des éléments optiques constituant l'interféromètre est meilleure que celle destinée à être mesurée. Dans ce cas, les imperfections du moyen de contrôle n'influencent pas les variations du front d'onde venu de l'échantillon. Pour que

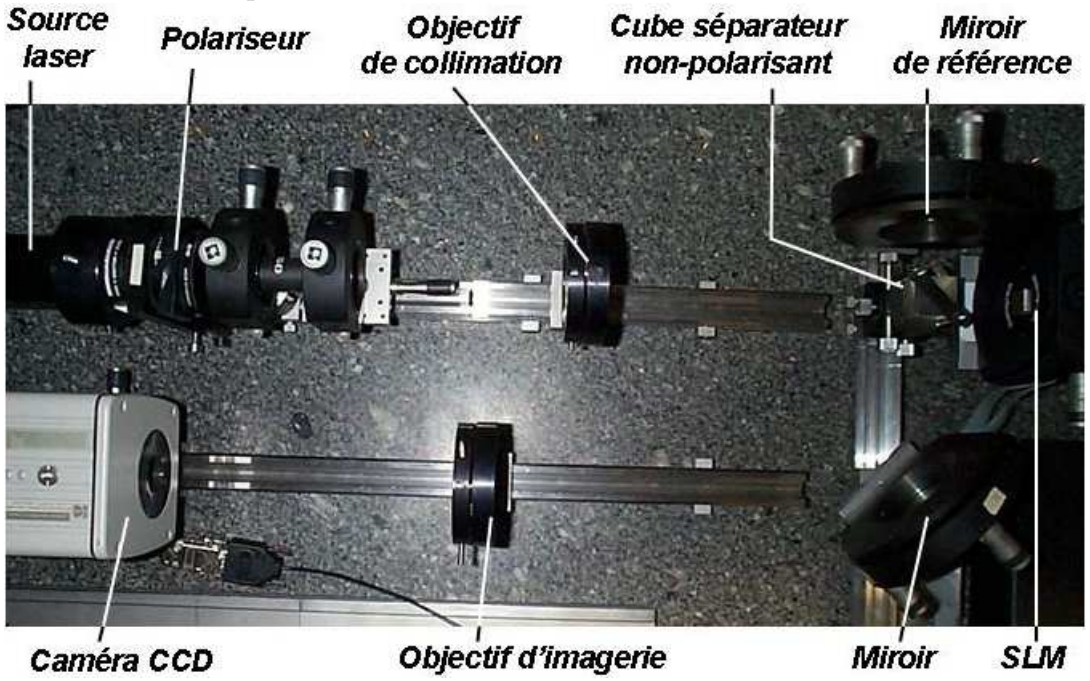


FIG. 3.13 – *Banc-prototype du profilomètre transformé en interféromètre de Michelson dressé pour caractériser le LCD du SLM.*

cette règle soit bien respectée, on équipe les instruments de mesure d'éléments optiques de qualité. Par exemple, notre interféromètre de Michelson dont la figure 3.13 offre une vue générale, bénéficiait de miroirs diélectriques (erreur de planéité inférieure à $\lambda/10$) à l'extrêmité de chaque bras en guise de surfaces de référence, puis d'un cube séparateur non-polarisant certifié (erreur de planéité inférieure à $\lambda/8$). Grâce à son architecture l'interféromètre a acquis la capacité de s'autocalibrer, c'est-à-dire de caractériser son cube séparateur non-polarisant de la manière esquissée sur la figure 3.14(A). Il faut noter que cette précaution, valable pour un cube séparateur non-polarisant, ne sera point utilisable si le cube séparateur est polarisant, parce que, dans ce cas, les bras de l'interféromètre auraient des polarisations mutuellement orthogonales qui n'interféraient jamais. Toutefois, après avoir transformé le schéma de vérification 3.14(A) en 3.14(B), nous sommes parvenus à caractériser le cube polarisant situé au cœur du banc-prototype expérimental (voir la figure 3.15). Le cube y était intercalé entre le cube non-polarisant et l'un des miroirs de référence. Or, notre futur instrument s'associe au cube polarisant couplé avec un SLM *Displaytech*. Il semblait donc logique de tester ces deux composants ensemble à la place du miroir qui équipait dans son ancienne configuration l'un des bras de l'interféromètre. La vérification est d'autant plus intéressante que le cube et le SLM ont

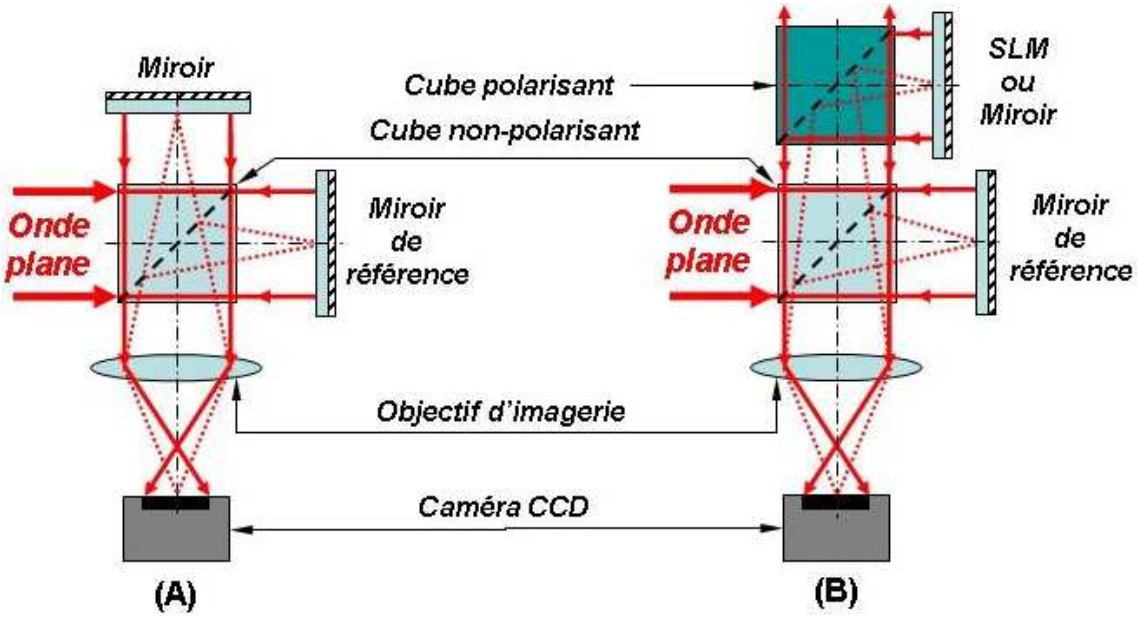
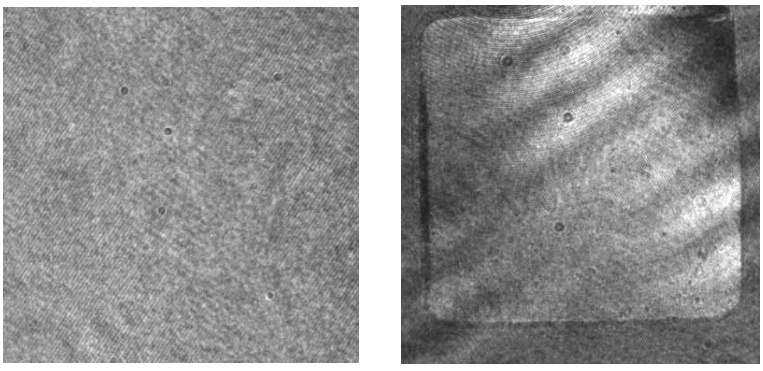


FIG. 3.14 – *Schéma de caractérisation :* ***A*** *– d'un cube séparateur non-polarisant,* ***B*** *– d'un cube séparateur polarisant seul (si le miroir est en place) ou d'un cube séparateur polarisant plus le SLM (si le SLM remplace le miroir).*

une différence d'ouverture considérable : 20×20 mm^2 contre 3.84×3.84 mm^2. Certes, elle n'est pas irréprochable du point de vue d'une visibilité médiocre des franges observées : $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \dfrac{2I_1 I_2 |\gamma_{12}|}{I_1 + I_2} \leq 0.63$, or elle représentait le seule moyen à notre disposition. Rappelons les notations qui figurent dans cette formule :
$I_1 = |a_1 e^{-i\psi(x,y)}|^2 = A_1 A_1^*$ et $I_2 = |a_2 e^{-i\phi(x,y)}|^2 = A_2 A_2^*$ sont les modules au carré des amplitudes complexes des ondes brassées ayant $|\gamma_{12}|$=1 comme facteur de cohérence ;
$I_{max} = A_1 A_1^* + A_2 A_2^* + 2A_1 A_2$ est l'intensité maximale de l'interférogramme ;
$I_{min} = A_1 A_1^* + A_2 A_2^* - 2A_1 A_2$ est l'intensité minimale de l'interférogramme.



a ***b***

FIG. 3.15 – ***a*** *– une interférogramme des 2 miroirs de référence témoigne de la géométrie quasi parfaite du cube séparateur non-polarisant,* ***b*** *– une interférogramme du LCD du SLM_2 couplé avec un cube séparateur polarisant révèle une erreur d'une frange (zone noircie en haut du carré). N.B. Les franges qui traversent l'image* ***b*** *en diagonale sont occasionnées par des reflets parasites sur la monture de l'épurateur de faisceau.*

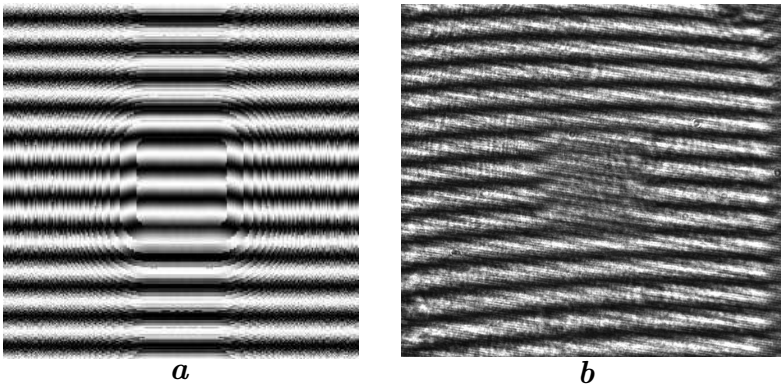


FIG. 3.16 – ***a*** – *interférogramme d'un carré de phase obtenu en diffraction dans une simulation par ordinateur,* ***b*** – *la même distribution d'intensité retenue dans l'interféromètre de Michelson.*

Si l'onde, qui réunit les faisceaux des bras interférométriques sur la paroi séparatrice du cube, se propage librement vers le plan du photodétecteur, l'interférogramme observé sera enregistré en diffraction (figure 3.16). En imagerie celui-ci s'obtient derrière un objectif fixé devant le photodétecteur et conjugué aux surfaces à comparer. C'est le cas des images que l'on peut voir sur la figure 3.17. Elles montrent les essais de caractérisation des 4 SLM *Displaytech* identiques disponibles en stock dans notre laboratoire. Nous avons examiné ces modulateurs un par un pour avant de sélectionner le meilleur. L'inspection de la surface de trois spécimens parmi les quatre a mis en évidence une erreur d'une frange (soit de $\lambda/2$ en terme de longueur d'onde) alors que le LCD du SLM_2 possédait une planarité meilleure. Sachant que le SLM *Displaytech* comprend beaucoup de couches optiques, nous

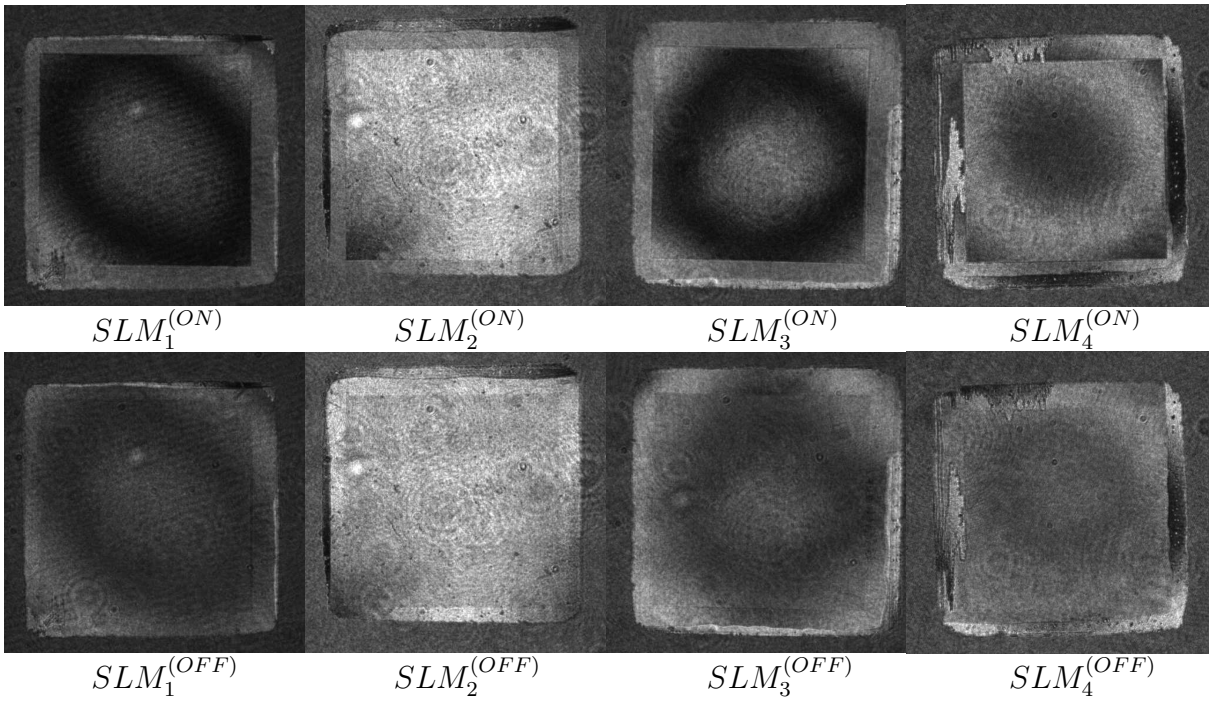


FIG. 3.17 – *Comparaison d'interférogrammes de Michelson issus des 4 modules Displaytech mis en états "ON" et "OFF".*

craignions une déformation incontrôlée qui affecte les couches les moins rigides. Dans un autre scénario vraisemblable, la planéité défectueuse décelée est interprétée comme un cumul défavorable des défauts modérés du miroir, du cube séparateur et du LCD du SLM. Pour confirmer ou infirmer cette hypothèse il fallait caractériser le spécimen SLM_2 ensemble avec le cube séparateur polarisant. Il en était question un peu avant quand nous parlions de la figure 3.15. Mis à part les franges fines parasites visibles en diagonale sur l'image ***b***, on aperçoit également le bout noir d'une frange épaisse au coin supérieur droit de la matrice de pixels. En la comparant à celle sur les photos de la seconde colonne de la figure 3.17, on se rend compte que le défaut de planéité d'environ $\pm\lambda/4$ est dû au SLM_2 et non au cube séparateur.

Caractérisation diffractive

L'interféromètre de Michelson n'octroie qu'une caractéristique indirecte de la surface soumise à l'analyse. À cette caractéristique il faut toujours donner une interprétation adéquate. Souvent c'est difficile étant donné la complexité éventuelle de la forme de certaines franges interférométriques. Cet inconvénient de l'interférométrie classique rend problématique la prise en compte exacte des défauts de surface dévoilés, surtout pour les algorithmes itératifs de déconvolution basés sur la multi-illumination. Le même inconvénient nous a fait penser à compléter la vérification du modulateur *Displaytech* par une technique diffractive plus proche de l'inspection de surface que nous cherchions à mettre en œuvre expérimentalement. Dans la section "Technique multiplan" du *chapitre 2* nous avons démontré l'efficacité de l'algorithme "multiplan" en aboutissement correct avec un seul faisceau illuminant utilisé. Cette technique a été pris au service pour récupérer les images de diffraction de Fresnel[4] suite aux déplacements du capteur aux distances de propagation $z_m = \Delta z_1, \Delta z_2, ..., \Delta z_M$. Les acquisitions numériques transformées en tableaux de données se répartie ainsi sur 256 niveaux de gris (soit 8 bits du codage binaire) pour ensuite servir de contraintes à l'algorithme de déconvolution.

Comme l'indiquent les images expérimentales 3.18 – 3.19, la caractérisation diffractive du module *Displaytech* a confirmé la présence d'un certain défaut de surface dans la matrice de pixels que nous avons précédemment découvert à l'interféromètre de Michelson. Le contraste résiduel entre la partie centrale du LCD et ses extrémités est estimé au même niveau de présision, c'est-à-dire $\sim \lambda/4$. Cependant on s'interroge si le défaut appartient réellement au SLM ou bien s'il traduit une faiblesse de la méthode de caractérisation. Cette hésitation tient au désalignement des plans de Fresnel $(x_m, y_m, z_m = \Delta z_1, \Delta z_2, ..., \Delta z_M)$ au moment de la fixation du capteur après son déplacement sur l'axe z dans le sens de propagation de la lumière, mais peut tenir aussi à l'approximation uniforme continue de l'intensité faite pour l'illumination au plan du SLM. Un comportement aveugle caractéristique des algorithmes itératifs de déconvolution, n'exclut pas totalement un artéfact numérique influençant les images déconvoluées. À cette occasion, nous avons fait un effort pour vérifier si cette fameuse approximation n'était pas la cause des difficultés de l'algorithme. Afin de conférer à la procédure de reconstruction de phase une vraie distribution d'intensité auprès du SLM, le plan de localisation du modulateur a été optiquement conjugué à l'aide d'un montage $4f$ à la surface photosensible de la caméra CCD. Il est donc devenu possible de comparer les cartes de phase 3.18*d* récupérées de la déconvolution

[4]L'intensité quasi uniforme dégagée par les pixels du LCD au plan du modulateur a obtenu une approche continue $I_{illum} = |A_{illum}|^2 = 1$.

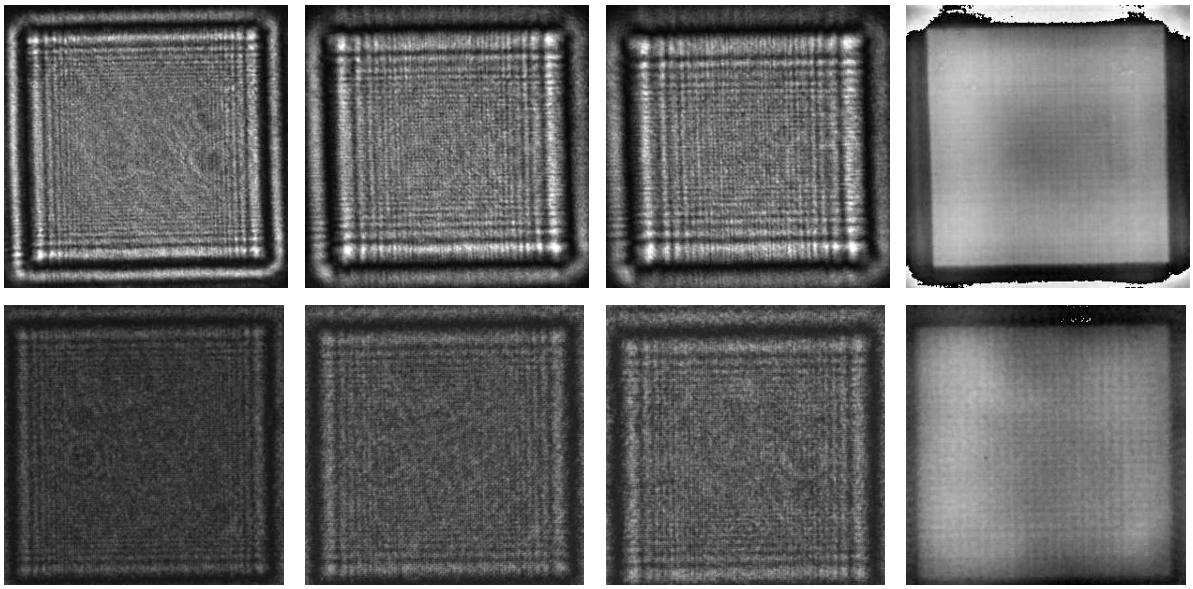


FIG. 3.18 – ***a,b,c*** *– Intensités de diffraction de Fresnel utilisées pour caractériser la totalité des pixels du SLM_2 commutée en état ON (distances de propagation Δz_m=100, 150, 180 mm),* ***d*** *– images de phase en sortie de la reconstruction "multiplan" après 100 itérations. Les images de la rangée supérieure correspondent à une propagation directe SLM→CCD tandis que celles de la rangée inférieure sont passées à travers un système "4f" permettant d'enregistrer également la distribution d'intensité au plan du SLM.*

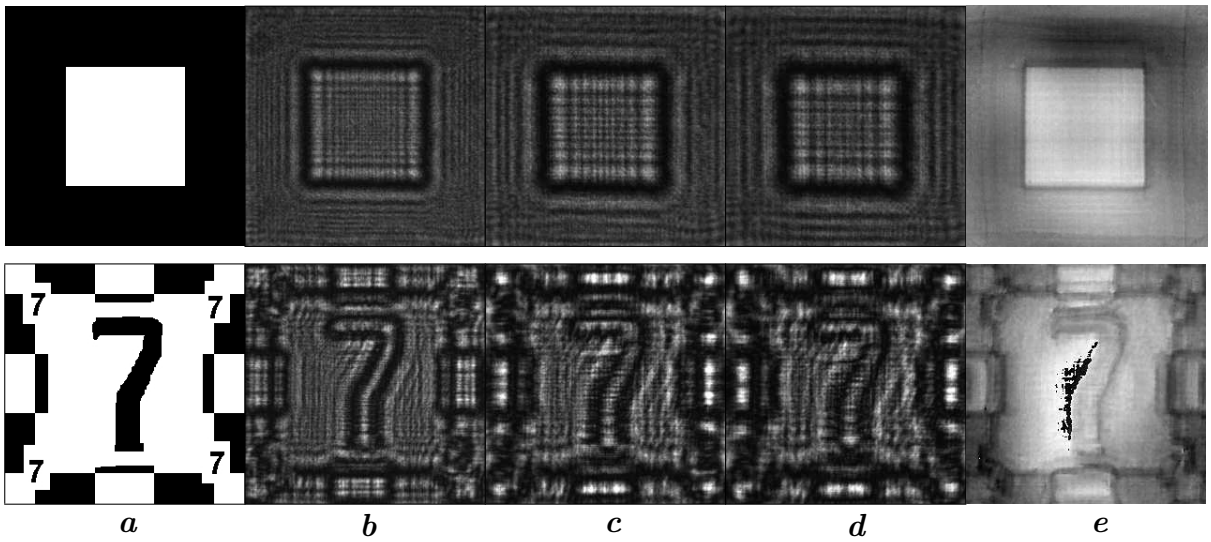


FIG. 3.19 – ***a*** *– Cartes de phase $0/\pi$ affichée au SLM,* ***b,c,d*** *– leurs figures de diffraction saisies aux distances de propagation Δz=100, 150, 180 mm,* ***e*** *– images de phase reconstruite rendues par l'algorithme "multiplan" après 100 itérations.*

au bout de 100 itérations consécutives. On y constate finalement que l'uniformisation de l'intensité du front d'onde illuminant contribue au meilleur constraste des images reconstruites, à force de diminuer la part du bruit du capteur.

C'est le moment de faire un petit résumé à propos du SLM_2 implanté au cœur de notre prototype du profilomètre de phase. Le bilan de toutes les vérifications entreprises

jusqu'ici ne laisse aucun doute sur son bon fonctionnement en commutation des pixels pour produire le déphasage exigé $0/\pi$. Ainsi les cartes de phase affichées à l'écran LCD peuvent être considérées comme suffisamment "propres" et maniables par un algorithme de déconvolution. Néanmoins nous ne pouvons pas exclure une réduction de contraste dans les images de phase déconvoluées due aux aberrations résiduelles apportées par les couches du SLM.

3.2 Montage "multiplan"

La raison pour laquelle nous nous sommes confiés d'abord au montage "multiplan" était des difficultés techniques rencontrées au cours des premières reconstructions avec l'algorithme "multi-illumination". La stratégie de l'expérimentation demandait qu'au départ on ait été basé sur une méthode de caractérisation fiable afin de la faire évoluer progressivement vers une nouvelle technique.

3.2.1 Montage sans SLM

À l'époque antérieure à la caractérisation du SLM *Displaytech*, la pratique expérimentale de la technique "multiplan" reposait sur la défocalisation de l'objectif de collimation puis le déplacement axial du photodétecteur. Dans un premier temps, pendant lequel nous cherchions à prouver la fonctionnalité attendue de l'algorithme, le banc-prototype illuminait l'échantillon toujours avec une onde plane tirée directement du système de collimation (figure 3.20). Ainsi la phase du faisceau-sonde possédait un profil uniforme sans discontinuités. La description donnée dans cette section à notre pratique expérimentale

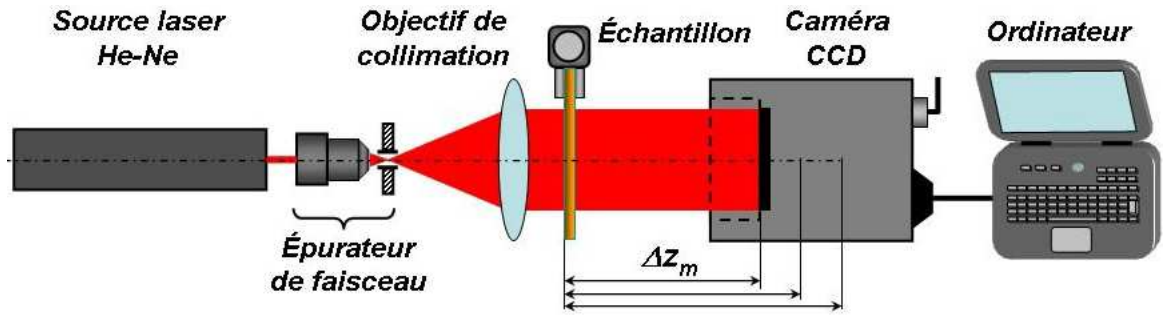


FIG. 3.20 – *Schéma du banc-prototype sans SLM.*

ne regarde en effet que la version modifiée de la technique initiale "multiplan" proposée par Alen et Oxley. En guise de la surface à tester, nous avons pris une plaque de verre à faces parallèles au dépôt d'une couche de photorésine avec des carrés et des ronds calibrés en taille et en épaisseur optique, gravés par dessus. Sa fabrication réfère à une technique de lithographie : le processus chimique de développement d'un masque photographique obtenu avec le phototraçage et le redimensionnement optique des motifs en question. Certains de ces formes géométriques ont été par la suite placées sous l'éclairement d'une onde plane à dessein d'enregistrer dans cinq plans parallèles les intensités de diffraction de Fresnel visibles sur la figure 3.21. En partant d'une distribution uniforme de phase initialisant la procédure de reconstruction, après 100 itérations consécutives l'algorithm délivra les cartes de phase exposées en bas de la même figure. Ayant ce résultat nous pouvons confirmér la validité du schéma algorithmique "multiplan".

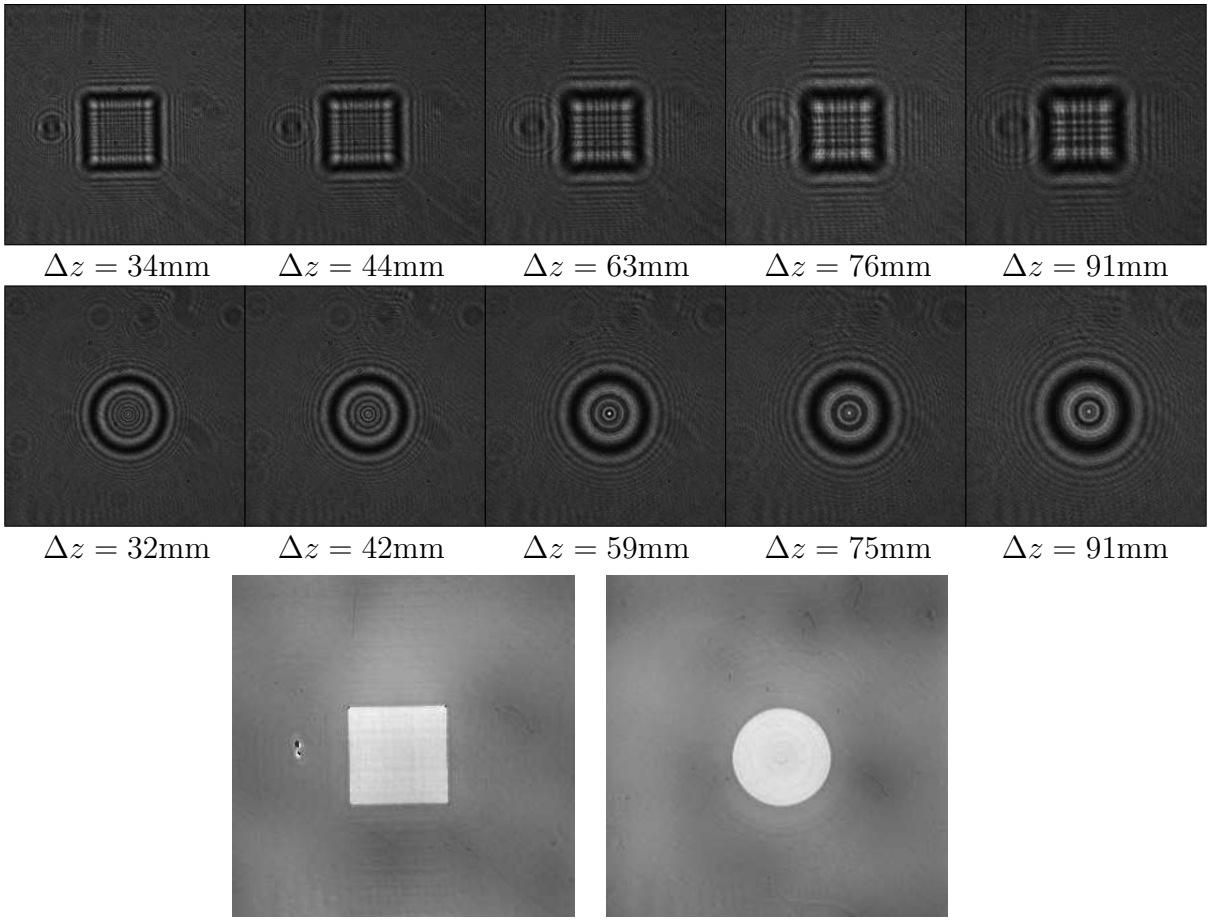


FIG. 3.21 – *Figures de Fresnel captées dans les plans d'observation $(x_m, y_m, \Delta z_m)$ indiqués et les images de phase (en bas) rendues par la déconvolution "mutiplan" après 100 itérations. Les échantillons correspondent à un objet binaire de phase placé sous une onde plane à profil continu.*

3.2.2 Montage avec SLM

L'intégration au prototype expérimental du profilomètre de phase d'un SLM programmable *Displaytech* couplé avec un cube séparateur polarisant, transforme l'installation 3.20 en une architecture à double diffraction associée à la figure 3.1. Dorénavant, l'éclairement en sortie de l'objectif de collimation passe d'abord par le SLM où il diffracte sur son ouverture afin d'être réflechi en direction de l'échantillon. Voyons comment l'incorporation d'un SLM affecte la reconstruction de phase. Avec la figure 3.22 qui offre un exemple d'images de phase rendues par l'algorithme "multiplan" suite à 500 itérations, nous avons réussi à comparer entre eux les résultats réalisés au sein du montage avec et sans SLM (voir également la figure 3.21 de la section précédente). Par rapport à l'expérience précédente, on constate une perte de contraste que la procédure de déconvolution ne parvient guère à compenser, même avec un nombre élevé d'itérations. Visiblement la pixélisation du front d'onde illuminant a un impact assez important sur la qualité de l'image reconstruite.

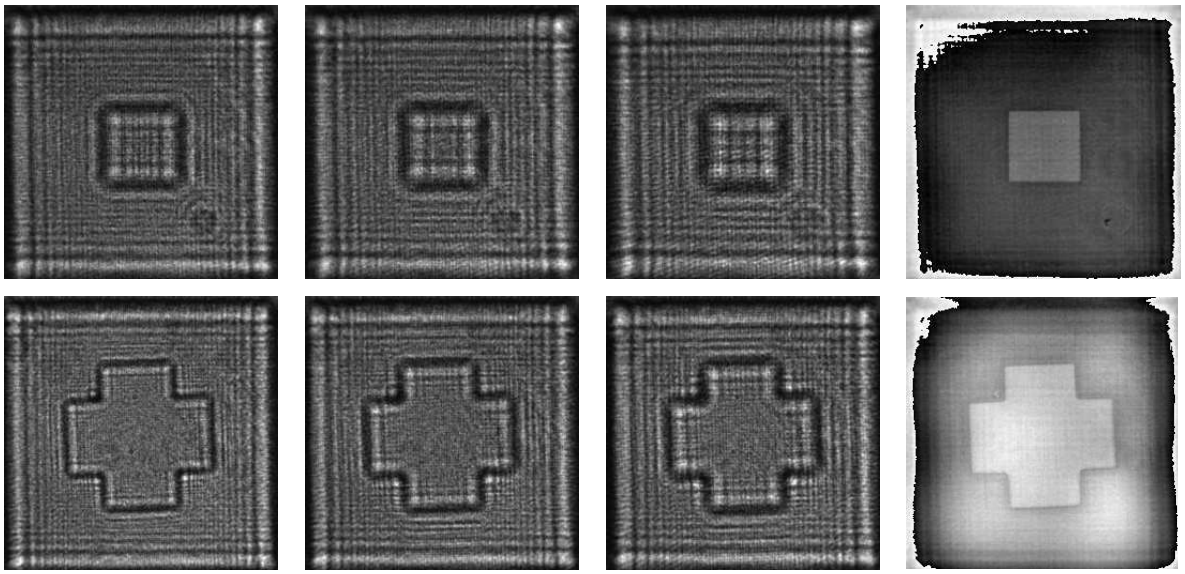


FIG. 3.22 – ***d*** *– cartes de phase déconvoluées en 500 itérations à partir des figures de diffraction* ***a,b,c*** *obtenues avec une onde plane réfléchie par le SLM.*

3.2.3 Pixélisation du front d'onde illuminant

Adoptée à un moment donné, l'approximation du front d'onde illuminant par une surface monotone continue avait l'objectif d'alléger le calcul de la déconvolution itérative mais aussi de diminuer la quantité de bruit apporté du capteur. Or, ce modèle simplifié omet la diffraction de l'éclairement incident sur la matrice de pixels du SLM. En effet lorsqu'une onde plane, initialement intacte (figure 3.23*a*), vient se poser sur le LCD, sa surface ondulaire s'y décompose en une multitude de petits fragments spatialement cohérents (figure 3.23*b*). Le modulateur en fait en sorte que l'onde réfléchie diffracte sur les pixels comme sur un réseau classique. Les fragments en question participent à la formation des ordres de diffraction qui se propagent sous un angle $\gamma_m = arcsin(m\lambda/d)$ par rapport à l'axe z proportionnel à l'ordre $m = 0, \pm1, \pm2, ...$ et la périodicité d d'implantation de pixels dans la matrice. Leur décalage latéral $\Delta x_m = \dfrac{\Delta z}{tg(\gamma_m)}$ croissant avec la distance de propagation Δz, devient à une certaine distance Δz assez grand pour faire éviter un bon nombre de rayons la surface photosensible du capteur. Dans les simulations, nous ne pouvions modéliser le phénomène de pixélisation de front d'onde à l'échelle correspondant aux mensurations du LCD du SLM, sans épuiser les capacités de l'ordinateur. Il aurait fallu compter 14+1 pixels au niveau de chaque tableau numérique pour couvrir cerrectement la taille d'un pixel (14 μm plus un espace interpixels 1 μm) du SLM. Une seule image composée ainsi de $15 \cdot 256 \times 15 \cdot 256 = 3840 \times 3840$ pixels aurait exigé la réservation de la mémoire électronique équivalente à 14.06 Mégaoctets. Certes, pour un ordinateur de bureau actuel, c'est une quantité de données tout à fait abordable, or le temps de traitement d'une série d'images risquerait d'être excessivement grand. C'est pour cela que nous avons étudié l'influence de la pixélisation sur le front d'onde propagé, en le reproduisant en miniature bien qu'aux proportions naturelles du LCD du module *Displaytech*. On s'apperçoit à la comparaison des figures de diffraction 3.23c, d, e que la fracturation de la surface ondulaire de l'illumination est très conséquente pour les franges de diffraction.

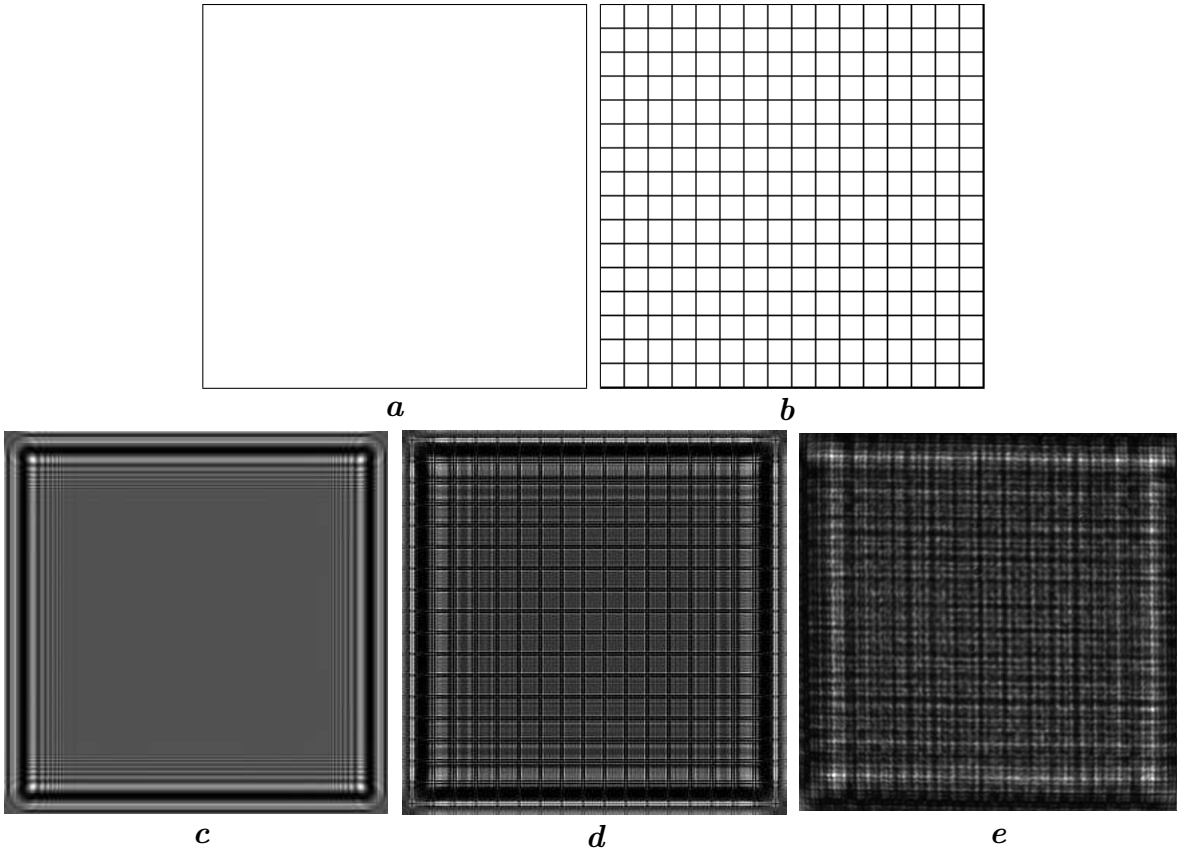


FIG. 3.23 – ***a*** *– Un représentation de la phase continue d'une onde plane,* ***b*** *– la carte de phase (****a****) échantillonnée aux proportions de la périodicité des pixels du SLM Displaytech lors de son affichage,* ***c*** *– la figure de diffraction d'une onde plane à phase continue calculée numériquement,* ***d,e*** *– les figures de diffraction : simulée et expérimentale d'une onde plane dont la phase a été échantillonnée comme (****b****). Images* ***a,b,c*** *sont obtenues à la même distance de propagation.*

La mauvaise correspondance des cartes de phase affichées par le SLM à celles générées au sein de l'algorithme de déconvolution était la raison essentielle pourquoi dans un premier temps, au passage à la technique "multi-illumination", nous avons préféré la manipulation effectuant le transfert des faisceaux-sondes vers l'échantillon, en imagerie cohérente plutôt qu'en propagation libre.

3.3 Montage "multi-illumination" par imagerie cohérente

Cette approche statique (aucun mouvement mécanique des composants n'a lieu) multivue met le plan de modulation (la surface du LCD du SLM) en conjugaison avec le plan objet (l'échantillon) par la médiation d'un système dit $4f$ d'imagerie cohérente. Là l'objet et le SLM occupent les plans focaux opposés. Dans le schéma fonctionnel 3.24 du montage concerné, la distance Δz_{01} est optiquement nulle, ce qui fait le front d'onde pixélisé diffracter une fois sur la distance Δz_{12}. Le réglage de l'installation optique reste grosso modo le même depuis la procédure de calibration des intervalles détaillée dans la section

"Calibration des distances de propagation" de ce chapitre.

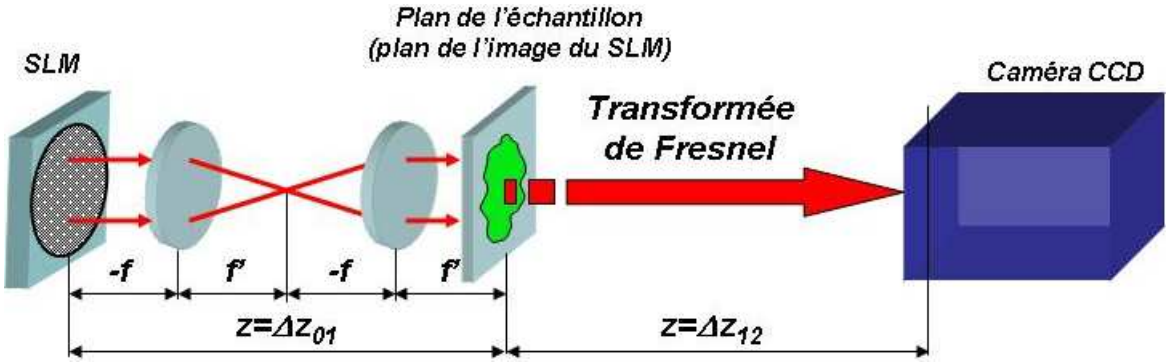


FIG. 3.24 – *Schéma fonctionnel du montage "multi-illumination" par imagerie cohérente.*

3.3.1 Problème d'alignement des cartes de phase

La particularité principale de la technique "multi-illumination" est telle que l'amplitude et la phase des faisceaux-sondes arrivés au plan de l'échantillon doivent être connues parfaitement. Cette connaissance est absolument nécessaire au cours de chaque itération pour gérer la phase de l'estimation courante car on lui additionne et soustrait périodiquement la phase des ondes de la multi-illumination. Malheureusement le matériel dont nous disposions au laboratoire ne permettait pas d'aligner l'axe optique SLM – caméra CCD à un pixel près. D'autre part, afin d'obtenir la meilleure adéquation avec les figures d'intensité expérimentales captées sur le banc optique, les cartes de phase impliquées dans le traitement numérique d'images de Fresnel ont dû être fabriquées de façon artisanale dans un éditeur graphique à partir des distributions d'intensité correspondant au plan image du SLM. Cependant la taille d'un pixel $\delta_0 = 15\,\mu$m échantillonnant les faisceaux-sondes en amont du système optique (sur le SLM) n'est pas égale à celle $\delta_z = 6.8\,\mu$m établie pour son échantillonnage en aval (sur le photodétecteur) tandis que notre propagateur numérique se contente d'une taille unique d'un pixel. Ceci explique le besoin de rééchantillonner toutes les figures de diffraction de Fresnel expérimentales avant les incorporer dans la procédure de reconstruction de phase. En l'occurence, le facteur de rééchantillonnage numérique, $\delta_z/\delta_0 = 0.453$, n'est pas un nombre entier, donc les franges de diffraction sont redimensionnées avec une fréquence de battement. Pour les images à motif périodique ça signifie une apparition des irrégularités dans leur périodicité, d'où il y a un desalignement entre les cartes de phase affichées optiquement et celle communiquées à l'algorithme de déconvolution. Ce problème disparaît dès l'adoption d'un échantillonnage plus fin, dont la période soumise au critère de Nyquist fait deux fois inférieure à la taille d'une zone interpixels du SLM.

3.3.2 Multi-illumination par un carré modulant

L'une des premières réalisations expérimentales de la multi-illumination se servait de quatre ondes illuminantes dont l'amplitude quasi uniforme couplait une à une les distributions de phase modulées par un carré "baladeur" (figure 3.25). Cette fois la caractérisation s'appliquait à un objet inconnu en forme d'une croix à 2 niveaux de phase $0/\pi$. Les distributions d'intensité de diffraction données par ces quatre faisceaux-sondes à la distance de propagation $\Delta z_{12} = 70mm$ sont représentées sur la figure 3.26. La phase rendue en sortie de la reconstruction (figure 3.27) met en évidence un résultat décevant, dont il est difficile

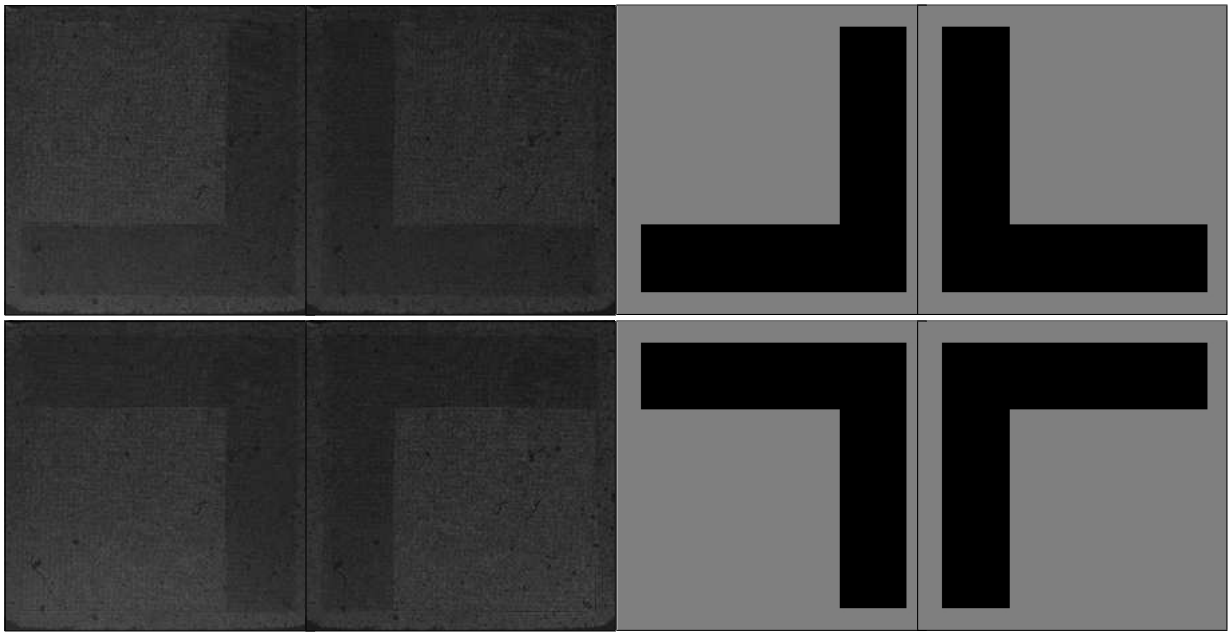


FIG. 3.25 – ***a*** – *Les figures d'intensité expérimentales,* ***b*** – *les figures de phase simulées des faisceaux-sondes dans le plan de l'image du SLM* Δz_{12}.

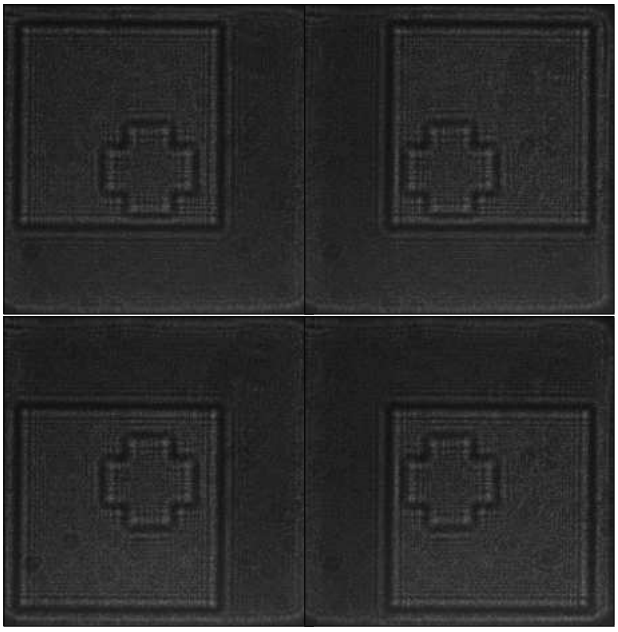


FIG. 3.26 – *Intensités de diffraction des faisceaux-sondes (figure 3.25) saisies sur le banc-prototype à la distance de propagation* Δz_{12}*=70 mm.*

de juger le problème majeur étant à l'origine de l'échec. D'une part il y a le problème constaté de sous-échantillonnage des cartes de phase destinées à l'affichage, d'autre part on se rend compte de la ressemblance entre les figures de diffraction produites, ce qui renforcent peu les contraintes.

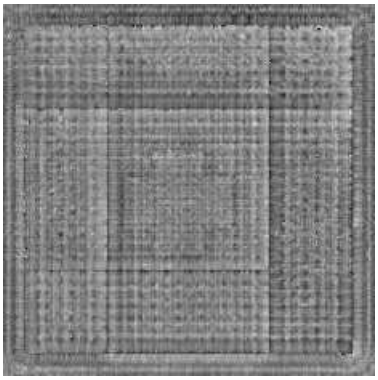


FIG. 3.27 – *Image de phase reconstruite en 100 itérations avec l'algorithme "multi-illumination" par imagerie cohérente à partir des figures de Fresnel 3.26.*

3.3.3 Reconstruction combinée

L'addition au schéma "multi-illumination" d'un second plan d'observation de la diffraction de Fresnel conduit à la naissance d'un algorithme combiné : "multiplan" plus "multi-illumination". Celui-ci semble intéressant comme le moyen de préciser le rôle de la multi-illumination. Car la technique "multiplan" reconstruit correctement la forme de la cible grâce à un faisceau-sonde, on se demande si elle fonctionnera aussi bien sous une multi-illumination. La figure 3.28 montre une surface de phase reconstruite après 100 itérations sur la base de 8 figures de Fresnel enregistrées dans les plans d'observa-

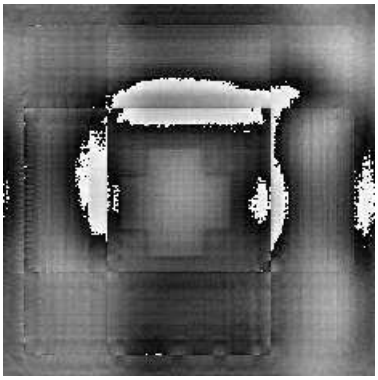


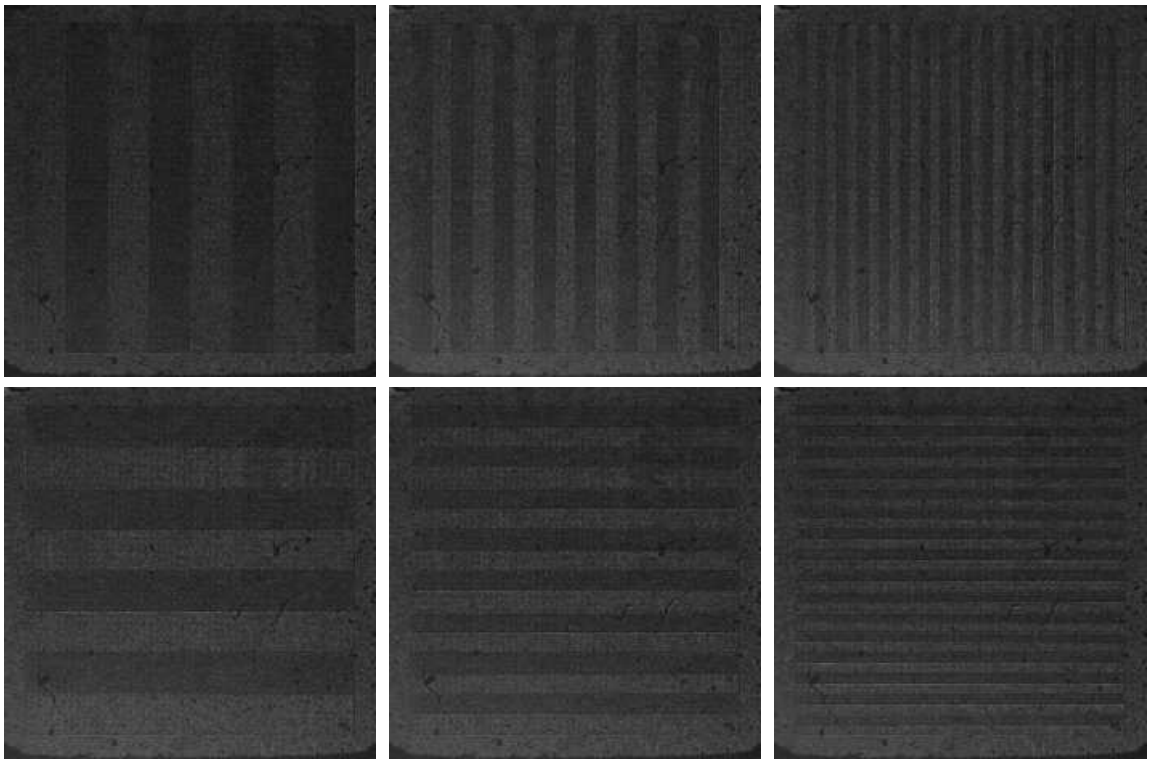
FIG. 3.28 – *Image de phase reconstruite en 100 itérations avec l'algorithme combiné à partir des figures de Fresnel enregistrées dans les plans* $(x, y, \Delta z_{12} = 70\ mm)$ *et* $(x, y, \Delta z_{12} = 100\ mm)$.

tion $(x, y, \Delta z_{12} = 70$ mm) et $(x, y, \Delta z_{12} = 100$ mm). Son faible contraste indique que la mauvaise conformité des cartes de phase due à leur sous-échantillonnage est plus contraignante qu'une faible variation de franges de diffraction entre les plans de Fresnel séparés légèrement.

3.3.4 Multi-illumination par des réseaux modulants

Une nouvelle tentative de reconstruire la forme de l'échantillon à croix est liée à l'implémentation, au sein de l'algorithme "multi-illumination", des ondes illuminantes fortement diffractantes. On y revient à l'utilisation des motifs périodiques de phase, notamment

Intensité dans le plan de l'échantillon, Δz_{12}=0 mm



Intensité dans le plan d'observation de la diffraction de Fresnel, Δz_{12}=70 mm

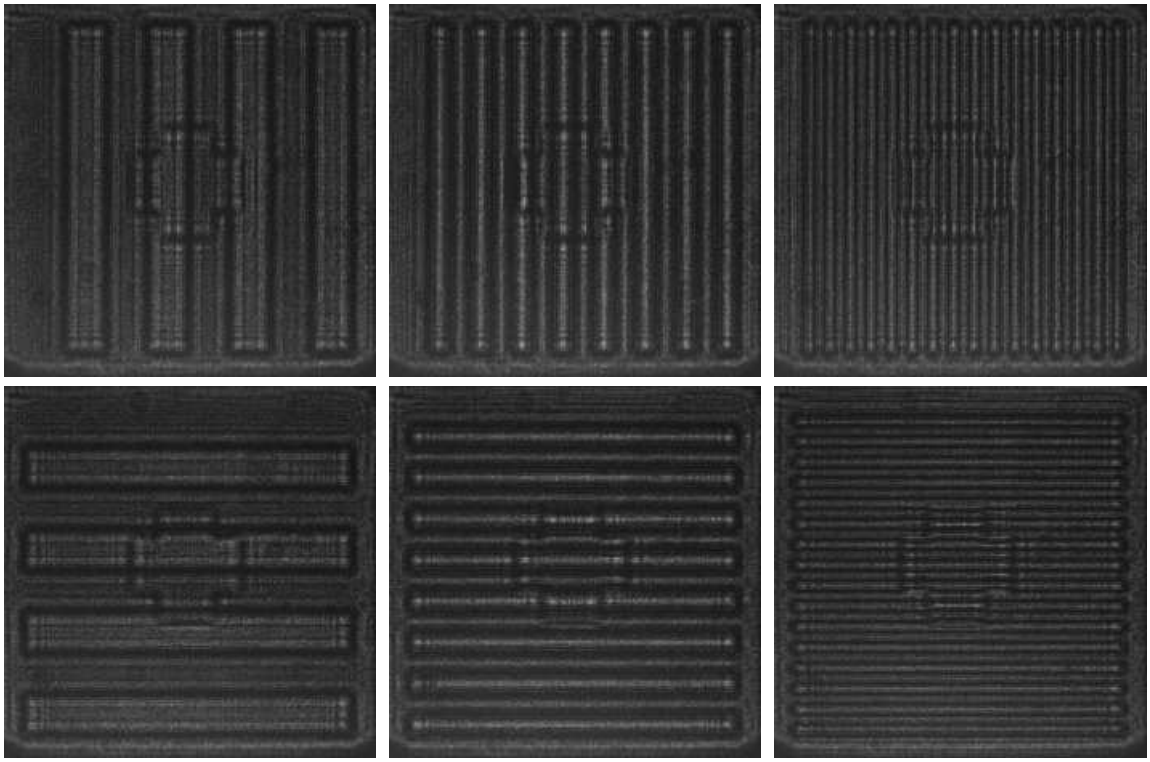
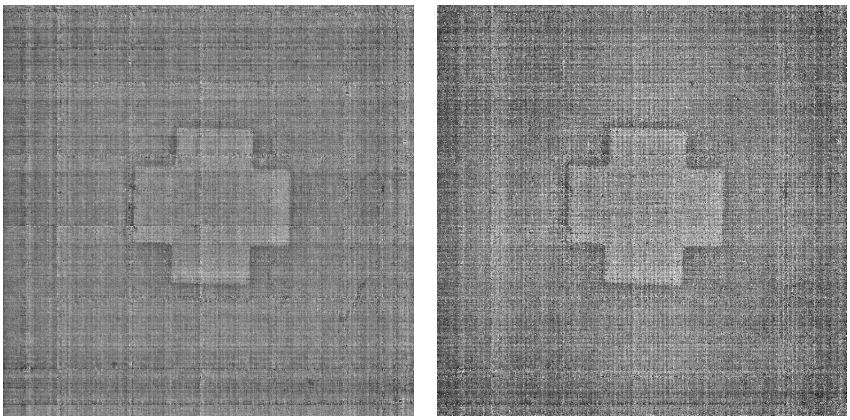


FIG. 3.29 – *Les intensités enregistrées expérimentalement aux distances de propagation Δz_{12}=0 mm et Δz_{12}=70 mm suite à une multi-illumination de l'échantillon avec 6 ondes modulées par 3 réseaux binaires de phase.*

des réseaux binaires (figure 2.23) examinés naguère au *chapitre 2* de cette thèse. Dans les conditions d'un échantillonnage non-proportionné ($\delta_0 \neq k \cdot \delta_z$, avec $k = 1, 2, ...$), la périodicité du motif de phase des faisceaux-sondes est reproduite en numérique avec une fréquence de battement, étant à l'origine d'une erreur systématique lors de la gestion itérative de la phase de l'estimation courante. Cette erreur influence la reconstruction d'autant plus que la fréquence spatiale du réseau modulant est grande. En l'occurence nous avons appliqué trois pas périodiques les plus larges que le SLM était capable de générer sur son LCD : 240, 480 et 960 μm/période. Les distributions d'intensité correspondant à six ondes illuminantes (3 paires de traits orthogonaux) saisies d'abord dans le plan de l'échantillon ($\Delta z_{12} = 0$) puis dans le plan d'observation ($\Delta z_{12} = 70$), occupent la figure 3.29. En fonction du nombre de ces images prises en compte dans la multivue, deux déconvolutions distinctes ont été mises en œuvre. La première utilise 4 faisceaux-sondes dont les pas du motif de phase sont 480 et 960 μm/période. La seconde possède 6 faisceaux-sondes aux réseaux périodiques suivants : 240, 480, 960 μm/période. Les deux versions de la procédure se sont déployées sur 10 itérations concécutives au-delà desquelles un nombre supérieur d'itérations n'apportait aucune amélioration à l'image reconstruite. Précisons sur la figure 3.30 que la distribution de phase visualisée par l'image ***a*** résume la reconstruction à 4 ondes tandis que celle de l'image ***b*** correspond à l'utilisation de 6 ondes illuminantes.



a ***b***

FIG. 3.30 – *Les images de phase déconvoluées en 10 itérations par l'algorithme "multi-illumination" en imagerie cohérente avec :* ***a*** *– 4 réseaux,* ***b*** *– 6 réseaux, à partir des figures de diffraction 3.29.*

Les deux estimations imprimées sont plus ou moins bien reconnaissable mais diffèrent par leur niveau de contraste qui est un peu meilleur pour l'image ***b*** que pour l'image ***a***. Une explication de la différence visuelle peut être une contribution limitée de la part du cinquième et du sixième réseaux faisant partie de la multi-illumination de la seconde procédure. Parallèlement à ce qu'ils facilitent la convergence de l'algorithme ils introduisent une erreur de phase supplémentaire due à la fréquence de battement. Toutefois on constate l'aboutissement général de la déconvolution qui justifie le modèle "multi-illumination".

3.4 Montage "multi-illumination" par propagation libre

Maintenant nous abordons la vérification expérimentale de la technique "multi-illumination" dans un montage (figure 3.31) où aucun élément optique, à part le cube polarisant et

l'échantillon, n'est situé entre le plan du SLM et celui de la caméra CCD. Les caractéristiques essentielles du nouveau dispositif utilisant la propagation libre des ondes sont identiques à celles de son homologue fonctionnant en imagerie cohérente. Tout de même il y a une restriction liée au fait que nous ne pouvions pas rapprocher l'échantillon du LCD

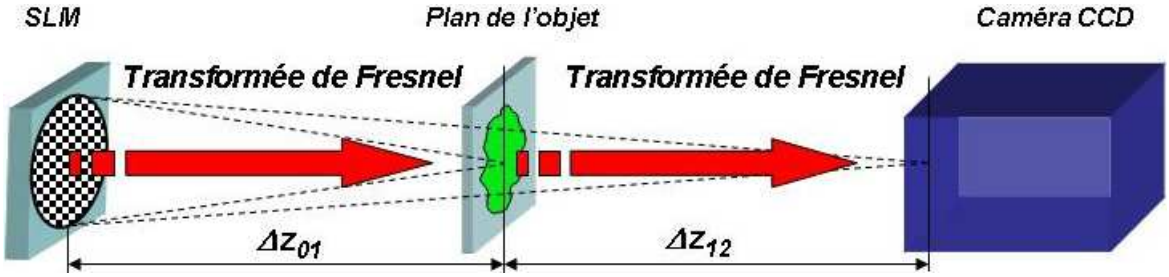
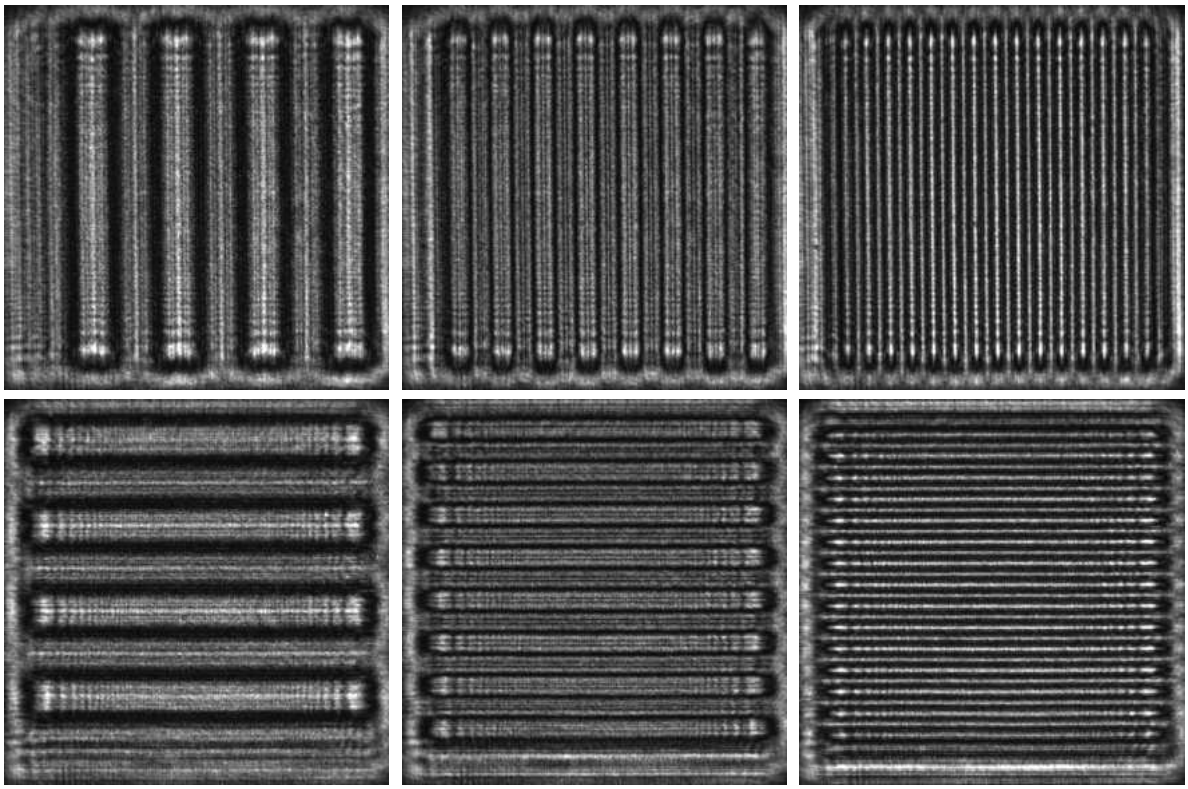


FIG. 3.31 – *Schéma du montage "multi-illumination" par propagation libre.*

du SLM plus près de Δz_{01}=80 mm à cause de l'encombrement des montures du cube séparateur et du SLM. De telle façon les limitations de l'expérience portaient aussi bien sur les distances de propagation pratiquables que sur la fréquence spatiale des motifs à afficher. Par ailleurs le passage de l'imagerie cohérente à la propagation libre de l'illumination possède un avantage. La suppression du montage $4f$ entre l'échantillon et le SLM *Displaytech* remet à zéro les aberrations appropriées aux faisceaux-sondes lors de leur propagation à travers l'optique. En revanche, d'un point de vue pratique, la manipulation des faisceaux en diffraction rend difficile l'alignement des cartes de phase préfabriquées vis-à-vis des figures de diffraction énregistrées.

La prochaine étape de la vérification expérimentale nous conduit à un exemple de multi-illumination composée de 6 faisceaux-sondes modulés en phase par quelques réseaux binaires (voir la figure 2.23 du *chapitre 2*). Ayant une orientation orthogonale de traits, les réseaux modifient la périodicité spatiale de la phase des ondes entre 240, 480, 960 μm/période. Après leur affichage sur le SLM puis la récupération des intensités de diffraction de Fresnel (figures 3.32 – 3.33), nous avons procédé à fabriquer, dans un éditeur graphique, les cartes de phase complétant l'amplitude complexe des faisceaux-sondes au sein de l'algorithme itératif. Pour connaître la distribution de phase de la multi-illumination dans le plan de l'échantillon et celui du photodétecteur, ces faisceaux-sondes génériques ont été propagés numériquement à la distance $\Delta z_{01} = 100$ mm puis au-delà jusqu'à atteindre l'écart $\Delta z_{01+12} = 150$ mm entre le SLM et la caméra CCD. Une fois que nous avons obtenu tous les éléments nécessaires pour la reconstruction du front d'onde inconnu, nous avons lancé la procédure de déconvolution, dont il était attendu un résultat comparable à celui obtenu dans le montage configuré pour utiliser la multi-illumination en imagerie cohérente. Effectivement, car les phénomènes indésirables tels que la diffraction de front d'onde sur les pixels du SLM, la troncature éventuelle d'une image dont la taille dépasse l'ouverture du capteur, les désalignements des cartes de phase, viennent à la place des aberrations apportées par l'optique du système $4f$, la qualité de reconstruction change peu. En sorte de confirmation de cette appréhension la figure 3.34 montre une image de phase reconstruite similaire au résultat de caractérisation du même échantillon par la technique "multi-illuminantion" par imagerie cohérente.

Intensité dans le plan de l'échantillon, Δz_{01}=100 mm



Phase dans le plan de l'échantillon, Δz_{01}=100 mm

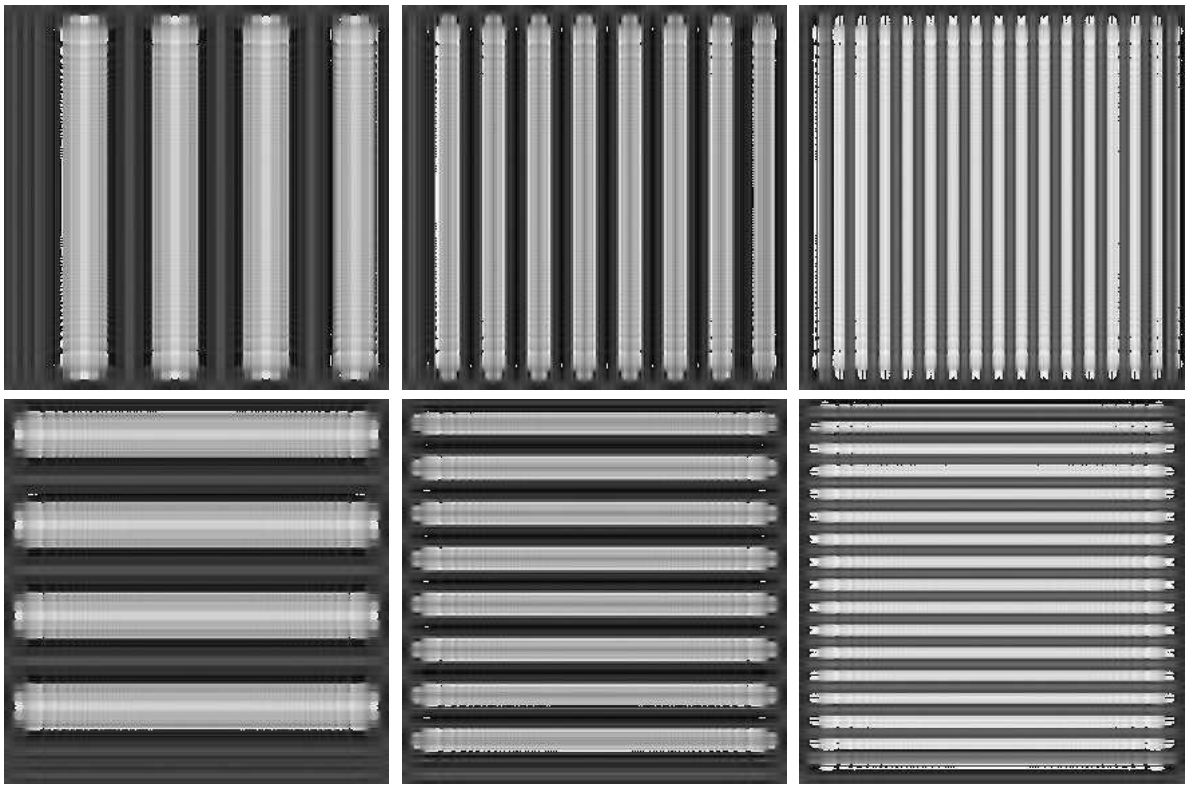


FIG. 3.32 – *L'intensité expérimentale (en haut) et les distributions de phase simulées (en bas) des 6 ondes illuminantes retenues dans le plan de l'échantillon.*

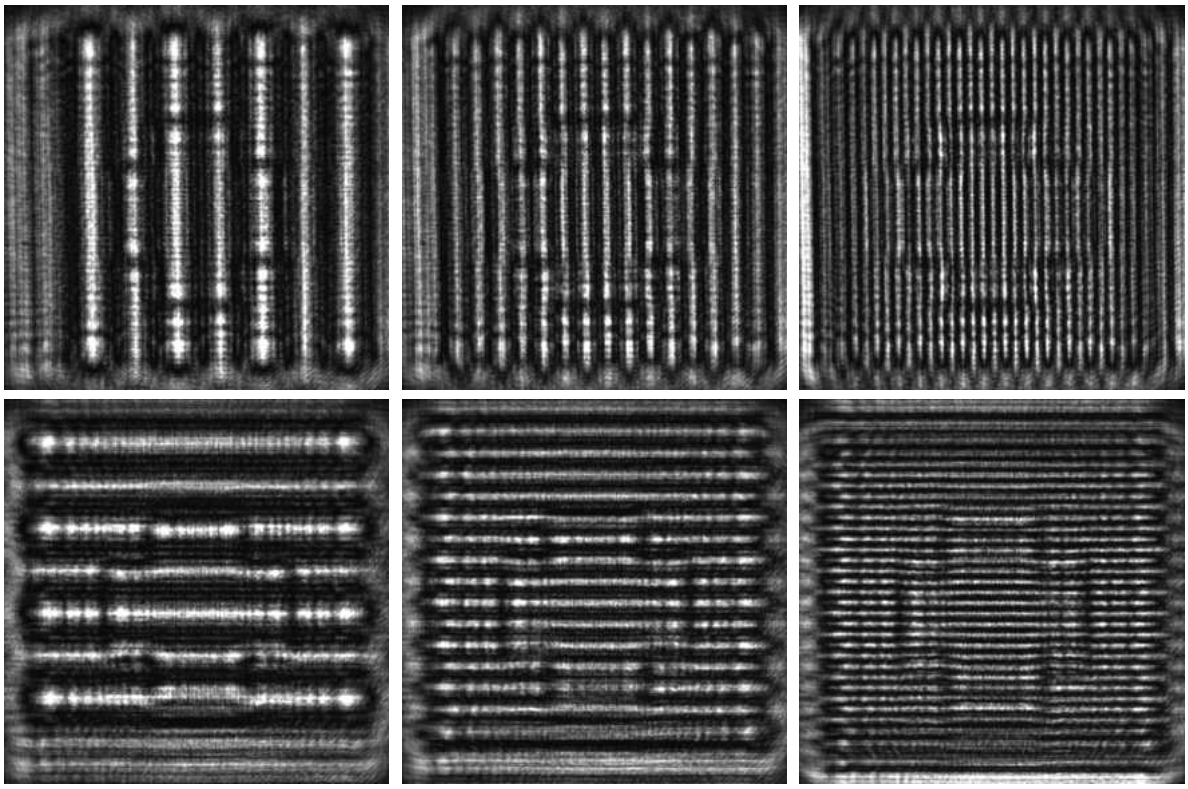


FIG. 3.33 – *L'intensité des faisceaux-sondes atteints le plan d'observation de la diffraction* $(x,y,\Delta z_{01+12})$.

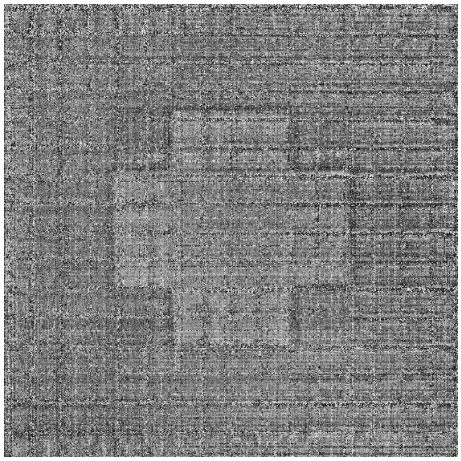


FIG. 3.34 – *Phase déconvoluée en 10 itérations par l'algorithme "multi-illumination" par propagation libre.*

3.5 Conclusion

Notre description de la vérification expérimentale des techniques de déconvolution itérative basées sur le principe de multivue (la prise en compte de nombreuses figures de diffraction de Fresnel afférentes au même objet de caractérisation) se termine sur une note encourageant certaines améliorations du matériel et du modèle théorique proposé. Or, ceci

ne remet aucunement en cause la fonctionnalité de la technique “multi-illumination” démontrée expérimentalement sur un banc optique, puis mise en détail sur les pages du *chapitre 3*. La vocation des essais réalisés au cours de cette thèse était aussi de démontrer l'utilité d'un SLM programmable dans la mise en œuvre du principe de la multivue “multi-illumination” face à un autre concept de la multivue appelé “multiplan”.

Au premier stade, notre travail expérimental s'est concentré sur l'assemblage et la mise en service de l'installation optique, considérée comme un prototype du futur profilomètre de phase. Notamment il fallait intégrer au dispositif un modulateur spatial de lumière *Displaytech*, capable de moduler la phase d'un éclairement incident. Cet appareil est destiné à afficher sur son écran à cristaux liquides férro-électriques, en mode synchronisé avec prise de vue sur la caméra CCD, des motifs binaires divers. Compte tenu de la variété énorme des cartes de phase réalisables ainsi, l'implémentation d'un SLM paraît très avantagese vis-à-vis du recours dans le même but à la mise en déplacement d'un objectif de collimation. Le prototype de profilomètre de phase dont il est question en obtient une flexibilité remarquable. Une autre charge à pourvoir durant la manipulation au laboratoire s'associait au support et la gestion de l'installation optique. Proprement dit, le souci consistait à assurer la sauvegarde ainsi que la visualisation des acquisitions expérimentales transformées après la numérisation en tableaux d'intensité. Finalement nous avons dû créer un logiciel de pilotage dont la programmation permettait les acquisitions instantanées en régime automatique ou manuel. Parmi les tâches résolues dans un premier temps on doit mentionner également la gestion de la polarisation de lumière à travers le prototype, ayant pour objectif de procurer aux faisceaux-sondes illuminantes une modulation pure de phase.

Puisqu'au début toutes nos reconstructions expérimentales furent tenues en échec, nous nous sommes logiquement interrogés sur la stabilité de certains paramètres du montage optique. Grâce à une simulation il a été déterminé que l'incertitude sur la longueur des intervalles de propagation des faisceaux ne troublait sérieusement la convergence de l'algorithme que si elle excédait la valeur 0.5 mm. À dessein de réduire la gravité du problème, nous avons implémenté une procédure originale de calibration des distances, basée sur l'affichage sur le SLM d'une série de HSO binaires de Fresnel. Quelques HSO calculés spécialement pour focaliser la lumière du faisceau-sonde à l'intérieur d'une image particulière localisée dans un plan fixe du montage puis dans des plans rapprochés, permettent de maîtriser l'incertitude de positionnement des plans visés à un niveau proche de ± 0.25 mm. À part la justesse des distances de propagation, il y avait un points d'interrogation sur la détérioration du front d'onde propagé due aux imperfections des composants optiques du prototype. Plus exactement il s'agissait de détecter les anomalies au niveau de la couple *cube séparateur polarisant – SLM* éventuellement défectueuse. Leur analyse a été effectuée au moyen de deux techniques complémentaires, dont une interférométrique l'autre diffractive. Nous avons utilisé la première méthode pour vérifier la planéité des couches optiques complétant le LCD de quatre SLM *Displaytech* placés dans un interféromètre de Michelson, alors que la seconde méthode était mieux adaptée à la mesure du déphasage produit par les pixels. Quelques exemples de caractérisation d'une onde plane modulée par le SLM (juste réfléchie ou bien modifiée par certains pixels mis en état de commutation “ON” tandis que les autres restaient en état “OFF”) ont révélé une erreur de planéité possédée par trois modulateurs *Displaytech* parmi quatre disponibles, équivalente à une frange interférométrique. Le quatrième spécimen a manifesté une erreur inférieure ou égale à $\lambda/4$, donc a intégré définitivement le banc-prototype pour les manipulations

postérieures. Toutefois pour moduler la phase d'un éclairement simple nous utilisions un SLM *Displaytech* à taux d'extinction inférieur à 100% à cause de l'espace interpixels de la matrice à cristaux liquides où la modulation reste incontrôlée. De cette façon une onde envoyée vers l'échantillon s'avère modulée non seulement en phase mais aussi en amplitude. Cet inconvénient réduit le contraste des figures de Fresnel générées dans le plan de la caméra CCD. Malheureusement ce tort peut être difficilement pris en compte par l'algorithme de reconstruction de phase.

Au cours de la réalisation de la technique de déconvolution "multiplan" à une certaine étape notre montage optique a été simplifié exprès par en retirer le SLM. La suppression de l'élément diffractif en amont du système tentait de réduire les pertes de lumière occasionnées par la diffraction excessive d'un front d'onde discontinu puis d'assurer un traitement d'images fiable. Depuis lors l'illumination propagée à travers l'échantillon représentait une onde plane continue tirée directement de l'objectif de collimation. Les reconstructions de phase, effectuées dans ces conditions d'enregistrement des figures de Fresnel, ont confirmé la fonctionnalité de la méthode "multiplan" qui avait un temps de calcul équivalent à des centaines d'itérations. La remise en place du module *Displaytech* a révélé une nette dégradation des images reconstruites affectées par une sorte de bruitage. Il est devenu clair que les propriétés du SLM jouent un rôle déterminant dans la qualité de reconstruction.

Cependant, l'investigation principale de notre thèse allait dans le sens d'obtenir la multivue par une multi-illumination, dont les simulations ont annoncé au *chapitre 2* des résultats prometteurs. Les deux versions de l'algorithme de déconvolution (illumination par l'imagerie cohérente ou par la propagation libre) aboutissaient correctement à la cible au bout de quelques dizaines d'itérations seulement. Sur ce fond positif l'efficacité de la multi-illumination réalisée dans un montage optique statique à SLM s'est montrée dépendente de nombreux facteurs. En particulier, les faisceaux-sondes fortement diffractant facilitaient la convergence mieux que les faisceaux-sondes qui diffractaient peu (2 motifs de modulation de l'onde plane ont été testés : un carré "baladeur" et une série de réseaux binaires). De plus, il a été découvert que le sous-échantillonnage du front d'onde au niveau du SLM à cause des capacités limitées de moyens informatiques utilisés (modèle simplifié du propagateur) ne permettait pas une conformité absolue des cartes de phase génériques figurant dans la déconvolution à celles affichées sur le SLM. Néanmoins certaines réalisations expérimentales confirment la faisabilité de la caractérisation de phase au moyen d'une multi-illumination.

Conclusion générale

En revenant sur les points-clés qui déterminent la problématique de la présente étude doctorale, nous tâchons de réviser son apport à la création d'une nouvelle technique d'analyse de front d'onde (caractérisation de phase). Ce travail encadré par le projet européen LASSAR cherche entre autre à répondre aux besoins de nos partenaires industriels insatisfaits des méthodes d'analyse déja existantes ne pas toujours parfaitement adaptées aux applications expérimentales de plus en plus variées. Une seconde raison de la création d'une nouvelle méthode d'analyse est les frais de mise en œuvre souvent trop élevés à force d'utiliser un équipement onéreux. C'est pourquoi le principal défi de la recherche qui a marquée cette thèse était de mettre au point un moyen expérimental de caractérisation de phase : performant, rapide, à bas côut. Pour réaliser le concept d'un instrument de mesure reconstruisant une onde inconnue au moyen d'une multivue (une multitude de figures de diffraction obtenue à partir du même objet de caractérisation), nous avons proposé une technique applicable dans un montage optique, n'ayant aucun mouvement mécanique intérieur. La configuration du banc-prototype est simple, comprend un SLM programmable, une caméra CCD ainsi qu'un objet d'analyse placé quelque part entre eux. La simplicité de la chaîne optique à construire a entrainé d'une part, le besoin de la gestion des faisceaux-sondes au niveau du système d'illumination, d'une autre part, la nécessité d'un traitement intelligent des données acquises numérisées.

D'après une étude bibliographique présentée à l'ouverture de la partie théorique de la thèse, il est possible de désigner au moins trois classes de méthodes permettant l'accès aux informations sur la phase de l'onde. La première regroupe les méthodes interférométriques basées sur une analyse traditionnelle spatiale ou temporelle des franges d'une ou plusieurs figures d'interférence. La seconde réunit les méthodes non-interférométriques diffractives aptes à calculer numériquement la déconvolution de l'onde propagée grâce aux algorithmes sous-jacents. La troisième classe inclut les méthodes basées en général sur les propriétés de l'optique géométrique et de la mécanique. Le dessein de faire valoir les outils informatiques modernes en dépit du matériel optique sophistiqué et coûteux a prédisposé notre intérêt envers les techniques de déconvolution itérative fonctionnant sur le pricipe de la boucle conventionnelle IFTA. Plus précisément nous avons combiné l'idée d'utiliser un SLM en sorte d'un élément diffractif reconfigurable, pour obtenir la multivue dans un plan d'observation fixe, avec un traitement numérique de figures de Fresnel enregistrées soit à partir d'un front d'onde inconnu, soit à partir d'un objet (surface) inconnu à caractériser. En conséquence un important travail théorique découlé du besoin de résoudre un problème "mal posé" a été fourni. Sa nécessité était d'autant plus tangible pour étudier la convergence des algorithmes itératifs qu'il a permit d'identifier en pratique les principales difficultés associées au problème de reconstruction de phase. Cette investigation toucha, en particulier, le problème général d'unicité de solution puis le problème de stagnation de la convergence attrapée dans les minima locaux. À ce stade la pertinence d'une redondance

de paramètres connus face à ceux inconnus de la propagation a été mise en évidence pour éliminer les solutions indésirables et conduire l'algorithme de déconvolution à la solution recherchée.

Le système analytique de notre modèle de diffraction s'inscrit dans le cadre de la théorie scalaire de propagation de lumière avec l'approche de Fresnel. Cela offre toute une variété de schémas algorithmiques basés sur la déconvolution. Durant la période de notre recherche, quelques articles publiés au sujet des algorithmes itératifs de type IFTA nous ont reconforté à propos de la dextérité de la multivue dans la reconstruction de phase. Nous tachions de tirer profit de ses avantages au sein de la procédure "multi-illumination" proposée en deux versions. Celles-ci fonctionnent l'une en imagerie cohérente, l'autre en double diffraction par propagation libre des ondes. À l'aide des simulations numériques de ces algorithmes nous avons montré la possibilité d'assurer une redondance de paramètres connus dans le système de propagation produite grâce à la propagation d'une série de faisceaux-sondes modulés en phase convenablement. Le problème de stagnation caractéristique des schémas algorithmiques monovue n'y survient pas, au contraire, l'usage d'une multi-illumination réduit considérablement le temps de convergence de quelques milles à quelques dizaines d'itérations par rapport à la technique conventionnelle IFTA.

Les résultats convainquants des modélisations assistées par ordinateur, particulièrement ceux obtenus à partir de la multi-illumination modulée par des réseaux binaires de phase, nous ont encouragés à les reproduire expérimentalement sur un banc-prototype du profilomètre de phase. Un SLM programmable *Displaytech* fonctionnant en réflexion se situe au cœur de cette installation optique, étant synchronisé au travers de l'ordinateur avec le système d'acquisition. Il génère une succession de faisceaux-sondes en affichant sur son LCD des cartes de phase. La gestion de son travail ainsi que de toutes les autres parties du banc se fait via l'interface graphique d'un logiciel spécial de pilotage créé aussi pour sauvegarder et visualiser les acquisitions retenues par la caméra CCD. Après avoir mis en œuvre une série de calibrations dont celle des distances de propagation et une analyse de la planéité de la matrice à cristaux liquides du SLM, nous avons obtenu un environnement expérimental correspondant en gros à nos modèles théoriques de propagation. À l'intention de diminuer la quantité de bruit apporté aux calculs par les acquisitions et d'avoir une procédure de reconstruction plus simple, dans un premier temps notre propagateur numérique chargé de traiter les images de Fresnel bénéficiait d'une approximation de front d'onde continu. Plus tard il a été constaté que cette approche n'était pas suffisamment adéquate vis-à-vis de l'influence des interpixels du SLM sur la modulation de phase des faisceaux-sondes et la conformité des cartes de phase génériques et affichées. Malheureusement à époque de mener la présente recherche il n'était pas pensable de tenir pleinement compte de la pixelisation des faisceaux-sondes. Leur échantillonnage proportionnel aux mensurations des éléments de la matrice du SLM auraient rendu le temps d'execution de la plupart des simulations tout à fait irraisonnable. Dans ces circonstances l'échantillonnage numérique appliquée à l'onde circulant dans le propagateur virtuel manquait de finesse pour reproduire la moindre période d'oscillation sur le SLM – un interpixel. Ainsi le propagateur souffrait de la perte d'une part du signal afférente à des composantes spectrales des hautes fréquences. Cela semble une bonne explication de la non-conformité des cartes de phase conduisant aux difficultés de la reconstruction itérative tentée en expérimental.

Malgré les problèmes techniques rencontrés, nous avons démontré la possibilité de reconstruire expérimentalement un front d'onde inconnu au moyen d'une multi-illumination gérée par un SLM. Nous prévoyons une amélioration des performances du prototype du profilomètre de phase avec l'adoption d'un SLM à l'interpixel réduit voire nul. Au niveau des outils informatiques, une augmentation du rendement des moyens de calcul est signalé comme nécessaire afin de pouvoir développer notre propagateur numérique sur une fréquence d'échantillonnage tenant pleinement compte de la pixelisation du front d'onde à propager.

Annexes

Annexe A

Théorie de régularisation

A.1 Représentation du signal

Supposons une onde inconnue qui se propage à la distance $z = \Delta z$ entre deux plans parallèles auxquels correspondent les sous-espaces Σ_{obj} et Σ_F de fonctions intégrables et les intensités $I_{obj} = |A_{obj}|^2$, $I_F = |A_F|^2$. D'après [50],[51] l'un des points contribuant au problème de reconstruction de l'onde vient du choix des fonctions bien appropriées pour approcher le signal inconnu dans la zone du champ proche. Notre objectif est de trouver une approximation sur un nombre limité de termes. Effectivement, l'opérateur de transfert de l'intensité à travers le milieu est une fonction limitée dans le plan de diffraction $(\xi, \eta, 0)$ par une pupille (ici un carré de la taille $a \times a$). C'est-à-dire le noyau de Fresnel est aussi une fonction limitée. Dans l'hypothèse que les composantes spectrales du produit de convolution du signal et du noyau de Fresnel sont considérablement supérieures à zéro sur une surface de rayon $\sqrt{(\nu_x^2 + \nu_y^2)} \sim 1/\pi$, il est possible d'adopter une représentation limitée de l'onde à analyser. Dans [50] il est proposé de déployer signal sur $(N+1)^2$ composantes d'une série de Fourier :

$$f(x,y) = \frac{1}{4a^2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} F_{nm}\, exp\left[\frac{i\pi}{a}(nx + my)\right] \tag{A.1}$$

ou bien en terme des fonctions de Dirichlet d'échantillonnage :

$$\begin{aligned} f(x,y) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} f(x_n, y_m) S_{N/2}(x - x_n) S_{N/2}(y - y_m), \\ S_{N/2}(x) = \frac{\sin\left[\frac{\pi x}{a}(N+1)/2\right] \sin\left[\frac{\pi x}{2a}\right]}{N+1}, \\ S_{N/2}(y) = \frac{\sin\left[\frac{\pi y}{a}(N+1)/2\right] \sin\left[\frac{\pi y}{2a}\right]}{N+1}. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Dans cette expression il y a les intervalles d'échantillonnage $x_n = n\Delta x$, $y_n = n\Delta y$, $\Delta x = 2a/(N+1)$, $\Delta y = 2a/(N+1)$. Pour représenter l'intensité du même signal (le module au carré de l'amplitude) la série de Fourier doit porter $(2N+1)^2$ éléments :

$$f^2(x,y) = \sum_{n=-N}^{N} \sum_{m=-N}^{N} f^2(x_n, y_m) S_N(x - x_n) S_N(y - y_m) \tag{A.3}$$

sur les intervalles d'échantillonnage $x_n = n\Delta x'$, $y_n = n\Delta y'$, $\Delta x' = 2a/(2N+1)$, $\Delta y' = 2a/(2N+1)$.

En l'occurence l'intensité $I_F(\nu_x, \nu_y) = |A_F(\nu_x, \nu_y)|^2$ du front d'onde inconnu :

$$\begin{aligned} I_F(\nu_x, \nu_y) = \sum_{n=\frac{-N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{m=\frac{-N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{n'=\frac{-N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{m'=\frac{-N}{2}}^{\frac{N}{2}} |A_{F\,n,m,n',m'}(\nu_x, \nu_y)|^2 \times sinc(2a\nu_x - n\pi) \times \\ \times sinc(2a\nu_y - m\pi) \times sinc(2a\nu_x - n'\pi) \times sinc(2a\nu_y - m'\pi) \end{aligned} \tag{A.4}$$

ayant une bande de $(N+1)^4$ fréquences est approchée dans le plan $(x, y, \Delta z)$.

A.2 Interprétation vectorielle de la convergence

La recherche de la solution globale [50],[51] tend à la minimisation de la fonction vectorielle :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = &\|\mathcal{F} - \vec{A^2}\|^2 = \||TFresnel\{g_k(\xi, \eta)\}|^2 - I_F(x, y)\|^2 + \\ &+ \||TFresnel^{-1}\{G_k(x, y)\}|^2 - I_{obj}(\xi, \eta)\|^2 \end{aligned} \tag{A.5}$$

qui, par analogie avec l'expression (2.15) du *chapitre 2*, joue le rôle du critère de convergence dans les sous-espace Σ_{obj}, Σ_F des fonctions quadratiques integrables. Là-dedans l'opérateur $\mathcal{F}=\binom{TFresnel}{TFresnel^{-1}}$ fait la transformée de Fresnel directe et/ou inverse de son argument. Les doubles barres $\|\,\|$ signifient la norme euclidienne alors que $g_k(\xi, \eta, z = 0)$, $G_k(x, y, z = \Delta z)$ sont les estimations du front d'onde lors de la $k^{-ième}$ itération.

Si le minimum global de la convergence recherché par la déconvolution s'attache à une estimation τ_0. En partant d'une estimation τ, le processus avance dans le sens $\vec{n} = (\tau - \tau_0)/\lambda$ dont le paramètre λ définit la quantité de mouvement. Au sein de l'indicateur (A.5) qui le décrit sous une forme intégrale :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\tau_0 + \lambda\vec{n}) &= \int_x \int_y \left| |\mathcal{F}\{\tau_0 + \lambda\vec{n}\}|^2 - \vec{A^2} \right|^2 dxdy = \\ &= \int_x \int_y \left(|\mathcal{F}\{\tau_0 + \lambda\vec{n}\}|^4 - 2\vec{A^2}|\mathcal{F}\{\tau_0 + \lambda\vec{n}\}|^2 + \vec{A^4} \right) dxdy \end{aligned} \tag{A.6}$$

on distingue trois parties venues de la propriété additive de la transformée de Fresnel :

(I) $|\mathcal{F}\{\tau_0 + \lambda\vec{n}\}|^2 = |\mathcal{F}\{\tau_0\}|^2 + \lambda^2|\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2 + 2\lambda\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\}$

(II) $|\mathcal{F}\{\tau_0+\lambda\vec{n}\}|^4 = \lambda^4|\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^4+|\mathcal{F}\{\tau_0\}|^4+4\lambda^2|\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\}|^2+2\lambda^2|\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2|\mathcal{F}\{\tau_0\}|^2+$
$+4\lambda\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\} \cdot |\mathcal{F}\{\tau_0\}|^2 + 4\lambda^3\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\} \cdot |\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2$

(III) $-2\vec{A_1}^2|\mathcal{F}\{\tau_0 + \lambda\vec{n}\}|^2 = -2\vec{A_1}^2 (|\mathcal{F}\{\tau_0\}|^2 + \lambda^2|\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2 + 2\lambda\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\})$

Étant donné que $|\mathcal{F}\{\tau_0\}|^2 = I_F$, la substitution de l'expression (A.6) à (I), (II) et (III) donne la formule simplifiée du critère de convergence :

$$\boxed{\mathcal{E}(\tau_0 + \lambda\vec{n}) = \lambda^2(a\lambda^2 + b\lambda + c),} \tag{A.7}$$

où $a = \||\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2\|^2$, $b = 4\,\langle \Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}, |\mathcal{F}\{\vec{n}\}|^2\rangle$, $c = 4\,\|\Re e\{\mathcal{F}\{\tau_0\}\mathcal{F}^*\{\vec{n}\}\|^2$. Les crochets $\langle ... \rangle$ déterminent le produit scalaire des vecteurs.

Afin de trouver les minimums du polynôme (A.7), sa dérivée dans la direction de λ doit être égale à 0. On en obtient donc une équation de troisième ordre :

$$\frac{d\mathcal{E}_1(\tau_1)}{d\lambda} = 4a_1\lambda^3 + 3b_1\lambda^2 + 2c_1\lambda = \lambda(4a_1\lambda^2 + 3b_1\lambda + c_1) = 0. \tag{A.8}$$

ayant 3 solutions possibles. Le minimum global est associé à $\lambda = 0$. Dans ces conditions l'unicité de solution est le synonyme de l'absence de solution réelle de l'équation quadratique $4a_1\lambda^2 + 3b_1\lambda + c_1 = 0$. Cela impose une signification imaginaire au terme $\sqrt{9b_1^2 - 32a_1c_1}$, c'est-à-dire :

$$\frac{b_1^2}{a_1c_1} < \frac{32}{9}. \tag{A.9}$$

Admettons néanmoins une certaine solution $\tau_1 \neq \tau_0$ dans la direction de la convergence $\vec{n_1} = \tau_1 - \tau_0$ qui correspond au facteur $\lambda = 1$. Alors l'indicateur $\mathcal{E}_1(\tau)$ est égal à 0 à la fois pour $\tau_0(\lambda = 0)$ et $\tau_1(\lambda = 1)$ si bien qu'il s'écrit comme suit :

$$\mathcal{E}_1(\tau_0 + \lambda\vec{n_1}) = a_1\lambda^2(\lambda - 2)^2 \tag{A.10}$$

aux coefficients $a_1 = c_1$, $b_1 = -2a_1$. Pourtant ce rapport n'est pas respecté dès que l'on prend en considération un autre plan d'observation pour lequel les coefficients a_1, b_1, c_1 prennent d'autres valeurs en faisant disparaître le minimum $\lambda = 1$.

Lorsqu'on utilise plusieurs figures de diffraction, le polynôme (A.7) peut être développé sur un système d'équations :

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_1(\tau_0 + \lambda\vec{n}) &= \||TFresnel\{g_k^{(1)}(\xi,\eta)\}|^2 - I_F(x,y)\|^2 + \\
&\quad + \||TFresnel^{-1}\{G_k^{(1)}(x,y)\}|^2 - I_{obj}(\xi,\eta)\|^2, \\
\mathcal{E}_2(\tau_0 + \lambda\vec{n}) &= \||TFresnel\{g_k^{(2)}(\xi,\eta)\}|^2 - I_F(x,y)\|^2 + \\
&\quad + \||TFresnel^{-1}\{G_k^{(2)}(x,y)\}|^2 - I_{obj}(\xi,\eta)\|^2, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\mathcal{E}_n(\tau_0 + \lambda\vec{n}) &= \||TFresnel\{g_k^{(n)}(\xi,\eta)\}|^2 - I_F(x,y)\|^2 \\
&\quad + \||TFresnel^{-1}\{G_k^{(n)}(x,y)\}|^2 - I_{obj}(\xi,\eta)\|^2.
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Annexe B

Calculs

B.1 Estimation de la distance Z_{limite}

Dans le domaine de l'objet la croissance de la distance de propagation Δz correspond au rétrécissement des anneaux de phase du noyau de Fresnel :

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(i,j,0) = \frac{e^{k\Delta z\sqrt{-1}}}{\lambda\Delta z\sqrt{-1}} \cdot exp\left\{\frac{\pi\delta_0^2\sqrt{-1}}{\lambda\Delta z}(i^2+j^2)\right\}. \tag{B.1}$$

Lorsque l'on veut l'échantillonner correctement sa période spatiale, étant minimale au bord du support, doit reposer sur au moins 2 pixels. Dans ce cas extrême, deux points conjoints de la phase échantillonnée ont une différence inférieure ou égale à π :

$$\frac{\pi\delta_0^2}{\lambda Z_{limite}}\left[\left(\frac{N}{2}\right)^2 - \left(\frac{N}{2}-1\right)^2\right] \leq \pi \tag{B.2}$$

d'où la distance maximale respectant l'échantillonnage correct se trouve par l'inéquation :

$$Z_{limite} \geq \frac{\delta_0^2(N-1)}{\lambda} \simeq \frac{\delta_0^2 N}{\lambda}. \tag{B.3}$$

Contrairement au point de vue de l'espace réel, dans le domaine des fréquences spatiales :

$$\begin{aligned} \nu_i &= \frac{i}{\delta_0(N-1)}, \quad \nu_j = \frac{j}{\delta_0(N-1)} \quad lorsque \quad i,j = 0,1,...,N/2-1; \\ \nu_i &= \frac{N/2-i}{\delta_0(N-1)}, \quad \nu_j = \frac{N/2-j}{\delta_0(N-1)} \quad lorsque \quad i,j = N/2+1,...,N-1. \end{aligned} \tag{B.4}$$

la croissance de la distance de propagation correspond à la dilatation des anneaux de phase du noyau de Fresnel :

$$K_{\Delta z}^{Fresnel}(m,n,\Delta z) = \frac{e^{k\Delta z\sqrt{-1}}}{\lambda\Delta z\sqrt{-1}} \cdot exp\left\{\frac{\pi\lambda\Delta z\sqrt{-1}}{N^2\delta_0^2}(m^2+n^2)\right\}. \tag{B.5}$$

Par analogie avec la formule (B.2), la différence de phase entre les deux points voisins d'échantillonnage sera :

$$\frac{\pi\lambda Z_{limite}}{N^2\delta_0^2}\left[\left(\frac{N}{2}\right)^2 - \left(\frac{N}{2}-1\right)^2\right] \leq \pi \tag{B.6}$$

et la distance limite :

$$Z_{limite} \leq \frac{\delta_0^2(N-1)}{\lambda} \simeq \frac{\delta_0^2 N}{\lambda}. \tag{B.7}$$

B.2 Estimation de la résolution axiale d'une FZP

Le calcul de l'échantillonnage numérique d'une FZP binaire centrée sur l'axe optique z se fait d'après l'expression suivante :

$$\pi_{FZP}(i,j) = \begin{cases} \pi & : \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\delta_0^2[i-(N-1)/2]^2+\delta_0^2[j-(N-1)/2]^2+f^2}\right) > 0, \\ 0 & : \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\delta_0^2[i-(N-1)/2]^2+\delta_0^2[j-(N-1)/2]^2+f^2}\right) < 0 \end{cases} \tag{B.8}$$

où λ est la longueur d'onde de l'éclairement incident, les paramètres f, N, δ_0 signifient respectivement la distance focale, le nombre de pixel et la taille d'un pixel sur la FZP. Afin de changer la focale de la FZP d'un pas minimal Δf_{min}, il faut faire varier le cosinus d'une demi-période. Alors on parvient à l'inéquation :

$$\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\delta_0^2[(N-1)/2]^2-\delta_0^2[(N-1)/2+1]^2+\Delta f_{min}^2} \leq \pi \tag{B.9}$$

d'où s'obtient $|\Delta f_{min}| = \sqrt{\delta_0^2(N-1)-\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}$. Pour N=256 pixels, λ=0.6328 μm, δ_0=15 μm sa valeur atteint Δf_{min} ≈250 μm.

Annexe C

Fiches techniques

C.1 SLM Developper Kit Specifications

SLM	
Array size	256 x 256
Pixel pitch	15 µm
Gap width	1.0 µm
Fill factor	87%
Active area	3.84 x 3.84 mm
ON/OFF Contrast Ratio[1]	
Contrast ratio	100:1 (Zero Order at 633 nm)
On State Optical Throughput[2]	
Diffractive zero order	>25% (633 nm)
Peak operating wavelength	680 nm
Illumination tolerance	>500 mW/cm^2
Reflected phase front	λ/4 (power removed)
Optical rise/fall time (10-90%)	250 µs (23°C, Vdd = 5V)
SLM full frame rate[3]	2500 Hz (25°C)
Data interface	Std. 5V CMOS
Package	49-pin ceramic PZA
System mount	2" optical mounting circuit board
Device orientation (for equal amplitude phase modulation or for best extinction in the off state)	Vertical ± 2°

[1] Contrast is the ratio of the ON-state to the OFF-state optical power collected by the specified optical system. No means are employed to eliminate the light emanating from between the pixels (gap leakage).

[2] The optical throughput specification reports the fraction of incident optical power the **SLM** delivers to a detector when all of the pixels are in the ON state and the **SLM** is oriented for best extinction between crossed polarizers. All losses due to **SLM** absorption, scatter, first surface reflection, and incomplete modulation are included in these measurements. Polarizer losses are not included.

[3] The maximum achievable frame rate if all of the frame's rows must be optically valid at the same time.

SLM Device Description

Figure C-4 shows the various components of a complete reflective FLC SLM.

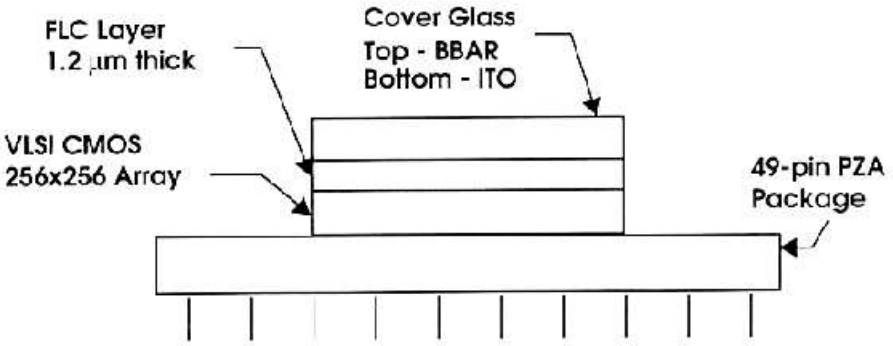


Figure C-4 SLM cross section

5.1 CMOS SRAM Backplane

The heart of the device is the silicon backplane which is manufactured using standard 0.6 & 0.8 μm CMOS processes. The active area of this silicon die consists of three major areas as shown in **Figure C-5**. The main area is the pixelated array which consists of 65,536 individually addressable standard SRAM cells arranged in a 256x256 square array. The "fill factor" of this array, defined as the ratio of the area covered with metal to the total area of the array, is 87%. Outside this pixelated area is the "apron" region which is a square contiguous ring of metal connected to a single package pin. This area can be used for border definition by driving it opposite to the background region of the image being shown in the pixelated area. Within the apron region are several "fiducial" pixels which are electrically connected but driven independently of the apron via a separate package pin. These fiducial pixels can be driven in contrast to the apron and used for device alignment in critical applications.

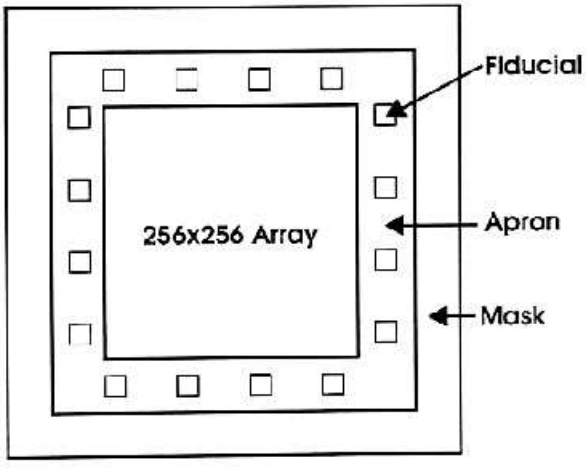
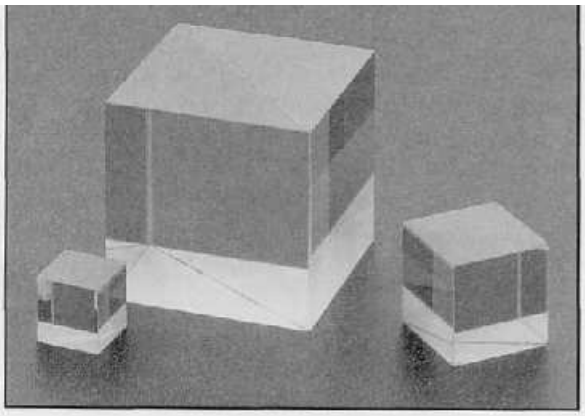


Figure C-5 SLM CMOS plan view

C.2 Cube séparateur polarisant



Available in:
✔Production Quantities
✔Custom Sizes

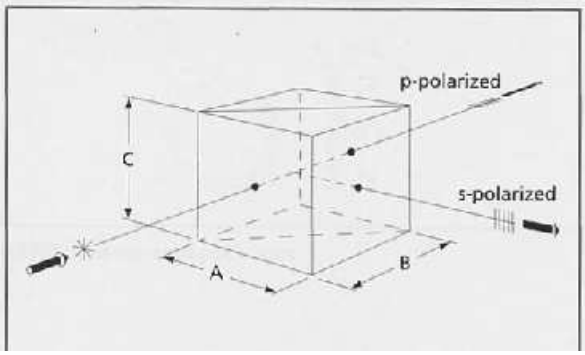
Broadband Polarizing Cube Beamsplitters

Broadband polarizing cube beamsplitters separate the s- and p-polarized components of an incident beam into two highly polarized output beams separated by a 90-degree angle.

- A 50/50 split in laser energy is achieved for unpolarized incident light.
- Broadband coatings are offered for operation for 450 nm to 680 nm and 650 nm to 850 nm.
- These are ideal for use in white light and polychromatic beam-combining applications.

When using a polarizing cube beamsplitter, remember:

- For polychromatic beam-combining applications, the two incoming beams must have properly oriented polarization states. This can be achieved by using a Melles Griot half-wave plate to rotate the polarization state of the beam.
- Light is ideally incident on the beamsplitter coating at an angle of 45° ±2°. The Melles Griot prism table, described in Chapter 25, *Mirror/Beamsplitter Mounts and Prism Tables*, is recommended for accurate positioning of the cube within the beam path.
- Only collimated beams of light can be used. A shear plate may be used to make sure that an expanded laser beam is properly collimated before striking the cube. The Melles Griot shear plate is described in Chapter 51, *Lab Accessories*.



SPECIFICATIONS:
BROADBAND POLARIZING CUBE BEAMSPLITTERS

Edge Tolerance: ±0.2 mm

Principal Transmittance:
>95% T for p-polarization
<1% T for s-polarization

Principal Reflectance:
>99% R for s-polarization
<5% R for p-polarization

Transmission (Ratio of Total Straight Through Output to Total Unpolarized Input): $\frac{1}{2}(k_1+k_2) = 48\%$

Extinction Ratio: $H_{90} = k_1 k_2 = 0.01$

Beam Deviation: 5 arc minutes

Entrance/Exit Surface Flatness: $<\lambda/8$ at 632.8 nm

Wavefront Distortion: $<\lambda/4$ at 632.8 nm

Surface Quality: 20–10 scratch and dig

Material: BK7 grade A fine annealed

Coating (All Entrance and Exit Faces):
Broadband multilayer antireflector <0.5% R

Broadband Polarizing Cube Beamsplitters

A=B=C (mm)	PRODUCT NUMBER Wavelength Range 450–680 nm	650–850 nm
5.0	03 PBB 009	03 PBB 019
10.0	03 PBB 001	03 PBB 011
12.7	03 PBB 002	03 PBB 012
20.0	03 PBB 003	03 PBB 013
25.4	03 PBB 005	03 PBB 015
38.1	03 PBB 007	03 PBB 017

C.3 Caméra CCD Kodak Mega Plus 1.4i

MegaPlus™ Series

MegaPlus™ 1.4i



The MegaPlus 1.4i is a high-performance digital camera that combines a spatial resolution of 1.4 million pixels, with 256 gray levels for each pixel, to deliver superior quality digital images.

The CCD sensor provides a 1317 x 1035-pixel array with 6.8 µm square pixels for accurate dimensional measurements. The camera also features Accumulation Mode, which significantly reduces dark current and enhances light sensitivity.

With frame rates of up to 6.9 frames per second and a rugged integrated design, the MegaPlus 1.4i is ideal for a wide range of demanding industrial applications.

SNAPSHOT

Sensitivity
Minimal dark current and high dynamic range provide the sensitivity required for demanding industrial applications.

Accuracy
The MegaPlus 1.4i's square pixels provide the accuracy required by metrology applications.

Ease of Use
With a comprehensive command set and bundled control software, the MegaPlus 1.4i provides the ease of use you expect from Redlake's MegaPlus cameras.

MegaPlus™...
for imaging excellence when quality counts

REDLAKE
1.800.462.4307

We Use Kodak Image Sensors

MegaPlus™ 1.4i

PERFORMANCE SPECIFICATIONS

CCD Imager

Imaging Device	Kodak KAF1401, solid-state CCD, full-frame imager
Sensor Readout	Progressive scan
Pixel Size	6.8 µm (square format)
Resolution	1317 x 1035 pixels (1,363, 095)
Pixel Spacing	6.8 µm, vertical and horizontal
Active Area	8.98mm horizontal x 7.04mm vertical; 4:3 aspect ratio; 2/3-inch-format compatible
Fill Factor	100%

Image Quality

Responsivity	5020 8-bit counts/µW/ cm^2 –second @ 550 nm
Bit Depth	8 bits
Dynamic Range	72dB
Temporal Noise	<4% rms
Linearity	<4 to 1.2% rms non linearity depending on gain
Dark Current	<10pA/cm^2 @ 25°C

Camera Exposure and Control

Camera Output	Digital Video
Pixel Clock Rate	10 MHz
Frame Rate	up to 6.9 fps
Exposure Settings	Mechanical shutter: 10 to 100,000 ms
Operation Modes	Continuous, Control, Trigger
Gain Settings	2 to 24dB in steps of 2dB

Mechanical Description

Lens Mount	C or F mount
Dimensions	F-mount: 4.45"H x 3.9"W x 5.84"L (113.0 x 99.1 x 148.3mm) C-mount: 4.45"H x 3.9"W x 4.68"L (113.0 x 99.1 x 118.8mm)
Weight	3 lbs (1.26kg)

Environmental Requirements

Operating Temp	0° to 35°C (32° to 95°F), non-condensing
Vibration	3G, sinusoidal from 5 to 150 Hz
Shock	20G, non-operating

Power Requirements

Power Consumption	8 watts, typical
Input Voltage	12 to 28 VDC

CE ISO 9001 Registered

Note: Specifications are typical and subject to change. *I103-02*

REDLAKE

Redlake MASD, Inc.

tel: 800.462.4307
tel: 858.481.8182
fax: 858.792.3179
email: sales@redlake.com

www.redlake.com

Bibliographie

[1] G. Boremann, C. Dainty. Zernike expansions for non-Kolmogorov turbulence. *JOSA A*, 13(3) :517–522, 1998.

[2] Rousset. *Wave-front sensors// in Adaptive Optics in Astronomy, ed. F. Roddier.* Cambrige University press, 1999.

[3] D.R. Neal, D.M. Topa, J. Copland. The effect of lenslet resolution on the accuracy of ocular wavefront measurements. *Proceedings of SPIE*, 4245 :72–91, 2001.

[4] J. Pfund et al. Dynamic range expansion of a Shack-Hartmann sensor by using a modified unwrapping algorithm. *Optics Letters*, 23(13) :995–997, 1998.

[5] L. Seifert, J. Liesener, H.J. Tiziani. The adaptive Shack-Hartmann sensor. *Optics Communications*, 216 :313–319, 2002.

[6] F. Roddier. Variations on a Hartmann theme. *Optical Engineering*, 29(10) :1239–1242, 1990.

[7] B. Spektor and J. Shamir. Wavefront analysis using Fresnel lens arrays. *Optics Letters*, 20(13) :1504–1506, 1995.

[8] Principe de la microscopie confocale à balayage laser. http ://www.ifr58-cordeliers.jussieu.fr/microscopie_confocale/dossiers.htm.

[9] Résolution et échantillonnage en microscopie confocale. http ://www.ifr58-cordeliers.jussieu.fr/microscopie_confocale/dossiers.htm.

[10] Guillermo H. Kaufmann. Phase measurement in temporal speckle pattern interferometry using the Fourier transform method with and without a temporal career. *Optics Communications*, 217 :141–149, 2003.

[11] K. Creath, Yeou-Yen Cheng and James C. Wyant. Contouring aspheric surfaces using two-wavelength phase-shifting interferometry. *Optic Acta*, 32(12) :1455–1464, 1985.

[12] K. Creath. Phase-measurement interferometry techniques. *Progress in Optics*, XXVI, 1998.

[13] J.E. Greivenkamp. *Optical Engineering*, 23 :350, 1984.

[14] C.J. Morgan. *Optics Letters*, 7 :368, 1982.

[15] J.C. Wyant, C.L. Koliopoulos, B. Bhushan and O.E. George. *ASLE Trans.*, 27 :101, 1984.

[16] J.C. Wyant. *Laser Focus*, May :65, 1982.

[17] P. Carré. *Metrologia*, 2 :13, 1966.

[18] A. Harasaki, J. Schmit and J.C. Wyant. Improved vertical-scanning interferometry. *Applied Optics*, 39(May) :2107, 2000.

[19] http ://www.phase-shift.com/products/microxam.shtml.

[20] http ://www.veeco.com/html/product_bymarket.asp.

[21] http ://www.zygo.com.

[22] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer based topography and interferometry. *JOSA*, 72(1) :156–160, 1982.

[23] F. Roddier, C. Roddier. Interferogram analysis using Fourier transform techniques. *Applied Optics*, 26(9) :1668–1673, 1987.

[24] F. Roddier, C. Roddier. Wavefront reconstruction using iterative Fourier transforms. *Applied Optics*, 30(11) :1325–1327, 1991.

[25] Krzysztof Patorski. The self-imaging phenomenon and its applications. *Progress in Optics*, XXVII :1–108, 1989.

[26] Krzysztof Patorski. Talbot interferometry with increased shear : part 1,2,3. *Appl. Opt.*, 27(18), 1998.

[27] F. Berier, J-L. de Bougrenet de la Tocnaye. Motionless multiresolution interferometry based on Talbot effect. *Optical Engineering*, 38(12) :2055–2061, 1999.

[28] Ch. Sigel, F. Loewenthal, J.E. Balmer. A wavefront sensor based on the fractional Talbot effect. *Optics Communications*, 194 :265–275, 2001.

[29] K. Ichikawa, A.W. Lohmann, M. Takeda. Phase retrieval based on the irradiance transport equation and the Fourier-transform method : experiments. *Appl. Opt.*, 27(16) :3433–3436, 1988.

[30] F. Roddier. Wavefront sensing and the irradiance transport equation. *Appl. Opt.*, 29(10) :1402–1403, 1990.

[31] N.H. Salama, D. Patrignani, L. De Pasquale, E.E. Sicre. Wavefront sensor using the Talbot effect. *Optics and Laser Technology*, 31 :269–272, 1999.

[32] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Lateral aberration measurements with a digital Talbot interferometer. *Appl. Opt.*, 23(11) :1760–1764, 1984.

[33] L. Sogno. *L'interféromètre à décalage tri-latéral : une nouvelle technique d'analyse de surface d'onde.* PhD thesis, ONERA, Université Paris XI Orsay, 1996.

[34] J.Primot, L. Sogno, B. Fracasso, K. Heggarty. Wavefront sensor prototype for indistrial applications based on a three-level phase grating. *Optical Engineering*, 36(3), 1997.

[35] F. Berier, J-L. de Bougrenet de la Tocnaye. Adaptive lens using a programmable pinholed Fresnel-zone plate. *Optical Engineering*, 2000.

[36] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics.* McGraw-Hill Inc., New-York, 1968.

[37] L.J. Allen, M.P. Oxley. Phase retrieval from series of images obtained by defocus variation. *Optics Communications*, 199 :65–75, 2001.

[38] R.W. Gerchberg and W.O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35(2) :237–246, 1972.

[39] J.R. Fienup. Phase retrieval algorithms : a comparison. *Appl. Opt.*, 21(15) :2758–2769, 1982.

[40] D.L. Misell. An examination of an iterative method for the solution of the phase problem in optics and electron optics : I. Test calculations. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 6 :2200–2216, 1973.

[41] R. Rolleston, N. George. Image reconstruction from partial Fresnel zone information. *Applied Optics*, 25(2) :178–183, 1986.

[42] R.G. Dorsch, A.W. Lohmann, S. Sinziger. Fresnel ping-pong algorithm for two-plane computer-generated hologram display. *Appl. Opt.*, 33(5) :869–875, 1994.

[43] H.M. Quiney, K.A. Nugent, A.G. Peele. Iterative image reconstruction algorithms using wave-front intensity and phase variation. *Optics Letters*, 30(13) :1638–1640, 2005.

[44] G. Pedrini, W. Osten, Y. Zhang. Wavefront reconstruction from a sequence of interferograms recorded at different planes. *Optics Letters*, 30(8) :833–835, 2005.

[45] M.R. Teague. Deterministic phase retrieval : A Green's Function Solution. *J.O.S.A.*, 73 :1434–1441, 1983.

[46] J.Adams. *Appl. Math. Comp.*, 53 :235–249, 1993.

[47] MUDPACK : Multigrid Software for Elliptic Partial Differential Equations. //www.scd.ucar.edu/css/software/mudpack/.

[48] Tuvia Kotzer, Nir Cohen, Joseph Shamir. Generalized projection algorithms with applications to optics and signal restoration. *Optics Communications*, 156 :77–91, 1998.

[49] J. Hadamard. *Lectures on the Cauchy Problem in Linear partial Differential Equations.* Yale University Press, 1923.

[50] G. Leone, R. Pieri, F. Soldovieri. Reconstruction of complex signals from intensities of Fourier-transform pairs. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 13(7) :1546–1556, 1996.

[51] T. Isernia, G. Leone and R. Pieri. Radiation pattern evaluation from near-field intensities on planes. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 44(5) :701–709, 1996.

[52] K. Heggarty. *Une implantation opto-électronique d'un réseau de neurones formels.* PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, 1991.

[53] A. Vanderlugt. Optimal sampling of Fresnel transforms. *Applied Optics*, 29(23) :3352–3361, 1990.

[54] D. Mas, J.Garcia, C. Ferreira, L.M. Bernardo, F. Marinho. Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation. *Optics Communications*, 164 :233–245, 1999.

[55] J.R. Fienup. Phase-retrieval algorithms for a complicated optical system. *Appl. Opt.*, 32(10) :1737–1746, 1993.

[56] J.R. Fienup, C.C. Wackerman. Phase-retrieval stagnation problems and solutions. *JOSA A*, 3(11) :1897–1907, 1986.

[57] R.H. Boucher. Convergence of algorithms for phase retrieval from two intensity measurements, //in 1980 international Optical Computing Conference I. *Photo-Opt. Instrum. Engineering*, 231 :130–141, 1980.

[58] G. Liu, P.D. Scott. Phase retrieval and twin-image elimination for in-line Fresnel holograms. *JOSA A*, 4(1) :159–165, 1987.

[59] R. Vincent. Phase retrieval in TEM using Fresnel images. *Ultramicroscopy*, 90 :135–151, 2002.

[60] Wim Mees. Scene analysis : using image processing and artificial intelligence. Royal Military Academy - Signal and Image Centre Renaissancelaan 30 - B-1000 Brussels (Belgium).

[61] http ://beammeasurement.mellesgriot.com/tut_shear_plate_test.asp.

[62] http ://beammeasurement.mellesgriot.com/tut_ap_shear_plate.asp.

[63] Krzysztof Patorski. Fresnel diffraction images of periodic objects under gaussian beam illumination. *Optica Acta*, 4 :439–446, 1979.

[64] H. Schreiber and J. Schwider. Lateral shearing interferometer based on two Ronchi phase gratings in series. *Applied Optics*, 36(22) :5321–5324, 1997.

[65] D. Ganotra, J. Joseph, K. Singh. Profilometry for the measurement of three-dimensional object shape using radial basis function, and multi-layer perceptron neural networks. *Optics Communications*, 209 :291–301, 2002.

[66] F. Wu, H. Zhang, M.J. Lalor, D.R. Barton. A novel design for fiber optic interferometric fringe projection phase-shifting 3D profilometry. *Optics Communications*, 187 :347–357, 2001.

[67] G-C. Jin, N-K. Bao. Surface detection and 3D profilometry for microstructure using optical metrology. *Optics and Lasers in Engineering*, 36 :1–9, 2001.

[68] Guide d'emploi Displaytech : SLM Developer's Kit.// www.displaytech.com.

[69] J.L. De Bougrenet de la Tocnaye. Engineering liquid crystals for optimal uses in optical communication systems. *Liquid Crystals*, 31(00) :1–29, 2004.

[70] Ian Underwood. Ferroelectric liquid crystal over silicon spatial light modulator – principles, practice and prospects. *O.S.A. Trends in Optics and Photonics*, 14 :76–99, 1997.